

UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO

FACULTAD DE INGENIERÍA

ANÁLISIS ARMÓNICO DE DATOS MAREOGRÁFICOS

T E S I S

QUE PARA OBTENER EL TÍTULO DE:

INGENIERO GEOMÁTICO

P R E S E N T A:

MARIELA PROSPERO DÍAZ

T U T O R:

ING. BARTOLO LARA ANDRADE

2013



DIVISIÓN DE INGENIERÍAS CIVIL Y GEOMÁTICA  
COMITÉ DE TITULACIÓN  
FING/DICyG/SEAC/UTIT/090/11

Señorita  
MARIELA PROSPERO DÍAZ  
Presente

En atención a su solicitud me es grato hacer de su conocimiento el tema que propuso el profesor ING. BARTOLO LARA ANDRADE, que aprobó este Comité, para que lo desarrolle usted como tesis de su examen profesional de INGENIERO GEOMÁTICA.


**"ANÁLISIS ARMÓNICO DE DATOS MAREOGRÁFICOS"**

- INTRODUCCIÓN
- I. DATUM
- II. EL FENÓMENO DE LAS MAREAS
- III. ANÁLISIS DE UNA SERIE DE TIEMPO POR EL MÉTODO DE MÍNIMOS CUADRADOS
- IV. SERVICIO MAREOGRÁFICO NACIONAL
- V. PROCESO DE DATOS
- VI. CONCLUSIONES

Ruego a usted cumplir con la disposición de la Dirección General de la Administración Escolar en el sentido de que se imprima en lugar visible de cada ejemplar de la tesis el Título de ésta.

Asimismo le recuerdo que la Ley de Profesiones estipula que deberá prestar servicio social durante un tiempo mínimo de seis meses como requisito para sustentar Examen Profesional.

Atentamente  
"POR MI RAZA HABLARÁ EL ESPÍRITU"  
Cd. Universitaria a 6 de Septiembre del 2011.  
EL PRESIDENTE

  
M.I. JOSÉ LUIS TRIGOS SUÁREZ

JTS/MTH\*gar.

## Datos del Jurado

<b>Tutor</b> Ing. Bartolo Lara Andrade
<b>Datos del sinodal 1</b> Ing. Marcos Trejo Hernández
<b>Datos del sinodal 2</b> Ing. José Benito Gómez Daza
<b>Datos del sinodal 3</b> Dr. Jorge Zavala Hidalgo
<b>Datos del sinodal 4</b> Ing. Erik Márquez García

***Puedo calcular el movimiento de los cuerpos celestes, pero no la locura de la gente.***

**Isaac Newton.**

## Agradecimientos:

A aquella mujer que ha sido el pilar más importante, mi madre, porque siempre me da lo mejor aun cuando no lo tenga; por esa lucha constante de todos los días.

Al Ing. Bartolo Lara, por aquellas clases que me permitieron ver otra faceta de la carrera, e inspiraron esta tesis.

Al Ing. Marcos, al Ing. Benito, al Dr. Jorge y al Ing. Erik por ser mis sinodales, y por sus observaciones, comentarios y sugerencias a esta tesis.

A aquella fuerza que nos impulsa a ser mejores cada día, gracias por permitirme ser parte de este universo.

# ANÁLISIS ARMÓNICO DE DATOS MAREOGRÁFICOS

## Contenido

ANÁLISIS ARMÓNICO DE DATOS MAREOGRÁFICOS .....	6
INTRODUCCIÓN .....	8
Problema.....	10
Hipótesis .....	10
Objetivo .....	10
1 DATUM.....	11
1.1 Datum Horizontal.....	15
1.2 Datum Vertical .....	18
2 EL FENÓMENO DE LAS MAREAS .....	21
2.1 Fuerza de Gravedad .....	35
2.1.1 Mareas lunares.....	36
2.1.2 Mareas solares .....	39
2.2 Inercia.....	39
2.3 Otras Causas.....	43
3 ANÁLISIS DE UNA SERIE DE TIEMPO POR EL MÉTODO DE MÍNIMOS CUADRADOS .....	46
3.1 Análisis Espectral.....	52
3.2 Análisis Armónico.....	53
3.2.1 Predicción.....	55
4 SERVICIO MAREOGRÁFICO NACIONAL .....	56
5 PROCESO DE DATOS .....	59
6 CONCLUSIONES.....	79
Índice de Imágenes.....	80
Anexo A.....	82
Bibliografía.....	88

## INTRODUCCIÓN

Un Datum Geodésico es un punto al que se le han determinado coordenadas (horizontales o verticales); y sirve de referencia para la propagación de coordenadas. El Geoide es la superficie que representa la forma de la Tierra, no tiene representación matemática por esto se recurre a superficies matemáticas que se aproximen a esta forma. La superficie matemática para la referencia horizontal es el elipsoide de revolución y la superficie teórica para la referencia vertical es el Geoide, un campo constante de gravedad terrestre que coincide aproximadamente con el nivel medio del mar (NMM). La separación entre el Geoide y el elipsoide se conoce como altura geoidal (**N**).

Con los primeros Data, de origen geométrico, era difícil tener un sistema global porque éstos solo se ajustaban a la zona para la que fueron hechos; así se crearon diferentes Data, horizontales y verticales, para una zona específica.

El Datum Norteamericano de 1927 (NAD27), apoyado en el elipsoide de Clarke de 1866, fue utilizado en México con fines cartográficos; se obtuvieron coordenadas horizontales ( $\phi$ ,  $\lambda$ ), de baja precisión por la separación de México con el punto estación Meades Ranch, en el estado de Kansas, E.U.

Durante los años ochentas las agencias geodésicas de Canadá, Estados Unidos y México, unieron esfuerzos a fin de redefinir las Redes Geodésicas Verticales de los tres países, adoptándose el Datum definido por NMM en un punto de la desembocadura del Río San Lorenzo, denominado Datum Vertical Norteamericano de 1988 (NAVD88). El Datum está referido al Geoide (NMM), las alturas obtenidas son llamadas alturas ortométricas (**H**).

Con la llegada de los satélites geodésicos se pudo tener un sistema de referencia geocéntrico de precisión que permitió el uso de un Sistema Cartesiano Tridimensional global, tal es el caso del Sistema Geodésico Mundial (WGS84); a este sistema se refieren las mediciones GPS (Sistema de Posicionamiento Global) a nivel mundial; además de las coordenadas horizontales, se obtiene la altura elipsoidal (**h**) que combinada con la altura geoidal nos da la altura ortométrica, elevación que cuando aparece en mapas, es la elevación del terreno sobre el nivel medio del mar.



Tanto el Datum horizontal como el Datum vertical se hacen necesarios en esta nueva era de globalización. En esta tesis se obtiene el nivel medio del mar, la base del Datum vertical, a partir del análisis armónico de una serie de tiempo de datos mareográficos.

Mucha de la cartografía de México se ha obtenido en diferentes Data, tanto horizontal como vertical, tener una idea de esto es necesario para el manejo de la información, el capítulo uno aborda este tema.

Dado que el mar está en constante movimiento debido a mareas, olas, corrientes, así como muchas otras causas adicionales, el capítulo dos analiza el fenómeno de las mareas; y matemáticamente se explica porque la inercia es la causa de las mareas en el lado opuesto a la Luna (o el Sol), sobre la Tierra.

El capítulo tres desarrolla el análisis de una serie de tiempo por el método de los mínimos cuadrados; método que incluye el análisis espectral para aquellas series que no cuentan con información de los períodos de sus componentes; no es el caso para los datos mareográficos, esta información astronómica es conocida; sin embargo, se incluye el análisis espectral para tener una idea general acerca del análisis de una serie de tiempo.

En el capítulo cuatro se destaca el trabajo del Servicio Mareográfico Nacional, que opera la red de estaciones mareográficas de la República Mexicana desde el año de 1952. Siendo, actualmente, Jefe del Servicio Mareográfico de la UNAM, el Dr. Jorge Zavala Hidalgo, soporte técnico el Ing. Felipe Hernández Maguey, José Antonio Santiago Santiago y Octavio Gómez Ramos, quienes amablemente proporcionaron información para esta tesis.

Los datos analizados y sus resultados son mostrados en el capítulo cinco. Se obtiene la amplitud y la fase de las componentes de marea más importantes, posteriormente se extraen de la serie original, quedando valores que son promediados para obtener nivel medio del mar.

## **Problema**

Obtener el nivel medio del mar de la estación mareográfica ubicada en Acapulco, Guerrero, para determinar un punto de altura cero llamado Datum Vertical.

## **Hipótesis**

Las aguas del mar se ven afectadas principalmente por el fenómeno periódico de las mareas; dichas afectaciones pueden ser eliminadas de la serie temporal de datos mareográficos conociendo su amplitud, fase y velocidad angular de cada uno de los eventos astronómicos generadores de marea, quedando una serie que puede ser promediada para determinar el estado ideal del mar en reposo, llamado nivel medio del mar.

## **Objetivo**

El objetivo de esta Tesis es presentar la manera de obtener el nivel medio del mar (Datum) usando datos de la estación mareográfica ubicada en Acapulco Guerrero. Si bien el trabajo para obtener un Datum con una buena precisión requiere de procesar una gran cantidad de datos y calcular una larga lista de constantes, que no están al alcance de este trabajo, solo se trabaja con unos meses de datos mareográficos y se calcularán las principales componentes de marea. Con esto se pretende dar una idea del proceso para obtener un Datum.

En particular el trabajo consiste en:

1. Crear el programa para el proceso de los datos. Aunque existen varios programas de uso libre, como el T\_TIDE, se desarrollo el programa con el que se procesan los datos, esto con el fin de aplicar los conocimientos de programación adquiridos en el transcurso de la formación licenciatura.
2. Calcular, mediante el análisis armónico por el método de los mínimos cuadrados, las constantes (amplitud y fase) de los componentes principales: lunar y solar; para una serie de cuatro meses de datos mareográficos de la estación en Acapulco, Gro.
3. Predecir los eventos astronómicos: lunar y solar y restarlos a la serie original.
4. Promediar la serie para aproximar el Nivel Medio del Mar.

# 1 DATUM

Un Datum Geodésico es un conjunto de puntos de referencia en la superficie terrestre y un modelo asociado de la forma de la Tierra (elipsoide de referencia o Sistema de Referencia) para definir el sistema de coordenadas geográfico. Los puntos obtienen sus coordenadas sobre el Sistema de Referencia y se consideran las mejores por que se han obtenido del ajuste de una serie de observaciones.

Para definir un origen es necesario establecer una superficie de referencia asociada con un sistema de coordenadas. La superficie más simple utilizada para la representación de Tierra es una esfera, la cual se divide en paralelos a partir del ecuador de 0° a 90° al norte y sur, y en meridianos de 0° a 180°, al este y oeste, a partir de un meridiano cero de referencia (meridiano de Greenwich). Con esta convención se obtienen las coordenadas esféricas, latitud ( $\phi$ ) y longitud ( $\lambda$ ) (Figura 1.1). La longitud es un ángulo que se mide en dirección de la rotación de la Tierra, por lo que se relaciona con el tiempo; y la Latitud, transversal a la Longitud, se relaciona con el ángulo que forma la vertical del lugar con el plano del Ecuador.

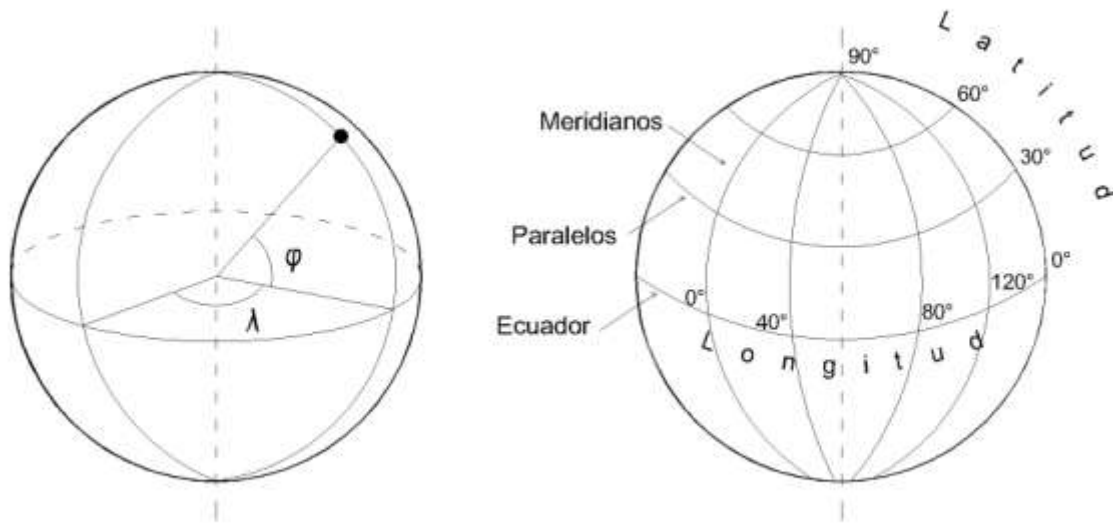


Figura 1.1 Coordenadas esféricas.

El *Geoide* es la superficie que representa la forma de la Tierra. La composición terrestre y la distribución de masas generan campos de gravedad que no son uniformes, generando levantamientos y hundimientos, que al igual que las curvas de nivel jamás se cruzan; por esto se ha elegido a la gravedad para definir la forma de la Tierra. Hay tantos campos de gravedad como valores de esta, se ha elegido el que coincide con el nivel medio del mar (NMM) y continúa por debajo de la masa continental. Esto es el Geoide, además por su carácter físico sirve como referencia para alturas como se verá más adelante.

En cada punto de la Tierra, la línea de la plomada (la vertical del lugar) es perpendicular al Geoide. Tradicionalmente el cálculo de las coordenadas se hace por observación astronómica determinando la inclinación de la vertical en el espacio. Combinando la observación astronómica y la medida del tiempo se determina la longitud: la posición en el primer vertical. También se puede determinar la dirección: un ángulo en el plano del horizonte medido desde la dirección norte. Éstas son las coordenadas astronómicas referidas al Geoide.

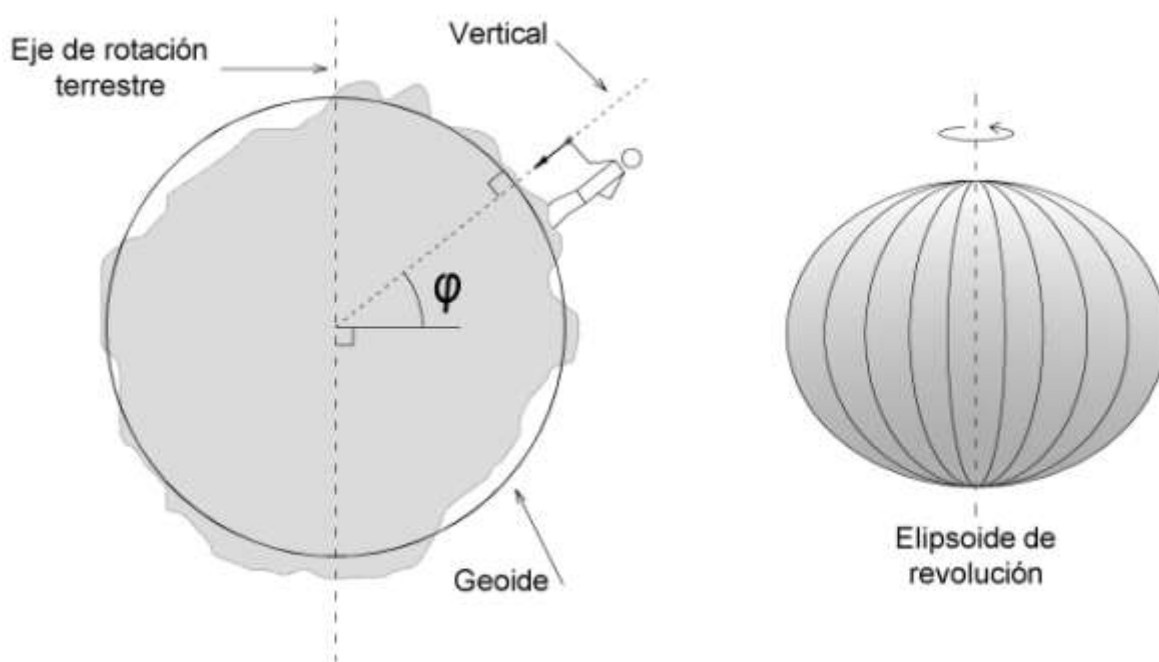


Figura 1.2 La vertical del lugar.

La gravedad y la rotación terrestre son fuerzas que dan forma a la Tierra, la primera crea una esfera, la segunda ensancha la esfera en el ecuador y la achata en los polos, así la forma de la Tierra se asemeja a un elipsoide de revolución con levantamientos y hundimientos. Como el Geoide no tiene representación matemática se recurre a superficies matemáticas para proyectar las coordenadas esféricas o elipsoidales de la Tierra para la elaboración de mapas.

La figura que se utiliza para referir las coordenadas geográficas es el elipsoide de revolución (Figura 1.2). Esto entraña dos problemas previos: el ajuste del tamaño del elipsoide de referencia y su posicionamiento. Dado que el avance tecnológico y las técnicas de medición tienen que ver con la precisión, en un principio se calcularon elipsoides locales que solo servían para representar una parte de la superficie terrestre, su centro coincide con el centro geométrico del elipsoide, nada que ver con el centro de masa de la Tierra. Posteriormente con los avances tecnológicos y la puesta de satélites en órbita se pudieron calcular elipsoides geodésicos, lo que significa que los centros del elipsoide y el centro de la Tierra coinciden. Así los elipsoides geodésicos pudieron extenderse para usos globales por que coincide mejor con la forma de la Tierra. Sin embargo, la vertical del lugar y la vertical al elipsoide no en todos los puntos coinciden por las ondulaciones del Geoide.

Cada elipsoide queda definido por su semieje mayor “a”, semieje menor “b” y el cuadrado de las excentricidades uno o dos. La Tabla 1.1 muestra los valores de los semiejes para los elipsoides utilizados en México.

Excentricidad uno:  $e_1^2 = \frac{a^2 - b^2}{a^2}$

Excentricidad dos:  $e_2^2 = \frac{a^2 - b^2}{b^2}$

Tabla 1.1 Parámetros de elipsoides utilizados en México.

Elipsoide	Semieje mayor [m]	Semieje menor [m]
Clarke 1866	6 378 206.4	6 356 583.8
GRS80 1980	6 378 137	6 356 752.31414
WGS84 1984	6 378 137	6 356 752.31424518

El elipsoide de Clarke de 1866 fue utilizado en México en 1913 en el convenio para uniformar los sistemas geodésicos con los países vecinos de Canadá y los Estados Unidos; sin embargo, comenzaron a presentarse inconsistencias en los productos obtenidos bajo este elipsoide.

Con la llegada de las tecnologías satelitales se pudieron calcular elipsoides geodésicos; entonces la Unión Internacional de Geodésica y Geofísica adoptó y recomendó el Sistema Geodésico de referencia de 1980 (GRS80). México adopta este elipsoide en 1988, con lo que se solucionan las deficiencias de precisión del sistema anterior, además es compatible con los sistemas GPS (Sistemas de Posicionamiento Global) que se apoyan en el elipsoide WGS84 (Sistema Geodésico Mundial 1984), desarrollado por los Estados Unidos de América para el cálculo de las órbitas satelitales; estos dos elipsoides son muy parecidos y se pueden considerar iguales ya que las longitudes geográficas determinadas en cualquiera de ellos resultan idénticas, mientras que para las latitudes la diferencia máxima es de 0.00003 segundos de arco equivalentes a 0.1mm.

En México estos puntos conforman la Red Geodésica Nacional (RGN), definida por las Normas Técnicas para Levantamientos Geodésicos como el “conjunto de puntos situados sobre el terreno, dentro del ámbito del territorio nacional, establecidos físicamente mediante monumentos permanentes, sobre los cuales se han hecho medidas directas y de apoyo de parámetros físicos, que permiten su interconexión y la determinación de su posición y altura geográficas, así como el campo gravimétrico asociado, con relación a un sistema de referencia dado.”

La RGN está compuesta por estaciones geodésicas, horizontales, verticales y gravimétricas establecidas físicamente y distribuidas de forma homogénea en el territorio nacional, sobre las cuales se han hecho mediciones de precisión y de apoyo de parámetros físicos de acuerdo a estándares internacionales, que permiten su interconexión y la determinación de su posición y altura geográfica, así como del campo gravimétrico externo asociado, con relación al sistema de referencia considerado.

## 1.1 Datum Horizontal

Un Datum horizontal es aquel que sirve de base para la propagación de coordenadas horizontales ( $\phi$ ,  $\lambda$ ) sobre la superficie terrestre, es un sistema curvilíneo bidimensional al no incluir la coordenada de elevación. El primer Datum de este tipo utilizado en México fue el Datum Norteamericano de 1927 (NAD27) apoyado en el elipsoide de Clarke de 1866 (Tabla 1.3) de carácter geométrico. El punto Datum es el vértice Meades Ranch ubicado en el estado de Kansas, E. U. Observando la Tabla 1.2, encontramos que la altura geoidal (Véase Datum Vertical) es arbitraria, ya que el valor de cero quiere decir que el elipsoide coincide con el Geoide, tal vez se pretendía un Datum tridimensional, sin embargo, no se hicieron los cálculos necesarios para la determinación de dicha altura.

Bajo este Datum se cartografió el país en escalas de representación básicas como son: 1:50,000, 1:250,000, 1:1, 000,000 y 1:4, 000,000. Con este Datum se inicia la Red Geodésica Nacional (RGN), la cual solo incluía puntos de control horizontal, y comenzaba a tener errores acumulativos debido a la lejanía con el punto Datum; los levantamientos que se apoyaran en estos puntos también presentarían errores, por lo cual no se podía confiar en la información obtenida.

Tabla 1.2 Valores del Datum Norteamericano de 1927 (NAD27).

<b>Semieje mayor</b>	6,378206.4 m
<b>Excentricidad uno</b>	0.00676866
<b>Latitud del origen</b>	39° 13' 26.686"
<b>Longitud del origen</b>	98° 32' 30.506"
<b>Desviación de la vertical</b>	
<b>En el meridiano</b>	-1.02"
<b>En el primer vertical</b>	-1.79"
<b>Altura geoidal en el origen</b>	0.00
<b>Acimut del origen a la estación Waldo, medido desde el sur</b>	75° 28' 09.64"

Aquí se hace la comparación de los siete parámetros requeridos para la descripción de un Datum mostrados en la Tabla 1.2, con los 7 parámetros necesarios para la transformación de un Datum a otro el cual requiere de 7 componentes que son tres coordenadas:  $X_0$   $Y_0$   $Z_0$ , tres rotaciones:  $R_x$   $R_y$   $R_z$  y el factor de escala.

Con el desarrollo de las técnicas geodésicas espaciales los Data tradicionales para posicionamientos geodésicos horizontales, que empleaban para su definición elipsoides no geocéntricos y que se definían de manera regional, fueron reemplazados por las nuevas definiciones de *Sistemas de Referencia*.

El Servicio Internacional de Rotación de la Tierra (IERS) desarrollo el Sistema de Referencia denominado ITRF92 (Sistema de Referencia Terrestre Internacional de 1992, por sus siglas en ingles), apoyado en el elipsoide geodésico GRS80 (Tabla 1.3). El Datum fue definido en forma dinámica y global, consistente con la forma y movimientos de la Tierra. Este varia con el tiempo, por pequeños desplazamientos del centro de masa terrestre, como consecuencia hay movimientos comparativos del elipsoide asociado, lo que hace necesario que la definición del Datum vaya acompañado del año en que se define la solución, esto lo hace valido para una época dada. Por otra parte, también se consideran los desplazamientos de la corteza terrestre (actividad sísmica, deriva continental).

Tabla 1.3 Data utilizados en México.

Datum	Elipsoide de referencia (asociado al Datum)
<b>NAD27</b> Datum Norteamericano de 1927	Clarke 1866
<b>ITRF92</b> Sistema de Referencia terrestre internacional de 1992	GRS80 Sistema Geodésico de referencia de 1980
<b>WGS84</b> Sistema Geodésico mundial de 1984	WGS84 Sistema Geodésico Mundial de 1984

El 1 de enero de 1988, México adopta el Datum ITRF92 época 1988.0, marco de alta precisión acorde con la tecnología GPS (Sistema de Posicionamiento Global). Con esto se ajustan las estaciones de la RGN. Dieciséis años después cambio el marco geodésico a ITRF2000 época 2004.0.

Actualmente la Norma Técnica para el Sistema Geodésico Nacional establece: “Toda Estación Geodésica perteneciente a un levantamiento geodésico horizontal, deberá estar referida al Sistema de Referencia Terrestre Internacional definido por el Servicio Internacional de Rotación Terrestre y de Sistemas de Referencia para el



año 2008, con datos de la época 2010.0, denominado ITRF08 época 2010.0, asociado al elipsoide de referencia definido en el GRS80. Este es el Sistema de Referencia oficial, actualmente para los Estados Unidos Mexicanos.” (INEGI)

También, con la llegada de los satélites se establece la red nacional de estaciones fijas de operación continua, cuya base operativa es el es el GPS, apoyado en el elipsoide de referencia WGS84 (Sistema Geodésico Mundial de 1984), Tabla 1.3. Esta red se conoce como Red Geodésica Nacional Activa (RGNA), Figura 1.3. El objetivo, propagar el Sistema de Referencia Geodésico Horizontal de mayor exactitud, asegurando el cubrimiento nacional de modo que cualquier punto ubicado dentro del territorio mexicano tenga acceso a la información de por lo menos una estación mediante el Posicionamiento Diferencial.



Figura 1.3 Red Geodésica Nacional Activa.

## 1.2 Datum Vertical

Un Datum vertical es una superficie de referencia para elevaciones o profundidades, es una superficie que por convención se le considera de elevación cero. La Geodesia plantea una superficie global que se pueda determinar en cualquier parte de la Tierra, ya sea de manera directa o indirecta, puede tener significado físico o no. La superficie adoptada como el Datum vertical es el **Geoide**, superficie equipotencial, es decir, de gravedad constante; al existir tantos campos de gravedad como valores de gravedad, se ha elegido el campo que coincide aproximadamente con el nivel medio del mar, porque tiene una representación física, así la Geodesia puede proveer un magnifico servicio a otras ciencias de la Tierra que requieren del significado físico del Geoide para muchas diferentes aplicaciones.

La altura referida al Geoide es la altura **ortométrica** ( $H$ ), distancia vertical entre un punto sobre la superficie de la Tierra y la superficie del Geoide (Figura 1.4); se mide a lo largo de la línea de la plomada la cual no es completamente recta, varía dependiendo de las características de la densidad local.



Figura 1.4 Alturas referidas al Geoide y al elipsoide.

El Geoide no existe en la naturaleza, aunque se ha elegido una superficie equipotencial no significa que esté presente físicamente, por lo que simplemente no se puede empezar a medir desde un punto cero tangible porque no existe en la realidad; para ello hay dos soluciones aproximadas a este problema.

La solución directa está relacionada con el tema de esta tesis: la determinación del nivel medio del mar (NMM). Un punto de altura cero (punto sobre el Datum) puede ser aproximado mediante la observación de las variaciones del nivel del mar mediante un mareógrafo. El NMM en un punto se define como la media temporal de las observaciones del nivel del mar para una época específica. Para su determinación precisa se requieren datos mareográficos de al menos 18.62 años (ciclo de Metón); sin embargo para efectos prácticos con un año es suficiente, ya que con este tiempo se considera la variación de la estacionalidad anual.

En la solución indirecta, el cálculo de un punto de altura cero (punto sobre Datum), también puede ser localizado aproximadamente calculando la altura ortométrica, H (Figura 1.4), del punto sobre el terreno. La altura ortométrica se calcula a partir de la siguiente expresión:

$$H = h - N$$

O bien

$$N = h - H$$

donde:

h = es la altura elipsoidal, es obtenida de la posición tridimensional (x, y, z)

N = es la altura geoidal

La altura elipsoidal se obtiene de mediciones sobre el punto por medio del GPS, con bastante precisión. La altura geoidal N para el territorio mexicano, se obtiene del Geoide Gravimétrico Mexicano (GGM), el cual es un modelo digital de alturas geoidales que expresa las diferencias entre el elipsoide geodésico de referencia y la superficie del Geoide. “Los datos de altura geoidal del modelo vigente GGM10 (Tabla 1.4) tienen asociado un nivel de exactitud estimado de 20 cm en términos de error medio cuadrático y están referidos al elipsoide GRS80 con el Sistema de Referencia ITRF08, época 2010.0”, (INEGI).

El Datum vertical se materializa en la Red Geodésica Vertical; integrada por trabajos realizados en distintas etapas. a) Primera Etapa 1950. Levantamientos de precisión efectuados por el Departamento Cartográfico Militar (DCM) de la Secretaría de la Defensa Nacional y por el Servicio Geodésico Interamericano (IAGS

por sus siglas en inglés) de los Estados Unidos de Norteamérica. b) Segunda Etapa 1970. Levantamientos de precisión efectuados por la Universidad Nacional Autónoma de México (Instituto de Geofísica) y el IAGS; apoyó en estos trabajos el DCM. c) Tercera Etapa 1968. A partir de la creación de la Comisión de Estudios del Territorio Nacional (CETENAL), hoy Dirección General de Geografía del Instituto Nacional de Estadística, Geografía e Informática, se continúa con los trabajos de nivelación hasta la fecha; las nivelaciones han sido ligadas a bancos de nivel establecidos en las etapas anteriores y posteriormente han sido ajustados. Durante los años ochenta, las agencias geodésicas de Canadá, Estados Unidos y México, unieron esfuerzos a fin de redefinir las Redes Geodésicas Verticales de los tres países. Adoptándose para ello el dátum definido por nivel medio del mar en un punto de la desembocadura del Río San Lorenzo y denominándolo como Dátum Vertical Norteamericano de 1988 (NAVD88). Actualmente el Sistema de Referencia Geodésico en su vertiente vertical adopta como nivel cero de referencia el determinado por el NAVD88, identificado por la estación geodésica ubicada en el mareógrafo de Rimouski, en Québec, Canadá.

Las estaciones Geodésicas que constituyen la Red Geodésica Vertical, están representadas por mojoneras, monumentos, o partes de estructuras sólidas, con una placa metálica empotrada, que identifica su tipo y ubicación y se encuentran distribuidas en el territorio nacional; relacionadas al nivel de referencia vertical, definido por el NAVD88, con valores de altura expresados en metros en el sistema de Alturas Ortométricas (H) derivado de los números geopotenciales, (INEGI).

**Tabla 1.4 Geoide Gravimétrico Mexicano (GGM10).**

<b>Cobertura</b>	Latitud máxima = 32° 58' 45" Latitud mínima = 14° 01' 15" Longitud máxima = 118° 58' 45" Longitud mínima = 86° 01' 15"
<b>Resolución</b>	2.5' x 2.5' de arco
<b>Error medio cuadrático</b>	20 cm
<b>Marco de referencia</b>	ITRF08, época 2010.0
<b>Elipsoide de referencia</b>	GRS80
<b>Unidades</b>	metros

## 2 EL FENÓMENO DE LAS MAREAS

Sobre la superficie de la Tierra la atracción gravitacional actúa en dirección interna hacia su centro de masa y esto mantiene las aguas del océano confinadas a esta superficie; sin embargo, las fuerzas gravitatorias del Sol y la Luna, y la fuerza centrífuga (Inercia) del sistema Tierra-Luna, actúan externamente sobre las aguas del océano, cambiando su estado de reposo. Estas fuerzas externas son ejercidas como **fuerzas de producción de marea**. La causa principal del cambio del nivel del mar son los movimientos regulares de marea.

El ascenso y descenso del agua se presentan de manera periódica a través del tiempo, el nivel máximo alcanzado por la marea se llama *pleamar* y el nivel mínimo *bajamar*. La diferencia entre la pleamar y la bajamar recibe el nombre de *rango de marea* y el *período* de marea es el tiempo transcurrido entre dos pleamares o dos bajamares (Figura 2.1).

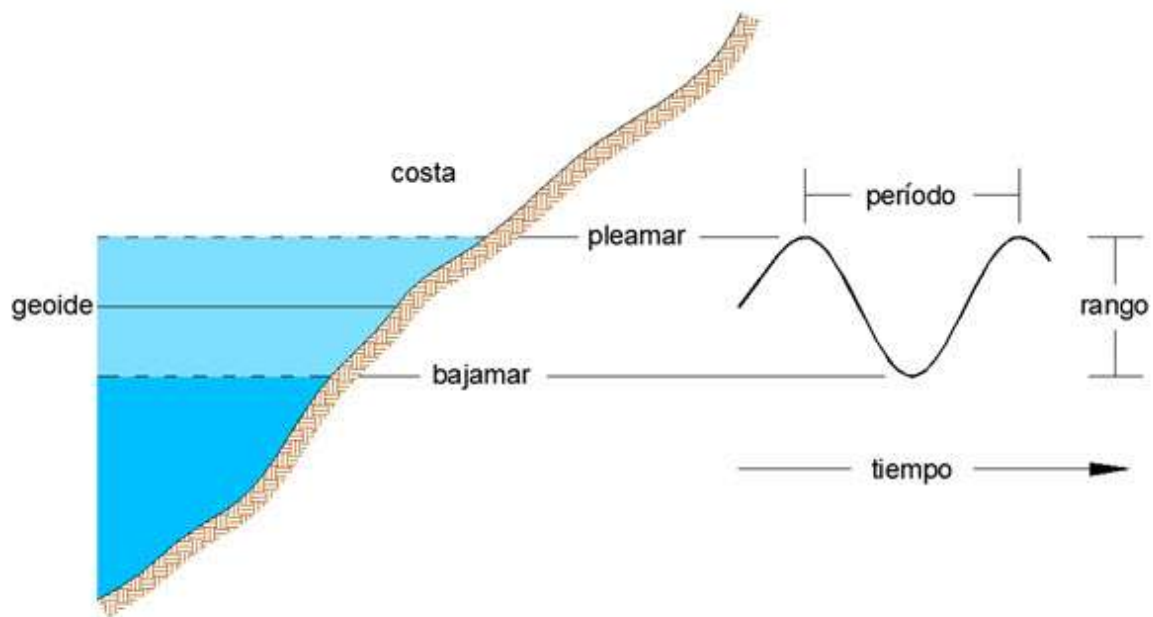


Figura 2.1 La marea y sus características.

Los registros del nivel del mar son obtenidos por diferentes métodos de medición, estos varían desde la simple pero inexacta regla de marea hasta los especializados sistemas satelitales (Tabla 2.1).

El mareógrafo de flotador es el instrumento más empleado para la medición de mareas, el cual que va montado dentro de un cilindro con la base abierta. La entrada de agua por la parte inferior hace que se llene el cilindro hasta el nivel actual del mar. Mediante el flotador se mide el nivel del mar el cual es transmitido a un tambor que recoge la información de forma continua. A la vez se utiliza un reloj para tener una referencia temporal de todas y cada una de las mediciones efectuadas (Figura 2.2). El tubo exterior evita las distorsiones que provocaría el efecto directo de las olas sobre el flotador, este sistema podría ser el mejor, sin embargo, no puede ser montado mar adentro, donde las mareas oceánicas son muy diferentes a las costeras.

Tabla 2.1 Resumen de las características de los métodos comúnmente utilizados para medir el nivel del mar.

Categoría	Tipo	Promedio de Medición	Precisión	Ventajas	desventajas
<b>Directos sobre la superficie</b>	Regla Flotador	A ojo. Tubo tranquilizador	0.02-0.10 m 0.01-0.05 m	Barato; fácil de hacer y mover; robusto.	Tedioso; necesita estructura vertical; alto mantenimiento.
<b>Sensores fijos</b>	Reflexión acústica Reflexión de radar Presión	Múltiples muestras	0.005-0.01 m 0.01 m	Robusto; bajo mantenimiento; bajo costo; no necesita estructura vertical.	Necesita estructura vertical; correcciones de densidad y olas, alto mantenimiento.
<b>Remoto y móvil</b>	Satélite	Ajustes empíricos	0.01 m	Sistema de cobertura global; alta velocidad de datos.	Costoso: uso único especializado, múltiples correcciones; pérdida de datos ante tormentas locales.

Los mareógrafos de presión miden la presión submarina en un punto donde se conoce la densidad del agua y la aceleración de la gravedad. Los mareógrafos acústicos miden el tiempo en el que una señal acústica recorre la distancia vertical entre el emisor y la superficie del mar que la refleja. Los de radar realizan la medición de forma similar al anterior pero utilizando frecuencias de radar.

Los satélites altimétricos determinan la distancia existente entre el satélite y la superficie instantánea del mar. Al conocer cada órbita de cada uno de estos satélites, podemos obtener la superficie media oceánica con una precisión de 5 a 10 cm. A diferencia del uso de los mareógrafos, esta técnica permite obtener datos de toda la superficie oceánica, sin limitarse a unos pocos puntos en la costa. Sin embargo, en las zonas costeras, las mediciones sobre el nivel instantáneo del mar se ven contaminadas por rebotes de la señal en zonas terrestres, por lo que su uso requiere de un trabajo adicional de post-proceso.

Como puede verse ni uno ni otro es el mejor cada uno tiene resumen los métodos utilizados para medir el nivel del mar, la elección dependerá de la precisión, rapidez, precio, cobertura, etcétera.

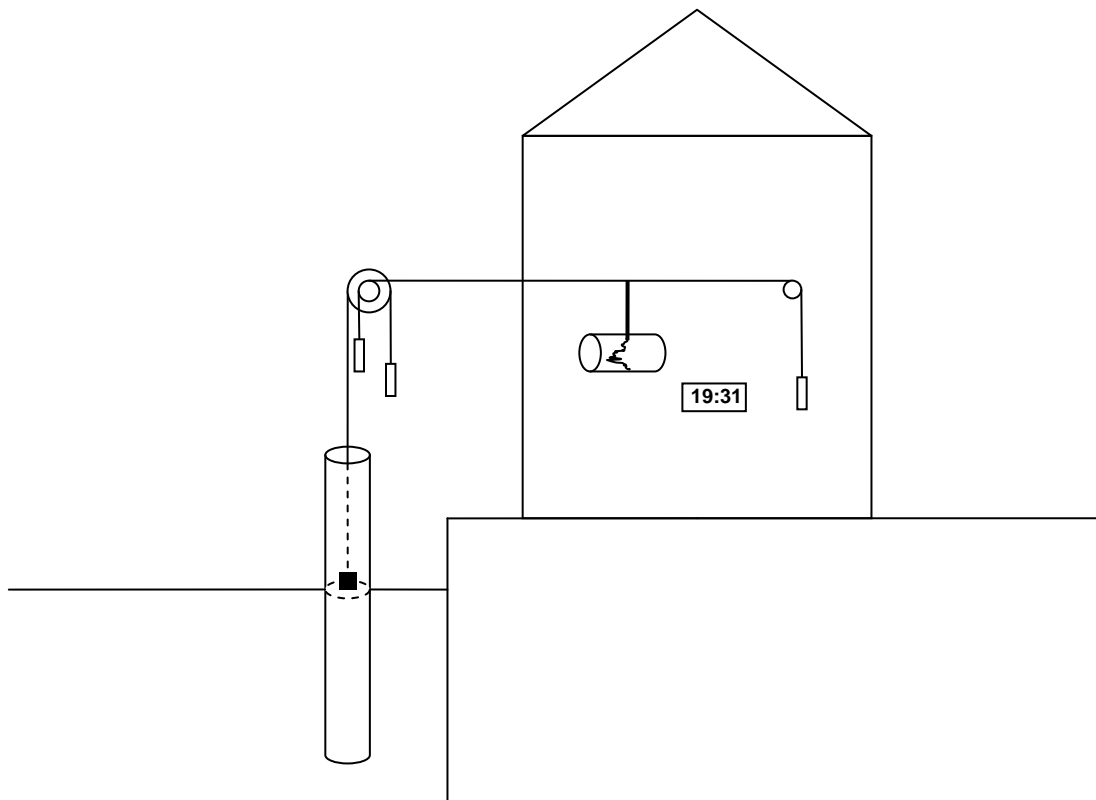


Figura 2.2 Mareógrafo de flotador.

Al graficar, en el tiempo, el nivel instantáneo del mar, se puede observar el comportamiento de las aguas; las gráficas son llamadas mareogramas, y pueden abarcar períodos largos o cortos según lo que se desee observar. En algún momento el nivel del mar comienza a ascender hasta llegar a la pleamar e inmediatamente comienza su descenso hasta la bajamar, volviendo a repetir el ciclo cada determinado tiempo. La Figura 2.3, muestra el ejemplo de un mes de mediciones horarias en la estación mareográfica Acapulco, Guerrero para el año de 1974. Obsérvese que además del ascenso y descenso de período corto (12 horas aproximadamente), hay otro comportamiento en el que se observa que el rango de marea se incrementa hasta un máximo y decrece hasta un mínimo. Esto es solo un ejemplo, veremos más adelante que el comportamiento también depende de la ubicación sobre la superficie terrestre y de la posición respecto al Sol y la Luna, así cada punto tiene mareogramas distintos y son únicos para cada tiempo.

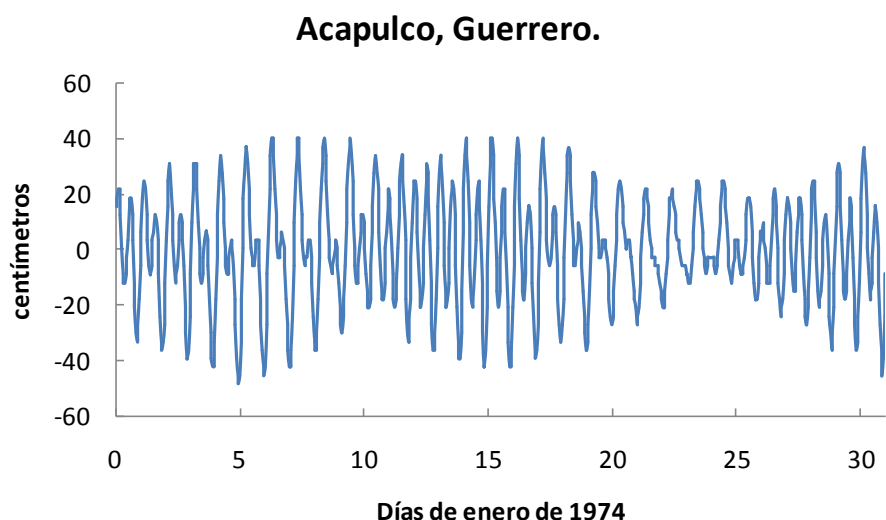


Figura 2.3 Un mes de observaciones del nivel del mar en Acapulco, Guerrero.

El nivel del mar cambia por factores que se extienden sobre una gama amplia de escalas de espacio y tiempo. Dentro de este rango los registros están principalmente dominados dos veces al día por oscilaciones debidas a las mareas, aunque también hay seiches, tsunamis, efectos del tiempo meteorológico (olas) y los ciclos estacionales. El promedio del nivel del mar sobre el que se producen estos cambios es llamado Nivel Medio del Mar (NMM), se define como el nivel de las aguas tranquilas del mar promediado durante un período determinado de



tiempo (meses, años) de tal forma que los efectos provocados periódicamente por mareas y por otras causas frecuentes como las olas queden compensados. Para algunos propósitos se considera el NMM constante, sin embargo, varía un poco de un año a otro, y de forma sustancial durante períodos mucho más largos.

Para la mayoría de los propósitos, es útil considerar el nivel del mar observado como resultado combinado de tres factores principales:

$$\text{Nivel del mar observado} = \text{nivel de marea} + \text{nivel de las olas} + \text{nivel medio del mar}$$

Las dos características principales de cualquier registro del nivel del mar son el *rango de marea* y el *período de marea*. La respuesta de las mareas por fuerzas ejercidas por la Luna y el Sol en océanos y mares son muy complicadas, y el rango de marea varían mucho de un sitio a otro. Sin embargo, en la mayoría de los océanos del mundo, el patrón de marea predominante es similar. Cada ciclo de marea tiene un período de 12 horas 25 minutos aproximadamente, por lo que dos ciclos de mareas se producen en cada paso de la Luna a través de la longitud local (cada 24 horas 50 minutos).

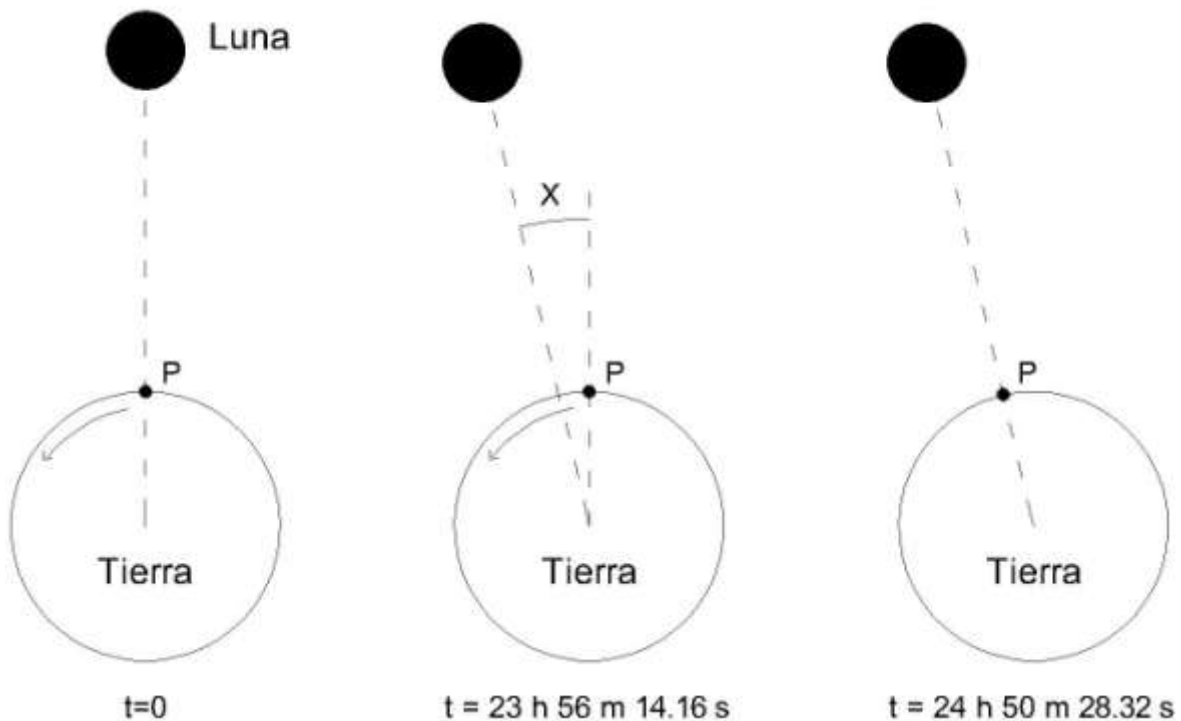


Figura 2.4 Período del día lunar.

Los 50 minutos extra a el día solar es lo que se conoce como retraso de la luna. En la Figura 2.4, un punto  $P$  sobre la superficie terrestre completa una vuelta ( $360^\circ$ ) respecto a las estrellas en 0.99726956633 días (23 horas 56 minutos y 4.09 segundos), casi 4 minutos menor que un día solar; la Luna gira en el mismo sentido que  $P$  alrededor de la Tierra en 27.32166 días (mes sideral). Después de que  $P$  ha dado una vuelta, la Luna se ha desplazado un cierto ángulo  $X_1$ .

$$X_1 = \frac{P_P}{P_L} * 360^\circ \quad (2.1)$$

donde:

$P_P$  = período de rotación del punto  $P$  (0.99726956633 días)

$P_L$  = período de traslación de la luna alrededor del la Tierra (27.32166 días)

Para recorrer el arco  $X_1$  el punto  $P$  necesita un tiempo de:

$$t_1 = P_P * \frac{X}{360^\circ} \quad (2.2)$$

al sustituir ( 2.1 ) en ( 2.2 ) queda:

$$t_1 = \frac{P_P^2}{P_L} \quad (2.3)$$

De nuevo, mientras  $P$  avanza el arco  $X_1$ , la Luna avanza un arco  $X_2$ , por lo que  $P$  necesita un tiempo  $t_2$  para avanzar el siguiente arco (que será más pequeño):

$$t_2 = \frac{P_P^3}{P_L^2} \quad (2.4)$$

El tiempo ( $T$ ) necesario para que el punto  $P$  vuelva a tener encima a la Luna (en el Dominio del Tiempo) se calcula como:

$$T = 1 + t_1 + t_2 + t_3 + \dots \quad (2.5)$$

y en función de los períodos:

$$T = 1 + \frac{P_P^2}{P_L} + \frac{P_P^3}{P_L^2} + \frac{P_P^4}{P_L^3} + \dots \quad (2.6)$$

también:

$$T = 1 + P_P * \sum_{n=1}^{\infty} \frac{P_P^n}{P_L^n} \quad (2.7)$$

Sustituyendo los valores de  $P_P$  y  $P_L$  dados anteriormente y calculando hasta  $n=6$  se obtiene:

$$T = 1.03504998865104 \text{ días}$$

$$T = 24.841199727625 \text{ horas}$$

$$T = 24 \text{ h } 50 \text{ m } 28.32 \text{ s}$$

que es el tiempo que debe transcurrir para que vuelvan a quedar alineados los centros de masa de la Tierra, la Luna y el punto.

El tiempo de alcance también se puede calcular en el Dominio de la Frecuencia como:

$$T = \frac{1}{F_P - F_L} \quad (2.8)$$

basta recordar que:

$$F_P = 1/P_P = 1.002737909$$

$$F_L = 1/P_L = 0.036600997$$

entonces:

$$T = \frac{1}{0.966136912192308}$$

$$T = 1.03504998865104 \text{ días}$$

Al dividir  $T$  entre dos obtenemos 12 horas 25 minutos 14.16 segundos el período de un ciclo de marea.

Debido a que cada ciclo de marea ocupa aproximadamente la mitad de un día se le denomina *semidiurna*. La marea semidiurna tiene un rango que aumenta y disminuye a lo largo de un período de catorce días. Los rangos máximos son llamados *mareas vivas*, se producen uno o dos días después de la luna nueva y luna llena (15 y 29 de marzo de 2002 en la Figura 2.7). Estos tiempos se llaman de sicigia cuando el Sol, la Tierra y la Luna están alineados. Los rangos mínimos llamados *mareas muertas*, se producen poco después de los cuartos crecientes y cuartos menguantes (7 y 22 de marzo en la Figura 2.7). Esta relación entre la amplitud de las mareas y la fase de la Luna es debido a la atracción adicional del Sol (Figura 2.5).

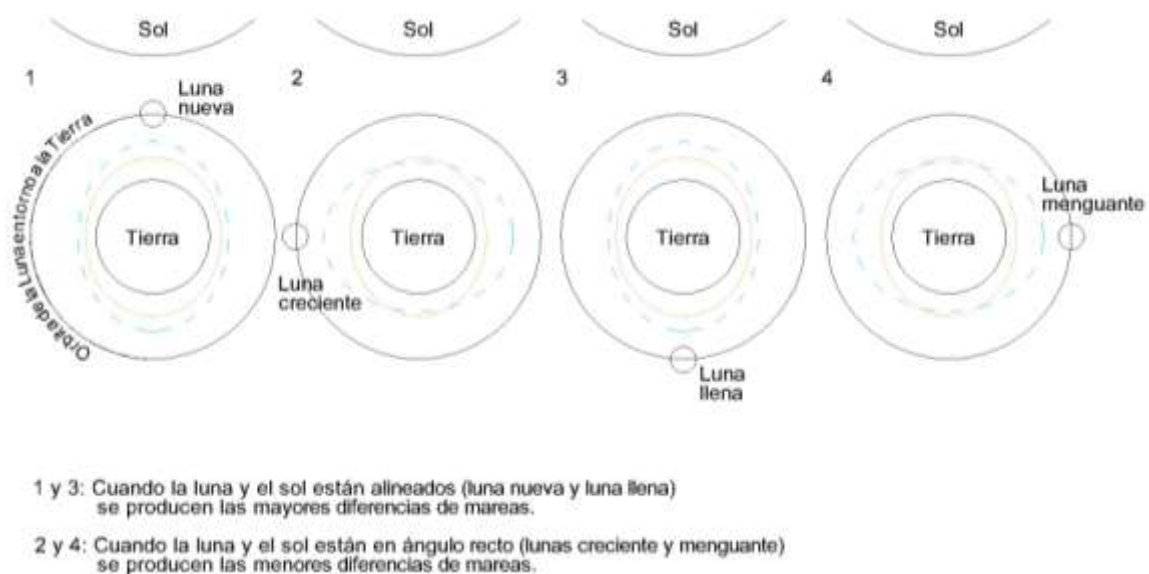


Figura 2.5 Fases de la Luna y su relación con la producción de mareas.

El Sol siempre ilumina la mitad de la Luna excepto en los eclipses lunares donde la Tierra impide esta iluminación; desde la Tierra la Luna presenta diferentes fases resultado de la posición respecto del Sol y la Luna, cuando los tres cuerpos están alineados se observa la mitad de la Luna exactamente (luna llena o luna nueva). La Luna da una vuelta a la Tierra en un mes sideral, para esto la Tierra también ha avanzado en su traslación al Sol por lo que la Luna debe avanzar más de una vuelta para estar en línea con la Tierra y el Sol (Figura 2.6); el tiempo que le toma en alinearse se llama mes sinódico, tiene una duración de 29.53 días, así cada 14.76 días en la Tierra observamos ya sea una luna nueva o luna llena causa de las mareas vivas.

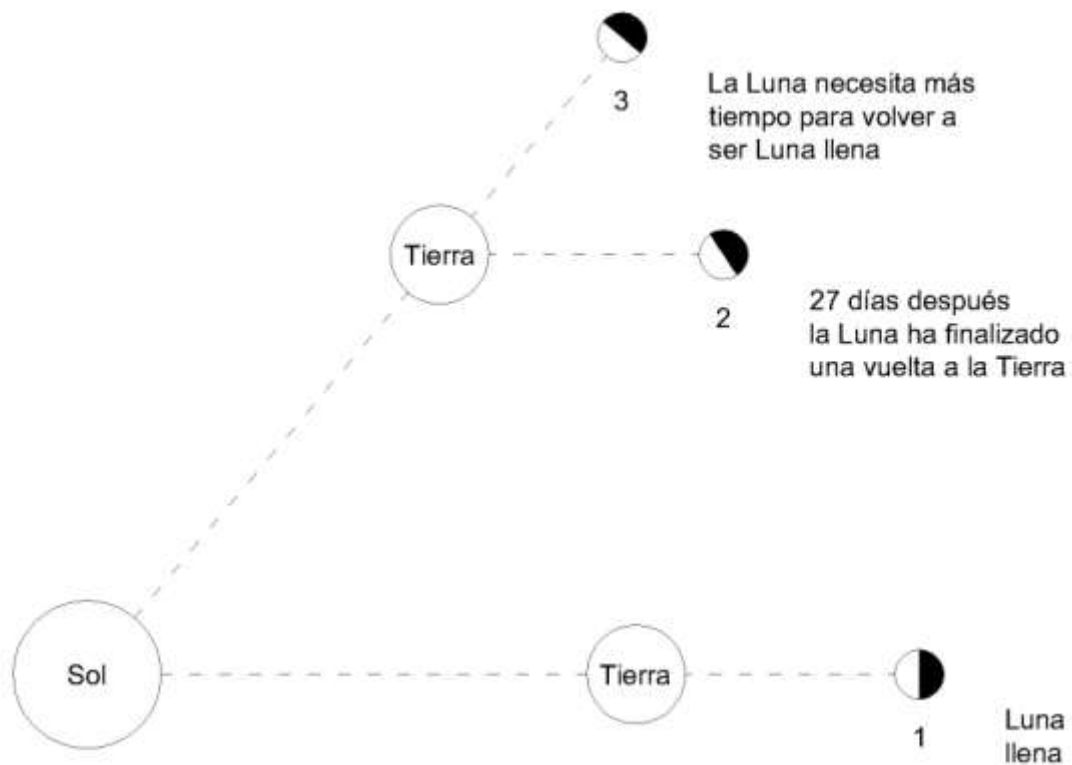


Figura 2.6 Mes sinódico.

En lugares cercanos a los polos, las mareas con un período de un día son llamadas *mareas diurnas*. La mezcla de marea diurna y semidiurna son las *mareas mixtas*. La Figura 2.7 muestra las predicciones de marea para marzo de 2002 en seis lugares alrededor del mundo que tienen patrones diferentes del comportamiento de marea. Karumba presenta mareas diurnas, en San Francisco son mixtas, mientras que en Mombasa y Newlyn las mareas dominantes son semidiurnas. Las mareas semidiurnas en Southampton y Courtown están fuertemente distorsionadas por la influencia de las aguas poco profundas. La Figura 2.8 muestra los cambios simultáneos en la fase de la Luna, la distancia y la declinación, a los que pueden estar relacionados los cambios de mareas. Podemos ver las relaciones entre las mareas y la astronomía mediante la comparación de los detalles de estas dos figuras (Pugh, 2004).

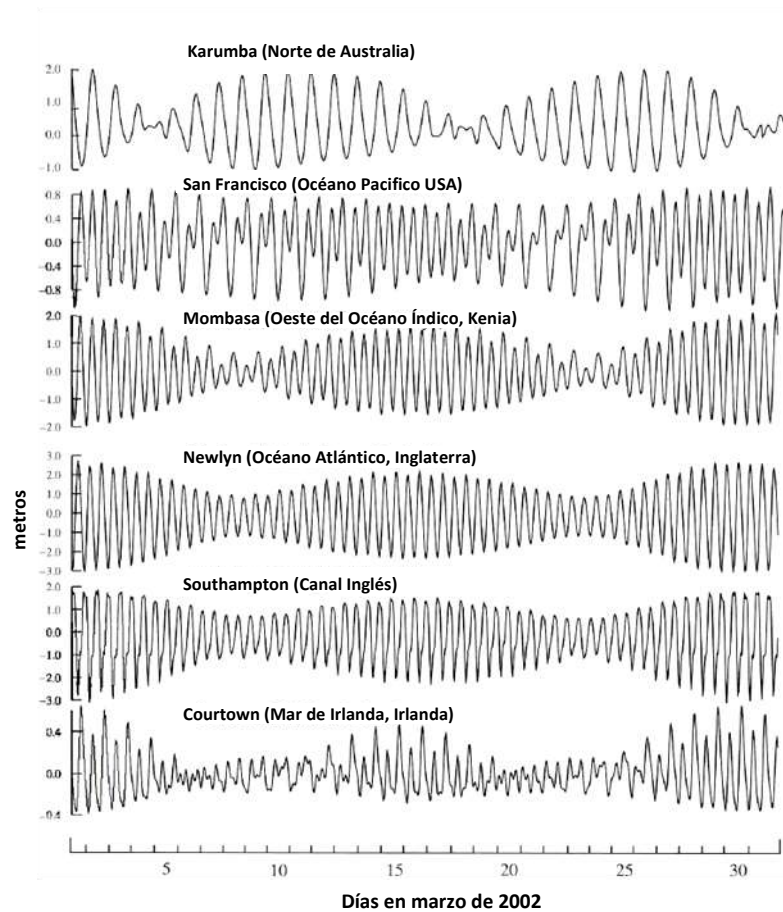
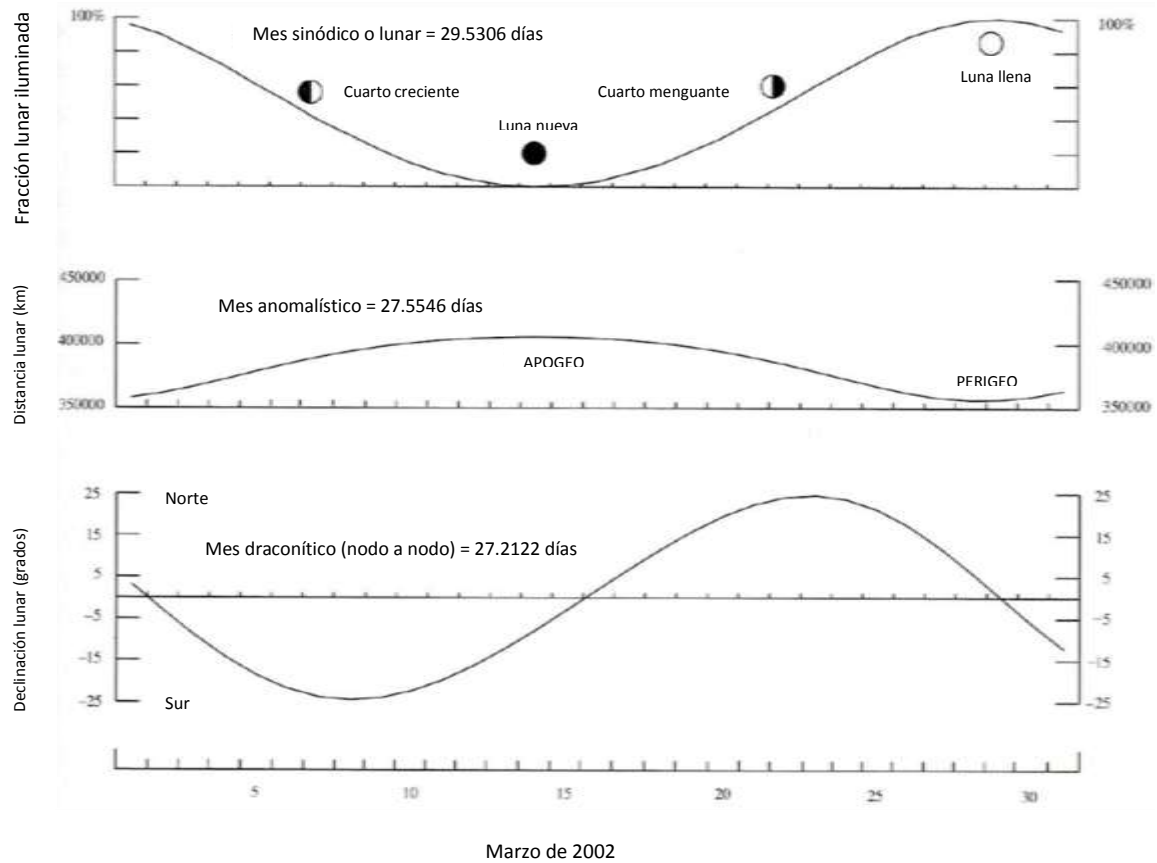


Figura 2.7 Tipos de marea.

La Figura 2.8 muestra también que cuando la Luna está a su distancia máxima de la Tierra (alrededor del 15 marzo de 2002 en este ejemplo), conocido como *apogeo lunar*, la amplitud de las mareas semidiurnas son menores que cuando la Luna está en su punto más cercano (alrededor del 1 y 30 de marzo 2002), conocido como *perigeo lunar*. Esta variación en la distancia de la Luna, del perigeo al apogeo y el siguiente perigeo, se repite cada 27.55 días solares, conocido como mes anomalístico. Se producen rangos grandes de marea semidiurna cuando las mareas vivas (sicigia) coinciden con el perigeo lunar, mientras que los rangos pequeños de marea semidiurna ocurren cuando las mareas muertas (cuadratura) coinciden con el apogeo lunar (Pugh, 2004).



**Figura 2.8** Las características de la luna responsables de los patrones de marea en la Figura 2.7

El eje de rotación de la Tierra se encuentra inclinado  $23.5^\circ$  con respecto a la perpendicular al plano de traslación de la Tierra alrededor del Sol. Esto provoca una declinación máxima del Sol con respecto al ecuador de la Tierra de  $23.5^\circ$  durante los solsticios de verano e invierno en el hemisferio norte, de manera que en un año (365.25 días) el Sol recorre un ángulo de  $47^\circ$ , con lo que el período de este movimiento es de medio año.

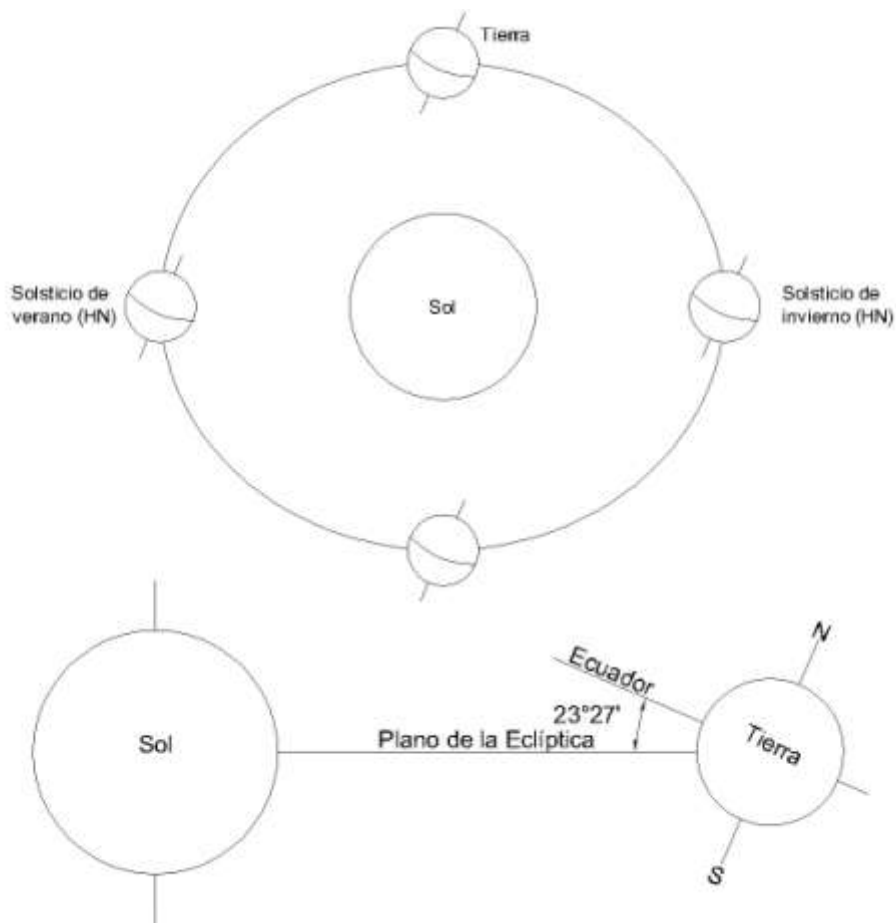


Figura 2.9 Declinación del ecuador de la Tierra respecto al plano de la Eclíptica.

El plano de rotación de la Luna alrededor de la Tierra tiene una inclinación de  $5^{\circ}$  con respecto al plano de traslación de la Tierra alrededor del Sol, de manera que describe un movimiento rotatorio lento alrededor de la Tierra en 18,6 años (o ciclo de Metón). Esto hace que la Luna alcance una máxima declinación de  $23.5^{\circ} + 5^{\circ} = 28.5^{\circ}$ . Así, en un mes la Luna recorre un ángulo de  $57^{\circ}$ . Por el contrario, la Luna alcanza una declinación mínima de  $23.5^{\circ} - 5^{\circ} = 18.5^{\circ}$  al cabo de 9,3 años y entonces el ángulo que recorre en un mes la Luna es de  $37^{\circ}$ . El fenómeno de la declinación lunar puede observarse en la Figura 2.10.



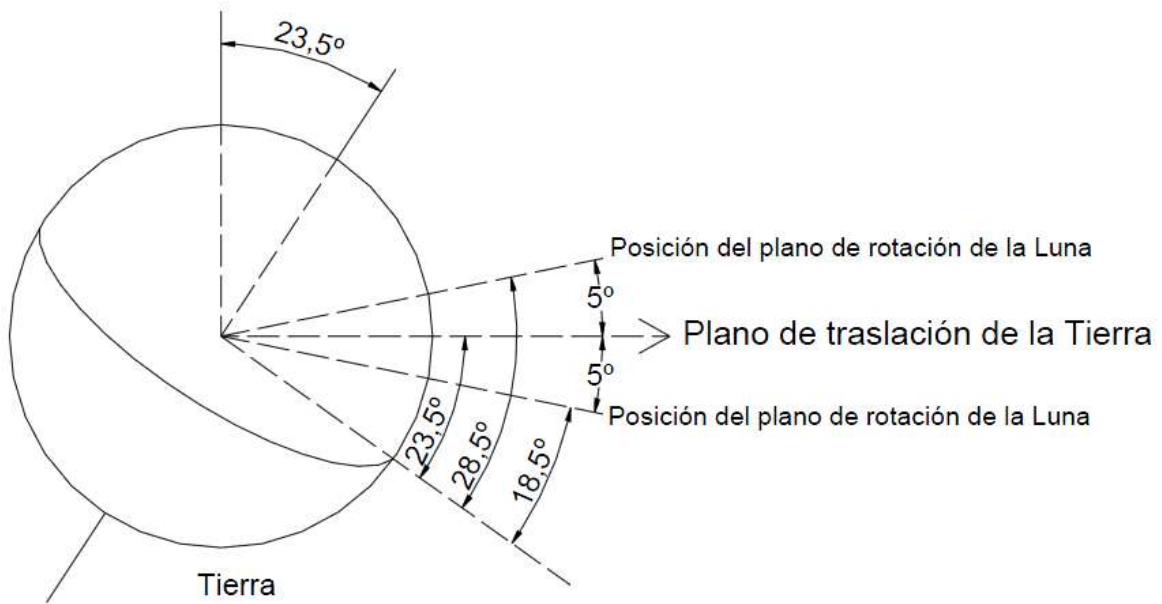


Figura 2.10 Declinación lunar.

Los efectos de la declinación lunar y solar pueden observarse en la Figura 2.11. Un punto  $P$  de la superficie de la Tierra de latitud igual a la declinación existente en ese momento tiene una marea muy alta, a las seis horas tiene una marea baja y 12 horas después presenta una marea alta, sin embargo, no es tan alta como la primera con lo que se pierde la desigualdad semidiurna; los puntos con esta latitud, o parecida, presentan un mareograma como el de la imagen Figura 2.3. Aquellos puntos cercanos al polo pierden las mareas semidiurnas pues como vemos en Figura 2.11 estos puntos pasan por un solo abultamiento de marea al día, con lo que su marea pasa a ser diurna con período, de 24h 50 min y de 24 h para la solar.

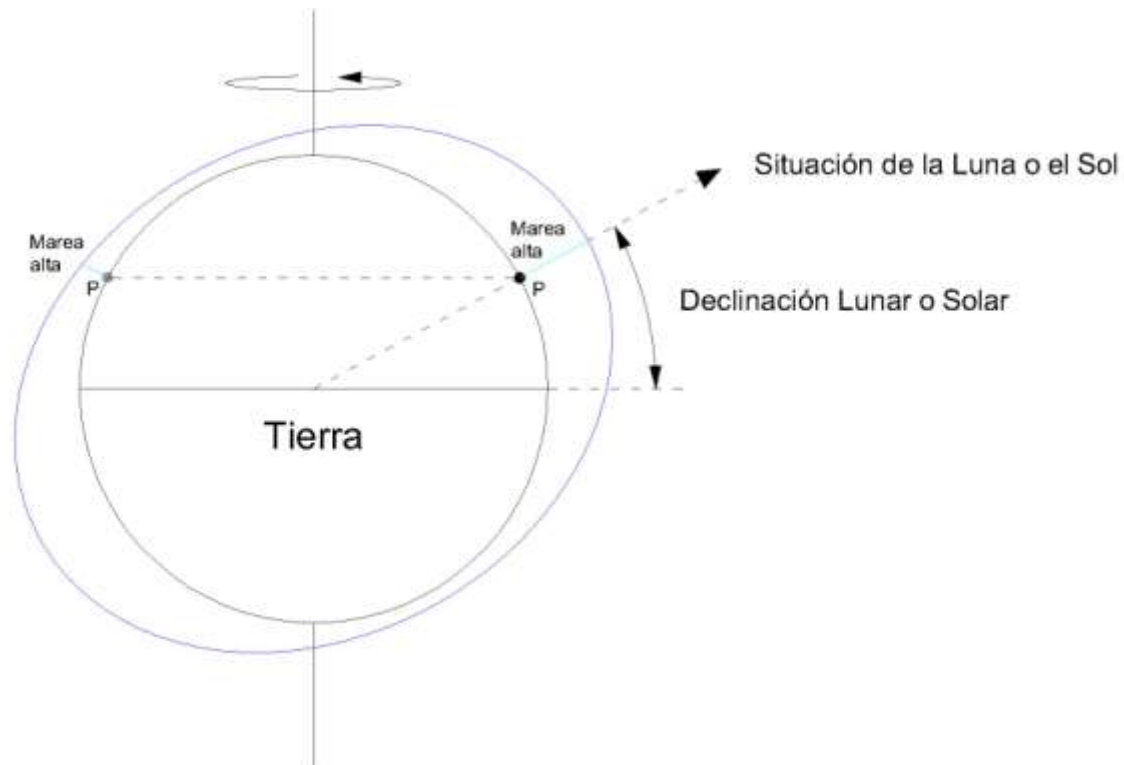


Figura 2.11 Desigualdad semidiurna.

El patrón regular y predecible de las mareas es ligeramente alterada por el tiempo meteorológico, como la presión atmosférica y los vientos que actúan sobre la superficie del mar; estos efectos meteorológicos provocan oleadas que afectan el nivel del mar.

Los elementos esenciales para el entendimiento físico de las mareas son: la ley de Newton de la Atracción Gravitacional, las leyes de Newton del Movimiento, y el principio de conservación de la masa.

La primera Ley del Movimiento dice que un cuerpo en movimiento, el cual para nuestros propósitos puede ser el agua de los océanos, continua en reposo o en movimiento uniformemente acelerado y en línea recta hasta que actúa sobre el otra fuerza, esta ley también es conocida como ley de la Inercia. La Segunda ley, o ley de la Fuerza, relaciona la aceleración, la razón de cambio de la velocidad o momento, con la magnitud de la fuerza aplicada: la aceleración tiene la misma dirección y magnitud de la fuerza aplicada. La Tercera Ley dice que a toda acción ocurre siempre una reacción igual y contraria: o sea, las acciones mutuas de dos cuerpos siempre son iguales y dirigidas en sentido opuesto.

## 2.1 Fuerza de Gravedad

La fuerza de gravedad origina la aceleración que experimenta un objeto en las cercanías de un objeto astronómico, como ésta siempre es atractiva los planetas describen trayectorias elípticas alrededor del objeto. Por efecto de la gravedad tenemos la sensación de peso. Si estamos situados en las proximidades de un planeta, experimentamos una aceleración dirigida hacia la zona central de dicho planeta, si no estamos sometidos al efecto de otras fuerzas. En la superficie de la Tierra, la aceleración originada por la gravedad es  $9.81 \text{ m/s}^2$ , aproximadamente.

La ley de la Atracción Gravitacional establece que dos partículas de masas  $m_1$  y  $m_2$ , separadas por una distancia “ $r$ ” se atraen mutuamente por una fuerza:

$$F = G \frac{m_1 m_2}{r^2} \quad (2.9)$$

donde  $G$  es la constante de gravitación universal. Las masas de cada una de las partículas se consideran concentradas en un punto. Para una esfera este punto es el centro.

Tabla 2.2 Las constantes básicas astronómicas del sistema Luna-Tierra-Sol, que controla las fuerzas de marea y amplitudes.

### La Luna

Masa	$m_L$	$7.35 \times 10^{22}$	kg
Radio medio		1 738	km
Distancia media a la Tierra	$r_L$	384 400	Km
		60.3	radios terrestres

### La Tierra

Masa	$m_T$	$5.97 \times 10^{24}$	Kg
		81.3	masas lunares
Radio ecuatorial	$a$	6 378	km
Distancia media al Sol	$r_s$	149 600 000	Km
		23 460	radios terrestres

Distancia media del centro de la Tierra  
al centro de masas Tierra-Luna

467 1 km

### El sol

Masa	$m_S$	$1.99 \times 10^{30}$	Kg
		332 946	masas terrestres
Radio		696 000	km

### 2.1.1 Mareas lunares

Considerando el sistema Tierra-Luna, sin tomar en cuenta las rotaciones de los cuerpos sobre sus propios ejes. Los dos cuerpos giran alrededor de su centro común de masa con un período llamado *período sideral*. El período sideral del sistema Tierra-Luna es de 27.32 días, que se define como un mes sideral. El centro de masa de los dos cuerpos está sobre una línea entre ellos, para dos cuerpos de masas iguales este se encuentra a la mitad. Para el sistema Tierra-Luna el centro de masa se encuentra dentro de la Tierra, porque la Tierra es 81 veces más grande que la Luna. La aceleración necesaria de cada masa para girar alrededor de este centro es producida por su mutua atracción gravitatoria.

La fuerza necesaria para dar a cada partícula de la Tierra la aceleración para realizar esta revolución es la misma que la fuerza de la partícula en el centro de la Tierra: para cada partícula la fuerza de la gravedad proporciona esta aceleración necesaria. Para aquellas partículas más cerca de la Luna que del centro de la partícula, la atracción gravitacional es más fuerte que la necesaria para mantener en órbita. Para aquellas más alejadas las fuerzas son más débiles. Las diferencias entre las fuerzas necesarias para mantener la órbita de la partícula, y las fuerzas atractivas gravitacionales, generan las mareas en la superficie de la Tierra.

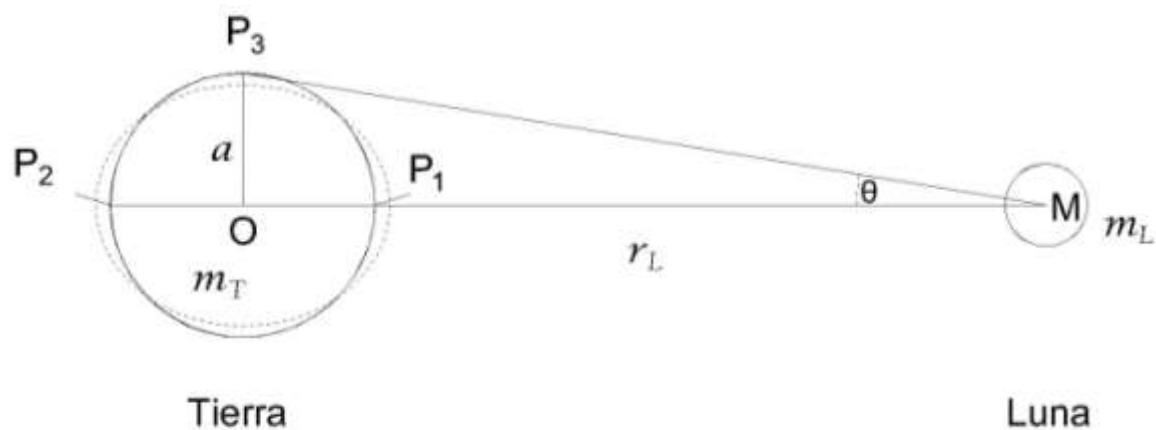


Figura 2.12 Las posiciones en el sistema Tierra-Luna que se utilizan para calcular las fuerzas de marea.

Consideremos una partícula de masa  $m$  situado en  $P_1$  en la Figura 2.12, sobre la superficie de la Tierra. Los centros de la Tierra y la Luna están separados por una distancia  $r_L$  y el radio de la Tierra es  $a$ . De la ecuación ( 2.9 ) la fuerza hacia la Luna es la siguiente:

$$G \frac{mm_L}{r_L - a}^2$$

Mientras que la fuerza necesaria para su rotación es la misma que para una partícula en el centro de masa de la Tierra,  $O$ :

$$G \frac{mm_L}{r_L^2}$$

La diferencia entre ellas es la fuerza que produce las mareas en  $P_1$ :

$$Gmm_1 \left[ \frac{1}{r_L - a}^2 - \frac{1}{r_L^2} \right] = \frac{Gmm_L}{r_L^2} \left[ \frac{1}{1 - a/r_L}^2 - 1 \right]$$

El primer término dentro de los corchetes se puede ampliar mediante la aproximación matemática:

$$1 - \beta^2 \approx 1 + 2\beta, \quad \text{para } \beta \text{ pequeñas}$$

Para nosotros  $\beta$  es  $a/r_L \approx 1/60$  por lo que los términos en los corchetes cuadrados se reducen a  $2a/r_L$ , para dar una fuerza neta hacia la Luna de:

$$\text{Fuerza de marea en } P_1 = \frac{2Gmm_L a}{r_L^3} \quad (2.10)$$

Para una partícula en  $P_2$ , la atracción gravitacional es demasiado débil para suministrar la aceleración necesaria hacia el centro de la masa (véase Inercia para una mejor explicación). Como resultado, hay una fuerza neta lejos de la Luna:

$$-\frac{2Gmm_L a}{r_L^3}$$

La fuerza neta en  $P_3$  está dirigida hacia el centro de la Tierra. Para  $r_L \gg a$ , la fuerza a lo largo  $P_3M$  es:

$$\frac{Gmm_L}{r_L^2}$$

Hay una pequeña componente de esta fuerza en dirección hacia  $O$  que está dada por:

$$\frac{Gmm_L}{r_L^2} \sin \theta \quad (2.11)$$

La fuerza de esta componente se halla haciendo uso de la aproximación:  $\sin \theta = \theta$  para valores pequeños de  $\theta$ . En nuestro caso  $\theta = a / r_L \approx 1 / 60$ . Por lo tanto la fuerza de la marea en  $P_3$  es verticalmente hacia el centro de la Tierra:

$$\frac{Gmm_L a}{r_L^3}$$

El efecto neto es que las partículas tanto en  $P_1$  y  $P_2$  son desplazados lejos del centro de la Tierra, mientras que las partículas en  $P_3$  se desplazan hacia el centro. Lo que en una Tierra cubierta por una capa de agua resulta en una forma de equilibrio (suponiendo condiciones estáticas), ligeramente alargada a lo largo del eje entre los centros de la Luna y la Tierra y aplanada por los polos. La curva de puntos en la Figura 2.12 muestra este ajuste.

La Figura 2.12 muestra las fuerzas de la Luna o el Sol en el ecuador. Sin embargo, si consideramos ahora la Figura 2.12 para mostrar una sección ecuatorial de la Tierra (es decir, ahora estamos mirando hacia abajo sobre uno de los polos), podemos introducir la rotación de la Tierra sobre su propio eje (rotación alrededor de un eje perpendicular a la página, a través de  $O$ ), mientras que la protuberancia de equilibrio doble permanece fija. Cada punto de la circunferencia pasará a través de dos niveles máximos y dos niveles mínimos debido a la rotación diaria. Esta rotación da lugar a las dos mareas observadas al día, las mareas semidiurnas.

Estos argumentos simples han demostrado que las fuerzas que producen las mareas dependen del radio finito de la Tierra  $a$ , la masa de la Luna  $m_L$ , y el inverso del cubo de la distancia lunar  $r_L$ .

Podemos simplificar la ecuación ( 2.11 ) mediante la sustitución de la inconveniente constante de gravitación universal  $G$  por más parámetros accesibles. La fuerza gravitacional vertical sobre una partícula de masa  $m$  sobre la superficie debido a su atracción hacia el centro de masa de la Tierra está dado por la ecuación ( 2.9 ):

$$mg = \frac{Gmm_T}{a^2} \quad (2.12)$$

donde  $g$  es la aceleración gravitacional local. Así que la fuerza de las mareas en  $P_1$  puede ser escrita como:

$$2mg \frac{m_L}{m_T} \frac{a}{r_L}^3 \quad (2.13)$$

De los valores en la Tabla 2.2, esta aceleración es aproximadamente:

$$2g \frac{1}{81.3} \frac{1}{60.3}^3 = 11.2 \times 10^{-8} g$$

así que los valores de  $g$  reducen levemente en  $P_1$  y  $P_2$ . Una persona que pese 100 kg pesaría 11.2 mg menos al que pasar a través de estas posiciones.

### 2.1.2 Mareas solares

Las fuerzas de marea debidas al Sol son calculadas de la misma forma que se calculan las fuerzas de marea debidas a la Luna, remplazando  $m_L$  y  $r_L$  por  $m_S$  y  $r_S$  en la ecuación ( 2.13 ). Usando los valores de la Tabla 2.2, la aceleración es:

$$2g \frac{332946}{23460} \frac{1}{460}^3 = 5.2 \times 10^{-8} g$$

Las fuerzas de marea solares tienen un factor de 0.46 más débil que las fuerzas de las mareas lunares porque la masa solar mucho mayor es compensada por su distancia mayor a la Tierra.

## 2.2 Inercia

La fuerza de gravedad origina los movimientos a gran escala que se observan en el Universo: la órbita de la Luna alrededor de la Tierra, las órbitas de los planetas alrededor del Sol, etcétera. Es la causa principal de la generación de mareas, aunque no la única. Otra causa que parece confusa es la Inercia descrita en la primera Ley de Newton o Ley de la Inercia. Se ha explicado en el tema anterior la marea generada por la Luna en el lado sublunar, sin embargo, en el lado antilunar

también hay marea y, no es porque allí este menos presionada por la fuerza gravitatoria si no que es una combinación de la acción de esta fuerza y la centrífuga del sistema en rotación Tierra-Luna; otra vez está presente la fuerza gravitatoria que hace girar al sistema generando la fuerza centrífuga que ocasionara la marea.

El sistema Tierra-Luna gira respecto a un centro común de masas (baricentro), el cual se encuentra sobre la línea que une los centros de los cuerpos, este punto se encuentra más cerca de la Tierra para compensar la diferencia de tamaño con la Luna; solo en el caso de que fueran del mismo tamaño, el baricentro estaría a la mitad entre los dos cuerpos, es como poner dos cuerpos en una balanza, si son iguales en tamaño los cuerpos se mantienen a nivel, si son diferentes ¿de dónde debo sujetar la balanza? para seguir manteniendo a nivel los cuerpos. Ese punto es el baricentro del sistema o centro de masas (CM) en la Figura 2.13.

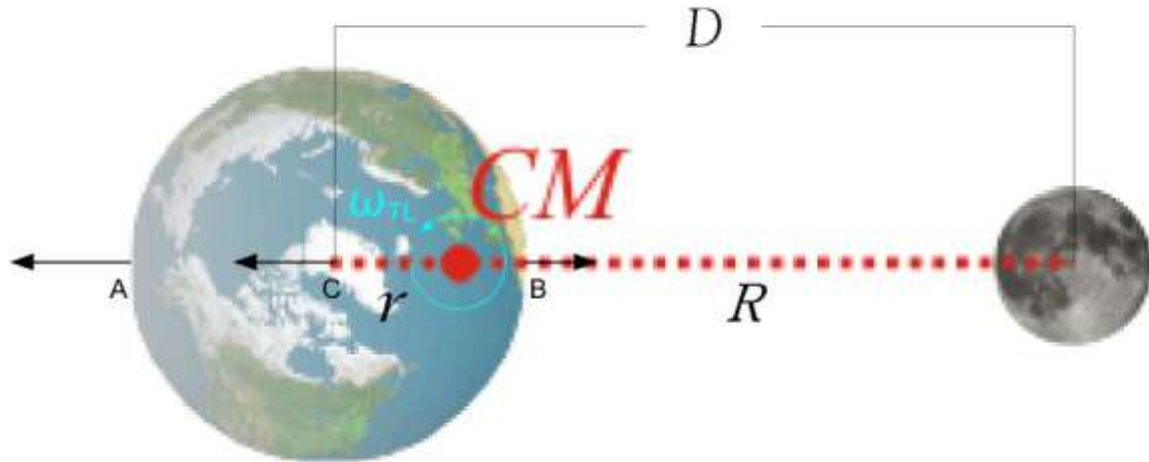


Figura 2.13 Centro de masas y velocidad angular del sistema Tierra-Luna.

De la Figura 2.13 se obtiene la siguiente ecuación para calcular la posición del CM del sistema Tierra-Luna:



$$m_T r = m_L R$$

de donde  $r$  y  $R$  son las distancias del centro de los cuerpos al centro de masas.  $D$  es la distancia Tierra-Luna, por lo que el lado derecho de la ecuación queda:

$$m_L D - r = m_L D - m_L r$$

igualando con el lado izquierdo de la ecuación:

$$\begin{aligned} m_T r &= m_L D - m_L r \\ m_T r + m_L r &= m_L D \\ r &= \frac{m_L D}{m_T + m_L} \end{aligned}$$

de los valores en la Tabla 2.2 la distancia  $r$  es:

$$r = 4,670.658 \text{ km}$$

$r$  es la distancia del centro de la Tierra al baricentro. El radio terrestre es de 6,370 km, por lo tanto:

$$r < R_T$$

como se había predicho, el baricentro se encuentra dentro de los límites de la Tierra.

El mes sideral (estrella fija a estrella fija) de 27.32166 días (2012 pág. 100) es el período del sistema Tierra-Luna. Un día del tiempo sideral medio tiene 23 horas 56 minutos 04.09 segundos, convertido a segundos para calcular la velocidad angular ( $\omega$ ) del sistema:

$$\omega_{TL} = \frac{2\pi}{27.321 \times 86164.1} = 2.669 \times 10^{-6} \frac{\text{rad}}{\text{seg}}$$

cada punto del sistema gira  $0^\circ 0' 0.55''$  por cada segundo respecto al baricentro (Figura 2.13).

Cada partícula del sistema experimenta una fuerza hacia el centro de rotación (Figura 2.14), y hace que la partícula cambie su dirección describiendo una trayectoria circular, sin ella se movería en línea recta a velocidad constante (ley de la Inercia), esta es llamada fuerza centrípeta ( $F_{cf}$ ), proporcionada por la fuerza gravitacional para el sistema Tierra-Luna, a esta se opone (por la ley de acción y

reacción) la fuerza centrífuga( $F_{cf}$ ); algunos autores insisten en llamarla ficticia pues un observador inercial detecta que el cuerpo describe una trayectoria circular gracias a la fuerza centrípeta. Si el observador se encontrara girando en el lugar de la partícula experimenta una fuerza que lo jala hacia afuera de la trayectoria ( $F_{cf}$ ). La fuerza centrífuga o aceleración centrífuga ( $\alpha$ ) asociada a una partícula de masa  $m$  en un sistema de referencia en rotación con una velocidad angular  $\omega$  y en una posición  $r$  respecto del eje de rotación se expresa:

$$\alpha = \omega^2 r$$

El término de aceleración centrífuga no depende de la velocidad de la partícula. Uno de sus efectos más conocidos es provocar una variación de la aceleración de la gravedad  $g$  medida desde puntos de la Tierra que se encuentran a distinta latitud.

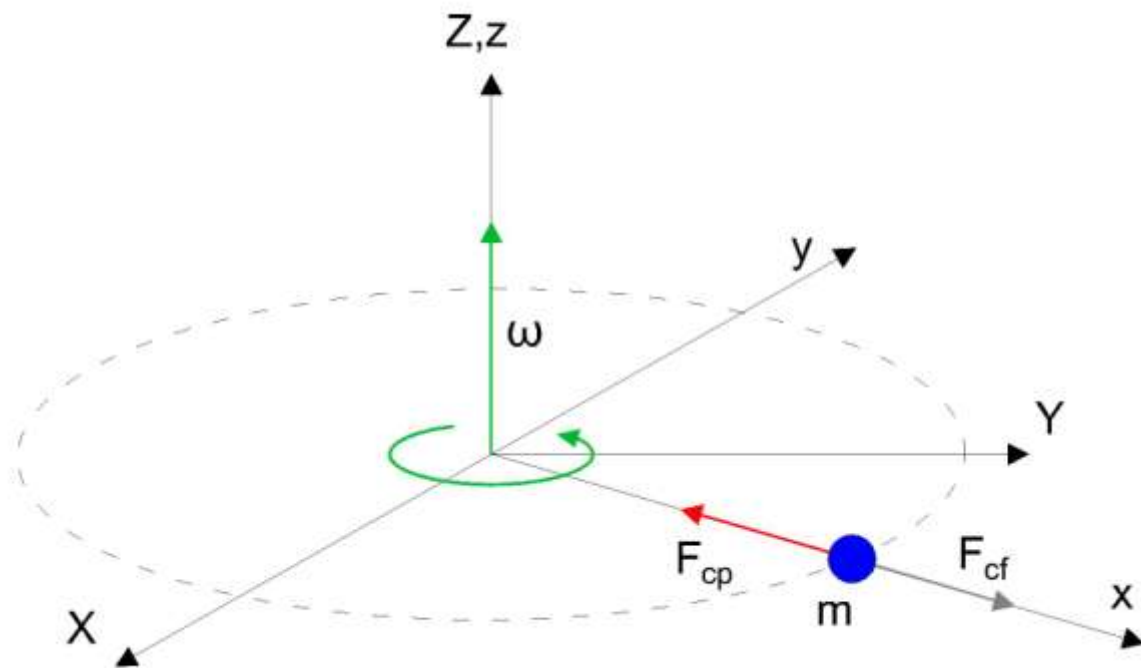


Figura 2.14 Fuerza centrípeta y fuerza centrífuga.

Para calcular la fuerza centrífuga de los puntos  $A$ ,  $B$  y  $C$  de la Figura 2.13 necesitamos las distancias al baricentro

$$r_A = R_T + r = 6370000 + 4670658 = 11040658$$

$$r_B = R_T - r = 6370000 - 4670658 = 1699342$$

$$r_C = r = 4670658 = 4670658$$

en cada punto la aceleración centrífuga es:

$$\alpha_A = 7.8649 \times 10^{-5}$$

$$\alpha_B = 1.2105 \times 10^{-5}$$

$$\alpha_C = 3.3272 \times 10^{-5}$$

Con respecto al centro C

$$\alpha_A - \alpha_C = 7.8649 - 3.3272 \times 10^{-5} = 4.5377 \times 10^{-5}$$

$$\alpha_B - -\alpha_C = 1.2105 - 3.3272 \times 10^{-5} = 4.5377 \times 10^{-5}$$

$$\alpha_A = 4.5377 \times 10^{-5}$$

$$\alpha_B = 4.5377 \times 10^{-5}$$

se observa que la misma aceleración en los puntos extremos de la Tierra que están en línea con la Luna, esto es lo que provoca las mareas semidiurnas, de otra manera solo habría una pleamar una vez al día, si no girara el sistema Tierra-Luna respecto al baricentro.

### 2.3 Otras Causas

Otras causas que afectan las mareas que hacen imposible su predicción exacta son el tiempo meteorológico y la profundidad de las aguas locales. Las perturbaciones meteorológicas son mayores en invierno, y tienen mayor efecto cuando actúan en los mares poco profundos. El nivel total puede dar lugar a inundaciones costeras graves cuando tormentas de gran intensidad coinciden con la pleamar de las mareas, actuando sobre zonas de aguas poco profundas producen altos niveles del mar. Hay otros dos factores que pueden afectar el nivel del mar, estos son las oscilaciones de resonancia local, llamados seiches, y las olas causadas por sismos registrados bajos la superficie acuática, llamados tsunamis. Seiches y tsunamis son también influenciados fuertemente por la profundidad del agua local y la forma de la costa en la cual hace impacto.

La presión atmosférica tiene un efecto inverso, cuando el nivel en un barómetro de mercurio se incrementa, los niveles del mar disminuyen y viceversa. Esta relación inversa entre el nivel del mar y la presión atmosférica se puede modelar teóricamente. Supongamos que el mar ha alcanzado una condición de equilibrio en respuesta a un campo de presión atmosférica aplicado de manera que no hay corrientes. Entonces, el nivel horizontal en la profundidad del mar será igual a:

$$P_A + \rho g \zeta = \text{constante}$$

Donde  $P_A$  es la presión atmosférica,  $\rho$  es la densidad del agua,  $g$  es la aceleración gravitacional y  $\zeta$  es el nivel del mar; esto aplica a todos los lugares, a cualquier nivel horizontal elegido en el mar.

Para las variaciones locales de la presión atmosférica  $\Delta P_A$  sobre la presión atmosférica media sobre los océanos, el nivel de la superficie del mar cambiará en relación con el nivel medio del mar de acuerdo con:

$$\Delta \zeta = -\frac{\Delta P_A}{\rho g}$$

Dando valores de densidad de agua de mar  $\rho = 1026 \text{kgm}^{-3}$  y  $g = 9.80 \text{ms}^{-2}$

$$\Delta \zeta = -0.993 \Delta P_A$$

Donde  $\zeta$  esta en centímetros y  $\Delta P_A$  está en milibares. Por lo tanto, un incremento en la presión atmosférica de un milibar podría producir un descenso teórico en el nivel del mar de un centímetro. Durante un año típico adicionales presiones atmosféricas tropicales pueden variar entre los valores de  $980 \text{mb}$  y  $1030 \text{mb}$ . En comparación con una atmósfera estándar de  $1013 \text{mb}$ , esto implica una serie de niveles del mar debido a los cambios de presión de aire de entre  $+0.33 \text{m}$  y  $-0.17 \text{m}$ . Todo esto en condiciones especiales ya que en regiones tropicales las presiones atmosféricas tienen una gama mucho más pequeña.

El arrastre del viento sobre la superficie del mar mueve el agua cambiando los niveles del mar. Los mayores efectos se observan cuando los vientos fuertes soplan sobre el agua poco profunda. Sin embargo, debido a la rotación de la Tierra, algunas de las explicaciones intuitivas simples resultan ser más complicadas en la práctica.

Los gráficos de mareas, en particular los de las islas oceánicas y los lugares vinculados a los océanos por una estrecha plataforma continental, a menudo muestran oscilaciones de alta frecuencia superpuestas a los cambios normales de marea del nivel del mar. Estas oscilaciones, llamadas seiches, se deben a las oscilaciones resonantes locales del agua en los puertos y áreas costeras en las que los mareógrafos se encuentran. Estas oscilaciones tienen períodos típicos de unos pocos minutos hasta hora y media o más y amplitudes de unos pocos centímetros. A veces, las oscilaciones pueden ser mucho más grandes que esto si fue causada por un evento extremo, como un tsunami. Los períodos de los seiches dependen de las dimensiones horizontales y la profundidad del agua en la bahía o el puerto. Este fenómeno se puede observar en la imagen donde el movimiento del agua que va de un lado del contenedor al opuesto provoca un aumento del nivel del agua lo que se va a representar en Tsunamis que son eventos raros de oleadas generalmente generadas por actividad sísmica o de otro tipo geológico y, como tal, fuera de las dos principales categorías de las fuerzas responsables de los cambios del nivel del mar: mareas y el clima. Las causas incluyen terremotos submarinos, deslizamientos de Tierra con la caída al mar y submarinas, por ejemplo de los sedimentos en el talud continental. Hay tres aspectos distintos de los tsunamis que se pueden considerar: su generación por los terremotos; su propagación en aguas profundas, y su comportamiento al incidir en las costas y en las regiones circundantes de aguas poco profundas.

### 3 ANÁLISIS DE UNA SERIE DE TIEMPO POR EL MÉTODO DE MÍNIMOS CUADRADOS

Una *Serie de Tiempo* ( $f_i, t_i$ ) es un registro de datos en intervalos de tiempo regulares de fenómenos o experimentos. Una serie periódica es aquella que presenta patrones que se repiten, las no periódicas quedan fuera del alcance de este trabajo. Cuando una serie presenta periodicidad puede estar constituida por varias *componentes periódicas* (Figura 3.1) y componentes no periódicas. A las componentes periódicas se les llama “*señales*” por analogía con las ondas radiales. Las no periódicas son variaciones seculares y ruido.

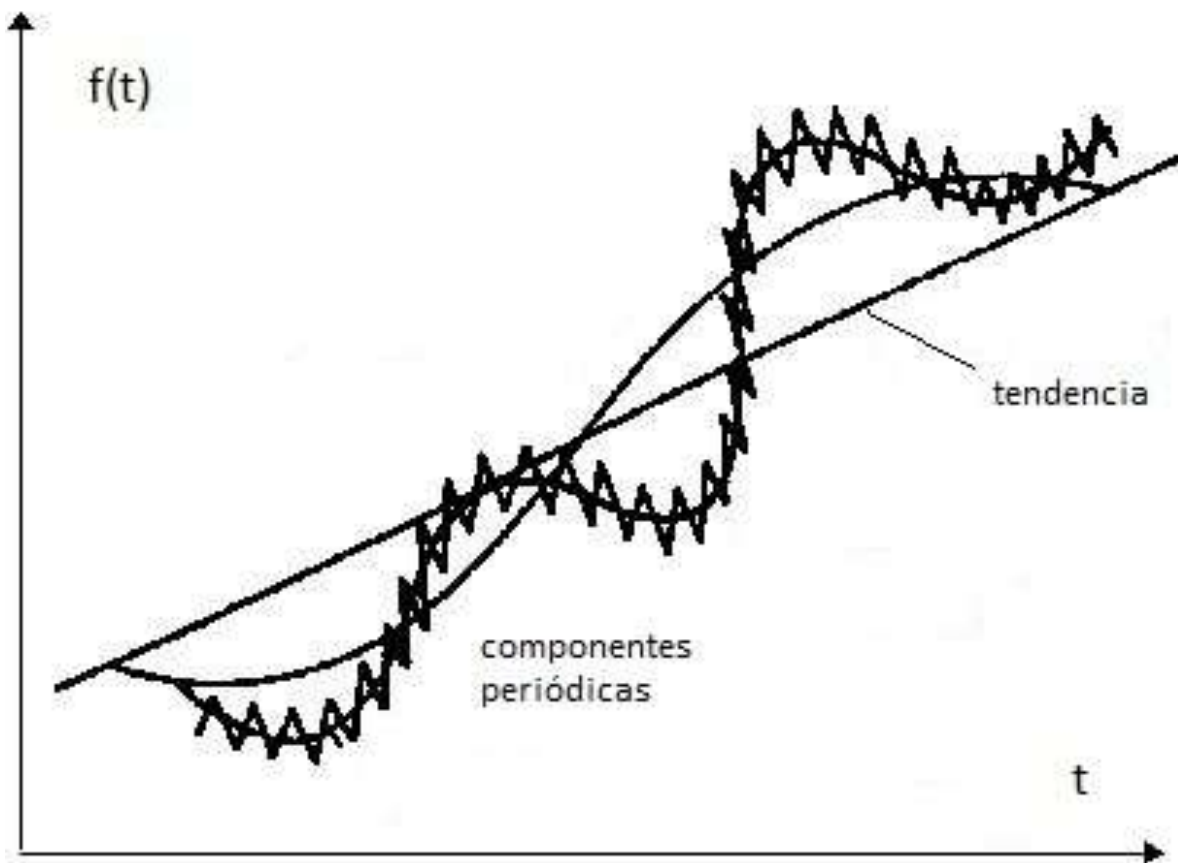


Figura 3.1 Serie de Tiempo.

Es importante, al plantear la recolección de datos de un fenómeno, tomar en cuenta el intervalo de tiempo (distancia entre las muestras), de esto dependerá el que se puedan observar las componentes, ya que si el intervalo es grande puede

ocultar señales de período corto, por otro lado, si la serie es corta puede, también, ocultar señales de período largo.

La *tendencia* (Figura 3.1) es un movimiento de larga duración que muestra la evolución general de la serie en el tiempo, puede estar ocasionada por fenómenos no periódicos relevantes para el estudio de la serie (subducción de placas tectónicas), por lo que deberá eliminarse de la serie antes de iniciar un análisis. La tendencia es la pendiente de los datos, puede ser positiva o negativa, si es significativa, se elige un punto de la serie el cual queda fijo y a los demás se suma o resta la pendiente multiplicada por el número de intervalos que hay respecto al punto fijo.

Se realizan planes a futuro si se desea sobrevivir o progresar. La planificación racional exige prever los sucesos del futuro que probablemente vayan a ocurrir. La previsión se suele basar en lo ocurrido en el pasado. El objetivo de un *Análisis de una Serie de Tiempo* es el pronóstico, conlleva todo un proceso en el que se extraen las características, para el caso de una serie periódica sus componentes armónicos, posteriormente se hace la predicción basándose en los datos obtenidos.

Jean Baptiste Joseph Fourier (1768 - 1830), matemático y físico francés conocido por sus trabajos sobre la descomposición de funciones periódicas en series trigonométricas convergentes llamadas Series de Fourier. Descubrió que una serie periódica complicada, es la suma de sus componentes armónicos.

La Figura 3.2 muestra la suma de dos ondas periódicas simples, como resultado se obtiene una tercera onda complicada. Como hemos visto el fenómeno de las mareas es un evento periódico; los mareogramas parecen complicados, sin embargo presentan patrones que se repiten. Cada una de las fuerzas generadoras de marea es una onda periódica simple, al sumarse como en el caso de las mareas vivas o restarse en el caso de las mareas muertas crean mareogramas tan complicados que parecieran no tener forma, también hay que recordar que cualquier serie de tiempo puede contener ruido no atribuible a las fuerzas de marea.

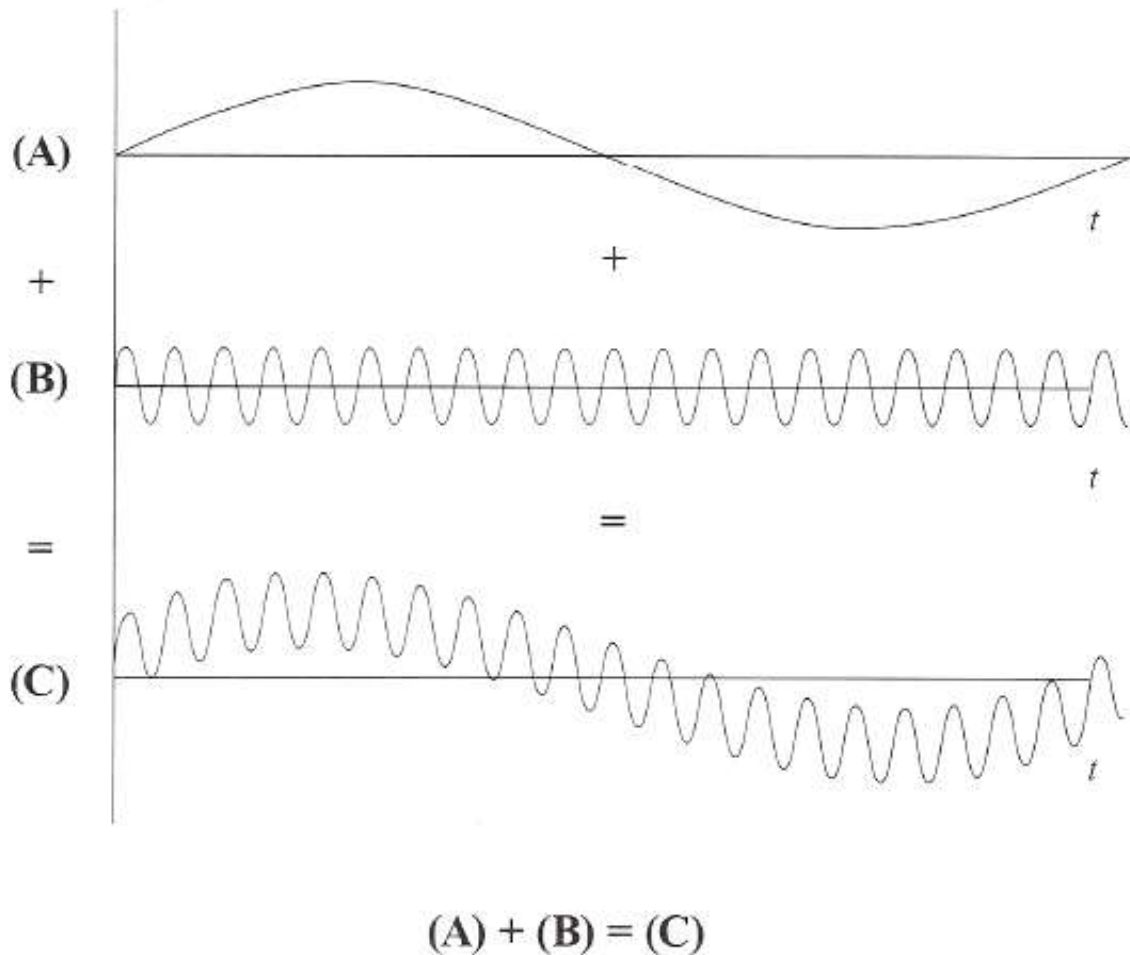


Figura 3.2 Onda complicada como la suma de ondas simples.

Cada una de las fuerzas que generan marea en la Tierra es representada por una señal llamada componente armónica. El componente armónico que representa la marea generada por la Luna en un día lunar es  $M_2$  (por convención la primera letra en ingles Moon, el número dos significa que hay dos mareas en un día lunar) llamado componente lunar semidiurno principal, con un período de 12.42 horas.  $S_2$  es la marea generada por el Sol, llamada componente solar semidiurna principal, tiene un período de 12 horas exactas porque basamos nuestros relojes en el día solar. Estos dos componentes armónicos son los principales porque tienen una relación directa en la producción de mareas, se crean otras que son combinación de estas y tienen que ver con la fase lunar, paralaje (distancia de la Luna y el Sol respecto a la Tierra) y declinación lunar y solar. Los períodos de cada componente son conocidos se vieron el capítulo dos.



Cuando  $M_2$  y  $S_2$  entran en fase (el Sol, la Luna y la Tierra están alineados) producen mareas vivas que ocurren cada  $29.53059/2 = 14.765$  días y las mareas de cuadratura (mareas muertas) ocurren cada 7.383 días después de las mareas vivas.

El perigeo de la Luna es representado por las componentes  $N_2$  con y  $L_2$  llamadas componente semidiurno Elíptico Lunar mayor y componente semidiurno Elíptico Lunar menor respectivamente. Estas dos componentes diseñadas para simular el ciclo del perigeo al perigeo. Estos son componentes completamente artificiales en contraste con las  $S_2$  y  $M_2$  que tienen relaciones realistas con las envolventes solar y lunar de las fuerzas generadoras de mareas. El perigeo al perigeo ocurre cada 27.5546 días (mes anomalístico) o cada 661.31 horas solares promedio.

El componente diurno Luni-Solar Declinacional,  $K_1$ , y el componente diurno Lunar-Solar declinacional Principal,  $O_1$ , son componentes de máxima declinación a la máxima declinación de la Luna. El norte máximo al norte máximo ocurre cada 27.32158 días (mes tropical) o 655.72 horas solares promedio. Sin embargo, las declinaciones norte y sur producen el mismo resultado. El ciclo norte al sur (y del sur al norte) es  $655.12/2 = 327.86$  horas.

El componente diurno Luni-Solar Declinacional,  $K_1$ , y el componente diurno Lunar-Solar Declinacional Principal,  $P_1$ , están diseñados para estimular el ciclo de la declinación máxima a la máxima declinación del Sol. El norte máximo al norte máximo ocurre cada 365.2422 días (año tropical) o 8765.81 horas solares promedio.

Existe un número infinito de componentes armónicos para describir casi todas las perturbaciones en los movimientos relativos del Sol, la Luna y la Tierra (incluyendo la distancia y los aspectos declinatorios). Sin embargo, después de cerca de 37, los efectos de esos movimientos al representar las mareas reales son extremadamente pequeños en la mayoría de las ubicaciones de los Estados Unidos. Para áreas de mareas complejas dentro de los estuarios, como los de Anchorage, Alaska, Filadelfia, y Pensilvania se toma más de cien componentes para describir adecuadamente la curva de mareas. Estos componentes adicionales son artefactos que combinan las componentes diurnas y semidiurnas fundamentales para producir componentes de alta frecuencia (de 3 a 13 ciclos al día) que tratan de describir los efectos no lineales complejos de la fricción del fondo marino y de las aguas poco profundas.

La fórmula matemática que relaciona la serie de tiempo y las componentes armónicas se obtiene de la serie de Fourier (ecuación ( 3.1 )).

$$f t = \sum_{i=0}^n A_i \text{sen } \omega_i t + \phi_i \quad (3.1)$$

donde:

$A_i$  = amplitud de la señal "i"

$\omega_i$  = velocidad angular<sup>1</sup> de la señal "i"

$\phi_i$  = fase de la señal "i"

La velocidad angular es la rapidez del fenómeno. Esto es 360° (un ciclo) entre el período del fenómeno, conociendo el período se calcula la velocidad angular con:

$$\omega_i = \frac{2\pi}{P_i} \quad (3.2)$$

La amplitud y la fase son coeficientes obtenidos de la serie seno-coseno mediante las relaciones:

$$\begin{aligned} a_i &= A_i \text{sen } \phi_i \\ b_i &= A_i \text{cos } \phi_i \end{aligned} \quad (3.3)$$

a las que se llega a partir de ( 3.1 ) con la identidad trigonométrica del seno de la suma de dos ángulos:

$$\begin{aligned} A_i \text{sen } \omega_i t + \phi_i &= A_i \text{sen } \omega_i t \text{cos } \phi_i + \text{cos } \omega_i t \text{sen } \phi_i \\ &= A_i \text{sen } \phi_i \text{cos } \omega_i t + A_i \text{cos } \phi_i \text{sen } \omega_i t \end{aligned} \quad (3.4)$$

Sustituyendo la ecuación ( 3.3 ) en la ecuación ( 3.5 )

$$A_i \text{sen } \omega_i t + \phi_i = a_i \text{cos } \omega_i t + b_i \text{sen } \omega_i t \quad (3.5)$$

quedando la ecuación ( 3.1 ) como:

$$f t = \sum_{i=0}^n (a_i \text{cos } \omega_i t + b_i \text{sen } \omega_i t)$$

---

<sup>1</sup>  $\omega_i^* = 2\pi F_i$ ,  $F_i$  = frecuencia "i"

en la última ecuación se sustituye la correspondiente velocidad angular obtenida en la ecuación ( 3.2 ), finalmente obtenemos:

$$f(t) = \sum_{i=0}^n a_i \cos \frac{2\pi}{P_i} t + b_i \sin \frac{2\pi}{P_i} t \quad (3.6)$$

Para pasar de ( 3.6 ) a ( 3.1 ) se utilizan las relaciones:

$$\begin{aligned} A_i &= \sqrt{a_i^2 + b_i^2} \\ \tan \phi_i &= \frac{a_i}{b_i} \end{aligned} \quad (3.7)$$

La ecuación ( 3.1 ) es la relación funcional entre los parámetros desconocidos (incógnitas) y las cantidades observadas (medidas).

El Método de los *Mínimos Cuadrados* ajusta las incógnitas (X) del modelo de un fenómeno a las observables (Y), mediante:

$$AX = Y$$

despejando las incógnitas obtenemos:

$$X = A^T A^{-1} A^T Y \quad (3.8)$$

El modelo  $a \cos \omega^* t + b \sin \omega^* t$  relaciona la serie de tiempo (observables) con las componentes periódicas (incógnitas); para una  $\omega$  (componente periódica) los valores asociados a cada observable son:

$$\begin{matrix} \cos \omega_1 t_1 & \sin \omega_1 t_1 & \cdots & \cdots & \cos \omega_i t_1 & \sin \omega_i t_1 & a_1 & l_1 \\ \cos \omega_1 t_2 & \sin \omega_1 t_2 & \cdots & \cdots & \cos \omega_i t_2 & \sin \omega_i t_2 & b_1 & l_2 \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ \cos \omega_1 t_n & \sin \omega_1 t_n & \cdots & \cdots & \cos \omega_i t_n & \sin \omega_i t_n & a_i & l_n \\ & & & & & & b_i & \end{matrix} \cdot \begin{matrix} a_1 \\ b_1 \\ \cdots \\ a_i \\ b_i \end{matrix} = \begin{matrix} l_1 \\ l_2 \\ \cdots \\ l_n \end{matrix}$$

$l_n$  = medidas observadas u observables.

### 3.1 Análisis Espectral

La amplitud ( $A_i$ ) y velocidad angular ( $\omega_i$ ) son las *componentes de marea* que definen componentes periódicas, como lo muestra la ecuación ( 3.1 ). Cuando no se tiene información precisa de estas constantes se hace Análisis Espectral. Esto permite pasar, la serie, del dominio del tiempo al dominio de la frecuencia y detectar las señales.

Si se cuenta con valores observados ( $f_i, t_i$ ) y se desea identificar las velocidades  $\omega_i$  o períodos  $P_i$  de las componentes armónicas mas significantes de la serie puede utilizarse alguna de las varias técnicas de *Análisis Espectral* que existen. La mayoría de las técnicas se apoyan en la transformada de Fourier; para este trabajo se seguirán los lineamientos establecidos por Petr Vanicek y se resumen en los siguientes pasos:

- a) Selección de un conjunto de valores de prueba  $\omega^*$  para los cuales se calcula una *función espectral*  $S(\omega^*)$ . Estos valores deben ser seleccionados muy cercanos entre sí, de manera que los **picos angostos** en  $S(\omega^*)$  puedan ser detectados en el espectrograma y cubrir un rango amplio, en el dominio de la frecuencia, para que las componentes más significantes puedan ser detectadas. Este conjunto está limitado por la frecuencia ( $\omega^*=2\pi f$ ), la frecuencia a su vez por el período ( $T$ =período de muestreo, la distancia entre las muestras); por el teorema de Nyquist, el mínimo período  $T$  para la reconstrucción de la señal es dos unidades de tiempo, con esto la frecuencia queda comprendida de  $0 \leq f \leq \frac{1}{T}$ ;  $0 \leq f \leq 0.5$ , si la frecuencia se elige con intervalos tan pequeños como un decimo ( $f = 0.0001$ ), la velocidad angular queda comprendida entre  $0.0002\pi \leq \omega \leq \pi$ .
- b) Para cada  $\omega^*$  la función  $a \cos \omega^*t + b \sin \omega^*t$  es ajustada por **mínimos cuadrados** a los valores observados ( $f_i, t_i$ ).
- c) Para cada  $\omega^*$  se calcula la *norma residual*, la diferencia entre la función real y la función modelada, si la norma residual es pequeña (tiende a cero), quiere decir que el modelo se parece a la función observada, por lo que la velocidad angular modelada se parece a la velocidad angular de la señal.

$$r^2 = \sum_{i=1}^n (f_i t_i - a \cos \omega^* t_i + b \sin \omega^* t_i)^2$$

d) Para cada  $\omega^*$  se calcula el *valor espectral*. Si se hizo un buen modelo, el valor espectral estará cerca de 1, en caso contrario, no veremos picos significativos al graficar este valor.

$$S(\omega^*) = 1 - \frac{r^2}{f t^2} \quad (3.9)$$

e) Se grafica  $S(\omega^*)$  contra  $\omega^*$  y los **picos** de la gráfica (Espectrograma) se usan para identificar frecuencias  $\omega_i$  de componentes periódicas significantes.

$$\begin{aligned} \text{Norma} = \|r\| &= \sqrt{\langle r, r \rangle} \\ \|r\|^2 &= r^T r \end{aligned}$$

El análisis espectral se aplica mucho en telecomunicaciones donde ha permitido numerosas aplicaciones prácticas, como filtros, módems, etcétera. No así, para el Fenómeno de las Mareas, donde se cuenta con información de los períodos de los eventos astronómicos que causan las mareas.

### 3.2 Análisis Armónico

El método más práctico para el estudio de la marea astronómica es el análisis armónico. Se basa en el conocimiento de que la marea observada está formada por un número de componentes armónicas cuyos períodos han sido perfectamente establecidos y que coinciden con los períodos de algunos de los movimientos astronómicos relativos entre Tierra-Sol-Luna. Mediante este se obtiene la amplitud y la fase de una componente a la vez a partir de una serie de tiempo.

El análisis de armónicos consiste en realizar un ajuste por mínimos cuadrados, es decir, calcular minimizando el cuadrado de las diferencias entre los niveles observados y los estimados en el método. Si se tienen valores observados  $(f_i, t_i)$  y se conocen las velocidades  $\omega_i$  y los períodos  $P_i$  de las componentes más significantes, la ecuación ( 3.1 ) o ( 3.6 ), se convierten en ecuaciones de observación con parámetros desconocidos  $A_i, \phi_i$  o  $a_i, b_i$  que pueden ser resultas por técnicas de ajuste por mínimos cuadrados.

La amplitud es la mitad del rango de marea (distancia entre la pleamar y la bajamar) que provoca. La fase ( $\Phi$ ) es el retardo en la cantidad de tiempo que pasa desde el evento astronómico máximo al primer máximo de su correspondiente componente de marea. Usualmente es expresado en grados de una curva coseno completa ( $360^\circ$ ) de ese componente. Estos dos valores se conocen como las componentes de marea y están ilustradas en la Figura 3.3. Las componentes de marea son tratadas como una constante aunque en el estricto sentido no lo son porque los valores calculados varían ligeramente entre diferentes análisis de los datos de diferentes épocas en el mismo sitio. Las constantes aceptadas que son utilizadas son consideradas las mejores estimaciones de los valores actuales (desconocidos). Cuando cualquier evento natural o proyecto de ingeniería ocurre, como una erosión, deposición, una draga o una construcción de rompeolas, que tiene el potencial de causar alteraciones mayores en la topografía adyacente se deben hacer nuevas mediciones y nuevos análisis armónicos.

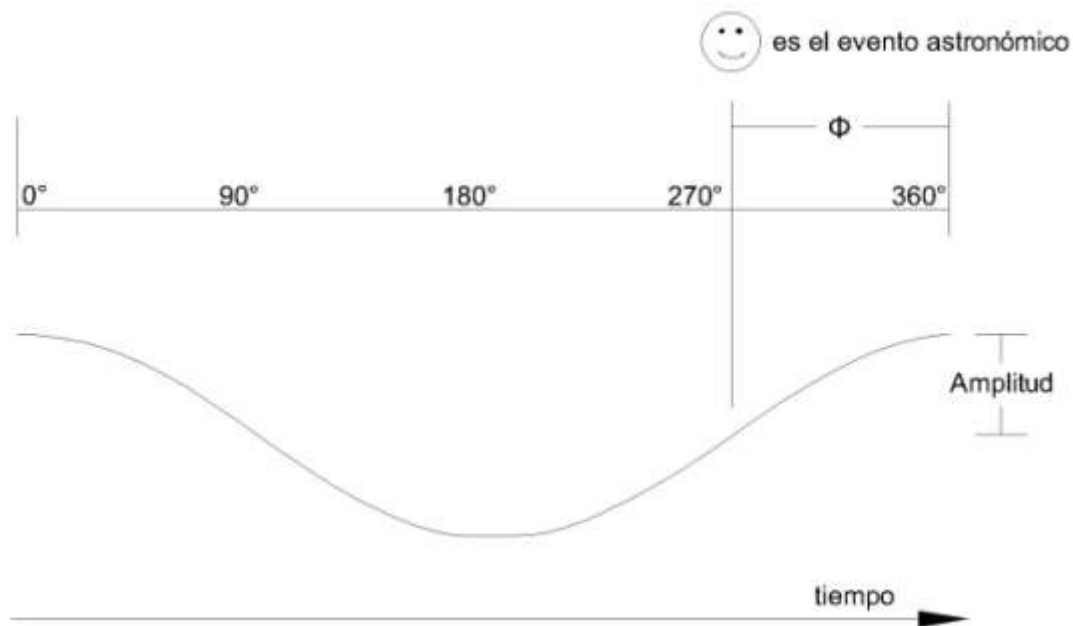


Figura 3.3 La amplitud y el retraso de fase del componente armónico.

La amplitud, así como el desplazamiento de la fase es aplicada a cada frecuencia, haciendo una combinación de las componentes para recuperar de nuevo la señal original.

### 3.2.1 Predicción

Para predecir la marea es necesario conocer las componentes de marea (amplitudes y fase) de los armónicos en cada ubicación para las que desee hacer predicción. Estas se obtienen del análisis armónico de la marea observada en mareógrafos. Cuanto mayor sea la serie de datos obtenida mayor será la precisión de la predicción, ya que contaremos con un número mayor de armónicos. La precisión de la predicción será mayor cuantas más componentes armónicas se utilicen. Si los valores de  $A_i$ ,  $\phi_i$ ,  $\omega_i$  o  $a_i$ ,  $b_i$ ,  $P_i$  son conocidos para cada componente,  $f(t)$  puede ser calculada para cualquier tiempo  $t$  deseado utilizando directamente la ecuación ( 3.1 ) o ( 3.6 ).

Como puede observarse en la Figura 3.4, la gráfica de una sola componente es muy simple pues solo se considera una fuerza periódica a lo largo del tiempo; en cambio si se suman dos o más componentes la gráfica comienza a complicarse, estas componentes resultado de la fase de la lunar, distancia lunar-solar y declinación lunar-solar afectan la amplitud de la marea por lo que las fuerzas generadoras de marea se refuerzan y se contrarrestan con el paso del tiempo.

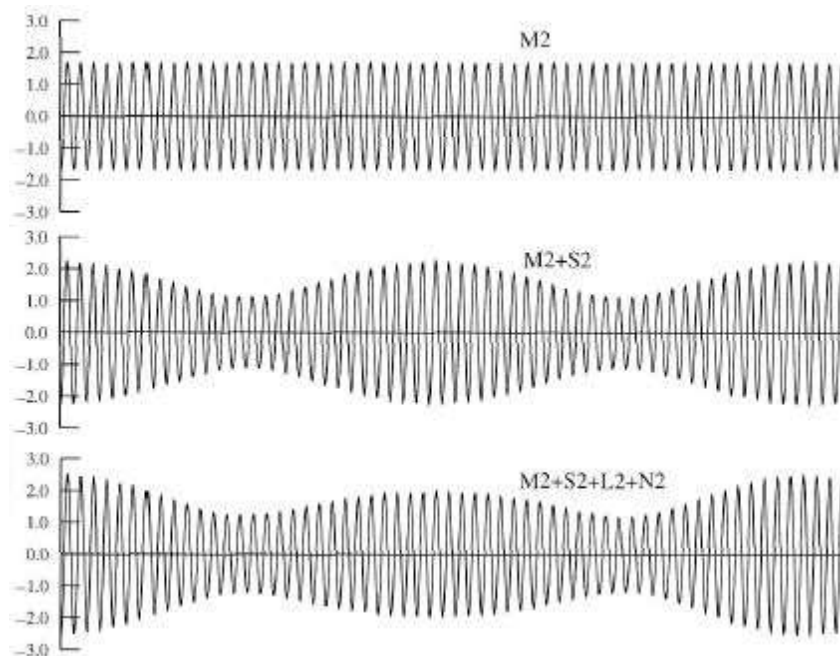


Figura 3.4 Componentes de marea.

#### **4 SERVICIO MAREOGRÁFICO NACIONAL**

El Instituto de Geofísica (IGF) de la Universidad Nacional Autónoma de México (UNAM) realiza investigación científica y tecnológica en Geofísica y en otras disciplinas afines para comprender el Planeta Tierra.

La Geofísica se encarga del estudio de la Tierra desde el punto de vista de la física. Su objeto de estudio abarca todos los fenómenos relacionados con la estructura, condiciones físicas e historia evolutiva de la Tierra. Al ser una disciplina experimental, usa para su estudio métodos cuantitativos físicos como la física de reflexión y refracción de ondas mecánicas, y una serie de métodos basados en la medida de la gravedad, de campos electromagnéticos, magnéticos o eléctricos y de fenómenos radiactivos. En algunos casos dichos métodos aprovechan campos o fenómenos naturales (gravedad, magnetismo terrestre, mareas, terremotos tsunamis, etc.) y en otros son inducidos por el hombre (campos eléctricos y fenómenos sísmicos).

Por el quehacer del IGF, para su plan de desarrollo 2009-2013 cuenta con 68 investigadores y 56 técnicos académicos trabajando en alguno de sus departamentos (Sismología, Vulcanología, Geomagnetismo y Exploración, Recursos Naturales y Ciencias Espaciales, la sección de Radiación Solar, la Unidad Michoacán) servicios Geofísicos (Sismológico Nacional, Mareográfico Nacional y Magnético) y Unidades de Apoyo (Cómputo, Biblioteca, Vinculación, Editorial y Educación Continua).

El Servicio Mareográfico Nacional opera la red de estaciones mareográficas en la República Mexicana desde el año de 1952, en aquel momento, en colaboración con la Dirección General de Obras Marítimas de la Secretaría de Comunicaciones y transportes. Este servicio se encargo de la instalación, operación y mantenimiento de las estaciones mareográficas, así como la interpretación, lectura y tabulación de la información, obtención del nivel medio del mar, planos de referencia, cotas de los bancos de nivel referidos al nivel medio del mar en cada sitio de observación, la temperatura, densidad y salinidad del agua del mar en cada una de las estaciones.

El pronóstico de las mareas se obtuvo de los cálculos basados en los registros de la red de mareógrafos. Utilizando series de 369 días de alturas horarias para calcular 48 constantes armónicas para cada puerto, por el método de los “mínimos cuadrados”. Estos cálculos así como la predicción de mareas, se realizaban



utilizando la computadora B-7800 del Programa Universitario de Cómputo de la UNAM (Mareografico Nacional, 1988).

A partir de octubre de 2006 el Servicio Mareográfico Nacional (SMN) se encontraba en una situación crítica. Solamente estaban funcionando la estación de Veracruz y parcialmente la de Acapulco. La mayoría de las estaciones que constituían la red hace 20 años dejaron de operar desde principios de la década de los 90's y en muchas de ellas ya no existía una presencia física de la UNAM, se habían destruido las casetas mareográficas o fueron ocupadas por otras instituciones. Se dejó de contribuir con las bases mundiales de datos, el *Global Sea Level Observing System* (GLOSS) y el *Permanent Service for Mean Sea Level* (PSMSL). La publicación de los calendarios y tablas de mareas con los pronósticos de cada año también se detuvieron al no existir datos para la predicción.

Por lo anterior se inicio el plan de desarrollo 2009-2013 que incluye la reconstrucción de la red mareográfica, digitalización de mareogramas históricos, organización de la base de datos y del sitio web y colaboración con instituciones internacionales y nacionales relacionadas con el nivel del mar.

El equipo mínimo en una estación mareográfica consiste de un sensor de flotador con Datalogger<sup>2</sup> integrado y un transmisor por Internet o GPRS (General Packet Radio Service), este equipo tiene un precio de 40 a 50 mil pesos, barato si se compara con los 250 a 300 mil pesos de una estación tipo GLOSS la cual tiene precisión al milímetro, un conjunto de sensores meteorológicos para la corrección de efectos meteorológicos y mediciones GPS continuas. Veracruz cuenta con una estación de tipo GLOSS; uno de los objetivos del Servicio Mareográfico es tener una red que cubra satisfactoriamente el territorio nacional con 24 estaciones tipo GLOSS excluyendo el noroeste del país el cual cubre el CICESE.

El sitio de Internet del Servicio Mareográfico (Figura 4.1) implementó un nuevo generador de datos que permite visualizar gráficamente los datos históricos y tiene también la posibilidad de desplegar información en tiempo real para cada una de las estaciones que conforman este servicio, está diseñado en JAVA, que es transportable a cualquier sistema operativo o hardware. Además los datos están disponibles para quien desee hacer uso de ellos sin restricciones.

---

<sup>2</sup> Un Data Logger es un dispositivo electrónico que registra mediciones ordenadas en el tiempo, provenientes de diferentes sensores.

# Servicio Mareográfico Nacional

Universidad Nacional Autónoma de México

El Servicio Mareográfico de la UNAM resguarda, documenta y analiza la información mareográfica de más de 50 años de mediciones en más de 30 localidades, y mantiene el monitoreo del nivel del mar en varios sitios del país. La medición del nivel del mar en la UNAM representa uno de los esfuerzos pioneros y más importantes de monitoreo de variables ambientales en forma operacional en México.

**Mapa de Estaciones: pronósticos, datos históricos y de tiempo real**

Estación con datos históricos ● Estación con datos históricos y de tiempo real ●

Ubicación de la estación:

Estaciones

En caso de utilizar la información de este sitio para una publicación, favor de citar la fuente como:

Servicio Mareográfico Nacional  
 Universidad Nacional Autónoma de México  
 Instituto de Geofísica  
 www.mareografico.unam.mx

y de ser posible enviarnos la cita o copia de la publicación al correo: mareografico@geofisica.unam.mx

Figura 4.1 Página de inicio del sitio web del Servicio Mareográfico Nacional.

## 5 PROCESO DE DATOS

Los datos proporcionados por el Servicio Mareográfico Nacional del Instituto de Geofísica de la Universidad Nacional Autónoma de México, se descargaron de la página de internet. Se eligió la estación *Acapulco, Gro.* Localizada a  $16^{\circ} 50'.3$  latitud norte y  $99^{\circ} 54'.2$  longitud oeste, Club de Yates de Acapulco, A.C. Gran Vía Tropical y Tambuco Fraccionamiento Las Playas 39390 Acapulco, Guerrero.



Figura 5.1 Información de la Estación Acapulco, Gro.

La estación cuenta con datos históricos a partir de 1955 a 1995; no hay datos de 1996 hasta el año 2009, cuando se realiza la rehabilitación de la estación. En la actualidad se transmiten datos en tiempo real (Figura 5.2) y se publica la tabla anual del pronóstico del nivel del mar del año siguiente. *Datos Validados*, en la página de internet, son los datos históricos que han pasado por un proceso de revisión e integración a la base de datos, anteriormente la medición del nivel del mar se hacía por medio de mareogramas por lo que fue necesario su digitalización para poder presentarlos en la página de internet.

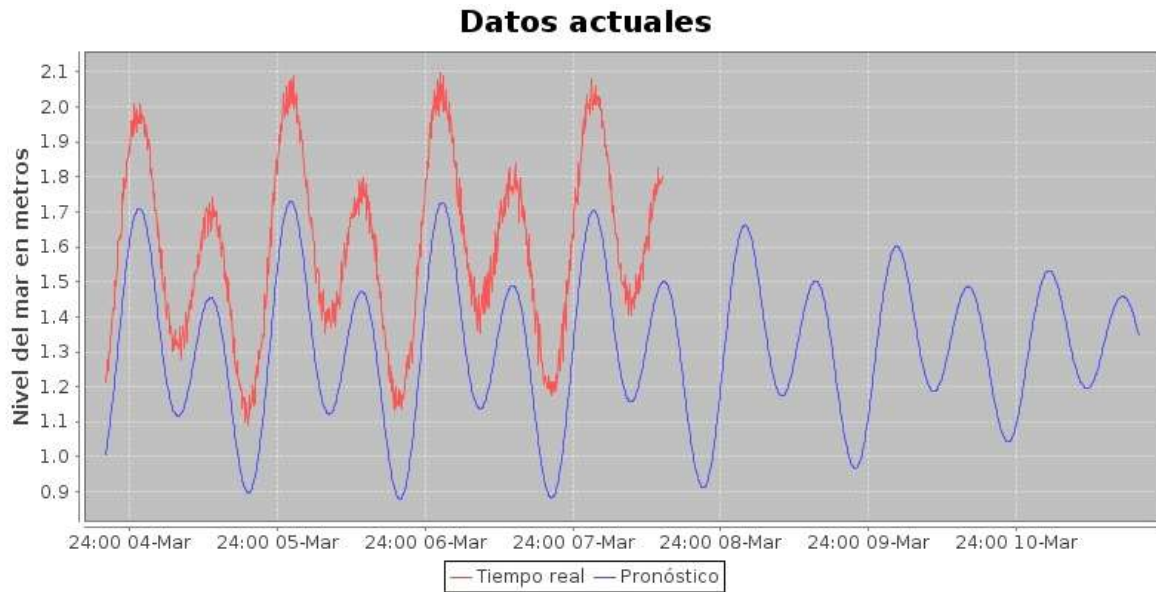


Figura 5.2 Datos en tiempo real para el día 8 de marzo de 2013 de la estación Acapulco, Gro.

La Figura 5.3 muestra parte de la tabla anual de datos mareográficos del año 1955. El primer renglón describe la estación, año de observaciones, ubicación de la estación y unidades de las lecturas del nivel del mar; las primeras dos columnas indican la clave de estación, le sigue la columna de fecha la cual se compone de nueve dígitos: los primeros cuatro indican el año, los siguientes cuatro son el mes y el día, el último dígito indica las primeras doce lecturas del día o las últimas doce según si es uno o dos para completar 24 lecturas en un día. Las elevaciones vienen dadas en milímetros.

316A Acapulco	Mexico	1955	16504N	099547W	0000	3	00000R	MM
316A Acap	195501011	9999	9999	9999	9999	9999	9999	1219 1189 1189 1219 1311 1402
316A Acap	195501012	1463	1524	1494	1402	1280	1158	1036 975 975 1036 1128 1280
316A Acap	195501021	1402	1524	1585	1554	1494	1402	1311 1219 1158 1189 1250 1341
316A Acap	195501022	1433	1494	1494	1433	1341	1189	1067 975 914 945 1067 1189
316A Acap	195501031	1341	1494	1585	1615	1585	1494	1402 1280 1189 1158 1189 1250
316A Acap	195501032	1341	1433	1463	1433	1372	1250	1097 975 914 884 975 1097
316A Acap	195501041	1250	1433	1554	1646	1646	1615	1494 1372 1280 1189 1158 1219
316A Acap	195501042	1280	1341	1402	1433	1372	1280	1158 1006 914 853 884 975
316A Acap	195501051	1128	1311	1494	1615	1676	1676	1615 1494 1372 1250 1189 1189
316A Acap	195501052	1219	1280	1341	1372	1372	1311	1189 1067 945 853 823 884
316A Acap	195501061	1006	1189	1341	1524	1646	1707	1676 1615 1494 1372 1280 1219
316A Acap	195501062	1189	1219	1280	1311	1341	1311	1250 1128 1006 884 823 823
316A Acap	195501071	884	1036	1189	1372	1524	1646	1707 1676 1615 1494 1402 1280

Figura 5.3 Datos del nivel del mar de la estación Acapulco, Gro.

Se eligieron datos mareográficos con la menor cantidad de *no data*<sup>3</sup>. La falta de datos puede afectar una buena predicción de nivel del mar, dependiendo de la cantidad de no data, sin embargo, existen métodos de interpolación o modelado del fenómeno en cuestión para el llenado de huecos en los datos. De los datos elegidos de febrero a mayo de 2011, hay tres huecos con *no data* que vienen representados con el número 9999, los huecos fueron llenados modelando los datos cercanos con un *Polinomio Generalizado* que mejor se ajusto a la curva.

Tabla 5.1 No data de la estación Acapulco, Gro.

Caso	Fecha	[hr]	# observable	NM [mm] (real)	NM [mm] (modelado)
1	201102132	19	1	1203	1203.000000000001
	201102132	20	2	1094	1094.000000000001
	201102132	21	3	9999	1034.85714285715
	201102132	22	4	9999	1025.57142857143
	201102132	23	5	9999	1066.14285714285
	201102132	24	6	9999	1156.57142857140
	201102141	1	7	9999	1296.85714285710
	201102141	2	8	1487	1486.99999999993

2	201102282	21	1	1097	1096.99999999999
	201102282	22	2	1027	1027.00000000001
	201102282	23	3	9999	1012.70000000002
	201102282	24	4	9999	1054.10000000003
	201103011	1	5	9999	1151.20000000003
	201103011	2	6	1304	1304.00000000004

3	201103242	23	1	1609	1608.99999999999
	201103242	24	2	9999	1815.00000000001
	201103251	1	3	9999	1933.33333333336
	201103251	2	4	1964	1964.00000000004
	201103251	3	5	1907	1907.00000000005

El procedimiento utilizado para generar el polinomio en cada caso se detalla a continuación.

<sup>3</sup> La falta de datos ocasionada por algún suceso que impidió la toma de lectura.

Dado un conjunto de puntos

$$x_1, y_1, \dots, x_m, y_m$$

encontrar el polinomio

$$P(x) = A_0x^0 + A_1x^1 + A_2x^2 + \dots + A_nx^n, \quad x^0=1 \text{ y } x^1=x$$

de modo que

$$\sum_{i=1}^m P(x_i) - y_i^2$$

sea mínima. Por lo que el sistema rectangular de ecuaciones:

$$XA = Y$$

donde

X = matriz rectangular de  $m$  renglones y  $n+1$  columnas

A = matriz vector de coeficientes del polinomio, de  $n+1$  renglones

Y = matriz vector de las observables de  $m$  renglones

queda definido como:

$$\begin{array}{cccccc} 1 & x_1 & x_1^2 & \dots & x_1^n & A_0 & y_1 \\ 1 & x_1 & x_2^2 & \dots & x_2^n & A_1 & y_2 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & A_2 & \dots \\ 1 & x_m & x_m^2 & \dots & x_m^n & \dots & y_m \\ & & & & & A_n & \end{array} =$$

despejando del sistema de ecuaciones la matriz de coeficientes A, es decir las incógnitas:

$$A = X^T X^{-1} X^T Y$$

al resolver se encuentran los coeficientes del polinomio que hacen mínima la suma de los cuadrados de la diferencia entre los valores reales y los valores modelados. Si este valor es mínimo, el valor del porcentaje de modelación (%M) será mayor, reflejando un buen modelo de ajuste a los valores, por lo que se puede confiar en el cálculo de los valores faltantes.

$$\%M = 1 - \frac{\sum_{i=1}^m (x_i - y_i)^2}{\sum_{i=1}^m y_i^2} * 100$$

La gráfica siguiente muestra el hueco de los datos faltantes a finales del día 13 e inicios del día 14 del mes de febrero de 2011; caso 1 de la Tabla 5.1:

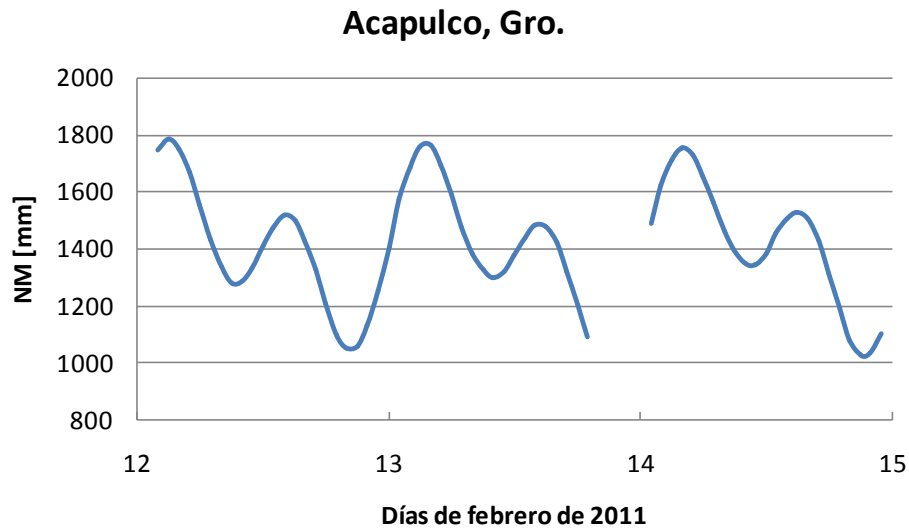


Figura 5.4 Mareograma.

La forma de obtener el grado de un polinomio gráficamente es pasar un eje imaginario horizontal sobre la gráfica, la cantidad de veces que el eje corta a la gráfica es el grado del polinomio, es decir las raíces del polinomio. La elección de un polinomio generalizado para modelar el fenómeno de las mareas no es arbitraria, observando el mareograma anterior, el fenómeno de las mareas es una curva que constantemente corta al eje horizontal. Dependiendo de la cantidad de datos que falten, se hace variar el grado del polinomio para que sea ajustado a la curva faltante de la gráfica; por esta razón se ve de gran utilidad un polinomio generalizado.

Se hizo variar la cantidad de datos a modelar, y observo que el polinomio que mejor se ajusto a los datos, en los tres casos, fue el de segundo grado, además solo se modelaron tres datos en cada caso pues esto también ayudo a obtener un mejor porcentaje de modelación; con tres datos ajusto casi perfectamente.

La siguiente gráfica muestra el caso uno de la Tabla 5.1, se tienen tres datos reales del nivel del mar representados por puntos azules y en negro un polinomio de segundo grado que ajusta muy bien a los tres puntos:

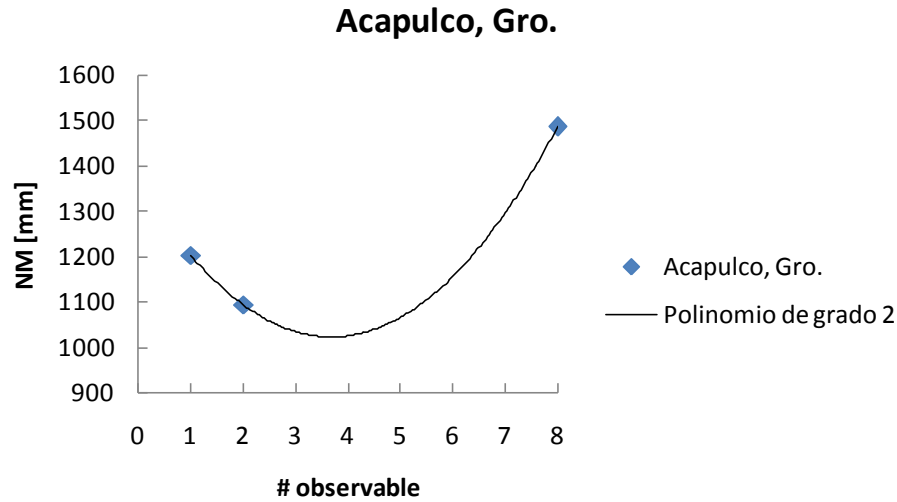


Figura 5.5 Gráfica del caso 1 de la Tabla 5.1.

el cálculo del polinomio se presenta a continuación:

$$Y = \begin{vmatrix} 1203 \\ 1094 \\ 1487 \end{vmatrix} \quad X = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 4 \\ 1 & 8 & 64 \end{vmatrix}$$

$$X^T = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 8 \\ 1 & 4 & 64 \end{vmatrix} \quad X^T X = \begin{vmatrix} 3 & 11 & 69 \\ 11 & 69 & 521 \\ 69 & 521 & 4113 \end{vmatrix}$$

$$(X^T X)^{-1} = \begin{vmatrix} 7.0045 & -5.2687 & 0.5499 \\ -5.2687 & 4.2959 & -0.4558 \\ 0.5499 & -0.4558 & 0.0488 \end{vmatrix} \quad X^T Y = \begin{vmatrix} 3784 \\ 15287 \\ 100747 \end{vmatrix}$$

$$A = \begin{vmatrix} 1361.857 \\ -183.786 \\ 24.929 \end{vmatrix} \begin{matrix} = C_0 \\ = C_1 \\ = C_2 \end{matrix}$$

formando el polinomio:

$$P(x) = 1361.857 - 183.786x + 24.929x^2$$



el polinomio anterior modela el caso uno de la Tabla 5.1 el cual ajusto casi perfectamente ya que los datos reales fueron calculados con un error insignificante, se tendría que utilizar una gran cantidad de decimales para percibir las diferencias.

El caso 2:

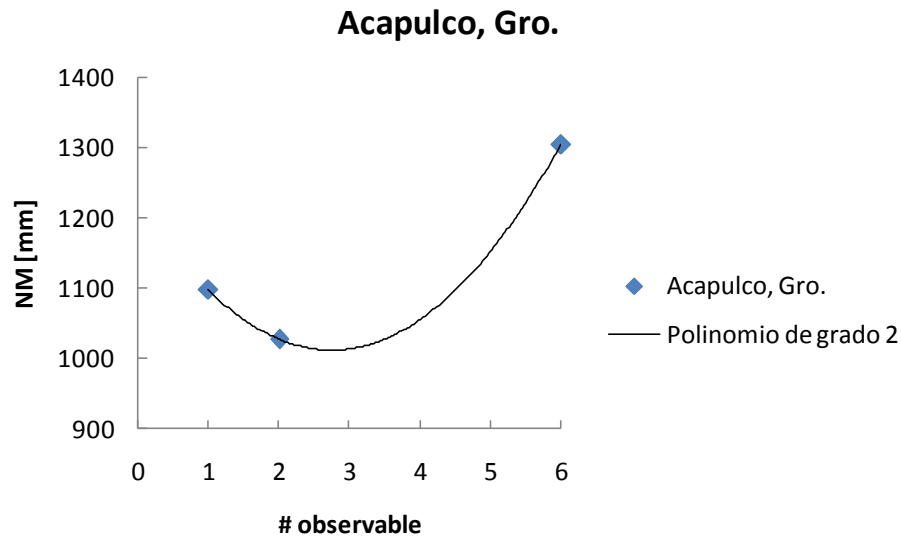


Figura 5.6 Gráfica del caso 2 de la Tabla 5.1

el cálculo del polinomio:

$$Y = \begin{vmatrix} 1097 \\ 1027 \\ 1304 \end{vmatrix} \quad X = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 4 \\ 1 & 6 & 36 \end{vmatrix}$$

$$X^T = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 6 \\ 1 & 4 & 36 \end{vmatrix} \quad X^T X = \begin{vmatrix} 3 & 9 & 41 \\ 9 & 41 & 225 \\ 41 & 225 & 1313 \end{vmatrix}$$

$$(X^T X)^{-1} = \begin{vmatrix} 8.0200 & -6.4800 & 0.8600 \\ -6.4800 & 5.6450 & -0.7650 \\ 0.8600 & -0.7650 & 0.1050 \end{vmatrix} \quad X^T Y = \begin{vmatrix} 3428 \\ 10975 \\ 52149 \end{vmatrix}$$

$$A = \begin{vmatrix} 1222.700 \\ -153.550 \\ 27.850 \end{vmatrix} \begin{matrix} = C_0 \\ = C_1 \\ = C_2 \end{matrix}$$

$$P x = 1222.7 - 153.55x + 27.85x^2$$

El caso 3:

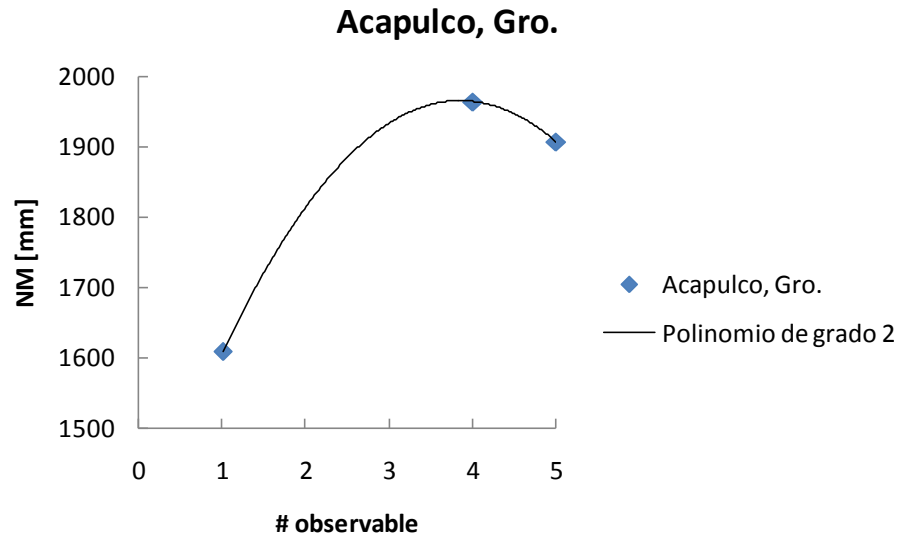


Figura 5.7 Gráfica del caso 3 de la Tabla 5.1.

El cálculo del polinomio:

$$Y = \begin{vmatrix} 1609 \\ 1964 \\ 1907 \end{vmatrix} \quad X = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 4 \\ 1 & 5 & 25 \end{vmatrix}$$

$$X^T = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 5 \\ 1 & 4 & 25 \end{vmatrix} \quad X^T X = \begin{vmatrix} 3 & 8 & 30 \\ 8 & 30 & 134 \\ 30 & 134 & 642 \end{vmatrix}$$

$$(X^T X)^{-1} = \begin{vmatrix} 9.0556 & -7.7500 & 1.1944 \\ -7.7500 & 7.1250 & -1.1250 \\ 1.1944 & -1.1250 & 0.1806 \end{vmatrix} \quad X^T Y = \begin{vmatrix} 5480 \\ 15072 \\ 57140 \end{vmatrix}$$

$$A = \begin{vmatrix} 1067.000 \\ 635.500 \\ -93.500 \end{vmatrix} \begin{matrix} = C_0 \\ = C_1 \\ = C_2 \end{matrix}$$

$$P x = 1067 + 635.5x - 93.5x^2$$

Las siguientes figuras muestran el mareograma para los casos 1, 2 y 3 de la Tabla 5.1, muestran la tendencia de los datos reales en el tiempo y los datos modelados; se puede apreciar el ajuste de los datos calculados con el polinomio comparado con datos reales anteriores y posteriores, los datos modelados siguen la misma tendencia que las lecturas del mareógrafo.



Figura 5.8 Mareograma, caso 1.

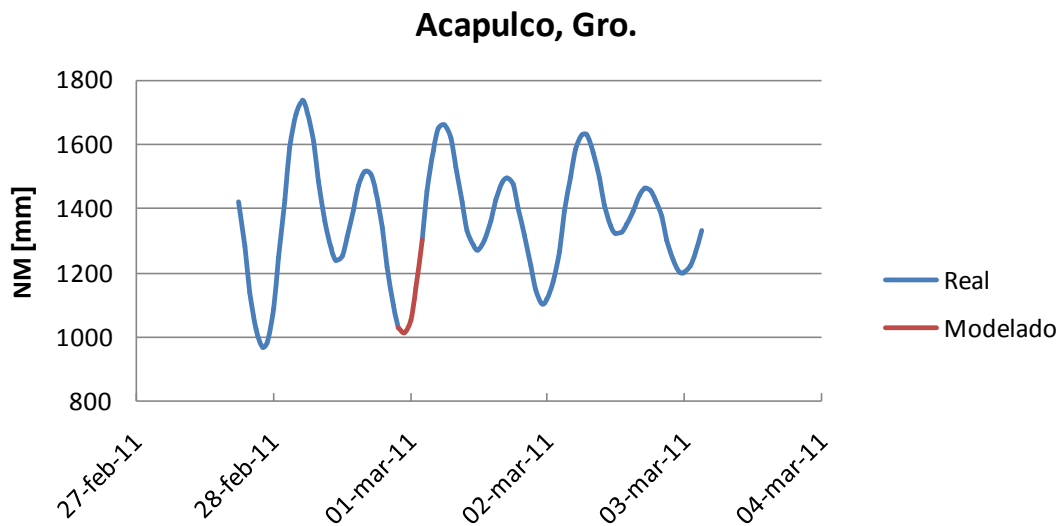
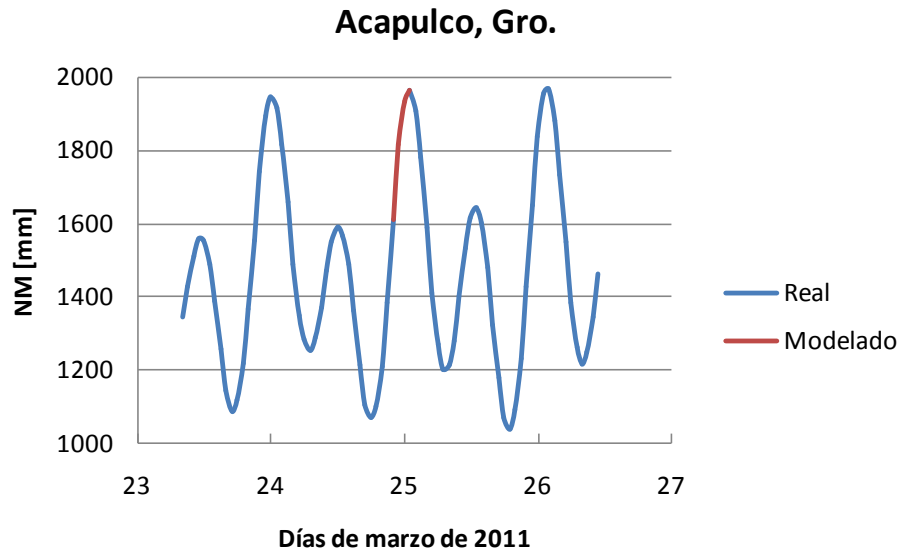
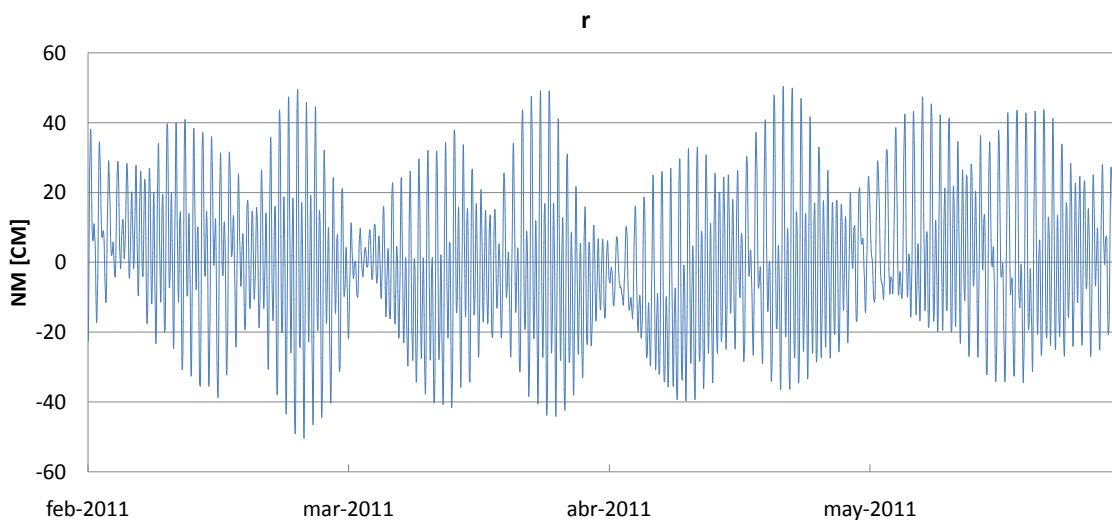


Figura 5.9 Mareograma, caso 2.



**Figura 5.10** Mareograma, caso 3.

El mareograma completo de los datos elegidos para el proceso de Análisis Armónico se muestra en la Figura 5.11. Comprende cuatro meses de febrero a mayo del 2011 y son datos horarios, por día se presentan 24 datos haciendo un total de 2880 datos mareográficos, se les quito la tendencia y se bajaron a cero, el nivel del mar (NM) está en centímetros. Se observa que la marea viva tiene un período de aproximadamente 14 días (véase capítulo 2) cada mes se tienen dos mareas vivas.



**Figura 5.11** Mareograma, estación de Acapulco, Gro.

Una vez completada la serie se procede con el análisis armónico, visto en el capítulo 3.2, el cual consiste en calcular la amplitud y la fase de las fuerzas de marea más significativas.

Para realizar el análisis armónico se creó un programa en lenguaje C (Ver Anexo A); que también incluye la predicción y el análisis espectral y lleva como nombre este último.

El programa implementa el método de Cholesky para invertir matrices. El método permite invertir una matriz de cualquier orden con un mínimo costo en el cálculo. La rutina para la descomposición de Cholesky fue tomada de la página [http://stark.udg.edu/~emili/docent/qtc/pdf/03\\_matrices.pdf](http://stark.udg.edu/~emili/docent/qtc/pdf/03_matrices.pdf), la cual viene escrita en lenguaje fortran, para integrar la rutina al programa se paso a lenguaje C. En el caso del análisis armónico el orden de la matriz depende de las señales a calcular, cada señal aumenta en dos el orden de la matriz. Véase la ecuación ( 3.8 ) y la correspondiente matriz que se forma.

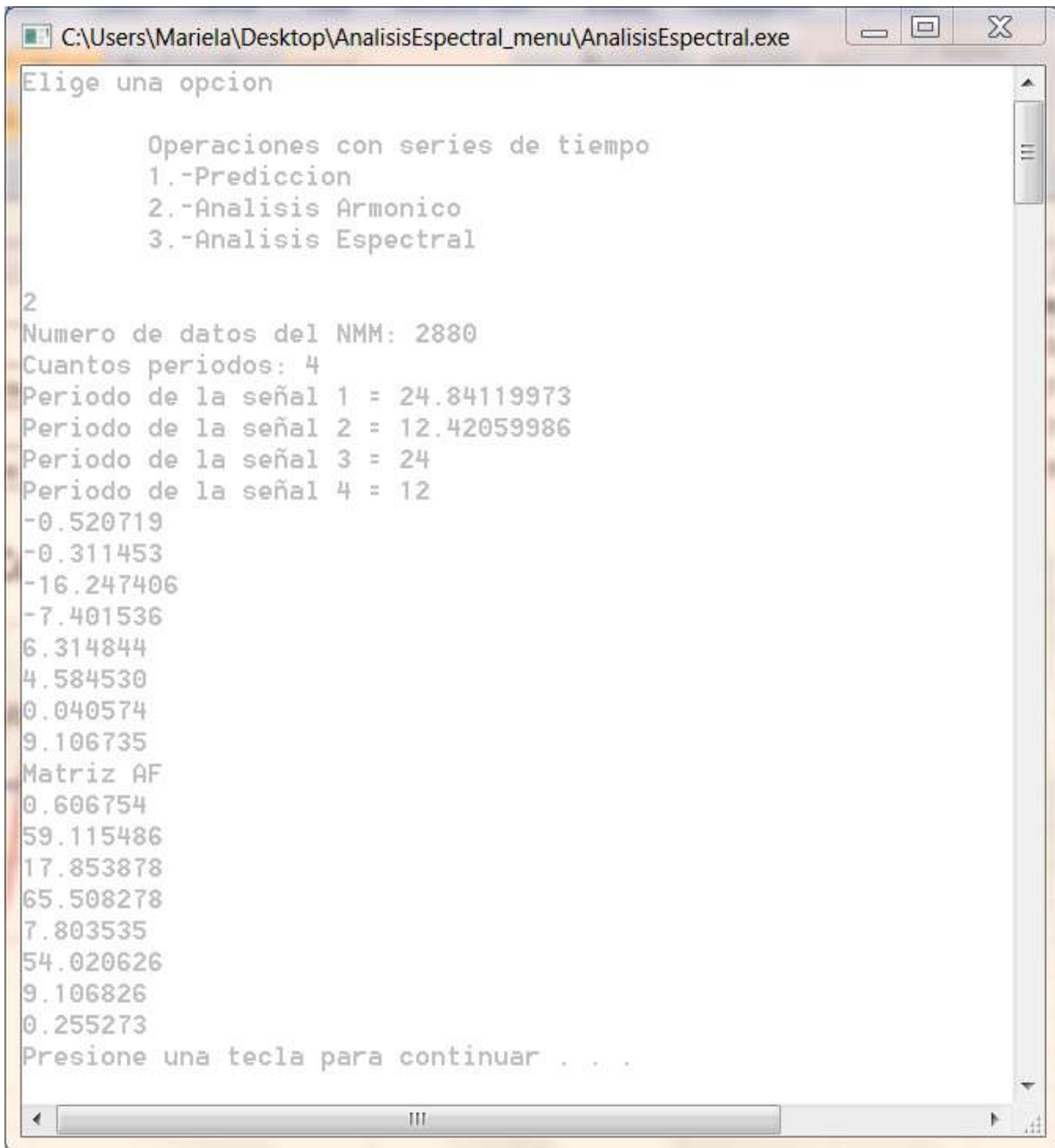
La principal fuerza en la generación de mareas es la lunar (Véase Mareas lunares), la marea solar es más débil, sin embargo al sumarse con la lunar generan las mareas vivas que son de mayor magnitud que las que genera solo la Luna.

Tabla 5.2 Fuerzas principales generadoras de marea.

Nombre	Componente	Período [hrs]	f	$\omega$ [°/hr]
Lunar Diurna	$M_1$	24.84119973	0.04025570	14.49205368
Lunar Semidiurna	$M_2$	12.42059986	0.08051141	28.98410737
Solar Diurna	$S_1$	24.00000000	0.04166667	15.00000000
Solar Semidiurna	$S_2$	12.00000000	0.08333333	30.00000000

La fuerza Lunar diurna, es debida a la aparente rotación de la Luna alrededor de la Tierra en un tiempo de 24.84 horas, sin embargo, debido a la fuerza de inercia (capítulo 2.2) de la rotación del sistema Tierra-Luna, en el lado antilunar también se genera una marea alta por lo que el período de la marea lunar semidiurna es de 12.42 horas.

La Figura 5.12 muestra la ejecución del programa de las fuerzas de marea de la Tabla 5.2, se eligió pedir al usuario el período en vez de la frecuencia, por comodidad y para evitar errores de redondeo o truncamiento en los valores.



```
C:\Users\Mariela\Desktop\AnálisisEspectral_menu\AnálisisEspectral.exe
Elige una opcion

    Operaciones con series de tiempo
    1.-Prediccion
    2.-Análisis Armonico
    3.-Análisis Espectral

2
Numero de datos del NMM: 2880
Cuantos periodos: 4
Periodo de la señal 1 = 24.84119973
Periodo de la señal 2 = 12.42059986
Periodo de la señal 3 = 24
Periodo de la señal 4 = 12
-0.520719
-0.311453
-16.247406
-7.401536
6.314844
4.584530
0.040574
9.106735
Matriz AF
0.606754
59.115486
17.853878
65.508278
7.803535
54.020626
9.106826
0.255273
Presione una tecla para continuar . . . .
```

Figura 5.12 Corrida del programa.

La Tabla 5.3 muestra las componentes de marea de los armónicos principales, se observan los componentes de mareas  $a$  y  $b$  necesarios para el cálculo de la amplitud y la fase con las relaciones ( 3.7 ). La Amplitud y la fase describen un componente armónico único. Con estos valores se tienen los elementos para predecir la marea en cada tiempo  $t$ , utilizando la ecuación ( 3.1 ) o ( 3.6 )

Tabla 5.3 Componentes de marea principales.

Nombre	Componente	a	b	Amplitud [cm]	$\Phi$
Lunar Diurna	$M_1$	-0.520719	-0.311453	0.606754	239° 06' 55.75"
Lunar Semidiurna	$M_2$	-16.247406	-7.401536	17.853878	245° 30' 29.80"
Solar Diurna	$S_1$	6.314844	4.58453	7.803535	54° 01' 14.25"
Solar Semidiurna	$S_2$	0.040574	9.106735	9.106826	0° 15' 18.98"

La Figura 5.13 muestra la gráfica de la predicción de la marea de los componentes  $M_1$ ,  $M_2$ ,  $S_1$  y  $S_2$  para los días 1 y 2 de febrero de 2011, se aprecia la singularidad de cada uno de los armónicos, estos varían en amplitud y fase, no hay dos iguales aunque se tenga una larga lista de componentes armónicos. La oscilación de los armónicos diurnos es de una vez por día y la de los semidiurnos dos veces por día.

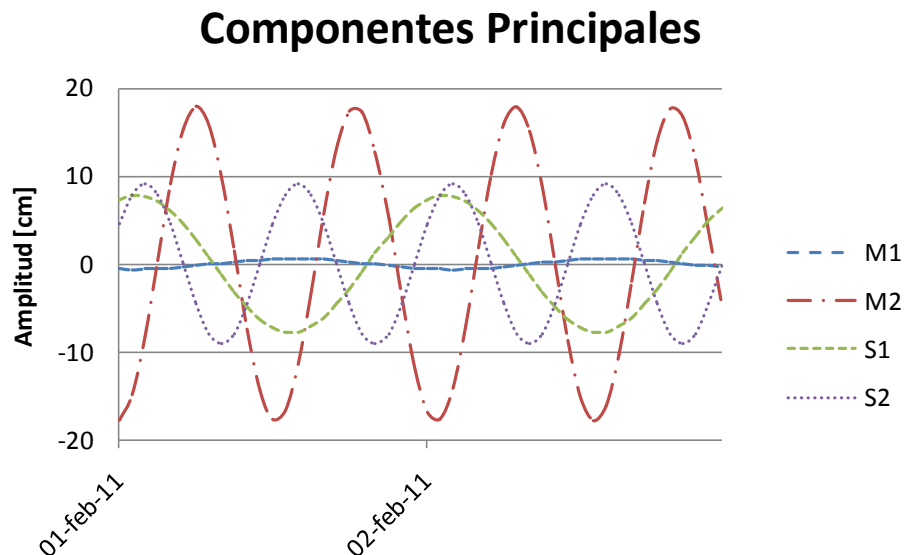


Figura 5.13 Gráfica de los componentes armónicos principales.

La Figura 5.14 muestra la gráfica de la suma de la predicción de los componentes armónicos  $M_1$  y  $S_1$  para los meses de febrero a mayo de 2011; cuando estos armónicos entran en fase, que sucede aproximadamente cada mes, se producen mareas de amplitudes mayores y cuando están en desfase se presentan rangos menores, así observamos un rango de marea que aumenta y disminuye a lo largo del tiempo.

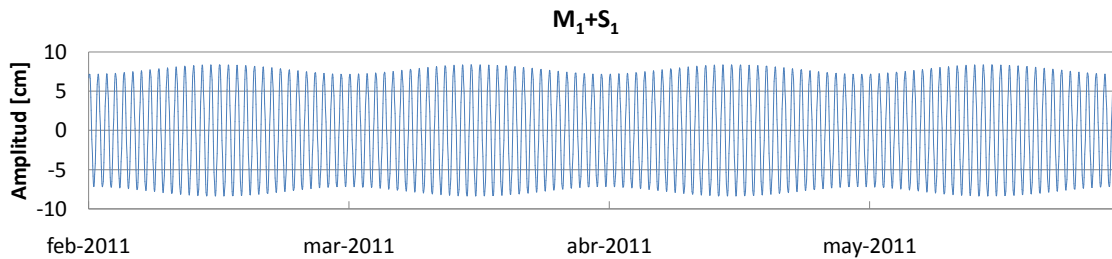


Figura 5.14 Suma de los componentes armónicos  $M_1$  y  $S_1$

Con la ecuación ( 2.7 ) o ( 2.8 ) calculamos el tiempo en que tiene lugar el alineamiento del Sol la Luna y la Tierra. Un año sideral (de estrella fija a estrella fija) dura 365.25636 y un mes sideral tiene un período de 27.32166 días. Utilizando la ecuación ( 2.8 ) se obtiene:

$$T = \frac{1}{0.036600997 - 0.002737803}$$

$$T = 29.530587 \text{ días}$$

que es un mes sinódico (de luna nueva a luna nueva) y lo observamos en la gráfica de la Figura 5.14 al producirse las mareas vivas de mayor amplitud.

Sumando la predicción de los componentes semidiurnos se obtiene la gráfica de la Figura 5.15, aquí se observan las mareas vivas y las mareas muertas que son el resultado de la entrada en fase o desfase de los armónicos, su período es medio mes sinódico, cada 14.77 días.



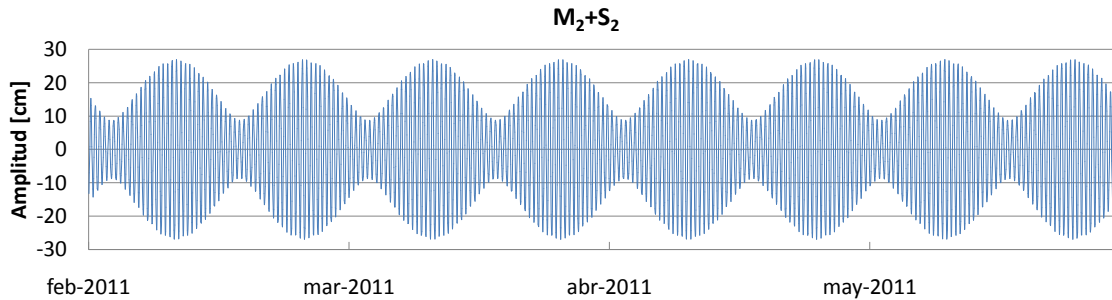


Figura 5.15 Suma de los componentes armónicos  $M_2$  y  $S_2$ .

La Figura 5.16 es la gráfica de la suma de la predicción de los componentes armónicos principales, en este grafico comenzamos a notar una similitud con el mareograma de la Figura 5.11.

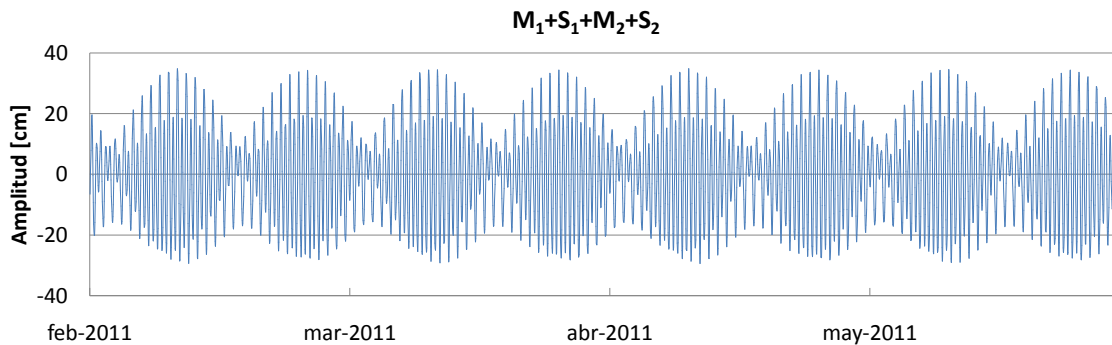
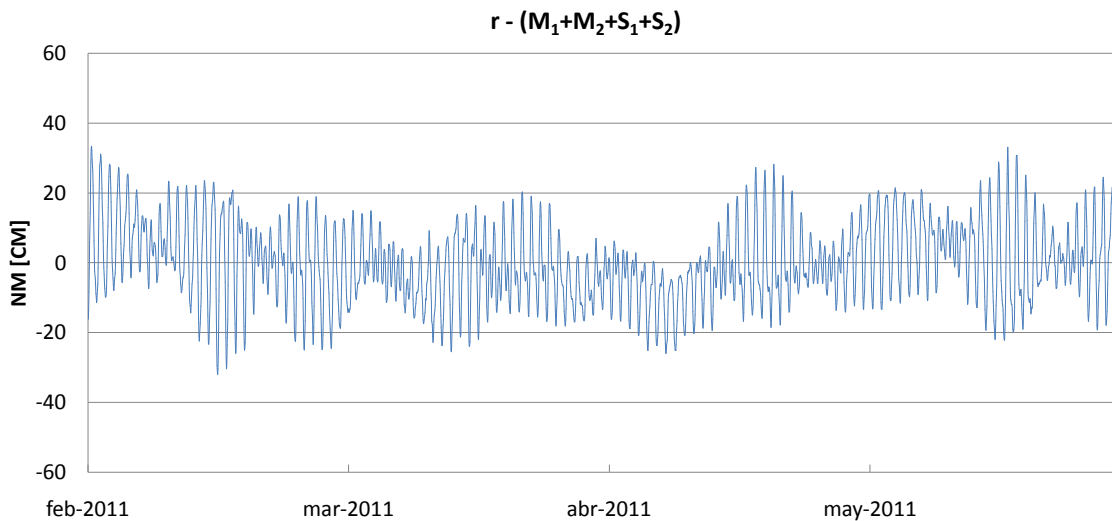


Figura 5.16 Suma de la predicción de los armónicos principales.

La Figura 5.17 muestra el resultado de quitarle, a nuestra serie de datos de 4 meses, los componentes armónicos. Comparándola la gráfica con la real se observa una disminución en los valores del nivel del mar, la amplitud pasaba los 40 centímetros ahora se encuentra por debajo de estos. Conforme se van obteniendo los armónicos se van restando a la serie de tiempo para este ejercicio se han obtenido componentes armónicos de carácter astronómico, aquellos que dependen de la posición de los astros relacionados, sin embargo como se menciona en el tema 2.3 existen otras causas que también influyen en la marea.



**Figura 5.17 Mareograma, estación Acapulco, Gro.**

El promedio de los datos de la Figura 5.17 es:  $-0.008361297$  [cm], al sumarle el promedio que se le quito para bajar la gráfica a cero y convertirlo en milímetros se obtiene:  $1349.964338$  [mm], el promedio de la serie original es:  $1490.986574$  [mm]. Hay que recordar que a esta serie de cuatro meses se le quito la tendencia, que es la pendiente y por esto también se obtienen estas diferencias. Quitándole la predicción de los armónicos  $M_1$ ,  $S_1$ ,  $M_2$  y  $S_2$  a la serie original y sacando el promedio se obtiene:  $1490.902961$  [mm], que no una diferencia significativa con el promedio de la serie original.

La Tabla 5.4 muestra las fuerzas para procesar los años 1972 y 1973 de datos mareográficos de la estación Acapulco, Gro., a la tabla se le han agregado las señales correspondientes a las fuerzas anual y semianual. La Tierra tarda  $365.2421897$  días, un año trópico (equinoccio a equinoccio), en dar una vuelta alrededor del Sol. El proceso para el cálculo de las componentes de marea se muestra en la Figura 5.19.

Tabla 5.4

Nombre	Componente	Período [hrs]	f	$\omega$ [°/hr]
Lunar Diurna	$M_1$	24.84119973	0.04025570	14.49205368
Lunar Semidiurna	$M_2$	12.42059986	0.08051141	28.98410737
Solar Diurna	$S_1$	24.00000000	0.04166667	15.00000000
Solar Semidiurna	$S_2$	12.00000000	0.08333333	30.00000000
Solar Anual	$S_a$	8765.812553	0.00011408	0.04106864
Solar Semianual	$S_{sa}$	4382.906276	0.00022816	0.08213728

La Figura 5.18 muestra la gráfica de dos años de datos mareográficos (1972 y 1973) los cuales se bajaron a cero. Estos datos se procesaron para seis señales mostradas en la Tabla 5.4, aquí, a diferencia del cálculo anterior se incluye las fuerzas anual y semianual.

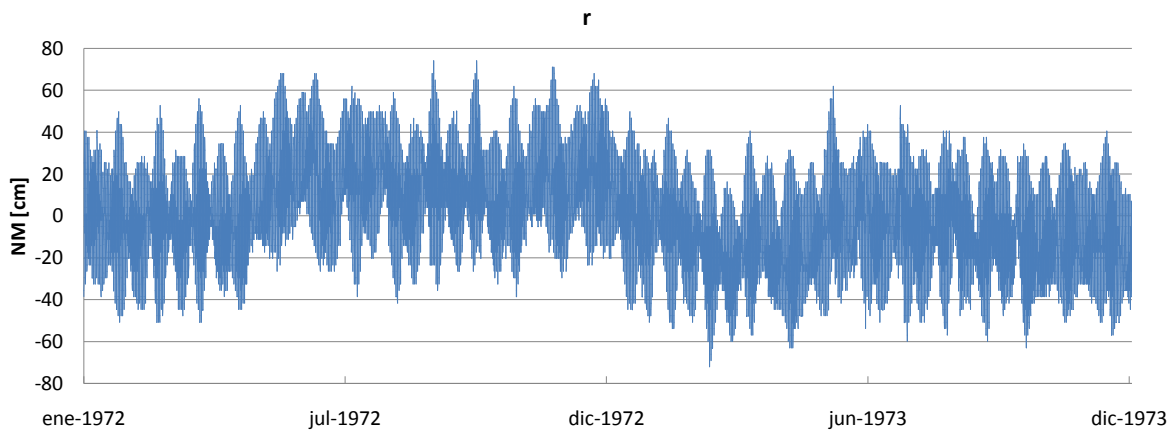


Figura 5.18 Mareograma, estación Acapulco, Gro.

```
C:\Users\Mariela\Desktop\AnalisisEspectral_menu\AnalisisEspectral.exe
Elige una opcion

    Operaciones con series de tiempo
    1.-Prediccion
    2.-Analisis Armonico
    3.-Analisis Espectral

2
Numero de datos del NMM: 17544
Cuantos periodos: 6
Periodo de la señal 1 = 24.84119973
Periodo de la señal 2 = 12.42059986
Periodo de la señal 3 = 24
Periodo de la señal 4 = 12
Periodo de la señal 5 = 8765.812553
Periodo de la señal 6 = 4382.906276
-0.468401
-0.120026
-4.906888
-18.004162
0.758869
0.336122
-0.071538
8.215216
-3.107241
-4.569471
5.567570
-0.754862
Matriz AF
0.483535
75.627411
18.660852
15.245233
0.829976
66.110268
8.215528
-0.498915
5.525849
34.215702
5.618510
-82.278801
Presione una tecla para continuar . . . .
```

Figura 5.19 Procesamiento de seis señales.

La Tabla 5.5 muestra las componentes de marea para las seis señales: lunar, solar y anual, obtenidas para los años 1972 y 1973. Al compara estos valores con los obtenidos para los meses de febrero a mayo de 2011 observamos que las amplitudes varían alrededor de un centímetro excepto la de  $S_1$ , que tiene una diferencia de 7 centímetros, su amplitud aumento lo cual también influye al restarse la fuerza a la serie de datos mareograficos.

Tabla 5.5 Componentes de marea obtenidas de los años 1972 y 1973.

Nombre	Componente	a	b	A [cm]	$\Phi$
Lunar Diurna	$M_1$	-0.468401	-0.120026	0.483535	255° 37' 38.68"
Lunar Semidiurna	$M_2$	-4.906888	-18.004162	18.660852	195° 14' 42.84"
Solar Diurna	$S_1$	0.758869	0.336122	0.829976	66° 06' 36.96"
Solar Semidiurna	$S_2$	-0.071538	8.215216	8.215528	259° 30' 03.91"
Solar Anual	$S_a$	-3.107241	-4.569471	5.525849	214° 12' 56.53"
Solar Semianual	$S_{sa}$	5.567570	-0.754862	5.618510	97° 43' 16.32"

Luego de restar a la serie de tiempo las seis componentes de marea obtenemos la gráfica de la Figura 5.20, se puede observar una disminución en el rango de marea general, también se observa que las componentes anual y semianual se redujeron.

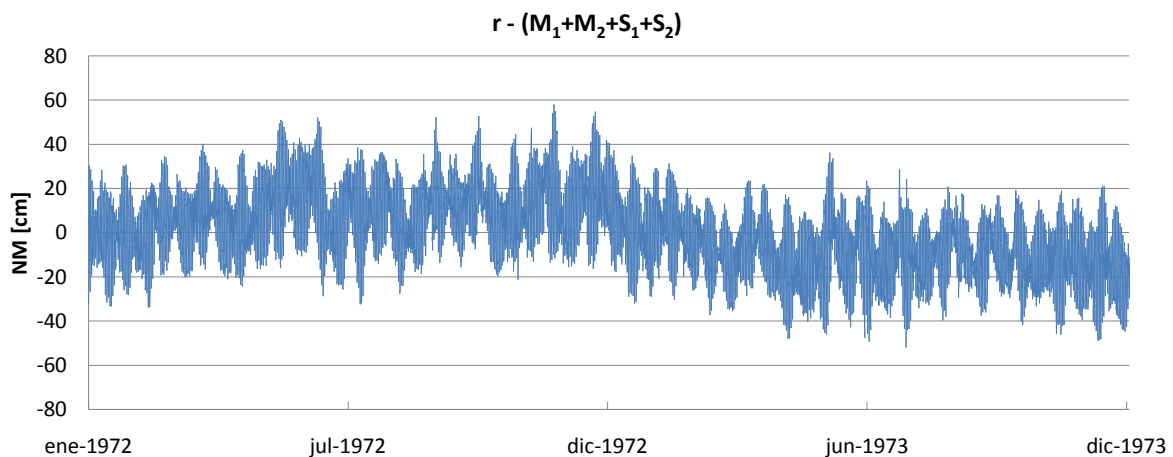


Figura 5.20 Mareograma, estación Acapulco, Gro.

El promedio de los valores del nivel del mar de la Figura 5.20 es 0.002152014 cm que al sumarle el promedio que se le quito para bajar la gráfica a cero y convirtiéndolo a milímetros se obtiene: 1,429.34716 [mm]. Obteniendo el promedio de la serie de tiempo original: 1,429.32564 [mm]. Estos valores representan Nivel Medio del Mar, a este nivel se encontraría el agua del mar en la estación Acapulco, Gro., si no estuviera afectada por las fuerzas astronómicas, meteorológicas y de la profundidad de las cuencas oceánicas.

El que los dos resultados salieran con diferencias despreciables puede interpretarse como que no es tan necesario un análisis armónico, sin embargo, hay que recordar que solo se calcularon algunos armónicos por lo que no se puede confiar en el NMM aquí obtenido, es solo un ejemplo de cómo se realiza el análisis armónico para predecir la marea y obtener el NMM.

Todo lo anterior puede interpretarse como que no es necesario realizar Análisis Armónico para obtener el nivel medio del mar, en realidad no es necesario, se puede obtener un NMM sacando el promedio de una serie larga (18.6 años), sin embargo para cuestiones de precisión el Análisis Armónico obtiene buenos resultados ya que se toma en cuenta los períodos precisos de cada una de las fuerzas generadoras de marea, además con el Análisis Armónico se obtienen los datos para hacer la predicción de la marea la cual indica en cada tiempo el nivel de las aguas lo cual es necesario por ejemplo para la entrada de barcos a puertos de profundidades pequeñas evitando así que estos no encallen o para el paso de barcos debajo de puentes.

## 6 CONCLUSIONES

El trabajo realizado en esta tesis es solo un ejemplo, pues no se están tomando en cuenta todos los armónicos, ni la cantidad de datos necesarios para considerar un análisis armónico de nivel. Como se ha mencionado, para predecir la marea de algún punto en específico, se requiere calcular las componentes de marea de una larga lista de armónicos; la cantidad depende de la posición sobre la superficie terrestre, y no solo de los armónicos sino también de la longitud de la serie de tiempo, ya que se requiere calcular hasta el Ciclo de Metón de una longitud de 18.6 años, por lo que la serie de tiempo debe ser de un poco más que este ciclo.

Como podemos ver, la cantidad de datos a procesar dependerá de la precisión requerida, cosa que ya no es problema en esta era de tecnología donde inclusive los lenguajes de programación se las ingenian para generar memoria dinámica que puede ser utilizada una y otra vez sin causarle problemas a máquinas de poca capacidad.

El análisis armónico es recomendable para predecir la marea por que toma en cuenta directamente los períodos de las fuerzas generadoras de marea, y esto no solo aplica para la marea astronómica sino para todas aquellas fuerzas de las cuales se pueda calcular su período, por ejemplo las que tienen que ver con el fondo marino.

El análisis armónico se hace para cada punto de la costa por que el nivel del mar varía por la fuerza de gravedad que depende de la composición de las capas de la corteza terrestre y de la latitud del punto de interés.

Es importante tener en cuenta, a la hora de calcular el período de los componentes armónicos, que tiempo (sideral, solar verdadero, etc.) se está tomando en cuenta.

## Índice de Imágenes

Coordenadas esféricas.....	11
La vertical del lugar.....	12
Red Geodésica Nacional Activa. ....	17
Alturas referidas al Geoide y al elipsoide. ....	18
La marea y sus características. ....	21
Mareógrafo de flotador.....	23
Un mes de observaciones del nivel del mar en Acapulco, Guerrero. ....	24
Período del día lunar. ....	25
Fases de la Luna y su relación con la producción de mareas.....	28
Mes sinódico.....	29
Tipos de marea. ....	30
Las características de la luna responsables de los patrones de marea en la Figura 2.7 .....	31
Declinación del ecuador de la Tierra respecto al plano de la Eclíptica.....	32
Declinación lunar.....	33
Desigualdad semidiurna. ....	34
Las posiciones en el sistema Tierra-Luna que se utilizan para calcular las fuerzas de marea.....	36
Centro de masas y velocidad angular del sistema Tierra-Luna.....	40
Fuerza centrípeta y fuerza centrífuga. ....	42
Serie de Tiempo.....	46
Onda complicada como la suma de ondas simples. ....	48
La amplitud y el retraso de fase del componente armónico. ....	54
Componentes de marea.....	55
Página de inicio del sitio web del Servicio Mareográfico Nacional.....	58
Información de la Estación Acapulco, Gro. ....	59
Datos en tiempo real para el día 8 de marzo de 2013 de la estación Acapulco, Gro. ....	60
Datos del nivel del mar de la estación Acapulco, Gro.....	60
Mareograma.....	63
Gráfica del caso 1 de la Tabla 5.1.....	64
Gráfica del caso 2 de la Tabla 5.1 .....	65
Gráfica del caso 3 de la Tabla 5.1.....	66
Mareograma, caso 1.....	67



Mareograma, caso 2. ....	67
Mareograma, caso 3. ....	68
Mareograma, estación de Acapulco, Gro. ....	68
Corrida del programa. ....	70
Gráfica de los componentes armónicos principales. ....	71
Suma de los componentes armónicos $M_1$ y $S_1$ ....	72
Suma de los componentes armónicos $M_2$ y $S_2$ . ....	73
Suma de la predicción de los armónicos principales. ....	73
Mareograma, estación Acapulco, Gro. ....	74
Mareograma, estación Acapulco, Gro. ....	75
Procesamiento de seis señales. ....	76
Mareograma, estación Acapulco, Gro. ....	77

## Anexo A

```
1 /*Marisela Prospero Diaz*/
2 #include <stdio.h>
3 #include <stdlib.h>
4 #include <math.h>
5
6 #define PI 3.14159265358979
7
8 int i, j, k, n;
9
10 void matrizA(int op, float *, int np, int ny);
11 void prediccion(int op);
12 void analisisArmonicoEspectral(int op);
13 void picosEspectrograma(float **Sw, int n);
14
15 int main(int argc, char *argv[])
16 {
17     int op;
18     /*MENU*/
19     printf("Elige una opcion\n\n\tOperaciones con series de tiempo\n");
20     printf("\t1.-Prediccion\n");
21     printf("\t2.-Analisis Armonico\n");
22     printf("\t3.-Analisis Espectral\n\n");
23     scanf("%i",&op);
24     switch (op)
25     {
26     case 1:
27         printf("Si los valores de Ai, Fi, wi o ai, bi, Pi son conocidos \npara cada con
28         scanf("%i",&op);
29         prediccion(op);
30         break;
31     case 2:
32         analisisArmonicoEspectral(op);
33         break;
34     case 3:
35         analisisArmonicoEspectral(op);
36         break;
37     default:
38         printf("No es una opcion de este menu\n");
39     }
40     system("\nPAUSE");
41     return 0;
42 }
43
44 /*.....*/
45 void matrizA(int op, float *w, int np, int ny)
46 {
47     float **A, **ATA, *ATft, *AF; //Minimos Cuadrados
48     float **S, **T, **TI, suma=0.0, **TITT, **I, *X; //Matriz Inversa
49     float **Sw, *r2, sr2=0.0, sft2=0.0; /*Para analisis espectral*/
50
51     int NoCoVa;
52     FILE *a1, *a2; //archivo que contiene datos, archivo de resultado
53     float *D, *ft, media; //Datos, funcion, ...
54     /*Apertura de y creacion de archivos*/
55     if((a1=fopen("datos.txt","r"))==NULL)
56     {printf("Error al abrir el archivo de datos");
57     exit (0);}
58     if((a2=fopen("resultado.txt","w"))==NULL)
59     {printf("Error al crear el archivo para resultados");
60     exit (0);}
61     /*Datos para reservar memoria y ciclos*/
62     if(op==3)
63     {
64         NoCoVa= np;
65         np=1;
66     }
67     else
68     {NoCoVa =1;}
```

```

69 /*Asignacion dinámica de memoria*/
70 if((D= (float *)calloc(ny,sizeof(float))) == NULL)
71 {printf("Error memoria D");
72 exit(0);}
73 if((ft= (float *)calloc(ny,sizeof(float))) == NULL)
74 {printf("Error memoria ft");
75 exit(0);}
76 if((Sw= (float **)calloc(NoCoVa,sizeof(float))) == NULL)
77 {printf("Error memoria Sw");
78 exit(0);}
79 for(i=0;i<NoCoVa;i++)
80 {if((Sw[i]= (float *)calloc(2,sizeof(float))) == NULL)
81 {printf("Error memoria Sw[%i]",i);
82 exit(0);}}
83 /*Lectura de datos desde el archivo*/
84 for(i=0;i<ny;i++)
85 {
86 fscanf(al, "%f", &D[i]);
87 suma = suma + D[i];
88 }
89 /*Calculo de f(t)*/
90 media= suma/(float)ny;
91 for(i=0;i<ny;i++)
92 ft[i]= D[i]-media;
93 /*Ajuste por MINIMOS CUADRADOS "a" "b"*/
94 //printf("NoCoVa= %i\n", NoCoVa);
95 for(n=0;n<NoCoVa;n++)
96 {
97 /*Reserva Memoria Dinamica*/
98 if((A= (float **)calloc(ny,sizeof(float))) == NULL)
99 {printf("Error memoria A");
100 exit(0);}
101 for(i=0;i<ny;i++)
102 {if((A[i]= (float *)calloc(2*np,sizeof(float))) == NULL)
103 {printf("Error memoria A[%i]",i);
104 exit(0);}}
105 if((ATA= (float **)calloc(2*np,sizeof(float))) == NULL)
106 {printf("Error memoria ATA");
107 exit(0);}
108 for(i=0;i<2*np;i++)
109 {if((ATA[i]= (float *)calloc(2*np,sizeof(float))) == NULL)
110 {printf("Error memoria ATA[%i]",i);
111 exit(0);}}
112 if((ATft= (float *)calloc(2*np,sizeof(float))) == NULL)
113 {printf("Error memoria ATft");
114 exit(0);}
115 if((X= (float *)calloc(2*np,sizeof(float))) == NULL)
116 {printf("Error memoria X");
117 exit(0);}
118 if((S= (float **)calloc(2*np,sizeof(float))) == NULL)
119 {printf("Error memoria S");
120 exit(0);}
121 for(i=0;i<2*np;i++)
122 {if((S[i]= (float*)calloc(2*np,sizeof(float))) == NULL)
123 {printf("Error memoria S[%i]",i);
124 exit(0);}}
125 if((T= (float **)calloc(2*np,sizeof(float))) == NULL)
126 {printf("Error memoria T");
127 exit(0);}
128 for(i=0;i<2*np;i++)
129 {if((T[i]= (float*)calloc(2*np,sizeof(float))) == NULL)
130 {printf("Error memoria T[%i]",i);
131 exit(0);}}
132 if((TI= (float **)calloc(2*np,sizeof(float))) == NULL)
133 {printf("Error memoria TI");
134 exit(0);}
135 for(i=0;i<2*np;i++)
136 {if((TI[i]= (float*)calloc(2*np,sizeof(float))) == NULL)
137 {printf("Error memoria TI[%i]",i);
138 exit(0);}}

```

```

139 if((TITT= (float **)calloc(2*np,sizeof(float))) == NULL)
140     {printf("Error memoria TITT");
141       exit(0);}
142 for(i=0;i<2*np;i++)
143     {if((TITT[i]= (float*)calloc(2*np,sizeof(float))) == NULL)
144       {printf("Error memoria TITT[%i]",i);
145         exit(0);}}
146 if((I= (float **)calloc(2*np,sizeof(float))) == NULL)
147     {printf("Error memoria I");
148       exit(0);}
149 for(i=0;i<2*np;i++)
150     {if((I[i]= (float*)calloc(2*np,sizeof(float))) == NULL)
151       {printf("Error memoria I[%i]",i);
152         exit(0);}}
153 /*Formando la matriz A*/
154 if(op==2)
155     for(j=0;j<ny;j++)
156         for(i=0;i<ny;i++)
157             {
158                 A[i][2*j]= cos(w[j]*((float)i+1.0));
159                 A[i][2*j+1]= sin(w[j]*((float)i+1.0));
160             }
161     else
162         for(i=0;i<ny;i++)
163             {
164                 A[i][0]= cos(w[n]*((float)i+1.0));
165                 A[i][1]= sin(w[n]*((float)i+1.0));
166             }
167 /*Multiplicacion "AT*A"*/
168 for(i=0;i<2*np;i++)
169     {
170         for(j=0;j<2*np;j++)
171             for(k=0;k<ny;k++)
172                 ATA[i][j] = ATA[i][j] + A[k][i] * A[k][j];
173     }
174 /*Multiplicacion "AT*f(t)"/
175 for(j=0;j<2*np;j++)
176     for(i=0;i<ny;i++)
177         ATft[j]= ATft[j] + A[i][j]*ft[i];
178 /*Proceso para obtener la matriz Inversa*/
179 /*Matriz "S"*/
180 for(i=0;i<2*np;i++)
181     for(j=0;j<2*np;j++)
182         for(k=0;k<2*np;k++)
183             S[i][j] = S[i][j] + ATA[k][i] * ATA[k][j];
184 /*Matriz "T"*/
185 for(i=0;i<2*np;i++)
186     {
187         suma=0.0;
188         for(k=0;k<i;k++)
189             suma= suma + pow(T[k][i],2);
190         T[i][i]= sqrt(S[i][i]-suma);
191         for(j=i+1;j<2*np;j++)
192             {
193                 suma=0.0;
194                 for(k=0;k<i;k++)
195                     suma= suma + T[k][i]*T[k][j];
196                 T[i][j]= (S[i][j]-suma) / T[i][i];
197             }
198     }
199 /*inversion de la matriz "T", calculando por columnas de abajo a arriba*/
200 for(j=0;j<2*np;j++)
201     {
202         TI[j][j]= 1.0/T[j][j];
203         for(i=j-1;i>=0;i--)
204             {
205                 suma= 0.0;
206                 for(k=i;k<j;k++)
207                     suma= suma + TI[i][k]*T[k][j];
208                 TI[i][j]= -suma / T[j][j];
209             }
210     }

```

```

211 /*TI*TI, T inversa por T inversa transpuesta*/
212 for(i=0;i<2*np;i++)
213     for(j=0;j<2*np;j++)
214         for(k=0;k<2*np;k++)
215             TITT[i][j] = TITT[i][j] + TI[i][k] * TI[j][k];
216 /*I, matriz inversa de A*/
217 for(i=0;i<2*np;i++)
218     for(j=0;j<2*np;j++)
219         for(k=0;k<2*np;k++)
220             I[i][j] = I[i][j] + TITT[i][k] * ATA[j][k];
221 /*Termina calculo de la inversa*/
222
223 /*Matrix "X"*/
224 for(i=0;i<2*np;i++)
225 {
226     for(j=0;j<2*np;j++)
227         X[i] = X[i] + I[i][j] * ATft[j];
228     printf("%f\n",X[i]);
229 }
230 /*Analisis Armonico o Espectral*/
231 if(op==2)
232 {
233     /*Reserva de memoria dinamica*/
234     AF= (float *)calloc(2*np,sizeof(float));
235     if(AF == NULL)
236         {printf("Error memoria AF");
237         exit(0);}
238     /*Calculo de la Amplitud y la Fase*/
239     for(i=0;i<np;i++)
240     {
241         AF[2*i]= sqrt(pow(X[2*i],2.0) + pow(X[2*i+1],2.0));
242         AF[2*i+1]= atan(X[2*i]/X[2*i+1])*180.0/PI;
243     }
244     printf("Matriz AF\n");
245     for(i=0;i<2*np;i++)
246         printf("%f\n", AF[i]);
247     free(AF);
248 }
249 else
250 {
251     /*Reserva de memoria dinamica*/
252     r2= (float *)calloc(ny,sizeof(float));
253     if(r2 == NULL)
254         {printf("Error memoria r2");
255         exit(0);}
256     /*Calculo de la Norma Residual*/
257     sr2=0.0;
258     sft2=0.0;
259     for(i=0;i<ny;i++)
260     {
261         r2[i]= pow(ft[i] - X[0]*A[i][0] - X[1]*A[i][1],2.0);
262         //printf("r2[%i]= %f\n", i+1, r2[i]);
263         sr2= sr2 + r2[i];
264         sft2= sft2 + pow(ft[i],2.0);
265     }
266     //printf("sr2= %f sft2= %f\n", sr2, sft2);
267     /*Valor Espectral*/
268     Sw[n][1]= 1.0 - (sr2 / sft2);
269     //printf("Sw= %f\n", Sw);
270     fprintf(a2, "%3.0i %12.6f %8.6f\n", n+1, Sw[n][0]= w[n]/(2.0*PI), Sw[n][1])
271     /*Libera memoria*/
272     free(r2);
273 }
274 /*Libera Memoria para Iterar Minimos Cuadrados*/
275 for(i=0;i<ny;i++) free(A[i]); free(A);
276 for(i=0;i<2*np;i++) free(ATA[i]); free(ATA);
277 free(ATft);
278 for(i=0;i<2*np;i++) free(S[i]); free(S);
279 for(i=0;i<2*np;i++) free(T[i]); free(T);
280 for(i=0;i<2*np;i++) free(TI[i]); free(TI);

```

```

281     for(i=0;i<2*np;i++) free(TITT[i]); free(TITT);
282     for(i=0;i<2*np;i++) free(I[i]); free(I);
283     free(X);
284 }
285 picosEspectrograma(Sw, NoCoVa);
286 /*j=0;
287 for(i=0;i<NoCoVa;i++)
288 {
289     if(Sw[i]<Sw[i+1] && Sw[i+1]>Sw[i+2])
290     {
291         j++;
292         fprintf(a2, "%i %f\n", j, Sw[i+1]);
293     }
294 }*/
295
296 /*HASTA AQUI PARA NoCoVa*/
297 /*Libera memoria dinámica*/
298 free(w);
299 free(D);
300 free(ft);
301 fclose(a1);
302 fclose(a2);
303 }
304
305 void prediccion(int op)
306 {
307     float Ai, Fi, wi, ai, bi, Pi;
308
309     if(op==1)
310     {
311         printf("Teclea los valores asi: Ai Fi wi, las dos ultimas en grados\n");
312         scanf("%f%f%f", &Ai, &Fi, &wi);
313         printf ("f(t)= %f\n", Ai*sin((wi+Fi)*PI/180.0));
314     }
315     else if(op==6)
316     {
317         printf("Teclea los valores asi: ai bi Pi\n");
318         scanf("%f %f %f", &ai, &bi, &Pi);
319         printf ("f(t)= %f\n", ai*cos(2*PI/Pi) + bi*sin(2*PI/Pi));
320     }
321     else
322     {
323         printf("No es una opcion del menu prediccion\n");
324         //return 0;
325     }
326 }
327 }
328
329 void analisisArmonicoEspectral(int op)
330 {
331     int np, ny;
332     float p, f, *w;
333     /*Datos necesarios para abrir el archivo y reservar memoria dinamica*/
334     printf("Numero de datos del NMM: ");
335     scanf("%i", &ny);
336
337     /*Analisis Armónico*/
338     if(op==2)
339     {
340         printf("Cuantos periodos: ");
341         scanf("%i", &np);
342         /*Asignacion dinámica de memoria*/
343         w= (float *)calloc(np, sizeof(float));
344         if(w == NULL)
345             {printf("Error memoria f");
346              exit(0);}
347         /*Calculo de OMEGA*/
348         for(i=0;i<np;i++)
349         {
350             printf("Periodo de la señal %i = ", 164, i+1);

```

```

381     scanf("%f", &p);
382     w[i]= 2.0*PI/p;
383 }
384 matrizA(op, w, np, ny);
385 }
386 /*Analisis Espectral*/
387 else
388 {
389     printf("Cuantas veces: ");
390     scanf("%i", &np);
391     /*Asignacion dinamica de memoria*/
392     w= (float *)calloc(np, sizeof(float));
393     if(w == NULL)
394     {printf("Error memoria f");
395       exit(0);}
396     printf("Frecuencia de inicio: ");
397     scanf("%f", &f);
398     /*Calculo de OMEGA*/
399     for(i=0; i<np; i++)
400     {
401         w[i]= 2.0*PI*f*((float)i+1.0);
402         //printf("w[%i]= %f\n", i, w[i]);
403     }
404     matrizA(op, w, np, ny);
405 }
406 }
407
408 void picosEspectrograma(float **Sw, int n)
409 {
410     FILE *a;
411     float **m, aux, aux0;
412     int c=0;
413     if((m= (float **)calloc(n, sizeof(float))) == NULL)
414     {printf("Error memoria m");
415       exit(0);}
416     for(i=0; i<n; i++)
417     {if((m[i]= (float *)calloc(2, sizeof(float))) == NULL)
418       {printf("Error memoria [%i]", i);
419         exit(0);}}
420     if((a=fopen("max.txt", "w"))==NULL)
421     {printf("Error al crear el archivo para guardar los maximos del Espectrograma");
422       exit (0);}
423     /*Determina los maximos*/
424     for(i=0; i<n-3; i++)
425     {
426         if(Sw[i][1]<Sw[i+1][1] && Sw[i+1][1]>Sw[i+2][1])
427         {
428             m[c][1]= Sw[i+1][1];
429             m[c][0]= Sw[i+1][0];
430             c++;
431             //printf("%i %f\n", c, Sw[i+1]);
432         }
433     }
434     /*Ordena por el Metodo de Burbuja*/
435     for(j=0; j<c-1; j++)
436     for(i=0; i<c; i++)
437     if(m[i][1]<m[i+1][1])
438     {
439         aux= m[i][1];      aux0= m[i][0];
440         m[i][1]= m[i+1][1]; m[i][0]= m[i+1][0];
441         m[i+1][1]= aux;    m[i+1][0]= aux0;
442     }
443     for(j=0; j<c; j++)
444     fprintf(a, "%12.6f %12.6f\n", m[j][0], m[j][1]);
445
446     for(i=0; i<2; i++) free(m[i]); free(m);
447     for(i=0; i<2; i++) free(Sw[i]); free(Sw);
448     fclose(a);
449 }

```

## Bibliografía

**INEGI, Instituto Nacional de Estadística, Geografía e Informática.** Geodesia. [En línea] Derechos reservados © 2011 INEGI. <http://www.inegi.org.mx/geo/contenidos/geodesia/default.aspx>.

—. **2011.** Introducción al Geoide Gravimétrico Mexicano (GGM). [En línea] INEGI, 2011. [Citado el: 11 de Febrero de 2013.] <http://www.inegi.org.mx/geo/contenidos/geodesia/ggm.aspx>.

**Instituto de Astronomía, Universidad Nacional Autónoma de México. 2012.** *Anuario del Observatorio Astronómico Nacional*. México, D. F. : astronomía, unam, 2012.

**Mareográfico Nacional, Servicio.** Servicio Mareográfico Nacional. *Servicio Mareográfico Nacional*. [En línea] Universidad Nacional Autónoma de México, Instituto de Geofísica.[Citado el: 12 de 12 de 2012.] [www.mareografico.unam.mx](http://www.mareografico.unam.mx).

**Mareografico Nacional, Servicio. 1988.** *TABLAS DE PREDICCIÓN DE MAREAS 1989, Puerto del Golfo de México y Mar Caribe*. México, D. F. : Dirección General de Publicaciones, 1988.

**Pugh, David. 2004.** *Changing Sea Levels. Effects of Tides, Weather and Climate*. Reino Unido : Universidad de Cambridge, 2004.

**Ripa, Pedro. 1996.** *LA INCREIBLE HISTORIA DE LA MALENTENDIDA FUERZA DE CORIOLIS*. México D. F. : La Ciencia desde México, 1996.

**Vanicek, Petr. 2010.** Análisis Espectral de Series de Tiempo por Mínimos Cuadrados. *Apuntes de Geodesia*. 2010.