



**UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO**  
PROGRAMA DE MAESTRÍA Y DOCTORADO EN INGENIERÍA  
(INGENIERÍA CIVIL) – (GEOTECNIA)

UN ALGORITMO PARA EL ANÁLISIS DINÁMICO NO LINEAL EN EL  
DOMINIO DE LA FRECUENCIA

TESIS  
QUE PARA OPTAR POR EL GRADO DE:  
DOCTOR EN INGENIERÍA

PRESENTA:  
ROBERTO MAGAÑA DEL TORO

TUTOR PRINCIPAL  
Dr. MIGUEL P. ROMO ORGANISTA, INSTITUTO DE INGENIERÍA  
COMITÉ TUTOR

MÉXICO, D. F. ENERO 2015



**JURADO ASIGNADO:**

Presidente: Dr. Daniel Reséndiz Núñez

Secretario: Dr. Efraín Ovando Shelley

Primer Vocal: Dr. Miguel P. Romo Organista

Segundo Vocal: Dr. Juan Manuel Mayoral Villa

Tercer Vocal: Dr. Jorge Carrera Bolaños

Lugar o lugares donde se realizó la tesis: INSTITUTO DE INGENIERÍA,  
UNAM.

**TUTOR DE TESIS:**

Dr. MIGUEL P. ROMO ORGANISTA

-----

**FIRMA**

## AGRADECIMIENTOS

Al Dr. Miguel P. Romo Organista, por la dirección de esta tesis y su apoyo continuo en los diferentes trabajos en que he participado, en mi labor de investigación en el Instituto de Ingeniería de la UNAM.

Al Dr. Jorge Carrera Bolaños por la orientación que me ha brindado en los aspectos matemáticos de esta tesis y en general por sus enseñanzas para comprender mejor las matemáticas y su utilidad en ingeniería.

Al Dr. Adalberto Noyola Robles, Director del Instituto de Ingeniería de la UNAM, por permitirme dedicar el tiempo necesario para la conclusión de esta tesis, dentro de mis labores en el Instituto. Asimismo al Dr. Manuel Mendoza López y al Dr. Efraín Ovando Shelley Subdirector y Coordinador de Geotecnia, respectivamente, por su apoyo en el mismo sentido.

Al Dr. Armando R. Hermosillo Arteaga, por su colaboración en varios aspectos en el desarrollo de esta tesis, en especial en tareas de computación. Además por su colaboración conmigo en varias tareas en el Instituto desde hace varios años cuando ingreso como becario.

Se agradece a la DGTIC, UNAM por los recursos de supercómputo brindados a nuestro equipo de trabajo y con los cuales se realizaron algunos de los análisis aquí presentados.

A mi esposa Silvia, por su comprensión para que yo me dedicara a elaborar la tesis y no le dedicara tiempo en asuntos en los que necesitaba mi ayuda. Además a mis hijas Diana Ivette y Lorena por su apoyo moral y de ayuda (esta última) en la traducción de algunos artículos.

<b>Resumen</b>	1
<b>Abstract</b>	1
1. INTRODUCCIÓN	2
1.1 Planteamiento del problema	2
1.2 Objetivo	2
1.3 Hipótesis	3
1.4 Alcance.	3
1.5 Antecedentes.	4
1.5.1 Estudios sobre procesos estocásticos.	4
1.5.2 Investigaciones sobre procesos estocásticos no estacionarios	5
1.5.3 Aplicaciones en geotecnia de procesos estocásticos no estacionarios	5
1.6 Aportación	5
1.7 Justificación	6
1.8 Contenido	6
2. FUNDAMENTOS MATEMÁTICOS	7
2.1. Generalidades	7
2.1.1 Generalidades sobre análisis dinámico.	7
2.2. Método del elemento finito	8
2.2.1 Discretización de la región en estudio	8
2.2.2 Conceptos matemáticos generales	9
2.2.3 Funciones de forma y espacio de la solución	10
2.3. Método de superposición modal	10
2.4. Integración paso a paso	11
2.5. Método de la respuesta compleja	12
2.6. Método lineal equivalente	16
2.7. Comparación entre análisis no lineales en el dominio del tiempo y el de la frecuencia	17
2.8. Procesos estocásticos	17
2.8.1 Proceso estocástico	18
2.9. Definición matemática	18
2.10. Proceso estacionario	19
2.11. Concepto de proceso estocástico desde un enfoque físico.	19
2.11.1 Procesos de Estado Continuo	21
2.12. Análisis espectral de procesos estocásticos no estacionarios.	22
2.13 Ejemplos de caracterización de procesos estocásticos no estacionarios	23
3 MODELO MATEMÁTICO	26
3.1. Metodología	26
3.2. Fundamentos teóricos del algoritmo de ventanas	27
3.3. Relaciones causa-efecto dentro de la modelación.	27
3.4. Hipótesis contenidas en la elaboración del algoritmo.	29
3.5 Formulación del modelo matemático	29
3.5.1 Determinación de la variación de densidad espectral de potencia	29

3.6	Empleo del concepto de transformada corta de Fourier en el modelo matemático.	30
3.7	Densidad espectral por ventana	32
3.7.1	Determinación de la variación de espectros de respuesta por ventana.	33
3.7.2	Implementación del modelo matemático al algoritmo de cálculo	33
3.8	Analogía correlación cíclica y producto de polinomios	33
3.9	Propiedad distributiva del producto de polinomios.	34
3.10	Algoritmo de ventanas	35
3.11	Procedimiento mediante ventanas de tiempo para considerar la variación temporal de la densidad espectral de potencia	36
3.12	Justificación del algoritmo empleado.	36
3.13	Correlación de cada ventana con la señal completa.	37
4	VERIFICACIONES	38
4.1	Introducción	38
4.2	Excitaciones empleadas	39
4.2.1	Densidades espectrales de potencia de entrada de señales periódicas empleadas en los análisis	39
4.2.2	Datos acerca de los sismos empleados	41
4.2.2.1	Sismo IN128509.191	41
4.2.2.2	Sismo PAPAN8509.191	42
4.3	Aplicación de PTLUSHEV al modelo del prisma para comparación con SAP2000	42
4.3.1	Análisis mediante SAP2000 sin cambio de propiedades	43
4.3.2	Análisis mediante PTLUSHEV con cambio de propiedades	43
4.3.3	Comparación entre espectros obtenidos con PTLUSHEV y SAP2000	44
4.4	Comparación con el modelo de prisma entre PTLUSHEV y NONSAP.	45
4.4.1	Comparación entre los espectros de respuesta para sismo IN128509	46
4.4.2	Variación del módulo G para sismo IN128509	46
4.4.3	Comparación entre los espectros de respuesta para sismo de Papanoa	47
4.4.4	Variación del módulo G para sismo de Papanoa	48
4.5	Análisis para la presa de boquilla rectangular	49
4.5.1	Análisis con funciones periódicas	49
4.5.1.1.	Análisis sin cambio de propiedades (elásticos)	50
	a) Frecuencia 1.0 Hz	50
	b) Frecuencias combinadas variables por tramos	51
4.5.1.2.	Análisis con cambio de propiedades (frecuencias variables por tramos)	52
	a) Secuencia 0.25, 0.5 y 1.0 Hz	52
4.5.2	Análisis del cambio de módulo en el cuerpo de la presa (Se hace con 1,2 y 4 ventanas).	53
	a) Secuencia 0.25, 0.5 y 1.0 Hz	54
	b) Secuencia 1.0, 0.5 y 0.25 Hz	56
4.5.3	Análisis para dos sismos reales	57

4.5.3.1	Sismo 1. IN12850	58
	a) Análisis elásticos	58
	b) Análisis con cambio de propiedades	59
4.5.3.2	Sismo 2: PAPH8509	59
	a) Análisis con cambio de propiedades	60
5	CONCLUSIONES	61
5.1	Conclusiones en relación a la comparación con SAP2000 para el prisma	61
5.2	Conclusiones en relación a la comparación con NONSAP para el prisma	61
5.3	Conclusiones en relación al caso de la presa (boquilla rectangular) para señales periódicas	62
5.4	Conclusiones en relación al funcionamiento para sismos reales	63
6	REFERENCIAS	64
	APÉNDICE A	66
	APÉNDICE B	71
	APÉNDICE C	74

# UN ALGORITMO PARA EL ANÁLISIS NO LINEAL EN EL DOMINIO DE LA FRECUENCIA

Roberto Magaña del Toro

## Resumen

En esta tesis se presenta un algoritmo simplificado para hacer análisis dinámico de tipo no lineal en el dominio de la frecuencia, generalizando para ello un algoritmo previamente desarrollado y que se implementó en el programa PTLUSH, que sirve para análisis dinámicos donde la excitación es un proceso estocástico estacionario. La contribución de esta tesis es el procedimiento en el dominio de la frecuencia para analizar estructuras usando procesos estocásticos no estacionarios; es decir, con densidades espectrales de potencia variables con el tiempo. Este algoritmo se incorporó en un programa de elementos finitos para crear un nuevo programa denominado PTLUSHEV. Para ubicar el marco teórico del trabajo de la tesis, se hace una revisión bibliográfica, de trabajos en los que se estudia el comportamiento dinámico de sistemas estructurales con diferentes métodos, en especial los probabilísticos, por lo cual se pone énfasis en algunas características básicas de los procesos estocásticos estacionarios y no estacionarios. En el capítulo 2 se comenta acerca de los diferentes procedimientos de análisis dinámicos y se hace una breve presentación de la teoría de los procesos estocásticos estacionarios y no estacionarios. Ya que el programa PTLUSHEV está basado en este tipo de procesos. En el capítulo 3, se explican los conceptos matemáticos involucrados en el algoritmo propuesto. Asimismo, en el capítulo 4, se presentan las verificaciones cualitativas y cuantitativas hechas al programa, mediante la aplicación de este a mallas de una presa teórica y de dos modelos, denominados prisma chico y prisma grande. En este capítulo se hace una comparación de los resultados obtenidos con este programa y con otros dos, el SAP2000 (para casos lineales) y el NONSAP (para casos no lineales). Estos dos programas hacen análisis en el dominio del tiempo por integración directa paso a paso. Tal comparación es importante por tratarse de otro procedimiento de análisis dinámico completamente diferente en el dominio del tiempo, así al obtener resultados parecidos entre sí, valida los resultados del programa PTLUSHEV, que trabaja en el dominio de la frecuencia. Finalmente en el capítulo 5 se presentan las conclusiones del trabajo.

## Abstract

This thesis presents a simplified algorithm for nonlinear dynamic analysis in the frequency domain, generalizing the algorithm previously developed and implemented in the PTLUSH program, which serves for dynamic analysis where the excitation is a stationary stochastic process. The thesis contribution is the frequency domain method for analyzing structures using non-stationary stochastic processes; that is, with power spectral densities with temporal variation. This algorithm was incorporated into a finite element program to create a new program called PTLUSHEV. To locate the theoretical framework of the thesis, a literature review is made of works in which the dynamic behavior of structural systems is studied with different methods, especially probabilistic, whereby emphasis is on some basic features of stationary and non-stationary stochastic processes. In chapter 2, different methods of dynamic analysis are presented and a brief presentation of basic concepts of stationary and non-stationary stochastic processes. Since the PTLUSHEV program is based on such processes. In Chapter 3, the mathematical concepts involved in the proposed algorithm are explained. Also in Chapter 4, the qualitative and quantitative

checks made to the program, by applying this to some mesh corresponding to a theoretical dam and two models, called small and large prism, are presented. In this chapter a comparison of the results obtained with this program and with two others, the SAP2000 (for linear cases) and NONSAP (for nonlinear cases) is done. These two programs do analysis in the time domain by **direct step-by-step integration**. Such a comparison is important because it is another completely different procedure, now in the time domain rather than in the frequency as does PTLUSHEV, similar results in both cases, validates the results of PTLUSHEV program. Finally in chapter 5 the conclusions are presented.

## 1. INTRODUCCIÓN

En el presente trabajo se propone un algoritmo simplificado mediante el cual se puede tomar en cuenta la variación con el tiempo de la densidad espectral de potencia de los sismos, y con ello analizar su influencia en el cambio de los módulos de elasticidad al cortante de los diferentes elementos finitos de una malla al realizar estudios dinámicos no lineales. Como se podrá observar, en los resultados obtenidos se logra alcanzar este objetivo a través de una consideración muy simple mediante ventanas de tiempo. Este procedimiento no es riguroso desde el punto de vista matemático, sin embargo se considera que está fundamentado en una idea matemática simple y da resultados razonables y además lo notable es que a partir de un solo acelerograma, se puede obtener una idea de cómo la variación temporal de la densidad espectral de potencia del acelerograma afecta la distribución final de los módulos de elasticidad al cortante  $G$  en la malla de elementos finitos, sin necesidad de hacer ninguna consideración de la forma de la envolvente (función del tiempo), que se utiliza en otros métodos, para modular en el tiempo la densidad espectral de un proceso estocástico estacionario. Así que en lo que sigue se mencionan: los objetivos del trabajo, sus alcances, la contribución hecha sobre este tema, que básicamente es el algoritmo desarrollado, las verificaciones hechas al programa de computadora PTLUSHEV y las aplicaciones para estudiar el comportamiento elástico y no elástico de sistemas estructurales, caracterizados mediante mallas tridimensionales sencillas de elementos finitos.

### 1.1. *Planteamiento del problema*

Con base en la investigación bibliográfica realizada en este estudio se encontró que los procesos estocásticos no estacionarios se abordan con el empleo de una función envolvente dependiente del tiempo. Esta envolvente se fija a partir de criterios estadísticos. Su empleo en ocasiones origina complicaciones de tipo numérico. Por tanto, en esta tesis se considera una alternativa diferente, mediante el algoritmo con ventanas de tiempo, que no requiere del empleo de ninguna envolvente, pero que en cada ventana se considera el proceso como estacionario. En tal caso es necesario verificar que aún con esta hipótesis el programa da resultados aceptables, es decir, que los espectros de respuesta resultantes son parecidos a los obtenidos en un análisis por integración directa paso a paso. Con tal propósito se fijaron una serie de análisis que se mencionan más adelante en la parte correspondiente al alcance de este estudio.

### 1.2. *Objetivo*

En este trabajo el propósito fue generar y validar un algoritmo que permite realizar análisis no lineales en el dominio de la frecuencia e integrarlo en un programa de elementos finitos para estudiar problemas de ingeniería geotécnica, como la respuesta de

presas ante excitaciones sísmicas. Se hace énfasis especial en representar la excitación dinámica mediante procesos estocásticos no estacionarios. Se trata de un procedimiento aproximado cuyos fundamentos matemáticos se aplican en el capítulo 3.

### 1.3. Hipótesis

Las hipótesis principales en las que se fundamenta la deducción de este nuevo algoritmo fueron las siguientes:

- a) Los principios variacionales sobre los que se basa el método del elemento finito son aplicables. Esto implica que el campo de desplazamiento que proporciona el método y que satisface las condiciones de frontera del problema considerado minimiza la energía potencial total del sistema. Para cumplir con esta condición las funciones de desplazamiento deben ser continuas y derivables.
- b) El sismo se considera como una vibración aleatoria tanto estacionaria como no estacionaria, y se representa mediante la densidad espectral de potencia media de su acelerograma.
- c) Para simular la no estacionariedad, se consideran ventanas de tiempo en un acelerograma.
- d) El comportamiento de los materiales se representa mediante modelos visco-elásticos, definidos con un módulo de rigidez complejo.
- e) El comportamiento no lineal de los suelos se tiene en cuenta mediante el método lineal equivalente, el cual se aplica en el intervalo de frecuencias correspondiente a cada ventana de tiempo en que se divide el acelerograma.

### 1.4. Alcance

El trabajo se centró en generar un algoritmo que define los espectros de potencia a partir de las ventanas de tiempo en que se divide la excitación. Para ello se utilizó el programa PTLUSH desarrollado en el Instituto de Ingeniería como parte de una tesis de maestría (Villarraga, 1987) cuyo manual de usuario se presentó dentro de una tesis de licenciatura (Merlos, 1997), El programa es aplicable al análisis estocástico estacionario de estructuras. En el presente trabajo se le hicieron modificaciones para considerar la no estacionariedad de las acciones sísmicas. Además, se hicieron las verificaciones cualitativas y cuantitativas necesarias para comprobar su buen funcionamiento, las cuales se presentan en los capítulos 4 y 5, se usaron como ejemplos, un modelo simplificado tridimensional de una presa y dos modelos de prismas de sección cuadrada, denominados en lo que sigue como prisma chico y prisma grande.

Se hicieron entonces análisis lineales y no lineales de:

- Malla de elementos finitos de un prisma rectangular de doce elementos (prisma chico).
- Aplicación al modelo teórico tridimensional de una presa (boquilla rectangular).
- Malla de elementos finitos de un prisma rectangular de 160 elementos (prisma grande).

Para esta última malla se hicieron comparaciones con los programas SAP2000 y NONSAP (Bathe et al., 1974). Los detalles se presentan en el capítulo 4. Esto se hizo

para validar los resultados que proporciona el programa desarrollado PTLUSHEV, para indicar que trabaja con espectros que varían con el tiempo.

Para la comparación con SAP2000, se empleó la malla relativa al prisma grande de 160 elementos. Como el SAP2000 sólo sirve para casos elásticos, también se hizo una comparación con el programa NONSAP, el cual considera efectos no lineales en el dominio del tiempo. En ambos casos los análisis se hicieron para dos sismos.

En primer lugar, a continuación se presenta como antecedente una revisión bibliográfica sobre procesos estocásticos, que son un modelo matemático adecuado para analizar los efectos de sismos, objetivo central de esta tesis.

### *1.5. Antecedentes*

Se hizo una revisión bibliográfica, que sirva como antecedente en el campo de estudio sobre procesos estocásticos no estacionarios. En lo que sigue se mencionan algunos de los trabajos revisados, agrupados en tres tipos: a) procesos estocásticos estacionarios, b) procesos estocásticos no estacionarios y c) aplicaciones en geotecnia.

#### *1.5.1. Estudios sobre procesos estocásticos*

Priestley M. B. (1965), desarrolló una aproximación para el análisis espectral de procesos no estacionarios, la cual está basada en el concepto de “espectro evolucionario”; esto es, funciones espectrales dependientes del tiempo,

J. N. Yang (1973), realizó también un estudio sobre vibraciones aleatorias no estacionarias, para procesos gaussianos con media cero. Hace notar que existe una gran variedad de aproximaciones analíticas aplicables a procesos estacionarios que pueden extenderse a los no estacionarios.

H. Kameda 1975, presenta también un trabajo sobre la aplicación de multifiltros para generar espectros evolucionarios de sismogramas.

L. Esteva (1978), presenta un trabajo sobre la respuesta estructural a sismos en los que se consideran varias de sus componentes. Así cuando se trabaja con estructuras que tienen dimensiones pequeñas en planta, entonces se pueden tener aproximaciones razonables a la respuesta máxima mediante la superposición de varias de las componentes del acelerograma de un sismo. Esto se hace mediante la combinación lineal de las respuestas máximas a cada una de las componentes individuales, siempre y cuando las respuestas modales puedan ser consideradas como estocásticamente independientes.

Miguel P. Romo y Manuel R. Villarraga (1988), desarrollaron un modelo analítico para estudiar el comportamiento sísmico de la presa El Infiernillo. Hacen notar que la necesidad de construir grandes presas en zonas de alta sismicidad requiere estudios cuidadosos para el diseño de estas obras. En su trabajo aplican la teoría de las vibraciones causales para estudiar la respuesta de sistemas lineales a excitaciones aleatorias, siendo con ello posible establecer la relación entre espectros de respuesta y el de potencia.

Askar, Koyluoglu, Nielsen y A.S. Cakmak, (1994), presentan algunos métodos para hacer una simulación rápida de vibraciones aleatorias no-estacionarias de sistemas no-lineales

### *1.5.2. Investigaciones sobre procesos estocásticos no estacionarios.*

El trabajo presentado en (Wu and 1996), se trata acerca de procesos estocásticos de segundo orden y de las propiedades de ergodicidad y estacionariedad a partir de sus transformadas a base de “ondoletas” (WT wavelets) tratándose los casos discreto y continuo.

Nachane hace una recopilación de trabajos que tratan sobre análisis espectral (Nachane, 1995), especialmente los que tratan sobre procesos no estacionarios, ya que estos son importantes en ciencias empíricas donde los fenómenos muestran que se alejan bastante de la estacionariedad.

Hanssen A. and Schart L. (2003) estudian los procesos “armonizables” que constituyen una importante clase de procesos estocásticos no estacionarios.

Kawate trata la teoría integral de Fourier de los procesos estocásticos generales (Kawate, 1965). Una teoría general de funciones de covarianza de procesos no estacionarios desarrollada por M. Loeve.

### *1.5.3. Aplicaciones en geotecnia de procesos estocásticos no estacionarios*

Horichadran R. y M.T. Cheng (1996) han investigado el efecto de la variación espacial de la excitación sísmica en estructuras de gran longitud. Esto ha requerido de estudios tridimensionales con el método del elemento finito

Z. Feng, P. H. Tsai y J. N. Li (2010) analizaron numéricamente, simulando el proceso de construcción de una presa. Luego se realizó un análisis de flujo de agua considerando un nivel de agua de 60 m. En el análisis se utilizó una función de transferencia en el dominio de la frecuencia.

Mircevska, V. I., Bickovski, V. y Garevski M. (2008) consideraron un criterio de falla de Mohr-Coulomb. La presa está situada en un cañón de forma triangular (con un ángulo muy agudo) con paredes rígidas. En la interfaz entre la presa y la cimentación, se emplearon elementos finitos de contacto. El análisis dinámico lineal emplea el método de integración directa paso a paso.

Wang Z. y Chongshi G. (2011), consideraron la incertidumbre que existe acerca de la variación temporal del contenido de frecuencias de una excitación sísmica real y emplearon un nuevo modelo de sismos fuertes denominado GSSGM. La intensidad y energía de un sismo fuerte se emplea para determinar los parámetros del modelo.

### *1.6. Aportación*

Esta radica en justificar matemáticamente la validez del algoritmo propuesto y en utilizar el programa PTLUSHEV haciéndole los cambios necesarios para que el algoritmo quede implementado en éste, y de esta manera se pueda analizar una señal sísmica por tramos, es decir ventanas de tiempo, y con ello determinar la variación en el tiempo de la densidad espectral de potencia de la señal. También, el poder determinar el efecto de

esta variación, en la estimación de la distribución espacial del daño estructural del material en la región en estudio, el cual resulta diferente al variar la forma del contenido de frecuencias de la señal, esto se muestra en el capítulo 4, donde por ejemplo, no es lo mismo que primero se presenten frecuencias altas que al final, etc. Asimismo, en el capítulo 3 se da una justificación matemática de dicho algoritmo, lo cual también constituye una aportación como se mencionó antes.

### *1.7. Justificación*

Tradicionalmente en la práctica de la ingeniería civil, se ha acostumbrado a considerar los sismos como procesos estocásticos estacionarios, lo que implica el ver los espectros de respuesta únicamente como función del contenido de frecuencias; sin embargo, su variabilidad en el tiempo; se manifiesta en diferentes fenómenos físicos. Este aspecto siempre será importante tenerlo en cuenta en el estudio de cualquier problema de tipo científico. Por ejemplo, en la evolución de la distribución del daño en el material que constituye una obra civil cualquiera. En este caso en el eje del tiempo se manifiestan las variaciones que no pueden verse en el eje de las frecuencias. Entonces, el riesgo de una falla es función del aspecto temporal y ahí radica la importancia de este tema.

Por otra parte al comparar este método con uno de integración directa paso a paso, se tiene una reducción de tiempo de proceso del orden de 25%.

### *1.8. Contenido.*

En lo que sigue se describe brevemente el contenido de esta tesis. En el capítulo 2 se presentan algunos de los fundamentos de análisis dinámico y del elemento finito y se proporcionan algunos conceptos básicos sobre procesos estocásticos estacionarios y no estacionarios. En el capítulo 3 se presenta una justificación de tipo matemático del algoritmo desarrollado de "ventanas de tiempo". En el capítulo 4, se presentan unas verificaciones de tipo cualitativo y cuantitativo, empleando las mallas de elementos finitos correspondientes al modelo de prisma chico y prisma grande y también de un modelo tridimensional de una presa simplificada de sección transversal cuadrada (en un plano perpendicular al eje del río). En este capítulo se hacen las comparaciones con los programas SAP2000 y NONSAP. Finalmente en el capítulo 5 se presentan las conclusiones sobre este trabajo.

## 2. FUNDAMENTOS MATEMÁTICOS

### 2.1. Generalidades

En este capítulo se hace una presentación de algunos temas que se ubican dentro del campo del análisis dinámico, para ello en primer lugar, se comenta sobre aspectos generales de este tipo de análisis, luego se hace una breve descripción de conceptos relacionados con el método del elemento finito, el cual es de gran utilidad en este tipo de análisis. A continuación se hace mención del método de integración paso a paso, el cual junto con el de superposición modal, constituye una de las herramientas básicas en estudios dinámicos, con el hecho de que el de integración paso a paso es indispensable en el caso de estudios dinámicos no lineales. Por otra parte, también se presenta el método de respuesta compleja, el cual permite pasar los análisis del dominio del tiempo al de la frecuencia, logrando con ello simplificaciones en el análisis. Asimismo, se presenta el método no lineal equivalente, el cual es útil para considerar de manera simplista efectos no lineales en el dominio de la frecuencia.

Entonces con el propósito de precisar el contexto científico donde se ubica el problema tratado en esta tesis doctoral, en lo que sigue se proporcionan algunas ideas al respecto. En este caso el campo de acción es el relativo a la determinación del comportamiento dinámico de obras civiles ante la acción de sismos. Ahora bien para la determinación de este comportamiento se requiere conocer información sobre los siguientes aspectos, que son: los campos vectoriales de desplazamientos, de velocidades y de aceleraciones, así como los tensoriales de deformaciones y esfuerzos, en cualquier punto del medio considerado, así como también en cualquier instante de tiempo. Esto permitirá también estimar los cambios de propiedades en materiales no lineales. Por otra parte, como las excitaciones sísmicas son aleatorias, los campos de respuesta mencionados anteriormente también tienen carácter aleatorio.

Así que el requerimiento de obtener información en diferentes puntos del sistema analizado hace necesario que se plantee un problema de ecuaciones diferenciales parciales, como las empleadas en mecánica del medio continuo. Esto hace necesario contar con herramientas matemáticas adecuadas para este propósito, entre ellas se tiene, por ejemplo, el método del elemento finito entre otras alternativas existentes, pero que en este trabajo se eligió por considerarlo adecuado.

Puesto que el problema es dinámico, también es necesario elegir un método entre los disponibles. Para tal propósito existen: el método de superposición modal, el de integración directa paso a paso y el método de respuesta compleja, este último muy adecuado en problemas aleatorios. Sin embargo, en este trabajo no sólo se comenta este último método, sino que se proporcionan detalles de los tres métodos mencionados. Además, también se dan conceptos relacionados con el método lineal equivalente, con ello se pueden manejar aproximadamente las características no lineales del comportamiento de materiales en el dominio de la frecuencia.

#### 2.1.1. Generalidades sobre análisis dinámico.

Es el estudio del cambio de comportamiento de un sistema con el tiempo, al cambiar su entorno y sus características.

La relación causa-efecto en este caso es la influencia de las fuerzas dinámicas en las características de movimiento del sistema (desplazamientos, velocidades y aceleraciones). Entre las dificultades se tienen la falta de información recabada tanto de campo como de laboratorio, en relación a fuerzas (sismos) y heterogeneidad de propiedades del terreno natural. Asimismo, se tienen geometrías irregulares de la estructuración geológica de la región en estudio. Por tal motivo, en los estudios prácticos se tiene que recurrir en muchos casos a hipótesis simplificadoras.

Para determinar los efectos que provocan los temblores en las obras, existen diferentes métodos de análisis entre los cuales se tienen: el de cuerpo rígido, el de la viga de cortante, el de diferencias finitas y el del elemento finito con superposición modal o bien con integración directa paso a paso así como el método de respuesta compleja.

En el presente estudio se eligió el método de elemento finito debido a que presenta ventajas con respecto a los otros métodos.

## *2.2. Método del elemento finito*

Como se sabe este es un método numérico variacional útil para obtener soluciones aproximadas a ecuaciones diferenciales ordinarias y parciales y por tanto para problemas de mecánica del medio continuo (Zienkiewicz and Taylor 1986). Esto resulta especialmente adecuado en problemas donde no existen soluciones analíticas, por ejemplo en problemas con geometría irregular y donde el medio es heterogéneo. Asimismo, siempre será necesario hacer algunas hipótesis, por ejemplo en acerca de las funciones de forma, así como la de concentrar efectos en los nudos de la malla.

En este subinciso se comentan aspectos del método del elemento finito, atendiendo a sus bases matemáticas, así como es los aspectos físicos relativos a los problemas que se analizan con este método.

### *2.2.1. Discretización de la región en estudio.*

Este método consiste en idealizar un medio continuo como un sistema formado por un conjunto de elementos finitos de forma poligonal (triángulos, rectángulos, etc.) para análisis bidimensionales, o poliédrica (tetraedros, cubos, etc.) para tridimensionales.

La discretización del medio continuo tiene por objeto determinar el estado de esfuerzos y deformaciones en dicho medio de una manera aproximada, al calcular los desplazamientos de los nudos de la malla provocado por el sistema de fuerzas que actúa sobre el medio.

Existen en el medio discretizado ciertas pérdidas de energía en las fronteras de los elementos donde existe discontinuidad, por lo que existirán menos pérdidas cuando exista el mayor número de nudos, debido a lo cual la solución que proporciona el método será más precisa cuando el tamaño de los elementos empleados sea más pequeño y cada elemento tenga más puntos de interconexión con sus vecinos. Sin embargo, la solución del problema requiere de la resolución de un sistema de ecuaciones, el cual crece con el número de nudos, entonces el tiempo de computación aumenta. Esto impide que la malla utilizada sea demasiado fina, teniéndose que emplear una que dé una aproximación razonable y no consuma demasiado tiempo de computadora.

Mediante el empleo del método de elementos finitos se pueden realizar análisis estáticos y dinámicos, en dos o tres dimensiones, los cuales necesitarán la solución de sistemas de ecuaciones simultáneas o de ecuaciones diferenciales ordinarias.

### 2.2.2. *Conceptos matemáticos generales*

Las ecuaciones que gobiernan el comportamiento del continuo regirán también el del elemento. De esta forma se consigue pasar de un sistema continuo (infinitos grados de libertad), que es regido por una ecuación diferencial o un sistema de ecuaciones diferenciales, a un sistema con un número de grados de libertad finito cuyo comportamiento se modela por un sistema de ecuaciones, lineales o no lineales.

En cualquier sistema a analizar podemos distinguir entre:

- a) Dominio. Espacio geométrico donde se va a analizar el sistema.
- b) Condiciones de contorno. Variables conocidas y que condicionan el cambio del sistema: cargas, desplazamientos, temperaturas, voltaje, focos de calor.
- c) Incógnitas. Variables del sistema que deseamos conocer después de que las condiciones de contorno han actuado sobre el sistema: desplazamientos, tensiones, temperaturas, dominio, condiciones de contorno (ver figura 2.1).

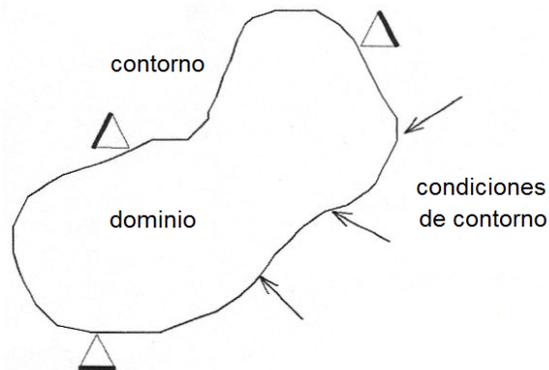


Figura 2.1 Conceptualización del cuerpo

El método de los elementos finitos considera, para solucionar el problema, tener el dominio discretizado en subdominios denominados elementos. El dominio se divide mediante puntos (en el caso lineal), mediante líneas (en el caso bidimensional) o superficies (en el tridimensional), de forma que el dominio total en estudio se aproxime mediante el conjunto de elementos en que se subdivide.

Planteando la ecuación diferencial que rige el comportamiento del continuo para el elemento, se llega a fórmulas que relacionan el comportamiento en el interior del mismo con el valor que tomen los grados de libertad nodales. Este paso se realiza por medio de unas funciones llamadas de interpolación (o de forma), ya que éstas 'interpolan' el valor de la variable nodal dentro del elemento.

### 2.2.3. Funciones de forma y espacio de la solución

Existen muchas formas de elegir un conjunto de funciones que formen una base vectorial sobre la que se aproxime la solución exacta del problema. Desde un punto de vista práctico resulta útil definir un espacio vectorial  $\hat{X}$  de dimensión finita definido sobre el dominio de referencia  $\hat{\Omega}$  (forma del elemento finito, por ejemplo, triángulo, rectángulo, tetraedro, etc.) formado por todos los polinomios de grado igual o inferior a cierto grado:

$$P_n(\Omega) \subset \hat{X} \quad (2.1)$$

Entonces mediante las aplicaciones que aplican el dominio de referencia a cada elemento finito se define el espacio vectorial  $V^h \subset V$  que servirá para aproximar la solución como:

$$V^h = \{v^h \in V \quad \forall e: v^h \circ F^{(e)} \in \hat{X}\} \quad (2.2)$$

Cuando  $F^{(e)}$  es una función lineal y el espacio  $\hat{X}$  está formado por polinomios la restricción de  $v^h \in V$  es también un polinomio. El espacio vectorial  $\hat{X}$  es un espacio polinómico en que la base de dicho espacio está formada por funciones de forma  $\hat{N}_i$ , que dado el conjunto de nodos del dominio de referencia se definen como:

$$\hat{N}_i(\xi_j) = 1, \text{ si } i = j$$

$$\hat{N}_i(\xi_j) = 0, \text{ si } i \neq j$$

Esto permite definir de manera unívoca unas funciones de forma sobre el dominio real sobre el que se define el problema:

$$\forall \xi \in \hat{\Omega}: \hat{N}_i(\xi_j) = N_i^{(e)} \circ F^{(e)}(\xi)$$

Estas funciones se pueden extender a todo el dominio, gracias a que el conjunto de subdominios o elementos finitos constituye una partición de todo el dominio:

$$N_i: \Omega \rightarrow \mathfrak{R}^d, \quad \forall x \in \Omega^{(e)} \subset \Omega: N_i(x) = N_i^{(e)}(x)$$

Las funciones de forma permiten proyectar sobre el espacio de elementos finitos cualquier función definida sobre el dominio original.

### 2.3. Método de superposición modal

Dentro de los métodos de análisis dinámico, el método de superposición modal se basa en el hecho físico de que los sistemas responden a excitaciones dinámicas de acuerdo con sus frecuencias y modos naturales de vibración, ya que el contenido de frecuencias de la excitación provoca resonancias con algunos de sus modos naturales de vibración. Por este motivo, este método resulta en ocasiones una modelación adecuada del comportamiento dinámico de los sistemas.

Es el método más comúnmente empleado de los procedimientos para el análisis sísmico de sistemas estructurales lineales. Este método, luego de evaluar un conjunto de vectores ortogonales, reduce el gran conjunto de ecuaciones generales de movimiento a un pequeño número de ecuaciones diferenciales desacopladas de segundo orden. La solución numérica de estas ecuaciones implica una gran reducción del tiempo de cómputo. Con este método se obtiene la respuesta completa, en su variación en el tiempo, de los desplazamientos de los nudos y fuerzas en los elementos debido a un movimiento determinado en la base.

#### 2.4. Integración paso a paso

Como se sabe es una técnica de solución en la que se transforma un problema de ecuaciones diferenciales en un sistema lineal de ecuaciones resueltas mediante métodos iterativos, en donde se puede discretizar tanto el espacio como el tiempo. En particular, es la única solución viable en problemas de dinámica no lineal. Esto es interesante en geotecnia por ser los suelos materiales no lineales. Así, es de utilidad para el diseño de obras geotécnicas. Desde luego que como en otros casos, las soluciones sólo son aproximadas pero eso es suficiente para la evaluación de obras civiles. Su aplicación también requiere de hipótesis, que varían según el caso de que se trate.

Con este método se puede avanzar por incrementos de tiempo, obteniendo información puntual sobre el movimiento de los sistemas (desplazamientos, velocidades y aceleraciones). Además, este método resulta indispensable en problemas donde el material o materiales del sistema tienen características no lineales (por ejemplo, el suelo). Es decir que cambian su módulo de elasticidad al cortante con la deformación angular. Cabe decir, que en problemas no lineales dinámicos, los métodos de integración paso a paso son la única alternativa de análisis posible.

El fundamento de muchos de estos métodos de integración paso a paso es el mismo: dado el valor del desplazamiento, velocidad y aceleración en el instante  $t_n = t$  (y en instantes anteriores según algunos métodos), determinar el desplazamiento, velocidad y aceleración en el instante  $t_{n+1} = t + \Delta t$ . Una de las más conocidas y utilizadas familias de métodos de integración paso a paso: el MÉTODO DE NEWMARK (Newmark, 1959). Este método parte de la ecuación de equilibrio dinámico particularizada para el instante  $t_{n+1}$ :

$$[M]\{\ddot{x}_{n+1}\} + [C]\{\dot{x}_{n+1}\} + [K]\{x_{n+1}\} = \{f_{n+1}\} \quad (2.3)$$

En esta expresión los vectores desplazamiento, velocidad y aceleración son desconocidos, pero bajo determinadas hipótesis el desplazamiento y la velocidad pueden ponerse en función de la aceleración  $\ddot{x}_{n+1}$  y de los resultados de la etapa anterior, con lo que queda un único vector incógnita. Para expresar la velocidad y el desplazamiento en función de la aceleración Newmark utiliza las siguientes expresiones:

$$\begin{aligned} \{\dot{x}_{n+1}\} &= \{\dot{x}_n\} + \Delta t((1-\gamma)\{\ddot{x}_n\} + \gamma\{\ddot{x}_{n+1}\}) \\ \{x_{n+1}\} &= \{x_n\} + \Delta t\{\dot{x}_n\} + \frac{(\Delta t)^2}{2}((1-2\beta)\{\ddot{x}_n\} + 2\beta\{\ddot{x}_{n+1}\}) \end{aligned} \quad (2.4)$$

Siendo  $\gamma$  y  $\beta$  dos parámetros cuyos valores caracterizan a los distintos métodos de la familia. La primera expresión puede interpretarse como una corrección de la velocidad  $\dot{x}_n$  obtenida mediante integración de una aceleración interpolada linealmente en un punto determinado por el parámetro  $\gamma$ , y puede hacerse una interpretación análoga para la segunda expresión.

Sustituyendo ambas expresiones en la ecuación de equilibrio se obtiene:

$$\begin{aligned}
 ([M] + \gamma \Delta t [C] + \beta (\Delta t)^2 [K]) \{x_{n+1}\} &= \{f_{n+1}\} - [K] \{x_n\} - ([C] + \Delta t [K]) \{\dot{x}_n\} - \\
 &((1 - \gamma) \Delta t [C] + (1 - 2\beta) \frac{(\Delta t)^2}{2} [K]) \{\ddot{x}_n\}
 \end{aligned}
 \tag{2.5}$$

En estos problemas, el tamaño de etapa  $\Delta t$  se determina por consideraciones de precisión y de estabilidad.

### 2.5. Método de la respuesta compleja

Este se emplea para transformar problemas en el dominio del tiempo al dominio de la frecuencia, y con ello muchas veces se logran simplificaciones en la resolución de problemas. En este procedimiento el problema se reduce a resolver un sistema lineal de ecuaciones para un cierto número de frecuencias, y a su vez para otras frecuencias se recurre a técnicas de interpolación lineales o de grado superior. Con este método se pueden obtener espectros de respuesta en diferentes puntos del medio considerado (en los nudos de la malla de elemento finito). Esto permite también evaluar el contenido de energía en diferentes frecuencias.

Si se emplea junto con el método lineal equivalente (del cual se hablará a continuación) puede emplearse para considerar aproximadamente la no linealidad de los materiales. Es una herramienta importante en análisis dinámicos.

En este caso para el estudio dinámico, se procede a emplear la representación espectral de la excitación (es decir en vez de la función de tiempo, se emplea una función formada por una sumatoria de funciones periódicas, por ejemplo, funciones seno con diferentes frecuencias).

Miguel P. Romo y Manuel R. Villarraga (1988), desarrollaron un modelo analítico para estudiar el comportamiento sísmico de la presa El Infiernillo. En su trabajo aplican la teoría de las vibraciones causales para estudiar la respuesta de sistemas lineales a excitaciones aleatorias, siendo con ello posible establecer la relación entre espectros de respuesta y el de potencia.

En lo que sigue se presenta una breve discusión de los principios del método de la respuesta compleja utilizada por los autores en su trabajo.

Se sabe que la respuesta  $y(t)$ , de un sistema lineal sometido a una excitación  $x(t)$ , puede ser evaluada por medio de la integral de Duhamel:

$$y(t) = \int_0^t x(\tau)h(t-\tau)d\tau \quad (2.6)$$

donde  $h(t-\omega)$  es la respuesta a una función escalón unitaria. Al pasar esta expresión al dominio de la frecuencia por medio de la transformada de Fourier, se obtiene:

$$Y(\omega) = H(\omega) X(\omega) \quad (2.7)$$

en la cual  $H(\omega)$  es la respuesta a un impulso unitario y es conocida como la función de transferencia compleja.  $X(\omega)$  y  $Y(\omega)$  son las transformadas de Fourier de la excitación y de la respuesta, respectivamente.

Por otra parte, la función de autocorrelación de la respuesta está dada por:

$$R_y(\tau) = E[y(t)y(t+\tau)] \quad (2.8)$$

y al pasarla al dominio de la frecuencia se obtiene el espectro de potencia de la respuesta expresada como:

$$S_y(\omega) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} R_y(\tau)e^{-i\omega\tau} d\tau \quad (2.9)$$

de estas ecuaciones y considerando la relación entre espectros de potencia de entrada y salida de un sistema dada por (Romo, 1978).

$$S_y(\omega) = |H(\omega)|^2 S_x(\omega) \quad (2.10)$$

Una vez conocido el espectro de potencia de la respuesta se puede determinar el valor medio cuadrático, como el área bajo la curva definida por

$$\sigma_y^2 = \int_{-\infty}^{\infty} S_y(\omega)d\omega = \int_{-\infty}^{\infty} |H(\omega)|^2 S_x(\omega)d\omega \quad (2.11)$$

La ecuación de equilibrio dinámico correspondiente al modelo matemático del sistema de elementos finito es

$$[M]\{\ddot{u}_1\} + [C]\{\dot{u}_1\} + [K]\{u_1\} = \{Q_1\} \quad (2.12)$$

En las matrices de la ecuación anterior se incluyen los factores que intervienen directamente en el fenómeno como son: las características inerciales y de rigidez, de la geometría y zonificación de materiales de la cortina y su cimentación, en tanto que en el vector Q, se introducen las características de los movimientos de campo libre y su variación espacial.

El procedimiento de análisis de la respuesta aleatoria tridimensional estacionaria, se basa en las siguientes hipótesis:

El sismo se considera como una vibración aleatoria estacionaria, y se representa por un espectro de potencia medio calculado a partir del espectro de potencia de diseño. Sus tres componentes se suponen estadísticamente independientes.

La presa se modela mediante elementos finitos tridimensionales isoparamétricos de ocho nodos con tres grados de libertad cada uno.

El comportamiento de los materiales se representa mediante modelos visco-elásticos, definidos con el módulo complejo dinámico propuesto por (Lysmer et al 1974).

$$G^* = G \left[ 1 - 2\xi^2 + 2i\xi\sqrt{1+\xi^2} \right] \quad (2.13)$$

El comportamiento no lineal de los suelos se tiene en cuenta mediante el método lineal equivalente.

Al tomar en cuenta las hipótesis anteriores, la ecuación de movimiento dada anteriormente, se transforma en la siguiente:

$$[M]\{\ddot{u}\} + [K^*]\{u\} = -[M]\{r\}\ddot{y}(t) \quad (2.14)$$

Donde

$\{u\}$ : desplazamientos nodales relativos a la base rígida

$\{\ddot{u}\}$ : aceleraciones nodales correspondientes

$[M]$ : matriz de masa

$[K^*]$ : matriz compleja de rigidez

$y(t)$ : aceleración de la excitación en la base rígida

$\{r\}$ : vector de cargas que indica la dirección de la excitación

Para calcular la solución de la ecuación de movimiento, en el método de la respuesta compleja, se supone que el sistema es lineal y que es válido el principio de superposición; además, considera que la excitación puede ser representada como una suma finita de armónicas; es decir, como una serie de Fourier truncada:

$$y(t) = \text{Re} \left\{ \sum_{s=0}^N y_s e^{i\omega_s t} \right\} \quad (2.15)$$

donde  $N$  es el número de puntos para el cual se especifica el espectro de respuesta de la excitación.

Al reemplazar este valor de  $y(t)$  en la ecuación de movimiento se tiene:

$$[M]\{u\} + [K]\{u\} = -[M]\{r\} \operatorname{Re} \left\{ \sum_{s=0}^N y_s e^{i\omega_s t} \right\} \quad (2.16)$$

Esto implica que la respuesta estacionaria de este sistema también será representada como una sumatoria de funciones armónicas de la forma:

$$u = \operatorname{Re} \sum_{s=0}^N u_s e^{i\omega_s t} \quad (2.17)$$

Al reemplazar este valor de  $u$  en la ecuación de movimiento se llega al siguiente sistema de ecuaciones lineales para cada frecuencia  $\omega_s$ :

$$\left\{ [K^*] - \omega_s^2 [M] \right\} u_s = [M]\{r\} \ddot{y}_s \quad (2.18)$$

Este sistema se puede solucionar empleando el método de eliminación de Gauss Seidel y se pueden establecer los desplazamientos complejos de los nodos para la frecuencia  $\omega_s$  y también se determina la función de transferencia compleja de los desplazamientos para esta frecuencia, que está dada para la excitación unitaria  $y_s$  por:

$$H^d(\omega_s) = \left[ [K^*] - \omega_s^2 [M] \right]^{-1} [M]\{r\} \quad (2.19)$$

Conocida la función de transferencia compleja de los desplazamientos queda completamente definida la respuesta de la presa en el dominio de la frecuencia, y a partir de esta función se pueden establecer directamente las funciones de transferencia complejas para las velocidades, las aceleraciones, las deformaciones, etc.

En el caso de que la excitación no sea estacionaria se introduce una función envolvente,  $n(t)$ , en la ecuación general de movimiento para tener en cuenta la variación de la intensidad de la señal en el tiempo:

$$\ddot{y}(t) + 2\xi\omega\dot{y}(t) + \omega y(t) = -n(t)\ddot{x}(t) \quad (2.20)$$

Como se considera el sistema lineal, sus características no varían con el tiempo y las funciones de transferencia siguen siendo dadas de manera semejante al caso estacionario, pero el espectro de potencia de la respuesta sí varía en el tiempo y está dado por:

$$S_y(\omega, t) = |H(\omega)|^2 k(\omega, t) S_x(\omega) \quad (2.21)$$

donde  $k(\omega, t)$  es una función filtro que dependerá sólo del sistema y de la forma de la función envolvente. El valor medio cuadrado también se modifica y varía con el tiempo:

$$\sigma_y^2(\omega, t) = \int_{-\infty}^{\infty} |H(\omega)|^2 k(\omega, t) S_x(\omega) d\omega \quad (2.22)$$

Ahora bien, el método lineal equivalente empleado es estrictamente válido para sistemas lineales, pero como se sabe el comportamiento dinámico de los suelos es no

lineal y sus propiedades de rigidez y amortiguamiento varían con el nivel de deformación. Para que el procedimiento sea válido las rigideces y amortiguamientos deben ser compatibles con las deformaciones inducidas. Para lograr este objetivo se sigue un procedimiento iterativo. Se ha observado que en presas de tierra bastan cuatro o cinco iteraciones.

## 2.6. Método lineal equivalente

Como se sabe con él se puede tomar en cuenta la no linealidad de la relación esfuerzo-deformación de los materiales (dependencia del módulo  $G$ , con la deformación angular).

La respuesta dinámica obtenida a través de la relación entre espectros de potencia de entrada y salida a través de la función de transferencia, es válida sólo para sistemas lineales. Sin embargo, cuando ocurren grandes deformaciones angulares en los suelos durante temblores fuertes, esto provoca efectos no lineales, por lo cual si se quiere hacer una estimación más correcta de los efectos, esta no linealidad debe ser tomada en cuenta. En este método el análisis se inicia con unas propiedades iniciales del material. Luego del análisis de elemento finito se obtienen las máximas deformaciones de cortante en cada elemento, empleando el cortante efectivo (que normalmente se considera un 65 por ciento del valor máximo), luego con este valor y empleando unas curvas (que relacionan módulo de elasticidad al cortante con nivel de deformación) estándar o bien obtenidas con métodos de campo o laboratorio, (por ejemplo las propuestas por Seed e Idriss (1970)) se obtiene nuevos módulos y amortiguamiento. El procedimiento es iterativo y se repite hasta que existe congruencia entre propiedades y nivel de deformación (cuando la deformación calculada da origen a un módulo  $G$ , casi igual con cierto nivel de tolerancia, al considerado al inicio de la iteración).

Empleando el círculo de Mohr, las deformaciones angulares máximas pueden calcularse en el dominio del tiempo, mediante la expresión

$$\gamma(t) = \left\{ \left[ \varepsilon_x(t) - \varepsilon_y(t) \right]^2 + \gamma_{xy}(t) \right\}^{1/2} \quad (2.23)$$

donde  $\varepsilon_x(t)$  y  $\varepsilon_y(t)$  son las deformaciones en las direcciones  $x$  e  $y$  respectivamente,  $\gamma_{xy}(t)$  es la deformación angular asociada a  $\varepsilon_x(t)$  y  $\varepsilon_y(t)$ . El valor máximo de  $\gamma_{\max}$  de  $\gamma(t)$  pueden estimarse de manera semejante.

El valor cuadrático medio de las deformaciones angulares máximas puede obtenerse mediante la expresión siguiente:

$$\sigma^2 = \sum_{\omega_s}^{\omega_N} (|E|^2 + |\Gamma|^2) \Delta\omega \quad (2.24)$$

Donde  $E$  y  $\Gamma$  son las amplitudes complejas de  $(\varepsilon_x(t) - \varepsilon_y(t))$  y  $\gamma_{xy}(t)$ , respectivamente.

La deformación angular efectiva puede obtenerse multiplicando la deformación angular máxima por 0.65. Para el cálculo de las deformaciones máximas se hace uso de la Teoría del Valor Máximo.

Por tanto, este método permite tomar en cuenta de manera aproximada el comportamiento no lineal de los materiales en el dominio de la frecuencia. Desde luego, los efectos no lineales se asimilan más adecuadamente con el método de integración directa paso a paso. Precisamente el objetivo de esta tesis es proponer un algoritmo para manejar problemas no lineales en el dominio de la frecuencia, para lo cual se determina la representación espectral considerando ventanas de tiempo. Es decir analizando por tramos la señal de tiempo de entrada.

## 2.7. Comparación entre análisis no lineales en el dominio del tiempo y el de la frecuencia

Con el propósito de verificar cuantitativamente el método de análisis probabilista con ventanas de tiempo, se comparará con el método de integración directa paso a paso no lineal, ya que se busca cotejar los resultados de ambos métodos, para ver si existe un semejanza entre ellos, con lo cual se justificará el método propuesto.

Para ello, en primer lugar se hace una revisión de las características básicas del método de integración paso a paso. En este caso se utilizó el programa de computadora NONSAP, desarrollado en la Universidad de Berkeley en California (Bathe et al., 1974), En este algoritmo se observa que básicamente se opera con la ecuación de movimiento clásica que es:

$$[M]\{x_{n+1}\} + [C]\{x_{n+1}\} + [K]\{x_{n+1}\} = \{f_{n+1}\} \quad (2.25)$$

A la cual se le aplica la transformación de derivadas en expresiones de diferencias finitas, correspondientes a las velocidades y aceleraciones. Esto se aplica para cada incremento de tiempo teniéndose tanto desplazamientos, velocidades y aceleraciones iniciales y finales, en un sistema de ecuaciones lineales que se resuelve mediante iteraciones. Luego con la metodología del elemento finito se pueden ir obteniendo el estado de esfuerzos y deformaciones en toda la malla del sistema estructural en estudio, y con ello puede irse modificando los módulos de elasticidad ( $E$ ,  $G$  o  $K$ ) de acuerdo con leyes esfuerzo-deformación tanto en carga y descarga adecuadas, para cada incremento de tiempo.

Por otra parte, en la modelación de teoría de vibraciones casuales clásica, el ajuste de propiedades mediante el método lineal equivalente se hace después de haberse completado la historia de movimiento, pero haciendo iteraciones. En este caso se parte de módulos de elasticidad iniciales y al final al evaluar el nivel de deformaciones y de acuerdo a la ley esfuerzo-deformación se calcula un nuevo módulo, con el cual se repite el proceso de análisis, calculándose nuevas deformaciones y nuevos módulos hasta llegar a una cierta convergencia. Es decir, con el método lineal equivalente, se tiene un cálculo que implica físicamente que el nivel de deformaciones obtenido corresponde a un material que desde el principio tenía un módulo con el valor final, lo que representa un promedio del cambio de módulos que se presentaron realmente al ir variando con el tiempo.

## 2.8. Procesos estocásticos

En este subinciso se presenta una explicación acerca de lo que es un proceso estocástico (estacionario o no estacionario), dando para ello una definición desde el punto de vista matemático, así como consideraciones de tipo físico, para que así se pueda comprender la esencia de este tipo de procesos. Además, se hace una reflexión sobre la representación espectral de dichos procesos, lo cual se logra mediante la aplicación de la

transformada de Fourier. Asimismo, se hace notar que esta representación espectral, también puede considerarse como un método para generar acelerogramas sintéticos. Por tal motivo se presenta un resumen de algunos artículos que tratan estos conceptos.

### 2.8.1. *Proceso estocástico*

A continuación se dan tres definiciones básicas para comprender que es un proceso estocástico

- Definición de proceso. Serie de actos que se suceden.
- Experimento. Suceso con varios posibles resultados.
- Probabilidad. Número que define una valoración relativa de una parte con respecto a un todo.

Tomando en cuenta las tres definiciones anteriores (proceso, experimento y probabilidad) un proceso estocástico, es una sucesión de experimentos.

En estadística, y específicamente en la teoría de la probabilidad, un proceso estocástico es un concepto matemático que sirve para caracterizar una sucesión de variables aleatorias (estocásticas) que evolucionan en función de otra variable, generalmente el tiempo y también puede ser una variable espacial como en geoestadística u otro tipo de variable para otras aplicaciones (Ruiz, 2012). Cada una de las variables aleatorias del proceso tiene su propia función de distribución de probabilidad y, entre ellas, pueden estar correlacionadas o no.

La asignación numérica con variables aleatorias, es para poder hacer operaciones con los resultados de un experimento y de ahí construir relaciones causa-efecto probabilísticas.

Existen muchos fenómenos naturales estocásticos, así que el estudio de uno sólo de ellos, es sólo parte del conjunto total (Universo), por ejemplo las aplicaciones en sismología.

### 2.9. *Definición matemática*

Un proceso estocástico se puede definir equivalentemente de dos formas diferentes:

- a) Como un conjunto de realizaciones temporales y un índice aleatorio que selecciona una de ellas.
- b) Como un conjunto de variables aleatorias  $X_t$  indexadas por un índice  $t$ , dado que  $t \in T$ , con  $T \subseteq \mathfrak{R}$

$T$  puede ser continuo si es un intervalo (el número de sus valores es ilimitado) o discreto si es numerable (solamente puede asumir determinados valores). Las variables aleatorias  $X_t$  toman valores en un conjunto que se denomina espacio probabilístico. Sea  $\Omega, B, P$  un espacio probabilístico. En una muestra aleatoria de tamaño  $n$  se observa un suceso compuesto  $E$  formado por sucesos elementales  $\omega$

$$E = \{\omega_1, \omega_2, \omega_3, \dots, \omega_n\} \text{ de manera que } E \in \mathbf{B} \quad (2.26)$$

El suceso compuesto es un subconjunto contenido en el espacio muestral y es un álgebra de Boole  $B$ . A cada suceso  $\omega$  le corresponde un valor de una variable aleatoria  $V$ , de manera que  $V$  es función de  $\omega$ :

$$V = V(\omega); \quad \omega \in \Omega; \quad -\infty < V < \infty \quad (2.27)$$

El dominio de esta función o sea el campo de variabilidad del suceso elemental, es el espacio muestral, y su rango, o sea el de la variable aleatoria, es el campo de los números reales. Se llama proceso aleatorio al valor de un elemento  $X = (\Omega, B, (X_t)_{t \geq 0}, P)$ , donde  $X_t$ , para todo  $t \in \mathfrak{R}$ ,  $X_t$  es una variable aleatoria  $B_t$  medible.

Si se observa el suceso  $\omega$  en un momento  $t$  de tiempo:

$$V = V(\omega, t) \quad \omega \in \Omega \quad t \in T, \quad -\infty < V < \infty \quad (2.28)$$

$V$  define así un proceso estocástico.

Como puede verse, en el espacio  $\Omega$  se encuentran todos los resultados posibles de un experimento, pero con la característica de que normalmente no son numéricos, por ejemplo, cuando se saca un as de espadas de una baraja, luego la variable aleatoria implica la regla que asocia un número al resultado del experimento es decir  $V(\omega)$ , siendo  $V(\omega)$  el número que depende de  $\omega$  elemento del conjunto  $\Omega$ . Entonces a la variable aleatoria se le asocia cierta probabilidad, perteneciente al conjunto  $P$ . Luego el espacio probabilístico, está formado por tres conjuntos,  $\Omega$  conjunto de resultados reales,  $B$  conjunto de las variables aleatorias (sucesos combinados  $E = (\omega_1, \omega_2, \omega_3, \dots, \omega_v)$ ) y el conjunto  $P$  de probabilidades asociadas. Los tres conjuntos definen la triada que se escribe como  $(\Omega, B, P)$ . Ahora en un proceso estocástico la variable aleatoria  $V$  no sólo es función de  $\omega$ , sino también de  $t$ , teniéndose entonces  $V(\omega, t)$ .

### 2.10. Proceso estacionario

En matemáticas, un proceso estacionario (o proceso estrictamente estacionario) es un proceso estocástico cuya distribución de probabilidad en un instante de tiempo fijo o una posición fija es la misma para todos los instantes de tiempo o posiciones (Ruiz, 2012). En consecuencia, parámetros tales como la media y la varianza, si existen, no varían a lo largo del tiempo o la posición.

Un proceso estacionario de tiempo discreto, donde el espacio muestral también es discreto (de manera que la variable aleatoria pueda tomar uno de  $N$  valores posibles) se llama esquema de Bernoulli. Cuando  $N = 2$ , el proceso se llama proceso de Bernoulli.

### 2.11. Concepto de proceso estocástico desde un enfoque físico.

Es el análisis de los procesos estocásticos desde dos ejes, el probabilístico y el temporal. De esta manera, se pueden clasificar los procesos. Las diferentes opciones en el aspecto probabilístico se denominan estados. Por su parte, a la variable tiempo se le denomina parámetro del fenómeno. Ambos aspectos, el estado y el parámetro, pueden ser continuos o discretos; el espacio también puede ser parámetro.

En general se tienen las diferentes variantes, según parámetro y o estado. Un aspecto interesante es que el resultado de un experimento puede constar de uno o más valores (simultáneos), por ejemplo (estatura y peso de una persona) son dos valores en un experimento y luego tener una sucesión de este tipo de datos. Por tanto, cabe hacer la siguiente reflexión: el conjunto de datos de un sismo, es el resultado de un experimento multidimensional o bien es una sucesión de valores (unidimensionales) de experimentos (medidas) sucesivos.

Al incluir en el estudio la presencia de la variable determinística tiempo se está considerando que, de alguna forma, la variable aleatoria depende del tiempo. En otras palabras, la variable aleatoria dependerá del aspecto probabilístico y del tiempo.

Definición. Un proceso estocástico es una colección o familia de variables aleatorias  $\{X_t, \text{ con } t \in T\}$ , ordenadas según el subíndice  $t$  que en general se suele identificar con el tiempo. Por tanto, para cada instante  $t$  tendremos una variable aleatoria distinta representada por  $X_t$ , con lo que un proceso estocástico puede interpretarse como una sucesión de variables aleatorias cuyas características pueden variar a lo largo del tiempo. Por ejemplo, si observamos sólo unos pocos valores de  $t$ , tendríamos una imagen similar a la de la figura 2.2.

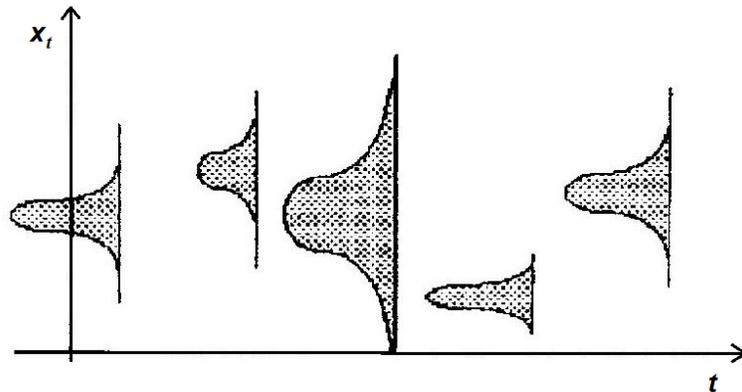


Figura 2.2 Aspecto de un proceso estocástico no estacionario. En el eje de las abscisas se muestra el tiempo (parámetro), en el de las ordenadas se presentan los estados posibles. La figura muestra claramente que en un proceso no estacionario puede variar hasta el número total de estados posibles.

Por tanto, dependiendo de cómo sea el conjunto de subíndices  $T$  y el tipo de variable aleatoria dado por  $X_t$ , se puede establecer la siguiente clasificación de los procesos estocásticos:

- Si el conjunto  $T$  es continuo, por ejemplo  $R^+$ , diremos que  $X_t$  es un proceso estocástico de parámetro continuo.
- Si por el contrario  $T$  es discreto, por ejemplo  $N$ , diremos que nos encontramos frente a un proceso estocástico de parámetro discreto.
- Si para cada instante  $t$  la variable aleatoria  $X_t$  es de tipo continuo, diremos que el proceso estocástico es de estado continuo.

- Si para cada instante  $t$  la variable aleatoria  $X(t)$  es de tipo discreto, diremos que el proceso estocástico es de estado discreto, el tiempo es el parámetro.

### 2.11.1. Procesos de Estado Continuo

Realización de un Proceso Estocástico: Series temporales.

Un concepto que debe ser definido es el de realización: una realización de una experiencia aleatoria es el resultado de una repetición de esa experiencia. Así, en la experiencia aleatoria “lanzar una vez un dado” una realización sería el cinco que nos ha salido en ese único lanzamiento. En ese caso, la realización se reduce a un único número  $\{X\}$ . Si repetimos la experiencia, obtendremos otra realización distinta. En una experiencia bidimensional, por ejemplo la identificación de unos individuos a través de su peso y su estatura, una realización sería el resultado obtenido al tomar un individuo al azar y medir en él ambos parámetros. Ahora la realización es una pareja de números  $\{X_1, X_2\}$ . En una experiencia  $n$ -dimensional tendríamos análogamente un grupo de  $n$  valores  $\{X_1, \dots, X_n\}$  y, siguiendo con la analogía, en un proceso estocástico tendríamos un grupo de infinitos valores  $\{X_t\}$ , con  $t \in T$ .

Veamos un ejemplo de realización de un proceso estocástico (figura 2.3). Consideremos que estamos interesados en estudiar cómo evoluciona la temperatura en un punto P de un motor durante una hora de funcionamiento del mismo a régimen constante. Podemos considerar que la variable “temperatura instantánea en ese punto P” es un proceso estocástico continuo de parámetro continuo. Si realizamos la experiencia una vez obtendremos una gráfica temporal de la evolución de la temperatura: esa gráfica (o los valores numéricos asociados) es una realización del proceso estocástico. Si repetimos la experiencia en las mismas condiciones obtendremos otra realización, representada por otra gráfica o por sus correspondientes resultados numéricos.

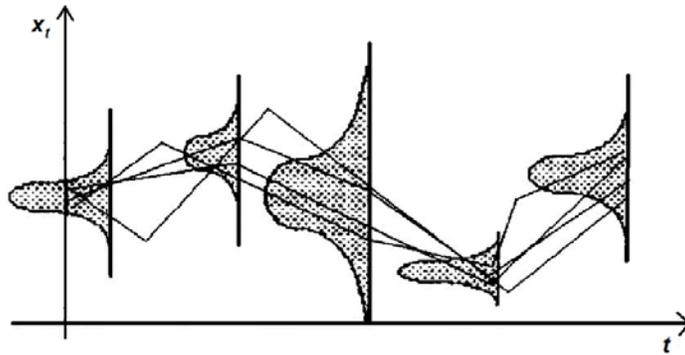


Figura 2.3 Aspecto de un proceso estocástico no estacionario. La figura muestra mediante las líneas marcadas el paso de una situación a otra durante una realización.

Por tanto, una realización de un proceso estocástico es una sucesión de infinitos valores de una cierta variable a lo largo del tiempo. Si  $t$  tiene una consideración continua obtendremos una representación continua, mientras que si  $t$  es discreto obtendremos una sucesión de puntos.

## 2.12. Análisis espectral de procesos estocásticos no estacionarios

Aquí se trata de presentar los conceptos de espectro de potencia instantáneo y el de espectro evolucionario, ya que el espectro instantáneo es la derivada de la densidad espectral que por tanto no es constante. Se hace énfasis en la necesidad de que la variabilidad del proceso tenga una evolución en el tiempo en la que se pueda decir que existe la derivada.

Priestley (Priestley, 1965) presentó el concepto de espectro de potencia instantáneo, con el cual se pretende dar una explicación físico- matemática aceptable, en términos energéticos. Mediante este concepto se incluye la idea de una densidad espectral variable con el tiempo. Asimismo, desarrolló una aproximación para el análisis espectral de procesos no estacionarios, la cual está basada en el concepto de "espectro evolucionario"; esto es, funciones espectrales dependientes del tiempo, las cuales tienen una interpretación física como distribuciones locales de energía en el dominio de la frecuencia. Es decir a mayor valor de la amplitud para una frecuencia dada le corresponde una mayor energía.

En el método clásico de análisis espectral estadístico, siempre se supone que el proceso bajo estudio,  $X_t$  es estacionario. Esto es, se supone que  $E(X_t) = \mu$ , es una constante (independiente del tiempo), la cual puede ser nula, y que, para cada realización  $s$  y tiempo  $t$ , la covariancia

$$R_{s,t} = E\{(X_s - \mu)(X_t - \mu)^*\} \quad (2.29)$$

(\*significa complejo conjugado) la cual es una función del valor absoluto de  $(s-t)$  únicamente. En este caso es bien conocido que  $R_{s,t}$  tiene una representación de la forma siguiente:

$$R_{s,t} = \int e^{i\omega(s-t)} dF(\omega) \quad (2.30)$$

donde  $F(\omega)$  es una función con las propiedades de una función de distribución.

Asimismo  $\{X_t\}$  tiene una representación espectral de la forma:

$$X_t = \int e^{i\omega t} dZ(\omega) \dots \quad (2.31)$$

donde  $Z(\omega)$  es un proceso ortogonal en el cual  $E\{(dZ(\omega))^2\} = dF(\omega)$ . Cuando  $\{X_t\}$  representa algún proceso físico, la función de densidad espectral  $f(\omega) = F'(\omega)$  (si la derivada existe) describe la distribución de energía (en el dominio de la frecuencia por unidad de tiempo) disipada en el proceso, así que dada una simple muestra  $\{X_t\}$ , existen varios métodos para estimar  $f(\omega)$ .

Al tratar de generalizar esta aproximación se cae en la noción de espectro continuamente cambiante, o más precisamente, un espectro dependiente del tiempo. Se define por tanto un espectro de potencia instantáneo  $\rho(\omega)$  escribiendo, que para cada  $\omega$ ,

$$f_T^*(\omega) = \int_0^T \rho_t(\omega) dt \quad (2.32)$$

entonces

$$\rho_t(\omega) = \frac{d}{dt} \{f_t^*(\omega)\} \quad (2.33)$$

y

$$f^*(\omega) = \int_0^\infty \rho_t(\omega) dt \quad (2.34)$$

así que el espectro de potencia instantáneo,  $\rho(\omega)$ , representa la diferencia entre el contenido espectral de el proceso entre el intervalo  $(0, t+\delta t)$  y el intervalo  $(0, t)$ .

Puede verse que de acuerdo con la ecuación (3.34), el espectro instantáneo está considerado como la derivada de la densidad espectral  $f(\omega)$ , lo cual implícitamente hace notar que esta densidad no es constante.

### 2.13. Ejemplos de caracterización de procesos estocásticos no estacionarios

Grigoriu, S.E. Ruiz y E. Rosenblueth, 1988, desarrollaron unos modelos no-estacionarios para acelerogramas.

En su trabajo los autores consideran dos alternativas de modelos no-estacionarios de acelerogramas:

a) Los oscilatorios, caracterizados por un espectro evolucionario, y b) los procesos en los que se modulan tanto la amplitud como la frecuencia de procesos estacionarios.

En el caso de procesos oscilatorios estos tienen la forma

$$X(t) = \int_{-\infty}^{\infty} a(t; \omega) e^{i\omega t} dZ(\omega) \quad (2.35)$$

en donde  $Z(\omega)$  es un proceso con incrementos ortogonales de variancia  $E\{dZ(\omega)\}^2 = dF(\omega)$  y  $\{a(t; \omega)\}$  es una familia de funciones que varían lentamente con el tiempo para todos los valores de las frecuencias. La condición de que las funciones  $a(t, \omega)$  varíen lentamente es esencial para mantener la interpretación como frecuencia del parámetro  $\omega$ . Cuando esta condición es satisfecha  $a(t; \omega) e^{i\omega t}$  puede interpretarse como una onda de amplitud modulada. Un ejemplo elemental de un proceso oscilatorio es

$$X(t) = c(t)Y(t) \quad (2.36)$$

en el cual  $c(t)$  es una función de modulación real determinista que varía lentamente con el tiempo, y  $Y(t)$  es un proceso estacionario de media cero y de variancia  $\sigma_Y^2$ , covariancia

$\mathbf{B}_Y$  , densidad espectral  $S_Y$  , y densidad espectral (de un sólo lado)  $G_Y$ . Así que las funciones oscilatorias están dadas por  $\{c(t)e^{i\omega t}\}$  y por tanto  $X(t)$  tiene el siguiente espectro evolucionario

$$G_x(\omega) = |c(t)|^2 G_Y(\omega) \quad (2.37)$$

cuya forma es invariante con el tiempo.

b) En el caso de procesos donde se modulan tanto amplitud como frecuencia, la función moduladora de la amplitud es  $c(t)$ , siendo  $Y(\phi(t))$  una función moduladora de la frecuencia que es positiva y real.

Por tanto, el proceso

$$X(t) = c(t)Y(\phi(t)) \quad (2.38)$$

se deriva a partir de  $Y(t)$  en donde se modula su amplitud y frecuencia. También puede ser representado en la forma siguiente

$$X(t) = c(t) \int_{-\infty}^{\infty} e^{i\omega\phi(t)} dZ(\omega) \quad (2.39)$$

De los resultados obtenidos los autores concluyen que los modelos propuestos son adecuados para estudios de confiabilidad. .

En (Perotti, 1989) se presenta como ejemplo donde las representaciones espectrales de procesos estocásticos pueden emplearse como excitación de entrada de sistemas estructurales y mediante análisis de elemento finito, puede obtenerse su comportamiento dinámico. Perotti presenta un ejemplo de dar como dato de entrada la representación espectral del proceso estocástico estacionario (Densidad espectral de potencia), y en combinación con el método del elemento finito, se obtiene la respuesta de un sistema estructural, empleando la teoría de las vibraciones aleatorias.

Las ecuaciones de movimiento que considera para simular el sistema suelo-estructura sujeto a una excitación en la base, tienen la siguiente forma

$$[M]\{\ddot{v}^t\} + [C]\{\dot{v}^t\} + [K]\{v^t\} = \{Q\} \quad (2.40)$$

donde  $\{v^t\}$  es el vector de desplazamientos totales en la estructura y en el terreno de cimentación,  $[M]$ ,  $[C]$  y  $[K]$  son las matrices de masas, amortiguamiento y rigidez respectivamente y  $\{Q\}$  es el vector de cargas efectivas generalizadas.

Para estimar la respuesta a una excitación estocástica no-estacionaria, esta se modela mediante una integral de Stieljes de la siguiente manera

$$u_s(t) = \int_{-\infty}^{\infty} \varphi_s(t, \omega) e^{-i\omega t} dS_{\omega,s}(\omega) \quad (2.41)$$

donde  $\phi_s(t, \omega)$  es una función moduladora determinista que varía lentamente con el tiempo y  $dS_{w,s}(\omega)$  es un proceso ortogonal aleatorio.

En resumen el empleo de representaciones espectrales de sismos, proporciona una idea se como un sistema estructural (obra civil en general) puede responder a una familia de sismos.

### 3. MODELO MATEMÁTICO

#### 3.1. Metodología

El algoritmo utilizado en el programa PTLUSHEV, para aplicarlo a procesos estocásticos no estacionarios (como es el caso de sismos) se basa en conceptos análogos a la transformada corta de Fourier y por otra parte en algunas ideas vinculadas al concepto de correlación estadística. El análisis se hace con ventanas, que incluyen muchos puntos del acelerograma, lo que implica que en el intervalo de tiempo de la ventana, el proceso estocástico se considera estacionario. Los detalles acerca de esto se comentan en este capítulo. Lo interesante de este procedimiento es que se empleó todo el archivo del programa original PTLUSH, de manera semejante a una subrutina, insertándose dentro del nuevo programa de computadora.

Se presenta además un planteamiento para justificar que el criterio propuesto en esta tesis acerca del algoritmo de ventanas, que sirve para estudios donde cambian las propiedades del material durante procesos dinámicos, es adecuado para estudiar el efecto de la variabilidad con el tiempo del contenido de frecuencias de procesos estocásticos no estacionarios..

Entonces, se plantea el problema de encontrar un procedimiento alternativo, para el estudio de procesos estocásticos no estacionarios, en el cual no se emplea una función moduladora de frecuencia y tiempo, (que tiene el inconveniente de no ser de tipo general sino que sólo es válida para casos particulares). El procedimiento que se propone, aunque es aproximado se puede aplicar a cualquier situación.

Este procedimiento, se basa en ventanas de tiempo, en las cuales el proceso se supone estacionario y se aplica el método lineal equivalente, así al considerar varias ventanas se tendrá un método multilineal que podrá definir una envolvente con varios trazos lineales, que se podrá ajustar a diferentes formas de envolvente, según sea el caso.

El procedimiento consiste en emplear el programa PTLUSH (como subrutina) el cual aplica el método lineal equivalente para cada "ventana de tiempo", para tomar en cuenta aspectos no lineales del comportamiento de los materiales. Asimismo, esto permitirá ir determinando la densidad espectral de potencia en cada ventana y se podrá ir determinando el espectro de respuesta del sistema estructural que se esté analizando y al mismo tiempo se puede ir considerando el comportamiento no lineal de los materiales. Por tanto en las ventanas mencionadas se considera información parcial de los acelerogramas, es decir las ventanas son fragmentos de los acelerogramas.

En primer lugar se comentan cuestiones acerca de los trabajos de modelación matemática en general y también cómo se aplican al caso del algoritmo propuesto, así como las características del algoritmo de ventanas de tiempo. Con el propósito de fundamentar matemáticamente el procedimiento propuesto, se hace mención de algunos conceptos matemáticos implícitos en el algoritmo, por ejemplo, los conceptos de transformada corta de Fourier (también llamada de tiempo reducido), la integral de convolución, correlación estadística, etc. Finalmente, se presenta una justificación matemática del algoritmo de ventanas.

### 3.2. Fundamentos teóricos del algoritmo de ventanas

Entre estos se tienen los conceptos de transformada de tiempo corto o reducido de Fourier y la integral de convolución (Levi, 1965).

Para el estudio de procesos estocásticos no estacionarios, en años recientes se ha empezado a utilizar la transformada de Fourier de tiempo corto, dada por

$$STFT\{x(t)\} \equiv X(\tau, \omega) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t)\omega(t - \tau)e^{-i\omega t} dt \quad (3.1)$$

donde

- $x(t)$ : señal de tiempo analizada
- $\omega(t-\tau)$ : función de ventana, que puede ser del tipo campana gaussiana

La transformada se evalúa en el centro del ancho de la ventana. Dicho ancho se puede elegir a través de un parámetro de la función (Okamura, 2011).

Esta transformada se apoya en los conceptos de transformada de Fourier y el de convolución. Con la transformada de Fourier se detecta el contenido de frecuencias de la señal  $x(t)$ , ya que

$$F(x(t)) = f(\omega) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} x(t)e^{-i\omega t} dt \quad (3.2)$$

En tanto que el concepto de convolución nos permite determinar características de variabilidad en el tiempo de la señal, puesto que, en una convolución se tiene que al multiplicar la función  $x(t)$  por una función  $g(t)$ , entonces

$$x(t)*g(t) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t)g(t - \tau)dt \quad (3.3)$$

Se produce una tercera función que depende del tiempo  $\tau$ , así que

$$\phi(\tau) = x(t)*g(t) \quad (3.4)$$

La combinación de ambos conceptos nos da una transformada de Fourier que es función tanto de la frecuencia  $\omega$  como del tiempo  $t$ . Luego esta transformada nos sirve para analizar procesos estocásticos no estacionarios.

El algoritmo utilizado en el programa PTLUSHEV, para aplicarlo a procesos estocásticos no estacionarios, se basa en conceptos análogos a la transformada corta de Fourier y por otra parte en algunas ideas vinculadas al concepto de correlación.

### 3.3. Relaciones causa-efecto dentro de la modelación

En este trabajo existen tres aspectos fundamentales que son:

- El considerar el comportamiento no lineal de los materiales (por ejemplo, los suelos)
- La modelación con el método del elemento finito (mediante las mallas adecuadas se puede modelar la geometría de cualquier sistema (incluyendo formas irregulares y heterogéneas).
- El poder simular sismos mediante procesos estocásticos no estacionarios.

En el programa de computadora original PTLUSH, existen elementos que permiten incluir estos aspectos. En particular en este programa para los estudios dinámicos se emplea el método de respuesta compleja, que transforma problemas en el dominio del tiempo al dominio de la frecuencia.

Para lograr lo anterior en este programa (Romo, 1978), se incluyen conceptos probabilísticos y para considerar la no linealidad se emplea el método lineal equivalente. Ahora para analizar la variabilidad en el tiempo de los espectros de frecuencia, se propone, como se mencionó antes, un algoritmo que utiliza “ventanas de tiempo”, que se describe más adelante en este capítulo.

Se tiene entonces una alternativa con ventajas y desventajas, respecto a los otros métodos. En particular su ventaja es poder hacer el análisis a partir de un acelerograma, sin tener que hacer suposiciones acerca de la envolvente en el tiempo que sirve para modelar procesos no estacionarios a partir de procesos estacionarios. Este método es aproximado igual que otros métodos en este campo de estudio.

Por tanto, se está proponiendo un criterio para estimar la variación de la densidad espectral. Consiste en dividir el acelerograma en ventanas de tiempo y estimar la densidad espectral en cada ventana. Luego se considera el promedio de las densidades obtenidas a partir de la autocorrelación de la señal de tiempo en la ventana que se está analizando y de las correlaciones cruzadas de ella con las demás ventanas. Esto implica la hipótesis que el proceso es ergódico.

Este criterio se cumple estrictamente en el caso de que la señal fuera estacionaria, por ejemplo una función senoidal, En ella la autocorrelación y las correlaciones cruzadas son iguales, y al hacer el promedio, este resulta igual a la autocorrelación de la ventana considerada. Además, es igual en todas las ventanas, lo que corresponde a una señal estacionaria, en este caso el criterio propuesto funciona perfectamente. Se tiene, que cuando no sea estacionario, reflejará con mayor intensidad el contenido de frecuencias de la ventana que se está considerando, pero sin dejar de tomar en cuenta lo que ocurre en las demás ventanas, con un factor de participación proporcional a lo que se refleja en la correlación cruzada entre ventanas, es decir equivale a la proyección de cada ventana sobre la ventana que se está analizando en ese momento. Así que no puede considerarse únicamente la densidad espectral de la ventana, ya que desde el punto de vista probabilístico, el contenido de frecuencias de las demás ventanas tiene una cierta probabilidad de ocurrencia en cualquiera de las ventanas que se esté analizando.

Con el proceso seguido se obtendrá información sobre el daño en el material (abatimiento del módulo  $G$ ) según se vaya presentando la variación de la densidad espectral de potencia, ventana a ventana.

### 3.4. Hipótesis contenidas en la elaboración del algoritmo

Como se comentó, en los análisis en que se toma en cuenta la variación de las propiedades del material, se aplica el método lineal equivalente, ahora al hacerlo por tramos, esto significa que en cada uno de ellos se utiliza este método, así que esto es semejante (cuando el número de ventanas tiende a la discretización de sismo) al método no lineal de integración directa paso a paso. Por tanto el algoritmo de ventanas representa una alternativa intermedia, entre dos métodos de análisis no lineal, que son el método no lineal equivalente clásico y el de integración directa paso a paso.

Se supondrá que el proceso es estacionario en el intervalo de tiempo que dura cada ventana, por tanto se aplicará la lógica del programa original PTLUSH que calcula el espectro de respuesta a partir de la densidad espectral de potencia de salida ( para cada ventana).

En cada una de las ventanas (en el caso no elástico) se irá tomando en cuenta la variación de propiedades del material conforme avanza el proceso. Al respecto se observó que en el caso de un proceso estacionario, la aplicación de ventanas simplemente significó que se continúan las iteraciones a partir de las iteraciones de la ventana anterior. Las propiedades existentes en el principio de las iteraciones de una ventana, corresponden a las que se tenían en la última iteración de la ventana anterior. Esto resulta ser una comprobación de que el programa funciona bien ya que convergen los resultados.

En lo que se refiere a los espectros de respuesta, estos se considerarán como el promedio de los espectros acumulados hasta la ventana correspondiente.

### 3.5. Formulación del modelo matemático

En este subinciso se comentan dos aspectos: se determina como varia la densidad espectral en un acelerograma (como información de entrada) y la variación del espectro de respuesta (como información de salida) de un sistema estructural en cada una de las ventanas en que se divide el proceso.

#### 3.5.1. Determinación de la variación de densidad espectral de potencia

Se trata por tanto de encontrar un procedimiento, con el cual al fragmentar una señal de tiempo dada, se obtengan resultados semejantes (en cuanto a contenido de energía) a cuando se trabaja con la señal completa. Así que si  $f(t)$  es la señal completa, si esta se divide por ejemplo en dos, se tendrá  $f(t) = f_1(t) + f_2(t)$ . La correlación de la señal completa es

$$R(\tau) = \frac{1}{t_2 - t_0} \int_{t_0}^{t_2} f(t) f(t - \tau) dt \quad (3.5)$$

Ahora suponiendo que el algoritmo de la correlación de la señal fragmentada sea semejante al producto de polinomios, lo cual se demostrará más adelante, se tendrá

$$R(\tau) = \frac{1}{t_2 - t_0} \int_{t_0}^{t_2} (f_1(t) + f_2(t))(f_1(t - \tau) + f_2(t - \tau)) dt =$$

$$= \frac{1}{t_2 - t_0} \int_{t_0}^{\Delta t} (f_1(t)f_1(t-\tau) + f_1(t)f_2(t-\tau) + f_2(t)f_1(t-\tau) + f_2(t)f_2(t-\tau))dt$$

Entonces

$$R(\tau) = R_{11}(\tau) + R_{12}(\tau) + R_{21}(\tau) + R_{22}(\tau) \quad (3.6)$$

Por tanto, la correlación por tramos es igual a las autocorrelaciones de cada tramo más las correlaciones cruzadas.

Ahora aplicando la transformada de Fourier a cada correlación se tiene:

$$S(\omega) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{t_0}^{\Delta t} R_{11} e^{-i\omega\tau} dt + \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{t_0}^{\Delta t} R_{12} e^{-i\omega\tau} dt + \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{t_0}^{\Delta t} R_{21} e^{-i\omega\tau} dt + \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{t_0}^{\Delta t} R_{22} e^{-i\omega\tau} dt = \quad (3.7)$$

$$S(\omega) = S_{11}(\omega) + S_{12}(\omega) + S_{21}(\omega) + S_{22}(\omega)$$

Es decir, la densidad espectral de potencia es igual a la suma de las densidades espectrales de cada tramo más las densidades cruzadas. Esto se puede generalizar a  $n$  tramos. Este resultado es la base del algoritmo de ventanas.

### 3.6. Empleo del concepto de transformada corta de Fourier en el modelo matemático

Si las funciones se pueden considerar fragmentadas por tramos se tendrá, tomando en cuenta que la transformada de Fourier de tiempo reducido está dada por

$$X(\tau, \omega) = \int_{-\infty}^{\infty} X(t)V(t-\tau)e^{-i\omega\tau} dt \dots\dots\dots \quad (3.8)$$

Donde  $V(t)$  es una función ventana,  $X(\tau, \omega)$  es la transformada del producto de funciones  $X(t)$  y  $V(t)$ . Esta es una función tanto del tiempo  $\tau$ , como de la frecuencia  $\omega$ , y representa la variación del espectro con el tiempo.

Esta función ventana puede dar la variación casi continua del espectro en el eje de tiempos  $\tau$ , lo cual se obtiene desplazando la ventana (de ancho pequeño comparado con la duración de la función  $X(t)$ ) sobre el eje de tiempo. Notar que esta ventana tiene valores en su lapso de tiempo considerado, pero fuera de este intervalo su valor es cero. Los desplazamientos sobre el eje de tiempos es mediante incrementos de tiempo  $t$ . Existe una analogía entre la operación implícita en esta transformada con lo que se hace en el algoritmo de ventanas. En este caso la función ventana, es la propia señal dentro de la ventana, la cual se va desplazando sobre el eje  $t$ , pero en este caso no de manera continua, sino que a saltos por tramos (los de las ventanas). El algoritmo propuesto se comporta aproximadamente de manera semejante a la transformada corta de Fourier, con la diferencia que el espectro obtenido no es continuo, sino que mantiene valores por tramos. Claro que esto se puede aproximar a lo que hace esta transformada, si el ancho de la ventana se hace tender a cero. Sin embargo, como simplificación del algoritmo, el ancho de la ventana no se reduce bastante sino que es del orden de cuatro u ocho veces menos que la duración de la señal analizada. No obstante con ello se obtiene resultados aceptables, según se demuestra posteriormente en el capítulo 4.

Ahora se va a tomar en cuenta lo siguiente, como la transformada de Fourier de una función modulada, es una representación adecuada de un proceso estocástico, se podrá considerar que esta transformación tiene la forma mostrada en la ecuación (3.8) y si se considera que la función de modulación  $V(t)$  es seccionalmente continua, y está dada por

$$V(t) = \begin{cases} 0 & \text{para } -\infty \leq t \leq 0 \\ V_1(t) & \text{para } 0 \leq t \leq t_1 \\ V_2(t) & \text{para } t_1 \leq t \leq t_2 \\ V_3(t) & \text{para } t_2 \leq t \leq t_3 \\ 0 & \text{para } t_3 \leq t \leq \infty \end{cases} \quad (3.9)$$

Entonces la integral queda

$$\begin{aligned} X(\tau, \omega) &= \int_{-\infty}^0 X(t)(0)e^{-i\omega t} dt + \int_0^{t_1} X(t)V_1(t-\tau)e^{-i\omega t} dt + \int_{t_1}^{t_2} X(t)V_2(t-\tau)e^{-i\omega t} dt + \int_{t_2}^{t_3} X(t)V_3(t-\tau)e^{-i\omega t} dt + \\ &\int_{t_3}^{\infty} X(t)(0)e^{-i\omega t} dt \\ X(\tau, \omega) &= 0 + \int_0^{t_1} X(t)V_1(t-\tau)e^{-i\omega t} dt + \int_{t_1}^{t_2} X(t)V_2(t-\tau)e^{-i\omega t} dt + \\ &\int_{t_2}^{t_3} X(t)V_3(t-\tau)e^{-i\omega t} dt + 0 \end{aligned} \quad (3.10)$$

Ahora, si también se considera que la señal está formada por el promedio de las tres funciones ventana, se tendrá

$$X(t) = V_1(t)p + V_2(t)p + V_3(t)p \quad (3.11)$$

Siendo  $p$  la probabilidad de ocurrencia de cada una de las ventanas  $V_i(t)$ . Ahora suponiendo ergodicidad, en este caso  $p$  será igual a  $1/3$ . Entonces se tendrá finalmente

$$\begin{aligned} X(\tau, \omega) &= \int_0^{t_1} V_1 p V_1(t-\tau)e^{-i\omega t} dt + \int_0^{t_1} V_2(t) p V_1(t-\tau)e^{-i\omega t} dt + \int_0^{t_1} V_3(t) p V_1(t-\tau)e^{-i\omega t} dt + \\ &\int_{t_1}^{t_2} V_1(t) p V_2(t-\tau)e^{-i\omega t} dt + \int_{t_1}^{t_2} V_2(t) p V_2(t-\tau)e^{-i\omega t} dt + \int_{t_1}^{t_2} V_3(t) p V_2(t-\tau)e^{-i\omega t} dt + \\ &\int_{t_2}^{t_3} V_1(t) p V_3(t-\tau)e^{-i\omega t} dt + \int_{t_2}^{t_3} V_2(t) p V_3(t-\tau)e^{-i\omega t} dt + \int_{t_2}^{t_3} V_3(t) p V_3(t-\tau)e^{-i\omega t} dt \end{aligned} \quad (3.12)$$

En la ecuación 3.12, las tres primeras integrales son la densidad espectral para la primera ventana, las tres siguientes corresponden a la segunda ventana y las tres últimas a la tercera ventana.

Entonces

$$X(\tau, \omega) = S_1(\omega)p + S_2(\omega)p + S_3(\omega)p$$

$$X(\tau, \omega) = p(S_1(\omega) + S_2(\omega) + S_3(\omega)) \quad (3.13)$$

donde

$S_1(\omega)$  es la densidad espectral de potencia del intervalo de 0 a  $t_1$

$S_2(\omega)$  es la densidad espectral de potencia del intervalo de  $t_1$  a  $t_2$

$S_3(\omega)$  es la densidad espectral de potencia del intervalo de  $t_2$  a  $t_3$

Es decir la función  $X(\tau, \omega)$  estará dada por tres espectros para cada intervalo de tiempo, y donde el factor  $p$ , representa que se toma el promedio de ellos. Este razonamiento se puede generalizar a  $N$  sumandos. Como se ve este resultado da origen al criterio empleado en el algoritmo de ventanas.

En resumen puede decirse que una familia de acelerogramas, es representada por una sucesión de densidades espectrales de potencia, que se emplea como dato de entrada en las diferentes ventanas de tiempo, en que se divide el análisis. Como en cada ventana de tiempo se hace un análisis completo de elemento finito en el dominio de la frecuencia empleando además el método lineal equivalente, no es práctico emplear un número muy elevado de ventanas; sin embargo, aún con cuatro ventanas se pueden obtener buenos resultados, que con el método lineal equivalente (que en realidad implica un análisis con una sola ventana). Al comparar este criterio con los resultados que proporciona un análisis no lineal en el dominio del tiempo (como se muestra más adelante en el capítulo 4), se obtiene una reducción en el tiempo de cálculo del orden del 25%.

### 3.7. Densidad espectral por ventana

El resultado mostrado en la ecuación (3.13), indica que en cada tramo (o ventana) se tiene la densidad espectral de potencia del tramo más las densidades cruzadas de los demás tramos. Ahora se toma el promedio entre todas ellas para tener la densidad espectral del tramo correspondiente. Esto se hace así, ya que por ejemplo en el caso de un proceso estacionario, la densidad del tramo más las cruzadas que son iguales a la del tramo (por ser iguales en un proceso estacionario) el resultado sería  $n$  veces la densidad del tramo, por tanto resulta necesario dividir el resultado entre el número de tramos.

Sobre esto puede hacerse también la siguiente reflexión, la autocorrelación de la función de tiempo correspondiente a cada tramo, puede tomarse como la fundamental del tramo, en tanto que las cruzadas pueden considerarse como la proyección del efecto de los otros tramos sobre el tramo en cuestión. Esto es semejante a la proyección de un

vector sobre otro vector. Esto puede implicar que se está considerando un conjunto de funciones de tiempo (es decir un proceso estocástico con la propiedad de ergodicidad). Esto significa que en la densidad espectral de potencia en un tramo dado, se está tomando en cuenta el contenido de frecuencias de otros tramos, pero de manera proporcional a las proyecciones mencionadas anteriormente. Esto se verificó en los análisis para señales periódicas en el capítulo 4.

### 3.7.1. *Determinación de la variación de espectros de respuesta por ventana*

Una vez determinada la variación espectral de potencia por tramos, se procede a utilizar el programa PTLUSH (Villarraga, 1987), (Merlos, 1997), el cual a partir de esta información y empleando criterios estadísticos, proporciona como resultado el espectro de respuesta en los diferentes nudos de una malla de elementos finitos y además calcula el abatimiento del módulo de elasticidad al cortante  $G$  de cada elemento de la malla, empleando el método lineal equivalente. Por tanto, se aplica el programa en cada tramo de la señal y se va obteniendo la variación del espectro de respuesta con el tiempo. Esto se muestra más adelante en el capítulos 4.

Para determinar la variación del espectro de respuesta después de cada tramo, se hace lo siguiente: Se calcula el promedio entre el tramo actual y los tramos anteriores, es decir, por ejemplo en un caso de cuatro tramos, se tendrá para el primer tramo el espectro de potencia de la respuesta que proporciona directamente el programa, ahora para el segundo tramo (o ventana) será el promedio de las dos ventanas, para la tercera ventana, será el promedio de las tres ventanas y finalmente para la cuarta ventana, será el promedio de las cuatro ventanas. Este criterio de evaluación, se escogió, considerando que en un proceso estacionario, los espectros de cada tramo son iguales, y los promedios también son iguales, por ello se considera que es un criterio adecuado y se supone válido en procesos no estacionarios. Este criterio resulta adecuado ya que al comparar sus resultados (en el capítulo 4) con los de NONSAP da una aproximación aceptable.

### 3.7.2. *Implementación del modelo matemático al algoritmo de cálculo*

Para programar todo el proceso implícito en el modelo matemático, se le hicieron las modificaciones correspondientes al programa PTLUSH y se generó un programa que incluye al programa mencionado como subrutina. A este nuevo programa se le denominó PTLUSHEV. Las letras  $E$  y  $V$  agregadas son por las palabras **espectro variable**.

Este modelo matemático constituye la base del algoritmo de ventanas propuesto en esta tesis, y sirve para análisis no lineales en el dominio de la frecuencia, y constituye una alternativa contra los análisis no lineales en el dominio del tiempo.

### 3.8. *Analogía correlación cíclica y producto de polinomios*

En lo que sigue se demostrará que el algoritmo de correlación cíclica es equivalente a un producto de polinomios. Para esto se desarrollará el algoritmo de correlación para un polinomio formado por cuatro términos, representados por las letras **A, B, C** y **D**. Los detalles de esta operación se muestran en las siguientes tablas:

En el primer paso de la correlación los elementos del polinomio están igualmente alineados (en los dos recuadros de la primera columna de la tabla y el producto se muestra en el segundo recuadro de la segunda columna), entonces se tiene:

A, B, C, D	
A, B, C, D	$A^2 + B^2 + C^2 + D^2$

Ahora el siguiente paso se muestra en la siguiente tabla (en ella en el segundo renglón de la primera columna se muestra el corrimiento de los términos):

A, B, C, D	
D, A, B, C	$AD + BA + CB + DC$

Ahora en el tercer paso se tiene:

A, B, C, D	
C, D, A, B	$AC + BD + CA + DB$

Finalmente en el cuarto paso, se tiene:

A, B, C, D	
B, C, D, A,	$AB + BC + CD + DA$

Sumando todos los términos de las cuatro tablas se tiene:

$$\begin{aligned} \text{SUMA} &= A^2 + B^2 + C^2 + D^2 + AD + BA + CB + DC + AC + BD + CA + DB + AB + BC + \\ &CD + DA = A(A+B+C+D) + B(A+B+C+D) + C(A+B+C+D) + D(A+B+C+D) = \\ &= (A+B+C+D)(A+B+C+D) \end{aligned} \quad (3.14)$$

Que resulta ser el producto de polinomios, y por tanto se demuestra la semejanza entre el algoritmo de correlación y el producto de polinomios.

### 3.9. Propiedad distributiva del producto de polinomios

Ahora si se observa lo que ocurre en un polinomio al elevarlo al cuadrado, por ejemplo si se tiene

$$\begin{aligned} (A+B+C+D)(A+B+C+D) &= A^2 + AB + AC + AD + \\ &BA + B^2 + BC + BD + \\ &CA + CB + C^2 + CD + \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& DA + DB + DC + D^2 = A^2 + 2AB + 2AC + 2AD + B^2 + 2BC + \\
& 2BD + C^2 + 2CD + D^2 = A^2 + B^2 + C^2 + D^2 + 2(AB+AC+AD+BC+BD+CD) \\
= & A^2 + B^2 + C^2 + D^2 + 2(AB + AC + AD + BC + BD + CD) \tag{3.15}
\end{aligned}$$

Ahora si se juntan términos por ejemplo

$$((A+B) + (C+D)) ((A+B) + (C + D)) = (E + F) (E + F)$$

donde E= A+B y F = C + D

Entonces

$$\begin{aligned}
(E + F) (E + F) &= E^2 + EF + \\
FE + F^2 &= E^2 + 2EF + F^2 \dots\dots
\end{aligned}$$

donde

$$\begin{aligned}
E^2 &= (A + B)^2 = A^2 + 2AB + B^2 \\
2EF &= 2(A+B)(C+D) = 2AC + 2AD + 2BC + 2BD \\
F^2 &= (C + D)^2 = C^2 + 2CD + D^2
\end{aligned}$$

Sumando las tres expresiones anteriores

$$\begin{aligned}
E^2 + 2EF + F^2 &= A^2 + 2AB + B^2 + 2AC + 2AD + 2BC + 2BD + C^2 + 2CD + D^2 \\
&= A^2 + B^2 + C^2 + D^2 + 2(AB + AC + AD + BC + BD + CD) \tag{3.16}
\end{aligned}$$

Se observa que las ecuaciones (3.15) y (3.16) son iguales, así que el producto de polinomios se mantiene, si se agrupan o no los términos, esto también puede considerarse válido en la correlación cíclica, es decir si se agrupan los términos de la correlación o no, o sea, el hacer correlación por ventanas puede considerarse válido, lo cual justifica el algoritmo empleado en el programa PTLUSHEV. Es decir si se observa la ecuación (3.16) se ve que se tiene la suma de los cuadrados de los términos (que equivale a las autocorrelaciones) más el doble producto de la combinación de todos los términos de dos en dos (que equivale a las correlaciones cruzadas). Es decir, el algoritmo propuesto cumple con la propiedad distributiva del producto de polinomios, en lo relativo a que se pueden agrupar varios puntos de un acelerograma para hacer la correlación.

### 3.10. Algoritmo de ventanas

La descripción del algoritmo de ventanas en el tiempo se explica brevemente en lo que sigue:

En primer lugar se obtiene la densidad espectral de potencia variable en el tiempo, a partir de un acelerograma, mediante ventanas de tiempo sucesivas hasta completar la duración total del sismo. A continuación con la densidad espectral de potencia obtenida para cada ventana de tiempo, se aplica la formulación para procesos estacionarios y se obtiene el espectro de respuesta para cada una de las ventanas de tiempo,

almacenándose en memoria, cada uno de ellos. Cabe destacar que en cada ventana de tiempo se realizan cambios en las propiedades de los materiales según el nivel de deformación alcanzado en cada elemento finito, al aplicar el método lineal equivalente (Bardet et al., 2000), se aproxima a un método paso a paso. De esta manera, se ve que simultáneamente se cambian el contenido de frecuencias de la excitación y las propiedades mecánicas de los materiales en cada ventana de tiempo.

Finalmente se superponen los espectros de respuesta parciales y se dividen entre el número de ventanas, para obtener el espectro de respuesta promedio correspondiente a la duración acumulada ventana a ventana. Es decir con ello se tiene una variación temporal del espectro de respuesta.

### 3.11. Procedimiento mediante ventanas de tiempo para considerar la variación temporal de la densidad espectral de potencia

Para modelar la densidad espectral de potencia no estacionaria se está proponiendo el procedimiento siguiente: el acelerograma se divide en ventanas de tiempo, a cada ventana se le determina su densidad espectral de potencia, de la manera convencional que se emplea en el PTLUSH, como si fuera un acelerograma independiente; sin embargo, como se está haciendo la hipótesis de que el acelerograma completo se está substituyendo por la suma de varias entradas, cada una de las cuales es el acelerograma de cada ventana, o sea que se está excitando al sistema con  $n$  entradas, que es la densidad espectral de la ventana más las densidades cruzadas de las otras ventanas.

Ahora para el cálculo de la densidad espectral de potencia de un sistema se hace lo siguiente, por ejemplo, si se tiene el caso de dos ventanas para obtener su densidad espectral, considerando el resultado mostrado por la ecuación 3.12, se tiene:

$$S_y(\omega) = H_1(\omega)H_1(\omega)S_x(\omega) + H_1(\omega)H_2(\omega)S_x(\omega) + H_2(\omega)H_2(\omega)S_x(\omega) + H_2(\omega)H_1(\omega)S_x(\omega) \quad (3.17)$$

y en general para  $n$  ventanas

$$S_T(\omega, t_i) = H_i(\omega)H_i(\omega)S_{ii}(\omega_i, t_i) + \sum_{j=1}^n H_i(\omega)H_j(\omega)S_{ij}(\omega_j, t_i), \quad j \neq i \dots \quad (3.18)$$

donde  $t_i$  es el valor medio del tiempo dentro de la ventana considerada.

### 3.12. Justificación del algoritmo empleado

Considerando lo anteriormente expuesto, en este trabajo se generó un procedimiento para evaluar la influencia de la forma de la evolución en el tiempo de los sismos sobre la distribución del daño estructural del material (suelo) que constituye diferentes obras geotécnicas. Asimismo, se presentó una justificación desde el punto de vista de las matemáticas el origen del algoritmo de ventanas, con lo cual se tiene un modelo aproximado no lineal para el cálculo del espectro de respuesta de obras civiles ante sismos.

Se debe observar que un proceso estocástico representa una familia de funciones de tiempo, en vez de una función única, con el acelerograma empleado se está tratando

de obtener aproximadamente información probabilística de toda una familia de señales, sin tener que hacer ninguna suposición en torno a funciones moduladoras, (esto en sí es una aportación entre otras del trabajo realizado en esta tesis doctoral). Además, representa un procedimiento no lineal en el dominio de la frecuencia, con el que se puede evaluar el efecto de la variación temporal del contenido de frecuencias de los sismos en la forma con la que evoluciona espacial y temporalmente el daño estructural del material constitutivo de una obra geotécnica.

### 3.13. Correlación de cada ventana con la señal completa

De acuerdo con las características del modelo matemático presentadas anteriormente, el algoritmo de cálculo consiste en lo siguiente; si se considera la correlación de una ventana de tiempo  $V_i$  con la señal completa  $X(t)$ , se tiene:

$$\Phi_i(\tau) = X(t) * V_i(t) = \int_{-\infty}^{\infty} X(t)V_i(t-\tau)dt = \int_{-\infty}^{\infty} V_i V_j(t-\tau)dt + \sum_{j=1}^N \int_{-\infty}^{\infty} V_j V_i(t-\tau)dt; \quad j \neq i \quad (3.19)$$

donde  $N$  es el número de ventanas.

Es decir la correlación por ventana  $\Phi_i(\tau)$  está dada por

$$\Phi_i(\tau) = R_{ii} + \sum_{j=1}^N R_{ij}; \quad j \neq i \quad (3.20)$$

Entonces, si a las correlaciones se les aplica la transformada de Fourier se tendrá

$$S_i(\omega) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} (R_{ii} + \sum_{j=1}^N R_{ij})e^{-i\omega t} dt = S_{ii}(\omega) + \sum_{j=1}^N S_{ij}(\omega) \quad (3.21)$$

Es decir que por ventana se tendrá que la densidad espectral de potencia será igual a la densidad espectral de potencia por ventana más la sumatoria de densidades de potencia cruzadas, que es el resultado que ya se obtuvo antes en la ecuación (3.12). Finalmente, esta sumatoria se divide por el número de ventanas para obtener el promedio.

El procedimiento implícito en este algoritmo, se verifica en el capítulo 4, que al analizar señales periódicas senoidales, las funciones de densidad espectral de potencia, calculadas con este algoritmo resultaron iguales para una o más ventanas, como debe ocurrir en una señal estacionaria.

Esta parte del algoritmo corresponde a emplear la densidad espectral de potencia como dato de entrada y por otra parte se obtiene el espectro de respuesta por ventana como resultado de salida del programa.

Este algoritmo implica que se está considerando la aplicación de la energía dinámica por etapas (es decir la ventana de tiempo) y que en cada etapa se permite el cambio de propiedades de los materiales.

## 4. VERIFICACIONES

### 4.1. Introducción

En este capítulo se analizan los resultados que proporciona el programa, empleando mallas correspondientes a un prisma rectangular, además un modelo teórico tridimensional de una presa de boquilla rectangular. En este caso, para verificar que esta información la está dando correctamente el programa, es necesario hacer comparaciones con otros programas (el SAP2000 y el NONSAP) cuya confiabilidad es reconocida dentro del campo de la ingeniería, de esta manera se tendrá una verificación del programa aquí desarrollado, desde un punto de vista cualitativo y cuantitativo.

Con el propósito de saber si el programa está proporcionando resultados aceptables es necesario hacer una serie de pruebas. En este sentido se acostumbra elegir ejemplos cuyos resultados se pueden obtener a través de otros métodos que han demostrado ser confiables, o bien ejemplos cuyo comportamiento se puede determinar a través de un razonamiento lógico, que es la estrategia seguida en este trabajo. Esta verificación es necesaria, para poder aplicar el programa a situaciones cuyo comportamiento no se puede estimar de otra manera, lo que da certidumbre que la información proporcionada por el programa es confiable, y luego que sirva para obtener conocimiento de situaciones nuevas. En este caso es poder saber la influencia que tiene la variabilidad del contenido de frecuencias de las excitaciones sísmicas consideradas como procesos estocásticos no estacionarios, sobre el cambio de propiedades que ocurre en materiales no lineales, como son los suelos.

Es necesario hacer notar aquí que para describir completamente la respuesta dinámica se necesita dar la historia de desplazamientos y esfuerzos en bastantes sitios de las obras; sin embargo, esta información es muy extensa y por ello se necesita reducirla a unos cuantos aspectos. Por ejemplo, sobre la distribución temporal, de los resultados observados, se puede hacer otra idealización simple, considerando que la historia de movimientos es una superposición de la vibración natural del sistema, con la de una serie de funciones periódicas, que corresponden a las frecuencias más importantes del espectro de frecuencias de la excitación real.

De los resultados obtenidos comúnmente se concluye que debido a la respuesta dinámica no lineal, no se puede tener información cuantitativa precisa, en cuanto a resultados, y sólo tienen importancia desde el punto de vista cualitativo, puesto que revelan características muy interesantes sobre el comportamiento no lineal que en general tienen las construcciones.

Lo anterior se debe a dos razones: Una de ellas es que la excitación provocada por los temblores es aleatoria y la otra es que el material no se plastifica uniformemente en toda la obra, es decir se plastifica en unas zonas en tanto que en otras no. Ahora bien, la forma de la región plastificada es aleatoria y además es variable con el tiempo, y depende de la forma de la excitación.

En esta tesis se estudiaron dos casos de mallas de elemento finito, una corresponde a un prisma y otro a una presa teórica. El prisma se emplea para una verificación cuantitativa, al comparar los resultados de PTLUSHEV con los dos programas antes mencionados, el SAP2000 y el NONSAP, utilizando como excitaciones señales sísmicas. El modelo de presa se empleó en estudios cualitativos utilizando señales periódicas

(compuestas por funciones senoidales), esto se hizo para determinar la influencia de la variación temporal del contenido de frecuencias en la distribución del daño estructural del material, ya que se obtuvieron contornos de abatimiento del módulo G en el cuerpo de la presa. Además, en este caso también se hicieron análisis para los dos sismos y se observaron únicamente los resultados en términos de espectros de respuesta.

Entonces se analizó con fines de comparación cuantitativa, el comportamiento del modelo de columna rectangular (prisma), consta de 160 elementos y 275 nudos. Estos análisis se hicieron para dos sismos reales, uno registrado en la presa El Infiernillo y otro en Papanoa, Gro. La selección se hizo considerando que ambos sismos tienen contenidos de frecuencia muy diferentes. Esta comparación se presenta más adelante en este capítulo.

Las primeras verificaciones del programa PTLUSHEV se hicieron sobre un modelo de prisma con menos elementos que el que se presenta dentro de este capítulo. Algunos de los resultados obtenidos con este modelo se presentan en el Apéndice A.

En el caso de la presa la malla consta de 3360 elementos y 4125 nudos. En los análisis realizados en este trabajo se consideraron problemas lineales y no lineales; sin embargo, por brevedad se presentan únicamente casos inelásticos (con cambio de propiedades) para una boquilla rectangular.

El objetivo en este caso es evaluar cómo afecta el número de ventanas, así como el orden en que se presentan los cambios de valores de frecuencia, en el cambio de módulo G en el cuerpo de la obra, y de esta manera observar el posible tipo de falla en estas obras con la variación temporal del espectro de potencia de los sismos.

En los estudios considerados en este caso, se hacen análisis con señales periódicas senoidales, ya sea utilizando una sola función seno durante la acción total de la excitación, o bien utilizando una sumatoria de senos con diferentes frecuencias, también durante toda la excitación y también considerando cambios en el contenido de frecuencias en diferentes intervalos de tiempo. Asimismo, se analizó en comportamiento no lineal para dos excitaciones sísmicas reales.

En todos estos casos se busca la tendencia a la falla en las diferentes situaciones. Es decir, se determinan las zonas donde el material sufre mayor disminución de módulo de elasticidad G. Cabe decir que en cada ventana de tiempo se aplica el método lineal equivalente para determinar la variación de módulo según el nivel de deformación alcanzado en cada elemento finito.

## *4.2. Excitaciones empleadas*

En lo que sigue se presentan en primer lugar las características de las excitaciones empleadas, tanto periódicas, como de sismos reales.

### *4.2.1. Densidades espectrales de potencia de entrada de señales periódicas empleadas en los análisis*

En primer lugar se presentan las gráficas de las densidades espectrales de potencia de entrada, para los diferentes casos analizados, en los que se consideran señales periódicas.

Ahora, en las siguientes figuras 4.1 a 4.6 se presentan las gráficas de densidad espectral de potencia (DEP) para la frecuencia de 2.0 Hz, para la suma de senos de frecuencias 0.25, 0.5 y 1.0 Hz y para tres secuencias de presentación de frecuencias por intervalos de tiempo de 20 segundos, que también servirán como dato de entrada para los análisis que se realizarán en este capítulo.

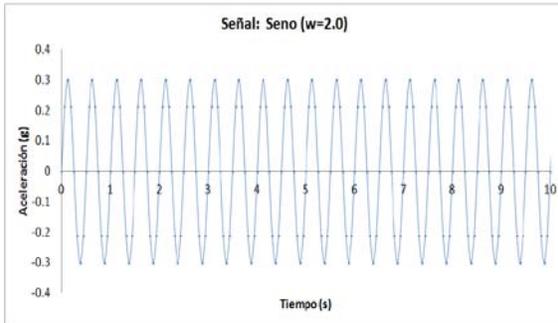


Figura 4.1 Señal de entrada, correspondiente a una excitación constituida por una función seno de frecuencia de 2 Hz,  $dt=0.0625$  seg y 0.3 (g) de amplitud.

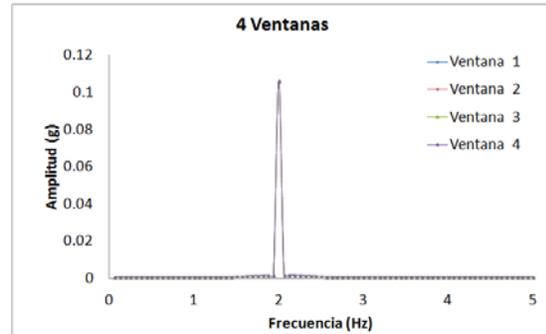


Figura 4.2 DEP de entrada, correspondiente a una excitación constituida por una función seno de frecuencia de 2 Hz,  $dt=0.0625$  seg y 0.3 g de amplitud.

Esta familia de datos de entrada servirá para la evaluación del funcionamiento del programa PTLUSHEV.

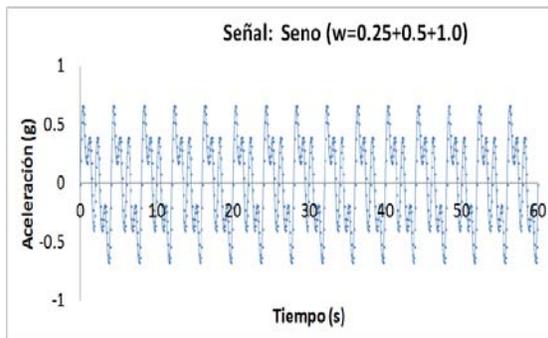


Figura 4.3 Señal de entrada, correspondiente a una excitación constituida por una suma de senos de frecuencias 0.25, 0.5 y 1.0 Hz,  $dt=0.0625$  seg y 0.3 (g) de amplitud.

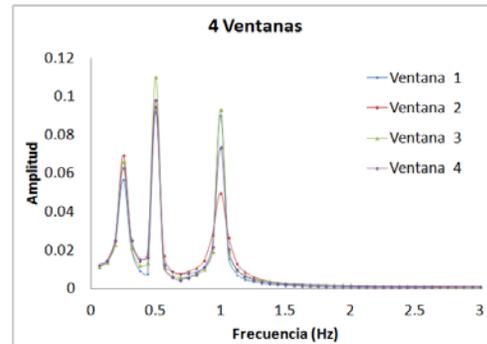


Figura 4.4 DEP de entrada, correspondiente a una excitación constituida por una suma de funciones senoidales con frecuencias 0.25, 0.5 y 1.0 Hz

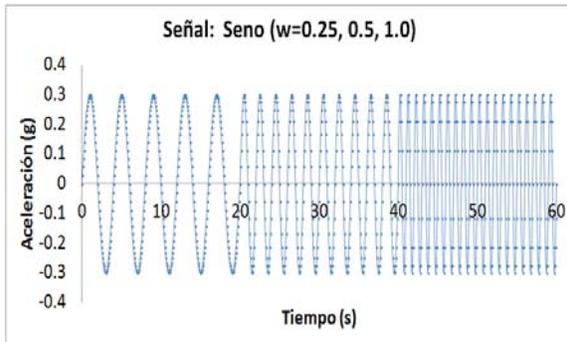


Figura 4.5 Señal de entrada, correspondiente a una excitación constituida por una sucesión de funciones (20 s cada una) en el orden siguiente: 0.25, 0.5 y 1.0 Hz

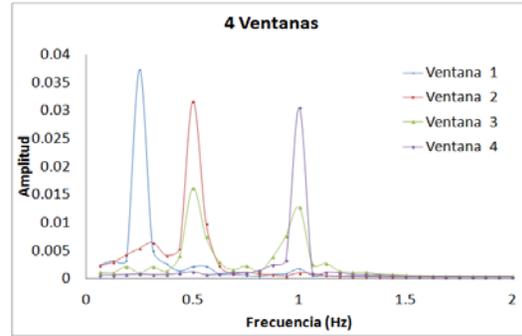


Figura 4.6 DEP de entrada, correspondiente a una excitación constituida sucesión de funciones (20 s cada una) en el orden siguiente: 0.25, 0.5 y 1.0 Hz

#### 4.2.2. Datos acerca de los sismos empleados

Entre las señales (de sismos reales) empleadas, se tiene la registrada en la presa El Infiernillo y otra señal es la registrada en Papanoa, Gro., pero amplificada cinco veces, para que el material se esforzara hasta llegar al rango no lineal (los datos de ambos sismos se presentan en lo que sigue). Cabe mencionar que las comparaciones con los otros programas (SAP2000 y NONSAP) se hicieron considerando el resultado acerca de espectro de respuesta, ya que ambos programas sólo proporcionan ese tipo de resultado.

##### 4.2.2.1. Sismo IN128509.191

Sismo del día 19 de septiembre de 1985, registrado en la cortina de la presa “El Infiernillo”. La clave de la estación es IN12 (figura 4.7). En la figura 4.8 se presenta su espectro de respuesta.

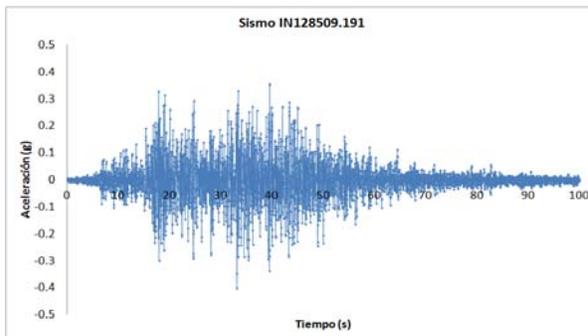


Figura 4.7 Acelerograma IN128509.191

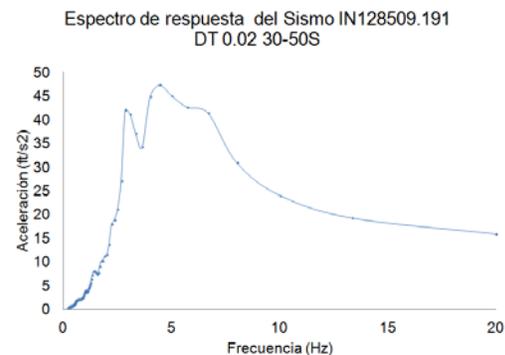


Figura 4.8 Espectro de respuesta, sismo IN128509.191

#### 4.2.2.2 Sismo PAPAN8509.191

Sismo del día 19 de septiembre de 1985, registrado en Papanoa, Gro. Clave da la estación: PAPAN (figura 4.9). En la figura 4.10 se presenta su espectro de respuesta.

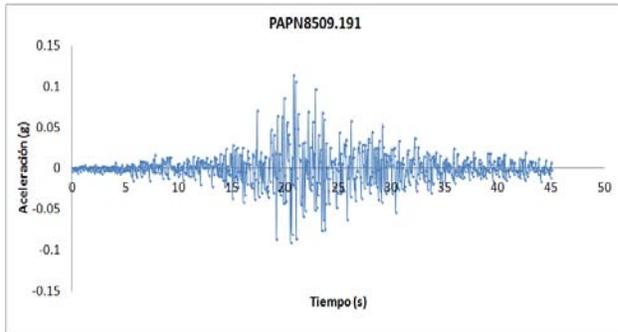


Figura 4.9 Acelerograma PAPAN8509.191

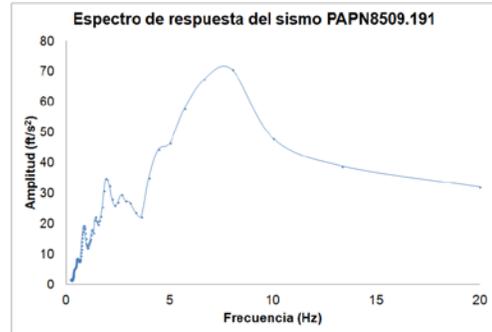


Figura 4.10 Espectro de respuesta, sismo PAPAN8509.191

#### 4.3. Aplicación de PTLUSHEV al modelo del prisma para comparación con SAP2000.

Con el propósito de verificar los resultados que proporciona el programa PTLUSHEV desde el punto de vista cuantitativo, se procedió a realizar unos análisis sobre un modelo de columna (**prisma**), utilizando este programa y además otros programas de reconocida confianza como lo es el SAP2000 y el NONSAP. A continuación se muestra la malla empleada para modelar el prisma, consta de 160 elementos y 275 nudos (figura 4.11). La columna está fija en su base.

Las propiedades del material empleado son:

$$(G=250,000 \text{ lb/ft}^2, \nu=0.35, \gamma=87.4 \text{ lb/ft}^3).$$

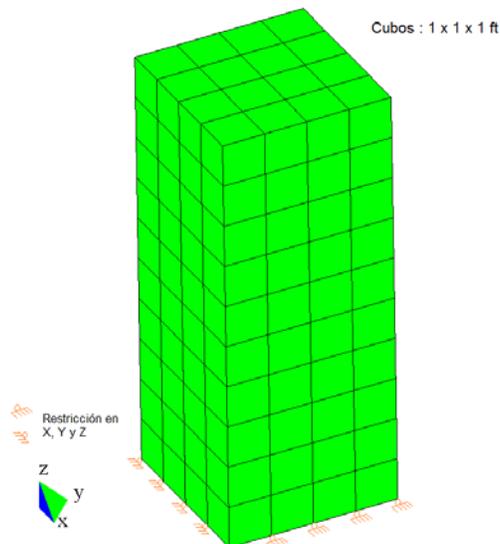


Figura 4.11 Malla de elementos finitos del modelo de columna

Los análisis con el prisma se hicieron con el propósito de verificar cuantitativamente el funcionamiento del programa PTLUSHEV y para ello se compararon sus resultados con los dos programas mencionados El SAP2000 (para casos elásticos) y el NONSAP (para casos no lineales). En estos análisis se consideraron como excitaciones de entrada dos sismos reales, uno registrado en La Presa El Infiernillo y otro registrado en Papanaoa, Gro. Los análisis se presentan para 1,2 y 4 ventanas.

#### 4.3.1. *Análisis mediante SAP2000 sin cambio de propiedades*

Se presentan cuatro análisis, que se hacen considerando: a) la primera cuarta parte del sismo, b) la primera mitad del sismo, c) las tres cuartas partes del sismo y d) la totalidad del sismo. Esto se hace para ver cómo cambia el espectro de respuesta al considerar el cambio de duración del sismo.

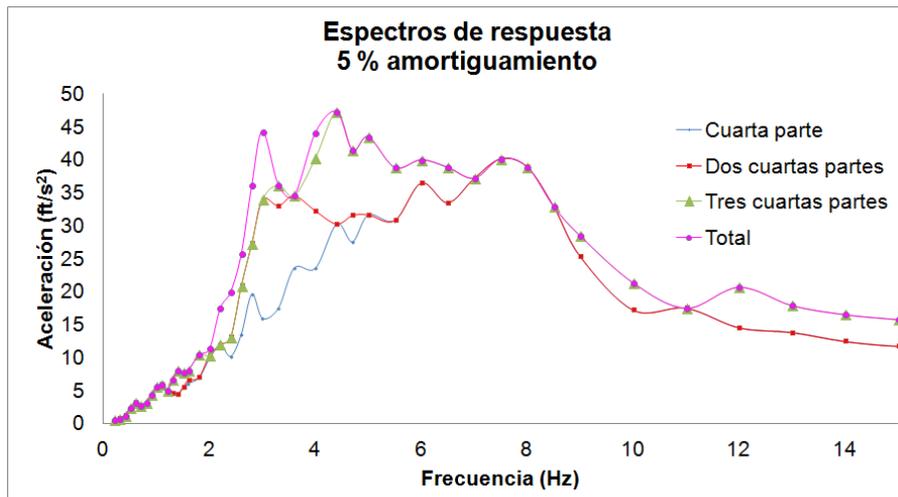


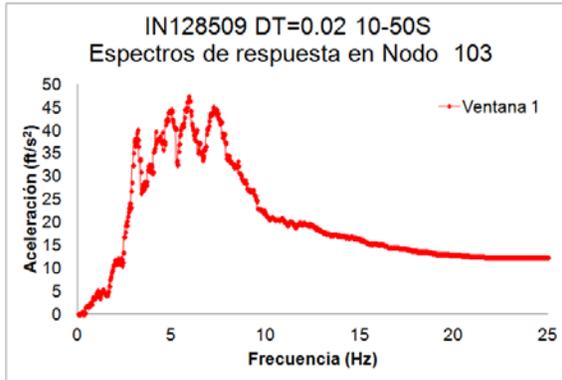
Figura 4.12 Espectros de respuesta obtenidos con el programa SAP2000, para el modelo del prisma (Figura 4.11), en el nudo superior número 143. En este caso solo se considera la cuarta parte de la duración del sismo 2

Se observa en la figura 4.12 los espectros de respuesta para la cuarta parte, para la mitad, para las tres cuartas partes y para la totalidad del sismo de El Infiernillo, para un 5% de amortiguamiento. Como era lógico esperar la respuesta crece al considerar mayor duración del sismo.

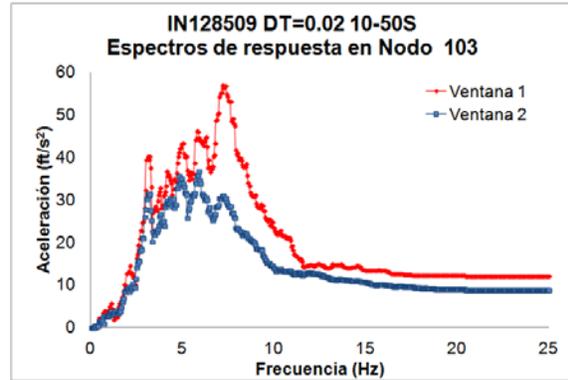
Comentarios. Se observa entonces cómo cambia el espectro al tomar en cuenta diferente número de puntos del sismo y se ve el cambio relativo de dicho espectro ante esta consideración. Debe aclararse que en este caso el programa SAP2000 consideró propiedades elásticas del material. De las gráficas presentadas se ve cómo va creciendo el espectro de respuesta al aumentar el número de puntos considerado.

#### 4.3.2. *Análisis mediante PTLUSHEV con cambio de propiedades*

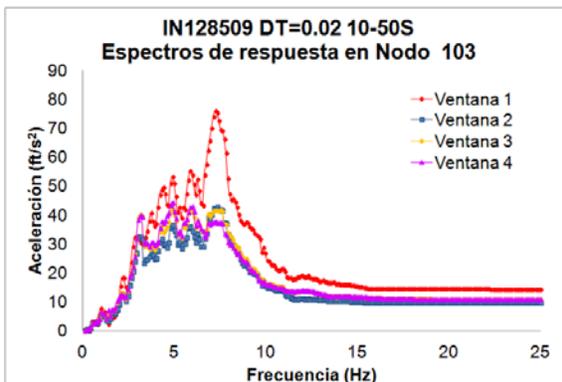
Ahora se presentan los resultados obtenidos al correr el programa PTLUSHEV. Al igual que en análisis anteriores se presentan resultados para una, dos, y cuatro ventanas.



a) Caso: una ventana



b) Caso: dos ventanas



c) Caso: cuatro ventanas

Figura 4.13 Espectros de respuesta debido a un sismo registrado en la presa, obtenidos con el programa PTLUSHEV, para el modelo de PRISMA (Figura 4.11) en el nudo superior número 103 para el análisis de una, dos, y cuatro ventanas. Es un caso con cambio de propiedades.

En la figura 4.13 se presentan los resultados obtenidos con PTLUSHEV para un análisis no lineal. Asimismo, en la figura 4.14 se presenta la comparación de resultados entre ambos programas para el caso de una ventana. En esta figura vale la pena mencionar, que se presenta en la parte (a) de la figura el caso de una ventana y en ella aparece indicado el comentario ventana 1 y además se tiene una curva exclusivamente, en la parte (b) es el caso de dos ventanas con dos curvas y en la parte (c) el caso de cuatro ventanas, con cuatro curvas, donde por ejemplo la ventana 3, representa el tercer tramo del análisis de cuatro ventanas, y no que se haya hecho el análisis partiendo la señal en tres tramos.

En la figura 4.13 se muestran los resultados obtenidos sobre los espectros de respuesta en el nudo superior número 103, de la malla mostrada en la figura 4.11 (modelo de prisma), para la única ventana del análisis de una ventana y la primera ventana, correspondiente al análisis de dos ventanas después de cinco iteraciones y la cuarta ventana del análisis de cuatro ventanas, para el sismo registrado en la presa El Infiernillo, cuya identificación es IN128509 (tiempo de análisis 60 segundos).

#### 4.3.3. Comparación entre espectros obtenidos con PTLUSHEV y SAP2000

En este caso se presentan los espectros obtenidos para el sismo completo (es decir equivale a un análisis de una ventana), en ambos programas en la misma gráfica. En este

caso se presenta únicamente la curva media del PTLUSHEV (Figura 4.14). El análisis es lineal.

Comentarios. Se puede observar tomando en cuenta la gráfica para SAP2000, correspondiente a la figura 4.12 y las gráficas obtenidas con PTLUSHEV, correspondientes a la figura 4.13 para una, dos, tres y cuatro ventanas, que los espectros son diferentes ya que en el PTLUSHEV los análisis son no lineales. Sólo hay concordancia cuando en PTLUSHEV se consideran condiciones lineales, como se ve en la figura 4.14.

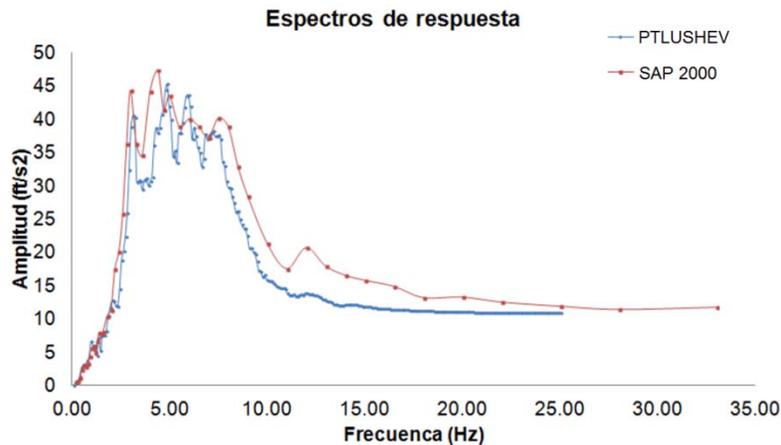


Figura 4.14 Comparación simultánea entre PTLUSHEV y SAP2000. La comparación se hace para el nudo 143 de la malla para el PTLUSHEV, que corresponde al nudo 103 de la malla para el SAP2000. Los resultados son para una ventana

#### 4.4. Comparación con el modelo de prisma entre PTLUHSEV y NONSAP.

Para la comparación se realizaron análisis para dos sismos diferentes, cuyos datos se presentan más adelante. Se empleó el modelo del prisma de la figura 4.11. Asimismo, también se hizo una comparación entre SAP2000 y NONSAP, para ver si existe concordancia entre ellos. Esta comparación se muestra en el Apéndice C. El resultado obtenido muestra concordancia cuando en NONSAP se considera análisis lineal.

En lo que sigue se presentan los resultados para la comparación, en análisis no lineales, entre los programas PTLUSHEV y el NONSAP. Los análisis se hicieron considerando los resultados obtenidos en el nudo central superior del prisma. Para PTLUSHEV en los casos de una, dos y cuatro ventanas; en tanto que para NONSAP se muestran curvas para distintas relaciones de Poisson (esto se hizo para simular el comportamiento de diferentes tipos de material). En las figuras 4.15 y 4.17 se ven los resultados obtenidos en relación a espectros de respuesta. En las figuras 4.16 y 4.18, se muestran variaciones de módulos (en los elementos 4, 68 y 132 de la malla para PTLUSHEV). Estos análisis se hicieron para los dos sismos mencionados (el del Infiernillo y el de Papanoa).

Se hizo la comparación, haciendo corridas con NONSAP para diferentes valores de la relación de Poisson  $\nu$ , con el fin de simular el efecto de diferentes estructuraciones de material. Por ejemplo, si  $\nu$  es pequeño, cercano a cero, se simula una estructuración muy

compresible (con muchos huecos, pero con vínculos resistentes entre partículas), en tanto que si es muy cercano pero inferior a 0.5, se tendrá una estructuración poco compresible (por ejemplo un fluido).

Por su parte el análisis con PTLUSHEV se hizo (al igual que en el resto de la tesis) para una, dos y cuatro ventanas. En las figuras 4.15 y 4.18, se presentan los resultados, en que se agrupan todos los análisis de NONSAP para diferentes relaciones de Poisson, así como los de PTLUSHEV para los tres valores de número de ventanas (1,2 y 4). En primer lugar se presenta el caso de El Infiernillo y a continuación el de Papanoa Gro. En lo que sigue se comentan los resultados en ambos casos.

#### 4.4.1. Comparación entre los espectros de respuesta para sismo IN128509

A continuación se muestra la comparación de espectros de respuesta para la excitación del Infiernillo IN128509.

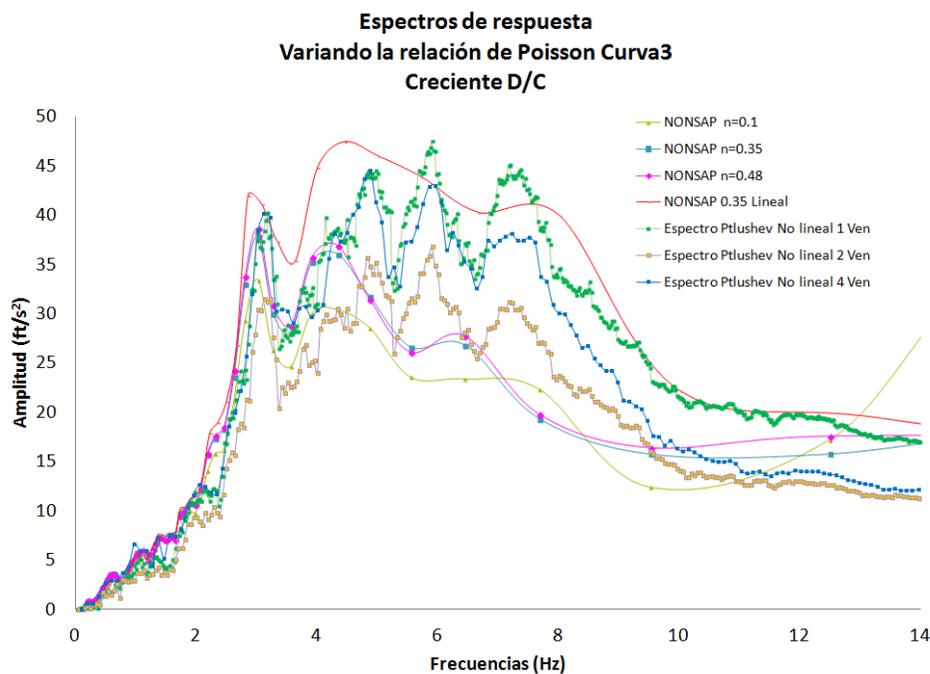


Figura 4.15 Comparación entre los espectro de respuesta obtenidos con PTLUSHEV y NONSAP. La amplitud está dada en pies/seg<sup>2</sup>.

#### 4.4.2. Variación del módulo G para sismo IN128509

A continuación se muestra la variación de módulo G (para el análisis de cuatro ventanas) con la señal IN128509 (figura 4.16).

Para el caso de El Infiernillo se observa que las tres curvas de PTLUSHEV se acercan al comportamiento de las curvas de las curvas de NONSAP. Como referencia se puso el espectro del acelerograma, y se ve que para frecuencias altas, tanto las curvas de NONSAP, como las de PTLUSHEV revelan mayor abatimiento que para frecuencias bajas

en comparación con un caso elástico (curva del acelerograma). Sin embargo, todas las curvas son semejantes al acelerograma. En especial la curva del caso de cuatro ventanas (azul oscuro) se asemeja a la curva de NONSAP (curva donde sus puntos son marcados con cuadrados azules), para la relación de Poisson de 0.35, que es el valor con el que se hizo la corrida con PTLUSHEV, o sea se tiene una aproximación aceptable.

En particular, para dos y cuatro ventanas el abatimiento es mayor que para una ventana. También se observa que la solución de cuatro ventanas es muy semejante a la de dos ventanas, lo cual indica que no es necesario un mayor refinamiento en el número de ventanas, que en este caso sería de ocho ventanas, ya que en algunos análisis que no se presentan en este trabajo, se observó que para que no existan errores numéricos inaceptables, la subdivisión en ventanas siempre debe ser un número igual a una potencia de dos.

Ahora bien en la figura 4.16, se presenta cómo se abate el módulo en tres elementos diferentes del modelo de la figura 4.11. El primero en la parte superior y al centro (elemento 4), el segundo en la parte media y al centro (elemento 68) y el tercero en la parte inferior y en una esquina (elemento 132). Se observa que en el elemento 132 se tiene el mayor abatimiento del módulo G, en tanto que en la parte superior (elemento 4) no se abatió el módulo. Además, en las curvas se nota que existe convergencia a un valor final del módulo, para la cuarta ventana del análisis con cuatro ventanas.

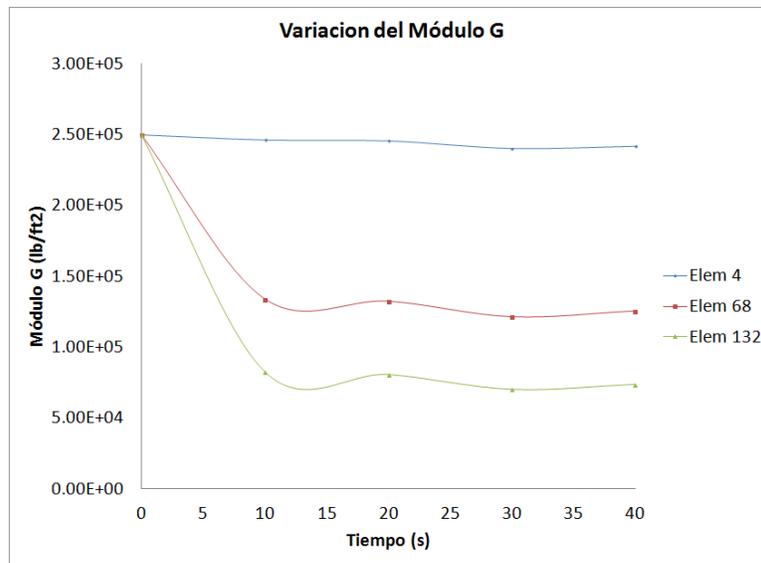


Figura 4.16 Curvas de variación del módulo G en tres elementos de la malla del prisma.

#### 4.4.3. Comparación entre los espectros de respuesta para sismo de Papanaoa

Para el caso de Papanaoa, se observa en las figuras 4.17 y 4.18 un comportamiento semejante al de las figuras 4.15 y 4.16 acercándose al espectro del acelerograma correspondiente (figuras 4.8 y 4.10). También en este caso al igual que para el sismo de El Infiernillo, la curva para el caso de cuatro ventanas se aproxima a la curva de NONSAP para la relación de Poisson de 0.35. A continuación se muestra la comparación de espectros de respuesta para la excitación registrada en Papanaoa, Gro.

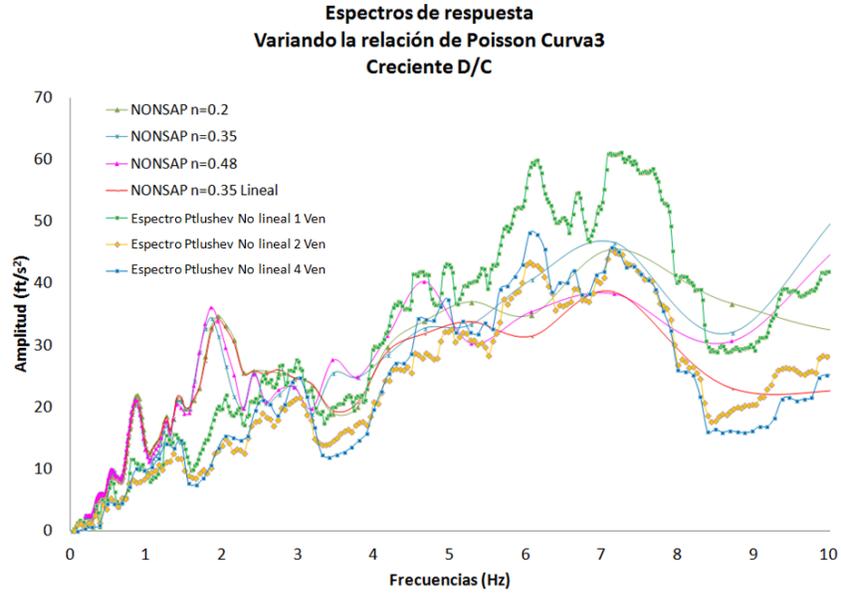


Figura 4.17 Comparación entre los espectros de respuesta obtenidos con PTLUSHEV y NONSAP debido a la excitación registrada en Papanoa, Gro. La amplitud está dada en pies/seg<sup>2</sup>.

4.4.4. Variación del módulo G para sismo de Papanoa

A continuación se muestra la variación de módulo G (para el análisis de cuatro ventanas) con la señal registrada en Papanoa Gro. (Incrementada cinco veces).

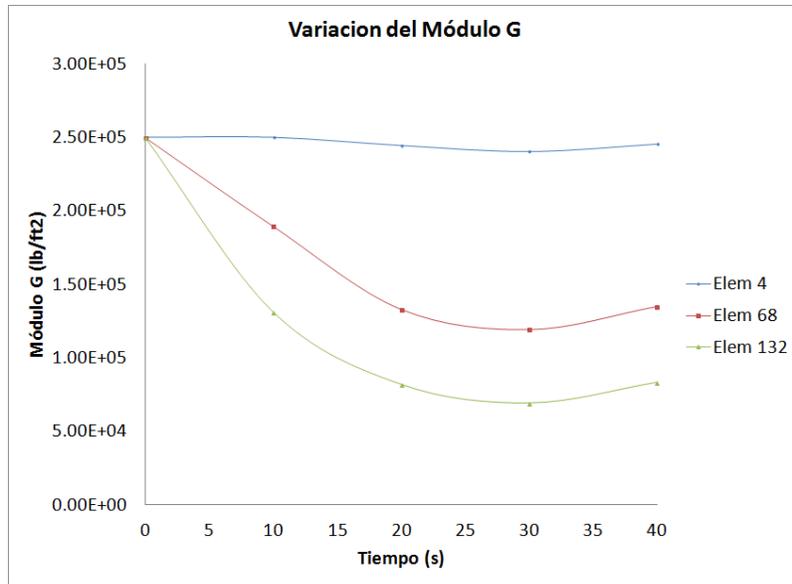


Figura 4.18 Curvas de variación del módulo G en tres elementos de la malla del prisma.

De los resultados obtenidos se concluye lo siguiente:

El programa PTLUSHEV proporciona resultados cualitativa y cuantitativamente aceptables. Las curvas sobre espectros de respuesta, revelan que en el rango de

comportamiento no lineal se tiene mayor abatimiento para el caso de frecuencias altas, lo cual parece razonable debido a las mayores velocidades instantáneas que se tienen en estos casos.

Se observa la convergencia del proceso en las curvas sobre variación de módulos  $G$ , que se tienen en los elementos seleccionados de la malla del modelo de elementos finitos analizado, en ambas señales sísmicas.

Por otra parte, se observó que el tiempo de proceso aumenta proporcionalmente con el número de ventanas. Para el caso de cuatro ventanas donde ya se tienen resultados parecidos a la corrida con NONSAP, el tiempo fue del 15% aproximadamente en relación a esta última.

#### 4.5. *Análisis para la presa de boquilla rectangular.*

En la figura 4.19 se muestra la malla empleada para modelar la presa teórica, consta de 3360 elementos y 4125 nudos ( $G_1 = 5339.56 \text{ lb/ft}^2$ ,  $\nu = 0.35$ ,  $\gamma_1 = 134.84 \text{ lb/ft}^3$ ,  $G_2 = 5009.80 \text{ lb/ft}^2$ ,  $\nu = 0.35$ ,  $\gamma_2 = 95.500 \text{ lb/ft}^3$ ).

Los análisis con esta presa fueron de tipo cualitativo, empleando señales periódicas, se hicieron con el propósito de demostrar la influencia que la historia de presentación de diferentes frecuencias tiene en la distribución del daño estructural en los materiales de la presa, como se mostrará más adelante, en los resultados obtenidos, al probar diferentes secuencias de presentación de señales senoidales (con diferentes frecuencias) los contornos de abatimiento del módulo de elasticidad al cortante  $G$ , son diferentes. Esta situación muestra la importancia de realizar estudios en el dominio de la frecuencia, mediante ventanas de tiempo, lo cual revela la utilidad del algoritmo desarrollado en esta tesis.

Ahora bien para ilustrar el efecto de la variación temporal del contenido de frecuencias, en este caso sólo se presentan análisis no lineales (los lineales no tienen sentido por no variar el módulo). Se hicieron análisis en donde se varió el orden de las frecuencias, para ilustrar el efecto que este cambio tiene en los resultados, así que se tiene tres secuencias casos que son: a) 0.25, 0.5 y 1.0 Hz, b) 0.25, 1.0 y 0.5 Hz y c) 1.0, 0.5 y 0.25 Hz. Los análisis se hicieron con una, dos y cuatro ventanas.

A continuación se presentan los resultados (acerca de espectros de respuesta) para las excitaciones periódicas y sismos reales, en el modelo de presa teórica. Estos resultados corresponden al punto superior central de la cortina (nudo 1763). Los análisis fueron lineales y no lineales, con una, dos y cuatro ventanas. En la figura 4.20 se presentan espectros de respuesta para excitación senoidal de frecuencia de 1.0 Hz, y en la 4.21 para una excitación de frecuencia variable por tramos de 20 segundos cada una, con frecuencias de 0.25, 0.5 y 1.0 Hz. En las dos figuras anteriores el análisis es lineal. En la figura 4.22 el análisis es no lineal para la excitación por tramos.

##### 4.5.1. *Análisis con funciones periódicas*

En lo que sigue se presentan los resultados obtenidos, para los diferentes datos de entrada (densidades espectrales de potencia) mencionados anteriormente en el inciso anterior.

Existen dos tipos de ejemplos, según las características del material empleado, existen dos opciones, el caso de material elástico, donde no se hace cambio de propiedades según el nivel de deformación, y se indica como lineal y el caso donde si hay cambio de propiedades.

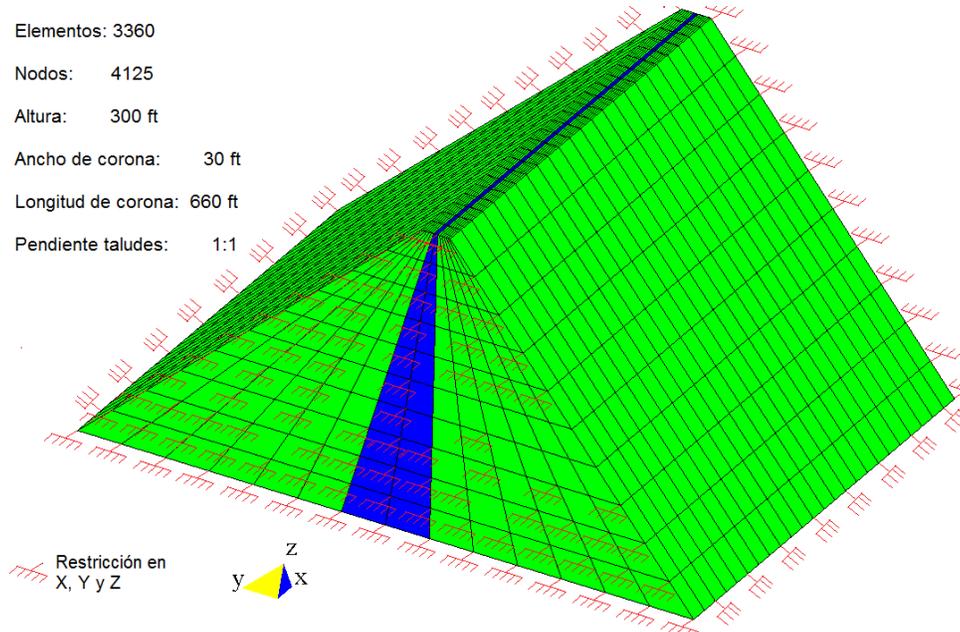


Figura 4.19 Malla tridimensional de presa teórica de boquilla rectangular

#### 4.5.1.1. Análisis sin cambio de propiedades (elásticos)

En este caso se hicieron análisis, para señales periódicas y sismos reales. Las excitaciones periódicas senoidales, tuvieron duración 60 seg. Se hicieron análisis para 1,2 y 4 ventanas), se emplearon frecuencias de: 0.5, 1.0 y 2.0 Hz (funciones de un solo seno). En lo que sigue sólo se presentan las correspondientes a 1.0 Hz.

##### a) Frecuencia 1.0 Hz

En la figura 4.20, aparecen los resultados obtenidos en el punto superior central de la malla mostrada en la figura 4.19 (nudo 1763), para la frecuencia de excitación de 1.0 Hz, correspondientes a los análisis considerando una, dos y cuatro ventanas.

**Observación.** En la figura 4.20, aparecen tres gráficas diferentes, en donde se indica una sola ventana corresponde al caso de análisis de una ventana, donde aparecen ventana 1 y ventana 2 corresponde al análisis con dos ventanas y finalmente donde aparecen ventanas 1, 2, 3 y 4 corresponden al análisis con cuatro ventanas. Lo mismo ocurre en el resto de las figuras de este tipo en este trabajo

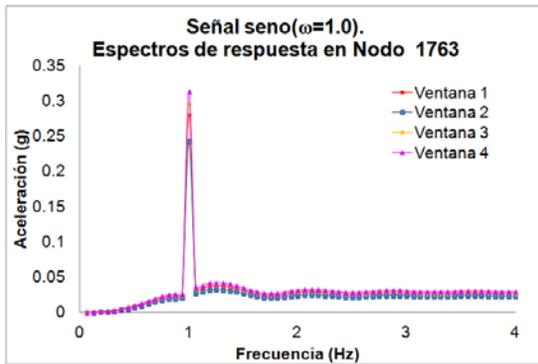
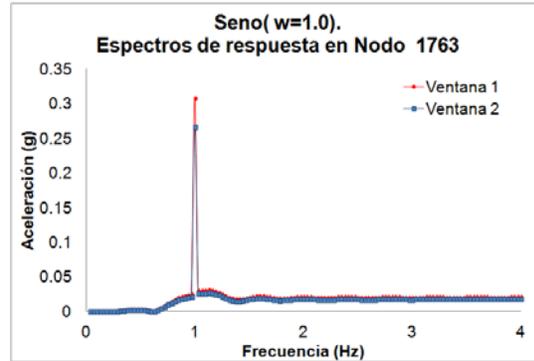
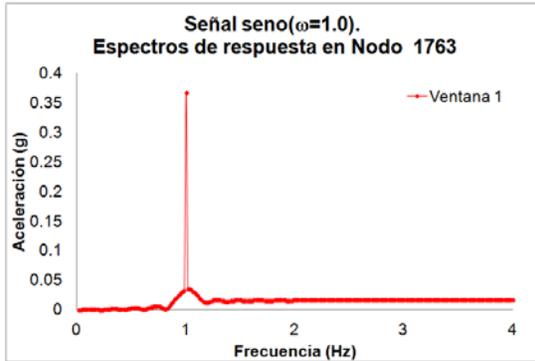


Figura 4.20 Espectros de respuesta debido a una excitación senoidal con frecuencia de 1.0 Hz en nodo 1763.

Comentarios. Se puede observar en las figuras anteriores que el espectro de respuesta obtenido para el análisis una ventana, es igual al de cada una de las ventanas del análisis para dos ventanas, y a cada una de las ventanas del caso con 4 ventanas, donde el pico corresponde a la frecuencia de 1.0 Hz, que es la frecuencia de la excitación.

**b) Frecuencias combinadas variables por tramos (actúan cada una 20 seg)**

**Secuencia 0.25, 0.5, 1.0 Hz**

En la figura 4.21 se muestran los resultados obtenidos en el punto superior central de la malla mostrada en la figura 4.22 (nudo 1763), para la secuencia de frecuencias de excitación de 0.25, 0.5 y 1.0 Hz, correspondientes a los análisis considerando una, dos y cuatro ventanas.

Comentarios. Se puede observar en la figura 4.21 que el espectro de respuesta obtenido para el análisis una ventana, ya no es igual al de cada una de las ventanas del análisis para dos ventanas, y tampoco a cada una de las ventanas del caso con 4 ventanas, donde ahora los tres picos (frecuencias de 0.25, 0.5 y 1.0 Hz) que aparecen muestran variaciones, que revelan el efecto variable de la señal, que como se mencionó anteriormente se presentan no simultáneamente, ya que primero durante 20 segundos actúa una frecuencia de 0.25 Hz, luego 0.5 Hz otros 20 segundos y finalmente 1.0 Hz. Se observa que para el caso de una ventana, se registran los tres picos correspondientes a las frecuencias de 0.25, 0.5 y 1.0, aunque cada frecuencia haya actuado 20 segundos

únicamente. Para el caso de dos ventanas, los espectros de la primera y segunda ventanas son diferentes, teniéndose que para la ventana 1, se nota más el efecto de las frecuencias de 0.25 y 0.5 Hz, en tanto que para la segunda ventana, el efecto de la frecuencia de 1.0 Hz es el dominante, ya que es la frecuencia que actúa al final. Ahora para el caso de cuatro ventanas, en la ventana 1 domina la frecuencia de 0.25 Hz, y para la ventana 4 domina la frecuencia de 1.0 Hz, como debe de ser, por otra parte la frecuencia de 0.5 Hz es más notoria en las ventanas 2 y 3.

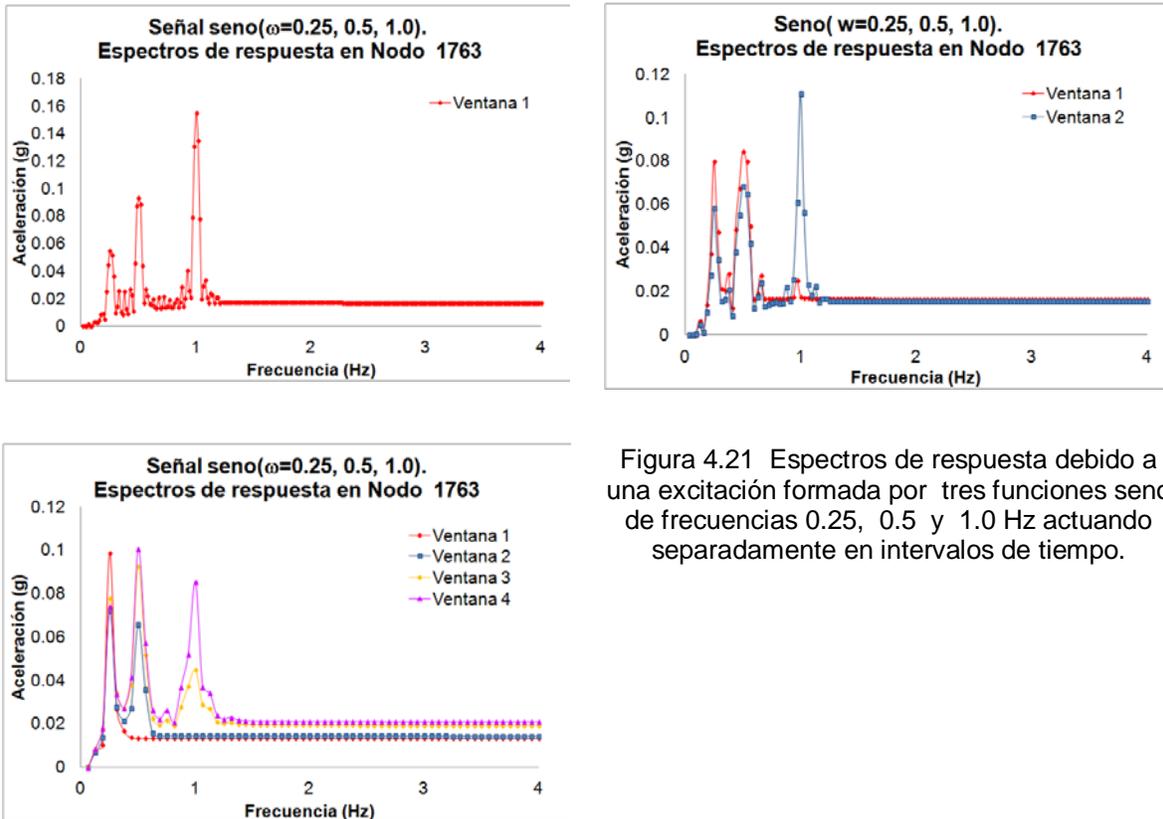


Figura 4.21 Espectros de respuesta debido a una excitación formada por tres funciones seno de frecuencias 0.25, 0.5 y 1.0 Hz actuando separadamente en intervalos de tiempo.

#### 4.5.1.2. Análisis con cambio de propiedades (frecuencias variables por tramos)

Como se ha mencionado antes, se emplearon excitaciones periódicas senoidales, (cuya duración total fue de 60 seg) variables por tramos (frecuencias que varían cada 20 seg). En lo que sigue se presenta únicamente la secuencia 0.25, 0.5 y 1.0 Hz.

##### a) Secuencia 0.25, 0.5 y 1.0 Hz

En la figura 4.22 se muestran los resultados obtenidos en el punto superior central de la malla mostrada en la figura 4.24 (nudo 1763), para la secuencia de frecuencias de excitación de 0.25, 0.5 y 1.0 Hz, correspondientes a los análisis considerando una, dos y cuatro ventanas. En este caso se nota al igual que en la figura 4.21, por ejemplo, para el

caso de cuatro ventanas, que la frecuencia de 0.25 Hz es dominante en la primera ventana y la frecuencia de 1.0 Hz es dominante en la ventana 4, como debe de ser.

Se ve entonces, en el comportamiento el predominio de frecuencias para la ventana donde actúan, se nota también para otras secuencias que se ensayaron, y que por razones de brevedad, no se presentan en este trabajo.

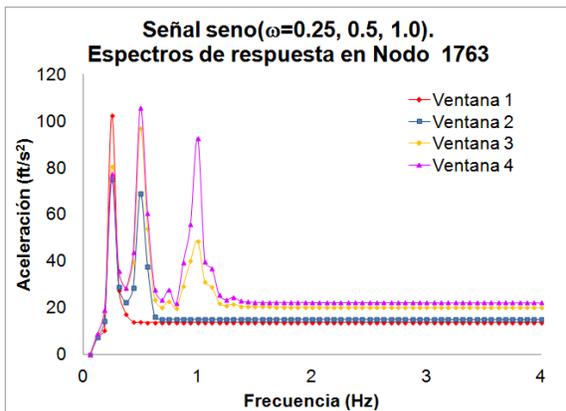
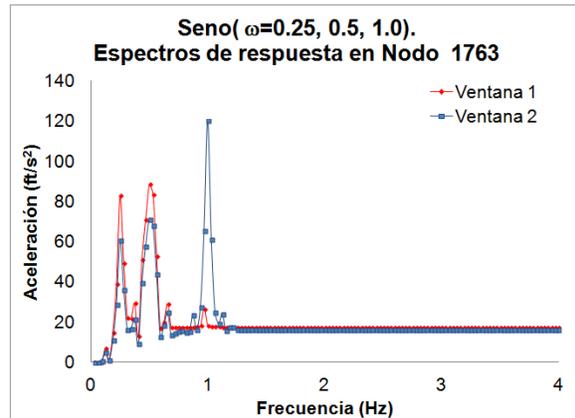
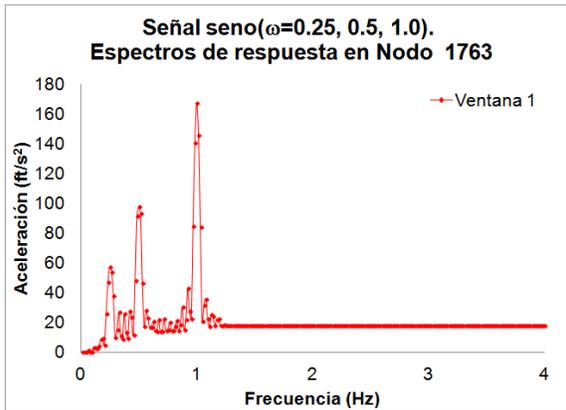


Figura 4.22 Espectros de respuesta debido a una excitación formada por tres funciones seno de frecuencias 0.25, 0.5 y 1.0 Hz actuando separadamente en intervalos de tiempo

Comentarios. Se puede observar de las figura anterior 4.22 que el espectro de respuesta obtenido para el análisis una ventana, ya no es igual al de cada una de las ventanas del análisis para dos ventanas, y tampoco a cada una de las ventanas del caso con 4 ventanas, donde ahora los tres picos (frecuencias de 0.25, 0.5 y 1.0 Hz) que aparecen muestran variaciones, que revelan el efecto variable de la señal, que como se mencionó anteriormente se presentan no simultáneamente, primero durante 20 segundos actúa una frecuencia de 0.25 Hz, luego 0.5 Hz otros 20 segundos y finalmente 1.0 Hz.

#### 4.5.2. Análisis del cambio de módulo en el cuerpo de la presa (Se hace con 1,2 y 4 ventanas).

En lo que sigue se presentan una serie de figuras en donde se muestran mediante coloraciones diferentes los valores que va adquiriendo el módulo  $G$ , al ir cambiando éste

según la variación del contenido de frecuencias de la señal (que está representada por la densidad espectral variable que es el dato de entrada para los análisis de elemento finito).

Ahora bien, para ilustrar el efecto de la variación temporal del contenido de frecuencias, en las figuras 4.23 a 4.25, se presentan contornos donde se muestra la variación de módulos  $G$  en las diferentes regiones del cuerpo de la presa. En este caso sólo se presentan análisis no lineales. Se hicieron análisis en donde se varió el orden de las frecuencias, para ilustrar el efecto que este cambio tiene en la distribución final de los módulos, así que se tiene tres secuencias que son: a) 0.25, 0.5 y 1.0 Hz, b) 0.25, 1.0 y 0.5 Hz y c) 1.0, 0.5 y 0.25 Hz. Los análisis se hicieron con una, dos y cuatro ventanas. Para simplificar la presentación de resultados en este capítulo se presentan algunos resultados y los demás aparecen en el Apéndice B.

De esta manera en la figura 4.23 se presentan los contornos de módulo para la condición inicial. En las figuras 4.24 a 4.27 aparecen los correspondientes (a la secuencia 0.25, 0.5 y 1.0 Hz) para el caso de cuatro ventanas, correspondientes a cada una de las ventanas. Como se dijo antes los casos de una y dos ventanas aparecen en el apéndice B. En las figuras 4.28 y 4.29 aparecen los contornos para la secuencia 1.0, 0.5 y 0.25 Hz, para el análisis de cuatro ventanas. Observando las figuras 4.27 y 4.29 se ve que el contorno final de módulos es diferente al cambiar la secuencia. Esto es un aspecto muy importante que revelan estos análisis.

#### a) Secuencia 0.25, 0.5 y 1.0 Hz

En esta secuencia los primeros 20 segundos actúa la frecuencia de 0.25 Hz, luego otros veinte segundos la de 0.5 Hz y finalmente otros 20 segundos la de 1.0 Hz. En las figuras 4.23 y 4.24 se muestran los resultados obtenidos sobre la variación de módulos en los diferentes elementos de la malla mostrada en la figura 4.19, para la condición inicial y la correspondiente al análisis de una ventana después de cinco iteraciones, para la secuencia de frecuencias de 0.25, 0.5 y 1.0 Hz. Como una indicación adicional se presentan el valor mínimo (en color azul) y el máximo (en color rojo), correspondientes a la escala de colores.

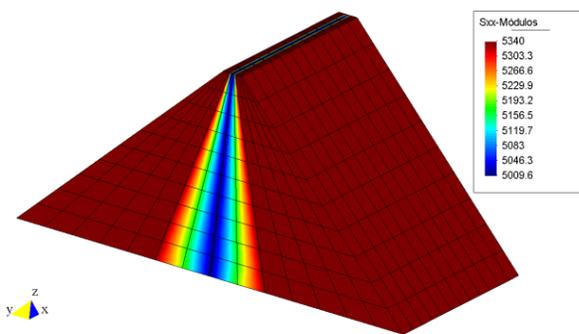


Figura 4.23 Contornos de módulos  $G$ . Es la situación inicial. Es un caso con cambio de propiedades. En la barra de colores, el valor mínimo en azul es 5009.6 y el máximo en rojo es 5340 lb/ft<sup>2</sup>

En el apéndice B, se presentan los análisis correspondientes a la secuencia 0.25, 0.5 y 1.0 Hz para los análisis de una ventana y las dos ventanas para el análisis de dos ventanas. Dentro de este capítulo sólo se presentan los resultados para el análisis de cuatro ventanas.

En las figuras 4.24 y 4.25 se muestran los resultados obtenidos en relación a la variación de módulos en los diferentes elementos de la malla mostrada en la figura 4.19, para la primera y segunda ventanas correspondientes al análisis de cuatro ventanas después de cinco iteraciones, para la secuencia de frecuencias de 0.25, 0.5 y 1.0 Hz. Como una indicación adicional se presentan el valor mínimo (en color azul) y el máximo (en color rojo), correspondientes a la escala de colores. En estas figuras se ve que entre la ventana 1 y la 2, existe un incremento de la zona de color azul, que es la que corresponde a un valor menor del módulo, y también disminuye la zona en rojo que es la de mayor valor del módulo.

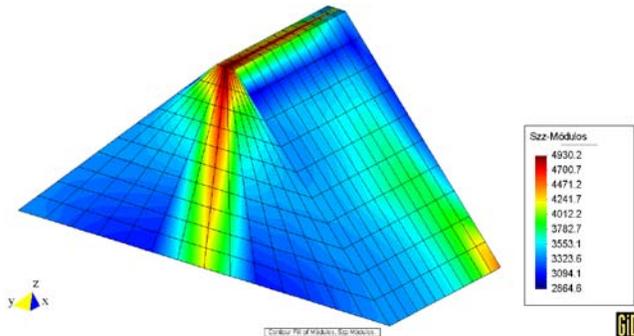


Figura 4.24 Contornos de módulos  $G$  debido a una excitación formada por tres funciones seno de frecuencias 0.25, 0.5 y 1.0 Hz. En la barra de colores, el valor mínimo en azul es 2864.8 y el valor máximo en ginda es 4930.2 lb/ft<sup>2</sup>.

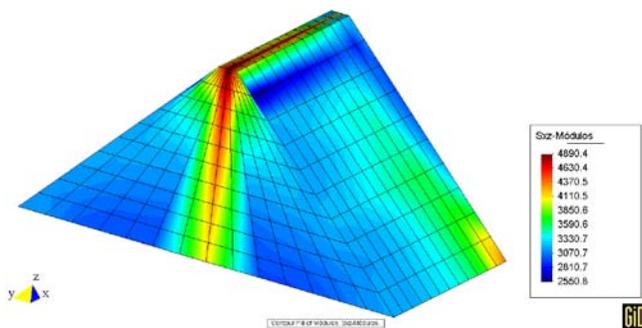


Figura 4.25 Contornos de módulos  $G$  debido a una excitación formada por tres funciones seno de frecuencias 0.25, 0.5 y 1.0 Hz. En la barra de colores, el valor mínimo en azul es 2550.8 y el valor máximo en ginda es 4890.4 lb/ft<sup>2</sup>.

En las figuras 4.26 y 4.27 se muestran los resultados obtenidos en relación a la variación de módulos en los diferentes elementos de la malla mostrada en la figura 4.19, para la tercera y cuarta ventanas correspondientes al análisis de cuatro ventanas después de cinco iteraciones, para la secuencia de frecuencias de 0.25, 0.5 y 1.0 Hz. Como una indicación adicional se presentan el valor mínimo (en color azul) y el máximo (en color rojo), correspondientes a la escala de colores. Ahora entre las ventanas 3 y 4 se nota también el incremento de la zona azul, así como una disminución de la zona en rojo, que es la de mayor valor. Por tanto en las cuatro ventanas se nota cómo aumenta la zona donde se degrada más el módulo  $G$ .

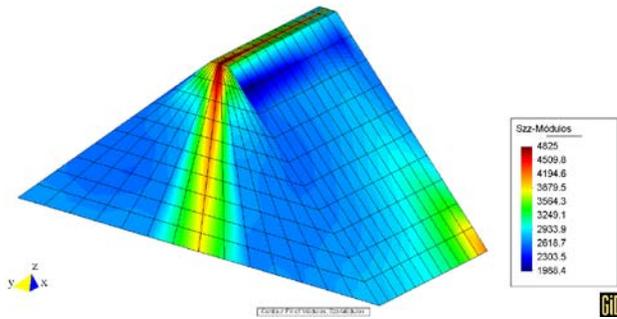


Figura 4.26 Contornos de módulos G debido a una excitación formada por tres funciones seno de frecuencias 0.25, 0.5 y 1.0 Hz. En la barra de colores, el valor mínimo en azul es 1988.4 y el valor máximo en guinda es 4825.0 lb/ft<sup>2</sup>.

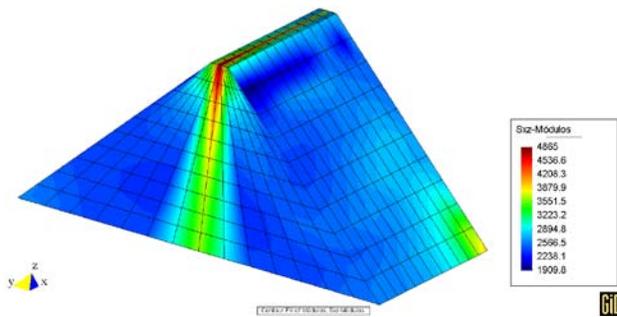


Figura 4.27 Contornos de módulos G debido a una excitación formada por tres funciones seno de frecuencias 0.25, 0.5 y 1.0 Hz. En la barra de colores, el valor mínimo en azul es 1909.8 y el valor máximo en guinda es 4865.0 lb/ft<sup>2</sup>.

Comentarios. En las figuras anteriores se puede observar lo siguiente: se manifiesta que los resultados son diferentes para una, dos y cuatro ventanas, y que además existen cambios al variar la secuencia de aparición de las tres frecuencias empleadas en los análisis. Esto indica claramente que la historia de variación de la densidad espectral influye en los cambios de propiedades del material, es decir la degradación del material de la presa es diferente tanto en magnitud como en la distribución del efecto en el cuerpo de la presa. Esto justifica claramente el interés en generar el algoritmo propuesto en esta tesis. Se nota en estas figuras, por ejemplo, que entre las ventanas 3 y 4, al igual que en la secuencia anterior, que la zona en azul crece y la roja disminuye, pero en una proporción menor. Además comparando las figuras 4.27 y 4.29, correspondientes a la cuarta ventana para ambas secuencias, se ve que la distribución final de módulos es diferente, existiendo menor abatimiento en la figura 4.29, es decir para la segunda secuencia analizada, en la cual la frecuencia actuante disminuye con el tiempo. Así que resulta que se abate más el módulo cuando la frecuencia fue creciendo con el tiempo, que es el caso de la primera secuencia analizada.

En general esto muestra que el orden de presentación de las frecuencias si influye en la distribución final de módulos, y que por tanto es importante hacer estudios en el dominio de la frecuencia empleando “ventanas de tiempo”.

También en el apéndice B, se presentan los resultados correspondientes a la secuencia 0.25, 1.0 y 0.5 Hz, para el análisis de cuatro ventanas, mostrándose únicamente la tercera y cuarta ventanas.

#### b) Secuencia 1.0, 0.5 y 0.25 Hz

En las figuras 4.28 y 4.29 se muestran los resultados obtenidos sobre la variación de módulos en los diferentes elementos de la malla mostrada en la figura 4.19, para la

única ventana correspondiente al análisis de cuatro ventanas después de cinco iteraciones para la tercera y cuarta ventanas del análisis de cuatro ventanas, para la secuencia de frecuencias de 1.0, 0.5 y 0.25 Hz.

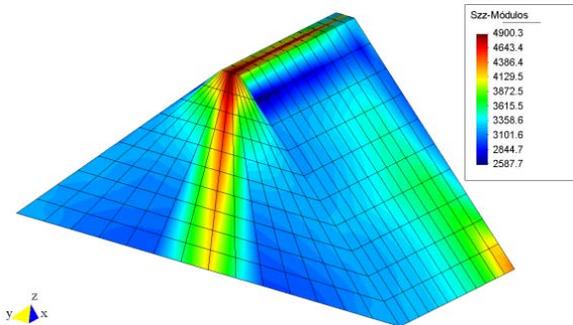


Figura 4.28 Contornos de módulos G debido a una excitación formada por tres funciones seno de frecuencias 1.0, 0.5 y 0.25 Hz. En la barra de colores, el valor mínimo en azul es 2587.7 y el máximo en rojo es 4900.3 (lb/ft<sup>2</sup>)

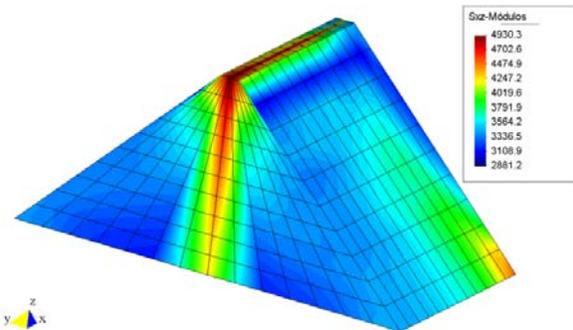


Figura 4.29 Contornos de módulos G debido a una excitación formada por tres funciones seno de frecuencias 1.0, 0.5 y 0.25 Hz. En la barra de colores, el valor mínimo en azul es 2881.2 y el máximo en rojo es 4930.3 (lb/ft<sup>2</sup>).

Comentarios. En las figuras anteriores se puede observar lo siguiente: se manifiesta que los resultados son diferentes para una, dos y cuatro ventanas, y que además existen cambios al variar la secuencia de aparición de las tres frecuencias empleadas en los análisis. Esto es parecido a lo observado en los dos casos anteriores. Esto indica claramente que la historia de variación de la densidad espectral influye en los cambios de propiedades del material, es decir la degradación del material de la presa es diferente tanto en magnitud como en la distribución del efecto en el cuerpo de la presa. Esto justifica claramente el interés en generar el algoritmo propuesto en esta tesis.

Es muy importante destacar una vez más, que los resultados obtenidos con diferentes secuencias, en el orden de presentación de las frecuencias, produce al final distribuciones de módulos diferentes (o sea de daño estructural del material), por ejemplo ver figuras 4.27 y 4.29, lo cual revela que analizar por ventanas en el dominio de la frecuencia sí es importante y que esto debe ser tomado en cuenta en el diseño de obras geotécnicas.

#### 4.5.3. Análisis para dos sismos reales

Aquí se presentan análisis con y sin cambio de propiedades (Se hacen con 1, 2 y 4 ventanas).

En las figuras 4.30 a 4.31 se muestran los resultados obtenidos acerca del comportamiento de la presa al estar excitada por un sismo real, registrado en la presa El

Infiernillo (identificado como IN128509), cuyos datos aparecen en el inciso 4.2. En la figura 4.30 se presenta el espectro de respuesta registrado en el punto superior central de la cortina de la presa (nudo 1763), para la cuarta ventana de un análisis de cuatro ventanas. En las figuras 4.31 y 4.32 se presentan resultados para situaciones no lineales (con cambio de propiedades). En la figura 4.32 el sismo fue el de Papanoa.

#### 4.5.3.1 Sismo 1. IN12850

Este se registró en la presa El Infiernillo, se consideró un incremento de tiempo de 0.02 segundos. Se analizaron 1000 puntos, por tanto la duración fue de 20 segundos.

En este caso se hicieron análisis para casos elásticos y con cambio de propiedades. Primero se presentan los elásticos y después los no elásticos (o de cambio de propiedades).

#### a) Análisis elásticos

En la figura 4.30 se muestran los resultados obtenidos en relación a los espectros de respuesta en el nudo superior número 1763, de la malla mostrada en la figura 4.19, para análisis de una, dos y cuatro ventanas, para el sismo registrado en la presa El Infiernillo, cuya identificación es IN128509 (tiempo de análisis 20 segundos).

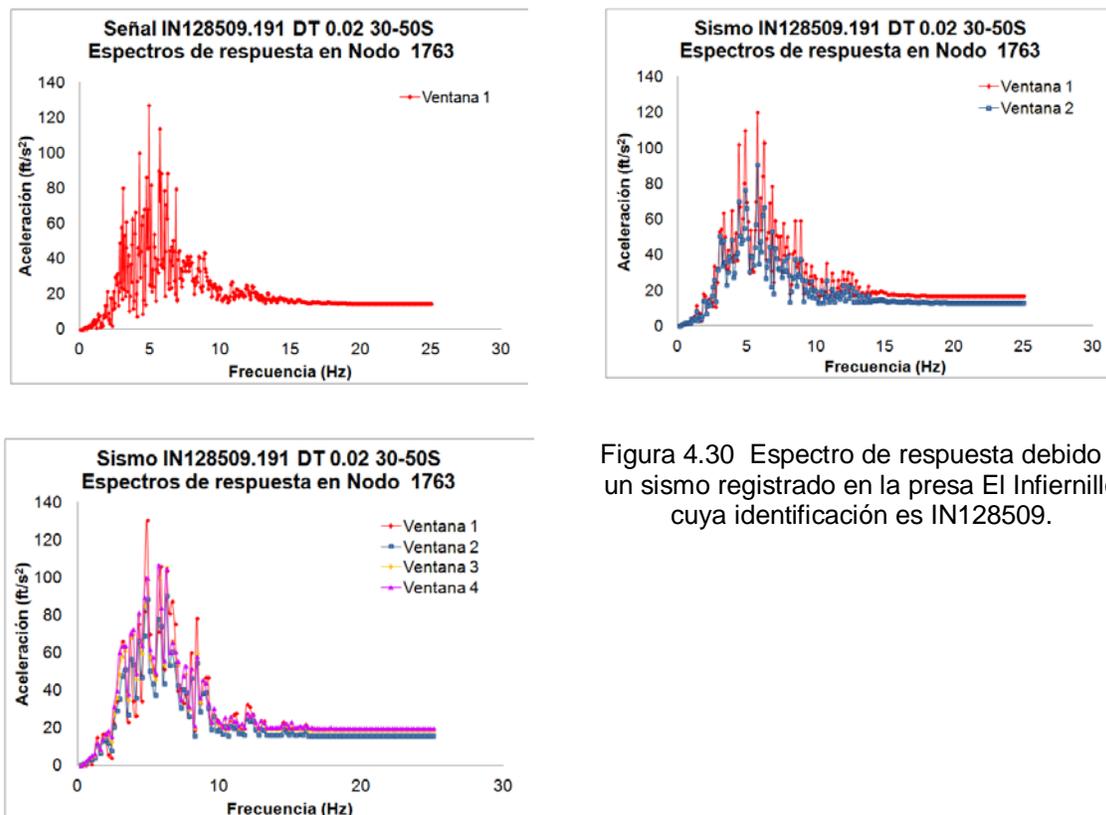


Figura 4.30 Espectro de respuesta debido a un sismo registrado en la presa El Infiernillo cuya identificación es IN128509.

Comentarios. En este caso se observa en las figuras anteriores, la variación de los espectros de respuesta con el número de ventanas empleado. En realidad esta variación

no debería de existir por ser análisis lineales, esta se debe a efectos numéricos (por ejemplo, errores de truncación, etc.).

### b) Análisis con cambio de propiedades

En la figura 4.31 se muestran los resultados obtenidos en relación a los espectros de respuesta en el nudo superior número 1763, de la malla mostrada en la figura 4.19, para análisis de una, dos y cuatro ventanas, para el sismo registrado en la presa El Infiernillo, cuya identificación es IN128509 (tiempo de análisis 20 segundos).

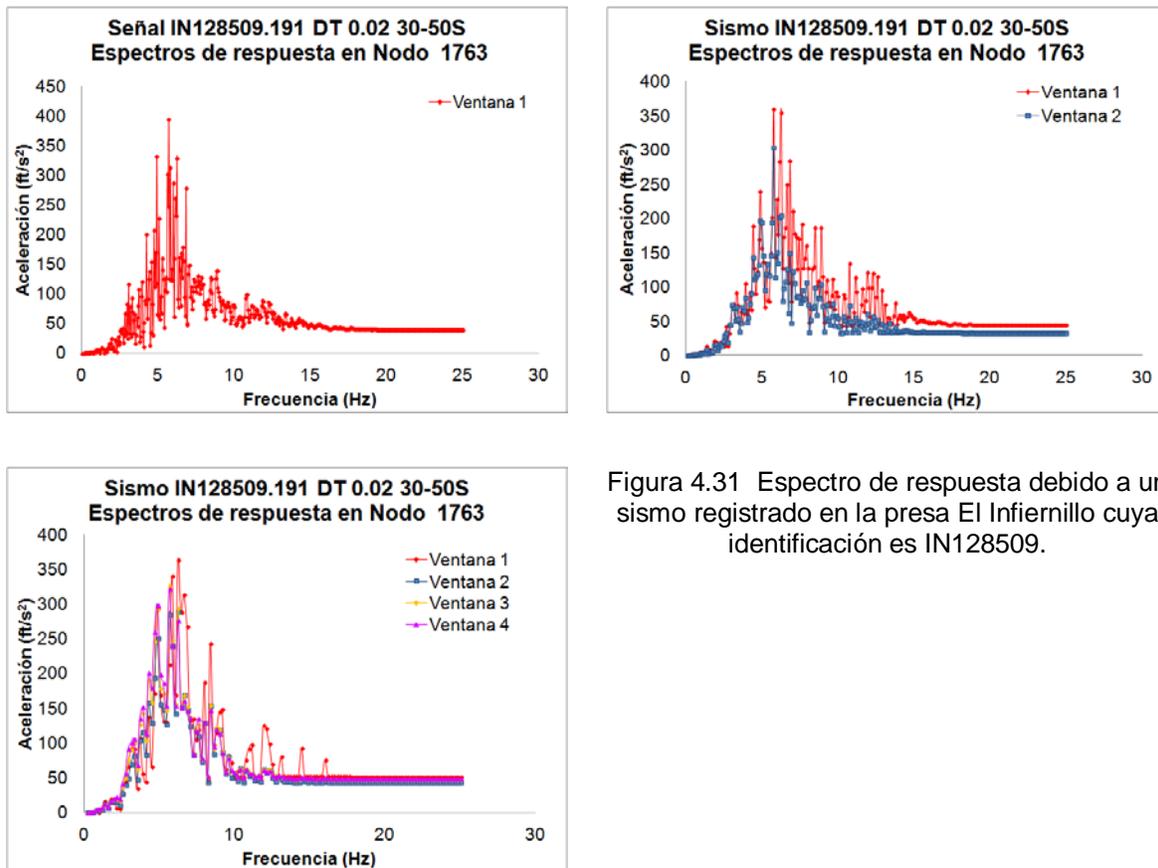


Figura 4.31 Espectro de respuesta debido a un sismo registrado en la presa El Infiernillo cuya identificación es IN128509.

Comentarios. En este caso se observa en las figuras anteriores, la variación de los espectros de respuesta con el número de ventanas empleado. Aunque este cambio ahora es más notable por reflejar el cambio de propiedades, en relación al caso elástico.

#### 4.5.3.2 Sismo 2: PAPN8509

En este caso sólo se presentan los análisis con cambio de propiedades. Se hacen estudios para una, dos y cuatro ventanas.

### a) Análisis con cambio de propiedades

En la figura 4.32 se muestran los resultados obtenidos acerca de los espectros de respuesta en el nudo superior número 1763, de la malla mostrada en la figura 4.19, para análisis de una, dos y cuatro ventanas, para el sismo registrado en la presa El Infiernillo, cuya identificación es PAPAN8509 (tiempo de análisis 60 segundos).

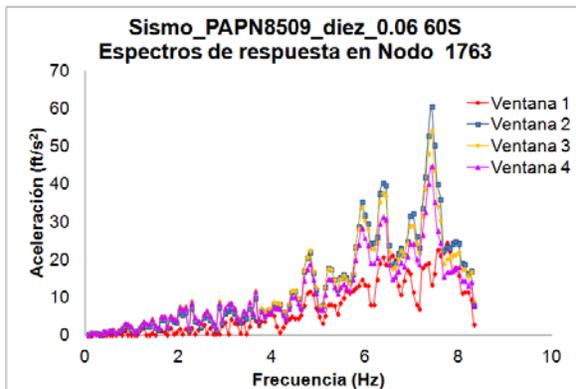
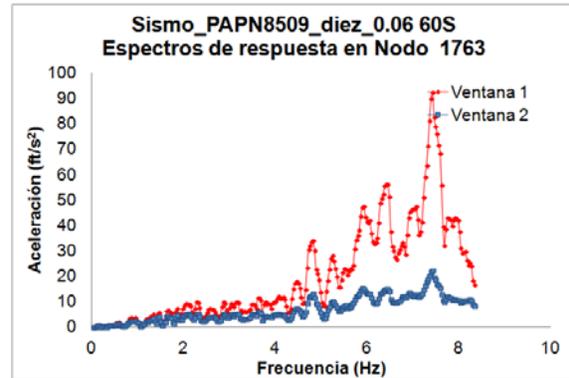
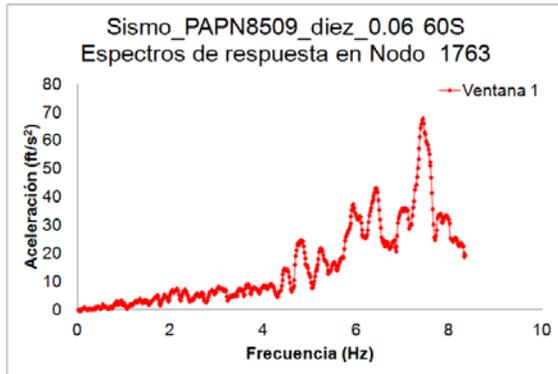


Figura 4.32 Espectro de respuesta debido a un sismo registrado en Papanaoa, Gro. cuya identificación es PAPAN8509.

Comentarios. En este caso, al igual que en el sismo anterior, se observa en las figuras anteriores, la variación de los espectros de respuesta con el número de ventanas empleado.

## 5. CONCLUSIONES

Se presentan conclusiones sobre los resultados obtenidos, tanto para la malla de elementos finitos del prisma, como para la de la presa.

### 5.1. Conclusiones de la comparación con SAP2000 para el prisma.

Se puede observar tomando en cuenta la gráfica para SAP2000, y las gráficas obtenidas con PTLUSHEV correspondientes a la figura 4.13 para una, dos y cuatro ventanas, que los espectros son diferentes ya que en el PTLUSHEV los análisis son no lineales. Sólo hay concordancia cuando en PTLUSHEV se consideran condiciones lineales, como se ve en la figura 4.14.

### 5.2. Conclusiones de la comparación con NONSAP para el prisma

De la comparación realizada para dos sismos diferentes, en lo que sigue se comentan las conclusiones para ambos casos.

- 1) Para el caso de El Infiernillo y el de Papanoa se observa que las tres curvas de PTLUSHEV se acercan al comportamiento de las curvas de NONSAP.
- 2) Para frecuencias altas, tanto las curvas de NONSAP, como las de PTLUSHEV revelan mayor abatimiento que para frecuencias bajas en comparación con un caso elástico. Sin embargo todas las curvas son semejantes al acelerograma.
- 3) Para dos y cuatro ventanas el abatimiento es mayor que para una ventana. También se observa que la solución de cuatro ventanas es muy semejante a la de dos ventanas, lo cual indica que no es necesario un mayor refinamiento en el número de ventanas.
- 4) Se encontró, que para que no existan errores numéricos inaceptables, la subdivisión en ventanas siempre debe ser un número igual a una potencia de dos.
- 5) En el caso analizado (para las dos señales sísmicas utilizadas), se observó en las gráficas de abatimiento de módulo para tres elementos de la malla empleada que el este abatimiento es mayor en la parte inferior de la columna y en las esquinas, lo cual es lógico por la mayor concentración de esfuerzos en esa zona.
- 6) Además, en las curvas se nota que existe convergencia para la cuarta ventana del análisis con cuatro ventanas.
- 7) El tiempo de proceso aumenta proporcionalmente con el número de ventanas. Para el caso de cuatro ventanas donde ya se tienen resultados parecidos a la corrida con NONSAP, el tiempo fue del 75% aproximadamente con respecto esta última.

En resumen de los resultados se concluye lo siguiente:

El programa PTLUSHEV proporciona resultados cualitativa y cuantitativamente aceptables.

Las curvas sobre espectros de respuesta, revelan que en el rango de comportamiento no lineal se tiene mayor abatimiento para el caso de frecuencias altas, debido a las mayores velocidades instantáneas que se tienen en estos casos.

Se observa convergencia del proceso en las curvas sobre variación de módulos  $G$ , en ambas señales sísmicas.

El tiempo de proceso se reduce en relación al de NONSAP, en un 75% aproximadamente.

Esto indica claramente que entre mayor número de ventanas se emplee en el análisis con PTLUSHEV, se acercará más a un análisis en el dominio del tiempo. Esto justifica la utilidad del algoritmo propuesto en esta tesis. Además se ve que no se necesita hacer análisis con un número elevado de ventanas.

### 5.3. Conclusiones en relación al caso de la presa para señales periódicas

#### **Análisis sin cambio de propiedades**

- a) Para los análisis elásticos se pudo observar en las cuatro señales estacionarias, que el espectro de respuesta obtenido para el análisis una ventana, es igual al de cada una de las ventanas del análisis para dos ventanas, y a cada una de las ventanas del caso con 4 ventanas, donde el pico corresponde a las frecuencias de la excitación. En este comportamiento se parece a lo que se observó en el caso de la malla del prisma; donde se ve que en las cuatro señales estacionarias, el espectro de respuesta en cada ventana se mantiene constante.
- b) En los análisis de los tres casos de señales variables con el tiempo, se pudo observar que el espectro de respuesta obtenido para el análisis una ventana, ya no es igual al de cada una de las ventanas del análisis para dos ventanas, y tampoco a cada una de las ventanas del caso con 4 ventanas, donde ahora los tres picos (frecuencias de 0.25, 0.5 y 1.0 Hz) que aparecen muestran variaciones, que revelan el efecto variable de la señal, que como se mencionó anteriormente se presentan no simultáneamente. En este comportamiento se parece a lo que se observó en el caso de la malla del prisma; Por tanto, ahora se tiene una situación semejante a lo que ocurre en el prisma, donde existen variaciones entre cada ventana, lo que indica que el algoritmo empleado en el programa funciona bien, ya que detecta los cambios en el contenido de frecuencias de la señal, independientemente del tipo de malla empleada.

#### **Análisis con cambio de propiedades**

- a) En los análisis para las señales estacionarias, se pudo observar que el espectro de respuesta obtenido para el análisis una ventana, es igual al de cada una de las ventanas del análisis para dos ventanas, y a cada una de las ventanas del caso con 4 ventanas, donde el pico corresponde a la frecuencia de la excitación. En este comportamiento se parece a lo que se observó en el caso de la malla del prisma.
- b) Aquí ocurre lo mismo que en prisma, donde se ve que en las cuatro señales estacionarias, el espectro de respuesta en cada ventana se mantiene constante.
- c) En los análisis con señales variables por tramos, los picos (frecuencias de 0.25, 0.5 y 1.0 Hz) que aparecen muestran variaciones, que revelan el efecto variable de la señal, que como se mencionó anteriormente se presentan no simultáneamente.

Ahora, en estos análisis para la presa, a diferencia de lo que ocurrió en la columna, se notó que existe variación en los espectros de respuesta, al cambiar la secuencia de aparición de las señales periódicas, por tanto con el cambio de propiedades se

nota que sí es importante la historia de variación del contenido de frecuencias de la señal.

- d) Con respecto a los análisis del cambio de módulo en el cuerpo de la presa, para las tres señales variables por tramos, se pudo observar que los resultados son diferentes para una, dos y cuatro ventanas, y que además existen cambios al variar la secuencia de aparición de las tres frecuencias empleadas en los análisis. Esto indica claramente que la historia de variación de la densidad espectral influye en los cambios de propiedades del material, es decir la degradación del material de la presa es diferente tanto en magnitud como en la distribución del efecto en el cuerpo de la presa, en cada una de las secuencias analizadas. Esto justifica claramente el interés en generar el algoritmo propuesto en esta tesis.
- e) Al igual que lo observado para los espectros de respuesta, la historia de aparición del contenido de frecuencias cambia la distribución espacial del deterioro en el cuerpo de la presa. Esto es una razón importante para justificar la necesidad de tomar en cuenta procesos estocásticos no estacionarios al simular sismos. Esto justifica haber desarrollado el algoritmo empleado en la modificación del programa PTLUSH. Cabe señalar finalmente que los alcances de este trabajo se limitaron a la verificación del funcionamiento del programa, falta por hacer posteriormente un análisis paramétrico, así como otros objetivos en estudios de presas reales.

#### *5.4. Conclusiones en relación al funcionamiento para sismos reales*

En este caso, se observa, para los dos sismos, la variación de los espectros de respuesta con el número de ventanas empleado. Aunque este cambio es diferente por reflejar el cambio de características de ambos sismos. Esto claramente indica, que el programa detecta (desde el punto de vista cualitativo) las variaciones entre sismos, lo cual ya se había notado para señales periódicas).

## 6. REFERENCIAS

- Askar, A, Köylüoğlu, HU, Nielsen, SRK & Cakmak, AS (1994), Faster Simulation Methods for the Non-Stationary Random Vibrations of Non-Linear MDOF Systems ..., vbn.aau.dk/...
- Bardet, J.P., Ichii K., and Lin C.H. (2000), "EERA A Computer Program for Equivalent-linear Earthquake site Response Analyses of Layered Soil Deposits", Department of Civil Engineering, University of Southern California
- Bathe K., Wilson E., and Iding R. (1974), "NONSAP: A structural analysis program for static and dynamic response of nonlinear systems", Department of civil engineering, College of engineering, University of California, Berkeley.
- Cordova Z. J, Giraldo G. F. (2012), "Ambiente de modelamiento y ejecución de Modelos matemáticos de Optimización", Revista Sirio ISSN:2145-3527, ed. V.3 fasc. NA, Colombia
- Fei Wu B. and Yu-Lin Su Y. , (1996), "The Ergodicity and Stationarity Property Analysis of Nonstationary Stochastic Processes Using Wavelet Transforms", Proceedings of the 35th Conference on Decision and Control, Kobe, Japan December 1996.
- Feng Z., Tsai P:H. & Li J.N. (2010), "Numerical earthquake response analysis of the Liyutan earth dam in Taiwan", Natural Hazards and Earth System Sciences, Sci. 10.
- Grigoriu M., Ruiz S.E. , y Rosenblueth E: (1988) The Mexico Earthquake of September 19, 1985— Nonstationary Models of Seismic Ground Acceleration. [link.aip.org/link/easpef/v4/i3/p551/s1](http://link.aip.org/link/easpef/v4/i3/p551/s1)
- Hanssen A. & Scharf L.,(2003), "A Theory of Polyspectra for Nonstationary Stochastic Processes", IEEE TRANSACTIONS ON SIGNAL PROCESSING, VOL. 51, NO. 5, MAY 2003
- Harichandran R. & Chen M.T. (1996), "Reliability of an Earth Dam excited by Spatially Varying Earthquake Ground Motion", Eleventh World Conference on Earthquake Engineering.
- Iordanova T.,(2009), "Introduction To Stationary And Non-Stationary Processes",[www.investopedia.com/articles/.../stationary.asp](http://www.investopedia.com/articles/.../stationary.asp)2009, February 26 2009| Filed Under » Financial Theory, Random Walk Theory, Statistics, University of Skovde in Sweden
- Kameda,H. ( 1975), "Evolutionary Spectra of Seismogram by Multifilter," Journal of Engineering ... American Society of Civil Engineers. ASCE Join ... Evolutionary Spectra of Seismogram by Multifilter ... Journal of the Engineering Mechanics Division, Vol. 101 ...
- KAWATA T., (1965), "Fourier analisis of nonstationary stochastic processes", Transactions of the American Mathematica, Vol. 118. JSTOR, New York.
- Levi E. (1965), "Teorías y métodos de las Matemáticas Aplicadas", Facultad de Ingeniería, UNAM México.
- Lysmer, J., Udaka, T., Seed, H. B. and Hwang, R. (1974), "LUSH-A Computer Program for Complex Response Analysis of Soil-Structure Systems", Report No. EERC 74-4, Earthquake Engineering Research Center, University of California, Berkeley, California.
- Merlos Espericueta Joel, (1997), "Características transitorias de la respuesta dinámica en presas de tierra y enrocamiento". Tesis para obtener el título de Ingeniero Civil en la Facultad de Ingeniería, UNAM, México, agosto 1997.

- Mircevska V, Bickovski V., & Garevski M., (2007), " A 3D Nonlinear dynamic analysis of a rock-fill dam based on IZIS software", Institute of Earthquake Engineering and Engineering Seismology, Skopje, Macedonia
- Nachane D.M. (1995), "Spectral analysis of non-stationary time series", Department of Economics, University of Bombay, India
- Newmark, N. M., (1959). "A Method of Computation for Structural Dynamics", ASCE. Journal of the Engineering Mechanics Division, Vol. 85 No. EM3.
- Okamura Shuhei. (2011) "The Short Time Fourier Transform and Local Signals, PHD Theses, Carnegie Mellon University, Pittsburgh, Pennsylvania
- Perotti F:(2006), "Structural response to non-stationary multiple-support random excitation". Article first published online: 29 NOV 2006. DOI: 10.1002/eqe., onlinelibrary.wiley.com > ... > Vol 19 Issue 4
- Priestley M: B: (1965), "Evolutionary Spectra and Non-Stationary Processes", University of Manchester. [Read at a RESEARCH METHODS MEETING of the SocIETY, www.jstor.org/stable/2984191Similares
- Rico Romero L. (2005), "La alfabetización en matemáticas y el proyecto PISA de la OCDE en España", Universidad de Granada, Rev. La Enseñanza de las Matematicas No. 82.
- Romo M. y Villarraga M. (1989), "Modelo teórico del comportamiento sísmico de presas", Basado en Investigaciones realizadas para Comisión Federal de Electricidad, Series del Instituto de Ingeniería, UNAM. No. 518, julio 1989.
- Romo M , (1978), "Soil-Structure Interaction in a Random Seismic Environment", Dissertation for the degree of Doctor of Philosophy in Engineering, University of California, Berkeley.
- Ruiz Abellón M.C. (2012), "Programa de la asignatura: Estadística, Tema 5, Procesos Estocásticos", Departamento de Matemática aplicada y estadística, Universidad Politécnica de Cartagena, España.
- SAP2000. <http://www.csimexico.mx/>
- Seed H. B. and Idriss I. M. , (1970), "Soil moduli and damping factors for dynamic response analysis", Report No. EERC 70-10, University of California, Berkeley.
- Villarraga H. Manuel R., (1987), "Respuesta aleatoria tridimensional de presas de tierra", Tesis para obtener el grado de Maestro en Ingeniería (Mecánica de Suelos), Tutor Dr. Miguel P. Romo Organista, División de Estudios de Posgrado, Facultad de Ingeniería, UNAM, marzo 1987.
- WANG Z., & Chongshi GU, (2011), "A New Non-Stationary Stochastic Seismic Ground Motion Model And Its Application", Advanced Materials Research Vols. 243-249.
- Zienkiewicz O. C: and Taylor R.L. (1986), "The Finite Element Method", Ed. Butterworth-Heinemann.

## APÉNDICE A

### A.1. Verificaciones cualitativas con un prisma chico

Las pruebas que se decidió realizar consistieron en someter un modelo de columna de pocos elementos (prisma chico) a una serie de excitaciones periódicas senoidales. Esto se debió a lo siguiente, cuando se obtiene el espectro de respuesta de dicha malla, este no manifiesta aspectos de resonancia del sistema y sólo se manifestarán las características del contenido de frecuencias de la señal de entrada, lo cual es necesario para saber si el algoritmo detecta correctamente dichas frecuencias, sobre todo en el caso en el que se varía la señal de entrada en diferentes instantes de tiempo. Al hacer el análisis por ventanas, se podrá observar que si se detectan cada una de las frecuencias presentes.

En vista de lo comentado anteriormente, para verificar el programa se hicieron dos tipos de verificaciones: a) cualitativas que se mencionan en este apéndice y b) cuantitativas que se hacen al comparar los resultados de este programa PTLUSHEV, con otros programas cuya confiabilidad es conocida. Así por ejemplo, se hicieron comparaciones con el programa SAP2000 y el NONSAP las cuales se presentan en el capítulo 4.

Para lograr el objetivo propuesto se eligieron las siguientes pruebas:

- a) análisis lineales y no lineales del comportamiento de un modelo simplificado de elemento finito constituido por un conjunto de doce elementos cúbicos (con 36 nudos), como el mostrado en la siguiente figura A.1 ( $G= 3000 \text{ lb/ft}^2$ ,  $\nu= 0.35$ ,  $\gamma= 120 \text{ lb/ft}^3$ ).

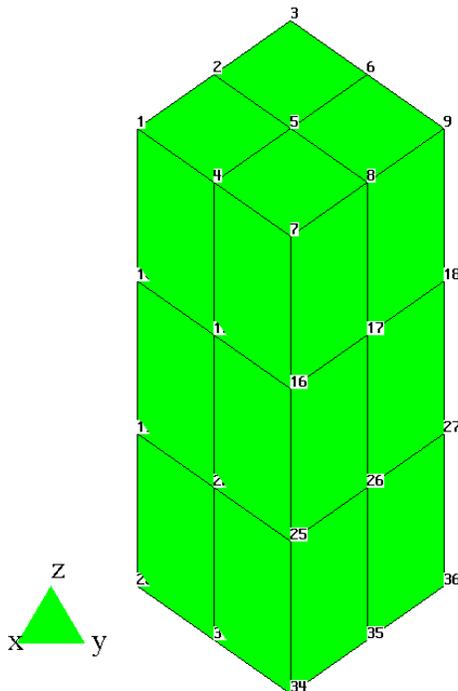


Figura A.1 Malla de elementos finitos para el ejemplo de verificación, que modela una columna.

En este caso la respuesta obtenida en el nudo central superior, se toma como el elemento que sirve para evaluar el comportamiento del programa. Además de los análisis elásticos, se hacen análisis inelásticos en los que se modifican las propiedades del módulo de elasticidad al cortante  $G$ , según el nivel de deformación alcanzado en la respuestas (de acuerdo con el método lineal equivalente). Esto se hace en análisis con diferente número de ventanas de tiempo (segmentos de la señal de tiempo completa). Estos análisis se hicieron con excitaciones periódicas senoidales, con frecuencias determinadas, ya sea con excitaciones a base de una sola función seno, con diferente frecuencia, o bien como una sumatoria de varios senos con diferente frecuencia cada uno de ellos actuando en toda la duración de la señal, o también con sumatorias que cambian en diferentes intervalos de tiempo. Esto último sirve para determinar la eficiencia del algoritmo desarrollado (expuesto en el capítulo 3) para detectar los cambios en el espectro de potencia, ya que desde un principio se sabe cuando se hizo el cambio de frecuencias en los datos de entrada.

b En los análisis no lineales se determinó la influencia de los cambios de frecuencias en la distribución final de módulos  $G$  de los elementos del modelo simplificado de cubos, a fin de ilustrar la importancia del estudio de procesos estocástico no estacionarios.

En lo que sigue se presentan los diferentes casos estudiados.

## *A.2. Ejemplos de verificación del programa*

Observación. En los ejemplos analizados se observó lo siguiente: En sistemas con masa pequeña y/o rigidez alta. La estructura se comporta como un cuerpo rígido y se mueve junto con el suelo no existe movimiento relativo. En el espectro: La máxima aceleración espectral es igual a la máxima aceleración del suelo. De esta manera en sistemas cuya frecuencia natural es alta ocurre esta situación. Por tanto, en un espectro de respuesta la tendencia es a crecer cuando aumenta la frecuencia, lo que explica porque en los espectros de respuesta obtenidos en los análisis realizados en este capítulo se nota una tendencia a que la ordenada del espectro (para frecuencias altas) crece al aumentar la frecuencia en el eje horizontal de las gráficas. Tomando en cuenta lo mencionado anteriormente en relación a las características de los espectros de respuesta de un sistema de un grado de libertad, al variar su masa y su rigidez, se tiene que cuando la frecuencia es muy alta, implica que su masa se mueve rígidamente con el terreno y tiende a tener la aceleración del terreno, por eso es la tendencia hacia arriba (Hacia la derecha) que se observó en las figuras de los casos analizados. A manera de ejemplo (por brevedad), sólo se presenta un caso de los análisis realizados.

### *A.2.1. Frecuencia variable por tramos*

Señales variables por tramos (una frecuencia que varía cada 20 s). Según las siguientes secuencias: a) 0.25, 0.5 y 1.0 Hz, b) 1.0, 0.5 y 0.25 y finalmente 0.25, 1.0 y 0.5 Hz.

En este caso se ensayaron señales donde la frecuencia cambio a cada 20 segundos. Las variaciones fueron según el orden en que se indican en los tres casos mencionados: Para cada una de las secuencias también se hicieron análisis para una, dos y cuatro ventanas (ver figura A.2).

### a) Secuencia 0.25, 0.5 y 1.0 Hz

Señales variables por intervalos de tiempo

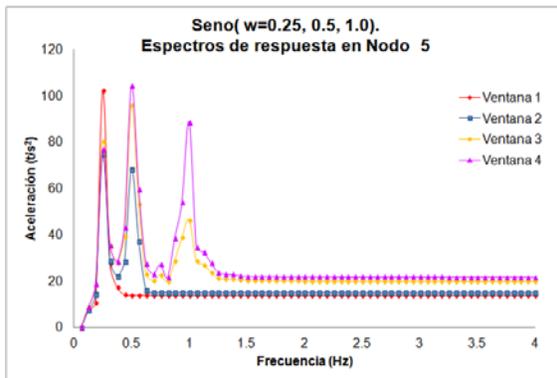
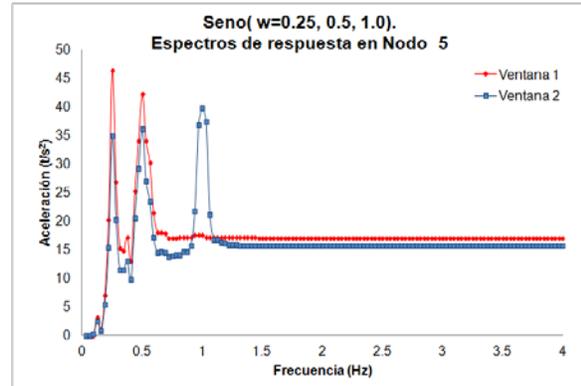
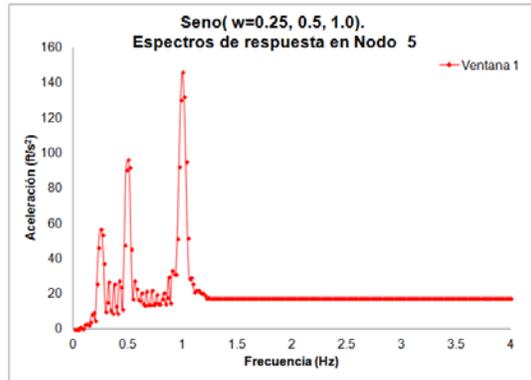


Figura A.2 Espectro de respuesta debido a una excitación formada por tres funciones seno de frecuencias 0.25, 0.5 y 1.0 Hz (actúan por intervalos de 20s cada una) en el nodo 5, análisis para una, dos y cuatro ventanas.

Comentarios.- Se puede observar de las figura anterior A.2 que el espectro de respuesta obtenido para el análisis una ventana, ya no es igual al de cada una de las ventanas del análisis para dos ventanas, y tampoco a cada una de las ventanas del caso con 4 ventanas, donde ahora los tres picos (frecuencias de 0.25, 0.5 y 1.0 Hz) que aparecen muestran variaciones, que revelan el efecto variable de la señal, que como se mencionó anteriormente se presentan no simultáneamente, ya que primero durante 20 segundos actúa una frecuencia de 0.25 Hz, luego 0.5 Hz otros 20 segundos y finalmente 1.0 Hz.

#### A.2.2 Análisis sobre la variación de módulos al variar con el tiempo la densidad espectral de potencia.

Con el propósito de mostrar cual es el efecto de la variación de las frecuencias, en el módulo de elasticidad  $G$ , de cada uno de los elementos de la malla de 12 elementos, en lo que sigue se presentan unas gráficas en las que se muestra en el eje de las abscisas el número de identificación de cada uno de ellos. Al respecto, se debe decir que la malla está constituida por tres capas de cuatro elementos cada una de ellas. La capa superior contiene los elementos 1 al 4, la intermedia del 5 al 8 y la inferior del 9 al 123. Por otra

parte, en el eje de las ordenadas aparece el valor del módulo  $G$ . Además, para determinar el valor del módulo según el nivel de deformación (de acuerdo con el método lineal equivalente), se hicieron varias iteraciones (en este caso 5), en las figuras se muestran los valores correspondientes a la primera y quinta iteración de cada etapa. En algunas de las figuras los valores de la primera y quinta iteración coincidieron, ya que en ese caso la convergencia ocurrió rápidamente.

Pudo observarse que en casi todos los casos el módulo se redujo más en la parte inferior (la correspondiente a los elementos 9 al 12).

Se presentan el caso de una de las tres secuencias donde las frecuencias actúan a cada 20 segundos.

### A.2.2.1. Frecuencia variable por tramos

a) Secuencia 1.0, 0.5 y 0.25 Hz

En la figura A.3 se muestran los resultados obtenidos en relación a la variación de módulos en los diferentes elementos de la malla mostrada en la figura A.1, para la secuencia de frecuencias de excitación de 1.0, 0.5 y 0.25 Hz, correspondientes a la variación desde la primera hasta la cuarta ventana.

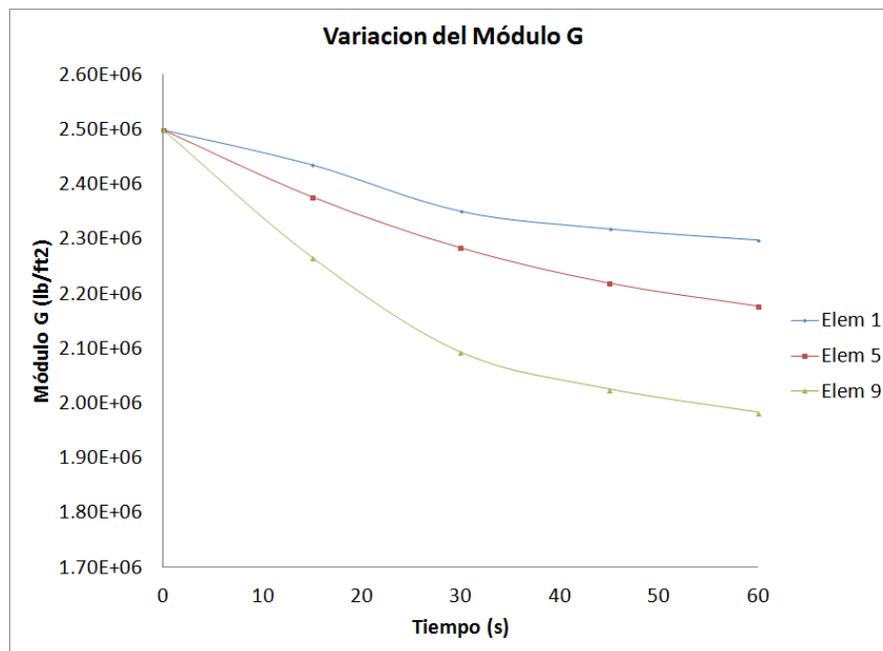


Figura A.3 Variación de módulos  $G$  con las iteraciones en diferentes elementos de la malla, debido a una excitación formada por tres funciones seno de frecuencias 1.0, 0.5 y 0.25 Hz (actúan separadamente cada una durante 20 s.). Análisis de cuatro ventanas.

Resultados desde la primera hasta la cuarta ventana, 20 s por cada ventana.

Comentario.- En las curvas de la figura A.3 se observa el valor del módulo a diferentes alturas de la columna. En las figuras el eje de abscisas indica el número del

elemento, en tanto que en el de las ordenadas está el valor del módulo. También en cada figura se muestra el resultado de la primera y la quinta iteración por ventana (ya que en cada ventana se hacen cinco iteraciones). Luego se observa que el procedimiento converge rápidamente; sin embargo, en algunas ocasiones el cambio en la secuencia de aparición de las frecuencias si altero un poco la convergencia notándose, cierta separación en las curvas, como se observa, por ejemplo, en la figura A.3 Esto ilustra que el cambio en la historia en el tiempo de las densidades espectrales de potencia, si altera la respuesta de los sistemas. Esto último se observa con mayor claridad en los casos que se presentan en más adelante en relación con una malla tridimensional de una presa.

## APÉNDICE B

Por razones de brevedad, en este apéndice, se presentan los análisis correspondientes a la secuencia 0.25, 0.5 y 1.0 Hz para los análisis de una ventana y las dos ventanas para el análisis de dos ventanas. Dentro del capítulo 4 sólo se presentan los resultados para el análisis de cuatro ventanas.

### a) Secuencia 0.25, 0.5 y 1.0 Hz

En esta secuencia los primeros 20 segundos actúa la frecuencia de 0.25 Hz, luego otros veinte segundos la de 0.5 Hz y finalmente otros 20 segundos la de 1.0 Hz. En las figuras B.1 y B.2 se muestran los resultados obtenidos en relación a la variación de módulos en los diferentes elementos de la malla mostrada en la figura 4.19, para la condición inicial y la correspondiente al análisis de una ventana después de cinco iteraciones, para la secuencia de frecuencias de 0.25, 0.5 y 1.0 Hz. Como una indicación adicional se presentan el valor mínimo (en color azul) y el máximo (en color rojo), correspondientes a la escala de colores.

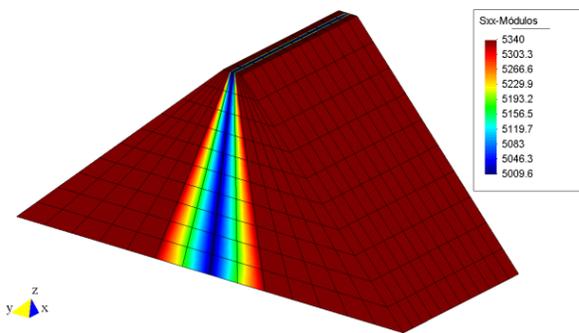


Figura B.1 Contornos de módulos G. Es la situación inicial. En la barra de colores, el valor mínimo en azul es 5009.6 y el máximo en rojo es 5340 lb/ft<sup>2</sup>

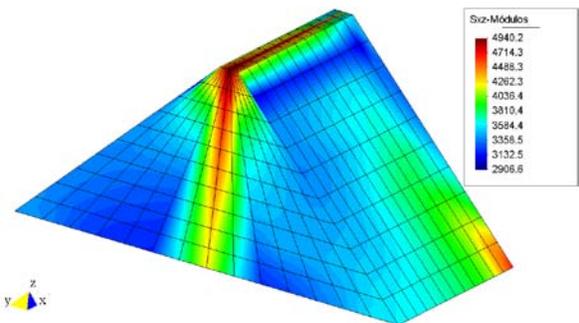


Figura B.2 Contornos de módulos G debido a una excitación formada por tres funciones seno de frecuencias 0.25, 0.5 y 1.0 Hz, para el análisis de una ventana. En la barra de colores, el valor mínimo en azul es 2906.6 y el máximo en rojo es 4940.2 lb/ft<sup>2</sup>

En las figuras B.3 y B.4 se muestran los resultados obtenidos en relación a la variación de módulos en los diferentes elementos de la malla mostrada en la figura 4.19, para la primera y segunda ventanas correspondientes al análisis de dos ventanas después de cinco iteraciones, para la secuencia de frecuencias de 0.25, 0.5 y 1.0 Hz.

Como una indicación adicional se presentan el valor mínimo (en color azul) y el máximo (en color rojo), correspondientes a la escala de colores.

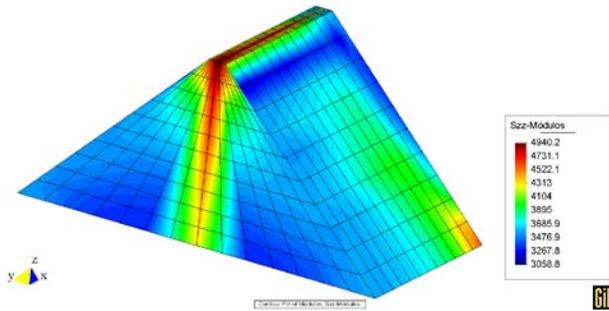


Figura B.3 Contornos de módulos G debido a una excitación formada por tres funciones seno de frecuencias 0.25, 0.5 y 1.0 Hz. para el análisis de dos ventanas. Resultado para la primera ventana. En la barra de colores, el valor mínimos en azul es 3058.8 y el valor máximo en rojo es 4940.2 lb/ft<sup>2</sup>.

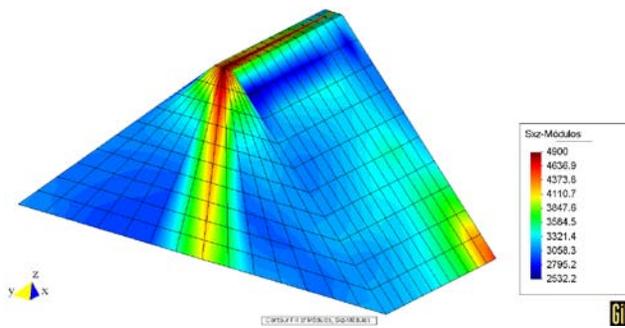


Figura B.4 Contornos de módulos G debido a una excitación formada por tres funciones seno de frecuencias 0.25, 0.5 y 1.0 Hz para el análisis de dos ventanas. Resultado para la segunda ventana. En la barra de colores, el valor mínimo en azul es 2532.2 y el valor máximo en guinda es 4900 y 4636.9 lb/ft<sup>2</sup>

### b) Secuencia 0.25, 1.0 y 0.5 Hz.

También por razones de brevedad, en este apéndice, se presentan los resultados correspondientes a la secuencia 0.25, 1.0 y 0.5 Hz, para el análisis de cuatro ventanas, mostrándose únicamente la tercera y cuarta ventanas.

En las figuras B.5 y B.6 se muestran los resultados obtenidos en relación a la variación de módulos en los diferentes elementos de la malla mostrada en la figura 4.16, para la tercera y cuarta ventanas correspondiente al análisis de cuatro ventanas para la secuencia de frecuencias de 0.25, 1.0 y 0.5 Hz.. Como una indicación adicional se presentan el valor mínimo (en color azul) y el máximo (en color rojo), correspondientes a la escala de colores.

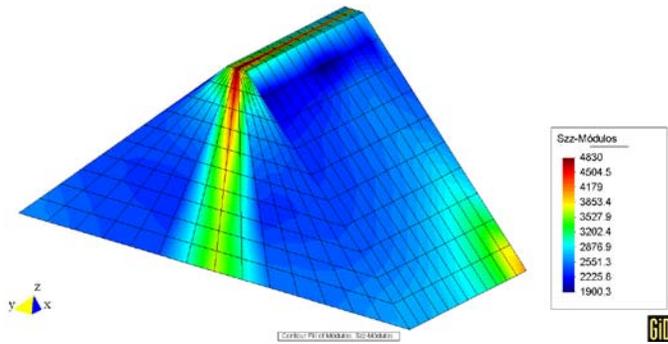


Figura B.5 Contornos de módulos G debido a una excitación formada por tres funciones seno de frecuencias 0.25, 1.0 y 0.5Hz para el análisis de cuatro ventanas. Resultado para la tercera ventana. En la barra de colores, el valor mínimo en azul es 1900.3 y el valor máximo en guinda es 4830.0 lb/ft<sup>2</sup>.

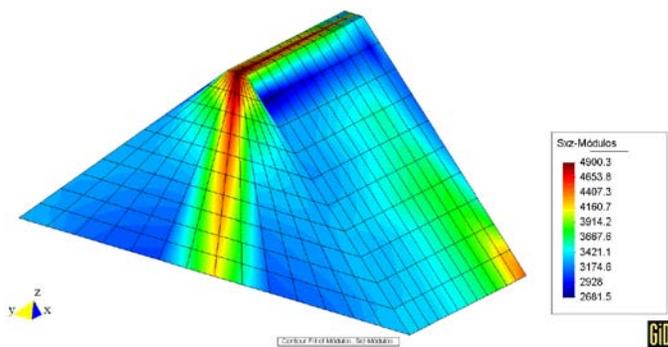


Figura B.6 Contornos de módulos G debido a una excitación formada por tres funciones seno de frecuencias 0.25, 1.0 y 0.5 Hz. para el análisis de cuatro ventanas. Resultado para la cuarta ventana. En la barra de colores, el valor mínimo en azul es 2681.5 y el valor máximo en guinda es 4900.3 lb/ft<sup>2</sup>.

Comentarios. En las figuras anteriores se puede observar lo siguiente: se manifiesta que los resultados son diferentes para una, dos y cuatro ventanas, y que además existen cambios al variar la secuencia de aparición de las tres frecuencias empleadas en los análisis. Esto fue parecido a lo observado en el caso anterior. Esto indica claramente que la historia de variación de la densidad espectral influye en los cambios de propiedades del material, es decir la degradación del material de la presa es diferente tanto en magnitud como en la distribución del efecto en el cuerpo de la presa. Esto justifica claramente el interés en generar el algoritmo propuesto en esta tesis.

## APÉNDICE C

### Comparación SAP2000 con NONSAP

Con el propósito de verificar entre sí los programas SAP2000 y NONSAP en la figura C.1 se ve que la comparación de espectros de respuesta, obtenidos para el nudo superior central de la malla del prisma, considerando análisis lineales entre ambos programas muestra una concordancia aceptable.

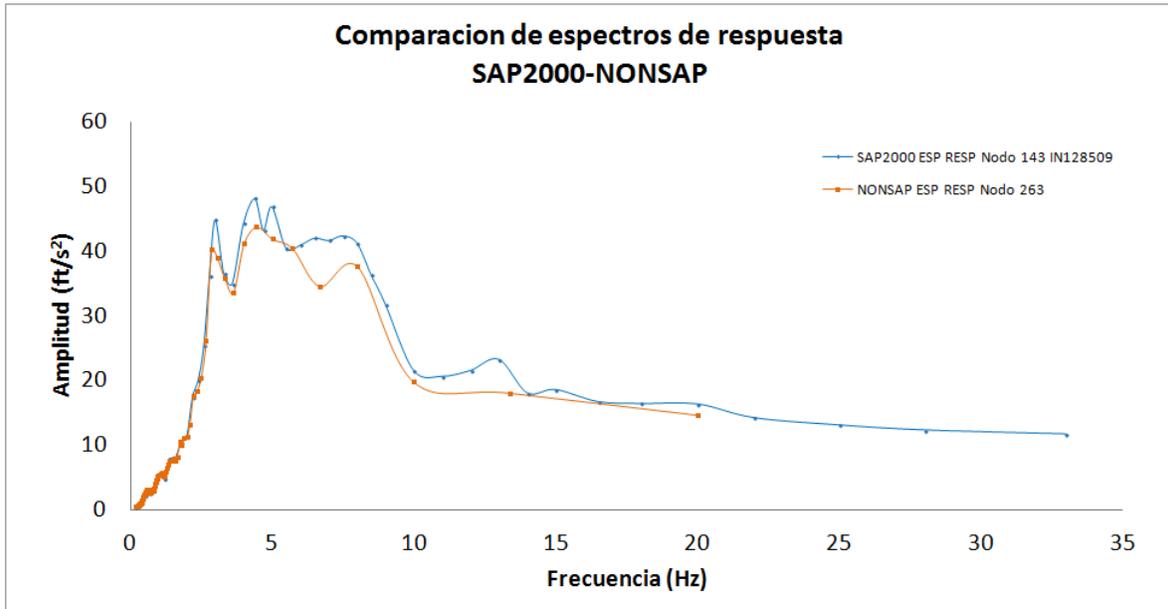


Figura C.1 Comparación de NONSAP con SAP2000