

#### UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO PROGRAMA DE MAESTRÍA Y DOCTORADO EN INGENIERÍA INGENIERÍA ELÉCTRICA - CONTROL

### IDENTIFICACIÓN DE PARÁMETROS DE MOTORES DE RELUCTANCIA CONMUTADA

#### T E S I S QUE PARA OPTAR POR EL GRADO DE: MAESTRA EN INGENIERÍA

#### P R E S E N T A: MISSIE MARÍA DEL ROCÍO AGUADO ROJAS

T U T O R DR. GERARDO RENÉ ESPINOSA PÉREZ Facultad de Ingeniería

MÉXICO, D.F., ENERO 2015

Jurado asignado:

Presidente:	DR. LUIS AGUSTÍN ÁLVAREZ ICAZA LONGORIA
Secretario:	DR. PAUL ROLANDO MAYA ORTIZ
Vocal:	DR. GERARDO RENÉ ESPINOSA PÉREZ
1. <sup>er</sup> suplente:	DR. RICARDO ÁLVAREZ SALAS
2.° suplente:	DR. RUBÉN GARRIDO MOCTEZUMA

Tesis realizada en la División de Estudios de Posgrado de la Facultad de Ingeniería, Ciudad Universitaria, México, D.F.

Tutor de tesis:

DR. GERARDO RENÉ ESPINOSA PÉREZ

La realización de este trabajo fue posible gracias a los apoyos económicos otorgados por:

- Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología (CONACYT) a través de la beca otorgada durante el periodo Agosto 2012- Julio 2014.
- Programa de Apoyo a Proyectos de Investigación e Innovación Tecnológica (PAPIIT) a través del proyecto IN114513.

A mi familia, quienes no entienden a qué me dedico, pero me apoyan siempre que me dedico a ello.

A mis amigos controleros: Edgar Berrospe, Paco López, Indi Alcaide y Hoover Mujica, quienes dicen que entienden a qué me dedico.

A Gerardo Espinosa, gracias a quien comencé con esta tesis,

pero sobre todo,

a Paul Maya, gracias a quien la terminé.

# Índice general

Ín	dice	general	v
Ín	dice	de figuras	VII
Ín	dice	de tablas	IX
1.	Intr	oducción	1
	1.1.	Antecedentes y motivación	1
	1.2.	Problema de identificación	3
	1.3.	Revisión bibliográfica y contribuciones	4
	1.4.	Estructura de la tesis	6
2.	Mot	cor de reluctancia conmutada	8
	2.1.	Características generales	8
	2.2.	Principio de operación	9
	2.3.	Modelo matemático	13
3.	$\mathbf{Esti}$	mación de parámetros	17
	3.1.	Introducción	17
	3.2.	Modelo paramétrico	18
	3.3.	Algoritmo de estimación	22
	3.4.	Convergencia paramétrica	23
	3.5.	Resultados de simulación	25
	3.6.	Resultados experimentales	33
4.	Con	trol basado en pasividad	46
5.	Con	clusiones	53

Apéndice A. Prueba del Teorema 1	55
Apéndice B. Banco de pruebas	59
Referencias	67

# Índice de figuras

2.1.	Estructura básica de un MRC $8/6$ de cuatro fases	9	
2.2.	2. Prototipo de un MRC $6/4$ de tres fases, fabricado por Lucas Advanced Engi-		
	neering Centre, mostrando laminados y una bobina	10	
2.3.	Variación de la inductancia de fase respecto a la posición del rotor para una		
	corriente constante	12	
3.1.	Resultados de simulación: Velocidad de rotor.	28	
3.2.	Resultados de simulación: Voltajes de estator.	28	
3.3.	Resultados de simulación: Corrientes de estator	29	
3.4.	Resultados de simulación: $\lambda_{\min}{\Upsilon}$	29	
3.5.	Resultados de simulación: Estimación de la resistencia de fase	30	
3.6.	Resultados de simulación: Estimación de los parámetros relacionados con la		
	inductancia de fase	30	
3.7.	Resultados de simulación: Estimación de la inercia.	31	
3.8.	Resultados de simulación: Estimación del coeficiente de fricción viscosa	31	
3.9.	Resultados de simulación: Estimación del coeficiente de fricción de Coulomb.	32	
3.10.	Resultados de simulación: Estimación del coeficiente de arrastre	32	
3.11.	Resultados experimentales: Velocidad de rotor	35	
3.12.	Resultados experimentales: Voltajes de estator	36	
3.13.	Resultados experimentales: Corrientes de estator	36	
3.14.	Resultados experimentales: $\lambda_{\min}{\Upsilon}$	37	
3.15.	Resultados experimentales: Estimación de la resistencia de fase	37	
3.16.	Resultados experimentales: Estimación de los parámetros relacionados con la		
	inductancia de fase	38	
3.17.	Resistencia de fase estimada en diferentes puntos de operación	39	

3.18.	Parámetros relacionados con la inductancia de fase estimados en diferentes	
	puntos de operación.	40
3.19.	Perfil de inductancia estimado en diferentes puntos de operación	40
3.20.	Resultados experimentales: Velocidad de rotor	42
3.21.	Resultados experimentales: Corrientes de estator.	43
3.22.	Resultados experimentales: $\lambda_{\min}\{\Upsilon\}$	43
3.23.	Resultados experimentales: Estimación de la inercia	44
3.24.	Resultados experimentales: Estimación del coeficiente de fricción viscosa	44
3.25.	Resultados experimentales: Estimación del coeficiente de fricción de Coulomb.	45
3.26.	Resultados experimentales: Estimación del coeficiente de arrastre	45
4.1.	Referencia 1: Velocidad deseada y medida	50
4.2.	Referencia 1: Error de velocidad.	50
4.3.	Referencia 2: Velocidad deseada y medida	51
4.4.	Referencia 2: Error de velocidad.	51
4.5.	Referencia 3: Velocidad deseada y medida	52
4.6.	Referencia 3: Error de velocidad.	52
B.1.	Banco de pruebas.	60
B.2.	Arquitectura del banco de pruebas	60
B.3.	Convertidor asimétrico de medio puente para una fase	64
B.4.	Formas de onda de la operación por supresión dura, supresión suave y pulso	
	único	66

# Índice de tablas

3.1.	Parámetros nominales	25
3.2.	Parámetros eléctricos estimados en diferentes puntos de operación $\ .\ .\ .\ .$	39
3.3.	Parámetros estimados	42
4.1.	Máximo error de velocidad	49
4.2.	Integral del error cuadrático de velocidad	49
B.1.	Características del motor H55BMBKJ-1841	62
B.2.	Características del motor CD3451	62

# Capítulo 1

# Introducción

### 1.1. Antecedentes y motivación

En el contexto de impulsores eléctricos de velocidad variable y aplicaciones de control de movimiento de alto desempeño, existe una tendencia alentada por el desarrollo actual de los procesadores digitales de señales, a desplazarse de diseños electromecánicos complejos y manufactura precisa hacia algoritmos de control más sofisticados y altamente efectivos (Mademlis y Kioskeridis (2010)). A raíz de ello, en los últimos años los motores de reluctancia conmutada (MRC) han atraído un renovado interés en diversas aplicaciones debido a sus múltiples ventajas. Las principales de ellas son su estructura física simple y robusta —ausente de escobillas, imanes permanentes o devanados en el rotor— y su bajo costo de construcción y mantenimiento, así como su buen desempeño en términos de la relación par/inercia. Presentan una alta eficiencia sobre un amplio rango de velocidades, topología confiable del convertidor electrónico de potencia, y una inherente operación tolerante a fallas y robusta ante condiciones de operación adversas (Ha et al. (2007); Lukic y Emadi (2010)). Por otro lado, la principal limitación para explotar tales ventajas surge de la misma estructura de la máquina: tienen un comportamiento electromecánico altamente no lineal, pues la producción de par depende fuertemente de la geometría de los polos y se caracteriza por su dependencia dual tanto de las corrientes de estator como de la posición de rotor.

Aunque se ha reportado el uso de MRC en aplicaciones domésticas de bajo costo, e.g. aspiradoras (Bateman et al. (2010)) y lavadoras (Liu et al. (2011)), con algoritmos de control que no requieren conocimiento de los parámetros del motor, también se ha reportado su uso en aplicaciones sumamente demandantes tales como sistemas de tracción automotriz (Boldea et al. (2014)), suspensión activa (Lin et al. (2013)), frenos electromecánicos (Krishnamurthy et al. (2009)), arrancadores-generadores (Faiz y Moayed-Zadeh (2005)), aeronaves (Cao et al. (2012)) y sistemas de propulsión vertical (Lim et al. (2008)), entre otras. En tales aplicaciones, para lograr un alto desempeño dinámico, es indispensable conocer con precisión las características de la máquina.

Un enfoque comúnmente utilizado, consiste en el desarrollo de tablas de búsqueda tridimensionales que expresan el eslabonamiento de flujo y el par estático como funciones de la corriente y la posición angular, y que se calculan a partir de las curvas de magnetización de la máquina. Asimismo, se han propuesto diversas expresiones analíticas para describir el comportamiento electromecánico del MRC, entre las cuales algunas de las más aceptadas son las que se presentan en Ilic'-Spong et al. (1987), Torrey y Lang (1990), Vedagarbha et al. (1997) y Kjaer et al. (1997), que consideran los efectos de saturación magnética —las dos primeras mediante una función exponencial y las dos últimas mediante una función arco-tangente y Taylor (1992), donde se desprecia la saturación magnética bajo la suposición de que la máquina opera a niveles bajos de corriente. Cabe mencionar que en las cinco referencias citadas, los parámetros electromagnéticos del modelo del eslabonamiento de flujo fueron determinados utilizando métodos numéricos de ajuste a partir de las curvas de magnetización de la máquina. Tradicionalmente, estas curvas se obtienen a través de numerosas mediciones en una serie de pruebas a rotor bloqueado descritas en detalle en Miller (2001) y Krishnan (2001), que no sólo consumen mucho tiempo, sino que requieren del desarrollo de una plataforma especializada, lo que incrementa el costo y la complejidad de su implementación. O bien, pueden calcularse sin mediciones experimentales utilizando métodos de análisis por elemento finito (Parreira et al. (2005)), conocidos por ser computacionalmente complejos y cuya precisión depende de la elección de los elementos utilizados. Aunque ambos métodos son apropiados durante la etapa de diseño y prueba de prototipos de motores, el primero es impráctico para su aplicación en impulsores producidos en masa —e incluso prohibitivo si los motores ya se encuentran en servicio— (Shen et al. (2013)), mientras el segundo resulta inadecuado debido a que las tolerancias de manufactura en una línea de producción pueden causar variaciones paramétricas de hasta 10% entre diferentes máquinas con el mismo diseño y rango de operación (Tandon et al. (1997)). Por lo tanto, una alternativa atractiva al cálculo o medición de las curvas de magnetización y el posterior ajuste de curvas, es la estimación en línea de los parámetros del MRC.

La motivación de este trabajo es contribuir al desarrollo de esquemas de identificación en

línea de los parámetros del motor de reluctancia conmutada.<sup>1</sup> De manera específica, se desea explorar la posibilidad de desarrollar un esquema de estimación que no requiera sensores o actuadores diferentes a los usualmente utilizados para el control de esta máquina y, de ser posible, que sea de fácil implementación. Para ello, en la búsqueda de las condiciones que garanticen una correcta identificación paramétrica, se pretende explotar el principio de funcionamiento natural del MRC y evitar el uso de señales de excitación atípicas que pudiesen dañar al motor o al convertidor electrónico de potencia.

### 1.2. Problema de identificación

El objetivo general del presente trabajo es realizar la identificación en línea de los parámetros de los subsistemas eléctrico y mecánico del MRC, considerando la presencia del par de carga como una perturbación desconocida, para un modelo en tiempo continuo frecuentemente encontrado en la literatura en el contexto de diseño de algoritmos de control. El modelo utiliza una expresión del eslabonamiento de flujo lineal con respecto a la corriente, y la inductancia de fase se expresa como una serie de Fourier estrictamente positiva donde sólo se considera el primer armónico, es decir, se supone que varía sinusoidalmente con la posición. El problema a resolver se plantea de la siguiente manera:

**Problema de identificación:** Considere el modelo matemático del motor de reluctancia conmutada de Taylor (1992). Suponga que:

- El vector de estados —corrientes de estator, posición y velocidad angular— y el vector de entradas de control —voltajes de estator— están disponibles a través de mediciones.
- El par de carga es desconocido.

Bajo tales condiciones, diseñe un esquema de identificación de parámetros que asegure la convergencia asintótica de los estimados hacia los valores reales.

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup>Para algunos autores, el término «identificación» es la definición del orden y estructura más apropiados para un modelo, mientras el término «estimación» se refiere a la determinación de los parámetros que caracterizan al modelo identificado (Young y Garnier (2006)). Sin embargo, ambos se emplean de manera indistinta a lo largo de este trabajo.

### 1.3. Revisión bibliográfica y contribuciones

Aunque el campo de identificación de parámetros de máquinas eléctricas es en general muy vasto, son relativamente pocos los resultados que pueden encontrarse en la literatura en lo que respecta al motor de reluctancia conmutada.

En Mir et al. (1998) se estiman los coeficientes de Fourier de la inductancia de fase vía el algoritmo recursivo de mínimos cuadrados. Esta propuesta supone que las fases son idénticas, por lo que utiliza sólo una para la rutina de identificación. Supone conocidos y constantes dos parámetros eléctricos —resistencia de fase y eslabonamiento de flujo saturado— y se basa en la reconstrucción de los eslabonamientos de flujo a partir de mediciones de voltaje y corriente en las terminales de la máquina, enfoque que a su vez se basa en la integración numérica de las variables mencionadas. Tal enfoque ha sido ampliamente reconocido por su falta de robustez debido a que las pérdidas generadas tanto por corrientes parásitas como por histéresis introducen errores inherentes al eslabonamiento de flujo calculado por este método (Zhang y Radun (2006)), adicionales a los ocasionados por la variación de la resistencia a causa de la temperatura. Más aún, esta propuesta presenta la desventaja de la existencia de singularidades cuyo tratamiento no es claramente establecido, i.e. la salida del modelo paramétrico es igual al logaritmo natural de un cociente cuyo denominador puede tomar el valor de cero en cada comutación.

En Mir et al. (2001) se presenta una extensión del trabajo anterior donde se estiman los coeficientes de Fourier de la inductancia y la resistencia de fase mediante el algoritmo recursivo de mínimos cuadrados. Esta propuesta se basa en el mismo principio de reconstrucción de los eslabonamientos de flujo, con la diferencia de que se emplea un modelo que desprecia la saturación magnética —es decir, la constante del eslabonamiento de flujo saturado es inexistente—, por lo que no supone conocimiento previo sobre otros parámetros de la máquina y evita la existencia de singularidades.

En Chalupa y Visinka (2002) se patenta un algoritmo para estimar la resistencia de fase de un MRC en un esquema de control sin sensores mecánicos. Bajo el mismo principio de reconstrucción de los eslabonamientos de flujo a partir de mediciones terminales de voltaje y corriente, con las desventajas ya mencionadas, la resistencia de fase se determina ajustando recursivamente su valor de forma que el eslabonamiento de flujo estimado sea igual a cero al final del periodo de conmutación. Como en los casos anteriores, se supone que las fases son idénticas, por lo que se utilizan las mediciones de sólo una de ellas, y no se menciona en ningún momento al subsistema mecánico del MRC.

En Zhao et al. (2007), bajo un análisis en dos escalas de tiempo, se desprecia la dinámica eléctrica de un MRC traslacional, y éste es considerado como un sistema mecánico de segundo orden. Se supone de forma implícita que la diferencia entre la fuerza de origen eléctrico y la perturbación de carga es conocida, y el motor se representa por medio de una función de transferencia en tiempo discreto de la fuerza a la posición cuyos coeficientes se estiman utilizando el algoritmo recursivo de mínimos cuadrados. Una desventaja inmediata de esta propuesta es que, como ocurre normalmente con los modelos en tiempo discreto, los parámetros son función del intervalo de muestreo y no tienen una interpretación física directa (Garnier y Wang (2008)).

Se ha reportado también el uso de sistemas neurodifusos para estimar la inductancia de fase (Daldaban et al. (2006)), y de redes neuronales para identificar la resistencia e inductancia del devanado (Lu et al. (2003)), las caraterísticas del eslabonamiento de flujo (Lin et al. (2007)) y un modelo de la inductancia y el eslabonamiento de flujo del MRC (Ustun (2009)). Cabe mencionar que, para entrenar a las redes, las dos primeras propuestas requieren información previamente medida o calculada sobre la máquina —la primera utiliza métodos de análisis por elemento finito y la segunda pruebas a rotor bloqueado—, mientras las dos últimas se basan en la técnica antes mencionada de reconstrucción de los eslabonamientos de flujo.

#### Contribuciones

El esquema de identificación de parámetros propuesto en este trabajo es el primero que considera el sistema completo del MRC, es decir, toma en cuenta tanto la dinámica de la parte eléctrica como la de la parte mecánica. Se estiman los parámetros de un modelo en tiempo continuo, lo que brinda la ventaja de que estos tienen una clara interpretación física, y no dependen del tiempo de muestreo de las mediciones. Asimismo, no requiere sensores ni actuadores adicionales a los que usualmente se utilizan en el control de este tipo de máquinas, ni requiere señales de excitación distintas a las de la operación normal.

Respecto a la estimación de los parámetros del subsistema eléctrico, es también la primera propuesta que no se basa en la reconstrucción de los eslabonamientos de flujo a partir de las mediciones de voltaje y corriente en las terminales de la máquina. Entre las ventajas que presenta esta propuesta sobre las previamente reportadas se encuentran que no supone conocimiento previo sobre otros parámetros del motor, no presenta singularidades y, al utilizar información de todas las fases, no requiere sincronizar el algoritmo de estimación con una fase en particular, lo que hace más sencilla su implementación. Respecto a la estimación de los parámetros del subsistema mecánico, esta propuesta considera una parametrización lineal del par de carga que captura los fenómenos de fricción y las cargas hidráulicas como compresores y bombas.

La efectividad del esquema propuesto es evaluada tanto con simulaciones numéricas como con pruebas experimentales, y los parámetros estimados son validados mediante su uso en un esquema de control en lazo cerrado.

#### **1.4.** Estructura de la tesis

El resto de este trabajo está organizado de la siguiente manera.

En el Capítulo 2 se presentan las características generales del MRC. Se describe brevemente su principio de operación y la relación entre la inductancia de fase y la posición de rotor. Posteriormente se desarrolla el modelo matemático del MRC y se discute la validez de las suposiciones a partir de las cuales éste es desarrollado.

En el Capítulo 3 se describe el esquema de identificación de parámetros propuesto en este trabajo. Se presenta el modelo paramétrico desarrollado y se hace una breve explicación del algoritmo de identificación utilizado, así como de sus propiedades de estabilidad. Se muestran resultados de simulación donde se estiman de manera simultánea todos los parámetros del MRC. Asimismo se presentan resultados experimentales donde los parámetros se estiman por etapas, primero los del subsistema eléctrico y posteriormente los del subsistema mecánico. Se justifica la conveniencia de realizar la identificación por etapas, y se lleva a cabo un análisis de la validez de los resultados.

En el Capítulo 4 se presenta la evaluación del desempeño de un controlador en lazo cerrado utilizando los parámetros del MRC estimados en el capítulo 3, y se hace una comparación con el desempeño obtenido utilizando otro conjunto de parámetros.

En el Capítulo 5 se presentan las conclusiones obtenidas a partir de este trabajo y se discuten posibles extensiones del mismo en el futuro.

Finalmente, se incluyen dos apéndices: En el primero de ellos se presenta la prueba de estabilidad y convergencia paramétrica del algoritmo de estimación utilizado en este trabajo.

En el segundo se describen las características del banco de pruebas con el que se realizaron todos los experimentos.

## Capítulo 2

## Motor de reluctancia conmutada

### 2.1. Características generales

Un motor de reluctancia conmutada es una máquina eléctrica en la cual el par es generado por la tendencia del circuito magnético a adoptar una configuración de reluctancia mínima, i.e., por la tendencia de su parte móvil a desplazarse a una posición tal que maximiza la inductancia del devanado excitado.

La Figura 2.1 muestra la estructura básica de un MRC rotatorio regular. Es, en lo que respecta a la construcción, una de las máquinas eléctricas más simples. El rotor es una estructura de polos salientes sin devanados o imanes permanentes, compuesta por un grupo de láminas de hierro de alta permeabilidad que forman una flecha. El estator también es una estructura de polos salientes formada por láminas, con la diferencia de que éste tiene devanados de fase, cada uno de las cuales se compone de pares de bobinas arrolladas alrededor de polos diametralmente opuestos y conectadas de tal forma que sus flujos sean aditivos. La Figura 2.2 muestra un MRC rotatorio de tres fases, junto a una lámina con 6 polos correspondiente al estator, una lámina con 4 polos correspondiente al rotor, y una bobina. Los devanados concentrados suponen mínima producción de inductancia mutua. Los polos salientes se diseñan en múltiplos de dos, y en máquinas simétricas siempre son más en el estator que en el rotor, para evitar posiciones de rotor que generen par nulo.

Por lo que a la estructura magnética reluctante se refiere, existen diversas topologías según el número de polos de estator  $N_s$  y el número de polos de rotor  $N_r$ , y se identifica cada caso



Figura 2.1: Estructura básica de un MRC 8/6 de cuatro fases.

según la relación  $N_s/N_r$ , detallando también el número de fases *m* del motor. Así, el mostrado en la Figura 2.1 se caracteriza como un MRC 8/6 de cuatro fases, y el de la Figura 2.2 como un MRC 6/4 de tres fases.

### 2.2. Principio de operación

La reluctancia de un material o circuito magnético es la resistencia que éste presenta al paso de un flujo magnético cuando es influenciado por un campo magnético. En las máquinas de reluctancia variable, categoría en la que se ubica el MRC, la conversión de energía eléctrica en energía mecánica se da como resultado de la reluctancia variable en el entrehierro del estator y el rotor. La generación y posterior conmutación del campo magnético se realiza en los devanados del estator.

Cuando un devanado de fase es excitado con una corriente, se produce un campo magnético que, a su vez, produce un par reluctivo que tiende a alinear los polos de rotor más cercanos con los polos de estator de la fase excitada, con el fin de minimizar la reluctancia del circuito magnético. Dado que el número de polos de estator y rotor es diferente  $(N_s > N_r)$ , cuando el rotor está alineado con una fase, está desalineado respecto a las demás. De esta forma, al excitar las fases de manera secuencial de acuerdo con la posición del rotor, se logra una producción continua de giro y par.



Figura 2.2: Prototipo de un MRC 6/4 de tres fases, fabricado por Lucas Advanced Engineering Centre, mostrando laminados y una bobina.

#### Relación entre la inductancia de fase y la posición de rotor

En los motores de reluctancia conmutada, la inductancia de fase es función de la posición de rotor y de la corriente de estator. La Figura 2.3 muestra la variación de la inductancia de una fase del MRC respecto a la posición de rotor para una corriente constante. Los cambios significativos en el perfil de inductancia están determinados por el arco polar del estator  $\beta_s$ , el arco polar del rotor  $\beta_r$ , y el número de polos de rotor. Se supone —y usualmente es el caso— que  $\beta_r > \beta_s$ . El perfil es idealizado en el sentido de que no considera saturación ni efectos marginales, condiciones bajo las cuales puede describirse como una función lineal a tramos, en la que se distinguen cuatro «regiones» de inductancia:

- 0 θ<sub>1</sub> y θ<sub>4</sub> θ<sub>5</sub>: En esta región no existe un traslape entre los polos de estator y rotor, y la inductancia de fase es mínima y constante (inductancia desalineada no saturada L<sub>u</sub>). El cero de las abscisas corresponde a la posición desalineada, definida como aquella en la que el eje interpolar del rotor está alineado con los polos de estator de la fase en cuestión. Como resultado del gran entrehierro entre estator y rotor, la trayectoria del fujo está predominantemente formada por aire, y la reluctancia magnética de la misma es máxima. Esta región no contribuye a la generación de par.
- $\theta_1 \theta_2$ : En esta región hay un incremento en el área de traslape de los polos y la inductancia adquiere una pendiente positiva. Al existir un traslape parcial de los polos, la trayectoria del flujo es principalmente a través de los laminados del estator y el rotor, y la inductancia aumenta conforme se incrementa la posición del rotor. Esta región contribuye a la producción de par positivo (i.e. par motor) y termina cuando se completa el traslape de los polos.
- $\theta_2 \theta_3$ : En esta región los polos de estator se traslapan completamente con los de rotor, y la inductancia de fase es máxima y constante (inductancia alineada no saturada  $L_a$ ). Durante este intervalo, el movimiento del rotor no altera el traslape completo de los polos, por lo que no cambia la trayectoria dominante del flujo. Como resultado del pequeño entrehierro entre estator y rotor, la reluctancia magnética de la trayectoria del flujo es mínima, y el circuito magnético es susceptible a la saturación. Esta región no contribuye a la generación de par, y su punto medio corresponde a la posición alineada, definida como aquella en la que el eje polar del rotor está alineado con los polos de estator de la fase en cuestión.
- $\theta_3 \theta_4$ : En esta región hay un decremento en el área de traslape de los polos y la



Figura 2.3: Variación de la inductancia de fase respecto a la posición del rotor para una corriente constante.

inductancia adquiere una pendiente negativa. Similar a la región  $\theta_1 - \theta_2$ , en ésta existe un traslape parcial de los polos, con la diferencia de que la inductancia disminuye conforme se incrementa la posición del rotor. Esta región contribuye a la producción de par negativo (i.e. par generador o par de frenado) y termina cuando se acaba el traslape de los polos.

Para efectos de modelado, la inductancia de fase suele ser aproximada por una serie de Fourier. Sin embargo, en una máquina real no es posible alcanzar el perfil ideal de inductancia de la Figura 2.3 debido a la saturación. A medida que aumenta la corriente, la inductancia alineada disminuye (de hecho, a niveles altos de corriente, la inductancia alineada es menor que la no alineada), y la saturación y los campos marginales causan que el perfil se curve en la parte superior, aspectos que por lo regular no son contemplados en los modelos analíticos.

### 2.3. Modelo matemático

El modelo matemático del motor de reluctancia conmutada utilizado en este trabajo parte de las siguientes suposiciones (Taylor (1992)):

Suposición S.1. La inductancia mutua entre fases de estator es despreciable.

Suposición S.2. Los laminados de rotor y estator no presentan saturación magnética.

Suposición S.3. Las fases son idénticas.

Suposición S.4. La inductancia de fase varía sinusoidalmente con la posición.

Son pertinentes los siguientes comentarios al respecto:

- Respaldada experimentalmente, la suposición S.1 es ampliamente aceptada y se justifica por la construcción misma de la máquina. Como se mencionó anteriormente, los devanados concentrados suponen mínima producción de inductancia mutua, y la simetría de la localización de los polos contribuye a eliminar los efectos de acoplamiento entre fases.
- La suposición S.2 es válida si la máquina opera a niveles bajos de corriente. Claramente, esta suposición restringe la idoneidad del modelo a un determinado rango de operación.
- La suposición S.3 es usual en el modelado y control del MRC. Si bien se ha mencionado que debido a tolerancias de manufactura en una línea de producción el perfil de inductancia puede variar de fase a fase de una misma máquina (Tandon et al. (1997)), la variación reportada es menor al 4% por lo que puede considerarse despreciable.
- Como el caso anterior, la suposición S.4 es usual en el modelado y control del MRC. Con base en esta simplificación, se han desarrollado modelos (Ilic'-Spong et al. (1987) y Vedagarbha et al. (1997)) que reportan una diferencia no mayor al 10% entre las curvas de flujo y par generadas con dichos modelos y las curvas experimentales obtenidas de mediciones en condiciones estáticas.

Por S.1 los devanados de fase del MRC se suponen magnéticamente desacoplados y un modelo dinámico general está dado por

$$\psi_j(q, i_j) + R_j i_j = u_j, \quad j = 1, \dots, m$$
 (2.1a)

$$J\dot{\omega} = T_e(q,i) - T_L(q,\omega)$$
(2.1b)

$$\dot{q} = \omega$$
 (2.1c)

donde m es el número de fases de estator y, para cada fase j,  $\psi_j(q, i_j)$  es el eslabonamiento de flujo,  $i_j$  es la corriente en el devanado,  $u_j$  es el voltaje aplicado a las terminales del devanado, y  $R_j$  es la resistencia del devanado; J es la inercia total del rotor, q es la posición angular,  $\omega$  es la velocidad angular,  $T_L(q, \omega)$  es el par de carga, y  $T_e(q, i)$  es el par mecánico de origen eléctrico que, debido al desacoplamiento magnético considerado, es igual a la suma del par producido por cada una de las fases, i.e.

$$T_e(q,i) = \sum_{j=1}^{m} T_j(q,i_j)$$
(2.2)

donde, según el principio de conversión de energía electromecánica, el par mecánico de origen eléctrico por fase es igual a la derivada parcial de la co-energía magnética respecto a la posición angular, i.e.

$$T_j(q, i_j) = \frac{\partial W'_j(q, i_j)}{\partial q}$$

con la co-energía magnética de cada devanado dada por

$$W_j'(q, i_j) = \int_0^{i_j} \psi_j(q, i_j) di_j$$

La estructura del modelo (2.1) es muy general y aplica a diversos modelos dinámicos encontrados en la literatura; lo que los hace diferentes es la estructura considerada del eslabonamiento de flujo.

Por S.2 se tiene una relación afín entre flujos y corrientes dada por

$$\psi_j(q, i_j) = f_j(q)i_j$$

donde  $f_j(q)$  es una aproximación en serie de Fourier del perfil ideal de la inductancia de fase mostrado en la Figura 2.3. Por S.3 la resistencia del devanado  $R_j$  es la misma para todas las fases, y  $f_j(q)$  está dado por

$$f_j(q) = a + \sum_{n=1}^{\infty} \left\{ b_n \sin\left[n\left(N_r q - \left(j-1\right)\frac{2\pi}{m}\right)\right] + c_n \cos\left[n\left(N_r q - \left(j-1\right)\frac{2\pi}{m}\right)\right] \right\}$$
(2.3)

con los mismos coeficientes de Fourier a,  $b_n$  y  $c_n$  para todas las fases. Debido a que  $f_j(q)$  es periódica,  $\psi_j(q, i_j)$  también es periódica en q con periodo  $2\pi/N_r$  y ángulo de fase  $\varphi_j = (j-1)2\pi/m$ .

Por S.4 la expresión (2.3) se trunca en n = 1, i.e.

$$\psi_j(q, i_j) = L_j(q)i_j \tag{2.4}$$

donde  $L_j(q)$  es el truncamiento de  $f_j(q)$ . Bajo esta simplificación, la función de co-energía magnética queda de la forma

$$W'_j(q, i_j) = \frac{1}{2}L_j(q)i_j^2$$

y el par generado por cada fase queda dado por

$$T_j(q, i_j) = \frac{1}{2} \frac{\partial L_j(q)}{\partial q} i_j^2$$
(2.5)

De la expresión (2.5) del par mecánico de origen eléctrico pueden hacerse algunas observaciones:

- El par generado es una función no lineal de las corrientes de estator, aun si el circuito magnético es considerado lineal.
- El par es proporcional al cuadrado de la corriente y no depende de la dirección de ésta. Por tanto, no se requiere de corrientes bidireccionales para la operación de la máquina y la dirección de rotación puede revertirse fácilmente mediante un cambio en la secuencia de excitación del estator. Este requerimiento de corriente unipolar tiene la ventaja de que sólo se necesita un interruptor de potencia para controlar la corriente en una fase, lo que hace más económico al convertidor.
- El signo del par está determinado únicamente por el término  $\partial L_j(q)/\partial q$ , i.e. por la variación de la inductancia de fase respecto a la posición angular, propiedad que concuerda con el principio de operación de la máquina. Evidentemente, si la corriente de fase es diferente de cero, sólo se genera par en las regiones donde la inductancia cambia.
- Debido a los anteriores puntos, esta máquina es apta para la operación en cuatro cuadrantes con un convertidor de potencia apropiado.

Finalmente, la sustitución de (2.4), (2.5) y (2.2) en el modelo general (2.1) resulta en

$$L_j(q)\frac{di_j}{dt} = u_j - K_j(q)\omega i_j - Ri_j$$
(2.6a)

$$J\frac{d\omega}{dt} = \sum_{j=1}^{m} \frac{1}{2} K_j(q) i_j^2 - T_L(q,\omega)$$
 (2.6b)

$$\frac{dq}{dt} = \omega \tag{2.6c}$$

donde

$$L_j(q) = l_0 - l_1 \cos\left[N_r q - (j-1)\frac{2\pi}{m}\right]$$
(2.7)

es la aproximación de primer armónico de la inductancia de fase, con  $l_0$  y  $l_1$  constantes positivas que hacen a  $L_j(q)$  una función estrictamente positiva  $(l_0 > l_1)$ , y

$$K_j(q) = \frac{\partial L_j(q)}{\partial q} = l_1 N_r \sin\left[N_r q - (j-1)\frac{2\pi}{m}\right]$$
(2.8)

es la variación de la inductancia de fase respecto a la posición del rotor.  $N_r$  es el número de polos de rotor. Los parámetros desconocidos en este modelo son los coeficientes de Fourier de la inductancia de fase  $l_0$  y  $l_1$ , la resistencia del devanado R, la inercia total del rotor J, y el par de carga  $T_L(q, \omega)$ , dependiente de la aplicación y por lo general una función de las variables de estado mecánicas.

Una característica importante del modelo (2.6) es que se trata, bajo una suposición adecuada para la expresión del par de carga, de un sistema intrínsecamente lineal en los parámetros, i.e. expresiones no lineales que pueden hacerse lineales en los parámetros a través de alguna transformación (Åström y Eykhoff (1971)). En el siguiente capítulo se mostrará cómo esta propiedad permite desarrollar el modelo paramétrico propuesto en este trabajo y el uso de técnicas tradicionales de estimación de parámetros.

# Capítulo 3

## Estimación de parámetros

### 3.1. Introducción

Una vez establecida la estructura del modelo de un sistema dinámico, los parámetros del mismo pueden ser medidos o calculados utilizando leyes físicas, propiedades de los materiales, etc. Sin embargo, cuando esto no es posible, o cuando los parámetros varían con el tiempo debido a cambios en las condiciones de operación, estos pueden determinarse mediante técnicas de estimación de parámetros, que consisten en inferir los valores de los mismos a partir de mediciones de la entrada y la salida del sistema. La estimación puede realizarse en línea o fuera de línea y, cuando se trata de un modelo en tiempo continuo, puede hacerse de forma directa o indirecta. El enfoque directo identifica de forma inmediata los parámetros del modelo en tiempo continuo, mientras que el enfoque indirecto identifica primero un modelo en tiempo discreto con una parametrización diferente, que luego convierte a un equivalente en tiempo continuo (Rao y Unbehauen (2006)).

Aunque las ventajas de la identificación directa de modelos en tiempo continuo son ampliamente reconocidas (ver Garnier y Young (2014) y referencias ahí citadas), se sabe también que la principal dificultad en el manejo de modelos en tiempo continuo se debe a la necesidad de conocer las derivadas temporales, normalmente no medibles, de las señales de entrada y salida del sistema. Para hacer frente a la reconstrucción de las derivadas temporales (y evitar los problemas obvios que surgen de la diferenciación numérica de una señal posiblemente ruidosa) se han ideado varios métodos (Garnier et al. (2003); Rao y Unbehauen (2006)), cada uno de los cuales se caracteriza por ventajas específicas, tales como conveniencia matemática, facilidad de implementación y ejecución numérica, manejo de las condiciones iniciales, interpretación física y precisión, entre otras.

En este trabajo se emplea el método de filtros de variables de estado, un enfoque tradicional que data de los días de las computadoras analógicas e híbridas (Young (2011)) y que ha mostrado dar buenos resultados en la identificación de modelos en tiempo continuo (Isermann y Münchhof (2011)). El principio de este método es emplear un filtro paso-bajas que atenúa el ruido de alta frecuencia y transformarlo a una representación en espacio de estados, de forma que los estados sean las derivadas de la salida del filtro, es decir, las derivadas de la señal filtrada las cuales sí están disponibles.

Respecto a la estimación de parámetros en línea, la idea esencial detrás de ella consiste en comparar la respuesta medida del sistema con la salida estimada de un modelo parametrizado, cuya estructura es la misma que la del modelo del sistema, y ajustar continuamente el vector de parámetros estimados de tal forma que la salida estimada tienda a la salida medida conforme pasa el tiempo. Bajo ciertas condiciones de la entrada, que la salida estimada sea cercana a la medida implica que el vector de parámetros estimados es cercano al vector de parámetros desconocidos del modelo del sistema. El procedimiento de estimación de parámetros en línea involucra por tanto tres pasos: El primero consiste en seleccionar una parametrización apropiada del modelo del sistema, el segundo en generar o actualizar los parámetros estimados mediante una ley de estimación impliquen que el vector de parámetros estimados tienda al vector de parámetros desconocidos de la ley de estimación impliquen que el vector de parámetros estimados tienda al vector de parámetros desconocidos de la ley de estimación impliquen que el vector de parámetros estimados tienda al vector de parámetros desconocidos de la ley de estimación impliquen que el vector de parámetros estimados tienda al vector de parámetros desconocidos del modelo del sistema cuando  $t \to \infty$ . (Ioannou y Sun (1996); Ioannou y Fidan (2006))

### 3.2. Modelo paramétrico

Las técnicas estándar de estimación de parámetros se basan en ecuaciones donde señales conocidas dependen linealmente de parámetros desconocidos. Sin embargo, el modelo del MRC no se ajusta de manera inmediata a dicha estructura. Al sustituir las expresiones (2.7) y (2.8) en el modelo (2.6) se tiene

$$\left[l_0 - l_1 \cos(N_r q - \varphi_j)\right] \frac{di_j}{dt} = u_j - \left[l_1 N_r \sin(N_r q - \varphi_j)\right] \omega i_j - Ri_j$$
(3.1a)

$$J\frac{d\omega}{dt} = \frac{1}{2}l_1N_r\sum_{j=1}^m \sin(N_rq - \varphi_j)i_j^2 - T_L(q,\omega)$$
(3.1b)

que contiene en el subsistema mecánico un término de perturbación desconocido, i.e. el par de carga. Con el objetivo de desarrollar un modelo paramétrico adecuado para la aplicación directa de estos métodos, es necesario reescribir el modelo y plantear una suposición adicional para el subsistema mecánico. Con base en ideas presentadas en Ortega et al. (1993), en este trabajo se supone que

Suposición S.5. El par de carga puede parametrizarse linealmente como

$$T_L = \phi_L^\top(t)\theta_L$$

donde  $\theta_L$  es un vector constante desconocido y  $\phi_L$  contiene señales medibles.

S.5 es una suposición más realista que un par de carga constante (o nulo). Se sabe que los rodamientos y las fuerzas viscosas varían linealmente con la velocidad, mientras los sistemas hidráulicos como bombas o ventiladores tienen cargas proporcionales al cuadrado de la velocidad. Por tanto, se propone un par de carga de la forma

$$T_L = \left(C + D\omega^2\right)\operatorname{sgn}(\omega) + B\omega \tag{3.2}$$

donde B es el coeficiente de fricción viscosa, C es el coeficiente de fricción de Coulomb, y D representa el coeficiente de arrastre.

Al reacomodar los términos de (3.1a) se tiene

$$Ri_j + l_0 \frac{di_j}{dt} - l_1 \left[ \cos(N_r q - \varphi_j) \frac{di_j}{dt} - N_r \sin(N_r q - \varphi_j) \omega i_j \right] = u_j$$

que, si bien es lineal en los parámetros desconocidos, contiene el término  $di_j/dt$  que no puede medirse, y que no puede aproximarse directamente mediante el método de filtros de variables de estado. Sin embargo, note que el término entre corchetes puede expresarse como

$$\begin{bmatrix} \cdot \end{bmatrix} = \cos(N_r q - \varphi_j) \frac{di_j}{dt} - i_j \sin(N_r q - \varphi_j) N_r \frac{dq}{dt} \\ = \cos(N_r q - \varphi_j) \frac{di_j}{dt} + i_j \frac{d}{dt} \Big( \cos(N_r q - \varphi_j) \Big) \\ = \frac{d}{dt} \Big[ \cos(N_r q - \varphi_j) i_j \Big]$$

por lo que el subsistema eléctrico queda dado por

$$Ri_j + l_0 \frac{di_j}{dt} - l_1 \frac{d}{dt} \Big[ \cos(N_r q - \varphi_j) i_j \Big] = u_j$$
(3.3)

expresión que sí permite el uso del método de filtros de variables de estado.

Por otro lado, la sustitución de (3.2) en (3.1b) resulta en la expresión

$$J\frac{d\omega}{dt} = \frac{1}{2}l_1N_r\sum_{j=1}^m \sin(N_rq - \varphi_j)i_j^2 - B\omega - C\operatorname{sgn}(\omega) - D\omega^2\operatorname{sgn}(\omega)$$
(3.4)

que es lineal en los parámetros desconocidos y captura los fenómenos de fricción del motor y la carga a pesar de no ser considerados en el modelo original.

El modelo matemático del MRC conformado por (3.3) y (3.4) puede escribirse en forma compacta como

$$\begin{bmatrix} \mathbf{u} \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{i} & \frac{d\mathbf{i}}{dt} & -\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \mathbf{C}(q)\mathbf{i} \end{bmatrix} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ 0 & 0 & -\frac{N_{T}}{2} \mathbf{i}^{\mathsf{T}} \mathbf{S}(q)\mathbf{i} & \frac{d\omega}{dt} & \omega & \operatorname{sgn}(\omega) & \omega^{2} \operatorname{sgn}(\omega) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} R \\ l_{0} \\ l_{1} \\ J \\ B \\ C \\ D \end{bmatrix}$$

donde

$$\mathbf{i} = \begin{bmatrix} i_1 & \cdots & i_m \end{bmatrix}^\top \\ \mathbf{u} = \begin{bmatrix} u_1 & \cdots & u_m \end{bmatrix}^\top \\ \mathbf{C}(q) = \operatorname{diag} \left\{ \cos(N_r q - \varphi_j) \right\} \\ \mathbf{S}(q) = \operatorname{diag} \left\{ \sin(N_r q - \varphi_j) \right\}$$

y  $\mathbf{0} \in \mathbb{R}^m$  representa el vector nulo de dimensión m.

Con el fin de obtener un modelo paramétrico que pueda ser implementado con las señales disponibles para medición, se operan ambos lados de (3.3) y (3.4) con los filtros estables  $F(p) = \frac{\lambda}{p+\lambda}$  y  $G(p) = \frac{\mu}{p+\mu}$ , respectivamente, con  $\lambda$  y  $\mu$  constantes positivas, y donde p denota el operador diferencial, i.e.  $px(t) = \frac{dx(t)}{dt}$ . Se tiene entonces

$$R\frac{\lambda}{p+\lambda}i_j + l_0\frac{\lambda p}{p+\lambda}i_j - l_1\frac{\lambda p}{p+\lambda}\Big[\cos(N_r q - \varphi_j)i_j\Big] = \frac{\lambda}{p+\lambda}u_j$$

para el subsistema eléctrico, y

$$\frac{1}{2}l_1N_r\frac{\mu}{p+\mu}\sum_{j=1}^m\sin(N_rq-\varphi_j)i_j^2 = J\frac{\mu p}{p+\mu}\omega + B\frac{\mu}{p+\mu}\omega + C\frac{\mu}{p+\mu}\operatorname{sgn}(\omega) + D\frac{\mu}{p+\mu}\omega^2\operatorname{sgn}(\omega)$$

para el subsistema mecánico.

Finalmente, el modelo paramétrico del MRC puede escribirse en la forma

$$z = \phi^{\top} \theta \tag{3.5}$$

que constituye el modelo básico para la identificación de parámetros mediante técnicas es-

tándar, donde

$$z = \begin{bmatrix} \frac{\lambda}{p+\lambda} \mathbf{u} \\ 0 \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^{m+1}$$

$$\theta = \begin{bmatrix} R \ l_0 \ l_1 \ J \ B \ C \ D \end{bmatrix}^\top \in \mathbb{R}^7$$

$$\begin{pmatrix} \frac{\lambda}{p+\lambda} \mathbf{i}^\top & 0 \\ \frac{\lambda p}{p+\lambda} \mathbf{i}^\top & 0 \\ -\frac{\lambda p}{p+\lambda} [\mathbf{i}^\top \mathbf{C}(q)] \ -\frac{N_r}{2} \frac{\mu}{p+\mu} \mathbf{i}^\top \mathbf{S}(q) \mathbf{i} \\ \mathbf{0}^\top & \frac{\mu p}{p+\mu} \omega \\ \mathbf{0}^\top & \frac{\mu}{p+\mu} \mathrm{sgn}(\omega) \\ \mathbf{0}^\top & \frac{\mu}{p+\mu} \mathrm{sgn}(\omega) \\ \mathbf{0}^\top & \frac{\mu}{p+\mu} \omega^2 \mathrm{sgn}(\omega) \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^{7 \times (m+1)}$$

son el vector de salidas, el vector de parámetros nominales y la matriz regresora, respectivamente. Se supone en lo subsecuente que z y  $\phi$  están acotados y  $\theta$  es constante.

### 3.3. Algoritmo de estimación

El algoritmo gradiente, empleado en este trabajo, es el estimador en línea más simple y uno de los más utilizados. Su uso involucra el desarrollo de una ecuación algebraica de error de estimación y la selección de una función de costo apropiada  $H(\hat{\theta})$  que, para todo tiempo t, sea convexa sobre el espacio de  $\hat{\theta}(t)$ , i.e. el estimado de  $\theta$  en el instante t. La dinámica de  $\hat{\theta}(t)$  se diseña de tal forma que minimice la función  $H(\hat{\theta})$  en la dirección de máximo decrecimiento, es decir, la trayectoria de minimización es generada por la ecuación diferencial

$$\dot{\hat{\theta}} = -\Gamma \nabla H$$

donde  $\Gamma = \Gamma^{\top} > 0$  es una matriz de diseño denominada ganancia de estimación.

A partir de (3.5) se define el modelo de estimación

$$\hat{z} = \phi^{\top} \hat{\theta} \tag{3.6}$$

con lo que el error de estimación se construye como

$$\varepsilon = \hat{z} - z = \phi^{\top} \hat{\theta} - z \tag{3.7}$$

que, para efectos de análisis, puede expresarse en términos del error de parámetros  $\tilde{\theta}$  como

$$\varepsilon = \phi^{\top} \tilde{\theta} \tag{3.8}$$

 $\operatorname{con}$ 

$$\tilde{\theta} = \hat{\theta} - \theta \tag{3.9}$$

Se elige la función de costo instantánea

$$H(\hat{\theta}) = \frac{1}{2}\varepsilon^{\top}\varepsilon = \frac{1}{2}\left(\phi^{\top}\hat{\theta} - z\right)^{\top}\left(\phi^{\top}\hat{\theta} - z\right)$$

que se minimiza respecto a  $\hat{\theta}$  empleando el método gradiente. Dado que

$$\nabla H = \phi(\phi^{\top}\hat{\theta} - z) = \phi\varepsilon$$

se obtiene la dinámica de estimación

$$\hat{\theta} = -\Gamma\phi\varepsilon, \qquad \hat{\theta}(0) = \hat{\theta}_0$$
(3.10)

cuyas propiedades de estabilidad se enuncian en el Teorema 1 en la Sección 3.4.

### 3.4. Convergencia paramétrica

Presentado por Åström en 1965, el concepto de una señal persistentemente excitante es crucial para asegurar la convergencia paramétrica del algoritmo gradiente. El objetivo de la ley de adaptación (3.10) es hacer que  $H(\hat{\theta})$  converja a cero, lo que implica que la señal  $\varepsilon(t)$ también converja a cero. Como es sabido, para que  $\varepsilon(t) = 0$  es suficiente, mas no necesario, que  $\tilde{\theta} = 0$ . Se requiere entonces establecer condiciones adicionales sobre  $\phi(t)$  para garantizar que la convergencia a cero de  $\varepsilon(t)$  implique a su vez la convergencia de  $\theta(t)$  a  $\theta$ . Tales condiciones se discutirán a continuación. (Tao (2003))

**Definición 1.** Un vector de señales acotado y continuo a tramos  $\phi : \mathbb{R}^+ \mapsto \mathbb{R}^{a \times b}$  es excitante sobre el intervalo de tiempo finito  $[\sigma_0, \sigma_0 + \delta_0]$ ,  $\delta_0 > 0$ ,  $\sigma_0 \ge t_0$  si existe  $\alpha_0 > 0$  tal que

$$\int_{\sigma_0}^{\sigma_0+\delta_0} \phi(\tau)\phi^{\top}(\tau)d\tau \ge \alpha_0 I \tag{3.11}$$

**Definición 2.** Un vector de señales acotado y continuo a tramos  $\phi : \mathbb{R}^+ \mapsto \mathbb{R}^{a \times b}$  es persistentemente excitante (PE) si existen  $\delta > 0$  y  $\alpha_0 > 0$  tales que

$$\int_{\sigma}^{\sigma+\delta} \phi(\tau) \phi^{\top}(\tau) d\tau \ge \alpha_0 I \tag{3.12}$$

para todo  $\sigma \geq t_0$ .

Aunque la matriz  $\phi(\tau)\phi^{\top}(\tau)$  es siempre semidefinida positiva, i.e. puede ser singular para algún valor de  $\tau$ , la condición de excitación persistente requiere que  $\phi(\tau)$  varíe en el tiempo de tal forma que la integral de  $\phi(\tau)\phi^{\top}(\tau)$  sobre cualquier intervalo de tiempo de longitud  $\delta$  sea uniformemente definida positiva. Intuitivamente, ello implica que los componentes de  $\phi(\tau)$  correspondientes a diferentes instantes  $\tau$  sean linealmente independientes entre sí.

De esta forma, las propiedades de estabilidad de la ley de adaptación (3.10), junto con el modelo de estimación (3.6), el error de estimación (3.7), y las señales  $z \neq \phi$  definidas en el modelo paramétrico (3.5) están dadas por el siguiente teorema.

**Teorema 1.** El algoritmo gradiente (3.10) garantiza lo siguiente:

- I  $\hat{\theta} \in \mathcal{L}_{\infty}$   $y \in, \hat{\theta} \in \mathcal{L}_{2} \cap \mathcal{L}_{\infty}$
- II  $Si \ \dot{\phi} \in \mathcal{L}_{\infty}, \ entonces \ \lim_{t \to \infty} \|\varepsilon\| = \lim_{t \to \infty} \|\dot{\hat{\theta}}\| = 0$
- III Si  $\phi$  es excitante sobre el intervalo  $[\sigma_0, \sigma_0 + \delta_0]$ , entonces  $\|\tilde{\theta}(\sigma_0 + \delta_0)\| \leq \alpha_0 \|\tilde{\theta}(\sigma_0)\|$  para algún  $\alpha_0 \in (0, 1)$ .
- IV Si  $\phi$  es PE, entonces  $\lim_{t\to\infty} \|\tilde{\theta}\| = 0$  exponencialmente (i.e.,  $\hat{\theta}(t) \to \theta$  exponencialmente).

Demostración. Se incluye en el Apéndice A.

### 3.5. Resultados de simulación

En esta sección se presentan resultados de simulación del esquema de estimación de parámetros propuesto en este trabajo. Se emplean el modelo (2.6) y el par de carga (3.2) con los parámetros nominales indicados en la Tabla 3.1 para un MRC 12/8 de tres fases. Los valores de los parámetros eléctricos R,  $l_0$  y  $l_1$  se tomaron de los indicados en Fedigan y Cole (1999) como los nominales para el MRC del banco de pruebas descrito en el Apéndice B. Sin embargo, debido a que no se ha encontrado documentación al respecto de los parámetros mecánicos del MRC o de su carga, los valores de J, B, C y D fueron elegidos de manera un tanto heurística, de tal forma que el comportamiento del MRC observado en simulaciones fuera lo más cercano posible al observado en pruebas experimentales reportadas en trabajos previos. Tanto el modelo del motor como el algoritmo de estimación fueron implementados en el ambiente MATLAB/Simulink con el método de Runge-Kutta y un paso de integración fijo de 0.1 ms.

Tabla 3.1: Parámetros nominales

Parámetro	Valor	Unidades
R	2.5	Ω
$l_0$	0.03075	Η
$l_1$	0.02125	Η
J	0.001	${ m kg}~{ m m}^2$
B	0.0015	$\rm kg \ m^2/s$
C	0.0275	$\mathrm{kg} \mathrm{m}^2/\mathrm{s}^2$
D	0.00003	$\rm kg \ m^2$

Se supone que el motor parte del reposo y se utiliza el modo de operación por pulso único descrito en el Apéndice B, i.e. un esquema de control en lazo abierto que consiste en aplicar una secuencia de pulsos de voltaje de acuerdo con la posición del rotor. (Se considera lazo abierto porque, a pesar de que es necesario conocer la posición angular para activar y desactivar los interruptores del convertidor de potencia en los instantes adecuados, ésta es una necesidad que surge de manera natural del principio de operación de la máquina. No se realimenta una señal de error ni se le impone un comportamiento al MRC.)

Considere el regresor del modelo paramétrico (3.5) que, por facilidad de referencia y visua-

lización, se reescribe aquí sin filtros y en términos de derivadas temporales como

$$\xi^{\top} = \begin{bmatrix} \mathbf{i} & \frac{d\mathbf{i}}{dt} & -\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \mathbf{C}(q)\mathbf{i} \end{bmatrix} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \\ 0 & 0 & -\frac{N_r}{2} \mathbf{i}^{\top} \mathbf{S}(q)\mathbf{i} & \frac{d\omega}{dt} & \omega & \operatorname{sgn}(\omega) & \omega^2 \operatorname{sgn}(\omega) \end{bmatrix}$$
(3.13)

Es claro de (3.13) que, si la máquina operase a una velocidad constante, todos los elementos del último renglón de  $\xi^{\top}$  serían también constantes (de hecho la cuarta columna sería nula). Ergo, la operación a velocidad constante no satisfaría la condición de excitación persistente, lo que a su vez no garantizaría la convergencia de los parámetros estimados a los nominales. Se elige por tanto utilizar una secuencia de excitación tal que cambie periódicamente el signo de la velocidad. Sin embargo, debe tomarse en cuenta que, al operar el MRC en lazo abierto, los cambios abruptos en la velocidad pueden ocasionar transitorios de corriente muy elevados, por lo que es necesario utilizar un voltaje de *bus* pequeño, y de esta manera limitar el nivel de corriente alcanzado durante los transitorios.

En la Figura 3.1 se muestra la velocidad angular del MRC. Ésta invierte su sentido de giro cada 2.5 segundos y alcanza en estado estacionario un valor aproximado de  $\pm$  35 rad/s (334 rpm) con un voltaje de *bus* de 10 V. Los voltajes de estator se muestran en la Figura 3.2 y las corrientes de fase en la Figura 3.3. En ellas puede apreciarse el cambio en la secuencia de excitación en  $t \approx 2.6$  s. Note que aun con 10 V en el *bus* de alimentación, los transitorios de corriente alcanzan valores cercanos a los 5 A.

El cumplimiento de la condición de excitación persistente se verifica numéricamente. Al tomar (3.12) con  $\sigma = t$  y desplazar los límites de integración se tiene

$$\int_{t-\delta}^t \phi(\tau) \phi^{\mathsf{T}}(\tau) d\tau \ge \alpha_0 I$$

condición que se satisface si

$$\lambda_{\min}\{\Upsilon\} = \lambda_{\min}\left\{\int_{t-\delta}^{t} \phi(\tau)\phi^{\top}(\tau)d\tau\right\} > 0$$
(3.14)

para todo  $t \ge t_0 + \delta$ .

En la Figura 3.4 se muestra la evolución en el tiempo del valor propio más pequeño de la matriz  $\Upsilon$  para  $\delta = 3$  segundos. Note que el regresor debe cumplir la condición (3.14) para todo tiempo a partir de  $t_0 + \delta$ , lo cual es claramente imposible de verificar en la práctica. No obstante, el comportamiento mostrado en la Figura 3.4 indica que  $\lambda_{\min}{\Upsilon}$  es positivo

para todo  $t \ge 3$ , por lo que  $\phi$  satisface la condición PE. Por ende, en ausencia de ruido, los parámetros estimados convergerán exponencialmente a los valores nominales.

En las Figuras 3.5 a 3.10 se muestran los resultados de estimación obtenidos bajo las condiciones antes descritas con los siguientes parámetros de diseño:

$$\begin{aligned} \lambda &= 2000 \\ \mu &= 200 \\ \Gamma &= \text{diag}\left\{1.6, 10^{-4}, 10^{-4}, 2.5 \times 10^{-5}, 7.9 \times 10^{-4}, 0.52, 4.5 \times 10^{-7}\right\} \end{aligned}$$

En presencia de ruido, los valores de la frecuencia de corte de los filtros deben elegirse en función del ancho de banda del sistema y de la cantidad de ruido presente en las mediciones, de forma que se evite en lo posible la amplificación de ruido de alta frecuencia sin que se pierda información importante sobre la dinámica del sistema. En este caso, debido a que no hay ruido en las señales, los valores de  $\lambda$  y  $\mu$  pueden elegirse arbitrariamente grandes, no así los elementos de  $\Gamma$ . En términos generales, en un pequeño rango, el aumentar la ganancia de adaptación conduce a una convergencia paramétrica más rápida. Pero más allá de un cierto punto, el aumentar aún más la ganancia de adaptación conduce a una convergencia paramétrica más rápida. Pero más allá de un seleccionados de forma heurística, de tal manera que los parámetros estimados convergieran a los reales en un tiempo corto sin grandes oscilaciones.

Se observa que los estimados de los parámetros del subsistema eléctrico convergen a los valores nominales en menos de 1 segundo, mientras los del subsistema mecánico lo hacen en aproximadamente 15 segundos. Asimismo, de la Figura 3.7 se observa que el estimado de la inercia se acerca más a su valor verdadero durante los instantes en que la aceleración es diferente de cero, que durante los intervalos en los que la velocidad del rotor es constante. El fenómeno opuesto se observa en el comportamiento de los estimados de los coeficientes de fricción viscosa en la Figura 3.8, fricción de Coulomb en la Figura 3.9 y arrastre en la Figura 3.10. Estos se acercan a sus valores verdaderos en los intervalos donde la velocidad es constante, y aparentemente sufren una perturbación en los instantes en que la aceleración es diferente de cero, producto de los cambios bruscos en el estimado de la inercia. Este comportamiento parece muy razonable —incluso intuitivo— para los parámeros del subsistema mecánico. Expresado de manera coloquial, cuando la aceleración angular es diferente de cero, el regresor tiene más información acerca de la inercia de la máquina, pero tiene más información acerca de los coeficientes de fricción y arrastre cuando la velocidad es constante.


Figura 3.1: Resultados de simulación: Velocidad de rotor.



Figura 3.2: Resultados de simulación: Voltajes de estator.



Figura 3.3: Resultados de simulación: Corrientes de estator.



Figura 3.4: Resultados de simulación:  $\lambda_{\min}{\Upsilon}$ .



Figura 3.5: Resultados de simulación: Estimación de la resistencia de fase.



Figura 3.6: Resultados de simulación: Estimación de los parámetros relacionados con la inductancia de fase.



Figura 3.7: Resultados de simulación: Estimación de la inercia.



Figura 3.8: Resultados de simulación: Estimación del coeficiente de fricción viscosa.



Figura 3.9: Resultados de simulación: Estimación del coeficiente de fricción de Coulomb.



Figura 3.10: Resultados de simulación: Estimación del coeficiente de arrastre.

#### 3.6. Resultados experimentales

En esta sección se presentan resultados experimentales de la estimación de parámetros de un MRC 12/8 de tres fases. Todas las pruebas mostradas en esta sección fueron implementadas con el método de Runge-Kutta con un tiempo de muestreo de 0.1 ms. El banco de pruebas utilizado se describe en el Apéndice B.

La identificación de los parámetros del motor se lleva a cabo en dos etapas: En la primera se estiman únicamente los parámetros del subsistema eléctrico con la parametrización

$$\frac{\lambda}{p+\lambda}\mathbf{u} = \begin{bmatrix} \frac{\lambda}{p+\lambda}\mathbf{i} & \frac{\lambda p}{p+\lambda}\mathbf{i} & -\frac{\lambda p}{p+\lambda}\begin{bmatrix}\mathbf{C}(q)\mathbf{i}\end{bmatrix}\end{bmatrix}\begin{bmatrix} R\\ l_0\\ l_1\end{bmatrix}$$
(3.15)

y en la segunda se estiman los parámetros del subsistema mecánico con la parametrización

$$\frac{1}{2}l_1 N_r \frac{\mu}{p+\mu} \mathbf{i}^{\mathsf{T}} \mathbf{S}(q) \mathbf{i} = \begin{bmatrix} \frac{\mu p}{p+\mu} \omega & \frac{\mu}{p+\mu} \log(\omega) & \frac{\mu}{p+\mu} \omega^2 \operatorname{sgn}(\omega) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} J \\ B \\ C \\ D \end{bmatrix}$$
(3.16)

con el valor de  $l_1$  estimado en la primera etapa.

Esto reduce la carga computacional del algoritmo de identificación, evita el combinar variables de diferentes dimensiones en el error de estimación (3.7), y permite utilizar diferentes tiempos de muestreo para los subsistemas eléctrico y mecánico, pues las escalas de tiempo para ambos conjuntos de ecuaciones también son diferentes. Adicionalmente, de esta forma se evita en cierta medida que la estimación de parámetros se vea afectada por dinámicas no modeladas presentes durante la operación de la máquina; específicamente, por el cambio del valor máximo de la inductancia de fase respecto al nivel de las corrientes de estator.

Al partir de un modelo matemático con una cierta estructura, las técnicas de estimación de parámetros determinan de entre todos los posibles candidatos, el conjunto de valores que mejor se ajusta la estructura del modelo, con base en las mediciones de la entrada y la salida del sistema real. En el caso del MRC, el modelo (2.6) no considera la variación de la inductancia de fase respecto a la corriente, ni el cambio en la resistencia de fase debido a la temperatura. Estos efectos, aunados a otras dinámicas no modeladas, e.g. las pérdidas generadas en el convertidor electrónico de potencia, ocasionan que en diferentes puntos de operación se obtengan también diferentes resultados de estimación de parámetros. Lo anterior, sin embargo, no implica que el modelo (2.6) del MRC sea «malo» o inadecuado para el diseño de esquemas de control. Simplemente resalta la importante influencia que tienen en la identificación de sistemas la planeación de los experimentos y el análisis aplicado a los resultados de los mismos. Después de todo (Åström y Eykhoff (1971)), «el propósito final de la identificación es a menudo el diseño de un sistema de control».

#### Estimación de parámetros eléctricos

En la primera etapa, se utiliza una secuencia de excitación tal que no cambia el sentido de giro del rotor. Debido a la estructura doblemente saliente y al principio de operación mismo de la máquina, no existe para el MRC un estado estacionario puro. La operación en «estado estacionario» es una serie de transitorios que conmutan de acuerdo con la posición del rotor. Por tanto, la operación a velocidad constante es suficiente para satisfacer la condición de excitación persistente del regresor del subsistema eléctrico (3.15). Asimismo, a raíz de que no hay cambios abruptos en la velocidad de la máquina, no hay tampoco cambios abruptos en el rango de las corrientes de fase, y es posible utilizar un voltaje de *bus* más grande que para el caso en que la velocidad cambia de signo.

En la Figura 3.11 se muestra la velocidad angular del rotor para una de las pruebas. Los voltajes de estator se muestran en la Figura 3.12 y las corrientes de fase en la Figura 3.13. Se utilizó un voltaje de *bus* de 30 V, con lo que se alcanzó una velocidad de alrededor de 160 rad/s (1528 rpm) y una corriente máxima de 1.6 A aproximadamente. Los parámetros estimados bajo estas condiciones con los parámetros de diseño

$$\lambda = 2000$$
  

$$\Gamma = \text{diag} \left\{ 0.075, 5 \times 10^{-7}, 5 \times 10^{-7} \right\}$$

se muestran en las Figuras 3.15 y 3.16. Estos tienen un tiempo de convergencia menor a 10 segundos, y su comportamiento no presenta grandes sobrepasos ni oscilaciones. Asimismo, de la Figura 3.16 se observa que el estimado de  $l_0$  es mayor al estimado de  $l_1$ , desigualdad que debe satisfacerse de forma estricta; de lo contrario, los resultados no tendrían un sentido físico razonable.



Figura 3.11: Resultados experimentales: Velocidad de rotor.

En la Figura 3.14 se muestra la evolución en el tiempo del valor propio más pequeño de la matriz  $\Upsilon$  de la parametrización (3.15) para  $\delta = 0.1002$  segundos. Se observa que éste es positivo para todo  $t \ge \delta$ , lo que confirma que la operación a velocidad constante satisface la condición de excitación persistente del subsistema eléctrico.

En la Tabla 3.2 y las Figuras 3.17 y 3.18 se muestran los resultados de la estimación de los parámetros del subsistema eléctrico en diferentes puntos de operación. Todas las pruebas fueron realizadas en lazo abierto bajo el modo de operación por pulso único con un voltaje de bus de 30 V, y en todos los casos el comportamiento de los estimados fue similar al mostrado en las Figuras 3.15 y 3.16. Como variable independiente, se modificó el ángulo de disparo  $q_0$  en intervalos de 0.5° desde 0° hasta 7.5°, cuando la corriente de fase alcanzó el valor máximo permitido para la operación en estado estacionario. Sin embargo, debido al fenómeno de saturación, no todos los puntos de operación indicados en la Tabla 3.2 son válidos respecto a la suposición S.2 planteada en el desarrollo del modelo de la máquina.

El MRC se satura a niveles de corriente relativamente bajos. En el caso del motor utilizado en las pruebas, esto sucede a partir de 1.6 A aproximadamente. Por lo tanto, sólo las primeras nueve líneas de la Tabla 3.2 corresponden a puntos de operación adecuados para la estimación



Figura 3.12: Resultados experimentales: Voltajes de estator.



Figura 3.13: Resultados experimentales: Corrientes de estator.



Figura 3.14: Resultados experimentales:  $\lambda_{\min}{\Upsilon}$ .



Figura 3.15: Resultados experimentales: Estimación de la resistencia de fase.



Figura 3.16: Resultados experimentales: Estimación de los parámetros relacionados con la inductancia de fase.

de los parámetros del modelo (2.6). Esto es más claro de las Figuras 3.17 y 3.18 en las que la línea punteada  $q_0 = 4^{\circ}$  indica el punto a partir del cual la máquina se satura. En la región sin saturación magnética, i.e. a la izquierda de la línea punteada, los estimados parecen tener un comportamiento relativamente lineal, mientras que en la región con saturación magnética los tres parámetros estimados  $\hat{R}$ ,  $\hat{l}_0$  y  $\hat{l}_1$  exhiben un comportamiento un tanto errático, acercándose incluso al punto donde el estimado de  $l_0$  es menor al estimado de  $l_1$ . Por tanto, el conjunto de parámetros estimados que son adecuados para el modelo (2.6) está conformado por las ternas de valores  $(\hat{R}, \hat{l}_0, \hat{l}_1)$  para  $q = q_0 \in [0^{\circ}, 4^{\circ}]$ .

En la Figura 3.19 se muestra el perfil de inductancia de fase correspondiente a los parámetros estimados en la zona sin saturación. Note que, contrario a los perfiles obtenidos mediante pruebas a rotor bloqueado y corriente constante (ver e.g. Zhang et al. (2010)), el valor de la inductancia alineada se incrementa conforme aumenta la corriente máxima alcanzada por la máquina. Esto se debe probablemente a que los parámetros estimados capturan los efectos de dinámicas no modeladas presentes durante la operación del MRC.

$q_0$ [°]	$i_{\rm max}$ [A]	$\omega  [rad/s]$	$R\left[\Omega\right]$	$l_0$ [H]	$l_1$ [H]
0	1.25	161	3.86	0.0145	0.0093
0.5	1.25	156	3.80	0.0147	0.0095
1.0	1.25	149	3.71	0.0150	0.0098
1.5	1.25	142	3.63	0.0152	0.0101
2.0	1.25	136	3.52	0.0155	0.0104
2.5	1.25	128	3.39	0.0158	0.0108
3.0	1.30	120	3.25	0.0160	0.0111
3.5	1.45	114	3.09	0.0162	0.0114
4.0	1.60	104	2.89	0.0165	0.0119
4.5	1.80	95	2.76	0.0165	0.0123
5.0	2.00	86	2.65	0.0166	0.0128
5.5	2.20	77	2.48	0.0164	0.0132
6.0	2.40	66	2.46	0.0164	0.0136
6.5	2.70	55	2.44	0.0161	0.0140
7.0	3.20	46	2.48	0.0158	0.0144
7.5	4.00	37	2.54	0.0153	0.0144

Tabla 3.2: Parámetros eléctricos estimados en diferentes puntos de operación



Figura 3.17: Resistencia de fase estimada en diferentes puntos de operación.



Figura 3.18: Parámetros relacionados con la inductancia de fase estimados en diferentes puntos de operación.



Figura 3.19: Perfil de inductancia estimado en diferentes puntos de operación.

#### Estimación de parámetros mecánicos

En la segunda etapa se utiliza el valor de  $l_1$  estimado previamente (uno de ellos), con una secuencia de excitación que cambia periódicamente el sentido de giro del rotor. En la Figura 3.20 se muestra la velocidad angular del MRC. Ésta invierte su sentido de giro cada 4 segundos y alcanza una velocidad aproximada de ±18 rad/s (172 rpm) con un voltaje de *bus* de 10 V. Las corrientes de fase se muestran en la Figura 3.21, donde se aprecia el cambio en la secuencia de excitación en  $t \approx 20.2$  s con transitorios de corriente de hasta 3 A.

Se utilizó el valor de  $\hat{l}_1 = 0.0119$  H estimado con  $q_0 = 4^{\circ}$  por ser el correspondiente al nivel de corriente más cercano a la corriente nominal del motor, con los siguientes parámetros de diseño:

$$\mu = 100$$
  

$$\Gamma = \text{diag} \left\{ 4 \times 10^{-5}, 5 \times 10^{-5}, 0.048, 8 \times 10^{-8} \right\}$$

En la Figura 3.22 se muestra la evolución en el tiempo del valor propio más pequeño de la matriz  $\Upsilon$  de la parametrización (3.16) para  $\delta = 10$  segundos. Se observa que éste es positivo para todo  $t \ge \delta$ , por lo que se satisface la condición de excitación persistente.

Los resultados de la estimación se muestran en las Figuras 3.23 a 3.26. En este caso, los parámetros no convergen a un valor constante, pero se acercan a una determinada banda en un tiempo menor a dos minutos. Asimismo, se observa un comportamiento similar a los resultados de simulación: En los instantes en que la velocidad cambia de forma abrupta, el estimado de la inercia se acerca más a la banda, mientras los estimados de los coeficientes de fricción viscosa, fricción de Coulomb y arrastre lo hacen durante los intervalos en que la velocidad no cambia de forma tan abrupta.

Los valores alrededor de los cuales convergen los estimados de los parámetros mecánicos y los valores de los parámetros eléctricos estimados en el punto de operación correspondiente a  $q_0 = 4^{\circ}$  se indican en la Tabla 3.3.

<u>Tabla 3.3:</u>	Parámetros	estimados
Parámetro	Valor	Unidades
R	2.89	Ω
$l_0$	0.0165	Η
$l_1$	0.0119	Η
J	0.0015	${ m kg}~{ m m}^2$
B	0.000555	$\rm kg \ m^2/s$
C	0.0315	$\mathrm{kg} \mathrm{m}^2/\mathrm{s}^2$
D	0.0000153	$\rm kg \ m^2$



Figura 3.20: Resultados experimentales: Velocidad de rotor.



Figura 3.21: Resultados experimentales: Corrientes de estator.



Figura 3.22: Resultados experimentales:  $\lambda_{\min}{\Upsilon}$ .



Figura 3.23: Resultados experimentales: Estimación de la inercia.



Figura 3.24: Resultados experimentales: Estimación del coeficiente de fricción viscosa.



Figura 3.25: Resultados experimentales: Estimación del coeficiente de fricción de Coulomb.



Figura 3.26: Resultados experimentales: Estimación del coeficiente de arrastre.

## Capítulo 4

### Control basado en pasividad

De acuerdo con Åström y Eykhoff (1971), «si el propósito final —de la identificación— es diseñar sistemas de control entonces parece lógico que la precisión de una identificación deba ser juzgada con base en el desempeño del sistema de control diseñado a partir de los resultados de la identificación». Por ello, con el objetivo de «juzgar la precisión» de los parámetros del MRC estimados por medio del esquema propuesto en este trabajo, se implementó una ley de control de velocidad reportada en Espinosa-Perez et al. (2004). El controlador, diseñado con la metodología de control basado en pasividad, parte de la suposición de que tanto los parámetros de la máquina como el par de carga son conocidos.

Debido a que una de las múltiples ventajas que tienen las leyes de control desarrolladas bajo esta metodología es la robustez ante incertidumbres paramétricas, se realizaron pruebas con dos conjuntos de parámetros, denominados *arbitrarios* y *estimados*, con el propósito de discernir si el desempeño, bueno o malo, se debe al controlador mismo o a los parámetros utilizados. En el primer conjunto se tomaron los valores indicados en la Tabla 3.1 como parámetros nominales de simulación. (Como se explicó anteriormente, los valores de los parámetros eléctricos fueron tomados de los que se indican en Fedigan y Cole (1999) como los nominales para el MRC del banco de pruebas. Sin embargo, debido a que los valores de los parámetros mecánicos fueron seleccionados de forma heurística, se prefiere emplear aquí el término «arbitrarios» en lugar de «nominales».) Evidentemente, en el segundo conjunto se utilizaron los valores de los parámetros estimados en este trabajo, los cuales se muestran en la Tabla 3.3. Para llevar a cabo una comparación justa, las condiciones de las pruebas (referencias, voltaje de *bus*, ganancias del controlador, etc.) fueron idénticas para ambos conjuntos de parámetros. A continuación se describen brevemente las características del controlador implementado.

En Espinosa-Perez et al. (2004) se muestra que el modelo del MRC puede ser descompuesto en la interconexión en realimentación negativa de dos sistemas pasivos, i.e.

$$\Sigma_e : \begin{bmatrix} \mathbf{u} \\ -\omega \end{bmatrix} \to \begin{bmatrix} \mathbf{i} \\ T_e(q, \mathbf{i}) \end{bmatrix}$$
$$\Sigma_m : T_L(q, \omega) - T_e(q, \mathbf{i}) \to -\omega$$

El problema de control de par/velocidad/posición se resuelve entonces en tres pasos: control de las corrientes de estator por realimentación de salida, elección del comportamiento prescrito para las corrientes de forma que se garantice el seguimiento de par, y definición de una referencia para el par generado de forma que se logre el objetivo de control de velocidad/posición. La ley de control está dada por

$$u_j = L_j(q) \frac{di_{dj}}{dt} + K_j(q)\omega i_{dj} + Ri_{dj} - k_{vj}e_{ij}$$

$$(4.1a)$$

$$i_{dj} = \begin{cases} \sqrt{2m_j(q)T_d/K_j(q)} & \text{si } K_j(q) \neq 0\\ 0 & \text{en otro caso} \end{cases}$$
(4.1b)

$$T_d = J\dot{\omega}_d - \zeta + T_L(q,\omega) \tag{4.1c}$$

$$\dot{\zeta} = -a\zeta + be_{\omega} \tag{4.1d}$$

y es muy similar al enfoque de control en cascada: Dada una velocidad deseada  $\omega_d$ , se define el error de velocidad  $e_{\omega} = \omega - \omega_d$ , y el par deseado es generado por medio de (4.1c) con el estado del controlador dado por (4.1d) con *a* y *b* constantes positivas. Las corrientes deseadas  $i_{dj}$  se determinan a partir del par deseado con (4.1b) donde  $m_j(q)$  son funciones denominadas *de par compartido*, diseñadas para lograr una conmutación suave de las corrientes de fase. Finalmente, los voltajes de estator se generan con (4.1a) donde  $e_{ij} = i_j - i_{dj}$  es el error de corriente de la fase *j*, con  $k_{vj} > N_r l_1 |\omega|$ . Bajo estas condiciones, se garantiza convergencia asintótica a cero del error de velocidad.

Todas las pruebas mostradas en esta sección fueron implementadas con el método de Runge-Kutta con un tiempo de muestreo de 0.2 ms. Se utilizó un voltaje de *bus* de 120 V con los siguientes parámetros de diseño:

$$a = 120$$
$$b = 40$$
$$k_v = 35$$

Se evaluaron tres perfiles de velocidad. La referencia 1, mostrada en la Figura 4.1, parte del reposo con un arranque suave, y en 1 segundo alcanza una velocidad de 125 rad/s en la que permanece constante a partir de t = 2.5 segundos. La referencia se indica con una línea punteada y se muestra el desempeño del controlador con los parámetros arbitrarios y con los parámetros estimados con líneas sólidas en colores rojo y azul, respectivamente. Asimismo, en la Figura 4.2 se muestran las señales de error de velocidad correspondientes a cada conjunto de parámetros. Se observa que el conjunto de parámetros estimados produce un error más pequeño que el conjunto de parámetros arbitrarios tanto durante el arranque como en estado estacionario.

La referencia 2, mostrada en la Figura 4.3, consiste en señal senoidal de amplitud 125 rad/s y periodo de  $2\pi$  segundos. Las señales de error de velocidad se muestran en la Figura 4.4. Nuevamente se observa que se logra un error más pequeño con los parámetros estimados que con los arbitrarios.

La referencia 3, inspirada en el trabajo reportado en Mujica y Espinosa-Pérez (2014), se muestra en la Figura 4.5. Parte del reposo en el instante t = 0.5 segundos y no tiene un un arranque suave. A lo largo de 14 segundos cambia cuatro veces el sentido de giro en intervalos de tiempo de 1 segundo y alcanza velocidades de ±180 rad/s, ±75 rad/s y 125 rad/s hasta volver al reposo en t = 14.5 segundos. Las señales de error de velocidad se muestran en la Figura 4.6. Como en los casos anteriores, se logra un mejor desempeño con el conjunto de parámetros estimados que con el conjunto de parámetros arbitrarios.

En la Tabla 4.1 se muestra el máximo error de velocidad alcanzado con ambos conjuntos de parámetros para los tres perfiles de velocidad. Todos los porcentajes fueron calculados tomando como base la amplitud máxima de la referencia correspondiente. En los tres casos se obtuvo un mejor desempeño con los parámetros estimados que con los parámetros arbitrarios.

En la Tabla 4.2 se muestra la integral del error cuadrático de velocidad obtenido con ambos

Tabla 4.1: Máximo error de velocidad								
Referencia	Parámetros arbitrarios	Parámetros estimados						
1	2.8%	1.6%						
2	4.7%	1.84%						
3	18.05%	7.22%						

Tabla 4.2: Integral del error cuadrático de velocidadReferenciaParámetros arbitrariosParámetros estimados1127.240.96289.6433.36

532.5

3

conjuntos de parámetros para los tres perfiles de velocidad. Como en el caso anterior, la métrica utilizada indica que se obtuvo una mejora considerable en el desempeño al emplear los valores de los parámetros estimados.

109.2



Figura 4.1: Referencia 1: Velocidad deseada y medida.



Figura 4.2: Referencia 1: Error de velocidad.



Figura 4.3: Referencia 2: Velocidad deseada y medida.



Figura 4.4: Referencia 2: Error de velocidad.



Figura 4.5: Referencia 3: Velocidad deseada y medida.



Figura 4.6: Referencia 3: Error de velocidad.

# Capítulo 5

## Conclusiones

En este trabajo se abordó el problema de identificación en línea de parámetros de motores de reluctancia conmutada. Se analizaron las características físicas de esta máquina con el fin de aprovechar el principio de operación de la misma en la estimación de parámetros.

Se obtuvo un modelo matemático frecuentemente encontrado en la literatura en el contexto de diseño de algoritmos de control. Se planteó una estructura razonable para la perturbación del par de carga, con la que el modelo del MRC se torna un sistema lineal en los parámetros. Posteriormente se desarrolló un modelo paramétrico del MRC con una estructura tal que permite el uso de técnicas estándar de estimación de parámetros. Con una función de costo instantánea del error de estimación se desarrolló una ley de adaptación utilizando el método gradiente y se demostraron las propiedades de estabilidad y convergencia paramétrica de la misma.

Se realizaron simulaciones numéricas que muestran que, para el modelo desarrollado del MRC, el esquema de identificación de parámetros propuesto en este trabajo es efectivo. Se verificó numéricamente la condición de excitación persistente del regresor, con lo que se verificó la convergencia exponencial a cero del error de parámetros.

Asimismo, se realizaron pruebas experimentales del esquema de identificación y se analizaron los resultados de los mismos. Debido a que el modelo utilizado para la estimación de parámetros parte de la suposición de que no hay saturación magnética en los devanados del estator, los resultados para el modelo considerado se limitan a los obtenidos en un determinado rango de operación. Adicionalmente, debido a que el modelo utilizado tampoco considera la variación de la inductancia de fase respecto a la corriente, es conveniente llevar a cabo la identificación por etapas. De esta manera, las pruebas experimentales se diseñaron de forma que al estimar los parámetros eléctricos no se presenten variaciones grandes en las corrientes de fase y los estimados sean más consistentes con el modelo utilizado.

Con el fin de evaluar la validez de los parámetros estimados, se implementó con ellos un controlador en lazo cerrado con tres objetivos distintos de regulación y seguimiento de velocidad. El desempeño del mismo se comparó con el obtenido empleando otro conjunto de parámetros, y se observó una pequeña mejoría al utilizar los parámetros estimados en este trabajo. A partir de estas pruebas pudo comprobarse también que el control basado en pasividad es robusto ante incertidumbres paramétricas.

En cuanto a las contribuciones de este trabajo, cabe mencionar que el aquí presentado es el primer esquema de identificación de parámetros del MRC que no se basa en la reconstrucción de los eslabonamientos de flujo, y que además considera tanto la dinámica del subsistema eléctrico como la del subsistema mecánico. Entre las ventajas de este esquema se encuentran la fácil implementación del mismo, y que no requiere señales de excitación atípicas para poder estimar los parámetros. No requiere sensores o actuadores adicionales a los que usualmente se utilizan en el control de este tipo de máquinas, ni requiere tampoco de ningún dispositivo para bloquear el rotor. Una desventaja es que, como en toda técnica estándar de estimación, la sintonización de la ganancia de adaptación juega un papel fundamental en el tiempo de convergencia de los estimados.

En lo que respecta a trabajo futuro, queda abierta la posibilidad de utilizar el modelo paramétrico desarrollado en este trabajo con otras técnicas de estimación de parámetros y evaluar las ventajas y desventajas de cada una de ellas.

# Apéndice A

### Prueba del Teorema 1

El siguiente lema será útil en la prueba del Teorema 1. Lema 1. Si  $\dot{f}(t) \in \mathcal{L}_{\infty}$  y  $f(t) \in \mathcal{L}_{2} \cap \mathcal{L}_{\infty}$ , entonces  $\lim_{t\to\infty} f(t) = 0$ .

El Lema 1 y su demostración pueden encontrarse en Tao (2003).

Demostración del Teorema 1.

I Debido a que  $\theta$  es constante,  $\dot{\tilde{\theta}} = \dot{\hat{\theta}}$  y de (3.10) se tiene

$$\tilde{\theta} = -\Gamma \phi \varepsilon \tag{A.1}$$

Se elige la función tipo-Lyapunov

$$V(\tilde{\theta}) = \frac{1}{2} \tilde{\theta}^\top \Gamma^{-1} \tilde{\theta}$$

cuya derivada a lo largo de las trayectorias de (A.1) es

$$\dot{V} = -\tilde{\theta}^{\top}\phi\varepsilon = -\varepsilon^{\top}\varepsilon \le 0 \tag{A.2}$$

donde la segunda igualdad resulta de sustituir  $\tilde{\theta}^{\top}\phi = \varepsilon^{\top}$  de (3.8). Dado que V > 0 y  $\dot{V} \leq 0$ , se sigue que  $\lim_{t\to\infty} V(t)$  existe y es finito, i.e.

$$\lim_{t \to \infty} V(\hat{\theta}(t)) = V_{\infty} < \infty$$

y  $V, \tilde{\theta} \in \mathcal{L}_{\infty}$ , lo que implica por (3.9) que  $\hat{\theta} \in \mathcal{L}_{\infty}$ , y por (3.8) y  $\phi \in \mathcal{L}_{\infty}$  que  $\varepsilon \in \mathcal{L}_{\infty}$ .

Adicionalmente, se sigue de (A.2) que

$$\int_0^\infty \varepsilon^\top \varepsilon d\tau = V(\tilde{\theta}(0)) - V_\infty \le V(\tilde{\theta}(0))$$

de donde se establece que  $\varepsilon \in \mathcal{L}_2$ . De (A.1) se tiene

$$\|\dot{\tilde{\theta}}\| = \|\dot{\hat{\theta}}\| \le \|\Gamma\| \|\phi\| \|\varepsilon\|$$

que, junto con  $\phi \in \mathcal{L}_{\infty}$  y  $\varepsilon \in \mathcal{L}_2 \cap \mathcal{L}_{\infty}$ , implica que  $\dot{\tilde{\theta}}, \dot{\hat{\theta}} \in \mathcal{L}_2 \cap \mathcal{L}_{\infty}$ .

II Si  $\dot{\phi} \in \mathcal{L}_{\infty}$ , se sigue de (3.8) que

$$\dot{\varepsilon} = \phi^{\top} \dot{\tilde{\theta}} + \dot{\phi}^{\top} \tilde{\theta} \in \mathcal{L}_{\infty}$$

y dado  $\varepsilon \in \mathcal{L}_2 \cap \mathcal{L}_\infty$ , por el Lema 1 se tiene

$$\|\varepsilon(t)\| \to 0$$
 cuando  $t \to \infty$ 

que a su vez implica

$$\|\dot{\hat{\theta}}(t)\| = \|\dot{\hat{\theta}}(t)\| \to 0$$
 cuando  $t \to \infty$ 

III Considere la dinámica del error de parámetros (A.1), y tome  $\varepsilon(t)$  como la salida del sistema, i.e.

$$\begin{split} \tilde{\theta} &= A(t)\tilde{\theta} \\ \varepsilon &= E^{\top}(t)\tilde{\theta} \end{split} \tag{A.3}$$

con  $A(t) = -\Gamma \phi \phi^{\top}$  y  $E(t) = \phi$ . Considere ahora el sistema (A.3) con realimentación de salida, es decir

$$\tilde{\theta} = A(t)\tilde{\theta} + K(t)\varepsilon$$

con  $K = \Gamma \phi$ , lo que resulta en

$$\begin{split} \dot{\tilde{\theta}} &= 0\\ \varepsilon &= \phi^{\top} \tilde{\theta} \end{split} \tag{A.4}$$

Es pertinente comentar en este punto que los sistemas (A.3) y (A.4) tienen la misma propiedad de observabilidad debido a que la observabilidad es invariante ante realimentación de salida (véase (Kailath, 1980, p. 216)). Sea  $\Phi(t, t_0)$  la matriz de transición de estados de (A.3). Si  $\phi(t)$  es excitante sobre el intervalo  $[\sigma_0, \sigma_0 + \delta_0]$ , i.e. la matriz

$$S_0 = \int_{\sigma_0}^{\sigma_0 + \delta_0} \phi(\tau) \phi^\top(\tau) d\tau$$

es definida positiva (note que  $S_0$  es el Gramiano de observabilidad del sistema (A.4)), entonces la matriz

$$S = \int_{\sigma_0}^{\sigma_0 + \delta_0} \Phi^\top(\tau, \sigma_0) \phi(\tau) \phi^\top(\tau) \Phi(\tau, \sigma_0) d\tau$$

(el Gramiano de observabilidad del sistema (A.3)) también es definida positiva y viceversa.

Para analizar (A.3) se emplea nuevamente la función tipo-Lyapunov

$$V(\tilde{\theta}) = \frac{1}{2} \tilde{\theta}^{\top} \Gamma^{-1} \tilde{\theta}$$

cuya derivada a lo largo de la solución de (A.3) es

$$\dot{V} = -\tilde{\theta}^{\top}\phi\phi^{\top}\tilde{\theta}$$

que, junto con  $\tilde{\theta}(\tau) = \Phi(\tau, \sigma_0)\tilde{\theta}(\sigma_0)$ , conduce a

$$V(\tilde{\theta}(\sigma_{0} + \delta_{0})) = V(\tilde{\theta}(\sigma_{0})) - \int_{\sigma_{0}}^{\sigma_{0} + \delta_{0}} \tilde{\theta}^{\top}(\tau)\phi(\tau)\phi^{\top}(\tau)\tilde{\theta}(\tau)d\tau$$
  
$$= V(\tilde{\theta}(\sigma_{0})) - \tilde{\theta}^{\top}(\sigma_{0})\int_{\sigma_{0}}^{\sigma_{0} + \delta_{0}} \Phi^{\top}(\tau,\sigma_{0})\phi(\tau)\phi^{\top}(\tau)\Phi(\tau,\sigma_{0})d\tau\tilde{\theta}(\sigma_{0})$$
  
$$= V(\tilde{\theta}(\sigma_{0})) - \tilde{\theta}^{\top}(\sigma_{0})S\tilde{\theta}(\sigma_{0})$$
(A.5)

Dado que S es definida positiva, se tiene

$$\tilde{\theta}^{\top}(\sigma_{0})S\tilde{\theta}(\sigma_{0}) \geq \lambda_{\min}\{S\}\tilde{\theta}^{\top}(\sigma_{0})\tilde{\theta}(\sigma_{0})$$

$$\geq 2\lambda_{\min}\{S\}\lambda_{\max}^{-1}\{\Gamma^{-1}\}V(\tilde{\theta}(\sigma_{0}))$$

$$= 2\lambda_{\min}\{S\}\lambda_{\min}\{\Gamma\}V(\tilde{\theta}(\sigma_{0}))$$

$$= \beta_{0}V(\tilde{\theta}(\sigma_{0}))$$
(A.6)

con  $\beta_0 = 2\lambda_{\min}\{S\}\lambda_{\min}\{\Gamma\}$ . Por tanto, de (A.5) y (A.6) se tiene

$$V(\tilde{\theta}(\sigma_0 + \delta_0)) \le (1 - \beta_0) V(\tilde{\theta}(\sigma_0))$$
(A.7)

Debido a que  $\beta_0 > 0$  y  $V(\tilde{\theta}(t)) > 0$  para  $\tilde{\theta}(t) \neq 0$ , se sigue que  $0 < 1 - \beta_0 < 1$ . (A.7) implica, por tanto

$$\|\tilde{\theta}(\sigma_0 + \delta_0)\| \le \alpha_0 \|\tilde{\theta}(\sigma_0)\|$$

con  $\alpha_0 = 1 - \beta_0 \in (0, 1).$ 

IV Del punto anterior y de la propiedad de excitación persistente de  $\phi(t)$  se tiene que

$$\|\tilde{\theta}(\sigma+\delta)\| \le \alpha_0 \|\tilde{\theta}(\sigma)\| \tag{A.8}$$

para algún  $\alpha_0 \in (0, 1)$ , algún  $\delta > 0$  y para todo  $\sigma \ge t_0$ .

Tomando  $\sigma = t_0$  y aplicando (A.8) de manera recursiva, se tiene

$$\|\hat{\theta}(t_0 + k\delta)\| \le \alpha_0^k \|\hat{\theta}(t_0)\|$$

de forma que

$$\lim_{k \to \infty} \|\tilde{\theta}(t_0 + k\delta)\| = 0$$

exponencialmente, lo que implica que

$$\lim_{t \to \infty} \|\tilde{\theta}\| = 0$$

exponencialmente.

**Comentario 1.** La tasa de convergencia de  $\hat{\theta}$  a  $\theta$  puede mejorarse si los parámetros de diseño se eligen de tal forma que  $\alpha_0$  sea lo más pequeño posible, o bien, que  $\beta_0$  sea lo más cercano a 1 posible. Al examinar la expresión de  $\beta_0$ , es claro que éste depende no sólo de  $\Gamma$ —el único parámetro de diseño libre—, sino también de  $\phi$ . Por tanto, no es muy claro cómo debe elegirse  $\Gamma$ —e incluso  $\phi$ , si es posible— para incrementar el valor de  $\beta_0$ . En general, la tasa de convergencia depende de la ganancia de adaptación, la señal de entrada y los filtros utilizados, de una forma que no es entendida cuantitativamente. (Ioannou y Fidan (2006))

# Apéndice B

### Banco de pruebas

El banco de pruebas, cuya fotografía se aprecia en la Figura B.1, tiene la arquitectura mostrada en la Figura B.2. La descripción detallada de cada uno de los elementos puede encontrarse en Aguado-Rojas (2012) y Vieyra-Valencia (2014).

La implementación en tiempo real de los esquemas de control y estimación se realiza por medio de la tarjeta de adquisición y procesamiento de datos DS1104 y el panel de conexiones CP1104 asociado a ella, ambos fabricados por dSPACE Inc. La tarjeta DS1104 cuenta con un sistema maestro basado en el microprocesador PowerPC 603e MPC8240 de punto flotante de 64 bits a 250 MHz, y un sistema esclavo basado en el procesador digital de señales TMS320F240 de punto fijo de 16 bits a 20 MHz. El panel de conexiones provee acceso a las entradas y salidas digitales y analógicas de la tarjeta por medio de conectores estándar. A continuación se enlistan las principales características del sistema dSPACE:

- 8 convertidores analógico-digital: 4 canales multiplexados de 16 bits con tiempo de conversión de 2 μs y 4 canales paralelos de 12 bits con tiempo de conversión de 800 ns, todos con rango de voltajes de entrada de ± 10 V.
- 8 convertidores digital-analógico paralelos de 16 bits con tiempo de asentamiento máximo de 10 μs y rango de voltajes de salida de ± 10 V con corriente máxima de ± 5 mA.
- 2 canales independientes para codificadores incrementales con contador de posición de 24 bits, frecuencia máxima de entrada de 1.65 MHz, fuente de alimentación de 5 V/0.1 A y entrada de terminación única (TTL) o diferencial (RS422).



Figura B.1: Banco de pruebas.



Figura B.2: Arquitectura del banco de pruebas.

- 10 salidas PWM: 4 canales independientes y 6 canales trifásicos con tiempo muerto variable, todos con rango de frecuencias de 1.25 Hz a 5 MHz, así como 4 entradas para la medición del ciclo de trabajo y el periodo de señales PWM.
- 4 salidas de señales cuadradas de frecuencia variable de 320 Hz a 35 kHz, así como 4 entradas para la medición de la frecuencia de señales cuadradas.
- 34 bits de entrada/salida digital a niveles TTL: 20 con corriente máxima de salida de ± 5 mA en el sistema maestro y 14 con corriente máxima de salida de ± 13 mA en el sistema esclavo.
- Interfaz serial UART (RS232/RS422/RS485) en el sistema maestro, e interfaz serial periférica en el sistema esclavo.

El sistema dSPACE ha sido instalado en una PC Intel Core i7-4770 de 3.40 GHz junto con los programas MATLAB 8.2 y ControlDesk Next Generation 5.1. En el primero se lleva a cabo la programación del esquema de control o estimación en el ambiente Simulink, y en el segundo es posible monitorear y manipular en tiempo real las variables del sistema desde los periféricos de la PC a través de una interfaz gráfica de usuario.

El banco de pruebas cuenta con un MRC 12/8 de tres fases modelo H55BMBKJ-1841 fabricado por Emerson Electric Company para la lavadora Maytag Neptune. Sus características principales, tomadas de la placa de datos del motor y de Fedigan y Cole (1999), se enlistan en la Tabla B.1. La relación entre los parámetros de la inductancia de la ecuación (2.7) y los parámetros de la inductancia de la Figura 2.3 está dada por  $l_0 = \frac{1}{2} (L_a + L_u)$  y  $l_1 = \frac{1}{2} (L_a - L_u)$ , por lo que para este motor se tiene

$$l_0 = 0.03075 \text{ H}$$
  
 $l_1 = 0.02125 \text{ H}$ 

El MRC es alimentado por una fuente variable de corriente directa de 0 a 180 V con un autotransformador a la entrada, y controlado por medio de un convertidor asimétrico de medio puente con IGBTs como dispositivos de conmutación y diodos de recuperación ultrarrápida y ultrasuave como dispositivos de marcha libre.

Las corrientes de fase del MRC son medidas mediante sensores magneto-resistivos NT-15 fabricados por F. W. Bell, y las salidas de estos son tratadas con filtros activos paso-bajas de primer orden con frecuencia de corte de 3 kHz. La posición angular es medida por medio

Tabla B.1: Características del motor H55BMBKJ-1841							
Número de fases		3					
Número de polos de estator	12						
Número de polos de rotor		8					
Voltaje nominal	120	V					
Corriente nominal	2.5	А					
Resistencia de fase	2.5	Ω					
Inductancia alineada no satu	0.0520	Η					
Inductancia desalineada no s	0.0095	Η					
Corriente máxima	4	А					
Tabla B.2: Características del motor CD3451							
Potencia	0.5	hp					
Velocidad	1750	$\operatorname{rpm}$					
Voltaje de armadura	180	V					
Voltaje de campo	200/100	V					
Corriente de armadura	5.2	А					
Corriente de campo	0.5/1	А					

de un codificador de posición incremental óptico de 1024 pulsos por revolución acoplado al eje del MRC. La velocidad angular del MRC es estimada a partir de la señal de posición por medio de un filtro paso-altas de primer orden con función de transferencia

$$E(p) = \frac{\nu p}{p + \nu}$$

con frecuencia de corte  $\nu = 100 \text{ rad/s}.$ 

Como carga del MRC se utiliza un motor de corriente directa en derivación modelo CD3451 fabricado por BALDOR, cuyas características principales se enlistan en la Tabla B.2. El fabricante no proporciona información acerca de los parámetros mecánicos del mismo. Ambos motores se encuentran montados sobre una estructura metálica compuesta por una placa de acero y dos rieles paralelos, y sus ejes se encuentran enlazados por medio de un cople flexible de aluminio tipo estrella. El ensamblado del motor de CD incluye un ventilador externo acoplado al eje del motor.

En el caso de este trabajo, todas las pruebas fueron realizadas sin energizar el motor de CD, de manera que en el par de carga no estuviesen presentes fenómenos adicionales a los del modelo (3.2). No obstante, para la alimentación y control del motor de CD el banco de pruebas cuenta con un controlador regenerativo modelo BC201 del mismo fabricante y

con un sensor de efecto Hall LTS15-NP fabricado por LEM para la medición de la corriente de armadura. Con estos elementos, es posible generar perfiles de par de carga variantes por medio del sistema dSPACE.

#### Convertidor asimétrico de medio puente

Considerado el convertidor electrónico de potencia estándar para el MRC, el convertidor asimétrico de medio puente es el que provee la máxima flexibilidad de control de la máquina. Es eficiente, brinda una gran capacidad de tolerancia a fallas, y el número de componentes pasivos que requiere es mínimo. Con este circuito es posible operar la máquina como motor y como generador, siempre y cuando el circuito de alimentación sea capaz de absorber o desviar la energía retornada. Suministra corriente sólo en una dirección, pero puede aplicar voltaje positivo, negativo o nulo a la fase.

En la Figura B.3 se muestra el circuito del convertidor asimétrico de medio puente para una fase, que consiste de dos dispositivos de conmutación y dos diodos de marcha libre. El convertidor tiene tres posibles estados de conmutación:

- Magnetización: Cuando ambos interruptores se encienden, i.e. Q1 y Q2 están en saturación, se aplica un voltaje positivo de magnetización igual a +VCD en las terminales del devanado. La corriente de fase circula a través de ambos interruptores y se eleva rápidamente.
- Marcha libre: Si se apaga un interruptor mientras el otro se mantiene encendido, el voltaje en el devanado es cero. La corriente de fase circula a través de un interruptor y un diodo y decrece lentamente. En este modo de operación no hay transferencia de energía entre el devanado de la fase y la fuente de CD.
- Desmagnetización forzada: Cuando ambos interruptores se apagan, i.e. Q1 y Q2 están en corte, se aplica un voltaje negativo de desmagnetización igual a -VCD en las terminales del devanado. La corriente de fase circula a través de ambos diodos, recarga el condensador de enlace de CD (no mostrado en el diagrama) y decrece rápidamente completando su trayectoria a través de la fuente de CD.

Con la coordinación apropiada de estos tres estados de conmutación, es posible controlar al MRC mediante tres modos de operación: supresión dura, supresión suave y pulso único.


Figura B.3: Convertidor asimétrico de medio puente para una fase.

En la Figura B.4 se muestran las formas de onda de la inductancia idealizada, voltaje, eslabonamiento de flujo y corriente de fase para los tres modos de operación antes mencionados. Los interruptores son encendidos en el ángulo de disparo  $\theta_0$  y apagados en el ángulo de conmutación  $\theta_C$ . El intervalo comprendido entre ellos es denominado ángulo de detención  $\theta_D = \theta_C - \theta_0$ , y el ángulo de extinción  $\theta_q$  es aquel en el que el eslabonamiento de flujo y la corriente de fase vuelven a cero. El periodo total de conducción (construcción y extinción del flujo) debe ser completado dentro de un paso polar del rotor, i.e. el ángulo de rotación entre dos posiciones alineadas sucesivas.

En el modo de operación por supresión dura mostrado en la Figura B.4(a), ambos interruptores son conmutados a una frecuencia alta con un ciclo de trabajo fijo durante el intervalo de detención, es decir, ambos se activan y desactivan simultáneamente desde  $\theta_0$  hasta  $\theta_C$ . De esta forma, el voltaje de fase conmuta entre +VCD y -VCD durante dicho intervalo. Al desactivarse ambos interruptores en  $\theta_C$ , el voltaje de fase toma el valor de -VCD hasta que el flujo y la corriente de fase se extinguen en  $\theta_q$ . Toma entonces el valor de cero hasta el siguiente periodo de conducción.

En el modo de operación por supresión suave mostrado en la Figura B.4(b), uno de los interruptores permanece encendido durante todo el intervalo de detención, mientras el otro

conmuta. De esta forma, el voltaje de fase conmuta entre +VCD y cero durante el intervalo de detención, toma el valor de -VCD hasta que el flujo y la corriente de fase se extinguen, y regresa a cero hasta el siguiente periodo de conducción.

En el modo de operación por pulso único mostrado en la Figura B.4(c), ambos interruptores se activan en el ángulo de disparo y permanecen encendidos durante todo el intervalo de detención, por lo que el voltaje de fase se mantiene en +VCD. Posteriormente, ambos interruptores se desactivan al alcanzar el ángulo de conmutación y el voltaje de fase toma el valor de -VCD hasta que el flujo y la corriente de fase se extinguen, y toma el valor de cero hasta el siguiente periodo de conducción. En este modo de operación, el ángulo de conmutación  $\theta_C$  debe preceder a la posición alineada por varios grados, y debe ser adelantado a medida que la velocidad aumenta. Asimismo, el ángulo de disparo  $\theta_0$  debe ser adelantado hacia la posición desalineada a medida que la velocidad aumenta, incluso hasta la zona previa de inductancia decreciente.



Figura B.4: Formas de onda de la operación por supresión dura, supresión suave y pulso único.

## Referencias

- Aguado-Rojas, M. (2012). Diseño y construcción de un banco de pruebas para motores de reluctancia conmutada. Tesis de licenciatura, UNAM.
- Aström, K. y Eykhoff, P. (1971). System identification—a survey. *Automatica*, 7(2):123 162.
- Bateman, C., Mecrow, B., Clothier, A., Acarnley, P., y Tuftnell, N. (2010). Sensorless operation of an ultra-high-speed switched reluctance machine. *Industry Applications, IEEE Transactions on*, 46(6):2329–2337.
- Boldea, I., Tutelea, L., Parsa, L., y Dorrell, D. (2014). Automotive electric propulsion systems with reduced or no permanent magnets: An overview. *Industrial Electronics, IEEE Transactions on*, 61(10):5696–5711.
- Cao, W., Mecrow, B., Atkinson, G., Bennett, J., y Atkinson, D. (2012). Overview of electric motor technologies used for more electric aircraft (mea). *Industrial Electronics, IEEE Transactions on*, 59(9):3523–3531.
- Chalupa, L. y Visinka, R. (2002). Apparatus and method for estimating the coil resistance in an electric motor. U.S. Patent 6,366,865. April 2, 2002.
- Daldaban, F., Ustkoyuncu, N., y Guney, K. (2006). Phase inductance estimation for switched reluctance motor using adaptive neuro-fuzzy inference system. *Energy Conversion and Management*, 47(5):485 – 493.
- Espinosa-Perez, G., Maya-Ortiz, P., Velasco-Villa, M., y Sira-Ramirez, H. (2004). Passivitybased control of switched reluctance motors with nonlinear magnetic circuits. *Control* Systems Technology, IEEE Transactions on, 12(3):439–448.

- Faiz, J. y Moayed-Zadeh, K. (2005). Design of switched reluctance machine for starter/generator of hybrid electric vehicle. *Electric Power Systems Research*, 75(2 - 3):153 – 160.
- Fedigan, S. J. y Cole, C. P. (1999). A variable-speed sensorless drive system for switched reluctance motors. Texas Instruments, Application Report SPRA600.
- Garnier, H., Mensler, M., y Richard, A. (2003). Continuous-time model identification from sampled data: Implementation issues and performance evaluation. *International Journal* of Control, 76(13):1337–1357.
- Garnier, H. y Wang, L., editores (2008). *Identification of Continuous-time Models from* Sampled Data. Advances in Industrial Control. Springer London.
- Garnier, H. y Young, P. C. (2014). The advantages of directly identifying continuoustime transfer function models in practical applications. *International Journal of Control*, 87(7):1319–1338.
- Ha, K., Lee, C., Kim, J., Krishnan, R., y Oh, S.-G. (2007). Design and development of low-cost and high-efficiency variable-speed drive system with switched reluctance motor. *Industry Applications, IEEE Transactions on*, 43(3):703–713.
- Ilic'-Spong, M., Marino, R., Peresada, S., y Taylor, D. (1987). Feedback linearizing control of switched reluctance motors. Automatic Control, IEEE Transactions on, 32(5):371–379.
- Ioannou, P. y Fidan, B. (2006). Adaptive Control Tutorial. Advances in Design and Control. Society for Industrial and Applied Mathematics.
- Ioannou, P. y Sun, J. (1996). *Robust adaptive control*. Number v. 1 in Control theory. PTR Prentice-Hall.
- Isermann, R. y Münchhof, M. (2011). Identification of Dynamic Systems: An Introduction with Applications. Springer Berlin Heidelberg.
- Kailath, T. (1980). Linear Systems. Information and System Sciences. Prentice-Hall.
- Kjaer, P., Gribble, J., y Miller, T. J. E. (1997). High-grade control of switched reluctance machines. *Industry Applications, IEEE Transactions on*, 33(6):1585–1593.

- Krishnamurthy, P., Lu, W., Khorrami, F., y Keyhani, A. (2009). Robust force control of an srm-based electromechanical brake and experimental results. *Control Systems Technology*, *IEEE Transactions on*, 17(6):1306–1317.
- Krishnan, R. (2001). Switched Reluctance Motor Drives: Modeling, Simulation, Analysis, Design, and Applications. Industrial Electronics Series. CRC Press.
- Lim, H. S., Krishnan, R., y Lobo, N. S. (2008). Design and control of a linear propulsion system for an elevator using linear switched reluctance motor drives. *Industrial Electronics*, *IEEE Transactions on*, 55(2):534–542.
- Lin, J., Cheng, K., Zhang, Z., Cheung, N., Xue, X., y Ng, T. W. (2013). Active suspension system based on linear switched reluctance actuator and control schemes. *Vehicular Technology*, *IEEE Transactions on*, 62(2):562–572.
- Lin, Z., Reay, D., Williams, B., y He, X. (2007). Online modeling for switched reluctance motors using b-spline neural networks. *Industrial Electronics, IEEE Transactions on*, 54(6):3317–3322.
- Liu, T.-H., Chen, C.-G., y Lu, C.-Y. (2011). Implementation of a sensorless switched reluctance drive system for a washing machine with reduced vibration and acoustic noise. *Electric Power Components and Systems*, 39(7):605–620.
- Lu, W., Keyhani, A., y Fardoun, A. (2003). Neural network-based modeling and parameter identification of switched reluctance motors. *Energy Conversion, IEEE Transactions on*, 18(2):284–290.
- Lukic, S. y Emadi, A. (2010). State-switching control technique for switched reluctance motor drives: Theory and implementation. *Industrial Electronics, IEEE Transactions on*, 57(9):2932–2938.
- Mademlis, C. y Kioskeridis, I. (2010). Gain-scheduling regulator for high-performance position control of switched reluctance motor drives. *Industrial Electronics, IEEE Transactions* on, 57(9):2922–2931.
- Miller, T., editor (2001). *Electronic Control of Switched Reluctance Machines*. Newnes Power Engineering Series. Elsevier Science.
- Mir, S., Husain, I., y Elbuluk, M. (1998). Switched reluctance motor modeling with on-line parameter identification. *Industry Applications, IEEE Transactions on*, 34(4):776–783.

- Mir, S., Islam, M., Sebastian, T., y Husain, I. (2001). Self-tuning of machine parameters in switched reluctance motor drives. In *Industry Applications Conference*, 2001. Thirty-Sixth IAS Annual Meeting. Conference Record of the 2001 IEEE, volume 3, pages 2081–2088 vol.3.
- Mujica, H. y Espinosa-Pérez, G. (2014). Control no lineal basado en pasividad de motores de inducción para alto desempeño dinámico. *Revista Iberoamericana de Automática e Informática Industrial {RIAI}*, 11(1):32 – 43.
- Ortega, R., Canudas, C., y Seleme, S. (1993). Nonlinear control of induction motors: torque tracking with unknown load disturbance. Automatic Control, IEEE Transactions on, 38(11):1675–1680.
- Parreira, B., Rafael, S., Pires, A., y Costa Branco, P. (2005). Obtaining the magnetic characteristics of an 8/6 switched reluctance machine: from fem analysis to the experimental tests. *Industrial Electronics, IEEE Transactions on*, 52(6):1635–1643.
- Rao, G. P. y Unbehauen, H. (2006). Identification of continuous-time systems. Control Theory and Applications, IEE Proceedings -, 153(2):185–220.
- Shen, L., Wu, J., Yang, S., y Huang, X. (2013). Fast flux linkage measurement for switched reluctance motors excluding rotor clamping devices and position sensors. *Instrumentation* and Measurement, IEEE Transactions on, 62(1):185–191.
- Slotine, J.-J. E. y Li, W. (1991). Applied Nonlinear Control. Prentice Hall.
- Tandon, P., Rajarathnam, A., y Ehsani, M. (1997). Self-tuning control of a switchedreluctance motor drive with shaft position sensor. *Industry Applications, IEEE Tran*sactions on, 33(4):1002–1010.
- Tao, G. (2003). Adaptive Control Design and Analysis. Adaptive and Learning Systems: Signal Processing, Learning, Communications and Control. John Wiley & Sons.
- Taylor, D. (1992). Pulse-width modulated control of electromechanical systems. Automatic Control, IEEE Transactions on, 37(4):524–528.
- Torrey, D. y Lang, J. (1990). Modelling a nonlinear variable-reluctance motor drive. *Electric Power Applications, IEE Proceedings B*, 137(5):314–326.

- Ustun, O. (2009). Measurement and real-time modeling of inductance and flux linkage in switched reluctance motors. *Magnetics, IEEE Transactions on*, 45(12):5376–5382.
- Vedagarbha, P., Dawson, D., y Rhodes, W. (1997). An adaptive controller for a general class of switched reluctance motor models. *Automatica*, 33(9):1647 – 1655.
- Vieyra-Valencia, N. (2014). Banco de pruebas con máquinas eléctricas para evaluación de controladores. Tesis de licenciatura, UNAM.
- Young, P. C. (2011). Recursive Estimation and Time-Series Analysis: An Introduction for the Student and Practitioner. Springer Berlin Heidelberg.
- Young, P. C. y Garnier, H. (2006). Identification and estimation of continuous-time, databased mechanistic (dbm) models for environmental systems. *Environmental Modelling & Software*, 21(8):1055 – 1072.
- Zhang, J. y Radun, A. (2006). A new method to measure the switched reluctance motor's flux. *Industry Applications, IEEE Transactions on*, 42(5):1171–1176.
- Zhang, P., Cassani, P., y Williamson, S. (2010). An accurate inductance profile measurement technique for switched reluctance machines. *Industrial Electronics, IEEE Transactions on*, 57(9):2972–2979.
- Zhao, S.-W., Cheung, N., Gan, W.-C., Yang, J. M., y Pan, J. F. (2007). A self-tuning regulator for the high-precision position control of a linear switched reluctance motor. *Industrial Electronics, IEEE Transactions on*, 54(5):2425–2434.