Capítulo 4
Obtención de la constante mecánica del motor de corriente directa, considerando flujo magnético constante

Algunos autores sostienen la igualdad entre los parámetros “Constante mecánica del motor de corriente directa” y “Constante eléctrica del mismo”, sin embargo, en la bibliografía de apoyo no se demuestra tal aseveración. Parte del trabajo de esta caracterización se basa en poder obtener directamente este parámetro mediante el uso de instrumentos, o en un caso extremo, demostrando tal aseveración.

4.1 Uso de un medidor de par

Existe un modo simple para la obtención directa de este parámetro del motor de corriente directa. Tomemos en cuenta que este parámetro es el valor escalar que vincula directamente el par de fuerzas que mueven al rotor respecto a su eje simétrico, con la corriente eléctrica que circula por el sistema. Es decir:

$$\tau(t) = K_T i(t) \tag{1.3}$$

Aplicando a la ecuación anterior un límite cuando el tiempo tiene a un valor infinito:

$$\lim_{t\to\infty}\{K_T i(t)\} = K_F i_F;$$

$$\lim_{t\to\infty}\{\tau(t)\} = \tau_F$$

$$\tau_F = K_T i_F \tag{4.1}$$

Como se demuestra en capítulos anteriores, “i_F” es un valor constante siempre que el valor de la amplitud de la señal escalón, “V”, con la que se excita al motor a caracterizar, se mantenga constante; si “K_T” es un parámetro invariante en el tiempo, se puede inferir que “τ_F” es un valor que cumple con las condiciones que rigen “i_F“. En otras palabras, “τ_F” también es un valor constante siempre que el valor de la amplitud de la señal escalón, “V”, con la que se excita al motor a caracterizar, se mantenga constante.

Aprovechando que estas variables tienden a un valor constante en estado estacionario, y de contar con los instrumentos necesarios para la medición de estas mismos valores, se podría obtener el valor de “K_T“.

Desafortunadamente el instrumento que se ocupa para medir el par de fuerzas que mueven al rotor respecto a su eje simétrico “τ_F”, es un dispositivo costoso con el que no siempre se puede contar.

Medidor de par es el nombre más común en el mercado para este dispositivo; a pesar de que se cuente con uno de ellos en el lugar de trabajo, se requiere de la manufactura de piezas especiales para su acoplamiento con el rotor del motor a caracterizar; un sistema de resortes debajo de este instrumento amortiguan los picos de la señal mecánica que produce el motor, además, se requiere de un acoplamiento perfecto para evitar fracturas en este frágil instrumento, y por ultimo, algunos de ellos requieren la construcción de un sistema electrónico digital que pueda traducir las lecturas que emite este instrumento.

Dadas las condiciones del párrafo anterior, el uso de este método complica la obtención de este parámetro; puede que no se cuente con el equipo especial para la manufactura de las piezas que montan el instrumento, recordemos que para cada motor se requiere un juego exclusivo de piezas mecánicas.

4.2 Demostración de $K_T = K_E$

Las condiciones de la metodología anterior nos orillan a desarrollar una demostración tal que “$K_T = K_E$”; en el capitulo anterior hemos propuesto dos métodos posibles para la obtención de “K_E”, de demostrar la igualdad, automáticamente habremos obtenido un valor concreto para “K_T”.

La demostración se basa en un método ingenioso, cuya base se sustenta en la igualación de la potencia instantánea que suministra la fuente de excitación, con la suma de la potencia mecánica instantánea, debida al movimiento del rotor, y la potencia instantánea que disipan los embobinados del motor de corriente directa; En el siguiente diagrama se ilustran aquellos elementos en los cuales se disipa o se genera potencia eléctrica y/o mecánica instantánea:

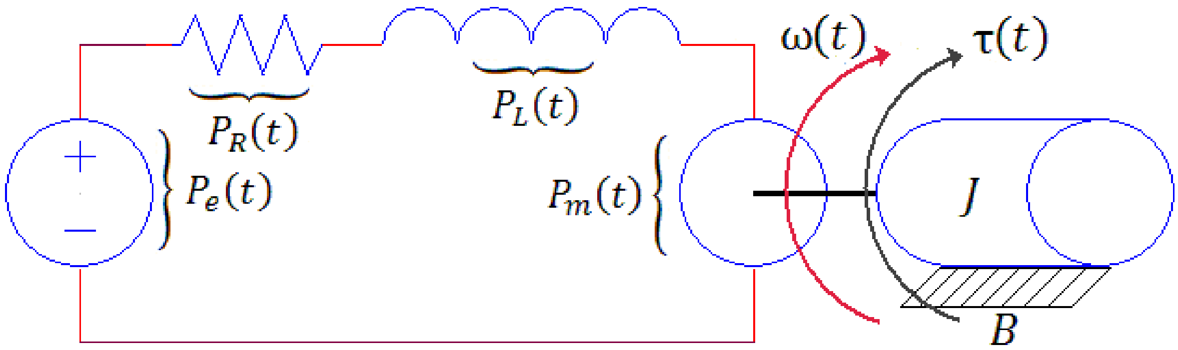

Diagrama 4.1. Balanceo ideal de potencia instantánea en un motor de corriente directa

Donde:

$P_e(t)$: Potencia instantánea que suministra la fuente de excitación
$P_R(t)$: Potencia instantánea que disipa la resistencia óhmica de los embobinados del motor
$P_L(t)$: Potencia instantánea que disipa la inductancia de los embobinados del motor
$P_m(t)$: Potencia instantánea que genera el movimiento del rotor con respecto a su eje simétrico

El modelo del sistema, debido al balanceo de potencias instantáneas, se ilustra mediante la siguiente ecuación:

$$P_e(t) = P_R(t) + P_L(t) + P_m(t) \tag{4.2}$$

Las siguientes ecuaciones nos muestran como se hace el cálculo de la potencia instantánea en cada elemento, cual sea el caso, para disipar o generar potencia.

$$P_R(t) = R(i(t))^2; \tag{4.3}$$

$$P_L(t) = V_L i(t) = L\frac{di(t)}{dt}i(t); \tag{4.4}$$

$$P_m(t) = \tau(t)\omega(t); \tag{4.5}$$

$$P_e(t) = u(t)i(t) \tag{4.6}$$

Sustituyendo (4.3), (4.4), (4.5) y (4.6), en la ecuación (4.2) se obtiene que:

$$P_e(t) = u(t)i(t) = R\big(i(t)\big)^2 + V_L i(t) + \omega(t)\tau(t)$$

Sustituyendo la ecuación (1.3) en “$\tau(t)$”:

$$u(t)i(t) = R\big(i(t)\big)^2 + L\frac{di(t)}{dt}i(t) + K_T i(t)\omega(t) \tag{4.7}$$

La ecuación (4.7) representa el balanceo de potencia instantánea electromecánica en un motor de corriente directa. Esta misma expresión nos permite simplificar “$i(t)$”; Al simplificar dicha variable en la ecuación, el balanceo de potencias en el motor de corriente directa, se transforma en la suma de tensiones eléctricas sobre la malla que conforma el sistema.

$$u(t) = Ri(t) + L\frac{di(t)}{dt} + K_T\omega(t) \tag{4.8}$$

Al comparar esta última expresión con la ecuación (1.5), ubicada en el “Capitulo 1” y que modela exactamente la misma parte del motor de corriente directa, observamos que el parámetro que genera la tensión por efecto del movimiento del rotor es “K_E”:

$$u(t) = Ri(t) + L\frac{di(t)}{dt} + K_E\omega(t) \tag{1.5}$$

Por inferencia matemática, el único modo por el cual estas dos expresiones puedan modelar el mismo fenómeno es mediante la siguiente igualdad:

$$K_E = K_T \tag{4.9}$$

Es de notar que muchos fabricantes ofrecen estos parámetros en diferentes unidades; usualmente se expresa a “K_T” en “$\left[\frac{Nm}{A}\right]$”, mientras que a “$K_E$” en “$\left[\frac{Vs}{rad}\right]$”. Es necesario utilizar el sistema de unidades que más nos convenga, y tomar en cuenta que la variación entre dichos parámetros debe ser mínima. A modo de simplificar el método propuesto, y evitar posibles errores a raíz de una mezcla incorrecta de unidades, estos parámetros serán utilizados en “$[\,Vs\,]$”, es decir, usando el sistema internacional de unidades.

Considerando las unidades más usuales que ofrece un fabricante, tenemos que:

$$K_E\left[\frac{Vs}{rad}\right] = \gamma K_T\left[\frac{Nm}{A}\right]$$

$$1\left[\frac{1}{rad}\right] K_E[\,Vs\,] = \gamma K_T\left[\frac{J}{A}\right]$$

$$1\left[\frac{1}{rad}\right]\left[\frac{2\pi rad}{rev}\right] K_E[\,Vs\,] = \gamma K_T\left[\frac{Ws}{A}\right]$$

$$1\left[\frac{2\pi}{rev}\right] K_E[\,Vs\,] = \gamma K_T\left[\frac{VAs}{A}\right]$$

$$2\pi K_E[\,Vs\,] = \gamma K_T[\,Vs\,];$$

$$\gamma = 2\pi; \tag{4.10}$$

Si bien, en la vida real puede que algunas hojas de datos manejen que dichos parámetros no son idénticos; esto último se debe a que en el modelo matemático propuesto no se consideran pérdidas de energía por efecto Joule, o por algún otro efecto mecánico.

Despreciamos totalmente los efectos por no linealidades del sistema; Estos son ínfimos y tienen un pequeño impacto en los valores de los mismos, siempre y cuando, se realice el método en la región de operación lineal de nuestro motor a caracterizar.