



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO
PROGRAMA DE MAESTRÍA Y DOCTORADO EN INGENIERÍA
INGENIERÍA MECÁNICA – DISEÑO MECÁNICO

DISEÑO CONCEPTUAL DE UN SUB-CHASIS AUTOMOTRÍZ MEDIANTE OPTIMIZACIÓN ESTRUCTURAL TOPOLÓGICA

TESIS

QUE PARA OPTAR POR EL GRADO DE:

MAESTRO EN INGENIERÍA

PRESENTA:

VÍCTOR ALFONSO VÁZQUEZ VÁZQUEZ

TUTOR:

Dr. FERNANDO VELÁZQUEZ VILLEGAS
FACULTAD DE INGENIERÍA

MÉXICO, D. F. DICIEMBRE 2014

JURADO ASIGNADO:

Presidente: Dr. Ramírez Reivich Alejandro C.

Secretario: Dr. Ascanio Gasca Gabriel

Vocal: Dr. Velázquez Villegas Fernando

1^{er}. Suplente: Dr. Caballero Ruiz Alberto

2^d o. Suplente: Dr. Cuenca Jiménez Francisco

Lugar o lugares donde se realizó la tesis: CIUDAD UNIVERSITARIA, MÉXICO, DF.

TUTOR DE TESIS:

Dr. FERNANDO VELÁZQUEZ VILLEGAS



FIRMA

A mis padres:

Aurora V. G.

Aureliano V. C.

Agradecimientos

Agradecimiento especial a la Dirección General de Asuntos del Personal Académico (DGAPA) por el apoyo brindado para la realización de este trabajo a través de los proyectos PAPIIT TA100112 "Diseño de estructuras ligeras para vehículos urbanos de bajo consumo energético aplicando métodos de optimización", PAPIIME PE102212 "Material Didáctico Interactivo Digital para el aprendizaje del Método de los Elementos Finitos" y PAPIIME 102914 "Elaboración de material digital interactivo para la enseñanza de la asignatura mecánica de sólidos".

Resumen

Este trabajo se ha enfocado en etapas iniciales de diseño. En éstas, el nivel de detalle es bajo y la libertad de diseño es grande. En este trabajo, se realizó la optimización topológica del sub-chasis frontal de un vehículo. El objetivo ha sido encontrar la distribución óptima de material dentro de un espacio de diseño maximizando rigidez utilizando casos de carga estructurales.

Los valores para los casos de carga individuales son tomados de las condiciones de operación de un vehículo particular (Toyota Yaris 2010®). El peor caso en condiciones de carga tal como la caída en un bache debe considerarse como un caso de carga. Bache, vuelta repentina, frenado y aceleración son principalmente considerados.

Este trabajo muestra los resultados de la topología óptima para el sub-chasis frontal del vehículo. Aunque este trabajo se enfoca en etapas iniciales de diseño, materiales y métodos de manufactura son sugeridos.

Palabras clave: *optimización topológica, sub-chasis, compliance, espacio de diseño, etapas iniciales de diseño.*

Abstract

This master thesis work has focused on the early design phase. At the early phases of design, the level of detail is low and the design freedom is big. In this study, topology optimization of a vehicle front sub-frame has been performed. The objective has been to find the optimal topology distribution of material on a large design space by minimizing Compliance (to achieve high stiffness) using standard structural load cases.

The values for the individual load cases are taken from the expected service conditions of the particular vehicle (Toyota Yaris 2010®). The worst-case loading conditions as well as bump must be considered for the static load case. Dynamic factor usually is applied to the static load case. Bump, cornering, braking and acceleration are considered.

This work shows the result of a topology-optimized architecture for vehicle front sub-frame. Although this work has focused on the early design phase, material and manufacturing methods has been suggested.

Keywords: *topology optimization, sub-frame, compliance, design space, early design phase.*

Contenido

1	Introducción	1
1.1	Motivación	1
1.2	Objetivo	1
1.3	Justificación	2
1.4	Alcance y limitaciones	3
2	Estado del arte	1
2.1	El diseño en la industria automotriz	1
2.1.1	Principales esfuerzos en la industria automotriz para la reducción de peso.....	6
2.1.2	Diseño tradicional aplicado a estructuras automotrices	7
2.1.3	Diseño de estructuras automotrices basadas en optimización estructural.....	8
2.2	Casos de diseño aplicando técnicas de optimización estructural.....	9
2.3	¿Qué es un sub-chasis?	14
2.4	Tipos de sub-chasis, procesos de manufactura y materiales utilizados	16
3	Método utilizado para el diseño del sub-chasis.....	24
4	El método del elemento finito	27
4.1	Introducción al método del elemento finito.....	27
4.2	Idea general del método del elemento finito	28
4.2.1	Discretizar el dominio.....	29
4.2.2	Identificar las variables de estado o grados de libertad	29
4.2.3	Establecer sistemas de referencia.....	30
4.2.4	Construir las funciones de interpolación de los elementos.....	31
4.2.5	Determinar las ecuaciones de cada elemento	31
4.2.6	Transformación de coordenadas	32
4.2.7	Ensamblaje de las ecuaciones de los elementos.....	32
4.2.8	Introducción de las condiciones de frontera	33
4.2.9	Solución del sistema de ecuaciones simultáneas resultantes.....	33
4.2.10	Cálculo de otras cantidades físicas.....	34
5	Optimización estructural.....	34

5.1	Formulación de la optimización estructural	34
5.1.1	Variables de diseño	34
5.1.2	Función objetivo.....	35
5.1.3	Restricciones	35
5.1.4	Restricciones de igualdad.....	35
5.1.5	Restricciones de desigualdad	35
5.1.6	Respuestas.....	35
5.2	Enfoques de la optimización estructural.....	36
5.2.1	Optimización de tamaño	36
5.2.2	Optimización de forma.....	36
5.2.3	Optimización topológica	36
6	Caso de estudio	39
6.1	Características y consideraciones del vehículo	39
6.2	Elementos que conforman el módulo Sub-chasis-suspensión.....	40
6.3	Cálculo de los casos de carga para elementos estructurales automotrices	43
6.3.1	Distribución del peso en estado estacionario	48
6.3.2	Cálculo del caso de carga “Bache” bajo consideraciones estáticas	50
6.3.3	Cuantificación de las fuerzas generadas en el caso de carga “Vuelta”	51
6.3.4	Caso de carga “Frenado” bajo consideraciones de equilibrio estático	53
6.3.5	Caso de carga “Aceleración” bajo consideraciones de equilibrio estático	55
6.4	Aplicación del método de optimización al caso de estudio	57
6.4.1	Dominio de diseño	57
6.4.2	Áreas de conexión	57
6.4.3	Restricciones geométricas.....	57
6.4.4	Mallado de la estructura	59
6.4.5	Aplicación de las cargas y restricciones al modelo	60
6.4.6	Incorporación de los casos de carga al modelo	62
6.4.7	Características del material.....	65
7	Resultados	66
7.1	Resultado del análisis por cada caso de carga	66

7.2	Análisis de sensibilidad de la malla de elementos finitos	69
7.3	Aplicación del proceso de optimización estructural topológica al caso de estudio	71
7.4	Interpretación de la topología resultante	77
7.5	Procesos de manufactura y ensamble del sub-chasis	85
8	Conclusiones.....	90
	Bibliografía	92

1 Introducción

1.1 Motivación

En ingeniería como en la mayoría de las disciplinas nos enfrentamos día a día con problemas cuya solución debe satisfacer los requerimientos funcionales para la que está destinada.

Pero, ¿Las soluciones que se proponen son óptimas?, ¿Es suficiente cumplir con los requerimientos funcionales?, ¿Por qué un problema específico puede ser resuelto de diferentes maneras?, ¿Cuál de ellas es la mejor?

Generalmente el óptimo describe la mejor solución posible en relación a parámetros y propiedades (Firl, 2010).

En realidad ni siquiera en la naturaleza existen diseños óptimos porque la evolución nunca termina; cada diseño natural está sujeto a evolución permanente que se rige principalmente con cambios en el ambiente. Una parada en la evolución es una condición necesaria para obtener un punto óptimo. Así, los diseños naturales no son óptimos, pero usualmente se encuentran cercanos a éste.

Una de las principales propiedades de los diseños en la naturaleza es su gran eficiencia, derivada de un proceso evolutivo de millones de años.

En este contexto, es de suma importancia generar diseños no sólo enfocados a dar solución a los problemas, sino hacerlo de manera óptima, de manera eficiente.

Una de las motivaciones principales para el aprendizaje de la formulación y la aplicación de optimización estructural evolutiva en este trabajo es la tendencia a utilizar los recursos de manera responsable en un entorno sustentable en industrias con gran crecimiento y demanda como son la automotriz y espacial. Implementar estos métodos al proceso tradicional de diseño para generar diseños novedosos, reducir costos y tiempo.

1.2 Objetivo

Generar la topología óptima para el sub-chasis delantero de un vehículo compacto minimizando peso y satisfaciendo sus requerimientos funcionales.

Para etapas iniciales proponer un diseño conceptual y proceso de manufactura.

1.3 Justificación

En sectores como el automotriz, la reducción de peso no sólo concierne al fabricante, sino también a los compradores donde el peso está directamente relacionado con el consumo de combustible, cuyo precio está constantemente a la alza.

Por otro lado el desarrollo de los automóviles en los últimos años ha provocado un incremento significativo de su peso debido a la incorporación de sistemas de seguridad (como ABS, ESP, Airbag) y de confort (climatizador, CAN-bus etc.) de tal manera que en 35 años el incremento de peso del Volkswagen Golf pasó de 790 a 1318 kg por mencionar un ejemplo. Este incremento habría sido mayor de no haber sido por la reducción de peso del chasis y demás elementos estructurales.

En la Figura 1-1 se observa el incremento de peso global en diferentes modelos de automóviles compactos desde el año 1970 hasta 2004.

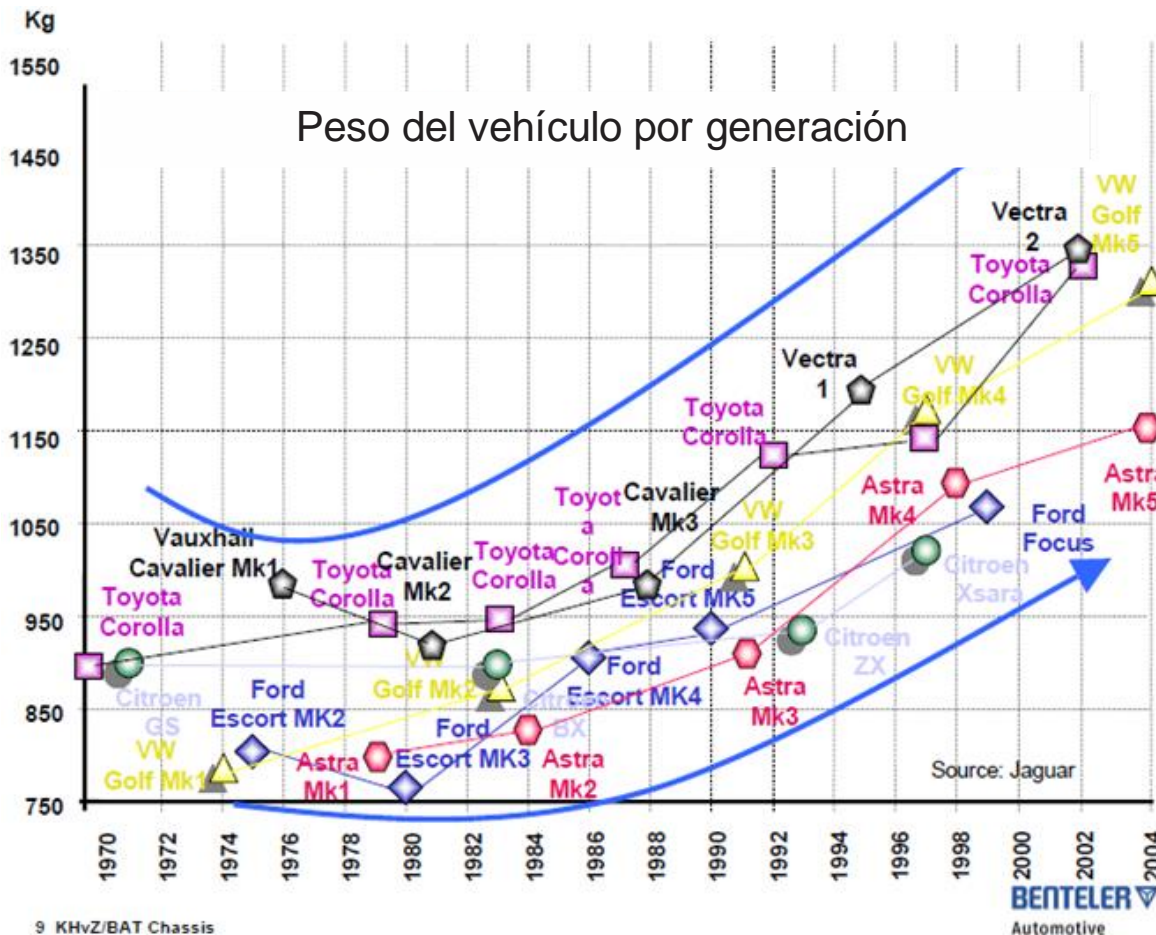


Figura 1-1: Aumento de peso en vehículos compactos por generación (Zengen, 2008)

Este y otros motivos hacen necesaria la optimización de los recursos disponibles, lo cual se traduce en la reducción de los costos de producción y materiales.

1.4 Alcance y limitaciones

- El presente trabajo se enfoca en la aplicación de la optimización topológica para desarrollar el diseño a nivel conceptual de un sub-chasis frontal automotriz por lo que no se aborda de manera exhaustiva la formulación de las herramientas matemáticas que conforman el método.
- Las cargas que se aplican son simplificadas y bajo consideraciones estáticas (las cuales son afectadas por un factor dinámico) con el objetivo de generar un concepto rápido, novedoso y eficiente de la topología del sub-chasis atendiendo a la tendencia actual sobre el proceso de diseño en la industria automotriz.
- Aunque se trata del diseño conceptual, se proponen materiales y procesos de manufactura de la estructura basados en la tendencia actual en cada ámbito.

2 Estado del arte

2.1 El diseño en la industria automotriz

Un automóvil es una máquina altamente compleja que consiste de 25 a 30 sistemas, cerca de 500 módulos y más de 50,000 partes individuales. Todos estos módulos y componentes individuales, son creados simultáneamente en diferentes departamentos ingenieriles de las marcas automotrices y empresas externas en un tiempo aproximado de 3 años (Heissing & Ersoy, 2011). El desarrollo satisfactorio de un vehículo, depende fuertemente de la logística y manejo eficiente del proyecto.

En la siguiente Figura 2-1) se organizan los niveles funcionales del vehículo a manera de cascada, esto facilita la definición de los requerimientos para los sistemas y sub-sistemas del vehículo según las especificaciones planteadas al inicio del proyecto. El proyecto es dividido en sub-proyectos que corresponden a varios niveles y sucesivas sub-estructuras.

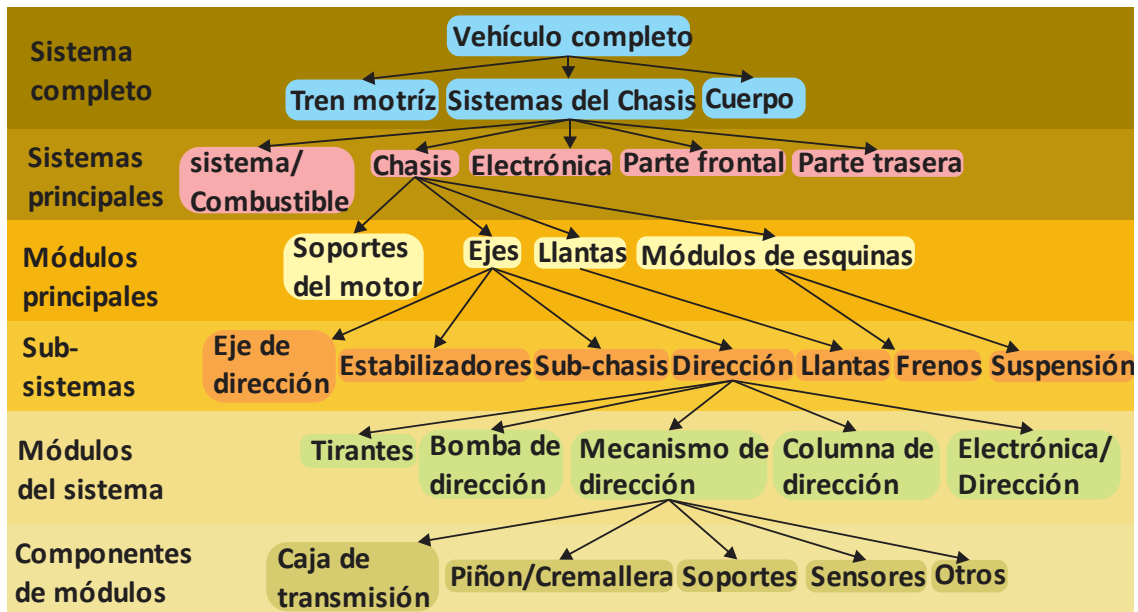


Figura 2-1: Niveles funcionales del vehículo (Heissing & Ersoy, 2011)

Para el caso del desarrollo de un producto técnico tal como un sub-chasis se debe tener en mente los siguientes objetivos:

1. Conocer objetivos y fechas límite.
2. Satisfacer los requerimientos funcionales.
3. Asegurar la calidad.
4. Minimizar costos.
5. Optimizar peso.

En el desarrollo del chasis los diseñadores deben seguir el siguiente proceso:

1. Planeación y definición
2. Estudio de conceptos
3. Diseño y simulación
4. Construcción de prototipos y validación
5. Mejoras, optimización
6. Producción en serie.

Las diversas fases del desarrollo del chasis (Audi A) se muestran en la Figura 2-2. Se distinguen tres principales fases: Definición, realización y puesta en marcha. Las primeras dos fases duran aproximadamente el mismo tiempo, la fase de puesta en marcha dura aproximadamente 3 meses con un total de 60 meses de desarrollo.

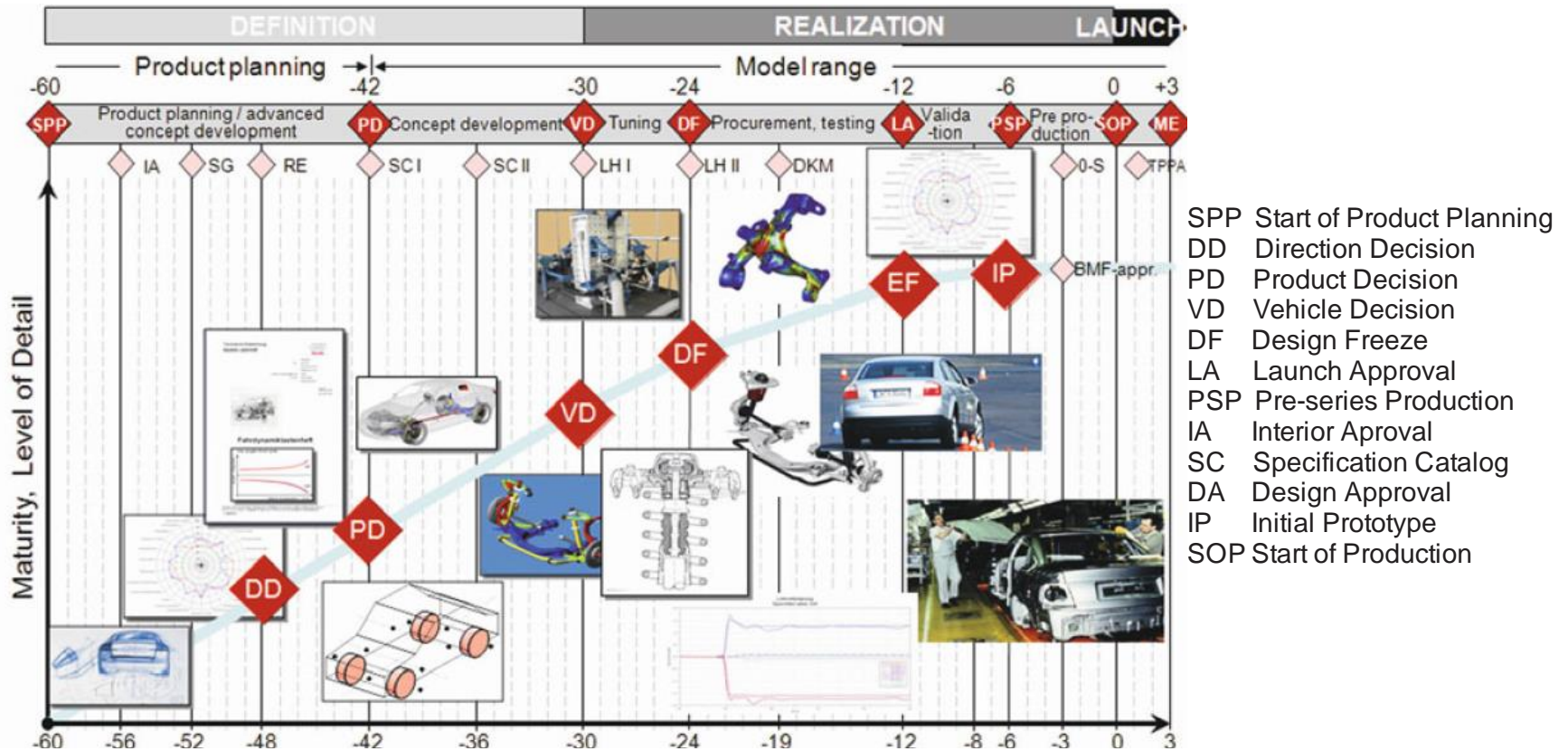


Figura 2-2: Planeación del proceso de desarrollo usado por Audi A

Durante la fase de concepto se hace uso de simulaciones con modelos virtuales. Las simulaciones y modelos virtuales proporcionan al ingeniero datos del funcionamiento, peso y características de carga de un componente, incluso en etapas iniciales del proyecto. Los modelos y las cargas pueden ser cambiados rápidamente y simulados repetidamente lo que permite la optimización de los componentes antes de que el primer prototipo esté disponible para pruebas físicas.

Los dos principales campos en cuanto a CAE (Computer-Aided Engineering) se refieren son:

- Simulación Multi-cuerpos MBS (Multi-Body simulation)
- El método del elemento finito FEA (Finite Element Method)

La simulación multi-cuerpos se utiliza para analizar el movimiento de sistemas complejos que consisten de un gran número de partes conectadas. Es utilizado para determinar tanto el movimiento, como las cargas asociadas a este movimiento. Existe una gran cantidad de software para este propósito ADAMS, SIMPAC, IPG, DADS son algunos ejemplos.

En la Figura 2-3 se observa el modelo CAD y su correspondiente modelo de cuerpo rígido para una suspensión delantera tipo Mc Pherson. Las geometrías equivalentes son etiquetadas en ambos diagramas. En el modelo MBS, la representación gráfica de los componentes de la suspensión y chasis sirven solo como ayuda de visualización; los modelos matemáticos de los componentes en el sistema son únicamente definidos por sus masas, momentos de inercia, matrices de rigidez y matrices de amortiguamiento.

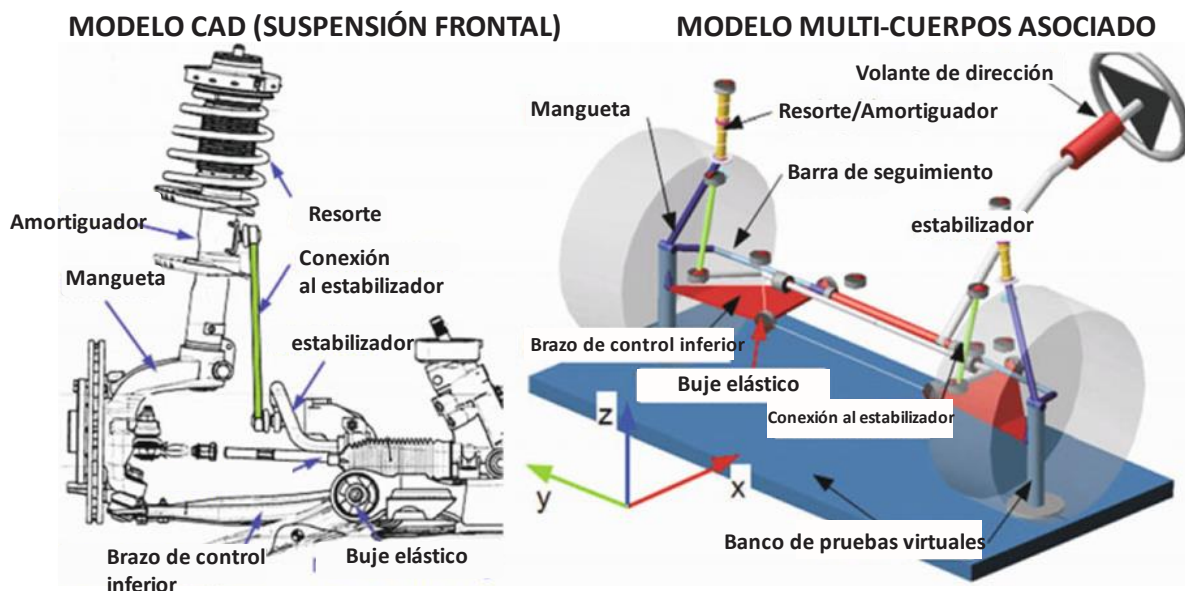


Figura 2-3: Modelo CAD (izquierda) y modelo MBS de una suspensión

El análisis FEA estático se divide en dos principales categorías: Análisis lineal y análisis no lineal. Los análisis lineales no son capaces de considerar aspectos como grandes deformaciones, comportamiento elasto-plástico y contacto entre áreas. Se utiliza efectivamente cuando el comportamiento elástico prevalece en el material (pequeñas deformaciones). Un análisis lineal puede responder preguntas como:

- ¿Se ha excedido el esfuerzo de cedencia del material?
- ¿Qué tan grande es la deformación elástica del componente o ensamble? (análisis de rigidez)
- ¿Qué regiones del componente son potencialmente críticos? (i.e. alto nivel de esfuerzo localizado en áreas determinadas o picos de esfuerzo)

La decisión de qué tipo de análisis debe ser usado, depende del objetivo del análisis y del estado de desarrollo de la pieza o ensamble. Frecuentemente se recurre a los siguientes tipos de análisis:

1.-Análisis de resistencia.

Un análisis FEA es capaz de proporcionar valores para esfuerzo y deformación. Comparando los valores máximos (locales o absolutos) de estos parámetros con los parámetros conocidos del material, con ello se puede enunciar la posibilidad de falla, uso de materiales o potencial de optimización de la pieza o ensamble. La precisión del resultado depende de la calidad del modelo, nivel de discretización y precisión de los datos de carga.

2.-Análisis de rigidez.

Un gran número de componentes del chasis son diseñados basados en requerimientos de rigidez. Un análisis de rigidez se refiere principalmente al desplazamiento que ocurre en el punto de aplicación de la carga. Un análisis de rigidez se usa para proporcionar curvas fuerza-desplazamiento de varios puntos en el componente o ensamble. Las pendientes de estas curvas corresponden a la rigidez y medida inversa de la rigidez (Compliance) de estos puntos.

3.-Análisis de frecuencias naturales.

FEM también es utilizado para determinar los modos naturales de componentes sujetos a cargas de operación. El primer modo natural es especialmente importante para comportamiento NVH (Noise Vibration Harsness). El objetivo es mantener la frecuencia natural del componente bajo una velocidad de oscilación determinada (evitar resonancia).

Como se abordará posteriormente el método de diseño adoptado lleva embebido la evaluación de un análisis de resistencia en cada iteración. Así mismo para la validación del diseño final se utiliza el mismo análisis. La rigidez de la estructura es un requerimiento principal por lo que se cuantificará en cada propuesta considerando minimizar el peso.

Debido a que se considera el sub-chasis como un elemento aislado y además se utilizarán casos de carga simplificados no se requiere de la realización de análisis MBS.

En la siguiente sección se mencionan las principales acciones adoptadas en la actualidad para reducir el peso de las estructuras de un automóvil (Grujicic, Arakere, & Al, 2006):

2.1.1 Principales esfuerzos en la industria automotriz para la reducción de peso

a) Reducir el peso del vehículo mediante la reducción de tamaño en componentes y subsistemas (como ejemplo la reducción del tanque de combustible).

b) Enfocarse en la optimización de componentes y sub-sistemas, uso de costillas y secciones transversales complejas para aumentar rigidez y disminuir peso.

c) Novedosos procesos de manufactura para reducir el peso del componente (aplicaciones combinadas de soldadura por puntos y utilización de adhesivos para mantener rigidez en juntas).

d) Uso de materiales con alta rigidez específica y alta resistencia específica tal como aleaciones de aluminio, compuestos con matriz polimérica o arquitecturas híbridas de materiales utilizando metales y polímeros en sinergia (polymer metal hybrids, PMHs).

En la siguiente Figura 2-4) se observa la distribución de materiales utilizados en la manufactura de un automóvil compacto. Más del 50% del peso del vehículo corresponde a aleaciones de acero utilizadas en elementos estructurales, seguido de materiales poliméricos.

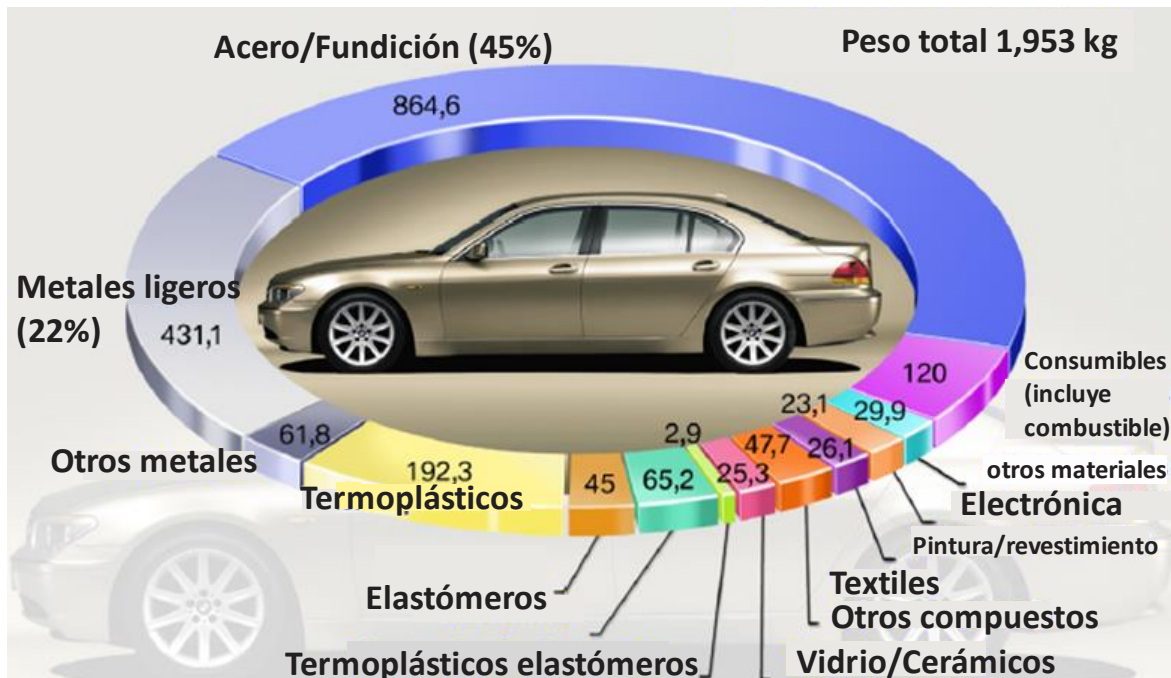


Figura 2-4: Distribución de materiales en un automóvil moderno de pasajeros

2.1.2 Diseño tradicional aplicado a estructuras automotrices

El diseño tradicional de estructuras en la industria automotriz, se basa en un conjunto de reglas o teorías, como la resistencia de materiales, que permiten al ingeniero establecer los materiales y geometrías necesarias para soportar un conjunto requerimientos (cargas y restricciones). Estos diseños generalmente no son óptimos desde el punto de vista económico y de ahorro de materiales; de manera que es posible obtener diferentes soluciones factibles desde el punto de vista estructural y de cumplimiento de normas cuyo costo y peso difieren significativamente.

El resultado depende fuertemente del conocimiento, la experiencia y la intuición sobre el problema. Cambios en el diseño se realizan de manera intuitiva, frecuentemente utilizando métodos de prueba y error. Este procedimiento consume mucho tiempo y puede resultar en un diseño sub-óptimo.

El procedimiento iterativo de diseño estructural tradicionalmente se constituye de los siguientes pasos (Figura 2-5):

- 1.-Un modelo inicial es sugerido a partir de las necesidades y objetivos planteados.
- 2.-Se evalúan los requerimientos del diseño a partir de los criterios establecidos.
- 3.-Si se satisfacen los requerimientos, se finaliza el proceso de diseño, de otra forma se hacen modificaciones; se propone un nuevo diseño y los pasos 2 y 3 son repetidos.

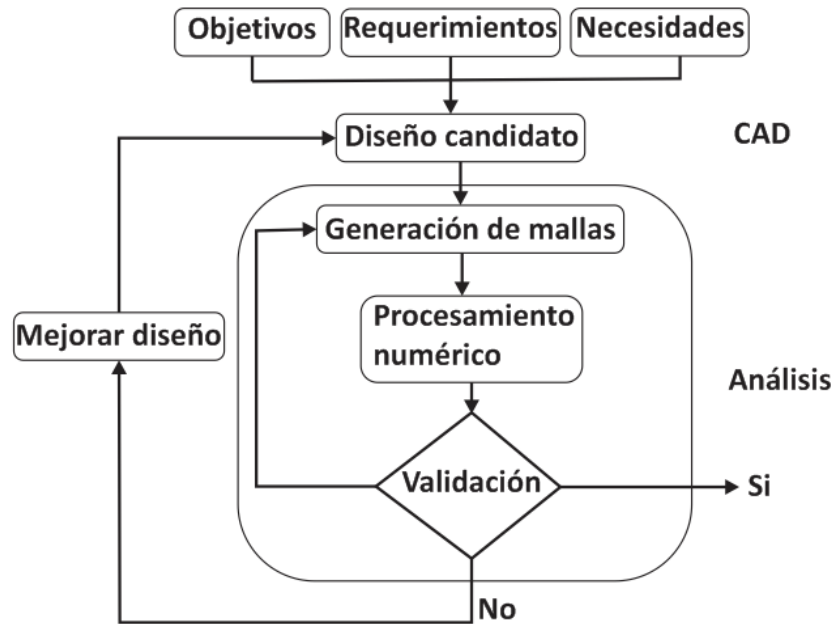


Figura 2-5: Diagrama general de flujo del proceso de diseño estructural

2.1.3 Diseño de estructuras automotrices basadas en optimización estructural

Los avances en tecnología computacional y su relativo bajo costo han propiciado la oportunidad de revolucionar el proceso de diseño tradicional mediante la implementación de algoritmos de optimización en etapas iniciales de diseño, atendiendo la demanda de estructuras de peso ligero, bajo costo y alto rendimiento.

Su utilización, ha permitido generar de forma rápida, diseños novedosos que cumplen con los requerimientos funcionales en condiciones de operación. En la industria automotriz se implementan sucesivas técnicas de optimización para esbozar la configuración óptima de una estructura. Los parámetros utilizados son de naturaleza simplificada, con la finalidad de obtener una estructura que ofrece al diseñador un punto de partida basado en requerimientos funcionales y no en la intuición. Estos parámetros pueden ser modificados de manera rápida a medida que avanza el proyecto y más información está disponible. Para equipos de diseño experimentados la información es detallada, debido a que se cuenta con pruebas a prototipos reales de vehículos similares, entonces la implementación de la optimización es mucho más rápida y permite que el diseñador enfoque sus esfuerzos en otras áreas de importancia, tales como el diseño para fabricación, ensamble y confort.

La aplicación de métodos de optimización en la industria automotriz así como en otras áreas ha permitido el diseño de estructuras con la tendencia “Zero Prototypes” (cero

prototipos). La implementación del proceso de optimización en el diagrama de la Figura 2-6 evita el ciclo iterativo de prueba y error comúnmente utilizado en el proceso de diseño tradicional que involucra la construcción de numerosos prototipos para su evaluación, lo que se traduce en un aumento significativo en el costo y tiempo de desarrollo.

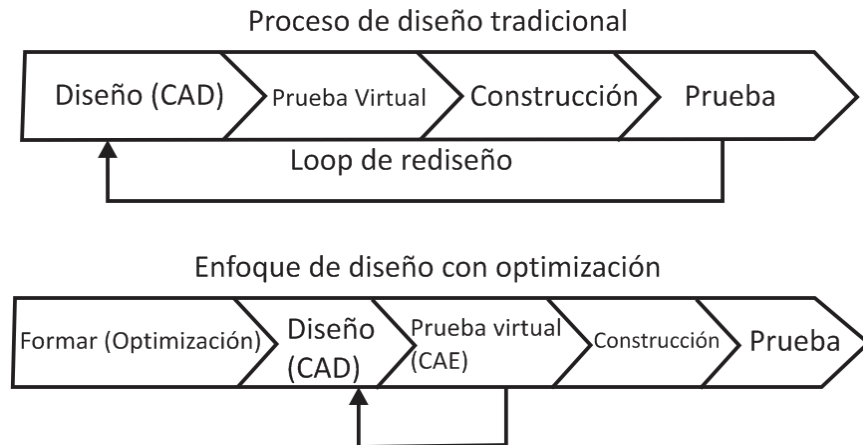


Figura 2-6: Comparación del ciclo de diseño tradicional y diseño con optimización

Existen numerosos casos de diseño en el ámbito automotriz que involucran la utilización de métodos de optimización en partes estructurales, prácticamente todos los módulos pueden ser sujetos de diseño mediante éstas técnicas por lo que actualmente existen muchas áreas de oportunidad debido a que su implementación en la industria automotriz es prácticamente reciente. A continuación se presentan de manera breve algunos casos de optimización aplicados a elementos estructurales automotrices.

2.2 Casos de diseño aplicando técnicas de optimización estructural

En cuanto al sistema de suspensión se refiere, la disminución de la masa no suspendida es un objetivo común para obtener mejores características de estabilidad en un automóvil. Uno de los componentes principales que aportan mayor peso a la masa no suspendida son el sub-chasis y la mangueta o montante que conecta a la llanta con los brazos de suspensión. En este caso se desea minimizar el peso de las manguetas de un automóvil de carreras.

En la Figura 2-7 se aprecian los montantes tanto trasero como delantero de un automóvil de carreras. Las piezas se observan demasiado robustas por lo que fueron sometidas al proceso de optimización topológica.

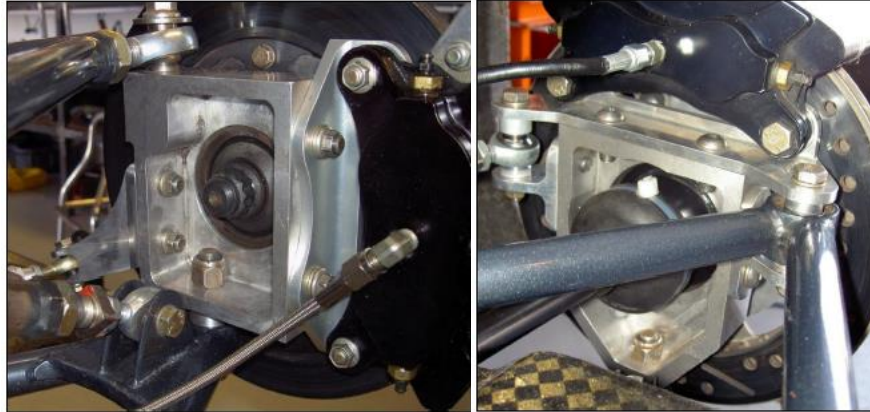


Figura 2-7: A la izquierda montante frontal a la derecha montante trasero del auto de carreras

Para el proceso de optimización se consideraron 16 casos de carga 5 asociados a la maniobrabilidad típica de un auto de carreras y 11 casos adicionales asociados a irregularidades del camino. Restricción en cuanto al máximo esfuerzo permitido (100 MPa) para todos los casos de carga, condiciones de simetría para el montante trasero y condiciones de manufactura para el proceso de optimización.

En la Figura 2-8 se esquematiza el ciclo iterativo de optimización; el modelo inicial es implementado así como los casos de carga y restricciones. Una topología es generada e interpretada mediante un modelo CAD. Se realizan análisis de esfuerzos y modificaciones sucesivas hasta obtener una distribución de esfuerzos aceptable en la estructura. Las piezas finalizadas se observan en la imagen de la derecha.

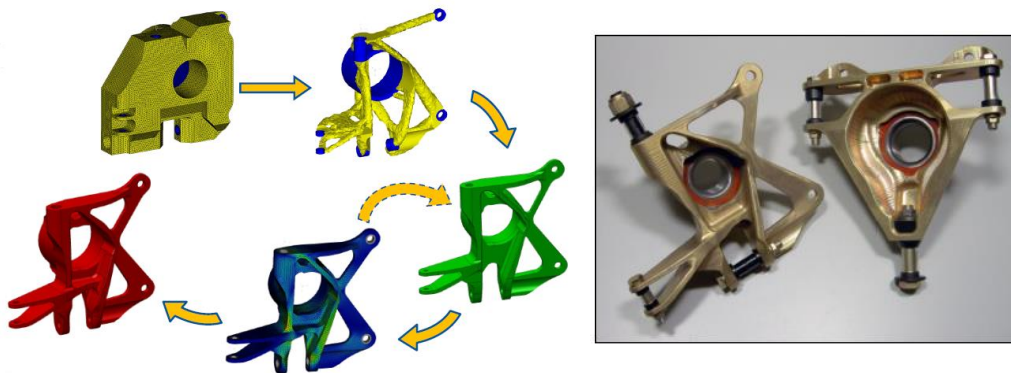


Figura 2-8: Proceso de optimización y piezas finalizadas

La masa disminuyó un 40% mientras que la rigidez incremento en 25%; el esfuerzo máximo para los casos de carga más desfavorables se reportó en 220 MPa, aceptable para el material (Aluminio 6061 T6) (Wight, 2011).

Diferentes métodos de optimización pueden ser implementados en el proceso de diseño para mejorar las características mecánicas de estructuras automotrices. Como ejemplo se presenta la optimización del panel interior para el cofre del Ferrari F458 Italia, el objetivo es reducir el peso del panel interior y sus refuerzos comparado con el modelo de referencia. La forma exterior y las bisagras no son modificadas. Se consideran 6 casos de carga.

En la Figura 2-9 se enumeran los casos de carga implementados al modelo del cofre automotriz. Se refieren a casos de carga que evalúan la rigidez en elementos como el acoplamiento en las solapas del cofre, y acoplamiento de las bisagras y resorte de gas (stabilus), así como la rigidez global del panel.

- 1.-Rigidez global en flexión
- 2.-Rigidez global a la torsión
- 3.-Rigidez en flexión de solapas
- 4.-Rigidez en el acoplamiento de las bisagras
- 5.-Rigidez en el acoplamiento del cerrojo
- 6.-Rigidez en el acoplamiento del stabilus

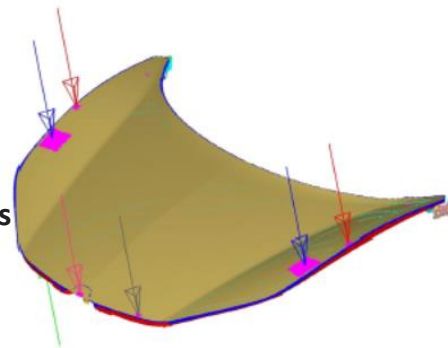


Figura 2-9: Casos de carga aplicados al cofre automotriz

En la optimización topológica la distribución de la masa es muy diferente de la estructura de referencia (Ver Figura 2-10). La optimización topométrica localiza áreas en las que se requiere refuerzo y la optimización de tamaño dimensiona proporcionando a los refuerzos rigidez.

En la Figura 2-10 se esquematiza la secuencia en la que se aplicó las diferentes técnicas de optimización.

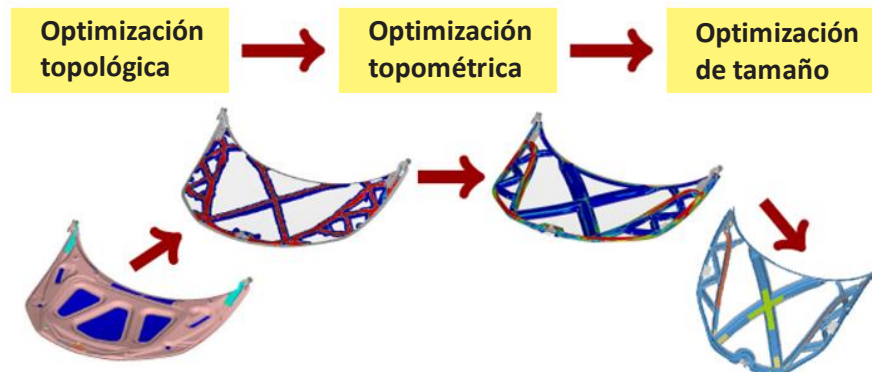


Figura 2-10: Aplicación de sucesivos métodos de optimización

En la Figura 2-11 se observa el modelo inicial y el modelo ya optimizado así como una tabla en la que se muestra el aumento en la rigidez para cada caso a excepción del caso de rigidez global a la torsión en la que hubo una disminución. La disminución de peso en la estructura se cuantificó en 12.4%.

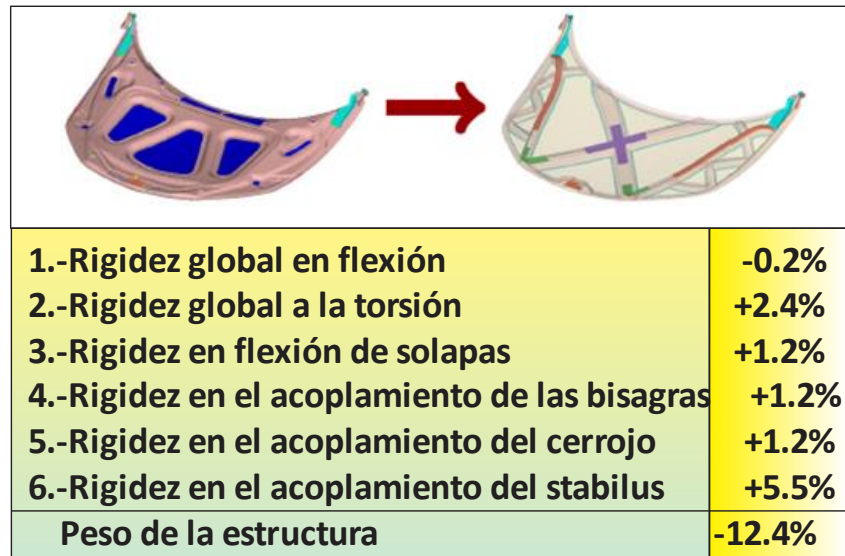


Figura 2-11: Reducción de peso en la estructura del 12.4% (D.Costi, Torricelli, Splendi, & Pettazzini, 2011)

En otros casos como en el diseño de un chasis, no se tiene un modelo de referencia y el espacio de diseño es propuesto a partir de las dimensiones estándar que difícilmente pueden ser modificadas en un auto de pasajeros, como por ejemplo la relación que guardan la longitud del automóvil con la distancia entre llantas (delanteras o traseras), la disposición de asientos, motor, suspensión etc.

En la Figura 2-12 se muestra el espacio de diseño inicial propuesto a partir de dimensiones estándar para un automóvil compacto. A la derecha se observan diferentes vistas de la topología generada correspondiente a requerimientos de rigidez y la implementación de casos de carga estructurales.

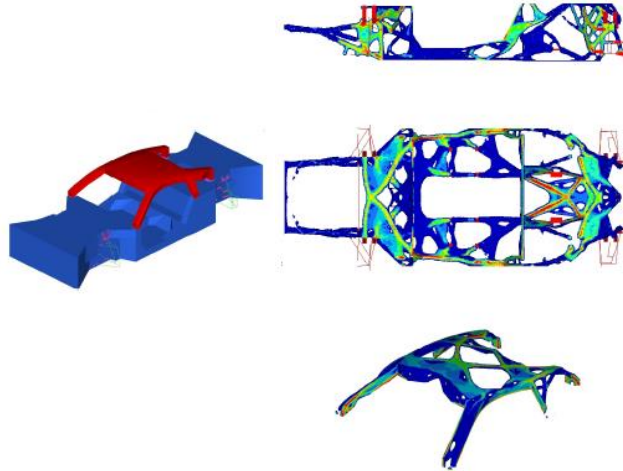


Figura 2-12: Espacio de diseño y topología optimizada (Cavazzuti, Costi, Baldini, & Moruzzi, 2011)

Una estrategia muy utilizada involucra abordar la estructura como un modelo con elementos 2D aunque se trate de un diseño tridimensional. Frecuentemente se utiliza para el diseño de estructuras tubulares. Una vez obtenida la topología se interpreta los puntos de unión, longitudes y orientación en donde deben ser localizadas las secciones tubulares. Esta estrategia reduce significativamente el tiempo de proceso y costo.

Esta estrategia fue utilizada para el diseño de un vehículo impulsado por energía solar (Figura 2-13). La estructura fue modelada con elementos tipo Shell. Primero se realizó la optimización con los casos de carga perpendiculares a un plano horizontal y posteriormente a los casos de carga perpendiculares a un plano vertical. Finalmente las topologías fueron superpuestas logrando así una estructura tridimensional.

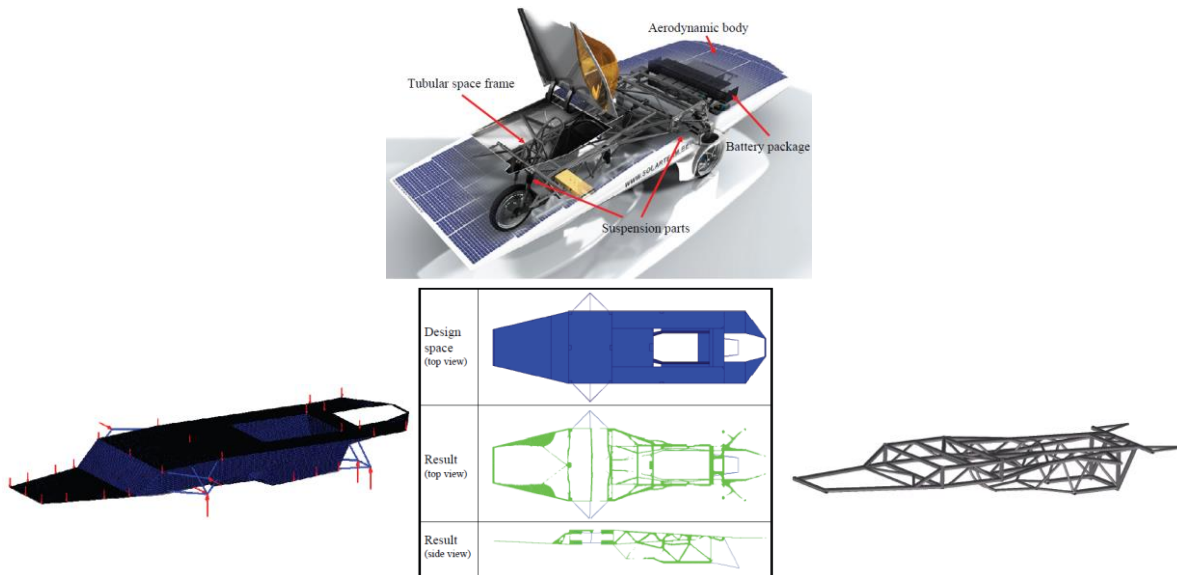


Figura 2-13: (Development Of A Lightweight Tubular Space Frame Of A Solar Powered Vehicle Using 2D Topology Optimization, 2012)

En cuanto a sub-chasis se refiere se ha realizado su optimización interpretando la geometría como láminas de metal logrando una disminución significativa de peso y aumento de rigidez.

En la Figura 2-14 se muestra la propuesta de dos topologías generadas a partir del volumen de un sub-chasis.

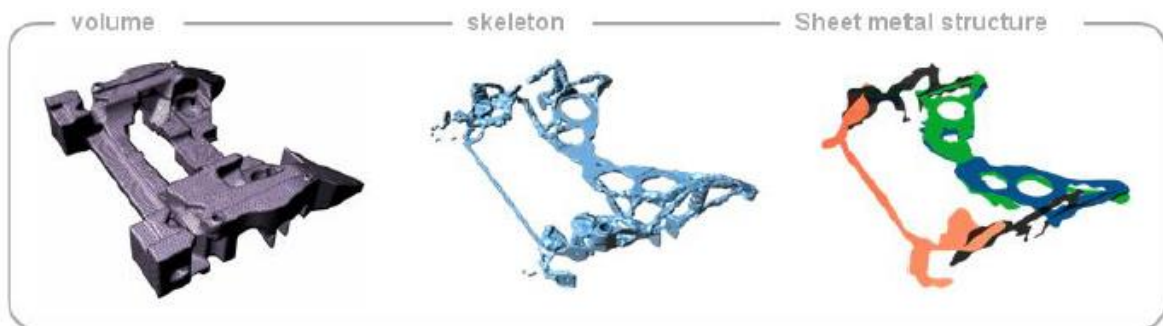


Figura 2-14: Optimización de un sub-chasis en donde se identifican regiones planas (Altair Product Design, 2011)

2.3 ¿Qué es un sub-chasis?

El sub-chasis es un componente estructural que recibe las fuerzas de las llantas por medio de los brazos de control. El sub-chasis de una suspensión independiente es análogo al alojamiento de un eje rígido. Un sub-chasis permite el pre-ensamble y pre-alineamiento de numerosos componentes del chasis en un solo módulo.

En la Figura 2-15 se ilustra el sub-chasis trasero del BMW serie 5 manufacturado en aluminio. Este diseño incorpora una suspensión multi-link.

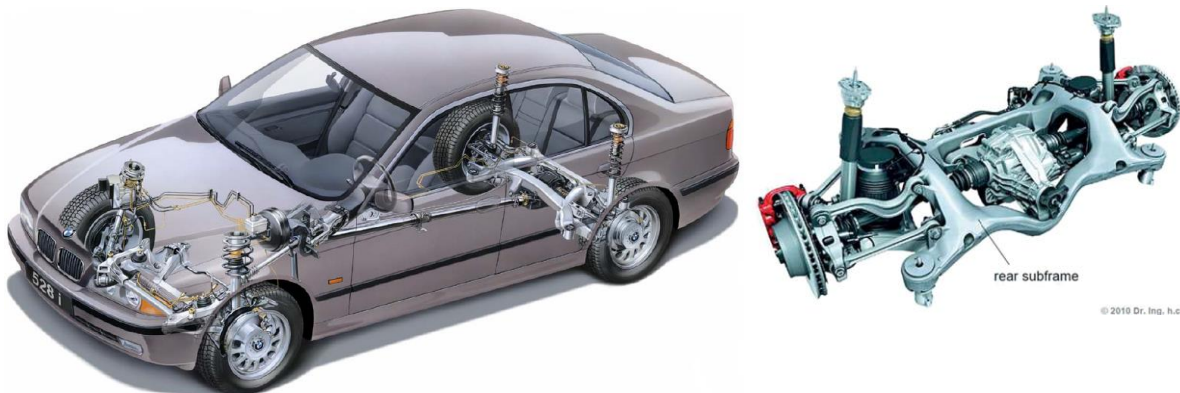


Figura 2-15: Sub-chasis frontal y trasero BMW 5 series (The aluminium Automotive Manual, 2011)

El sub-chasis de un vehículo también es conocido como el bastidor inferior, chasis auxiliar o marco soporte. El sub-chasis resulta en una adición considerable en cuanto a costo (25 a 100 euros por unidad) y de peso, de 10 a 25 kg. Es el componente del sistema de control más pesado, a pesar de estos aspectos negativos un sub-chasis es necesario para satisfacer las expectativas de confort en un vehículo de pasajeros moderno.

El propósito del sub-chasis:

1. Proporcionar superficies para montar los brazos de suspensión y distribuir las cargas de la suspensión uniformemente sobre el chasis (distribuir grandes cargas locales sobre una gran área de la estructura).
2. Proporcionar superficies para montar el sistema de dirección y la barra estabilizadora, transmisión y motor (según la configuración de la suspensión y el tren motriz).
3. Incrementar rigidez lateral y el movimiento elasto-cinemático de la suspensión.
4. Proporcionar la creación de puntos de conexión críticos baratos con rangos de tolerancia estrechos.
5. Facilitar el ensamble, mantenimiento y procedimiento de reparación.
6. Permitir un mejor rendimiento durante una colisión.

Los requerimientos del sub-chasis:

1. Proporcionar resistencia adecuada en los puntos de conexión.
2. Cumplir requerimientos concernientes a la rigidez, frecuencias naturales y comportamiento durante impacto.

3. Ser lo más ligero como sea posible.
4. Ser barato de manufacturar y con la característica de tener el menor número de componentes individuales y puntos de unión.
5. Para consolidar la mayor cantidad de componentes y permitir el ajuste relativo entre ellos.
6. Ocupar la cantidad mínima de espacio.
7. Con la característica de ensamblar elementos elásticos que amortigüen la transmisión de ruido y vibración de las llantas al cuerpo del vehículo.
8. Facilitar la instalación y remoción del eje entero.

2.4 Tipos de sub-chasis, procesos de manufactura y materiales utilizados

El sub-chasis está inmerso en un proceso de investigación constante, en cuanto a diseño y materiales, con el objetivo de reducir el peso global del vehículo, y en consecuencia, el consumo de combustible y la emisión de CO₂. Así mismo, en su fabricación se tienen muy en cuenta las medidas que contribuyen a elevar la seguridad de los ocupantes.

Existen diversos factores que contribuyen a la disminución del peso en un sub-chasis; entre los principales se encuentra el tipo de material empleado y su espesor, el diseño de cada una de las piezas, su método de fabricación y, por último, las técnicas de unión empleadas.

Una amplia variedad de sub-chasis son posibles, desde un simple travesaño, hasta un sub-chasis más completo que proporciona superficies de montaje para todos los componentes del chasis tanto en el eje delantero como el trasero.

En la siguiente Figura 2-16 se ilustra un sub-chasis como simple travesaño y diversas variaciones del sub-chasis tipo marco. Este último con geometría más compleja que proporciona sustento y fijación a más elementos de la suspensión, motor etc.

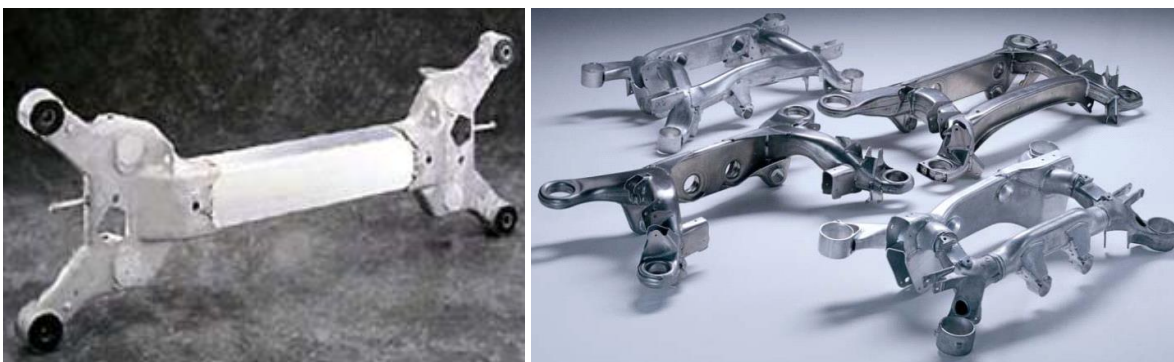


Figura 2-16: Sub-chasis en travesaño y sub-chasis tipo marco

El sub-chasis puede ser fabricado de múltiples piezas ensambladas o en una sola pieza. Para todos los diseños que consisten de múltiples partes soldadas debe ponerse especial atención a la resistencia en la soldadura. Estas juntas pueden estar sujetas a grandes esfuerzos locales cuando el vehículo es conducido en superficies con grandes irregularidades.

El sub-chasis puede ser fabricado principalmente de acero y de aluminio.

Acero. Es el material por excelencia para la construcción de carrocerías. Se emplean en diversas aleaciones y con distintos grados de resistencia, siendo los aceros de alto y ultra alto límite elástico (ALE) los más novedosos; se distingue los aceros de alta resistencia (HSS) y aceros de muy alta resistencia (UHSS). El límite de cedencia de los aceros HSS se encuentra en el rango de los 210 hasta los 550 MPa, más allá de este valor se sitúan los aceros UHSS. Los aceros microaleados o aceros de alta resistencia y baja aleación (HSLA) se obtienen mediante la adición en pequeñas cantidades de niobio, vanadio o titanio aumentando la resistencia a la fatiga, utilizados en sistemas de amortiguación y en elementos de deformación programada como largueros o travesaños (izquierdo, 2005).

Aluminio. Debido a su relación resistencia/peso es uno de los materiales idóneos en la fabricación total de carrocerías. Se consigue una reducción hasta el 40% en peso con respecto a una carrocería de acero, sin disminuir su resistencia. Las aleaciones más comunes utilizan pequeñas cantidades de silicio y magnesio principalmente.

Algunos materiales típicos y procesos de manufactura para componentes del conjunto sub-chasis-suspensión se ilustran en la Figura 2-17, predominan las aleaciones de aluminio con contenido de magnesio y silicio.

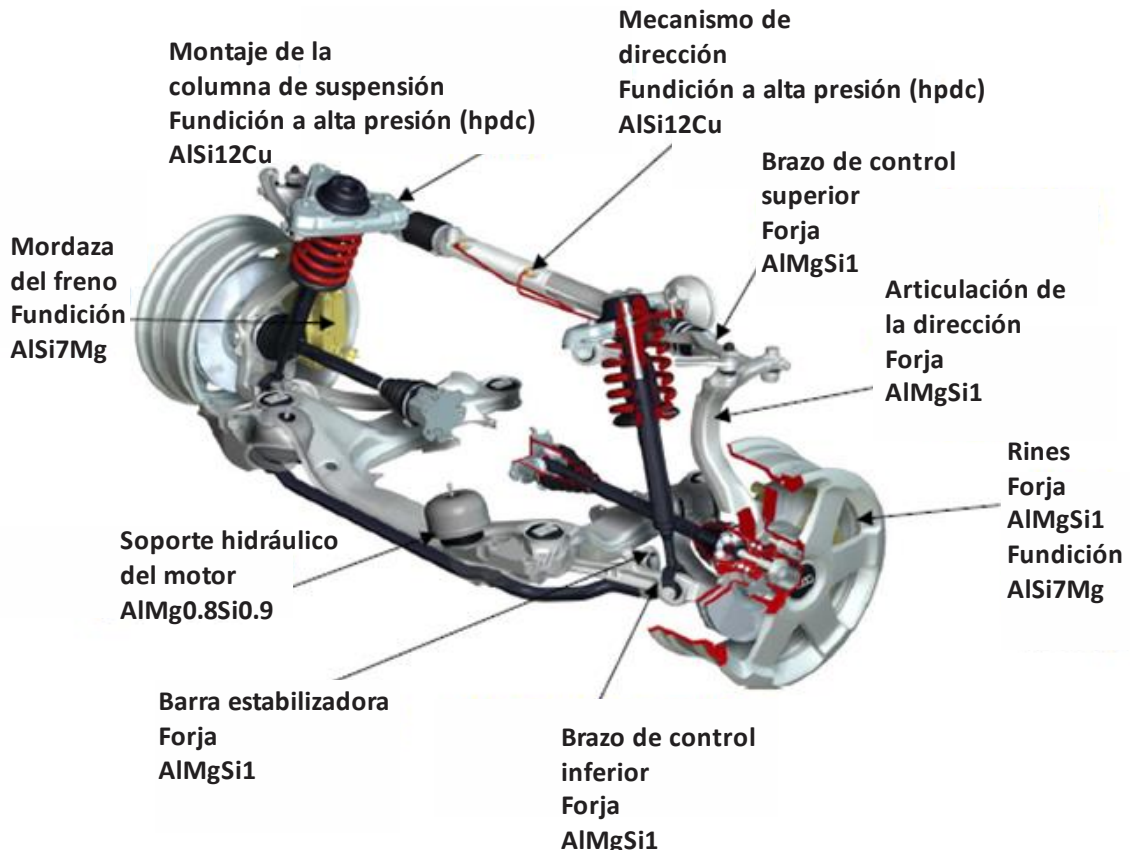


Figura 2-17: Componentes de aluminio y proceso de manufactura en ejes frontales

Polímeros. Dentro de éste grupo la tendencia más novedosa es el plástico reforzado con fibra de carbono (CFRP), en algunos casos se fabrica la carrocería íntegramente en este material, como características importantes son su alta resistencia y bajo peso además de su facilidad para el moldeo y flexibilidad.

El magnesio. Se caracteriza por su extraordinaria ligereza en relación al volumen (1.74 g/cm^3), un 33% más ligero que el aluminio y un 75% más ligero que el acero, así como su alta capacidad para amortiguar vibraciones. Las exigencias en cuanto a rigidez del chasis constituyen un problema para su implementación por lo que siempre se le encuentra aleado con el aluminio.

Aunque los métodos de manufactura cobran un importante papel en cuanto a mejorar las características mecánicas de los materiales, los tratamientos térmicos las incrementan significativamente a niveles que por sí mismos, los métodos de manufactura no son capaces de lograr. Los tratamientos térmicos son el conjunto de operaciones de calentamiento y enfriamiento, bajo condiciones controladas de temperatura, tiempo y presión para mejorar sus propiedades mecánicas, especialmente la dureza, la resistencia mecánica y la elasticidad. Estos tratamientos pueden darse antes, durante o después del

proceso de conformado. En un chasis se pueden encontrar piezas conformadas mediante diferentes métodos como la fundición, la extrusión, el estampado etc. En el caso del estampado, una técnica muy aplicada es la de tailored blanks o estampado a la medida que consiste en unir, mediante soldadura laser, chapas de distintos espesores para luego darle la forma deseada en la prensa. Con esto se consigue piezas de diferente espesor a lo largo de su superficie ahorrando peso en zonas donde no soporta grandes esfuerzos.

Los principales procesos de manufactura son los siguientes:

- Múltiples partes soldadas utilizando hojas, chapas o placas metálicas.
- Con secciones de tubo de aluminio o de acero deformado con presión hidráulica interior (hidroformado).
- Una combinación de placa metálica y secciones de tubo hidroformado.
- Fundición de aluminio a baja presión (fundición en molde permanente y fundición en arena).
- Hojas de metal, secciones de tubo hidroformado y fundición en juntas, esquinas y transiciones.

CLASSIFICATION SECTION					MAIN SECTION		ASSESSMENT SECTION							
# OF PARTS	MATERIAL	RAW MATERIAL SHAPE	MANUFACTURING PROCESS	TYPE NUMBER		RELATIVE WEIGHT	STIFFNESS	DURABILITY	ENERGY ABSORPTION	SPACE REQUIRED	SHAPE FLEXIBILITY	PART COST	TOOLING COSTS	CURRENT USE
MULTI-PIECE	Steel	sheet	drawing	1	multi-pc. sheet steel	100	medium	good	high	medium	high	100	100	100
		tube	bending	2	bent steel tubing	85	high	good	high	medium	low	80	70	90
			hydro	3	hydroformed stl. tube	75	high	v good	v high	small	medium	90	60	70
	Aluminum	sheet	drawing	4	multi-pc. sheet alu.	70	medium	medium	high	large	high	200	120	90
		tube	bending	5	bent aluminum tubing	65	high	medium	medium	medium	low	150	75	80
			extrude	6	alu. spaceframe	70	high	good	medium	v large	v low	180	50	50
			hydro	7	hydroformed alu. tube	60	high	medium	medium	medium	medium	160	70	60
SINGLE-PIECE	Stl.	sheet	drawing	8	single pc. sheet steel	125	v low	v good	low	large	medium	60	50	100
	Aluminum	none	sand	9	aluminum sand cast	75	low	good	low	small	v high	250	40	60
			p. mold	10	alu. permanent mold	75	low	good	low	small	v high	200	50	70
			die cast	11	aluminum die cast	55	low	good	medium	small	v high	140	60	60

Figura 2-18: Matriz de diseño para la selección de la configuración de un sub-chasis (Heissing & Ersoy, 2011)

La elección del tipo de material juega un rol importante en la reducción de peso de la estructura. Es posible reducir un 25% en peso si se sustituye un acero estándar St 1403 de un sub-chasis con un acero de alta resistencia H400 (Heissing & Ersoy, 2011).

Una solución obvia para un sub-chasis ligero es una configuración en “x” producido mediante fundición hueca (Figura 2-19). La fundición es relativamente grande (longitud 700 mm, ancho 1200 mm y altura 250 mm) el peso de la parte final es 17 kg, el espesor de pared se encuentra entre 5 y 25 mm y la sustitución del acero A356 por aluminio significó una reducción de peso de aproximadamente 40%.



**Figura 2-19: Sub-chasis trasero fabricado en una sola pieza con tecnología VRC/PRC
Vacuum riserless Casting / Pressure Riserless Casting en 1998**

La configuración de sub-chasis en marco proporciona un alto grado de integración funcional, como un ejemplo el sub-chasis trasero del Porsche Panamera que consta de una fundición hueca con espesor de pared de 3.9 mm (Dimensiones 120x710x335 mm) y un peso de 16 kg mostrado en la Figura 2-20.



Figura 2-20: Sub-chasis en marco Porsche Panamera fundición en aluminio.

También es posible obtener piezas de alta calidad utilizando métodos tal como la fundición en arena tal es el caso del prototipo de sub-chasis de la siguiente Figura 2-21.



Figura 2-21: Prototipo de sub-chasis en fundición en arena con aleación AlSi7Mg (peso final: 17.1 kg)

El sub-chasis puede ser fabricado mediante aleaciones de AlMgMn (EN AW-5754 ó AlMg3Mn y EN AW 5454 o AlMg3.5Mn) debido a su buena formabilidad mediante el proceso de rolado tanto en frío como en caliente e hidroformado. El sub-chasis manufacturado mediante estos métodos tiene un grado de complejidad mayor debido al número de piezas, tolerancias de ensamble y manipulación para la soldadura (Figura 2-22).



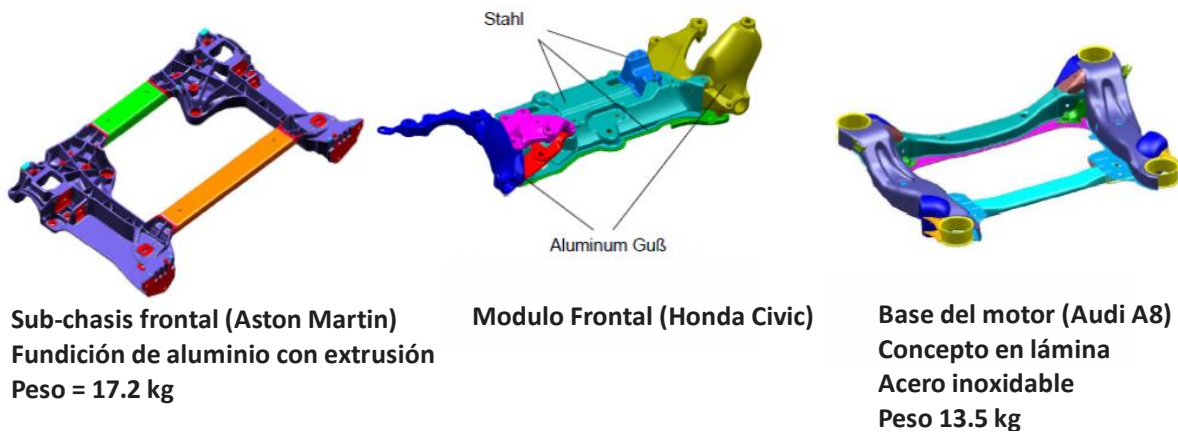
Figura 2-22: Sub-chasis con partes de aluminio rolado e hidroformado Fuente: Hydro Aluminium Rolled Products

Otros métodos de manufactura que han sido ampliamente utilizados son el estampado y la extrusión de partes y su unión mediante soldadura MIG. En la siguiente figura (Figura 2-23) se observa un sub-chasis tipo marco utilizando estos procesos.



Figura 2-23: Sub-chasis Mercedes clase S (Peso 12.5 kg)

Los siguientes sub-chasis (Figura 2-24 y Figura 2-25) muestran la combinación de materiales y procesos de manufactura.

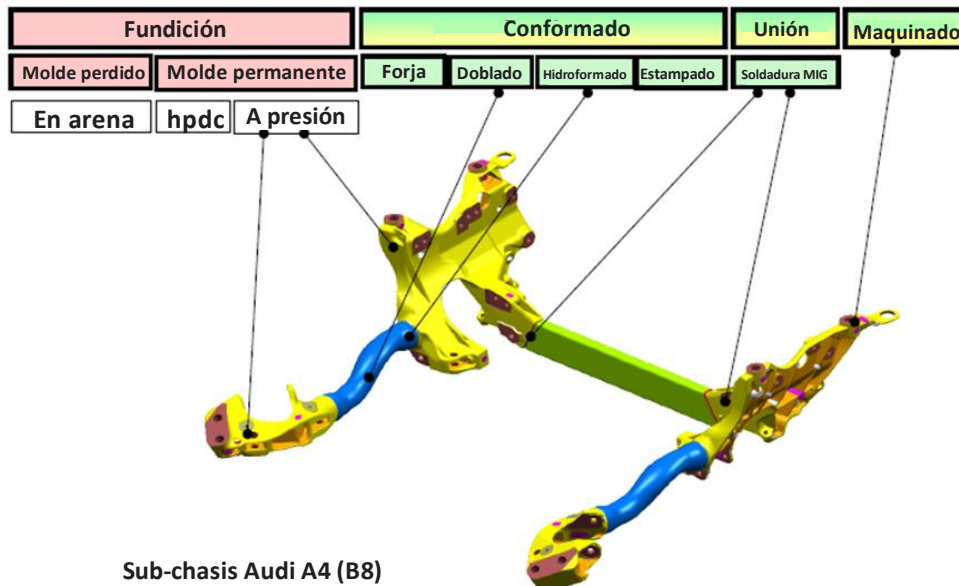


Sub-chasis frontal (Aston Martin)
Fundición de aluminio con extrusión
Peso = 17.2 kg

Modulo Frontal (Honda Civic)

Base del motor (Audi A8)
Concepto en lámina
Acero inoxidable
Peso 13.5 kg

Figura 2-24: Configuración del sub-chasis y características



Sub-chasis Audi A4 (B8)

Figura 2-25: Sub-Chasis delantero Audi A4 B8 diferentes secciones, uniones y proceso de manufactura (Zengen, 2008)

Como ya se mencionó en cuanto a su forma existen muchas configuraciones del subchasis y depende ampliamente del espacio disponible así como de la configuración de la suspensión, disposición del motor, elementos de transmisión y dirección del vehículo. Por mencionar algunas otras configuraciones abiertas son en “H” y en “U” como se muestra en la Figura 2-26.



Figura 2-26: Algunas otras configuraciones de Sub-chasis (Altair Product Design, 2011)

Las uniones mediante soldadura, en sus diferentes versiones son el principal método de unión de piezas de la carrocería, siendo la soldadura de puntos por resistencia la técnica de mayor uso. En los últimos años están ganando terreno otras técnicas como las uniones remachadas y/o pegadas tan resistentes o más que las soldadas, pero con la ventaja de mejorar el comportamiento de la estructura ante ruidos y vibraciones, además de contribuir a evitar problemas de corrosión. Estas uniones pegadas y remachadas llegaron de la mano de las carrocerías de aluminio que tiene cada vez más presencia (Gómez, 2009).

3 Método utilizado para el diseño del sub-chasis

Para el diseño de la estructura, se utiliza un método para encontrar la distribución de una cantidad de material óptimo limitado dentro de un espacio de diseño con la finalidad de satisfacer algunos requerimientos dados. A continuación se describe de manera general el método utilizado para el diseño del sub-chasis:

- 1) Se utiliza un modelo de referencia del sub-chasis para generar un espacio de diseño. Parámetros como dimensiones, zonas de sujeción, cuantificación de las cargas asociadas e interacción con otros elementos son considerados.
- 2) Se discretiza el espacio de diseño con elementos finitos adecuados.
- 3) Se aplican las restricciones según el modelo de referencia.
- 4) Se implementan casos de carga estructurales y se cuantifican de manera simplificada mediante equilibrio en condiciones cuasi-estáticas para cada caso.
- 5) Como primera iteración se propone un material y se implementan sus propiedades mecánicas al modelo.
- 6) Se realiza un análisis de sensibilidad de la malla. Se realizan sucesivas reducciones de tamaño de los elementos para observar convergencia en los resultados (nivel de esfuerzo) según un criterio establecido.
- 7) Se establecen los parámetros para la optimización topológica. Para este tipo de optimización la variable de diseño es la densidad (ρ) de los elementos (E) que pueden variar entre 0 y 1 (sin material o con material).
- 8) Se plantean las restricciones del problema. Cantidad de material permitido, nivel de esfuerzo en la estructura, etc. Otras restricciones como dirección de desmolde durante un proceso de fundición, simetría, tamaño mínimo de partes estructurales generadas, etc. Son impuestas para generar una topología viable en términos de manufactura.
- 9) Se realiza el proceso iterativo de optimización. Después de configurar los parámetros del modelo de elementos finitos y el modelo de optimización, la densidad de todos los elementos son 1. Un análisis estático calcula los esfuerzos (σ) y las deformaciones (ϵ) en cada elemento. La densidad de los elementos con alto nivel de esfuerzo permanece con 1 mientras que los demás elementos obtienen 0. En el proceso iterativo solo los elementos más necesitados permanecen en la estructura.
- 10) Si no existe convergencia, nuevos parámetros de optimización deberán configurarse; de lo contrario se evalúa la topología en términos de manufactura.
- 11) Si no es viable en términos de manufactura existen dos alternativas: Volver a replantear los parámetros de optimización o proponer un nuevo espacio de diseño.

- 12) Cuando la topología tiene gran potencial para su manufactura, se interpreta los resultados proponiendo un modelo CAD con elementos estructurales.
- 13) Se realizan sucesivos análisis de resistencia y se hacen modificaciones en zonas localizadas con concentración de esfuerzos hasta alcanzar valores aceptables según las propiedades mecánicas de materiales candidatos a emplear.

Finalmente materiales y procesos de manufactura pueden ser sugeridos. El diagrama de la Figura 3-1 resume el método de diseño adoptado.

Debido que el proceso de diseño adoptado está basado en el método de optimización topológica, el cual a su vez tiene como base el método del elemento finito se dedican los siguientes dos apartados a la explicación e introducción breve de estos métodos.

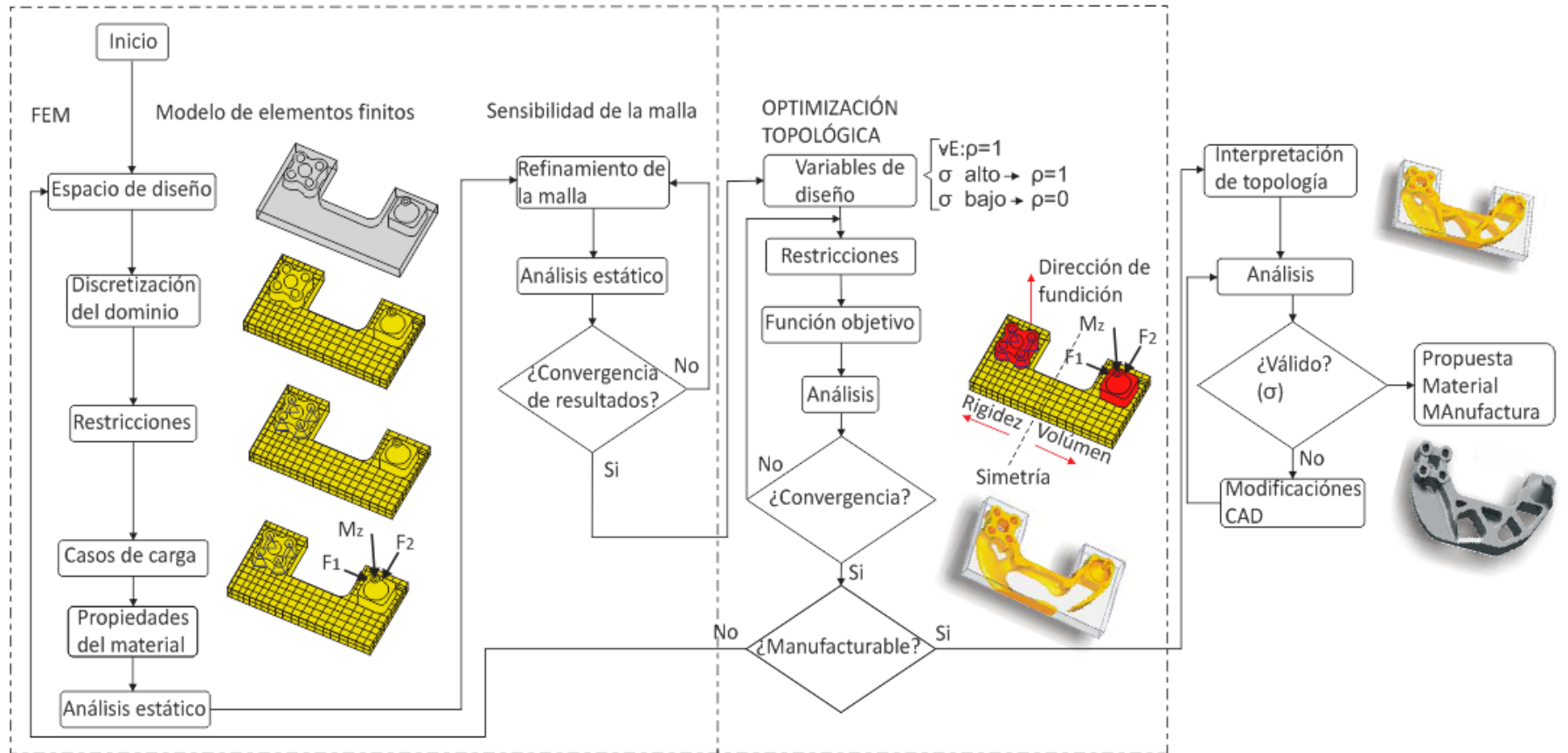


Figura 3-1: Diagrama de flujo del método de diseño utilizado

4 El método del elemento finito

4.1 Introducción al método del elemento finito

Muchos procesos naturales, de los cuales el entendimiento correcto, predicción y control son importantes para la humanidad pueden ser suficientemente descritos a un nivel macroscópico tomando en cuenta el comportamiento individual de moléculas, átomos, electrones y otras partículas. Las cantidades promedio tales como deformación, densidad, velocidad, presión, temperatura, concentración, campo electromagnético entre otras son gobernadas por ecuaciones que involucran cantidades físicas junto con sus espaciales y temporales tasas de cambio (Derivadas parciales). Estas ecuaciones diferenciales parciales sirven como un lenguaje para la formulación de muchos problemas de ingeniería (Solín, 2006); sin embargo, las limitaciones de la mente humana son tales que no puede captar el mundo que los rodea en una sola operación global, por lo tanto, una forma natural de proceder consiste en la subdivisión del dominio físico en componentes individuales o “elementos”, cuyo comportamiento puede conocerse sin dificultad y reconstruirse en el sistema original para su estudio.

Cuando la subdivisión del dominio es indefinida, el problema solo puede definirse haciendo uso de la ficción matemática del infinitésimo, ello conduce a ecuaciones diferenciales que solo pueden resolverse mediante la manipulación matemática limitada a casos extremadamente simplificados; a estos problemas se les denominan continuos. En la mayoría de los casos se obtiene un modelo adecuado utilizando un número finito de componentes bien definidos; a tales problemas se les denomina discretos (Zienkiewicz & Taylor, 1994).

En el inciso b de la Figura 4-1 se representa el enfoque discreto de la persona sentada en un banco. A modo de simplificación el peso de la persona es concentrado en su centro de gravedad y transmitido al asiento mediante elementos rígidos.

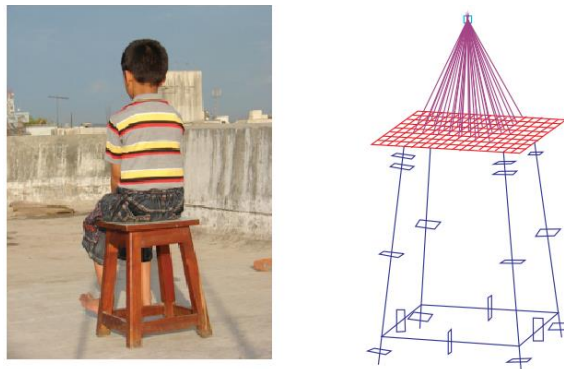


Figura 4-1: a) Enfoque continuo b) Enfoque discreto (Altair Engineering, Inc, 2011)

Para vencer la dificultad que presenta la solución de problemas continuos reales, se han propuesto diversos métodos numéricos para la discretización y solución aproximada de ecuaciones diferenciales parciales. La más general y eficiente herramienta para la solución numérica de ecuaciones diferenciales parciales es el método de los elementos finitos FEM (Finite Element Method).

4.2 Idea general del método del elemento finito

En el esquema de la Figura 4-2 se ejemplifican los pasos generales a seguir durante el proceso de análisis mediante el método del elemento finito de un caso típico; una viga corta en voladizo o cantiliever. El proceso que conforma el método comprende solo desde el desarrollo de las ecuaciones del elemento hasta la solución del sistema de ecuaciones. A continuación se describen los pasos del método para dar una idea general de su proceder, por lo que no se aborda una descripción detallada de su formulación matemática.

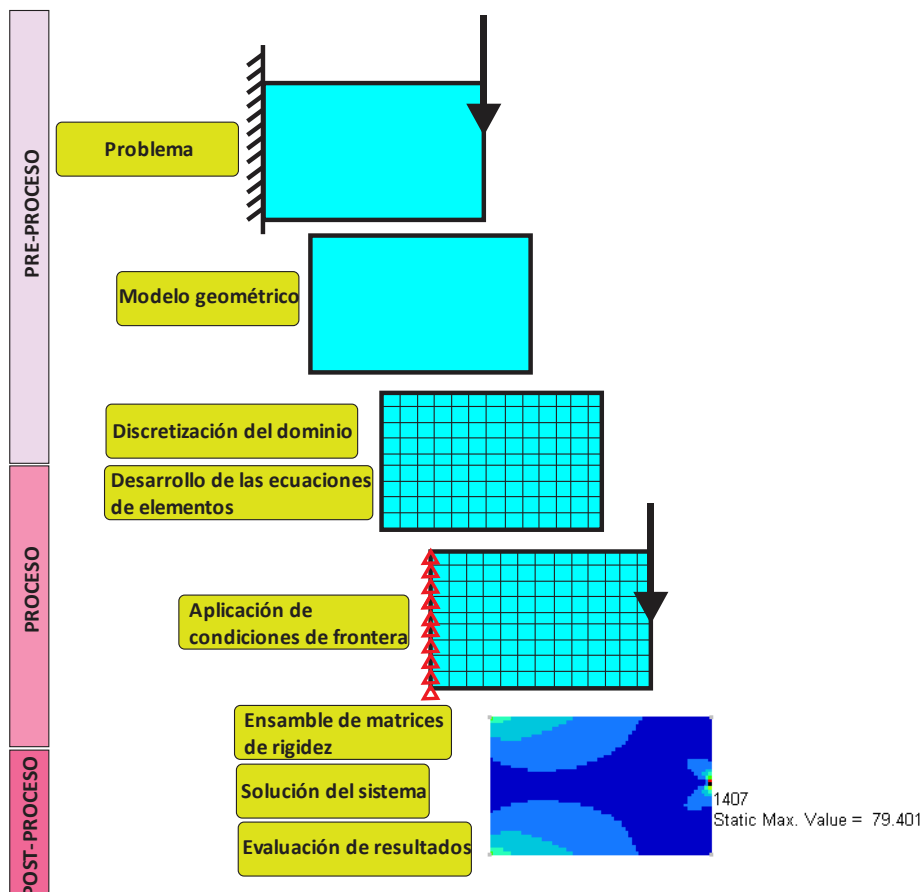


Figura 4-2: Idea general del método del elemento finito

4.2.1 Discretizar el dominio

El espacio geométrico es discretizado en subdominios denominados elementos finitos. Los elementos finitos se definen por un número discreto de puntos, llamados nodos, que conectan entre sí a los elementos mediante una relación ordenada llamada conectividad.

Existen diversos tipos de elementos finitos los cuales se rigen según el tipo de ecuación diferencial a resolver. Así, para un problema definido por una ecuación diferencial ordinaria en una dimensión corresponde una línea recta o curva; para problemas formulados mediante ecuaciones diferenciales parciales en dos dimensiones corresponden superficies tales como cuadrados o triángulos; y para problemas en 3 dimensiones corresponden volúmenes tales como tetraedros, hexaedros y pirámides.

En la Figura 4-3 se ilustran algunos tipos de elementos finitos así como su aplicación. Los elementos 1D frecuentemente son utilizados para simplificar partes estructurales en la que una dimensión es mucho mayor con respecto a las otras dos. Tal es el caso de ejes largos, vigas, etc.

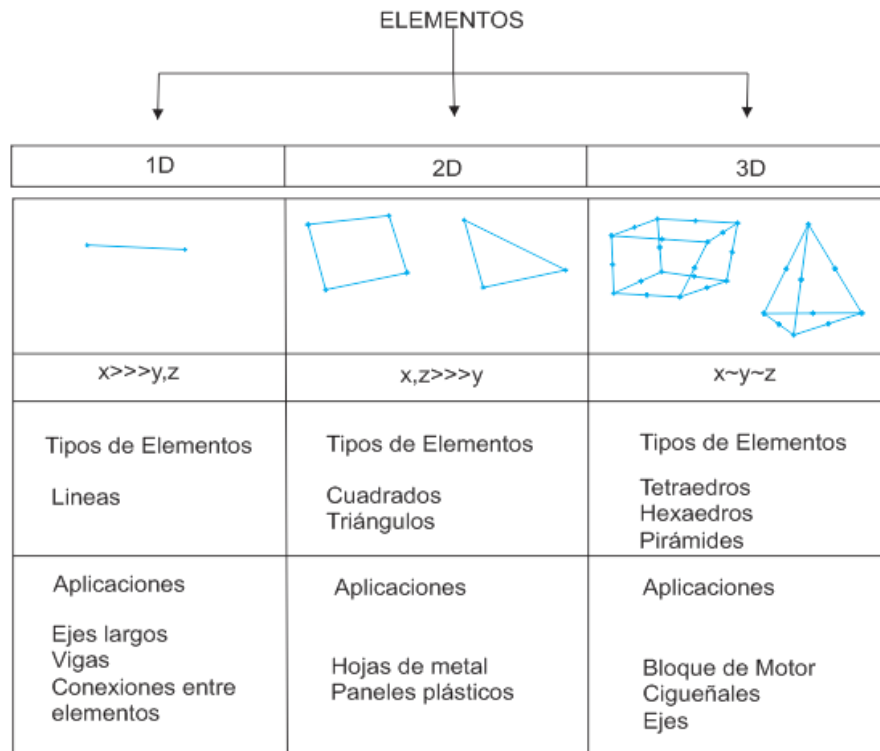


Figura 4-3: Tipos de elementos finitos (Altair Engineering, Inc, 2011)

4.2.2 Identificar las variables de estado o grados de libertad

Sobre los nodos se materializan las incógnitas fundamentales del problema. A éstas incógnitas se les denomina variables de estado o grados de libertad (Dof por sus siglas en

inglés Degrees of freedom) porque determinan el estado y posición del nodo. Estas variables se relacionan entre sí a través de las ecuaciones constitutivas las cuales representan una expresión matemática de una ley física en particular.

En el caso de los elementos estructurales éstas incógnitas son los desplazamientos o fuerzas nodales.

En la Figura 4-4 se ilustra algunos elementos finitos con sus respectivos nodos. Para elementos bidimensionales cada nodo tiene 6 grados de libertad; 3 de traslación y 3 de rotación. El orden de la matriz de rigidez depende de las variables de estado en cada nodo y del número de nodos contenidos en el elemento finito.

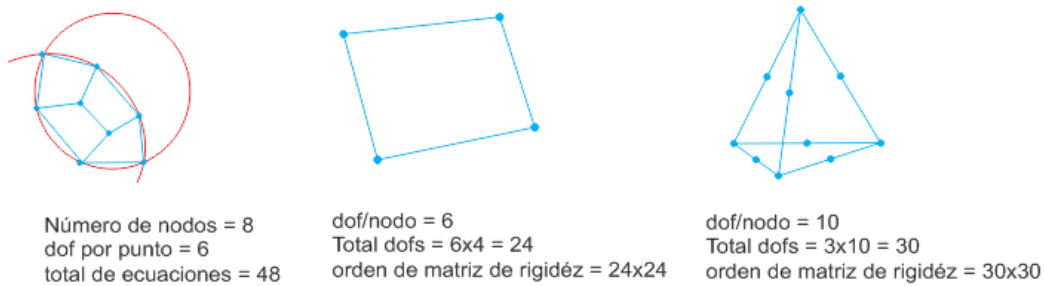


Figura 4-4: Elementos finitos con sus respectivos grados de libertad y matriz de rigidez

4.2.3 Establecer sistemas de referencia

Es necesaria la utilización de un sistema de referencia local para cada elemento, de esta forma se puede construir e integrar fácilmente las llamadas funciones de interpolación dentro de cualquier punto del mismo, sin embargo debido a que los elementos se ensamblan en un sistema global de referencia se introduce una transformación de coordenadas.

En la Figura 4-5 se muestra el ejemplo de la localización del sistema de referencia X', Y', Z' local y el sistema de referencia global para un elemento finito triangular.

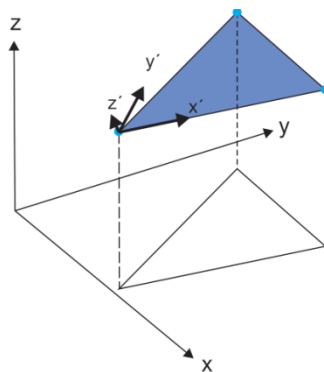


Figura 4-5: Sistema de referencia local y global para un elemento finito

4.2.4 Construir las funciones de interpolación de los elementos

Una vez planteada la ecuación diferencial que rige el comportamiento del continuo para el elemento, se llega a fórmulas que relacionan el comportamiento en el interior del mismo con el valor que toman los grados de libertad nodales. Esto se logra vía un conjunto de funciones de interpolación, es decir, la función solución del elemento finito es una función de la posición dentro del dominio del mismo. Así es posible conocer el comportamiento en cualquier punto dentro de cada elemento. El modelo de interpolación debe ser simple bajo consideraciones computacionales, con frecuencia en forma de polinomios.

En la siguiente Figura 4-6 se ilustra un elemento finito cuadrado con su respectivo modelo de interpolación en forma de polinomio; a la izquierda un elemento finito de 4 nodos lineal y a la derecha un elemento finito con 8 nodos parabólico.

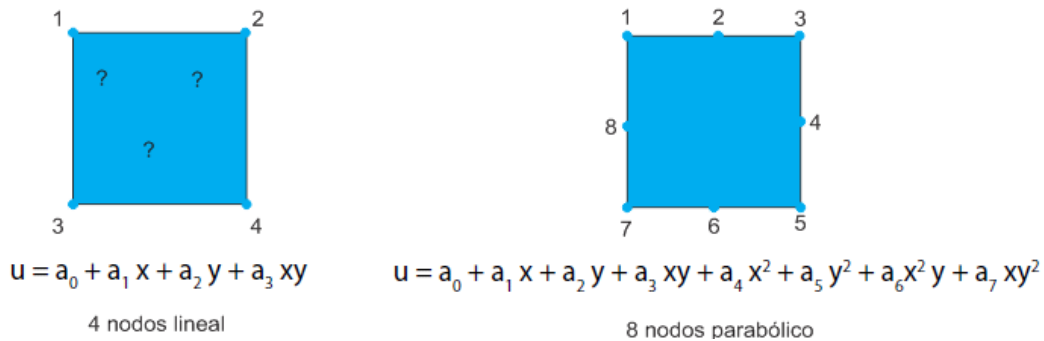


Figura 4-6: Funciones de interpolación para un elemento finito

4.2.5 Determinar las ecuaciones de cada elemento

A continuación, se establece sobre cada elemento las ecuaciones discretas del problema continuo mediante la utilización de algún modelo matemático apropiado (método de residuos ponderados, trabajo virtual, métodos de energía, etc.); esto incluye la llamada matriz de rigidez para cada elemento con respecto a su sistema de referencia local.

Para problemas estructurales la matriz de rigidez relaciona los desplazamientos nodales con las fuerzas nodales mediante su ecuación constitutiva y el uso de la integración numérica. La matriz depende tanto de la geometría como de las propiedades del material; es simétrica debido a que la fuerza es directamente proporcional al desplazamiento y su orden corresponde al total de grados de libertad.

En la Figura 4-7 se ejemplifica la formulación de la matriz de rigidez para un elemento finito lineal utilizando el método directo.

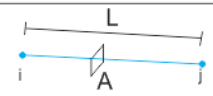


<div style="display: flex; justify-content: space-between; align-items: center;"> <div style="text-align: left;"> <p>1 dof en cada nodo E = Módulo de Elasticidad</p> </div>  </div>		
Caso 1	Caso 2	Caso General
		
$u_i > 0, \quad u_j = 0$ $\Sigma F_x = 0 \quad F_i + F_j = 0$ $\sigma_x = F/A \quad \epsilon = u/L$ $\sigma_x = \epsilon E \quad F/A = Eu/L$ $F_i = (AE/L) * u_i \quad F_j = -F_i = -(AE/L) * u_i$	$u_i = 0 \quad u_j > 0$ $F_j = (AE/L) * u_j \quad F_i = -F_j = -(AE/L) * u_j$	$u_i, u_j > 0$ $F_i = (AE/L) * u_i - (AE/L) * u_j$ $F_j = -(AE/L) * u_i + (AE/L) * u_j$
$\begin{bmatrix} F_i \\ F_j \end{bmatrix}_{(2 \times 1)} = (AE/L)$	$\begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}_{(2 \times 2)}$	$\begin{bmatrix} u_i \\ u_j \end{bmatrix}_{(2 \times 1)}$

Figura 4-7: Formulación de la matriz de rigidez de un elemento lineal por el método directo (Altair Engineering, Inc, 2011)

4.2.6 Transformación de coordenadas

Transformar las matrices de rigidez de los elementos desde sus respectivos ejes coordenados locales al sistema global de referencia.

4.2.7 Ensamblaje de las ecuaciones de los elementos

El ensamblaje de las matrices de las ecuaciones de los elementos se realiza a través del establecimiento de una relación entre la numeración local de los nodos y la numeración global de los mismos. Así cada elemento tiene su propio número de identificación y conexiones nodales especificadas. La matriz resultante se denomina matriz de rigidez global del sistema. Las ecuaciones de equilibrio formadas dan lugar a la ecuación matricial siguiente.

$$[K][u] = P$$

Para el caso de problemas estructurales los elementos de la matriz “u” corresponden a los desplazamientos nodales, “K” es la matriz de rigidez ya ensamblada y “P” es el vector de las fuerzas en los nodos, presentes en cualquier punto nodal de la estructura.

En la Figura 4-8 se ejemplifica el ensamble de las matrices de rigidez para la estructura de 5 elementos.

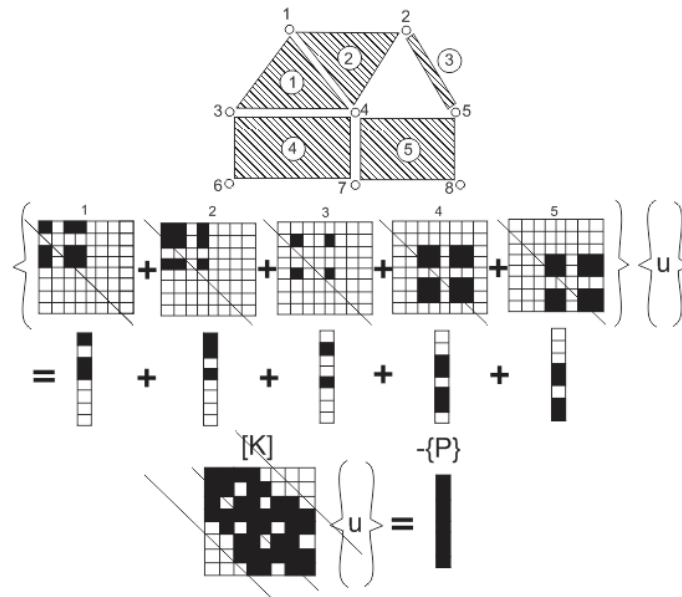


Figura 4-8: El proceso general para el ensamble de las matrices de rigidez de cada elemento (Zienkiewicz & Taylor, 1994)

4.2.8 Introducción de las condiciones de frontera

Se introducen las condiciones de frontera en la matriz global del sistema; éstas se refieren a variables conocidas o valores prescritos de la función que condicionan el cambio del sistema: cargas, desplazamientos, temperaturas, voltajes, etc. Con esto la matriz de rigidez se reduce o se condensa en su forma final.

4.2.9 Solución del sistema de ecuaciones simultáneas resultantes

Independientemente de la naturaleza del problema y después de haber incorporado las condiciones de frontera el último paso es la resolución del sistema de ecuaciones simultáneas resultante; la ecuación de equilibrio en términos de las variables del sistema, es decir:

$$[u] = [K^{-1}][P]$$

En términos computacionales no es factible invertir la matriz de rigidez, frecuentemente se recurre a métodos iterativos (como Gauss-Seidel y Jacobi para sistemas lineales o variaciones del método de Newton para casos no lineales) en la solución de dicha ecuación. Con la resolución del sistema de ecuaciones, se obtienen los valores aproximados de las variables en los nodos del dominio. En el caso de problemas estructurales se obtienen los desplazamientos nodales.

4.2.10 Cálculo de otras cantidades físicas

Los valores en cada nodo son interpretados y usados en el cálculo de otras cantidades físicas; esfuerzos y deformaciones para el caso estructural.

Una vez conociendo el valor de éstas cantidades físicas, puede plantearse la formulación de la optimización. Esta formulación incluye las variables de diseño, las respuestas, restricciones y una función objetivo que se aborda en el siguiente apartado.

5 Optimización estructural

5.1 Formulación de la optimización estructural

La optimización estructural es una aplicación de la optimización. Su objetivo es lograr un mejor rendimiento de las estructuras en torno a todos los aspectos de su vida útil (Xie & Steven, 1997) . Este proceso busca minimizar una función objetivo sistemáticamente variando los valores de parámetros de un conjunto de soluciones permitidas. El espacio de diseño puede ser caracterizado mediante parámetros llamados variables de diseño. El espacio de diseño factible puede ser condicionado mediante restricciones físicas. El diseño que minimiza o maximiza un objetivo dentro de un conjunto de restricciones es considerado el diseño óptimo.

El problema de optimización puede ser formulado en una forma estándar:

$$\text{Encontrar } x = \begin{Bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{Bmatrix} \text{ que minimice } f(x)$$
$$\text{Sujeto a } \begin{cases} g_i(x) \leq 0, & i = 1, 2, \dots, m \\ h_j(x) = 0, & j = 1, 2, \dots, n \end{cases}$$

Donde x es el conjunto de variables de diseño independientes y $f(x)$ es la función objetivo a minimizar. Las funciones $g_i(x)$ y $h_i(x)$ son llamadas función de restricción de desigualdad y función de restricción de igualdad respectivamente y son definidos como las restricciones del problema (Olason & Tidman, 2010).

5.1.1 Variables de diseño

Hacen referencia a magnitudes cuyos valores pueden cambiar a lo largo de la evolución del diseño y de magnitudes cuyos valores son fijos y son factores externos (fuera de los límites del diseño) como cargas restricciones de movimiento y propiedades constitutivas.

Se distinguen cuatro tipos:

- Propiedad de la sección de la pieza: área, Momentos de inercia, constante de torsión, etc.
- Geometría de la estructura: altura, longitud, espesor etc.
- Topología de la estructura: densidad del material, perímetro total etc.
- Propiedades constitutivas: módulo de elasticidad, coeficiente de Poisson, Etc.

5.1.2 Función objetivo

La función objetivo es un criterio usado para evaluar qué tan bueno es un diseño de tal forma que se puede identificar el “mejor” según este criterio. La función objetivo puede ser una función escalar de las variables que intervienen en el diseño, la condición impuesta a dicha función es que para la solución óptima tome un valor mínimo.

5.1.3 Restricciones

Cada variable de diseño de ser restringida dentro de un valor mínimo o máximo permitido. Las restricciones son usadas sobre las respuestas y las variables de diseño para acotar el campo de exploración y que debe cumplir el diseño para ser considerado como válido.

5.1.4 Restricciones de igualdad

Las restricciones de igualdad se asocian a las relaciones que fijan el comportamiento de la estructura: Condiciones de equilibrio, compatibilidad, ley del comportamiento del material, etc. Otras se asocian a las relaciones entre las variables de diseño del problema: Condiciones de simetría, tangencia, curvatura, etc.

5.1.5 Restricciones de desigualdad

Las restricciones de desigualdad se asocian con limitaciones impuestas a la respuesta del elemento estructural: Tensiones, desplazamientos, frecuencias de vibración, etc. Además de aquellas que delimitan el rango de los valores posibles de las variables (Nicolás, 2006).

5.1.6 Respuestas

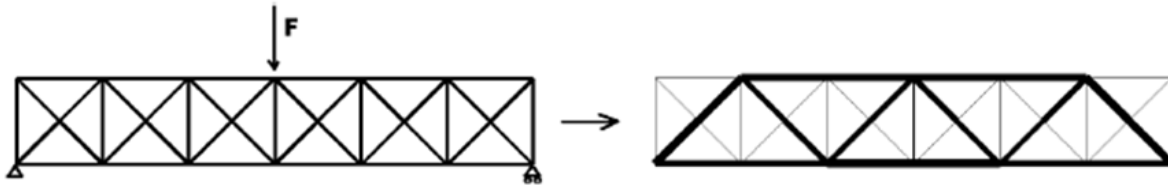
Para cualquier valor dado de las variables de diseño una respuesta de la estructura debe ser recuperada. Los tipos comunes de respuestas, son desplazamiento, esfuerzo, masa y energía de deformación. Las respuestas son usadas para evaluar el rendimiento y propiedades de la estructura.

5.2 Enfoques de la optimización estructural

Existen tres principales enfoques para la optimización estructural:

5.2.1 Optimización de tamaño

La forma de la estructura es conocida; el objetivo es optimizar la estructura mediante el ajuste del tamaño de los componentes que constituyen las variables de diseño tal como la sección transversal, dimensiones, espesores, etc.

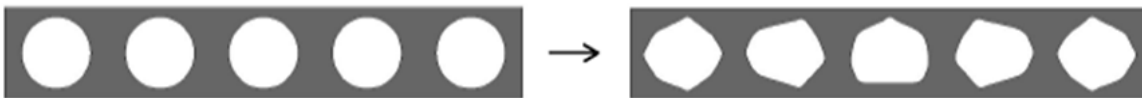


Optimización de Tamaño

Figura 5-1: Optimización de tamaño (Olason & Tidman, 2010)

5.2.2 Optimización de forma

En la optimización de forma se modifican las fronteras predeterminadas para lograr un diseño óptimo, las variables de diseño pueden ser por ejemplo, la distribución del espesor en un elemento estructural, el diámetro de orificios, radios, filetes o cualquier otra dimensión.



Optimización de Forma

Figura 5-2: Optimización de forma

5.2.3 Optimización topológica

La optimización topológica es un proceso iterativo que distribuye sistemáticamente el material a través del dominio de diseño para obtener un rendimiento mecánico óptimo en el diseño conceptual (Patel, 2007). La diferencia esencial entre la optimización de forma y la optimización topológica es que en la primera la mejora de la función objetivo depende exclusivamente de la forma del contorno (el número de cavidades permanece invariante) y en la optimización topológica depende de la variación del mismo (existen elementos y cavidades que determinan la estructura).



Optimización Topológica

Figura 5-3: Optimización topológica

Para establecer la variable de diseño en el proceso de optimización estructural topológica, se requiere de la parametrización del material dentro de la estructura.

Una forma básica de parametrización del material es el modelo 0-1, donde los elementos tienen densidad (0) o densidad completa (1) también llamado ISE Topology (Isotropic Solid or Empty Elements). Las dos principales estrategias para resolver el problema con una topología ISE son el método de la densidad y el método de la homogenización.

$$\chi(x_i) = \begin{cases} 0 \rightarrow \text{sin material} \\ 1 \rightarrow \text{material} \end{cases} \quad x_i \in \Omega$$

Es posible utilizar métodos de optimización basados en gradientes si se relaciona el problema a optimizar mediante la densidad del material que toma valores entre 0 y 1, es decir, 0% de densidad o 100% de densidad. Entonces la densidad se convierte en la variable de diseño que es una función que varía sobre todo el dominio.

$$\rho_i(x_i) = x_i \rho_0 \quad (0 < x_i < 1)$$

Donde ρ_0 es la densidad del material base

El modelo del material asume valores intermedios de densidad mediante una interpolación. El modelo SIMP (solid isotropic material with penalization) es un esquema de interpolación comúnmente utilizado que heurísticamente relaciona la densidad relativa al módulo de elasticidad de cada elemento usando la siguiente expresión:

$$E_i(x_i) = x_i^P E_0$$

Donde P es un parámetro de penalización ($P \geq 1$) y E_0 es el módulo de elasticidad del material base.

Una vez que se comprende la idea de cómo se introduce la variable de diseño en el problema de optimización resta finalizar su formulación estableciendo la función objetivo y las restricciones.

Entonces el proceso iterativo puede iniciar evaluando la estructura en cada iteración y eliminando los elementos con menor densidad, hasta cumplir con el objetivo sin violar ninguna restricción. En la siguiente Figura 5-4 se esquematiza el diagrama de flujo del

método de optimización y se ilustra la secuencia de optimización del problema expuesto en la Figura 4-2.

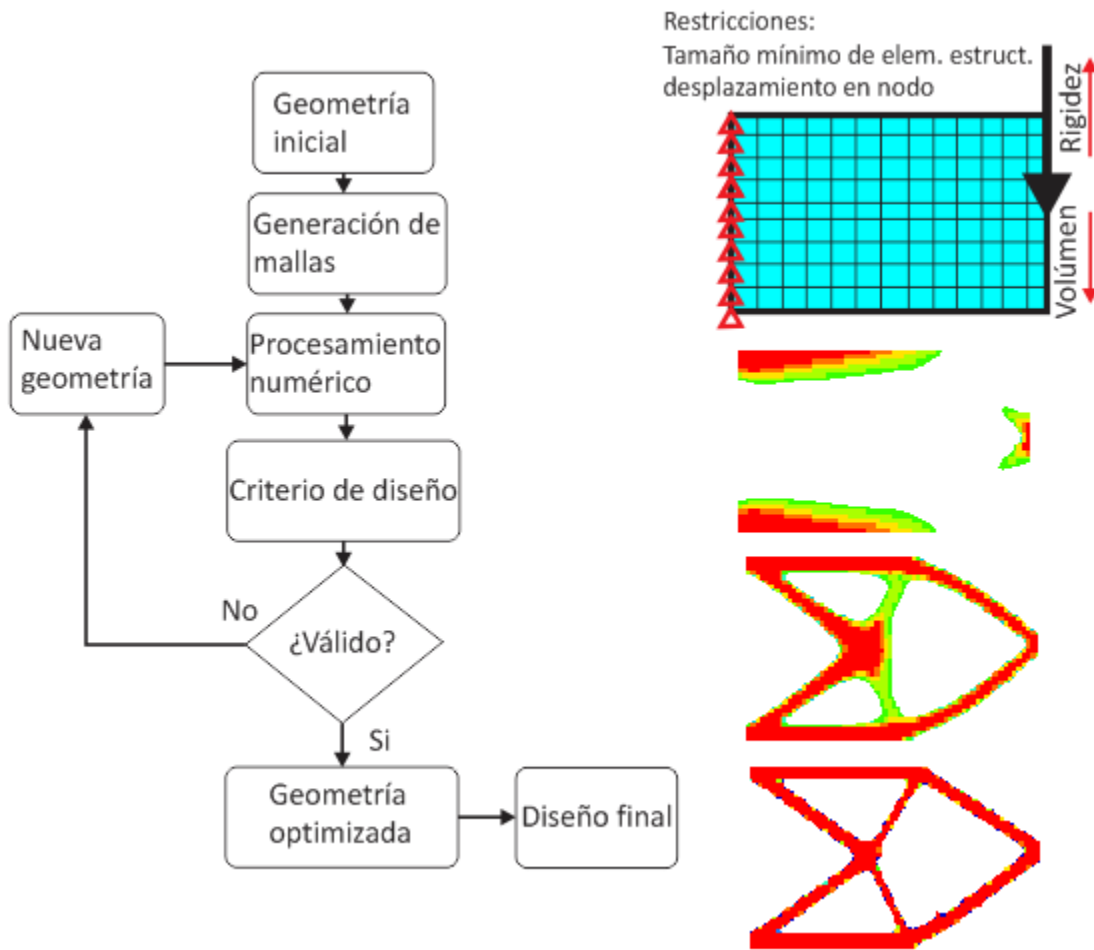


Figura 5-4: Diagrama de flujo de la optimización estructural

Esta técnica computacional para la distribución óptima del material fue introducida por (Bendose) y (Kikuchi, 1990). Una revisión exhaustiva de optimización topológica puede ser encontrada en la literatura por (Bendose, 1992), (Sigmund, 2004), (Rozvany, 2001), (Eschenauer & Olhoff, 1996).

6 Caso de estudio

6.1 Características y consideraciones del vehículo

Para abordar un caso de estudio específico se ha tomado como modelo de referencia el automóvil Toyota Yaris 2010® con la finalidad de considerar los parámetros necesarios para el diseño del sub-chasis; dimensiones, peso, ubicación de componentes y magnitudes de carga asociadas son principalmente considerados.

La NCAC por sus siglas en inglés (National Crash Analysis Center) ha desarrollado y validado modelos de elementos finitos de diversos automóviles con la finalidad de ponerlos a disposición de todo el mundo para su utilización en proyectos de investigación. El modelo obtenido de este organismo ha sido utilizado principalmente para las dimensiones de referencia.

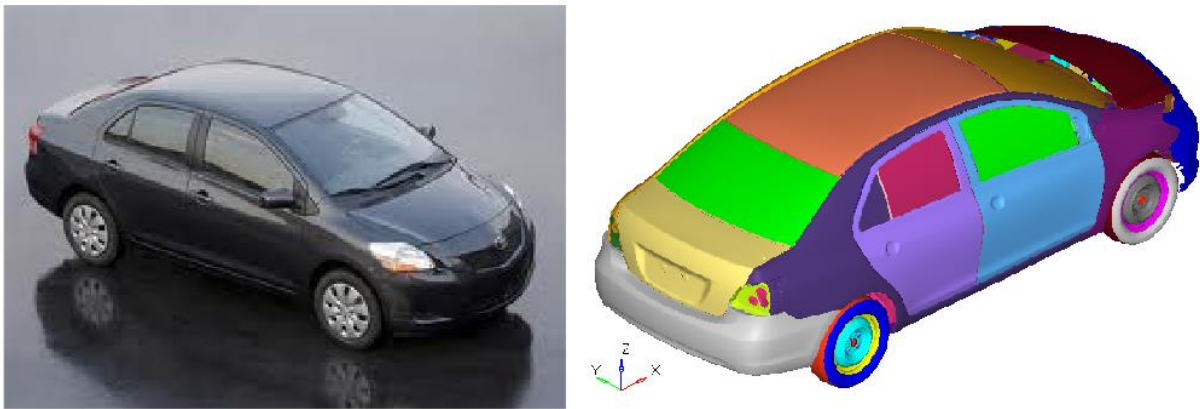


Figura 6-1: Toyota Yaris 2010®

Modelo FEM (National Crash Analysis Center)

El Toyota Yaris 2010® (Figura 6-1) es un vehículo compacto para 5 pasajeros con motor transversal frontal y tracción delantera; dicha configuración es la más utilizada, sus ventajas incluyen bajo costo, peso ligero, compacto en cuanto a medidas y excelentes características de manejo. Además del tipo de suspensión, esta configuración es determinante en el diseño del sub-chasis.

En la siguiente Figura 6-2 se observan las diferentes configuraciones del tren de potencia de los automóviles compactos en el mundo. El 75% de los automóviles tienen motor transversal frontal y tracción delantera, mientras que el 21% son de motor longitudinal frontal, solo el 1% tiene el motor localizado en la parte trasera.

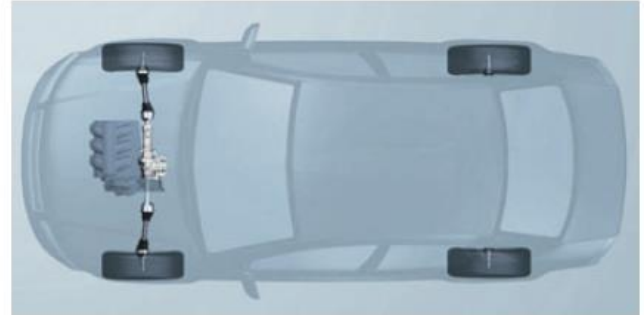
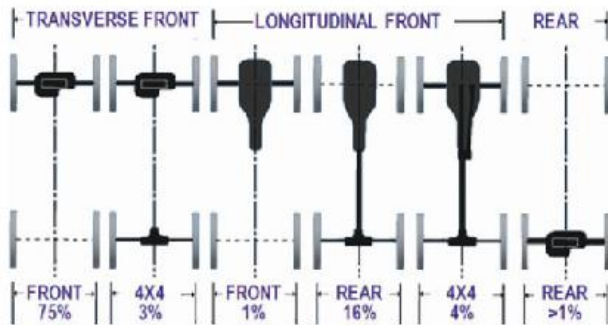
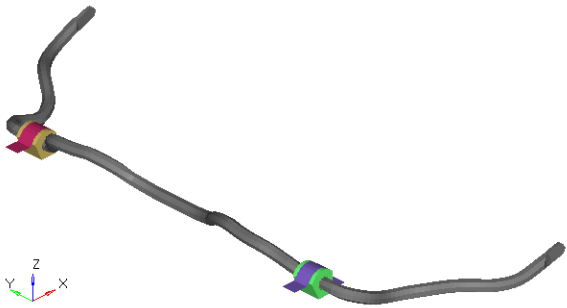


Figura 6-2: Diferentes configuraciones del tren de potencia (Izquierda). (A la derecha) Configuración con motor transversal delantero (Heissing & Ersoy, 2011)

6.2 Elementos que conforman el módulo Sub-chasis-suspensión

El vehículo cuenta con una suspensión tipo McPherson; ésta es una de las configuraciones de suspensión independiente más sencillas y más utilizadas en el tren delantero, por su sencillez de fabricación y mantenimiento, el costo de producción y el poco espacio que utiliza. Su mecanismo forma un triángulo articulado formado por el brazo inferior, muelle-amortiguador y el propio sub-chasis.

Las partes principales que interactúan directamente con el sub-chasis se describen en la siguiente tabla (Tabla 6-1); barra estabilizadora, mecanismo de dirección y brazo de control principalmente. Este último es de mayor interés ya que es el elemento que transmite las cargas de mayor magnitud sobre el sub-chasis.

<p>Barra estabilizadora</p> 	<p>Consiste en una barra redonda de acero, generalmente curvada en forma de "U" cuyos extremos se fijan a los tirantes de la suspensión. Las barras estabilizadoras transversales se utilizan para evitar oscilaciones laterales (balanceo). Al tomar una curva, la carrocería tiende a inclinarse hacia el lado de fuera, lo que ocasiona que un lado del auto esté más alto que el otro, entonces la barra se tuerce y la rigidez a la torsión de la barra se opone al balanceo manteniendo la carrocería estable. El mismo efecto se produce cuando una de las llantas encuentra un bache u obstáculo.</p>
---	---

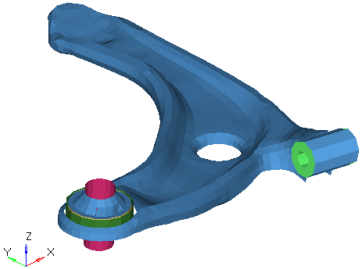
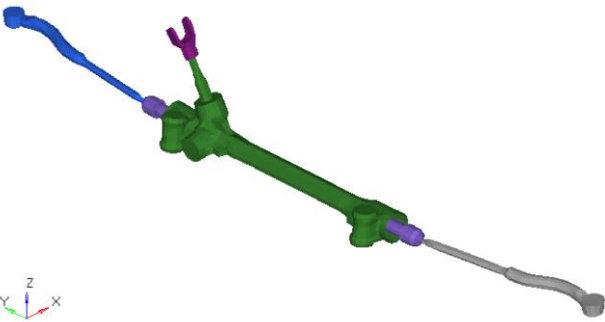

<p>Brazo de control</p> 	<p>Es un elemento de unión con tres extremos. Normalmente tiene 2 en el sub-chasis y uno en la mangueta. Sirve de soporte y fijación de la mangueta a través de una rótula, la fijación y pivotamiento de estos se consigue con dos articulaciones rigidizadas mediante elementos elásticos (silentblocks).</p> <p>En la distribución en L, las articulaciones forman un triángulo teórico, existe un ángulo recto y un lado es paralelo al eje de las ruedas.</p>
<p>Mecanismo de dirección</p> 	<p>El mecanismo de dirección está constituido por una barra provista de cremallera que se desplaza lateralmente en el interior del cárter. Esta barra es accionada por un piñón helicoidal montado en el árbol del volante y gira engranado en la cremallera. Este conjunto va montado en la parte superior del sub-chasis y va unido directamente sobre los brazos de acoplamiento de las ruedas.</p>
<p>Buje elástico</p> 	<p>Son elementos de caucho vulcanizado u otro material elastómero o metálico que se utilizan para unir partes de la suspensión al sub-chasis, de forma que no existan piezas móviles metálicas en contacto. Son elementos que se colocan a presión o atornillados para conseguir un buen aislamiento y amortiguamiento de los golpes existentes entre dos elementos con muy poco movimiento relativo.</p>

Tabla 6-1: Descripción de las partes que interactúan directamente con el sub-chasis (Fernandez, 2011)

En la Figura 6-3 se muestran los elementos de la suspensión montados en el sub-chasis.

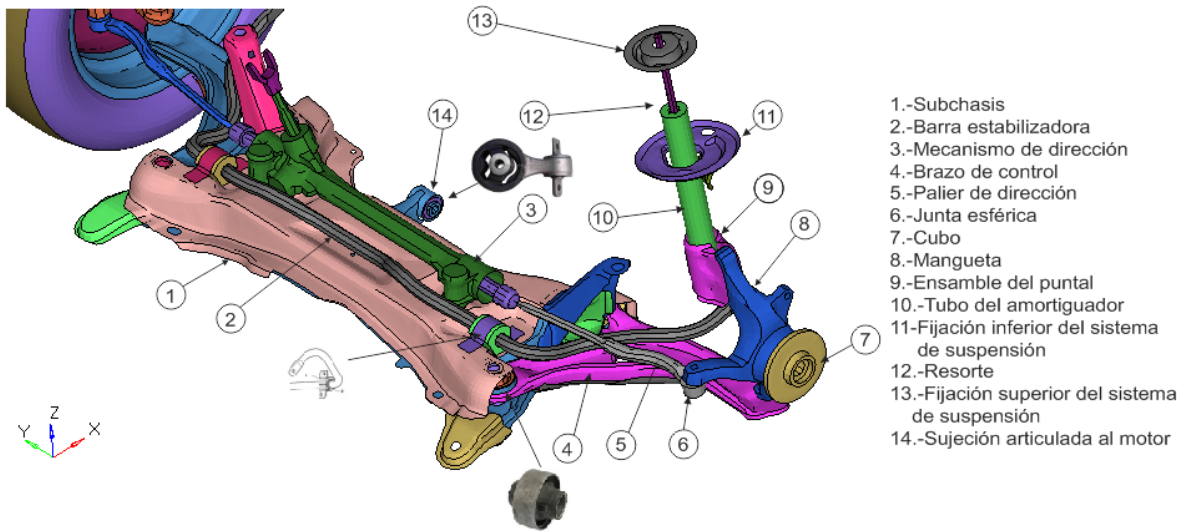


Figura 6-3: Elementos del conjunto suspensión sub-chasis

Algunas otras características técnicas del vehículo se resumen en la Tabla 6-2:

Máximo torque	9.5 kg.m
Máxima potencia	50 kW 6000 rpm
Capacidad del tanque	42 litros
Aceleración	0-100 km/h en 15.7 s
Máxima velocidad	154 km/h
Diámetro del freno Frontal	258mm
Diámetro del freno trasero	203mm
Coefficiente de arrastre	0.300

Tabla 6-2: Características técnicas del Toyota Yaris 2010®

6.3 Cálculo de los casos de carga para elementos estructurales automotrices

El primer paso para diseñar el chasis de un automóvil o cualquier estructura, es entender las diferentes cargas que están actuando en ella. En su mayoría, las cargas asociadas a un vehículo son de naturaleza dinámica; varían con respecto al tiempo según los obstáculos presentes y la propia maniobrabilidad en condiciones de operación.

En etapas iniciales de diseño del chasis y suspensión; cuando no se dispone de información de pruebas a prototipos o datos de simulación pueden aplicarse casos de carga simplificados basados en maniobras estándar. Estas siempre deben ser calificadas y actualizadas a medida que más información esté disponible en el proceso de diseño.

La idea de aplicar casos de carga simplificados o cargas cuasi-estáticas (i.e. independientes del tiempo) es conocer el peor o más dañino caso para asegurar que la estructura no falle en servicio debido a cargas instantáneas.

Las cargas dinámicas siempre son mayores que las estáticas; pues la inercia de la estructura contribuye en la carga total. Así, para vehículos en carretera las cargas dinámicas son 2.5 a 3 veces mayores que las estáticas.

En la Tabla 6-3 se exponen las principales características que identifican tanto a las cargas estáticas como las cargas dinámicas en condiciones de operación de un vehículo de pasajeros.

Cargas estáticas	Cargas dinámicas
Vehículo en reposo	
Moviéndose a velocidad constante incluso en carretera	moviéndose en un bache incluso a velocidad constante
Puede resolverse usando equilibrio estático	Puede ser resuelto usando balance y equilibrio dinámico
Resulta un conjunto de ecuaciones algebraicas	Generalmente resulta en ecuaciones diferenciales

Tabla 6-3: Características entre cargas estáticas y cargas dinámicas

Las pruebas realizadas en condiciones de operación pueden ser divididas en dos tipos:

- 1.- Cargas instantáneas que incluyen baches, topes, frenado de pánico, vuelta abrupta etc.
- 2.- Fatiga. Los casos de carga anteriores que incluyen baches pequeños (empedradas o caminos con adoquines).

La siguiente figura (Figura 6-4), corresponde a un estudio que estima los daños por fatiga acumulada en un componente vehicular (eje del rodamiento trasero manufacturado en acero JIS-S45C con resistencia a la tracción de 686 MPa) desarrollado en un análisis denominado VPG (Proving Virtual Ground) (Farrahi & Khalaj, 2006).

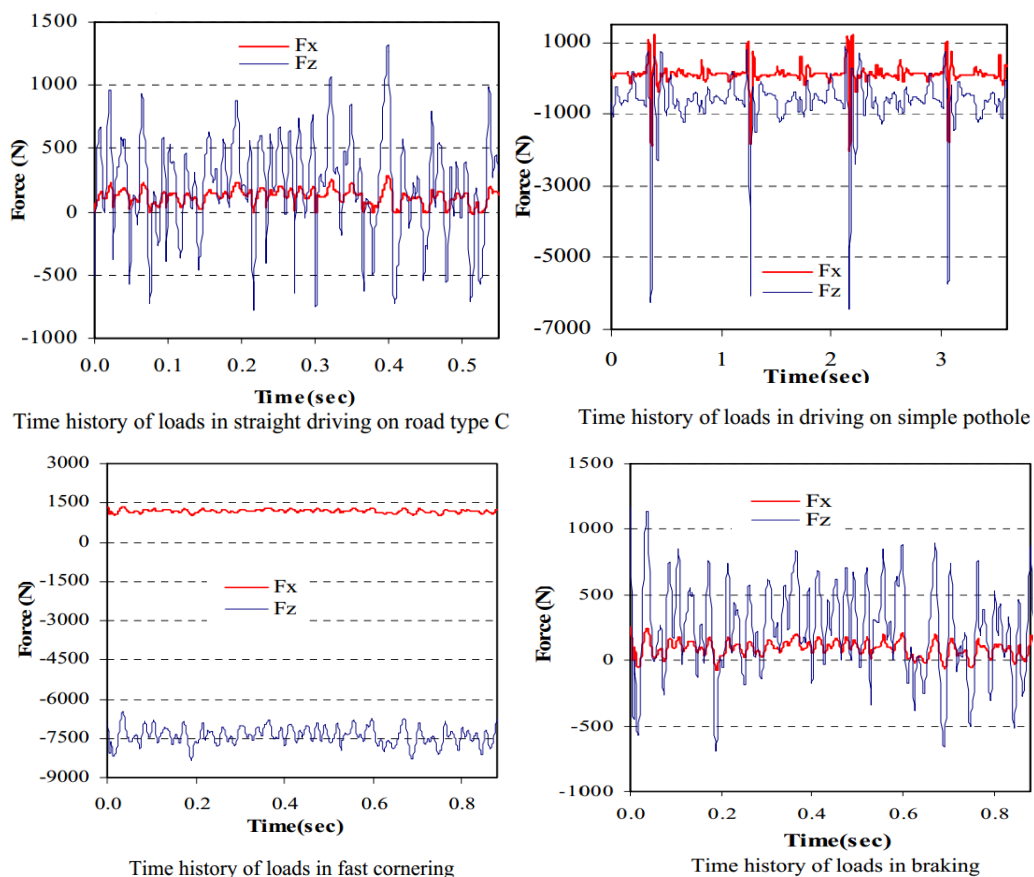


Figura 6-4: Gráficos de Fuerza-Tiempo para los diferentes casos de carga (Farrahi & Khalaj, 2006).

La información de la figura anterior es de utilidad para conocer los daños por fatiga en condiciones de operación y maniobrabilidad de un vehículo compacto. Las cargas críticas o picos en las gráficas son utilizadas frecuentemente como referencia para establecer

factores de carga dinámica que se emplea para definir casos de carga simplificados en elementos estructurales automotrices.

Comúnmente para etapas iniciales de diseño se asume lo siguiente: “Si la estructura puede resistir el peor caso de carga posible entonces es probable que tenga suficiente resistencia a la fatiga” (Brown, Robertson, & Serpento, 2002). Para este trabajo no se aborda el efecto de fatiga, aunque si se tendrá especial cuidado en las regiones en donde exista concentración de esfuerzos ya que dichas zonas son más susceptibles a este efecto.

Generalmente, las cargas en las llantas son dadas en términos de la aceleración que experimentan, aunque también pueden ser dadas como valores numéricos de fuerza o momentos aplicados. La aceleración es un valor más general, ya que es independiente de las características del automóvil, entonces esta información puede ser útil si se cambia el peso del vehículo (Heissing & Ersoy, 2011).

Para cuantificar las cargas aplicadas entre el área de contacto de las llantas y la superficie de la carretera se consideran los casos de carga estandarizados según la norma DIN ISO 7975 “Casos de carga estandarizados para análisis estructural en vehículos” (Tabla 6-4).

CASOS DE CARGA ESTANDARIZADOS- ANÁLISIS ESTRUCTURAL	Aceleración		
	X	Y	Z
1 VEHÍCULO ESTACIONARIO	0.0	0.0	1.0
2 BACHE VERTICAL (3.0 G)	0.0	0.0	3.0
3 BACHE LONGITUDINAL (2.50 G)	2.5	0.0	1.0
4 BACHE LATERAL (2.50 G)	0.0	2.5	1.0
5 VUELTA DERECHA (1.25 G)	0.0	1.25	1.0
6 FRENADO Y VUELTA	0.75	0.75	1.0
7 FRENADO EN REVERSA (1.0 G)	1.0	0.0	1.0
8 ACELERACIÓN (-0.5 G)	-0.5	0.0	1.0
9 ACELERACIÓN Y VUELTA (0.7 G)	-0.5	0.5	1.0
10 CARGA DIAGONAL (ANTERIOR Y POSTERIOR)	0.0	0.0	1.75

Tabla 6-4: Casos de carga estandarizados para análisis estructural (Heissing & Ersoy, 2011)

Si las cargas simplificadas son dadas como valores numéricos de fuerza y momentos entonces es necesario considerar un factor dinámico asociado a cada caso de carga:

$$Dinámica = Carga\ estática * factor\ de\ carga\ dinámica$$

A veces un factor de seguridad es utilizado:

$$Carga\ equivalente = Carga\ est\atica * factor\ de\ carga\ din\amica * Factor\ de\ seguridad$$

Dependiendo el problema planteado las siguientes variables son de importancia en el dise\no de veh\culos:

- Centro de gravedad del veh\culo **V**.
Es el punto imaginario en que la masa entera del veh\culo puede estar concentrada.
- Centro de gravedad del cuerpo **B_o** (masa suspendida).
Es el punto imaginario en el que la masa de todos los elementos del veh\culo que se encuentran por arriba de la suspensi\on.

La distancia de los centros de gravedad **V** y **B_o** con respecto al eje frontal o el eje trasero y sus respectivas alturas desde el suelo son cruciales para:

1. Capacidad de frenado y aceleraci\on
2. Determinar los momentos de inercia
3. Dise\no del sistema de frenado
4. Dise\no de centro de gravedad de cuerpo y aspectos de estabilidad

Los centros de gravedad **V** y **B_o** son altamente dependientes de la carga en el veh\culo; es decir, el n\mero de pasajeros y la carga extra en el portaequipaje (Reimpell , Stoll, & W. Betzler, The Automotive Chassis: Engineering Principles, 2001).

- Centro de gravedad de los ejes **U_f** o **U_r** (masa no suspendida).
- La distancia entre ejes del veh\culo **l**.

l es la distancia del veh\culo en el plano xy entre el centro de contacto de la llanta delantera y el centro de contacto de la llanta trasera definida POR ISO 612 / DIN 70000. Los valores t\picos de la distancia entre ejes es 2100 mm a 3500 mm con un promedio de 2500 mm.

- **l_{B_o,f}** y **l_{B_o,r}** son las distancias desde el centro de gravedad del cuerpo hacia el eje delantero y trasero respectivamente.
- **h_v** y **h_{B_o}** son las distancias desde el suelo hasta el centro de gravedad del veh\culo y el centro de gravedad de la masa suspendida respectivamente.

Un centro de gravedad bajo siempre es deseable, ya que es asociados con pocos problemas din\micos de conducci\on e incrementan el rendimiento durante el caso de vuelta y frenado.

- **r_{dyn}** es el radio de rodamiento din\mico.
- **m_{v,t}** es la masa total del veh\culo.

- $m_{v,f}$ y $m_{v,r}$ son las proporciones de la masa en el eje delantero y el eje trasero del vehículo respectivamente.
- $M_{Bo,f}$ y $M_{Bo,r}$ son las proporciones de la masa del cuerpo sobre los ejes frontal y trasero.

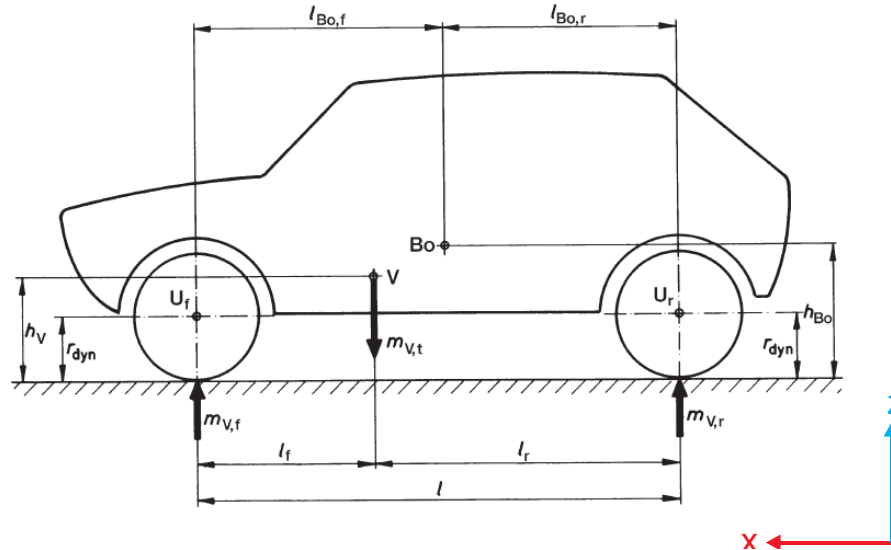


Figura 6-5: Variables de importancia para el diseño de vehículos (Reimpell , Stoll, & W. Betzler, The Automotive Chassis: Engineering Principles, 2001)

Las fuerzas desarrolladas en las llantas generalmente son referidas al centro de gravedad del vehículo y calculadas mediante equilibrio.

A continuación se calcula la distribución del peso en cada llanta del vehículo para cada caso de carga; y se aplica el factor de la norma DIN ISO 7975 según la aceleración que experimenta.

Para definir los casos de carga primero es importante definir el sistema coordinado del vehículo. En la ilustración se observa un sistema coordinado fijo al vehículo según se define en la norma ISO 88551.3 70000.

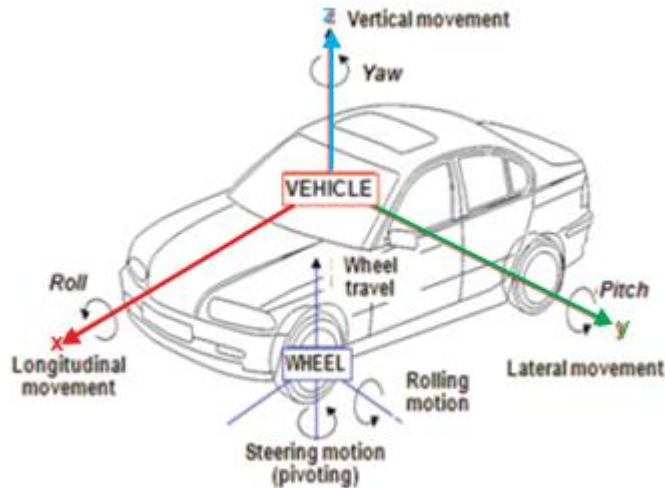


Figura 6-6: Sistema coordinado del vehículo definido por ISO 8855 / DIN 70000

6.3.1 Distribución del peso en estado estacionario

Cuando el vehículo se encuentra estático, la masa del vehículo se reparte entre el eje delantero y el eje trasero, con valores que el diseño del vehículo ha provisto. Casi todos los vehículos comerciales, son ligeramente más pesados en la zona delantera que en la trasera. Ya que, no solo el motor está ubicado en la parte delantera, sino que además la caja de cambio, diferencial, las transmisiones, etc. se encuentran sobre dicho eje.

$$m_{v,r} = \frac{l_f(m_{v,t})}{l}$$

$$m_{v,f} = m_{v,t} - m_{v,r}$$

$$m_{v,r} = \frac{1022(1078)}{2538} = 434 \text{ kg}$$

$$m_{v,f} = 1078 - 434 = 644 \text{ kg}$$

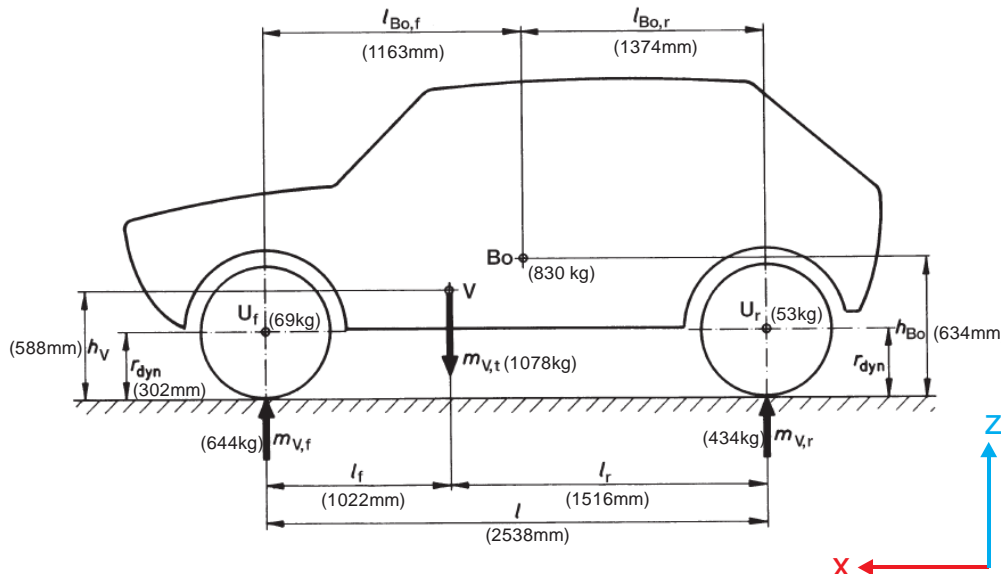


Figura 6-7: Variables de importancia Toyota Yaris 2010[®]

$$F_{z,r} = \left(\frac{m_{v,r}}{2}\right) g$$

$$F_{z,f} = \left(\frac{m_{v,f}}{2}\right) g$$

$$F_{z,r} = \left(\frac{434 \text{ kg}}{2}\right) 9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} = 2.129 \text{ kN}$$

$$F_{z,f} = \left(\frac{644 \text{ kg}}{2}\right) 9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} = 3.159 \text{ kN}$$

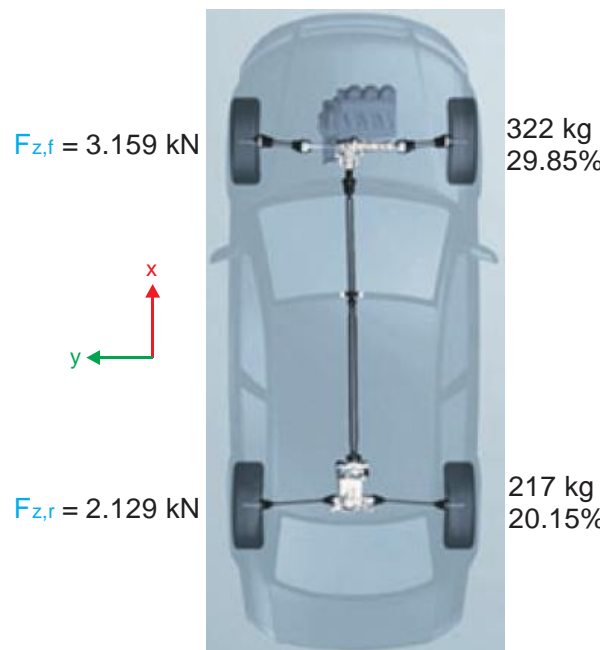


Figura 6-8: Reacción en las llantas y distribución de peso en estado estacionario

En el lado derecho de la Figura 6-8 se observa la distribución del peso en cada neumático, mientras que del lado izquierdo se observa la magnitud de las reacciones en dirección z cuando el automóvil se encuentra estático.

6.3.2 Cálculo del caso de carga “Bache” bajo consideraciones estáticas

Cuando el automóvil cae en un bache en cualquiera de sus neumáticos se generan reacciones que dependen principalmente de la profundidad del bache y las dimensiones del neumático (Bajo consideraciones estáticas).

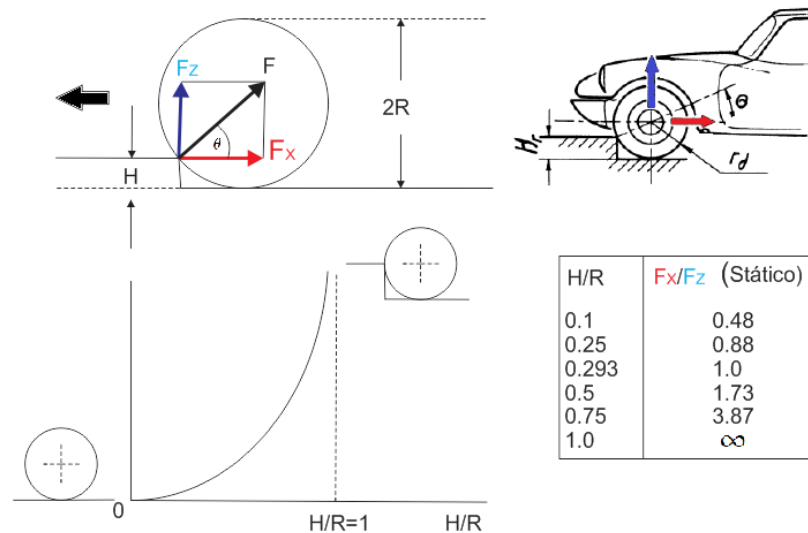


Figura 6-9: Consideración para las reacciones en el caso de bache

Utilizando la distribución de la masa del vehículo en estado estacionario aplicaremos el factor asociado en cada dirección según el sistema coordenado.

La distribución de la masa en el eje frontal es de 644 kg, a cada llanta se distribuyen 322 kg y aplicando la aceleración de la gravedad de 9.81 m/s^2 obtenemos una carga de 3.159 kN en cada neumático. Posteriormente aplicamos el factor de la Tabla 6-4 y obtenemos las cargas en cada dirección para el caso de bache.

$$F_{x,f} = -2.5 \left(\frac{m_{v,f}}{2} \right) g = -2.5 \left(\frac{644 \text{ kg}}{2} \right) 9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} = -7.897 \text{ kN}$$

$$F_{y,f} = 2.5 \left(\frac{m_{v,f}}{2} \right) g = 2.5 \left(\frac{644 \text{ kg}}{2} \right) 9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} = 7.897 \text{ kN}$$

$$F_{z,f} = 3 \left(\frac{m_{v,f}}{2} \right) g = 3 \left(\frac{644 \text{ kg}}{2} \right) 9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} = 9.476 \text{ kN}$$

$$F_{x,r} = -2.5 \left(\frac{m_{v,r}}{2} \right) g = -2.5 \left(\frac{434 \text{ kg}}{2} \right) 9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} = -5.322 \text{ kN}$$

$$F_{y,r} = 2.5 \left(\frac{m_{v,r}}{2} \right) g = 2.5 \left(\frac{434 \text{ kg}}{2} \right) 9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} = 5.322 \text{ kN}$$

$$F_{z,r} = 3 \left(\frac{m_{v,r}}{2} \right) g = 3 \left(\frac{434 \text{ kg}}{2} \right) 9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} = 6.386 \text{ kN}$$

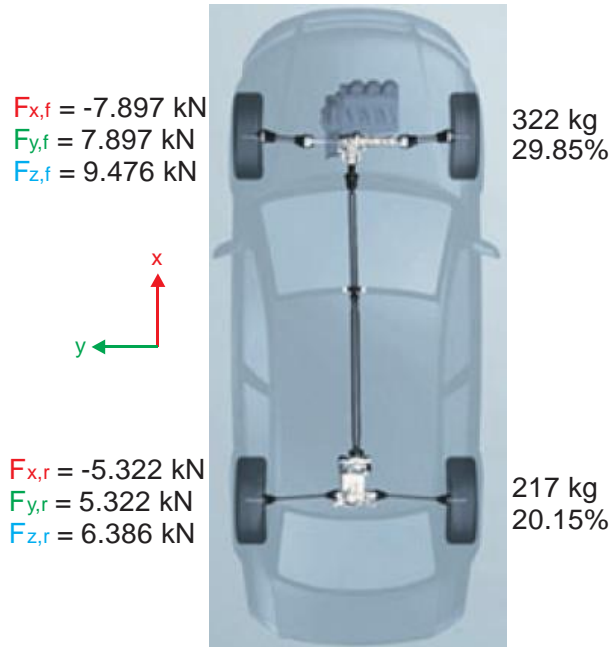


Figura 6-10: Distribución del peso y reacciones para el caso de Bache

Las magnitudes presentadas tanto en el neumático delantero como en el trasero (Figura 6-10) ocurren en casos aislados, en los que dicho neumático cae en un bache mientras que el lado contrario (del mismo eje) permanece fijo, solo con la carga vertical asociada a un vehículo en estado estacionario.

6.3.3 Cuantificación de las fuerzas generadas en el caso de carga “Vuelta”

Cuando un vehículo gira en una curva pronunciada las llantas externas al eje de giro desarrollan fuerzas de mayor magnitud como resultado de la fuerza centrífuga que experimenta el vehículo.

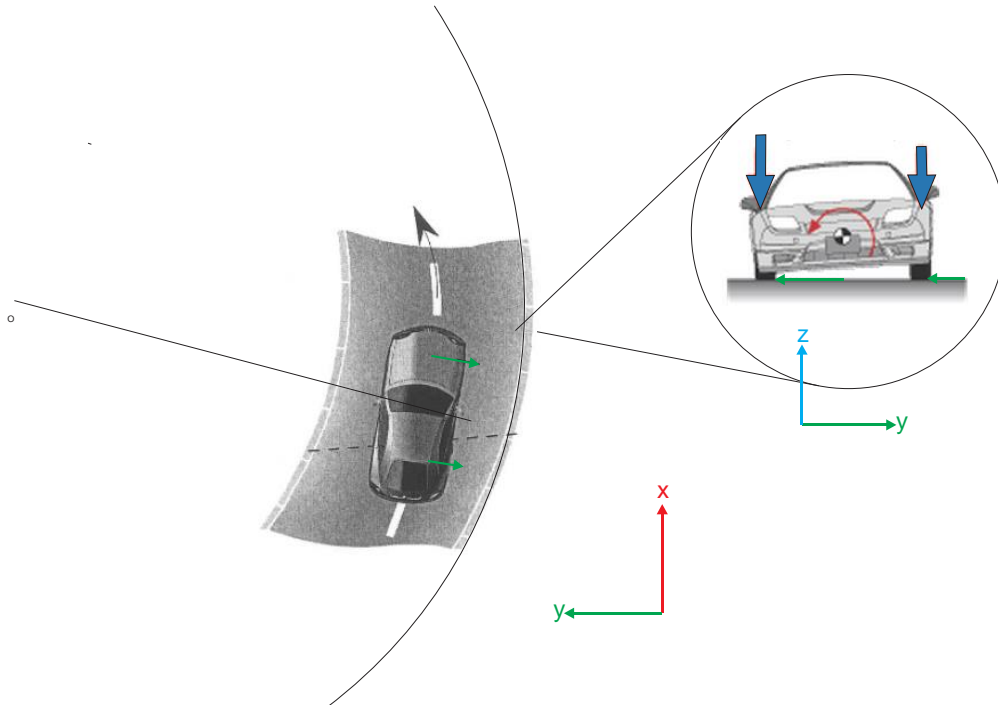


Figura 6-11: Caso de carga "Vuelta"

Cuando se trabaja con la distribución relativa del peso estático en el caso de vuelta o giro abrupto, se suele añadir un tercio de la carga del eje en estado estacionario en las llantas externas y restar dicho valor a las llantas internas al eje de giro del automóvil.

$$F_{y,f,r} = 1.25 \left(\frac{m_{v,f}}{2} + \frac{m_{v,f}}{3} \right) g = 1.25 \left(\frac{644 \text{ kg}}{2} + \frac{644 \text{ kg}}{3} \right) 9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} = 6.579 \text{ kN}$$

$$F_{z,f,l} = \left(\frac{m_{v,f}}{2} - \frac{m_{v,f}}{3} \right) g = \left(\frac{644 \text{ kg}}{2} - \frac{644 \text{ kg}}{3} \right) 9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} = 1.052 \text{ kN}$$

$$F_{y,r,r} = 1.25 \left(\frac{m_{v,r}}{2} + \frac{m_{v,r}}{3} \right) g = 1.25 \left(\frac{434 \text{ kg}}{2} + \frac{434 \text{ kg}}{3} \right) 9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} = 4.435 \text{ kN}$$

$$F_{z,r,l} = \left(\frac{m_{v,r}}{2} - \frac{m_{v,r}}{3} \right) g = \left(\frac{434 \text{ kg}}{2} - \frac{434 \text{ kg}}{3} \right) 9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} = 708 \text{ N}$$

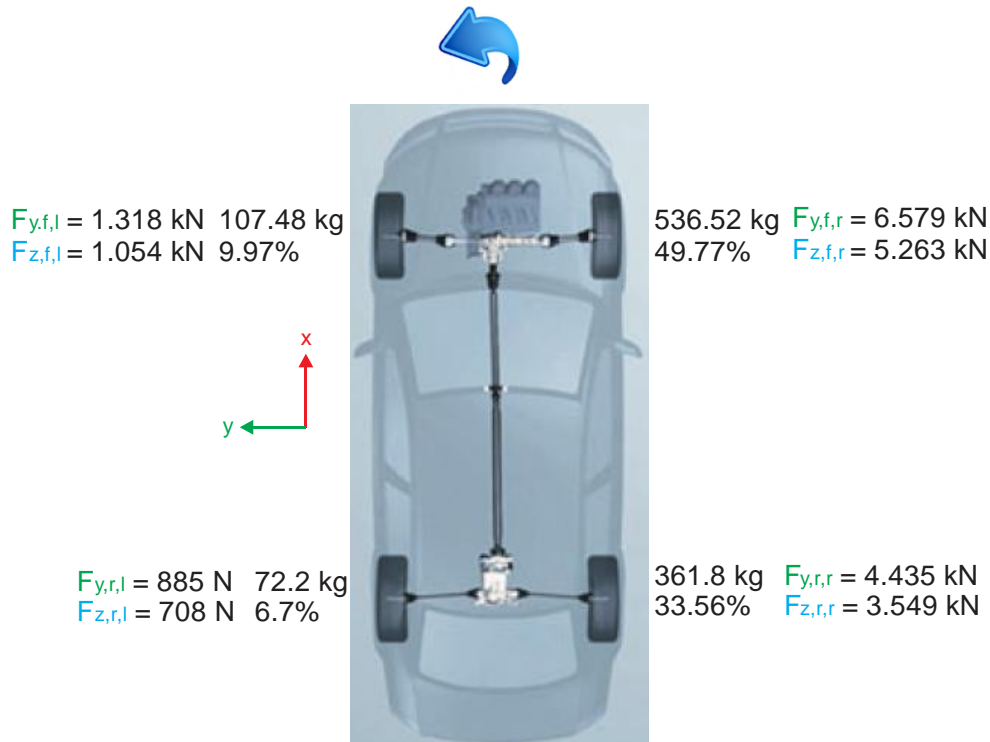


Figura 6-12: Distribución de peso y fuerzas desarrolladas en el caso de Vuelta

A diferencia del caso de bache, en el caso de vuelta todas las magnitudes en cada dirección asociadas a cada neumático ocurren en el mismo evento. Si se cambia la dirección de giro, entonces las cargas pueden ser intercambiadas; las cargas asociadas a los neumáticos interiores según el eje de giro a las exteriores y viceversa, tal y como se propondrá en el modelo.

6.3.4 Caso de carga “Frenado” bajo consideraciones de equilibrio estático

Cuando el conductor frena, una fuerza equivalente de frenado actúa como una reacción en el centro de gravedad V del vehículo como un todo.

El menor peso en el eje trasero implica que el diseño de distribución de fuerzas sea fundamental para no alcanzar el bloqueo de las ruedas traseras. Además cuando el vehículo frena aparece un momento de cabeceo alrededor del centro de gravedad, que genera una transferencia de carga desde el eje trasero al eje delantero. Esto significa, que no solo el eje trasero es menos pesado que el delantero, sino que además por dinámica vehicular en el eje trasero siempre que se accione el freno, se va a descargar transfiriendo parte de esa carga al eje delantero.

Para conocer la distribución de la carga que se produce en el eje delantero se hace la consideración de un coeficiente de fricción neumático-suelo. Un valor típico para el

coeficiente de fricción es 0.8 ó 0.9 correspondiente a suelo de concreto en condiciones sin humedad.

Una distribución usual de la carga es de 75 a 80% en el eje frontal y 20 a 25% en el eje trasero para este caso. Esta distribución contribuye a mejorar la estabilidad del vehículo durante el evento de frenado.

$$m_{v,t} \left(\frac{dV}{dt} \right) = \mu m_{v,f} + \mu m_{v,r}$$

$$m_{v,f} + m_{v,r} = m_{v,t}$$

$$m_{v,r}(l) = m_{v,t}(l_f) - m_{v,t} \left(\frac{dV}{dt} \right) h_v$$

$$m_{v,f} = \frac{m_{v,t}(l - l_f + \mu h_v)}{l}$$

$$m_{v,r} = \frac{m_{v,t}(l - \mu h_v)}{l}$$

$$m_{v,f} = \frac{1078(2.538 - 1.022 + 0.9(0.558))}{2.538} = 857.22 \text{ kg}$$

$$m_{v,r} = \frac{1078(1.022 - 0.9(0.558))}{2.538} = 220.78 \text{ kg}$$

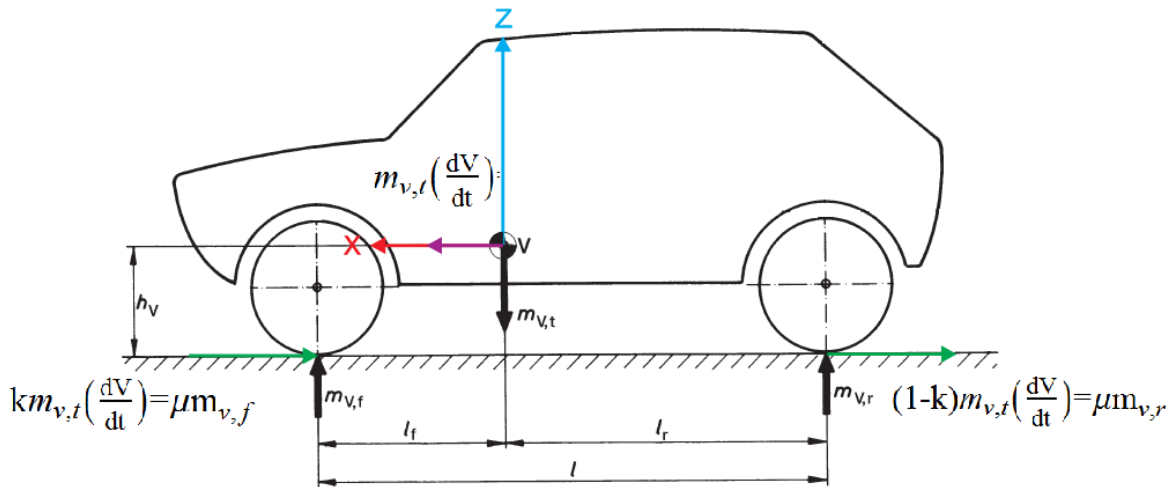


Figura 6-13: Equilibrio para el caso de Frenado

$$F_{x,f} = -0.75 \left(\frac{m_{v,f}}{2} \right) g = -0.75 \left(\frac{857.22 \text{ kg}}{2} \right) 9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} = -3.153 \text{ kN}$$

$$F_{z,f} = \left(\frac{m_{v,f}}{2} \right) g = \left(\frac{857.22 \text{ kg}}{2} \right) 9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} = 4.205 \text{ kN}$$

$$F_{x,r} = -0.75 \left(\frac{m_{v,r}}{2} \right) g = -0.75 \left(\frac{220.78 \text{ kg}}{2} \right) 9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} = -812 \text{ N}$$

$$F_{z,r} = \left(\frac{m_{v,r}}{2} \right) g = \left(\frac{220.78 \text{ kg}}{2} \right) 9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} = 1.083 \text{ kN}$$

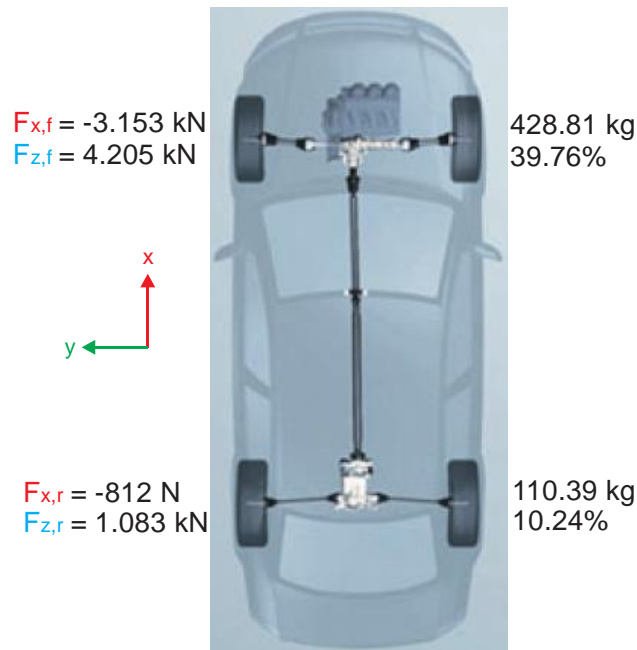


Figura 6-14: Distribución de peso y fuerzas desarrolladas en el caso de Frenado

6.3.5 Caso de carga “Aceleración” bajo consideraciones de equilibrio estático

Cuando el vehículo acelera repentinamente, se desarrollan fuerzas en dirección longitudinal como resultado de la transferencia de la carga en los ejes delantero y trasero.

El rendimiento máximo en aceleración longitudinal en un vehículo puede ser determinado por uno de los dos límites

- Potencia del motor
- Límite de tracción

$$m_{v,t} \left(\frac{dV}{dt} \right) = \mu m_{v,f}$$

$$m_{v,f} + m_{v,r} = m_{v,t}$$

$$m_{v,r}(l) = m_{v,t}(l_f) + m_{v,t} \left(\frac{dV}{dt} \right) h_v$$

$$m_{v,f} = \frac{m_{v,t}(l - l_f)}{l + \mu h_v}$$

$$m_{v,r} = \frac{m_{v,t}(l_f + \mu h_v)}{l + \mu h_v}$$

$$m_{v,f} = \frac{1078(2.538 - 1.022)}{2.538 + 0.9(0.558)} = 537.5 \text{ kg}$$

$$m_{v,r} = \frac{1078(1.022 + 0.9(0.558))}{2.538 + 0.9(0.558)} = 540.5 \text{ kg}$$

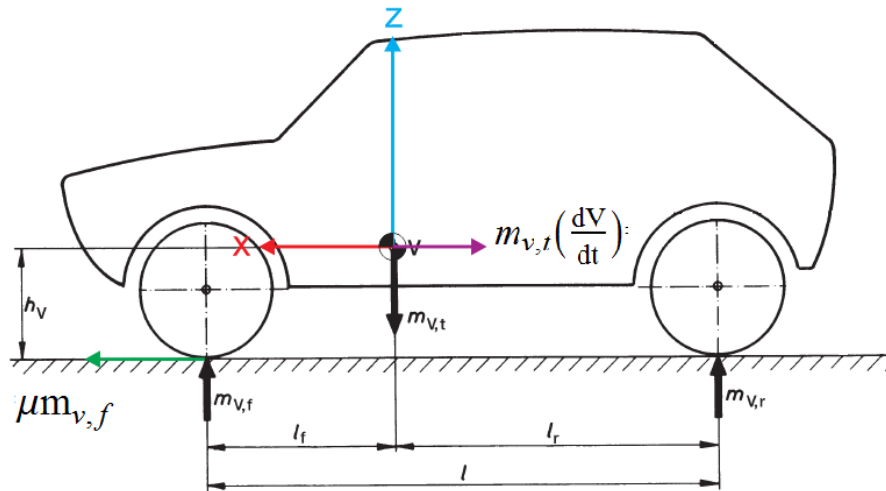


Figura 6-15: Equilibrio para el caso de Aceleración

$$F_{x,f} = 0.5 \left(\frac{m_{v,f}}{2} \right) g = 0.5 \left(\frac{537.5 \text{ kg}}{2} \right) 9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} = 1.318 \text{ kN}$$

$$F_{z,f} = \left(\frac{m_{v,f}}{2} \right) g = \left(\frac{537.5 \text{ kg}}{2} \right) 9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} = 2.636 \text{ kN}$$

$$F_{x,r} = 0.5 \left(\frac{m_{v,r}}{2} \right) g = 0.5 \left(\frac{540.5 \text{ kg}}{2} \right) 9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} = 1.325 \text{ kN}$$

$$F_{z,r} = \left(\frac{m_{v,r}}{2} \right) g = \left(\frac{540.5 \text{ kg}}{2} \right) 9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} = 2.651 \text{ kN}$$

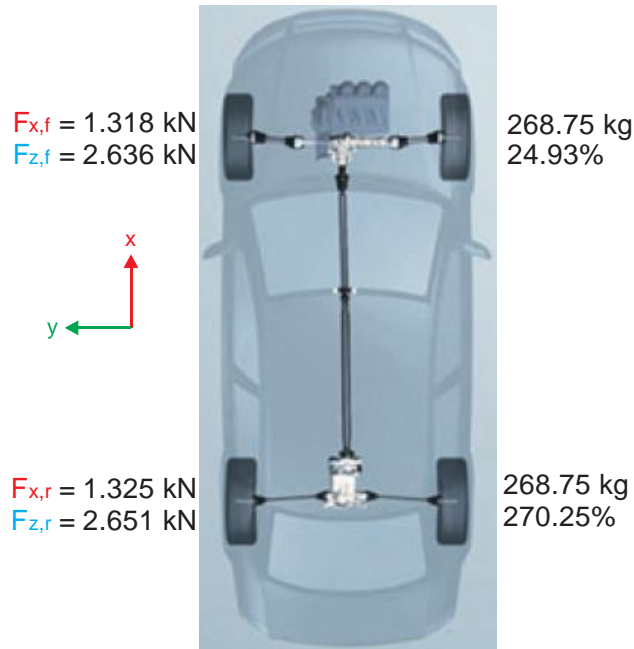


Figura 6-16: Distribución del peso y reacciones en las llantas para el caso de Aceleración

6.4 Aplicación del método de optimización al caso de estudio

6.4.1 Dominio de diseño

Para la aplicación del proceso de optimización estructural primero debe especificarse el espacio de diseño permitido para la estructura; este espacio se encuentra delimitado tanto por las áreas de conexión con el propio chasis como con la conexión a otros componentes, y de las propias restricciones geométricas del automóvil.

6.4.2 Áreas de conexión

El sub chasis es anclado rígidamente mediante puntos de soldadura o tornillos en cuatro puntos directamente en los largueros que forman el soporte del piso del automóvil (Figura 6-17).

6.4.3 Restricciones geométricas

Debido a que se trata de un diseño en etapas iniciales, no se han tomado en cuenta elementos como cables, contenedores, baterías o cualquier otro elemento que no contribuye a la rigidez del sub-chasis sin embargo existen elementos cuya ubicación no puede modificarse; tal es el caso del brazo de control inferior, la barra estabilizadora y el mecanismo de dirección (Elementos de la suspensión).

En la Figura 6-17 se observa las conexiones del sub-chasis a los soportes del piso del automóvil. El anclaje es realizado principalmente en cuatro puntos unidos rígidamente mediante soldadura.

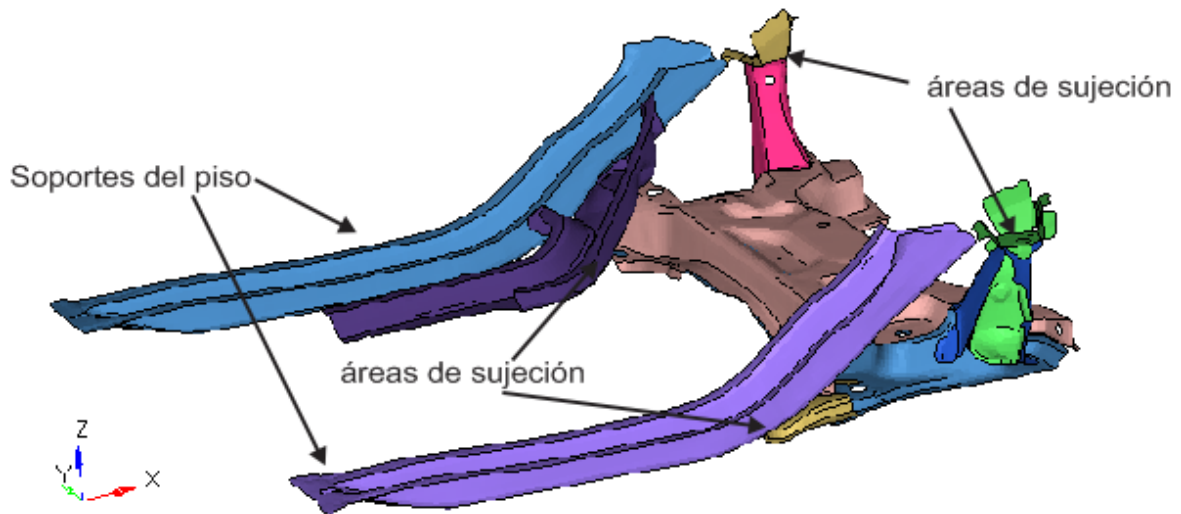


Figura 6-17: Anclaje o sujeción del Sub-chasis

Las dimensiones críticas que se te tomaron en cuenta son la conexión con el brazo de suspensión y las áreas de sujeción con los soportes del piso. En la Figura 6-18 se observa, a la izquierda las dimensiones de referencia y a la derecha el dominio de diseño empleado para el proceso de optimización.

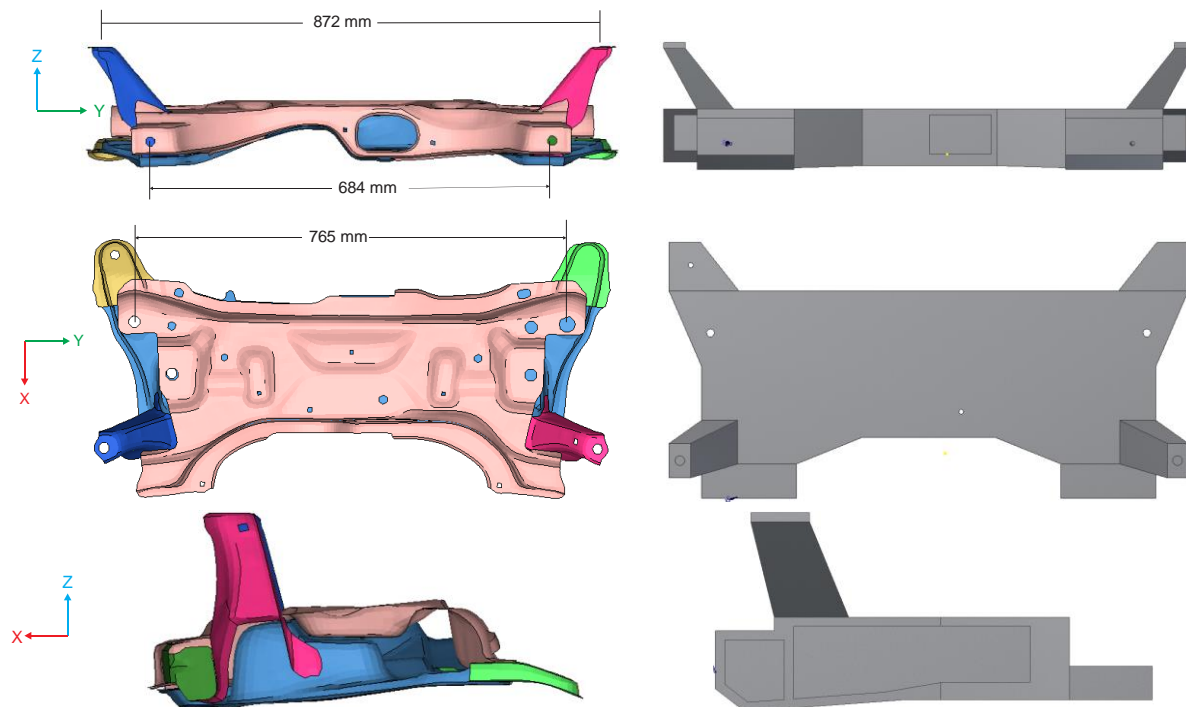


Figura 6-18: Modelo de referencia (Izquierda), Dominio de diseño (Derecha) del Sub-chasis

6.4.4 Mallado de la estructura

Debido a que se trata de un modelo en tres dimensiones es natural utilizar elementos sólidos. Los elementos sólidos tienen el beneficio de eliminar muchas suposiciones encontradas en otro tipo de elementos. A diferencia de los elementos tipo Shell (2D) y los elementos unidimensionales (1D Beam) con 6 grados de libertad; 3 de traslación y 3 de rotación, los elementos sólidos cuentan sólo con 3 grados de libertad (de traslación) en cada nodo.

Algunos tipos de elementos finitos tridimensionales son presentados en la Figura 6-19. Para este caso se ha optado por una malla con elementos tipo tetra lineales con la finalidad de reducir el tiempo de procesamiento durante el análisis y optimización.

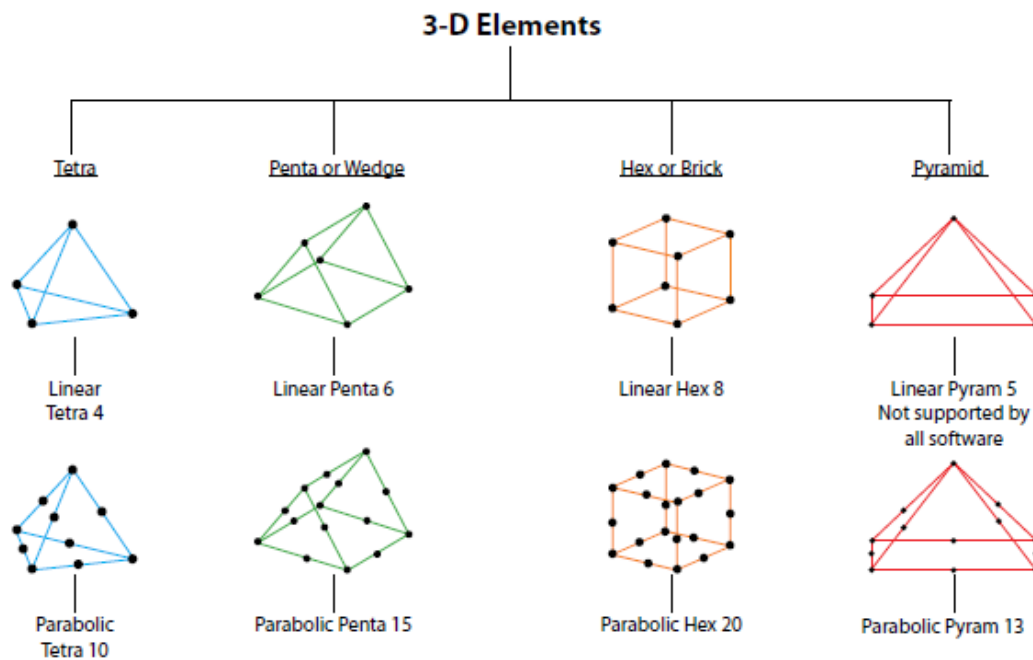


Figura 6-19: Tipos de Elementos 3D

Como primera aproximación se ha utilizado un tamaño de malla de 5 mm, posteriormente se realizará un análisis de convergencia para verificar que el nivel de discretización es adecuado.

En la Figura 6-20 se observa el dominio de diseño mallado con los elementos finitos tipo tetra. Se muestra un detalle alrededor de un orificio y en una zona alejada de éste.

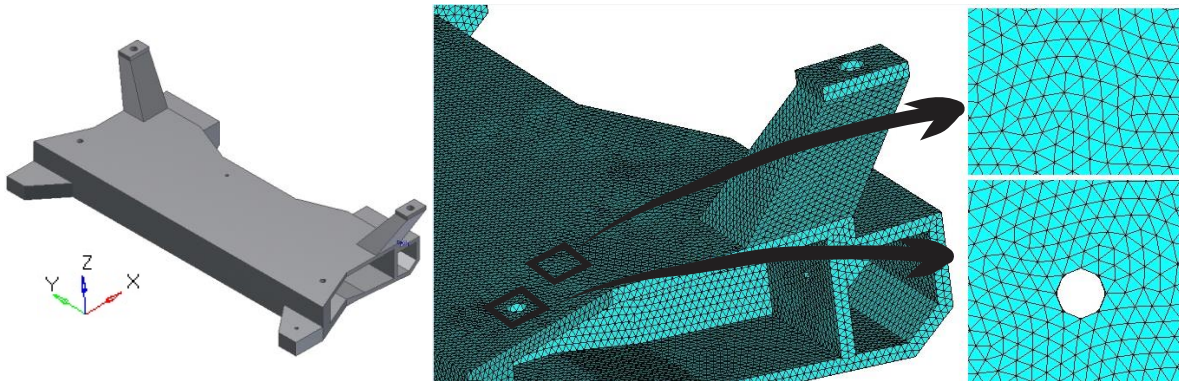


Figura 6-20: Mallado del modelo como un todo

Para obtener una malla con mejor calidad en los elementos, se ha dividido la estructura en geometrías más simples. Se ha hecho una reducción de los elementos de hasta 1 mm alrededor de los orificios y se ha utilizado una curvatura de 30° para aproximarse más a la geometría.

Con la división de la estructura en geometrías más simples se tiene más control en el mallado de la estructura como lo muestra el detalle de la siguiente Figura 6-21).

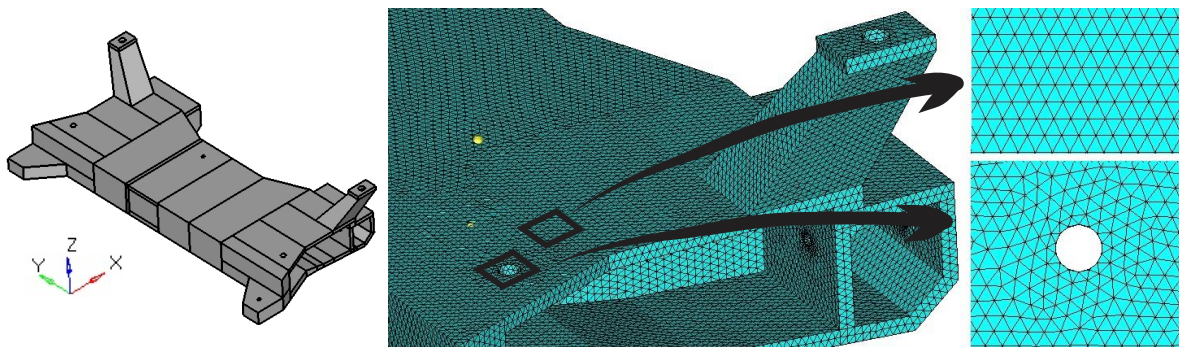


Figura 6-21: Mallado del modelo con división de la geometría

6.4.5 Aplicación de las cargas y restricciones al modelo

Debido a que la barra estabilizadora y el mecanismo de dirección son elementos de guiado de la suspensión las cargas desarrolladas en estos elementos y su efecto sobre el subchasis son de menor magnitud en comparación con las cargas desarrolladas en el triángulo o brazo inferior de la configuración en la suspensión McPherson así como las que son disipadas por los propios elementos de amortiguación. Por tal motivo y bajo la consideración de que se trata de etapas iniciales de diseño las cargas asociadas a los casos descritos anteriormente serán transmitidas directamente mediante elementos unidimensionales rígidos (RBE2) al sub-chasis.

En la Figura 6-22 se ilustra el ensamble del sub-chasis y el brazo de control inferior (izquierda) y el dominio de diseño con la simplificación del brazo de control con elementos rígidos.

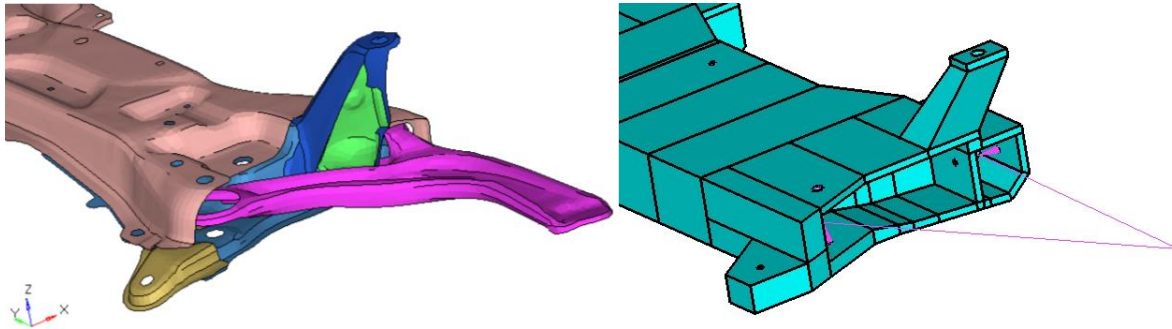


Figura 6-22: Simplificación del brazo de control para la aplicación de la carga

Una manera de modelar los tornillos que conectan al sub-chasis con el brazo de suspensión es mediante elementos rígidos denominados “spider”. Ellos conectan toda la pared interna del orificio mediante nodos dependientes con el elemento rígido que simplifica el brazo de control mediante un nodo independiente esto se ilustra en la Figura 6-23.

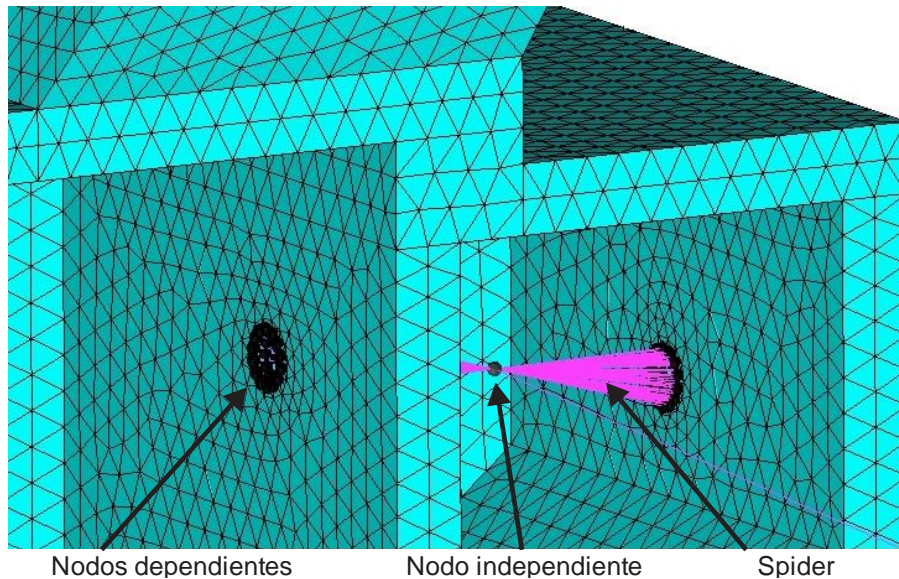


Figura 6-23: Detalle de la conexión del sub-chasis al brazo de control

Se han restringido los grados de libertad de traslación y rotación de los nodos en las áreas de conexión con los soportes del piso como se muestra en la Figura 6-24.

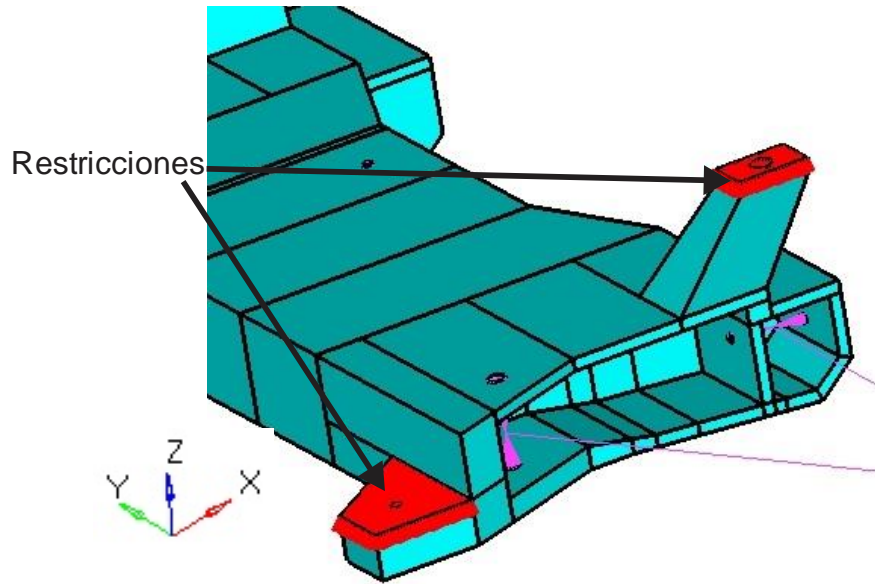
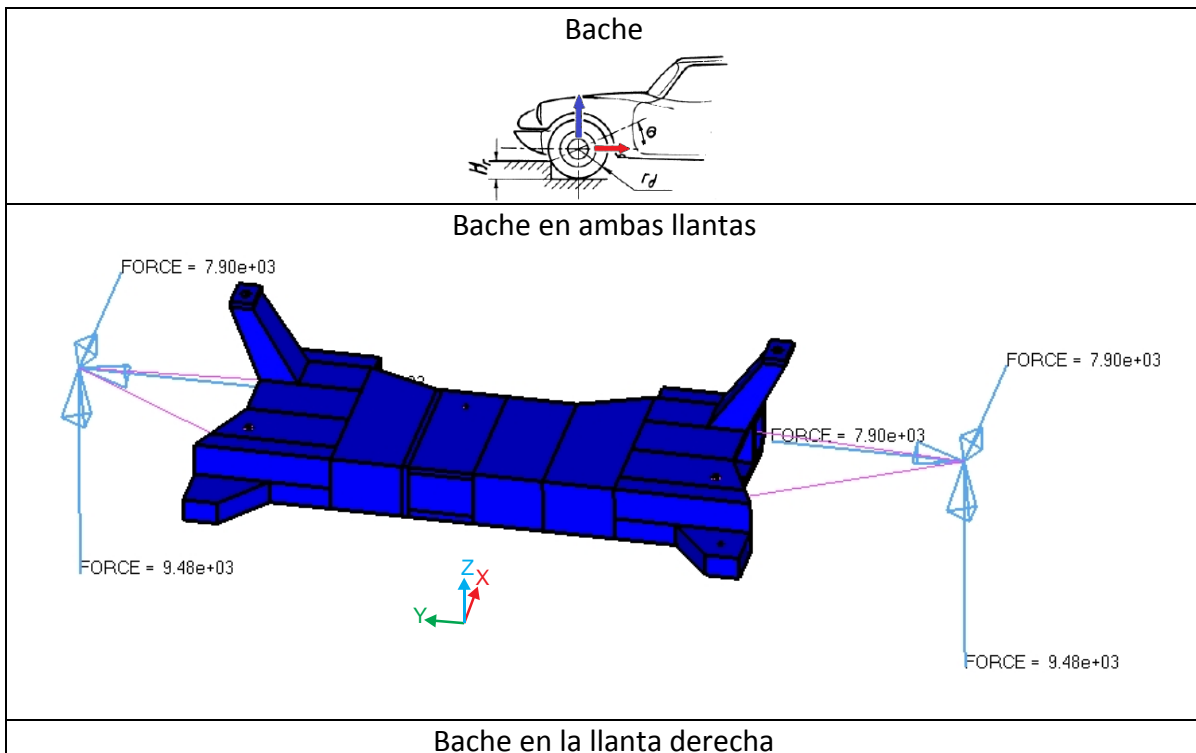
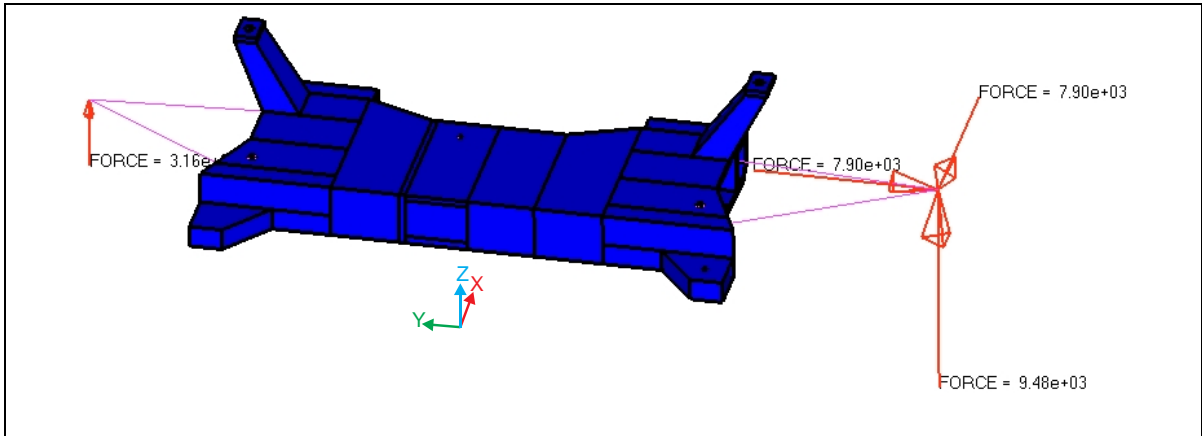


Figura 6-24: Áreas de restricción en el modelo del Sub-chasis

6.4.6 Incorporación de los casos de carga al modelo

Cada caso descrito en la sección 6.3 es aplicado al modelo como se indica. Sólo se consideran las cargas asociadas al eje delantero del automóvil.





Bache en la llanta izquierda

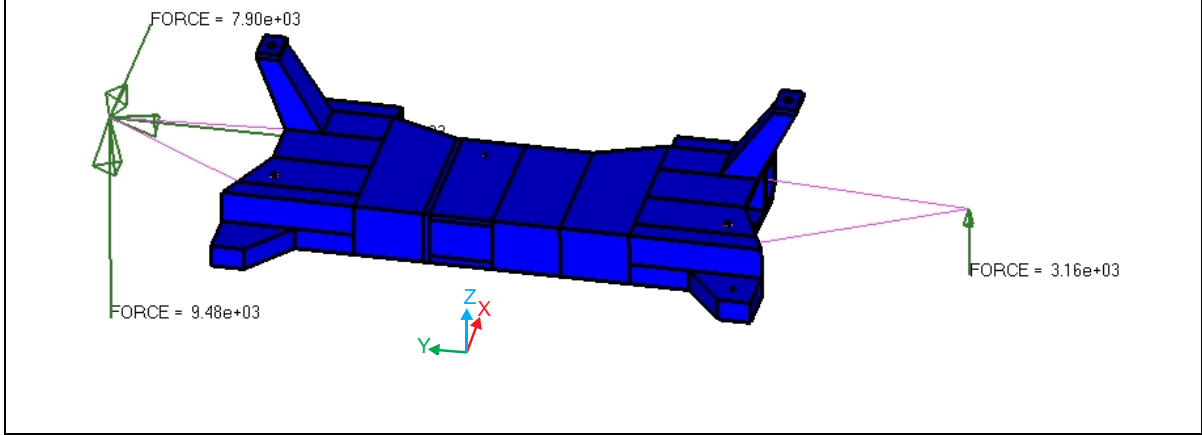
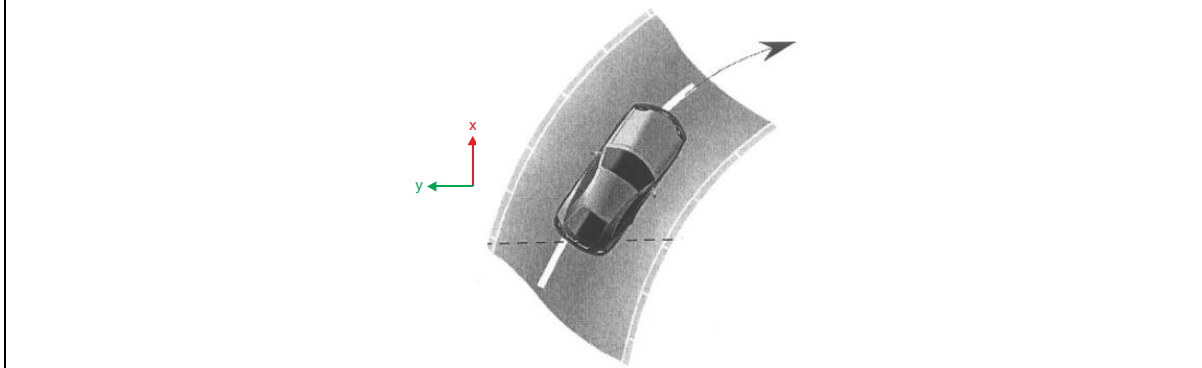
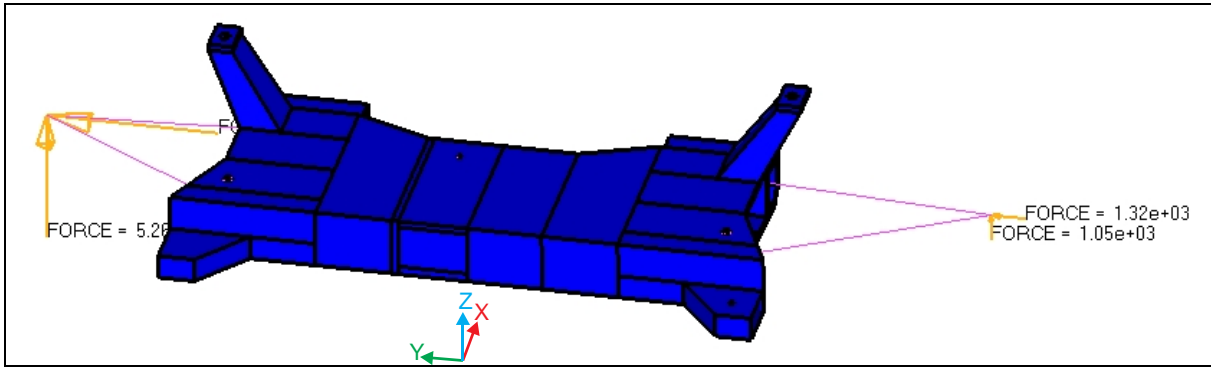


Tabla 6-5: Aplicación al modelo del caso de carga "Bache"

Vuelta derecha





Vuelta izquierda

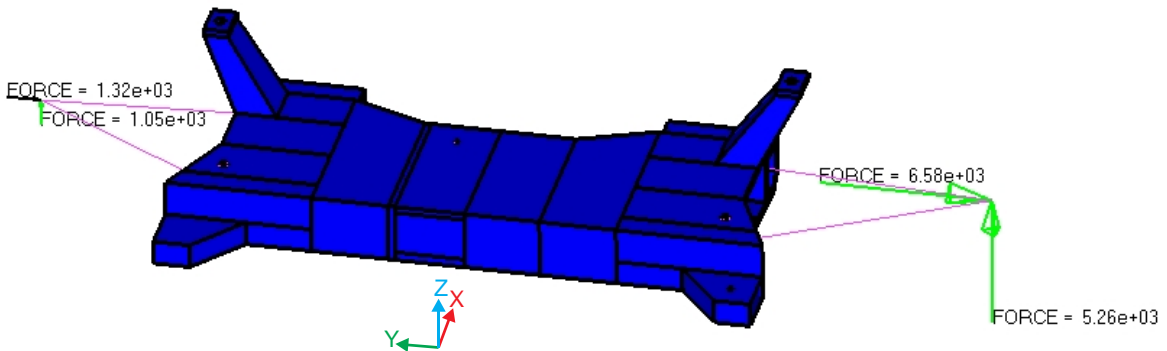
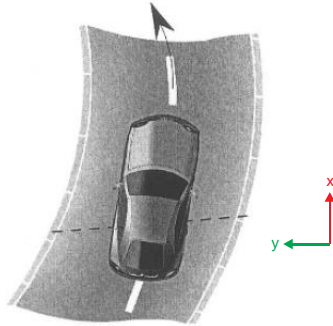
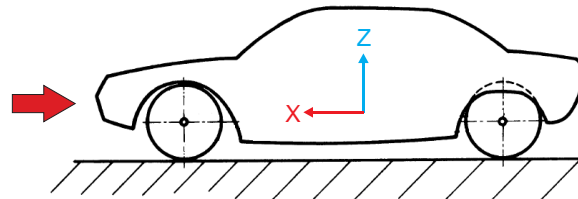


Tabla 6-6: Aplicación del caso de carga "Vuelta" al modelo

Frenado



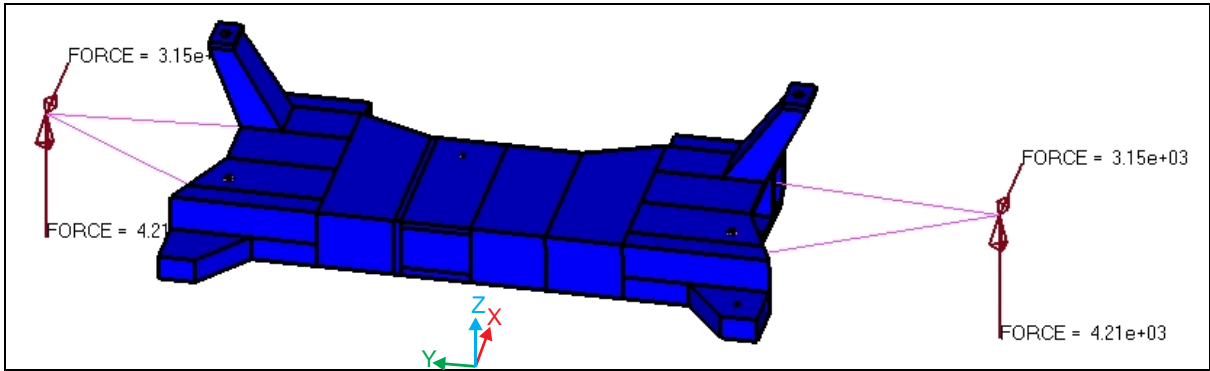


Tabla 6-7: Modelo con el caso de carga "Frenado"

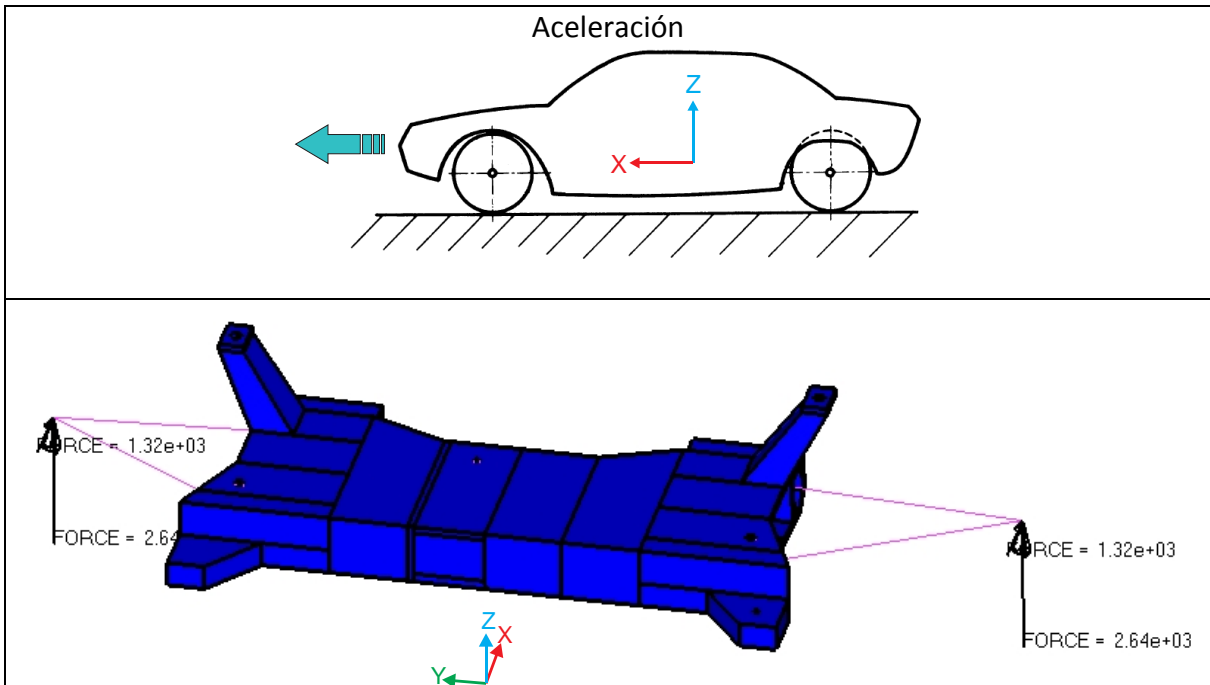


Tabla 6-8: Modelo con el caso de carga "Aceleración"

6.4.7 Características del material

Una vez establecida la malla, las restricciones y las cargas para cada caso, se añaden las propiedades del material al modelo. Como primera aproximación y con la finalidad de realizar un análisis a la estructura inicial se propone un acero comercial cuyo límite de cedencia se encuentra entre el intervalo de 250 a 280 MPa. Tal es el caso del acero AISI 52100 con las siguientes propiedades.

Densidad	7.89E-6 kg/mm ³
Módulo de Young	200000 N/mm ²
Límite de cedencia	280 MPa
Coefficiente de Poisson	0.3

Tabla 6-9: Propiedades mecánicas acero AISI 52100

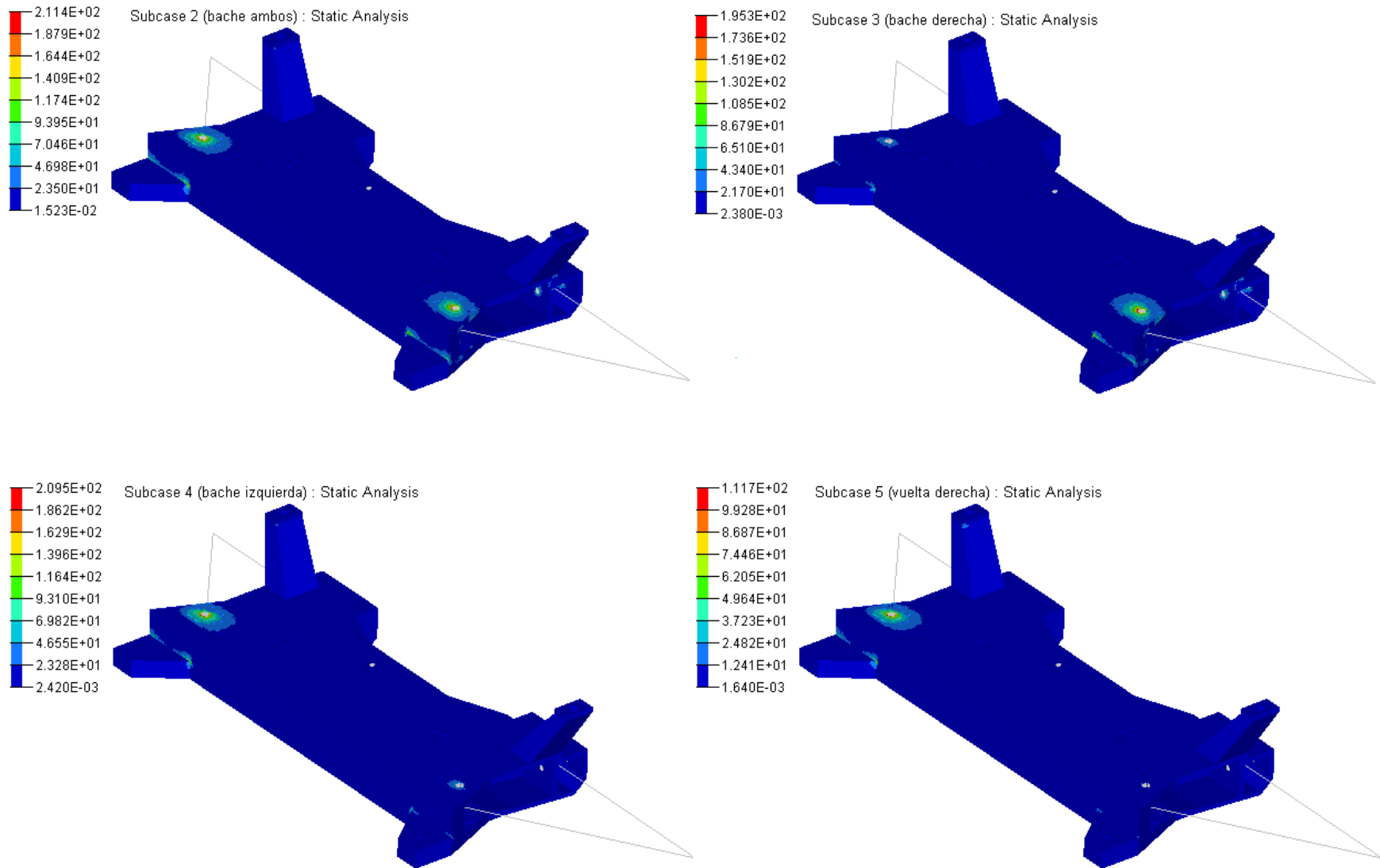
7 Resultados

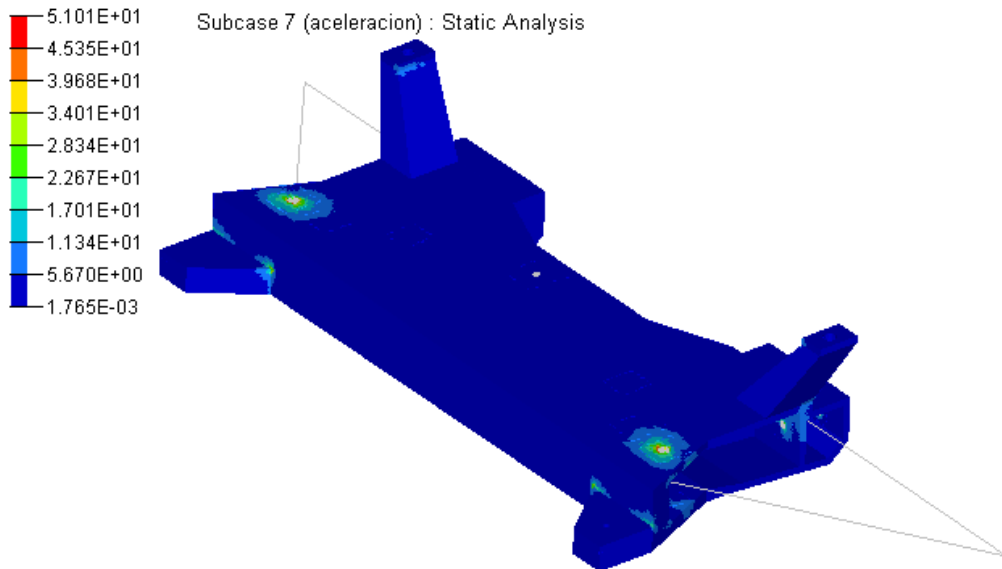
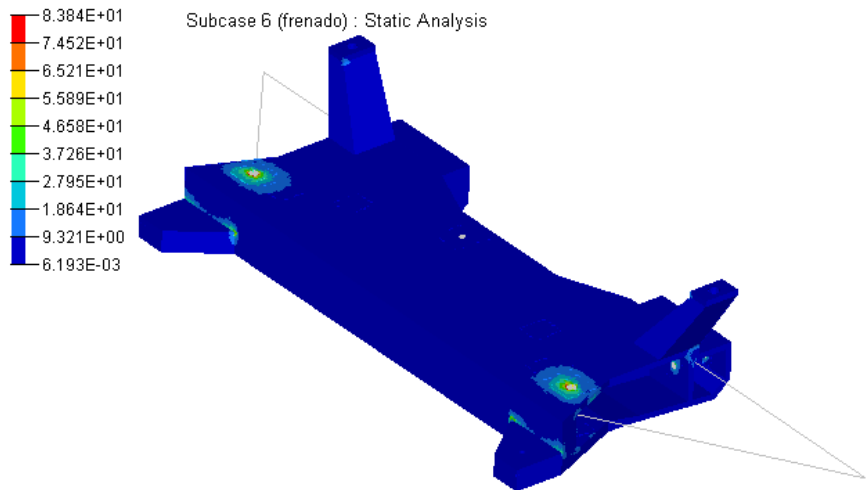
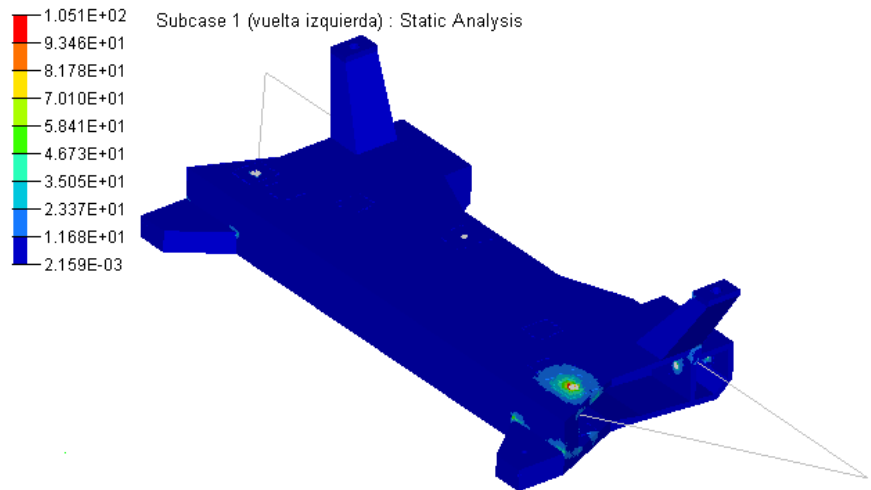
7.1 Resultado del análisis por cada caso de carga

A continuación se presenta el análisis por elementos finitos de cada caso de carga establecido. Como era de esperarse el caso de bache en ambas llantas aplicadas al eje delantero, ocasiona una distribución de esfuerzo mayor en comparación a los demás casos. También es evidente que existe una concentración en las regiones donde se encuentran los orificios para la conexión de los brazos de suspensión y como consecuencia los esfuerzos máximos.

El esfuerzo máximo en el caso de bache en ambas llantas se cuantifica aproximadamente en 211 MPa; dicho valor se encuentra muy por debajo del valor de esfuerzo de cedencia del material propuesto (25% aproximadamente), esto da cabida a pensar en otros materiales cuya relación entre peso y resistencia tenga mayores prestaciones.

Figura 7-1: Análisis estático para cada caso de carga





7.2 Análisis de sensibilidad de la malla de elementos finitos

Una manera de asegurarse de que el valor del esfuerzo para el actual análisis es aceptable, es realizando un análisis de convergencia. En general incrementando el número de nodos mejora la precisión del resultado, pero al mismo tiempo incrementa el tiempo y costo de procesamiento. Usualmente en la práctica se incrementa el número de elementos y nodos en las áreas de mayor esfuerzo y se continua así hasta que la diferencia entre dos consecutivos resultados es menor que 5 a 10%.

Para éste caso se redujo la malla desde 5 milímetros hasta 2. Se observó un incremento del esfuerzo máximo en los orificios de sujeción con el brazo de la suspensión sin embargo no es considerable si se toma en cuenta la cantidad de elementos generados y el tiempo utilizado en el último análisis.

En el gráfico de la Figura 7-2 se observa el aumento significativo de elementos finitos para la malla de 2 mm y apenas un aumento en el esfuerzo máximo de 5 MPa con respecto a la malla de 3 mm.

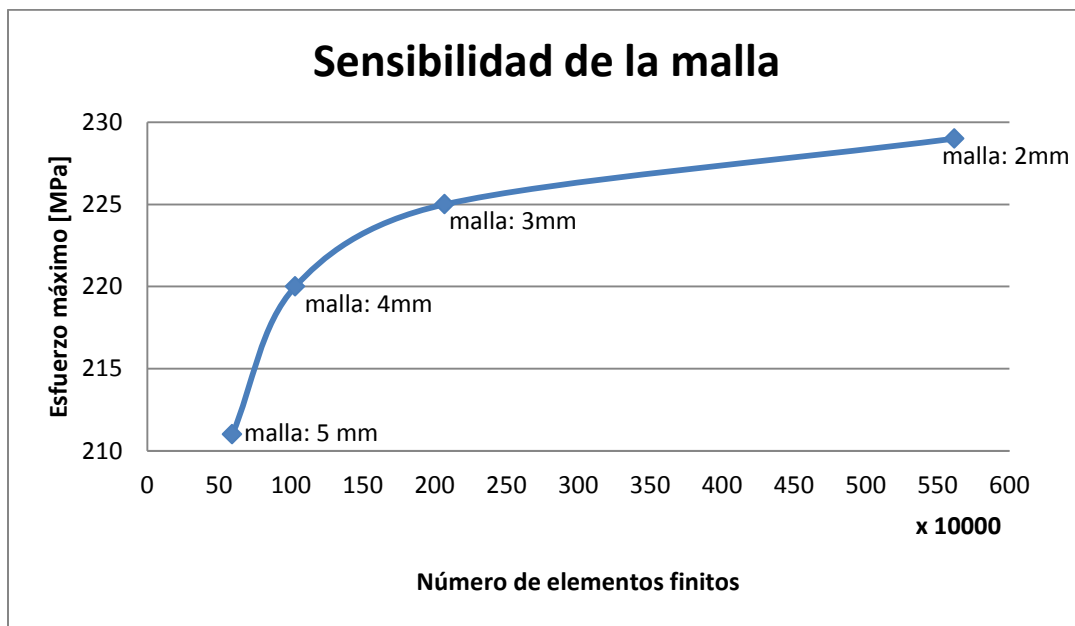
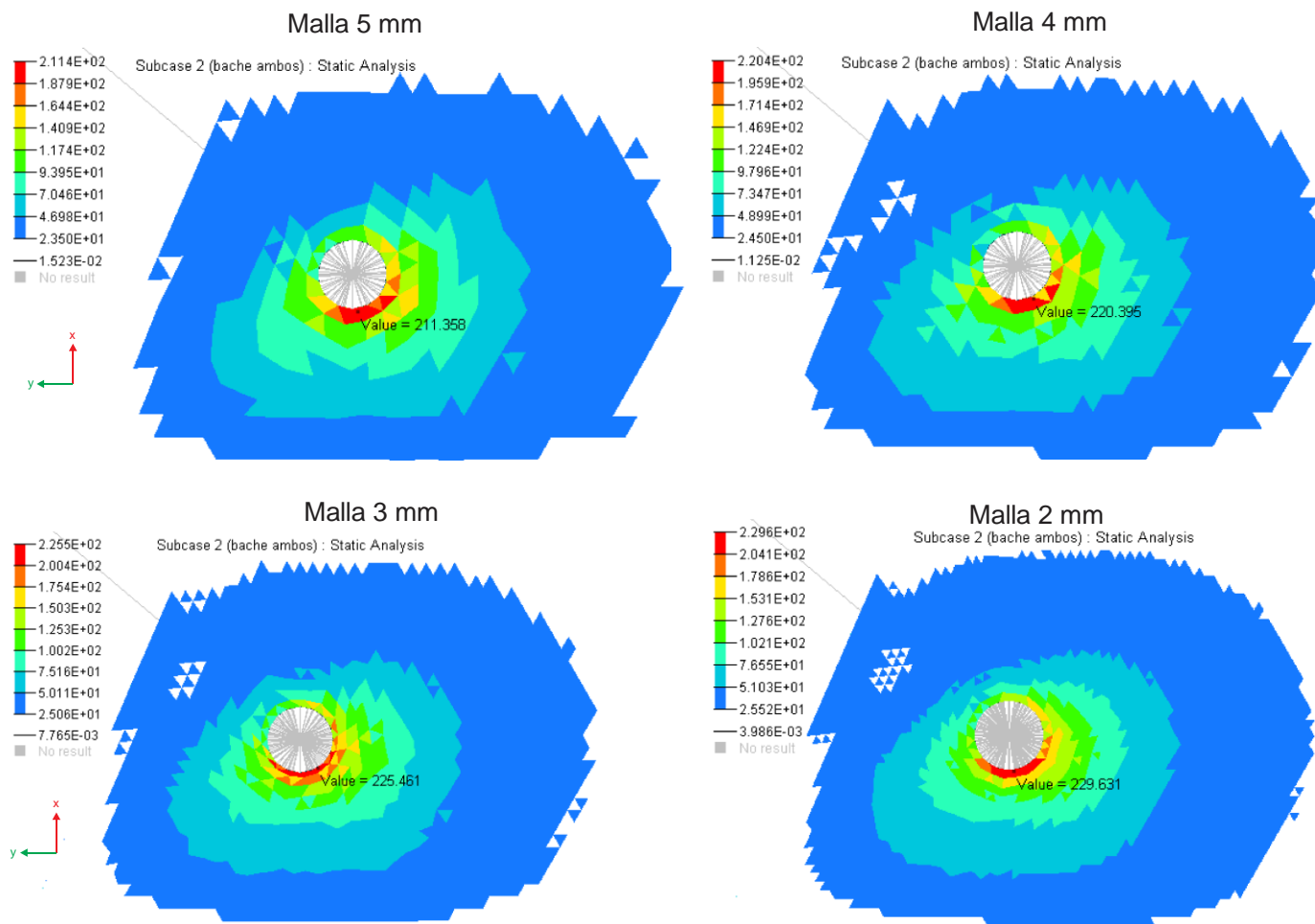


Figura 7-2: Gráfica de sensibilidad de la malla

Para el proceso de optimización se tomará como aceptable la malla de 5 mm con la finalidad de no incrementar demasiado el tiempo de procesamiento para cada iteración.

En la Figura 7-3 se observa el detalle del análisis en la región de mayor concentración de esfuerzo para el caso específico de bache.

Figura 7-3: Análisis para el caso de bache con reducción de la malla (detalle en la zona de concentración de esfuerzos)



7.3 Aplicación del proceso de optimización estructural topológica al caso de estudio

Para el primer caso de optimización se tomó la decisión de minimizar volumen como función objetivo a manera de reducir el peso en la estructura; la interrogante en este caso es ¿cómo asegurar una estructura que ofrezca alta rigidez? Como primera aproximación se restringió el desplazamiento en los nodos donde se transmite directamente la carga vía los brazos de control con valor de 0.05 mm. Una restricción en el tamaño de los miembros estructurales fue impuesta (como mínimo 15 mm) para evitar una topología difícil en términos de manufactura.

En la Tabla 7-1 se resumen los parámetros utilizados en el primer caso de optimización.

Optimización 1:	Función objetivo:	Variable de diseño:	Restricciones:
Sin espacio de "No diseño"	Minimizar volumen	La densidad de los elementos	Desplazamiento de nodos en cada conexión de los brazos de control 0.05 mm. Tamaño mínimo de miembro de 15 mm

Tabla 7-1: Parámetros de diseño de la optimización 1

En la Figura 7-4 se presentan 4 vistas de la topología resultante. La escala presentada se refiere a la densidad de los elementos finitos donde el color rojo representa densidad total y el color azul la mínima densidad en la estructura.

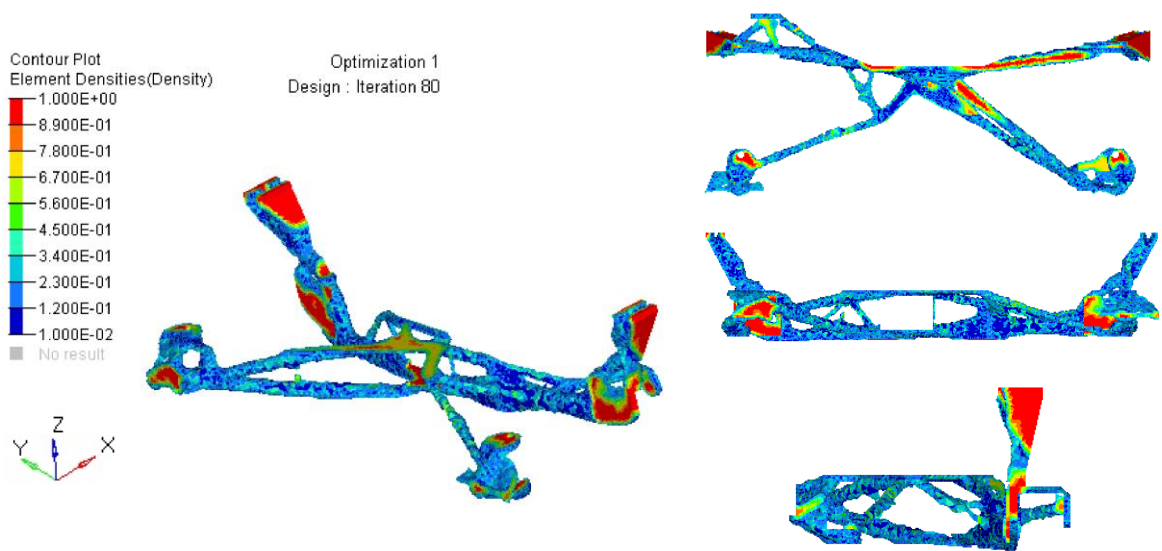


Figura 7-4: Topología resultante de la optimización 1

Para estos parámetros de optimización la topología final tiene una masa de 9.5 kg, sin embargo el compliance se cuantifica en 7.97×10^4 mm/kN; (como se observará posteriormente, este valor es demasiado elevado con respecto a las subsecuentes optimizaciones) a pesar de haber restringido el desplazamiento de los nodos en la conexión de los brazos de control. La estructura podría manufacturarse utilizando barras de acero pero es evidente que carece de rigidez.

Para el proceso de optimización 2 la función objetivo es maximizar la rigidez de la estructura (minimizar weighted compliance). Se propuso todo el espacio de diseño como “diseñable”, es decir, en el proceso iterativo de optimización, se permite que permanezcan o se retiren cualquiera de los elementos dentro de todo el espacio de diseño. Considerando que el volumen del modelo inicial es 1.96×10^7 mm³ y masa de 155 kg (con el material de la Tabla 6-9 se propuso como restricción una cantidad menor al 30% del volumen total. Otra restricción impuesta se refiere a que dentro de la estructura, la distribución de esfuerzo permanezca por debajo de un límite establecido según el criterio de Von Mises; por lo general esta restricción es violada, pero es impuesta como una manera de que el valor de esfuerzo de la estructura no se aleje demasiado al valor impuesto, de lo contrario el proceso iterativo es detenido evitando el incremento de tiempo de procesamiento.

La Tabla 7-2 condensa los parámetros utilizados para la optimización número 2, la función objetivo es cambiada para maximizar la rigidez y una nueva restricción referente al esfuerzo de Von Mises es impuesta.

Optimización 2:	Función objetivo:	Variable de diseño:	Restricciones:
Sin espacio de "No diseño"	Minimizar Weighted Compliance	La densidad de los elementos	La fracción de volumen < 0.3 Esfuerzo de Von Mises < 230 MPa

Tabla 7-2: Parámetros de diseño de la optimización 2

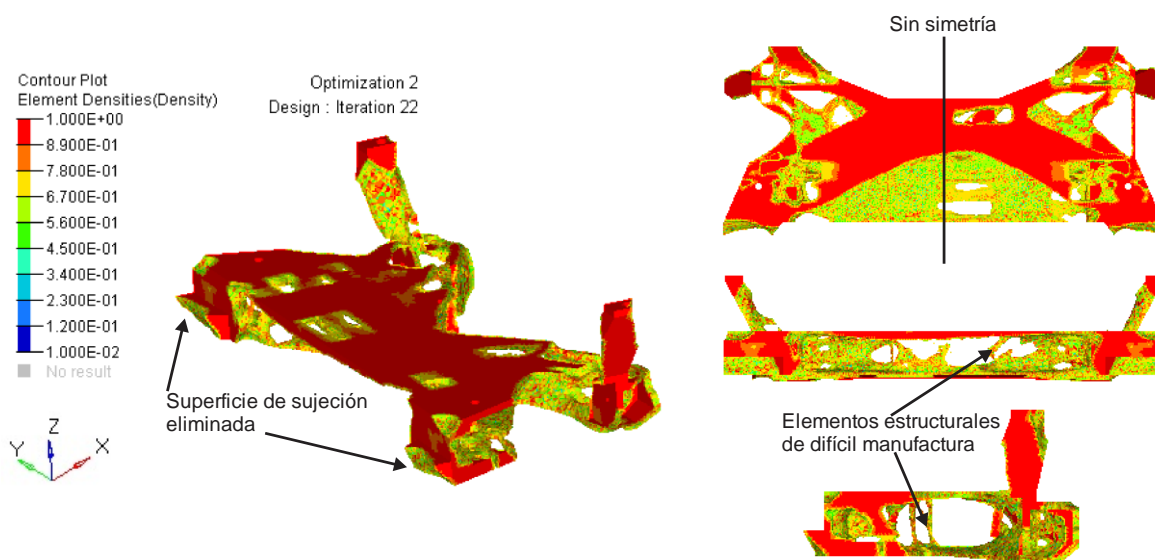


Figura 7-5: Topología resultante de la optimización 2

En la Figura 7-5, se observa la topología resultante de la optimización 2 después de un proceso de 22 iteraciones. Es una estructura caracterizada por conformarse principalmente por dos placas; inferior y superior. La estructura restante tiene gran dificultad en términos de manufactura, pequeñas barras dispuestas en diferentes direcciones y bloques dispuestos de manera asimétrica. La masa final se cuantifica en 40 kg y la suma de compliance (todos los casos de carga) es 1.047×10^4 mm/kN. Las superficies de sujeción posteriores fueron eliminadas de la misma forma que en la optimización 1 por lo que en casos posteriores deberá imponerse como zona de no diseño.

Esta topología puede utilizarse para proponer un espacio de diseño nuevo y posteriormente aplicar optimización estructural topográfica de tal forma que se obtenga un sub-chasis compuesto principalmente de lámina acero manufacturada con sucesivos procesos de estampado tal como el sub-chasis utilizado de referencia en este trabajo. Debe considerarse, para este caso, disminuir la fracción de volumen permitido ya que la masa de un sub-chasis actual oscila entre 10 y 25 kg.

Se utilizaron los mismos parámetros para la optimización 3 pero esta vez proponiendo un espacio de “no diseño” en las regiones de conexión del sub-chasis con los brazos de control y las áreas de conexión con el resto del chasis y una restricción en la fracción de volumen de 25%. Una restricción de simetría fue impuesta en plano “XZ” de la estructura.

La Figura 7-6 muestra regiones verdes conformadas por elementos finitos impuestos como “no diseñables” en el proceso de optimización. Es indispensable que estos elementos finitos permanezcan en la estructura después del proceso de optimización para la sujeción con el chasis automotriz.

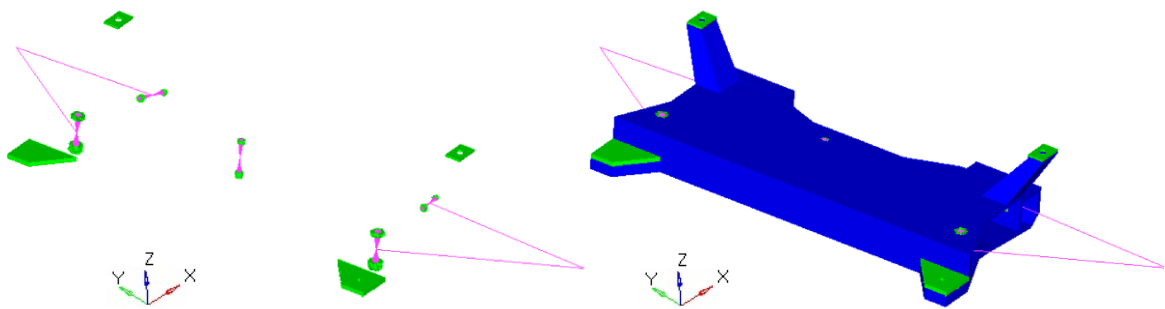


Figura 7-6: Modelo con espacio de no diseño en color verde

Los parámetros establecidos en la Tabla 7-3 son iguales a los establecidos en la optimización 2 incluyendo ahora el espacio no diseñable y la restricción de simetría.

Optimización 3:	Función objetivo:	Variable de diseño:	Restricciones:
Espacio de diseño 153 kg Espacio no diseñable 1.66 kg	Minimizar Weighted Compliance	La densidad de los elementos	La fracción de volumen < 0.25 Esfuerzo de Von Mises < 230 MPa Restricción de simetría

Tabla 7-3: Parámetros de diseño de la optimización 3

La estructura resultante se muestra en la Figura 7-7. La topología es similar a la anterior pero ahora las regiones de conexión no son modificadas, existe mayor simetría y el peso resultante es aproximadamente 30 kg.

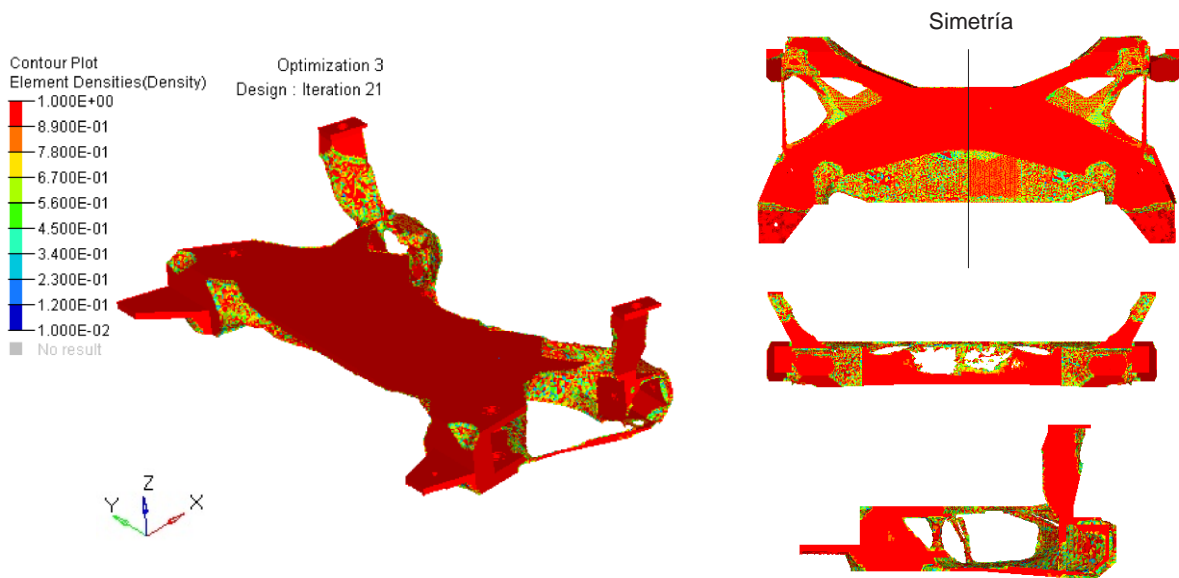


Figura 7-7: Topología resultante de la optimización 3

Para el siguiente modelo de optimización se incorporaron nuevas regiones de no diseño en el lugar donde se ubican la barra estabilizadora y el mecanismo de dirección para posteriormente continuar con la reducción de volumen hasta conseguir un valor de peso aceptable (para diseños actuales entre 10 y 25 kg).

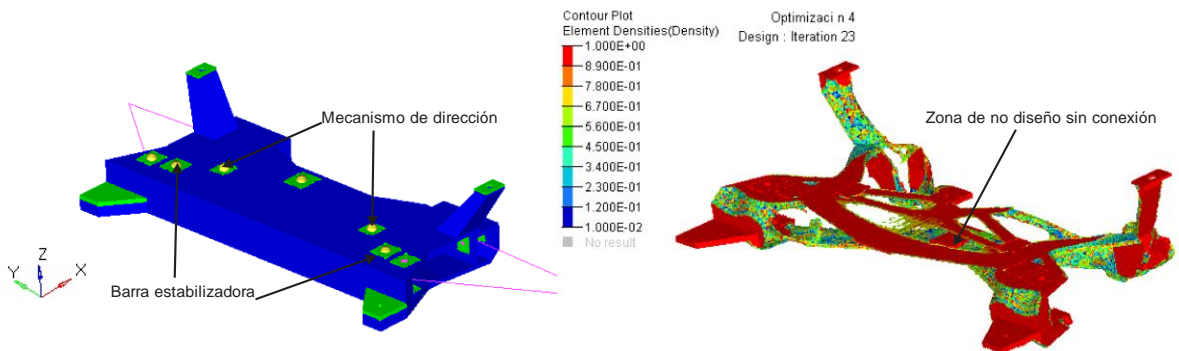


Figura 7-8: Zonas de No diseño para la sujeción del mecanismo de dirección y barra estabilizadora y topología resultante

En la optimización número 4 la masa es de 25 kg (15% del volumen total). Como se observa en la Figura 7-8, el material de la estructura reduce significativamente en la parte superior y las regiones de sujeción de la barra estabilizadora y mecanismo de dirección son aisladas de la estructura debido a que no existe alguna carga asociada a estas regiones (para este caso no aporta rigidez).

En la siguiente tabla (Tabla 7-4) se resumen sucesivos procesos de optimización utilizando los mismos parámetros de la optimización anterior (número 4) imponiendo como restricción cantidad de volumen permitido cada vez menor.

	Fracción de volumen (%)	Masa (kg)	Suma weight Compliance (mm/kN)
5	9.03	14	1.49×10^4
6	7.74	12	1.69×10^4
7	6.45	10	1.97×10^4
8	5.162	8	2.46×10^4
9	4.803	7.5	2.66×10^4

Tabla 7-4: Optimizaciones con reducción de volumen como restricción (reducción de masa desde 14 hasta 7.5 kg aprox.)

En la Figura 7-9 se observa el incremento de la suma de compliance para todos los casos de carga mientras disminuye la cantidad de material permitido, lo que se traduce en una disminución de rigidez mientras se disminuye la cantidad de material. La topología generada será utilizada para proponer un diseño conceptual mediante la interpretación de estos resultados.

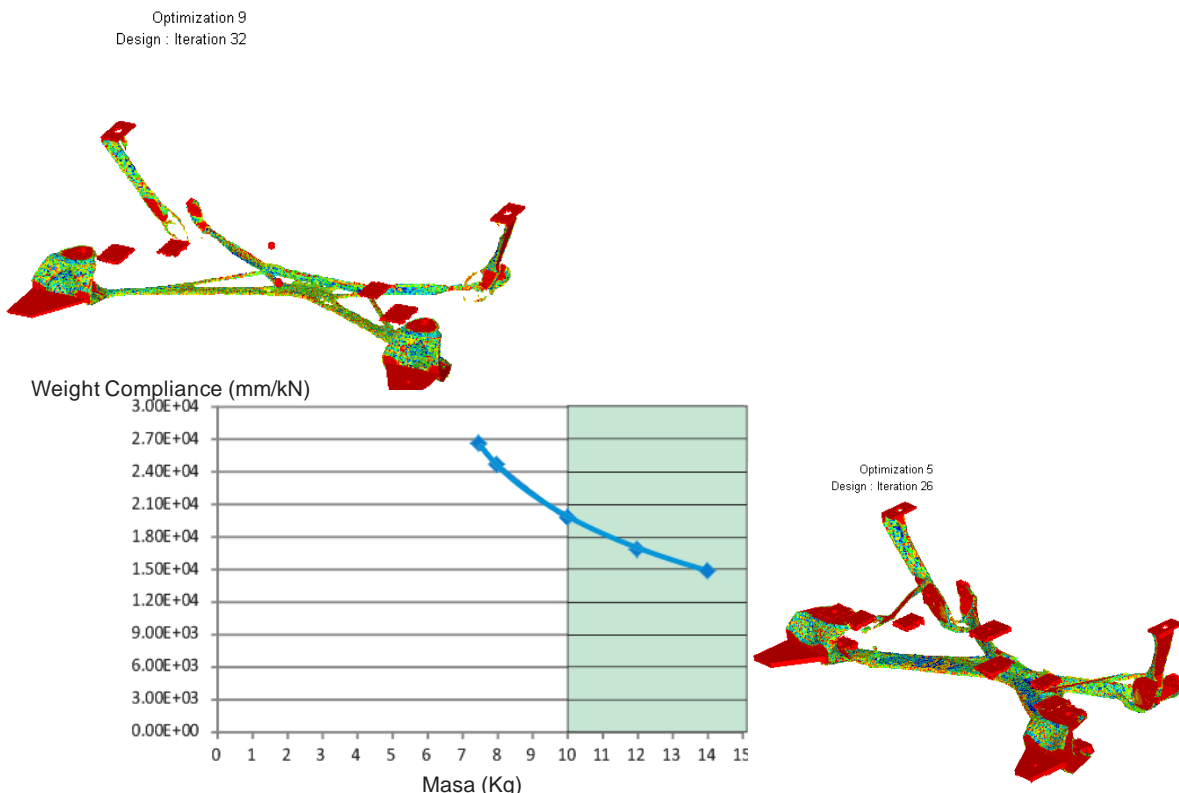


Figura 7-9: Topología y gráfico Masa-Compliance de las optimizaciones 5 a 9.

7.4 Interpretación de la topología resultante

Debido a que en el proceso de optimización, la variable de diseño es la densidad de los elementos donde en la escala de resultados 1 es la máxima densidad (color rojo) y 0 es la densidad mínima (Color azul) se tomará como referencia la última optimización (número 9) haciendo la consideración de todos los elementos cuya densidad va de 0.5 a 1 según la escala presentada.

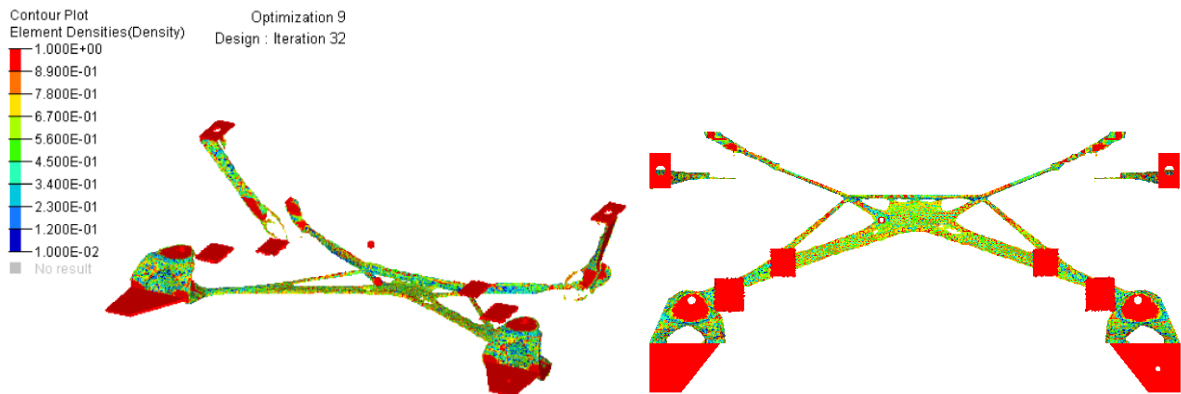


Figura 7-10: Detalle de la topología de la optimización 9

Se ha dividido la estructura en diferentes secciones con la finalidad de tomar medidas de referencia, dirección o disposición de los elementos estructurales que lo conforman, espesores y cavidades.

La simetría en la estructura como se presenta en la vista superior de la Figura 7-11 permite dividir la estructura en tres diferentes secciones A, B y C.

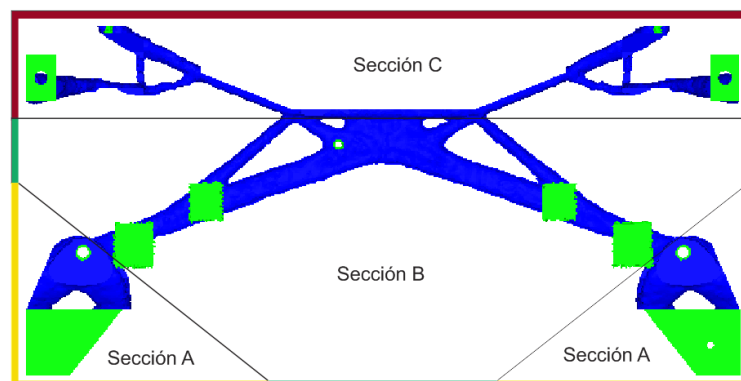


Figura 7-11: Secciones de la topología

Consideraciones como la simplificación de geometrías, omisión de algunas cavidades, simetría de las partes y espesores constantes han sido propuestas con la finalidad de hacer más factible la pieza en términos de manufactura.

A la izquierda de la Figura 7-12 se observa la topología de la sección A. A la derecha la propuesta de la topología interpretada para la vista superior. La propuesta se ha realizado con la intención de lograr una simetría en la propuesta de diseño.

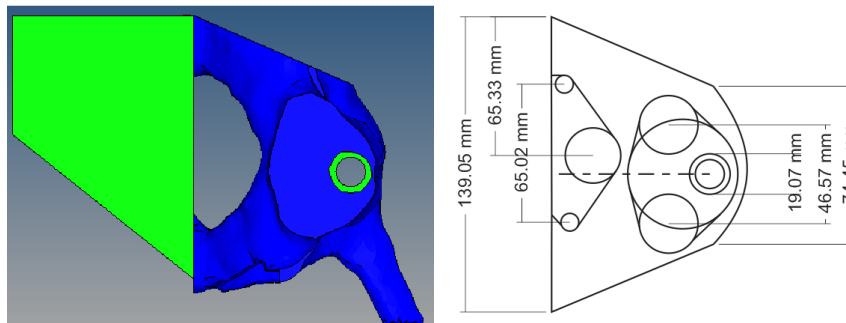


Figura 7-12: Vista superior de la sección A

La Figura 7-13 muestra la misma sección A en su vista lateral. En ella se propone espesor constante de la geometría y se omiten algunas cavidades para simplificar el diseño de la pieza.

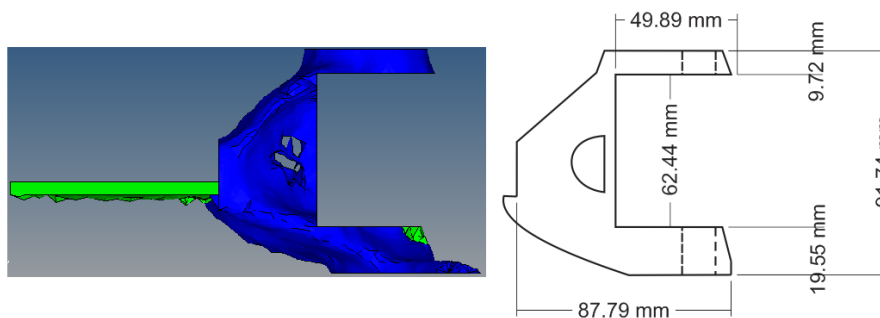


Figura 7-13: Vista lateral de la sección A

Las dimensiones mostradas en las figuras sólo son de referencia, la precisión con que se muestran no tiene justificación alguna y por el contrario incrementaría considerablemente el costo en su manufactura.

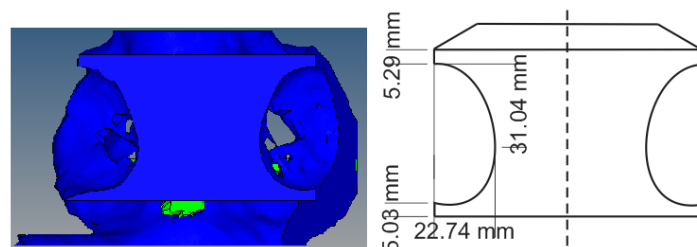


Figura 7-14: Vista Frontal de la sección A

La sección B consta principalmente de una placa cuya topología está mejor definida, en ella se definen principalmente las cavidades en la dirección z de la estructura. La Figura 7-15 muestra la sección B. Las geometrías de las cavidades propuestas se proponen con transiciones suavizadas para evitar concentraciones de esfuerzo en análisis posteriores.

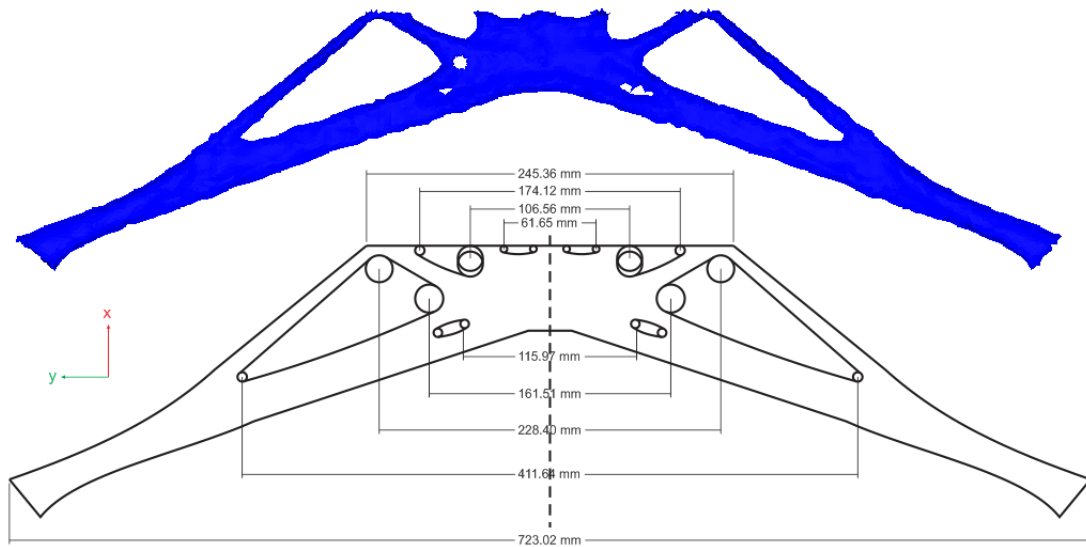


Figura 7-15: Vista superior de la sección B

La sección C, es una sección conformada de barras, la disposición angular con respecto al sistema de referencia y las secciones transversales de dichos elementos se han considerado principalmente para la configuración conceptual del chasis (Figura 7-16).

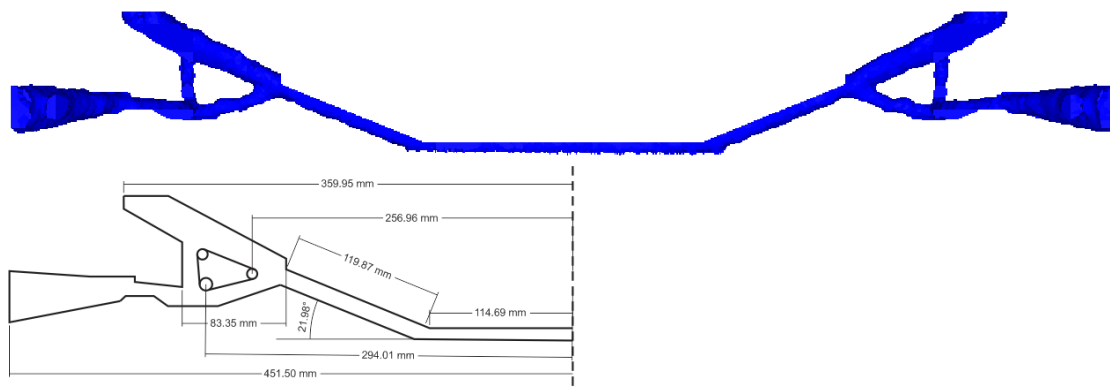


Figura 7-16: Vista superior de la sección C

Algunos detalles de la topología en la localización de ensamble del brazo de control al sub-chasis (sección C), se muestran en la siguiente Figura 7-17. Se muestran algunas dimensiones de referencia.

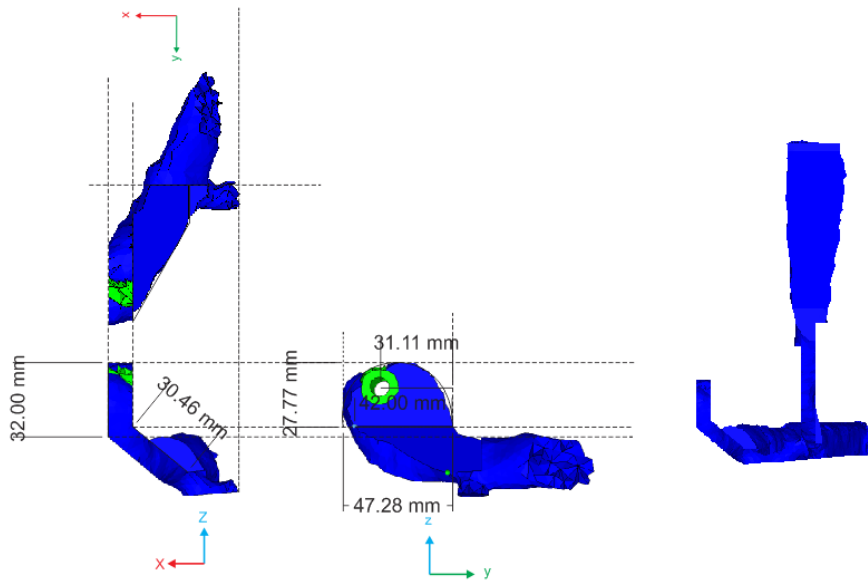


Figura 7-17: Detalle de la conexión del brazo de suspensión (Sección C)

Una vez considerado todos los parámetros de cada sección, se propuso un modelo del sub-chasis como se muestra en la Figura 7-18. A partir de esta geometría, un nuevo modelo de elementos finitos debe generarse para verificar la distribución de esfuerzos en la estructura.

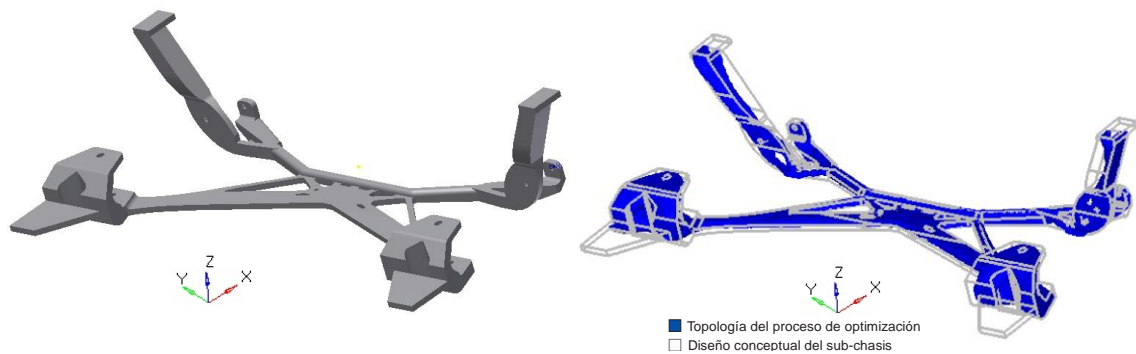


Figura 7-18: Modelo del sub-chasis óptimo (Izquierda), Superposición del modelo con la topología generada (Derecha)

Nuevamente, para la discretización del dominio se han utilizado elementos finitos tipo tetra lineales; el tamaño de malla utilizado es de 4 mm, todos los casos de carga y restricciones también se han incorporado al modelo. En la nueva estructura, se espera una distribución de esfuerzo más uniforme a excepción de las áreas de conexión donde la concentración de esfuerzos puede incrementar significativamente.

El detalle del mallado del modelo propuesto así como la aplicación de los casos de carga son observados en la Figura 7-19.

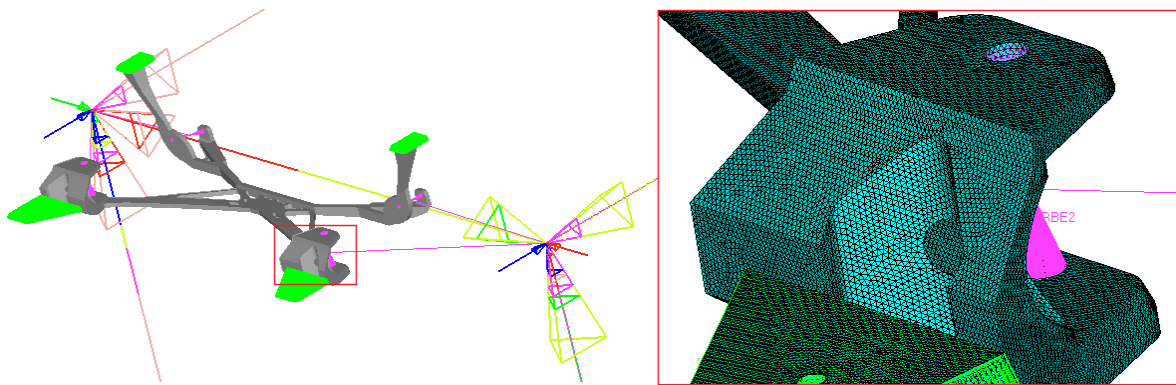


Figura 7-19: Modelo FEM del sub-chasis óptimo

El resultado del análisis estático se muestra en la siguiente figura (Figura 7-20), se toma en consideración el caso de bache en ambas llantas debido a que la distribución de esfuerzo es mayor que en los demás casos. Con la geometría propuesta una nueva región de concentración de esfuerzos se ha generado, además del incremento esperado en las regiones de conexión con los brazos de suspensión.

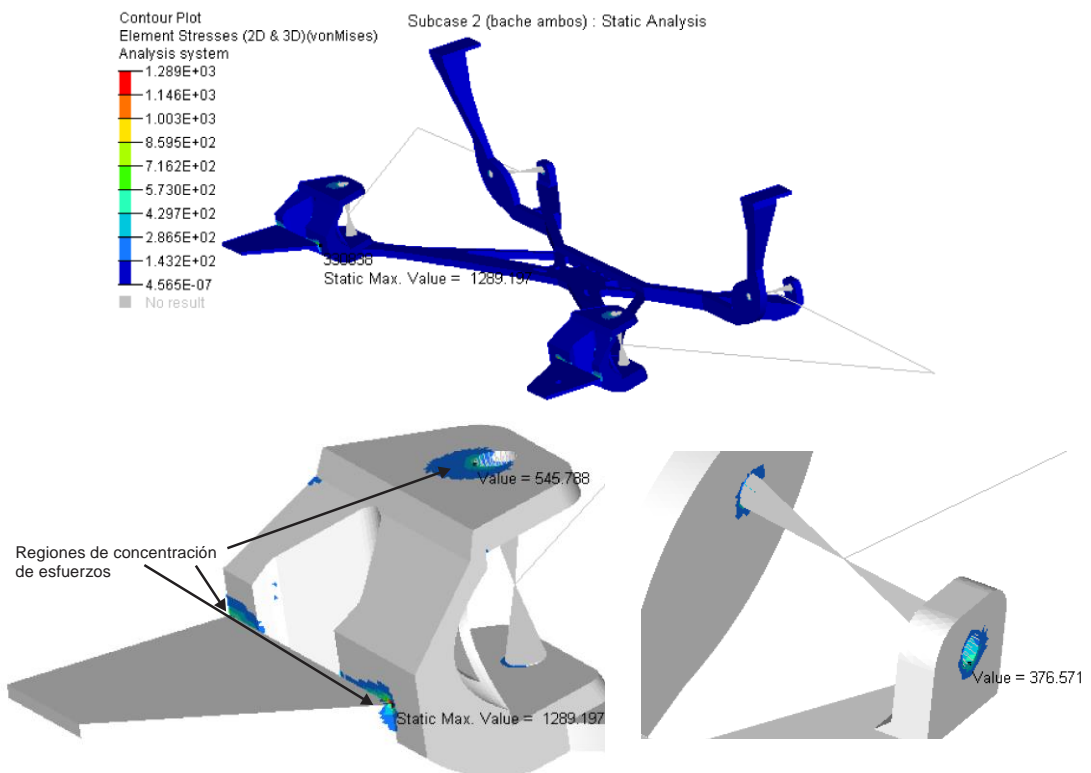


Figura 7-20: Análisis estático (Caso bache en ambas llantas)

Se realizaron sucesivas modificaciones en las regiones de concentración de esfuerzos con la finalidad de reducirlo. Adición de material y geometrías suavizadas con filetes fueron principalmente utilizados.

De la Figura 7-21 a la Figura 7-26 se muestra el detalle del análisis en las zonas de concentración de esfuerzos después de las modificaciones sucesivas. En la escala se observa la reducción del valor de esfuerzo máximo en las zonas de conexión del sub-chasis al brazo de control inferior y en la región trasera donde se conecta el sub-chasis a los soportes del piso del chasis automotriz.

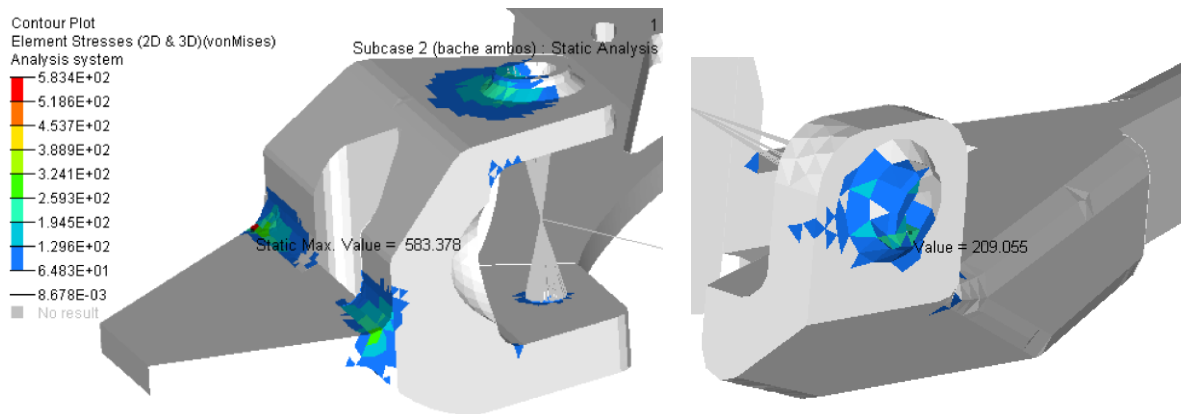


Figura 7-21: Modificación 1

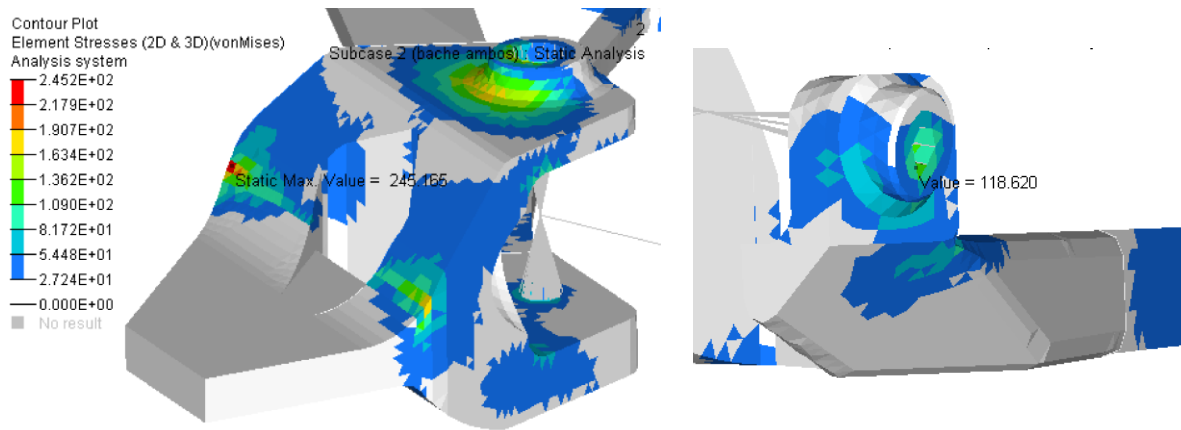


Figura 7-22: Modificación 2

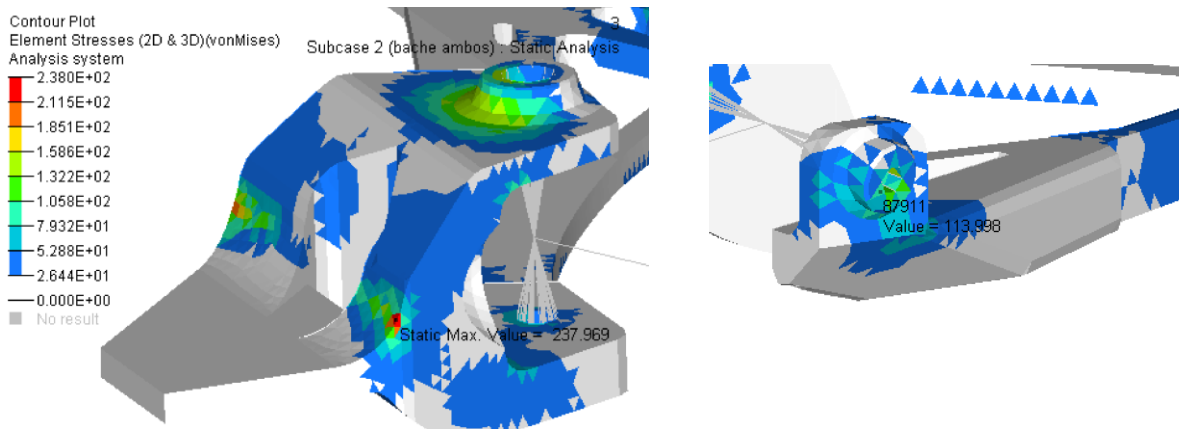


Figura 7-23: Modificación 3

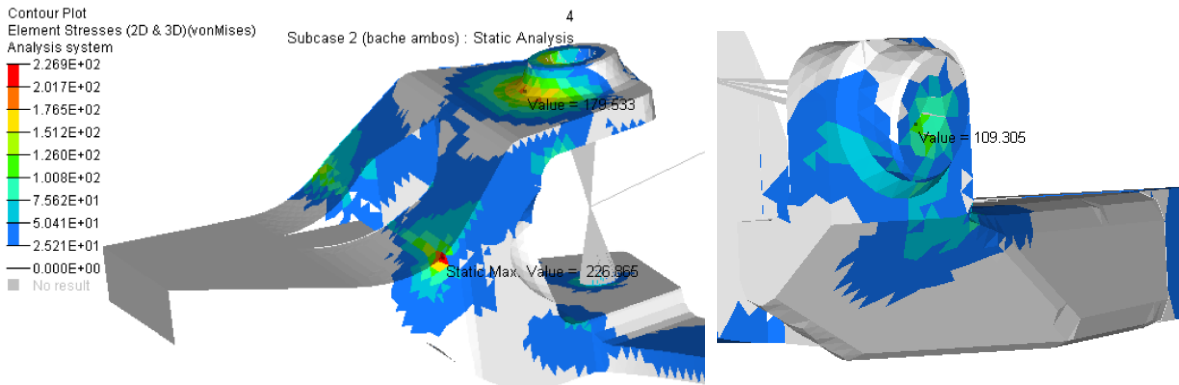


Figura 7-24: Modificación 4

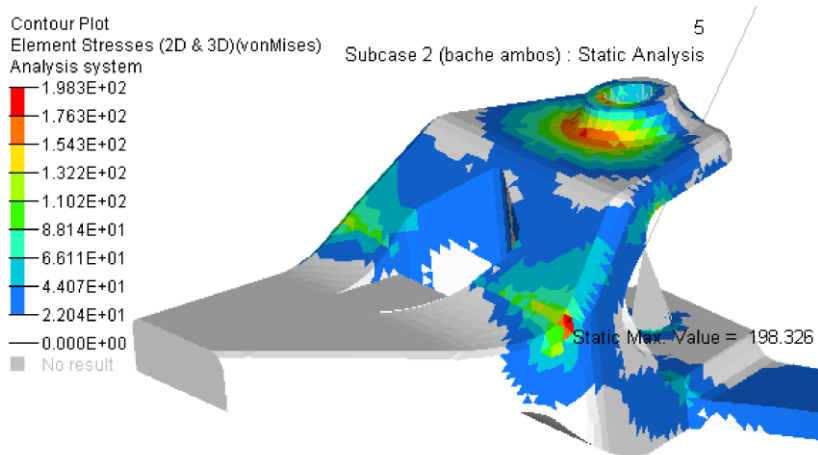


Figura 7-25: Modificación 5

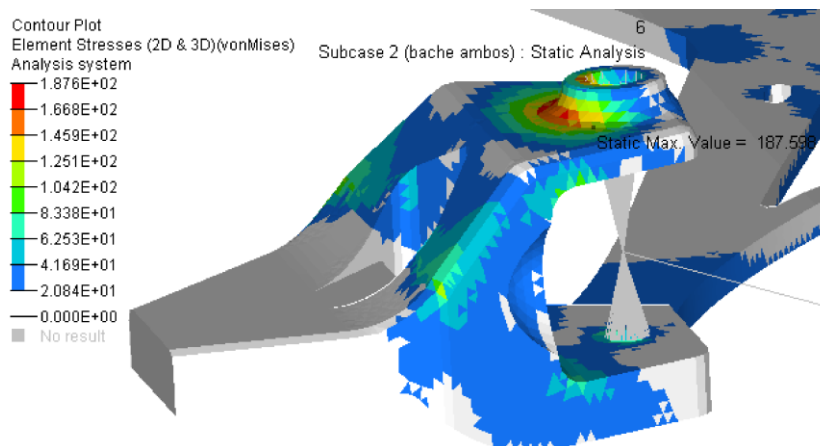


Figura 7-26: Modificación 6

Con las modificaciones anteriores se ha reducido significativamente el esfuerzo en las zonas de concentración, desde un valor de 1289 Mpa (demasiado elevado con respecto al límite de cedencia del material) hasta un valor de 187 Mpa en la Modificación 6. Por otro lado, la distribución de esfuerzos en el resto de la estructura es muy uniforme, derivado de la aplicación del método de optimización. En la siguiente Figura 7-27, se muestra la estructura que tiende al concepto “totalmente esforzado” (fully stressed) y el detalle del análisis FEM.

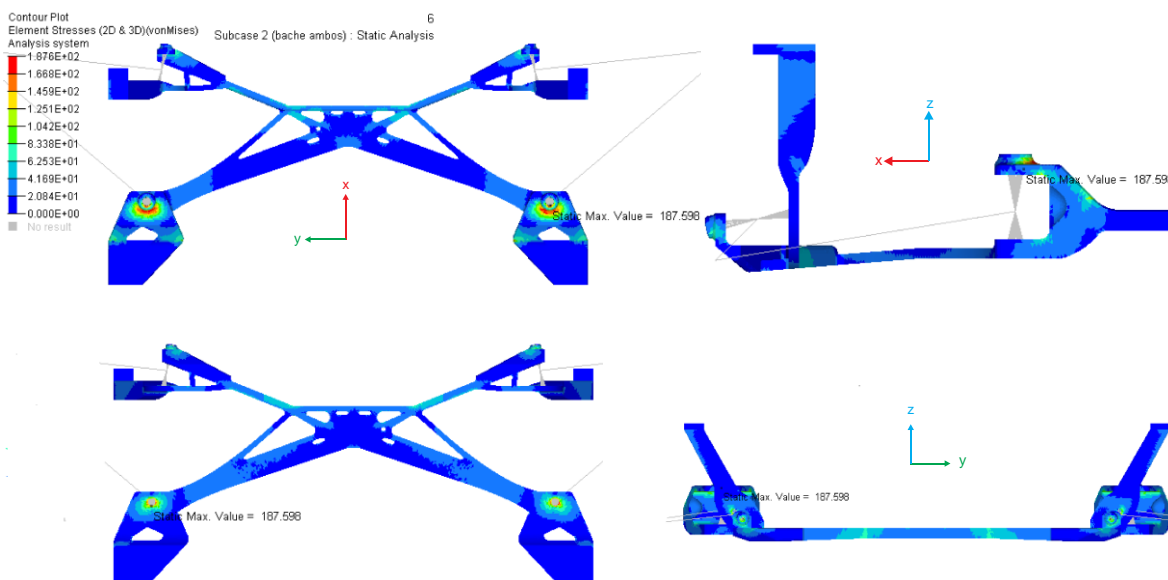


Figura 7-27: Detalle del análisis (última modificación)

En la Figura 7-28 se presenta el modelo CAD del sub-chasis propuesto a partir de la interpretación de los resultados al aplicar el proceso de optimización topológica. Una propuesta de la forma en que puede manufacturarse, se aborda en la siguiente sección (7.5).

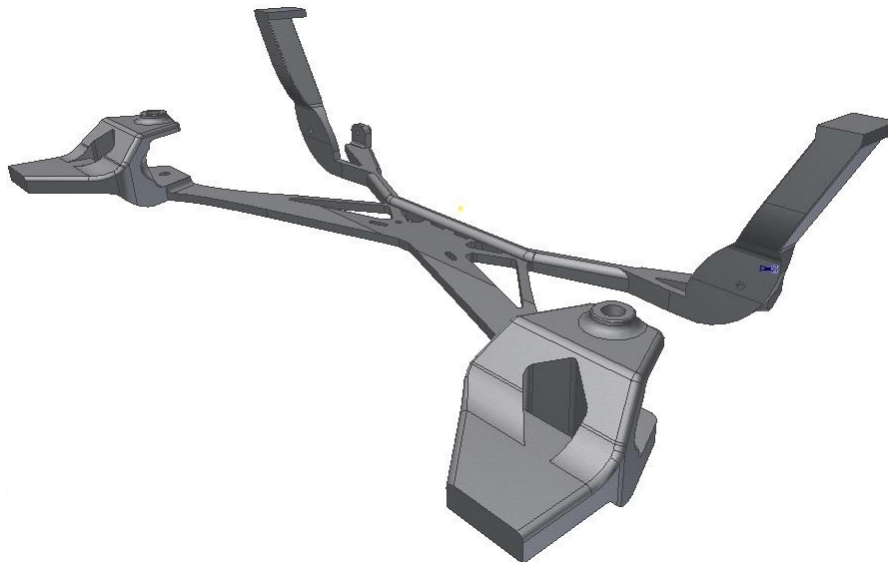


Figura 7-28: Modelo CAD del sub-chasis

7.5 Procesos de manufactura y ensamble del sub-chasis

En la sección 2.4 se detallaron algunos materiales y procesos de manufactura utilizados para la fabricación de un sub-chasis. En este caso, se propone la utilización de una aleación de aluminio con contenido de silicio, magnesio y/o manganeso especificados acorde al estándar EN 573-1.

En la siguiente Tabla 7-5 se muestran 12 de los materiales más utilizados tanto en elementos de la suspensión y elementos estructurales del chasis de un automóvil.

UK	ISO
LM19	AlSi12CuFe
LM20	AlSi5Cu1Mg
LM21	AlSi12Cu
LM22	AlSi12CuFe
LM23	AlSi6Cu4
LM24	AlSi5Cu3
LM25	AlSi8Cu3Fe
LM26	AlSi7Mg
LM27	AlSi9Cu3Mg
LM28	AlSi7Cu2Mn0.5
LM29	AlSi19CuMgNi
LM30	AlSi23CuMgNi

Tabla 7-5: Algunas aleaciones de aluminio utilizadas en el sector automotriz (ASME, 2010)

En la siguiente Tabla 7-6) se especifican los elementos de aleación para el material propuesto; aleación de aluminio EN AW- 6063 (AlMg0.7Si).

Si	Fe	Cu	Mn	Mg	Cr	Zn	Ti	Otros	
0.20-0.6	0.35 Máx	0.10 Máx	0.10 Máx	0.45-0.9	0.10 Máx	0.1 Máx	0.1 Más	Cada uno	Total
								0.05 Máx	0.15 Máx

Tabla 7-6: Composición química acorde a EN573-3 (% peso, resto de Al)

Este tipo de aleaciones son ideales para su utilización en elementos estructurales automotrices, también ideales para su manufactura mediante fundición en arena y en molde permanente. Es apropiada para el sub-chasis ya que frecuentemente se utiliza para elementos de la suspensión y chasis.

El intervalo del esfuerzo de cedencia varía para cada aleación según el tratamiento térmico, para la aleación EN AW-6063 (AlMg0.7Si), el esfuerzo de cedencia va desde 130 a 245 MPa (Fundición en molde permanente).

En este caso se propone un tratamiento térmico T6 (para las piezas fundidas, ver Figura 7-29) acorde a EN515 (T6 Solución tratada, templada y envejecida artificialmente) cuyo esfuerzo de cedencia se encuentra dentro del intervalo de 200 a 245 MPa. Para estas piezas, el esfuerzo máximo se reporta en 187 MPa, aproximadamente 20% menor al límite de cedencia del material.

Se han reportado algunas otras aleaciones cuyo valor en cuanto a esfuerzo de cedencia supera los 260 MPa.

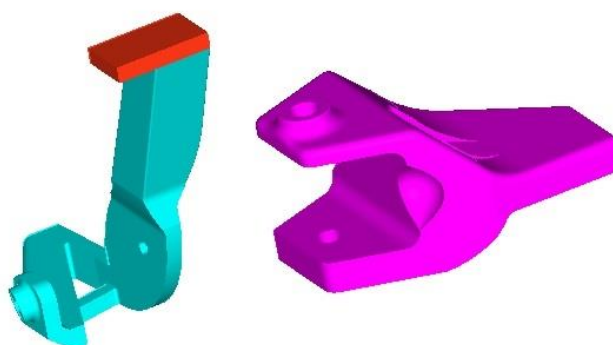


Figura 7-29: Piezas de fundición en molde permanente con AlMg0.7Si

Las propiedades mecánicas del material propuesto se exponen en la Tabla 7-7. El límite de cedencia del material tiene un intervalo amplio, según su tratamiento térmico,

Propiedad	Valor	Unidad
Módulo de Young	72.5	GPa
Relación de Poisson	0.33	
Límite de cedencia	130-145 (T4) 145-190 (T5) 200-245 (T6)	MPa
Resistencia última en tensión	280	Mpa
Densidad	2686	Kg/m ³

Tabla 7-7: Propiedades mecánicas de la aleación EN AW 6063 (AlMg0.7Si)

Las partes restantes que conforman el sub-chasis, pueden ser piezas prefabricadas con barra de aluminio extruido (Azul), y placa (amarillo) manufacturada mediante algún proceso de corte convencional (Figura 7-30).

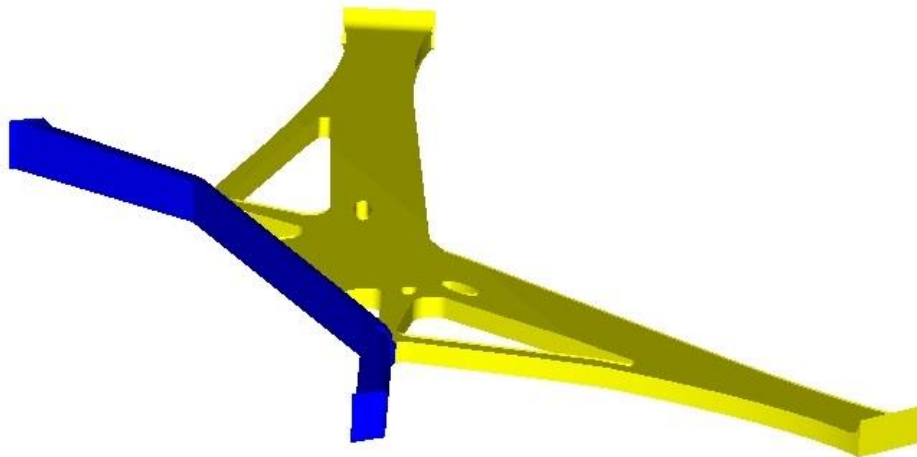


Figura 7-30: Piezas prefabricadas en barra (azul) extruida y placa (amarillo) de espesor constante

En el análisis de la Figura 7-27, se observa que estas secciones del sub-chasis experimentan esfuerzos menores (90 MPa) en comparación con las piezas de fundición. Podría sugerirse una aleación con menores prestaciones mecánicas para reducir costos de material. Sin embargo se sugiere que el material, tenga la misma composición química que el resto de la estructura debido a que, en las partes de unión durante el proceso de soldadura por ejemplo, las propiedades mecánicas pueden ser reducidas hasta un 50% (ref, EN 1999-1), de tal forma que las propiedades mecánicas puedan ser reestablecidas con el tratamiento térmico T6 sólo después de haber ensamblado la estructura para que las propiedades sean homogéneas en todo el sub-chasis.

Entonces la manufactura del sub-chasis consta principalmente de partes fundidas en moldes permanentes unidas a placas prefabricadas de espesor constante y barra de sección transversal constante, ya sea mediante soldadura MIG o por métodos de unión menos convencionales como la soldadura por fricción (Figura 7-31); las ventajas de utilizar éste método es que no existe material de aporte, las propiedades mecánicas entre las partes en fricción no sufren gran cambio y pueden ser reestablecidas mediante tratamiento térmico.

La soldabilidad de este tipo de aleaciones varía de 1 a 6, siendo ésta una calificación relativa en donde 1 es muy bueno y 6 es inadecuado. Para el caso de la soldadura MIG así como la TIG la calificación es 2. El material de aporte típico acorde a EN ISO 18273 es AlSi5 y AlMg3.

La soldadura por fricción lineal (Linear Friction Welding) se refiere al movimiento lineal alternativo entre piezas, a través de una pequeña amplitud y una frecuencia adecuada hasta alcanzar una alta temperatura y permitir el flujo del material, a continuación la parte móvil es alineada y la carga axial se mantiene o aumenta para finalizar la secuencia de soldadura.

En la Figura 7-31 se observa el movimiento relativo y la dirección de la carga aplicada utilizada en el proceso de soldadura por fricción lineal.

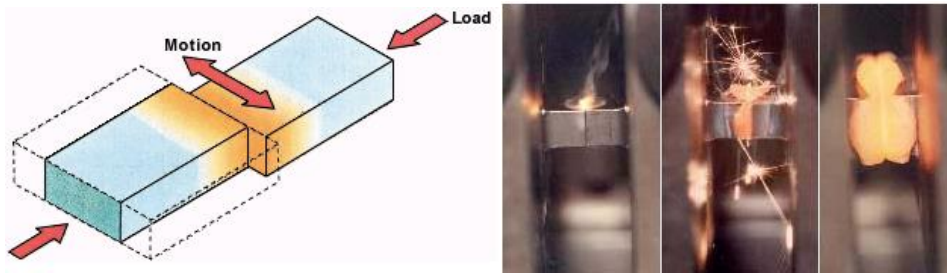


Figura 7-31: Soldadura por fricción lineal entre dos piezas

Con esta propuesta de material (AlMg0.7Si), el peso total de la estructura es aproximadamente 6.7 kg. Como se mencionó anteriormente, el peso actual de un sub-chasis tiene un intervalo amplio en cuanto a peso (entre 10 y 25 kg). Sin embargo, para el sub-chasis propuesto, se espera un aumento de peso con la adición de la placa que sustenta los elementos de dirección y barra estabilizadora. En análisis posteriores, como en el caso de vibraciones, la estructura puede sufrir pequeños cambios tales como refuerzos locales mediante nervaduras y/o costillas con el objetivo de cambiar

los modos de vibración y evitar ruido y resonancia. Cualquiera que sea el caso, el peso obtenido en la estructura es muy alentador, ya que una disminución incluso de medio kilogramo es un gran logro para el peso global del automóvil.

Como alternativa puede utilizarse un acero de alta resistencia en cuyo caso, el peso será aproximadamente 19 kilogramos, manteniéndolo dentro del intervalo de los diseños actuales.

En la siguiente Figura 7-32, se resume los procesos de manufactura y métodos de unión sugeridos, basados en la tendencia de reducir al mínimo la cantidad de piezas utilizadas y material de aporte.

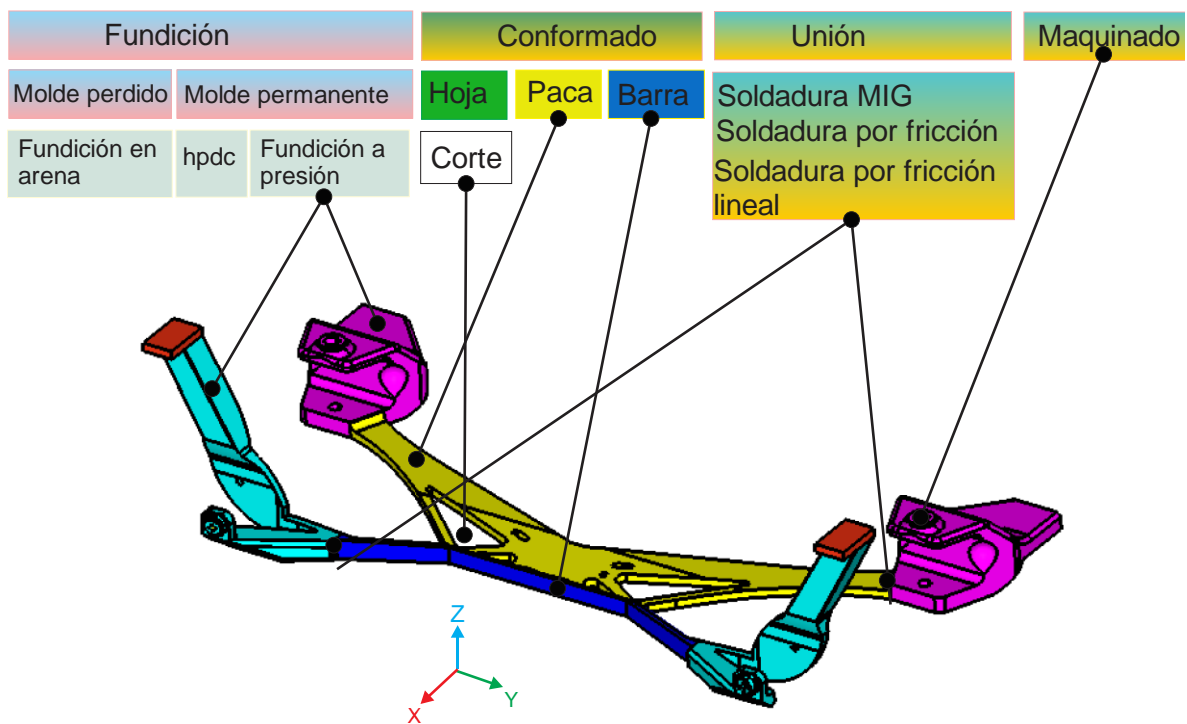


Figura 7-32: Procesos de Manufactura para el sub-chasis

8 Conclusiones

- La configuración del sub-chasis es una alternativa con gran potencial para reducir el peso global de un automóvil compacto. Se ha logrado definir un nuevo diseño a partir del proceso iterativo de optimización apoyado en el método del elemento finito logrando una reducción de peso de más de 30% en cuanto a modelos actuales existentes.
- La implementación de casos de carga simplificados permite la obtención de resultados de manera rápida, cuya actualización puede ser fácilmente implementada, a medida que el desarrollo de diseño avanza y tanta más información esté disponible.
- Es imposible cubrir todas las condiciones de carga para el análisis del vehículo en condiciones de carretera, sin embargo, con el método utilizado, es posible obtener un modelo inicial que proporciona la base o punto de partida en el diseño conceptual del sub-chasis.
- El mismo modelo de elementos finitos puede ser usado para realizar un análisis de fatiga del sub-chasis si se dispone de la información adecuada en cuanto a la repetición de las cargas que generen esfuerzos por encima del límite de endurecimiento del material. Incluso el mismo modelo puede ser usado para analizar las respuestas en cuanto a vibración.
- La manufacturabilidad es un aspecto muy importante que se debe tener en mente al establecer los parámetros iniciales de diseño. Establecer el dominio de diseño como una pieza sólida grande, derivó de la decisión de proponer un sub-chasis con miembros sólidos como barras, placas y piezas fundidas.
- Este proyecto ha sido desarrollado con mucho “trabajo de manual”, sin experiencia previa en el programa comercial utilizado. El resultado de esto es que se ha consumido mucho tiempo en prueba y error. Sin embargo los desarrolladores de automóviles han comprobado que el método ha logrado una reducción muy importante de recursos y tiempo.

- Se ha comprobado que la metodología adoptada para el diseño del sub-chasis por medio de la optimización topológica ha sido efectiva. Es capaz de esbozar un diseño inicial para el sub-chasis simplemente iniciando de un espacio de diseño grande. Debe considerarse que la fase de configuración del problema debe ser direccionada cuidadosamente ya que el resultado de la optimización puede ser afectado significativamente por la elección de la función objetivo y restricciones.
- La optimización topológica debe realizarse en etapas muy tempranas de diseño donde grandes decisiones deben hacerse, en donde el diseño conceptual y las trayectorias de carga son más valorados que un diseño detallado. Es mejor utilizar la optimización topológica en fases iniciales de diseño donde no existe mucho conocimiento de la estructura y la libertad de diseño es alta.
- La implementación del proceso de optimización en etapas iniciales del diseño, permite obtener diseños conceptuales novedosos y eficientes.
- Los algoritmos de optimización han transformado la velocidad en que un diseño conceptual puede ser generado en el proceso de diseño.
- Obtener un diseño óptimo que cumpla con los requisitos reales que se le exige, implica casi ineludiblemente la construcción, desarrollo y evaluación de varios problemas de diseño a modo de prueba, en los cuales se analiza, entre otras cosas, cuán acertada han sido las decisiones de los límites a imponer a las restricciones y variables. El modelo óptimo es entonces resultado de una optimización exitosa tras varios procesos desechados o intermedios.
- La formulación de la optimización estructural topológica basada en la densidad de los elementos es adecuado para problemas a gran escala para determinar la distribución de componentes estructurales.

Bibliografía

- Altair Engineering, Inc. (2011). *Practical Aspects of Finite Element Simulation-A student guide*.
- Altair Product Design. (2011). *Evolutionary Design in Chassis Technology*. U.K. England.
- ASME. (2010). *II Part B Nonferrous Material specifications (An International Code)*. USA.
- Bendose, M. P. (1992). *Topology Design of Structures*. Sesimbra, Portugal: Kluwer Academic.
- Bendose, M. P. (1995). *Optimization of Structural Topology, Shape and Material*. Berlin, Alemania: Springer-Verlag.
- Brecht, V. H., & Saphir, F. (2012). *Development Of A Lightweight Tubular Space Frame Of A Solar Powered Vehicle Using 2D Topology Optimization*. Belgica: Group T Leuven Engineering College.
- Brown, J. C., Robertson, A. J., & Serpento, S. T. (2002). *Motor vehicles structures: Concepts and fundamentals*. Warrendale, PA SAE Internacional.
- Cavazzuti, M., Costi, D., Baldini, A., & Moruzzi, P. (2011). *Automotive Chassis Topology Optimization*. London, U.K.: Proceedings of the World Congress on Engineering.
- D.Costi, Torricelli, E., Splendi, L., & Pettazzini, M. (2011). *Optimization Methodology for an Automotive Hood Substructure (Inner Panel)*. London U.K.: Proceedings of the World Congress on Engineering.
- Eschenauer, H., & Olhoff, N. (1996). *Applied Structural Mechanics*. Springer.
- Farrahi, G. H., & Khalaj, A. (2006). *Estimation Of Fatigue Damage Caused By Actual Roads And Maneuvers On Proving Grounds*. Tehran, Iran: Journal Of Achievements In Materials And Manufacturing Engineering.
- Fernandez, D. M. (2011). *Tesis Simulación virtual de una suspensión McPherson en un entorno VRML*. Madrid, Espa: Universidad Carlos III.
- Firl, M. (2010). *Thesis: Optimal Shape Design of Shell Structures*. München, Alemania: Technischen Universität München.
- George Washington University & National Highway Traffic Safety Administration. (1992). *National Crash Analysis Center*. Retrieved Noviembre 2013, from <http://www.ncac.gwu.edu/>
- Gómez, N. R. (2009). *Carrocerías Avanzadas: Nuevos Materiales y Métodos de Fabricación de Automóviles*. CESVIMAP, 16.
- Grujicic, M., Arakere, G., & Al, V. S. (2006). *Multi-disciplinary Design Optimization of a Composite Car Door for Structural Performance*. Clemson, USA: International Center for Automotive Research.

- Heissing, B., & Ersoy, M. (2011). *Chassis Handbook Fundamentals, Driving Dynamics, Components, Mechatronics, Perspectives*. Meting Ersoy.
- izquierdo, P. L. (2005). Aceros Especiales. *CESVIMAP*, 15.
- Kikuchi, N. (1990). *Structural Optimization of a Linearly Elastic Structure Using the Homogenization Method*. Michigan, EUA: University of Michigan.
- Nicolás, M. V. (2006). *Optimización de Forma y Topológica con Malla Fija y Algoritmos Genéticos*. Caragena, España.
- Olason, A., & Tidman, D. (2010). *Methodology for Topology and Shape Optimization in the Design Process*. Göteborg, Suecia.
- Patel, N. M. (2007). *Crashworthiness Design Using Topology Optimization*. Indiana.
- Reimpell, J., Stoll, H., & W. Betzler, J. (2001). *The Automotive Chassis: Engineering Principles*. Butterworth-Heinemann.
- Reimpell, J., Stoll, H., & Betzler, J. W. (2001). *The Automotive Chassis: Engineering Principles*. Butterworth-Heinemann.
- Rozvany, G. (2001). *Topology Optimization in Structural Mechanics*. Springer Verlag.
- Sigmund, O. (2004). *Topology Optimization Theory, Methods and Applications*. Berlin, Germany: Springer Verlag.
- Solín, P. (2006). *Partial Differential Equations and the Finite Element Method*. New Jersey: Jhon Wiley & Sons.
- The aluminium Automotive Manual. (2011). *applications-Chassis & suspension-Subframes*. European Aluminium Association.
- Wight, B. (2011). *Topology Optimization of Racecar Suspension Uprights*. Orlando, Florida.
- Wong, J. Y. (1993). *Theory Of Ground Vehicles*. John Wiley & Sons.
- Xie, Y. M., & Steven, G. (1997). *Evolutionary Structural Optimisation*. London: Springer-Verlag.
- Zengen, K.-H. V. (2008). *Project Manager Aluminium Chassis*. Benteler Automotive.
- Zhang, Y., Tang, A., & Hazard, T. P. (1999). *Vehicle Design*.
- Zienkiewicz, O. C., & Taylor, R. (1994). *El Método de los Elementos Finitos-Formulación básica y problemas lineales*. Barcelona, España: Mc Graw Hill.