



**UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO**  
**PROGRAMA DE MAESTRÍA Y DOCTORADO EN INGENIERÍA**  
**INGENIERÍA CIVIL – HIDRÁULICA**

Modelo asimétrico de un ciclón tropical al desplazarse por tierra

TESIS  
QUE PARA OPTAR POR EL GRADO DE  
MAESTRO EN INGENIERÍA

PRESENTA:  
**Daniel Pastrana Maldonado**

TUTOR:  
**Dr. César Treviño Treviño**  
Facultad de Ciencias, Unidad Académica Sisal

México D. F. noviembre 2014

## **Jurado asignado**

Presidente: Dr. Figueroa Espinoza Bernardo

Secretario: Dra. Enriquez Ortiz Cecilia Elizabeth

Vocal: Dr. Treviño Treviño César

1<sup>er</sup> suplente: M. en C. Appendini Albrechtsen Christian Mario

2<sup>do</sup> suplente: Dr. Martínez Suástegui Lorenzo Alberto

Laboratorio de Ingeniería y Procesos Costeros. Sisal, Yucatán.  
Instituto de Ingeniería, UNAM.

### **TUTOR DE TESIS:**

Dr. Treviño Treviño César

---

**Firma**

*A mis padres Consuelo y Aurelio.  
A mis hermanas Eneida y Ericka.*

*I doubt not, but we have one common  
desing; I mean, a sincere endeavour  
after knowledge...*

*–Sir Isaac Newton–*



# Agradecimientos

Al Dr. César Treviño Treviño por su amistad y enseñanzas a lo largo de estos años. Sin duda el trabajar bajo su dirección ha sido parte importante en mi formación.

Al Posgrado de Ingeniería y al Laboratorio de Ingeniería y Procesos Costeros. A los Doctores Paulo Salles, Tonatiuh Mendoza y José López.

Al Dr. Alec Torres Freyermuth, quien ha mostrado interés en mi formación y confianza en mi trabajo.

A los Doctores Bernardo Figueroa, Cecilia Enriquez, Lorenzo Martínez y al M. en C. Christian Appendini por los comentarios y correcciones realizados a esta tesis.

A mis compañeros de clase, cubículo y casa, a Jesús, por toda la diversión y a Alejandra por la comida.

A Sisal y a las personas que por alguna razón llegaron aquí, particularmente a Gaby, la parcera Jennie, Gizmo Florencia Guadalupe, Miri, Viri, Pablo, Juan, María, Leslie, Ari, Arantxa, Ale, Ara, Vale, Fer y a los compañeros del laboratorio de Ingeniería y Procesos Costeros Mauricio, Martín, Wilmer, Leonardo y José, cada uno ha logrado que la vida en Sisal sea extraordinaria.

A mis padres, Consuelo y Aurelio, y a mis hermanas, Eneida y Ericka, por quienes todo empieza y se mantiene.

A los proyectos UNAM PAPIITIN115512 y PAPIITIB100513.

Al Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología por el apoyo económico brindado a través de la beca de maestría 487860/278102.

# Resumen

Se ha establecido que la capa límite de los ciclones tropicales juega un papel importante en el proceso de intensificación debido a que interactúa directamente con el océano y regula la distribución de cantidad de movimiento lineal, cantidad de movimiento angular y humedad en la parte alta de la tormenta. Este trabajo parte de las ecuaciones de capa límite para ciclones tropicales promediadas en vertical y analiza sus efectos en la distribución de entropía que logra extraer del océano, así como sus repercusiones en el potencial de intensidad. Con este fin se resolvieron las ecuaciones de capa límite para obtener el campo de velocidades. Las componentes de velocidad se utilizan para resolver la ecuación de balance de entropía y finalmente obtener el potencial de intensidad.

El estudio se dividió en dos partes. Primero se analizó el comportamiento de las soluciones simétricas que pueden caracterizar al ciclón cuando se encuentra en el océano, y su respuesta en relación con el radio de viento máximo  $r_m$  y dos parámetros adimensionales, el número de Rossby  $Ro$  y el coeficiente de fricción adimensional  $\widetilde{C}_D$ . En términos generales se encontró que el incremento de estos tres parámetros tienden a aumentar el desbalance de viento gradiente en la capa límite y el potencial de intensidad del ciclón. Posteriormente se estudió el comportamiento de las soluciones asimétricas del sistema cambiando el coeficiente de fricción y de intercambio de entropía en la mitad del dominio, situación que puede representar cuando el ciclón ha tocado tierra. En este caso aparecen los parámetros adimensionales  $C_{DT}/C_{DM}$  y  $C_{kT}/C_{kM}$  que relacionan los coeficientes de fricción e intercambio de entropía en mar y en tierra. Se encontró que la componente azimutal de velocidad alcanza su máximo en la parte marina mientras que la componente radial lo exhibe en tierra, del lado donde el flujo va de tierra a mar,

lo que también se ve reflejado en una estructura asimétrica para la componente de velocidad vertical. La forma asimétrica del ciclón tiende a ser más marcada conforme aumenta  $r_m$ ,  $Ro$  y  $C_{DT}/C_{DM}$ . Con relación al potencial de intensidad se mostró que cuando el ciclón toca tierra su estructura asimétrica tiende a reducir el potencial de intensidad y se logró establecer cómo se ve influenciado por los diferentes parámetros.

También se realizó un análisis de la variación del parámetro de Euler  $Eu$ , tanto en agua como en tierra, con los datos medidos para ciclones tropicales en el Océano Atlántico. Se encontró que cuando el ciclón se encuentra en agua  $Eu$  tiende a permanecer constante, mientras que en tierra el parámetro varía drásticamente con una tendencia a crecer, confirmando que en el mar, cuando se ha alcanzado la categoría de huracán, los ciclones tropicales evolucionan lentamente permaneciendo cerca del estado estacionario, resaltando la importancia de los estados transitorios durante el proceso de disipación.



# Índice general

<b>Resumen</b>	<b>VII</b>
<b>Introducción</b>	<b>XV</b>
Antecedentes . . . . .	XX
Motivación . . . . .	XXIII
Objetivo . . . . .	XXIII
<b>1. Generalidades de los ciclones tropicales</b>	<b>1</b>
1.1. Estructura . . . . .	3
1.2. Principios físicos básicos . . . . .	3
1.3. Capa límite . . . . .	11
1.3.1. Ecuaciones de capa límite . . . . .	13
1.4. Energía y potencial de intensidad . . . . .	17
1.4.1. Atmósfera libre . . . . .	18
1.4.2. Capa límite . . . . .	21
1.4.3. Teoría del potencial de intensidad modificada . . . . .	24
<b>2. Planteamiento del problema</b>	<b>29</b>
2.1. Ecuaciones adimensionales . . . . .	29
2.2. Esquema de la solución numérica . . . . .	32
2.3. Validación del código computacional . . . . .	36

<b>3. Resultados</b>	<b>39</b>
3.1. Modelo simétrico . . . . .	39
3.2. Modelo Asimétrico . . . . .	49
3.3. El huracán Ike al tocar tierra . . . . .	62
3.4. Análisis empírico del número de Euler . . . . .	65
 <b>Conclusiones</b>	 <b>72</b>
 <b>Bibliografía</b>	 <b>76</b>
 <b>A. Difusión de momento horizontal</b>	 <b>83</b>

# Nomenclatura

$\Delta p_0$	Diferencia de presión al tiempo que el huracán toca tierra
$C_D$	Coefficiente de fricción
$c_p$	Capacidad calorífica a presión constante
$C_k$	Coefficiente de intercambio de entropía
$Eu$	Número de Euler
$Eu_0$	Número de Euler al tiempo que el huracán toca tierra
$F$	Flujo turbulento vertical de entropía
$f$	Parámetro de Coriolis
$f_i$	Componentes del vector de fricción
$g$	Aceleración gravitacional
$h$	Altura de la capa límite
$K$	Constante de difusividad de remolino
$k$	Entalpía
$L$	Constante de calor latente de evaporación
$M$	Cantidad de movimiento angular

---

$p$	Presión
$p_0$	Presión de referencia
$q_v$	Razón de mezcla del vapor de agua
$r, \lambda, z$	Componentes del vector posición en coordenadas cilíndricas
$r_0$	Radio máximo del ciclón tropical
$R_d$	Constante universal de los gases
$r_m$	Radio de viento máximo
$Re$	Número de Reynolds
$Ri$	Número de Richardson
$Ro$	Número de Rossby
$s$	Entropía
$T$	Temperatura
$t$	Tiempo
$u, v, w$	Componentes del vector velocidad en coordenadas cilíndricas
$u_i$	Componentes del vector velocidad
$V$	Velocidad máxima del ciclón tropical
$V_0$	Velocidad máxima al tiempo que el huracán toca tierra
$v_g$	Velocidad del viento gradiente
$x_i$	Componentes del vector posición

### Símbolos griegos

$\beta$	Parámetro de disipación adimensional $\beta = \tilde{C}_D v_m^2 / [(s_{s,0}^* - s_0)T_s]$
---------	---

---

$\delta_{ij}$	Delta de Kronecker
$\eta_j$	Componentes del vector de rotación terrestre
$\gamma$	Constante de ajuste de decaimiento exponencial para la velocidad máxima.
$\Omega$	Velocidad angular de la tierra
$\psi$	Función de corriente
$\rho$	Densidad del aire
$\rho_0$	Densidad de referencia
$\tau_{ij}$	Tensor de esfuerzos
$\varepsilon_{ijk}$	Tensor de Levi-Civita
$\xi$	Constante de ajuste de decaimiento exponencial para el déficit de presión.

**Subíndices**

0	Valor en el radio máximo del ciclón tropical
$b$	Valor en la capa límite
$g$	Valor afuera y arriba de la capa límite
$M$	Valor en el mar
$m$	Valor en el radio de viento máximo del ciclón tropical
$o$	Valor en el flujo de salida
$s$	Valor en la superficie
$T$	Valor en tierra

**Otros Símbolos**

*	Denota al estado de saturación
---	--------------------------------

- Denota al promedio vertical de la variable
- ' Denota al promedio angular de la variable
- ~ Denota a las variables adimensionales

# Introducción

Se denomina ciclón tropical a una circulación meteorológica intensa y cerrada que gira ciclónicamente<sup>1</sup> (en sentido contrario a las manecillas del reloj en el hemisferio norte) alrededor de un centro de baja presión bien definido, se origina sobre aguas tropicales y subtropicales, posee un núcleo caliente y presenta convección profunda y bien organizada [1]. Los huracanes involucran una gran variedad de procesos físicos como son: flujos rotatorios, dinámica de fluidos estratificados, capa límite, convección e interacciones océano atmósfera, entre otros, que los convierten en un tema de investigación complejo y de suma importancia debido a su función como reguladores naturales del balance termodinámico del planeta porque transportan calor, humedad y energía de las zonas tropicales a las zonas subtropicales pero pueden derivar en consecuencias negativas para los asentamientos humanos cuando ocurren en zonas costeras. Los daños que producen se deben principalmente a la gran cantidad de precipitación, vientos intensos y marea de tormenta que pueden generar, siendo un objeto de estudio importante en la ingeniería de costas. Estas consecuencias negativas van desde pequeños encharcamientos sobre las vías de comunicación en las poblaciones afectadas hasta inundaciones de poblaciones enteras y pérdidas humanas.

Se ha logrado establecer que la fuente de energía que alimenta a los ciclones tropicales se encuentra en el desequilibrio termodinámico que se establece entre la atmósfera y el océano [2]. Este desequilibrio, no se ve reflejado en un gradiente de temperatura elevado entre el aire y el agua –que en los trópicos es menor a 1°C– sino en la baja saturación<sup>2</sup> del aire cercano a la superficie que permite la evaporación. La

---

<sup>1</sup>En el hemisferio sur el giro es en dirección de las manecillas del reloj.

<sup>2</sup>El aire está saturado cuando contiene la cantidad máxima de vapor de agua posible para una

evaporación de agua transfiere calor latente del océano a la atmósfera debido a que el océano tiene una capacidad calorífica mucho mayor que la capacidad calorífica de la atmósfera. Se estima que sería necesario transferir  $10^8 \text{ J/m}^2$  de energía para alcanzar el equilibrio. La tasa a la que se transfiere el calor latente desde el océano a la atmósfera es función de la velocidad del viento en la superficie. Por otro lado, se ha señalado que la cantidad de vapor de agua que se puede extraer del océano está directamente relacionada con su contenido de calor integrado desde la superficie del océano hasta la profundidad en la que se localiza la isoterma de  $25^\circ\text{C}$ , es decir, la intensificación y el decaimiento están gobernados por factores ambientales como la rugosidad<sup>3</sup> y la temperatura de la superficie del océano, así como la profundidad de la capa de mezcla oceánica [3].

El ciclo que sigue la energía de un huracán bien desarrollado se ha idealizado como un ciclo de Carnot con una diferencia importante [4]. En un ciclo de Carnot típico la energía disponible se utiliza para realizar trabajo sobre los alrededores, mientras que en los ciclones tropicales se disipa de forma turbulenta en la capa límite atmosférica<sup>4</sup> de la tormenta donde nuevamente se transforma en calor. En el estado estacionario la energía mecánica generada está balanceada con la energía disipada por fricción que ocurre en su mayoría en la interfaz océano-atmósfera. Se ha logrado estimar que un huracán de categoría intermedia disipa del orden de  $3 \times 10^{12} \text{ W}$ , que corresponde a la energía consumida por los Estados Unidos en el año 2000 [2].

La parte de la atmósfera que se ve directamente afectada por la superficie del planeta, o capa límite, es de gran interés debido a que los vientos generados en esta zona representan un riesgo importante, tanto en vidas humanas como en daños a la infraestructura, principalmente cuando el ciclón se encuentra cerca de la línea de costa. Asimismo, se ha señalado que la capa límite juega un papel muy importante en el proceso de intensificación, pues controla la distribución radial de cantidad de

---

temperatura y una presión dadas.

<sup>3</sup>Tanto la rugosidad de la superficie del océano, como la de tierra firme, tiene un impacto importante en la intensidad de los ciclones tropicales debido a los esfuerzos generados en la superficie.

<sup>4</sup>Se define como capa límite planetaria o atmosférica a aquella región de la atmósfera que está influenciada directamente por la superficie del planeta y responde a forzamientos superficiales en una escala de tiempo de una hora o menos.



movimiento lineal, cantidad de movimiento angular y humedad en la parte alta de la capa [11, 12]. En uno de sus artículos más importantes, Emanuel [13] señala que es en la capa límite donde tienen lugar importantes procesos termodinámicos que regulan la intensidad del huracán. Es aquí donde el aire interactúa con el océano y ocurre el intercambio de calor latente. Los intercambios de calor inducidos por el viento en la superficie del océano es la clave del paradigma de intensificación denominado WISHE (*wind-induced surface heat exchange* [14]).

La convergencia de humedad dentro de la capa límite planetaria es un mecanismo primario para la organización de la convección en el núcleo interno de los ciclones tropicales. Es en esta zona donde la distribución de vientos determina gran parte del potencial destructivo de la tormenta. La magnitud máxima de la velocidad dentro de la capa límite incluso puede ser mayor que la velocidad fuera de ella, representando un gran peligro cuando el huracán se encuentra cerca de la costa.

Para el hombre el momento en que el huracán toca tierra representa uno de los momentos más importantes en el ciclo de vida de la tormenta. Evidencia observacional y teórica muestra que los ciclones tropicales disminuyen su intensidad y finalmente se disipan al desplazarse por tierra. Esto ocurre principalmente porque la energía que los alimenta proviene del calor latente liberado por el vapor de agua que extraen del océano. A pesar de que todos los ciclones tropicales tienen este fenómeno en común, las tasas de decaimiento son variables y dependen de factores dinámicos y termodinámicos. Cuando los ciclones tropicales tocan tierra, la humedad es menor por lo que el potencial energético disminuye, el fenómeno se vuelve fuertemente asimétrico debido a la discontinuidad de la rugosidad y el flujo de calor latente [3], derivando en un decaimiento gradual conforme se internan en tierra. Las mediciones han demostrado que existen diferencias importantes en la distribución y la intensidad de los vientos máximos y de la precipitación debido al cambio del campo de vientos en niveles bajos de la capa límite inducidos por cambios en la topografía.

Si bien el número de publicaciones relacionadas con la intensidad de los ciclones tropicales cuando tocan tierra es considerable, la mayoría se basan en modelos empíricos [16, 17], y aquellas que utilizan modelos numéricos implementan modelos sofisticados

en los que algunos de los procesos físicos importantes suelen ser parametrizados, provocando que los resultados obtenidos no sean mejores que aquéllos obtenidos mediante técnicas empíricas. Dichos procesos pueden resultar importantes dependiendo de su aplicación, por ejemplo, si existe cantidad de movimiento adicional que es transportada hacia la capa límite por una corriente descendente podría tener un fuerte impacto sobre la costa, resultando importante para los sistemas de predicción y alertas, así como para el diseño de estructuras. Lo mismo ocurre cuando se modela oleaje y marea de tormenta en función de campos de viento paramétricos y se utilizan factores de forma y de reducción para forzar el modelo. Diferentes funciones y factores de reducción se verán claramente reflejados en la exactitud de los estudios realizados.

Recientemente, se ha cuestionado la influencia que tiene el uso de las diferentes representaciones paramétricas de la capa límite en el proceso de intensificación mediante el uso de modelos de meso-escala de alta resolución. Smith y Tomsen [18] utilizan el modelo de meso-escala de quinta generación MM5 para estudiar la dependencia que existe entre la intensificación del ciclón tropical y la estructura cinemática de la capa límite, dependiendo de la parametrización de la capa límite utilizada. El estudio no llega a ser capaz de determinar un esquema óptimo pero logra identificar algunas deficiencias en cada uno de los esquemas analizados. Por último, señalan que el no poder determinar un esquema de parametrización óptimo tiene implicaciones graves en la predicción de la intensidad arrojada por el modelo. Por su parte, Rao y Prasad [19] también utilizaron el modelo MM5 para realizar un estudio de sensibilidad de la intensidad de los ciclones en relación a los diferentes esquemas de parametrización de la capa límite y de los procesos convectivos utilizados. Estos autores muestran que el modelo es muy sensible a estos procesos y logran determinar una combinación óptima entre los diferentes esquemas de cada proceso que, bajo su consideración, reproducen los mejores resultados tanto en intensidad como en trayectoria.

Bozeman [20] estudió la influencia de las características del terreno en la estructura del huracán cuando entra a tierra. Mediante el modelo de Investigación y Predicción de Huracanes HWRF (Hurricane Weather Research and Forecasting) determinó que el modelo es sensible a tres parámetros: el tipo de parametrización utilizada para

la superficie del terreno, las condiciones de frontera iniciales y el esquema de capa límite utilizado. Recientemente, Subramanian (<https://ams.confex.com/ams/31Hurr/webprogram/Paper245284.html>) se encuentra investigando la influencia de diferentes características del terreno en el proceso de intensificación de los ciclones tropicales, implementando también el modelo HWRF. Entre sus resultados previos expone que para temperaturas bajas del terreno la tormenta se disipa más rápido debido a la falta de flujos de calor que nutran la tormenta. Cuando la temperatura del terreno es relativamente alta, la tormenta es más intensa y se sostiene por más tiempo. Apunta que aunque no existen flujos de calor latente en tierra, es la entropía total la que contribuye a mantener el huracán y, aparentemente en tierra, el flujo de calor de la superficie puede ser lo suficientemente fuerte como para mantener el núcleo caliente.

Este panorama pone de manifiesto que los ciclones tropicales son sistemas dinámicos complejos cuya intensidad se ve afectada por diferentes procesos físicos, algunos de los cuales son internos, propios de la tormenta, y otros involucran su interacción con factores ambientales. Hasta la fecha muchos de los procesos físicos que gobiernan los fenómenos de intensificación y decaimiento no se han logrado entender por completo a pesar del surgimiento de nuevos modelos numéricos sofisticados, por lo que la capacidad de predicción de la intensidad no ha evolucionado considerablemente en las últimas décadas[5, 6]. Como resultado, las mejores predicciones para la intensidad se siguen basando únicamente en métodos estadísticos como el modelo SHIPS (Statistical Hurricane Intensity Prediction Scheme), que continúa usándose en modo operacional en el Centro Nacional de Huracanes (NHC) de Estados Unidos [7, 8]. Por el contrario, la capacidad para predecir su trayectoria se ha incrementado considerablemente a la par de mejores observaciones y del desarrollo de los modelos numéricos cuyo error ha disminuido hasta un 50 % para las predicciones realizadas en el Océano Atlántico y en el Norte del Pacífico en el período de 1980–2008 [9, 10].

En esta dirección, el presente trabajo aborda el estudio de la estructura de la capa límite, su influencia en la distribución de entropía y el impacto que tiene en la intensidad cuando el ciclón toca tierra. Con este fin, en el **Capítulo 1**, se introducen los elementos teóricos necesarios para comprender el problema, presentando una síntesis de las generalidades de los ciclones tropicales, las ecuaciones de capa límite y el paradigma

de potencial de intensidad. En el **Capítulo 2** se plantea el problema formalmente de acuerdo con los conceptos descritos en el **Capítulo 1** y se detalla el método de solución de las ecuaciones. Por último, los **Capítulos 4** y **5** corresponden a la descripción y discusión de resultados y a las conclusiones del trabajo, respectivamente.

## Antecedentes

Las primeras investigaciones sobre la capa límite de los ciclones tropicales estaba orientada en dos objetivos principales: (i) guiar su correcta parametrización en modelos con resolución vertical insuficiente como para ser representada directamente, y (ii) estimar la magnitud del viento cerca de la superficie a partir de las observaciones de las aeronaves de reconocimiento. Para estos fines Rosenthal [21] desarrolló un modelo analítico lineal, ejesimétrico en dos dimensiones y mostró que los vientos en la capa límite forman una espiral de Ekman modificada y que la altura de la capa disminuye notablemente hacia el centro de la tormenta debido a los efectos de rotación. Anthes [22] obtuvo una solución numérica a un modelo similar en el que encontró el surgimiento de un flujo supergradiente<sup>5</sup> en la parte alta de la capa límite, cercano al ojo. Sin embargo, un análisis más detallado de sus resultados mostraron que lo anterior se debía al uso de valores muy grandes de la difusividad horizontal [23].

Shapiro [24] modeló la estructura horizontal de la capa límite de un huracán en traslación. Resolvió las ecuaciones de capa límite promediadas en la vertical (ancho de la capa constante) con un método espectral, introduciendo dos modos normales para analizar el flujo estacionario asimétrico desarrollado por la traslación del vórtice. Sus soluciones muestran que la convergencia del flujo hacia el centro del vórtice es mayor en el lado derecho al frente del centro de la tormenta, mientras que una región de divergencia se forma dentro del ojo. Debido a la velocidad de traslación, encuentra que la velocidad del viento respecto a tierra es mayor al frente del vórtice. También sugiere que el flujo en la capa puede ser supergradiente dentro del radio de vientos

---

<sup>5</sup>Se dice que el viento es supergradiente (subgradiente) cuando su velocidad es mayor (menor) a la velocidad de viento gradiente.

máximo. Esto último fue confirmado por Mitsuta [25] mediante un análisis de datos de viento para varios tifones, en los que los promedios a diez metros durante diez minutos resultaron supergradientes.

Por su parte, Kepert [26, 27] desarrolló el primer modelo de capa límite en tres dimensiones. En su primer estudio resolvió de forma analítica un modelo lineal de capa límite para un huracán en traslación. Entre sus resultados más importantes reporta que la solución del sistema está integrada por tres componentes. Una parte simétrica debida al ciclón y dos componentes antisimétricas resultado de la interacción del ciclón con la superficie. Las soluciones exhiben un máximo de viento supergradiente en la parte alta de la capa, en la parte izquierda al frente del vórtice, y señala que el *jet* es demasiado débil producto de despreciar los términos de advección en la vertical. En su modelo de alta resolución vertical e hidrostático en tres dimensiones [27], incluyó todos los términos advectivos, logrando reproducir un viento supergradiente marcadamente fuerte del lado izquierdo de la parte frontal de la tormenta. Apunta que los términos advectivos horizontales, de las componentes radial y horizontal, determinan la estructura local de la capa límite, por lo que cualquier modelo que no considere su estructura tridimensional resulta impreciso.

La mayor parte de los estudios de capa límite se centran en estudiar la dinámica de la tormenta dejando de lado la parte termodinámica. En esta dirección Smith [28, 29] propone un modelo de capa límite simple, ejesimétrico y promediado en la vertical, en el que también obtiene el desarrollo de vientos supergradientes en las soluciones. Menciona que la capa límite presenta dos respuestas cerca del núcleo interno del vórtice dependiendo del ancho de la capa y el máximo en el perfil de la velocidad tangencial arriba de ésta. Las soluciones encontradas para las variables termodinámicas sugieren que los flujos de calor y humedad, en la parte alta de la capa límite, son comparables a aquéllos presentes cerca de la superficie del océano. Señala que los resultados obtenidos para la temperatura potencial equivalente son congruentes con los observados para el huracán Isabel en 2003.

Los estudios observacionales resaltan la formación de asimetrías en la capa límite cuando la tormenta toca tierra, diferentes a las presentes cuando se encuentra sobre

el océano. Por ejemplo, Powell [30] encontró que el huracán Frederic desarrolló un segundo máximo de intensidad en la parte del flujo que se dirige hacia el mar aparte del máximo presente al frente del vórtice debido al movimiento de traslación. Blackwell [31] mostró una marcada asimetría en fuerza y altura del *jet* presente en la capa límite cerca de la pared del ojo del huracán Danny que se encontraba en estado cuasi-estacionario al tocar tierra.

Las asimetrías de la tormenta debidas al cambio en la fricción por su proximidad a tierra –dado que la superficie oceánica ejerce un rozamiento menor sobre el aire que la tierra firme– son muy similares a aquéllas producidas por el desplazamiento. Kepert [32] implementa el modelo desarrollado por Kepert y Wang [27] para simular el flujo en la capa límite del ciclón Danny (1997) cuando toca tierra. Sus resultados preliminares reafirman que las asimetrías inducidas en el campo de viento debido a las diferencias de fricción entre mar y tierra son similares a las inducidas por la traslación del vórtice. Señala que el máximo en el flujo de entrada se encuentra cerca del radio de viento máximo, del lado que fluye hacia el mar, y el máximo de la componente tangencial de velocidad se localiza sobre el océano.

Los ciclones tropicales se mantienen e intensifican logrando un balance entre la energía que obtienen del océano y la disipación por fricción, procesos que tienen lugar dentro de la capa límite. Por lo tanto, el intercambio de energía en la interfaz atmósfera océano es la clave en el cambio de la intensidad de los ciclones. El flujo de calor inducido por vientos en la superficie (WISHE), que propone una retroalimentación positiva entre el incremento de flujos de energía y la velocidad del viento en la superficie cerca del núcleo del ciclón tropical, es considerado el proceso dominante que controla la rápida intensificación de los huracanes [13, 33]. De esta forma Emanuel [34, 12] considera que el potencial de intensidad máximo de un ciclón tropical ocurre cuando se ha alcanzado un estado en el que la entrada de energía provista por el océano bajo la pared del ojo se encuentra en balance local con las pérdidas de energía debidas a la fricción.

Estudios recientes realizados por Persing y Montgomery [35] y Bryan y Rotuno [36], con modelos de mayor resolución, indican que la intensidad máxima, definida como la velocidad máxima del viento cerca de la superficie, puede exceder hasta por un 50 %

la predicha con la teoría de Emanuel. Persing y Montgomery [35] proponen que el aire con un alto contenido de entropía en la región del ojo puede ser otra fuente de energía para el ciclón si el aire es transportado hacia la pared del ojo, y esto podría aumentar considerablemente la intensidad. Esta posibilidad, que no está considerada en la teoría de Emanuel, fue recientemente probada por Bryan y Rotuno [36]. En su modelo ejesimétrico fijaron en cero los flujos de entropía en la región del ojo eliminando la anomalía excedente de entropía cerca de la superficie en el ojo. Obtuvieron que esto sólo reduce en un 4% la velocidad tangencial máxima, lo que no logra explicar que la intensidad máxima obtenida supere la calculada con la teoría de Emanuel. En el mismo trabajo determinan que sólo el 3% de la entrada de entropía al ciclón proviene del ojo, debido a que su volumen es pequeño comparado con el resto de la tormenta. Concluyen que la cantidad de entropía transportada desde el ojo a la pared del ojo es despreciable comparada con la entropía total para la intensidad de la tormenta simulada.

## Motivación

Desde el punto de vista de interés humano, el momento en que el huracán toca tierra representa una de las partes más importante en la vida de la tormenta. Es entonces cuando los vientos generados en la capa límite determinan gran parte del impacto del ciclón sobre las comunidades cercanas a las costa, tanto directamente, a través de los daños a las estructuras provocados por las fuertes ráfagas de viento, e indirectamente, a través del oleaje, cuya altura depende principalmente de la magnitud del viento sostenido, y de la marea de tormenta, es decir, el aumento anómalo del nivel del mar por efecto del viento y de la caída de presión. Es por esto que, desde el punto de vista de la ingeniería, el desarrollo de herramientas que nos permitan estudiar la estructura del viento en la capa límite, así como el decaimiento de la intensidad cuando el ciclón toca tierra no son solo importantes sino críticas en la evaluación de daños a las estructuras, desarrollo de planes de acción, prevención y mitigación de daños.

## Objetivo

El objetivo de este trabajo es estudiar el decaimiento de la intensidad de los ciclones tropicales al tocar tierra mediante un planteamiento sencillo pero que permita relacionar la distribución del campo de viento en la capa límite con la intensidad de la tormenta, así como establecer los parámetros que afectan el comportamiento de la capa límite y cómo intervienen en el proceso de disipación.

Como objetivos particulares se plantea:

1. Construir un modelo numérico que permita estudiar el decaimiento de la intensidad de los ciclones tropicales cuando tocan tierra y la estructura del campo de vientos generado dentro de la capa límite.
2. Establecer mediante métodos empíricos tendencias y patrones de decaimiento cuando el ciclón entra a tierra.



# Capítulo 1

## Generalidades de los ciclones tropicales

En meteorología se denomina ciclón a todo sistema atmosférico rotatorio de escala sinóptica formado por masas de aire que giran alrededor de un centro de baja presión. La palabra ciclón proviene del griego  $\kappaυκλ\omega\nu$  (kyklón) que significa girar o dar vueltas, que a su vez se desprende de  $\kappa\hat{\upsilon}\kappa\lambda\omicron\zeta$  (kyklos) círculo. Pueden formarse en diferentes latitudes del planeta por lo que se distinguen como, ciclones tropicales, ciclones extra-tropicales, ciclones sub-tropicales y ciclones polares cada uno con diferentes características. En particular, los ciclones tropicales son sistemas no-frontales<sup>6</sup> de baja presión, sus vientos superficiales giran en dirección ciclónica, presenta convección profunda y bien organizada y se forman en aguas tropicales [37].

En los estudios teóricos, el parámetro con el que se mide la intensidad de los ciclones tropicales es el valor máximo de la componente tangencial de velocidad, mientras que de forma práctica y operacional la intensidad está definida como un promedio de la velocidad horizontal cerca de la superficie –generalmente diez metros– en un intervalo de tiempo determinado. Para mantener esta convención a lo largo de este trabajo se adoptará la primera definición. De esta forma si la velocidad máxima de viento

---

<sup>6</sup>No presentan una frontera definida entre masas de aire de diferente temperatura.

Escala Saffir-Simpson	$v_m \text{ ms}^{-1}[\text{nudos}]$	Daño
1	33–42 [64–82]	Mínimo
2	43–49 [83–95]	Moderado
3	50–58 [96–112]	Extenso
4	56–69 [113–136]	Extremo
5	$\geq 70$ [ $\geq 137$ ]	Catastrófico

**Tabla 1.1.** Escala Saffir–Simpson

sostenido cerca de la superficie es menor que  $17 \text{ ms}^{-1}$  se considera depresión tropical. Una vez que se han alcanzado los  $17 \text{ ms}^{-1}$  se le denomina tormenta tropical. Cuando el ciclón ha alcanzado los  $33 \text{ ms}^{-1}$  se le llama de dos maneras distintas dependiendo de la región en la que se desarrolla: huracanes, si ocurren en el Océano Atlántico o el Este del Océano Pacífico, o tifones si se presentan en el Noroeste del Océano Pacífico. En lo siguiente, los términos huracán y ciclón tropical se utilizarán de manera indistinta a lo largo de este trabajo. Con base en la magnitud de la velocidad del viento, medida a 10 m y promediada en un intervalo de 1 min, se ha desarrollado la bien conocida escala Saffir-Simpson (Tabla 1.1) que clasifica a las tormentas en una escala del 1 al 5. Es utilizada en las cuencas del Océano Atlántico y Pacífico como herramienta de alerta para la población en general y como estimación del daño potencial que pueden provocar. Sin embargo, ésta sólo hace referencia a un parámetro de la tormenta y no toma en cuenta otras características importantes para estimar posibles daños como la marea de tormenta, inundaciones por precipitación o el tamaño del ciclón, es decir, la extensión sobre la cual la magnitud de la velocidad del viento es importante.

## 1.1. Estructura

La principal característica de los ciclones tropicales bien desarrollados es que los vientos de mayor fuerza tienen lugar alrededor de un núcleo caliente. Dentro de este núcleo la magnitud del viento es muy baja. A esta región de vientos ligeros se le conoce como ojo y generalmente está desprovista de nubes. En el ojo se encuentra el eje de rotación de la tormenta y tiene un radio aproximado de entre 15 y 50 km. Aquí el aire desciende lentamente y se calienta de forma adiabática dando como resultado una disminución en la presión y la humedad.

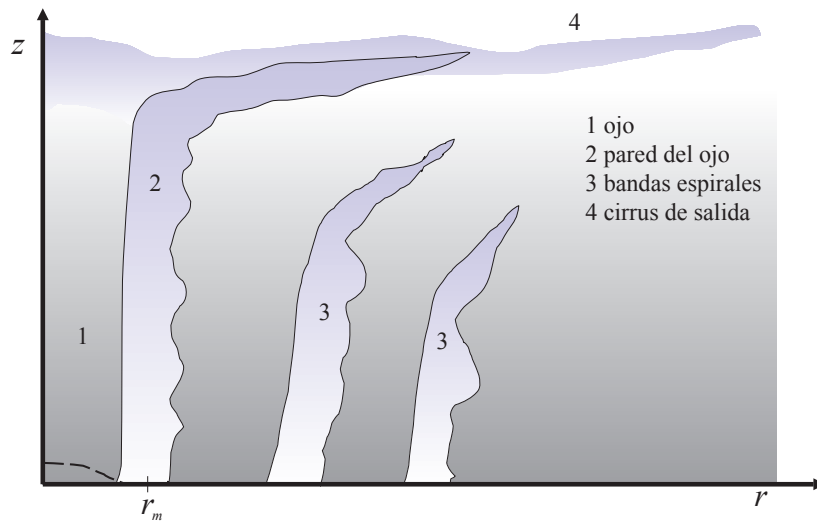
El ojo está rodeado por un anillo de nubes convectivas que recibe el nombre de pared del ojo y se extiende sobre toda la tropósfera. Los vientos más fuertes tienen lugar en la capa límite –que será descrita a detalle en la siguiente sección– y se extienden aproximadamente entre 20 y 50 km desde la pared del ojo hacia el exterior de la tormenta. Los ciclones tropicales están acompañados por lluvias torrenciales en las regiones de mayor convección, es decir, en la pared del ojo y en las llamadas bandas de lluvia espirales. Un esquema de la estructura básica de los huracanes se presenta en la Fig. 1.1a. La Fig. 1.1b es una fotografía de alta resolución del huracán Emily en 2004 momentos antes de tocar tierra en las costas del estado de Quintana Roo en donde también se pueden identificar estos elementos.

## 1.2. Principios físicos básicos

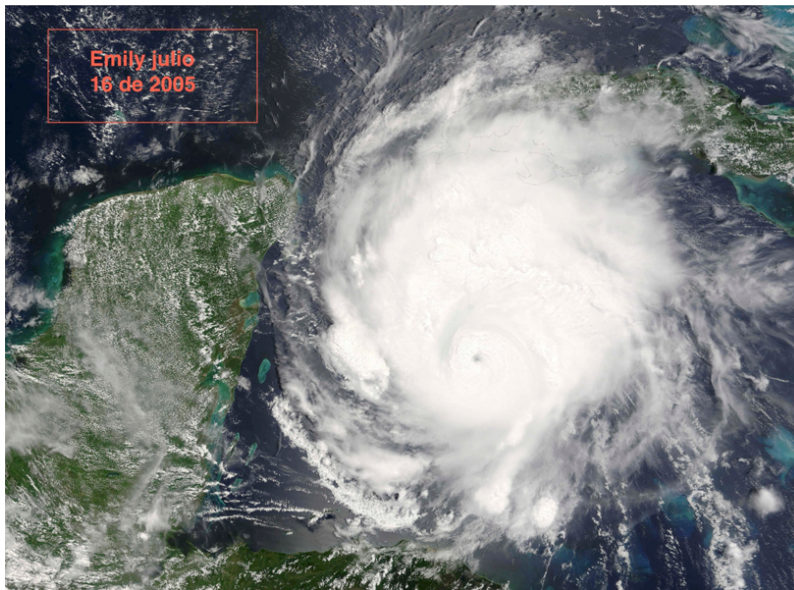
Los ciclones tropicales como fenómeno físico están gobernados por las ecuaciones básicas de la dinámica de fluidos que en forma tensorial se escriben de la siguiente forma.

Ecuación de continuidad

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_i}(\rho u_i) = 0, \quad (1.1)$$



(a)



(b)

**Figura 1.1.** (a) Esquema de la estructura básica de un ciclón tropical. (b) Fotografía de alta resolución tomada por la Administración Nacional de la Aeronáutica y del Espacio, NASA por sus siglas en inglés, del huracán Emily momentos antes de tocar tierra el 16 de julio de 2005.

Ecuaciones de conservación de la cantidad de movimiento

$$\frac{\partial u_i}{\partial t} + u_j \frac{\partial u_i}{\partial x_j} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x_i} - 2\Omega \varepsilon_{ijk} \eta_j u_k - g \delta_{i3} + f_i, \quad (1.2)$$

Ecuación de energía

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} + u_j \frac{\partial \theta}{\partial x_j} = \dot{\theta}, \quad (1.3)$$

Ecuación de estado

$$\rho = \frac{p_0 \pi^{1/\kappa - 1}}{R_d \theta}, \quad (1.4)$$

donde  $u_i$  denota las componentes del vector velocidad,  $p$  la presión,  $\rho$  la densidad,  $g$  la constante de gravedad que se considera actuando en dirección vertical –componente  $i = 3$  con  $\delta_{ij}$  la delta de Kronecker–.  $f_i$  representan las componentes de la fuerza de fricción,  $\theta$  la temperatura potencial que engloba el gradiente de presión vertical  $\theta = T/\pi$  con  $T$  la temperatura,  $\dot{\theta}$  da cuenta de los términos fuente,  $\pi$  es la función de Exner  $\pi = (p/p_0)^\kappa$ ,  $p_0$  una presión de referencia,  $\kappa = R_d/c_p$ ,  $R_d$  es la constante universal de los gases para el aire seco y  $c_p$  el calor específico a presión constante. En la ecuación (1.2) el segundo término del lado derecho es la fuerza de Coriolis que, dentro del contexto de los ciclones tropicales, resulta importante. Aquí  $\Omega$  representa a la velocidad angular de la tierra,  $\eta_j$  es el vector de rotación terrestre y  $\varepsilon_{ijk}$  el conocido tensor de Levi–Civita.

De forma general, al tomar el promedio de Reynolds las ecuaciones (1.1)–(1.3) conservan su forma pero aparecen términos adicionales correspondientes a los esfuerzos de Reynolds,  $\overline{u'_i v'_j}$ ,  $\overline{u'_j \theta'}$ , cuya parametrización se especificará más adelante.

De acuerdo con la forma de los huracanes, para fines teóricos y para este estudio, es conveniente escribir el sistema de ecuaciones (1.1)–(1.4) en coordenadas cilíndricas  $(r, \lambda, z)$

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r}(\rho r u) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \lambda}(\rho v) + \frac{\partial}{\partial z}(\rho w) = 0, \quad (1.5)$$

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial r} + \frac{v}{r} \frac{\partial u}{\partial \lambda} + w \frac{\partial u}{\partial z} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial r} + \frac{v^2}{r} + f_v + f_r, \quad (1.6)$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial r} + \frac{v}{r} \frac{\partial v}{\partial \lambda} + w \frac{\partial v}{\partial z} = -\frac{1}{\rho r} \frac{\partial p}{\partial \lambda} - \frac{uv}{r} - f_v + f_\lambda, \quad (1.7)$$

$$\frac{\partial w}{\partial t} + u \frac{\partial w}{\partial r} + \frac{v}{r} \frac{\partial w}{\partial \lambda} + w \frac{\partial w}{\partial z} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} - g + f_z, \quad (1.8)$$

donde  $u$ ,  $v$  y  $w$  son las componentes de velocidad en  $r$ ,  $\lambda$  y  $z$  respectivamente,  $f = 2\Omega \cos \phi$  el parámetro de Coriolis y  $\phi$  la latitud. Las ecuaciones de energía (1.3) y la ecuación de estado conservan su forma sin importar el cambio de sistema coordenado.

Por medio de un análisis de escala, Willoughby [38] demostró que las componentes radial y vertical de las ecuaciones de cantidad de movimiento promediadas en la componente azimutal se pueden aproximar en buena medida por las ecuaciones de viento gradiente (excepto en la capa límite) y la ecuación de balance hidrostático. Balance hidrostático significa que el gradiente de presión vertical está balanceado únicamente por la fuerza gravitacional con lo que la ecuación (1.8) se reduce a

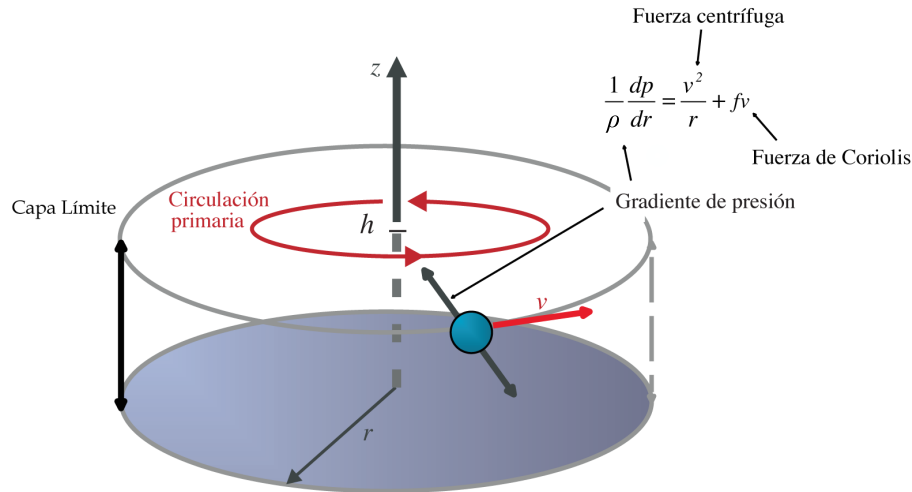
$$\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} = -g, \quad (1.9)$$

Esta relación no se cumple donde ocurran procesos de pequeña escala como ondas de gravedad o donde la convección sea importante. Sin embargo la hipótesis de balance hidrostático es una buena aproximación para las escalas más grandes.

Si se supone que la componente de velocidad azimutal es mucho mayor comparada con la componente de velocidad radial y se desprecia el efecto causado por la fricción, se obtiene la aproximación de viento gradiente, que indica que el gradiente de presión que va en dirección radial hacia el centro del huracán está balanceado por la fuerza

resultante de la suma de la fuerza de Coriolis y la fuerza centrífuga

$$\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial r} = \frac{v^2}{r} + fv, \quad (1.10)$$

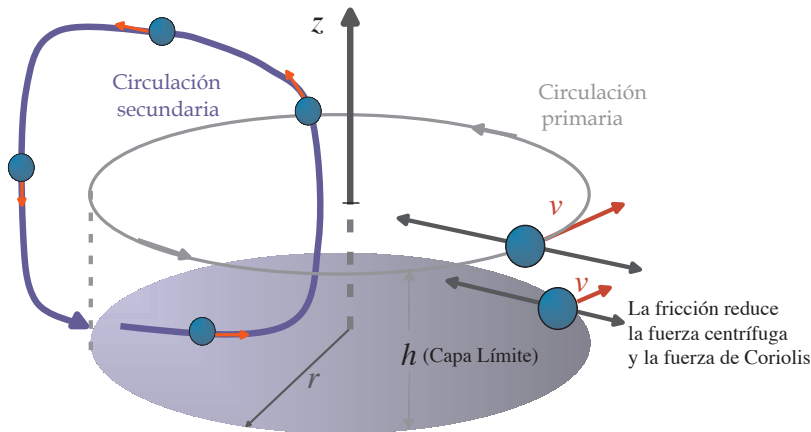


**Figura 1.2.** Esquema de la circulación primaria asociada a la aproximación de viento gradiente.

Este flujo tangencial *cuasi*-simétrico se conoce como circulación primaria y mediante mediciones se ha logrado comprobar su validez dentro de la tropósfera. En la Fig. 1.2 se presenta un esquema que ilustra la circulación primaria y la aproximación de viento gradiente. La ecuación de viento gradiente no es válida dentro de la capa límite, que tiene una extensión de entre 500 m a 1 km, debido a que los efectos de la fricción son muy importantes en esta zona. En la siguiente sección se tratará con más precisión los procesos que ocurren en la capa límite.

Superpuesta a la circulación primaria se encuentra la circulación secundaria esquematizada en la Fig. 1.3. En ella se observa que el flujo es horizontal y fluye hacia el centro por la parte media y baja, luego asciende cerca del centro y fluye hacia afuera por la parte alta. Combinando la circulación primaria y secundaria se obtiene un flujo en el que las parcelas de aire se mueven en trayectorias espirales que se dirigen hacia el centro y giran ciclónicamente en los niveles medios y bajos del ciclón, cerca

del centro el flujo sube por las corrientes ascendentes de convección de la pared del ojo y finalmente fluye hacia afuera en la tropósfera alta en donde el flujo es anticiclónico. La razón por la que el flujo se invierte, se dará a conocer un poco más adelante. A la circulación secundaria también se le denomina de transferencia térmica debido a que el aire que asciende por la pared del ojo se encuentra más caliente que aquel que entra a radios más grandes, lejos del centro, liberando energía potencial.



**Figura 1.3.** Esquema de la circulación secundaria. En la capa límite la fuerza de fricción se opone a la fuerza de Coriolis y la fuerza centrífuga.

Otra ecuación importante resulta de obtener las derivadas cruzadas de las ecuaciones (1.9) y (1.10) y combinarlas para eliminar la presión. A esta ecuación de primer orden se le conoce como ecuación de viento térmico y relaciona los gradientes de densidad verticales y radiales con la derivada en dirección vertical de la componente tangencial de velocidad,

$$g \frac{\partial \ln \rho}{\partial r} + C \frac{\partial \ln \rho}{\partial z} = -\frac{\partial C}{\partial z}; \quad \text{con} \quad C = \frac{v^2}{r} + fv. \quad (1.11)$$

La nueva variable  $C$  denota la suma de la fuerza centrífuga y la fuerza de Coriolis por unidad de masa. La ecuación de viento térmico combina a las ecuaciones de viento gradiente y balance hidrostático y constituye una fuerte restricción en la evolución de un ciclón tropical en todas las regiones donde estos balances se cumplan.



La circulación secundaria trabaja para mantener el balance de viento térmico en presencia de los procesos que intenta sacarlo de balance, por ejemplo, fuentes de calor o de cantidad de movimiento. Una ecuación importante dentro de las teorías de balance que gobierna la circulación secundaria es la denominada ecuación de Sawyer-Eliassen, una derivación detallada de esta ecuación puede encontrarse en [39]. La ecuación de Sawyer-Eliassen se puede resolver para la función de corriente,  $\psi$ , que satisface:  $u = -1/(r\rho)\partial\psi/\partial z$  y  $w = 1/(r\rho)\partial\psi/\partial r$ , con  $u$  y  $w$  las componentes de velocidad radial y vertical, respectivamente. La ecuación tiene la forma

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial r} \left[ -g \frac{\partial \chi}{\partial z} \frac{1}{\rho r} \frac{\partial \psi}{\partial r} - \frac{\partial \chi C}{\partial z} \frac{1}{\rho r} \frac{\partial \psi}{\partial r} \right] + \frac{\partial}{\partial z} \left[ \xi \chi (\zeta + f) + C \frac{\partial \chi}{\partial r} \frac{1}{\rho r} \frac{\partial \psi}{\partial z} - \frac{\partial \chi C}{\partial z} \frac{1}{\rho r} \frac{\partial \psi}{\partial r} \right] \\ = g \frac{\chi^2 \dot{Q}}{\partial r} + \frac{\partial}{\partial z} (C \chi^2 \dot{Q}) - \frac{\partial C \chi f_\lambda}{\partial z}. \end{aligned} \quad (1.12)$$

donde  $\chi$  representa el potencial de temperatura,  $\chi = 1/\theta$ ,  $\xi = 2v/r + f$  es dos veces la cantidad de movimiento angular local absoluto a un radio  $r$ ,  $\zeta = (1/r)(\partial(rv)/\partial r)$  es la componente vertical de la vorticidad relativa a un radio  $r$ ,  $\dot{Q} = d\theta/dt$  representa las fuentes de calor, y  $f_\lambda$  la componente de fuerza azimutal por unidad de masa incluyendo a la fuerza de fricción. De esta ecuación se desprende que para un vórtice en balance, la función de corriente está forzada por fuentes de calor y momento.

Si la cantidad de movimiento angular por unidad de masa se define como

$$M = rv + \frac{1}{2}fr^2, \quad (1.13)$$

es posible multiplicar la ecuación (1.6) por  $r$  y manipularla para obtener una ecuación de transporte para la cantidad de movimiento angular

$$\frac{\partial M}{\partial t} + u \frac{\partial M}{\partial r} + \frac{v}{r} \frac{\partial M}{\partial \lambda} + w \frac{\partial M}{\partial z} = -\frac{r}{\rho} \frac{\partial p}{\partial \lambda} + rf_\lambda. \quad (1.14)$$

Cuando el vórtice es ejesimétrico y el lado derecho de la ecuación anterior es cero, la derivada material  $DM/Dt = 0$  y el momento angular se conserva. Es posible entender un poco más de la dinámica del vórtice si se despeja la ecuación (1.13) para  $v$

$$v = \frac{M}{r} - \frac{1}{2}fr. \quad (1.15)$$

Cuando la cantidad de movimiento angular se conserva, ambos términos en (1.15) contribuyen a aumentar la velocidad tangencial  $v$  conforme el radio disminuye, es decir, cuando las parcelas de aire convergen hacia el centro del huracán. De la misma forma, a medida que el aire fluye hacia afuera el vórtice gira más despacio. La convergencia radial de aire en la capa límite, inducida por la fricción, conduce a la divergencia radial justo arriba de la capa por la conservación de masa dada por la ecuación de continuidad (1.5). De acuerdo con estos argumentos es posible explicar por qué el vórtice se debilita en etapas tempranas de su desarrollo. Claramente, debe existir convergencia radial arriba de la capa límite inducida por el calentamiento adiabático que compense la divergencia inducida por la fricción y promueva el giro del vórtice.

Incluso cuando la cantidad de movimiento angular no se conserva en la capa límite, porque parte se pierde debido a la fricción, el núcleo del vórtice puede girar rápidamente por la convergencia radial de las parcelas de aire en esta región. El hecho de que las parcelas de aire pierdan una fracción de su cantidad de movimiento angular conforme viajan en forma espiral en la capa límite explica que el flujo se vuelve anticiclónico en la tropósfera alta para cierto radio mientras se desplazan hacia afuera. Cuando las parcelas de aire ascienden por la pared del ojo del ciclón y divergen hacia la parte exterior conservan su cantidad de movimiento angular, que ya ha sido reducido por la fricción. En esta situación con la ecuación (1.15) se hace evidente que  $v$  será negativa para un cierto radio  $r$  en la tropósfera alta.

## 1.3. Capa límite

Tradicionalmente el término capa límite hace referencia a una región delgada del fluido en la que los efectos de la viscosidad son importantes –generalmente en la interfaz entre fluidos o con un cuerpo sólido–, los gradientes de velocidad normales a la superficie o interfaz son mayores comparados con los que existen en el resto del fluido debido a los efectos generados por la fricción. Cuando el número de Reynolds<sup>7</sup> es grande, un análisis de escala para el flujo dentro de la capa límite, muestra que los gradientes de presión fuera de la capa se transmiten prácticamente inalterados a través de toda la capa. Esto hace posible considerar que los efectos de la viscosidad únicamente son importantes dentro de la capa límite. Fuera de ella la velocidad del flujo no se ve alterada por la viscosidad y la transición de la velocidad entre la capa límite y el flujo libre es suave. La teoría de capa límite fue presentada por Ludwig Prandtl en 1904 y un análisis detallado con sus aplicaciones en todas las áreas de mecánica de fluidos se puede encontrar en [40].

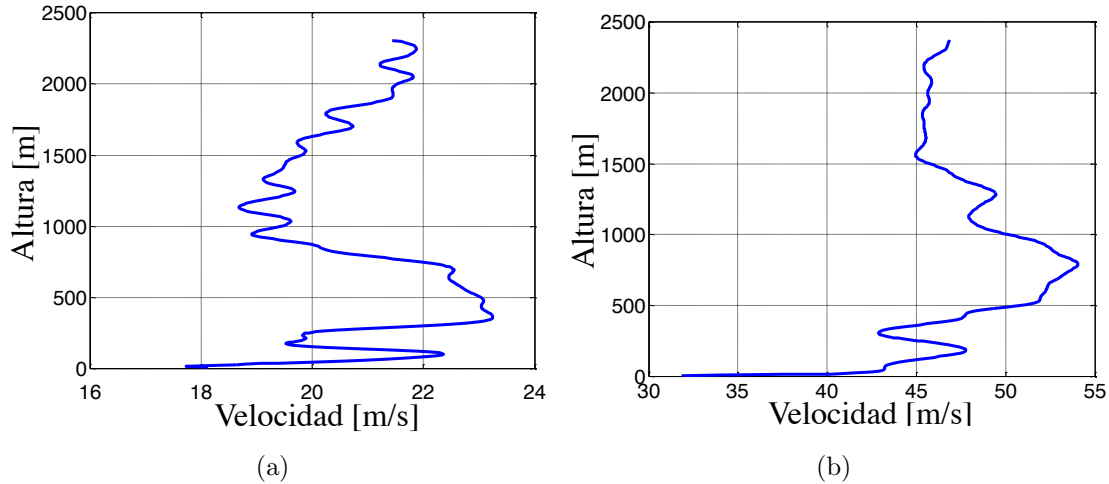
Existen diferentes formas de definir la capa límite de un ciclón tropical. Smith *et al.* [11] la definieron como una capa poco profunda cerca de la superficie del océano, entre 500 m y 1 km de altura, en la que el flujo de entrada es muy fuerte y tiene lugar, en gran medida, debido a que la fricción rompe el balance de viento gradiente cerca de la superficie. En la literatura se han postulado otras definiciones de capa límite que van de acuerdo con su aplicación [41]. En el desarrollo de este trabajo se ha adoptado la definición anterior porque ajusta con los fines teóricos propuestos.

La estructura vertical de la velocidad del viento de los ciclones tropicales presenta un máximo cerca de la parte alta de la capa límite. La magnitud de la velocidad del viento disminuye conforme aumenta la altura después de este máximo debido a la estructura caliente del ciclón y disminuye hacia la superficie por la fricción, como se muestra en la Fig. 1.4. En la parte baja de la capa límite, muy cerca de superficie, la

---

<sup>7</sup>El número de Reynolds se define como  $Re = Ud/\nu$  donde  $U$  y  $d$  son la velocidad y longitud características del fluido y del sistema, respectivamente, y  $\nu$  la viscosidad cinemática. En términos generales el número de Reynolds compara las fuerzas de inercia con las fuerzas viscosas.

velocidad disminuye con el logaritmo de la altitud.



**Figura 1.4.** Perfiles verticales de velocidad obtenidos por medio de *dropsondes* desplegadas dentro del huracán Ike. (a) 11 de septiembre 2008 0024 UTC. (b) 13 de septiembre 2008 0033 UTC

Hasta hace poco, la falta de datos dentro de la capa límite de los ciclones tropicales había hecho difícil confirmar los conceptos teóricos desarrollados en torno a la distribución de la velocidad vertical. En particular la presencia de este máximo de velocidad cerca de la parte alta de la capa –también conocido como *jet* de la capa límite o viento supergradiente– era difícil de observar porque tiene una extensión pequeña sobre la vertical y varía su posición en la tormenta. Como resultado, las sondas *dropsondes* son incapaces de capturarlo salvo en ciertas ocasiones.

A partir del desarrollo de nuevas sondas, *dropsondes* con sistemas de posicionamiento global, mediciones de mejor resolución dentro de la capa límite confirmaron que este máximo de velocidad es una característica común de la capa límite de los ciclones tropicales. A lo largo de los años gran cantidad de modelos de capa límite han sido desarrollados para estudiar de forma teórica sus características, un resumen de varios de estos modelos y referencias a sus características fue presentado por Kepert [42]. De la gran variedad de estos modelos los promediados en la vertical (*slab boundary layer models*) han demostrado capturar en cierta medida la existencia de este viento

supergradiente. A continuación se detallan sus características.

### 1.3.1. Ecuaciones de capa límite

Suponiendo balance hidrostático, densidad constante y que la turbulencia puede representarse en términos de la constante de difusividad de remolino  $K$ , el conjunto de ecuaciones (1.5)–(1.8) toma la forma

$$\frac{\partial ru}{\partial r} + \frac{\partial v}{\partial \lambda} + r \frac{\partial w}{\partial z} = 0, \quad (1.16)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial r} + \frac{v}{r} \frac{\partial u}{\partial \lambda} + w \frac{\partial u}{\partial z} - \left(f + \frac{v}{r}\right) u = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial r} \\ + \frac{\partial}{\partial z} \left(K \frac{\partial u}{\partial z}\right) + K \left(\nabla^2 u - \frac{u}{r^2} - \frac{2}{r^2} \frac{\partial v}{\partial \lambda}\right), \end{aligned} \quad (1.17)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial r} + \frac{v}{r} \frac{\partial v}{\partial \lambda} + w \frac{\partial v}{\partial z} + \left(f + \frac{v}{r}\right) v = -\frac{1}{\rho r} \frac{\partial p}{\partial \lambda} \\ + \frac{\partial}{\partial z} \left(K \frac{\partial v}{\partial z}\right) + K \left(\nabla^2 v - \frac{v}{r^2} - \frac{2}{r^2} \frac{\partial u}{\partial \lambda}\right), \end{aligned} \quad (1.18)$$

donde  $\nabla^2$  es el Laplaciano en coordenadas cilíndricas y se ha separado su componente en  $z$  para integrar las ecuaciones sobre la vertical.

Partiendo de un ancho de capa  $h$ , que puede ser función del radio, y asumiendo que fuera de la capa, en la parte alta, el flujo se encuentra en balance de viento gradiente, es decir, se cumple la ecuación (1.9)

$$\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial r} = \frac{v_g^2}{r} + f v_g,$$

$v_g$  es la velocidad tangencial y únicamente es función del radio y posiblemente del tiempo. Se le ha puesto el subíndice  $g$  para diferenciarla de la velocidad tangencial dentro de la capa límite. Mediante un análisis de escala es posible demostrar que el gradiente de presiones puede suponerse igual al que existe arriba de la capa [29]. Lo anterior permite sustituir en las ecuaciones el gradiente de presión en términos de la componente de velocidad tangencial  $v_g$ .

Usando la ecuación de continuidad (1.16) y el operador

$$\bar{\alpha} = \frac{1}{h} \int_0^h \alpha \, dz, \quad (1.19)$$

donde  $\alpha$  representa cualquier variable,  $\alpha'$  es la desviación respecto al promedio vertical,  $\alpha = \bar{\alpha} + \alpha'$  y el promedio  $\bar{\alpha}' = 0$ , se integran las ecuaciones (1.16), (1.17) y (1.18) sobre la vertical

$$\frac{h}{r} \frac{\partial r \bar{u}}{\partial r} + \frac{h}{r} \frac{\partial \bar{v}}{\partial \lambda} + w|_{z=h} - w|_{z=0} = 0,$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \bar{u}}{\partial t} + \frac{1}{r} \frac{\partial r \bar{u}^2}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial \bar{u} \bar{w}}{\partial \lambda} + \bar{u} \bar{w}|_{z=h} - \bar{u} \bar{w}|_{z=0} + \frac{(v_g^2 - \bar{v})}{r} + f(v_g - \bar{v}) = \\ \frac{1}{h} \left[ K \frac{\partial u}{\partial z} \right]_{z=0}^{z=h} + K \left( \nabla^2 \bar{u} - \frac{\bar{u}}{r^2} - \frac{2}{r^2} \frac{\partial \bar{v}}{\partial \lambda} \right), \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \bar{v}}{\partial t} + \frac{1}{r} \frac{\partial r \bar{u} \bar{v}}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial \bar{v}^2}{\partial \lambda} + \bar{v} \bar{w}|_{z=h} - \bar{v} \bar{w}|_{z=0} + \bar{u} \left( \frac{\bar{v}}{r} + f \right) = \\ \frac{1}{h} \left[ K \frac{\partial v}{\partial z} \right]_{z=0}^{z=h} + K \left( \nabla^2 \bar{v} - \frac{\bar{v}}{r^2} - \frac{2}{r^2} \frac{\partial \bar{u}}{\partial \lambda} \right), \end{aligned}$$

En la superficie  $w|_{z=0}$ ,  $\bar{u} \bar{w}|_{z=0}$  y  $\bar{v} \bar{w}|_{z=0}$  son idénticamente cero. Por su parte los flujos turbulentos verticales en la superficie se pueden parametrizar de forma simple

mediante una formula de coeficiente de arrastre

$$\frac{1}{h} \left[ K \frac{\partial u}{\partial z} \right]_{z=0} = \frac{C_D}{h} (\bar{u}^2 + \bar{v}^2)^{1/2} \bar{u} \quad \text{y} \quad \frac{1}{h} \left[ K \frac{\partial v}{\partial z} \right]_{z=0} = \frac{C_D}{h} (\bar{u}^2 + \bar{v}^2)^{1/2} \bar{v}.$$

En la parte alta de la capa límite,  $z = h$ , siguiendo a Smith [28] se supone que el aire que entra a la capa límite, desde la parte alta, introduce cantidad de movimiento al sistema mientras que el aire que sale no altera las propiedades de la capa, de donde los términos no lineales en la vertical se evalúan de acuerdo con

$$\overline{uw}|_{z=h} = -\bar{u} \frac{\min(w_h, 0)}{h} \quad \text{y} \quad \overline{vw}|_{z=h} = (v_g - \bar{v}) \frac{\min(w_h, 0)}{h}$$

Para los flujos turbulentos en  $z = h$  Smith introduce lo que puede considerarse una velocidad de entrada,  $w_{sc}$ , pero con signo contrario. Así parametriza de forma simple la convección somera que, según sus argumentos, juega un papel importante en el intercambio de calor y humedad entre la capa límite y las nubes que se encuentran arriba de ésta. Smith explica que el valor de la constante se selecciona de tal forma que el perfil termodinámico en  $r = r_0$  ( $r_0$  el radio máximo de la tormenta) se encuentra en equilibrio radiativo y convectivo.

$$\frac{1}{h} \left[ K \frac{\partial u}{\partial z} \right]_{z=h} = \frac{w_{sc}}{h} \bar{u} \quad \text{y} \quad \frac{1}{h} \left[ K \frac{\partial v}{\partial z} \right]_{z=h} = \frac{w_{sc}}{h} (\bar{v} - v_g) \quad (1.20)$$

En su artículo del 2003 [28] Smith fija el valor de  $w_{sc}$  en  $-0.0022$  m/s, y mientras que en [29] experimenta con varios valores, en [43] la toma como cero. Al parecer el papel de la velocidad  $w_{sc}$  es reducir la velocidad de entrada y la magnitud del viento supergradiente. En este estudio  $w_{sc}$  se tomará como cero a menos que se especifique lo contrario.

Finalmente las ecuaciones de capa límite promediadas en la vertical toman la forma

$$\frac{h}{r} \frac{\partial r \bar{u}}{\partial r} + \frac{h}{r} \frac{\partial \bar{v}}{\partial \lambda} + w_h = 0, \quad (1.21)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \bar{u}}{\partial t} + \bar{u} \frac{\partial \bar{u}}{\partial r} + \frac{\bar{v}}{r} \frac{\partial \bar{u}}{\partial \lambda} - \bar{u} \min(w_h, 0) + \frac{(v_g^2 - \bar{v})}{r} + f(v_g - \bar{v}) = \\ K \left( \nabla^2 \bar{u} - \frac{\bar{u}}{r^2} - \frac{2}{r^2} \frac{\partial \bar{v}}{\partial \lambda} \right) - \frac{C_D}{h} (\bar{u}^2 + \bar{v}^2)^{1/2} \bar{u}, \end{aligned} \quad (1.22)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \bar{v}}{\partial t} + \bar{u} \frac{\partial \bar{v}}{\partial r} + \frac{\bar{v}}{r} \frac{\partial \bar{v}}{\partial \lambda} + (v_g - \bar{v}) \frac{\min(w_h, 0)}{h} + \bar{u} \left( \frac{\bar{v}}{r} + f \right) = \\ K \left( \nabla^2 \bar{v} - \frac{\bar{u}}{r^2} - \frac{2}{r^2} \frac{\partial \bar{u}}{\partial \lambda} \right) - \frac{C_D}{h} (\bar{u}^2 + \bar{v}^2)^{1/2} \bar{v}, \end{aligned} \quad (1.23)$$

Con relación al coeficiente de arrastre, observaciones realizadas para bajas velocidades de viento han demostrado que el coeficiente de arrastre  $C_D$  aumenta linealmente con la velocidad, mientras que los coeficientes de transferencia de calor  $C_H$  y humedad  $C_E$  permanecen aproximadamente constantes. En estudios realizados con modelos numéricos se ha encontrado que los ciclones tropicales no mantienen su velocidad a menos que el coeficiente  $C_D$  se vuelva constante para un cierto umbral de la velocidad. El análisis de los datos medidos mediante *dropsondes* parece indicar que el aumento del coeficiente de arrastre disminuye drásticamente para valores de velocidad mayores a 30 m/s. Diferentes explicaciones físicas se han propuesto en torno a este fenómeno [44, 45] pero al parecer, aún no existe suficiente evidencia que permita llegar a una conclusión clara. Por simplicidad a lo largo del presente estudio se utilizó un valor del coeficiente de arrastre constante  $C_D = 2.5 \times 10^{-3}$  que es el valor de saturación propuesto por Donelan *et al.* [45].

La difusividad de cantidad de movimiento horizontal por pequeños remolinos  $K$  es importante en el ojo de los ciclones tropicales. En diferentes modelos se ha encontrado



que previene la formación de una discontinuidad en la pared del ojo [12, 24] como la registrada por Smith [28, 29]. Recientemente se ha reportado que la intensidad del huracán disminuye y el radio de vientos máximo aumenta si aumenta la difusión turbulenta horizontal [46]. También recientemente Chavas y Emanuel [47] encontraron que posiblemente la difusión turbulenta horizontal esté relacionada con el tamaño de la tormenta. El estudio de la turbulencia dentro de los ciclones tropicales va mucho más allá del objetivo de esta tesis y su inclusión dentro de las ecuaciones responde únicamente a la necesidad de amortiguar las ondas de choque producidas directamente por las ecuaciones, así se ha decidido usar un valor de  $K$  constante establecido de acuerdo con los criterios establecidos en el Apéndice A.

Es importante señalar que los modelos de capa límite promediados en la vertical han sido fuertemente criticados por Kepert [26, 42]. En sus estudios establece que este tipo de modelos sobrestiman el flujo de entrada radial, dando como resultado supergradientes de viento muy grandes, principalmente porque el coeficiente de arrastre no depende de la velocidad vertical. Sin embargo se ha optado por este modelo puesto que ha sido utilizado en el área de ingeniería para modelar campos de viento [48, 49, 50], es la base de la componente atmosférica incluida en un modelo general de predicción de riesgos desarrollado por el estado de Florida [51] (<http://www.cis.fiu.edu/hurricaneloss/>) y ofrece una representación completa de la capa límite compatible con la teoría de intensidad de Emanuel cuyos pormenores se resumen en la siguiente sección.

## 1.4. Energía y potencial de intensidad

En 1986 Emanuel [13] presentó un modelo analítico de ciclones tropicales en el que muestra que su intensificación y persistencia dependen totalmente de la inestabilidad térmica que existe entre el océano y la atmósfera y es alimentado por el calor latente transferido por la evaporación desde el océano a la atmósfera via los vientos superficiales. Este mecanismo denominado WHISE (*wind-induced surface heat exchange*) o teoría de interacción océano-atmósfera, ha recibido mucha atención

y se ha convertido en un paradigma dentro de la teoría de ciclones tropicales. En varias ocasiones Emanuel ha reformulado y extendido su formalismo [4, 34, 12, 5] y en fechas recientes ha propuesto algunas modificaciones [52, 53]. Un buen resumen de su derivación e ideas centrales fue hecho por Bryan y Rotunno [36] y es el texto en el que se basa esta sección.

Emanuel considera un ciclón tropical ejesimétrico y en estado estacionario que para su estudio puede ser descompuesto en dos regiones: 1) la atmósfera libre, en la que la viscosidad es despreciable y 2) la capa límite, en donde los términos viscosos y las interacciones con la superficie son importantes.

#### 1.4.1. Atmósfera libre

La ecuación derivada para esta región se puede obtener de dos formas, la primera es presentada por Emanuel en su artículo de 1986 [13], la segunda también es descrita por Emanuel en [7] pero la atribuye a D. K. Lilly<sup>8</sup>. Lilly buscaba obtener una solución analítica para el flujo de tornados y huracanes. Por medio de ecuaciones de conservación de masa, cantidad de movimiento y entropía llegó a una única ecuación para la función de corriente, de la que se puede obtener una solución con las condiciones de frontera apropiadas.

Si sobre las ecuaciones (1.5), (1.6 y (1.7) se supone independencia de la coordenada azimutal, estado estacionario, flujo no viscoso y se desprecia la masa del vapor de agua, se obtiene

$$u \frac{\partial u}{\partial r} + w \frac{\partial u}{\partial z} = \frac{v^2}{r} + fv - \alpha_d \frac{\partial p}{\partial r} \quad (1.24)$$

$$u \frac{\partial w}{\partial r} + w \frac{\partial w}{\partial z} = -g - \alpha_d \frac{\partial p}{\partial z} \quad (1.25)$$

---

<sup>8</sup>Emanuel [7] menciona que trabajó de cerca con Lilly y que tenían la idea de publicar dos artículos con sus resultados pero a pesar de haber escrito juntos algunos artículos para conferencias, Emanuel publicó por separado su trabajo en 1986 [13] y el trabajo de Lilly nunca vio la luz.

Con  $\alpha_d = 1/\rho_d$  donde el subíndice  $d$  hace referencia a que únicamente se considera la masa del aire seco. Utilizando  $\eta = \partial u/\partial z - \partial w/\partial r$ , la definición de momento angular [ecuación (1.13)] y la función de corriente  $\rho_d r u = \partial\psi/\partial z$ ,  $\rho_d r w = -\partial\psi/\partial r$  las ecuaciones (1.24) y (1.25) se pueden combinar en una sola ecuación

$$-\frac{\eta}{\rho_d r} + \frac{d}{d\psi} \left( \frac{u^2}{2} + \frac{w^2}{2} \right) = -\frac{d}{d\psi} \left( \frac{v^2}{2} + gz \right) + \frac{v}{r} \frac{dM}{d\psi} - \alpha_d \frac{dp}{d\psi}. \quad (1.26)$$

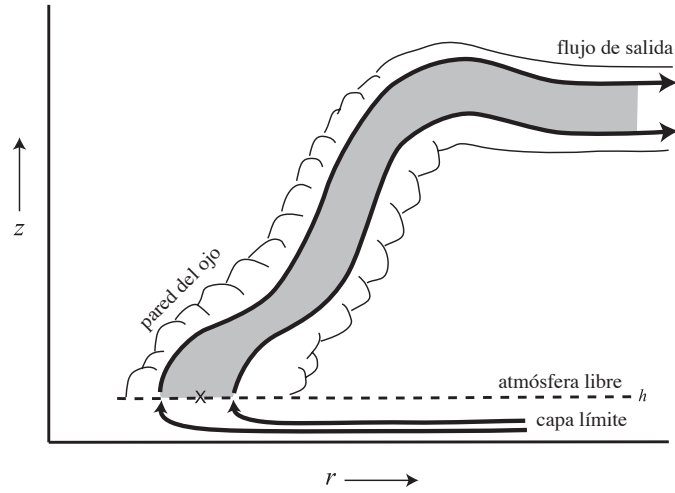
Por medio de la primera ley de la termodinámica para procesos pseudoadiabáticos, es decir el agua que se condensa es removida inmediatamente idealizando un proceso de precipitación instantánea,

$$Tds = c_p dT + Ldq_v - \alpha_d dp, \quad (1.27)$$

donde  $c_p$  es la capacidad calorífica a presión constante,  $L$  es la constante de calor latente de evaporación y  $q_v$  es la razón de mezcla del vapor de agua; es posible eliminar la presión de la ecuación (1.26)

$$-\frac{\eta}{\rho_d r} + \frac{d}{d\psi} \left( \frac{u^2}{2} + \frac{w^2}{2} \right) = -\frac{d}{d\psi} \left( \frac{v^2}{2} + gz + c_p T + Lq_v + \frac{fM}{2} \right) + \frac{1}{2r^2} \frac{dM^2}{d\psi} + T \frac{ds}{d\psi}. \quad (1.28)$$

Hasta ahora se ha utilizado termodinámica pseudoadiabática y se ha despreciado de las ecuaciones la masa del vapor de agua. En este punto suponiendo viento gradiente y balance hidrostático el término de la izquierda es idénticamente cero. Para llegar a la ecuación de máxima intensidad se integra la ecuación (1.26) sobre el volumen de control mostrado en la Fig. 1.5. El volumen de control está formado por dos líneas de corriente. Al suponer que los efectos de la viscosidad son despreciables en la atmósfera libre, la función de corriente  $\psi$ , la entropía  $s$ , la cantidad de movimiento angular  $M$  y



**Figura 1.5.** Esquema que ilustra el volumen de control utilizado para derivar el potencial de intensidad de los ciclones tropicales propuesto por Emanuel (esta imagen es una adaptación de la que se encuentra en el artículo de Bryan y Rotunno [36]).

la energía se conservan a lo largo de estas líneas de corriente. De esta forma el primer término del lado derecho de la ecuación (1.26) es cero bajo la integral resultando

$$\frac{1}{r_b} - \frac{1}{r_o} = -2(T_b - T_o) \frac{ds}{d(M^2)}. \quad (1.29)$$

Los subíndices  $b$  y  $o$  denotan la evaluación en la parte alta de la capa límite y en la salida del flujo respectivamente. Tomando  $r_o \gg r_b$  y  $M_g \approx r_b v_b$  se llega a una relación para la velocidad máxima del flujo

$$v_{g,m}^2 = -(T_b - T_o) M_g \frac{ds}{dM_g} \quad \text{en} \quad (r, z) = (r_{max}, z_{max}). \quad (1.30)$$

En términos generales, solo dos componentes principales son la base de esta ecuación: una componente dinámica y una termodinámica. La suposición de viento gradiente y equilibrio hidrostático, es decir, viento térmico, conforman la componente

dinámica. El supuesto de que los procesos son pseudoadiabáticos constituye la parte termodinámica.

Como se mencionó en un principio, esta derivación de la ecuación (1.30) difiere de la propuesta por Emanuel en 1986 [13]. Él, de principio, asume balance hidrostático y viento gradiente [ecuaciones (1.9) y (1.10)], combina ambas ecuaciones logrando relacionar la cantidad de movimiento angular con la entropía mediante el volúmen específico aplicando relaciones de Maxwell. Finalmente integra a lo largo de curvas de cantidad de movimiento angular constante sobre las que supone que la entropía de saturación también es constante. La clave para poder integrar la ecuación (1.28) es que las curvas de cantidad de movimiento angular constante y entropía constante coinciden. Para justificar esta suposición Lilly propone que el aire que sube por la pared del ojo se encuentra saturado por lo que conserva sus valores tanto de cantidad de movimiento angular como de entropía, de esta forma la entropía es invariante a lo largo de las curvas de cantidad de movimiento angular constante. Emanuel va más allá argumentando que incluso fuera del ojo, donde el aire no está saturado, la convección oblicua (*slantwise convection*) de las parcelas de aire ajusta la entropía de saturación de manera que la entropía es invariante sobre las curvas de momento y permite que  $s = s^*$ . A esto le llama neutralidad a la convección oblicua (*slantwise convection neutrality*).

### 1.4.2. Capa límite

De la forma que tiene la ecuación (1.30) resalta que se puede conocer la velocidad angular una vez que se determina  $s$  como función de  $M_g$ . En todas sus publicaciones subsecuentes, desde su publicación en 1986 hasta las más recientes [52, 53], Emanuel sostiene que la relación  $ds/dM_g$  está determinada por el balance de la cantidad de movimiento angular y entropía dentro de la capa límite. En particular, la neutralidad a la convección de aire húmedo requiere que la entropía de saturación, arriba del nivel por el cual existe condensación por ascenso, sea igual a la entropía de la capa límite. En general la ecuación de balance de entropía en la capa límite, en coordenadas de

cantidad de movimiento angular y presión está dada por

$$\frac{\partial s}{\partial t} + \frac{DM}{Dt} \frac{\partial s}{\partial M} + \omega \frac{\partial s}{\partial p} = -g \frac{\partial F}{\partial p} \quad (1.31)$$

en donde el cambio en la entropía está balanceado únicamente por el flujo de entropía y se ha despreciado la producción de entropía por procesos internos, es decir, la disipación de calor debida a la fuerza de fricción.

Considerando la ecuación (1.13) también en coordenadas de presión

$$\frac{DM}{Dt} = -gr \frac{\partial \tau_\lambda}{\partial p},$$

donde  $\tau_\lambda$  es la componente tangencial del tensor de esfuerzos. Sustituyendo esta expresión en la ecuación (1.31) y asumiendo estado estacionario se obtiene

$$-gr \frac{\partial \tau_\lambda}{\partial p} \frac{\partial s}{\partial M} + \omega \frac{\partial s}{\partial p} = -g \frac{\partial F}{\partial p}. \quad (1.32)$$

Dos suposiciones importantes se hacen en este punto. La primera es que la entropía se encuentra bien mezclada a lo largo de las líneas de cantidad de movimiento angular constante, que son aproximadamente verticales en la capa límite. Al mismo tiempo  $s$  no es función de la presión,  $\partial s / \partial M \cong ds / dM$ , y el segundo término del lado izquierdo de la ecuación (1.32) es cero. La segunda suposición es que el radio al que se encuentran las superficies de cantidad de movimiento angular constante no varía mucho con la altura dentro de la capa límite. En la medida en que estas dos aproximaciones se cumplen es posible integrar la ecuación (1.32) en la capa límite para obtener

$$\frac{ds}{dM} = \frac{F_s}{\bar{r} \tau_{\lambda s}} \quad (1.33)$$

donde  $F_s$  es el flujo turbulento de entropía en la superficie,  $\tau_{\lambda s}$  es el esfuerzo azimutal

en la superficie, y  $\bar{r}$  el radio promedio de las líneas de cantidad de movimiento angular.  $F_s$  y  $\tau_{\lambda s}$  pueden representarse de manera sencilla por medio de formulas clásicas de flujos aerodinámicos [52]

$$F_s = \frac{C_k \rho |\mathbf{u}| (k_o^* - k_b)}{T_s} \approx C_k \rho |\mathbf{u}| (s_s^* - s_b) \quad \text{con} \quad \frac{(k_o^* - k_b)}{T_s} \cong s_s^* - s_b \quad (1.34)$$

$$\tau_{\lambda s} = -C_D \rho |\mathbf{u}| v \quad (1.35)$$

aquí  $k$  representa a la entalpía y  $C_k$  el coeficiente de intercambio de entalpía. Este último resultado se acopla con el derivado para la atmósfera libre, ecuación (1.30), suponiendo que los gradientes radiales de cantidad de movimiento angular en la parte alta de la capa límite son aproximadamente iguales a los gradientes en la atmósfera libre ( $\partial M / \partial M_g \approx 1$ ). Sustituyendo la ecuación (1.33) en (1.30) se obtiene

$$v_{g,m}^2 = \frac{M_g}{\bar{r}v} \frac{C_k}{C_D} (s_s^* - s) (T_b - T_o) \quad \text{en} \quad (r, z) = (r_{max}, z_{max}). \quad (1.36)$$

En este punto se hace una de las aproximaciones más criticadas en el modelo. En la ecuación (1.36) la velocidad  $v$  es la velocidad en la capa límite, mientras que  $M_g$  la cantidad de movimiento angular fuera de la capa, en la atmósfera libre, por lo que Emanuel supone que la velocidad angular fuera y dentro de la capa son la misma, lo que implica que dentro de la capa límite la velocidad angular  $v$  también se encuentra en balance de viento gradiente [29]. Al mismo tiempo considerando  $\bar{r} \approx r_b$  se obtiene como resultado

$$v_{g,m}^2 = \frac{C_k}{C_D} (s_s^* - s) (T_b - T_o) \quad \text{en} \quad (r, z) = (r_{max}, z_{max}). \quad (1.37)$$

Emanuel ha dejado claro que esta es una ecuación para el viento gradiente y no para la velocidad dentro de la capa límite [52]. Si bien en un principio la teoría fue concebida

para determinar el máximo que pueden alcanzar los ciclones dependiendo únicamente de pocos parámetros, termodinámicos y dinámicos, en 2011 y 2012 realizó una extensión en la que logra derivar un perfil completo de viento gradiente basado en estas ideas. Los resultados se resumen a continuación.

### 1.4.3. Teoría del potencial de intensidad modificada

En 2011 Emanuel y Rotunno [52] modificaron la teoría de intensidad de tal modo que la temperatura de salida  $T_o$  –la temperatura que tiene las líneas de corriente que fluyen hacia arriba y el exterior– deja de ser tomada como una constante. Hasta ahora no se había mencionado nada de la temperatura de salida. En los trabajos de Emanuel previos, la temperatura  $T_o$  se toma como constante  $T_o \equiv T_t$ , con  $T_t$  la temperatura de la tropopausa, bajo el argumento de que debido a que la tropósfera es neutral a la convección de humedad, cualquier línea de corriente que tenga una entropía elevada originada en la capa límite tendrá que fluir fuera de la tormenta en niveles arriba de la tropopausa. Debido a que la estructura arriba de la tropopausa es prácticamente isotérmica, se puede aproximar la temperatura de salida como constante. Esta suposición está basada en la idea de que el flujo de salida de los huracanes es subcrítico, es decir, las ondas internas viajan lo suficientemente rápido para comunicar la información de la estratificación del ambiente hacia el núcleo del vórtice. En contraste, Emanuel y Rotunno [52] recientemente mostraron mediante simulaciones numéricas que lo anterior posiblemente no ocurra y que la estratificación de la entropía en el flujo de salida sea resultado de una dinámica interna de la tormenta. Así postulan un número de Richardson<sup>9</sup> crítico que determina la estratificación de la entropía. Su análisis los conduce a la siguiente expresión para la temperatura de salida y el número

<sup>9</sup>El número de Richardson está definido como

$$Ri = \frac{\Gamma_m(\partial s^*/\partial z)}{(\partial u/\partial z)^2 + (\partial v/\partial z)^2} \quad (1.38)$$

con  $\Gamma_m$  el gradiente vertical adiabático húmedo. El número de Richardson determina la estratificación del fluido, define su estructura local y su transición a la turbulencia, además de caracterizar la estabilidad térmica del flujo.



de Richardson crítico  $Ri_c$

$$\left. \frac{\partial T_o}{\partial M} \right|_{r=r_t} = -\frac{Ri_c}{r_t^2} \frac{dM}{ds}, \quad (1.39)$$

donde  $r_t$  es el radio al que se alcanza la temperatura de salida  $T_o$ . De integrar la ecuación (1.33) (tomando la forma propuesta para  $F_s$  y  $\tau_{\lambda s}$ ) se obtiene una ecuación diferencial de variables separables que se puede integrar para llegar a una expresión de la entropía en términos del momento angular

$$s = s_s^* - C \left( \frac{M}{M_m} \right)^{C_k/C_D} \quad (1.40)$$

con  $C$  una constante de integración y  $M_m$  el valor de la cantidad de movimiento angular que se alcanza en  $r_m$  para la parte alta de la capa límite. Derivando este resultado respecto a  $M$  y sustituyendo en las ecuaciones (1.39) y (1.30) da como resultado

$$\left. \frac{\partial T_o}{\partial M} \right|_{r=r_t} = \frac{C_D}{C_k} \frac{Ri_c}{r_t^2} \frac{M}{C} \left( \frac{M_m}{M} \right)^{C_k/C_D} \quad \text{y} \quad M_g^2 = r_g^2 (T_b - T_o) C \frac{C_k}{C_D} \left( \frac{M_g}{M_m} \right)^{C_k/C_D}. \quad (1.41)$$

La primera de las ecuaciones se puede integrar directamente obteniendo así una expresión para  $T_o$

$$T_o = T_t + \frac{C_D/C_k}{2 - C_k/C_D} \frac{Ri_c}{r_t^2} \frac{M_m^{C_k/C_D}}{C} (M^{2-C_k/C_D} - M_m^{2-C_k/C_D}), \quad (1.42)$$

donde  $T_t$  representa la temperatura de salida para la superficie con momento angular  $M_m$ . Como  $T_o$  es la temperatura de salida para las curvas con momento angular

$M_g$ . Se puede eliminar  $T_o$  y  $T_t$  (1.41) sustituyendo (1.41) en (1.42)

$$\left(\frac{M_g}{M_m}\right)^{2-C_k/C_D} = \frac{\frac{r^2}{r_m^2} + \frac{1}{2-C_k/C_D} \frac{Ri_c}{r_t^2} r^2}{1 + \frac{1}{2-C_k/C_D} \frac{Ri_c}{r_t^2} r^2} \quad (1.43)$$

Este resultado aún contiene una incógnita: el radio de salida  $r_t$ . Este radio es función únicamente de  $r_m$  cuando éste es el radio al que ocurren los máximos gradientes de viento. Usando la aproximación

$$v_g \approx \frac{M_g}{r} \quad (1.44)$$

que se cumple cerca del radio de gradientes de viento máximo. Esta aproximación conduce a

$$r_m = \left(\frac{C_k}{C_D} \frac{1}{Ri_c}\right)^{1/2} r_t. \quad (1.45)$$

Despejando para  $r_t$  y sustituyendo en (1.43)

$$\left(\frac{M_g}{M_m}\right)^{2-C_k/C_D} = \frac{2(r/r_m)^2}{2 - C_k/C_D [1 - (r/r_m)^2]} \quad (1.46)$$

Es importante notar que la ecuación (1.46) representa un perfil de viento gradiente dadas la velocidad máxima  $v_m$  y el radio de vientos máximo  $r_m$ . Su forma completa se discute un poco más adelante.

Aún falta determinar la velocidad máxima (o cantidad de movimiento angular máximo  $M_m$ ) para lo que es necesario encontrar la constante de integración  $C$  que aparece en la ecuación (1.40). Es posible plantear que la entropía tiene el valor de la entropía del ambiente sin perturbar en  $r_0$ , donde la componente de viento tangencial es cero. De esta forma, aproximando la cantidad de movimiento angular en el radio

de viento máximo  $r_m$  como  $M_m \approx v_{g,m}r_m$  y en el radio máximo del ciclón  $r_0$  como  $M_0 \approx 1/2fr_0^2$  se obtiene

$$s_s^* - C \left( \frac{fr_0^2}{2v_{g,m}r_m} \right)^{C_k/C_D} = 0 \quad (1.47)$$

Por otro lado para  $r_0 \gg r_m$  la ecuación (1.46) toma la forma

$$\left( \frac{fr_0^2}{2v_{g,m}r_m} \right)^{2-C_k/C_D} = 2 \frac{C_D}{C_k}, \quad (1.48)$$

sustituyendo en (1.47) resulta

$$C = \left( \frac{1}{2} \frac{C_k}{C_D} \right)^{1/(2C_D/C_k-1)} s_s^*. \quad (1.49)$$

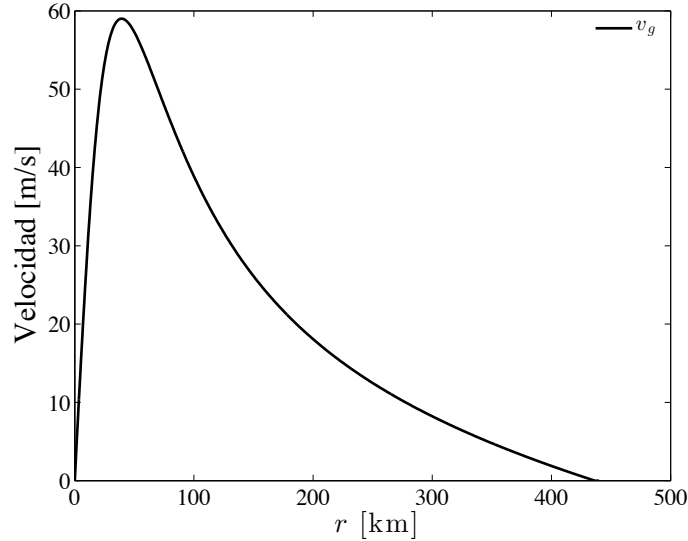
Al sustituir este resultado en la ecuación para  $M_g$  (1.42), evaluar en  $r = r_m$  y tomando  $M_m \approx v_{g,m}r_m$  se obtiene la expresión buscada para la velocidad máxima

$$v_{g,m}^2 = (T_b - T_t) \frac{C_k}{C_D} \left( \frac{1}{2} \frac{C_k}{C_D} \right)^{1/[2(C_D/C_k)-1]} s_s^*. \quad (1.50)$$

Por último, de la ecuación (1.46) se puede obtener una expresión analítica para la velocidad de viento gradiente simplemente sustituyendo la definición de  $M_g$  [ecuación (1.13)] y  $M_m \approx v_{g,m}r_m$

$$v_g = v_{g,m} \frac{r_m}{r} \left[ \frac{2(r/r_m)^2}{2 - C_k/C_D [1 - (r/r_m)^2]} \right]^{1/(2-C_k/C_D)} - \frac{1}{2} fr. \quad (1.51)$$

Esta forma para la velocidad de viento gradiente está basada enteramente en un formalismo teórico bien establecido y su uso para modelar eventos relacionados con



**Figura 1.6.** Perfil de viento gradiente generado con la ecuación (1.50) para los parámetros  $v_{g,m} = 60$  m/s y  $r_m = 20$  km.

los ciclones tropicales, como marea de tormenta y oleaje, ha mostrado arrojar mejores resultados que aquéllos obtenidos con otras formulaciones [54]. La forma del perfil cuando  $v_{g,m} = 60$  m/s y  $r_m = 20$  km se presenta en la Fig. 1.6.

Se puede notar que lejos del radio de viento máximo el perfil decae linealmente con una pendiente  $-1/2f$ , y  $v_g = 0$  en  $r = r_0$  con lo que se puede encontrar una expresión para el radio total de la tormenta

$$r_0 = \left[ \frac{2v_{g,m} \frac{r_m}{f} \frac{2(r/r_m)^2}{2 - C_k/C_D [1 - (r/r_m)^2]} \right]^{1/2} \quad (1.52)$$

En el proceso de deducción de las ecuaciones no se ha tomado en cuenta la disipación de calor ni la dependencia de  $s_s^*$  con la presión, cuyos efectos podrían contribuir a aumentar la intensidad.

# Capítulo 2

## Planteamiento del problema

### 2.1. Ecuaciones adimensionales

Escribir las ecuaciones en forma adimensional facilita generalizar los resultados y establecer la combinación de parámetros que determinan el comportamiento del sistema. El conjunto de ecuaciones de capa límite (1.21), (1.22) y (1.23) pueden escribirse en forma adimensional con la velocidad máxima de viento gradiente  $v_{g,m}$ , el radio máximo  $r_m$  y el ancho de la capa  $h$  bajo el siguiente conjunto de variables adimensionales

$$\tilde{r} = \frac{r}{r_m}, \quad \tilde{u} = \frac{\bar{u}}{v_{g,m}}, \quad \tilde{v} = \frac{\bar{v}}{v_{g,m}}, \quad \tilde{w}_h = \frac{\bar{w}_h r_m}{h v_{g,m}}, \quad \tilde{v}_g = \frac{v_g}{v_{g,m}}, \quad \tilde{t} = \frac{t v_{g,m}}{r_m}. \quad (2.1)$$

Con este nuevo conjunto de variables las ecuaciones se transforman en

$$\tilde{w}_h = -\frac{1}{\tilde{r}} \frac{\partial \tilde{r} \tilde{u}}{\partial \tilde{r}} - \frac{1}{\tilde{r}} \frac{\partial \tilde{v}}{\partial \tilde{\lambda}}, \quad (2.2)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \tilde{u}}{\partial t} + \tilde{u} \frac{\partial \tilde{u}}{\partial \tilde{r}} + \frac{\tilde{v}}{r} \frac{\partial \tilde{u}}{\partial \lambda} - \tilde{u}(\min(\tilde{w}_h, 0)) + \frac{(\tilde{v}_g^2 - \tilde{v})}{\tilde{r}} + \frac{(\tilde{v}_g - \tilde{v})}{Ro} = \\ \tilde{K} \left( \nabla^2 \tilde{u} - \frac{\tilde{u}}{\tilde{r}^2} - \frac{2}{\tilde{r}^2} \frac{\partial \tilde{v}}{\partial \lambda} \right) - \tilde{C}_D (\tilde{u}^2 + \tilde{v}^2)^{1/2} \tilde{u}, \quad (2.3) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \tilde{v}}{\partial t} + \tilde{u} \frac{\partial \tilde{v}}{\partial \tilde{r}} + \frac{\tilde{v}}{\tilde{r}} \frac{\partial \tilde{v}}{\partial \lambda} + (\tilde{v}_g - \tilde{v})(\min(w_h, 0)) + \tilde{u} \left( \frac{\tilde{v}}{\tilde{r}} + \frac{1}{Ro} \right) = \\ \tilde{K} \left( \nabla^2 \tilde{v} - \frac{\tilde{v}}{\tilde{r}^2} - \frac{2}{\tilde{r}^2} \frac{\partial \tilde{u}}{\partial \lambda} \right) - \tilde{C}_D (\tilde{u}^2 + \tilde{v}^2)^{1/2} \tilde{v}, \quad (2.4) \end{aligned}$$

Las ecuaciones de capa límite son forzadas mediante la ecuación de viento gradiente resultado de la teoría de máximo potencial de Emanuel. Teniendo en cuenta el mismo conjunto de variables adimensionales queda

$$\tilde{v}_g = \frac{1}{\tilde{r}} \left[ \frac{2\tilde{r}^2}{2 - C_k/C_D(1 - \tilde{r}^2)} \right]^{1/(2-C_k/C_D)} - \frac{1}{2Ro} \tilde{r}, \quad \tilde{r}_0 = \left[ 2Ro \left( 2 \frac{C_D}{C_k} \right)^{1/(2-C_k/C_D)} \right]^{1/2}. \quad (2.5)$$

El sistema de ecuaciones resultante únicamente depende de cuatro parámetros adimensionales:  $Ro = v_{g,m}/(fr_m)$ ,  $\tilde{C}_D = C_D r_m/h$ ,  $\tilde{K} = K/(r_m v_m)$  y  $C_k/C_D$ .  $Ro$  es el conocido número de Rossby que compara las fuerzas inerciales y centrífugas con la fuerza de Coriolis y da cuenta de las características del flujo. Dado que el radio de vientos máximo aparece en la mayoría de los parámetros, las soluciones de capa límite deben ser muy sensibles a  $r_m$ . Con  $Ro$  y  $C_D$  es posible construir dos escalas características de la longitud:  $h/C_D$  y  $v_{g,m}/f$ . Por lo tanto, el potencial de intensidad que incluya las ecuaciones de capa límite promediadas en vertical deberá ser dependiente de la escala del ciclón. Por otra parte, la ecuación (1.37) pone de manifiesto que el potencial de intensidad propuesto por la teoría de Emanuel es independiente de la escala.

Una vez obtenido el campo de velocidades  $(u, v)$  para calcular la entropía, se resuelve explícitamente una ecuación de balance de entropía análoga a (1.31), que

en coordenadas  $r$  y  $\lambda$ , agregando la disipación de calor bajo el conjunto de variables adimensionales definido anteriormente, se escribe

$$\frac{\partial \tilde{s}}{\partial \tilde{t}} + \tilde{u} \frac{\partial \tilde{s}}{\partial \tilde{r}} + \frac{\tilde{v}}{\tilde{r}} \frac{\partial \tilde{s}}{\partial \tilde{\lambda}} = \tilde{C}_k (\tilde{u}^2 + \tilde{v}^2)^{1/2} (\tilde{s}_s^* - \tilde{s}) + \beta (\tilde{u}^2 + \tilde{v}^2)^{3/2}, \quad (2.6)$$

en donde la entropía adimensional se define como

$$\tilde{s} = \frac{s - s_0}{s_{s,0}^* - s_0}. \quad (2.7)$$

$s_{s,0}^*$  y  $s_0$  son la entropía de saturación de la superficie del océano y la entropía del ambiente sin perturbar en  $r_0$ , respectivamente. Aparecen dos nuevos parámetros adimensionales que rigen el comportamiento de la entropía en la capa límite  $\tilde{C}_k = C_k r_m / h$  y  $\beta = \tilde{C}_D v_m^2 / [(s_{s,0}^* - s_0) T_s]$ .

El valor de referencia  $s_0$  puede considerarse cero mientras que  $s_s^*$  puede aproximarse mediante la ecuación (1.27) como

$$s_s^*(T_s, p_s) = L \left( \frac{q_\nu^*}{T_s} - \frac{q_{\nu,ref}}{T_{ref}} \right) - R_d \ln \left( \frac{p_s}{p_{ref}} \right) + c_p \ln \left( \frac{T_s}{T_{ref}} \right), \quad (2.8)$$

donde  $q_\nu$  es la humedad específica de saturación y el subíndice *ref* denota que las cantidades son constantes de referencia. En este caso se ha tomado como temperatura de referencia la temperatura de la superficie del océano  $T_s$ , como presión de referencia la presión a nivel del mar  $p_0$  y como humedad específica de referencia la humedad específica de la capa límite  $q_{\nu,b}$ , dando como resultado

$$s_s^*(T_s, p_s) = L \left( \frac{q_\nu^* - q_{\nu,b}}{T_s} \right) - R_d \ln \left( \frac{p_s}{p_0} \right), \quad (2.9)$$

Para calcular la presión en la superficie,  $p_s$ , se integra la ecuación de viento gradiente en forma adimensional

$$\left(\frac{p_0}{\rho_0 v_{g,m}^2}\right) \ln\left(\frac{p_0}{p}\right) = \int_r^{r_0} \left(\frac{\tilde{v}_g^2}{\tilde{r}} + \frac{\tilde{v}_g}{Ro}\right) d\tilde{r} = I(\tilde{r})$$

$$p_s = \exp\left(-\frac{\rho_0 v_m^2}{p_0} I(\tilde{r})\right) p_0. \quad (2.10)$$

Finalmente, habiendo obtenido la entropía  $s$  en la capa límite, se calcula  $ds/dM$  para determinar el potencial máximo mediante la relación (1.30)

$$v_{g,m}^2 = -(T_b - T_o) M_g \frac{ds}{dM_g} \quad \text{en} \quad r = r_m.$$

Las ecuaciones se resuelven con las siguientes condiciones iniciales

$$v(0, r, \lambda) = v_g(r, \lambda) \quad u(0, r, \lambda) = 0 \quad (2.11)$$

y de frontera

$$v(t, 0, \lambda) = 0 \quad u(t, 0, \lambda) = 0 \quad v(t, r_0, \lambda) = 0 \quad u(t, r_0, \lambda) = 0. \quad (2.12)$$

Para inducir las asimetrías en el campo de vientos y simular la entrada a tierra se utiliza un valor distinto de  $C_D$  en la parte de mar y otro en la parte que se encuentra en tierra. Estrictamente, el valor del coeficiente de transferencia de entropía  $C_k$  en tierra es cero porque se anulan los aportes a la entropía de la superficie del océano  $s_s^*$ . A pesar de esto, el comportamiento de las soluciones para diferentes valores de  $C_k$  en tierra también se analizan en la sección de resultados.

## 2.2. Esquema de la solución numérica

El sistema de ecuaciones diferenciales parciales no lineales (2.2)-(2.6), se resolvió por el método de diferencias finitas. Este es uno de los métodos más sencillos y directos



para resolver ecuaciones diferenciales parciales. Su idea central es dividir el dominio de integración de las variables independientes en una malla de discretización –en el espacio y/o tiempo–. Las variables dependientes se almacenan y evalúan únicamente en estos puntos y sus derivadas se aproximan con los valores de puntos adyacentes. De esta manera la ecuación diferencial se reduce a un sistema de ecuaciones algebraicas para los valores de la función en cada punto del dominio de discretización.

La forma más sencilla de obtener expresiones en diferencias finitas de los valores de las derivadas de funciones consiste en combinar de forma adecuada desarrollos en series de Taylor de dichas funciones. Ello exige suponer cierta regularidad para las funciones con las que se opere, en el sentido de exigir que las funciones admitan un desarrollo en serie de Taylor hasta el término del desarrollo de interés. En este sentido, suponiendo que  $\zeta(x)$  es una función de clase  $C^{m+1}$  en el dominio  $\zeta \in [A, B]$  y  $l$  es un valor real, el valor de la función en el punto  $(x + l)$  puede expresarse mediante un desarrollo en serie de Taylor en la forma:

$$\zeta(x + l) = \zeta(x) + l \frac{d\zeta(x)}{dx} + \frac{l^2}{2} \frac{d^2\zeta(x)}{dx^2} + \dots + \frac{l^m}{m!} \frac{d^m\zeta(x)}{dx^m} + \frac{l^{m+1}}{(m+1)!} \frac{d^{(m+1)}\zeta(\xi)}{dx^{(m+1)}} \quad (2.13)$$

donde  $\xi$  un punto comprendido entre  $x$  y  $x + l$ . En el desarrollo anterior para valores de  $l$  suficientemente pequeños una buena aproximación de  $\zeta(x + l)$  queda dada por

$$\zeta(x + l) \approx \zeta(x) + l \frac{d\zeta(x)}{dx} + \frac{l^2}{2} \frac{d^2\zeta(x)}{dx^2} + \dots + \frac{l^m}{m!} \frac{d^m\zeta(x)}{dx^m} \quad (2.14)$$

con un error  $O(l^{m+1})$  es decir, un error de orden  $m + 1$ . Así es fácil obtener expresiones que aproximen de la primera derivada de una función. Si  $m = 1$

$$\zeta(x + l) \approx \zeta(x) + l \frac{d\zeta(x)}{dx}. \quad (2.15)$$

Haciendo  $\zeta_{i+1} = \zeta(x + l)$ ,  $\zeta_i = \zeta(x)$  y  $l = x_{i+1} - x_i$  se llega a la expresión tradicional

para la fórmula en diferencias finitas progresiva (*forward difference scheme*)

$$\frac{d\zeta}{dx} = \frac{\zeta_{i+1} - \zeta_i}{x_{i+1} - x_i}. \quad (2.16)$$

De la misma forma es fácil llegar a otra expresión para la primera derivada haciendo el desarrollo en serie de Taylor para  $u(x - l)$ , de donde se deriva la fórmula en diferencias finitas regresiva

$$\frac{d\zeta}{dx} = \frac{\zeta_i - \zeta_{i-1}}{x_i - x_{i-1}}. \quad (2.17)$$

Combinando ambas expansiones en series de Taylor se obtiene una tercera expresión conocida como fórmula en diferencias finitas centrada

$$\frac{d\zeta}{dx} = \frac{\zeta_{i+1} - \zeta_{i-1}}{x_{i+1} - x_{i-1}}. \quad (2.18)$$

Así como se han obtenido las fórmulas en diferencias finitas que aproximan el valor de la primera derivada en un punto, se pueden obtener expresiones que aproximen el valor de derivadas de orden superior, por ejemplo para la segunda derivada

$$\frac{d^2\zeta}{dx^2} = \frac{\zeta_{i+1}(x_i - x_{i-1}) + \zeta_{i-1}(x_{i+1} - x_i) - \zeta_i(x_{i+1} - x_{i-1})}{\frac{1}{2}(x_{i+1} - x_{i-1})(x_{i+1} - x_i)(x_i - x_{i-1})}. \quad (2.19)$$

Con relación a los términos convectivos es bien sabido que utilizar únicamente los esquemas mencionados conduce a inestabilidades y a una pobre representación de la solución. Lo anterior tiene su origen en que el signo de la velocidad cambia dependiendo de la dirección del flujo. Existen diferentes formas de remediar esta situación. La más sencilla es implementar el esquema de discretización corriente arriba (*upstream*). Dicho esquema utiliza la fórmula de diferencias finitas progresiva si el flujo es positivo y

regresiva si es negativo

$$u \frac{d\zeta}{dx} = \max(u, 0) \frac{\zeta_{i+1} - \zeta_i}{x_{i+1} - x_i} + \min(u, 0) \frac{\zeta_i - \zeta_{i-1}}{x_i - x_{i-1}} \quad (2.20)$$

En este caso se construyó un dominio radial  $\tilde{r} \in [0, r_0]$ , con un arreglo de 1000 puntos, y en la coordenada azimutal  $\lambda \in [0, 2\pi]$  se utilizó una resolución de  $\pi/32$ . Para las primeras derivadas se utilizó un esquema progresivo, los términos no lineales fueron discretizados con un esquema *upstream* y para el Laplaciano se usaron diferencias centradas de segundo orden.

Las ecuaciones se integran hasta el estado estacionario. Se probaron dos esquemas explícitos de integración de dos pasos, el método de Matsuno (Euler hacia atrás) de primer orden y el método de Huen de segundo orden.

El esquema de Matsuno utiliza como primer paso la fórmula de Euler para obtener  $\zeta_*^{n+1}$ . Este primer paso aproxima  $f^{n+1}$  con  $f_*^{n+1}$  que después se emplea para hacer un paso hacia atrás, es decir

$$\zeta_*^{(n+1)} = \zeta^{(n)} + \Delta t f^{(n)}, \quad (2.21)$$

$$\zeta^{(n+1)} = \zeta^{(n)} + \Delta t f_*^{(n+1)}, \quad (2.22)$$

donde

$$f_*^{(n+1)} = f(\zeta_*^{(n+1)}, (n+1)\Delta t).$$

El esquema de Heun es similar al de Matsuno pero el segundo paso se hace con un esquema trapezoidal

$$\zeta_*^{(n+1)} = \zeta^{(n)} + \Delta t f^{(n)}, \quad (2.23)$$

$$\zeta^{(n+1)} = \zeta^{(n)} + \frac{1}{2} \Delta t (f^{(n)} + f_*^{(n+1)}), \quad (2.24)$$

El esquema de Matsuno es ampliamente utilizado en meteorología y oceanografía porque es condicionalmente estable<sup>10</sup> y amortigua las altas frecuencias. Mientras más alta sea la frecuencia, el paso de tiempo debe disminuir. Por su parte el método de Heun es inestable pero las inestabilidades son débiles, por lo que con un paso de tiempo suficientemente corto se obtienen buenos resultados.

En los experimentos numéricos realizados no se encontraron diferencias importantes ligadas con el método de integración utilizado. En ambos casos el tiempo de computo necesario para alcanzar la solución estacionaria es aproximadamente el mismo. Como resultado de esta experiencia se seleccionó el esquema de Matsuno para la versión final del código.

El código está desarrollado en el lenguaje Fortran 90. Debido a que las ecuaciones de capa límite son no lineales y acopladas es necesario emplear un método iterativo para su integración que deriva en tiempos de computo altos para una resolución como la que se ha propuesto. Para aminorar este problema una paralelización sencilla bajo el estandar OpenMP permite reducir el tiempo de computo hasta en un 50 %.

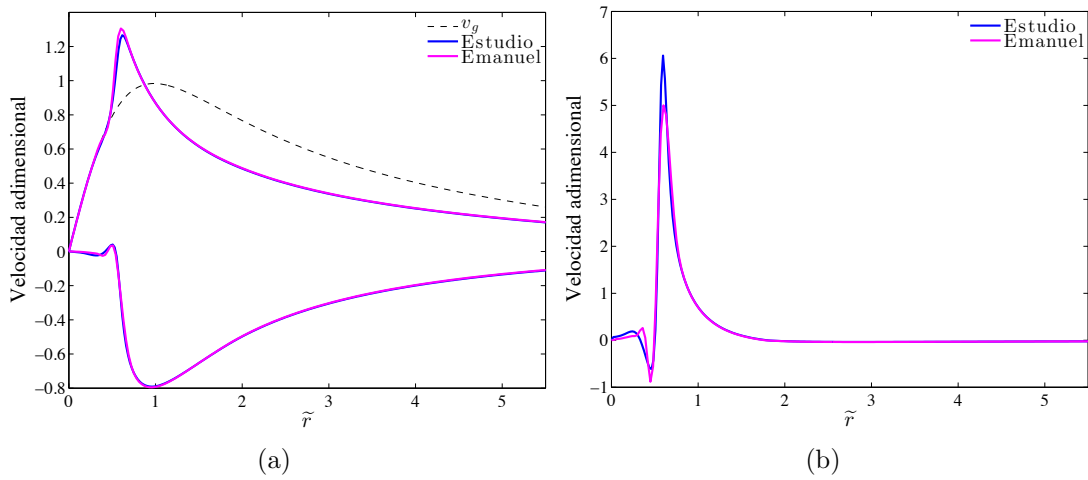
### 2.3. Validación del código computacional

Para validar el método de solución de la ecuaciones de capa límite se realizó una comparación con un modelo de capa límite ejesimétrico proporcionado por el Dr. Kerry Emanuel. Dicho modelo es similar al presentado anteriormente pero existen algunas diferencias que se deben resaltar. El modelo es únicamente simétrico. En lugar de resolver directamente una ecuación para la velocidad tangencial lo hace para la cantidad de movimiento angular. Una diferencia importante reside en la forma de tratar la difusividad horizontal. Emanuel pone el coeficiente de difusividad turbulenta  $K$  en términos del tensor de deformación con lo que aparece la longitud de mezcla horizontal  $l_h$ . El método de solución de las ecuaciones también es distinto. Recurre

---

<sup>10</sup>La condición de estabilidad del esquema de Matsuno está dada por  $\Delta t \leq 1/|\omega|$  con  $\omega$  la frecuencia de oscilación de la solución.

a diferencias finitas pero combina los esquemas *upstream* y diferencias centradas de segundo orden para los términos convectivos. Integra las ecuaciones de capa límite hasta el estado estacionario con un esquema *leapfrog* y agrega un filtro Asselin. Una comparación entre los perfiles de velocidad se muestra en la Fig. 2.1 en la que es claro el parecido entre las soluciones. Éstas corresponden a un número de Rossby  $Ro = 30$ ,  $\widetilde{C}_D = 0.1$  y  $C_k/C_D = 1$ . Para la difusividad horizontal adimensional se adoptó el valor de  $\widetilde{K} = 0.007$  (Apéndice A) que corresponde a una  $K = 21 \times 10^3 \text{ m}^2/\text{s}$  mientras que en el modelo de Emanuel se tomó el valor por defecto de la longitud de mezcla  $l_h = 1500 \text{ m}$ .



**Figura 2.1.** Comparación de las soluciones de capa límite para el modelo presentado y el modelo de Emanuel. a) Velocidad tangencial en la parte positiva y velocidad radial en la negativa (la línea discontinua representa el perfil de viento gradiente). b) Velocidad vertical. Todos los valores son adimensionales.



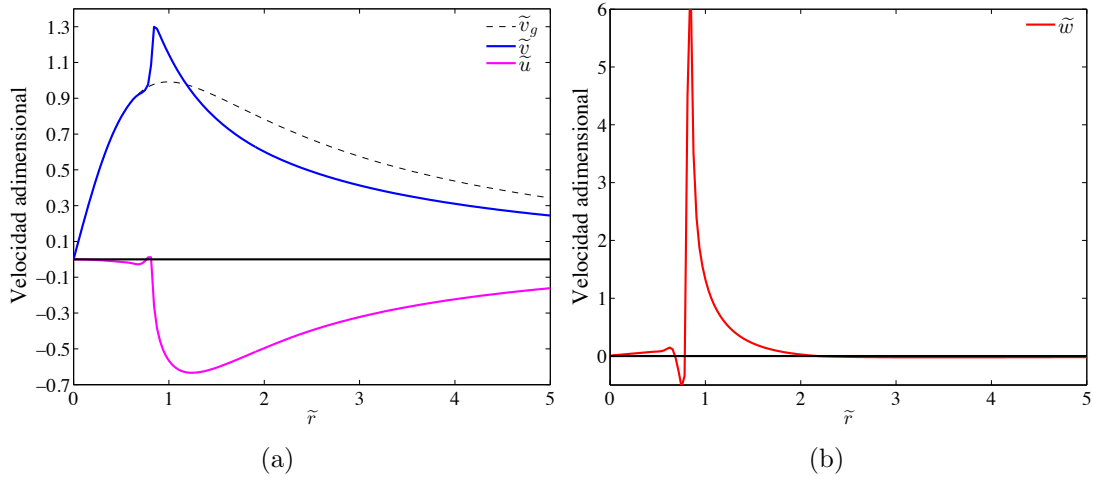
# Capítulo 3

## Resultados

### 3.1. Modelo simétrico

Primero se analizó el comportamiento de las soluciones simétricas del modelo de capa límite en relación con los parámetros adimensionales  $\widetilde{C}_D$  y  $Ro$ . Como caso base de comparación se utilizaron los valores  $\widetilde{C}_D = 0.05$ ,  $Ro = 60$  y  $C_k/C_D = 1$  que pueden representar al siguiente conjunto de parámetros:  $v_{g,m} = 60$  m/s,  $r_m = 20$  km,  $f = 5 \times 10^{-5}$  1/s,  $h = 1$  km y  $C_D = C_k = 2.5 \times 10^{-3}$ . La difusividad horizontal se fijó en  $\widetilde{K} = 0.007$  que corresponde a un valor de  $K = 8.4 \times 10^3$  m<sup>2</sup>/s, congruente con el criterio de estabilidad de Courant-Friedrichs-Lewy (Apendice A).

La Fig. 3.1a muestra la velocidad de viento gradiente, tangencial y radial como función del radio adimensional. Es posible apreciar que la velocidad tangencial se encuentra alejada de la velocidad de viento gradiente prácticamente para cualquier radio, es subgradiente fuera de la pared del ojo y se vuelve supergradiente cerca de la pared en donde toca a la curva de viento gradiente. La velocidad tangencial alcanza su valor máximo en la parte interna sobrepasando la velocidad de viento gradiente cerca de un 28%, resultado congruente con la superintensidad registrada en la literatura con otro tipo de modelos. El flujo de entrada radial alcanza un valor de  $-0.5$  en

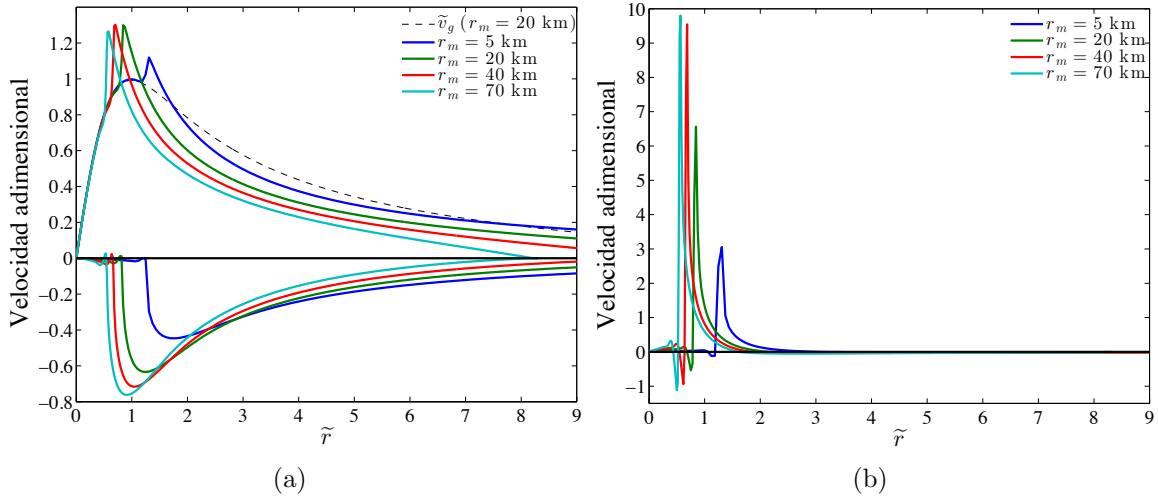


**Figura 3.1.** Perfiles radiales de: a) viento gradiente (línea discontinua), velocidad tangencial (línea azul), velocidad radial (línea magenta) y b) velocidad vertical (línea roja) obtenidos como solución de las ecuaciones de capa límite para un número de Rossby  $Ro = 60$  y  $\tilde{C}_D = 0.05$ . Todos los valores son adimensionales.

$r = r_m$  resultando en un ángulo de entrada  $\theta = \arctan(-\tilde{u}/\tilde{v}) \approx 24^\circ$  valor razonable considerando que el rango de  $\theta$  se encuentra entre los 15 y 30 grados. Cerca del radio de viento máximo la velocidad radial disminuye hasta llegar a cero en un intervalo radial muy corto produciendo un flujo vertical ascendente estrecho e intenso como se muestra en la Fig. 3.1b. Para el conjunto de parámetros establecidos anteriormente esto da un flujo ascendente vertical en la parte alta de capa límite de 18 m/s, del orden de lo registrado en mediciones.

Variaciones en  $\tilde{C}_D$  pueden deberse a cambios en  $C_D$  o en  $r_m$ . Es importante notar que dejar fijo  $C_D$  y cambiar  $r_m$  también implica cambios en  $Ro$ , mientras que variar  $C_D$  no involucra cambios en otro de los parámetros adimensionales teniendo en cuenta que la proporción  $C_k/C_D$  se conserva. De esta forma resulta evidente que el cambio de  $r_m$  debe tener repercusiones importantes en la solución. En la Fig. 3.2 se han graficado las soluciones de las ecuaciones de capa límite para cuatro valores distintos del radio de viento máximo:  $r_m = 5$  km,  $r_m = 20$  km,  $r_m = 40$  km y  $r_m = 70$  km. Cuando el radio de vórtice es de  $r_m = 5$  km la velocidad radial de entrada disminuye en comparación con



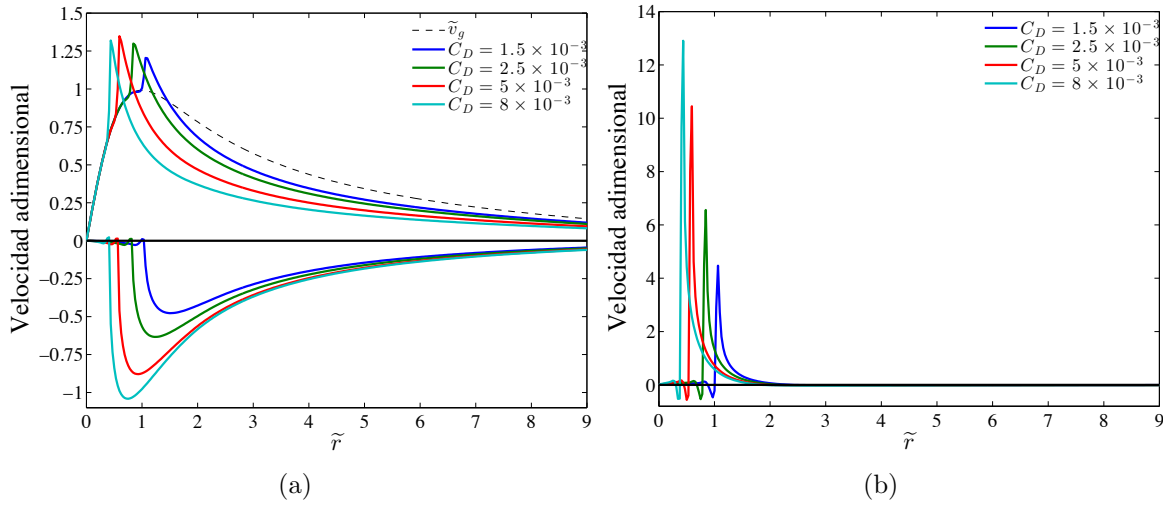


**Figura 3.2.** Perfiles radiales de velocidad para diferentes valores del radio de viento máximo. a) Componente tangencial en la parte positiva y componente radial en la parte negativa. La línea discontinua representa el perfil de viento gradiente para  $r_m = 5$  km. b) Promedio de velocidad vertical. Todos los valores son adimensionales normalizados con la velocidad máxima del viento gradiente  $v_{g,m}$ .

el caso base, y se frena antes de llegar al radio de vientos máximo. Como consecuencia, la velocidad tangencial se aleja poco del perfil de viento gradiente y el flujo pasa de subgradiente a supergradiente en la parte exterior, lejos del radio de viento máximo. La velocidad vertical también disminuye a la mitad en comparación con el caso base y el máximo ocurre fuera de  $r_m$ . Esta solución es poco realista y podría apuntar a que un ciclón tropical de radio pequeño,  $r_m \leq 5$  km, no puede conservar la estructura de una tormenta de gran intensidad ( $v_{g,m} = 60$  m/s). Al aumentar al radio de viento máximo la velocidad radial aumenta, con lo que la velocidad tangencial se aleja más del perfil de viento gradiente. El punto donde el viento se vuelve supergradiente se recorre hacia adentro y se encuentra cerca de  $r_m$ . El viento tangencial supergradiente es máximo para  $r_m = 40$  km y el radio donde pasa de subgradiente a supergradiente es prácticamente  $r = r_m$ . Para  $r_m = 70$  km el viento es subgradiente más allá de  $r_m$  pero el supergradiente se deprime un poco en comparación con los dos radios menores ( $r_m = 40$  y  $20$  km). Esto último indica que existe un radio de viento máximo  $r_m$  óptimo que maximiza el supergradiente de viento dentro de la capa límite. Con relación a la

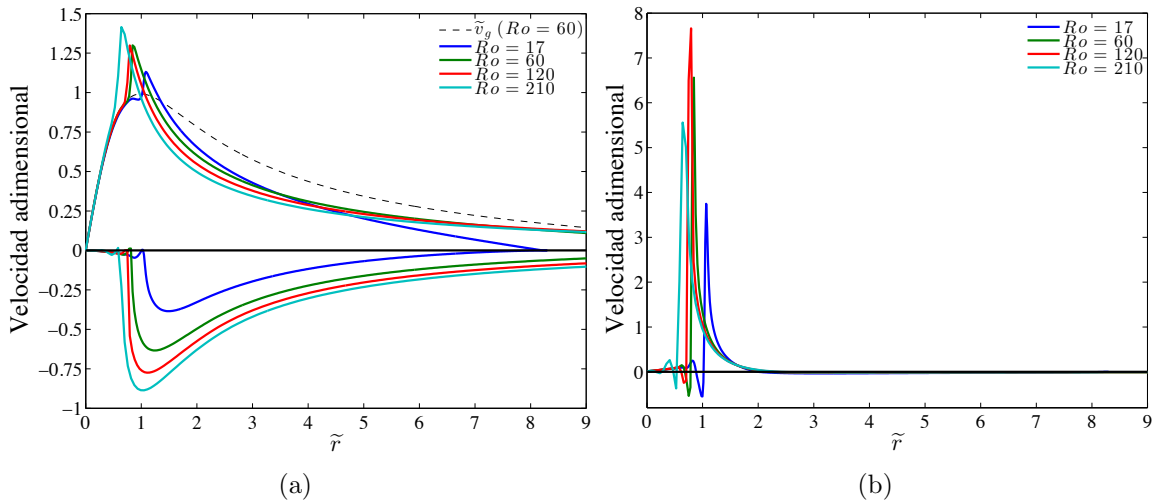
velocidad vertical, ésta también aumenta con el radio máximo y dado que se calcula como el gradiente radial de la componente radial de velocidad, su máximo se ubica en la parte donde la velocidad radial se frena.

El análisis anterior parece indicar que el ciclón solo puede subsistir para ciertas características de la capa límite relacionadas con las escalas de la tormenta, es decir, no pueden existir tormentas muy intensas con radios pequeños. También resalta la importancia de la escala del ciclón con relación al máximo viento supergradiente que se puede generar dentro de la capa límite. Tomando en cuenta que al variar el radio de viento máximo, también cambia el número de Rossby porque la intensidad con la que se fuerza el modelo  $v_{g,m}$  se mantiene constante, se encuentra un radio de viento máximo óptimo que maximiza el supergradiente de velocidad tangencial dentro de la capa límite para una intensidad dada. Esto se traduce en que hay mayor flujo de masa entrante ( $\tilde{r}\tilde{u}$ ) para radios grandes, pero la energía del ciclón puede ser mayor con radios menores.



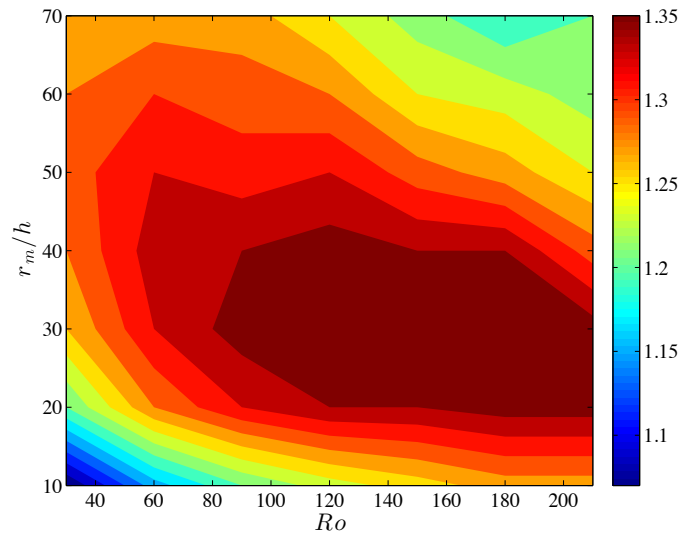
**Figura 3.3.** Perfiles radiales de velocidad para diferentes valores del coeficiente de arrastre  $C_D$ . a) Componente tangencial en la parte positiva y componente radial en la parte negativa. La línea discontinua representa el perfil de viento gradiente para  $Ro = 60$ . b) Promedio de velocidad vertical. Todos los valores son adimensionales normalizados con la velocidad máxima del viento gradiente  $v_{g,m}$ .

Es de esperarse que al variar el coeficiente de arrastre  $C_D$  se obtengan respuestas del sistema similares a las presentadas anteriormente dado que  $\widetilde{C}_D$  guarda una proporción directa con  $r_m$ , pero resulta importante determinar la influencia de este parámetro porque, en este caso, el número de Rossby no cambia así como no cambia el tamaño total de la tormenta  $r_0$ . En la Fig. 3.3 se ilustran las respuestas del de la capa límite para tres coeficientes de arrastre distintos:  $C_D = 1.5 \times 10^{-3}$ ,  $5 \times 10^{-3}$ ,  $8 \times 10^{-3}$  más el caso base  $C_D = 2.5 \times 10^{-3}$ . Para este análisis se ha cambiado  $C_D$  pero la relación  $C_k/C_D = 1$  se mantiene en cada caso. Similar a lo que ocurre al variar  $r_m$ , la velocidad radial aumenta con  $C_D$ , incrementando el flujo de masa entrante ( $\widetilde{r}u$ ) y la velocidad vertical. Fuera de  $r_m$ , como es de esperarse, al aumentar la fricción disminuye la cantidad de movimiento angular por lo que la velocidad tangencial disminuye, es decir, los perfiles tangenciales de velocidad cada vez se aleja más del perfil de viento gradiente (el subgradiente crece). Los perfiles se vuelven supergradientes cerca de  $r_m$ . El máximo supergradiente de velocidad tangencial aumenta cerca de  $r_m$  y se recorre al centro del ciclón como consecuencia del incremento en el flujo de entrada.



**Figura 3.4.** Perfiles radiales de velocidad para diferentes valores del número de Rossby. a) Componente tangencial en la parte positiva y componente radial en la parte negativa. La línea discontinua representa el perfil de viento gradiente para  $Ro = 60$ . b) Promedio de velocidad vertical. Todos los valores son adimensionales normalizados con la velocidad máxima del viento gradiente  $v_{g,m}$ .

En la Fig. 3.4 se han graficado los perfiles radiales de velocidad tangencial radial y vertical como función del radio adimensional para cuatro números de Rossby distintos  $Ro = 17, 60, 120$  y  $210$ . El aumento del número de Rossby tiende a aumentar el subgradiente fuera del radio de viento máximo e incrementa el subgradiente dentro. También es apreciable un incremento de la velocidad de entrada así como en la velocidad vertical. Considerando que el número de Rossby puede crecer con la velocidad máxima del perfil de viento gradiente y que éste es proporcional a la caída de presión, el resultado indica que el desbalance en la capa límite aumenta conforme aumenta la caída de presión.

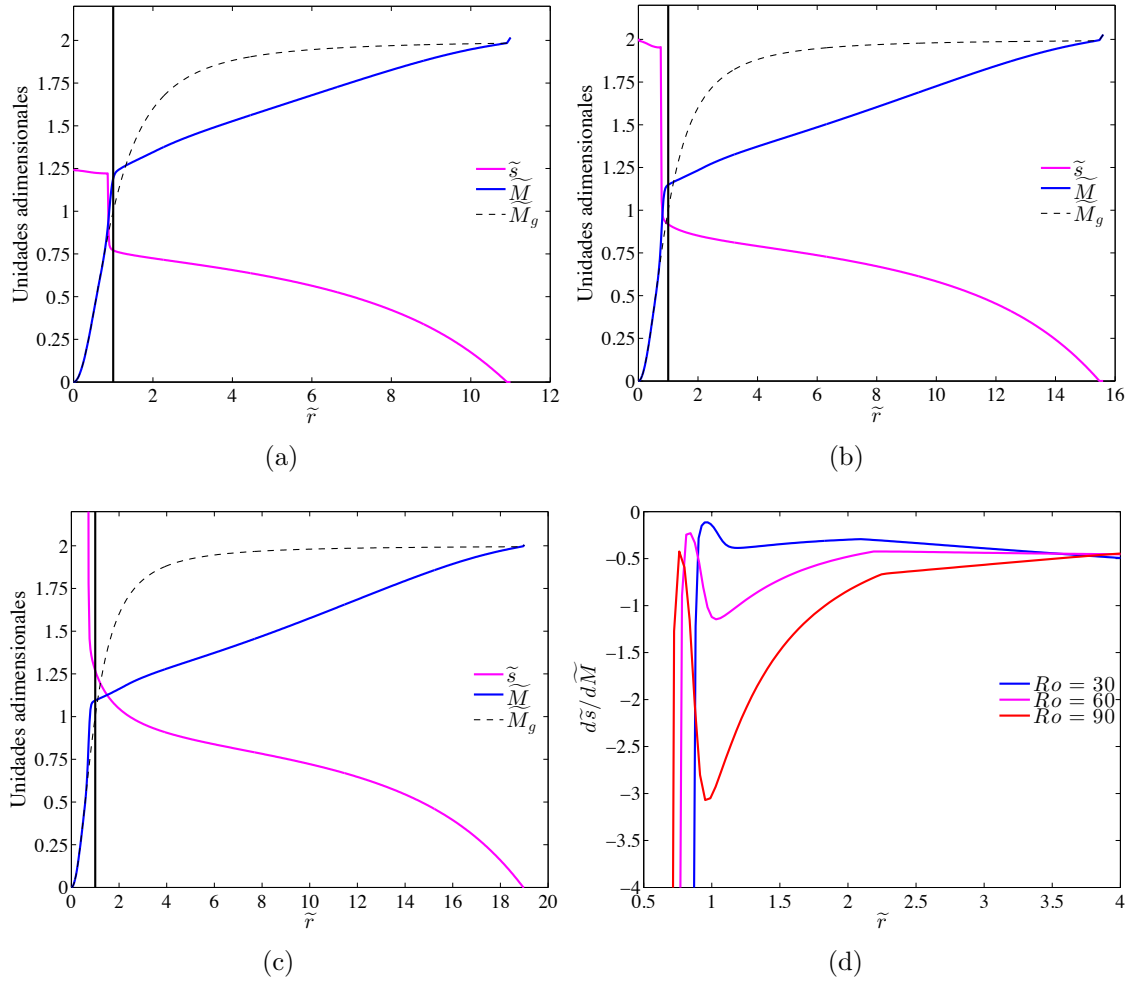


**Figura 3.5.** Supergradiente de viento generado en la capa límite como función del número de Rossby  $Ro$  y el radio de viento máximo  $r_m$ .

Para obtener un mejor panorama del comportamiento del supergradiente de viento en relación con los parámetros que gobiernan las ecuaciones, en la Fig. 3.5 se exhibe el máximo de velocidad tangencial adimensional como función del número de Rossby y del radio de viento máximo, adimensionalizado con la altura de la capa límite  $r_m/h$ . Se observa que el máximo de supergradiente aumenta conforme aumenta el número de Rossby para radios entre 15 y 50 km y que el radio de viento máximo al que se alcanza el supergradiente, es mayor para números de Rossby menores. Suponiendo que el radio de viento máximo óptimo de un ciclón tropical está en relación directa con el

máximo supergradiente que puede producir, lo anterior sugiere dos cosas considerando que el número de Rossby crece (disminuye) cuando  $v_m$  aumenta (disminuye) o  $f$  disminuye (crece). Si los cambios en  $Ro$  son por variaciones de  $v_{g,m}$ , íntimamente relacionada con la caída de presión, lo anterior sugiere que las tormentas tienden a ser más grandes y con supergradientes de velocidad menores para gradientes de presión bajos y que el supergradiente aumenta cuando el gradiente de presión crece existiendo un rango óptimo para el radio de viento máximo, entre 15 y 50 km, que maximiza el supergradiente de viento dentro de la capa límite. Por otro lado, si los cambios en  $Ro$  se deben a cambios en el parámetro de Coriolis, el resultado indica que los ciclones tropicales tenderán a ser más pequeños en latitudes cercanas al ecuador y más grandes en latitudes mayores, también es claro que el desbalance en la capa límite disminuirá conforme aumente la latitud así como el supergradiente de viento.

Una vez determinadas las implicaciones de los parámetros  $Ro$  y  $\widetilde{C}_D$  sobre las soluciones de las ecuaciones de capa límite, se estudió la influencia de la estructura de los perfiles de viento sobre la distribución de entropía y principalmente, sobre la intensidad obtenida mediante la ecuación de máximo potencial de intensidad (1.30). Con este fin, utilizando las soluciones para la velocidad  $\widetilde{u}$  y  $\widetilde{v}$  se determinó la entropía y la derivada de la entropía respecto a la cantidad de movimiento angular para tres números de Rossby  $Ro = 30, 60$  y  $90$ . En el cálculo de la entropía, ecuación (2.6), aparecen los parámetros adimensionales  $\widetilde{C}_k$  y  $\beta$ , bajo el conjunto de parámetros definidos en el caso base ( $Ro = 60$ ) toman los valores  $\widetilde{C}_k = \widetilde{C}_D = 0.05$  y  $\beta = 0.015$ . Los perfiles de entropía  $\widetilde{s}$ , así como la cantidad de movimiento angular del perfil de viento gradiente  $\widetilde{M}_g$  y la cantidad de movimiento angular de la velocidad tangencial en la capa límite  $\widetilde{M}$ , obtenidos para el caso base, se muestran en Fig. 3.6b. Aquí se aprecia claramente la disminución del momento angular en la capa límite, en comparación con el momento angular arriba ella, debida a la fricción. El momento angular dentro de la capa límite disminuye aproximadamente de forma lineal hacia el centro del huracán. Cerca del radio de viento máximo la curva de momento angular en la capa límite cruza la curva de momento angular gradiente y siguen una trayectoria similar. Este comportamiento se debe a que el perfil de velocidad tangencial es primero subgradiente y se vuelve supergradiente cerca de  $r_m$  (Fig. 3.1a). Con respecto al perfil de entropía, el perfil



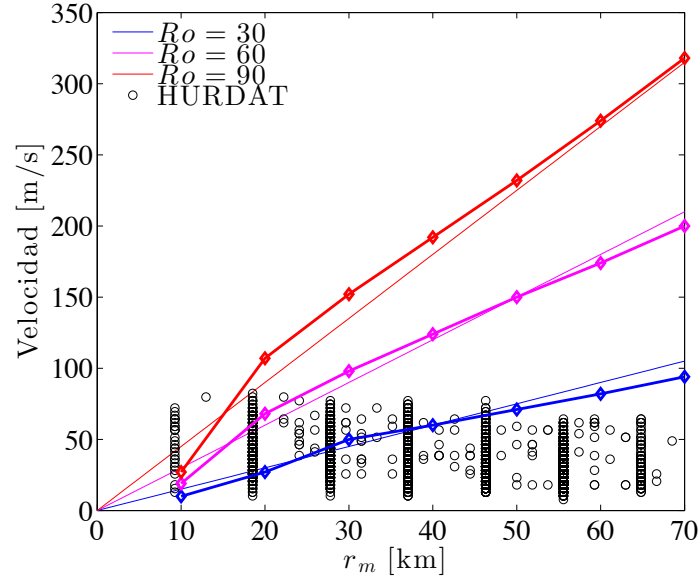
**Figura 3.6.** Perfiles radiales de entropía  $s$  y cantidad de movimiento angular  $M$  para tres números de Rossby  $Ro$  distintos. a)  $Ro = 30$ , b)  $Ro = 60$  y c)  $Ro = 90$ . La línea negra discontinua representa la cantidad de movimiento angular del perfil de viento gradiente, mientras que la línea negra continua señala el radio de viento máximo adimensional  $\tilde{r}_m = 1$ . d)  $d\tilde{s}/d\tilde{M}$  como función del radio adimensional.

empieza en cero para  $r_0$ , dado que se definió  $s_0 = 0$ , y crece hacia el centro del ciclón tropical mediado por el término convectivo  $u(\partial\tilde{s}/\partial\tilde{r})$ . Su aumento es más marcado cerca del radio de viento máximo, donde  $\tilde{u}$  tiende a cero y en donde los aportes a la entropía por la entropía de saturación en la capa límite  $\tilde{s}_s^*$  y la disipación son mayores. Una vez determinada la entropía se calcula la derivada de la entropía respecto a la

cantidad de movimiento angular en la capa límite  $\widetilde{d\bar{s}}/d\widetilde{M}$  (perfil magenta de la imagen d) Fig. 3.6) y con esto, la velocidad máxima mediante la ecuación (1.30), obteniendo un valor de  $v_m = 68$  m/s, es decir, 13 % mayor tomando en cuenta que la intensidad original con la que se forzó la capa límite es de  $v_{g,m} = 60$  m/s. Este incremento se debe a la acción conjunta del término de disipación, la entropía de saturación como función de la presión y al desbalance dentro de la capa límite, que no son considerados dentro la teoría de potencial de intensidad de donde se deriva el perfil de viento gradiente.

En la Fig. 3.6 también se exhiben los cambios de los perfiles radiales de cantidad de movimiento angular, entropía y de la derivada de la entropía respecto a la cantidad de movimiento angular al variar el número de Rossby,  $Ro = 30, 60$  y  $90$ . En los tres casos la cantidad de movimiento angular en la capa límite disminuye linealmente pero la pendiente aumenta con  $Ro$ . La entropía también aumenta y su pendiente es más marcada cerca de  $r_m$  cuando crece  $Ro$ . La intensidad calculada con la ecuación (1.30) arroja valores de 27 m/s para  $Ro = 30$  y de 107 m/s para  $Ro = 90$ . Es decir, una reducción del 10 % y un aumento del 19 % respectivamente, si se considera que estos números de Rossby se obtienen dejando fijos los parámetros del caso base y cambiando únicamente  $v_{g,m}$  a 30 m/s y 90 m/s. Este incremento se justifica si se toma en cuenta que al aumentar número de Rossby, variando  $v_{g,m}$ , también aumentan los efectos de la disipación, la entropía de saturación y el desbalance de viento dentro de la capa límite que contribuyen a aumentar la intensidad del ciclón. Más aún, el resultado anterior deja ver la existencia de una solución congruente con la intensidad impuesta por el perfil de viento gradiente, esta idea se detalla a continuación.

Por último, se varió tanto el radio de viento máximo  $r_m$  como la velocidad máxima  $v_{g,m}$  de forma que el número de Rossby se mantiene constante para los tres casos anteriores:  $Ro = 30, 60$  y  $90$  y se calculó el potencial de intensidad [ecuación (1.30)]. Los resultados se muestran en las curvas con diamantes abiertos de la Fig. 3.7, en donde también se han graficado las rectas de Rossby constante,  $v_{g,m} = Ro fr_m$ . Los puntos donde se intersectan las curvas son las soluciones que cumplen totalmente el sistema de ecuaciones. Dicho de otra manera, en donde la disipación, la entropía de saturación y las velocidades en la capa límite se acoplan de tal forma que la intensidad calculada con la ecuación de potencial de intensidad (1.30) y la intensidad impuesta mediante el perfil de



**Figura 3.7.** Máximo de velocidad  $v_{g,m}$  calculado con la ecuación (1.30) como función del radio para tres números de Rossby distintos. Las líneas continuas dan la velocidad como función del radio máximo  $r_m$  de acuerdo con la definición del número de Rossby  $Ro = v_{g,m}/(fr_m)$  con  $f = 5 \times 10^{-5}$  1/s.

viento gradiente, ecuación (2.5), son iguales. Se aprecia que en los tres casos existen dos soluciones, una para radios chicos y otra para radios grandes. Cualitativamente estos resultados son congruentes con los mostrados en la Fig. 3.5. Para números de Rossby grandes, el potencial de intensidad excede la intensidad del perfil de viento gradiente en un rango de entre 15 y 60 km. También es apreciable que en la primera intersección de las curvas, solución para radios chicos, el radio al que se intersectan las curvas aumenta al disminuir el número de Rossby, resaltando la importancia del desbalance de viento gradiente en la intensidad de los ciclones tropicales. Lo mismo puede decirse para la solución de radios grandes, la segunda intersección de las curvas, donde al aumentar el radio el desbalance es tan grande que influye de forma negativa en la intensidad del ciclón. Para determinar si estas soluciones se encuentran en la naturaleza, en la misma Fig. 3.7 también se han incluido los datos de velocidad de viento máximo y radio de viento máximo registrados en la base de datos HURDAT (una descripción detallada de esta base de datos se encuentra en la sección 3.4). En los datos se observa que no



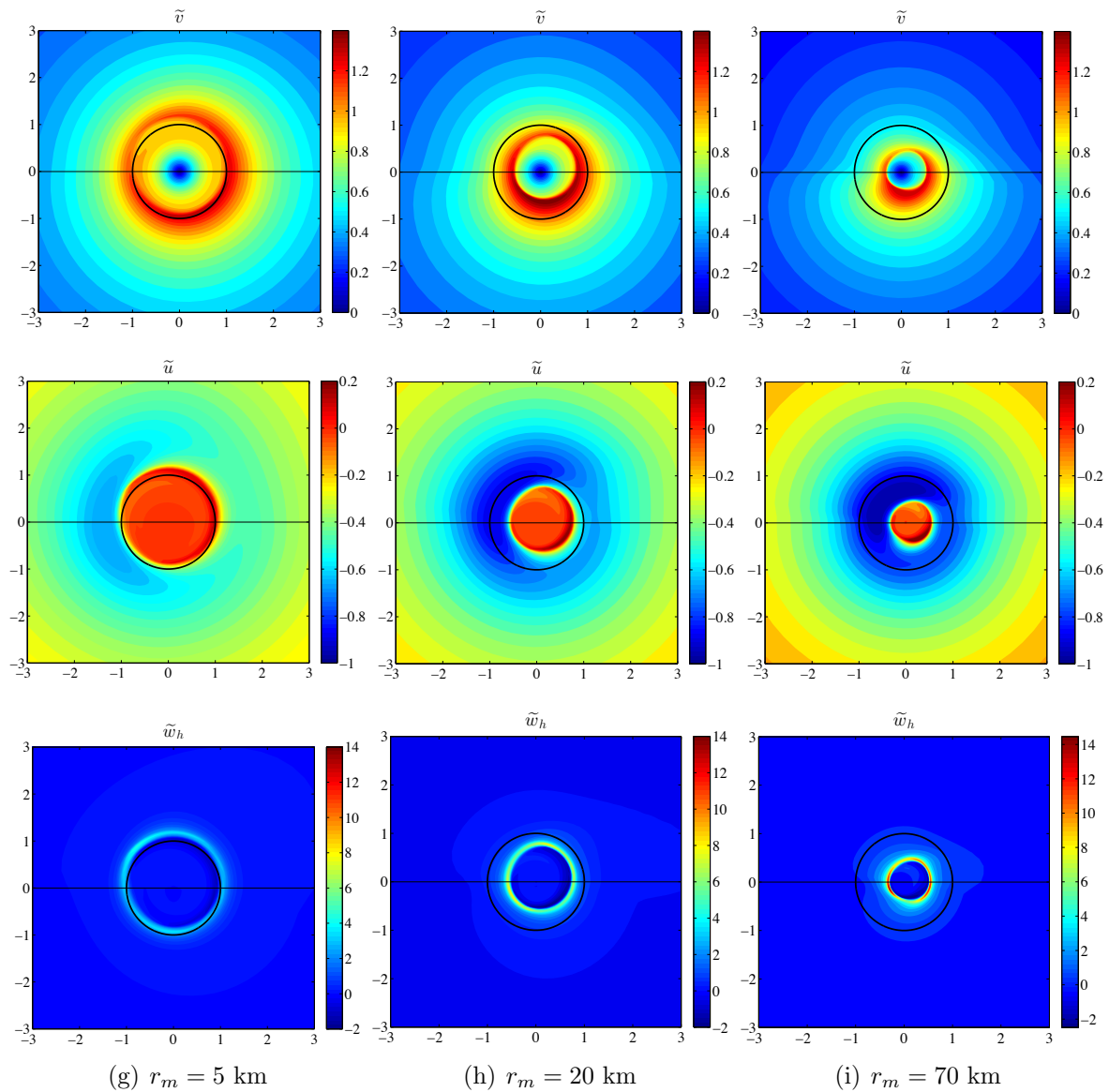
hay registros de radio de viento máximo menores a 9 km, probablemente porque la resolución mínima de los datos al parecer es de 5 nm (millas náuticas), también que la solución de radios grandes para  $Ro > 30$  no se presenta, mientras que para  $Ro \leq 30$  ambas soluciones son igualmente posibles. También se comprueba que para números de Rossby chicos la velocidad máxima ocurre para radios más grandes.

## 3.2. Modelo Asimétrico

Al entrar a tierra las ciclones tropicales muestran asimetrías importantes relacionadas con el contraste de rugosidad que se establece en la interfaz mar-tierra. En esta sección se estudian estas asimetrías y su relación con los parámetros  $Ro$  y  $C_{DT}/C_{DM}$ , es decir, la razón entre los coeficientes de fricción en tierra y mar. Con este fin se ha tomado el caso base (simétrico) pero se ha dividido el dominio en dos partes. La parte de tierra al norte, con un coeficiente de fricción<sup>11</sup>  $C_{DT} = 5 \times 10^{-3}$  y la parte marina, al sur, con  $C_{DM} = 2.5 \times 10^{-3}$ , resultando en una relación entre los coeficientes de fricción  $C_{DT}/C_{DM} = 2$ . Las ecuaciones de capa límite son forzadas con un gradiente de presión simétrico mediante el perfil de viento gradiente construido con la relación  $C_{kM}/C_{DM} = 1$ . La idea de que el gradiente de presión es simétrico aún cuando el ciclón ha tocado tierra se encuentra bien documentada [55, 56].

La estructura asimétrica del campo de viento cuando el centro del ciclón se encuentra en la línea de costa, para el caso base, se puede ver en las imágenes de la columna h) de la Fig. 3.8 en las que se aprecia que el máximo de velocidad tangencial ocurre en la parte marina, dentro del radio de viento máximo con un supergradiente del 35 %, mayor al registrado en el caso simétrico. La distribución de la velocidad radial también es asimétrica con el máximo de velocidad de entrada en el cuadrante frontal del lado izquierdo donde el flujo se dirige hacia al mar y se extiende sobre la parte marina, desarrollando una velocidad de entrada máxima de 0.9, valor mucho mayor comparado con el caso simétrico (aproximadamente 0.62). También es posible apreciar una región

<sup>11</sup>El valor de  $C_D$  utilizado para la parte de tierra corresponde al empleado por Vickery *et al.* [49] para modelar el campo de vientos de ciclones tropicales en las costas del sureste de Estados Unidos.



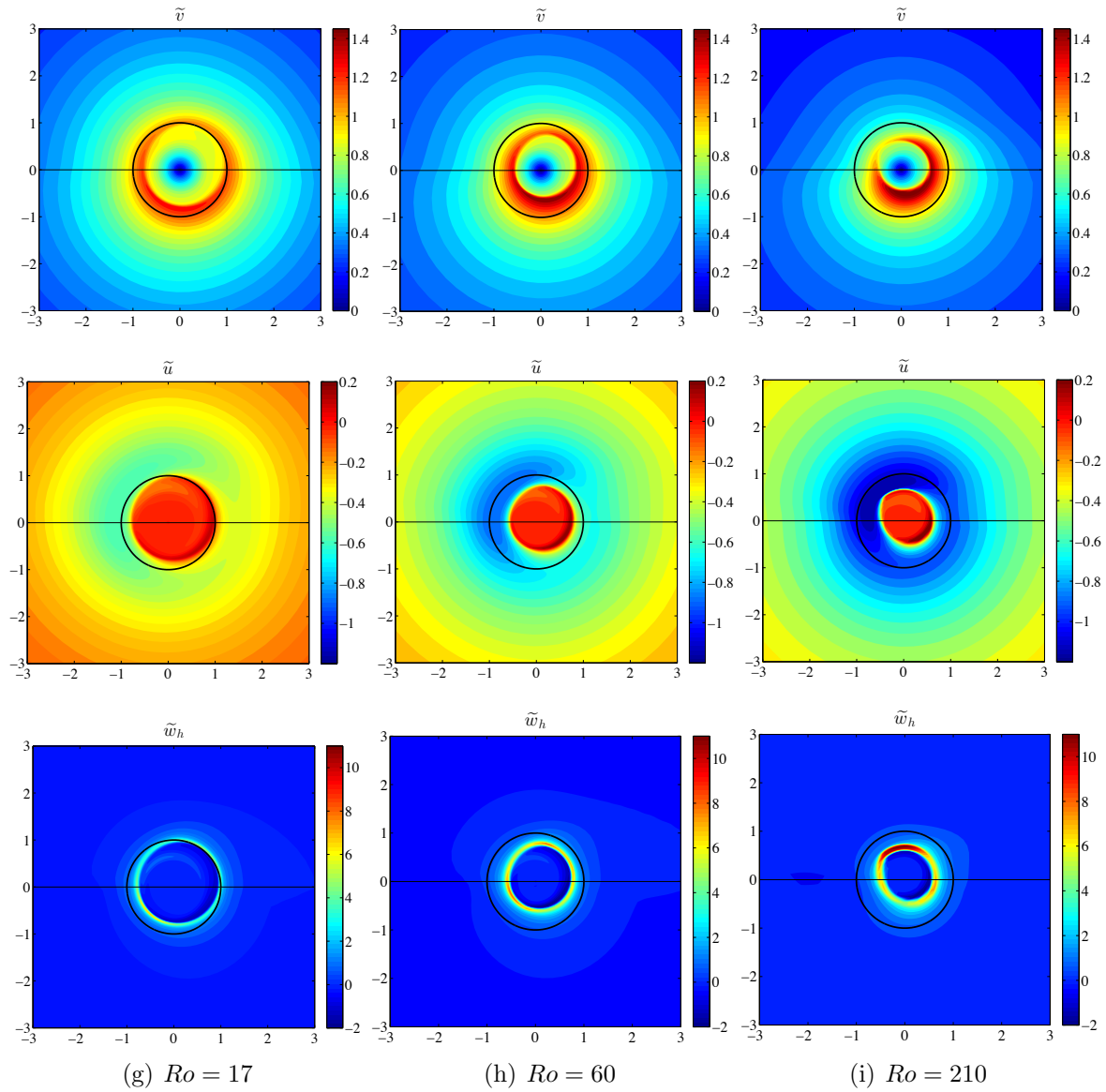
**Figura 3.8.** Componentes de velocidad, tangencial, radial y vertical (de arriba hacia abajo) para tres valores de radio máximo distintos, g) 5 km, h) 20 km, i) 70 km. La línea horizontal representa la línea de costa, con la tierra al norte y el mar al sur. El círculo negro denota el radio de viento máximo.

donde el flujo es divergente en el cuadrante posterior del lado izquierdo dentro del radio de viento máximo. Como respuesta a la velocidad radial, la velocidad vertical es máxima

sobre un círculo de radio menor al radio máximo y centro ligeramente desplazado a la derecha y también presenta asimetrías importantes. Desarrolla dos máximos que se ubican en la zonas donde la tasa a la que se desacelera el flujo de entrada es mayor, es decir, donde empieza y termina el máximo de la velocidad de entrada. Presenta una zona de subsidencia en el cuadrante derecho de la parte marina como respuesta a la divergencia de la velocidad radial.

La forma del campo de vientos obtenida es congruente con la que se encuentra en la literatura [55, 56, 57]. Incluso el valor máximo del supergradiente obtenido está dentro del rango registrado por Wong y Chan [55], quienes mediante el modelo de meso-escala MM5 reportaron un supergradiente de entre 24% y 37% (también mayor al que presentan en su caso simétrico) a una altura entre 500 m y 1 km cuando el ciclón tropical se encuentra muy cerca de tocar tierra. La estructura asimétrica de las velocidades y el incremento en el supergradiente con respecto al caso simétrico puede explicarse considerando que el cambio en la fricción resta menos cantidad de movimiento cuando el flujo va de mar a tierra que cuando se dirige de tierra hacia el mar. Al tocar tierra, el incremento en la fricción disminuye en mayor grado la fuerza centrífuga y la fuerza de Coriolis dejando que el gradiente de presión acelere el flujo de entrada, penetrando más profundo hacia el centro de la tormenta. El aumento de la velocidad radial incrementa el flujo de entrada derivando en un mayor transporte de cantidad de movimiento angular. El flujo de entrada se acelera también sobre la parte marina hasta que la fuerza centrífuga y la fuerza de Coriolis contrarrestan el gradiente de presión. Es esta aceleración del flujo de entrada sobre la parte marina la responsable de que el supergradiente de velocidad tangencial sea mayor que en el caso simétrico. Debido a que el coeficiente de fricción es menor en el mar, no es de sorprender que el máximo de velocidad tangencial se ubique en esta región.

Nuevamente se estudiaron las implicaciones que tiene el radio de viento máximo  $r_m$  sobre las soluciones de capa límite. Como se ha mencionado anteriormente variaciones en  $r_m$  implican cambios tanto en el número de Rossby como en el coeficiente de arrastre adimensional. Para el caso asimétrico esto se refleja en una variación de  $\widetilde{C}_{DT}$  y  $\widetilde{C}_{DM}$  proporcional a  $r_m$  con lo que la relación  $C_{DT}/C_{DM} = 2$  se conserva. En la Fig. 3.8 se comparan las soluciones asimétricas de las ecuaciones de capa límite del caso base,



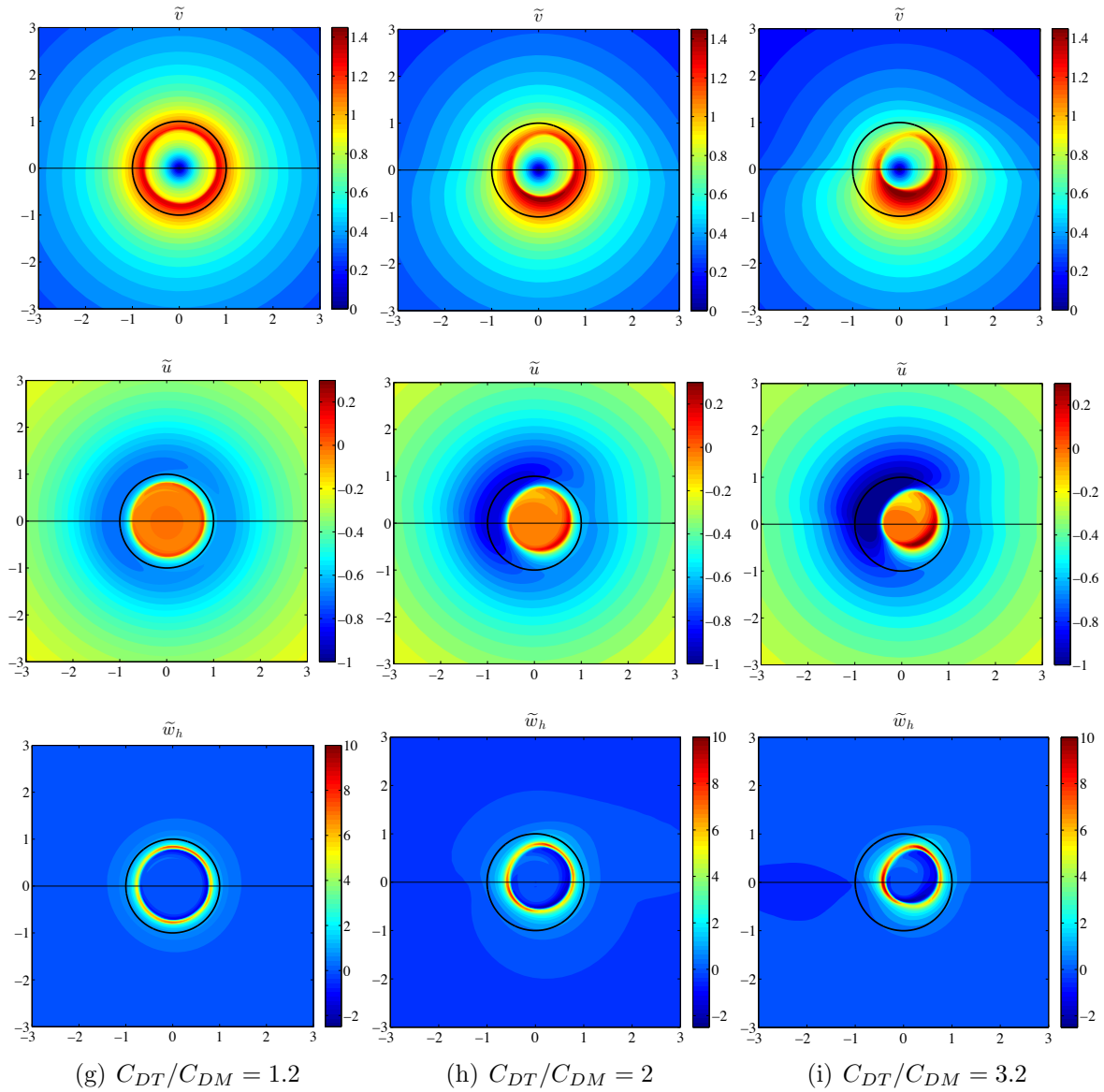
**Figura 3.9.** Componentes de velocidad, tangencial, radial y vertical (de arriba hacia abajo) para tres valores del número de Rossby distintos, g)  $Ro = 17$ , h)  $Ro = 60$ , i)  $Ro = 210$ . La línea horizontal representa la línea de costa, con la tierra al norte y el mar al sur. El círculo negro denota el radio de viento máximo.

$r_m = 20$  km, con las soluciones obtenidas para un radio máximo menor, 5 km, y un radio más grande, 70 km. Igual que en el caso simétrico el desbalance de la velocidad

tangencial dentro de la capa límite es mayor conforme aumenta el radio de viento máximo, promoviendo un flujo de entrada más fuerte que intensifica el supergradiente. Como se ha mencionado, sus valores se incrementan en comparación con su contraparte simétrica, debido a las diferencias de fricción y los términos convectivos no lineales que extienden la aceleración del flujo de entrada sobre el mar. También es apreciable la existencia de un radio de viento máximo óptimo para el cual el supergradiente es máximo. Para radios muy grandes aun cuando el flujo de entrada aumenta, el supergradiente disminuye. En todos los casos la velocidad tangencial alcanza su máximo del lado marino pero se aprecia una dependencia del grado de asimetría con el radio máximo. Cuando  $r_m = 5$  km las asimetrías son menos marcadas, el flujo de entrada radial alcanza su magnitud máxima fuera de  $r_m$  del lado izquierdo y se extiende sobre una región más amplia en la parte de mar. En tierra el flujo de entrada se frena antes de llegar a  $r_m$ , de la misma forma que ocurre en el caso simétrico. En el cuadrante izquierdo de la parte marina, el flujo de entrada logra cruzar  $r_m$  provocando que el máximo de velocidad tangencial ocurra prácticamente sobre  $r_m$  y la velocidad vertical es casi simétrica en un anillo del tamaño del radio máximo. Para radios grandes,  $r_m = 70$  km, el desbalance de la velocidad tangencial en la parte de tierra es mayor comparado con la parte marina, presentando una zona en la que la velocidad no excede la velocidad del viento gradiente, esta diferencia tan marcada se ve reflejada en una distribución de velocidades mucho más asimétrica y un máximo de velocidad radial ligeramente rotado a la derecha, hacia tierra.

Las variaciones del número de Rossby con respecto al caso base se muestran en la Fig. 3.9. Un incremento significativo en la asimétrica de la velocidad tangencial es apreciable conforme aumenta el número de Rossby, debido a que el subgradiente de velocidad es mucho más grande en tierra que en agua promoviendo velocidades de entrada mayores en una zona al interior del radio máximo que se encuentra prácticamente en tierra. Este resultado indica que al entrar a tierra una caída de presión grande tiende a aumentar el supergradiente en la parte del ciclón que se encuentra en mar y el subgradiente en la parte de tierra, resultando en una estructura del campo de velocidades más asimétrica en comparación con ciclones cuya caída de presión es baja.

La pérdida de simetría en las componentes de velocidad al variar la razón entre los



**Figura 3.10.** Componentes de velocidad, tangencial, radial y vertical (de arriba hacia abajo) para tres valores distintos de la razón entre los coeficientes de fricción en mar y tierra, g)  $C_{DT}/C_{DM} = 1.2$ , h)  $C_{DT}/C_{DM} = 2$ , i)  $C_{DT}/C_{DM} = 2$ . La línea horizontal representa la línea de costa, con la tierra al norte y el mar al sur. El círculo negro denota el radio de viento máximo.

coeficientes de fricción en mar y tierra, se muestran en la Fig. 3.10 para  $C_{DT}/C_{DM} = 1.2$ ,  $C_{DT}/C_{DM} = 2$  y  $C_{DT}/C_{DM} = 3.2$  que corresponden a  $C_{DM} = 2.5 \times 10^{-3}$  y  $C_{DT} = 3 \times 10^{-3}$ ,  $C_{DT} = 5 \times 10^{-3}$  y  $C_{DT} = 8 \times 10^{-3}$  respectivamente. Es importante señalar que el efecto que tiene el incremento de la fricción en la parte de tierra sobre las soluciones de capa límite, es similar al que se registra cuando se incrementa el radio de viento máximo o el número de Rossby. La componente de velocidad tangencial es prácticamente simétrica cuando  $C_{DT} = 3 \times 10^{-3}$ , con un ligero máximo en la parte marina, con una diferencia de  $\approx 0.1$  entre los máximos de velocidad tangencial en tierra y mar obtenidos sobre una recta a  $90^\circ$ . Al aumentar la fricción en tierra,  $C_{DT} = 5 \times 10^{-3}$  y  $C_{DT} = 8 \times 10^{-3}$ , la velocidad tangencial se reduce, el desbalance de velocidad en la parte de tierra es mayor en relación a la parte marina con lo que el máximo sobre el mar es más pronunciado y el grado de asimetría cada vez mayor. La velocidad radial también conserva una forma prácticamente simétrica cuando  $C_{DT}/C_{DM} = 1.2$ , pero es apreciable que el flujo de entrada se desacelera del lado que fluye hacia tierra y se acelera del lado que fluye hacia mar. Cuando aumenta  $C_{DT}/C_{DM}$  la velocidad de entrada crece, el máximo se recorre hacia el centro y se rota a la derecha reduciendo su extensión sobre el mar. Esto ocurre porque el aumento de la fricción en tierra se traduce en una disminución de la fuerza centrífuga y de Coriolis permitiendo que el gradiente de presión acelere el flujo de entrada y lo lleve más al centro. La velocidad vertical desarrolla dos máximos bien definidos que se intensifican con el aumento de la fricción en tierra y se ubican en la zonas donde la tasa a la que se desacelera el flujo de entrada es mayor, es decir, donde empieza y termina el máximo de la velocidad de entrada, esto es, en tierra en la parte frontal del cuadrante derecho y sobre la línea de costa del lado donde el flujo va de tierra a mar.

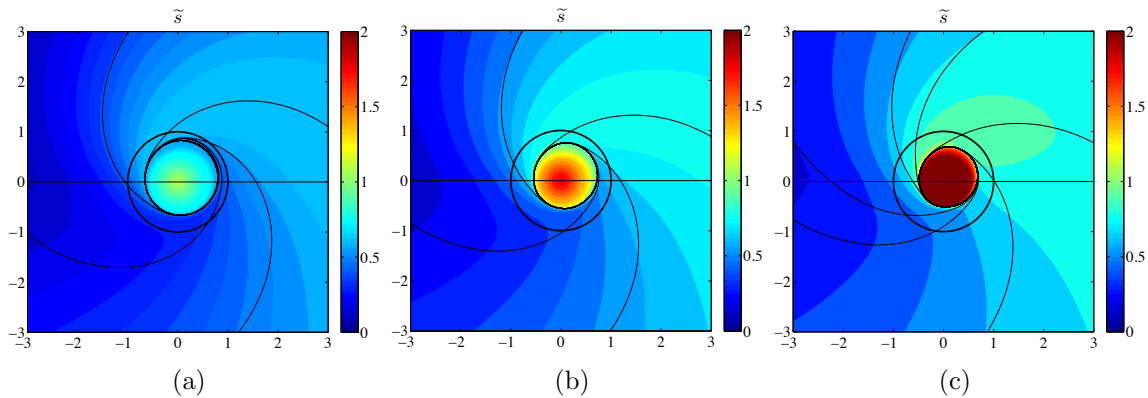
Nuevamente se calculó la distribución de entropía en la capa límite por medio de la ecuación (2.6) para poder determinar el potencial de intensidad de la tormenta. En este caso las soluciones a las ecuaciones de capa límite son asimétricas producto de la entrada a tierra así como las contribuciones a la entropía. Para el caso base en la parte marina  $\widetilde{C}_{kM} = \widetilde{C}_{DM} = 0.05$  y  $\beta = 0.015$  y en tierra  $\widetilde{C}_{kM} = 0$   $\widetilde{C}_{DT} = 0.1$  con  $\beta = 0.03$ , es decir, estrictamente, de acuerdo con el planteamiento del problema, en tierra se corta la energía que nutre a la tormenta y la única contribución a la entropía

está dada por la disipación.

En la Fig. 3.11 se presenta la distribución de entropía y las líneas de corriente en el estado estacionario obtenidas para números de Rossby  $Ro = 30, 60$  y  $90$ . En los tres casos la distribución de entropía tiene una tendencia similar. En el lado derecho el flujo transporta la mayor cantidad de entropía al cuadrante derecho sobre la parte terrestre y hacia el centro, mientras que del lado izquierdo se establece un flujo de aire seco de tierra hacia mar que introduce aire con bajo contenido de entropía al núcleo del ciclón. La diferencia más notable se encuentra en la cantidad de entropía que logran extraer del océano y aquella que se genera por la disipación. Ambas contribuciones se incrementan con el número de Rossby dado que en este caso  $Ro$  se varía por medio de  $v_{gm}$  que impacta tanto en el gradiente de presión como en el parámetro  $\beta$ . Otra diferencia importante se presenta en los cambios de entropía sobre las líneas de corriente. Para los tres casos, en la parte marina la entropía aumenta a lo largo de las líneas de corriente, pero en tierra ocurre una situación diferente. Cuando  $R = 30$  las líneas de corriente y las curvas de entropía constante coinciden, mientras que al aumentar el número de Rossby se aprecia una diferencia significativa entre ambas curvas. Lo anterior puede atribuirse al efecto de la disipación. Si en la ecuación (2.6) se toma  $C_{kT} = 0$  la derivada material de la entropía queda igualada únicamente con la disipación. Para  $Ro = 30$ ,  $\beta$  es del orden de  $10^{-3}$ , un orden de magnitud menor comparado con los casos  $Ro = 60$ , y  $90$ . Si en este caso se desprecia la disipación se obtiene  $D\tilde{s}/D\tilde{t} = 0$  por lo que en tierra la entropía debe conservarse a lo largo de las líneas de corriente. Lo anterior se deja de cumplir conforme el efecto de la disipación se vuelve más importante, es decir, al aumentar el número de Rossby.

Para poder calcular el potencial de intensidad vía la ecuación (1.30) se realizó un promedio azimutal de los perfiles radiales de entropía y de cantidad de movimiento angular en la capa límite –denotados por  $\tilde{s}'$  y  $\tilde{M}'$ – que se consideran son representativos del estado estacionario del ciclón tropical al tocar tierra, Fig. 3.12. Si bien muestran un comportamiento similar al caso simétrico, algunas diferencias importantes deben ser señaladas. Los perfiles de cantidad de movimiento angular disminuyen linealmente hacia el centro del ciclón con una pendiente mayor, si son comparados con su respectiva contraparte simétrica, debido al aumento de la fricción en tierra. Por su parte,

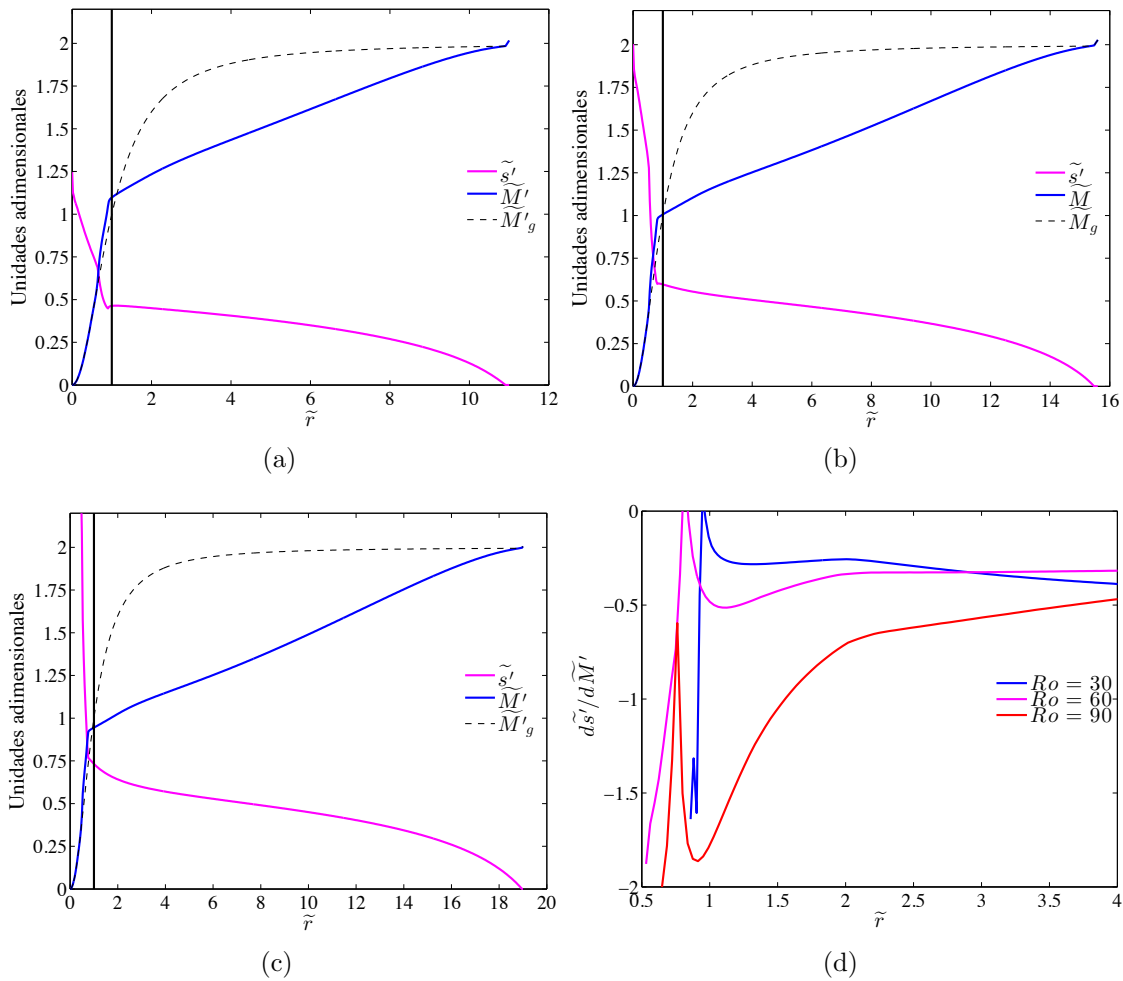




**Figura 3.11.** Distribución de entropía para el campo de velocidades en la capa límite obtenido para: a)  $Ro = 30$ , b)  $Ro = 60$  y c)  $Ro = 90$  con  $C_{kT} = 0$ . La línea negra continua representa la línea de costa y las curvas negras continuas, las líneas de corriente. La línea horizontal representa la línea de costa, con la tierra al norte y el mar al sur. El círculo negro denota el radio de viento máximo.

la entropía también exhibe una disminución marcada resultado de la ausencia de intercambio de entropía con el océano. Como respuesta, las derivadas del promedio de entropía respecto al promedio de cantidad de movimiento angular en el radio de viento máximo también se reducen significativamente, Fig. 3.12d. La intensidad potencial obtenida en cada caso con la ecuación (1.30) es de  $v_{g,m} = 12$  m/s para  $Ro = 30$ ,  $v_{g,m} = 42$  m/s para  $Ro = 60$  y  $v_{g,m} = 75$  m/s con  $Ro = 90$  de donde se obtiene una reducción en el potencial de intensidad del 60%, 30% y del 17%, respectivamente, cuando se comparan con el potencial de intensidad obtenido en la parte simétrica. Este resultado no debe entenderse como la intensidad máxima que puede alcanzar la tormenta al tocar tierra, sino como la máxima cantidad de energía que puede perder.

La Fig. 3.13 muestra el efecto de la variación del radio de viento máximo, Fig. 3.13a, del número de Rossby, Fig. 3.13b, y del coeficiente de intercambio de entropía en tierra, Fig. 3.13c, en la disminución del potencial de intensidad como función de la diferencia entre los coeficientes de fricción de mar y tierra. Los valores de potencial de intensidad han sido normalizados con el potencial de intensidad calculado cuando el ciclón se encuentra totalmente en el mar (solución simétrica) en cada caso. Como

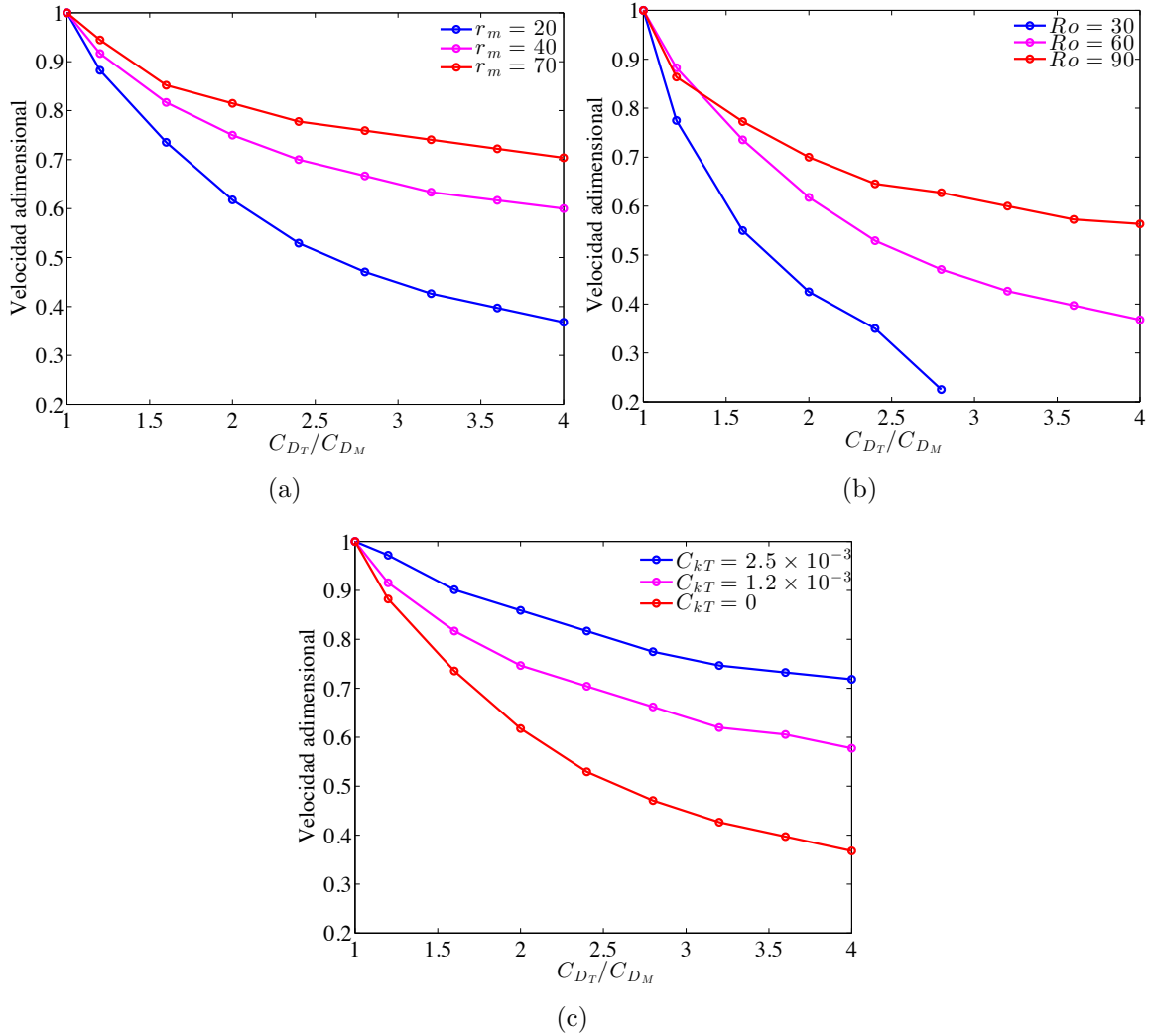


**Figura 3.12.** Perfiles radiales del promedio angular de entropía  $\tilde{s}'$  y del promedio de cantidad de movimiento angular  $\tilde{M}'$  para tres números de Rossby  $Ro$  distintos. a)  $Ro = 30$ , b)  $Ro = 60$  y c)  $Ro = 90$ . La línea negra discontinua representa al momento angular del perfil de viento gradiente mientras que la línea negra continua señala el radio de viento máximo adimensional  $\tilde{r}_m = 1$ . d)  $d\tilde{s}'/d\tilde{M}'$  como función del radio adimensional.

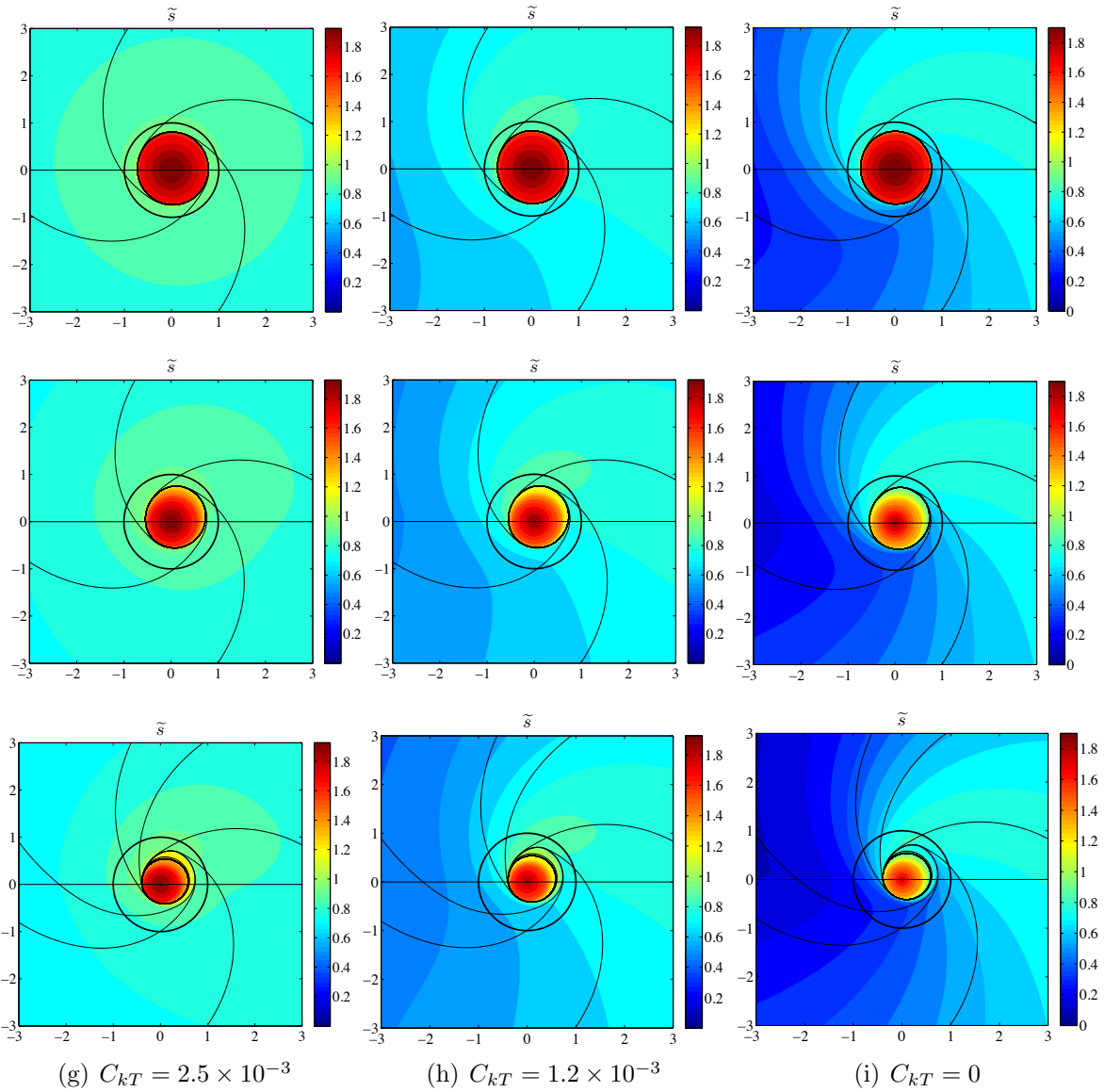
es de esperarse, el aumento de la fricción en tierra tiene un efecto desfavorable en el potencial de intensidad pero su influencia se va neutralizando conforme  $C_{DT}/C_{DM}$  crece. Se observa que el radio de viento máximo al momento de tocar tiene una influencia importante en el potencial de intensidad, indicando que ciclones tropicales pequeños tenderán a decaer más rápido que tormentas con radios mayores debido a que

la parte del suministro de energía que pierden, proporcional al radio de viento máximo, es mayor. Otro parámetro importante es el número de Rossby, que en este caso podría interpretarse como la intensidad con la que el ciclón toca tierra. El decaimiento del potencial de intensidad disminuye con el número de Rossby debido a que aumenta la dispación y la entropía de saturación en la capa límite.

La razón principal en la disminución del potencial de intensidad es la pérdida de parte del suministro de energía que nutre a la tormenta. En la Fig. 3.13c se observa un aumento considerable en el potencial de intensidad cuando aumenta el coeficiente de transferencia de entropía. Si bien, este resultado no contempla directamente las características térmicas del terreno, apunta a que pueden existir condiciones favorables que contribuyan a disminuir el decaimiento de las tormentas, por ejemplo, la temperatura y humedad del terreno así como la presencia de cuerpos costeros como pantanos, ciénagas y lagos. Para  $C_{kT} = 2.5 \times 10^{-3}$  (curva azul) se considera que no hay pérdidas en los aportes a la entropía, es decir, las condiciones en tierra logran igualar los aportes a la entropía en mar,  $C_{kT} = C_{kM} = 2.5 \times 10^{-3}$  por lo que la disminución del potencial de intensidad se debe únicamente al aumento de la fricción en tierra. Esta disminución en el potencial de intensidad, al aumentar la fricción en tierra, está ligada al carácter asimétrico del flujo. Como se ha mencionado, cuando aumenta la fricción en tierra, aumenta la velocidad radial, en el lado donde el flujo va de tierra a mar, llevando aire con contenido de entropía bajo al centro del ciclón disminuyendo el potencial de intensidad. Esto se ve mucho más claro en la Fig. 3.14, en donde se presenta la distribución de entropía y las líneas de corriente para el caso base  $Ro = 60$  con los tres valores distintos de  $C_{kT}$  que corresponden a  $C_{kT}/C_{kM} = 1$ , 0.5 y 0 (columnas) y tres valores de  $C_{DT}/C_{DM} = 1.2$ , 2 y 3.2 (renglones).



**Figura 3.13.** Potencial de intensidad como función de la diferencia entre coeficientes de fricción de mar y tierra. a) Variaciones del radio de viento máximo  $r_m$  respecto del caso base  $r_m = 20$ . b) Variaciones del número de Rossby  $Ro$  respecto del caso base  $Ro = 60$ . c) Variaciones de coeficiente de intercambio de entropía respecto al caso base  $C_{kT} = 0$ . Los valores de potencial de intensidad han sido normalizados con el potencial de intensidad calculado cuando el ciclón se encuentra totalmente en el mar (solución simétrica) en cada caso.



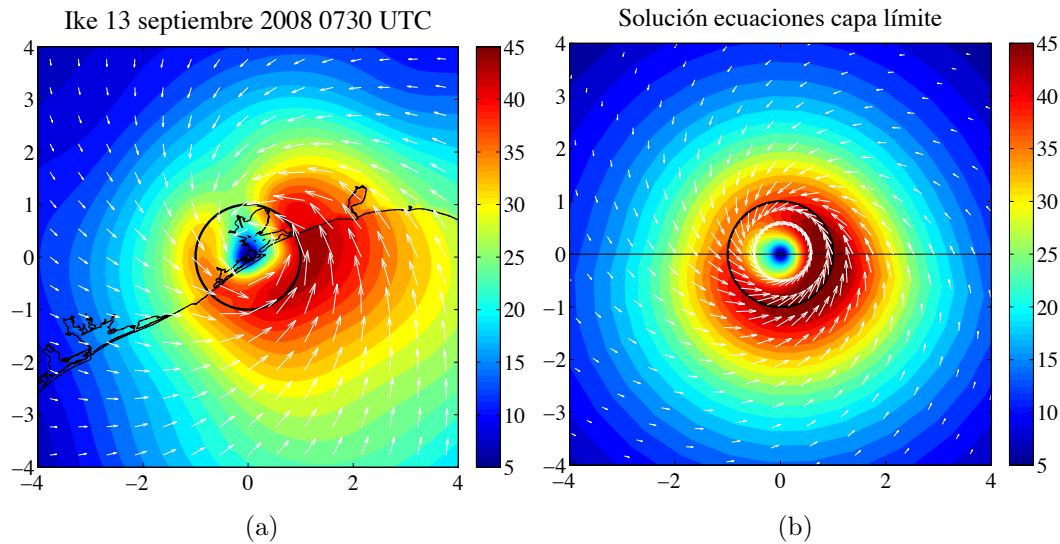
**Figura 3.14.** Distribución de entropía para el campo de velocidades en la capa límite obtenido con  $Ro = 60$ : g)  $C_{kT} = 2.5 \times 10^{-3}$ , h)  $C_{kT} = 1.2 \times 10^{-3}$  y i)  $C_{kT} = 0$  con  $C_{DT}/C_{DM} = 1.2$  primer renglón,  $C_{DT}/C_{DM} = 2$  segundo renglón y  $C_{DT}/C_{DM} = 3.2$  tercer renglón. La línea negra continua representa la línea de costa, con la tierra al norte y el mar al sur, las curvas negras continuas las líneas de corriente y el círculo negro denota el radio de viento máximo.

### 3.3. El huracán Ike al tocar tierra

Como una aplicación de las ecuaciones de capa límite, así como justificar la situación idealizada de estudio propuesta, se modeló el campo de vientos del huracán Ike al momento de tocar tierra en la bahía de Galveston, Texas, el 13 de septiembre de 2008 a las 0700 UTC. El huracán Ike se originó el 28 de agosto en la costa Oeste de África y se intensificó sobre las aguas del Océano Atlántico. En su paso por Cuba, disminuyó su velocidad de traslación, se reorganizó e intensificó nuevamente cerca de las costas de Texas y Louisiana alcanzando una velocidad de aproximadamente 49 m/s antes de tocar tierra en Galveston. Posteriormente baja de categoría a tormenta tropical y continúa su trayectoria hacia el Norte de Estados Unidos disipándose finalmente el 15 de septiembre. Tres razones obedecen a la elección de este evento como forma de comparación: 1) se cuenta con un registro completo del campo de vientos superficial que incluye el momento en que toca tierra, 2) su velocidad de traslación en ese instante es baja, y 3) la línea de costa se puede considerar una línea recta con la tierra al norte y el mar al sur.

Los datos del campo de vientos corresponden a la base de datos H\*WIND (anteriormente podían ser descargados de forma gratuita de la siguiente liga [http://www.aoml.noaa.gov/hrd/data\\_sub/hurr.html](http://www.aoml.noaa.gov/hrd/data_sub/hurr.html)) generada por la *Hurricane Research Division* que forma parte del *Atlantic Oceanographic and Meteorological Laboratory* a partir de 1996. Los HWIND son mapas de velocidad de viento superficial (+10 m MSL) en m/s (velocidad de viento sostenido promediado cada 30 min) cada 6 horas, o 3 horas en algunos casos, para cada evento ciclónico registrado.

Para reproducir el campo de vientos del huracán Ike al tocar tierra se utilizó una malla uniforme con una resolución radial de aproximadamente 3 km y un espaciamiento azimutal de  $\pi/16$ . El valor de la difusividad turbulenta se fijó en  $K = 20 \times 10^4 \text{ m}^2/\text{s}$ , se encuentra dentro del rango propuesto en la literatura [24, 22] y concuerda con el criterio de estabilidad Courant-Friedrichs-Lewy (Apéndice A). Para el coeficiente de arrastre en el mar se utilizó la forma propuesta por Smith [29]  $C_D = \text{mín}(0.7 + 6.5|\mathbf{u}|, 2.5) \times 10^3$  en la que el coeficiente crece linealmente con la velocidad hasta aproximadamente los

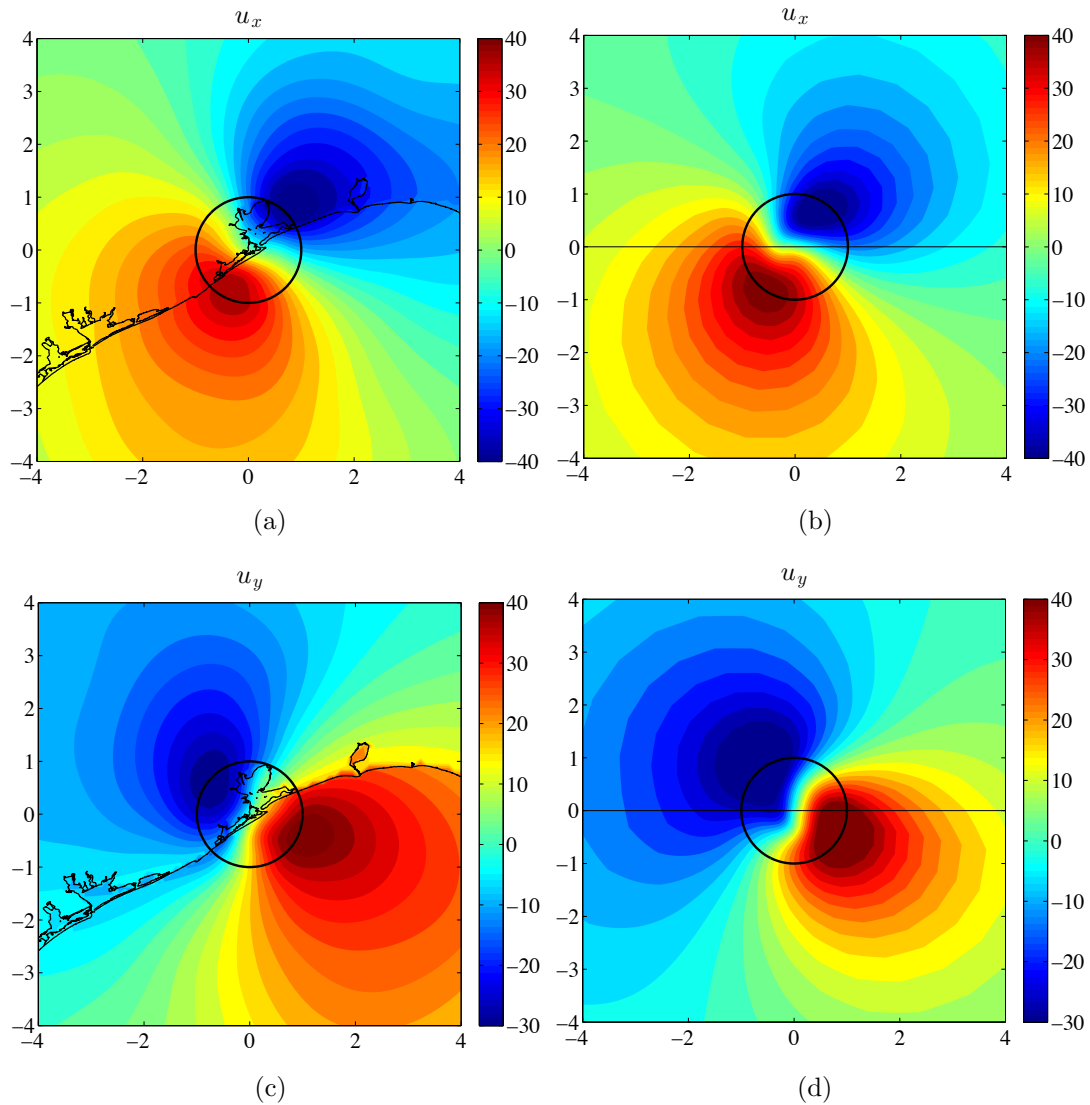


**Figura 3.15.** Campo de viento del huracán Ike el 13 de septiembre 2008 0730 UTC. a) Datos H\*WIND. b) Solución de las ecuaciones de capa límite. La línea horizontal representa la línea de costa con la tierra al norte y el mar al sur. El círculo negro denota al radio de vientos máximo. Los ejes coordenados están escalados con el radio máximo  $r_m$ .

25 m/s valor a partir del cual permanece constante. En tierra  $C_D = 5 \times 10^{-3}$ , valor tomado de Vickery *et al.* [49]. En la parametrización de los flujos turbulentos verticales suele incluirse un factor de reducción del 78 % para considerar que el viento está tomado a 10 m debido a que las ecuaciones de capa límite están promediadas en vertical, es decir, en todo el ancho  $h = 1$  km de la capa límite y los datos medidos, con los que se hace la comparación, son tomados a 10 m desde la superficie. En la simulación, la línea de costa se toma como una línea recta con el mar al sur y tierra al norte. El perfil de viento gradiente para forzar la capa límite se determinó con la ecuación (2.5) a partir de un número de Rossby  $Ro = 17.5$  que corresponde a una velocidad máxima  $v_{g,m} = 49$  m/s, radio máximo  $r_m = 56$  km y parámetro de Coriolis  $f = 5 \times 10^{-5} \text{ s}^{-1}$ .

En la Fig. 3.15 se comparan las mediciones del campo de velocidad del huracán Ike Fig. 3.15a y el modelado con las ecuaciones de capa límite Fig. 3.15b. Aunque no se logra reproducir por completo la forma altamente asimétrica de la tormenta, algunas similitudes importante se pueden distinguir. La posición del máximo de intensidad

del lado derecho en la parte que se encuentra en agua y los valores de velocidad máxima coinciden, siendo ligeramente mayores en la simulación. Los datos muestran



**Figura 3.16.** Componentes de velocidad. A la izquierda, datos H\*WIND huracán Ike el 13 de septiembre 2008 0730 UTC. A la derecha, solución de las ecuaciones de capa límite. La línea horizontal denota la línea de costa con la tierra al norte y el mar al sur y el círculo negro representa el radio de viento máximo. Los ejes coordenados están escalados con el radio máximo  $r_m$ .



una reducción considerable de velocidad en la parte de tierra, cerca del radio de viento máximo, misma que es posible apreciar en el modelo, pero con una reducción menor. En la Fig. 3.16 se muestran las componentes de velocidad en coordenadas Cartesianas haciendo más clara la similitud en la distribución y magnitud del campo de vientos. En ambas componentes es posible distinguir una sobre-estimación de la velocidad que es un poco más marcada para la componente en  $y$ . Las diferencias en distribución y asimetría pueden estar directamente relacionadas con la idealización de la línea de costa como una línea vertical.

### 3.4. Análisis empírico del número de Euler

Por último, se utilizaron los datos HURDAT –también llamados *best track* porque representan la mejor estimación de la trayectoria e intensidad de los ciclones tropicales a partir del procesamiento de todos los datos disponibles– para determinar patrones y tendencias de decaimiento. Para ser más precisos, debe mencionarse que en realidad se ha utilizado la base de datos *extended best track* que incorpora algunos parámetros adicionales como la distancia a la porción de tierra más cercana, parámetro de interés y razón por la cual se eligió este conjunto de datos. La porción de tierra más pequeña considerada es la isla de Trinidad con una superficie de 4748 km<sup>2</sup>.

La base de datos proporciona series temporales cada 6 h de los siguientes parámetros para los ciclones tropicales que tuvieron lugar en el Océano Atlántico en el periodo de 1988 a 2012:

- Número de identificación
- Nombre
- Fecha
- Localización geográfica del ojo en grados [°]
- Velocidad máxima de viento sostenido en nudos [kt]

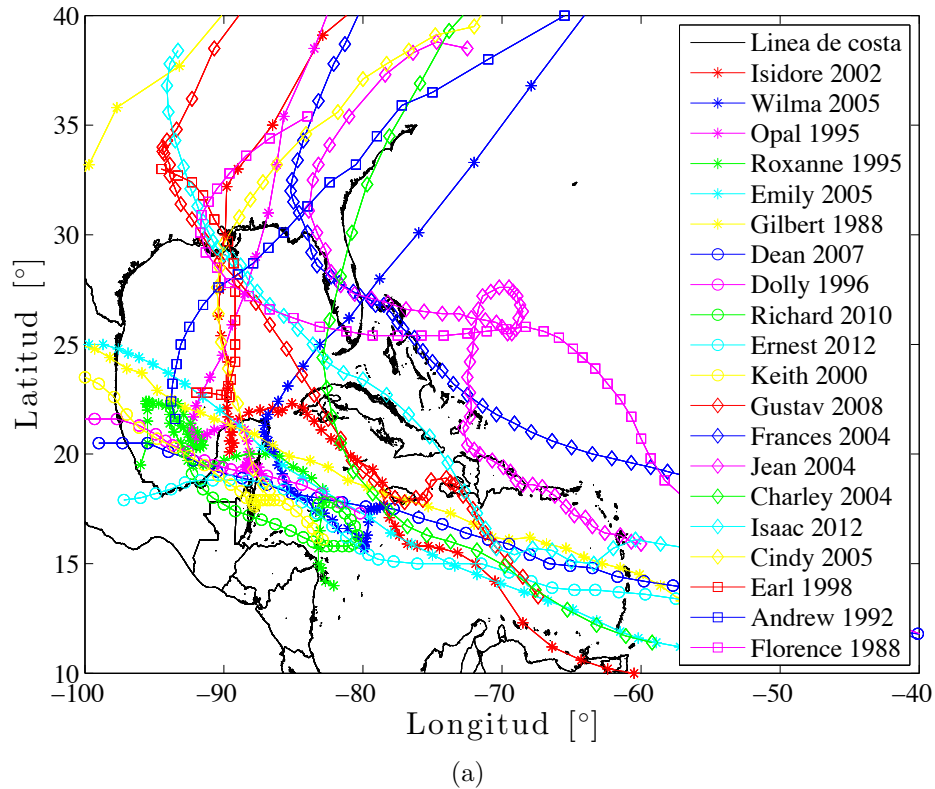
- Presión central mínima en hectopascales [hPa]
- Radio de viento máximo en millas náuticas [nm]
- Diámetro del ojo en millas náuticas [nm]
- Presión exterior (presión en la última isobara cerrada) en hectopascales [hPa].
- Radio de la última isobara circular en millas náuticas [nm]
- Radio de 34 kt de velocidad hacia NE, SE, SW, NW en millas náuticas [nm]
- Radio de 50 kt de velocidad hacia NE, SE, SW, NW en millas náuticas [nm]
- Radio de 64 kt de velocidad hacia NE, SE, SW, NW en millas náuticas [nm]
- Distancia a la porción de tierra más cercana en millas náuticas [nm]

El análisis gira en torno a un parámetro adimensional que relaciona la velocidad máxima con la caída de presión que resulta de adimensionalizar e integrar desde 0 hasta  $r_0$  la ecuación de viento gradiente (1.3)

$$Eu = \frac{\Delta p}{\rho_0 v_{g,m}^2} = \int_0^{\tilde{r}_0} \left( \frac{\tilde{v}_g^2}{\tilde{r}} + \frac{\tilde{v}_g}{Ro} \right) d\tilde{r}. \quad (3.1)$$

$Eu$  se conoce como número de Euler y relaciona la caída de presión  $\Delta p$  con la presión dinámica  $\rho_0 v_{g,m}^2$ . Esta integral se puede evaluar numéricamente con el perfil de viento gradiente utilizado para forzar la ecuaciones de capa límite, ecuación (2.5) Fig. 1.6. Para diferentes valores del número de Rossby con  $C_k/C_D = 1$  el valor tiende a permanecer constante,  $Eu \approx 1.9$ .

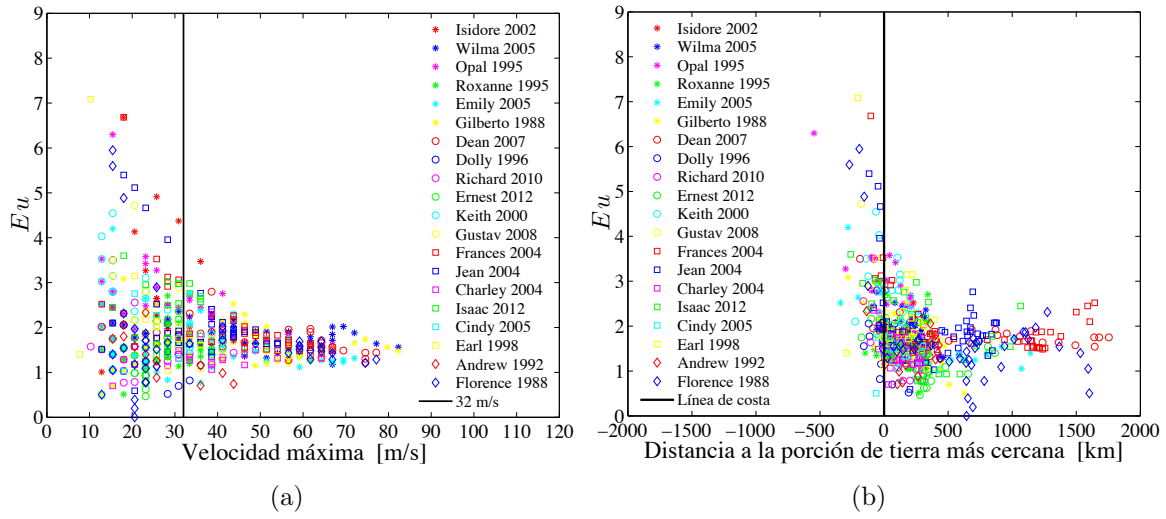
Por otra parte, con los datos HURDAT se calculó el parámetro de Euler sobre la trayectoria de veinte huracanes que han tocado tierra en costas mexicanas y al Sureste de Estados Unidos, Fig 3.17. Los eventos ciclónicos fueron seleccionados de tal forma que se contara con el mayor número de registros en tierra.



**Figura 3.17.** Trayectoria de veinte huracanes que han tocado en costas Mexicanas y al Sureste de Estados Unidos.

En las Fig. 3.18 se presentan los valores del número de Euler  $Eu$  para cada ciclón como función de su velocidad máxima Fig. 3.18a y de su distancia a tierra Fig. 3.18b. En ellas se observa que para velocidades máximas mayores a 30 m/s y cuando el ciclón se encuentra lejos de la línea de costa, el número de Euler tiende a adoptar valores entre 1 y 2, mientras que en tierra y cuando la velocidad disminuye el número de Euler muestra variaciones importantes con una tendencia a crecer alcanzando valores mayores a 6.

El mismo análisis se realizó para todos los registros contenidos en la base HURDAT. En la Fig. 3.19 se ha graficado el número de Euler como función tanto de la velocidad máxima como de la distancia a la porción de tierra más cercana. Aquí el comportamiento del número de Euler anteriormente descrito resulta más evidente.

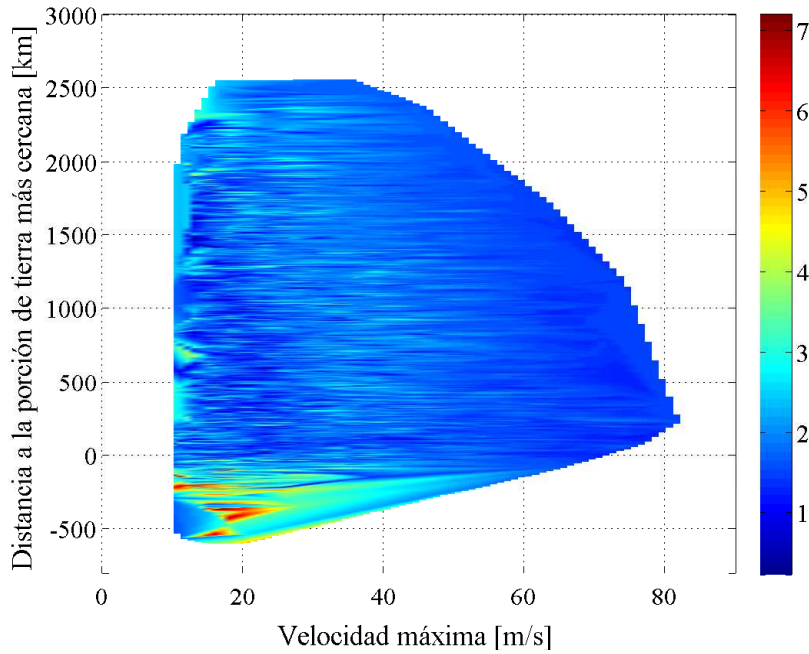


**Figura 3.18.** Parámetro de Euler,  $Eu$ , como función de la velocidad máxima a lo largo de la trayectoria de veinte huracanes que han tocado tierra. a) Número de Euler como función de la velocidad. b) Número de Euler como función de la distancia a la porción de tierra más cercana.

Sobre el mar, cuando la velocidad es mayor a 30 m/s, el número de Euler se conserva entre valores de 1 y 3, mientras que en tierra su valor tiende a aumentar conforme disminuye la velocidad, adoptando valores entre 3 y 7. Lo anterior también se ve reflejado en la media de los datos. En la Fig. 3.20 se registran los promedios de  $Eu$  en intervalos de 10 m/s. Es apreciable que la media en cada intervalo de velocidad tiende a oscilar, con una desviación estandar máxima de 0.7, alrededor de la media total de los datos 1.8. Mientras que en tierra el promedio de  $Eu$  para cada intervalo de velocidad muestra un incremento lineal al disminuir la velocidad con variaciones mucho mayores.

Por último, se ajustaron los datos de déficit de presión y velocidad máxima a un modelo de decaimiento exponencial simple para cuatro eventos ciclónicos registrados en el península Yucateca de acuerdo con las siguientes expresiones

$$\Delta p(t) = \Delta p_0 \exp(-\xi t); \quad V(t) = V_0 \exp(-\gamma t), \quad (3.2)$$



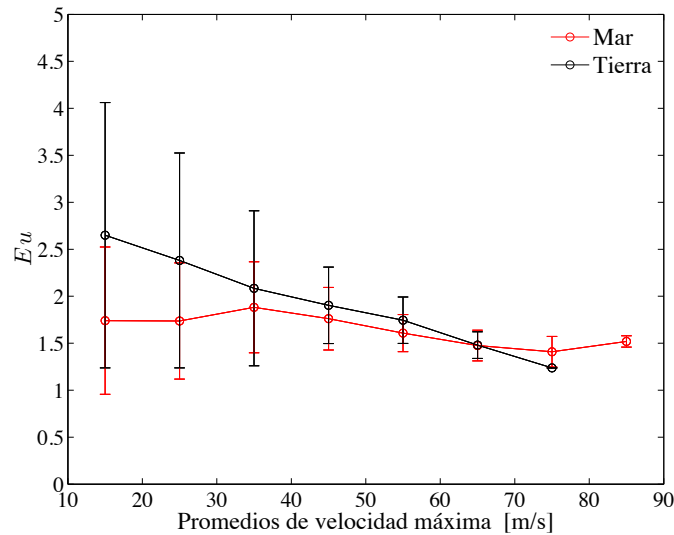
**Figura 3.19.** Parámetro de Euler  $Eu$  como función de la velocidad máxima y de la distancia a la porción de tierra más cercana para todos los registros de la base HURDAT.

con lo que también es posible determinar una tendencia para el número de Euler dada por

$$Eu(t) = Eu_0 \exp[(2\gamma - \xi)t]. \quad (3.3)$$

En las expresiones anteriores,  $\Delta p$  es la presión exterior menos la presión central mínima,  $V$  la velocidad máxima,  $\Delta p_0$ ,  $V_0$  y  $Eu_0$  la diferencia de presiones, la velocidad y el parámetro de Euler al tiempo que el huracán llega a tierra,  $t$  el tiempo después de que ha llegado a tierra y  $\xi$  y  $\gamma$  constantes de decaimiento.

Las constantes de decaimiento,  $\xi$  y  $\gamma$ , calculadas varían significativamente de un caso a otro con una media de  $0.075\text{h}^{-1}$  para  $\xi$  y  $0.055\text{h}^{-1}$  para  $\gamma$  y una desviación estándar de  $0.035\text{h}^{-1}$  y  $0.020\text{h}^{-1}$  respectivamente, dejando claro que es posible hacer un ajuste exponencial, pero el decaimiento depende de otros parámetros que, de acuerdo con

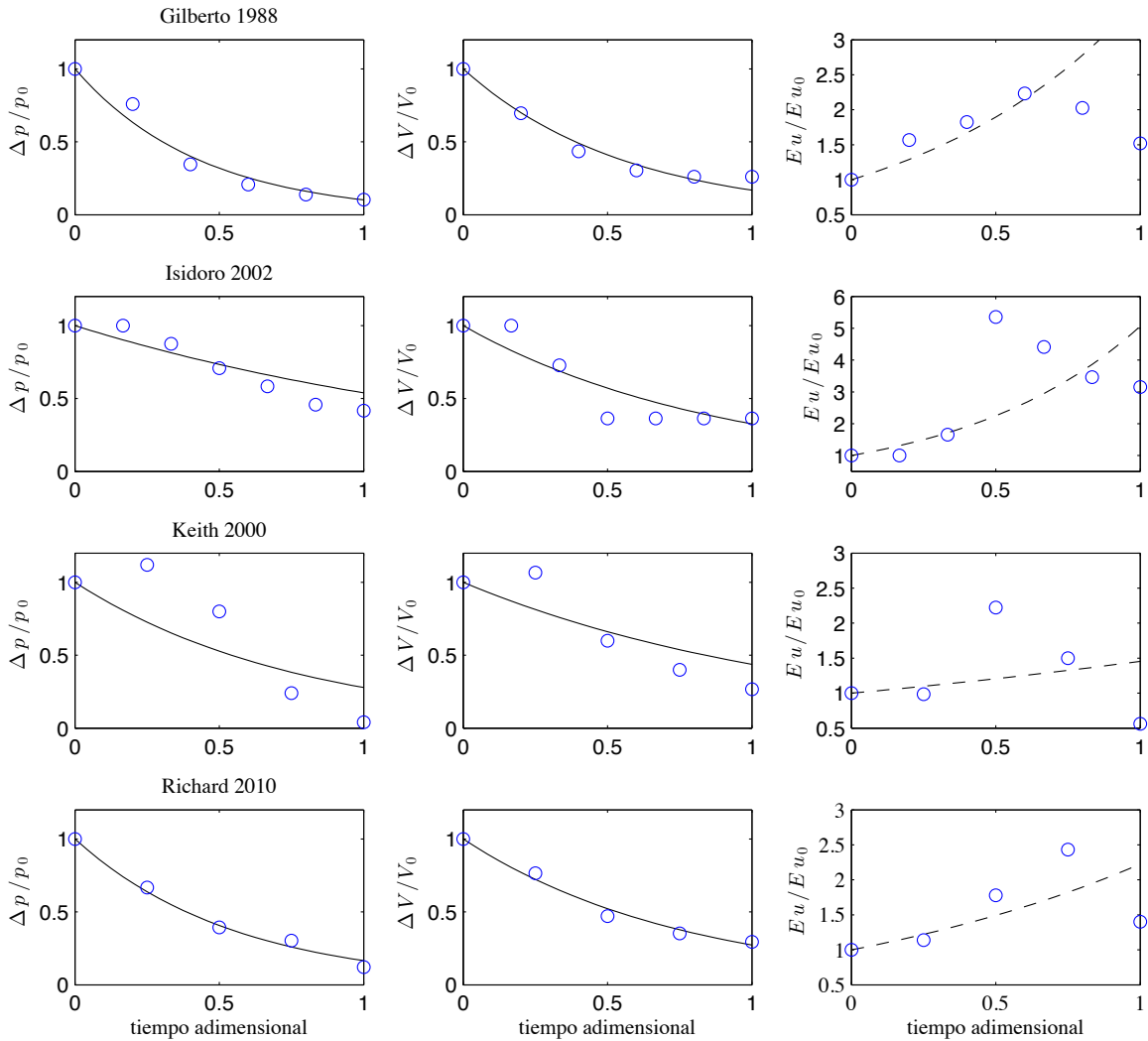


**Figura 3.20.** Promedios de  $Eu$  en intervalos de 10 m/s para todos los registros de la base de datos HURDAT.

los resultados encontrados en el modelo numérico, son el radio de viento máximo, la rugosidad y la pérdida de energía al tocar tierra.

Las curvas de ajustes a los datos se presentan en la Fig. 3.21 en donde resalta que los parámetros  $\xi$  y  $\gamma$  se acoplan de forma que la curva para  $Eu$  predice un aumento en el parámetro de Euler sobre tierra en todos los casos. Para los casos en los cuales se obtiene un buen ajuste de la curva, huracanes Gilberto y Richard 3.21, la curva que predice el comportamiento del número de Euler, dada por la ecuación 3.3, también se ajusta mejor al comportamiento de los datos.

Existen diferencias claras en el comportamiento del número de Euler cuando el ciclón se encuentra en el mar y cuando está en tierra, que pueden explicarse con base en el tiempo de evolución de la tormenta. Cuando se encuentra en el mar y ha alcanzado la categoría de huracán, el ciclón tropical evoluciona lentamente de tal forma que se mantiene muy cerca del estado estacionario tendiendo a guardar una relación entre la caída de presión y la presión dinámica constante (número de Euler constante). Cuando está en tierra se encuentra muy alejado del estado estacionario, la velocidad se reduce rápidamente por el aumento en la fricción pero tarda en verse reflejado en la



**Figura 3.21.** Curvas de tendencia para el déficit de presión, velocidad y parámetro de Euler para cuatro ciclones tropicales que se han internado en la península de Yucatán. El tiempo ha sido normalizado con el tiempo total de decaimiento.

diminución de la caída de presión, por lo que el número de Euler tiende a aumentar. Lo anterior apunta directamente a poner en duda la validez de utilizar la ecuación de viento gradiente para representar la presión dentro de la capa límite cuando el ciclón toca tierra, siendo indispensable el estudio de los estados transitorios para determinar su decaimiento.





# Conclusiones

En este trabajo se ha estudiado la estructura del campo de viento en la capa límite de los ciclones tropicales y su relación con el potencial de intensidad cuando se encuentran sobre el mar y cuando tocan tierra. Para esto se resuelven las ecuaciones de capa límite en forma adimensional forzadas con el perfil de viento gradiente derivado de la teoría de potencial de intensidad de Emanuel. Posteriormente, las soluciones para las velocidades en la capa límite se utilizan para resolver la ecuación de balance de entropía y finalmente con la distribución de entropía se calcula el potencial de intensidad congruente con este campo de velocidades. De esta forma, se planteó que es posible utilizar una representación más completa de la capa límite del ciclón para evaluar su influencia sobre el potencial de intensidad cuando se encuentra en el mar –soluciones simétricas– y obtener información del proceso de disipación cuando toca tierra –soluciones asimétricas–.

De los resultados obtenidos para la parte simétrica se puede concluir que utilizar una representación más completa de la capa límite introduce restricciones importantes, tanto en el supergradiente de viento como en el potencial de intensidad, relacionados con la escala vertical del ciclón. Encontrando que puede existir un radio máximo óptimo que maximice el supergradiente viento. Esto también se ve reflejado en el potencial de intensidad para el que, dado un mismo número de Rossby, existen únicamente dos soluciones congruentes con el sistema de ecuaciones planteado o, dicho de otro modo, en donde la disipación, la entropía de saturación y las velocidades en la capa límite se acoplan de tal forma que la intensidad calculada con la ecuación de potencial de intensidad y la intensidad impuesta mediante el perfil de viento gradiente son iguales.

Si bien para números de Rossby chicos ( $Ro \leq 30$ ) ambas soluciones son físicamente posibles, para números de Rossby grandes ( $Ro > 30$ ) la solución para radios grandes representa velocidades del ciclón arriba de los 140 m/s, situación que parece no ocurrir en la naturaleza, de donde se concluye que los ciclones tropicales más intensos tenderán a radios chicos, entre 10 y 30 km. Lo anterior se comparó con los registros de la base HURDAT que parecen ser congruentes con esta tendencia.

En relación con los resultados obtenidos para el modelo asimétrico se identificaron tres procesos ligados a los parámetros estudiados que pueden contribuir a disminuir el potencial de intensidad. Por un lado, ciclones con radios chicos tenderán a verse más afectados por su entrada a tierra porque la energía que pierden en proporción al tamaño de su radio es mayor. Esto tiene consecuencias importantes si se considera que se ha determinado que los ciclones tropicales alcanzan intensidades mayores para radios chicos, indicando que también pueden verse más afectados por la falta de energía al entrar a tierra y decaer rápidamente. Por otro lado, la intensidad con la que tocan tierra influye en la cantidad de entropía que obtienen de la parte marina y puede reducir la caída del potencial de intensidad. Por último, las asimetrías en el campo de viento debidas a la diferencia entre los coeficientes de fricción, pueden reducir el potencial de intensidad ya que el flujo de entrada intenso, que se establece del lado que fluye de tierra a mar, tiende a llevar parcelas de aire con bajo contenido de entropía hacia el radio de viento máximo.

Del análisis realizado al parámetro de Euler con los datos de presión y velocidad de los ciclones tropicales que han tenido lugar en el Océano Atlántico, se obtuvo que en agua, cuando las tormentas han alcanzado la categoría de huracán, el ciclón evoluciona lentamente permaneciendo cerca del estado estacionario y tendiendo a conservar un número de Euler constante  $Eu \approx 1.8$ , situación que está bien representada por el perfil de viento derivado de la teoría del potencial de Emanuel, y tiene como una de sus hipótesis principales que el ciclón se encuentra en estado estacionario y para el cual se obtuvo  $Eu \approx 1.9$ . La situación en tierra es diferente, el número de Euler varía significativamente con una tendencia a crecer, indicando que el ciclón se encuentra lejos del estado estacionario y resaltando la importancia de los estados transitorios durante el proceso de disipación.

Un punto importante del modelo generado es que no solo reproduce la estructura del viento en la capa límite, a partir del forzamiento en la presión arriba de esta, sino que permite evaluar el cambio en la intensidad del ciclón cuando se encuentra en el mar, y el decaimiento de la intensidad cuando toca tierra como respuesta a la variación de los diferentes parámetros adimensionales que rigen el comportamiento de las soluciones de las ecuaciones de capa límite. De esta forma, bajo un conjunto reducido de parámetros, se puede obtener el campo de vientos y una aproximación de la posible persistencia del ciclón.

Por otro lado, dado que los modelos de capa límite han mostrado describir en buena medida las asimetrías de los ciclones tropicales, el código desarrollado puede mejorarse para reproducir campos de viento, tanto en mar como cerca de tierra, que sirvan como forzamiento de otros modelos, por ejemplo, modelos de oleaje y marea de tormenta. También puede acoplarse con un modelo empírico que determine el cambio en el gradiente de presión, como el decaimiento exponencial presentado en la sección de resultados, con el que se pueda realizar un análisis de afectación para un zona en particular.

Finalmente, tomando en cuenta que los resultados han resaltado la importancia de los estados transitorios en el proceso de disipación y que incluir la resolución vertical permitiría introducir directamente los cambios en la topografía del terreno, se plantea como trabajo futuro extender el modelo a tres dimensiones y acoplar una ecuación para la presión y la temperatura, de forma que se pueda hacer un estudio más completo de la estructura de la capa límite y de la intensidad del ciclón cuando toca tierra.



# Bibliografía

- [1] T. Schott and M. Tew. *Tropical cyclone definitions*. National Weather Service Instruction, 2013.
- [2] K. A. Emanuel. The theory of hurricanes. *Annual Review of Fluid Mechanics*, 23(1982):179–196, 1991.
- [3] C. L. Chan and Y. Duan. Tropical cyclone intensity change from a simple ocean-atmosphere couple model. *Journal of the Atmospheric Sciences*, 58:154–172, 2000.
- [4] K. A. Emanuel. The maximum intensity of hurricanes. *Journal of the Atmospheric Sciences*, 45(7):1143–1155, 1988.
- [5] K. A. Emanuel. Thermodynamic control of hurricane intensity. *Nature*, 401(6754):665–669, October 1999.
- [6] M. Bister and K. A. Emanuel. Dissipative Heating and Hurricane Intensity. *Meteorology and Atmospheric Physics*, 65(3-4):233–240, 1998.
- [7] K. A. Emanuel and C. DesAutels. Environmental control of tropical cyclone intensity. *Journal of the Atmospheric Science*, pages 843–858, 2004.
- [8] G. Lin, P. Huang, and H. Lin. Forecasting tropical cyclone intensity change in the western North Pacific. *Journal of Hydroinformatics*, 15(3):952, July 2013.
- [9] X. Qin and M. Mu. Can adaptive observations improve tropical cyclone intensity forecasts? *Advances in Atmospheric Sciences*, 31(2):252–262, February 2014.

- 
- [10] M. DeMaria and M. Mainelli. Further improvements to the statistical hurricane intensity prediction scheme (SHIPS). *Weather and Forecasting*, 20:531–543, August 2005.
- [11] R. K. Smith, M. T. Montgomery, and N. V. Sang. Tropical cyclone spin-up revisited. *Quarterly Journal of the Royal Meteorological Society*, 1335(June):1321–1335, 2009.
- [12] K. A. Emanuel. Some aspects of hurricane inner-core dynamics and energetics. *Journal of the Atmospheric Sciences*, pages 1014–1026, 1997.
- [13] K. A. Emanuel. An air-sea interaction theory for tropical cyclones. Part I: Steady-state maintenance. *Journal of the Atmospheric Sciences*, 1986.
- [14] K. A. Emanuel. The effect of convective response time on WISHE modes. *Journal of the Atmospheric Sciences*, 50(12):1763–1775, 1993.
- [15] J. D. Kepert. Slab-and height-resolving models of the tropical cyclone boundary layer. Part I: Comparing the simulations. *Quarterly Journal of the Royal Meteorological Society*, pages 335–336, 2010.
- [16] J. Kaplan and M. DeMaria. A simple empirical model for predicting the decay of tropical cyclone winds after landfall. *Journal of Applied Meteorology*, 34:2499–338, 1995.
- [17] L. M. L. Wong, J. C. L. Chan, and W. Zhou. A simple model for estimating the intensity change of tropical cyclones after landfall along south china coast. *Journal of Applied Meteorology and Climatology*, 46:326–338, 2008.
- [18] R. K. Smith and G. L. Thomsen. Dependence of tropical-cyclone intensification on the boundary-layer representation in a numerical model. *Quarterly Journal of the Royal Meteorological Society*, 136(652):1671–1685, October 2010.
- [19] D. V. B. Rao and D. H. Prasad. Sensitivity of tropical cyclone intensification to boundary layer and convective processes. *Natural Hazards*, 41(3):429–445, November 2006.

- 
- [20] M. L. Bozeman. *Land surface feedbacks on the post-landfall tropical cyclone characteristics using the Hurricane Weather Research and Forecasting (HWRF) modeling system*. Master of science, Purdue University, 2011.
- [21] S. L. Rosenthal. A theoretical analysis of the field of motion in the hurricane boundary layer. Technical report, Washington D. C., 1962.
- [22] R. A. Anthes. Iterative solutions to the steady-state axisymmetric boundary-layer equations under an intense pressure gradient. *Monthly Weather Review*, (April), 1971.
- [23] J. D. Kepert. *The wind-field structure of the tropical cyclone boundary-layer*. Phd thesis, Monash University, 2002.
- [24] L. J. Shapiro. The asymmetric boundary layer under translating hurricane. *Journal of the Atmospheric Sciences*, 40:1984–1998, 1983.
- [25] Y. Mitsuta, T. Suenobu, and T. Fujii. Supergradient surface wind in the eye of a typhoon. *Journal of Meteorological Society of Japan*, 66:505–508, 1988.
- [26] J. D. Kepert. The dynamics boundary layer jets within the tropical cyclone core. Part I: Linear theory. *Journal of the Atmospheric Sciences*, 58:2469–2484, 2001.
- [27] J. D. Kepert and Y. Wang. The dynamics boundary layer jets within the tropical cyclone core. Part II: Nonlinear theory. *Journal of the Atmospheric Sciences*, 58:2485–2501, 2001.
- [28] R. K. Smith. A simple model of the hurricane boundary layer. *Quarterly Journal of the Royal Meteorological Society*, 129:1007–1027, 2003.
- [29] R. K. Smith and S. Vogl. A simple model of the hurricane boundary layer revisited. *Quarterly Journal of the Royal Meteorological Society*, 134:337–351, 2008.
- [30] M. D. Powell. The transition of the Hurricane Frederic boundary-layer wind field from the open Gulf of Mexico to landfall. *Monthly Weather Review*, 110:1912–1932, 1982.

- 
- [31] K. G. Blackwell. The evolution of Hurricane Danny (1997) at landfall: Doppler-observed eyewall replacement, vortex contraction/intensification, and low-level wind maxima. *Monthly Weather Review*, 128:4002–4016, 2000.
- [32] J. D. Kepert. The impact of landfall on tropical cyclone boundary layer winds. *American Meteorological Society*, 136:1686–1699, 2002.
- [33] R. Rotunno and K. A. Emanuel. An air-sea interaction theory for tropical cyclones. Part II: Evolutionary study using a nonhydrostatic axisymmetric numerical model. *Journal of the Atmospheric Sciences*, 44(3):542–561, 1987.
- [34] K. A. Emanuel. The behavior of a simple hurricane model using a convective scheme based on subcloud-layer entropy equilibrium. *Journal of the Atmospheric Sciences*, 52(22):3960–3968, 1995.
- [35] J. Persing and M. T. Montgomery. Hurricane superintensity. *Journal of the Atmospheric Sciences*, 60(19):2349–2371, 2003.
- [36] G. H. Bryan and R. Rotunno. Evaluation of an Analytical Model for the Maximum Intensity of Tropical Cyclones. *Journal of the Atmospheric Sciences*, 66(10):3042–3060, October 2009.
- [37] F.D. Marks. Hurricanes. In J. R. Holton, editor, *Encyclopedia of Atmospheric Sciences*, pages 942 – 966. Academic Press, Oxford, 2003.
- [38] H. E. Willoughby. Forced Secondary Circulations in Hurricanes. *Journal of Geophysical Research*, 84(C6):3173–3183, 1979.
- [39] R. K. Smith, M. T. Montgomery, and H. Zhu. Buoyancy in tropical cyclones and other rapidly rotating atmospheric vortices. *Dynamics of Atmospheres and Oceans*, 40(3):189–208, July 2005.
- [40] Schlichting H. and Gersten K. *Boundary Layer Theory*. Springer, 2000.
- [41] R. K. Smith and M. T. Montgomery. Hurricane boundary-layer theory. 6:1–6, 2010.



- 
- [42] J. D. Kepert. Slab-and height-resolving models of the tropical cyclone boundary layer. Part II: Why the simulations differ. *Quarterly Journal of the Royal Meteorological Society*, 136(652):1700–1711, October 2010.
- [43] R. K. Smith and Montgomery M. T. Balance boundary layers used in hurricane models. *Quarterly Journal of the Royal Meteorological Society*, 134:1385–1395, 2008.
- [44] E. L. Andreas. Spray stress revisited. *Journal of Physical Oceanography*, pages 1429–1440, 2004.
- [45] M. A. Donelan. On the limiting aerodynamic roughness of the ocean in very strong winds. *Geophysical Research Letters*, 31(18):L18306, 2004.
- [46] G. H. Bryan and R. Rotunno. The Maximum Intensity of Tropical Cyclones in Axisymmetric Numerical Model Simulations. *Monthly Weather Review*, 137(6):1770–1789, June 2009.
- [47] D. R. Chavas and K. A. Emanuel. Equilibrium tropical cyclone size in an idealized state of axisymmetric radiative-convective equilibrium. *Journal of the Atmospheric Sciences*, (2010):1663–1680, January 2014.
- [48] P. J. Vickery and L. A. Twisdale. Wind-field and filling models for hurricane wind-speed predictions. *Journal of Structural Engineering*, (November):1203–1221, 1995.
- [49] P. J. Vickery and P. F. Skerlj. Hurricane wind field model for use in hurricane simulations. *Journal of Structural Engineering*, (October):1203–1221, 2000.
- [50] P. J. Vickery, D. Wadhwa, M. D. Powell, and Y. Chen. A Hurricane Boundary Layer and Wind Field Model for Use in Engineering Applications. *Journal of Applied Meteorology and Climatology*, 48(2):381–405, February 2009.
- [51] M. Powell, G. Soukup, S. Cocke, S. Gulati, N. Morisseau-Leroy, S. Hamid, N. Dorst, and L. Axe. State of Florida hurricane loss projection model: Atmospheric science component. *Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics*, 93(8):651–674, August 2005.

- 
- [52] K. A. Emanuel and R. Rotunno. Self-Stratification of Tropical Cyclone Outflow. Part I: Implications for storm structure. *Journal of the Atmospheric Sciences*, 68(10):2236–2249, October 2011.
- [53] K. A. Emanuel. Self-Stratification of Tropical Cyclone Outflow. Part II: Implications for storm intensification. *Journal of the Atmospheric Sciences*, 69(3):988–996, March 2012.
- [54] N. Lin and D. Chavas. On hurricane parametric wind and applications in storm surge modeling. *Journal of Geophysical Research*, 117(D9):D09120, May 2012.
- [55] Martin L. M. Wong and Johnny C. L. Chan. Modeling the Effects of Land–Sea Roughness Contrast on Tropical Cyclone Winds. *Journal of the Atmospheric Sciences*, 64(9):3249–3264, September 2007.
- [56] R. E. Tuleya and Y. Kurihara. A numerical simulation of the landfall of tropical cyclones. *Journal of the Atmospheric Sciences*, 1978.
- [57] X. Tang and Z. Tan. Boundary-layer wind structure in a landfalling tropical cyclone. *Advances in Atmospheric Sciences*, 23:737–749, 2006.

# Apéndice A

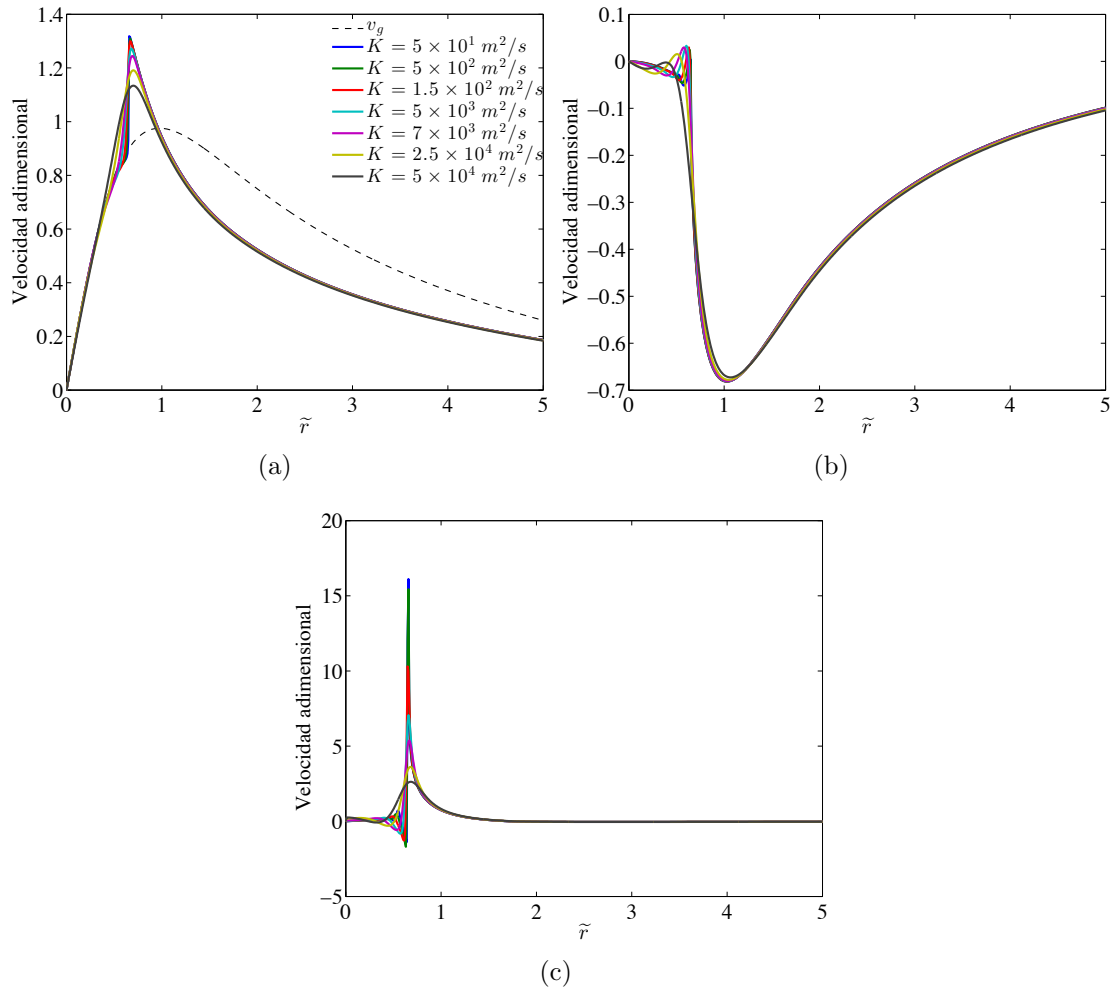
## Difusión de momento horizontal

La condición de estabilidad de Courant-Friedrichs-Lewy, que relaciona el tamaño de discretización del dominio  $\Delta r$  con el paso de tiempo de integración  $\Delta t$ , en el caso de los términos de difusividad horizontal establece

$$K \frac{\Delta t}{\Delta r^2} \leq \frac{2}{3}. \quad (\text{A.1})$$

De esta forma, considerando  $\Delta r = 300$  m y  $\Delta t = 1$  s, se debe cumplir  $K \leq 60000$ . Este trabajo no se centra en el estudio de la turbulencia en la capa límite, si este fuera el caso otro esquema de representación debería ser implementado, por ejemplo  $K$  puede ponerse en función del tensor de deformación. En el modelo presentado  $K$  es constante y para obtener un valor apropiado se realizaron varios experimentos numéricos tomando  $\Delta r = 300$  m,  $\Delta t = 1$  s y  $K = 50, 500, 1.5 \times 10^2, 5 \times 10^3, 7 \times 10^3, 25 \times 10^3, 50 \times 10^3$  m<sup>2</sup>/s. El cambio de los perfiles de velocidad radial, tangencial y vertical se muestran en la Fig. A.1. Fuera del radio de viento máximo los perfiles para las tres componentes de velocidad son prácticamente idénticos. Las diferencias se vuelven notables dentro del radio de viento máximo donde la velocidad tangencial se vuelve supergradiente. Para valores bajos de la difusividad  $K \leftarrow 0$  el supergradiente se vuelve más marcado, el flujo de entrada se frena más rápido y la velocidad vertical aumenta. Esto es consistente

con los resultados de Smith [29] donde al no incluir la difusividad horizontal cerca del radio de viento máximo los perfiles de velocidad  $u$  y  $v$  se vuelven discontinuos provocando que  $w$  tienda a infinito, es decir, para valores bajos de  $K$  la difusividad no es lo suficientemente fuerte como para regular la estabilidad de la solución conduciendo a oscilaciones en las velocidades.



**Figura A.1.** Perfiles radiales de entropía  $s$  y momento angular  $M$  para tres números de Rossby  $Ro$  distintos. a)  $Ro = 30$ , b)  $Ro = 60$  y c)  $Ro = 90$ . La línea negra discontinua representa al momento angular del perfil de viento geostrófico mientras que la línea negra continua señala el radio de viento máximo adimensional  $\tilde{r}_m = 1$ .

Con base en este resultado se ha seleccionado un valor de  $K \approx 7^3 \text{m}^2/\text{s}$ . Valores más grandes de  $K$  tienden a disminuir fuertemente el supergradiente de velocidad tangencial e inhibe el máximo de velocidad horizontal, mientras que valores más pequeños conducen no conducen a grandes cambios en la máximo de supergradiente y tienden a incrementar fuertemente el máximo del promedio de velocidad horizontal.