



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO
PROGRAMA DE MAESTRÍA Y DOCTORADO EN INGENIERÍA
INGENIERÍA EN EXPLORACIÓN Y EXPLOTACIÓN DE RECURSOS
NATURALES - YACIMIENTOS

MODELO DE CALENTAMIENTO ELECTROMAGNÉTICO A ESCALA DE
MATRIZ-FRACTURA

TESIS
QUE PARA OPTAR POR EL GRADO DE:
MAESTRO EN INGENIERÍA

PRESENTA:
ING. MANUEL DE JESÚS CORONADO MORALES

TUTOR PRINCIPAL
DR. ERICK EMANUEL LUNA ROJERO

MÉXICO, D. F. ENERO 2014

JURADO ASIGNADO

Presidente: Dr. Fernando Samaniego Verduzco

Secretario: Dr. Guillermo Cruz Domínguez Vargas

Vocal: Dr. Erick Emanuel Luna Rojero

1er Suplente: Dr. Edgar Rangel Germán

2do Suplente Dr. Teodoro Iván Guerrero Sarabia

Lugar donde se realizó la tesis:

Ciudad Universitaria, México, D.F.

TUTOR DE TESIS:

Dr. Erick Emanuel Luna Rojero

FIRMA

ÍNDICE

Lista de Tablas	i
Lista de Figuras	ii
Resumen	iv
CAPÍTULO I. Antecedentes	1
1.1. Estado del arte de la Recuperación Mejorada por métodos térmicos	1
1.2. Recuperación Mejorada	3
1.3. Calentamiento Electromagnético	5
CAPÍTULO II. Definición del problema	9
2.1 Problemática	9
2.2 Hipótesis	9
2.3 Objetivos	9
2.4 Alcance	10
CAPÍTULO III. Modelo Propuesto	11
3.1 Modelo Físico Matriz-Fractura	11
3.2 Modelo Matemático Matriz-Fractura	15
3.3 Modelo Numérico en Diferencias Finitas	25
3.4 Condiciones Iniciales y Condiciones de Frontera	30
3.5 Estructuración del programa	31
CAPÍTULO IV. Casos de Estudio	36
4.1 Consideraciones Generales	36
4.2 Caso Base	38
4.3 Caso Inyección de Agua Caliente	40
4.4 Caso Calentamiento Electromagnético	43
4.5 Caso Combinado	45
CAPÍTULO V. Análisis e Interpretación de Resultados	48
5.1 Caso Base vs Caso de Inyección de Agua Caliente	48
5.2 Caso Base vs Caso de Calentamiento Electromagnético	50
5.3 Caso de Inyección de Agua Caliente vs Caso de Calentamiento Electromagnético	52
5.4 Caso Base, Caso de Inyección de Agua Caliente, Caso de Calentamiento Electromagnético vs Caso Combinado	55

CAPÍTULO VI. Conclusiones y Recomendaciones	57
Nomenclatura	58
Apéndice A	60
Apéndice B	62
Bibliografía	63

LISTA DE FIGURAS

Fig. 1.1	Volumen original descubierto sujeto a procesos de recuperación adicional y potencial de aplicación.	1
Fig. 1.2	Porcentaje del volumen original probado de aceite nacional sometido a un proyecto de recuperación.	2
Fig. 1.3	Clasificación de Recursos y Reservas en México conforme a la PRMS al 1 de enero del 2012, Aceite (CNH, 2012).	2
Fig. 1.4	Nueva propuesta de clasificación de métodos de IOR-EOR	4
Fig. 1.5	Esquema de configuración de pozos para calentamiento por Efecto Joule.	6
Fig. 1.6	Representación de un sistema de calentamiento resistivo en pozos verticales y horizontales.	8
Fig. 3.1	Idealización de un Yacimiento Naturalmente Fracturado.	12
Fig. 3.2	Esquema del bloque del yacimiento.	12
Fig. 3.3	Esquema del bloque propuesto.	13
Fig. 3.4	Modelo físico de matriz-fractura simplificado.	13
Fig. 3.5	Modelo físico de matriz-fractura con entrada de un fluido.	14
Fig. 3.6	Modelo físico de matriz-fractura.	14
Fig. 3.7	Modelo de Matriz-Fractura	30
Fig. 3.8	Diagrama de flujo del programa.	32
Fig. 4.1	Simulación 2D de saturación de agua, Caso Base.	38
Fig. 4.2	Gráfica de saturación de agua, Caso Base.	39
Fig. 4.3	Simulación 2D de temperatura, Caso Base.	39
Fig. 4.4	Gráfica de temperatura, Caso Base.	40
Fig. 4.5	Simulación 2D de saturación de agua, Caso de Inyección de Agua Caliente.	41
Fig. 4.6	Gráfica de saturación de agua, Caso de Inyección de Agua Caliente.	41
Fig. 4.7	Simulación 2D de temperatura, Caso de Inyección de Agua Caliente.	42
Fig. 4.8	Gráfica de temperatura, Caso de Inyección de Agua Caliente.	42
Fig. 4.9	Simulación 2D de saturación de agua, Caso de Calentamiento Electromagnético.	43
Fig. 4.10	Gráfica de saturación de agua, Caso de Calentamiento Electromagnético.	44
Fig. 4.11	Simulación 2D de temperatura, Caso de Calentamiento Electromagnético.	44
Fig. 4.12	Gráfica de temperatura, Caso de Calentamiento Electromagnético.	45
Fig. 4.13	Simulación 2D de saturación de agua, Caso Combinado.	46
Fig. 4.14	Gráfica de saturación de agua, Caso Combinado.	46
Fig. 4.15	Simulación 2D de temperatura, Caso Combinado.	47
Fig. 4.16	Gráfica de temperatura, Caso Combinado.	47
Fig. 5.1	Gráfica de factor de recuperación, Caso Base vs Caso de Inyección de Agua Caliente.	49

Fig. 5.2	Gráfica de temperatura, Caso Base vs Caso de Inyección de Agua Caliente.	49
Fig. 5.3	Gráfica de factor de recuperación, Caso Base vs Caso de Calentamiento Electromagnético.	50
Fig. 5.4	Gráfica de temperatura, Caso Base vs Caso de Calentamiento Electromagnético.	51
Fig. 5.5	Gráfica de factor de recuperación, Caso de Inyección de Agua Caliente vs Caso de Calentamiento Electromagnético.	52
Fig. 5.6	Gráfica de temperatura, Caso de Inyección de Agua Caliente vs Caso de Calentamiento Electromagnético.	53
Fig. 5.7	Acoplamiento y desacoplamiento a tiempos cortos.	53
Fig. 5.8	Acoplamiento y desacoplamiento a tiempos largos.	54
Fig. 5.9	Gráfica de factor de recuperación del Caso Combinado contras los otros casos.	55
Fig. 5.10	Gráfica de temperatura del Caso Combinado contras los otros casos.	56

RESUMEN

En México gran parte de la producción de aceite proviene de yacimientos naturalmente fracturados; teniendo en cuenta que la mayor parte de las reservas que se incorporarán son de aceite pesado y extra-pesado, es evidente que se tiene que poner énfasis en la recuperación de este tipo de aceite. Debido a los grandes volúmenes remanentes en estos yacimientos, ha surgido la necesidad de estudiar diferentes alternativas de explotación para maximizar la recuperación de aceite.

Una alternativa para la explotación de los yacimientos de aceite pesado y extra-pesado es la implementación de procesos térmicos de recuperación mejorada. Dentro de este tipo de procesos, pueden mencionarse la inyección de agua caliente, inyección de vapor (cíclica y alterna) y combustión in-situ. Ahora bien, existen algunos métodos que no han sido estudiados a profundidad, como el calentamiento electromagnético, objeto de esta investigación.

Este método consiste básicamente en convertir la energía eléctrica en energía térmica (por efecto Joule), causando una reducción en la viscosidad del fluido de formación y mejorando su movilidad.

Se han realizado algunos estudios e implementaciones del método en yacimientos homogéneos a nivel mundial teniendo resultados favorables; sin embargo no se ha efectuado algún estudio en yacimientos naturalmente fracturados.

Por lo tanto, en el presente trabajo se propone un modelo de calentamiento electromagnético a escala matriz-fractura como primera aproximación para estudiar el fenómeno y la zona de influencia del método. Por tal efecto, se desarrolló un modelo de doble porosidad con dos fases para simular el comportamiento de un aceite pesado o extra-pesado en un sistema bidimensional, y se analizó el comportamiento del aceite al añadirle calor a través de una corriente eléctrica.

Entre las consideraciones del modelo pueden mencionarse la nula expansión térmica del sistema roca-fluido, la existencia de un flujo en la fractura y que la apertura de la fractura es constante; con estas simplificaciones, el modelo tiene un importante grado de complejidad.

Se analizaron diversos casos, como la recuperación primaria de un aceite pesado y la inyección de agua caliente. Al ser analizado el comportamiento de la recuperación de aceite en estos casos, se pudo validar dicho modelo propuesto.

Para complementar el presente trabajo; se analizó el caso del calentamiento electromagnético contra los casos propuestos, con el fin de visualizar cuál de estos tendría el factor de recuperación más favorable.

CAPÍTULO I: ANTECEDENTES

1.1. Estado del arte de la recuperación mejorada por métodos térmicos en México

La mayor parte de la producción y de las reservas de hidrocarburos en México provienen de los campos localizados en la región Sureste del país. En esta zona predominan los yacimientos asociados a rocas carbonatadas, en donde se presentan grandes producciones de hidrocarburos, relacionadas con un sistema complejo de porosidad y el predominio de las fracturas naturales y cavidades de disolución. A este tipo de yacimientos se les denomina yacimientos naturalmente fracturados. En México, el 94.5% de la producción y el 67% de las reservas de hidrocarburos, se encuentran asociadas a este tipo de yacimiento.

El volumen de las reservas totales de hidrocarburos en México fue de 59,420 millones de barriles de petróleo crudo equivalente (MMbpce) al 1° de enero de 2013¹. De dicho volumen, las reservas probadas de petróleo crudo ascendieron a 10,073.2 MMb. De esta cantidad, 61.0% correspondió a petróleo pesado, 27.9% a ligero y 11.1% a superligero.

Volumen original descubierto de aceite: 263,322 MMb

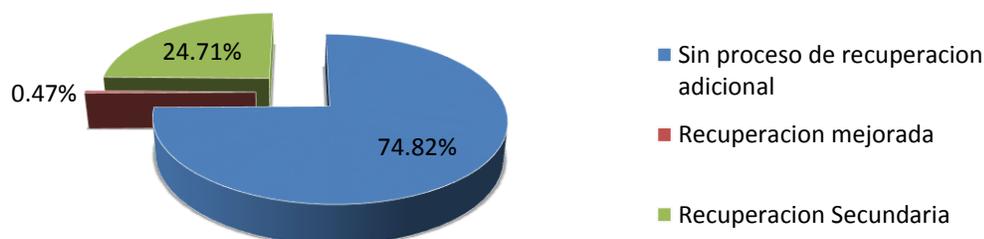


Fig. 1.1. Volumen original descubierto sujeto a procesos de recuperación adicional y potencial de aplicación (Anuario Estadístico, PEMEX 2013²).

Como se muestra en la Figura 1.1, el 25.18% del volumen original descubierto de aceite tiene asociado un proceso de recuperación adicional; por lo tanto, el volumen susceptible de aplicarle un proceso de recuperación adicional, es del 74.82%. De acuerdo a la figura, es clara la reducida aplicación de procesos de recuperación mejorada.

Del análisis del volumen original de aceite probado, se concluye que solamente 78,929.1 MMb (49.2%) ha estado sujeto a un proceso de recuperación secundaria,

mientras que solo 1,443.83 MMb (0.9%) se ha sometido a un proceso de recuperación mejorada, Figura 1.2, por lo que se concluye que existe un potencial del volumen original probado de 79,891.7 MMb (49.8%) susceptible para la aplicación de procesos de recuperación adicional.

Volumen original probado de aceite: 160,425 MMb

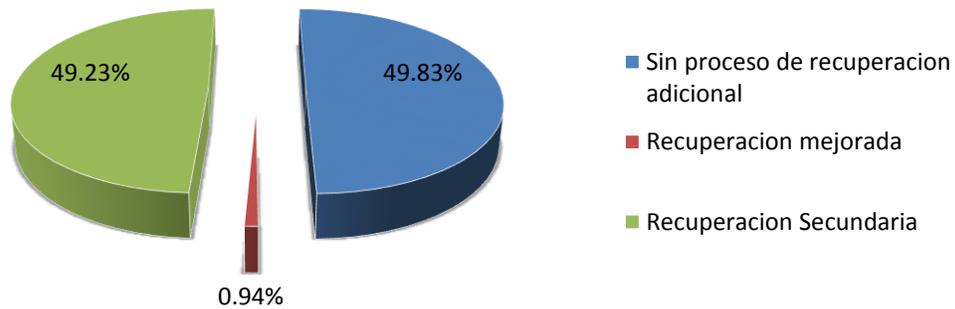


Fig. 1.2. Porcentaje del volumen original probado de aceite nacional sometido a un proyecto de recuperación adicional (Anuario Estadístico, PEMEX 2013²).

Con respecto a los proyectos de recuperación mejorada, específicamente los métodos térmicos, se han utilizado muy poco, representando menos del 1%. Estos métodos tienen un gran potencial de aplicación debido a que se tiene una cantidad importante de aceite residual en los yacimientos, Figura 1.3.

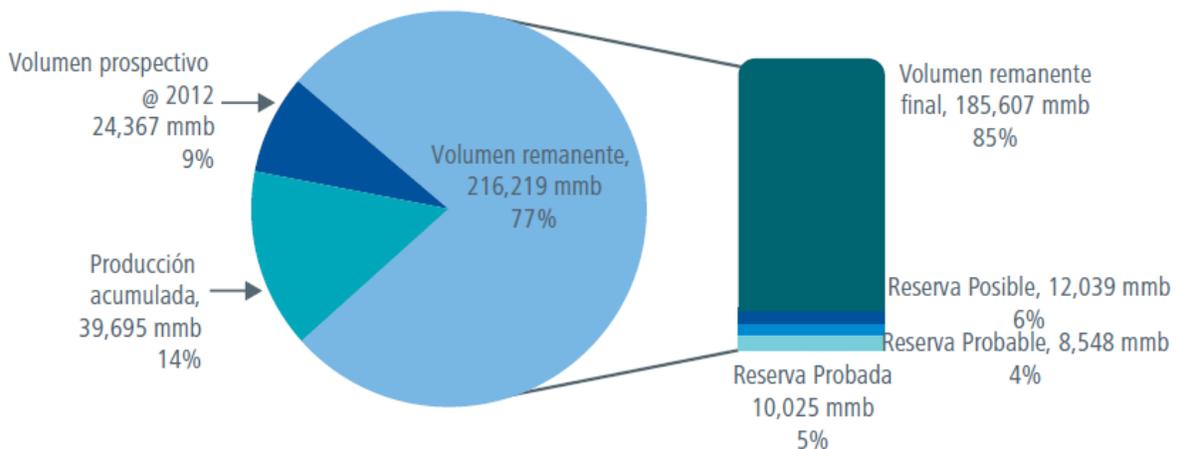


Fig. 1.3. Clasificación de Recursos y Reservas en México conforme a la PRMS al 1 de enero del 2012, Aceite (CNH, 2012³).

Si pudiéramos detonar tan sólo el 10% del volumen remanente, tendríamos aproximadamente 21 mil millones de barriles adicionales de producción de petróleo. Esto es un potencial del orden de las reservas 2P (probables y probadas) y más del doble de las reservas 1P (probadas) hoy conocidas en el país. Si sólo habláramos del 5% como producto recuperable de los métodos de EOR, se tendría un volumen

superior a las reservas 1P. Si este volumen pudiera explotarse en 20 años, se podría incrementar la producción nacional en más de 1.5 millones de barriles diarios.

Para detonar este potencial y verlo reflejado en las reservas de México y en un incremento considerable de la producción nacional, es necesario establecer una estrategia de recuperación mejorada con una visión de largo plazo, tomando en cuenta que los proyectos de inversión tienen horizontes de 20 años o mayores y requieren un análisis adecuado de costos.

Debido a que la mayoría de los campos de México son campos maduros, prácticamente todos requerirán eventualmente incrementar su factor de recuperación a través de métodos de recuperación mejorada, incluyendo los campos maduros, así como los más pequeños y en el largo plazo inclusive los campos que se descubra en aguas profundas. Por esta razón es de suma importancia establecer una estrategia para la implementación de métodos de recuperación mejorada, tanto en campos maduros, como en campos jóvenes y llevar a cabo las investigaciones necesarias para elegir el mejor método a implantar.

A partir de esta información, los métodos de recuperación mejorada tienen una oportunidad excelente para incrementar la recuperación del aceite que aún permanece en los yacimientos, por lo que hay que destacar la importancia de los estudios experimentales para determinar el proceso más eficiente de acuerdo al tipo de yacimiento y a las propiedades de los fluidos.

1.2. Recuperación Mejorada

Después de las recuperaciones primaria y secundaria, el yacimiento contiene todavía 60-80% de su volumen original⁴. Esto se debe a que la eficiencia de los métodos de recuperación primaria y secundaria está limitada por dos factores:

- A la escala de los poros, el crudo alcanza una saturación residual suficientemente baja, presentándose en forma de glóbulos discontinuos, atrapados por las fuerzas capilares.
- A la escala del yacimiento existen ciertas zonas en las cuales el fluido inyectado durante la recuperación secundaria no penetra, debido a su baja permeabilidad, porque siguen caminos preferenciales, o porque la geometría de implantación de los pozos no es favorable.

Bajo estas condiciones, se implanta un proceso de recuperación terciaria o mejorada, lo cual constituye la tercera etapa de producción. Los procesos de recuperación mejorada consisten principalmente en la inyección de gases, productos químicos y el uso de energía térmica, para el desplazamiento adicional del aceite después de un proceso de recuperación secundaria.

La Comisión Nacional de Hidrocarburos⁵ describe a la recuperación mejorada como, “la recuperación de aceite obtenida al inyectar materiales que normalmente no están presentes en el yacimiento, o materiales que comúnmente están en el yacimiento pero que son inyectados a condiciones específicas con el fin de alterar considerablemente el comportamiento físico-químico de los fluidos del yacimiento. Esta definición abarca todos los modos de procesos de recuperación (desplazamientos, remojo e intervenciones a pozo), y considera muchas sustancias para la recuperación de aceite”, ellos presentan una nueva propuesta de clasificación de métodos de IOR-EOR, esta se muestra en la Fig.1.4.

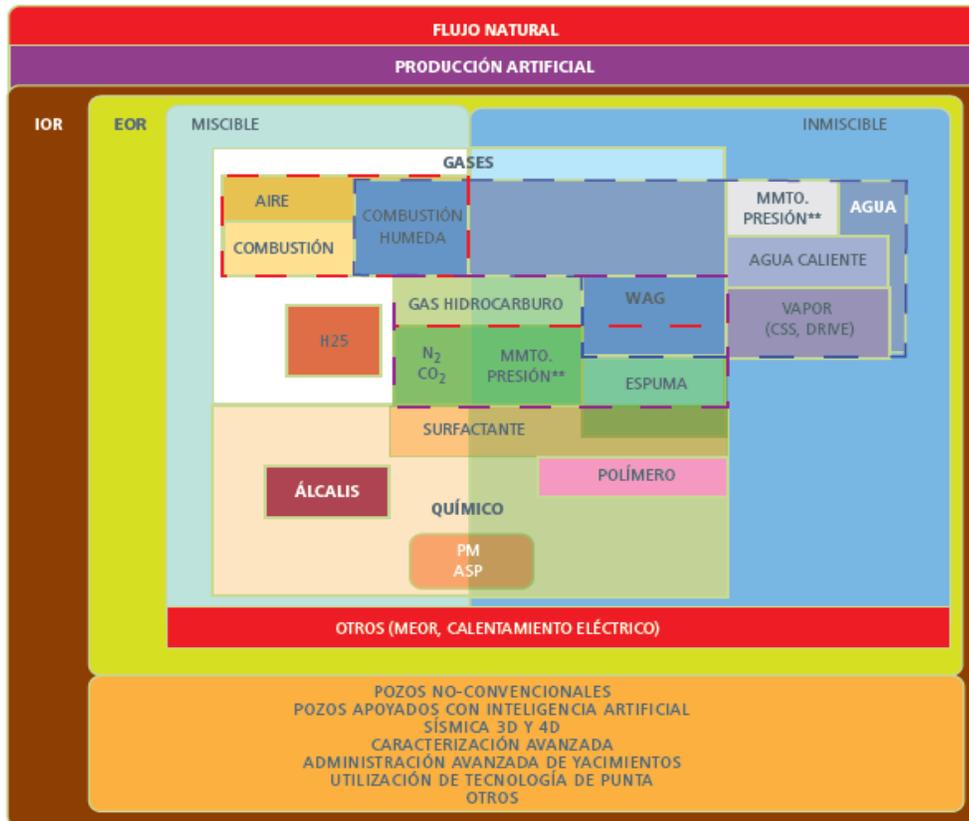


Fig. 1.4. Nueva propuesta de clasificación de métodos de IOR-EOR (CNH, 2012⁵).

Los métodos de recuperación térmica⁶ buscan disminuir la viscosidad de los fluidos, disminuyendo así, la resistencia al flujo y, por ende, permiten que las fuerzas desplazantes presentes en el yacimiento aumenten la producción de crudo. En la estimulación térmica, la reducción de la resistencia al flujo se logra mediante el calentamiento del pozo y del área del yacimiento a su alrededor. La reducción de la viscosidad reduce la resistencia al flujo.

Los procesos térmicos consisten típicamente en el uso de vapor o agua caliente; también pueden depender de la generación in-situ de energía térmica, a través de la combustión del aceite que se encuentra en la formación.

La estimulación térmica es el único tratamiento efectivo para yacimientos de crudo viscoso con pobre continuidad lateral. Como los efectos están confinados alrededor del pozo, la estimulación térmica mejora rápidamente las tasas de producción de aceite.

Mientras que la inyección de vapor y la combustión In Situ pueden ser métodos eficaces para mejorar la producción de crudos pesados y extra-pesados, existen ciertas situaciones en las que dadas las condiciones del yacimiento pueden no funcionar muy bien. Estas pueden ser:

- Formaciones muy profundas, donde las pérdidas de calor en el pozo son significativas y la calidad del vapor que llega a la formación es muy baja.
- Zonas de bajo espesor donde las pérdidas de calor a formaciones (no productoras de aceite) adyacentes pueden ser significativas.
- Formaciones de baja permeabilidad, donde el fluido inyectado puede tener dificultades para penetrar profundamente en el yacimiento.
- Pozos heterogéneos donde franjas de alta permeabilidad o fracturas pueden causar una temprana penetración de fluido de inyección y reducir el avance del barrido.
- Situaciones en las que la generación e inyección de vapor puede ser ambientalmente inaceptable o comercialmente no rentable (en espacios limitados o en plataformas costa fuera).
- Yacimientos donde sea complicado controlar los frentes de combustión debido a las propiedades de la roca.

En tales casos una alternativa que pudiese resultar viable para calentar el aceite pesado o extra-pesado es el calentamiento electromagnético.

1.3. Calentamiento Electromagnético

Este método consiste básicamente en convertir energía eléctrica en energía térmica (por efecto Joule), causando una reducción en la viscosidad del fluido de formación y mejorando su movilidad dentro del mismo.

Existen dos métodos de calentamiento electromagnético: el calentamiento de baja frecuencia de resistividad eléctrica (óhmica) y el calentamiento de alta frecuencia de microondas. El primero de estos métodos es el analizado en este trabajo y el segundo no se analizará debido a que su alcance es sólo local y tiene una baja penetración en la formación.

El proceso involucra el uso de pozos adyacentes como electrodos los cuales actuarán como ánodos (+) y cátodos (-) por los cuales se inducirá una corriente eléctrica alterna para calentar el yacimiento.

Calentamiento de resistencia eléctrica de baja frecuencia.

El calentamiento por medio de una resistencia eléctrica o calentamiento óhmico (EMH) ocurre cuando una corriente alterna de baja frecuencia fluye a través del yacimiento, y la energía eléctrica se convierte en calor⁷. Los principales parámetros, tanto de la roca como de los fluidos que influyen durante un proceso de calentamiento electromagnético por efecto Joule son:

- Viscosidad del aceite y agua
- Permeabilidad relativa K_r
- Expansión térmica
- Conductividad térmica
- Frecuencia eléctrica
- Salinidad del agua de formación

En la configuración más simple, dos pozos productores de aceite vecinos pueden actuar como el cátodo (-) y el ánodo (+), respectivamente. Una vez definido esto y colocados los electrodos, se aplica una diferencia de potencial a través de los dos electrodos y la trayectoria que seguirá la corriente eléctrica a través de la formación está dada por el agua de la misma formación. Por lo tanto, es necesario tener en cuenta ciertas consideraciones para mantener el circuito eléctrico:

1.- Las temperaturas del agua de formación deben mantenerse por debajo del punto de ebullición (a la presión de la formación) para evitar que se evapore.

2.- Se requiere de una saturación de agua de formación (S_{wi}) mínima, aproximadamente del 30%, para que se pueda lograr un buen efecto de calentamiento mediante este método.

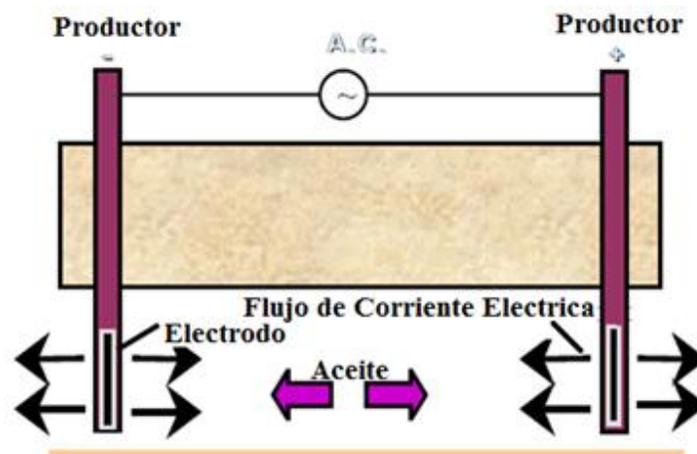


Fig. 1.5. Esquema de configuración de pozos para calentamiento por Efecto Joule (Sahni, Kumar, Knapp, 2000⁷).

En un procedimiento de calentamiento resistivo los componentes principales del sistema son:

- 1.- El montaje de los electrodos, que consiste en segmentos de tuberías de revestimiento (TR) y juntas de aislamiento eléctrico de fibra de vidrio, es prediseñada utilizando estudios de optimización de la potencia de gasto de flujo basados en las características del yacimiento.
- 2.- La unidad de acondicionamiento de potencia, que provee los medios para modificar la línea de potencia (generalmente 480V, 50/60Hz) a una forma adecuada para entregarla al yacimiento. Un rango de frecuencias pueden ser producidas para optimizar el consumo de la potencia y entregarla eficientemente. Las unidades típicas acondicionadas de potencia están disponibles en módulos de 100 KW y pueden ser conectadas en paralelo o en serie para relacionar diferentes requerimientos de cargas convenientes para una aplicación particular.
- 3.- El sistema de entrega de potencia, consiste en una tubería y un sistema de cableado que provee los medios para suministro de potencia eficiente de manera segura. Los objetivos del diseño del sistema de entrega de potencia son minimizar las pérdidas eléctricas, evitar la obstrucción al sistema de producción existente del pozo y evitar concentraciones locales de calor en cualquier parte de pozo.
- 4.- El sistema base es diseñado para regular el flujo de energía en el yacimiento.
- 5.- El sistema de monitoreo, provee hardware y software para un control manual o automático y monitoreo de la potencia y temperatura a través de pruebas montadas en el sistema.

La corriente viaja desde la unidad de acondicionamiento de potencia a través del sistema de entrega a un montaje de electrodos. El electrodo está en contacto eléctrico con la formación. La corriente es forzada a fluir a través del yacimiento y regresar a la unidad de acondicionamiento de potencia mediante el sistema de regreso a tierra. Un exceso en la potencia, puede resultar en temperaturas muy altas y llegar a dañar el ensamble de electrodos.

El arreglo mencionado es para pozos verticales, pero de igual manera puede adaptarse a otro tipo de sistemas; por ejemplo, poniendo pozos verticales y horizontales simultáneamente, dará un tipo de arreglo muy diferente, pero sus componentes principales no cambiarían.

La Fig. 1.5 muestra como sería el esquema al poner pozos horizontales juntos con pozos verticales.

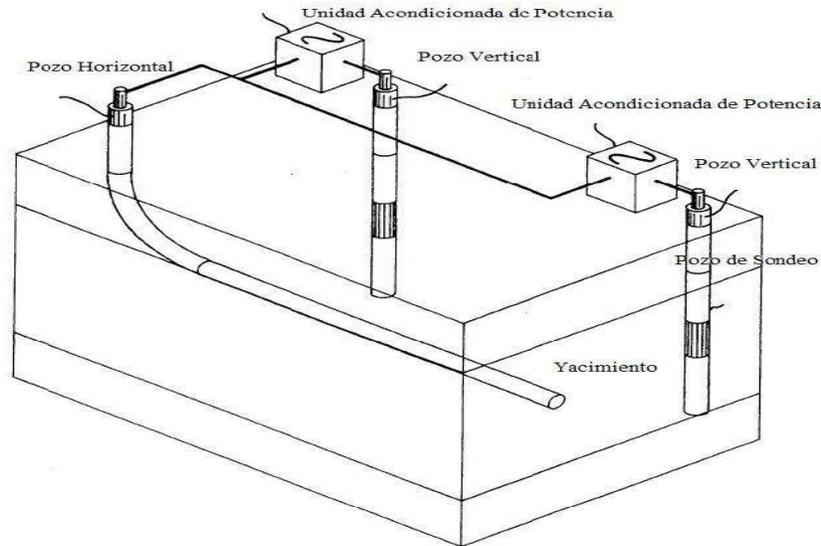


Fig. 1.6. Representación de un sistema de calentamiento resistivo en pozos verticales y horizontales (Vermeulen, Mc Gee & Yu, 1999⁸).

En el caso de los pozos horizontales, los mecanismos de transferencia de calor son diferentes que para pozos verticales, por lo cual es necesario comprender este aspecto y tenerlo en cuenta a la hora de diseñar el sistema de calentamiento electromagnético; dichos mecanismos de transferencia de calor son:

- Calentamiento por conductividad eléctrica en el yacimiento.
- Transferencia conductiva de calor desde los pozos horizontales al yacimiento.
- Enfriamiento convectivo debido a la movilización de fluidos hacia el pozo de sondeo.

Las características que se requieren para que un proceso de calentamiento electromagnético resulte más eficiente son:

- 1) Yacimientos donde cantidades mínimas de calor pueden causar efectos considerables en la producción.
- 2) Yacimientos de aceite pesado (de entre 10 y 20 °API) donde el vapor no puede ser utilizado por factores como problemas de inyectividad o profundidad.
- 3) Yacimientos de aceite pesado en rocas calizas.
- 4) Yacimientos con alta permeabilidad y/o fracturas.
- 5) Yacimientos de poco espesor (mínimo 2 metros) donde las pérdidas de calor por inyección de vapor a formaciones adyacentes son muy significativa.
- 6) Viscosidad de aceite de 100 Cp o más.
- 7) Resistividad de la formación de 30 [ohm/metro] o superior.

CAPÍTULO II: DEFINICIÓN DEL PROBLEMA

2.1 Problemática

Existe en México una gran cantidad de yacimientos de aceite pesado y extra-pesado con un volumen importante de aceite remanente, por lo que es fundamental obtener el máximo de aceite adicional al que se obtendría con la energía propia del yacimiento. Es por esto que se necesita buscar nuevos métodos de recuperación mejorada que nos ayuden a disminuir la saturación de aceite remanente y así incrementar el factor de recuperación.

Debemos tomar en cuenta que en México gran parte de los yacimientos son naturalmente fracturados, lo cual implica una mayor complejidad en su explotación, así como en la elección del método de recuperación mejorada.

En estos yacimientos se tiene un contraste en la movilidad de los fluidos presentes en el sistema matriz-fractura, debido a las diferencia de permeabilidad, por lo cual es importante buscar nuevos métodos de recuperación mejorada que nos ayuden a reducir la viscosidad del aceite y permitir que este se desplace más fácilmente de la matriz a la fractura.

2.2 Hipótesis

El calentamiento electromagnético como método de recuperación mejorada, aumentará la recuperación del aceite remanente en yacimientos naturalmente fracturados.

2.3 Objetivo

Generar un modelo de calentamiento electromagnético para yacimientos naturalmente fracturados de aceites pesados o extra-pesados, a escala matriz-fractura, que permita estudiar la zona de influencia de este método de recuperación, así como también el incremento en el factor de recuperación para este tipo de yacimientos.

2.4 Alcance

- Diseñar un modelo matemático que represente el calentamiento electromagnético en yacimientos naturalmente fracturados de aceite pesado o extra-pesado. Con la característica principal que se realizará con un flujo a contra-corriente, esto es para que se represente el proceso con la mayor realidad posible. Así como también acoplar en el modelo las condiciones necesarias si se implementará otro método de recuperación mejorada, en este caso una inyección de agua caliente.
- Desarrollar un programa que permita visualizar el calentamiento en la matriz, con la finalidad de observar su área de alcance y cuantificar el volumen de aceite que se llegara a desplazar. Además se espera obtener el factor de recuperación de aceite.
- Estudiar varios casos propuestos, donde sea posible visualizar como se comportaría el modelo en diferentes escenarios, como por ejemplo: si es comparado con algún otro método de recuperación mejorada o si implementa de manera combinada con algún otro método.
- Verificar si el calentamiento electromagnético funciona de manera adecuada en yacimientos naturalmente fracturados de aceite pesado o extra-pesado, ya que sólo se ha implementado en yacimientos de arenas. Es importante determinar si este método funciona o no, y si su aplicación es mejor de forma individual o combinado con algún otro método.

CAPÍTULO III: MODELO PROPUESTO DE CALENTAMIENTO ELECTROMAGNÉTICO

En este capítulo se presenta el modelo físico seleccionado para el desarrollo; éste consiste en seleccionar un bloque de matriz y una fractura, involucrando los fluidos del yacimiento, así como también la inyección de un fluido junto con la corriente eléctrica que se hará pasar en el sistema; además se muestra el desarrollo del modelo matemático y numérico que resultó a partir del mismo. También se incluyen las condiciones iniciales y de frontera que se ocuparon para su desarrollo, así como en la programación en la cual se realizó y su respectivo diagrama de flujo.

Para el desarrollo de un modelo matemático se necesita conocer primero el modelo físico que se va a emplear, por lo cual éste se presenta a continuación.

3.1 Modelo Físico Matriz-Fractura

Actualmente en el mundo se está empezado a implementar el método de calentamiento electromagnético en yacimientos de arenas de aceite pesado y extra-pesado, teniendo como resultado factores de recuperación favorables.

Para la aplicación del método de calentamiento electromagnético en yacimientos de arenas, los modelos realizados solo incluyen ecuaciones que expresan la potencia eléctrica necesaria para calentar el aceite, estas dependientes de la resistencia del medio, la intensidad de la corriente y las saturaciones de aceite y agua inicial.

Debido a la estructura de los yacimientos fracturados se tiene una gran incertidumbre si este método puede funcionar a lo largo de todo el yacimiento o sólo está actuando en un área específica, por lo que se propone desarrollar un modelo para conocer como sería su comportamiento a través de todo el yacimiento.

Con lo anterior se presenta el reto de generar un modelo físico capaz de asimilar cualitativamente el desplazamiento del aceite calentado de la matriz hacia la fractura, capaz de adaptarse a las variaciones del tamaño de bloque de matriz y las dimensiones de la fractura, considerando la inyección de agua y la resistencia eléctrica de la matriz.

El modelo físico propuesto está ubicado en el yacimiento; se toma un bloque del yacimiento, el cual se va a visualizar utilizando el modelo propuesto por Warren & Root (1963) para yacimientos naturalmente fracturados.

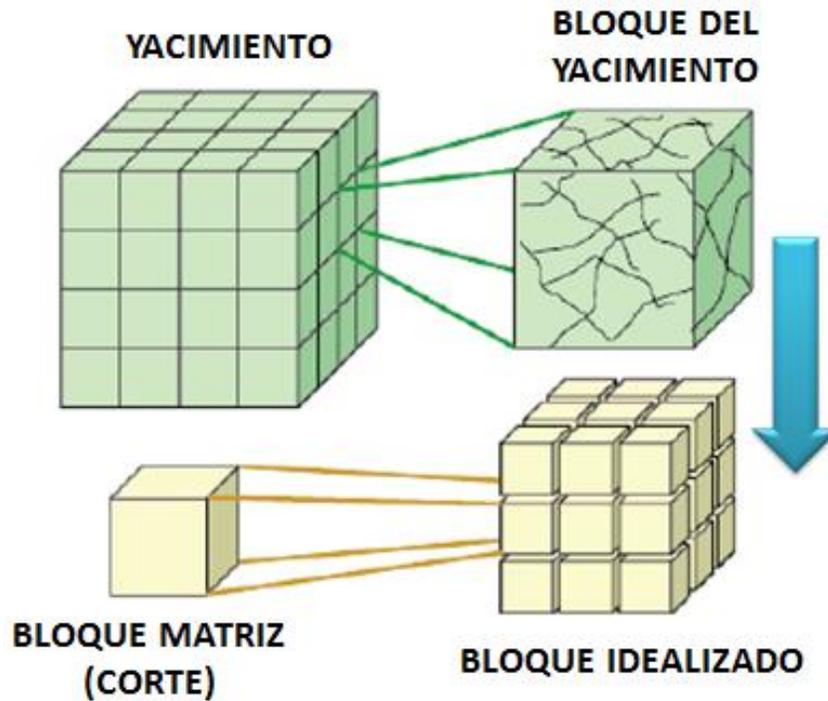


Fig. 3.1. Idealización de un Yacimiento Naturalmente Fracturado (Modelo de Warren y Root, 1963⁹).

Partiendo de este modelo, se tomará una sección del bloque idealizado, donde se colocarán los ejes en un vértice, también es importante mencionar que se debe tomar en consideración la fractura en el desarrollo.

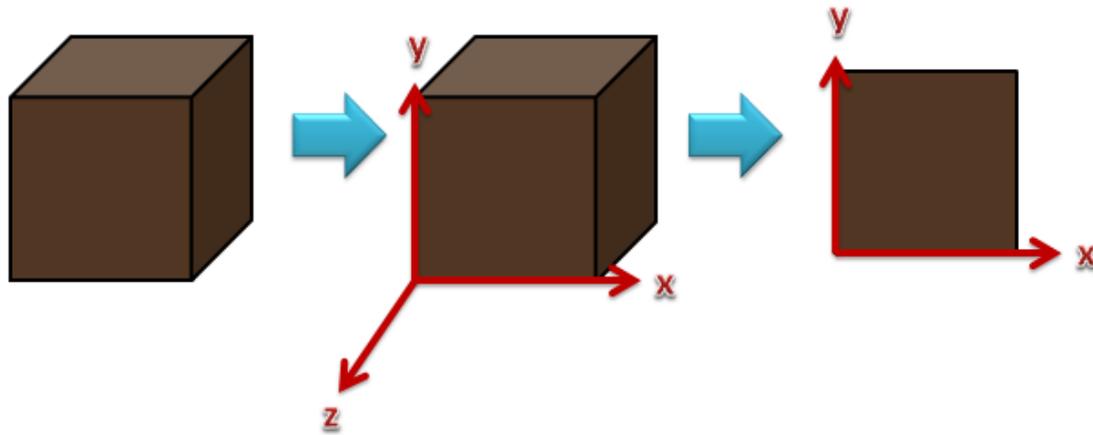


Fig. 3.2. Esquema del bloque del yacimiento.

Se coloca el eje x a lo largo del bloque y el eje y perpendicular a éste, en la dirección restante z habrá una simetría tal que $u_z = \delta/\delta z = 0$, por lo cual sólo quedan las direcciones x y y . Esto se realizó por la complejidad del problema y con el afán de simplificar, por lo tanto, el modelo a resolver es en 2 dimensiones, y el bloque propuesto quedaría como en la Fig. 3.3. Se delimitará una sección donde se podrá visualizar a la matriz y fractura.

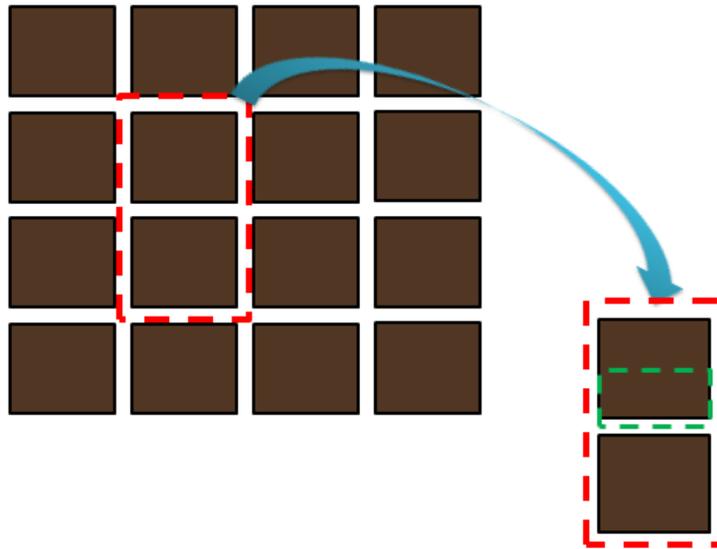


Fig. 3.3. Esquema del bloque propuesto.

Una vez delimitado a la matriz y la fractura, se tratará de simplificar el modelo lo más posible, por lo tanto se ocupan las propiedades de simetría, consiste en resolver sólo la mitad de un cuerpo que tiene simetría, esto debido a que lo que pasa en un lado va a suceder en el otro, Fig. 3.4.

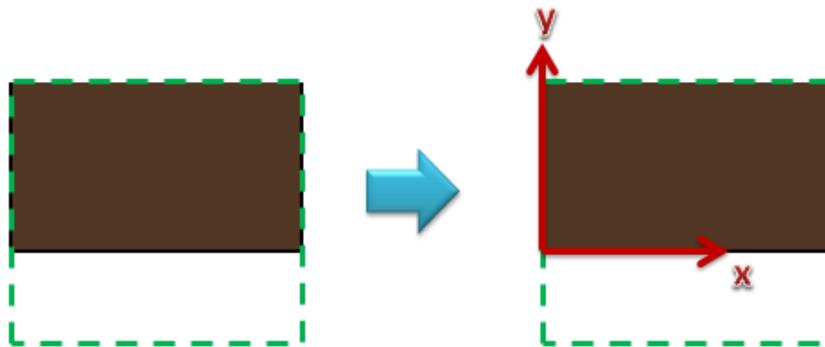


Fig. 3.4. Modelo físico de matriz-fractura simplificado.

Una vez simplificado el modelo matriz-fractura, es importante mencionar que existe un flujo de entrada en la pared de la matriz, al igual en la fractura tenemos un fluido de entrada, aquí se da un perfil tipo Poiseuille que se muestra en la Fig. 3.5.

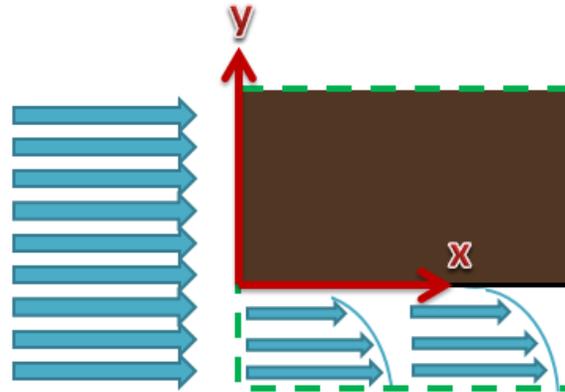


Fig. 3.5. Modelo físico de matriz-fractura con entrada de un fluido.

A partir de este modelo simplificado es posible visualizar los fenómenos que se presentan, por lo que al final el modelo físico de matriz-fractura en 2 dimensiones quedaría de la siguiente forma.

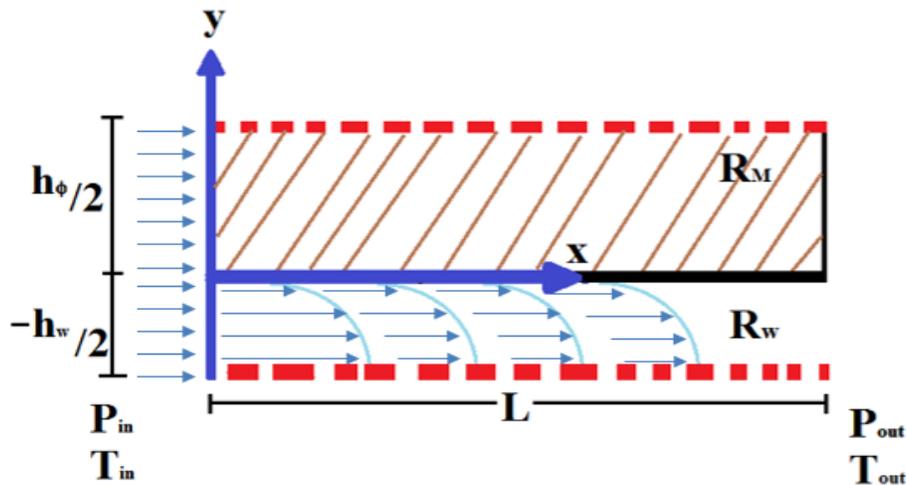


Fig. 3.6. Modelo físico de matriz-fractura.

Donde se puede observar que existe un flujo de entrada en la matriz y fractura. Teniendo el modelo físico, se pueden visualizar las ecuaciones que van a existir tanto en la matriz y fractura. Las cuales son:

- Matriz
 - Ecuación de Continuidad
 - Ecuación de Darcy
 - Ecuación de Energía

- Fractura
 - Ecuación de Continuidad
 - Ecuación de Navier y Stokes
 - Ecuación de Energía

El modelo físico propuesto permite la visualización del flujo en la matriz y fractura, dando la pauta para lograr generar un modelo matemático.

3.2 Modelo Matemático Matriz-Fractura

El modelo matemático utilizado para explicar el comportamiento del calentamiento electromagnético en un medio fracturado parte de las ecuaciones básicas de mecánica de fluidos en medios libres. Estas ecuaciones diferenciales parciales se resuelven por secciones, así como otras ecuaciones importantes y junto a las condiciones de frontera, se genera un sistema algebraico de ecuaciones que se resuelve de manera simultánea.

Para la generación de una solución matemática al modelo físico planteado, se dividió en dos partes: la matriz y la fractura, tomando como referencia la esquina inferior izquierda de la matriz, con esto primero se le dará la solución a la fractura y después a la matriz.

Solución general para el flujo en la fractura

Para obtener la solución general en la fractura se utiliza la ecuación de conservación de energía; para resolverla se necesita conocer las ecuaciones de movimiento en coordenadas cartesianas de Navier-Stokes (1840) y posteriormente para hallar la solución a dicha ecuación es necesaria la aproximación de Poiseuille (1850). A continuación se presenta su desarrollo:

- Consideraciones del fluido, flujo y medio:
 - a) Fluido newtoniano.
 - b) No hay deslizamiento.
 - c) Se desprecian las fronteras superior e inferior.
 - d) Flujo Estacionario.
 - e) Flujo laminar.

La ecuación de conservación de energía en coordenadas cartesianas (x, y, z), que se tendrá que resolver es:

$$\rho_w c_w \left(\frac{\partial \tilde{T}}{\partial t} + \vec{u}_w \cdot \nabla \tilde{T} \right) = \nabla \cdot (\lambda_w \nabla \tilde{T}) + P_w, \quad (3.1)$$

donde P_w es la potencia eléctrica necesaria para calentar la salmuera, \vec{u}_w es la velocidad de la salmuera en la fractura, esta última variable no se conoce, por lo que será la primera en calcular.

Utilizando las ecuaciones de Navier-Stokes^{10,11} y de Continuidad en coordenadas cartesianas (x, y, z) ^{10,11}:

$$\begin{aligned}
 \rho_w \left(\frac{\partial \vec{u}_x}{\partial \tilde{t}} + \vec{u}_x \frac{\partial \vec{u}_x}{\partial X} + \vec{u}_y \frac{\partial \vec{u}_x}{\partial Y} + \vec{u}_z \frac{\partial \vec{u}_x}{\partial Z} \right) &= -\frac{\partial \tilde{P}}{\partial X} + \tilde{\mu} \left(\frac{\partial^2 \vec{u}_x}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 \vec{u}_x}{\partial Y^2} + \frac{\partial^2 \vec{u}_x}{\partial Z^2} \right) + \rho_w g_x \\
 \rho_w \left(\frac{\partial \vec{u}_y}{\partial \tilde{t}} + \vec{u}_x \frac{\partial \vec{u}_y}{\partial X} + \vec{u}_y \frac{\partial \vec{u}_y}{\partial Y} + \vec{u}_z \frac{\partial \vec{u}_y}{\partial Z} \right) &= -\frac{\partial \tilde{P}}{\partial Y} + \tilde{\mu} \left(\frac{\partial^2 \vec{u}_y}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 \vec{u}_y}{\partial Y^2} + \frac{\partial^2 \vec{u}_y}{\partial Z^2} \right) + \rho_w g_y \\
 \rho_w \left(\frac{\partial \vec{u}_z}{\partial \tilde{t}} + \vec{u}_x \frac{\partial \vec{u}_z}{\partial X} + \vec{u}_y \frac{\partial \vec{u}_z}{\partial Y} + \vec{u}_z \frac{\partial \vec{u}_z}{\partial Z} \right) &= -\frac{\partial \tilde{P}}{\partial Z} + \tilde{\mu} \left(\frac{\partial^2 \vec{u}_z}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 \vec{u}_z}{\partial Y^2} + \frac{\partial^2 \vec{u}_z}{\partial Z^2} \right) + \rho_w g_z \\
 0 &= \frac{\partial \vec{u}_x}{\partial X} + \frac{\partial \vec{u}_y}{\partial Y} + \frac{\partial \vec{u}_z}{\partial Z}.
 \end{aligned} \tag{3.2}$$

Como ya se mencionó en el modelo físico, existe una simetría en la dirección z , por lo que ese término se eliminará de las ecuaciones, también el vector gravedad será $\vec{g} = g_y = g$. Por lo tanto, las ecuaciones (3.2) quedan de la siguiente forma:

$$\begin{aligned}
 \rho_w \left(\vec{u}_x \frac{\partial \vec{u}_x}{\partial X} + \vec{u}_y \frac{\partial \vec{u}_x}{\partial Y} \right) &= -\frac{\partial \tilde{P}}{\partial X} + \tilde{\mu} \left(\frac{\partial^2 \vec{u}_x}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 \vec{u}_x}{\partial Y^2} \right) \\
 \rho_w \left(\vec{u}_x \frac{\partial \vec{u}_y}{\partial X} + \vec{u}_y \frac{\partial \vec{u}_y}{\partial Y} \right) &= -\frac{\partial \tilde{P}}{\partial Y} + \tilde{\mu} \left(\frac{\partial^2 \vec{u}_y}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 \vec{u}_y}{\partial Y^2} \right) + \rho_w g \\
 \frac{\partial \vec{u}_x}{\partial X} + \frac{\partial \vec{u}_y}{\partial Y} &= 0.
 \end{aligned} \tag{3.3}$$

Aplicando órdenes de magnitud y simplificando más las ecuaciones (3.3), éstas quedan:

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial \tilde{P}}{\partial X} &= \mu_w \frac{\partial^2 \vec{u}_w}{\partial Y^2}, \\
 \frac{\partial \tilde{P}}{\partial Y} &= \rho_w g.
 \end{aligned} \tag{3.4}$$

Adimensionalizando con el siguiente conjunto de transformaciones:

$$\begin{aligned}
 x &= \frac{X}{L}, \\
 y &= \frac{Y}{h_w/2} = -\frac{2Y}{h_w}, \\
 t &= \frac{\tilde{t}}{t_o}, \\
 u &= \frac{\vec{u}_w}{U_o}, \\
 T &= \frac{\tilde{T}}{\Delta T},
 \end{aligned}$$

$$P = \frac{\tilde{P}}{P_1 - P_2} = \frac{\tilde{P}}{\Delta P}.$$

Sustituyendo el conjunto de transformaciones en las ecuaciones (3.4), se obtiene que:

$$\begin{aligned} \frac{\Delta P}{L} \frac{\partial P}{\partial x} &= \mu_w \frac{4U_0}{h_w^2} \frac{\partial^2 u}{\partial y^2}, \\ -\frac{2\Delta P}{h_w} \frac{\partial P}{\partial y} &= \rho_w g. \end{aligned} \quad (3.5)$$

Si definimos $U_0 = \frac{h_w^2 \Delta P}{4\mu_w L}$ y consideramos que $-\frac{\rho_w g h_w}{2\Delta P} \ll 1$, (las diferencias de presión debidas a la gravedad son mucho menores que ΔP), las ecuaciones (3.5) quedan:

$$\begin{aligned} \frac{\partial P}{\partial x} &= \frac{\partial^2 u}{\partial y^2}, \\ \frac{\partial P}{\partial y} &= 0. \end{aligned} \quad (3.6)$$

Las condiciones de frontera son:

$$\begin{aligned} u(y=0) &= 0, \\ \left. \frac{\partial u}{\partial y} \right|_{y=1} &= 0, \\ P(x=0) &= \frac{P_{in}}{\Delta P}, \\ P(x=1) &= \frac{P_{out}}{\Delta P}. \end{aligned}$$

Integrando y simplificando términos, así como también aplicando las condiciones de frontera en las ecuaciones (3.6), la ecuación de la velocidad en variables adimensionales es:

$$\boxed{u = \left(y - \frac{y^2}{2} \right)}. \quad (3.7)$$

Una vez obtenido el término de la velocidad de la salmuera en la fractura, se tendrá que adimensionar la ecuación de conservación de energía (3.1), bajo el siguiente conjunto de variables:

$$\begin{aligned} x &= \frac{X}{L}, \\ y &= \frac{Y_f}{-h_w/2} = -\frac{2Y_f}{h_w}, \end{aligned}$$

$$t = \frac{\tilde{t}}{t_o},$$

$$u = \frac{\vec{u}_w}{U_0},$$

$$T = \frac{\tilde{T}}{\Delta T},$$

La ecuación (3.1) queda de la siguiente forma:

$$\rho_w c_w \left(\frac{\Delta T}{t_o} \frac{\partial T}{\partial t} + u U_0 \frac{\Delta T}{L} \frac{\partial T}{\partial x} \right) = \lambda_w \left(\frac{\Delta T}{L^2} \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{4\Delta T}{h_w^2} \frac{\partial^2 T}{\partial y_f^2} \right) + R_w I_w^2. \quad (3.8)$$

Agrupando términos y simplificando la ecuación (3.8), la ecuación queda:

$$\gamma_w^2 \frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\gamma_\phi^2}{Pe_c} \frac{\partial^2 T}{\partial y_f^2} - \gamma_\phi^2 \gamma_w^2 \frac{Pe_T}{Pe_c} u \frac{\partial T}{\partial x} + \gamma_w^2 \frac{1}{Pe_c}, \quad (3.9)$$

donde, Pe_c es el número de Peclet capilar y Pe_T es el número de Peclet de temperatura, y se definen de la siguiente forma:

$$Pe_c = \frac{D_o}{\alpha_w},$$

$$Pe_T = \frac{h_w^2 \Delta P}{4\mu_w \alpha_w}.$$

Además, se tiene que:

$$\gamma_\phi = \frac{h_\phi}{2L},$$

$$\gamma_w = \frac{h_w}{2L},$$

$$\alpha_w = \frac{\lambda_w}{\rho_w c_w},$$

Aplicando la teoría de capa límite térmicamente delgada $T \cong T(t, x)$, integrando con respecto a "y" en la ecuación (3.9). Por lo tanto, la ecuación de conservación de energía en variables adimensionales queda de la siguiente forma:

$$\boxed{Pe_c \gamma_w^2 \frac{\partial T}{\partial t} = \gamma_\phi \gamma_w \frac{\lambda_w}{\lambda_w} \frac{\partial T}{\partial y_m} - \gamma_\phi^2 \gamma_w^2 \frac{1}{3} Pe_T \frac{\partial T}{\partial x} + \gamma_w^2} \quad (3.10)$$

Solución general para el flujo en la matriz

Para obtener la solución general en la matriz se utilizan las ecuaciones de conservación de energía; para hallar su solución se necesita conocer la ecuación del potencial eléctrico en la matriz y como éste se vería afectado por la presencia de la roca. A continuación se presenta su desarrollo:

➤ Consideraciones del fluido, flujo y medio:

- a) Fluido newtoniano.
- b) Imbibición a contra corriente.
- c) Viscosidad dependiente de la temperatura.
- d) Existen dos fases en el medio.
- e) Porosidad y permeabilidad dependiente de la temperatura.
- f) Modelo de Corey (1954)¹² para permeabilidades relativas.
- g) Modelo logarítmico de presión capilar.

Las ecuaciones de conservación de energía en coordenadas cartesianas (x, y, z)^{10,11}, que se tendrá que resolver son:

Para el aceite:

$$\phi \rho_o c_o \left(\frac{\partial \tilde{T}_o}{\partial \tilde{t}} + \vec{u}_{r,o} \cdot \nabla \tilde{T}_o \right) = \phi \nabla \cdot (\lambda_o \nabla \tilde{T}_o) \quad (3.11)$$

Para el agua:

$$\phi \rho_w c_w \left(\frac{\partial \tilde{T}_w}{\partial \tilde{t}} + \vec{u}_{r,w} \cdot \nabla \tilde{T}_w \right) = \phi \nabla \cdot (\lambda_w \nabla \tilde{T}_w) + P_M \quad (3.12)$$

Para la roca:

$$(1 - \phi) \rho_s c_s \frac{\partial \tilde{T}_s}{\partial \tilde{t}} = (1 - \phi) \nabla \cdot (\lambda_s \nabla \tilde{T}_s) \quad (3.13)$$

El término del potencial eléctrico en la matriz¹³ (P_M) no se conoce, por lo cual es el primer término que se debe resolver, se define como:

$$P_M = R_M I_\phi^2 \quad (3.14)$$

De la ecuación anterior no se tiene la resistividad en la roca y tampoco se conoce su variación a través del tiempo, así que esta variable se obtuvo a partir del desarrollo de la ecuación de Maxwell (1873)¹⁴, donde se supone que las esferas (roca) son un material aislante (resistividad muy alta), por lo que la ecuación es:

$$R_M = \frac{R_w (3 - \phi \tilde{S}_w)}{2(\phi \tilde{S}_w)} \quad (3.15)$$

Si se suman todas las ecuaciones de energía (3.11 - 3.13), se sustituyen las ecuaciones (3.14) y (3.15) y se simplifican términos, se obtiene que:

$$\begin{aligned}
& (\emptyset(1 - \tilde{S}_w)\rho_o c_o + \emptyset\tilde{S}_w\rho_w c_w + (1 - \emptyset)\rho_s c_s) \frac{\partial \tilde{T}_M}{\partial \tilde{t}} \\
& + (\emptyset(1 - \tilde{S}_w)\rho_o c_o \vec{u}_o + \emptyset\tilde{S}_w\rho_w c_w \vec{u}_w) \left(\frac{\partial \tilde{T}_M}{\partial X} + \frac{\partial \tilde{T}_M}{\partial Y} \right) \\
= & (\emptyset(1 - \tilde{S}_w)\lambda_o + \emptyset\tilde{S}_w\lambda_w + (1 - \emptyset)\lambda_s) \left(\frac{\partial^2 \tilde{T}_M}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 \tilde{T}_M}{\partial Y^2} \right) \\
& + \frac{R_w(3 - \emptyset\tilde{S}_w)}{2(\emptyset\tilde{S}_w)} I_\phi^2. \tag{3.16}
\end{aligned}$$

Adimensionalizando con el siguiente conjunto de transformaciones:

$$\begin{aligned}
x &= \frac{X}{L}, \\
y &= \frac{Y}{h_\phi/2} = \frac{2Y}{h_\phi}, \\
t &= \frac{\tilde{t}}{t_o}, \\
u_o &= \frac{\vec{u}_o}{U_{o0}}, \\
u_w &= \frac{\vec{u}_w}{U_{w0}}, \\
S_w &= \frac{\tilde{S}_w - S_{iw}}{S_{rw} - S_{iw}} = \frac{\tilde{S}_w - S_{iw}}{1 - S_{or} - S_{iw}} = \frac{\tilde{S}_w - S_{iw}}{\Delta S_w}, \\
T_M &= \frac{\tilde{T}_M}{\Delta T_M}.
\end{aligned}$$

Sustituyendo en la ecuación (3.16) y agrupando términos, la ecuación queda:

$$\begin{aligned}
& (\emptyset(1 - (S_w\Delta S_w + S_{iw}))\rho_o c_o + \emptyset(S_w\Delta S_w + S_{iw})\rho_w c_w + (1 - \emptyset)\rho_s c_s) \frac{\partial T_M}{\partial t} \\
= & (\emptyset(1 - (S_w\Delta S_w + S_{iw}))\lambda_o + \emptyset(S_w\Delta S_w + S_{iw})\lambda_w + (1 - \emptyset)\lambda_s) \left(\frac{t_o}{L^2} \frac{\partial^2 T_M}{\partial x^2} + \frac{4t_o}{h_\phi^2} \frac{\partial^2 T_M}{\partial y^2} \right) \\
& + (\emptyset(1 - (S_w\Delta S_w + S_{iw}))\rho_o c_o u_o U_{o0} + \emptyset(S_w\Delta S_w + S_{iw})\rho_w c_w u_w U_{w0}) \left(\frac{t_o}{L} \frac{\partial T_M}{\partial x} + \frac{2t_o}{h_\phi} \frac{\partial T_M}{\partial y} \right) \\
& + \frac{(3 - \emptyset(S_w\Delta S_w + S_{iw})) t_o R_w I_\phi^2}{2(\emptyset(S_w\Delta S_w + S_{iw})) \Delta T_M} \tag{3.17}
\end{aligned}$$

Se sabe:

$$\begin{aligned}\gamma_\phi &= \frac{h_\phi}{2L}, \\ \gamma_w &= \frac{h_w}{2L}, \\ \alpha_w &= \frac{\lambda_w}{\rho_w c_w}, \\ t_o &= \frac{h_\phi^2}{4D_o}, \\ U_{o0} &= \frac{\rho_w c_w U_{w0}}{\rho_o c_o u_o}.\end{aligned}$$

Al utilizar las relaciones anteriores, la ecuación (3.17) queda:

$$\begin{aligned}& \left(\left(\frac{1}{S_w \Delta S_w + S_{iw}} - 1 \right) \frac{\rho_o c_o}{\rho_s c_s} + \frac{\rho_w c_w}{\rho_s c_s} + \frac{1}{S_w \Delta S_w + S_{iw}} \left(\frac{1}{\phi} - 1 \right) \right) \frac{\partial T_M}{\partial t} \\ &= \frac{\lambda_s}{\rho_s c_s} \left(\left(\frac{1}{S_w \Delta S_w + S_{iw}} - 1 \right) \frac{\lambda_o}{\lambda_s} + \frac{\lambda_w}{\lambda_s} + \frac{1}{S_w \Delta S_w + S_{iw}} \left(\frac{1}{\phi} - 1 \right) \right) \left(\frac{1}{D_o} \gamma_\phi^2 \frac{\partial^2 T_M}{\partial x^2} + \frac{1}{D_o} \frac{\partial^2 T_M}{\partial y^2} \right) \\ & \quad - \frac{1}{\rho_s c_s} \frac{1}{\rho_w c_w U_{w0}} \left(\left(\frac{1}{S_w \Delta S_w + S_{iw}} - 1 \right) + u_w \right) \left(\frac{L}{D_o} \gamma_\phi^2 \frac{\partial T_M}{\partial x} + \frac{L}{D_o} \gamma_\phi \frac{\partial T_M}{\partial y} \right) \\ & \quad + \frac{\left(\frac{3}{\phi(S_w \Delta S_w + S_{iw})} - 1 \right)}{\left(\phi(S_w \Delta S_w + S_{iw}) \right)} \frac{1}{\rho_s c_s} \gamma_\phi^2 \frac{L^2}{D_o} \frac{R_w I_\phi^2}{2 \Delta T_M}.\end{aligned}\tag{3.18}$$

De la ecuación (3.18), se agruparon las variables adimensionales siguientes:

$$\begin{aligned}f_{M1_{ADIM}} &= \left(\frac{1}{S_w \Delta S_w + S_{iw}} - 1 \right) \frac{\rho_o c_o}{\rho_s c_s} + \frac{\rho_w c_w}{\rho_s c_s} + \frac{1}{S_w \Delta S_w + S_{iw}} \left(\frac{1}{\phi} - 1 \right) \\ f_{M2_{ADIM}} &= \left(\frac{1}{S_w \Delta S_w + S_{iw}} - 1 \right) \frac{\lambda_o}{\lambda_s} + \frac{\lambda_w}{\lambda_s} + \frac{1}{S_w \Delta S_w + S_{iw}} \left(\frac{1}{\phi} - 1 \right) \\ f_{M3_{ADIM}} &= \left(\frac{1}{S_w \Delta S_w + S_{iw}} - 1 \right) \\ f_{M4_{ADIM}} &= \frac{\left(\frac{3}{\phi(S_w \Delta S_w + S_{iw})} - 1 \right)}{\left(\phi(S_w \Delta S_w + S_{iw}) \right)}\end{aligned}$$

Por lo que la ecuación (3.18), permite expresar la variación de temperatura en la matriz, agrupando los términos que se mencionaron, esta queda:

$$\boxed{\begin{aligned}\frac{\partial T_M}{\partial t} &= \frac{\lambda_s}{\rho_s c_s} \frac{f_{M2_{ADIM}}}{f_{M1_{ADIM}}} \left(\frac{1}{D_o} \gamma_\phi^2 \frac{\partial^2 T_M}{\partial x^2} + \frac{1}{D_o} \frac{\partial^2 T_M}{\partial y^2} \right) \\ & - \frac{1}{\rho_s c_s} \frac{1}{\rho_w c_w U_{w0}} \left(\frac{f_{M3_{ADIM}}}{f_{M1_{ADIM}}} + u_w \right) \left(\frac{L}{D_o} \gamma_\phi^2 \frac{\partial T_M}{\partial x} + \frac{L}{D_o} \gamma_\phi \frac{\partial T_M}{\partial y} \right) + \frac{f_{M4_{ADIM}}}{f_{M1_{ADIM}}} \frac{1}{\rho_s c_s} \gamma_\phi^2 \frac{L^2}{D_o} \frac{R_w I_\phi^2}{2 \Delta T_M}\end{aligned}}\tag{3.19}$$

Es importante mencionar que para hallar la solución a la ecuación de temperatura se tendrán que resolver de manera simultánea las ecuaciones de saturación, viscosidad, flujo fraccional y coeficiente de “Difusión Capilar”, las cuales coexisten en la matriz. Es importante mencionar que estas ecuaciones dependen del cambio de temperatura. A continuación se presenta el desarrollo matemático de dichas ecuaciones, además de las variables utilizadas para su adimensionalización.

Ecuación de Saturación

Para obtener la solución de la ecuación de saturación en la matriz se parte de la ecuación de conservación de masa, la ecuación de Darcy para el aceite y agua, y la ecuación de flujo fraccional (considerando flujo a contra-corriente¹¹). A partir de las ecuaciones de Darcy para el aceite y agua en dos dimensiones se inicia su desarrollo:

$$\begin{aligned}\vec{u}_w &= -\frac{kk_{rw}}{\mu_w}(\nabla\tilde{P}_w - \rho_w g), \\ \vec{u}_o &= -\frac{kk_{ro}}{\mu_o}(\nabla\tilde{P}_o - \rho_o g).\end{aligned}$$

Ocupando la definición de velocidad de imbibición a contra-corriente ($\vec{u}_w = -\vec{u}_o$), la definición de la presión capilar ($P_c = P_o - P_w$), la ecuación de conservación de masa del agua (incompresible) y despreciando los efectos gravitacionales, la ecuación nos queda:

$$\nabla\tilde{S} = \tilde{X}\frac{\partial\tilde{S}}{\partial X} + \tilde{Y}\frac{\partial\tilde{S}}{\partial Y},$$

Multiplicando por $\nabla\tilde{D}$ y agrupando términos, la ecuación nos queda:

$$\frac{\partial\tilde{S}}{\partial\tilde{t}} = \tilde{D}\frac{\partial^2\tilde{S}}{\partial X^2} + \tilde{D}\frac{\partial^2\tilde{S}}{\partial Y^2} + \frac{\partial\tilde{S}}{\partial X}\frac{\partial\tilde{D}}{\partial X} + \frac{\partial\tilde{S}}{\partial Y}\frac{\partial\tilde{D}}{\partial Y},$$

donde \tilde{D} es el coeficiente “Difusión Capilar” dependiente de la saturación y del flujo fraccional. Adimensionalizando con el siguiente conjunto de transformaciones:

$$\begin{aligned}x &= \frac{X}{L}, \\ y &= \frac{Y}{h_\phi/2} = \frac{2Y}{h_\phi}, \\ D &= \frac{\tilde{D}}{D_o}, \\ t &= \frac{\tilde{t}}{t_o},\end{aligned}$$

$$S_w = \frac{\tilde{S}_w - S_{iw}}{S_{rw} - S_{iw}} = \frac{\tilde{S}_w - S_{iw}}{1 - S_{or} - S_{iw}} = \frac{\tilde{S}_w - S_{iw}}{\Delta S_w}.$$

Sustituyendo y agrupando términos, la ecuación queda:

$$\frac{1}{t_o} \frac{h_\phi^2}{4D_o} \frac{\partial S}{\partial t} = \frac{h_\phi^2}{4L^2} D \frac{\partial^2 S}{\partial x^2} + D \frac{\partial^2 S}{\partial y^2} + \frac{h_\phi^2}{4L^2} \frac{\partial S}{\partial x} \frac{\partial D}{\partial x} + \frac{\partial S}{\partial y} \frac{\partial D}{\partial y},$$

donde:

$$\gamma_\phi = \frac{h_\phi}{2L},$$

$$t_o = \frac{h_\phi^2}{4D_o}.$$

Finalmente, la ecuación de saturación en la matriz, queda como:

$$\boxed{\frac{\partial S}{\partial t} = \gamma_\phi^2 D \frac{\partial^2 S}{\partial x^2} + D \frac{\partial^2 S}{\partial y^2} + \gamma_\phi^2 \frac{\partial S}{\partial x} \frac{\partial D}{\partial x} + \frac{\partial S}{\partial y} \frac{\partial D}{\partial y}} \quad (3.20)$$

Ecuación de Viscosidad

La viscosidad puede expresarse a través de un modelo matemático del tipo exponencial denotado por la expresión $\mu = \rho a^{-\phi/t}$ (Bronshtein, 1971)¹⁵. Ajustando el comportamiento de estos parámetros físicos a la ecuación, se tiene:

$$\tilde{\mu} = \mu_c e^{-b\tilde{T}_m}$$

La viscosidad del aceite en la matriz es:

$$\tilde{\mu}_{o\phi} = \mu_c e^{-bT_{ini}}$$

Despejando μ_c , de la ecuación de viscosidad del aceite y sustituyéndola en la ecuación de viscosidad, esta nos queda:

$$\tilde{\mu} = \tilde{\mu}_{o\phi} e^{-b(\tilde{T}_m - T_{ini})}$$

Adimensionalizando con el siguiente conjunto de transformaciones:

$$\mu = \frac{\tilde{\mu}}{\tilde{\mu}_{o\phi}},$$

$$T_m = \frac{\tilde{T}_m}{\Delta T}.$$

Sustituyendo y agrupando términos, la ecuación de viscosidad en variables adimensionales es:

$$\mu = e^{-b_{vis}(T_m-1)} \quad (3.21)$$

Es importante mencionar que la viscosidad se formuló a través del modelo matemático de Bronshtein, sin embargo esta ecuación se puede desarrollar a partir de otros modelos. El cambiar a cualquier otro tipo de modelo es simple en el código numérico que se explicará más adelante.

Ecuación de Flujo Fraccional

La ecuación de flujo fraccional (Buckley y Leverett, 1942¹⁶), despreciando los efectos gravitacionales, está dada por:

$$f = \frac{1}{1 + \frac{k_{ro} \mu_w}{k_{rw} \mu_o}}$$

Por lo tanto, la ecuación de flujo fraccional dependiente de la saturación¹⁷ es:

$$f(S_w) = \frac{k_{rw} S_w^{nw}}{k_{rw} S_w^{nw} + k_{ro} (1 - S_w)^{no} \frac{\mu_w}{\mu_o}} \quad (3.22)$$

Ecuación de Coeficiente de “Difusión Capilar”

El coeficiente de “Difusión Capilar” dependiente de la saturación^{11, 17}, está dado por:

$$\tilde{D}(\tilde{S}) = -\frac{k k_{ro}}{\phi \tilde{\mu}_o} f(\tilde{S}) \frac{d\tilde{P}_c}{d\tilde{S}}$$

Adimensionalizando con el siguiente conjunto de transformaciones:

$$\begin{aligned} D &= \frac{\tilde{D}}{D_o}, \\ P_c &= \frac{\tilde{P}_c}{P_o}, \\ \mu_o &= \frac{\tilde{\mu}_o}{\mu_{o0}}, \\ S &= \frac{\tilde{S} - S_{iw}}{S_{rw} - S_{iw}} = \frac{\tilde{S} - S_{iw}}{1 - S_{or} - S_{iw}} = \frac{\tilde{S} - S_{iw}}{\Delta S_w}. \end{aligned}$$

Sustituyendo y agrupando términos, la ecuación queda:

$$D(S) = -\frac{kP_o}{D_o\phi\mu_{o0}\Delta S_w} \frac{k_{ro}f(S)}{\mu_o(T)} \frac{dP_c}{dS},$$

donde:

$$D_o = \frac{kP_o}{\phi\mu_{o0}\Delta S_w}.$$

Por lo tanto, la ecuación (3.23), es el coeficiente de "Difusión Capilar" dependiente de la saturación:

$$D(S) = -\frac{k_{ro}}{\mu_o(T)} f(S) \frac{dP_c}{dS} \quad (3.23)$$

3.3 Modelo Numérico en Diferencias Finitas

En la sección anterior se obtuvieron las expresiones matemáticas para la fractura y la matriz; estas expresiones son ecuaciones diferenciales no lineales, son para flujo de aceite a través de medios porosos, la cual relaciona los cambios de temperatura con el tiempo a lo largo del espacio.

Las ecuaciones quedaron expresadas en variables adimensionales, lo que permite simplificarlas para que sea más sencillo su desarrollo. Para transformar las ecuaciones diferenciales continuas, a la forma discreta, es necesario disponer de un esquema número para evaluar las derivadas en espacio y tiempo. Así, la representación discreta de las ecuaciones queda de la forma siguiente.

Ecuación en diferencias finitas en la fractura

En la fractura la única ecuación que se tiene es la ecuación de conservación de energía en variables adimensionales (3.10), por lo que se le aplicará diferencias finitas, obteniéndose:

$$\left[-\frac{\gamma_\phi}{\gamma_w} \frac{\lambda_w}{\Delta y_m \lambda_w} - \frac{1}{3} \frac{\gamma_\phi^2 Pe_T}{\Delta x} \right] T_{i,1}^k + \left[\frac{\gamma_\phi}{\gamma_w} \frac{\lambda_w}{\Delta y_m \lambda_w} \right] T_{i,2}^k + \left[\frac{1}{3} \frac{\gamma_\phi^2 Pe_T}{\Delta x} \right] T_{i-1,1}^k = -1, \quad (3.24)$$

donde el subíndice i se refiere a la posición en espacio y el subíndice n a la etapa del tiempo.

Ecuaciones en diferencias finitas en la matriz

A la ecuación de conservación de energía en variables adimensionales se le aplicará diferencias finitas centrales con respecto al tiempo; esta queda de la siguiente forma:

$$\begin{aligned}
\frac{T_M^k - T_M^{k-1}}{\Delta t} = & \frac{1}{2} \left\{ \frac{\lambda_s}{\rho_s c_s} \left(\frac{f_{M2ADIM}}{f_{M1ADIM}} \right) \left[\frac{1}{D_o} \gamma_\phi^2 \frac{\partial^2 T_M}{\partial x^2} + \frac{1}{D_o} \frac{\partial^2 T_M}{\partial y^2} \right] \right. \\
& - \frac{1}{\rho_s c_s} \frac{1}{\rho_w c_w U_{w0}} \left(\frac{f_{M3ADIM} + u_w}{f_{M1ADIM}} \right) \left[\frac{L}{D_o} \gamma_\phi^2 \frac{\partial T_M}{\partial x} + \frac{L}{D_o} \gamma_\phi \frac{\partial T_M}{\partial y} \right] \left. \right\}^k \\
& + \frac{1}{2} \left\{ \frac{\lambda_s}{\rho_s c_s} \left(\frac{f_{M2ADIM}}{f_{M1ADIM}} \right) \left[\frac{1}{D_o} \gamma_\phi^2 \frac{\partial^2 T_M}{\partial x^2} + \frac{1}{D_o} \frac{\partial^2 T_M}{\partial y^2} \right] \right. \\
& - \frac{1}{\rho_s c_s} \frac{1}{\rho_w c_w U_{w0}} \left(\frac{f_{M3ADIM} + u_w}{f_{M1ADIM}} \right) \left[\frac{L}{D_o} \gamma_\phi^2 \frac{\partial T_M}{\partial x} + \frac{L}{D_o} \gamma_\phi \frac{\partial T_M}{\partial y} \right] \left. \right\}^{k-1} \\
& + \left(\frac{f_{M4ADIM}}{f_{M1ADIM}} \right) \frac{1}{\rho_s c_s} \gamma_\phi^2 \frac{L^2}{D_o} \frac{R_w I_\phi^2}{2\Delta T_M}.
\end{aligned} \tag{3.25}$$

De la ecuación (3.25), los términos $k - 1$ se conocen, por los que se agrupan en la siguiente variable,

$$\begin{aligned}
R_M^{k-1} = & T_M^{k-1} + \frac{\Delta t}{2} \frac{\lambda_s}{\rho_s c_s} \left(\frac{f_{M2ADIM}}{f_{M1ADIM}} \right) \left[\frac{1}{D_o} \gamma_\phi^2 \frac{\partial^2 T_M^{k-1}}{\partial x^2} + \frac{1}{D_o} \frac{\partial^2 T_M^{k-1}}{\partial y^2} \right] \\
& - \frac{\Delta t}{2} \frac{1}{\rho_s c_s} \frac{1}{\rho_w c_w U_{w0}} \left(\frac{f_{M3ADIM} + u_w}{f_{M1ADIM}} \right) \left[\frac{L}{D_o} \gamma_\phi^2 \frac{\partial T_M^{k-1}}{\partial x} + \frac{L}{D_o} \gamma_\phi \frac{\partial T_M^{k-1}}{\partial y} \right] \\
& + \Delta t \left(\frac{f_{M4ADIM}}{f_{M1ADIM}} \right) \frac{1}{\rho_s c_s} \gamma_\phi^2 \frac{L^2}{D_o} \frac{R_w I_\phi^2}{2\Delta T_M}.
\end{aligned} \tag{3.26}$$

Por lo que la ecuación (3.25) queda:

$$\begin{aligned}
T_M^k - \frac{\Delta t}{2} \frac{\lambda_s}{\rho_s c_s} \left(\frac{f_{M2ADIM}}{f_{M1ADIM}} \right) \left[\frac{1}{D_o} \gamma_\phi^2 \frac{\partial^2 T_M^k}{\partial x^2} + \frac{1}{D_o} \frac{\partial^2 T_M^k}{\partial y^2} \right] \\
+ \frac{\Delta t}{2} \frac{1}{\rho_s c_s} \frac{1}{\rho_w c_w U_{w0}} \left(\frac{f_{M3ADIM} + u_w}{f_{M1ADIM}} \right) \left[\frac{L}{D_o} \gamma_\phi^2 \frac{\partial T_M^k}{\partial x} + \frac{L}{D_o} \gamma_\phi \frac{\partial T_M^k}{\partial y} \right] = R_M^{k-1}
\end{aligned} \tag{3.27}$$

Se van a aplicar diferencias finitas centrales en mallas pesadas con respecto a la posición, por lo que ahora la ecuación (3.27) queda:

$$\begin{aligned}
& T_{M,i,j}^k \\
& - \frac{\Delta t}{2} \frac{\lambda_s}{\rho_s c_s} \left(\frac{f_{M2ADIM}}{f_{M1ADIM}} \right) \frac{1}{D_o} \left[\gamma_\phi^2 \left(\frac{T_{M,i+1,j}^k \Delta x_{-i} - T_{M,i,j}^k [\Delta x_{-i} + \Delta x_{+i}] + T_{M,i-1,j}^k \Delta x_{+i}}{\Delta_i x} \right) \right. \\
& \left. + \left(\frac{T_{M,i,j+1}^k \Delta y_{-j} - T_{M,i,j}^k [\Delta y_{-j} + \Delta y_{+j}] + T_{M,i,j-1}^k \Delta y_{+j}}{\Delta_j y} \right) \right] \\
& + \frac{\Delta t}{2} \frac{1}{\rho_s c_s} \frac{1}{\rho_w c_w U_{w0}} \left(\frac{f_{M3ADIM} + u_w}{f_{M1ADIM}} \right) \frac{L}{D_o} \left[\gamma_\phi^2 \left(\frac{T_{M,i+1,j}^k \Delta x_{-i}^2 + T_{M,i,j}^k [\Delta x_{+i}^2 - \Delta x_{-i}^2] - T_{M,i-1,j}^k \Delta x_{+i}^2}{\Delta_i x} \right) \right. \\
& \left. + \gamma_\phi \left(\frac{T_{M,i,j+1}^k \Delta y_{-j}^2 + T_{M,i,j}^k [\Delta y_{+j}^2 - \Delta y_{-j}^2] - T_{M,i,j-1}^k \Delta y_{+j}^2}{\Delta_j y} \right) \right] = R_{M,i,j}^{k-1}. \quad (3.28)
\end{aligned}$$

Desarrollando la ecuación (3.28), se encuentran los siguientes términos:

$$\begin{aligned}
f_{m,i,j}^{[1]} &= \frac{\Delta t \Delta x_{-i}}{\Delta_i x} \frac{\lambda_s}{\rho_s c_s} \left(\frac{f_{M2ADIM}}{f_{M1ADIM}} \right) \frac{\gamma_\phi^2}{D_o}, \\
f_{m,i,j}^{[2]} &= \frac{\Delta t \Delta y_{-j}}{\Delta_j y} \frac{\lambda_s}{\rho_s c_s} \left(\frac{f_{M2ADIM}}{f_{M1ADIM}} \right) \frac{\gamma_\phi^2}{D_o}, \\
f_{m,i,j}^{[3]} &= \frac{\Delta t \Delta x_{-i}^2}{2 \Delta_i x} \frac{1}{\rho_s c_s} \frac{1}{\rho_w c_w U_{w0}} \left(\frac{f_{M3ADIM} + u_w}{f_{M1ADIM}} \right) \frac{L}{D_o} \gamma_\phi^2, \\
f_{m,i,j}^{[4]} &= \frac{\Delta t \Delta y_{-j}^2}{2 \Delta_j y} \frac{1}{\rho_s c_s} \frac{1}{\rho_w c_w U_{w0}} \left(\frac{f_{M3ADIM} + u_w}{f_{M1ADIM}} \right) \frac{L}{D_o} \gamma_\phi^2, \\
a_i &= \frac{\Delta x_{+i}}{\Delta x_{-i}}, \\
a_j &= \frac{\Delta y_{+j}}{\Delta y_{-j}}.
\end{aligned}$$

Por lo tanto, la ecuación (3.28) queda de la siguiente forma:

$$\begin{aligned}
& T_{M,i,j}^k - f_{m,i,j}^{[1]} \left(T_{M,i+1,j}^k - T_{M,i,j}^k [1 + a_i] + T_{M,i-1,j}^k a_i \right) - f_{m,i,j}^{[2]} \left(T_{M,i,j+1}^k - T_{M,i,j}^k [1 + a_j] + T_{M,i,j-1}^k a_j \right) \\
& + f_{m,i,j}^{[3]} \left(T_{M,i+1,j}^k + T_{M,i,j}^k [a_i^2 - 1] - T_{M,i-1,j}^k a_i^2 \right) + f_{m,i,j}^{[4]} \left(T_{M,i,j+1}^k + T_{M,i,j}^k [a_j^2 - 1] - T_{M,i,j-1}^k a_j^2 \right) \\
& = R_{M,i,j}^{k-1}. \quad (3.29)
\end{aligned}$$

Finalmente, agrupando términos en la ecuación (3.29):

$$\begin{aligned}
& \left(f_{m,i,j}^{[3]} - f_{m,i,j}^{[1]} \right) T_{M,i+1,j}^k + \left(-f_{m,i,j}^{[1]} a_i - f_{m,i,j}^{[3]} a_i^2 \right) T_{M,i-1,j}^k \\
& + \left(1 + f_{m,i,j}^{[1]} [1 + a_i] + f_{m,i,j}^{[2]} [1 + a_j] + f_{m,i,j}^{[3]} [a_i^2 - 1] + f_{m,i,j}^{[4]} [a_j^2 - 1] \right) T_{M,i,j}^k \\
& + \left(f_{m,i,j}^{[4]} - f_{m,i,j}^{[2]} \right) T_{M,i,j+1}^k + \left(-f_{m,i,j}^{[2]} a_j^2 - f_{m,i,j}^{[4]} a_j \right) T_{M,i,j-1}^k = R_{M,i,j}^{k-1} \quad (3.30)
\end{aligned}$$

Esta ecuación representa los cambios de temperatura con el tiempo a lo largo del espacio.

Ecuación de Saturación en diferencias finitas

Partiendo de la ecuación (3.20), se le aplicarán diferencias finitas en tiempo, por lo que la ecuación queda de la siguiente forma:

$$\begin{aligned} \frac{S^k - S^{k-1}}{\Delta t} &= \frac{1}{2} \left(\gamma_\phi^2 D \frac{\partial^2 S}{\partial x^2} + D \frac{\partial^2 S}{\partial y^2} + \gamma_\phi^2 \frac{\partial S}{\partial x} \frac{\partial D}{\partial x} + \frac{\partial S}{\partial y} \frac{\partial D}{\partial y} \right)^k \\ &+ \frac{1}{2} \left(\gamma_\phi^2 D \frac{\partial^2 S}{\partial x^2} + D \frac{\partial^2 S}{\partial y^2} + \gamma_\phi^2 \frac{\partial S}{\partial x} \frac{\partial D}{\partial x} + \frac{\partial S}{\partial y} \frac{\partial D}{\partial y} \right)^{k-1}. \end{aligned} \quad (3.31)$$

De la ecuación (3.31), los términos $k - 1$ se conocen, por los que se agrupan en la siguiente variable,

$$\begin{aligned} R_S^{k-1} &= S^{k-1} + \frac{\Delta t \gamma_\phi^2}{2} D^{k-1} \frac{\partial^2 S^{k-1}}{\partial x^2} + \frac{\Delta t}{2} D^{k-1} \frac{\partial^2 S^{k-1}}{\partial y^2} + \frac{\Delta t \gamma_\phi^2}{2} \frac{\partial S^{k-1}}{\partial x} \frac{\partial D^{k-1}}{\partial x} \\ &+ \frac{\Delta t}{2} \frac{\partial S^{k-1}}{\partial y} \frac{\partial D^{k-1}}{\partial y}. \end{aligned} \quad (3.32)$$

Por lo que la ecuación (3.31) desarrollada, queda de la siguiente forma:

$$S^k - \frac{\Delta t}{2} \gamma_\phi^2 D^k \frac{\partial^2 S^k}{\partial x^2} - \frac{\Delta t}{2} D^k \frac{\partial^2 S^k}{\partial y^2} - \frac{\Delta t}{2} \gamma_\phi^2 \frac{\partial S^k}{\partial x} \frac{\partial D^k}{\partial x} - \frac{\Delta t}{2} \frac{\partial S^k}{\partial y} \frac{\partial D^k}{\partial y} = R_S^{k-1}. \quad (3.33)$$

Se van a aplicar diferencias finitas centrales pesadas con respecto a la posición, por lo que ahora la ecuación (3.33) queda:

$$\begin{aligned} &S_{i,j}^k - \frac{\Delta t}{2} \gamma_\phi^2 D_{i,j}^k \left[2 \frac{S_{i+1,j}^k \Delta x_{-i} - S_{i,j}^k [\Delta x_{-i} + \Delta x_{+i}] + S_{i-1,j}^k \Delta x_{+i}}{\Delta_i x} \right. \\ &\quad \left. - \frac{\Delta t}{2} D_{i,j}^k \left[2 \frac{S_{i,j+1}^k \Delta y_{-j} - S_{i,j}^k [\Delta y_{-j} + \Delta y_{+j}] + S_{i,j-1}^k \Delta y_{+j}}{\Delta_j y} \right] \right] \\ &- \frac{\Delta t}{2} \gamma_\phi^2 \left[\frac{S_{i+1,j}^k \Delta x_{-i}^2 + S_{i,j}^k [\Delta x_{+i}^2 - \Delta x_{-i}^2] - S_{i-1,j}^k \Delta x_{+i}^2}{\Delta_i x} \right] \left[\frac{D_{i+1,j}^k \Delta x_{-i}^2 + D_{i,j}^k [\Delta x_{+i}^2 - \Delta x_{-i}^2] - D_{i-1,j}^k \Delta x_{+i}^2}{\Delta_i x} \right] \\ &- \frac{\Delta t}{2} \left[\frac{S_{i,j+1}^k \Delta y_{-j}^2 + S_{i,j}^k [\Delta y_{+j}^2 - \Delta y_{-j}^2] - S_{i,j-1}^k \Delta y_{+j}^2}{\Delta_j y} \right] \left[\frac{D_{i,j+1}^k \Delta y_{-j}^2 + D_{i,j}^k [\Delta y_{+j}^2 - \Delta y_{-j}^2] - D_{i,j-1}^k \Delta y_{+j}^2}{\Delta_j y} \right] \\ &= R_{S_{i,j}}^{k-1}. \end{aligned} \quad (3.34)$$

Desarrollando la ecuación (3.34), se encuentran los siguientes términos:

$$f_{i,j}^{[1]} = \frac{\Delta t \Delta x_{-i}}{\Delta_i x} \gamma_\phi^2 D_{i,j}^k,$$

$$\begin{aligned}
f_{i,j}^{[2]} &= \frac{\Delta t \Delta y_{-j}}{\Delta_j y} D_{i,j}^k, \\
f_{i,j}^{[3]} &= \frac{\Delta t (\Delta x_{-i})^4}{2(\Delta_i x)^2} \gamma_\phi^2 \left[D_{i+1,j}^k + D_{i,j}^k \left(\frac{\Delta x_{+i}^2}{\Delta x_{-i}^2} - 1 \right) - D_{i-1,j}^k \frac{\Delta x_{+i}^2}{\Delta x_{-i}^2} \right], \\
f_{i,j}^{[4]} &= \frac{\Delta t (\Delta y_{-j})^4}{2(\Delta_j y)^2} \left[D_{i,j+1}^k + D_{i,j}^k \left(\frac{\Delta y_{+j}^2}{\Delta y_{-j}^2} - 1 \right) - D_{i,j-1}^k \frac{\Delta y_{+j}^2}{\Delta y_{-j}^2} \right], \\
a_i &= \frac{\Delta x_{+i}}{\Delta x_{-i}}, \\
a_j &= \frac{\Delta y_{+j}}{\Delta y_{-j}}.
\end{aligned}$$

Por lo tanto, la ecuación (3.34) queda de la siguiente forma:

$$\begin{aligned}
& S_{i,j}^k - f_{i,j}^{[1]} [S_{i+1,j}^k - S_{i,j}^k [1 + a_i] + S_{i-1,j}^k a_i] - f_{i,j}^{[2]} [S_{i,j+1}^k - S_{i,j}^k [1 + a_j] + S_{i,j-1}^k a_j] \\
& - f_{i,j}^{[3]} [S_{i+1,j}^k + S_{i,j}^k [a_i^2 - 1] - S_{i-1,j}^k a_i^2] - f_{i,j}^{[4]} [S_{i,j+1}^k + S_{i,j}^k [a_j^2 - 1] - S_{i,j-1}^k a_j^2] = R_{S_{i,j}^k}^{k-1}. \quad (3.35)
\end{aligned}$$

Agrupando términos en la ecuación (3.35):

$$\begin{aligned}
& S_{i+1,j}^k [-f_{i,j}^{[1]} - f_{i,j}^{[3]}] + S_{i-1,j}^k [-f_{i,j}^{[1]} a_i + f_{i,j}^{[3]} a_i^2] \\
& + S_{i,j}^k [1 + f_{i,j}^{[1]} (1 + a_i) + f_{i,j}^{[2]} (1 + a_j) - f_{i,j}^{[3]} (a_i^2 - 1) - f_{i,j}^{[4]} (a_j^2 - 1)] \\
& + S_{i,j+1}^k [-f_{i,j}^{[2]} - f_{i,j}^{[4]}] + S_{i,j-1}^k [-f_{i,j}^{[2]} a_j + f_{i,j}^{[4]} a_j^2] = R_{S_{i,j}^k}^{k-1} \quad (3.36)
\end{aligned}$$

Esta ecuación representa los cambios de saturación con el tiempo a lo largo del espacio.

Ecuación de Viscosidad en diferencias finitas

$$\mu_{i,j}^k = e^{-b_{vis}(T_{m_{i,j}}^k - 1)} \quad (3.37)$$

Ecuación de Flujo Fraccional en diferencias finitas

$$f_{i,j}^k(S_w) = \frac{k_{rw_{i,j}}^k S_{w_{i,j}}^{nw}}{k_{rw_{i,j}}^k S_{w_{i,j}}^{nw} + k_{ro_{i,j}}^k (1 - S_{w_{i,j}})^{no} \frac{\mu_w}{\mu_o}} \quad (3.38)$$

Ecuación de Coeficiente de “Difusión Capilar” en diferencias finitas

$$D_{i,j}^k(S) = -\frac{k_{ro_{i,j}}^k}{\mu_o(T)} f_{i,j}^k(S) \frac{dP_c}{dS} \quad (3.39)$$

3.4 Condiciones Iniciales y Condiciones de Frontera

Para obtener las condiciones iniciales y condiciones de frontera se utilizó el modelo físico de Matriz-Fractura, el cual permite visualizar la forma en que fueron seleccionadas las condiciones y las suposiciones realizadas.

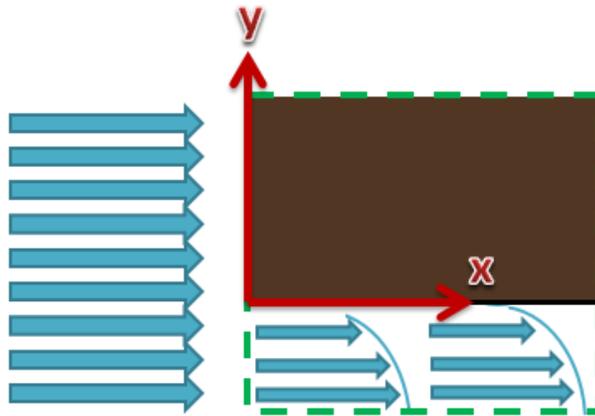


Fig. 3.7. Modelo de Matriz-Fractura.

Las condiciones iniciales que corresponden dentro de la matriz son las siguientes:

$$T_{Mat} = T_{yac} ,$$

$$S_{Mat} = S_{o,ini} ,$$

donde la temperatura de la matriz es la temperatura del yacimiento y la saturación es la saturación inicial de aceite.

Ahora para la obtención de las condiciones de frontera, ocupamos la Fig. 3.7, empezaremos por $x = 0$, estas son:

$$T(x = 0) = T_{iny} ,$$

$$S(x = 0) = S_{or} .$$

Como se mostró en el desarrollo del modelo físico, en esta posición de la matriz existe un fluido de entrada, por lo tanto se tiene una temperatura de dicho fluido. Así como también se tendrá una saturación de aceite residual.

Para $x = iMax$, se tiene que:

$$T(x = 1) = T_{iny} ,$$

$$S(x = 1) = S_{or} .$$

Para esta condición se observa el mismo comportamiento referido anteriormente, por lo que ahí también se tendrá la influencia del fluido inyectado.

Para $y = 0$, ésta se encuentra en el límite de la matriz y fractura, por lo cual la ecuación de la fractura en diferencias finitas (3.24) es la condición de frontera, estas son:

$$\left[-\frac{\gamma_\phi \lambda_w}{\gamma_w \Delta y_m \lambda_w} - \frac{1 \gamma_\phi^2 P e_T}{3 \Delta x} \right] T_{i,1}^k + \left[\frac{\gamma_\phi \lambda_w}{\gamma_w \Delta y_m \lambda_w} \right] T_{i,2}^k + \left[\frac{1 \gamma_\phi^2 P e_T}{3 \Delta x} \right] T_{i-1,1}^k = -1 ,$$

$$S(y = 0) = S_{or} .$$

Por último, para $y = jMax$, la condición de frontera es cero, debido a que tenemos una simetría que se obtuvo cuando se realizó el modelo físico, por lo tanto:

$$\left. \frac{\partial T}{\partial y} \right|_{y=1} = 0 .$$

3.5 Estructuración del Programa

Para la programación se utilizaron tres paquetes de cómputo; Scientific WorkPlace 5.5, Eclipse Junio 2012 y Visit 2.5.2. El primer programa se utilizó para el desarrollo del modelo matemático y numérico de las ecuaciones de temperatura, saturación, viscosidad, flujo fraccional y coeficiente de “Difusión Capilar”.

El segundo programa fue ocupado para hallar la solución numérica, el cual fue escrito en el lenguaje de programación Fortran 90 siendo realizado en paralelo con openMP. El tercer programa nos permitió visualizar los resultados de las corridas numéricas de forma gráfica en un sistema 2D. El diagrama de flujo del programa se muestra en la Fig. 3.8.

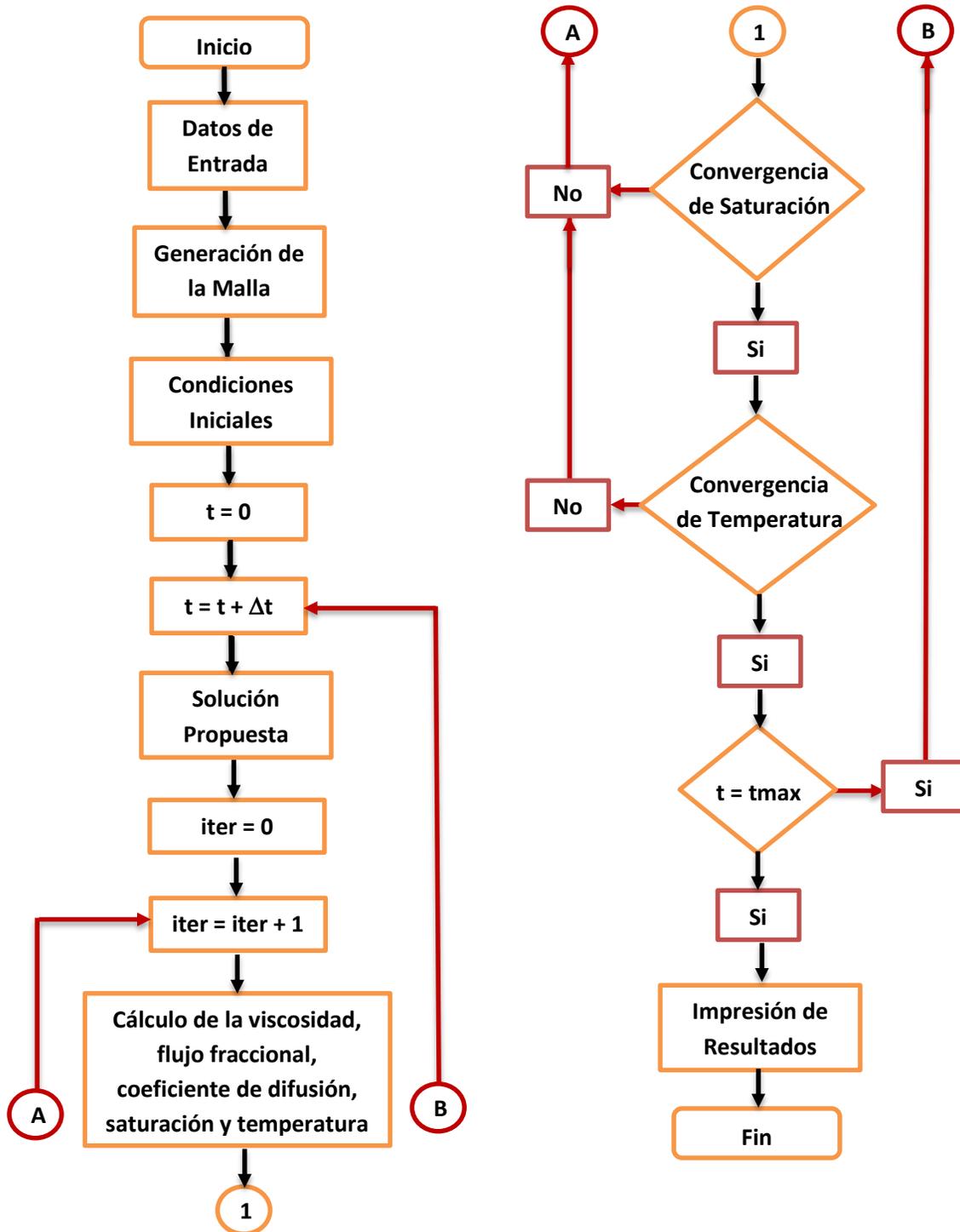


Fig. 3.8. Diagrama de flujo del programa.

El programa del modelo de Calentamiento Electromagnético se estructuró en cinco grupos; programa central, datos de entrada, módulo, subrutinas y datos de salida. Estos grupos se muestran en la Tabla 3.1.

Tabla 3.1. Estructura del Programa de Cómputo.

Programa Central
MainEMH.f90
Datos de Entrada
InputEMH.dat
Módulos
VarEMH.f90
Mat.f90
Subrutinas
InputEMH.f90
GridEMH.f90
InitialEMH.f90
OutInitialEMH.f90
ProposoIEMH.f90
ViscosityEMH.f90
FracFluxEMH.f90
DiffusionEMH.f90
SaturationEMH.f90
TemperatureEMH.f90
LU.f90
AveSatEMH.f90
AveTempEMH.f90
OutEMH.f90
Datos de Salida
OutDataEMH.dat
OutDataEMH'FileNumber'.plt

A continuación se describen los componentes mostrados en la Tabla 3.1.

Programa Central:

- **MainEMH.f90**, maneja las secuencias de las subrutinas.

Datos de Entrada:

- **InputEMH.dat**, en este archivo se introducen los valores de los parámetros necesarios, estos son: porosidad en la matriz, distancia en la matriz en dirección y, distancia en la fractura en dirección y, distancia en dirección x, permeabilidad, presión capilar inicial, viscosidad del agua, densidad del agua, capacidad calorífica del agua, velocidad del agua inicial, saturación del agua inicial, viscosidad del aceite inicial, densidad del aceite, capacidad calorífica del aceite, saturación de aceite residual, densidad de la roca, capacidad calorífica de la roca, resistividad del agua, corriente eléctrica, temperatura inicial, temperatura de inyección, factor de viscosidad.

Módulos:

- **VarEMH.f90**, en este módulo se declaran todos los parámetros y variables involucrados en el modelo.
- **Mat.f90**, en este módulo se declaran todos los parámetros y variables involucrados en la subrutina que ayuda a solucionar la matriz del modelo.

Subrutinas:

- **InputEMH.f90**, lee todos los valores colocados en el archivo de entrada "InputEMH.dat".
- **GridEMH.f90**, genera la malla en el tiempo.
- **InitialEMH.f90**, contiene las condiciones iniciales.
- **OutInitialEMH.f90**, genera el archivo de salida al tiempo inicial con el formato adecuado para ser incorporados al programa Visit 2.5.2.
- **ProposoIEMH.f90**, resuelve una solución propuesta a partir de las condiciones iniciales, es necesaria porque el código necesita datos de entrada para resolver las subrutinas de viscosidad, flujo fraccional, coeficiente de difusión, saturación y temperatura, ya que todas depende entre sí, y por eso es necesario.
- **ViscosityEMH.f90**, calcula la viscosidad en la matriz.
- **FracFluxEMH.f90**, calcula el flujo fraccional en la matriz.
- **DiffusionEMH.f90**, calcula el coeficiente de difusión.
- **SaturationEMH.f90**, calcula la saturación en la matriz.
- **TemperatureEMH.f90**, calcula la temperatura en la matriz.
- **LU.f90**, subrutina de apoyo para solucionar la matriz del modelo, librería de Álgebra Lineal Numérica LAPACK (Anderson, Bay et al., 1992).
- **AveSatEMH.f90**, calcula la saturación promedio que se tendría.
- **AveTempEMH.f90**, calcula la temperatura promedio que se tendría.
- **OutEMH.f90**, genera los archivos de salida con el formato adecuado para ser incorporados al programa Visit 2.5.2 y ser utilizados para la generación de gráficos 2D.

Datos de Salida:

- **OutDataEMH.dat**, archivo que contiene los datos tabulados de la saturación, temperatura y coeficiente de difusión, así como también los promedios de temperatura y saturación, calculados a diferentes tiempos.

- **OutDataEMH'FileNumber'.plt**, archivos finales que contienen los resultados del modelo, estos bajo un formato donde 'FileNumber' es el número que se asigna después de que hace el cálculo para cada tiempo, este apto para su uso en el programa Visit 2.5.2.

Es relevante mencionar que el tiempo de cómputo es una variable importante al momento de realizar una corrida numérica, ya que para la realización de una corrida de un caso propuesto el tiempo necesario es aproximadamente de cuatro días. Se debe especificar que el sistema de cómputo tiene una capacidad de procesamiento 3.47 GHz en 12 núcleos y con una memoria RAM de 48 GB, por lo que se asume que el uso de una computadora que no presente estas características requerirá mayor tiempo de cómputo para realizar las corridas o en el peor de los casos no podría generar dichas corridas numéricas.

En este capítulo se mostró cómo se realizó el modelo de Calentamiento Electromagnético, empezando por el modelo físico hasta llegar al esquema de programación; al establecer lo anterior, se procederá en el siguiente capítulo a realizar los casos de estudio.

CAPÍTULO IV: CASOS DE ESTUDIO

En este capítulo se describen las consideraciones generales que necesita el programa de calentamiento electromagnético, posteriormente se plantean cuatro casos, los cuales son: caso base, el cual consiste en sólo aplicar una recuperación primaria; caso de inyección de agua caliente, el caso de calentamiento electromagnético, y por último, un caso combinado, el cual consiste en aplicar la inyección de agua caliente y el calentamiento electromagnético al mismo tiempo.

Para cada caso se utilizaron datos de experimentos de laboratorio, posteriormente se visualizará el comportamiento de la saturación de agua y el perfil de temperatura a través de gráficos 2D.

Los casos se eligieron de acuerdo a las características de los yacimientos en México, el acoplamiento de otro método de recuperación mejorada al Calentamiento Electromagnético y la posición del contacto CAA en algunos yacimientos.

4.1 Consideraciones Generales

Los datos en común que tendrá cada caso propuesto dentro del programa de Calentamiento Electromagnético, están en la tabla siguiente:

Tabla 4.1. Datos involucrados en el programa.

Parámetro	Valor	Unidades en S.I.
\emptyset	0.2	frac
h_{ma}	0.15	m
h_{mw}	0.001	m
L	0.3	m
k	5×10^{-13}	m^2
ΔP	5×10^4	Pa
P_{ini}	7.6	Pa
b_{vis}	2.5	Adim
μ_w	0.001	Pa-seg
k_{rw0}	1	Adim
ρ_w	1	Kg/m^3
c_w	4154.5	$J/kg-^\circ K$
λ_w	0.59	$W/m-^\circ K$
S_{iw}	0.3	Adim
μ_{o0}	2.5×10^{-3}	Pa-seg

k_{ro0}	1	Adim
ρ_o	934	Kg/m ³
c_o	510	J/kg-°K
λ_o	0.145	W/m-°K
S_{or}	0.4	Adim
ρ_s	2300	Kg/m ³
c_s	908	J/kg-°K
λ_s	1.26	W/m-°K
T_{ini}	50	°C

En la siguiente tabla se presentan los datos ocupados para generar la malla, la cual se ocupó para hacer los casos ya mencionados, así como también se presenta el tiempo adimensional que se ocupó.

Tabla 4.2. Datos de la malla en el programa.

Parámetro	Valor
t_{maxsim}	0.1
i_{max}	99
j_{max}	99

El tiempo máximo adimensional de simulación es de 0.1, éste se encuentra en variables adimensionales, para saber el tiempo real al cual se simuló, se ocupa la siguiente ecuación:

$$t = \frac{\tilde{t}}{t_o}, \tag{4.1}$$

donde: \tilde{t} es el tiempo real y t el tiempo adimensional. Para encontrar t_o se parte de la siguiente ecuación:

$$t_o = \frac{h_{\phi}^2}{4D_o},$$

donde:

$$D_o = \frac{kP_o}{\phi\mu_{o0}\Delta S_w}.$$

Es importante conocer el factor de recuperación de cada caso para así poder compararlos, se parte de la siguiente ecuación:

$$FR = \frac{V_{ext}}{V_{ori}} \times 100\% .$$

Sustituyendo y reagrupando términos para que la ecuación quede en función de la saturación, queda de la siguiente manera:

$$FR = \frac{S(1 - S_{or} - S_{wi})}{1 - S_{wi}} \times 100\% ,$$

donde S es la saturación de agua calculada en el programa.

4.2 Caso Base

Éste primer caso, consiste en que el programa represente el comportamiento de una recuperación, producto de la energía natural del sistema y con esto se pretende observar los resultados que se esperarían en una recuperación primaria de aceite pesado, es decir, sin habilitar ningún método de recuperación secundaria y/o mejorada el cual aporte energía adicional al sistema, como lo son el de inyección de agua caliente y el de calentamiento electromagnético.

Se observa en la Fig. 4.1 el perfil de saturación de agua en la matriz que se tiene al tiempo final de simulación.

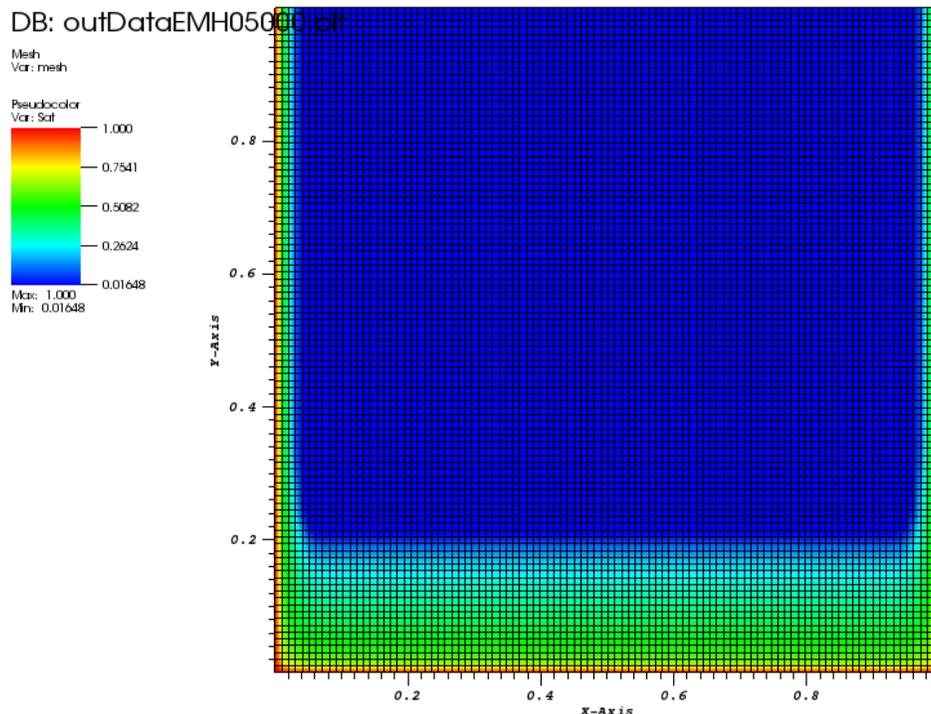


Fig. 4.1. Simulación 2D de saturación de agua, Caso Base.

La Fig. 4.2, representa el comportamiento de la saturación de agua que se obtuvo durante toda la simulación.

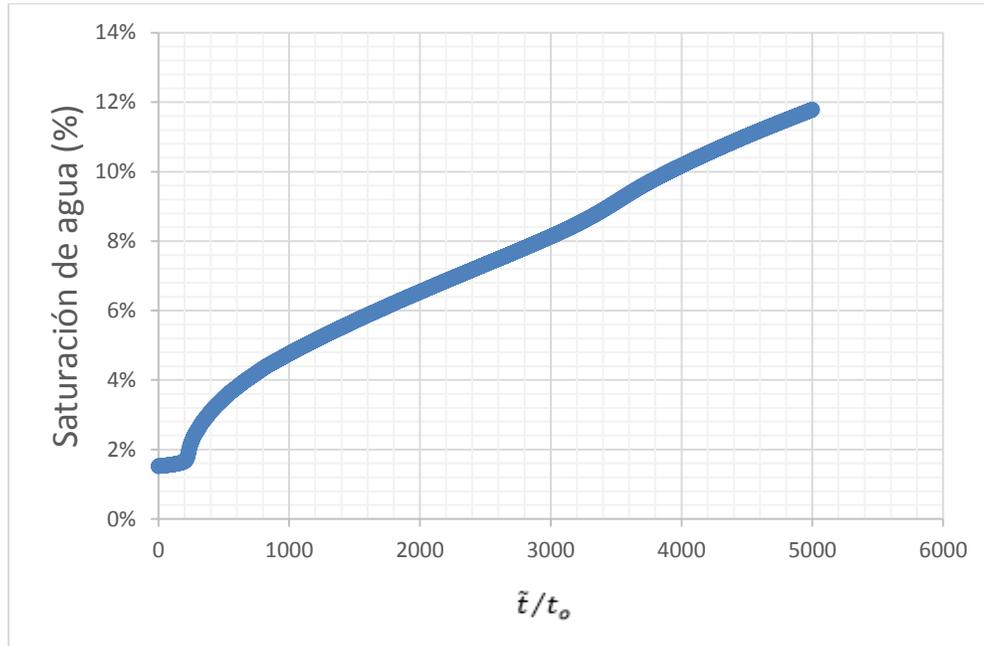


Fig. 4.2. Gráfica de saturación de agua, Caso Base.

Se observa en la Fig. 4.3 el perfil de temperatura en la matriz que se tiene al tiempo final de simulación.

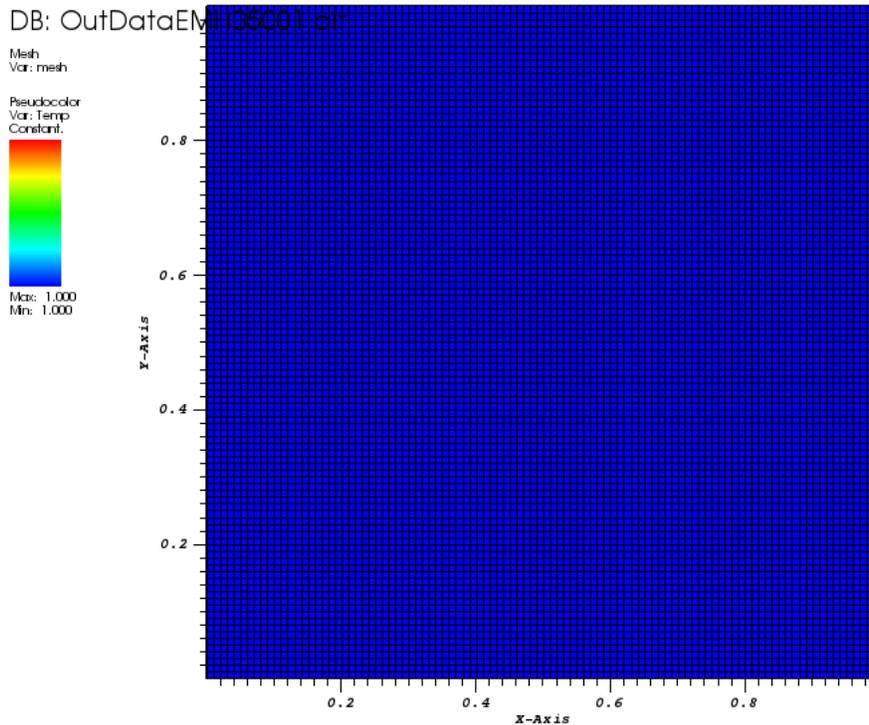


Fig. 4.3. Simulación 2D de temperatura, Caso Base.

La Fig. 4.4, representa el comportamiento de la temperatura que se obtuvo durante toda la simulación.

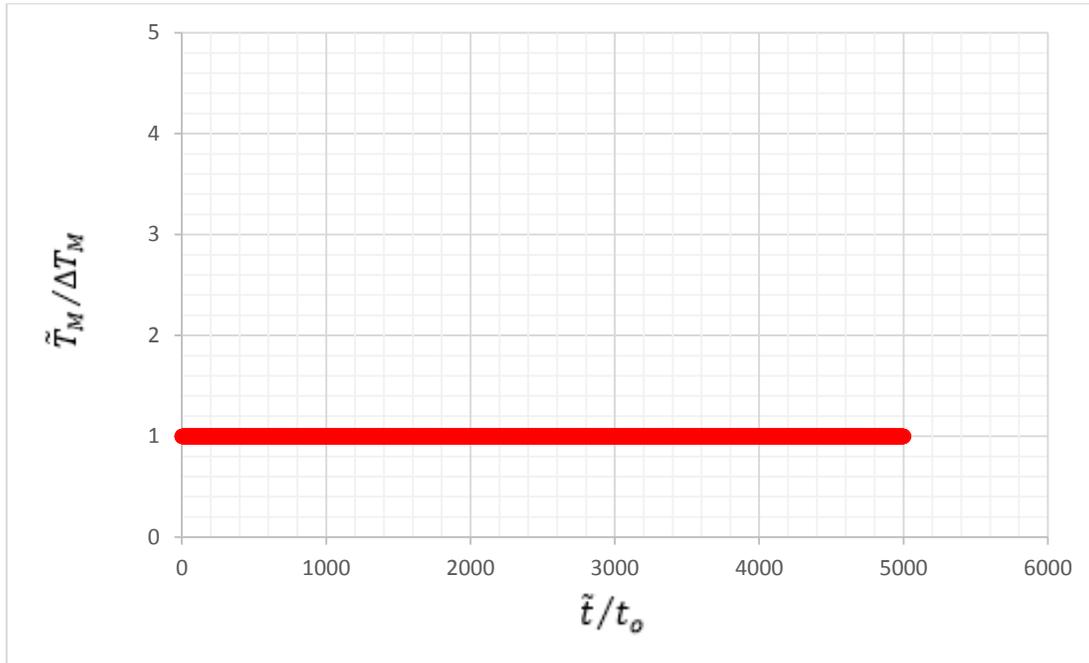


Fig. 4.4. Gráfica de temperatura, Caso Base.

4.3 Caso de Inyección de Agua Caliente

El segundo caso, consiste en que el programa represente el comportamiento de una recuperación producto de la energía natural del sistema y la inyección de agua caliente. Al adicionar energía externa se espera incrementar el factor de recuperación de un yacimiento de aceite pesado o extra-pesado.

Para llevar acabo lo mencionado anteriormente se tiene que modificar la condición inicial, además es necesario agregar el diferencial de presión en el pozo y la temperatura de inyección; estos datos se presentan en la siguiente tabla.

Tabla 4.3. Datos del Caso de Inyección de Agua Caliente.

Parámetro	Valor	Unidades en S.I.
ΔP	0.1	Kg/cm ²
T_{inyec}	$2*(T_{yac})$	°C

Se observa en la Fig. 4.5 el perfil de saturación de agua en la matriz que se tiene al tiempo final de simulación.

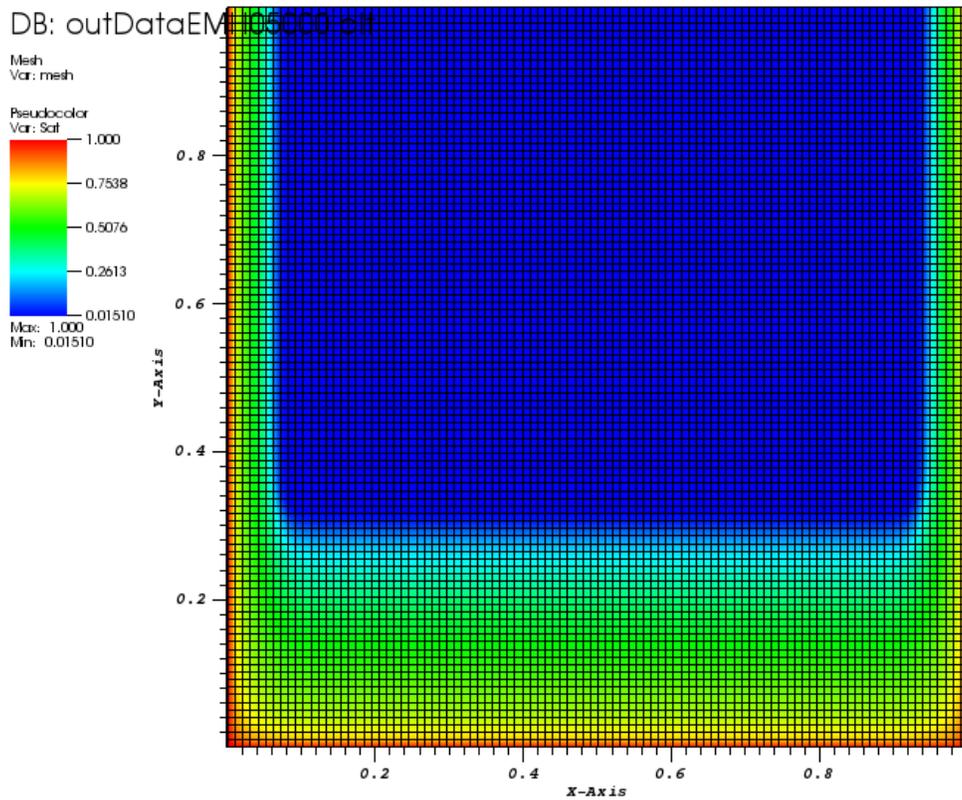


Fig. 4.5. Simulación 2D de saturación de agua, Caso de Inyección de Agua Caliente.

La Fig. 4.6, representa el comportamiento de la saturación de agua que se obtuvo durante toda la simulación.

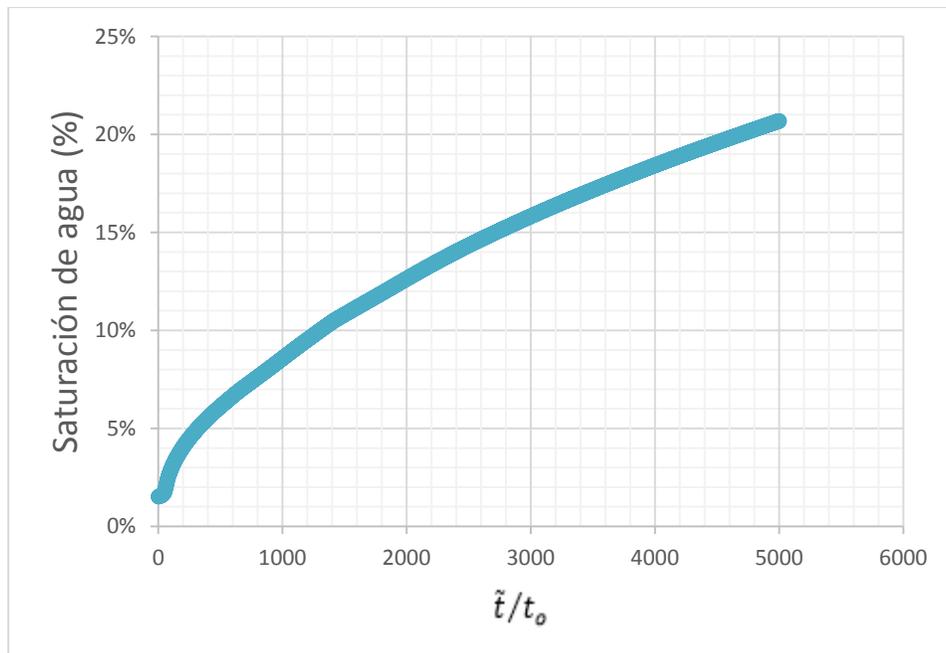


Fig. 4.6. Gráfica de saturación de agua, Caso de Inyección de Agua Caliente.

Se observa en la Fig. 4.7 el perfil de temperatura en la matriz que se tiene al tiempo final de simulación.

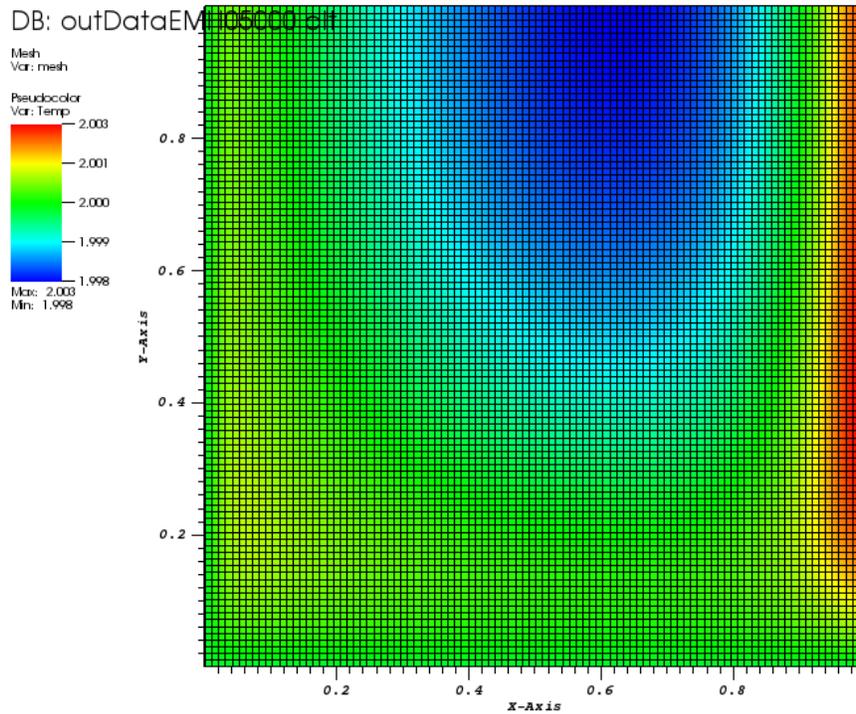


Fig. 4.7. Simulación 2D de temperatura, Caso de Inyección de Agua Caliente.

La Fig. 4.8, representa el comportamiento de la saturación de agua que se obtuvo durante toda la simulación.

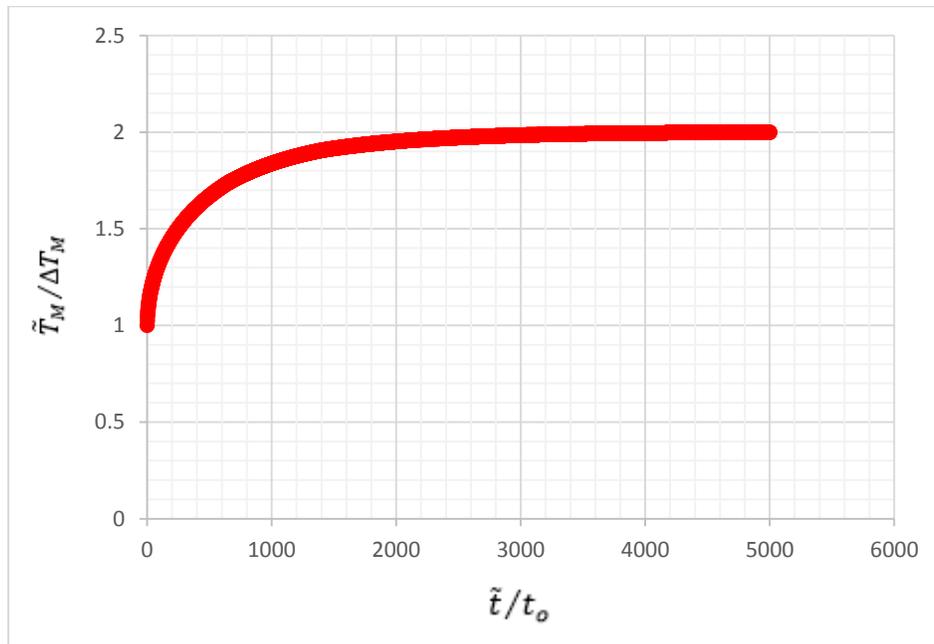


Fig. 4.8. Gráfica de temperatura, Caso de Inyección de Agua Caliente.

4.4 Caso de Calentamiento Electromagnético

Éste tercer caso, consiste que el programa represente el comportamiento de una recuperación producto de la energía natural del sistema y del calentamiento electromagnético. De igual manera que la inyección de agua caliente, este método proporciona una adición de calor al sistema para reducir la viscosidad de aceite y así conseguir una mejor recuperación para un yacimiento de aceite pesado o extra-pesado.

Es relevante mencionar que se decidió hacerlo por ciclos; esto quiere decir, se llegó a apagar el calentamiento cuando alcanzaba una temperatura que se encontraba al límite donde se podría generar vapor, por lo que se apagaba y se volvía a prender cuando se acercaba a la temperatura máxima que alcanzo la inyección de agua caliente, y debido a que ya se han realizado los casos anteriores se tiene la certeza que el programa funciona de manera correcta. Para este caso se ocuparon los siguientes parámetros.

Tabla 4.4. Datos del Caso de Calentamiento Electromagnético.

Parámetro	Valor	Unidades en S.I.
R_w	0.2	ohm
I_w	100	A

Se observa en la Fig. 4.9 el perfil de saturación de agua en la matriz que se tiene al tiempo final de simulación.

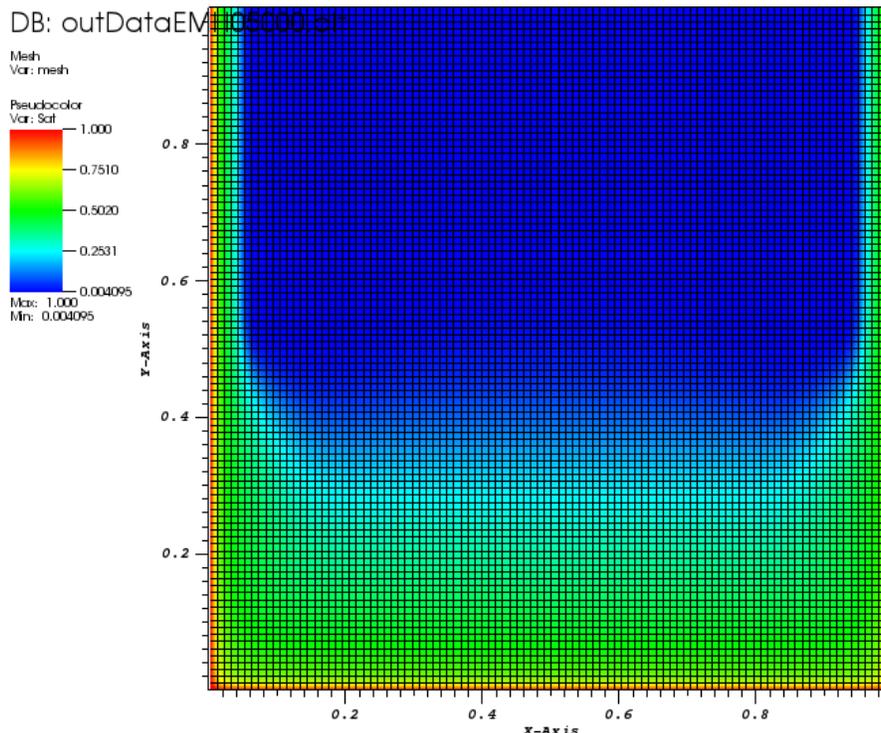


Fig. 4.9. Simulación 2D de saturación de agua, Caso de Calentamiento Electromagnético.

La Fig. 4.10, representa el comportamiento de la saturación de agua que se obtuvo durante toda la simulación.

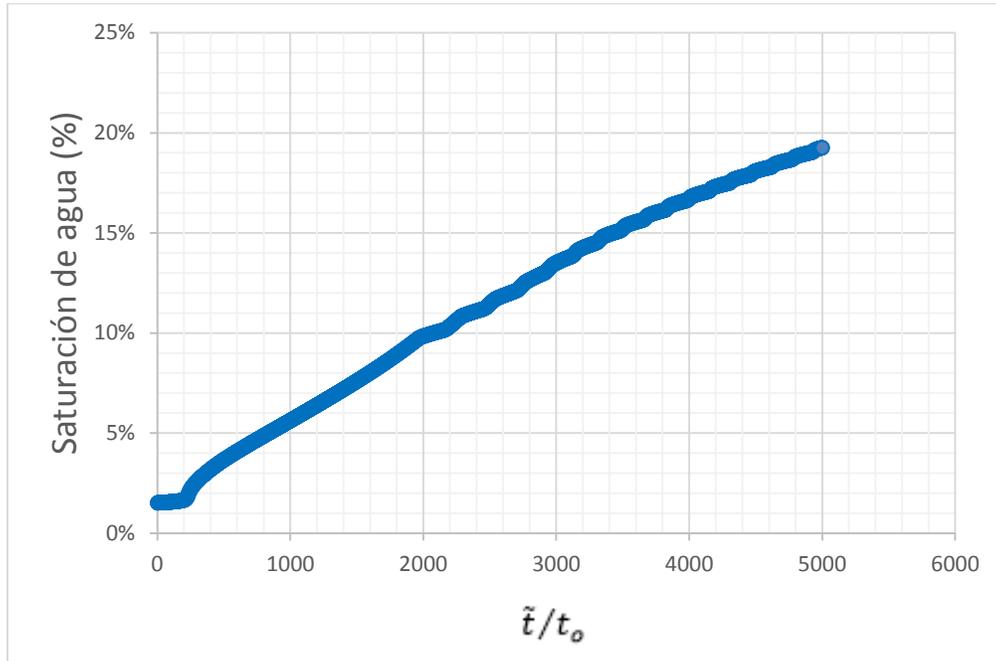


Fig. 4.10. Gráfica de saturación de agua, Caso de Calentamiento Electromagnético.

Se observa en la Fig. 4.11 el perfil de temperatura en la matriz que se tiene al tiempo final de simulación.

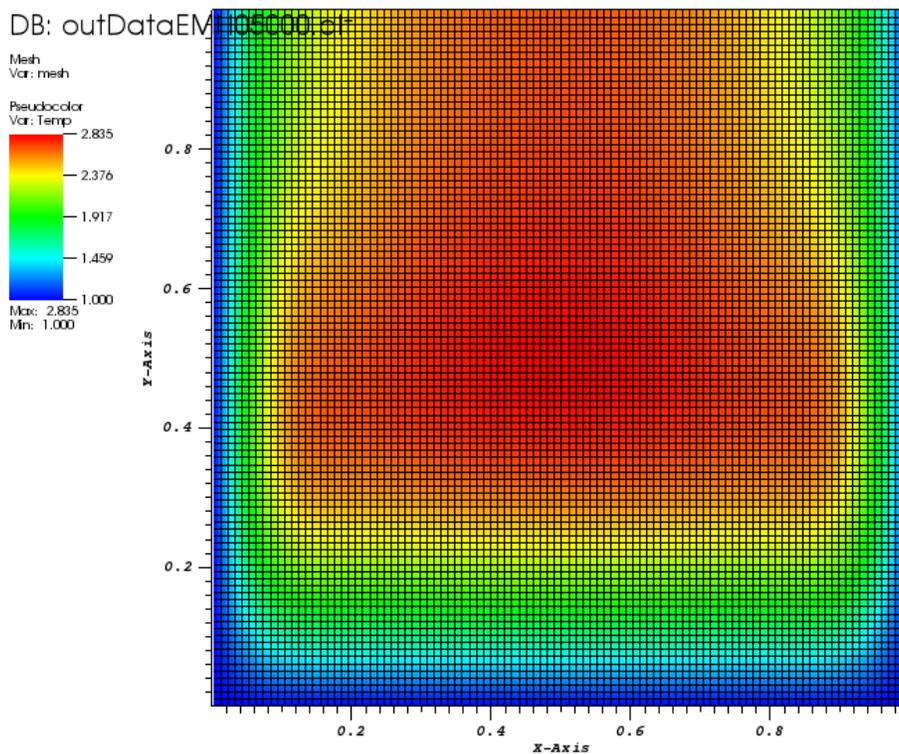


Fig. 4.11. Simulación 2D de temperatura, Caso de Calentamiento Electromagnético.

La Fig. 4.12, representa el comportamiento temperatura que se obtuvo durante toda la simulación.

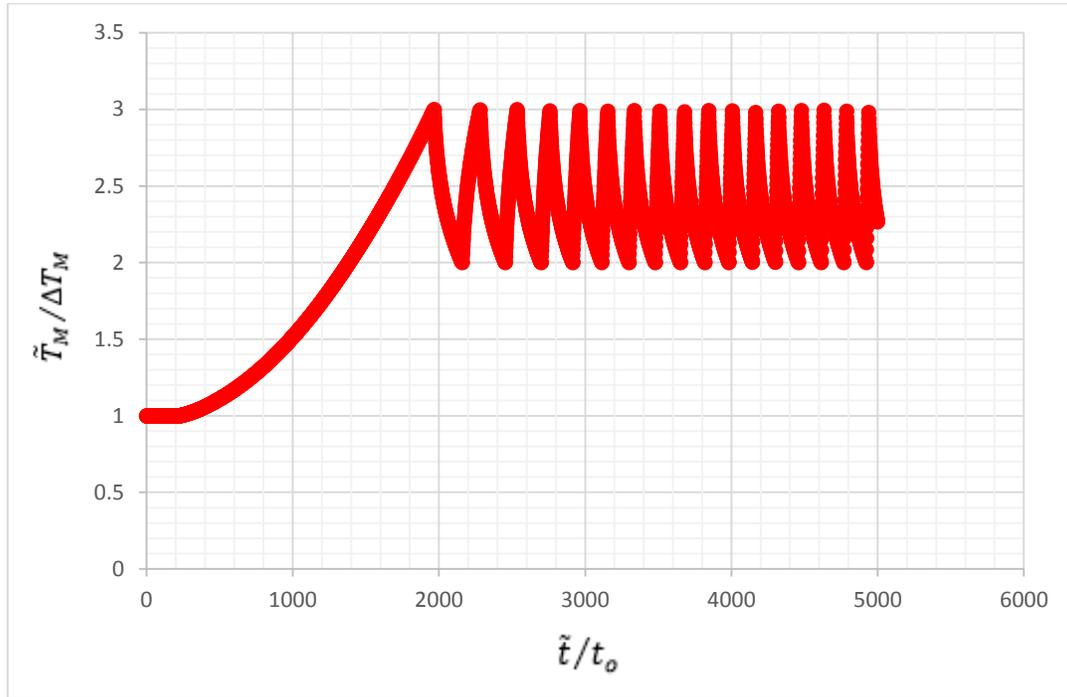


Fig. 4.12. Gráfica de temperatura, Caso de Calentamiento Electromagnético.

4.5 Caso Combinado

El último caso, consiste en que el programa represente el comportamiento de una recuperación producto de la energía natural del sistema, de la inyección de agua caliente y del calentamiento electromagnético. Este caso tiene la finalidad de presentar cuánto sería la recuperación final que se obtendría al operar de manera simultánea los dos métodos de recuperación mejorada. Para la realización del caso combinado se ocuparon los mismos parámetros ya mencionados anteriormente.

Tabla 4.5. Datos del Caso Combinado.

Parámetro	Valor	Unidades en S.I.
R_w	0.2	ohm
I_w	100	A
ΔP	0.1	Kg/cm ²
T_{inyec}	$2*(T_{yac})$	°C

Se observa en la Fig. 4.13 el perfil de saturación de agua en la matriz que se tiene al tiempo final de simulación.

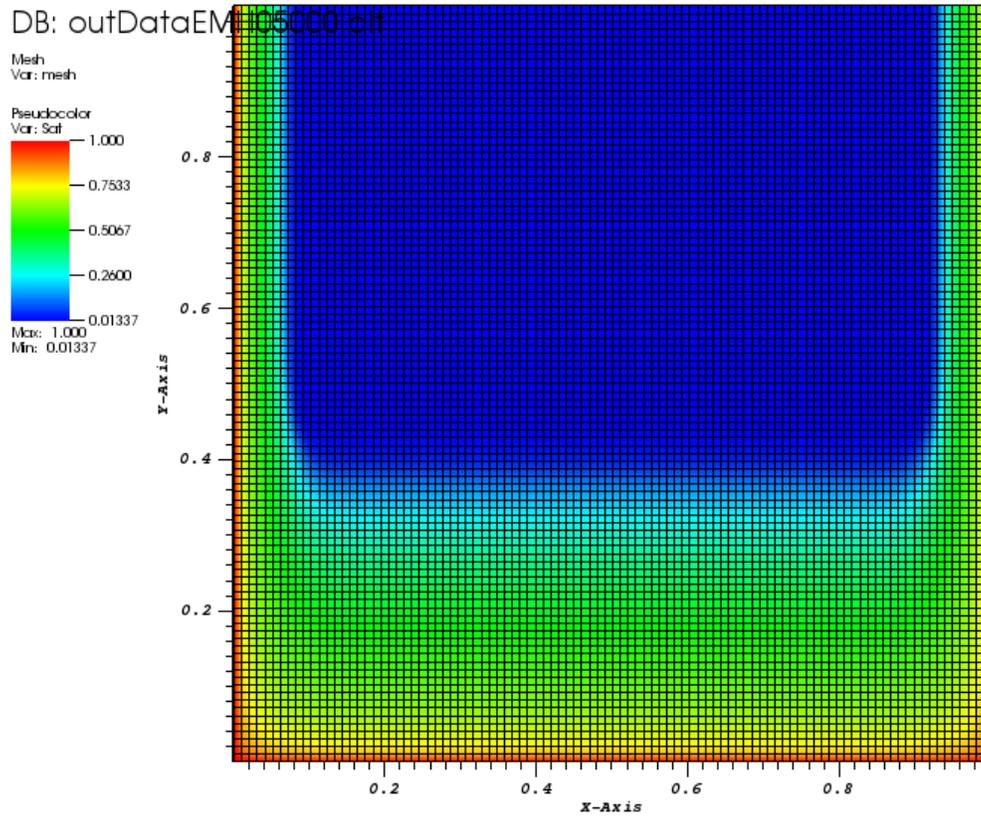


Fig. 4.13. Simulación 2D de saturación de agua, Caso Combinado.

La Fig. 4.14, representa el comportamiento de la saturación de agua que se obtuvo durante toda la simulación.

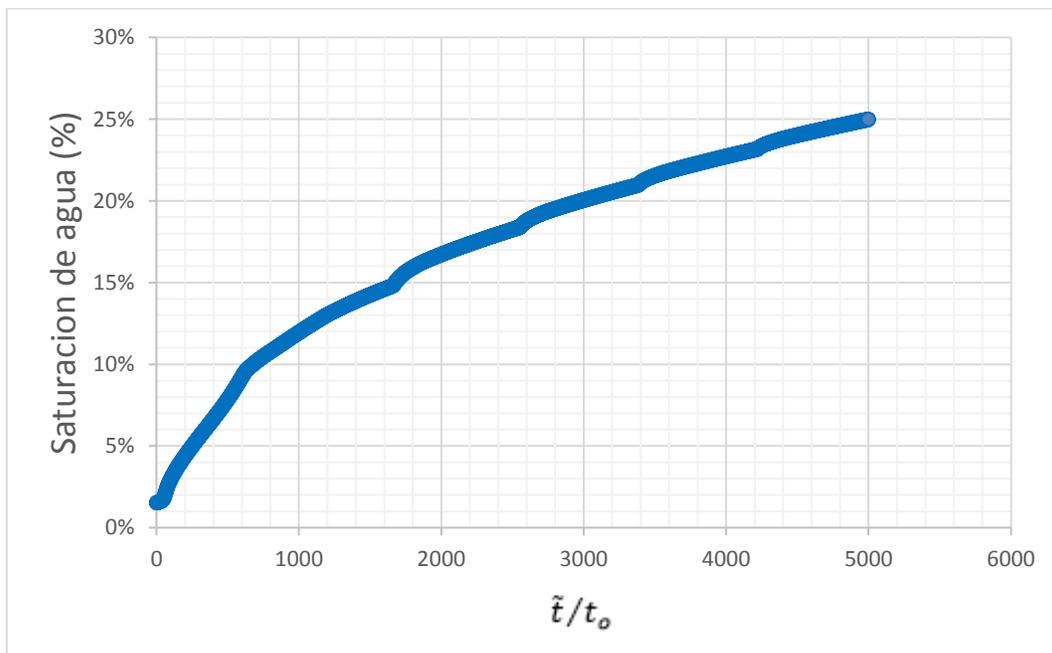


Fig. 4.14. Gráfica de saturación de agua, Caso Combinado.

Se observa en la Fig. 4.15 el perfil de temperatura en la matriz que se tiene al tiempo final de simulación.

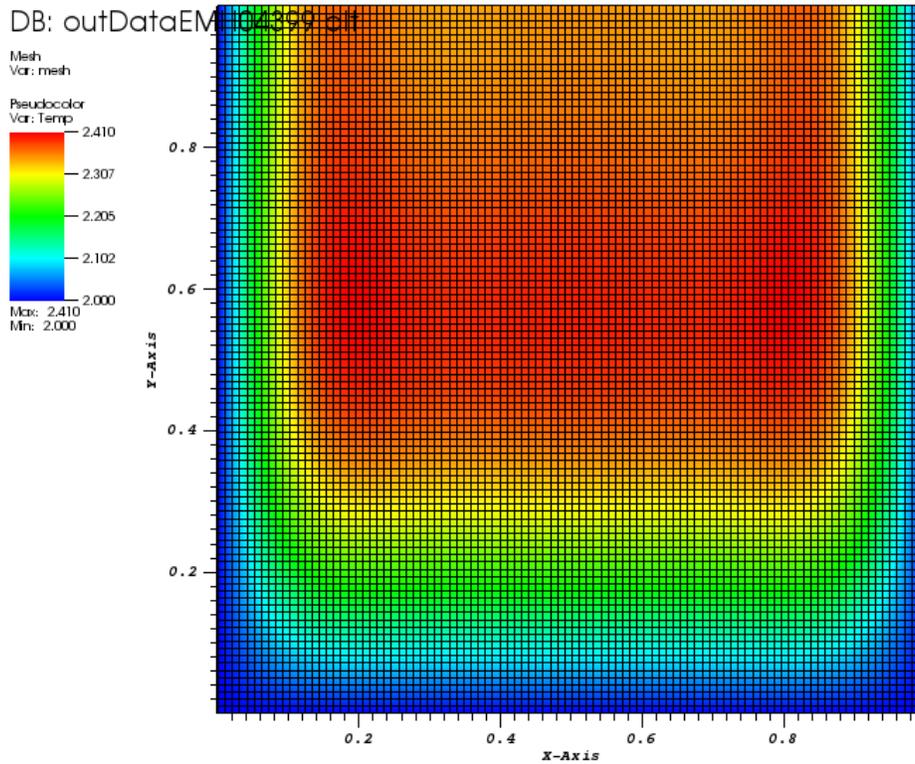


Fig. 4.15. Simulación 2D de temperatura, Caso Combinado.

La Fig. 4.16, representa el comportamiento de la temperatura que se obtuvo durante toda la simulación.

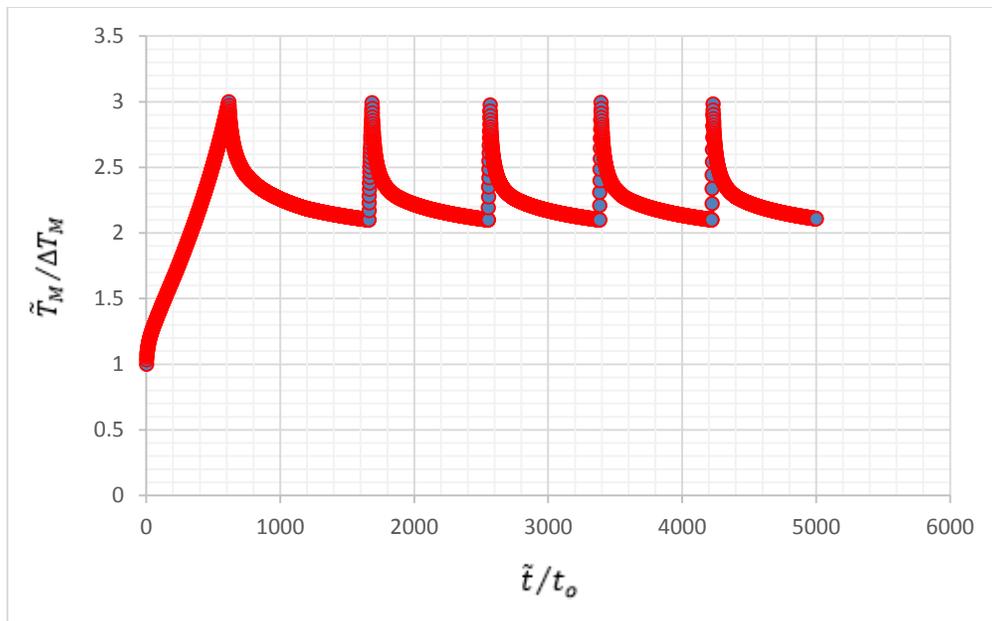


Fig. 4.16. Gráfica de temperatura, Caso Combinado.

CAPÍTULO V: ANÁLISIS E INTERPRETACIÓN DE RESULTADOS

En este trabajo se realizó un modelo de calentamiento electromagnético a escala matriz-fractura, éste incluyendo otro método de recuperación mejorada que es la inyección de agua caliente, a fin de poder observar cómo sería su funcionamiento de forma simultánea.

Se presentaron en el capítulo anterior los resultados obtenidos de todos los casos propuestos, por lo que se procederá a analizar e interpretar dichos casos de forma conjunta. De esta forma se podrá observar la recuperación obtenida de cada caso en comparación al otro, así como también su perfil de temperatura.

5.1 Caso Base vs Caso de Inyección de Agua Caliente

En esta primera comparación de dos casos planteados, lo que se pretende demostrar es que el modelo propuesto de calentamiento electromagnético representa de manera adecuada una recuperación primaria de un aceite negro y la aplicación de un método de recuperación mejorada en un aceite negro.

El porcentaje de recuperación primaria del crudo original en yacimientos fracturados en el sitio es en promedio del orden de 10-20% pero puede ser tan grande como 35% en yacimientos que tengan la mayoría de su aceite en las fracturas¹⁸.

En la recuperación mejorada por inyección de agua caliente en yacimientos fracturados se tienen en promedio del orden de 15-60% cuando se aplica desde el principio de la explotación, pero cuando se implementan después de un periodo de recuperación secundaria su factor es del orden de 40-50%, esto depende mucho del tipo de yacimiento fracturado donde se aplique¹⁹.

Se observa que el factor de recuperación del caso base es del orden de 12%, esto nos dice que está representando de manera correcta una recuperación primaria, el factor de recuperación de la inyección de agua caliente es del orden de 21% esto nos dice que se encuentra en rangos válidos para este tipo de recuperación mejorada. En la Fig. 5.1 se observa lo que se mencionó.

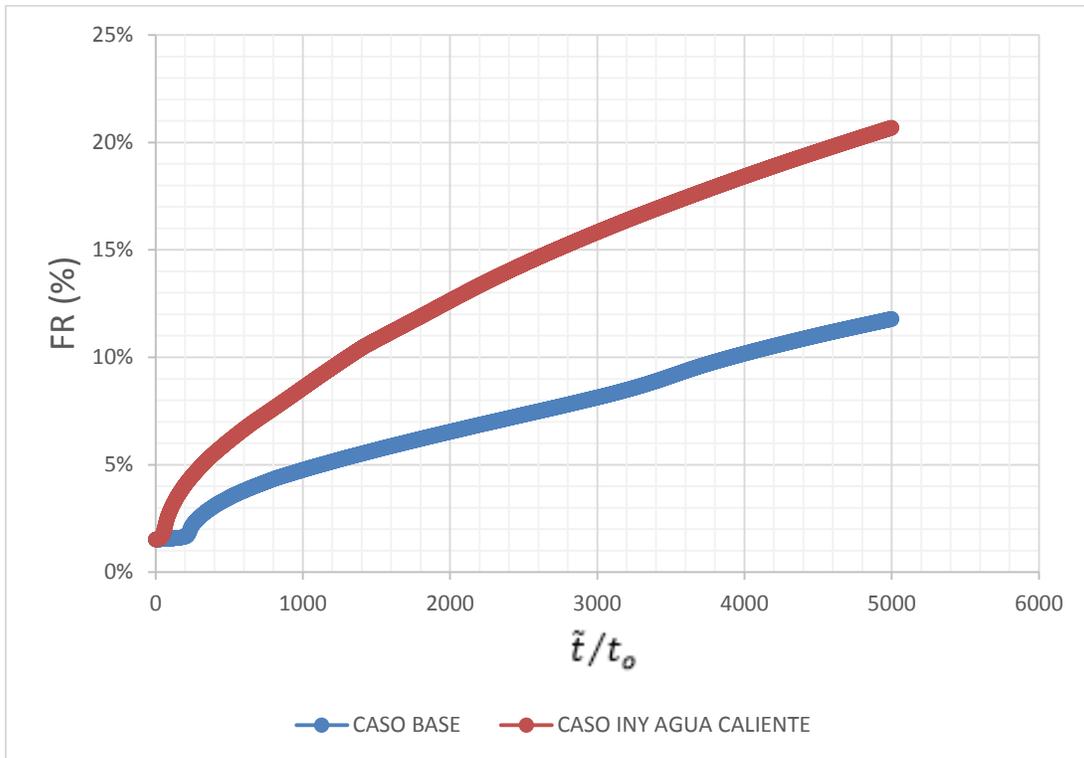


Fig. 5.1. Gráfica de factor de recuperación, Caso Base vs Caso de Inyección de Agua Caliente.

También se hizo una comparación de los perfiles de temperatura para ambos casos, donde se observa el incremento de la temperatura al aplicar el método de recuperación mejorada.

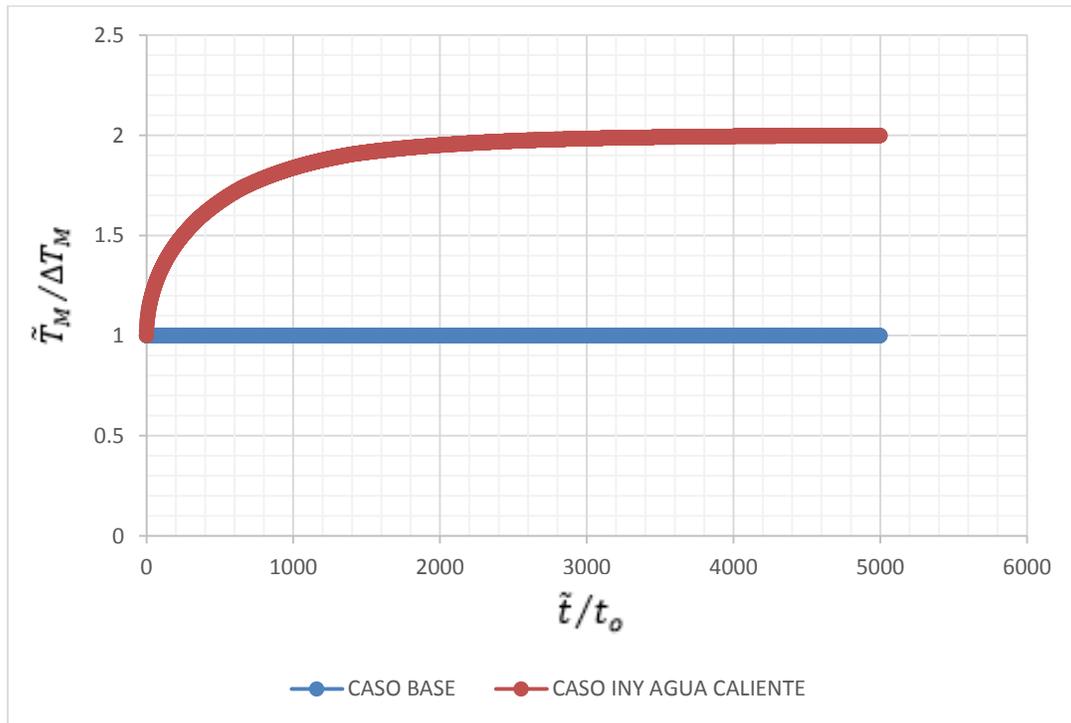


Fig. 5.2. Gráfica de temperatura, Caso Base vs Caso de Inyección de Agua Caliente.

5.2 Caso Base vs Caso de Calentamiento Electromagnético

Una vez habiendo comprobado que el caso base representa la recuperación primaria de un aceite negro en un yacimiento fracturado, se procederá a comparar nuestro modelo de calentamiento electromagnético contra el caso base, esto para observar el comportamiento y la cantidad de aceite que llegaría a recuperarse.

En el caso de calentamiento electromagnético se decidió hacerlo por ciclos; esto quiere decir, se llegó a apagar el calentamiento cuando alcanzaba una temperatura que se encontraba al límite donde se podría generar vapor, por lo que se apagaba y se volvía a prender cuando se acercaba a la temperatura máxima de la inyección de agua caliente.

Mencionado esto, se observa en la Fig. 5.3 que la curva de calentamiento electromagnético describe ciertos puntos de inflexión donde se observa la suspensión del calentamiento electromagnético, esto tuvo como resultado que se mantuviera constante durante un periodo de tiempo. Después se volvió a reanudar el método, observando un incremento en la curva hasta llegar al siguiente ciclo.

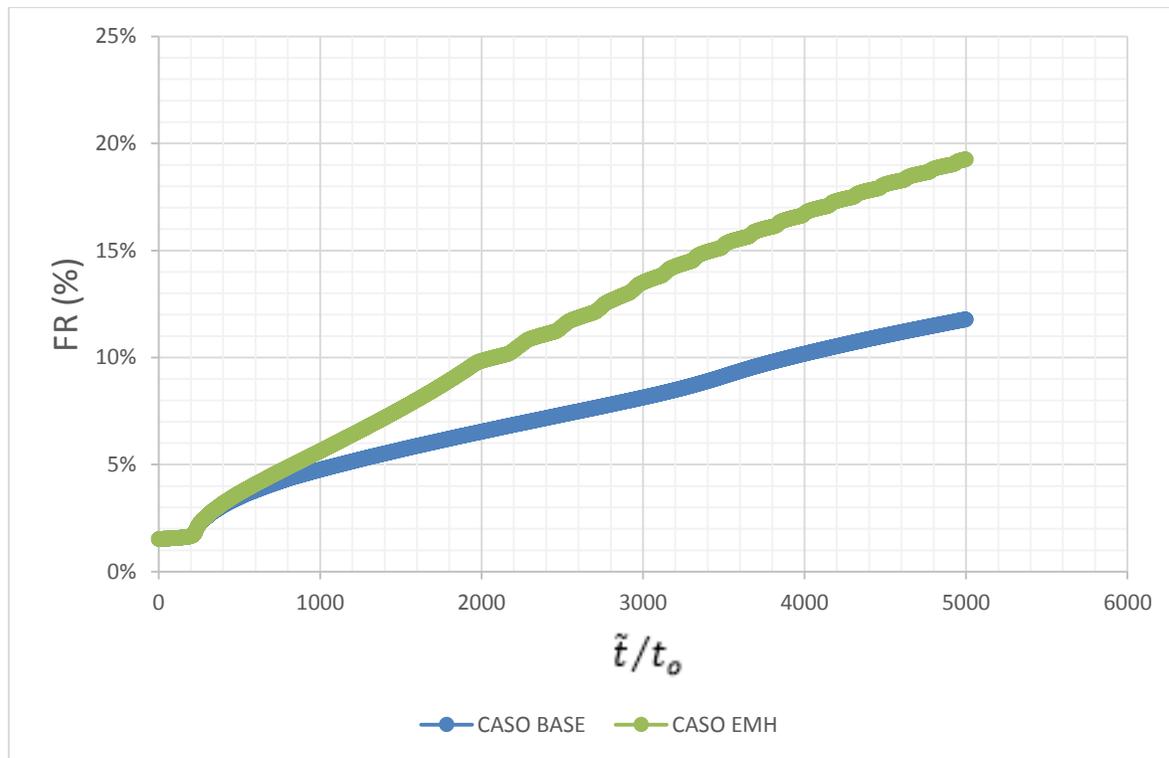


Fig. 5.3. Gráfica de factor de recuperación, Caso Base vs Caso de Calentamiento Electromagnético.

En la Fig. 5.4 se presenta el perfil de temperatura de la comparación de caso base contra el calentamiento electromagnético, en ella se puede observar mucho mejor la aplicación de los ciclos ya mencionados.

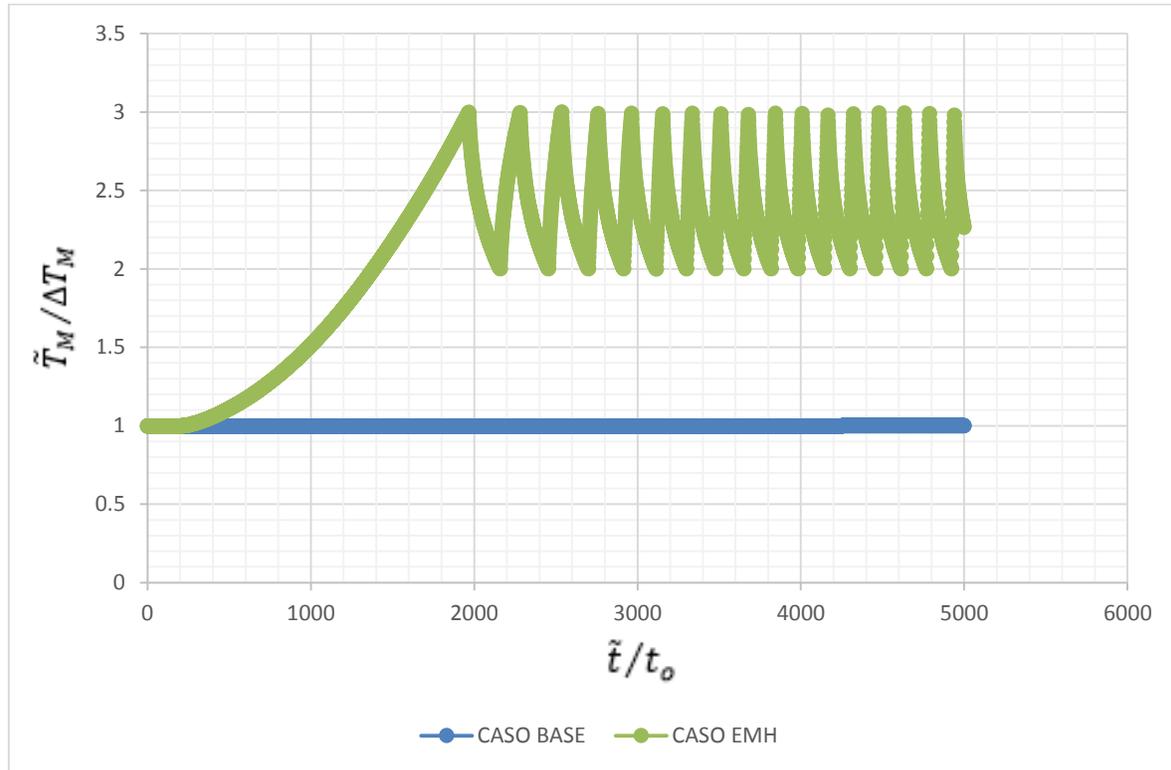


Fig. 5.4. Gráfica de temperatura, Caso Base vs Caso de Calentamiento Electromagnético.

Como se mencionó anteriormente, se observa que el comportamiento del perfil de temperatura, exhibe un pico máximo de temperatura el cual fue definido para que el calentamiento electromagnético no continúe, esto es para evitar que se pueda llegar a evaporar la saturación inicial de agua.

Se sabe que el calentamiento electromagnético⁷ funciona cuando se tiene una saturación de agua de formación mínima que es de aproximadamente 30% para que se pueda lograr un buen efecto de calentamiento mediante este método, como se sabe la saturación mínima que se ocupó para las simulaciones es del 0.30, por lo que es importante no llegar a evaporar esa saturación de agua.

5.3 Caso de Inyección de Agua Caliente vs Caso Calentamiento Electromagnético

En este apartado se mostrará el comportamiento de las curvas de calentamiento electromagnético junto con las de inyección de agua caliente, para así observar la eficiencia de ambos métodos y su comparación con respecto al funcionamiento.

Como ya se mencionó anteriormente, se decidió que el calentamiento electromagnético debía realizarse a través de ciclos; este comportamiento es diferente al presentado por la inyección de agua caliente, el cual se manifiesta de una forma continua. En la Fig. 5.5 se observa que la inyección de agua caliente tiene un factor de recuperación mayor al del calentamiento.

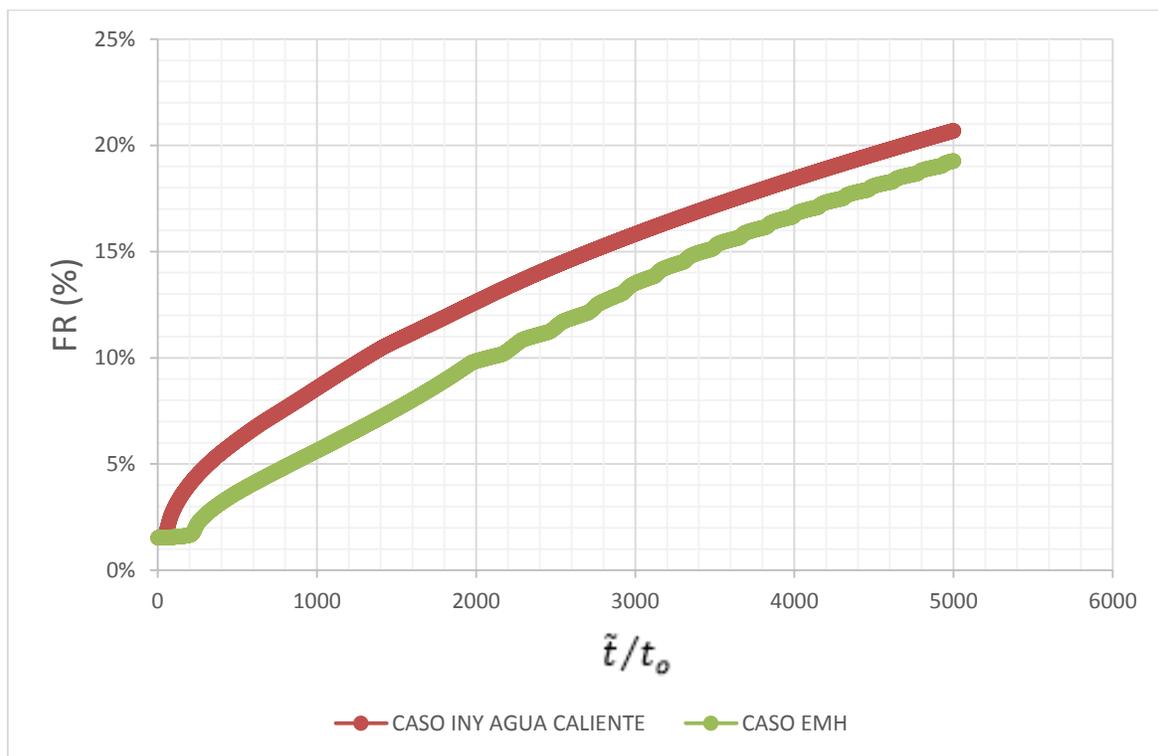


Fig. 5.5. Gráfica de factor de recuperación, Caso de Inyección de Agua Caliente vs Caso de Calentamiento Electromagnético.

En la Fig. 5.6 se muestran los perfiles de temperaturas de ambos casos, se observa que la temperatura a la cual oscila el calentamiento electromagnético está en la máxima que es permitida para no evaporar la saturación de agua, mientras que para la inyección de agua caliente es alcanzada la temperatura máxima del método.

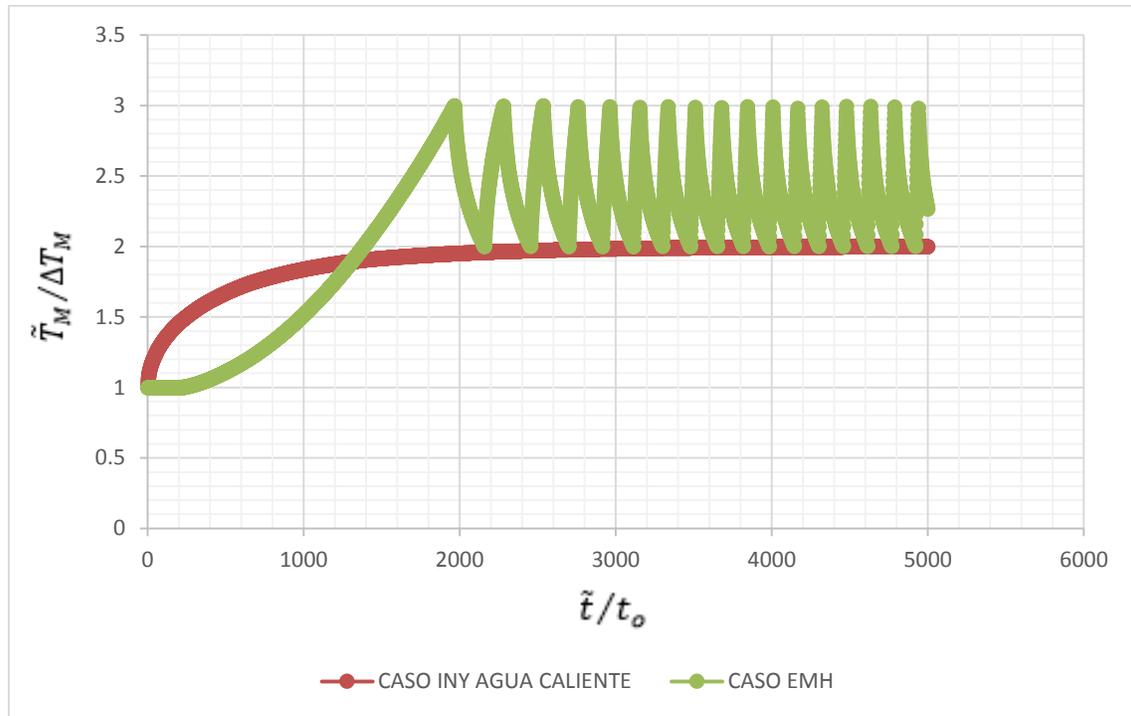


Fig. 5.6. Gráfica de temperatura, Caso de Inyección de Agua Caliente vs Caso de Calentamiento Electromagnético.

Si la temperatura del calentamiento electromagnético es mucho mayor a la de la inyección de agua caliente. ¿Por qué es menor su recuperación? Esto es debido a que existe un problema de desacoplamiento de gradientes temperatura y gradientes de saturación en el calentamiento electromagnético presentado a tiempos cortos. Para ampliar la explicación se muestran las Figuras 5.7 y 5.8.

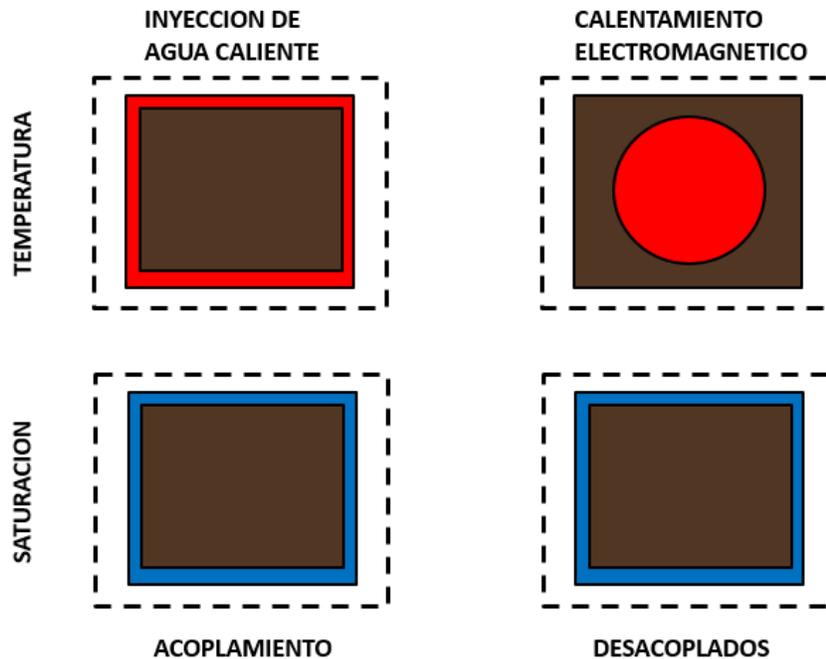


Fig. 5.7. Acoplamiento y desacoplamiento a tiempos cortos.

Como se muestra en la Fig. 5.7, la inyección de agua caliente llega a calentar alrededor de la matriz teniendo el proceso de imbibición de igual manera alrededor de esta, se dice que están acoplados ambos procesos y se tiene una buena recuperación de aceite. De la misma forma se ha comprobado que el calentamiento electromagnético llega a calentar en tiempos cortos en el centro de la matriz pero el proceso de imbibición se está dando alrededor de ella, observando que el fluido calentado no se está siendo producido en tiempos cortos, por lo que no tenemos una buena recuperación, para este último método se dicen que están desacoplados ambos procesos.

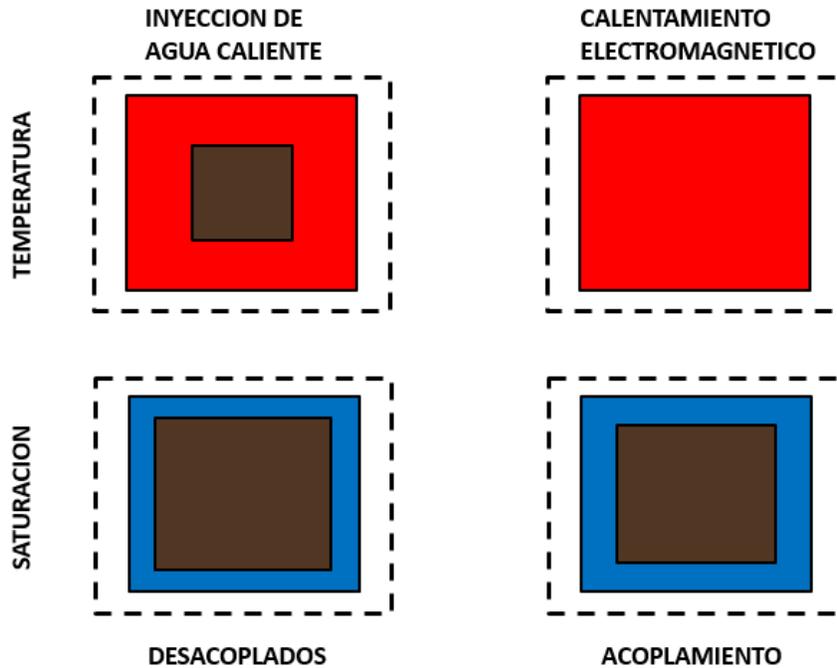


Fig. 5.8. Acoplamiento y desacoplamiento a tiempos largos.

El análisis hecho para tiempos largos exhibe lo contrario para tiempos cortos, es decir, la inyección de agua caliente llega a calentar más adentro a la matriz y el proceso de imbibición se mantiene alrededor de esta, por lo que no presenta un mayor avance de acuerdo a lo visto con el gradiente de temperatura. Es importante mencionar que el proceso de imbibición se da más despacio, esto quiere decir que el proceso de calentamiento se llega a dar más rápido que el proceso de imbibición. Por lo analizado anteriormente se dice que los procesos están desacoplados.

Se sabe que el calentamiento electromagnético llega a calentar en el centro de la matriz, para tiempos largos éste ya alcanza a calentar la totalidad de la matriz. Por lo cual el proceso de imbibición llega a tener un mayor alcance debido a que el aceite ya se empieza a mover del centro de la matriz hacia las fronteras. Por lo analizado anteriormente se dice que los procesos están acoplados.

5.4 Caso Base, Caso de Inyección de Agua Caliente, Caso de Calentamiento Electromagnético vs Caso Combinado

En este último escenario se mostrará el comportamiento de la combinación de la inyección de agua caliente junto con el calentamiento electromagnético contra los otros casos, esto con la finalidad de poder comparar la eficiencia del método cuando se aplica de manera combinada.

En la Fig. 5.9 se observa que la combinación de los métodos obtuvo un factor de recuperación mayor que al implementarlos de manera separada, siendo este del 25%.

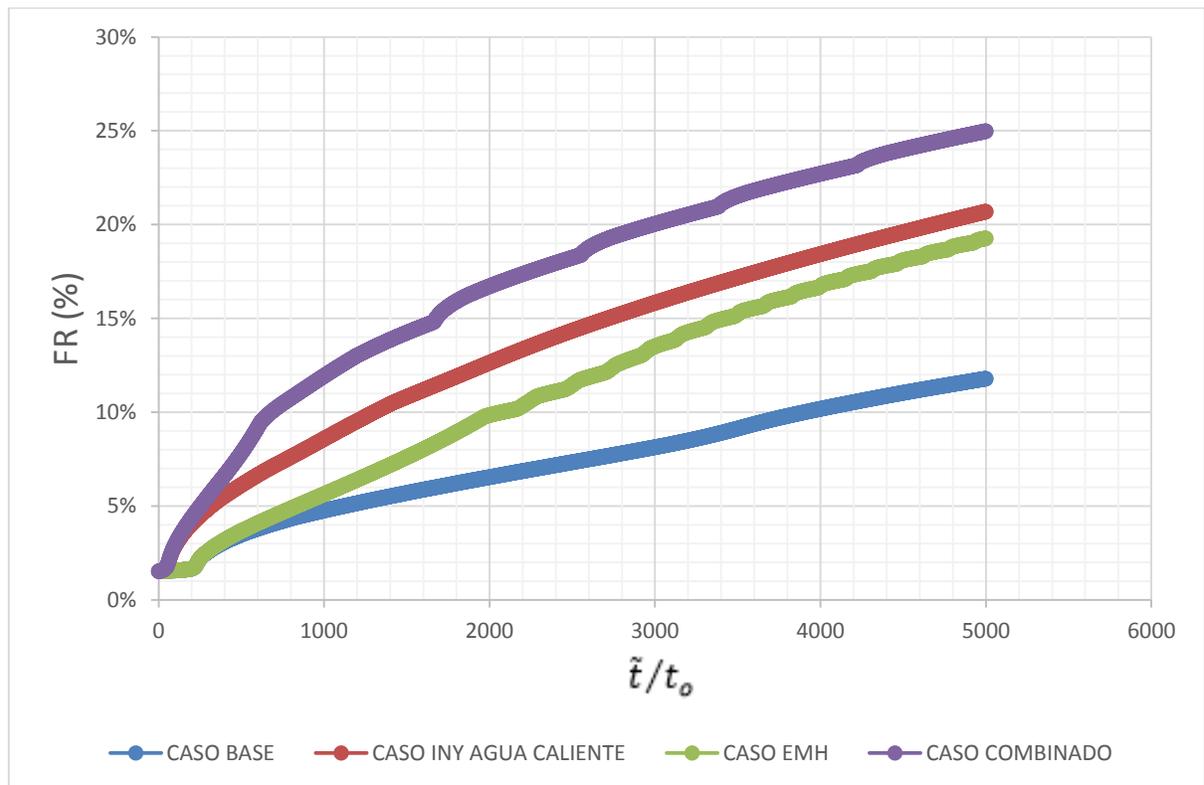


Fig. 5.9. Gráfica de factor de recuperación del Caso Combinado vs los otros casos.

También se puede observar en la Fig. 5.10 el perfil de temperatura de todos los casos, pudiendo ver claramente que en el caso combinado solo se tuvieron cinco ciclos de calentamiento, esto es debido a que no se llegó de manera muy rápida a la temperatura mínima establecida ya que la inyección de agua caliente hace que la temperatura vaya disminuyendo de manera gradual.

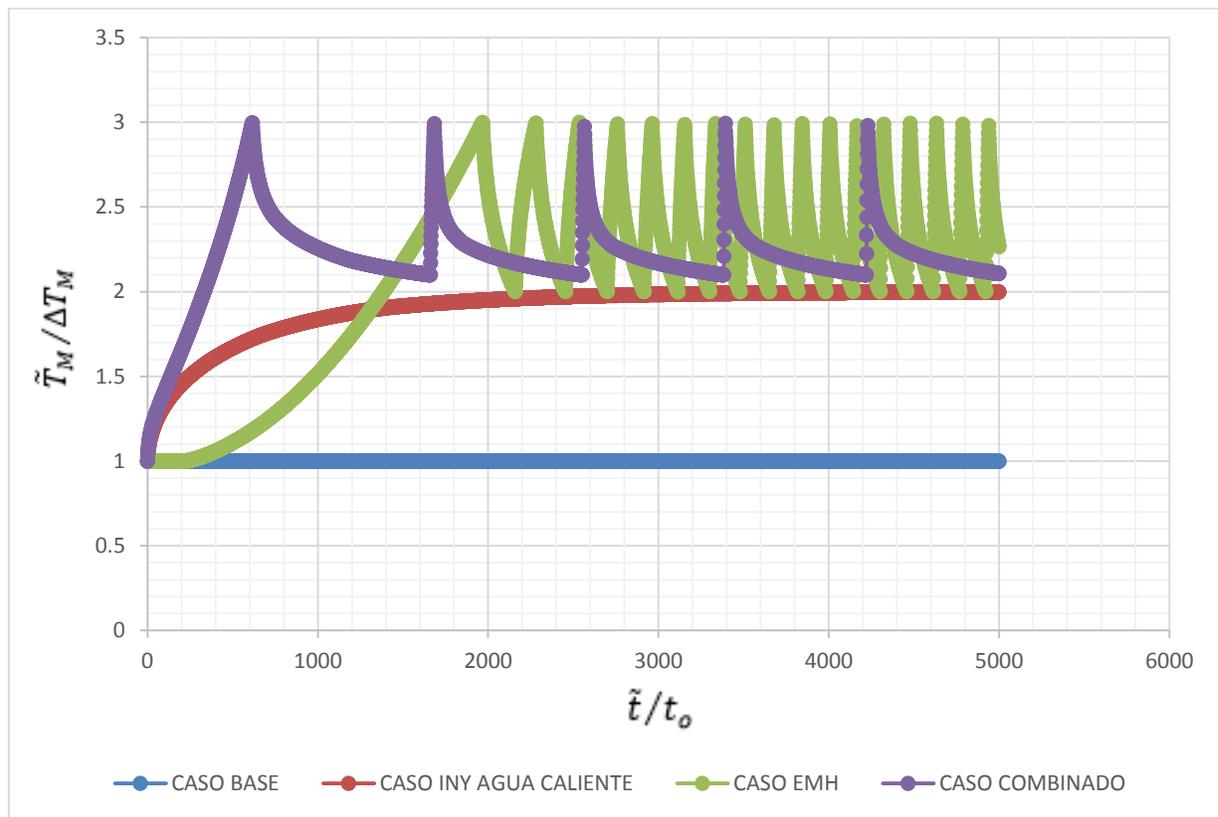


Fig. 5.10. Gráfica de temperatura del Caso Combinado vs los otros casos.

De acuerdo a lo observado, los casos con recuperación mejorada (inyección de agua caliente y calentamiento electromagnético) tuvieron una mayor recuperación que el caso base, sin embargo, entre los dos métodos térmicos el que tiene una mayor recuperación es el caso de inyección de agua caliente fundamentalmente para tiempos cortos, aunque probablemente para tiempos largos el calentamiento electromagnético tenga una mayor recuperación.

Se mencionó anteriormente el funcionamiento del calentamiento electromagnético donde se observó que existe un valor mínimo establecido para la reanudación del método, el cual se eligió de forma arbitraria. Si se cambia el valor en el programa, se modificará el número de ciclos en el calentamiento, para valores cercanos a la temperatura máxima del método se tendrán más ciclos por lo que se necesitará más energía.

Es importante mencionar que el tiempo real se ve fuertemente impactando por la longitud de la matriz (Ec. 4.1), por ejemplo; para el caso de un bloque de 0.15 [m] el tiempo máximo para calentarlo es de 3 días, mientras que para un bloque de 10 [m] el tiempo máximo es de 1,523 días, quiere decir que tardaremos 4 años en calentar todo un bloque de esas dimensiones.

CAPÍTULO VI: CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

Conclusiones:

- Se desarrolló un modelo físico y matemático de matriz-fractura con base en las características de yacimientos naturalmente fracturados, siendo estos para fluidos newtonianos, utilizando parámetros reales de campo y laboratorio.
- Al ser la primera vez que se realiza un modelo de calentamiento electromagnético para yacimientos naturalmente fracturados, se cuenta con una solución favorable que representa de manera adecuada el comportamiento del método para aceite pesado y extra-pesado.
- Los resultados del modelo propuesto logran representar el efecto del calentamiento electromagnético en un bloque de matriz, observando que a tiempos cortos el calentamiento electromagnético tiene un mayor efecto en el centro de la matriz, siendo éste dependiente del tamaño del bloque.
- La aplicación del calentamiento electromagnético combinado con la inyección de agua caliente obtuvo una mayor recuperación de aceite.
- La eficiencia del tiempo de calentamiento depende fuertemente del tamaño del bloque de matriz, por lo que para tamaños de bloques grandes el tiempo de calentamiento será mayor.

Recomendaciones:

- En yacimientos maduros con problemas de canalización de agua se recomienda analizar si el calentamiento electromagnético funcionaría de manera adecuada.
- Se recomienda aplicar el calentamiento electromagnético con otro método de recuperación secundaria y/o mejorada, aunque esto dependerá de un análisis económico.
- Se deberá analizar sobre el fenómeno que existe al generar una corriente eléctrica en un medio, ya que puede existir diferenciales de presión que ayudarían a mejorar el desplazamiento del aceite.
- El modelo generado en esta tesis es una primera aproximación del calentamiento electromagnético, por lo que es recomendable considerar la existencia del vapor, efectos de la expansión térmica del sistema roca-fluidos y la variación de la apertura de la fractura.

NOMENCLATURA

ρ_w	= Densidad del agua
ρ_o	= Densidad del aceite
ρ_s	= Densidad del solido
c_w	= Capacidad calorífica del agua
c_o	= Capacidad calorífica del aceite
c_s	= Capacidad calorífica del solido
\vec{u}_w	= Velocidad del agua en la fractura
$\vec{u}_{r,w}$	= Velocidad del agua en la matriz
$\vec{u}_{r,o}$	= Velocidad del aceite en la matriz
\tilde{T}	= Temperatura de la salmuera en la fractura
\tilde{T}_M	= Temperatura en la matriz
ΔT_M	= Diferencial de temperatura en la matriz
ΔT	= Diferencial de temperatura en la fractura
T_{ini}	= Temperatura inicial
\tilde{t}	= Tiempo
t	= Tiempo adimensional
λ_w	= Coeficiente de difusividad térmica del agua
λ_o	= Coeficiente de difusividad térmica del aceite
λ_s	= Coeficiente de difusividad térmica del solido
P_w	= Potencial eléctrico en la fractura
P_M	= Potencial eléctrico en la matriz
R_w	= Resistividad de la salmuera
R_M	= Resistividad de la roca
I_w	= Corriente eléctrica en la fractura
I_\emptyset	= Corriente eléctrica en la matriz
\tilde{P}	= Presión
\tilde{P}_c	= Presión Capilar

ΔP	= Diferencia de Presión adimensional en la matriz
\tilde{D}	= Difusión Capilar
L	= Distancia en dirección x de la matriz y fractura
h_w	= Ancho de la fractura
h_ϕ	= Ancho de la matriz
\tilde{S}_w	= Saturación del agua
S_{iw}	= Saturación inicial del agua
S_{or}	= Saturación irreductible de aceite
$\tilde{\mu}$	= Viscosidad
$\tilde{\mu}_o$	= Viscosidad del aceite
μ	= Viscosidad del aceite adimensional
$\tilde{\mu}_{o\phi}$	= Viscosidad del aceite en la matriz
$\mu_{o\phi}$	= Viscosidad del aceite en la matriz adimensional
μ_w	= Viscosidad del agua
μ_o	= Viscosidad del aceite
k_{ro}	= Permeabilidad relativa del aceite
k_{rw}	= Permeabilidad relativa del agua
ϕ	= Porosidad [fracción]
k	= Permeabilidad
b_{vis}	= Factor de viscosidad
f	= Flujo fraccional
EMH	= Calentamiento Electromagnético

APÉNDICE A

Diferencias Finitas en “Mallas Pesadas”

Partiendo de:

$$\begin{aligned} \left(\frac{df}{dx}\right)_{i+\frac{1}{2}} &\rightarrow \frac{f_{i+1} - f_i}{x_{i+1} - x_i} \\ \left(\frac{df}{dx}\right)_{i-\frac{1}{2}} &\rightarrow \frac{f_i - f_{i-1}}{x_i - x_{i-1}} \\ x_{i+\frac{1}{2}} &= \frac{x_{i+1} + x_i}{2} \\ x_{i-\frac{1}{2}} &= \frac{x_i + x_{i-1}}{2} \end{aligned}$$

Entonces tenemos:

$$\begin{aligned} \left(\frac{d^2f}{dx^2}\right)_i &\rightarrow \frac{\left(\frac{df}{dx}\right)_{i+\frac{1}{2}} - \left(\frac{df}{dx}\right)_{i-\frac{1}{2}}}{x_{i+\frac{1}{2}} - x_{i-\frac{1}{2}}} \\ \left(\frac{d^2f}{dx^2}\right)_i &\rightarrow \frac{\frac{f_{i+1} - f_i}{x_{i+1} - x_i} - \frac{f_i - f_{i-1}}{x_i - x_{i-1}}}{\frac{x_{i+1} + x_i}{2} - \frac{x_i + x_{i-1}}{2}} \\ \left(\frac{d^2f}{dx^2}\right)_i &\rightarrow 2 \frac{\frac{f_{i+1} - f_i}{x_{i+1} - x_i} - \frac{f_i - f_{i-1}}{x_i - x_{i-1}}}{x_{i+1} + x_i - x_i - x_{i-1}} \end{aligned}$$

Si se define:

$$\begin{aligned} \Delta x_{+i} &= x_{i+1} - x_i \\ \Delta x_{-i} &= x_i - x_{i-1} \end{aligned}$$

Agrupando términos:

$$\begin{aligned} \left(\frac{d^2f}{dx^2}\right)_i &\rightarrow 2 \frac{\frac{f_{i+1} - f_i}{\Delta x_{+i}} - \frac{f_i - f_{i-1}}{\Delta x_{-i}}}{\Delta x_{+i} + \Delta x_{-i}} \\ \left(\frac{d^2f}{dx^2}\right)_i &\rightarrow 2 \frac{\Delta x_{-i}(f_{i+1} - f_i) - \Delta x_{+i}(f_i - f_{i-1})}{\Delta x_{+i}\Delta x_{-i} + \Delta x_{+i} + \Delta x_{-i}} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \left(\frac{d^2 f}{dx^2}\right)_i &\rightarrow 2 \frac{\Delta x_{-i}(f_{i+1} - f_i) - \Delta x_{+i}(f_i - f_{i-1})}{\Delta x_{+i}\Delta x_{-i}(\Delta x_{+i} + \Delta x_{-i})} \\ \left(\frac{d^2 f}{dx^2}\right)_i &\rightarrow 2 \frac{\Delta x_{-i}f_{i+1} - \Delta x_{-i}f_i - \Delta x_{+i}f_i + \Delta x_{+i}f_{i-1}}{\Delta x_{+i}\Delta x_{-i}(\Delta x_{+i} + \Delta x_{-i})} \\ \left(\frac{d^2 f}{dx^2}\right)_i &\rightarrow 2 \frac{\Delta x_{-i}f_{i+1} - (\Delta x_{-i} + \Delta x_{+i})f_i + \Delta x_{+i}f_{i-1}}{\Delta x_{+i}\Delta x_{-i}(\Delta x_{+i} + \Delta x_{-i})} \end{aligned}$$

Corrigiendo para la primera derivada a segundo orden:

$$\left(\frac{df}{dx}\right)_i = \frac{f_{i+1}(x_i - x_{i-1})^2 + f_i[(x_{i+1} - x_i)^2 - (x_i - x_{i-1})^2] - f_{i-1}(x_{i+1} - x_i)^2}{(x_{i+1} - x_i)(x_i - x_{i-1})[(x_{i+1} - x_i) + (x_i - x_{i-1})]}$$

Donde:

$$\begin{aligned} \Delta x_{+i} &= x_{i+1} - x_i \\ \Delta x_{-i} &= x_i - x_{i-1} \\ \Delta_i x &= \Delta x_{+i}\Delta x_{-i}(\Delta x_{+i} + \Delta x_{-i}) \end{aligned}$$

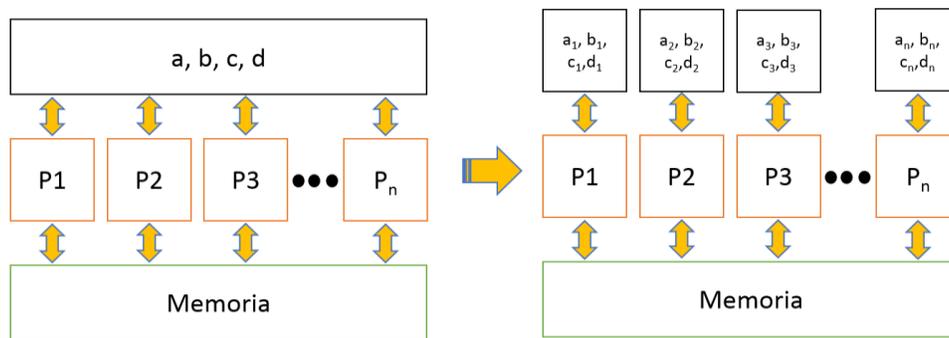
Por lo tanto:

$$\begin{aligned} \left(\frac{df}{dx}\right)_i &\simeq \frac{f_{i+1}\Delta x_{-i}^2 + f_i[\Delta x_{+i}^2 - \Delta x_{-i}^2] - f_{i-1}\Delta x_{+i}^2}{\Delta_i x} \\ \left(\frac{d^2 f}{dx^2}\right)_i &\simeq 2 \frac{f_{i+1}\Delta x_{-i} - f_i(\Delta x_{-i} + \Delta x_{+i}) + f_{i-1}\Delta x_{+i}}{\Delta_i x} \end{aligned}$$

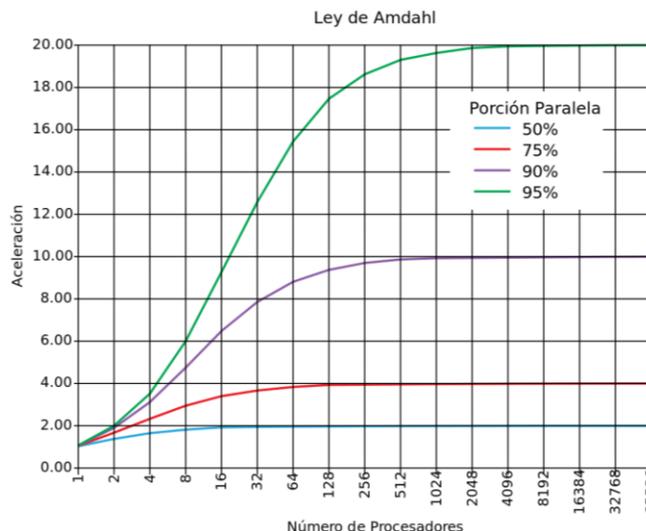
APÉNDICE B

Procesadores en Paralelo

Tradicionalmente, los programas se han escrito para el cómputo en serie. Para resolver un problema, se construye un algoritmo y se implementa como un flujo en serie de instrucciones. Estas instrucciones se ejecutan en una unidad central de procesamiento en un ordenador. Sólo puede ejecutarse una instrucción a la vez y un tiempo después de que la instrucción ha terminado, se ejecuta la siguiente. La computación en paralelo, por el contrario, utiliza simultáneamente múltiples elementos de procesamiento para resolver un problema. Esto se logra mediante la división del problema en partes independientes de modo que cada elemento de procesamiento pueda ejecutar su parte del algoritmo de manera simultánea con los otros. Los elementos de procesamiento son diversos e incluyen recursos tales como una computadora con múltiples procesadores, varios ordenadores en red, hardware especializado, o cualquier combinación de los anteriores. A continuación se muestra un diagrama del proceso en paralelo.



Teóricamente, si uno dobla el número de procesadores, el tiempo de ejecución debería reducirse a la mitad. Si se dobla el número de procesadores sucesivamente, entonces se debería acortar a la mitad el tiempo de ejecución (Ley de Amdahl).



BIBLIOGRAFÍA

- 1) PEMEX, *Reporte de reservas de hidrocarburos al 1 de enero de 2013*, Petróleos Mexicanos, 2013.
- 2) PEMEX, *Anuario estadístico 2013*, Petróleos Mexicanos, 2013.
- 3) CNH, *Análisis de Información de las Reservas de Hidrocarburos de México al 1 de enero del 2012*, Comisión Nacional de Hidrocarburos, 2012.
- 4) Jean-Louis Salager, *Recuperación Mejorada Del Petróleo*, Universidad de los Andes. Mérida–Venezuela 2005.
- 5) CNH, *“El Futuro de la Producción de Aceite en México: Recuperación Avanzada y Mejorada IOR-EOR”*, 2012
- 6) Michael Prats, *Thermal Recovery*, H.L. Doherty Memorial Fund of AIME, 1982.
- 7) Sahni, M. Kumar y R.B. Knapp, *Electromagnetic Heating Methods for Heavy Oil Reservoirs*, SPE 62550, Western Regional Meeting Long Beach, CA, Junio 19-23, 2000.
- 8) B.C.W. Mcgee, F.E. Vermeulen and L. Yu, *Field Test of Electrical Heating with Horizontal and Vertical Wells*, PETSOC-99-03-04-P, Journal of Canadian Petroleum Technology, Volume 38, No. 3, March 1999.
- 9) Warren J.E y Root P.J., *Behaviour of Naturally Fractured Reservoirs*, *Society of Petroleum Engineers Journal*. (September, 1963), 245 – 55.
- 10) R.B. Bird, W.E. Stewart and E.N. Lightfoot, *Transport Phenomena*, John Wiley and Sons, Inc., Second Edition, New York, 2002.
- 11) Erick E. Luna R., *Fenómenos de Transporte*, División de Estudios de Posgrado, Facultad de Ingeniería, Universidad Nacional Autónoma de México, Febrero, 2009.
- 12) COREY, A. T., *The Interrelation Between Gas and Oil Relative Permeabilities*. *Producer’s Monthly*. Vol. XIX, pp. 38 – 44, 1954.
- 13) Hascakir, T. Babadagli, y S. Akin, *Field-Scale Analysis of Heavy-Oil Recovery by Electrical Heating*, SPE 117669, February 2010 SPE Reservoir Evaluation & Engineering.

- 14) Maxwell, J.C. 1891, *A Treatise on Electricity and Magnetism*, third edition. Cambridge, UK: Clarendon Press. Republished by Dover Publications, Inc., New York, 1954, Vol. 1, p.440.
- 15) Guzmán & Andrade, *Efecto de la temperatura sobre la viscosidad de los líquidos*, (Perry, 1979).
- 16) S.E. Buckley y M.C. Leverett, Mechanism of fluid displacements in sands, *Transactions of the AIME* (146): 107–116, 1942.
- 17) David B. McWhorter & Daniel K. Sunada, Exact Integral Solutions for Two-Phase Flow, *Water Resources Research*, vol. 26, No 3, Pages 399-413, March 1990.
- 18) Aguilera, R., *Geologic Aspects of Naturally Fractured Reservoirs*, December 1998.
- 19) Latil M., *Enhanced Oil Recovery*, Editions Technip, 1980.