



**UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO**  
**PROGRAMA DE MAESTRÍA Y DOCTORADO EN INGENIERÍA**  
**INGENIERÍA CIVIL – INGENIERÍA SÍSMICA**

MODELO SIMPLIFICADO PARA ESTIMAR LAS FUNCIONES DE  
VULNERABILIDAD Y RIESGO SÍSMICO DE EDIFICIOS ASIMÉTRICOS EN  
PLANTA

TESIS  
QUE PARA OPTAR POR EL GRADO DE:  
DOCTOR EN INGENIERÍA

PRESENTA:  
YASSER PICAZO GAMA

TUTOR PRINCIPAL  
DR. LUIS ESTEVA MARABOTO, INSTITUTO DE INGENIERÍA

COMITÉ TUTOR  
DR. ROBERTO MELI PIRALLA, INSTITUTO DE INGENIERÍA  
DR. A. GUSTAVO AYALA MILIÁN, INSTITUTO DE INGENIERÍA  
DRA. SONIA ELDA RUIZ GÓMEZ, INSTITUTO DE INGENIERÍA  
DR. JOSÉ ALBERTO ESCOBAR SÁNCHEZ, INSTITUTO DE INGENIERÍA

MÉXICO, D. F. OCTUBRE 2014

**JURADO ASIGNADO:**

**Presidente:** DR. ROBERTO MELI PIRALLA  
**Secretario:** DR. A. GUSTAVO AYALA MILIÁN  
**Vocal:** DR. LUIS ESTEVA MARABOTO  
**1er. Suplente:** DRA. SONIA ELDA RUIZ GÓMEZ  
**2do. Suplente:** DR. JOSÉ ALBERTO ESCOBAR SÁNCHEZ

**Lugar o lugares donde se realizó la tesis: INSTITUTO DE INGENIERÍA**

**TUTOR DE TESIS:  
LUIS ESTEVA MARABOTO**

-----  
**FIRMA**

## **DEDICATORIA:**

*A Jehová Dios, por la bendición de la vida.*

*A mis padres Eduardo y Celia, por su apoyo y por haber estado conmigo cuando más los necesité; a mis hermanas Verónica y Giselle, y a mis hermanos Yessua, Eduardo y Yered, por todo su cariño y apoyo que me han dado.*

*A mis abuelos Félix, María de la Luz y Lauro, que han partido a la presencia de Dios.*

*Honra a tu padre y a tu madre como el Señor tu Dios te ha mandado, para que tus días sean prolongados y te vaya bien en la tierra que el Señor tu Dios te da.*

*Deuteronomio 5:16*

## AGRADECIMIENTOS:

- A mi maestro el Dr. Luis Esteva Maraboto, por haberme dado la oportunidad de llevar a cabo mis estudios de doctorado bajo su dirección, y por compartir generosamente conmigo parte de su conocimiento amplio de la Ingeniería Sísmica. Por esto, y por su apoyo y paciencia, especialmente, durante el tiempo que estuve delicado de salud, le reitero mi profundo agradecimiento y respeto.
- A mis sinodales, Dr. Roberto Meli Piralla, Dr. A. Gustavo Ayala Milián, Dra. Sonia Elda Ruiz Gómez y Dr. José Alberto Escobar Sánchez, por sus comentarios críticos y valiosos que contribuyeron a mejorar esta tesis.
- A mi abuela, tíos y primos: Francisca; Aurelia, Margarita, Haidy, Josefina, Dinora, Ricardo, Roberto, Alfredo, Nicolás, Juan, Agustín, Noé, Cesar; Katya, Brenda, Nohemí, Yajaira, Madeline, Italibi, Eric, Israel, René, por su apoyo, cariño y oraciones constantes, lo cual me dio fuerzas y aliento para realizar este estudio.
- A todos mis amigos que compartieron conmigo momentos buenos y agradables durante mis estudios; a Luis Alfonso López López<sup>†</sup>, por haberme brindado su apoyo y una amistad sincera.
- Al Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología (CONACYT) y al Instituto de Ingeniería de la UNAM, por la beca otorgada durante mis estudios de doctorado.

# CONTENIDO

<b>DEDICATORIA</b>	<i>i</i>
<b>AGRADECIMIENTOS</b>	<i>ii</i>
<b>CONTENIDO</b>	<i>iii</i>
<b>RESUMEN</b>	<i>v</i>
<b>ABSTRACT</b>	<i>vi</i>
<b>1. INTRODUCCIÓN</b>	<b>1</b>
1.1 Antecedentes	2
1.2 Objetivos	3
1.3 Alcances y limitaciones	4
1.4 Contribuciones del trabajo	4
<b>2. MARCO TEÓRICO</b>	<b>5</b>
2.1 Caracterización de los sistemas tridimensionales	5
Excentricidades de rigidez y de resistencia	5
2.2 Caracterización de los Sistemas Simplificados de Referencia “SSR”	7
2.2.1 Modelo simplificado de seis elementos resistentes	7
2.2.2 Modelo simplificado de cinco columnas, basado en análisis de empuje lateral pseudo-estático (ELSE) puramente traslacional en cada una de dos direcciones ortogonales	9
2.2.2.1 Descripción del modelo	9
2.2.2.2 Determinación de funciones $V(\delta)$ para cada uno de los elementos resistentes del SSR	10
2.3 Análisis de incertidumbres	11
2.4 Modelado de los sistemas	12
2.4.1 Análisis de respuesta dinámica no lineal	12
2.4.2 Comportamiento histerético de los elementos estructurales	12
2.4.3 Consideraciones para realizar el análisis ELSE	13
2.5 Excitaciones sísmicas	14
Intensidad sísmica	14
2.6 Análisis de confiabilidad sísmica	15
<b>3. ANÁLISIS SÍSMICO NO LINEAL</b>	<b>18</b>
3.1 Casos de estudio	18
3.2 Análisis ELSE puramente traslacional de los sistemas	19
3.3 Análisis dinámico no lineal paso a paso de los sistemas	23
3.4 Modelos simplificados de los sistemas detallados	25
<b>4. ANÁLISIS DE CONFIABILIDAD</b>	<b>34</b>
4.1 Primeros momentos estadísticos del margen de seguridad $Z_M$	34
4.2 Funciones de confiabilidad sísmica en términos del índice de reducción de rigidez secante $I_{RRS}$	47
4.3 Descripción de los resultados obtenidos del análisis de confiabilidad	47
4.4 Coeficientes de diseño sísmico para lograr niveles de confiabilidad especificados	51

<b>5. CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES</b>	55
<b>APÉNDICE</b>	58
A.1 Criterio de superposición modal para estimar amplitudes máximas de desplazamientos horizontales de edificios bajo la acción de dos componentes ortogonales	58
A.2 Determinación de configuraciones de vectores de cargas laterales correspondientes a las configuraciones de desplazamientos laterales de azotea establecidas de acuerdo con el apéndice A.1 para los máximos desplazamientos del centro de masa	60
A.3 Determinación de las propiedades mecánicas de las articulaciones plásticas correspondientes a los elementos del SSR	61
A.4 Consideraciones para el análisis y diseño estructural de los sistemas	63
<b>REFERENCIAS</b>	68

# RESUMEN

En esta tesis se establecen métodos y criterios para determinar factores correctivos por irregularidad para el diseño de edificios asimétricos, con el fin de lograr niveles uniformes de confiabilidad sísmica iguales a los implícitos en el diseño de los sistemas simétricos. Para esto, se establecen relaciones entre las funciones de confiabilidad sísmica de estructuras de varios niveles, con planta simétrica y asimétrica. Los sistemas asimétricos de estudio fueron obtenidos a partir de su respectivo sistema simétrico de partida y, posteriormente, fueron caracterizados con excentricidades torsionales específicas, en ambas direcciones ortogonales. Además, se propone una metodología para determinar las propiedades mecánicas de los sistemas simplificados a partir de sus respectivos sistemas detallados, con el objetivo de ser utilizados en estudios paramétricos para la estimación de la respuesta lateral máxima y confiabilidad sísmica de edificios asimétricos.

El diseño estructural de los sistemas estudiados de seis y doce niveles de altura se realizó de acuerdo con lo establecido en el Reglamento de Construcciones del Distrito Federal (NTC-RCDF, 2004). El análisis de respuesta sísmica no lineal de los sistemas se efectuó considerando en su base la acción de dos componentes horizontales ortogonales simultáneas del movimiento del terreno. Las funciones de confiabilidad obtenidas de los sistemas detallados y simplificados fueron expresadas en términos de la intensidad sísmica ( $y$ ) y para la intensidad normalizada. Para los sistemas con planta asimétrica, se evaluó la influencia que tienen las excentricidades torsionales de rigidez y de resistencia en su respuesta dinámica no lineal y en su confiabilidad sísmica, y se comparó ésta última con aquella obtenida de sus respectivos sistemas simétricos; asimismo, se comparó la variación y la tendencia de las funciones de confiabilidad de los sistemas simplificados con las de sus respectivos sistemas detallados. Los factores correctivos por irregularidad son calculados mediante dos procedimientos: en el primero de ellos, se hace uso de información obtenida de los análisis de empuje lateral pseudo estático (ELSE) y de las funciones de confiabilidad sísmica, expresadas en términos de la intensidad normalizada, de los sistemas estudiados, mientras que, en el segundo, el cual es más directo, se hace uso de estas mismas funciones y de las ordenadas espectrales de diseño de los sistemas simétricos de partida.

# ABSTRACT

In this thesis, criteria and methods are proposed to determine irregularity correction factors to be applied in the design of in-plan asymmetric multi-story systems, in order to reach uniform reliability levels, similar to those obtained for symmetric systems. For this purpose, relations are established between the seismic reliability functions of symmetric- and asymmetric-plan buildings. The asymmetric systems studied were obtained from their corresponding symmetric systems and were characterized by specific torsional eccentricities in both orthogonal directions. In addition, a methodology is proposed to determine the mechanical properties of simplified reference systems (SRS) corresponding to given detailed models, in order to use the SRS for parametric studies oriented to the estimation of the maximum lateral response and the seismic reliability of asymmetric buildings.

The six- and twelve-storey systems studied were designed in accordance with the Mexico City Building Code (NTC-RCDF, 2004). The non-linear seismic response analyses of the systems were carried out considering the action of two simultaneous orthogonal horizontal ground motion components at the base of the systems. Based on the results of the inelastic response of the detailed and simplified models, the reliability functions are determined for each of them and are expressed in terms of the seismic intensity ( $y$ ) and the normalized intensity. The influence of the stiffness and strength eccentricities on the inelastic response and on the reliability functions of the asymmetric systems is evaluated. These functions are compared with those of the corresponding symmetric systems. Similarly, the variation and the trends of the reliability functions of the simplified models are compared with those of the corresponding detailed models. The irregularity correction factors are determined by two procedures: the first one uses information obtained from the pushover analyses and the seismic reliability functions in terms of the normalized intensity; the second one, which is more direct, uses these reliability functions and the acceleration spectral ordinates that are applied to the design of the symmetric reference systems.



# 1. INTRODUCCIÓN

Los planteamientos modernos del diseño sísmico de estructuras de múltiples grados de libertad (SMGL) establecen criterios para análisis de la seguridad basados en la condición de que la capacidad de deformación lateral que caracteriza a la construcción de interés sea mayor (por algún margen de seguridad adecuado) que las demandas laterales impuestas por movimientos con intensidades especificadas, o correspondientes a periodos de recurrencia pre-establecidos. Dentro de estos planteamientos, se identifican varios estados límites de desempeño o funcionalidad, y se establece para cada uno de ellos el espectro de diseño sísmico correspondiente a una intensidad y, asociada a un cierto nivel de peligro sísmico; este último se define en términos de la probabilidad de excedencia de la intensidad mencionada durante un lapso especificado. Con frecuencia, la probabilidad de excedencia se refiere a un año; su recíproco es igual al periodo de recurrencia.

Para poder formular criterios de diseño sísmico con metas pre-establecidas de confiabilidad, es necesario desarrollar criterios que permitan determinar los índices de confiabilidad de estructuras asimétricas de múltiples niveles, a través de modelos más simples que representen las características y propiedades estructurales de los sistemas detallados, de tal forma que se puedan obtener dichos índices con una mayor eficiencia, simplicidad y una precisión adecuada. En esta tesis se estudiará la posibilidad de obtener factores de corrección que deban aplicarse a los coeficientes de diseño válidos para sistemas simétricos, de manera que conduzcan a los coeficientes de diseño que deberán aplicarse a sistemas asimétricos, a fin de obtener los mismos niveles de confiabilidad que en los sistemas simétricos. Estos factores pueden depender de diversas variables, que se describen más adelante. Se tratará de compararlos con los que se obtengan del estudio de modelos simplificados de un solo nivel, obtenidos a partir de los modelos detallados correspondientes mediante análisis de empuje lateral pseudo-estático (ELSE). Por tal motivo, con el objeto de estimar las funciones de confiabilidad de estructuras de múltiples niveles, se llevará a cabo el análisis de respuesta sísmica no lineal de sistemas de un solo nivel, así como también el análisis de vulnerabilidad y de riesgo sísmico. Para lograr lo anterior, se establecerán relaciones entre las funciones de vulnerabilidad sísmica de sistemas de un nivel con planta simétrica y asimétrica, con valores iguales de rigideces y resistencias laterales totales; estas relaciones se supondrán aplicables a los sistemas de múltiples grados de libertad correspondientes.

Para la determinación de la confiabilidad estructural de un sistema en particular, se han realizado diversos trabajos de investigación (citando algunos de ellos, Esteva et al, 2002; Montiel y Ruiz, 2007; Díaz-López y Esteva, 2006; Vamvatsikos y Cornell, 2002), en los cuales se han utilizado diferentes

criterios para determinar la confiabilidad de un sistema estructural. Uno de estos criterios se basa en el concepto de *capacidad de deformación*; éste consiste, en determinar el primer y segundo momentos probabilísticos del margen de seguridad entre la demanda y la capacidad de deformación del sistema estructural. El segundo criterio se basa en el concepto de *intensidad de falla*, según el cual se produce la falla misma del sistema cuando la respuesta estructural obtenida a partir de un análisis de respuesta dinámico es infinitamente grande e irreversible; de esta forma, el factor de seguridad asociado a este tipo de falla, y a una excitación sísmica dada, se obtiene por el factor de escala por el que se tendría que afectar la intensidad de dicha excitación sísmica para alcanzar el valor mínimo de la intensidad requerida para que el sistema falle. Con base en este último criterio, para los sistemas de múltiples niveles se obtendrán las funciones de vulnerabilidad sísmica a través del uso del índice de reducción de rigidez secante  $I_{RRS} = (K_0 - K)/K_0$ , propuesto por Esteva & Ismael (2004). Este índice denota una medida del daño global del sistema a través del uso de los valores de  $K_0$  y  $K$ , los cuales se definen respectivamente como la rigidez elástica-inicial y la rigidez secante (o rigidez reducida) del sistema; éste último, se determina en el mismo instante que se alcanza el desplazamiento lateral máximo absoluto, ante una excitación sísmica dada del sistema considerado.

## 1.1 ANTECEDENTES

En la literatura existen estudios que han sido realizados por diversos investigadores (e.g., Ávila, 1991; Heredia-Zavoni y Barranco, 1996; De la Llera & Chopra, 1996; García et al 2004; Marušić y Fajfar, 2005; Picazo et al, 2014) con el objeto de poder estimar la respuesta sísmica de SMGL con planta asimétrica, de una forma simple y confiable. Para esto, se han desarrollado procedimientos en los que se lleva a cabo el análisis sísmico estático o dinámico de modelos tridimensionales (mediante el uso de programas de cómputo comerciales), y en los que el efecto de torsión se considera por medio de las excentricidades de diseño que establecen las normas de diseño y construcción adoptadas. Este efecto de torsión se puede considerar según el Reglamento de Construcciones del Distrito Federal (NTC-RCDF, 2004), mediante la aplicación de un momento torsionante producido por el cortante de entrepiso multiplicado por una excentricidad de diseño  $ed$ . Esta última puede tomar los valores de  $ed_1 = \alpha_0 e_s + \delta b$  ó  $ed_2 = \alpha_1 e_s - \delta b$ . Aquí,  $\alpha_0 = 1.5$  y  $\alpha_1 = 1.0$ . Estos son factores que consideran los efectos de amplificación dinámica;  $\delta=0.1$  es el factor de excentricidad accidental y  $b$  es la dimensión de la base del edificio perpendicular a la acción del sismo en la dirección considerada. Un procedimiento para efectuar el análisis sísmico torsional de un edificio (Ávila, 1991) sería con base en la excentricidad estática calculada,  $e_s$ , de cada uno de los entrepisos y para ambas direcciones ortogonales (e.g. para la dirección “x” tenemos  $e_s = x_{CM} - x_{CT}$ ). A partir del valor de  $e_s$  para un entrepiso y dirección considerada, se determinan los valores de  $ed_1$  y  $ed_2$ , los cuales se emplean para calcular las coordenadas del centro de masas modificado (e.g.  $x_{CM1} = x_{CT} + ed_1$  y  $x_{CM2} = x_{CT} + ed_2$ ). Para cada dirección ortogonal se realizan dos análisis estructurales, permitiendo traslación y rotación de los entrepisos, y trasladando la posición del centro de masas nominal a una distancia obtenida del centro de masas modificado (e.g.  $x_{CM1}$  y  $x_{CM2}$ ). De esta manera, las fuerzas sísmicas de diseño en los elementos estructurales, considerando los efectos de torsión, serán aquéllas que presenten los valores máximos obtenidos de los cuatro análisis estructurales mencionados.

Por otro lado, también se han llevado a cabo análisis dinámicos no lineales de sistemas asimétricos de un nivel (para simplificar el análisis y reducir el número de grados de libertad, solamente a tres), con el objeto de poder estimar la respuesta sísmica torsional dentro de un intervalo del comportamiento no lineal, y evaluar con ello las demandas de resistencias y ductilidades en los elementos de la estructura (e.g., Goel & Chopra, 1990; Escobar y Ayala, 1998; Esteva et al, 2013).

## 1.2 OBJETIVOS

### Objetivo general

Establecer un marco de referencia para el análisis de vulnerabilidad y de riesgo sísmico de estructuras de múltiples niveles, con planta asimétrica, a partir de las relaciones obtenidas de las funciones de vulnerabilidad sísmica de sistemas de un nivel, con planta simétrica y asimétrica, para diferentes condiciones de tipo de suelo; se tomarán como punto de partida sistemas diseñados de acuerdo con los criterios establecidos en las Normas Técnicas Complementarias para Diseño por Sismo del Reglamento de Construcciones del Distrito Federal (NTC-RCDF, 2004). Para ello será necesario establecer criterios simples y prácticos para relacionar los coeficientes de diseño sísmico con los niveles cuantitativos de confiabilidad y riesgo que se establezcan.

### Objetivos particulares

- a) Obtener relaciones entre las funciones de vulnerabilidad sísmica de edificios con planta simétrica y asimétrica (desplantados en un tipo de suelo blando similar al sitio SCT de la Ciudad de México), considerando valores iguales de rigideces y de resistencias laterales totales. Tales funciones se expresarán por medio de un indicador adecuado de confiabilidad (probabilidad de falla durante un lapso determinado,  $P_F$ , o índice  $\beta$  de Cornell), en términos de la intensidad sísmica. Las relaciones mencionadas se establecerán para sistemas de un solo nivel, bajo la acción de dos componentes sísmicas horizontales ortogonales simultáneas.
- b) Estudiar la forma en que las relaciones anteriores dependen de diversas variables, tales como las siguientes: relación de rigideces laterales en ambas direcciones,  $r_K = K_y/K_x$ , cociente obtenido de las relaciones entre el incremento en la resistencia y el incremento en la rigidez en cada dirección,  $r_R/r_K = (R_y/R_x)/(K_y/K_x)$ , excentricidades de rigideces laterales en ambas direcciones ortogonales respectivamente,  $\varepsilon_{Kx}$  y  $\varepsilon_{Ky}$ , relaciones entre las excentricidades de resistencia y de rigidez en cada dirección respectivamente,  $\varepsilon_{Rx}/\varepsilon_{Kx}$  y  $\varepsilon_{Ry}/\varepsilon_{Ky}$ , relaciones entre frecuencias naturales de torsión y de traslación en ambas direcciones ortogonales respectivamente,  $\omega_\theta/\omega_x$  y  $\omega_\theta/\omega_y$ , y el periodo fundamental del sistema simétrico por traslación en dirección  $x$ ,  $T_x$ .
- c) Con base en lo anterior, formular recomendaciones aproximadas que permitan estimar los índices de confiabilidad de estructuras de múltiples niveles, a partir de las relaciones que se tengan para sistemas de un solo nivel, con variaciones similares de rigideces y resistencias laterales de entrepiso.
- d) Para lo anterior será necesario, por una parte, establecer criterios y métodos para determinar las propiedades mecánicas del sistema simplificado de un solo nivel a partir de las propiedades del modelo detallado del sistema de múltiples niveles que interese y, por otra, comparar las relaciones que se obtengan a partir de los sistemas de un solo nivel con las que resulten de trabajar con sistemas de múltiples niveles.
- e) Establecer recomendaciones para la obtención de niveles de confiabilidad y riesgo uniformes para estructuras de múltiples niveles con planta asimétrica, mediante la combinación o variación adecuada de los parámetros que controlan la respuesta lateral de dichos sistemas, tales como: las excentricidades de diseño, y la relación entre las fuerzas cortantes resistentes en la base, en ambas direcciones ortogonales. Para esto, se emplearán las relaciones entre las

funciones de vulnerabilidad obtenidas en los sistemas estudiados de un solo nivel para los casos simétricos y asimétricos.

- f) Proponer criterios prácticos de diseño que conduzcan a niveles uniformes de confiabilidad y riesgo aceptable para los sistemas asimétricos iguales a los implícitos en el diseño de sistemas simétricos.

### 1.3 ALCANCES Y LIMITACIONES

Los sistemas simétricos y asimétricos de estudio son diseñados de acuerdo con las Normas Técnicas Complementarias del RCDF; para ello, se considera que los sistemas están desplantados en un tipo de suelo blando similar al sitio SCT (Zona IIIb) de la Ciudad de México. Estos sistemas tienen una planta rectangular, que es igual en todos sus niveles de piso, y poseen una estructuración a base de marcos de concreto reforzado. Los sistemas asimétricos son caracterizados con excentricidades torsionales específicas en las dos direcciones principales. El análisis de respuesta sísmica no lineal de los sistemas se efectuó considerando en su base la acción de dos componentes horizontales ortogonales simultáneas del movimiento del terreno. El análisis de confiabilidad sísmica de los sistemas se llevó a cabo con base en el concepto de intensidad de falla.

### 1.4 CONTRIBUCIONES DEL TRABAJO

1. Se obtuvieron expresiones matemáticas para estimar las relaciones entre las funciones de confiabilidad de sistemas asimétricos simétricos de varios niveles.
2. Se desarrolló un procedimiento para determinar las propiedades dinámicas de los sistemas simplificados de referencia (SSR) a partir de su respectivo modelo detallado de interés.
3. Se estableció una metodología para el análisis de confiabilidad y riesgo sísmico de estructuras de múltiples niveles con planta asimétrica.
4. Se evaluó la influencia que tienen en dichas relaciones las excentricidades torsionales de rigidez y resistencia  $\varepsilon_{kx}$ ,  $\varepsilon_{ky}$  y  $\varepsilon_{rx}$ ,  $\varepsilon_{ry}$  respectivamente.
5. Se formularon recomendaciones para estimar los índices de confiabilidad de edificios a partir de las relaciones obtenidas de sistemas con planta asimétrica, con variaciones similares de rigideces y resistencias laterales de entrepiso.

## 2. MARCO TEÓRICO

### 2.1 CARACTERIZACIÓN DE LOS SISTEMAS TRIDIMENSIONALES

#### Excentricidades de rigidez y de resistencia

Los sistemas simétricos y asimétricos estudiados tienen una planta rectangular en todos sus niveles y una estructuración a base de marcos de concreto reforzado (CR). Para estos sistemas, se consideró en cada uno de sus niveles una distribución de masas uniforme en planta. Los sistemas asimétricos fueron caracterizados con distribuciones de rigidez y de resistencia específicas, en las dos direcciones principales; estas excentricidades se consideran constantes a lo largo de la altura del sistema. Para cumplir con los valores adoptados de estas excentricidades, de manera simultánea, en ambas direcciones ortogonales, los valores de la rigidez y resistencia lateral de cada marco correspondiente al sistema asimétrico considerado, fueron determinados de acuerdo con lo descrito a continuación.

Para transferir el centro de rigidez (CK) de un entrepiso dado, desde su localización en el sistema simétrico correspondiente hasta sus coordenadas definidas por el valor adoptado de la excentricidad en el sistema asimétrico, se deben realizar las operaciones siguientes:

- a) Para los elementos resistentes (marcos o muros) paralelos al eje  $x$ , la rigidez lateral de entrepiso se multiplicará por un factor de rigidez  $r_x$ , igual a  $1 + \alpha_x$  o  $1 - \alpha_x$ , para los elementos con valores positivos o negativos, respectivamente, de sus ordenadas con respecto al centro geométrico.
- b) Para los elementos resistentes (marcos o muros) paralelos al eje  $y$ , la rigidez lateral de entrepiso se multiplicará por un factor de rigidez  $r_y$ , igual a  $1 + \alpha_y$  o  $1 - \alpha_y$ , para los elementos con valores positivos o negativos, respectivamente, de sus abscisas con respecto al centro geométrico.

Aquí,  $\alpha_x$  y  $\alpha_y$  se determinan de la manera siguiente:

$$\alpha_x = \frac{\varepsilon_{ky} B \sum K_{xi}}{2 \sum_1 K_{xi} d_i} \quad (2.1a)$$

$$\alpha_y = \frac{\varepsilon_{kx} A \sum K_{yi}}{2 \sum_1 K_{yi} d_i} \quad (2.1b)$$

En estas ecuaciones,  $\sum K_{xi}$ ,  $\sum K_{yi}$  son los valores de las rigideces laterales totales en las direcciones  $x$  e  $y$ , respectivamente.  $\sum_1 K_{xi}$ ,  $\sum_1 K_{yi}$  representan las sumas de los valores de las rigideces laterales de entrepiso de los elementos con valores positivos de sus ordenadas o de sus abscisas, respectivamente, con respecto al centro geométrico;  $\varepsilon_{kx}$ ,  $\varepsilon_{ky}$  denotan las excentricidades de rigidez de entrepiso normalizadas, para los elementos resistentes paralelos a las direcciones  $x$  e  $y$ , respectivamente, y  $d_i$  es la distancia medida desde el  $i$ -ésimo elemento resistente (marco o muro) hasta el centro geométrico.  $A$  y  $B$  son las dimensiones en planta paralelas a dichas direcciones.

Con base en los factores de rigidez lateral,  $\alpha_x$  y  $\alpha_y$ , los momentos de inercia de los elementos columna del sistema simétrico son transformados en los nuevos momentos de inercia de los elementos columna del sistema asimétrico; de esta forma, es posible obtener las nuevas dimensiones de las secciones correspondientes al de este último sistema. Esto se logra usando las siguientes ecuaciones, donde  $(b, b_0)$  son las dimensiones de las secciones transversales de las columnas perpendiculares a la dirección  $x$ , y  $(h, h_0)$  son las dimensiones de las mismas columnas perpendiculares a la dirección  $y$ :

$$b = \sqrt[8]{r_y^3 / r_x} \cdot b_0 \quad (2.2a)$$

$$h = \sqrt[8]{r_x^3 / r_y} \cdot h_0 \quad (2.2b)$$

En estas ecuaciones,  $r_x$  y  $r_y$  son los factores de modificación de rigidez definidos arriba, para los elementos resistentes en las direcciones  $x$  e  $y$ , respectivamente.

Las dimensiones de las vigas de los marcos del sistema modificado fueron seleccionadas con la condición de que su ancho y peralte,  $b$  y  $h$ , cumplieran con la relación  $b/h = b_0/h_0$ , donde  $b_0$  y  $h_0$  son las dimensiones de las secciones transversales de las vigas en el sistema simétrico de partida. Esta suposición conduce a lo siguiente:

$$b = \sqrt[4]{r} \cdot b_0 \quad (2.3a)$$

$$h = \sqrt[4]{r} \cdot h_0 \quad (2.3b)$$

Aquí,  $r$  es el factor de modificación de rigidez para los elementos viga; éste es igual a  $r_x$  o  $r_y$  de acuerdo con la dirección del marco considerado.

El procedimiento mencionado anteriormente fue aplicado para determinar las secciones transversales de los miembros estructurales de los sistemas asimétricos, que se estudian en los ejemplos de la Sección 3.1 de esta tesis. Las excentricidades de resistencia en un entrepiso dado,  $\varepsilon_{rx}$  y  $\varepsilon_{ry}$ , se determinan por la resultante de las fuerzas cortantes de fluencia de todos los marcos en la dirección de interés. Estas fuerzas cortantes se determinan al realizar el análisis ELSE puramente traslacional en

cada dirección ortogonal, restringiendo los grados de libertad de rotación y desplazamiento transversal a la dirección de análisis, en cada uno de los niveles.

Aquí, cabe mencionar que al efectuar el análisis y diseño estructural de los sistemas caracterizados con excentricidades torsionales, de acuerdo con el procedimiento anterior, se debe cumplir con los valores límites de las distorsiones laterales permisibles que se establecen en las NTC-RCDF (2004) para el sistema en cuestión, en caso de que esto último no se cumpla en la primera iteración del análisis estructural, se deberán multiplicar todos los factores de modificación de rigidez ( $r_x$ ,  $r_y$ ,  $r$ ) por un cierto factor adicional en los entrepisos donde no se cumpla con el valor límite de dicha distorsión, con el propósito de dar mayor rigidez lateral a los marcos de esos entrepisos, y asimismo, no modificar los valores adoptados de las excentricidades. El proceso de análisis y diseño estructural finalizará cuando se cumpla con los valores permisibles de las distorsiones máximas de entrepiso.

## 2.2 CARACTERIZACIÓN DE LOS SISTEMAS SIMPLIFICADOS DE REFERENCIA “SSR”

En este estudio se examinaron dos modelos simplificados para estimar las respuestas de los modelos detallados de los sistemas considerados. Estos modelos se describen a continuación.

### 2.2.1 Modelo simplificado de seis elementos resistentes

El procedimiento consiste en realizar dos análisis ELSE, uno de ellos orientado a satisfacer las condiciones de amplitudes de desplazamiento máximo de los elementos resistentes extremos en la dirección  $x$  en el nivel de azotea, y el otro análisis, orientado a satisfacer las condiciones de amplitudes de desplazamiento máximo de los elementos resistentes extremos en la dirección  $y$ , en el mismo nivel. Estas amplitudes se obtendrán mediante superposición modal para la acción de las dos componentes horizontales ortogonales del movimiento del terreno (ver apéndice A.1).

Para el primer análisis ELSE, se considerará una fuerza horizontal aplicada en el centro de masa de cada nivel de piso y un par aplicado en el plano de cada nivel de piso, de manera de satisfacer las condiciones de amplitudes de desplazamiento máximo de los elementos resistentes extremos en la dirección  $x$ . Además, en la dirección ortogonal, se considerará una fuerza lateral horizontal aplicada en el centro de masa de cada nivel de piso, con el objeto de tomar en cuenta el efecto de la reducción de resistencia de las columnas, debida al momento flexionante producido por la componente sísmica ortogonal. El segundo análisis ELSE se lleva a cabo de manera similar al primero.

El vector de cargas laterales que se empleará para llevar a cabo el primer análisis ELSE se define de la siguiente manera:  $a_x\{Q_x\} + \{Q_y\} + b_x\{T\}$ . Aquí, el primer y tercer vector de carga deberán satisfacer las condiciones de amplitudes de desplazamiento máximo de los elementos resistentes extremos en la dirección  $x$ , en el nivel de azotea; mientras que, el segundo vector de carga, permitirá considerar la reducción de resistencia de las columnas, debido al momento flexionante que se produce por la componente sísmica en la dirección ortogonal. Los vectores  $\{Q_x\}$ ,  $\{Q_y\}$  y  $\{T\}$  se determinan de acuerdo con lo descrito en el apéndice A.2.

Con base en los resultados obtenidos de un análisis de superposición modal, considerando dos componentes ortogonales simultáneas de excitación sísmica, los factores  $a_x$  y  $b_x$  se determinan al igualar el vector de desplazamientos horizontal y rotacional de azotea, que resulta de dicha superposición, con el correspondiente vector obtenido a partir de los desplazamientos laterales máximos de los marcos extremos de azotea, en la dirección  $x$ . La ecuación matricial 2.4 permite calcular los factores  $a_x$  y  $b_x$ .

$$\begin{bmatrix} \delta_{xx} & \theta_{xT} \\ \theta_x & \theta_T \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} a_x \\ b_x \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \delta_{xn} \\ \theta_n \end{Bmatrix} \quad (2.4)$$

En esta ecuación,  $\delta_{xx}$  y  $\theta_x$  son los valores máximos del desplazamiento lateral y el desplazamiento rotacional de piso, en el nivel de azotea, los cuales se deben a la componente de fuerza  $\{Q_x\}$ .  $\delta_{xn}$  y  $\theta_n$  son los desplazamientos lateral y rotacional de piso, en el mismo nivel, los cuales se determinan mediante las relaciones:  $\delta_{xn} = (\delta_{xm1} + \delta_{xm2})/2$  y  $\theta_n = (\delta_{xm1} - \delta_{xm2})/b$ .  $\delta_{xn}$  y  $\theta_n$  se deben a los dos componentes del movimiento sísmico. En éstas,  $\delta_{xm1}$  y  $\delta_{xm2}$  representan los valores máximos absolutos de los desplazamientos laterales relativos de azotea de los marcos extremos, en la dirección  $x$ ;  $b$  es el ancho de la base del sistema, perpendicular a la dirección de dichos marcos. En la misma ecuación 2.4,  $\theta_{xT}$  es el desplazamiento lateral de azotea en la dirección  $x$ , y  $\theta_T$  es el desplazamiento angular de azotea, ambos, referidos al centro de masa; éstos últimos, se determinan al realizar un análisis estático del sistema ante el vector de momentos torsionantes  $\{T\}$ .

Análogamente al procedimiento mencionado en los párrafos anteriores, se efectúa el segundo análisis ELSE. En este caso, el vector de cargas laterales se define como:  $\{Q_x\} + a_y\{Q_y\} + b_y\{T\}$ . Por consiguiente, la ecuación 2.4 se reescribe de la siguiente forma:

$$\begin{bmatrix} \delta_{yy} & \theta_{yT} \\ \theta_y & \theta_T \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} a_y \\ b_y \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \delta_{yn} \\ \theta_n \end{Bmatrix} \quad (2.5)$$

Con base en los resultados obtenidos de los análisis ELSE, se determinaron las funciones  $V(\delta)$  de los elementos del SSR. Sin embargo, debido a los inconvenientes que se presentan en la determinación de dichas funciones, los cuales se mencionan a continuación, el procedimiento anterior ha sido replanteado por el que se muestra en la Sección 2.2.2.

Lo anterior se debe a que al determinar la curva de la fuerza cortante resistente en la base y el desplazamiento lateral de azotea  $V_i$  vs  $\delta_i$  para cada marco resistente del sistema detallado, se presenta el inconveniente de que una de dichas curvas puede definirse únicamente para un intervalo pequeño de parejas de valores  $(V_i, \delta_i)$ , muy inferiores a los asociados a la capacidad lateral del elemento correspondiente; esto sucede cuando uno de los marcos resistentes se desplaza en sentido contrario al de los otros marcos de esa misma dirección (debido al efecto de torsión). Es en ese momento, cuando dicho marco aun no ha desarrollado su capacidad resistente de forma completa, que ocurre el colapso del sistema. Se reconoce, sin embargo, que esta limitante puede no ser demasiado importante, ya que implica que el elemento en cuestión no es crítico para la condición de falla del sistema. Además de esto, se tiene otro inconveniente, el cual tiene que ver con que los elementos resistentes del SSR son planos, y que por consiguiente, no permiten considerar adecuadamente la interacción entre los momentos flexionantes en los extremos de los mismos, en las dos direcciones ortogonales. Por estas razones, se abandonó este criterio para realizar el análisis ELSE; se propuso, en cambio, el que se presenta en la Sección 2.2.2, que es mucho más simple y que representa de manera más adecuada la interacción entre los momentos en las columnas debidos a la acción simultánea de las dos componentes horizontales del movimiento del terreno.



## 2.2.2 Modelo simplificado de cinco columnas, basado en análisis de empuje lateral pseudo-estático (ELSE) puramente traslacional en cada una de dos direcciones ortogonales

### 2.2.2.1 Descripción del modelo

La versión que se presenta a continuación para determinar el sistema simplificado de referencia para sistemas asimétricos en planta es más simple y más correcta desde el punto de vista conceptual que la que se presentó anteriormente, que incluye tres elementos planos en cada dirección (x, y), cada uno con resistencia y rigidez únicamente en su plano.

El sistema simplificado que se propone ahora (SSR) está integrado por cinco columnas, una en cada esquina y una en el centro, designadas como  $C_{ij}$ , con  $j = 0, 1, 2$ , en la figura 2.1. Cada columna tiene rigidez y resistencia en dos direcciones ortogonales. Tales propiedades se designan como sigue:

$K_{ijx}$  = rigidez lateral de la columna  $C_{ij}$  en la dirección paralela al eje x.

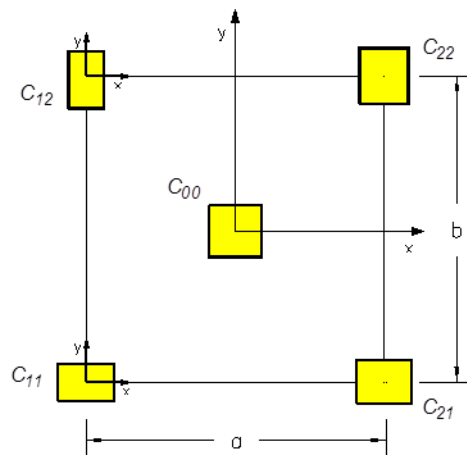
$R_{ijx}$  = resistencia lateral de la columna  $C_{ij}$  en la dirección paralela al eje x.

$K_{iyy}$  = rigidez lateral de la columna  $C_{ij}$  en la dirección paralela al eje y.

$R_{iyy}$  = resistencia lateral de la columna  $C_{ij}$  en la dirección paralela al eje y.

**Fig. 2.1 Sistema Simplificado de Referencia “SSR”**

Nótese que las dimensiones y las orientaciones de las columnas pueden ser diferentes. En el texto se explican las razones de estas posibles diferencias.



En el modelo presente (SSR), el análisis de empuje lateral pseudo estático ELSE (pushover, en Inglés) se realiza en cada dirección ortogonal por separado, empleando un patrón de carga lateral que es proporcional a una configuración de desplazamientos laterales, determinada a partir de desplazamientos del centro de masas, de acuerdo con una superposición de respuestas modales ante una componente horizontal ortogonal, considerando que los grados de libertad de giro y desplazamiento transversal a la dirección de análisis están restringidos. De esta manera, en cada dirección del SMGL, se aplicó el vector de cargas laterales previamente establecido (determinado mediante superposición modal de las respuestas lineales para el espectro de respuesta considerado), impidiendo los desplazamientos de rotación y de traslación en la dirección ortogonal a aquella para la que se realiza el análisis. La configuración del vector de carga, para cada dirección de análisis, se puede determinar tal y como se describe en los apéndices A.1 y A.2, pero tomando en cuenta únicamente los modos de vibración en traslación en la dirección  $x$  o  $y$ , según sea el caso. De este

análisis ELSE se obtendrá una curva de cortante en la base *vs* desplazamiento en el centro de gravedad para cada elemento resistente (marco, muro o sistema dual), en cada una de las dos direcciones de análisis.

### 2.2.2.2 Determinación de funciones $V(\delta)$ para cada uno de los elementos resistentes del SSR

De la misma manera en que se hace para el modelo anterior del SSR, las funciones  $V(\delta)$  de los elementos resistentes del SSR en cada dirección se determinan a partir de los resultados del análisis ELSE del modelo detallado, mediante las curvas obtenidas de la fuerza cortante resistente en la base contra el desplazamiento lateral de azotea,  $V_i$  *vs*  $\delta_i$ , para cada marco resistente, así como también de la curva de capacidad global que relaciona la fuerza cortante basal contra el desplazamiento de azotea  $V_x$  *vs*  $\delta_{0x}$ , o  $V_y$  *vs*  $\delta_{0y}$ , según el caso. La diferencia fundamental radica en que ahora los elementos resistentes Cii tienen rigidez y resistencia en dos direcciones ortogonales. De acuerdo con esto, se pueden establecer las siguientes relaciones:

- Dirección  $x$ :

$$M_{x1}(\delta_{0x}) = \sum V_{ix}(\delta_{0x}) \cdot y_i; \text{ para } y_i < 0 \quad (2.6a)$$

$$M_{x2}(\delta_{0x}) = \sum V_{ix}(\delta_{0x}) \cdot y_i; \text{ para } y_i > 0 \quad (2.6b)$$

Para los elementos del SSR se tiene:

$$M_{x1}(\delta_{0x}) = -V_{x1}(\delta_{0x}) \cdot b/2 \quad (2.7a)$$

$$M_{x2}(\delta_{0x}) = V_{x2}(\delta_{0x}) \cdot b/2 \quad (2.7b)$$

$$V_{x0}(\delta_{0x}) = V_x(\delta_{0x}) - V_{x1}(\delta_{0x}) - V_{x2}(\delta_{0x}) \quad (2.7c)$$

- Dirección  $y$ :

$$M_{y1}(\delta_{0y}) = \sum V_{iy}(\delta_{0y}) \cdot x_i; \text{ para } x_i < 0 \quad (2.8a)$$

$$M_{y2}(\delta_{0y}) = \sum V_{iy}(\delta_{0y}) \cdot x_i; \text{ para } x_i > 0 \quad (2.8b)$$

Para los elementos del SSR se tiene:

$$M_{y1}(\delta_{0y}) = -V_{y1}(\delta_{0y}) \cdot a/2 \quad (2.9a)$$

$$M_{y2}(\delta_{0y}) = V_{y2}(\delta_{0y}) \cdot a/2 \quad (2.9b)$$

$$V_{y0}(\delta_{0y}) = V_y(\delta_{0y}) - V_{y1}(\delta_{0y}) - V_{y2}(\delta_{0y}) \quad (2.9c)$$

En las expresiones anteriores:

$x_i$  es la abscisa del plano vertical que contiene al  $i$ -ésimo marco paralelo a la dirección  $y$ , con respecto al origen definido por el eje vertical que contiene a los centros de masa de las plantas del sistema detallado.

$y_i$  es la ordenada del plano vertical que contiene al  $i$ -ésimo marco paralelo a la dirección  $x$ , con respecto al origen definido por el eje vertical que contiene a los centros de masa de las plantas del sistema detallado.

$M_{x1}(\delta_{0x}), M_{x2}(\delta_{0x})$  son las aportaciones al momento torsionante en la base, correspondientes a los dos marcos extremos del SSR en la dirección  $x$ , expresadas como función del desplazamiento lateral de azotea referido al centro de masa.

$M_{y1}(\delta_{0y}), M_{y2}(\delta_{0y})$  son las aportaciones al momento torsionante en la base, correspondientes a los dos marcos extremos del SSR en la dirección  $y$ , expresadas como función del desplazamiento lateral de azotea referido al centro de masa.

$V_{x1}(\delta_{0x}), V_{x2}(\delta_{0x})$  son las funciones de la fuerza cortante resistente en la base contra el desplazamiento lateral de azotea referido al centro de masa, correspondientes a los dos marcos extremos del SSR en la dirección  $x$ .

$V_{y1}(\delta_{0y}), V_{y2}(\delta_{0y})$  son las funciones de la fuerza cortante resistente en la base contra el desplazamiento lateral de azotea referido al centro de masa, correspondientes a los dos marcos extremos del SSR en la dirección  $y$ .

$V_{x0}(\delta_{0x})$  es la función de la fuerza cortante resistente en la base contra el desplazamiento lateral de azotea, correspondiente al elemento central del SSR, en la dirección  $x$ .

$V_{y0}(\delta_{0y})$  es la función de la fuerza cortante resistente en la base contra el desplazamiento lateral de azotea, correspondiente al elemento central del SSR, en la dirección  $y$ .

Dada la función  $V_{x1}(\delta_{0x})$ , pueden determinarse fácilmente las funciones que ligan el momento flexionante en un plano paralelo a la dirección  $x$ , en cada extremo de las columnas  $C_{11}$  y  $C_{21}$ . A cada una de estas funciones puede ajustarse una función bilineal, de donde se obtendrán las propiedades  $K_{11x}, K_{21x}, R_{11x}$  y  $R_{21x}$ . De igual manera pueden obtenerse las propiedades  $K_{ijx}, R_{ijx}, K_{ijy}$  y  $R_{ijy}$  en cada columna mostrada en la figura 2.1.

La interacción entre los momentos resistentes y las actuantes simultáneamente en dos direcciones ortogonales se puede tomar en cuenta mediante relaciones del tipo siguiente (Bresler, 1960):

$\left(\frac{R_x}{R_{x1}}\right)^\alpha + \left(\frac{R_y}{R_{y1}}\right)^\alpha = 1$ . Aquí,  $R_x, R_y$  son las resistencias en cada dirección, incluyendo la interacción y  $R_{x1}, R_{y1}$  no consideran dicha interacción.

### 2.3 ANÁLISIS DE INCERTIDUMBRES

El comportamiento sísmico de un sistema estructural ante demandas sísmicas laterales puede ser afectado por diversas causas, tales como: las incertidumbres sobre las propiedades mecánicas y geométricas de los miembros estructurales durante el tiempo de vida útil del sistema, y también por las incertidumbres asociadas al conocimiento imperfecto para modelar los fenómenos que son producidos por las cargas accidentales (como lo son las cargas de sismo y de viento, entre otras). Debido a que

estas incertidumbres pueden afectar fuertemente el comportamiento sísmico de una estructura, es necesario tomarlas en cuenta para la estimación de la respuesta sísmica y la confiabilidad del sistema. Para ello, en esta tesis se llevó a cabo el análisis de incertidumbres para obtener sistemas simulados con base en un estudio realizado por Alamilla (2001); en dicho estudio los modelos probabilistas que se utilizan para tomar en cuenta las incertidumbres de las propiedades estructurales son carga viva (Peir & Cornell, 1973; Ruiz y Soriano, 1997), carga muerta (Meli, 1976), características geométricas de los elementos (Mirza & McGregor, 1979), resistencia a compresión del concreto (Meli y Mendoza, 1991), resistencia a tensión del concreto (Mendoza, 1984), módulo tangente del concreto (Mendoza, 1984), comportamiento mecánico del acero estructural (Rodríguez y Botero, 1996; Mander, 1984; Mirza & McGregor, 1979), porcentaje de acero longitudinal (Mirza & McGregor, 1979) y rigidez en elementos de concreto reforzado (Rodríguez y Botero, 1996; Paulay & Priestley, 1992; Mander, 1984).

## 2.4 MODELADO DE LOS SISTEMAS

### 2.4.1 Análisis de respuesta dinámica no lineal

La respuesta dinámica de los modelos detallados se determinó mediante el programa de análisis sísmico no lineal Ruaumoko-3D (Carr, 2007). En todos los casos, los sistemas de piso se representaron por medio de diafragmas rígidos; los elementos estructurales se modelaron como elementos viga (modelo viga de un componente de Giberson). Adicionalmente, se consideró la reducción de la capacidad resistente de las columnas debido a la interacción de los momentos actuantes y resistentes en los extremos de las mismas, en ambas direcciones ortogonales, producidos por la acción de dos componentes horizontales ortogonales simultáneas, mediante la ecuación dada por Bresler (1960):

$$\left(\frac{M_{yx}}{M_{yx1}}\right)^\alpha + \left(\frac{M_{yy}}{M_{yy1}}\right)^\alpha = 1.0 \quad (2.10)$$

Aquí,  $M_{yx}$  y  $M_{yy}$  son los valores de los momentos flexionantes de fluencia en las direcciones  $x$  e  $y$ , para la fuerza axial que actúa en la columna, considerando la interacción entre los momentos actuantes en esas direcciones;  $M_{yx1}$  y  $M_{yy1}$  son las correspondientes capacidades a flexión despreciando dicha interacción. El valor adoptado del parámetro  $\alpha$  fue de 1.5 (Parme et al, 1966).

Por otro lado, para representar la matriz de amortiguamiento de la estructura se seleccionó el modelo de amortiguamiento de Rayleigh, el cual se define como

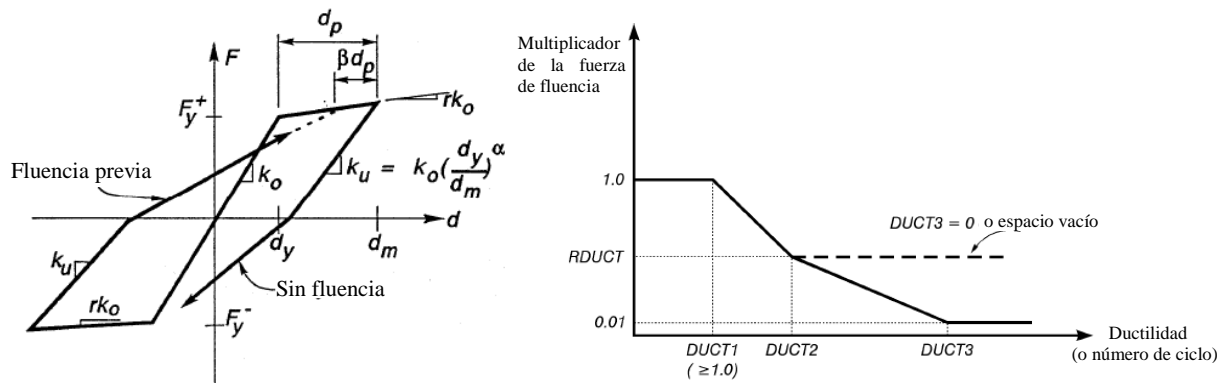
$$C = \alpha M + \beta K \quad (2.11)$$

En esta ecuación,  $M$  y  $K$  son las matrices de masa y rigidez de la estructura, y  $\alpha$  y  $\beta$  son parámetros que permiten definir el nivel de amortiguamiento viscoso en dos frecuencias de vibrar diferentes, que generalmente son los dos primeros modos de vibrar; para estos dos modos, se seleccionó el cinco por ciento del amortiguamiento crítico. En esta etapa del estudio no se consideró el efecto de la interacción suelo-estructura en los análisis de respuesta de los sistemas estructurales.

### 2.4.2 Comportamiento histerético de los elementos estructurales

Para efectuar los análisis dinámicos se consideró que el comportamiento inelástico de los elementos estructurales está concentrado en articulaciones plásticas localizadas en sus extremos. Las relaciones momento vs rotación de estas articulaciones se representaron mediante la regla de histéresis Takeda Modificado y el Modelo de Degradación de Resistencia (ver figura 2.2), ambos disponibles en el

programa Ruaumoko-3D (Carr, 2007). Los parámetros que definen al primer modelo mencionado son  $\alpha$  y  $\beta$ , los cuales representan la rigidez de descarga y recarga, respectivamente; aquí, los valores seleccionados para estos parámetros son 0.0 y -0.3, respectivamente. El segundo modelo puede ser definido en términos de los parámetros Duct1, Duct2 y Rduct, los cuales representan las ductilidades en los instantes cuando la degradación inicia y termina, y la resistencia residual, respectivamente. Para una sección transversal en particular del elemento, los primeros dos parámetros se definen a partir de su relación momento-curvatura, y el último parámetro se considera igual a 0.4 y 0.1 para todos los elementos columna y viga del sistema, respectivamente; el primero de estos valores se adoptó de esta manera con el objeto de evitar problemas de inestabilidad numérica.



**Fig. 2.2. Regla de histéresis Takeda Modificado y Modelo de Degradación de Resistencia (adaptadas de Carr (2007))**

### 2.4.3 Consideraciones para realizar el análisis ELSE

Para determinar la capacidad lateral global del sistema se realizó un análisis ELSE traslacional en cada dirección ortogonal, restringiendo los grados de libertad de rotación y desplazamiento transversal a la dirección de análisis, en cada nivel de piso. Esta simplificación adoptada es con el propósito de facilitar el desarrollo de estudios paramétricos para diferentes familias de sistemas, sin afectar las estimaciones de las funciones de confiabilidad sísmica. Lo anterior se puede afirmar, ya que la falla del sistema se presenta cuando el indicador de desempeño  $I_{RRS}$ , definido por la ecuación 2.14, es igual a 1.0, lo cual implica que los valores de la rigidez secante,  $K_x$  y  $K_y$ , serían muy pequeños comparados con los valores de la rigidez inicial,  $K_{0x}$  y  $K_{0y}$ , respectivamente, y que, por consiguiente, las funciones de confiabilidad obtenidas por medio de los valores de  $I_{RRS}$ , determinados con base en lo mencionado arriba, no serían significativamente diferentes de aquéllas obtenidas con base en los valores de  $K_{0x}$  y  $K_{0y}$ , que resultan de un análisis ELSE sin restringir los grados de libertad de giro y desplazamiento transversal en cada nivel de piso.

Los vectores de carga utilizados en dichos análisis fueron estimados considerando un patrón de carga lateral proporcional a una configuración de desplazamientos dada por la combinación de las máximas respuestas de los modos en traslación, en la dirección  $x$  o  $y$ , según sea el caso.

## 2.5 EXCITACIONES SÍSMICAS

Para obtener una estimación precisa de la respuesta sísmica lateral de un sistema, así como de su correspondiente función de confiabilidad dependiente de la intensidad, es necesario contar con muestras de registros reales de historias del movimiento del terreno, caracterizadas por sus propiedades evolutivas de amplitud y contenido de frecuencias. Debido a la falta de muestras suficientemente grandes de registros sísmicos fuertes, es de importancia recurrir a la generación de historias del movimiento del terreno que sean obtenidas por métodos de simulación. Por ello, en la literatura se han propuesto diversos procedimientos para la simulación de registros sísmicos; por ejemplo, el estudio realizado por Ismael y Esteva (2006), el cual presenta un método híbrido que emplea dos enfoques distintos, uno de ellos, basado en funciones de atenuación generalizadas (Alamilla et al, 2001a), y el otro, en funciones empíricas de Green (Ordaz et al, 1995). Con base en lo anterior, Ismael y Esteva (2006) obtuvieron historias del movimiento del terreno simuladas para un evento sísmico hipotético de  $M=8.2$ , y con distancias diferentes de la fuente al sitio. En esta tesis, para efecto de poder llevar a cabo el análisis sísmico de los sistemas estudiados, con planta simétrica y asimétrica, se emplearán convenientemente familias de historias simuladas de movimientos del terreno obtenidas por el mismo criterio, con base en un estudio realizado por Esteva et al (2010), de donde para cada sismo, se considerará la acción de dos componentes de aceleraciones horizontales, cuyas intensidades serán seleccionadas considerando la correlación estadística que debe existir entre ellas.

### Intensidad sísmica

En este estudio se toma como medida de intensidad de los movimientos sísmicos a  $S_a$ , la media cuadrática de las ordenadas espectrales en dos direcciones ortogonales.

$$S_a = \sqrt{\frac{S_{aEO}^2 + S_{aNS}^2}{2}} \quad (2.12)$$

En esta ecuación,  $S_{aEO}$  y  $S_{aNS}$  son las ordenadas del espectro de pseudo-aceleraciones correspondientes al periodo fundamental del sistema estructural, para un amortiguamiento del 5% del valor crítico, de las componentes del movimiento del terreno este-oeste y norte-sur.

Las funciones de confiabilidad serán expresadas en términos de la intensidad  $S_a$ , medida en gals, con el objeto de obtener de una manera más directa coeficientes de diseño sísmico para edificios asimétricos; sin embargo, también es de interés estimar funciones de confiabilidad en términos de la intensidad normalizada,  $q$ , para obtener información útil (con las limitaciones mencionadas más adelante), y con ello poder estimar índices de confiabilidad para diferentes combinaciones de la intensidad y la capacidad del sistema. Aquí, la intensidad normalizada se define de la manera siguiente:

$$q = \frac{S_a \cdot \bar{m}}{\bar{V}_y} \quad (2.13)$$

Donde,  $S_a$  es la ordenada del espectro de pseudo-aceleraciones para el periodo natural fundamental del sistema de interés;  $\bar{m}$  y  $\bar{V}_y$  son la masa total y la fuerza cortante de fluencia en la base en la dirección  $x$  o  $y$  más resistente del sistema, tomando las propiedades mecánicas de sus elementos iguales a las de sus valores esperados.

La ventaja de expresar las funciones de confiabilidad en términos de la intensidad normalizada es que se evita la necesidad de tener que diseñar un sistema en particular para distintos espectros de respuesta, correspondientes a diferentes niveles de intensidad, en el proceso de estimación de dichas funciones. Sin embargo, este criterio tiene una limitación importante: dado que la variación de las propiedades de rigidez y resistencia lateral a lo largo de la altura del sistema no es solamente sensible a la relación entre la intensidad actuante y la capacidad del sistema, sino que también es sensible a los valores de cada uno de ellos, por tal motivo, los indicadores de desempeño sísmico esperado y de confiabilidad, para valores de intensidad dada (e.g.  $\beta(y)$ ), obtenido por la ec. 2.17), determinados con la ayuda de las funciones  $\beta(q)$ , serán suficientemente exactos solamente para los valores de las capacidades de los sistemas que son cercanos a aquéllos correspondientes al del sistema usado para generar la función  $\beta(q)$ .

## 2.6 ANÁLISIS DE CONFIABILIDAD SÍSMICA

El análisis de confiabilidad de los sistemas se realizó con base en el criterio propuesto por Esteva e Ismael (2004), el cual consiste en el uso del índice de reducción de rigidez secante,  $I_{RRS}$ , para la estimación de funciones de confiabilidad sísmica de sistemas estructurales bidimensionales, sujetos a excitaciones sísmicas que actúan dentro de su plano. Este índice se define como

$$I_{RRS} = \frac{(K_0 - K)}{K_0} \quad (2.14)$$

Este indicador denota una medida de desempeño global del sistema para la excitación sísmica considerada.  $K_0$  y  $K$  representan la rigidez tangente-inicial y secante del sistema cuando alcanza su deformación máxima, respectivamente. Los valores de estas rigideces se determinan por medio de un análisis de empuje lateral pseudo estático y un análisis de respuesta dinámica no lineal, respectivamente. La rigidez secante se define por la relación dada entre la fuerza cortante basal de fluencia y el desplazamiento lateral de azotea, en el instante cuando éste último alcanza su valor máximo absoluto. La condición de falla se alcanza cuando  $I_{RRS} = 1.0$ .

Para determinar las funciones de confiabilidad sísmica de edificios con excentricidades torsionales mediante el uso del  $I_{RRS}$ , aquí se presentan varias opciones. En la primera, la confiabilidad sísmica se puede determinar usando el valor más grande obtenido de las relaciones siguientes:

$$\frac{(K_{0x} - K_x)}{K_{0x}} \quad (2.15a)$$

$$\frac{(K_{0y} - K_y)}{K_{0y}} \quad (2.15b)$$

$$\frac{(K_{0\theta} - K_\theta)}{K_{0\theta}} \quad (2.15c)$$

En estas ecuaciones,  $K_{0x}$ ,  $K_{0y}$  y  $K_x$ ,  $K_y$  son los valores de las rigideces tangente-inicial y secante del sistema en las dos direcciones ortogonales,  $x$  e  $y$ , respectivamente. Estos valores se determinan con base en los desplazamientos laterales del centro geométrico en el extremo superior del sistema. Similarmente,  $K_{0\theta}$  y  $K_\theta$  denotan la rigidez torsional tangente-inicial y secante, respectivamente.  $K_{0\theta}$  se define por la relación dada entre el momento torsionante en la base y la rotación en el extremo superior

con respecto a un eje vertical;  $K_\theta$  se define por la misma relación, en el instante cuando se alcanza la rotación máxima de azotea. Los valores de estas dos últimas rigideces se pueden obtener a partir de un análisis modal espectral y un análisis de respuesta tiempo-historia, respectivamente. Dado que dentro del comportamiento no lineal del sistema la posición del centro de rigidez varía en cada instante de tiempo, el momento torsionante efectivo que se utiliza para calcular  $K_\theta$  debe ser referido al centro instantáneo de rigidez (CIK). Por otro lado, si se considera que una estructura difícilmente falla por momento torsionante, sin que ocurra simultáneamente el colapso por deformaciones excesivas en traslación, se podría tomar únicamente el mayor valor del  $I_{RRS}$  en los modos de traslación,  $x$  e  $y$ , para estimar la confiabilidad sísmica del sistema, de acuerdo con esta segunda opción. En este caso, el valor más grande del  $I_{RRS}$ , en las dos direcciones ortogonales, se puede calcular en términos de los desplazamientos laterales de azotea referidos al centro geométrico, o con respecto a los desplazamientos de los marcos extremos, en el mismo nivel de piso; si las funciones de confiabilidad son obtenidas con base en estos últimos desplazamientos, sus índices de confiabilidad serán más pequeños que aquéllos obtenidos en términos de los desplazamientos laterales del centro geométrico.

De acuerdo con la segunda opción adoptada aquí, la condición de colapso se expresó en términos del valor máximo instantáneo del  $I_{RRS}$ , experimentado por alguno de los cuatro subsistemas resistentes (marcos, arreglos duales marco-muro) en los extremos del edificio.

Para la estimación de la función de confiabilidad sísmica,  $\beta(y)$ , de sistemas estructurales, se utiliza el índice de confiabilidad  $\beta$  de Cornell (1969), el cual se define como la relación del valor medio a la desviación estándar del margen de seguridad. Aquí  $y$  es la intensidad del movimiento del suelo. La función de confiabilidad se obtiene mediante la determinación de los indicadores de segundos momentos de la función de distribución de probabilidades de  $Z_F = \ln Y_F$ , donde  $Y_F$  es el valor mínimo de la intensidad que produce el colapso de la estructura ( $I_{RRS}=1.0$ ). El margen de seguridad,  $Z_M$ , se define como el logaritmo natural de la relación entre la intensidad que produce el colapso y la intensidad actuante. En este caso dicho margen de seguridad se puede tomar como

$$Z_M = \ln \left( \frac{Y_F}{y} \right) \quad (2.16)$$

Por lo tanto, la función de confiabilidad se puede expresar como

$$\beta(y) = \frac{(E(Z_F) - \ln y)}{\sigma(Z_F)} \quad (2.17)$$

La función de confiabilidad,  $\beta(y)$ , se puede obtener a partir de una muestra de pares de valores de  $Z$  e  $I_{RRS}$ , los cuales se usan para la estimación de la media y la desviación estándar de  $Z(u)$ , definida como el logaritmo natural de la intensidad aleatoria  $Y$  que corresponde al valor de  $I_{RRS}=u$ . Las funciones de densidad de probabilidad y de distribución acumulada de  $Z$  se representan como  $f_Z(\cdot)$  y  $F_Z(\cdot)$ , respectivamente. Los valores de  $Z$  en la muestra que corresponden a valores de  $I_{RRS}=1.0$  son límites superiores de  $Z_F=\ln Y_F$ . Por lo tanto, los puntos correspondientes a estos valores de  $Z_F$  no pueden incorporarse en la muestra para la estimación de  $E(Z(u))$  y  $\sigma(Z(u))$  utilizando un análisis de regresión de mínimos cuadrados convencional. Sin embargo, ellos pueden ser incluidos en el proceso de estimación, mediante un análisis de máxima verosimilitud (Esteva y Ismael, 2004; Díaz y Esteva, 2006). En caso de que se utilice este último procedimiento, el valor esperado y la desviación estándar de  $Z(u)$ , se representan ahora por las funciones  $E(Z(u)|\alpha_1)$  y  $\sigma(Z(u)|\alpha_2)$ , de forma dada y parámetros  $\alpha_1$  y  $\alpha_2$  desconocidos; éstos se estiman usando una muestra que incluye  $m$  valores de  $I_{RRS}$  menores que 1.0



y  $n$  valores iguales a 1.0. Para la muestra observada, la función de verosimilitud de  $(\alpha_1, \alpha_2)$  puede expresarse como

$$L(\alpha_1, \alpha_2) = \prod_{i=1}^m f_Z(z_i|u_i, \alpha_1, \alpha_2) \prod_{j=1}^n F_Z(z_j|u_j, \alpha_1, \alpha_2) \quad (2.18)$$

## 3. ANÁLISIS SÍSMICO NO LINEAL

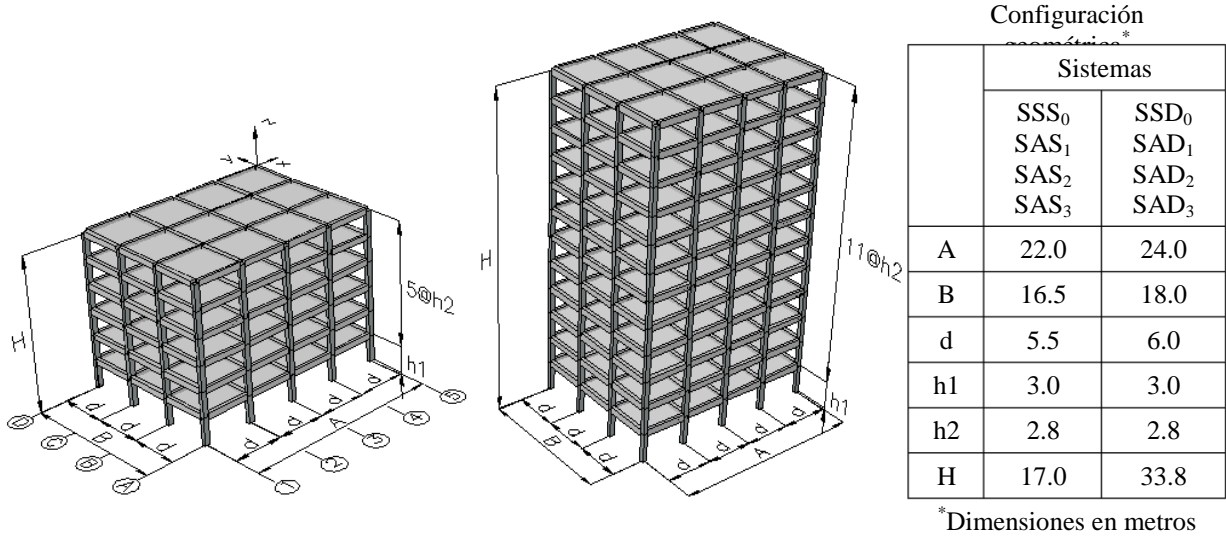
### 3.1 CASOS DE ESTUDIO

En esta tesis se estudiaron dos conjuntos de sistemas conformados cada uno de ellos por un sistema simétrico y tres sistemas asimétricos, con la misma configuración geométrica (ver figura 3.1). Los sistemas simétricos, SSS y SSD, tienen seis y doce niveles de altura, respectivamente. Los sistemas asimétricos SAS<sub>1</sub> y SAD<sub>1</sub> fueron caracterizados con las excentricidades normalizadas de rigidez  $\varepsilon_{kx} = 0.1$ ,  $\varepsilon_{ky} = 0.2$ ; los sistemas SAS<sub>2</sub>, SAD<sub>2</sub> y SAS<sub>3</sub>, SAD<sub>3</sub>, con las excentricidades normalizadas de rigidez  $\varepsilon_{kx} = 0.2$ ,  $\varepsilon_{ky} = 0.2$  y  $\varepsilon_{kx} = 0.30$ ,  $\varepsilon_{ky} = 0.25$ , respectivamente.

Los sistemas simétricos y asimétricos fueron diseñados de acuerdo con las Normas Técnicas Complementarias del Reglamento de Construcciones del Distrito Federal (NTC-RCDF, 2004), pero considerando que la excentricidad accidental es igual a cero. Estos sistemas se suponen desplantados en un sitio de suelo blando correspondiente a la zona IIIb de la Ciudad de México. Los movimientos del terreno y el espectro de diseño sísmico que son empleados en el análisis de confiabilidad fueron seleccionados en congruencia con la consideración anterior. El análisis sísmico modal espectral de los sistemas se llevó a cabo mediante el programa de análisis estructural ECOgcW (Corona, 2007); aquí, para cada sistema de estudio, se revisaron sus demandas máximas de desplazamientos laterales de entrepiso, obtenidas en cada uno de sus niveles, limitando estos desplazamientos laterales a los valores establecidos por las NTC para Diseño por Sismo, correspondientes al estado límite de colapso. Para esto, dichas demandas se multiplicaron por el factor (Q·R/H) y se limitaron al valor de la distorsión permisible de entrepiso (0.015) que se establece en las normas mencionadas, para sistemas con marcos de concreto reforzado y con ductilidad limitada, Q=2.

En la tabla 3.1 se muestran los periodos fundamentales ( $T_N$ ) de los sistemas, calculados en términos de los valores nominales de las cargas gravitacionales y de las propiedades mecánicas de los sistemas. Estos valores también se emplean para la determinación de los valores esperados y los coeficientes de variación de las variables correspondientes, los cuales, a su vez, se aplican en la simulación de muestras aleatorias que serán utilizadas para la estimación de funciones de confiabilidad sísmica de los sistemas estudiados. En la misma tabla, se presentan los periodos fundamentales ( $T_M$ ) de los sistemas con propiedades medias, así como los valores de las excentricidades de rigidez y resistencia del primer entrepiso, en ambas direcciones, de dichos sistemas; éstos últimos, fueron obtenidos a partir de sus correspondientes sistemas con propiedades nominales, los cuales fueron caracterizados de acuerdo con

los criterios y métodos descritos en la Sección 2.1. Los parámetros considerados para el análisis y diseño estructural de los modelos de estudio, correspondientes a las propiedades mecánicas del suelo y a los puntos de control que definen al espectro de pseudo aceleraciones se muestran en el apéndice A.4.



**Fig 3.1. Sistemas de seis y doce niveles, estructurados a base de marcos de CR: configuración geométrica de los casos simétrico y asimétrico**

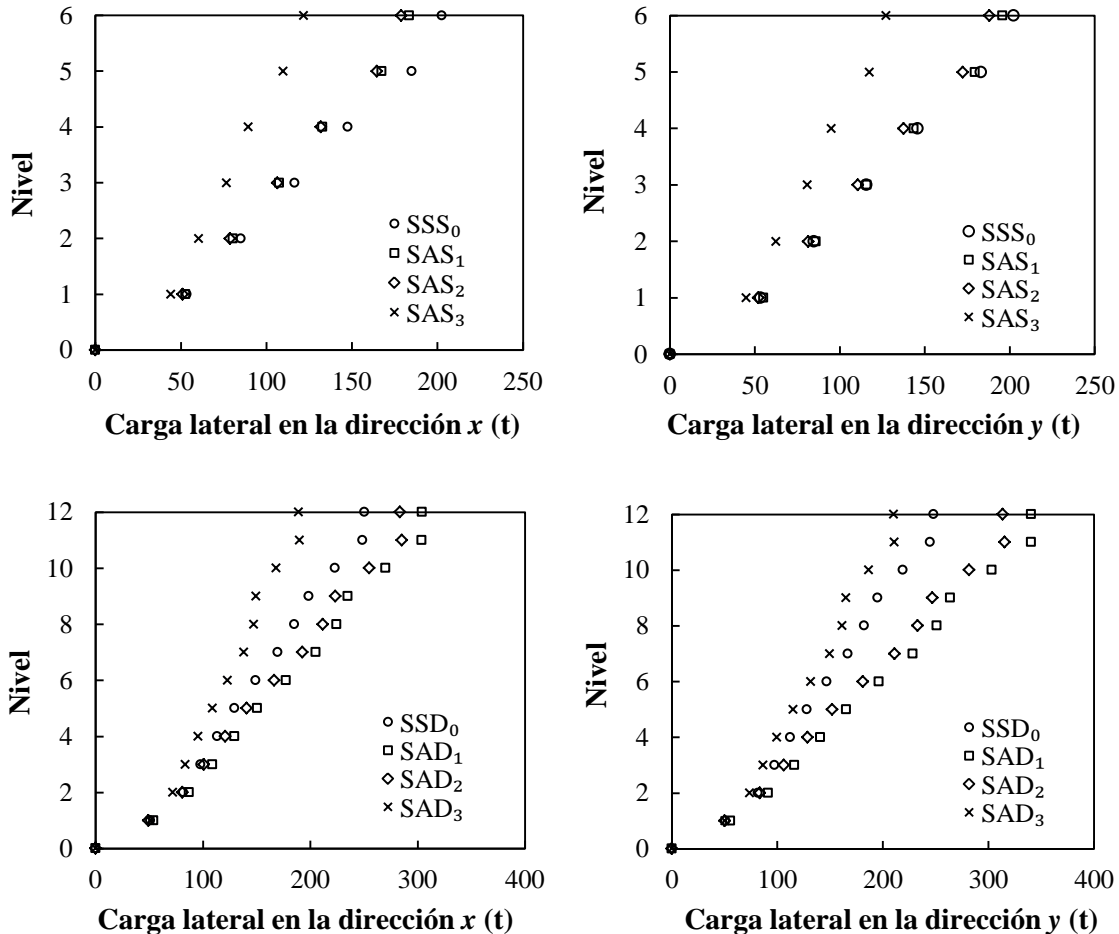
**Tabla 3.1. Periodos fundamentales,  $T_N$  (s) y  $T_M$  (s), correspondientes a los sistemas con propiedades nominales y medias, respectivamente; y excentricidades de rigidez y resistencia,  $\epsilon_k$  y  $\epsilon_r$ , del primer entrepiso de los sistemas con propiedades medias**

Sistemas	$T_N$	$T_M$	$\epsilon_{kx}$	$\epsilon_{ky}$	$\epsilon_{rx}$	$\epsilon_{ry}$
SSS <sub>0</sub>	0.95	0.69	--	--	--	--
SSD <sub>0</sub>	1.20	0.70	--	--	--	--
SAS <sub>1</sub>	0.96	0.72	0.10	0.20	0.10	0.15
SAS <sub>2</sub>	0.97	0.73	0.20	0.20	0.18	0.17
SAS <sub>3</sub>	0.98	0.74	0.30	0.25	0.30	0.24
SAD <sub>1</sub>	1.22	0.74	0.10	0.20	0.10	0.12
SAD <sub>2</sub>	1.23	0.75	0.20	0.20	0.20	0.17
SAD <sub>3</sub>	1.24	0.77	0.30	0.25	0.28	0.25

### 3.2 ANÁLISIS ELSE PURAMENTE TRASLACIONAL DE LOS SISTEMAS

El análisis ELSE de los sistemas detallados se llevó a cabo de manera puramente traslacional, restringiendo los grados de libertad de rotación y desplazamiento transversal a la dirección de análisis, en cada uno de sus niveles. Los vectores de carga empleados en cada análisis ELSE se obtuvieron como se describe en los apéndices A.1 y A.2, pero considerando únicamente los modos de vibración en

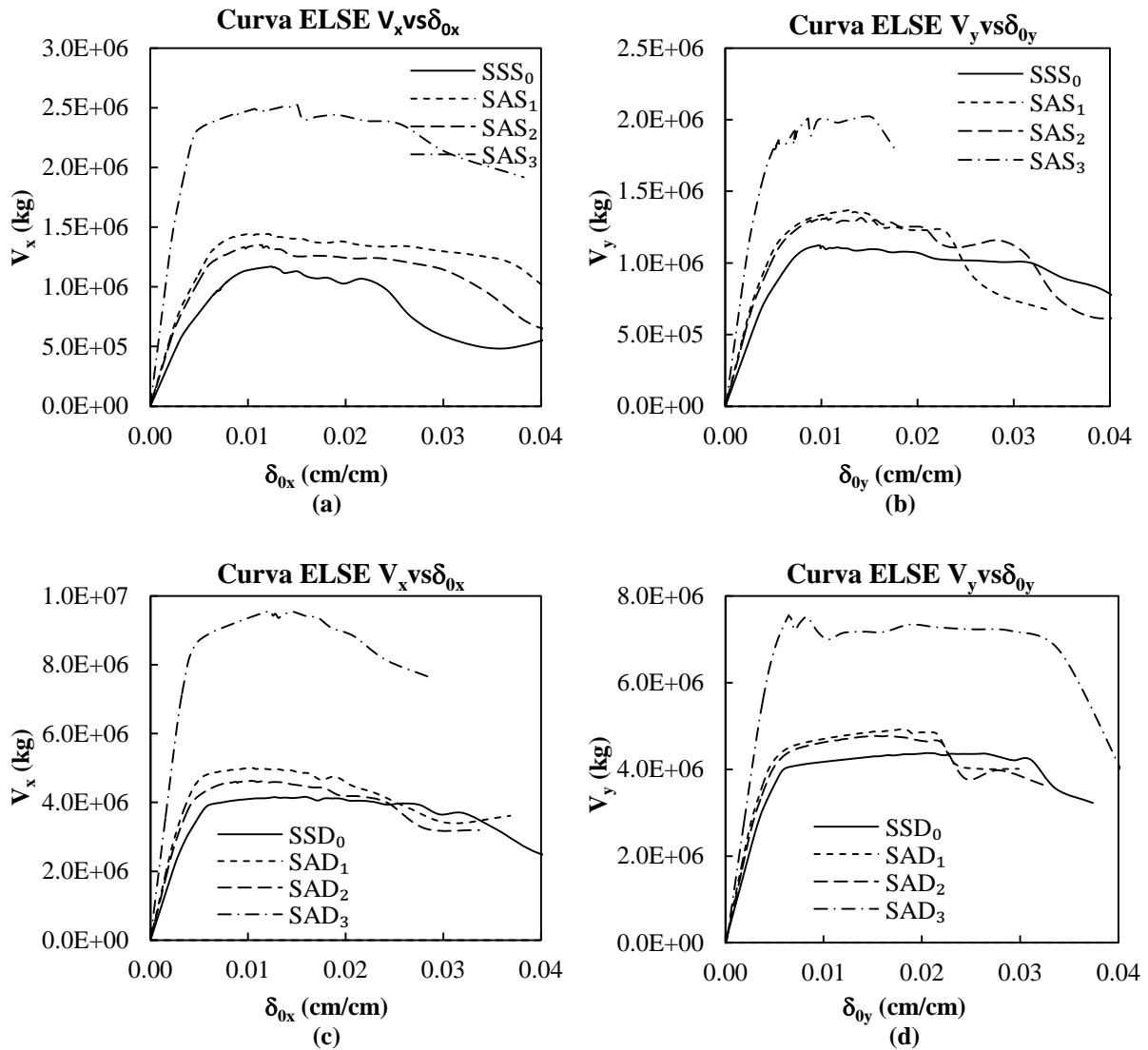
traslación en la dirección  $x$  o  $y$ , según el caso; para lograr lo anterior, se realizó el análisis de superposición modal de los sistemas utilizando el espectro medio de pseudo aceleraciones, determinado con la media cuadrática de las excitaciones sísmicas consideradas en el análisis de confiabilidad. De esta manera, se toman en cuenta las formas de los espectros de respuesta correspondientes a distintas intensidades. Estos vectores de carga se muestran en la figura 3.2.



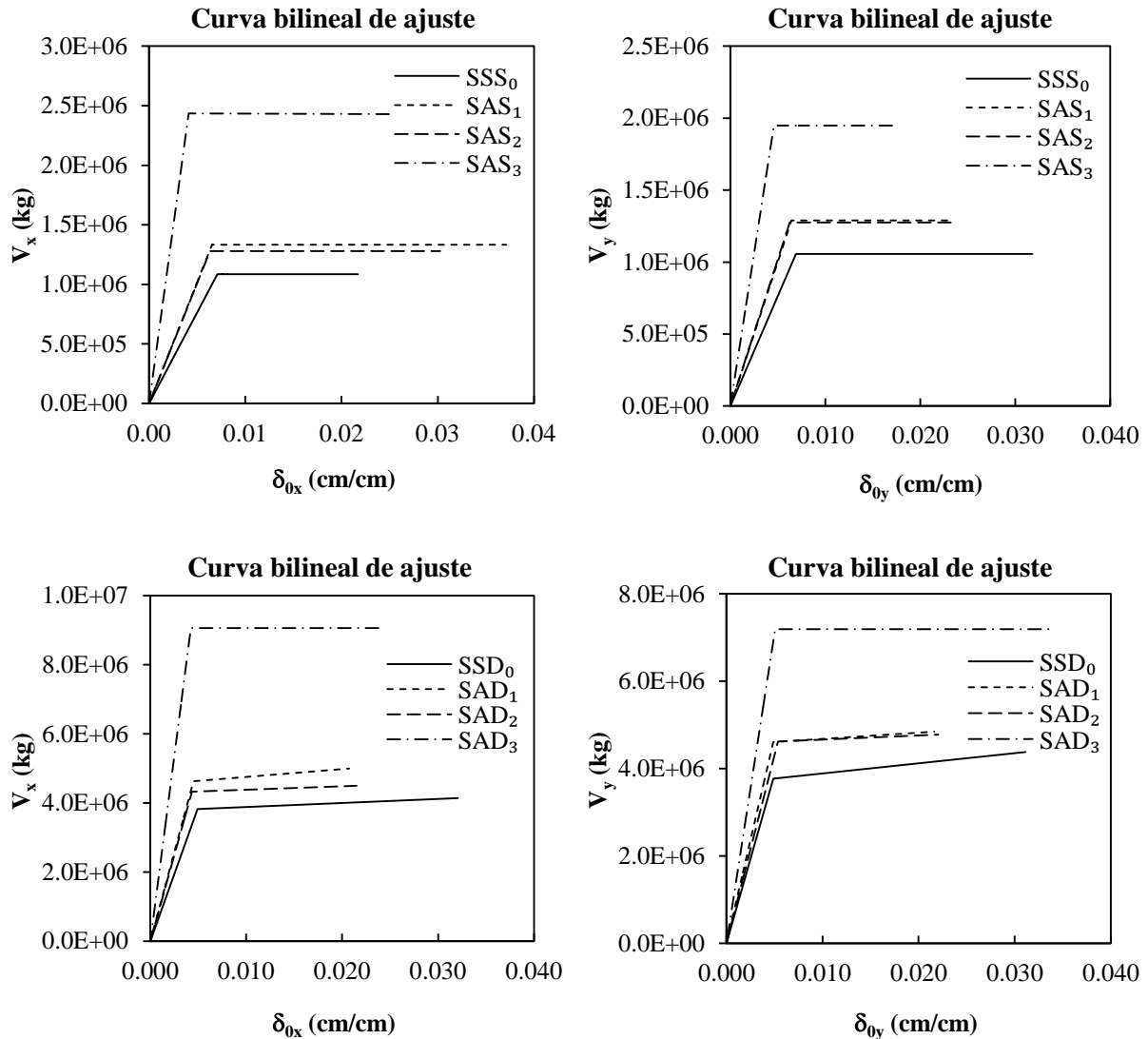
**Fig 3.2. Configuraciones de vectores de cargas laterales para los sistemas de seis y doce niveles, en las direcciones  $x$  e  $y$  respectivamente**

En la figura 3.3 se muestran las curvas de la fuerza cortante basal contra desplazamiento lateral de azotea ( $V$  vs  $\delta_0$ ), referido al centro de masa (CM), correspondientes a los sistemas estudiados. Las propiedades mecánicas de estos sistemas se tomaron iguales a las de sus valores esperados. En estas curvas, se observa que la rigidez inicial y la capacidad lateral resistente de los modelos asimétricos, en ambas direcciones ortogonales, son mayores que aquéllas de los modelos simétricos correspondientes; asimismo, se puede observar que la capacidad de deformación lateral de los sistemas asimétricos es menor que aquélla de los modelos simétricos correspondientes, excepto para los casos SAS<sub>1</sub>, SAS<sub>2</sub> y SAS<sub>3</sub>, en la dirección  $x$ , y para el caso SAD<sub>3</sub>, en la dirección  $y$ , donde ocurre lo contrario (figura 3.3(a) y (d) respectivamente). Lo anterior se debe a que la capacidad última de estos sistemas se presentó antes de que su capacidad lateral resistente máxima se haya reducido un valor del 20 por ciento. Aunque este valor se usa generalmente para definir la condición de colapso del sistema de una forma aproximada, se conoce que hay otras limitaciones inherentes con los análisis ELSE que pueden afectar

más fuertemente las estimaciones de las capacidades de deformación, tal como la influencia del daño acumulado producido por la carga cíclica; este inconveniente no afectará los resultados obtenidos de los análisis de confiabilidad sísmica, porque las funciones de confiabilidad serán determinadas de acuerdo con el concepto de intensidad de falla.



Para estimar las funciones de confiabilidad en términos del índice de reducción de rigidez secante,  $I_{RRS}$ , es necesario determinar las rigideces iniciales de los sistemas completos y las de sus dos marcos extremos en cada una de sus direcciones principales; para lograr esto, se realizó un ajuste bilineal por mínimos cuadrados en cada una de las curvas  $V$  vs  $\delta_0$ , igualando las áreas por debajo de la curva real y de la curva bilineal de ajuste (figura 3.4) hasta una deformación lateral igual a la supuesta como capacidad de deformación.



**Fig 3.4. Funciones bilineales de ajuste de las curvas ELSE de los sistemas simétricos y asimétricos con propiedades medias, en las direcciones  $x$  e  $y$**

En la tabla 3.2 se muestran los valores obtenidos de dichas rigideces, así como también los desplazamientos de fluencia ( $\delta_{0y}$ ) y las fuerzas cortantes de fluencia en la base ( $V_y$ ) de los sistemas. En la misma tabla,  $k_{MFx}$  y  $k_{MRx}$  son los valores de las rigideces iniciales de los marcos de borde, en la dirección  $x$ , del sistema asimétrico, localizados en su lado flexible y rígido, respectivamente;  $k_{MFy}$  y  $k_{MRy}$  representan lo mismo, pero en la dirección  $y$ .

**Tabla 3.2. Valores obtenidos de las rigideces iniciales de los sistemas completos y las de sus dos marcos extremos, en cada una de las direcciones principales**

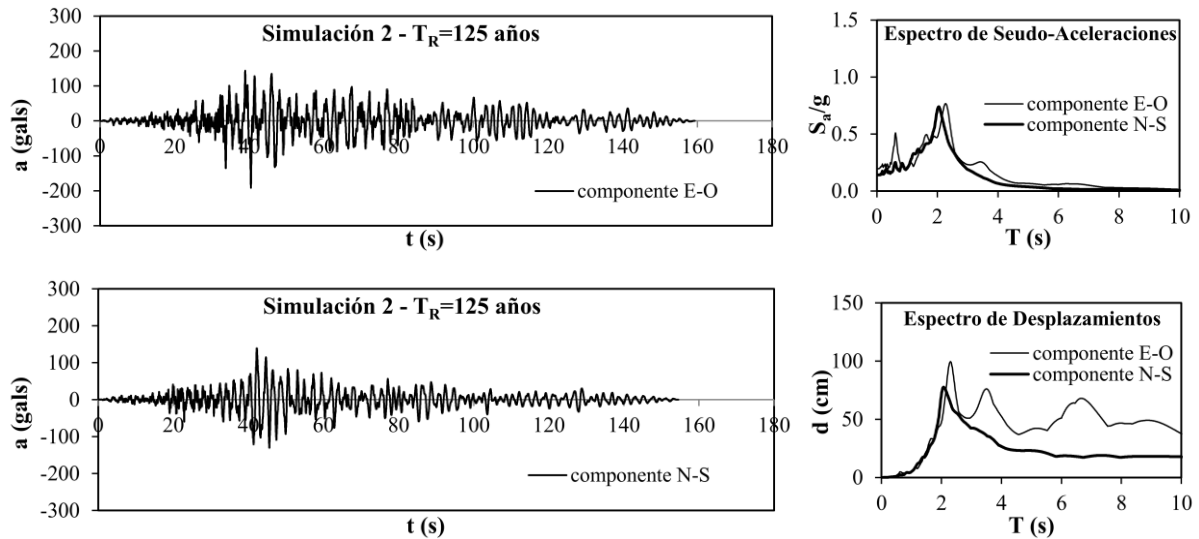
Modelos	$K_{0x}$ (kg/cm)	$K_{0y}$ (kg/cm)	$V_{yx}$ (kg)	$V_{yy}$ (kg)	$\delta_{0x}$ (cm)	$\delta_{0y}$ (cm)	$k_{MFx}$ (kg/cm)	$k_{MRx}$ (kg/cm)	$k_{MFy}$ (kg/cm)	$k_{MRy}$ (kg/cm)
SSS <sub>0</sub>	$9.00 \cdot 10^4$	$9.00 \cdot 10^4$	$1.08 \cdot 10^6$	$1.08 \cdot 10^6$	12.0	11.7	--	--	--	--
SAS <sub>1</sub>	$1.20 \cdot 10^5$	$1.18 \cdot 10^5$	$1.33 \cdot 10^6$	$1.28 \cdot 10^6$	11.1	10.9	$2.80 \cdot 10^4$	$4.90 \cdot 10^4$	$1.30 \cdot 10^4$	$4.70 \cdot 10^4$
SAS <sub>2</sub>	$1.20 \cdot 10^5$	$1.20 \cdot 10^5$	$1.28 \cdot 10^6$	$1.28 \cdot 10^6$	11.1	10.6	$1.25 \cdot 10^4$	$5.50 \cdot 10^4$	$1.07 \cdot 10^4$	$5.00 \cdot 10^4$
SAS <sub>3</sub>	$3.44 \cdot 10^5$	$2.50 \cdot 10^5$	$2.44 \cdot 10^6$	$1.94 \cdot 10^6$	7.0	7.8	$5.00 \cdot 10^3$	$1.75 \cdot 10^5$	$1.05 \cdot 10^4$	$1.20 \cdot 10^5$
SSD <sub>0</sub>	$2.60 \cdot 10^5$	$2.29 \cdot 10^5$	$3.56 \cdot 10^6$	$3.56 \cdot 10^6$	13.7	16.4	--	--	--	--
SAD <sub>1</sub>	$3.05 \cdot 10^5$	$2.80 \cdot 10^5$	$4.99 \cdot 10^6$	$4.60 \cdot 10^6$	16.4	16.4	$5.90 \cdot 10^4$	$1.11 \cdot 10^5$	$2.37 \cdot 10^4$	$1.01 \cdot 10^5$
SAD <sub>2</sub>	$2.95 \cdot 10^5$	$2.55 \cdot 10^5$	$4.33 \cdot 10^6$	$4.61 \cdot 10^6$	14.7	18.1	$3.00 \cdot 10^4$	$1.20 \cdot 10^5$	$2.00 \cdot 10^4$	$1.00 \cdot 10^5$
SAD <sub>3</sub>	$6.35 \cdot 10^5$	$2.20 \cdot 10^5$	$9.06 \cdot 10^6$	$7.19 \cdot 10^6$	14.3	17.1	$1.35 \cdot 10^4$	$4.10 \cdot 10^6$	$2.50 \cdot 10^4$	$1.80 \cdot 10^5$

### 3.3 ANÁLISIS DINÁMICO NO LINEAL PASO A PASO DE LOS SISTEMAS

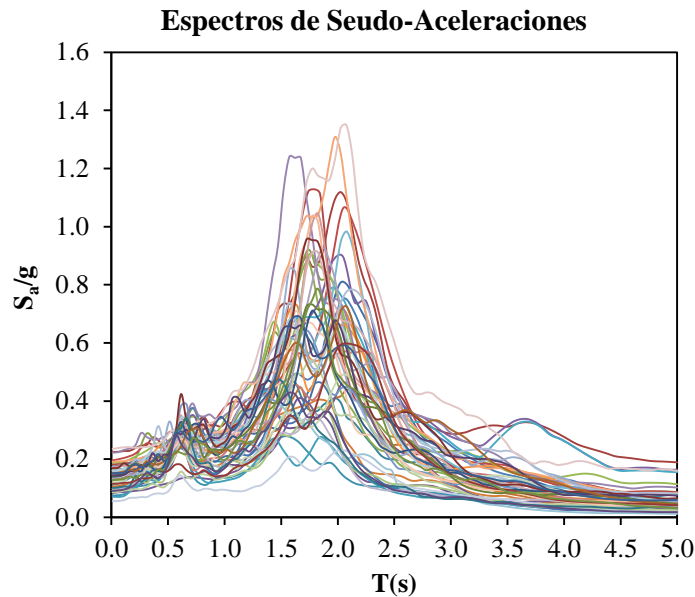
De cada modelo de estudio se obtuvieron un sistema con propiedades medias y cincuenta sistemas con propiedades inciertas, con el propósito de realizar en éstos el análisis ELSE y el análisis dinámico no lineal paso a paso, respectivamente, y con ello, poder determinar las rigideces iniciales y secantes de los primeros y últimos sistemas mencionados, respectivamente. Los sistemas con propiedades inciertas fueron obtenidos mediante simulación de Monte Carlo.

El análisis sísmico no lineal paso a paso de los sistemas simulados se llevó a cabo considerando en la base de cada uno de ellos la acción de dos componentes horizontales ortogonales simultáneas del movimiento del terreno; para esto, se utilizó una familia de movimientos sísmicos simulados. En la figura 3.5 se muestra un par de componentes simultáneas, así como sus espectros de seudo aceleraciones y de desplazamientos de cada uno de ellos. En este estudio se toma como medida de intensidad de los movimientos sísmicos a la media cuadrática de las ordenadas espectrales en dos direcciones ortogonales, asociadas al periodo fundamental del sistema estructural. En la figura 3.6 se presentan los espectros de seudo aceleraciones determinados por la media cuadrática de las ordenadas espectrales de cada par de componentes simultáneas, empleadas para excitar la base de los sistemas simulados.

Con base en los resultados obtenidos de la respuesta sísmica no lineal se determinan los valores de la rigidez secante, en las direcciones  $x$  e  $y$ , para los sistemas simétricos completos y para los marcos resistentes de borde de los sistemas asimétricos. La rigidez secante se obtiene de la relación entre el valor de la fuerza cortante resistente en la base y el valor del desplazamiento lateral máximo absoluto en el extremo superior del sistema, para cada dirección ortogonal. Los valores máximos obtenidos del  $I_{RRS}$  para cada conjunto de estructuras simuladas se emplearán para realizar el análisis de confiabilidad.



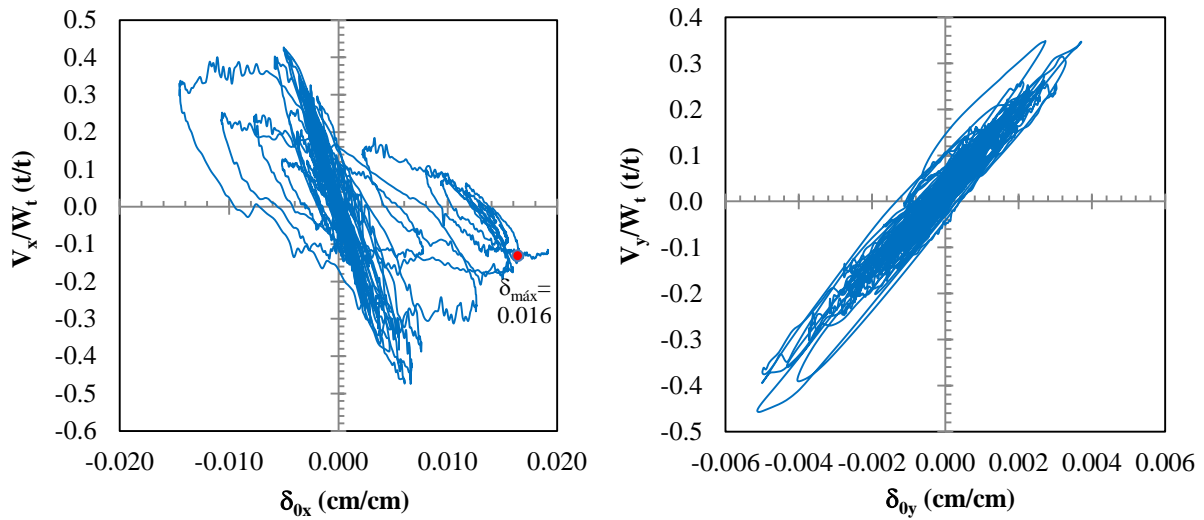
**Fig 3.5. Registros sísmicos simulados de dos componentes simultáneas**



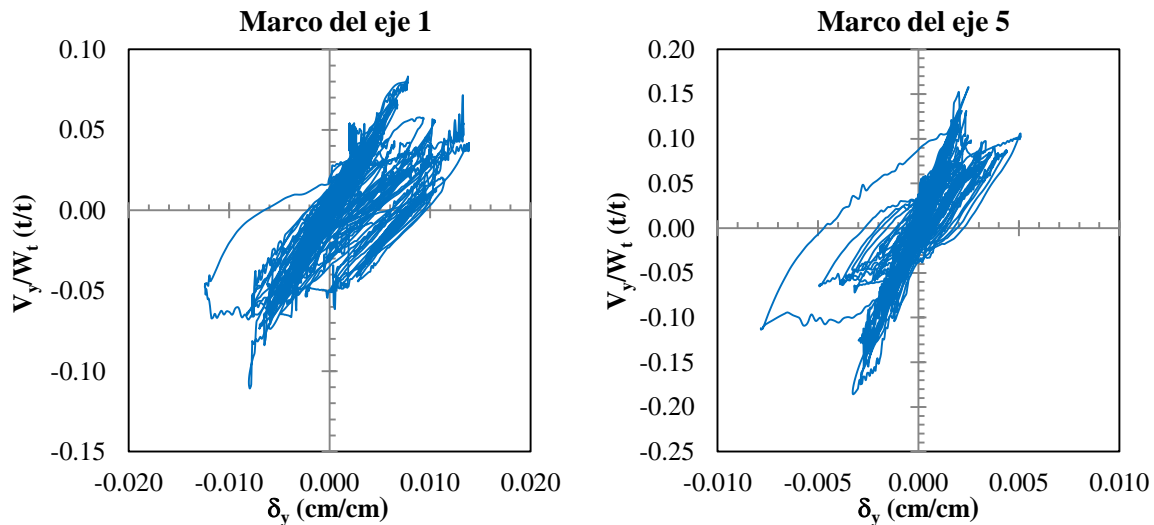
**Fig 3.6. Espectros de seudo aceleraciones de los registros sísmicos simulados**

En las figuras 3.7 y 3.8 se presentan las curvas de la respuesta sísmica no lineal del sistema simulado SSS<sub>0</sub>-02, en las direcciones  $x$  e  $y$ , y las de los marcos de borde del sistema simulado SAS<sub>1</sub>-27, en la dirección  $y$ , respectivamente. En estas gráficas los valores de la fuerza cortante basal y del desplazamiento lateral de azotea están normalizados con respecto a los valores del peso y la altura total del sistema, respectivamente. En la primera de estas figuras se observa que la distorsión global máxima que alcanza el sistema simétrico, en la dirección  $x$ , es de 0.016, el cual es similar al valor tomado como límite para el diseño del mismo (0.015). En la segunda, se observa que la mayor y menor demanda de desplazamiento lateral se presentaron en los marcos extremos del eje 1 y 5 (ver figura 3.1) de la dirección  $y$ , respectivamente. Estos marcos están localizados en el lado flexible y rígido del sistema, respectivamente.





**Fig 3.7. Curvas de la fuerza cortante en la base vs desplazamiento lateral de azotea, referido al CM, en las direcciones x e y, del sistema simulado SSS<sub>0</sub>-02**



**Fig 3.8. Curvas de la fuerza cortante en la base vs desplazamiento lateral de azotea, en la dirección y, de los marcos de borde del sistema simulado SAS<sub>1</sub>-27**

### 3.4 MODELOS SIMPLIFICADOS DE LOS SISTEMAS DETALLADOS

Los sistemas simplificados de referencia se definen de acuerdo con el procedimiento descrito en la Sección 2.2.2 de esta tesis, considerando al sistema detallado con propiedades medias. Para caracterizar las propiedades elástica e inelástica de los elementos columna de este sistema, se emplean las curvas de capacidad lateral global del sistema detallado en consideración,  $V_x$  vs  $\delta_{0x}$  y  $V_y$  vs  $\delta_{0y}$ , como las mostradas en la figura 3.3, así como también sus correspondientes curvas de la fuerza cortante en la base contra el desplazamiento lateral en el extremo superior,  $V_i$  vs  $\delta_i$ , de cada uno de sus marcos, en las

dos direcciones ortogonales; a partir de esta información y con base en el planteamiento descrito en la Sección 2.2.2, se determinan las funciones  $V(\delta)$  de los elementos del SSR, para cada dirección  $x$  e  $y$ .

En lo que sigue se determinarán las propiedades de los sistemas simplificados simétrico y asimétrico,  $SSRS_0$  y  $SARS_1$ , a partir de sus correspondientes sistemas detallados  $SSS_0$  y  $SAS_1$ . Las propiedades dinámicas globales de éstos últimos se muestran en la tabla 3.3; aquí,  $M^*$  y  $J^*$  representan la masa equivalente en traslación y el momento polar de inercia equivalente del sistema con propiedades medias, y  $T_M$  es el periodo fundamental calculado con los valores medios de las cargas gravitacionales y de las propiedades mecánicas del sistema. Los valores de  $M^*$  y  $J^*$  se determinan mediante las ecuaciones:

$$M^* = \frac{\sum_{i=1}^N M_i \delta_i}{\sum_{i=1}^N \delta_i} \quad (3.1)$$

$$J^* = \frac{\sum_{i=1}^N J_i \theta_i}{\sum_{i=1}^N \theta_i} \quad (3.2)$$

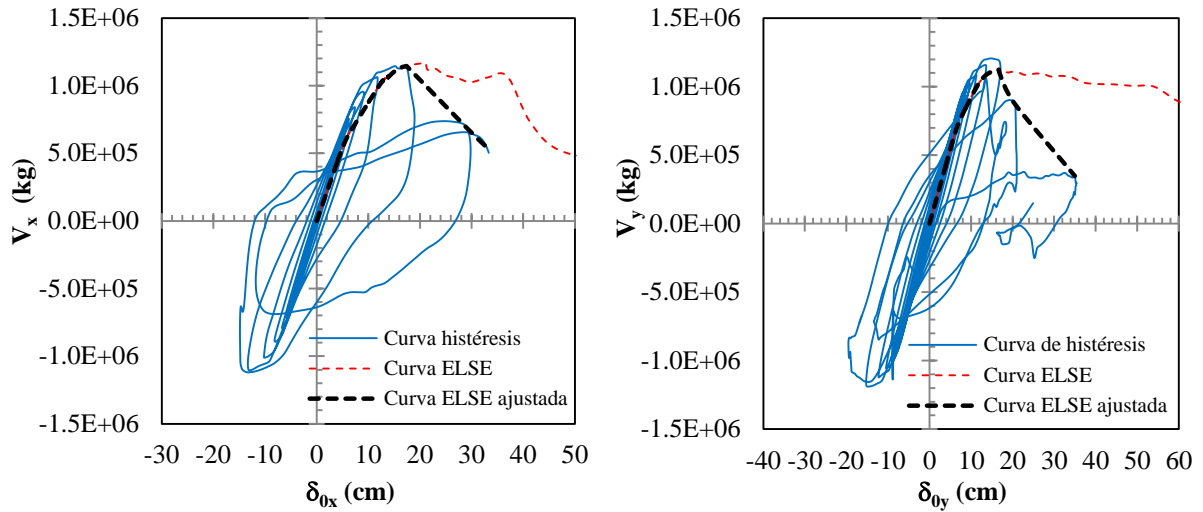
En estas ecuaciones,  $N$  es el número de niveles,  $M_i$  es la masa del nivel  $i$  del sistema,  $J_i$  su momento polar de inercia con respecto al centro de giro del nivel  $i$ ,  $\delta_i$  es el desplazamiento lateral del mismo y  $\theta_i$  su rotación con respecto a un eje vertical. Tanto  $\delta_i$  como  $\theta_i$  corresponden a los producidos por un análisis ELSE, en el intervalo de comportamiento lineal del sistema.

**Tabla 3.3. Propiedades dinámicas globales de los sistemas detallados  $SSS_0$  y  $SAS_1$**

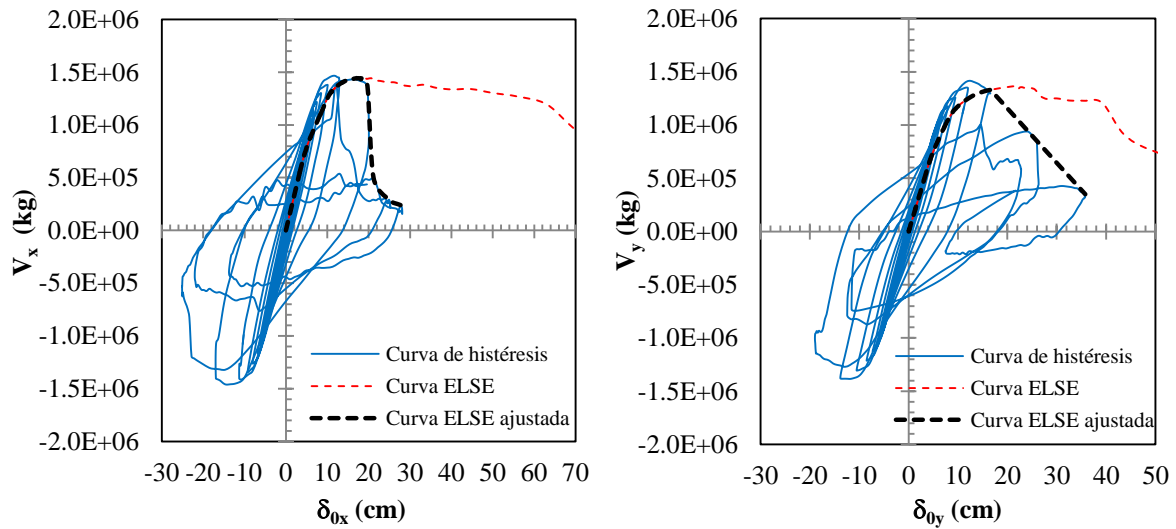
Sistemas	$K_{0x}$ (kg/cm)	$K_{0y}$ (kg/cm)	$M^*$ (kg·s <sup>2</sup> /cm)	$J^*$ (kg·cm·s <sup>2</sup> )	$T_M$ (s)
$SSS_0$	$9.00 \cdot 10^4$	$9.00 \cdot 10^4$	2040.18	$1.491 \cdot 10^9$	0.69
$SAS_1$	$1.20 \cdot 10^5$	$1.18 \cdot 10^5$	2114.41	$1.545 \cdot 10^9$	0.71

Para determinar las propiedades del sistema simplificado, inicialmente, se había realizado el análisis ELSE de su correspondiente sistema detallado, considerando una excitación sísmica en su base que variaba linealmente con el tiempo, a una tasa suficientemente baja (Picazo et al, 2012); sin embargo, esta manera de obtener las propiedades del SSR puede llevar a sobreestimar su capacidad de deformación lateral y su confiabilidad sísmica, ya que para su caracterización no se consideró un modelo histerético que representara, de manera equivalente, las características de degradación de rigidez y resistencia de su respectivo sistema detallado, a partir de estimar, con suficiente precisión, la formación de los lazos histeréticos obtenidos de dichos sistemas, al excitar su base ante un movimiento sísmico. Por tal motivo, para poder considerar lo anterior, se aplicó en la base del sistema en cuestión una aceleración del terreno que varía con forma senoidal creciente en el tiempo, en cada dirección ortogonal, de manera independiente. Así, es posible obtener curvas de histéresis  $V$  vs  $\delta_0$  del sistema detallado y de cada uno de sus marcos, que permitan definir las características de degradación de rigidez y resistencia de su respectivo sistema simplificado.

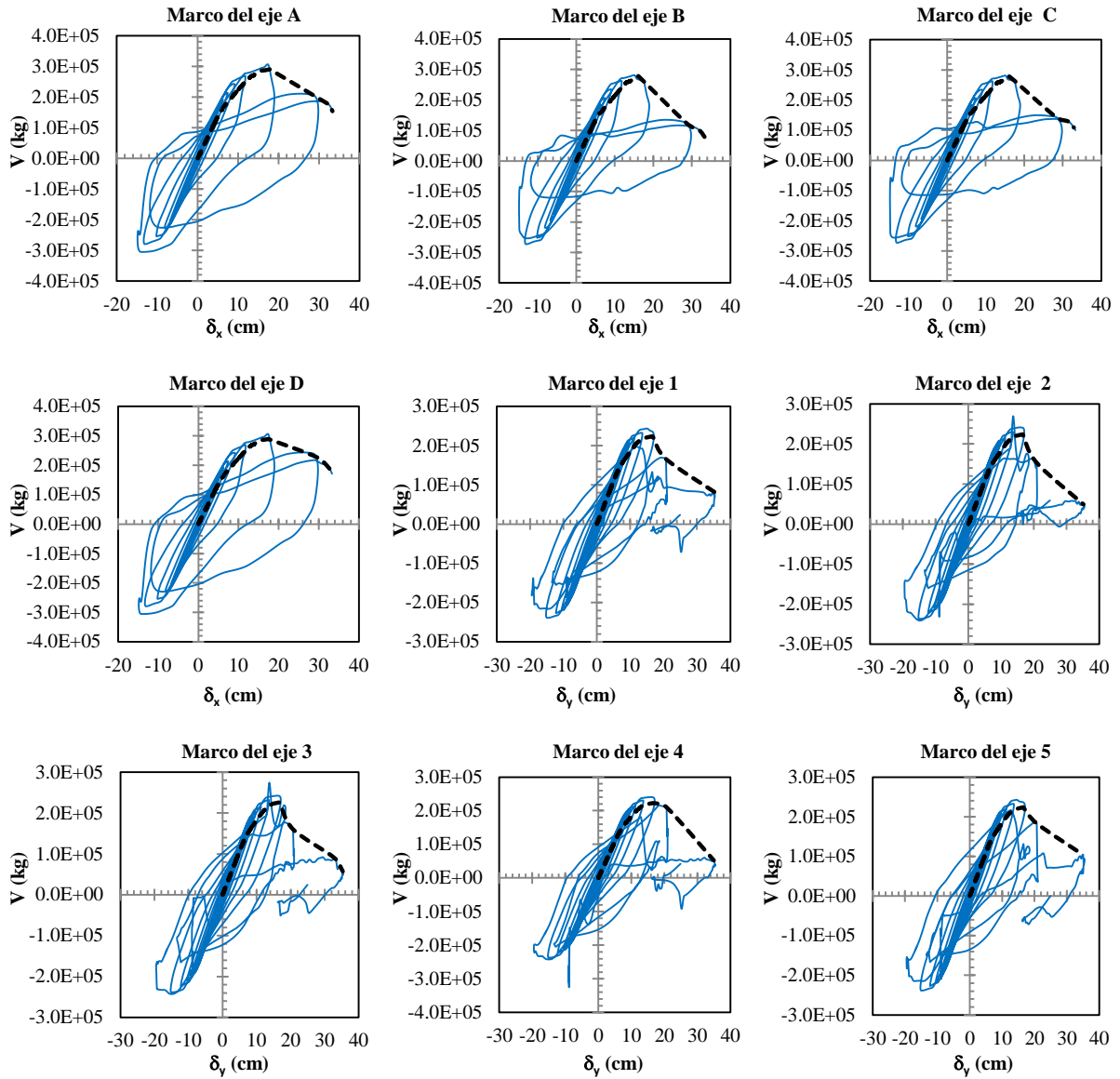
Posteriormente, con base en estas curvas de histéresis, se ajustan las curvas ELSE, obtenidas previamente, del sistema completo y de cada marco, en los instantes cuando inicia y termina la degradación de resistencia (ver figuras 3.9 a la 3.12); de esta manera, las curvas ELSE modificadas son empleadas, de acuerdo con la Sección 2.2.2, para la determinación de las funciones  $V(\delta)$  de los elementos resistentes del SSR.



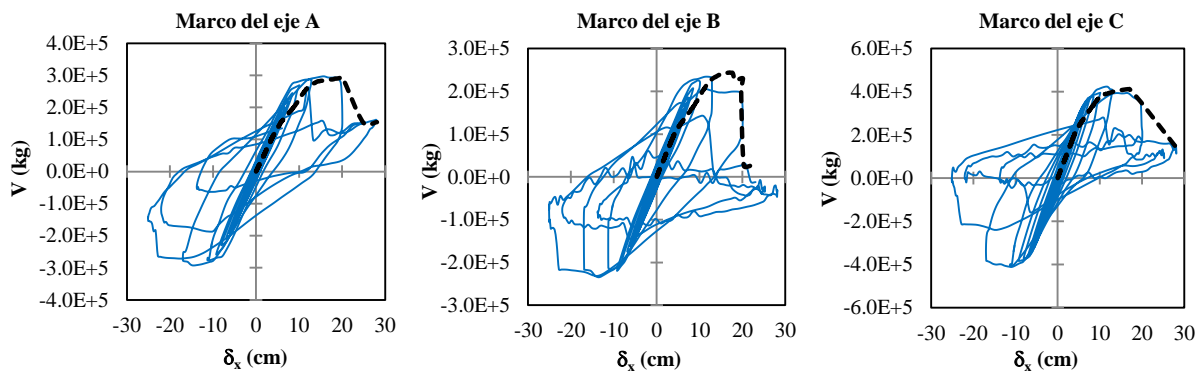
**Fig 3.9.** Curvas de histéresis del sistema detallado  $SSS_0$ , en ambas direcciones, empleadas para determinar las características de degradación de rigidez y resistencia del  $SSRS_0$

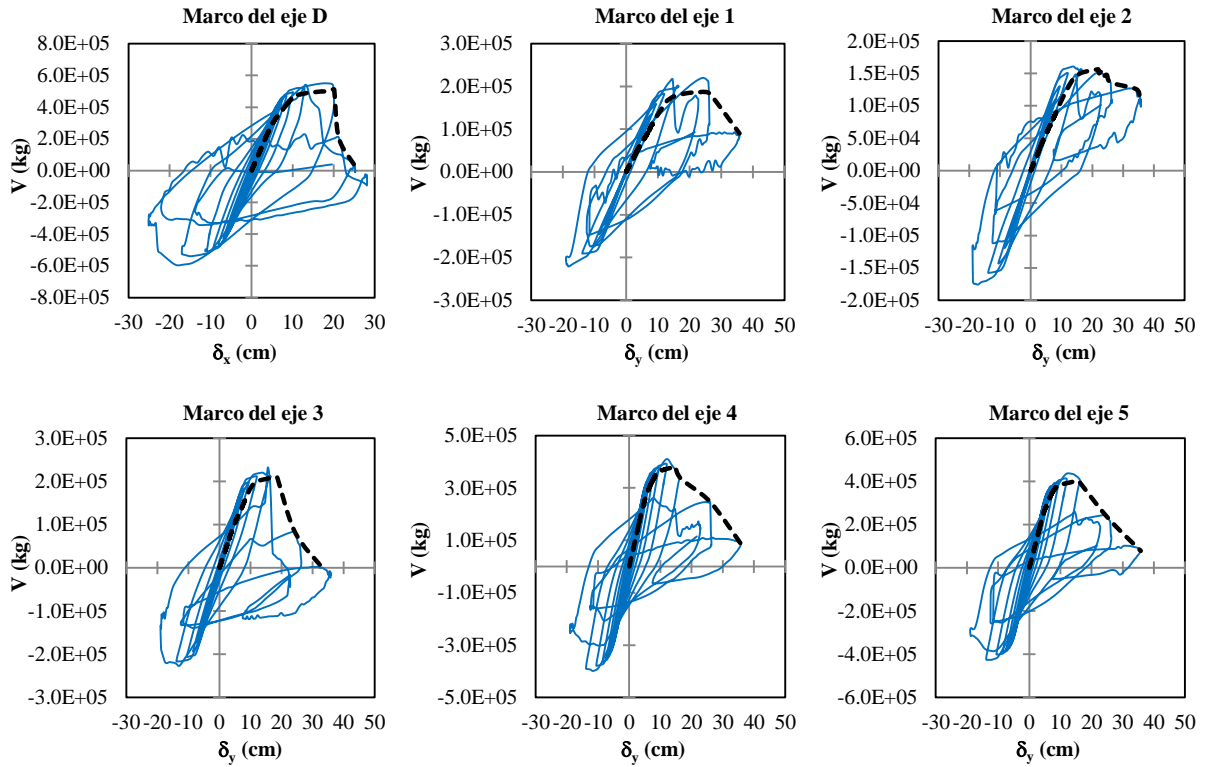


**Fig 3.10.** Curvas de histéresis del sistema detallado  $SAS_1$ , en ambas direcciones, empleadas para determinar las características de degradación de rigidez y resistencia del  $SARS_1$



**Fig 3.11. Curvas de histéresis de los marcos del sistema detallado  $SSS_0$ , utilizadas para determinar las características de degradación de rigidez y resistencia del  $SSRS_0$**





**Fig 3.12. Curvas de histéresis de los marcos del sistema detallado SAS<sub>1</sub>, utilizadas para determinar las características de degradación de rigidez y resistencia del SARS<sub>1</sub>**

En las figuras 3.13 y 3.14 se presentan las funciones  $V(\delta)$  de los elementos de los SSR obtenidas a partir de los sistemas detallados SSS<sub>0</sub> y SAS<sub>1</sub>, respectivamente. Las dimensiones en planta y la altura del SSR son las mismas que las de su correspondiente sistema detallado. Las propiedades elásticas de los elementos de los sistemas SSRS<sub>0</sub> y SARS<sub>1</sub>, en las dos direcciones ortogonales, se obtienen a partir de efectuar el ajuste bilineal por mínimos cuadrados de las curvas  $V(\delta)$  (figuras 3.13 y 3.14). Con base en la rigidez elástica calculada, se determinan las dimensiones de los elementos ( $b$ ,  $h$ ) mediante las ecuaciones 3.4 y 3.5. La primera de estas ecuaciones se obtiene al igualar las relaciones 3.3a y b, y posteriormente despejar la dimensión  $b$ . Para obtener la ecuación 3.5, se procede de manera similar.

$$h = \sqrt[3]{12I_y/b} ; h = 12I_x/b^3 \quad (3.3a,b)$$

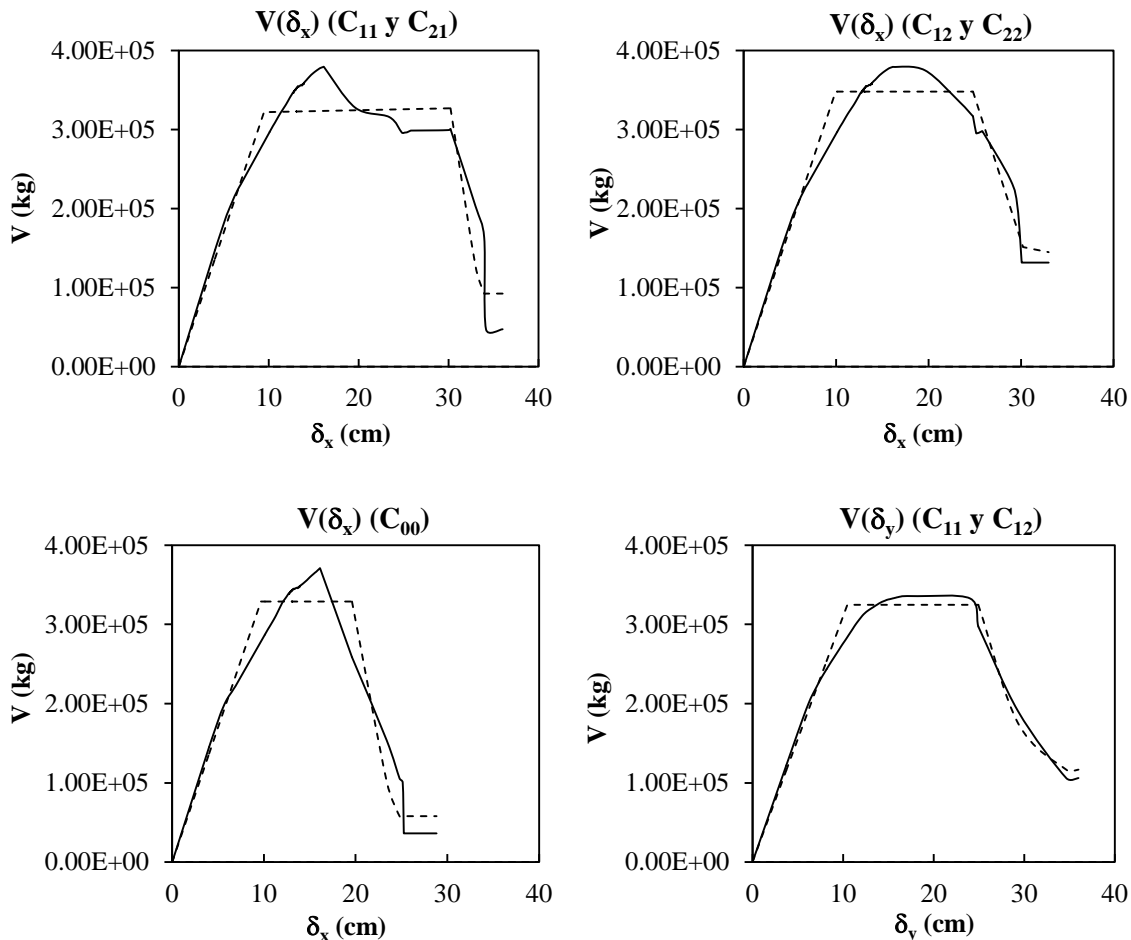
$$b = \sqrt[8]{144I_y^3/I_x} \quad (3.4)$$

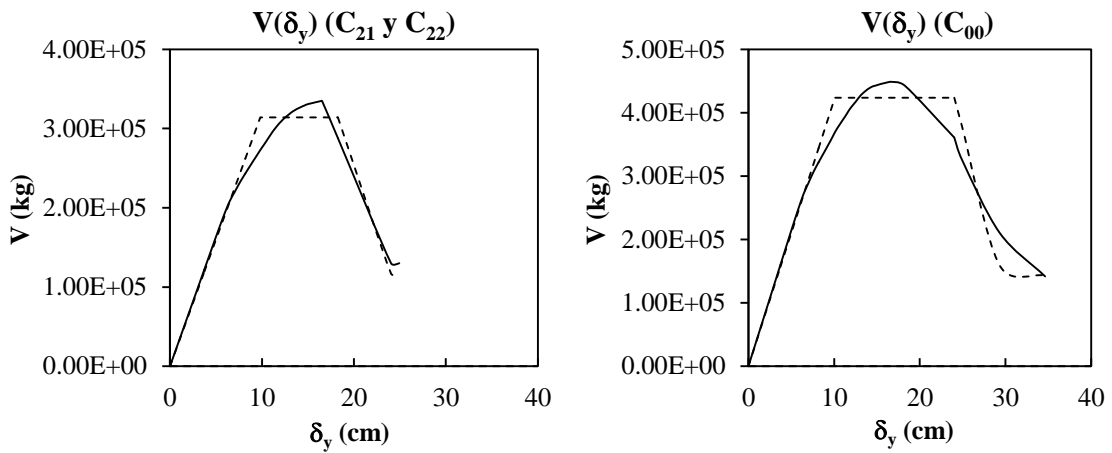
$$h = \sqrt[8]{144I_x^3/I_y} \quad (3.5)$$

En estas ecuaciones,  $b$  y  $h$  son las dimensiones de la sección transversal del elemento columna, perpendiculares a los ejes  $x$  e  $y$ , respectivamente;  $I_x$  y  $I_y$  son los momentos de inercia de la sección transversal del mismo elemento, con respecto a los ejes  $x$  e  $y$ , respectivamente. Los momentos de inercia de una columna de borde se calculan mediante las expresiones  $I_x = K_y H^3 / 24E_c$  y  $I_y = K_x H^3 / 24E_c$ ; aquí,  $K_x$  y  $K_y$  son las rigideces iniciales obtenidas a partir de efectuar un ajuste bilineal por mínimos cuadrados en las funciones  $V(\delta)$ , y  $H$  es la altura total del sistema simplificado.

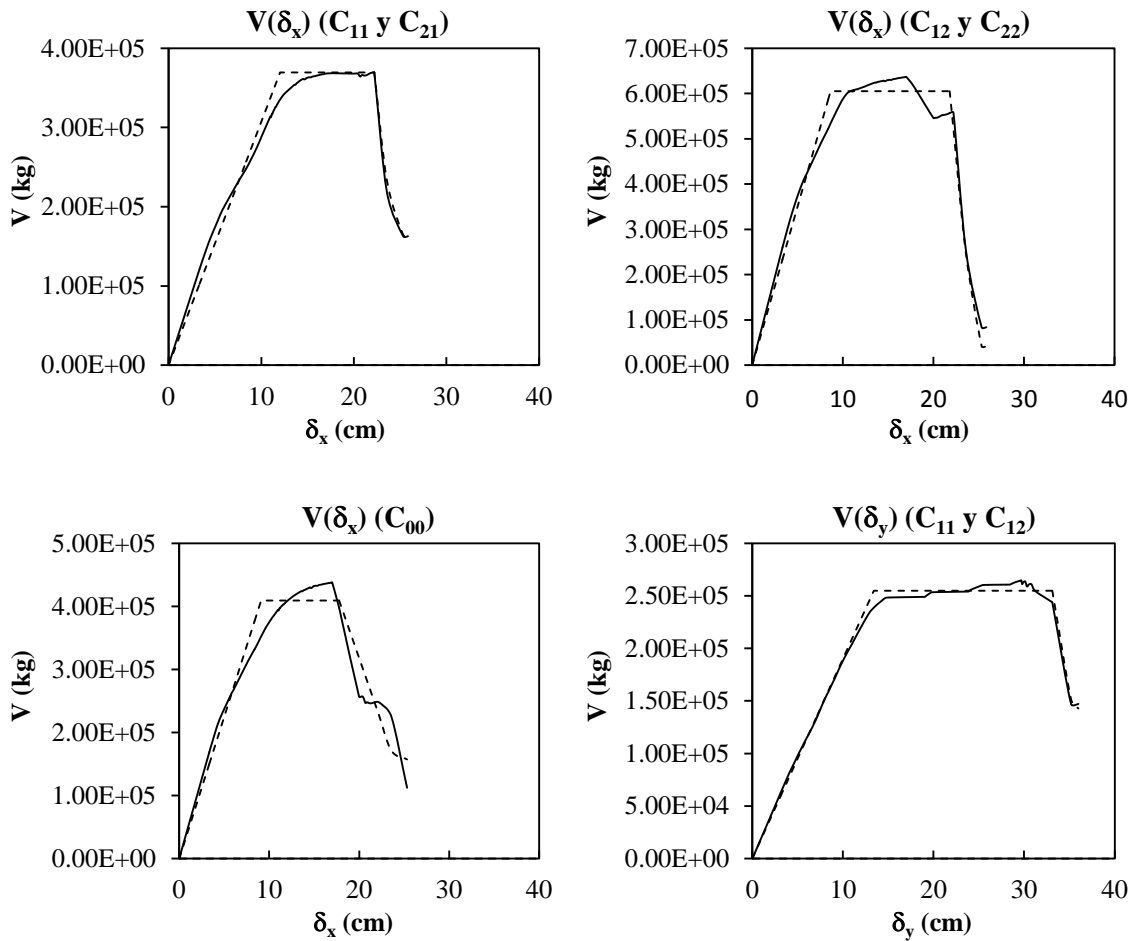
Similarmente, los momentos de inercia de la columna central del SSR se determinan mediante las ecuaciones  $I_x = K_y H^3 / 12 E_c$  y  $I_y = K_x H^3 / 12 E_c$ .

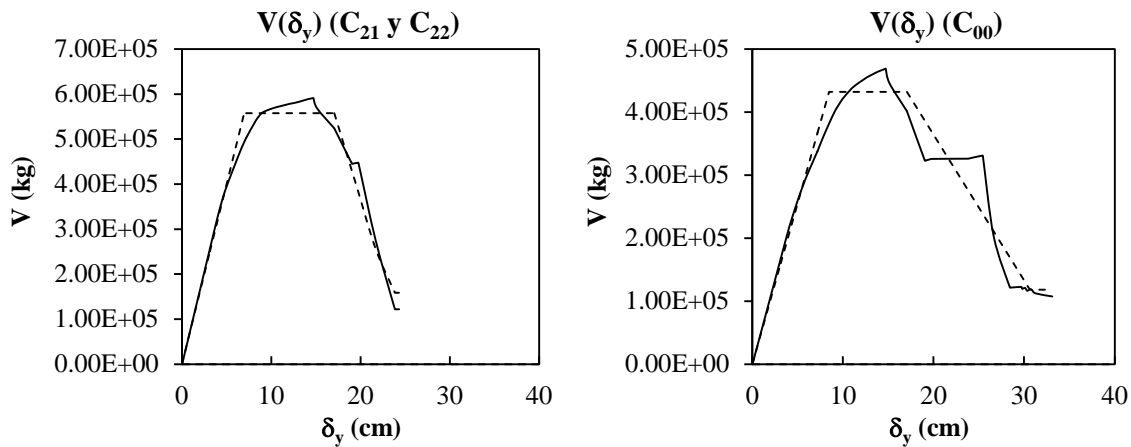
Para determinar las propiedades inelásticas de dichos elementos, las curvas  $V(\delta)$  se transforman a los diagramas equivalentes de momento contra curvatura  $M$  vs  $\phi$ , con base en el procedimiento descrito en el apéndice A.3. En las tablas 3.4 y 3.5 se presentan las propiedades mecánicas obtenidas de los elementos de los sistemas SSRS<sub>0</sub> y SARS<sub>1</sub>, respectivamente. En ellas se muestran las dimensiones de las columnas,  $b$  y  $h$ , los momentos resistentes de fluencia en cada dirección ortogonal,  $M_{yx}$  y  $M_{yy}$ , y las ductilidades de curvatura y resistencia residual Duct1, Duct2 y Rduct, respectivamente, que definen el modelo de degradación de resistencia usado en el programa Ruaumoko (Carr, 2007). Debido a que el programa Ruaumoko únicamente permite definir un modelo de degradación de resistencia en una dirección dada del elemento, aquí se tomó el criterio de obtener el promedio de las ductilidades de curvatura que se tienen en ambas direcciones ortogonales de una sección en particular. Este mismo criterio fue tomado para realizar el análisis sísmico de los sistemas detallados.





**Fig 3.13. Funciones  $V(\delta)$  de los elementos columna del  $SSRS_0$  para ambas direcciones ortogonales, obtenidas a partir del sistema  $SSS_0$**





**Fig 3.14. Funciones  $V(\delta)$  de los elementos columna del SARS<sub>1</sub> para ambas direcciones ortogonales, obtenidas a partir del sistema SAS<sub>1</sub>**

**Tabla 3.4. Valores de las propiedades mecánicas de los elementos columna del SSRS<sub>0</sub>**

Columna	$b$ (cm)	$h$ (cm)	$M_{yx}$ (kg·cm)	$M_{yy}$ (kg·cm)	Duct1	Duct2	Rduct
C <sub>12</sub>	152.0	161.5	$1.380 \cdot 10^8$	$1.479 \cdot 10^8$	5.3	9.1	0.3
C <sub>22</sub>	153.8	160.8	$1.335 \cdot 10^8$	$1.479 \cdot 10^8$	3.7	7.5	0.3
C <sub>00</sub>	203.3	182.9	$3.601 \cdot 10^8$	$2.796 \cdot 10^8$	5.3	9.1	0.3
C <sub>11</sub>	152.5	159.7	$1.380 \cdot 10^8$	$1.368 \cdot 10^8$	5.3	9.1	0.3
C <sub>21</sub>	154.3	159.1	$1.335 \cdot 10^8$	$1.368 \cdot 10^8$	3.7	7.5	0.3

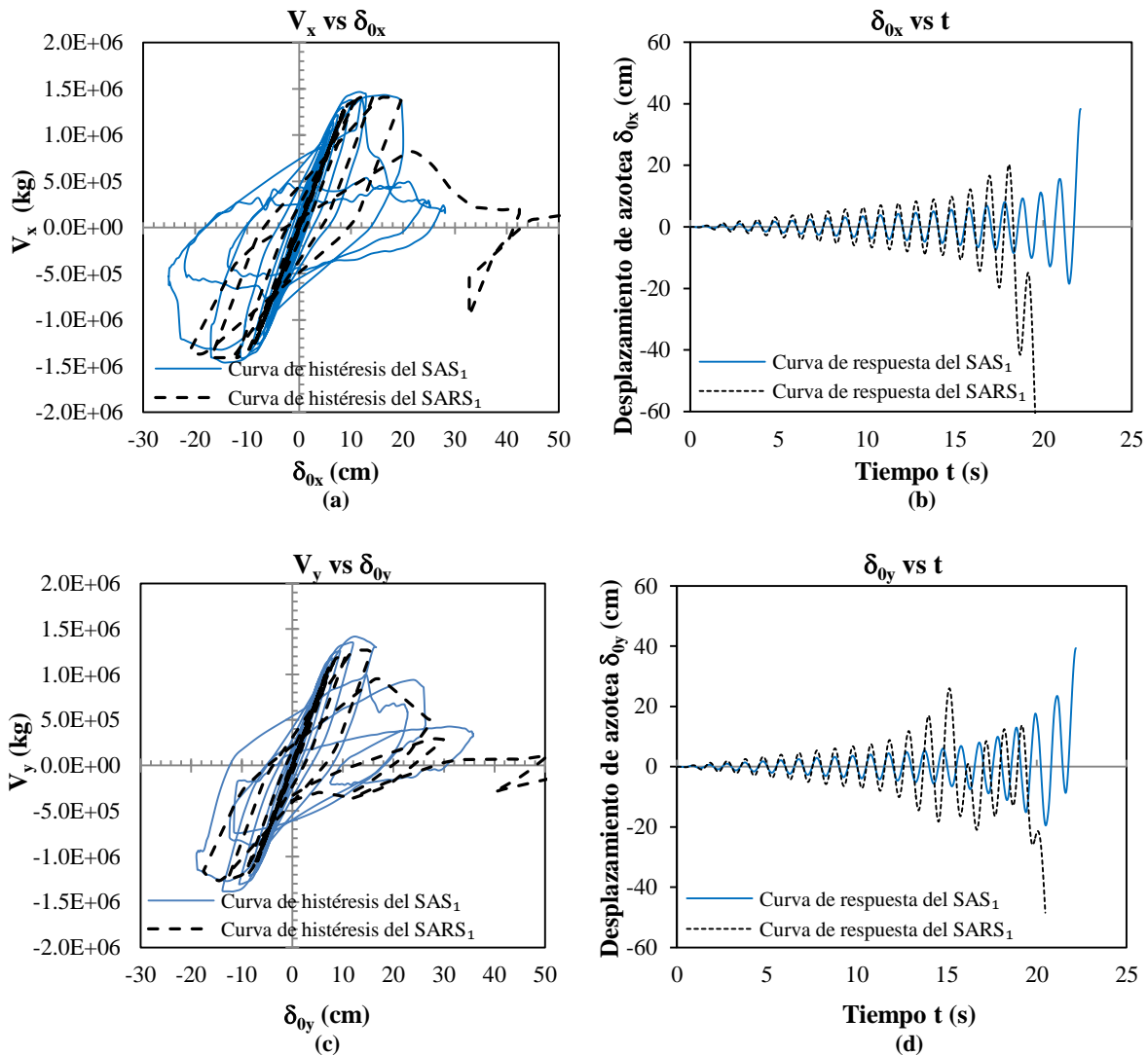
**Tabla 3.5. Valores de las propiedades mecánicas de los elementos columna del SARS<sub>1</sub>**

Columna	$b$ (cm)	$h$ (cm)	$M_{yx}$ (kg·cm)	$M_{yy}$ (kg·cm)	Duct1	Duct2	Rduct
C <sub>12</sub>	116.0	222.6	$1.083 \cdot 10^8$	$2.572 \cdot 10^8$	5.7	8.6	0.1
C <sub>22</sub>	198.8	186.0	$2.370 \cdot 10^8$	$2.572 \cdot 10^8$	5.6	10.1	0.1
C <sub>00</sub>	211.1	198.3	$3.672 \cdot 10^8$	$3.478 \cdot 10^8$	4.1	9.7	0.3
C <sub>11</sub>	128.6	163.4	$1.083 \cdot 10^8$	$1.570 \cdot 10^8$	4.6	6.7	0.4
C <sub>21</sub>	220.4	136.5	$2.370 \cdot 10^8$	$1.570 \cdot 10^8$	4.6	8.2	0.3

Con base en los resultados obtenidos anteriormente, se determinaron las propiedades mecánicas de los sistemas simplificados SSRS<sub>0</sub> y SARS<sub>1</sub>. En las figuras 3.15a y 3.15c se presentan las curvas de histéresis  $V$  vs  $\delta_0$  del sistema detallado SAS<sub>1</sub> y de su correspondiente sistema simplificado SARS<sub>1</sub>, obtenidas a partir de efectuar en éstos un análisis sísmico no lineal en cada dirección, de manera independiente, considerando una aceleración del terreno que varía con forma senoidal creciente en el tiempo. En estas figuras, al comparar las curvas de estos sistemas se puede observar que su capacidad



lateral resistente última es similar en las dos direcciones ortogonales; sin embargo, se observa que el número de lazos de histéresis que desarrolla cada uno de ellos son diferentes. En las figuras 3.15b y 3.15d se comparan las curvas de desplazamiento lateral de azotea contra tiempo “ $\delta_0$  vs  $t$ ” de los sistemas SAS<sub>1</sub> y SARS<sub>1</sub>, para las direcciones  $x$  y  $y$ , respectivamente. En estas curvas se observa que el sistema SARS<sub>1</sub> desarrolla un menor número de ciclos de respuesta que el que desarrolla el sistema SAS<sub>1</sub>, hasta los instantes en que se presenta la falla en ambos sistemas. Lo anterior se debe a que las características de degradación de resistencia de una sección transversal en particular fueron obtenidas al promediar sus ductilidades de curvatura en ambas direcciones, en los instantes cuando inicia y termina dicha degradación; además, se debe a que dentro del comportamiento no lineal del sistema detallado, la distribución del daño en sus elementos ocurre de manera diferente que en el sistema simplificado.



**Fig 3.15. Comparación de las curvas de histéresis del sistema detallado SAS<sub>1</sub> y de su correspondiente sistema simplificado SARS<sub>1</sub>, para ambas direcciones ortogonales**

## 4. ANÁLISIS DE CONFIABILIDAD

### 4.1 PRIMEROS MOMENTOS ESTADÍSTICOS DEL MARGEN DE SEGURIDAD $Z_M$

Las funciones de confiabilidad sísmica de los sistemas se determinan con base en los resultados obtenidos del análisis dinámico no lineal. Para la estimación de estas funciones, en primer término, se obtienen el valor esperado  $E(Z_F)$  y la desviación estándar  $\sigma(Z_F)$  del logaritmo natural  $Z_F$  del valor mínimo de la intensidad que produce la falla, a partir de realizar un ajuste por mínimos cuadrados a una muestra de valores de intensidades correspondientes a valores diferentes del índice de reducción de rigidez secante, en el intervalo  $0 \leq I_{RRS} < 1.0$ . Los parámetros probabilísticos que se emplean para determinar las funciones de confiabilidad se determinan por medio de las ecuaciones 4.1 y 4.2; estas últimas, representan las funciones de ajuste de la media y la varianza del margen de seguridad,  $Z_M$ , respectivamente.

En este estudio, las funciones de confiabilidad serán expresadas en términos de la intensidad sísmica y, medida en gals, y en términos de la intensidad normalizada  $q$ ; esta última se define mediante la ecuación 2.13. La intensidad sísmica se mide como la ordenada espectral para el periodo fundamental del sistema estructural. En las figuras 4.1 a la 4.10 se presentan los diagramas de dispersión obtenidos  $\ln q$  vs  $I_{RRS}$  y  $[E(\ln q) - \ln q]$  vs  $I_{RRS}$ , para las dos familias de sistemas detallados y para los sistemas simplificados, SSRS<sub>0</sub> y SARS<sub>1</sub>. En la tabla 4.1 se muestran los parámetros probabilísticos obtenidos a partir del ajuste realizado en dichos diagramas. Estos parámetros son usados para estimar las funciones de confiabilidad sísmica, mediante la ecuación 2.17. En esta tabla, los parámetros  $a_0$  y  $b_0$  representan los valores de la media y la varianza de  $Z_F$ , respectivamente. Para este fin, se adoptó la segunda opción presentada en la Sección 2.6, de acuerdo con la cual la condición de colapso se expresa en términos del valor máximo instantáneo del  $I_{RRS}$ , experimentado por alguno de los cuatro subsistemas resistentes (marcos, arreglos duales marco-muro) en los extremos del edificio.

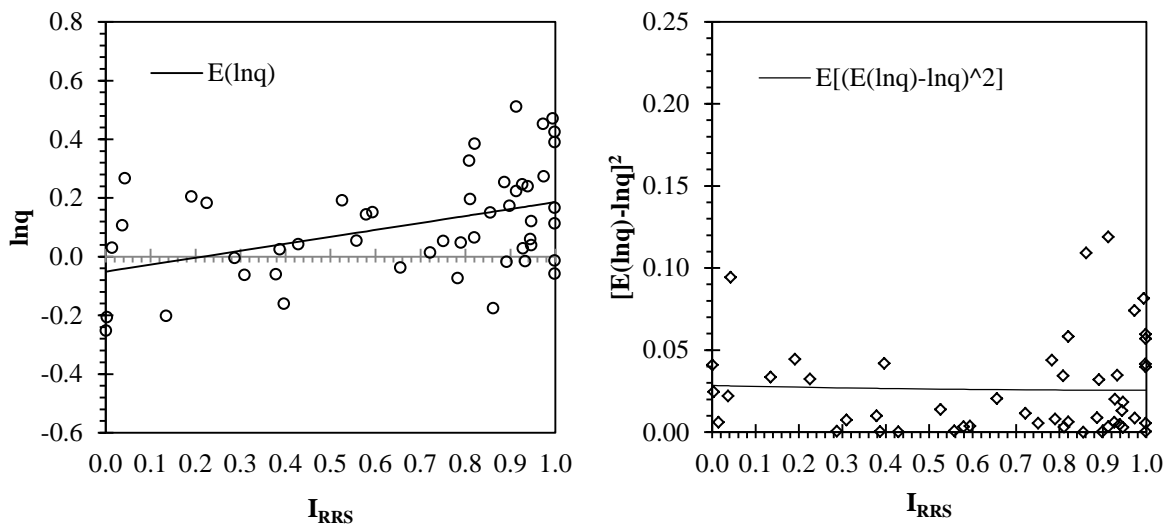
Aquí, cabe mencionar que para estimar las funciones de confiabilidad con suficiente precisión, es necesario contar con un número suficiente de parejas de valores ( $\ln q$  y  $\ln y$  vs  $I_{RRS}$ ) que estén cerca del límite de falla ( $I_{RRS} = 1.0$ ), ya que de no ser así, la precisión de la confiabilidad sísmica estimada sería reducida significativamente, principalmente por el parámetro que controla la variabilidad de  $Z_F$ .

$$E[Z_M] = E(\ln y) = a_0 - a_1(1 - I_{RRS}) - a_2(1 - I_{RRS})^2 \quad (4.1)$$

$$E[\sigma^2(Z_M)] = E[E(\ln y) - \ln y]^2 = b_0 + b_1(1 - I_{RRS})^2 \quad (4.2)$$

**Tabla 4.1. Parámetros probabilísticos obtenidos que definen las funciones de la media y varianza de  $Z_M$ , expresadas en términos de la intensidad  $q$ , para los sistemas detallados y simplificados**

Sistemas	$a_0$	$a_1$	$a_2$	$b_0$	$b_1$
SSS <sub>0</sub>	0.1861	0.2372	$8.76 \cdot 10^{-10}$	0.0255	$2.90 \cdot 10^{-3}$
SAS <sub>1</sub>	0.0690	0.2962	$3.03 \cdot 10^{-5}$	0.0268	$3.73 \cdot 10^{-3}$
SAS <sub>2</sub>	-0.0632	0.0905	0.0966	0.0195	$3.05 \cdot 10^{-3}$
SAS <sub>3</sub>	-0.1441	$1.44 \cdot 10^{-6}$	0.2286	0.0213	0.0467
SSRS <sub>0</sub>	0.3082	$1.23 \cdot 10^{-4}$	0.3052	0.0127	$1.33 \cdot 10^{-6}$
SARS <sub>1</sub>	0.1934	$1.65 \cdot 10^{-8}$	0.3263	0.0086	$1.84 \cdot 10^{-3}$
SSD <sub>0</sub>	0.4119	0.1194	0.0916	0.0187	$1.47 \cdot 10^{-3}$
SAD <sub>1</sub>	0.3118	0.1999	$7.40 \cdot 10^{-9}$	0.0184	$1.37 \cdot 10^{-6}$
SAD <sub>2</sub>	0.2853	$1.94 \cdot 10^{-7}$	0.2206	0.0215	$4.01 \cdot 10^{-6}$
SAD <sub>3</sub>	$8.16 \cdot 10^{-4}$	$3.30 \cdot 10^{-6}$	0.5735	0.0181	0.0109



**Fig 4.1. Esperanza y varianza de  $Z_M$ , como función de  $I_{RRS}$ , del sistema SSS<sub>0</sub>**

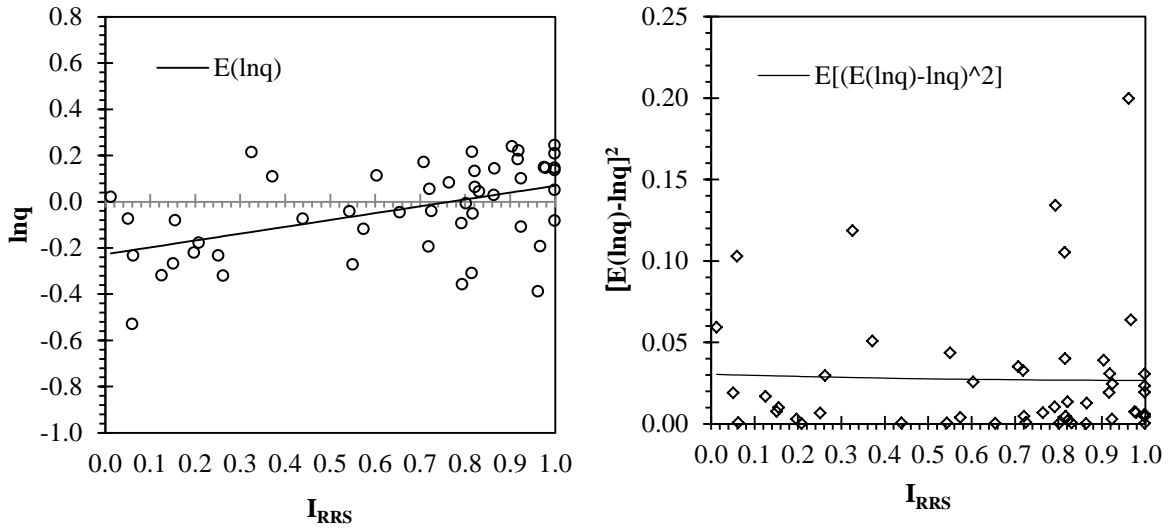


Fig 4.2. Esperanza y varianza de  $Z_M$ , como función de  $I_{RRS}$ , del sistema SAS<sub>1</sub>

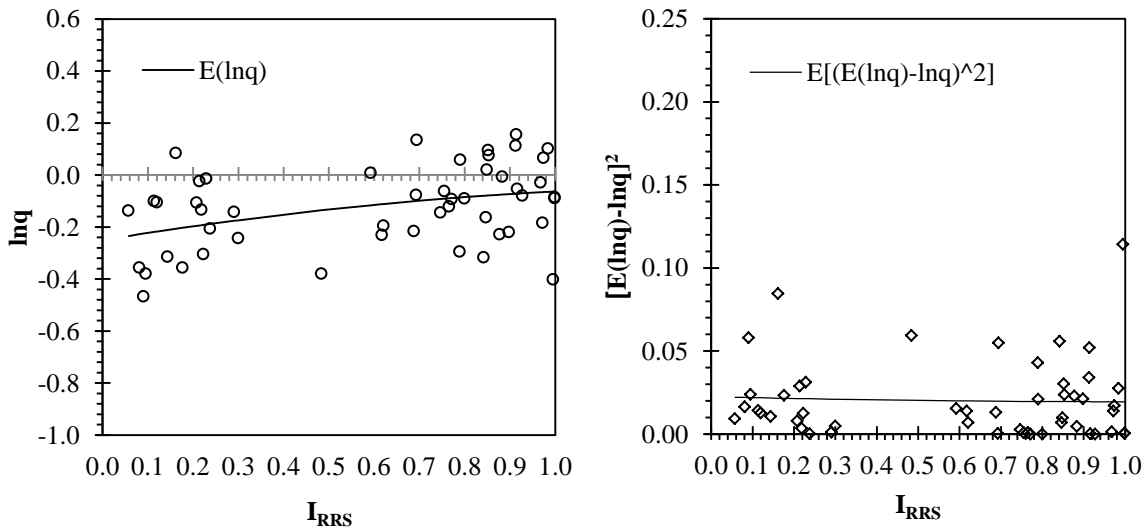


Fig 4.3. Esperanza y varianza de  $Z_M$ , como función de  $I_{RRS}$ , del sistema SAS<sub>2</sub>

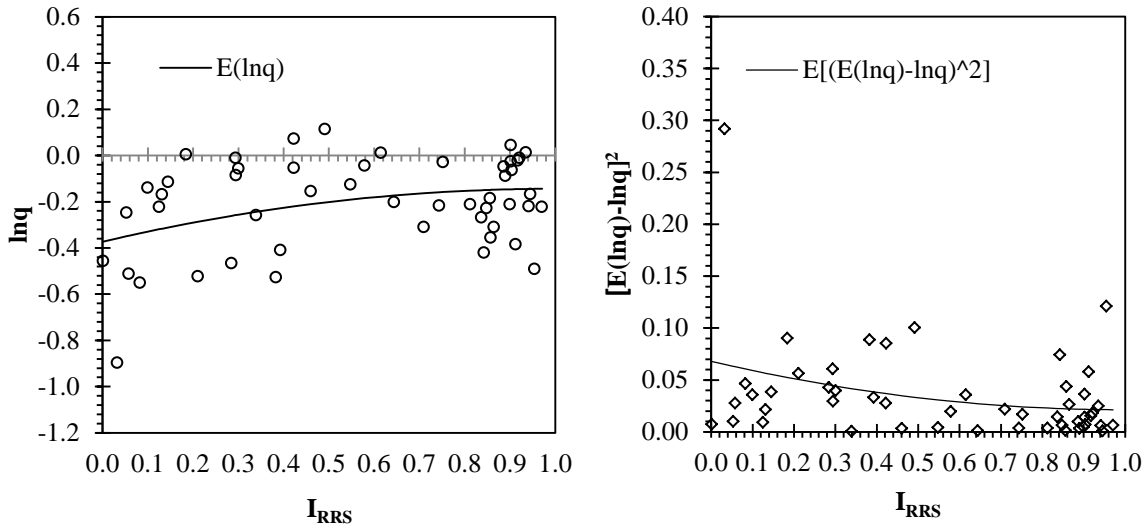


Fig 4.4. Esperanza y varianza de  $Z_M$ , como función de  $I_{RRS}$ , del sistema SAS<sub>3</sub>

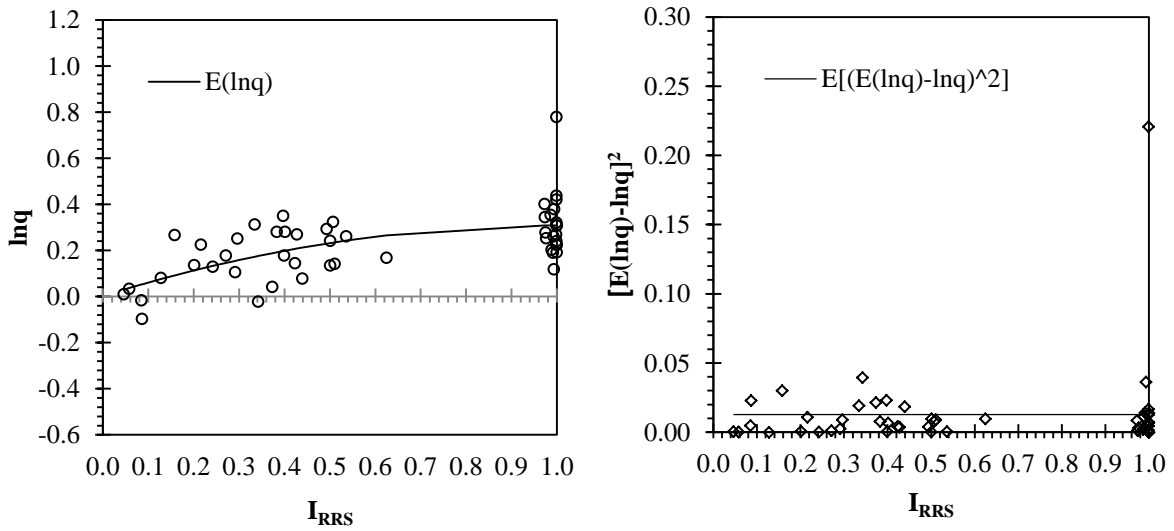


Fig 4.5. Esperanza y varianza de  $Z_M$ , como función de  $I_{RRS}$ , del sistema SSRS<sub>0</sub>

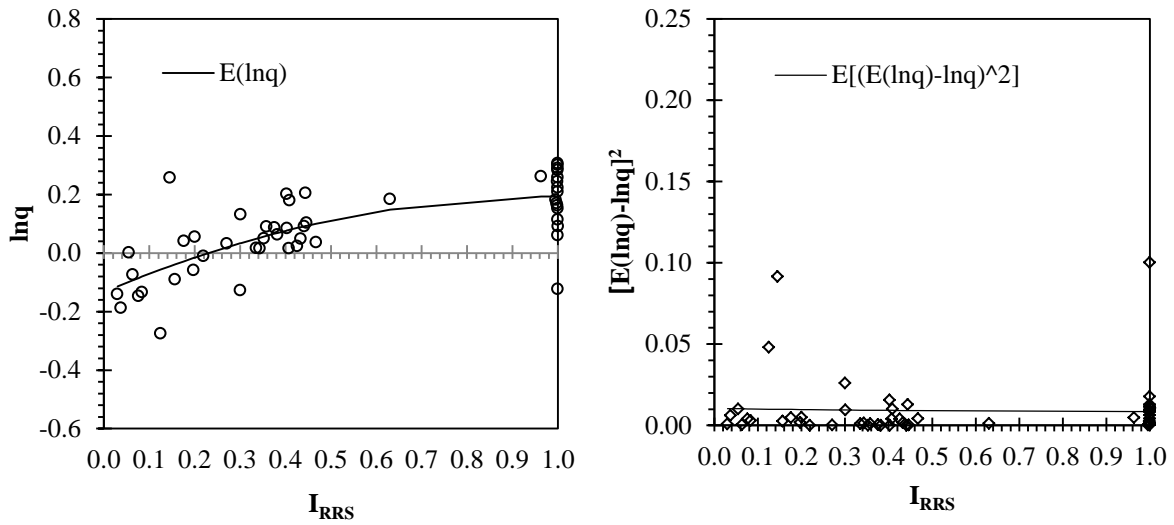


Fig 4.6. Esperanza y varianza de  $Z_M$ , como función de  $I_{RRS}$ , del sistema SARS<sub>1</sub>

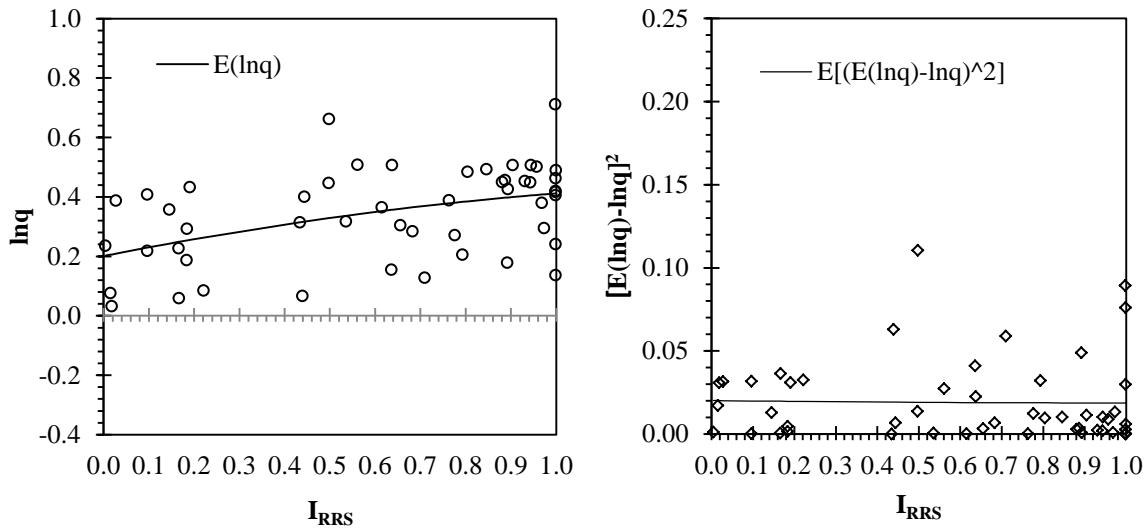


Fig 4.7. Esperanza y varianza de  $Z_M$ , como función de  $I_{RRS}$ , del sistema SSD<sub>0</sub>

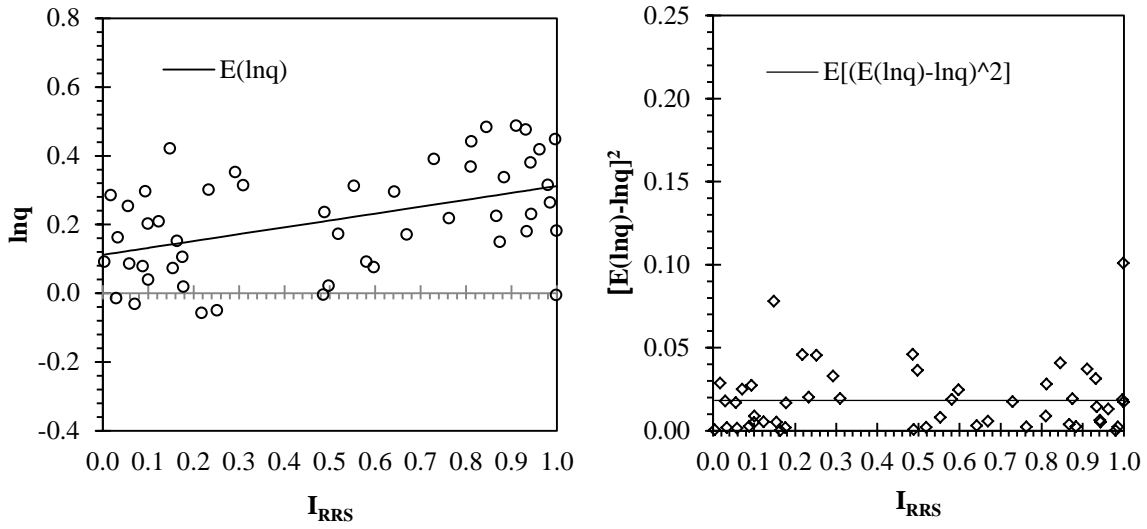


Fig 4.8. Esperanza y varianza de  $Z_M$ , como función de  $I_{RRS}$ , del sistema SAD<sub>1</sub>

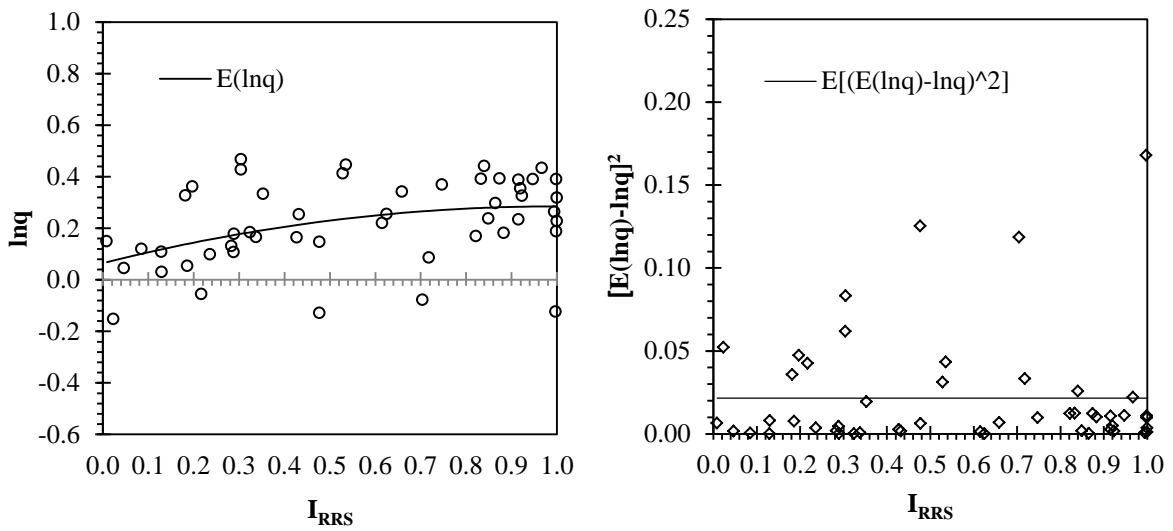


Fig 4.9. Esperanza y varianza de  $Z_M$ , como función de  $I_{RRS}$ , del sistema SAD<sub>2</sub>

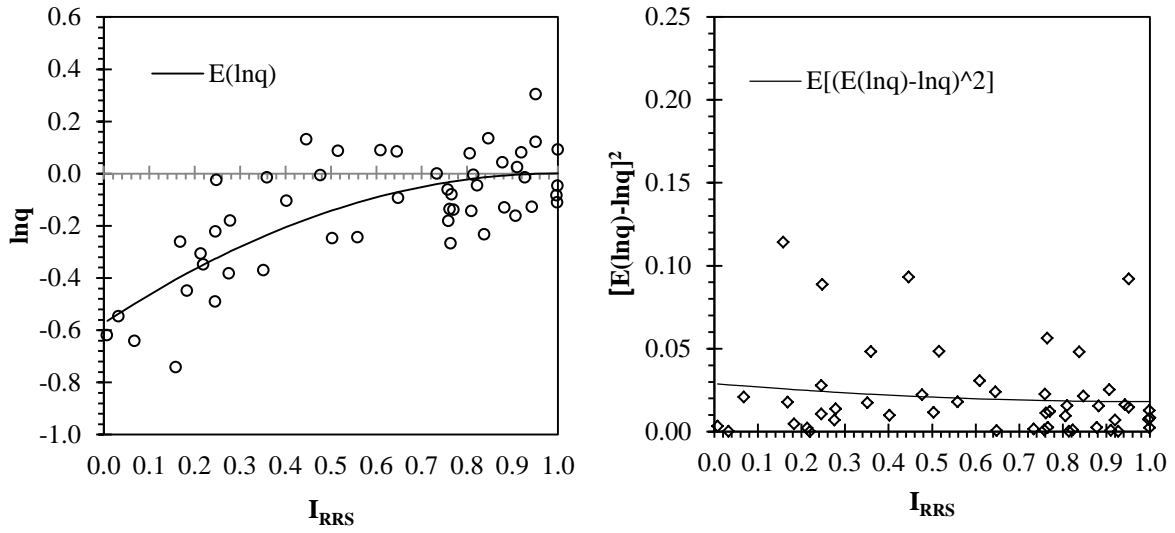


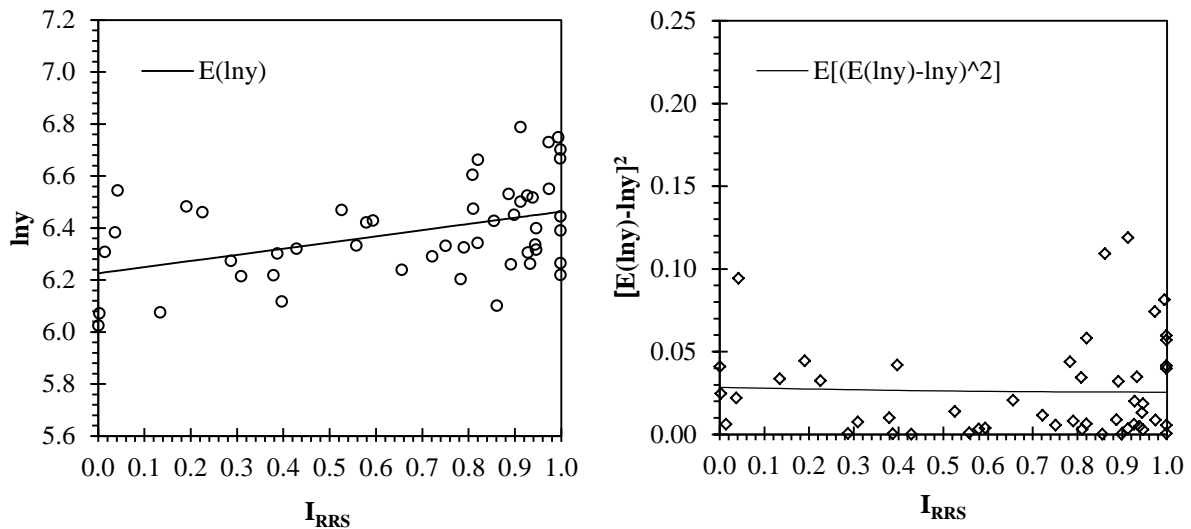
Fig 4.10. Esperanza y varianza de  $Z_M$ , como función de  $I_{RRS}$ , del sistema  $SAD_3$



En las figuras 4.11 a la 4.20 se muestran las funciones de ajuste de la esperanza y la varianza del margen de seguridad  $Z_M$  de los sistemas detallados y simplificados, obtenidas a partir de sus respectivos diagramas de dispersión  $\ln y$  vs  $I_{RRS}$  y  $[E(\ln y) - \ln y]$  vs  $I_{RRS}$ . Estas funciones están expresadas en términos de la intensidad sísmica  $y$ , medida en gals. Los parámetros probabilísticos que definen a dichas funciones, para cada sistema de estudio, se presentan en la tabla 4.2.

**Tabla 4.2. Parámetros probabilísticos obtenidos que definen las funciones de la media y varianza de  $Z_M$ , expresadas en términos de la intensidad  $y$ , para los sistemas detallados y simplificados**

Sistemas	$a_0$	$a_1$	$a_2$	$b_0$	$b_1$
SSS <sub>0</sub>	6.4630	0.2372	$1.08 \cdot 10^{-9}$	0.0255	$2.93 \cdot 10^{-3}$
SAS <sub>1</sub>	6.5150	0.2962	$9.80 \cdot 10^{-6}$	0.0269	$3.69 \cdot 10^{-3}$
SAS <sub>2</sub>	6.3980	0.0905	0.0966	0.0195	$3.03 \cdot 10^{-3}$
SAS <sub>3</sub>	6.9810	$3.46 \cdot 10^{-6}$	0.2286	0.0213	0.0467
SSRS <sub>0</sub>	6.5170	$1.92 \cdot 10^{-4}$	0.3051	0.0127	$2.32 \cdot 10^{-7}$
SARS <sub>1</sub>	6.6950	$2.15 \cdot 10^{-6}$	0.3263	0.0086	$1.85 \cdot 10^{-3}$
SSD <sub>0</sub>	6.8480	0.1203	0.0906	0.0187	$1.53 \cdot 10^{-3}$
SAD <sub>1</sub>	7.0230	0.1999	$6.89 \cdot 10^{-7}$	0.0183	$9.97 \cdot 10^{-6}$
SAD <sub>2</sub>	6.9280	0.0832	$5.45 \cdot 10^{-9}$	0.0215	$4.01 \cdot 10^{-6}$
SAD <sub>3</sub>	7.4010	$3.25 \cdot 10^{-6}$	0.5735	0.0181	0.0109



**Fig 4.11. Esperanza y varianza de  $Z_M$ , como función de  $I_{RRS}$ , del sistema SSS<sub>0</sub>**

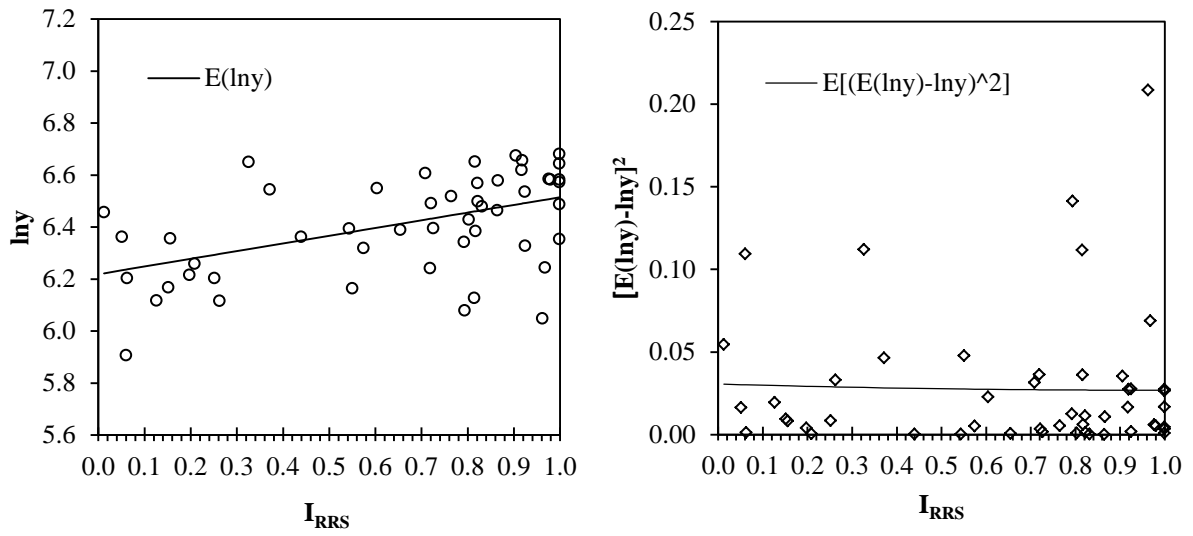


Fig 4.12. Esperanza y varianza de  $Z_M$ , como función de  $I_{RRS}$ , del sistema  $SAS_1$

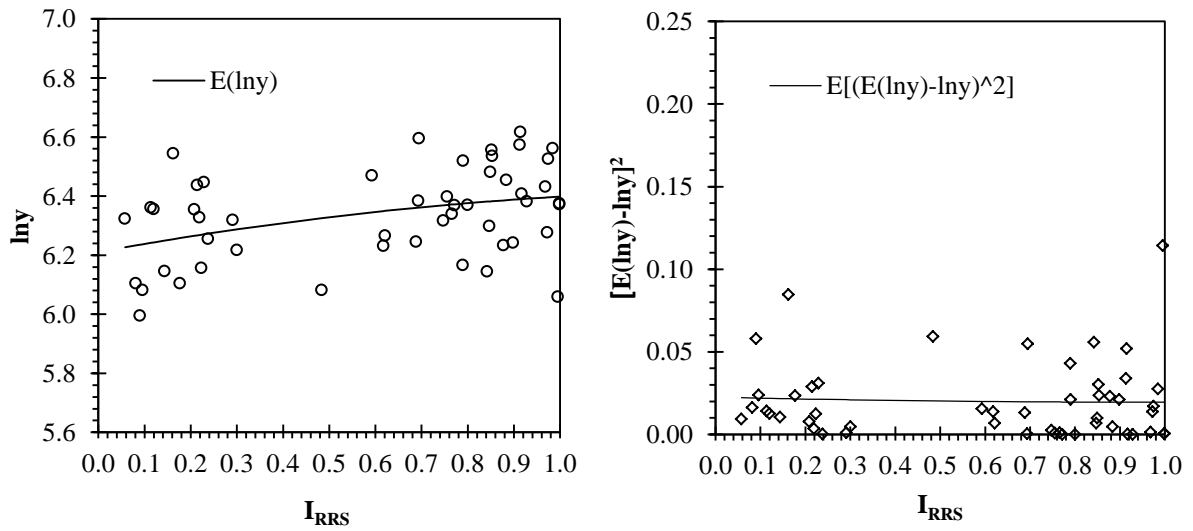


Fig 4.13. Esperanza y varianza de  $Z_M$ , como función de  $I_{RRS}$ , del sistema  $SAS_2$

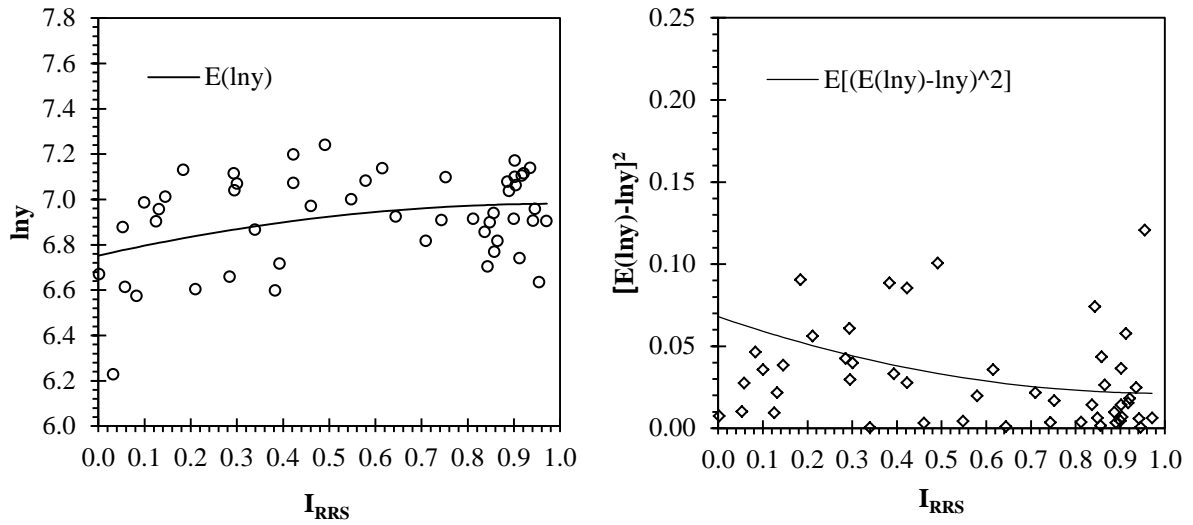


Fig 4.14. Esperanza y varianza de  $Z_M$ , como función de  $I_{RRS}$ , del sistema SAS<sub>3</sub>

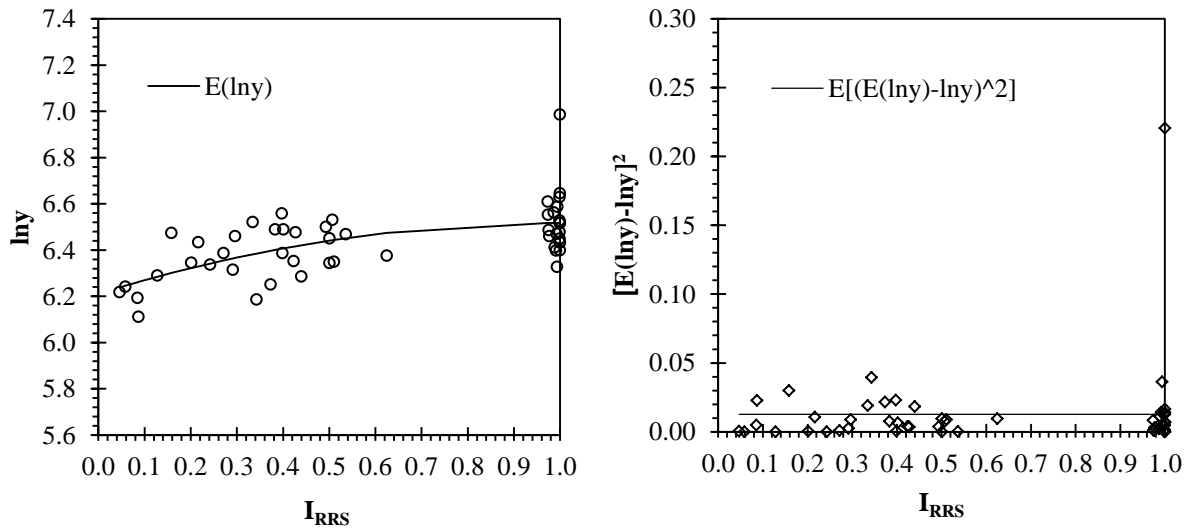


Fig 4.15. Esperanza y varianza de  $Z_M$ , como función de  $I_{RRS}$ , del sistema SSRS<sub>0</sub>

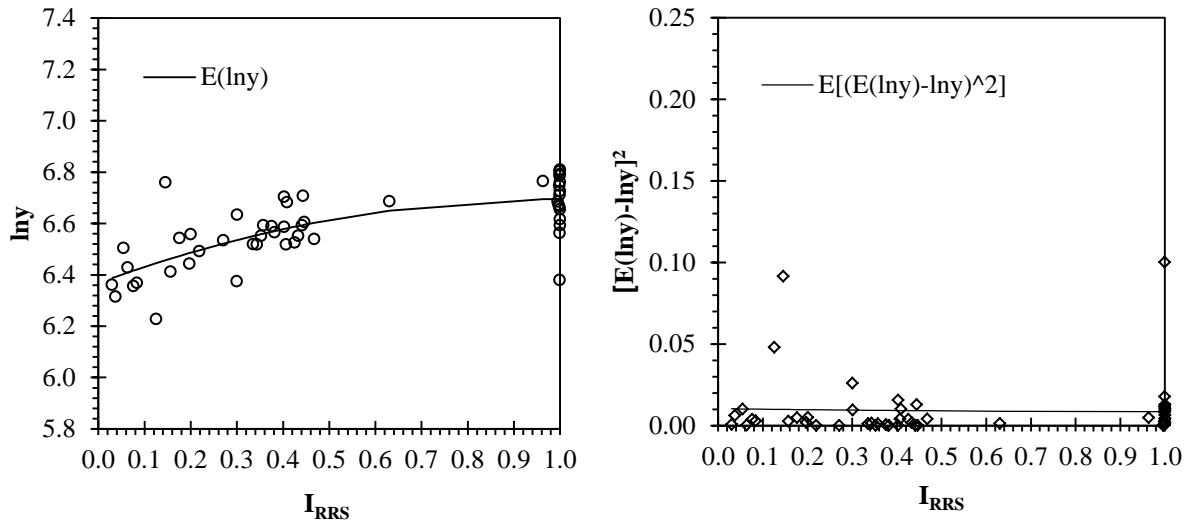


Fig 4.16. Esperanza y varianza de  $Z_M$ , como función de  $I_{RRS}$ , del sistema SARS<sub>1</sub>

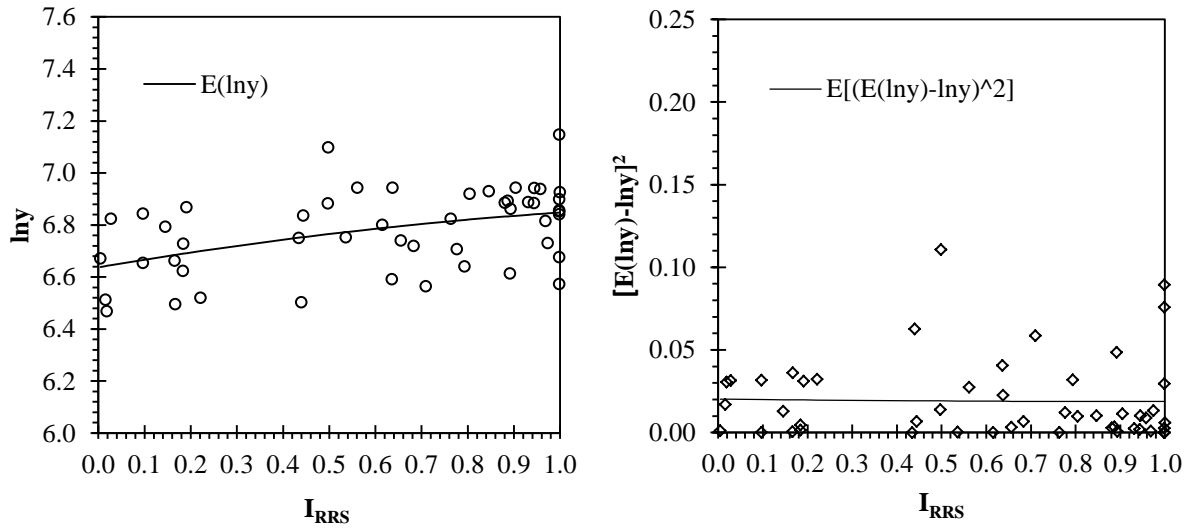


Fig 4.17. Esperanza y varianza de  $Z_M$ , como función de  $I_{RRS}$ , del sistema SSD<sub>0</sub>

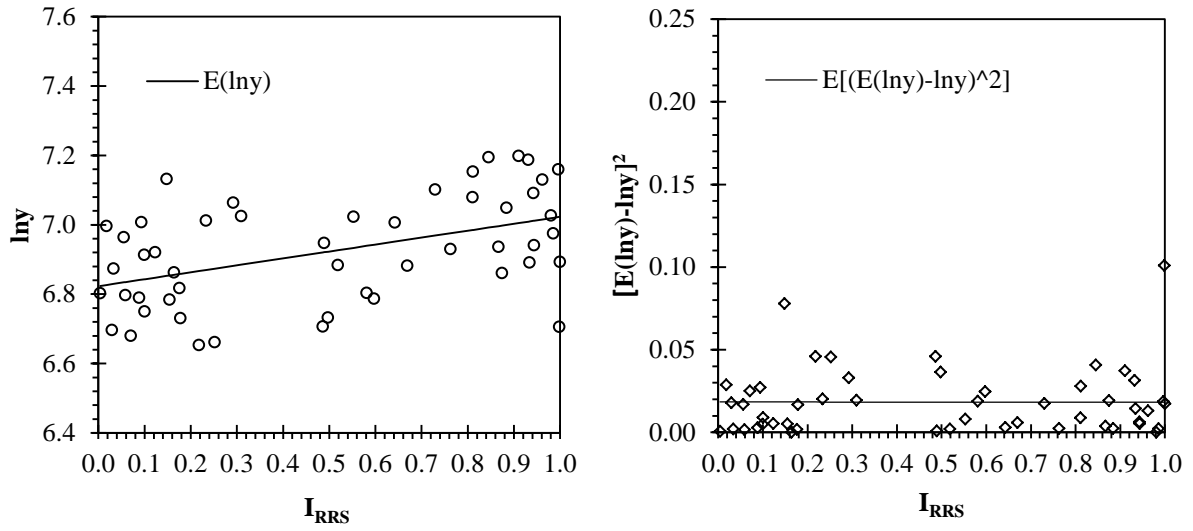


Fig 4.18. Esperanza y varianza de  $Z_M$ , como función de  $I_{RRS}$ , del sistema  $SAD_1$

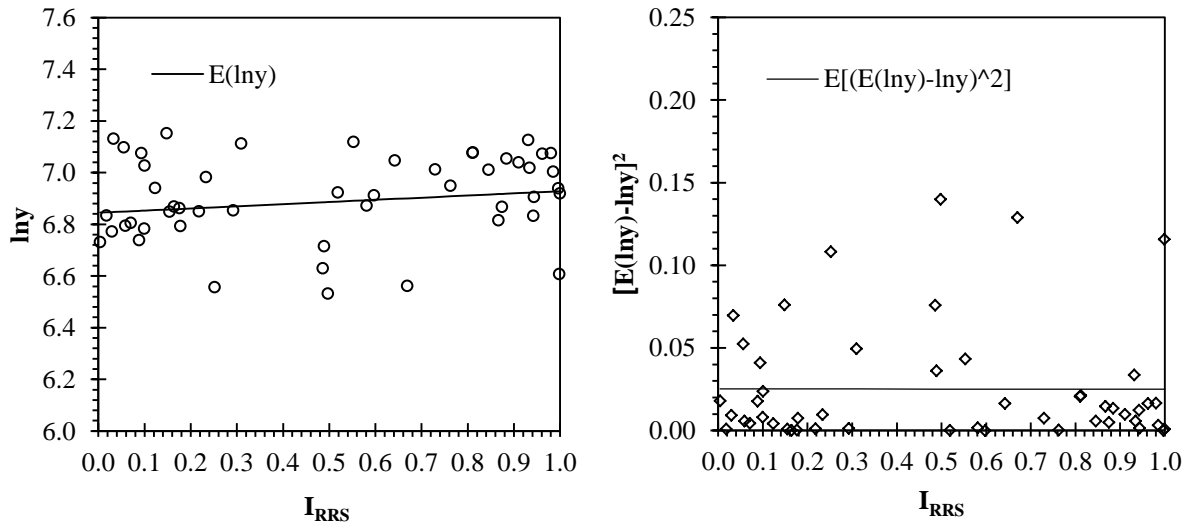


Fig 4.19. Esperanza y varianza de  $Z_M$ , como función de  $I_{RRS}$ , del sistema  $SAD_2$

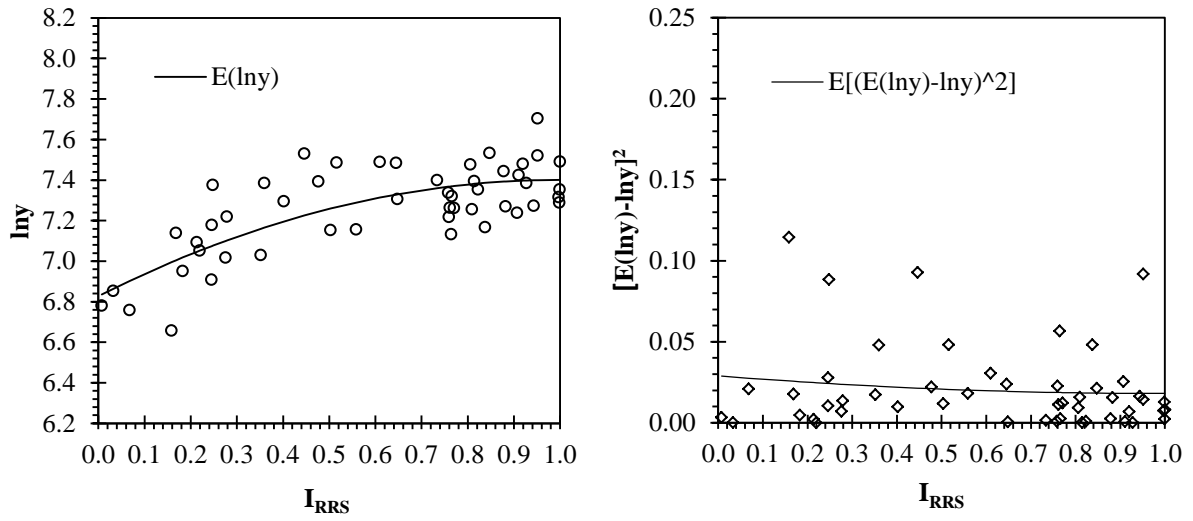


Fig 4.20. Esperanza y varianza de  $Z_M$ , como función de  $I_{RRS}$ , del sistema  $SAD_3$

## 4.2 FUNCIONES DE CONFIABILIDAD SÍSMICA EN TÉRMINOS DEL ÍNDICE DE REDUCCIÓN DE RIGIDEZ SECANTE, $I_{RRS}$

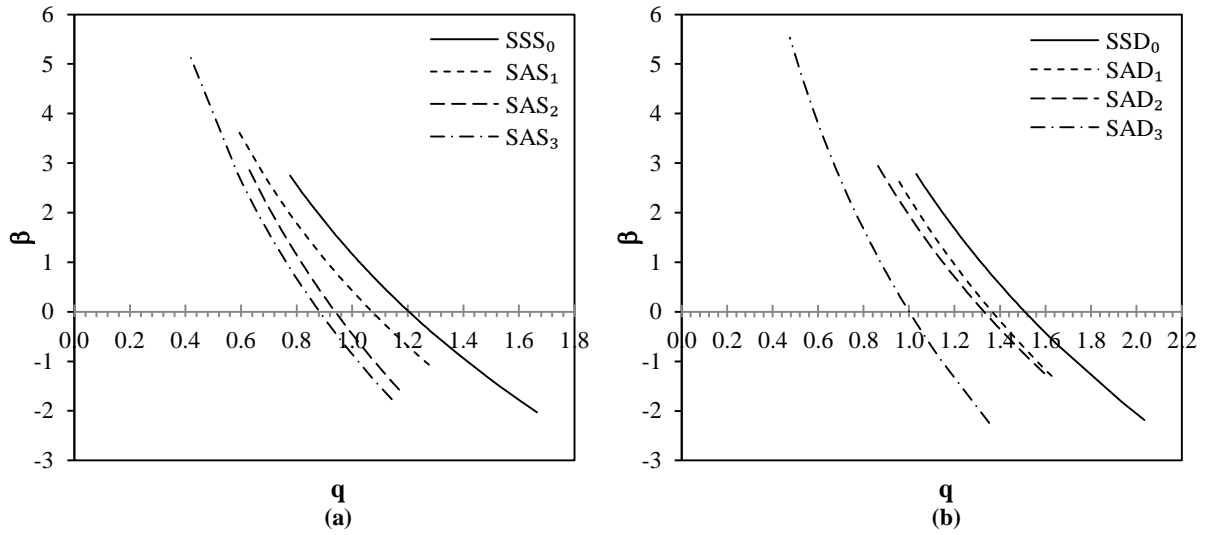
Para determinar la función de confiabilidad de un sistema en particular, en primer término, se sustituye en la expresión que define al índice de confiabilidad  $\beta(y)$  (ecuación 2.17) sus respectivas funciones de la media y varianza del margen de seguridad  $Z_M$ , y se establece en esta misma la condición de que  $Z_F$  corresponde a la condición de falla,  $I_{RRS}=1.0$ . Así, es posible llegar a la ecuación 4.3, mediante la cual se puede estimar dicha función. En las figuras 4.21, 4.22 y 4.23 se presentan las funciones de confiabilidad obtenidas de los sistemas detallados, en términos de la intensidad  $q$ ,  $y$  y  $q_1$ , respectivamente; aquí, la intensidad  $q_1$  se define por el cociente entre la aceleración espectral del movimiento sísmico que actúa en el sistema simulado ( $S_a$ ) y la aceleración espectral empleada para el diseño de su correspondiente sistema de partida ( $S_{ad}$ ). Las funciones de confiabilidad de los sistemas simplificados,  $SSRS_0$  y  $SARS_1$ , expresadas en términos de las intensidades  $q$  e  $y$ , se muestran en la figura 4.24. Estas funciones son comparadas con aquéllas de los sistemas detallados  $SSS_0$  y  $SAS_1$  en la figura 4.25.

$$\beta(y) = \frac{a_0 - \ln y}{\sqrt{b_0}} \quad (4.3)$$

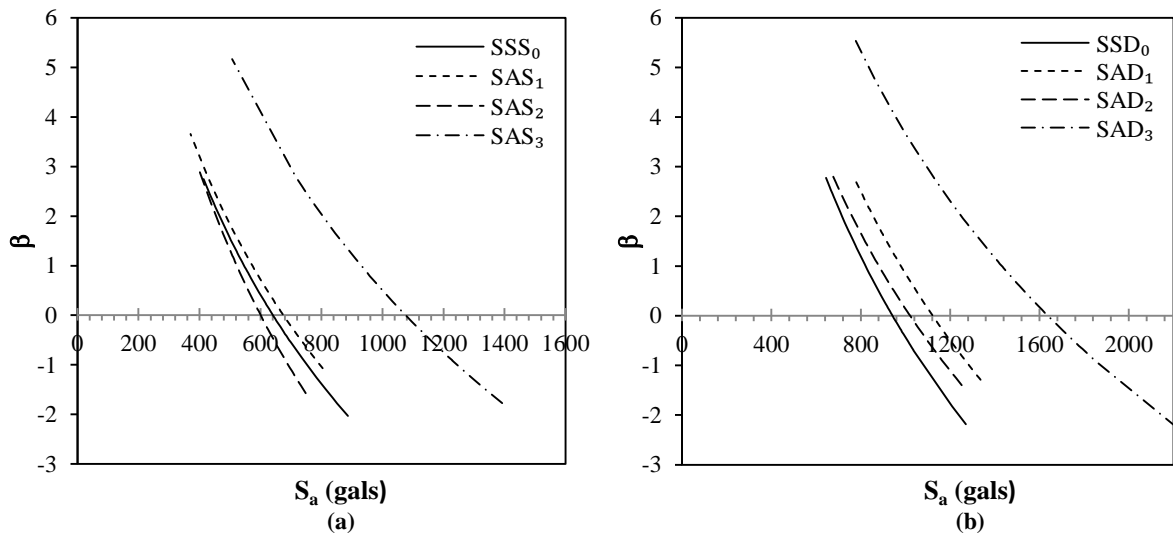
Donde los parámetros  $a_0$  y  $b_0$  están dados por las ecuaciones 4.1 y 4.2, respectivamente.

## 4.3 DESCRIPCIÓN DE LOS RESULTADOS OBTENIDOS DEL ANÁLISIS DE CONFIABILIDAD

Para los sistemas estudiados aquí, se tiene que el índice de confiabilidad  $\beta$ , asociado a un nivel dado de intensidad normalizada  $q$ , decrece mientras mayores sean las asimetrías de rigidez y resistencia en planta, ya sea para los sistemas de seis o doce niveles (figura 4.21a y 4.21b). La figura 4.22a muestra que para el sistema  $SSS_0$  el índice de confiabilidad  $\beta$  es ligeramente mayor que el del sistema  $SAS_2$ , pero es menor que aquéllos de los sistemas  $SAS_1$  y  $SAS_3$ , para todos los valores considerados de  $S_a$ . Esta última tendencia se puede atribuir al incremento en la resistencia lateral de los sistemas asimétricos, asociado a mayores demandas de resistencia para los marcos, que resultan de las condiciones de diseño para momentos torsionantes en ambas direcciones, y a la aplicación de un factor correctivo por irregularidad (que en este caso es de 0.9 y 0.7 para los sistemas  $SAS_1$  y  $SAS_3$ , respectivamente), el cual es aplicado a la aceleración espectral con el objeto de representar la capacidad dúctil del sistema; esta misma tendencia se presenta con los sistemas de doce niveles (figura 4.22b). En la figura 4.22a y 4.22b, también se observa que para los sistemas asimétricos de seis y doce niveles ( $SAS_1$ ,  $SAS_2$  y  $SAD_1$ ,  $SAD_2$ ) que fueron diseñados usando el mismo factor correctivo por irregularidad de 0.9, el índice de confiabilidad  $\beta$  asociado a un valor dado de la intensidad  $S_a$  es menor para los sistemas  $SAS_2$  y  $SAD_2$ , caracterizados con mayores valores de las excentricidades de rigidez y resistencia, que para los sistemas  $SAS_1$  y  $SAD_1$ , caracterizados con menores valores de dichas excentricidades, respectivamente; esta tendencia no se presenta de la misma manera con los sistemas asimétricos  $SAS_3$  y  $SAD_3$ , ya que estos al ser diseñados empleando un factor correctivo por irregularidad de 0.7, resultaron con una capacidad lateral resistente significativamente mayor que las de los sistemas  $SAS_1$ ,  $SAS_2$  y  $SAD_1$ ,  $SAD_2$ , respectivamente. La figura 4.23 muestra que, para los sistemas de seis y doce niveles, el índice de confiabilidad  $\beta$  asociado a un valor dado de la intensidad normalizada  $q_1$  aumenta mientras mayores sean las asimetrías de rigidez y resistencia en planta.

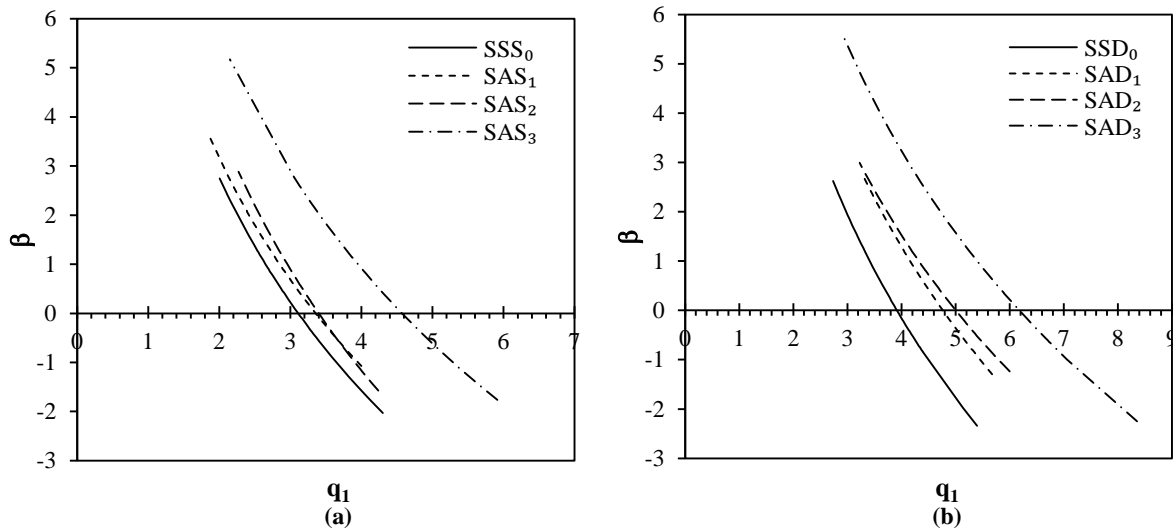


**Fig 4.21. Funciones de confiabilidad sísmica de los edificios simétricos y asimétricos, en términos de la intensidad  $q$**



**Fig 4.22. Funciones de confiabilidad sísmica de los edificios simétricos y asimétricos, en términos de la intensidad  $y$**

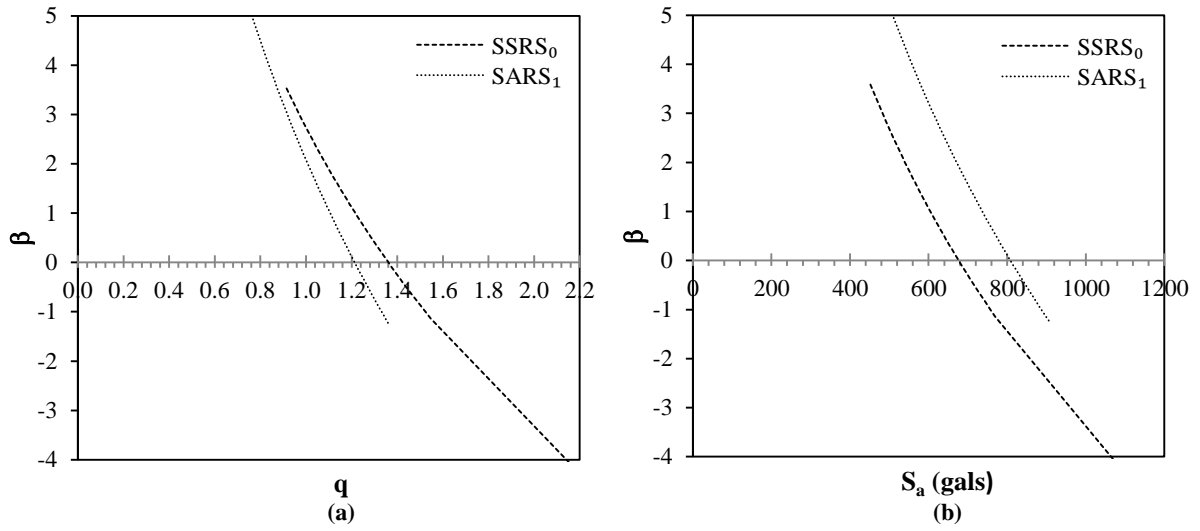




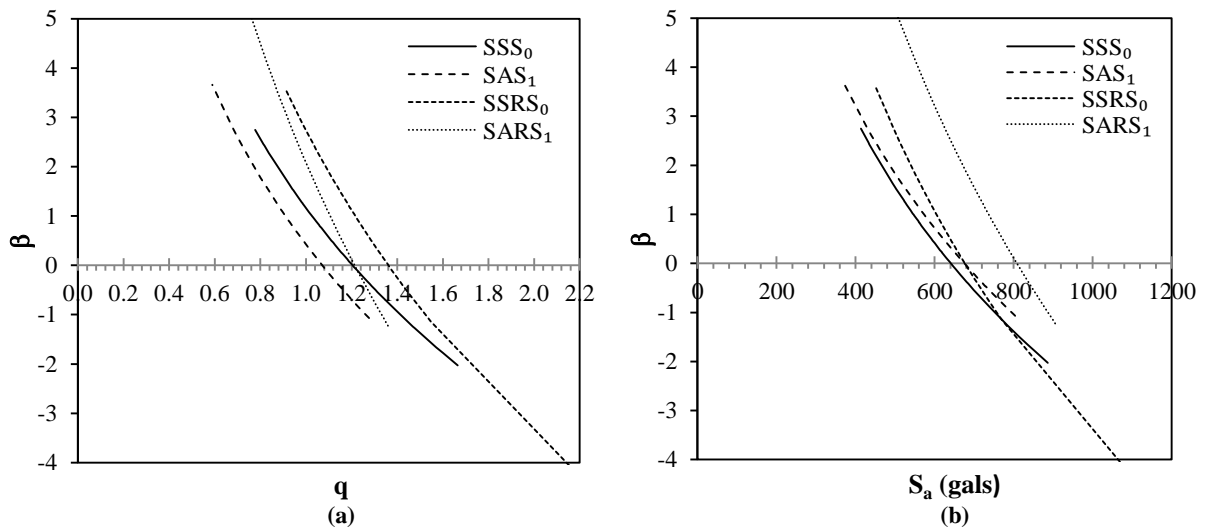
**Fig 4.23. Funciones de confiabilidad sísmica de los edificios simétricos y asimétricos, en términos de la intensidad  $q_1$**

En la figura 4.24a se observa que para los sistemas simplificados simétrico y asimétrico,  $SSRS_0$  y  $SARS_1$ , el índice de confiabilidad  $\beta$  asociado a un valor dado de la intensidad normalizada  $q$  es mayor para el primer sistema mencionado que para el segundo; esta tendencia se invierte si se comparan las funciones de confiabilidad de dichos sistemas en términos de la intensidad  $S_a$  (figura 4.24b). Si se comparan estas tendencias de las funciones de confiabilidad, expresadas en términos de la intensidad  $q$  o  $S_a$ , de los modelos simplificados con aquellas de sus respectivos modelos detallados  $SSS_0$  y  $SAS_1$  (figuras 4.25a y 4.25b), se observa que éstas son las mismas; en las dos últimas figuras, también se observa que los sistemas  $SSRS_0$  y  $SARS_1$  están caracterizados por valores del índice de confiabilidad  $\beta$  mayores que los de su respectivo sistema detallado  $SSS_0$  y  $SAS_1$ , ya sea para valores considerados de la intensidad  $q$  o  $S_a$ .

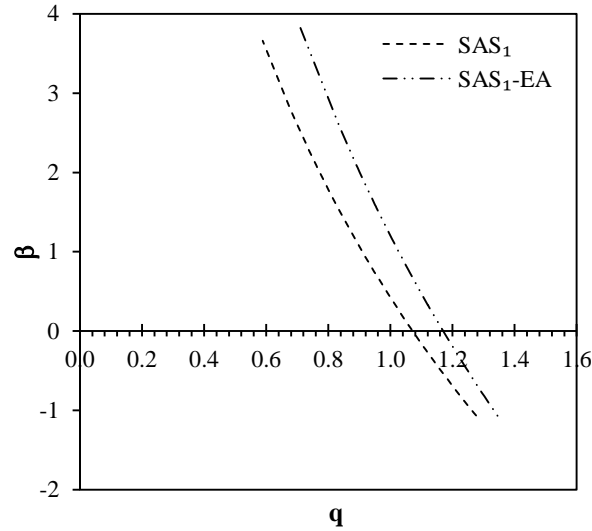
Por otro lado, al comparar las funciones de confiabilidad obtenidas del sistema asimétrico  $SAS_1$  (figura 4.26), diseñado considerando un espectro de pseudo aceleraciones igual al especificado en las normas, y otro con ordenadas aumentadas al doble (EA), se tiene que el índice de confiabilidad  $\beta$  para un mismo nivel de intensidad normalizada  $q$  es menor para el primer caso mencionado que para el segundo. Lo anterior hace ver que el índice de confiabilidad  $\beta$  para una misma intensidad normalizada  $q$  depende de la variación de resistencias laterales a lo alto del edificio, la cual es sensible a la relación de resistencias laterales de entrepiso obtenidas a partir de diversos espectros de diseño sísmico.



**Fig 4.24. Funciones de confiabilidad sísmica de los sistemas simplificados SSRS<sub>0</sub> y SARS<sub>1</sub>, en términos de la intensidad  $q$  e  $y$**



**Fig 4.25. Comparación entre las funciones de confiabilidad de los sistemas SSRS<sub>0</sub>, SARS<sub>1</sub> y las funciones de sus respectivos sistemas detallados SSS<sub>0</sub>, SAS<sub>1</sub>**



**Fig 4.26. Comparación de las funciones de confiabilidad del sistema SAS<sub>1</sub>, diseñado considerando dos valores diferentes de intensidad sísmica**

#### 4.4 COEFICIENTES DE DISEÑO SÍSMICO PARA LOGRAR NIVELES DE CONFIABILIDAD ESPECIFICADOS

A continuación se propone un procedimiento para obtener el valor de la ordenada espectral de aceleración  $S_{aDa}(T_a)$  que debería ser adoptada para el diseño sísmico de un sistema asimétrico con un periodo fundamental igual a  $T_a$ , con el objeto de obtener el mismo nivel de confiabilidad que aquél correspondiente al de un sistema simétrico con un periodo fundamental igual a  $T_a$ , diseñado con una ordenada espectral de aceleración igual a  $S_{aDs}(T_s)$ . En los dos casos se asume que el nivel de confiabilidad está asociado a las intensidades sísmicas  $\widehat{S}_{as}(T_s)$  y  $\widehat{S}_{aa}(T_a)$ , correspondientes al mismo periodo de retorno. Para lograr lo anterior, se utiliza la información contenida en gráficas como las que se muestran en las figuras 4.21a y 4.21b, considerando que los valores de las intensidades de diseño sísmico  $S_{aDa}(T_a)$  y  $S_{aDs}(T_s)$  son suficientemente cercanos a aquéllos aplicados en la determinación de las funciones de estas figuras, de tal manera que el concepto de “intensidad normalizada” sea aplicable para propósitos prácticos.

Con la finalidad de establecer relaciones entre las funciones de confiabilidad de los modelos simétricos y aquéllas de sus correspondientes modelos asimétricos, para intensidades correspondientes al mismo periodo de retorno, es necesario plantear la relación  $\widehat{q}_a/\widehat{q}_s = (\widehat{S}_{aa}(T_a)M_aV_{ys})/(\widehat{S}_{as}(T_s)M_sV_{ya})$ , la cual se define por el cociente dado entre las intensidades normalizadas, correspondientes a un periodo de retorno dado, de los modelos asimétrico y simétrico, cuyas funciones de confiabilidad se están comparando;  $\widehat{S}_{aa}(T_a)$  y  $\widehat{S}_{as}(T_s)$  denotan las ordenadas del espectro de peligro uniforme asociadas al periodo fundamental de estos modelos, tomando las cargas gravitacionales y las propiedades mecánicas de los miembros estructurales iguales a las de sus valores esperados;  $V_{ya}$ ,  $M_a$  y  $V_{ys}$ ,  $M_s$  representan la fuerza cortante de fluencia en la base y la masa total de estos mismos modelos, respectivamente. En esta ecuación, si se conocen los valores de  $\widehat{q}_a$ ,  $\widehat{q}_s$ ,  $\widehat{S}_{aa}$ ,  $\widehat{S}_{as}$ , así como el valor de  $V_{ys}$ , el cual conduce al índice de confiabilidad objetivo  $\beta_0$  ante la intensidad  $\widehat{S}_{as}$ , de la ecuación mencionada arriba se puede despejar y calcular  $V_{ya}$ , la intensidad de diseño que debe adoptarse para el sistema asimétrico, para lograr el mismo índice de confiabilidad que el del sistema simétrico. Así, el factor correctivo por

irregularidad que habría que aplicar para el diseño del sistema asimétrico, a fin de lograr el mismo índice de confiabilidad que el del sistema simétrico está dado por la ecuación siguiente:

$$r = \frac{\widehat{q}_s}{\widehat{q}_a} = \frac{V_{ya}/\widehat{S}_{aa}(T_a)}{V_{ys}/\widehat{S}_{as}(T_s)} \quad (4.4)$$

Para propósitos prácticos de diseño, este factor correctivo debería ser expresado en términos de las ordenadas espectrales de diseño en lugar de las fuerzas cortantes de fluencia; para esto, éstas últimas son expresadas como  $V_{ya} = \rho_a S_{aDa}(T_s)$  y  $V_{ys} = \rho_s S_{aDs}(T_s)$ , donde  $\rho_a$  y  $\rho_s$  se determinan a partir de los resultados obtenidos de realizar el análisis de empuje lateral pseudo estático de los sistemas simétrico y asimétrico, diseñados de acuerdo con el espectro de diseño especificado para los sistemas simétricos. Sustituyendo los valores de  $V_{ya}$  y  $V_{ys}$  en la ecuación 4.4, se obtiene la siguiente relación:

$$\frac{S_{aDa}(T_s)}{S_{aDs}(T_s)} = \frac{\widehat{q}_s \rho_s / \widehat{S}_{as}(T_s)}{\widehat{q}_a \rho_a / \widehat{S}_{aa}(T_a)} \quad (4.5)$$

En esta ecuación,  $S_{aDa}(T_s)$  es la ordenada del espectro de pseudo aceleraciones que debería ser adoptada para el diseño de un sistema asimétrico con distribuciones similares de cargas gravitacionales, excentricidades de rigidez y resistencia de entrepiso, y con un periodo fundamental igual al de su correspondiente sistema simétrico;  $S_{aDs}(T_s)$  denota la ordenada espectral utilizada para el diseño del sistema simétrico.

Para determinar el factor correctivo por irregularidad  $r$  de una manera más directa, se planteó un segundo procedimiento con base en la relación  $\widehat{q}_{1s}/\widehat{q}_{1a} = (\widehat{S}_{as}(T_s)S_{aDa}(T_s))/(\widehat{S}_{aa}(T_a)S_{aDs}(T_s))$ . Similarmente al primer procedimiento mencionado arriba, si se conocen los valores de  $\widehat{q}_a$ ,  $\widehat{q}_s$ ,  $\widehat{S}_{aa}$ ,  $\widehat{S}_{as}$ , así como también el valor de  $S_{aDs}$  para el sistema simétrico, el cual conduce al índice de confiabilidad  $\beta_0$  ante la acción de un temblor con intensidad  $\widehat{S}_{as}$ , entonces la intensidad de diseño  $S_{aDa}$  que debería de ser adoptada para un sistema asimétrico, con el objeto de obtener el mismo índice de confiabilidad que el de su correspondiente sistema simétrico, puede ser despejada y calculada de la ecuación mencionada anteriormente. Con base en el valor obtenido de  $S_{aDa}$ , el factor correctivo por irregularidad que debería de ser adoptado para el diseño de un sistema asimétrico puede ser determinado mediante la ecuación:

$$r_1 = \frac{\widehat{q}_{1s}}{\widehat{q}_{1a}} = \frac{\widehat{S}_{as}(T_s)/S_{aDs}(T_s)}{\widehat{S}_{aa}(T_a)/S_{aDa}(T_s)} \quad (4.6)$$

Los valores obtenidos de  $S_{aDa}(T_s)/S_{aDs}(T_s)$  mediante las ecuaciones 4.5 y 4.6 para los conjuntos de sistemas estudiados, SSS<sub>0</sub>, SAS<sub>1</sub>, SAS<sub>2</sub>, SAS<sub>3</sub> y SSD<sub>0</sub>, SAD<sub>1</sub>, SAD<sub>2</sub>, SAD<sub>3</sub>, se muestran en las tablas 4.3 y 4.4, respectivamente. Los valores obtenidos de dicha relación mediante la ec. 4.5 para los sistemas SAS<sub>1-2</sub> y SAD<sub>1-2</sub> son 0.91, 0.77 y 0.89, 0.97, respectivamente. Lo anterior significa que las normas de diseño del RCDF conducen a niveles de confiabilidad ligeramente mayores para los sistemas asimétricos, diseñados con un factor correctivo por irregularidad de 0.9, que para los sistemas simétricos con periodos naturales de vibrar similares. Esta misma tendencia se aprecia para los sistemas asimétricos SAS<sub>3</sub> y SAD<sub>3</sub> y sus correspondientes sistemas simétricos, aunque las diferencias entre sus niveles de confiabilidad son mayores; esto se debe a que dichos sistemas asimétricos fueron diseñados empleando un factor correctivo por irregularidad de 0.7, lo cual llevó a que tuvieran una mayor capacidad lateral resistente que la de los sistemas SAS<sub>1-2</sub> y SAD<sub>1-2</sub>, y por tanto, menores valores

de  $S_{aDa}(T_s)/S_{aDs}(T_s)$ , esto es 0.6 y 0.67, respectivamente. Los valores de dicha relación obtenidos mediante la ecuación 4.6 son ligeramente menores que aquéllos calculados con la ecuación 4.5; esta diferencia se debe a que las intensidades empleadas en ambas ecuaciones fueron normalizadas con respecto a diferentes indicadores de capacidad:  $S_{aD}(T)$  y  $V_y$ , respectivamente.

**Tabla 4.3. Valores obtenidos de  $S_{aDa}(T_s)/S_{aDs}(T_s)$  por medio de la ecuación 4.5, para los sistemas estudiados**

Sistemas	$T_N$ (s)	$T_M$ (s)	$\bar{S}_a$ ( $T_M$ )	$\bar{m}$ ( $\text{kg}\cdot\text{s}^2/\text{cm}$ )	$\bar{V}_y$ (kg)	$\hat{q}_s$	$\hat{q}_a$	$\rho_s$	$\rho_a$	$\frac{S_{aDa}(T_s)}{S_{aDs}(T_s)}$
SSS <sub>0</sub>	0.95	0.69	0.23	2040.2	$1.08\cdot 10^6$	0.42	---	$5.18\cdot 10^6$	---	---
SAS <sub>1</sub>	0.96	0.72	0.22	2114.4	$1.29\cdot 10^6$	---	0.36	---	$6.35\cdot 10^6$	0.91
SAS <sub>2</sub>	0.97	0.73	0.22	2029.8	$1.28\cdot 10^6$	---	0.37	---	$7.12\cdot 10^6$	0.77
SAS <sub>3</sub>	0.98	0.74	0.22	1975.3	$2.45\cdot 10^6$	---	0.33	---	$1.05\cdot 10^7$	0.60
SSD <sub>0</sub>	1.20	0.70	0.23	5846.2	$3.56\cdot 10^6$	0.34	---	$1.52\cdot 10^7$	---	---
SAD <sub>1</sub>	1.22	0.74	0.22	6084.8	$4.60\cdot 10^6$	---	0.31	---	$1.96\cdot 10^7$	0.89
SAD <sub>2</sub>	1.23	0.75	0.22	5623.6	$4.49\cdot 10^6$	---	0.27	---	$2.07\cdot 10^7$	0.97
SAD <sub>3</sub>	1.24	0.77	0.21	5541.5	$9.06\cdot 10^6$	---	0.24	---	$3.36\cdot 10^7$	0.67

**Tabla 4.4. Valores obtenidos de  $S_{aDa}(T_s)/S_{aDs}(T_s)$  por medio de la ecuación 4.6, para los sistemas estudiados**

Sistemas	$T_N$ (s)	$T_M$ (s)	$S_{aD}$ ( $T_N$ )	$\bar{S}_a$ ( $T_M$ )	$\bar{m}$ ( $\text{kg}\cdot\text{s}^2/\text{cm}$ )	$\hat{q}_{1s}$	$\hat{q}_{1a}$	$S_{aDs}(T_s)$	$S_{aDa}(T_s)$	$\frac{S_{aDa}(T_s)}{S_{aDs}(T_s)}$
SSS <sub>0</sub>	0.95	0.69	0.21	0.23	2040.2	1.10	---	0.21	---	---
SAS <sub>1</sub>	0.96	0.72	0.20	0.22	2114.4	---	1.15	---	0.19	0.91
SAS <sub>2</sub>	0.97	0.73	0.18	0.22	2029.8	---	1.37	---	0.16	0.75
SAS <sub>3</sub>	0.98	0.74	0.23	0.22	1975.3	---	1.76	---	0.13	0.60
SSD <sub>0</sub>	1.20	0.70	0.23	0.23	5846.2	1.00	---	0.23	---	---
SAD <sub>1</sub>	1.22	0.74	0.23	0.22	6084.8	---	1.20	---	0.18	0.80
SAD <sub>2</sub>	1.23	0.75	0.22	0.22	5623.6	---	1.15	---	0.19	0.83
SAD <sub>3</sub>	1.24	0.77	0.27	0.21	5541.5	---	1.60	---	0.14	0.60

A continuación se presenta el procedimiento general que se llevó a cabo para la determinación de los valores de  $S_{aDa}(T_s)/S_{aDs}(T_s)$  para las familias de sistemas estudiados.

1. Caracterizar los sistemas asimétricos con excentricidades torsionales de rigidez y resistencia  $\varepsilon_{kx}$ ,  $\varepsilon_{ky}$  y  $\varepsilon_{rx}$ ,  $\varepsilon_{ry}$ , respectivamente; estos sistemas fueron obtenidos inicialmente a partir de su respectivo sistema simétrico.

2. Obtener de cada modelo de estudio un sistema con propiedades medias y un conjunto de sistemas con propiedades inciertas; éstos últimos se obtienen mediante simulación de Monte Carlo.
3. Efectuar el análisis ELSE de los sistemas con propiedades medias en cada dirección ortogonal, de manera puramente traslacional; asimismo, realizar el análisis dinámico no lineal de los sistemas simulados.
4. Con base en los resultados obtenidos en el paso anterior, se determinan las rigideces iniciales y secantes,  $K_{0x}$ ,  $K_{0y}$  y  $K_x$ ,  $K_y$ , de los sistemas con propiedades medias y simuladas, en ambas direcciones ortogonales, respectivamente, con el propósito de ser utilizados para la estimación de funciones de confiabilidad en términos del indicador de desempeño global,  $I_{RRS}$ .
5. Obtener muestras estadísticas de valores de intensidades correspondientes a diferentes valores del índice de reducción de rigidez secante, en el intervalo  $0 \leq I_{RRS} < 1.0$ , y determinar en estas muestras las funciones de la esperanza y la varianza del margen de seguridad  $Z_M$ .
6. Estimar funciones de confiabilidad sísmica de los sistemas estudiados, en términos de la intensidad normalizada.
7. Determinar los factores de  $\rho_s$  y  $\rho_a$  para los sistemas simétrico y asimétrico, así como también sus correspondientes valores de la intensidad  $\hat{q}_s$  y  $\hat{q}_a$ ; el primero de éstos últimos se determina por medio de la relación  $\hat{S}_{as}(T_s) \cdot M_s / V_{ys}$ , y el segundo de ellos se puede obtener al entrar con una línea horizontal en el eje de las ordenadas en una gráfica  $\beta$  vs  $q$  (e.g., las figuras 4.11a y 4.11b) con el correspondiente índice de confiabilidad objetivo  $\beta_0(\hat{q}_s)$ , hasta el punto de intersección con la función de confiabilidad del sistema asimétrico considerado; de esta manera, el valor de la abscisa de este punto es la intensidad  $\hat{q}_a$ . En caso de que éste último tenga que ser calculado mediante extrapolación, se puede emplear la ecuación  $\hat{q}_a = e^{[a_0 - \beta_0(\hat{q}_s)\sqrt{b_0}]}$ .
8. Calcular el factor correctivo por irregularidad,  $S_{aDa}(T_s)/S_{aDs}(T_s)$ , mediante la ecuación 4.5 o 4.6.

## 5. CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

En este estudio se establece un marco de referencia para el análisis de confiabilidad y riesgo sísmico de edificios asimétricos en planta a partir de relaciones obtenidas de las funciones de confiabilidad de estructuras de múltiples niveles con planta simétrica y asimétrica; para lograr esto, se proponen expresiones matemáticas que relacionan los coeficientes de diseño sísmico con los niveles de confiabilidad y riesgo pre-establecidos. Asimismo, se establecen criterios y métodos para determinar las propiedades mecánicas de modelos simplificados (SSR) a partir de sus respectivos sistemas detallados, con la finalidad de poder llevar a cabo estudios paramétricos para la determinación de la respuesta lateral y la confiabilidad sísmica de edificios asimétricos en planta.

De los resultados obtenidos del análisis de confiabilidad, se tiene que el índice de seguridad  $\beta$  asociado a un valor dado de intensidad normalizada, definida por la ecuación 2.13, es mayor para el sistema simétrico que para los sistemas asimétricos, ya sea para los sistemas de seis o doce niveles; esta diferencia crece mientras mayores sean las asimetrías de rigidez y resistencia en planta. De las funciones de confiabilidad obtenidas del sistema asimétrico SAS<sub>1</sub>, diseñado considerando un espectro de pseudo aceleraciones igual al especificado en las normas, y otro con ordenadas aumentadas al doble, se puede ver que el índice de confiabilidad  $\beta$ , para un mismo nivel de intensidad normalizada, es menor para el primer caso mencionado que para el segundo. Lo anterior hace ver que, para una misma intensidad normalizada, la configuración de la respuesta dinámica y el índice de confiabilidad  $\beta$  dependen también de la variación de las resistencias laterales a lo alto del edificio, la cual es sensible a la relación entre la resistencia lateral de cada entrepiso sin diseño por sismo y la que resulta de diseñar para un valor determinado de intensidad sísmica.

Por otro lado, si se comparan las funciones de confiabilidad de los sistemas detallados en términos de la intensidad  $S_a$ , medida en gals, se tiene una tendencia más compleja. Tal y como se mencionó en el capítulo 4.3, esto puede ser atribuido al incremento en la resistencia lateral de los sistemas asimétricos, asociado a mayores demandas de resistencia para los marcos, que resultan de las condiciones de diseño para momentos torsionantes en ambas direcciones, y a la aplicación de un factor correctivo por irregularidad.

Para los sistemas simplificados simétrico y asimétrico estudiados aquí, se observa que al comparar sus respectivas funciones de confiabilidad sísmica éstas mantienen la misma tendencia que aquéllas de sus sistemas detallados correspondientes, aunque con valores mayores del índice de confiabilidad  $\beta$  que las de estos últimos sistemas, ya sea para valores considerados de la intensidad  $q$  o  $S_q$ . Aquí, cabe mencionar que es importante caracterizar los sistemas simplificados con un modelo histerético que represente, de manera equivalente, las características de degradación de rigidez y resistencia de sus respectivos sistemas detallados, a partir de igualar, con suficiente precisión, los lazos histeréticos obtenidos de dichos sistemas, al excitar su base con una aceleración del terreno que varíe con forma senoidal creciente en el tiempo.

Se proponen dos procedimientos para determinar los factores correctivos por irregularidad que deberían de ser adoptados para el diseño de edificios asimétricos en planta con el propósito de obtener los mismos niveles de confiabilidad que los de los sistemas simétricos. En el primer procedimiento se hace uso de información obtenida de los análisis de empuje lateral pseudo estático (ELSE) y de las funciones de confiabilidad sísmica  $\beta(q)$  de los sistemas estudiados, mientras que, en el segundo, el cual es más directo, se hace uso de estas mismas funciones de confiabilidad y de las ordenadas espectrales de diseño de los sistemas simétricos de partida. Las expresiones propuestas que definen a dichos factores correctivos están expresadas en términos de los coeficientes sísmicos de diseño.

Para los conjuntos de sistemas estudiados aquí, los valores obtenidos de  $S_{aDa}(T_s)/S_{aDs}(T_s)$  mediante la ecuación 4.5 son 0.91, 0.77, 0.60 y 0.89, 0.97, 0.67 para los sistemas SSS<sub>0</sub>, SAS<sub>1</sub>, SAS<sub>2</sub>, SAS<sub>3</sub> y SSD<sub>0</sub>, SAD<sub>1</sub>, SAD<sub>2</sub>, SAD<sub>3</sub>, respectivamente. Similarmente, los valores obtenidos de esta relación mediante la ecuación 4.6, para los mismos conjuntos de sistemas, son 0.91, 0.75, 0.60 y 0.80, 0.83, 0.60. Algunos de estos valores son diferentes de aquéllos obtenidos con la ec. 4.5 debido a que las intensidades empleadas en ambas ecuaciones fueron normalizadas con respecto a diferentes indicadores de capacidad:  $V_y$  y  $S_{aD}(T)$ , respectivamente.

A continuación se mencionan las limitaciones y consideraciones que fueron adoptadas en esta tesis. Debido a que el programa Ruaumoko-3D solamente permite definir un modelo de degradación de resistencia en una dirección dada del elemento, aquí se adoptó el criterio de promediar las ductilidades de curvatura en ambas direcciones ortogonales de una sección en particular. Los miembros estructurales fueron modelados como elementos viga. Aquí, cabe mencionar que para estudios futuros es importante considerar el efecto que tiene la carga axial en la capacidad de deformación lateral de las columnas, ya que ésta puede reducir significativamente dicha capacidad, principalmente para edificios altos de más de diez niveles.

Para formular criterios de diseño sísmico que conduzcan a niveles uniformes de confiabilidad y riesgo aceptable para edificios asimétricos en planta, es necesario realizar estudios paramétricos considerando intervalos amplios de varios parámetros que describan las distribuciones de masa, rigidez y resistencia lateral. Para los casos particulares de edificios con planta rectangular y con asimetrías de masa, rigidez y resistencia lateral, uniformes a lo largo de su altura, se recomienda tomar en cuenta en dichos estudios los siguientes parámetros, entre otros:

- a) Forma del espectro de respuesta
- b) Periodos fundamentales en dos direcciones ortogonales, restringiendo los grados de libertad de giro con respecto a un eje vertical
- c) Periodo fundamental considerando solamente rotaciones de piso con respecto a un eje vertical que pasa por el centro de masa del sistema
- d) Excentricidades de rigidez y resistencia en cada dirección horizontal
- e) Relación de rigideces laterales en ambas direcciones
- f) Relaciones entre la resistencia torsional y lateral en cada dirección



- g) Relaciones entre la rigidez torsional y lateral en cada dirección
- h) Relaciones entre las excentricidades de resistencia y de rigidez en cada dirección
- i) Cociente obtenido de las relaciones entre el incremento en la resistencia y el incremento en la rigidez en cada dirección

# APÉNDICE

## A.1 CRITERIO DE SUPERPOSICIÓN MODAL PARA ESTIMAR AMPLITUDES MÁXIMAS DE DESPLAZAMIENTOS HORIZONTALES DE EDIFICIOS BAJO LA ACCIÓN DE DOS COMPONENTES HORIZONTALES ORTOGONALES

A continuación se describe el procedimiento general para la determinación de las configuraciones de desplazamientos horizontales:

- a) En primer término, se determinan las matrices de rigidez y de masa de la estructura,  $K$  y  $M$ , referidas a los tres grados de libertad de cada uno de los niveles de piso: traslación en dirección "x", traslación en dirección "y", y rotación alrededor del eje vertical "z"; este último, pasa por el centro de masa, cuya posición en planta se considera constante a lo largo de la altura.
- b) Conocidas las matrices de rigidez y de masa de la estructura se determinan las frecuencias y formas modales,  $\{\omega\}$  y  $\{\phi\}$ , a partir de la ecuación característica:  $|K - \omega^2 M| = 0$ .
- c) Posteriormente, se calculan los factores de participación modal para cada dirección ortogonal:

$$\rho_{xi} = \frac{\{\phi^T\}_i \cdot [M] \cdot \{R_x\}}{\{\phi^T\}_i \cdot [M] \cdot \{\phi\}_i} ; \quad \rho_{yi} = \frac{\{\phi^T\}_i \cdot [M] \cdot \{R_y\}}{\{\phi^T\}_i \cdot [M] \cdot \{\phi\}_i} \quad (A.1a,b)$$

En estas expresiones,  $\{R_x\} = \{\{1\}, \{0\}, \{0\}\}$  y  $\{R_y\} = \{\{0\}, \{1\}, \{0\}\}$  son los vectores de influencia de la excitación sísmica en las direcciones  $x$  y  $y$ , respectivamente; para las mismas expresiones y para las que siguen, el subíndice  $i$  denota el modo de vibración en consideración.

- d) Para cada dirección de análisis, de manera independiente, se determina el vector de desplazamientos  $\{d\}_i$ , empleando las parejas de valores  $(Sa_x(T_i), \rho_{xi})$  y  $(Sa_y(T_i), \rho_{yi})$  respectivamente; aquí, los valores de  $Sa_x(T_i)$  y  $Sa_y(T_i)$  representan las ordenadas al espectro medio de pseudo aceleraciones asociadas al periodo de vibración  $T_i$ , para las direcciones  $x$  y  $y$  respectivamente. El vector  $\{d\}_i$  se determina por medio de la ecuación:

$$\{d\}_i = (Sa(T_i)/\omega^2_i) \cdot \rho_i \cdot \{\phi\}_i \quad (A.2)$$

- e) Con base en los resultados calculados en el paso anterior, por ejemplo aquéllos obtenidos de la pareja de valores  $(Sa_x(T_i), \rho_{xi})$ , es posible determinar los valores de desplazamiento máximo absoluto de los marcos extremos para cada modo de vibrar, y para cada dirección ortogonal. Esto se logra, sumando el valor del desplazamiento traslacional de piso y el valor dado entre el producto del desplazamiento angular del mismo piso y la distancia del marco extremo al centro de masa; esto es:  $\delta_{cm} + (\theta \cdot (b/2))$ .

- f) La respuesta máxima del sistema ante una sola componente sísmica se determina mediante el método de superposición modal o Método de la Doble Suma (DSM, por sus siglas en Inglés). La ecuación A.3 permite estimar dicha respuesta.

$$\delta^2_{Mk} = \sum_{i=1}^n \delta^2_{iMk} + \sum_{i \neq j} \varepsilon_{ij} \cdot \delta_{iMk} \cdot \delta_{jMk}, k = x, y, \dots \quad (A.3)$$

Donde:

$$\varepsilon_{ij} = \left[ 1 + \left( \frac{\omega'_i - \omega'_j}{\zeta'_i \cdot \omega_i + \zeta'_j \cdot \omega_j} \right)^2 \right]^{-1} \quad (A.4)$$

En la ecuación A.3,  $\delta_{iMk}$  y  $\delta_{jMk}$  son los desplazamientos máximos correspondientes a los modos de vibrar  $i$  y  $j$ , ante la componente de aceleración sísmica en la dirección  $k$ ;  $\delta_{Mk}$  representa el valor máximo probable de la respuesta ante una excitación sísmica dada. En la ecuación A.4,  $\varepsilon_{ij}$  es el coeficiente de correlación modal;  $\omega_i$  y  $\omega_j$  son las frecuencias circulares de los dos modos de vibrar en cuestión;  $\omega'_i$  y  $\omega'_j$  representan las frecuencias amortiguadas;  $\zeta'_i$  y  $\zeta'_j$  son las relaciones de amortiguamiento equivalente, las cuales se definen como:  $\zeta'_i = \zeta_i + (2/\omega_i \cdot s)$  y  $\zeta'_j = \zeta_j + (2/\omega_j \cdot s)$ ; en las expresiones anteriores,  $s$  denota la duración efectiva de un segmento de ruido blanco equivalente.

- g) Finalmente, para obtener la respuesta máxima del sistema ante la acción de dos componentes sísmicas ortogonales simultáneas se utiliza la siguiente expresión:

$$\delta_M = \left( \sum_k \delta^2_{Mk} \right)^{1/2} \quad (A.5)$$

## A.2 DETERMINACIÓN DE CONFIGURACIONES DE VECTORES DE CARGAS LATERALES CORRESPONDIENTES A LAS CONFIGURACIONES DE DESPLAZAMIENTOS LATERALES DE AZOTEA ESTABLECIDAS DE ACUERDO CON EL APÉNDICE “A” PARA LOS MÁXIMOS DESPLAZAMIENTOS DEL CENTRO DE MASA

- a) A partir de los valores obtenidos en el inciso (d) del apéndice A.1, del vector de desplazamientos máximos  $\{d\}_i = \{\{d_x\}_i, \{d_y\}_i, \{d_\theta\}_i\}$ , el cual es referido al centro de masa, se determinan los vectores de fuerzas de inercia horizontales y rotacional  $\{Q_x\}_i$ ,  $\{Q_y\}_i$  y  $\{T\}_i$  respectivamente, para cada modo de vibrar  $i$ , de la forma que se describe a continuación:

$$\{F\}_i = \{\{Q_x\}_i, \{Q_y\}_i, \{T\}_i\} \quad (A.6)$$

Donde:

$$\{Q_x\}_i = [M_x] \cdot \{d_x\}_i \cdot \omega^2_i \quad (A.7)$$

$$\{Q_y\}_i = [M_y] \cdot \{d_y\}_i \cdot \omega^2_i \quad (A.8)$$

$$\{T\}_i = [J] \cdot \{d_\theta\}_i \cdot \omega^2_i \quad (A.9)$$

En las relaciones anteriores,  $[M_x]$ ,  $[M_y]$  y  $[J]$  representan la sub matriz de masa en la dirección  $x$ , la sub matriz de masa en la dirección  $y$ , y la sub matriz de masa rotacional, respectivamente; asimismo, los sub vectores,  $\{d_x\}_i$ ,  $\{d_y\}_i$ ,  $\{d_\theta\}_i$  denotan los desplazamientos traslacionales en las direcciones  $x$  y  $y$ , y el desplazamiento angular, respectivamente, para el modo de vibrar en cuestión.

- b) Para calcular el vector de fuerzas de inercia máximas, debido a la acción de dos componentes ortogonales simultáneas del movimiento de terreno, se usan las expresiones A.3 y A.5, de forma similar.

### A.3 DETERMINACIÓN DE LAS PROPIEDADES MECÁNICAS DE LAS ARTICULACIONES PLÁSTICAS CORRESPONDIENTES A LOS ELEMENTOS DEL SSR

Para modelar los elementos columna del SSR se utilizó el modelo viga de un componente de Giberson que se emplea en el programa Ruaumoko, el cual está formado por un elemento elástico y por una zona de articulación plástica en los extremos del mismo (figura A.1). Para este modelo viga sujeto a doble curvatura en sus extremos, se consideró una longitud de articulación plástica definida de la siguiente manera (Paulay & Priestley, 1992):

$$L_p = 0.08 \cdot (L/2) + 0.022f_{yl} \cdot d_{bl} \tag{A.10}$$

Donde:

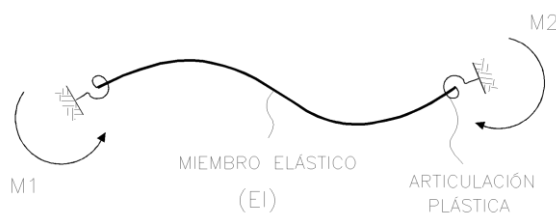
$L_p$  Longitud de articulación plástica

$L$  Longitud del elemento

$f_{yl}$  Esfuerzo de fluencia del acero de refuerzo longitudinal

$d_{bl}$  Diámetro del acero de refuerzo longitudinal

**Fig. A.1 Elemento viga de un componente de Giberson (adaptada de Carr, 2007)**



Dado que se desea establecer un modelo bilineal de degradación de resistencia en función de la demanda de ductilidad para caracterizar las zonas de articulación plástica de las columnas del SSR de acuerdo con el programa Ruaumoko, se emplean las curvas de capacidad lateral de la fuerza cortante en la base contra el desplazamiento lateral de azotea  $V$  vs  $\delta$  de los elementos del sistema simplificado en cuestión, y a partir de estas curvas se obtienen sus respectivos diagramas equivalentes del momento resistente contra curvatura  $M$  vs  $\varphi$  para cada una de las columnas de dicho sistema. Lo anterior se logra a partir de realizar un ajuste bilineal por mínimos cuadrados en dichos diagramas y con base en las relaciones que se mencionan a continuación:

$$M_t = (V_t \cdot h)/2 \tag{A.11}$$

$$\varphi_t = \varphi_y + \varphi_p \tag{A.12}$$

$$\varphi_p = \theta_p/L_p \tag{A.13}$$

$$\delta_I = \delta_T - \delta_E \tag{A.14}$$

$$\varphi_y = M_{ycol}/EI \tag{A.15}$$

En las expresiones anteriores

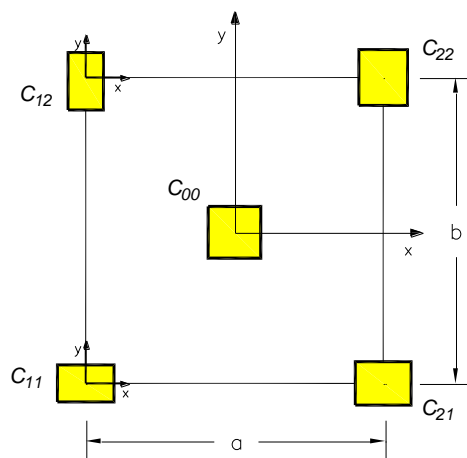
$M_I, V_I$  son el momento resistente en la base y la fuerza cortante resistente en el elemento del SSR, dentro del intervalo inelástico, respectivamente.

$\varphi_p, \theta_p$  son la curvatura y la rotación plástica en los extremos de las columnas del SSR, respectivamente. Ésta última, se define por la relación dada entre el desplazamiento lateral inelástico en el elemento del SSR y la altura total del sistema detallado,  $\theta_p = \delta_I/h$ .

$\varphi_y, \varphi_t$  son las curvaturas de fluencia y total en los extremos de las columnas del SSR, respectivamente.

$\delta_T, \delta_E$  son los desplazamientos laterales total y elástico en el elemento del SSR, respectivamente; aquí,  $\delta_E = V/K$ .

Para determinar la curvatura de fluencia de las columnas de esquina correspondientes a un extremo y a una dirección dada en el SSR, por ejemplo, las columnas  $C_{11}$  y  $C_{12}$  en la dirección  $y$  (figura A.2), se toma el momento de inercia  $I_x$  con respecto a los ejes locales de uno de dichos elementos, y el momento de fluencia de una columna se calcula como  $M_{ycol}=M_y/2$ ; donde  $M_y=(V_y \cdot h)/2$ . La fuerza cortante de fluencia  $V_y$  se define a partir de realizar el ajuste bilineal de la correspondiente curva  $V$  vs  $\delta$  para el marco correspondiente (ver figura 3.12 y 3.13, del capítulo 3). De esta manera, se calcula el valor de la curvatura de fluencia para las columnas mencionadas anteriormente. Cabe mencionar aquí, que para el elemento central del SSR (la columna  $C_{00}$ ), la curvatura de fluencia para una dirección dada se obtiene de manera similar, pero ahora, el momento de fluencia es igual a  $M_{ycol}=M_y$ . Finalmente, los diagramas  $M$  vs  $\varphi$  de cada elemento del SSR se normalizan con sus respectivos valores del momento y la curvatura de fluencia, es decir:  $M/M_{ycol}$  y  $\varphi_t/\varphi_y$  respectivamente. Con base en lo anterior, se obtiene el modelo bilineal de degradación de resistencia que se emplea en el programa Ruaumoko “Factor de Carga vs Ductilidad de Curvatura”.



**Fig. A.2 Sistema Simplificado de Referencia “SSR”**

#### A.4 CONSIDERACIONES PARA EL ANÁLISIS Y DISEÑO ESTRUCTURAL DE LOS SISTEMAS

Los parámetros considerados de las propiedades mecánicas del suelo y de los puntos de control que definen al espectro de diseño sísmico para cada sistema estudiado, se presentan en las tablas A.1 y A.2 respectivamente. Los sistemas estructurales de seis y doce niveles, SSS<sub>0</sub>, SAS<sub>*i*</sub> y SSD<sub>0</sub>, SAD<sub>*i*</sub>, se suponen desplantados sobre un cajón de cimentación y una cimentación mixta (compuesta de cajón y pilotes de fricción), respectivamente. En la tabla A.1 se presentan las características geométricas de la cimentación para cada sistema. Las cargas permanentes y variables empleadas en el diseño de los sistemas, en cada nivel de piso, son carga muerta (CM)=0.54 t/m<sup>2</sup>, carga viva máxima (CVM)= 0.25 t/m<sup>2</sup> y carga viva instantánea (CVI)=0.18 t/m<sup>2</sup>; el valor de la CVM para el nivel de azotea es de 0.10 t/m<sup>2</sup>. Los valores nominales considerados de las propiedades mecánicas del concreto y del acero de refuerzo longitudinal son respectivamente  $f'_c=250$  kg/cm<sup>2</sup>,  $E_c=2.1 \cdot 10^5$  kg/cm<sup>2</sup> y  $f_y=4200$  kg/cm<sup>2</sup>,  $E_c=2.1 \cdot 10^6$  kg/cm<sup>2</sup>. Las dimensiones de los elementos columna y viga de los sistemas diseñados SSS<sub>0</sub>, SAS<sub>1-3</sub> y SSD<sub>0</sub>, SAD<sub>1-3</sub> se presentan en las tablas A.3 y A.4, respectivamente. En la figura A.3 se muestra la ubicación de dichos elementos en la planta del sistema en cuestión.

**Tabla A.1. Propiedades mecánicas del suelo y características geométricas de la cimentación empleadas para cada sistema de estudio**

Sistemas	$D$ (m)	$\nu$	$\xi$	$T_s$ (s)	$H_s$ (m)	$\gamma_s$ (t/m <sup>3</sup> )	$G$ (t/m <sup>2</sup> )	$c$ (t/m <sup>2</sup> )	$N_p$	$d_p$ (m)	$L_p$ (m)
SSS <sub>0</sub> , SAS <sub><i>i</i></sub> , SAS <sub>1</sub> -EA	3	0.45	0.03	2.00	32	1.25	501	2.00	---	---	---
SSD <sub>0</sub> , SAD <sub><i>i</i></sub>	6	0.45	0.03	2.00	32	1.25	501	2.00	63	0.70	25

Donde:

- $D$  Profundidad de desplante de la cimentación
- $\nu$  Relación de Poisson del suelo
- $\xi$  Amortiguamiento histerético del suelo
- $T_s$  Periodo dominante más largo del terreno
- $H_s$  Profundidad de los depósitos de arcilla
- $\gamma_s$  Peso volumétrico medio del suelo
- $G$  Módulo de rigidez al corte del suelo
- $c$  Capacidad de carga del suelo
- $N_p$  Número de pilotes de fricción sobre la superficie de desplante
- $d_p$  Diámetro del pilote de fricción
- $L_p$  Longitud del pilote de fricción

**Tabla A.2. Parámetros utilizados en el análisis dinámico modal espectral**

Sistemas	Zona	Grupo	$Q$	$k$	$e$	$c_s$ ( $s_a/g$ )	$a_0$ ( $s_a/g$ )	$T_a$ (s)	$T_b$ (s)
SSS <sub>0</sub> SSD <sub>0</sub>	IIIb	B	2	1	0.0·b <sup>†</sup>	1.2	0.25	1.18	2.40
SAS <sub>1,2</sub> SAD <sub>1,2</sub>	IIIb	B	2	0.9	0.0·b <sup>†</sup>	1.2	0.25	1.18	2.40
SAS <sub>3</sub> SAD <sub>3</sub>	IIIb	B	2	0.7	0.0·b <sup>†</sup>	1.2	0.25	1.18	2.40
SAS <sub>1</sub> -EA	IIIb	B	2	0.9	0.0·b <sup>†</sup>	2.4	0.25	1.18	2.40

† Longitud de la base del edificio perpendicular a la dirección del sismo

Donde:

- $Q$  Factor de comportamiento sísmico
- $k$  Factor reductivo de  $Q$  en función de la regularidad
- $e$  Excentricidad accidental
- $T_s$  Periodo dominante más largo del terreno
- $c_s$  Coeficiente sísmico correspondiente a la meseta del espectro de pseudo aceleraciones
- $a_0$  Aceleración máxima del terreno
- $T_a$  Periodo  $T_a$
- $T_b$  Periodo  $T_b$

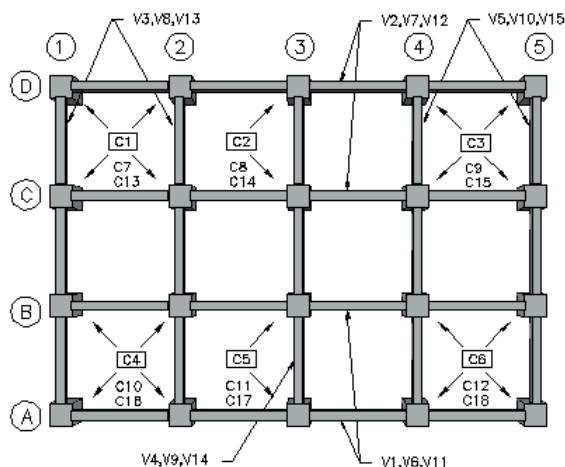
En la tabla A.3 se presentan las dimensiones de las secciones transversales de los miembros estructurales de los sistemas SSS<sub>0</sub> y SAS<sub>1-3</sub>. El sistema simétrico SSS<sub>0</sub> tiene todas sus columnas y vigas, para los grupos de niveles 1-3 y 4-6, con las mismas dimensiones para cada tipo de elemento, según al grupo de niveles al que pertenezcan. Los sistemas asimétricos SAS<sub>1-3</sub> tienen columnas rectangulares designadas como C<sub>1-6</sub> y C<sub>7-12</sub> para los niveles 1-3 y 4-6, respectivamente, y vigas designadas como V<sub>1-5</sub>, V<sub>6-10</sub> y V<sub>11-15</sub> para los niveles 1-3, 4-5 y 6, respectivamente. La distribución en planta de los miembros estructurales de estos sistemas asimétricos se muestra en la figura A.3. Análogamente, para los sistemas de doce niveles, SSD<sub>0</sub> y SAD<sub>1-3</sub>, la distribución de sus elementos columna y viga en planta y a lo largo de su altura, se designó en el mismo orden que aquél empleado para los sistemas SSS<sub>0</sub> y SAS<sub>1-3</sub>, respectivamente (ver tabla A.4 y figura A.3).

**Tabla A.3. Dimensiones de las secciones transversales,  $b(m)$  y  $h(m)$ , de los miembros estructurales de los sistemas SSS<sub>0</sub> y SAS<sub>1-3</sub>**

Sistema SSS <sub>0</sub>		Columna		Viga	
	Nivel	b	h	b	h
	4-6	0.55	0.55	0.30	0.60
	1-3	0.60	0.60	0.35	0.70



<b>Sistema SAS<sub>1</sub></b>															
Nivel	Columna	b	h		b	h		b	h		b	h			
4-6	C <sub>10</sub>	0.42	0.61	C <sub>11</sub>	0.58	0.48	C <sub>12</sub>	0.77	0.50						
4-6	C <sub>7</sub>	0.39	0.77	C <sub>8</sub>	0.53	0.61	C <sub>9</sub>	0.71	0.63						
1-3	C <sub>4</sub>	0.47	0.68	C <sub>5</sub>	0.63	0.53	C <sub>6</sub>	0.86	0.55						
1-3	C <sub>1</sub>	0.43	0.85	C <sub>2</sub>	0.58	0.66	C <sub>3</sub>	0.79	0.70						
Nivel	Viga	b	h		b	h		b	h		b	h			
6	V <sub>11</sub>	0.28	0.56	V <sub>12</sub>	0.32	0.64	V <sub>13</sub>	0.23	0.46	V <sub>14</sub>	0.30	0.60	V <sub>15</sub>	0.34	0.68
4-5	V <sub>6</sub>	0.30	0.60	V <sub>7</sub>	0.36	0.72	V <sub>8</sub>	0.25	0.50	V <sub>9</sub>	0.30	0.60	V <sub>10</sub>	0.38	0.76
1-3	V <sub>1</sub>	0.36	0.72	V <sub>2</sub>	0.42	0.84	V <sub>3</sub>	0.3	0.6	V <sub>4</sub>	0.35	0.70	V <sub>5</sub>	0.45	0.90
<b>Sistema SAS<sub>2</sub></b>															
Nivel	Columna	b	h		b	h		b	h		b	h			
4-6	C <sub>10</sub>	0.45	0.50	C <sub>11</sub>	0.62	0.39	C <sub>12</sub>	0.83	0.41						
4-6	C <sub>7</sub>	0.38	0.83	C <sub>8</sub>	0.52	0.66	C <sub>9</sub>	0.70	0.68						
1-3	C <sub>4</sub>	0.50	0.55	C <sub>5</sub>	0.67	0.43	C <sub>6</sub>	0.92	0.45						
1-3	C <sub>1</sub>	0.42	0.92	C <sub>2</sub>	0.57	0.72	C <sub>3</sub>	0.77	0.76						
Nivel	Viga	b	h		b	h		b	h		b	h			
6	V <sub>11</sub>	0.24	0.48	V <sub>12</sub>	0.34	0.68	V <sub>13</sub>	0.23	0.46	V <sub>14</sub>	0.30	0.60	V <sub>15</sub>	0.34	0.68
4-5	V <sub>6</sub>	0.26	0.52	V <sub>7</sub>	0.37	0.74	V <sub>8</sub>	0.25	0.50	V <sub>9</sub>	0.30	0.60	V <sub>10</sub>	0.38	0.76
1-3	V <sub>1</sub>	0.32	0.63	V <sub>2</sub>	0.44	0.89	V <sub>3</sub>	0.30	0.60	V <sub>4</sub>	0.35	0.70	V <sub>5</sub>	0.45	0.90
<b>Sistema SAS<sub>3</sub></b>															
Nivel	Columna	b	h		b	h		b	h		b	h			
4-6	C <sub>10</sub>	0.48	0.37	C <sub>11</sub>	0.73	0.23	C <sub>12</sub>	1.17	0.29						
4-6	C <sub>7</sub>	0.34	1.12	C <sub>8</sub>	0.51	0.70	C <sub>9</sub>	0.82	0.83						
1-3	C <sub>4</sub>	0.53	0.41	C <sub>5</sub>	0.80	0.25	C <sub>6</sub>	1.29	0.31						
1-3	C <sub>1</sub>	0.37	1.23	C <sub>2</sub>	0.55	0.76	C <sub>3</sub>	0.90	0.92						
Nivel	Viga	b	h		b	h		b	h		b	h			
6	V <sub>11</sub>	0.17	0.34	V <sub>12</sub>	0.35	0.70	V <sub>13</sub>	0.20	0.40	V <sub>14</sub>	0.30	0.60	V <sub>15</sub>	0.35	0.70
4-5	V <sub>6</sub>	0.18	0.36	V <sub>7</sub>	0.50	1.00	V <sub>8</sub>	0.25	0.50	V <sub>9</sub>	0.30	0.60	V <sub>10</sub>	0.45	0.90
1-3	V <sub>1</sub>	0.19	0.38	V <sub>2</sub>	0.59	1.18	V <sub>3</sub>	0.29	0.58	V <sub>4</sub>	0.35	0.70	V <sub>5</sub>	0.53	1.05



**Fig A.3. Vista en planta de la distribución de los elementos columna y viga de los sistemas asimétricos SAS<sub>1-3</sub> y SAD<sub>1-3</sub>**

**Tabla A.4. Dimensiones de las secciones transversales, *b*(m) y *h*(m), de los miembros estructurales de los sistemas SSD<sub>0</sub> y SAD<sub>1-3</sub>**

Sistema SSD <sub>0</sub>		Columna		Viga											
Nivel		b	h	b	h	b	h								
9-12		0.80	0.80	0.40	0.80										
5-8		0.90	0.90	0.45	0.90										
1-4		0.95	0.95	0.50	0.95										
Sistema SAD <sub>1</sub>															
Nivel	Columna	b	h		b	h		b	h			b	h		
9-12	C <sub>16</sub>	0.58	0.84	C <sub>17</sub>	0.84	0.70	C <sub>18</sub>	1.06	0.70						
9-12	C <sub>13</sub>	0.54	1.06	C <sub>14</sub>	0.77	0.88	C <sub>15</sub>	0.98	0.87						
5-8	C <sub>10</sub>	0.71	1.03	C <sub>11</sub>	0.94	0.79	C <sub>12</sub>	1.30	0.84						
5-8	C <sub>7</sub>	0.73	1.37	C <sub>8</sub>	0.87	0.99	C <sub>9</sub>	1.21	1.06						
1-4	C <sub>4</sub>	0.75	1.09	C <sub>5</sub>	0.99	0.83	C <sub>6</sub>	1.37	0.89						
1-4	C <sub>1</sub>	0.73	1.37	C <sub>2</sub>	1.37	0.89	C <sub>3</sub>	1.27	1.12						
Nivel	Viga	b	h		b	h		b	h			b	h		
9-12	V <sub>11</sub>	0.38	0.76	V <sub>12</sub>	0.45	0.90	V <sub>13</sub>	0.32	0.64	V <sub>14</sub>	0.40	0.80	V <sub>15</sub>	0.48	0.96
5-8	V <sub>6</sub>	0.47	0.94	V <sub>7</sub>	0.55	1.10	V <sub>8</sub>	0.39	0.78	V <sub>9</sub>	0.45	0.90	V <sub>10</sub>	0.58	1.16
1-4	V <sub>1</sub>	0.52	1.00	V <sub>2</sub>	0.62	1.16	V <sub>3</sub>	0.42	0.82	V <sub>4</sub>	0.50	0.95	V <sub>5</sub>	0.64	1.24

<b>Sistema SAD<sub>2</sub></b>										
Nivel	Columna	b	h		b	h		b	h	
9-12	C <sub>16</sub>	0.62	0.68	C <sub>17</sub>	0.90	0.57	C <sub>18</sub>	1.13	0.56	
9-12	C <sub>13</sub>	0.53	1.14	C <sub>14</sub>	0.75	0.95	C <sub>15</sub>	0.96	0.94	
5-8	C <sub>10</sub>	0.74	0.81	C <sub>11</sub>	1.00	0.64	C <sub>12</sub>	1.35	0.66	
5-8	C <sub>7</sub>	0.63	1.36	C <sub>8</sub>	0.85	1.07	C <sub>9</sub>	1.14	1.11	
1-4	C <sub>4</sub>	0.78	0.86	C <sub>5</sub>	1.06	0.67	C <sub>6</sub>	1.42	0.70	
1-4	C <sub>1</sub>	0.66	1.43	C <sub>2</sub>	0.90	1.13	C <sub>3</sub>	1.20	1.18	
Nivel	Viga	b	h		b	h		b	h	
9-12	V <sub>11</sub>	0.34	0.68	V <sub>12</sub>	0.47	0.94	V <sub>13</sub>	0.32	0.64	V <sub>14</sub> 0.40 0.80 V <sub>15</sub> 0.48 0.96
5-8	V <sub>6</sub>	0.40	0.80	V <sub>7</sub>	0.56	1.12	V <sub>8</sub>	0.38	0.76	V <sub>9</sub> 0.45 0.90 V <sub>10</sub> 0.56 1.12
1-4	V <sub>1</sub>	0.44	0.84	V <sub>2</sub>	0.62	1.18	V <sub>3</sub>	0.42	0.80	V <sub>4</sub> 0.50 0.95 V <sub>5</sub> 0.62 1.20
<b>Sistema SAD<sub>3</sub></b>										
Nivel	Columna	b	h		b	h		b	h	
9-12	C <sub>16</sub>	0.69	0.48	C <sub>17</sub>	1.07	0.34	C <sub>18</sub>	1.68	0.40	
9-12	C <sub>13</sub>	0.48	1.65	C <sub>14</sub>	0.74	1.02	C <sub>15</sub>	1.17	1.19	
5-8	C <sub>10</sub>	0.80	0.61	C <sub>11</sub>	1.20	0.40	C <sub>12</sub>	1.93	0.46	
5-8	C <sub>7</sub>	0.55	1.84	C <sub>8</sub>	0.83	1.20	C <sub>9</sub>	1.35	1.42	
1-4	C <sub>4</sub>	0.84	0.60	C <sub>5</sub>	1.27	0.35	C <sub>6</sub>	2.05	0.45	
1-4	C <sub>1</sub>	0.60	1.98	C <sub>2</sub>	0.88	1.26	C <sub>3</sub>	1.42	1.50	
Nivel	Viga	b	h		b	h		b	h	
9-12	V <sub>11</sub>	0.26	0.52	V <sub>12</sub>	0.62	1.24	V <sub>13</sub>	0.32	0.64	V <sub>14</sub> 0.40 0.80 V <sub>15</sub> 0.60 1.20
5-8	V <sub>6</sub>	0.28	0.56	V <sub>7</sub>	0.75	1.50	V <sub>8</sub>	0.37	0.74	V <sub>9</sub> 0.45 0.90 V <sub>10</sub> 0.70 1.40
1-4	V <sub>1</sub>	0.30	0.60	V <sub>2</sub>	0.75	1.50	V <sub>3</sub>	0.42	0.80	V <sub>4</sub> 0.50 0.95 V <sub>5</sub> 0.74 1.48

---

## REFERENCIAS

- [1]. Alamilla J, (2001), “Criterios de diseño sísmico basados en confiabilidad de estructuras aporricadas”, *Tesis doctoral, División de estudios de posgrado, UNAM.*
- [2]. Alamilla J, Esteva L, García-Pérez J, Díaz-Lopez O, (2001a), “Evolutionary properties of stochastic models of earthquake acelerograms: Their dependence on magnitude and distance”, *Journal of Seismology*, 5: 1-21.
- [3]. Ávila J A, (1991), “Comentarios y Ejemplos a las Normas Técnicas Complementarias para Diseño por Sismo, DDF”, *Series del Instituto de Ingeniería, ES-7, UNAM, México.*
- [4]. Ang H S, Tang W H, (1975), *Probability concepts in engineering planning and design, Volume I Basic principles*, John Wiley & Sons, Singapore.
- [5]. Bazán E, Meli R, (1972), *Diseño sísmico de edificios*, Limusa Noriega Editores, México.
- [6]. Bresler B, (1960), “Design Criteria for Reinforced Columns under Axial Load and Biaxial Bending”, *J. ACI*, Vol. 32, No. 5, pp 481-490.
- [7]. Carr A J, (2007), “Ruaumoko 3D Users Manual”, *University of Canterbury, Christchurch, New Zealand.*
- [8]. Cornell C A, (1969), “A probability based structural code”, *Journal of the American Concrete Institute*. 66 (12).
- [9]. Corona G, (2007), *Programa de análisis y diseño de edificios de concreto ECOgc, g.c. ingeniería y diseño, S.C.*
- [10]. De la Llera J C, Chopra A K, (1996), “Inelastic behavior of asymmetric multistory buildings”, *Journal of the Structural Engineering (ASCE)*, 122:597-606.
- [11]. Díaz-López O, Esteva L, (2006), “Seismic reliability analysis of complex nonlinear systems, using secant-stiffness-reduction indicators”, *Institute of Engineering, National University of Mexico.*
- [12]. Escobar J A, Ayala G, (1998), “Yielding Seismic Response of Code-Designed Single-Storey Asymmetric Structures,” *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, Vol.27, pp. 525-541.
- [13]. Esteva L, Díaz O, Picazo Y, (2013), “Funciones de confiabilidad sísmica de edificios con excentricidades torsionales”, *Memorias, XIX Congreso Nacional de Ingeniería Sísmica*, Boca del Río, Ver., México.
- [14]. Esteva L, Díaz O, Picazo Y, (2012), “Diseño sísmico basado en confiabilidad de edificios con excentricidades torsionales de rigidez y de resistencia”, *Informe de Investigación elaborado para el Gobierno del Distrito Federal, Instituto de Ingeniería, UNAM.*
- [15]. Esteva L, Díaz O, García J, (2010), “Estimación de funciones de vulnerabilidad y riesgo ante sismos en construcciones en el Distrito Federal: Manual de lineamientos para identificar sistemas que ameritan evaluación, para determinar sus niveles de vulnerabilidad y riesgo y para decidir sobre acciones pertinentes de demolición o rehabilitación”, *Informe de Investigación elaborado para la Secretaría de Protección Civil del Gobierno del Distrito Federal, Instituto de Ingeniería, UNAM.*

- 
- [16]. Esteva L, Díaz-López O, García-Pérez J, Sierra G, Ismael E, (2002), "Simplified reference systems in the establishment of displacement-based seismic design criteria," *Proceedings of the 12th European Conference on Earthquake Engineering*, London, England, Paper 419.
- [17]. Esteva L, Ismael E, (2004), "A maximum likelihood approach to system reliability with respect to seismic collapse," *Institute of Engineering, National University of Mexico*.
- [18]. Esteva L, Díaz-Lopez J, (2006), "Seismic reliability functions for complex systems based on a secant-stiffness reduction index", *Proc. 13th IFIP WG7.5 Working Conference. Kobe, Japan*, 83-90.
- [19]. Garcia O, Islas A, Ayala A G, (2004), "Effect of in-plan distribution of strength on the non-linear seismic response of torsionally coupled buildings", *Proc. of the 13th World Conference on Earthquake Engineering*, Vancouver, Canada, Paper 1891.
- [20]. Goel R K, Chopra A K, (1990), "Inelastic seismic response of one-story, asymmetric-plan systems: effects of stiffness and strength distribution," *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, Vol.19, pp. 949-970.
- [21]. Heredia-Zavoni E, Barranco F, (1996), "Torsion in Symmetric Structures due to Ground-Motion Spatial Variation," *Journal of engineering mechanics (ASCE)*, V. 122, ST1, pp. 834-843.
- [22]. Ismael E, Esteva L, (2006), "A hybrid method for simulating strong ground motions records", *First European Conference on Earthquake Engineering and Seismology*, Geneva, Switzerland, Paper 1265.
- [23]. Mander J, (1984), "Seismic design of bridge piers," *Research Report No. 84-2*, University of Canterbury, New Zealand.
- [24]. Marušić D, Fajfar P, (2005), "On the Inelastic seismic response of asymmetric buildings under bi-axial excitation", *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*; 34:943-963.
- [25]. Meli R, (2001), *Diseño estructural*, Editorial Limusa, México.
- [26]. Meli R, (1976), "Bases para los criterios de diseño estructural del proyecto del reglamento de construcciones para el distrito federal", *Instituto de Ingeniería, UNAM*, No. 375, pp. 137-157.
- [27]. Meli R, Mendoza C J, (1991), "Reglas de verificación de calidad del concreto", *Revista de Ingeniería LXI*, México.
- [28]. Mendoza C J, (1984), "Propiedades mecánicas de los concretos fabricados en el Distrito Federal", *Tesis de maestría, División de Estudios de Posgrado, UNAM*.
- [29]. Mirza S A, MacGregor J G, (1979), "Variability in dimensions of reinforced concrete members," *Journal of the Structural Division (ASCE)*, Vol. 105, No. ST4, pp. 751-766.
- [30]. Montiel M, Ruiz S, (2007), "Influence of structural capacity uncertainty on seismic reliability of buildings under narrow-band motions", *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, Vol.36, pp. 1915-1934.
- [31]. Newmark N M, Rosenblueth E, (1971), *Fundamentals of Earthquake Engineering*, Prentice-Hall, Englewood Cliffs, N.J.
- [32]. NTC-RCDF, (2004), "Normas Técnicas Complementarias del Reglamento de Construcciones del Distrito Federal", *Gaceta oficial del Distrito Federal*, Tomo I, No. 103-BIS.
-

- 
- [33]. Ordaz M, Arboleda J, Singh S K, (1995), "A scheme of random summation of an empirical Green's function to estimate ground motions from future large earthquakes," *Bulletin of the Seismological Society of America*, Vol. 85, No. 6, pp. 1635-1647.
- [34]. Parme A L, Nieves J M, Gouwens A J, (1966), "Capacity of Reinforced Rectangular Columns Subject to Biaxial Bending", *Journal of the American Concrete Institute*. Vol. 63, pp 912-923.
- [35]. Paulay T, Priestley M, (1992), "Seismic design of reinforced concrete and masonry buildings", *John Wiley & Sons*, USA.
- [36]. Peir J, Cornell A, (1973), "Spatial and temporal variability of live loads", *Journal of the Structural Division*, Vol. 99, No. ST5, pp 903-922.
- [37]. Picazo Y, Díaz O, Esteva L, (2014), "Seismic reliability analysis of buildings with torsional eccentricities". Artículo sometido para posible publicación en *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*.
- [38]. Picazo Y, Díaz O, Esteva L, (2012), "Confiabilidad sísmica de edificios con excentricidades torsionales de rigidez y de resistencia", *Memorias, XVIII Congreso Nacional de Ingeniería Estructural*, Acapulco, Gro., México.
- [39]. Picazo Y, (2008), "Funciones de confiabilidad sísmica en edificios con muros de cortante", *Tesis de maestría, División de estudios de posgrado, UNAM*.
- [40]. Rodríguez M, Botero J C, (1996), "Aspectos del comportamiento sísmico de estructuras de concreto reforzado considerando las propiedades mecánicas de aceros de refuerzo producidos en México", Serie Azul No. 575, *Instituto de Ingeniería, UNAM*, México.
- [41]. Rosenblueth E, (1970), "Confiabilidad y utilidad en ingeniería", Reporte de Investigación No. 234, *Instituto de Ingeniería, UNAM*, México.
- [42]. Ruiz S, Soriano A, (1997), "Design live loads for office buildings in Mexico and the United States," *Journal of the Structural Engineering*, Vol.123, pp. 816-822.
- [43]. Vamvatsikos D, Cornell C A, (2002), "Incremental dynamic analysis," *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, Vol.31 (3), pp. 491-514.

ARTÍCULO SOMETIDO A REVISIÓN PARA SU POSIBLE PUBLICACIÓN EN LA REVISTA EARTHQUAKE ENGINEERING AND STRUCTURAL DYNAMICS. ESTE ARTÍCULO HA SIDO ACEPTADO POR EL COMITÉ DOCTORAL, YA QUE CUENTA CON LA ORIGINALIDAD Y CALIDAD SUFICIENTE PARA SER CONSIDERADO COMO MATERIAL PUBLICABLE PARA UNA REVISTA INDEXADA.

Picazo Y, Díaz O, Esteva L. Seismic reliability analysis of buildings with torsional eccentricities. *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, artículo sometido a revisión para posible publicación.

# SEISMIC RELIABILITY ANALYSIS OF BUILDINGS WITH TORSIONAL ECCENTRICITIES

Yasser Picazo<sup>1</sup>, Orlando Díaz<sup>1</sup> and Luis Esteva<sup>1,\*</sup>

<sup>1</sup>*Institute of Engineering, National University of Mexico, Coyoacan 04510, Mexico City, Mexico*

## SUMMARY

A study is presented of the influence of the stiffness and strength eccentricities in the inelastic torsional response of buildings under the action of two simultaneous orthogonal horizontal ground motion components. The asymmetric buildings were obtained from their respective symmetric systems and were characterized by their stiffness and strength torsional eccentricities in both orthogonal directions. Based on the results of inelastic response of both building types (symmetric and asymmetric), the seismic reliability functions are determined for each system and their forms of variation with different global system parameters are evaluated. Illustrative examples are presented about the use of this information for the formulation of seismic design criteria for in-plan asymmetric multi-story systems, in order to attain the same reliability levels implicit for symmetric systems designed in accordance with current seismic design codes.

Keywords: reliability functions; asymmetric buildings; inelastic response; seismic design coefficients

## 1. INTRODUCTION

Buildings with torsional eccentricities subjected to ground motion experience lateral force and displacement demands different from those of in-plan symmetric systems; these lateral deformation demands are higher for edge frames, because of the occurrence of torsional response. The inelastic behavior of asymmetric buildings is influenced by the non-uniform distributions of stiffness, strength and mass, in addition to some other parameters. In order to understand how these parameters affect the inelastic behavior of such buildings, many studies have been carried out about the nonlinear seismic response of simple systems (e.g. [1-4]) and complex systems (e.g. [5-7]), with different configurations, including torsional eccentricities. These studies have contributed significantly to a better understanding of the problem; however, it is necessary to complement them with parametric studies. For practical reasons, it is convenient to work with simplified systems, characterized by stiffness- and strength-degrading properties similar to those of the corresponding detailed models; the final aim is the development of practical criteria and tools for the seismic design of asymmetric-plan buildings with pre-established structural reliability targets.

With these objectives in mind, the studies presented in the following are focused on the dynamic response and reliability functions of multi-story buildings with asymmetric spatial distributions of lateral stiffness and strength, assuming them subjected to the action of two simultaneous orthogonal horizontal ground motion components. For this purpose, the deterioration of the mechanical properties of structural elements is considered in the analyses.

\*Correspondence to: Luis Esteva, [lestevam@iingen.unam.mx](mailto:lestevam@iingen.unam.mx)



The secant stiffness reduction index [8], defined in terms of the roof lateral displacements of edge frames will be used to estimate the seismic reliability of the systems.

Modern seismic design regulations specify reduction factors to be applied to the ordinates of linear pseudo-acceleration response spectra corresponding to given return intervals. These reduction factors are intended to take into account the influence of nonlinear behavior of the system of interest in the estimation of its dynamic response demand and, therefore, on its expected performance and reliability level when subjected to the seismic ground motion excitation corresponding to the return interval adopted for design. Typical studies about these concepts usually consider two-dimensional systems or in-plan symmetric systems subjected to seismic excitations acting in a direction contained in their plane of symmetry. The exploratory studies presented in the following are oriented to the development of information about the dynamic response of some in-plan asymmetric multi-story systems, as well as of criteria for the determination of the reduction factors mentioned above and the dynamic amplification factors of torsional response that must be adopted for the formulation of practical seismic design criteria leading to system reliability levels similar to those implicit for symmetric systems designed in accordance with the seismic design regulations adopted. In this case, the systems studied are assumed to be located at a soft soil site in Mexico City; their design was performed in accordance with the 2004 version of Mexico City Building Code [9].

In the following sections, seismic reliability functions are expressed in terms of Cornell's  $\beta$  index for different combinations of seismic intensity demands and seismic design criteria. An approach is presented for the use of this information in the formulation of seismic design criteria with specified reliability targets. It uses probabilistic models of the uncertainties associated with the gravitational loads and with the mechanical properties of the structural members. The probabilistic models used for all these variables are equal to those reported by Alamilla and Esteva [10]. The seismic reliability of the system is determined in terms of a second moment probabilistic description of the secant-stiffness-reduction index ( $I_{SSR}$ ), which is equal to 1.0 when the collapse condition is reached. This approach leads to a substantial reduction in the number of time history dynamic response simulations needed to estimate the seismic reliability of the system, in comparison with those required by conventional IDA.

## 2. SEISMIC RELIABILITY ANALYSIS

The criterion adopted here for the determination of the seismic reliability functions of 2-D structural systems subjected to seismic ground motion excitations acting in a direction contained in their plane is based on the concept of secant stiffness reduction index,  $I_{SSR}$ , which is defined as [11]

$$I_{SSR} = \frac{(K_0 - K)}{K_0} \quad (1)$$

This indicator represents a measure of global performance of the system for the seismic excitation considered.  $K_0$  and  $K$  represent the initial and secant stiffness of the system, respectively. Their values are determined from a pushover analysis and a step-by-step dynamic time-history-response analysis, respectively. The secant stiffness is defined by the relation between the base shear force and the roof lateral displacement at the instant when the

latter reaches its maximum absolute value. The failure condition is reached when  $I_{SSR}=1.0$ . For illustrative purposes, two straight lines have been inserted in Figure 5, showing the meaning of  $K_0$  and  $K$ .

For a three-dimensional system with torsional eccentricities, several options can be identified for the determination of the value of  $I_{SSR}$  to be used in seismic reliability studies. As a first option, the seismic reliability can be determined using the largest value of those given by the following relations:

$$\frac{(K_{0x} - K_x)}{K_{0x}} \quad (2a)$$

$$\frac{(K_{0y} - K_y)}{K_{0y}} \quad (2b)$$

$$\frac{(K_{0\theta} - K_\theta)}{K_{0\theta}} \quad (2c)$$

In these equations,  $K_{0x}$ ,  $K_{0y}$  and  $K_x$ ,  $K_y$  are respectively the tangent-initial and the secant stiffness values of the system in the two directions,  $x$  and  $y$ . They are determined on the basis of the lateral displacements of the geometric center of the roof floor. Similarly,  $K_{0\theta}$  and  $K_\theta$  denote the tangent-initial and the secant torsional stiffness, respectively.  $K_{0\theta}$  is defined as the ratio between the base torsional moment and the roof rotation, with respect to a vertical axis;  $K_\theta$  is defined by the same ratio, at the instant when the maximum rotation of the roof is reached. The last two stiffness values can be obtained from a spectral modal analysis and a time-history response analysis, respectively. It must be noticed that the effective torsional moment used to determine  $K_\theta$  is referred to the instantaneous center of stiffness (ICK), and that the position of the latter varies in time, as a consequence of nonlinear behavior. Considering that a system will probably not collapse by torsional moment without the simultaneous occurrence of a failure caused by excessive translational deformations, only the largest value of  $I_{SSR}$  in the translational modes,  $x$  and  $y$ , would be taken into account according to this second option for the seismic reliability assessment. In this case, the largest value of  $I_{SSR}$  in both orthogonal directions can be calculated in terms of the lateral displacements of the geometric center at the roof floor or in terms of the lateral displacements of border frames; if the reliability functions are obtained using the latter displacements mentioned, the values of their reliability indexes will be smaller than those determined on the basis of the lateral displacements referred to the geometric center.

According to the second option adopted here, the failure condition is expressed in terms of the maximum instantaneous value of  $I_{SSR}$  experienced by any of the four lateral resisting subsystems (frames, dual wall-frame arrangements) at the edges of the building.

The seismic reliability function will be expressed in terms of the reliability index  $\beta$  [12], which is defined here as the ratio of the expected value of the safety margin  $Z_M$  to its standard deviation, given an intensity  $y$ ; where  $Z_M$  is defined as the difference between the natural logarithm of the minimum intensity leading to the failure condition of the system ( $Z_F = \ln Y_F$ ) and the natural logarithm of the acting intensity ( $Z = \ln y$ ). Thus, for a particular system the

reliability function associated with the performance level corresponding to the collapse condition is determined by the condition that the performance indicator  $I_{SSR}$  is equal to 1.0.

In accordance with the foregoing paragraph, the safety margin and the reliability index can be expressed as follows:

$$Z_M = \ln\left(\frac{Y_F}{Y}\right) \quad (3)$$

$$\beta(y) = \frac{E(Z_F) - \ln y}{\sigma(Z_F)} \quad (4)$$

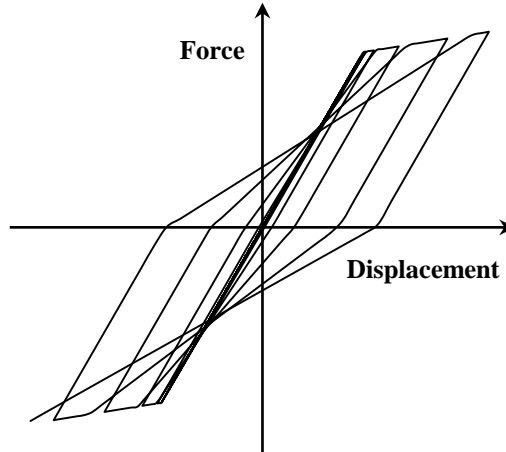
### 3. CHARACTERIZATION OF THE STRUCTURAL SYSTEMS AND SEISMIC EXCITATIONS

#### 3.1 Detailed models of multistory buildings

The studies presented here consider multi-story buildings with reinforced frames, subjected to two simultaneous horizontal orthogonal components of the ground motion. Section 3.1.2 describes the criterion used to take into account the interaction between the bending moments acting on the columns, resulting from the seismic response to both components.

##### 3.1.1 Cyclic behavior of structural members

The nonlinear behavior of reinforced concrete beams and columns was assumed to be concentrated at plastic hinges located at their ends. The moment vs rotation relations for these hinges were represented by the hysteresis rule of Modified Takeda and the Degrading Strength Model respectively, both available in the program Ruaumoko-3D [13]. The first model mentioned is defined by the parameters  $\alpha$  and  $\beta$ , which denote the unloading and reloading stiffness, respectively; here, the values selected for these parameters are 0.0 and -0.3, respectively. The second model may be defined in terms of the parameters Duct1, Duct2, and Rduct, which represent, respectively, the ductilities at the instants when the degradation begins and stops, and the residual strength. For a particular cross-section of the element, the first two parameters are defined from its moment-curvature relation, and the latter parameter is considered equal to 0.4 and 0.1 for all column and beam elements of the system, respectively; the former of these values was adopted in this manner in order to avoid strong drops of strength in the nonlinear dynamic response of the systems. Figure 1 shows the Modified Takeda hysteresis model used to represent the nonlinear behavior of the structural elements. This model represents adequately the moment-curvature behavior of typical ductile reinforced concrete flexural members, as those presented by Bertero *et al* [14]. The strength degradation process was taken into account by means of an envelope function available in Ruaumoko-3D [13].



**Figure 1. Hysteresis model adopted for the plastic hinges (Modified Takeda)**

### 3.1.2. Dynamic response analysis

The dynamic response of the detailed models was estimated by means of the nonlinear seismic analysis program Ruaumoko-3D [13]. In all cases, the floor systems were represented by rigid diaphragms; the structural elements were modeled as beam elements (Giberson one-component member). The reduction of the bending capacity at the ends of the columns due to the interaction of moments in both orthogonal directions, caused by the action of two simultaneous orthogonal horizontal ground motion components, was taken into account by means of the following interaction function [15, 16]:

$$\left( \frac{M_{yx}}{M_{yx1}} \right)^{\alpha} + \left( \frac{M_{yy}}{M_{yy1}} \right)^{\alpha} = 1 \quad (5)$$

Here,  $M_{yx}$  and  $M_{yy}$  are the yield values of the bending moments in both directions, for the axial force acting in the column, considering the interaction between the acting moments in those directions;  $M_{yx1}$  and  $M_{yy1}$  are the corresponding bending capacities neglecting that interaction. The parameter  $\alpha$  was taken equal to 1.5 [16].

The viscous damping coefficient for the first two modes was taken equal to five per cent of the critical value. Soil-structure interaction was not considered.

### 3.1.3 Pushover analysis

In order to determine the global lateral capacity of the system, an independent translational pushover analysis was performed in each orthogonal direction, constraining the degrees of freedom of rotation and transverse displacement at each floor level to the direction of analysis. This approach is expected to facilitate the development of parametric studies for different families of systems, without affecting the estimations of the seismic reliability functions. This statement is based on the grounds that the failure condition is reached when the performance indicator  $I_{SSR}$  defined in Equation 1 is equal to 1.0, which implies that the secant stiffness

values,  $K_x$  and  $K_y$ , would be very small compared to the tangent-initial stiffness values,  $K_{0x}$  and  $K_{0y}$ , respectively, and that, as a consequence, the reliability functions estimated using values of  $I_{SSR}$  determined as mentioned above would not differ significantly from those based on the values of  $K_{0x}$  and  $K_{0y}$  resulting from a pushover analysis that does not include the constraints to the degrees of freedom of rotation and transverse displacement of each floor diaphragm.

The load vectors used to perform the pushover analyses were estimated considering a lateral load distribution proportional to a displacement configuration given by the combination of the peak responses of the translational modes, in the  $x$ - or  $y$ - direction, according to the case. This type of analysis was applied, in all cases, to obtain the values of the story stiffness and strength in each direction, as well as the corresponding eccentricities.

### 3.2. Seismic excitations

A sample of fifty pairs of artificial ground motion acceleration time histories was generated using the algorithm proposed by Esteva *et al* [17]. The mean and the standard deviation of the ratios between the intensities of the individual time histories contained in each pair are consistent with those observed in samples of pairs of actual ground motion records at the site of interest.

For each pair of acceleration time histories, the seismic intensity  $S_a(T)$  is defined by the quadratic mean value of the ordinate to the linear pseudo-acceleration response spectrum corresponding to the fundamental period of vibration of the three-dimensional system studied:

$$S_a = \sqrt{\frac{S_{aEW}^2 + S_{aNS}^2}{2}} \quad (6)$$

In this equation,  $S_{aEW}$  and  $S_{aNS}$  are respectively the ordinates of the pseudo-acceleration response spectra corresponding to the fundamental period of the structural system, for a damping ratio of 5% of the critical value, of the east-west and the north-south ground motion components.

The reliability functions will be expressed in terms of the intensity  $S_a$ , measured in gals, in order to obtain in a more direct manner seismic design coefficients for asymmetric buildings; however, it is also of interest to obtain reliability functions in terms of the normalized intensity,  $q$ , thus obtaining (with the limitations mentioned in the following) information useful to estimate the reliability indexes for different combinations of the intensity and the system capacity. In this study, the normalized intensity is expressed as follows:

$$q = \frac{S_a \cdot \bar{m}}{\bar{V}_y} \quad (7)$$

Here,  $S_a$  is the seismic intensity measured in gals;  $\bar{m}$  and  $\bar{V}_y$  are the total mass and the base yield shear force in the strongest  $x$ - or  $y$ -direction of the system, taking the mechanical properties of its members equal to their expected values.

Expressing seismic reliability functions in terms of normalized intensity indicators circumvents the need to design a given structural system for several response spectra,

corresponding to different intensity levels, in the process of determining these functions. However, this approach has an important limitation: because the resulting spatial variation of the lateral stiffness and strength properties along the system height is not only sensitive to the ratio of the acting intensity to the system capacity, but also to the values of each of them, the expected seismic performance and reliability indicators for given intensity values (such as  $\beta(y)$ , given by eq.4) determined with the aid of functions  $\beta(q)$ , expressed in terms of normalized intensities, will be sufficiently accurate only for values of the system capacities which are close to those corresponding to the system used to generate function  $\beta(q)$ . This condition is assumed to be satisfied in the illustrative examples that follow.

## 4. APPLICATIONS

### 4.1. Cases studied

Two sets of systems were studied, each including a symmetric system and two asymmetric systems with the same global geometric properties, as shown in Figure 2.  $SSS_0$  and  $TSS_0$  are the symmetric systems, six- and twelve-stories high, respectively. For systems  $SAS_1$  and  $TAS_1$ , the normalized stiffness eccentricities are  $\varepsilon_{kx} = 0.1$ ,  $\varepsilon_{ky} = 0.2$ , while for systems  $SAS_2$  and  $TAS_2$  they are  $\varepsilon_{kx} = 0.2$ ,  $\varepsilon_{ky} = 0.2$ . All buildings have a rectangular plan, equal at all floor levels, and a structural system constituted by reinforced concrete moment-resisting frames. These buildings are assumed to have an in-plan uniform mass distribution. The cross sections of the beams and columns of the asymmetric systems were determined in such a manner as to correspond to previously assumed values of the stiffness eccentricities in the two orthogonal directions; these eccentricities were taken as constant along the building height. The lateral strength of each element was equal to that resulting from the structural design of the system with the stiffness properties determined as mentioned above. For each asymmetric system considered, the values of the lateral stiffness and strength of each frame were determined as described in the following, in order to comply simultaneously with the previously adopted assumptions about torsional eccentricities in both orthogonal directions.

All systems were designed in accordance with the technical norms specified by Mexico City Building Code [9], but taking the accidental torsional eccentricity equal to zero. It was assumed that they will be located at a soft soil site in Zone IIIb; both the seismic design spectra and the seismic excitations used for the reliability analysis were selected in a manner consistent with this assumption. The translational and torsional fundamental periods ( $T_x$ ,  $T_y$ , and  $T_\theta$ ) of these systems, calculated in terms of the nominal values of the gravitational loads and of the mechanical properties of the systems, are shown in Table 1. The ratio of the uncoupled lateral and torsional periods ( $\Omega$ ) obtained for each of them is listed in the same Table. In all cases, this ratio is greater than unity, which implies that the systems studied are torsionally stiff. The values of the fundamental periods were also used for the determination of the expected values and variation coefficients of the corresponding variables, which were later applied in the simulation of random samples to be used in the estimation of the seismic reliability functions of the systems studied. The values of the fundamental periods reported in Table 1 were determined taking into account three degrees of freedom for each floor: two in translation and one in rotation.

In all cases, the stiffness eccentricities in each direction were taken as constant along the building height. The strength eccentricities were those resulting from the mechanical properties of the structural members determined by the structural design. They resulted to be approximately constant along the building height. For each assumption about the stiffness eccentricities, the values of the stiffness of the structural members of the different frames were obtained as follows, starting from those of the members of the symmetric system included in the corresponding set:

- a) For each lateral resisting element (frame or wall) parallel to the  $x$  axis, the story stiffness corresponding to the symmetric system is multiplied by a stiffness modification factor  $r_x$ , equal to  $1 + \alpha_x$  or  $1 - \alpha_x$ , respectively, for elements with positive or negative values of their ordinates with respect to the geometric center.
- b) For each lateral resisting element (frame or wall) parallel to the  $y$  axis, the story stiffness corresponding to the symmetric system is multiplied by a stiffness modification factor  $r_y$ , equal to  $1 + \alpha_y$  or  $1 - \alpha_y$ , respectively, for elements with positive or negative values of their abscissae with respect to the geometric center.

According to this, the resulting stiffness eccentricity for the system of lateral resisting elements parallel to the  $x$  direction is equal to

$$e_x = \frac{\sum_{y_i < 0} K_{xi}(1 - \alpha_x)y_i + \sum_{y_i > 0} K_{xi}(1 + \alpha_x)y_i}{\sum_{y_i < 0} K_{xi}(1 - \alpha_x) + \sum_{y_i > 0} K_{xi}(1 + \alpha_x)} = \frac{2\alpha_x \sum_i K_{xi}d_i}{\sum_i K_{xi}} \quad (8a)$$

Taking into account the symmetry conditions of the original system, this equation leads to the following:

$$e_x = \frac{2\alpha_x \sum_i K_{xi}d_i}{\sum_i K_{xi}} \quad (8b)$$

This expression and a similar one for  $e_y$  serve to determine  $\alpha_x$  and  $\alpha_y$ :

$$\alpha_x = \frac{\varepsilon_{ky} B \sum_i K_{xi}}{2 \sum_i K_{xi} d_i} \quad (8c)$$

$$\alpha_y = \frac{\varepsilon_{kx} A \sum_i K_{yi}}{2 \sum_i K_{yi} d_i} \quad (8d)$$

In these equations,  $\sum K_{xi}$ ,  $\sum K_{yi}$  are the values of the total lateral stiffness in the  $x$ - and  $y$ -direction, respectively.  $\sum_i K_{xi}$ ,  $\sum_i K_{yi}$  represent the summations of the values of the inter-storey lateral stiffness of the elements with positive values of their ordinates or of their abscissae, respectively, with respect to the geometric center;  $\varepsilon_{kx}$ ,  $\varepsilon_{ky}$  denote the normalized inter-storey stiffness eccentricities for the lateral resisting elements parallel to the  $x$  and  $y$  directions, respectively, and  $d_i$  is the distance from the  $i$ th resisting element (frame or wall) to the geometric center.  $A$  and  $B$  are the plan dimensions parallel to those directions.

Based on the lateral stiffness factors  $\alpha_x$  and  $\alpha_y$ , the moments of inertia of the column elements corresponding to the symmetric system are transformed into the new moments of inertia of the column elements corresponding to the asymmetric system; in this way, the dimensions of the cross-sections of the column elements can be determined for the latter system. This is attained using the following equations, where  $(b, b_0)$  are the dimensions of the cross sections of the columns perpendicular to the  $x$  direction and  $(h, h_0)$  are the corresponding dimensions perpendicular to the  $y$  direction:

$$b = \sqrt[8]{r_y^3 / r_x} \cdot b_0 \quad (9a)$$

$$h = \sqrt[8]{r_x^3 / r_y} \cdot h_0 \quad (9b)$$

In these equations,  $r_x$  and  $r_y$  are the stiffness modification factors defined above for lateral resisting elements in the  $x$  and  $y$  directions, respectively.

For the selection of the cross-section dimensions of the beams in the frames of the modified systems, the width and depth,  $b$  and  $h$ , were assumed to satisfy the condition  $b/h = b_0/h_0$ , where  $b_0$  and  $h_0$  are the cross section dimensions of the beams in the original, symmetric system. This assumption leads to the following:

$$b = \sqrt[4]{r} \cdot b_0 \quad (10a)$$

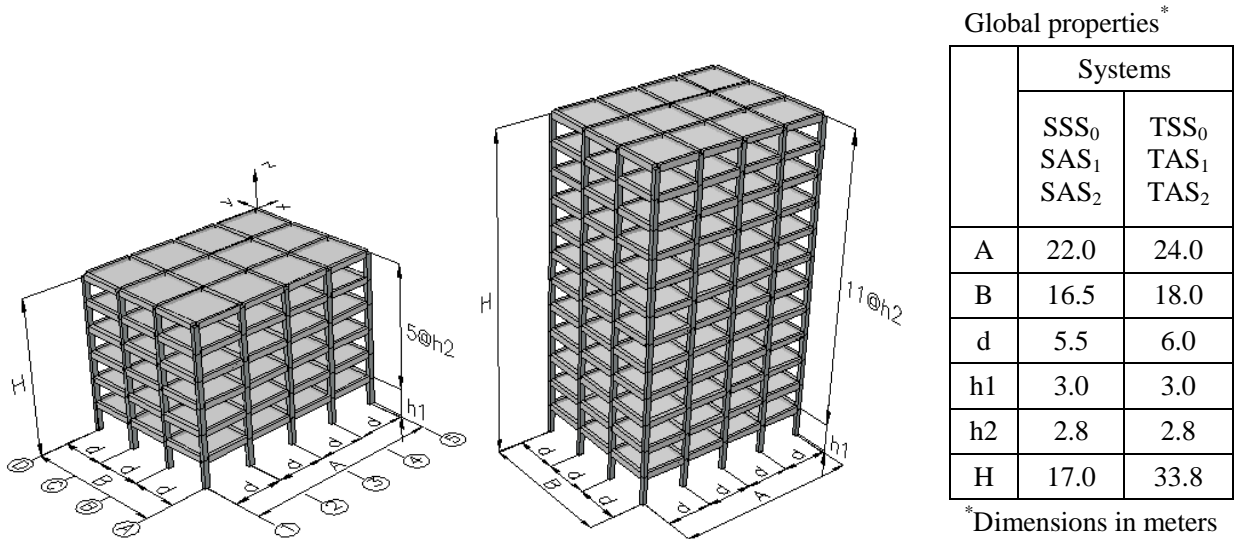
$$h = \sqrt[4]{r} \cdot h_0 \quad (10b)$$

Here,  $r$  is the stiffness factor for beam elements; it is equal to  $r_x$  or  $r_y$ , according to the direction of the frame considered.

The procedure described in the foregoing paragraphs was applied for the determination of the cross sections of the members of the asymmetric systems studied in the examples presented in the following. Each of those systems was then designed in accordance with the technical norms specified by Mexico City Building Code [9]. For each story, the strength eccentricities,  $\varepsilon_{sx}$ ,  $\varepsilon_{sy}$ , were those resulting from the story shear forces at yield of all the frames in the direction of interest; these forces were determined by means of a pushover analysis in each direction, eliminating for all floors the degrees of freedom of rotation and translation in the transverse direction. According to this, the global mechanical properties used to characterize the systems studied were expressed in terms of the results of the pushover analyses just mentioned, independently of the seismic design norms applied to obtain them. Because of this, the results obtained about seismic reliability indicators can be extrapolated to other cases, regardless of the seismic design norms applied; however, the possibility of extrapolating the results is limited to structural arrangements characterized by similar cyclic-behavior constitutive functions.

Table 1 also shows the values of the stiffness and strength eccentricities at the first storey in both directions, determined in accordance with the criteria and methods just described.





**Figure 2. Six- and twelve-storey frame systems: global properties of symmetric and asymmetric cases**

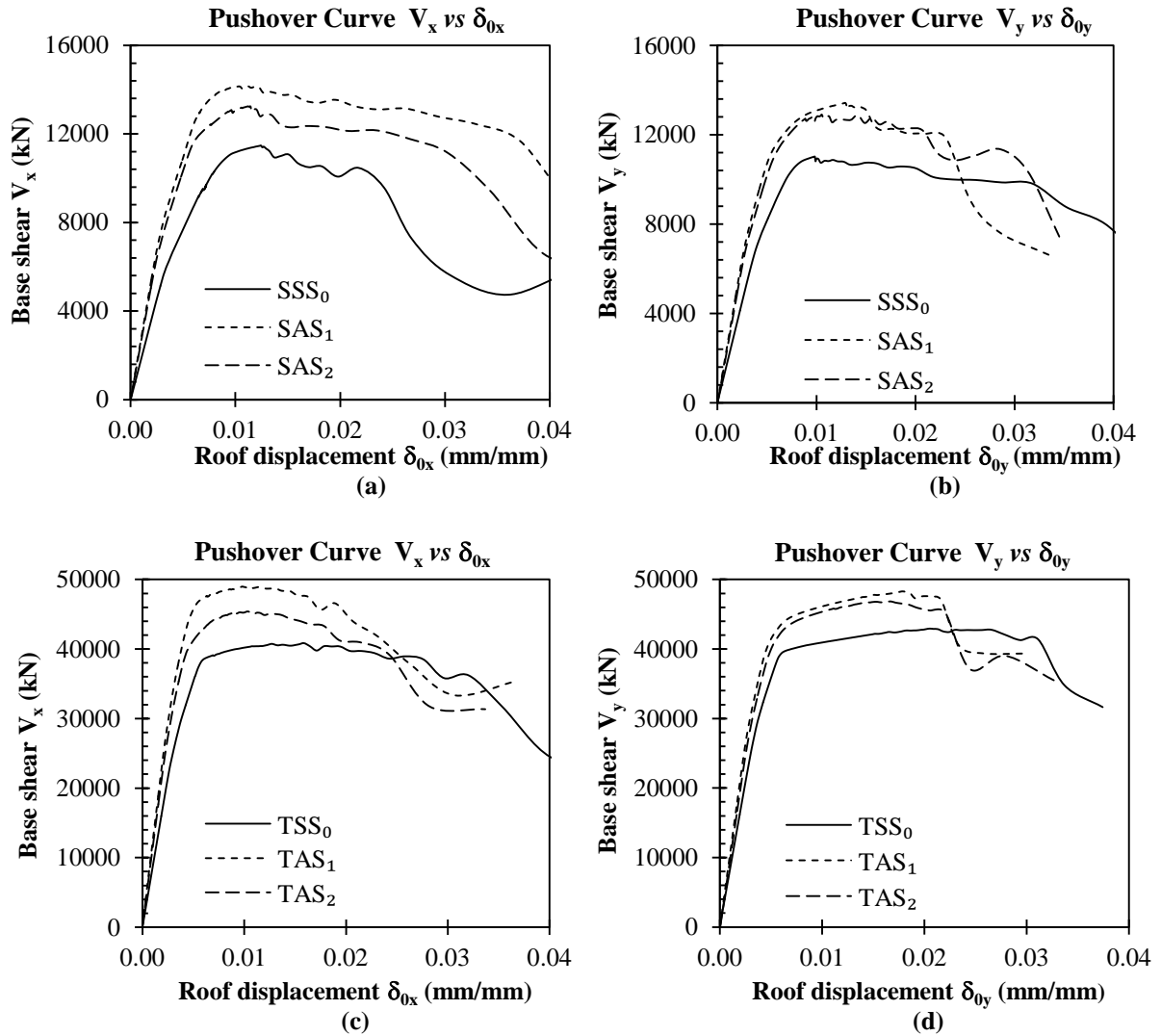
**Table 1. Fundamental periods,  $T$  (sec), ratio of the uncoupled lateral and torsional periods,  $\Omega$ , and normalized stiffness and strength eccentricities,  $\varepsilon_k$  and  $\varepsilon_s$ , at the first storey of the models studied**

Models	$T_x$	$T_y$	$T_0$	$\Omega = T_y / T_0$	$\varepsilon_{kx}$	$\varepsilon_{ky}$	$\varepsilon_{sx}$	$\varepsilon_{sy}$
SSS <sub>0</sub>	0.89	0.95	0.48	1.98	–	–	–	–
TSS <sub>0</sub>	1.08	1.20	0.63	1.90	–	–	–	–
SAS <sub>1</sub>	0.85	0.96	0.43	2.23	0.10	0.20	0.10	0.15
SAS <sub>2</sub>	0.86	0.97	0.44	2.20	0.20	0.20	0.18	0.17
TAS <sub>1</sub>	1.00	1.21	0.56	2.16	0.10	0.20	0.10	0.12
TAS <sub>2</sub>	1.03	1.23	0.59	2.08	0.20	0.20	0.20	0.17

#### 4.2. Global properties of the systems studied

Figure 3 shows the curves of the base shear force versus roof lateral displacement ( $V$  vs  $\delta_0$ ), referred to the center of mass (CM) of the system considered. Each of them resulted from a pushover analysis with the rotation and the transverse-displacement degrees of freedom suppressed. In all cases, the strength- and stiffness-related mechanical properties of the structural members were taken equal to their expected values. It can be observed that, in both directions, the initial stiffness and the resisting lateral capacity of the asymmetric model are larger than those of the corresponding symmetric models. It can also be seen that the lateral deformation capacities of the asymmetric systems are smaller than those of the corresponding symmetric models (Figure 3(b), (c) and (d)), except for cases SAS<sub>1</sub> and SAS<sub>2</sub> in the direction  $x$ , where the opposite occurs (Figure 3(a)). For this purpose, the deformation capacity is

defined as that corresponding to a reduction of 20 percent in the lateral force. Although this definition is usually adopted to define the collapse condition in an approximate manner, it is known that other limitations inherent to the pushover analysis can affect the estimates of the deformation capacities more strongly, such as the influence of cumulative damage caused by cyclic loading; this inconvenience will not affect the results of the reliability analyses obtained in this study, because the reliability functions will be determined in accordance with the concept of failure intensity.



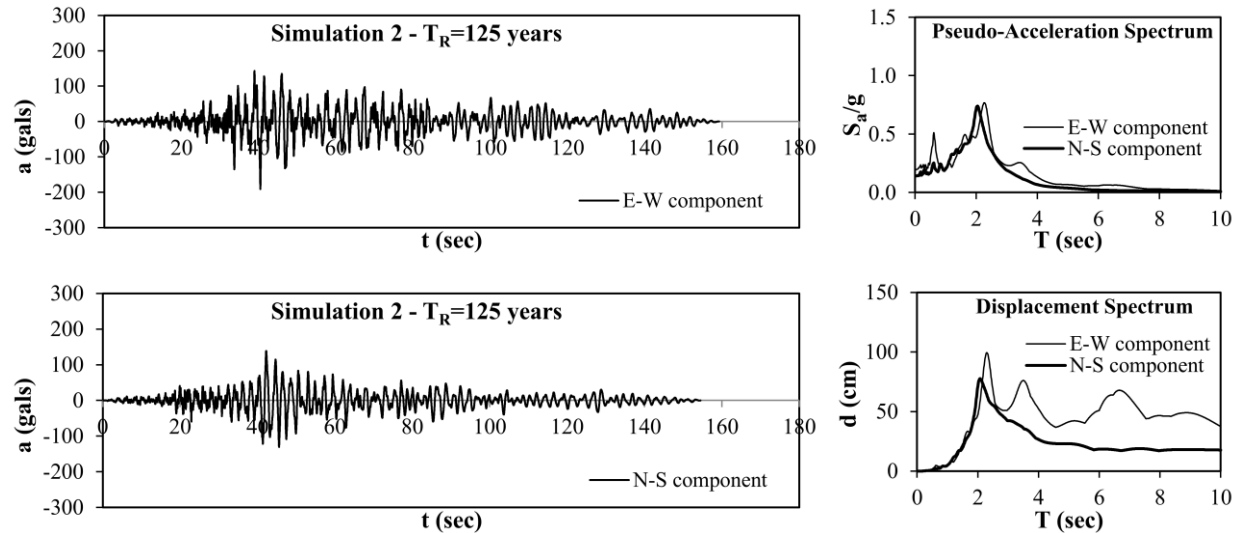
**Figure 3. Global lateral capacity of the in-plan asymmetric and symmetric buildings with mean properties, in the  $x$ - and  $y$ -direction**

### 4.3. Nonlinear seismic analysis

For each detailed model studied a sample of fifty systems with uncertain structural properties is obtained by the Monte Carlo simulation in order to perform the step-by-step dynamic time-history-response analyses. In addition, one system with mean values of the mechanical properties and gravitational loads is obtained from each case studied, in order to estimate the

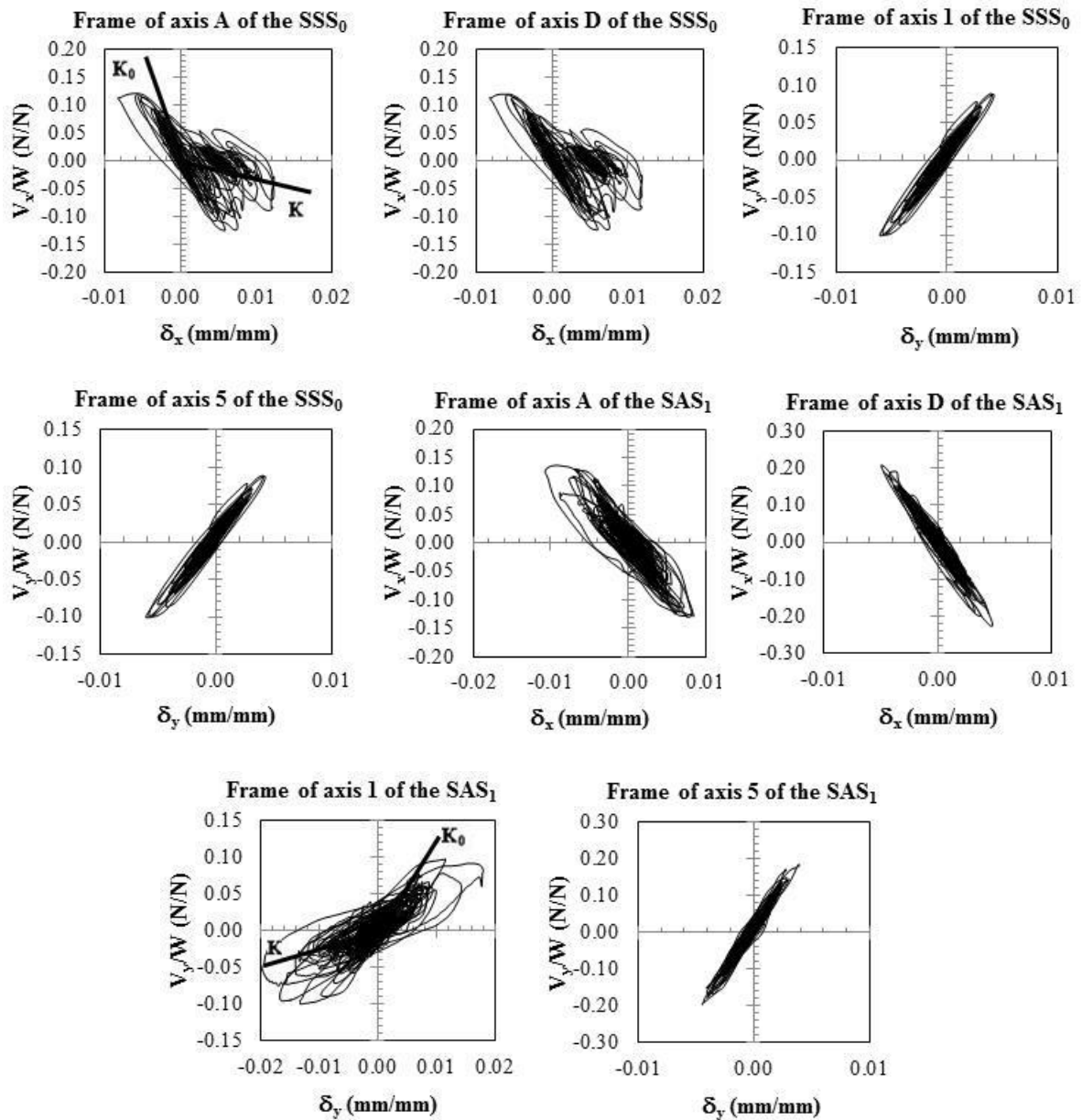
initial stiffness of the system and those of the corresponding edge frames, in the two orthogonal directions. For this purpose, two independent translational pushover analyses in two orthogonal directions were carried out on each system.

An ensemble of synthetic time history records is employed to shake the base of the simulated systems, considering the action of two simultaneous orthogonal horizontal ground motion components. Figure 4 shows one pair of simultaneous components, as well as the pseudo-acceleration and displacement response spectra for each of them.



**Figure 4. Synthetic acceleration time histories of two orthogonal components**

In order to estimate the values of the secant stiffness ( $K_x$  and  $K_y$ ) of each simulated system in the two orthogonal directions, the base shear force versus roof lateral displacement curves of their edge frames were obtained from a time history dynamic response analysis. The resulting dynamic response curves of the edge frames of two simulated systems (symmetric and asymmetric) are plotted in Figure 5. In this figure, the roof displacement and the base shear force are normalized with respect to the total height and the weight, respectively, of the corresponding system with the expected values of their mechanical properties. For the simulated asymmetric system  $SAS_1$ , it can be observed that the lateral deformation demands experienced by the flexible edge frames of axes A and 1 are larger than those of the stiff edge frames of axes D and 5, respectively, while the deformation demands experienced by the edge frames of the simulated symmetric system  $SSS_0$  are similar, both for the frames oriented in the  $x$ - or  $y$ -direction (see Figures 2 and 5). Based on the values of the secant stiffness and of the initial stiffness ( $K_{0x}$  and  $K_{0y}$ ) obtained from a pushover analysis, the secant stiffness reduction index is determined for each edge frame of the simulated asymmetric systems and for the whole simulated symmetric systems in both orthogonal directions. The values of the  $I_{SSR}$  obtained for the frames of axes A, D, 1 and 5 of the simulated systems  $SSS_0$  and  $SAS_1$  are respectively 0.88, 0.88, 0.10, 0.13 and 0.50, 0.17, 0.77, 0.04. It can be observed that the distortion demands and the values of the performance index  $I_{SSR}$  were larger for the flexible edge frames for all asymmetric cases studied.



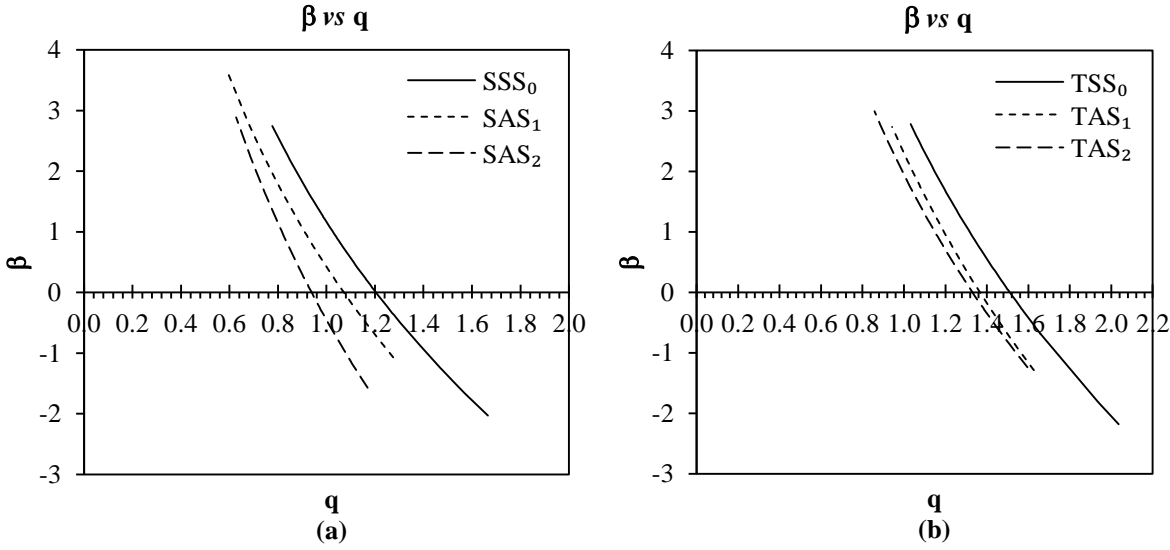
**Figure 5. Base shear force vs roof lateral displacement curves of edge frames of the simulated symmetric and asymmetric systems  $SSS_0$  and  $SAS_1$**

#### 4.4. Reliability analysis

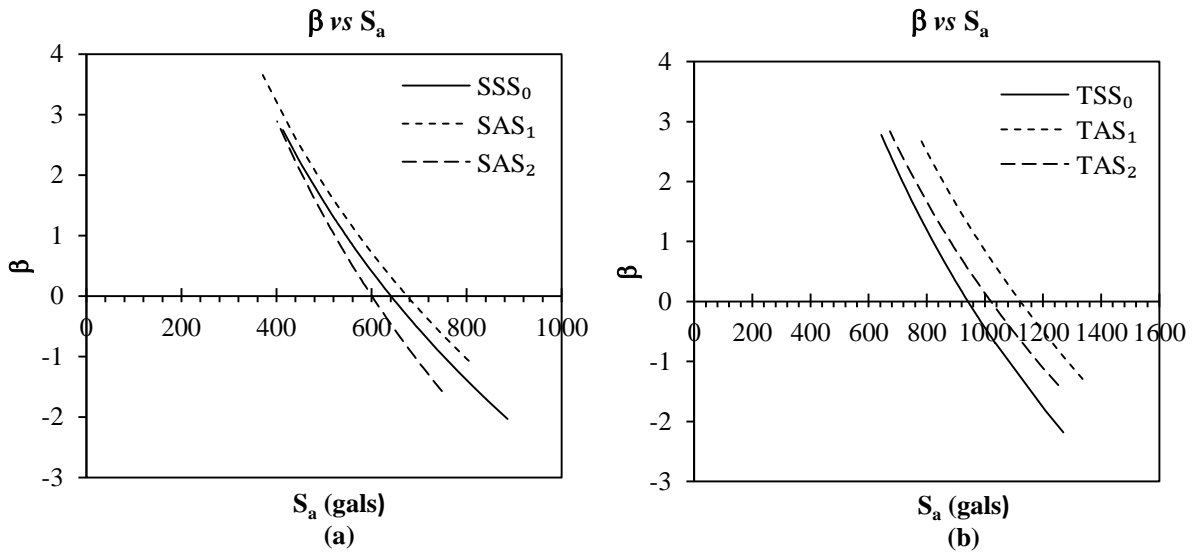
The results obtained from the dynamic response analyses are used to estimate the reliability functions of the systems, according to the criterion proposed by Esteva [18]. As a first step, the expected value  $E(Z_F)$  and the standard deviation  $\sigma(Z_F)$  of the natural logarithm  $Z_F$  of the minimum value of the intensity that may lead to failure are estimated from least-square fitting to a sample of values of intensities corresponding to different values of the secant-stiffness-reduction index in the range  $0 \leq I_{SSR} < 1.0$ . A detailed explanation of this process has been

presented by Esteva *et al* [18, 19]. The probabilistic parameters obtained in this manner are used to determine the reliability functions  $\beta(y)$ , by means of Equation 4. The resulting seismic reliability functions are presented in Figures 6 and 7, in terms of the normalized value of the intensity, as defined in Equation 7, and of its value  $S_a(T)$  for the fundamental period of the system of interest.

The reliability functions obtained using the detailed models are presented in Figures 6 and 7. According to Figures 6a and 6b, the reliability index  $\beta$  associated with a given level of normalized intensity decreases as the in-plan stiffness and strength asymmetries increase, both for the six-story and twelve-story systems. Figure 7a shows that for system  $SSS_0$  the reliability index  $\beta$  is slightly larger than that corresponding to system  $SAS_2$ , but is lower than that of the corresponding system  $SAS_1$ , for all the values of  $S_a$  considered. The latter tendency may be attributed to the increment in the lateral strength of the asymmetric systems associated with both the higher strength requirements for the frames, resulting from the design conditions for torsional moments in both directions and with the application of an irregularity correction factor of 0.9, to be applied to the spectral acceleration, in order to account for ductile deformation capacity, in accordance with the seismic design regulations applied; this trend is also apparent for the twelve-storey models (Figure 7b). It is also observed that the asymmetric models with larger in-plan torsional eccentricities,  $SAS_2$  and  $TAS_2$ , are characterized by values of the reliability index  $\beta$  associated with a given value of intensity  $S_a$  lower than those corresponding to systems  $SAS_1$  and  $TAS_1$ , characterized by lower values of stiffness and strength eccentricities (Figures 7a and b).



**Figure 6. Seismic reliability functions of the asymmetric and symmetric buildings in terms of the normalized intensity**



**Figure 7. Seismic reliability functions of the asymmetric and symmetric buildings in terms of the intensity measured in gals**

#### 4.5. Seismic design coefficients for specified reliability levels

In the following, a procedure is proposed to obtain the value of the acceleration spectral ordinate  $S_{aDa}(T_a)$  that should be adopted for the seismic design of an asymmetric system with fundamental natural period equal to  $T_a$ , aiming at obtaining the same reliability level as that corresponding to a symmetric system with fundamental natural period equal to  $T_a$ , designed considering an acceleration spectral ordinate equal to  $S_{aDs}(T_s)$ . In both cases, the reliability level is assumed to correspond to seismic intensities  $\widehat{S}_{aa}(T_a)$  and  $\widehat{S}_{as}(T_s)$ , corresponding to the same return interval. For this purpose, use is made of the information contained in graphs similar to Figures 6a and 6b, assuming that the values of the seismic design intensities  $S_{aDa}(T_a)$  and  $S_{aDs}(T_s)$  are sufficiently close to those applied in the determination of the functions shown in those figures as to make the concept of “normalized intensity” applicable for practical purposes.

In order to establish relations between the reliability functions of symmetric models and those of the corresponding asymmetric models, for intensities corresponding to the same return interval, it is necessary to account for the relation  $\widehat{q}_a/\widehat{q}_s = (\widehat{S}_{aa}(T_a)M_aV_{ys})/(\widehat{S}_{as}(T_s)M_sV_{ya})$ , which is defined as the ratio between the normalized intensities corresponding to a given return interval, for the asymmetric and symmetric systems having the reliability functions being compared;  $\widehat{S}_{aa}(T_a)$  and  $\widehat{S}_{as}(T_s)$  denote the ordinates of the uniform-seismic-hazard pseudo-acceleration response spectrum corresponding to the fundamental natural periods of those models, taking the gravitational loads and the mechanical properties of the structural members equal to their expected values;  $V_{ya}$ ,  $M_a$  and  $V_{ys}$ ,  $M_s$  represent the base yield shear force and the total mass of the same models, respectively. In this equation, if the values of  $\widehat{q}_a$ ,  $\widehat{q}_s$ ,  $\widehat{S}_{aa}$ ,  $\widehat{S}_{as}$  are known, as well as the value of  $V_{ys}$ , which leads to the reliability index  $\beta_0$  corresponding to the intensity  $\widehat{S}_{as}$ , then the design intensity  $V_{ya}$  that should be adopted for an asymmetric system in order to obtain the same reliability index as that of the corresponding

symmetric system can be derived by simple transformation of the equation mentioned. Thus, the irregularity correction factor that should be adopted for the design of an asymmetric system in order to reach the same reliability level obtained for the corresponding symmetric system is given by

$$r = \frac{\hat{q}_s}{\hat{q}_a} = \frac{V_{ya} / \hat{S}_{aa}(T_a)}{V_{ys} / \hat{S}_{as}(T_s)} \quad (11)$$

For design practical purposes, this factor should be expressed in terms of design spectral ordinates, instead of the resulting yield shear forces; for this purpose, the latter will be expressed as  $V_{ya} = \rho_a S_{aDa}(T_s)$  and  $V_{ys} = \rho_s S_{aDs}(T_s)$ , where  $\rho_a$  and  $\rho_s$  are obtained from data of the pushover analyses that were carried out on the asymmetric and symmetric systems, designed in accordance with the specified design spectrum for symmetric systems. Substituting  $V_{ya}$  and  $V_{ys}$  in Equation 11 leads to the following relation:

$$\frac{S_{aDa}(T_s)}{S_{aDs}(T_s)} = \frac{\hat{q}_s \rho_s / \hat{S}_{as}(T_s)}{\hat{q}_a \rho_a / \hat{S}_{aa}(T_a)} \quad (12)$$

In this equation,  $S_{aDa}(T_s)$  is the ordinate of the seismic response spectrum that should be adopted for the design of an asymmetric system with the same spatial distributions of gravitational loads, story stiffness and strength eccentricities along the building height, and with a fundamental natural period equal to that of the corresponding symmetric system;  $S_{aDs}(T_s)$  denotes the spectral ordinate used for the design of the symmetric system. For the sets of systems studied here, the values of  $S_{aDa}(T_s)/S_{aDs}(T_s)$  are 0.91, 0.77 and 0.89, 0.97 for systems SSS<sub>0</sub>, SAS<sub>1</sub>, SAS<sub>2</sub> and TSS<sub>0</sub>, TAS<sub>1</sub>, TAS<sub>2</sub>, respectively. This means that, for the systems covered by this study, the seismic design specifications of Mexico City Building code lead to slightly high reliability levels for asymmetric systems than for symmetric systems with the same natural fundamental period.

A second procedure is established to obtain in a more direct manner the irregularity correction factor  $r_1$  by means of the following relation:

$$r_1 = \frac{\hat{q}_{1s}}{\hat{q}_{1a}} = \frac{\hat{S}_{as}(T_s) / S_{aDs}(T_s)}{\hat{S}_{aa}(T_a) / S_{aDa}(T_s)} = \frac{S_{aDa}(T_s) / \hat{S}_{aa}(T_a)}{S_{aDs}(T_s) / \hat{S}_{as}(T_s)} \quad (13)$$

The value of  $\widehat{q}_{1a}$  used in this equation is selected in such a manner that  $\beta(\widehat{q}_{1a})$  for the asymmetric system is equal to  $\beta(\widehat{q}_{1s})$  for the symmetric system. Similarly to the first procedure mentioned, if the values of  $\widehat{q}_{1a}$ ,  $\widehat{q}_{1s}$ ,  $\widehat{S}_{aa}$ ,  $\widehat{S}_{as}$  are known, as well as the value of  $S_{aDs}$  for the symmetric system, which leads to the reliability index  $\beta_0$  under the action of an earthquake with intensity  $\widehat{S}_{as}$ , then the design intensity  $S_{aDa}$  that should be adopted for an asymmetric system in order to obtain the same reliability index as that of the corresponding symmetric system can be obtained solving Equation 13. Based on the value obtained for  $S_{aDa}$ , the irregularity correction factor that should be adopted for the design of an asymmetric system can be determined by the following equation:

$$\frac{S_{aDa}(T_s)}{S_{aDs}(T_s)} = \frac{\hat{q}_{1s} \hat{S}_{aa}(T_a)}{\hat{q}_{1a} \hat{S}_{as}(T_s)} \quad (14)$$

For illustrative purposes, the variables determined in the intermediate steps in the application of those equations for systems SSS<sub>0</sub>, SAS<sub>1</sub> and SAS<sub>2</sub> are shown in Table 2. In this table, T<sub>N</sub> and T<sub>M</sub> are the values of the fundamental periods calculated assuming the nominal and the mean values of the mechanical properties, respectively.

**Table 2. Values of  $S_{aDa}(T_s)/S_{aDs}(T_s)$  obtained by Eq. 12 for the systems SSS<sub>0</sub>, SAS<sub>1</sub> and SAS<sub>2</sub>**

Systems	T <sub>N</sub> (s)	T <sub>M</sub> (s)	S <sub>aD</sub> (T <sub>N</sub> )	$\widehat{S}_a$ (T <sub>M</sub> )	$\bar{m}$ (kg·s <sup>2</sup> /cm)	$\bar{V}_y$ (kg, kN)	$\widehat{q}_s$	$\widehat{q}_a$	$\rho_s$	$\rho_a$	$\frac{S_{aDa}(T_s)}{S_{aDs}(T_s)}$
SSS <sub>0</sub>	0.95	0.70	0.21	0.23	2040.2	1.08·10 <sup>6</sup> , 1.06·10 <sup>4</sup>	0.42	---	5.18·10 <sup>6</sup>	---	---
SAS <sub>1</sub>	0.96	0.72	0.20	0.22	2114.4	1.29·10 <sup>6</sup> , 1.27·10 <sup>4</sup>	---	0.36	---	6.45·10 <sup>6</sup>	0.91
SAS <sub>2</sub>	0.97	0.73	0.18	0.22	2029.8	1.28·10 <sup>6</sup> , 1.26·10 <sup>4</sup>	---	0.37	---	7.12·10 <sup>6</sup>	0.77

## 5. CONCLUDING REMARKS

A criterion has been proposed for the development of correction factors to be applied to the ordinates of conventional seismic design response spectra when applied to in-plan asymmetric buildings in order to obtain uniform reliability levels.

For the cases studied here, it was observed that the values of the seismic reliability index  $\beta$  were always higher for the symmetric systems than for the asymmetric ones, when plotted in terms of the normalized intensity defined in Eq. 7. The differences increase as the in-plan stiffness and strength asymmetries become more pronounced. However, a more complex trend was shown by the reliability functions when plotted in terms of the ground motion intensity, represented by the ordinate of the linear pseudo-acceleration response spectrum for the fundamental period of the system of interest. As mentioned in Section 4.4, this trend can be partially attributed to the increment in the lateral strength of the asymmetric systems associated with the higher strength requirements for the frames, resulting from the design conditions for torsional moments in both directions.

The formulation of uniform reliability seismic design criteria for asymmetric buildings requires the development of extensive parametric studies, covering significant ranges of several parameters describing the in-plan distribution of mass, lateral strength and lateral stiffness. These parameters may show significant variations along the building height. For the particular cases of buildings with rectangular plan where the in-plan locations of the centers of mass, lateral strength and lateral stiffness remain constant along the building height, attention must be focused on the following parameters, among others:

- a) Shape of response spectra



- b) Fundamental natural periods in two orthogonal directions, eliminating the degrees of freedom of floor rotations with respect to a vertical axis
- c) Fundamental natural period, considering only floor rotations with respect to a vertical axis going through the center of mass of the system
- d) Strength and stiffness eccentricities in each horizontal direction
- e) Relations between torsional and lateral strength in each direction
- f) Relations between torsional and lateral stiffness in each direction

Even for the restricted family of particular cases of systems described above, the number of possible combinations of the relevant parameters is extremely high as to warrant a comprehensive parametric study aiming at presenting uniform-reliability seismic design criteria formulated in terms of conventional linear response models. However, because most of the buildings to be designed are characterized by some in-plan asymmetry, it is recommended to develop additional exploratory studies similar to those presented here, oriented to identifying the most relevant variables that influence their seismic reliability levels and to evaluating the ratios between the spectral ordinates that must be specified for the design of regular and irregular systems, in order to obtain similar seismic reliability levels.

### **ACKNOWLEDGEMENTS**

The authors acknowledge the suggestions from the reviewer, which contributed to improve this article. The first author acknowledges the scholarship granted by the National Council of Science and Technology of Mexico (CONACyT) to pursue a PhD degree in Engineering at the National University of Mexico (UNAM).

### **REFERENCES**

1. Tso WK, Hongshan Y. Additional seismic inelastic deformation caused by structural asymmetry. *Earthquake Engineering and Structural Dynamics* 1990; 19:243-258.
2. Goel RK, Chopra AK. Inelastic seismic response of one-storey, asymmetric-plan systems: effects of stiffness and strength distribution. *Earthquake Engineering and Structural Dynamics* 1990; 19:949-970.
3. Escobar JA, Ayala-Milián AG. Yielding seismic response of code-designed single-storey asymmetric structures. *Earthquake Engineering and Structural Dynamics* 1998; 27:525-541.
4. Picazo Y, Díaz-López O, Esteva L. Confiabilidad sísmica de edificios con excentricidades torsionales de rigidez y resistencia (Seismic reliability of buildings with torsional eccentricities of stiffness and of strength). *Proc. of the XVIII National Conference of Structural Engineering*, Acapulco, Mexico, 2012 (in Spanish).
5. De la Llera JC, Chopra AK. Inelastic behavior of asymmetric multistory buildings. *Journal of the Structural Engineering (ASCE)* 1996; 122:597-606.
6. Garcia O, Islas A, Ayala AG. Effect of in-plan distribution of strength on the non-linear seismic response of torsionally coupled buildings. *Proc. of the 13th World Conference on Earthquake Engineering*, Vancouver, Canada, 2004; Paper no.1891.

7. Marušić D, Fajfar P. On the Inelastic seismic response of asymmetric buildings under bi-axial excitation. *Earthquake Engineering and Structural Dynamics* 2005; 34:943-963.
8. Díaz-López O, Esteva L. Seismic reliability analysis of complex nonlinear systems, using secant-stiffness-reduction indicators. *Proc. First European Conference on Earthquake Engineering and Seismology*, Geneva, Switzerland, 2006; Paper no. 1068.
9. NTCDS-RCDF. Normas Técnicas Complementarias para Diseño por Sismo del Reglamento de Construcciones del Distrito Federal (Complementary Technical Norms for Earthquake Resistant Design, Mexico City Building Code). *Gaceta Oficial del Departamento del Distrito Federal*, 2004 (in Spanish).
10. Alamilla J, Esteva L. Seismic reliability functions for multistory frame and wall-frame systems. *Earthquake Engineering and Structural Dynamics* 2006; 35: 1899-1924.
11. Esteva L, Ismael E. A maximum likelihood approach to system reliability with respect to seismic collapse. *Proc. of the 11th IFIP WG7.5 Working Conference*, Banff, Canada, 2004.
12. Cornell CA. A probability-based structural code. *Journal of the American Concrete Institute* 1969; 66(12):974-985.
13. Carr AJ. *Three-dimensional Inelastic Dynamic Analysis Computer Program Ruaumoko-3D*. University of Canterbury, Christchurch, New Zealand, 2007.
14. Bertero VV, Bresler B, Liao H. Stiffness degradation of reinforced concrete members subjected to cyclic flexural moments. *Report No. EERC 69/12*, University of California, Berkeley, 1969.
15. Bresler B. Design criteria for reinforced columns under axial load and biaxial bending. *Journal of the American Concrete Institute* 1960; Vol.57, No.5; 481-490.
16. Parme AL, Nieves JM, Gouwens A. Capacity of reinforced rectangular columns subject to biaxial bending. *Journal of the American Concrete Institute* 1966; Vol.63, No.9; 911-923.
17. Esteva L, Ismael E. A hybrid method for simulating strong ground motion records. *Proc. First European Conference on Earthquake Engineering and Seismology*, Geneva, Switzerland, 2006; Paper no. 1265.
18. Esteva L. An efficient Montecarlo algorithm for the evaluation of the seismic reliability of complex structural systems with respect to collapse. *Proc. International Conference on Structural Safety and Reliability, ICOSSAR 09*, Osaka, Japan, 2009.
19. Esteva L, Díaz-López O, Ismael-Hernández E. Seismic vulnerability functions of multi-story buildings: estimation and applications. *Structure and Infrastructure Engineering* 2010; 6, 1, 3-16.