



**UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO**  
PROGRAMA DE MAESTRÍA Y DOCTORADO EN INGENIERÍA  
INGENIERÍA MECÁNICA – TERMOFLUIDOS

ESTUDIO NUMÉRICO DEL FLUJO EN LA FARINGE

TESIS  
QUE PARA OPTAR POR EL GRADO DE:  
MAESTRO EN INGENIERÍA

PRESENTA:  
Martha Luisa Preciado Méndez.

TUTOR PRINCIPAL.  
Dr. Martín Salinas Vázquez.  
Instituto de Ingeniería.

MÉXICO, D. F. ENERO 2015.

**JURADO ASIGNADO:**

Presidente: Dr. Jaime G. Cervantes de Gortari.

Secretario: Dr. Francisco Javier Solorio Ordaz.

Vocal: Dr. Martín Salinas Vázquez.

1<sup>er</sup>. Suplente: Dr. Gabriel Ascanio Gasca.

2<sup>do</sup>. Suplente: Dr. William Vicente y Rodríguez.

Lugar o lugares donde se realizó la tesis: Instituto de Ingeniería.

**TUTOR DE TESIS:**

Martín Salinas Vázquez.

-----  
**FIRMA**

# Agradecimientos.

A CONACYT por el apoyo económico proporcionado.

Al proyecto PAPIIT DGAPA-IN106112.

A mis papás, porque son mi base.

A Felipe, mi él, mi otra mitad.

# Resumen.

El flujo a través de una faringe ha sido investigado de manera experimental a lo largo del tiempo utilizando fluidos newtonianos y no-newtonianos, con el fin de ampliar el conocimiento sobre el proceso de deglución y así poder tomar medidas en el tratamiento de personas que presentan problemas o alteraciones y poder caracterizar sus alimentos, es en relación a esto que Meng et al [1] encontró que los fluidos no-newtonianos se recomiendan para tener una deglución más segura pues su naturaleza provoca que el individuo trague menores cantidades, permitiendo al sistema neuromuscular mayor tiempo de reacción y así reducir riesgos de aspiración [2].

En la presente tesis se abordó el problema de la simulación de un fluido no-newtoniano que pasa a través de una faringe. Se usaron medidas fisiológicas similares a las de un adulto. Se construyó una geometría en tres dimensiones de la forma de la faringe a partir del conocimiento de una serie de puntos para 10 diferentes tiempos obtenidos de planos en 2D de Chang [3]. La geometría de la faringe se introdujo en una malla cartesiana utilizando condiciones de frontera inmersas. Se incorporaron elementos que consideran las propiedades mecánicas de las paredes de la faringe y su influencia sobre el flujo. Se consideró a su vez el efecto de la lengua actuando sobre el bolo como una presión ejercida por las paredes de la faringe cercanas a la entrada. Se consideraron para el análisis tres etapas del flujo a través de la faringe: llenado, etapa intermedia y vaciado.

Se desarrolló un código en el lenguaje de programación FORTRAN cuya utilización es amplia en el campo de la computación científica, emplea la dinámica de fluidos computacionales, CFD (por sus siglas en inglés) resolviendo las ecuaciones de Navier-Stokes. El método consiste en discretizar el dominio donde se desarrolla el fenómeno de estudio y resolver las ecuaciones para cada elemento, lo anterior hace necesaria la utilización de computadoras que puedan llevar a cabo éste proceso. Para la realización de las simulaciones se trabajó con el clúster denominado Tonatiuh perteneciente al Instituto de Ingeniería de la UNAM.

El orden del contenido de esta tesis se presenta a continuación.

En el capítulo 1 se da una breve introducción presentando los antecedentes de los trabajos previos más relevantes realizados tanto en el campo experimental como en el de las simulaciones, así como una revisión somera de la anatomía de la faringe.

En el capítulo segundo se escriben las ecuaciones de gobierno de los fluidos en forma conservativa, mismas que son utilizadas y resueltas en el código numérico.

En el capítulo tercero se habla de las generalidades de la simulación numérica, las condiciones iniciales y de frontera.

En el capítulo cuarto se muestran los resultados obtenidos de las simulaciones del flujo en la faringe para cuatro casos estudiados.

En el capítulo cinco se presentan las conclusiones de este trabajo de tesis.

Motivación. ....	1
Objetivos. ....	2
CAPITULO I .....	3
Introducción. ....	3
1.1 Antecedentes. ....	4
1.2 Fisiología de la deglución. ....	6
1.2.1. Anatomía .....	6
1.2.2. El papel de la lengua en la deglución. ....	6
1.2.3. Descripción de la faringe. ....	7
1.2.4. Peristaltismo.....	8
1.2.5. Alteraciones en el proceso de deglución. ....	8
CAPÍTULO II .....	11
Ecuaciones de gobierno para fluidos. ....	11
2.1 Ecuaciones de Navier Stokes.....	12
2.2 Fronteras inmersas.....	14
2.3 Esquema numérico.....	15
CAPÍTULO III .....	16
Generalidades de la simulación. ....	16
3.1 Dinámica de fluidos computacional (CFD). ....	17
3.2 Resolución numérica. ....	17
3.3 Inserción de la geometría de la faringe.....	18
3.4 Condiciones de frontera.....	22
3.4.1 Entradas de fluido al dominio computacional. ....	22
3.4.2 Salidas del dominio computacional. ....	23
3.4.3 Paredes de la faringe.....	23
CAPÍTULO IV .....	25
Análisis de resultados.....	25
4.1.1 Condiciones iniciales y de frontera. ....	26
4.1.2 Resultados. ....	26
4.1.3 Análisis del comportamiento del flujo. ....	28

4.1.4	Contornos de velocidad y presión.....	28
4.1.4.1.	Caso 1. ....	28
4.1.4.2.	Caso 2. ....	32
4.1.4.3.	Caso 3. ....	36
4.1.4.4.	Caso 4. ....	40
4.1.5	Velocidades y presiones globales.....	44
4.1.6	Contornos de tasa de corte.....	49
CAPÍTULO V .....		52
Conclusiones. ....		52
5.1	Trabajos futuros. ....	53
Referencias.....		54

# Índice de figuras.

Figura 1. Divisiones de la faringe. [11] .....	7
Figura 2. Peristaltismo. [13] .....	8
Figura 3. Etapas de la deglución. (a) Oral preparatoria, (b) Oral propulsiva, (c) Faríngea, (d) Esofágica [11] .....	9
Figura 4. Representación en dos dimensiones de la separación de las zonas de fluido y sólido. ....	14
Figura 5. Dominio computacional. ....	18
Figura 6. Inserción de la geometría de la faringe en la malla computacional. ....	19
Figura 7. Representación del sistema de interés. ....	19
Figura 8. Geometría de la faringe en reposo. ....	20
Figura 9. Representación en 3D de las etapas del cálculo: (a) Etapa de llenado para un $t = (0.0 - 0.34)$ s; (b) etapa intermedia $t = (0.34 - 0.54)$ s y (c) etapa de vaciado para $t = (0.54 - 1.04)$ s.....	21
Figura 10. Velocidad axial promedio para la entrada (GPJ) y salida (UES) de la faringe.....	27
Figura 11. Contornos de velocidades fase llenado y fase intermedia. Caso 1. ....	29
Figura 12. Contornos de velocidades, cerrado GPJ, fase de vaciado. Caso 1. ....	30
Figura 13. Contornos de presiones para el Caso 1.....	31
Figura 14. Contornos de velocidades fase llenado y fase intermedia. Caso 2. ....	33
Figura 15. Contorno de velocidades para el Caso 2. ....	34
Figura 16. Contornos de presiones para el Caso 2.....	35
Figura 17. Contornos de velocidades fase llenado y fase intermedia. Caso 3. ....	37
Figura 18. Contorno de velocidades para el Caso 3.....	38
Figura 19. Contornos de presiones para el Caso 3.....	39
Figura 20. Contornos de velocidades fase llenado y fase intermedia. Caso 4. ....	41
Figura 21. Contorno de velocidades para el Caso 3. ....	42
Figura 22. Contornos de presiones para el Caso 4.....	43
Figura 23. Gráficas globales de velocidades y presiones axiales en la etapa de llenado.....	45
Figura 24. Gráficas globales de velocidades y presiones axiales en la etapa intermedia.....	46
Figura 25. Gráficas globales de velocidades y presiones axiales en la etapa de vaciado. ....	47
Figura 26. Isosuperficie de la velocidad para el Caso 4.....	48
Figura 27. Contornos de esfuerzo cortante y viscosidad etapa inicial.....	50
Figura 28. Contornos de tasa de corte y viscosidad zona de mayor oclusión. ....	51

## Nomenclatura.

F	Flujos
GPJ	Del inglés, glossopalatal junction
k	Índice de consistencia.
$n_f$	Índice de comportamiento del flujo
P	Presión
t	Tiempo
U	Vector de cuatro componentes
u,v,w	Vectores de velocidad.
UES	Del inglés, upper esophageal sphincter
Vol	Volumen
$\dot{V}$	Razón de flujo volumétrico
$\delta$	Delta de Kronecker.
$\rho$	Densidad
$\dot{\gamma}$	Tasa de corte
$\eta$	Viscosidad.



## Motivación.

La deglución es un proceso fisiológico complejo e instintivo, sin embargo, los mecanismos de control del bolo aún permanecen inciertos. Varios esfuerzos han sido realizados para llegar al entendimiento del proceso de deglución y debe admitirse que poco ha sido aportado por los científicos ya que mucho del conocimiento sobre la deglución del alimento viene de fisiólogos e investigadores clínicos.

Un entendimiento efectivo del proceso de deglución requiere de una revisión de las propiedades del transporte, las fuerzas aplicadas y el movimiento del bolo, ya que cambiando ciertas características de éste, como la consistencia, el volumen o alterando las fuerzas que se le aplican, el movimiento del bolo podría modificarse para ayudar en el desarrollo de estrategias para lograr una deglución más segura.

La falta de modelos teóricos, permite el desarrollo de esta tesis, mediante la aplicación de una simulación numérica que incorpora información reportada en la literatura científica resultado de las pruebas experimentales de estudios realizados previamente así como datos anatómicos referentes a la faringe.

## Objetivos.

Llevar a cabo la simulación del flujo que pasa a través de la faringe, incorporando elementos que no habían sido considerados con anterioridad, y que permiten obtener resultados más parecidos a la realidad.

Conocer los contornos de presiones, velocidades, esfuerzo cortante y viscosidad.

Sentar las bases para aplicar los resultados al análisis de problemas fisiológicos específicos.

# CAPITULO I

Introducción.

## 1.1 Antecedentes.

En la evaluación del proceso de deglución existen técnicas tales como la videofluoroscopia con rayos X (deglución de bario modificado), que consiste en emitir de manera constante rayos X para captar los movimientos de la deglución, mientras el paciente bebe una sustancia que sirve como medio de contraste con diferentes consistencias para poder evaluar si la persona tiene problemas para el tragado de líquidos o sólidos, grabando este proceso para su posterior análisis; la manometría o endoscopía mediante fibra óptica, que requiere de la inserción de una sonda delgada y sensible a la presión con la que, al pedirle al sujeto de evaluación que trague pueden medirse las presiones de las contracciones musculares a lo largo de varias secciones de la sonda; la utilización de estas técnicas ha sido por mucho tiempo la forma de obtener tanto de personas sanas como de aquellos que presentan algún tipo de complicación en el tragado perfiles de presiones y velocidades del bolo en su camino hacia el estómago.

Kahrilas et al. [4] realizaron un estudio mediante videofluoroscopia para comparar un volumen de bolo pequeño versus uno de mayor volumen. Encontraron que la apertura de la entrada al esófago y el cerrado del paso del aire ocurren en sincronía y que las velocidades varían de acuerdo al volumen del bolo, a volúmenes mayores corresponden mayores velocidades y viceversa tanto en la cabeza como en la cola del bolo. Reportaron también que el movimiento de la lengua juega un papel cardinal en la determinación de las diferencias en la propulsión de los diferentes volúmenes y que la contracción de los músculos constrictores de la faringe es la única característica que no varía en la deglución.

Bardan et al [5] llevaron a cabo un estudio para caracterizar la cinemática del bolo utilizando bario en presentación sólida y líquida, usando la técnica de manometría para medir las presiones y videofluoroscopia para grabar el movimiento del bolo. Su grupo de muestreo incluyó adultos jóvenes y adultos en edad avanzada únicamente de género masculino. Encontraron que existe una onda de presión peristáltica que se propaga cuando el bolo inicia su paso a través de la faringe para luego presentar un decaimiento conforme avanza; estimaron las velocidades de la cabeza y cola del bolo en  $37.6 \pm 8.1$  cm/s. Observaron que en personas jóvenes pueden medirse dos zonas de aceleración, la primera en la base de la lengua y la segunda al final de la faringe en la zona del UES, mientras que las personas mayores sólo presentaron la primer zona de aceleración en la base de la lengua.

Bangyeekhan et al [6] aplicaron la técnica de videofluoroscopia y procedieron a calcular las velocidades de la cabeza y la cola del bolo, variando las viscosidades de las muestras de alimentos líquidos proporcionadas; utilizando un grupo de muestreo que incluyó adultos jóvenes, adultos y adultos en edad avanzada de ambos géneros. Reportaron que encontraron diferencias debidas al género, para la velocidad promedio de la cola del bolo que se aprecian en una deglución más natural en el género masculino, la velocidad disminuye cuando la viscosidad aumenta en adultos jóvenes y adultos, en ambos grupos la deglución en el género masculino es más rápida debido a que poseen músculos más grandes y fuertes. Para el grupo de adultos mayores, reportaron que el género no influye en los mecanismos de tragado, asimismo encontraron que las velocidades no parecen variar para las diferentes etapas del género femenino mientras que en el género masculino parecen disminuir conforme la edad avanza.

De los resultados reportados en los estudios experimentales, se reconoce que si bien estas técnicas son útiles para obtener información valiosa sobre el bolo, tienen la limitación de revelar únicamente información sobre su movimiento sin dar detalles acerca de las fuerzas aplicadas sobre éste, mismas que lo impulsan a través de la faringe hacia el esófago; aunado a lo anterior, debe tenerse en consideración que las evaluaciones experimentales traen consigo incomodidad a las personas evaluadas, lo que provoca que los resultados tengan bajos índices de repetibilidad, de igual modo, las personas que presentan alteraciones corren el riesgo de aspiración del medio de contraste o sufrir de molestias posteriores, además, considerando que un alto porcentaje de la población afectada son personas de edad avanzada, la evaluación se vuelve más compleja.

Las razones anteriores permitieron considerar a las simulaciones numéricas como una herramienta alternativa pues resultan adecuadas en el análisis cuantitativo del proceso de deglución, permitiendo la evaluación de las propiedades reológicas del bolo en su paso por la faringe. Con el fin de calcular la evolución de la presión así como razones de flujo, estudios numéricos han sido propuestos para la simulación y el estudio del proceso del trágado de bolo líquido poniendo especial interés en la etapa esofágica.

Rosendall [7] desarrolló un modelo matemático en 2D, utilizando el software FIDA (análisis de elemento finito) en el que simuló la deglución para analizar los parámetros que afectan el transporte del bolo a través de la faringe. No modeló la mecánica del músculo faríngeo pero incluyó el movimiento de las fronteras donde el bolo tiene contacto con la musculatura. Analizó la información de un sujeto normal (sano) para investigar el efecto del volumen del bolo, la viscosidad, posicionamiento de la cabeza y fuerzas gravitacionales. Encontró

Chang et al. [3] desarrollaron un modelo matemático para demostrar la factibilidad de la modelación del transporte del bolo a través de la faringe utilizando análisis de elemento finito (FEA) en 2D, incorporaron información obtenida mediante videofluoroscopia del movimiento dependiente del tiempo de las paredes del UES y utilizaron esta como condición una frontera; incorporaron también la información reportada por Kahrilas et al. [4] (donde establece el tiempo de la deglución en 1.04 s). Reportaron la presión hidrostática dado que sólo modelaron el fluido y no las paredes, remarcaron la importancia de considerar los efectos inerciales al momento de calcular las presiones.

Meng et al. [1] realizaron una simulación computacional tomando las características del trabajo de [3]; estudiaron la disfagia con fluidos newtonianos y no-newtonianos y reportaron que éstos últimos pueden alentar el proceso de deglución, dando más tiempo al sistema neuromuscular, más tiempo para cerrar el paso a las vías aéreas y así reducir el riesgo de aspiración.

## 1.2 Fisiología de la deglución.

### 1.2.1. Anatomía

El proceso de deglución es controlado por actividades neuromusculares en el cual intervienen más de cincuenta pares de músculos cuyas funciones principales son el transporte del bolo y la protección de las vías aéreas; este mecanismo comprende tres fases para el movimiento del bolo desde la boca hasta el estómago, según la ubicación anatómica del bolo siendo: fase oral, que a su vez se subdivide en dos sub-fases, preparatoria y propulsiva, fase faríngea y fase esofágica.

Se denomina bolo alimenticio a aquella cantidad de alimento sólido o líquido deglutido en un determinado instante.

La fase oral preparatoria (Figura 3 (a)) depende de la acción voluntaria de la masticación, la comida entra en la cavidad bucal con el fin de preparar al bolo para la deglución. En el caso de comida sólida o semi-sólida, ésta es masticada, mezclada con saliva y usualmente posicionada en la parte superior del dorso de la lengua precediendo al tragado.

Cuando el bolo ha sido adecuadamente manipulado por medio de la masticación y el recubrimiento salival, la fase oral propulsiva (Figura 3 (b)), misma que involucra acciones mecánicas controladas por áreas corticales y del tronco cerebral, comienza. En el curso de ésta, el bolo es forzado a moverse hacia la orofaringe por la presión generada por la lengua que lo empuja contra el paladar, los movimientos de la lengua ayudan a estimular los receptores de la orofaringe y de ese modo activa el reflejo de deglución en la fase faríngea (Figura 3 (c)), que es la más importante dado que en ella tienen lugar la protección de la vía aérea y el paso del alimento al esófago, para lo cual se requiere del esfuerzo coordinado de la epiglotis, las cuerdas vocales y la laringe. El primero paso de este proceso es el cerrado de las cuerdas vocales, lo cual es la protección más confiable contra la aspiración, esto es seguido por el cerrado del desplazamiento superior de la laringe. La fase faríngea de la deglución termina cuando el bolo pasa a través del esfínter esofágico superior, en lo posterior llamado UES (por sus siglas en inglés upper esophageal sphincter) y es cuando comienza la fase esofágica (Figura 3 (d)), donde finalmente el UES es cerrado y el bolo mantiene su movimiento hacia el estómago mediante ondas peristálticas. [8].

### 1.2.2. El papel de la lengua en la deglución.

Aunque la lengua juega un papel importante en el proceso de masticación y tragado dado que su actividad durante la deglución es un mecanismo biomecánico complejo dirigido a contener y luego propulsar el bolo desde la cavidad oral hacia la faringe, la importancia fisiológica de sus funciones, ha sido pobremente entendida debido a las dificultades que implica monitorearla y analizarla.

La lengua humana es un órgano muscular cuyas acciones son cruciales para una deglución normal. Es el dispositivo mecánico para la manipulación y discriminación del bolo [9]. La fuerza propulsiva de la lengua se considera la principal fuerza para lograr que el bolo fluya. La presión necesaria para mover al bolo es generada llevando los dientes a una oclusión céntrica y generando

un sello labial. Si la punta de la lengua presiona contra los dientes anteriores, una presión arriba de los 10 kPa puede ser generada en la parte media de la lengua [10].

### 1.2.3. Descripción de la faringe.

La faringe es la segunda porción del tubo digestivo, un conducto músculo-membranoso, situado por delante de la columna cervical y por detrás de las fosas nasales, de la cavidad bucal y de la laringe. Se extiende de la base del cráneo al borde inferior de la sexta vértebra cervical, donde se continúa con el esófago. Fisiológicamente, sirve tanto para el paso del bolo alimenticio en la deglución como del aire durante la respiración [11].

Se halla ensanchada en su parte media, siendo más estrecha en su parte superior y todavía más en la inferior. Mide de 13 a 14 cm de longitud, 5 cm transversalmente en su parte más ancha y 2.5 en su parte más estrecha. Se distingue en ella una porción superior o nasal, llamada rinofaringe; una porción media o bucal que se extiende del velo del paladar al hueso hioides, llamada orofaringe y una porción inferior o laríngea, que abarca del hueso hioides a su continuación con el esófago. [11]

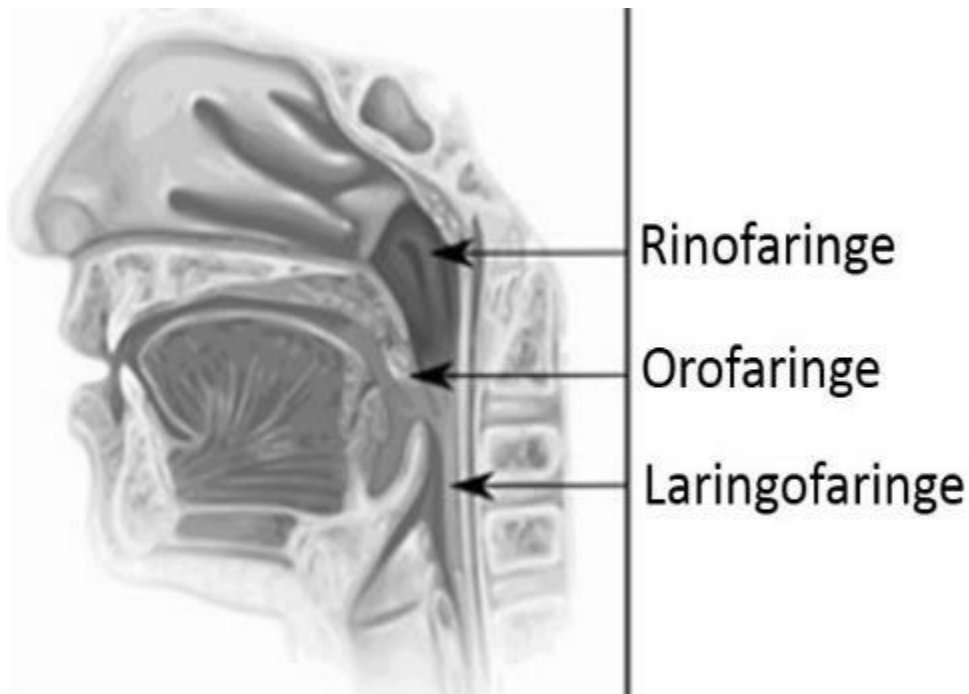


Figura 1. Divisiones de la faringe. [12]

#### 1.2.4. Peristaltismo.

Se conoce como peristaltismo al movimiento fisiológico involuntario de contracción de ciertos órganos, como la faringe, que consiste en la aparición y desplazamiento progresivo de un conjunto de ondas de contracción circular que se mueven a cierta velocidad en sentido descendente y a intervalos regulares, haciendo progresar el contenido del órgano en cuestión. [13]

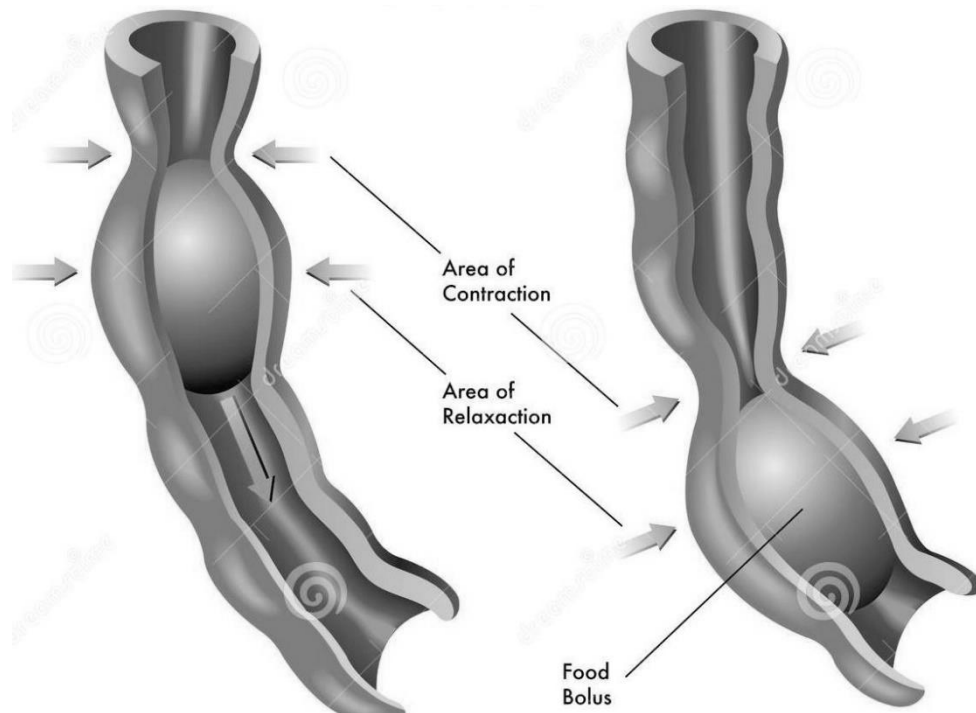


Figura 2. Peristaltismo. [14]

#### 1.2.5. Alteraciones en el proceso de deglución.

El proceso de deglución puede verse afectado y/o no llevarse a cabo de manera correcta si alguno de los mecanismos involucrados está dañado o presenta deficiencias. Las alteraciones del trágado que son causadas por diferentes factores fisiológicos se conocen como disfagia y aspiración.

La disfagia se define como una deglución anormal que se produce por el debilitamiento de la musculatura oral, laríngea o faríngea ocasionando una falta de sinergia en los procesos deglutorios [8], esta alteración puede hacer imposible para una persona el comer y beber de manera normal lo cual puede llevar a la malnutrición, provocar síndrome de desgaste o deshidratación [7]. Existen métodos para su tratamiento que según la gravedad con la que se presente pueden ser invasivos



(inserción de catéter para administración de alimentos) o menos agresivos como modificación de la dieta mediante alimentos líquidos-espesos.

Las dificultades en el tragado son padecimientos comunes en personas de edad avanzada, sin embargo, la edad no es el único factor que acarrea problemas en este proceso, para aquellos que presentan cualquier alteración, es necesario garantizar una interacción óptima entre la respiración y la deglución con el fin de evitar complicaciones potenciales.

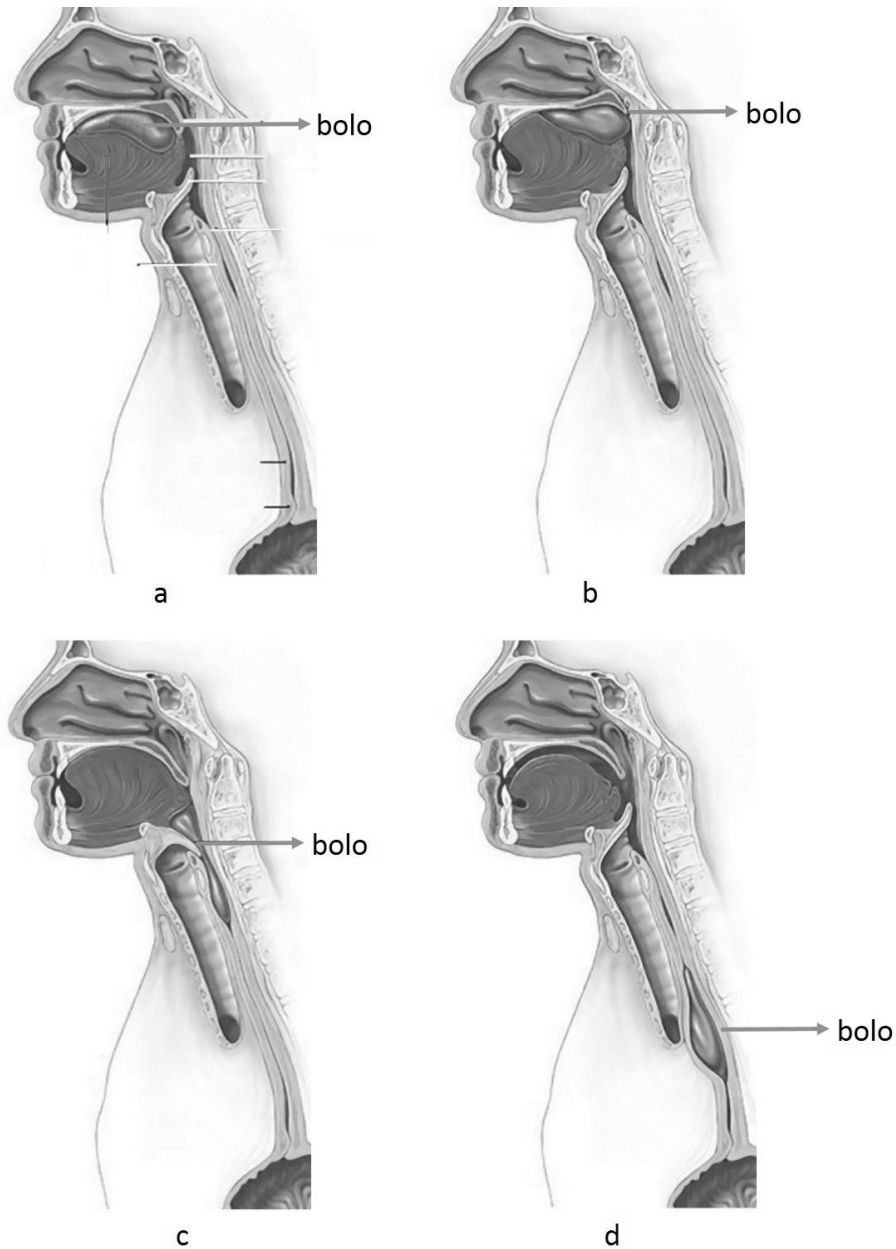


Figura 3. Etapas de la deglución. (a) Oral preparatoria, (b) Oral propulsiva, (c) Faríngea, (d) Esofágica [12]



## CAPÍTULO II

Ecuaciones de gobierno para fluidos.

## 2.1 Ecuaciones de Navier Stokes.

En el desarrollo de esta tesis, se trabajó con las ecuaciones de Navier-Stokes en coordenadas cartesianas, mismas que pueden ser escritas en la forma:

$$\frac{\partial U}{\partial t} + \frac{\partial F_i}{\partial x_i} = S_F \quad (1)$$

donde el primer término indica la variación en el tiempo,  $U$  es un vector de cuatro componentes y está definido en la ecuación (2); el segundo término, es la divergencia de los flujos en notación indicial, donde  $\forall i \in \{1,2,3\}$ ,  $F_i$  están dados por (3), donde el símbolo  $\delta_{ij}$  es la delta de Kronecker, mientras que  $S_{ij}$  es la parte deviatorica del tensor de deformación, el cual se escribe como (4):

$$U = (\rho, \rho u, \rho v, \rho w) \quad (2)$$

$$F_i = \left( \begin{array}{c} \rho u_i \\ \rho u_i u_j + p \delta_{ij} - 2\mu S_{ij} \end{array} \right) \quad (3)$$

$$S_{ij} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} - \frac{2}{3} \left( \frac{\partial u_k}{\partial x_k} \right) \delta_{ij} \right) \quad (4)$$

Las componentes del vector  $F$  de la ecuación (4) representan las ecuaciones de continuidad y momentum. En la ecuación (1)  $S_i$  es el vector de los términos fuente y considera las presiones en la membrana (sección 3.4.3). Ha sido indicado por Palmer [15] que la acumulación del bolo y su deglución no dependen de la gravedad, una persona sana podría deglutir incluso en posición de cabeza, de este modo las fuerzas de cuerpo no se consideran.

Cuando se resuelven las ecuaciones de Navier-Stokes para flujo incompresible usando las variables primitivas (velocidad y presión), surge una dificultad numérica que recae en la ecuación de continuidad, misma que puede ser considerada como una restricción en el campo del flujo para determinar la presión.

Dado que la velocidad del sonido es muy grande en un fluido incompresible, las perturbaciones de la presión se propagan de manera casi instantánea a través del dominio. En muchos esquemas numéricos para resolver las ecuaciones de Navier-Stokes incompresibles, la presión es obtenida mediante la resolución de la ecuación de Poisson, que puede ocurrir ya sea en la forma continua o discreta. Resolver la ecuación de presión de Poisson es comúnmente el paso más costoso en estos esquemas. Una técnica para superar la dificultad del límite incompresible podría ser el introducir un factor de compresibilidad, como lo hizo Chorin [16].

En vez de usar el factor de compresibilidad de Chiron [16], en esta tesis, la presión fue sustituida en las ecuaciones de Navier Stokes para flujo compresible, de acuerdo a la ecuación artificial de estado para un fluido incompresible artificial desarrollada por Perrin y Hu [17]:

$$p = \rho c^2 \quad (5)$$

$$p = \frac{\rho}{Ma^2}; \quad Ma = \frac{U}{c} \quad (6)$$

donde  $p$  es la presión,  $\rho$  es la densidad considerada y  $c$  es la velocidad del fluido del sonido, definida por la ecuación

(7) en la que  $E$  representa el módulo de Young y  $\nu$  es la razón de Poisson.

$$c = \sqrt{\frac{E}{3\rho(1-2\nu)}} \quad (7)$$

Siempre y cuando se tengan bajos números de Mach  $M < 0.1$  (Ecuación (6)) y las condiciones sean casi isotérmicas, la solución para este conjunto de ecuaciones se aproxima al límite incompresible. El número de Mach no puede ser muy pequeño ya que eso acarrearía una disminución en el paso de tiempo, que crearía una simulación imposible de resolver. En este trabajo, el número de Mach es sólo un parámetro que nos permite el estudio del fluido cuasi incompresible cuando tiende a ser cero por lo que no tiene una representación física. Diferentes autores recomiendan un valor de  $Ma \leq 0.1$  [18]

En esta tesis, se consideró un fluido no-newtoniano, comportamiento que presenta el sulfato bario modificado mismo que es utilizado en las pruebas experimentales, coincidiendo con Chang et al. [3], cuya densidad de referencia  $\rho_0$  es de  $1800 \text{ kg/m}^3$ , mientras que la viscosidad dinámica sigue el modelo reológico de Sisko [19]:

$$\eta = k\dot{\gamma}^{(n_f-1)} + \eta_\infty \quad (8)$$

donde  $\dot{\gamma}$  la tasa de corte obtenida del doble producto punto del tensor de deformación representado por (9):

$$\dot{\gamma} = \sqrt{\frac{1}{2}D_{ij}D_{ij}} \quad (9)$$

donde :

$$D_{ij} = \frac{1}{2} \left[ \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right] \quad (10)$$

$$\mu = \eta_{\infty} + \left\{ \begin{array}{ll} k\dot{\gamma}^{n_f+1} & \eta_{max} \quad \dot{\gamma} < 0.1 \\ & si \quad 0.1 \leq \dot{\gamma} \leq 500 \\ & \eta_{min} \quad \dot{\gamma} > 500 \end{array} \right\} \quad (11)$$

Los valores para  $\eta_{max}$  y  $\eta_{min}$  se tomaron de 53.12 Pa · s y 0.63 Pa · s respectivamente. Los valores de los coeficientes para el modelo de Sisko fueron obtenidos por Ascanio [20] mediante pruebas de reología realizadas en el CCADET-UNAM y se muestran en la Tabla 1.

<b>k</b>	<b>11.0 Pa · s<sup>n</sup></b>
<b>n</b>	<b>0.32</b>
<b><math>\eta_{\infty}</math></b>	<b>0.42 Pa · s</b>

Tabla 1. Parámetros del modelo de Sisko.

## 2.2 Fronteras inmersas.

En la realización de las simulaciones numéricas, las ecuaciones de gobierno fueron discretizadas en cada nodo de la malla computacional, así también fue necesario construir numéricamente las componentes que permitieran representar de manera adecuada los fenómenos que se estudian en esta tesis, es decir, se generó la geometría de la faringe.

Para la elaboración de los elementos empleados dentro del dominio (paredes de la faringe), se utilizó el método llamado fronteras inmersas, este método permite diferenciar entre las zonas donde se calculan las ecuaciones (geometría) y las zonas en donde no se realiza el cálculo (exterior de la faringe). La creación de la geometría se hace mediante el bloqueo de celdas de la malla cartesiana, se utiliza una bandera que vale 1 para el interior y 0 para el exterior. Cuando una celda tiene valor de bandera 0, las ecuaciones no se resuelven en esta, la descripción detallada del método puede encontrarse en la referencia [21].

1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
1	1	1	1	1	1	1	1	0	0
1	1	1	1	1	1	1	0	0	0
1	1	1	1	1	1	0	0	0	0
1	1	1	1	0	0	0	0	0	0
1	1	1	0	0	0	0	0	0	0
1	1	0	0	0	0	0	0	0	0

Figura 4. Representación en dos dimensiones de la separación de las zonas de fluido y sólido.

### 2.3 Esquema numérico.

El sistema de coordenadas generalizadas se resuelve por medio de una extensión del complemento esquema de McCormack, de segundo orden en el tiempo y cuarto orden en el espacio, desarrollado por Gotlieb y Turkel [22]. Debe observarse que cuando se usa  $U$  tiende a ser reemplazada por  $\bar{U}$ . El esquema numérico es un esquema corrector-predictor definido en una dimensión por:

$$U_j^1 = U_j^n + \frac{1}{6}\lambda(-f_{j+2}^n + 8f_{j+1}^n - 7f_j^n) + (\delta t)S_j^n \quad (12)$$

Corrector:

$$U_j^{n+1} = \frac{1}{2}(U_j^n + U_j^1) + \frac{1}{12}\lambda(7f_{j-2}^1 - 8f_{j-1}^1 - f_j^1) + \frac{1}{2}(\delta t)S_j^1 \quad (13)$$

Los índices  $(n)$ ,  $(n + 1)$  y  $(1)$  simbolizan respectivamente para los valores de la función al tiempo  $t$ , tiempo  $t + \delta t$  y al paso-sub-tiempo. Obsérvese que las discretizaciones espaciales intermedias son esquemas no centrados de primer orden con un predictor (upwind), y un corrector (downwind). Como se especifica arriba, el esquema resultante es de cuarto orden en el espacio. La formulación generalizada en tres dimensiones se escribe:

Predictor:

$$\begin{aligned}
U_{i,j,k}^1 = U_{i,j,k}^n - J_{i,j,k}^P & \left\{ \frac{\Delta t}{\Delta \xi_1} \left[ \frac{7}{6} (\hat{F}_{i+1,j,k}^n - \hat{F}_{i,j,k}^n) - \frac{1}{6} (\hat{F}_{i+2,j,k}^n - \hat{F}_{i+1,j,k}^n) \right] \right. \\
& + \frac{\Delta t}{\Delta \xi_2} \left[ \frac{7}{6} (\hat{G}_{i,j+1,k}^n - \hat{G}_{i,j,k}^n) - \frac{1}{6} (\hat{G}_{i,j+2,k}^n - \hat{G}_{i,j+1,k}^n) \right] \\
& \left. + \frac{\Delta t}{\Delta \xi_3} \left[ \frac{7}{6} (\hat{H}_{i,j,k+1}^n - \hat{H}_{i,j,k}^n) - \frac{1}{6} (\hat{H}_{i,j,k+2}^n - \hat{H}_{i,j,k+1}^n) \right] \right\} \quad (14)
\end{aligned}$$

Corrector:

$$\begin{aligned}
U_{i,j,k}^{n+1} = \frac{1}{2} [U_{i,j,k}^1 + U_{i,j,k}^n] \\
- \frac{1}{2} J_{i,j,k}^C & \left\{ \frac{\Delta t}{\Delta \xi_1} \left[ \frac{7}{6} (\hat{F}_{i,j,k}^1 - \hat{F}_{i-1,j,k}^1) - \frac{1}{6} (\hat{F}_{i-1,j,k}^1 - \hat{F}_{i-2,j,k}^1) \right] \right. \\
& + \frac{\Delta t}{\Delta \xi_2} \left[ \frac{7}{6} (\hat{G}_{i,j,k}^1 - \hat{G}_{i,j-1,k}^1) - \frac{1}{6} (\hat{G}_{i,j-1,k}^1 - \hat{G}_{i,j-2,k}^1) \right] \\
& \left. + \frac{\Delta t}{\Delta \xi_3} \left[ \frac{7}{6} (\hat{H}_{i,j,k}^1 - \hat{H}_{i,j,k-1}^1) - \frac{1}{6} (\hat{H}_{i,j,k-1}^1 - \hat{H}_{i,j,k-2}^1) \right] \right\} \quad (15)
\end{aligned}$$

## CAPÍTULO III

### Generalidades de la simulación.



### 3.1 Dinámica de fluidos computacional (CFD).

La dinámica de fluidos computacional, conocida como CFD, se define como el conjunto de metodologías y técnicas que permiten resolver problemas físicos mediante una simulación numérica de fenómenos relacionados con el movimiento de fluidos, transferencia de calor, reacciones químicas y arrastre de partículas. Se usa la palabra simulación para indicar que se requiere de la computadora para transformar al sistema en un ambiente virtual y resolver numéricamente las leyes que gobiernan el movimiento de los fluidos dentro o alrededor de un sistema material; estas ecuaciones son las de Navier-Stokes, las cuales no tienen solución analítica y solamente se obtienen aproximaciones cuando se resuelven de manera iterativa.

Teniendo la representación del problema (la geometría también es modelada) en el modelo computacional, se realizan predicciones, que proporcionarán información detallada de las variables relevantes en todo el dominio como velocidad, temperatura, presión, seguimiento de partículas en el tiempo, zonas de recirculación del fluido, resolver problemas de optimización de energía, abordar problemas biomecánicos, entre otros [23].

Las simulaciones que conciernen a esta tesis y que fueron realizadas corresponden al flujo de un fluido en su paso a través de la faringe.

### 3.2 Resolución numérica.

Las dimensiones del dominio computacional (Figura 5), en las direcciones  $x$ ,  $y$  y  $z$  respectivamente son:  $5.0 \text{ cm} \times 2.8 \text{ cm} \times 2.8 \text{ cm}$ . Este dominio fue discretizado mediante una distribución de malla uniforme empleando  $150 \times 109 \times 109$  nodos y el espaciamiento en la malla es de  $0.3 \text{ mm} \times 0.25 \text{ mm} \times 0.25 \text{ mm}$  en las direcciones  $x$ ,  $y$  y  $z$  respectivamente. El tiempo total de la simulación se fijó en  $1.04 \text{ s}$  que concuerda con lo reportado por Hasegawa et al [24]. Se realizó una malla regular con el fin de tener una misma resolución en las paredes de la faringe en todo tiempo., ya que como se dijo, las paredes de la faringe cambian en función del tiempo.

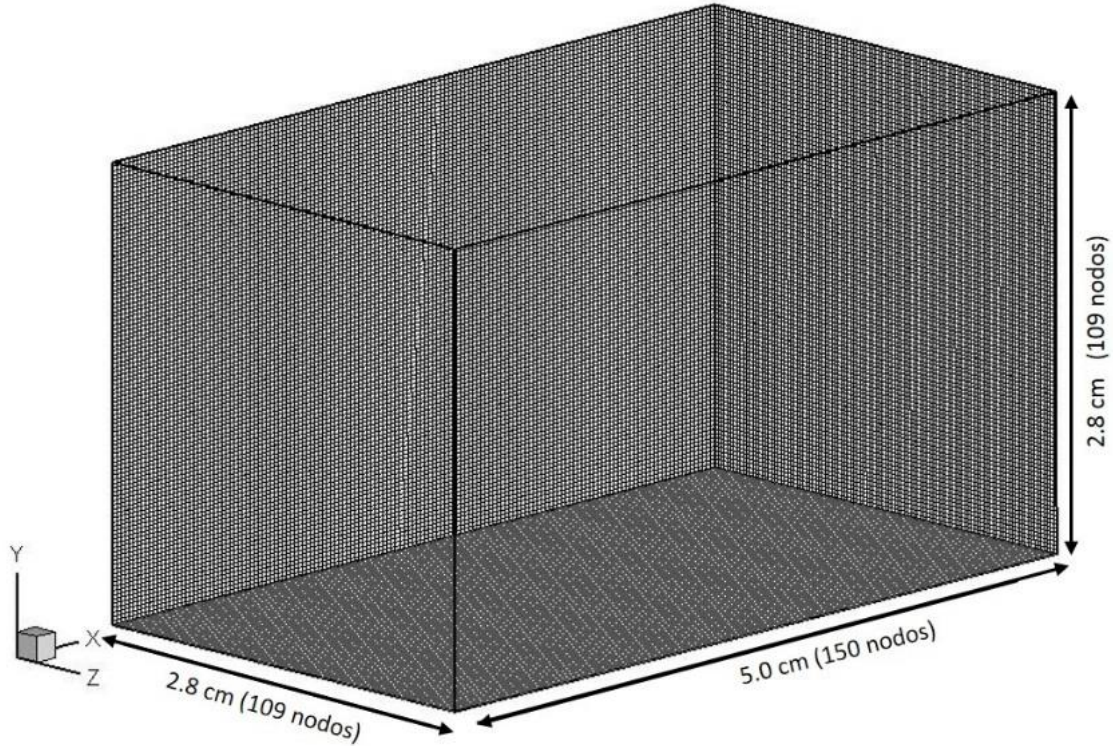


Figura 5. Dominio computacional.

### 3.3 Inserción de la geometría de la faringe.

La inserción de la geometría de la faringe en la malla computacional lleva un proceso que se describe a continuación y que se ilustra en la Figura 6. El sistema coordenado generalizado se resolvió mediante la extensión del complemento esquema de McCormack [22] (sección 2.3). Las condiciones de frontera de entrada y salida corresponden a las propuestas por [25], (sección 3.4).

Para introducir la geometría en la malla, se utilizaron condiciones de fronteras inmersas (sección 2.2), Figura 6; los nodos que no forman parte de la faringe son bloqueados imponiendo en estos velocidades constantes o nulas, según corresponda, lo que hace posible el flujo del fluido únicamente en los nodos que están dentro de la faringe.

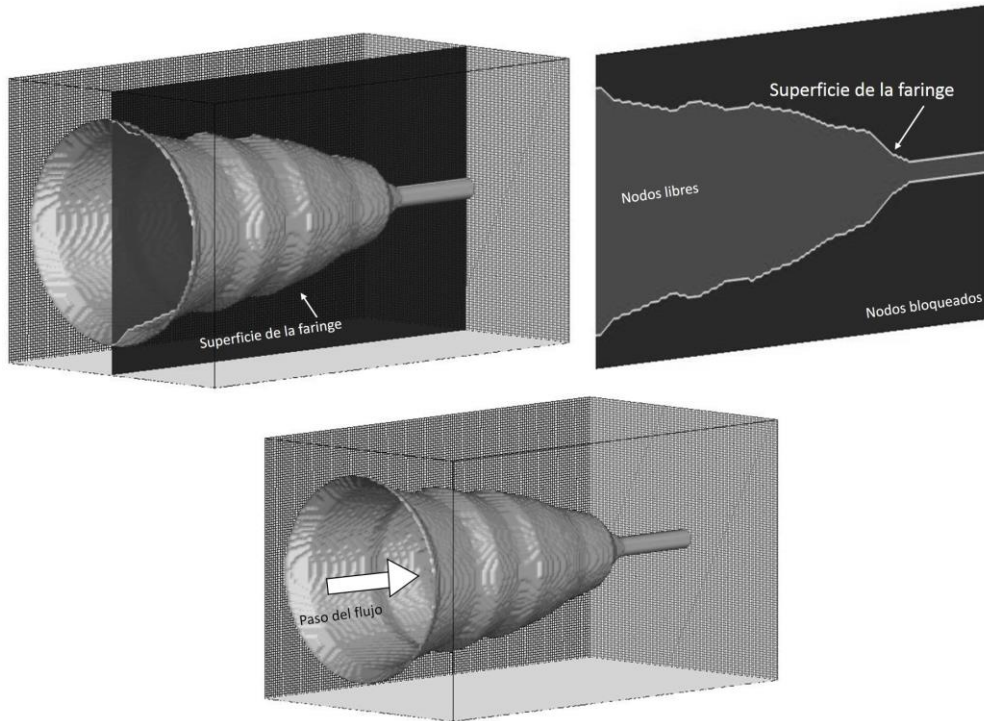


Figura 6. Inserción de la geometría de la faringe en la malla computacional.

El sistema de interés de la faringe abarca del sello glosopalatino, GPJ (del inglés glossopalatal junction), hasta el esfínter esofágico superior (UES). Se asume para la simulación, una geometría axisimétrica tridimensional (algo novedosos en el estudio numérico de estos flujos), fluido incompresible, movimiento axial del bolo y fluido en una sola fase así como que los procesos necesarios para llevarse a cabo la deglución, como la elevación laríngea y acortamiento de la faringe, entre otros, ya han ocurrido, la faringe se encuentra despejada y lista para el paso del fluido y por lo cual el bolo viaja una distancia corta igual a 5 cm, Figura 7. En lo que corresponde a las velocidades, se consideró que inicialmente son cero en todo el dominio.

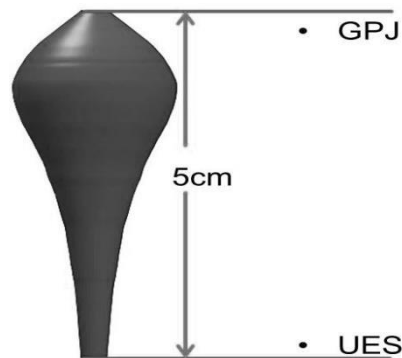


Figura 7. Representación del sistema de interés.

El flujo peristáltico provoca el rápido cambio de la sección transversal conforme el bolo recorre su camino a través de la faringe. De los resultados obtenidos de los trabajos experimentales donde se aplican pruebas con fluoroscopia biplanar (Kahrilas et al [4] y Cook et al [26]) proponen una forma espacio temporal de la faringe lo que sirvió de base para la generación de la malla computacional que se utilizó para llevar a cabo las simulaciones en esta tesis.

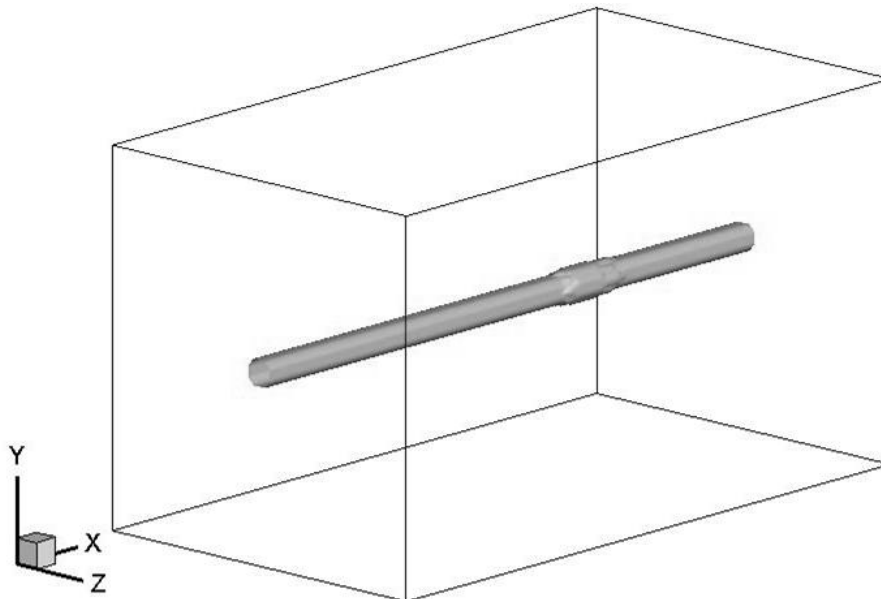


Figura 8. Geometría de la faringe en reposo.

Se tomaron 21 puntos de referencia, equidistantes, para 10 tiempos diferentes [3] y se obtuvieron funciones espacio temporales (polinomios de alto orden) con las que se pudo conocer la posición de todos de éstos para cada instante de tiempo; después se procedió a realizar interpolaciones en las tres dimensiones para conocer la posición de cada uno de los puntos intermedios y poder conformar la geometría de la faringe.

El tiempo cero correspondería a la fase oral preparatoria, es decir, el bolo se encuentra en la boca por lo que tanto la GPJ como el UES permanecen cerrados. Aquí fue fijado un radio mínimo del orden de 1 mm de acuerdo a [26], para indicar el estado de la faringe antes de que el flujo comience a pasar.

De acuerdo a lo reportado por [3], el cálculo fue dividido en tres etapas que se ilustran en la Figura 9: la primera fase es la de llenado, que va de un tiempo  $t = (0.0 - 0.34)$  s, en esta, solo la GPJ está abierta permitiendo la entrada del fluido a la faringe; 2) fase intermedia, que le corresponde un tiempo  $t = (0.34 - 0.54)$  s, en esta fase el fluido continúa entrando a la faringe pero cierta cantidad ha recorrido ya la distancia hacia el otro extremo de la faringe y comienza a salir, así, tanto la entrada (UES) como la salida (UES) se encuentran abiertas y 3) fase de vaciado, cuando el bolo continúa su camino hacia el esófago y únicamente el UES permanece abierto para  $t = (0.54 a 1.04)$  s.

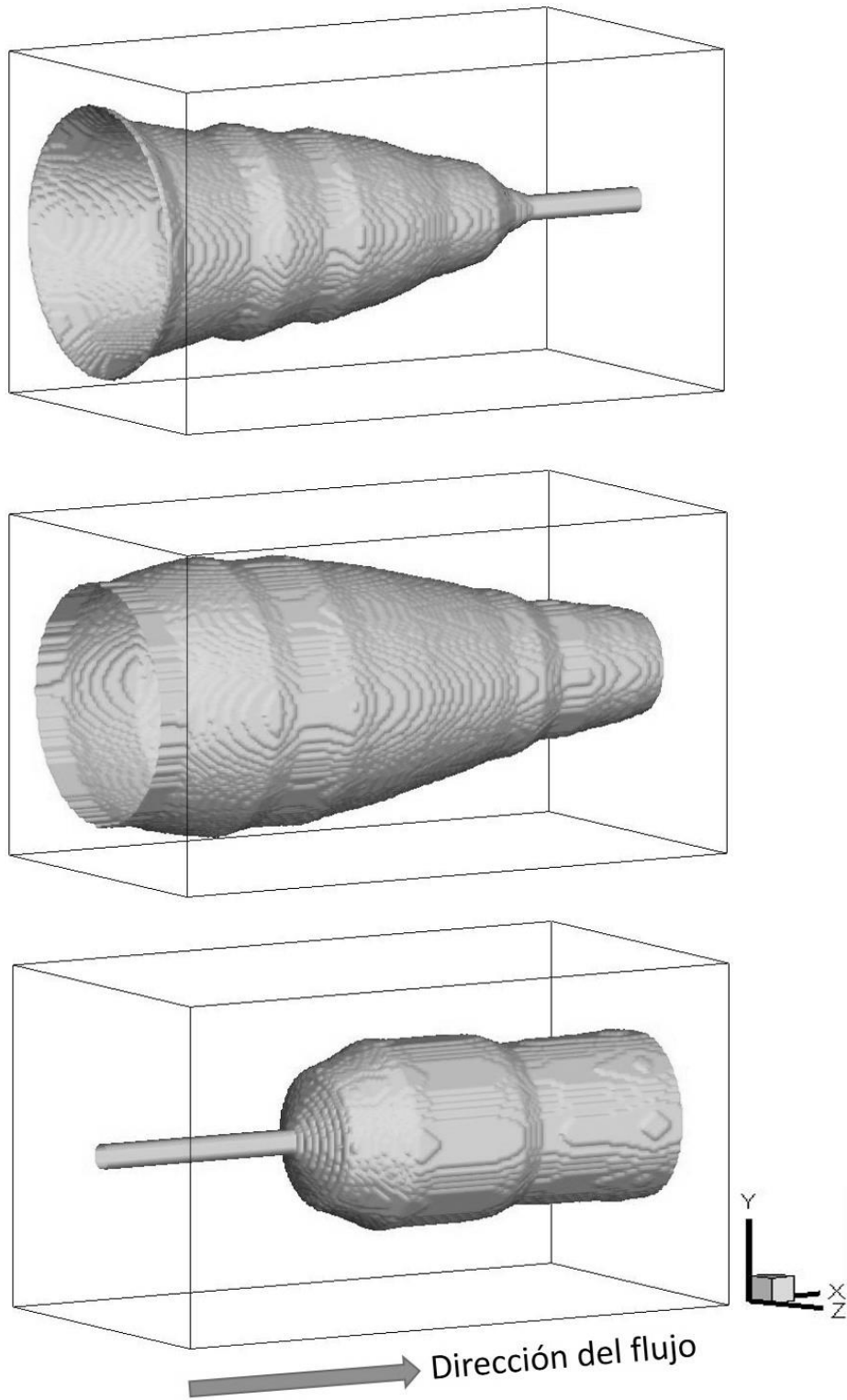


Figura 9. Representación en 3D de las etapas del cálculo: (a) Etapa de llenado para un  $t = (0.0 - 0.34)$  s; (b) etapa intermedia  $t = (0.34 - 0.54)$  s y (c) etapa de vaciado para  $t = (0.54 - 1.04)$  s.

### 3.4 Condiciones de frontera.

Las fronteras suelen condicionar el resultado de una simulación aunque sólo ocupen una pequeña parte de todo el sistema; para obtener simulaciones numéricas con un significado, son necesarias condiciones de frontera adecuadas, pues desempeñan un papel decisivo en la solución de las ecuaciones de gobierno, además de ello tienen una fuerte dependencia con la estabilidad del algoritmo numérico. En las simulaciones llevadas a cabo, para las condiciones de frontera tanto de entrada como de salida, se utilizó el método propuesto por Poinsoy y Lele [25], conocido como NSCBC (Navier-Stokes Characteristic Boundary Conditions); este método surge como un intento de resolver problemas de condiciones de frontera, utilizando relaciones de ondas características que atraviesan las fronteras. En un inicio son relaciones derivadas de las ecuaciones de Euler y posteriormente extendidas a las ecuaciones de Navier-Stokes. También podemos decir que este método tiene el potencial de controlar y evitar inestabilidades numéricas y falsos cálculos numéricos debido a la reflexión de ondas sobre las fronteras del dominio computacional. Las condiciones de frontera que se trataron en esta tesis se describen a continuación.

#### 3.4.1 Entradas de fluido al dominio computacional.

Las entradas de fluido se presentan en el intervalo de tiempo  $t = (0.0 - 0.34)$  s. En los nodos cercanos a la entrada se fijó un valor de presión correspondiente al ejercido por la lengua sobre el fluido para iniciar su paso por la faringe, esta presión se obtiene de la relación entre la presión que resulta de la consideración de las paredes de la faringe como una membrana (ver sección 3.4.3) y la presión de entrada.

$$P = \max(P_{ent}, P_w) \quad (16)$$

Los flujos volumétricos a la salida y a la entrada del fluido se obtuvieron del cambio de volumen de la faringe en cada instante de tiempo debido a las funciones temporales. En el periodo de tiempo a  $t = (0.0 - 0.34)$  s en que sólo la entrada de la faringe está abierta, que corresponde al proceso de llenado. El flujo volumétrico,  $\dot{V}_{ent}$  a la entrada es obtenido por el cambio de volumen de la faringe en un paso de tiempo  $\Delta t$ :

$$\dot{V}_{ent} = \left| \frac{\Delta Vol_{faringe}}{\Delta t} \right| \quad (17)$$

La velocidad axial a la entrada está dada por:

$$u_{ent} = \frac{\dot{V}_{ent}}{A_{ent}} \quad (18)$$

donde  $A_{ent}$  es el área perpendicular al flujo de entrada. Las variables involucradas en las ecuaciones (17) y (18) son funciones de tiempo.

### 3.4.2 Salidas del dominio computacional.

Se siguió un procedimiento similar al mencionado en la sección anterior para el periodo de tiempo que concierne a la fase de vaciado, que va de  $t = (0.54 - 1.04)$  s durante este tiempo, solamente la salida está abierta y la entrada se ha cerrado. En este periodo el flujo de salida se calcula similarmente que en el caso de llenado, con el cambio de volumen de la faringe.

Para cerrar la condición de frontera de salida de [25], se calculó una presión en la parte exterior de la faringe, como función de la presión calculada en las paredes de la membrana  $P_{\infty} = f(P_w, t)$  y se consideró como la presión de referencia en el infinito.

Para la fase intermedia correspondiente al tiempo  $t = (0.34 - 0.54)$  s: donde la entrada y la salida están abiertas, es necesario conocer el flujo volumétrico en una de las dos fronteras de manera independiente al cambio de volumen de la faringe. En este trabajo, el flujo volumétrico a la entrada se obtuvo a partir de los resultados de [3].

### 3.4.3 Paredes de la faringe.

Las paredes de la faringe se consideraron móviles y les fue fijada la velocidad axial de la superficie de la faringe que es la correspondiente a la de la onda peristáltica con un valor constante  $\approx 4.81$  cm/s (la longitud total de la faringe entre el tiempo total de cálculo). La velocidad radial se obtuvo derivando con respecto al tiempo las funciones del cambio de posición de la superficie de la faringe en cada punto. Se consideró que la deformación temporal que se da en la superficie es producida únicamente en la dirección radial. Ambas velocidades en la superficie de la faringe fueron fijadas en cada instante como condiciones de frontera inmersa.

#### 3.4.3.1 Membrana elástica.

El cálculo de la evolución simultánea de fluido-estructura posee ciertas dificultades, a pesar de su relevancia práctica y teórica muy pocos resultados han sido producidos en el movimiento del fluido de tubos elásticos. Una membrana es un modelo matemático para un caparazón sólido de un espesor extremadamente pequeño tal que puede asumirse que no opone resistencia a la flexión. Una membrana puede soportar únicamente esfuerzos paralelos a su superficie y éstos se asumen constantes a lo largo de su espesor [27].

En esta tesis, se consideró que la masa total de la membrana es despreciable con respecto a la masa del fluido que incrementa su velocidad durante el movimiento; así pues, la membrana permite regular las condiciones para mantener la presión en las paredes de la faringe, la forma en

la que funciona la ésta es permitiendo calcular la presión que ejercerían las paredes de la faringe sobre el bolo mediante (20) y se fija como una condición de entrada para el flujo, esto bajo el conocimiento de que es la faringe quien le induce el movimiento al bolo y no al revés, de éste modo, es posible simular el paso del fluido en la faringe, manteniendo la forma correspondiente al movimiento peristáltico.

Los términos fuente  $S_i$  de (1), son iguales a:

$$S_F = (S_\rho, S_{\rho u}, S_{\rho v}, S_{\rho w}) \quad (19)$$

$$S_\rho = S_{\rho u} = S_{\rho v} = S_{\rho w} = 0$$

Las fuerzas gravitacionales son despreciables debido a la longitud de la faringe y de acuerdo a [15].

En este trabajo, la presión en la membrana se calcula mediante la ecuación (20) de acuerdo a lo propuesto por Pedrizzetti [27]:

$$p = \tau_n - \frac{2}{Re} \left( \frac{U'_x - R'U'_r}{1 + R'^2} + \frac{U_r}{R} \right) \quad (20)$$

donde  $Re$  es el número Reynolds global,  $U'_r$  es la velocidad radial ( $U_r = \partial R / \partial t$ ),  $R$  es el radio transversal local de la faringe y  $U'_x$  es la velocidad de la onda peristáltica ( $U_x = \partial x / \partial t$ ), los apóstrofes indican derivadas espaciales longitudinales;  $\tau_n$  es el esfuerzo normal de la pared, que es función de las tasas principales de deformación y el coeficiente de elasticidad  $K$ , que está en función de las características mecánicas de la membrana:

$$K = Eh \quad (21)$$

donde  $E$  es el módulo de Young y  $h$  es el espesor de la membrana sin deformar.

Esta presión también puede ser calculada mediante:

$$p = -K \ln V \quad (22)$$

Donde  $K$  es el módulo elástico global y  $V$  es la razón del volumen actual y el volumen inicial [28].



## CAPÍTULO IV

Análisis de resultados.

## 4.1 Resultados de las simulaciones.

En este capítulo son mostrados los resultados obtenidos de representar el flujo a través de la faringe en cuatro casos de estudio mediante simulaciones numéricas. Los resultados fueron procesados mediante un programa que permite la visualización de las variables de interés en dos o tres dimensiones, para proceder a hacer la interpretación y análisis de los datos.

Se llevaron a cabo simulaciones numéricas del proceso de deglución con las medidas fisiológicas estándar de un adulto.

Utilizando la misma configuración de la geometría faringe, se realizaron diferentes simulaciones. Considerando la importancia de las propiedades mecánicas del tubo digestivo y la influencia que tienen en la hidrodinámica del flujo, se consideró el coeficiente de elasticidad como la variable a modificar para para cada caso estudiado. [29], [30] encontraron los valores promedio del módulo de Young (E) que oscilan alrededor de los  $10^5$  y  $10^6$  Pa y el espesor (h) de alrededor de  $10^{-3}$  m. Bajo de la teoría de [27] se consideró una membrana homogénea e isotrópica de espesor constante y cuyo comportamiento es hiper-elástico.

Los valores utilizados en cada caso se muestran en la Tabla 2.

<b>Caso</b>	<b>K (Pa · m)</b>	<b>P<sub>ent</sub> (Pa · m)</b>
<b>1</b>	25	2.0
<b>2</b>	50.0	4.0
<b>3</b>	75.0	6.0
<b>4</b>	100.0	8.0

Tabla 2. Casos estudiados.

### 4.1.1 Condiciones iniciales y de frontera.

Se tomaron para los cuatro casos, valores de volumen del bolo de  $10 \text{ cm}^3$  y un volumen preexistente de  $2.5 \text{ cm}^3$ , los cuales son similares a los valores reportados en la literatura [3]; el volumen de  $10 \text{ cm}^3$  es la medida que corresponde a un trago/bocado y es también la cantidad estándar utilizada en los estudios experimentales.

### 4.1.2 Resultados.

Los resultados del comportamiento del fluido se representaron mediante contornos de presión y velocidad que fueron los más representativos de las simulaciones y esfuerzo cortante en planos en 2D.

Para la distribución de la velocidad axial promedio, la Figura 10 muestra que, tanto al inicio (GPJ) como al final de la simulación (UES), el flujo es acelerado, esto debido al tamaño de la sección transversal. Lo anterior coincide con la información reportada por [5] que indicaron la

existencia de dos zonas de aceleración del fluido tanto a la entrada en el grupo de adultos jóvenes (18-40 años) que pueden deberse a la fuerza de los músculos de la faringe.

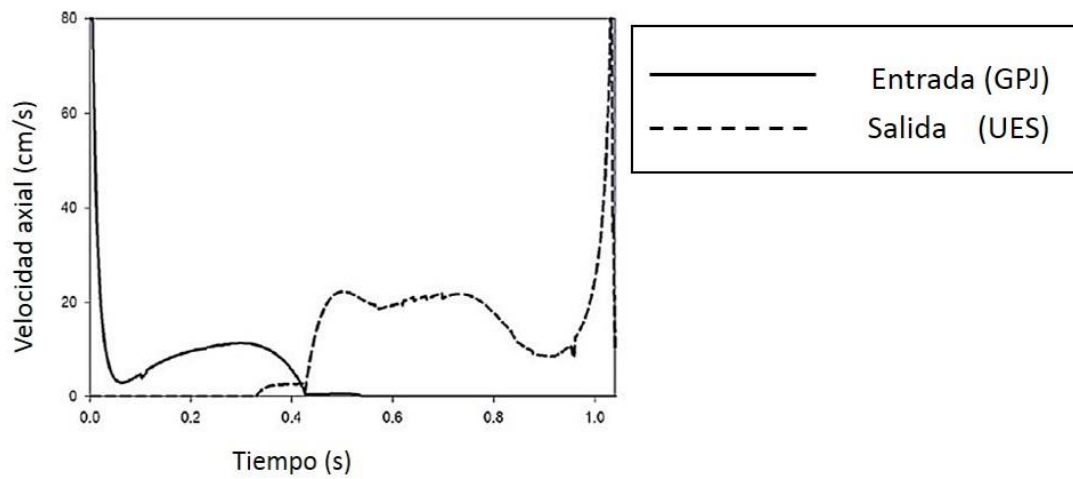


Figura 10. Velocidad axial promedio para la entrada (GPJ) y salida (UES) de la faringe.

Se extrajeron planos centrales correspondientes a diferentes tiempos, desde el inicio del paso del flujo hasta casi llegar a la salida, para la visualización de los perfiles de presión, velocidad, cortante y viscosidad.

### 4.1.3 Análisis del comportamiento del flujo.

De Figura 11 a la Figura 22 se muestran los campos de flujo desde 0.06 hasta 0.9 s en términos de la velocidad axial, presión y esfuerzo cortante.

### 4.1.4 Contornos de velocidad y presión.

#### 4.1.4.1. Caso 1.

En este primer caso se observa que al entrar a la faringe el fluido, éste posee mayores velocidades en su zona central y alrededor del eje siendo las más altas en la parte cercana a la salida donde el esfínter (UES) permanece aún cerrado, Figura 11 (a). El fluido continúa acelerándose conforme avanza hasta alcanzar velocidades altas en las zonas cercanas a las paredes, Figura 11 (b), comportamiento debido al fluido no-newtoniano que se considera en la simulación, dado que en esta zona los gradientes de velocidad son mayores, las viscosidades son notablemente bajas (Figura 27) y las tasas de corte son menores (modelo Sisko).

A partir de un tiempo  $t = 0.28$  s, la salida de la faringe inicia su apertura pero no es sino hasta un tiempo  $t = 0.34$  s que el fluido comienza a abandonar la faringe (Figura 12 (a)). En un tiempo  $t = 0.46$  s, tanto la entrada como la salida de la faringe están abiertas y las velocidades más altas están ahora únicamente en la zona cercana a la salida, Figura 11 (b) y (c); después de este tiempo la entrada de la faringe comienza a cerrarse.

Para un tiempo  $t = 0.54$  s, la fase de vaciado comienza; conforme sucede la contracción peristáltica se generan recirculaciones cuando se da la mayor oclusión al cerrarse la entrada de la faringe, las velocidades en esta zona son mayores en la zona central y disminuyen su valor tanto en la zona superior e inferior al eje (Figura 12 incisos (a) y (b)), las recirculaciones se mantienen hasta un tiempo  $t = 0.7$  s a partir de éste comienzan a desvanecerse hasta desaparecer. Antes de abandonar la faringe, la velocidad es mayor en la zona cercana al sello de la entrada y cercana a la salida disminuye su valor, Figura 12 (c).

Para el caso de la presión, se puede observar de la Figura 13 (a) que al entrar el fluido se tienen presiones altas como consecuencia del impulso de la lengua para iniciar el movimiento así como por la influencia del coeficiente de elasticidad, existen también presiones mayores en la zona del sello en donde aún la faringe está cerrada. Las presiones en la etapa intermedia varían por la irregularidad de la geometría pero se mantienen por debajo de los 3kPa e incrementan su valor en la zona donde el sello glosopalatino comienza a cerrarse (Figura 13 (d)). La presión sigue incrementándose a medida que el fluido avanza justo en la zona donde el área se reduce debido a que la entrada se cierra, lo cual provoca disminuciones en las velocidades y las recirculaciones ya señaladas.



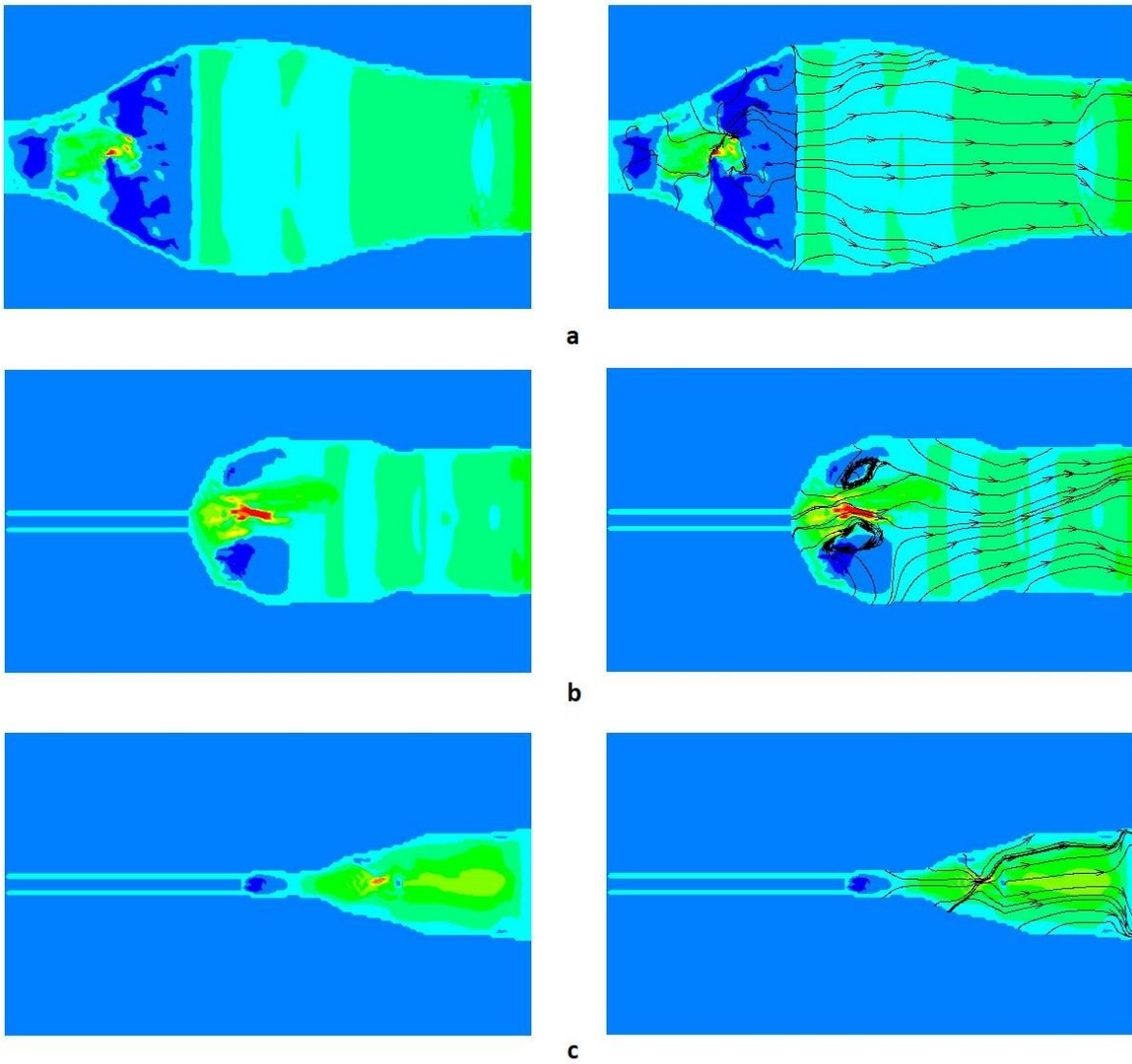
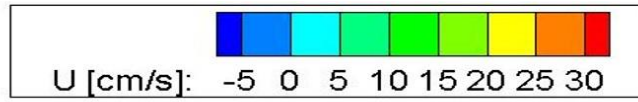


Figura 12. Contornos de velocidades, cerrado GPJ, fase de vaciado. Caso 1.  
 a) Cerrado de GPJ y líneas de trayectoria para  $t = 0.54$  s.  
 Fase de vaciado y líneas de trayectoria para b)  $t = 0.7$  s y c)  $t = 0.9$  s.

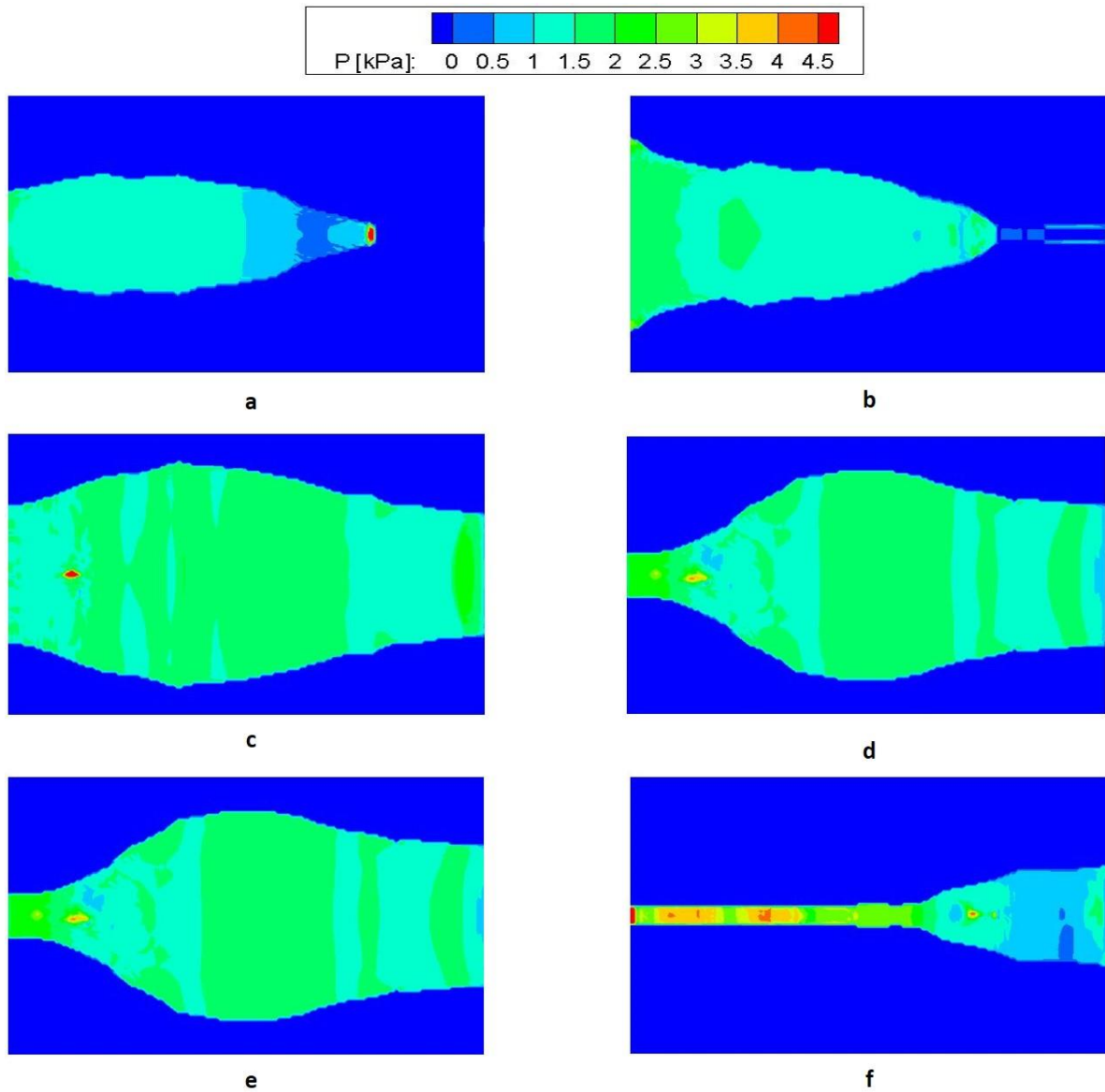


Figura 13. Contornos de presiones para el Caso 1.  
 Fase de llenado: a)  $t = 0.06$  s, b)  $t = 0.2$  s.  
 Fase intermedia -llenado/vaciado- c)  $t = 0.46$  s, d)  $t = 0.54$  s.  
 Fase de vaciado: e)  $t = 0.7$  s y f)  $t = 0.9$ s.

#### 4.1.4.2. Caso 2.

En este caso se observa un comportamiento similar al primero donde se logra apreciar que las velocidades altas se concentran alrededor del eje, sin embargo, los valores son mayores comparándolos con el caso anterior. A partir de lo reportado por [31] quienes estimaron velocidades de  $37.1 \pm 1.1$  cm/s para el bolo cuando atraviesa la faringe, se puede observar que el comportamiento que presenta el flujo en este caso al inicio, coincide con lo que sucede físicamente (Figura 13 (a)), de manera similar al primer caso, sucede la aceleración del fluido hasta tocar las paredes de la faringe, Figura 13 (b). Cuando el fluido comienza a abandonar la faringe y el sello glosopalatino (GPJ) comienza a cerrarse (Figura 14 (d)), puede observarse que las velocidades comienzan a descender hasta cantidades negativas, donde las líneas de trayectoria muestran zonas de recirculación que se incrementan conforme el sellado hasta ser más notorias en la zona de mayor oclusión, de manera similar al caso anterior, (Figura 15 incisos (a), (b) y (c)). Loubens et al [32], plantean la hipótesis de que cierta cantidad de fluido debe estar presente a manera de reflujo en la zona de mayor oclusión de la onda peristáltica, con el fin de generar un recubrimiento entre las paredes y así evitar que éstas se peguen. Al seguir avanzando el fluido a la salida, las recirculaciones se desvanecen. Los valores de la velocidad a lo largo de la faringe se mantienen por debajo de los 50 cm/s, éste es el valor máximo medido por [24].

Respecto a la presión, la Figura 16 (a) muestra que, de manera similar al caso anterior, en la zona de entrada se tienen presiones mayores, se puede observar también que en la zona de menor área transversal donde la faringe aún está cerrada, se presentan presiones con valores por encima de los 3 kPa. Al ir avanzando el fluido, las presiones continúan incrementando; según Ferguson [33], las presiones en la faringe toman valores de alrededor de 4 kPa cuando el bolo está pasando a través de esta, los valores de las presiones para la fase intermedia concuerdan con los reportes de la literatura (Figura 16 incisos (c) y (d)). Conforme el sello glosopalatino comienza a cerrarse, Figura 16 (d), los valores de la presión sigue incrementando y llega a sus valores máximos, por encima de los 7 kPa, en la zona de mayor oclusión, Figura 16 (e). A medida que el fluido abandona la faringe, las presiones se reducen hasta valores por encima de 1.5 kPa. Kim et al [30] calcularon gradientes de presión en diferentes niveles de la faringe que van de 1.3 kPa hasta 7.3 kPa, los valores para la presión en este caso van de acuerdo con estos, indicaron que los valores encontrados en la parte superior (inicial) de la faringe son mayores a los valores de salida.



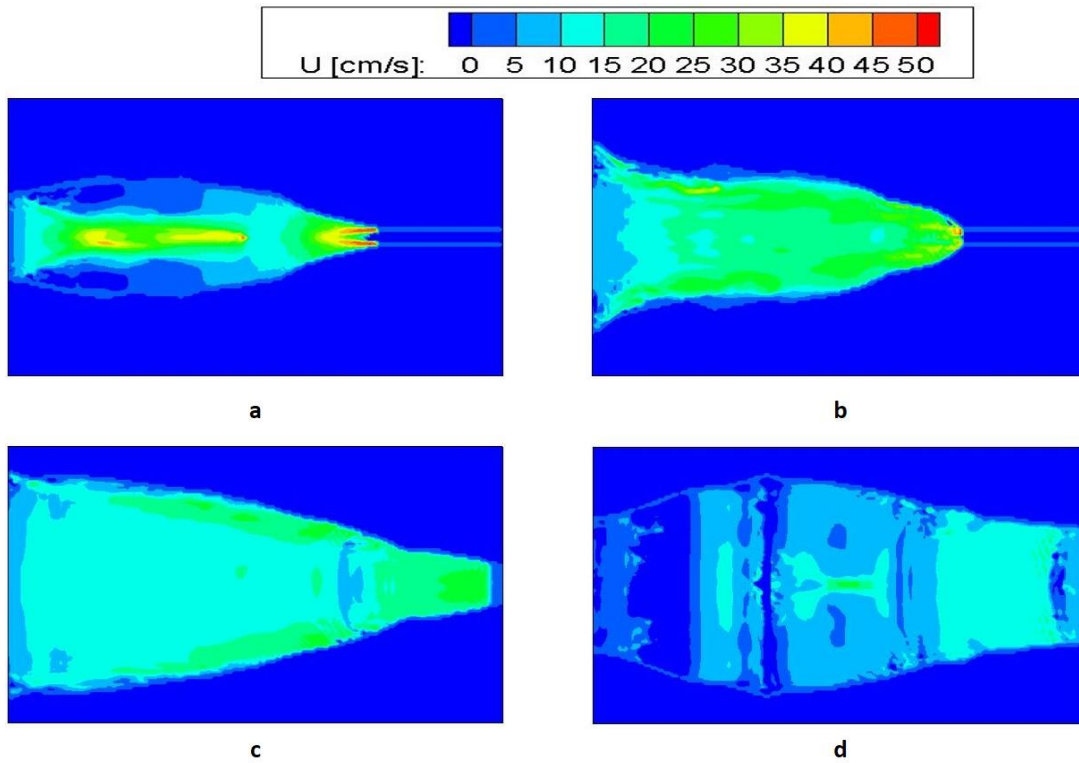


Figura 14. Contornos de velocidades fase llenado y fase intermedia. Caso 2.

Fase de llenado: a)  $t = 0.06$  s, b)  $t = 0.2$  s.

Fase intermedia -llenado/vaciado- c)  $t = 0.34$  y d)  $t = 0.46$  s.

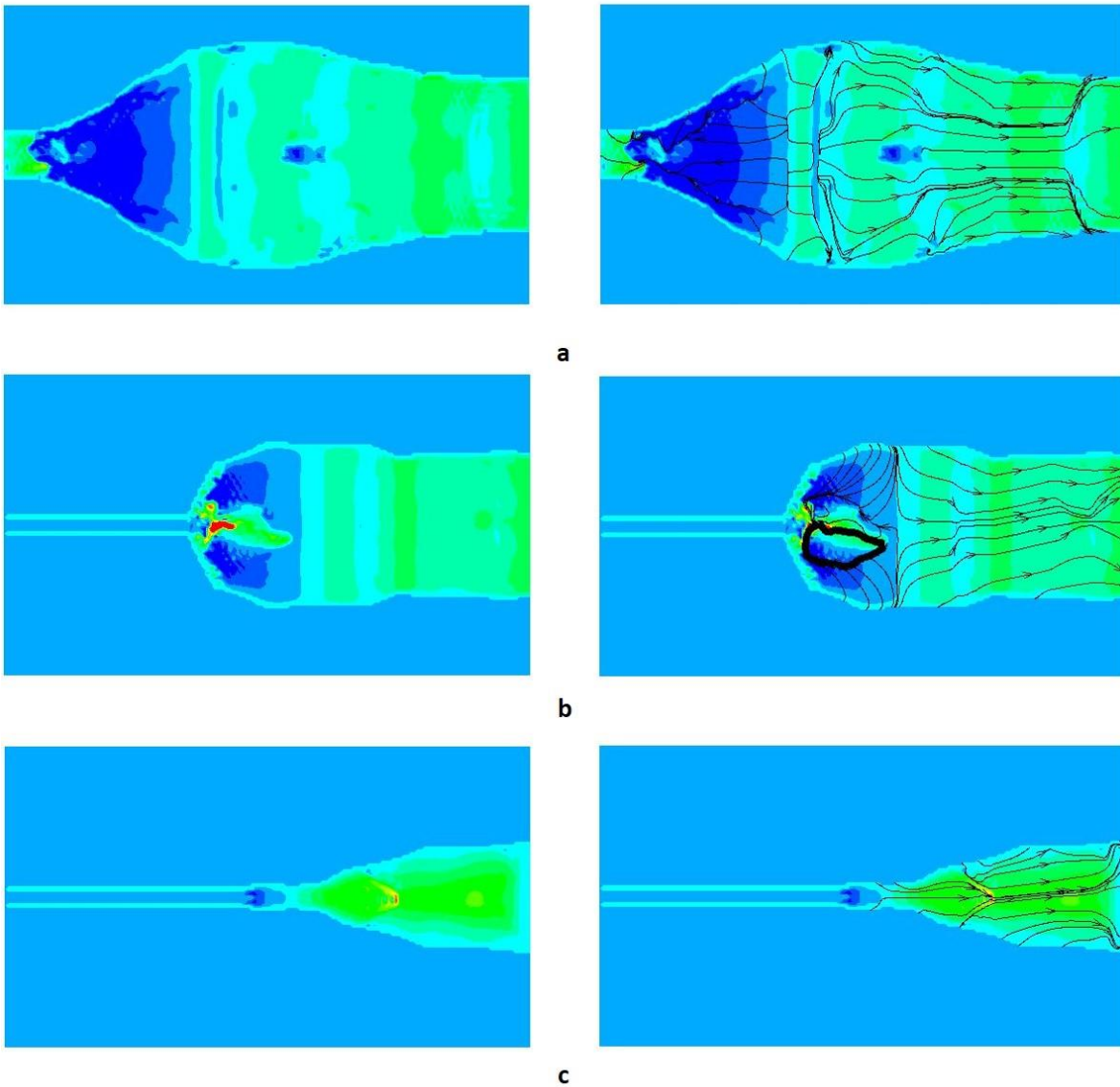
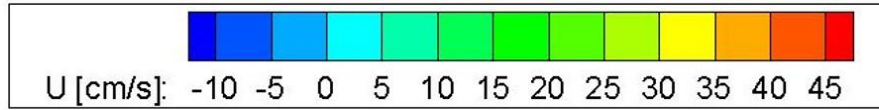


Figura 15. Contorno de velocidades para el Caso 2.  
 a) Cerrado de GPJ y líneas de trayectoria para  $t = 0.54$  s.  
 Fase de vaciado y líneas de trayectoria para b)  $t = 0.7$  s y c)  $t = 0.9$  s.

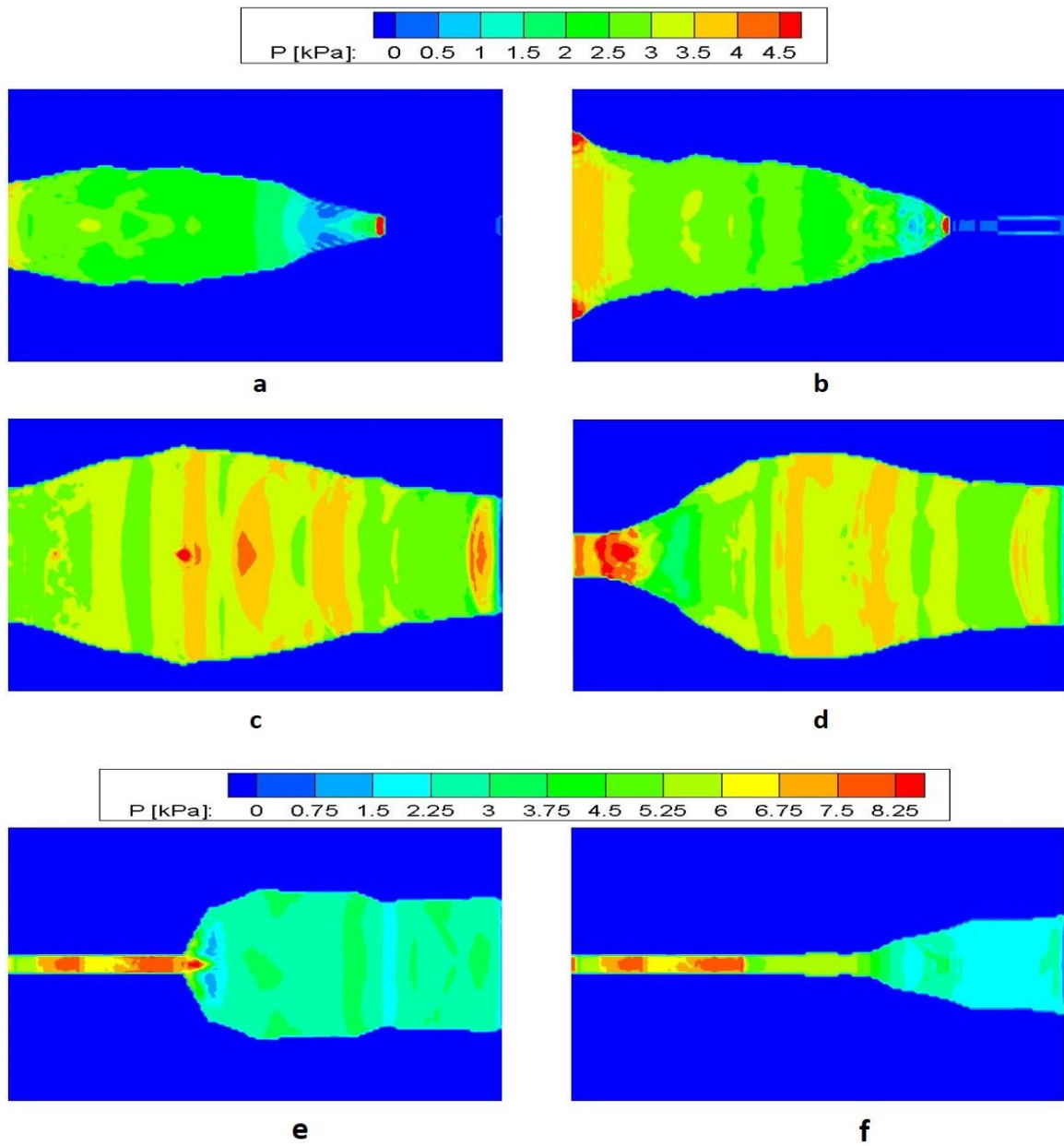


Figura 16. Contornos de presiones para el Caso 2.  
 Fase de llenado: a)  $t = 0.06$  s, b)  $t = 0.2$  s.  
 Fase intermedia -llenado/vaciado- c)  $t = 0.46$  s, d)  $t = 0.54$  s.  
 Fase de vaciado: e)  $t = 0.7$  s y f)  $t = 0.9$ s.

#### 4.1.4.3. Caso 3.

Para este caso, el valor del coeficiente de elasticidad se incrementó, representando el endurecimiento de las paredes de la faringe, por lo que la presión inicial que le corresponde a la fuerza de la lengua necesaria para iniciar el movimiento del bolo en su paso por la faringe es más alta. Como reflejo de esto se observa desde el inicio, la presencia de velocidades mayores a las estimadas y/o medidas en los trabajos experimentales que se tomaron como referencia y que corresponden a degluciones seguras o normales; estas velocidades siguen estando concentradas en un inicio en la zona del eje y sus valores son mucho mayores en la zona de menor área donde el esfínter esofágico está cerrado, Figura 17 (a). Hasegawa et al [24] atribuyen a altas velocidades en la faringe, la razón de una deglución menos sencilla, que crearía recirculaciones y posibles aspiraciones hacia la tráquea. Se puede apreciar en la Figura 17 (b) que al igual que en los casos anteriores se incrementa la velocidad en el inicio hasta llegar cerca de las zona de las paredes, comportamiento que se mantiene mientras el esfínter esofágico superior (UES) comienza a abrirse, (Figura 17 (c)). Cuando tanto la entrada como la salida están abiertas, en la fase intermedia, la velocidad en la entrada (GPJ) comienza a disminuir y tienen un comportamiento irregular a lo largo de la faringe debido a su geometría, Figura 17 (d). A diferencia de los casos anteriores, conforme la entrada de la faringe comienza a cerrarse, las velocidades descienden y se presentan recirculaciones tanto al centro como en la zona que está cerrándose y permanecen hasta que el sello glosopalatino está completamente sellado, Figura 18 incisos (a) y (b); las recirculaciones se mantienen hasta un tiempo  $t = 0.7$  para después gradualmente desaparecer en la salida, (Figura 18 (c)).

Analizando las presiones en este tercer caso, se observa de la Figura 19 incisos (a) y (b), que las presiones a la entrada, como en los casos anteriores, son mayores para una etapa inicial y se incrementan conforme se abre la entrada; en la zona de salida, que está cerrada, se observa una zona con presiones altas, mayores a 7 kPa. En la fase intermedia, cuando la entrada sigue abierta y el flujo está comenzando a salir, hay una zona de altas presiones al centro de la faringe, las irregularidades de los valores en esta zona son mucho mayores a las de los casos anteriores, puede verse que los valores se mantienen altos conforme se cierra la entrada de la faringe aún más en la zona de sellado, (Figura 19 incisos (c) y (d)). Valores mayores a 7.5 kPa se mantienen en la región de la entrada de la faringe que ya está sellada (GPJ), causando zonas de recirculación de flujo mucho mayores. Los valores de las presiones para este caso son mayores a los reportados en la literatura para personas que no presentan alteraciones en la deglución.

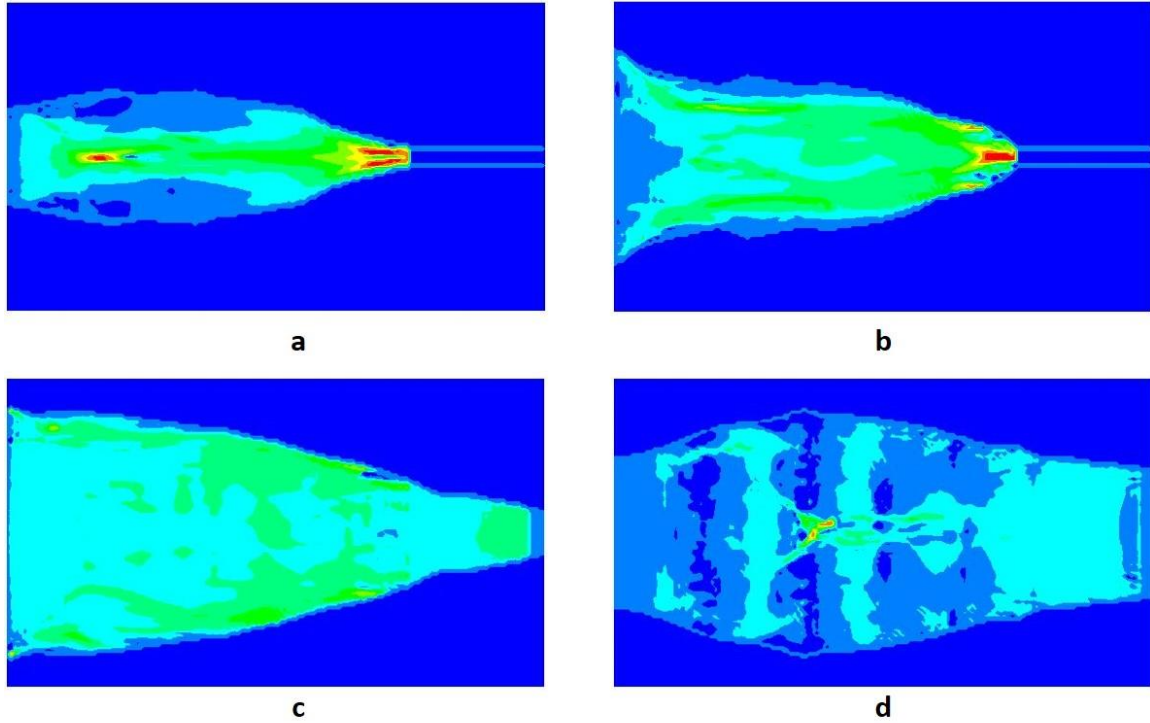
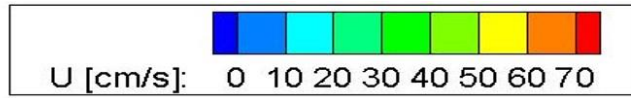


Figura 17. Contornos de velocidades fase llenado y fase intermedia. Caso 3.

Fase de llenado: a)  $t = 0.06$  s, b)  $t = 0.2$  s.

Fase intermedia -llenado/vaciado- c)  $t = 0.34$  y d)  $t = 0.46$  s.

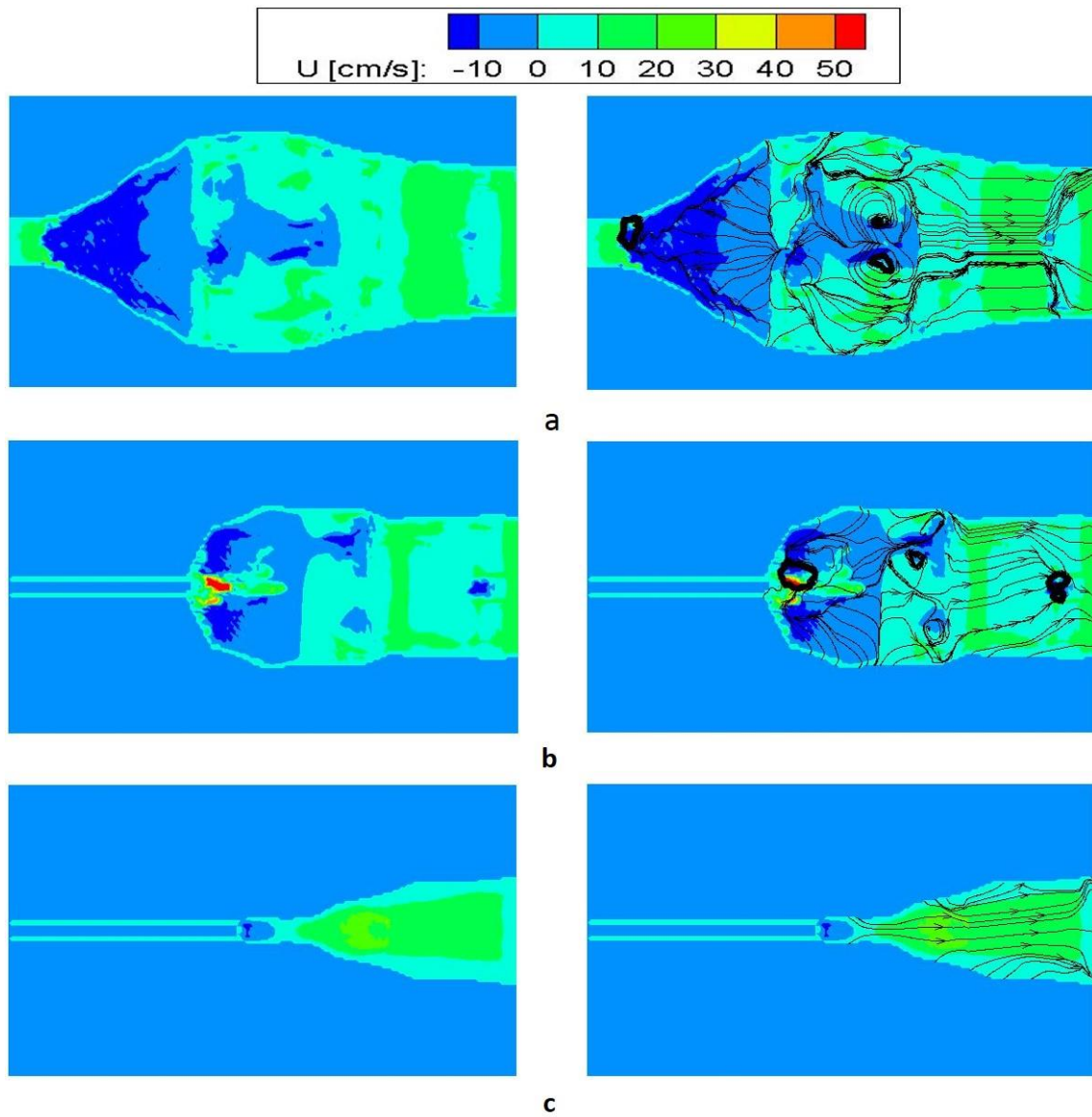


Figura 18. Contorno de velocidades para el Caso 3.  
 a) Cerrado de GPJ y líneas de trayectoria para  $t = 0.54$  s.  
 Fase de vaciado y líneas de trayectoria para b)  $t = 0.7$  s y c)  $t = 0.9$  s.

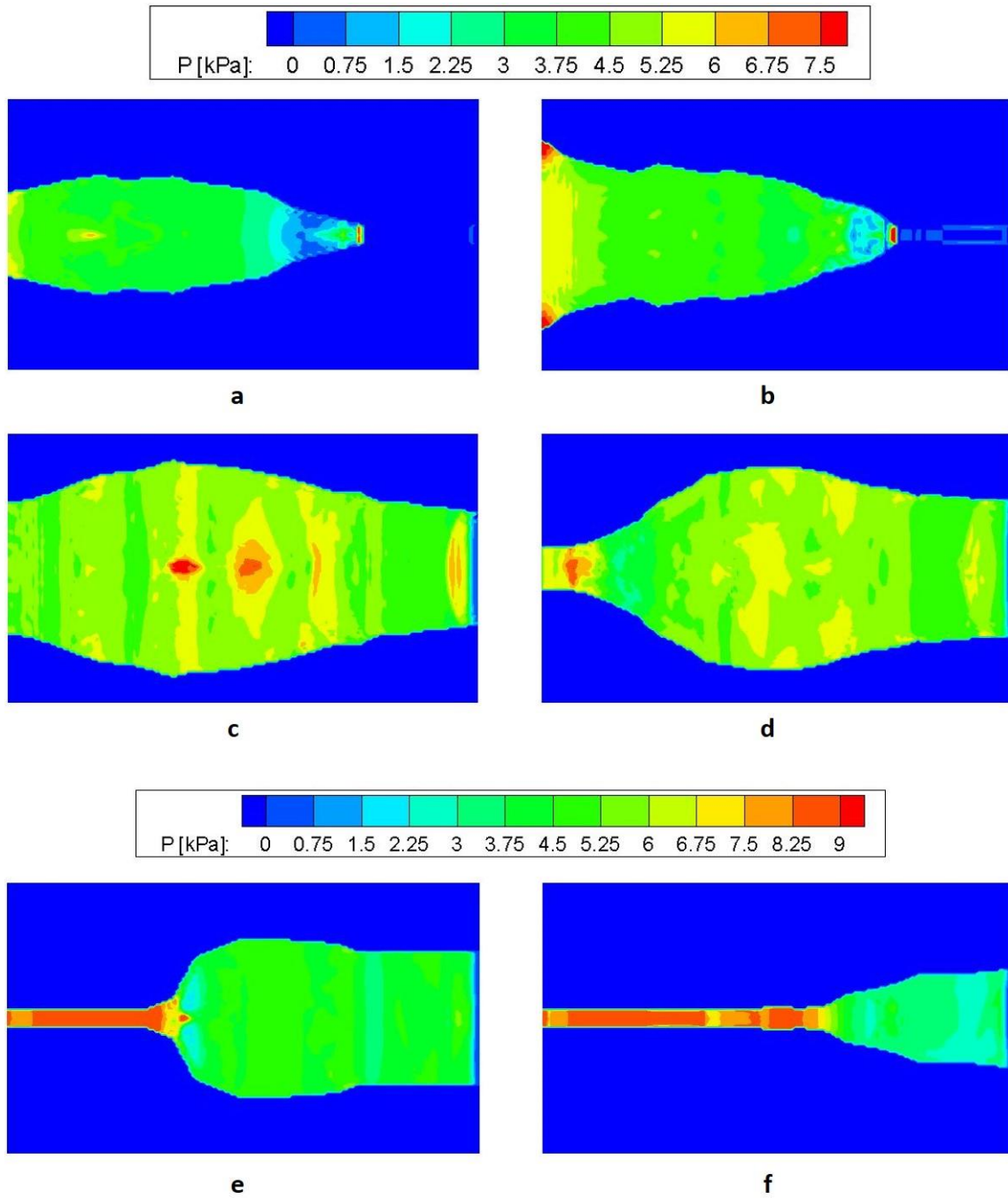


Figura 19. Contornos de presiones para el Caso 3.  
 Fase de llenado: a)  $t = 0.06$  s, b)  $t = 0.2$  s.  
 Fase intermedia -llenado/vaciado- c)  $t = 0.46$  s, d)  $t = 0.54$  s.  
 Fase de vaciado: e)  $t = 0.7$  s y f)  $t = 0.9$  s.

#### 4.1.4.4. Caso 4.

Este caso presenta el comportamiento más diferente a lo largo de la faringe aunque coincide con el caso 3 en la presencia de valores por encima de los 50 cm/s tanto en la región de la entrada como en la cercana a la parte de la salida que está cerrada en la etapa inicial. Un valor mayor de coeficiente de elasticidad se utilizó en esta simulación (

Tabla 2) que caracterizaría el endurecimiento de las paredes de la faringe conforme se envejece, lo cual repercute en las presiones de la membrana así como en la presión de entrada (lengua), pues son más altas. Se puede observar que a diferencia de los tres casos anteriores, el fluido tiene menores velocidades en su etapa inicial y sus valores no aumentan en las paredes. Conforme la salida se abre los valores de las velocidades disminuyen Figura 20 incisos (c) y Figura 20 (d).

En la etapa de salida, al irse cerrando la entrada, las velocidades disminuyen y se observan recirculaciones en la zona central que, coincidiendo con los otros tres casos, se mantienen hasta la zona de sellado de la entrada de la faringe (GPJ), Figura 21.

En lo que se refiere a las presiones en este último caso analizado, puede verse en la Figura 22 (a) que los valores que alcanza la faringe desde su etapa inicial (llenado), correspondiendo al incremento del valor del coeficiente de elasticidad. Los valores obtenidos para las presiones en este caso simulado, están por encima de los valores que se han encontrado para la deglución de una persona sana que no presenta síntomas de dificultad en el tragado. Las altas presiones en la faringe desde su etapa inicial y su notable incremento en la zona de sellado, (Figura 22 incisos (e) y (f)), generan cambios en la velocidad lo cual produce un comportamiento exagerado en comparación a lo que se produce en condiciones de normalidad, lo que podría traducirse en el fenómeno físico en un reflujo mayor que podría derivar en la introducción de cantidades de bolo a la laringe y traer problemas pulmonares o provocar atragantamiento (atascarse) y asfixia.



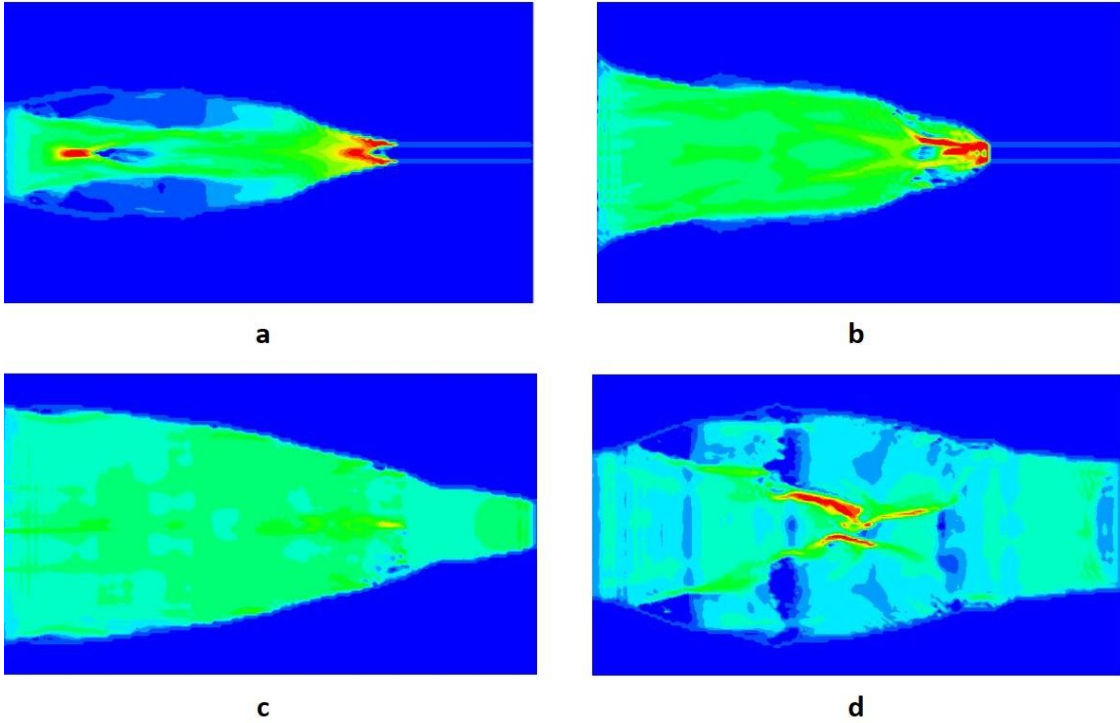
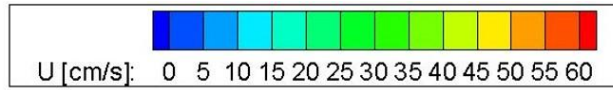


Figura 20. Contornos de velocidades fase llenado y fase intermedia. Caso 4.  
 Fase de llenado: a)  $t = 0.06$  s, b)  $t = 0.2$  s.  
 Fase intermedia -llenado/vaciado- c)  $t = 0.34$  y d)  $t = 0.46$  s.

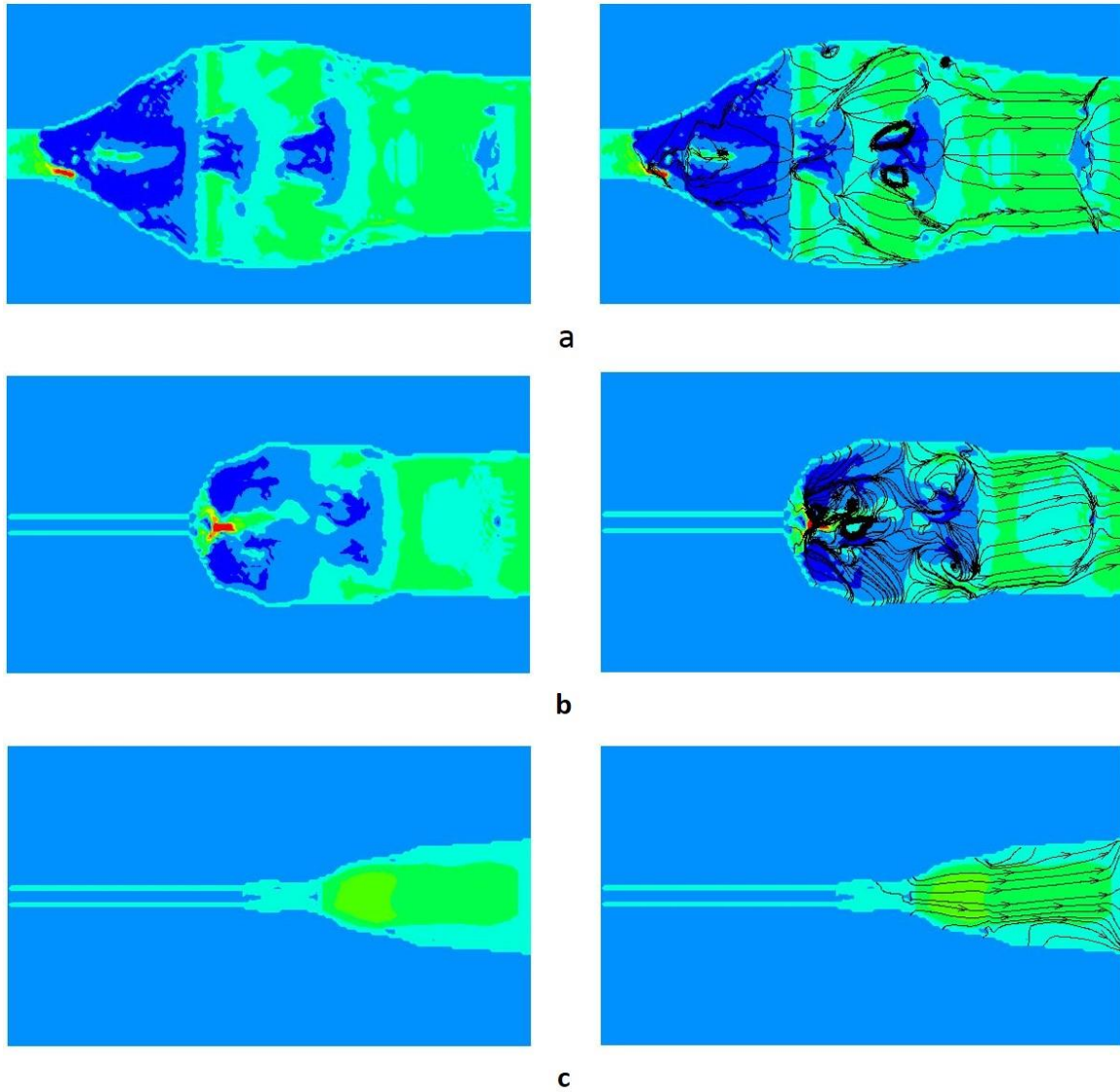
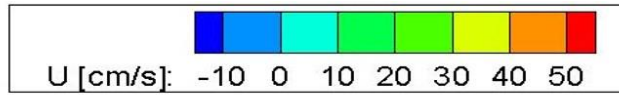


Figura 21. Contorno de velocidades para el Caso 3.  
 a) Cerrado de GPJ y líneas de trayectoria para  $t = 0.54$  s.  
 Fase de vaciado y líneas de trayectoria para b)  $t = 0.7$  s y c)  $t = 0.9$  s.

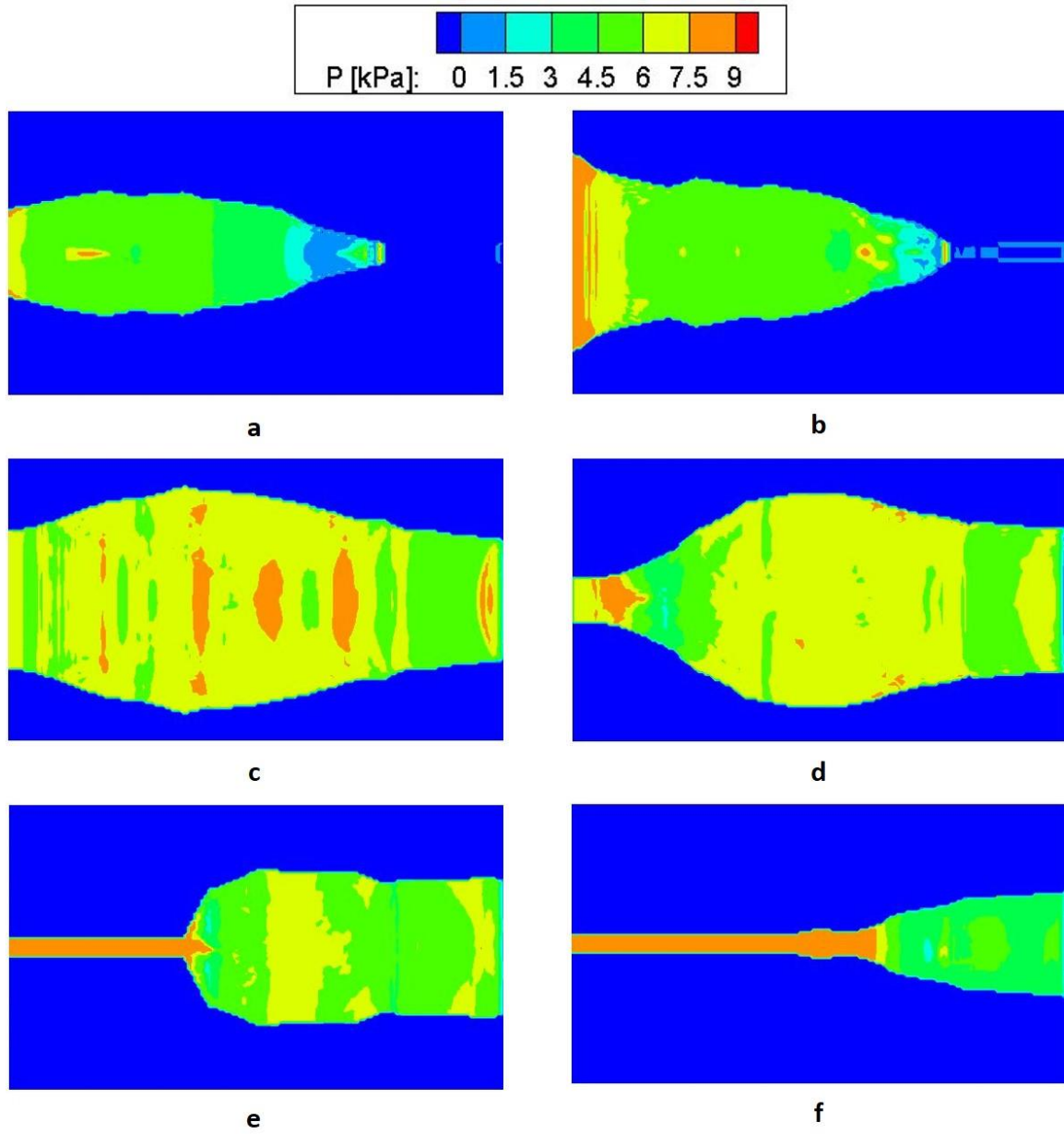


Figura 22. Contornos de presiones para el Caso 4.  
 Fase de llenado: a)  $t = 0.06$  s, b)  $t = 0.2$  s.  
 Fase intermedia -llenado/vaciado- c)  $t = 0.46$  s, d)  $t = 0.54$  s.  
 Fase de vaciado: e)  $t = 0.7$  s y f)  $t = 0.9$ s.

#### 4.1.5 Velocidades y presiones globales.

La velocidad y la presión resultaron las variables más representativas de las simulaciones realizadas en los cuatro casos estudiados. Para poder hacer una mejor comparación visual de estas se calcularon los valores globales transversales mediante:

$$\phi = [A_{yz}]^{-1} \iint \phi(x, y, z, t) dydz \quad (23)$$

donde  $A_{yz}$  es el área transversal al flujo para cada posición axial y  $\phi$  representa a la velocidad y presión como función tridimensional.

Las Figuras, Figura 23,

Figura 24, y

Figura 25 muestran en inicio la evolución del radio de la faringe, para la fase llenado, etapa intermedia y vaciado respectivamente así como las velocidades y presiones globales para los cuatro casos estudiados.

Para la etapa de llenado,  $t = 0.2$  s (Figura 23), se puede observar que los valores de la presión son mayores en todos los casos al iniciar el fluido su movimiento, como consecuencia de la lengua forzando al fluido a entrar en la faringe; así mismo dado que el coeficiente de elasticidad está ligado a la presión de la pared, el incremento en este generó incrementos en las presiones de entrada y a su vez se manifiesta un aumento en las velocidades; las presiones mantienen una caída constante conforme se acercan al esfínter esofágico que permanece sellado.

Para la etapa intermedia, en donde tanto la entrada como la salida se encuentran abiertas, las irregularidades de la geometría de la faringe se manifiestan generando a su vez irregularidades en el comportamiento de las variables, particularmente en la presión.

En la etapa de vaciado, el área de entrada de la faringe (GPJ) está reducida y la presión incrementa cerca de esta zona de sellado. En la Figura 26 puede verse la zona marcada que existen velocidades negativas en la zona donde se forman las recirculaciones; las velocidades de entrada y salida fueron las mismas para todos los casos satisfaciendo así la ecuación de conservación de masa. La Figura 26 muestra una isosuperficie para el caso 4, donde se observan las zonas donde se dan las recirculaciones (velocidades negativas en azul).

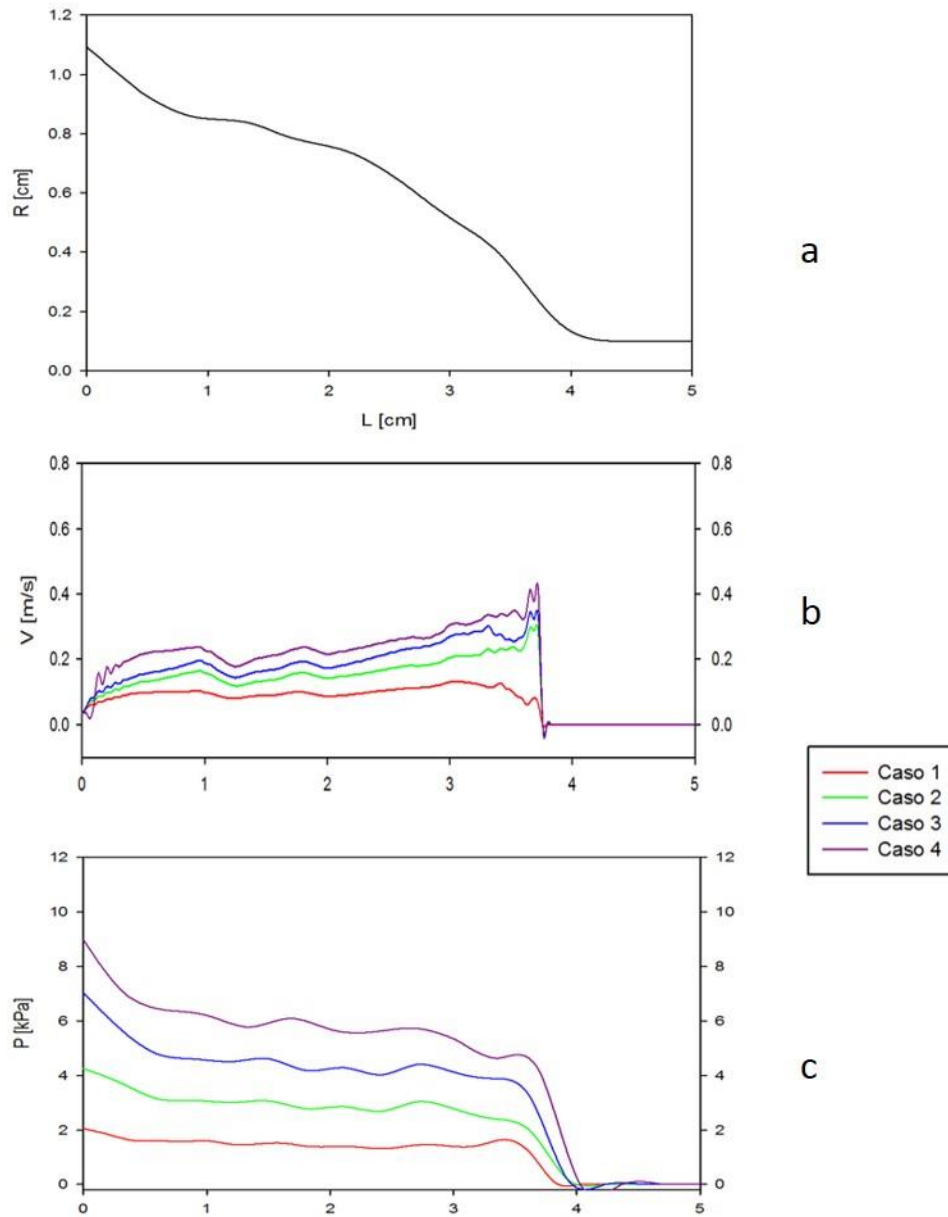


Figura 23. Gráficas globales de velocidades y presiones axiales en la etapa de llenado.  $t = 0.2$  s. a) Radio de la faringe, b) velocidades, c) presiones.

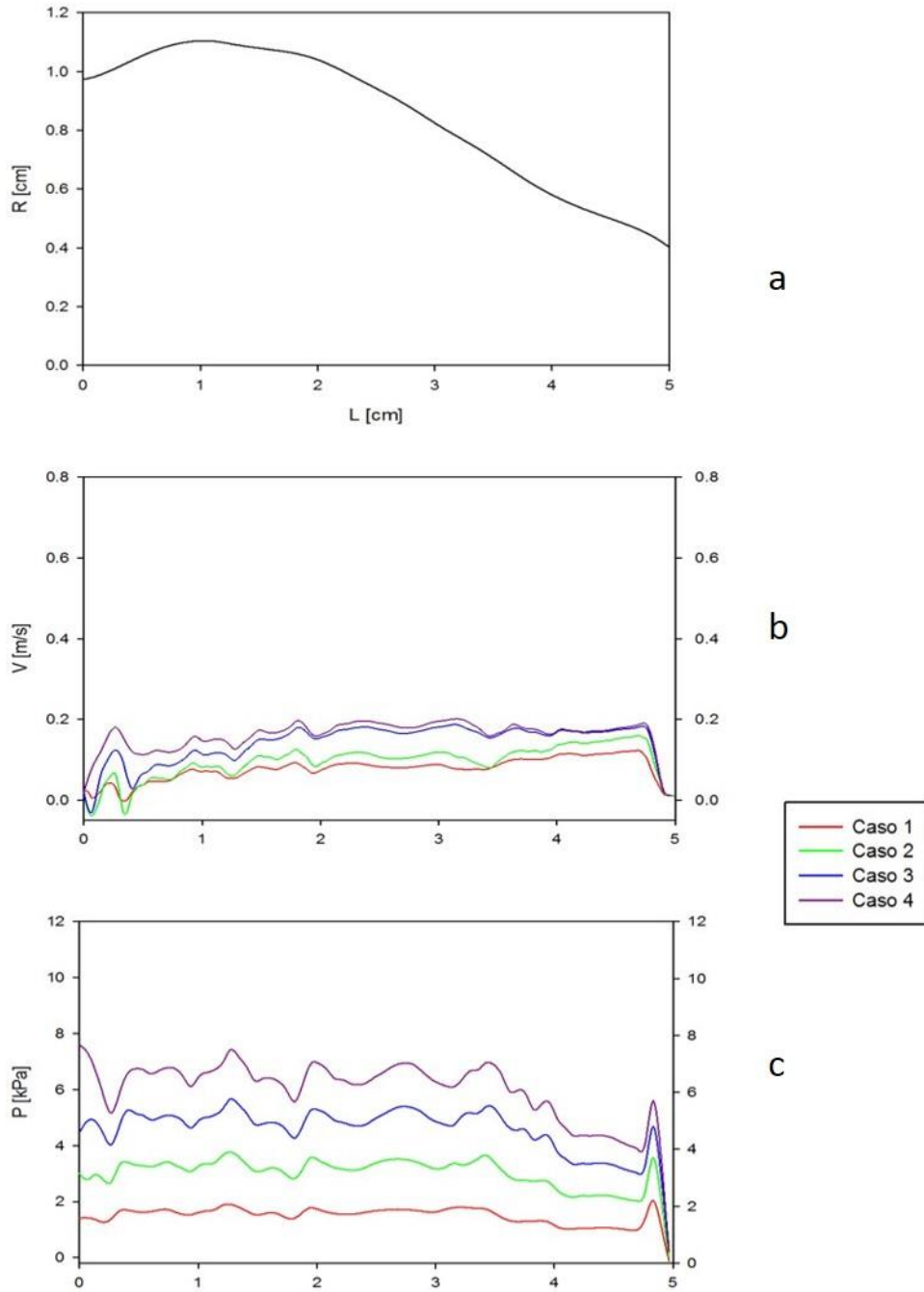


Figura 24. Gráficas globales de velocidades y presiones axiales en la etapa intermedia.  $t = 0.4$  s. a) Radio de la faringe, b) velocidades, c) presiones.

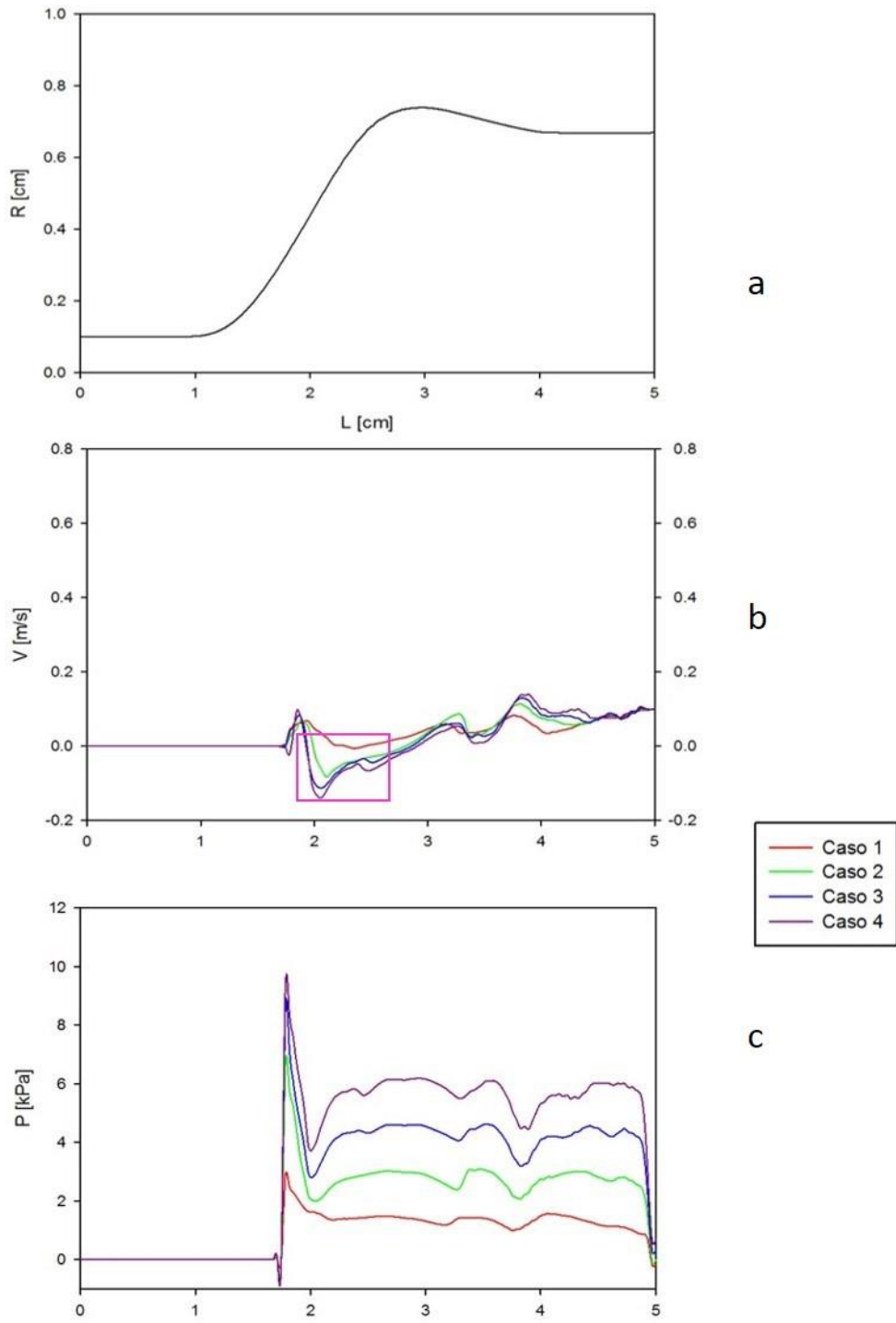


Figura 25. Gráficas globales de velocidades y presiones axiales en la etapa de vaciado.  $t = 0.7$  s. a) Radio de la faringe, b) velocidades, c) presiones

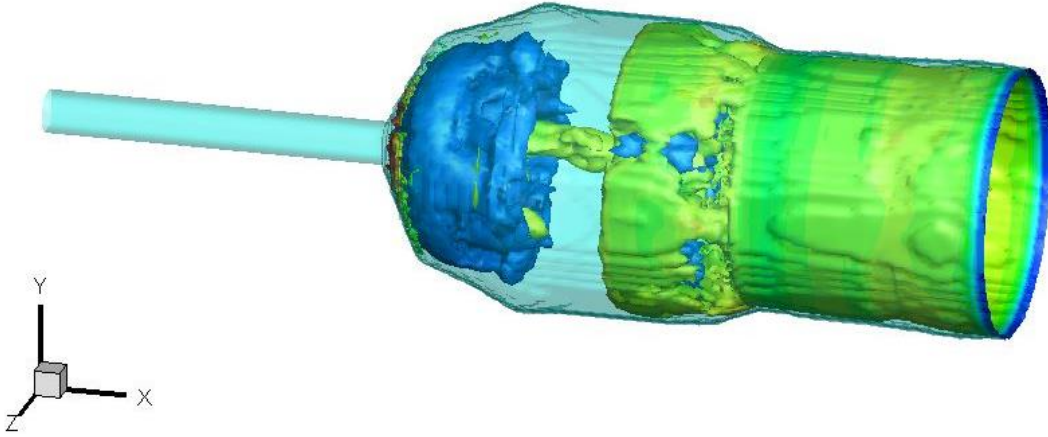


Figura 26. Isosuperficie de la velocidad para el Caso 4.  
Velocidades negativas -0.2 m/s, (azul), velocidades negativas, 0.24 m/s (verde).



#### 4.1.6 Contornos de tasa de corte.

Se tiene un conocimiento limitado sobre el esfuerzo cortante, no existe una técnica confiable disponible para medir dentro de la faringe tal parámetro y dada la geometría irregular hacen más difícil su caracterización; los valores reportados de la experimentación o la recreación física del proceso de deglución difieren entre ellos y algunos muestran valores elevados e improbables; las simulaciones realizadas por Meng et al [1], parecen ser más realistas con respecto a los valores para el esfuerzo cortante [2].

En la Figura 27 y Figura 28, pueden apreciarse los contornos de esfuerzo cortante y viscosidad (estos últimos no son los más representativos visualmente) para la etapa inicial (llenado), y vaciado (oclusión), respectivamente. En la etapa inicial donde el flujo está entrando solamente el fluido es acelerado y las velocidades aumentan en la región cercana a las paredes, y es aquí donde los mayores valores del esfuerzo cortante se encuentran e incrementan conforme aumenta el coeficiente de elasticidad, lo cual es más notorio mientras el esfínter esofágico está aún cerrado, la presión inicial tiene influencia en este proceso.

El fluido se transporta por la faringe y esta tiene una forma cambiante, existe una fuerza (lengua) que impulsa a éste para moverse, conforme la distancia entre las paredes es menor, los cortantes aumentan en las zonas cercanas al sellado; conforme el coeficiente de elasticidad aumenta resulta más difícil el paso del fluido, las presiones son mayores y los cortantes en las paredes incrementan.

El comportamiento del fluido no-newtoniano utilizado obedece al de un fluido adelgazante (shear-thinning), donde la viscosidad tiene una relación inversa con la velocidad de corte. Muchos de los alimentos no-newtonianos exhiben este comportamiento.

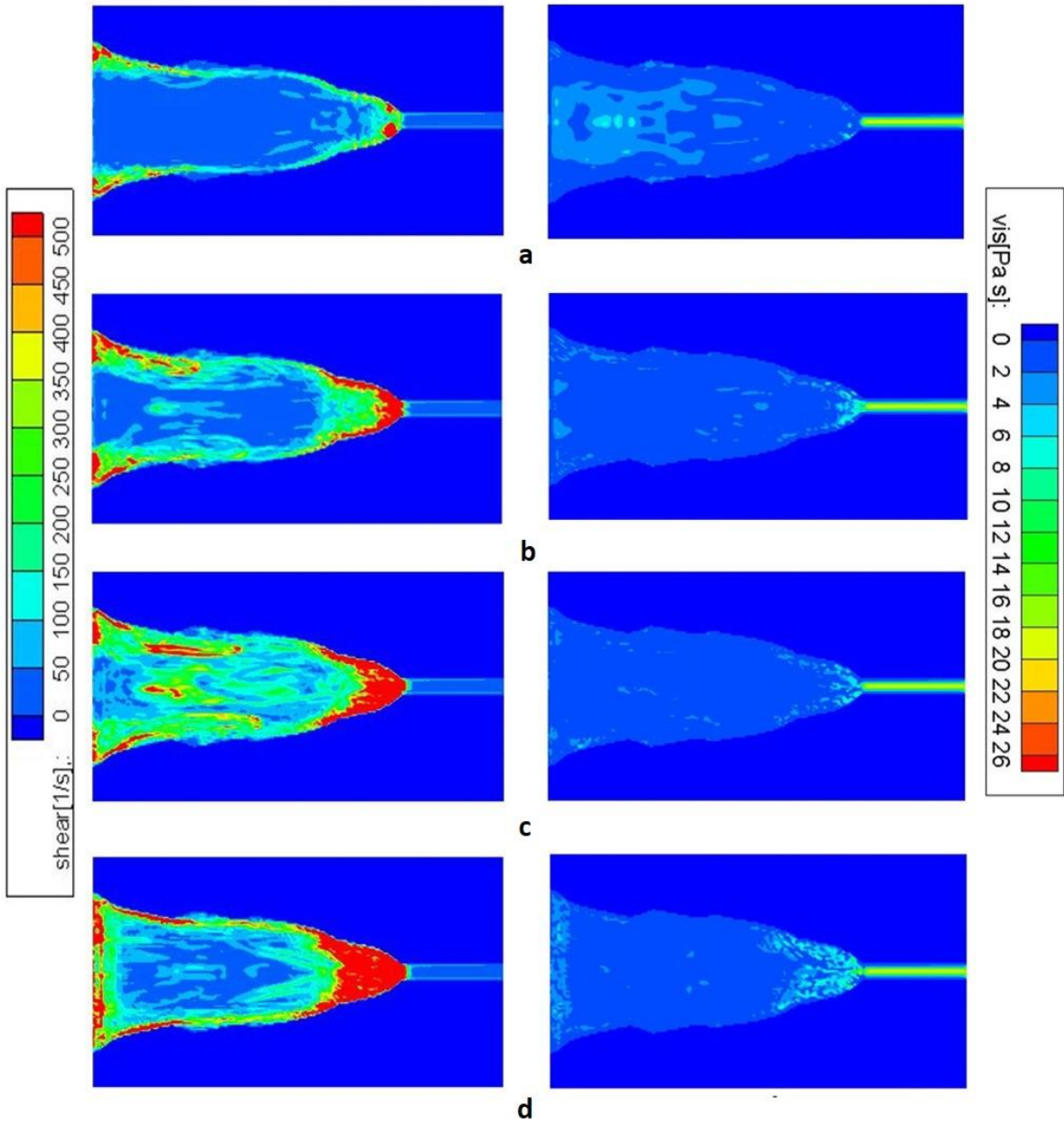


Figura 27. Contornos de esfuerzo cortante y viscosidad etapa inicial.  
 $t = 0.2$  s, para los cuatro casos estudiados a) Caso 1, b) Caso 2, c) Caso 3, d) Caso 4 (Tasa de corte izquierda y viscosidad derecha).

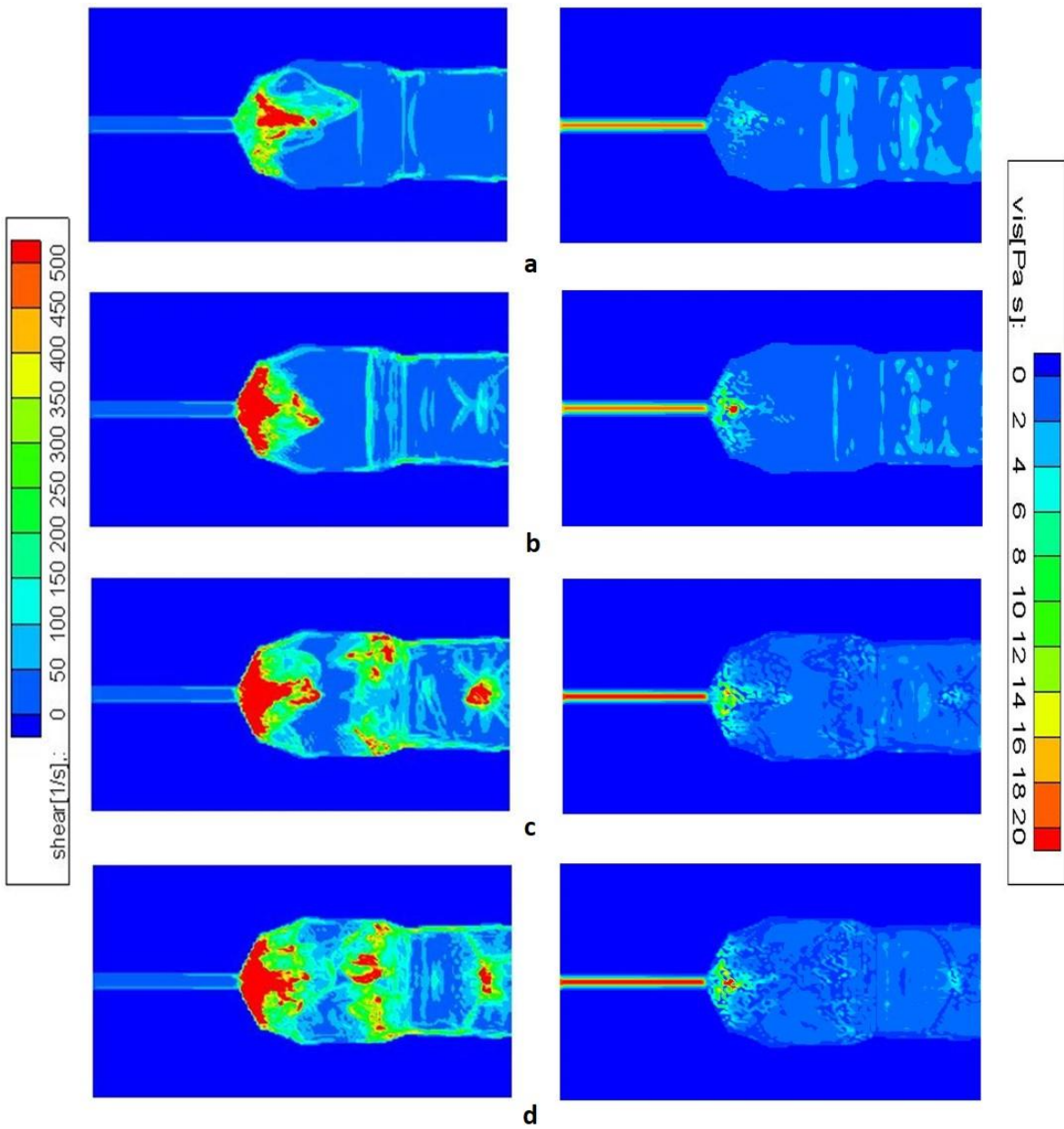


Figura 28. Contornos de tasa de corte y viscosidad zona de mayor oclusión.  $t = 0.7$  s para los cuatro casos estudiados a) Caso 1, b) Caso 2, c) Caso 3 y d) Caso 4 (Tasa de corte izquierda y viscosidad derecha).

## CAPÍTULO IV

### Conclusiones.

Se desarrolló un código numérico que permitió generar una representación en tres dimensiones de la geometría de la faringe así como de su movimiento peristáltico característico. A partir de éste código fue posible también realizar simulaciones del paso de un fluido (alimento líquido) correspondiente a la deglución.

Este código puede convertirse en una herramienta para el análisis de problemas fisiológicos específicos relacionados al proceso de la deglución, pues posee la bondad de poder ser modificado de acuerdo a características físicas particulares y/o características reológicas de los fluidos. Los trabajos preexistentes a esta tesis, donde se han hecho simulaciones utilizando otros modelos numéricos han obtenido resultados útiles para caracterizar el movimiento del bolo dentro de la faringe de una manera general, sirviendo en particular uno de ellos como base para esta tesis; sin embargo las consideraciones hechas en esta tesis, particularmente la simulación del movimiento peristáltico así como la inclusión de un parámetro mecánico (coeficiente de elasticidad), que se relaciona con las fuerzas necesarias para la generación del movimiento del fluido dentro de la faringe, acercó la simulación hacia la obtención de resultados más apegados a lo que ocurre realmente en el fenómeno.

Las características particulares de cada grupo de muestreo utilizado en los diferentes estudios experimentales, genera una falta de concordancia en los resultados que se publican, lo cual se tornó en ciertas dificultades para aseverar cuál de los casos simulados puede ser exactamente el caso de una deglución ideal.

Los resultados obtenidos de las simulaciones mediante el código fueron satisfactorios. Logró observarse la presencia de ciertos fenómenos como la recirculación que pueden permitir un análisis posterior modificando ciertas características del código para que permita simular la influencia del flujo en dirección contraria. La comparación de la información publicada en diferentes artículos que concuerda con los resultados obtenidos en esta tesis, permiten señalar que el Caso 2 es el que se acerca más a las características de una deglución segura, presentando perfiles de velocidad y presiones parecidos a los reportados por la literatura, mientras que el Caso 4 pudiera acercarse a un caso de deglución deficiente.

Pudieran llegarse a implementar mejoras que simulen las degluciones para casos específicos donde deben ser caracterizados los alimentos líquidos-espesos de acuerdo a las necesidades específicas de los padecimientos o desórdenes en el tragado y evitar exposición a rayos equis de los individuos en cuestión.

## 5.1 Trabajos futuros.

Como trabajos futuros se plantea la posibilidad de considerar los efectos del recubrimiento salival así como que la geometría pueda ser modificada en función del flujo. La consideración de una geometría no axi-simétrica resulta también una opción interesante de evaluar y por último la consideración de presencia de aire en la faringe y su influencia sobre el bolo líquido (fluido bifásico).

## Referencias.

- [1] Y. Meng, M. A. Rao y K. Datta, «Computer simulation of the pharyngeal bolus transport of non-newtonian fluids.,» *Institution of Chemical Engineers Journals. Food and Bioproducts Processing.*, vol. 83(C4), pp. 297-305, 2005.
- [2] J. Chen, «Food orale procesing. - A review.,» *Food Hydrocolloids.*, vol. 23, pp. 1-25, 2009.
- [3] M. W. Chang, B. Rosendall y B. A. Finlayson, «Mathematical modelinf of normal pharyngeal bolus transport: A preliminar study.,» *Journal of Rehabilitation Research and Development.*, vol. 35, pp. 327-334, 1998.
- [4] P. J. Kahrilas y J. A. Logemann, «Volume Accomodation during Swallowing.,» *Dysphagia.*, vol. 8, pp. 259-265, 1993.
- [5] E. Bardan, M. Kern, R. C. Arndorfer, C. Hoffman y R. Shaker, «Effect of aging on bolus kinematics during the pharyngeal phase of swallowing.,» *American Journal of Physiology. Gastrointestinal and liver physiology.*, vol. 290, pp. G458-G465, 2006.
- [6] S. Bangyeekhan, V. Leelamanit y P. Tekasakul, «Effects of food viscosity on swallowing velocity in pharynx for different groups of age and gender.,» *Journal of Medical and Biological Engineering.*, vol. 33, pp. 343-348, 2013.
- [7] B. M. Rosendall, *Matemtical Modeling of the Pharingeal Phase of Swallowing.*, Washington: Tesis de Doctorado., 1996.
- [8] A. Forster, N. Samaras, G. Gold y D. Samaras, «Oropharyngeal dysphagia in older adults: A review.,» *European Geriatric Medicine.*, vol. 2, pp. 356-362, 2011.
- [9] M. R. Heath, «The oral management of food: The bases of oral success and for understanding the sensations that drive us to eat.,» *Food Quality and preference*, vol. 13, pp. 453-461, 2002.
- [10] A. Okada, M. Honoma, S. Nomura y Y. Yamada, «Oral behavior from food intake until termila swallow.,» *Physiology and Behavior.*, vol. 90, pp. 172-179, 2007.
- [11] D. F. Q. Gutiérrez., «Tratado de Anatomía humana. Tomo III.,» de *Tratado de Anatomía humana. Tomo III.*, Porrúa, 1975, pp. 107-110.
- [12] M. A. Madueño., «La disfagia (parte III): "Tratamiento de la disfagia orofaríngea"».
- [13] N. H. Afdhal, *Diseases of the gallbladder and bile ducts.*, 2011.
- [14] «dreamstime.com,» PACA e CEPIC, 29 Enero 2011. [En línea]. Available: <http://pt.dreamstime.com/imagen-de-stock-royalty-free-peristaltismo->

image29108036#res9068135. [Último acceso: 10 Noviembre 2014].

- [15] J. B. Palmer, «Bolus aggregation in the oropharynx does not depend on gravity.,» *Archives of Physical Medicine and Rehabilitation.*, vol. 79, pp. 691-696, 1998.
- [16] A. J. Chorin., «A Numerical Method for Solving Incompressible Viscous Flow Problems.,» *Journal of Computational Physics*, vol. 135, nº CP975716, pp. 118-125, 1997.
- [17] A. Perrin y H. Hu, «An Explicit Finite-Difference Scheme for Simulation of Moving Particles.,» *Journal of Computational Physics.*, vol. 212, pp. 166-187, 2006.
- [18] J. C. López, Simulación numérica de la ventilación dentro de recintos habitables para su acondicionamiento. Tesis de Maestría., México, D.F.: Facultad de Ingeniería., 2014.
- [19] H. A. Barnes, J. F. Hutton y K. Walters, An introduction to rheology., Países Bajos.: Elsevier Publisher B.V., 1989.
- [20] G. Ascanio Gasca, Centro de Ciencias Aplicadas y Desarrollo Tecnológico., México D.F.: Universidad Nacional Autónoma de México., 2014.
- [21] M. D. Lama, Estudio numérico de cuerpos complejos inmersos en un flujo compresible. Tesis de Maestría., México, D.F.: Facultad de Ingeniería., 2009.
- [22] D. Gotlieb y E. Turkel, «Dissipative two-four methods for time dependent problems.,» *Mathematics of computation*, vol. 30, nº 136, pp. 703-723, 1976.
- [23] C. Hirsch., Numerical Computation of Internal and External Flows. Vol 1. Fundamentals of Computational Fluid Dynamics., Gan Bretaña.: Butterworth-Heinemann, 2007.
- [24] A. Hasegawa, A. Ootoguro, H. Kumagai y F. Nakazawa, «Velocity of swallowed gel food in the pharynx by ultrasonic method.,» *Journal of the Japanese Society for food Science and Technology.*, vol. 52, pp. 441-447, 2005.
- [25] T. J. Poinsoy y S. K. Lele, «Boundary conditions for Direct Simulations of Compressible Viscous Flows.,» *Journal of computational physics* , vol. 101, pp. 104-129, 1992.
- [26] I. J. Cook, W. J. Dodds, R. O. Dantas, B. Massey, M. K. Kern, I. M. Lang y et al, «Opening mechanisms of the human upper esophageal sphincter.,» *American Journal of Physiology*, vol. 257, pp. G748-759, 1989.
- [27] G. Pedrizzetti, «Fluid flow in a tube with an elastic membrane insertion.,» *Journal of Fluid Mechanics.*, vol. 375, pp. 39-64, 1998.
- [28] M. Sonomura, H. Mizinuma, T. Numamori, H. Michiwaki y K. Nishinari, «Numerical simulation of the swallowing of liquid bolus.,» *Journal of textured studies.*, vol. 42, pp. 203-211, 2011.
- [29] W. Yang, T. Fung, K. Chian y C. Chong, «Finite element simulation of food transport through the esophageal body.,» *World Journal of Gastroenterology.*, vol. 13, nº 9, pp. 1352-1359,

2007.

- [30] S. Kim, T. McCulloch y K. Rim, «Pharyngeal pressure analysis by the finite element method during liquid bolus swallow.,» *Analysis of Otolology, Rhinology and Laryngology.*, vol. 109, pp. 585-589, 2000.
- [31] H. N. S. Nguyen, «Dynamics of esophageal bolus transport in healthy subjects studied using multiple intraluminal inmedancometry.,» vol. 123, pp. G958-G964.
- [32] C. de Loubens, A. Margnin, E. Verin, M. Doyennette, I. C. Tréléa y I. Aouchon, «A lubrication analysis of pharyngeal peristalsis: Application to flavour release.,» vol. 267, pp. 300-311, 2010.
- [33] D. Ferguson, *Oral Bioscience*, Edingburgh: Churchil Livingstone., 1999.