



# UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO

PROGRAMA DE MAESTRÍA Y DOCTORADO EN INGENIERÍA

INGENIERÍA CIVIL – ESTRUCTURAS

## **DISEÑO SÍSMICO DE MUROS DE CONCRETO REFORZADO. BASES PARA EL DISEÑO POR DESPLAZAMIENTOS**

TESIS

QUE PARA OPTAR POR EL GRADO DE:

MAESTRO EN INGENIERÍA

PRESENTA

ARCANGEL ORTIZ SÁNCHEZ

TUTORES

MARIO E. RODRÍGUEZ RODRÍGUEZ, INSTITUTO DE INGENIERÍA

MIGUEL ANGEL TORRES MATOS, INSTITUTO DE INGENIERÍA

MÉXICO, D. F. ENERO 2014



**JURADO ASIGNADO:**

Presidente: DR. ESTEVA MARABOTO LUIS

Secretario: DR. MELI PIRALLA ROBERTO

Vocal: DR. RODRIGUEZ RODRÍGUEZ MARIO E.

1<sup>er</sup> Suplente: DR. TERAN GILMORE AMADOR

2<sup>do</sup> Suplente DR. LÓPEZ BÁTIZ OSCAR ALBERTO

Lugar o lugares donde se realizó la tesis: INSTITUTO DE INGENIERÍA, UNAM

**TUTOR DE TESIS:**

DR. MARIO E. RODRÍGUEZ RODRÍGUEZ

-----  
**FIRMA**

*A mi Padre, Arcangel Ortiz Cruz*  
*A mi madre Placida F. Sánchez Sánchez*  
*A mis tíos, José Pérez e Irene López*  
*A mis hermanos Vladimir, Magaly y Yuyu Ortiz Sánchez*  
*A mi adorada esposa e hija, Arely Merlín y Valentina Ortiz*  
*A mis amigos, por ser la extensión de mis hermanos*  
*A dios, por permitirnos la existencia*

## RESUMEN

Se estudió el comportamiento ante cargas laterales de cuatro muros estructurales de concreto reforzado, dos con sección rectangular y los otros dos con sección "T" ensayados por otros autores. Los muros se estudiaron empleando el modelo de puntal y tirante no lineal para modelar los muros y para el análisis se utilizó el programa de análisis no lineal Ruaumoko (Carr, 2008). Los resultados se compararon con los obtenidos experimentalmente. En este trabajo se demuestra que para dos casos las deformaciones del tipo cíclico de tracción y compresión en las barras de refuerzo longitudinal en las zonas de borde del alma, llevan al pandeo de estas barras, Con base en los resultados de esta investigación se dan recomendaciones para el diseño sísmico de muros de concreto reforzado basado en desplazamiento. Para los otros dos casos el pandeo se presenta fuera de su plano, este tipo de pandeo no se estudian en este trabajo.

## **ABSTRACT**

The results of experimental studies of slender wall RC specimens with rectangular-shaped and T-shaped cross sections which were tested by other authors are investigated in this research. The wall specimens were studied using the Ruaumoko nonlinear program and a nonlinear truss modeling approach. The computed results were compared with those obtained in the experimental studies. This research shows that the loading cycle at bar buckling is related to a significant tensile strain and to a compressive strain at the reversal of loading. Based on results shown in this study, recommendations are given for a displacement-based design of RC structural walls.

## ÍNDICE DE CONTENIDO

<b>RESUMEN .....</b>	<b>i</b>
<b>ABSTRACT .....</b>	<b>ii</b>
<b>ÍNDICE DE CONTENIDO .....</b>	<b>iii</b>
<b>ÍNDICE DE FIGURAS .....</b>	<b>v</b>
<b>ÍNDICE DE TABLAS .....</b>	<b>viii</b>
<b>CAPITULO 1. INTRODUCCIÓN.....</b>	<b>1</b>
1.1 ANTECEDENTES.....	1
1.2 OBJETIVOS .....	2
1.3 ALCANCES.....	2
<b>CAPITULO 2. DESCRIPCIÓN DE LOS ESPECÍMENES QUE REPRESENTAN MUROS ESTRUCTURALES DE CONCRETO REFORZADO.....</b>	<b>3</b>
2.1 DISEÑO DE LOS ESPECÍMENES .....	3
2.2 GEOMETRÍA Y ARMADO DE LOS ESPECÍMENES .....	4
2.2.1 MURO RW1 .....	4
2.2.2 MURO RW2 .....	5
2.2.3 MURO TW1.....	5
2.2.4 MURO TW2.....	7
2.3 DESCRIPCIÓN DE LOS MATERIALES. ....	7
<b>CAPITULO 3. EVALUACIÓN DE DESPLAZAMIENTOS LATERALES Y ANÁLISIS MOMENTO-CURVATURA .....</b>	<b>9</b>
3.1 INTRODUCCIÓN .....	9
3.2 ESTUDIO ANALÍTICO DEL COMPORTAMIENTO SÍSMICO .....	9
3.3 DIAGRAMAS MOMENTO CURVATURA Y PERFIL DE DEFORMACIONES PARA LOS MUROS .....	10
<b>CAPITULO 4. PREDICCIÓN DE LA RESPUESTA DE LOS MUROS ESTRUCTURALES ENSAYADOS Y COMPARATIVA CON RESULTADOS EXPERIMENTALES.....</b>	<b>16</b>
4.1 INTRODUCCIÓN .....	16
4.2 DESCRIPCIÓN GENERAL DEL MODELO .....	16
4.3 CURVAS ESFUERZO-DEFORMACIÓN PARA EL CONCRETO Y ACERO DE REFUERZO .....	17
4.3.1 CONCRETO .....	17

4.3.2 CONCRETO CONFINADO.....	18
4.3.3 RESISTENCIA A TRACCIÓN DEL CONCRETO.....	20
4.3.4 CURVAS ESFUERZO-DEFORMACIÓN DEL CONCRETO USADAS EN LOS CUATROS MODELOS.....	21
4.4 ACERO DE REFUERZO.....	23
4.4.1 CURVAS ESFUERZO DEFORMACIÓN DE LOS ACEROS USADOS EN LOS MODELOS.....	24
4.5 REGLAS DE HISTÉRESIS.....	26
4.5.1 MODELO DE HISTÉRESIS SCHOETTLER-RESTREPO.....	26
4.5.1.1 CURVAS IDEALIZADAS CON EL MODELO SCHOETTLER-RESTREPO.....	28
4.5.2 MODELO DE HISTÉRESIS DODD-RESTREPO.....	32
4.6 TIPOS DE ELEMENTOS.....	33
4.6.1 ELEMENTOS <i>LATTICE</i> .....	33
4.6.2 ELEMENTOS <i>FRAME</i> .....	36
4.7 PREDICCIÓN DE RESPUESTA DE ESPECIMENES.....	37
4.7.1 EL MODELO PARA EL ANÁLISIS.....	37
4.7.2 MODELO RW1.....	38
4.7.2.1 ELEMENTOS QUE REPRESENTAN AL CONCRETO.....	38
4.7.2.2 ELEMENTOS QUE REPRESENTAN AL ACERO DE REFUERZO.....	44
4.7.3 MODELOS RW2, TW1 Y TW2.....	47
4.7.4 EVALUACIÓN LOS MODELOS RW1, RW2, TW1 y TW2.....	49
4.8 RESULTADO DE LOS MODELOS ANALÍTICOS RW1, RW2, TW1 Y TW2 Y COMPARATIVA CON RESULTADOS EXPERIMENTALES.....	52
<b>CAPITULO 5. MODELO PROPUESTO PARA EL DISEÑO SÍSMICO DE MUROS ESTRUCTURALES CONSIDERANDO EL MODO DE FALLA DE PANDEO DEL ACERO DE REFUERZO LONGITUDINAL.....</b>	<b>56</b>
5.1 ANTECEDENTES.....	56
5.2 MODELO PROPUESTO PARA LA PREDICCIÓN DEL INICIO DEL PANDEO DE REFUERZO LONGITUDINAL EN MUROS DE CONCRETO REFORZADO.....	57
5.3 MODELO PROPUESTO PARA LA PREDICCIÓN DEL INICIO DEL PANDEO DE REFUERZO LONGITUDINAL EN MUROS DE CONCRETO REFORZADO.....	59
<b>CAPITULO 6. PROPUESTA DE PROCEDIMIENTO DE DISEÑO SÍSMICO DE MUROS DE CONCRETO REFORZADO BASADO EN DESPLAZAMIENTO.....</b>	<b>63</b>
6.1 CRITERIO DE DISEÑO POR CAPACIDAD.....	63

6.2 PASOS A SEGUIR EN EL PROCEDIMIENTO PROPUESTO DE DISEÑO SÍSMICO DE MUROS BASADO EN DESPLAZAMIENTO .....	66
6.3 EJEMPLOS DE APLICACIÓN.....	68
<b>CAPITULO 7. CONCLUSIONES .....</b>	<b>72</b>
<b>RECONOCIMIENTOS .....</b>	<b>74</b>
<b>REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS .....</b>	<b>75</b>
<b>APENDICE A. LONGITUD PLÁSTICA, <math>L_p</math>, PARA MUROS ESTRUCTURALES DE CONCRETO REFORZADO .....</b>	<b>77</b>

## ÍNDICE DE FIGURAS

<b>CAPITULO 2. DESCRIPCIÓN DE LOS ESPECÍMENES QUE REPRESENTAN MUROS ESTRUCTURALES DE CONCRETO REFORZADO .....</b>	<b>3</b>
Figura. 2.1 Geometría y dimensiones generales de los muros (dimensiones en mm) .....	4
Figura 2.2 Dimensiones y armado de la sección del muro RW1 (Acotaciones en mm) ....	5
Figura 2.3 Dimensiones y armado de la sección del muro RW2 (acotaciones en mm). ....	5
Figura 2.4 Muro TW1 (acotaciones en mm).....	6
Figura 2.5 Geometría y armado general del muro TW2 (acotaciones en mm).....	7
Figura 2.6 Curvas medidas esfuerzo-deformación del concreto que se usaron en los cuatro especímenes .....	8
Figura. 2.7 Curvas esfuerzo-deformación de las barras con las que fueron armados los muros de concreto reforzados. ....	8
<b>CAPITULO 3. EVALUACIÓN DE DESPLAZAMIENTOS LATERALES Y ANÁLISIS MOMENTO-CURVATURA .....</b>	<b>9</b>
Figura 3.1 Muro RW1. Relación $M-\phi$ calculada, sección típica de muro y perfil de deformaciones (dimensiones en mm) .....	11
Figura 3.2 Muro TW1. Relación $M-\phi$ calculada, sección típica de muro y perfil de deformaciones (dimensiones en mm) .....	13
Figura 3.3 Muro TW2. Relación $M-\phi$ calculada, sección típica de muro y perfil de deformaciones (dimensiones en mm) .....	15
<b>CAPITULO 4. PREDICCIÓN DE LA RESPUESTA DE LOS MUROS ESTRUCTURALES ENSAYADOS Y COMPARATIVA CON RESULTADOS EXPERIMENTALES.....</b>	<b>16</b>
Figura 4.1 Curva idealizada esfuerzo-deformación para el concreto no confinado .....	17

Figura 4.2 Curva esfuerzo-deformación, para el concreto confinado en compresión según Mander et al. (1988).....	18
Figura 4.3 Curvas esfuerzo-deformación del concreto en tracción. ....	20
Figura 4.4 curvas esfuerzo-deformación para el concreto confinado y sin confinar que se usaron en los modelos RW1, RW2, TW1 y TW2.....	22
Figura 4.5 Modelo esfuerzo-deformación del refuerzo convencional (Rodriguez y Botero., 1996) .....	24
Figura 4.7 Curvas esfuerzo-deformación medido y calculado del acero que se usaron en los modelos RW1, RW2, TW1 y TW2. ....	26
Figura 4.8 Modelo de histéresis <i>Schoettler-Restrepo</i> (Carr, 2008). ....	27
Figura 4.9 Curva idealizada Fuerza-Desplazamiento del concreto usando el modelo de histéresis <i>Shoettler-Restrepo</i> .....	29
Figura 4.10 Curvas esfuerzo-deformación idealizado con el modelo <i>Schoettler-Restrepo</i> para los modelos RW1, TW1, RW2 y TW2 .....	31
Figura 4.11 Relación esfuerzo-deformación cíclico del acero de refuerzo .....	32
Figura 4.12 Elemento <i>Lattice</i> (Carr, 2008).....	33
Figura 4.13 Respuesta del esfuerzo de compresión en elementos de concreto reforzado agrietados (Vecchio y Collins 1986) .....	34
Figura 4.14 Modelo que define la interacción entre las barras diagonales del elemento <i>Lattice-Truss</i> , Ruaumoko (Carr, 2008).....	35
Figura 4.15 Elemento tipo <i>Frame</i> (Carr, 2008) .....	36
Figura 4.16 Muro de concreto reforzado y modelo armadura. ....	37
Figura 4.17 Configuración de los elementos <i>Lattice</i> a nivel sección. ....	39
Figura 4.18 Dimensiones de los elementos <i>Lattice</i> usados en el modelo RW1 .....	39
Figura 4.19 Configuración y posición de los elementos <i>Lattice</i> para el modelo RW1. ..	40
Figura 4.20 Modelo numérico RW1, (a) Modelo completo, (b) elemento diagonal, (c) elemento horizontal, (d) elemento vertical. ....	41
Figura 4.21 Ancho efectivo de las barras diagonales del elemento <i>Lattice-Truss</i> .....	42
Figura 4.22 Comparativa entre la curva esfuerzo-deformación y la curva definida con los parámetros <i>Schoettler-Restrepo</i> para el concreto no confinado .....	43
Figura 4.23 Comparativa entre la curva esfuerzo-deformación y la curva definida con los parámetros <i>Schoettler-Restrepo</i> para el concreto confinado .....	44
Figura 4.24 Ubicación de los elementos del tipo <i>Frame</i> T-1 y T-2 .....	45
Figura 4.25 Ubicación de los elementos del tipo <i>Frame</i> T-3 y T-4. ....	45

Figura 4.26 Curva Fuerza-Desplazamiento para los elementos Frame. ....	46
Figura 4.27 Modelo RW1 .....	47
Figura 4.28 Modelos RW2, TW1 y TW2 .....	49
Figura 4.29 Historias de desplazamientos usadas en los modelos RW1, RW2, TW1 y TW2. ....	51
Figura 4.30 Condiciones de borde y carga axial aplicada en el extremo superior del modelo. ....	51
Figura 4.31 Condiciones de borde y carga axial aplicada en el extremo superior del modelo. ....	52
Figura 4.32 Curva Fuerza-Distorsión del muro RW1.....	53
Figura 4.33 Curva Fuerza-Distorsión del muro TW1.....	54
Figura 4.34 Curva Fuerza-Distorsión del muro RW2.....	54
Figura 4.35 Curva Fuerza-Distorsión del muro TW2.....	55
<b>CAPITULO 5. MODELO PROPUESTO PARA EL DISEÑO SÍSMICO DE MUROS ESTRUCTURALES CONSIDERANDO EL MODO DE FALLA DE PANDEO DEL ACERO DE REFUERZO LONGITUDINAL .....</b>	<b>56</b>
Figura 5.1 Curva esfuerzo-deformación que ilustra los parámetros que definen el pandeo de una barra de acero sometida a cargas cíclicas reversibles (Rodríguez et al., 1999) ....	56
Figura 5.2 Parámetro $\epsilon p *$ versus $sdb$ (Rodríguez et al 1999).....	57
Figura 5.3 Curva esfuerzo-deformación que ilustra los parámetros que definen el pandeo de una barra de acero sometida a cargas cíclicas reversibles cambiando el parámetro $\epsilon_0$ por $\epsilon_{sc}$ (Rodríguez et al., 1999) .....	58
Figura 5.4 Parámetro $\epsilon p *$ modificado versus $sdb$ .....	59
Figura 5.5 Curvas calculadas esfuerzo-deformación del acero de refuerzo longitudinal más crítico del espécimen RW1.....	60
Figura 5.6 Curvas calculadas esfuerzo-deformación del acero de refuerzo longitudinal más crítico del espécimen TW1 .....	60
Figura 5.7 Curvas calculadas esfuerzo-deformación del acero de refuerzo longitudinal más crítico del espécimen RW2.....	61
Figura 5.8 Curvas calculadas esfuerzo-deformación del acero de refuerzo longitudinal más crítico del espécimen TW2.....	61
Figura 5.9 Valores de $\epsilon p *$ modificado para los especímenes RW1, TW1, RW2 y TW2. ....	62

## **CAPITULO 6. PROPUESTA DE PROCEDIMIENTO DE DISEÑO SÍSMICO DE MUROS DE CONCRETO REFORZADO BASADO EN DESPLAZAMIENTO ..... 63**

Figura 6.1 Modelo de predicción de $\epsilon_p$ * modificado y resultados experimentales.....	64
Figura 6.2 Perfil de deformaciones para la curvatura última.....	65
Figura 6.3 Muro rectangular .....	68
Figura 6.4 Parámetro $\epsilon_p$ * modificado versus $sdb$ .....	69
Figura 6.5 Muro RW1.....	70
Figura 6.6 Muro TW1 .....	71

## **CAPITULO 7. CONCLUSIONES ..... 72**

## **APENDICE A. LONGITUD PLÁSTICA, $L_p$ , PARA MUROS ESTRUCTURALES DE CONCRETO REFORZADO ..... 77**

Figura A1. Detalles de la longitud plástica.....	77
Figura A2. Deformación plástica de un muro en cantiléver .....	77
Figura A3. Modelo bilineal elastoplástico .....	78

## **ÍNDICE DE TABLAS**

Tabla 4.1 Deformaciones y resistencias de concreto confinado y sin confinar.....	23
Tabla 4.2 Propiedades medidas en los ensayos de los aceros de refuerzo.....	24
Tabla 4.3 Parámetros para definir la curva monotónica <i>Schoettler-Restrepo</i> .....	28
Tabla 4.4 Parámetros para definir la curva histerética <i>Schoettler-Restrepo</i> .....	28
Tabla 4.5 Áreas de las barras de los elementos <i>Lattice</i> para el modelo RW1.....	42
Tabla 4.6 Fuerzas de fluencia a tracción y compresión de las barras.....	43
Tabla 4.7 Propiedades <i>Schoettler-Restrepo</i> para el concreto no confinado .....	43
Tabla 4.8 Propiedades <i>Schoettler-Restrepo</i> para el concreto confinado. ....	44
Tabla 4.9 Parámetros que definen la curva monotónica Fuerza-Desplazamiento (Dodd-Restrepo).....	45
Tabla 4.10 Relaciones de carga axial aplicadas en los modelos .....	52

# CAPITULO 1. INTRODUCCIÓN

## 1.1 ANTECEDENTES

En enfoques modernos de diseño sísmico de estructuras es usual que para el sismo de diseño se lleve a cabo el análisis de la estructura para conocer el valor máximo esperado de desplazamiento lateral de la estructura. Además, se deben revisar los detalles del refuerzo transversal de los elementos estructurales de manera que se pueda conocer la cantidad y distribución de este refuerzo para lograr el confinamiento necesario en las zonas de estos elementos con mayores demandas de deformaciones.

Esto sugiere que para el análisis sísmico de estructuras se debe contar con una herramienta de análisis que pueda considerar de manera adecuada el posible comportamiento de la estructura ante acciones sísmicas.

En estudios anteriores se ha demostrado que en general el análisis sísmico del tipo elástico tiene limitaciones en la predicción de la respuesta de la estructura, porque con este tipo de análisis no es posible obtener las principales características de la respuesta de la estructura, la cual es del tipo inelástico para el sismo de diseño. Esto indica que es necesario contar con un procedimiento más elaborado que el análisis elástico, que sea adecuado para el análisis sísmico de una estructura. Es usual que este tipo de análisis sea del tipo dinámico no lineal, y en el caso de edificios con muros estructurales, los programas que existen generalmente consideran que un muro se puede modelar con elemento del tipo *Frame*, para el cual se considera que la respuesta inelástica en el muro se concentra en una determinada longitud de este, a la cual se denomina longitud plástica,  $L_p$ . Sin embargo, para el caso de muros, la definición de  $L_p$  es en realidad arbitraria. Además, es complejo considerar de manera adecuada la interacción de momentos y cortantes en un muro. Por estos motivos, los resultados que se obtengan del análisis de edificios con muros estructurales con estos programas de análisis podrían ser incorrectos.

Para resolver la problemática anterior es necesario poder modelar el muro sin que sea necesario el empleo de la longitud plástica en el muro, y sin tener que considerar la interacción de momentos y cortantes. A la fecha esto se ha logrado modelando el muro con elementos finitos no lineales o con análisis del tipo no lineal que emplea fibras. Sin embargo, el primer tipo de análisis es sensible a los detalles de la sección de elementos finitos, como también al tamaño y número de estos. Para el caso de análisis con fibras es posible encontrar problemas de convergencia en las soluciones numéricas. Esto indica que es necesario el empleo de herramientas de análisis sin estas limitaciones.

## **1.2 OBJETIVOS**

El objetivo de esta investigación es el de proponer un procedimiento para el diseño sísmico de muros estructurales de concreto reforzado para edificios construidos en zonas de alta sismicidad.

## **1.3 ALCANCES**

En este trabajo se desarrollará un procedimiento para el análisis dinámico no lineal de muros estructurales de concreto reforzado que no tengan las limitaciones ya mencionadas, y sus resultados se compararán con los que se obtuvieron en ensayos de muros estructurales de concreto reforzado llevados a cabo por otros autores. La comparativa de resultados calculados con este tipo de análisis y los resultados medidos en estos ensayos permitirá validar el procedimiento de análisis no lineal propuesto.

Con el modelo analítico empleado en este estudio, se encontrará además la historia de deformaciones en las barras de refuerzo longitudinal crítica en los muros ensayados, y en esta historia de deformaciones se identificarán las deformaciones en las barras correspondientes al pandeo de estas, observado en los ensayos experimentales, lo que permitió validar el procedimiento propuesto de diseño de un muro, considerando el modo de falla asociado al pandeo del refuerzo principal ubicado en las zonas de borde.

## **CAPITULO 2. DESCRIPCIÓN DE LOS ESPECÍMENES QUE REPRESENTAN MUROS ESTRUCTURALES DE CONCRETO REFORZADO**

### **2.1 DISEÑO DE LOS ESPECÍMENES**

Con el fin de validar el procedimiento analítico propuesto para diseño sísmico de muros estructurales, en este estudio se evaluó el comportamiento de especímenes representativos de muros estructurales de concreto reforzado de secciones rectangulares y “T”, ensayados por Thomsen y Wallace (2004) empleando cargas laterales cíclicas reversibles hasta la falla de los muros. Las dimensiones y propiedades de los materiales de estos especímenes ensayados se presentan en este capítulo.

Los especímenes fueron diseñados para una demanda de distorsión global,  $D_r$ , igual a 0.015, parámetro que se define como:

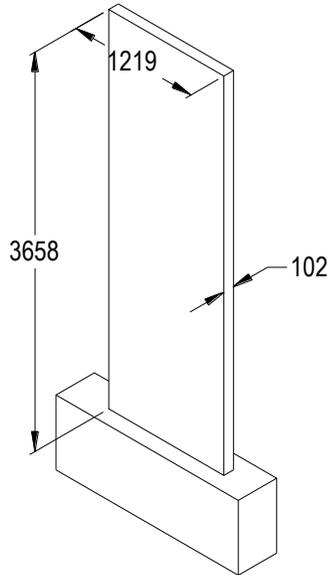
$$D_r = \frac{\Delta}{h_w} \quad (2.1)$$

Donde  $\Delta$  es el desplazamiento lateral relativo a la base del nivel de azotea y  $h_w$  la altura total del muro.

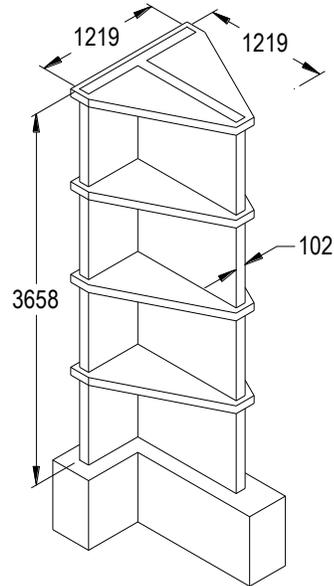
La Figura 2.1 muestra la geometría y dimensiones generales, respectivamente de los cuatro muros mencionados, para los dos muros de sección rectangular y los dos muros de sección T, la geometría y dimensiones generales son las mismas, la diferencia entre cada tipo de muro está en el armado. La Figura 2.1 (a) muestra la geometría y dimensiones generales para los casos de los muros rectangulares RW1 y RW2 y la Figura 2.1 (b) para los casos de los muros de sección TW1 y TW2.

Las dimensiones generales de altura, peralte y espesor para los cuatro muros estudiados son 3658, 1219 y 102 mm, respectivamente.

A continuación se hace una descripción más detallada de cada muro, se especifica las dimensiones de cada sección, los detalles de la colocación del refuerzo principal y refuerzo transversal, y la separación de los estribos que dan confinamiento en las zonas de borde. También en este capítulo se muestran las curvas medidas de los materiales usados en la elaboración de los especímenes.



(a) Muros RW1 y RW2



(b) Muros TW1 y TW2

Figura. 2.1 Geometría y dimensiones generales de los muros (dimensiones en mm).

De acuerdo con los requisitos de diseño del ACI-318 y NTCC (2004), para lograr la distorsión objetivo  $D_r$  igual a 0.015, fue necesario confinar el concreto en los bordes de los muros, con la relación volumétrica de refuerzo transversal requerido por el capítulo 21 del ACI-318-95, lo que se logro con estribos en los bordes de los muros. Los detalles del refuerzo transversal y vertical de los muros, así como de los estribos en los bordes de éstos, para los cuatro especímenes se muestran a continuación.

## 2.2 GEOMETRÍA Y ARMADO DE LOS ESPECÍMENES

### 2.2.1 MURO RW1

El muro RW1 de concreto reforzado, era de sección rectangular. La Figura 2.1 (a) muestra la geometría y dimensiones generales de este muro, una altura total,  $h_w$  igual a 6358 mm, la longitud de la sección,  $l_w$  igual a 1219 mm y con un espesor,  $h$  de 102 mm.

La sección del muro RW1 presenta una configuración simétrica en el armado, en las zonas de borde (zonas confinadas) se colocaron 8 barras con diámetros de 9.5 mm como refuerzo principal, el refuerzo de confinamiento en estas zonas corresponde a estribos y ramales de 4.7 mm de diámetro con una separación uniforme de 76 mm, en toda su altura. Se usaron barras de acero de refuerzo con diámetros de 6.4 mm y para la zona del alma del muro con

una separación uniforme de 190 mm, tanto en la dirección vertical como en la dirección horizontal, ver Figura 2.2.

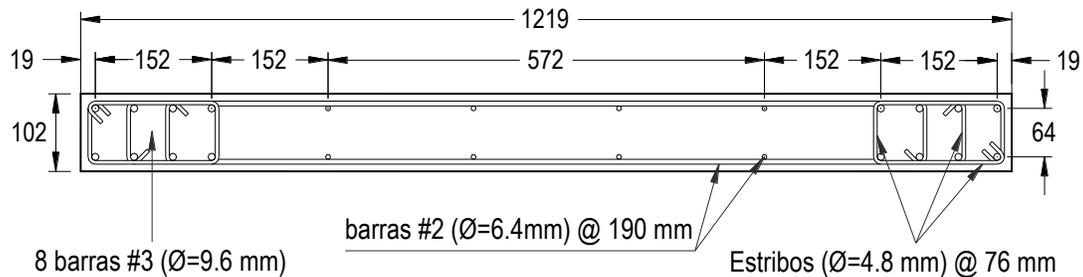


Figura 2.2 Dimensiones y armado de la sección del muro RW1 (Acotaciones en mm)

### 2.2.2 MURO RW2

La geometría y dimensiones generales del muro RW2 eran las mismas que las del muro RW1, Las diferencias entre el muro RW1 y RW2 son dos aspectos relacionadas con el confinamiento de las zonas de borde, primero, para el muro RW2 en las zonas de borde se le da un confinamiento más simple (sin ramales) y segundo, la separación de los estribos está dada a cada 51 mm, menor a la separación dada en el caso del muro RW1, a pesar de esto en las zonas de borde tienen una relación volumétrica de refuerzo transversal comprobables, ver Figura 2.3.

El armado de la sección del muro se muestra la Figura 2.3, el que se repite en toda la altura del muro.

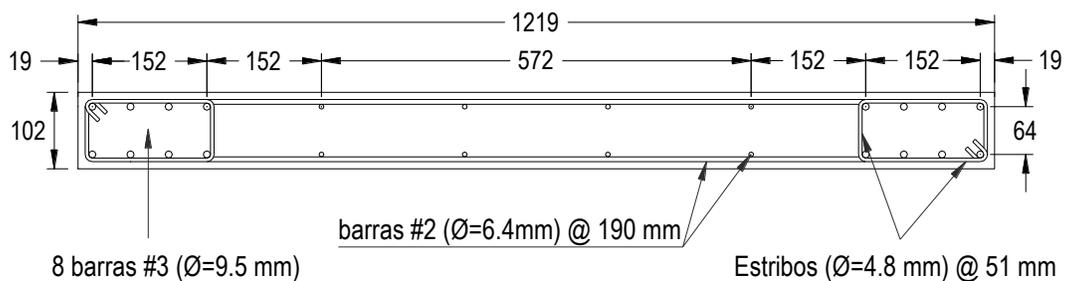


Figura 2.3 Dimensiones y armado de la sección del muro RW2 (acotaciones en mm).

### 2.2.3 MURO TW1

El muro TW1 era de sección T, ver Figura 2.4. La sección del muro se divide en dos partes, una es el patín del muro y la otra parte el alma. Las dimensiones generales de cada una de

estas partes son iguales a la de los muros rectangulares, estos muros tienen una altura total,  $h_w$  igual a 6358 mm, longitud del patín y alma,  $l_w$  igual a 1219 mm y con un espesor,  $h$  de 102 mm, ver Figura 2.1 (b).

El armado del patín y alma de la sección del muro TW1 era similar al del muro RW1, se usaron como refuerzo vertical para las zonas de borde en la sección barras de acero con diámetros iguales a 9.5 mm, y para confinar estas zonas barras de acero con diámetros iguales a 4.7 mm a una separación de 76 mm. Como refuerzo vertical y horizontal en las zonas interiores del alma y ala del muro se usaron barras con diámetros iguales a 6.4 mm a una separación de 190 mm, tal como muestra la Figura 2.4.

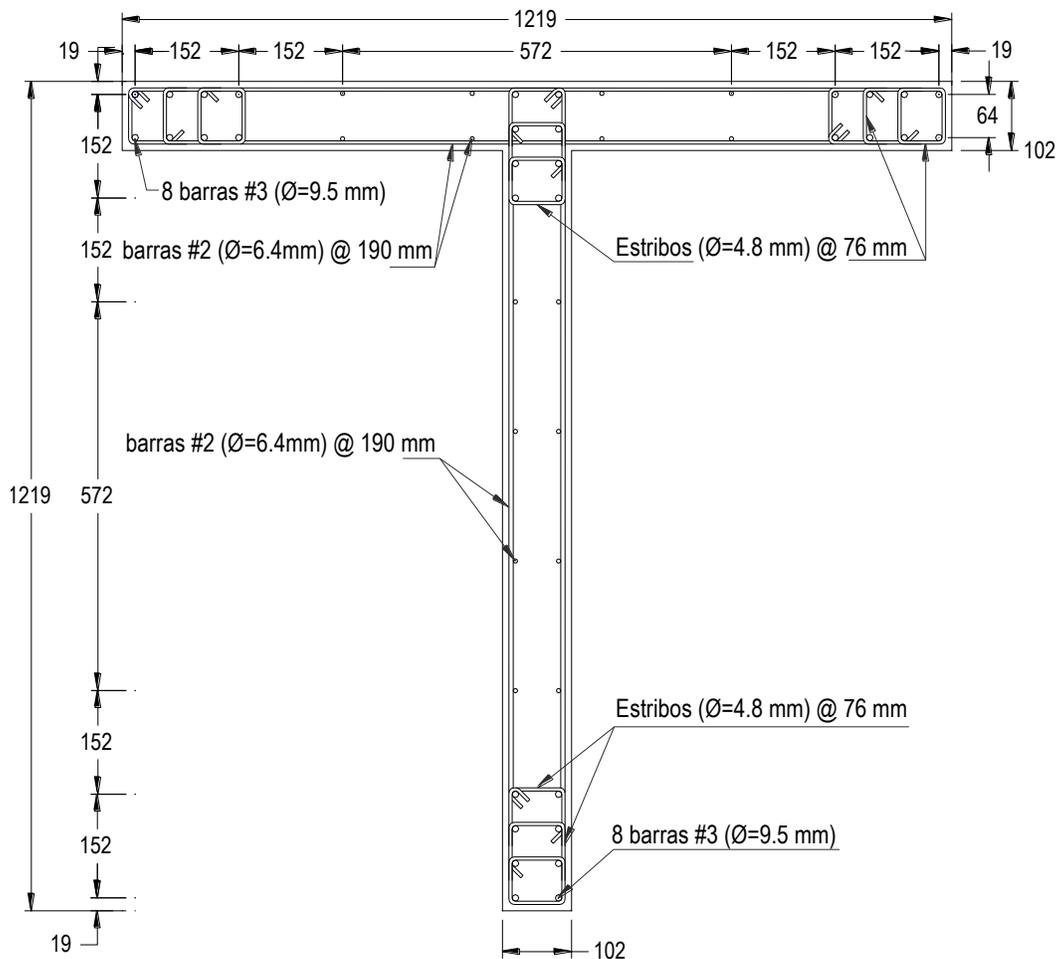


Figura 2.4 Muro TW1 (acotaciones en mm)

## 2.2.4 MURO TW2

El muro TW2 tenía las mismas dimensiones generales que el espécimen TW1, las zonas de borde del patín el refuerzo principal y confinamiento es similar al muro rectangular RW2, sin embargo, la distribución del refuerzo principal y el confinamiento dado en la zona del borde del alma cambia, ver Figura 2.5.

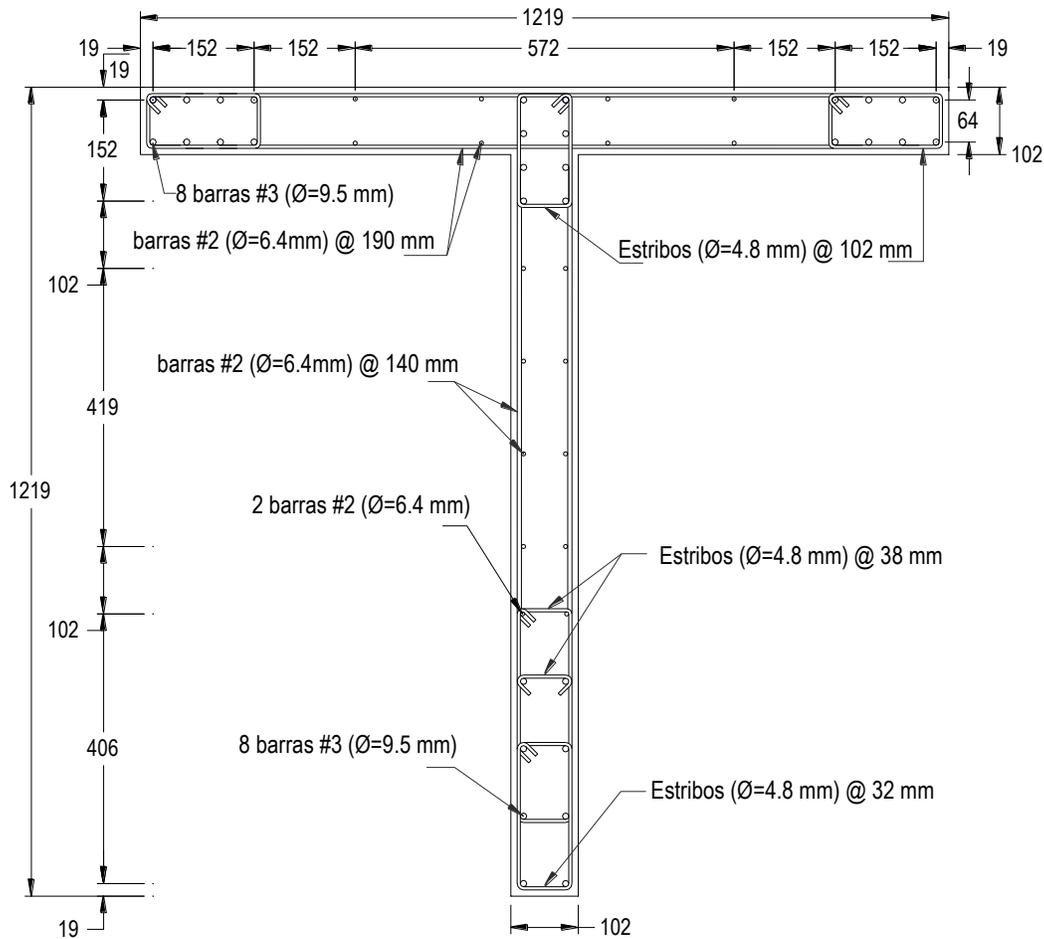


Figura 2.5 Geometría y armado general del muro TW2 (acotaciones en mm)

## 2.3 DESCRIPCIÓN DE LOS MATERIALES.

Las resistencias a compresión del concreto obtenidas en las pruebas de cilindros fueron 31.6, 43.6, 34 y 41.7 MPa para los cuatro muros estructurales de concreto reforzado estudiados RW1, RW2, TW1 y TW2; respectivamente, La figura 2.6 muestra las curvas esfuerzo-deformación medidas correspondiente a cada muro.

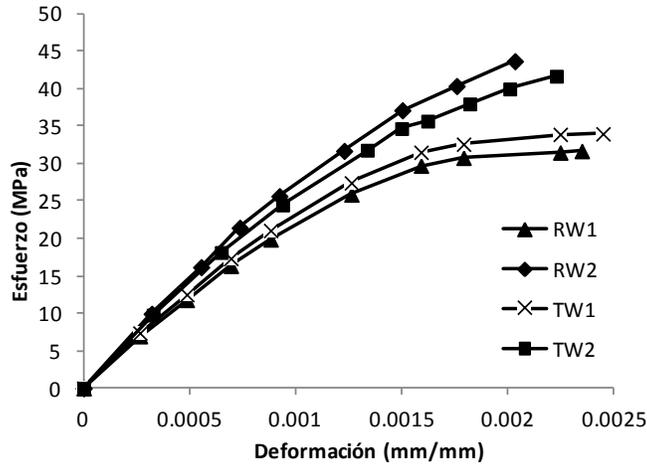


Figura 2.6 Curvas medidas esfuerzo-deformación del concreto que se usaron en los cuatro especímenes

Se usaron tres diferentes diámetros de acero de refuerzo para el armado de los muros de concreto reforzado analizados en este estudio. En las zonas confinadas o zonas de borde, se emplearon barras con un diámetro de 9.5 mm, como refuerzo principal. Las barras usadas para dar confinamiento a estas zonas tenían un diámetro de 4.7 mm y para las zonas no confinadas o zonas interiores de los muros, tanto en la dirección vertical como horizontal se emplearon barras con diámetros de 6.4 mm. La Figura 2.7 muestra las curvas esfuerzo-deformación de las barras de acero probadas en los ensayos, los tres diferentes tipos de barras con diámetros iguales a 9.5, 6.4, y 4.7 mm, tenían esfuerzos de fluencia iguales a 434, 448 y 434 MPa; respectivamente.

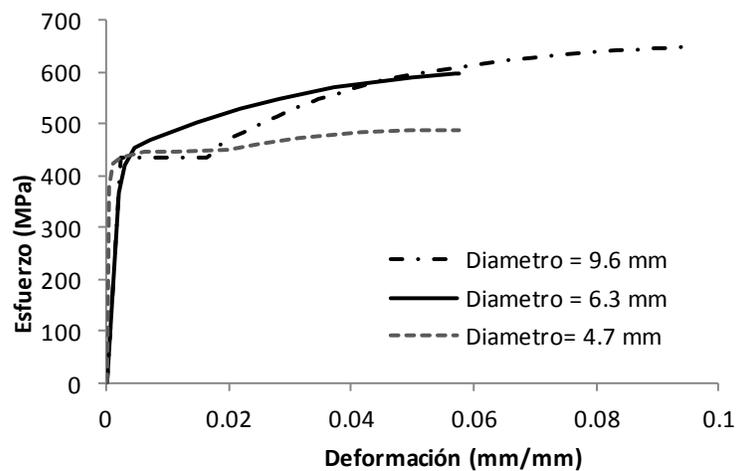


Figura. 2.7 Curvas esfuerzo-deformación de las barras con las que fueron armados los muros de concreto reforzados.

## CAPITULO 3. EVALUACIÓN DE DESPLAZAMIENTOS LATERALES Y ANÁLISIS MOMENTO-CURVATURA

### 3.1 INTRODUCCIÓN

En el análisis del concreto confinado en el muro se emplea la relación  $s/d_b$ , donde  $s$  es la separación de los estribos y  $d_b$  es el diámetro de la barra de refuerzo longitudinal colocada en el borde del muro. Esta relación es relevante en el problema del pandeo de pandeo de esta barra (Rodriguez et al., 1999).

El espécimen RW2 tenía una relación volumétrica de refuerzo transversal comparable con la del espécimen RW1, pero con espaciamiento de estribos menores, la relación  $s/d_b$  para el primero fue 5.3, y para el segundo fue 8.

Como se aprecia en las Figuras 2.2 y 2.4, los detalles de confinamiento de los bordes de los muros RW1 y TW1 fueron semejantes, lo que se hizo para conocer el comportamiento de un muro de sección T con confinamiento pobre. Sin embargo, en el caso del espécimen TW2, el confinamiento en los bordes del muro fue mayor que para el muro TW1, con relaciones  $s/d_b$  menores, 3.3 y 8 respectivamente. Esto sugiere que el pandeo del refuerzo longitudinal podría ocurrir en el espécimen TW1 antes que para el caso del espécimen TW2.

### 3.2 ESTUDIO ANALÍTICO DEL COMPORTAMIENTO SÍSMICO

Se obtuvieron las relaciones momento-curvatura de las secciones típicas de los muros RW1 y TW1, para lo cual se empleó el programa BIAX (Wallace, 1989). Para evaluar aspectos relevantes del comportamiento sísmico de muros estructurales es necesario conocer el valor de la curvatura última,  $\phi_u$ , la cual se define como la curvatura que alcanza la sección cuando los muros alcanzan la deformación de diseño  $D_r$ . Como se ha comentado, para los casos en estudio  $D_r$  fue igual a 0.015. Con este valor y la ec (2.1) es posible obtener el desplazamiento lateral esperado para el sismo de diseño medido en el extremo superior de los muros,  $\Delta_u$ , con lo cual se obtiene  $\Delta_u = 55 \text{ mm}$ . La curvatura  $\phi_u$  se obtuvo con el siguiente procedimiento.

El desplazamiento lateral se define como:

$$\Delta_u = \Delta_y + \Delta_p \quad (3.1)$$

Donde  $\Delta_y$  es el desplazamiento de fluencia, y  $\Delta_p$  es el desplazamiento plástico, los cuales se definen como:

$$\Delta_y = \frac{\phi_y h_w^2}{3} \quad (3.2)$$

$$\Delta_p = \left( \frac{M_{max}}{M_{ACI}} - 1 \right) \Delta_y + L_p (\phi_u - \phi_y) (h_w - 0.5L_p) \quad (3.3)$$

Donde  $M_{max}$  es el momento resistente máximo que se puede calcular para la sección crítica del muro. Se puede obtener con el momento máximo calculado con las relaciones momento-curvatura de la sección del muro  $M_{ACI}$  es la resistencia a flexión de diseño del muro, la cual se puede obtener con uno de los siguientes criterios:

- a) Con el empleo de bloque de esfuerzos del ACI-318, considerando un factor de reducción de resistencia igual a 1, las propiedades medias de los materiales y  $\varepsilon_c = 0.003$ , donde  $\varepsilon_c$  es la deformación de la fibra extrema en compresión de la sección.
- b) Con el valor del momento en el diagrama momento-curvatura correspondiente a  $\varepsilon_c = 0.003$ .

La curvatura de fluencia,  $\phi_y$ , se define como:

$$\phi_y = \phi'_y \frac{M_{ACI}}{M_y} \quad (3.4)$$

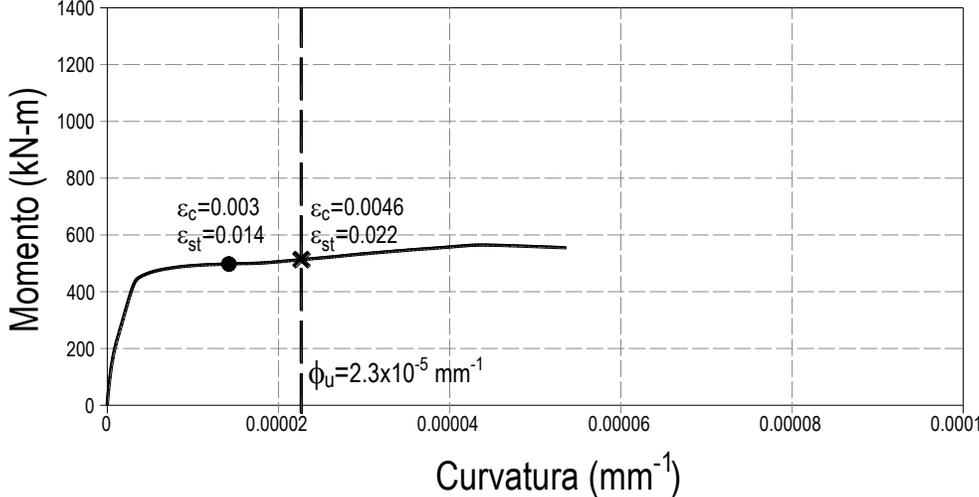
Donde  $\phi'_y$  se obtiene del diagrama momento-curvatura cuando ocurre la primera fluencia del refuerzo longitudinal, la cual ocurre para el momento  $M'_y$ .

Con las ecuaciones (3.1) a (3.4), el valor  $\Delta_u = 55 \text{ mm}$ , el valor  $h_w = 3658 \text{ mm}$ , los valores de  $M_{max}$  y  $M_{ACI}$  para los especímenes, anteriores comentados, así como considerando un valor arbitrario para  $L_p$  igual a  $0.5 l_w$ , permitió obtener para  $\phi_u$  el valor  $2.3 \times 10^{-5} \text{ mm}^{-1}$ .

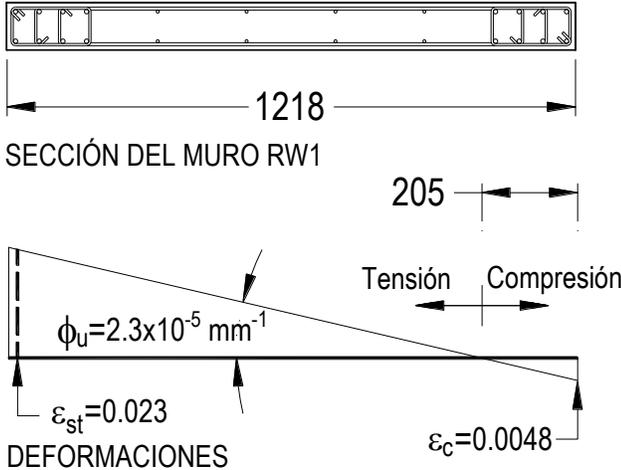
### 3.3 DIAGRAMAS MOMENTO CURVATURA Y PERFIL DE DEFORMACIONES PARA LOS MUROS

La Figura 3.1 (a) muestra el diagrama de momento-curvatura calculado para la sección del muro rectangular RW1, en el cual se indica el valor de  $\phi_u$  anteriormente comentado; además, en este diagrama se muestra un círculo negro, el cual permite identificar el punto

del diagrama donde ocurre la deformación  $\epsilon_c$  igual a 0.003. La figura 3.1 (b) muestra el perfil de deformaciones calculado para la condición de curvatura última,  $\phi_u$ , en la que se aprecia que el valor máximo de  $\epsilon_c$  para esta curvatura es moderado. Además, se aprecia que la profundidad de la zona de la sección en compresión es pequeña, es decir, la cantidad de confinamiento que se requería en el borde sería también moderada.



(a)



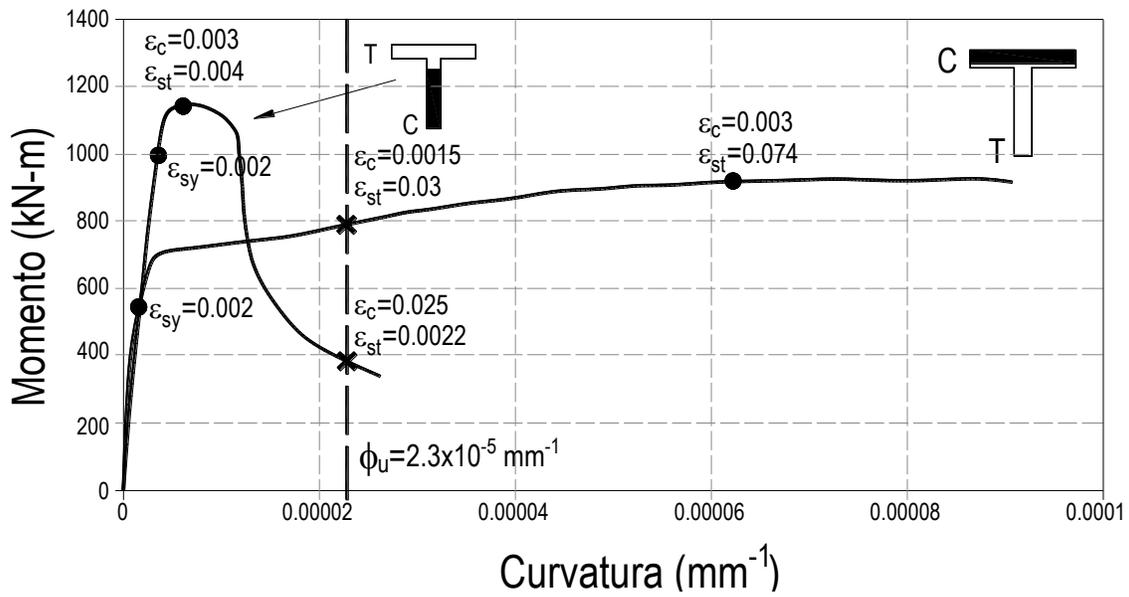
(b)

Figura 3.1 Muro RW1. Relación M- $\phi$  calculada, sección típica de muro y perfil de deformaciones (dimensiones en mm)

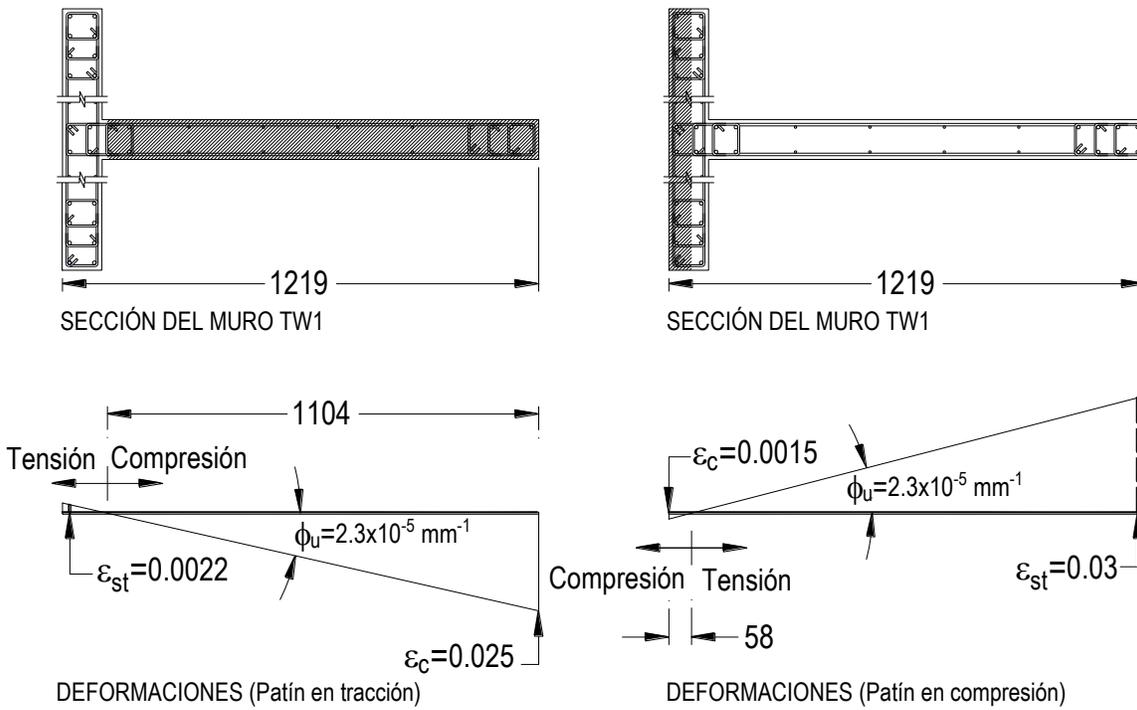
En el caso del muro RW2 los resultados son muy similares a los del muro RW1, la diferencia se da en la relación  $s/d_b$  que hay en los bordes de cada muro, para el caso del muro RW1 esta relación es igual a 8, y para el caso del muro RW2 igual a 5.3, lo que indicaría que primero podría pandear el refuerzo principal del muro RW1.

Como se sabe, de acuerdo con el ACI-318-11, así como con las NTCC (2004), para considerar que un muro es dúctil se requiere confinar la zona en compresión del concreto en la región donde  $\varepsilon_c$  es mayor que 0.003. Esto llevaría en el caso del muro RW1, a que la profundidad de la zona en compresión que sea necesario confinar sea solo 77 mm, dimensión incluso menor que la del espesor del muro, valor pequeño como se puede apreciar también en la Figura 3.1 (b).

En lo que sigue se muestra que el escenario es diferente, y menos favorable, en el caso de los especímenes de sección “T”. La Figura 3.2 (a) muestra diagramas momento-curvatura calculados para la sección del muro con sección “T”, TW1, para los casos de patín en tracción y patín en compresión. Además, en estos diagramas se indica el valor anteriormente calculado para  $\phi_u$ . También estos diagramas muestran, con un círculo negro, la parte del diagrama donde ocurre la deformación  $\varepsilon_c$  igual a 0.003. Los resultados del perfil de deformaciones para el muro TW1, Figura 3.2 (b), muestra que para cuando el patín está en tracción, la zona en compresión del concreto no sólo tiene una profundidad importante, sino también la deformación máxima para  $\varepsilon_c$  es bastante mayor que para el caso del muro rectangular RW1 anteriormente comentado. Para este caso, la zona en compresión en el alma que es necesario confinar es 970 mm, lo que representa 80% de la longitud de la sección del muro. Por el contrario, cuando el patín está en compresión, la deformación  $\varepsilon_c$  es bastante pequeña, menor que 0.003, Figura 3.2 (b), incluso menor que la correspondiente al caso del muro rectangular RW1, Figura 3.1 (b). Es decir, el caso más desfavorable de capacidad de deformación en un muro de sección “T” ocurre cuando el patín se encuentra en tracción. Como se muestra posteriormente, esta característica es relevante en el comportamiento sísmico de un muro estructural con sección transversal del tipo “T”.



(a)

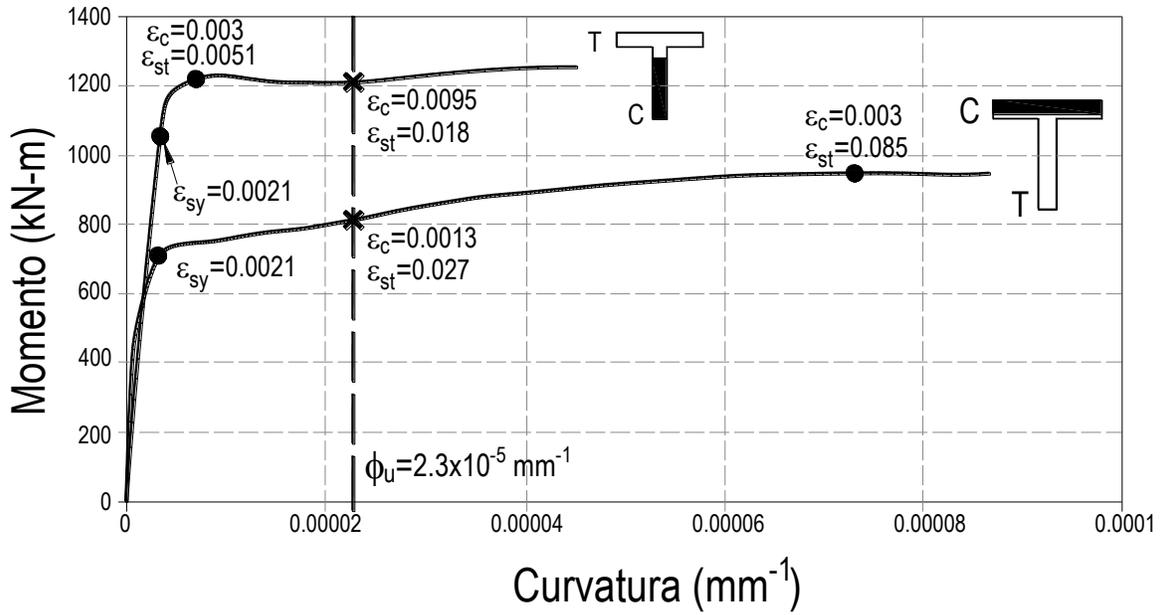


(b)

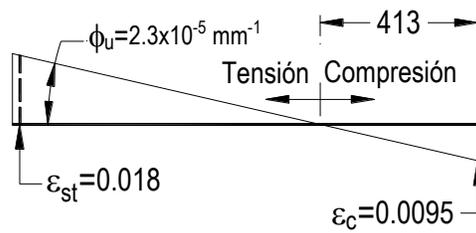
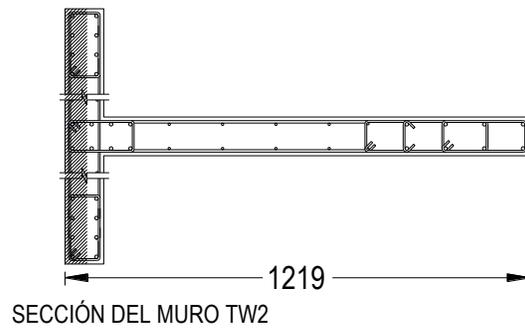
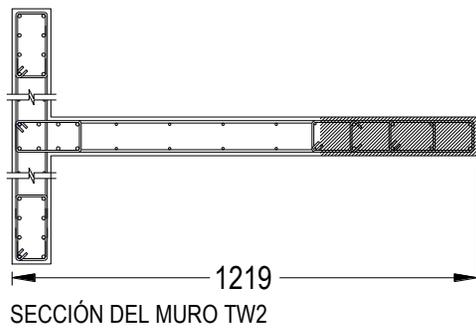
Figura 3.2 Muro TW1. Relación M- $\phi$  calculada, sección típica de muro y perfil de deformaciones (dimensiones en mm)

En el caso del muro TW2, la Figura 3.3 (a) muestra los diagramas momento-curvatura calculados para los casos de patín en tracción y patín en compresión, de igual manera en estos diagramas se indica el valor calculado para  $\phi_u$ . También para estos diagramas se muestran con puntos negros la parte del diagrama en donde el concreto alcanza una deformación  $\varepsilon_c$  igual a 0.003 y la deformación del acero en tracción  $\varepsilon_{st}$  asociada a este mismo punto. También se muestran con X las deformaciones del concreto  $\varepsilon_c$  y las deformaciones del acero  $\varepsilon_{st}$  asociadas a la curvatura última de diseño.

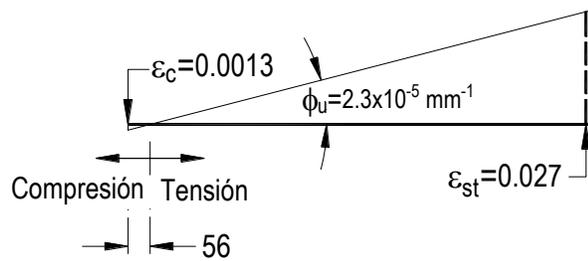
Los resultados del perfil de deformaciones para el muro TW2 Figura 3.3 (b) muestran que cuando el patín esta en tracción, la profundidad de la zona en compresión del concreto es mucho menor a la del muro TW1, también la deformación máxima para  $\varepsilon_c$  es bastante menor que para el caso del muro TW1 anteriormente comentado. Para este caso, la zona en compresión en el alma que es necesario confinar es 283 mm, lo que representa un 23% de la longitud de la sección del muro. Por el contrario, cuando el patín está en compresión, al igual que en el muro TW1 la deformación  $\varepsilon_c$  es bastante pequeña, menor que 0.003, Figura 3.3 (b).



(a)



DEFORMACIONES (Patín en tracción)



DEFORMACIONES (Patín en compresión)

(b)

Figura 3.3 Muro TW2. Relación M- $\phi$  calculada, sección típica de muro y perfil de deformaciones (dimensiones en mm)

## **CAPITULO 4. PREDICCIÓN DE LA RESPUESTA DE LOS MUROS ESTRUCTURALES ENSAYADOS Y COMPARATIVA CON RESULTADOS EXPERIMENTALES.**

### **4.1 INTRODUCCIÓN**

En este capítulo se describe el modelo computacional desarrollado para verificar el diseño y reproducir la respuesta experimental de los cuatro muros de concreto reforzado ensayados por otros autores en USA y descrito el Capítulo 2. Una formulación de puntal y tirante no lineal fue usado para modelar los cuatro muros estructurales de concreto reforzado, para ello se utilizó el programa de análisis dinámico no lineal Ruaumoko (Carr, 2008).

### **4.2 DESCRIPCIÓN GENERAL DEL MODELO**

En este trabajo se utiliza el modelo del puntal y tirante para modelar los cuatro muros de concreto reforzados descritos en el capítulo 2, a continuación se describen.

Para crear los modelos se utilizan dos tipos de elementos y dos reglas de histéresis existentes en la librería del programa Ruaumoko. Se utilizan elementos del tipo *lattice* (Carr, 2008) para modelar al concreto y elementos del tipo *frame* (Carr, 2008) para modelar el acero de refuerzo. El comportamiento de cada elemento se define mediante una regla de histéresis, para los elementos del tipo *lattice* se emplea la regla de histéresis *Schoettler-Restrepo* (Carr, 2008) y para los elementos del tipo *frame* se emplea la regla de histéresis *Dodd-Restrepo* (Restrepo-Posada et al., 1995).

Para definir estas reglas de histéresis es necesario evaluar las curvas esfuerzo-deformación del concreto y acero de refuerzo, para ello se emplea la del modelo de Mander et al., (1984) para la curva esfuerzo-deformación del concreto y Mander et al., (1988) para la curva esfuerzo-deformación del acero de refuerzo.

En este capítulo se presenta el desarrollo para la elaboración de un modelo, desde la obtención de las curvas esfuerzo-deformación de los materiales, idealización de estas curvas con los modelos histeréticos, descripción de los elementos usados y finalmente la comparación de resultados.

Al final se hace una comparación de los resultados analíticos obtenidos en este trabajo contra los resultados experimentales obtenidos en los ensayos realizados por Thomsen y Wallace (1995) para validar resultados.

## 4.3 CURVAS ESFUERZO-DEFORMACIÓN PARA EL CONCRETO Y ACERO DE REFUERZO

### 4.3.1 CONCRETO

Con la finalidad de idealizar las propiedades inelásticas del concreto, las curvas esfuerzo-deformación del concreto no confinado se define mediante modelos teóricos, como el que muestra la Figura 4.1, la curva esfuerzo-deformación de acuerdo con el modelo de Hognestad, donde  $f'_c$  es el esfuerzo máximo alcanzado y está asociado a una deformación  $\varepsilon_0$  del concreto.

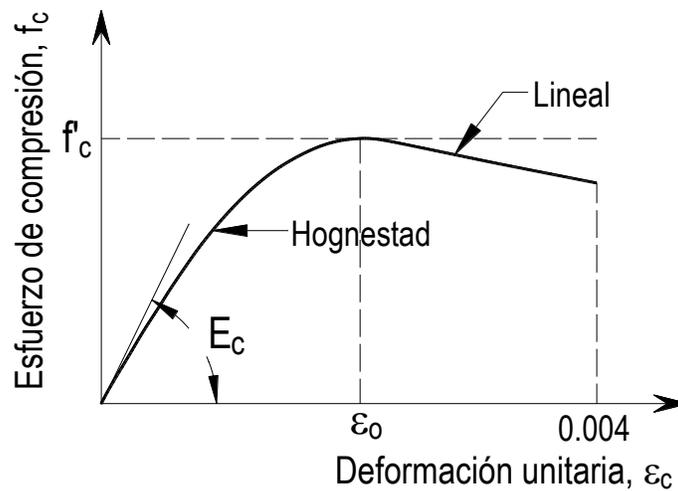


Figura 4.1 Curva idealizada esfuerzo-deformación para el concreto no confinado

El perfil de la curva esfuerzo-deformación antes del esfuerzo máximo depende de la resistencia del concreto, una aproximación muy usada para el perfil de este tramo la curva esfuerzo-deformación es una parábola de segundo grado y se define con la siguiente expresión:

$$f_c = f'_c \left[ \frac{2\varepsilon_c}{\varepsilon_0} - \left( \frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_0} \right)^2 \right] \quad (4.1)$$

El esfuerzo máximo del concreto está asociado a una deformación  $\varepsilon_0$  y se evalúan con la expresión siguiente:

$$\varepsilon_0 = 50/3 (f'_c) + \frac{5000}{3} \quad (4.2)$$

Y el módulo elástico, que define la primera pendiente de la curva se evalúa con la expresión propuesta por Carrasquillo et al. (1981).

$$E_c = 3320\sqrt{f'_c} + 6900 \quad (\text{MPa}) \quad (4.3)$$

El comportamiento de la rama descendente varía linealmente y depende del límite de deformación del concreto a una deformación unitaria máxima de 0.004.

#### 4.3.2 CONCRETO CONFINADO.

Existen varios modelos para describir la curva que relaciona el esfuerzo con la deformación del concreto confinado, en esta investigación se empleó el modelo de Mander et al. (1988), ver Figura 4.2, el cual da buenos resultados para cargas cíclicas y además considera la influencia de varios tipos de confinamiento.

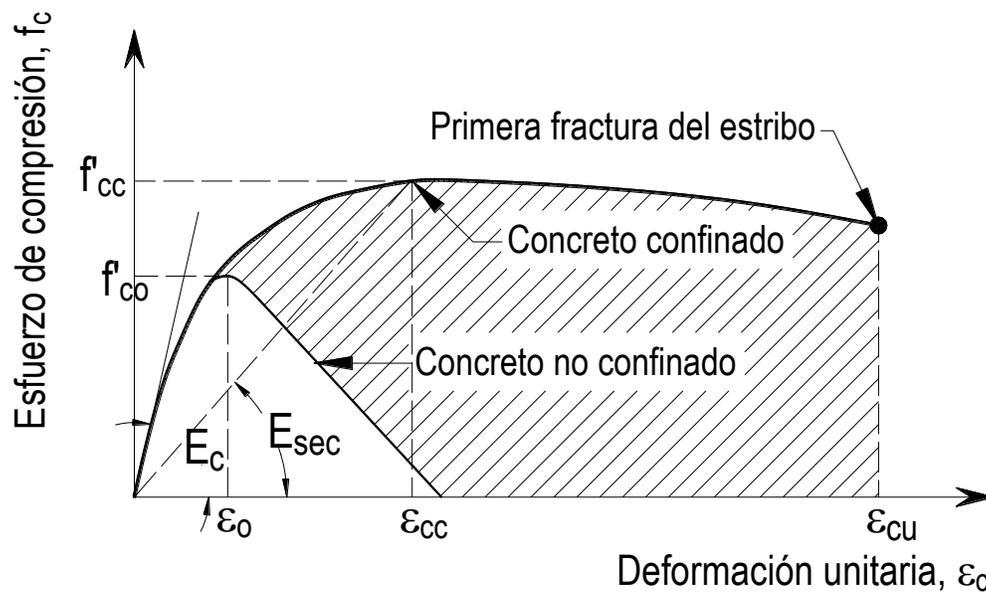


Figura 4.2 Curva esfuerzo-deformación, para el concreto confinado en compresión según Mander et al. (1988)

Los parámetros que definen el modelo del concreto confinado están en función de la resistencia del concreto sin confinar,  $f'_c$ , módulo de elasticidad del concreto,  $E_c$ , cuantía volumétrica del refuerzo transversal,  $\rho_s$ , las dimensiones de la sección así como del esfuerzo de fluencia del refuerzo transversal,  $f_{yh}$ .

Este modelo está basado en las ecuaciones propuestas por Popovics (1973), donde el esfuerzo a compresión del concreto confinado,  $f_c$ , está dado por la siguiente expresión.

$$f_c = \frac{f'_{cc} x r}{r-1+x^r} \quad (4.4)$$

Donde  $f'_{cc}$  es el esfuerzo a compresión máximo del concreto confinado, y  $x$  es el coeficiente de deformaciones unitarias y se define mediante la siguiente ecuación:

$$x = \frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_{cc}} \quad (4.5)$$

Donde  $\varepsilon_c$  es la deformación longitudinal del concreto por compresión y  $\varepsilon_{cc}$  es la deformación asociada al esfuerzo máximo del concreto confinado por compresión y se define con la siguiente ecuación:

$$\varepsilon_{cc} = \varepsilon_{co} \left[ 1 + 5 \left( \frac{f'_{cc}}{f'_{co}} - 1 \right) \right] \quad (4.6)$$

Donde  $f'_{co}$  y  $\varepsilon_{co}$  es la resistencia y deformación del concreto no confinado respectivamente. La deformación asociada a la resistencia del concreto a los 28 días se define con la ecuación. 4.2

Y el factor  $r$  se define con la siguiente ecuación:

$$r = \frac{E_c}{E_c - E_{sec}} \quad (4.7)$$

Donde el módulo de elasticidad tangente del concreto,  $E_c$ , se calcula empleado la ec. 4.3 Carrasquillo et al., (1981) y el módulo secante,  $E_{sec}$ , se define mediante la siguiente ecuación:

$$E_{sec} = \frac{f'_{cc}}{\varepsilon_{cc}} \quad (MPa) \quad (4.8)$$

Para calcular la presión efectiva dada por el confinamiento lateral,  $f'_l$ , se utiliza la siguiente ecuación:

$$f'_l = f_l k_e \quad (4.9)$$

Donde  $k_e$  es el coeficiente efectivo de confinamiento.

De acuerdo con la solución propuesta por Mander et al. (1984), la solución general del criterio de rotura multiaxial, cuando al concreto se le aplica esfuerzos de confinamiento laterales iguales,  $f'_l$ , dada por la resistencia a compresión del concreto confinado,  $f'_{cc}$ , se define con la siguiente ecuación:

$$f'_{cc} = f'_{co} \left( -1.254 + 2.254 \sqrt{1 + \frac{7.94 f'_l}{f'_{co}}} - 2 \frac{f'_l}{f'_{co}} \right) \quad (4.10)$$

Para evaluar la deformación última del concreto confinado,  $\varepsilon_{cu}$ , asociada a la fractura de los estribos, se usa la siguiente expresión, propuesta por (Priestley et al., 1996):

$$\varepsilon_{cu} = 0.004 + \frac{1.4 \rho_s f_y h \varepsilon_{su}}{f'_{cc}} \quad (4.11)$$

Donde,  $\varepsilon_{su}$ , es la deformación última del acero de refuerzo y  $f'_{cc}$ , es la resistencia a compresión del concreto confinado.

### 4.3.3 RESISTENCIA A TRACCIÓN DEL CONCRETO

La resistencia por tracción del concreto usualmente se desprecia, pero en este estudio se evaluó la resistencia a tracción del concreto debido a que es relevante en el cálculo de la rigidez global del elemento (kelvin y Peter H. Bischoff, 2004), Figura 4.3.

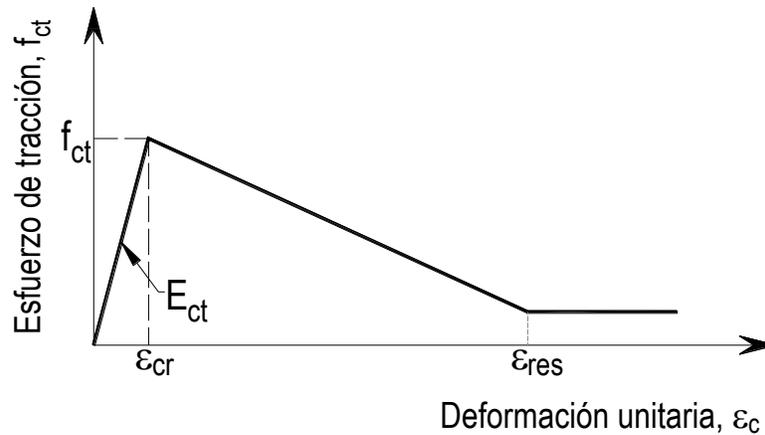


Figura 4.3 Curvas esfuerzo-deformación del concreto en tracción.

Para el concreto en tracción, se define el módulo de elasticidad con la siguiente ecuación.

$$E_{ct} = \frac{2f'_c}{\varepsilon_0} \quad (MPa) \quad (4.12)$$

Donde  $f'_c$  es la resistencia del concreto y la deformación en donde el concreto alcanza su máxima resistencia. La resistencia a tracción del concreto se define como:

$$f_{ct} = 0.33\sqrt{f'_c} \quad (MPa) \quad (4.13)$$

La resistencia residual del concreto a tracción es:

$$f_{ct,res} = 0.2f_{ct} \quad (MPa) \quad (4.14)$$

La deformación residual, a partir del cual el esfuerzo en tracción se supone constante, se calcula con la siguiente expresión.

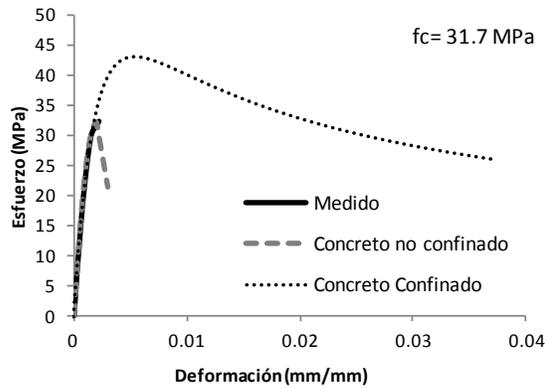
$$\varepsilon_{res} = 8\varepsilon_{cr} \quad (4.15)$$

Donde  $\varepsilon_{cr}$  es la deformación de agrietamiento del concreto.

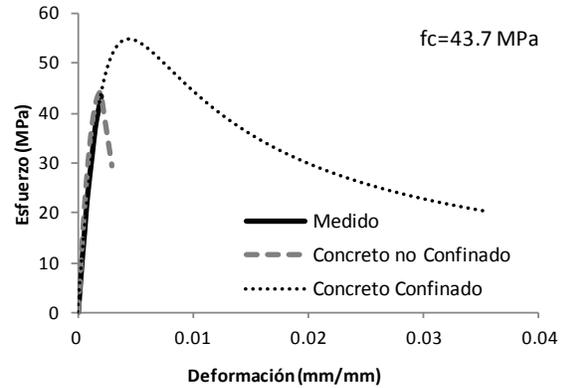
#### **4.3.4 CURVAS ESFUERZO-DEFORMACIÓN DEL CONCRETO USADAS EN LOS CUATROS MODELOS**

Empleando estos modelos ya descritos para el concreto confinado y no confinado se evalúan las curvas esfuerzo-deformación que se usaron para definir el comportamiento de los elementos de concreto en los cuatro modelos analíticos, Figura 4.4. En esta misma figura se muestran las curvas medidas en los ensayos, estas curvas corresponden a las de la Figura 2.6.

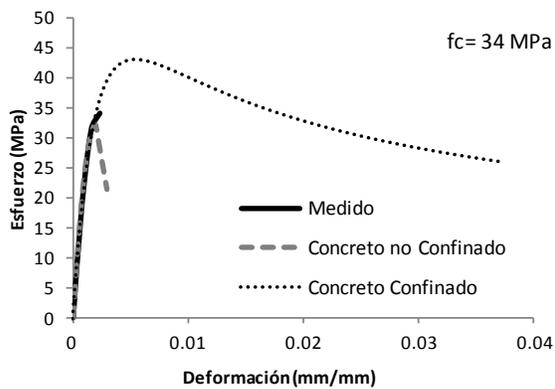
La Figura 4.4 (a) muestra las curvas esfuerzo-deformación para el concreto confinado y no confinado correspondientes al modelo RW1 evaluadas con los modelos ya descritos, en la misma figura se muestra con línea continua negra la curva esfuerzo-deformación medida en el ensayo del muro RW1. Igualmente se hace una comparativa para las curvas esfuerzo-deformación usadas en los otros tres modelos la Figura 4.4 (b) para el modelo RW2, la Figura 4.4 (c) para el modelo TW1 y la figura 4.4 (d) para el modelo TW2.



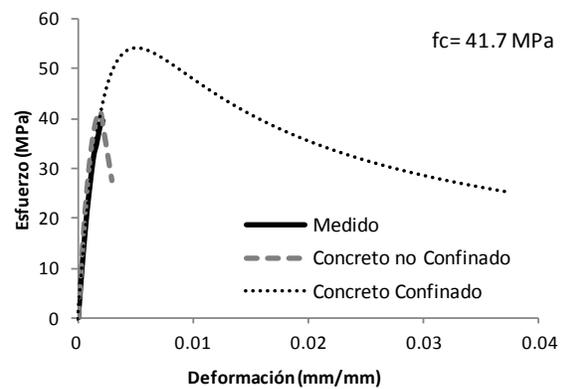
(a) Muro RW1



(b) Muro RW2



(c) Muro TW1



(c) Muro TW2

Figura 4.4 curvas esfuerzo-deformación para el concreto confinado y sin confinar que se usaron en los modelos RW1, RW2, TW1 y TW2.

En la Tabla 4.1 se muestran los valores de algunos parámetros empleados en la Figura. 4.4, en esta tabla se presentan el módulo elástico del concreto, este valor se evaluó empleando la ecuación propuesta por Carrasquillo et al., (1981), también se presentan los esfuerzos máximos y sus deformaciones correspondientes de las curvas esfuerzo-deformación del concreto confinado y no confinado.

En la primera columna se indica el módulo elástico evaluado con la ecuación 4.3, en la segunda columna la deformación  $\epsilon_o$ , asociada la resistencia del concreto no confinado, la tercera columna indica la deformación  $\epsilon_{cu}$ , asociada al aplastamiento del concreto no confinado y la cuarta columna indica la resistencia del concreto no confinado. Además, para el concreto confinado, se indica en la quinta columna la deformación del concreto  $\epsilon_{cc}$ , asociada a la resistencia del concreto confinado,  $f'_{cc}$ , la sexta columna corresponde a las

deformaciones máximas del concreto confinado calculadas con el criterio de Mander et al. (1984) y la última se refiere a la resistencia del concreto.

Tabla 4.1 Deformaciones y resistencias de concreto confinado y sin confinar

MODELO	MÓDULO	<u>CONCRETO NO CONFINADO</u>			<u>CONCRETO CONFINADO</u>		
	ELÁSTICO	$\varepsilon_o$	$\varepsilon_{cu}$	$f'_c$	$\varepsilon_{cc}$	$\varepsilon_{cu}$	$f'_{cc}$
	MPa	mm/mm	mm/mm	MPa	mm/mm	mm/mm	MPa
RW1	25590	0.00235	0.004	31.7	0.0054	0.037	43.3
RW2	28850	0.002	0.004	43.7	0.0044	0.015	54.9
TW1	26258	0.0025	0.004	34	0.0054	0.0374	43.3
TW2	28340	0.0022	0.004	41.7	0.0052	0.021	54.2

#### 4.4 ACERO DE REFUERZO

La curva teórica esfuerzo-deformación del acero de refuerzo empleada para el análisis se define para la zona en tracción mediante las expresiones siguientes Mander et al. (1988)

$$f_s(\varepsilon_s) = \begin{cases} E_s \varepsilon_s & \text{si } \varepsilon_s \leq \varepsilon_y \\ f_y & \text{si } \varepsilon_y < \varepsilon_s < \varepsilon_{sh} \\ f_{su} + (f_y - f_{su}) \left( \frac{\varepsilon_{su} - \varepsilon_s}{\varepsilon_{su} - \varepsilon_{sh}} \right)^P & \text{si } \varepsilon_s \geq \varepsilon_{sh} \end{cases} \quad (4.16)$$

El exponente que define la zona de endurecimiento por deformación está dado por la siguiente expresión:

$$P = E_{sh} \left( \frac{\varepsilon_{su} - \varepsilon_{sh}}{f_{su} - f_y} \right) \quad (4.17)$$

Para la zona en compresión se emplea la expresión de Dodd y Restrepo (1995), en función a la curva a tracción ( $f_s$ ). La curva de esfuerzos de compresión y la deformación del acero se define según las ecuaciones siguientes.

$$f_{sc}(\varepsilon_{sc}) = -f_s(\varepsilon_s)(1 + \varepsilon_s)^2 \quad (4.18)$$

$$\varepsilon_{sc} = -\frac{\varepsilon_s}{(1 + \varepsilon_s)} \quad (4.19)$$

La Figura 4.5 muestra la curva monótonica esfuerzo-deformación típica del acero en tracción y compresión obtenidas por las ecuaciones propuestas por Mander et al., (1988) y

Dodd-Restrepo et al., (1995) respectivamente para el acero de refuerzo típico empleadas en México (Rodríguez y Botero., 1996)

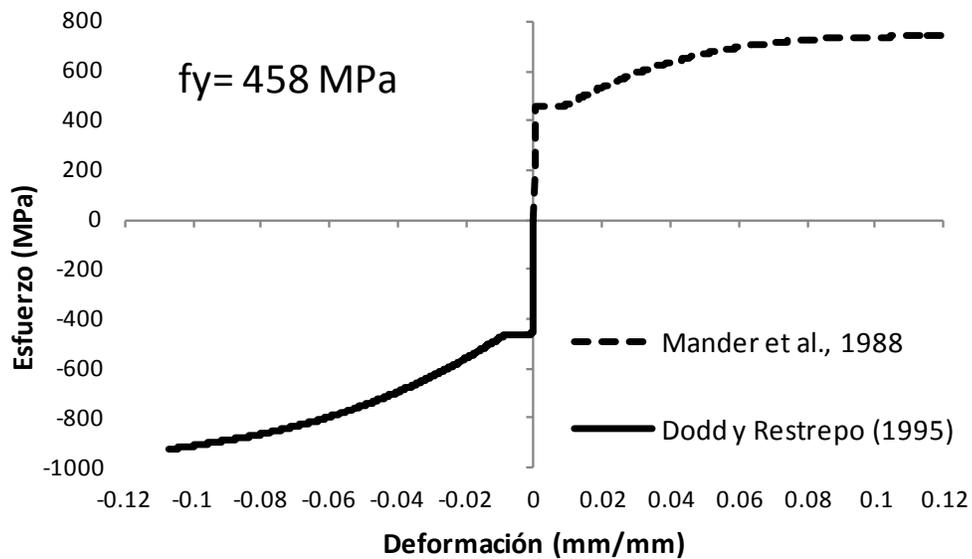


Figura 4.5 Modelo esfuerzo-deformación del refuerzo convencional (Rodríguez y Botero., 1996)

#### 4.4.1 CURVAS ESFUERZO DEFORMACIÓN DE LOS ACEROS USADOS EN LOS MODELOS

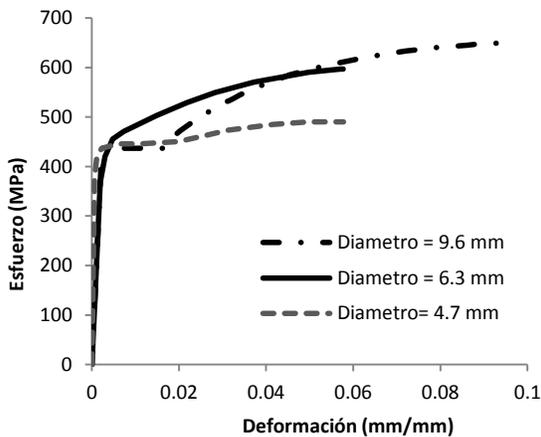
Con el modelo Dodd-Restrepo (1995) antes mencionado se calcularon las curvas esfuerzo-deformación de los aceros de refuerzo a partir de los datos registrados y curvas medidas en los ensayos. En la tabla 2 se muestran los valores de las propiedades mecánicas de los tres diferentes tipos de refuerzos usados en este estudio.

Se emplearon como refuerzo principal barras con diámetro  $d_b = 9.6$  mm en las zonas de borde de los muros, las cuales tienen propiedades típicas al acero convencional; sin embargo, para las barras de acero con diámetros de 6.3 mm y 4.7 mm no se tienen bien definidas la zona de la platea de fluencia.

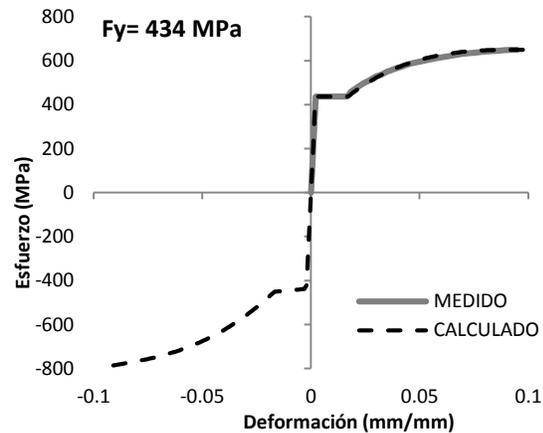
Tabla 4.2 Propiedades medidas en los ensayos de los aceros de refuerzo

PROPIEDADES	Acero de refuerzo longitudinal $d_b = 9.6 \text{ mm}$	Acero de refuerzo longitudinal y transversal $d_b = 6.3 \text{ mm}$	Acero de refuerzo transversal $d_b = 4.7 \text{ mm}$
$f_y \text{ (MPa)}$	434	448	434
$f_{su} \text{ (MPa)}$	641	586	483
$E_s \text{ (MPa)}$	200000	200000	200000
$\varepsilon_y$	0.0022	0.003	0.003
$\varepsilon_{sh}$	0.016	-	-
$\varepsilon_{su}$	0.1	0.08	0.06

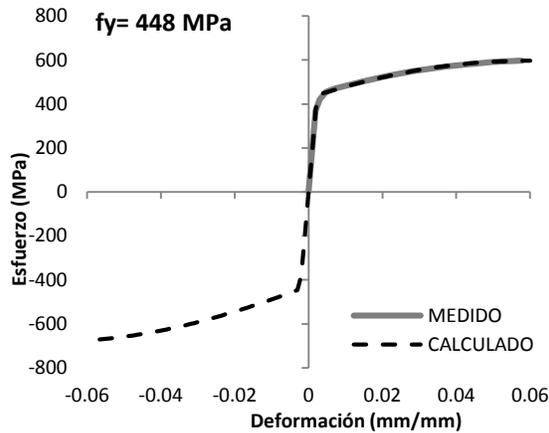
La Figura 4.7 muestra las curvas monotónicas esfuerzo-deformación a tracción y compresión de los aceros que se usaron en los cuatro modelos. La Figura 4.7 (a) muestra las curvas monotónicas medidas esfuerzo-deformaciones a tracción de los 3 tipos de aceros que corresponden a la Figura 2.7. Para las barras con diámetro  $d_b = 9.6 \text{ mm}$  usadas como refuerzo principal en las zonas de borde de los muros tienen propiedades bien definidas; sin embargo, para las barras de acero con diámetros de  $6.3 \text{ mm}$  y  $4.7 \text{ mm}$  no se tienen bien definidas la zona de fluencia. La Figura 4.7 (b) muestra las curvas monotónicas esfuerzo-deformación calculadas para las barras con diámetro  $d_b = 9.6 \text{ mm}$ , la Figura 4.7 (c) corresponde a las barras con diámetro  $d_b = 6.3 \text{ mm}$  y la Figura 4.7(d) a las de diámetro  $d_b = 4.7 \text{ mm}$ . Con estas curvas esfuerzo-deformación calculadas se definen los valores de las deformaciones de fluencia y endurecimiento por deformación, además se emplea para definir las curvas en la zona de compresión.



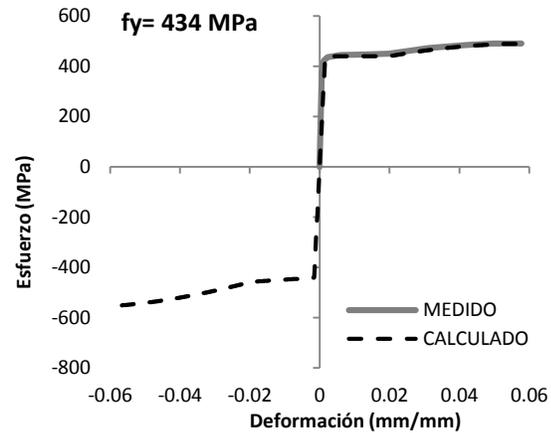
(a) Curvas esfuerzo-deformación medidas del acero



(b) Curva esfuerzo-deformación calculada para barras con diámetro  $d_b = 9.6 \text{ mm}$



(c) Curva esfuerzo-deformación calculada para barras con diámetro  $d_b=6.3$  mm



(d) Curva esfuerzo-deformación calculada para barras con diámetro  $d_b=4.7$  m

Figura 4.7 Curvas esfuerzo-deformación medido y calculado del acero que se usaron en los modelos RW1, RW2, TW1 y TW2.

## 4.5 REGLAS DE HISTÉRESIS

De todas las reglas de histéresis existentes en el programa Ruaumoko (Carr, 2008) se emplean únicamente dos reglas de histéresis, se emplea la regla de histéresis *schoettler-Restrepo* (Carr, 2008) para representar el comportamiento de las barras de los elementos *lattice* (Carr, 2008) y *Dodd-Restrepo* (Restrepo-Posada et al., 1995) para representar el comportamiento de los elementos tipo *Frame* (Carr, 2008), el primero corresponde a los elementos de concreto y el segundo a los elementos de acero.

### 4.5.1 MODELO DE HISTÉRESIS SCHOETTLER-RESTREPO

El modelo de histéresis *Schoettler-Restrepo* es del tipo penta-lineal y fue desarrollado principalmente para representar el comportamiento de vigas y columnas de concreto reforzado, en este trabajo se usó para representar el comportamiento de barras únicamente de concreto, estas barras son las que conforman a los elementos *Lattice*.

El modelo de histéresis *Schoettler-Restrepo* emplea las curvas fuerza-desplazamiento que representan el comportamiento de las barras de concreto, para ello se parte de las curvas esfuerzo-deformación del material de concreto, el esfuerzo se multiplica por el área de la sección de la barra y la deformación unitaria por la longitud de la misma.

La Figura 4.8 muestra esquemáticamente los parámetros con los que se define el modelo *Schoettler-Restrepo*, estos parámetros están en función de hacer representativas las curvas Fuerza-Desplazamiento de las barras con el modelo *Schoettler-Restrepo*.

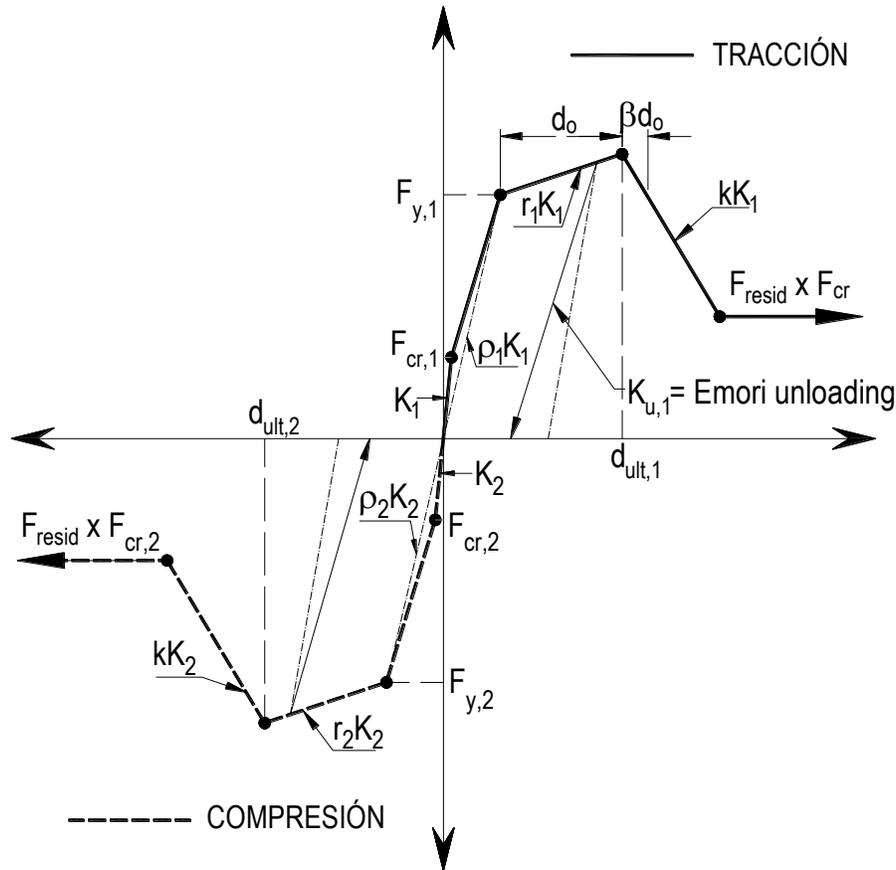


Figura 4.8 Modelo de histéresis *Schoettler-Restrepo* (Carr, 2008).

Los parámetros de los cuales depende este modelo de histéresis son principalmente los siguientes:

- $K$ , este parámetro define la rigidez del elemento y representa la primer pendiente de la curva mostrada en la Figura 4.8.
- $F_y$ , este parámetro define la Fuerza de fluencia asociada al comienzo de la tercera pendiente, como se muestra en la Figura 4.8.
- $d_{ult}$ , es la relación del desplazamiento asociado al comienzo de la degradación de resistencia entre el desplazamiento asociado a  $F_y$ ,

En función de estos tres parámetros se define este modelo de histéresis

La Tabla 4.3 (Carr, 2008) define el significado de cada parámetro y los valores límites que puede tomar cada valor. La Tabla 4.3 describe los parámetros que definen la curva envolvente o monotónica y la Tabla 4.4 describe los parámetros que definen el comportamiento histerético.

Tabla 4.3 Parámetros para definir la curva monotónica *Schoettler-Restrepo*

Kneg	Relacion de la rigidez negativa a la rigidez positiva	$K_{neg} > 0.0$
Rneg	Factor bilineal en la dirección negativa	$R_{neg} > 0.0$
Fcr+	Fuerza positiva de agrietamiento como fracción de la fuerza de fluencia	$F_{cr+} < 1.0$
Fcr-	Fuerza negativa de agrietamiento como fracción de la fuerza de fluencia	$F_{cr-} < 1.0$
Rho+	Factor de rigidez secante a la fluencia positiva	$Rho+ < 1.0$
Rho-	Factor de rigidez secante a la fluencia negativa	$Rho- < 1.0$
Dult+	Factor de deformación última. Dirección positiva	$Dult+ > 1.0$
Dult-	Factor de deformación última. Dirección positiva	$Dult- > 1.0$
IOP	= 0; Para elementos de concreto reforzado	
	= 1; Para elementos barra	

Tabla 4.4 Parámetros para definir la curva histerética *Schoettler-Restrepo*

Alpha	Factor de rigidez de descarga	$0.0 < Alpha < 0.9$
Beta	Factor de rigidez de recarga	$0.0 < Beta < 5.0$
Pinch	Factor de deslizamiento entre el concreto y el acero de refuerzo principal	$0.0 < Pinch < 1.0$
Kappa+	Factor que controla la degradación de resistencia positiva	$0.0 < Kappa+ < 10.00$
Kappa-	Factor que controla la degradación de resistencia negativa	$0.0 < Kappa- < 10.00$
Fresid	Fuerza residual de resistencia como fracción de la fuerza de agrietamiento	$0.0 < Fresid < 1.0$
Dfactor	Efecto bausinguer	$Dfactor = 0$

#### 4.5.1.1 CURVAS IDEALIZADAS CON EL MODELO SCHOETTLER-RESTREPO

Se idealizan las curvas esfuerzo-deformación del concreto en tracción y compresión en curvas Fuerza-Desplazamiento utilizando el modelo *Schoettler-Restrepo* para definir el comportamiento inelástico del concreto ante cargas cíclicas.

La Figura 4.9 muestra un esquema representativo del comportamiento histerético de las curvas Fuerza-Desplazamiento representado mediante el modelo *Shoettler-Restrepo* que representan el comportamiento de las barras de concreto bajo cargas cíclicas reversible.

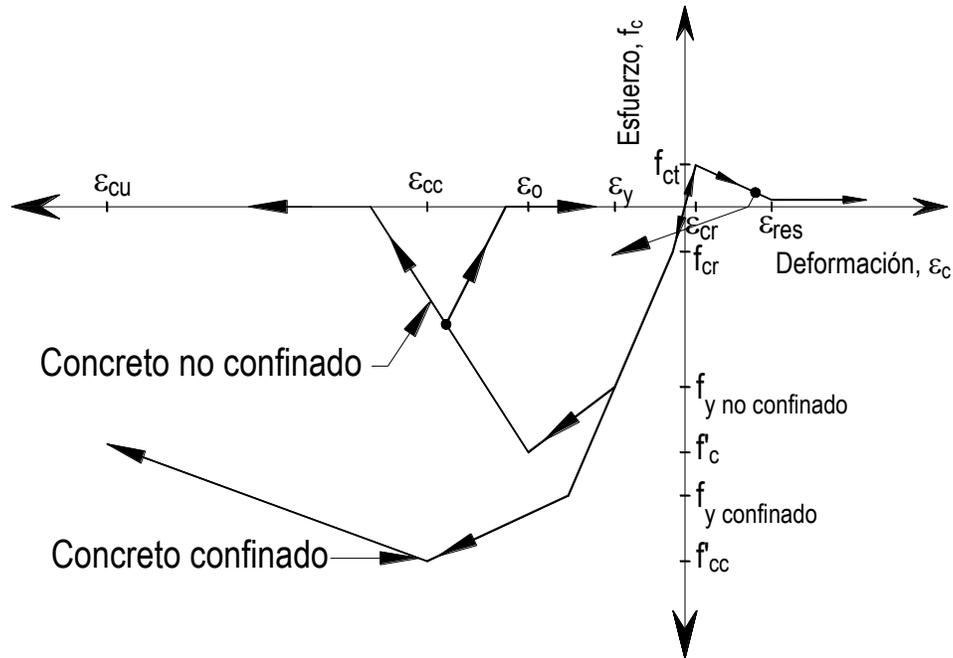


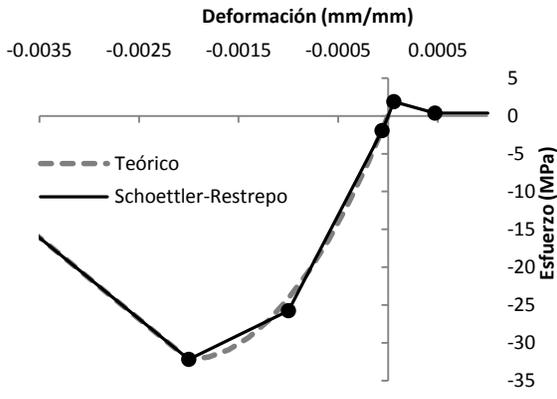
Figura 4.9 Curva idealizada Fuerza-Desplazamiento del concreto usando el modelo de histéresis Shoettler-Restrepo.

Para el comportamiento cíclico de la curva idealizada esfuerzo-deformación del concreto, Figura 4.9, la primera pendiente que es el módulo elástico del concreto,  $E_c$ , es la misma para tracción y compresión en un intervalo que va de,  $f_{ct}$ , (esfuerzo en tracción del concreto) a  $f_{cr} = 0.06\beta f'_c$  (esfuerzo asociado al primer agrietamiento).

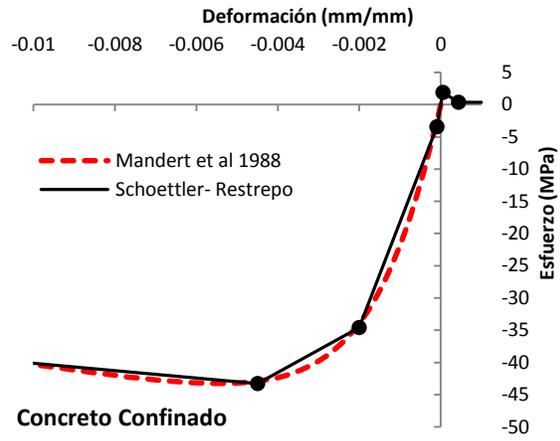
El factor,  $\beta$ , sólo es usado en los subelementos diagonales que conforman al elemento *Lattice*, este factor toma en cuenta la interacción que existe entre estas diagonales, para los subelementos verticales y horizontales el factor  $\beta$  se toma igual a 1.

La degradación de resistencia se presenta para esfuerzos iguales a  $\beta f'_c$  y el concreto se aplasta para deformaciones iguales a  $\epsilon_{cu}$ . Según la *teoría de compresión de campo modificado* (Vecchio y Collins, 1986), un valor recomendado es  $\epsilon_{cu} = 0.4\%$  para el concreto no confinado.

A continuación se muestran todas las curvas idealizadas para los cuatro modelos. La Figura 4.10 (a) se refiere al modelo RW1, La Figura 4.10 (b) al modelo RW2, La Figura 4.10 (c) al modelo TW1 y la Figura 4.10 (d) al modelo TW2.



Concreto no confinado



Concreto confinado

(a) Curvas idealizadas para el modelo RW1

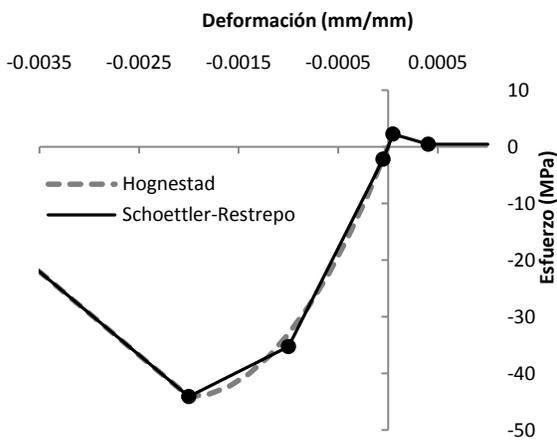


Figura 3.10 RW2 No confinado

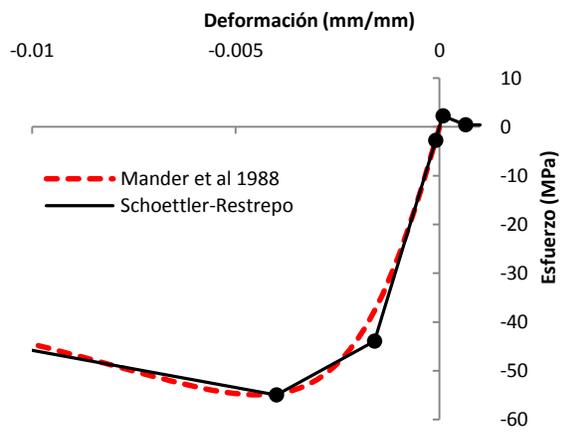
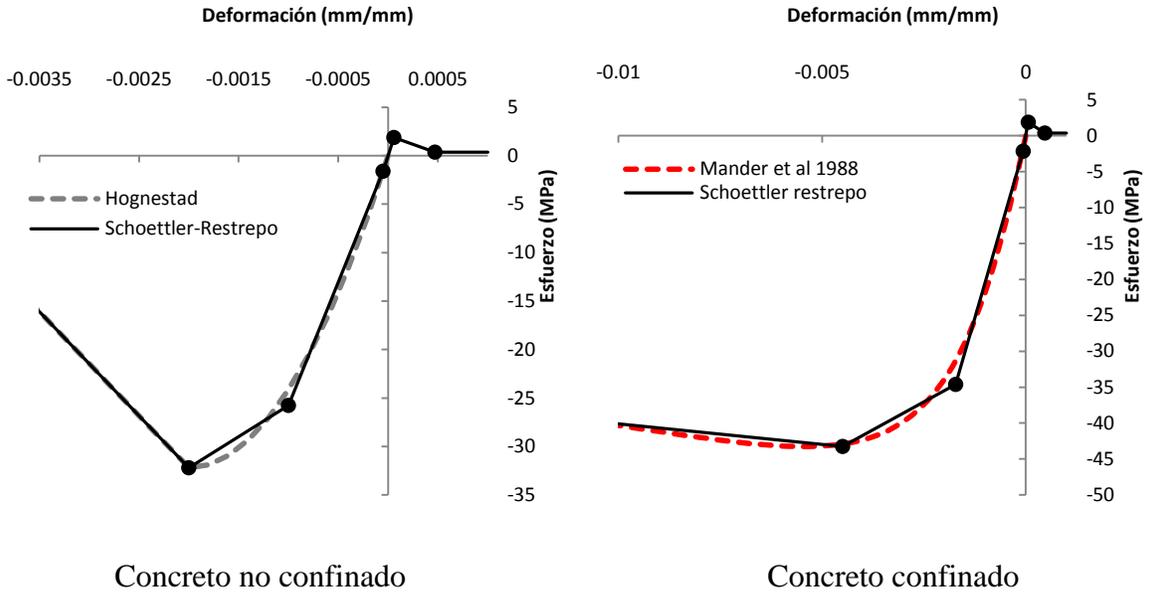
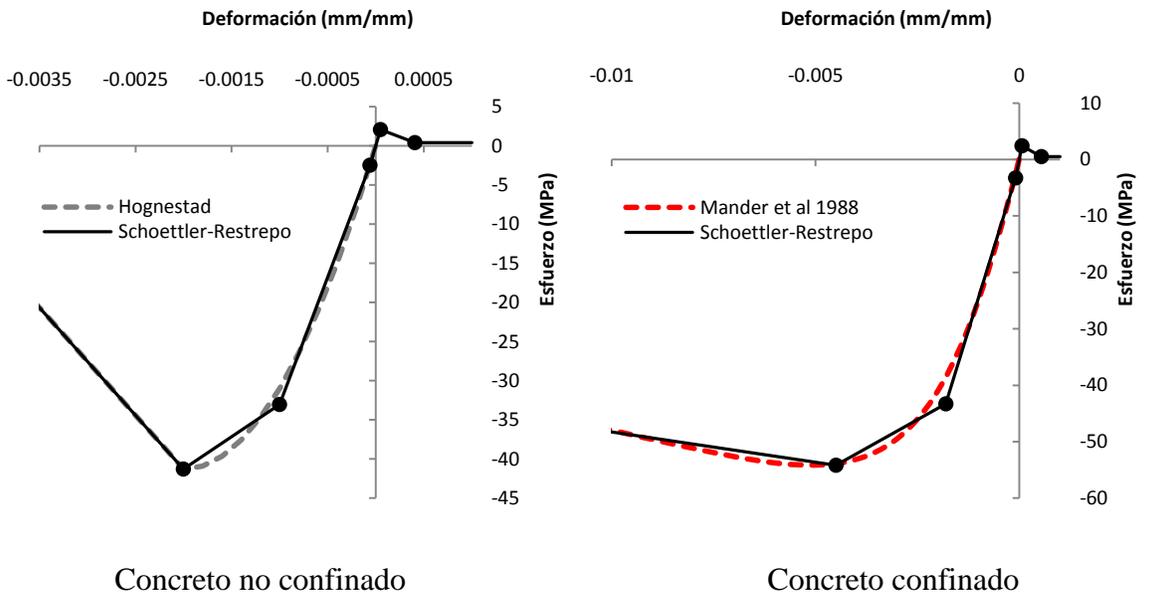


Figura 3.10 RW2 Confinado

(b) Curvas idealizadas para el modelo RW2



(c) Curvas idealizadas para el modelo TW1



(d) Curvas idealizadas para el modelo TW2

Figura 4.10 Curvas esfuerzo-deformación idealizado con el modelo *Schoettler-Restrepo* para los modelos RW1, TW1, RW2 y TW2

#### 4.5.2 MODELO DE HISTÉRESIS DODD-RESTREPO

Para predecir la respuesta de los modelos para un análisis del tipo cíclico reversible, es necesario determinar el comportamiento cíclico del acero de refuerzo colocado en las regiones críticas de los muros de concreto reforzado. Se debe definir la curva de comportamiento de estos elementos en los modelos analíticos, de manera que se represente la curva experimental del acero de refuerzo ya que la respuesta depende en su mayor parte de este material.

Para representar en los modelos analíticos el acero de refuerzo se emplearon elementos del tipo *Frame*, para los cuales se definieron parámetros que representan su comportamiento mediante la regla de histéresis de *Dodd-Restrepo*, esta regla de histéresis incluida en la librería del programa *Ruaumoko* (Carr, 2008) incorpora el efecto *Bauschinger*. El cuerpo general de este modelo de curva esfuerzo-deformación está representado básicamente por cuatro regiones: (1) la región elástica, (2) la zona de la fluencia, (3) la zona de endurecimiento por deformación y (4) la región del esfuerzo último como muestra en la Figura 4.11

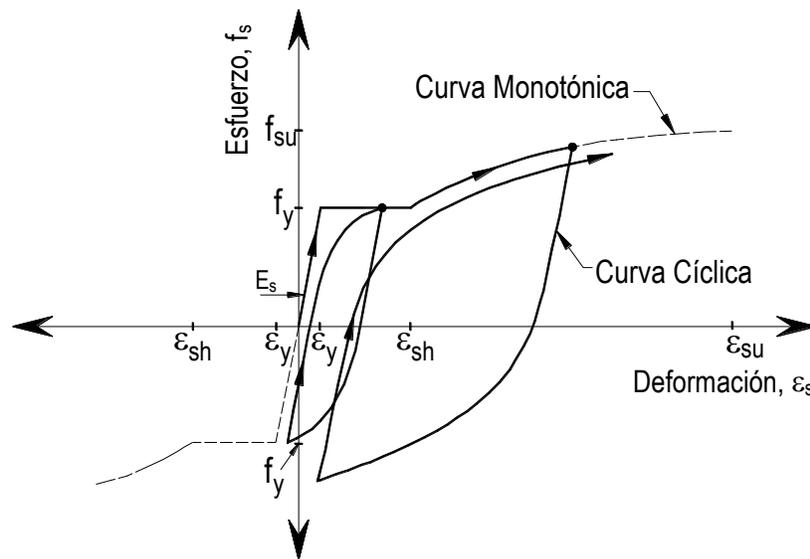


Figura 4.11 Relación esfuerzo-deformación cíclico del acero de refuerzo

En la Figura 4.11,  $E_s$ , es el módulo de elasticidad inicial,  $f_y$  es el esfuerzo de fluencia, y  $f_{su}$  es la resistencia última que ocurre a una deformación última,  $\epsilon_{su}$ . La deformación en donde termina la zona de la platea y comienza el endurecimiento por deformación,  $\epsilon_{sh}$ . Este modelo representa el efecto *Bauschinger* y la *degradación del módulo elástico* observado experimentalmente (Restrepo-Posada, 1995). Adicionalmente esta modelo histérico

agrega el parámetro  $\Omega$ , que controla la forma de curva esfuerzo-deformación en términos del efecto *Bauschinger* (Restrepo-Posada, 1995).

#### 4.6 TIPOS DE ELEMENTOS

Los cuatro modelos desarrollados en este estudio se formularon con el método puntal y tirante, para ello se utilizaron dos tipos de elementos. Se utilizaron elementos del tipo *Lattice* para modelar el concreto y se usaron elementos del tipo *Frame* para modelar el acero de refuerzo.

##### 4.6.1 ELEMENTOS *LATTICE*

El elemento *Lattice* es un tipo de elemento existente en la librería del programa de análisis no lineal del programa Ruaumoko. Este tipo de elemento es usado en este estudio para representar paneles de concreto.

El elemento *Lattice* es un elemento cuadrilátero modelado con 6 barras, la Figura 4.12 muestra el elemento *Lattice*, donde a cada barra se le asigna el área tributaria de concreto que le corresponde, este modelo incorpora la interacción que existe entre las diagonales. La dimensiones de los elementos *Lattice* está en función de las dimensiones de la malla que se halla hecho en la idealización del modelo para representar un muro de concreto reforzado con un modelo tipo armadura.

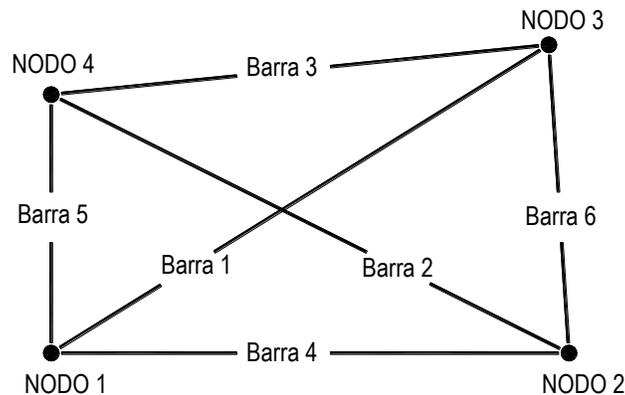


Figura 4.12 Elemento *Lattice* (Carr, 2008).

Para asignar las propiedades de este elemento es necesario definir los siguientes parámetros respetando el orden que se muestra a continuación para ingresarlos en una hoja de datos para su análisis en el programa Ruaumoko (Carr, 2008). A continuación se indica este orden de todos los componentes que se requieren para definir los elementos del tipo *Lattice*.

- Parámetros básicos de los elementos
- Propiedades básicas de las barras
- Propiedades inelásticas de las barras
- Propiedades que definen la interacción entre las diagonales
- Parámetros que definen la regla de histéresis

### Propiedades que definen la interacción entre las diagonales

La presencia de grandes deformaciones transversales en tracción da como resultado la reducción de la resistencia y rigidez en compresión, este efecto se intenta reproducir con los elementos Lattice-Truss y está basada en la “teoría del campo de compresión modificado” (Vecchio y Collins, 1986), ver Figura 4.13.

Esta teoría se incorpora para acoplar a las barras diagonales de cada elemento *Lattice*, la rigidez y la resistencia a compresión de las diagonales se reduce en función a las deformaciones de las barras en tracción. Se recomiendan valores cercanos a  $\theta_g = 90$  como el ángulo formado entre las barras diagonales (Vecchio y Collins, 1986), pero en este estudio se empleó un intervalo para  $\theta_g$ ,  $84 \text{ grados} < \theta_g < 106 \text{ grados}$ , los cuales fueron usados para las barras diagonales más críticas, ver Figura 4.14 (a).

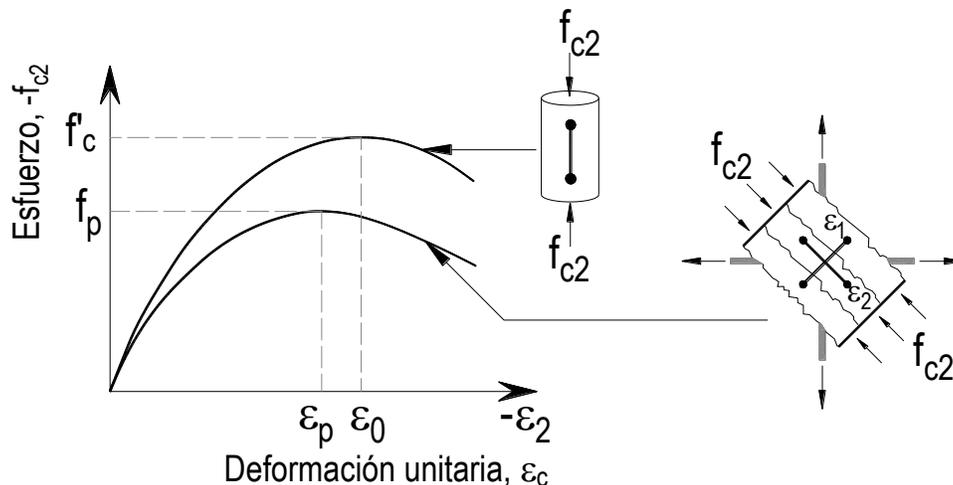


Figura 4.13 Respuesta del esfuerzo de compresión en elementos de concreto reforzado agrietados (Vecchio y Collins 1986)

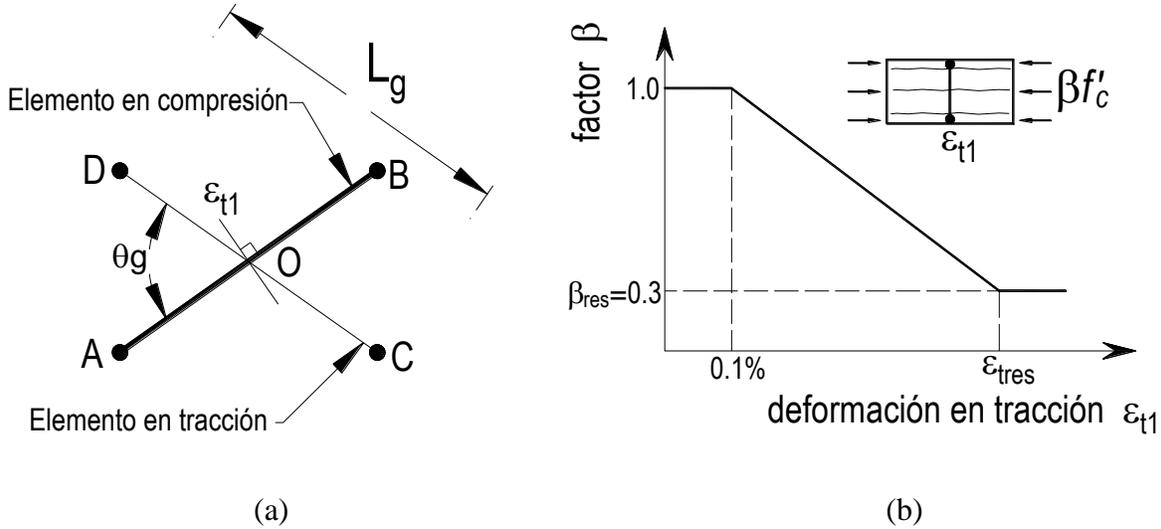


Figura 4.14 Modelo que define la interacción entre las barras diagonales del elemento Lattice-Truss, Ruaumoko (Carr, 2008)

Para las diagonales en compresión del elemento *Lattice*, la capacidad resistente de la diagonal depende de las deformaciones en tracción perpendiculares al eje diagonal  $\varepsilon_{t1}$  Figura 4.14 (a). En las curvas de histéresis *Schoettler-Restrepo* (Carr, 2008) para las diagonales en compresión se considera que la capacidad resistente instantánea en estas es igual a  $\beta f'_c$ , donde  $\beta$  depende de  $\varepsilon_{t1}$ . El programa Ruaumoko emplea la recomendación de Panagiotou et al. (2012) para definir la relación  $\beta - \varepsilon_{t1}$ , cuya forma es del tipo trilineal, Figura 4.14 (b).

Como se aprecia en la Figura 4.14 (b), para  $\varepsilon_{t1} \leq 0.1\%$  se considera  $\beta = 1$ . A partir de que  $\varepsilon_{t1}$  alcanza el valor de  $\varepsilon_{tres}$ , se considera  $\beta = 0.3$ . Para el intervalo  $0.1\% \leq \varepsilon_{t1} \leq \varepsilon_{tres}$  se considera una variación lineal. Sin embargo, para tomar en cuenta el efecto del tamaño del elemento en  $\varepsilon_{tres}$ , Panagiotou et al. (2012) recomienda emplear para  $\varepsilon_{tres}$  la expresión:

$$\varepsilon_{tres} = \frac{0.6\%}{L_g \text{seno}\theta_g} \quad (4.20)$$

Donde  $L_g$  es la longitud del elemento diagonal en tracción, y  $\theta_g$  es el ángulo entre las diagonales, Figura 3.14 (a).  $\varepsilon_{res}$ . Para tomar en cuenta el efecto del tamaño del elemento en este parámetro,  $\varepsilon_{res}$  es una función de L y se define como (Panagiotou et al., 2012), donde L está expresada en metros:

$$\varepsilon_{res} = \max(1.2 \varepsilon_{cr}/L, 2\varepsilon_{cr}) \quad (4.21)$$

Para el caso de las diagonales en tracción, el esfuerzo resistente,  $f_{tres}$  es nulo cuando el concreto alcanza la deformación en tracción. El valor mínimo de  $\epsilon_{res} = 2\epsilon_{cr}$  es considerado para evitar pendientes muy abruptas de degradación de resistencia en el caso de elementos de gran longitud.

#### 4.6.2 ELEMENTOS *FRAME*

El elemento *Frame* es un elemento tipo barra incluida en el programa de análisis no lineal Ruaumoko (Carr, 2008) principalmente para representar vigas y columnas como se muestra en la Figura 4.15. En esta investigación se usa este tipo de elemento para representar el acero de refuerzo y por lo cual es necesario definir los siguientes parámetros.

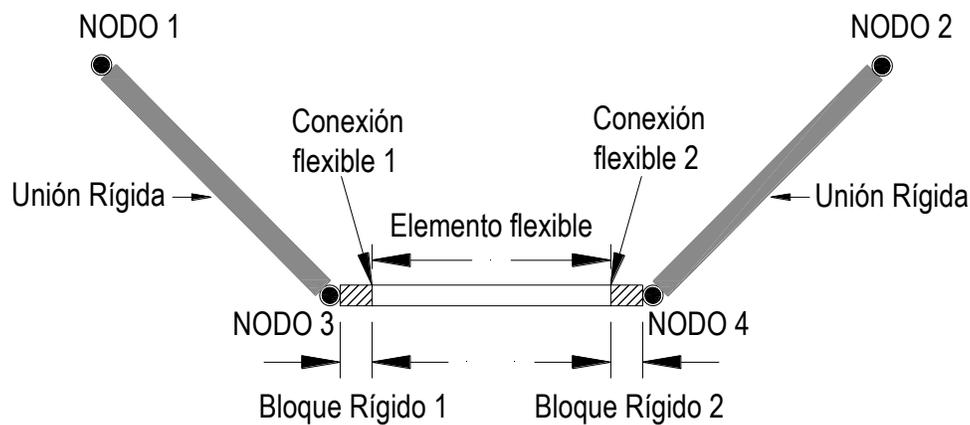


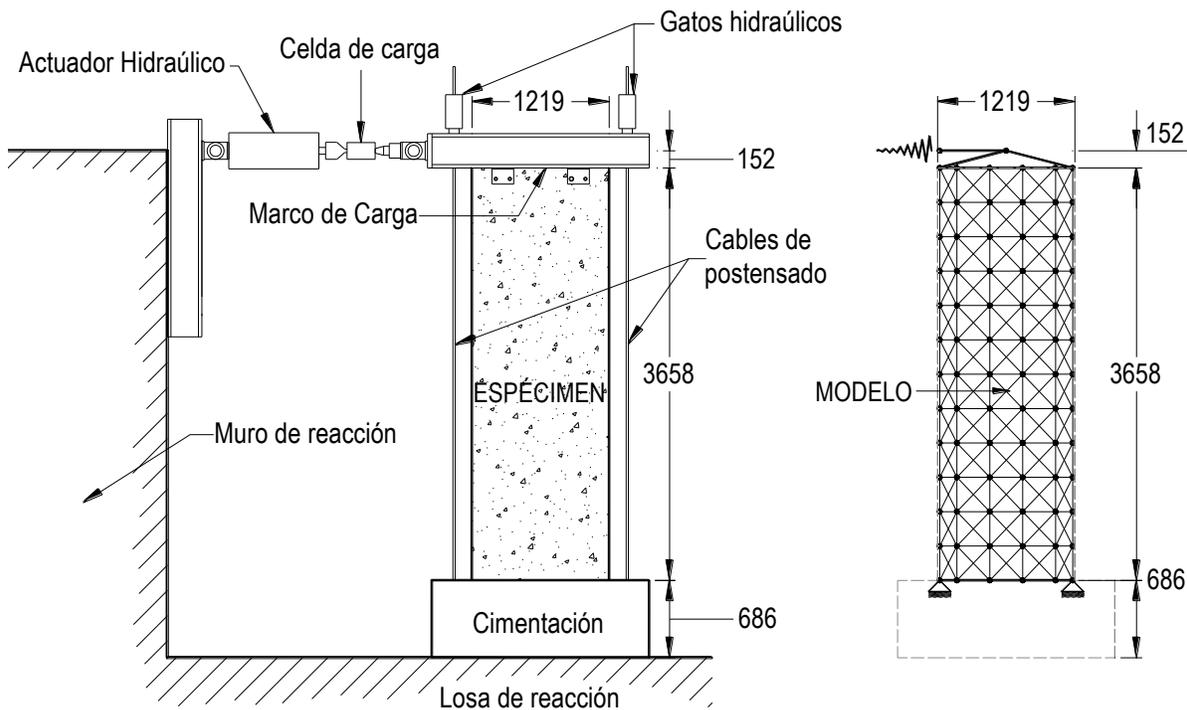
Figura 4.15 Elemento tipo *Frame* (Carr, 2008)

- Propiedades básicas de la sección
- Propiedades elásticas de la sección
- Factor bilineal
- Fuerzas de fluencia (Positivo y Negativo)
- Parámetros que definen la regla de histéresis.

## 4.7 PREDICCIÓN DE RESPUESTA DE ESPECIMENES

### 4.7.1 EL MODELO PARA EL ANÁLISIS

Los modelos se representan por la combinación de elementos del tipo *Lattice* y del tipo *Frame*, los cuales representan el concreto y el acero de refuerzo respectivamente. Con estos elementos los modelos están compuestos por barras como de una armadura, ver Figura 4.16. La Figura 4.16 (a) muestra el esquema de los ensayos de los especímenes, la Figura 4.16 (b) muestra el modelo representativo a los muros de concreto reforzado.



(a) Esquema de ensayo de especímenes

(b) Esquema de los modelos representativos

Figura 4.16 Muro de concreto reforzado y modelo armadura.

El modelo al final es validado con la comparación de lo calculado contra lo medido en el ensayo del muro de concreto reforzado RW1 que fue ensayado bajo cargas cíclicas reversibles.

La sección siguiente describe de manera detallada el procedimiento empleado para la construcción del modelo RW1, se presentan las consideraciones hechas para definir la geometría, dimensiones de los elementos y propiedades de los materiales. Este mismo

procedimiento es usado para la elaboración de los modelos RW2, TW1 y TW2, en este estudio se presenta el procedimiento y consideraciones hechas para la elaboración del modelo RW1 explicando que se usó el mismo procedimiento y consideraciones para los otros tres modelos.

#### **4.7.2 MODELO RW1**

El modelo RW1 es representativo al muro de concreto reforzado de sección rectangular mostrado en la Figura 2.4.

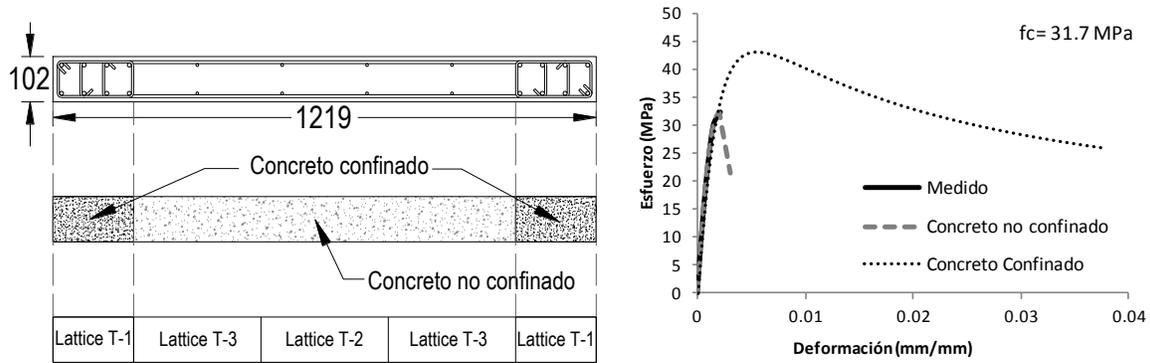
Se modelaron las zonas confinadas del muro empleando los elementos *Lattice* considerando que el comportamiento de estos elementos está representado con las curvas fuerza-desplazamiento correspondientes al concreto confinado. La zona intermedia de la sección del muro fue también modelada mediante elementos del tipo *Lattice*, con la diferencia que en este caso estos elementos están representados por la curva fuerza-desplazamiento correspondiente al concreto sin confinar.

Mediante elementos del tipo *Frame* se representa el acero de refuerzo, los cuales están distribuidos en la dirección horizontal y vertical de forma tal que representa el refuerzo con espaciamiento constante en cada dirección. Estos elementos *Frame* tienen un área correspondiente a un ancho tributario que es función de las dimensiones de cada panel.

La zona en donde se conecta el muro con el cabezal fue modelado con elementos del tipo *Frame* rígidos, así como la zona que une al muro con la losa de reacción.

##### **4.7.2.1 ELEMENTOS QUE REPRESENTAN AL CONCRETO**

Para definir los elementos *Lattice* para representar el concreto en el modelo primeramente se dividió la sección en 2 zonas, una corresponde al concreto confinado y la otra corresponde al concreto no confinado, como muestra la Figura 4.17. Para las zonas de borde en donde el concreto se encuentra confinado se asignó un elemento denominado LATTICE T-1 y para las zonas interiores correspondientes al concreto no confinado se asignaron elementos denominados LATTICE T-2 y LATTICE T-3, como se muestra en la Figura 4.17 (a). En la Figura 4.17 (b) se muestran las curvas esfuerzo-deformación que definen el comportamiento del concreto según en la zona en donde se encuentre.



(a) Zonas en las que se divide la sección

(b) Curva esfuerzo-deformación para el concreto confinado y no confinado

Figura 4.17 Configuración de los elementos *Lattice* a nivel sección.

Se propone una altura para todos los elementos *Lattice* igual a  $H/12 = 305 \text{ mm}$ , las dimensiones de cada elemento se presentan en la Figura 4.18, la Figura 4.18 (a) muestra las dimensiones que corresponde al elemento LATTICE T-1, la Figura 4.18 (b) corresponde al elemento LATTICE T-2 y la Figura 4.18 (c) corresponde al elemento LATTICE T-3.

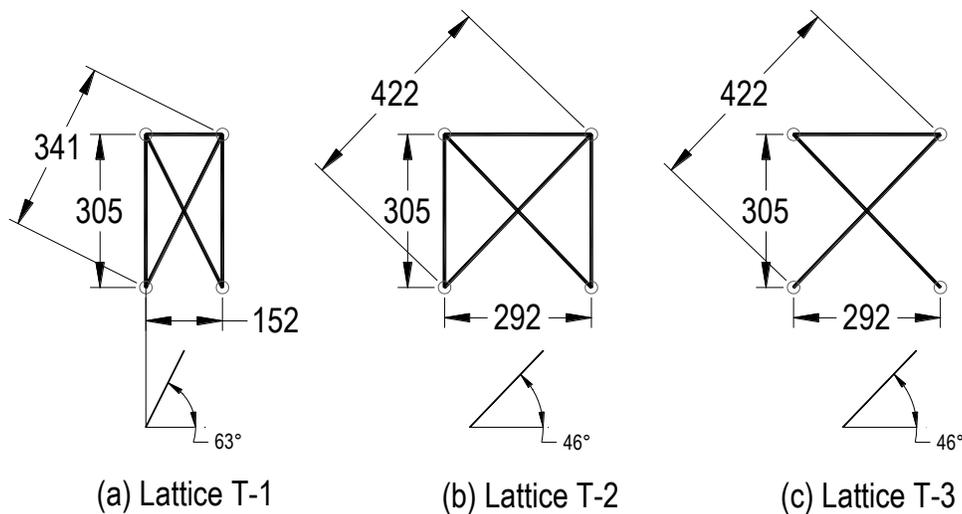


Figura 4.18 Dimensiones de los elementos *Lattice* usados en el modelo RW1

Como se puede ver en la Figura 4.18 los tres elementos *Lattice* no cuentan con la barra 3 (barra horizontal inferior), esto principalmente para no duplicar esta barra a la hora de integrar el modelo y el elemento LATTICE T-3, Figura 4.18 (c) no cuentan con los elementos verticales ya que las barras verticales del elemento LATTICE T-2, Figura 4.18 (b) representan toda la zona interior del muro.

La estructuración antes descrita mantiene la misma configuración en toda la altura del modelo RW1, debido a que mantiene una sección constante en toda su altura, es por eso que únicamente se necesitan tres tipos de elementos *Lattice* para representar el concreto en todo el modelo, ver Figura 4.19.

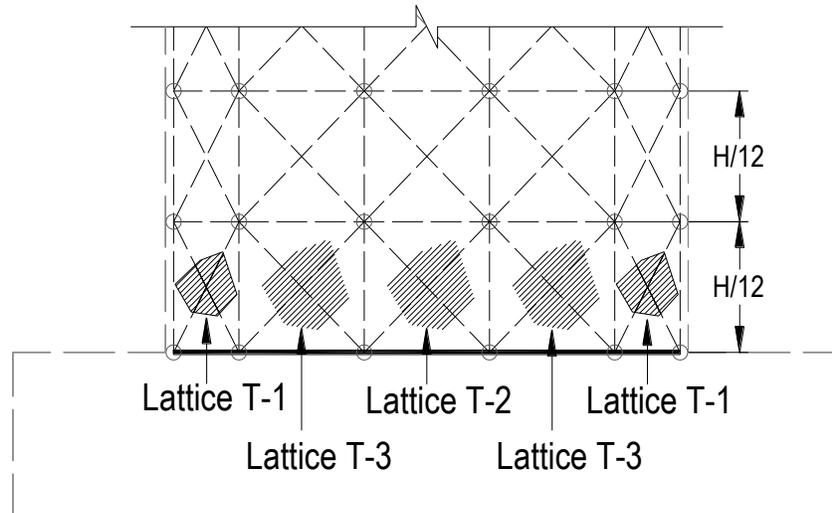


Figura 4.19 Configuración y posición de los elementos *Lattice* para el modelo RW1.

Para convertir las curvas esfuerzo-deformación del concreto confinado y no confinado en curvas Fuerzas-Desplazamiento y con esto definir el comportamiento y la rigidez de las barras que componen a los elementos *Lattice* se hace necesario definir el área y longitud de cada barra, la longitud ya se conoce, por lo tanto queda por definir el área de cada barra.

La Figura 4.20 muestra el detalle de un elemento de un elemento del tipo *Lattice*, la Figura 4.20 (a) muestra el modelo global RW1, las barras diagonales y su área representativa se indica en la Figura 4.20 (b), la Figura 4.20 (c) muestra esquemáticamente el área representativa para el elemento horizontal superior y para los elementos verticales se indica en la Figura 4.20 (d).

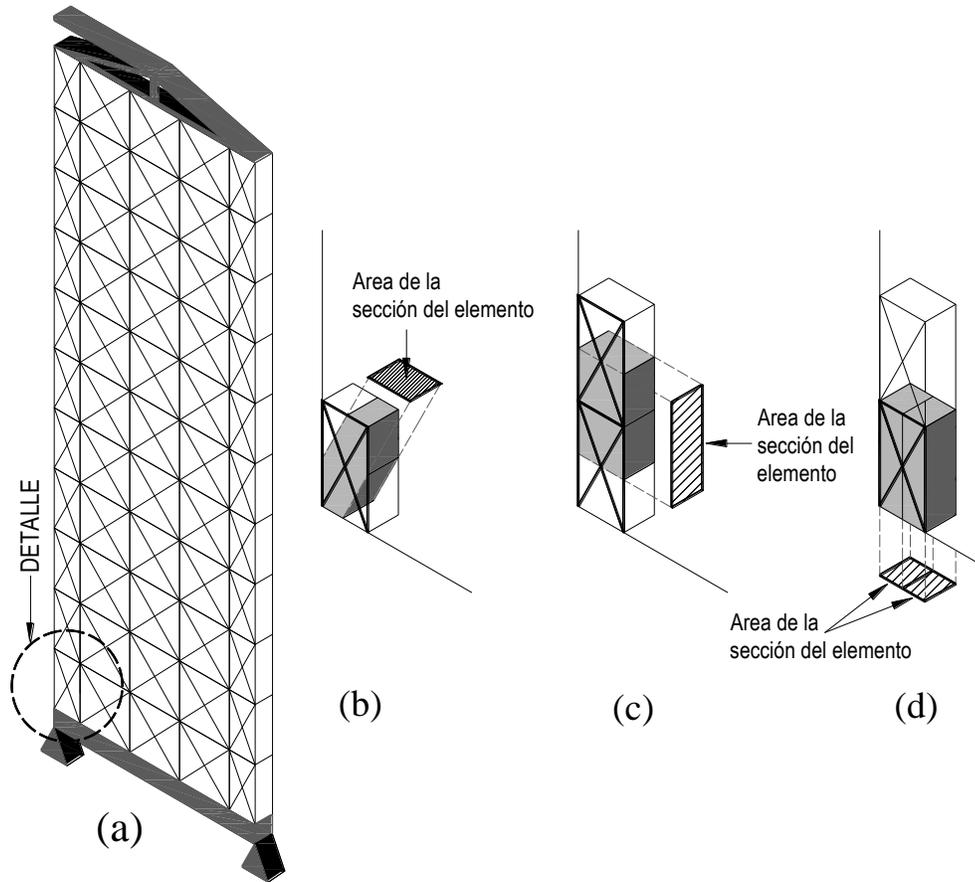


Figura 4.20 Modelo numérico RW1, (a) Modelo completo, (b) elemento diagonal, (c) elemento horizontal, (d) elemento vertical.

En el caso de las diagonales es necesario conocer el ancho efectivo  $b_{eff}$  para el cálculo del área correspondiente a los elementos en diagonal.

El ancho efectivo  $b_{eff}$ , ver Figura 4.21, se define mediante la siguiente expresión:

$$b_{eff} = b * \cos\theta_a. \quad (3.22)$$

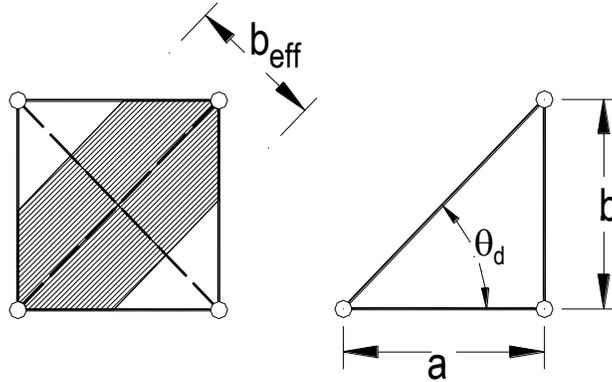


Figura 4.21 Ancho efectivo de las barras diagonales del elemento Lattice-Truss.

La Tabla 4.5 resume las áreas de todas las barras que componen a los elementos LATTICE T-1, T-2 y T-3 que se usaron en el modelo RW1.

Tabla 4.5 Áreas de las barras de los elementos *Lattice* para el modelo RW1.

MODELO	ELEMENTO	$b_{\text{eff}}$ mm	Truss 1	Truss 2	Truss 3	Truss 4	Truss 5	Truss 6
			Area (mm <sup>2</sup> )					
RW1	Lattice T-1	138	14020	14020	0	30968	9193	9193
	Lattice T-2	210	21336	21336	0	30968	43548	43548
	Lattice T-3	210	21336	21336	0	30968	0	0

Con las áreas mostradas en la Tabla 4.5 se calculan las propiedades de fluencia de cada barra  $F_{CT}$  y  $F_Y$ , estos valores son las fuerzas de fluencia a tracción y compresión respectivamente.

Los valores de los esfuerzos en tracción y compresión del concreto tal como los define la Figura 4.9 se toman de las gráficas mostradas en la Figura 4.10 (a) para el caso del modelo RW1 y multiplicados por las áreas correspondientes a las barras que se presentan en la Tabla 4.4 se obtienen las Fuerzas de fluencia en tracción y compresión de cada barra.

La Tabla 4.6 muestra las fuerzas de fluencia a tracción y compresión de cada barra que integran a los tres tipos de elementos *Lattice*, donde YP y YN corresponde a la Fuerza en tracción y compresión respectivamente.

Tabla 4.6 Fuerzas de fluencia a tracción y compresión de las barras.

UNIDADES kN	Truss 1		Truss 2		Truss 4		Truss 5		Truss 6	
	YP1	YN1	YP2	YN2	YP4	YN4	YP5	YN5	YP6	YN6
LATTICE T-1	11.7	-290.5	11.7	-290.5	25.9	-640.1	7.3	-181.5	7.3	-181.5
LATTICE T-2	18.4	-337.6	18.4	-337.6	25.8	-480.0				
LATTICE T-3	18.4	-337.6	18.4	-337.6	25.8	-480.0	36.5	-673.4	36.5	-673.4

Finalmente se calculan los parámetros de la curva Schoettler-Restrepo que definen el comportamiento de las barras para cada elemento Lattice-Truss.

La tabla 4.7 presenta los parámetros que definen la curva esfuerzo-deformación empleando el modelo Schoettler-Restrepo, ver Figura 4.22 para los elementos *Lattice* en la zona no confinada.

Tabla 4.7 Propiedades Schoettler-Restrepo para el concreto no confinado

SCHOETTLER-RESTREPO (concreto no confinado)								
Kneg	Rneg	Fcr+	Fcr-	Rho+	Rho-	Dult+	Dult-	IOP
1	0.6	0.99	0.10	0.99	0.920	1.00	2.00	1
Alpha	Beta	Pinch	Kappa+	Kappa-	Fresid	Dfactor		
0.1	0	0.01	0.114	0.511	0.20			

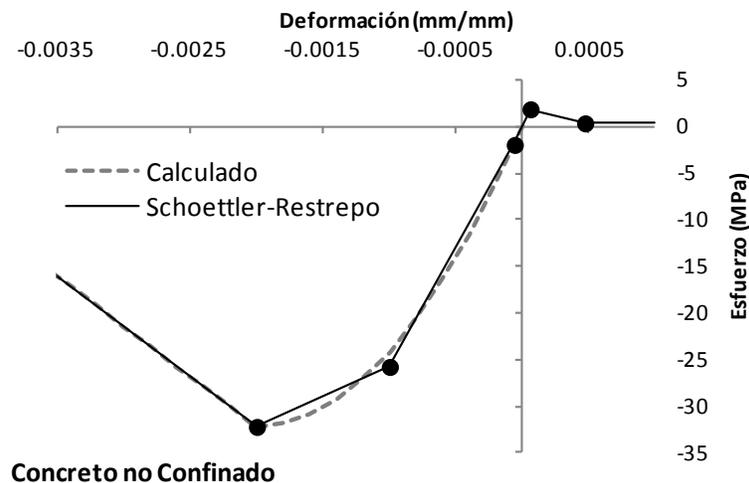


Figura 4.22 Comparativa entre la curva esfuerzo-deformación y la curva definida con los parámetros Schoettler-Restrepo para el concreto no confinado

Para las zonas confinadas se emplea la curva esfuerzo-deformación propuesta por Mander et al., (1984), la Tabla 4.8 muestra los parámetros que idealizan estas curvas para el empleo del modelo *Schoettler-Restrepo*, Figura 4.23.

Tabla 4.8 Propiedades *Schoettler-Restrepo* para el concreto confinado.

SCHOETTLER-RESTREPO (concreto confinado)								
Kneg	Rneg	Fcr+	Fcr-	Rho+	Rho-	Dult+	Dult-	IOP
1	0.275	0.99	0.10	0.99	0.824	1.00	3.00	1
Alpha	Beta	Pinch	Kappa+	Kappa-	Fresid	Dfactor		
0.1	0	0.01	0.114	0.027	0.20			

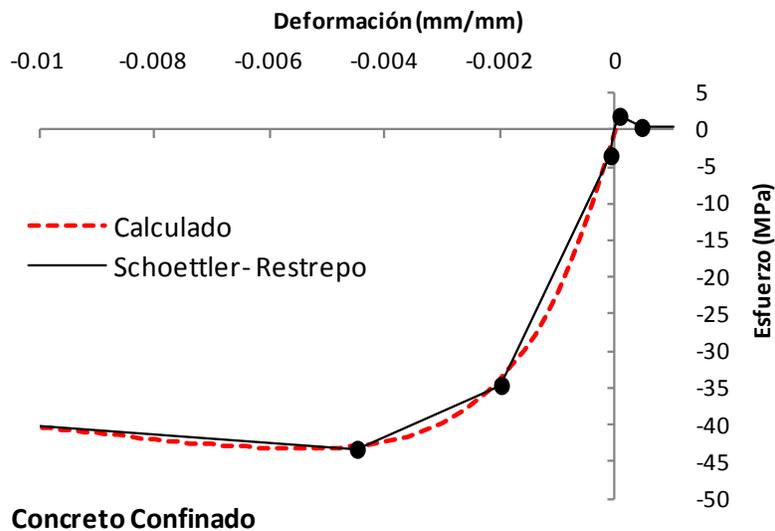


Figura 4.23 Comparativa entre la curva esfuerzo-deformación y la curva definida con los parámetros *Schoettler-Restrepo* para el concreto confinado

#### 4.7.2.2 ELEMENTOS QUE REPRESENTAN AL ACERO DE REFUERZO

En todo el modelo RW1 se usaron 4 elementos del tipo *Frame* con propiedades diferentes para representar el acero de refuerzo, dos para representar el acero de refuerzo vertical y los otros dos para representar el acero de refuerzo horizontal.

La Figura 4.24 muestra la sección del modelo y la ubicación de los elementos tipo *Frame* verticales, para representar el acero de refuerzo principal en las zonas de borde en el modelo se define un tipo de elemento denominado *Frame T-1* y para representar el acero de refuerzo vertical en la zona interior del muro, se define el elemento denominado *Frame T-2*.

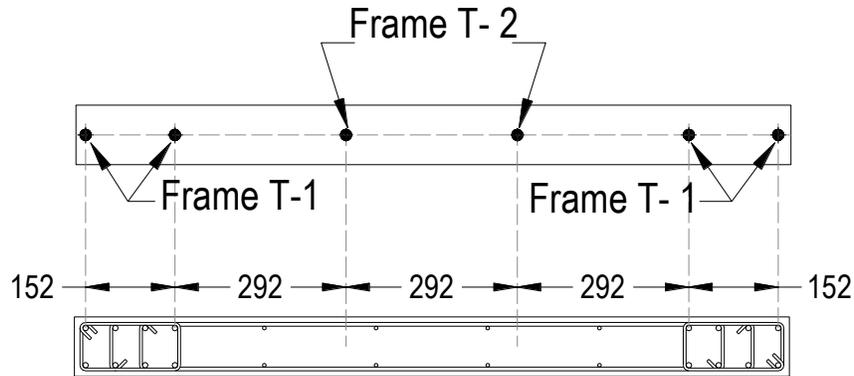


Figura 4.24 Ubicación de los elementos del tipo Frame T-1 y T-2

La Figura 4.25 muestra la ubicación para los elementos Frame T-3 y T-4 y la curva que define el comportamiento del elemento Frame T-4, esta configuración es la misma en toda la altura del modelo.

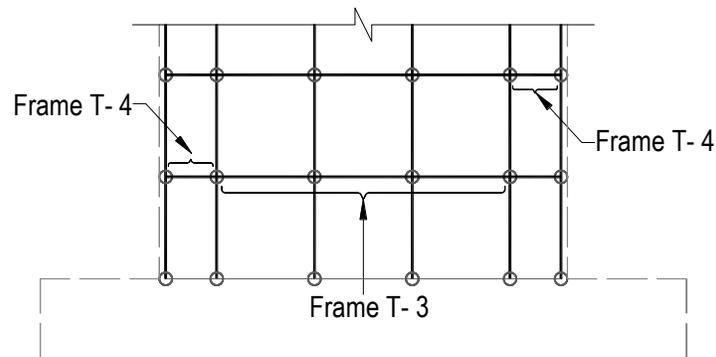


Figura 4.25 Ubicación de los elementos del tipo Frame T-3 y T-4.

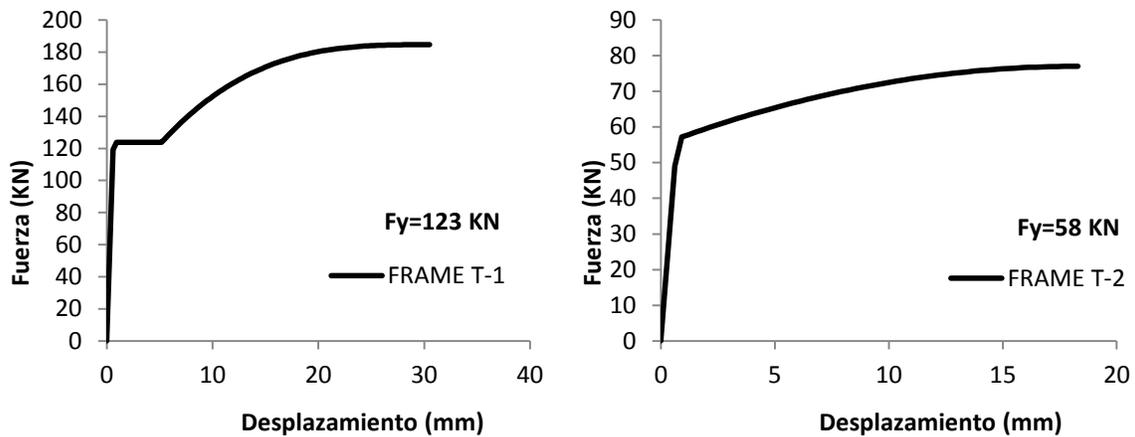
El área asignada a cada elemento del tipo *Frame* corresponde a la suma del área de las barras que se encuentren dentro de ancho tributario correspondiente al elemento.

La Tabla 4.9 muestra los parámetros que definen la curva monótonica *Dodd-Restrepo* (Restrepo-Posada, 1995) para definir el comportamiento de los elementos del tipo *frame* que representa al acero de refuerzo, estos parámetros se definen según lo indicado en el manual del programa Ruumoko (Carr, 2008).

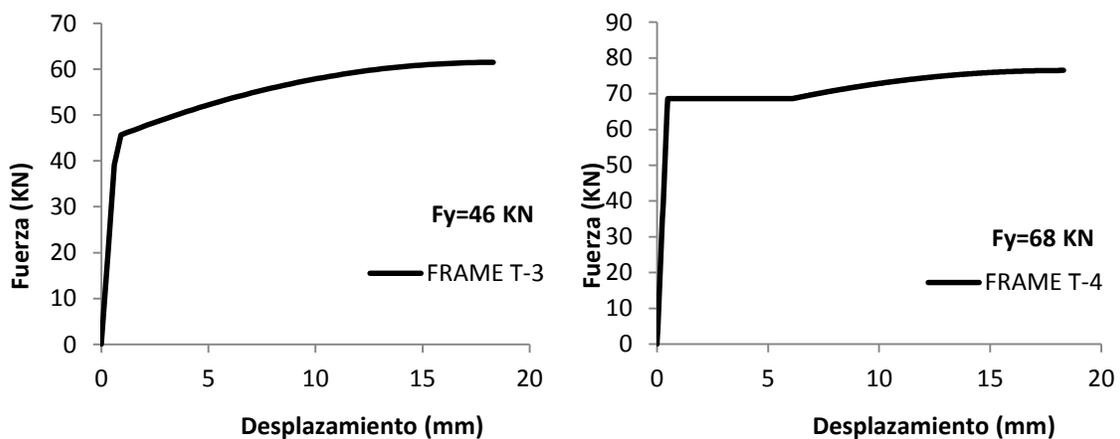
Tabla 4.9 Parámetros que definen la curva monótonica Fuerza-Desplazamiento (Dodd-Restrepo)

ESPÉCIMEN ELEMENTO	Tipo No. Varilla	Area mm <sup>2</sup>	longitud mm	Fy KN	Fsu KN	esh mm	esu mm	
RW1	Frame T-1	# 3	284	305	125.2	184.9	5.185	30.5
	Frame T-2	# 2	129	305	58.7	76.8	1.22	24.4
	Frame T-3	# 2	103	292	46.9	61.3	1.168	23.36
	Frame T-4	Ø (4.8 mm)	156	152	68.8	76.4	0.7296	9.12

La Figura 4.26 (a) muestra las curvas Fuerza-Desplazamiento que definen el comportamiento correspondiente a los elementos del tipo Frame T-1 y T-2 del modelo RW1, La Figura 4.26 (b) muestra las curvas Fuerza-Desplazamiento que definen el comportamiento correspondiente a los elementos del tipo Frame T-3 y T-4.



(a) Curva Fuerza-Desplazamiento para loselementos Frame T-1 y T-2



(b) Curva Fuerza-Desplazamiento para loselementos Frame T-3 y T-4.

Figura 4.26 Curva Fuerza-Desplazamiento para loselementos Frame

Después de haber definido la geometría, dimensiones, elementos y las reglas de histéresis que definen el comportamiento de los elementos, se crea el modelo RW1. La Figura 4.27 muestra el modelo RW1 creado con el procedimiento ya descrito, en la figura se muestra con líneas punteadas los elementos *Lattice* que representan al material de concreto, con línea continua se muestran los elementos *Frame* que representan al acero de refuerzo.

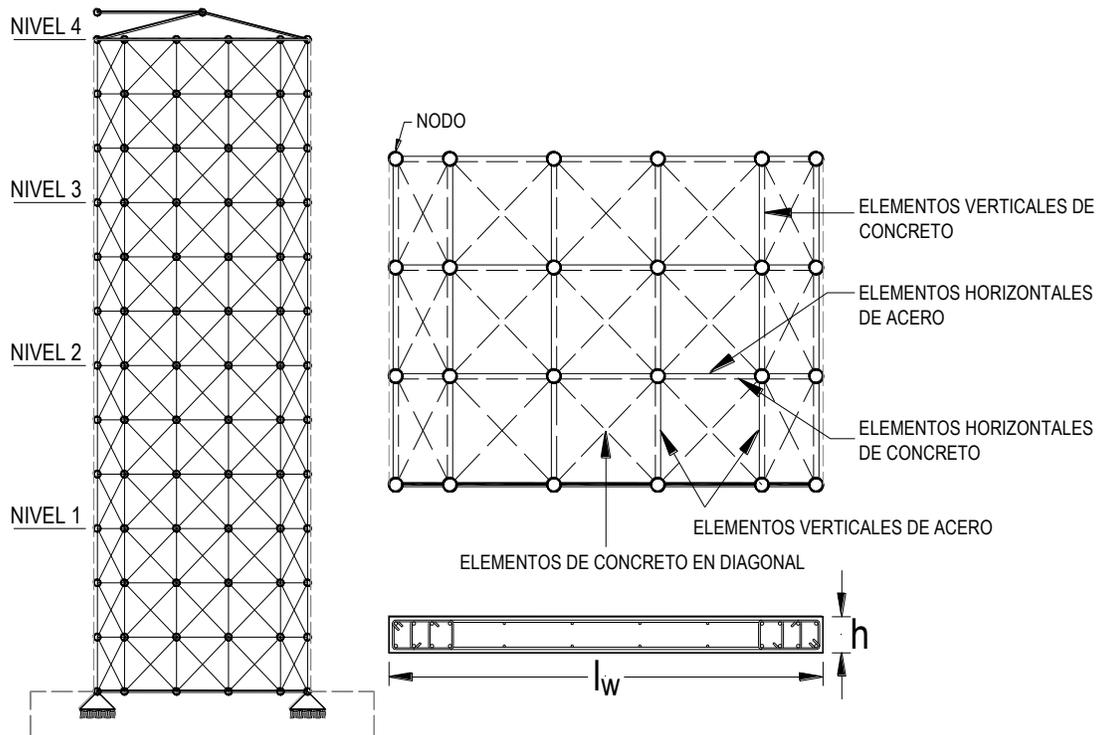


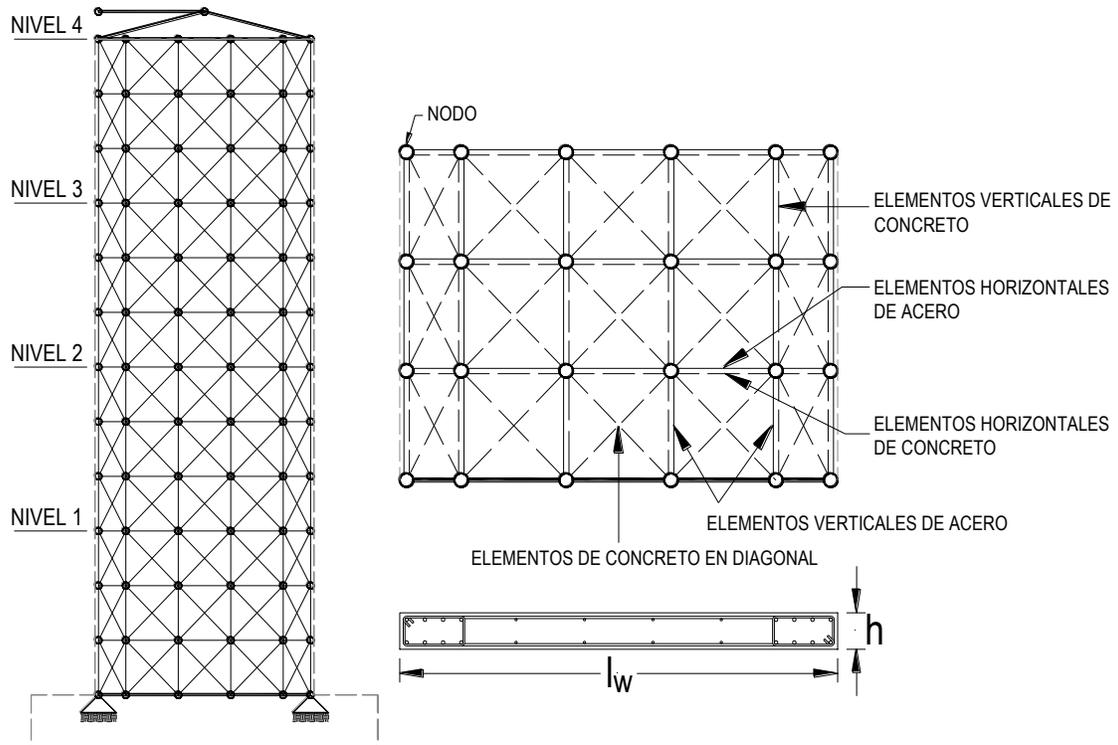
Figura 4.27 Modelo RW1

#### 4.7.3 MODELOS RW2, TW1 Y TW2

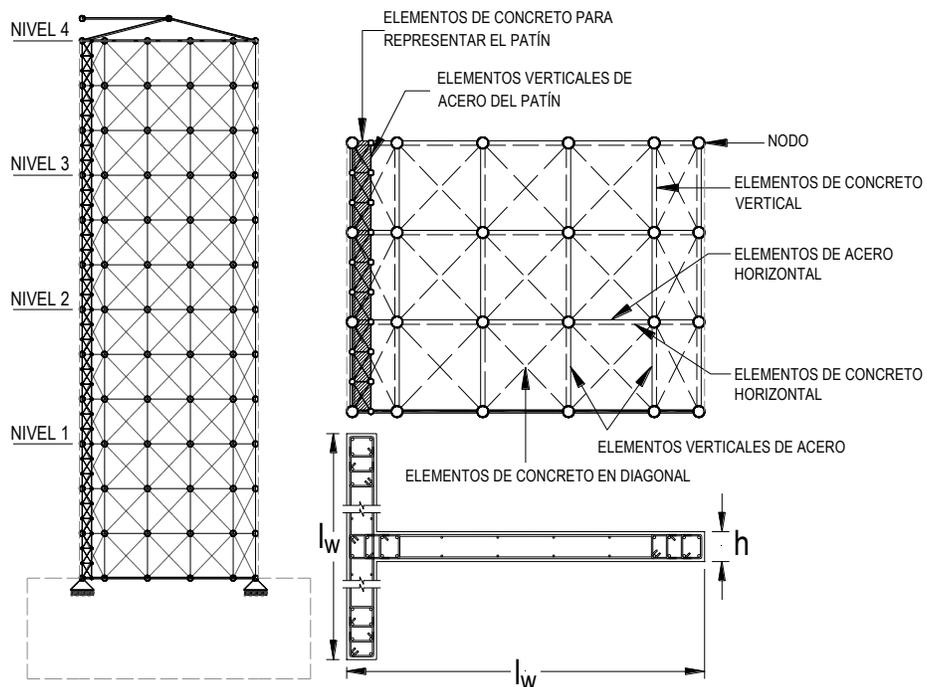
El procedimiento de análisis usado para la elaboración del modelo RW1 se usó también para la elaboración de los modelos RW2, TW1 y TW2; estos modelos son representativos a los muros de concreto reforzado mostrados en las Figuras 2.5, 2.6 y 2.7 respectivamente. Sin embargo, para los modelos TW1 y TW2 se usaron elementos Lattice-Truss y Frame adicionales para representar el concreto y el acero de refuerzo para representar el patín.

En la figura 4.28 se muestran esquemas de los modelos analíticos empleados con el programa de análisis dinámico no lineal Ruaumoko (Carr, 2008) para el análisis de la respuesta de los especímenes RW2, TW1 y TW2, considerando el comportamiento no lineal de estos. La Figura 4.28 (a) muestra el modelo correspondiente al muro de concreto

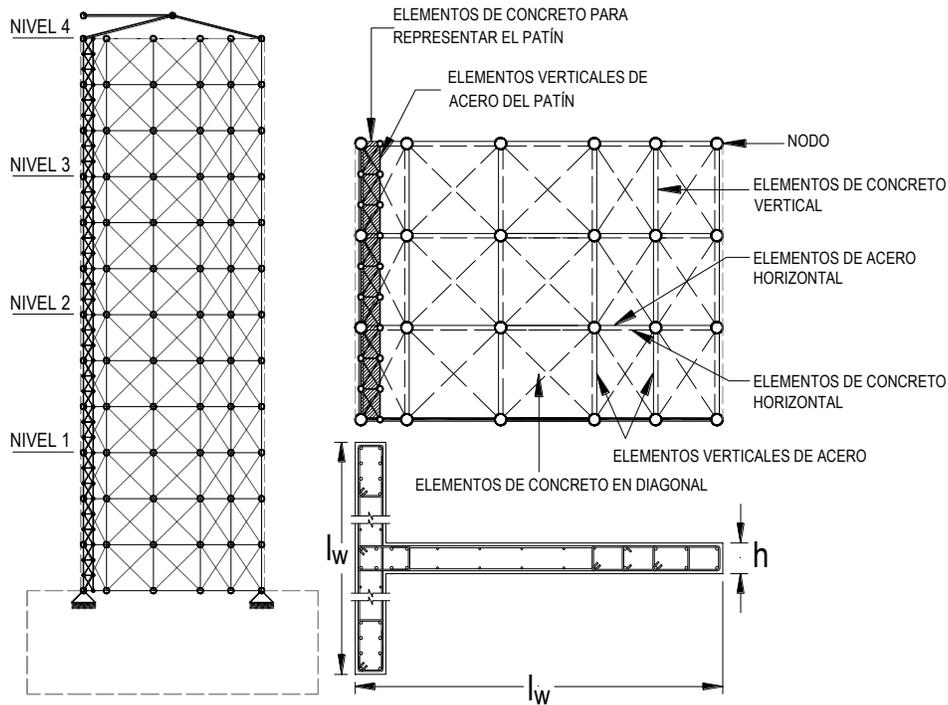
reforzado RW2, la Figura 4.28 (b) correspondiente al muro de concreto reforzado TW1 y la Figura 4.28 (c) al muro de concreto reforzado TW2.



### Modelo RW2



(a) Modelo TW1

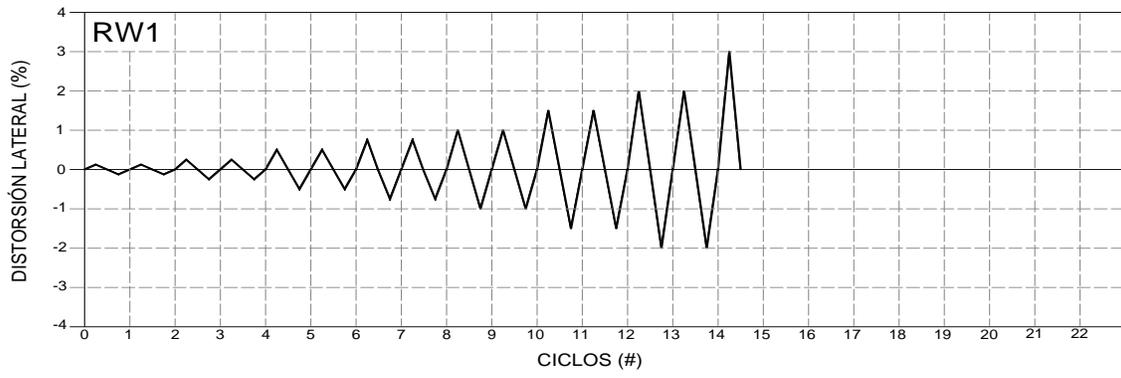


(b) Modelo TW2

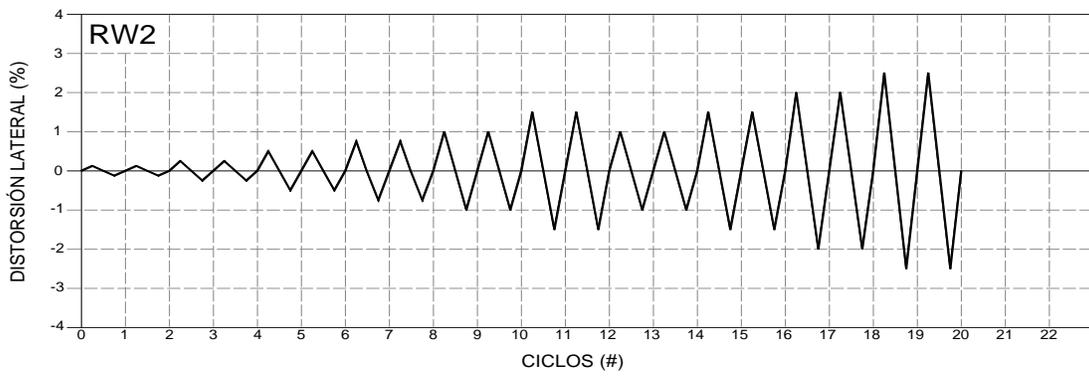
Figura 4.28 Modelos RW2, TW1 y TW2

#### 4.7.4 EVALUACIÓN LOS MODELOS RW1, RW2, TW1 y TW2

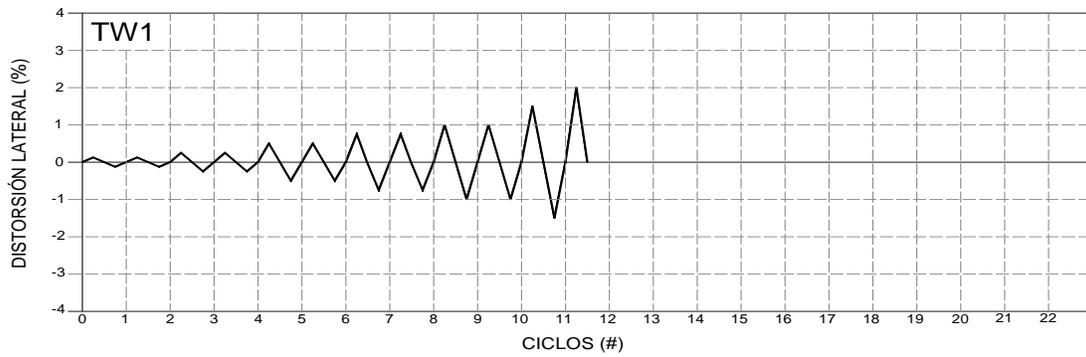
La Figura 4.29 muestra las historias de desplazamientos con las que se ensayaron los especímenes RW1, RW2, TW1 y TW2 y que en este trabajo se usaron para evaluar el comportamiento de los tres modelos restantes. La Figura 4.29 (a) muestra la historia de desplazamientos usada para el análisis del modelo RW2, la Figura 4.29 (b) muestra la historia de desplazamiento usada para el análisis del modelo TW1 y la Figura 4.29 (c) muestra la historia de desplazamientos usada para el análisis del modelo TW2.



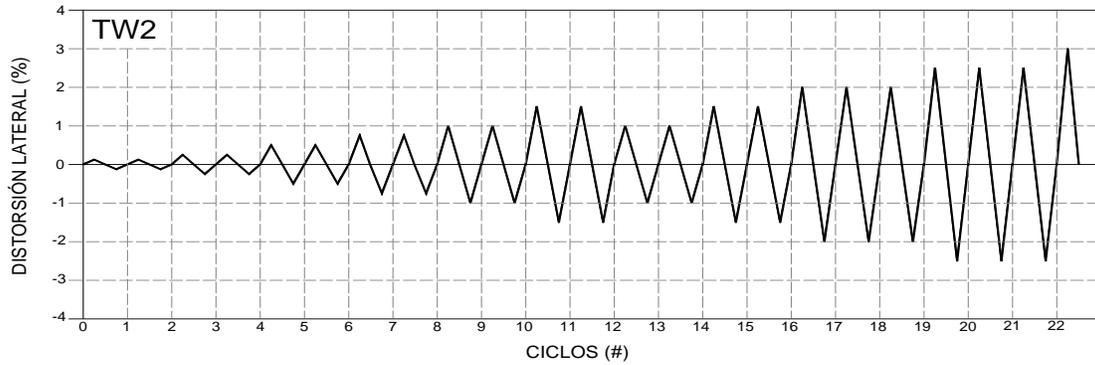
(a)



(a)



(b)



(c)

Figura 4.29 Historias de desplazamientos usadas en los modelos RW1, RW2, TW1 y TW2.

Estas historias de desplazamientos se aplicaron en el nodo superior de los modelos evaluados, tal como se indica en la Figura 4.30, se muestra las consideraciones hechas para modelar la parte superior de los modelos, se conectaron los nodos superiores con elementos rígidos para simular el marco de carga y de esta manera asegurar que los desplazamientos horizontales aplicados en el nodo A sean los mismos en todos los nodos superiores. Por otra parte, en los nodos superiores tal como se muestra en la Figura 4.31, se aplica la carga axial con la que fueron ensayados los especímenes. La Figura 4.31 (a) para el caso de los muros con sección rectangular y la Figura 4.31 (b) para el caso de los muros con sección T.

La tabla 4.10 muestra los valores de la relación  $P/A_g f'_c$  con las que se ensayaron los 4 especímenes.

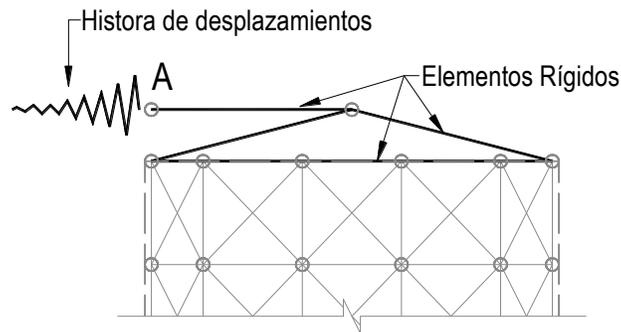


Figura 4.30 Condiciones de borde y carga axial aplicada en el extremo superior del modelo.

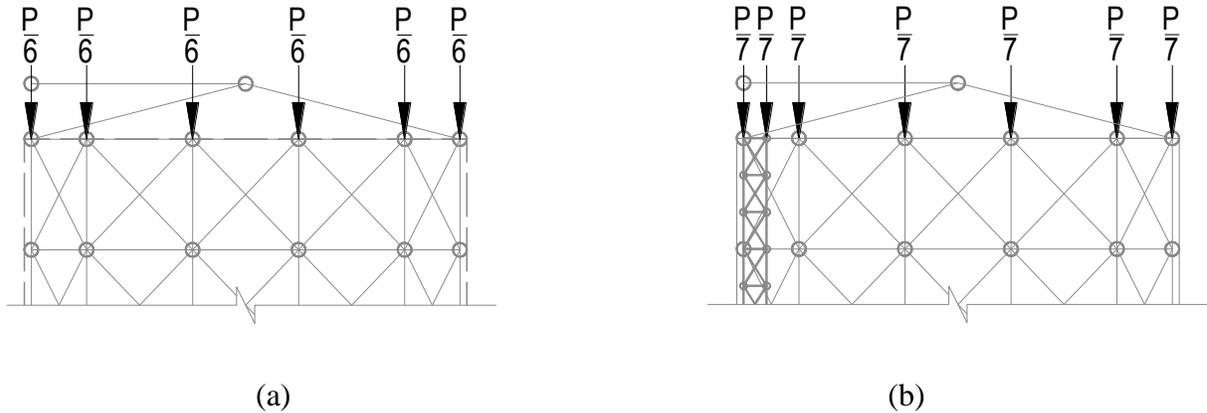


Figura 4.31 Condiciones de borde y carga axial aplicada en el extremo superior del modelo.

Tabla 4.10 Relaciones de carga axial aplicadas en los modelos

MURO	$P/Agf'c$
RW1	0.1
RW2	0.07
TW1	0.09
TW2	0.075

#### 4.8 RESULTADO DE LOS MODELOS ANALÍTICOS RW1, RW2, TW1 Y TW2 Y COMPARATIVA CON RESULTADOS EXPERIMENTALES

Los cuatro especímenes RW1, RW2, TW1 y TW2 se analizaron con el programa Ruaumoko empleando los modelos analíticos ya descritos, mostrados en la Figura 4.27 para el caso del muro RW1 y para el caso de los muros RW2, TW1 y TW2 mostrados en la Figura 4.28, así como las historias de desplazamientos laterales en los muros empleadas en los ensayos de estos especímenes que se muestran en la Figura 4.29.

Las Figuras 4.32 a 4.35 muestran con línea continua delgada las curvas de histéresis obtenidas con el programa Ruaumoko, las que relacionan la fuerza aplicada en el extremo superior del muro,  $F$ , y la distorsión global,  $D_r$ , para los especímenes RW1, RW2, TW1 y TW2, respectivamente. Con líneas grises gruesas en estas mismas figuras muestran las curvas de histéresis obtenidas en los ensayos de estos especímenes. Como se puede apreciar en estas figuras, los resultados analíticos y experimentales tienen una buena correlación, lo que permite validar el procedimiento de análisis empleado.

Las Figura 4.32 y 4.33 muestran con marcadores tipo triangulo, el punto de la curva de histéresis que permite conocer el desplazamiento lateral correspondiente al inicio del pandeo de las barras de refuerzo principal colocadas en la zona de borde de los muros RW1 y TW1.

Las Figuras 4.34 y 4.35 correspondientes a los especímenes RW2 y TW2 muestran también con marcadores tipo triangulo, el punto de la curva de histéresis el cual permite conocer el desplazamiento lateral en el cual se presenta el pandeo de las barras de refuerzo principal. Se debe mencionar que para estos dos últimos casos el pandeo se presentó fuera de su plano, este tipo de falla no se estudiará en este trabajo, ya que el pandeo presentado en estos dos casos involucra varios estribos en las zonas de borde.

Con marcador en forma de círculo se indica en estas figuras, los valores de la carga lateral calculada con el programa Ruaumoko para el desplazamiento mencionado. Como se muestra en lo que sigue, estas observaciones permitieron evaluar la bondad de un procedimiento de diseño de muros considerando el pandeo el pandeo de barras de refuerzo longitudinal.

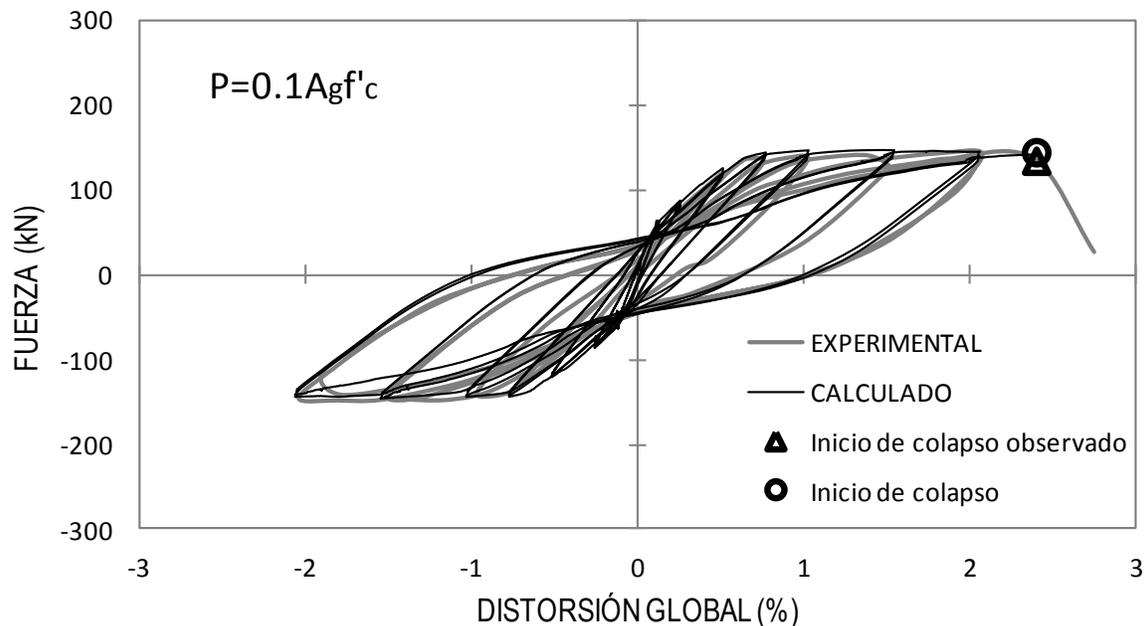


Figura 4.32 Curva Fuerza-Distorsión del muro RW1

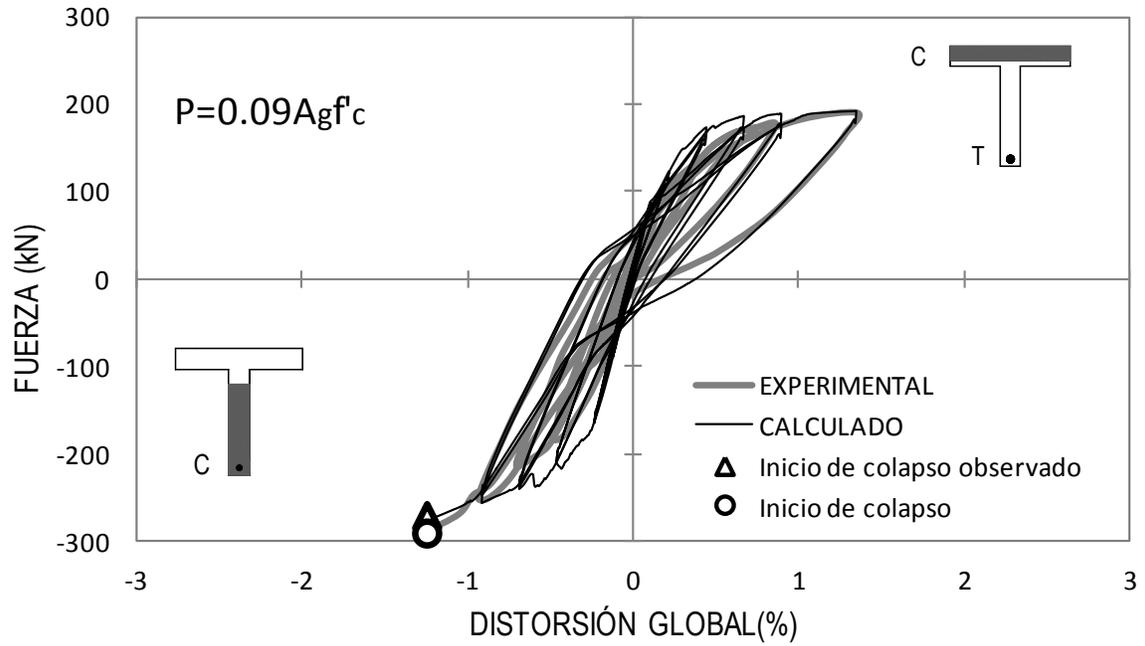


Figura 4.33 Curva Fuerza-Distorsión del muro TW1

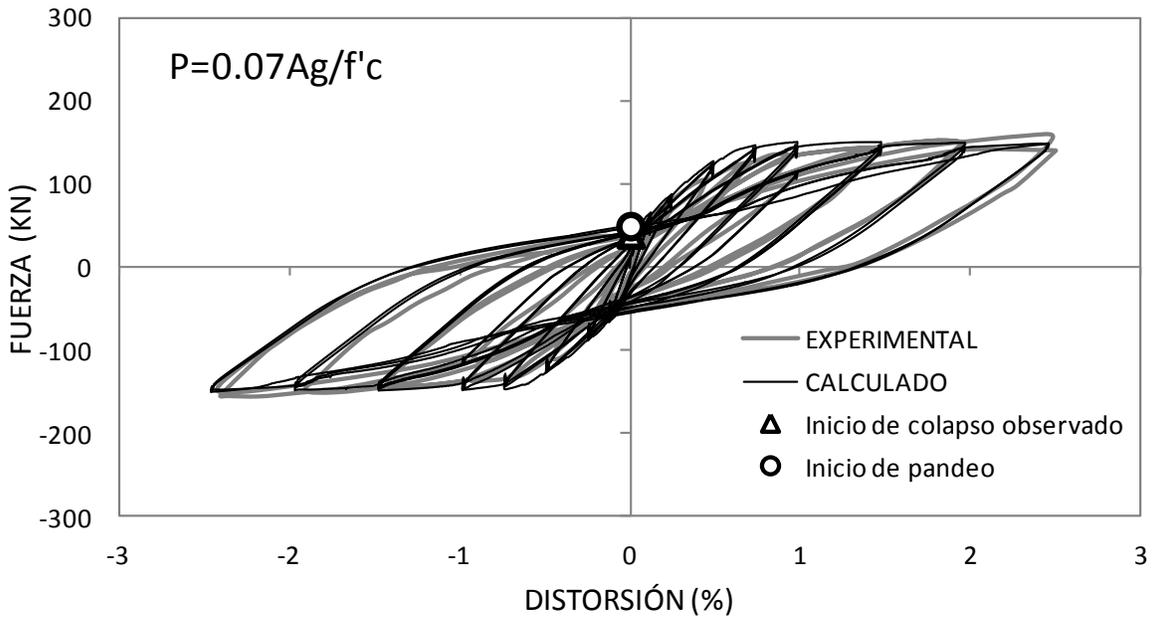


Figura 4.34 Curva Fuerza-Distorsión del muro RW2

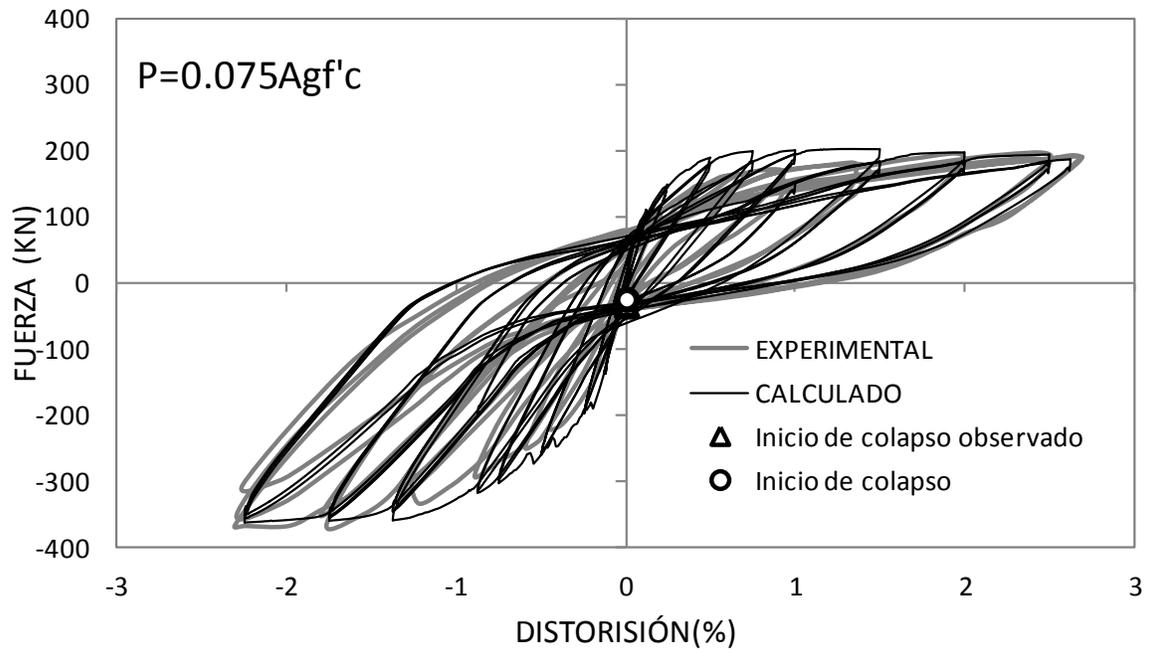


Figura 4.35 Curva Fuerza-Distorsión del muro TW2

## CAPITULO 5. MODELO PROPUESTO PARA EL DISEÑO SÍSMICO DE MUROS ESTRUCTURALES CONSIDERANDO EL MODO DE FALLA DE PANDEO DEL ACERO DE REFUERZO LONGITUDINAL

### 5.1 ANTECEDENTES

El problema del pandeo de las barras de refuerzo sometidas a acciones del tipo sísmico ha sido estudiado por Rodriguez et al. (1999). Estos autores propusieron un modelo de predicción de pandeo de barras sometidas a cargas cíclicas reversibles. En este modelo la deformación asociada al pandeo  $\varepsilon_p^*$ , se define con el siguiente procedimiento. La Figura 5.1 muestra los dos últimos semiciclos de carga correspondiente al inicio del pandeo de la barra. Inicialmente en estos semiciclos, la barra alcanza en tracción la deformación máxima  $\varepsilon_{st}$ , antes de empezar el semiciclo de descarga, para el cual ocurre el pandeo para la deformación  $\varepsilon_{sc}$ , Figura 5.1.

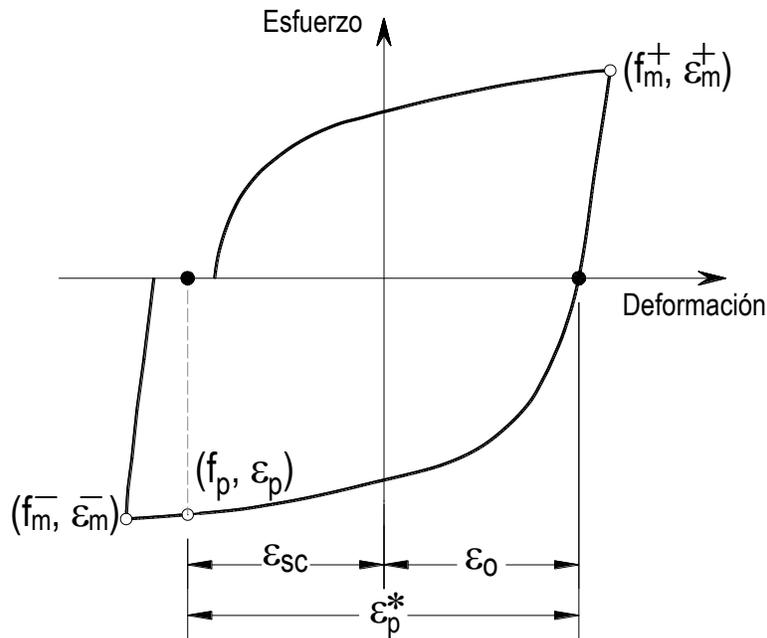


Figura 5.1 Curva esfuerzo-deformación que ilustra los parámetros que definen el pandeo de una barra de acero sometida a cargas cíclicas reversibles (Rodríguez et al., 1999)

Según Rodriguez et al. (1999),  $\varepsilon_p^*$  se expresa como:

$$\varepsilon_p^* = \varepsilon_0 + \varepsilon_{sc} \quad (5.1)$$

Donde  $\varepsilon_0$  se define en la Figura 5.1. Rodríguez et al (1999), en este trabajo se ensayaron con cargas cíclicas reversibles un grupo de barras de refuerzo con diferentes relaciones  $s/d_b$ , donde  $s$  es la altura libre de la barra y  $d_b$  el diámetro de la barra, hasta llegar al pandeo de estas barras.

Para los ciclos de cargas correspondientes al inicio del pandeo de las barras, estos autores obtuvieron valores para  $\varepsilon_p^*$  con la ecuación (5.1) y empleando mediciones de  $\varepsilon_0$  y  $\varepsilon_{sc}$  obtenidas en estos ensayos. Los resultados experimentales encontrados se muestran en la Figura 5.2. Esta figura muestra también con líneas continuas, los valores de deformaciones axiales en barras versus  $s/d_b$ , empleando la teoría de pandeo del módulo reducido (Rodríguez et al., 1999). En esta figura  $k$  es el parámetro que en el estudio analítico permite encontrar la longitud efectiva de pandeo de una barra, para el caso de una barra de refuerzo esta longitud sería  $ks$ . Se observa que esta predicción podría ser útil para obtener el valor de  $\varepsilon_p^*$  en una barra de refuerzo longitudinal en una columna de concreto si se pudiera conocer los valores del parámetro  $k$ .

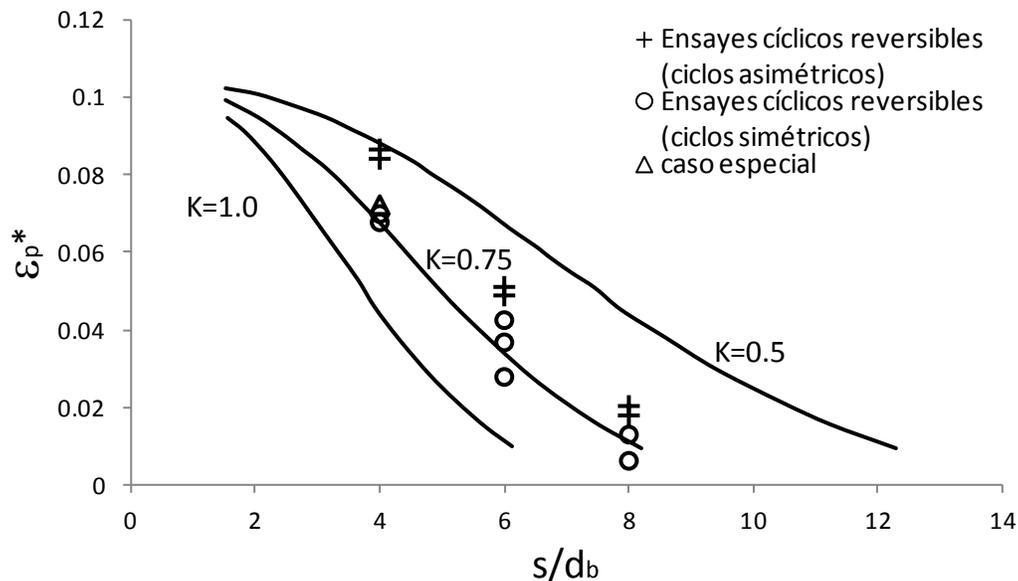


Figura 5.2 Parámetro  $\varepsilon_p^*$  versus  $s/d_b$  (Rodríguez et al 1999)

## 5.2 MODELO PROPUESTO PARA LA PREDICCIÓN DEL INICIO DEL PANDEO DE REFUERZO LONGITUDINAL EN MUROS DE CONCRETO REFORZADO

Es conveniente, para fines de diseño, que en la definición de  $\varepsilon_p^*$ , en lugar del parámetro  $\varepsilon_0$  se emplea el parámetro  $\varepsilon_{st}$  que es la deformación máxima en tracción del acero en el último ciclo, ver Figura 5.3.

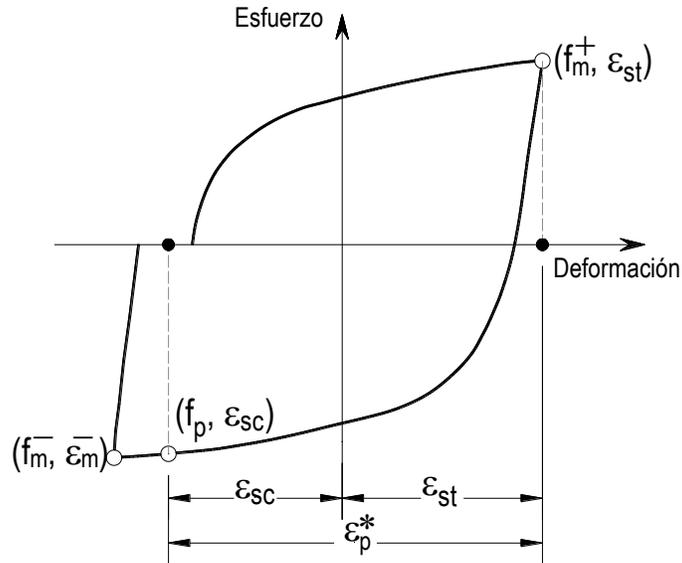


Figura 5.3 Curva esfuerzo-deformación que ilustra los parámetros que definen el pandeo de una barra de acero sometida a cargas cíclicas reversibles cambiando el parámetro  $\epsilon_0$  por  $\epsilon_{sc}$  (Rodríguez et al., 1999)

Si se procede de esta manera se obtiene:

$$\epsilon_p^* = \epsilon_{st} + \epsilon_{sc} \quad (5.2)$$

Con el empleo de la ecuación (5.2) y las mediciones correspondientes a los mismos ensayos cuyos resultados se muestran en la Figura 5.2, se obtuvieron los valores que se muestran en la Figura 5.4. Los resultados de esta figura indican que la predicción del parámetro  $\epsilon_p^*$  podría hacerse de manera razonable empleando las curvas continuas de la Figura 5.4 (que son las mismas mostradas en la Figura 5.2) y un valor apropiado para  $k$ .

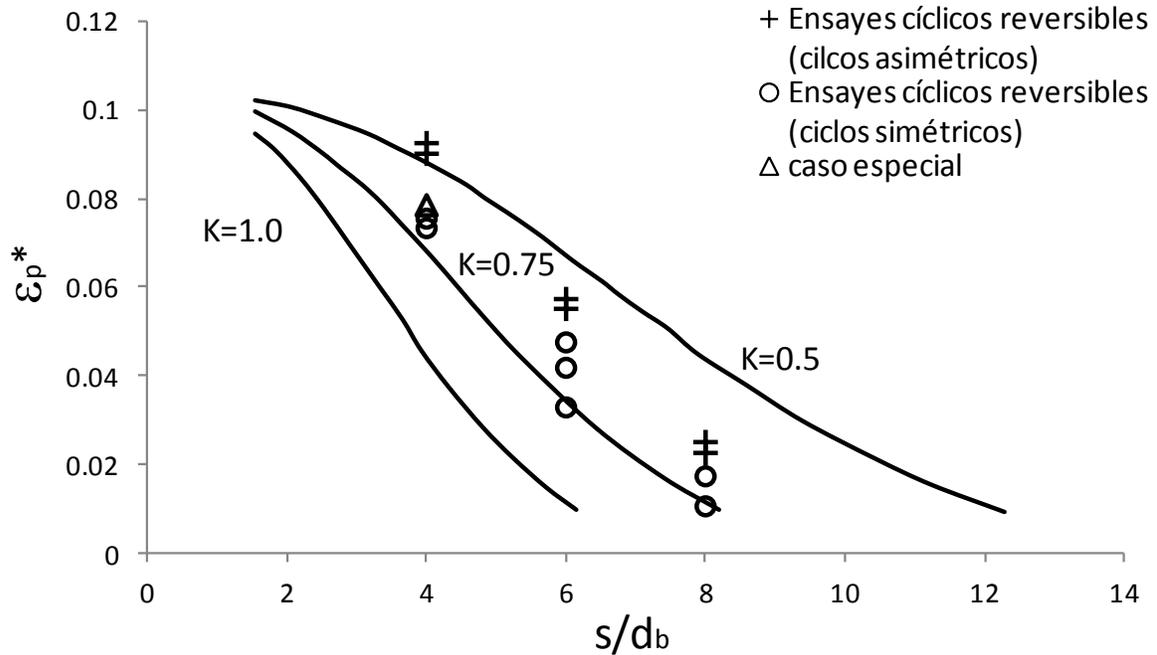


Figura 5.4 Parámetro  $\varepsilon_p^*$  modificado versus  $s/d_b$

### 5.3 MODELO PROPUESTO PARA LA PREDICCIÓN DEL INICIO DEL PANDEO DE REFUERZO LONGITUDINAL EN MUROS DE CONCRETO REFORZADO

En las Figuras 5.5 a 5.8 muestran los resultados obtenidos con el programa Ruaumoko para las curvas de histéresis esfuerzo-deformación de las barras de esfuerzo longitudinal más críticas, en este caso ubicadas en el extremo de los elementos de borde de los muros ensayados RW1, RW2, TW1 y TW2, respectivamente.

En particular, en estas figuras es de interés los dos últimos semiciclos, correspondientes al ciclo donde en el ensaye se observó el inicio del pandeo. Las Figuras 5.5 a 5.8 muestran las curvas esfuerzo-deformación correspondientes a los modelos RW1, TW1, RW2 y TW2 respectivamente, en estas figuras también se muestran con marcadores en forma de rombo y círculos los valores de  $\varepsilon_{st}$  y  $\varepsilon_{sc}$ , respectivamente, correspondiente al ciclo observado de pandeo en la barra crítica del muro.

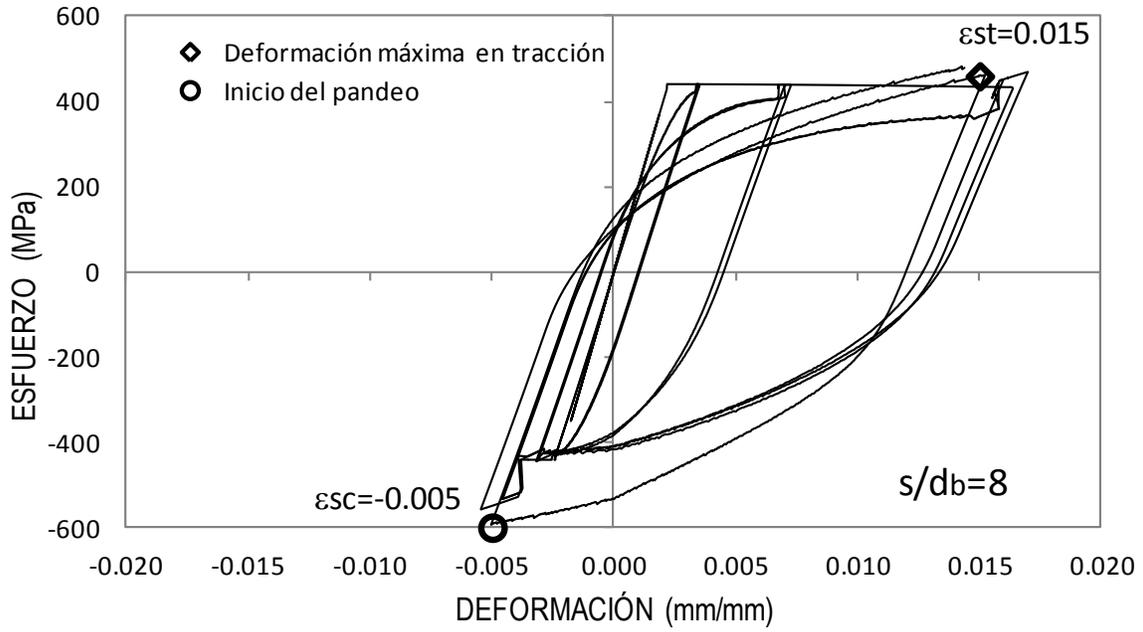


Figura 5.5 Curvas calculadas esfuerzo-deformación del acero de refuerzo longitudinal más crítico del espécimen RW1

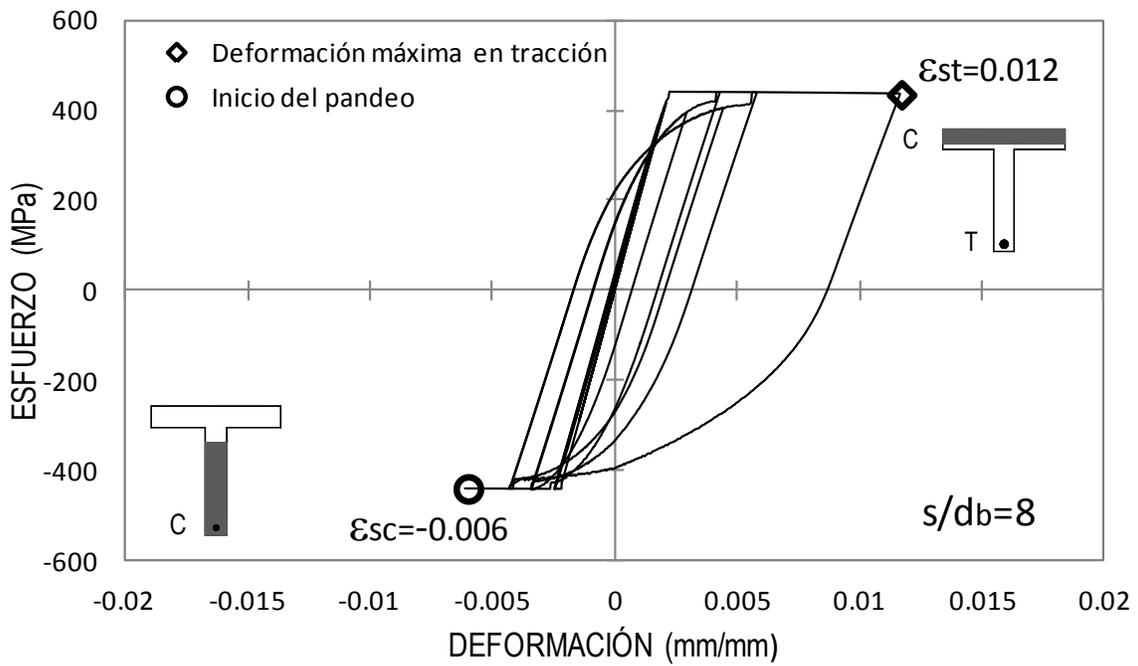


Figura 5.6 Curvas calculadas esfuerzo-deformación del acero de refuerzo longitudinal más crítico del espécimen TW1

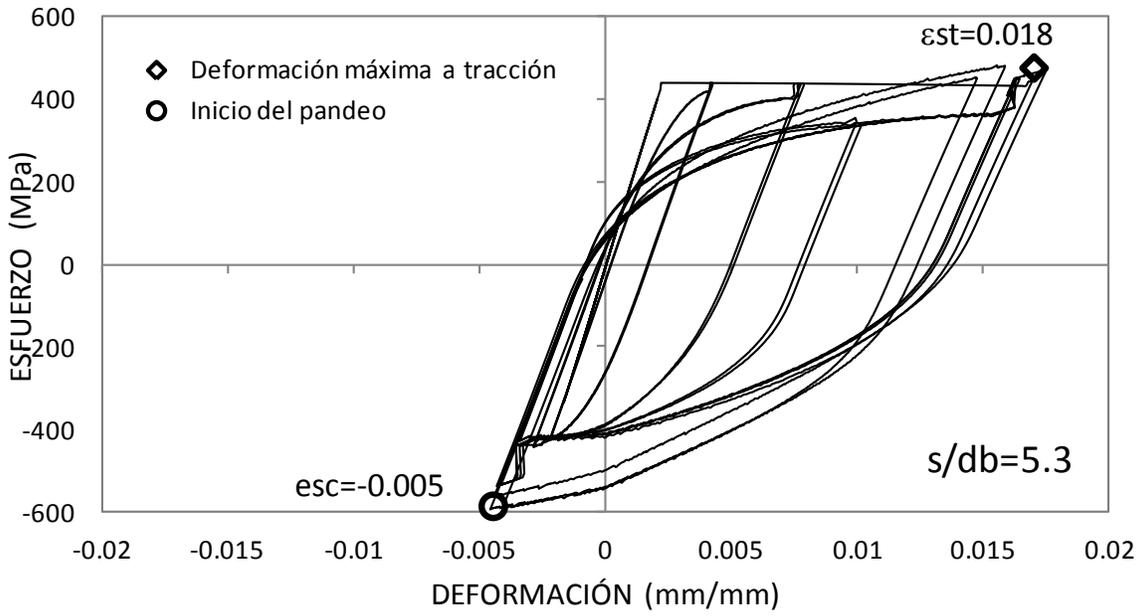


Figura 5.7 Curvas calculadas esfuerzo-deformación del acero de refuerzo longitudinal más crítico del espécimen RW2

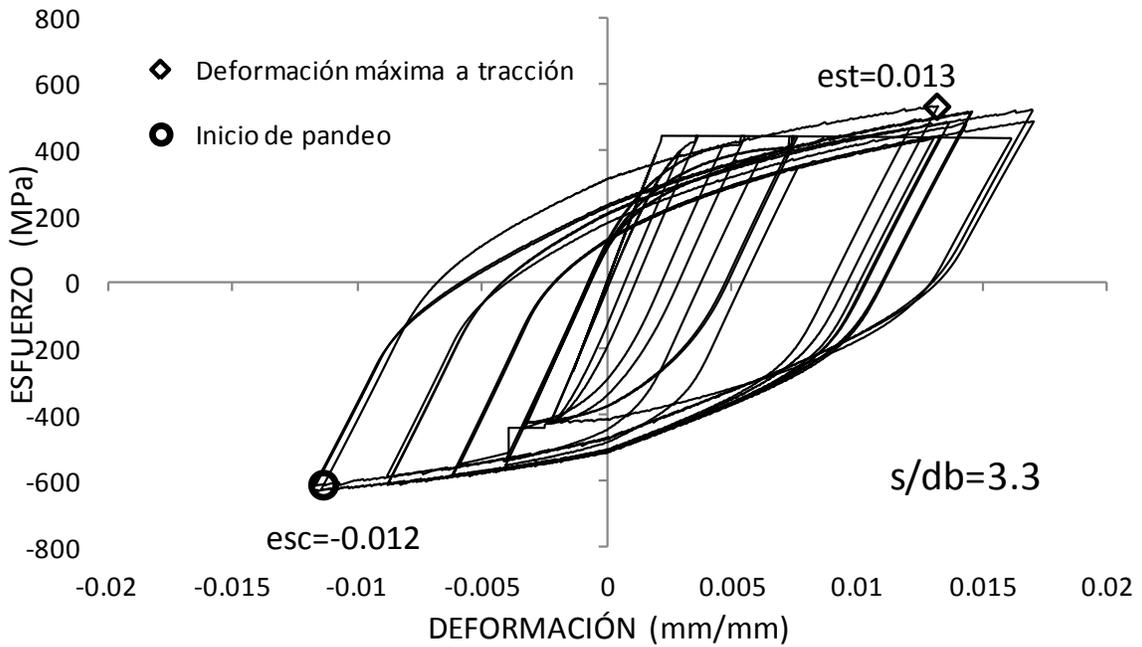


Figura 5.8 Curvas calculadas esfuerzo-deformación del acero de refuerzo longitudinal más crítico del espécimen TW2

Como indica la ecuación 5.2, con estos valores es posible conocer el parámetro  $\varepsilon_p^*$ . Si se procede de esta manera, para los casos de los especímenes RW1, RW2, TW1 y TW2, se obtienen los valores para  $\varepsilon_p^*$  mostrados en la Figura 5.9. Nuevamente esta figura muestra que un procedimiento de predicción razonable del parámetro  $\varepsilon_p^*$ , en muros de concreto reforzado, es el empleo de un valor apropiado del parámetro de longitud efectiva  $k$  y las curvas continuas de la Figura 5.8, las cuales son las mismas curvas continuas de las Figuras 5.2 y 5.4.

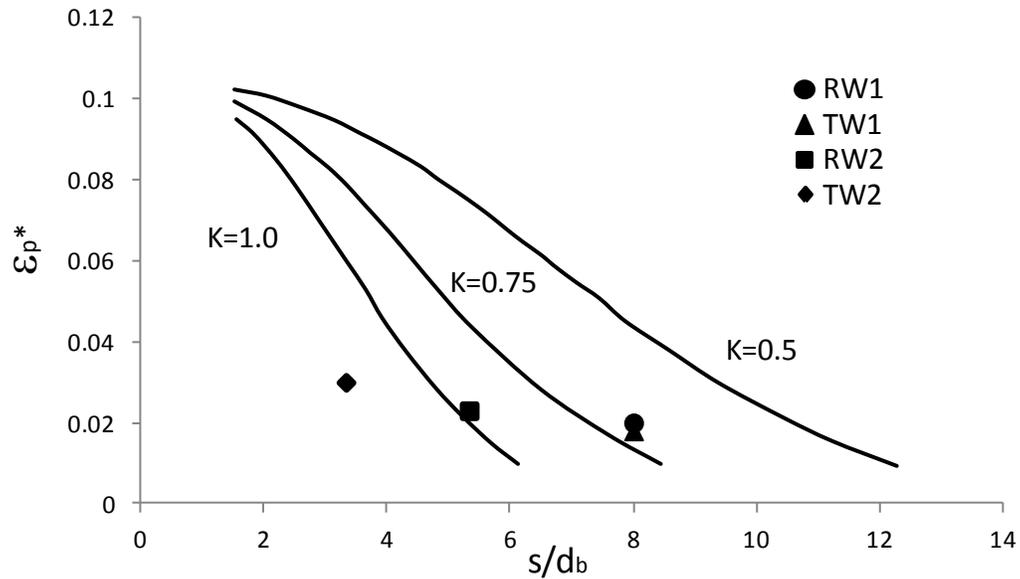


Figura 5.9 Valores de  $\varepsilon_p^*$  modificado para los especímenes RW1, TW1, RW2 y TW2.

## CAPITULO 6. PROPUESTA DE PROCEDIMIENTO DE DISEÑO SÍSMICO DE MUROS DE CONCRETO REFORZADO BASADO EN DESPLAZAMIENTO

### 6.1 CRITERIO DE DISEÑO POR CAPACIDAD

El empleo del criterio de diseño por capacidad en las normativas modernas de diseño sísmico de estructuras se basa en tratar de lograr un modo de falla por flexión antes de la ocurrencia del modo de falla por cortante. El comportamiento sísmico observado de estructuras de concreto, tanto en laboratorios como en terremotos, muestra que el modo de falla por flexión está asociado al pandeo de barras de refuerzo longitudinal, o a que se alcance la capacidad de deformación del concreto confinado antes de la ocurrencia del pandeo. Por este motivo es relevante que un procedimiento apropiado de diseño sísmico de muros estructurales tome en cuenta el fenómeno el pandeo de barras de refuerzo, así como la posible falla en compresión del concreto confinado. En lo que sigue se describe un procedimiento de diseño sísmico de muros, con estas características.

La Figura 6.1 vuelve a mostrar las relaciones del parámetro  $\varepsilon_p^*$  modificado versus  $s/d_b$  de los resultados experimentales mostrados en la Figura 5.4. La Figura 6.1 muestra además una línea continua que representa una cota inferior a esos resultados experimentales, la cual se expresa como:

$$\varepsilon_p^* = \frac{11 - \frac{5}{4} \frac{s}{d_b}}{100} \leq \frac{\varepsilon_{su}}{2} \quad (6.1)$$

Donde  $\varepsilon_{su}$  es la deformación última en una barra sometida a una carga axial de tracción del tipo monotónico, deformación que en este trabajo se considera iguala 0.12. Como se muestra en lo que sigue, el parámetro  $\varepsilon_p^*$  modificado es relevante en el procedimiento de diseño propuesto.

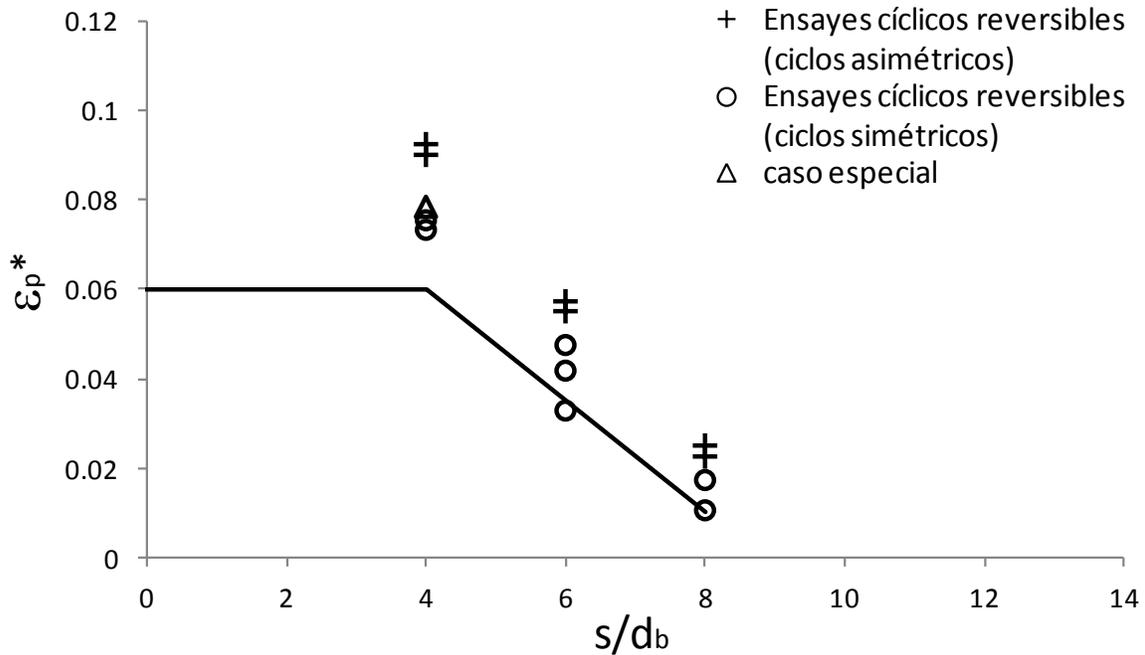
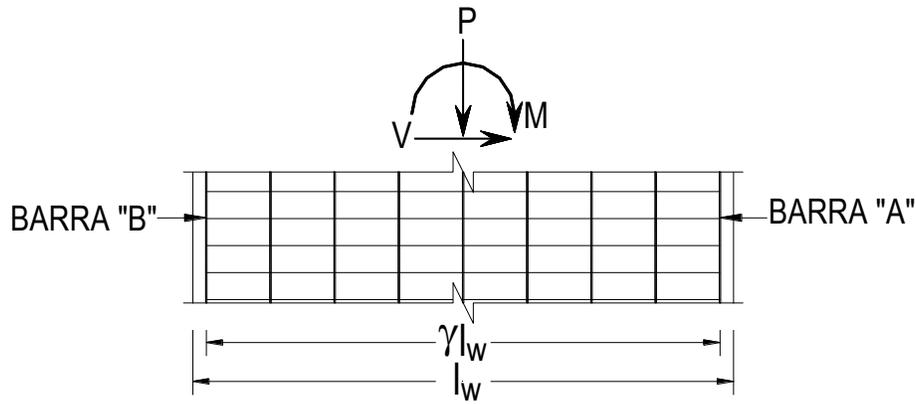


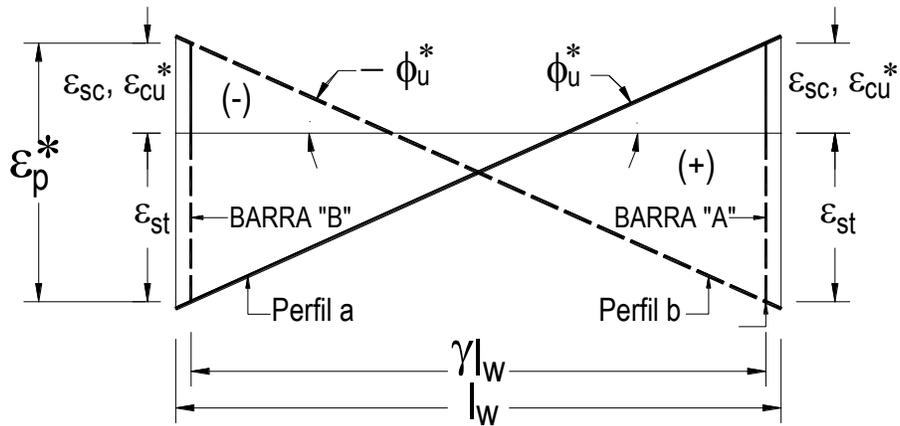
Figura 6.1 Modelo de predicción de  $\varepsilon_p^*$  modificado y resultados experimentales.

La Figura 6.2 (a) muestra de manera esquemática, algunas características de un muro de concreto reforzado en el que actúan momento  $M$  y la carga axial  $P$ . En particular es de interés el comportamiento de las barras más extremas del muro, barras A y B, porque de acuerdo con observaciones experimentales o en terremotos, son las que podrían llegar al pandeo para acciones sísmicas intensas. Estas barras están a una distancia a ejes igual a  $\gamma l_w$ , donde  $\gamma$  depende en cada caso de la posición de las barras extremas críticas. Si suponemos que las acciones sísmicas en el ciclo de pandeo son del tipo simétrico, es decir que en este ciclo se alcancen los momentos  $M^+$  y  $M^-$ , entonces se obtendrían los perfiles de deformaciones mostrados en la Figura 6.2 (b). La Figura 6.2 (b) muestra con línea continua el perfil de deformaciones, línea "a", causado por  $M^+$  y  $P$ .

Se puede apreciar que para estas acciones, la barra B está en tracción, y alcanza la deformación  $\varepsilon_{st}$ , y la curvatura correspondiente es  $\phi_u^*$ . Como la acción sísmica se caracteriza por ser reversible, la Figura 6.2 (b) muestra con línea discontinua, línea "b", el perfil de deformaciones correspondiente a las acciones  $M^-$  y  $P$ , el cual indica que la barra B alcanza una deformación en compresión igual a  $\varepsilon_{sc}$ , para la curvatura  $-\phi_u^*$ .



(a)



(b)

Figura 6.2 Perfil de deformaciones para la curvatura última.

De la definición de curvatura y de la Figura 6.2 (b) se obtiene:

$$\phi_u^* = \frac{\epsilon_{sc} + \epsilon_{st}}{\gamma l_w} \quad (6.2)$$

De las ecuaciones 5.2 y 6.2:

$$\phi_u^* = \frac{\epsilon_p^*}{\gamma l_w} \quad (6.3)$$

El desplazamiento del último nivel del muro,  $\Delta_p^*$ , cuando la sección crítica del muro alcanza la curvatura asociada al pandeo,  $\phi_u^*$ , se obtiene haciendo  $\phi_u = \phi_u^*$  en la ecuación 3.4:

$$\Delta_p^* = \left( \frac{M_{max}}{M_{ACI}} - 1 \right) \Delta_y + L_p \left( \phi_u^* - \phi_y \right) (h_w - 0.5L_p) \quad (6.4)$$

Es necesario revisar si la deformación máxima en compresión del concreto confinado correspondiente a la curvatura  $\phi_u^*$ ,  $\varepsilon_{cu}^*$ , es menor que la capacidad de deformación en compresión del concreto confinado,  $\varepsilon_{cu}$ , para considerar que primero ocurre el pandeo de la barra antes de la falla del concreto. Para llevar a cabo esta revisión se requiere definir  $\varepsilon_{cu}^*$ , lo que se puede lograr considerando requerimientos de compatibilidad, lo que de acuerdo a la Figura 6.2 (b):

$$|\varepsilon_{cu}^*| = \varepsilon_{cu} \quad (6.5)$$

Para considera que primero ocurre el pandeo de la barra antes de la falla del concreto se debe cumplir:

$$|\varepsilon_{cu}^*| \leq \varepsilon_{cu} \quad (6.6)$$

Donde  $\varepsilon_{cu}$ , se definió en la ecuación (4.11).

## **6.2 PASOS A SEGUIR EN EL PROCEDIMIENTO PROPUESTO DE DISEÑO SÍSMICO DE MUROS BASADO EN DESPLAZAMIENTO**

En el procedimiento de diseño sísmico que se propone para muros se deben seguir los siguientes pasos:

1. Se define la demanda de distorsión global,  $D_r$ , que corresponde a las demandas sísmicas de diseño empleadas.
2. Se calcula la demanda de desplazamiento en el extremo superior del muro,  $\Delta$ , empleando la ec (2.1)
3. Se define la cantidad y la distribución del refuerzo horizontal y vertical del muro para resistir demandas sísmica
4. Se revisa si es necesario confinar el concreto en los bordes del muro empleando los requisitos de confinamiento de estos bordes especificados en el Capítulo 21 del ACI-318.
5. Con las ecs (5.1) y (5.3) se calcula la curvatura última,  $\phi_u^*$ , correspondiente al inicio del pandeo de la barra de refuerzo longitudinal más crítica del muro.

6. Para revisar si el modo de falla de la sección del muro se debe al pandeo del refuerzo longitudinal o a la fractura del refuerzo transversal se emplean las ecs. (5.5) a (5.7), si se cumple la ec. (5.6), implica que el modo de falla es de pandeo de la barra crítica, y la curvatura última de la sección del muro sería  $\phi_u^*$ .
7. Si la condición dada por la ec. (5.6) no se cumple, implica que el modo de falla de la sección del muro está asociado a la fractura del refuerzo transversal, para la deformación máxima en el concreto igual a  $\varepsilon_{cu}^*$ . Se calcula la curvatura de la sección del muro correspondiente a  $\varepsilon_{cu}^*$ ,  $\phi_u^c$ , la cual será menor que  $\phi_u^*$ .
8. Si la condición de diseño que rige es la del pandeo, ver paso (6), se calcula  $\Delta_p^*$  con la ec. (5.4), y se revisa si se cumple

$$\Delta \leq \Delta_p^* \quad (6.7)$$

Si la expresión anterior no se cumple de deberá aumentar el valor de  $\varepsilon_p^*$  disminuyendo la relación  $s/d_b$ , y se repite el ciclo de diseño

9. Si el modo de falla de la sección del muro se debe a la fractura del refuerzo transversal, en la ec 5.4 se reemplaza  $\phi_u^*$  por  $\phi_u^c$  y  $\Delta_p^*$  por  $\Delta_p^c$ , y con la nueva expresión se encuentra el valor de  $\Delta_p^c$  correspondiente.

Se revisa la siguiente condición:

$$\Delta \leq \Delta_p^c \quad (6.8)$$

Si se cumple la ec. (5.7), el diseño de confinamiento del muro es adecuado, caso contrario se debe aumentar el confinamiento del muro o ( $\varepsilon_{cu}$ ), o de ser necesario, aumentar las dimensiones de la sección del muro, y se repite el ciclo de revisión hasta llegar a cumplir la ec. (5.7).

10. Al finalizar los pasos anteriores, se tendría que la capacidad de desplazamiento lateral del muro se podría considerar adecuada para la demanda de desplazamiento requerida por las acciones sísmicas consideradas.

### 6.3 EJEMPLOS DE APLICACIÓN

A continuación se emplea el procedimiento propuesto en este trabajo de diseño sísmico de muros de concreto reforzado basado en desplazamientos. Se plantean revisar los muros RW1 y TW1 los cuales son muros convencionales que se usa para la estructuración de edificios de niveles múltiples que son construidos en zonas de alta sismicidad.

Los detalles de estos muros, como dimensiones y armado de la sección se presentan en el capítulo 2. Para la revisión del procedimiento propuesto, se define una demanda de distorsión global de diseño,  $D_r$ , igual a 0.015, que corresponde a la distorsión permisible de entrepiso especificado en el apéndice A de las NTCC-2004. En el cálculo de esta demanda se emplea la hipótesis supuesta de que la deformación máxima de entrepiso es aproximadamente igual a  $D_r$ .

Se emplean como datos la altura total del muro,  $h_w$ , longitud de la sección del muro,  $l_w$ , y la demanda de distorsión global. La Figura 5.3 muestra los valores de estos parámetros.

Datos:

$$h_w = 3658 \text{ mm}$$

$$l_w = 1219 \text{ mm}$$

$$D_r = 0.015$$

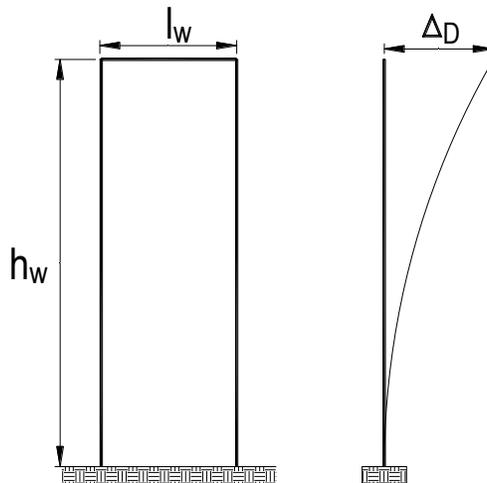


Figura 6.3 Muro rectangular

Empleando la ecuación 2.1 se calcula el desplazamiento de diseño en el extremo superior del muro,  $\Delta_D$ . Para este ejemplo  $\Delta$  es el desplazamiento de diseño,  $\Delta_u$ .

$$D_r = \frac{\Delta}{h_w}$$

$$\Delta_u = 55 \text{ mm}$$

Para el caso del muro RW1 (Figura 2.2), la relación  $s/d_b$  es igual a 8, para esta relación le corresponde al parámetro  $\varepsilon_p^*$  un valor aproximadamente igual a 0.015, mostrado en la Figura 6.4.

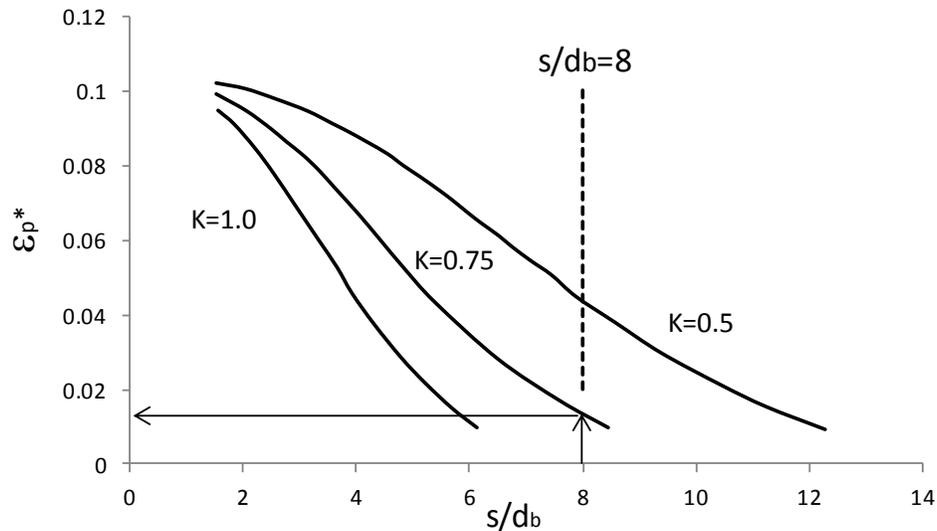


Figura 6.4 Parámetro  $\varepsilon_p^*$  modificado versus  $s/d_b$

Con la ec 6.3 se calcula  $\phi_u^*$ , la cual se define como la curvatura última asociada al inicio del pandeo del refuerzo principal:

$$\phi_u^* = 1.3 \times 10^{-6} \text{ mm}^{-1}$$

El desplazamiento lateral último,  $\Delta_u^*$ , asociado a  $\phi_u^*$ , se define como:

$$\Delta_u^* = \Delta_y + \Delta_p^*$$

Empleando la ec 3.3 se calcula  $\Delta_y$ :

$$\Delta_y = 14.3 \text{ mm}$$

Con la ecuación 6.4 se calcula  $\Delta_p^*$ , para este caso del muro se sección rectangular el valor de  $L_p$  es igual a  $1.5 l_w$ , el procedimiento para estimar este valor se presenta en el Apendice A de este trabajo.

$$\Delta_p^* = 50 \text{ mm}$$

Y finalmente aplicando la ecuación 3.2 se obtiene un desplazamiento último asociado al inicio del pandeo de la barra mas crítica.

$$\Delta_u^* = 64 \text{ mm}$$

Este mismo procedimiento se planeta para el caso del muro TW1. Para el caso del muro TW1 (Figura 2.4), la relación  $s/d_b$  es igual a 8, para esta relación le corresponde al parámetro  $\varepsilon_p^*$  un valor igual a 0.015, mostrado en la Figura 6.4. Estos parámetros son los mismos que en el caso del muro RW1 por tener el mismo confinamiento en los bordes.

Para el caso del muro de sección T el valor de  $L_p$  es igual a 0.5 de  $l_w$ , la obtención de este valor se presenta también en el Apendice A de este trabajo.

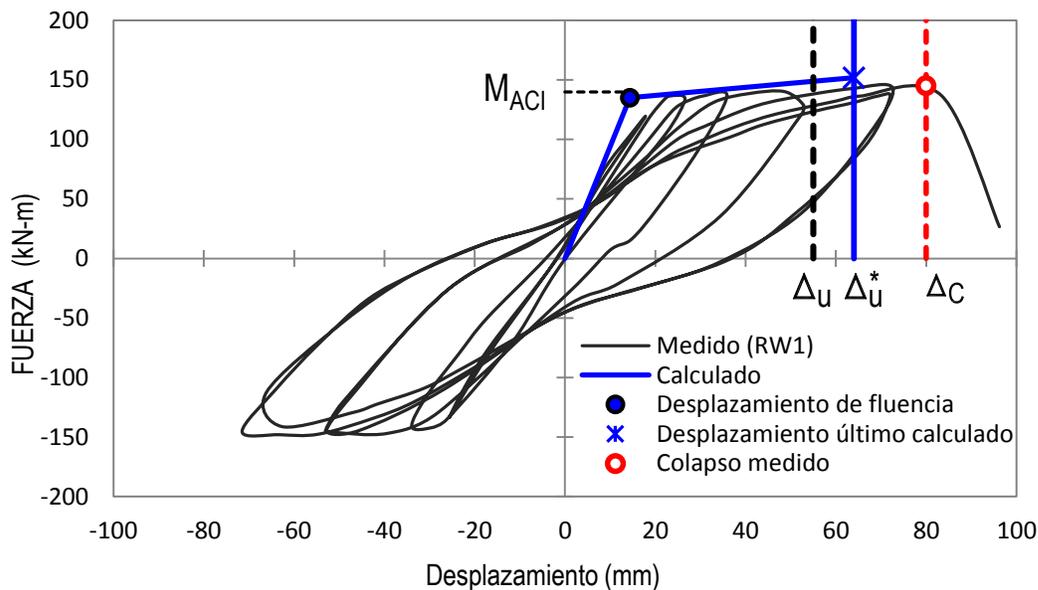


Figura 6.5 Muro RW1

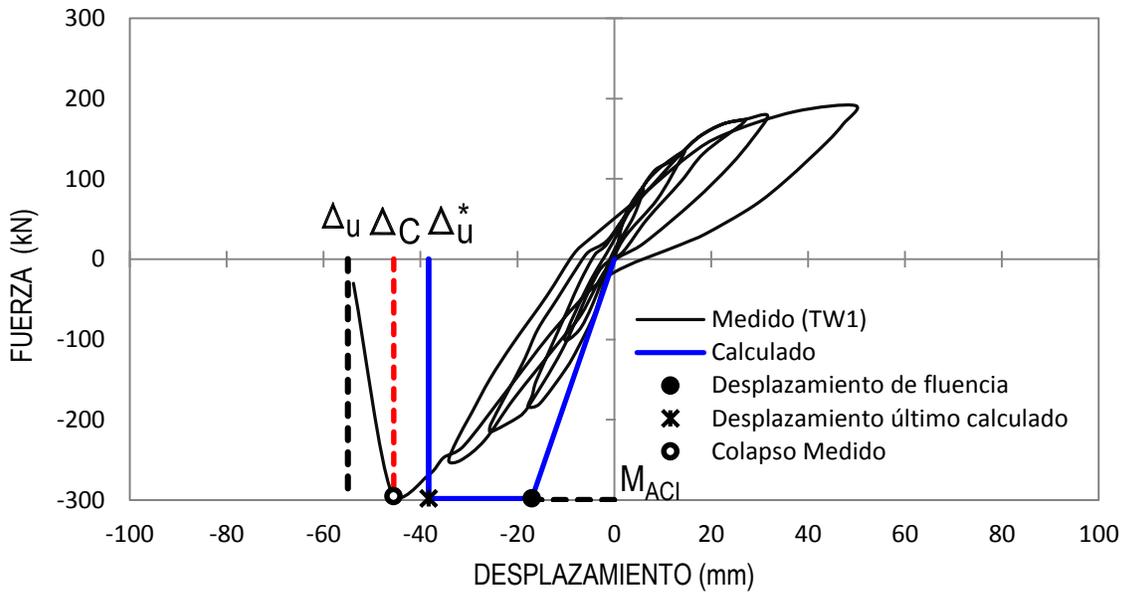


Figura 6.6 Muro TW1

En las Figuras 6.5 y 6.6 se muestran las curvas fuerza-desplazamiento medida y calculada correspondiente al muro RW1 y TW1 respectivamente, con línea delgada de color gris se presenta las curvas histeréticas fuerza-desplazamiento medidas en los ensayos, con línea negra continua se presenta el ajuste bilineal evaluada con el procedimiento propuesto en este trabajo.

En estas figuras se grafican con líneas vertivales el desplazamiento de diseño,  $\Delta_D$ , el desplazamiento asociado al inicio del pandeo,  $\Delta_u^*$ , y el desplazamiento de colapso,  $\Delta_C$ . Con una línea gruesa discontinua se grafica el desplazamiento asociado a la distorsión global de diseño, con línea continua el desplazamiento asociada al inicio del pandeo de las barras y con línea delgada discontinua al desplazamiento medido de colapso.

## CAPITULO 7. CONCLUSIONES

1. Los resultados de la evaluación de la respuesta observada en muros estructurales de sección rectangular y de sección “T” en ensayos experimentales, empleando cargas laterales cíclicas reversibles, llevados a cabo por otros autores, indica que una característica relevante de muros de sección “T” es que tienen una capacidad de deformación lateral bastante menor de la que tendrían muros estructurales de sección rectangular con características comparables.
2. Para evaluar la respuesta sísmica de los muros estructurales considerados en esta investigación, se empleó un procedimiento de análisis no lineal propuesto recientemente en la literatura, el cual emplea elementos de armadura no lineales, con el cual se evita tener las limitaciones de otros procedimientos de análisis, como los que emplean elementos con plasticidad concentrada o análisis no lineal que emplea elementos fibras. La correlación de los resultados experimentales de los especímenes estudiados, con los encontrados con este nuevo procedimiento de análisis para estos especímenes, fue satisfactoria. Lo que permitió validar el procedimiento de análisis no lineal empleado.
3. El estudio analítico de la respuesta de los muros ensayados RW1 y TW1 permitió conocer las curvas histeréticas esfuerzo-deformación de las barras de refuerzo longitudinal más críticas de estos muros, las que estuvieron ubicadas en el extremo de los elementos de borde de los muros. En estas curvas fue posible identificar el ciclo esfuerzo-deformación correspondiente al inicio del pandeo observado en los ensayos de estos muros. Los valores de las deformaciones de la barra de refuerzo en este ciclo permitieron conocer el valor del parámetro  $\varepsilon_p^*$  modificado, basado en una propuesta anterior para definir el inicio del pandeo de barras aisladas sometidas a cargas axiales cíclicas reversibles. Los valores del parámetro  $\varepsilon_p^*$  modificado, obtenidos del referido ciclo de pandeo en los especímenes estudiados tuvieron una correlación aceptable con los que se obtienen con la expresión para predecir  $\varepsilon_p^*$  propuesta en este estudio.
4. La predicción propuesta para el parámetro  $\varepsilon_p^*$  modificado depende de la relación  $s/d_b$ , y permite definir una expresión para la curvatura de la sección del muro correspondiente al inicio del pandeo de la barra de refuerzo longitudinal más crítica del muro,  $\phi_u^*$ . Con esta expresión para  $\phi_u^*$  es posible estimar la capacidad de desplazamiento del extremo superior del muro, lo que en un procedimiento de diseño por desplazamiento permite revisar si esta capacidad es mayor que la demanda correspondiente a las acciones sísmicas de diseño consideradas.

5. En este estudio también se considera la posibilidad de que ocurra la fractura del refuerzo transversal antes del inicio del pandeo de la barra de refuerzo más crítica del muro. Se propone un procedimiento para el diseño del muro para este modo de falla.
6. Con el fin de contar con un procedimiento racional de diseño sísmico de muros basado en desplazamiento, en este estudio se dan los pasos a seguir para llevar a cabo este diseño.

## **RECONOCIMIENTOS**

Este estudio fue llevado a cabo en el Instituto de Ingeniería de la UNAM bajo la estricta supervisión del Dr Mario E. Rodríguez Rodríguez, y es parte de un proyecto de investigación en el programa Investigación Científica Básica 2011, Proyecto No 167445, patrocinado por CONACYT, a quien se agradece el financiamiento para esta investigación.

Se agradece al Dr. Miguel A. Torres Matos por sus aportaciones y recomendaciones en la elaboración de la tesis. y al grupo de becarios de maestría y doctorado del II-UNAM, Emilio Vásquez, Dandy B. Roca y Fredy A. Salas.

Se agradece al Dr Marios Panagiotou de la UC Berkeley por compartir información útil para emplear el elemento armadura no lineal del programa Ruaumoko, así como al Dr José Restrepo de la UC San Diego por sus acertados comentarios durante el desarrollo de este trabajo.

## REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ACI Committee 318 (ACI 318, 2011), "Building Code Requirements for Reinforced Concrete (ACI 318-08)". American Concrete Institute, Farmington Hills, MI.

Carr, A. J., "Ruaumoko-A Program for inelastic Time-History Analysis," Department of Civil Engineering, University of Canterbury, Christchurch, New Zeland, 2008, pp. 1804-1826.

Carrasquillo, R.L., Nilson, A.H. and Slate, F.O., (1981), "Properties of High Strength Concrete Subjected to Short-Term Loads", *Journal of the American Concrete Institute*, Vol. 78, No. 3, Mayo, pp, 171-178.

Dodd, L.L. and Restrepo-Posada, J.I. "Model for Predicting Cyclic Behaviour of Reinforcing Steel". *J. Structural Engineering*, ASCE, Vol. 121, No. 2, Marzo. 1995, pp 433-445.

Kelvin Fields y Peter H. Bischoff (2004) "Tension Stiffening and Cracking of High-Strength Reinforced Concrete Tension Members", *ACI-Structural Journal*, Julio-agosto 2004.

Mander, J.B., Priestley, M.J.N. y Park R. (1988), "Theoretical Stress-Strain Model for Confined Concrete", *Journal of the Structural Division*, ASCE, **114:8**, 1804-1826.

NTCS-DF (2004), "Normas técnicas complementarias para diseño por sismo", Reglamento de Construcciones para el Distrito Federal, México.

NTC-DF (2004), "Normas técnicas complementarias para diseño y construcción de estructuras de concreto", Reglamento de Construcciones para el Distrito Federal, México.

Panagiotou, M., Restrepo, J.I., Schoettler, M. y Kim, G. (2012). "Nonlinear Cyclic Truss Model for Reinforced Concrete Walls", *ACI Structural Journal*, **109:2**, 205-214

Park R. and Paulay T. (1975). "Reinforced Concrete Structures". *John Wiley & Sons, Inc., Hoboken, NJ*.

Popovics, S. (1973). "A numerical approach to the complete stress-strain curves for concrete." *Cement and Concr. Res.*, 3(5), 583-599

Priestley, M.J.N., Seible, F. y Calvi, G.M. (1996). “Seismic Design and Retrofit of Bridges”, John Wiley & Sons, NY, USA

Rodriguez M, Botero, JC, y Villa, J (1999). “Cyclic Stress-Strain Behavior of Reinforcing Steel Including the Effect of Buckling”. *Journal of Structural Engineering*, ASCE, **125: 6**, 605-612.

Thomsen, J. H. y Wallace, J. (2004). “Displacement-Based Design of Slender Reinforced Concrete Structural Walls-Experimental Verification”, *Journal of Structural Engineering*, ASCE, **130:4**, 618-630.

Thomsen, J. H., IV, and Wallace, J. W. ~1995. “Displacement-based design of reinforced concrete structural walls: Experimental studies of walls with rectangular and T-shaped cross sections.” *Rep. No. CU/CEE-95/06*, Department of Civil and Environmental Engineering, Clarkson University, Potsdam, N.Y.

Vecchio, F. J., y Collins, M. P. (1986). “The Modified Compression Field Theory for Reinforced Concrete Elements Subjected to Shear”, *ACI JOURNAL*, Proceedings, **83:2**, 219-231.

Wallace, J.W. (1992). BIAX-Computer program for the analysis of reinforced concrete and reinforced masonry sections, Rep. No CU/CEE-92/4, Clarkson University, Postdam, NY, USA.

## APENDICE A. LONGITUD PLÁSTICA, $L_p$ , PARA MUROS ESTRUCTURALES DE CONCRETO REFORZADO

En este apéndice se evalúa la longitud plástica,  $l_p$ , para los casos de los muros estructurales de concreto reforzado estudiados en este trabajo. Fig. A1.

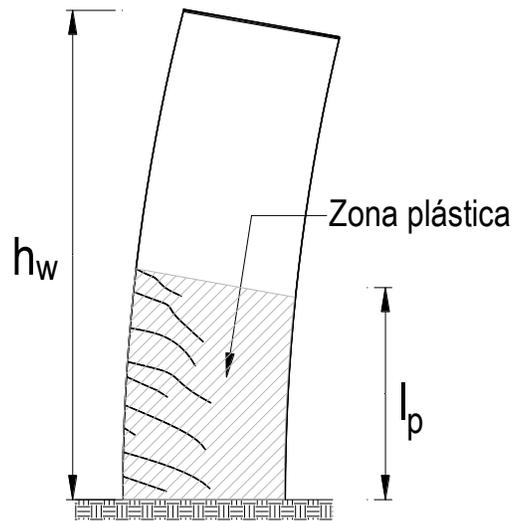


Figura A1. Detalles de la longitud plástica

La Figura A2 muestra gráficamente los parámetros que se usan para deducir la ecuación que definen el parámetro,  $l_p$ .

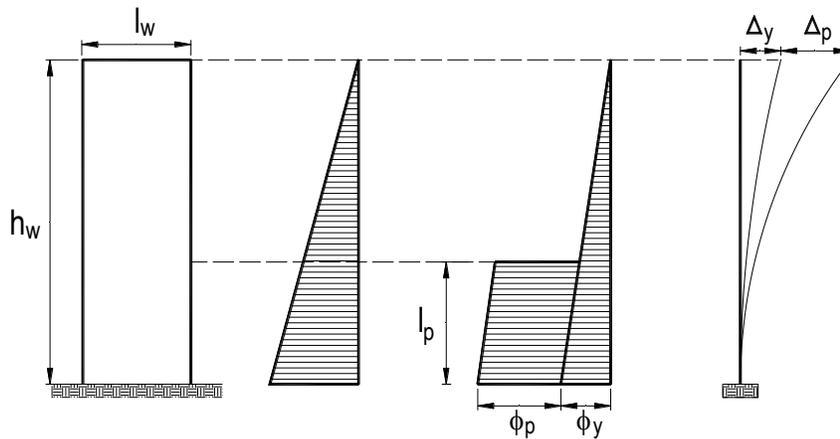


Figura A2. Deformación plástica de un muro en cantiléver

El desplazamiento último se define como:

$$\Delta_u = \Delta_y + \Delta_p \quad (\text{A.1})$$

Evaluando  $\Delta_y$  y  $\Delta_p$  se obtiene la siguiente ecuación:

$$\Delta_u = \Delta_y + \left( \frac{M_{cd}}{M_{ACI}} - 1 \right) \Delta_y + l_p (\phi_u - \phi_y) (h_w - 0.5l_p) \quad (\text{A.2})$$

Considerando un modelo bilineal como se muestra en la Figura A3, y consideramos que el momento máximo es igual al momento calculado con el ACI, se obtiene la ecuación A3.

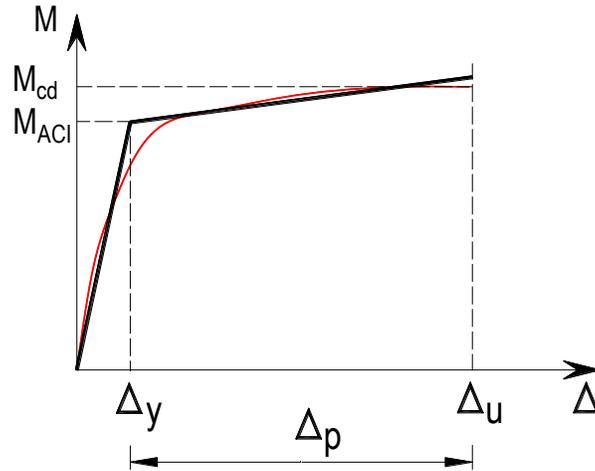


Figura A3. Modelo bilineal elastoplástico

$$l_p (\phi_u - \phi_y) (h_w - 0.5l_p) = \Delta_u - \Delta_y \quad (\text{A.3})$$

Si remplazamos por factores de ductilidad a nivel sección y a nivel elemento, tenemos que:

$$\mu_\phi = \frac{\phi_u}{\phi_y} \quad (\text{A.4})$$

$$\mu_\Delta = \frac{\Delta_u}{\Delta_y} \quad (\text{A.5})$$

Sustituyendo estos factores en la ecuación A3 se obtiene la expresión para conocer el factor  $l_p$ .

$$\phi_y l_p (\mu_\phi - 1) (h_w - 0.5l_p) = \Delta_y (\mu_\Delta - 1) \quad (\text{A.6})$$

$$\phi_y l_p (\mu_\phi - 1) (h_w - 0.5 l_p) = \frac{\phi_y L^2}{3} (\mu_\Delta - 1) \quad (\text{A.7})$$

$$l_p (h_w - 0.5 l_p) = \frac{1 (\mu_\Delta - 1)}{3 (\mu_\phi - 1)} h_w^2 \quad (\text{A.8})$$

$$\alpha = \frac{1 (\mu_\Delta - 1)}{3 (\mu_\phi - 1)} \quad (\text{A.9})$$

$$\frac{1}{2} l_p^2 - h_w l_p + \alpha h_w^2 = 0 \quad (\text{A.10})$$

$$l_p^2 - 2 h_w l_p + 2 \alpha h_w^2 = 0 \quad (\text{A.11})$$

Obtenemos la menor solución por determinantes:

$$l_p = \frac{2L \pm \sqrt{4h_w^2 - 4(2\alpha h_w^2)}}{2} \quad (\text{A.12})$$

$$l_p = h_w \pm h_w \sqrt{1 - 2\alpha} \quad ; \quad \alpha \leq \frac{1}{2} \quad (\text{A.13})$$

$$\frac{l_p}{l_w} = \frac{h_w}{l_w} \pm \frac{h_w}{l_w} \sqrt{1 - 2\alpha} \quad (\text{A.14})$$

$$\frac{l_p}{l_w} = \frac{h_w}{l_w} (1 - \sqrt{1 - 2\alpha}) \quad (\text{A.15})$$

$$\frac{l_p}{l_w} = \frac{h_w}{l_w} \left( 1 - \sqrt{1 - \frac{2 (\mu_\Delta - 1)}{3 (\mu_\phi - 1)}} \right) \quad (\text{A.16})$$

Ejemplo.

Para el caso del muro de sección rectangular RW1, se obtuvo aplicando este procedimiento un  $l_p$  igual a 1.5 veces  $l_w$ . A continuación se muestra los cálculos realizados para la obtención de este valor.

Datos:

$$h_w = 3658 \text{ mm}$$

$$l_w = 1219 \text{ mm}$$

De los resultados observados como la distorsión asociada al colapso  $D_r$  igual a 0.023, de los resultados obtenidos de los modelos analíticos, para este caso el muro RW1 se obtuvo un valor de  $\varepsilon_p^*$  igual a 0.02.

De la ecuación (2.1) se obtiene el desplazamiento  $\Delta_u$ :

$$\Delta_u = D_r h_w$$

$$\Delta_u = 0.023 * 3658 = 84 \text{ mm}$$

La curvatura última asociada al valor de  $\varepsilon_p^*$  se obtiene aplicando la ecuación (6.3).

$$\phi_u^* = \frac{\varepsilon_p^*}{\gamma l_w}$$

$$\phi_u^* = \frac{0.02}{1181} = 1.7 \times 10^{-5}$$

Donde

$\varepsilon_p^*$  es la deformación del refuerzo principal en la zona más crítica asociada al inicio del pandeo.

$\gamma l_w$  es la longitud de la sección a ejes de las barras más críticas en las zonas de borde.

De la ecuación (3.1)

$$\Delta_u = \Delta_y + \Delta_p$$

Se despeja el desplazamiento plástico  $\Delta_p$ , para eso se calcula el desplazamiento de fluencia aplicando la ecuación 3.2.

$$\Delta_y = \frac{\phi_y h_w^2}{3}$$

$\phi_y$  se obtiene aplicando datos obtenidos del diagrama momento-curvatura, para el caso del muro RW1

Remplazando valores:

$$\Delta_y = 16.4 \text{ mm}$$

Entonces:

$$\Delta_p = \Delta_u + \Delta_y$$

Remplazando valores:

$$\Delta_p = 84 \text{ mm} - 16.4 \text{ mm} = 67.6 \text{ mm}$$

Finalmente aplicado la ecuación 3.3:

$$\Delta_p = \left( \frac{M_{max}}{M_{ACI}} - 1 \right) \Delta_y + L_p (\phi_u - \phi_y) (h_w - 0.5L_p)$$

Donde ya se conoce  $\Delta_p$ , se despeja el valor de  $l_p$ , ecuación (A-16).

$$\frac{L_p}{l_w} = 1.5$$