



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO
PROGRAMA DE MAESTRÍA Y DOCTORADO EN INGENIERÍA
MECÁNICA – TERMOFLUIDOS

“SIMULACIÓN NUMÉRICA DEL FLUJO EN EL ROTOR DE UNA
MICROTURBINA DE VAPOR QUE SE ACOPLARÁ A UN CICLO DE
GENERACIÓN GEOTERMOELÉCTRICA”

TESIS
QUE PARA OPTAR POR EL GRADO DE:
MAESTRO EN INGENIERÍA

PRESENTA:

JONATHAN HERNÁNDEZ GARCÍA

TUTOR PRINCIPAL

Dr. WILLIAM VICENTE Y RODRÍGUEZ, INSTITUTO DE INGENIERÍA

MÉXICO D.F. ENERO DE 2015

JURADO ASIGNADO:

Presidente: Dr. José Luis Fernández Zayas
Secretario: Dr. Francisco Javier Solorio Ordaz
Vocal: Dr. William Vicente y Rodríguez
2do. Vocal: Dr. Federico Méndez Lavielle
3er. Vocal: Dr. Fernando Velázquez Villegas

:
Ciudad Universitaria, Coyoacán, México.

TUTOR DE TESIS:

DR. WILLIAM VICENTE Y RODRÍGUEZ

FIRMA

(Segunda hoja)

Contenido

1	Antecedentes	1
1.1	Energía Geotérmica.....	1
1.2	Generación Geotermoeléctrica.....	1
1.3	Tipos de centrales geotermoeléctricas	3
1.3.1	Ciclo a contrapresión.....	3
1.3.2	Ciclo a condensación	4
1.3.3	Ciclo de una evaporación instantánea	4
1.3.4	Ciclo de doble evaporación instantánea	5
1.3.5	Ciclo Binario.....	6
1.3.6	Ciclo Binario de Evaporación Instantánea IIDEA	7
2	Marco Teórico	11
2.1	Turbina de vapor	11
2.2	Turbina de impulso de única etapa	12
2.3	Canal de flujo entre dos álabes de turbina adyacentes	12
2.4	Fuerzas sobre álabes en un campo de flujo viscoso	13
2.5	Forma de los álabes.....	14
2.6	Pérdidas en Turbomaquinaria.....	16
2.6.1	Pérdidas en el perfil.....	16
2.6.2	Pérdidas por ondas de choque.....	17
2.6.3	Pérdidas en holguras	17
2.6.4	Pérdidas por flujos secundarios	17
2.6.5	Pérdidas en paredes terminales.....	18
2.6.6	Pérdidas por cavitación	18
2.7	Ecuaciones de gobierno	18
2.7.1	Formulación en para sistemas de referencia inercial	18
2.7.2	Formulación en para un sistema de referencia no-inercial	20
3	Método de Solución	23
3.1	Mecánica de fluidos computacional	23
3.1.1	Simulación numérica directa (DNS).....	23

3.1.2	Simulación de las grandes escalas (LES)	24
3.1.3	Método basado en las ecuaciones promediadas de Reynolds	24
3.2	Turbulencia	25
3.3	Promediado de las ecuaciones	27
3.4	Método de los volúmenes Finitos	29
4	Caso de estudio	34
4.1	Microturbina de vapor para el ciclo binario de evaporación instantánea	34
4.2	Implementación Numérica	36
4.2.1	Planteamiento del Problema	36
4.2.2	Condiciones de Frontera	37
4.2.3	Malla Computacional	42
5	Resultados y conclusiones	46
5.1	Caso Base	46
5.1.1	Coeficiente de presión	48
5.2	Modificaciones al caso base	50
5.3	Coeficiente de pérdidas primarias	53
5.4	Comparación de resultados numéricos con correlaciones experimentales	54
5.5	Conclusiones	56
Apéndice A: Modelos de turbulencia		57
Cierres de segundo orden		57
Modelos de viscosidad turbulenta		59
ANEXO B: Construcción de la geometría del rotor		62
Anexo C: Planos del rotor		63
Referencias		65

Lista de Figuras

Fig. 1 Primer sistema de generación eléctrica con geotermia [3].	2
Fig. 2 Ciclo a contrapresión.	3
Fig. 3 Ciclo a condensación.	4
Fig. 4 Ciclo de una evaporación instantánea.	5
Fig. 5 Ciclo de doble evaporación instantánea.	6
Fig. 6 Ciclo Binario.	7
Fig. 7 Ciclo binario de evaporación instantánea.	8
Fig. 8 Suministro de calor.	9
Fig. 9 Sistema de generación de vapor.	9
Fig. 10 Turbogruppo.	10
Fig. 11 Sistema de Enfriamiento.	10
Fig. 12 Sistema de recolección.	10
Fig. 13 Diagrama de una turbina de vapor.	11
Fig. 14 Turbina de vapor de única etapa y su diagrama de Mollier [8].	12
Fig. 15 Canal de flujo entre dos álabes adyacentes [7].	13
Fig. 16 Fuerzas sobre álabes en un flujo viscoso [8].	14
Fig. 17 Boceto de álabes simétricos [10].	15
Fig. 18 Análisis de las pérdidas mezcladas y en el perfil [8].	17
Fig. 19 Sistemas de referencia inercial y no-inercial [12].	20
Fig. 20 Representación de las fluctuaciones en una variable.	25
Fig. 21 Discretización de un volumen de control.	30
Fig. 22 Diagrama esquemático de un volumen de control bidimensional.	31
Fig. 23 Despiece del dispositivo.	35
Fig. 24 Rotor a simular.	35
Fig. 25 Esquema del problema.	36
Fig. 26 Sistema a analizar.	37
Fig. 27 Condiciones de frontera aplicables al caso de estudio.	38
Fig. 28 Esquema del procedimiento de cálculo para la presión de salida [12].	40
Fig. 29 Uso de las condiciones de frontera periódicas [12].	42
Fig. 30 Bloques utilizados en la malla numérica.	43
Fig. 31 Captura de la malla.	44
Fig. 32 Calidad de la malla.	45
Fig. 33 Perfil adimensional del álabe.	46
Fig. 34 Contornos de Mach para el caso base.	47
Fig. 35 Contornos de temperatura del caso base en [k].	48
Fig. 36 Coeficiente de presión para el caso base.	49
Fig. 37 Líneas de Corriente en el caso base.	49
Fig. 38 Contornos de energía cinética turbulenta para el caso base.	50
Fig. 39 Coeficiente de presión para el perfil en régimen supersónico.	50
Fig. 40 Líneas de corriente del flujo en régimen supersónico con inclinación de 40[°].	51
Fig. 41 Líneas de corriente del régimen de flujo supersónico con inclinación de 50[°].	51
Fig. 42 Coeficiente de presión en régimen transónico.	52

Fig. 43 Coeficiente de presión en régimen subsónico..... 53
Fig. 44 Esquema de la construcción del perfil aerodinámico. 62

Introducción

A medida que pasa el tiempo, el ser humano depende cada vez más de los recursos energéticos. Para el hombre moderno, es impensable la vida sin iluminación, calefacción, refrigeración, transporte etc. Esta dependencia energética, ha derivado en la sobreexplotación, en especial, de los denominados combustibles fósiles (petróleo, carbón y gas natural), éstos son recursos no renovables.

Debido a un desequilibrio entre la oferta y la demanda, el mercado energético es altamente volátil, induciendo un elevado impacto económico a nivel población y un deterioro significativo para el medio ambiente. Estas afectaciones detonan la búsqueda de alternativas que permitan satisfacer las necesidades energéticas globales y mitigar las desventajas inherentes al empleo de fuentes tradicionales de energía.

Una opción para mitigar la problemática anteriormente descrita está constituida por las denominadas, energías alternas, con las que se han desarrollado diferentes tecnologías para su adecuado aprovechamiento. Un tipo de energía que cuenta con recursos abundantes y que ha adquirido una relevante presencia en la generación de electricidad y otros usos directos es la *energía geotérmica*.

El aprovechamiento de esta energía, se logra mediante ciclos geotermoeléctricos, que son sistemas mediante los cuales es posible generar electricidad tomando como fuente de calor la energía térmica disponible debajo de la superficie terrestre; en función de sus características se divide en 3 distintos recursos geotérmicos. México ocupa el 4° lugar a nivel mundial en explotación geotérmica para generar electricidad mediante uno de los recursos geotérmicos conocido como: recurso de alta entalpia.

El grupo *IIDEA* (Instituto de Ingeniería Desalación y Energías Alternas) de la UNAM, desarrolla un innovador ciclo geotermoeléctrico, con el cual pueda ser aprovechada la energía geotérmica de baja entalpia (fuente energética con temperatura menor a 190 [°C]); nombre que se relaciona a su bajo nivel energético, sin embargo, es uno de los recursos abundantes en México y de bajo costo.

En la generación eléctrica existe un dispositivo fundamental para la transformación de energía, la turbina. Dentro de este equipo la energía térmica del fluido de trabajo es transformada en energía cinética, logrando así activar un generador eléctrico, del que se obtiene una potencia determinada. El ciclo propuesto, posee características específicas, que impiden utilizar algunos equipos comerciales, es por ello, que se ha comenzado a diseñar un máquina capaz de adaptarse a las sollicitaciones del ciclo geotermoeléctrico.

El presente trabajo está enfocado en el análisis fluido-dinámico del elemento intercambiador de energía en la turbomáquina: el rotor. Se ha optado por la herramienta de simulación numérica, con la finalidad de adquirir mayor información acerca de los fenómenos físicos que se presentan dentro del equipo.

A lo largo de las siguientes páginas, el lector encontrará información relacionada con los antecedentes del proyecto, el marco teórico que describe la física del sistema bajo estudio. Además se describirá la complejidad de la alternativa numérica utilizada para dar solución a las ecuaciones que rigen el fenómeno; posteriormente se describirá a detalle el caso de estudio y finalmente se presenta una sección de resultados y conclusiones.

Objetivo General

- Evaluar el desempeño de la propuesta de diseño del rotor de una microturbina de vapor de baja presión, que será acoplada a un ciclo de generación geotermoeléctrica.

Objetivos particulares

- Validar la geometría propuesta para el rotor de la microturbina.
- Cuantificar mediante simulaciones numéricas los parámetros involucrados en la fluidodinámica del álabe.



1 Antecedentes

En el presente trabajo se mostrará el análisis numérico de uno de los elementos constructivos más relevantes en una turbina de vapor: el rotor. Sin embargo, el dispositivo mecánico analizado pretende ser acoplado a un novedoso sistema de generación geotermoeléctrica, por ello, es imprescindible conocer las generalidades de la obtención de energía eléctrica a partir de recursos geotérmicos, para una adecuada contextualización de la investigación. En este primer capítulo se enunciarán los aspectos más relevantes de la geotermia.

1.1 Energía Geotérmica

La energía geotérmica se define como el calor de la Tierra. Se trata de un recurso renovable y amigable con el medio ambiente, que proporciona energía en México y alrededor del mundo. Puede estar asociada con la actividad volcánica, con la temperatura de la corteza terrestre a determinada profundidad en zonas tectónicamente activas o con capas sedimentarias permeables a gran profundidad.

La fuente principal de energía geotérmica es el inmenso calor almacenado en el interior del planeta: el 99% del volumen de la Tierra posee temperaturas mayores a 1000 [°C], con sólo el 0.1% a temperaturas menores a 100 [°C]. El contenido total de calor de la Tierra se estima aproximadamente en 1,013 [EJ] y que tomaría más de 109 años en agotarlo a través del flujo terrestre global actual de calor que se encuentra alrededor de 40 millones de [MW] [1].

El calor interno de la tierra es proporcionado principalmente por la desintegración de forma natural de isótopos radiactivos, a razón de 860 [EJ/año] alrededor de dos veces el consumo de energía primaria en el mundo. Por lo tanto, la base de recursos geotérmica es suficientemente grande y básicamente ubicua.

Las fuentes termales se han utilizado para el baño, lavar y cocinar durante miles de años, mientras que la producción de electricidad geotérmica y los usos directos de gran escala, comenzaron durante la primera mitad del siglo XX. La energía geotérmica se utiliza ahora en más de 50 países en todo el mundo.

Con un rápido crecimiento en la población mundial y una preocupación cada vez mayor por el cuidado del medio ambiente, el desarrollo sostenible se ha convertido en una cuestión de importancia crucial para la humanidad. Los recursos geotérmicos tienen el potencial de contribuir significativamente a la utilización de energía sustentable en muchas partes del mundo.

1.2 Generación Geotermoeléctrica

Fue a principios del siglo XX cuando se comenzó a utilizar el vapor geotérmico para producir electricidad en Larderello, Italia, donde el príncipe Piero Ginori Conti diseñó el primer generador eléctrico accionado por vapor geotérmico con el que se lograba producir aproximadamente 15 [kW] de potencia eléctrica [2]. En el año de 1913 este generador fue reemplazado por una unidad con capacidad de 250 [kW].



Fig. 1 Primer sistema de generación eléctrica con geotermia [3].

Los primeros pozos con el objetivo de aprovechar la energía geotérmica para generación eléctrica fueron perforados en 1919 en Beppu, Japón, donde se instaló en el año de 1925 una planta generadora de 1.2 [kW]. Posteriormente, en 1951, se instaló también en Japón una planta que generaba 30 [kW], la cual estuvo en operación durante unos cuantos años. Otros pozos de este tipo se perforaron en E.U. en la zona de Los Geiser, California, donde se instaló una pequeña máquina de vapor que abastecía de electricidad a un pequeño establecimiento termal en el año de 1921.

La generación de energía eléctrica utilizando la energía térmica contenida en el fluido que circula en la profundidad de las cavidades rocosas situadas en áreas geotérmicas, es bastante factible en el rango de temperatura del fluido de 200 [°C] a 320 [°C], que caracteriza a los llamados yacimientos de alta entalpía (alta temperatura). El fluido geotérmico en este rango de temperatura se extrae generalmente usando la tecnología de perforación actual a profundidades entre 1,200 [m] y 3,000 [m] en la mayoría de las regiones geotérmicas del mundo, por ejemplo: E.U., Filipinas, Indonesia, Japón, Nueva Zelanda, México, Kenia y El Salvador por nombrar unos pocos [4].

La energía geotérmica es renovable, cuando se mide en relación con lapsos de vida humanos y en general, categorizada como tal. Es benigna con el medio ambiente (verde) y tiene muchas ventajas sobre otros recursos de energía renovables, como la hidráulica, eólica, bioenergía y la energía de las olas. Las siguientes son las más importantes de estas ventajas:

- Alto grado de disponibilidad (>98%, es decir alrededor de 7,500 [hr/año]).
- El bajo uso de la tierra.
- Contaminación atmosférica baja en comparación con las plantas de combustible fósil.
- Casi cero contaminaciones líquidas con la re-inyección de efluentes líquidos.
- Insignificante dependencia de las condiciones climáticas.
- Comparativamente bajo impacto visual.

Para explotar adecuadamente la energía de origen geotérmico y cumplir con los actuales principios de sostenibilidad económica, es importante seleccionar las tecnologías y sistemas operativos que brinden la más alta posible eficiencia térmica, para la extracción de la energía térmica útil contenida



en el fluido, antes de retornar este último al depósito. El conocimiento a detalle de las tecnologías de explotación actuales ayudará en aspectos relevantes como: la reducción del número de pozos de producción e inyección requeridos, menos perforación de reemplazo, un mayor nivel de sostenibilidad y mayores beneficios ambientales. A continuación se presentan los tipos principales de centrales eléctricas con geotermia empleados actualmente.

1.3 Tipos de centrales geotermoeléctricas

Existen diferentes tipos de centrales geotermoeléctricas que operan con distintos ciclos para convertir la energía geotérmica en energía eléctrica. En general, estos ciclos funcionan bajo el mismo principio de operación: el ciclo Rankine. No obstante, las plantas poseen diferentes características que dependen de las condiciones del campo geotérmico y de operación. Debido a esto, cada uno de los ciclos tiene distintas aplicaciones y un rango de potencia diferente.

1.3.1 Ciclo a contrapresión

Este es el sistema más simple y el que requiere menor inversión inicial. Su característica principal es que el vapor de un pozo seco, o separado de un pozo húmedo, pasa a través de la turbina y posteriormente es liberado a la atmósfera. Estos sistemas requieren un mayor consumo de vapor, para la misma presión de admisión que las plantas a condensación, por lo tanto, se eleva el costo de operación. Sus principales aplicaciones son en plantas de reserva, para pequeños suministros locales desde pozos aislados y en plantas de prueba para pozos recién perforados; ya que suelen instalarse a boca de pozo. El uso de estos ciclos es preferible sobre los ciclos a condensación cuando el contenido de los gases no condensables en el vapor es elevado.

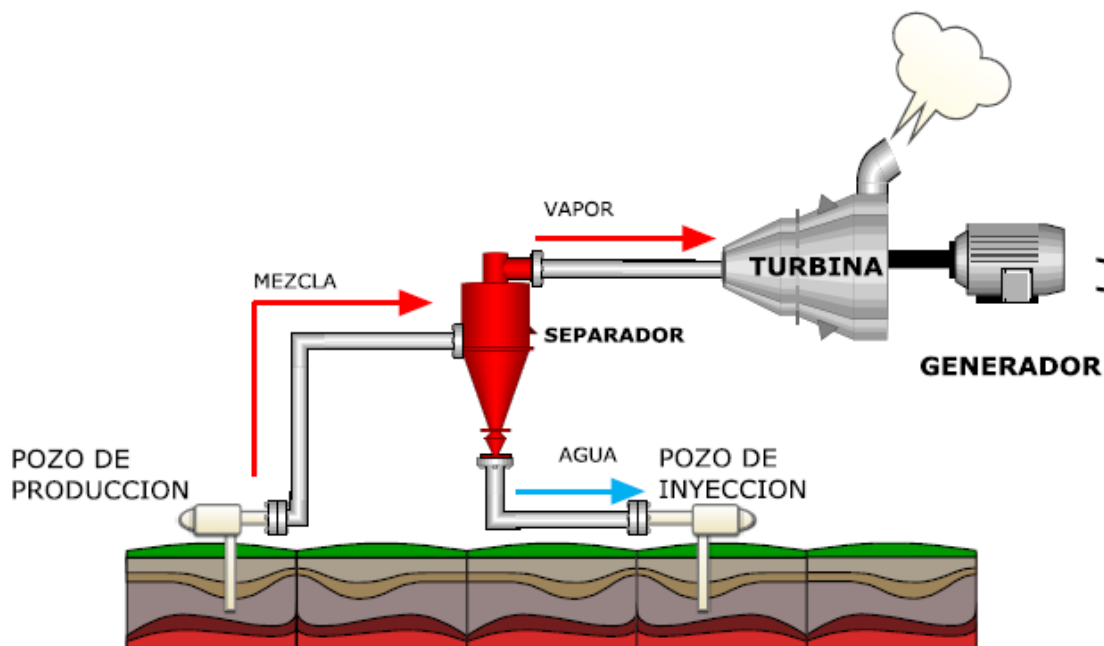


Fig. 2 Ciclo a contrapresión.

1.3.2 Ciclo a condensación

En este arreglo la descarga de vapor, después de pasar por la turbina, no se realiza hacia la atmósfera. En este caso, el vapor de escape se hace pasar por un condensador que típicamente se encuentra a una presión menor que la atmosférica, lo cual permite que el intercambio energético del vapor a la turbina sea mayor, aumentando así la eficiencia del sistema.

En los ciclos geotérmicos no se requiere retornar el condensado para realimentar al sistema, como en el caso de las plantas termoeléctricas convencionales. Por esta razón, se suelen utilizar condensadores de contacto directo, en los que el condensado se mezcla con el agua de enfriamiento, para posteriormente ser conducido hacia la torre de enfriamiento, donde parte de él se pierde por evaporación. En algunos casos, cuando los gases contenidos en el vapor de escape de la turbina representan un riesgo para el ambiente local, se usan también condensadores superficiales.

En general, es recomendable realizar la reinyección del condensado, para mantener las condiciones del campo geotérmico. En el caso de no realizar una reinyección, se puede generar una disminución de la presión dentro del yacimiento, como en el caso de la central de Cerro Prieto.

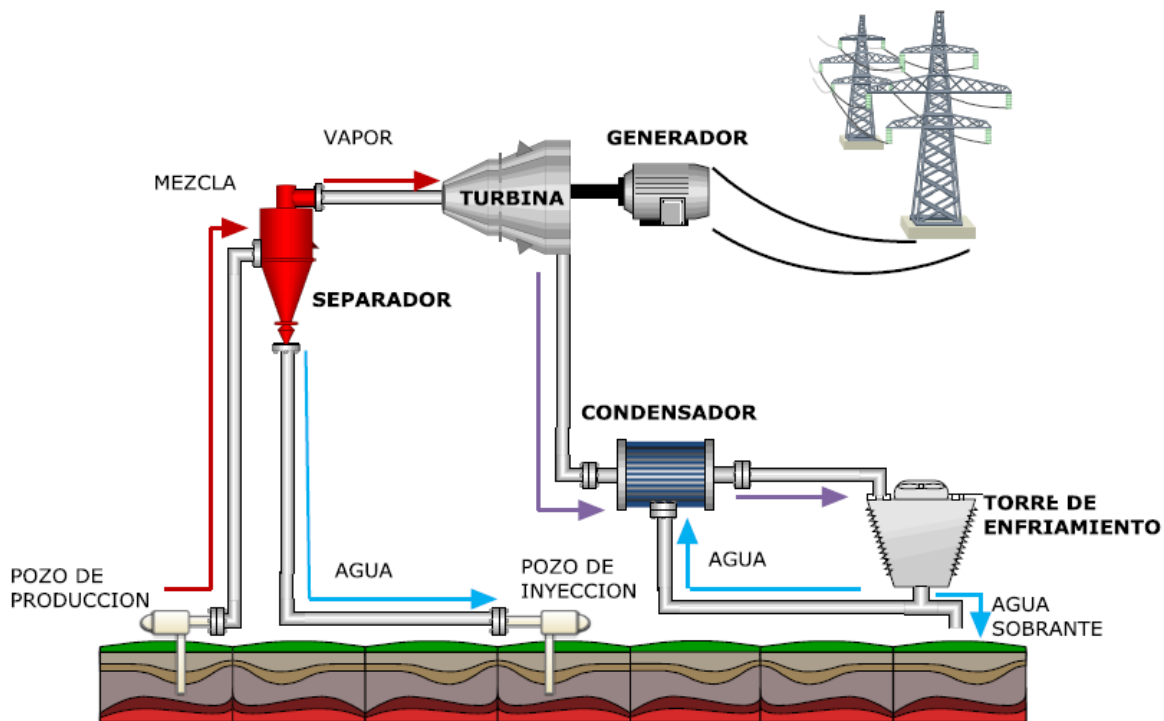


Fig. 3 Ciclo a condensación.

1.3.3 Ciclo de una evaporación instantánea

Estos ciclos se aplican principalmente en los campos geotérmicos de líquido dominante, en los cuales se realiza una separación del líquido y del vapor que es enviado a la turbina. Su principio de funcionamiento se basa en enviar el líquido separado a una cámara de evaporación instantánea que trabaje a menor presión. El vapor generado se hace pasar por las etapas de menor presión de la

turbina, o por otra turbina que trabaje a menor presión. De esta manera se puede obtener una cantidad mayor de energía, al aprovechar el líquido separado del fluido geotérmico.

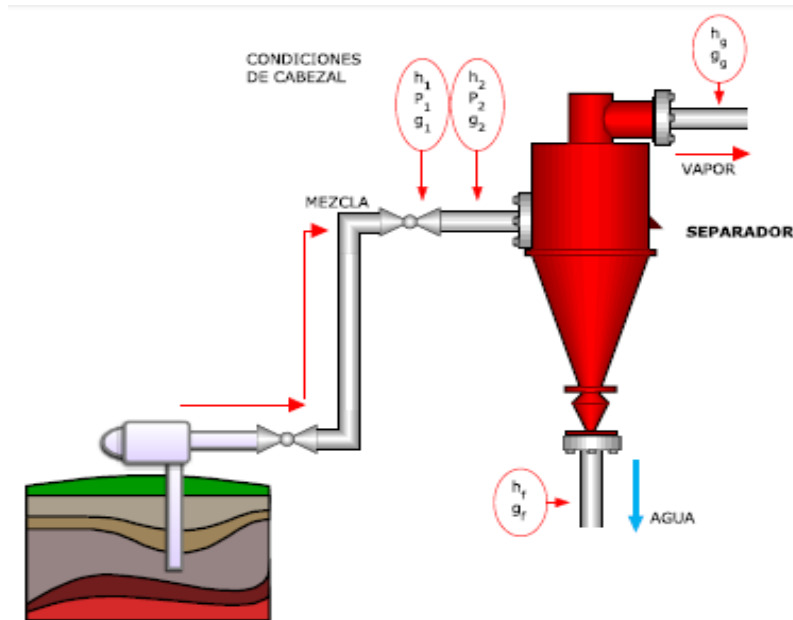


Fig. 4 Ciclo de una evaporación instantánea.

1.3.4 Ciclo de doble evaporación instantánea

El objetivo de realizar una segunda evaporación instantánea es aprovechar la máxima cantidad de energía del fluido geotérmico. Para lograrlo, se coloca una segunda cámara de evaporación instantánea a la cual es dirigida la porción de líquido que no pudo evaporarse en la primera etapa. Tomando como base este principio, sería ideal tener un número infinito de etapas de evaporación instantánea conectados en cascada, o utilizando una cámara de evaporación para cada etapa de la turbina. En realidad, el hecho de utilizar más de dos etapas no resulta viable económicamente, ya que la mayor cantidad de energía se extrae en las dos primeras etapas y el uso de más cámaras de evaporación no justifica el costo del equipo en comparación con su desempeño.

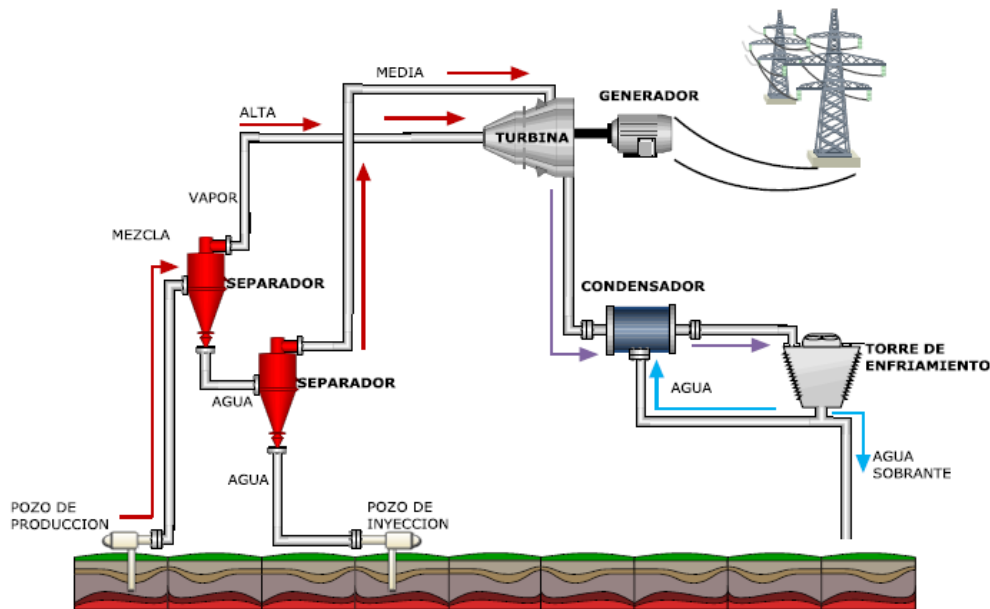


Fig. 5 Ciclo de doble evaporación instantánea.

1.3.5 Ciclo Binario

Este ciclo tiene la principal característica de emplear un fluido de trabajo secundario, con punto de ebullición menor al del agua, el cual circula en un circuito cerrado. En este caso, el fluido geotérmico se utiliza solo como fuente de calor, cediendo su energía al fluido de trabajo en un intercambiador de calor, constituido por un precalentador y un evaporador, para después ser reinyectado al yacimiento. Dentro de las principales ventajas del ciclo binario se encuentran que se puede utilizar recursos geotérmicos de baja y media entalpia, así como fluidos geotérmicos bifásicos sin la necesidad de realizar una separación. Además, brinda la ventaja de que el ataque químico, causado por la concentración de minerales en el fluido geotérmico, se localiza solo en el intercambiador de calor, protegiendo así el resto de los equipos.

El fluido secundario, al tener bajo punto de ebullición, puede ser evaporado a menor temperatura en el intercambiador de calor, para hacerlo pasar a través de la turbina y posteriormente ser condensado para regresarlo al intercambiador de calor y reiniciar el ciclo.

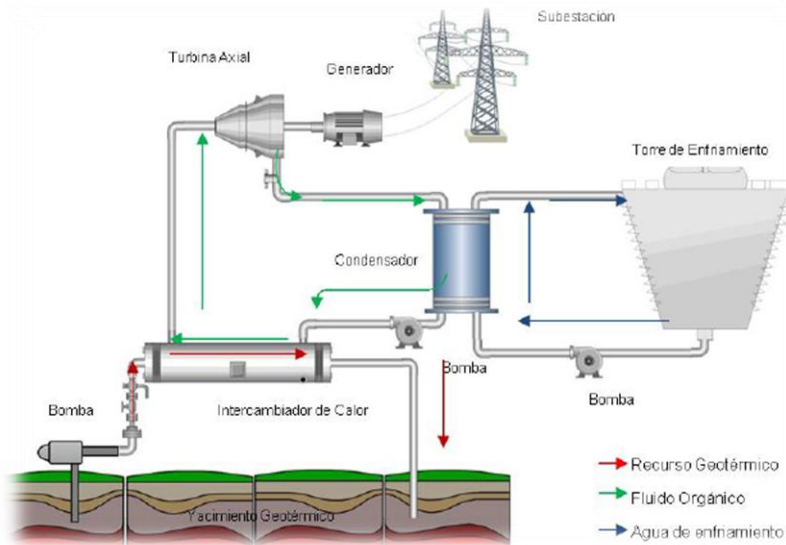


Fig. 6 Ciclo Binario.

Por otro lado, los ciclos binarios tienen ciertas desventajas en comparación con los otros ciclos. Por ejemplo, requieren el uso de intercambiadores de calor superficiales, que son más costosos y representan una transferencia de calor menos eficiente. Los fluidos secundarios suelen ser volátiles, tóxicos y algunas veces inflamables, por lo que se requiere tener mayor cuidado en su manejo.

Actualmente se utilizan los llamados ciclos Rankine orgánicos (ORC), los cuales, por sus condiciones de operación y principio de funcionamiento, entran dentro de la categoría de los ciclos binarios [5].

1.3.6 Ciclo Binario de Evaporación Instantánea IIDEA

Anteriormente se enlistaron los ciclos con los que tradicionalmente se genera electricidad empleando energía geotérmica, los más utilizados son los ciclos binarios, se cuentan alrededor de 236 plantas instaladas en el mundo. Sin embargo, se presentan serios inconvenientes en su uso, como los altos costos de reparación para accesorios que sufren corrosión, como lo es el intercambiador de tubo y coraza que utiliza este ciclo, elemento que se encuentra en contacto directo con el flujo geotérmico proveniente del subsuelo.

Al tener presente este inconveniente y el gran potencial con el que cuenta nuestro país, el grupo IIDEA trabaja en el desarrollo de nuevas tecnologías que hagan posible la utilización de los diversos recursos geotérmicos, evitando en su implementación para generación eléctrica el desgaste en equipos por motivos de corrosión.

El grupo IIDEA desarrolló una propuesta que consiste en la modificación de un ciclo binario convencional, en el que el fluido de trabajo sea agua. Dicha propuesta lleva por nombre CBEI (Ciclo Binario de Evaporación Instantánea), el nombre refiere a su principio básico de operación, donde se combinan las ventajas del ciclo de una evaporación flash y el ciclo binario. Concretamente, se propone sustituir el intercambiador de tubo y coraza por un intercambiador de placas; además añadir un sistema de evaporación conformado por dos dispositivos: una placa orificio y un separador

de flujos. El objetivo es mitigar la problemática de corrosión, riesgos de operación, disminución de tiempos de mantenimiento y costos.

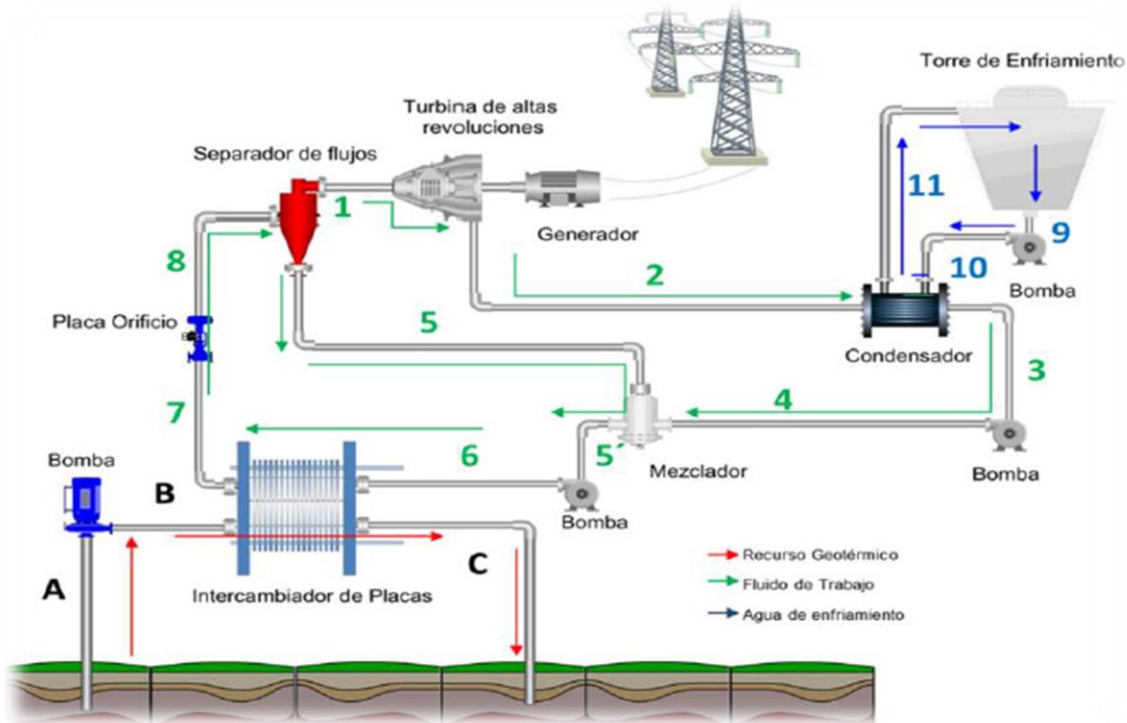


Fig. 7 Ciclo binario de evaporación instantánea.

Cálculos en los que se compara la potencia generada entre el ciclo propuesto y los ciclos binarios convencionales, reportan que teóricamente la potencia que se puede lograr mediante el ciclo propuesto, es mayor a la que se reporta actualmente en ciclos binarios en funcionamiento [6]. Lo anterior refleja que la propuesta presentada es viable y a su vez, un mejor constituye una nueva opción para el aprovechamiento de los recursos geotérmicos; tal comparativa se puede apreciar en la *Tabla 1*.

Agua Geotérmica . kg/s	Potencia Generada en kW	
	Ciclo Binario Convencional.	CBEI
15	171	199
20	229	266
25	286	332
30	343	399
35	400	465
40	457	531
45	514	598

Tabla 1 Comparación entre la potencia generada por el ciclo binario convencional y el CBEI

1.3.6.1 Configuración y elementos del Ciclo CBEI.

A continuación se presenta la descripción detallada de la propuesta, que consta de cinco secciones:

- 1) Suministro de calor. Está constituido por el pozo geotérmico, que se encuentra a nivel de piso, seguido de una bomba, que ayudará a circular el fluido geotérmico elevando su presión y transportándolo a través del intercambiador (Fig.8), donde el fluido geotérmico deberá ceder su energía calorífica al fluido de trabajo con el que ha de operar el ciclo.

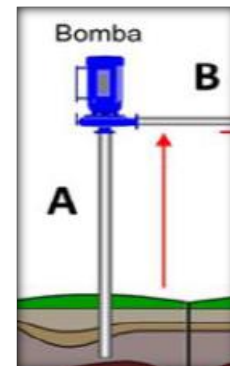


Fig. 8 Suministro de calor.

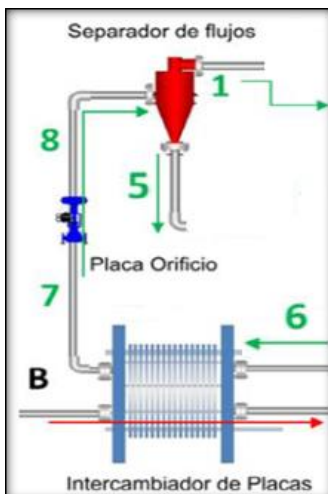


Fig. 9 Sistema de generación de vapor.

Sistema de evaporación flash: Se concentra en dos elementos que permiten llevar a la turbina únicamente vapor seco. En el intercambiador de placas se lleva a cabo la transferencia de calor del fluido geotérmico hacia el fluido de trabajo obteniendo condiciones de líquido saturado en el fluido de trabajo; al haberse efectuado la transferencia de calor, el agua sale del intercambiador y se dirige a la placa orificio, que está encargada de disminuir la presión provocando un efecto flash, es decir, cambia el estado termodinámico del agua induciendo un ligero cambio de fase. La mezcla obtenida se hace pasar a través de un separador de flujos con el fin de separar la fracción de vapor lograda.

- 2) Turbogrupo. El vapor disponible se conduce a la turbina, aquí se expande debido a que la presión y la temperatura disminuyen; se acciona el movimiento de

los alabes de la turbina y mediante el acoplamiento de un turboalternador se genera electricidad (Fig.10).

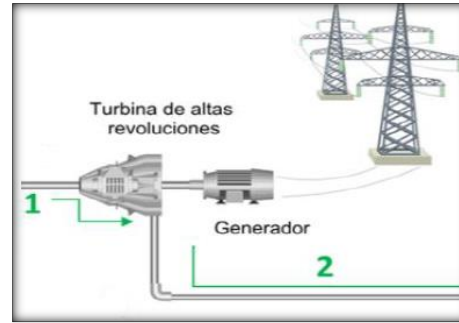
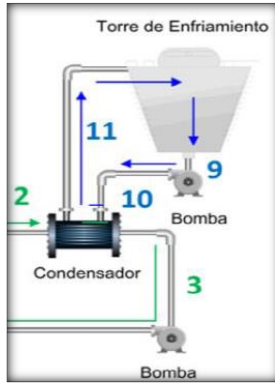


Fig. 10 Turbogruppo.

3) Sistema de enfriamiento. Se compone de



elementos que ayudan a mantener la temperatura mínima en el condensador; mediante la refrigeración de agua que circula por una torre de enfriamiento. Además se lleva a cabo la condensación del fluido remanente proveniente de la turbina y se adiciona una bomba que ayudara a conducir el líquido saturado hasta un mezclador (Fig.11).

Fig. 11 Sistema de Enfriamiento.

4) Sistema de recolección. Consta de un mezclador en el que se concentrará el fluido que no ha sido utilizado durante el ciclo, como el líquido saturado proveniente de la salida del condensador así como el flujo que logro extraer el separador de flujos. Adicionado con una bomba que elevará la presión del flujo para reutilizarlo en el ciclo, introduciéndolo de nuevo en el intercambiador de placas (Fig.12).

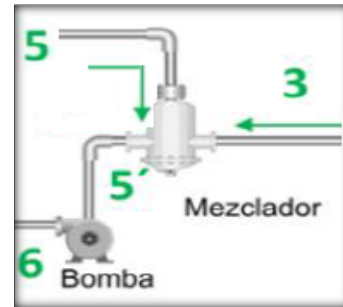


Fig. 12 Sistema de recolección.

Se ha mostrado una breve explicación física y funcional del ciclo propuesto, con la finalidad de que sea clara su operación y diferenciando cada uno de los sistemas presentes. El ciclo binario de evaporación instantánea brinda los requerimientos de diseño de la microturbina de vapor, en la cual se enfoca el presente proyecto. En capítulos siguientes se profundizará en el diseño del equipo y específicamente en el análisis del rotor de la turbomáquina.



2 Marco Teórico

En este apartado, se enunciarán los aspectos relevantes para el adecuado entendimiento del fenómeno físico a estudiar; en líneas siguientes se encontrarán tópicos como: aspectos fundamentales de turbomaquinaria, ecuaciones de gobierno del flujo, mecanismos que producen pérdidas en las etapas de una turbina, etc. En el presente capítulo se pretende mostrar la complejidad del flujo bajo estudio y presentar el conjunto de herramientas teóricas que ayudarán a la adecuada resolución del problema bajo estudio.

2.1 Turbina de vapor

Una turbina de vapor es el dispositivo mecánico encargado de transformar la energía térmica del fluido, en energía rotacional, la cual es transmitida a una flecha con el fin de mover un dispositivo secundario. El concepto de turbina de vapor fue desarrollado por De Laval, Curtis y Pearson a finales del siglo XVIII [7]. Las turbinas de vapor modernas utilizan esencialmente el mismo concepto, pero con muchas mejoras que se han realizado en los años intermedios, principalmente con el fin de incrementar la eficiencia de estas máquinas. La Fig.13 muestra un esquema del proceso que sucede en una turbina de vapor.

La turbina normalmente se compone de varias etapas y cada una de estas etapas consiste en un conjunto de álabes estáticos (Estator o toberas) y en un conjunto de álabes móviles (rotor). En el estator se convierte la energía térmica del vapor (presión y temperatura) en energía cinética (velocidad), además se dirige el flujo hacia el rotor. En los álabes móviles se transforma la energía cinética en fuerzas, causadas por la caída de presión, lo anterior se traduce en la rotación del eje de la turbina.

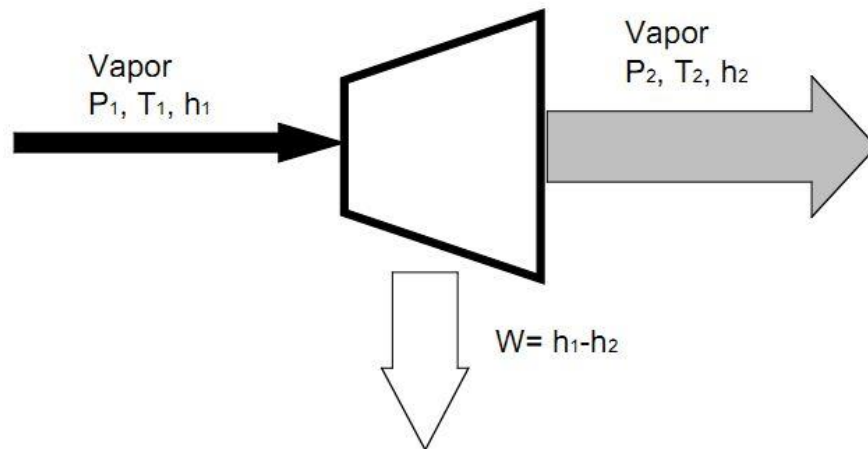


Fig. 13 Diagrama de una turbina de vapor.

2.2 Turbina de impulso de única etapa

Carl Gustaf Patrik de Laval (1845-1913) de Suecia, desarrolló en 1883 una turbina de acción que consiste en un conjunto de toberas y una columna de álabes, como se muestra en la *Fig.14*. Esta turbina está diseñada para realizar completamente la transformación de energía en el estator y sólo realizar el intercambio energético a través del rotor. Si existe la suficiente baja presión a la salida, la geometría convergente-divergente de las toberas acelera el vapor a una velocidad supersónica. El ángulo de la velocidad relativa a la entrada de los álabes del rotor es β_2 y el ángulo de salida tiene un valor negativo β_3 . Para álabes simétricos $\beta_3 = -\beta_2$ [7].

Los álabes cambian la dirección de la cantidad de movimiento del flujo, esto induce una fuerza impulsora en el rotor. El efecto antes mencionado es el origen del nombre de esta turbina, ya que parece como si las partículas de fluido ejecutaran trayectorias similares a las de una pelota impactando en una pared y regresando debido a la fuerza de impulso que esta recibe. Sin embargo, si se examinan las fuerzas en la superficie de los álabes, se observará claramente que la diferencia entre la alta presión en el lado cóncavo y la baja presión en el lado convexo es la causa real de la fuerza motriz en el rotor. La combinación de una columna de toberas y una columna de álabes móviles conforman una etapa. Por esta razón, la turbina de Laval es también llamada: turbina de impulso de una sola etapa.

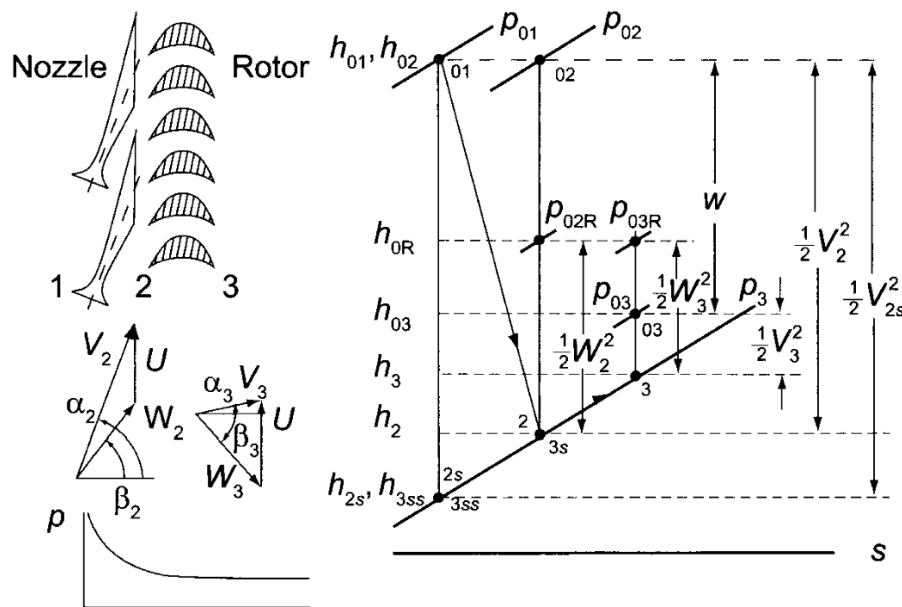


Fig. 14 Turbina de vapor de única etapa y su diagrama de Mollier [8].

2.3 Canal de flujo entre dos álabes de turbina adyacentes

En la *Fig.15* se muestran dos álabes adyacentes de una turbina. El espaciamento a lo largo de la periferia del disco se denomina *Paso*. El paso incrementa en la dirección radial desde la *flecha* hasta la *carcasa*. El valor nominal del paso es en el radio medio. Las fronteras laterales del canal son

determinadas por el *lado cóncavo* y el *lado convexo* de los álabes; para los extremos del canal, las fronteras son fijadas por las paredes de la *flecha* y la *carcasa*.

El fluido fluye desde la parte frontal hacia la parte posterior de la imagen. La cuerda del álabes es la distancia recta desde su borde de entrada hasta su borde de salida. La proyección en la dirección axial, se denomina *cuerda axial*. La trayectoria de una partícula de fluido, a medida que pasa a través del canal, es curvada y por lo tanto más larga que la cuerda.

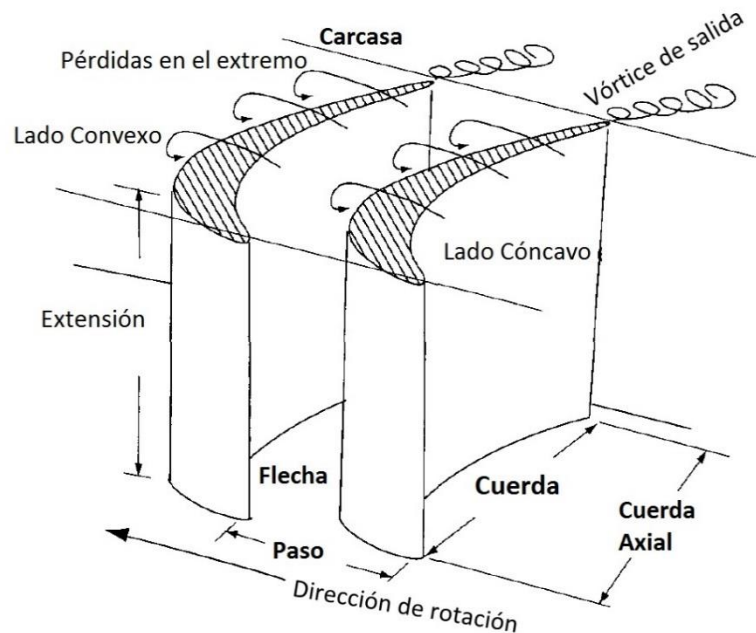


Fig. 15 Canal de flujo entre dos álabes adyacentes [7].

2.4 Fuerzas sobre álabes en un campo de flujo viscoso

Los fluidos de trabajo en turbomaquinaria, ya sean aire, gas, vapor u otras sustancias, son siempre viscosos. Los álabes se encuentran inmersos en un flujo viscoso y sometidos a esfuerzos cortantes con condiciones de no deslizamiento en ambas superficies, es decir, en la cara de succión y en la de presión. Lo anterior resulta en la evolución de la capa límite en ambos lados de los álabes. Además, los álabes tienen ciertos espesores de borde de salida definidos. Estos espesores junto con el espesor de la capa límite, generan estelas periódicas aguas abajo de cada cascada, como se muestra en la Fig. 16. La presencia de los esfuerzos cortantes causa fuerzas de arrastre que reducen la presión total. Con el fin de calcular las sobre los álabes, se puede aplicar la ecuación de cantidad de movimiento, con las condiciones de frontera adecuadas para describir el flujo en el interior del canal de expansión. Cuando la turbomáquina se encuentra operando en régimen permanente, se puede considerar que la componente circunferencial no sufre cambio alguno. La componente axial, sin embargo, cambia de acuerdo a la diferencia de presión como se muestra en las siguientes relaciones [8]:

$$F_u = -\rho U(W_2 + W_1)sh \quad (2.1)$$

$$F_{ax} = (p_1 - p_2)sh \quad (2.2)$$

La altura del álabe h en las ecuaciones anteriores, puede ser asumida igual a la unidad. Para un flujo viscoso, el incremento en la presión estática no puede ser evaluado por medio de la ecuación de Bernoulli. En este caso, la caída de presión debe ser tomada en consideración; en este sentido, se puede definir el coeficiente de pérdida de presión total como:

$$\zeta \equiv \frac{p_{01} - p_{02}}{\frac{1}{2}\rho V_2^2} \quad (2.3)$$

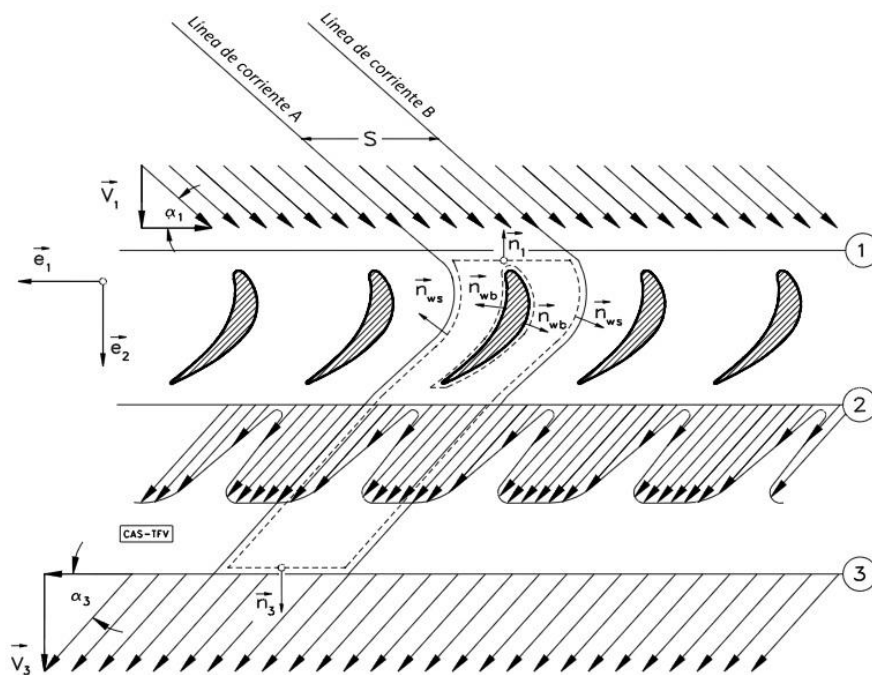


Fig. 16 Fuerzas sobre álabes en un flujo viscoso [8].

2.5 Forma de los álabes

Algunos detalles de la construcción de álabes de impulso se consideran a continuación. En el boceto de la Fig.17 se puede observar la geometría típica de álabes simétricos. El lado cóncavo del perfil es circular, dibujado con el centro a una distancia igual a $c \cot(\beta_2) / 2$ por debajo del punto medio de la cuerda. Aquí c es la longitud de la cuerda y el radio del arco está dado por:

$$R = \frac{c}{2\sin \beta_2}$$

Para establecer las dimensiones geométricas perfil, un segmento de línea de longitud igual al espaciamiento entre álabes se traza desde el centro y a lo largo del eje de simetría. Este punto se

convierte en el centro del arco de la cara cóncava del álabe j . El lado convexo i consta de un segmento de círculo que se dibuja desde el mismo origen y se extiende hasta encontrarse con un segmento de línea recta en la dirección del ángulo de los álbes, esta ubicación da la separación correcta entre los perfiles; es decir, el radio del arco se elige de tal manera que el segmento de línea sea tangente al arco en el punto a . El punto a se elige en la ubicación de la intersección de una perpendicular que va desde el borde posterior del álabe superior y la línea que define el ángulo de entrada en j .

El álabe se hace muy resistente en la entrada y en la salida puede tener un segmento de recta que se extiende más allá del plano de salida convencional. En una turbina multietapa la longitud del segmento de recta controla el espaciado entre la salida del rotor y la entrada a la siguiente serie de toberas. Los estatores están generalmente diseñados para tener una entrada axial. Si la turbina funciona en condiciones de diseño y la velocidad absoluta en la salida es axial, entonces, el vapor fluye suavemente hacia las toberas. En condiciones fuera de diseño, el ángulo de flujo a la entrada no coincidirá con el ángulo de las toberas, lo que lleva a un aumento de las pérdidas en los estatores, en particular para álbes con bordes afilados. Con el fin de mejorar la operación de la turbina de vapor a una tasa fraccional de flujo de diseño, los valores absolutos de los ángulos de flujo, en la entrada y salida, se incrementan en un rango de 2° o 3° y en una turbina de múltiples etapas el rango en la penúltima etapa puede ser entre 4° y 5° . Para la última etapa se utiliza el intervalo que va de 5° a 10° [7].

Los perfiles simétricos están diseñados para asegurar la igualdad de presiones en la entrada y salida del rotor. Sin embargo, debido a irreversibilidades, la temperatura aumenta a lo largo del rotor y esto provoca un incremento en el volumen específico.

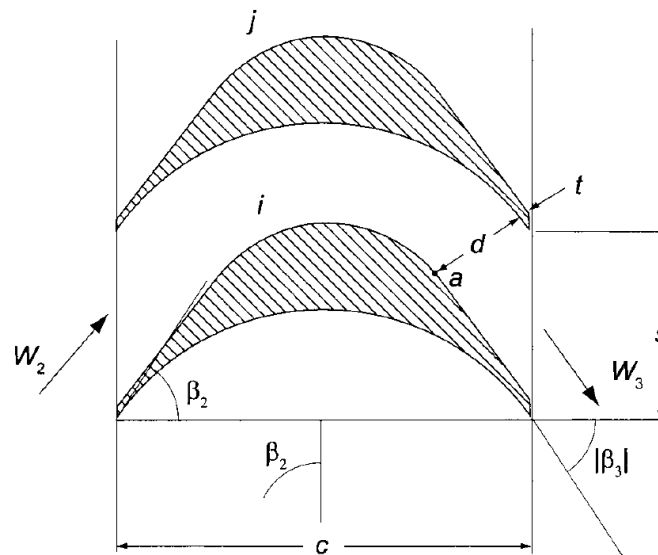


Fig. 17 Boceto de álbes simétricos [10].



2.6 Pérdidas en Turbomaquinaria

Los mecanismos de pérdidas de energía y los métodos para evaluarlos han sido estudiados por diversos autores y colocados en diversos libros de texto. Por lo que, la presente sección presenta una descripción general y clasificación de los mecanismos de pérdida específicos para flujos en turbomáquinas.

En la práctica, un gran número de cascadas, rotores y etapas han sido evaluados para derivar correlaciones que evalúen las pérdidas en los dispositivos. Las pérdidas producidas por diversas fuentes han sido agrupadas para obtener un coeficiente global de pérdidas, dicho coeficiente es empleado para corregir los cálculos ideales y así describir de mejor manera el comportamiento de los dispositivos. No obstante, en la actualidad existe un auge en la utilización de códigos numéricos que resuelven las ecuaciones de Navier-Stokes para el estudio de los flujos en turbomaquinaria.

Las fuentes de pérdida (o incremento de entropía) en turbomaquinaria, pueden ser clasificados como a continuación se describe:

2.6.1 Pérdidas en el perfil

Estas incluyen las pérdidas debidas a la capa límite que se forma en cada lado del álabe (abarcando las debidas a la separación del flujo) y las producidas por las estelas mediante la disipaciones viscosa y turbulenta. La energía mecánica es transformada en calor dentro de la capa límite. Esto incrementa la entropía y resulta en una pérdida de presión de estancamiento, a pesar de esto, la entalpía de estancamiento relativa al rotor, permanece constante para un flujo adiabático. Adicionalmente, los perfiles de velocidad no uniformes de la capa límite y las estelas, son minimizados por los efectos viscosos y turbulentos fuera de estas zonas. Además, los vórtices de salida, presentes en las estelas del perfil y su eventual mezcla y disipación, dan origen a pérdidas adicionales. Estas últimas pérdidas pueden ser agrupadas en las pérdidas en el perfil. La correlación de pérdidas en el perfil debe basarse en condiciones de salida mezcladas; de otra manera, pueden presentarse considerables inexactitudes en la estimación de las pérdidas. Por ejemplo, la medición de las pérdidas media cuerda aguas abajo de los álabes es diferente a la obtenida una cuerda aguas abajo.

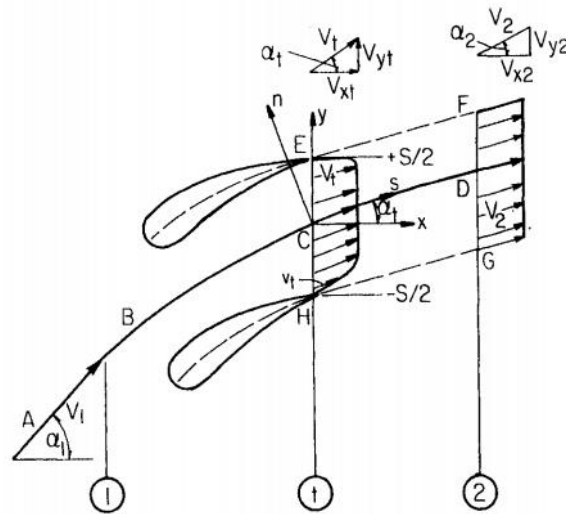


Fig. 18 Análisis de las pérdidas mezcladas y en el perfil [8].

2.6.2 Pérdidas por ondas de choque

Este tipo de pérdidas resultan nuevamente debido a la disipación viscosa (en una región muy delgada) a través de las ondas de choque. Estas pueden ser estimadas con bastante exactitud empleando las relaciones de Rankine-Hugoniot, pero la estimación de las pérdidas indirectas asociadas con la interacción entre la capa límite y las ondas de choque debe realizarse empleando cálculo computacional o correlaciones. El salto repentino en la presión estática a través de la onda de choque, induce el ensanchamiento de la capa límite y/o la separación del flujo.

2.6.3 Pérdidas en holguras

Este tipo de pérdidas se presentan debido a las fugas de fluido en los extremos de los álabes del rotor, o a las fugas en ciertas regiones del estator o a huecos en la trayectoria axial del flujo. El flujo de las pérdidas y el flujo principal en región de las holguras de los extremos de los álabes tienen diferentes trayectorias. La mezcla de estos dos flujos diferentes resulta en una tasa de disipación para las pérdidas. Adicionalmente, la formación de vórtices de fugas y su eventual disipación e interacción con el flujo principal produce también pérdidas. Las pérdidas asociadas con las fugas o vórtices, representan entre el 20% y el 35% de las pérdidas totales, dependiendo de la máquina. Por ejemplo, un compresor centrífugo con una larga trayectoria del flujo a través de la carcasa, tiene mayores pérdidas por fugas que una turbina que posee grandes cargas en los álabes.

2.6.4 Pérdidas por flujos secundarios

La aparición de flujos secundarios y la formación de vórtices, resulta en una mezcla y disipación de energía similar a la descrita en las pérdidas por fugas. No obstante, los efectos secundarios como la acumulación en las esquinas, la interacción de los flujos secundarios con las paredes y la capa límite de los álabes y la consecuente aparición de estelas, conllevan la aparición de pérdidas adicionales. Las pérdidas de este tipo, son generalmente agrupadas con las pérdidas inducidas por la presencia de la capa límite en la flecha y conocidas bajo el nombre de pérdidas producidas por paredes terminales.



2.6.5 Pérdidas en paredes terminales

Estas incluyen a las pérdidas debidas a la existencia de una capa límite en las paredes de la flecha, las cuales, casi invariablemente son de naturaleza tridimensional. La capa límite tridimensional es tomada en cuenta por los flujos secundarios. El desarrollo de la capa límite en las paredes terminales y la interacción de esta con las demás corrientes presentes en el equipo, producen pérdidas adicionales a las mencionadas anteriormente. Las pérdidas por paredes terminales (incluyendo las pérdidas por fugas y por flujos secundarios) pueden llegar a representar hasta el 70% de las pérdidas totales en el dispositivo.

2.6.6 Pérdidas por cavitación

La formación de burbujas de cavitación y su eventual colapso y las resultantes capas cortantes pueden introducir nuevas pérdidas. Sin embargo, la información acerca de esta fuente de pérdidas es bastante escasa.

En algunos casos se puede introducir una nueva categoría denominada “pérdidas en el borde de salida”, en esta se toman en cuenta las pérdidas debidas a los desafilados bordes de salida, lo anterior induce a la separación del flujo y produce ondas de choque de expansión debido a las esquinas afiladas del perfil. Este tipo de pérdidas puede ser apreciado en turbinas transónicas y supersónicas.

2.7 Ecuaciones de gobierno

Las ecuaciones que describen a un flujo viscoso han sido bien conocidas por más de cien años. En su forma completa, estas ecuaciones son muy difíciles de resolver, aun utilizando las poderosas computadoras con las que se cuenta actualmente. A continuación se presenta el conjunto de ecuaciones que modelan el flujo en un sistema de referencia inercial; se presenta una formulación diferencial. Debido a que los flujos en turbomaquinaria suceden en un marco de referencia rotativo, es conveniente presentar además la formulación de las ecuaciones de conservación para un sistema de referencia no inercial

2.7.1 Formulación en para sistemas de referencia inercial

2.7.1.1 Ecuación de continuidad

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \text{div}(\rho \mathbf{V}) = 0 \quad (2.4)$$

2.7.1.2 Ecuación de cantidad de movimiento

$$\rho \frac{D\mathbf{V}}{Dt} = \rho \mathbf{g} - \nabla p + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\mu \left(\frac{\partial v_i}{\partial x_j} + \frac{\partial v_j}{\partial x_i} \right) + \delta_{ij} \lambda \text{div} \mathbf{V} \right] \quad (2.5)$$

donde $\frac{DQ}{Dt}$ representa a la derivada material o sustancial.



$$\frac{D()}{Dt} = \frac{\partial ()}{\partial t} + (\mathbf{V} \cdot \nabla) \quad (2.6)$$

Además λ es el segundo coeficiente de viscosidad, el cual puede definirse a partir de la hipótesis de Stokes como:

$$\lambda + \frac{2}{3}\mu = 0 \quad (2.7)$$

2.7.1.3 Ecuación de conservación de la energía.

$$\rho \frac{D}{Dt} \left(e + \frac{p}{\rho} \right) = \frac{Dp}{Dt} + \text{div}(k\nabla T) + \overline{\tau_{ij}} \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \quad (2.8)$$

El último término en la ecuación anterior involucra los esfuerzos viscosos, es habitualmente denominado como: función de disipación viscosa Φ .

$$\Phi = \overline{\tau_{ij}} \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \quad (2.9)$$

El término Φ es definido siempre positivo, en concordancia con la segunda ley de la termodinámica, ya que, la viscosidad no puede agregar energía al sistema. Para un fluido newtoniano, el término de disipación viscosa adquiere la siguiente forma:

$$\Phi = \mu \left[2 \left(\frac{\partial u}{\partial x} \right)^2 + 2 \left(\frac{\partial v}{\partial y} \right)^2 + 2 \left(\frac{\partial w}{\partial z} \right)^2 + \left(\frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y} \right)^2 + \left(\frac{\partial w}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial z} \right)^2 + \left(\frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} \right)^2 \right] + \lambda \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} \right)^2 \quad (2.10)$$

Finalmente, la ecuación de la energía puede expresarse como:

$$\rho \frac{Dh}{Dt} = \frac{Dp}{Dt} + \text{div}(k\nabla T) + \Phi \quad (2.11)$$

Donde:

$$h = e + \frac{p}{\rho} \quad (2.12)$$

2.7.2 Formulación en para un sistema de referencia no-inercial

Considere un sistema coordinado que se desplaza con una velocidad lineal \mathbf{V}_t y que rota con una velocidad angular $\boldsymbol{\omega}$, relativas a un marco de referencia estacionario (inercial) como se ilustra en la siguiente figura. El origen del sistema de referencia móvil es determinado por el vector de posición \mathbf{r}_0 .

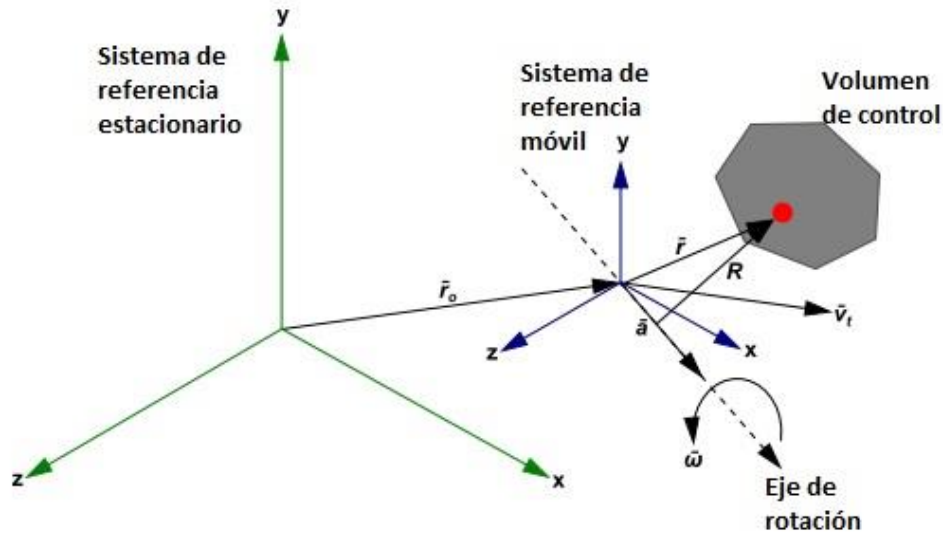


Fig. 19 Sistemas de referencia inercial y no-inercial [12].

El eje de rotación es definido por un vector unitario \mathbf{a} , de tal manera que:

$$\boldsymbol{\omega} = \omega \mathbf{a} \quad (2.13)$$

El volumen de control es definido en el sistema de referencia no inercial, de tal forma que cualquier punto dentro de este puede ser localizado mediante un vector de posición \mathbf{r} que parte del origen del sistema de referencia móvil.

Las velocidades del fluido pueden ser transformadas del sistema de referencia estacionario al sistema de referencia móvil empleando la relación siguiente [9]:

$$\mathbf{v}_r = \mathbf{v} - \mathbf{u}_r \quad (2.14)$$

donde

$$\mathbf{u}_r = \mathbf{v}_t + \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{r} \quad (2.15)$$



En las ecuaciones anteriores, \mathbf{v}_r es la velocidad relativa (la velocidad vista desde el sistema de referencia móvil), \mathbf{v} es la velocidad absoluta (la velocidad vista desde el sistema de referencia estacionario), \mathbf{u}_r es la velocidad del sistema de referencia móvil relativa al sistema de referencia inercial, \mathbf{v}_t es la velocidad de translación del sistema coordenado y $\boldsymbol{\omega}$ es la velocidad angular.

2.7.2.1 Formulación basada en la velocidad relativa

En la formulación basada en la velocidad relativa, las ecuaciones de gobierno del flujo de fluidos en un sistema de referencia no inercial pueden ser escritas de la manera siguiente.

2.7.2.1.1 Ecuación de conservación de masa

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot \rho \mathbf{v}_r = 0 \quad (2.16)$$

2.7.2.1.2 Ecuación de conservación de la cantidad de movimiento

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} (\rho \mathbf{v}_r) + \nabla \cdot (\rho \mathbf{v}_r \mathbf{v}_r) + \rho (2\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{v}_r + \boldsymbol{\omega} \times \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{r} + \boldsymbol{\alpha} \times \mathbf{r} + \boldsymbol{\alpha}) \\ = -\nabla p + \nabla \cdot \bar{\boldsymbol{\tau}}_r + \mathbf{F} \end{aligned} \quad (2.17)$$

donde $\boldsymbol{\alpha} = \frac{d\boldsymbol{\omega}}{dt}$ y $\mathbf{a} = \frac{d\mathbf{v}_t}{dt}$

2.7.2.1.3 Conservación de la energía

$$\frac{\partial}{\partial t} (\rho E_r) + \nabla \cdot (\rho \mathbf{v}_r H_r) = \nabla \cdot (k \nabla T + \bar{\boldsymbol{\tau}}_r \cdot \mathbf{v}_r) + S_h \quad (2.18)$$

La ecuación de momentum contiene cuatro términos adicionales de aceleración. Los primeros dos términos son la aceleración de Coriolis ($2\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{v}_r$) y la aceleración centrípeta ($\boldsymbol{\omega} \times \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{r}$), respectivamente. El tercer y cuarto términos son debidos a los cambios transitorios de la velocidad de rotación y/o la velocidad de translación. Adicionalmente, el tensor de esfuerzos viscosos es igual al definido para la formulación en un marco de referencia inercial, pero con la variante de utilizar las derivadas de la velocidad relativa. La ecuación de la energía está escrita en función de la energía interna relativa (E_r) y la entalpía total relativa (H_r), conocida generalmente como rototalpía. Estas variables se definen como:

$$E_r = h - \frac{p}{\rho} + \frac{1}{2}(v_r^2 - u_r^2) \quad (2.19)$$

$$H_r = E_r + \frac{p}{\rho} \quad (2.20)$$



Simulación numérica del flujo en el rotor de una microturbina de vapor que se acoplará a un ciclo de generación geotermoeléctrica



Hasta este punto se ha presentado una breve descripción de los aspectos teóricos fundamentales para el correcto entendimiento de la física que se presenta en los flujos presentes en las turbomáquinas. Dado que el objetivo del presente trabajo es analizar numéricamente los fenómenos que se presentan en la geometría inicial del rotor de una microturbina de vapor para el aprovechamiento de los recursos geotérmicos de baja entalpía, en líneas siguientes se describirán las características generales del método de los volúmenes finitos, como herramienta para la solución de ecuaciones diferenciales parciales no lineales, ya que, las ecuaciones que describen el flujo de los fluidos son de este tipo.



3 Método de Solución

La ventaja de los métodos numéricos para la solución de sistemas de ecuaciones diferenciales, radica en su aplicabilidad a situaciones generales. Estos métodos numéricos discretizan y resuelven numéricamente las ecuaciones diferenciales que gobiernan fenómenos físicos como los que ocurren en el actual proyecto de investigación. A continuación, se presenta, específicamente, el método numérico de los volúmenes finitos, que será empleado en este trabajo para resolver las ecuaciones de transporte que gobiernan el movimiento del flujo, las cuales fueron presentadas en el capítulo 2.

3.1 Mecánica de fluidos computacional

En el análisis de flujos, las ecuaciones de Navier-Stokes constituyen un modelo matemático capaz de describir el movimiento tridimensional de un flujo viscoso. Este conjunto de ecuaciones diferenciales parciales no lineales carece de una solución analítica, lo cual hace necesario el uso de métodos numéricos para obtener soluciones.

La dinámica de fluidos computacional o CFD es el análisis de los sistemas que involucran flujo de fluidos, transferencia de calor y fenómenos asociados como las reacciones químicas, por medio de la simulación empleando equipos de cómputo. Esta técnica es muy poderosa y abarca una amplia gama de aplicaciones industriales y no industriales [10].

El desarrollo de esta herramienta comenzó en los años 60 en la industria aeroespacial, a partir de los años 90 se ha expandido de forma significativa a distintas aplicaciones y procesos industriales en los que intervienen reacciones químicas, transferencia de calor, flujos bifásicos, cambios de fase, transferencia de masa, etc. Lo anterior se debe al incremento en la potencia de cálculo y disminución en los costos de los equipos de cómputo.

Es importante mencionar que en la mecánica de fluidos computacional se trabaja discretizando el objeto de estudio empleando una malla que se ajusta a cada caso, se basa en conocimientos profundos de mecánica de fluidos y matemáticas; en el desarrollo y empleo de métodos numéricos. Esto nos abre un nuevo y extenso campo de apoyo para el análisis de flujos. Sin embargo, para resultados de buena calidad, la teoría, la experimentación y ahora la mecánica de fluidos computacional, deben ser complementarias entre sí.

Dentro de la CFD existen distintos niveles de aproximación, los más relevantes de estos son: la simulación numérica directa (DNS), simulación de grandes escalas (LES) y el método basado en las ecuaciones promediadas de Reynolds (RANS). A continuación serán presentadas cada una de las alternativas de aproximación mencionadas.

3.1.1 Simulación numérica directa (DNS)

La aparición de la simulación numérica directa se da con el trabajo de Orszag y Patterson, en el cual hicieron la primera simulación dentro de un mallado de 32x32x32 puntos. En este tipo de aproximación se resuelven numéricamente las ecuaciones de Navier-Stokes sin ninguna simplificación y sin ningún modelo tanto en flujos laminares como turbulentos.



La simulación de estas ecuaciones es altamente fluctuante en casos de flujo turbulento, donde el número de Reynolds juega un papel de vital importancia; el aumento de éste nos indica un aumento en la turbulencia. En un flujo turbulento no reactivo para capturar todas las escalas, el número de puntos necesario para la discretización es función prácticamente del número de Reynolds elevado al cubo. Esta situación ocasiona que la DNS se limite a flujos con bajos números de Reynolds bajos y configuraciones sencillas.

3.1.2 Simulación de las grandes escalas (LES)

La idea básica de la simulación numérica de las grandes escalas consiste en asumir que ciertas escalas de la turbulencia (las mayores o de menor número de onda) se encuentran directamente afectadas por las condiciones de frontera, mientras que las restantes (las menores o de mayor número de onda) presentan características cuasi-universales e isotrópicas. Por lo tanto, únicamente las mayores escalas son obtenidas numéricamente (escalas resueltas), mientras que las menores escalas son modeladas.

El problema consiste en reemplazar del sistema original por otro de mayor viscosidad efectiva, el cual disipa la energía no resuelta por el modelo numérico. Existen diversas propuestas respecto a la forma del modelo de viscosidad efectiva, siendo la más divulgada la presentada por Smagorinsky (1963). Smagorinsky calculó la circulación general de la atmósfera en diferencias finitas y representó el fluido de energía a escalas menores empleando un modelo basado en la viscosidad efectiva de Heisenberg. [11]

3.1.3 Método basado en las ecuaciones promediadas de Reynolds

Desde el punto de vista histórico, el origen del método de las ecuaciones promediadas de Reynolds (Reynolds Average Navier-Stokes Equations, RANS) se remonta a finales del siglo XIX, cuando Reynolds publicó sus resultados de investigación de flujos turbulentos. Asimismo, entre los primeros intentos de una descripción matemática de los esfuerzos turbulentos se encuentra el concepto de viscosidad turbulenta, introducido por Boussinesq (1877).

Las simulaciones RANS, son extensamente utilizadas en casos prácticos de interés industrial, se basa en una aproximación estadística para que el análisis de la turbulencia sea estacionario [8], es decir, que sus propiedades no cambien en el tiempo y sean determinadas por condiciones de frontera determinadas. Esta técnica consiste en promediar todas las escalas espaciales y temporales de las fluctuaciones turbulentas, así como resolver las ecuaciones de transporte en términos de variables medias en el sistema. Las ecuaciones no son cerradas y por consecuencia, se requieren modelos adicionales (modelos de turbulencia) para cerrar el sistema. La alternativa RANS es de menor requerimientos computacionales en comparación con las alternativas DNS y LES. Debido a las ventajas computacionales que brinda esta alternativa, el análisis numérico que se realiza en el presente trabajo empleará esta opción para la obtención de resultados. A continuación se ahondará en el promediado de las ecuaciones y la formulación de algunos modelos de turbulencia.



3.2 Turbulencia

La palabra turbulencia se emplea para etiquetar muchos fenómenos físicos diferentes, los cuales presentan las características comunes de desorden y complejidad. Es la presencia ubicua de fluctuaciones espontáneas (intrínsecas), distribuidas en una amplia gama de escalas de longitud y de tiempo y la aplicación tecnológica de diferentes flujos, lo que hace a la turbulencia un tema de investigación muy socorrido. La propia naturaleza de las fluctuaciones turbulentas es muy peculiar. La turbulencia tiene que ver con la no linealidad; no hay ningún indicio de las soluciones no lineales en las aproximaciones linealizadas, y con una fuerte desviación respecto al equilibrio estadístico absoluto [12].

Actualmente no existe una teoría completa para explicar el fenómeno y tampoco se observa que en pocos años se pueda establecer. Sin embargo, durante la segunda mitad del siglo XX se logró caracterizar el movimiento turbulento mediante el uso de diversos métodos: visualización de flujos, desarrollo de instrumentación adecuada y resolución numérica de las ecuaciones de conservación. Con el uso combinado de estos métodos se han llegado a perfeccionar modelos parciales que permiten abordar flujos turbulentos, incluso en geometrías complejas.

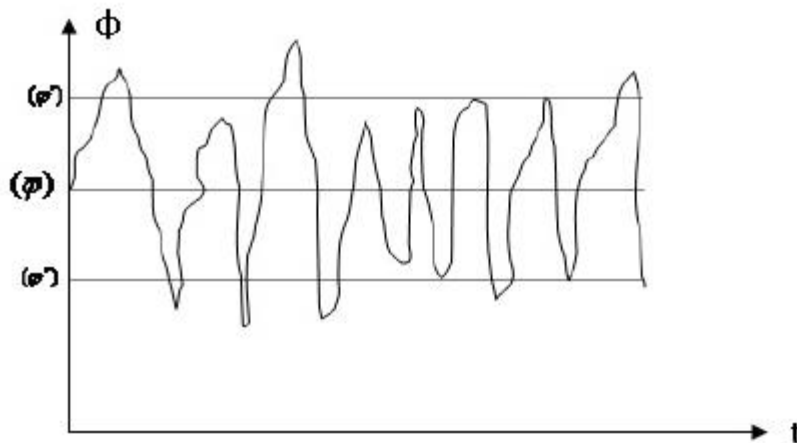


Fig. 20 Representación de las fluctuaciones en una variable.

Ante la dificultad de una definición precisa de la turbulencia, se opta por la enunciar las propiedades más destacables de los movimientos turbulentos [13]. Se debe tomar en cuenta que la turbulencia no es una propiedad del fluido sino del flujo.

- **Irregularidad:** Es la característica más fácilmente apreciable para cualquier observador. La irregularidad se manifiesta en la aparición de fluctuaciones de las variables fluido-dinámicas (velocidad, presión, temperatura, concentración) con tamaños y tiempos muy dispares (diferentes escalas). Se producen fluctuaciones no estacionarias en flujos inicialmente



Simulación numérica del flujo en el rotor de una microturbina de vapor que se acoplará a un ciclo de generación geotermoelectrica



estacionarios. A pesar de ser un fenómeno determinista, los flujos turbulentos parecen caóticos e impredecibles, lo que justifica el uso de métodos estadísticos para su estudio.

- **Tridimensionalidad:** Aunque pueden existir flujos turbulentos en los que las escalas más grandes de la turbulencia sean fundamentalmente bidimensionales, a medida que se desciende en el tamaño de las escalas dentro del amplio espectro que caracteriza a la turbulencia, se encuentra que el movimiento asociado a estas escalas pequeñas es siempre tridimensional.
- **Difusividad:** Los fenómenos de transporte de masa, cantidad de movimiento y energía se ven notablemente amplificados por efecto de la turbulencia. Esto se debe a las fluctuaciones del movimiento turbulento. Si bien estas fluctuaciones tienen lugar a escalas mucho mayores que la escala molecular, producen, efectos difusivos semejantes.
- **Disipación:** Los flujos turbulentos son siempre disipativos. Una vez que se ha desarrollado el flujo turbulento, la turbulencia tiende a mantenerse, aunque para ello necesite de un aporte continuo de energía. Esta energía se extrae del flujo principal y la invierte en aumentar la energía interna mediante procesos de formación a los que se ven sometidas las partículas de fluido. La turbulencia necesita de una transferencia continua de energía para reponer esas pérdidas viscosas. Si no existe suministro de energía, la turbulencia decae rápidamente.
- **Altos números Reynolds:** La turbulencia se origina frecuentemente como una inestabilidad de flujos laminares. Del análisis de la estabilidad de soluciones de flujos laminares, se evidencia que la solución se hace inestable a partir de un cierto valor del número de Reynolds, o valor crítico. Sin embargo, el valor efectivo de dicho número depende del tipo de aplicación.

En definitiva, la turbulencia es un fenómeno complejo, gobernado por las ecuaciones de la Mecánica de Fluidos para un medio continuo: incluso las escalas más pequeñas que aparecen en un flujo turbulento están muy lejos de las escalas de longitud molecular, por lo que su solución analítica resulta inviable. La dinámica de la turbulencia es la misma en todos los fluidos, sean líquidos o gases, si el número de Reynolds es suficientemente grande. Debido a que las ecuaciones del movimiento son no lineales, cada flujo posee ciertas características singulares que van asociadas a sus condiciones iniciales y de frontera.

En el desarrollo de la turbulencia, los vórtices de mayor tamaño interactúan con el flujo principal y extraen energía de él. El tamaño o escala de estos vórtices es comparable a la escala del flujo. Sin embargo, estos vórtices son inestables en sí mismos y por efecto de una región de flujo en la que existen altos gradientes de velocidad o por la interacción de los vórtices, tienden a dividirse en vórtices más pequeños que a su vez tienden a dividirse.

Este proceso de rompimiento se produce en cascada, por lo que en un movimiento turbulento coexisten una gran variedad de escalas, correspondientes a distintos tamaños de vórtices, los cuales



son arrastrados y estirados por la acción de los gradientes de velocidad del flujo medio dominante y por su interacción con los demás vórtices. Este proceso de división continúa hasta que la escala de los vórtices es tan pequeña que el número de Reynolds de los mismos no es lo suficientemente grande como para que la inestabilidad persista. En estos vórtices pequeños, la energía cinética contenida en los vórtices pequeños se transforma en energía térmica por disipación viscosa. Al proceso completo se le denomina **cascada de energía**.

Habitualmente, esta variedad de torbellinos de diferentes escalas que existe en cualquier flujo turbulento se puede agrupar en tres escalas.

- I. **Macroescala:** Es la escala asociada a los vórtices más grandes; sean U , L y T la velocidad, la longitud y el tiempo característicos de estos vórtices (que además coinciden con las variables características del flujo). El número de Reynolds asociado será el mismo que el del flujo principal: $Re = UL/v$. Las características de estos torbellinos dependen de las condiciones de contorno del flujo y tienen un notable carácter anisótropo
- II. **Escalas intermedias:** Son escalas inferiores a la macroescala, en las que todavía no existe disipación de energía; se van a denominar u , λ y τ a la velocidad, la longitud y el tiempo característicos de estos vórtices.
- III. **Microescala:** Es la escala más pequeña, en la que se produce la disipación de energía; sus valores característicos se van a denominar u_0 , λ_0 y τ_0 . Al contrario que en la macroescala, estos torbellinos presentan un carácter isótropo.

El tipo de aproximaciones que con mayor frecuencia se utiliza en aplicaciones de ingeniería para predecir flujos turbulentos, se basa en métodos estadísticos para su estudio. Surgen así los modelos basados en el promediado de Reynolds de las ecuaciones de Navier-Stokes, o modelos RANS ("Reynolds-Averaged Navier-Stokes equations"). En líneas siguientes se presentan las generalidades de este método.

3.3 Promediado de las ecuaciones

El flujo en la mayor parte de los problemas de interés práctico, así como en este trabajo, es turbulento. Una de las características de este tipo de flujos es la variación aleatoria e irregular tanto en el espacio como en el tiempo de las propiedades del fluido.

Una de las alternativas para la simulación de flujos turbulentos reactivos, es el promedio de las ecuaciones instantáneas de conservación. Con este método, se promedian todas las fluctuaciones de las escalas temporales y se resuelven ecuaciones de transporte para los valores medios de las propiedades del fluido. Estas ecuaciones no son cerradas, por lo cual se requieren modelos que reemplacen los términos no cerrados.

Si el flujo presenta variaciones en la densidad, se pueden usar dos tipos de promedio. Uno es el promedio de Reynolds, el cual toma a la densidad como constante. El otro es el promedio de Favre, que es ponderado con la densidad.

De manera ilustrativa, se presenta con el símbolo Φ cualquier propiedad transportada, como con: la densidad ρ , la entalpía h , las componentes de la velocidad, etc. Los valores instantáneos de estas propiedades son escritos en términos de un promedio y una fluctuación turbulenta:



Simulación numérica del flujo en el rotor de una microturbina de vapor que se acoplará a un ciclo de generación geotermoeléctrica



$$\Phi = \bar{\Phi} + \Phi' \quad (3.1)$$

$$\Phi = \tilde{\Phi} + \Phi'' \quad (3.2)$$

Los promedios $\bar{\Phi}$ y $\tilde{\Phi}$ se definen como:

$$\bar{\Phi} = \lim_{n_e \rightarrow \infty} \frac{1}{n_e} \sum_{i=1}^{n_e} \Phi^{(i)} \quad \text{Promedio de Reynolds}$$

$$\tilde{\Phi} = \lim_{n_e \rightarrow \infty} \frac{1}{n_e} \sum_{i=1}^{n_e} \rho^i \Phi^{(i)} \quad \text{Promedio de Favre}$$

Donde $\Phi^{(i)}$ es la muestra i del conjunto de realizaciones n_e de un experimento. De las anteriores definiciones se deduce que:

$$\overline{\rho\Phi''} = 0, \quad \overline{\Phi''} \neq 0$$

De la definición de los dos promedios se puede obtener que:

$$\overline{\Phi''} = \tilde{\Phi} + \overline{\Phi''} \quad (3.3)$$

$$\overline{\Phi''} = -\frac{\overline{\rho\Phi''}}{\bar{\rho}} \quad (3.4)$$

$$\overline{\rho'\Phi''} = \overline{\rho'\Phi'} \quad (3.5)$$

$$\overline{u_i\Phi'} = u_i\Phi'' + \frac{\overline{\rho'u_i\Phi''}}{\bar{\rho}} + \overline{u_i\Phi''} \quad (3.6)$$

Una de las razones para aplicar el promedio de Favre en las ecuaciones instantáneas de transporte, es que cuando se aplica dicho promedio, se obtienen ecuaciones muy sencillas que no poseen correcciones con fluctuaciones de la densidad en las ecuaciones resultantes.

Si se aplica el promedio de Favre a las ecuaciones instantáneas de continuidad, cantidad de movimiento y energía presentadas en el capítulo anterior, resultan las ecuaciones siguientes:

$$\frac{\partial \bar{\rho}}{\partial t} + \nabla \cdot (\bar{\rho}\tilde{\mathbf{v}}) = 0 \quad (3.7)$$

$$\begin{aligned} & \frac{\partial}{\partial t} (\bar{\rho}\tilde{\mathbf{v}}) + \nabla \cdot (\bar{\rho}\tilde{\mathbf{v}}\tilde{\mathbf{v}}) \\ & = -\nabla \bar{p} + \nabla \cdot \left[\mu (\nabla \tilde{\mathbf{v}} + (\nabla \tilde{\mathbf{v}})^T)_I - \frac{2}{3} (\nabla \cdot \tilde{\mathbf{v}}) \delta \right] + \nabla \cdot (\bar{\rho}\mathbf{v}''\mathbf{v}'')_{II} + \rho \mathbf{g} \end{aligned} \quad (3.8)$$



$$\frac{\partial}{\partial t}(\bar{\rho}\tilde{h}) + \nabla \cdot (\bar{\rho}\tilde{v}\tilde{h}) = -\nabla \cdot \tilde{J}_{h_I} + \nabla \cdot (\bar{\rho}\tilde{v}''h'')_{II} \quad (3.9)$$

Las ecuaciones anteriores poseen una forma idéntica a las correspondientes ecuaciones instantáneas, con un término adicional ($u''_i\Phi''$), que involucra las fluctuaciones de la velocidad y el escalar Φ ; representa físicamente el transporte convectivo de la propiedad Φ debido a los movimientos turbulentos. En flujos turbulentos, el término de difusión laminar, de las ecuaciones anteriores, es generalmente despreciable con respecto al término de difusión turbulenta.

Los flujos turbulentos $u''\Phi''$, presentes en las ecuaciones promediadas, constituyen una nueva incógnita en el sistema de ecuaciones y se requiere de su modelación matemática. A partir de la introducción del concepto de capa límite diferentes formulaciones han sido planteadas para la modelación de los esfuerzos de turbulentos. Las propuestas pueden ser clasificadas de acuerdo a las ecuaciones diferenciales a resolver en las siguientes categorías:

- Modelos algebraicos (o de cero ecuaciones).
- Modelos de una ecuación.
- Modelos de dos ecuaciones.
- Modelos de orden superior.

3.4 Método de los volúmenes Finitos

El método de volúmenes finitos fue introducido en el campo de la dinámica de fluidos computacional de manera independiente por Mc Donald (1971) y MacCormack y Paullay (1972) para la solución de las ecuaciones de Euler bidimensionales que dependen del tiempo y ampliado por Rizzi e Inouye (1973) para flujos tridimensionales [14]. Es el nombre que recibe la técnica mediante la cual, la formulación integral de las ecuaciones de conservación se discretiza directamente en el espacio físico. A pesar de que, según el punto de vista, puede ser considerado este método como un método de diferencias finitas aplicado en la forma diferencial conservativa de las ecuaciones de conservación, escrito en coordenadas arbitrarias, o como una variante de una formulación débil.

Este método cobra su máximo aprovechamiento en una malla arbitraria, donde un sinnúmero de opciones se encuentran abiertas para la definición de volúmenes de control, alrededor de la cual las leyes de conservación se expresan. Modificando la forma y la localización del volumen de control asociado con un punto de la maya ya dado, así como la variación de las reglas y la precisión para evaluar los flujos a través de las superficies de control, esto proporciona una flexibilidad considerable al método de volúmenes finitos. En resumen, por la discretización directa de la forma integral de las leyes de conservación podemos asegurar que las cantidades base de masa, cantidad de movimiento y energía se conservarán a nivel discreto. Esta es una propiedad fundamental de los esquemas numéricos.

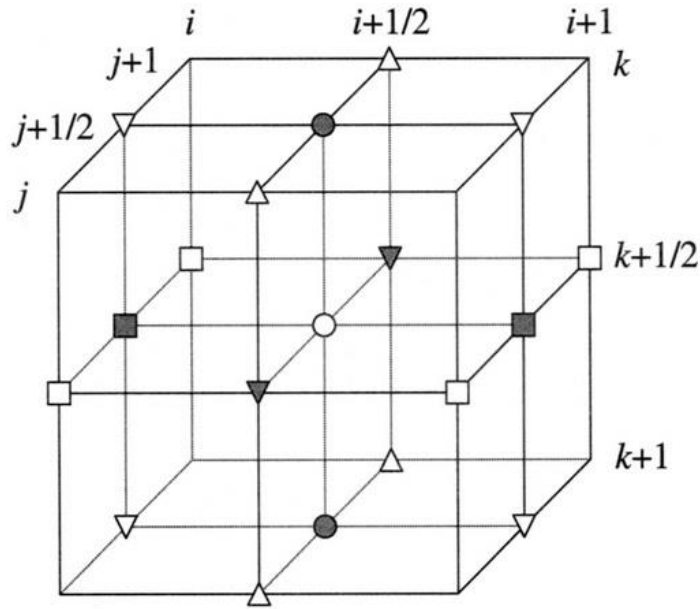


Fig. 21 Discretización de un volumen de control.

Mediante una ecuación general, se pueden representar las ecuaciones medias de continuidad, cantidad de movimiento y del modelo de turbulencia, donde la variable dependiente está representada por $\tilde{\phi}$:

$$\frac{\partial}{\partial t}(\bar{\rho}\tilde{\phi}) + \nabla \cdot (\bar{\rho}\tilde{u}_i\tilde{\phi}) - \nabla \cdot (\Gamma_\phi \nabla \phi) = \bar{S}_\phi \quad (3.10)$$

Donde Γ_ϕ es el coeficiente de difusión y \bar{S}_ϕ es el término fuente. Los términos del lado izquierdo de la ecuación son el término transitorio, convectivo y difusivo, respectivamente. Los términos Γ_ϕ y \bar{S}_ϕ son específicos para cada variable $\tilde{\phi}$; para el caso de la ecuación de continuidad $\tilde{\phi} = 1$.

Esta ecuación general puede ser discretizada empleando el método de volúmenes finitos. Como se mencionó, el dominio se divide en pequeños volúmenes de control (Fig.21.), asociando a cada uno de ellos un punto nodal. De manera análoga, se discretiza el tiempo en intervalos temporales. La ecuación diferencial resultante, se integra en cada volumen de control y en cada intervalo temporal, y el resultado es una ecuación discretizada que relaciona los valores de ϕ para un determinado grupo de puntos nodales. Esta ecuación algebraica expresa el principio de conservación de ϕ en el volumen finito, de la misma manera que la ecuación diferencial lo expresa para un volumen infinitesimal. La ecuación algebraica para un nodo P puede expresarse en forma general como:

$$a_p \phi_p = \sum_{i,I=N,S,E,W,L,H} a_i \phi_I + a_T \phi_T + B \quad (3.11)$$

Donde el subíndice I representa las celdas vecinas, i la cara entre las celdas P e I , T el valor correspondiente al intervalo temporal anterior y B el término fuente.



En el caso de una malla cartesiana, escalonada (“staggered”) y uniforme (celdas de iguales dimensiones espaciales), se puede emplear por sencillez un volumen de control bidimensional, como el que se muestra en la Fig.22 (el espesor de la celda en dirección z puede considerarse la unidad.) En una malla escalonada, las variaciones se encuentran definidas en el centro de la celda, mientras que las componentes de velocidad en cada dirección, correspondientes a la celda, se encuentran desplazadas a las caras de la celda.

En la figura siguiente, se muestra la notación de la celda y de sus vecinas. Dada una celda P, sus vecinas se nombrarán según las iniciales de los puntos cardinales (en inglés) en las direcciones “x” e “y” y como “Low” y “High” en la dirección z. Las caras de la celda se nombran con la misma nomenclatura, pero con letras minúsculas. A su vez, el tiempo también se discretiza. Las celdas en la dirección temporal se llaman intervalos temporales. La celda P en el paso temporal se nota como T.

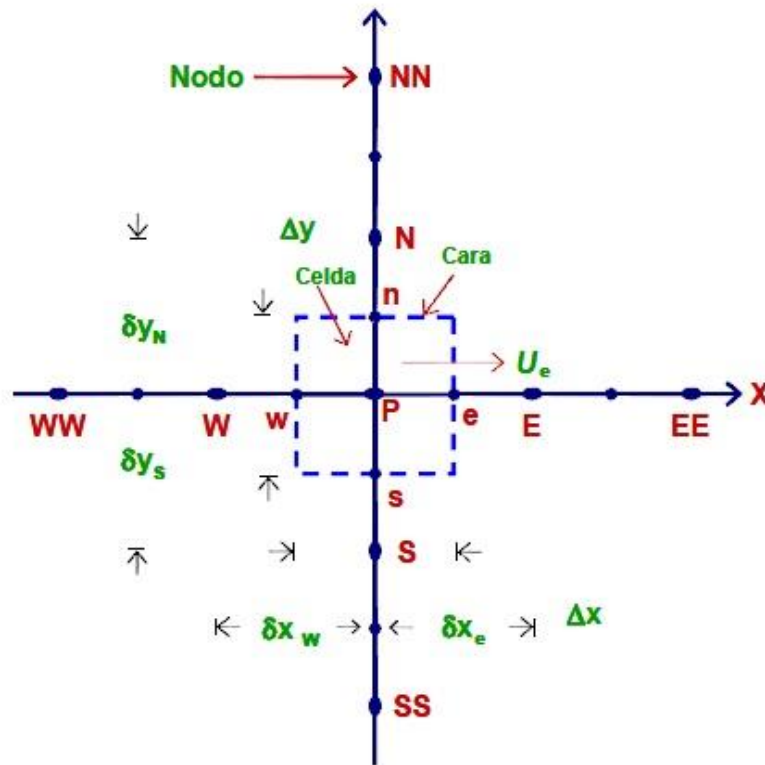


Fig. 22 Diagrama esquemático de un volumen de control bidimensional.

A continuación, se presentan los términos de la ecuación discretizada. Definiendo tres expresiones mediante los símbolos F , D , y Pe como:

$$F = \bar{\rho} \tilde{v}_i, \quad D = \frac{\Gamma}{\delta_i}, \quad Pe = \frac{F}{D} \quad (3.12)$$

Donde \tilde{v}_i es la velocidad en la cara i , δ_i es la distancia entre los nodos que incluyen la cara i y Pe es de número de Peclet, que es una relación entre la convección y la difusión. Las expresiones para F y



D representan el efecto de los términos convectivo y difusivo, respectivamente, de la ecuación de transporte .

Los coeficientes a_i de la ecuación son:

$$a_i = D_i f(|Pe|_i) + \max(-F_i, 0) \quad (3.13)$$

Los valores F y D en la cara de la celda de la ecuación son:

$$F_i = (\bar{\rho}\tilde{v})_i \Delta_i \quad D_i = \frac{\Gamma_i \Delta_i}{(\delta_i)_{i=n,s,e,w}} \quad (3.14)$$

donde Δ_i es la longitud de la cara i .

Para determinar F_i se necesita conocer $\bar{\rho}$ y \tilde{u}_i en la cara de la celda. El cálculo del término convectivo de la ecuación de transporte requiere también del conocimiento de la variable escalar, ϕ , en la cara de la celda. La velocidad \tilde{v}_i está calculada en la cara de la malla escalonada, pero $\bar{\rho}$ y $\tilde{\phi}$ están calculados en el nodo y necesitan ser interpolados a la cara para calcular los coeficientes a_i de la ecuación discretizada.

La obtención de estas variables en la cara de la celda es importante para la precisión y convergencia de la solución. El cálculo de $\tilde{\rho}$ y $\tilde{\phi}_i$ da lugar a los llamados esquemas de discretización. La función $f(|Pe|)$ de la ecuación, depende del esquema de interpolación; por ejemplo, en el esquema de diferencias desplazadas, $f(|Pe|) = 1$. Para el sistema híbrido:

$$f(|Pe|) = \max(0.1 - 0.5|Pe|) \quad (3.15)$$

Con respecto al término transitorio, se tiene que:

$$a_T = \frac{\bar{\rho}_T \Delta x \Delta y}{\Delta t} \quad (3.16)$$

Para el cálculo del término D_i , se necesita obtener el coeficiente de difusión, Γ , en la cara de la celda. El coeficiente Γ no es necesariamente una constante, puede ser función de los valores variables que se conocen en los nodos, por ejemplo, la temperatura; por lo tanto es necesario interpolarlo en la cara. Esta interpolación puede ser aritmética o armónica. Tomando como referencia la cara, las interpolaciones adquieren la forma:

$$\Gamma_e = \frac{\Delta x (\Gamma_P + \Gamma_E)}{2\delta x_e} \quad \Gamma_e = \frac{2\delta x_e}{\Delta x \left(\frac{1}{\Gamma_P} + \frac{1}{\Gamma_E} \right)} \quad (3.17)$$

El término fuente $\overline{S_\phi}$, se analiza de la siguiente manera:



$$\bar{s}_\phi = \bar{s}_{\phi.c} + \bar{S}_{\phi,v} \tilde{\phi}_p \quad (3.18)$$

Donde el término $\bar{S}_{\phi,v}$ es elegido de acuerdo a la relación existente entre \bar{S}_ϕ y $\tilde{\phi}$, en caso de depender el primero del segundo. El objetivo de la linealización del término fuente es mejorar la convergencia de la solución.

Con esta suposición, los términos B y a_p de la ecuación son:

$$B = \bar{S}_\phi \Delta x \Delta y + a_T \tilde{\phi}_T \quad (3.19)$$

$$a_p = a_e + a_w + a_n + a_s + a_T - \bar{S}_{\phi,v} \Delta x \Delta y \quad (3.20)$$

La ecuación se aplica en cada celda del dominio de control, para cada $\bar{\phi}$ y para cada paso temporal Δt , por lo que se obtiene un sistema de ecuaciones lineales (los coeficientes a , pueden depender directamente o indirectamente de $\tilde{\phi}$, entonces el sistema es realmente pseudo-lineal). Para resolver el sistema de ecuaciones obtenido, se puede utilizar cualquier método de resolución de ecuaciones lineales.



4 Caso de estudio

A lo largo de los capítulos anteriores se ha introducido al lector en la complejidad del caso de estudio que se desarrolla en el presente trabajo, se han presentado temas que van desde el origen de los requerimientos del dispositivo mecánico, hasta los complejos flujos que se presentan dentro de la máquina y las herramientas de las que se echará mano para el estudio de los mismos. En el transcurso de la presente sección se presentará el sistema bajo estudio y el pre-proceso llevado a cabo para la implementación numérica del problema.

4.1 Microturbina de vapor para el ciclo binario de evaporación instantánea

Como fue mencionado en el primer capítulo, el rotor bajo estudio, es el elemento intercambiador de energía de una propuesta de diseño de una microturbina de vapor para el ciclo de generación geotermoeléctrica, denominado ciclo binario de evaporación instantánea. Dicho ciclo pretende operar con temperaturas en el recurso geotérmico menores a 150 [°C]. Debido a estas condiciones, es necesario realizar un diseño innovador del turbogrupo. Las condiciones de diseño para una microturbina capaz de producir una potencia de 1[kW], se muestran en la siguiente tabla.

Condiciones de diseño

Gasto Másico	0.003 [kg/s]
Velocidad Angular	24000 [r.p.m.]
Condiciones a la entrada	Temperatura: 100 [°C] Presión: 0.1 [Mpa]
Condiciones de salida	Temperatura: 45.81[°C] Presión: 0.01 [Mpa]

Tabla 2 Condiciones de operación para la microturbina de vapor

La geometría a analizar (*Fig.23 y Fig.24*), es el resultado de trabajos previos de análisis termodinámico y bidimensional en turbomaquinaria [15] [16]. Las características más sobresalientes del dispositivo a analizar son:

- Es una turbina de admisión parcial de única etapa.
- Es una máquina de impulso puro.
- Los perfiles aerodinámicos de los álabes son simétricos (ángulo de entrada igual al ángulo de salida)
- El canal de expansión se diseñó para ser de apertura constante en el rotor.

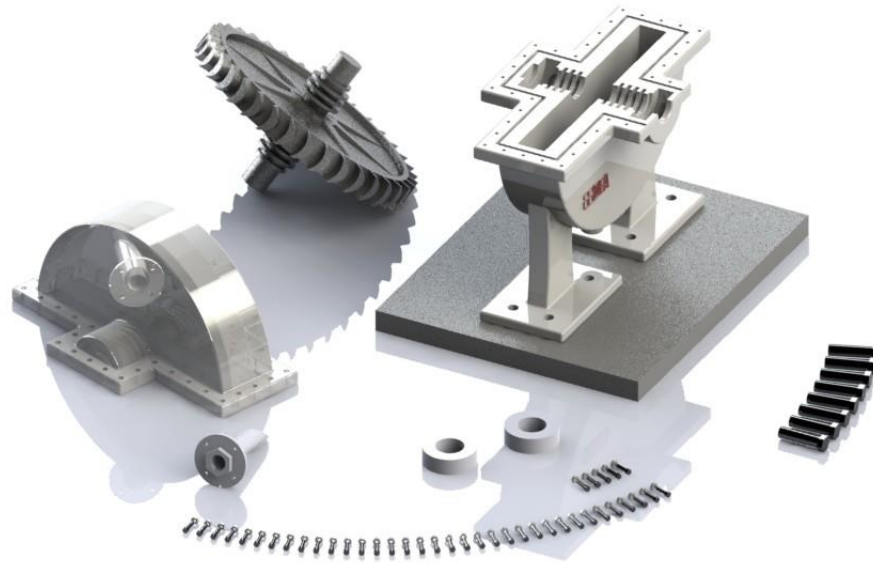


Fig. 23 Despiece del dispositivo.

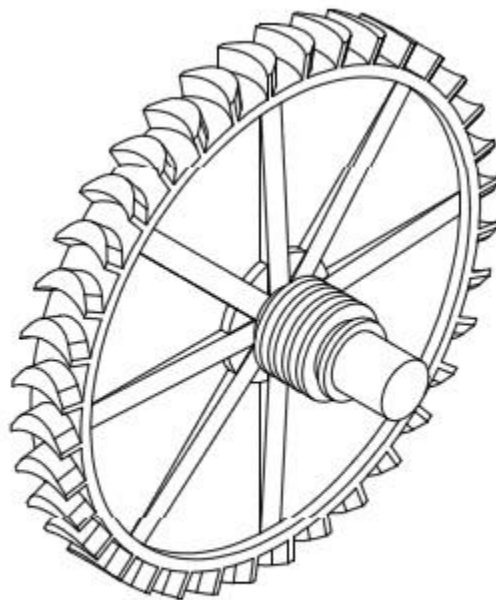


Fig. 24 Rotor a simular.

4.2 Implementación Numérica

El presente trabajo de tesis se enfoca en analizar el flujo sobre las superficies aerodinámicas del rotor así como en analizar las pérdidas primarias que se presentan. A continuación se describirán las particularidades de la metodología implementada en la simulación del flujo sobre los álabes de la microturbina de vapor para el ciclo de binario de evaporación instantánea.

4.2.1 Planteamiento del Problema

Dentro de la turbina, los álabes se encuentran bajo los efectos de una corriente de vapor a alta velocidad como se observa en la Fig. 25. Dicho flujo de vapor posee un ángulo de inclinación respecto a la coordenada axial; una variación en la magnitud o en la dirección de la corriente de vapor inducirá alteraciones en el comportamiento fluido-dinámico alrededor de los álabes, es por esta razón que la geometría de los álabes se analizará en diferentes regímenes de flujo y para diferentes direcciones de la corriente.

Las condiciones de operación constituyen el caso base de las simulaciones, posteriormente se evaluará la geometría en el régimen subsónico y más adelante en el régimen transónico. Los cambios en la orientación de la corriente conducen a efectos como el desprendimiento de la capa límite, por ello, también se estudiarán los casos en los que el ángulo de inclinación de la corriente aumenta en un 10% y disminuye también en un 10%.

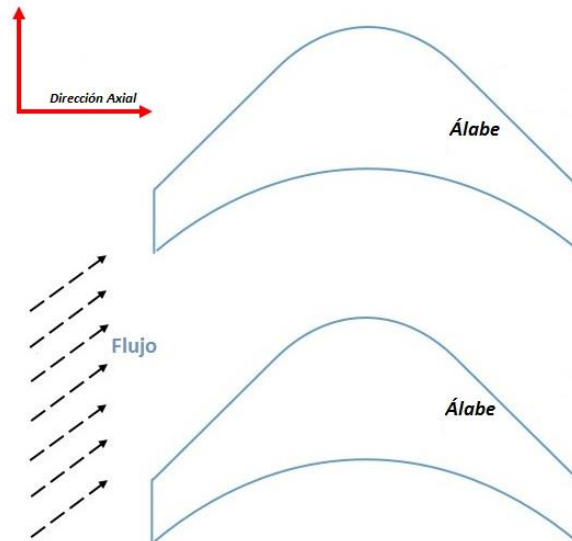


Fig. 25 Esquema del problema.

El sistema por el que se optó para el desarrollo del trabajo, es un sistema bidimensional tomado en el diámetro medio del rotor, equivalente a una porción de 21.17 [°] de la circunferencia total. No se optó por emplear la geometría completa del rotor debido a que el patrón de flujo se repetirá en cada

uno de los canales de expansión presentes en el elemento; si sólo se toma porción, se reducirá el número de nodos necesario para una buena aproximación numérica y con ello se obtendrán ventajas computacionales, como son: reducción de memoria y tiempo de cálculo. La Fig.26. muestra una captura del sistema a utilizar en el desarrollo del presente trabajo; el sistema incluye un canal de expansión y dos álabes.

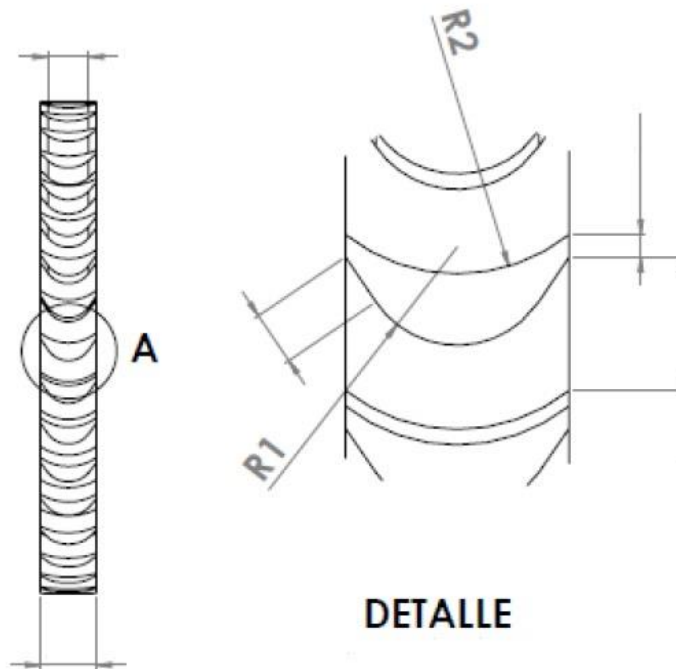


Fig. 26 Sistema a analizar.

4.2.2 Condiciones de Frontera

La adecuada selección de las condiciones de frontera es fundamental para representar el fenómeno físico a estudiar. Las condiciones aplicables al problema del flujo de vapor sobre álabes de impulso son: Condiciones periódicas en las partes superior e inferior del sistema, presión estática definida en el borde de entrada al álabes y en el borde de salida; condición de no deslizamiento en la superficie del perfil aerodinámico. En la Fig.27 se muestra un esquema referente a las condiciones de frontera del caso de estudio y en las siguientes líneas se profundizará acerca del tratamiento de estas en el software comercial en el que se realizarán las simulaciones numéricas. Dicho software comercial es ANSYS Fluent® versión 15.0.

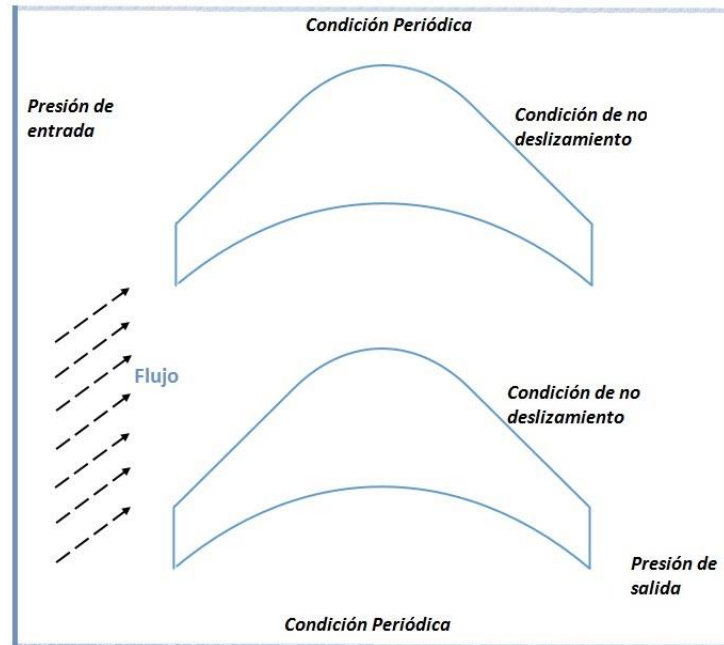


Fig. 27 Condiciones de frontera aplicables al caso de estudio.

4.2.2.1 Presión de entrada como condición de frontera

La presión de entrada como condición de frontera en el software Fluent es utilizada para definir la presión del fluido en las regiones del flujo donde las componentes de velocidad tienen un sentido negativo a la normal del plano; además se definen todas las propiedades escalares del mismo. Puede emplearse cuando se conoce la presión de entrada pero se desconoce la velocidad del flujo. Esta situación surge en algunos casos prácticos, incluyendo a flujos inducidos por fuerza de flotación.

La presión de entrada también puede emplearse para definir una frontera “libre” en un flujo externo no confinado.

4.2.2.1.1 Procedimiento de cálculo de la presión de entrada como condición de frontera.

El trato de la presión de entrada en condiciones de frontera por ANSYS Fluent puede describirse como una libre transición de la pérdida de las condiciones de estancamiento hacia las condiciones estáticas.

En flujos compresibles las relaciones isentrópicas para un gas ideal se aplican para hacer corresponder la presión total, la presión estática y la velocidad en condición de entrada. La presión total P'_0 en la entrada y la presión estática, P'_s en la celda de fluido adyacente, se encuentran relacionadas por:

$$\frac{P'_0 + P_{op}}{P'_s + P_{op}} = \left(1 + \frac{\gamma - 1}{2} Ma^2\right)^{\gamma/(\gamma-1)} \quad (4.1)$$



donde:

$$Ma \equiv \frac{v}{c} = \frac{v}{\sqrt{\gamma RT_s}} \quad (4.2)$$

c = la velocidad del sonido y $\gamma = c_p/c_v$. Debe tomarse en cuenta que la presión de operación, P_{op} , aparece en la ecuación porque la presión de entrada está en términos de la presión relativa a la presión de operación. Dadas P'_0 y $P'_{s'}$ las ecuaciones anteriores son utilizadas para calcular la magnitud de la velocidad del fluido en el plano de entrada. Las componentes individuales de la velocidad son derivadas empleando las componentes de dirección vectorial.

Para flujo compresible, la densidad en el plano de entrada se define por la ley del gas ideal en la forma:

$$\rho = \frac{P'_s + P_{op}}{RT_s} \quad (4.3)$$

La temperatura estática a la entrada, $T_{s'}$, se calcula a partir de la temperatura total T_0 como:

$$\frac{T_0}{T_{s'}} = 1 + \frac{\gamma - 1}{2} Ma^2 \quad (4.4)$$

4.2.2.2 Presión de salida como condición de frontera

La presión de salida como condición de frontera en ANSYS Fluent, requiere que se especifique una presión estática en las regiones donde las componentes de velocidad poseen el mismo sentido que la normal al plano. El valor de la presión estática especificado se utiliza solo mientras el fluido es subsónico. Si el flujo se convierte localmente en supersónico la presión especificada dejará de ser utilizada; la presión se extrapolará a partir del flujo en el interior.

Se especifican una serie de condiciones que se utilizan en caso de la presencia de recirculación de flujo, en estos casos, se debe invertir la dirección del flujo en la condición de frontera durante el proceso de solución. Las dificultades de convergencia se verán minimizadas si se especifican valores realistas de las cantidades de recirculación de flujo.

En ANSYS existen varias opciones en donde el equilibrio radial de salida como condición de frontera puede ser utilizado y un blanco de velocidad de la masa para presiones de salida pueden ser especificadas.

4.2.2.2.1 Procedimiento de cálculo para la presión de salida como condición de frontera en el algoritmo basado en la densidad

En el algoritmo basado en la densidad, predeterminadamente el valor de la presión estática en el plano de salida es el especificado. Sin embargo es posible habilitar un promediado de la presión de salida, se puede configurar uno de los dos métodos disponibles:

- Promediado fuerte
- Promediado débil

Cuando se emplea el método de promediado débil y el flujo es subsónico, la presión en las caras de la frontera de salida se calcula utilizando un promedio ponderado con la cara derecha e izquierda de la frontera. Dicha ponderación es una mezcla de polinomios de quinto orden basados en el valor del número de Mach en la cara de cada celda. Por lo tanto, la presión de la cara P_f es una función de $(P_c \cdot P_e \cdot Ma_n)$ donde P_c es la presión de la celda interior vecina de la cara de salida f , P_e es la presión de salida especificada y Ma_n es el valor del número de Mach en la cara.

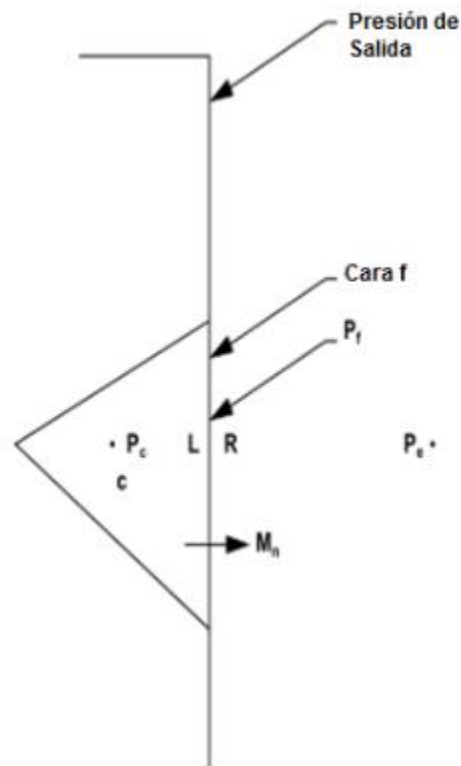


Fig. 28 Esquema del procedimiento de cálculo para la presión de salida [12].

Para fluidos incompresibles la presión en la cara se calcula como un promedio entre la presión especificada y la presión interior.

$$P_f = 0.5 (P_c + P_e) \quad (4.5)$$



En esta implementación, la presión de salida no es constante a lo largo de la frontera. Sin embargo, cuando la solución converge, el promedio de la presión de salida será cercano a la presión estática de salida especificada.

En general, el promediado de presión se comporta bien en la mayoría de los casos. Sin embargo, para planteamientos en los que el cálculo del valor promedio de presión no coincide con el valor de la presión específica en la frontera (generalmente esto ocurre cuando se tiene una malla demasiado burda y con celdas estrechas cerca del plano de salida) entonces la aplicación del promedio fuerte de presión puede utilizarse para garantizar una presión especificada igual al promedio de presión. La aplicación del promedio fuerte se alcanza mediante la adición local de la diferencia del valor de la presión en la frontera con el valor promedio de presión. La aplicación fuerte se consigue añadiendo a nivel local la diferencia en el valor de la presión entre la última presión promedio y la presión de la cara obtenida con el promediado débil.

$$P_f = P_{f,weak} + dp \quad (4.6)$$

Donde $P_{f,weak}$ se calcula en las caras de frontera como se describió anteriormente para un método de promediado débil empleando el polinomio de quinto orden para flujo compresible y como en la ecuación (4.5) para flujo incompresible.

Por lo tanto para el promedio débil:

$$dp = 0 \quad (4.7)$$

Mientras que para promedio fuerte:

$$dp = P_e - \frac{\sum_f P_{fweak} A_f}{\sum_f A_f} \quad (4.8)$$

El promediado fuerte es aplicable cuando el flujo es totalmente subsónico a lo largo de la frontera.

Es importante recalcar que, si el flujo se vuelve localmente supersónico, entonces, los valores de presión de la cara P_f se extrapolarán desde la presión del interior de la celda.

6.3.14. Condiciones de frontera en las paredes.

Las condiciones de contorno en las paredes son utilizadas para flujo inmóvil y regiones sólidas. En flujos viscosos, la condición de no deslizamiento se cumple predeterminadamente, sin embargo, se puede especificar una componente de velocidad tangencial en términos de movimientos de traslación o de rotación



6.3.16. Condiciones de frontera periódicas.

Las condiciones de frontera periódicas se utilizan cuando la geometría física que interesa y el patrón esperado en el flujo poseen una naturaleza que se repite periódicamente. Generalmente se tienen dos tipos de condiciones de frontera periódicas. El primer tipo no admite una caída de presión a lo largo de los planos periódicos. El segundo tipo admite una caída de presión que se produzca a través de las fronteras periódicas en traslación, permitiendo crear un modelo de flujo periódico “completamente desarrollado”.

Las condiciones de frontera periódicas se emplean cuando los flujos a través de dos planos opuestos en el modelo computacional son idénticos. La Fig.29 ilustra una forma típica de aplicar las condiciones de frontera periódicas. En este ejemplo el flujo que entra en el modelo computacional a través de un plano periódico es idéntico en el flujo que sale del dominio del plano periódico opuesto. Los planos periódicos se usan siempre en pares como se ilustra en este ejemplo y lo cual también es aplicable para el caso de estudio del presente trabajo.

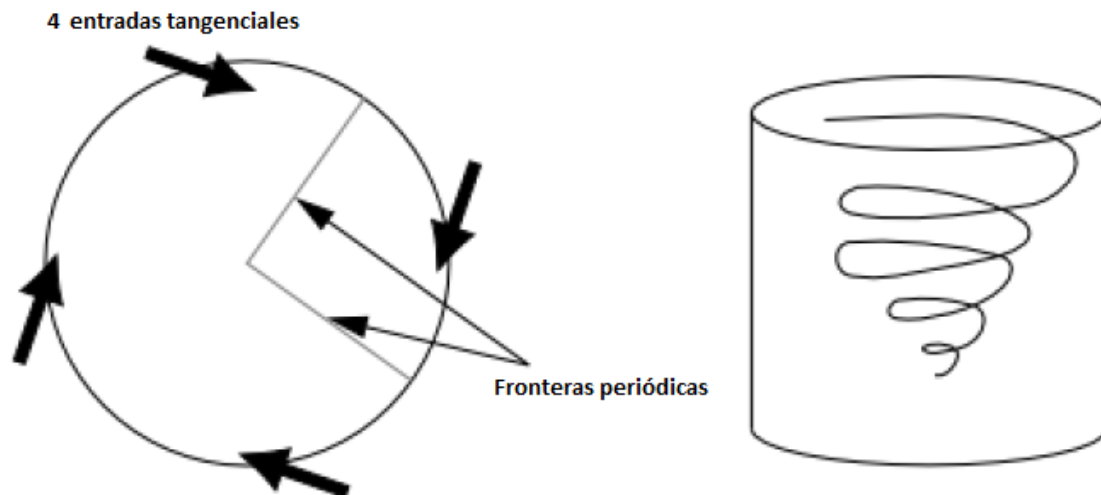


Fig. 29 Uso de las condiciones de frontera periódicas [12].

4.2.3 Malla Computacional

Para el desarrollo del caso de estudio fue generada una malla no estructurada, multibloque y conformable. La primera característica se refiere a que las celdas son organizadas de forma arbitraria, eliminando así la necesidad de subíndices para cada dirección y brindando la capacidad de adaptar la malla a cualquier geometría, sin importar la complejidad de esta. Es multibloque porque así pueden ser refinadas secciones de interés específico, sin la necesidad de refinar el dominio de cálculo completo. Finalmente es conformable, esto quiere decir, que la cantidad de celdas en los planos periódicos opuestos es idéntica, así, los valores en cada nodo serán los mismos para cada plano.

Debido a que en la simulación serán tomados en cuenta los efectos viscosos, un parámetro importante para la creación de una malla adecuada, es la distancia adimensional normal a la superficie de los álabes y^+ ; que se define como:

$$\frac{\rho u_{\tau} y}{\mu} \equiv y^+ \quad (4.9)$$

El valor de esta distancia depende del tratamiento numérico que se dará en las cercanías de las paredes, en el presente trabajo será empleada la ley de la pared; entonces, un valor adecuado para la distancia adimensional normal al álabe es 5. En la Fig.30 se pueden observar las regiones en las que fue dividida la malla numérica en la que el caso de estudio fue simulado. Las regiones de especial interés se encuentran en los bordes de entrada y salida al perfil y en la periferia del álabe.

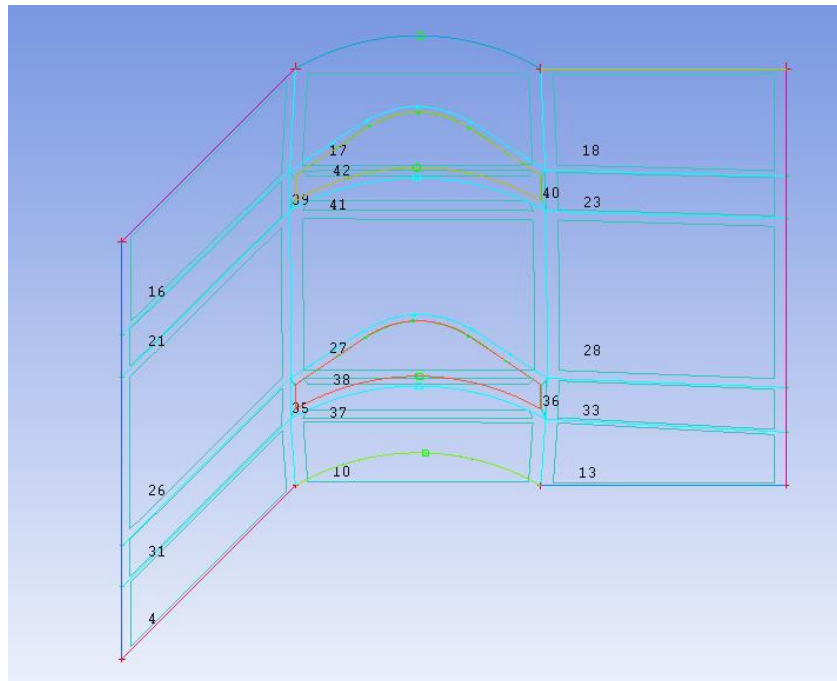


Fig. 30 Bloques utilizados en la malla numérica.

En la Fig.31 se muestra una captura del dominio computacional, en ella se puede apreciar el trato manejo diferenciado que se otorga a la región periférica al perfil aerodinámico, es justo en esta región donde los efectos viscosos en el flujo son más importantes y se requiere de una adecuada densidad de malla para capturarlos.

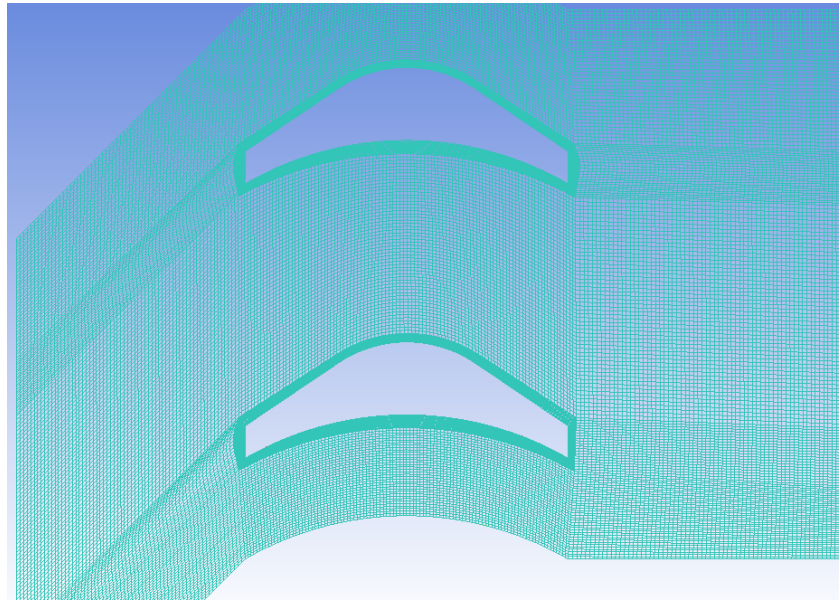


Fig. 31 Captura de la malla.

La malla se perfeccionó manualmente para cumplir con dos criterios principales de calidad, el de ángulo mínimo en la celda y el determinante $2 \times 2 \times 2$. El ángulo mínimo de celda se determina por el ángulo interno más pequeño de un elemento. Un ángulo de 90° indica un elemento perfectamente cúbico y un ángulo de 0° indica un elemento degenerado. El determinante $2 \times 2 \times 2$ es una medida de la asimetría de la celda y se define como la relación entre el determinante más pequeño de la matriz jacobiana dividido por el más grande determinante de la misma. Un determinante $2 \times 2 \times 2$ igual a uno indica un elemento perfectamente regular. Un determinante igual o menor a cero indica un elemento que tiene un borde degenerado o que el elemento está invertido. Debido a que la calidad de la malla impacta en la estabilidad de la solución y la precisión de la misma, se sugiere que el ángulo interno mínimo debe estar por encima de 18° y el determinante $2 \times 2 \times 2$ más pequeño por encima de 0.4. La Fig.32 muestra una escala cromática del criterio del determinante $2 \times 2 \times 2$, puede observarse se obtuvo una calidad por encima de 0.8 en la mayor parte del dominio computacional.



Simulación numérica del flujo en el rotor de una microturbina de vapor que se acoplará a un ciclo de generación geotermoelectrónica

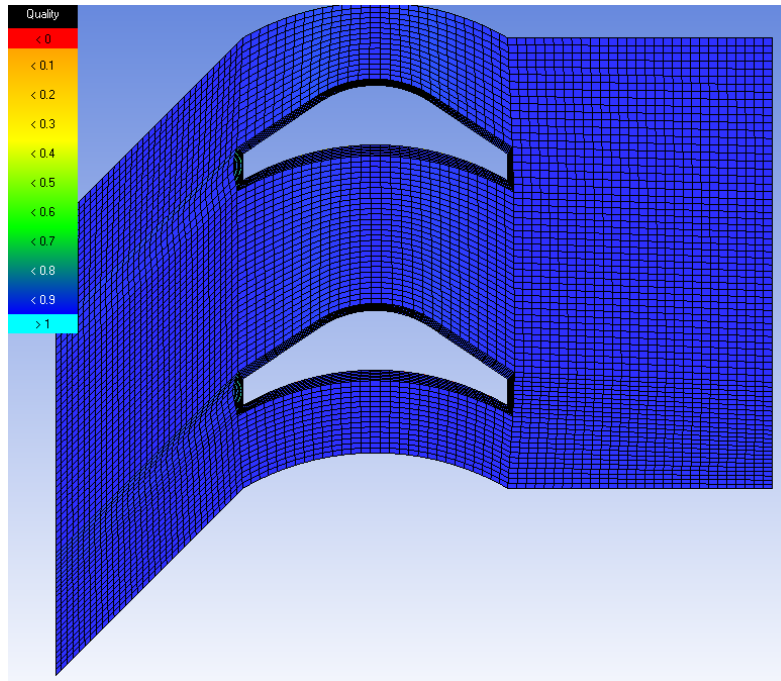


Fig. 32 Calidad de la malla.

Hasta este punto, se ha mencionado la metodología y teoría empleadas para la elaboración de las simulaciones numéricas con las que se analizarán las pérdidas primarias en los perfiles aerodinámicos de la geometría inicial propuesta para la microturbina de vapor del ciclo binario de evaporación instantánea. En el último apartado del presente trabajo, se podrán observar los resultados obtenidos de dichas simulaciones, así como las conclusiones a las que se llegaron.



5 Resultados y conclusiones

En el presente capítulo serán mostrados los resultados obtenidos a partir de las simulaciones realizadas. Se dará especial énfasis al análisis del coeficiente de presión que se presenta en la geometría propuesta en los diferentes regímenes de flujo estudiados. Se presentarán además capturas de algunos contornos de distintas propiedades y se realizará la comparación de resultados respecto a las correlaciones tradicionalmente empleadas en el diseño de turbomaquinaria.

5.1 Caso Base

Como fue mencionado anteriormente, el caso base analizado en las simulaciones numéricas está definido por una corriente de vapor con ángulo de 45° (medido respecto a la dirección axial), que incide sobre el perfil aerodinámico propuesto a una velocidad igual a $1[\text{Ma}]$, es decir, con velocidad igual a la de propagación del sonido en el medio.

La Fig.33 muestra las coordenadas adimensionales del perfil bajo estudio, resulta de utilidad mencionar que la presente geometría fue obtenida empleando la teoría bidimensional para el diseño de turbomaquinaria aplicando los requerimientos de diseño del ciclo, para más detalles puede consultarse el Apéndice B.

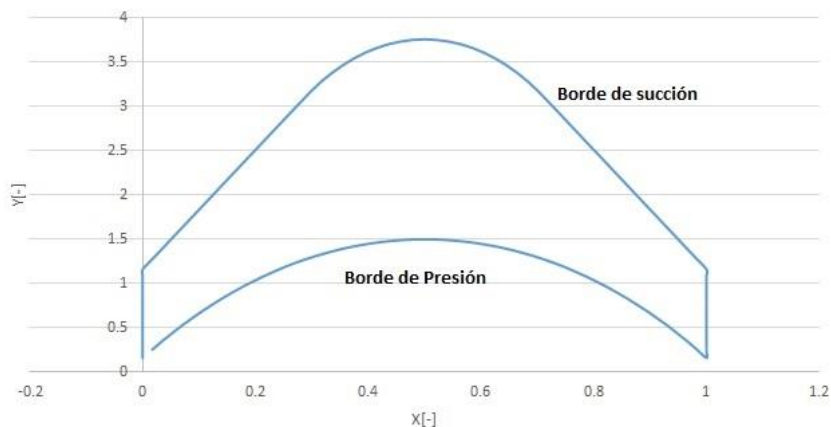


Fig. 33 Perfil adimensional del álabe.

En la geometría es importante distinguir dos regiones: el borde de presión y el borde de succión. La primera zona se caracteriza por un aumento en la presión ejercida sobre dicha superficie y la segunda por una disminución de la misma propiedad. Además, cuando la variable adimensional $X[-]$ toma el valor de cero, es posible hablar del borde de entrada al perfil; cuando la variable axial adquiere el valor de uno, se identifica el borde de salida. Es indispensable identificar estas regiones para una adecuada interpretación de la distribución de presiones en un perfil aerodinámico.

En la Fig.34 se presentan los contornos de Ma para el caso base, puede apreciarse la morfología típica de los perfiles de impulso, caracterizada por la presencia de una onda de choque normal al flujo en las cercanías del borde de entrada y por la aparición de ondas de compresión en el borde de salida, denominadas por algunos autores como: “colas de pescado” (Fishtails). Un aspecto importante a destacar es que, en el canal de expansión se está produciendo un incremento en la velocidad de la



corriente, dicho cambio en la velocidad no es característico de las turbinas de impulso y sugiere un cambio en la geometría del canal de expansión. El gradiente de velocidad en la salida del canal de expansión es debido a la divergencia de la sección y al régimen del flujo; la aceleración que experimenta el flujo a la salida del perfil, ocasiona una nueva onda de choque, pues el fluido debe adecuarse a las condiciones termodinámicas del condensador del ciclo, es este hecho el principal motivo para proponer una nueva geometría del canal, donde no se produzca un gradiente de velocidad tan grande.

Otro aspecto importante se refiere a la consideración de una zona de homogenización de la velocidad, dicha región debe existir a la salida del rotor de la microturbina y no fue considerada en la geometría inicial del dispositivo; la razón fundamental de la existencia de esta sección se debe a que la velocidad en el borde de salida del perfil es aún muy alta y debe reducirse antes de que el flujo de vapor sea direccionado al condensador.

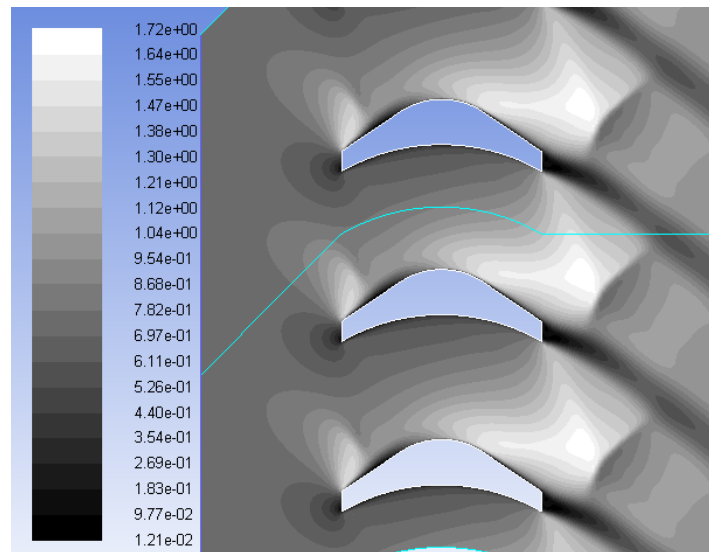


Fig. 34 Contornos de Mach para el caso base.

La Fig.35. muestra los contornos de temperatura para el caso base, en ella se puede observar el comportamiento inversamente proporcional de la temperatura, respecto a la velocidad, es decir, las zonas de altas velocidades se relacionan con zonas de baja temperatura, este comportamiento puede traducirse en la aparición de condensado, el cual podría dañar gravemente la estructura del álabes. Sin embargo, para poder corroborar dichas premisas, sería necesario implementar simulaciones bifásicas en el sistema. La gran disminución de la temperatura en la zona divergente del perfil, constituye un indicador adicional para el cambio de geometría del canal de expansión.

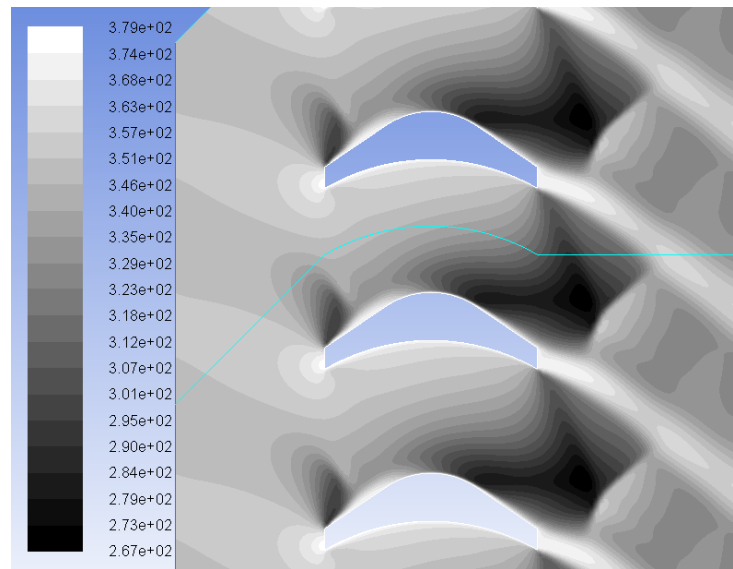


Fig. 35 Contornos de temperatura del caso base en [k].

5.1.1 Coeficiente de presión

El desempeño aerodinámico de cualquier perfil puede ser estudiado mediante la distribución de la presión sobre él. Esta distribución es usualmente expresada en términos del coeficiente de presión. El coeficiente de presión es la relación entre las fuerzas de presión y las fuerzas inerciales en un flujo; el coeficiente de presión para un flujo compresible está definido por la siguiente expresión:

$$C_p = \frac{\frac{P}{P_0} - 1}{\frac{1}{2}\gamma Ma_0^2} \quad (5.1)$$

En la Fig.36 se muestra la distribución del coeficiente de presión a lo largo del álabe para el caso base. La primera característica que puede observarse es referente al punto de estancamiento del perfil; este se localiza en el borde de entrada y se caracteriza por el mayor valor del coeficiente de presión; además, en la zona del lado de succión cercana al borde de entrada, existe una aceleración abrupta del flujo, que puede traducirse en grandes efectos de arrastre.

La disminución de la presión en el borde de succión es demasiado intensa en la entrada al perfil, aumentando así la velocidad del flujo e induciendo la presencia de una onda de choque. Inmediatamente después de la onda de choque (identificada por el primer valle en la curva del lado de succión), se presenta un primer gradiente adverso de presión, el cual está asociado a zonas de transición de la capa límite y en nuestro caso deriva en una primer zona de desprendimiento de flujo. Posteriormente se observa la presencia de un gradiente favorable de presión, cuya inclinación indica efectos favorables en la sustentación.

Un mínimo adicional en el coeficiente de presión se presenta cerca del 70% de la longitud de la cuerda. Este mínimo indica un máximo en la velocidad y la presencia de la zona de recuperación de la presión, donde la propiedad va de su valor mínimo al valor en el borde de salida; una vez más, esta

zona de gradiente adverso está asociada al desprendimiento de la capa límite, induciendo así una segunda zona de desprendimiento en el perfil. La longitud de la zona de recuperación de la presión es directamente proporcional a las pérdidas aerodinámicas del perfil, esta premisa será detallada más adelante.

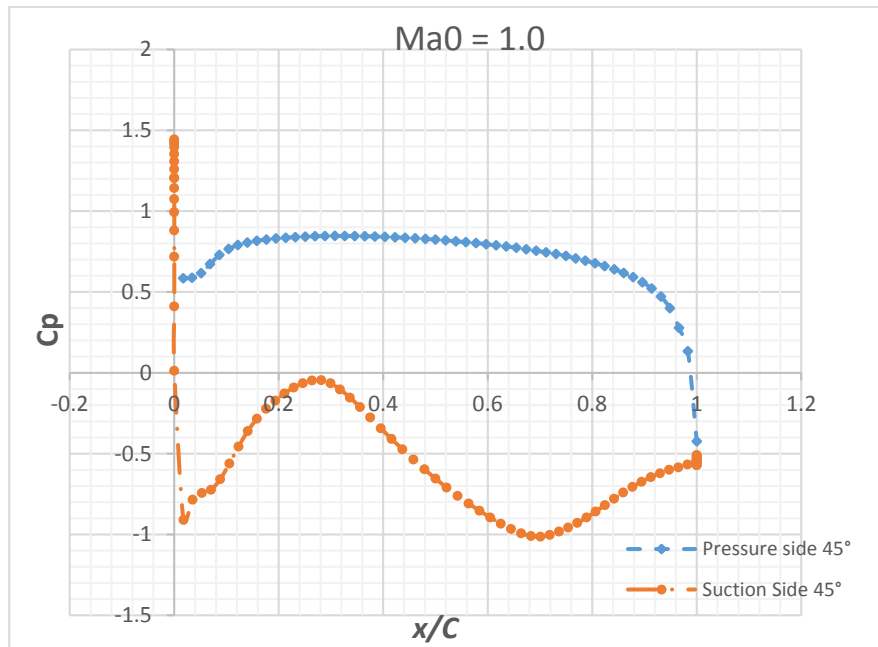


Fig. 36 Coeficiente de presión para el caso base.

La Fig.37. muestra las líneas de corriente alrededor del álabe, con ellas es posible identificar las 3 zonas de recirculación que se presentan en la geometría del perfil. Dos de esas zonas de recirculación (1 y 2) afectan directamente a las pérdidas primarias del perfil; la tercera zona (3), presente en el borde de salida, influye en las pérdidas por flujos secundarios

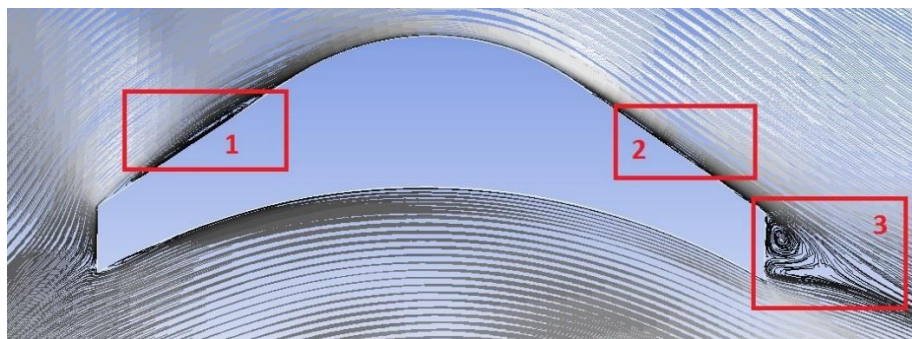


Fig. 37 Líneas de Corriente en el caso base.

A continuación, en la Fig.38 se presentan los contornos de energía cinética turbulenta, en los que es posible identificar las zonas con mayor fluctuación del campo de velocidades, dichas zonas están asociadas a la presencia de vórtices y recirculaciones; se puede observar que la estela del perfil es la zona que mayores interacciones presenta y que para evaluar las pérdidas globales debe ser estudiada.

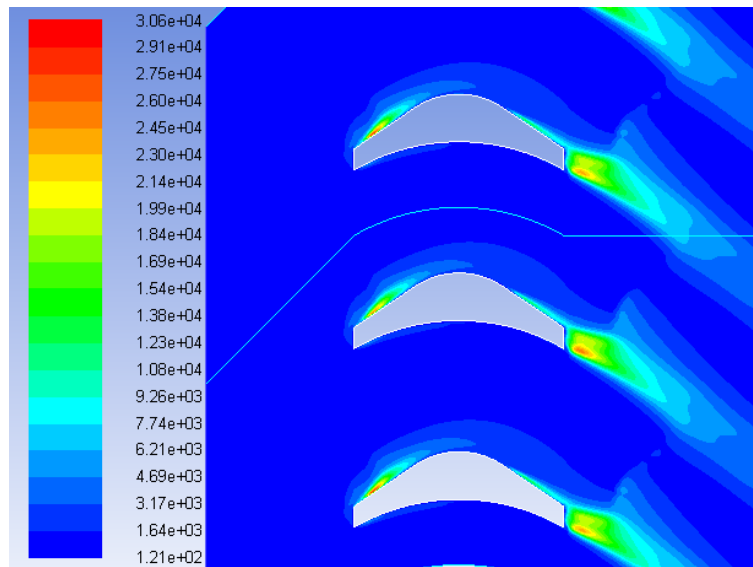


Fig. 38 Contornos de energía cinética turbulenta para el caso base.

5.2 Modificaciones al caso base

Además del caso base, la geometría del álabe propuesta fue analizada en dos regímenes de flujo adicionales (flujo subsónico y flujo transónico) con diferentes inclinaciones de la corriente de vapor, las inclinaciones empleadas en cada régimen de flujo son: 40 [°], 45 [°] y 50 [°]; los resultados obtenidos se presentan en la Fig.39 para el régimen supersónico.

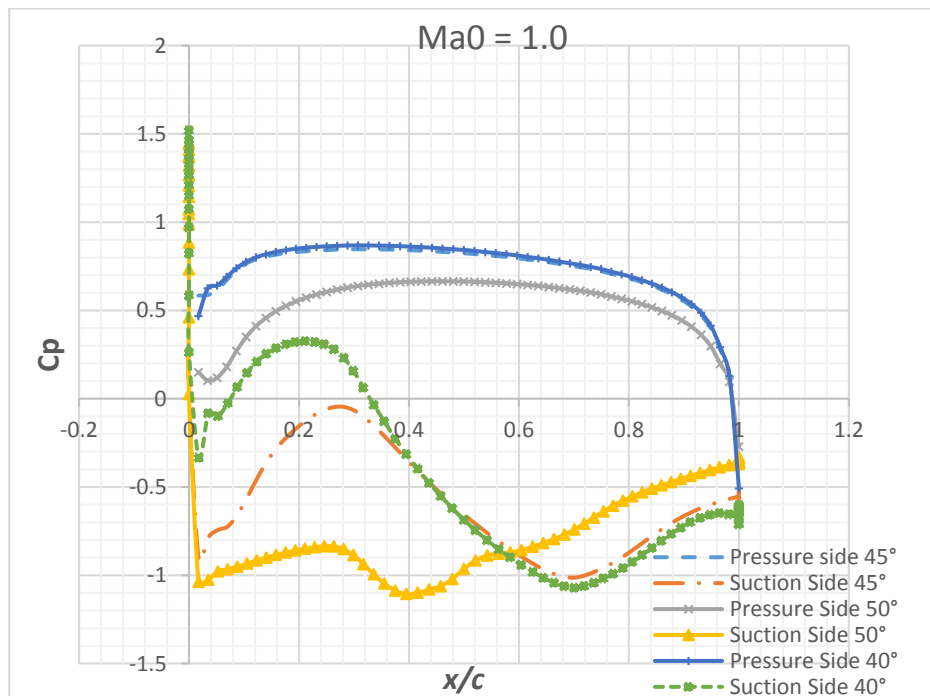


Fig. 39 Coeficiente de presión para el perfil en régimen supersónico.

La morfología del flujo en régimen supersónico para las inclinaciones adicionales analizadas es muy similar a la del caso base. Sin embargo, en las curvas del coeficiente de presión para el régimen supersónico se puede apreciar que la extensión de la primera zona de restitución de la presión del flujo con inclinación de 40° es menor que en el caso base, lo cual indica que las pérdidas en esta sección del lado de succión son también menores. La cresta del coeficiente de presión en el lado de succión, se encuentra a una distancia cercana al 20% de la cuerda, esto indica un corrimiento de la primera zona de recirculación. En el borde de salida del álabe, no se aprecian variaciones significativas. En la Fig.40 se muestra el desplazamiento de la primera zona de recirculación, respecto al caso base.

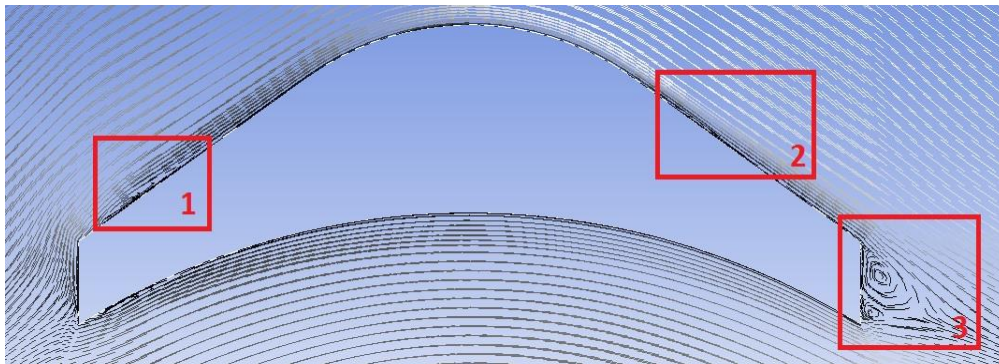


Fig. 40 Líneas de corriente del flujo en régimen supersónico con inclinación de 40° .

Para el caso donde la inclinación de la corriente es de 50° , se aprecian las diferencias más significativas en el comportamiento del flujo. Los gradientes de presión, son los más intensos de los casos hasta ahora estudiados; las zonas de restitución de presión, también son de gran longitud y además existe un desplazamiento de las dos zonas de recirculación que se presentan en el lado de succión del álabe. Todo lo anterior se ve traducido en una gran ineficiencia del perfil. En la Fig 41 se presentan las líneas de corriente del flujo con inclinación de 50° , se puede apreciar un aumento cualitativo en la extensión de las zonas de recirculación en el perfil identificadas con los dígitos 1-3.

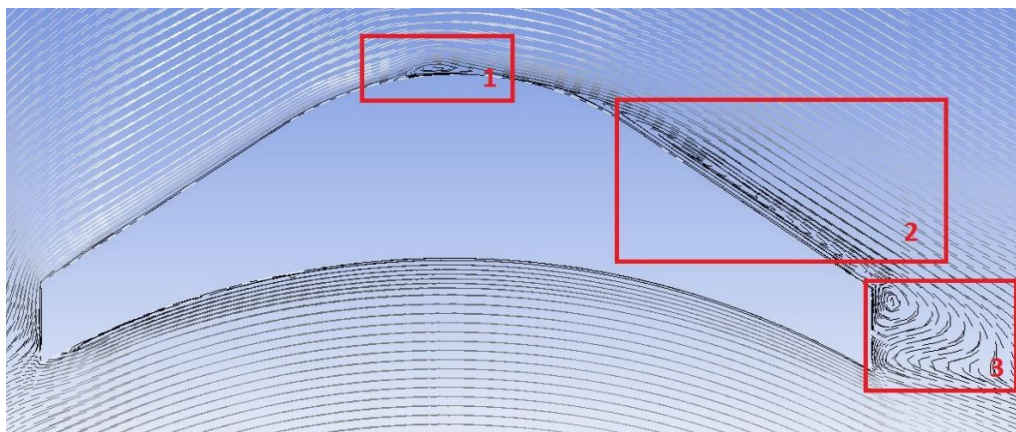


Fig. 41 Líneas de corriente del régimen de flujo supersónico con inclinación de 50° .



Los resultados del análisis de condiciones fuera del punto de diseño en régimen transónico ($Ma = 0.85$) se presentan en los gráficos de la Fig.42. En este régimen de flujo también se presentan ondas de choque, debido a que en algunas regiones, por la forma del álabe, el flujo es localmente supersónico. La principal diferencia con respecto al caso base es que, al existir una menor energía disponible, la diferencia de presión entre los bordes de presión y succión es menor. Además, la pendiente y longitud de los gradientes adversos de presión es mayor, incrementando así la probabilidad del desprendimiento de la capa límite y por ello, el desempeño aerodinámico del álabe en este régimen es más bajo. Al igual que en el régimen supersónico, cuando la corriente posee un ángulo de inclinación de 50° , la zona de recuperación de la presión es la más extensa y el gradiente adverso de mayor magnitud comparado con las demás inclinaciones; al final, estas características producen un pobre desempeño del álabe.

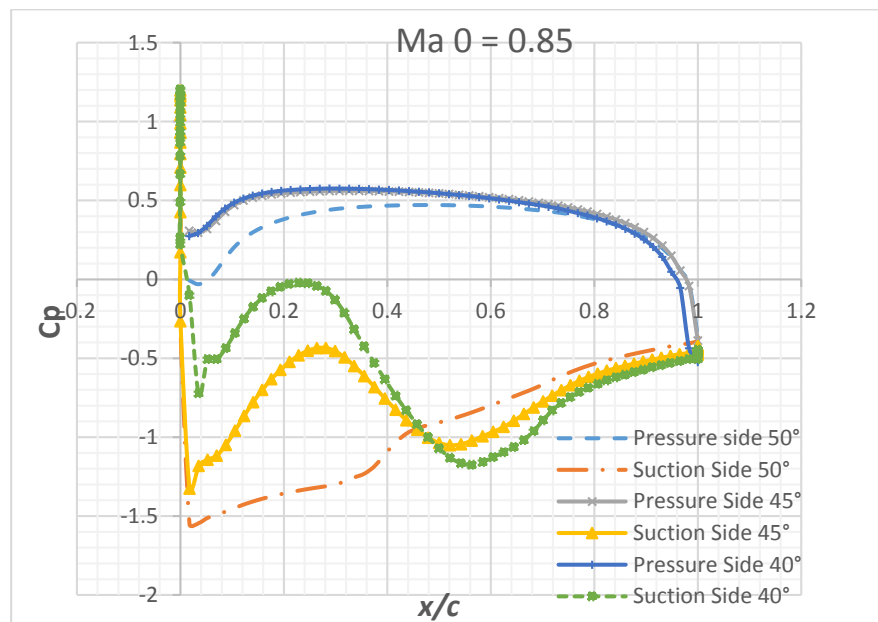


Fig. 42 Coeficiente de presión en régimen transónico.

En el caso subsónico no existe la presencia de ondas de choque, sin embargo, si existen zonas de alta velocidad y baja presión. El comportamiento del borde de succión es análogo al de los regímenes anteriores, observándose además zonas con un gradiente adverso muy marcado; la extensión de las zonas de restitución de la presión, se hacen aún más largas que en el régimen transónico y las regiones con gradiente benéfico son mínimas. Dicho comportamiento resulta lógico, pues al alejar el flujo cada vez más del punto de diseño, la eficiencia del perfil debe reducirse. Los resultados del coeficiente de presión en régimen subsónico se observan en el gráfico de la Fig 43.

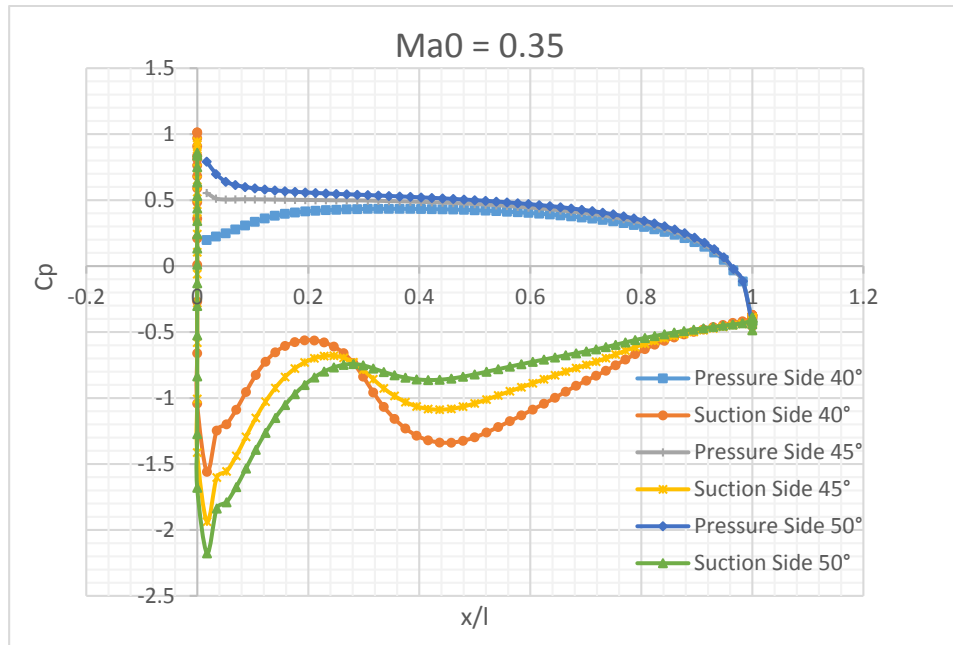


Fig. 43 Coeficiente de presión en régimen subsónico.

5.3 Coeficiente de pérdidas primarias

En turbomaquinaria, los coeficientes adimensionales son indispensables para la medición del desempeño de los equipos, dentro de ellos, el coeficiente de pérdidas primarias permite analizar el aprovechamiento de la energía llevado a cabo en cada etapa de las turbinas. Dicho coeficiente está definido por la siguiente expresión:

$$\zeta = 1 - \left[\frac{(1 - (P_{se}/P_{oe})^{(k-1)/k})}{(1 - (P_{se}/P_{oi})^{(k-1)/k})} \right] \quad (5.2)$$

donde ζ es el coeficiente primario de pérdida, P_{se} es la presión estática en la salida de la etapa, P_{oe} es la presión de estancamiento en la salida de la etapa y P_{oi} es la presión de estancamiento en la entrada de la etapa. El coeficiente de pérdidas primarias es una medida global de la eficiencia aerodinámica del perfil, en él se condensan cada uno de los efectos observados en el comportamiento del coeficiente de presión. En las tablas 3, 4 y 5 se pueden observar los valores obtenidos del coeficiente de pérdidas primarias, para cada caso simulado. Resulta fácil observar que el mejor comportamiento del perfil, se presenta en el régimen supersónico. Este hecho era esperado pues la geometría estudiada es típicamente aplicada en las turbinas de acción comerciales. Además, se demuestra que la elección del tipo de perfil fue la adecuada, aunque hay distintas secciones en la que se debe trabajar para mejorar el desempeño del mismo.



Régimen Subsónico

ángulo de incidencia [°]	ζ
40	0.3710
45	0.3630
50	0.4267

Tabla 3 coeficiente de pérdidas primarias en régimen subsónico

Régimen Transónico

ángulo de incidencia [°]	ζ
40	0.2985
45	0.2581
50	0.3184

Tabla 4 Coeficiente de pérdidas primarias en régimen transónico.

Régimen Supersónico

ángulo de incidencia [°]	ζ
40	0.17192262
45	0.1739198
50	0.22262704

Tabla 5 Coeficiente de pérdidas primarias en régimen supersónico.

5.4 Comparación de resultados numéricos con correlaciones experimentales

Tradicionalmente el diseño inicial de una turbina se realiza mediante el uso de la teoría bidimensional de turbomaquinaria, dicha teoría está basada en la ecuación de Euler de las turbomáquinas y centra su interés en la obtención de triángulos de velocidad. Adicionalmente se emplean correlaciones obtenidas experimentalmente, las cuales permiten cuantificar el desempeño de los equipos con un buen grado de exactitud; sin embargo, dichas correlaciones no son aplicables universalmente.

Una correlación muy utilizada para el cálculo del coeficiente de pérdidas primarias es la propuesta por Soderberg, dicha correlación se expresa de la siguiente manera:

$$\zeta^* = 0.04 + 0.06 \left(\frac{\epsilon}{100} \right)^2 \quad (5.3)$$



donde ζ^* es el coeficiente de pérdidas primarias propuesto por Soderberg y ϵ es la desviación del perfil; se define como: $\epsilon = \beta_1 + \beta_2$. Además β_1 y β_2 son los ángulos de entrada y salida al álabe respectivamente. La correlación de soderberg está limitada a turbinas con relación de aspectos igual a tres; debido a que la geometría propuesta no cumple con la restricción, es necesario implementar la siguiente corrección.

$$1 + \zeta_1 = (1 + \zeta^*) \left(0.975 + 0.075 \frac{B}{H} \right) \quad (5.4)$$

donde B es el espesor del rotor y H , la altura del álabe. Aplicando las ecuaciones 5.3 y 5.4, se obtienen los valores mostrados en la *Tabla 6*. Además los valores obtenidos son comparados con los presentados en la *Tabla 5*.

Régimen Supersónico

ángulo de incidencia [°]	ζ	ζ^*	ζ_1	$\epsilon^*[\%]$	$\epsilon_1[\%]$
40	0.1719	0.067744	0.201212	153.78	14.55
45	0.1739	0.067744	0.201212	156.73	13.56
50	0.2226	0.067744	0.201212	228.62	10.64

Tabla 6 Comparación de resultados

De la tabla anterior se puede observar que si se compararán únicamente los datos obtenidos de la simulación con los obtenidos a partir de la correlación de Soderberg, el error obtenido sería bastante grande, sin embargo al emplear la corrección de la relación de aspectos el máximo error encontrado es cercano al 15%, lo cual indica una buena aproximación entre la simulación numérica y las correlaciones.



5.5 Conclusiones

En esta tesis fue simulado numéricamente el flujo en una cascada de álabes simétricos, los cuales pertenecen a una microturbina de vapor de baja presión. El modelo numérico resuelve las ecuaciones que gobiernan el flujo (alternativa RANS) mediante el método de volúmenes finitos. El modelo de turbulencia utilizado es el K- ϵ estándar.

El sistema que se simuló consta de dos álabes de impulso y un canal de expansión, en principio, dicho canal es de apertura constante. Sobre los álabes incide una corriente de vapor a baja presión. Se analizó primeramente el caso base, en el cual la el régimen es supersónico y la inclinación de la corriente de 45[°]; posteriormente se modificaron tanto el régimen del flujo como la inclinación de la corriente.

En relación al caso base, mediante los gráficos del coeficiente de presión, se observaron grandes pérdidas aerodinámicas en el borde de entrada del álabe, produciendo dos zonas de recirculación. En el canal de expansión, el flujo continúa acelerándose a la salida del perfil, hecho ocasionado por la geometría divergente. El incremento en la energía cinética que se presenta en esta región, induce a pérdidas de energía térmica, aumentando la probabilidad de la aparición de condensado.

El análisis de los datos presentados en los gráficos del coeficiente de presión ha permitido confirmar que el movimiento del rotor no se debe al impacto de la corriente de vapor en el borde de presión, sino al gradiente de presión impuesto sobre el álabe, como consecuencia de la interacción entre el flujo y la geometría del mismo. La presencia de abruptos gradientes de presión en los bordes de entrada y salida al perfil aerodinámico, sugiere suavizar el trazo de la geometría en las mencionadas secciones, con la finalidad de aminorar las fuerzas de arrastre que derivan de la localización del punto de estancamiento sobre una superficie normal al flujo.

Asimismo es necesaria la implementación de un canal de expansión con una pequeña divergencia en el borde de entrada, con la finalidad de generar una geometría difusiva en el borde de salida. Al reducir la aceleración del flujo en dicha sección del álabe, se evitará la disminución en la temperatura del fluido y debido a que el fluido de trabajo es vapor saturado, disminuirá la probabilidad de aparición de condensado; este último puede dañar severamente el equipo, por ello, su presencia es indeseable.

A pesar de los inconvenientes encontrados después de analizar el perfil aerodinámico propuesto, se pudo confirmar que el tipo de perfil seleccionado es el adecuado para los requerimientos de la microturbina, pues el desempeño aerodinámico del álabe en régimen supersónico fue bastante mejor comparado con los otros regímenes de flujo analizados.

Como consecuencia de la probable presencia de condensado en el canal de expansión; se propone como trabajo futuro el análisis numérico del rotor de la microturbina de vapor empleando distintos fluidos de trabajo, especialmente aquellos con un punto de ebullición menor al agua; conocidos genéricamente como refrigerantes orgánicos. Algunos de ellos pueden ser el R245Fa y el Isopentano, los cuales han comenzado a ser implementados en aplicaciones similares.

Además, para realizar un estudio de los restantes mecanismos de pérdidas en turbomaquinaria, se propone realizar un estudio tridimensional.



Apéndice A: Modelos de turbulencia

Algunos modelos que se pueden utilizar para representar el fenómeno de turbulencia en el flujo simulado en este trabajo son:

- Cierres de segundo orden, en la forma de modelos de transporte de los esfuerzos de Reynolds.
- Modelos de tipo “difusividad turbulenta”, por medio del método k-ε.

Cierres de segundo orden

La ecuación de transporte exacta para los esfuerzos de Reynolds u''_i, u''_j es:

$$\frac{\partial}{\partial t} (\bar{\rho} u''_i u''_j) + \frac{\partial}{\partial x_k} (\bar{\rho} u_k u''_i u''_j) = - \underbrace{\bar{u}_i \frac{\partial \bar{P}}{\partial x_j} \bar{u}_j \frac{\partial \bar{P}}{\partial x_i}}_{(a)} \quad (A.1)$$

$$- \underbrace{\left[u''_i \frac{\partial P'}{\partial x_j} + u''_j \frac{\partial P'}{\partial x_i} \right]}_{(b)} - \underbrace{\frac{\partial}{\partial x_k} (\bar{\rho} u''_i u''_j u''_k)}_{(c)} \quad (A.2)$$

$$- \bar{\rho} \underbrace{\left[u''_i u''_k \frac{\partial \tilde{u}_j}{\partial x_k} + u''_j u''_k \frac{\partial \tilde{u}_i}{\partial x_k} \right]}_{(d)} \quad (A.3)$$

$$- \underbrace{\left[\tau_{ik} \frac{\partial u''_j}{\partial x_k} + \tau_{ik} \frac{\partial u''_i}{\partial x_k} \right]}_{(e)} \quad (A.4)$$

Donde (a) es el efecto del gradiente de presión media, (b) la correlación entre gradientes de presión fluctuante y fluctuaciones de velocidad, (c) el transporte turbulento de los esfuerzos de Reynolds, (d) la producción de los esfuerzos de Reynolds por velocidad de deformación media, y (e) y la disipación viscosa. Los términos anteriores deben de ser modelarse.

Haciendo uso de la ecuación (95) del capítulo dos, el término (A.4) se puede expresar como:

$$- \left[\bar{u}_i \frac{\partial \bar{P}}{\partial x_j} \bar{u}_j \frac{\partial \bar{P}}{\partial x_i} \right] = \frac{\overline{\rho' u''_j}}{\bar{\rho}} \frac{\partial \bar{P}}{\partial x_i} + \frac{\overline{\rho' u''_i}}{\bar{\rho}} \frac{\partial \bar{P}}{\partial x_j} \quad (A.5)$$

La correlación $\overline{\rho' u''_j}$ se puede modelar de una ecuación de conservación truncada como:

$$\overline{\rho' u''_j} = - \frac{1}{4.3} \frac{\tilde{k}}{\tilde{\epsilon}} u''_i u''_j \frac{\partial \bar{P}}{\partial x_j} \quad (A.6)$$



Donde $k = \frac{1}{2} u_i'' u_i''$ es la energía cinética turbulenta, y ε es su tasa de disipación que frecuentemente se desprecia.

Con el fin de modelar, la correlación entre gradientes de presión fluctuante y fluctuaciones de velocidad, (A.5), frecuentemente se divide en una parte re-distributiva y una parte isotrópica:

$$\left(\overline{u_i'' \frac{\partial p'}{\partial x_j}} + \overline{u_j'' \frac{\partial p'}{\partial x_i}} \right) + \left(\overline{u_i'' \frac{\partial p'}{\partial x_j}} + \overline{u_j'' \frac{\partial p'}{\partial x_i}} - \frac{2}{3} \delta_{ij} \overline{u_k'' \frac{\partial p'}{\partial x_k}} \right) - \frac{2}{3} \delta_{ij} \overline{u_k'' \frac{\partial p'}{\partial x_k}} \quad (A.7)$$

La parte isotrópica se divide en dos términos, uno de transporte por presión y otro de dilatación por presión:

$$-\frac{2}{3} \delta_{ij} \overline{u_k'' \frac{\partial p'}{\partial x_k}} = \underbrace{-\frac{2}{3} \delta_{ij} \overline{\frac{\partial p' u_k''}{\partial x_k}}}_{(I)} - \underbrace{\frac{2}{3} \delta_{ij} \overline{p' \frac{\partial u_k''}{\partial x_k}}}_{(II)} \quad (A.8)$$

En flujos de baja velocidad $Ma \ll 1$, el término (II) de la ecuación anterior generalmente se desprecia.

El término (I) se suma al término de transporte turbulento de los esfuerzos de Reynolds (C) para formar el término:

$$\frac{\partial}{\partial x_k} (C_{ijk}) = \frac{\partial}{\partial x_k} \left[\overline{\rho u_i'' u_j'' u_k''} + \frac{2}{3} \delta_{ij} \overline{p' u_k''} \right] \quad (A.9)$$

El término C_{ijk} se modela mediante un cierre de tipo gradiente:

$$C_{ijk} = -C_s \frac{\tilde{k}}{\tilde{\varepsilon}} u_k'' u_l'' \frac{\partial u_i'' u_l''}{\partial x_l} \quad (A.10)$$

El término (e) es la correlación de la disipación viscosa:

$$\overline{\tau_{ik} \frac{\partial u_j''}{\partial x_k}} + \tau_{ik}'' \overline{\frac{\partial u_i''}{\partial x_k}} = \overline{\rho} \varepsilon_{ij} \quad (A.11)$$

Si se supone isotropía local, el término ε_{ij} se puede escribir en función de la disipación de energía cinética turbulenta ε , como:

$$\varepsilon_{ij} = \frac{2}{3} \tilde{\varepsilon} \delta_{ij} \quad (A.12)$$

La tasa de disipación de la energía cinética turbulenta, $\tilde{\varepsilon}$, se calcula de la siguiente ecuación de transporte, deducida por procedimientos similares a los utilizados en el caso de densidad constante

$$\frac{\partial}{\partial t} (\overline{\rho \tilde{\varepsilon}}) + \frac{\partial}{\partial x_j} (\overline{\rho \tilde{\varepsilon} u_j}) = \underbrace{-C_{\varepsilon 1} \overline{\tilde{\varepsilon}} \frac{\partial u_k''}{\partial x_j}}_{(a')} - \underbrace{C_{\varepsilon 2} \overline{\tilde{\varepsilon}^2}}_{(b')} + \underbrace{C_{\varepsilon 3} \frac{\tilde{\varepsilon}}{\tilde{k}} \frac{\partial \overline{p'}}{\partial x_j}}_{(c')} + \underbrace{\frac{\partial y}{\partial x_j} \left[C_{\varepsilon} \overline{\tilde{\varepsilon}} \frac{\partial u_j'' u_k''}{\partial x_j} \right]}_{(d')} \quad (A.13)$$



El término (c') se desprecia.

La parte re-distributiva de la correlación entre gradientes de presión fluctuante y fluctuaciones de velocidad, de la expresión (A13), usualmente se divide en dos partes: una que incluye cantidades turbulentas y otra que incluye la tasa de deformación media. Modelos para este término han sido propuestos, por ejemplo por Launder et al, (modelo ML), Gibson y Younis (modelo MG) y Musonge (modelo MJ).

Denotando al término redistributivo como Π_{ij} , los modelos se escriben como:

$$\Pi_{ij} = -C_1 \bar{\rho} \tilde{\varepsilon} \left(\frac{u_i'' u_j''}{\tilde{k}} - \frac{2}{3} \delta_{ij} \right) + C_2 \delta_{ij} \bar{\rho} u_i'' u_m'' \frac{\partial \tilde{u}_1}{\partial x_m} - C_3 \bar{\rho} P_{ij} + C_4 \bar{\rho} \tilde{k} \left(\frac{\partial \tilde{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \tilde{u}_j}{\partial x_i} \right) \quad (A.14)$$

$$- \frac{2}{3} C_4 \bar{\rho} \tilde{k} \frac{\partial \tilde{u}_k}{\partial x_k} \delta_{ij} - \left(\frac{2}{3} C_2 + C_3 \right) \left(\bar{\rho} u_i'' u_j'' \frac{\partial \tilde{u}_j}{\partial x_i} + \bar{\rho} u_i'' u_j'' \frac{\partial \tilde{u}_i}{\partial x_j} \right) \quad (A.15)$$

Donde P_{ij} es:
$$P_{ij} = - \left(u_i'' u_k'' \frac{\partial \tilde{u}_j}{\partial x_k} + u_j'' u_k'' \frac{\partial \tilde{u}_i}{\partial x_k} \right) \quad (A.16)$$

Las constantes de las ecuaciones (A.12), (A.13), y (A.14) se presentan en la tabla 2.

Sustituyendo las ecuaciones (A.7), (A.8) y (A.10) en la ecuación de los esfuerzos de Reynolds se tiene:

$$\frac{\partial}{\partial t} (\bar{\rho} u_i'' u_j'') + \frac{\partial}{\partial x_k} (\bar{\rho} \tilde{u}_k u_i'' u_j'') = \frac{\partial y}{\partial x_k} (C_{ijk}) - \bar{\rho} \left(u_i'' u_k'' \frac{\partial \tilde{u}_j}{\partial x_k} + u_j'' u_k'' \frac{\partial \tilde{u}_i}{\partial x_k} \right) \quad (A.16)$$

Modelo	MG	ML	MJ
$C_{\varepsilon 1}$	1.4	1.44	1.40
$C_{\varepsilon 2}$	1.8	1.90	1.90
$C_{\varepsilon 3}$	0.15	0.15	0.18
$C_{\varepsilon 4}$	0.22	0.21	0.22
C1	3	1.50	3.00
C2	0.3	-0.582	-0.44
C3	-	0.764	0.46
C4	-	-0.182	-0.23

Tabla 7 Constantes para los cierres de 2do orden

Modelos de viscosidad turbulenta

Estos modelos representan un método alternativo para determinar los esfuerzos de Reynolds $u_i'' u_j''$. Están basados en el concepto de viscosidad turbulenta y suponen que, de la misma manera que en



un flujo laminar los esfuerzos viscosos son proporcionales al gradiente de la velocidad, en un flujo turbulento, los esfuerzos causados por las fluctuaciones turbulentas son proporcionales al gradiente de la velocidad media. Esta relación entre los esfuerzos de Reynolds y las variables medias es:

$$\bar{\rho} u_i'' u_j'' = -\bar{\rho} v_t \left(\frac{\partial \tilde{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \tilde{u}_j}{\partial x_i} \right) + \frac{2}{3} \left(\bar{\rho} \tilde{k} + \bar{\rho} v_t \frac{\partial \tilde{u}_k}{\partial x_k} \right) \delta_{ij} \quad (A.17)$$

Donde $v_t = (\mu_t/\bar{\rho})$ es la viscosidad turbulenta y es una característica del estado del flujo.

Para el flujo turbulento de escalar, el concepto de viscosidad turbulenta o, propiamente, de difusividad turbulenta, se expresa como:

$$\rho u_i'' u_\alpha'' = -\bar{\rho} \frac{v_T}{S_{C\tau}} \frac{\partial \tilde{\phi}_\alpha}{\partial x_i} \quad (A.18)$$

La viscosidad turbulenta v_T puede calcularse de diferentes formas, dando lugar a una variedad de modelos con un número variable de ecuaciones diferenciales. Los más populares de estos modelos son, probablemente, los de la familia del modelo $k - \varepsilon$

Modelo $k - \varepsilon$

Este modelo es el empleado en ésta tesis. En él, se define como:

$$v_T = C_\mu \frac{\tilde{k}^2}{\tilde{\varepsilon}} \quad (A.19)$$

Donde C_μ es una constante determinada experimentalmente. Los valores de $\tilde{\varepsilon}$ y \tilde{k} se calculan a través de la ecuaciones de transporte.

La ecuación para la energía cinética turbulenta, \tilde{k} se obtiene de la ecuación de continuidad, haciendo $i=j$, aplicando la hipótesis de isotropía local, y dividiendo entre dos:

$$\frac{\partial}{\partial t} (\bar{\rho} \tilde{k}) + \frac{\partial}{\partial x_j} (\bar{\rho} \tilde{u}_j \tilde{k}) + \bar{\rho} u_i'' u_j'' \frac{\partial \tilde{u}_j}{\partial x_j} = -\frac{\partial}{\partial x_j} \underbrace{\left(\frac{1}{2} \overline{\rho u_j'' u_i'' u_i''} \right)}_{(a)} - \bar{\rho} \tilde{\varepsilon} \quad (A.20)$$

El término (a) se aproxima como:

$$-\left(\frac{1}{2} \overline{\rho u_j'' u_i'' u_i''} \right) \approx \frac{\mu_T}{\sigma_k} \frac{\partial \tilde{k}}{\partial x_j} \quad (A.21)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} (\bar{\rho} \tilde{k}) + \frac{\partial}{\partial x_j} (\bar{\rho} \tilde{u}_j \tilde{k}) = \bar{\rho} (P_k - \varepsilon) + \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\bar{\rho} \frac{v_T}{\sigma_k} \frac{\partial \tilde{k}}{\partial x_j} \right) \quad (A.22)$$

$$P_k = v_T \left(\frac{\partial \tilde{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \tilde{u}_j}{\partial x_i} \right) \frac{\partial \tilde{u}_i}{\partial x_j} + \frac{2}{3} \left(\tilde{k} + v_T \frac{\partial \tilde{u}_i}{\partial x_i} \right) \frac{\partial \tilde{u}_i}{\partial x_j} \quad (A.23)$$



Aplicando hipótesis similares a las utilizadas para la ecuación de \tilde{k} , la ecuación para la disipación de la energía cinética turbulenta $\tilde{\epsilon}$, se obtiene a partir para la ecuación (A.11):

$$\frac{\partial}{\partial t}(\bar{\rho}\tilde{\epsilon}) + \frac{\partial}{\partial x_j}(\bar{\rho}\tilde{u}_j\tilde{\epsilon}) = \bar{\rho}\frac{\tilde{\epsilon}}{\tilde{k}}(C_{\epsilon 1}P_k - C_{\epsilon 2}\tilde{\epsilon}) + \frac{\partial}{\partial x_j}\left(\bar{\rho}\frac{v_T}{\sigma_k}\frac{\partial \tilde{\epsilon}}{\partial x_j}\right) \quad (A.24)$$

Las constantes de las ecuaciones se encuentran en la tabla (6).

$C_{\epsilon 1}$	P_k	v_T	$C_{\epsilon 1}$	$C_{\epsilon 2}$
0.09	1.0	1.314	1.44	1.92

Tabla 8 Constantes del modelo $k - \epsilon$ estándar.

ANEXO B: Construcción de la geometría del rotor

La teoría bidimensional de turbomaquinaria fue empleada para determinar el punto de diseño del dispositivo, correlaciones experimentales que relacionan el desempeño de la máquina con su geometría, fueron evaluadas, proporcionando los datos geométricos que se muestran en la Tabla 9.

Radio Arco "R1" [cm]	2
Radio Arco "R2" [cm]	0.98
Ángulo Entrada [°]	34
Ángulo de Salida [°]	34
Espaciamiento entre álabes [cm]	1.7
Longitud de la cuerda	2.09
Altura del álabe [cm]	1
Espesor del álabe [cm]	0.42
Numero de álabes	56
Garganta [cm]	1.02

Tabla 9 Datos geométricos para la construcción del perfil aerodinámico

Con respecto a los datos que se muestran en la tabla anterior, el radio del arco "R1" y la altura del álabe son variables propuestas; las demás se derivan del empleo de modelos matemáticos encontrados en las referencias [18] [8] [19]. La elección de la altura de los álabes, es función del diámetro de salida de las toberas de la máquina.

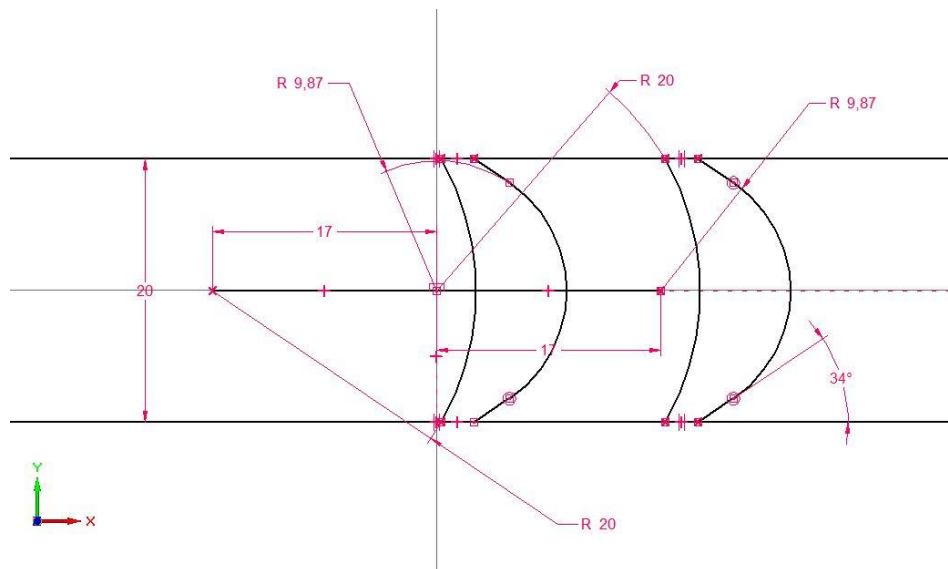
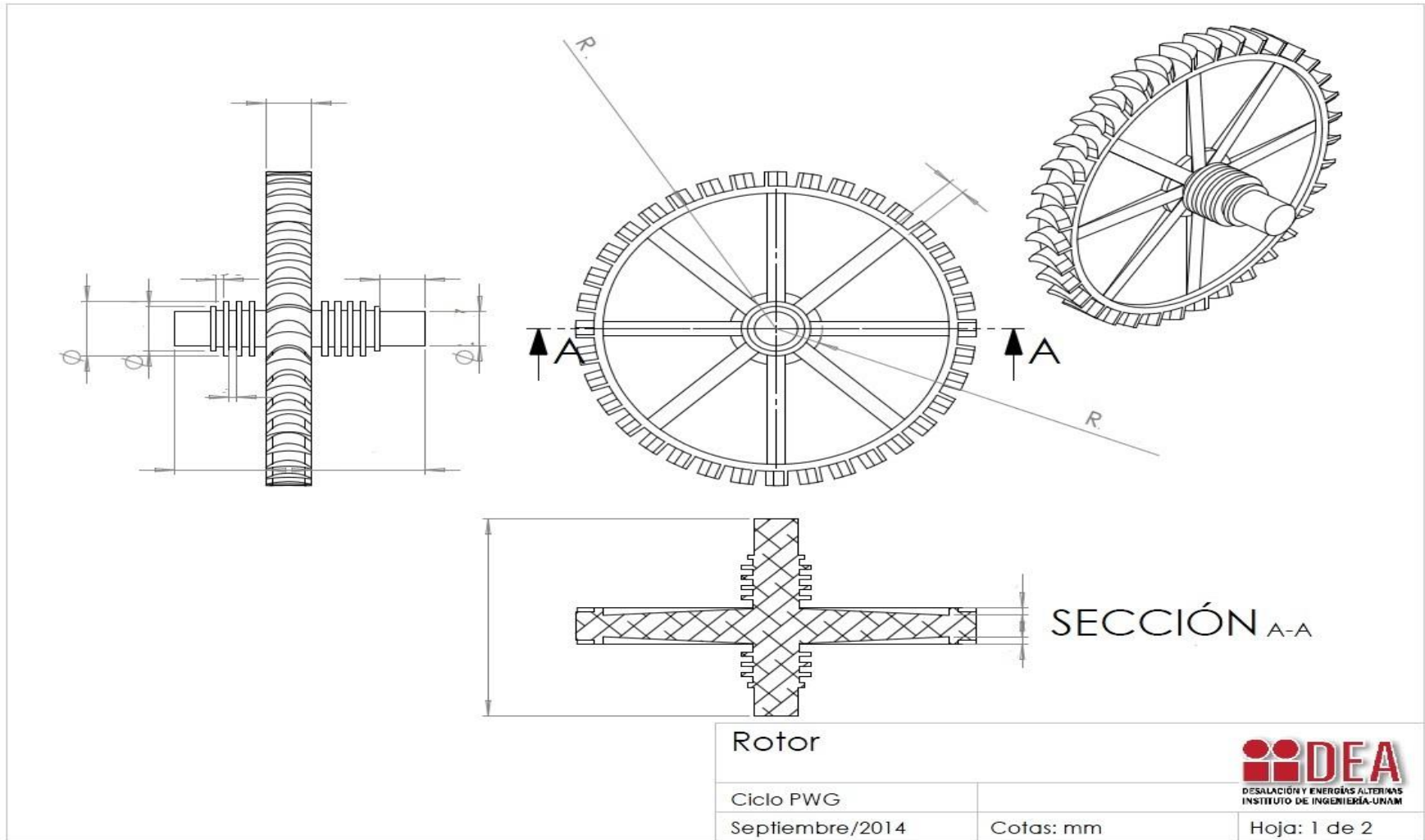
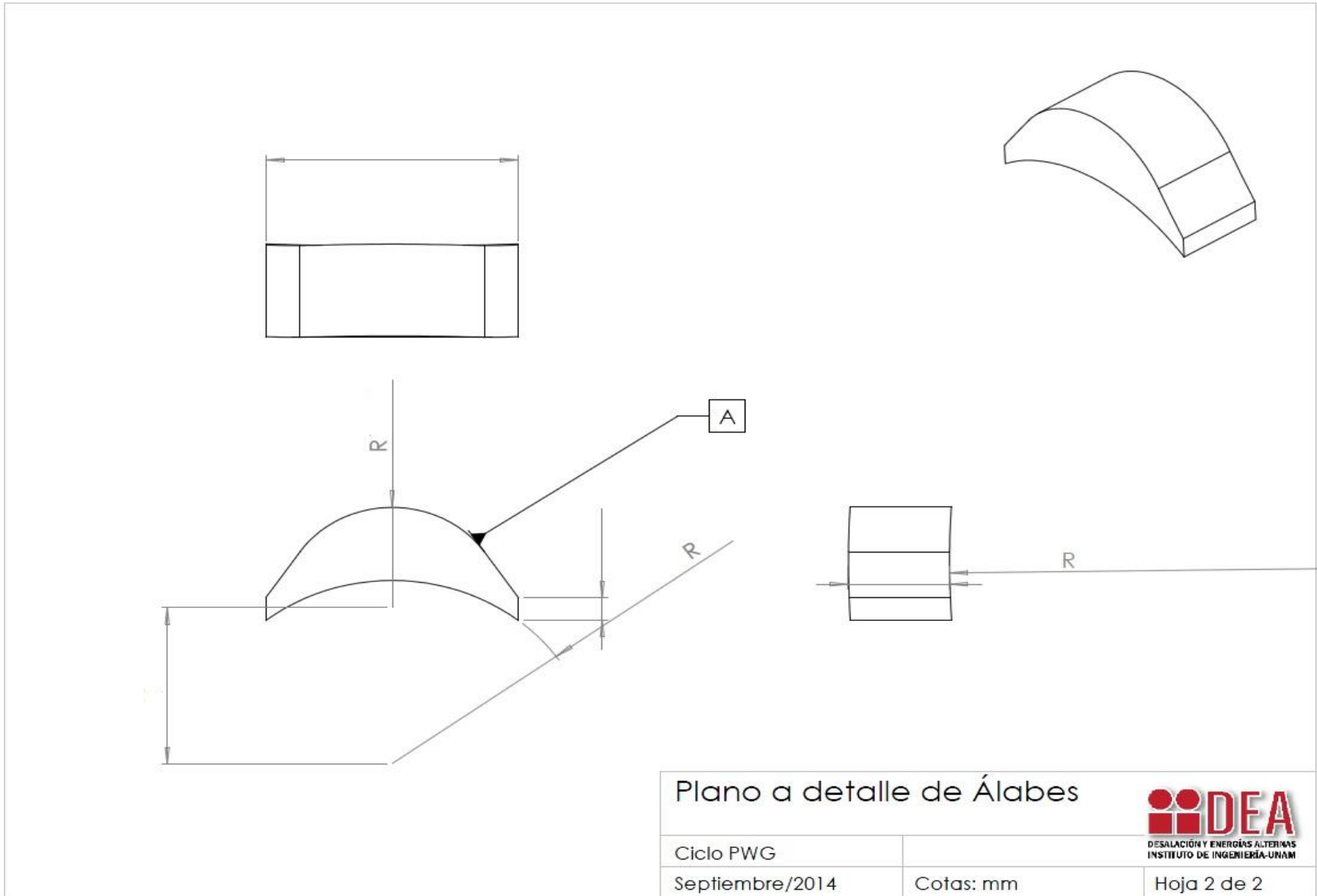


Fig. 44 Esquema de la construcción del perfil aerodinámico.

Anexo C: Planos del rotor







Referencias

- [1] L. Rybach, «Geothermal Sustainability,» *GHC BULLETIN*, pp. 2-4, 2007.
- [2] G. Llopis Trillo y V. Rodrigo Angulo, Guía de la Energía Geotérmica, Madrid: Fundación de la Energía de la Comunidad de Madrid.
- [3] V. R. A. Guillermo Llopis Trillo, Guía de la Energía Geotérmica, Madrid: Fundación de la Energía de la Comunidad de Madrid, 2008 .
- [4] E. Einar Tjörvi y T. Sverrir , «Geothermal Power Plants,» *Short Course on Geothermal Drilling, Resource Development and Power Plants*, 2011.
- [5] C. H. Armstead, «Energía Geotérmica,» LIMUSA, 1989.
- [6] O. García Jaimes, Los recursos geotérmicos de baja entalpía: una opción en la generación eléctrica y la desalación de agua de mar., México D.F., 2008.
- [7] K. Seppo A. , Principles of Turbomachinery, Hoboken, New Jersey: John Willey & Sons, 2011.
- [8] D. S.L. , Fluid mechanics, thermodynamics of turbomachinery, Liverpool: Butterworth-Heinemann, 2008.
- [9] S. Meinhard T., Turbomachinery Flow Physics and Dynamic Performance, Berlin: Springer-Verlag, 2012.
- [10] W. Sanders, Turbine steam path mechanical design and manufacture, Penn well corporation, 2004.
- [11] H. Schlichting, Boundary-layer Theory, McGRAW-HILL.
- [12] Ansys Corporation, Ansys fluent user's guide, Canonsburg, 2013.
- [13] V. H K y M. W, An introduction to computational fluid dynamics, Edinburgh: Pearson, 2007.
- [14] M. H. García, Hidrodinámica ambiental, Universidad Nacional del litoral de Argentina, 1996.
- [15] E. Léveque, An introduction to turbulence in fluids, and modelling aspects, Lyon France: École normale supérieure de Lyon, 2011.
- [16] T. H. y L. J.L., A First Course in turbulence, The MIT Press, 1970.
- [17] C. Hirsch, Numerical computation of internal and external flows, John Wiley & Sons, 1994.



Simulación Numérica del flujo en el rotor de una microturbina de vapor que se acoplará a un ciclo de generación geotermoelectrica



- [18] J. Hernández G., Diseño del rotor de una turbina de altas revoluciones acoplada a un ciclo de generación eléctrica., México: Universidad Nacional Autónoma de México, 2012.
- [19] O. I. Ramos C., Diseño del estator de una turbina de altas revoluciones acoplada a un ciclo de generación eléctrica., México D.F.: Universidad Nacional Autónoma de México, 2012.
- [20] E. F. R. Zárate, «Propuesta de diseño de un intercambiador de calor de placas para el Ciclo PWG.,» México D.F., 2013.