



**UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO**  
**PROGRAMA DE MAESTRÍA Y DOCTORADO EN INGENIERÍA**  
**INGENIERÍA MECÁNICA – DISEÑO MECÁNICO**

**VERIFICACIÓN CONCEPTUAL PARA DETERMINAR LA VIABILIDAD DE UN  
TURBOCOMPRESOR EN REFRIGERACIÓN DOMÉSTICA**

**TESIS**  
**QUE PARA OPTAR POR EL GRADO DE:**  
**MAESTRO EN INGENIERÍA**

**PRESENTA:**  
**JORGE ALBERTO DÍAZ HERMOSILLO**

**TUTOR PRINCIPAL**  
**ALEJANDRO C. RAMÍREZ REIVICH, FACULTAD DE INGENIERÍA**

**MÉXICO, D. F. ENERO 2015**

**JURADO ASIGNADO:**

Presidente: DR. MARCELO LÓPEZ PARRA  
Secretario: DR. BORJA RAMÍREZ VICENTE  
Vocal: DR. RAMÍREZ REIVICH ALEJANDRO C.  
1 er. Suplente: DR. CUENCA JIMÉNEZ FRANCISCO  
2 do. Suplente: DR. ESPINOSA BAUTISTA ADRIÁN

CIUDAD UNIVERSITARIA, MÉXICO D.F.

**TUTOR DE TESIS:**

ALEJANDRO C. RAMÍREZ REIVICH

-----  
**FIRMA**

**Tabla de contenido:**

<u>Objetivo</u>	1
<u>Introducción</u>	1
<u>I Definiciones de parámetros del compresor</u>	11
1.1) Definiciones de presiones	11
1.2) Definiciones de eficiencia	11
1.2.1 Eficiencia adiabática	12
1.2.2 Eficiencia politrópica	13
1.3) Número de Reynolds	16
1.4) Número de Mach y número de Laval	16
<u>II Similitud</u>	18
2.1 Condiciones de necesidad y suficiencia	18
2.2 Parámetros de similitud para turbomáquinas	19
2.3 Bombas y compresores dinámicos	23
2.4 Máquinas de desplazamiento positivo	23
2.5 Diagramas $n_s d_s$	24
2.5.1 Comparación con datos experimentales	27
2.5.2 Restricciones de los diagramas	29
2.5.2.1 Esfuerzos	29
2.5.2.2 Efectos de compresibilidad	31
2.5.2.3 Parámetros geométricos limitantes	32
2.5.2.4 Efectos del número de Reynolds y de la rugosidad	35
2.5.2.5 Efectos de instalación	38
<u>III Consideraciones fluido-dinámicas detalladas en un turbocompresor</u>	39
3.1 Carga de Euler	39
3.2 Pérdidas por fricción del flujo (operación en el punto de diseño)	40
3.2.1 Argumentos de capa límite	41
3.2.2 Pérdidas en el perfil	48
3.2.2.1 Cascadas axiales	48
3.2.3 Pérdidas en las paredes para cascadas axiales	59
3.2.4 Pérdidas por operación fuera del punto de diseño	61
3.2.5 Pérdidas por holguras y fugas	62
3.2.6 Pérdidas por ventilación ( <i>windage losses</i> )	63
3.3 Desviación del flujo	64
3.4 Desempeño del difusor	66
3.5 Formación de núcleo en flujos rotacionales	75
<u>IV Técnicas de análisis para turbocompresores</u>	77
4.1 Análisis basado en argumentos de cascada	78
4.2 Análisis basado en argumentos de canal	

<u>V) Estudio detallado de compresor axial</u>	84
5.1 Cascadas bidimensionales	84
5.1.1 Nomenclatura de cascadas	84
5.1.2 Fuerzas en una cascada axial	84
5.1.3 Pérdidas de energía	86
5.1.4 Sustentación y arrastre	87
5.1.5 Eficiencia de una cascada	89
5.1.6 Desempeño de cascadas bidimensionales	90
5.1.7 El túnel de viento de cascada	90
5.1.8 Desempeño de cascada bidimensional de compresión	92
5.1.9 Correlaciones de cascada de compresión	92
5.2 Teoría básica de compresores de flujo axial	95
5.2.1 Termodinámica de una etapa de compresión axial	95
5.2.2 Reacción	98
5.2.3 Elección de reacción	98
5.2.4 Factor de carga de etapa	99
5.2.5 Incremento de presión en una etapa	100
5.2.6 Relación de presiones para un compresor multi-etapa	101
5.2.7 Estimación de la eficiencia de una etapa de compresión axial	102
5.2.8 Fenómenos de <i>stall</i> y <i>surge</i> en compresores	104
5.2.9 Teoría de elemento de pala	105
5.3 Modelos de flujos tridimensionales en compresores axiales	107
5.3.1 Modelo de equilibrio radial	107
5.3.2 El problema indirecto	109
5.3.2.1 Modelo de flujo de vórtice libre	109
5.3.2.2 Modelo de flujo de vórtice forzado	111
5.3.2.3 Distribución general de remolino	112
5.3.3 El problema directo	113
5.3.4 Modelo del disco actuador	114
5.3.5 Efectos de interacción entre filas de álabes	116
5.3.6 Métodos asistidos por computadora para resolver el problema del flujo a través de una máquina axial.	118
5.4 Consideraciones de diseño de un compresor axial	119
5.4.1 Vórtice libre	119
5.4.1.1 Efectos de holgura	119
5.4.1.2 Efectos del número de álabes y relación <i>hub-tip</i>	124
5.4.1.3 Efecto de un difusor corriente abajo	126
5.4.2 Vórtice forzado	126
5.4.3 Etapas multicascada	128
5.4.3.2 Comparación entre desempeño calculado y datos experimentales	131
5.4.4 Máxima relación de presiones obtenible en una cascada axial y <i>choking</i>	132
5.4.4.1 Variaciones para compresores transónicos y supersónicos	135
5.5 Característica de desempeño para bombas	136
5.6 Característica de desempeño para compresores	138

<u>VI Estudio detallado de compresor centrífugo</u>	140
6.1 Cascadas radiales	140
6.1.1 Deslizamiento en cascadas radiales	145
6.2 Compresores radiales	148
6.2.1 Efectos de estratificación de flujo	149
6.2.2 Trayectoria de flujo con balance de presión para rotores de flujo mixto	152
6.2.3 Pérdidas por recirculación	153
6.2.4 Eficiencia del rotor	153
6.2.5 Difusor sin veletas	154
6.2.6 Difusor con veletas	154
6.2.7 Potencial de eficiencia para compresores y bombas	156
6.2.8 Límite de velocidad específica para rotores de flujo mixto	159
6.2.9 Limitaciones de velocidad específica para rotores bidimensionales	161
6.2.10 Relación de presiones máxima obtenible	161
<u>VII Análisis</u>	163
7.1 Ubicación en el diagrama compresor mabe-Sanyo C-BZN100L2G	163
7.2 Análisis de viabilidad y predicción de desempeño de la primera etapa de micro turbocompresores axiales	169
7.2.1 Análisis básico	169
7.2.2 Evaluación	173
7.3 Análisis de viabilidad y predicción de desempeño de la primera etapa de micro turbocompresores centrífugos	178
7.3.1 Análisis básico	178
7.3.2 Evaluación	184
7.3.3 Correcciones	186
7.3.4. Esfuerzos máximos permisibles	189
7.4 Análisis de viabilidad y evaluación rápida en condiciones de refrigeración doméstica	190
<u>VIII Conclusiones</u>	193
Referencias	194

## Objetivo

Investigar cómo se puede determinar teóricamente la viabilidad del uso de micro turbocompresores en refrigeración doméstica y saber cómo se puede predecir su desempeño como alternativa a los compresores recíprocos.

## Introducción

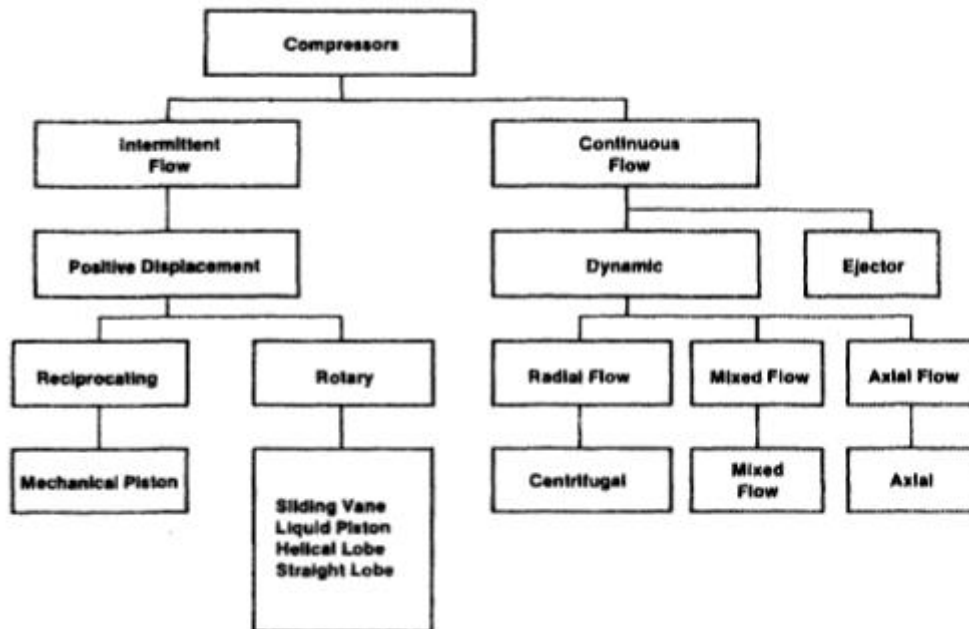
### 1) Motivación

Se desean explorar alternativas a la compresión en refrigeración doméstica porque:

- Se desea ahorrar energía en un ciclo de refrigeración doméstica actual que utiliza compresor recíproco.
- Se desea reducir el volumen que ocupa el compresor para poder tener más espacio disponible para alimentos.

### 2) Alternativas principales, principios de funcionamiento

Básicamente hay cuatro familias de compresión mecánica: recíprocos, rotativos, axiales y centrífugos.



Esquema de tipos de compresores [3]

**El compresor recíprocante** es probablemente el mejor conocido y el más ampliamente usado. Consiste en un arreglo mecánico en el que un movimiento recíprocante es transmitido a un pistón que se mueve libremente a lo largo de un cilindro. El desplazamiento del pistón junto con las válvulas de entrada y salida, causa que una cantidad de gas entre al cilindro, donde es comprimido y posteriormente descargado. La acción de la válvula de descarga evita que el gas comprimido regrese al compresor durante el siguiente ciclo de carga.

**Los compresores rotativos** también pertenecen al conjunto de compresores de desplazamiento positivo. Existen numerosas configuraciones; los compresores de lóbulo recto, lóbulo helicoidal, paletas deslizantes, pistón líquido y lóbulo espiral pertenecen a esta familia. Sus características comunes: 1) Imparten energía al gas por medio de trabajo de eje que mueve uno o varios elementos rotativos; 2) comprimen el gas de modo intermitente; 3) no usan válvulas de entrada ni de descarga.

**El compresor centrífugo** es ampliamente usado en la industria, probablemente el segundo, sólo después del recíprocante. Consiste en un impulsor que tiene álabes radiales o curvados y envolventes delantero y trasero. El envolvente delantero puede girar opcionalmente dependiendo del diseño específico. Cuando el impulsor gira, el gas se mueve entre los álabes que rotan y es conducido radialmente hacia su descarga, en una sección estacionaria llamada difusor. Entre más radiales los álabes (menor curvatura), se obtiene una menor proporción de cambio de presión en el impulsor respecto al cambio de presión que ocurre en el difusor. Los compresores centrífugos habitualmente son construidos en una configuración multi-etapa, en la que múltiples impulsores son instalados en un marco fijo y operan en serie.

**El compresor axial** está caracterizado por la dirección axial del flujo que atraviesa la máquina. Típicamente el rotor consiste en múltiples filas de álabes sin envolvente. Antes y después de cada fila de álabes móviles hay una fila de álabes fijos (estator). Una fila móvil y una subsecuente fila fija de álabes constituyen una etapa. Aunque más costosos, son más pequeños y eficientes que los centrífugos cuando se comparan a una tasa de flujo equivalente. Como comparación general, les toma el doble de etapas que los centrífugos desarrollar la misma relación de presiones. Debido a su alta eficiencia, algunos expertos creen que ya no queda lugar para mejoras en este tipo de compresor.

### **3) Línea cronológica y tabla comparativa**

Después de una revisión entre las cuatro familias de compresores, se realizó un resumen de la evolución cronológica de los compresores de flujo intermitente y de los turbocompresores. También se realizó una tabla de comparación que sintetiza ventajas, desventajas, regiones de pérdida y aplicaciones comunes para cada familia. Éstas se presentan a continuación.

<b>EVOLUCIÓN DE COMPRESORES DE FLUJO INTERMITENTE</b>		
1870	(HL) En 1878 se inventa en Alemania una forma de compresor con rotor helicoidal	
1880		
1890		
1900	(Rec) En 1904, Atlas Copco introduce el compresor de pistón.	
1910		
1930	(HL) En 1930 se inventa el compresor de lóbulo helicoidal por Alf Lysholm como parte del desarrollo de una turbina de gas en Svenska Rotor Maskiner. El perfil creado atrapaba el gas y después lo sobre comprimía antes de ser liberado, ocasionando baja eficiencia y altos niveles de ruido.	20 a 30 psig
1940	(HL) A finales de los 1940s Hans Nilson, ingeniero en jefe de SRM realizó numerosas contribuciones al crecimiento técnico y comercial del compresor helicoidal.	
1950	<p>(HL) En 1952 Hans Nilson inventa el perfil circular para el compresor helicoidal. Usaba 4 lóbulos machos y 6 lóbulos hembra. El diseño eliminó el problema de la sobre compresión por la trampa de gas permitiendo un ángulo de hélice más pronunciado. El resultado: mayores relaciones de presión y mejores eficiencias.</p> <p>(HL) El siguiente evento significativo fue la aplicación de la máquina cortadora de rotores Holroyd para su producción. Antes de esto la producción era lenta y costosa.</p> <p>(HL) La válvula de deslizamiento fue inventada a principios de los 1950s dándole al compresor de SRM una nueva dimensión dándole medios para el control de flujo. El control de capacidad había sido un factor limitante para ciertas aplicaciones. Esta válvula fue ampliamente usada con la llegada de los compresores lubricados con aceite.</p> <p>(HL) En 1954 llega la patente del compresor lubricado con aceite probando ser de 8 a 10% más eficiente que el compresor seco con engranajes de distribución. El funcionamiento a bajas velocidades fue mejorado permitiendo el uso directo de motores sin necesidad de engranajes de distribución.</p> <p>(HL) En 1957 fue introducida la primera aplicación comercial para compresión de aire.</p> <p>(HL) En 1957 Lars Schibbye ingeniero en jefe de SRM inventó el perfil asimétrico del rotor, que reduce el área de fuga y sella longitudinalmente incrementando la eficiencia.</p> <p>(Rec) Los compresores recíprocos declinaron su popularidad de finales de los 1950s a inicios de los 1970s debido a altos costos de mantenimiento y baja capacidad.</p>	
1960	<p>(HL) La válvula de deslizamiento es introducida para los compresores lubricados en los 1960s y originalmente fueron usadas en el servicio de refrigeración. Más recientemente fueron utilizadas en servicio de compresión de gas.</p> <p>(HL) Se introduce comercialmente el perfil asimétrico del rotor.</p>	
1970	Recientes crecimientos en costo energético y el advenimiento de nuevas plantas de procesos le han dado al compresor recíproco mayor eficiencia aunque a costa de la capacidad	

Línea cronológica de evolución de compresores de flujo intermitente, datos tomados de Brown [3].

Rec: Recíprocos, HL: Lóbulo helicoidal



	<b>EVOLUCIÓN DE TURBOCOMPRESORES</b>	
1850	(Ax) Los conceptos básicos de un compresor axial multietapa son inicialmente presentados a la French Academie des Sciences en 1853 por Tournaire	
1880	(Ax) Experimentación con turbina de reacción multietapa operando en reversa por Parsons en 1885. El desarrollo del compresor axial se estancó posteriormente por la ignorancia de los principios fluido-dinámicos subyacentes.  (Ax) En 1887 Parsons obtiene la patente del compresor axial.	Eficiencias menores al 40%
1900	(Ax) Parsons obtiene eficiencias mayores mejorando los perfiles de las propelas.  (Ax) Se abandona el compresor axial a favor de los centrífugos con eficiencias del 70 a 80%	Eficiencias en torno al 55%
1910	(Ax) La primera guerra mundial y el interés en la aviación le dieron un ímpetu renovado a la investigación del compresor axial.	
1920	(Ax) Griffith desarrolla los principios básicos de la teoría aerodinámica.  (Ax) El compresor axial comenzó a dar servicio comercial en ventiladores, aire acondicionado y ventiladores generadores de vapor.	
1930	(Cen) En los principios de los 1930s la principal aplicación estuvo en la industria del acero, donde fue utilizada para conducir aire en procesos de oxidación para altos hornos.  (Cen) Los centrífugos remplazaron a las máquinas sopladoras de compresión recíprocante usadas en esa época.  (Cen) Fueron utilizados en el proceso de conversión de carbón a coque.  (Cen) En los tardíos 1930's se crearon pequeños centrífugos en los inicios del aire acondicionado para cines, tiendas, edificios, etc. Las ventajas ganadas fueron la reducción en tamaño y la ausencia de fuerzas de sacudimiento.  (Ax) En el comienzo de los 1930s los compresores axiales comenzaron a recibir atención para su aplicación en supercargadores para máquinas recíprocantes con el fin de mejorar la potencia de salida y mejorar el desempeño de vuelos en gran altitud.  (Ax) En 1936 la Royal Aircraft Establishment en Inglaterra comenzó el desarrollo de compresores axiales para propulsión de jets.  (Ax) A mediados de los 30s se comenzaron a instalar compresores axiales en varias plantas de procesos.	
1940	(Ax) Una serie de compresores axiales de alto desempeño fue desarrollada en Inglaterra e investigaciones similares eran hechas en Alemania.  (Ax) El trabajo de Griffith y su equipo permite llegar a la conclusión de que eficiencias de al menos 90% pueden ser alcanzadas para etapas pequeñas.	
1950	(Cen) El crecimiento del tamaño de las plantas y el bajo costo energético llevaron al compresor axial a su auge en los 1950's  (Cen) Fueron hechas mejoras en confiabilidad, desempeño y eficiencia.  (Ax) La tecnología de aviación penetró a la industria de los compresores cuando muchos de los reportes de la NACA fueron desclasificados.	

1960	(Cen) A mediados de los 60s la necesidad de helicópteros militares avanzados impulsados por pequeñas turbinas de gas dio lugar al rápido desarrollo del compresor centrífugo	
1970	<p>(Cen) Con el aumento en el costo energético las mejoras en eficiencia ocuparon la máxima prioridad en el desarrollo de fundamentos teóricos. Antes los esfuerzos se enfocaban en la confiabilidad (una meta razonablemente alcanzada).</p> <p>(Ax) A partir de los 70s un cambio significativo y especial ocurrió. Se introdujeron los álabes de baja relación de aspecto, obteniendo una alta eficiencia para altas cargas y amplio rango.</p> <p>(Ax) en 1972 Mellor &amp; Balsa ofrecen modelos matemáticos para la predicción de el desempeño de compresores axiales.</p> <p>(Ax) Varios países trabajan en la predicción de capas límite anulares en turbomáquinas y sus efectos en el desempeño.</p>	<p><math>\eta_{ts}=80-84, rp=4-6</math></p> <p><math>\eta_{tt}=76.5, rp=6.5</math></p> <p><math>rp =12.1, 5</math> etapas, <math>\eta=81.9\%</math> <math>\eta_{max}=90.9\%</math></p>
1980	(Mix) Wiggins(1986) describe el "Axi-fuge", un diseño de flujo mixto. Mantiene la eficiencia y rp de un axial pero la simplicidad estructural y compacidad de un centrífugo.	$rp=6.5,$ $\eta_{isund}=84\%$
1990	(Cen) Palmer & Waterman (Dieron detalles de un compresor centrífugo avanzado de dos etapas usado en el motor de un helicóptero)	$rp=14,$ $\eta_{tt}=80\%,$ $3.3kg/s$

Línea cronológica de evolución de turbocompresores, datos tomados de Brown [3].

Cen: Centrífugo, Ax: Axial, Mix: Flujo mixto

Tabla comparativa entre familias de compresión

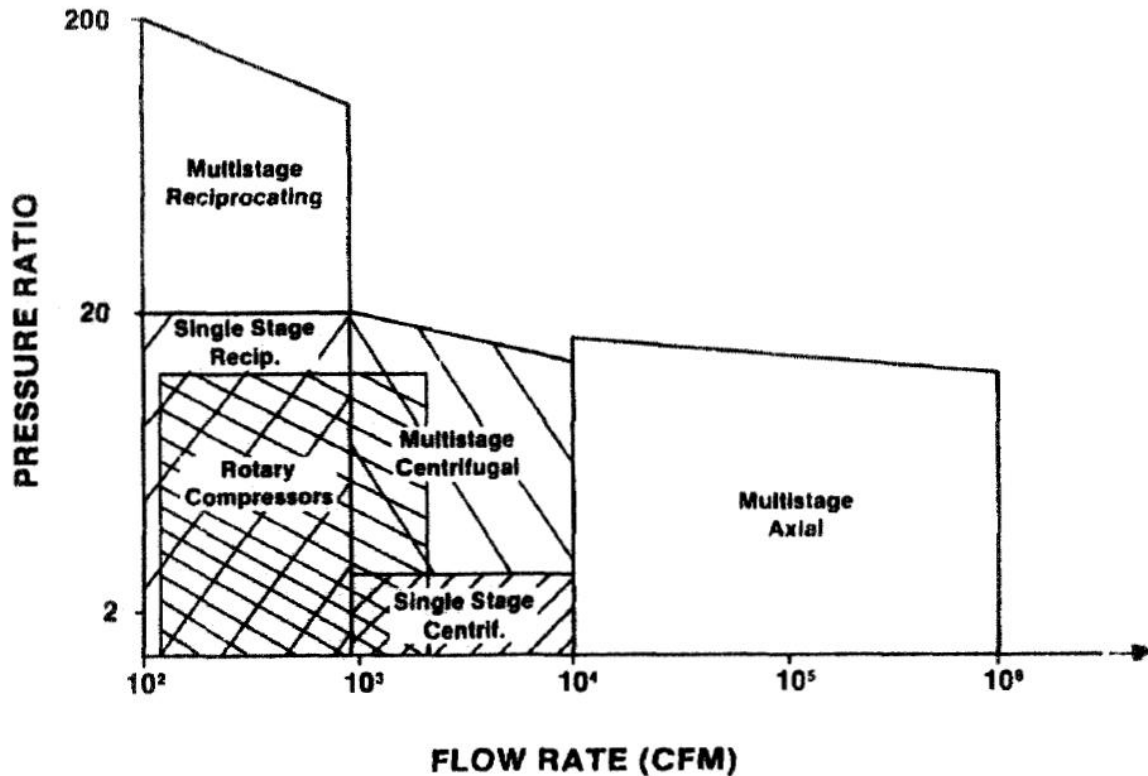
FAMILIA	VENTAJAS	DESVENTAJAS	Regiones de pérdida	Aplicaciones comunes
Reciprocantes	<p>Posibilidad de múltiples gases en diferentes cilindros</p> <p>Formas múltiples de conexión con actuadores</p>	<p>Necesitan camisas de enfriamiento.</p> <p>Se generan fuerzas de sacudimiento</p> <p>Masivas carcasas para evitar sacudimiento</p> <p>Capacidad fija (Baja comparada con otras familias)</p> <p>Altos costos de mantenimiento (comparados con centrífugos)</p>	<p>Válvulas (La más importante)</p> <p>Deslizamientos anulares</p> <p>Fugas</p>	<p>Plantas de procesos</p> <p>Servicios de refrigeración y aire</p>
Lubricados	Alta eficiencia	Alto mantenimiento		
No lubricados	Bajo mantenimiento	Baja eficiencia		
Rotativos	<p>No válvulas</p> <p>Más ligero que el reciprocante</p> <p>No exhibe las sacudidas y vibraciones que el reciprocante</p>	Ver particularidades de cada subfamilia.	<p>En los “secos” las pérdidas se deben principalmente a fugas del gas.</p> <p>En los “lubricados” las pérdidas se deben principalmente al bombeo y deslizamiento del lubricante.</p>	<p>Cubren el área entre los reciprocantes y los centrífugos aunque bien cruzan el límite y se sitúan en la región de los centrífugos.</p> <p>Los más pequeños están siendo considerados para servicio de aire acondicionado.</p> <p>Los de tipo “seco” se detienen en los 50 [cfm]</p>
Rotativo de lóbulo	Más simples que los no lubricados	Existen pérdidas de energía debidas al	Bombeo y deslizamiento	El límite del lubricado es de

<p>helicoidal (Flooded SMR)</p>	<p>por la eliminación de los engranajes de distribución (timing gears)</p> <p>El aceite funciona como sello en los espacios internos</p> <p>Mayor eficiencia volumétrica a velocidades más bajas (que los no lubricados)</p> <p>Conexión directa con actuadores sin necesidad de engranajes de distribución (que incrementan la velocidad angular). Eliminación de <i>Timing Gears</i>.</p> <p>Se pueden alcanzar relaciones de presión más altas (que los no lubricados) por el efecto enfriador del aceite inyectado.</p> <p>Son posibles rp de 20 a 1.</p> <p>El aceite disminuye pulsos internos ayudando a la supresión de ruido</p> <p>Se alcanzan relaciones de presión altas sin importar el peso molecular (no así por ejemplo en un centrífugo).</p>	<p>bombeo y deslizamiento de aceite. (Aunque existe una velocidad de operación óptima que minimiza estas pérdidas).</p>	<p>del lubricante.</p>	<p>7000 [cfm]</p> <p>La mayoría de las aplicaciones está en el aire acondicionado y la refrigeración</p> <p>Fácilmente extensible a procesos de servicio de gas.</p>
<p>Lóbulo recto (Blowers o máquinas de</p>	<p>Simplicidad. Compacidad.</p>	<p>Fugas internas dependientes de la rp, peso molecular</p>	<p>Las pérdidas se deben al deslizamiento</p>	<p>Servicio de vacío y de presión</p>

baja presión)		y material.  Deflexión de lóbulos para altas rpm o para lóbulos largos. (Esto se evita incrementando el número de lóbulos por rotor. (El límite práctico es 10 psi para 3000 cfm, 12 psi para más pequeños)	interno del fluido de trabajo (sobre todo para pesos moleculares bajos).	Compresión a bajas rp
Paletas deslizantes (Sliding-Vane)	Simplicidad.  Compacidad.  Menor peso (que reciprocante).	Debe monitorearse el desgaste que provocan las paletas en el hueco interno del rotor.  Necesitan camisas de enfriamiento. La eficiencia es pobre.	Las pérdidas se deben a fugas internas (sobre todo para pesos moleculares bajos).	Recolección de gas y aceleración de gas en competencia directa con el reciprocante.  Máquina extractora de vapor.
Centrífugo	Alta eficiencia  Mayor relación capacidad/peso (Que reciprocantes)  Simplicidad  No exhibe sacudidas por lo que no necesita un soporte masivo  Relaciones de presión de 3 y mayores pueden alcanzarse en una sólo etapa  Mantienen una alta eficiencia incluso a flujos bajos (Al contrario que los axiales)	Su desempeño es sensible al peso molecular del gas  Regiones de agitación (Surge). Al inicio de su operación opera cerca de dicha región.  Regiones de atascamiento (Choke)	Superficies de los álabes  Fricción superficial en las paredes anulares	Aire acondicionado a gran escala  Ventiladores  Turbocargadores  Propulsión en aviación  Plantas de procesos  Plantas de refrigeración y bombas de calor

	Requiere la mitad de etapas que uno axial para la misma $rp$			
Axial	<p>Es tan eficiente que muchos investigadores consideran que ya no hay lugar para mejoras.</p> <p>Trabaja con la tasa de flujo más alta pudiendo resultar ventajoso para la transferencia de calor en refrigeración.</p> <p>Al inicio del funcionamiento el compresor axial opera lejos de la región de agitación (surge) al contrario que el centrífugo</p>	<p>Más costoso que el centrífugo</p> <p>A muy bajas tasas de flujo la eficiencia cae pronunciadamente</p> <p>Le lleva aproximadamente el doble de etapas que al centrífugo llegar a cierta <math>rp</math></p> <p>Son muy sensibles a la suciedad, incluso el aire atmosférico es muy sucio</p>	<p>Superficies de los álabes</p> <p>Fricción superficial en las paredes anulares</p>	<p>Propulsión en aviación</p> <p>Ventiladores</p> <p>Aire acondicionado</p> <p>Generadores de vapor</p> <p>Supercargadores</p> <p>Plantas de procesos</p>

Tabla comparativa a partir de datos de Brown [3].



Regiones de operación de las familias de compresión mecánica [3].

#### 4) Ventajas aparentes de turbocompresores

Después de la comparación realizada, resultan atractivos los turbocompresores por su alta eficiencia, por su alta relación capacidad / peso y porque no necesitan de masivas carcasas para evitar sacudimiento. Las características anteriores podrían permitir cumplir con las necesidades de ahorro energético y reducción de volumen ocupado. Así que surge la siguiente necesidad:

#### 5) Necesidad

Determinar la viabilidad y predecir el desempeño de un turbocompresor como alternativa a los compresores recíprocos que se utilizan en refrigeración doméstica. De la necesidad anterior surge el planteamiento del objetivo de esta tesis.

## Metodología

La metodología de investigación adoptada se basa en:

- 1) Reconocimiento de parámetros gobernantes; los parámetros pueden ser mecanismos físicos gobernantes, relaciones críticas entre algunas características, analogías, etc.
- 2) La clave de un buen diseño es un suficiente entendimiento de los mecanismos físicos subyacentes.

## I Definiciones

### 1.1 Definiciones de presiones

Si se considera el movimiento de una partícula de fluido en un campo de flujo estacionario, a partir de la conservación del momentum lineal en regiones del flujo donde las fuerzas netas de fricción son despreciables, se puede demostrar que la suma de la energía de flujo, la cinética y la potencial de una partícula de fluido a lo largo de una línea de corriente es constante [6].

$$\frac{P}{\rho} + \frac{V^2}{2} + gz = \text{constante} \quad (1.1)$$

Suponiendo que a lo largo de un segmento diferencial  $ds$  de la línea de corriente la densidad no varía apreciablemente se obtiene la ecuación de Bernoulli (flujo estacionario e incompresible).

$$\int \frac{dP}{\rho} + \frac{V^2}{2} + gz = \text{constante} \quad (1.2)$$

Si multiplicamos cada término de esta ecuación por la densidad  $\rho$  obtenemos:

$$P + \frac{V^2}{2} + \rho gz = \text{constante} \quad (1.3)$$

Cada uno de estos términos representa una presión [6].

- 1)  $P$  es la **presión estática** no incorpora efectos dinámicos; representa la presión termodinámica real del fluido. Es la misma que se usa en las tablas de propiedades termodinámicas.
- 2)  $\frac{V^2}{2}$  es la **presión dinámica**, representa el aumento en la presión cuando el fluido en movimiento se detiene de manera isentrópica.
- 3)  $\rho gz$  es la **presión hidrostática**; explica los efectos del peso de fluido sobre la presión.

La suma de estas la presión estática, dinámica e hidrostática se llama **presión total**. Y la ecuación de Bernoulli en esta forma, expresa que la presión total a lo largo de una línea de corriente es constante. La suma de la presión estática y dinámica se llama **presión de estancamiento** y se expresa como:

$$P_{est} = P + \frac{V^2}{2} \quad (1.4)$$



## 1.2 Definiciones de eficiencia

En la terminología de las bombas (ya sean dinámicas o de desplazamiento positivo), la potencia externa que se proporciona a la bomba se denomina **potencia al freno**, la cual se abrevia como *bhp* (por sus siglas en inglés: *brake horsepower*). En el caso representativo de una flecha rotatoria que suministra la potencia al freno [6]:

$$bhp = \dot{W}_{flecha} = \omega T_{flecha} \quad (1.15)$$

Se define la **eficiencia de la bomba** como la relación de la potencia útil y la potencia suministrada:

$$\eta_{bomba} = \frac{\dot{W}_{potencia\acute{u}til}}{\dot{W}_{potencia\ flecha}} \quad (1.6)$$

Por otra parte, la eficiencia de una turbomáquina se define usualmente como la razón entre la salida neta de la máquina a la entrada de la máquina. En los compresores, la salida neta puede ser descrita en términos de las presiones totales o en términos de la presión estática a la entrada y a la salida de la máquina [1]. La entrada también puede ser definida de diferentes formas. En algunas definiciones las pérdidas por rodamientos son <<cargadas>> a la potencia de entrada. Por lo anterior, es esencial una distinción cuidadosa de las diferentes posibles definiciones de eficiencia.

### 1.2.1 Eficiencia adiabática

Ya que las pérdidas por rodamientos siguen diferentes relaciones de similitud que las pérdidas que gobiernan la eficiencia interna de las turbomáquinas, es conveniente definir la potencia de entrada en los compresores sin tomar en cuenta las pérdidas por rodamientos. Con esta definición, el factor distintivo entre las diferentes eficiencias de las turbomáquinas es el punto de referencia de las presiones. Es costumbre para los compresores usar la presión total para las condiciones de entrada. Usualmente se hace una diferencia entre la presión total y presión estática para las condiciones de salida [1]. Entonces la **eficiencia estática** de un compresor refiere la carga producida a la presión total de entrada y a la presión estática de salida, mientras la **eficiencia total** refiere la carga a la presión total de entrada y a la presión total de salida. La diferencia entre ambas eficiencias es la energía cinética a la salida de la máquina [1]. Luego entonces, las turbomáquinas con grandes velocidades a la salida tienden a tener grandes diferencias entre eficiencia estática y eficiencia total.

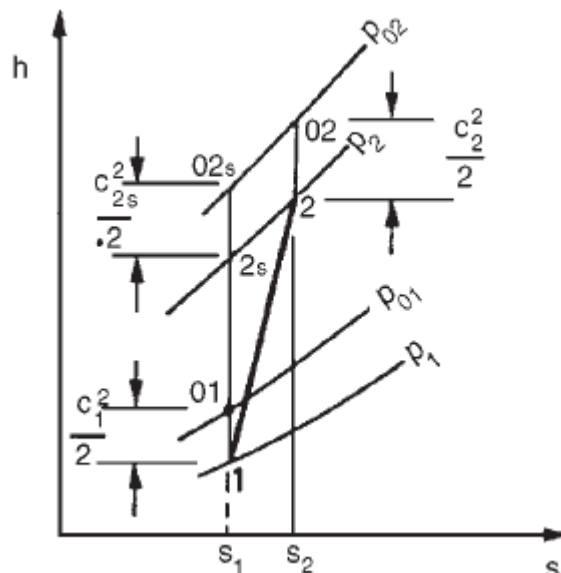


Figura 1.1 Diagrama entalpía-entropía para un proceso de compresión [2].

La **eficiencia isentrópica** de un compresor  $\eta_c$  se define en general como [2]:

$$\eta_c = \frac{\text{energía hidrodinámica útil de entrada al fluido por unidad de tiempo}}{\text{potencia de entrada al rotor}} \quad (1.7)$$

La potencia de entrada al rotor es siempre menor que la potencia provista al acoplamiento por pérdidas externas de energía por disipación. Entonces, la eficiencia general (*overall efficiency*) del compresor es [2]:

$$\eta_o = \frac{\text{energía hidrodinámica útil de entrada al fluido por unidad de tiempo}}{\text{potencia de entrada al acoplamiento del eje}} \quad (1.8)$$

Por lo tanto:

$$\eta_o = \eta_m \eta_c \quad (1.9)$$

Para un compresor adiabático la única eficiencia significativa es la eficiencia total también llamada eficiencia *total-a-total* que es [2]:

$$\eta_c = \frac{\text{mínimo trabajo de entrada por unidad de tiempo}}{\text{trabajo adiabático real de entrada al rotor por unidad de tiempo}} = \frac{h_{02s} - h_{01}}{h_{02} - h_{01}} \quad (1.10)$$

La eficiencia estática por otra parte se define como [2]:

$$\eta_{st} = \frac{h_{2s} - h_{01}}{h_{02} - h_{01}} \quad (1.11)$$

### 1.2.2 Eficiencia politrópica

La eficiencia isentrópica, aunque fundamental, puede ser engañosa si se utiliza para comparar compresores de diferentes relaciones de presión. Cualquier turbomáquina puede ser considerada como compuesta por un número grande de muy pequeñas etapas (independientemente de las etapas reales de la misma). Si cada pequeña etapa tiene la misma eficiencia, la eficiencia isentrópica de la máquina completa será distinta de la eficiencia de pequeña etapa, la diferencia dependerá de la relación de presiones de la máquina. Aunque quizá sorprendente, lo anteriormente dicho es resultado de un simple efecto termodinámico implícito en la expresión de eficiencia isentrópica y se pone en evidencia en el siguiente argumento [2]:

La figura 1.2 muestra un diagrama entalpía-entropía en el cual la compresión adiabática entre las presiones  $p_1$  y  $p_2$  se representa por el cambio de estado entre los puntos 1 y 2. El proceso reversible correspondiente es representado por la línea isentrópica 1 a 2s. Se asume que el proceso puede ser dividido en un gran número de pequeñas etapas de igual eficiencia  $\eta_p$ . Para cada pequeña etapa el trabajo real de entrada es  $\delta W$  y el correspondiente trabajo ideal en el proceso isentrópico es  $\delta W_{\min}$ . Con la notación de la figura 1.2:

$$\eta_p = \frac{\delta W_{\min}}{\delta W} = \frac{h_{xs} - h_1}{h_x - h_1} = \frac{h_{ys} - h_x}{h_y - h_x} = \dots$$

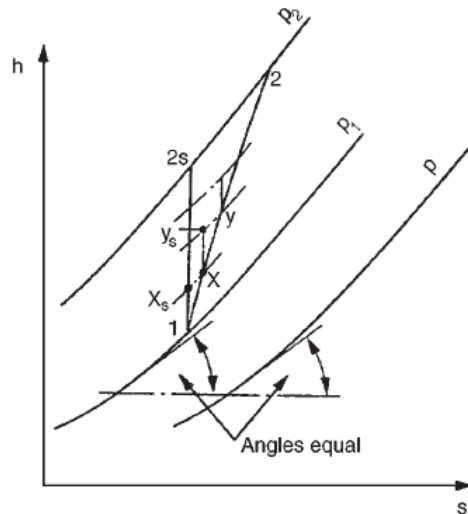


Figura 1.2 Proceso de compresión por pequeñas etapas [2].

De la relación para un proceso isobárico  $(\partial h / \partial s)_{p1} = T$  se observa que entre más grande sea la temperatura del fluido, más grande será la pendiente de las líneas de presión constante en el diagrama de Mollier. Para un gas donde  $h$  es una función de  $T$ , las isobaras divergen y la pendiente de la línea  $p_2$  es más pronunciada que la pendiente de la línea  $p_1$  para el mismo valor de entropía. Para los mismos valores de  $T$ , las líneas de presión constante tienen la misma pendiente,  $Tds = dh - vdp$  como se indica en la figura 1.2.

Ya que:

$$\sum \delta W = \{(h_x - h_1) + (h_y - h_x) + \dots\} = (h_2 - h_1),$$

Luego

$$\eta_p = \{(h_{xs} - h_1) + (h_{ys} - h_x) + \dots\} / (h_2 - h_1).$$

La eficiencia adiabática de la compresión completa es:

$$\eta_c = (h_{2s} - h_1) / (h_2 - h_1).$$

Debido a la divergencia de las líneas de presión constante:

$$\{(h_{xs} - h_1) + (h_{ys} - h_x) + \dots\} > (h_{2s} - h_1)$$

i.e.

$$\sum \delta W_{\min} = W_{\min}$$

Por lo tanto:

$$\eta_p > \eta_c$$

Aunque la discusión anterior está en términos de estados estáticos, su validez se conserva para estados de estancamiento siempre y cuando la energía cinética para las entradas y salidas para ambos casos sean iguales. (Nota: Durante el proceso de desaceleración adiabática reversible hasta velocidad igual a cero, la energía cinética del fluido se convierte en entalpía, lo cual resulta en un incremento en la temperatura y presión del fluido ya que para una sustancia simple compresible se sabe que:  $dh = (\partial h / \partial T)_p dT + (\partial h / \partial T)_T dT$ . Las propiedades resultantes de esta desaceleración adiabática reversible se llaman **propiedades de estancamiento**).

### Eficiencia politrópica para gas ideal

La eficiencia politrópica para la pequeña etapa es:

$$\eta_p = \frac{dh_{is}}{dh} = \frac{\nu dp}{C_p dT} \quad (1.12)$$

ya que para un proceso isentrópico  $T ds = 0 = dh_{is} - \nu dp$

Sustituyendo  $\nu dp$  en la ecuación (1.12):

$$\eta_p = \frac{R}{C_p} \frac{T}{p} \frac{dp}{dT}$$

y entonces

$$\frac{dT}{T} = \frac{(\gamma-1)}{\gamma \eta_p} \frac{dp}{p} \quad (1.13)$$

donde  $C_p = \gamma R / (\gamma - 1)$

Integrando la ec. (1.13) a través de todo el compresor y tomando eficiencias iguales para cada etapa infinitesimal:

$$\frac{T_2}{T_1} = \left( \frac{p_2}{p_1} \right)^{(\gamma-1)/\eta_p \gamma} \quad (1.14)$$

La eficiencia isentrópica para un proceso completo de compresión es:

$$\eta_c = (T_{2s} - T_1) / (T_2 - T_1) \quad (1.15)$$

si se asume que la velocidad de entrada es igual a la velocidad de salida.

Para el proceso de compresión ideal  $\eta_p = 1$  y:

$$\frac{T_2}{T_1} = \left( \frac{p_2}{p_1} \right)^{(\gamma-1)/\gamma} \quad (1.16)$$

que también es obtenible de  $p\nu^\gamma = \text{constante}$  y  $p\nu = RT$ . Sustituyendo las ecuaciones (1.14) y (1.16) en la (1.15) resulta:

$$\eta_{it} = \left[ \left( \frac{p_{0II}}{p_{0I}} \right)^{(\gamma-1)/\gamma} - 1 \right] / \left[ \left( \frac{p_{0II}}{p_{0I}} \right)^{(\gamma-1)/\eta_p \gamma} - 1 \right] \quad (1.17)$$

La relación entre el exponente politrópico y la relación de calores específicos es [3]:

$$\frac{n-1}{n} = \frac{1}{\eta_p} \frac{1-\gamma}{\gamma}$$

### **1.3 Número de Reynolds**

Este número denota un valor característico que compara las fuerzas de inercia con las fuerzas viscosas y se define como:

$$\text{Re} = \frac{\nu L}{\nu} \quad (1.18)$$

Donde  $\nu$  denota una velocidad característica,  $L$  una dimensión característica, y  $\nu$  la viscosidad cinemática. El término Re es uno de los parámetros de similitud. Una condición necesaria para la similitud entre dos fenómenos es que sus números de Reynolds sean iguales. En las turbomáquinas, los números de Reynolds para diferentes componentes (como el rotor y el estator) deben ser considerados por separado y son usualmente diferentes. Para máquinas geoméricamente similares, un número de turbomáquina de Reynolds puede ser definido como [1]:

$$\text{Re}^* = \frac{uL}{\nu} \quad (1.19)$$

Donde  $u$  denota la velocidad de la punta de la rueda,  $D$  el diámetro del rotor, y  $\nu$  la viscosidad cinemática en la entrada del compresor.

### **1.4 Número de Mach y número de Laval**

Un criterio importante para juzgar el desempeño de máquinas que manipulan medios compresibles es el número de Mach  $Ma$ , que denota la razón de una velocidad característica del flujo a la velocidad del sonido del medio.

$$Ma = \frac{\nu}{c_s} \quad (1.20)$$

Donde:

$$c_s = \sqrt{\kappa g R T_{st}} \quad (1.21)$$

Denota la velocidad del sonido. Se hace notar que la velocidad del sonido es definida en la ecuación 1.21 por la temperatura estática  $T_{st}$  del medio que fluye. En la mayoría de los casos, sin embargo, es la temperatura total del medio  $T_t$  la que se conoce. Entonces es más práctico utilizar en lugar de la velocidad del sonido, una definición que tome en cuenta la temperatura total, por ejemplo, la velocidad crítica [1]:

$$c_s^* = \sqrt{\frac{2\kappa}{\kappa+1} g R T_t} \quad (1.22)$$

Y en vez del número de Mach, se utilizará un parámetro que tome como referencia no la velocidad del sonido, sino la velocidad crítica, el número de Laval, definido como:

$$La = \frac{\nu}{c_s^*} \quad (1.23)$$

Por practicidad será más conveniente referir la velocidad de la punta del impulsor a la velocidad crítica, teniendo así:

$$La^* = \frac{u_2}{c_s^*} \quad (1.24)$$

Este parámetro es conocido como el **número periférico de Laval de la máquina** y será otra condición necesaria para la similitud entre dos máquinas. La relación de presiones de la máquina está directamente relacionada con el número periférico de Laval. Para los compresores, se cumple que [1]:

$$\frac{p_3}{p_1} = \left( 1 + \frac{\kappa - 1}{\kappa + 1} 2q_{ad-c} La_c^{*2} \right)^{\kappa / (\kappa - 1)} \quad (1.25)$$

Donde  $q_{ad}$  denota un **coeficiente de carga** definido por:

$$q_{ad} \equiv \frac{H_{ad}}{u^2 / g} \quad (1.26)$$

El coeficiente de carga es un parámetro característico que interrelaciona la relación de presiones con la velocidad de la punta del rotor, revelando así la velocidad de punta más deseable para obtener determinada relación de presión.

De manera similar, el incremento de temperatura en el compresor puede ser expresado por el número periférico de Laval en la forma de una relación de temperatura [1].

$$\frac{T_3}{T_1} = 1 + \frac{\kappa - 1}{\kappa + 1} 2 \frac{q_{ad-c}}{\eta_c} La_c^{*2} \quad (1.27)$$

## II Similitud

### 2.1 Condiciones de necesidad y suficiencia

Existen tres condiciones necesarias para similitud completa entre un modelo y un prototipo [6]:

- 1.- Similitud geométrica: misma forma entre modelo y prototipo.
- 2.- Similitud cinemática: Los vectores de velocidad en cualquier punto del flujo deben ser proporcionales entre el prototipo y el modelo. Es necesaria la condición 1.
- 3.- Similitud dinámica: Todas las fuerzas en el flujo del modelo se escalan por un factor constante a fuerzas correspondientes en el flujo del prototipo. Es necesaria la condición 2.

En un campo de flujo general, la similitud completa entre un modelo y su prototipo se logra si y sólo si existe similitud dinámica, cinemática y geométrica.

Para garantizar similitud completa entre el modelo y prototipo, estos deben ser geoméricamente similares y todos los grupos  $\Pi$  independientes deben coincidir entre modelo y prototipo. Se escribe un enunciado condicional para lograr similitud:

$$\begin{array}{l} \text{Si} \quad \Pi_{2,m} = \Pi_{2,p} \quad \gamma \quad \Pi_{3,m} = \Pi_{3,p} \quad \gamma \quad \Pi_{k,m} = \Pi_{k,p} \\ \text{Entonces} \quad \Pi_{1,m} = \Pi_{1,p} \end{array} \quad (2.1)$$

Las consideraciones de similitud ofrecen un método conveniente y exacto para reconocer características importantes de la turbomaquinaria. El resultado de estas consideraciones es que las máquinas que (1) son geoméricamente similares, (2) tienen triángulos de velocidad similares en puntos similares del flujo, (3) tienen la misma proporción entre fuerzas gravitacionales y fuerzas inerciales actuando en la trayectoria de flujo y (4) operan con fluidos que tienen las mismas cualidades termodinámicas, tendrán características fluido-dinámicas iguales, *v.gr.* eficiencias iguales [1].

La eficiencia de una turbomáquina o cualquier cantidad física  $Q_1$  está interrelacionada con otras cantidades  $Q_2$  a  $Q_n$  por [1]:

$$Q_1 = f(Q_2, Q_3, Q_4 \dots Q_n) \quad (2.2)$$

Ya que la ecuación anterior debe ser dimensionalmente homogénea, cada término  $Q$  debe ser adimensional o debe ser escrito en la forma

$$\Pi_1 = \phi(\Pi_2, \Pi_3, \Pi_4 \dots \Pi_n) \quad \text{Teorema-}\Pi \quad (2.3)$$

Donde cada  $\Pi = Q_1^a, Q_2^b \dots Q_n^x$  y el producto resultante debe volverse adimensional cuando cada término  $Q$  es expresado en dimensiones primarias (longitud L, tiempo T, masa M).

Con esto podemos determinar el número de términos  $\Pi$ , esto es, el número de agrupaciones de parámetros (parámetros de similitud) necesarios para determinar un proceso físico. En general, el número de grupos paramétricos es igual al número de variables menos el número de dimensiones primarias.

## 2.2 Parámetros de similitud para turbomáquinas

Nueve variables independientes pueden ser definidas para turbomáquinas [1]: velocidad  $N$ , diámetro  $D$ , flujo volumétrico  $V$ , densidad  $\rho$ , carga  $H$ , viscosidad  $\mu$ , Potencia  $P$ , compresibilidad  $e$ , razón de calores específicos  $\kappa$ ; con tres dimensiones primarias (masa, longitud, tiempo). Así que del Teorema Pi de Buckingham seis parámetros adimensionales pueden ser formulados tales como la eficiencia, el número de Reynolds de la máquina  $Re^*$ , el número periférico de Laval  $La^*$ , la razón de calores específicos  $\kappa$ , la velocidad específica  $n_s$  y el diámetro específico  $d_s$ . Aunque todos los grupos son verdaderamente adimensionales, frecuentemente son citados por conveniencia en una forma dimensional ( $N_s$  y  $D_s$ ).

Adimensional	ft <sup>3</sup> /s ft rpm	m <sup>3</sup> /s m rpm	gpm ft rpm
$n_s$	$N_s$	$N_s$	$N_s$
1	128.8	52.9	2730
$d_s$	$D_s$	$D_s$	$D_s$
1	0.42	52.9	2730

Tabla 2.1 Datos de conversión [1]

Un método menos abstracto de reconocer grupos de parámetros significativos es presentado abajo para la velocidad específica y el diámetro específico. Podemos escribir la siguiente secuencia:

La razón de flujo  $V_1$  que pasa por la entrada del compresor es proporcional a la velocidad característica  $c$  y al área de flujo  $A$ . El área es proporcional al diámetro al cuadrado del rotor, y la velocidad característica  $c$  es proporcional a la velocidad de la punta del rotor  $u_2$ . Por tanto, el flujo que pasa por el compresor es proporcional al producto de la velocidad rotacional  $N$  y al cubo del diámetro del rotor.

$$V_1 \propto cA \propto cD^2 \propto u_2 D^2 \propto ND^3 \quad (2.4)$$

La carga  $H_{ad}$  producida es proporcional a  $c^2$  o a  $u_2^2$  y por consecuencia proporcional a  $N^2 D^2$ .

Comparando el flujo volumétrico y la carga de un compresor con el flujo volumétrico y la carga de un compresor estándar (subíndice s):

$$\frac{V_1}{V_{1s}} = \frac{ND^3}{N_s D_s^3} \quad (2.5)$$

y

$$\frac{H_{ad}}{H_{ad-s}} = \frac{N^2 D^2}{N_s^2 D_s^2} \quad (2.6)$$

Si  $H_{ad} = V_{1-s} = 1$  (asumiendo que los valores característicos de un compresor estándar son la unidad) y resolviendo para  $D$ :

O bien:

$$D = \frac{V_1^{1/3} N_s^{1/3} D_s}{N^{1/3}} = \frac{H_{ad}^{1/2} N_s D_s}{N}$$

$$N_s = \frac{NV_1^{1/2}}{H_{ad}^{3/4}} \quad \text{Velocidad específica} \quad (2.7)$$



Resolviendo las dos ecuaciones anteriores para velocidad rotativa  $N$ , asumiendo nuevamente que los valores característicos del compresor estándar son la unidad ( $H_{ad} = V_{1-s} = 1$ ), la relación

$$N = \frac{V_1 N_s D_s^3}{D^3} = \frac{H_{ad}^{1/2} N_s D_s}{D}$$

es obtenida y puede ser reescrita como:

$$D_s = \frac{DH_{ad}^{1/4}}{V_1^{1/2}} \quad \text{Diámetro específico} \quad (2.8)$$

Reemplazando la velocidad rotacional por la velocidad angular  $\omega$  y la carga por  $gH_{ad}$ , los términos se vuelven adimensionales.

$$n_s = \frac{\omega\sqrt{V}}{(H_{ad}g)^{3/4}} = \frac{N_s\pi}{30g^{3/4}} \quad (2.9)$$

$$d_s = \frac{D(H_{ad}g)^{1/4}}{\sqrt{V}} = D_s g^{1/4} \quad (2.10)$$

Las ecuaciones anteriores muestran que  $n_s$  y  $d_s$  son proporcionales a  $N_s$  y a  $D_s$  y su valor depende del sistema de dimensiones utilizado.

Pueden ser formulados diferentes pero igualmente válidos parámetros adimensionales de similitud independientes a partir de consideraciones de análisis dimensional.

La velocidad específica  $N_s$  y el diámetro específico  $D_s$  pueden ser convertidos en un *coeficiente de carga* o razón de velocidades  $u/c_0$  y un **factor de flujo**

$$\phi \equiv c_m / u_2 \quad (2.11)$$

Donde  $c_m$  es la velocidad meridional y  $u_2$  es la velocidad periférica.

O a veces convenientemente en términos de un **factor de trago**

$$\phi^* \equiv \frac{V}{ND^3}$$

$N_s$  y  $D_s$  son considerados erróneamente en ocasiones como falsos parámetros de similitud debido a su carácter dimensional, cuando en realidad son parámetros de similitud compuestos [1], sin embargo, también es posible citar parámetros simples si es preferible usar solamente valores adimensionales, es decir  $n_s$  y  $d_s$ . Resulta que de forma general (para bombas, compresores, turbinas) [1]:

$$n_s = \frac{\sqrt{\phi 2\pi} \sqrt{1-\lambda^2}}{q_{ad}^{3/4} \epsilon_e \sqrt{1+\lambda^2}} \quad (2.12a)$$

$$d_s = \frac{q_{ad}^{3/4} \epsilon_e \sqrt{1+\lambda^2}}{\sqrt{\phi 2\pi} \sqrt{1-\lambda^2}} 2 \quad (2.12b)$$

Donde  $\lambda, \epsilon_e$  se definen en la siguiente figura.

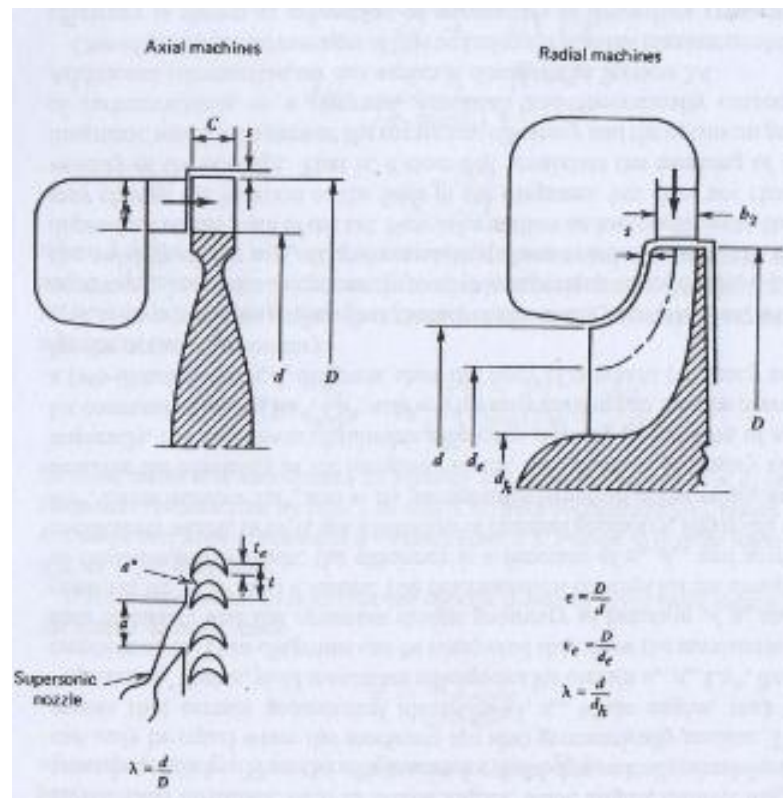


Figura 2.1 Notación general para turbomáquinas [1].

Con estas notaciones, las condiciones fluido-dinámicas en la línea media de corriente de la máquina están determinadas. Luego entonces el término velocidad específica identifica el flujo y la presión que manejan la capacidad de una máquina (coeficiente de flujo  $\phi$  y coeficiente de carga  $q_{ad}$ ), con ciertas identidades geométricas como función de la velocidad angular pero independiente de su diámetro. El término diámetro específico identifica el flujo y presión que controlan la capacidad de una máquina como función de su diámetro, pero independiente de su velocidad angular.

Es importante notar que al menos dos términos siempre serán necesarios para determinar la igualdad de los triángulos de entrada y salida del rotor. Por tanto, la velocidad específica como una expresión simple no define por completo la similitud dinámica. Esta expresión tiene que ser ampliada por el diámetro específico, el coeficiente de flujo o el coeficiente de carga para una descripción más completa. En algunos casos, sin embargo, por ejemplo, en consideraciones de diseño, el punto de operación donde la máquina exhibe la mayor eficiencia es de interés primordial. En tal caso, es frecuentemente suficiente graficar la eficiencia máxima de las máquinas con ciertas características geométricas comunes (por ejemplo, la razón de diámetros  $\lambda$  o el mismo ángulo de entrada de los álabes del rotor) o tipo de máquinas (por ejemplo, turbinas axiales o radiales) contra velocidad específica sin necesariamente mostrar el valor asociado de diámetro específico (Fig. 2.3).

Con valores fijos de  $n_s$  y  $d_s$  se definen las condiciones de operación que permiten existir similares condiciones de flujo en máquinas hidrodinámicas geoméricamente similares. Con estos términos la similitud en máquinas con fluidos compresibles o incompresibles, puede ser identificada. Detallando en esto resulta que la eficiencia depende de los diagramas vectoriales, esto es,  $n_s$  y  $d_s$ , pero también dependen de las pérdidas en la trayectoria de flujo. Para expresar estas influencias, deben ser introducidos parámetros adicionales que

representen los efectos asociados con la viscosidad, el cambio de densidad. Los parámetros que se usan para representar estos efectos son el número de Reynolds  $Re^*$ , el número periférico de Laval  $La^*$ , la relación de calores específicos  $\kappa$  para compresores (y el parámetro de cavitación de Thoma para bombas) [1].

Sólo seis parámetros independientes de similitud pueden ser formulados para máquinas de un medio compresible monofásico:  $\eta, Re^*, La^*, \kappa, n_s, d_s$  ó  $\eta, Re^*, La^*, \kappa, \phi, q_{ad}$ . Cada uno de estos conjuntos determina completamente las condiciones fluido-dinámicas de la turbomáquina. Esto significa que no pueden descubrirse nuevas interrelaciones introduciendo parámetros adicionales y que otros parámetros de similitud no cubiertos anteriormente que se deseen adicionar serán resultado de productos o divisiones de éstos.

Identidades geométricas como la razón de diámetros  $\lambda$  ó la razón de diámetros  $\varepsilon_e$  aparecen en las ecuaciones 3.11 y 3.12 y además las pérdidas son funciones de relaciones geométricas adicionales (ángulos de álabes del rotor, del difusor, de la boquilla de entrada (*inlet nozzle*), etc.). Luego entonces, las eficiencias de las máquinas fluido-dinámicamente similares pueden ser iguales sólo cuando las máquinas son también geoméricamente similares. Esto quiere decir que ciertas identidades geométricas ( $\lambda, \varepsilon_e$ , ángulos de los álabes) devienen óptimas, *i.e.* alcanzan máximas eficiencias para ciertas combinaciones de  $Re^*, La^*, \kappa, n_s, d_s$ . Por tanto pueden computarse diagramas que muestren la máxima eficiencia obtenible y el diseño geométrico óptimo como función de  $n_s$  y  $d_s$  para valores constantes de los demás parámetros ( $Re^*, La^*, \kappa$ ). Esta información puede ser presentada en un diagrama bidimensional  $n_s d_s$ , mostrando líneas de isoeficiencia y de geometría óptima.

Es importante notar que la precisión de las relaciones de pérdidas, se basan necesariamente en evidencia experimental disponible, así que el diagrama  $n_s d_s$  es dependiente del estado del arte. Nueva información sobre coeficientes de pérdida puede cambiar la localización de las líneas en los diagramas, sin embargo, la validez del concepto, no cambia. Esto es, no cambia el significado de los diagramas  $n_s d_s$  que es presentar la eficiencia máxima y la geometría óptima de las turbomáquinas de una forma rigurosa, práctica y formalmente correcta.

Los términos  $Re^*, La^*, \kappa$  entran en juego en el diagrama ya que las pérdidas y por lo tanto la eficiencia son funciones de esos términos. Por conveniencia del diseñador, el número de Reynolds y el de Laval son expresados en términos de la geometría del rotor y las condiciones de operación de la máquina definiendo números de Reynolds de la máquina y de Laval periférico.

Para evitar ambigüedad, el diámetro de la punta del rotor  $D$  se especifica como diámetro de referencia para el diámetro específico. Ya que en las máquinas axiales el diámetro medio  $D_m$  representa las condiciones de flujo promedio mejor que el diámetro de la punta del rotor, los vectores de velocidad pertinentes para las condiciones fluido-dinámicas son referidos al diámetro medio. La relación de estos diámetros es:

$$D_m = D \sqrt{\frac{1 + \lambda^2}{2}} \quad (2.13)$$

De manera análoga, el diámetro  $d_e$  de la línea de corriente media es usado como diámetro de referencia para las condiciones fluido-dinámicas en la entrada de las máquinas de flujo de salida radial. La punta del diámetro del rotor  $D$  es usada como referencia para las condiciones fluido-dinámicas a la salida de las máquinas con flujo de salida radial.

### **2.3 Bombas y compresores dinámicos**

Para medios incompresibles, el flujo volumétrico  $V$ , permanece constante a través de la máquina pero disminuye de la entrada a la salida cuando el medio es comprimido. Así, surge la pregunta de qué flujo volumétrico usar en las definiciones de  $n_s$  y  $d_s$  para medios compresibles. Ya que  $n_s$  y  $d_s$  representan los triángulos vectoriales en la entrada y salida del rotor,  $V$  reflejando los componentes meridionales ( $c_{m-1}$ ,  $c_{m-2}$ ), tanto el flujo volumétrico de entrada  $V_1$  como el flujo volumétrico de salida  $V_2$  pueden ser usados. Ya que  $V_1$  es más fácil de conocer se usa éste como valor de referencia. Entonces:

$$n_s = \frac{\omega \sqrt{V_1}}{(gH_{ad})^{3/4}} \quad (2.14)$$

siendo  $H_{ad}$  la carga producida por el compresor.

$$d_s = \frac{D(gH_{ad})^{1/4}}{\sqrt{V_1}} \quad (2.15)$$

Nuevamente interrelacionados con otros valores característicos utilizados, como el coeficiente de carga [1]:

$$q_{ad} = \frac{H_{ad}}{u^2 / g} = \frac{4}{n_s^2 d_s^2} \quad (2.16)$$

Y el **factor de trago** [1]:

$$\phi^* = \frac{V}{ND^3} = \phi_1 \frac{(1-\lambda^2)\pi^2}{(1+\lambda^2)120\varepsilon_e^2} = \frac{\pi}{30n_s d_s^2} \quad (2.17)$$

Donde

$$\phi_1 = \frac{c_{m-1}}{u_2} \quad (2.18)$$

### **2.4 Máquinas de desplazamiento positivo**

En las máquinas de desplazamiento positivo, el flujo volumétrico se vuelve función de la velocidad y la geometría. Cantidades que pueden ser representadas por  $n_s$  y  $d_s$ . La carga puede ser expresada por parámetros de similitud. Las pérdidas principales (por deslizamientos internos) pueden ser también representadas por  $n_s$  y  $d_s$  y relaciones geométricas. Por lo tanto, las características esenciales de las máquinas de desplazamiento positivo pueden ser expresadas por parámetros de similitud originalmente derivados para máquinas dinámicas [1].

## 2.5 Diagramas $n_s d_s$

El desempeño de las turbomáquinas depende en gran parte de los compromisos hechos por el diseñador que conciernen al costo de producción, robustez, estado del arte, costo de mantenimiento, facilidad de manufactura, entre otros. Esto tiende a dar eficiencias <<promedio>>, las cuales son obtenidas con tiempos de desarrollo comparativamente cortos. Con una mejor afinación del diseño del álabe, esto es, consideraciones cuidadosas de la más ventajosa distribución de flujo, por ejemplo, la distribución de los vórtices antes y después del estator y de las filas de álabes en máquinas axiales o la carga cuidadosamente controlada en máquinas radiales, eficiencias más altas pueden ser obtenidas con algo de tiempo adicional de desarrollo. Por tanto, muchos diagramas  $n_s d_s$  pueden ser y han sido desarrollados representando el estado del arte en diferentes momentos, mostrando eficiencias *total a estática* y *total a total* [1].

Un diagrama  $n_s d_s$  para compresores se muestra en la figura 2.2. Las más altas eficiencias se obtienen a velocidades específicas entre 0.5 y 1.0 para máquinas dinámicas y la eficiencia decrece incrementando o decrementando la velocidad específica. Los compresores axiales logran las más altas eficiencias en el régimen de alta velocidad específica, mientras los radiales tienen mejor desempeño a bajas velocidades específicas. Los compresores de flujo mixto cubren mejor el régimen de velocidades específicas entre 1.0 y 2.0, han sido sin embargo, poco explorados debido al largo tiempo de desarrollo requerido para obtener cascadas tridimensionales eficientes [1].

Un límite definido existe para la aplicabilidad de máquinas de una etapa. Este límite puede identificarse por un coeficiente de carga limitante. Usualmente eficiencias extremadamente bajas se obtienen cuando el coeficiente de carga excede valores de 1.0. Esto significa que a la izquierda de esta línea de coeficiente de carga máquinas de desplazamiento positivo, máquinas híbridas (*drag pumps*) ofrecen un mejor desempeño. Los datos de la figura 2.2 están calculados para un número periférico de Reynolds de  $2 \times 10^6$  y un número periférico de Laval de 0.5. Las relaciones geométricas adicionales se indican en el diagrama, con las notaciones presentadas en la figura 2.1.

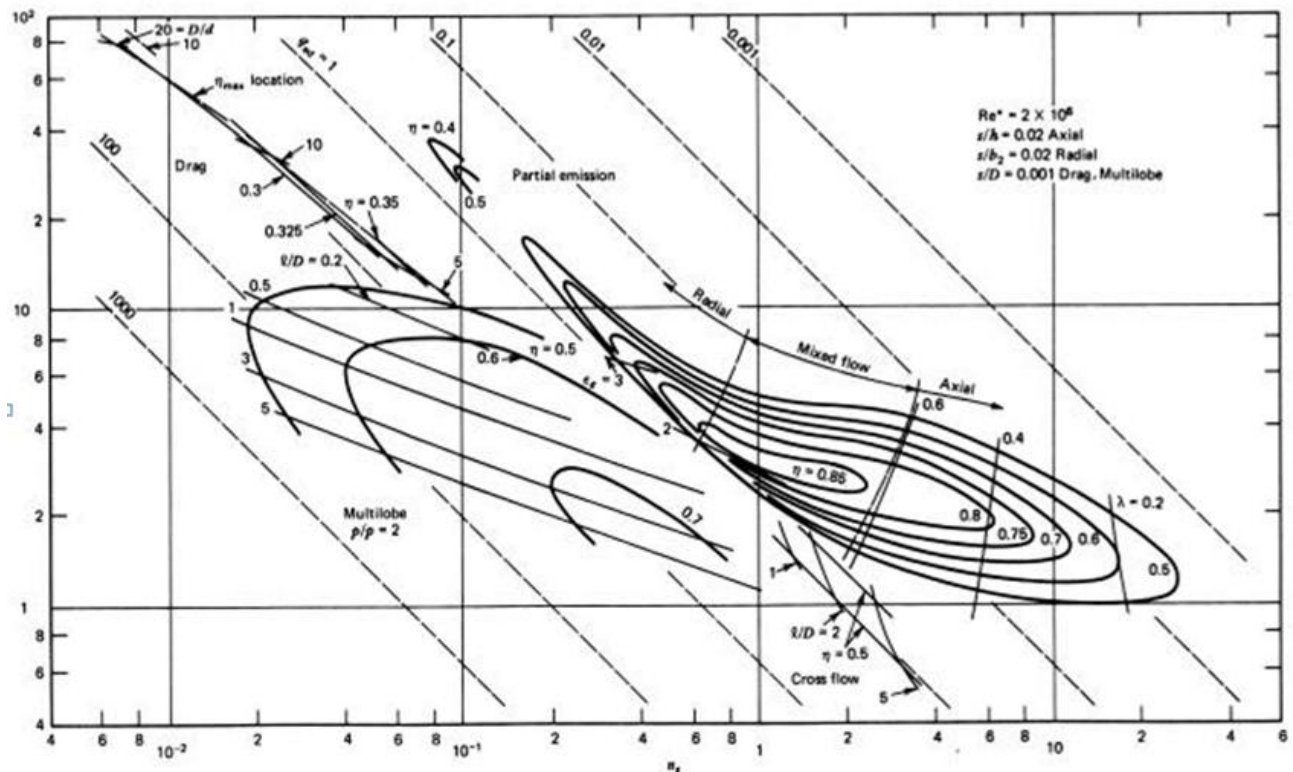


Figura 2.2 Diagrama  $n_s d_s$  para compresores de una etapa [1].

En muchos casos, el objetivo principal para la selección de la turbomáquina es encontrar una configuración que dé la máxima eficiencia. En ese caso una presentación es factible graficando la máxima eficiencia, como se muestra en la figura 2.3 esto es, asumiendo que la máquina está diseñada para el diámetro específico óptimo. Este tipo de diagrama permite un reconocimiento más rápido del tipo más eficiente de máquina para determinados requerimientos de diseño y ofrece un modo más sencillo de presentar las eficiencias máximas de un modo más intuitivo.

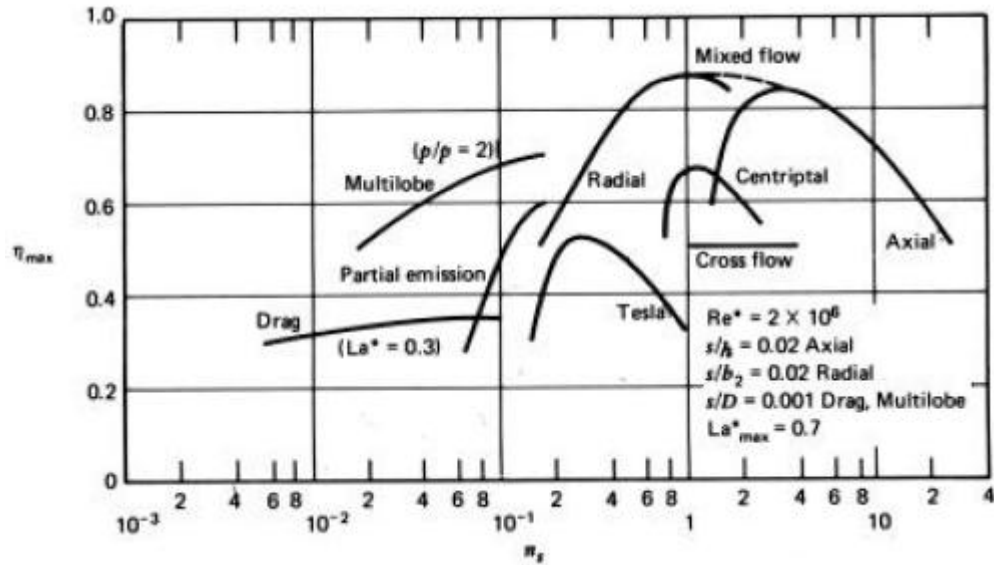


Figura 2.3 Máximas eficiencias de compresores para diferentes valores de  $n_s$  (suponiendo diámetros óptimos) [1].

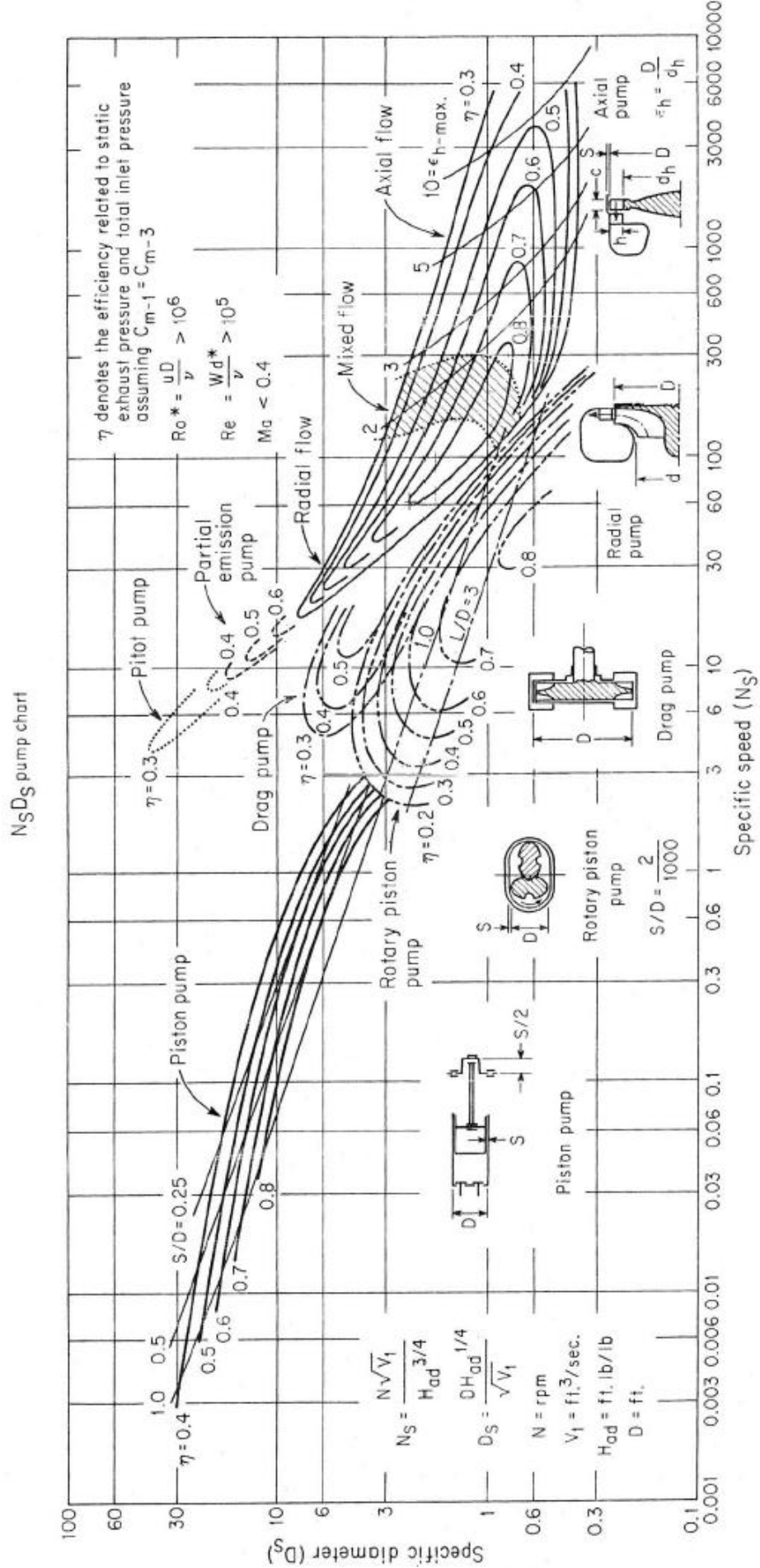


Figura 2.4 Diagrama  $N_s D_s$  extendido para bombas [5].

### 2.5.1 Comparación con datos experimentales

Una comparación de datos calculados (líneas sólidas) con datos experimentales (líneas discontinuas) es presentada en la figura 2.5 para bombas centrífugas [7]. Este diagrama muestra que líneas de eficiencia constante basadas en datos experimentales son desplazados a una velocidad específica mayor y a un diámetro específico mayor. Hay varias razones para este desplazamiento: Los datos calculados se basan en una geometría optimizada para máxima eficiencia, esto es, un número comparativamente más alto de álabes en el rotor y secciones delgadas de entrada y salida en los álabes del difusor. En contraste, los datos experimentales son tomados de bombas comerciales, donde frecuentemente se tiene un pequeño número de álabes y estos tienen espesores más burdos por razones de costo, comprometiendo así la eficiencia. Adicionalmente, la mayoría de bombas comerciales emplean álabes curvados hacia atrás ( $\beta_2 < 90^\circ$ ) con el fin de extender su rango de desempeño [1]. Por tanto, los diseños con alto valor de diámetro específico han sido más ampliamente explorados por las bombas comerciales a comparación de las bombas con diámetros específicos más pequeños donde la influencia del número de álabes es más importante debido a la mayor carga por ábabe necesaria.

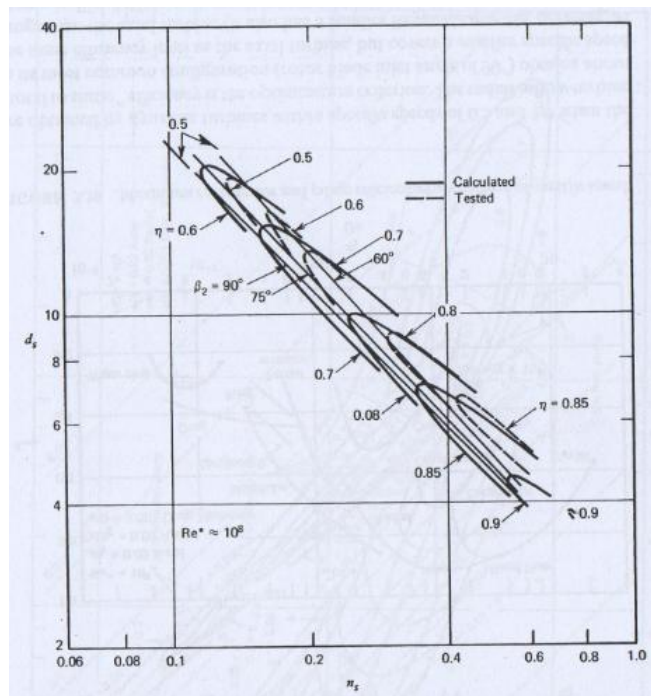


Figura 2.5 Comparación de líneas de eficiencia calculadas con datos experimentales en bombas centrífugas [7].

Otra comparación importante es mostrada en la figura 2.6 donde las líneas sólidas muestran la localización de diseños eficientes de turbomáquinas (valores óptimos de  $d_s$ ) de acuerdo a la referencia [8]. Esta línea es frecuentemente referida como *línea de Cordier* e indica que las máquinas axiales dominan el régimen más alto de velocidades específicas, mientras las radiales son más eficientes en el régimen de bajas velocidades específicas. Los puntos experimentales en este diagrama muestran los valores ( $n_s, d_s$ ) de turbomáquinas eficientes y muestran que están aglomeradas cerca de la línea de Cordier. Proyectando la línea de Cordier en los datos calculados de los diagramas  $n_s d_s$ , encontramos una buena correlación entre los valores óptimos de  $d_s$ .



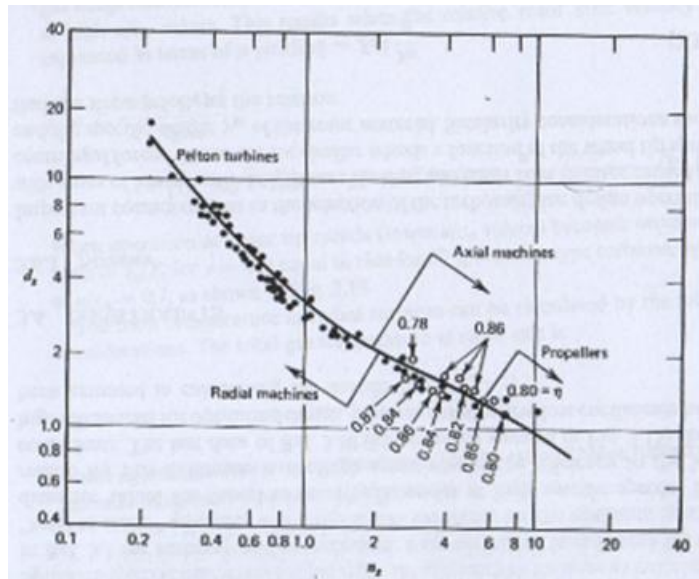


Figura 2.6 Línea de Cordier en el diagrama  $n_s d_s$  [8].

Una distinción cuidadosa debe hacerse entre las eficiencias *total a total* y *total a estática* para los valores óptimos de  $d_s$  en las máquinas de velocidad específica alta. Las líneas sólidas en la figura 2.7 muestran esta distinción, calculadas en [9]. Al mismo tiempo se muestra que la eficiencia *total a total* es más alta que la *total a estática*, como se discutió antes. Las líneas discontinuas muestran los diámetros específicos óptimos para las diferentes definiciones de eficiencia como se calculan en la ref. [4] para turbinas y compresores. Es importante notar que las eficiencias *total a total* y *total a estática* se hacen distintas para altos valores de  $n_s$  la razón es la alta sensibilidad de la eficiencia a los coeficientes de pérdida. Datos de pruebas de la ref. [9] (cuadrados en la figura 2.7) muestran altas eficiencias para diseños optimizados, mientras coeficientes de pérdida conservativos han sido asumidos en el cálculo de las líneas discontinuas [1].

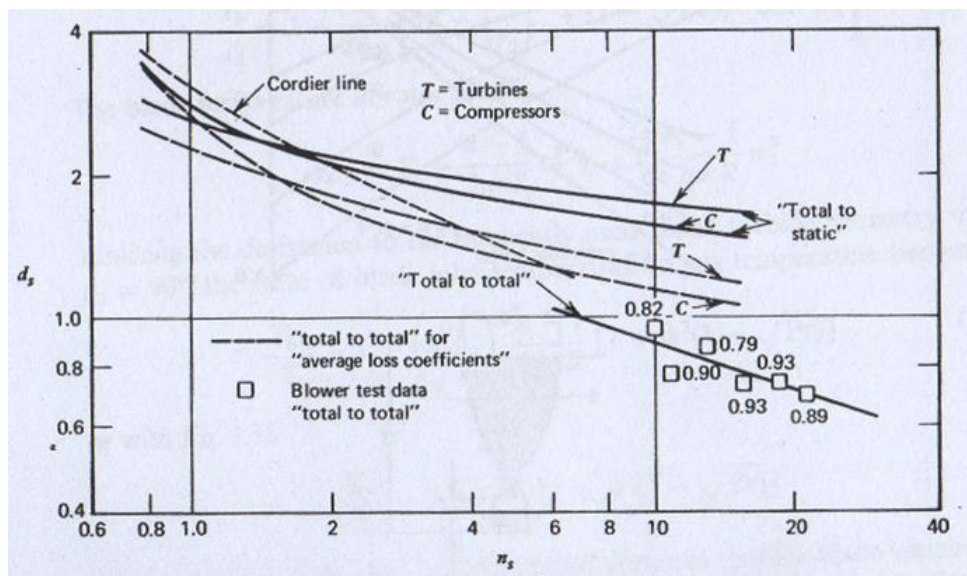


Figura 2.7 Valores óptimos de  $d_s$  para diseños con altas velocidades específicas [9].

## 2.5.2 Restricciones en los diagramas $n, d_s$

### 2.5.2.1 Esfuerzos

Los esfuerzos en el disco y en la raíz de los álabes ocasionados por fuerzas centrífugas son consideraciones importantes en el diseño de una turbomáquina que opera con gases de bajo peso específico. Para ruedas similares son una función de la velocidad tangencial y el peso específico  $\gamma_M$  del material del rotor. Consideraciones de similitud muestran que el esfuerzo  $\sigma$  sigue la relación [1]

$$\sigma = Su_2^2 \frac{\gamma_M}{g}$$

donde el factor  $S$  representa un valor característico que depende de la geometría del rotor. Valores típicos para rotores axiales sin agujeros en el centro se muestran en la fig.2.8 graficando  $S$  contra la relación  $h/D$ , donde  $h$  es la altura del álabe y  $D$  es el diámetro del rotor (hasta la punta). Para bajas relaciones  $h/D$  dominan los esfuerzos de disco y para relaciones altas dominan los esfuerzos en la raíz del álabe. Para rotores radiales sin agujeros en el centro se presentan valores típicos en la fig. 2.9 [10] como función de la razón de radios  $r_1/r_2$ .

Para determinar el valor permisible de esfuerzo, debe calcularse la temperatura del material. Valores aproximados para las temperaturas del borde del disco en turbinas axiales puede obtenerse asumiendo que la temperatura del borde es igual a la temperatura del álabe. Este valor se calcula a partir del argumento de que la temperatura del metal de un cuerpo en una corriente de gas difiere de la temperatura estática del gas por la **temperatura de recuperación** [11]

$$T_b = T_{st-gas} + t_r \frac{v^2(\kappa-1)}{2gR\kappa} \quad (2.19)$$

con

$$t_r = \sqrt{\text{Pr}}$$

Para  $\text{Pr} < 10$  y flujo laminar,  $t_r$  denotando el factor de recuperación de temperatura. Para flujo turbulento  $t_r$  se vuelve un poco mayor y aumenta con el número de Reynolds (alrededor de un 6%) [1]. El número de Prandtl se define como la razón de la viscosidad cinemática a la difusividad térmica, *i.e.*

$$\text{Pr} = \nu/\alpha$$

y tiene valores de 0.7 a 0.655 para aire (pero puede ser mayor y exceder valores de la unidad, *v.gr.* vapor saturado al nivel del mar). Con estas relaciones la temperatura promedio del álabe puede ser computada como una función de la temperatura del gas a la entrada y la razón de velocidades, dando la relación [1]:

$$T_b = T_1 - \frac{c_0^2 \psi_N^2 (1-\rho)(\kappa-1)}{2g\kappa R} + \frac{\sqrt{\text{Pr}} w_2^2}{2g\kappa R} \quad (2.20)$$

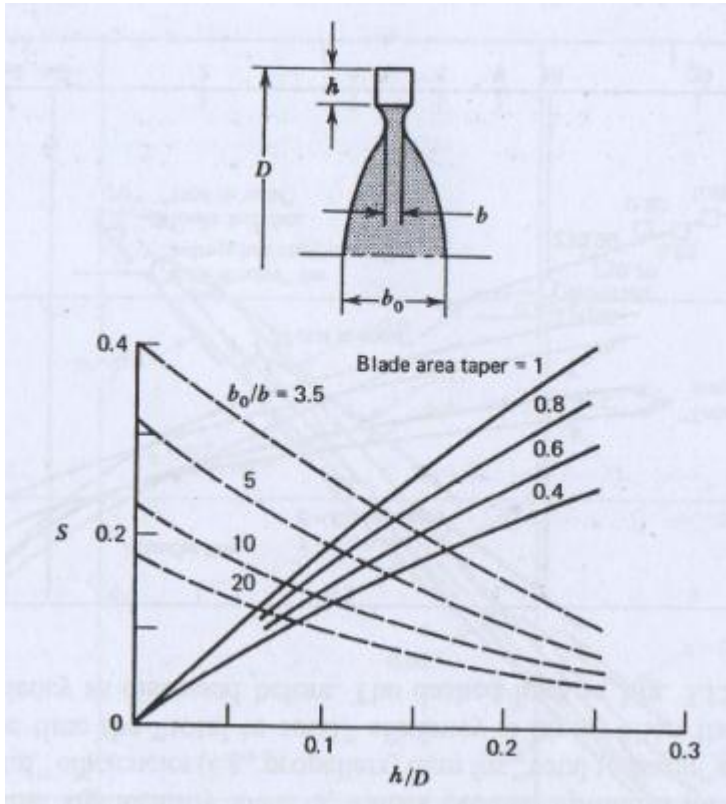


Figura 2.8 Valores de  $S$  para rotores axiales [1].

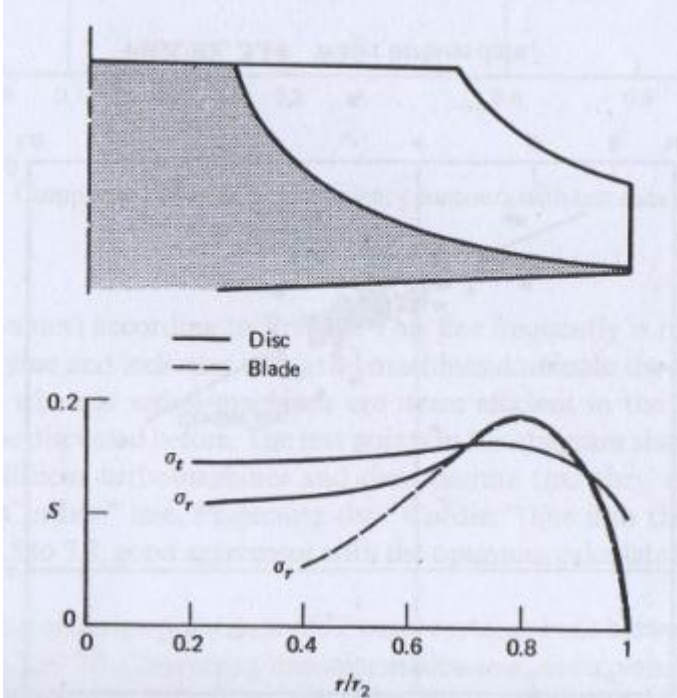


Figura 2.9 Valores de  $S$  para rotores radiales [1].

### 2.5.2.2 Efectos de compresibilidad

La interrelación entre las pérdidas y la geometría también es dependiente del número de Mach. Así que es importante notar que los datos presentados en el diagrama  $n_s d_s$  no son necesariamente válidos para todos los números de Laval. Eficiencias más bajas se obtienen para relaciones de presión más grandes. Se observan tendencias típicas en la figura 2.10 para compresores centrífugos graficando la máxima eficiencia obtenible como función de la relación de presiones para un compresor para dos diferentes velocidades específicas (para  $d_s$  óptimo). Según Balje [1], la eficiencia disminuye con el incremento de relaciones de presión ya que la anchura de la salida del rotor decrece. La razón de la longitud de la trayectoria a la anchura del canal decrece cuando se incrementa la relación de presiones. Esto provoca el crecimiento de la capa límite.

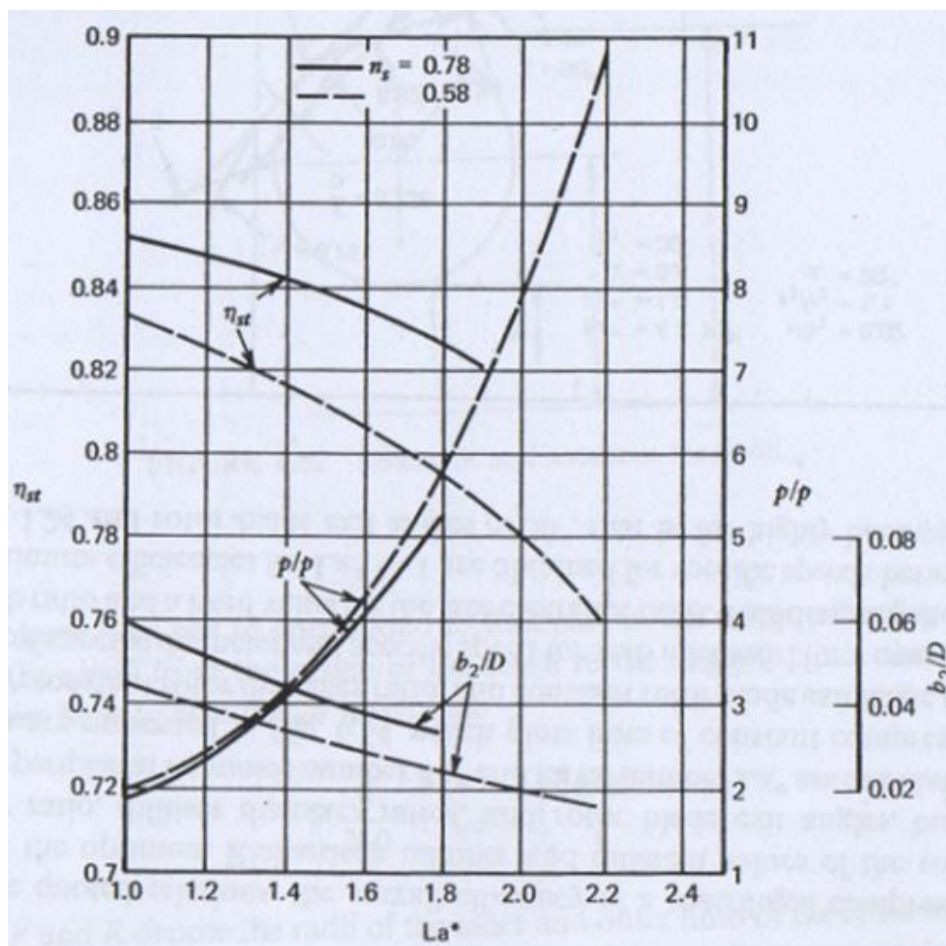


Figura 2.10 Efecto de  $La^*$  y  $n_s$  sobre la eficiencia [1].

$$Re^* = 4 \times 10^6; \lambda = 0.5; s/b = 0.02; \beta_2 = 50^\circ; \beta_1 = 30^\circ; \alpha_1 = 30^\circ$$

### 2.5.2.3 Parámetros geométricos limitantes.

En algunas ocasiones puede no ser posible usar la geometría deseada (como el espesor al final del álabe, la holgura entre la punta del rotor y la carcasa, y la altura del álabe) en este caso, la eficiencia citada en el diagrama  $n_s d_s$  tiene que ser reducida. Una de las reducciones más comunes es la imposibilidad de usar la holgura deseada, esto es el valor de referencia de  $s/h = 0.02$  para máquinas axiales. Un diagrama que muestra el efecto de la holgura axial  $s_a$  en compresores centrífugos típicos está en la fig. 2.11. Estos datos muestran una incertidumbre experimental considerable por la dificultad de medir la holgura en condiciones de operación (rotación del rotor) [12, 13].

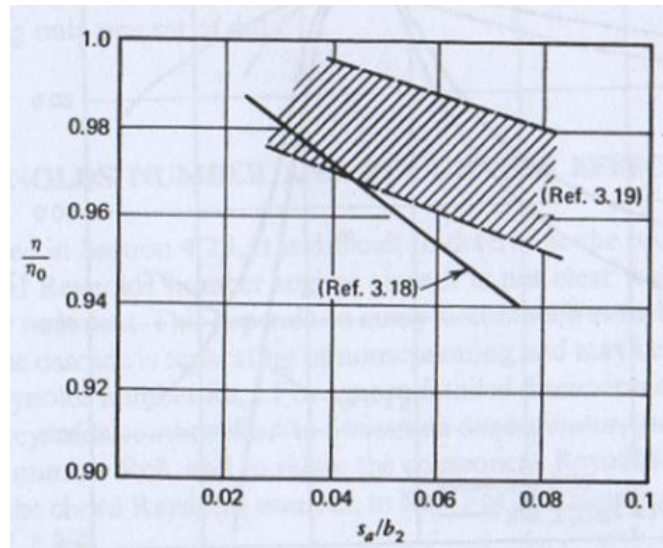


Figura 2.11 Efecto de holgura axial en compresores centrífugos [1].

En el caso donde se diseña una cascada que recibe su flujo de una precedente, como por ejemplo para una turbina de varias etapas, no es obvio cuáles son las verdaderas condiciones de entrada para la segunda cascada como se observa en la figura 2.12 [14] que muestra que inmediatamente detrás de la primera cascada, la velocidad es casi constante e igual a la velocidad ideal (del núcleo del flujo), pero decrece en la estela de los álabes [14]. Después de algunas etapas (5 o 7 longitudes de cuerda), la estela ha desaparecido por completo y se tienen condiciones mezcladas, lo que significa que la velocidad promedio es menor que la ideal. Esto sugiere que la segunda cascada debe diseñarse para las condiciones del flujo de núcleo si la distancia axial es corta, pero para condiciones mezcladas si la distancia es larga [14]. Se tienen axialmente pérdidas adicionales debido a la fricción con las paredes. También existe una distancia óptima entre las cascadas porque también se generan pérdidas si están muy cerca, esto debido a que se tienen condiciones de entrada cambiantes periódicamente en el borde inicial del rotor de la siguiente cascada [14 y 16] citan diferentes penalizaciones para valores no óptimos (Fig. 2.13). Aunque parece haber un acuerdo de que  $\Delta/C = 0.25$  a  $0.3$  es un valor cercano al óptimo. Los datos de la referencia [14] son obtenidos para una turbina axial con aproximadamente 30% de reacción, operando con Reynolds relativamente bajos. Una menor influencia de la brecha axial entre etapas es reportada en la ref. [16].

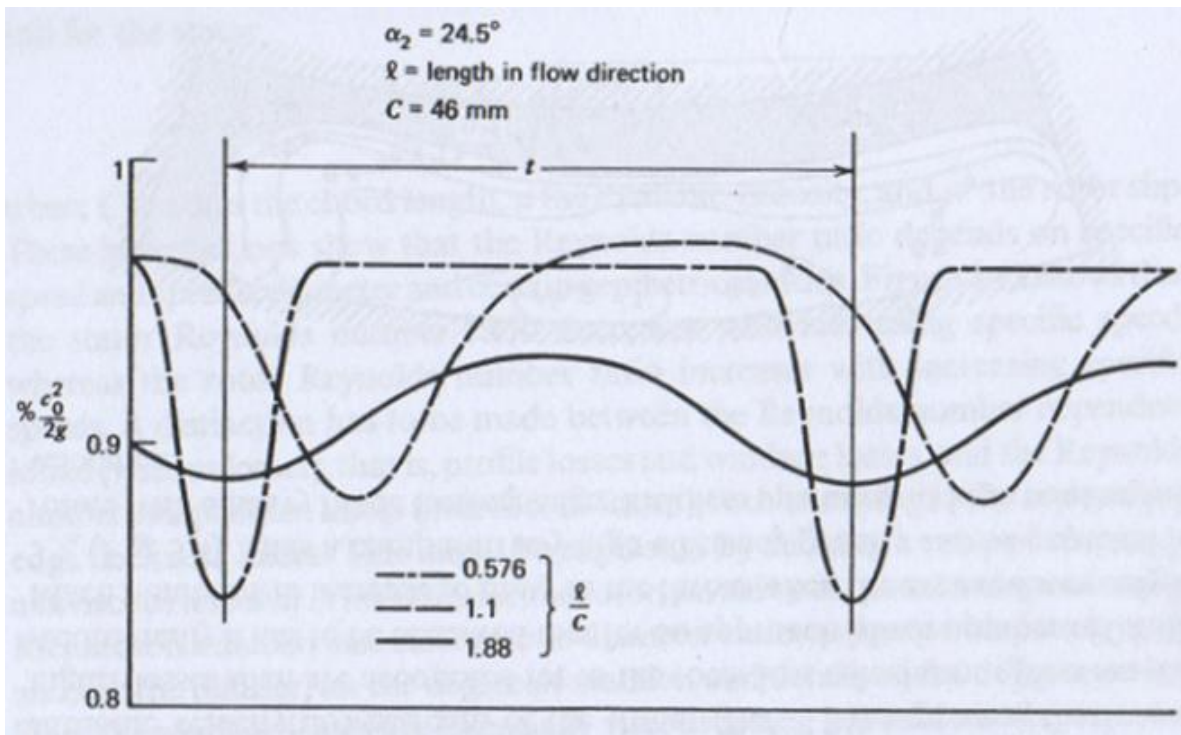


Figura 2.12 Cambio en el perfil de velocidad con la longitud del flujo [Ref. 14].

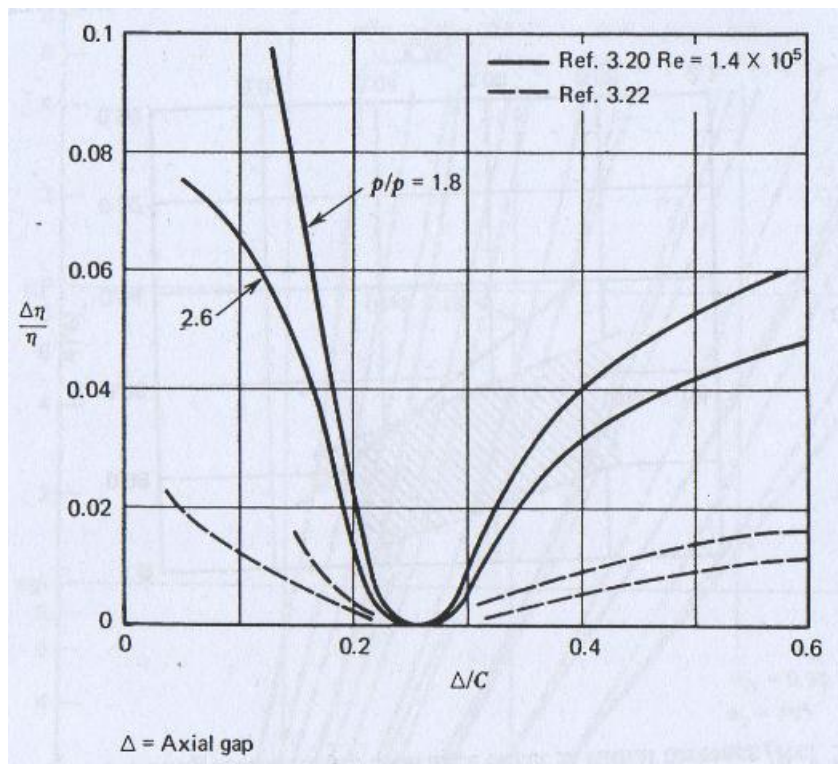


Figura 2.13 Efecto de la brecha axial sobre la eficiencia de una turbina [1].

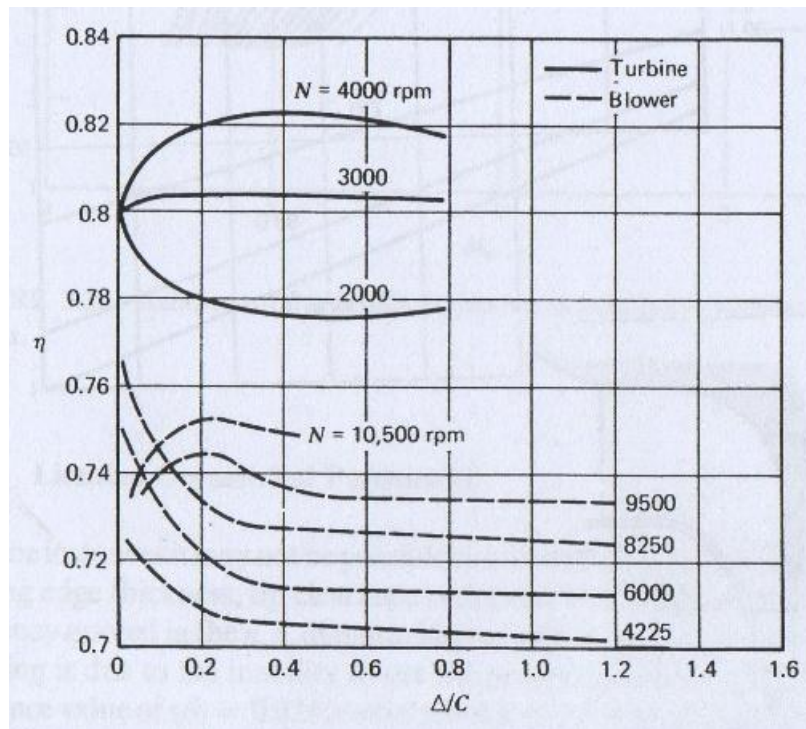


Figura 2.14 Influencia de brecha axial sobre eficiencia de turbinas y sopladores [1].

Aunque, la Ref. 3.23 reporta datos distintos. Éstos se muestran en la figura 2.14 para una turbina (líneas sólidas) con números de Reynolds medios, como los presentados en la figura 2.13, pero para números de Reynolds menores, la eficiencia es máxima en brechas extremadamente pequeñas y decrece establemente hasta una brecha de aproximadamente 50%. Parece que esta tendencia es típica para bajos números de Reynolds donde puede ser argumentado que la exposición del borde inicial del rotor a condiciones variables de entrada incrementa la turbulencia y por tanto las pérdidas disminuyen para los álabes del rotor. Por lo anterior, parece que el efecto de la brecha axial depende de las condiciones de operación y no ha sido completamente explorado [1].

Parece que la penalización en la eficiencia a valores altos de  $\Delta/C$  mostrada en la figura 2.13 se debe a dos efectos, el incremento en el espesor de la capa límite en las paredes (*endwall losses*) y una redistribución del flujo causado por el centrifugado que ocasiona falta de flujo en la sección cercana al eje y un aumento en el flujo cerca de las puntas de los álabes, lo que ocasiona un desajuste entre el ángulo del flujo y el álabe.

En el diseño de cascadas se suele poner poca atención en el espesor del primer borde. Esto es usualmente aceptable para bajos números de Mach, pero es intolerable para números de Mach altos. Si en algún punto del flujo la velocidad se vuelve supersónica (como la velocidad de succión debido a la curvatura de los álabes del compresor centrífugo) existe un choque de compresión corriente abajo [18]. Un proceso que causa pérdidas mayores a las estimadas en los cálculos del rotor. Se ha observado que para un  $Ma$  aproximado de 0.8, el  $Ma$  aumenta a la unidad en la garganta cuando el área se reduce únicamente un 3%. Se esperan pérdidas grandes para rotores que tienen bordes gruesos a velocidades de entrada relativamente altas. Pocos datos han sido publicando esta influencia (espesor del álabe) en coeficientes de pérdida en compresores centrífugos [19]. Y como es de esperarse el número de Mach relativo de entrada es un criterio significativo. Falta investigación al respecto [1].

#### 2.5.2.4 Efectos del número de Reynolds y de la rugosidad.

Es difícil determinar las pérdidas en el perfil en el régimen de transición de Reynolds ya que no es claro cuando el flujo es laminar o turbulento. Depende de muchos factores como el nivel de turbulencia y si la cascada está aislada o no y puede ser identificado por el número crítico de Reynolds  $Re_{cr}$ . Para una discusión más detallada es conveniente referir el efecto del número de Reynolds a un común denominador, esto es, el número de Reynolds de la máquina  $Re^*$ . Para una bomba centrífuga se tiene [1]:

$$\frac{Re_{rotor}}{Re^*} = \sqrt{\frac{1}{\varepsilon^2} + \frac{230}{n_s d_s} \frac{C}{D}} \quad \text{para el rotor}$$

$$\frac{Re_{estator}}{Re^*} = \frac{\mu_1 \gamma_2 C}{\mu_2 \gamma_1 D} \sqrt{\left(\frac{230 \varepsilon^2}{n_s d_s^3}\right)^2 (\mu^* - \cot(\beta_2 \mu^*))^2} \quad \text{para el estator}$$

donde  $\gamma_1$  representa la densidad de entrada y  $\gamma_2$  la de salida y  $\mu^*$  representa el **deslizamiento** (*slip*) en el rotor.

Estas interrelaciones muestran que la razón de los números de Reynolds depende de la velocidad específica y del diámetro específico y ciertas relaciones geométricas. La figura 2.15 muestra que la razón de números de Reynolds para el estator decrece con el aumento de la velocidad específica, mientras que para el rotor la razón de número de Reynolds aumenta con velocidades específicas mayores. Se tiene que hacer una distinción entre las pérdidas dependientes del número de Reynolds (pérdidas viscosas) y las pérdidas independientes del número de Reynolds (pérdidas no viscosas). Esto puede expresarse por una razón  $\nu^*$  entre las pérdidas viscosas (de perfil y de rotor-carcasa) a las no viscosas (de mezcla, de separación del flujo y de desvío del flujo por espesor final del álabe). Para el rotor, esta razón dependería del número de Richardson, de la razón diámetro/holgura, y del ángulo de salida del álabe; y para el difusor, del grado de reacción y los detalles del diseño del difusor. La ref. [22] parece asociar el factor  $\nu^*$  con la velocidad específica citando un fuerte deterioro de la eficiencia con  $Re$  decreciente para bajas velocidades específicas en comparación con el deterioro en la eficiencia para altas velocidades específicas. Sin embargo, en general pareciera imposible una interrelación generalmente válida entre el número de Reynolds y la eficiencia de un compresor debido a varios factores, entre ellos que la proporción de las pérdidas viscosas con respecto a las no viscosas y el número de Reynolds crítico tienen que ser conocidos para determinar el efecto del número de Reynolds en la eficiencia. Los efectos del número de Reynolds son muy complejos y la evidencia disponible actualmente [1], es insuficiente para establecer interrelaciones numéricas generales. En la discusión anterior se asume que las superficies son hidráulicamente suaves, la rugosidad admisible es:

$$\left(\frac{K_s}{l}\right)_{crit} = \frac{100}{Re}$$

donde  $K_s$  es la rugosidad equivalente a la de la arena [18]



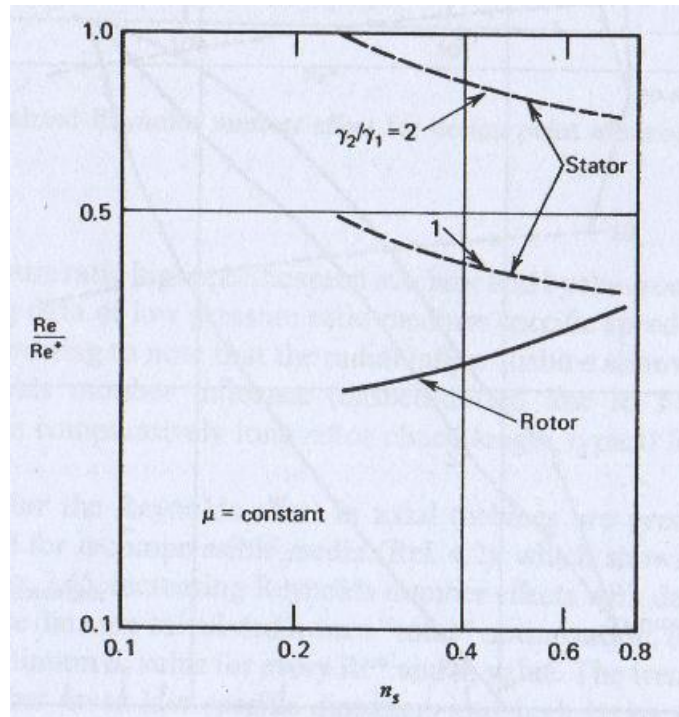


Figura 2.15 Razón de número de Reynolds en bombas centrífugas [20].

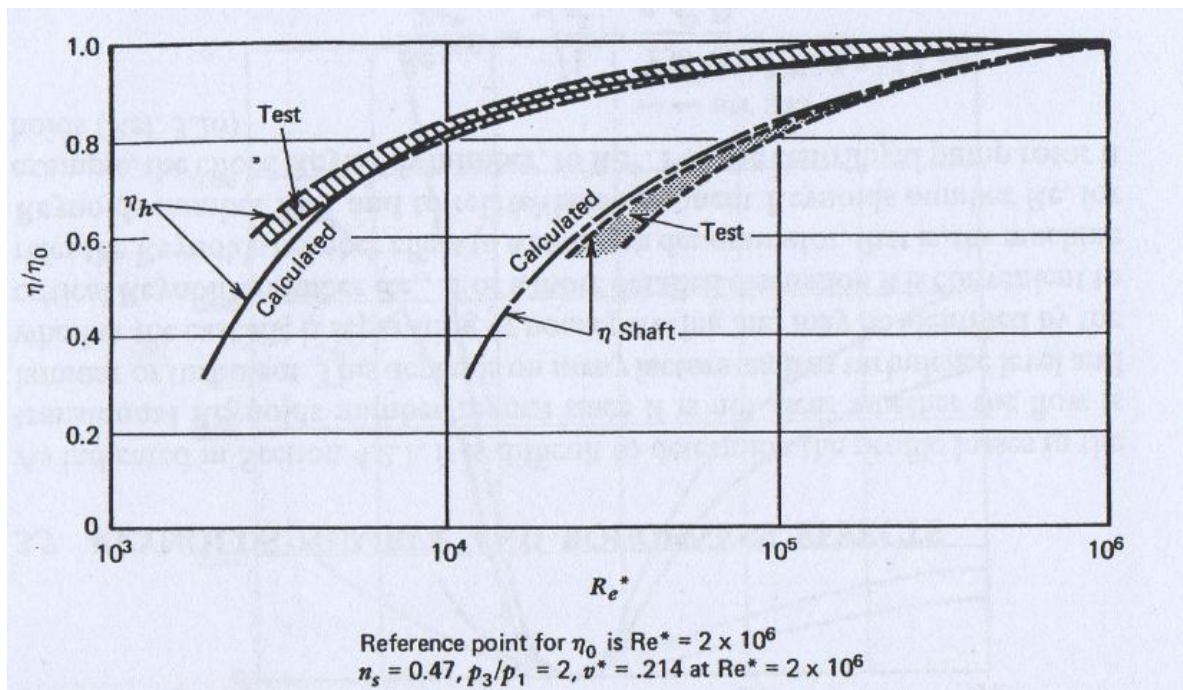


Figura 2.16 Influencia del número de Reynolds sobre la eficiencia hidráulica y la eficiencia de la flecha para bombas centrífugas [20].

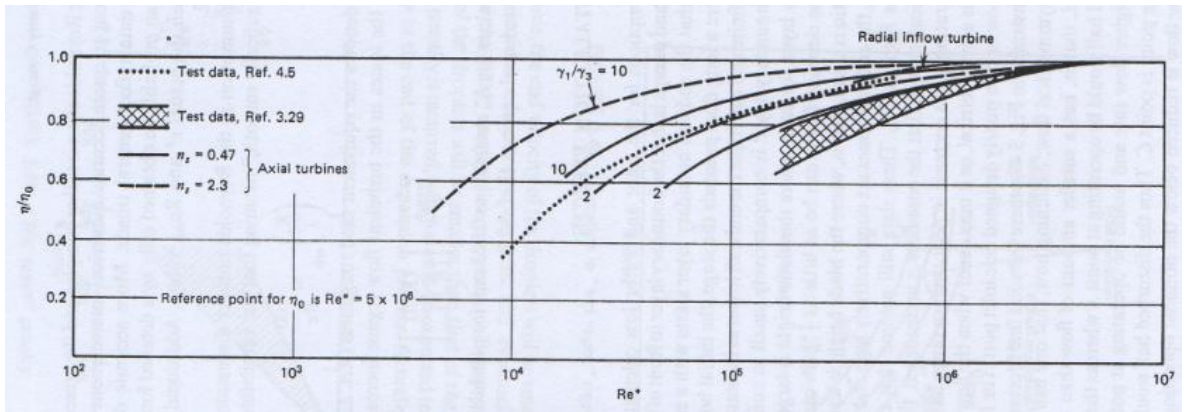


Figura 2.17 Efectos calculados del número de Reynolds en turbinas [20].

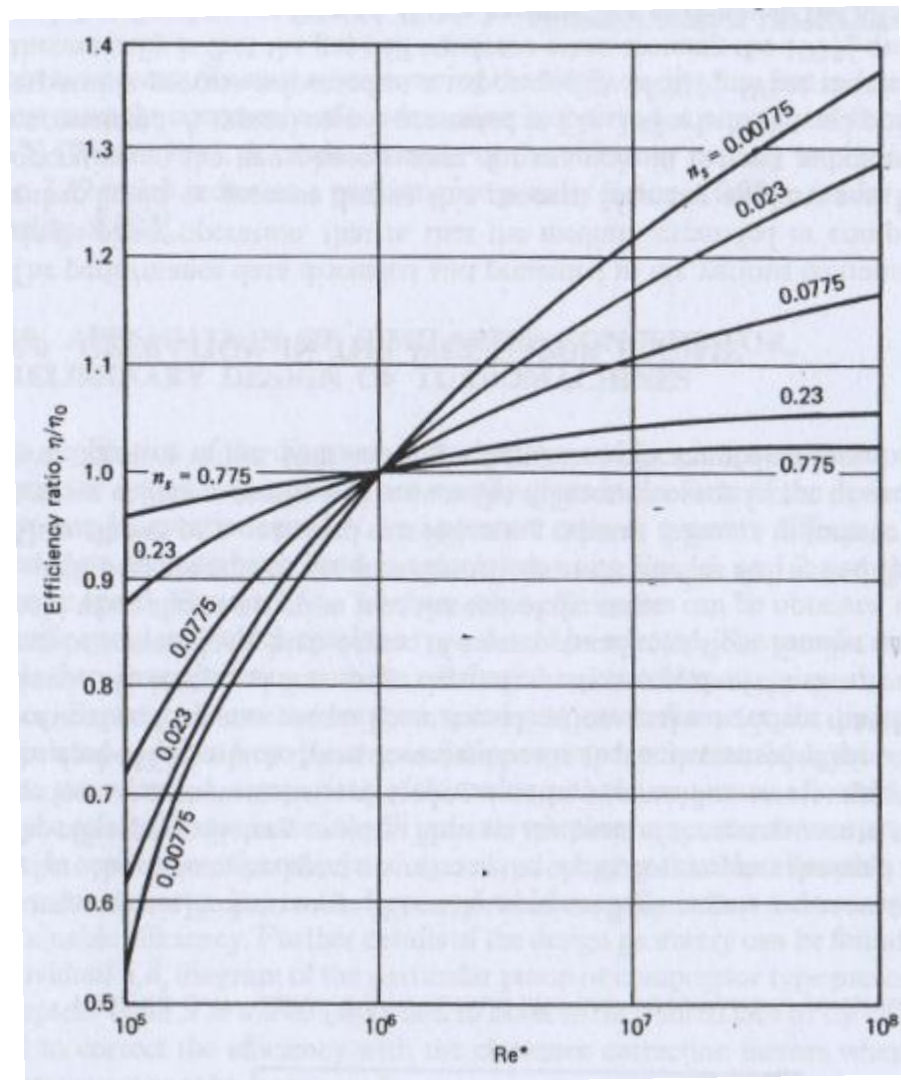


Figura 2.18 Efectos calculados del número de Reynolds para puntos de diseño en turbinas axiales [24].

### 2.5.2.5 Efectos de instalación

Las suposiciones para las pérdidas en el rotor y estator son que la capa límite al frente de los álabes es despreciablemente pequeña, de tal forma que se considera que comienza con un espesor inicial cero. Si ductos largos preceden la etapa, el espesor de la capa límite se vuelve finito y pueden triplicar las pérdidas secundarias en las paredes. Ya que la capa límite de la pared es comparativamente pequeña con respecto a la capa límite del perfil, para casos donde la altura del álabe es grande (relación de aspecto de 3:1 o mayor) el factor de pérdida es tan pequeño como 0.5%. Sin embargo, en casos donde la relación de aspecto es pequeña (donde la altura del álabe es menor que el 10% del diámetro de la rueda) las pérdidas secundarias en las paredes son comparativamente grandes y el factor de pérdida puede ser de hasta 2%. Estos datos asumen que el flujo es periféricamente simétrico, esto significa que el flujo en el núcleo es no perturbado. Para los compresores pérdidas más severas deben anticiparse cuando el flujo es asimétrico, por ejemplo si el flujo entra mediante un codo o mediante un puerto de entrada mal diseñado. Asumiendo ahora que la mitad del flujo de entrada es perturbado, esto es, se tiene menos flujo en una mitad que en la otra, una mitad puede operar en ciertas condiciones, mientras la otra opera en otras, ninguna en el valor nominal de operación. Cuando el flujo es reducido por debajo de la región de operación en la mitad del compresor, ésta puede caer en *surge* y posteriormente el compresor completo lo hará; por otra parte, cuando es incrementado puede llegar al *choke* y la eficiencia cae dramáticamente. Estas consideraciones hacen evidente que las reducciones de la eficiencia y del flujo volumétrico dependen de la magnitud de las perturbaciones y pueden ser severas en caso de un alto grado de asimetría en el flujo de entrada. Argumentos similares se pueden utilizar en el caso de una obstrucción al final de la etapa. Por tanto codos o pasajes asimétricos del flujo después de difusores de salida en colectores de voluta provocarán pérdida en la eficiencia.

### III Consideraciones fluido-dinámicas detalladas en un turbocompresor.

#### 3.1 Carga teórica $H_{th}$ (Carga de Euler)

Para reconocer interrelaciones fundamentales entre condiciones de operación y los vectores de velocidad a la entrada y a la salida del rotor, la **carga teórica** o **carga de Euler** es un parámetro útil. Éste término denota la carga que es producida en una bomba o compresor en el caso ideal, esto es, sin pérdidas. Esta carga teórica siempre está relacionada con la diferencia en las presiones totales y en las temperaturas totales. Debido a las pérdidas, la carga real producida siempre será menor que la teórica.

En los sistemas de álabes diseñados para convertir el trabajo de flecha en energía cinética o en energía de presión, la carga teórica es proporcional a la diferencia algebraica del momento del momentum entre la salida y la entrada. Así que se tiene:

$$H_{th} = \frac{u_2 c_{u-2}}{g} \pm \frac{u_1 c_{u-1}}{g} \quad (3.1)$$

El signo negativo aplica cuando el momento del momentum de entrada actúa en la misma dirección que el momento del momentum de descarga (remolino de entrada paralela), mientras el signo positivo aplica para contraflujo en la entrada respecto a la salida. Los triángulos de velocidad se muestran en la figura 3.1 donde el subíndice 1 denota el estado en la entrada (al frente del rotor) y el subíndice 2 se refiere al estado en la salida del rotor. El ángulo  $\alpha_1$  denota la dirección de la velocidad absoluta en la entrada, el ángulo  $\alpha_2$  denota la dirección de la velocidad absoluta a la salida del rotor,  $\beta_1$  denota la dirección de la velocidad relativa de entrada y  $\beta_2$  denota la dirección de la velocidad relativa a la salida del canal del rotor.

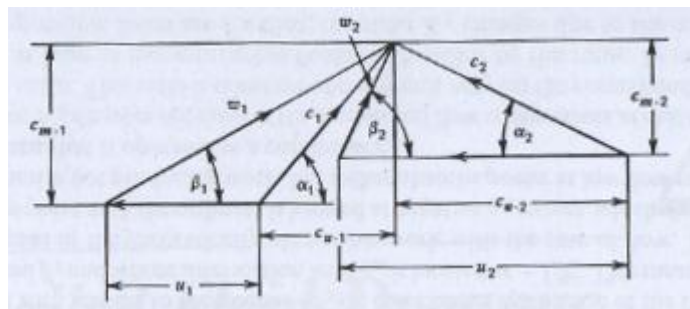


Figura 3.1 Triángulos de velocidad para compresores [1].

De la figura 3.1 se observa que

$$\cot \alpha_1 = \frac{c_{u-1}}{c_{m-1}} = \frac{c_{u-1}}{\phi_1 u_2} \quad (3.2)$$

y

$$\cot \beta_2 = \frac{u_2 - c_{u-2}}{c_{m-2}} = \frac{u_2 - c_{u-2}}{\phi_1 K_R u_2} \quad (3.3)$$

siendo  $\phi_1$  el factor de flujo y

$$K_R = \frac{c_{m-2}}{c_{m-1}} \quad (3.4)$$

expresa la razón de velocidades meridionales en la salida y en la entrada del rotor.

Introduciendo las ecuaciones 3.2 y 3.3 en la 3.1 y refiriendo la carga teórica al valor de referencia  $u_2^2/g$ , se obtiene un coeficiente de carga teórica:

$$q_{th} = \frac{H_{th}}{u_2^2/g} = \left( \frac{\cot \alpha_1}{\varepsilon_e} - K_R \cot \beta_2 \right) \phi_1 + 1 \quad (3.5)$$

De aquí se observa que para  $K_R$  constante, el trabajo teórico obtenible es una función lineal del factor de flujo con una pendiente que depende de la magnitud de la deflexión del flujo en el rotor y la relación de diámetros  $\varepsilon_e$ . Los ángulos de flujo  $\alpha_1$  y  $\beta_2$  pueden diferir de los ángulos de álabe correspondientes, como se mencionará posteriormente.

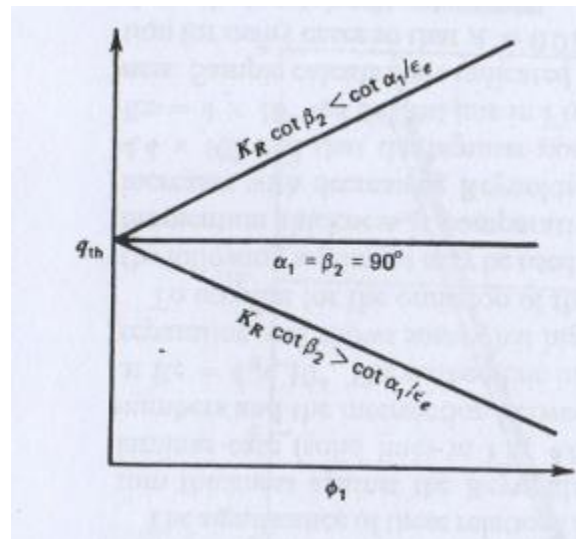


Figura 3.2 Factor de trabajo teórico para compresores y bombas [1].

### **3.2 Pérdidas por fricción del flujo (operación en el punto de diseño)**

Para determinar la carga real requerida a desarrollar por un compresor, se deben determinar las pérdidas. Para esto, se pueden adoptar muchos enfoques. Uno de ellos puede ser acudir a las bien conocidas relaciones de pérdidas por fricción dentro de un tubo, donde la pérdida de carga es proporcional al cuadrado de una velocidad de referencia (la de salida o la de entrada) y proporcional al coeficiente de pérdida, que depende de la forma del tubo y es determinada experimentalmente o mediante argumentos de la mecánica de fluidos. Esta pérdida de carga, representa la caída en la presión total. De hecho, este enfoque puede dar resultados satisfactorios para turbomáquinas cuando pueden determinarse valores apropiados para los coeficientes de pérdida.

Estudios han mostrado que los argumentos de la teoría de capa límite ofrecen una base razonable para calcular los coeficientes de pérdida para los canales de una turbomáquina para flujos que se aceleran o se desaceleran y pueden representar el efecto de <<sobrecarga>> en los álabes debido a las pérdidas. El tratamiento analítico del desarrollo de la capa límite en cascadas casi se ha vuelto una disciplina especial de la ingeniería donde se hacen esfuerzos para desarrollar teorías sofisticadas que quizá lleven eventualmente a un mejor entendimiento de los mecanismos de pérdida en los canales de las turbomáquinas [1].

Sin embargo, las teorías más avanzadas de capa límite no serán utilizadas para la siguiente discusión sobre pérdidas. El énfasis primario está en aspectos más básicos. La intención principal es derivar relaciones que sean suficientemente generales y que tengan precisión aceptable, representándolas de forma simplificada sin ignorar aspectos relevantes, como los efectos de Coriolis.

Por otra parte, cabe mencionar que la pérdida de exactitud es inevitable ya que no todos los aspectos de los mecanismos de pérdida han sido completamente entendidos aún [1] y una teoría exhaustiva de pérdidas en turbomáquinas sigue en estado de desarrollo.

### 3.2.1 Argumentos de capa límite

Existe una capa delgada entre una pared estacionaria y el núcleo del flujo (Fig. 3.3). Esta es la capa límite, donde la velocidad en la cara de la pared es cero y la velocidad de lado del núcleo del flujo es denotada como velocidad de corriente libre  $v_{libre}$ . Todas las pérdidas por fricción, son causadas por fuerzas cortantes en la capa límite. Un criterio importante es el **espesor de desplazamiento de la capa límite** definido como:

$$\delta = \int_0^b \left(1 - \frac{v}{v_{libre}}\right) dy \quad (3.6)$$

y el **espesor del momentum** de la capa límite representando las pérdidas por momentum:

$$\theta = \int_0^b \frac{v}{v_{libre}} \left(1 - \frac{v}{v_{libre}}\right) dy \quad (3.7)$$

La razón de ambos valores:

$$H = \frac{\delta}{\theta} \quad (3.8)$$

es usualmente referido como el factor de forma.

Ambos espesores crecen con la longitud de la trayectoria del flujo y con gradientes de presión adversa (incremento de presión en la dirección del flujo).

Es difícil obtener soluciones exactas de las ecuaciones de capa límite en términos generales. Las aproximaciones propuestas por Truckenbrodt [23] para el crecimiento de capa límite bajo gradientes de presión adversa tienen la forma:

$$\theta_2 \left( \frac{v}{v_2} \theta_2 \right)^{1/n} v_2^{3+2/n} = C_1 + A \int_0^l v^{3+2/n} dx \quad (3.9)$$

Donde  $l$  denota la longitud del camino del flujo,  $v_2$  la velocidad en la corriente libre a la salida de la cascada,  $C_1$  es el espesor del momentum de la porción laminar inicial.

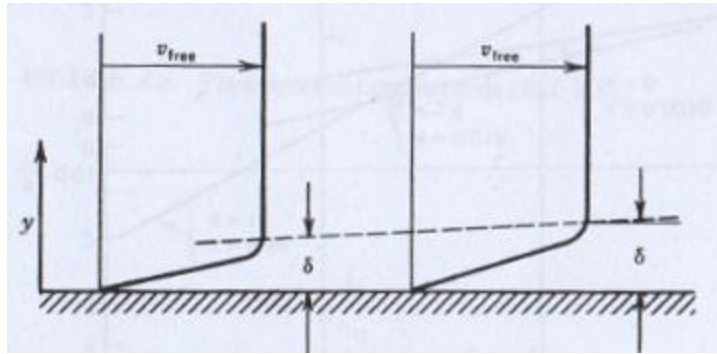


Figura 3.3 Notaciones de capa límite [1].

$A$  y  $n$  en el modelo de Truckenbrodt son constantes que dependen esencialmente de las características de flujo ( $n=1$  si es laminar,  $n=6$  turbulento, o  $n=4$  turbulento cerca de la separación). Asumiendo una relación cómoda para el cambio de velocidad con respecto al camino del flujo, puede integrarse la ec. 3.9 para determinar el espesor de la capa límite al final de la trayectoria del flujo. Si se asume un cambio lineal de la velocidad con respecto al avance en la trayectoria del flujo, la integración lleva a una relación de la forma:

$$\frac{\theta_2}{l} = \frac{[A/(4+2/n)]^{n/(n+1)}}{R_{e-2}^{1/(n+1)}} \left[ \frac{1-(1/\mu)^{4+2/n}}{1-(1/\mu)} \right]^{n/n+1} \quad (3.10)$$

donde

$$\mu = \frac{v_2}{v_1} \quad (3.11)$$

denota la razón de aceleración o desaceleración.

Cuando se ignora  $C_1$  a ecuación 3.10 se reduce a [1]:

$$\left( \frac{\theta_2}{l} \right)_0 = \frac{A^{n/(n+1)}}{R_{e-2}^{1/(n+1)}} \quad (3.12)$$

para  $\mu = 1$ , esto es, para una trayectoria de flujo con velocidad constante.

Si graficamos el espesor del momentum contra el número de Reynolds para  $\mu = 1$  para el flujo turbulento y laminar (líneas sólidas en Fig. 3.4) observamos que  $\theta/l$  laminar y  $\theta/l$  turbulento ocurre para  $Re = 4 \times 10^4$ .

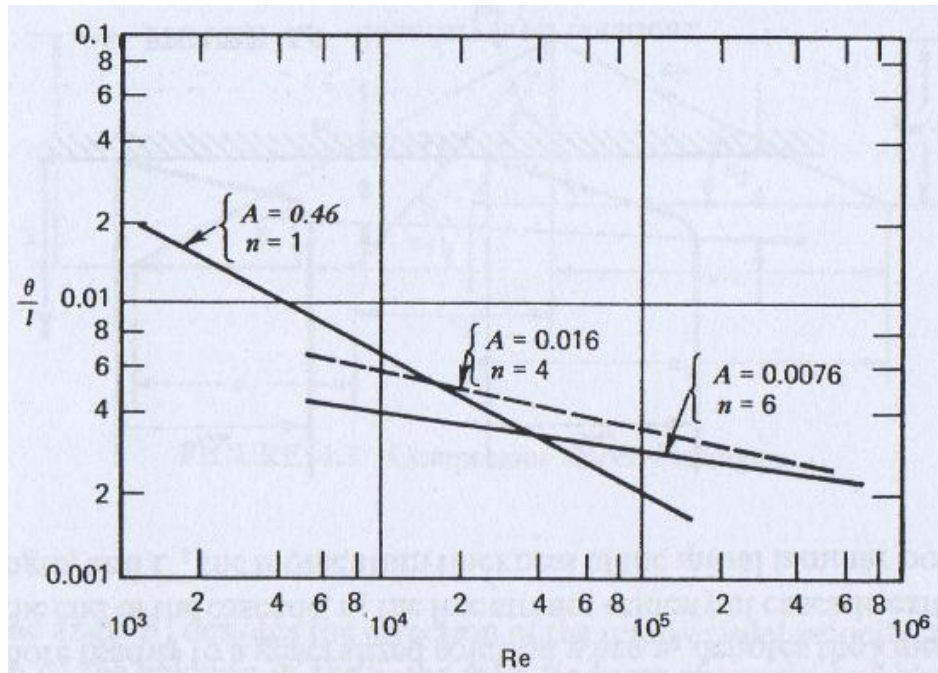


Figura 3.4 Espesor referido del momentum como función del número de Reynolds [1].

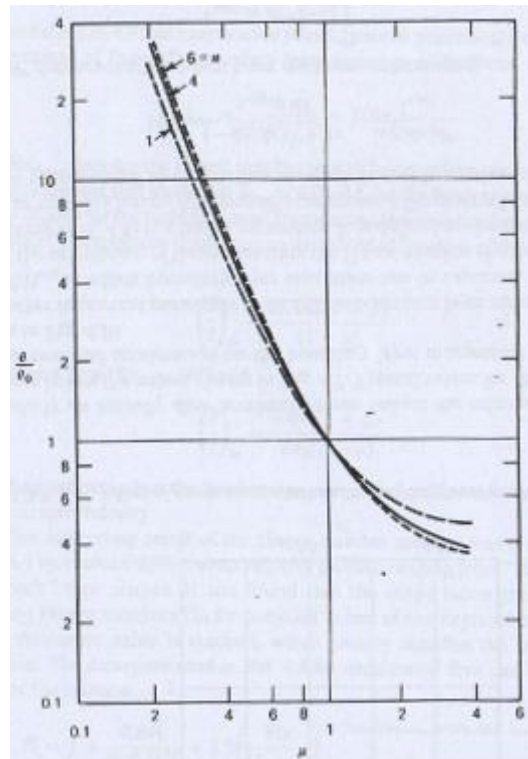


Figura 3.5 Influencia de la tasa de desaceleración en el espesor del momentum de la capa límite [1].



El efecto de la aceleración y desaceleración lineal del flujo sobre el espesor de momentum puede ser expresada por la razón de las ecuaciones 4.17 y 4.19 llevando a:

$$\frac{\theta/l}{(\theta/l)_0} = \left[ \frac{1 - (1/\mu)^{4+2/n}}{(1 - (1/\mu))(4 + 2/n)} \right]^{n/(n+1)} \quad (3.13)$$

que se representa gráficamente en la fig. 3.5 y mostrando un rápido crecimiento en el espesor referido de momentum con valores decrecientes de  $\mu$  y un decrecimiento de  $\theta/l$  con tasas crecientes de aceleración.

El rápido crecimiento de  $\theta/l$  para flujos en desaceleración puede reducirse cambiando la desaceleración lineal a una desaceleración rápida. El espesor es calculado por una integración paso a paso de la relación de Truckenbrodt [23] dando como resultado:

$$\frac{\theta}{l} = \frac{[A/(4 + 2/n)]^{n/(n+1)}}{\text{Re}^{1/(n+1)}} \left\{ \frac{\mu x_1 [(\alpha^* - 1)/\mu]^{4+2/n}}{\alpha^* - 1} + \frac{(1 - x_1) [1 - (\alpha^*/\mu)^{4+2/n}]}{1 - \alpha^*/\mu} \right\}^{n/(n+1)} \quad (3.14)$$

para un patrón de flujo indicado en la figura 3.6a donde  $\mu$  denota la relación de aceleración o desaceleración general y  $\alpha^*$  la desaceleración en la porción inicial.

$$\alpha^* = \frac{v_1}{v_{in}} \quad (3.15)$$

El término denota la longitud inicial adimensionalizada con respecto a la longitud total

$$x_1 = \frac{l_1}{l_t} \quad (3.16)$$

Para el patrón esquemáticamente indicado en la fig. 3.6b,

$$\frac{\theta}{l} = \frac{[A/(4 + 2/n)]^{n/(n+1)}}{\text{Re}^{1/(n+1)}} \left\{ \frac{\mu x_1 [(\alpha^* - 1)/\mu]^{4+2/n}}{\alpha^* - 1} + \frac{\mu(x_2 - x_1) [(\beta^*/\mu)^{4+2/n} - (\alpha^*/\mu)^{4+2/n}]}{\beta^* - \alpha^*} + \frac{(1 - x_2) [1 - (\beta^*/\mu)^{4+2/n}]}{1 - \beta^*/\mu} \right\}^{n/(n+1)} \quad (3.17)$$

$$\text{con } \beta^* = \frac{v_2}{v_{in}} \text{ y } x_2 = \frac{l_2}{l_{tot}}$$

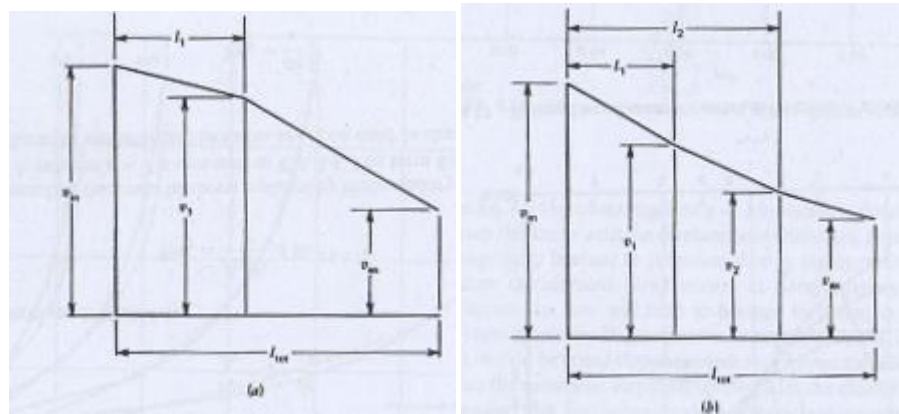


Figura 3.6 Métodos de desaceleración del flujo [25].

Otro parámetro importante es el espesor crítico del momentum de la capa límite  $(\theta/l)_{crit}$ , en el cual la separación puede esperarse.

Para el cálculo de tal parámetro se requiere el **número de Hagen**  $Ha$ . Definido como la razón entre las fuerzas de presión a las fuerzas viscosas.

Aplicando este concepto a un disco plano donde la fuerza viscosa es proporcional a la fricción a iguales números de Reynolds, el resultado es:

$$Ha = \frac{(-dp/dx)\delta^* b dx}{\tau_{pared} b dx} = \frac{(dp/dx)\delta^*}{\tau_{pared}} \quad (3.18)$$

donde  $\delta^*$  denota el espesor de la capa límite. Introduciendo:

$$\tau_{pared} \approx \rho c^2 \left( \frac{v}{c \delta^*} \right)^{2/(n+1)} \quad (3.19)$$

y reemplazando el gradiente de presión por el de velocidad:

$$\frac{dp}{dx} = \rho c \frac{dc}{dx}$$

La forma final es [26]:

$$Ha_{\theta} = \frac{dc/dx}{c} \theta Re_{\theta}^{2/(n+1)} \quad (3.20)$$

$$n=7 [26] \text{ y } Re = \frac{c\theta}{\nu}$$

Puede postularse [26] un término de separación a partir de consideraciones de similitud en términos de la ecuación de Prandtl de capa límite, de la forma:

$$\lambda_{sep} = \frac{Ha_{\theta-sep}}{Re_{\theta}^{2/(n+1)}} = f(Re_{\theta}) \quad (3.21)$$

Donde  $Ha_{\theta-sep}$  denota el número de Hagen en el que ocurre la separación. Los datos mostrados indican que  $\lambda_{sep} = 0.09/Re_{\theta}$  para el caso laminar y  $\lambda_{sep} = 0.0044$  para flujo turbulento. Introduciendo esta información en la ecuación 3.20, el espesor crítico del momentum puede ser expresado como función de la tasa de desaceleración:

$$\left(\frac{\theta}{l}\right)_{crit} = \frac{0.0022(1+\mu)}{(1-\mu)} \quad \text{para flujo turbulento (Re}>10^3) \quad (3.22)$$

$$\left(\frac{\theta}{l}\right)_{crit} = \frac{0.045(1+\mu)}{Re_{\theta}(1-\mu)} \quad \text{para flujo laminar} \quad (3.23)$$

El número de Hagen puede usarse no sólo para predecir el inicio de la separación, sino para indicar el cambio de flujo laminar a turbulento, ya que existe una relación entre el número crítico de Reynolds y el número de Hagen. Para esta comparación, el número de Reynolds es definido usando el espesor de desplazamiento de la capa límite como longitud característica, *i.e.*

$$Re_{\delta} = \frac{c\delta}{\nu} \quad (3.24)$$

y el número de Hagen (laminar) en la forma <<laminar>>:

$$Ha = \frac{\delta^2}{\nu} \frac{dc}{dx} \quad (3.25)$$

obtenida de la ecuación 3.20 observando que  $n=1$  para flujo laminar y reemplazando el espesor de momentum con el espesor de desplazamiento. La figura 3.8 indica que el cambio de flujo laminar a turbulento a valores positivos altos del número de Hagen (flujo acelerado) ocurre comparativamente a números altos de Reynolds, mientras el flujo tiende a volverse turbulento a números bajos de Reynolds cuando el número de Hagen es negativo, esto es, en flujos altamente desacelerados. Debe notarse que estos datos resultan de condiciones de estabilidad [26] y determinan el número mínimo de Reynolds para el cambio de régimen. El número de Reynolds al cual el flujo cambia de laminar a turbulento puede en realidad ser más alto.

Estos fenómenos pueden tener un efecto significativo en el crecimiento de capa límite en cascadas de turbomáquinas que operan cerca de la intersección de régimen turbulento y laminar,  $Re = 4 \times 10^4$ , en la fig. 3.4. Esto puede ser demostrado examinando los datos sobre el coeficiente de resistencia (que es proporcional al espesor del momentum ec. 3.26) presentado en la figura 3.9 para diferentes grados de turbulencia. Ya que las cascadas de desaceleración exhiben un número de Reynolds crítico particularmente bajo (fig.3.8), la capa límite laminar en las cascadas para compresores y bombas será comparativamente corta (fig. 3.4) y los coeficientes de pérdida serán mayores que para turbinas en el régimen de números de Reynolds medianos (alrededor de  $10^6$ ). A números extremadamente bajos de Reynolds, la capa límite tenderá a ser laminar en todos los casos y se espera un típico comportamiento laminar (un aumento rápido del coeficiente de pérdida con números de Reynolds decrecientes). Para números de Reynolds extremadamente altos la capa límite será turbulenta en su totalidad y un ligero aumento en el coeficiente de pérdida ocurrirá con números de Reynolds decrecientes.

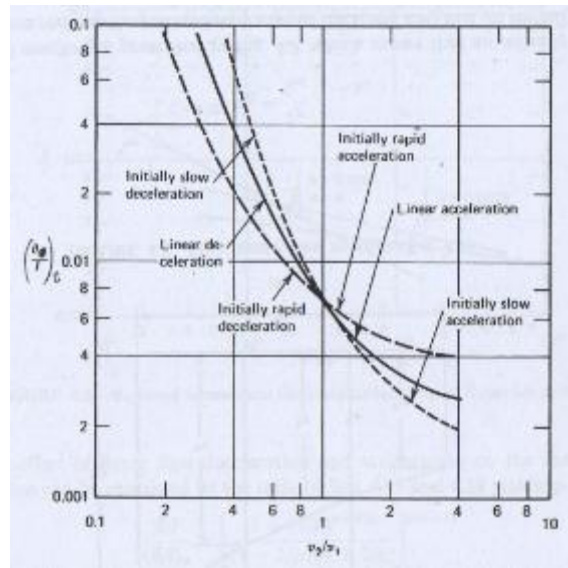


Figura 3.7 Espesor referido del momentum como función de la aceleración del flujo [1].

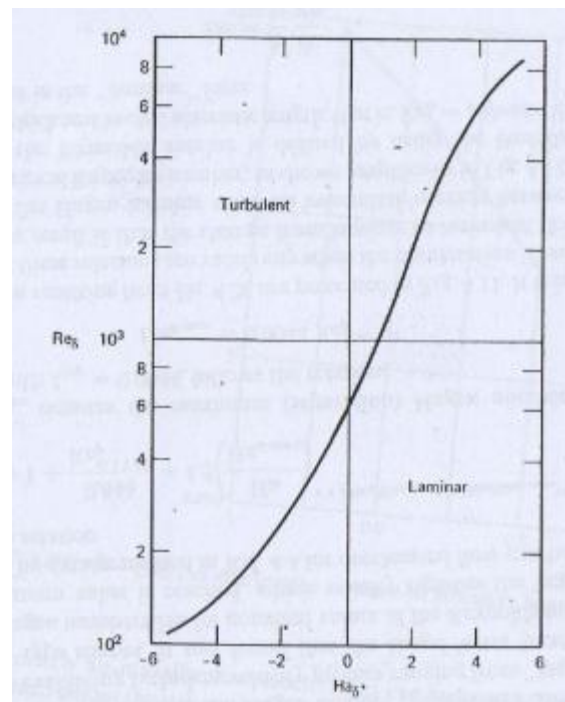


Figura 3.8 Número crítico de Reynolds como función del número de Hagen [26].

Este comportamiento puede esperarse siempre y cuando no ocurra separación de flujo. Una capa límite laminar separada causa mayores pérdidas que una capa límite turbulenta separada, la cual puede en algunos casos volver a pegarse. Hay que señalar que en un flujo separado las pérdidas no son controladas por fuerzas viscosas como en la capa límite no separada. Por lo tanto la influencia del número de Reynolds en las pérdidas en flujo separado es considerablemente menor si es que existe. Un esquema del comportamiento de las pérdidas en cascadas con y sin separación se muestra en la figura 3.9.

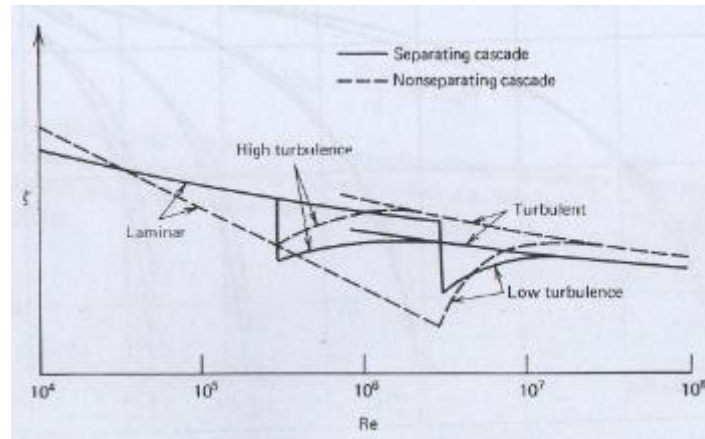


Figura 3.9 Coeficiente de resistencia con y sin separación [20].

Esta figura muestra los ampliamente efectos variables del número de Reynolds. Es evidente que la influencia del número de Reynolds obedece un complejo patrón por la interacción entre el Reynolds crítico, el grado de turbulencia y la separación laminar y turbulenta. Los comentarios anteriores son para re enfatizar el hecho de que los fenómenos de capa límite en canales de turbomáquinas pueden ser muy complejos, particularmente en el régimen de transición de laminar a turbulento, así que las predicciones de pérdidas pueden ser arriesgadas. Sin embargo puede obtenerse información razonable para las tendencias predominantes y su magnitud aproximada continuando las consideraciones de capa límite y definiendo un coeficiente  $\zeta_0$  que represente las pérdidas por cada pared. Esta cantidad puede ser calculada del espesor de momentum.

$$\zeta_0 = 2 \left( \frac{\theta}{l} \right) \frac{l}{w^*} \left[ 1 + \frac{1}{2} \left( \frac{\theta}{l} \right) \frac{l}{w^*} H^2 \right] \quad (3.26)$$

Donde  $H$  denota el factor de forma y  $w^*$  denota la anchura del canal .

Con esto puede calcularse la pérdida de presión para una cascada formada por dos paredes (superficie de succión y de presión)

$$H_{perdida} = (\zeta_{O-S} + \zeta_{O-P}) \frac{c_{ref}^2}{2g} \quad (3.27)$$

donde  $c_{ref}$  es una velocidad de referencia, la velocidad de corriente libre a la salida de la cascada.

### 3.2.2 Pérdidas en el perfil

#### Cascadas axiales

En las cascadas de turbomáquinas, la desaceleración o aceleración del flujo está acoplada con una deflexión que causa que la velocidad de corriente libre en la vecindad inmediata de la superficie del perfil difiera de la velocidad promedio en el canal.

Una distribución típica de velocidad en la superficie de las cascadas de un turbocompresor se muestra en la figura 3.10, que muestra que el flujo es acelerado y luego desacelerado en el lado de succión, pero rápidamente desacelerado inicialmente en el lado de presión del álabe.

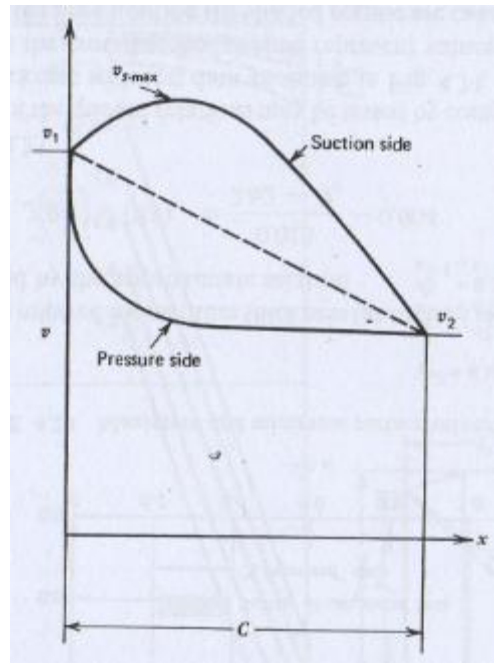


Figura 3.10 Distribución de velocidad en la superficie del álabe [1].

El parámetro que será usado como criterio para estimar  $(\theta/l)$  en la superficie de succión es la razón entre la velocidad máxima en la superficie de succión a la velocidad de entrada  $v_{s-\max} / v_1$  y para la superficie de presión, el criterio para estimar  $(\theta/l)$  será la razón entre la velocidad mínima en la superficie de presión y la velocidad de entrada.  $v_{p-\min} / v_1$ . Investigaciones han mostrado que la relación  $v_{s-\max} / v_1$  es el factor más influyente para determinar el espesor total (superficie de succión + superficie de presión) de momentum y este parámetro depende del **parámetro de circulación** [28] definido como

$$C_r = \frac{2\delta u}{\sigma \{1 + [\cot \lambda_\infty - (\delta u/2)]^2\}} \quad (3.28)$$

donde  $\delta u$  representa la **carga de álabe**.

$$\delta u = \frac{\Delta v_u}{c_m} \quad (3.29)$$

el término  $\lambda_\infty$  denota el ángulo medio como se define en la Fig. 3.11 y  $\sigma$  la solidez de cascada  $\sigma = C/t$ . Más aún, los términos  $\delta u$  y  $\lambda_\infty$  determinan los ángulos de entrada y de salida de los vectores del flujo de la cascada ya que:

$$\cot \lambda_1 = \cot \lambda_\infty - \frac{1}{2} \delta u \quad (3.30)$$

$$\cot \lambda_2 = \cot \lambda_\infty + \frac{1}{2} \delta u \quad (3.31)$$

siempre que  $c_m$  se mantenga constante entre la punta inicial y final a lo largo de la cascada.

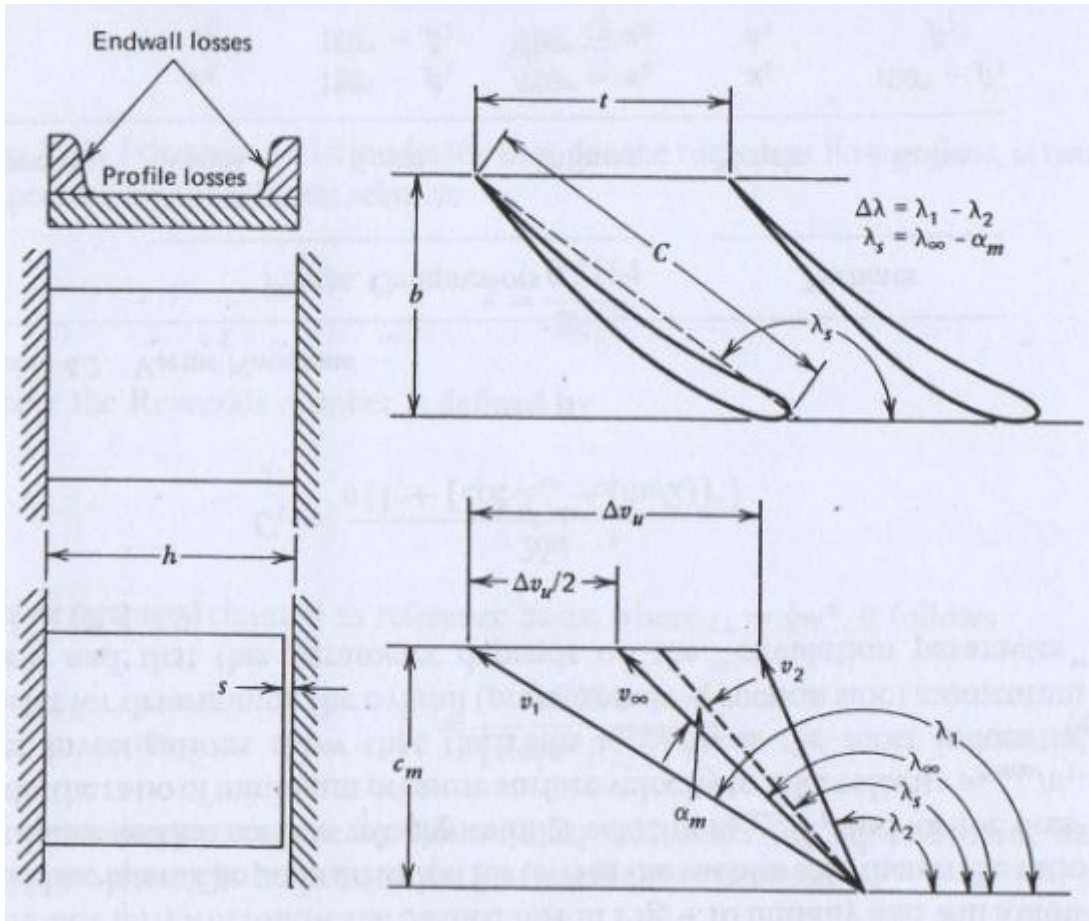


Figura 3.11 Notaciones de cascada [28].

Unas relaciones aproximadas para las velocidades extremas para un medio incompresible son:

$$\frac{v_{s-\max}}{v_1} = 1 + 0.9 \frac{d_{\max}}{C} + 0.3 C_\Gamma \quad (3.32)$$

$$\frac{v_{p-\min}}{v_1} = 0.9 - \frac{0.02}{C_\Gamma} \quad (3.33)$$

donde  $d_{\max}$  denota el máximo espesor de cuerda. Estas relaciones son obtenidas calculando las relaciones de [29] y tienen una buena correlación con los datos de [29] como se muestra en la figura 3.12. Valores típicos de la localización de  $v_{s-\max}$  y de  $v_{p-\min}$  son 30% y de 70% a 90% respectivamente de la longitud de cuerda.

Sustituyendo estos valores en la ec. 3.14 y observando que  $\alpha_s^* = v_{s-\max}/v_1$ ,  $x_{1-s} = 0.3$  para el lado de succión y  $\alpha_p^* = v_{p-\min}/v_1$ ,  $x_{1-p} = 0.7$  a  $0.9$  para el lado de presión, valores totales de espesor de momentum se obtienen y son mostrados en la fig. 3.13. De esta figura se observa que el espesor de

momentum y la relación  $\theta_{suct}/\theta_{tot}$  depende predominantemente del valor  $\alpha_s^*$  y comparativamente es una función débil de la tasa de desaceleración general.

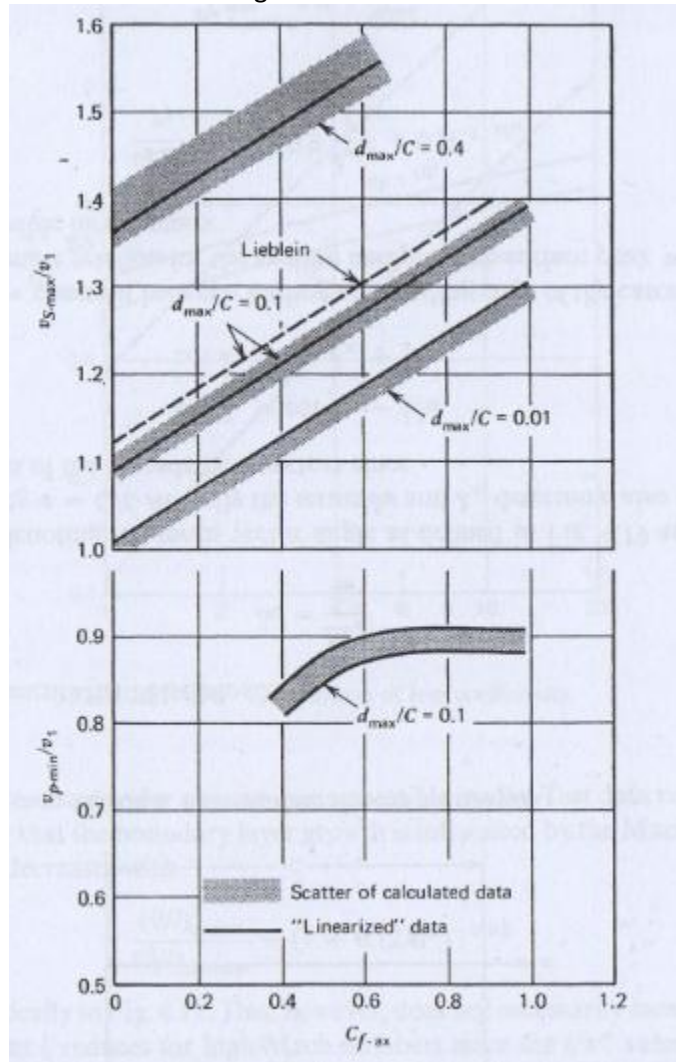


Figura 3.12 Velocidades mínimas y máximas en la superficie [28].

Asumiendo una superficie de distribución de velocidad con doble pico como se muestra en la fig. 3.14, se calculan los espesores de momentum de la ec. 3.17 asumiendo valores similares de  $\beta^*$  y  $x_2$  (además de  $\alpha^*$  y  $x_1$ ) para el lado de succión. Este diagrama muestra nuevamente que el espesor total de momentum es esencialmente una función de la desaceleración  $\mu$  y de la razón de velocidades pico  $\alpha^*$ . Esto implica que la desaceleración desde la velocidad pico  $v_{s-max}$  hasta la velocidad de salida  $v_2$  es uno de los parámetros principales y lleva a la definición de un **factor de difusión equivalente** [30].

$$D_e = v_{s-max} / v_2 \quad (3.34)$$

De tal forma que el espesor total de momentum (incluyendo ambos lados) puede ser expresado por la relación aproximada:

$$\left(\frac{\theta}{l}\right)_t = 2\left(\frac{\theta}{l}\right) = \frac{0.013}{2.62 - D_e} - 0.04 \quad (3.35)$$



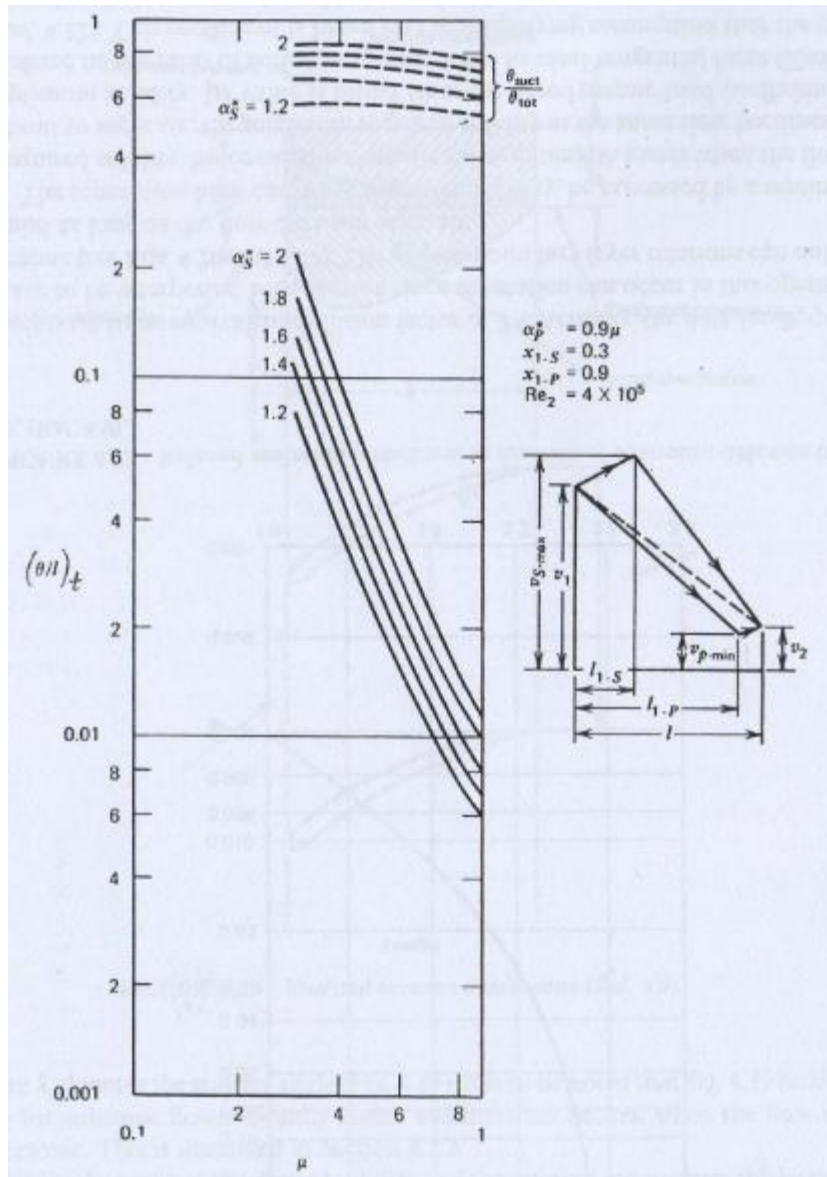


Figura 3.13 Espesor referido del momentum como función de la razón de las velocidades superficiales de desaceleración y de succión [44].

La validez de las relaciones citadas puede ser probada comparando los espesores de momentum calculados con los datos experimentales como se muestra en la fig. 3.16, donde las líneas sólidas y los datos en la zona achurada representan valores calculados de la ec. 3.14 y donde la zona sombreada y sus límites son calculados de la ec. 3.17.

Este diagrama muestra una concordancia entre los datos teóricos y experimentales hasta un factor de difusión de 2.4. Con un límite práctico de funcionamiento eficiente para  $2 > D_e > 1.9$  [2]. Para  $D_e > 2.4$  los datos deben interpretarse con cuidado ya que puede ocurrir la separación del flujo (ver ecs. 3.22 y 3.23). Las relaciones citadas de capa límite son válidas siempre y cuando el flujo no se separe.

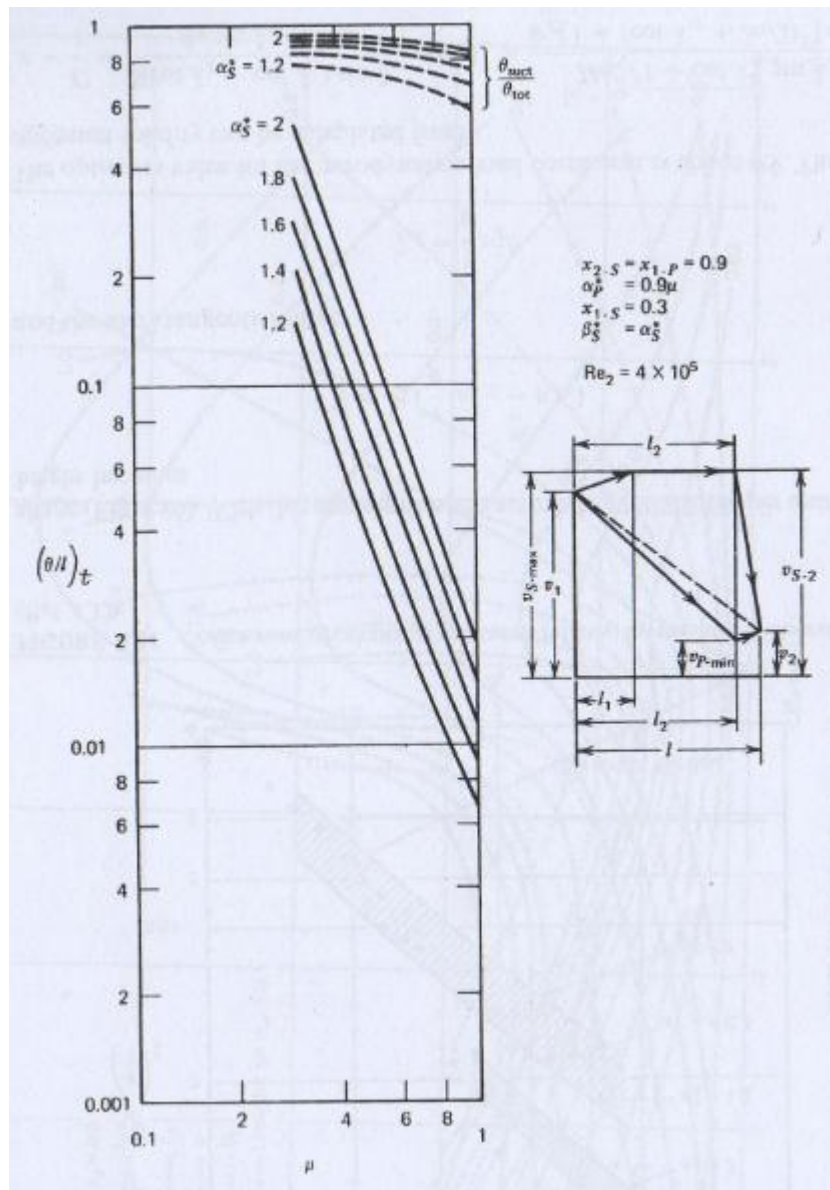


Figura 3.14 Espesor referido del momento como función de la razón de las velocidades superficiales de desaceleración y de succión (para doble pico de succión) [44].

El límite de separación puede ser expresado de manera aproximada por una solidez mínima requerida. Ya que las cascadas usualmente muestran pérdidas mínimas cuando el flujo está a punto de separarse, la solidez mínima requerida es al mismo tiempo la solidez óptima. Su valor se encuentra del coeficiente de carga aerodinámico  $\gamma_z$  definido como la razón entre la fuerza tangencial real a la fuerza tangencial ideal (Zweifel, [31]). Este coeficiente se basa en la simplificación de que la distribución de presiones alrededor del álabe tiene una forma rectangular. Con esa suposición, la fuerza tangencial real por altura unitaria de álabe es:

$$T_i = c_m t \frac{\gamma}{g} (v_{u-2} - v_{u-1}) \quad (3.36)$$

y la fuerza tangencial ideal:

$$T_{id} = \frac{\gamma}{g} v_2^2 b \quad (3.37)$$

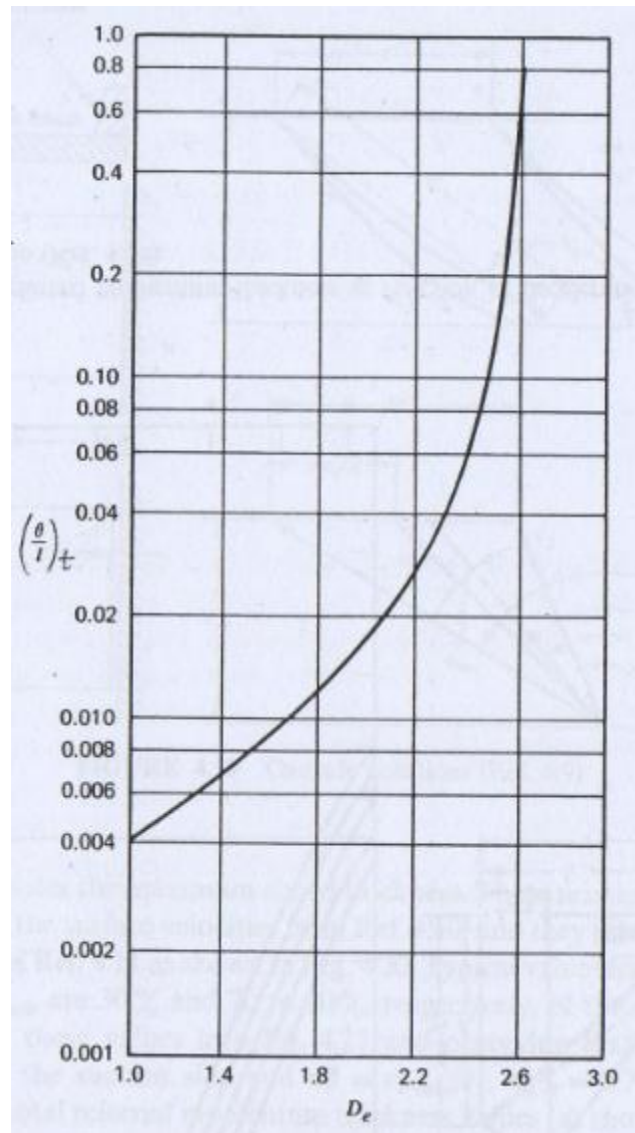


Figura 3.15 Espesor referido del momentum como función del factor equivalente de difusión  $D_e$  [28].

El valor óptimo para el coeficiente de carga (coeficiente de Zweifel) es de 0.9 y la solidez óptima puede ser calculada a partir de:

$$\sigma = \frac{C}{t} = \frac{2(\cot \lambda_2 - \cot \lambda_1) \sin \lambda_\infty \sin^2 \lambda_2}{\psi_z \sin \lambda_\infty \sin \lambda_s} = \frac{2\delta u \sqrt{1 + \cot^2 \lambda_\infty} \sin \lambda_\infty}{\psi_z [1 + (\cot \lambda_\infty + \delta u/2)^2] \sin \lambda_s} \quad (3.38)$$

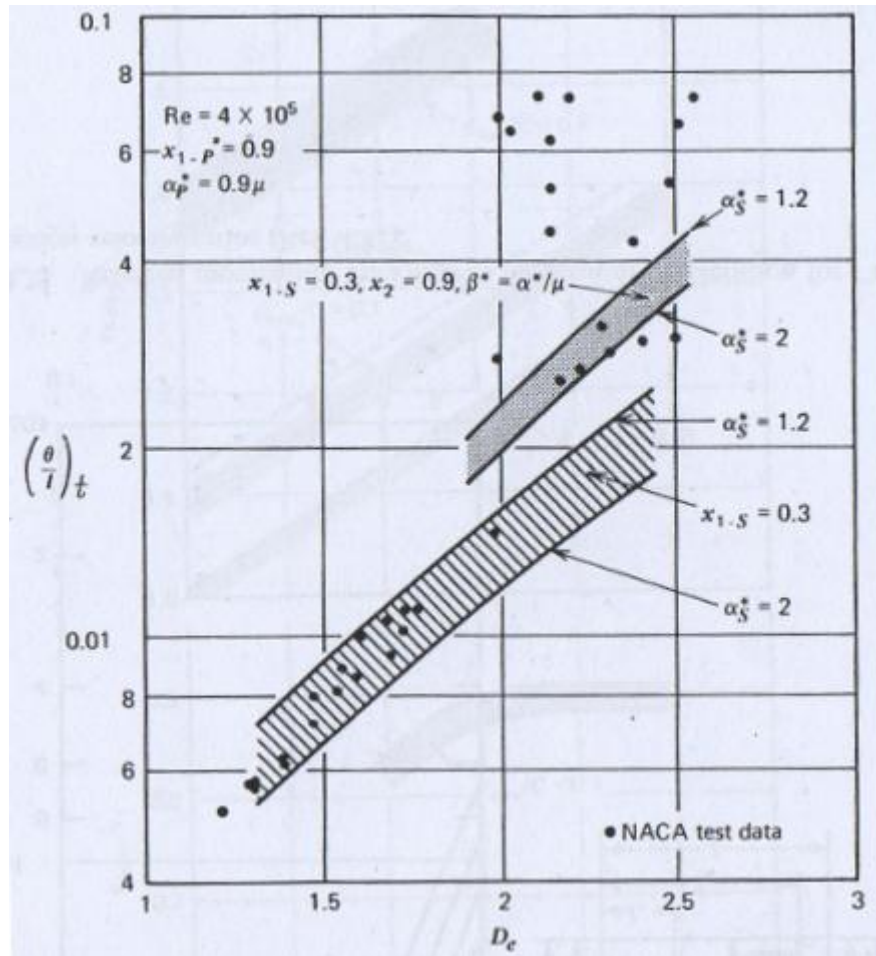


Figura 3.16 Comparación de datos calculados y experimentales del espesor referido de momento [44].

Habiendo determinado la solidez deseada y el espesor de momento como funciones de la desaceleración en ambos lados del álabe (succión y presión), el coeficiente de pérdida del perfil puede determinarse de las ecuaciones 3.26 y 3.27. En algunos casos es más conveniente usar el componente meridional de la velocidad de salida como valor de referencia. Según la Ref. [69], la relación

$$\zeta_p = \frac{1.286H^2 \sigma(\theta/l)_t [1 + (\cot \lambda_\infty + \delta u/2)^2]^{1.5}}{[1 - H\sigma(\theta/l)_t \sqrt{1 + (\cot \lambda_\infty + \delta u/2)^2}]^3} \quad (3.39)$$

y puede usarse para calcular el coeficiente de pérdidas en el perfil como función de los parámetros de cascada  $\delta u$  y  $\lambda_\infty$ . Los resultados se encuentran graficados en la figura 3.19 por líneas de coeficiente de pérdida constante y solidez como función de parámetros  $\delta u$  y  $\lambda_\infty$  para un número de Reynolds de cuerda  $Re = 4 \times 10^5$  definido por:

$$Re = \frac{v_2 C}{v_2} \quad (3.40)$$

De la figura se observa que el coeficiente de pérdida para cascadas de desaceleración es más alto que para las de aceleración. También se observa que solamente valores comparativamente pequeños de  $\delta u$  pueden ser tolerados para cascadas de desaceleración sin que ocurra separación. El valor  $D_e = 2.4$  representa el límite de carga, lo que significa que la separación es inevitable para valores mayores de  $D_e$ . También debe

observarse que las cascadas con valor alto de  $D_e$  tienen poca tolerancia para la incidencia. Esto lleva a la definición del límite de tolerancia de alta incidencia.

De la ref. [29] después de presentar soluciones completas de flujo potencial para cascadas de compresor simétricamente combadas (despreciando *endwall losses*) tomando en cuenta solidez, *stagger*, ángulo de ataque y espesor del perfil, las condiciones de *stalling* fueron identificadas definiendo dos parámetros: el factor de carga de impulso (ILF por sus siglas en inglés) y el factor de carga lisa (SLF). Los valores de ILF representan la carga de la nariz del perfil y dependen en gran medida del ángulo de ataque  $\alpha_m$  (ver figura 3.11). El valor SLF esencialmente representa la deflexión y desaceleración del flujo, *i.e.*  $\delta u$  y  $\lambda_\infty$ . Los límites de estos factores se reproducen en la figura 3.17 por líneas sólidas. Estos datos significan que dados valores de  $\delta u$  y  $\lambda_\infty$  los valores máximos permisibles de ILF (*i.e.* ángulos de ataque  $\alpha_m$ ) están limitados por *stall* positivo y negativo. Ya que mínimas pérdidas ocurren entre el *stall* positivo y negativo, se argumenta que la geometría óptima de cascada puede identificarse por la línea punteada en la figura 3.17, esto es  $SLF = 3 \text{ ILF}$ . Esta sentencia brinda una interrelación entre  $\delta u$ ,  $\lambda_\infty$ ,  $\sigma$ ,  $\alpha_m$  y la máxima razón de espesor de álabe  $d_{max}/C$ . Ya que  $\lambda_\infty$  y  $\alpha_m$  están interrelacionadas por el *stagger angle*  $\lambda_s$ , y ya que las cantidades  $\delta u$ ,  $\lambda_\infty$ ,  $\lambda_s$  y  $\sigma$  están relacionadas por el coeficiente aerodinámico de carga de álabe, existe una interdependencia entre la solidez, el ángulo de ataque y  $d_{max}/C$  para un valor constante de  $\psi_z$ .

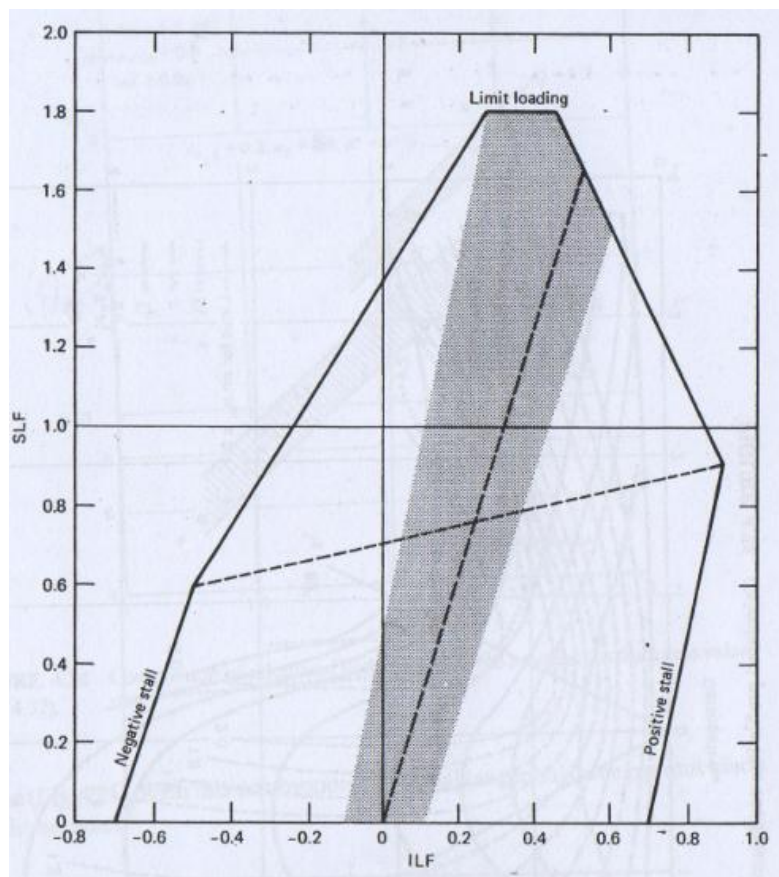


Figura 3.17 Diagrama de *Stall* [28].

Usando ahora una interrelación para  $\alpha_m$ , como se muestra en la figura 3.18, se encuentra que los valores correspondientes de SLF e ILF se localizan en la zona sombreada de la figura 3.17 cuando se asume  $\psi_z = 0.9$ , a la izquierda para  $\psi_z < 0.8$  y a la derecha para  $\psi_z > 1.4$ . Esto tiende a confirmar la validez del coeficiente

aerodinámico de carga como lo estableció Zweifel y sugiere  $\psi_z = 0.9$  como un valor promedio razonable (para el rango de valores de ángulo de ataque  $\alpha_m$  que se presenta en la figura 3.18).

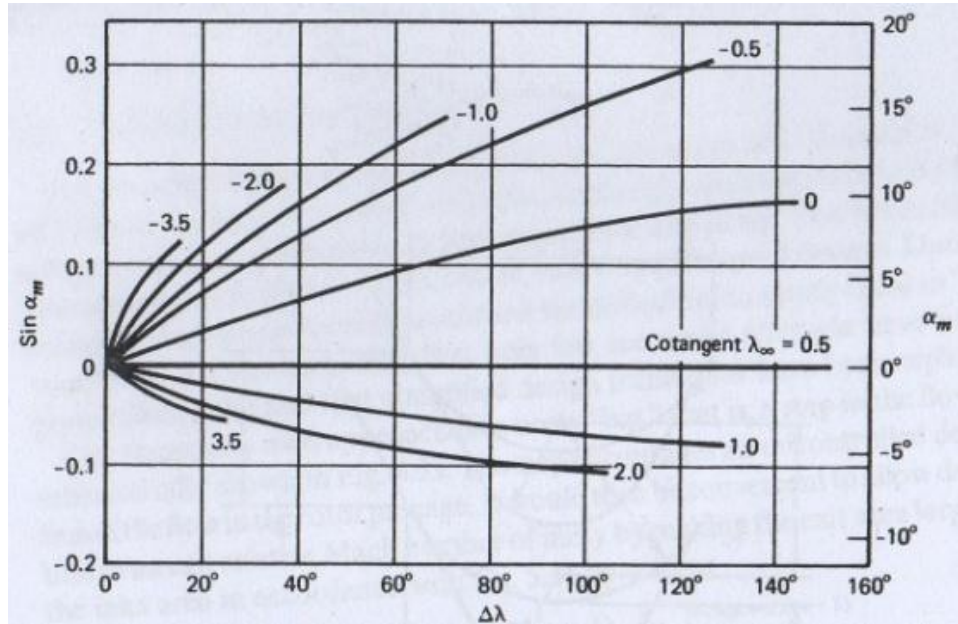


Figura 3.18 Desviación del ángulo de ataque [28].

El valor máximo permisible de SLF se encuentra alrededor de 1.8 más allá del cual se presenta separación del flujo (aunque puede presentarse dentro del régimen dentro de las líneas de los <<límites de carga>>), ocasionando altos niveles de pérdida. Otros criterios aerodinámicos, como el factor de difusión  $D_e$  deben determinarse para encontrar el límite de separación más específicamente.

La interrelación entre los parámetros de cascada  $\delta u$  y  $\lambda_\infty$  así como el ángulo de deflexión  $\Delta\lambda$  se muestra muestran en la figura 3.20.

La figura 3.19 muestra que los valores  $\delta u$  permitidos para  $\lambda_2$  son relativamente bajos y la separación debe ser anticipada para  $\delta u > 1.2$ . Esta limitación puede removerse usando cascadas con doble o triple ángulo de ataque.

Los datos en la figura 3.19 son calculados asumiendo que la esquina trasera del álabe es relativamente pequeña. En los casos donde la pérdida en la estela sea una porción grande de la pérdida de cascada, una relación de la forma [24]

$$\zeta_p = 1 - \frac{\cos^2 \lambda_2 (1 - \delta^* - \theta^* - t_e/t)^2 / (1 - \delta^* - t_e/t)^2 + \sin^2 \lambda_2 (1 - \delta^* - t_e/t)}{1 + 2 \sin^2 \lambda_2 [(1 - \delta^* - t_e/t)^2 - (1 - \delta^* - \theta^* - t_e/t)]} \quad (3.41)$$

con 
$$\theta^* = \left(\frac{\theta}{l}\right)_t \frac{1}{C} \frac{C}{t \sin \lambda_2} \quad (3.42) \quad \text{y}$$

$$\delta^* = H\theta^*$$

calcula el valor  $\zeta_p$  de las cascadas de perfil y las pérdidas detrás de la punta trasera del álabe. Valores típicos se presentan en la figura 3.21 que pueden usarse para corregir los coeficientes de pérdida obtenidos de la figura 3.19. Notar nuevamente que los ángulos  $\lambda_1$  y  $\lambda_2$  pueden o no coincidir con los correspondientes ángulos de álabe.

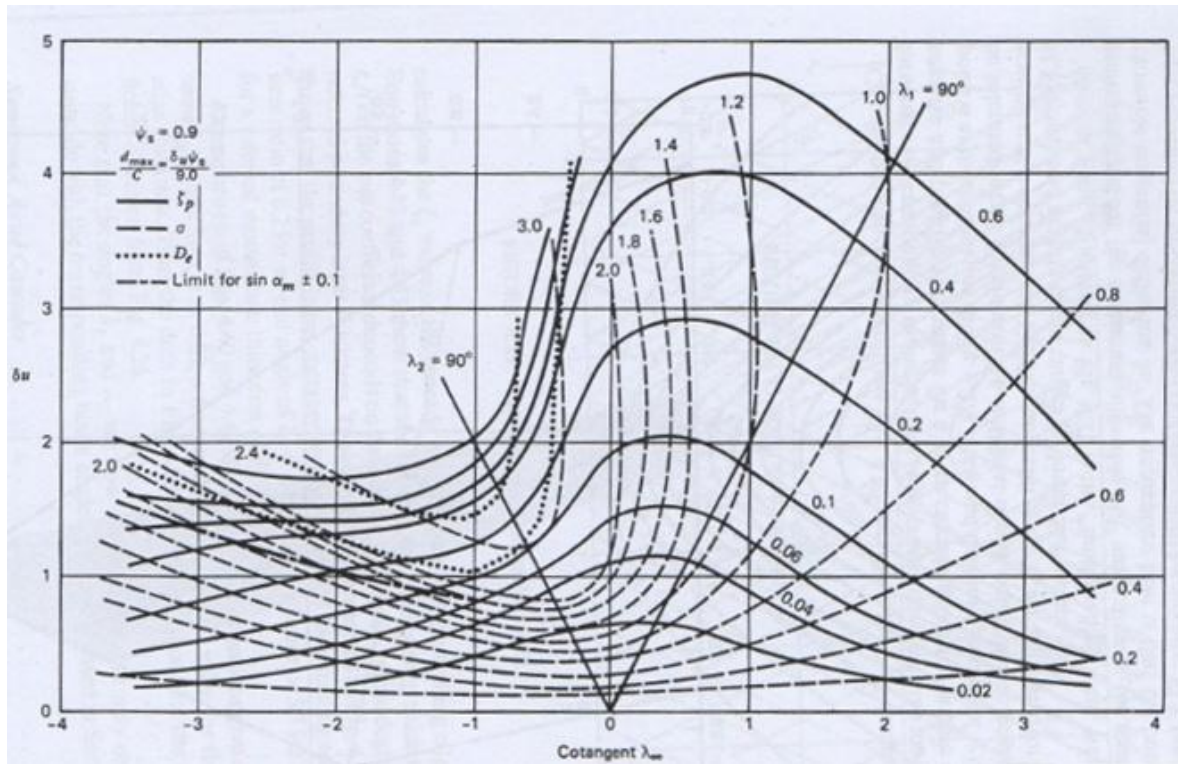


Figura 3.19 Perfil de coeficiente de pérdida calculado [28].

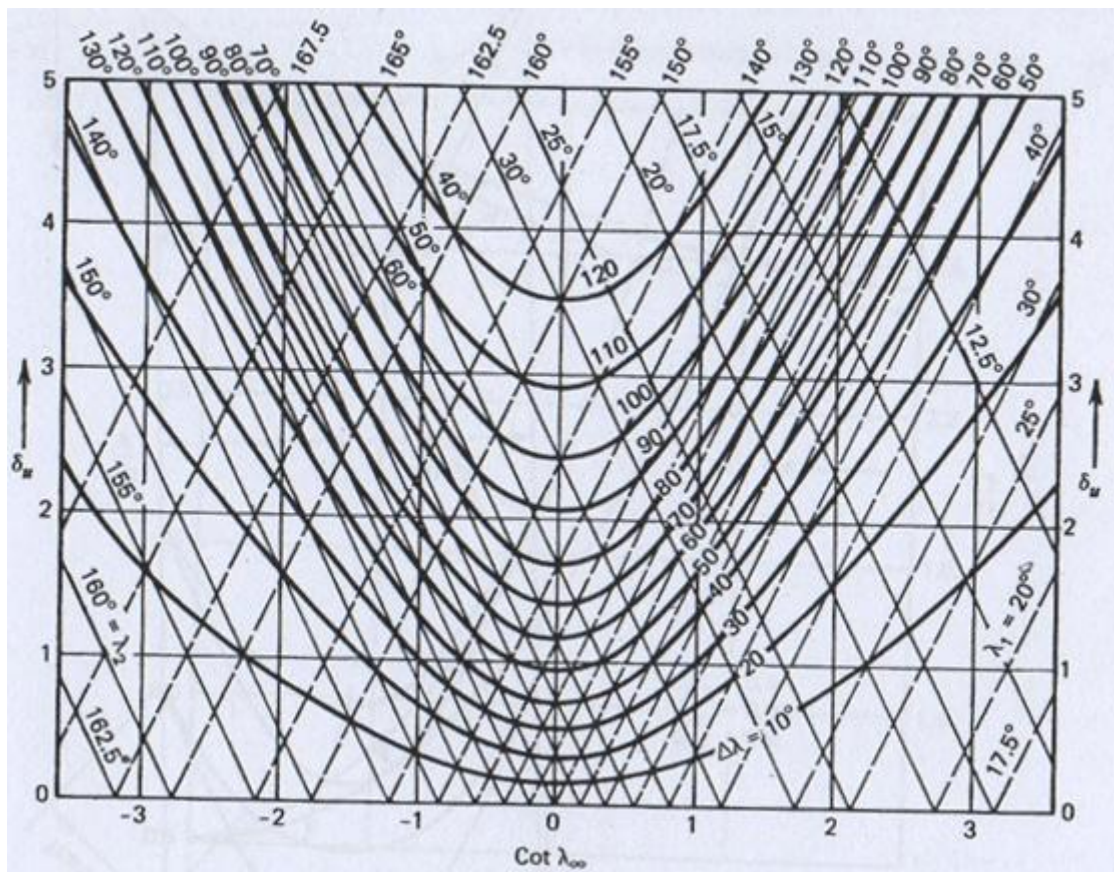


Figura 3.20 Interrelaciones de cascada [28].

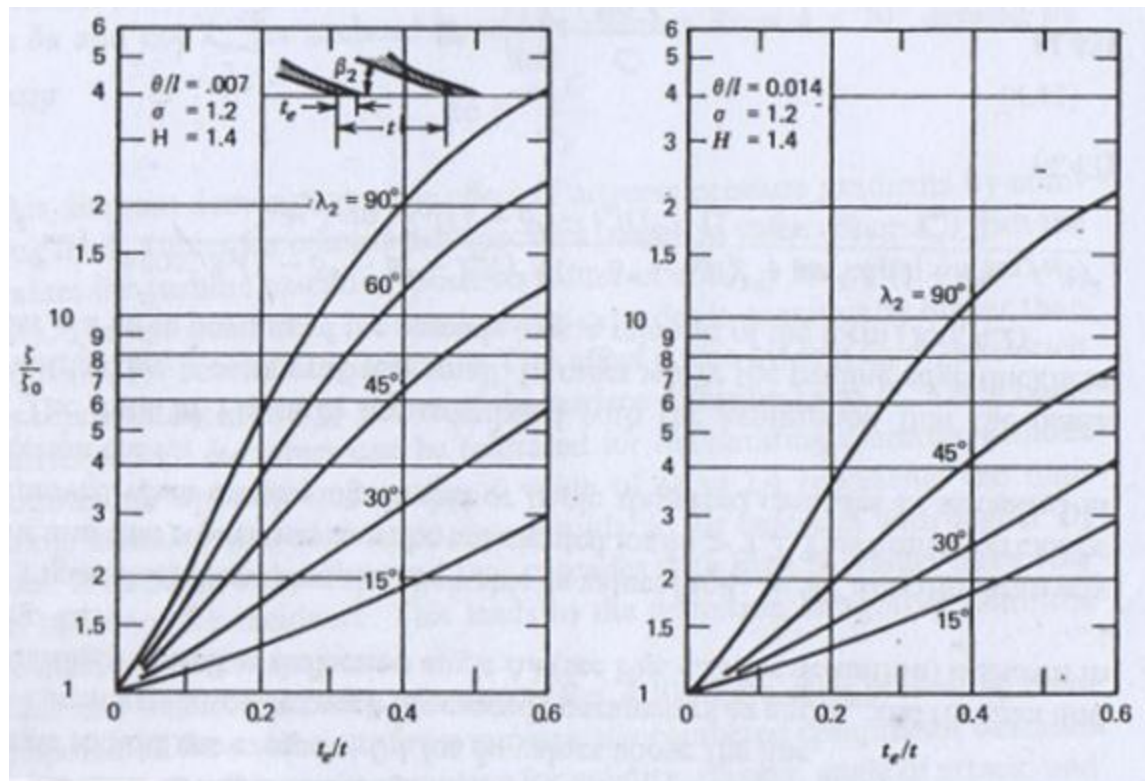


Figura 3.21 Efecto de la punta final del álabe sobre el coeficiente de pérdida [1].

### 3.2.3 Pérdidas en las paredes para cascadas axiales

Hay poca información sobre la magnitud exacta de estas pérdidas. Es tentador calcular el coeficiente de pérdida para cascadas axiales con base en la aceleración o desaceleración de la línea de corriente media, usando la ecuación 3.10 para calcular el espesor referido de momentum. Esto conduciría a un diagrama que presente un coeficiente referido de pérdida  $\zeta_E(h/C)$  como función de los parámetros de cascada  $\lambda_\infty$  y  $\delta u$ , donde  $\zeta$  nuevamente está referido a la componente meridional del flujo. Datos más recientes [33], muestran coeficientes más altos de pérdida (Fig.3.22) e indican que los argumentos de capa límite que remiten a la línea media de corriente sobre simplifican el problema y que el crecimiento de la capa límite en las paredes está influenciado por el gradiente de presión entre el lado de presión y el de succión. Las tendencias para este coeficiente de pérdida son similares a las tendencias del coeficiente de pérdida en el perfil, esto es, se tienen valores más altos de  $\zeta$  para valores más altos de carga del álabe  $\delta u$ , particularmente para cascadas de desaceleración. Los datos disponibles actualmente indican que el coeficiente de pérdida en las paredes es independiente del número de Reynolds. En vez de esto, es significativamente influenciado por el espesor inicial del desplazamiento de capa límite  $\delta_0$ , esto es, el espesor de capa límite generado por el ducto o cascada precedente, así que los valores mínimos presentados en la fig. 3.22 son obtenidos únicamente para un espesor inicial cero.



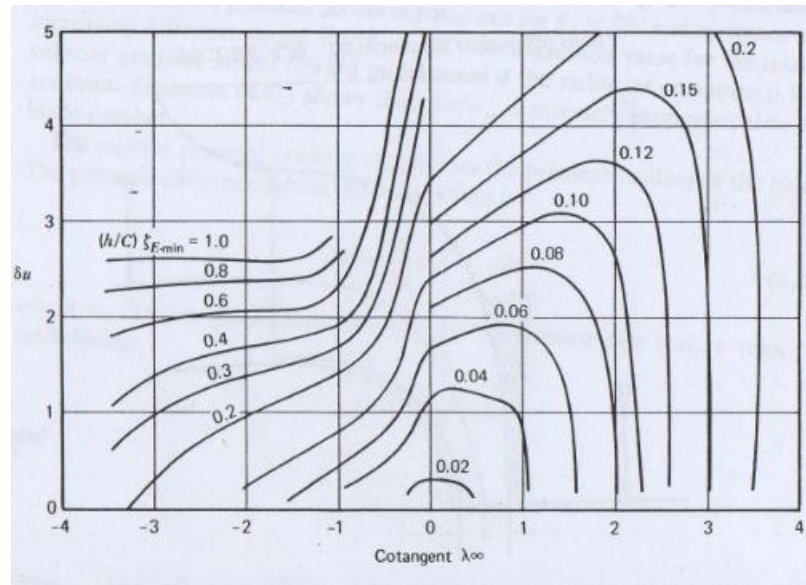


Fig. 3.22 Mínimo coeficiente referido de pérdida en las paredes [28].

La figura 3.23 grafica la influencia de la razón  $\delta_0/h$  (donde  $h$  denota la altura del canal del ducto precedente) en el coeficiente de pérdida de la pared y muestra que  $\zeta$  puede aumentar hasta tres veces el valor mínimo para  $\delta_0/h \geq 0.03$ . Debido a que el coeficiente referido de pérdidas en la pared exhibe una tendencia muy parecida al coeficiente de pérdida en el perfil, en muchos casos es permisible calcular el coeficiente de pérdida en la pared a partir del coeficiente de pérdida en el perfil.

$$\zeta_E = \zeta_p \frac{A_e}{A_p} \quad (3.43)$$

donde  $A_e/A_p$  denota la razón del área de fricción de la pared al área de fricción del perfil.

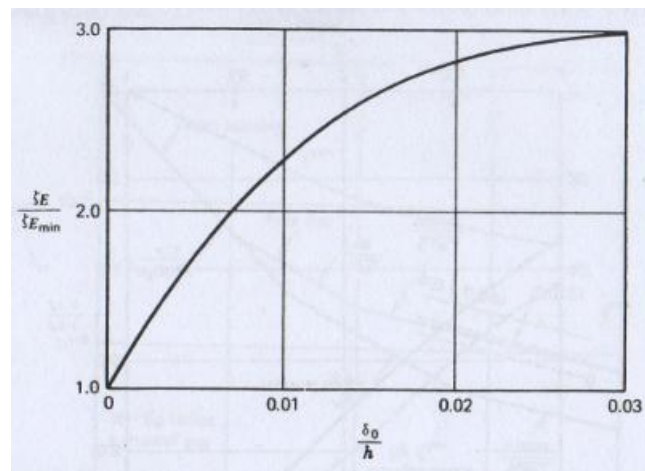


Figura 3.23 Influencia del espesor inicial de capa límite en los coeficientes de pérdida de pared [28].

### 3.2.4 Pérdidas por operación fuera del punto de diseño

Los pasajes aerodinámicos de las turbomáquinas usualmente están diseñados de tal manera que en la operación en el punto de diseño ocurre el mínimo de pérdidas. Esto significa que los bordes iniciales de los álabes del rotor o del estator están diseñados para coincidir con la dirección del vector de velocidad del gas acercándose. Cuando la máquina opera fuera del punto de diseño, estos vectores no coinciden con el ángulo inicial de los álabes. Esta discrepancia causa pérdidas adicionales que son referidas como pérdidas de incidencia. Estas pueden ser calculadas expresando las razones de velocidad superficial del perfil  $v_{s-\max} / v_1$  y  $v_{p-\min} / v_1$  como función de la diferencia en el ángulo del vector de flujo y el ángulo del borde inicial del álabe. Otro método aproximado es usar el teorema de impulso esquemáticamente presentado en la fig. 3.24 (Ref. 4.17).

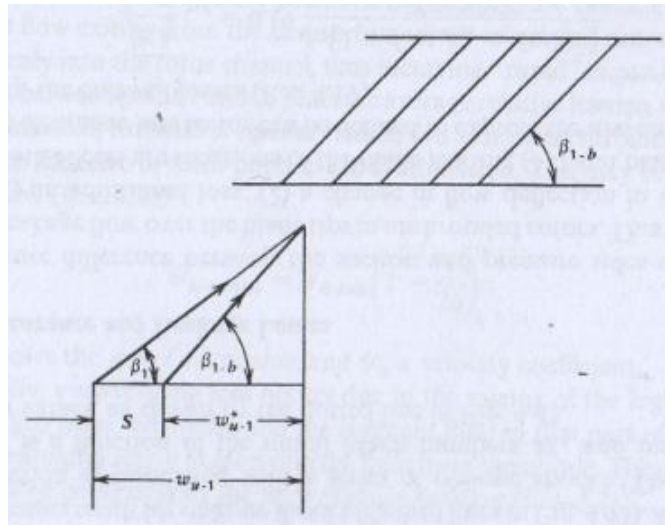


Figura 3.24 Teorema de impulso [1].

Si un chorro de gas se aproxima a una fila de álabes en la dirección  $\beta_1$ , y si el borde inicial de la sección del álabe es ajustado en una dirección  $\beta_{1-b}$ , entonces el flujo tiene que cambiar su dirección de  $\beta_1$  a  $\beta_{1-b}$  para entrar en la fila de álabes. Con el fin de efectuar este cambio en la dirección, cierta carga es requerida y ésta es proporcional a la diferencia en el componente periférico  $w_{u-1}$  y  $w_{u-1}^*$ , o más específicamente:

$$H_{\text{pérdida-incidencia}} = \chi \frac{(w_{u-1} - w_{u-1}^*)^2}{2g} = \chi \frac{s^2}{2g} \quad (3.44)$$

donde  $\chi$  denota un factor de incidencia. El significado de este factor es que, para ciertas deflexiones, la totalidad de la pérdida teórica tendrá que ser tomada en cuenta, lo que significa que el factor de incidencia se vuelve la unidad. Esto ocurre para cascadas de alta solidez. Para cascadas de baja solidez, la deflexión de la dirección original a la dirección del borde inicial es más gradual y sólo una fracción de la pérdida teórica ocurrirá. Por lo tanto la magnitud del factor de incidencia es predominantemente una función de la solidez decreciendo con solideces decrecientes. Para flujo compresible, el factor de incidencia depende adicionalmente del número local de Mach de la velocidad de acercamiento. Esta influencia puede ser aproximada para flujos subsónicos mediante el **factor de Prandtl**:

$$P = \sqrt{1 - M_{w-1}^2} \quad (3.45)$$

Entonces cuando  $M_{w-1}$  denota el número de Mach de la velocidad relativa de acercamiento para el flujo compresible en régimen subsónico, una relación aproximada para el coeficiente de incidencia es:

$$\chi = \frac{\chi_0}{P} \quad (3.46)$$

donde  $\chi_0$  denota el coeficiente de incidencia para flujo incompresible, esto es, un coeficiente que representa la influencia de la solidez en las pérdidas por incidencia.

### 3.2.5 Pérdidas por holguras y fugas

La diferencia de presión entre el lado de succión y presión sobre el álabe ocasiona una fuga de flujo sobre sus puntas en los rotores no cubiertos. Este flujo tiene dos efectos:

- 1) Una pérdida adicional
- 2) Un cambio en la deflexión del flujo en el régimen de la punta

Ambos efectos son funciones de la carga del álabe ( $\delta u$ ) y de la geometría del álabe. Un factor de pérdida referido a las holguras puede ser definido para expresar las pérdidas encontradas en adición a las pérdidas de las paredes [35].

$$\sqrt{\frac{h}{s}} \frac{h}{C} \zeta_{cl} = 0.19 \frac{\delta u [1 + (\cot \lambda_\infty + \delta u/2)^2]}{\sqrt{1 + \cot^2 \lambda_\infty}} \quad (3.47)$$

donde  $s$  denota el espacio de separación.

El efecto del flujo en la holgura sobre la deflexión del flujo puede ser promediado sobre la longitud de los álabes y puede ser expresado por  $\Delta\beta_{cl} = \beta_{2-act} - \beta_2$  donde  $\beta_{2-act}$  denota el ángulo promediado de flujo después de tomar en cuenta la fuga. Se ha encontrado que el valor de  $\Delta\beta_{cl}$  es una función de la carga del álabe y puede ser representado por la relación aproximada:

$$\frac{h}{s} \Delta\beta_{cl} = 75\psi_z \quad (3.48)$$

Luego entonces, la deflexión promedio decrece por una cantidad que depende principalmente del la razón  $s/h$ , y la carga promedio del álabe  $\delta u^*$  puede ser representada por  $\delta u^* = \delta u - A^*$ , donde  $A^*$  puede ser representada por la relación aproximada:

$$A^* = \frac{1 + (\cot \lambda_\infty + \delta u/2)^2}{\cot \lambda_\infty + \delta u/2 + 0.78/(\psi_z s/h)} \quad (3.49)$$

### 3.2.6 Pérdidas por ventilación (*windage losses*)

La fricción entre el disco del rotor y la carcasa estacionaria ocasiona una pérdida adicional que puede ser expresada por la pérdida en caballos de potencia que sigue la relación:

$$HP_{perdida} = \frac{u_2^3 D^2 \gamma \lambda_w}{75g} \quad (3.50)$$

donde  $\lambda_w$  representa un coeficiente de fricción que depende predominantemente en el número de Reynolds y en algún grado de la holgura. Los valores que se reportan en la literatura para los coeficientes de fricción se muestran en la figura 3.25. Las pérdidas por ventilación también pueden expresarse por una pérdida en la carga:

$$H_{perdida-w} = \frac{75 HP}{W} \quad (3.51)$$

o adimensionalmente como:

$$q_w = \frac{H_{perdida-w}}{u_2^2/g} = \frac{\varepsilon^2}{1-\lambda^2} \frac{4\gamma_w \lambda_w}{\pi\phi\gamma} \quad (3.52)$$

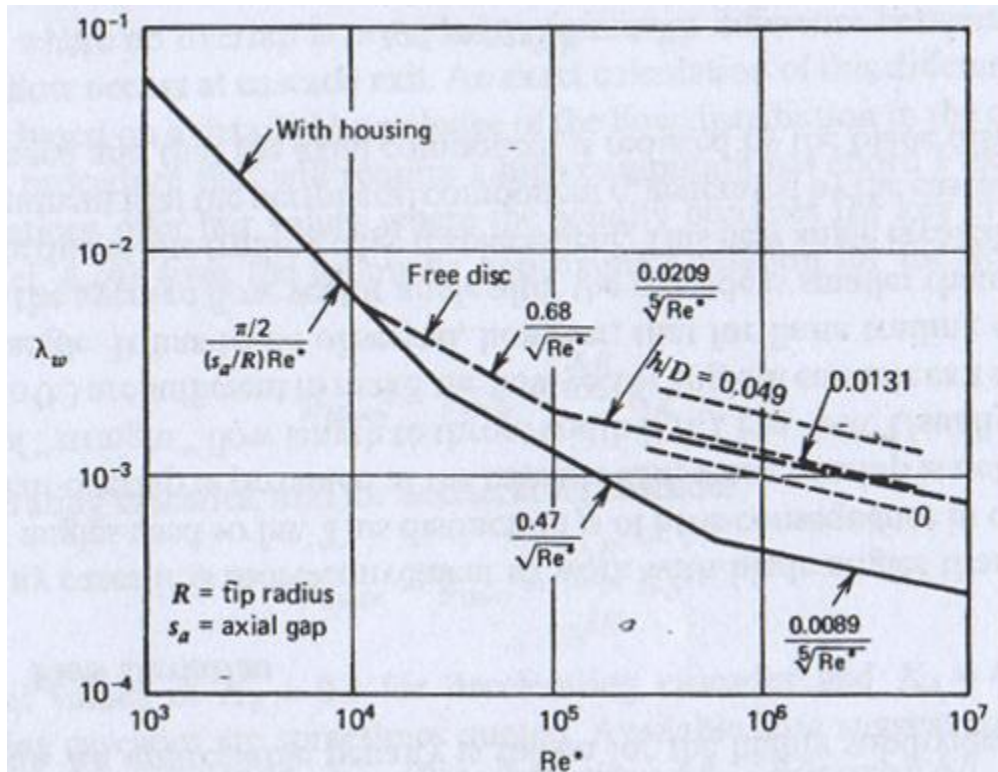


Figura 3.25 Coeficientes de fricción de disco rotativo [1].

En los casos en que la punta del álabe está cubierta por una envolvente, ocurren pérdidas por ventilación adicionales. Para grandes holguras radiales  $s_R$ ,  $(s_R/D) > 0.0005$  la multiplicación de las pérdidas por un factor  $(1+5b/D)$  [34] brinda datos razonables donde  $b$  denota el coeficiente de pérdida por ventilación para la sección de la punta. Este coeficiente depende del número de Taylor, definido como:

$$Ta = \frac{u s_R}{\nu} \sqrt{\frac{2 s_R}{D}} \quad (3.53)$$

mostrado gráficamente en la figura 3.26 (Ref. [27])

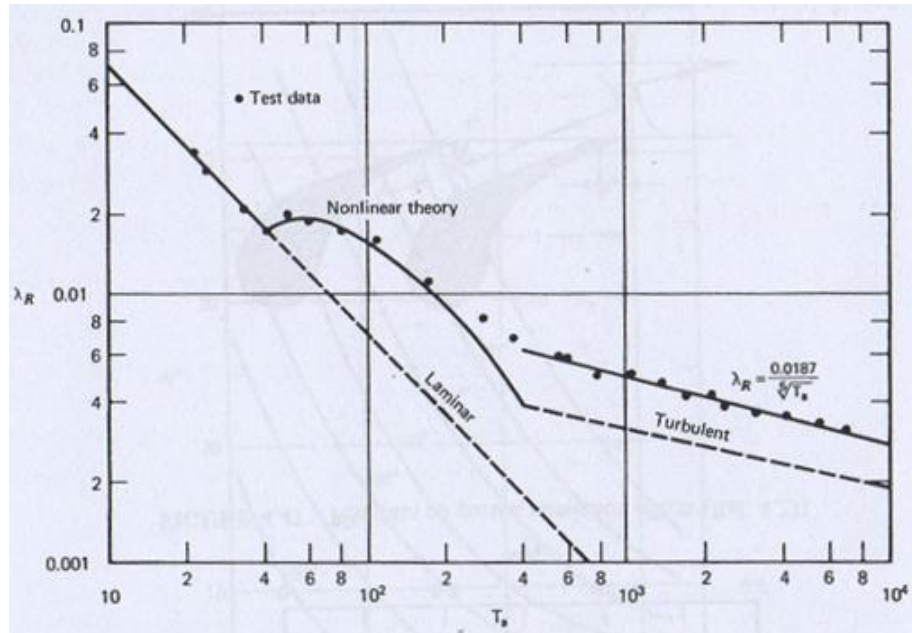


Figura 3.26 Efecto del número de Taylor en el coeficiente de pérdida por resistencia en la punta [47]

### 3.3 Desviación del flujo

En muchos casos es más conveniente trabajar con ángulos de álabe que con ángulos de vectores de flujo utilizados hasta este punto. Esta distinción tiene poca importancia en los casos donde existe suficiente <<traslapo>> a la salida de la cascada, donde este término se define como la razón de la longitud del flujo recto a la anchura de la garganta ( $l_s/t_t$ ), fig. 3.27. Usualmente las razones de  $0.2 \leq (l_s/t_t) \leq 0.3$  son suficientes para hacer el ángulo del vector a la salida de la cascada igual al ángulo del álabe. Tiene que ser notado, sin embargo, que para un borde final del álabe con espesor finito el ángulo promedio de los vectores de flujo después de la cascada es más pequeño que dentro de la cascada debido al desplazamiento del borde final. Este nuevo ángulo es calculado a partir del argumento de que el componente periférico  $c_u$  generado por la cascada permanece sin cambio y que el componente axial es reducido por el desplazamiento del álabe, esto es:

$$\operatorname{tg} \alpha = \operatorname{tg} \alpha' (1 - t_e/t) \quad (3.54)$$

Se usan las notaciones de la figura 3.27.

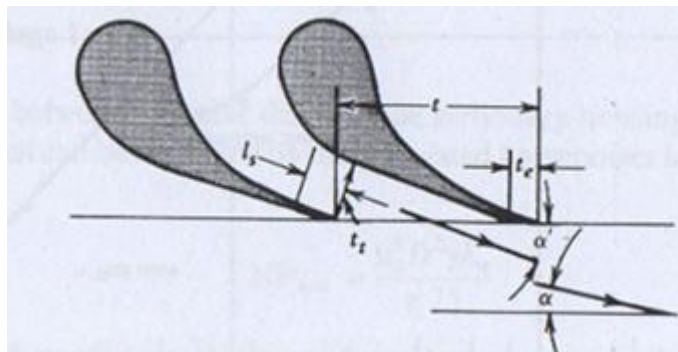


Figura 3.27 Notaciones para cascadas axiales [1].

En casos donde no hay <<traslape>>, ocurre una diferencia significativa entre el ángulo del álabe y el flujo a la salida de la cascada. Un cálculo exacto de esta diferencia tendrá que basarse en un conocimiento detallado de la distribución de flujo en el canal de cascada, un procedimiento que requerirá un alto esfuerzo computacional. Frecuentemente las aproximaciones ofrecen valores confiables donde la solidez se vuelve el criterio clave. Carter [36] da la siguiente relación aproximada para los ángulos de desviación.

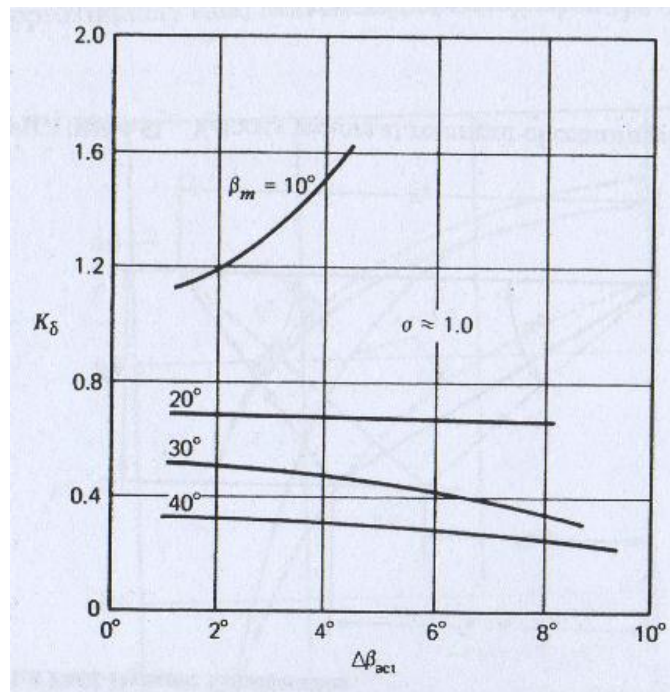
$$\beta_{\text{álabe}} - \beta_{\text{flujo}} = \frac{\Delta\beta}{\sigma} K_{\delta} \quad (3.55)$$

para cascadas desaceleradoras, para las aceleradoras:

$$\beta_{\text{álabe}} - \beta_{\text{flujo}} = \frac{\Delta\beta}{\sqrt{\sigma}} K_{\delta} \quad (3.56)$$

con valores de  $K_{\delta} = 0.2$  para cascadas de desaceleración y  $K_{\delta} = 0.26$  para cascadas de aceleración algunas veces citados.

Los datos disponibles sugieren que estos valores son sólo aplicables para grandes deflexiones de flujo  $\Delta\beta$ . Para valores pequeños de deflexión  $\Delta\beta$ , se tienen que usar valores más altos de  $K_{\delta}$ , como se muestra en la figura 3.28.

Figura 3.28 Factor  $K_{\delta}$  para cascadas de desaceleración con  $\sigma \approx 1.00$  [1].

Los datos resultantes de las ecuaciones 3.55 y 3.56 aplican sólo para álabes delgados. Cuando una deflexión de flujo grande es deseada, resulta un espesor máximo del perfil comparativamente grande, causando frecuentemente una diferencia entre los ángulos de flujo y de álabe a la salida de la cascada. La diferencia se cita en [37] con:

$$\beta_{\text{álabe}} - \beta_{\text{flujo}} = K^* \frac{d}{C} \quad (3.57)$$

con valores de  $K^*$  de acuerdo a la fig. 3.29, esto es, independientes de la deflexión del flujo.

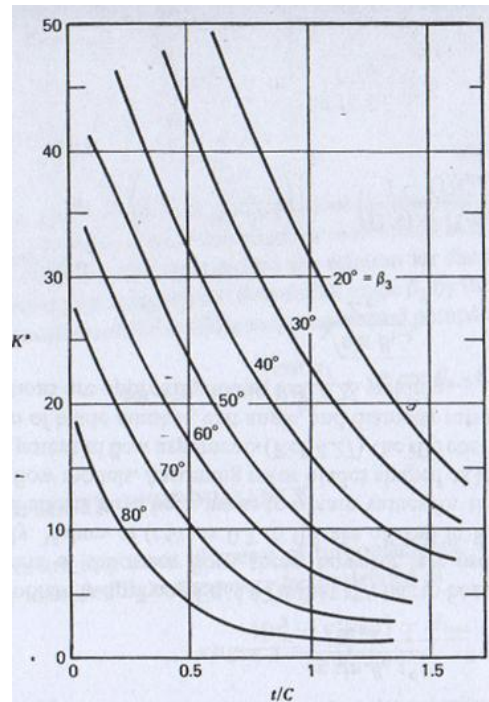


Figura 3.29 Corrección de espesor de la cuerda [37].

### 3.4 Desempeño del difusor

El difusor es un elemento importante de las turbomáquinas y desempeño frecuentemente se evalúa a partir del factor de recuperación definido como:

$$c_p = \frac{\left[ \frac{v_1^2 - v_2^2}{2g} \right] - H_{\text{perdida}}}{v_1^2 / 2g} \quad (3.58)$$

donde  $H_{\text{perdida}}$  denota la carga perdida,  $v_1$  la velocidad de entrada y  $v_2$  la velocidad de salida del difusor. Un factor de recuperación de una unidad indica que toda la energía cinética entrando al difusor es completamente recuperada, significando una velocidad de salida nula y pérdidas nulas.

Se muestra un diagrama de desempeño típico en la fig. 3.30 [26], que grafica líneas de factores de recuperación constantes como función de la razón de diámetros  $D/d_0$  de un difusor cónico y la razón de longitudes de trayectoria  $l$  al diámetro de entrada  $d_0$ . Para grandes ángulos de divergencia, el valor del factor de recuperación cae rápidamente ya que la capa límite se ha separado, mientras que para pequeños ángulos de divergencia el factor de recuperación cae más gradualmente debido a fricción excesiva.

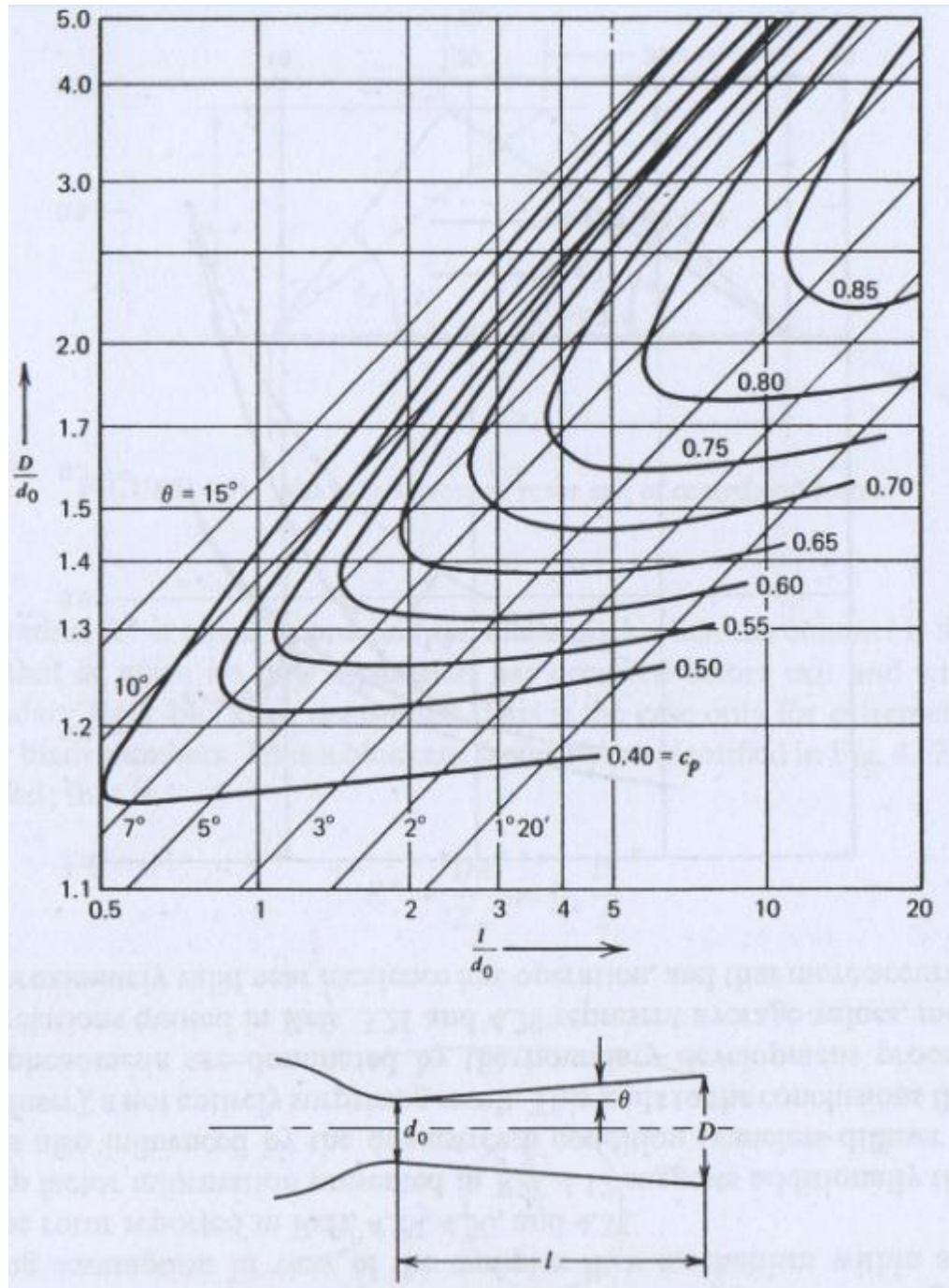


Figura 3.30 Datos experimentales para difusores cónicos [26].

La comparación de los datos experimentales con los cálculos de capa límite se presentan en la figura 3.31. Los valores calculados utilizan la ecuación 3.17 para calcular el espesor referido de momentum [26]

$$c_p = 1 - \mu^2 \frac{\theta}{l} \frac{l}{d_0} 4 \left( 1 + H^2 \frac{l}{d_0} \frac{\theta}{l} \right) - \mu^2$$

Donde  $\mu$  representa la desaceleración después de observar la el bloqueo de salida por la capa límite.



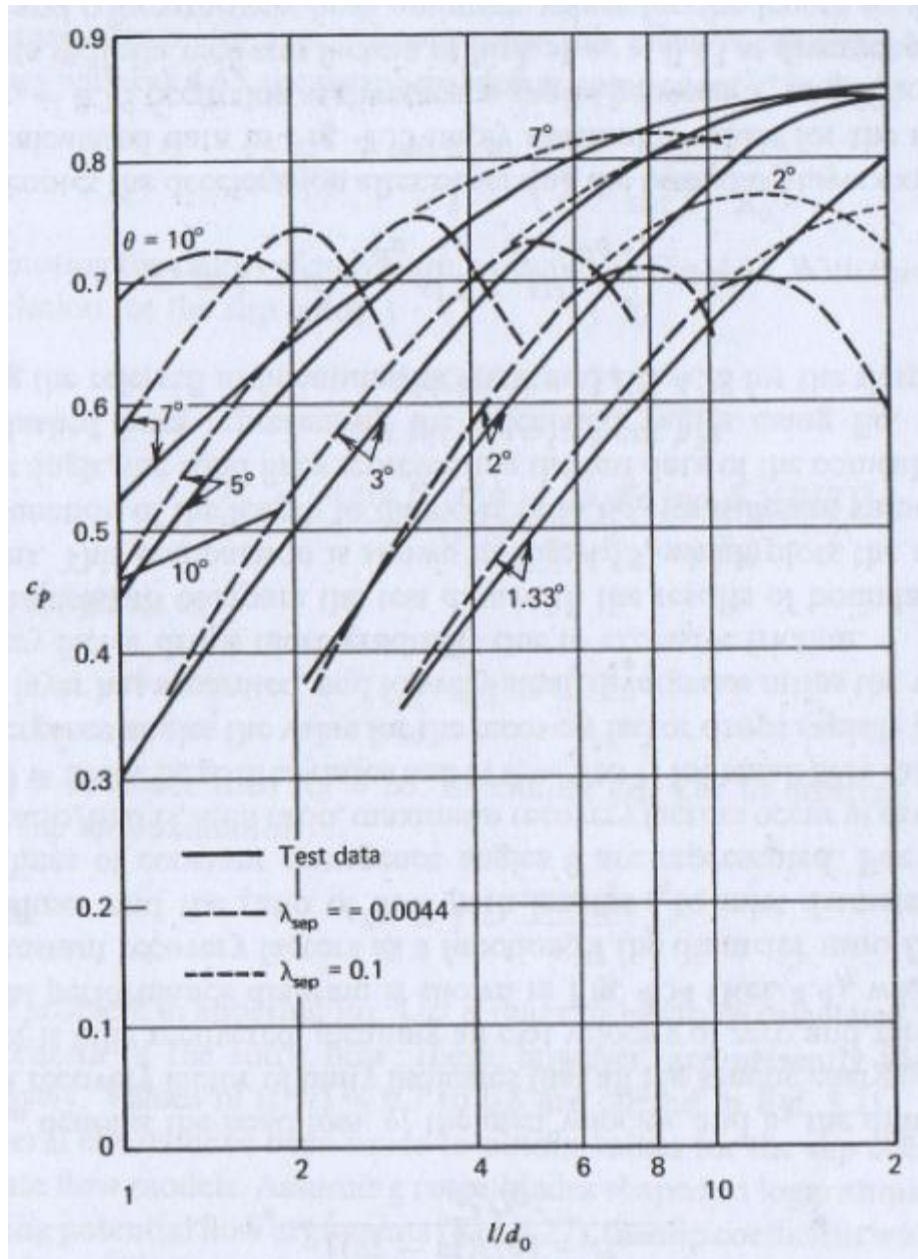


Figura 3.31 Análisis de datos experimentales de un difusor cónico [1].

Estudios anteriores [44] en difusores lineales, utilizando un modelo de flujo simplificado indicaron que el criterio de separación  $\lambda_{sep}$  (ecuación 3.21) no depende sólo del número de Reynolds sino también del tipo de separación. Usando los datos de la ref. [45], fue posible identificar un criterio de separación para la <<primera separación>>, <<stall apreciable>>, <<stall bidimensional completamente desarrollado>>, <<flujo con histéresis>> y <<flujo de chorro>>. La formulación de Gruschwitz-Schmidbauer (ref. [46]) para el criterio de separación lleva a un espesor referido de momentum  $(\theta/l)_{cr-t}$  que ha sido encontrado como función de la razón de la longitud a la anchura de entrada  $l/w^*$  y la tasa de desaceleración  $\mu'$

$$(\theta/l)_{cr-t} = \frac{(l/w^*)^a}{b(1-\mu')}$$

con las constantes a y b mostradas en la tabla 3.1. La simplificación del modelo de flujo fue omitir el término correctivo  $\left[1 + 0.5(\theta/l)(l/w^*)H^2\right]$  en la ecuación 3.26 y calcular la desaceleración  $\mu'$  sin tomar en cuenta el efecto del desplazamiento de la capa límite, esto es, para medios incompresibles:

$$\mu' = \frac{A_{in}}{A_{ex}}$$

Entonces la velocidad de referencia es la velocidad promedio en lugar de la velocidad de <<corriente libre>>. Con base en lo anterior y calculando las pérdidas en las paredes de acuerdo con la ec. 3.43 (ver fig 3.32)

$$\frac{A_e}{A_p} = \frac{w^*}{h} \frac{1 + (1/\mu')}{2}$$

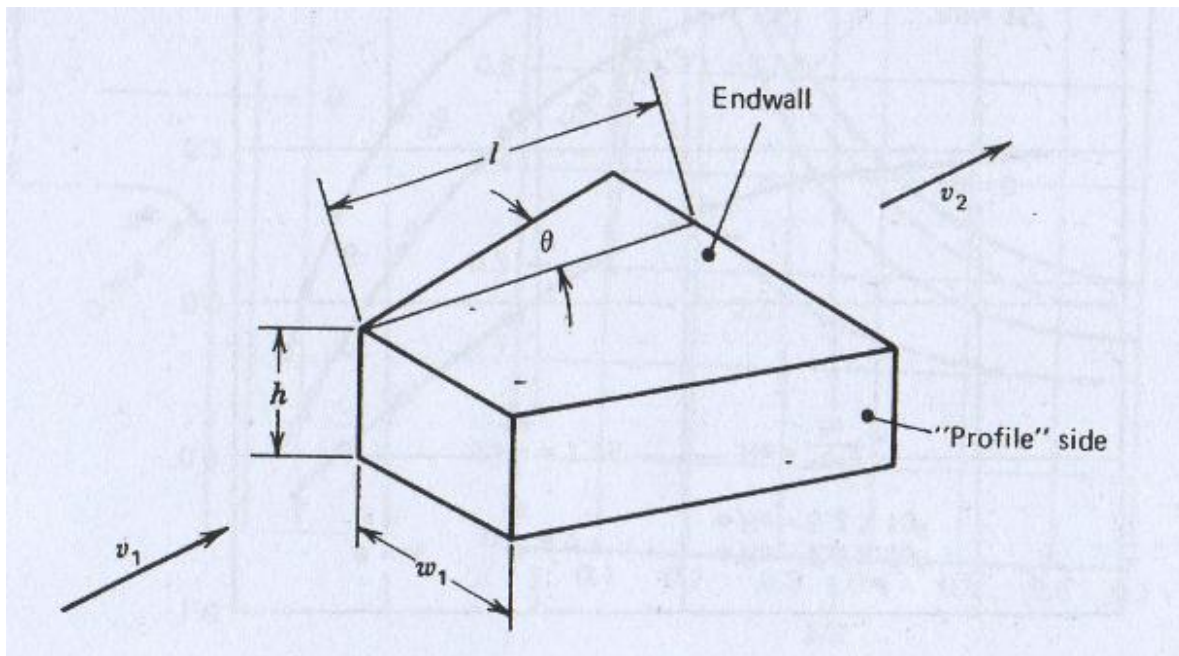


Figura 3.32 Notaciones de difusor [1].

La relación para el factor de recuperación en un difusor rectangular lineal resulta:

$$c_p = 1 - \mu'^2 \left\{ 1 + 2 \left( \frac{\theta}{l} \right)_t \frac{l}{w^*} \left[ \frac{w^*}{h} + \frac{2}{1 + (1/\mu')} \right] \right\}$$

La evaluación numérica de esta relación usando las constantes de la tabla 4.3 lleva al diagrama de desempeño presentado en la figura 3.33 que muestra que los factores de recuperación más altos son obtenidos cerca del régimen de <<stall apreciable>> y que los datos calculados concuerdan razonablemente con la evidencia experimental.

	a	b
Primera separación	0.94	417
Stall apreciable	1.255	200
Stall bidimensional completamente desarrollado	2.5	200
Flujo con histéresis	3.5	200
Flujo de chorro	3.95	200

Tabla 3.1 Criterios de separación [1].

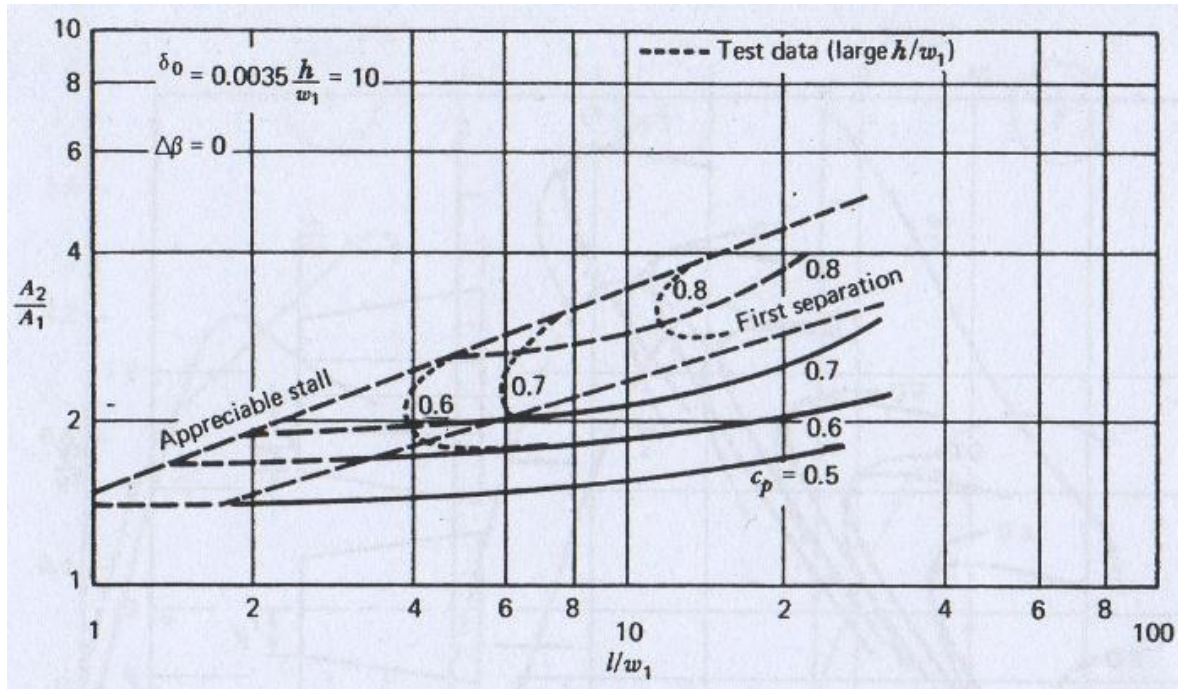


Figura 3.33 Comparación de datos calculados y experimentales para el factor de recuperación en difusores lineales [1].

Estas consideraciones indican que de hecho  $\lambda_{sep}$  no es constante sino parece depender de la razón de la longitud a la anchura de entrada, la desaceleración  $\mu'$  y el tipo de separación para difusores típicos.

Resulta que la suposición de un valor constante de  $\lambda_{sep} = 0.0044$  dará valores conservativos para difusores con altas relaciones de  $(l/w^*)$  pero valores optimistas para difusores con bajas relaciones, por ejemplo para ángulos de divergencia  $\theta < 5^\circ$ . Evidentemente se requieren relaciones más sofisticadas de capa límite para cubrir la totalidad de los regímenes de operación adecuadamente. Parece sin embargo, que los argumentos simplificados de capa límite usados aquí brindan datos aceptables en los regímenes de operación más comúnmente utilizados, hasta la <<primera separación>> y el criterio de Gruschwitz-Schmidbauer extiende el rango de validez a otras condiciones de *stall*.

Los datos en las figuras 3.30 y 3.31 son válidos sólo para difusores cónicos rectos sin espesor de capa límite inicial apreciable. En contraste, los datos de difusores lineales, presentados en la figura 3.33 asumen un espesor inicial e capa límite de  $\delta_0/h = 0.0035$ , esto es en parte la causa de la diferencia en los factores de recuperación máximos para los diferentes difusores.

De hecho el espesor inicial de capa límite y la curvatura de las paredes reduce el factor de recuperación obtenible, como se muestra en las figs. 3.34 y 3.35 donde la eficiencia del difusor

$$\eta_D = 1 - \frac{H_{lost}}{v_1^2/2g}$$

se presenta en la referencia [47].

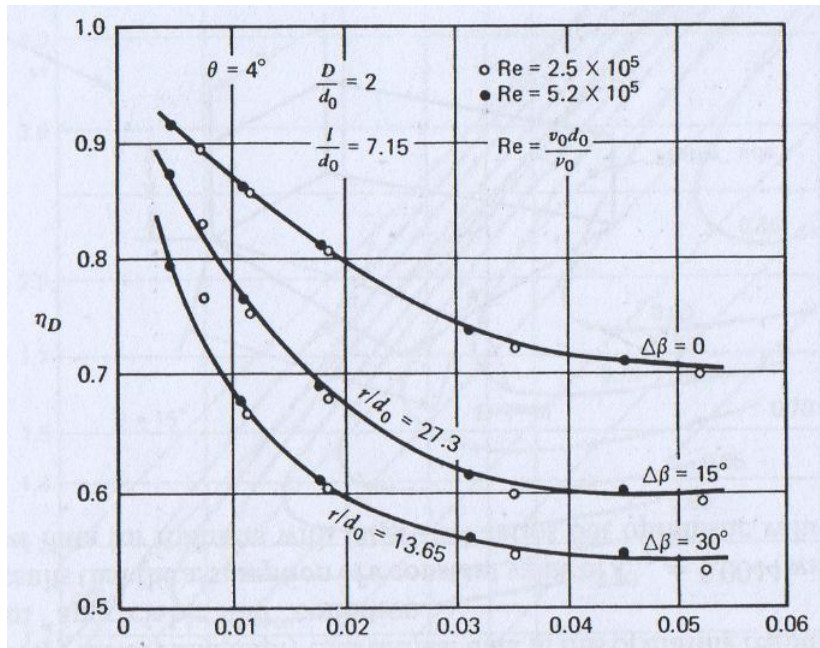


Figura 3.34 Influencia de la curvatura y el espesor inicial de capa límite en la eficiencia del difusor [47].

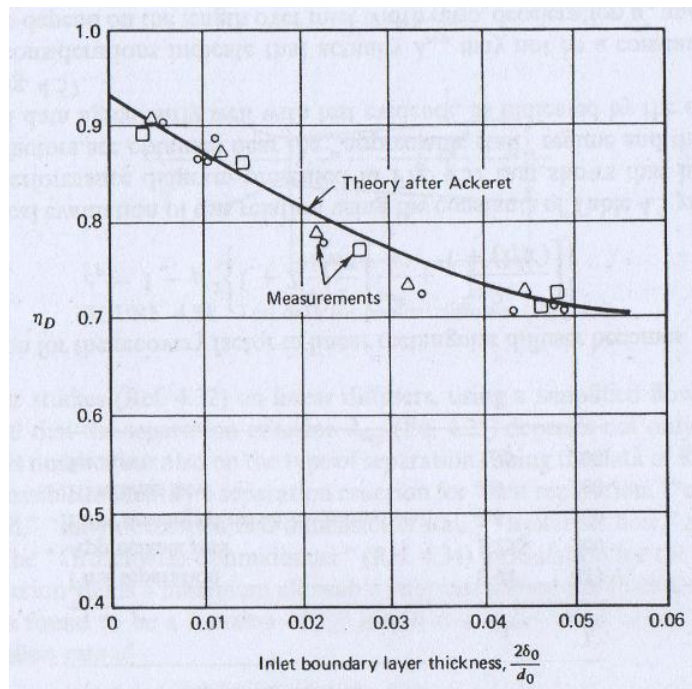


Figura 3.35 Influencia del espesor inicial de capa límite en el factor de recuperación del difusor [47].

El valor obtenible para el factor de recuperación también está influenciado por la condición del flujo después del difusor. En la fig. 3.36 se indica que un tubo cilíndrico con una relación de longitud/diámetro de 3 a 6 puede incrementar el factor de recuperación y los ángulos de divergencia permisible significativamente (Ref. [47]). Un diagrama generalmente válido para el difusor cónico y anular se presenta en la fig. 3.37 (Ref. [48]), que muestra que factores de recuperación altos son obtenidos para relaciones de área de 5 a 1.

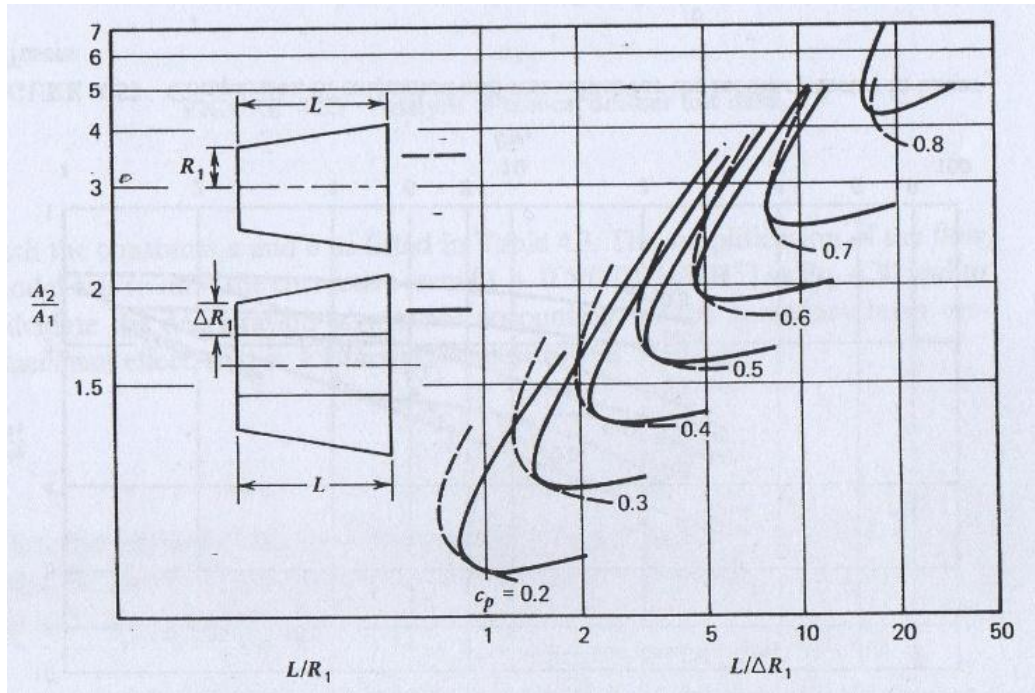


Figura 3.36 Efecto de tubo de salida en el desempeño del difusor [26].

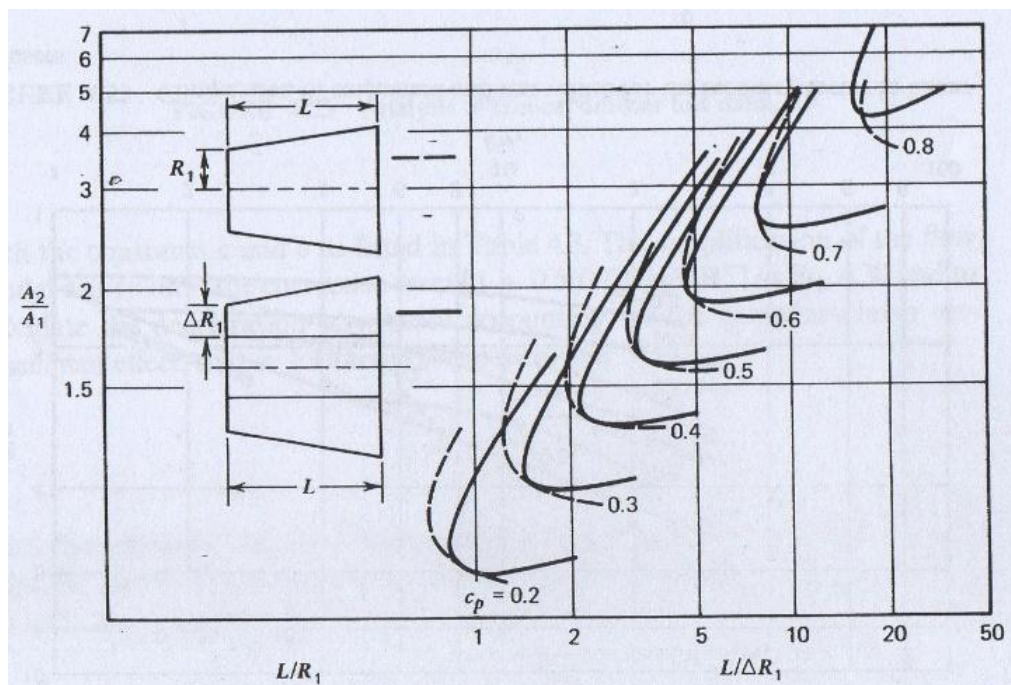


Figura 3.37 Diagrama de desempeño típico para difusores [48].

Para expansiones súbitas, el factor de recuperación sigue la relación:

$$c_p = 2(\mu - \mu^2)$$

teniendo a un valor máximo de 0.5 en  $\mu = 0.5$ .

Pueden ser obtenidas altas eficiencias con difusores radiales como se muestra en la fig. 3.38 (Ref. [26]), si se hace que el radio de transición entre la relación axial y la radial sea del 36% del diámetro del tubo de entrada. Esto implica que no debe intentarse ninguna aceleración entre el tubo de entrada y la sección radial.

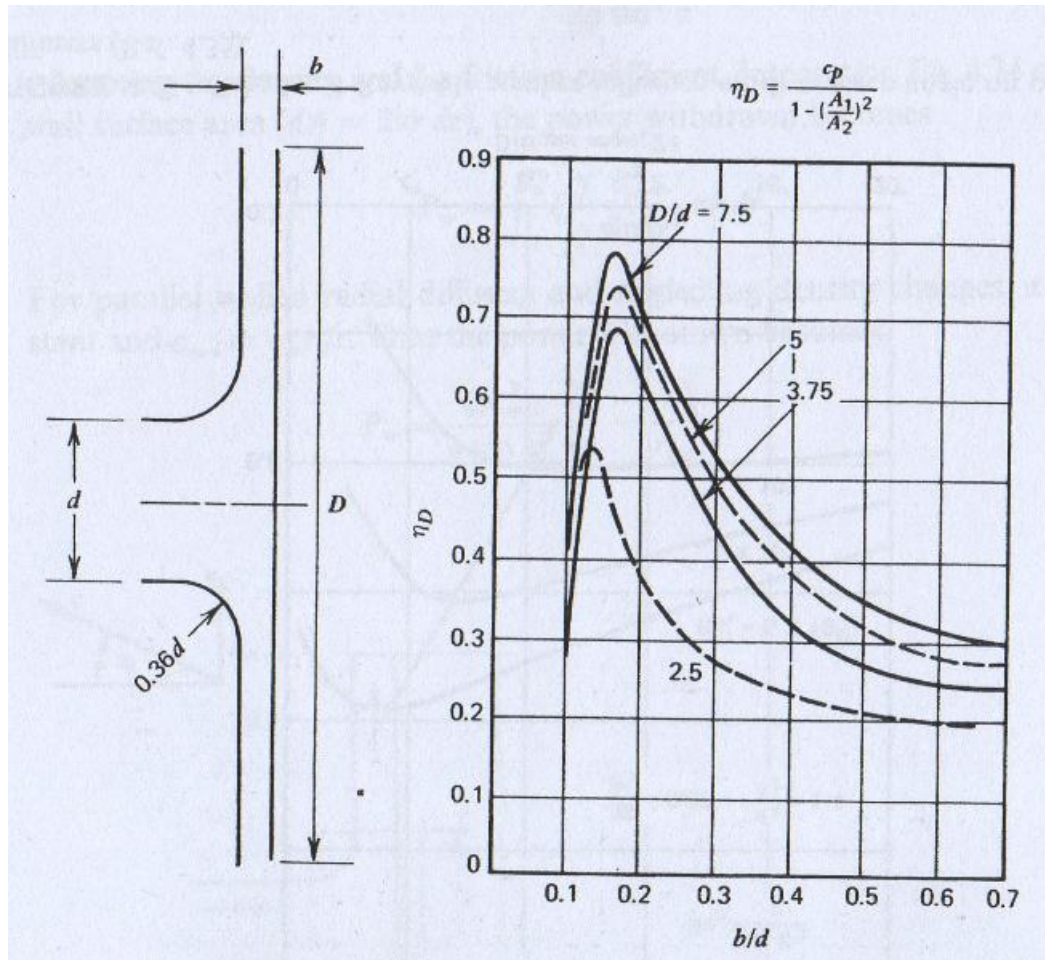


Figura 3.38 Eficiencia en difusores radiales [Ref. 26].

Es importante destacar que todos los factores de recuperación discutidos hasta aquí son válidos sólo si el difusor entra con un flujo paralelo al eje, *i.e.* sin componente rotacional. Este no siempre es el caso en los difusores que están después de las turbomáquinas. Muchos tipos de distribución de las componentes meridional y rotacional son posibles como se muestra en la fig. 3.39. Las eficiencias obtenidas son presentadas en la fig. 3.40 graficando la eficiencia del difusor como función del ángulo de arremolinamiento y de la divergencia para diferentes distribuciones [26]. Este diagrama muestra que una distribución donde el componente meridional del flujo alcance sus valores más altos en la línea central es favorable y que de hecho con esta distribución se incrementa la eficiencia del difusor cuando se incrementa el ángulo de arremolinamiento, particularmente si el ángulo de divergencia es grande. Una tendencia distinta, es observada para una distribución de flujo en la que el componente meridional máximo ocurre en las paredes externas. En este caso, la eficiencia del difusor decrece rápidamente con ángulos de arremolinamiento que se muestra en las líneas punteadas de la fig. 3.40 [Ref. 26].

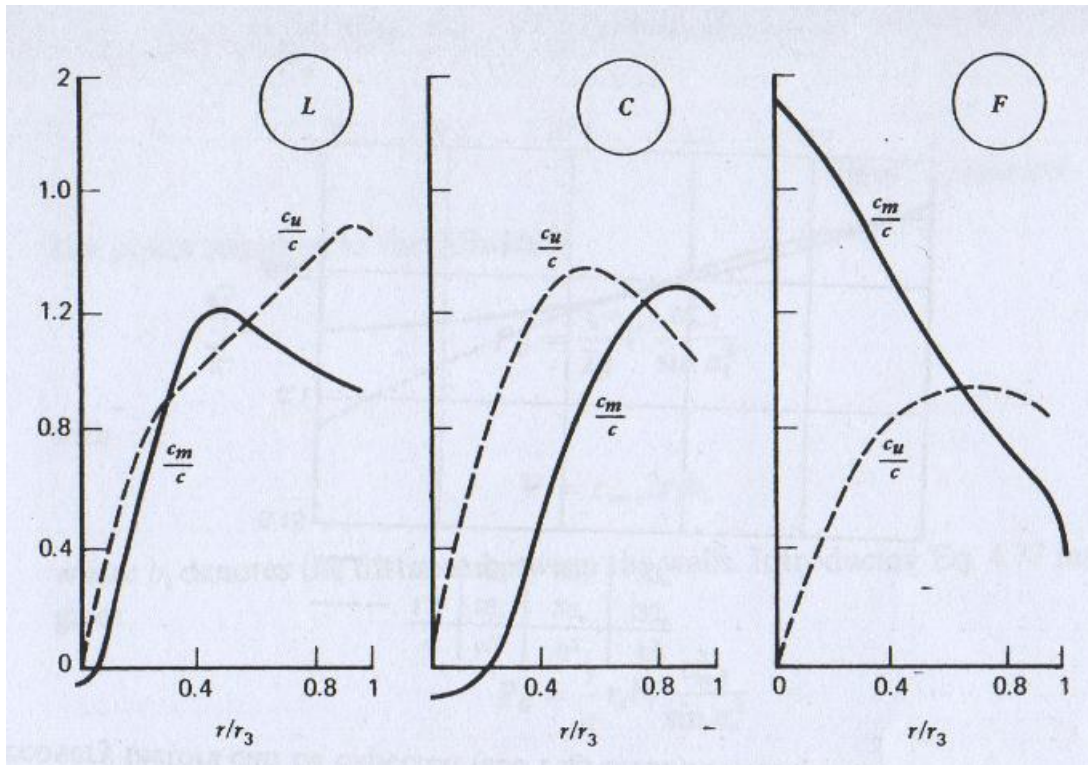


Figura 3.39 Condiciones típicas de flujo a la salida del rotor de una turbina [26].

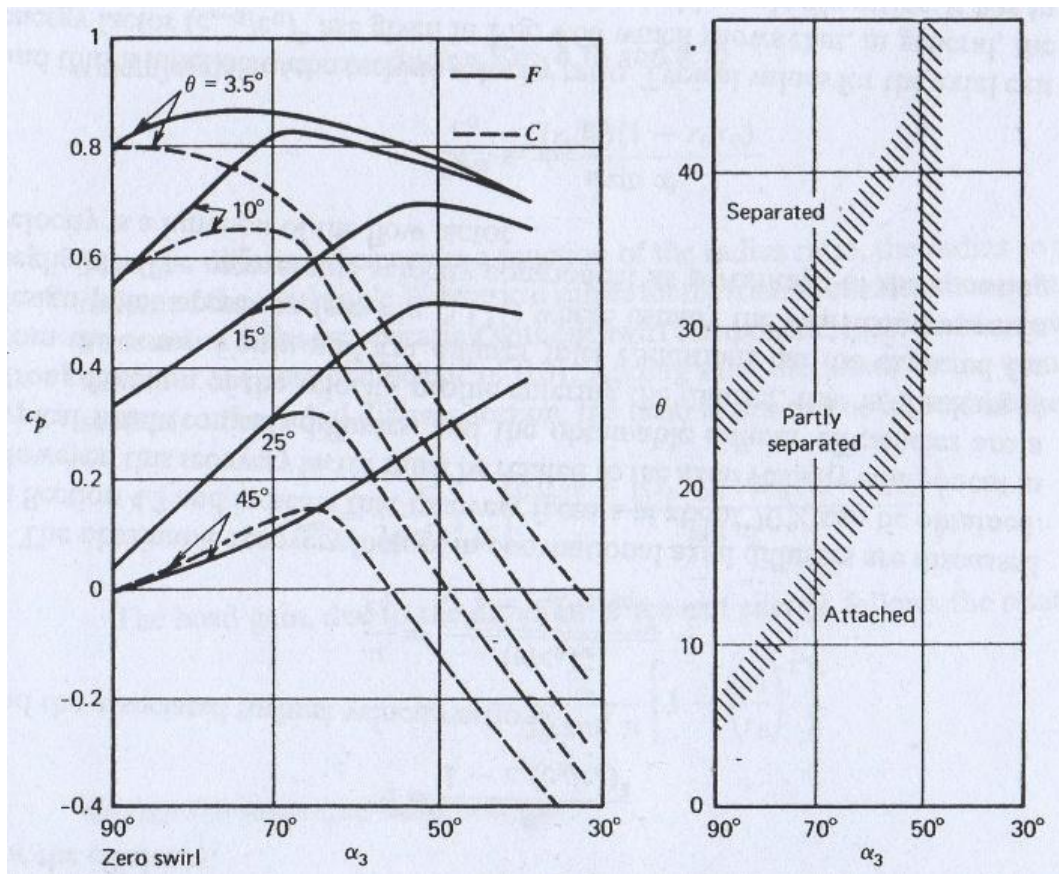


Figura 3.40 Efecto de la distribución de arremolinamiento en el desempeño del difusor [26].

El efecto del número de Reynolds en la eficiencia de los difusores cónicos se muestra en la fig. 3.41 (Ref. [47]). Los ángulos de divergencia óptimos se incrementan con números de Reynolds decrecientes.

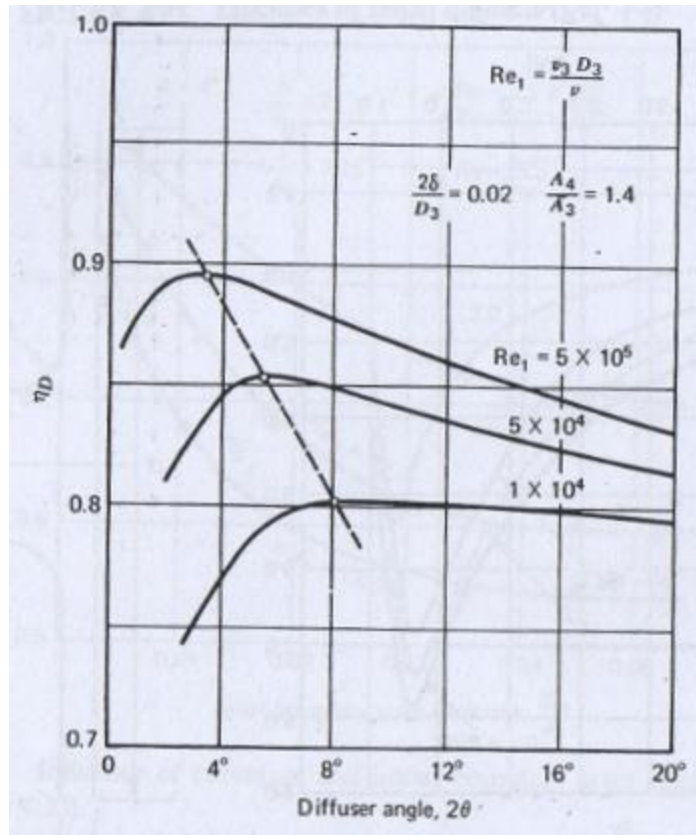


Figura 3.41 Influencia calculada del número de Reynolds sobre el ángulo de divergencia en difusores cónicos [47].

### **3.5 Formación de núcleo en flujos rotacionales**

En algunas ocasiones, por ejemplo en los ductos entre las etapas de máquinas multietapa, se forma un vórtice libre de tal forma que el componente periférico en el centro se debería aproximar a infinito, esto es, crear un vacío. De hecho, esto no ocurre ya que a determinado radio crítico, el vórtice libre cambia a un vórtice de tipo <<rotación de cuerpo sólido>>. Muchas teorías han hecho avances para determinar el radio del núcleo  $r_c$  [49 y 50]. Los resultados se presentan en las figuras 3.42 y 3.43, que muestran las mismas tendencias; la razón  $r_c/r_a$  incrementa con ángulos de arremolinamiento crecientes donde el ángulo de arremolinamiento se define como la desviación de la dirección axial ( $\alpha = 90^\circ$  sin arremolinamiento). En los casos donde el radio de un pasaje sea menor que el del núcleo, existen pérdidas por separación que perjudican la eficiencia potencial de las turbomáquinas.



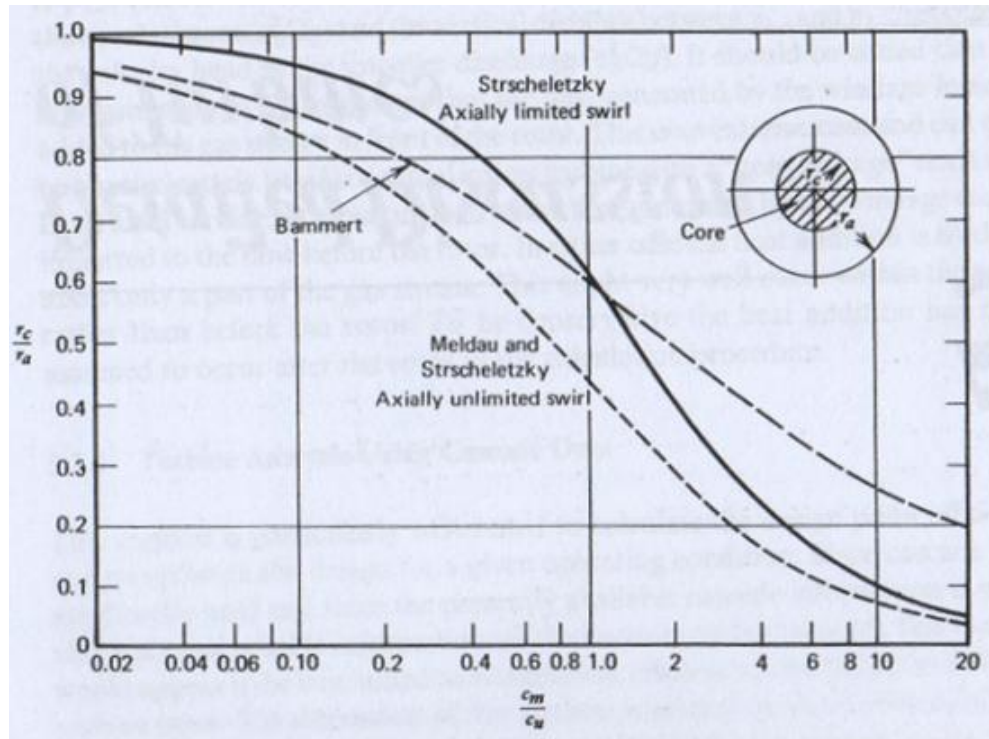


Figura 3.42 Criterio para formación de núcleo en flujos rotacionales [49].

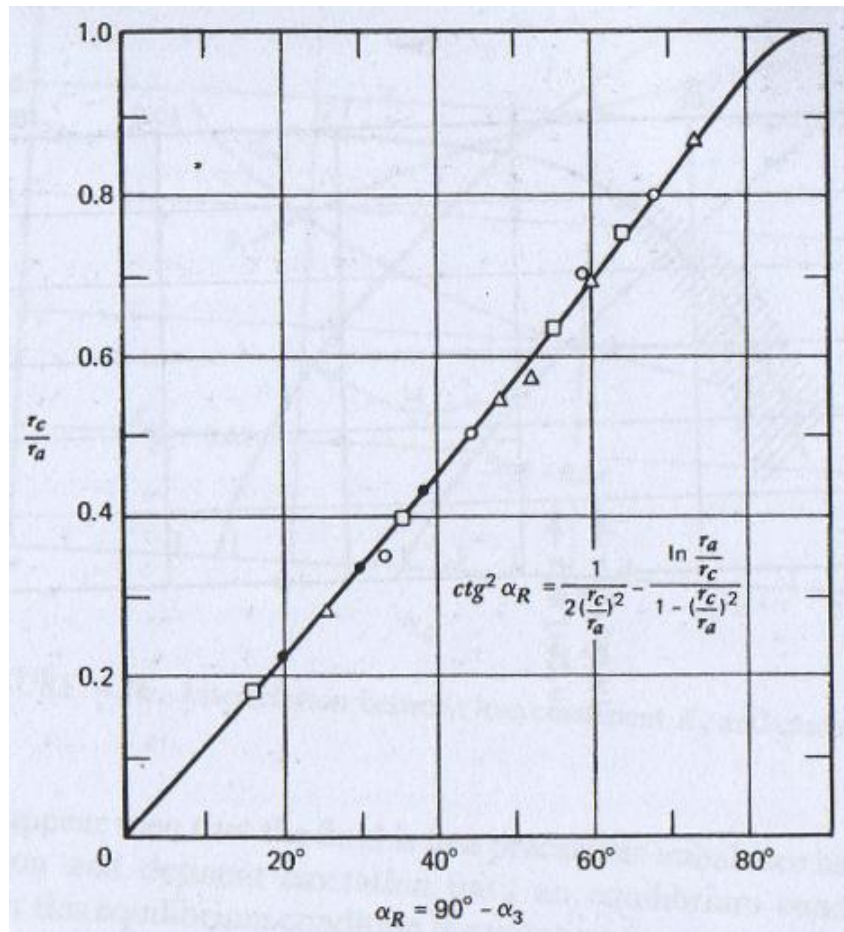


Figura 3.43 Diámetro del núcleo para flujos rotacionales [50].

## IV Técnicas de análisis para turbocompresores

Dos métodos distintos de calcular la eficiencia en el punto de operación de compresores son utilizados. Un análisis basado en los argumentos de canal es más frecuentemente aplicado a máquinas centrífugas, mientras un análisis basado en argumentos de cascada es más ampliamente usado para máquinas axiales.

Un proceso típico de compresión en un compresor se muestra en la fig. 4.1 graficando los cambios de presión y temperatura en la trayectoria del flujo. Este proceso puede ser descrito de la siguiente manera:

Una compresión adiabática desde el estado inicial  $p_1, T_1$  hasta el estado final teórico  $p_{2-th}, T_{2-th}$ . La figura 4.1 muestra el incremento resultante en la carga adiabática  $H_{th}$ . Como consecuencia de las pérdidas hidrodinámicas en el rotor, la presión total detrás del rotor es menor que el valor teórico  $p_{2-th}$ . La distancia  $p_{2-th} - p_{1-th}$  en la fig. 4.1 representa la pérdida de carga  $H_R$  en el rotor. La temperatura permaneciendo constante (se asume que no hay pérdida de calor por conducción o radiación) el estado al final del rotor es representado por  $p_2, T_{2-th}$ . La fricción de las pérdidas del disco causa un incremento en la temperatura total. Para representar esta pérdida en el diagrama  $T-S$  se puede asumir que el incremento de temperatura es impartido al flujo directamente después del rotor. Este incremento se representa en la figura 4.1 por la distancia  $H_w$ . La temperatura final total  $T_2$  permanece constante por el resto del proceso ya que no hay energía añadida después del rotor. Las pérdidas del difusor están representadas por la distancia  $H_D$  en la fig. 4.1, y el estado final por los valores  $p_3$  y  $T_3$ . Por lo tanto, la carga real producida por el compresor es representada por la distancia  $H_{ad}$  en la fig. 4.1. Mientras la divergencia de las líneas de presión en el diagrama  $T-S$  puedan ser despreciadas, la carga real entregada por el compresor puede ser calculada por adiciones y sustracciones de las diferentes cargas.

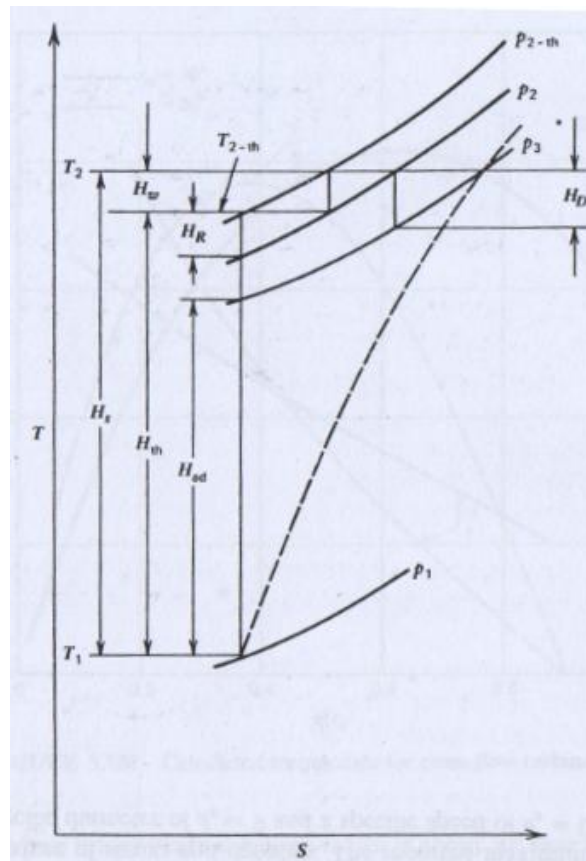


Figura 4.1 Proceso de compresión en diagrama T-S [1].

#### 4.1 Análisis basado en argumentos de cascada

La eficiencia se calcula del coeficiente de carga teórica y las relaciones de pérdida discutidas anteriormente. Con el fin de aplicar los parámetros de cascada directamente es conveniente expresar el coeficiente teórico de carga en términos de los parámetros de cascada  $\delta u$  y  $\cot \lambda_{\infty}$ . Asumiendo que no hay rotación en el flujo, el coeficiente de carga puede ser expresado como:

$$q_{th} = \left[ \frac{\delta u}{\cot \lambda_{0-\infty} - (\delta u_0/2)} \right]_{rotor} \quad (4.1)$$

y la eficiencia hidráulica por

$$\eta_{h-t} = 1 - \frac{\phi_{1-0}^2 \sum \zeta}{2q_{th}} \quad (4.2)$$

Donde el término  $\sum \zeta$  representa las pérdidas generales, esto es, la suma de las pérdidas del perfil, paredes y holguras.

$$\sum \zeta = (\zeta_p + \zeta_E + \zeta_{cl})_{rotor} + (\zeta_p + \zeta_E)_{stator} \quad (4.3)$$

El término  $\phi_{1-0}$  en la ecuación 4.2 denota el factor de flujo como se define en la ecuación 2.18, que es calculado de la relación:

$$\phi_{1-0} = \frac{8}{\pi(1-\lambda^2)n_s d_s^3} \quad (4.4)$$

La eficiencia hidráulica en la ec. 4.2 está referida a la presión total a total. Con el fin de calcular la eficiencia total a estática, la energía cinética tiene que ser tomada en cuenta, esto es,

$$\eta_{h-st} = \eta_{h-t} - \frac{c_{ex}^2}{2q_{th}} \quad (4.5)$$

Asumiendo ahora, un diseño libre de vórtices, las pérdidas pueden ser calculadas directamente de los datos de cascada primero determinando el ángulo del vector medio de los álabes, el cual sigue la relación:

$$\cot \lambda_{\infty-x} = \pi d_s (1-\lambda^2) \left[ \frac{1}{(r_x/r_0)\eta_h \eta_s 4} + \frac{n_s d_s^2}{8(r_0/r_x)} \right] \quad (4.6)$$

y la carga del álabe como

$$\delta u_x = \frac{\pi d_s (1-\lambda^2)}{(r_x/r_0)\eta_s n_s} \quad (4.7)$$

donde  $\lambda$  denota la razón de ejes y  $r_x/r_0$  la razón de radios,  $r_0$  refiriéndose al radio de la punta. Las relaciones 4.6 y 4.7 sólo son aplicables para <<cerro holgura>> en la punta o si una envolvente en la punta

está disponible. En casos donde se tenga que tomar en cuenta la holgura en la punta, las secciones de los álabes del rotor tienen que ser diseñadas para una carga algo más alta con el fin de compensar la carencia de deflexión del flujo en la brecha en la punta. Entonces se cumple que

$$\delta u^* = \delta u + A^*$$

y

$$\cot \lambda_{\infty-x}^* = \cot \lambda + \frac{1}{2} A^*$$

con  $A^*$  de acuerdo a la ec. 3.49 gráficamente presentada en las figs. 4.2 y 4.3.

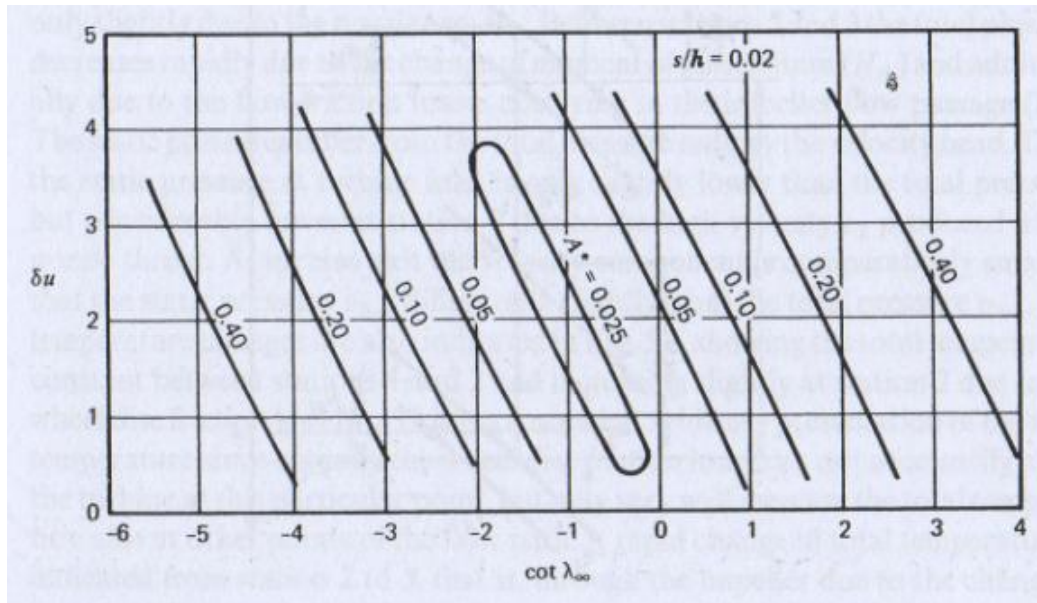


Figura 4.2 Factor de desviación de flujo  $A^*$  para  $s/h = 0.02$  [28].

El ángulo del vector medio y el coeficiente aerodinámico de carga del estator son entonces:

$$\delta u_{\text{stator}} = \delta u_{\text{rotor}}$$

y

$$\cot \lambda_{\infty-x} = -\frac{1}{2} \delta u$$

si se hace la suposición de que el flujo que deja el difusor tiene rotación cero.

Usualmente es suficiente hacer la evaluación de las pérdidas a tres diferentes radios, punta, medio y eje, y luego promediar los coeficientes de pérdida. Valores típicos de los coeficientes de carga aerodinámica y los ángulos medios de los vectores se presentan en la fig. 4.4, lo que indica que, en general, la carga en el eje es mayor que la de la punta debido a la selección de un diseño libre de vórtices y que los valores para el parámetro de carga aerodinámica decrecen con velocidades específicas crecientes, mientras los valores para el ángulo medio de los vectores se incrementan con velocidades específicas incrementándose.

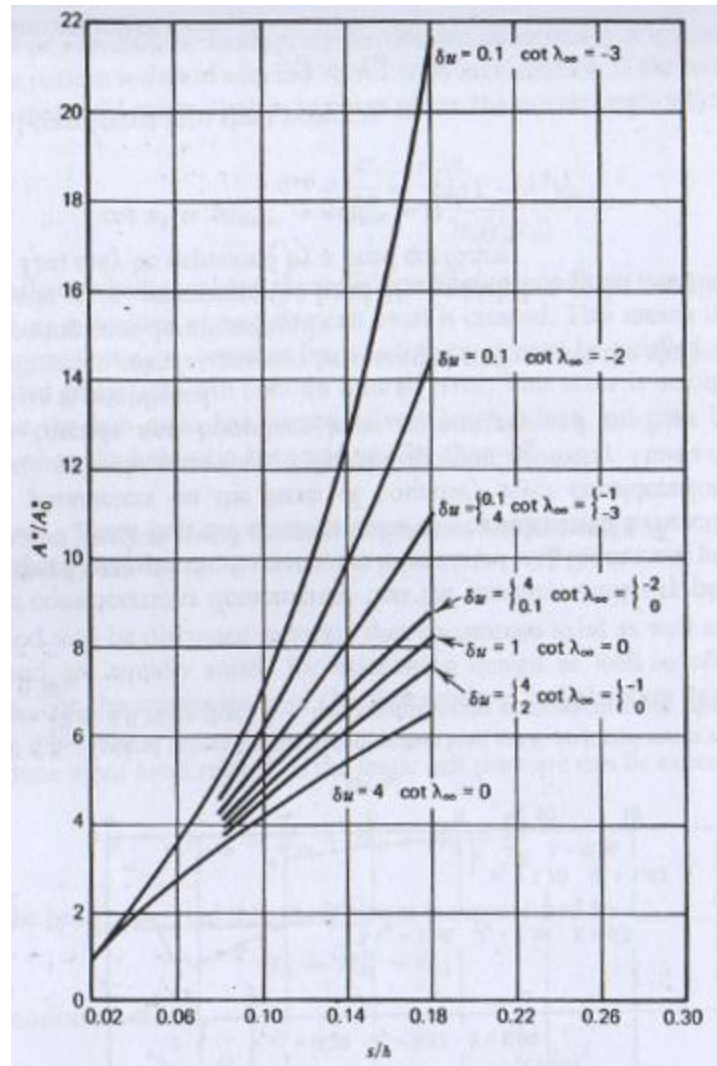


Figura 4.3 Factor de desviación de flujo  $A^*$  como función de  $s/h$  [28]

Con el fin de computar la eficiencia de eje, la fricción de disco tiene que ser tomada en cuenta mediante el coeficiente de fricción de disco,

$$q_w = \frac{4\lambda_w \lambda^5 \gamma_w}{\phi_{1-0} (1 - \lambda^2) \gamma_1} \quad (4.8)$$

con  $\gamma_1$  de acuerdo a la fig. 3.25. Por tanto, la eficiencia de eje es:

$$\eta_{sh} = \frac{q_{ad}}{q_{th} + q_w} \quad (4.9)$$

y la potencia de eje requerida (despreciando las pérdidas de los rodamientos) siguen la relación:

$$HP = \frac{H_{ad} W}{75 \eta_{sh}}$$

donde  $W$  denota el peso del flujo en kg/s.

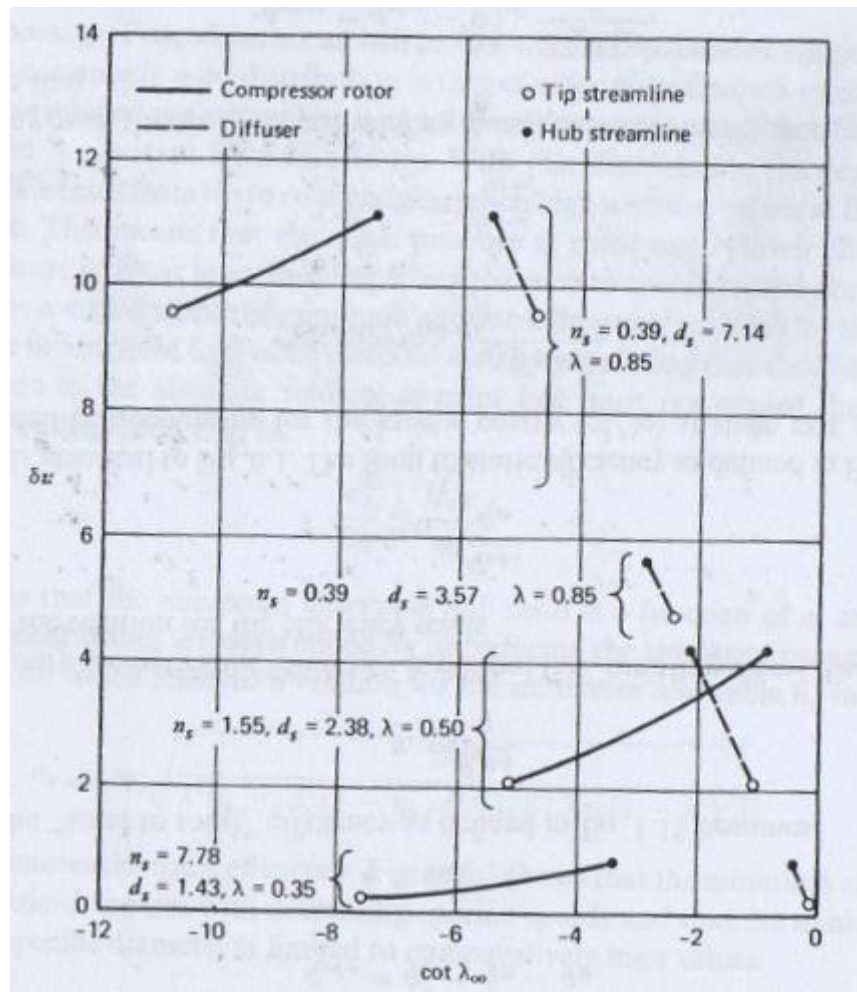


Figura 4.4 Líneas de operación en un diagrama de cascada [28]

#### 4.2 Análisis basado en argumentos de canal

Este método puede ser discutido en términos aplicables tanto a los diseños axiales como a los centrífugos y son igualmente aplicables a condiciones fuera del punto de diseño. Por conveniencia, un compresor centrífugo es elegido como referencia. La carga entregada puede ser expresada como

$$H_{ad} = H_{th} - H_R - H_D \quad (4.10)$$

La carga adiabática provista al compresor puede ser entonces representada como

$$H = H_{th} + H_w \quad (4.11)$$

Estas cantidades también pueden ser citadas en términos adimensionales, a saber,

$$q_{ad-t} = q_{th} - q_R - q_D \quad (4.12)$$

y

$$q = q_{th} + q_w \quad (4.13)$$

Por lo tanto, la eficiencia total a total se vuelve:

$$\eta_t = \frac{q_{ad-t}}{q} \quad (4.14)$$

Cuando sólo se desea la eficiencia hidráulica (*i.e.*, omitiendo las pérdidas por fricción de disco) la relación de la eficiencia es:

$$\eta_{h-t} = \frac{q_{ad-t}}{q_{th}} \quad (4.15)$$

la cual es idéntica a la ec. 4.2. La eficiencia total a estática es calculada tomando en cuenta la energía cinética ( $c_3^2/2g$ ) a la salida de la etapa, esto es,

$$q_{ad-st} = q_{ad-t} - \frac{(c_3/u_2)^2}{2} \quad (4.16)$$

y

$$\eta_{st} = \frac{q_{ad-st}}{q} \quad (4.17)$$

En muchos casos la velocidad absoluta de salida  $c_3$  es igual al componente meridional  $c_{m-3}$ , así que

$$q_{ad-st} = q_{ad-t} - \phi_{1-0}^2 \frac{(K_R K_D)^2}{2} \quad (4.18)$$

$K_R$  y  $K_D$  denotando las razones de velocidad meridional a través del rotor y del difusor:

$$K_R = \frac{c_{m-2}}{c_{m-1}} \quad (4.19)$$

$$K_D = \frac{C_{m-3}}{C_{m-2}} \quad (4.20)$$

Las interrelaciones entre el coeficiente teórico de carga  $q_{th}$ , condiciones de operación y geometría del compresor, fueron discutidas en la sección 3.1; la interrelación entre las pérdidas por ventilación, condiciones de operación y geometría en la sección 3.2.6. Relaciones similares pueden derivarse para el coeficiente de pérdida del rotor y del difusor. Para conveniencia del análisis, estos coeficientes de pérdida están referidos al componente meridional a la salida del rotor o del difusor. Luego entonces, las relaciones de pérdida en el rotor pueden ser presentadas en la forma:

$$H_R = \zeta_R \frac{C_{m-2}^2}{2g} \quad (4.21)$$

o de forma adimensional:

$$q_R = \frac{K_R^2}{2} \phi_{1-0}^2 \zeta_R \quad (4.22)$$

donde  $\zeta_R$  denota un factor que tiene que ser determinado a partir de consideraciones de capa límite discutidas en la sección 3.2. La presuposición para los cálculos de  $\zeta_R$  es que el vector de flujo a la entrada del rotor se aproxima a la cascada del rotor con una condición de <<cero incidencia>> donde el ángulo de entrada del rotor es diseñado de acuerdo con la relación:

$$\cot \beta_{1-0} = \frac{1}{\varepsilon_0 \phi_{1-0}} + \cot \alpha_1 \quad (4.23)$$

La pérdida en el difusor puede ser representada por la relación:

$$q_D = \frac{K_R^2 K_D^2}{2} \phi_{1-0}^2 \zeta_D \quad (4.24)$$

donde  $\zeta_D$  representa un coeficiente de pérdida, nuevamente calculado de los argumentos de capa límite asumiendo una operación con cero incidencia.



## V Estudio detallado de compresor axial

### 5.1 Cascadas bidimensionales

Un túnel de cascada típico de funcionamiento continuo se muestra en la figura 5.1.

La cascada lineal comprende un número de álabes idénticos igualmente espaciados y paralelos unos con otros.

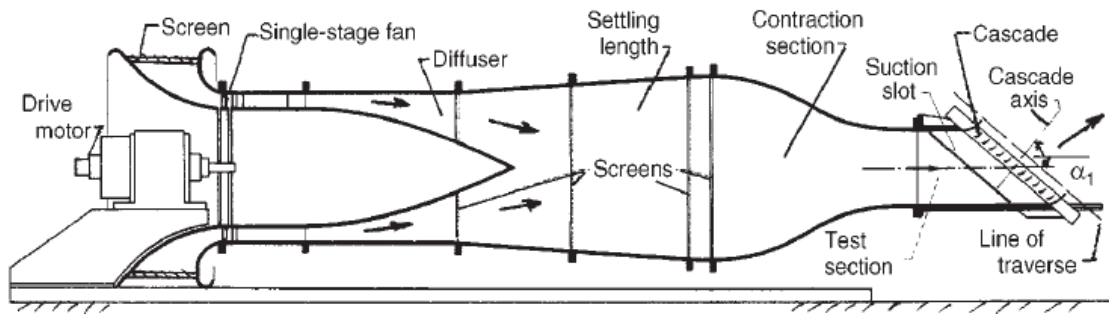


Figura 5.1 Túnel de viento de una cascada de compresión de baja velocidad [2].

Para obtener realmente un flujo bidimensional se requeriría una cascada de extensión infinita. Por necesidad las cascadas deben tener un tamaño limitado y se tiene que poner atención especial en asegurar que por lo menos en las regiones centrales (donde se hacen las mediciones) el flujo se aproxime a un flujo bidimensional. Para máquinas axiales con una alta relación *hub/tip*  $\lambda = d/D$  en la figura 2.1, las componentes radiales de velocidad son despreciables y el flujo puede ser descrito con una razonable aproximación como un flujo bidimensional. Con razones menores  $\lambda$  puede existir una cantidad apreciable de torcimiento en los álabes dependiendo del diseño (vórtice libre o forzado).

#### 5.1.1 Nomenclatura de cascadas

Un perfil de cascada puede ser concebido como una línea arqueada sobre la cual una distribución de espesor en el perfil es simétricamente superpuesta. La nomenclatura de las cascadas se muestra en la figura 5.2.

#### 5.1.2 Fuerzas en una cascada axial

En el siguiente análisis el fluido se asume incompresible y el flujo estable. La suposición de estabilidad es válida para una fila aislada de álabes, pero en una turbomáquina el movimiento relativo entre las filas lleva a efectos inestables de flujo. Se considera flujo incompresible debido a que en la mayoría de los experimentos con cascadas se conducen a números de Mach bajos (como 0.3 en cascadas de compresión) donde los efectos de compresibilidad son despreciables.

Una porción de un álabe aislado de cascada para compresor se muestra en la figura 5.3 Las fuerzas  $X$  y  $Y$  son ejercidas por el fluido por profundidad unitaria de álabe. Una superficie de control se dibuja con fronteras alejadas corriente arriba y corriente abajo de la cascada y con fronteras laterales coincidiendo con las líneas de corriente medias.

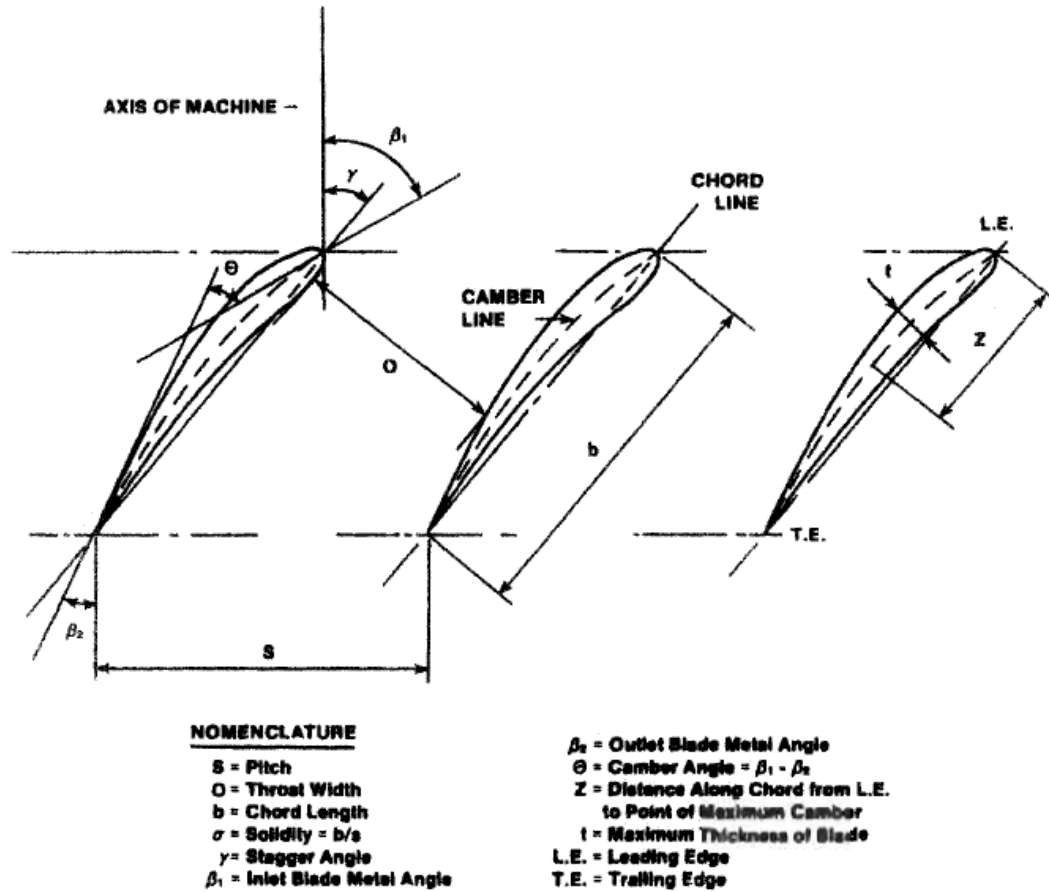


Figura 5.2 Nomenclatura de cascada [2].

Aplicando el principio de continuidad a una profundidad unitaria de envergadura y suponiendo incompresibilidad:

$$c_1 \cos \alpha_1 = c_2 \cos \alpha_2 = c_x \quad (5.1)$$

La ecuación de momentum aplicada a las direcciones  $x$  y  $y$  con velocidad axial constante da:

$$X = (p_2 - p_1)s \quad (5.2)$$

$$Y = \rho s c_x (c_{y1} - c_{y2}) \quad (5.3)$$

ó

$$Y = \rho s c_x^2 (\tan \alpha_1 - \tan \alpha_2) \quad (5.3a)$$

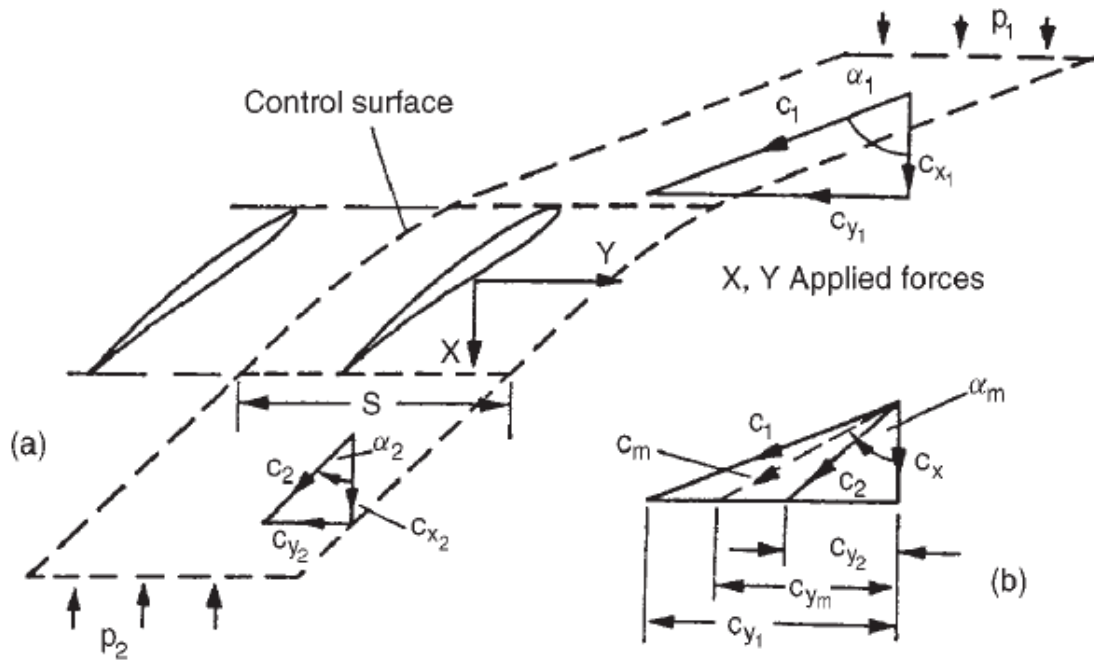


Figura 5.3 Fuerzas y velocidades en una cascada de álabes [2].

### 5.1.3 Pérdidas de energía

Un fluido real que cruza una cascada experimenta una pérdida en la presión total  $\Delta p_0$  debido a pérdida por fricción <<de piel>> y efectos relacionados. Entonces

$$\frac{\Delta p_0}{\rho} = \frac{p_1 - p_2}{\rho} + \frac{1}{2}(c_1^2 - c_2^2) \quad (5.4)$$

Notando que  $c_1^2 - c_2^2 = (c_{y1}^2 + c_x^2) - (c_{y2}^2 + c_x^2) = (c_{y1} + c_{y2})(c_{y1} - c_{y2})$ , sustituyendo las ecs. 5.2 y 5.3 en la 5.4 se obtiene la relación

$$\frac{\Delta p_0}{\rho} = \frac{1}{\rho s}(-X + Y \tan \alpha_m) \quad (5.5)$$

donde

$$\tan \alpha_m = \frac{1}{2}(\tan \alpha_1 + \tan \alpha_2) \quad (5.6)$$

Pueden definirse muchas formas para el coeficiente total de pérdidas de presión, de las cuales los más populares son:

$$\zeta = \Delta p_0 / \frac{1}{2} \rho c_x^2 \quad (5.7a)$$

y

$$\varpi = \Delta p_0 / \frac{1}{2} \rho c_1^2 \quad (5.7b)$$

Usando nuevamente el mismo parámetro de referencia, un coeficiente de incremento de presión  $C_p$  y un coeficiente de fuerza tangencial  $C_f$  pueden ser definidos

$$C_p = \frac{p_2 - p_1}{\frac{1}{2}\rho c_x^2} = \frac{X}{\frac{1}{2}\rho s c_x^2} \quad (5.8)$$

$$C_f = \frac{Y}{\frac{1}{2}\rho s c_x^2} = 2(\tan \alpha_1 - \tan \alpha_2) \quad (5.9)$$

usando las ecs 5.2 y 5.3a

Sustituyendo estos coeficientes en la ec. 5.5 , después de algunos reajustes:

$$C_p = C_f \tan \alpha_m - \zeta \quad (5.10)$$

#### 5.1.4 Sustentación y arrastre

Una velocidad media  $c_m$  se define como

$$c_m = c_x / \cos \alpha_m \quad (5.11)$$

donde  $\alpha_m$  es definido por  $\tan \alpha_m = \frac{1}{2}(\tan \alpha_1 + \tan \alpha_2)$ . Considerando una profundidad unitaria de álabe, una fuerza de sustentación  $L$  actúa en dirección perpendicular a  $c_m$  y una fuerza de arrastre  $D$  en dirección paralela a  $c_m$  como se muestra en la figura 5.4.

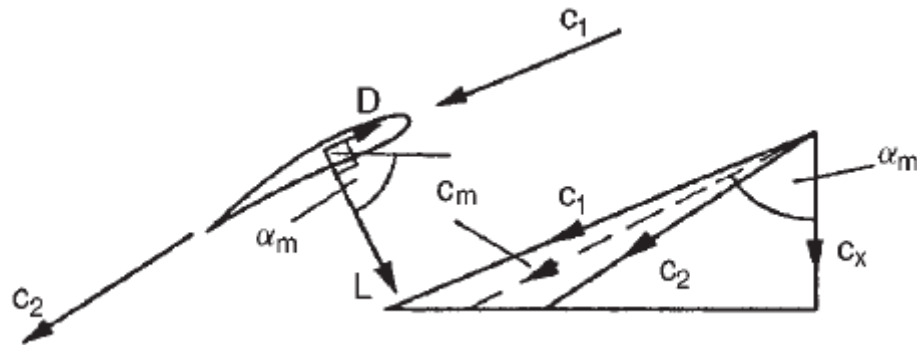


Figura 5.4 Fuerzas de arrastre y sustentación ejercidas sobre un álabe de cascada de envergadura unitaria [2].

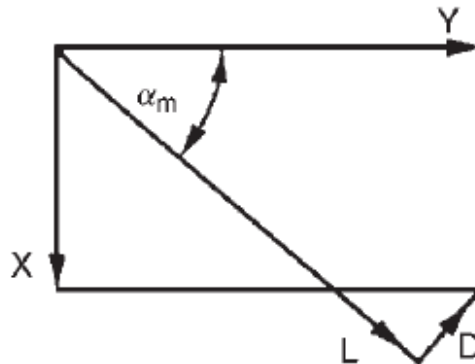


Figura 5.5 Fuerzas tangenciales y axiales ejercidas por profundidad unitaria de álabe.

Las fuerzas de sustentación y arrastre pueden ser resueltas en términos de las fuerzas axiales y tangenciales. Refiriéndonos a la figura 5.5,

$$L = X \sin \alpha_m + Y \cos \alpha_m \quad (5.12)$$

$$D = Y \sin \alpha_m - X \cos \alpha_m \quad (5.13)$$

De la ec. 5.5

$$D = \cos \alpha_m (Y \tan \alpha_m - X) = s \Delta p_0 \cos \alpha_m \quad (5.14)$$

Rearreglando la ec. 5.14 para  $X$  y sustituyendo en la ecuación 5.12, resulta:

$$\begin{aligned} L &= (Y \tan \alpha_m - s \Delta p_0) \sin \alpha_m + Y \cos \alpha_m \\ &= Y \sec \alpha_m - s \Delta p_0 \sin \alpha_m \\ &= \rho s c_x^2 (\tan \alpha_1 - \tan \alpha_2) \sec \alpha_m - s \Delta p_0 \sin \alpha_m \end{aligned} \quad (5.15)$$

después de usar la ec. 5.9.

Los coeficientes de arrastre y sustentación pueden ser introducidos respectivamente como:

$$C_L = \frac{L}{\frac{1}{2} \rho c_m^2 l} \quad (5.16a)$$

$$C_D = \frac{D}{\frac{1}{2} \rho c_m^2 l} \quad (5.16b)$$

Usando la ec. 5.14 con la ec. 5.7

$$C_D = \frac{s \Delta p_0 \cos \alpha_m}{\frac{1}{2} \rho c_m^2 l} = \zeta \frac{s}{l} \cos^3 \alpha_m \quad (5.17)$$

con la ec. 5.15

$$\begin{aligned} C_L &= \frac{\rho s c_x^2 (\tan \alpha_1 - \tan \alpha_2) \sec \alpha_m - s \Delta p_0 \sin \alpha_m}{\frac{1}{2} \rho c_m^2 l} \\ &= 2 \frac{s}{l} \cos \alpha_m (\tan \alpha_1 - \tan \alpha_2) - C_D \tan \alpha_m \end{aligned} \quad (5.18)$$

Alternativamente, usando las ecs. 5.9 y 5.17,

$$C_L = \frac{s}{l} \cos \alpha_m \left( C_f - \zeta \frac{\sin 2\alpha_m}{2} \right) \quad (5.19)$$

Con el rango normal de operación en una cascada, los valores de  $C_D$  son mucho menores que los de  $C_L$ . Como  $\alpha_m$  no excederá 60 grados, la cantidad  $C_D \tan \alpha_m$  en la ec. 5.18 puede ser despreciada, resultando en la aproximación:

$$\frac{L}{D} = \frac{C_L}{C_D} \approx \frac{2 \sec^2 \alpha_m (\tan \alpha_1 - \tan \alpha_2)}{\zeta} = \frac{C_f}{\zeta} \sec^2 \alpha_m \quad (5.20)$$

### 5.1.5 Eficiencia de una cascada

La eficiencia de una cascada de álabes de compresor puede ser definida como la eficiencia del difusor; esto es, la razón del aumento real de la presión estática en la cascada al aumento teórico máximo posible de la presión.

$$\eta_D = \frac{p_2 - p_1}{\frac{1}{2} \rho (c_1^2 - c_2^2)} = 1 - \frac{\Delta p_0}{\rho c_x^2 \tan \alpha_m (\tan \alpha_1 - \tan \alpha_2)}$$

Insertando las ecuaciones 5.7 y 5.9 en la ecuación anterior:

$$\eta_D = 1 - \frac{\zeta}{C_f \tan \alpha_m} \quad (5.21)$$

Con las suposiciones de flujo incompresible y flujo estable, con la consideración de que  $\alpha_m$  excederá los 60° puede tomarse la siguiente aproximación [2]:

$$\eta_D = 1 - \frac{2C_D}{C_L \sin 2\alpha_m} \quad (5.22)$$

asumiendo una relación constante entre la sustentación y el arrastre, la ecuación anterior puede diferenciarse para encontrar un ángulo medio de flujo que sea óptimo para una máxima eficiencia. Entonces:

$$\frac{\partial \eta_D}{\partial \alpha_m} = \frac{4C_D \cos 2\alpha_m}{C_L \sin^2 2\alpha_m} = 0 \quad (5.23)$$

Por lo tanto:

$$\alpha_{m \text{ opt}} = 45^\circ$$

$$\text{y } \eta_{D \text{ max}} = 1 - \frac{2C_D}{C_L} \quad (5.24)$$

donde  $C_D$  y  $C_L$  son los coeficientes de arrastre y de sustentación respectivamente.

Este simple análisis sugiere que la eficiencia máxima de una cascada se obtiene cuando el ángulo medio de flujo es de 45°, pero ignora los cambios de la relación  $C_D/C_L$ . Howell calculó el efecto de este cambio y sus resultados se muestran en la figura 5.6.

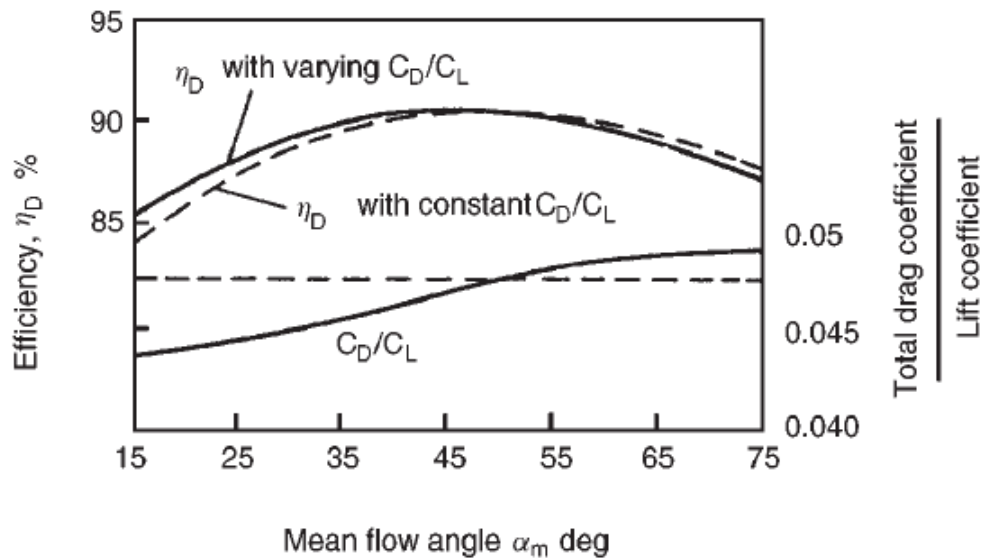


Figura 5.6 Variación de la eficiencia con ángulo promedio de flujo [51]

### 5.1.6 Desempeño de cascadas bidimensionales

Aparentemente los efectos de una cascada pueden ser deducidos completamente si se conocen los ángulos de entrada y salida junto con un coeficiente de pérdida de presión. Sin embargo, para una cascada sólo puede especificarse arbitrariamente una de esas cantidades y las dos quedan determinadas por la geometría y en menor medida por los números de Mach y Reynolds. Para una familia de cascadas geoméricamente similar el desempeño puede expresarse funcionalmente como:

$\zeta, a_2 = (a_1, Ma_1, Re)$ ,  $Ma_1$  representa el número de Mach de entrada y la longitud característica del número de Reynolds es la longitud de cuerda.

A pesar de numerosos intentos no ha sido posible establecer las características de desempeño sólo mediante recursos teóricos y el método experimental sigue siendo el método más confiable [2].

### 5.1.7 El túnel de viento de cascada

La base de mucha de la investigación en turbomaquinaria se deriva del túnel de viento de cascada. Un ejemplo se presentó en la figura 5.1.

En un túnel de viento de cascada bien diseñado es importante que el flujo central se aproxime a un flujo bidimensional, con un gran número de álabes largos. La separación *stalling* puede retrasarse aplicando succión controlada corriente arriba del álabes para remover la capa límite. Si la capa límite no es removida, los efectos de interferencia pueden ser pronunciados siendo mayores en los puntos de *stalling* donde cualquier perturbación pequeña del campo de flujo corriente arriba puede precipitar la separación *stalling* en el álabes adyacente. El fenómeno es caracterizado por celdas periódicas de *stall* cruzando rápidamente de álabes en álabes y se es conocido como *stall* propagante.

En una cascada de compresión el rápido aumento de presión a través de los álabes ocasiona un crecimiento marcado de la capa límite de las paredes y produce una contracción del flujo que provoca que el área

efectiva de flujo disminuya, aumentando la velocidad del flujo y contraponiéndose a la acción difusora de la cascada. Debido a esto el trabajo teórico nunca es alcanzado.

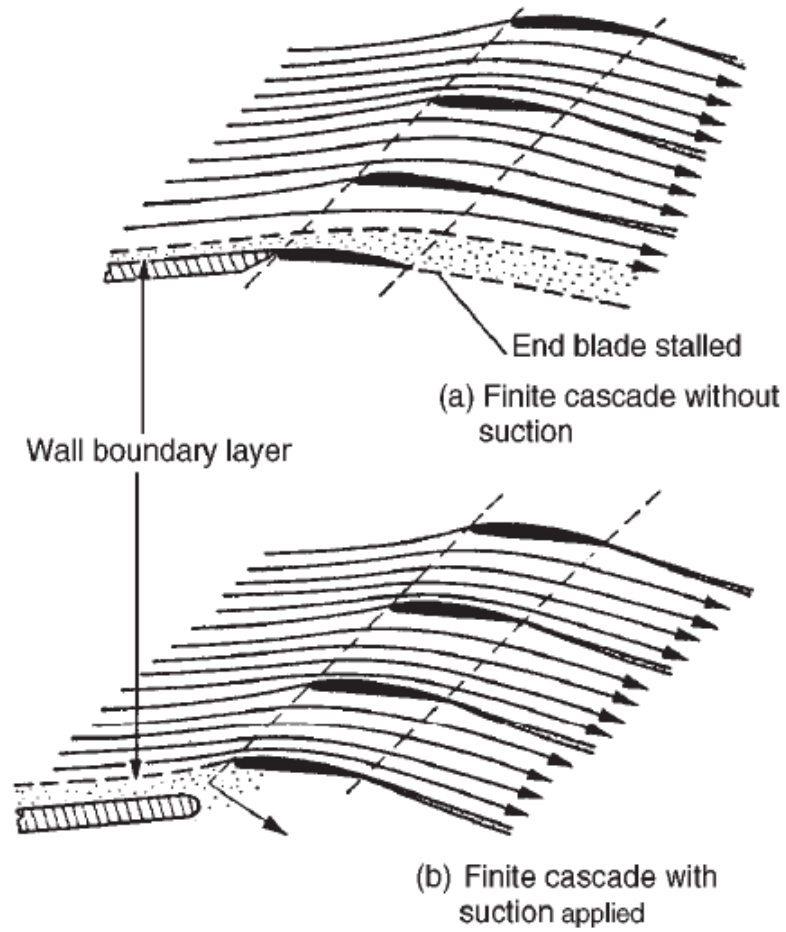


Figura 5.7 Líneas de corriente en una cascada [2].

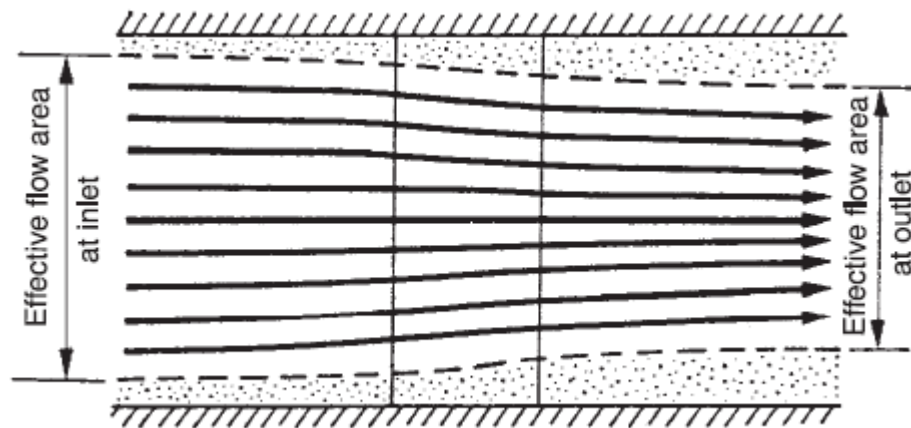


Figura 5.8 Contracción de las líneas de corriente debido a crecimiento de la capa límite [2].



### 5.1.8 Desempeño de una cascada de compresión

Un conjunto de resultados típicos de cascada se muestra en la fig. 5.9 donde de la ec. 5.7:

$$\Delta p_0 / \frac{1}{2} \rho c_1^2 = \zeta \cos^2 \alpha_1$$

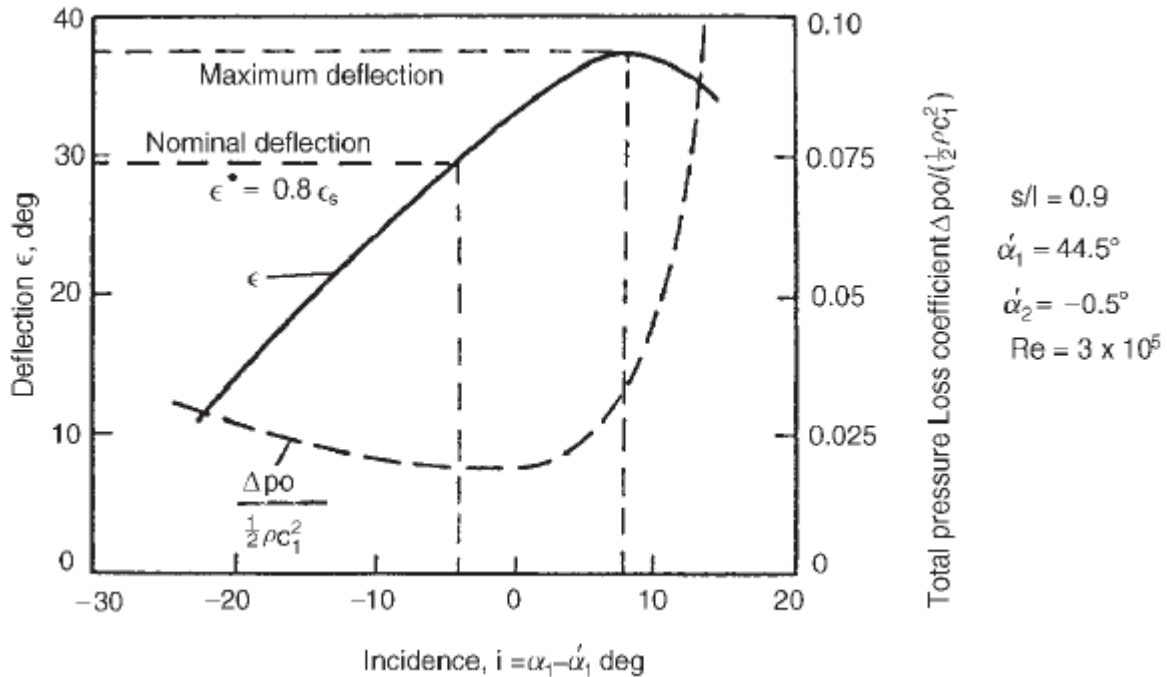


Figura 5.9 Características de cascada de compresor [52].

Existe un pronunciado incremento en las pérdidas de presión conforme la incidencia aumenta a partir de cierto valor, en este punto se dice que la cascada se encuentra en *stall*. Es difícil predecir la incidencia exacta en la cual se da el fenómeno, pero como se mencionó anteriormente, el rango de trabajo se define convencionalmente como el rango de incidencia entre el *stall* positivo y el negativo, en el que las pérdidas son el doble de la pérdida mínima. Físicamente el *stall* se caracteriza por una separación del flujo del lado de succión **stall positivo** de los álabes. El **stall negativo** se define con la separación del lado de presión.

Los datos de desempeño de cascada para ser usados fácilmente, se presentan de forma condensada. Por ejemplo en Estados Unidos, la NACA ahora NASA experimentó sistemáticamente familias completas de diferentes geometrías de cascada, en particular las Series NACA 65 [53]. Los datos de estas series han sido resumidos por Felix [54] donde el desempeño de una geometría fija de cascada puede ser encontrado.

### 5.1.9 Correlaciones de cascada de compresión

Muchas investigaciones experimentales han confirmado que el funcionamiento eficiente de los álabes de cascada está limitado por el crecimiento y separación de las capas límite en el álabes. Uno de los objetivos en la investigación de cascadas es establecer las características generalizadas de pérdida y los límites de *stall* de los álabes convencionales. Esta tarea es complicada por la cantidad de factores que pueden influenciar el crecimiento de la capa límite: distribución de velocidades, número de Reynolds en el álabes, número de Mach a la entrada, turbulencia, inestabilidad del flujo y rugosidad. Del análisis de datos experimentales se han establecido diferentes correlaciones con objetivos de predicción con suficiente precisión para objetivos de ingeniería.

Correlación de Lieblein: La correlación de Lieblein [55], se basa en la observación experimental de que una gran cantidad de difusión de velocidad en las superficies del álabe tienden a producir capas límite gruesas y eventualmente separación de flujo. Lieblein establece la hipótesis general de que en la región de pérdida mínima, el espesor de la estela y por consecuencia la magnitud de la pérdida de presión total, es proporcional a la difusión en la velocidad de la superficie de succión del álabe en esa región. La hipótesis se basa en la consideración de que la capa límite en la superficie de succión de un compresor convencional contribuye mayoritariamente a la estela del álabe. Lieblein encontró una correlación entre el espesor de momentum de capa límite referido  $\theta/l$  y la razón de difusión  $c_{\max,s}/c_2$  :

$$\frac{\theta}{l} = 0.004 \left/ \left\{ 1 - 1.17 \ln \left( \frac{c_{\max,s}}{c_2} \right) \right\} \right. \quad (5.25)$$

en el punto medio del rango de trabajo para los álabes NACA 65-(A10) y los álabes de arco circular British C.4.

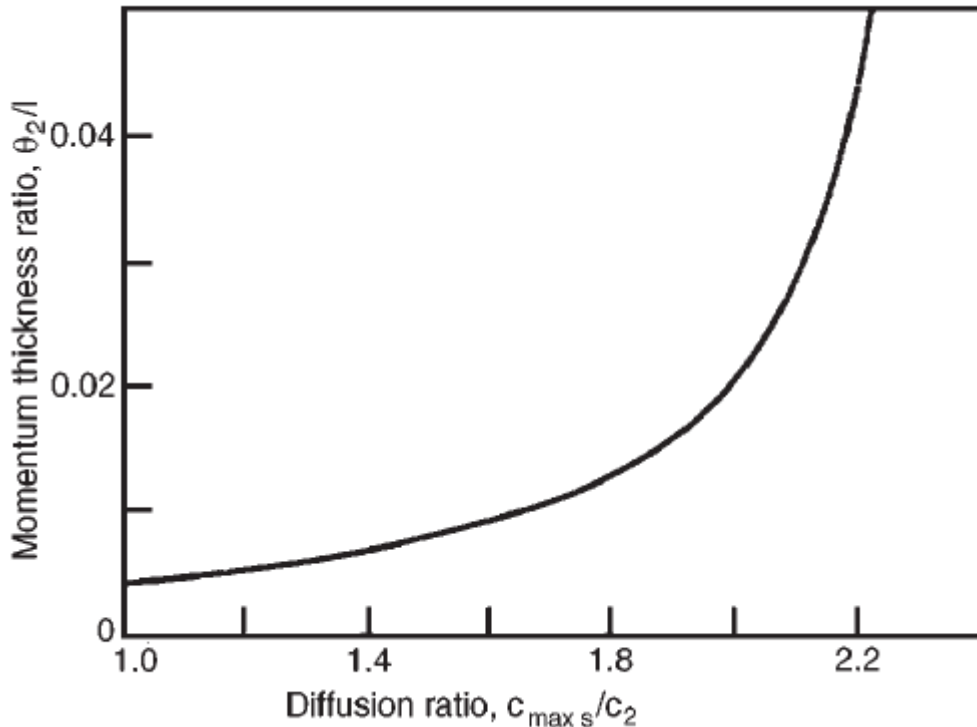


Figura 5.10 Variación media del momentum de capa límite de la ecuación 5.25 para NACA 65. [55]

Correlación de Howell: La correlación de Howell de baja velocidad [52] ha sido ampliamente usada por diseñadores de compresores axiales y se basa en la condición nominal de que la deflexión  $\varepsilon$  es el 80% de la deflexión de *stalling*  $\varepsilon_s$ . Howell encontró que las deflexiones nominales de varios compresores son primariamente una función de la relación espacio-cuerda, el ángulo de salida y el número de Reynolds, esto es:

$$\varepsilon^* = f\left(s/l, \alpha_2^*, \text{Re}\right) \quad (5.26)$$

La dependencia del número de Reynolds es baja para  $\text{Re} < 3 \times 10^5$  basado en la longitud de cuerda. Una fórmula aproximada para los datos de la figura 5.11, citada por Howell y frecuentemente utilizada en estimaciones preliminares es la regla de diferencia de tangentes:

$$\tan \alpha_1^* - \tan \alpha_2^* = \frac{1.55}{1 + 1.5s/l} \quad \text{cuando } 0 \leq \alpha_2^* \leq 40^\circ.$$

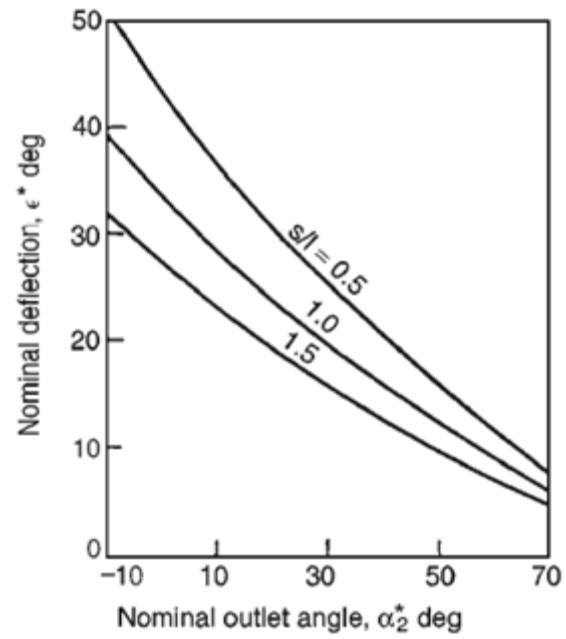


Figura 5.11 Variación de deflexión nominal con ángulo de salida nominal para varias relaciones espacio/cuerda [51].

## 5.2 Compresores de flujo axial

Una etapa de compresor se define como una fila de álabes de rotor seguida por una fila de álabes de estator

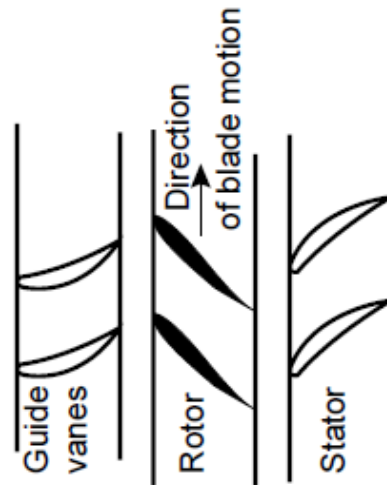


Figura 5.12 Arreglo de álabes en un compresor axial. Los álabes guía no forman parte de la etapa [2].

### 5.2.1 Termodinámica de una etapa de compresión axial

Sean los diagramas de velocidad para una etapa los mostrados a continuación:

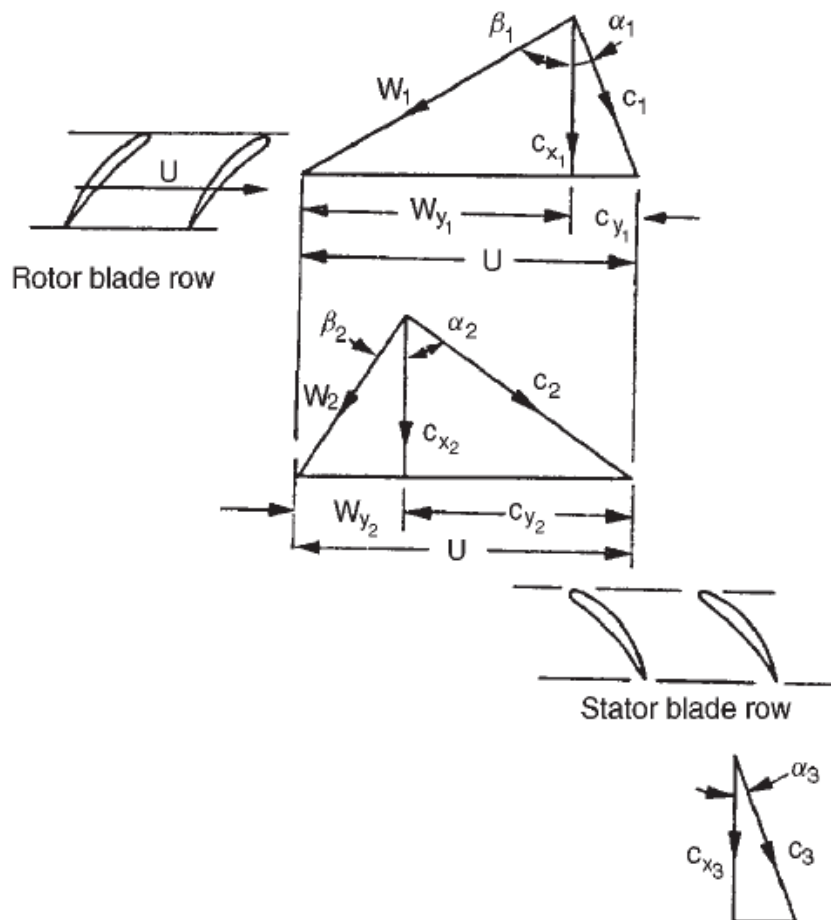


Figura 5.13 Triángulos de velocidad para una etapa [2].

El trabajo específico hecho por el rotor sobre el fluido, de la ecuación de energía para flujo estable asumiendo flujo adiabático y de la ecuación de momentum:

$$\Delta W = \dot{W}_p / \dot{m} = h_{02} - h_{01} = U(c_{y2} - c_{y1}) \quad (5.27)$$

Para cualquier máquina axial  $h_{0rel} = h + \frac{1}{2}w^2$  ([2] p. 141) es constante en el rotor, por lo tanto:

$$h_1 + \frac{1}{2}w_1^2 = h_2 + \frac{1}{2}w_2^2 \quad (5.28)$$

Esto es válido siempre y cuando no haya un cambio radial de las líneas de corriente a través del rotor (i.e.  $U_1 = U_2$ )

A través del estator  $h_0$  es constante y

$$h_2 + \frac{1}{2}c_2^2 = h_3 + \frac{1}{2}c_3^2 \quad (5.29)$$

El proceso de compresión para la etapa (que incluye los efectos de irreversibilidad) es:

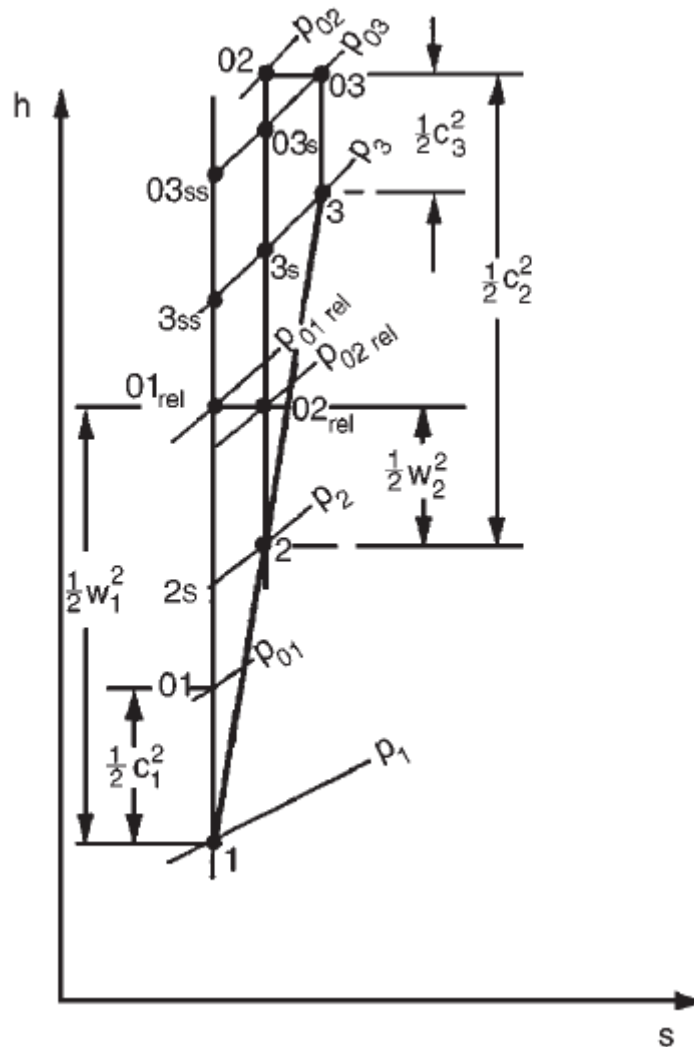


Figura 5.14 Diagrama de Mollier para una etapa axial [2].

De las ecuaciones 5.27 y 5.29 el trabajo real desempeñado por el rotor por unidad de masa del fluido es  $\Delta W = h_{03} - h_{01}$ . El trabajo reversible o trabajo mínimo requerido para obtener la misma presión final de estancamiento que el proceso real es:

$$\begin{aligned}\Delta W_{\min} &= h_{03ss} - h_{01} \\ &= (h_{03} - h_{01}) - (h_{03s} - h_{03ss}) - (h_{03} - h_{03s}) \\ &\approx \Delta W - (T_{03}/T_2)(h_2 - h_{2s}) - (T_{03}/T_3)(h_3 - h_{3s})\end{aligned}$$

usando la aproximación  $\Delta h = T\Delta s$ .

El crecimiento de temperatura en una etapa es sólo una pequeña fracción del nivel de temperatura total y luego entonces, una cercana aproximación es:

$$\Delta W_{\min} = \Delta W - (h_2 - h_{2s}) - (h_3 - h_{3s}) \quad (5.30)$$

Nuevamente debido a que el cambio de temperatura es pequeño, el cambio de densidad es también pequeño y es razonable la suposición de flujo incompresible. Esta suposición sólo es aplicada a la etapa y está implicada la densidad media.

Las pérdidas de entalpía en la ec. 5.30 pueden ser expresadas como pérdidas de presión de estancamiento como sigue. Ya que  $h_{02} = h_{03}$  entonces:

$$h_{03} - h_{02} = \frac{1}{2}(c_2^2 - c_3^2) = [(p_{02} - p_2) - (p_{03} - p_3)]/\rho \quad (5.31)$$

ya que

$$p_0 - p = \frac{1}{2}\rho c^2 \text{ para un fluido incompresible}$$

A lo largo de la línea de entropía constante 2-3s en la figura 5.14,  $T ds = 0 = dh - (1/\rho)dp$ , y entonces:

$$h_{3s} - h_2 = (p_3 - p_2)/\rho \quad (5.32)$$

Sustrayendo la ec. 5.32 de la 5.31

$$h_3 - h_{3s} = (p_{02} - p_{03})/\rho = (1/\rho)\Delta p_{0stator} \quad (5.33)$$

similarmente:

$$h_2 - h_{2s} = (p_{01rel} - p_{02rel})/\rho = (1/\rho)\Delta p_{0rotor} \quad (5.34)$$

La eficiencia total a total es:

$$\begin{aligned}\eta_{tt} &= \frac{\dot{W}_{p\min}}{\dot{W}_p} \approx 1 - \frac{(h_2 - h_{2s}) + (h_3 - h_{3s})}{(h_{03} - h_{01})} \\ &\approx 1 - \frac{\Delta p_{0stator} + \Delta p_{0rotor}}{\rho(h_{03} - h_{01})}\end{aligned} \quad (5.35)$$

### 5.2.2 Reacción

Para el caso de flujo incompresible y reversible es permisible definir la reacción  $R$ , como la razón del incremento de presión estática en el rotor al incremento de presión estática en la etapa.

$$R = (p_2 - p_1)/(p_3 - p_1) \quad (5.36a)$$

Si es compresible e irreversible una definición más general de reacción es la razón del crecimiento de entalpía estática en el rotor al crecimiento de la entalpía estática en la etapa:

$$R = (h_2 - h_1)/(h_3 - h_1) \quad (5.36b)$$

de la ecuación 5.28,  $h_2 - h_1 = \frac{1}{2}(w_1^2 - w_2^2)$ . Para etapas normales, aquellas en las que  $c_1 = c_3$ ,  $h_3 - h_1 = h_{03} - h_{01} = U(c_{y2} - c_{y1})$ . Sustituyendo en la ec. 5.36b:

$$R = \frac{w_1^2 - w_2^2}{2U(c_{y2} - c_{y1})} \quad (5.36c)$$

$$= \frac{(w_{y1} + w_{y2}) + (w_{y1} - w_{y2})}{2U(c_{y2} - c_{y1})}$$

donde se asume que  $c_x$  es constante a través de la etapa. De la figura 5.13,  $c_{y2} = U - w_{y2}$  y  $c_{y1} = U - w_{y1}$  así que  $c_{y2} - c_{y1} = w_{y1} - w_{y2}$ . Entonces:

$$R = (w_{y1} + w_{y2})/(2U) = (c_x/U) \tan \beta_m \quad (5.37)$$

donde 
$$\tan \beta_m = \frac{1}{2}(\tan \beta_1 + \tan \beta_2) \quad (5.38)$$

Una expresión alternativa útil es (con  $w_{y1} = U - c_{y1}$ ), la ec. 5.37 da:

$$R = \frac{1}{2} + (\tan \beta_2 - \tan \alpha_1) c_x / (2U) \quad (5.39)$$

ambas ecuaciones se derivan a partir de las suposiciones de incompresibilidad, flujo reversible, con la definición de reacción de la ec. (5.36a).

### 5.2.3 Elección de reacción

La razón de reacción es un parámetro de diseño importante para la eficiencia de etapa. Comúnmente se utilizan etapas con 50% de reacción [2] ya que el gradiente de presión adverso se reparte igualmente entre rotor y estator, minimizando la tendencia de la capa límite a separarse de las superficies sólidas, evitando grandes pérdidas de presión de estancamiento.

Si  $R = 0.5$ ,  $\alpha_1 = \beta_2$  de la ec. 5.39, y el diagrama de velocidades es simétrico.

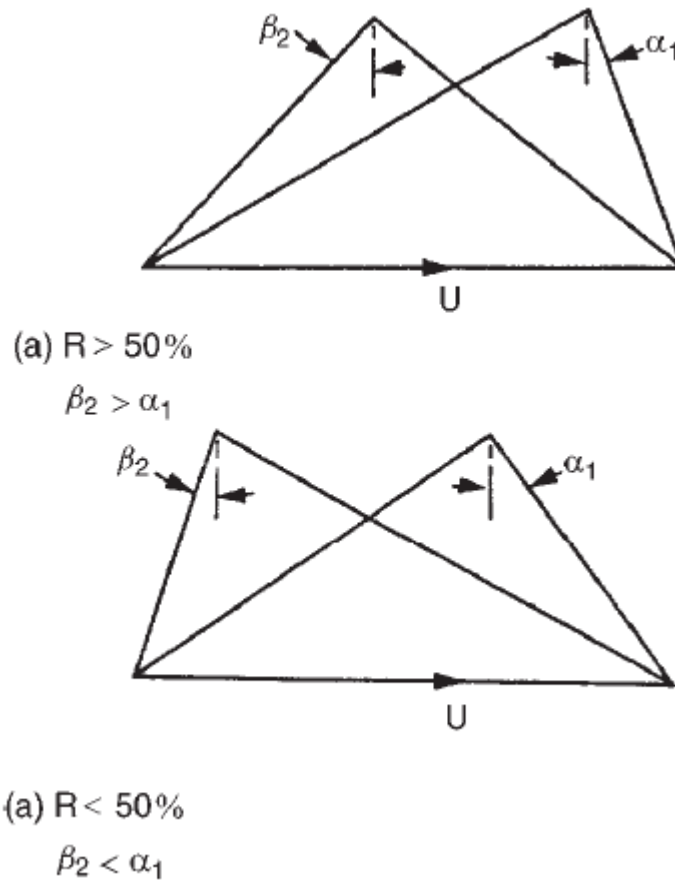


Figura 5.15 Diagramas de velocidades para distintos grados de reacción [2].

Una nota importante es que en las turbinas axiales el límite lo imponen los esfuerzos en los álabes del rotor, pero en los compresores axiales el límite está impuesto por el número de Mach. Con un límite de 0.7 en el número máximo permisible de Mach, el crecimiento en la temperatura y la eficiencia son máximos con una reacción de 50% de acuerdo con Horlock [56].

#### 5.2.4 Factor de carga de etapa

El **factor de carga de etapa**  $\psi$  es otro parámetro de diseño importante de una etapa de compresor. Afecta fuertemente las características fuera del punto de diseño. Se define como:

$$\psi = \frac{h_{03} - h_{01}}{U^2} = \frac{c_{y2} - c_{y1}}{U^2} \quad (5.40a)$$

con  $c_{y2} = U - w_{y2}$  se vuelve:

$$\psi = 1 - \phi(\tan \alpha_1 + \tan \beta_2) \quad (5.40b)$$

$\phi = c_x / U$  representa el *factor de flujo*



### 5.2.5 Incremento de presión en una etapa:

Si consideramos una etapa que no tenga pérdidas de presión de estancamiento, a través del rotor  $p_{0rel}$  es constante y

$$p_2 - p_1 = \frac{1}{2} \rho (w_1^2 - w_2^2) \quad (5.41a)$$

a través del estator:  $p_0$  es constante y

$$p_3 - p_2 = \frac{1}{2} \rho (c_2^2 - c_3^2) \quad (5.41)$$

sumando los incrementos de presión y considerando una etapa normal ( $c_3 = c_1$ ),

$$(p_3 - p_1) 2 / \rho = (c_2^2 - w_2^2) + (w_1^2 - c_1^2) \quad (5.42)$$

Para cada triángulo de velocidad (fig. 5.13) la regla del coseno da:

$$c^2 - U^2 + w^2 = 2Uw \cos(\pi/2 - \beta)$$

o

$$c^2 - w^2 = U^2 - 2Uw_y \quad (5.43)$$

Sustituyendo lo anterior en el aumento de presión:

$$2(p_3 - p_1) / \rho = U(c_{y2} - c_{y1}) = h_3 - h_1$$

Refiriéndonos al diagrama de velocidad nuevamente,  $w_{y1} - w_{y2} = c_{y2} - c_{y1}$

$$(p_3 - p_1) / \rho = U(c_{y2} - c_{y1}) = h_3 - h_1 \quad (5.44)$$

Es importante notar que para un proceso isentrópico, y a partir de la primera ley de la termodinámica:

$$T ds = 0 = dh - (1/\rho) dp$$

luego entonces:

$$\Delta h = (1/\rho) \Delta p \quad (\text{Incremento ideal de presión en una etapa})$$

El incremento de presión en una etapa real (con irreversibilidades) puede determinarse si se conoce la eficiencia de la etapa  $\eta_s$  definida como la razón entre el crecimiento isentrópico de entalpía y el crecimiento real de entalpía correspondiente al mismo incremento de presión.

$$\eta_s = \frac{\Delta h_{is}}{\Delta h} = (1/\rho) \Delta p / \Delta h$$

por lo tanto:

$$(1/\rho)\Delta p = \eta_s \Delta h = \eta_s U \Delta c_y \quad (5.45)$$

para una etapa normal ( $c_3 = c_1$ ),  $\eta_s$  es una aproximación cercana a la eficiencia total-a-total  $\eta_{tt}$ . Aunque las expresiones de esta sección fueron desarrolladas considerando flujo incompresible, siguen siendo una aproximación válida para pequeños aumentos de temperatura y presión por etapa.

### 5.2.6 Relación de presiones para un compresor multi-etapa.

El procedimiento requiere el cálculo de los cambios de presión y temperatura para una sola etapa, las condiciones de salida de la etapa determinan la densidad a la entrada de la siguiente etapa. Este cálculo se repite hasta que las condiciones finales son satisfechas. Para compresores con etapas idénticas es más conveniente recurrir a un simple análisis de flujo compresible. Un ejemplo ilustrativo se muestra [2]:

Ejemplo: Un compresor axial multi-etapa se requiere para comprimir aire a 293[K], a través de una relación de presiones de 5 a 1. Cada etapa tiene una reacción de 50% y la velocidad media de los álabes del rotor es de 275 [m/s]. Un coeficiente de flujo de 0.5 y un factor de carga de etapa de 0.3 se toman por simplicidad constantes en cada etapa. Determinar los ángulos de flujo y el número de etapas si la eficiencia de etapa es del 88%. Tomar  $C_p = 1.005$  [KJ/kg °C] y  $\gamma = 1.4$  para el aire.

De la ec. (5.40a) el factor de carga puede escribirse como

$$\psi = \phi(\tan \beta_1 - \tan \beta_2)$$

de la ec. (5.37) la reacción es:

$$R = \frac{\phi}{2}(\tan \beta_1 + \tan \beta_2)$$

Resolviendo para  $\beta_1$  y para  $\beta_2$  y observando que para  $R = 0.5$  el diagrama de velocidades es simétrico:  $\beta_1 = \alpha_2 = 52.4^\circ$  y  $\beta_2 = \alpha_1 = 35^\circ$

Escribiendo el factor de carga de etapa como  $\psi = C_p \Delta T_0 / U^2$  considerando gas ideal ( $\Delta h \approx C_p \Delta T$ ):

Despejando el incremento de temperatura, resulta:

$$\Delta T_0 = \psi U^2 / C_p = 22.5 [^\circ\text{C}]$$

Ya que el incremento de temperatura en una etapa es pequeño se puede aproximar la eficiencia de etapa a la eficiencia politrópica. Denotando las condiciones de entrada y de salida del compresor con los subíndices  $I$  y  $II$ . Para un proceso de compresión no ideal se sabe que:

$$\frac{T_{0II}}{T_{0I}} = 1 + \frac{N \Delta T_0}{T_{0I}} = \left( \frac{P_{0II}}{P_{0I}} \right)^{(\gamma-1)/\eta_p \gamma}$$

donde  $N$  es el número requerido de etapas.

Por lo tanto:

$$N = \frac{T_{0I}}{\Delta T_0} \left[ \left( \frac{P_{0II}}{P_{0I}} \right)^{(\gamma-1)/\gamma} - 1 \right] = \frac{293}{22.5} [5^{1/3.11} - 1] = 8.86$$

por lo que se requieren 9 etapas. La *eficiencia general* se encuentra de la ecuación (1.17):

$$\begin{aligned} \eta_{II} &= \left[ \left( \frac{P_{0II}}{P_{0I}} \right)^{(\gamma-1)/\gamma} - 1 \right] / \left[ \left( \frac{P_{0II}}{P_{0I}} \right)^{(\gamma-1)/\eta_p \gamma} - 1 \right] \\ &= [5^{1/3.5} - 1] / [5^{1/3.11} - 1] = 86.3\% \end{aligned}$$

### 5.2.7 Estimación de la eficiencia de una etapa de compresión axial

En compresores multi-etapa axiales la capa límite anular crece rápidamente en las primeras etapas y el perfil de velocidad axial exhibe un pico en la parte central. En la región central del álabe, la velocidad axial es más alta que el valor medio del flujo, la sección media del álabe hará menos trabajo que el estimado de los triángulos de velocidad considerando la velocidad axial media. Podría esperarse que en la raíz y en la punta del álabe se tuviera un efecto compensatorio debido a las bajas velocidades del flujo en esas regiones, pero esto de hecho no ocurre debido a fugas y <<stalling>>. Howell [70] sugirió que el incremento de entalpía en una etapa fuera expresado como:

$$h_{03} - h_{01} = \lambda U (c_{y2} - c_{y1}) \quad (5.46)$$

donde  $\lambda$  representa un factor de trabajo realizado. Para compresores multietapa, Howell recomendó un valor medio de  $\lambda = 0.86$  mientras otros estudiosos han sugerido valores de 0.96 en las primeras etapas y una reducción paulatina hasta 0.85 (Fig. 5.17).

Smith [57] comentó sobre el pronunciado deterioro que las cosas no son tan malas como aparentan. Como ejemplo obtuvo las distribuciones de velocidad para un compresor axial de 12 etapas (Fig. 5.16). Esto ilustra que en las primeras etapas se tiene un cambio rápido en el perfil de velocidad, pero pasadas algunas etapas, el perfil se estabiliza en una forma constante. Este fenómeno ha sido referido como *último flujo estable*.

Existen modelos matemáticos complejos que predicen el crecimiento de la capa límite en turbomáquinas como el ofrecido por Mellor & Balsa [58]. Algunos investigadores como Daneshyar [59] han hecho revisiones y comparaciones sobre este tipo de modelos.

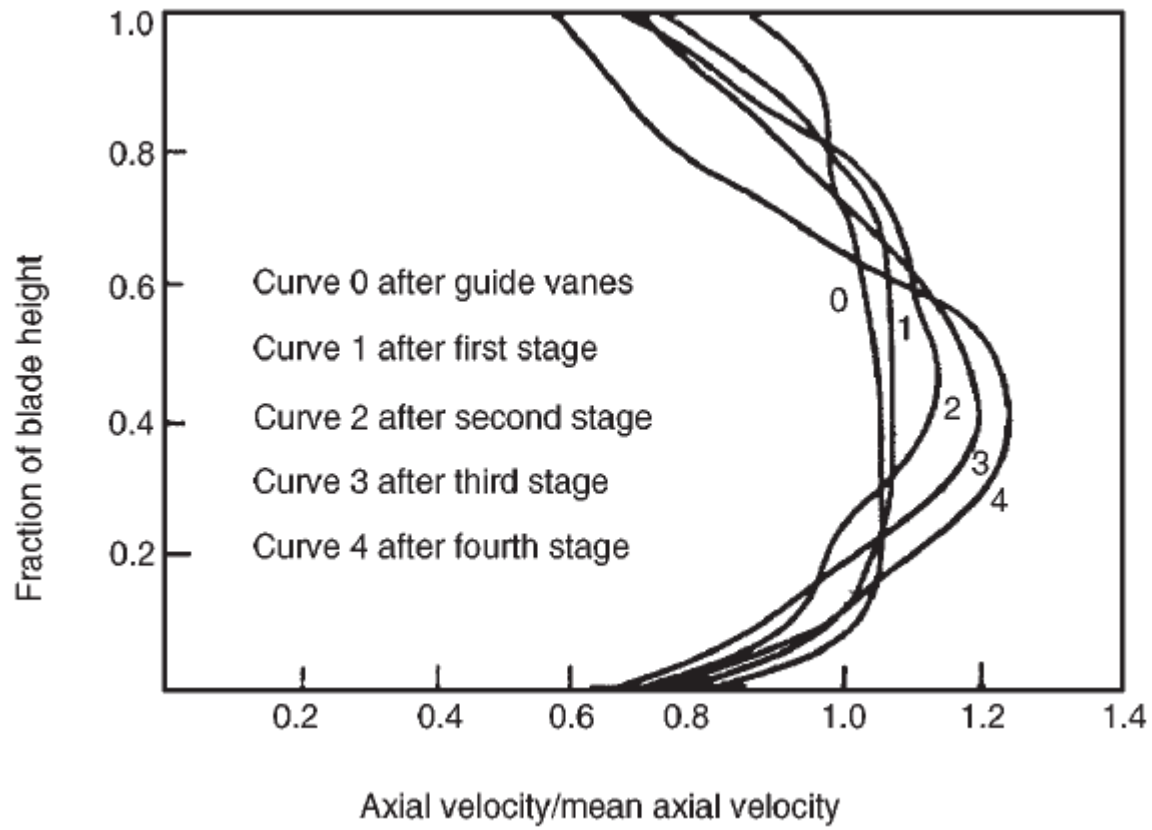


Figura 5.16 Perfiles de velocidad axial en las etapas de un compresor [2].

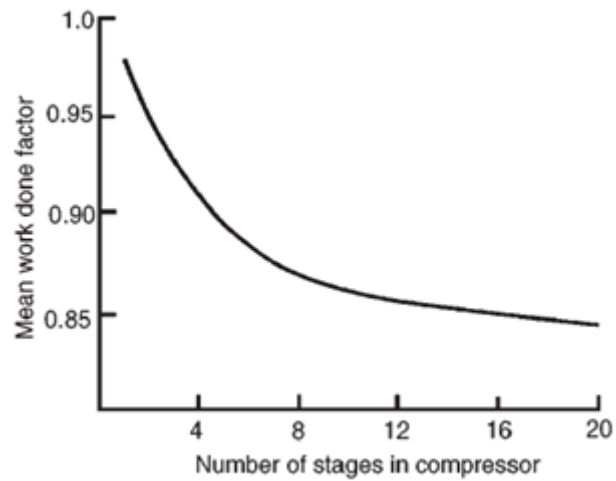


Figura 5.17 Factor de trabajo en compresores multietapa [60].

### 5.2.8 Fenómenos de *stall* y *surge* en compresores

El fenómeno *stall* físicamente es una separación del flujo de los álabes, puede ser comparado con el ala de un aeroplano que al exceder un valor límite en el ángulo de ataque pierde la capacidad de sustentación.

Una característica sobresaliente en el mapa de desempeño de un compresor (Fig. 5.18) es el límite de operación estable conocido como límite de *surge*. Este límite puede alcanzarse reduciendo el flujo másico (con una válvula) mientras se mantiene constante la velocidad rotacional. Cuando un compresor entra en *surge* los efectos son muy dramáticos, se incrementa el ruido audible indicativo de una vibración mecánica y pulsaciones del flujo.

Además el flujo exhibe una alternancia entre flujo en retroceso y flujo hacia adelante. El flujo es altamente inestable y la temperatura crece rápidamente. Lo anterior ocasionado por el flujo retrocediendo en la máquina y recomprimiéndose hasta el siguiente retroceso. Se han reportado casos donde los álabes que son suficientemente fuertes para no romperse con la inestabilidad del flujo se han derretido con las altas temperaturas alcanzadas en el compresor. Existe un número pequeño de frecuencias predominantes superpuestas a un gran ruido de fondo. Las frecuencias bajas están asociadas frecuentemente con una resonancia del flujo de tipo Helmholtz a través de la máquina con el flujo de entrada o de salida. Las altas frecuencias se asocian con el *stall rotativo* y son del mismo orden de magnitud que la velocidad rotacional del impulsor (40%-75% según Brown [3]).

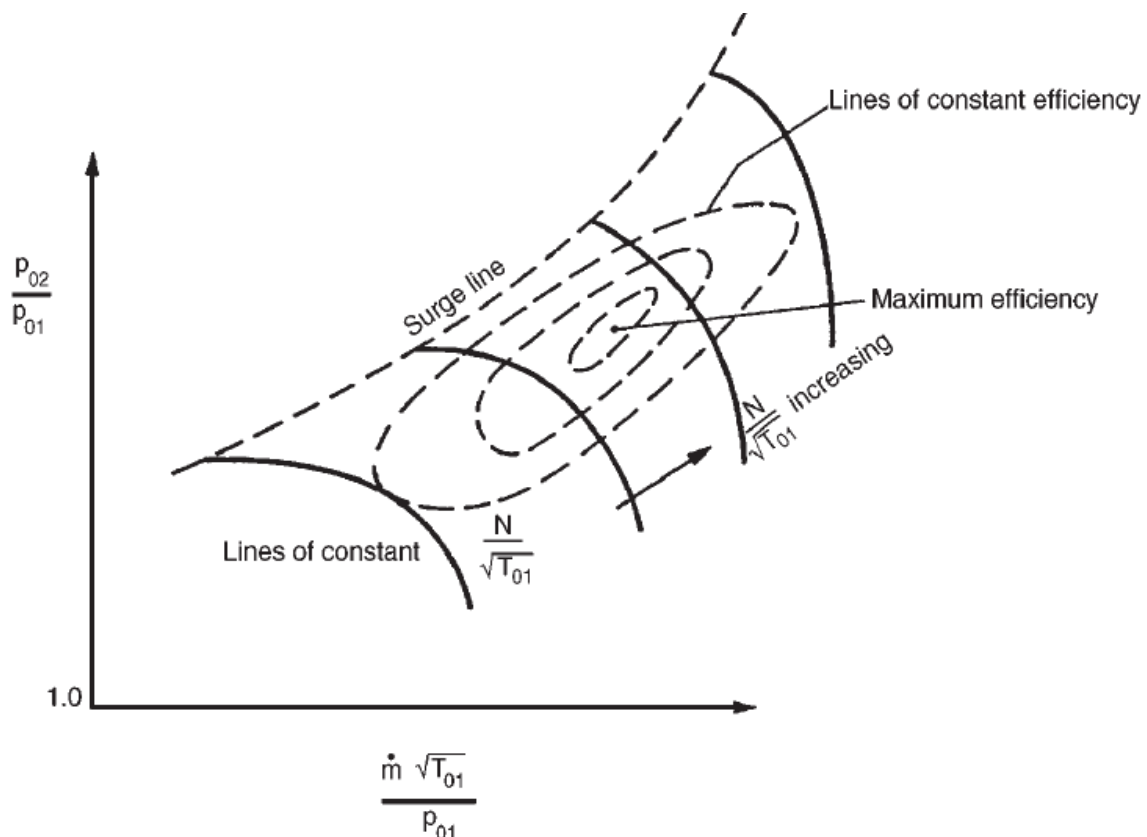


Figura 5.18 Característica general de un compresor [2].

El *stall rotativo* es un fenómeno de los compresores axiales que ha sido objeto de numerosas investigaciones teóricas y experimentales. Explicado de forma simple cuando una fila de álabes alcanza el punto de *stall*, los álabes no presentan la separación del flujo al mismo tiempo, el *stall* se presenta en celdas y más aún viajan alrededor del anillo de compresión (*i.e.* rotan).

La celda se debe propagar de álabe en álabe debido a que ésta ocasiona una obstrucción del flujo que es desviado a ambos lados del parche. La incidencia en los álaves a un lado de la celda de *stall* se reduce, pero del otro lado se incrementa y ocasiona el desprendimiento del flujo. El efecto total resulta en un desplazamiento de la celda. Fig. 5.19.

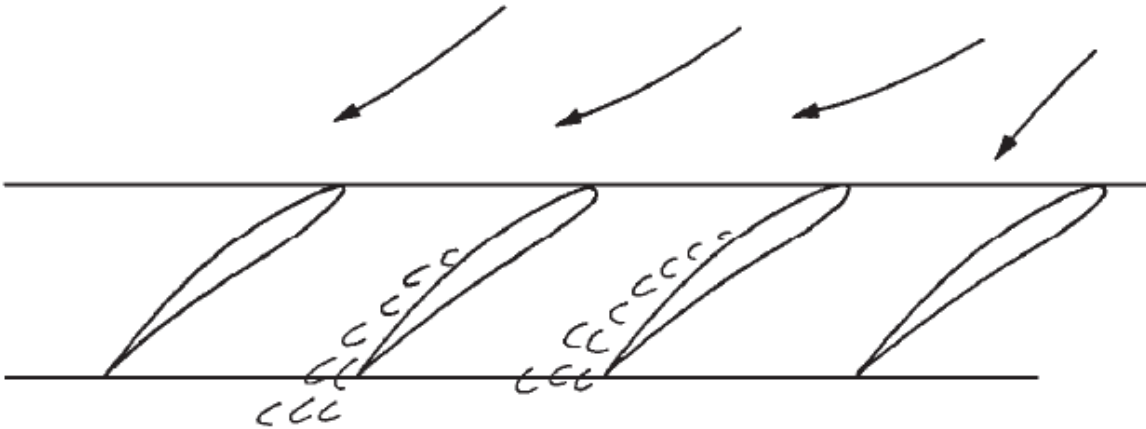


Figura 5.19 Modelo que ilustra la propagación de una celda de *stall* [2].

El interés práctico de este tipo de *stall* se encuentra en la descarga y carga cíclica que pueden inducir una falla por resonancia si la frecuencia de carga está cerca de la frecuencia de vibración del álabe.

### 5.2.9 Teoría del elemento de pala

Un elemento de pala en determinado radio puede ser definido como una superficie sustentadora de envergadura o rango infinitesimal. En la teoría de diseño de ventiladores se asume que cada uno de esos elementos opera como una superficie en dos dimensiones con un comportamiento independiente de las demás regiones. Considerando un elemento de rotor  $dr$  a un radio  $r$  las fuerzas elementales axiales y radiales  $dX$  y  $dY$  respectivamente, referidas a la figura 5.5 son:

$$dX = (L \sin \beta_m - D \cos \beta_m) dr \quad (5.47)$$

$$dY = (L \cos \beta_m + D \sin \beta_m) dr \quad (5.48)$$

donde  $\tan \beta_m = \frac{1}{2} \{ \tan \beta_1 + \tan \beta_2 \}$  y  $L$  y  $D$  la sustentación y el arrastre por rango unitario de elemento. Escribiendo  $\tan \gamma = D/L = C_D/C_L$

$$dX = L(\sin \beta_m - \tan \gamma \cos \beta_m) dr$$

Introduciendo el coeficiente de sustentación [2]:  $C_L = L / (\frac{1}{2} \rho w_m^2 l)$

$$dX = \frac{\rho c_x^2 l C_L dr \sin(\beta_m - \gamma)}{2 \cos^2 \beta_m \cos \gamma} \quad (5.49)$$

$$\text{con } c_x = w_m \cos \beta_m$$

El torque ejercido por un elemento de pala en el radio  $r$  es  $r dY$ . Si hay  $Z$  álabes el torque del elemento es:

$$d\tau = rZ dY$$

$$d\tau = rZL(\cos \beta_m + \tan \gamma \sin \beta_m) dr$$

Usando la ec. 5.48 y reorganizando:

$$d\tau = \frac{\rho c_x^2 l C_L dr \cos(\beta_m - \gamma)}{2 \cos^2 \beta_m \cos \gamma} \quad (5.50)$$

El trabajo realizado por unidad de tiempo por el rotor por unidad de tiempo en unidades de tiempo es igual al producto del incremento de la entalpía de estancamiento y del flujo másico; para el anillo diferencial de área  $2\pi r dr$ :

$$\Omega d\tau = (C_p \Delta T) dm \quad (5.51)$$

Donde  $\Omega$  es la velocidad angular del rotor y el elemento diferencial de flujo másico  $dm = \rho c_x 2\pi r dr$

Sustituyendo la ec. (5.50) en la (5.51):

$$C_p \Delta T_0 = C_p \Delta T = C_L \frac{U_{c_x} l \cos(\beta_m - \gamma)}{2s \cos^2 \beta_m \cos \gamma} \quad (5.52)$$

con  $s = 2\pi r / Z$

El incremento de la temperatura estática es igual a la temperatura de estancamiento cuando la velocidad permanece constante a través del ventilador.

El incremento de presión estática del fluido completo que atraviesa la fila de álabes del rotor puede encontrarse igualando la fuerza axial total sobre todos los elementos de pala en el radio  $r$  con el producto del crecimiento de presión estática y el área diferencial  $2\pi r dr$

$$Z dX = (p_2 - p_1) 2\pi r dr$$

usando la ecuación (5.49) y acomodando:

$$p_2 - p_1 = C_L \frac{\rho c_x^2 l \sin(\beta_m - \gamma)}{2s \cos^2 \beta_m \cos \gamma} \quad (5.53)$$

Una discusión sobre la eficiencia de un elemento de pala puede encontrarse en [2].

## 5.3 Flujos tridimensionales en compresores axiales

### 5.3.1 Modelo de equilibrio radial

En las secciones anteriores el flujo a través de los renglones de álabes se ha supuesto bidimensional. Esta es una suposición razonable para máquinas axiales con una relación  $\lambda$  alta. Para máquinas con relaciones menores a 4/5, las velocidades radiales a través de una fila de álabes pueden volverse significativas, y la consecuente redistribución del flujo másico (con respecto al radio) afecta seriamente la velocidad de salida y la distribución del ángulo de flujo. Es el desequilibrio temporal entre las fuerzas centrífugas ejercidas sobre el fluido y las presiones radiales el que restaura el equilibrio el que da lugar a flujos radiales. Para un observador que viaja con una partícula de fluido, el movimiento continuará hasta que suficiente fluido sea transportado radialmente para cambiar la distribución de presiones hasta alcanzar el equilibrio. El flujo en un pasaje anular en el que no hay componente radial de velocidad, cuyas líneas de corriente se encuentran en superficies cilíndricas y que es axisimétrico se denomina **flujo en equilibrio radial**.

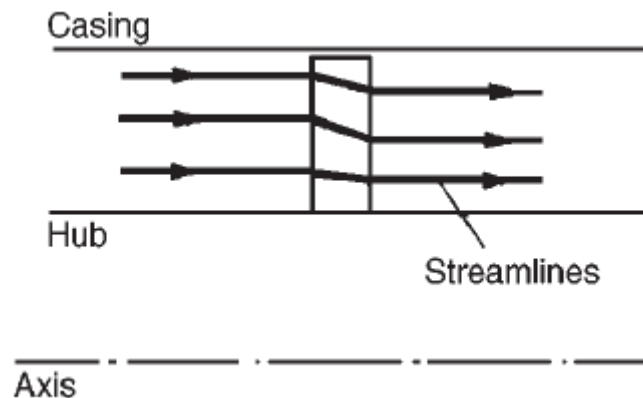


Figura 5.20 Flujo de equilibrio radial a través de una fila de álabes de rotor [2].

Considerando un elemento diferencial de masa de fluido en equilibrio radial de fuerzas (fig. 5.21), de profundidad unitaria, rotando alrededor del eje con velocidad tangencial  $c_\theta$  en un radio  $r$ .

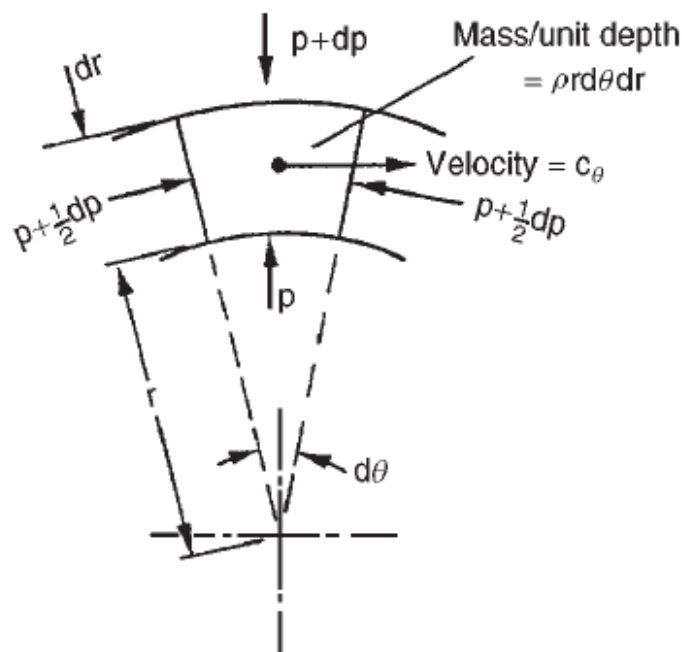


Figura 5.21 Un elemento de fluido en equilibrio radial ( $c_r = 0$ ) [2].



El elemento está en equilibrio radial y la presión equilibra el balance de fuerzas centrífugas;

$$(p + dp)(r + dr)d\theta - prd\theta - (p + \frac{1}{2}dp)drd\theta = dmc_\theta^2/r$$

Escribiendo  $dm = \rho r d\theta dr$  e ignorando los términos de segundo orden de magnitud, la ecuación de arriba se reduce a,

$$\frac{1}{\rho} \frac{dp}{dr} = \frac{c_\theta^2}{r} \quad (5.54)$$

Si la velocidad rotacional  $c_\theta$  y la densidad son funciones conocidas del radio, la variación de la presión radial a lo largo de la longitud del álabe puede ser determinada,

$$P_{punta} - P_{raíz} = \int_{raíz}^{punta} \rho c_\theta^2 \frac{dr}{r} \quad (5.55a)$$

Para un fluido incompresible

$$P_{punta} - P_{raíz} = \rho \int_{raíz}^{punta} c_\theta^2 \frac{dr}{r} \quad (5.55b)$$

La entalpía de estancamiento se escribe (con  $c_r = 0$ )

$$h_0 = h + \frac{1}{2}(c_x^2 + c_\theta^2) \quad (5.56)$$

luego entonces,

$$\frac{dh_0}{dr} = \frac{dh}{dr} + c_x \frac{dc_x}{dr} + c_\theta \frac{dc_\theta}{dr} \quad (5.57)$$

La relación termodinámica  $Tds = dh(1/\rho)dp$  puede ser reescrita como

$$T \frac{ds}{dr} = \frac{dh}{dr} - \frac{1}{\rho} \frac{dp}{dr} \quad (5.58)$$

Combinando las ecs. 5.54, 5.57 y 5.58, eliminando  $dp/dr$  y  $dh/dr$ , la **ecuación de equilibrio** radial puede ser obtenida,

$$\frac{dh_0}{dr} - T \frac{ds}{dr} = c_x \frac{dc_x}{dr} + \frac{c_\theta}{r} \frac{d}{dr}(rc_\theta) \quad (5.59)$$

Si la entalpía de estancamiento  $h_0$  y la entropía  $s$  permanecen iguales a cualquier radio,  $dh_0/dr = ds/dr = 0$ , la ec. 5.59 se vuelve:

$$c_x \frac{dc_x}{dr} + \frac{c_\theta}{r} \frac{d}{dr}(rc_\theta) = 0 \quad (5.59a)$$

La ecuación 6.6a será válida para el flujo entre las filas de una turbomáquina adiabática, reversible (ideal) en el que las filas del rotor dan o reciben el mismo trabajo a cualquier radio. Ahora, si el flujo es incompresible, en vez de la ec. 5.56 se utiliza  $p_0 = p + \frac{1}{2}\rho(c_x^2 + c_\theta^2)$  para obtener:

$$\frac{1}{\rho} \frac{dp_0}{dr} = \frac{1}{\rho} \frac{dp}{dr} + c_x \frac{dc_x}{dr} + c_\theta \frac{dc_\theta}{dr} \quad (5.60)$$

combinando las ecuaciones 5.54 y 5.60,

$$\frac{1}{\rho} \frac{dp_0}{dr} = c_x \frac{dc_x}{dr} + \frac{c_\theta}{r} \frac{d}{dr}(rc_\theta) \quad (5.61)$$

La ec. 5.61 claramente se reduce a la 5.59a en una turbomáquina en la que el mismo trabajo es entregado a cualquier radio y las pérdidas totales de presión a través de una fila son uniformes con el radio.

La ecuación 5.59a puede aplicarse en dos tipos de problemas: (i) el problema de diseño o problema indirecto: La distribución de velocidades tangenciales es especificada y se debe encontrar la variación de velocidad axial o (ii) El problema directo: La distribución de ángulo de torcimiento es especificada y las velocidades axiales y tangenciales deben ser determinadas.

### 5.3.2 El problema indirecto

#### 5.3.2.1 Flujo de vórtice libre

Este es el flujo donde el producto del radio y la velocidad tangencial permanece constante ( $rc_\theta = cte$ ). El término <<libre de vórtices>> podría ser más apropiado ya que la vorticidad (para ser precisos el componente axial) es cero.

Consideremos un elemento de fluido invíscido rotando alrededor de un eje fijo (Fig. 5.22). La circulación  $\Gamma$  se define como la integral de línea de la velocidad alrededor de una curva que encierra un área  $A$  o  $\Gamma = \oint c ds$ . La vorticidad en un punto se define como el límite de la circulación  $\delta\Gamma$  dividido por el área  $\delta A$  cuando  $\delta A$  tiende a cero. Entonces la vorticidad es:  $\omega = d\Gamma/dA$ .

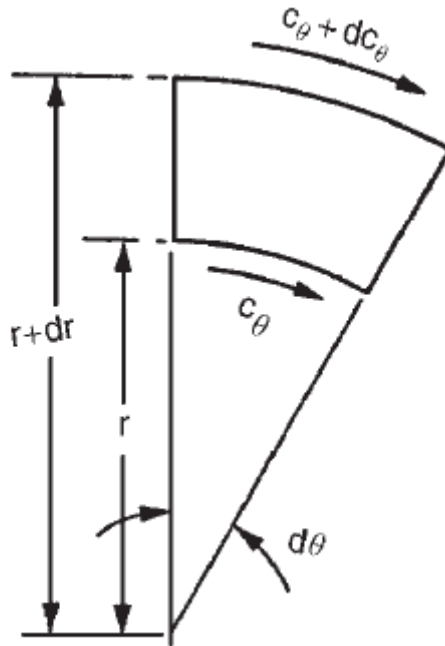


Figura 5.22 Circulación sobre un elemento de fluido [2].

Para el elemento mostrado en la figura 5.22,  $c_r = 0$  y

$$d\Gamma = (c_\theta + dc_\theta)(r + dr)d\theta - c_\theta r d\theta = \left( \frac{dc_\theta}{dr} + \frac{c_\theta}{r} \right) r d\theta dr$$

Luego entonces,  $\omega = d\Gamma/dA = (1/r)d(rc_\theta)/dr$

Si la vorticidad es cero  $d(rc_\theta)/dr = 0$  y entonces  $rc_\theta$  es constante con el radio. Si  $rc_\theta$  es constante en la ec. 5.59a, entonces  $dc_x/dr = 0$  y  $c_x = a$  constante. Esta información puede aplicarse a una etapa de compresor con vórtice libre haciendo disponible la variación radial en los ángulos del flujo, la reacción y el trabajo.

Para una etapa de compresor en la que  $rc_{\theta 1} = K_1$  antes del rotor y  $rc_{\theta 2} = K_2$  después del rotor donde  $K_1$  y  $K_2$  son constantes. El trabajo por unidad de masa hecho sobre el fluido es [2]:

$$\Delta W = U(c_{\theta 2} - c_{\theta 1}) = \Omega r(K_2/r - K_1/r) = \text{constante}$$

Por lo tanto, el trabajo realizado es el mismo a cualquier radio.

Los ángulos relativos (Fig. 5.13) entrando y saliendo del rotor son:

$$\tan \beta_1 = \frac{U}{c_x} - \tan a_1 = \frac{\Omega r - K_1/r}{c_x}$$

$$\tan \beta_2 = \frac{U}{c_x} - \tan a_2 = \frac{\Omega r - K_2/r}{c_x}$$

con  $c_x = c_{x1} = c_{x2}$  para flujo incompresible

Sustituyendo valores de  $\tan \beta_1$  y  $\tan \beta_2$  en la ecuación de reacción (5.37) resulta:

$$R = 1 - \frac{k}{r^2} \quad (5.62)$$

$$\text{donde } k = (K_1 + K_2)/(2\Omega)$$

Para flujo de vórtice libre  $rc_\theta = K$  y después de integrar la ec. 5.54 la variación de presión es:

$$p/\rho = cte - K/(2r^2).$$

Ya que  $k$  es positiva, la reacción aumenta de la raíz a la punta. De la misma forma, de la ec. 5.54 observamos que como  $c_\theta^2/r$  siempre es positiva (exceptuando  $c_\theta = 0$ ), la presión estática aumenta de la raíz a la punta. Para el flujo de *vórtice libre*  $rc_\theta = K$ , la variación de presión estática es, después de integrar la ecuación 5.54:

$$p/\rho = cte - K/(2r^2)$$

La simplicidad del flujo bajo condiciones de vórtice libre es en términos de superficie muy atractiva para los diseñadores [2]. Las características de este flujo son las grandes deflexiones del fluido cerca de la pared interna y números de Mach altos cerca de la pared externa, ambos siendo perjudiciales para la eficiencia.

### 5.3.2.2 Vórtice forzado

Llamada en ocasiones rotación de cuerpo sólido debido a que  $c_\theta$  cambia directamente con  $r$ .

A la entrada del rotor se asume que  $h_{01}$  es constante y  $c_{\theta 1} = K_1 r$ .

Con la ecuación 5.59a

$$\frac{d}{dr} \left( \frac{c_{x1}^2}{2} \right) = -K_1 \frac{d}{dr} (K_1 r^2)$$

y después de integrar:

$$c_{x1}^2 = cte - 2K_1^2 r^2 \quad (5.63)$$

después del rotor

$$c_{\theta 2} = K_2 r \text{ y } h_{02} - h_{01} = U(c_{\theta 2} - c_{\theta 1}) = \Omega(K_2 - K_1)r^2$$

Ya que como la distribución de trabajo no es uniforme, la ecuación de equilibrio radial (5.59) se requiere para el flujo después del rotor.

$$\frac{dh_{02}}{dr} = 2\Omega(K_2 - K_1)r = \frac{d}{dr} \left( \frac{c_{x2}^2}{2} \right) + K_2 \frac{d}{dr} (K_2 r^2)$$

Después de reordenar e integrar:

$$c_{x2}^2 = cte - 2[K_2^2 - \Omega(K_2 - K_1)] r^2 \quad (5.64)$$

y las constantes de integración en las ecs. (5.63) y (5.64) pueden encontrarse de la continuidad del flujo másico *i.e.*

$$\frac{\dot{m}}{2\pi r \rho} = \int_{r_i}^{r_o} c_{x1} r dr = \int_{r_i}^{r_o} c_{x2} r dr \quad (5.65)$$

aplicable al asumido flujo incompresible.

### 5.3.2.3 Distribución general de remolino

La distribución de velocidad tangencial está dada por:

$$c_{\theta 1} = ar^n - b/r \quad (\text{antes del rotor}) \quad (5.66a)$$

$$c_{\theta 2} = ar^n - b/r \quad (\text{después del rotor}) \quad (5.66b)$$

La distribución del trabajo para todos los valores del índice  $n$  es constante con el radio, así que si  $h_1$  es uniforme, entonces  $h_2$  también lo es con el radio. De las ecs. 5.66

$$\Delta W = h_{02} - h_{01} = U(c_{\theta 2} - c_{\theta 1}) = 2b\Omega \quad (5.67)$$

Seleccionando diferentes valores de  $n$  se tienen muchas distribuciones distintas de velocidad tangencial comúnmente usadas en el diseño de compresores.

Con  $n = 1$ , <<diseño de primera potencia>> el diseño de etapa es llamado aunque incorrectamente <<de reacción constante>>. Para determinado incremento de temperatura, la discusión sobre reacción presentada previamente sugeriría  $R = 0.5$  a cualquier radio para obtener la máxima eficiencia de etapa. Con las distribuciones de velocidad como:

$$c_{\theta 1} = ar - b/r \quad c_{\theta 2} = ar - b/r \quad (5.68)$$

antes y después del rotor respectivamente, y reescribiendo la ecuación de reacción:

$$R = 1 - \frac{c_x}{2U} (\tan \alpha_1 + \tan \alpha_2) \quad (5.69)$$

luego, usando (5.68)

$$R = 1 - \frac{a}{\Omega} = cte \quad (5.70)$$

En la ec. 6.16 está implícita la suposición de que la velocidad axial del rotor permanece constante, lo cual es equivalente al equilibrio radial. La velocidad axial de hecho debe cambiar cuando atraviesa el rotor así que la ec. (5.79) es una aproximación. Asumiendo entalpía de estancamiento constante en la entrada de la etapa , integrando (5.59a), las distribuciones de velocidad axial antes y después del rotor son:

$$c_{x1}^2 = cte - 4a\left(\frac{1}{2}ar^2 - b \ln r\right) \quad (5.71a)$$

$$c_{x2}^2 = cte - 4a\left(\frac{1}{2}ar^2 - b \ln r\right) \quad (5.71b)$$

de forma dimensional. En <<[2]>> se presentan relaciones adimensionales.

### 5.3.3 El problema directo

La variación del ángulo de flujo se especifica en el problema directo y el equilibrio radial hace posible encontrar  $c_x$  y  $c_\theta$ . La ecuación general de equilibrio radial puede ser escrita en la forma

$$\frac{dh_0}{dr} - T \frac{ds}{dr} = \frac{c_\theta^2}{r} + c \frac{dc}{dr} = \frac{c^2 \sin^2 \alpha}{r} + c \frac{dc}{dr} \quad (5.72)$$

donde  $c_\theta = c \sin \alpha$

Si  $dh_0/dr$  y  $ds/dr$  son cero, la ec. (5.72) integrada da:

$$\log c = -\int \sin^2 \alpha r \frac{dr}{r} + cte$$

o si  $c = c_m$  en  $r = r_m$ , entonces

$$\frac{c}{c_m} = \exp\left(-\int_{r_m}^r \sin^2 \alpha \frac{dr}{r}\right) \quad (5.73)$$

Si el ángulo del flujo  $\alpha$  se mantiene constante, la ec. 5.73 se simplifica aún más

$$\frac{c}{c_m} = \frac{c_x}{c_{xm}} = \frac{c_\theta}{c_{\theta m}} = \left(\frac{r}{r_m}\right)^{-\sin^2 \alpha} \quad (5.74)$$

La distribución de vórtice representada en la ec. 5.74 es frecuentemente usada en la práctica ya que los álabes no torcidos son relativamente simples de manufacturar.

Puede hallarse la solución general de (5.72) mediante un factor integrante adecuado y después hallar soluciones particulares de la ecuación integro-diferencial resultante como las que presenta Dixon en [2].

### 5.3.4 Modelo del disco actuador

En el método de diseño de equilibrio radial se asumió que todo el movimiento tuvo lugar dentro de la fila de álabes. Sin embargo, en la mayoría de las máquinas con baja relación *hub-tip*, se pueden medir velocidades radiales apreciables fuera de la fila de álabes. La componente axial y radial de la velocidad del flujo de una fila aislada de álabes se redistribuye corriente abajo y corriente arriba de la fila aislada de álabes como muestran Hawthorne y Horlock [61].

Una forma más exacta de analizar el flujo tridimensional es el concepto de <<disco actuador>>. El concepto de disco actuador se genera cuando se imagina que la longitud de cuerda de los álabes se reduce mientras se mantiene constante la altura del álabe, la relación espacio/cuerda y los ángulos y longitudes generales de la máquina. Cuando la longitud de cuerda tiende a cero, la fila de álabes se convierte en un plano discontinuo de velocidad tangencial: el disco actuador. Como la deflexión del flujo a través de cada álabe queda determinada por la geometría de cascada (aparte de los números de Mach y Reynolds), el disco actuador afecta de la misma manera al flujo que la fila original de álabes.

Una solución aproximada del campo de velocidades corriente arriba y abajo puede ser encontrada en términos de distribución de velocidades. El análisis detallado no es de interés por el momento, pero involucra la solución de las ecuaciones de movimiento, la ecuación de continuidad y las condiciones de frontera en el disco. Aunque nos puede interesar la forma de la solución aproximada para predecir la interacción entre filas de álabes.

Los subíndices  $\infty_1$ ,  $\infty_2$  denotan las condiciones lejanas corriente arriba y corriente abajo respectivamente. La teoría del disco actuador muestra que en el disco ( $x = 0$ ) a determinado radio, la velocidad axial es igual a la media de las velocidades axiales en  $x = \infty_1$  y  $x = \infty_2$  en el mismo radio:

$$c_{x01} = c_{x02} = \frac{1}{2}(c_{x\infty1} + c_{x\infty2}) \quad (5.75)$$

los subíndices 01 y 02 denotan las condiciones inmediatas corriente arriba y corriente abajo respectivamente.

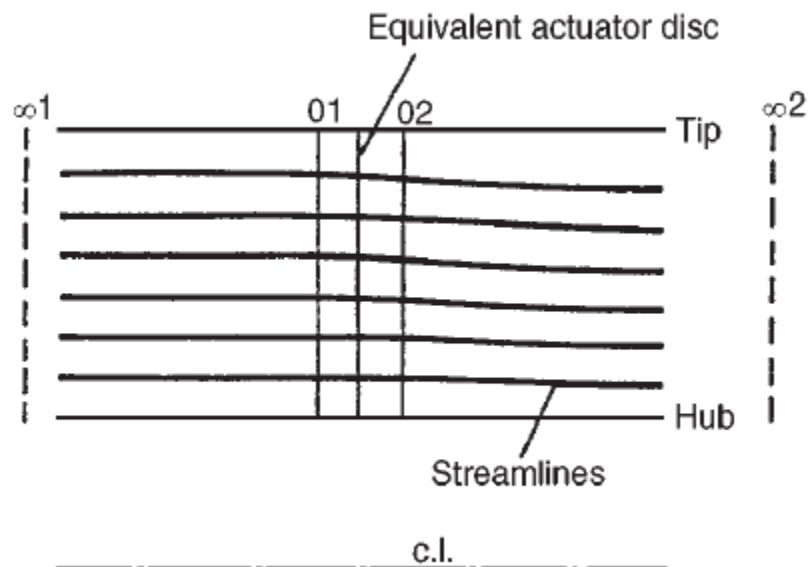


Figura 5.23 Suposición de disco actuador [2]

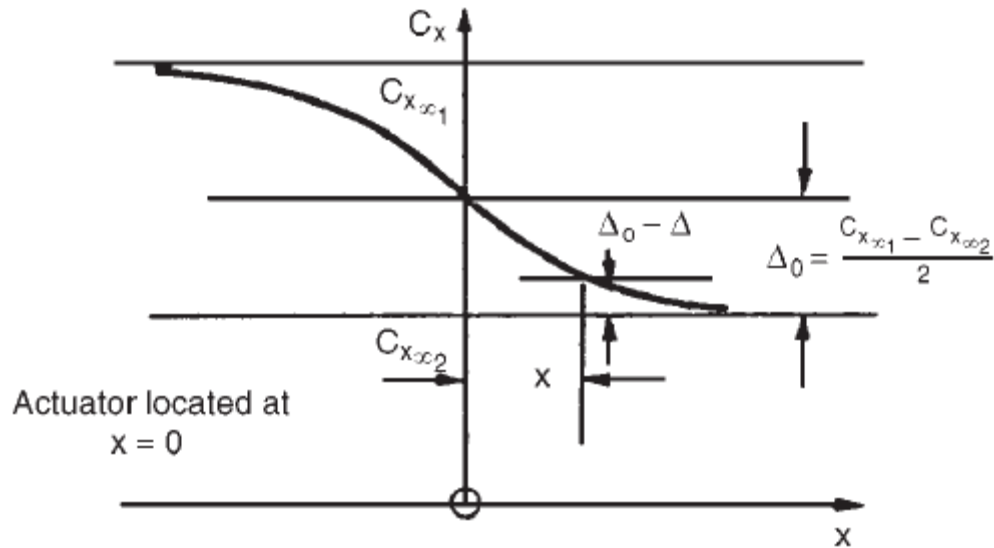


Figura 5.24 Variación de velocidad axial con la distancia al disco actuador [2].

En el campo de flujo corriente abajo ( $x \geq 0$ ), la diferencia en la velocidad axial en determinada posición  $(x, r_A)$  a aquella en la posición  $(x = \infty, r_A)$  es concebida como una perturbación en la velocidad. Con respecto a la fig. 5.24, la perturbación en la velocidad axial en el disco  $(x = 0, r_A)$  es denotado por  $\Delta_0$  y en la posición  $(x, r_A)$  por  $\Delta$ .

Lo importante de la teoría del disco actuador es que las perturbaciones de velocidad decaen exponencialmente cuando se alejan del disco. El resultado obtenido para la tasa de decaimiento es:

$$\Delta/\Delta_0 = 1 - \exp[\mp \pi x / (r_t - r_h)] \quad (5.76)$$

Donde los signos negativo y positivo aplican para la región de flujo corriente abajo y corriente arriba respectivamente. La ecuación (5.76) es llamada con frecuencia <<la regla de tasa de asentamiento>>. Ya que  $c_{x1} = c_{x\infty 1} + \Delta$ ,  $c_{x2} = c_{x\infty 2} - \Delta$  y notando que  $\Delta_0 = \frac{1}{2}(c_{x\infty 1} - c_{x\infty 2})$ , combinando las ecs. 5.75 y 5.76:

$$c_{x1} = c_{x\infty 1} - \frac{1}{2}(c_{x\infty 1} - c_{x\infty 2}) \exp[\pi x / (r_t - r_h)] \quad (5.77a)$$

$$c_{x2} = c_{x\infty 2} + \frac{1}{2}(c_{x\infty 1} - c_{x\infty 2}) \exp[-\pi x / (r_t - r_h)] \quad (5.77b)$$

En la fig. 5.25 puede notarse la cercana comparación entre la teoría del disco actuador y los datos experimentales.



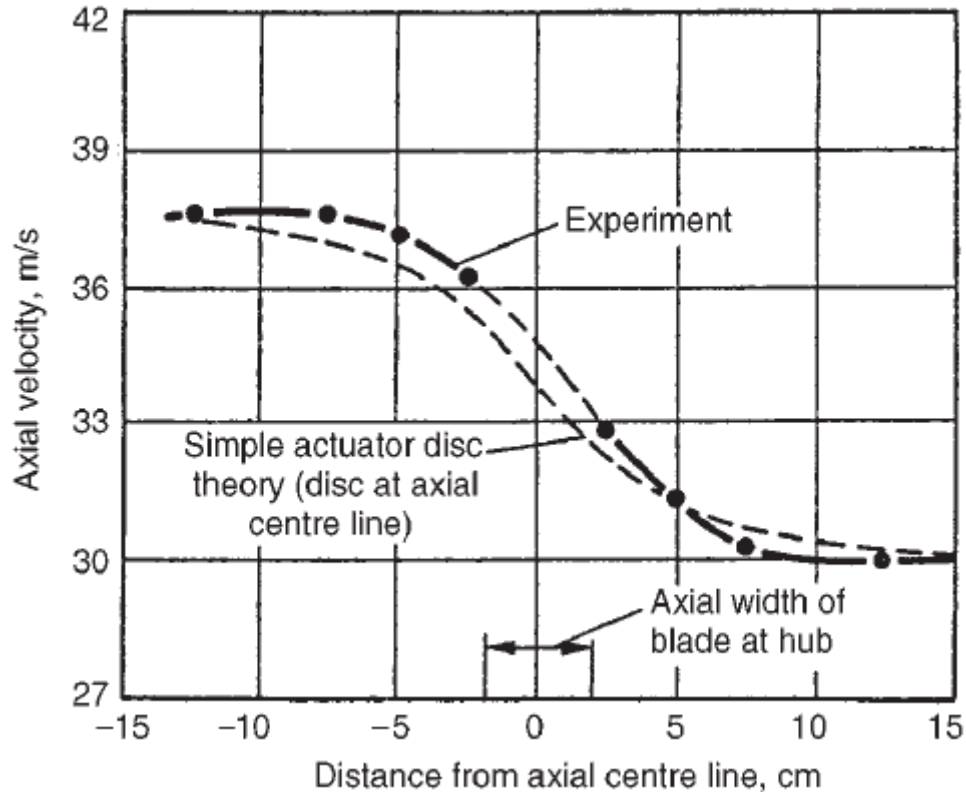


Figura 5.25 Velocidad axial en el eje en la vecindad de un renglón rotatorio de álabes [2].

### 5.3.5 Efectos de interacción entre filas de álabes

El espaciamiento entre filas consecutivas de álabes en turbomáquinas axiales usualmente es suficientemente pequeño y permite interacciones mutuas del flujo entre las filas. Esta interferencia puede ser calculada mediante una extensión de la teoría del disco actuador.

Como ilustración se presenta la interacción entre dos discos actuadores separados por una distancia  $\delta$  entre sí. La extensión para un gran número de discos la presentan Hawthorne y Horlock [61].

Consideremos cada disco como si estuviera en aislamiento. Refiriéndonos a la figura 5.26, el disco A, localizado en  $x=0$  la velocidad de un punto lejano corriente arriba cambia de  $c_{x\infty 1}$  a  $c_{x\infty 2}$  en un punto lejano corriente abajo. Supongamos por simplicidad que el efecto del disco B, localizado en  $x=\delta$  cancela el efecto del disco A (La velocidad corriente arriba del disco B es  $c_{x\infty 2}$  que cambia a  $c_{x\infty 1}$  corriente abajo). Entonces para el disco A en aislamiento:

$$c_x = c_{x\infty 1} - \frac{1}{2}(c_{x\infty 1} - c_{x\infty 2}) \exp\left[\frac{-\pi|x|}{H}\right], \quad x \leq 0 \quad (5.78)$$

$$c_x = c_{x\infty 2} + \frac{1}{2}(c_{x\infty 1} - c_{x\infty 2}) \exp\left[\frac{-\pi|x|}{H}\right], \quad x > 0 \quad (5.79)$$

donde  $|x|$  denota el módulo de  $x$  y  $H = r_t - r_h$ .

Para el disco B en aislamiento:

$$c_x = c_{x\infty 2} - \frac{1}{2}(c_{x\infty 2} - c_{x\infty 1}) \exp\left[\frac{-\pi|x-\delta|}{H}\right], \quad x \leq \delta \quad (5.80)$$

$$c_x = c_{x\infty 1} + \frac{1}{2}(c_{x\infty 2} - c_{x\infty 1}) \exp\left[\frac{-\pi|x-\delta|}{H}\right], \quad x > \delta \quad (5.81)$$

El efecto combinado de los dos discos se obtiene extrayendo de las 4 ecuaciones de arriba las perturbaciones de velocidad apropiadas para determinada región y añadiendo éstas a la velocidad de equilibrio radial relacionada. Para  $x \leq 0$  y para  $c_{x\infty 1}$  la perturbación de velocidad de (5.78) y (5.80)

$$c_x = c_{x\infty 1} - \frac{1}{2}(c_{x\infty 1} - c_{x\infty 2}) \left\{ \exp\left[\frac{-\pi|x|}{H}\right] - \exp\left[\frac{-\pi|x-\delta|}{H}\right] \right\} \quad (5.82)$$

Para la región  $0 \leq x \leq \delta$ ,

$$c_x = c_{x\infty 2} - \frac{1}{2}(c_{x\infty 1} - c_{x\infty 2}) \left\{ \exp\left[\frac{-\pi|x|}{H}\right] + \exp\left[\frac{-\pi|x-\delta|}{H}\right] \right\} \quad (5.83)$$

Para la región  $x \geq \delta$

$$c_x = c_{x\infty 1} + \frac{1}{2}(c_{x\infty 1} - c_{x\infty 2}) \left\{ \exp\left[\frac{-\pi|x|}{H}\right] - \exp\left[\frac{-\pi|x-\delta|}{H}\right] \right\} \quad (5.84)$$

La figura 5.26 indica la variación de la velocidad axial cuando los dos discos son considerados aislados y cuando son combinados. De las ecuaciones anteriores se puede ver que si la separación entre los discos aumenta, las perturbaciones tienden a desaparecer. Cuando la separación es pequeña el análisis de equilibrio radial es inadecuado.

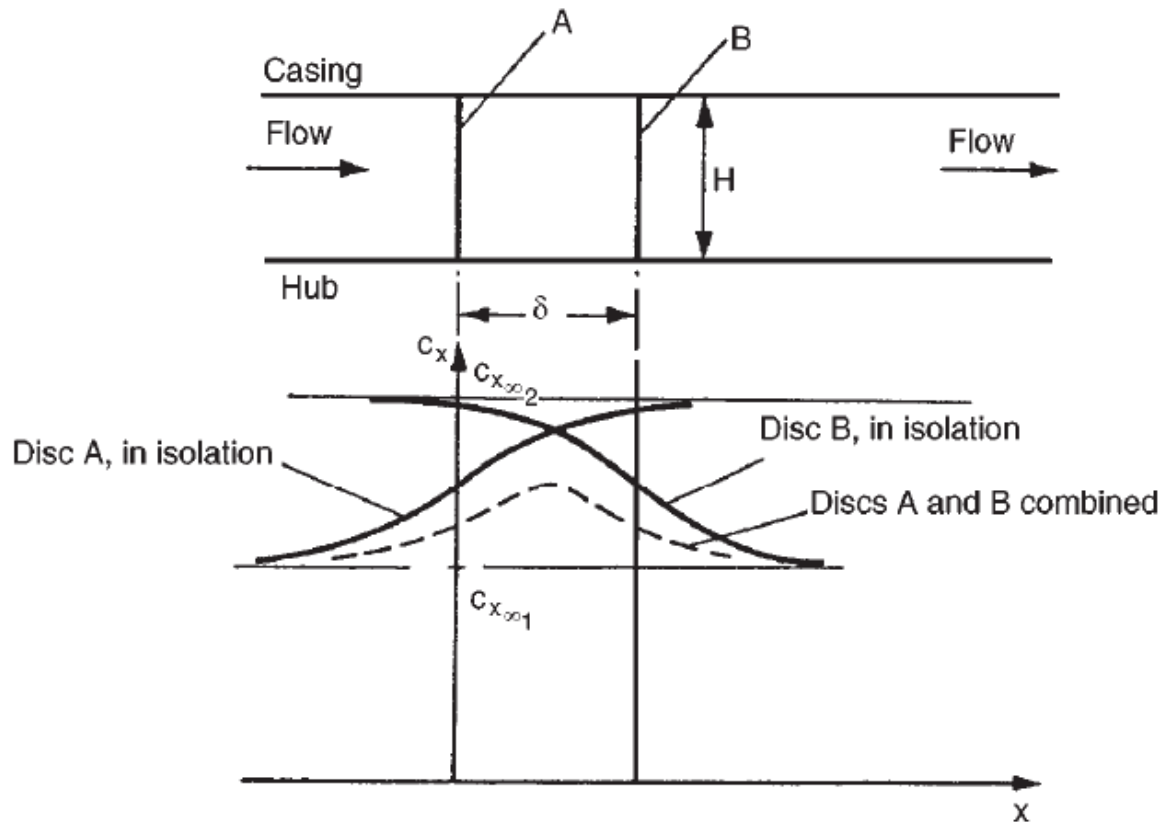


Figura 5.26 Interacción entre dos discos actuadores cercanos [2].

### 5.3.6 Métodos asistidos por computadora para resolver el problema del flujo a través de una máquina axial

Aunque la teoría del disco actuador ha brindado un mejor entendimiento del problema de flujo meridional (a través del plano radial-axial) en las turbomáquinas de geometría y condiciones de flujo simples, su aplicación al diseño de compresores de flujo axial es muy limitada. Las extensiones de la teoría de disco actuador a la solución de problemas complejos tridimensionales con flujo compresible y relaciones  $\lambda$  variables y distribuciones no uniformes de presión son muy complicados en la práctica. Por otro lado han surgido métodos computacionales avanzados que han evolucionado exitosamente para predecir el flujo compresible meridional en turbomáquinas con paredes anulares acampanadas. La literatura en métodos asistidos por computadora es extensa y sale de los alcances de este trabajo. El flujo real en una turbomáquina es tridimensional, inestable, viscoso y usualmente compresible. De acuerdo con Macci [62] la solución de las ecuaciones de movimiento con las condiciones reales de la turbomáquina está aún fuera de los alcances de la mayoría de las computadoras modernas. Los mejores métodos tridimensionales son sólo simplificaciones del flujo real. En cualquiera de los métodos <<a través del flujo>> las ecuaciones de movimiento a resolver son simplificadas. El flujo se considera estable en los marcos de referencia absolutos y relativos, el flujo se asume axisimétrico lo que significa que los efectos de las estelas corriente arriba de filas de álabes se han mezclado. Dentro de las filas de álabes los efectos de estos mismos álabes son modelados usando técnicas de promedios o procesos equivalentes. Claramente con este tipo de suposiciones las soluciones obtenidas sólo pueden ser aproximaciones al flujo real.

## 5.4 Consideraciones de diseño de un compresor axial

### 5.4.1 Vórtice libre

Pueden hacerse muchas suposiciones para el diseño de la trayectoria de flujo para una bomba axial. De particular importancia es la suposición de la distribución entre el rotor y el estator, ya que esta suposición determina la distribución de flujo axial en el pasaje de flujo. Una distribución de vórtice forzado y una de vórtice libre son posibles. La más comúnmente usada es la de vórtice libre, lo que significa que la carga desarrollada por línea de corriente es igual para todas las líneas de corriente y que el componente axial de la velocidad es constante de eje a punta. Con esta distribución, el grado de reacción decrece de punta a raíz y puede alcanzar valores negativos altos en la línea de corriente del eje. Esto significa que la presión estática en el rotor es menor que la presión estática a la entrada del rotor, perjudicando el potencial de la velocidad específica de succión (relevante para cavitación en bombas).

#### 5.4.1.1 Efectos de holgura

Las tendencias mostradas en la fig. 5.27 cambian significativamente cuando el efecto de las holguras es tomado en cuenta. El efecto de holgura sobre la deflexión del flujo en la línea de corriente de la punta se expresa en la sección 3.2.5 mediante el factor de corrección  $A^*$ .

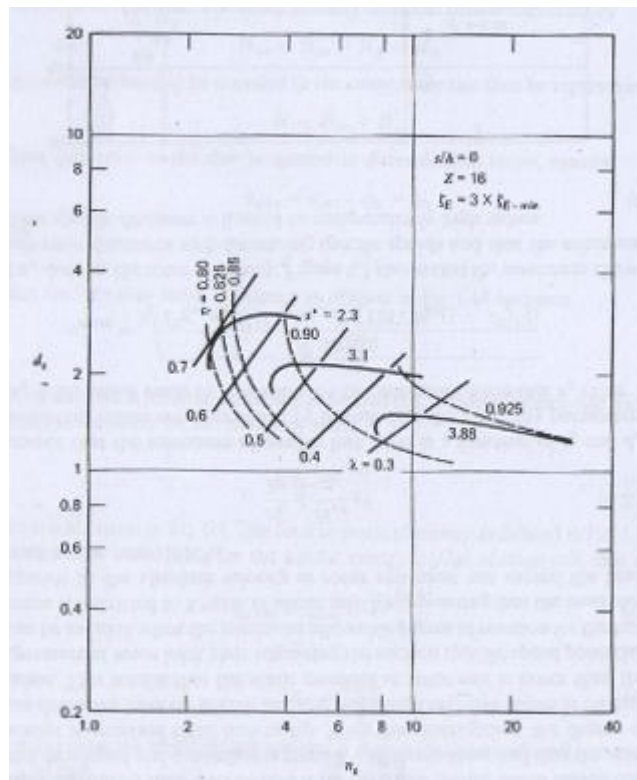


Figura 5.27 Desempeño calculado para una bomba de una etapa con  $s/h=0$  [28].

Este factor aumenta significativamente con valores crecientes de  $\lambda_\infty$  y valores crecientes de la razón de holgura en la punta  $s/h$ , como se muestra en la fig. 5.28. Por tanto el parámetro de carga de álabe  $\delta u$ , requerido para obtener la carga deseada, tendrá que ser incrementado, particularmente hacia la punta del álabe. Esto se muestra en la figura 5.29 presentando los parámetros de cascada en la línea de corriente de la punta y del eje para dos puntos de operación para tres razones de holgura. Un incremento significativo en el parámetro de carga de álabe  $\delta u$  en la punta y en la línea media de corriente, particularmente para los diseños de alta velocidad específica, es evidente. Por tanto, los coeficientes de pérdida del perfil, de pared y de fugas se incrementan a mayores razones de holgura (Ver figuras 5.30 a 5.32). Con base en esto, un factor de corrección de la eficiencia es calculado y mostrado en la fig. 5.33 para el régimen de operación de la fig. 5.27.

La velocidad específica de succión también es influenciada por el efecto de holgura ya que el factor  $K^*$  aumenta a coeficientes mayores de carga de álabe.

La figura 5.28 demuestra que el factor de corrección para el coeficiente de carga del álabe aumenta a mayores valores de  $\cot \lambda_\infty$ . Esto significa que  $\cot \lambda_\infty$  se vuelve un criterio para el detrimento de la eficiencia y la velocidad de succión debidos a efectos de holgura. La figura 5.34 muestra que el valor de  $-\cot \lambda_\infty$  aumenta con diámetros específicos crecientes, alcanzando valores tan altos como -100 para una velocidad específica de 23 y un diámetro específico de 0.24 para una razón de holgura de 0.1, se vuelve evidente que una reducción medible en la eficiencia y en la velocidad específica de succión ocurre para diseños de alto diámetro específico. Luego entonces la eficiencia y la velocidad específica de succión mostrados en la fig.5.27 son optimistas cuando los efectos de fugas tienen que ser considerados.

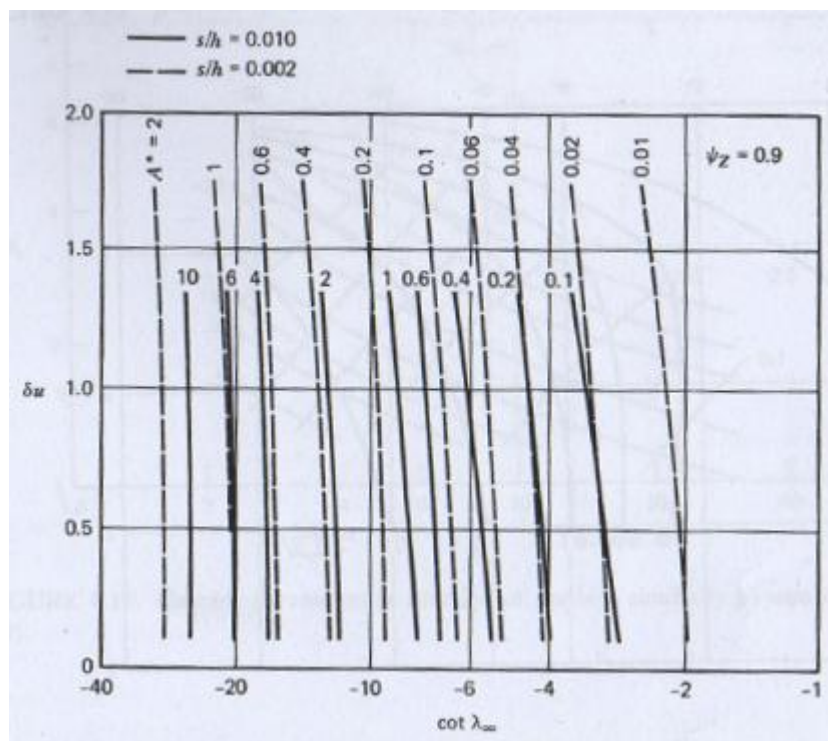


Figura 5.28 Influencia de holgura de punta en el factor de corrección  $A^*$  [28].

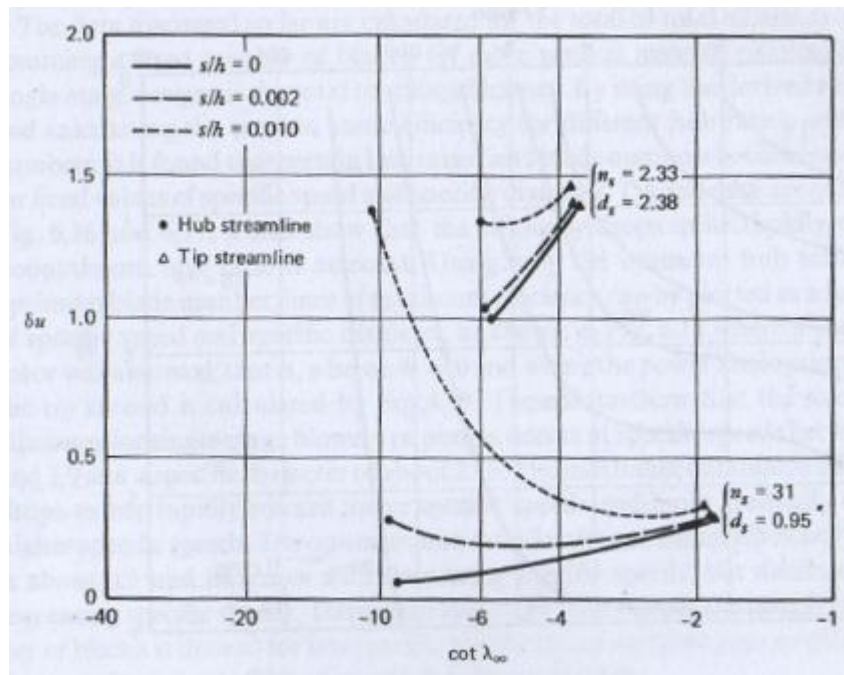


Figura 5.29 Efecto de holgura en punta sobre los parámetros de cascada [28]

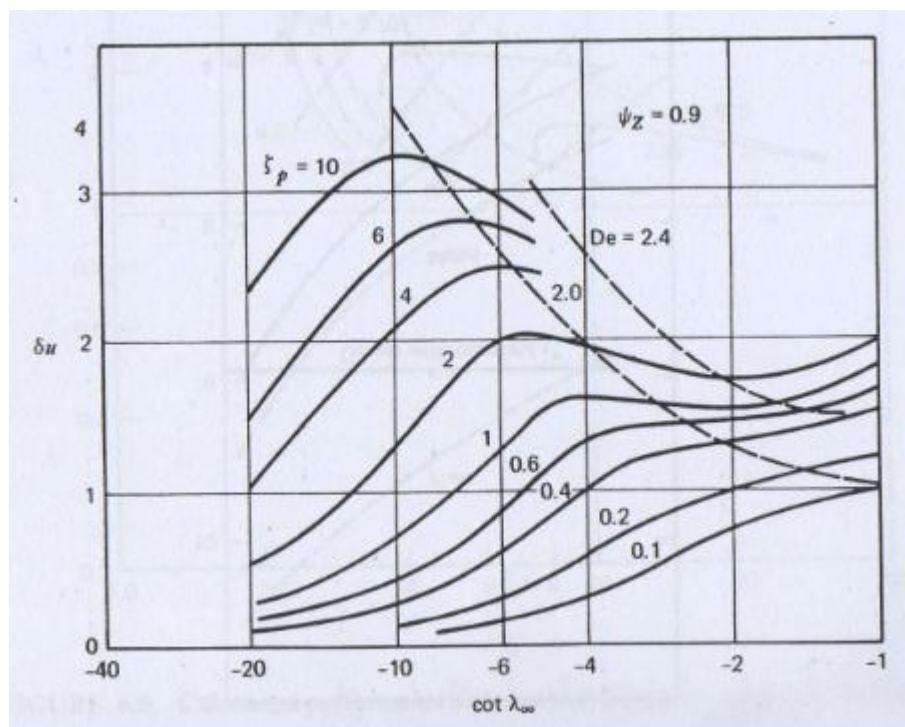


Figura 5.30 Coeficientes de pérdida en el perfil para ángulos medios de vector altamente negativos [28].

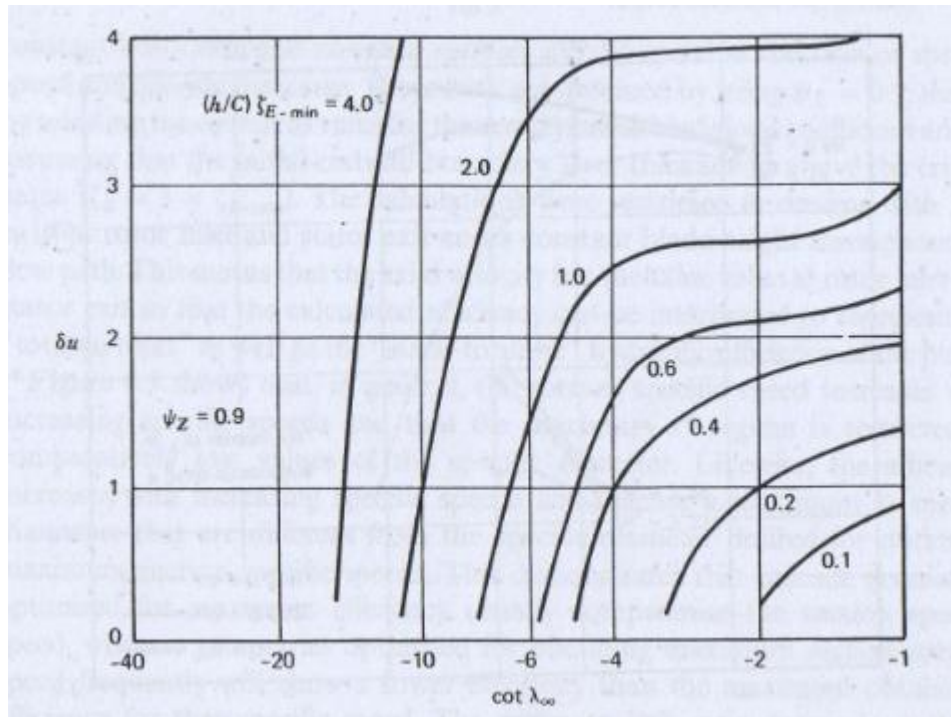


Figura 5.31 Coeficiente referido de pérdida en pared para ángulos medios de vector altamente negativos [28].

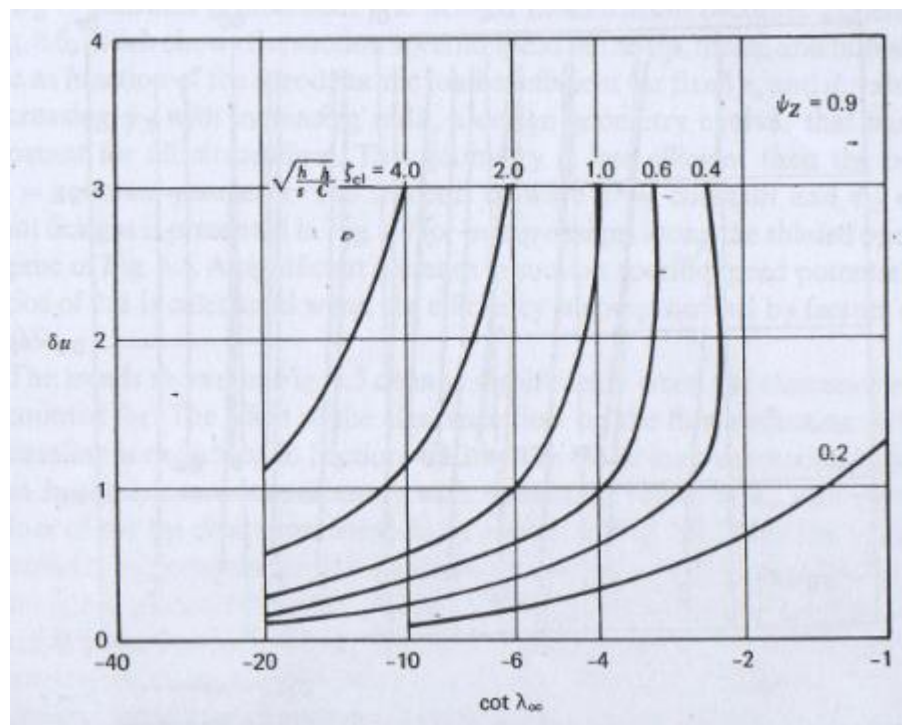


Figura 5.32 Coeficientes de pérdida referidos por holgura para ángulos medios de vector [28].

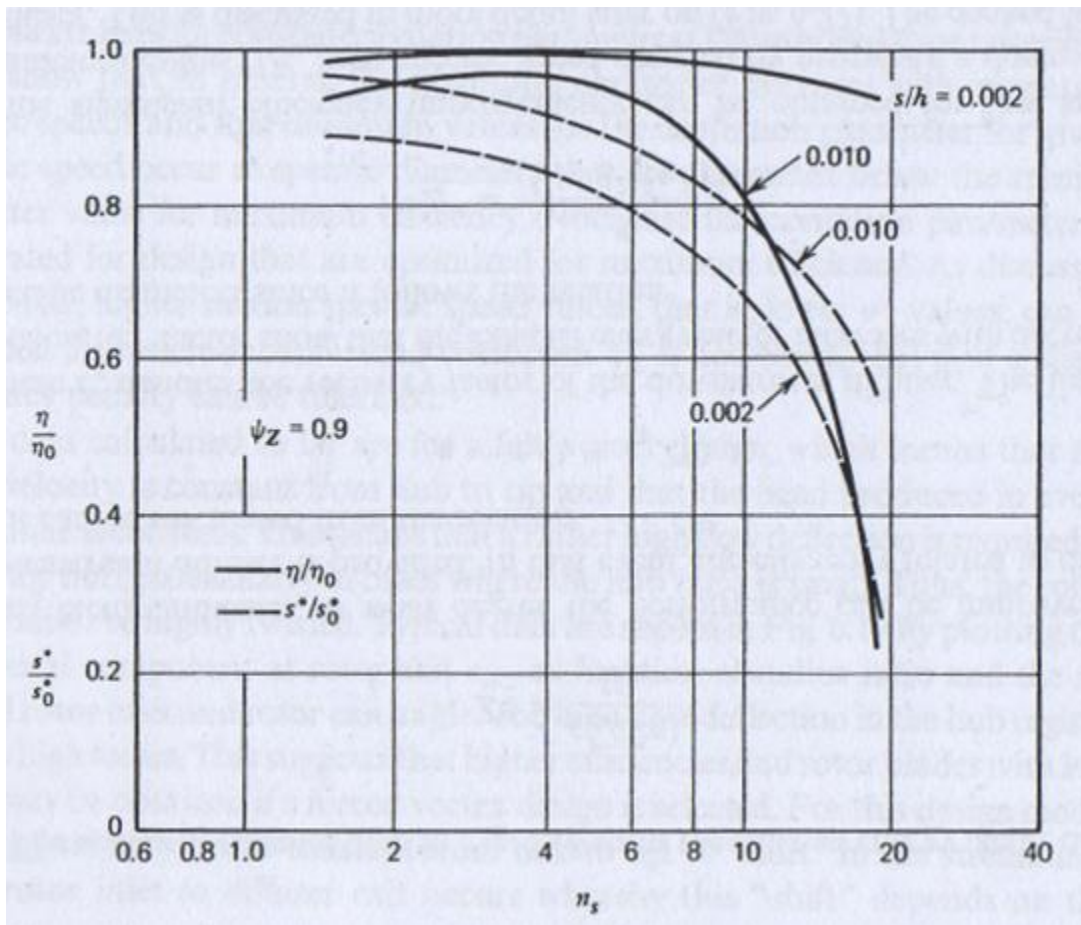


Figura 5.33 Efecto de holgura de punta en la eficiencia y en la velocidad de succión [28].

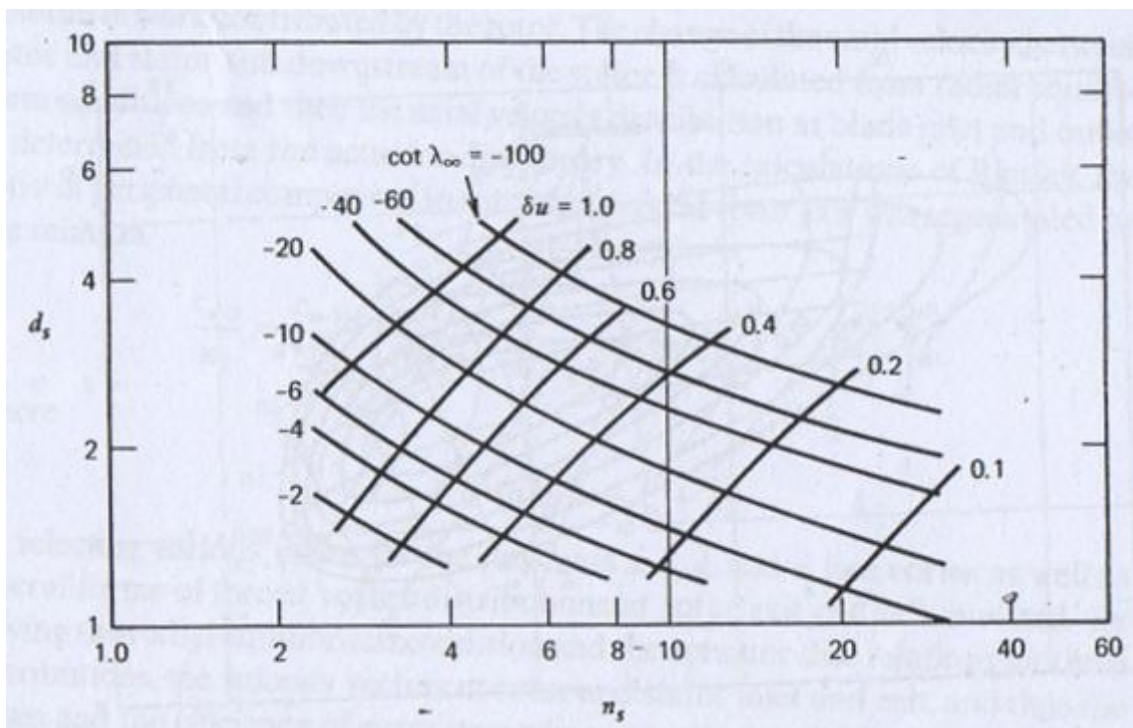


Figura 5.34 Parámetros de cascada como función de parámetros de similitud de máquina [28].



### 5.4.1.2 Efectos del número de álabes y relación *hub-tip*

Los datos discutidos hasta aquí son calculados para la eficiencia total a total y asumiendo un número fijo de álabes. De interés más general, particularmente para los diseños de una etapa es la eficiencia total a estática. Usando las relaciones derivadas y calculando la eficiencia total a estática para diferentes relaciones de eje y números de álabes, se encuentra que hay cierta relación de eje y cierto número de álabes óptimos para valores fijos de velocidad específica y diámetro específico. Datos típicos son graficados en la figura 5.35 y 5.36, que muestran que la eficiencia cae rápidamente cuando una relación no óptima es elegida. Usando sólo las relaciones de eje y el número óptimo de álabes, líneas de máxima eficiencia pueden ser graficadas como función de velocidad específica y diámetro específico, como se muestra en la fig. 5.37 donde un rotor con envolvente fue asumido, esto es, donde  $s/h=0$  y donde fue considerada la absorción de potencia debida a pérdidas por ventilación. La eficiencia máxima obtenible cae más rápidamente a bajas velocidades específicas y más gradualmente a altas velocidades específicas. La relación óptima de eje que da la máxima eficiencia es alrededor de 0.5 y se incrementa con velocidades específicas decrecientes, pero decrece a mayores velocidades específicas. Estos datos también muestran que un número comparativamente alto de álabes es deseado para diseños de baja velocidad específica y que diseños de alta velocidad específica obtienen mejores eficiencias con menor número de álabes.

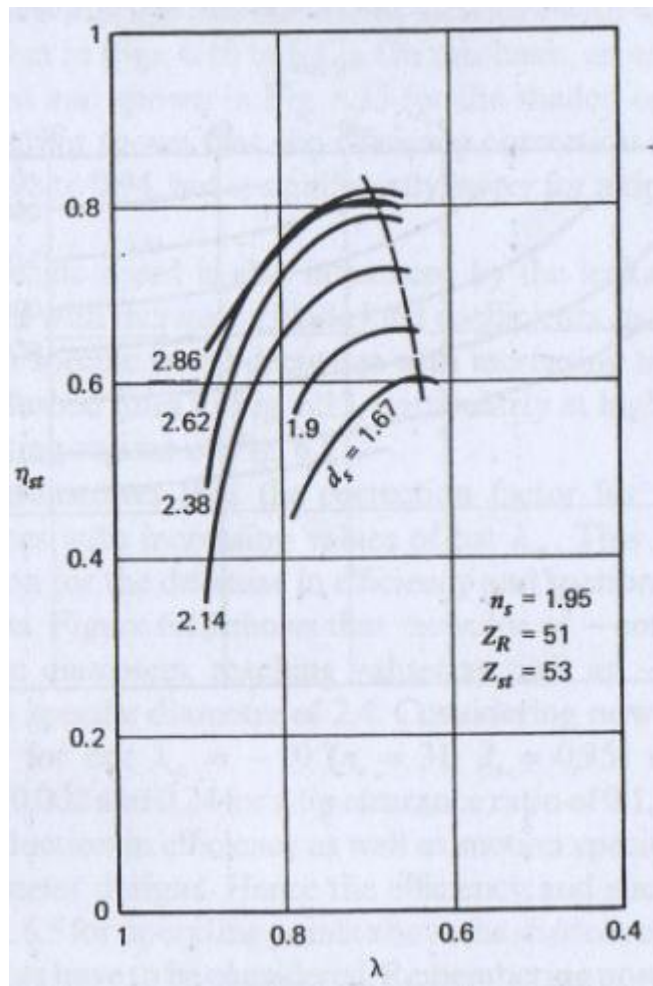


Figura 5.35 Influencia de la razón  $\lambda$  (*hub ratio*) sobre la eficiencia a bajas velocidades específicas [1].

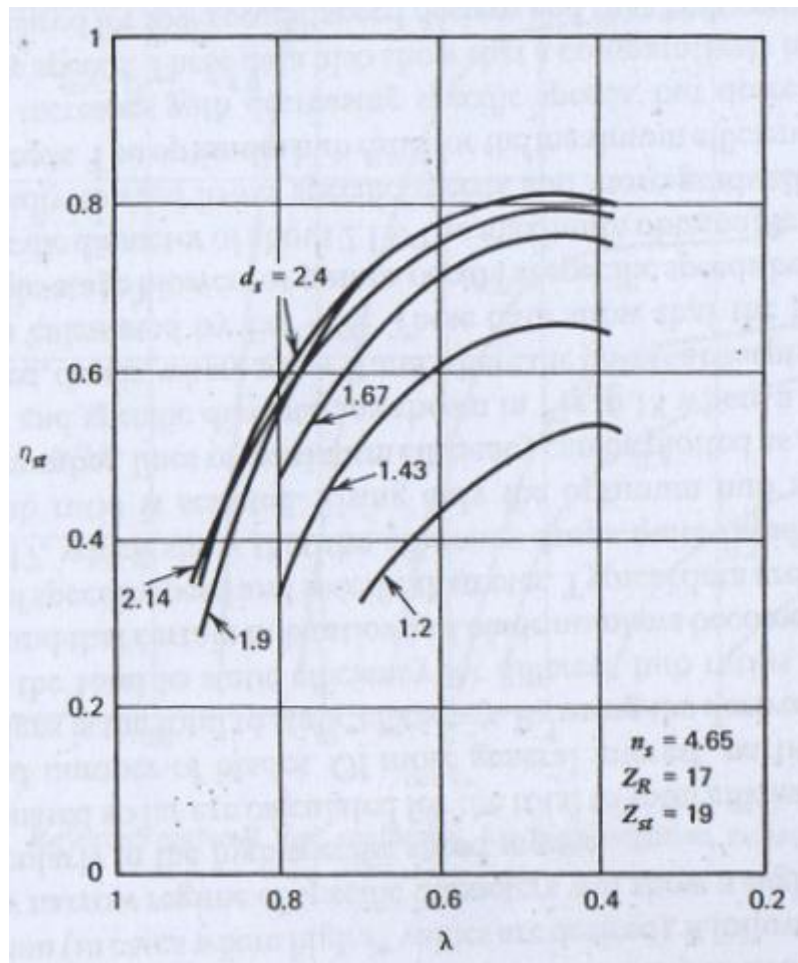


Figura 5.36 Influencia de  $\lambda$  sobre la eficiencia a altas velocidades específicas [1].

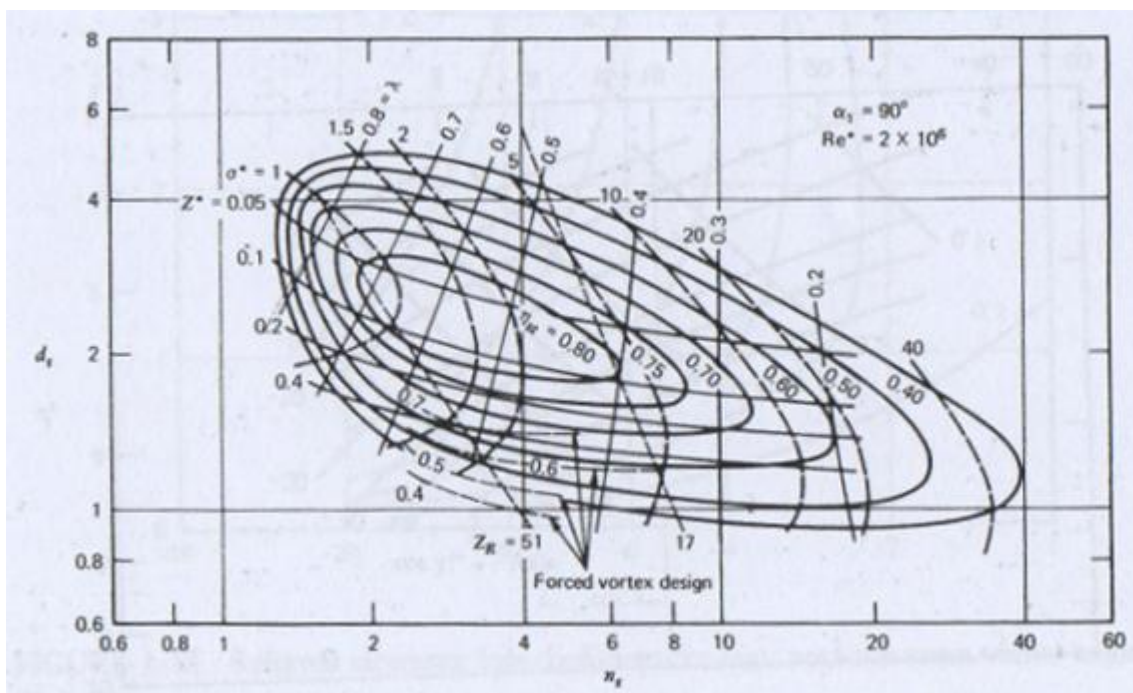


Figura 5.37 Diagrama calculado  $n_s d_s$  para máquinas axiales de una etapa [1].

### 5.4.1.3 Efecto de un difusor corriente abajo

La línea cuasi-horizontal en la fig. 5.37 muestra el factor de energía de escape definido como:

$$Z^* = \frac{c_{ex}^2 / (2g)}{H_{ad}} \quad (5.85)$$

Este factor indica a qué grado de desempeño puede mejorarse si un difusor corriente abajo es provisto. En tal evento, la eficiencia asociada a la salida del difusor puede ser calculada con la relación:

$$\eta = \eta_{st} (1 + c_p Z^*) \quad (5.86)$$

donde  $c_p$  denota el factor de recuperación del difusor corriente abajo. Las líneas para el factor  $Z^*$  constante muestran que el factor de energía de escape aumenta con diámetros específicos decrecientes ya que sigue la relación

$$Z^* = \frac{8}{(1 - \lambda^2)^2 \pi^2 d_s^4} \quad (5.87)$$

Luego entonces pueden obtenerse mejoras significativas en la eficiencia para diseños de pequeño diámetro específico (*i.e.* diseños de alta velocidad específica) con un difusor corriente abajo.

### 5.4.2 Vórtice forzado

Todos los datos calculados hasta el momento son para un diseño de vórtice libre, lo que significa que la velocidad axial es constante del eje a la punta y que la carga producida en cada línea de corriente es constante. Esto significa que una deflexión alta del flujo es requerida en el eje del rotor, particularmente en casos donde la relación de ejes es pequeña. Por tanto el álabe del rotor tiene que estar altamente torcido. Datos típicos se muestran en la fig. 5.38 graficando el componente periférico a la salida del rotor  $c_{u-2}$  como función de la razón de radios y la entrada requerida en el rotor y el ángulo de salida del rotor. La alta deflexión del flujo en el régimen del eje causa altas pérdidas. Esto sugiere que se alcanzan mayores eficiencias y álabes de rotor con menos torcimiento si se selecciona un diseño de vórtice forzado. Para este modo de diseño, la velocidad axial no es constante del eje a la punta. Un cambio en las líneas de corriente de la entrada del rotor a la salida del difusor ocurre, este cambio depende de la cantidad de trabajo realizado por el rotor. El cambio de la velocidad axial entre el rotor y el estator y corriente abajo del estator se calcula de condiciones de *equilibrio radial* y luego la distribución de velocidad axial a la entrada del álabe y a la salida se determina a partir de la **teoría de disco actuador**. En los cálculos de Binsley, la razón del componente periférico a la velocidad de punta del rotor fue representada por la relación:

$$\frac{c_{u-2}}{u_2} = \frac{c_{u-2-t}}{u_2} \left[ \frac{a}{(r/r)^2} + \frac{b}{(r/r)} + c + d \left( \frac{r}{r} \right) + e \left( \frac{r}{r} \right)^2 \right]$$

$$\text{con } c = 1 - (a + b + c + d)$$

Seleccionando varios valores de las constantes  $a, b, c, d, e$ , pueden ser simuladas distribuciones de vórtice libre así como muchas de vórtice forzado a la salida del rotor. Resolviendo la condición de equilibrio radial y las relaciones de disco actuador para estas distribuciones, los vectores de velocidad a la entrada y a la salida del rotor y del estator, y por tanto las pérdidas y la eficiencia de cada línea de corriente son calculadas. Haciendo un promedio de la eficiencia para las diferentes líneas de corriente, eventualmente conduce a la eficiencia general. Este procedimiento fue aplicado para diseños con diferentes valores para la velocidad específica y diámetro específico, así como para la relación de ejes. Datos típicos para la influencia de varias constantes en la distribución de vórtice a la salida del rotor se muestran en la fig. 5.39, junto con la distribución de velocidad axial asociada.

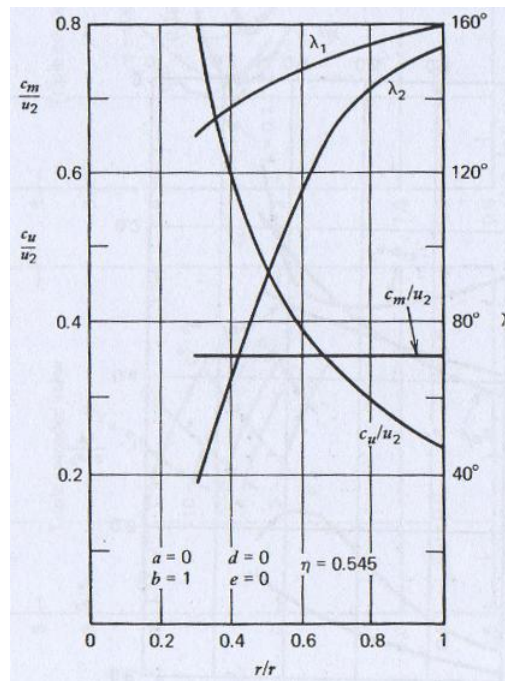


Figura 5.38 Datos típicos para diseño de vórtice libre para  $n_s = 4.65$  y  $d_s = 1.19$  [1].

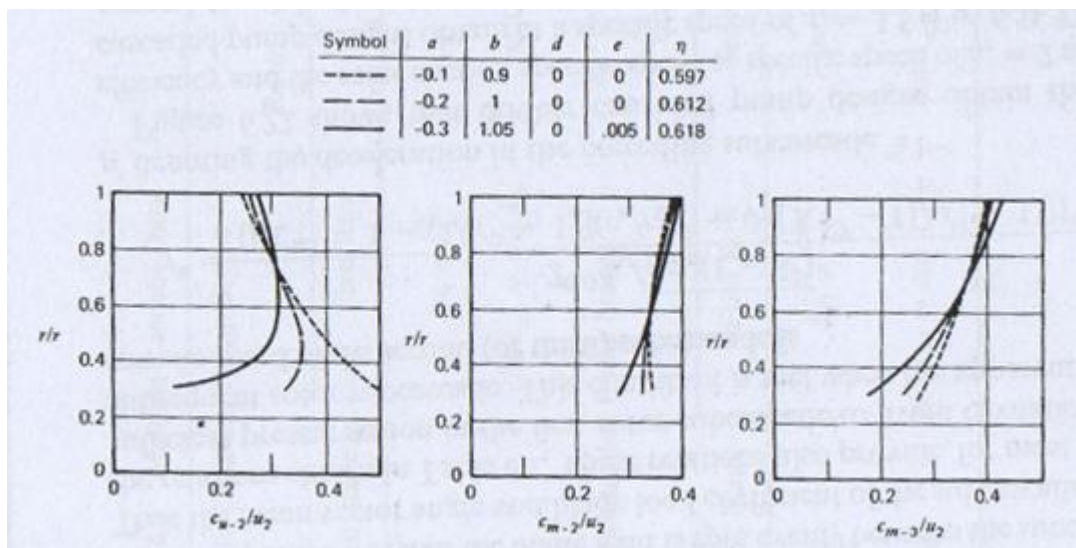


Figura 5.39 Influencia de la distribución de vórtice sobre la relación de velocidades y la eficiencia para  $n_s = 4.65$  y  $d_s = 1.19$  [1].

Calculando las eficiencias para varias distribuciones, se ha encontrado [1] que las máximas eficiencias para valores fijos de velocidad específica y de diámetro específico usualmente ocurren en condiciones donde el componente periférico fue constante, esto es, independiente del radio. Esto lleva a una distribución de velocidad axial donde la velocidad axial aumenta a radios mayores, como se muestra en la fig. 5.40, junto con el ángulo de entrada del álabe del rotor y el ángulo de salida del rotor. Comparando estos datos con la fig. 5.38, parece que el torcimiento es reducido considerablemente hacia la sección del eje para el diseño de vórtice forzado. Explorando la eficiencia de este tipo de diseño en una variedad de velocidades específicas, diámetros específicos y relaciones de eje, se encontró que da mayores eficiencias que el diseño correspondiente de vórtice libre a velocidades entre 2 y 4.65 y para diámetros menores a 1.2. La relación de eje tuvo una significancia comparativamente pequeña, aunque la mayoría de los datos tendió a favorecer una razón de eje de 0.3. Las líneas punteadas en la fig. 5.37 muestran las líneas de isoeficiencia calculadas para esta versión de diseño (vórtice forzado).

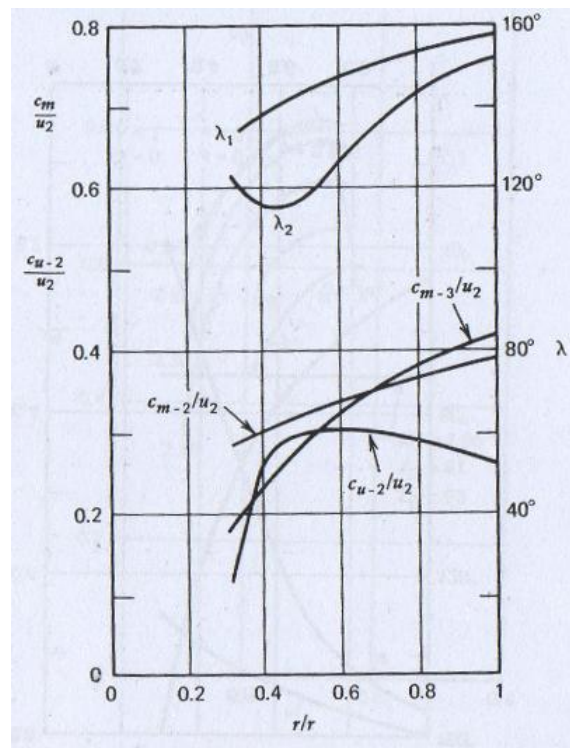


Figura 5.40 Datos típicos para diseño de vórtice forzado para  $n_s = 4.65$  y  $d_s = 1.19$  [1].

### 5.4.3 Etapas multicascada

Para ambos diseños (vórtice libre y forzado), los álabes del rotor y del difusor están cercanos al <<límite de carga>> cuando se diseñan para diámetros específicos bajos y bajas velocidades específicas. Entonces los álabes tienen que ser fabricados con precisión para evitar separación del flujo. Puede reducirse la sensibilidad a las tolerancias e incluso pueden obtenerse altas eficiencias y valores menores de  $s^*$  en este régimen de operación cuando se utilizan dobles o triples cascadas para el rotor y el estator (fig. 5.42). En el cálculo del potencial de la eficiencia en este arreglo, los efectos de holgura en la punta fueron despreciados y la circulación del álabe para cada subcascada y línea de corriente fue asumida constante, entonces conservando la distribución de vórtice libre entre las subcascadas y manteniendo una distribución constante de la componente meridional del flujo. Otra suposición para el cálculo de desempeño de bombas con cascada múltiple fue que la carga de álabe fue dividida igualmente entre las subcascadas. Por tanto el ángulo medio del vector y el coeficiente de carga de álabe de las subcascadas siguen la relación mostrada en la figura 5.41.

**Table 6.1 Multiple Cascade Data**

Double Cascaded Pump Stages					
Overall Stage	Rotor		Stator		
	First Row	Second Row	First Row	Second Row	
$\delta u$	$\delta u_I = \frac{\delta u}{2}$	$\delta u_{II} = \frac{\delta u}{2}$	$\delta u_I = \frac{\delta u}{2}$	$\delta u_{II} = \frac{\delta u}{2}$	
$\cot \lambda_{\infty}$	$\cot \lambda_{\infty I} = \cot \lambda_{\infty} - \frac{\delta u}{4}$	$\cot \lambda_{\infty II} = \cot \lambda_{\infty} + \frac{\delta u}{4}$	$\cot \lambda_{\infty I} = -\frac{1}{4}\delta u$	$\cot \lambda_{\infty II} = -\frac{1}{4}\delta u$	

Triple Cascaded Pump Stages						
Overall Stage	Rotor			Stator		
	First Row	Second Row	Third row	First Row	Second Row	Third Row
$\delta u$	$\delta u_I = \frac{\delta u}{3}$	$\delta u_{II} = \frac{\delta u}{3}$	$\delta u_{III} = \frac{\delta u}{3}$	$\delta u_I = \frac{\delta u}{3}$	$\delta u_{II} = \frac{\delta u}{3}$	$\delta u_{III} = \frac{\delta u}{3}$
$\cot \lambda_{\infty}$	$\cot \lambda_{\infty I} = \cot \lambda_{\infty} - \frac{\delta u}{3}$	$\cot \lambda_{\infty II} = \cot \lambda_{\infty}$	$\cot \lambda_{\infty III} = \cot \lambda_{\infty} + \frac{\delta u}{3}$	$\cot \lambda_{\infty I} = -\frac{2}{9}\delta u$	$\cot \lambda_{\infty II} = -\frac{\delta u}{2}$	$\cot \lambda_{\infty III} = -\frac{\delta u}{6}$

Figura 5.41 Datos de cascada múltiple [1].

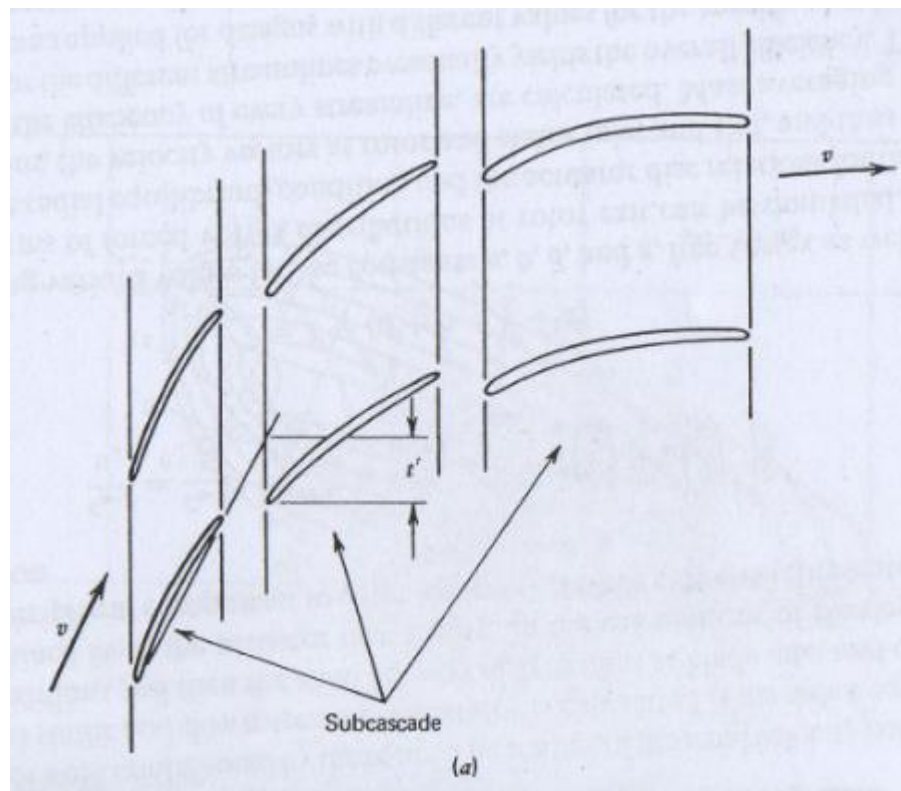


Figura 5.42 (parte uno) [28]

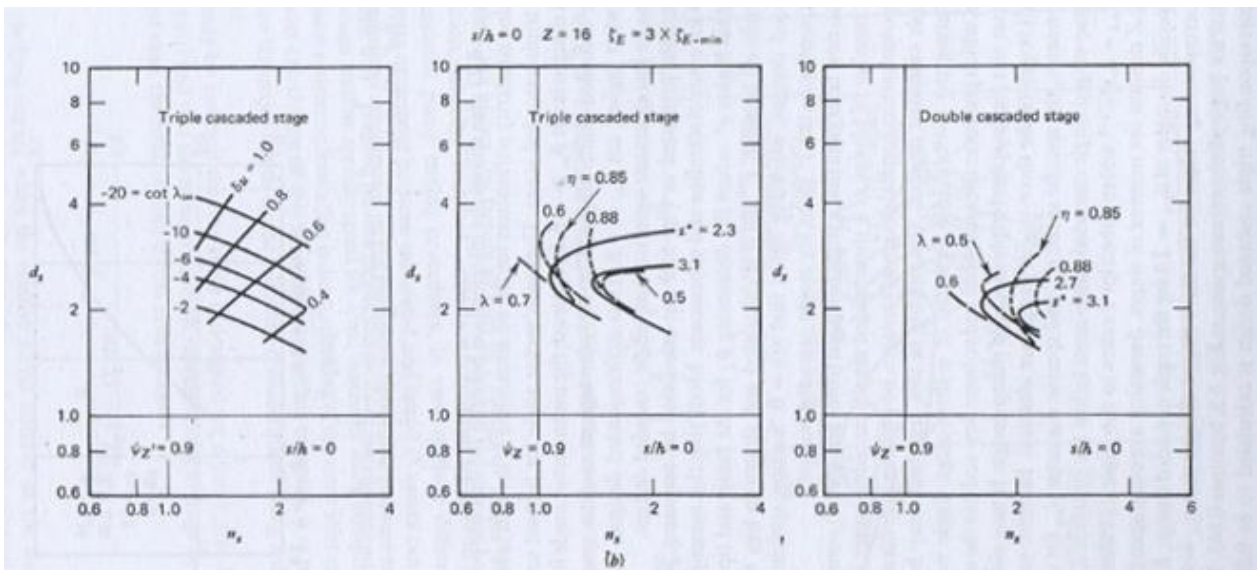


Figura 5.42 (parte 2) Desempeño calculado de bombas de cascada múltiple [28].

La figura 5.42 muestra que los diseños de bombas de doble cascada obtienen la misma eficiencia y la misma velocidad de succión específica a una velocidad específica de  $n_s = 2$  que una de cascada simple a una  $n_s = 3.5$  (Fig. 5.27). Entonces la tendencia general es que el régimen de operación donde se obtienen diseños de bombas eficientes se mueve a velocidades específicas menores incrementando el número de subcascadas. Recordando que un régimen de velocidad específica entre 0.8 y 3 es considerado el régimen óptimo para bombas de flujo mixto, se sigue que los diseños de doble y triple cascada ofrecen las mismas o mayores eficiencias que el flujo mixto en ese rango de velocidades específicas. Ya que el diámetro general de los diseños de flujo mixto es mayor que el diámetro del rotor de diseños axiales, se vuelve aparente que una ventaja adicional de los diseños multicascada es un menor diámetro de envoltura.

Podría ser argumentado ahora que una bomba con triple cascada (rotor y estator) requiere el mismo número de álabes que una bomba de tres etapas de una sola cascada, así que, aparte de ventajas en el diseño mecánico, no hay beneficios adicionales obvios en diseños multi-cascada. La validez de este argumento puede revisarse calculando el potencial desempeño de una bomba axial de tres etapas monocascada, la cual produce la misma carga y flujo volumétrico y tiene el mismo diámetro envolvente que una de una etapa con triple cascada. Puede también asumirse que las tres etapas del primer diseño son idénticas. Con el fin de cumplir estos requerimientos, la velocidad específica  $n_{s-s}$  y el diámetro específico  $d_{s-s}$  para cada etapa de una bomba de tres etapas con una cascada debe seguir las relaciones  $n_{s-s} = n_{s-0} Z^{3/4}$  y  $d_{s-s} = d_{s-0} Z^{1/4}$  donde el subíndice 0 se refiere al diseño de triple cascada y donde  $Z$  denota el número de etapas. Asumiendo una velocidad específica de  $n_{s-0} = 1.4$  y un diámetro específico  $d_{s-0} = 2.4$  para el diseño de triple cascada, se encuentra que los valores correspondientes para el diseño de tres etapas son  $n_{s-s} = 3.3$  y  $d_{s-s} = 1.8$  y que la eficiencia de la etapa, de acuerdo a la fig. 5.27 es 0.865. La eficiencia del diseño correspondiente de triple cascada se calcula como 0.88. De la misma forma la velocidad de succión específica para el diseño de triple cascada es 5% mayor que la de una cascada.

Se hace notar que el potencial de eficiencia de una bomba multicascada se computa despreciando efectos de interferencia entre las subcascadas. Esto puede parecer conservativo considerando que un stagger óptimo relativo entre las subcascadas existe y que el posicionamiento de la subcascada en el stagger óptimo logra menores pérdidas generales que son menores que la suma de pérdidas individuales [21]. Luego entonces parece que el potencial desempeño calculado de diseños multicascadas, presentados en la fig. 5.43 es conservativo.

Es importante recalcar que las figs. 5.27 y 5.43 fueron calculadas asumiendo un número de álabes constante de ( $Z=16$ ) y un alto espesor inicial de capa límite. Estas suposiciones ocasionan que los valores de eficiencia en el régimen de baja velocidad específica sean conservadores ya que  $Z > 16$  es óptimo en este régimen de operación y ya que un bajo número de álabes conduce a una longitud de cuerda grande y consecuentemente a pérdidas altas.

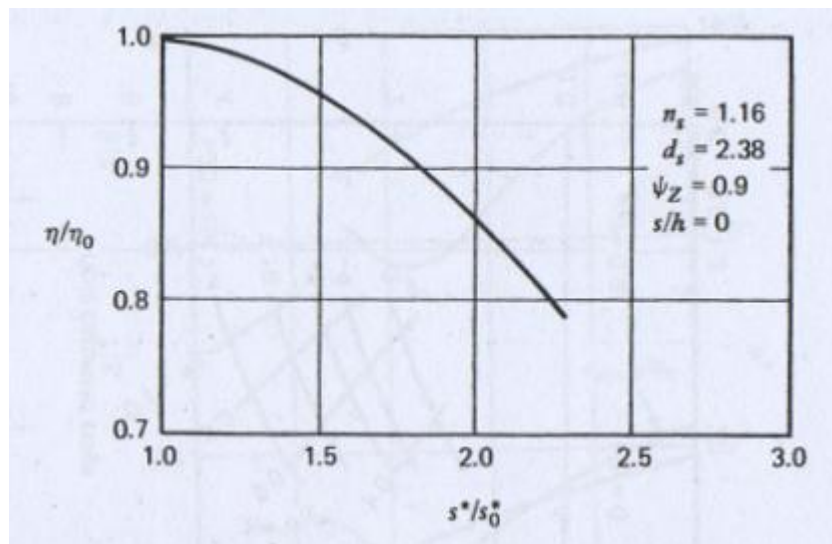


Figura 5.43 Compensación entre velocidad específica de succión y eficiencia para etapas de triple cascada [28].

### 5.4.3.2 Comparación de datos teóricos y experimentales

Una comparación de los datos calculados con los datos experimentales [63] se presenta en la fig. 5.44, lo que muestra que los datos calculados reflejan razonablemente bien las tendencias de los datos experimentales, a saber, eficiencias mayores y velocidades específicas de succión mayores a mayores velocidades específicas. También los datos calculados y medidos del nivel de eficiencia están en valores razonablemente cercanos. Las discrepancias se encuentran, sin embargo, evidentes en los valores de diámetro específico. La razón aparente es que la mayoría de las pruebas de eficiencia son obtenidas en la calibración de los sopladores. Ya que en los sopladores la cavitación no tiene relevancia, pueden ser tolerados grados negativos de reacción (condición de <<subimpulso>>). Entonces no hay restricción impuesta en el valor mínimo factible de diámetro específico, en contraste con las bombas. Luego entonces no es sorprendente que la mayoría de los puntos de prueba del soplador ocurran a diámetros específicos menores que los requeridos para evitar <<subimpulso>> en la línea de corriente del eje. También debe notarse que algunos de los sopladores de prueba no están diseñados para una distribución de vórtice libre. La filosofía de diseño es distinta que la aplicada para los datos calculados.



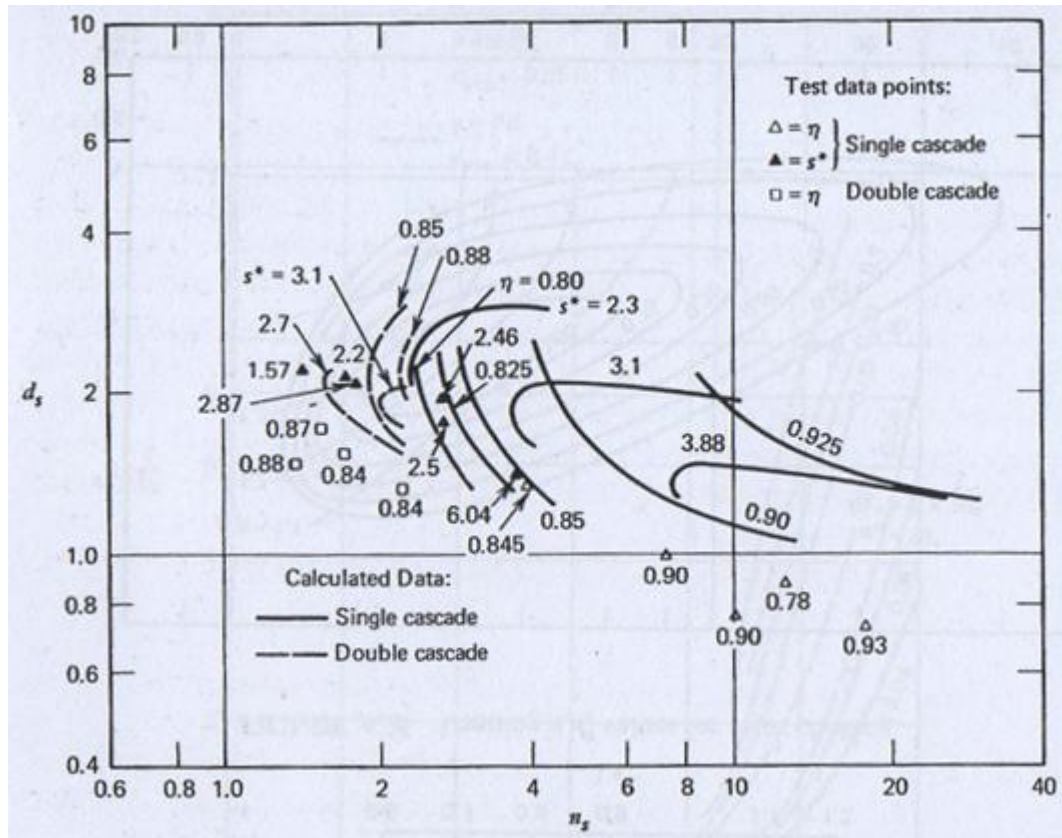


Figura 5.44 Comparación del desempeño calculado con resultados experimentales [28].

#### 5.4.4 Máxima relación de presiones obtenible en una cascada axial y *choking*

Se tienen limitantes en la razón de presiones máxima obtenible así como la velocidad específica máxima factible para máquinas axiales usando medios compresibles. La limitante más restrictiva se debe a *choking* en el área de entrada del rotor. Aunque un cálculo de este límite se vuelve muy complejo, es posible reconocer las mayores tendencias mediante las siguientes consideraciones usando un modelo simplificado de flujo.

Puede asumirse que el rotor está diseñado para un flujo de vórtice libre y <<cero arremolinamiento>> en la entrada y que la línea media de corriente representa las condiciones promedio del flujo. En tal caso, el área de garganta de entrada relativa es:

$$A_w = A_m \sin \beta_{1-m} = \frac{\pi D^2 (1 - \lambda^2)}{4} \sin \beta_{1-m} \quad (5.88)$$

Y el *choking* ocurre cuando el número relativo de Laval en la línea de corriente principal se vuelve la unidad. Observando la ec. 5.60 de [1] e introduciendo esta relación junto con la ec. 5.88 en la definición de velocidad específica, el máximo valor  $n_s$  (*choking*) puede ser expresado como función de los datos geométricos, temperatura, relaciones de presión y el ángulo de entrada del álabe en la línea media de corriente.

$$\tan \beta_{1-m} = \frac{4^{1.5} \sqrt{2}}{(1 - \lambda^2) \sqrt{1 + \lambda^2 \pi n_s d_s^3}}$$

Después de muchas transformaciones un valor limitante  $n_s d_s^3$  resulta

$$n_s d_s^3 = \sqrt{1 - \frac{(1 - \lambda^2)^2 (1 + \lambda^2) c}{a^4 b^2 \pi^2 2}} \frac{a^2 b 24^3}{\sqrt{c} (1 - \lambda^2)^2 (1 + \lambda^2)} \quad (5.89)$$

Donde

$$a = \frac{\sqrt{\psi_{\max}^* \pi (1 - \lambda^2)}}{4^{0.75} \sqrt{La^*} \sqrt[4]{2\kappa/(\kappa+1)}}$$

$$b = \left(1 + \frac{La^{*2}}{1 - \alpha La^{*2}}\right)^{\kappa/(\kappa-1)} \left[1 + \frac{\beta La^{*2}}{1 - \beta La^{*2}}\right]^{\kappa/(\kappa-1)}$$

$$\alpha = \frac{\kappa - 1}{\kappa + 1} \frac{4^3}{(1 - \lambda^2)^2 \pi^2 n_s d_s^3}$$

$$c = \left(1 + \frac{\alpha La^{*2}}{1 - \alpha La^{*2}}\right) \left(1 + \frac{\beta La^{*2}}{1 - \beta La^{*2}}\right)^2$$

Resolviendo la ec. 6.25 por iteraciones, los valores limitantes  $n_s d_s^3$  son encontrados; estos se vuelven una fuerte función de  $\lambda$  y  $La^*$  (Fig. 5.45).

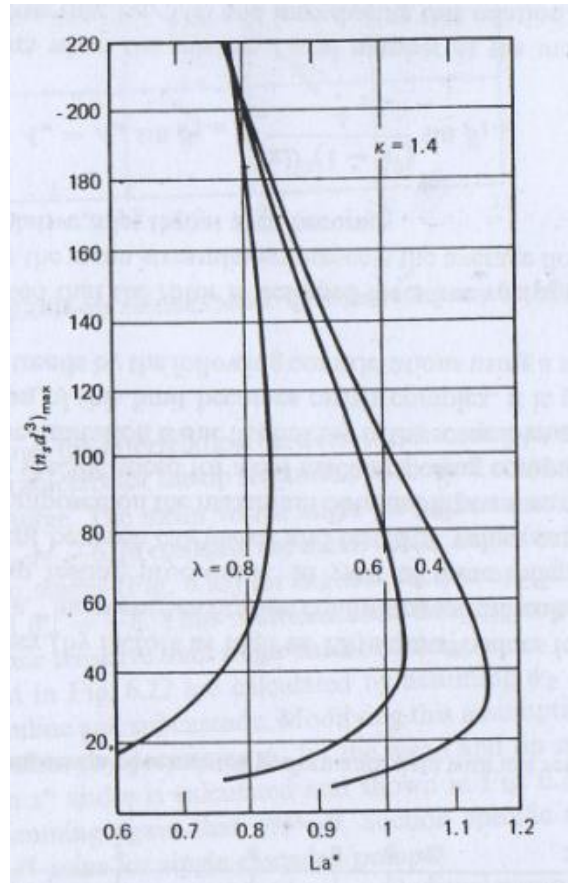


Figura 5.45 valores  $n_s d_s^3$  limitantes para *choking* en el rotor [1].

En vez de presentar valores de  $La^*$ , es más conveniente usar las relaciones de presión de etapa observando las interrelaciones entre  $(n_s d_s)^2$  y  $q_{ad}$  (Ec. 2.16) así como la relación de presión,  $La^*$  y  $q_{ad}$  (Ec. 1.25), así que eventualmente la relación de presiones máximas obtenible (A la condición de entrada por choking) puede ser representada en un diagrama  $n_s d_s$ , como se muestra en la fig. 5.46. Las líneas punteadas en la fig. 5.46 representan la relación de presiones de etapa limitante cuando la relación de presiones total a estática es el criterio.

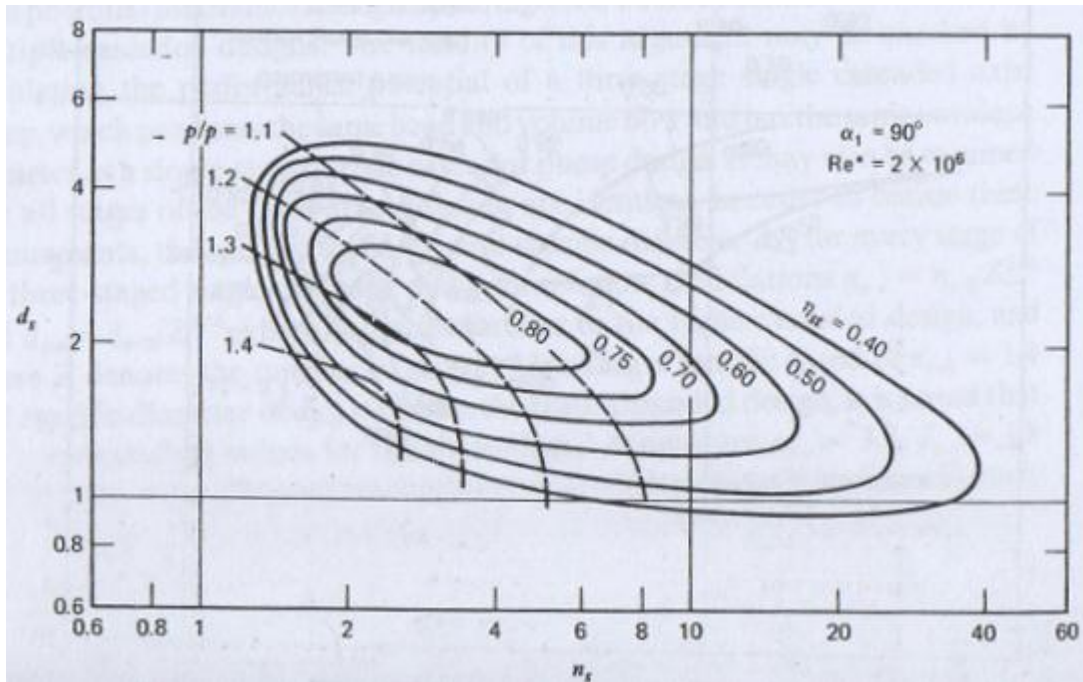


Figura 5.46 Límites de *choke* para los datos mostrados en la Fig. 5.37 [1].

Con esa suposición la máxima relación de presiones (choking) en el régimen de máxima eficiencia se vuelve muy pequeña, de 1.1 a 1.3. Cuando se asume que toda o una parte de la velocidad de salida de etapa puede ser recuperada, los contornos de eficiencia y los valores óptimos de  $\lambda$  cambian muy drásticamente, moviendo a menores valores de  $d_s$  y a mayores valores de  $n_s$ . Los contornos de eficiencia mostrados como líneas sólidas en la fig. 5.47, asumen que la velocidad de salida puede ser recuperada con  $c_p = 0.85$  (Factor de recuperación de difusor) de acuerdo a los cálculos de Buehning [9], mientras las líneas punteadas asumen las relaciones de presión total a total, calculadas [12]. Las parejas de líneas sólidas y punteadas en la fig. 5.47 representan las máximas relaciones de presión para  $\lambda = 0.4$  y  $0.6$  y muestran que los valores máximos permisibles de  $n_s$  para determinada relación de presiones se incrementa a valores menores de  $\lambda$  y que una relación de presiones total a total de 1.6 puede ser obtenida con una eficiencia de aproximadamente 89% cuando esta eficiencia puede ser obtenida con una relación de eje de  $\lambda = 0.4$ . Se reitera que estos datos son calculados para un diseño de álabes de vórtice libre. Parece que datos más favorables pueden ser obtenidos con un diseño de álabes de vórtice forzado.

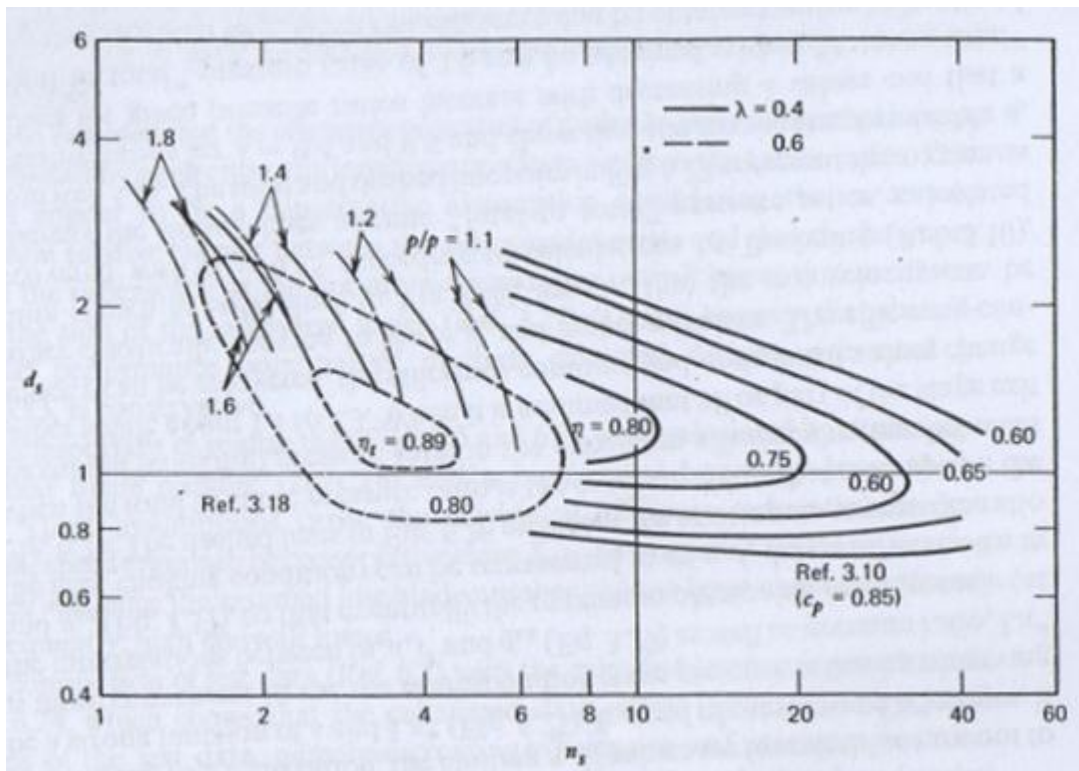


Figura 5.47 Datos de *choke* en el rotor para etapas axiales [1].

#### 5.4.4.1 Variaciones para compresores transónicos y supersónicos.

La suposición para calcular el límite de choking de compresores transónicos fue que el número relativo de Laval en la línea de corriente media de la entrada del rotor alcanza el valor de la unidad. Esto significa que el número relativo de Laval en la punta del rotor es supersónico, mientras el número relativo de Laval en la región del eje es subsónico. Con el fin de evitar pérdidas excesivas, tienen que elegirse perfiles especiales de álabes para los flujos transónicos y supersónicos. Datos típicos son presentados en la fig 5.48 [64], los cuales muestran que los coeficientes de pérdida para perfiles, donde el espesor máximo  $d_{\max}$  es localizado al 40% de la longitud de cuerda, aumentan rápidamente cuando  $Ma > 0.7$ , particularmente cuando perfiles con relaciones amplias de  $d_{\max}/C$  son usados. Cambiando la localización del espesor máximo al 65% de la longitud de cuerda y reduciendo la razón  $d_{\max}/C$  se reducen las pérdidas del perfil considerablemente. Información adicional de flujos transónicos y supersónicos se pueden encontrar en las referencias [65 y 66].

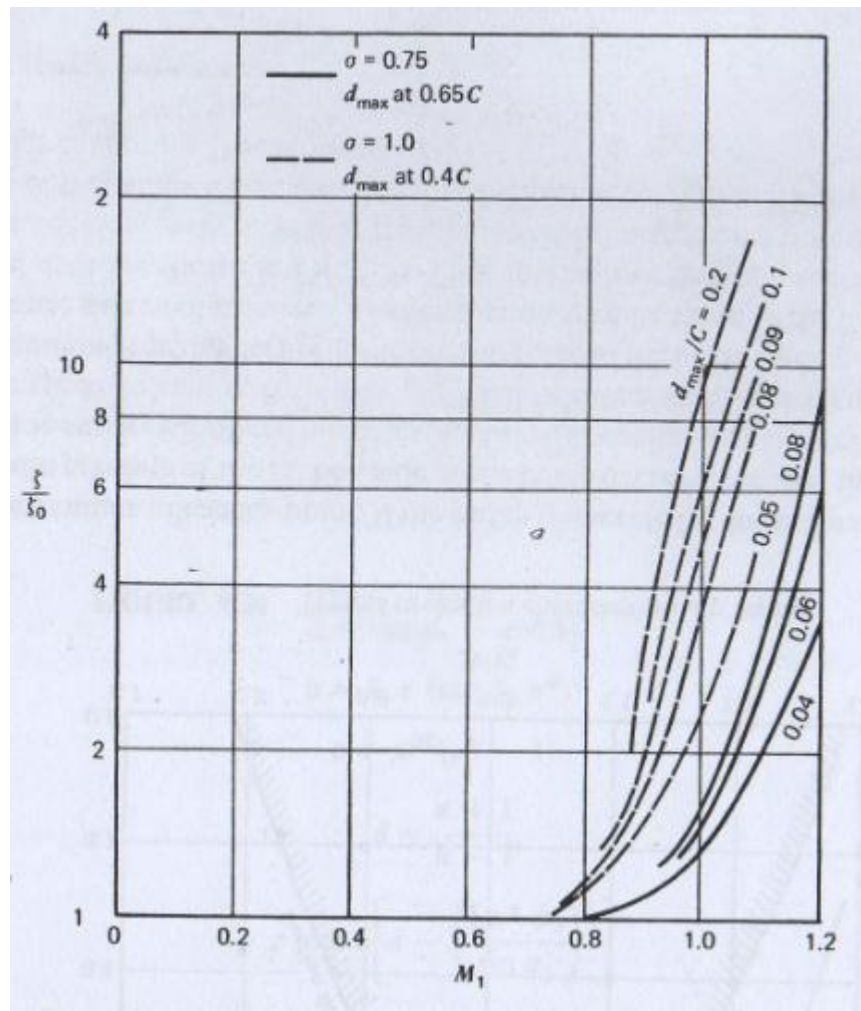


Figura 5.48 Influencia del número de Mach sobre resistencia en el perfil [1].

### **5.5 Característica de desempeño para bombas.**

La característica de desempeño de una bomba puede calcularse de los argumentos presentados en la sección 4.2, cuando se toman en cuenta las pérdidas por incidencia a la entrada del rotor y del difusor usando el *Teorema de impulso*. En este teorema la cantidad  $s$  sigue la relación:

$$s = 1 - \frac{\phi_1}{\phi_{1-0}}$$

y el coeficiente de pérdida por incidencia puede ser definido como:

$$q_{inc-R} = \frac{\chi_R}{2} \left( 1 - \frac{\phi_1}{\phi_{1-0}} \right)^2 = \frac{\chi_R}{2\epsilon_e^2} [1 - \phi_1 \epsilon_e (\cot \beta_0 - \cot \alpha_1)]^2 \quad (5.90)$$

$$q_{inc-D} = \frac{\chi_D \phi_1^2}{2} (\cot \alpha_2 - \cot \alpha_{2-0}) = \frac{\chi_D \mu^{*2}}{2} \left( \frac{1}{K_R} - \frac{\phi_1}{\phi_{1-0} K_{R-0}} \right)^2 \quad (5.91)$$

En el rotor y en el difusor respectivamente. Donde  $\mu^*$  denota el deslizamiento y  $\alpha_2$  el ángulo del flujo a la entrada del difusor, que sigue la relación:

$$\cot \alpha_2 = \mu^* \left[ \frac{1}{(\phi_{1-0} K_{R-0})} - \cot \beta_2 \right]$$

con  $\beta_2$  denotando el ángulo de salida de los álabes del rotor. El subíndice cero en las ecs. 5.90 y 5.91 denota la condición de diseño. Cuando el ángulo de flujo  $\beta_2$  (Después de tomar en cuenta la desviación del flujo) se usa,  $\mu^*$  se vuelve la unidad. Luego el coeficiente de carga puede ser presentado en la forma:

$$q_{ad-t} = q_{th} - q_R - q_D - q_{inc-R} - q_{inc-D} \quad (5.92)$$

de tal forma que la característica de la bomba o compresor pueda ser calculada y presentada graficando el coeficiente de carga, coeficiente de trabajo o la eficiencia como función del factor de flujo. Una característica típica de bomba se presenta en la figura 5.49. Esta presentación es válida para determinado número de Reynolds, ya que las pérdidas dependen de éste. Para números de Reynolds menores, las pérdidas aumentan y el coeficiente de carga así como la eficiencia decrecen.

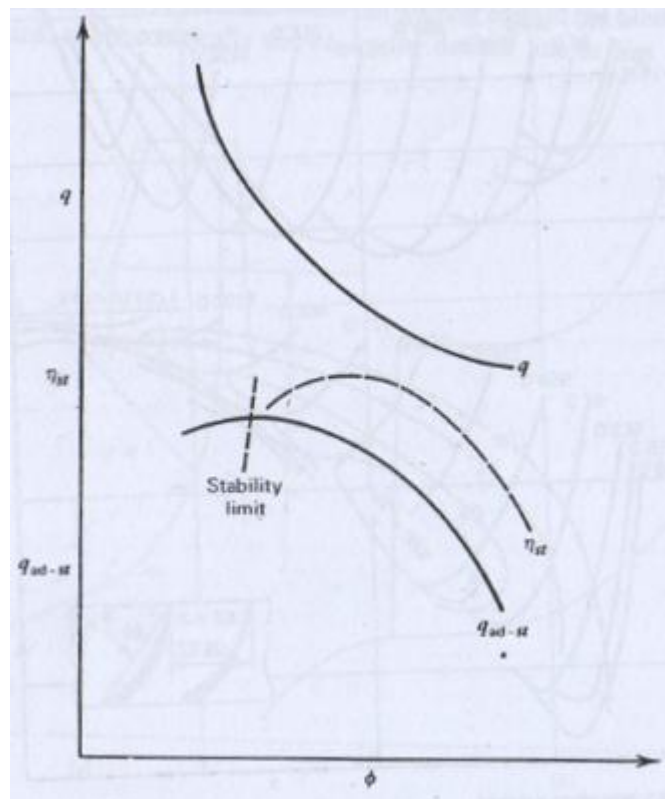


Figura 5.49 Característica típica de bomba [1].

### 5.6 Características de desempeño para compresores

Las características de desempeño de un compresor pueden ser calculadas de la ecuación 5.92. Debe ser observado, sin embargo, que el cambio de densidad a través del rotor y el difusor hacen a los factores de aceleración meridional una función del factor de flujo y el número periférico de Laval así que la interrelación entre el coeficiente teórico de carga y el factor de flujo deja de ser lineal y se vuelve exponencial. Adicionalmente, la desaceleración por medio de determinada geometría se incrementa a relaciones de presión mayores, esto es, con números periféricos de Laval mayores. Por tanto la interrelación entre el coeficiente de carga y el factor de flujo, y consecuentemente la eficiencia y el factor de flujo, se vuelven una función distinta del número de Laval así como del número de Reynolds. Las tendencias son que las características se vuelven más pronunciadas a mayores números de Laval, como se muestra en la fig. 5.50 [15]. La complejidad de las relaciones gobernantes de los factores de aceleración meridional puede ser reconocida presentando las interrelaciones para  $K_R$ , que dicen:

$$K_R = \frac{A_{m-1} \gamma_1}{A_{m-2} \gamma_2} = \frac{A_{m-1} p_{1-st} T_{2-st}}{A_{m-2} p_{2-st} T_{1-st}} \quad (5.93)$$

Donde  $A_m$  denota el área meridional de flujo y

$$\frac{p_{2-st}}{p_{1-st}} = \left( 1 + \frac{La^{*2}}{e} \left\{ 0.5\phi_1^2 \left[ \frac{1}{\sin^2 \alpha_1} + K_R^2 (b + \zeta_R) - \chi_R a^2 \right] + \frac{\phi_1}{\varepsilon_e} (\cot \alpha_1 + \chi_R a) + c - \frac{0.5\chi_R}{\varepsilon_e^2} \right\} \right)^{\kappa/(\kappa-1)} \quad (5.94)$$

$$\frac{T_{2-st}}{T_{1-st}} = \frac{\left\{ 0.5d + La^{*2} \left[ \phi_1 \cot \alpha_1 / \varepsilon_e + 0.5\phi_1^2 (1/\sin^2 \alpha_1 + K_R^2 b) \right] + c + \xi / \phi_1 \right\}}{e} \quad (5.95)$$

con

$$a = \cot \beta_1 - \cot \alpha_2$$

$$b = 1 + (\cot \beta_2 \mu^*)^2$$

$$c = \mu^{*2} (\mu^* - 1)$$

$$d = \frac{\kappa + 1}{\kappa - 1}$$

$$e = 0.5 \left[ d - \left( \frac{La^* \phi_1}{\sin \alpha_1} \right)^2 \right]$$

Este conjunto de ecuaciones tiene que ser resuelto gráfica o iterativamente para  $K_R$ . Datos típicos son presentados en la fig. 5.51, que muestran que  $K_R$  es casi independiente del factor de flujo a valores bajos de  $La^*$ , pero decrece significativamente a números mayores de Laval. Una particularidad significativa en la curva característica es la condición de *choke*. En este punto la línea de velocidad se vuelve vertical.

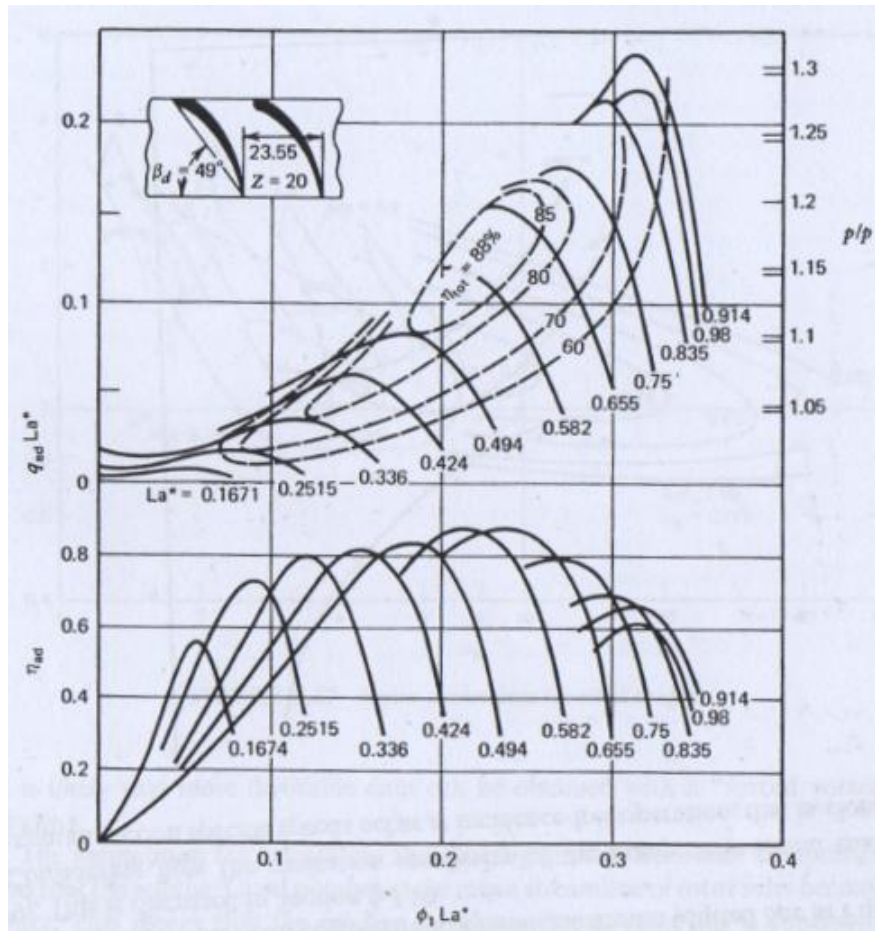


Figura 5.50 Característica típica de desempeño de un compresor [12].

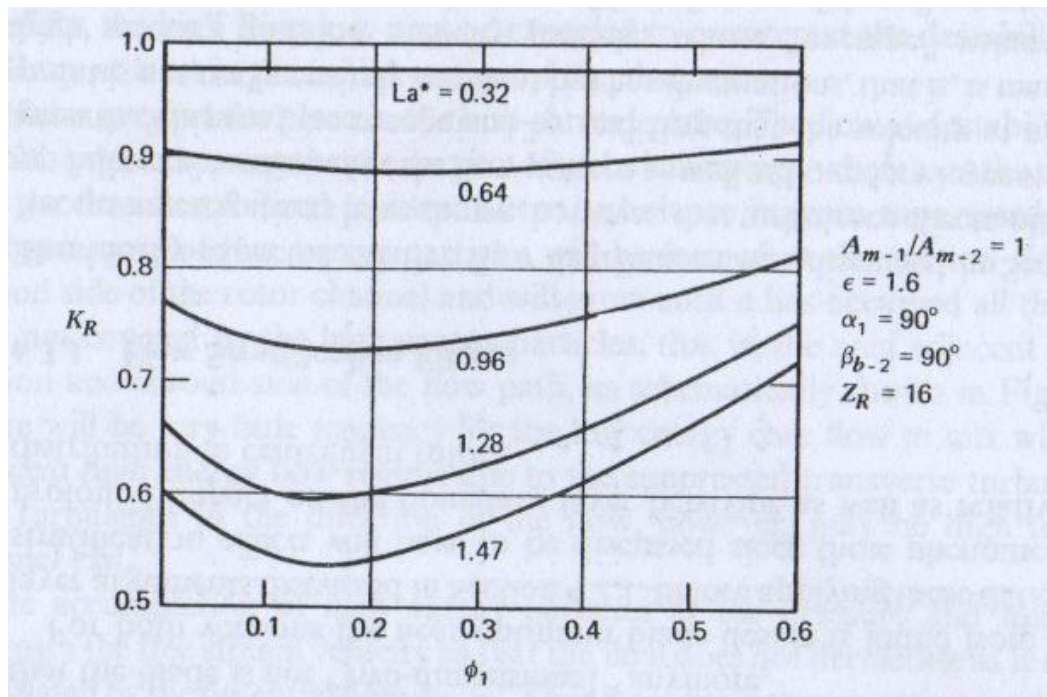


Figura 5.51 Cambio del factor de aceleración meridional con el número de Laval y factor de flujo [1].



## VI Estudio detallado de compresor centrífugo

### 6.1 Cascadas radiales

Un indicador de la distribución de velocidad en la superficie en los canales radiales se obtiene considerando las fuerzas que actúan sobre una partícula en el canal rotativo (fig. 6.1). Las fuerzas perpendiculares a la dirección del flujo son:

- 1) La fuerza centrífuga causada por la curvatura del canal  $(w^2/R_0)dm$ .
- 2)  $(r\omega^2 \cos \beta)dm$ , causada por la rotación.
- 3) Las fuerzas de Coriolis  $2w\omega dm$ .

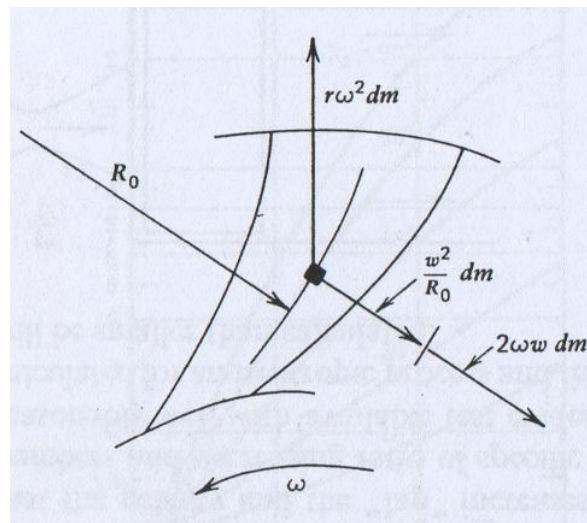


Figura 6.1/4.35 Fuerzas en un flujo de trayectoria centrífuga [25].

Estas fuerzas producen un gradiente de velocidad perpendicular a la dirección del flujo:

$$\frac{dw}{dn} = 2\omega + \frac{w}{R_0} \quad (6.1)$$

Por lo anterior, la velocidad relativa en el canal cambia casi linealmente con la anchura del canal. La diferencia de velocidades  $\Delta w = w_{\text{succión}} - w_{\text{presión}}$  entre la superficie de presión y la de succión de una cascada radial puede ser expresada por la relación aproximada [32]:

$$\Delta w = a \left( 2\omega + \frac{w_m}{R_0} \right) \quad (6.2)$$

donde  $w_m$  representa la velocidad relativa promedio y  $R_0$  el radio de curvatura. Luego entonces, una distribución típica de velocidades en la superficie para rotores radiales tiene la forma mostrada en la fig. 6.2, de tal forma que el gradiente de velocidad se vuelve el principal criterio para la distribución de velocidades en la superficie.

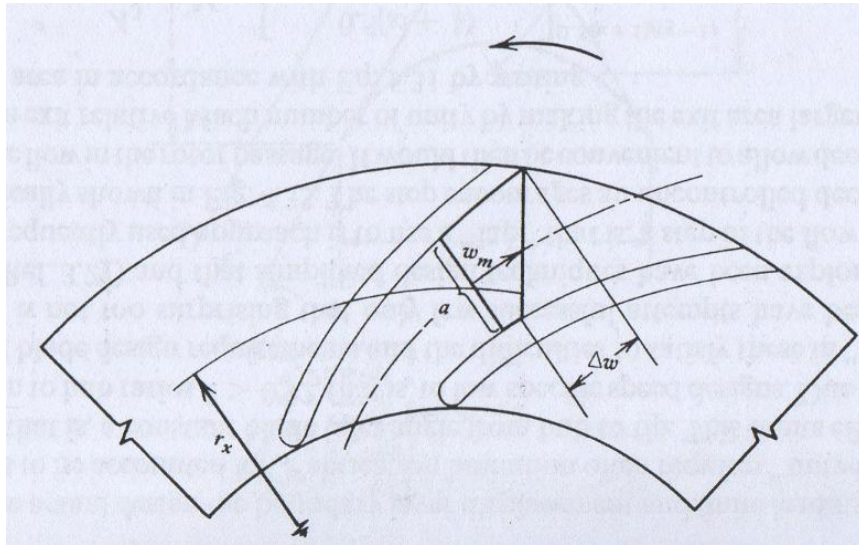


Figura 6.2/4.36. Gradiente de velocidad relativa [1].

Si se asumen álabes con perfil de arco circular, el radio de curvatura se vuelve:

$$R_0 = \frac{r_1(\varepsilon^2 - 1)}{2(\varepsilon \cos \beta_2 - \cos \beta_1)} \quad (6.3)$$

donde  $\varepsilon$  denota la razón de diámetros del rotor. La anchura del canal  $a$  puede expresarse por el número de álabes  $Z$  y el ángulo de álabe

$$a = \frac{2\pi r_x \sin \beta_x}{Z_R} \quad (6.4)$$

y la velocidad promedio del flujo  $w_m$  por la componente meridional  $c_m$  y el ángulo de álabe

$$w_m = \frac{c_{m-x}}{\sin \beta_x}$$

Con estas suposiciones, el gradiente de velocidad relativa se puede escribir:

$$\frac{\Delta w}{w_m} = \frac{4\pi \sin \beta_x}{Z_R} \frac{r_x}{r_1} \left( \frac{u_1 \sin \beta_x}{c_{m-1} K_{R-x}} - \frac{\varepsilon \cos \beta_2 - \cos \beta_1}{\varepsilon^2 - 1} \right) \quad (6.5)$$

donde  $x$  denota una posición en el radio  $r_x$  y donde  $K_{R-x} = c_{m-x}/c_{m-1}$  denota el factor de aceleración meridional local. El ángulo  $\beta$  en la locación  $x$  puede ser expresado como:

$$\cos \beta_x = \frac{r_1}{r_x} \left[ \frac{(r_x/r_1)^2 - 1}{\varepsilon^2 - 1} (\varepsilon \cos \beta_2 - \cos \beta_1) + \cos \beta_1 \right] \quad (6.6)$$

El gradiente de la velocidad meridional se presenta en la fig. 6.3, lo cual muestra que el máximo gradiente ocurre a una salida del rotor para  $\beta \leq 90^\circ$  y aumenta a mayores ángulos de deflexión. Para  $\beta > 90^\circ$ , el máximo valor para el gradiente de velocidad relativa se mueve hacia la mitad del canal si el radio de curvatura se mantiene constante. La ecuación 6.5 muestra que  $\Delta w/w_m$  es inversamente proporcional al número de álabes.

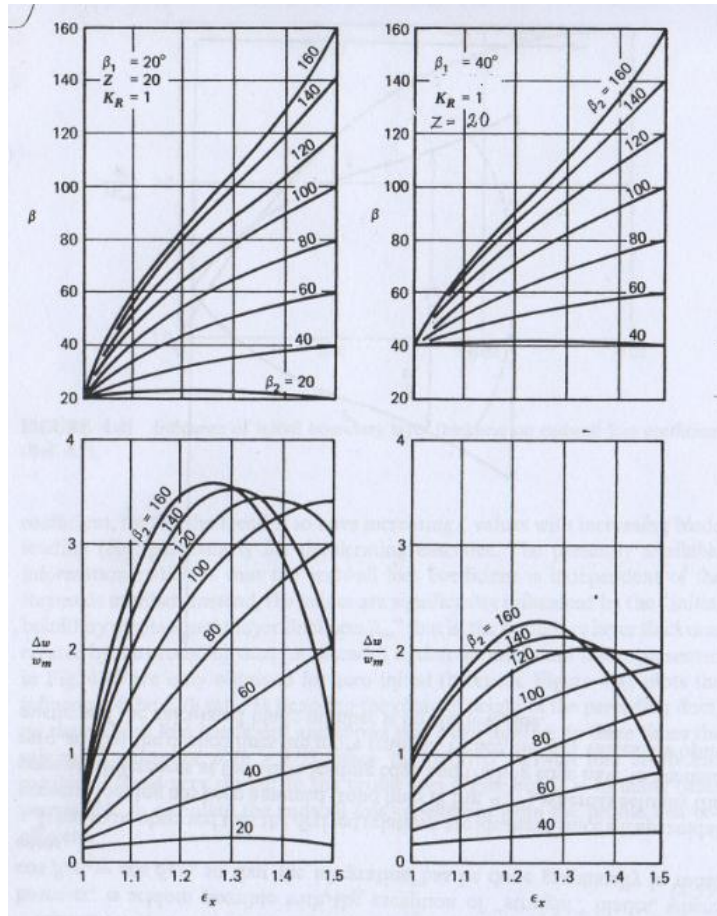


Figura 6.3/4.37 Valores típicos para el gradiente de velocidad meridional en rotores centrífugos. [43]

El gradiente de presión relativa determina la carga de presión del álabe. La diferencia de presiones a través del álabe del rotor es:

$$\Delta p = \frac{\gamma}{2g} (w_s^2 - w_p^2) \tag{6.7}$$

Donde  $w_s^2$  denota la velocidad en la superficie del lado de succión y  $w_p^2$  la velocidad en la superficie en el lado de presión.

Introduciendo:

$$w_s = w_m + 0.5\Delta w$$

y

$$w_p = w_m - 0.5\Delta w$$

El resultado para la diferencia de presiones es:

$$\Delta p = \frac{\gamma}{2g} (2w_m \Delta w) \quad (6.8)$$

De estos datos, se puede calcular el torque:

$$T = Z_R \int_{r_1}^{r_2} (\Delta p b r) dr \quad (6.9)$$

Donde  $b$  denota el ancho del álabe (Fig. 6.4) y  $Z_R$  el número de álaves en el rotor.

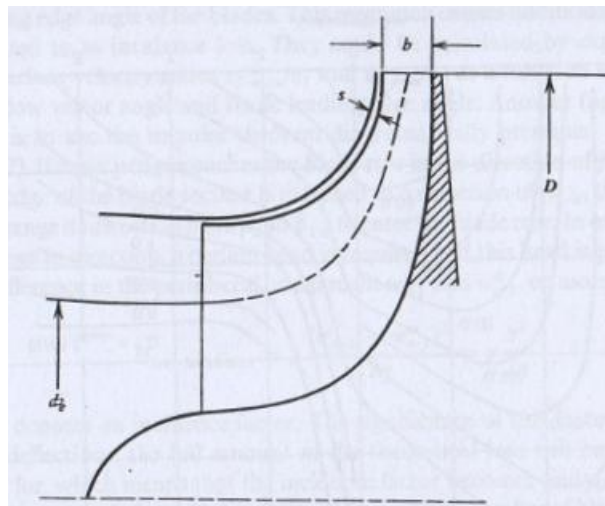


Figura 6.4/4.38 Notaciones para rotor centrífugo [1].

El torque también determina la carga ideal ya que:

$$H_{id} = \frac{\omega T}{W} = \frac{Z_R}{W} \int_{r_1}^{r_2} (\Delta p b r) dr \quad (6.10)$$

Asumiendo medio incompresible y una trayectoria de flujo con un valor constante de  $w_m$  (i.e.,  $R_0 = \infty$  y  $w_m = c_m$ ) resulta después de la integración:

$$H_{id} = \frac{\omega^2}{g} (r_2^2 - r_1^2) \quad (6.11)$$

Es importante observar que la ecuación anterior sólo puede ser válida en tanto que la velocidad en el lado de presión no se vuelva negativa. (Esto ocasionaría flujo en retroceso y perjudicaría la validez de las suposiciones de flujo potencial.) Por lo tanto el límite de integración es  $\Delta w/w = 2 = (\Delta w/w)_{lim}$  o:

$$r_2 = \frac{(\Delta w/w)_{lim} Z_R c_m}{4\pi\omega} \quad (6.12)$$

Cuando introducimos la ecuación 6.4 en la 4.45, la 6.2 en la 6.11 y se expresa  $H_{id}$  mediante un coeficiente adimensional, el resultado es:

$$q_{i-R} = \frac{H_i}{u_2^2 / g} = \frac{(\Delta w/w)_{\text{lim}}^2 Z_R^2 \phi^2 (1 - 1/\varepsilon^2)}{16\pi^2} \quad (6.13)$$

Con esta ecuación puede determinarse el número mínimo de álabes del rotor para una bomba con  $\beta_2 = 90^\circ$  y operando sin pre arremolinamiento. Para el caso ideal  $q_{i-R} = q_{th} = 1$  y con  $(\Delta w/w)_{\text{lim}} = 2$

$$Z_R = \frac{2\pi}{\phi \sqrt{1 - 1/\varepsilon^2}} \quad (6.14)$$

Esto es, se incrementa el número de álabes decrementando el factor de flujo, para <<limitar la carga>>. Se pueden obtener relaciones similares para  $\beta_2 \neq 90^\circ$ . Sin embargo, una integración cerrada es raramente posible con la excepción de álabes rectos, donde  $\cos \beta_x r_x = \cos \beta_2 r_2$  así que la integración puede ser hecha gráficamente en la mayoría de los casos.

Se debe hacer la observación de que las relaciones derivadas son ideales ya que una carga de presión trapezoidal fue asumida (líneas sólidas en la fig. 6.5), mientras en realidad las diferencias de presión en el borde inicial y en el borde final tiene que ser cero, así que las líneas punteadas son más realistas. Por tanto, los valores de  $q_{i-R}$  son optimistas y el número calculado de álabes es subestimado. Las relaciones deducidas con base en una distribución de flujo potencial dan indicaciones válidas para el número deseado de álabes con un límite de carga en tanto la distribución de flujo potencial realmente se cumpla. Este no es siempre el caso en rotores de compresores debido a las <<tendencias de estratificación>> observadas en este tipo de rotor.

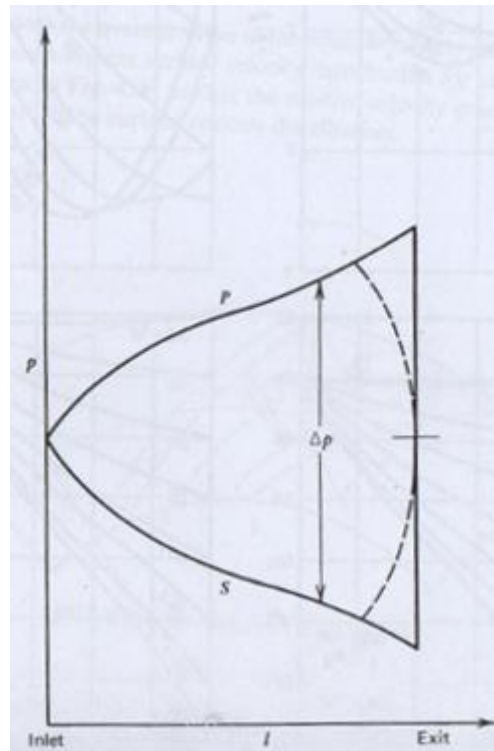


Figura 6.5/4.39 Diagrama de carga del álabe [1].

### 6.1.1 Deslizamiento en cascadas radiales

Si el impulsor estuviera compuesto de un número infinito de álabes infinitesimales, el flujo sería guiado perfectamente y el ángulo de salida del flujo sería el mismo que el ángulo de salida de los álabes. Incluso bajo condiciones ideales (sin fricción) el flujo relativo que sale del impulsor de un compresor o bomba no será guiado de forma perfecta por los álabes, sino que <<deslizará>>.

El factor de deslizamiento es una pieza de información muy importante ya que da una estimación exacta de la transferencia de energía entre el impulsor y el fluido.

En rotores de flujo radial y mixto, la desviación es frecuentemente definida en términos de un “coeficiente de deslizamiento”.

$$\mu^* = \frac{c_{u-2}}{c_{u-2-th}} \quad (6.15)$$

donde  $c_{u-2-th}$  denota el componente periférico de salida producido cuando el ángulo vector relativo del flujo de salida es igual al ángulo relativo de la salida del álabe del rotor. Aquí nuevamente un conocimiento detallado de la distribución del flujo en el canal del rotor se requiere para obtener valores precisos. Las dificultades en la obtención de información precisa en este aspecto se discuten en la sección 6.2.1. Muchas aproximaciones se ofrecen en la literatura. Stodola [38] argumenta que el flujo de salida del rotor tiene un arremolinamiento relativo debido al gradiente de presión relativo que rota con el vector de velocidad angular  $\omega$  contra la dirección de la rotación del rotor. Por lo tanto, la velocidad periférica absoluta a la salida del rotor es decrementada por este componente; esto es,  $c_{u-2} = c_{u-2-th} - c_u^*$  con

$$c_u^* = \omega R^* \quad (6.16)$$

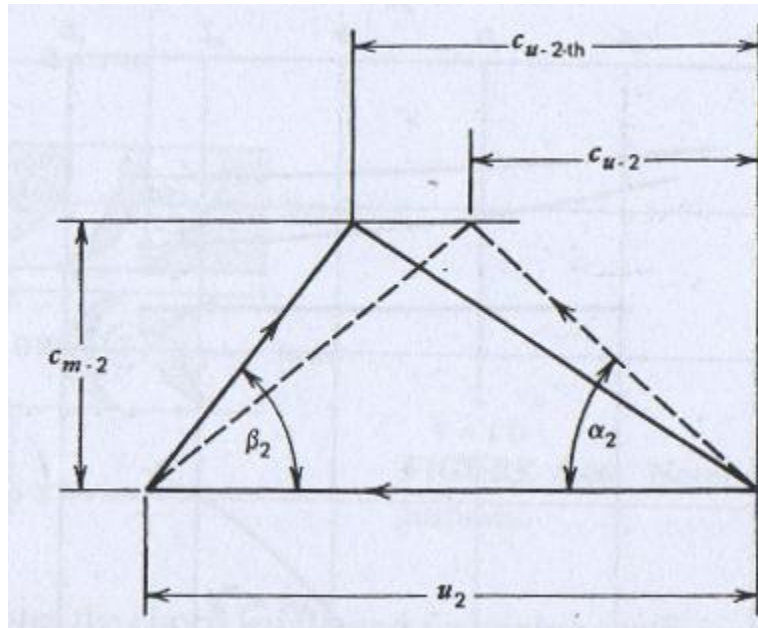


Figura 6.6/4.51 Vectores de velocidad a la salida del rotor para compresores centrífugos [1].

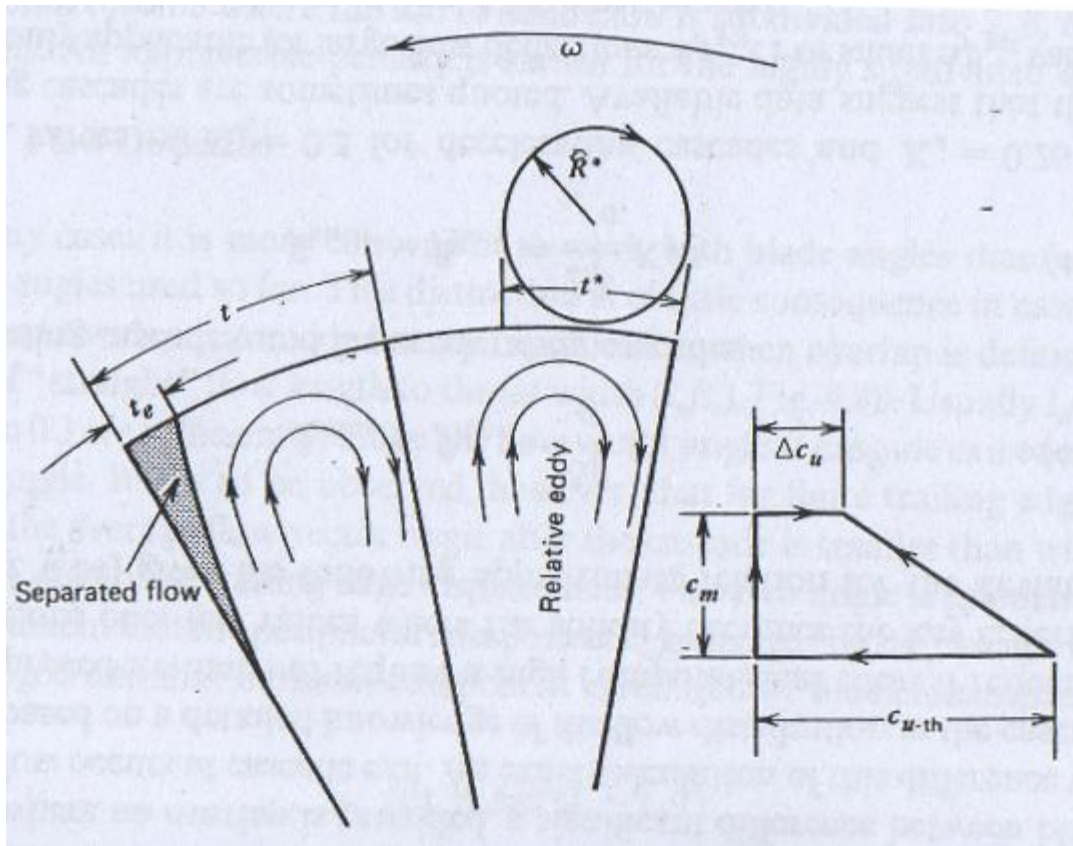


Figura 6.7/4.52 Influencia en el arremolinamiento relativo sobre el deslizamiento [1].

El radio  $R^*$  es igual a la mitad del paso (blade pitch) cuando el canal fluye lleno, esto es, cuando no ha ocurrido separación del flujo antes de la salida y cuando se asume que no hay bloqueo por capa límite. Este es el caso únicamente para un número extremadamente alto de número de álabes. Por tanto un factor de bloqueo  $t^*/t$  [1] tiene que ser usado; esto es:

$$R^* = \frac{D\pi}{Z_R} \sin \beta_2 \frac{t^*}{t} \quad (6.17)$$

La ecuación 6.16 asume un borde final de álabe recto y no toma en cuenta efectos de curvatura. Una aproximación para este efecto se obtiene escribiendo, en analogía con la ecuación 6.17, el componente de déficit periférico  $c_u^*$  en la forma ( $c_u^* = \frac{1}{4} \Delta w$ ).

$$\Delta c_u^* = \frac{\pi \sin \beta_2 u_2}{Z_R} \left( \frac{t^*}{t} - \frac{\phi_1 K_R D}{\sin \beta_2 R_0} \right) \quad (6.18)$$

$R_0$  denotando el radio de curvatura, como se muestra en la fig. 6.1. Con esta suposición, la relación para el deslizamiento es:

$$\mu^* = 1 - \frac{\phi_1 K_R (\Delta w/w) (t^*/t)}{4 \sin \beta_2 (1 - \phi_1 K_R \cot \beta_2)} \quad (6.19)$$

que se simplifica a:

$$\mu^* = 1 - \frac{\pi t^*}{Z_R t} \quad (6.20)$$

para  $\beta_2 = 90^\circ$  y por tanto  $R_0 = \infty$ . Extendiendo la ecuación 6.20 a diferentes ángulos de álabe, se llega a la aproximación:

$$\mu^* = 1 - \frac{\pi \sin \beta_2 t^*}{Z_R t} \quad (6.21)$$

El problema de aplicar la ecuación 6.20 es que  $t^*/t$  debe calcularse de un criterio de separación del flujo en el rotor; sin embargo, estos criterios son sólo tentativos. Valores de  $t^*/t = 0.7$  a  $0.8$  se presentan en la ref. [15].

Se han hecho muchos esfuerzos para obtener valores para el coeficiente de deslizamiento a partir de modelos de flujo precisos [1]. Asumiendo que los álabes del rotor son formados como espirales logarítmicas y aplicando argumentos de flujo potencial [39], el coeficiente de deslizamiento ha resultado ser encontrado como función del número de álabes, del ángulo de salida y de la relación de diámetros. Las relativamente complejas relaciones son aproximadas en la ref. [40] dando:

$$\mu^* = 1 - \frac{\sqrt{\sin \beta_{b-2}}}{Z_R^{0.7}} \quad (6.22)$$

para  $\varepsilon > \varepsilon_{\text{lim}}$  y

$$\mu^* = \left( 1 - \frac{\sqrt{\sin \beta_{b-2}}}{Z_R^{0.7}} \right) \left[ 1 - \left( \frac{(1/\varepsilon) - (1/\varepsilon)_{\text{lim}}}{1 - (1/\varepsilon)_{\text{lim}}} \right)^3 \right] \quad (6.23)$$

para  $\varepsilon < \varepsilon_{\text{lim}}$  con

$$\varepsilon_{\text{lim}} = \ln^{-1} \frac{8.16 \sin \beta_{b-2}}{Z_R}$$

Una concordancia razonable de estas relaciones con evidencia experimental es expuesta en la ref. [40].

Otra formulación es presentada en la ref. [15].

$$\mu^* = \frac{1}{1 + (\pi/2) \sin \beta_{b-2} / [Z_R (1 - 1/\varepsilon)]} \quad (6.24)$$

Se presenta una comparación de los datos obtenidos de esta relación y de las ecuaciones 6.21 y 6.23 en la figura 6.13 la cual muestra casi valores idénticos para grandes razones de diámetros pero diferencias significativas para bajas razones de diámetros.

Es importante notar que las ecuaciones 6.22 a la 6.24 no contienen el factor de flujo  $\phi_1$ , y ellas asumen que el factor de deslizamiento depende únicamente del ángulo de salida  $\beta_{b-2}$ , la razón de diámetros  $\varepsilon$  y el número de álabes. Esto significa que el factor de bloqueo  $t^*/t$  en la ecuación 6.20 se asume constante dada una geometría y es independiente de las condiciones de operación. Esto podría parecer sobre simplificador en vista del complejo mecanismo de flujo dentro y detrás del rotor que se reporta en las refs. [41, 42 y 43].



La información presentada sobre el factor de deslizamiento en la ref. [34] sugiere adicionalmente que el deslizamiento también es influenciado por las condiciones corriente abajo (en un difusor con o sin álabes). Esto lleva a las conclusiones que los fenómenos de deslizamiento son dominados por el proceso de desarrollo de la capa límite, que las relaciones citadas en las referencias [15] y [40] representan valores promedios, más aproximados cerca de la operación sin incidencia, y que valores más precisos sólo pueden ser esperados después de que el mecanismo de flujo cerca de la salida del rotor sea explorado de manera más completa.

Introduciendo el concepto de deslizamiento en la relación para el coeficiente de carga teórica, esto es, reemplazando el ángulo de salida del vector del flujo  $\beta_2$  por el ángulo de salida del álabe del rotor  $\beta_{2-b}$ , el resultado para el flujo de salida en compresores y bombas radiales es:

$$q_{th} = \mu^* + \phi_1 \left( \frac{\cot \alpha_1}{\varepsilon_e} - \mu^* \cot \beta_{2-b} K_R \right) \quad (6.25)$$

Stanitz por otra parte, aplicó <<métodos de relajación>> para resolver el campo de flujo potencial entre los álabes de ocho impulsores con ángulos de salida en la punta entre  $0^\circ$  y  $45^\circ$ . Concluyó que la velocidad de deslizamiento de salida era independiente del ángulo de la punta del álabe  $\beta_{2-b}$  y que sólo dependía del número de álabes [2]. También concluyó que los efectos de compresibilidad no afectaron el factor de deslizamiento. El factor de deslizamiento de Stanitz es [2]:

$$\sigma_s = 1 - \frac{0.63\pi / Z}{1 - \phi_2 \tan \beta_{2-b}} \quad (6.26)$$

Wiesner [70] da una revisión extensa de diversos factores de deslizamiento, la mayoría para compresores radiales (*i.e.*,  $\beta_2 = 90^\circ$ ), algunos para retrocurvados, todas esas expresiones se derivan de la teoría de flujo invíscido. Aunque la suposición invíscida está lejos de asemejarse al flujo real, los resultados siguen siendo buenos.

## **6.2 Compresores radiales**

Se usan normalmente dos tipos de rotor, el bidimensional y el tridimensional. El primero tiene menor costo de fabricación pero un mayor nivel de esfuerzos, particularmente la versión de doble envolvente. Hay varios métodos para diseñar álabes bidimensionales. Un método comparativamente simple es no poner álabes en la zona de cambio de dirección de axial a radial y localizar el borde inicial en el punto del flujo radial donde la velocidad es uniforme (línea sólida en la fig. 6.8a). Para ambos casos el diseño óptimo se encuentra de argumentos de capa límite, sin embargo, los efectos de estratificación y la distribución de velocidad relativa tienen un profundo impacto en el desarrollo de la capa límite.

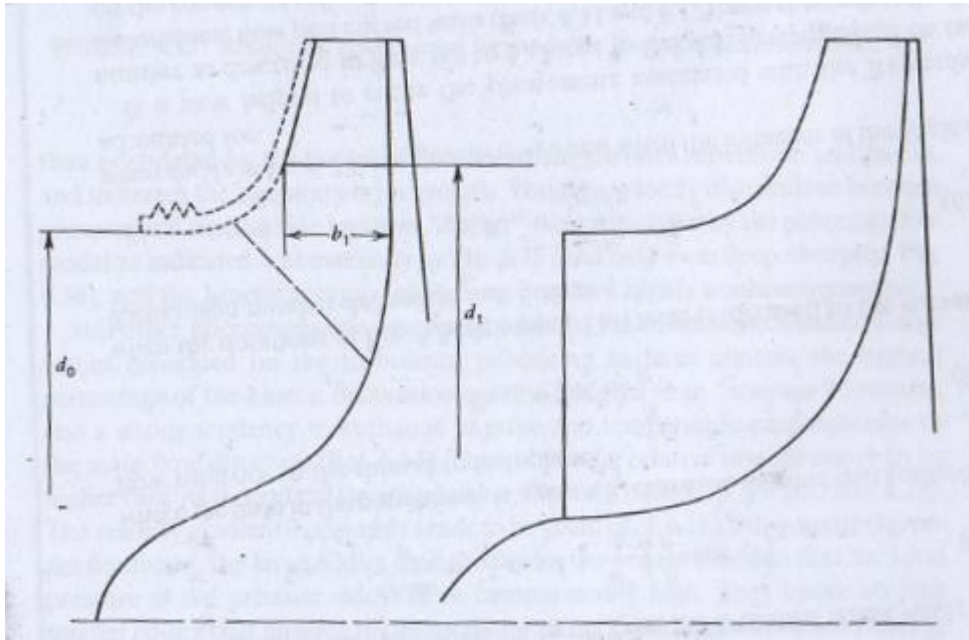


Figura 6.8 Diseños típicos de rotores centrífugos [1].

### 6.2.1 Efectos de estratificación de flujo

Aunque los efectos de turbulencia no han sido completamente explorados, se sabe que cambian los patrones de flujo y la estabilidad del crecimiento de la capa límite.

La velocidad en un punto particular es fluctuante, formada por partículas de alta y baja velocidad. Del gradiente de presión ec. 6.27 se deriva la ec. 6.29 donde aparece el número de Richardson. Este número gobierna la distribución del flujo y el desarrollo de la capa límite entre las paredes de presión y succión del canal del rotor.

$$\frac{dp/da}{\rho} = \frac{w^2}{R_0} - \frac{u^2}{r} \sin \delta \cos \beta + 2\omega w \sin \delta \quad (6.27)$$

Reacomodando:

$$\frac{dp/da}{\rho} = \frac{w^2}{a} \left( \frac{a}{R_0} + \frac{2a\omega}{w} \sin \delta \right) - \omega^2 r \sin \delta \cos \beta \quad (6.28)$$

$$\frac{\Delta w}{w} = \frac{a}{R_0} + \frac{2a\omega}{w} \sin \delta = Ri_{SP} \quad (6.29)$$

donde el término en paréntesis es el gradiente de velocidad relativa, el término  $\delta$  es añadido para cubrir los rotores de flujo mixto y la porción mixta del flujo de los rotores centrífugos. Este término es conocido como el número de Richardson  $Ri_{SP}$ .

Investigaciones en flujo bidimensional pasadas las paredes curvas han mostrado que el flujo en el lado convexo  $Ri_C > 0$  es estabilizado (laminarizado) y la turbulencia tiende a suprimirse. En el lado cóncavo  $Ri_C < 0$  es desestabilizado. En el lado convexo, la turbulencia decae en la sección inicial de la curva pero aumenta de nuevo corriente abajo. Existen relaciones observables entre el número de Reynolds crítico y el número de Richardson. El efecto de rotación es similar al efecto de curvatura, el flujo en el lado de presión se desestabiliza pero es estabilizado en el lado de succión.

Las partículas en determinado radio en la trayectoria de flujo están en equilibrio sólo para una velocidad. Partículas que vayan más rápido que la velocidad promedio se moverán hacia el lado de presión/lado cóncavo. Las que vayan más lento se acumularán en el lado de succión/convexo (región de baja presión). El “multiplicador” de este efecto es el número de Richardson  $Ri_{sp}$ . Estos efectos se muestran en la fig. 6.9.

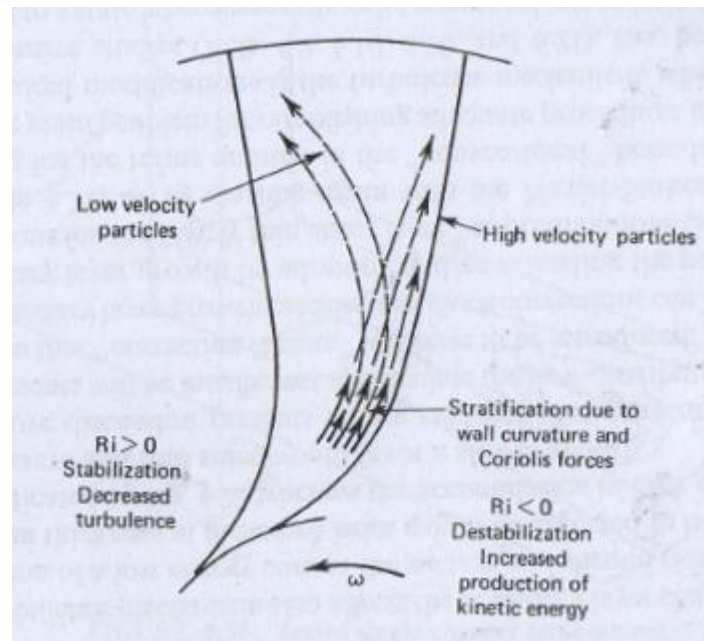


Figura 6.9 Desarrollo del flujo en el rotor para números moderados de Richardson [25].

El perfil de velocidades resulta más plano que lo que predice el flujo potencial debido a la contribución de la energía de las partículas en el lado de presión y succión que acelera y retrasa la velocidad de corriente libre. A su vez, el crecimiento de la capa límite se retrasa en el lado de presión y se acelera en el lado de succión.

Existe otro fenómeno asociado a la turbulencia. La generación de remolinos. En los grandes remolinos formados en las superficies productoras de turbulencia existe la mayor fluctuación de energía cinética, más alta que la presión promedio y con una tendencia a intercambiar impulso y calor de forma perpendicular a la dirección principal de flujo. Ya que son dominantes las fuerzas inerciales, los remolinos grandes se tienden a agrupar en la superficie de presión, mientras que cuando se rompen en remolinos menores, éstos tienden a agruparse en la superficie de succión. La fluctuación de energía cinética se disipa como calor ocasionando que la temperatura total sea mayor a la teórica promedio y la presión total menor. En resumen: el cambio en la fluctuación de la energía ocasiona una pérdida no encontrada usualmente en cascadas axiales. Estas desviaciones se incrementan a mayores números de Richardson.

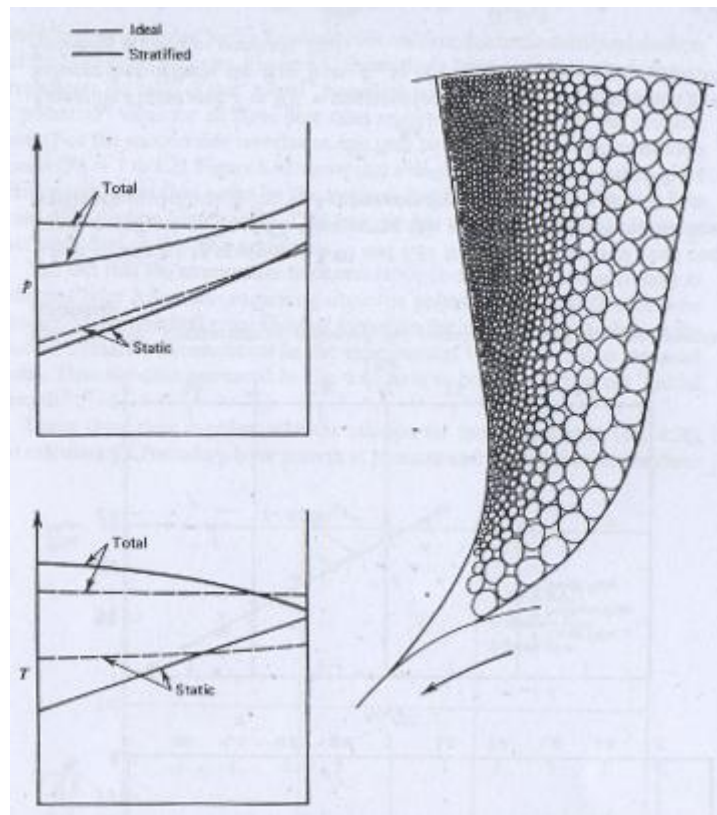


Figura 6.10 Desarrollo de turbulencia en canales rotativos [1].

Cuando el número de Richardson es aún más alto, cambios más drásticos en la distribución del flujo se disparan. Lo anteriormente expuesto es evidencia de la insuficiencia del modelo de flujo potencial para calcular las distribuciones de flujo en canales que rotan y tienen que ser introducidos “factores de corrección” lo anterior también aplica para las predicciones de crecimiento de capa límite. No se tienen relaciones numéricas generalmente válidas. La herramienta más poderosa para analizar el flujo turbulento es el análisis dimensional [67] y el número de Richardson un parámetro clave para la distribución de flujo, estratificación, capa límite y la evaluación de datos en canales rotatorios en términos de estos parámetros podrían arrojar información significativa.

Pueden obtenerse relaciones explícitas para el deslizamiento cuando la forma de los álabes es simple (como álabes rectos), las relaciones para formas más complejas, por ejemplo álabes curvados hacia atrás deben obtenerse de una integración gráfica o computarizada de las relaciones pertinentes. El prerequisite para la precisión es una colección más completa de datos en los mecanismos de turbulencia en canales rotativos.

Como es de esperarse, se necesitan también términos de corrección (de uno o dos parámetros) para la predicción del crecimiento de la capa límite por el efecto asociado con las partículas de alta y baja energía explicado anteriormente. La figura 6.11 muestra una correlación de dos parámetros para la corrección de espesor de momentum referido de capa límite. Para el lado de succión puede esperarse esa correlación hasta el punto de separación ( $Ri = 1$  a  $1.2$ ). Usando estos datos con la relación para el factor de forma para calcular el crecimiento de la capa límite (ec. 4.28) en [1] para las 3 razones de flujo reportadas en [68] también se encuentra una razonable predicción para el punto de separación. La tendencia general es que  $Ri$  aumenta con la longitud de la trayectoria de flujo y la separación ocurre para  $Ri$  de 0.9 a 1.2. Sin embargo cierta cantidad de flujo separado puede ser admisible. La información anterior es preliminar y otros parámetros, por ejemplo, el ángulo del álabe. Sin embargo los estudios en general indican que el número de

Richardson es el parámetro de control principal del flujo en rotores centrífugos. Además el número de Richardson puede usarse para expresar la diferencia entre el flujo potencial y el flujo real, además del crecimiento real de la capa límite.

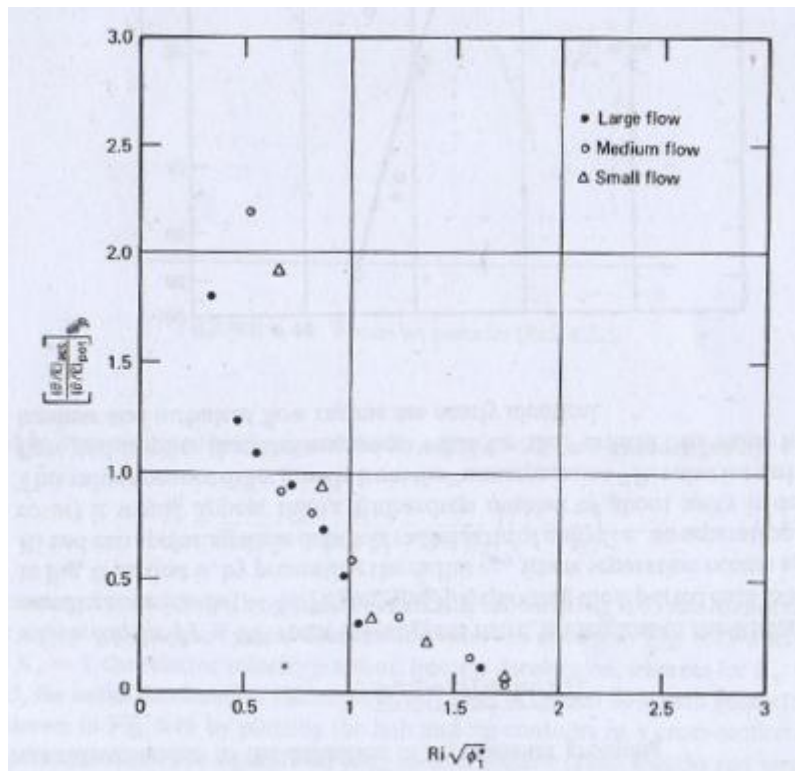


Figura 6.11 Correlación de dos parámetros para el espesor del momentum de capa límite [1].

En la superficie de succión se formarán núcleos de baja energía cuando se comience a separar la capa límite. Para altas cargas de álabe su área será importante porcentualmente y se descargará un chorro de estela fuera del rotor.

### 6.2.2 Trayectoria de flujo con balance de presión para rotores de flujo mixto

Un método conveniente de diseñar el álabe, eje y forma de la envolvente de un rotor de flujo mixto es usar el principio de la trayectoria con “balance de presión” [1].

El gradiente perpendicular a la dirección de flujo (gradiente de presión transversal) sigue la relación:

$$\frac{dp}{dn} = \frac{\gamma}{g} \left( \frac{c_u^2}{r} \cos \delta - \frac{c_m^2}{R_m} \right)$$

Las mínimas pérdidas del rotor se obtienen para una trayectoria donde el gradiente transversal de presión es cero. Una relación del radio de curvatura deseado es:

$$\frac{c_m^2}{R_m} = \frac{c_u^2}{r} \cos \delta$$

Donde  $c_u$  denota el componente absoluto del flujo en la dirección periférica. Examinando con mayor detalle la relación, resulta que el radio de curvatura deseado  $R_m$  empieza axialmente y termina radialmente y es infinito en el borde inicial y en el borde final. Esta información puede ser usada para diseñar el contorno de los rotores radiales (más detalles se encuentran en [1]).

El énfasis principal del método es mantener nulo el gradiente de presión a lo largo de los planos ortogonales a las líneas de corriente para evitar esfuerzos cortantes en la capa límite. Dos variables libres quedan para calcular la trayectoria de flujo: el exponente de desaceleración que controla la tasa de desaceleración y  $K_H$  que controla el cambio en el ángulo de flujo con la longitud de trayectoria recorrida. Se presentan tendencias numéricas en la geometría de acuerdo a estos principios en [1].

### 6.2.3 Pérdidas por recirculación

Se pueden obtener tendencias de comportamiento para trayectorias de flujo en el rotor con balance de presión. El parámetro de interés es el número de Richardson de salida  $Ri_{ex}$  (calculado para flujo potencial). Una distribución de flujo razonablemente buena se obtiene para  $Ri_{ex}$  entre 1 y 1.3. El límite inferior indica un diseño conservativo, con exceso de fricción en las superficies; el límite superior está más cercano a la separación (usualmente la trayectoria más eficiente) con una notable estela. El vector de salida es no uniforme pero tolerable si el inicio del álabe del difusor se coloca a una razón de radios de 1.1 del álabe final del rotor. Para mayores valores del número de Richardson de salida se presenta un flujo altamente estratificado, altos gradientes de presión y un régimen con estelas de importancia. En estas condiciones se presenta recirculación del flujo. Esta recirculación contribuye poco con el aumento de presión y se considera como pérdida. Ya que la causa aparente es la estratificación, puede asumirse que el valor característico predominante para cuantificar estas pérdidas es el número de Richardson de salida.

### 6.2.4 Eficiencia del rotor

Habiendo determinado la geometría del rotor y las velocidades relativas en la trayectoria de flujo, se puede calcular el crecimiento de capa límite con los argumentos de 6.2.1 (Influencias del número de Richardson) Calculando el espesor de momentum referido a la salida del rotor para las cuatro superficies del canal, el coeficiente de pérdida se calcula de la ec. 3.26 para las pérdidas de perfil y para las de pared, luego el coeficiente de pérdida de carga  $q_{ad-R}$ .

En el cálculo de los coeficientes de pérdida deben tomarse en cuenta los efectos del número de Richardson (Sec. 6.2.1) Las correcciones derivadas para la capa límite son aplicables sólo hasta el punto de separación. En este punto se empieza a formar un núcleo de baja energía. Las partículas de este núcleo han disipado su energía de fluctuación en forma de calor.

En rotores de flujo mixto de radios pequeños, la separación de la capa límite es disparada por el alto valor del número de Richardson en el lado de la envolvente.

Para números pequeños de álabe se tiene que considerar que el ángulo de flujo de la región de baja energía es distinto al ángulo de flujo del régimen de chorro (región de alta energía). Estos dos flujos generan pérdidas por mezcla que tienen que ser tomadas en cuenta en el difusor sin veletas.

Otra pérdida adicional es la generada por recirculación [1], con valores de  $Ri_{ex}$  mayores a 1.3, el flujo se vuelve cada vez más estratificado y tiene comparativamente grandes regímenes de estela y gradientes de presión. Se ha observado que bajo estas condiciones, <<bultos>> (*lumps*) de flujo saliendo del rotor con bajos valores de  $\alpha_2$  se <<partirán>> y regresarán al rotor. Este fenómeno no incrementa significativamente la presión y puede ser considerado como una pérdida adicional.

Se calculan eficiencias máximas para números de Richardson de salida de 1.2 a 1.5. Los datos se calculan observando el efecto del exponente  $K_e$  para la tasa de desaceleración de los ángulos relativos de flujo  $w_2/w_1$  en el rotor. Este exponente controla el radio de curvatura; esto es un factor determinante para el número de Richardson de envolvente a eje. Cuando un exponente grande se elige, el radio de curvatura se vuelve grande y el número de Richardson  $Ri_{SH}$  pequeño, así que se genera un área de fricción grande. Para bajos valores del exponente, el radio de curvatura se vuelve pequeño y el número de Richardson  $Ri_{SH}$  grande, así que una estratificación severa de envolvente a eje tiene que anticiparse, lo que causa una distribución de flujo desfavorable para la siguiente sección difusora. Se ha encontrado que los números locales de Richardson del eje a envolvente no deben superar valores de 0.8 a 1.4, lo que significa que el valor óptimo para el exponente de desaceleración decrece con menores ángulos de salida del rotor. Para obtener valores cercanos a los óptimos de ambos números de Richardson, no se calculó separación del lado de succión o de envolvente. Se tienen que escoger valores pequeños del número de Richardson de envolvente a eje para evitar separación de flujo del lado de la envolvente.

### 6.2.5 Difusor sin veletas

El concepto más simple de difusión en una máquina de flujo radial es aquella en la que la velocidad rotacional es reducida por un incremento en el radio (conservación de momentum angular) y el componente de velocidad radial es controlado por el área radial de flujo [2]. Claramente, para obtener una reducción útil en la velocidad el difusor sin veletas debe ser grande, lo cual resulta una evidente desventaja cuando el tamaño del compresor es importante.

Se da una expresión (ec. 6.30) para las pérdidas basada en la ecuación de Truckenbrodt, pero sólo es válida para un número bajo de Richardson de salida, para cargas mayores de álabe del rotor, la mezcla del régimen de estela con el de chorro tienen que ser tomados en cuenta, aumentando el coeficiente de pérdida.

$$H_{perdida} = \frac{c_3^2}{2g} \frac{(r_3/r_2 - 1)(\theta/l)_t(1 + \mu^2)}{\sin \alpha_m 4(b_2/D)} = \zeta_{VL} \frac{c_3^2}{2g} \quad (6.30)$$

### 6.2.6 Difusor con veletas

En un difusor con veletas, las veletas se usan para remover el arremolinamiento del fluido a una mayor tasa de la que es posible con un simple incremento en el radio, de ese modo reduciendo la longitud de la trayectoria del flujo y por tanto el diámetro. El difusor con veletas es ventajoso cuando un tamaño pequeño es importante. En muchas aplicaciones lo es y el diámetro total debe ser minimizado. Con un difusor con veletas la longitud del canal es crucial para fijar el tamaño final del compresor.

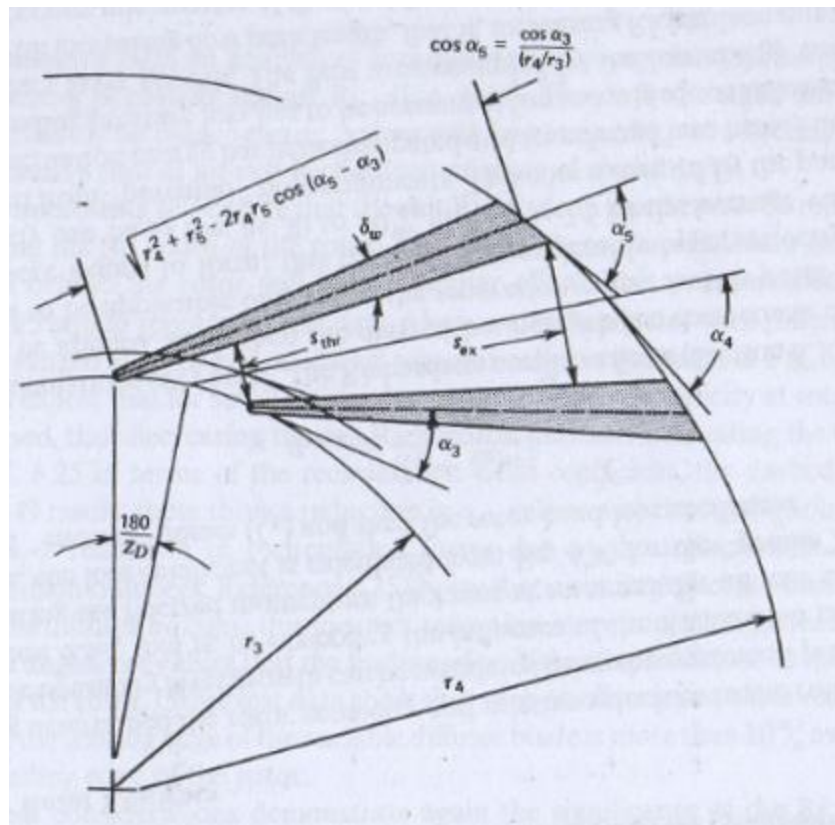


Figura 6.12 Esquema de difusor con veletas [1].

Clements y Artt (1998) [73] consideraron esto y realizaron una serie de experimentos enfocados en determinar la relación óptima de longitud de canal a la anchura  $L/W$ . Encontraron que en el compresor en el que experimentaron, incrementando  $L/W$  más allá de 3.7 no se produjo ninguna mejora, el gradiente de presión en ese punto siendo cero. Otro resultado significativo fue que el gradiente de presión en el canal del difusor cuando  $L/W > 2.13$  no fue mayor que el que pudo ser obtenido en un difusor sin veletas. Por tanto, removiendo por completo esa porción del difusor después de este punto llevaría a la misma recuperación de presión que con el difusor completo. El número de veletas en el difusor también tiene un efecto directo en la eficiencia y en el margen de *surge*. Generalmente es aceptado que es mejor tener menos veletas en el difusor que en el impulsor con el fin de lograr un rango libre de *surge*. Con muchos pasajes adyacentes en el difusor compartiendo el gas de un pasaje del impulsor, la distribución desigual de velocidad de ese pasaje resulta en pasajes del difusor sin flujo o en *choke*. Esta condición inestable lleva a retroceso del flujo y a *surge*.

Las pérdidas del difusor con veletas se calculan nuevamente con argumentos de capa límite a partir de la geometría del difusor. Se presentan detalles y datos típicos de los cálculos de las pérdidas así como recomendaciones geométricas en [1]. Se puede mejorar el desempeño usando cascadas en tándem y difusores tubulares o cónicos cuando el flujo descargado del rotor es altamente estratificado (altos números de Richardson).



### 6.2.7 Potencial de eficiencia para compresores y bombas

De las relaciones citadas, es calculada la eficiencia general de un compresor centrífugo para un número óptimo de Richardson  $Ri_{opt}$  y diferentes valores de la razón de diámetros del difusor, del rotor y ángulos de salida de álabe el rotor, pero  $Re^*$  y  $La^*$  constantes (Fig. 6.13). Con notación de la figura 2.1. Se muestra la influencia de la inclinación de los álaves en la eficiencia obtenible. Se establece  $\beta_1=30^\circ$  como un ángulo de entrada en la corriente media cercano al óptimo.

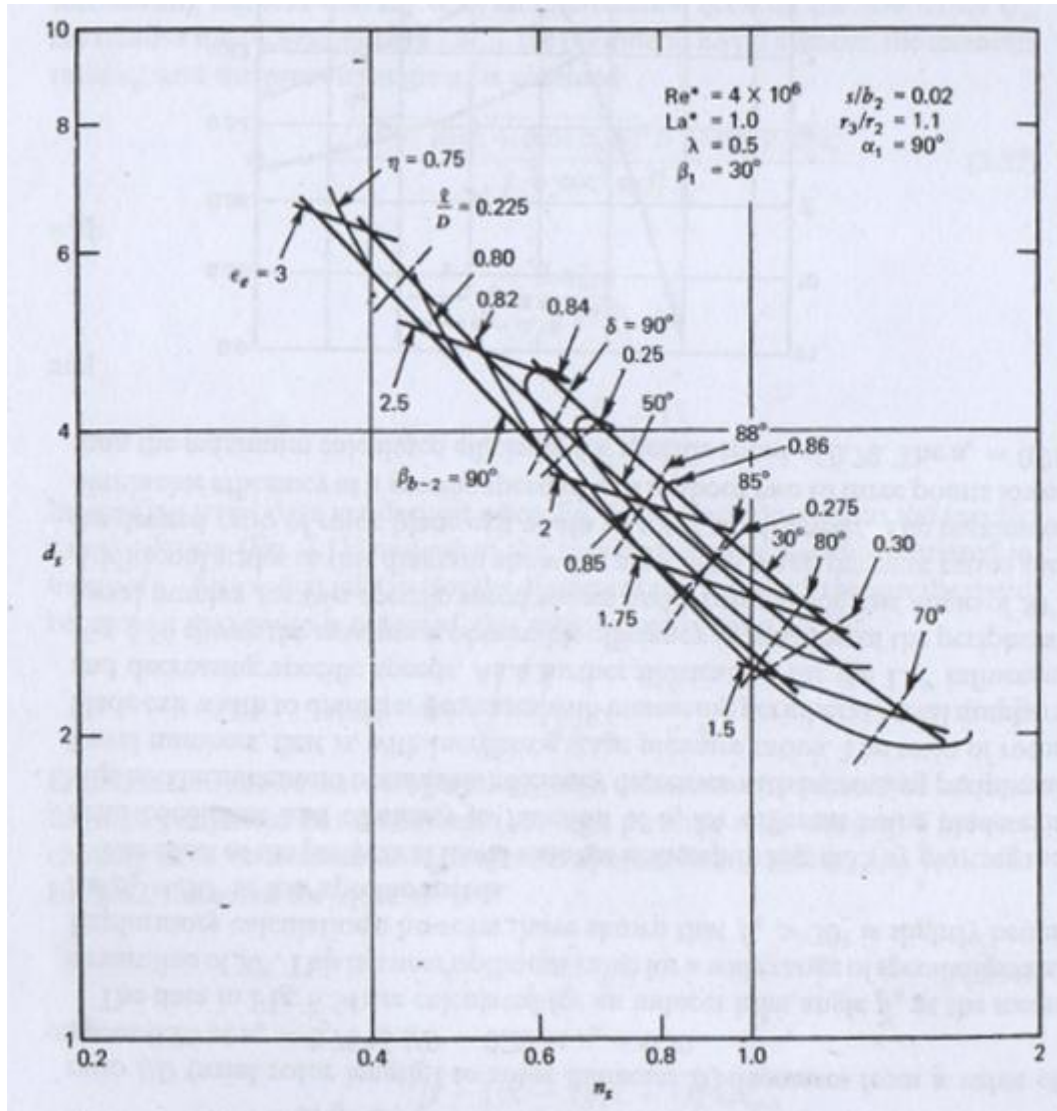


Figura 6.13 Diagrama  $n_s, d_s$  para compresores de flujo mixto [1].

En la figura 6.14 se observa el efecto del número periférico de Laval. A mayores números periféricos de Laval, menor la eficiencia máxima obtenible, esto es, con mayores relaciones de presión por etapa. Los datos de eficiencia máxima son calculados sin tomar en cuenta limitaciones geométricas y de la fig. 6.13 a la 6.15 son eficiencias <<total a estática>>. La diferencia con la eficiencia total a total puede ser significativa dependiendo del número de Mach de salida. Fig 6.16.

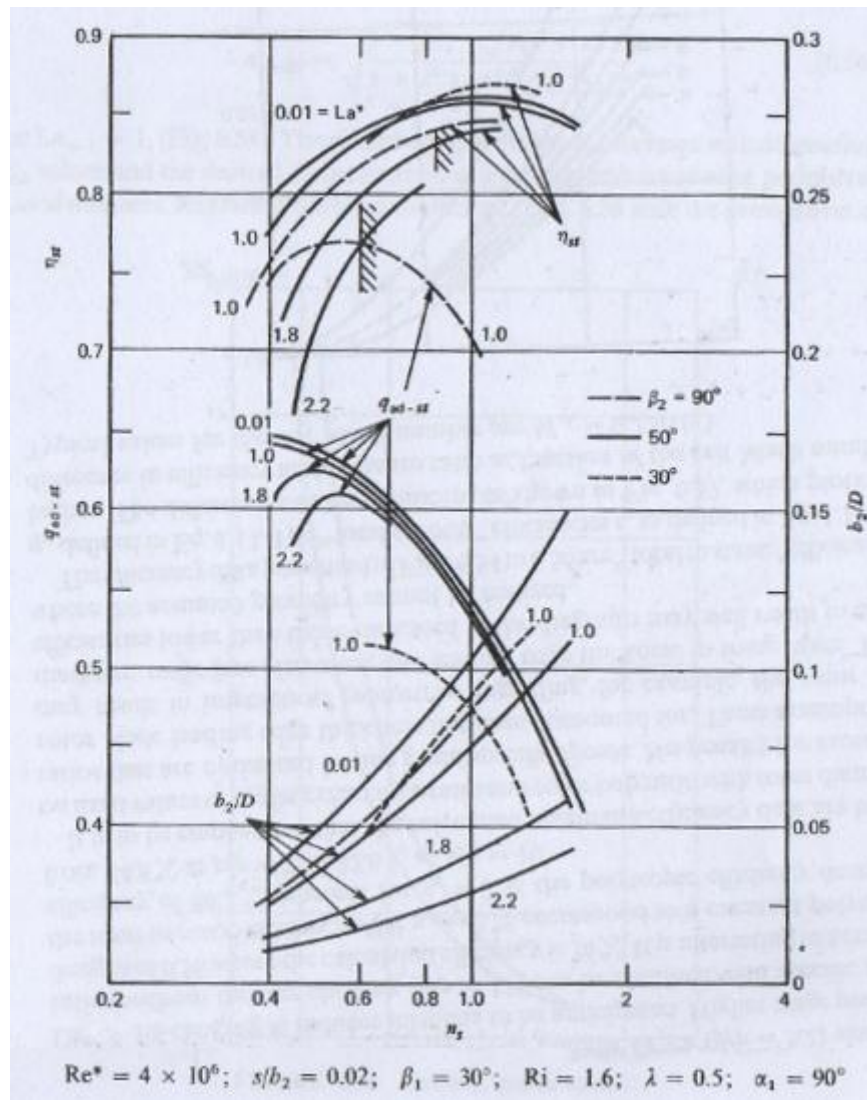


Figura 6.14 Influencia del número periférico de Laval en la eficiencia [1].

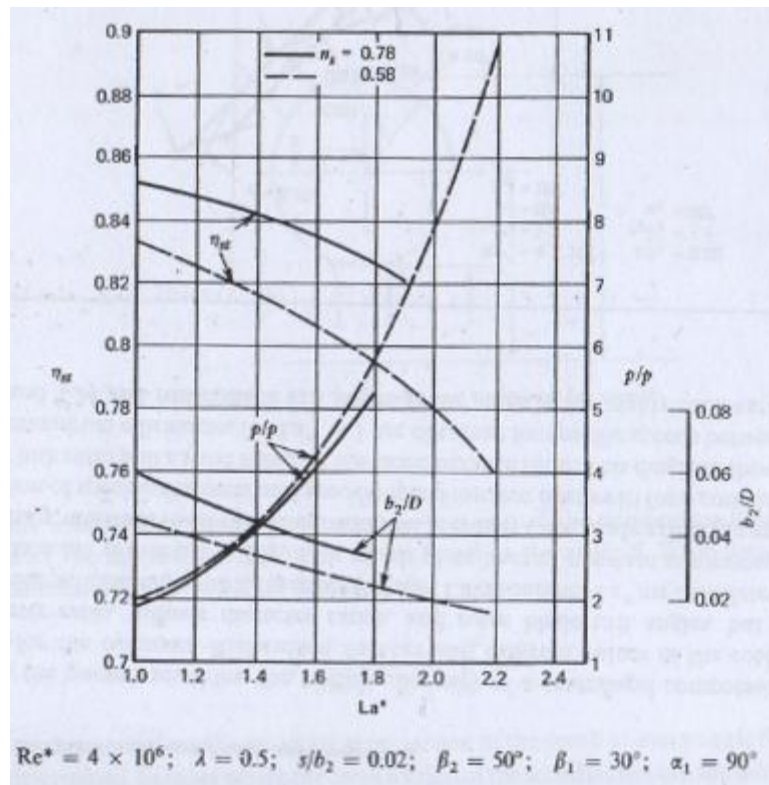


FIG. 6.15 Efecto del número periférico de Laval y la velocidad específica [1].

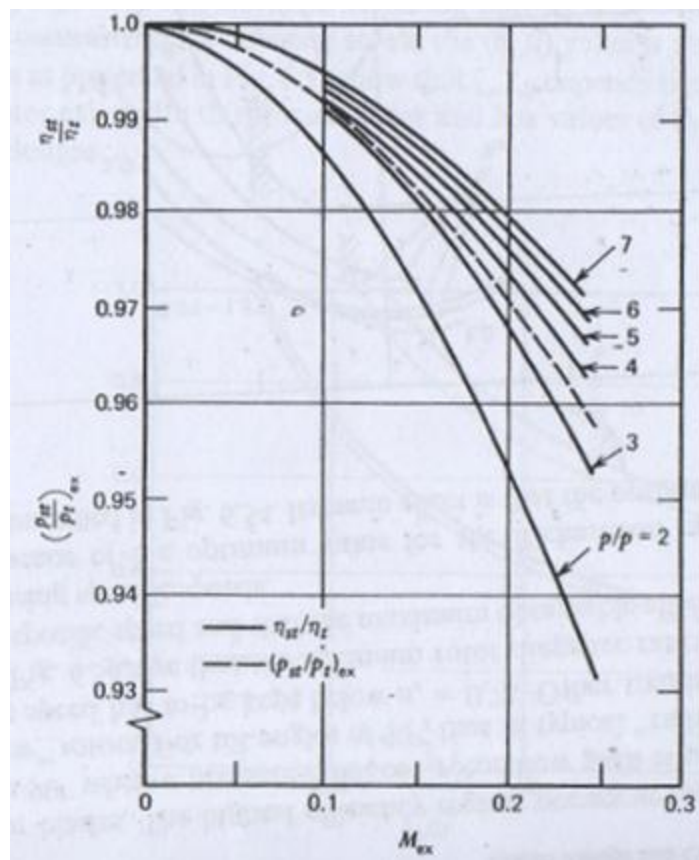


Figura 6.16 Influencia del número de Mach de salida del difusor sobre la carga y la eficiencia [1].

### 6.2.8 Límite de velocidad específica para rotores de flujo mixto

Para diseños de alta velocidad específica el componente axial de flujo en la entrada de rotores tridimensionales puede ser muy alta y puede llevar a *choking*. El límite puede ser determinado considerando la interrelación del número relativo de Laval  $La_{w-1}^*$  con la geometría del rotor.

Las relaciones se presentan en las ecs. 6.31 y 6.32, el desarrollo se presenta en [1]; éstas representan una velocidad que no debe ser excedida. Para  $\alpha_1 = 90^\circ$  :

$$n_{s-\max} = \sqrt{\frac{1-\lambda^2}{1+\lambda^2}} \frac{\sqrt{\pi(1+\kappa)}}{La^{*1.5} \sqrt[4]{6.75q_{ad}^{3/4}}} \quad (6.31)$$

Para  $La_{w-1} = 1$ , (Fig. 6.17). La velocidad específica máxima se incrementa con menores valores de  $q_{ad}$  y la razón de diámetros deseada  $\varepsilon_e$  aumenta a mayores números periféricos de Laval.

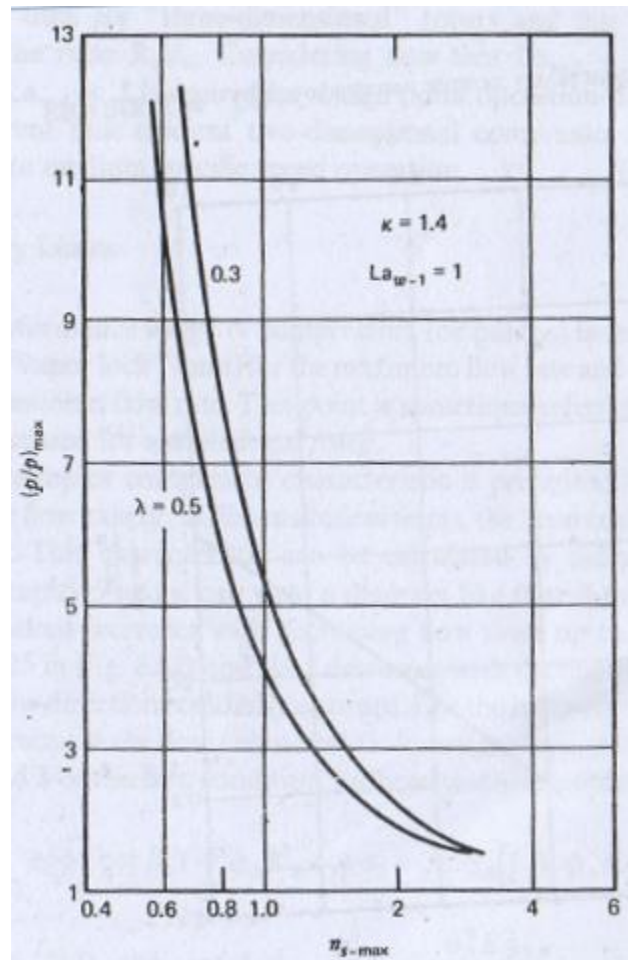


Figura 6.17 Velocidades específicas limitantes [1].

De manera equivalente:

$$n_{s-\max} = \sqrt{\frac{1-\lambda^2}{1+\lambda^2}} \frac{\sqrt{\pi(1+\kappa)} [2(\kappa-1)/(\kappa+1)]}{\sqrt[4]{6.75} [r_p^{(\kappa-1)/\kappa} - 1]^{0.75}} \quad (6.32)$$

Para  $La_{w-1}^* < 1$ , un factor de corrección se calcula comparando las ecs 6.31 y 6.32. Valores típicos se muestran en la fig. 6.18.

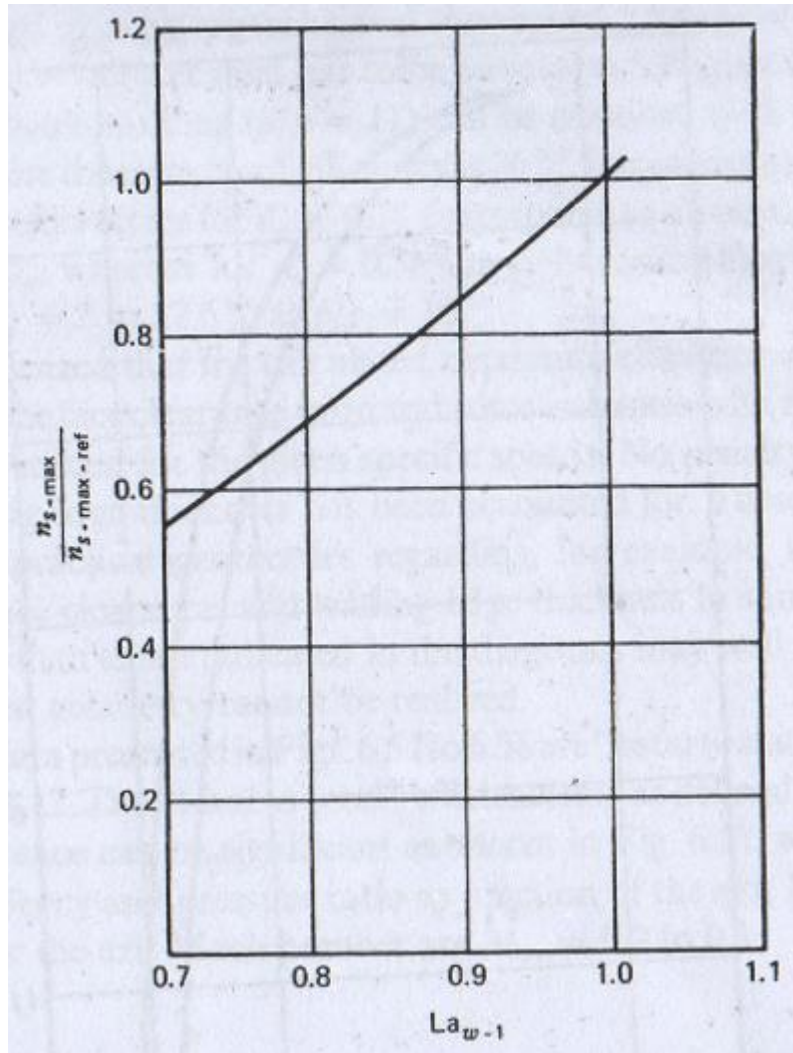


Figura 6.18 Efecto de número relativo de Laval en el inductor [1].

### 6.2.9 Limitaciones de velocidad específica para rotores bidimensionales

Un valor aerodinámico limitante es el número relativo de Laval  $La_{w-1}^*$  a la entrada del rotor. De la ec. 6.33 y de la suposición de que en la zona de cambio de dirección entre la salida del tubo de admisión de flujo y la entrada del rotor no hay aceleración ni desaceleración, para  $\alpha_1 = 90^\circ$ , se obtiene en [1] una velocidad específica limitante (Ec. 6.34). Esta velocidad específica máxima siempre es menor que para un rotor tridimensional y su relación depende de la razón  $R_i/d_0$ . Ya que  $La_{w-1}^* = 1$  es una limitación y  $La_{w-1}^* < 1$  es deseable para el punto de operación es aparente que los compresores bidimensionales están restringidos a una operación de velocidades específicas bajas a medias.

$$n_s = \frac{\sqrt{\pi\phi_1}}{\varepsilon q_{ad}^{0.75} [1 + 2(R_i/d_0)]} \quad (6.33)$$

$$n_{s-\max} = \left( \frac{La_{w-1}}{La^*} \right)^{1.5} \frac{\sqrt{\pi}}{[1 + 2(R_i/d_0)] \sqrt{1.5(1 - La_{w-1}^2(\kappa - 1)/(\kappa + 1))^4 \sqrt{3} q_{ad}^{3/4}}} \quad (6.34)$$

Comparando las ecs. 6.34 y 6.35 resulta que:

$$\left( \frac{n_{s-2D}}{n_{s-3D}} \right)_{\max} = \sqrt{\frac{1 + \lambda^2}{2(1 - \lambda^2)}} \frac{1}{1 + 2(R_i/d_0)} \quad (6.35)$$

Lo que muestra que la velocidad específica máxima para dos dimensiones es siempre más pequeña que la correspondiente a tres dimensiones.

### 6.2.10 Relación de presiones máxima obtenible

Consideremos un compresor centrífugo sin arremolinamiento en la entrada, comprimiendo un gas perfecto. La transferencia de energía es:

$$\Delta W = \dot{W}_c / \dot{m} = h_{02} - h_{01} = U_2 c_{\theta 2}$$

La eficiencia total a total es:

$$\begin{aligned} \eta_c &= \frac{h_{03ss} - h_{01}}{h_{03} - h_{01}} = \frac{c_p T_{01} (T_{03ss}/T_{01} - 1)}{h_{02} - h_{01}} \\ &= c_p T_{01} (T_{03ss}/T_{01} - 1) / U_2 c_{\theta 2} \end{aligned} \quad (6.36)$$

La razón de presiones general es

$$\frac{p_{03}}{p_{01}} = \left( \frac{T_{03ss}}{T_{01}} \right)^{\gamma/\gamma-1} \quad (6.37)$$

Sustituyendo (6.36) en (6.37) y notando que  $c_p T_{01} = \gamma R T_{01} / (\gamma - 1) = a_{01}^2 / (\gamma - 1)$ , la relación de presiones se vuelve

$$\frac{p_{03}}{p_{01}} = \left[ 1 + \frac{(\gamma - 1) \eta_c U_2 c_{r2} \tan \alpha_2}{a_{01}^2} \right]^{\gamma / (\gamma - 1)} \quad (6.38)$$

Para el triángulo de velocidades a la salida del impulsor,

$$\phi_2 = c_{r2} / U_2 = (\tan \alpha_2 + \tan \beta_2)^{-1}$$

Luego entonces,

$$\frac{p_{03}}{p_{01}} = \left[ 1 + \frac{(\gamma - 1) \eta_c U_2^2 \tan \alpha_2}{a_{01}^2 (\tan \alpha_2 + \tan \beta_2)} \right]^{\gamma / (\gamma - 1)} \quad (6.39)$$

Alternativamente y ya que  $c_{\theta 2} = \sigma c'_{\theta 2} = \sigma (U_2 - c_{r2} \tan \beta'_2)$ , luego

$$\frac{p_{03}}{p_{01}} = \left[ 1 + (\gamma - 1) \eta_c \sigma (1 - \phi_2 \tan \beta'_2) M a_u^2 \right]^{\gamma / (\gamma - 1)} \quad (6.40)$$

Donde  $M a_u = \frac{U_2}{a_{01}}$  se define como número de Mach de álabe.

## VII                      **Análisis**

### **7.1) Ubicación en el diagrama compresor mabe-Sanyo C-BZN100L2G**

A partir de la hoja de datos del compresor recíprocante C-BZN100L2G utilizado en un ciclo de refrigeración doméstica se obtienen los siguientes parámetros:

#### **1.-APPLICATION**

EVAPORATING (°C)	<b>-35~-5</b>
REFRIGERANT	<b>R134A</b>
COMPRESSOR COOLING METHOD	<b>NATURAL CONVECTION</b>

#### **2.-RATED PERFORMANCE**

CAPACITY KCAL/H (BTU/H)	<b>119 ±5% (472 ±5%)</b>
INPUT (W)	<b>99 ±5%</b>
CURRENT (A)	<b>0,891±5%</b>
EER  KCAL/W-HR (BTU/W-HR)	<b>1,20 (4,8)</b>
NOISE dB(A)	<b>42 MAX.</b>
STARTABILITY (V) 6 KG/CM <sup>2</sup> EQ. PRESS	<b>97 (V) MIN.</b>

#### **RATING CONDITIONS**

EVAPORATING TEMP. (°C)	<b>-23,3</b>
CONDENSING TEMP. (°C)	<b>54,4</b>
SUCTION GAS TEMP. (°C)	<b>32,2</b>
LIQUID TEMP. (°C)	<b>32,2</b>
AMBIENT TEMP. (°C)	<b>32,2</b>

#### **3.-COMPRESSOR**

DESING	<b>RECIPROCATING 1-CYLINDER</b>
BORE (Ø MM)	<b>21,0</b>
STROKE (MM)	<b>13,0</b>
DISPLACEMENT (C.C./REV)	<b>4,5</b>
SUCTION LINE CONNECTION (Ø ID MM)	<b>6,55</b>
DISCHARGE LINE CONNECTION (Ø ID MM)	<b>4,9</b>
OIL ALF 15S2T OIL ICI RL 10H OIL JOMO FREOL ALPHA 10E (C.C.)	<b>280±10</b>
WEIGHT (INCLUDING OIL KGS.)	<b>8,0</b>

Figura 7.1 Datos de compresor recíprocante C-BZN100L2G



De los parámetros anteriores se calculan los estados del ciclo simple de compresión de vapor que se muestran en la figura 7.2 por medio de puntos del 1 al 4

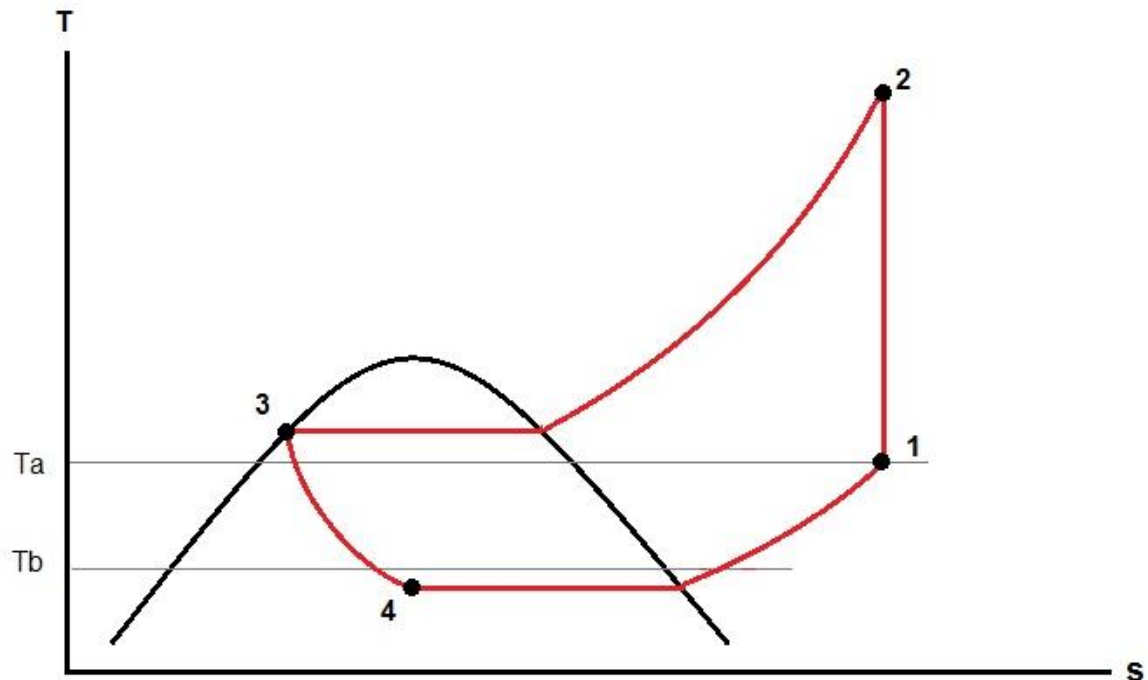


Figura 7.2 Diagrama T-s para un ciclo simple (e ideal) de compresión de vapor

De la hoja de datos se tiene:

(Refrigerante 134a en tablas de [74];  $T$ , °C;  $P$ , bar;  $h$ , KJ/kg;  $s$ , kJ/kgK,  $\nu = \text{m}^3/\text{kg}$ ,  $\rho = \text{kg}/\text{m}^3$ )

$$T_1 = 32.2$$

$$T_3 = 54.4 \text{ de tablas de saturación: } P_3 = 14.7072$$

$$T_4 = -23.3 \text{ de tablas de saturación: } P_4 = 1.1521$$

### Estado 1

$$P_1 = P_4 = 1.1521 \quad \text{de tablas de vapor} \quad h_1 = 280.4251$$

$$T_1 = T_{amb} = 32.2 \quad \text{sobrecalentado:} \quad s_1 = 1.1074$$

$$\nu_1 = 0.217$$

$$\rho_1 = 4.6082$$

**Estado 2**

$$P_2 = P_3 = 14.7072 \quad \text{de tablas de vapor} \quad T_2 = 113.3275$$

$$s_2 = s_1 = 1.1074 \quad \text{sobrecalentado:} \quad h_2 = 344.7691$$

$$v_2 = 0.0188$$

$$\rho_2 = 53.036$$

**Estado 3**

$$T_3 = 54.4 \quad \text{de tablas de saturación} \quad h_3 = h_f|_{T_3} = 128.39$$

**Estado 4**

$$h_4 = h_3 = 128.39$$

**Flujo másico**

A partir del desplazamiento  $S_t$  (*Stroke*) que se obtiene de la hoja de datos, se calcula el flujo másico a partir de la relación:

$$\dot{m} = \rho_{prom} \dot{V} = \rho_{prom} N S_t A \quad \text{donde} \quad A = \pi \phi^2 / 4$$

$\rho_{prom}$  es la densidad promedio

$N$  son los ciclos de compresión por minuto

$\phi$  es el diámetro del pistón

De lo anterior resulta:

$$\dot{m} = \left( \frac{4.6082 + 53.036}{2} [kg/m^3] \right) (3600 [rpm]) (0.013 [m]) \left( \frac{\pi * 0.021^2}{4} [m^2] \right) = 0.0079 [kg/s]$$

**Capacidad de refrigeración**

$$\dot{Q} = \dot{m}(h_1 - h_4) = 0.0079 [kg/s] (280.4251 - 128.39) [kJ/kg] = 1.18 [kW]$$

### Potencia de compresión

$$\dot{W} = \dot{m}(h_2 - h_1) = 0.0079 \text{ [kg/s]}(344.7691 - 280.4251) \text{ [kJ/kg]} = 0.5 \text{ [kW]}$$

### Datos adicionales

De [74]:

$$R_{gas} = \frac{R_u}{M_m} = \frac{8.314 \left[ \frac{\text{J}}{\text{mol K}} \right]}{102.03 \left[ \frac{\text{g}}{\text{mol}} \right]} = 0.0814 \left[ \frac{\text{J}}{\text{g K}} \right]$$

De un software en línea utilizado para calcular propiedades termodinámicas [75] dando como entradas la temperatura en [°C] y la presión en [bar] de los estados 1 y 2:

$$\mu_1 = 12.27 * 10^{-6} \text{ [Pa s]}$$

$$\mu_2 = 15.71 * 10^{-6} \text{ [Pa s]}$$

$$c_{p1} = 0.8653 \left[ \frac{\text{kJ}}{\text{kg K}} \right]$$

$$c_{p2} = 1.0972 \left[ \frac{\text{kJ}}{\text{kg K}} \right]$$

$$c_{v1} = 0.7734 \left[ \frac{\text{kJ}}{\text{kg K}} \right]$$

$$c_{v2} = 0.9412 \left[ \frac{\text{kJ}}{\text{kg K}} \right]$$

$$k_1 = 1.119$$

$$k_2 = 1.165$$

Donde  $k$  representa la relación de calores específicos.

### Predicción de eficiencia en mapa $N_s D_s$

Ya conocidos los puntos del ciclo termodinámico y las variables necesarias y suficientes, se calcula la velocidad específica, de la ecuación (2.7):

$$N_s = N \dot{V}_1^{0.5} / H_{ad}^{3/4}$$

$$\text{Donde } \dot{V}_1 = \dot{m} / \rho_1 = 0.0079 \left[ \frac{\text{kg}}{\text{s}} \right] / 4.6082 \left[ \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \right] = 0.00027 \left[ \frac{\text{m}^3}{\text{s}} \right]$$

Y se sustituyen los datos con las unidades requeridas en el mapa  $N_s D_s$  de la figura 2.4

$$N_s = \left(3600 \left[\frac{rev}{min}\right]\right) \left(0.00027 \left[\frac{m^3}{s}\right] * 35.3147 \left[\frac{ft^3}{m^3}\right]\right)^{0.5} / \left(74576.2[m] * 3.2808 \left[\frac{ft}{m}\right]\right)^{3/4}$$

Con las unidades requeridas para usar el mapa  $N_s D_s$  el valor de  $N_s$  resulta:

$$N_s = 0.032$$

Esta cantidad no es adimensional, pero las unidades no son relevantes, sólo la magnitud para poder utilizar el mapa.

Para calcular la eficiencia teórica máxima alcanzable a este valor de  $N_s$  se calcula el valor de  $D_s$  correspondiente al diámetro dado en la hoja de datos.

A partir de la ecuación 2.8 y utilizando nuevamente las unidades requeridas en el mapa  $N_s D_s$  :

(Hay un cambio de notación para el flujo volumétrico para coincidir con la presentada en los diagramas de similitud y con la de las ecuaciones 2.14 y 2.15)

$$D_s = \frac{D H_{ad}^{1/4}}{V_1^{1/2}} = \frac{\left(0.021[m] * 3.2808 \left[\frac{ft}{m}\right]\right) \left(74576.2[m] * 3.2808 \left[\frac{ft}{m}\right]\right)^{1/4}}{\left(0.00027 \left[\frac{m^3}{s}\right] * 35.3147 \left[\frac{ft^3}{m^3}\right]\right)^{1/2}} = 15.6925$$

Nuevamente, no son de interés las unidades finales, sino únicamente la magnitud de  $D_s$ .

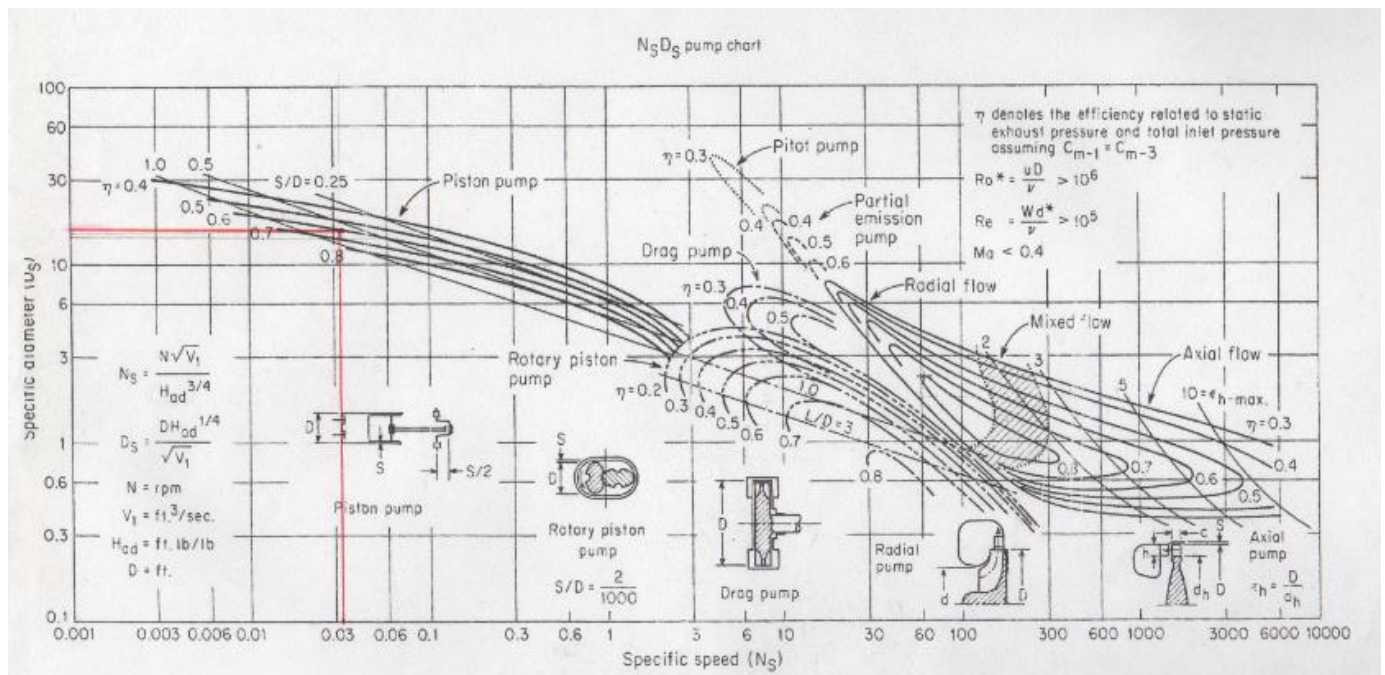


Figura 7.3 Predicción aproximada de la eficiencia del compresor recíprocante C-BZN100L2G en un mapa  $N_s D_s$  tomado de la referencia [5].

De este mapa, se predice una eficiencia obtenible cercana a 0.7 (Si se puede cumplir con las relaciones de holgura indicadas en el mapa) considerando que se cumplen las restricciones sobre el número de Reynolds y sobre el número de Mach. Esto es, que no hay desviación por efectos de compresibilidad (Secciones 2.5.2.2 y 6.2.7) ni por número de Reynolds (Sección 2.5.2.4).

La razón principal de estas suposiciones es simplificar el problema, ya que los números de Reynolds y Mach dependen de una velocidad característica del fluido, y la velocidad que resultaría útil como velocidad característica es la velocidad del flujo que atraviesa la válvula de descarga o de admisión. No resulta tan simple (y no es de interés primordial aquí) determinar una velocidad característica en estas condiciones de forma teórica debido a: 1) La naturaleza alternativa del movimiento en un compresor recíprocante (Lo que implica un comportamiento complejo e inestable de la capa límite, del grado de turbulencia, que a su vez depende del grado de vibraciones mecánicas, y de la posible separación del flujo en las paredes del ducto de descarga/admisión) y a 2) la interacción del flujo con la válvula de descarga/admisión [3]. Por las razones anteriores, obtener la velocidad de la ecuación de flujo másico para flujo incompresible en régimen permanente ( $\dot{m} = \rho VA$ ) se considera sobresimplificador y no representativo de la complejidad del flujo (ni de las pérdidas). Para tener más claridad en el tema, se tendría que investigar cómo se seleccionó la velocidad característica cuando se generó la familia de curvas de las máquinas recíprocantes (figuras 7.3 y 7.4). El análisis de estos temas sale del alcance, enfoque y objetivo de esta tesis que no trata sobre la fenomenología fluido-dinámica detallada en compresores de desplazamiento positivo. En cuanto al desempeño teórico del compresor recíprocante comercial usado para refrigeración doméstica sólo se buscó una predicción rápida, razonable y simplificada con la finalidad de tener un parámetro de comparación cuando se haga una predicción del desempeño de los turbocompresores, que serán analizados más adelante en este trabajo.

Por último, es importante enfatizar que se utilizó un mapa de bombas ya que no se encontró un mapa de compresores para bajas velocidades específicas ( $N_s < 0.1$ ). Para darse una idea a nivel cualitativo de la diferencia o similitud entre un mapa de bombas y uno de compresores para  $N_s > 0.1$  se presenta la figura 7.4.

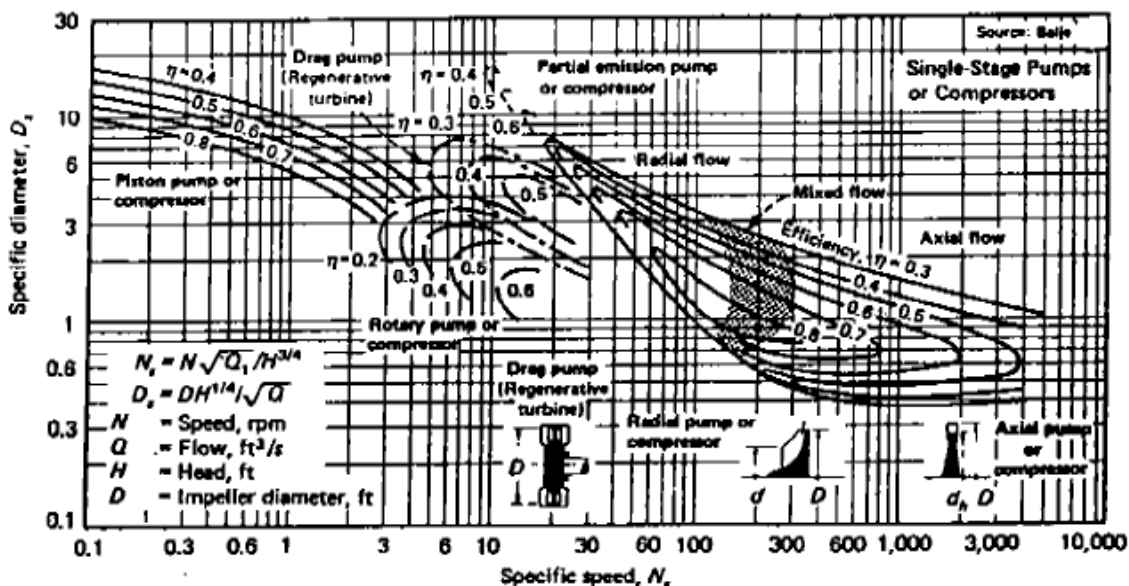


Figura 7.4 Mapa  $N_s D_s$  para compresores [76].

## 7.2 Análisis de viabilidad y predicción de desempeño de la primera etapa de micro turbocompresores axiales

### 7.2.1 Análisis básico

La secuencia que se desarrolló para el proceso básico de predicción de diámetro y eficiencia de un turbocompresor, se basó en el diseño preliminar de turbomáquinas presentada por Balje en [1] (p. 91) que toma como datos independientes de entrada: 1) El gas refrigerante, 2) El estado 1, 3) La presión de salida, 4) El flujo másico y 5) La velocidad angular.

En este trabajo, a diferencia del método de Balje, se consideró que la velocidad angular y el flujo másico no son mutuamente independientes, por lo que es necesario un acoplamiento de estas dos variables, y esto es lo que se hace en el primer paso. La secuencia básica adoptada es la siguiente:

#### 1) Acoplamiento de flujo másico y velocidad angular (cascada axial)

De las ecuaciones 5.37 y 5.38 (con la notación de la figura 5.13)

$$R = \frac{c_x}{2U} (\tan \beta_1 + \tan \beta_2) \quad (7.1)$$

Donde está implícito que  $c_{x1} = c_{x3}$

Pero de la ecuación 5.39 se sabe que:

$$R = \frac{1}{2} + (\tan \beta_2 - \tan \alpha_1) c_x / (2U) \quad (5.39)$$

Sustituyendo  $R$  de (5.39) en (7.1) y despejando  $c_x$ , después de simplificar queda:

$$c_x = \frac{U}{\tan \beta_1 + \tan \alpha_1} \quad (7.2)$$

La ecuación anterior permite hacer una elección del ángulo absoluto  $\alpha_1$  de entrada de flujo a la cascada. La importancia de esto se verá posteriormente, cuando se utilice el diagrama detallado de régimen axial, cuyos datos representan configuraciones con  $\alpha_1=90^\circ$  (en notación de la figura 3.1). Lo que resta es hacer una elección para los ángulos  $\beta_1$  y  $\beta_2$ . Es necesario hacer un comentario respecto al procedimiento anterior: para minimizar las pérdidas de presión y la separación del flujo, y como consecuencia maximizar la eficiencia de la etapa (como se explicó en la sección 5.2.3), en realidad se optaría por elegir  $R = 0.5$ , lo que implica que  $\beta_2 = \alpha_1$ . Es decir, optaríamos por fijar  $R$  en vez de  $\alpha_1$ . Sin embargo, el único mapa detallado del que se dispone, sólo predice desempeño para etapas con  $\alpha_1 = 90$  y por lo tanto éste es el parámetro que se decide fijar.

De las ecuaciones 3.30 y 3.31 (con la notación de la figura 3.11)

$$\cot \lambda_1 = \cot \lambda_\infty - \frac{1}{2} \delta u \quad (3.30)$$

$$\cot \lambda_2 = \cot \lambda_\infty + \frac{1}{2} \delta u \quad (3.31)$$

De la figura 3.19 se eligen valores en una región debajo de la línea de factor de difusión equivalente.  $D_e < 0.4$ . Para cascadas de desaceleración (compresores),  $\cot \lambda < 0$ . Una zona confiable es:  $\cot \lambda_\infty \in [-3,0)$ ;  $\delta u \in (0,1]$  ( $\delta u$  se define en la ecuación 3.29)

Se propone  $\cot \lambda_\infty = -2$  y  $\delta u = 0.5$

Sustituyendo en las ecuaciones 3.30 y 3.31

$$\begin{aligned}\lambda_1 &= -0.42[\text{rad}] = -23.96^\circ \\ \lambda_2 &= -0.51[\text{rad}] = -29.74^\circ\end{aligned}$$

En este punto es importante notar que  $\lambda_1$  es ángulo complementario de  $\beta_1$  y  $\lambda_2$  lo es de  $\beta_2$ .

Por otro lado, la velocidad periférica del rotor se encuentra mediante la siguiente expresión

$$U = \omega r = N \left[ \frac{\text{rev}}{\text{min}} \right] \left[ \frac{\text{min}}{60 \text{ s}} \right] \left[ \frac{2\pi}{\text{rev}} \right] r \quad (7.3)$$

Debido a que en una etapa el cambio de temperatura es pequeño, el cambio de densidad también lo es y es razonable la suposición de flujo incompresible, por lo que (con las notaciones geométricas de la figura 2.1)

$$\dot{m} = \rho c_x A = \frac{\rho c_x \pi (D^2 - d^2)}{4} \quad (7.4)$$

Observando las figuras 2.1 y 2.8 se sabe que

$$h_D \equiv \frac{h}{D} = \frac{D-d}{D} \quad (7.5)$$

El valor para  $h_D$  que minimiza simultáneamente los esfuerzos en el disco y en la raíz del álabe, de acuerdo con la figura 2.8 es  $h_D \approx 0.13$  para obtener un factor de esfuerzo cercano al mínimo. Sin embargo, en la evaluación se prefiere elegir otro valor  $h_D$  cuando sea necesario, a cambio de mayor confiabilidad en el diagrama de la figura 5.37 de acuerdo con las líneas de  $\lambda$  óptima.

Reacomodando la ecuación (7.5) se obtiene:

$$d = D(1 - h_D) \quad (7.5b)$$

Insertando (7.5b) en (7.4)

$$\dot{m} = \frac{\rho c_x \pi (D^2 - (D(1-h_D))^2)}{4} = \frac{\rho c_x \pi D^2 (1 - (1-h_D)^2)}{4} \quad (7.6)$$

Finalmente, insertando la ecuación (7.2) en (7.6) y considerando (7.3):

$$\dot{m} = \frac{\rho U \pi D^2 (1 - (1-h_D)^2)}{4(\tan \beta_1 + \tan \alpha_1)} = \frac{\rho \omega \pi D^3 (1 - (1-h_D)^2)}{8(\tan \beta_1 + \tan \alpha_1)} \quad (7.7)$$

La ecuación anterior representa un modelo razonable del acoplamiento del flujo másico con las características geométricas de la cascada axial y con la velocidad de rotación del rotor.

Si se desea conocer la reacción, se puede obtener de las ecuaciones (7.1) o (5.39).

## 2) Localización en el mapa $n_s d_s$

El algoritmo básico para predecir el diámetro de una etapa de compresión es el siguiente:

A partir del modelo de gas ideal [74] :

$$P_1 v_1 = RT_1$$

$$\frac{P_1}{RT_1} = \frac{1}{v_1} = \rho_1$$

Se puede hacer esta aproximación ya que tomando el estado 1 como estado de referencia a la entrada al compresor el factor de compresibilidad tiene un valor  $Z = 0.98$  calculado con la referencia [75].

El cambio de temperatura que ocurre en el rotor se calcula reacomodando la ec. 1.16 en la siguiente forma y cambiando la notación para la relación de calores específicos (*i.e.*,  $k \equiv \gamma$ )

$$\Delta T_{ad} = T_1 \left[ r_p^{\left(\frac{k-1}{k}\right)} - 1 \right] \quad (7.8)$$

Se obtiene la carga adiabática mediante la siguiente expresión [3]:

$$H_{ad} = R T_1 \left( \frac{k}{k-1} \right) \left[ r_p^{\left(\frac{k-1}{k}\right)} - 1 \right] \quad (7.9)$$

Una vez que se elige la velocidad angular deseada (variable de control), de la ecuación 2.14 se obtiene la velocidad específica (Se muestra nuevamente)

$$n_s = \frac{\omega \sqrt{V_1}}{(gH_{ad})^{3/4}} \quad (2.14)$$

El flujo volumétrico de entrada  $\dot{V}_1$  (en la ecuación de arriba simplemente  $V_1$  en consistencia con la notación de los diagramas y de [1]), calculando el flujo másico  $\dot{m}$  con (7.7)

$$\dot{V}_1 = \frac{\dot{m}}{\rho_1}$$

Una vez obtenida la velocidad específica, de la figura 2.2, se busca el diámetro específico correspondiente para el que se obtiene la máxima eficiencia. Una vez seleccionado un diámetro específico que resulte óptimo (máxima eficiencia), se despeja el diámetro real  $D$  de la ecuación 2.15 (se muestra nuevamente)

$$d_s = \frac{D(gH_{ad})^{1/4}}{\sqrt{V_1}} \quad (2.15)$$



### 3) Verificación de aplicabilidad

1) El número periférico de Reynolds, ec. (1.19) que se muestra nuevamente, debe cumplir con la restricción indicada en el mapa  $n_s d_s$ .

$$\text{Re}^* = \frac{uL}{\nu} \quad (1.19)$$

2) El número periférico de Laval, ecuación (1.24), debe cumplir la restricción indicada en el mapa. Nunca  $La^* \geq 1$  para evitar *choke* (esta condición puede iniciar antes, como se discutió previamente).

$$La^* = \frac{u_2}{c_s^*} \quad (1.24)$$

donde (sección 1.4)

$$c_s^* = \sqrt{\frac{2\kappa}{\kappa+1} gRT_t} \quad (1.22)$$

3) El nivel de esfuerzos está dado por la relación (Sección 2.5.2.1)

$$\sigma = Su_2^2 \frac{\gamma_M}{g}$$

En una primera iteración es necesario que por lo menos se verifique que este esfuerzo, cuyo factor  $S$  se lee de la figura 2.8, sea menor que el esfuerzo de cedencia del material del rotor a la temperatura de recuperación (ecuación 2.19) que se trató en la sección 2.5.2.1. Para propósitos de evaluación, se consideró como material del rotor Aluminio K01. La elección de un aluminio se debe a su bajo peso específico, sus propiedades se muestran en la figura 7.5.

$$T_b = T_{st-gas} + t_r \frac{v^2(\kappa-1)}{2gR\kappa} \quad (2.19)$$

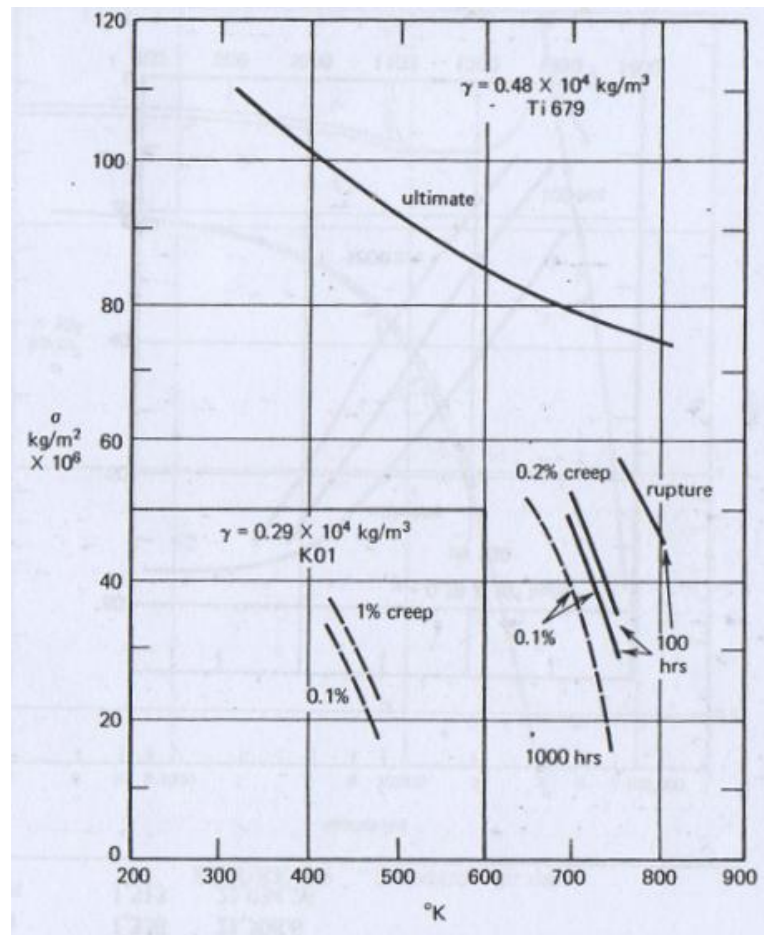


Figura 7.5 Propiedades del Titanio 679 y del Aluminio K01 [1]

### 7.2.2 Evaluación

Con la base en la secuencia de cálculos explicada en la sección anterior, incluyendo las elecciones mencionadas, y eligiendo R134A como gas refrigerante, se propone una secuencia ligeramente distinta para predecir la viabilidad del compresor axial cuando el diámetro es un parámetro fijo. Todas las condiciones de entrada al turbocompresor son idénticas a las del compresor considerado en la sección 7.1 (estado 1 del ciclo). La diferencia de presiones a lo largo del compresor (con el único fin de ilustrar la metodología desarrollada) se considera  $\Delta P = 203\,410 [\text{Pa}]$ . Se considera que la diferencia de presiones a través de cada etapa es la misma.

La finalidad de la búsqueda es encontrar combinaciones de velocidad angular y diámetros propuestos para el compresor, de tal forma que se logre una eficiencia aceptable en régimen axial, sin exceder los niveles aceptables de esfuerzos y del número periférico de Laval. Se pueden seguir dos enfoques:

### 1) Búsqueda de diámetro mínimo y evaluación de desempeño con velocidad angular máxima disponible:

La utilidad de este enfoque, como se verá posteriormente, es minimizar el diámetro de diseño. En esta evaluación se buscó utilizar la velocidad angular máxima disponible para poder lograr velocidades específicas en régimen axial con diámetros pequeños. En la evaluación se consideró físicamente posible alcanzar hasta 200 000 [rpm]. Esa consideración se debió a que en la referencia [77] se reporta un motor de ultra alta velocidad (velocidad máxima de 201 600 [rpm] con 2.2 [cm] de diámetro total; en la referencia [78] la velocidad angular de diseño para el impulsor de compresores de 32 [mm] a 34 [mm] fue de 150 000 [rpm]. Se encontró incluso un micro turbocompresor comercial (no axial) [79] de 5 [cm] de diámetro total con una velocidad angular de 500 000 [rpm].

Para mayor exactitud en la evaluación, los compresores propuestos se representan en un mapa detallado de régimen axial (figura 5.37). Se itera con la relación  $h_D$  (paso 5 de la secuencia) para conseguir lecturas confiables. Esto es, se hicieron iteraciones para encontrar datos cercanos a las líneas óptimas de  $\lambda$ , tomando como aproximación inicial  $\lambda = 0.5$ .

#### Secuencia de evaluación de desempeño (Enfoque 1):

- 1) Elegir datos de entrada: Estado 1,  $P_{2-Etapa}$ , máxima velocidad angular disponible, diámetro propuesto.
- 2) Proponer relación  $h_D$ .
- 3) Calcular flujo másico y flujo volumétrico.
- 4) Calcular velocidad específica  $n_s$ .
- 5) Buscar un valor de  $d_s$  tal que el diámetro calculado con la ec. (2.15), coincida con el diámetro propuesto.
- 6) Si el punto  $(n_s, d_s)$  no está cerca de la línea correspondiente a la línea de  $\lambda$  correspondiente al  $h_D$  seleccionado, repetir los pasos 2 a 4.
- 7) Si el punto  $(n_s, d_s)$  está suficientemente cerca de la línea de  $\lambda$  correspondiente al  $h_D$  seleccionado, estimar la eficiencia y los parámetros limitantes  $Re^*$ ,  $La^*$ ,  $\sigma$ .

**Para encontrar el diámetro mínimo:** Repetir la secuencia de evaluación para diámetros menores y/o mayores, sin perder de vista el objetivo de minimizar diámetro mientras se conserva una eficiencia aceptable.

No.	Etapas	$N[rpm]$	$D[m]$	$n_s[1]$	$d_s[1]$	Eficiencia	$Re^*$	$La^*$	$\sigma[MPa]$	Gráfico	$h_D$
1	12	150 000	0.02	1.02	2.5	$\eta \ll 0.4$	1.2E06	0.31	1.5	Punto rojo	0.2
2	12	150 000	0.03	2.5	1.55	$0.6 < \eta < 0.7$	2.7E06	0.47	6.8	Punto rojo	0.4
3	12	150 000	0.04	4.17	1.23	$0.5 < \eta < 0.6$	4.8E06	0.62	14.8	Punto rojo	0.5
4	12	150 000	0.05	6.18	1.04	$0.4 < \eta < 0.5$	7.5E06	0.78	27.7	Punto rojo	0.6
5	12	200 000	0.02	1.58	2.2	$0.5 < \eta < 0.6$	1.6E06	0.42	2.7	Punto azul	0.2
6	12	200 000	0.03	4.31	1.19	$0.5 < \eta < 0.55$	3.6E06	0.62	16.2	Punto azul	0.55
7	12	200 000	0.04	6.8	1.25	$0.4 < \eta < 0.45$	6.3E06	0.82	31.1	Punto azul	0.6

Tabla 7.1 Resultados de la evaluación teórica para micro turbocompresores axiales a altas velocidades angulares.

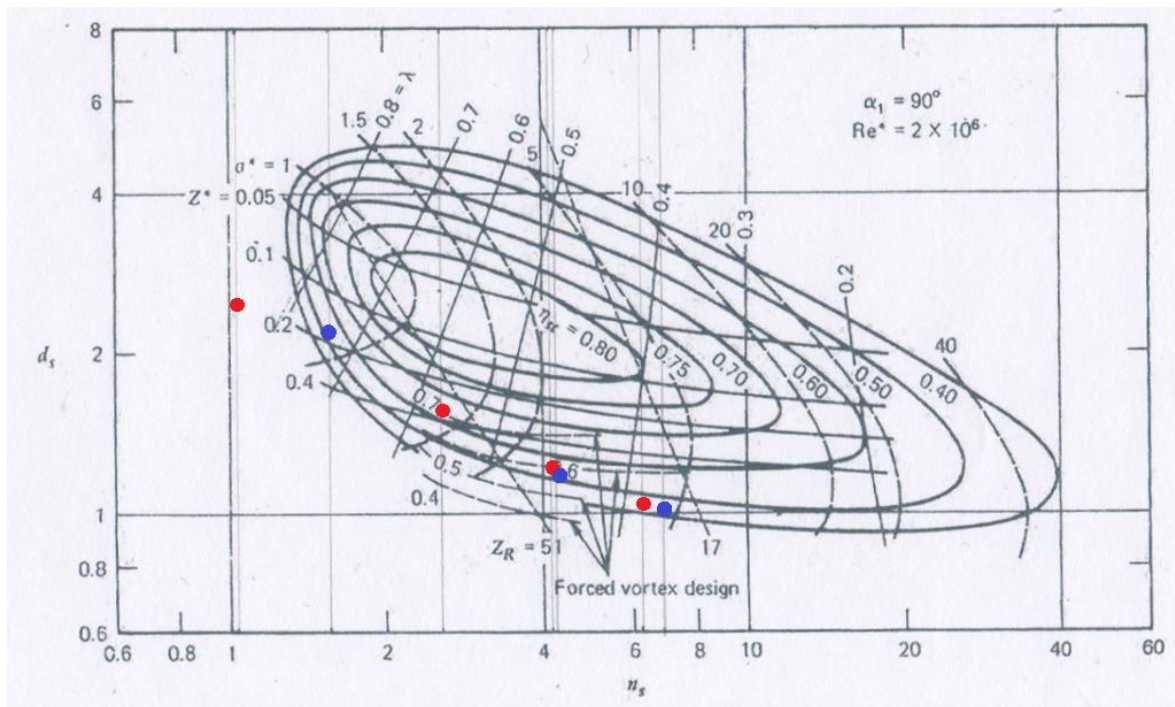


Figura 7.6 Localización en el mapa  $n_s d_s$  de los micro turbocompresores axiales evaluados en la tabla 7.1.

La anterior no pretende ser una búsqueda exhaustiva de alternativas, sino una ilustración de la metodología de evaluación de desempeño y minimización de diámetro, se establecieron altas velocidades para minimizar diámetros, además de elegir el número máximo disponible de etapas para minimizar la carga por etapa ( $r_{p \text{ máx}} \approx 1.06$ ). Por otra parte, a pesar de no ser una búsqueda exhaustiva y de los pocos datos evaluados, se encontraron configuraciones teóricamente viables, los valores de  $La^*$  y  $\sigma$  resultaron bajos en la mayoría de los casos y están suficientemente lejos de *choking* o de falla del material. Adicionalmente, se observa que, cuando la carga es fija, a determinada velocidad angular corresponde un diámetro óptimo (*i.e.*, que maximiza la eficiencia), con un diámetro mayor o menor que el óptimo, se pierde eficiencia. También es interesante notar que un menor diámetro no implica un menor diámetro específico, como se podría suponer. Lo anterior se debe a que el diámetro específico no es únicamente función del diámetro, es también inversamente proporcional a la raíz del flujo volumétrico, y con una reducción de diámetro, hay una reducción de flujo volumétrico; entonces mientras el efecto directo de la disminución de diámetro es reducir el diámetro específico, el efecto indirecto relacionado con el cambio de flujo volumétrico tiende a aumentarlo. Acentuando la disminución de flujo volumétrico con reducción en el diámetro, es importante recordar que se utilizaron menores relaciones de  $h_D$  a menores diámetros (por razones de confiabilidad en las lecturas). Finalmente se comenta respecto a las etapas de 2 [cm] de diámetro: mientras que para 150 000 [rpms] no fue posible alcanzar una eficiencia de 0.4, para 200 000 [rpms] se alcanzó una eficiencia superior a 0.5. Parece que a mayores velocidades angulares que las utilizadas en la evaluación, es posible obtener etapas de menores diámetros dentro de la región de  $\eta > 0.4$ . De lo anterior se concluye que la velocidad angular es un parámetro crítico si existe un diámetro máximo aceptable como restricción, y de hecho ésta es la base del siguiente enfoque.

## 2) Búsqueda de velocidad angular óptima y evaluación de desempeño con un diámetro máximo aceptable:

La utilidad de este segundo enfoque es partir de un diámetro máximo aceptable y buscar la velocidad angular que maximice la eficiencia.

### Secuencia de evaluación de desempeño (Enfoque 2):

- 1) Elegir datos de entrada: Estado 1,  $P_{2-Etapa}$ , diámetro máximo aceptable, velocidad angular propuesta.
- 2) Proponer relación  $h_D$ .
- 3) Calcular flujo másico y flujo volumétrico.
- 4) Calcular velocidad específica  $n_s$ .
- 5) Buscar un valor de  $d_s$  tal que el diámetro calculado con la ec. (2.15), coincida con el diámetro propuesto.
- 6) Si el punto  $(n_s, d_s)$  no está cerca de la línea correspondiente a la línea de  $\lambda$  correspondiente al  $h_D$  seleccionado, repetir los pasos 2 a 4.
- 7) Si el punto  $(n_s, d_s)$  está suficientemente cerca de la línea de  $\lambda$  correspondiente al  $h_D$  seleccionado, estimar la eficiencia y los parámetros limitantes  $Re^*$ ,  $La^*$ ,  $\sigma$ .

**Para encontrar la velocidad angular óptima:** Repetir la secuencia de evaluación para velocidades angulares menores y/o mayores, sin perder de vista el objetivo de maximizar la eficiencia.

No.	Etapas	$D[m]$	$N[rpm]$	$n_s[1]$	$d_s[1]$	Eficiencia	$Re^*$	$La^*$	$\sigma[MPa]$	Gráfico	$h_D$
8a	12	0.1	40 000	1.88	1.8	$\eta \approx 0.6$	7.8E06	0.41	3.8	Punto verde	0.3
8b	12	0.1	50 000	2.94	1.55	$\eta \approx 0.7$	1.1E07	0.55	9.3	Punto verde	0.4
8c	12	0.1	60 000	4.3	1.18	$0.5 < \eta < 0.6$	1.2E07	0.62	15.9	Punto verde	0.55
9a	12	0.04	80 000	1.13	2.41	$\eta \ll 0.4$	2.5E06	0.33	1.7	Punto morado	0.2
9b	12	0.04	110 000	2.16	1.73	$0.6 < \eta < 0.7$	3.5E06	0.45	4.7	Punto morado	0.3
9c	12	0.04	150 000	4.18	1.22	$0.5 < \eta < 0.6$	4.7E06	0.62	14.5	Punto morado	0.5
10a	12	0.03	120 000	1.6	1.95	$\eta \approx 0.5$	2.2E06	0.38	3.3	Punto amarillo	0.3
10b	12	0.03	150 000	2.71	1.41	$\eta \approx 0.6$	2.7E06	0.46	8.2	Punto amarillo	0.5
10c	12	0.03	200 000	4.42	1.16	$\eta \approx 0.5$	3.6E06	0.62	17.6	Punto amarillo	0.6

Tabla 7.2 Resultados de la evaluación teórica para micro turbocompresores axiales con un diámetro máximo aceptable.

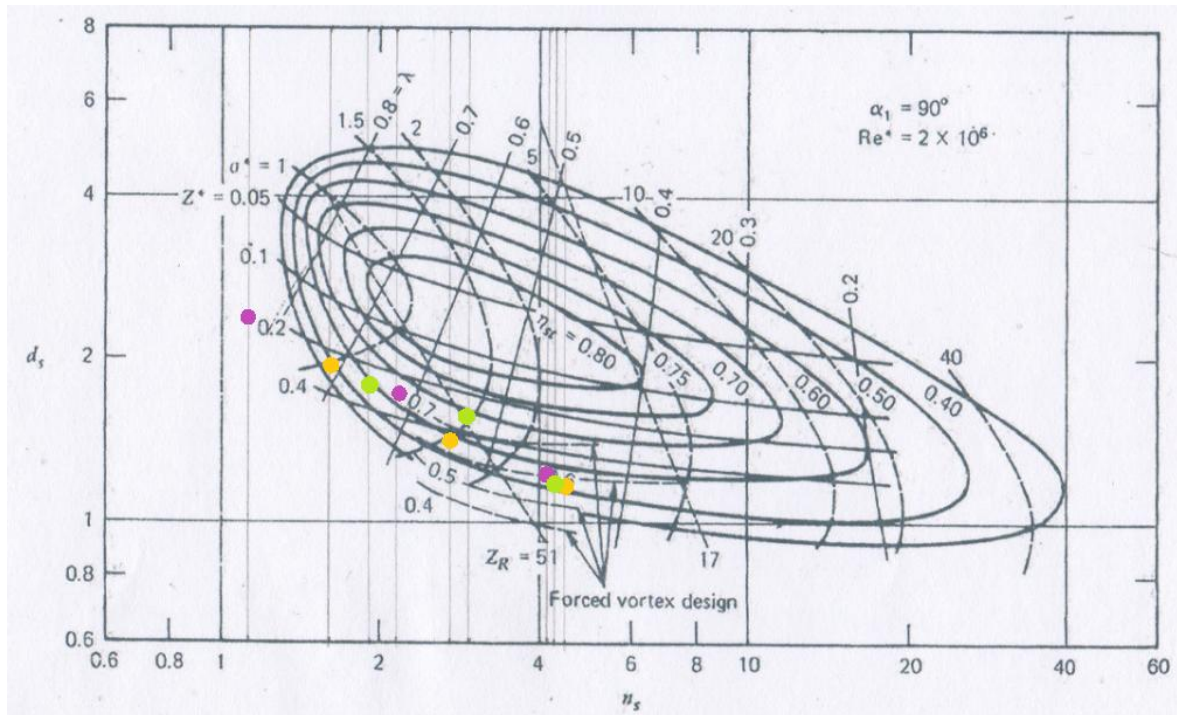


Figura 7.7 Localización en el mapa  $n_s d_s$  de los micro turbocompresores axiales evaluados en la tabla 7.2 .

Se observa que, cuando la carga es fija, a determinado diámetro existe una velocidad angular óptima (y por lo tanto una velocidad específica óptima), a menores o mayores velocidades se obtienen eficiencias menores. Aparentemente para diámetros pequeños (menores a 10 [cm]), no se alcanzan eficiencias mayores a 0.7 independientemente de la velocidad angular utilizada.

El enfoque del diámetro máximo aceptable se basa en la premisa de que el diámetro podría estar restringido por espacio ocupado, por limitaciones del actuador relativas a la inercia rotacional del rotor, número de Laval o nivel de esfuerzo en el rotor.

No se prosigue con una evaluación exhaustiva en todo el espectro de velocidades angulares posibles ni diámetros aceptables, en primera porque queda fuera del objetivo de esta tesis; en segunda, con los datos obtenidos hasta el momento, pueden observarse las tendencias suficientes.

En cuanto a las limitaciones del método, hay que recordar que estos mapas así como las ecuaciones utilizadas en el análisis de esta sección consideraron un diseño <<libre de vórtices>>, eficiencias mayores se pueden esperar para diseños de <<vórtice forzado>>, así como con la presencia de un difusor. Los modelos del flujo utilizados fueron modelos simplificados, entre más refinados sean los modelos, mayor será la exactitud de la predicción. Se pueden utilizar avanzados métodos computacionales para predecir el flujo compresible en turbocompresores.

### 7.3 Análisis de viabilidad y predicción de desempeño de la primera etapa de micro turbocompresores centrífugos

#### 7.3.1 Análisis básico

Análogamente a la sección 7.2.1, el análisis nuevamente se comienza acoplando el flujo másico con la velocidad angular.

##### 1) Acoplamiento de flujo másico y velocidad angular (cascada radial)

La velocidad relativa de entrada al compresor es:

$$w_1 = (c_{x1}^2 + U^2)^{1/2}$$

que es máxima al radio  $r_{s1}$  de la punta del inductor.

Y el flujo volumétrico a la entrada se vuelve:

$$\dot{V} = c_{x1}A_1 = \pi(r_{s1}^2 - r_{h1}^2)(w_{s1}^2 - \Omega^2 r_{s1}^2)^{1/2} \quad (7.9)$$

Para  $r_{s1}$  muy grande o muy pequeño (con  $\dot{V}$  y  $r_{h1}$  fijos),  $w_{s1}$  se vuelve muy grande. Se desea que la velocidad relativa a la entrada  $w_{s1}$  sea mínima. De la ecuación (7.9):

$$\frac{1}{\pi} \frac{\partial \dot{V}}{\partial r_{s1}} = 0 = 2r_{s1}(w_{s1}^2 - \Omega^2 r_{s1}^2)^{1/2} - \frac{(r_{s1}^2 - r_{h1}^2)\Omega^2 r_{s1}}{(w_{s1}^2 - \Omega^2 r_{s1}^2)^{1/2}}$$

Simplificando:

$$2c_{x1}^2 = kU_{s1}^2$$

donde  $k = 1 - (r_{h1}/r_{s1})^2$  y  $U_{s1} = \Omega r_{s1}$

(Nota: No confundir esta  $k$  con la razón de calores específicos)

Por lo tanto, el óptimo coeficiente de flujo a la entrada es

$$\phi = c_{x1}/U_{s1} = \cot \beta_{s1} = (k/2)^{1/2} \quad (7.10)$$

Donde  $0.3 \leq r_{h1}/r_{s1} \leq 0.6$ , según ref. [2]. Para tales valores resulta óptimo  $\beta_{s1} \in [56^\circ, 60^\circ]$ .

El area de flujo en el << ojo >> es:

$$A_1 = \pi r_{s1}^2 k = \pi k U_{s1}^2 / \Omega^2 \quad (7.11)$$

Con velocidad axial uniforme, la ecuación de continuidad es

$$\dot{m} = \rho_1 A_1 c_{x1}$$

Pero del diagrama de velocidad de entrada (figura 7.8)

$$c_{x1} = w_{s1} \cos \beta_{s1} \quad \text{y} \quad U_{s1} = w_{s1} \sin \beta_{s1}$$

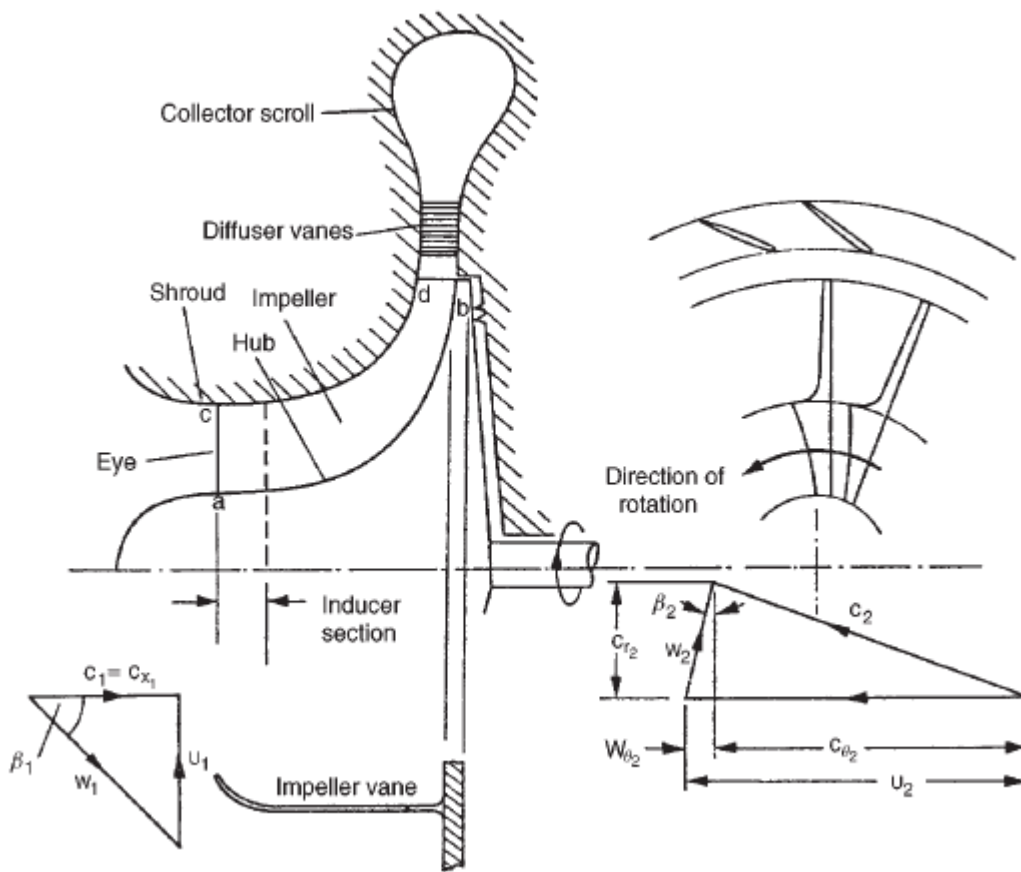


Figura 7.8 Etapa de compresor centrífugo y diagramas de velocidad a la entrada y a la salida del impulsor [2].

Y de la ecuación (7.11)

$$\frac{\dot{m} \Omega^2}{\rho_1 k \pi} = w_{s1}^3 \sin^2 \beta_{s1} \cos \beta_{s1} \quad (7.12)$$

Para un gas ideal es más conveniente poner  $\rho_1$  de la forma  $\rho_1 = f(T_{01}, P_{01})$ , ya que  $T_{01}, P_{01}$  (propiedades de estancamiento a la entrada del compresor) son usualmente constantes.

Ahora bien,

$$\frac{\rho}{\rho_0} = \frac{P}{P_0} = \frac{T_0}{T}$$



con  $c_p T_0 = 1 + \frac{\gamma-1}{2} Ma^2 = \frac{a_0^2}{a^2}$  donde  $a$  es la velocidad del sonido local y  $a_0$  es la velocidad del sonido de estancamiento. Además recordemos que  $Ma = c/(\gamma RT)^{1/2} = c/a$

Para flujo isentrópico se sabe que:

$$\frac{P}{P_0} = \left(\frac{T}{T_0}\right)^{\gamma/(\gamma-1)}$$

$$\frac{\rho}{\rho_0} = \left(\frac{T_1}{T_0}\right)^{1-\gamma/(\gamma-1)} = \left(1 + \frac{\gamma-1}{2} (Ma_1^2)\right)^{-1/(\gamma-1)}$$

donde  $\rho_0 = P_0/(RT_0)$ ;  $Ma_1 = Ma_{r1} \cos \beta_{s1}$ ;  $w_{s1} = Ma_{r1} a_1$

Usando estas relaciones con (7.12)

$$\frac{\dot{m}\Omega^2 RT_{01}}{P_{01} k \pi} = \frac{Ma_{r1}^3 a_1^3}{\left[1 + \frac{1}{2}(\gamma-1)Ma_1^2\right]^{1/(\gamma-1)}} \sin^2 \beta_{s1} \cos \beta_{s1}$$

ya que

$$a_{01}/a_1 = \left[1 + \frac{1}{2}(\gamma-1)Ma_1^2\right]^{1/2} \quad \gamma \quad a_{01} = (\gamma RT_{01})^{1/2}$$

finalmente queda la ecuación:

$$\frac{\dot{m}\Omega^2}{k\pi\gamma P_{01}(\gamma RT_{01})^{1/2}} = \frac{Ma_{r1}^3 \sin^2 \beta_{s1} \cos \beta_{s1}}{\left[1 + \frac{1}{2}(\gamma-1)Ma_{r1}^2 \cos^2 \beta_{s1}\right]^{1/(\gamma-1)+3/2}}$$

Donde  $k = 1 - (r_{h1}/r_{s1})^2$  y  $R$  es la constante particular del gas.

### Localización en el mapa $n_s d_s$

El algoritmo básico para predecir el diámetro de una etapa de compresión es el siguiente:

A partir del modelo de gas ideal [74] :

$$P_1 v_1 = RT_1$$

$$\frac{P_1}{RT_1} = \frac{1}{v_1} = \rho_1$$

Se puede hacer esta aproximación ya que tomando el estado 1 como estado de referencia a la entrada al compresor el factor de compresibilidad tiene un valor  $Z = 0.98$  calculado con la referencia [75].

El cambio de temperatura que ocurre en el rotor se calcula reacomodando la ec. 1.16 en la siguiente forma y cambiando la notación para la relación de calores específicos (*i.e.*,  $k \equiv \gamma$ )

$$\Delta T_{ad} = T_1 \left[ r_p^{\left(\frac{k-1}{k}\right)} - 1 \right] \quad (7.8)$$

Se obtiene la carga adiabática mediante la siguiente expresión [3]:

$$H_{ad} = R T_1 \left(\frac{k}{k-1}\right) \left[ r_p^{\left(\frac{k-1}{k}\right)} - 1 \right] \quad (7.9)$$

Una vez que se elige la velocidad angular deseada (variable de control), de la ecuación 2.14 se obtiene la velocidad específica (Se muestra nuevamente)

$$n_s = \frac{\omega \sqrt{V_1}}{(gH_{ad})^{3/4}} \quad (2.14)$$

El flujo volumétrico de entrada  $\dot{V}_1$  (en la ecuación de arriba simplemente  $V_1$  en consistencia con la notación de los diagramas y de [1]), calculando el flujo másico  $\dot{m}$  con (7.7)

$$\dot{V}_1 = \frac{\dot{m}}{\rho_1}$$

Una vez obtenida la velocidad específica, de la figura 2.2, se busca el diámetro específico correspondiente para el que se obtiene la máxima eficiencia. Una vez seleccionado un diámetro específico que resulte óptimo (máxima eficiencia), se despeja el diámetro real  $D$  de la ecuación 2.15 (se muestra nuevamente)

$$d_s = \frac{D(gH_{ad})^{1/4}}{\sqrt{V_1}} \quad (2.15)$$

### Verificación de aplicabilidad

1) El número periférico de Reynolds, ec. (1.19) que se muestra nuevamente, debe cumplir con la restricción indicada en el mapa  $n_s d_s$ .

$$\text{Re}^* = \frac{uL}{\nu} \quad (1.19)$$

2) El número periférico de Laval, ecuación (1.24), debe cumplir la restricción indicada en el mapa. Nunca  $La^* \geq 1$  para evitar *choke* (esta condición puede iniciar antes, como se discutió previamente).

$$La^* = \frac{u_2}{c_s^*} \quad (1.24)$$

donde (sección 1.4)

$$c_s^* = \sqrt{\frac{2\kappa}{\kappa+1} gRT_t} \quad (1.22)$$

3) El nivel de esfuerzos está dado por la relación (Sección 2.5.2.1)

$$\sigma = Su_2^2 \frac{\gamma_M}{g}$$

En una primera iteración es necesario que por lo menos se verifique que este esfuerzo, cuyo factor  $S$  para los compresores centrífugos se lee de las figuras 7.10 y 7.11, sea menor que el esfuerzo de cedencia del material del rotor. Para propósitos de evaluación, se consideró como material del rotor Aluminio K01. La elección de un aluminio se debe a su bajo peso específico, sus propiedades se muestran en la figura 7.5.

El aumento de temperatura en el fluido para los centrífugos se estima [1] con:

$$\Delta T_{mat} = \frac{u_2^2(\kappa-1)}{g\kappa R} q_{th} - \frac{c_2^2(\kappa-1)}{2g\kappa R} + 0.85 \frac{w_2^2(\kappa-1)}{2g\kappa R}$$

con las notaciones de la figura 3.1.  $q_{th}$  denota el coeficiente de carga de Euler. Introduciendo el deslizamiento  $\mu^*$  y expresando los vectores de velocidad por el factor de flujo  $\phi$  y el ángulo de salida del álabe,

$$\Delta T_{mat} = \frac{u_2^2(\kappa-1)}{g\kappa R} \left\{ \mu^* - \frac{\mu^{*2}}{2} - \phi K_R \cot \beta_2 (\mu^* - \mu^{*2}) + \frac{\phi^2 K_R^2}{2} [\cot^2 \beta_2 (0.85 - \mu^{*2}) - 0.15] \right\}$$

Donde  $K_R \equiv \frac{c_{m-1}}{c_{m-2}} \approx 0.9$  (Se elige de fig. 7.9)

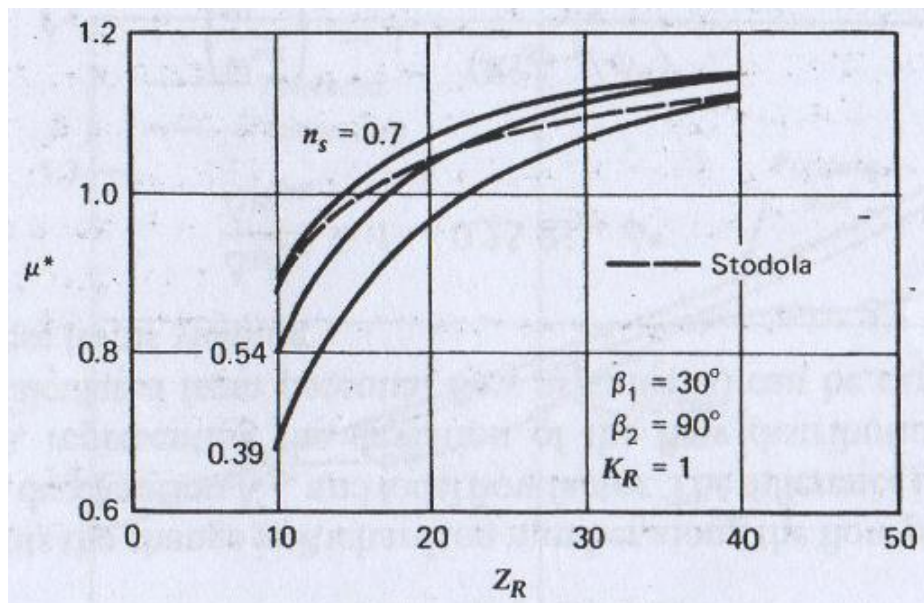


Figura 7.9 Datos calculados de deslizamiento [1].

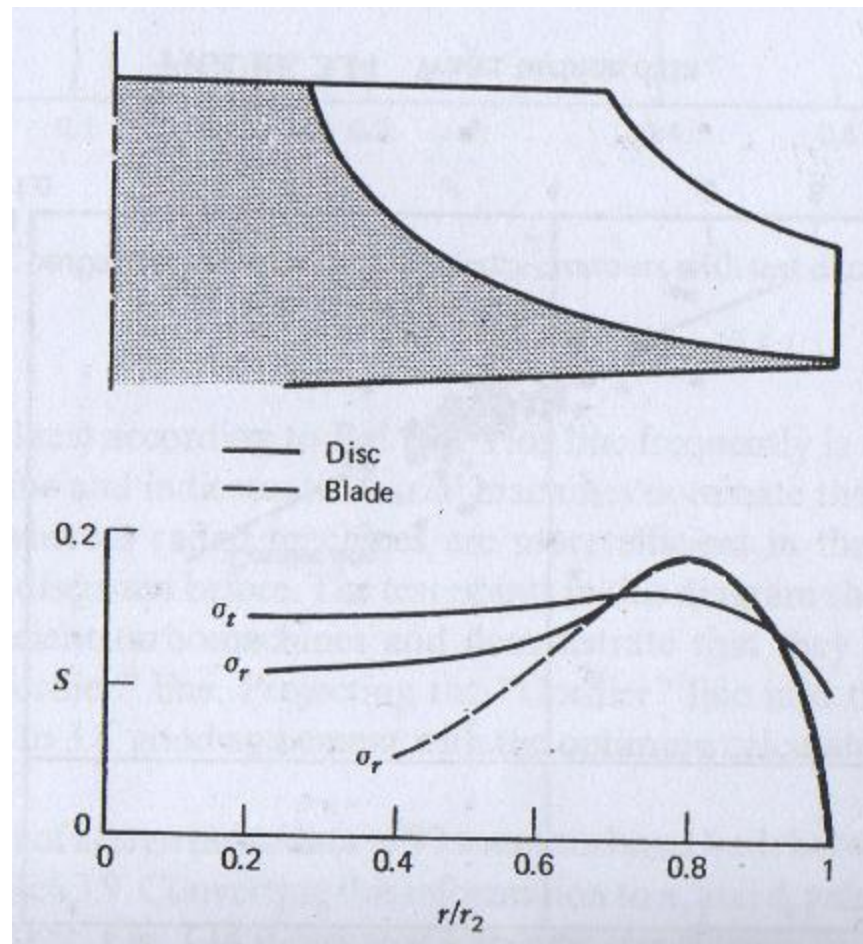


Figura 2.9 (repetición) Factores de esfuerzo para rotores radiales [1].

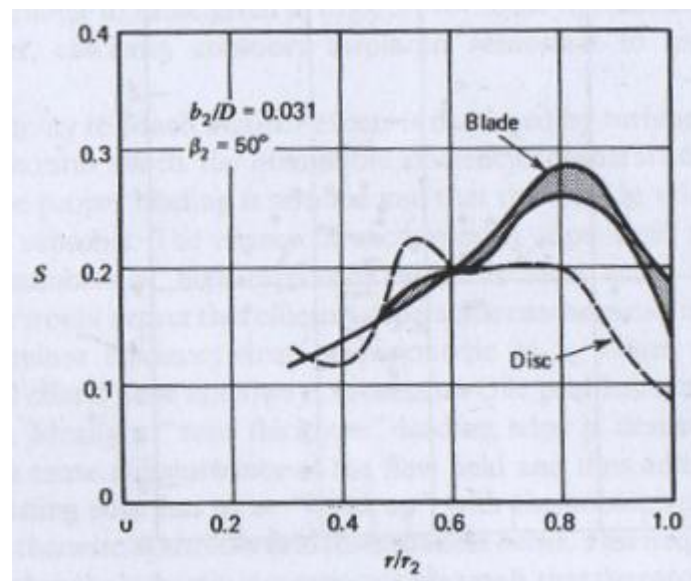


Figura 7.10 Distribución típica de esfuerzo para rotores *retrocurvados* [1].

### 7.3.2 Evaluación

Todas las condiciones de entrada al turbocompresor son idénticas a las del compresor considerado en la sección 7.1 (estado 1 del ciclo). La diferencia de presiones a lo largo del compresor (con el único fin de ilustrar la metodología desarrollada) se considera  $\Delta P = 203\,410 [Pa]$ . Se considera nuevamente R134A como gas refrigerante y que todas las etapas son idénticas.

La finalidad de la búsqueda, nuevamente, es encontrar combinaciones de velocidad angular y diámetros propuestos para el compresor, de tal forma que se logre una eficiencia aceptable en régimen radial, sin exceder los niveles aceptables de esfuerzos y del número periférico de Laval.

#### Secuencia de evaluación de desempeño:

- 1) Elegir datos de entrada: Estado 1,  $P_2$ , número de etapas y velocidad angular propuesta..
- 2) Calcular flujo másico y flujo volumétrico.
- 3) Calcular velocidad específica  $n_s$ .
- 4) Elegir (de mapa  $n_s d_s$ ) el menor de los diámetros específicos que maximicen la eficiencia para esa  $n_s$ .
- 5) Con la ec. (2.15), calcular el diámetro correspondiente.
- 6) Estimar la eficiencia y los parámetros limitantes  $Re^*$ ,  $La^*$ ,  $\sigma$ .

Para la evaluación, se partió de la exploración de un mínimo de etapas que cumplieran (iniciando por la izquierda del mapa  $n_s d_s$ ) con el régimen radial y se fue incrementando este número en una unidad para explorar el comportamiento de los parámetros controlados de interés. Se hicieron variaciones en la velocidad angular. Los resultados se presentan en la tabla 7.3.

No.	Etapas	$N[rpm]$	$r_p$	$n_s[1]$	$d_s[1]$	$D[m]$	$Re^*$	$La^*$	$\sigma[MPa]$	Eficiencia
11	6	100 000	2.13	0.18	11.32	0.087	1.5E07	0.89	18.3	$\eta \approx 0.5$
12	6	150 000	2.13	0.18	11.32	0.058	9.9E06	0.89	18.3	$\eta \approx 0.5$
13	7	100 000	1.82	0.22	11.1	0.09	1.6E07	0.93	19.8	$\eta \approx 0.5$
14	7	150 000	1.82	0.22	11.1	0.06	1.1E07	0.93	19.8	$\eta \approx 0.5$
15	8	100 000	1.6	0.27	9.33	0.08	1.3E07	0.83	15.9	$\eta \approx 0.6$
16	8	150 000	1.6	0.27	9.33	0.054	8.7E06	0.83	15.9	$\eta \approx 0.6$
17	9	100 000	1.41	0.33	7.85	0.073	8.7E06	0.75	13.1	$\eta \approx 0.7$
18	9	150 000	1.41	0.33	7.85	0.049	7.1E06	0.76	13.1	$\eta \approx 0.7$
19	10	100 000	1.28	0.44	5.46	0.056	6.2E06	0.58	7.6	$\eta \approx 0.75$
20	10	150 000	1.28	0.44	5.46	0.037	4.1E06	0.57	7.6	$\eta \approx 0.75$
21	10	200 000	1.28	0.44	5.46	0.028	3.1E06	0.58	7.6	$\eta \approx 0.75$
22	11	100 000	1.16	0.635	3.94	0.046	4.1E06	0.47	5.1	$\eta \approx 0.85$
23	11	150 000	1.16	0.635	3.94	0.03	2.8E06	0.47	5.1	$\eta \approx 0.85$
24	11	200 000	1.16	0.635	3.94	0.023	2.1E06	0.47	5.1	$\eta \approx 0.85$

Tabla 7.3 Resultados de la evaluación teórica para micro turbocompresores centrífugos

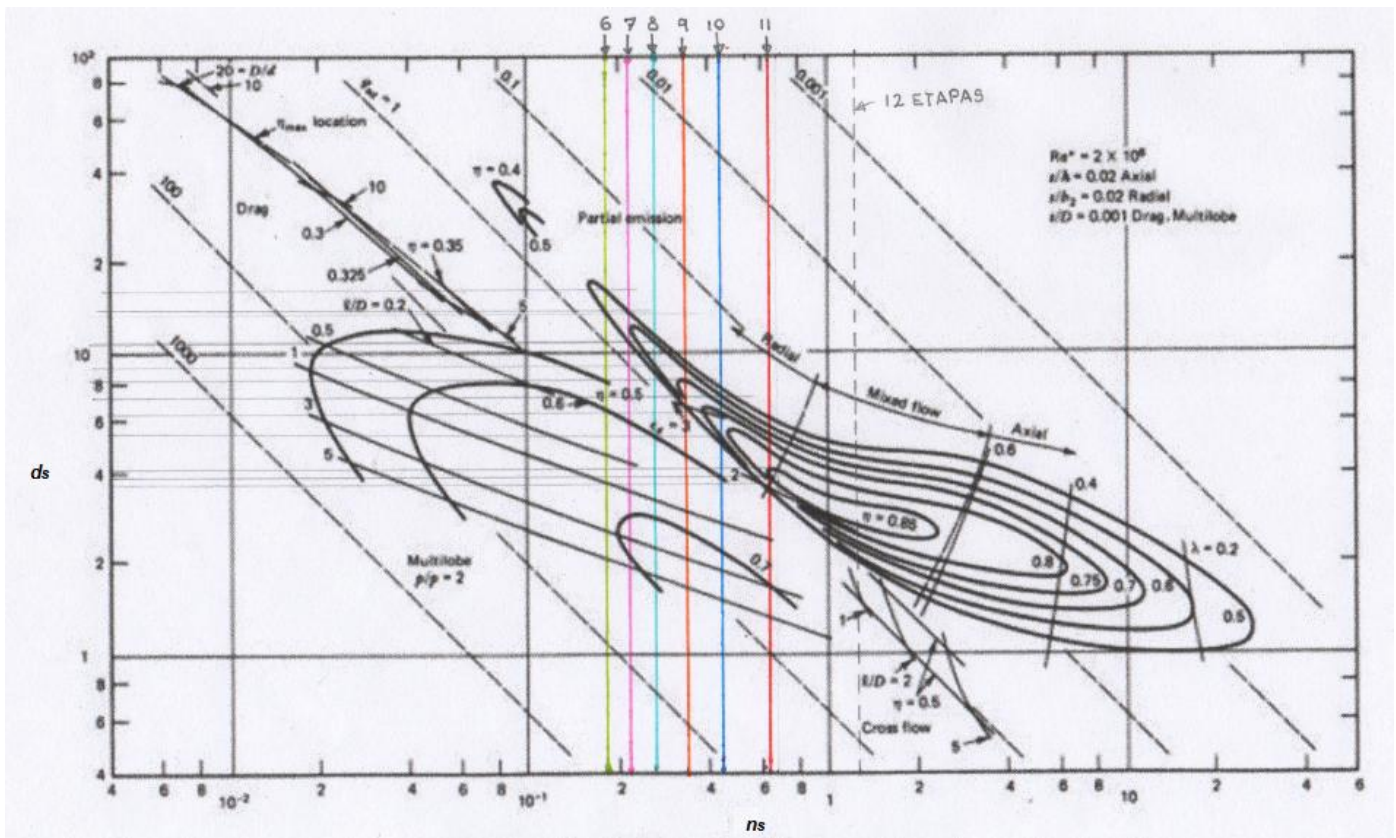


Figura 7.11 Líneas de número constante de etapas para compresores centrífugos evaluados

Algo interesante, es que en contraste con los compresores axiales, la velocidad específica resulta insensible a la velocidad angular (ya que el producto  $\omega V^{0.5}$  se mantiene constante), pero el efecto de éstas se ve reflejado en el diámetro final. A mayor velocidad se logra un menor diámetro. La velocidad específica por otra parte, queda determinada únicamente con la carga, por eso cuando se tiene como dato la carga total del compresor, el número de etapas determina la velocidad específica y es posible trazar para esta carga total, líneas de número constante de etapas en el mapa  $n_s d_s$ , como se hizo en la figura 7.11.

### 7.3.3 Correcciones

Después de leer el potencial de eficiencia obtenible en un diagrama detallado como en el de la figura 6.13, o de un mapa más general como el de la figura 2.2, se debe hacer una serie de correcciones que tomen en cuenta diversos fenómenos de mecánica de fluidos. Estas correcciones se presentan a continuación.

- 1) Se corrigen los valores de  $P_{1-t}$  y  $P_{2-t}$  a valores estáticos [1]. Se estima la densidad estática  $\rho_{1-st} = 0.9\rho_1$
- 2) Se elige un ángulo de salida  $\beta_2$  y se predice el potencial de eficiencia de la figura 6.13
- 3) Se verifica  $La^*$  y se estima  $\eta_{st}$  (Figura 6.14)
- 4) Detrimento de eficiencia por holgura de punta  $s_a/b_2$  (Figura 2.11)
- 5) Detrimento por  $Re^*$  de referencia (Fig. 2.16 'Sólo cualitativo')
- 6) Detrimento de eficiencia por espesor de borde inicial Fig. 7.12.

Se utiliza [1] en vez de un número de Mach relativo de entrada, un número de Laval relativo de entrada

$$La_{w-1}^* = \frac{w_1}{c_{s-1}^*}$$

$$w_1 = \sqrt{c_{m-1}^2 + U_1^2} \quad \text{donde} \quad U_1 = \frac{U_2}{\varepsilon_e}$$

- 7) Como paso final, se verifica el valor estimado para la densidad [1]

$$\frac{\rho_t}{\rho_{st}} = \left\{ 1 + \frac{\left(\frac{k-1}{k+1}\right) La^2}{1 - \left(\frac{k+1}{k-1}\right) La^2} \right\}^{1/(k-1)}$$

Donde  $La = \frac{c_{m-1}}{c_{s-1}^*}$

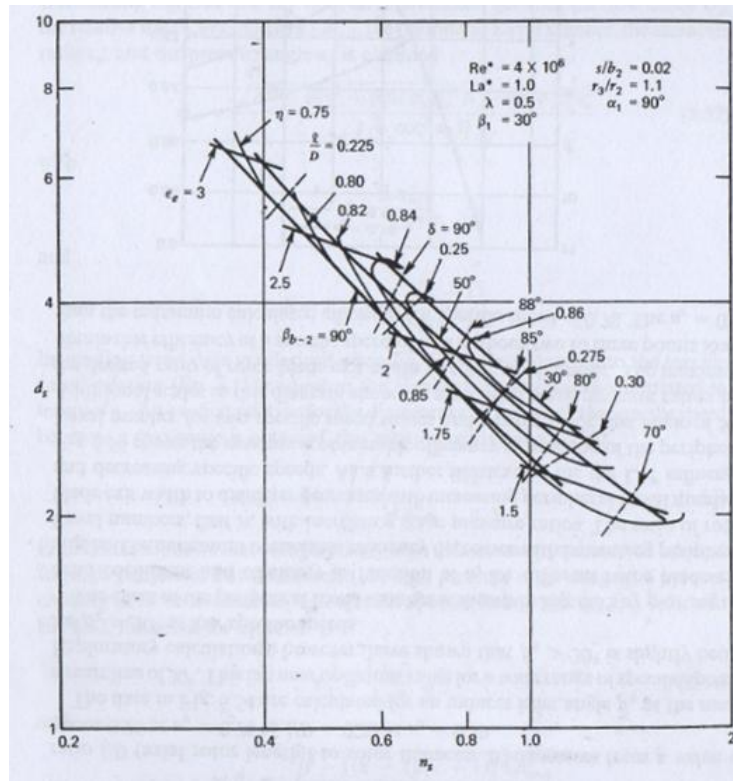


Figura 6.13 (repetición) Diagrama  $n_s d_s$  para compresores con rotor de flujo mixto [1].

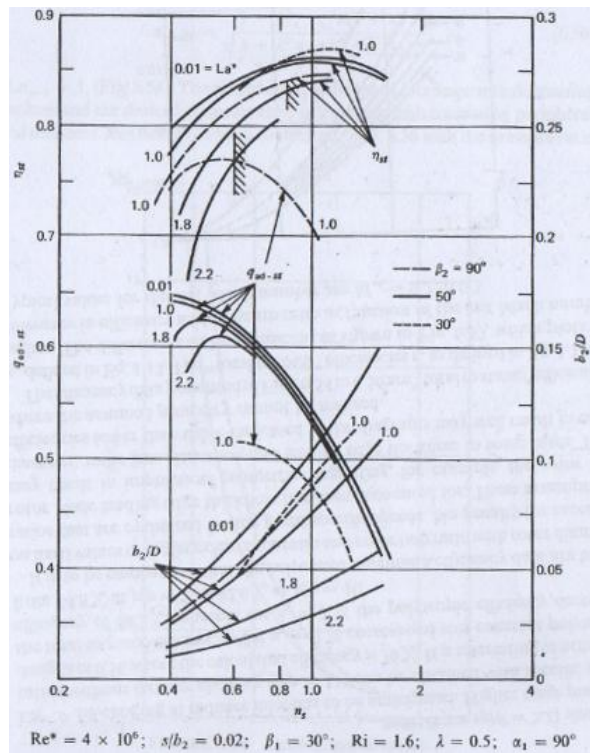


Figura 6.14 (repetición) Influencia del número periférico de Laval sobre la eficiencia [1].



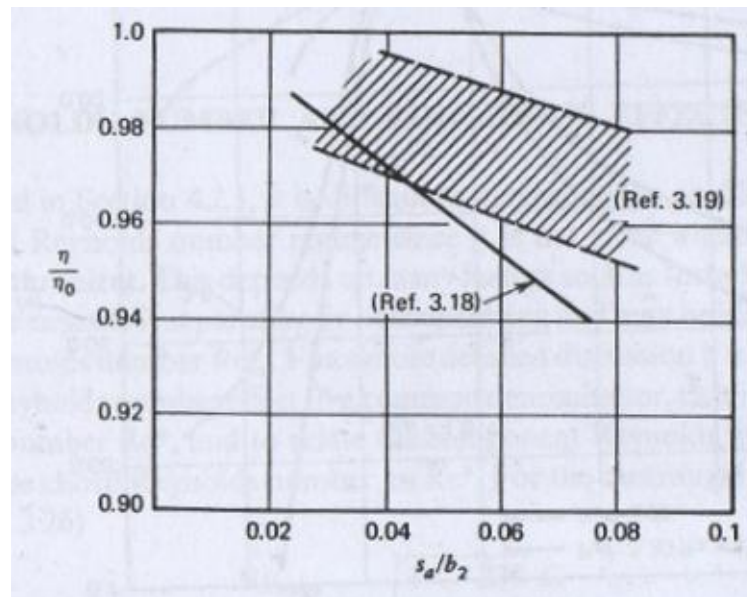


Figura 2.11 (repetición) Efecto de holgura de punta en compresores centrífugos [1].

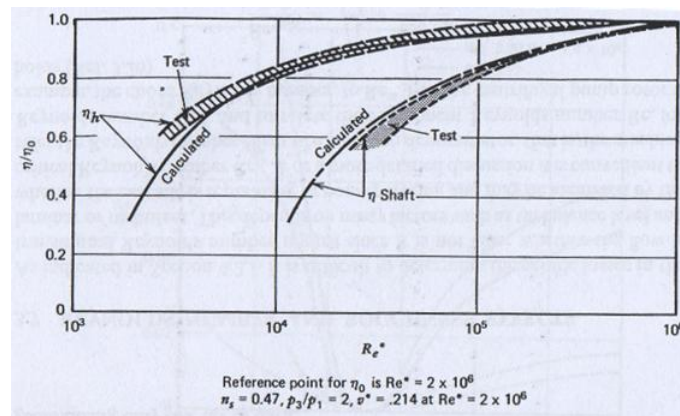


Figura 2.16 (repetición) Influencia del número de Reynolds sobre la eficiencia hidráulica y sobre la eficiencia de eje en bombas centrífugas [20].

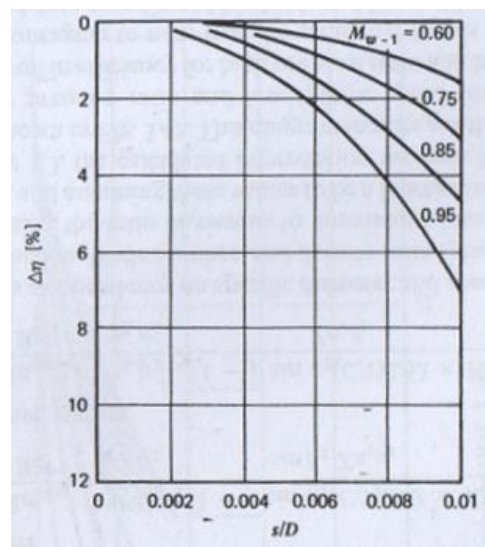


Figura 7.12 Datos preliminares del efecto del espesor del borde inicial en un compresor centrífugo [1].

### 7.3.4 Esfuerzos máximos permisibles

Finalmente hay que mencionar que adicionalmente a la evaluación presentada, se debe considerar el comportamiento del material del rotor a la termofluencia y a la fatiga. Se presenta un esquema en la figura 7.13 del efecto que tiene la temperatura en la curva de termofluencia. En la figura 7.14 se muestran los resultados de una serie de ensayos de termofluencia, y en la figura 7.15 se muestran la cantidad de ciclos a la falla de dos materiales.

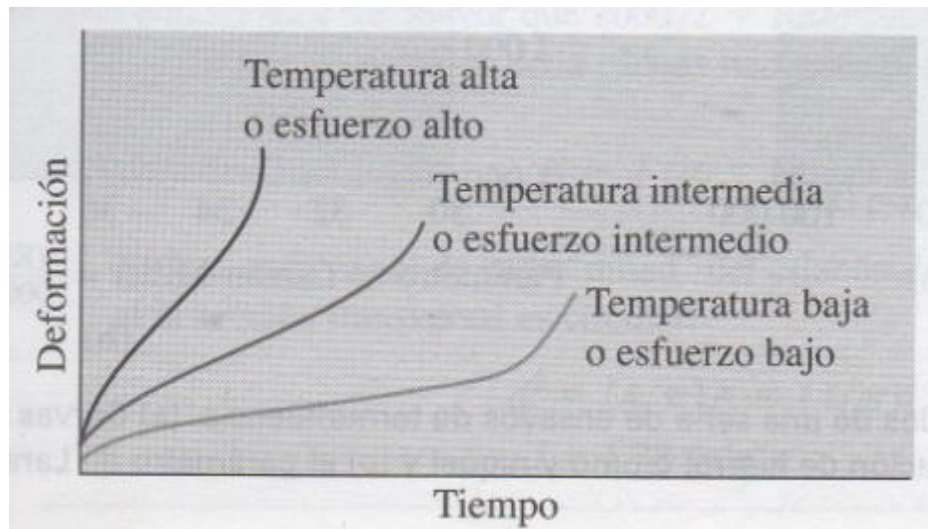


Figura 7.13 Efecto de la temperatura o esfuerzo aplicado sobre la curva de termofluencia [81].

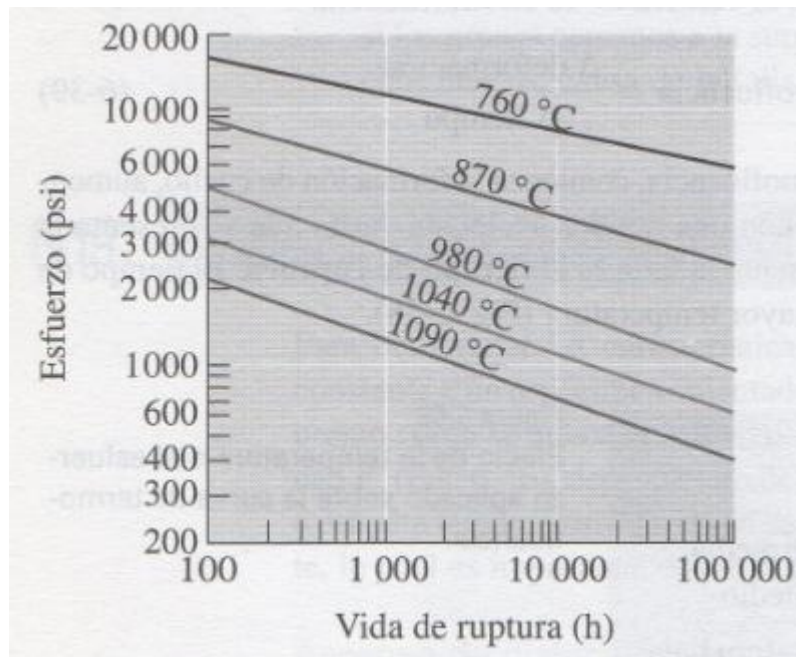


Figura 7.14 Resultados de una serie de ensayos de termofluencia [81].

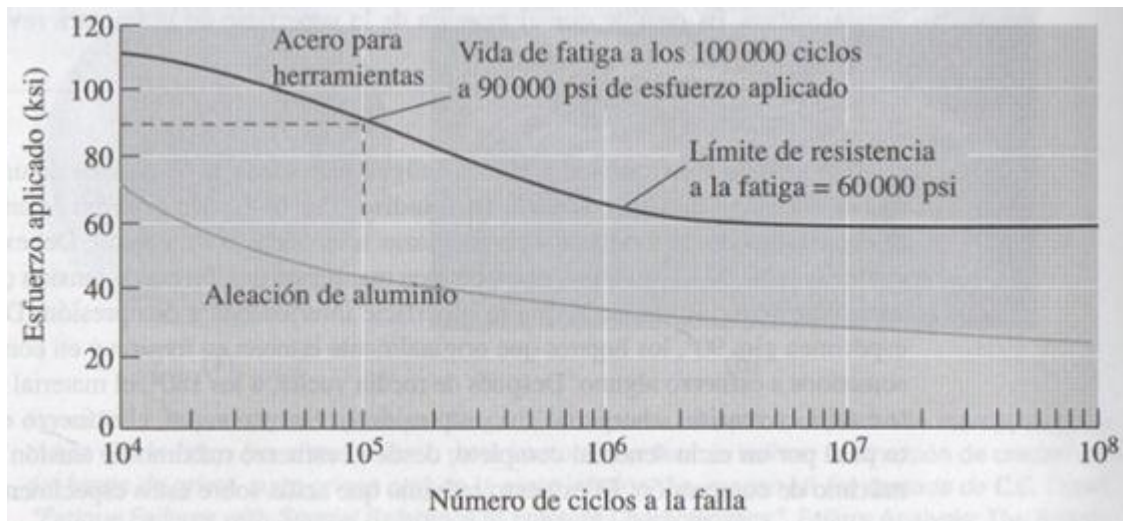


Figura 7.15 Curvas S-N, o de esfuerzo-cantidad de ciclos a la falla [81].

#### **7.4 Análisis de viabilidad y evaluación rápida en condiciones de refrigeración doméstica**

Para un compresor multietapa, el incremento total de presión es:

$$\Delta P_C = N_E \Delta P_E \quad (7.13)$$

donde  $\Delta P_E$  es el incremento de presión en cada etapa, suponiendo que el incremento es el mismo en cada etapa. El incremento por etapa  $\Delta P_E$  es entonces:

$$\frac{P_2 - P_1}{N_E} = \Delta P_E \quad (7.14)$$

Para la primera etapa:  $\Delta P_E = P_{2,1} - P_1$

Donde  $P_{2,1}$  significa presión de salida de la etapa 1.

La relación de presiones en la primera etapa resulta:

$$r_{p-1} = \frac{P_1 + \Delta P_E}{P_1}$$

La relación de presiones en la segunda etapa resulta:

$$r_{p-2} = \frac{P_1 + 2 \Delta P_E}{P_1 + \Delta P_E}$$

La relación de presiones en la n-ésima etapa, resulta:

$$r_{p-n} = \frac{P_1 + n \Delta P_E}{P_1 + (n-1) \Delta P_E} \quad (7.15)$$

Donde  $P_1$  es la presión a la entrada del compresor y  $P_2$  es la presión a la salida del mismo.

Con los datos de la sección 7.1, para  $P_1 = 115\,210 \text{ [Pa]}$  y  $P_2 = 1\,470\,720 \text{ [Pa]}$  se hace un análisis rápido de viabilidad:

Como se tiene una diferencia de presiones muy elevada, lo primero que se hará será evaluar las relaciones de presión máximas permisibles por etapa, nuevamente, suponiendo que la presión se divide igualmente entre todas las etapas. Con las suposiciones anteriores, las relaciones de presión en cada etapa son:

Etapa	$r_p$
1	1.98046
2	1.49507
3	1.33113
4	1.24876
5	1.19921
6	1.16611
7	1.14245
8	1.12469
9	1.11087
10	1.0998
11	1.09074
12	1.0832

Tabla 7.4 Relaciones de presión en cada etapa.

Ahora, de la figura 5.46 se observa que la primera etapa entra en *choke* para cualquier región dentro de la zona de  $\eta > 0.4$  y aparentemente la segunda etapa también tendrá fuertes limitaciones. Entonces, no es viable una división de presiones como la sugerida. Lo que debe hacerse es un diseño etapa por etapa para administrar lo mejor posible las relaciones de presión y evitar eficiencias bajas y/o *choke*.

Del análisis de la sección 1.2.2:

$$\Delta T_{ad} = T_1 * (r_{p-Etapa}^{(k-1)/k} - 1);$$

Si elegimos una  $r_{p-Etapa}$  (igual para todas las etapas) de 1.2 para evitar *choke*, ( $k$  promedio del proceso de compresión)

$$N = \frac{T_{0I}}{\Delta T_0} \left[ \left( \frac{P_{0II}}{P_{0I}} \right)^{(\kappa-1)/\kappa} - 1 \right] = \frac{305}{7} \left[ \frac{1\,470\,720^{0.14/1.14}}{115\,210} - 1 \right] = 16.25$$

Con esas consideraciones se tienen 17 etapas (Libres de *choke* en una sección considerable e importante del mapa  $n_s d_s$ ) y cada etapa tiene una  $\Delta P$  distinta. Así que con la restricción  $r_{p-Etapa}$  constante se tiene que diseñar etapa por etapa hasta alcanzar la presión deseada.

Para las primeras dos etapas, la tabla de evaluación para un compresor axial queda de la siguiente manera:

No.	Etapas	$D[m]$	$N[rpm]$	$n_s[1]$	$d_s[1]$	Eficiencia	$Re^*$	$La^*$	$\sigma[MPa]$	$h_D$
25	1 de 17	0.02	350 000	1.92	1.85	$\eta \approx 0.6$	2.9E06	0.74	12.6	0.3
25	2 de 17	0.02	350 000	1.89	1.85	$\eta \approx 0.6$	2.8E06	0.73	12.4	0.3

Tabla 7.5 Resultados de la evaluación teórica para micro turbocompresor axial en condiciones de refrigeración doméstica

Para comparar el desempeño que tendría un compresor centrífugo, se toma la misma  $r_{p-Etapa}$  y por lo tanto también 17 etapas, así como la misma velocidad angular. Las características geométricas particulares de la etapa se detallaron en la sección 7.3.

No.	Etapas	$D[m]$	$N[rpm]$	$n_s[1]$	$d_s[1]$	Eficiencia	$Re^*$	$La^*$	$\sigma[MPa]$
26	1 de 17	0.016	350 000	0.54	5.1	$\eta \approx 0.8$	1.8E06	0.58	7.7
26	2 de 17	0.016	350 000	0.54	5	$\eta \approx 0.8$	1.7E06	0.57	7.6

Tabla 7.6 Resultados de la evaluación teórica para micro turbocompresor centrífugo en condiciones de refrigeración doméstica

En este último caso, si se desea tener una relación de presiones mayor para reducir el número de etapas, la carga aumenta y es de esperarse que tanto la velocidad específica como la eficiencia, disminuyan. Se tendría que hacer una elección entre una mayor eficiencia o un menor número de etapas.

La anterior, nuevamente no fue una búsqueda exhaustiva de alternativas ni la pretensión de un diseño detallado, simplemente una ejemplificación del método desarrollado. La discusión detallada sobre las evaluaciones, se presentó en las secciones 7.2.2 y 7.3.2.

## Conclusiones

Este trabajo presenta una metodología de evaluación rápida de viabilidad de turbocompresores a nivel fluido-dinámico considerando de manera aproximada el nivel de esfuerzos en el rotor, y de predicción de eficiencia siempre que se cumplan las restricciones para el uso de los mapas de Balje. Se muestran directrices de corrección cuando uno se aleja de los rangos de validez de estos mapas.

El método se basa en el reconocimiento de los parámetros de similitud necesarios y suficientes para determinar el comportamiento de un turbocompresor. Las relaciones de pérdida dependen de la evidencia experimental disponible, lo que hace a los mapas dependientes del estado del arte.

Los diagramas  $n_s d_s$  presentan la eficiencia máxima y la geometría óptima de una turbomáquina de forma rigurosa, práctica y formalmente correcta.

Se presentan las limitaciones físicas generales en el diseño de turbocompresores: esfuerzos máximos permisibles, relaciones de presión alcanzables, *surge*, *choke*, y algunos efectos geométricos de importancia.

La metodología de evaluación puede ser utilizada para verificar la viabilidad del uso de turbocompresores en refrigeración doméstica y en dado caso, de asistir en el proceso de diseño en sus etapas tempranas.

Para refrigeración doméstica, considerando R134A como gas refrigerante, de forma rápida se estimaron 17 etapas para una relación de presiones de 1.2 por etapa, relación de presiones dentro del rango típico de rotores axiales. Ya que para rotores centrífugos las relaciones de presión típicas son mayores (aproximadamente del doble) es posible que este número de etapas pueda reducirse para determinadas elecciones en la geometría y con la inclusión de difusores.

Es deseable tener el menor número de etapas posible para evitar problemas rotodinámicos que según Brown [3] y como guía general, comienzan a hacerse importantes a partir de 8 etapas; la reducción en el número de etapas del compresor axial (para determinada carga total) está limitada por *choke*, mientras que en el compresor centrífugo por la eficiencia, ya que en este último caso, a mayor carga por etapa disminuye la velocidad específica y es de esperarse una menor eficiencia. Se necesita investigación adicional sobre las limitaciones rotodinámicas específicas de micro turbocompresores en condiciones de refrigeración doméstica (esto es, geometría y velocidad de rotación).

Como observación adicional, y a partir de los datos evaluados, dado que el flujo másico en los turbocompresores puede llegar a ser significativamente mayor con respecto al del compresor recíprocante (poco más de 15 veces mayor en el caso del axial), también podría ocurrir que la carga total requerida en el turbocompresor sea suficientemente menor que la requerida para un compresor recíprocante (para mantener la misma transferencia de calor), y con ello reducir el número necesario de etapas, además de aumentar la eficiencia del ciclo termodinámico. Se necesita una evaluación adicional al respecto.

Sólo basándose en las evaluaciones que ejemplifican el método, parecería viable el diseño de micro turbocompresores con eficiencias aceptables que reemplacen a los compresores recíprocantes actuales.

## Referencias

- [1] O.E. Balje <<Turbomachines>>, John Wiley & Sons, 1981
- [2] S.L. Dixon, <<Fluid Mechanics, Thermodynamics of Turbomachinery, Butterworth-Heinemann, Oxford, 1998
- [3] R. N. Brown <<Compressors, Selection and Sizing>>, Butterworth-Heinemann, 1977
- [4] O.E. Balje <<A Study on Design Criteria and Matching of Turbomachines>>, Journal of Engineering for Power, ASME Transactions, January 1962.
- [5] K.E. Nichols <<How to Select Turbomachinery For Your Application>>, Barber-Nichols Inc,
- [6] B1 Y.A. Cengel and J.M. Cimbala <<Mecánica de fluidos>>, Mc. Graw Hill, 2006
- [7] K.E. Nichols, D.G. McPherson, and O.E. Balje, "Study of Turbine and Turbopump Design Parameters, Final Report" Low Specific Speed Turbopump Study, Vol. 4, S/TD No. 1735, Department of the Navy, Office of Naval Research, Denver, November 20, 1959
- [8] O. Cordier, <<Similarity Considerations in Turbomachines>>, VDI Reports, 3, 85, 1955.
- [9] P. G. Buehning, <<The Characteristics of Extreme High Specific Speed and Axial Machines>> VDI Research No. 468, VDI Verlag, 1958.
- [10] M.J. Schilhansl, "Stress Analysis of Radial Flow Rotor" *Engineering for Power*, ASME Transactions, 84 (1), 124, January 1962.
- [11] D.G. Arnold and O.E. Balje, "High Temperature Potential of Uncooled Radial Turbines" , ASME Transactions, 100 (2), 124, January 1962.
- [12] B. Eckert and E. Schnell, *Axial and Radial Compressors*, Springer-Verlag, Berlin, 1953.
- [13] R.C. Pampreen, "Small Turbomachinery Compressor and Fan Aerodynamics" , *Journal of Engineering for Power*, ASME Transactions, Series A, July 1973.
- [14] W. Traupel, *Thermal Turbomachines*, Springer-Verlag, Berlin, 1977. (En alemán)
- [15] R.L. Binsley and J. L. Boynton, "Aerodynamic Design and Verification of a Two-Stage Turbine with a Supersonic First Stage" , *Journal of Engineering for Power*, ASME Transactions, 100 (2), 197, April 1978
- [16] M. E. Dejc, *Investigations and Calculations on Axial Turbin Stages*, VEB Verlag, Technik, Berlin, 1973. (En alemán)
- [17] H. Möehle, "Investigations on the Influence of the Axial Distance Between Rotor and Stator on the Performance of Single-Stage Axial Turbomachines" *Konstruktion*, 6, 213, 1961. (En alemán)
- [18] N. Scholz, *Aerodynamics of Cascades, Vol. 1*, Verlag G. Brown, Karlsruhe, 1965.
- [19] W. Stiefel, "Experiences in the Development of Radial Compressors" , Von Karman Institute for Fluid Dynamics, Lecture Series 50, May 1972.

- [20] O.E. Balje, "A Study on Reynolds Number Effects in Turbomachines", *Journal of Engineering for Power*, ASME Transactions, 86 (3), 227, July 1964.
- [21] R. Rotzoll, "Investigations on a Low Specific Speed Pump At Different Reynolds Numbers", *Konstruktion*, 10, 122, 1958.
- [22] C. Pfleiderer, *Centrifugal Pumps*, Springer-Verlag, Berlin, 1955.
- [23] H. Schlichting, *Boundary Layer Theory*, McGraw-Hill, New York, 1955.
- [24] R. Binsley and O.E. Balje, "Axial Turbine Performance Evaluation", *Journal of Engineering for Power*, ASME Transactions, 90 (4), 241, October 1968.
- [25] O.E. Balje "A Flow Model for Centrifugal Compressor Rotors", ASME Transactions, 100 (1), 148, January 1978.
- [26] W. Albring, *Applied Fluid Mechanics*, 5<sup>th</sup> ed. Akademie-Verlag, East Berlin, 1978.
- [27] H. Schlichting, "A Background of the Problems of Boundary Layer Research", Report No. 252, AGARD Fluid Dynamics Panel, 1960.
- [28] O.E. Balje, "Axial Cascade Technology and Application to Flow Path Designs", *Journal of Engineering for Power*, ASME Transactions, 90 (4), 309, October 1968.
- [29] G.L. Mellor, "An Analysis of Axial Compressor Cascade Aerodynamics, Part I and Part II", *Journal of Basic Engineering*, ASME Transactions, 81 (3), 387, September 1959.
- [30] S. Lieblein, "Loss and Stall Analysis of Compressor Cascades", *Journal of Basic Engineering*, ASME Transactions, 81 (3), 362, September 1959.
- [31] O. Zweifel, "The Spacing of Turbomachine Blading, Especially with Large Angular Deflection", *The Brown Boveri Review*, 436, December 1945.
- [32] A. Betz, *Introduction to the Theory of Flow Machines*, Pergamon, Oxford, 1966.
- [33] H. Wolf, "End Wall Losses in Straight Cascades", *Maschinenbautechnik*, 14 (12) 1965. (En alemán).
- [34] C. Pfleiderer, *Pumps*, Springer-Verlag, Berlin, 1961.
- [35] G. Hubert, "Problems in Secondary Flows of Axial Turbomachines", *VDI Forschungsheft* 29, 496, 1963. (En alemán).
- [36] A. D. S. Carter, "The Low Speed Performance of Related Aerofoils in Cascade", British Aeronautical Research Council, Current Paper 29, 1949.
- [37] K. Wichert, "Profile Designs of Compressors and Turbines", *Maschinenmark*, 23, 5, 1956.
- [38] A. Stodola, *Steam and Gas Turbines, Vol. I*, Peter Smith, New York, 1945.
- [39] A. Busemann, "The Head Ratio of Centrifugal Pumps with Logarithmic Spiral Blades", *ZAMM*, 8, 372, October 1928. (En alemán).



- [40] F. J. Wiesner, "A Review of Slip Factors for Centrifugal Impellers", *Journal of Engineering for Power*, ASME Transactions, 89 (4), 558, October 1967.
- [41] D. Eckhardt, "Detailed Flow Investigations Within a High-Speed Centrifugal Compressor Impeller", *Journal of Fluid Engineering*, ASME Transactions, 98 (3), 390, September 1976.
- [42] D. Eckhardt, "Instantaneous Measurements in the Jet-Wake Discharge Flow of Centrifugal Compressor Impeller", *Journal of Engineering for Power*, ASME Transactions, 97 (3), 337, July 1975.
- [43] D. Eckhardt, "Investigations of the Jet-Wake Regime Behind A Highly Loaded Centrifugal Compressor Rotor", *Deutsche Forschungs-und Versuchsanstalt für Luft-und Raumfahrt (DFVLR)*, Research Report DLR-FB 77-32, Köln, Germany, 1977.
- [44] O. E. Balje, "Loss and Flow Path Studies on Centrifugal Compressor", *Journal of Engineering for Power*, ASME Transactions, 92 (3), 275, July 1970.
- [45] S. J. Kline, D. E. Abbott, and R. W. Fox, "Optimum Design of Straight-Walled Diffusers", *Journal of Basic Engineering*, ASME Transactions, 81 (3), 321, September 1959.
- [46] E. Gruschwitz, "The Turbulent Boundary Layer in Two-Dimensional Flow with Adverse and Favorable Pressure Gradient", *Ingenieur-Archiv*, 26,321, 1931 (en alemán).
- [47] H. Schlichting, "Three-Dimensional Boundary Layer Flow", Institute for Aerodynamic German Research Institute for Aeronautics (DFL), Report No. 62146, Braunschweig, December 5, 1962.
- [48] G. Sovran and E. D. Klomp, *Fluid Mechanics of Internal Flow*, Elsevier, Amsterdam, NewYork, 1967.
- [49] B. Eck, *Technical Fluid Dynamics*, Springer-Verlag, Berlin, 1958.
- [50] O. Sawatzki, "Swirling Flows in Cylindrical Pipes", *Fluid Mechanics and Turbomachines*, No. 12, G. Braun, Karlsruhe, 1972. (En alemán).
- [51] Howell, A. R. (1945). Design of axial compressors. *Proc. Instn. Mech, Engrs.*, 153
- [52] Howell, A.R. (1942). The present basis of axial flow compressor design: Part I, Cascade theory and performance. *ARC R and M*. 2095.
- [53] Herrig, L. J., Emery, J. C. and Erwin, J. R. (1957). Systematic two-dimensional cascade tests of NACA 65-Series compressor blades at low speeds. *NACA T.N.* 3916.
- [54] Felix, A. R. (1957). Summary of 65-Series compressor blade low-speed cascade data by use of the carpet-plotting technique. *NACA T.N.* 3913.
- [55] Lieblein, S. (1959). Loss and stall analysis of compressor cascades. *Trans. Am. Soc. Mech. Engrs.*, Series D, **81**.
- [56] Horlock, J. H. (1958). *Axial Flow Compressors*. Butterworths (1973). Reprint with supplemental material, Huntington, New York: Kreiger.
- [57] Smith, L. H., Jr. (1970). Casing boundary layers in multistage compressors. *Proceedings of Symposium on Flow Research on Blading*. L. S. Dzung (ed.), Elsevier.

- [58] Mellor, G. L. and Balsa, T. F. (1972). The prediction of axial compressor performance with emphasis on the effect of annulus wall boundary layers. *Agardograph No. 164*. Advisory Group for Aerospace Research and Development.
- [59] Daneshyar, M., Horlock, J. H. and Marsh, H. (1972). Prediction of annulus wall boundary layers in axial flow turbomachines. *AGARDograph No. 164*. Advisory Group for Aerospace Research and Development.
- [60] Howell, A. R. and Bonham, R. P. (1950). Overall and stage characteristics of axial flow compressors. *Proc. Instn. Mech. Engrs.*, **163**.
- [61] Hawthorne, W. R. and Horlock, J. H. (1962). Actuator disc theory of the incompressible flow in axial compressors. *Proc. Instn. Mech. Engrs.*, **176**, 789.
- [62] Macchi, E. (1985). The use of radial equilibrium and streamline curvature methods for turbomachinery design and prediction. In *Thermodynamics and Fluid Mechanics of Turbomachinery*, Vol. 1. (A. S. U" cer, P. Stow and Ch. Hirsch, eds) pp. 133-66. Martinus Nijhoff.
- [63] H. Linneman, "Tandem Grid in a Single Stage Axial Blower", *Konstruktion*, 16 (4), 128, 1964.
- [64] H. H. Hebbel, "Influence of Mach Number and Reynolds Number on Aerodynamic Criteria of Compressor Cascades at Different Degrees of Turbulence", *Forschung im Ingenieurwesen*, 30 (3), 1964.
- [65] K. H. Grewe, "Cascade Flow Investigations in a Variable Density High Speed Wing Tunnel", Institute of Fluid Mechanics, Braunschweig, Germany, March 12, 1957.
- [66] H. H. Hebbel, "Investigation on the Mach Number Influence on the Secondary Losses in Turbine Cascades at High Subsonic Velocities", *Z. Flugwiss.* 13 (9), 324, 1965. (En alemán).
- [67] H. Tennekes and J. L. Lumley, *A first Course in Turbulence*, MIT, Cambridge, Mass. 1972.
- [68] J. Moore, "A Wake and an Eddy in a Rotating Radial Flow Passage", *Journal of Engineering for Power*, ASME Transactions, 95 (3), 205, July 1973.
- [69] NASA, "Aerodynamic Design of Axial Flow Compressors", NASA-SP-36, 1965.
- [70] Howell, A. R. (1945). Fluid dynamics of axial compressors. *Proc. Instn. Mech. Engrs.*, **153**.
- [71] Wiesner, F. J. (1967). A review of slip factors for centrifugal compressors. *J. Eng. Power. Trans Am. Soc. Mech. Engrs.*, **89**, 558-72.
- [73] Clements, W. W. and Artt, D. W. (1988). The influence of diffuser channel length to width ratio on the efficiency of a centrifugal compressor. *Proc. Instn Mech Engrs.*, **202**, No. A3, 163-9.
- [74] K. Wark Jr, D. E. Richards, "Termodinámica", *Sexta Edición*, Purdue University, McGraw Hill, 2001.
- [75] [http://www.peacesoftware.de/einigewerte/r134a\\_e.html](http://www.peacesoftware.de/einigewerte/r134a_e.html)
- [76] M. O. Kahn <<Basic Practices in Compressor Selection>>, International Compressor Engineering Conference, Purdue University, 1984.
- [77] <http://www.koford.com/22.pdf>

[78] R. Capata, E. Sciubba <<Use of Modified Balje Maps in the Design of Low Reynolds Number Turbocompressors>>, Proceedings of the ASME 2012 International Mechanical Engineering Congress & Exposition, November 2012.

[79] <http://www.fischerspindle.ch/standorte/fischer-engineering-solutions-ag/technologie/electric-micro-turbo-compressor-emtc-500k/>

[80] E. Kroll, S. S. Condoor, D. G. Jansson <<Innovative Conceptual Design, Theory and Application of Parameter Analysis>>, Cambridge University Press, 2004.

[81] D. R. Askeland, P. P. Phulé <<Ciencia e ingeniería de los materiales>>, 4° Ed., Thomson, 2004.