



**DIVISION DE EDUCACION CONTINUA
FACULTAD DE INGENIERIA U.N.A.M.**

**VIII CURSO INTERNACIONAL DE INGENIERIA SISMICA
DISEÑO SISMICO DE EDIFICIOS**

T E M A 1

CRITERIOS DE DISEÑO SISMICO

Dr. Luis Esteva Maraboto

AGOSTO, 1982

3 Design: General

L. Esteva

3.1 NATURE AND OBJECTIVES OF EARTHQUAKE RESISTANT DESIGN

Engineering design is rooted on society's need to optimize. It implies considering alternate lines of action, assessing their consequences and making the best choice. In earthquake engineering, every alternate line of action includes the adoption of both a structural system and a seismic design criterion, while assessing consequences implies estimating structural response and hence the expected cost of damage. The choice is based on comparison of initial, maintenance and repair costs for the various alternatives. However obvious these concepts may appear to the authors of design codes, they are often not explicit in those codes and hence they are not always present in the minds of those who apply design prescriptions to practical problems. Equally concealed within the regulations of seismic design codes are the approximations implicit in conventional criteria for the prediction of structural response: the accuracy of their predictions is often strongly dependent on the type of structural system considered. Base shear coefficients and design response spectra are taken as measures of response parameters, as the latter are usually expressed in terms of accelerations and equivalent lateral forces acting on linear systems. But these variables are no more than indirect measures of system performance during earthquakes: they serve to control the values of more significant variables, such as lateral deflections of actual nonlinear systems, global and local ductilities, and safety margins with respect to instability failure (second-order effects). Because the relations of control variables to actual response are affected by the type and features of the structural system, better designs will be obtained if these relations are understood and accounted for, in contrast with blindly applying codified recommendations. In seismic design more than in any other field of engineering, it is easy to fall on a strict — but blind — application of the most advanced regulations and yet to produce a structure bound to perform poorly. This chapter does not intend to summarize modern design specifications; it aims, instead, at discussing the main concepts on which they are based, analyzing their virtues and their weaknesses, and stating the conditions for which acceptable results are to be expected.

Codified values of design intensities and of allowable values of response control variables stem from formal or informal cost-benefit studies. As

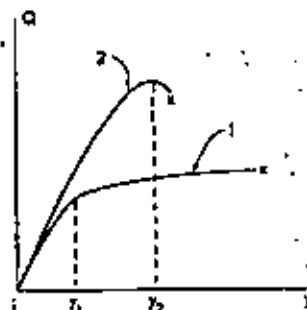


Fig. 3.1 Ductile and brittle systems

implicit in these studies, the general goal of optimization can be expressed in terms of direct, particular objectives: seismic design aims at providing adequate safety levels with respect to collapse in the face of exceptionally intense earthquakes, as well as with respect to damage to adjacent constructions; it also seeks to protect structures against excessive material damage under the action of moderate intensity earthquakes, to ensure simplicity of the required repair, reconstruction or strengthening works in case damage takes place, and to provide protection against the accumulation of structural damage during series of earthquakes. Finally, safety and comfort of occupants and of public in general is to be preserved by ensuring that structural response during moderate intensity earthquakes will not exceed given tolerance levels and that panic will not occur during earthquakes of moderate and high intensity, particularly in buildings where frequent gathering of people is expected.

Achievement of the foregoing objectives requires much more than dimensioning structural members for given internal forces. It implies explicit consideration of those objectives and of the problems related with nonlinear structural response and with the behavior of materials, members, and connections when subjected to several cycles of high-load reversal. It implies as well identifying serviceability conditions and formulating acceptance criteria with respect to them.

3.2 STRUCTURAL RESPONSE AND CONTROL VARIABLES

3.2.1 Ductility and strength A structural system is said to be ductile if it is capable of undergoing substantial deformations at nearly constant load, without suffering excessive damage or loss of strength in face of subsequent load applications. Curves 1 and 2 in Figure 3.1 show typical load Q vs. deflection y relations for first load application in ductile and brittle systems, respectively. Curve 1 corresponds to the response under lateral load of an

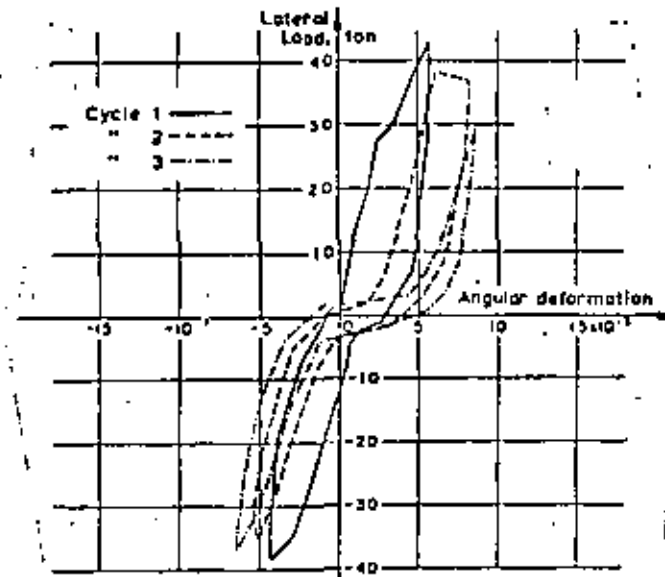
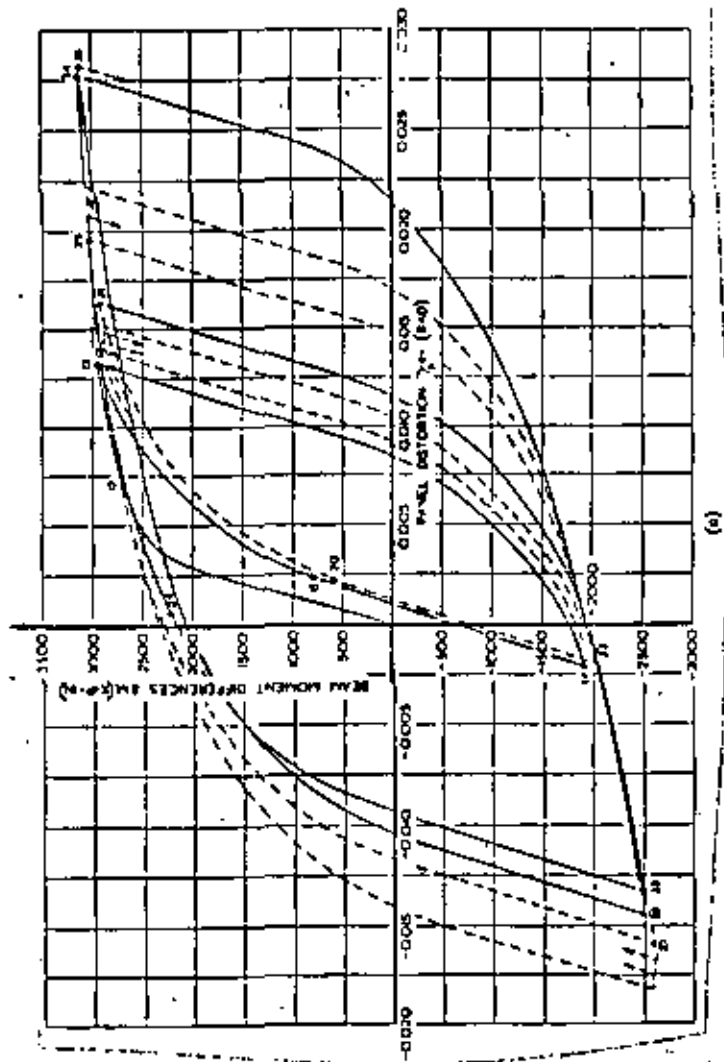


Fig. 3.2 (a) Non degrading stiffness (after Kraussler et al.²) (b) Degrading stiffness (after Esteva)^{3,1}

adequately detailed reinforced concrete frame where slenderness effects are not significant; curve 2 is typical of weakly reinforced hollow block masonry. But when the effect of several loading cycles has to be considered, ductile behavior cannot be inferred from looking only at curves such as these for first load application: damage produced during the first cycles may impair the system's energy absorption capacity for subsequent cycles, and stiffness can degrade, as in Figure 3.2(b), typical of plain masonry shear walls confined by reinforced concrete frames^{2,1}. In this case, stiffness degradation is associated with diagonal tension cracking of the infilling wall panel and the ensuing residual strains. Practically stable hysteretic cycles found for structural steel joints^{1,2} as shown in Figure 3.2(a) are synonymous with negligible damage.

As shown in Section 3.2.2, the ability of structural systems to respond to dynamic excitations according to load deflection curves similar to Figure 3.2(a) provides support to conventional seismic design criteria, which require structures to sustain only a fraction of the lateral forces they should have to resist would they be demanded to remain within their linear range of behavior during strong earthquakes. Thus, safety against collapse can be provided by making a structure strong, by making it ductile, or by designing it for an economic combination of both properties. For some types of materials and structural members, ductility is difficult to achieve, and

stiffness

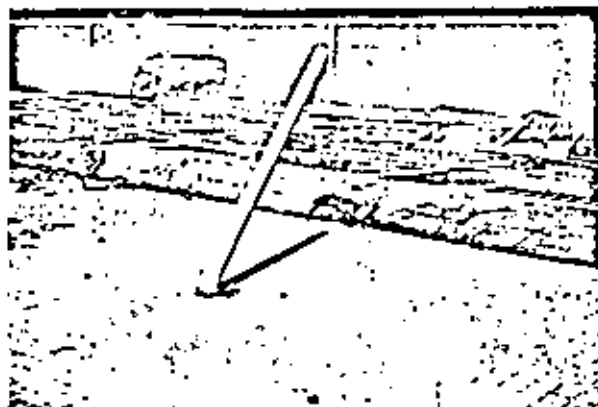


Fig. 3.3 Instability failure

economy dictates designing for relatively high lateral forces; for others, providing ductility is much cheaper than providing lateral capacity, and design practice reflects this. But material ductility does not necessarily imply system ductility, as P- Δ effects (that is, interaction between lateral deflections and internal forces produced by gravity loads acting on the deformed structure) can lead to instability failure when the effective lateral stiffness is too low (see Figure 3.3).

Nonlinear ductile behavior of complex systems usually stems as a consequence of local or concentrated ductile deformations that take place at those particular sections of a given structure where yielding strains are reached (Figure 3.4). Numerically, local ductility can be expressed either as the ratio of total to yield-limit curvatures at a given section or as the ratio of total to yield-limit rotation at a member end^{1,2}. Global or overall ductility is a property of a load-deformation curve expressed in terms of the resultant of external loads acting on a large portion of a given system. For instance, building frames are often dealt with as shear systems for the purpose of estimating their dynamic nonlinear response to seismic excitation. Global or overall ductilities can then be expressed in terms of the curves tying shear forces with lateral distortions. Numerical values of local ductilities determined by the above alternate criteria do not coincide among themselves, nor does overall ductility at a given story idealized as a segment of a shear beam coincide with the values of concentrated ductilities developed at the corresponding locations of the story, as overall ductility is a function of the ratio of the contributions to story distortion of concentrated ductile deformations and distributed elastic strains. Because beams are usually capable of developing larger ductilities than columns subjected to significant compressive loads, many building frames are designed under the 'strong column-weak girder' criterion, according to which different load factors are

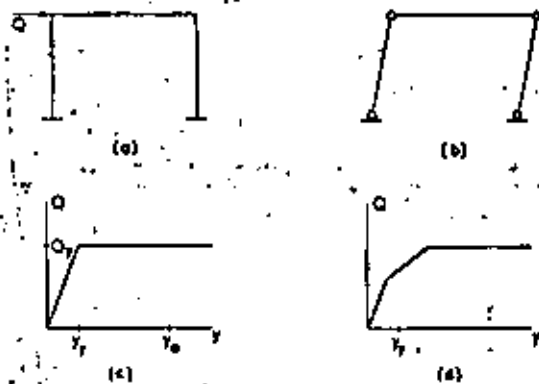


Fig. 3.4 Local and general ductility under lateral loads. (a) loads, (b) failure mechanism, (c) simultaneous yielding, (d) sequential yielding

adopted for different internal forces so as to make yielding much more likely at beam- than at column-ends. Under these conditions, significant coupling is introduced between nonlinear deformations of adjacent stories, and the shear-beam model may cease to apply. Whether the model in question strictly applies or not, nominal story ductilities are only indicators of their local values, and features contributing to ductility concentrations have to be held in mind while designing.

The relation between local and overall ductility is illustrated for a simple frame in Figure 3.4. Figure 3.4(b) shows the ideal case where moment-curvature graphs at critical sections are elasto-plastic and yielding is reached simultaneously at the four column-ends. If the frame is forced to undergo additional deformations at constant load, local curvatures at the yielding locations will increase and the lateral deflection of the frame will grow from y_1 to y_2 (Figure 3.4(c)). Local ductility can be measured by the ratio of the final and yielding values of the curvatures mentioned. Overall ductility is given by y_2/y_1 and is a function of local ductility and of the lengths of the member segments along which curvatures will be greater than their values at yielding. Those lengths are functions of the type of material, the local details and the relative variation of bending moment ordinates and structural section strength.

Consider now a frame subjected to a constant system of vertical loads Q_1 (Figure 3.5) that produce an initial state of internal forces. If a system Q_2 of lateral loads is gradually applied, the ordinates of bending moment diagrams (b) and (c) will be additive at some locations and subtractive at others. Yielding will occur sequentially, say in the order D, C, B, A, giving place to the load-deflection curve shown in Figure 3.5(d). Local ductilities will differ at the mentioned locations; they will depend, among other things, on the

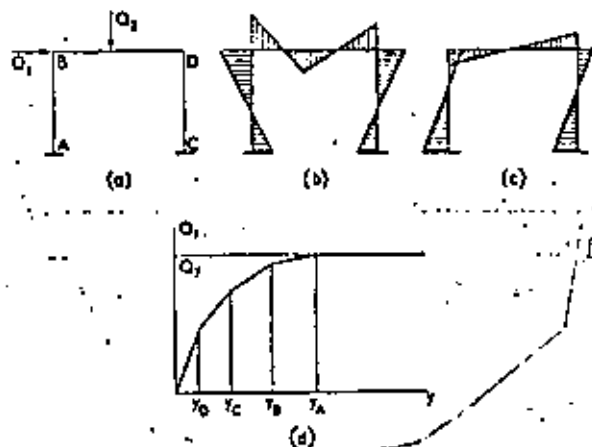


Fig. 3.3 Inelastic behavior under vertical and lateral loads: (a) loads, (b) vertical-load moments, (c) lateral load moments, (d) resulting load-deflection curve

order in which they reached their yield moments. Where axial loads are important, they can have a significant influence on these moments.

The following sections describe the quantitative relationships tying ductility demands with strength and stiffness in simple structural systems, as well as some problems found when trying to extrapolate those relationships to complex systems, representative of those encountered by engineers in their design practice.

Dynamic response of simple nonlinear systems A usual idealization of ductile structures is the elastoplastic system with load-deflection curve as shown in Figure 3.6(b), with stiffness k in the linear range of behavior, coefficient of viscous damping ζ , and top mass m . When the system responds to a strong earthquake, the maximum relative displacement D will exceed the yield deformation y_y , while the maximum lateral force will remain at the yield value Q_y if $P-\Delta$ effects are neglected. Failure is said to occur if the ductility demand D/y_y is greater than the available ductility μ . Figure 3.7 is a plot of yield deformations required to make ductility demands equal to available ductility for different values of this parameter, for the range of natural periods (computed in terms of the initial tangent stiffness of the elastoplastic system) most significant in practice, and for damping ratio $\zeta = 0.5\pi \text{ (km)}^{-1/2}$ equal to 0.02. Pseudo-accelerations kD/m can be read on the proper scale in the same plot. Inspection of these curves shows that, provided the natural period is not too short, required yield deformations — and hence required base shear coefficients — vary inversely with ductility. The same conclusion is reached if one reads along the scale of spectral pseudoaccelerations. But this favorable influence of ductility in reducing the required base-shear coefficient is less

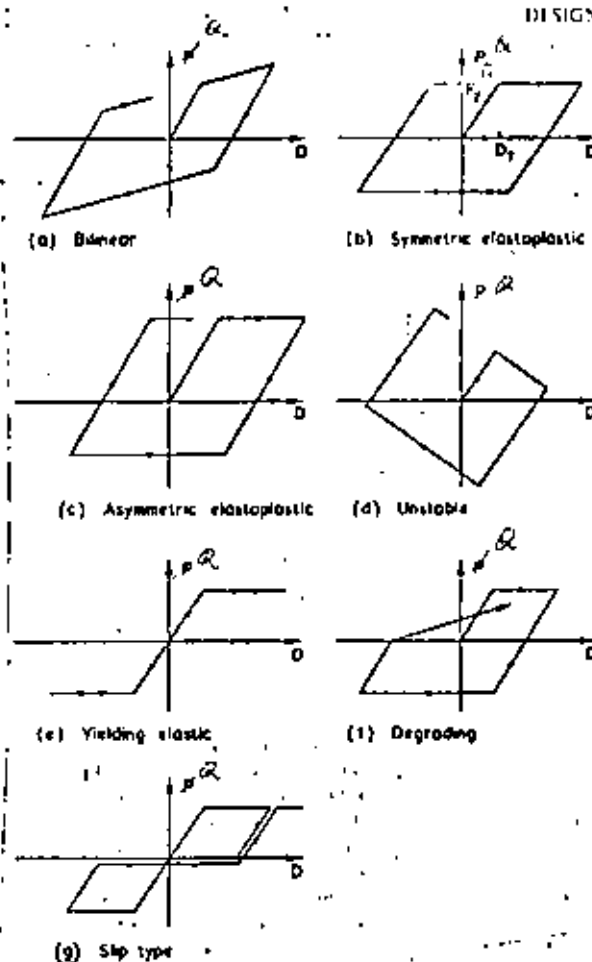


Fig. 3.6 Models of nonlinear behavior

pronounced in the range of short natural periods, say shorter than $2\pi/\alpha$, where π and α are peak values of ground velocity and acceleration, respectively; as the system becomes stiffer, T tends to zero and spectral pseudo acceleration tends to α , regardless of μ , assuming that μ has to remain bounded. Actual values of lateral relative displacements are equal to μy_y , which means that, for moderate and long natural periods, those displacements are nearly insensitive to μ , while for very short natural periods they

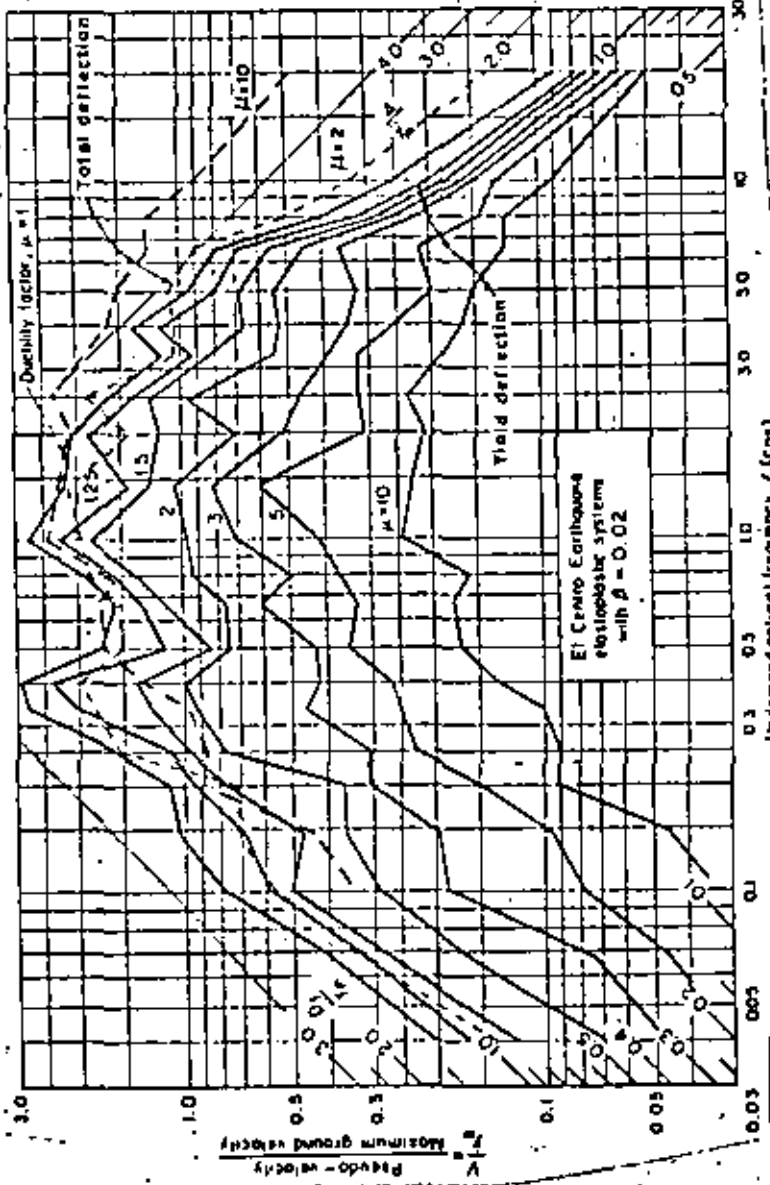


Fig. 3.7 Deformation spectra for elastoplastic systems with 2% critical damping subjected to the 1940 El Centro earthquake (after Newmark 1953)

adapted from

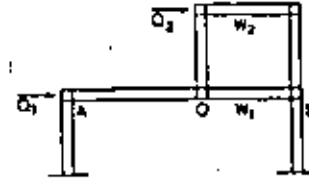


Fig. 3.8 Structure with asymmetric load distribution curve

tend to be proportional to μ . The results just described can be expressed as follows: if a simple elastoplastic system with initial natural period T is to develop a ductility factor μ during an earthquake, the required base shear coefficient can be obtained by applying a reduction factor to the corresponding spectral value for an elastic system having equal natural period and damping. For moderate and long values of T , the reduction factor is approximately equal to μ^{-1} , while for short natural periods it will be comprised between μ^{-1} and 1. Relative displacements will equal μ times those of an elastic system subjected to the reduced base shear; that is, they will be approximately equal to those of the elastic system subjected to the actual, unreduced earthquake, if T is not too short, or to μ times the latter values if T is nearly zero. This is shown by a comparison of the dashed and full lines in Figure 3.7.

Similar conclusions have been derived from other earthquake records obtained on firm ground. Although these conclusions can be expected to be qualitatively valid for soft soil conditions, corresponding approximate quantitative rules are still to be derived.

The foregoing conclusions have to be modified when considering systems whose response cannot be idealized as elastoplastic. Other usual idealizations are depicted in Figures 3.6(e) (f). Lateral strengths required for not exceeding given ductility demands in these systems are as a rule greater in 10 to 50% than those valid for the conventional elastoplastic system^{2, 3, 4}. In the asymmetric elastoplastic case, yield strength is different for each direction of load application. It occurs, for instance, as a consequence of gravity loads giving place to increased or decreased lateral capacity of the second story of the system shown in Figure 3.8, depending on whether the vertical reaction to force Q_2 , transmitted to beam AB at O, is directed upwards or downwards. Slip-type curves (Figure 3.9) usually stem as a result of lateral loads being carried by elements such as cross-braces or tie-cables, which can only carry tensile stresses. Yielding elastic curves are close approximations to the behavior of some prestressed concrete beams, subjected to antisymmetric end moments: these curves are often characterized by very narrow hysteretic loops. Degrading curves are frequently found in systems where a significant portion of the lateral capacity is due to members built with brittle materials and where no special precautions have been taken to prevent excessive damage in each cycle of load application. Such is the case, for

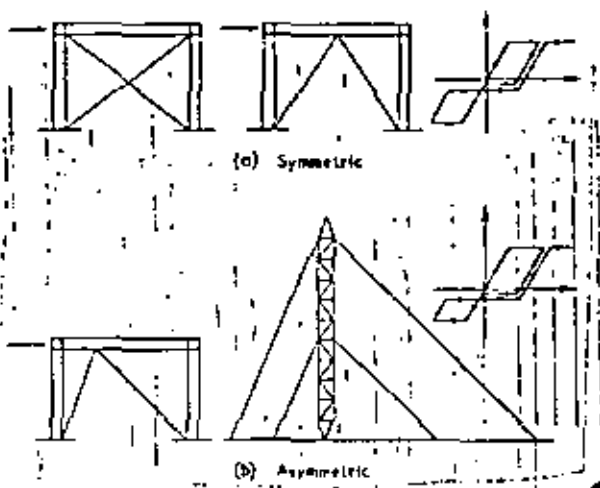


Fig. 3.9 Shear-type systems

instance, in masonry shear diaphragms or poorly detailed reinforced concrete frames.

Unstable curves (Figure 3.6(d)) are produced by the influence of significant vertical loads acting on the displacements of the deformed structure. The influence of instability effects on ductility demands and on safety against collapse can be much more drastic than that associated with the features of the curves previously discussed, and is usually controlled in design practice by the specification of amplification factors for lateral deflections and internal forces that account for increments associated with second order effects.

Ductility demands in complex systems Local ductility demands vary from point to point. Their distribution depends on that of local strength throughout the system, with significant interaction taking place between energy dissipation at different sections. The general patterns of ductility demands in complex systems have been studied almost exclusively in building frames, idealized either as shear beams or as assemblages of beams and columns where yielding is restricted to occur at plastic hinges located at the bar ends. Some results are plotted in Figures 3.10 and 3.11 for shear beams and frame systems, respectively. Each set of results corresponds to a different set of simulated earthquakes with frequency content similar to that observed under normal conditions on firm ground in the western coast of the United States. Structures were designed for the average ordinates, with respect to each set of motions, of the elastoplastic response spectrum corresponding to a ductility factor of 4. The systems in Figure 3.10 were

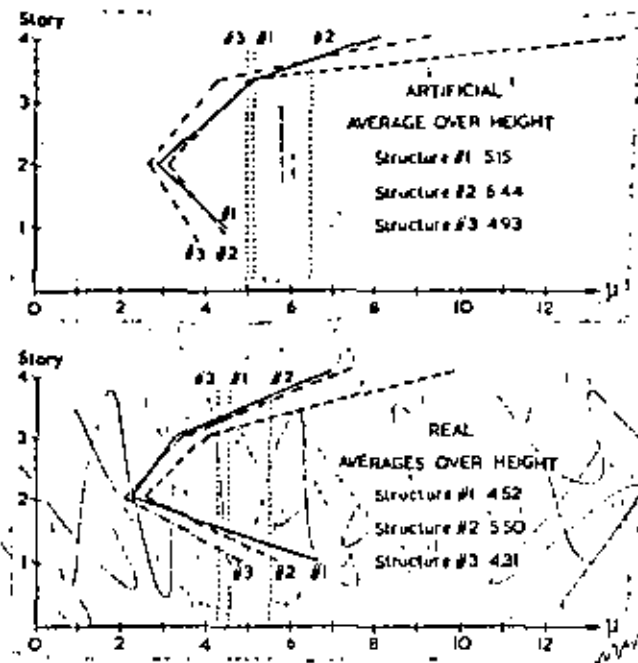


Fig. 3.10 Ductility demands in shear systems subjected to simulated earthquakes (after Frank et al. 1979)

designed for the contribution of the fundamental mode of vibration alone, while that in Figure 3.11 was designed for the superposition of its four natural modes, in accordance with the criterion of square root of sum of squares advocated in Ref. 3.10. The load factor was in all cases taken as unity. Ductilities were expressed in terms of story sway for the shear beams and of local curvature at hinges for the framed system; thus, their absolute values cannot be compared. Their variability throughout the building is evident, however, as is the occurrence of large ductilities at the upper portion of systems for which the response associated with higher natural modes was neglected.

More pronounced variability in ductility demands has been observed in some shear systems with fundamental periods shorter than the dominant period of the ground motion, and in those whose safety factors with respect to design story shears vary significantly through the building height^{3,11}. Such variability may be a consequence of architectural requirements, which often lead to some stories possessing elements stronger than they need to be in order to comply with the seismic coefficient adopted. When this happens,

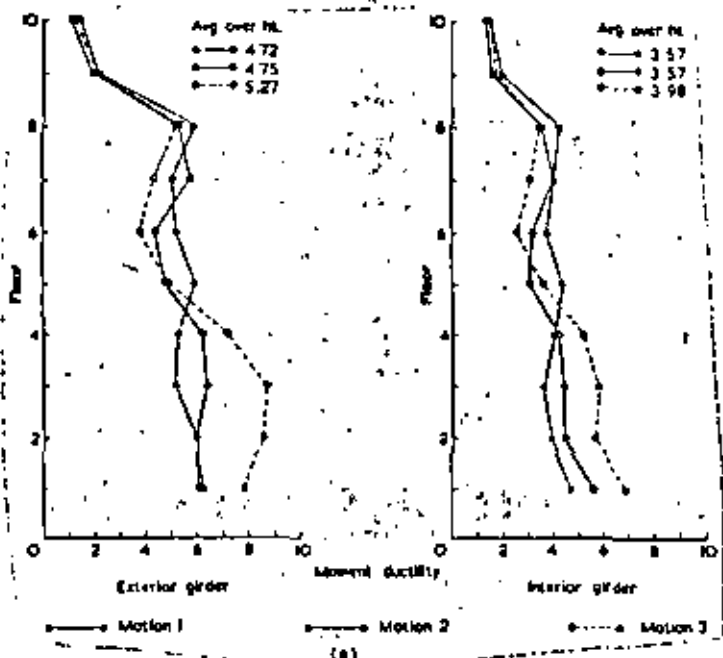
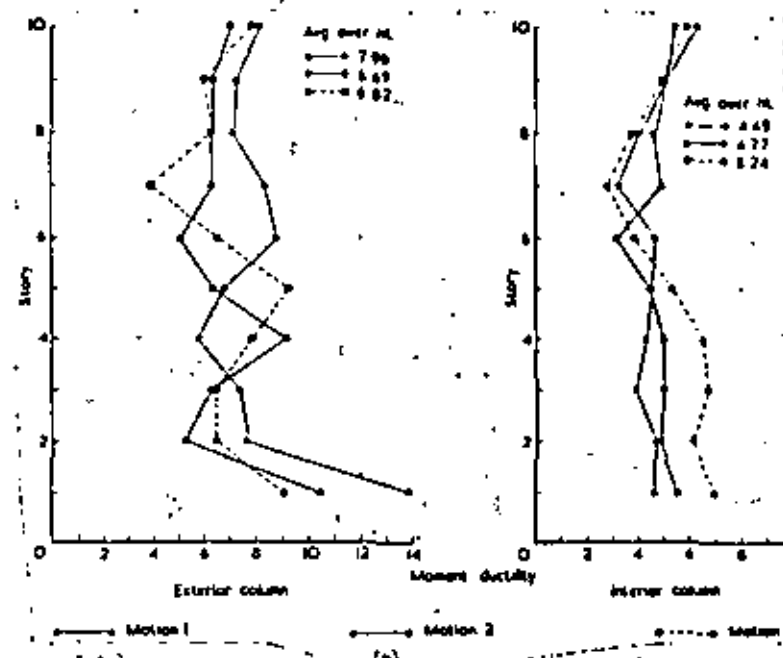


Fig. 3.11 (a) Maximum column ductility factors for gravity and earthquake design (a) exterior girders, (b) interior girders



the relative contribution of each story to the hysteretic dissipation of kinetic energy changes, and those stories possessing the smallest safety factors are subjected to higher ductility demands than if the safety factor were uniform throughout the structure. When these increased ductility demands cannot be met with adequate yielding capacity, the lateral force coefficient has to be raised. Because of the large displacements implied, slenderness effects may become specially significant.

3.2.2 Stiffness and deformations

Structural stiffness controls natural period and hence seismic forces. The latter are lower for longer periods, that is, for small stiffnesses, but then displacements and deformations may become excessive. In addition to ensuring adequate safety factors against collapse, seismic criteria should aim at controlling deformations, because they are directly responsible for damage to nonstructural elements, impact with adjacent structures, panic and discomfort.

Stiffness is also the main variable controlling safety against instability.

Lateral displacements and internal forces produced by horizontal ground motion are amplified by interaction between gravity loads and the displacements mentioned. The amplification function varies in a nonlinear fashion with respect to lateral stiffness and reaches very high values when the latter variable approaches a certain critical value. In ductile structures, safety against instability failure is a function of effective stiffness, that is, of the slope of the line joining the origin of the force-deflection graph with the point representing the maximum deflection and the corresponding lateral force (in elastoplastic systems, this is the same as the value of the tangent initial stiffness divided by the ductility factor). The increasing rate of variation of the amplification function mentioned with respect to lateral stiffness when the latter is made to approach its critical value hinders the possibility of designing for very small lateral forces through the construction of very ductile structures (Figure 3.3).

3.2.3 Damage and energy absorption

Ductile hysteretic response provides a manner of transforming and

Local ductilities in girders subjected to mutated earthquake girders, (b) columns adapted from Cavilund et al 3.4

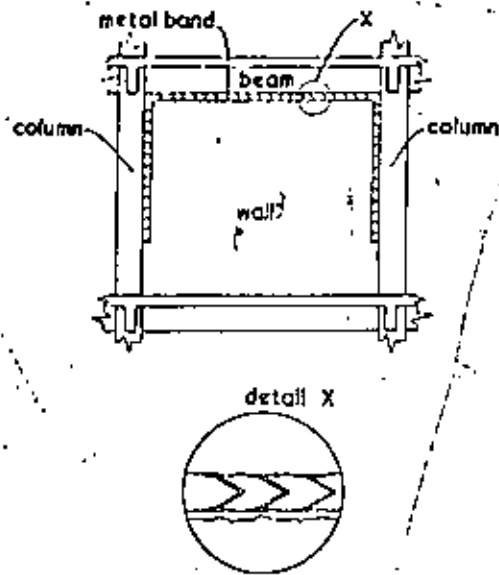
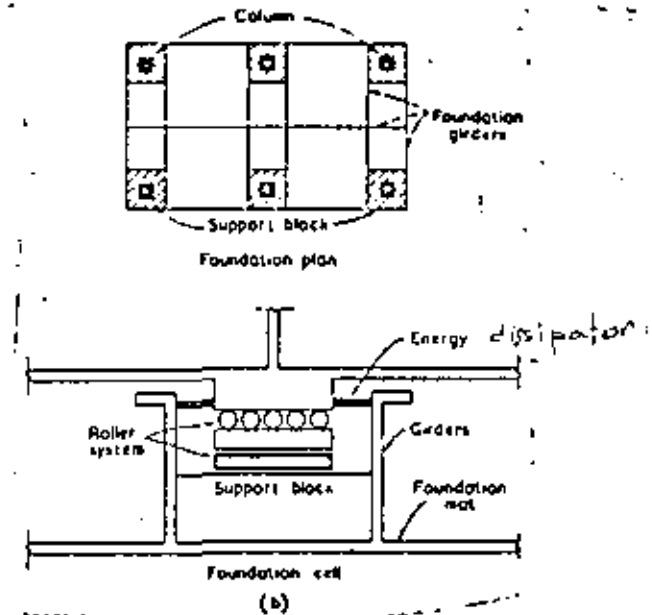


Fig. 3.12 Energy-absorbing and shock-isolating devices. (a) Metal band to protect partitions (after Neumann and Rosenbluth^{3.19}) (b) Roller support (after Ruzic^{3.15})

dissipating the kinetic energy imparted to a structure through its base. Such response usually implies some degree of damage, and possibly the deterioration of the system to withstand future severe earthquakes. Damage may accumulate during successive events, and the system's capacity may be seriously impaired. Decisions concerning the extent and level of damage that it is advisable to admit are mostly of an economic nature. In general, the degree of structural damage and its harmful effects on future performance can be controlled at some cost through selection of adequate materials and construction details, as described in Chapter 8. Damage to nonstructural members can be prevented through their isolation from the deformations of the structure. However, economy may dictate taking advantage of energy dissipation associated with damage. Architectural elements or ad hoc devices can be used for this purpose (Figure 3.12). In either case, considerations on facility of repair or replacement should form part of design.

The use of metal bands around partitions as shown in Figure 3.12(a) may serve the purposes of limiting the lateral forces that the structure will transmit to the partitions and at the same time taking advantage of the capacity of the partitions to resist such forces and making use of the energy absorbing capacity of the bands^{3.19}. In other cases, designing for significant damage on partitions may prove to be attractive.



Anchor bolts that yield during severe ground motion can provide protection to slender chimney stacks against local buckling or overall bending failure^{3.22}, at the expense of nonrecoverable elongations. Adequate performance of anchor bolts during sequences of earthquakes demands adjusting nuts after each event and replacing those bolts for which the sum of previous residual elongations is excessive.

Large concentrated deformations are frequent at spandrel beams connecting coupled shear-walls (Figure 3.10(b)) or at the ends of beams meeting shear-wall edges, and hence constitute adequate locations for energy-absorbing devices.

Partial isolation of building foundations from the ground motion has been advocated as a means to control structural response and nonstructural damage^{3.23, 3.24}. Isolating systems may consist of pads of very flexible material, assemblages of rollers or the like. Relative displacements between foundation and ground can be controlled by means of passive energy absorbing devices located at the ground-foundation interface (Figure 3.12(b)).



3.3 DESIGN PRINCIPLES

3.3.1 Design requirements and basic principles

The art of designing for earthquakes does not consist in producing structures capable of withstanding given sets of lateral forces, although that capability is part of a sound design. It involves producing systems characterized by an optimum combination of properties such as strength, stiffness, energy-absorption, and ductile-deformation capacities that will enable them to respond to frequent, moderate earthquakes without suffering significant damage, and to exceptional, severe earthquakes without endangering their own stability, their contents, or human life and limb. Achievement of this purpose means much more than application of codified rules; it demands understanding of the basic factors that determine the seismic response of structures, as well as ingenuity to produce systems with the required properties.

Codified requirements set optimum design levels in accordance with implicit cost-benefit analyses that balance initial construction costs with expected costs of damage and failure. They also recommend criteria and algorithms deemed adequate for the evaluation of the design actions tied to the optimum design levels. These recommendations serve the purpose of implementing sufficiently simple design criteria at the expense of narrowing the range of conditions where they give place to accurate predictions of response. It is the role of the engineer to recognize the possible deviations and to apply basic principles before trying to extrapolate general requirements to the particular problem at hand.

Static criteria of seismic design are stated in terms of the coefficients by which the masses of each structure have to be multiplied in order to produce the set of lateral forces to be designed for; but in most cases those coefficients stem from the dynamic response of linear shear beams possessing approximately uniform distributions of mass and stiffness. The meaning of the mentioned lateral forces must be clearly understood; they aim at providing a diagram of story shears that correspond to consistent safety levels; but they fail to predict other significant effects. Thus, reduction factors for overturning moment are required to account for the fact that maximum story shears do not occur simultaneously, and special algorithms have to be used to determine local effects, such as response of appendages and diaphragm stresses in floor systems, corresponding to safety levels consistent with those intended for story shear.

Dynamic criteria of design usually require performing a modal analysis, and hence variability in masses and stiffnesses is accounted for in the computation of the lateral force coefficients. Modal analysis however fails to predict the influence of nonlinear behavior except for some simple cases in which hysteretic dissipation of energy is distributed uniformly throughout the system and it is incapable of predicting ductility-demand concentrations and nonlinear interactions for the simultaneous action of several ground motion components. Whatever design criterion is adopted, departures of

actual conditions from those leading to uniform energy dissipation have to be recognized and their possible influence on behavior evaluated.

Given a set of design requirements and response control variables, a criterion of structural analysis capable of predicting with sufficient accuracy those variables must be applied to determine internal forces and deformed configuration. Simultaneous action of the significant components of ground motion has to be considered, including a scaling factor applied to each component in order to account for its probable value when the maximum absolute value of their combination takes place (see Chapter 2). The criterion of structural analysis adopted must be such as to recognize the possible concentrations of nonlinear behavior and to attain a sufficiently low probability that they occur at undesirable locations, as a consequence of inaccuracies of that criterion. This means that prediction of displacements and internal forces must account for stiffness and continuity, including all significant deformations; in particular, $P-\Delta$ effects must be considered at least by means of an approximate analysis intended to define the desirability of more refined studies. Some building code regulations state simple rules for deciding when $P-\Delta$ effects can be disregarded¹⁶. The contribution of the so-called nonstructural elements to stiffness should not be neglected, unless those elements are properly isolated from the structure or it is shown that they can not be harmful to its behavior.

Attention should be given to inertia forces associated with all significant components of local acceleration, namely angular acceleration (rotational inertia) of umbrella-like canopies or segments of stacks and vertical accelerations of long-span girders in bridges or industrial bents. Both types of acceleration are produced by horizontal, vertical, or rotational ground motion.

Adequate stress paths must be provided in order to guarantee that design forces can be transmitted down to the foundation. Deformability of the substructure and of the ground underlying it must be considered when defining the stiffness matrix of the whole system or the support conditions of the superstructure on the foundation. Distribution of contact pressures between ground and substructure should be computed on the bases that no tensile stresses can be transmitted at the interface, unless special provisions are taken, such as the construction of anchors or tension bearing piles.

Safety of structural and nonstructural elements to withstand the effects of local accelerations should be studied; in particular, overturning of walls and parapets produced by forces normal to their planes must be prevented by adequate reinforcement and anchorage.

3.3.2 Framing systems

Decisions concerning the selection of a framing system are influenced by many factors. Basic criteria are best illustrated by discussing some typical problems, as done in what follows

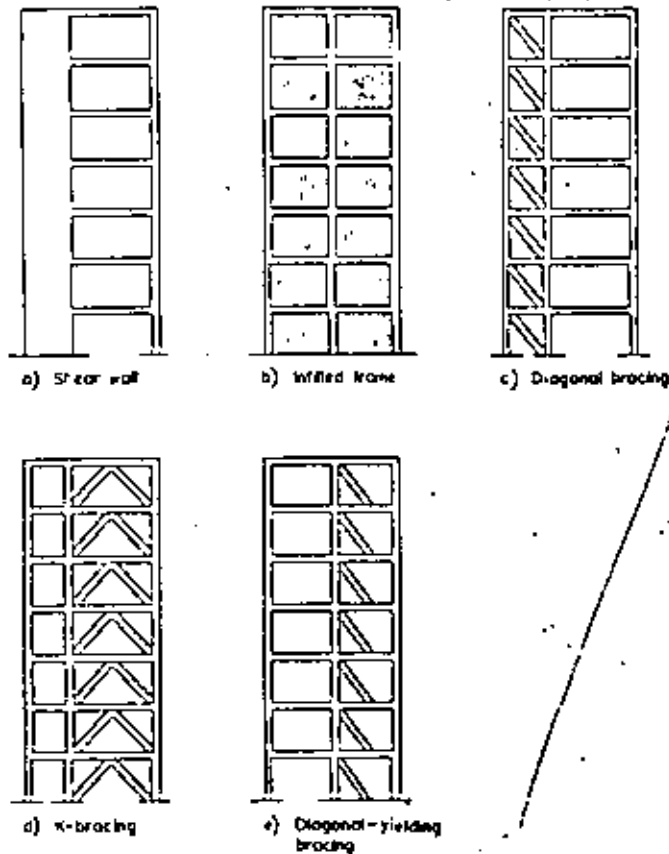
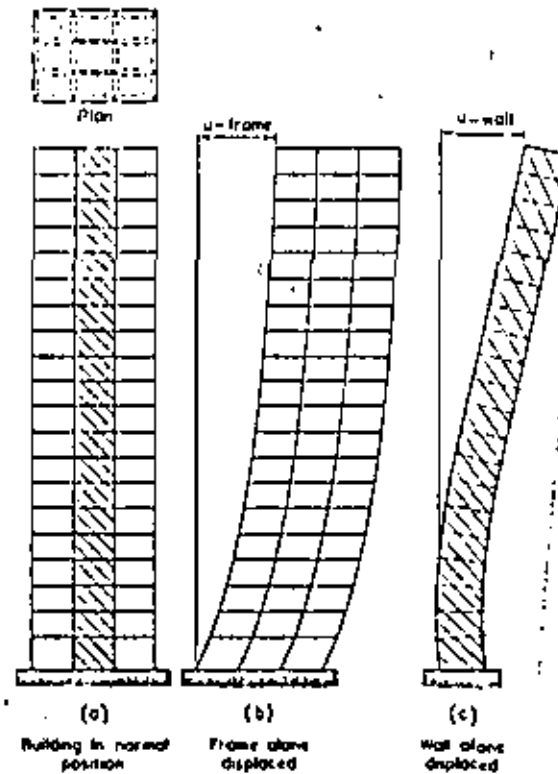


Fig. 3.13 Stiffening elements

Stiffening elements Continuous frames can usually resist seismic forces by developing rather uniform stress paths. Their main asset is that they can easily be designed and built so as to withstand large ductility demands. However, their efficiency, based on the bending capacity of beams and columns, is lower than that of systems that base their strength on that of elements subjected to simple shear or axial forces. Besides permitting the development of larger lateral capacities without excessive costs, stiffening systems can be decisive in the control of damage associated with lateral distortions. But economic and architectural considerations may preclude the use of these elements in some instances, and they may show significant

Fig. 3.14 Lateral load response of shear walls and frames (after Newman^{1,23})

technical disadvantages in others. In tall buildings, enhanced stiffness is usually provided by diaphragms and cross braces; the former built in reinforced concrete or masonry, the latter in reinforced concrete or steel (Figure 3.13). Use of cross bracing is usually to be preferred over that of diaphragms in low buildings and industrial bents, except in those instances where the diaphragms are required for architectural reasons. In intermediate and tall buildings the reverse is usually true, mainly on account of the large cross-sectional dimensions that would be required for the bracing members and of the serious problems posed by their anchorage, particularly in reinforced concrete structures.

The efficiency of cross-braced bays and shear walls is reduced as their aspect ratio (height-to-width ratio) increases. The reason for this can be understood from Figure 3.14, which compares the deflected shapes of a

Webster's New Collegiate
Dictionary, G. E. Merriam
(Springfield, Mass. (1974), p. 1.
defines beam as
a transverse framework
to carry lateral as well
as vertical loads

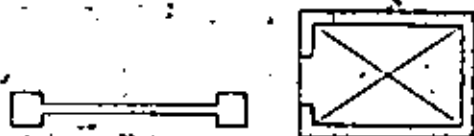


Fig. 3.15 Efficient shear wall sections

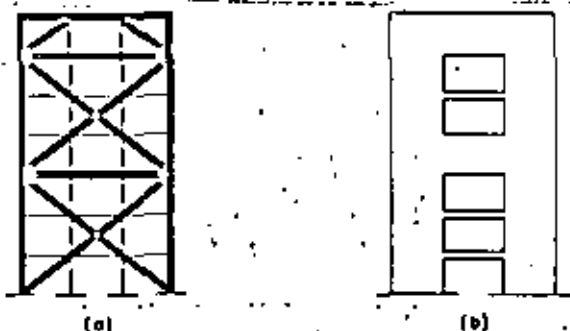


Fig. 3.16 Efficient use of stiffening elements, (a) cross braces, (b) shear walls and spandrel beams

braced bay or a wall acting as a flexural beam fixed at its base and a continuous frame acting essentially as a shear beam when both are subjected to a system of lateral forces. For equal top deflections, near the bottom the slopes of the flexural beam will be much smaller than those of the shear beam, but near the top the reverse will be true. The greater the aspect ratio of the flexural beam, the more important will be this effect. It follows that, when a system of lateral forces is resisted by the combination of a continuous frame and a slender wall, the latter will take a significant portion of the total story shear in the lower stories, but will fail to do so in the upper ones, as there the wall will tend to lean on the frame, instead of helping it to withstand the total story shear. The occurrence of large rotations of the wall horizontal sections gives place to excessive local deformations and ductility demands at the ends of beams connected to the wall edges. These problems can be aggravated by the occurrence of significant displacements associated with the flexibility of the foundation at the base of the wall. Adoption of cross sections as shown in Figure 3.15 can significantly enhance the efficiency of slender shear walls by increasing their flexural stiffness; but the most effective manner of reducing overall bending deflections is to get as wide a portion of a given bay to contribute to overall bending stiffness. In braced systems, this can be accomplished by adopting configurations as shown in Figure 3.16(a). Where architectural requirements force the adoption of a number of separate walls in the same plane, one solution consists in coupling several of them and

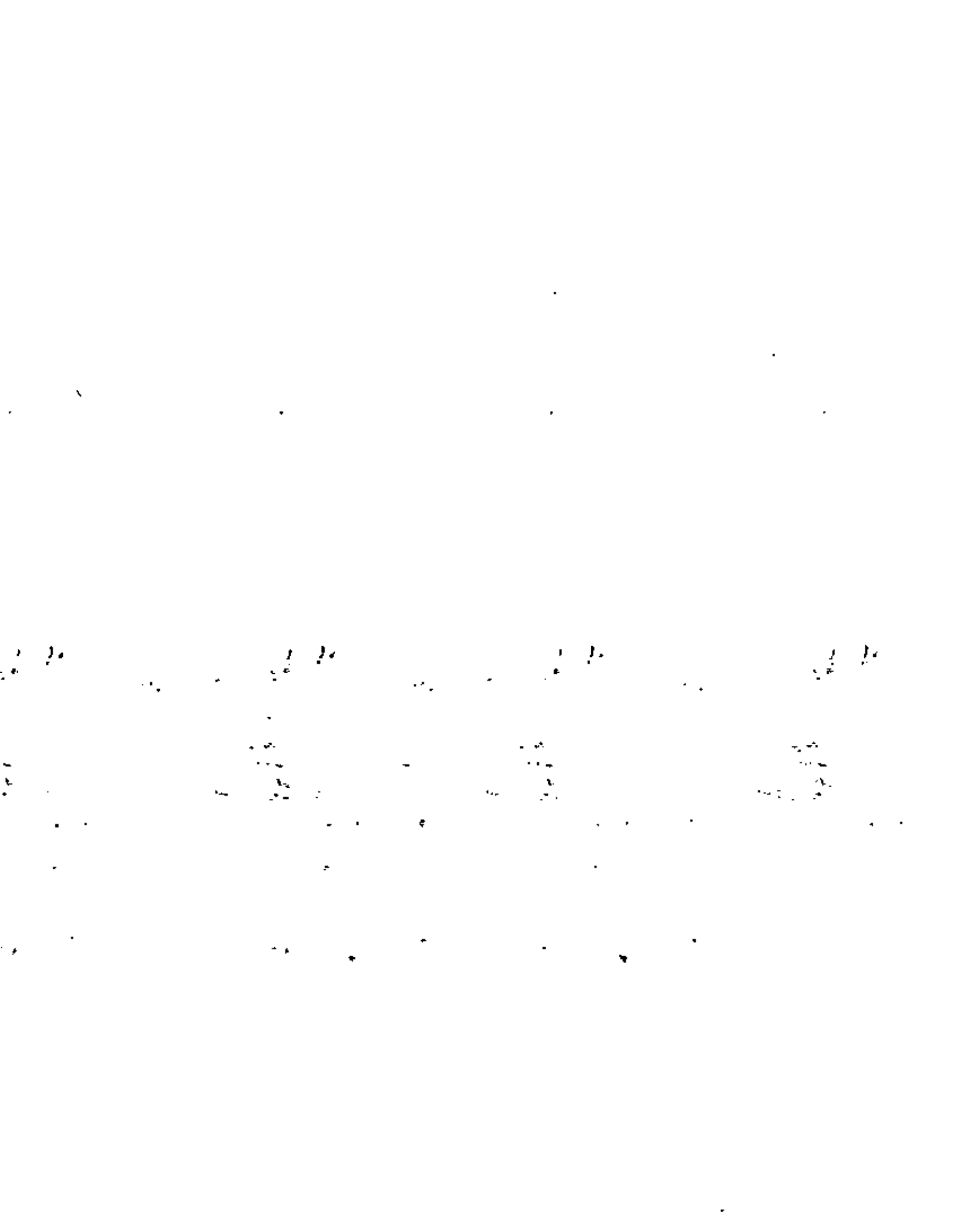
making them act together by means of sufficiently stiff and strong spandrel beams (Figure 3.16(b)). Then stems the problem of attaining ductile behavior in these beams (see Chapter 5).

Use of stiffening elements may bring about other problems: the flexibility of the foundation and that of the floor diaphragms may be significant in comparison with that of the stiffening elements and have to be accounted for when obtaining the distribution of internal forces. In-plane deformability of horizontal diaphragms may become very important in buildings long in plan where lateral forces are resisted by shear walls located near the ends of the building plan. Not only stiffness, but also strength of the floor diaphragms in their own plane becomes then a relevant variable.

Symmetry The distressing influence of asymmetry in structural behavior has been recognized, and perhaps over-emphasized. Efforts to avoid its effects have concentrated on the problem of adjusting stiffnesses so as to avoid torsional eccentricities; but even if computed eccentricities are negligible, important torques can develop, for instance, when high stiffnesses of certain structural members on one end of the building plan are balanced by very dissimilar elements on the other, as the relative values of the computed stiffnesses may be little reliable. In addition, eccentricities of variable magnitude may occur as a consequence of nonlinear behavior, even in those cases where conventional linear analysis predicts no torsional stresses. For this reason, it is desirable that structures be symmetric not only with respect to stiffnesses, but also to types of structural members.

Uniformity Adoption of very different spans in a given frame gives place to high shears and bending moments in the girders covering the shortest spans. These internal forces may reach excessive values in tall buildings, and even give place to objectionable variations on the axial loads of the adjacent columns; these variations can in turn affect foundation design. In low rise buildings these effects may be insignificant; the degree of uniformity which may be desirable in tall buildings may thus be objectionable in the lower ones, if it prevents taking advantage of the irregularly located points put forward by the architect. For instance, in the reinforced concrete frame structure whose floor plan is shown in Figure 3.17(a), the arrangement of service walls permits locating columns at points A, B, C, D. Such columns would reduce beam spans, and hence they would be desirable in a two- to five-story building; probably, they would be objectionable in a building having more than eight or ten stories. Nevertheless, it may in some cases be advantageous to locate columns at points that imply marked discrepancies between the spans of a tall building. It is then advisable to decrease the stiffnesses of the girders connecting those columns, mainly by reducing their depth, as shown in Figure 3.17(b).

As a consequence of vertical displacements produced by lengthening and shortening of columns, problems derived from excessive stiffness of short span beams tend to augment. Stiffness reduction called for by a good design for lateral loads might then be inconvenient because of limitations related



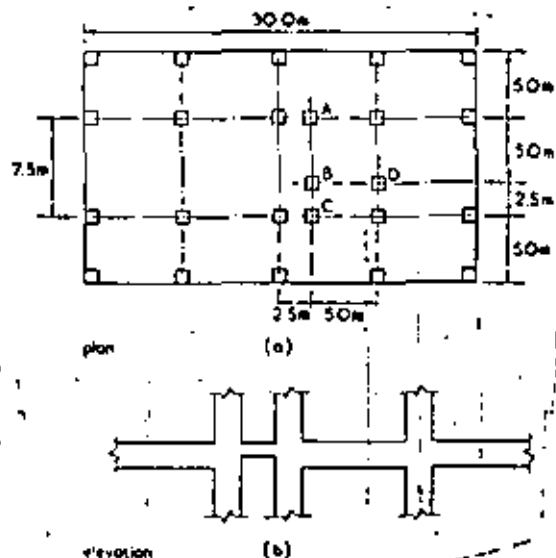


Fig. 3.17 Structural solution for building with uneven spans (after Newmark and Rosenbluth^{1.19})

with vertical load deflections. It is then advisable to project plastic hinges at the ends of the elements under consideration.

Buildings having irregular plans that include two or more main sections interconnected by narrow corridors (Figure 3.18) pose special problems of analysis and design: excessive stresses in the corridor diaphragms and significant twisting forces in the building sections can result as a consequence of interaction among those sections. Evaluation of these effects is in general a difficult task including explicit consideration of diaphragm deformability. The problem can be successfully handled by means of properly located vertical construction joints.

Straggled lines of defense. A large number of buildings have their lateral strength on the contribution of brittle elements that crack while they absorb energy during the strongest phases of a shock. Design of such buildings is often done assuming no reduction in the elastic spectral ordinates on account of ductility, as cracking may be tantamount to collapse. Their performance is greatly improved, and the design forces for a given reliability sharply reduced, however, if the system is provided with a second line of defense, capable of developing a fraction of the lateral strength of the brittle elements and of showing ductile behavior after cracking of the first, stronger and usually stiffer system. This property has been recognized by some building codes^{1.16,3,70}, which specify nearly equal ductilities for moment resisting

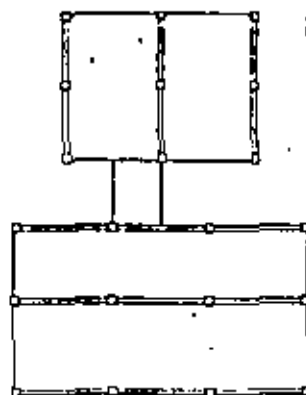


Fig. 3.18 Building sections interconnected by narrow corridors

structural frames as for dual systems that resist lateral forces by a combination of vertical bracing trusses, reinforced concrete or reinforced masonry shear walls and ductile moment resisting frames, provided the frames take at least 25% of the prescribed seismic forces.

3.3.3 Design for ductility and energy absorption

Neither local nor global ductilities can be ensured by use of a ductile material; both properties depend as well on the types of potential failure modes and on the relative values of the safety factors with respect to each of them. Thus, onset of instability precluded taking full advantage of the ductility inherent in the material used in the structure of Figure 3.3. While the stress-strain law for the material can be represented by Figure 3.6(b), the relationship between lateral force and displacement is better described by Figure 3.6(d), and this non-ductile curve will dominate system behavior unless the lateral stiffness is increased or the vertical load decreased; only the first of these actions is ordinarily feasible. Likewise, premature local buckling of a beam-flange may prevent the development of a ductile plastic hinge at the same cross section.

In order to attain ductile behavior, one must identify potential failure modes, determine those characterized by ductile behavior, and adopt a set of safety factors leading to a sufficiently low probability for the event that limit states with respect to brittle modes of behavior will be reached before those associated with ductile modes. For instance, reduction factors for lateral forces specified by Mexican City building code^{1.16} for ordinary moment resisting reinforced concrete frames correspond to an assumed ductility of 4, but the code permits that parameter to be taken as 6 if some special requirements are satisfied. Among those requirements, load factors of 1.4 are

specified for brittle-failure limit states, such as those associated with shear force, torsion and buckling, for the superposition of permanent loads and earthquake, instead of 1.1, applicable to ductile limit states.

Details and connections Because global ductility of usual structures depends as a rule on local ductilities of small regions, careful design and detailing of those regions is mandatory. In building frames, yielding is usually restricted to occur at plastic hinges located at the sections where the ratios of capacity to action are lowest. As a rule, it is feasible and convenient to have those sections at the member ends. Chapters 4 and 5 deal with the specific design criteria intended to ensure that sufficiently ductile plastic hinges will form at predetermined locations.

Brittle modes of behavior are often the consequence of exceedance of structural capacity at some particular regions where drastic changes in mechanical properties of the structural members take place. As a rule, brittleness of behavior can in those cases be ascribed to local nonlinear buckling or to stress concentrations usually unaccounted for in ordinary design. Typical among the vulnerable regions are connections between structural members. In steel structures, local brittle behavior usually results from local buckling or welding failure, while in reinforced concrete, problems of bond, diagonal tension, and stress transfer between reinforcement of different members dominate. On account of the complexity of the stress patterns usually involved, the problem is in general not only one of brittleness but also one of ignorance or carelessness in the evaluation of the structural capacity of the joint. Practical recommendations for evaluation of this capacity are provided in Chapters 4 and 5. The condition that the probability of brittle failure is sufficiently smaller than that of ductile failure is attained by adopting larger safety factors with respect to capacity of the joint than to that of the members it connects; but often the difference in safety factors is insufficient to override the wide uncertainties associated with joint behavior.

Ductility of members and subsystems In members and subsystems, ratios of safety factors with respect to brittle and ductile modes depend on the capacities of critical sections with respect to various combinations of internal forces and on the ratios between those internal forces when the member or subsystem deforms beyond the failure limit states of the critical sections. Thus, a reinforced concrete beam acted on its ends by moments M_1 and M_2 , produced by permanent loads and by seismic couples M'_1 and M'_2 which grow from zero to their final values, will attain its bending capacity if either $M_1 + M'_1$ or $M_2 + M'_2$ reach the corresponding strength. Failure will be ductile if the beam is under-reinforced, i.e. if tensile bending failure governs. Brittle failure will take place if the member is over-reinforced or if development of the bending capacity is precluded by premature failure in diagonal tension. As couples M'_1 and M'_2 grow, end shears vary as $[V = V_0 \pm (M'_1 + M'_2)/L]$, where V_0 is the effect of permanent loads and L is the member span, and the member fails prematurely in diagonal tension if the

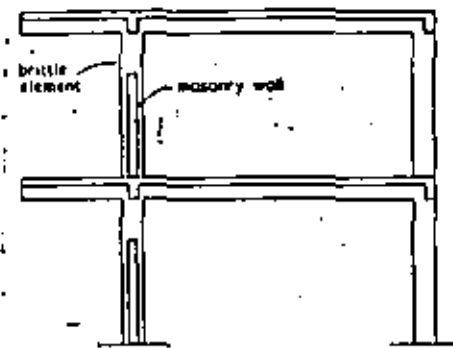


Fig. 3.19 Low ductility structure

shear at either end reaches the beam capacity before moments $M_1 + M'_1$ and $M_2 + M'_2$ reach the corresponding bending strengths.

Large values of L imply small values of the shear force for given values of M'_1 and M'_2 and bending failure is likely to dominate; ductile behavior will prevail at ordinary under-reinforced members. For small values of L the opposite will be the case: brittle-type diagonal tension failure will be reached before bending failure, unless special precautions are taken to ensure that the safety factor with respect to the former mode is greater than that applicable to the latter.

The condition is often encountered in buildings with irregular plan, as shown in Figure 3.17(a); adoption of a smaller beam depth can lead to a ratio of shear to bending strengths capable of ensuring ductile behavior. The same problem is characteristic of the structural system shown in Figure 3.19, typical of school buildings in some countries: the clear height of some columns is reduced by their interaction with masonry panels lower than the story height. This leads on one hand to shear concentrations and torsional response, and on the other to large ratios of shear force to bending moments, and hence to brittle failure, under usual conditions. All these problems can be avoided if the columns are liberated from restrictions throughout the full story height, either by placing a flexible joint between wall panels and columns, or by locating frame and wall on different, parallel planes. Alternatively, ductile behavior can be accomplished in this case by designing the free-standing portion of a given column for a shear capacity equal to or larger than the sum of the bending capacities at the ends of the mentioned portion divided by its height. Interaction with axial forces must not be forgotten. In the extreme case of very short spandrel beams used for providing coupled action of adjacent shear walls (Figure 3.20), special reinforcement has to be furnished in order to attain ductile behavior under diagonal tension.

Axial loads reduce available ductility at columns ends; the larger the axial

1/2c
 M'_1 and M'_2

will
 1/2c

1/d

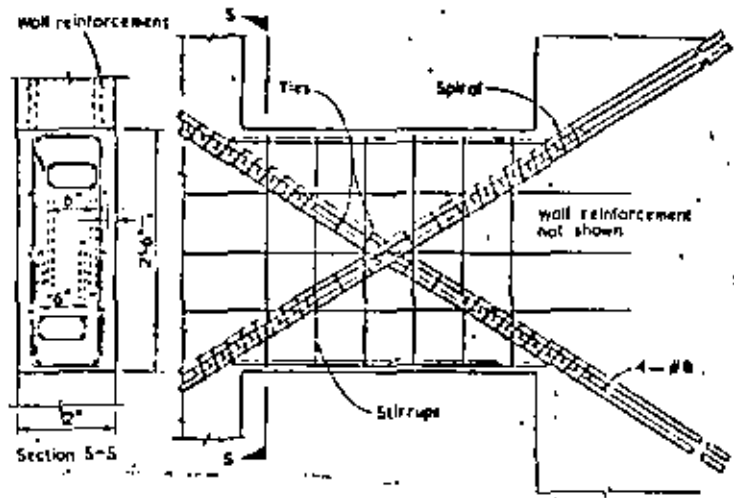


Fig. 3.20 Suggested reinforcement for coupling beam (after Paulay²²)

stress, the larger the reduction, as shown in Figure 3.21 for a reinforced concrete column of given characteristics. Hence the criterion that suggests that plastic hinges occur at the end of beams, rather than of columns; this can be accomplished with reasonable reliability by adopting slightly higher load factors (say 10 or 20%) for column than for beam design.

The consequences of designing exclusively for strength, with neglect of ductility considerations, can be as serious as displayed in Figure 3.23, which shows the brittle failure of a large number of columns of a building having the cross section shown in Figure 3.22, during the Caracas earthquake of 1967²⁷. Axial loads due to gravity forces and to seismic response impaired the capacity of the otherwise strong columns to develop sufficient ductility; the situation may have been aggravated because the upper stories, being much stronger in shear than the lower ones, must have given place to the occurrence of specially higher ductility demands at the columns under consideration.

3.4 SAFETY CRITERIA

3.4.1 Structural safety

Uncertainty and safety in seismic design. Neither loads acting on buildings nor strengths of structural members can be predicted with sufficient accuracy that uncertainty can be neglected in design. Nominal values of loads and strengths are most unfavorable values only in the sense that the probability

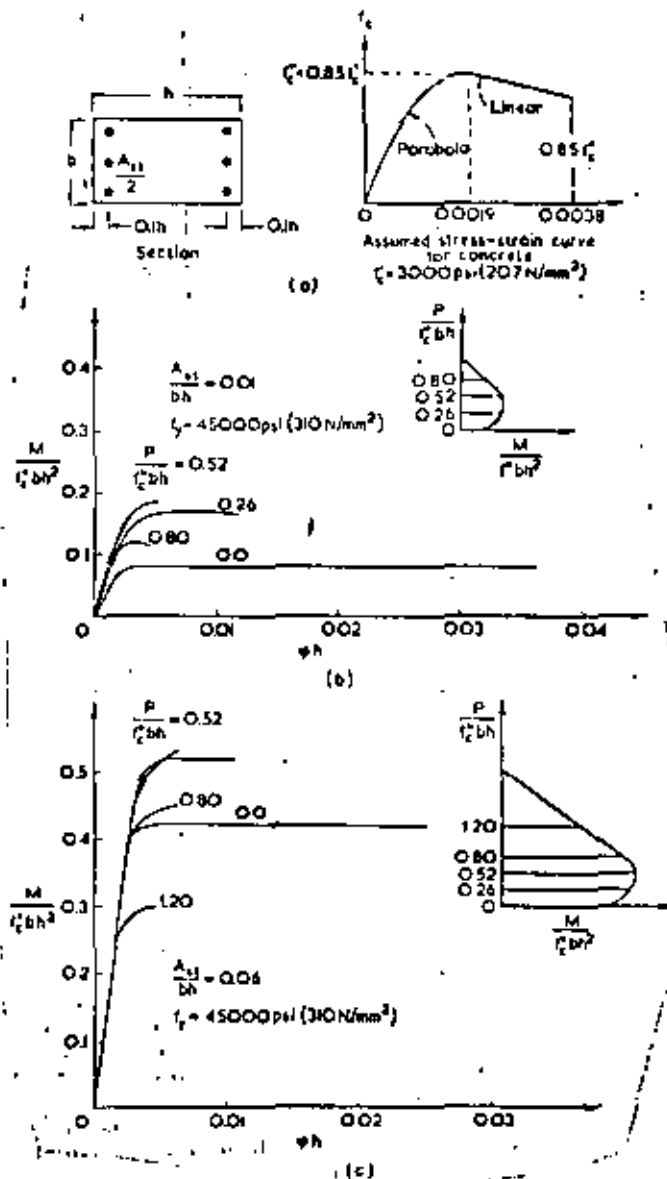


Fig. 3.21 Influence of axial load on column ductility (after Park and Paulay²³)

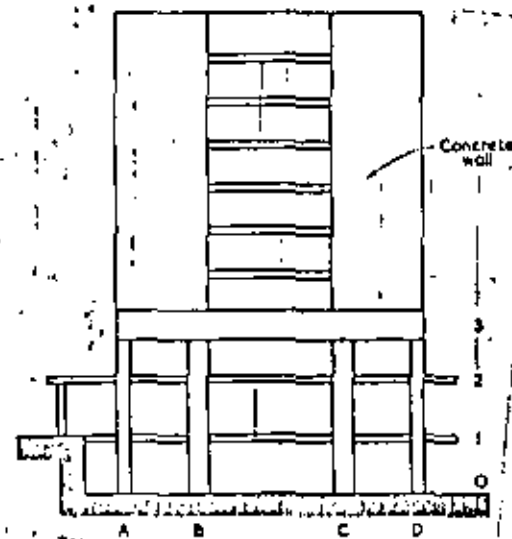


Fig. 322 Schematic cross-section of building damaged during Caracas 1967 earthquake¹⁷

that those loads and strengths adopt values more dangerous for the performance of a given system is sufficiently small. If the actual value of the internal force acting on a critical section or subassembly of a structure exceeds the actual value of the corresponding strength, failure occurs. Structural safety is measured by the probability of survival, that is, that failure does not take place. When only a single load application is contemplated the probability of survival is determined by the probability distributions of load and strength at the instant when the load is applied, provided the safety margin, i.e. the difference between strength and load does not decrease with time. Seismic excitation however, consists of a random number of events of random intensities taking place at random instants in time, and seismic safety cannot be described by a single probability of survival under a given load application, but rather by a time-dependent reliability function $R(t)$, equal to the probability that the structure survives all combinations of dead, live and seismic actions that affect it during an interval of length t starting at the same time as construction.

Limitation of material losses and other forms of damage is as important an aim of earthquake resistant design as is safety against collapse. For the sake of simplicity, these two objectives are usually pursued by design codes through the specification of a design earthquake for which collapse safety and deformation restrictions have to be verified. Some special structures are analyzed for two different design earthquakes; safety requirements with respect to collapse limit states are established for an extreme intensity event,

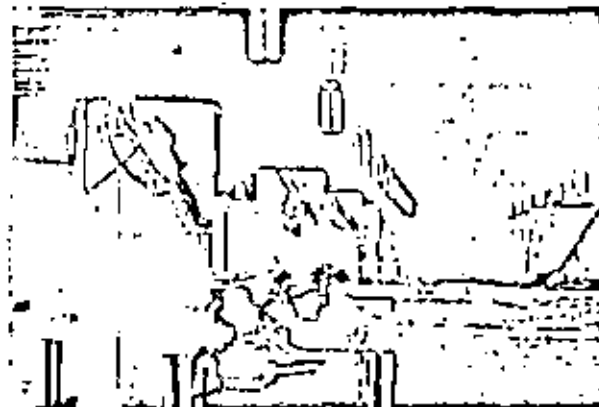


Fig. 323 Failure of reinforced concrete columns

while limitation of non-structural damage is aimed for through the control of stresses and deformations for shocks of moderate intensity, likely to be exceeded several times during the structure's life.

Complying with collapse safety design conditions does not mean that failure probability is annulled: it is rarely possible to set sufficiently low upper bounds to seismic intensity at a site or to structural response that designing for them will be economical or even feasible. Besides, neither structural strength nor performance for a given intensity can be predicted with certainty. Establishment of design conditions follows cost-benefit studies, where the initial costs required to provide given safety levels and degrees of protection with respect to material losses are compared with the present value of the expected consequences of structural behavior. This is obtained by adding up the costs of failure and damage that may occur during given time intervals, multiplied by their corresponding probabilities and by actualization factors that convert monetary values at arbitrary instants in the future into equivalent values at the moment of making the initial investment.

Evaluation of failure and damage probabilities implies an analysis of the uncertainties associated with structural parameters, such as mass, strength, stiffness and damping¹⁸, and with those defining seismic excitation, such as motion intensity and relation of the latter to the ordinates of the response spectra for given periods and damping values, or to other variables closely correlated with structural response. Conversely, attainment of given safety levels and degrees of protection for material losses is accomplished through the specification of nominal values of design parameters used to compute structural capacity and response and of safety factors that must relate the latter variables.

Optimum safety. The formal application of cost-benefit studies to decision making in earthquake engineering is often hindered by problems that arise in the evaluation of expected performance of structures. Prominent among them is the difficulty to express different types of failure consequences in the same unit or, more specifically, to assign monetary values to concepts such as panic, injury, death and even loss of prestige of designers, contractors or regulating agencies responsible for safety policies. Those difficulties can be overcome through adoption of decision-making models that account for uncertainty in the mentioned concepts and of policies for assessing that uncertainty. An important asset of decision oriented cost-benefit studies, however informal they may be, is their providing of insight into the relevant variables and the manner in which optimum design intensities and safety factors should vary with respect to those variables. Thus, it is concluded that optimum design intensity is an increasing function of the derivative of initial cost with respect to capacity to the expected cost of failure, and is a decreasing function of seismic activity at a site.

The latter conclusion means that the higher the activity the higher the optimum level of risk to be accepted in design^{1,19}. This is often neglected, as it contradicts the widely extended concept that in seismic design consistent safety means design for intensities leaving a given return period, regardless of initial costs.

The benefits of adopting safety levels that depend on the consequences of failure have been recognized in some modern design regulations. For instance, structures are classified in Mexico City Building Code^{3,10} in three categories according to their usage, namely provisional, ordinary and specially important. The second category includes apartment and office buildings, and the third includes structures the failure of which would have especially important consequences, the good performance of which is critical just after an earthquake (hospitals, fire stations), or the contents of which are very valuable (museums). Structures in the first category do not require formal earthquake resistant design, while those in the third category are designed for 1.3 times the spectral ordinates specified for the second group.

In the recently proposed Recommended Comprehensive Seismic Design Provisions for Buildings^{2,20}, structures are classified into three main groups according to their seismic hazard exposure, that is, the relative hazard to the public based on the intended use of the building. In decreasing order of importance, these groups include, respectively, buildings housing critical facilities which are necessary to post-disaster recovery, those which have a high density of occupancy or which restrict the movements of occupants, and other structures. Seismic design spectra are based in all seismic regions on intensities that may be exceeded with 10% probability in 50 years. Differences in the optimum safety levels for different building usages are not recognized in the adoption of different seismic coefficients, but only in the restrictions concerning height and types of structural systems and in the refinement of the criteria for structural analysis and design, which are made to depend on the seismic zone and the seismic hazard exposure.

3.4.2 Design values

Nominal values of design variables and safety factors -- and hence of implicit safety levels -- have been traditionally established by trial and error and engineering judgement. Although explicit optimization as described above seems the ideal framework for design, its direct application by designers is at present impractical, with the exception, perhaps, of extremely expensive structures, such as nuclear reactors, or structures built in large numbers from the same design, such as offshore drilling platforms. Design values specified in a building code should be based on optimization studies covering the types of structures contemplated by that code, and optimization should be referred to the expected population of those structures. The fact that explicit optimization is not directly applied to each individual structure implies that we are dealing with suboptimization, that is, optimization within given restrictions: design forms must be kept simple, and the number of relevant variables small. As a consequence, what is optimum for a population of structures may not be optimum for every individual member.

Nevertheless, the theory of structural reliability has provided the framework for recent attempts to attain consistency between those rules and to extrapolate them to more general conditions, simplified formulations derived from the basic concepts have led to design criteria that approach consistency while not departing from the simplicity required for practical applications^{21,22,23}. Nominal values of the design variables are chosen such that the probability that each variable will adopt a more unfavorable value does not exceed a certain limit; often, the probability limit specification is substituted with a criterion stating a number of standard deviations above or below the mean value of each variable. Consistent safety levels based on cost-benefit studies are approached through proper handling of load factors and strength reduction factors^{2,23}.

Permanent loads. Dead and live loads affect seismic design conditions in various manners: they give place to internal forces produced by gravity -- thus reducing capacity available to resist seismic forces -- and they influence seismic response, both with regard to the structure's vibration periods and to the relation between mass, acceleration and force. The influence on natural periods is usually disregarded when specifying design loads, but can be accounted for by stating probable ranges of variation of those periods with respect to their computed values. Because dead loads are essentially constant in time, their design values for the combination of permanent and accidental loads coincide with those valid for the action of the former alone. Design values for live loads to be used in combination with earthquake must be obtained from the probability distributions of their value at an arbitrary instant in time, rather than of their maximum during a relatively long interval; the fact that the cost of failure in case it occurs is a function of the acting live load has been accounted for in some recent cost-benefit studies^{2,24}. These considerations substantiate the requirements of some design codes that state different design live loads for their combination with permanent and accidental loads or with permanent loads alone^{2,10}.

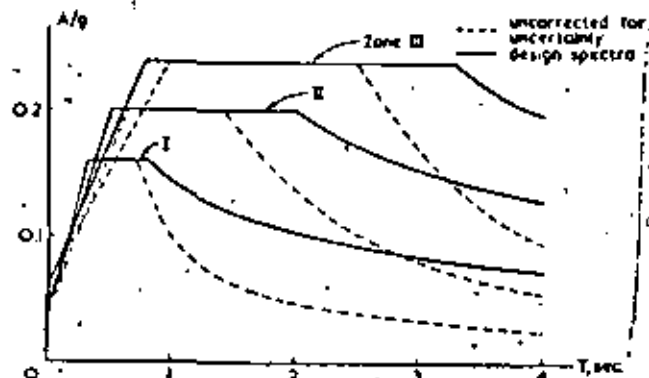


Fig. 3.24 Design spectra corrected for uncertainty in natural period

Natural periods Uncertainty in natural periods stems from that associated with mass and stiffness as well as with soil-structure interaction; its significance arises from the sensitivity of spectral ordinates to this parameter. That uncertainty can be taken into account by adopting unfavorable values derived either by applying corrective factors to those computed in terms of nominal values of the relevant parameters or by covering those uncertainties by means of suitable modifications to the ordinates of the nominal design spectra. As a rule, corrective factors greater than unity are applied to periods lying in the ascending branch of the acceleration spectrum, and values smaller than unity are applied otherwise. For instance, Figure 3.24 shows design spectra for three microzones in Mexico City both for deterministically known and uncertain natural periods^{2,16}. For multidegree of freedom systems this criterion errs on the safe side, as it neglects probabilistic correlation among natural periods.

Design spectra Detailed characteristics of earthquakes are only approximately specified when a design intensity is adopted. Specification of design spectra for linear systems involves making decisions with respect to the design intensity and to the probability of exceedance of the proposed spectral ordinates given that intensity. Because the frequency content of ground motion varies with magnitude, focal mechanism, and site-to-source distance, earthquake intensity by itself does not determine the probability distribution of spectral ordinates for all ranges of natural periods. Unless seismic risk at a site can be ascribed exclusively to shocks that may generate at the same source, design spectra can not be made to correspond to the 'worst probable earthquake' to be expected at the site; rather, they should be obtained from the probability distributions of maximum response for different natural periods, regardless of the seismic source where every particular shock may have originated.

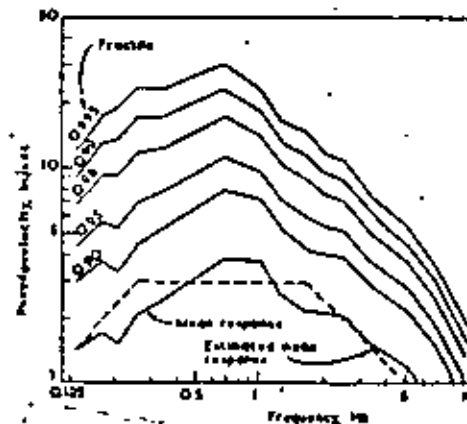


Fig. 3.25 Response spectra for different exceedance probabilities (after Mc Guire¹¹)

As a rule, the probability distributions of maximum spectral ordinates referred to in the foregoing paragraphs cannot be directly inferred from strong-motion records obtained at the site of interest, as only exceptionally is a large enough sample of those records available for the site. Instead, those distributions are usually generated from stochastic process models of local seismicity in the near-by seismic sources and the transformation of magnitudes and source locations into intensities at the site by means of attenuation laws that relate the pertinent variables with site-to-source distance^{2,17,18}. Spectral ordinates corresponding to given probabilities of exceedance for a given magnitude and distance are shown in Figure 3.25, obtained from ref. 29. If peak ground acceleration and velocity are given, mean values of design spectra or values corresponding to given exceedance probabilities for different damping ratios can be readily estimated, as shown in Figure 2.1.

Use of elastic spectra on firm ground as the basis for constructing inelastic design spectra is illustrated in Figure 2.3. The solid line represents an elastic design spectrum constructed according to the criterion of Ref. 3.0; ordinates are pseudovelocities and abscissas are natural frequencies, and both scales are logarithmic. The dashed line represents the nonlinear spectrum for the same damping as the elastic spectrum and a ductility factor μ ; spectral accelerations can be directly read from the dashed-line plot by referring it to an adequate system of straight lines sloping down from the left, and total displacements of the inelastic system are obtained by multiplying those corresponding to the dashed line by the ductility factor μ (dash-point line). The relation between the various segments of the reduced acceleration spectrum D^2V^2/A^2 and their counterparts for the elastic case is as follows^{1,20}. The extreme right-hand portion of the spectrum, where the

response is governed by the maximum ground acceleration, remains at the same acceleration level as for the elastic case, and therefore at a corresponding increased total displacement level; the ordinates of segments D and V in the small and intermediate frequency ranges, respectively, are divided by μ , and the ordinates of segment A are reduced according to an equal-energy criterion, which for elasto-plastic systems is tantamount to dividing by $(2\mu - 1)^2$.

The accelerograms of some earthquakes recorded on the surface of thick sediments of soft soil are characterized by their long duration and by their nearly harmonic nature. These properties are reflected in their linear response spectra, which show very narrow and pronounced peaks at one or more dominant periods (Figure 3.26). The validity of the foregoing rules for transforming linear spectra into their nonlinear counterparts has not been assessed yet, but some significant features have been qualitatively applied in the formulation of design spectra for the soft soil region in Mexico City. As Figure 3.26 shows, the design spectra uncorrected for uncertainty in natural period shows a wide plateau of constant ordinates, which is intended to cover the tendency of structures possessing natural periods shorter than those dominant in the ground motion to show increased responses as their effective periods grow as a consequence of nonlinear behavior.

Figure 3.26 also shows a correction for uncertainty in natural periods on both sides of the region of maximum ordinates; it also shows that on the long period side, specified ordinates are made to decay at a significantly slower rate than in the recorded spectrum. The latter requirement stands for the convenience of covering the decrease in reliability due to the possibility of occurrence of a large number of failure modes, and of providing additional protection with respect to unfavorable behavior caused by phenomena typical of long period structures and not normally considered in analysis, such as some forms of soil-structure interaction, concentrations of ductility demand, and slenderness effects in excess of computed values.

Damping and ductility. The recommendations of some modern building codes^{1, 2, 3, 20} are formulated as though design spectra were actually based on linear response spectra for 5 to 10% viscous damping, with correction factors intended to account for ductilities in the approximate range of 1 to 6. But structural damping at small strains is much smaller than openly recognized in design specifications. Thus, while linear response spectra that provide the basis for the recommendations of Ref. 3.16 correspond to a damping ratio of 0.05 of critical, tests on actual structures subjected to small amplitude vibration show that this value should not exceed 2 to 3% for reinforced concrete structures or 0.5 to 1% for welded steel structures with low density of nonstructural elements. Apparent inconsistencies are rather a matter of tradition and of nomenclature than of actual safety, as most damping, even at low strains, must be ascribed to nonlinear response and deterioration rather than to viscous, non-damaging behavior. Nominal ductile capacity for given structures has not been derived from probabilistic

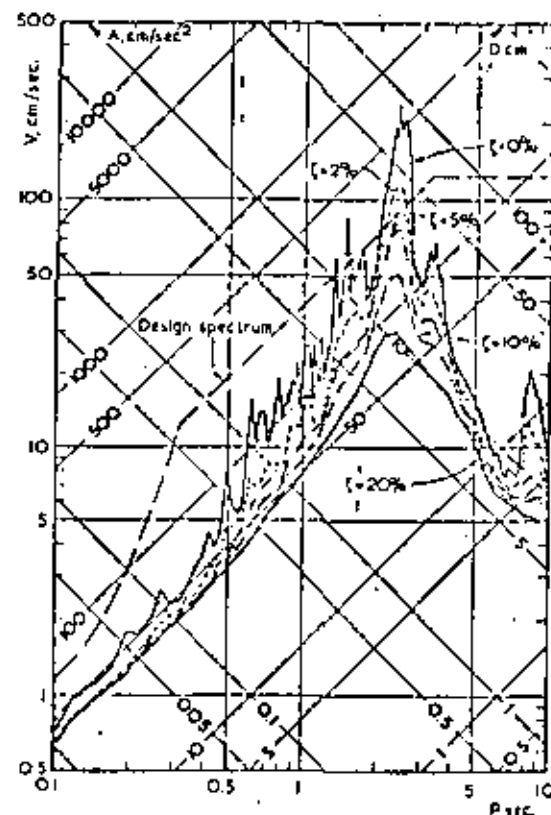


Fig. 3.26 Typical response spectra on soft clay in Mexico City

analysis of the measured ductilities developed by various structural systems subjected to dynamic excitation, but rather by semi-empirical adjustment of design coefficients based on engineering judgement, economic considerations, and study of the observed response of structures of known properties to severe ground shaking.

3.4.3 Reliability analysis in seismic design

As mentioned above, the reliability function of a system in a given environment is the probability that the system survives all the actions exerted upon it by the environment during a given time interval. Its compilation is based on the probability distribution of the minimum safety margin during

the given interval, and this probability is in turn dependent on the probability distributions of system strength and environment action at every instant within the interval. In seismic reliability problems the environment is described by stochastic models of dead, live and seismic loads, while system strength is described by probabilities of occurrence of given failure modes for given combinations of the mentioned loads. Uncertainty in seismic loads arises from randomness in earthquake origin, magnitude, rupture mechanism and wave propagation path, as well as from uncertainty in dynamic response for a given earthquake intensity. A brief description of the basic concepts of seismic reliability analysis is presented in the following, with the intention that it will provide a conceptual framework for the rational determination of safety levels and hence of pertinent design values and safety factors. More complete studies can be found in Refs. 3.21, 3.27 and 3.31.

Seismicity Let Y be earthquake intensity, expressed in terms of a set of parameters (such as peak ground acceleration or velocity, spectral response for given period and damping) that can be directly correlated with structural response or performance. Seismicity will be described by the stochastic process of occurrence of significant events, that is earthquakes having at the site of interest an intensity sufficiently high as to affect engineering structures, and by the conditional probability distribution of intensity given the occurrence of an event. Let T be the interval between occurrence of successive significant events, T_i the time from the instant observations are started to the first event, and $f_r(t)$, $f_r(y)$ the respective probability density functions. The probability density function of the time to the r th significant event is obtained recursively as follows:

$$f_r(t) = \int_0^t f_{r-1}(t-\tau) f(\tau) d\tau, \quad r > 1 \tag{3.1}$$

thus, the probability density function of the time to first exceedance of intensity y equals

$$g_1(t) = \sum_{r=1}^{\infty} f_r(t) P Q^{r-1} \tag{3.2}$$

where $Q(t)$ (assumed independent of t and y) is the conditional cumulative probability distribution of intensity given that a significant event has occurred, and $P = 1 - Q$. The probability density function of the time to failure for a structure having a deterministically known strength Y_m can be obtained by means of Equation 3.2, making $Q = Q(Y_m)$.

Different expressions have been proposed for f_r and $f_r^{(y)}$.²² The simplest of them, although not the most realistic, assumes significant events to take place in accordance with a Poisson process, that is,

$$f_r(t) = f_r^{(y)} = \nu \exp(-\nu t) \tag{3.3}$$

where ν is the mean rate of occurrence of the mentioned events. Under this assumption, Equation 3.2 leads to

$$g_1(t) = \nu P e^{-\nu t} \tag{3.3}$$

The discussion that follows will be confined to this assumption. A more general treatment can be found in Ref. 3.31.

Structural response Let D be the cost of damage caused by an earthquake on a structure. It can vary between 0 and $D_0 + A$, where D_0 is the total cost of the structure and A that of its contents, as well as all other consequences (such as loss of human lives and indirect effects) expressed in monetary terms, diminished by the salvage value. A probability density function of D conditional to every possible value of intensity can be established.²² If that function is denoted by $f_{D_i}(d|y)$, the probability density function of D every time a significant event takes place is

$$f_D(d) = \int_0^{\infty} f_{D_i}(d|y) g_1(y) dy \tag{3.4}$$

It may be advantageous to express the domain of possible damage levels of a given structure by a set of potential failure modes. If $p_i(y)$ is the probability of failure in mode i given an intensity equal to y , and D_i is the corresponding cost of damage, then the marginal probability of failure in mode i given the occurrence of a significant event is

$$p_i = \int_0^{\infty} \frac{dQ_i(y)}{dy} p_i(y) dy \tag{3.5}$$

and the expected cost of damage for each event is

$$D = \sum_i D_i p_i \tag{3.6}$$

the p_i 's are functions of acting permanent loads, design parameters, and safety factors with respect to all relevant failure modes. By changing relative values of those safety factors it is possible to make failure modes with the highest consequences (in general, brittle modes) much less likely than those leading to lower damage levels. Thus, adoption of higher load factors for column than for beam bending moments may be advisable when significant axial loads hinder the development of enough ductile capacity at column ends; or it may be advantageous to make a structure safer with respect to overturning moment than to lateral yielding. Quantitative assessment of adequate increments of load factors can be established from economic considerations within the cost-benefit framework advocated in the sequel.

Optimum design. Let $C(x_1, \dots, x_n)$ be the initial cost of a given structure, and x_1, \dots, x_n a set of design parameters (resistances, stiffnesses, ductilities). Optimal values of those parameters are those maximizing the function

$$V = B - C - Z \quad (3.7)$$

where B and Z , also functions of the set of design parameters, are present values of the expected benefits and failure consequences, respectively. In other words; if $b(t)$ is the expected value of benefits at time t derived from performance of the structure, and γ is a discount rate such that present values of future losses or benefits can be obtained through multiplication of the latter by $\exp(-\gamma t)$, then

$$B = \int_0^{\infty} b(t) e^{-\gamma t} R(t) dt \quad (3.8)$$

and

$$Z = \int_0^{\infty} v D e^{-\gamma t} H(t) dt \quad (3.9)$$

where $H(t)$ is the reliability function defined above. The meaning of $H(t)$ in Equations 3.8 and 3.9 is that production of benefits and losses is subjected to the condition that the structure has survived all previous loads. For the case of deterministically known strength Y_R , Equation 3.3 leads to

$$H(t) = \exp(-v P_R t) \quad (3.10)$$

where

$$P_R = P(Y_R)$$

From Equations 3.8, 3.10 and the assumption that $b(t) = b$ is constant,

$$B = \frac{b}{\gamma + v P_R} \quad (3.11)$$

Likewise, from Equation 3.9,

$$Z = \frac{v D}{\gamma + v P_R} \quad (3.12)$$

and the expression for utility becomes

$$U = \frac{b}{\gamma + v P_R} - C - \frac{v D}{\gamma + v P_R} \quad (3.13)$$

If Y_R is the minimum intensity of significant events, that is, an intensity below which no damage can occur, then v can be approximately expressed as $K Y_R^r$, where K and r depend on the activity of seismic sources near the site²¹. Under these conditions, $P_R = (Y_R/Y_R)^r$.

Expressing b , P_R , C and D in terms of the set of design parameters and differentiating with respect to them, a system of equations is obtained from which optimum values of those parameters can be determined.

If structural strength for a given set of design parameters is uncertain, Equations 3.10 and 3.13 become respectively

$$H(t) = E[\exp(-v P_R t)] \quad (3.14)$$

$$U = E\left[\frac{b}{\gamma + v P_R} - C - \frac{v D}{\gamma + v P_R}\right] \quad (3.15)$$

The expectations in the above equations are taken with respect to the probability density functions of structural strength Y_R .

Different expressions for U can be obtained, depending on the policy adopted *a priori* with regard to repair and reconstruction measures to be taken after every damaging event^{21,22}. Optimum design parameters may be strongly influenced by that policy.

Specification of safety in codified design. According to the optimization criteria described above, determination of design resistances, stiffnesses and ductilities is not based on the expected response to a single event, defined by a given spectrum and assumed to correspond to a given return period. Instead, design parameters are optimum in the sense that they lead to the best investment of resources taking into account long term expected behavior under the action of a random number of random loads. However, by comparison with safety requirements for permanent loads, it is usually advantageous to specify seismic safety in terms of a design earthquake, assumed to correspond to a given return period, a set of rules to define minimum probable resistances from their expected values and variation coefficients, and a set of load factors. Safety under the action of the design earthquake is not significant by itself, but because it is an indirect measure of the reliability function $H(t)$.

Member and system reliability. In the applications of the theory of structural reliability to the formulation of consistent safety design criteria for a single load application, nominal capacities of members or critical sections are often defined by either of the following expressions^{21,22}

$$R^* = \bar{R} \exp(-\alpha V_R) \quad (3.16)$$

$$R^* = \bar{R} / (1 + \alpha V_R) \quad (3.17)$$

Here, R^* denotes nominal value of the random strength R , \bar{R} its expected

Influenced

value, V_n its coefficient of variation and α a constant that depends on the probability that R is smaller than its nominal value. It is clear that the ratio R^*/R is smaller than unity and decreases when V_n increases.

The capacity with respect to some failure modes in ductile systems can be expressed as the sum of the contributions of the capacities of a number of critical sections. Take for instance the shear capacity of a given story of a frame building and consider that capacity to be made up of the contributions of the moment capacities at all column ends. The coefficient of variation of the story shear capacity is equal to

$$V = \left(\sum \rho_{ij} V_i V_j R_i R_j \right)^{1/2} / \sum R_i$$

where R_i is the strength at the i th critical section, R_i and V_i respectively its expected value and coefficient of variation and ρ_{ij} the correlation coefficient between R_i and R_j . If the latter variables are stochastically independent,

$$V = \left(\sum V_i^2 R_i^2 \right)^{1/2} / \sum R_i$$

and if all V_i 's are equal to v ,

$$V = v \left(\sum R_i^2 \right)^{1/2} / \sum R_i$$

hence, $V \leq v$ and the nominal value of R that would be obtained by direct application of Equations 3.1(a) or (b) with the adequate value of V will exceed that obtained by simple addition of the nominal values R_i^* of the contributions of all critical sections. This result is an analytical way of expressing an often intuitively derived principle: that under similar safety conditions for individual critical sections the reliability of ductile systems with respect to failure modes that require the development of the capacity of n critical sections decreases with decreasing n . Because design criteria for the revision of safety conditions are usually stated in terms of the ratio of structural capacity to internal load at each individual critical section, the effect under study has to be accounted for by making required safety factors vary with the number of critical sections involved in a failure mode. This is the basis for the prescription in the 1976 Mexico City Building Code stating that the generalized force acting on every shear wall or column that takes up more than 20% of the story generalized force (shear, torque or overturning moment) be increased 20%; or by the prescription concerning nonredundant systems in ATC recommendations^{23, 24} stating that when a building system is designed or constructed so that the failure of a single member, connection or component would endanger the stability of the building, that member,

connection or component should be provided with a strength at least 50% greater than otherwise required.

Superposition of modal contributions Maximum contributions of all natural modes to a given response — internal force at a critical section, displacement or deformation — do not take place simultaneously. The design value of a response parameter is assumed proportional to its standard deviation at the end of the earthquake. After some simplifications^{8, 10}, this criterion leads to the following expression:

$$S = \left(\sum \frac{S_i^2}{1 + \zeta_i^2} \right)^{1/2} \quad (3.18)$$

in which

$$r_{ij} = \frac{\omega_i^2 - \omega_j^2}{\omega_i^2 + \omega_j^2 + 2\zeta_i \zeta_j} \quad (3.19)$$

and S_i is the maximum absolute value of the contribution of the i th mode to the response of interest; it is to be taken with the sign adopted by the unit impulse response function of the response of interest to a ground velocity step-increment when the mentioned function attains its maximum numerical value.

In Equation 3.19, ω_i = undamped circular frequency of i th natural mode,

$\omega_i' = \omega_i \sqrt{1 - \zeta_i^2}$ = damped circular frequency of i th natural mode,

$$\zeta_i = \zeta_i + 2/\omega_i \tau_i$$

ζ_i = damping ratio of i th natural mode (assumed equal to 0.05 unless a different value is justified), and τ_i = duration of segment of stationary white noise equivalent to the family of actual design earthquakes; τ_i may range from 20 to 40 seconds for ground conditions ranging from firm ground to thick deposits of very soft material. The influence of stochastic correlation between the instants when the response associated with each mode reaches its maximum is reflected in Equation 3.18 through the participation of r_{ij} ; when ω_i' differs significantly from ω_j' , r_{ij} is large and S^2 approaches the sum of the squares of the individual mode contributions, $\sum S_i^2$. However, when ω_i' is

close to ω_j' , r_{ij} tends to zero and the cross-product terms $S_i S_j$ for $(i \neq j)$ become significant. The fact that each of these terms can be either positive or negative accounts for the possibilities of strongly correlated modal responses taking place with phase angles close to either 0 or 180°.

In buildings, cross-product terms are usually negligible. Exceptions occur, for instance, in the modal analysis of buildings possessing small torsional eccentricities, when torsional degrees of freedom are taken into account, or in the analysis of any type of structure when the response of an appendage

(portion characterized by a mass much smaller than the others into which the system has been discretized) is taken as a degree of freedom in the computation of modal shapes and frequencies^{1, 16}.

Superposition of ground motion components. It has been customary to design structures so that they resist the envelope of effects of the various components of earthquake motion as though these components acted one at a time. There is growing consciousness that design should recognize the simultaneous action of all the components, as a number of conditions have been identified where superposition of those components significantly affects safety. Take, for instance, a building possessing continuous frames in two orthogonal directions, another with an asymmetrical plan, and a long continuous bridge with several supports. If the columns in the first structure are built in reinforced concrete and possess a square cross section, the most unfavorable direction of application of seismic forces will be along their diagonal, rather than parallel to either system of orthogonal frames. In addition, if the nonlinear response of the structure is analyzed and substantial ductility is developed at the column ends, effective stiffnesses of the frames in one direction will depend at any instant on the simultaneous state of deformation of the other system of frames; in other words, significant interaction will exist between ductility demands in both directions. Frames normal to the direction of asymmetry in the second case are subjected to the effects of direct shear produced by the horizontal ground component parallel to them, and to the torsional effects associated with the other horizontal component. Out of phase motion of the various supports in the third structure affect qualitatively and quantitatively the distribution of internal forces.

An approximate criterion to account for the foregoing effects has been recently developed; it evolved from a simplification of a second moment formulation of structural safety^{1, 16}, and consists of the following^{1, 17}:

- (1) Compute the responses to gravity loads and to the components of ground motion regarded as potentially significant. Let those responses be arranged into vectors $R = R_0$ and R_l respectively, with $l = 1, 2, \dots, n$.
- (2) Obtain vectors

$$R = R_0 + \sum_{l=1}^n \alpha_l R_l$$

assigning plus and minus signs to $\alpha_l R_l$, ordering the R_l 's in all possible permutations, and giving the α_l 's the values in Table 3.1.

- (3) If the problem is one of analysis, find out whether all points fall within the failure surface. If the problem is one of design, assign the design parameters such values that the safe domain will contain all the points.

In the analysis and design of towers and chimney stacks it is advisable to take α_1 equal to 0.5 instead of 0.3 for $l \geq 2$. This recommendation stems from two considerations: in towers having square or rectangular plan, supported on four equal columns, application of the foregoing criterion with $\alpha_1 = 0.3$ to safety checking with respect to axial stresses produced by overturning

TABLE 3.1 Values of α_l and maximum errors in amplitude of seismic-response vector (after Ref. 3, 27)

l or n	α_l	max. error (%)	α_l	Max. error safe side (%)	Max. error unsafe side (%)
1	1.000	0.0	1.0	0.0	0.0
2	0.336	5.5	0.3	4.4	8.1
3	0.250	8.4	0.3	8.6	7.6
4	0.206	10.4	0.3	12.7	5.0
5	0.179	11.8	0.3	16.6	1.6
6	0.160	13.0	0.3	20.4	-2.1
7	0.146	13.9	0.3	24.1	-5.8
8	0.135	14.7	0.3	27.7	-9.6
9	0.126	15.4	0.3	31.1	-13.3
10	0.118	16.0	0.3	34.5	-17.0

moment leads to systematic errors on the unsafe side; and in structures nominally having radial symmetry, such as chimney stacks, an apparently insignificant asymmetry causes an appreciable degree of coupling between modes of vibration involving orthogonal horizontal displacements.

3.4.4 Repair and strengthening of existing structures

Historical monuments, damaged structures and those to be remodeled or the use of which is modified, often pose the problem of deciding about adequate safety levels and compliance with current building codes. In some regions, large portions of important buildings have been designed and built according to standards that were afterwards deemed insufficiently strict, and there are large numbers of unengineered dwelling units. Adoption of standards applicable to new structures is cumbersome and expensive in most cases mentioned above. The situation must be coped with having in mind that the objective of engineering design is to optimize for society. Decision models dealing with these cases have recently been developed^{1, 22}.

REFERENCES

31. Iyeva, L., 'Behavior Under Alternating Loads of Masonry Diaphragms Framed by Reinforced Concrete Members', Proc. International Symposium on the Effects of Rapidly Loading of Materials and Structures, IITM, Mexico City (1966)
32. Kyamlikler, H., Bettero, Y. Y., and Popov, E. P., 'Inelastic Behavior of Steel Beam-to-Column Subassemblies', Earthquake Engineering Research Center, College of Engineering, Univ. California, EERC 71-7, Berkeley, Cal. (1971)
33. Frick, R. A., Anagnostopoulos, S. A., Boggs, J. M., and Vannarcke, E. H., 'Variability of Structural Response Due to Real and Artificial Ground Motions', MIT Department of Civil Engineering, Research Report R7b-6 (7578)

34. Haviland, R. W., Reggs, J. M. and Anagnostopoulos, S. A., 'Elastic Response Spectrum Design Procedures for Steel Frames', MIT Department of Civil Engineering Research Report R76-40 (1976)
35. Velasco, A. S., 'Maximum Deformations of Certain Nonlinear Systems', *Proc. Fourth World Conference on Earthquake Engineering*, Santiago, Chile (1969)
36. Bielak, J., 'Dynamic Response of Single Degree of Freedom Bilinear Systems', Master's Thesis, Rice University, Houston, Tex. (1966)
37. Spencer, R. A., 'The Nonlinear Response of Multistory Prestressed Concrete Structures to Earthquake Excitation', *Proc. Fourth World Conference on Earthquake Engineering*, Santiago, Chile (1969)
38. Pozien, J. and Liu, S. C., 'Nondeterministic Analysis of Nonlinear Structures Subjected to Earthquake Excitations', *Proc. Fourth World Conference on Earthquake Engineering*, Santiago, Chile (1969)
39. Ramirez, J., 'Efectos de Inestabilidad en la Respuesta Sísmica de Estructuras de Cortante Inductivas', Master's Thesis, Faculty of Engineering, National University of Mexico (1977)
40. Newmark, N. M. and Rosenbluth, E., 'Fundamentals of Earthquake Engineering', Prentice-Hall, Englewood Cliffs, N.J. (1977)
41. Guerra, O. R. and Esteva, L., 'Equivalent Properties and Ductility Requirements in Seismic Dynamic Analysis of Nonlinear Systems', *Proc. Sixth World Conference on Earthquake Engineering*, New Delhi, India (1977)
42. Rosenbluth, E., 'Terribles Chilenos de Mayo 1970 Sus Efectos en Estructuras Civiles', *Ingeniería*, 31, 1, Mexico, D.F. (1981)
43. Gonzalez-Florez, M., 'Sistema para Eliminar los Efectos Peligrosos que los Temblores Causan en las Estructuras', *Quinto Congreso Mexicano de la Industria de la Construcción*, Mexico, D.F. (1964)
44. Skinner, R. I., Kelly, J. M. and Heide, A. J., 'Energy Absorption Devices for Earthquake Resistant Structures', *Proc. Fifth World Conference on Earthquake Engineering*, Rome, Italy (1973)
45. Ruiz, S. E., Esteva, L. and Guerra, O. R., 'Desarrollo y Evaluación de Sistemas para Limitar las Acciones Sísmicas sobre Edificios', *Ingeniería*, 47, 2, Mexico, D.F. (1977)
46. 'Diseño estructural', Mexico City Building Code, Mexico, D.F. (1977)
47. Esteva, L., Diaz de Cossio, R. and Florday, J., 'El Temblor de Caracas, Julio de 1967', *Ingeniería*, 38, 2, Mexico, D.F. (1968)
48. Haviland, R., 'A Study of the Uncertainties in the Fundamental Translational Periods and Damping Values for Real Buildings', MIT, Department of Civil Engineering Research Report R76-42 (1976)
49. Esteva, L., 'Seismic Risk and Seismic Design Decisions', *Seminar on Seismic Design of Nuclear Power Plants*, MIT Press, Cambridge, Mass. (1969)
50. 'Recomendación Computacional Sistema Diseño Previsiones for Buildings', Applied Technology Council, Palo Alto, Calif. (1977)
51. Rosenbluth, E. and Esteva, L., 'Reliability Basis for Some Mexican Codes', American Concrete Institute, Special Publication 31 (1971)
52. Meli, R., 'Bases para los Criterios de Diseño Estructural del Proyecto del Reglamento de Construcciones para el Distrito Federal', *Institute of Engineering, National University of Mexico*, Report 375 (1976)
53. Esteva, L., 'Regionalización Sísmica de México para Fines de Ingeniería', Institute of Engineering, National University of Mexico, Report 246 (1970) / 3
54. Rosenbluth, E., 'Code Specification of Safety and Serviceability', State of Art Report 2, Technical Committee 10 Structural Safety and Probabilistic Methods, ASCE-IABSE Joint Committee on Planning and Design of Tall Buildings, Fritz Engineering Laboratory, Lehigh University, Bethlehem, Pa. (1972)
55. Lind, N. C., 'Deterministic Format for the Probabilistic Design of Structures', in *An Introduction to Structural Optimization*, Solid Mechanics Division, Univ. Waterloo, Waterloo, Ont., Canada, SM Study 1 (1969)
56. Rosenbluth, E. and Miranda, E., 'Optimum Seismic Design of Auditoriums', *Proc. Fifth World Conference on Earthquake Engineering*, 2, Rome, Italy (1973)

57. Esteva, L., 'Criterios para la Construcción de Espectros de Diseño Sísmico', Institute of Engineering, National University of Mexico, Report 178 (1966)
58. Esteva, L., 'Seismology', Chapter 6 in *Seismic Risk and Engineering Decisions* (Edited by C. Lomnitz and E. Rosenbluth), Elsevier, Amsterdam (1976)
59. McGuire, R. K., 'Seismic Structural Response Risk Analysis', Incorporation Peak Response Regressions on Earthquake Magnitude and Distance, Ph.D. Thesis, MIT Department of Civil Engineering (1974)
60. Newmark, N. M. and Hall, W. J., 'Procedures and Criteria for Earthquake Resistant Design', *Building Practices for Disaster Mitigation, Building Science Series 46*, National Bureau of Standards, Washington, D.C. (1973)
61. Rosenbluth, E., 'Optimum Design for Infrequent Disturbances', *Proc. Am. Soc. Civ. Engrs.*, 578 (Sept. 1970)
62. Rosenbluth, E., 'Decisiones Óptimas para Estructuras Existentes en Zona Sísmica Primera etapa', Institute of Engineering, National University of Mexico (in press)
63. Newmark, N. M., 'Current Trends in the Seismic Analysis and Design of High-Rise Structures', in *Earthquake Engineering* (Edited by R. Wiegel), Prentice Hall, Englewood Cliffs, N.J. (1970)
64. Paulay, T., 'Coupling Beams of Reinforced Concrete Shear Walls', *Proc. Am. Soc. Civ. Engrs.*, 97, 573 (March, 1971)
65. Park, R. and Paulay, T., 'Reinforced Concrete Structures', John Wiley and Sons, New York, N.Y. (1975)
66. Hasofer, A. M. and Lind, N. C., 'Exact and Invariant Second-Moment Code Format', *Proc. Am. Soc. Civ. Engrs.*, 100, E311 (1974)
67. Rosenbluth, E. and Contreras, H., 'Approximate Design for Multicomponent Earthquakes', Submitted for publication in *J. Engrg. Mech. Div., Am. Soc. Civ. Engrs.*

102

Rome

DUCTILIDAD Y COMPORTAMIENTO SISMICO**

L. Esteva*

1. *Naturaliza del diseño sísmico*

El diseño en ingeniería se halla arraigado en la necesidad social de optimar. Implica considerar acciones alternativas, estimar sus consecuencias y hacer la mejor selección. En ingeniería sísmica, cada posible línea de acción incluye la adopción de un sistema estructural y un criterio de diseño sísmico, mientras que la evaluación de las consecuencias implica estimar respuestas estructurales y costos esperados de daños. Los criterios usuales de diseño sísmico adoptan coeficientes de cortante y ordenadas espectrales como medidas de la respuesta estructural, ya que esta se expresa en general en términos de aceleraciones y fuerzas laterales equivalentes actuando sobre sistemas lineales. Pero estas variables no son sino medidas indirectas del comportamiento del sistema durante temblores: sirven para controlar los valores de variables más significativas, tales como deflexiones laterales de los sistemas no lineales reales, ductilidades locales y de conjunto, y márgenes de seguridad con respecto a falla por inestabilidad (efectos de segundo orden). En vista de que las relaciones entre variables de control y respuesta real dependen del tipo y características del sistema estructural, la comprensión de esta relaciones es requisito para el logro de diseños adecuados. Este concepto se opone a la aplicación ciega de requisitos reglamentarios: en diseño sísmico, más que en otros campos de ingeniería, es fácil caer en la aplicación estricta, pero ciega, de las más avanzadas normas y,

sin embargo, producir una estructura destinada a comportarse pobremente.

La optimación que es meta del diseño sísmico puede expresarse en términos de varios objetivos directos: el diseño sísmico trata de proporcionar niveles adecuados de seguridad con respecto al colapso ante temblores excepcionalmente intensos, así como con respecto a daños a construcciones adyacentes; busca también proteger a las construcciones contra daños materiales excesivos bajo la acción de temblores de intensidad moderada, asegurar la facilidad de los trabajos de reparación, reconstrucción o refuerzo en caso de daños, y proporcionar protección contra la acumulación de daño estructural durante series de temblores. Finalmente, se trata de preservar la seguridad y la comodidad de los ocupantes y del público en general, logrando que la respuesta estructural durante temblores de intensidad moderada no exceda ciertos niveles de tolerancia, y evitando el pánico durante temblores de intensidad moderada o alta, particularmente en edificios en donde se espera frecuente aglomeración de personas.

La consecución de los objetivos anteriores requiere mucho más que el dimensionamiento de los miembros estructurales para fuerzas internas dadas. Es indispensable tomar en cuenta explícitamente dichos objetivos, así como los problemas relacionados con la respuesta estructural no lineal y con el comportamiento de materiales, miembros y conexiones sometidos a varios ciclos de carga alternada. Implica también la identificación de condiciones de servicio y la formulación de los criterios de aceptación correspondientes.

2. *Comportamiento no lineal, ductilidad y respuesta sísmica*

Se dice que un sistema estructural es dúctil si es capaz de soportar deformaciones importantes a carga prácticamente constante, sin alcanzar niveles excesivos de daño o de disminución de la resistencia ante aplicaciones subsiguientes de cargas. Las curvas a y b en la fig 1 muestran relaciones típicas entre carga (P) y deflexión (D) para la primera aplicación de carga en sistemas dúctiles y frágiles, respectivamente. La curva a corresponde a la respuesta bajo carga lateral de un marco de concreto reforzado adecuadamente detallado, en donde los efectos de esbeltez no son significati-

* Instituto de Ingeniería, Universidad Nacional Autónoma de México, Ciudad Universitaria, México 20, D. F. MÉXICO

**Resumen de una conferencia presentada en la Escuela Técnica Superior de Ingenieros de Caminos, Canales y Puertos de la Universidad Politécnica de Barcelona

vos; la curva b es típica de mampostería de bloques huecos con escaso refuerzo. Para estructuras que deban soportar sismos, no puede inferirse comportamiento dúctil simplemente de observar curvas carga-deformación para el primer ciclo de carga, ya que el daño producido durante los primeros ciclos puede deteriorar la capacidad de absorción de energía del sistema para ciclos posteriores: la rigidez puede degradarse en forma apreciable, como ocurre en muros de cortante de albañilería o en marcos de concreto reforzado detallados de manera deficiente.

La capacidad de sistemas estructurales para absorber energía mediante comportamiento histerético sirve de apoyo a los criterios convencionales de diseño sísmico, que requieren que las estructuras se diseñen para fuerzas laterales de magnitud muy inferior a la necesaria para mantenerlas dentro de su intervalo de comportamiento lineal durante temblores severos. Así la seguridad contra colapso ante sismos puede lograrse haciendo una estructura resistente, haciéndola dúctil o diseñando para una combinación económica de ambas propiedades. Para algunos tipos de materiales y miembros estructurales, la ductilidad es difícil de lograr, y la economía dicta la conveniencia de diseñar para cargas laterales relativamente elevadas; para otras, es mucho más barato lograr ductilidad que resistencia, y la práctica de diseño refleja este hecho. Pero el empleo de materiales dúctiles no implica necesariamente el logro de sistemas dúctiles; por ejemplo, las concentraciones de esfuerzos en juntas soldadas pueden propiciar la ocurrencia de falla prematura, de naturaleza frágil, en dichas juntas, y los efectos P - Δ (interacción entre deflexiones laterales y fuerzas internas causadas por la acción de cargas gravitacionales actuando sobre la estructura deformada) pueden ocasionar falla por inestabilidad cuando la rigidez lateral efectiva es demasiado baja.

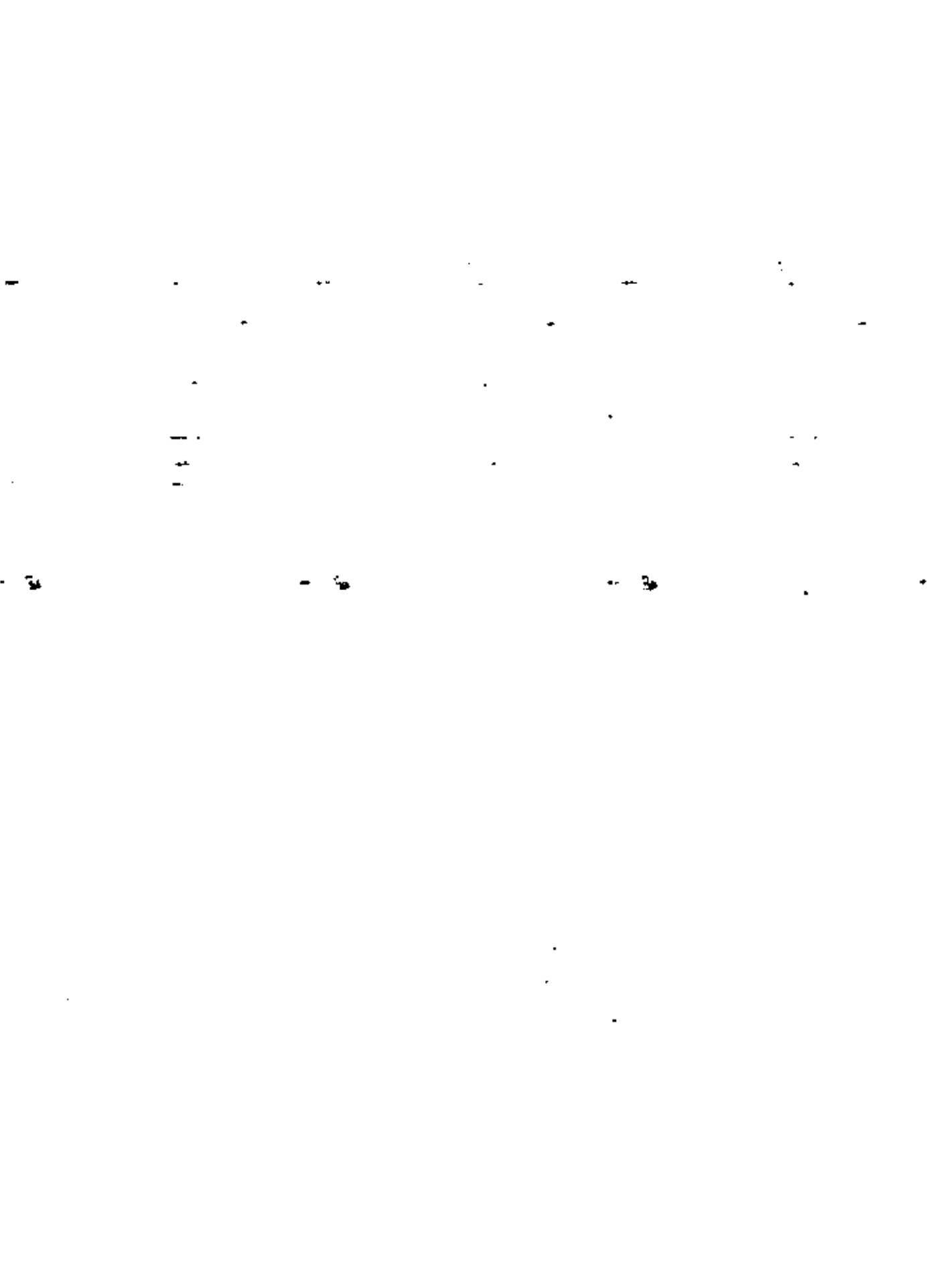
En este trabajo se describen las relaciones cuantitativas que ligan demandas de ductilidad con resistencia y rigidez en sistemas simples sometidos a excitación sísmica, así como algunos problemas que se encuentran al tratar de extrapolar dichas relaciones a sistemas complejos, representativos de los que encuentran los ingenieros en la práctica de diseño. La descripción citada se orienta a la identificación de condiciones que influyen en la capacidad de las estructuras para respon-

der dúctilmente ante temblores sin fallar, y a la definición de los criterios pertinentes de diseño estructural.

3. Ductilidad local y global

El comportamiento dúctil no lineal de sistemas complejos resulta en general de las deformaciones dúctiles locales, o concentradas, que ocurren en las secciones particulares de una estructura dada en donde se alcanzan deformaciones de fluencia; la ductilidad de conjunto, o global, es una propiedad de una curva carga-deformación expresada en términos de la resultante de las cargas externas que actúan en una porción importante de un sistema dado; por ejemplo, los marcos de edificios suelen tratarse como vigas de cortante para fines de estimar su respuesta dinámica no lineal ante excitación sísmica. Las ductilidades globales se expresan entonces en términos de las curvas que ligan fuerzas cortantes con deformaciones laterales en cada entrepiso. En general, el valor numérico adoptado por la ductilidad global en un entrepiso no coincide con los valores de las ductilidades concentradas que se desarrollan en los puntos correspondientes del entrepiso, ya que la ductilidad del conjunto es función de la relación entre las contribuciones a la deformación de entrepiso de las deformaciones dúctiles concentradas y de las elásticas distribuidas. En sistemas que no pueden idealizarse como vigas de cortante, las relaciones entre ductilidades de conjunto y locales dependen de las configuraciones deformadas de dichos sistemas, y por tanto varían durante un sismo dado. En forma aproximada, pueden adoptarse las relaciones entre ductilidad global y local que corresponden a la configuración que se obtiene de considerar que las deformaciones máximas de los entrepisos ocurren simultáneamente.

La ductilidad global disponible puede controlarse mediante el diseño y la ejecución de los detalles estructurales que permitan el desarrollo de ductilidades locales adecuadas. La demanda local de ductilidad varía entre puntos diferentes de un sistema complejo. En un punto dado, dicha demanda es función de la resistencia local y de la variación de la resistencia en todo el sistema. Esto es consecuencia de la interacción entre la disipación de energía por histéresis en diversas secciones. En marcos de edificios, la va-



riabilidad en la ductilidad requerida en diversos puntos suele ser consecuencia de la superposición de las fuerzas internas debidas a cargas permanentes y a excitaciones accidentales. Influyen en dicha ductilidad el orden en que se alcance el límite de cedencia en los diversos puntos y la interacción entre momentos flexionantes, fuerzas cortantes y fuerzas axiales, entre otros factores.

4. Respuesta dinámica de sistemas simples elasto-plásticos

La idealización más usual de estructuras dúctiles es el sistema elasto-plástico (fig 2). Para ellos se define el factor de ductilidad como el cociente de la deformación máxima desarrollada entre la que corresponde al límite de cedencia: $Q = D/D_y$. Si se analiza la respuesta de sistemas elasto-plásticos de un grado de libertad y de rigidez y masa dadas ante excitaciones sísmicas, y se obtienen curvas de las deformaciones de cedencia que deben caracterizar a dichos sistemas para lograr demandas de ductilidad que no excedan de ciertos valores dados, se observa que, para periodos naturales de vibración que no sean demasiado cortos, las deformaciones de cedencia que se requieren — y por tanto los correspondientes coeficientes de constante en la base — varían en razón inversa con la ductilidad. La fig 3 ilustra esta afirmación para el temblor de El Centro, 1940. En las abscisas se tienen frecuencias naturales f en escala logarítmica, y en las ordenadas, pseudo-velocidades (obtenidas como el producto de frecuencia natural por deformación de cedencia requerida) en el mismo tipo de escala, para diversos valores del factor de ductilidad. Dada la forma en que se definieron las ordenadas en esta figura, es fácil demostrar que las deformaciones requeridas de cedencia pueden leerse refiriéndose a un sistema de rectas a 45° que suben de izquierda a derecha, y que las pseudo-aceleraciones $(2\pi f)^2 D_y$ pueden leerse tomando como base un sistema de rectas a 45° que bajan de izquierda a derecha. Las curvas obtenidas según se acaba de describir constituyen los espectros de deformación para sistemas elasto-plásticos. En la figura se observa que para frecuencias naturales que no excedan de 1 cps, las ordenadas espectrales son aproximadamente proporcionales al recíproco del factor de ductilidad. Teniendo en cuenta que la deformación lateral D es igual a la de cedencia D_y multiplicada por

el factor de ductilidad Q , la proporcionalidad inversa aproximada entre D_y y Q implica que para periodos naturales mayores que 1 seg. D es prácticamente independiente de Q y por tanto de la resistencia lateral del sistema. Para periodos naturales cortos, la deformación de cedencia y la pseudo-aceleración espectrales resultan poco sensibles a la ductilidad, y en el límite, para periodos naturales nulos, o estructuras infinitamente rígidas, la pseudo-aceleración es igual a la máxima aceleración del terreno, y la deformación total $D = QD_y$ es proporcional a la ductilidad. En otras palabras, la deformación total es prácticamente insensible al factor de ductilidad para periodos naturales moderados y largos, y tiende a ser proporcional a dicho factor para periodos muy cortos; la pseudo-aceleración espectral es inversamente proporcional al factor de ductilidad para periodos naturales moderados y largos, y se torna casi insensible a dicho factor para periodos muy cortos. En consecuencia, para sistemas elasto-plásticos de un grado de libertad y de periodo natural no menor que 0.8 seg, aproximadamente, las aceleraciones espectrales de diseño pueden tomarse iguales a las que corresponden a sistemas lineales divididas entre el factor de ductilidad permisible, según el tipo de estructura; para estructuras de periodos cortos las reducciones que pueden lograrse en las fuerzas laterales de diseño son menos sensibles a la ductilidad. En estructuras que hayan de construirse sobre terreno blando, el límite aproximado de 0.8seg deberá tal vez subirse, teniendo en cuenta los periodos dominantes del movimiento del terreno. La poca eficiencia de la ductilidad para reducir las ordenadas espectrales en el intervalo de periodos menores que los dominantes del movimiento puede también interpretarse en términos del alargamiento del periodo de vibración efectivo de un sistema que resulta de su respuesta no lineal y de la tendencia general de crecimiento de las ordenadas espectrales con el periodo natural en el intervalo citado. Aunque el problema no ha sido suficientemente estudiado, las normas de diseño sísmico de la Ciudad de México proponen espectros de aceleraciones en terreno blando caracterizados por ordenadas constantes para un amplio intervalo de periodos naturales menores que los dominantes del terreno, claramente identificados en los espectros elásticos (fig 4).

Las conclusiones que anteceden son válidas para sistemas que pueden idealizarse como elasto-plásticos. Pa-

ra algunos sistemas estructurales tal idealización no es válida. La curva carga-deformación puede caracterizarse por límites de cedencia distintos para cada sentido de aplicación de la carga; la capacidad de absorción de energía por histéresis para una deformación dada puede reducirse drásticamente de ciclo a ciclo, como consecuencia de las deformaciones residuales en elementos, como los cables de arriostamiento, que sólo pueden tomar fuerzas de un mismo signo; los ciclos de histéresis son muy angostos en marcos de concreto preforzado; la ocurrencia de daños puede causar la degradación de las rigideces en las curvas carga-deformación después de unos cuantos ciclos, y la influencia de efectos de esbeltez puede dar lugar a pendientes negativas significativas en el intervalo posterior a la cedencia. Cualquiera de estos efectos puede conducir a coeficientes sísmicos superiores a los aplicables al caso elasto-plástico convencional.

5. Ductilidad y deterioro.

La fig 5 representa el caso típico de respuesta ante carga altamente sin deterioro. Se trata de una junta entre trabe y columna de una estructura de acero, sometida a momentos de igual signo en los extremos de las trabes (Krawinkler et al, 1976). En las ordenadas se muestra la suma de momentos y en las abscisas la distorsión angular del tablero en la zona de unión. Se aprecia en ella el efecto Bauschinger, es decir, la desaparición de la ley prácticamente bilineal carga-deformación válida para la primera aplicación de carga, y la sustitución de la curva correspondiente por otra en que las pendientes varían gradual y monótonicamente, desde un máximo para cargas pequeñas, hasta un mínimo, para deformaciones grandes. Los cambios de pendientes, y por tanto en la capacidad de disipación de energía por histéresis, son significativos sólo entre la primera aplicación de carga y la curva de descarga inmediata. A partir de ella, los ciclos de histéresis son prácticamente estables para un número de repeticiones superior al que puede ocurrir bajo la acción de unos cuantos temblores. Esta condición favorece la disipación de energía cinética durante sismos intensos y contribuye a controlar amplitudes de respuesta y niveles de daños.

En todas las construcciones se caracterizan por curvas estables y de gran capacidad de disipación como

estas: un ejemplo de lo contrario se mostró en la fig 1b. Estas propiedades dependen del material empleado y de los modos de falla que rijan el comportamiento: en sistemas estructurales, dependen de los detalles constructivos en los miembros y en las uniones. En construcciones de acero soldadas, la condición para obtener curvas como las de la fig 5 es contar con factores de seguridad suficientemente elevadas contra inestabilidad local; sin embargo, las esbelteces de los miembros que se emplean conducen con frecuencia a curvas como las de la fig 6, características de sistemas en que es significativa la inestabilidad de conjunto.

En estructuras de concreto, el logro de ductilidades y capacidades de disipación de energía adecuadas requiere estudio cuidadoso de uniones, anclajes, porcentajes de refuerzo, factores de seguridad en distintos modos de falla, entre otros conceptos. El estudio experimental de estas variables ha recibido atención durante los últimos años. Bertero y Popov (1975) estudiaron el comportamiento ante carga alternante de subconjuntos constituidos por tramos de vigas y columnas (fig 7). Las variables analizadas incluyeron el tipo y cuantía de refuerzo en las juntas y en los extremos de los miembros (fig 8), la influencia de la inestabilidad (fig 9) y de la fuerza cortante (fig 10) y el deslizamiento de las juntas (fig 11). Es clara la influencia que estas variables pueden tener en ductilidad y en capacidad de absorción de energía.

Las vigas de acoplamiento entre muros rigidizantes se caracterizan a menudo por relaciones elevadas de peralte a claro, lo que ocasiona relaciones elevadas de fuerza cortante a momento flexionante. La fig 12 muestra curvas carga-deformación para los diferentes porcentajes de refuerzo longitudinal y transversal. Estudios recientes (Paulay, 1971) han demostrado que la disposición del refuerzo como en la fig 13 conduce a curvas más satisfactorias y a daños de menor cuantía.

La influencia de la carga axial en la ductilidad de miembros de concreto reforzado sometidos a flexocompresión ha sido estudiada teóricamente por Park y Paulay (1975), considerando la curva carga-deformación de concreto sin confinar. En la fig 14 se resumen las hipótesis y las conclusiones de tales estudios. Es clara la reducción de la ductilidad disponi-

ble (en términos de la relación momento-curvatura) asociada aun con niveles moderados de carga axial. Este efecto sustenta el criterio de diseño designado como columna fuerte-trabe débil, orientado al desarrollo de deformaciones inelásticas en las trabes, con preferencia a las columnas.

De naturaleza teórica son también los estudios (Park y Paulay, 1975) en que se basan las curvas carga-deformación para muros de concreto que fallan en flexión (fig 15). En la figura citada se observa que mediante cuantías y distribuciones adecuadas de refuerzo es posible obtener ductilidades elevadas en este tipo de elementos. Otros factores a considerarse, poco estudiados a la fecha, son la posibilidad de pandeo de borde y la influencia de carga vertical y fuerza cortante, tanto en la curva ante la primera aplicación de carga como en las que corresponden a cargas repetidas.

Los miembros presforzados suelen caracterizarse por curvas semejantes a la fig 16 (Spencer, 1969): la rigidez decrece para deformaciones grandes y los ciclos histeréticos angostos implican poca capacidad para disipar energía.

6. Respuesta de sistemas simples con diversas leyes carga-deformación

La fig 17 presenta algunas idealizaciones usuales de curvas carga-deformación empleadas para representar a las descritas en los párrafos anteriores. El caso bilineal de la fig 17a es una buena aproximación a las curvas de la fig 5. El caso 17b es el elastoplástico convencional, mientras que el 17c se caracteriza por niveles de fluencia distintos en los dos sentidos de aplicación de las cargas laterales. Esta condición se presenta, por ejemplo, en marcos como el de la fig 18a, en donde la descarga sobre la viga AB en O puede actuar a favor o en contra de las cargas permanentes. La pendiente negativa en la fig 17d se debe a la acción de las cargas gravitacionales actuando sobre la configuración deformada (desplazamiento lateral) del sistema, y es función de la suma de cargas verticales por encima del entrepiso que interesa, de la altura de este y de su rigidez lateral (Rosenblueth, 1965). La fig 17e es una idealización de los ciclos histeréticos angostos típicos de elementos

presforzados, y la 17f representa casos con deterioro moderado de rigidez, como es de esperarse en miembros contruidos parcialmente con materiales frágiles, y en donde no se han tomado precauciones especiales para evitar daños excesivos en cada ciclo de carga. Tal es el caso, por ejemplo, en diafragmas de cortante de mampostería o en marcos de concreto reforzado pobremente detallados. La curva de la fig 17g suele designarse como modelo de deslizamiento (en inglés: slip-type curve) y es típica de casos en que la carga lateral es resistida fundamentalmente por elementos de arriostramiento (fig 18b) o cables atirantados (fig 18c) que sólo pueden resistir esfuerzos de tensión. La ocurrencia de niveles de fluencia distintos en cada sentido de acción de las cargas laterales (fig 17c) ocasiona la acumulación de deformaciones plásticas en el sentido del menor nivel. El problema fue estudiado cuantitativamente por Bielak (1966), quien determinó la respuesta sísmica de sistemas con curva carga - deformación elastoplástica en un sentido y elástica, de capacidad ilimitada, en el otro. Para el temblor de El Centro 1940, los resultados se muestran en la fig 20, y deben compararse con los de la fig 29, que corresponden a sistemas elastoplásticos usuales. El factor de fluencia c es la relación entre la capacidad de fluencia y la que se requeriría para asegurar comportamiento lineal del sistema.

Ramírez (1977) obtuvo la respuesta de diversos sistemas de cortante de varios grados de libertad, incluyendo la influencia de esbeltez (efectos P- Δ) ante acelerogramas típicos de los que se obtienen en la zona de suelo compresible de la ciudad de México. Entre los casos analizados se incluyeron sistemas con períodos naturales de 0.5seg y 2.5seg, que son, respectivamente, menores y aproximadamente iguales a los dominantes del movimiento (ver fig 21). La esbeltez se definió por la relación entre el valor absoluto de la rigidez de la rama negativa de la curva carga-deformación (fig 17d) y la de la rama inicial. En términos de los parámetros de diseño y de respuesta bajo un análisis ordinario que no incluya los efectos de esbeltez, este parámetro es igual a $\beta = 1.2\lambda/Qc$, en donde c es el coeficiente de cargas laterales adoptado en el diseño, Q el factor de ductilidad y λ la relación entre la deformación lateral de entrepiso, calculada con las fuerzas laterales de diseño, y la altura de entrepiso. En todos los casos analizados se tomó

$\beta=0.01$ en la planta baja, y valores menores en los pisos superiores, dependientes de la distribución de rigideces y masas de todo el sistema. El valor citado es pequeño, ya que en estructuras usuales son de esperarse con frecuencia valores del orden de 0.04. Se determinaron valores del factor de amplificación de deformaciones laterales, definido como la relación entre la deformación de entrepiso obtenida mediante un análisis dinámico que incluya la influencia de los efectos P- Δ y la deformación que se obtendría para el mismo entrepiso si dicha influencia se despreciara. Dichos factores se compararon con los valores aproximados determinados bajo la hipótesis de que el sistema de interés se encuentra sometido al sistema de cargas laterales necesario para ocasionar, mediante su acción estática, el sistema de desplazamientos obtenidos de un análisis que omita los efectos de esbeltez. La comparación se muestra en las figs 22 y 23 para estructuras con periodos de 0.5 y 2.5 seg, respectivamente, y ductilidades nominales de diseño de 4. Es claro que mientras para los casos estudiados el factor de amplificación estático no se aparta mucho de 1, el factor dinámico puede en ocasiones alcanzar valores excesivos.*

Las respuestas de estructuras presforzadas depende de la proporción en que participen elementos presforzados y de concreto reforzado ordinario en la disipación de energía. Spencer (1969) ha comparado las respuestas de los sistemas de interés para ciertos valores de los parámetros pertinentes. En el caso extremo, un sistema presforzado puede idealizarse mediante la gráfica elástica bilineal de la fig 17a. La relación entre las amplitudes máximas de las respuestas del sistema bilineal e histérico se presenta en función de la frecuencia normalizada para el acelerograma de El Centro en la fig 23, para varios valores de la relación de fluencia, c . La relación en estudio, crece con la frecuencia.

El comportamiento de sistemas de deslizamiento (fig 17g) se describe en la fig 24. En ella se observan

* En las normas de diseño sísmico de la ciudad de México las posibles consecuencias desfavorables de esta discrepancia están cubiertas por la forma conservadora en que se especifican los espectros de diseño.

amplitudes sistemáticamente mayores para estructuras con este tipo de curva que para las correspondientes elasto-plásticas.

7. Demandas de ductilidad en sistemas complejos

Ni las demandas de ductilidad por entrepiso en sistemas que puedan idealizarse como vigas de cortante, ni las de ductilidad local en los extremos de miembros de marcos continuos suelen ser uniformes en los sistemas estructurales ordinarios.

Influyen en la distribución de dichas demandas las características de cada sismo, así como las distribuciones de masas, rigideces y resistencias en la estructura en cuestión. Frank et al (1976), determinaron la respuesta dinámica de sistemas de cortante de cuatro grados de libertad ante una familia de temblores reales normalizados a la misma aceleración máxima del terreno, y ante otra de temblores simulados. Para cada temblor se determinó el espectro elasto-plástico de diseño que correspondía a un factor de ductilidad de 4, y se determinó el promedio de dichos espectros para cada una de las familias citadas. Se diseñaron estructuras de cortante de cuatro grados de libertad, para cada uno de los espectros elasto-plásticos, mediante un análisis modal convencional que incluyó únicamente el modo fundamental de vibración. Para cada uno de los acelerogramas se determinó la respuesta del sistema no lineal resultante, mediante un procedimiento de integración numérica paso a paso. Se encontró que los coeficientes de variación de las demandas de ductilidad de entrepiso eran muy elevados, y que los valores medios estaban muy por encima, en los extremos superior e inferior del edificio, del valor de 4 supuesto en el diseño (fig 25). Esto implica que aún para estos sistemas simples y uniformes, los criterios convencionales de diseño basados en análisis dinámico modal conducen a discrepancias sistemáticas entre los efectos sísmicos reales y los nominales. En un intento por estudiar las demandas de ductilidad en edificios con diferentes periodos naturales y formas de variación de la rigidez de entrepiso, Guerra y Esteva (1977) determinaron la respuesta de sistemas de cortante ante los acelerogramas de tres sismos registrados en la zona de terreno compresible de la ciudad de México. Los espectros lineales mostraban aproximadamente el mismo periodo dominante (2.5 seg), y casi

iguales ordenadas espectrales para dicho periodo, aun que para periodos cortos uno de ellos mostraba ordenadas apreciablemente superiores a las de los otros dos. Además de estudiar edificios con entrepisos que poseen las resistencias que resultan de un criterio convencional de análisis y diseño para el espectro medio de los temblores considerados, se enfocó la atención a la influencia sobre la respuesta sísmica de la variabilidad de los factores de seguridad con respecto a cortantes de entrepiso en la altura de cada edificio. Tal variabilidad a menudo proviene de los requisitos arquitectónicos, como consecuencia de los cuales algunos entrepisos pueden poseer resistencias mayores que las requeridas de acuerdo con el coeficiente sísmico para diseño. Cuando esto ocurre, se altera la contribución relativa de cada entrepiso a la disipación histerética de energía cinética con respecto a la que se presentaría para edificios con factor de seguridad uniforme, y los entrepisos que poseen los factores de seguridad más pequeños se ven sometidos a demandas de ductilidad más elevadas que las del caso uniforme. Por procedimientos de integración numérica paso a paso se determinaron las respuestas de diversos edificios de cortante de diez niveles. Se tomaron periodos naturales de 0.5, 1.0 y 2.5 seg y amortiguamiento viscoso de 0.02. Las curvas carga-deformación de los entrepisos eran elasto-plásticas, con capacidades de fluencia obtenidas del análisis modal ante un espectro de diseño aproximadamente igual al promedio de los tres temblores estudiados, para un factor de ductilidad 4.* En algunos de los sistemas se tomaron factores de sobre-resistencia (relación entre capacidad lateral disponible y requerida en el diseño) no uniformes, a fin de simular la contribución frecuentemente indeseable de los elementos no estructurales.

* Los espectros elastoplásticos no se obtuvieron de manera rigurosa. La aproximación consistió en dividir entre 4 todas las ordenadas del espectro elástico de aceleraciones para periodos mayores de 2.5 seg (donde ocurren máximos del espectro) y entre un factor que variaba linealmente entre 1 y 4 con el periodo natural, para valores de este último comprendido entre 0 y 2.5 seg. Dado que las ductilidades en el intervalo de periodos cortos son muy sensibles a la relación de resistencia de fluencia a respuesta elástica, las ordenadas espectrales adoptadas pueden corresponder a ductilidades nominales muy diferentes de 4.

La fig 26 resume los casos estudiados, y la 27 algunos de los resultados. Se observa que un efecto de proporcionar resistencia excesiva en algunas secciones de sistemas de cortante es aumentar las demandas de ductilidad en otras. El aumento es más significativo para sistemas de periodo corto. Aun para casos con factor de sobre-resistencia unitario (es decir, resistencia disponible igual a la requerida) las demandas de ductilidad de los entrepisos inferiores suelen resultar mayores que las nominales de diseño. La principal diferencia cualitativa entre estos resultados y los de Frank et al (fig 25) la constituyen las elevadas ductilidades en el extremo superior del edificio para este último caso, que no se muestran en los estudios de Guerra y Esteve. La diferencia se explica por que los diseños de estos últimos tomaron en cuenta la contribución de los modos superiores de vibración, y los de los primeros autores omitieron dicha contribución.

Los resultados descritos señalan la conveniencia de estudiar criterios alternativos para especificar la distribución de capacidades de cortante de entrepiso, a fin de reducir la variabilidad de las demandas de ductilidad. Para ello se estudiaron varios sistemas adicionales. En algunos de ellos la resistencia de la planta baja se tomó 10 por ciento superior a la de diseño. La fig 28a muestra que en ciertos casos un pequeño incremento en la resistencia de la planta baja transfiere demandas sustanciales de ductilidad al segundo entrepiso. Puesto que en sistemas reales pueden esperarse variaciones aleatorias de resistencia mayores que la que aquí se considera, dicha variabilidad debe tomarse en cuenta mediante modelos probabilísticos. En otro grupo de edificios se estudió la influencia, en las demandas de ductilidad, de diseñar considerando o ignorando la contribución de los modos superiores de vibración. La fig 28b muestra diferencias significativas en las ductilidades de los pisos superiores, a pesar de que las diferencias de resistencia son pequeñas.

De lo anterior se concluye que para sistemas de cortante los criterios convencionales de análisis y diseño sísmico no proporcionan un control adecuado de respuesta sísmica expresada en términos de ductilidades. En algunos sistemas, en donde el factor de seguridad, definido como la relación de la resistencia disponi-

ble a la fuerza de diseño predicha por el análisis lineal, varía apreciablemente de una a otra sección crítica, las demandas de ductilidad pueden resultar mucho mayores que las que ocurrirían en las mismas secciones, con los mismos factores de seguridad, si estos fueran uniformes en la estructura. Las implicaciones de estos resultados deberían trasladarse a la práctica de diseño estructural.

Los pocos estudios disponibles sobre demandas locales de ductilidad en marcos continuos muestran que la distribución de dichas demandas en sistemas con factor de seguridad constante presenta variaciones menos acentuadas que las descritas para sistemas de cortante. Se han propuesto diversos criterios para definir las ductilidades locales. Haviland et al (1976) proponen dos alternativas (fig 29): la primera es la relación del giro en el extremo de una barra al que ocurriría en dicho extremo cuando en ambos se alcanzara simultáneamente el momento de fluencia respectivo. A esta la denotan ductilidad rotacional, la segunda de finición, designada como ductilidad de momento o de curvatura, es la relación entre la curvatura local en una sección y la que corresponde al momento de fluencia. La variación de ambas medidas de la ductilidad local fue estudiada por los autores citados en diversos marcos diseñados para diversas ductilidades nominales empleando análisis modal elástico. En la fig 30 se presenta un caso típico estudiado, y en las 31 y 32 los máximos factores de ductilidad para trabes y columnas en cada nivel, cuando la ductilidad nominal de diseño era 4. Sólo deben obtenerse conclusiones sobre los valores relativos y no sobre los absolutos, en comparación con la ductilidad nominal de 4, ya que las figuras se refieren a ductilidad local y la última cifra citada es ductilidad global de entreciso.

Los estudios descritos se han referido a marcos regulares, sin variaciones bruscas en las dimensiones de sus miembros ni en sus claros horizontales y verticales. La ocurrencia de tales variaciones es con frecuencia causa de concentraciones importantes de demandas de ductilidad, y no es raro que las condiciones que ocasionan tales demandas sean también motivo de incapacidad de los miembros afectados para responder a ellas. Así, por ejemplo, la restricción que imponen los muros de la fig 31 a las columnas A hacen que el claro efectivo de dichas columnas sea igual a su

longitud libre, entre el sistema de cubierta y el borde superior del muro; la rigidez lateral de cada una de estas columnas resulta mucho mayor que las de las que no se encuentran restringidas, y las fuerzas cortantes respectivas -- y por tanto las demandas de ductilidad -- varían de igual manera. Debido a su baja relación de claro a peralte, las columnas A suelen ofrecer menores factores de seguridad ante tensión diagonal que ante tensión por flexión y por ende tienden a presentar comportamiento poco dúctil. Condiciones semejantes se presentan en las trabes de menor claro localizadas en marcos con separaciones muy desiguales entre ejes de columnas, o en trabes que inciden en puntos de los bordes de muros rigidizantes en donde se presentan giros y desplazamientos verticales importantes (fig 34). En todos estos casos los problemas pueden aliviarse modificando rigideces relativas (por ejemplo, reduciendo peraltes de claros cortos), o diseñando de tal manera de lograr que dominen los modos de falla dúctiles. La fig 13, por ejemplo, muestra el tipo de refuerzo recomendable para elementos peraltados que ligan dos muros rigidizantes acoplados (Paulay, 1971).

8. Comentarios generales

A pesar de que la importancia de la capacidad de disipación de energía mediante comportamiento dúctil para resistir sismos severos ha sido bien reconocida, no se cuenta a la fecha con criterios de análisis y diseño que consideren a las demandas de ductilidad, o a las deformaciones inelásticas, como las variables de control. Los procedimientos usuales de análisis, tanto estático como dinámico, adoptan las fuerzas internas que provienen de estudios de respuesta lineales, como medidas de la capacidad que debe proporcionarse a los miembros estructurales para que las demandas locales de ductilidad se mantengan dentro de límites tolerables. Pero dichas demandas son muy sensibles a las características de las estructuras, y a los detalles de cada excitación sísmica, y no es raro encontrar que sus valores se alejan significativamente de los nominales de diseño. Por otra parte, no existen criterios suficientemente probados para producir miembros estructurales capaces de desarrollar ductilidad específicas. A lo más que parecen poder aspirar los ingenieros en este aspecto en un futuro cercano es a identificar las irregularidades

que pueden causar concentraciones excesivas de ductilidad y a tratar de evitarlas. El campo de investigación es muy vasto y estimulante: abarca el desarrollo de procedimientos prácticos y eficientes para predecir las demandas de ductilidad en estructuras dadas, y la formulación de criterios de diseño para lograr el desarrollo de ductilidades específicas.

9. Referencias

1. Arnold, P., Adams, P.F. & Lu, L.W. (1966). "The Effect of Instability on the Cyclic Behavior of a Frame", Proc. International Symposium on the Effects of Repeated Loading of Materials and Structures, RILEM, 4.
2. Bertero, V.V., & Popov, E.P. (1975). "Hysteretic Behavior of Ductile Moment Resisting Reinforced Concrete Frame Components", Earthquake Engineering Research Center, College of Engineering, University of California, Berkeley, EERC 75-16
3. Bielak, J. (1966). "Dynamic Response of Single Degree of Freedom Bilinear Systems". Thesis submitted in partial fulfillment of the requirements for the degree of Master of Science, Rice University, Houston, Texas
4. Frank, R., Anagnostopoulos, S., Biggs, J.M., Vannarcke, E. M. (1976). "Variability of Inelastic Structural Response Due to Real and Artificial Ground Motions", MIT Department of Civil Engineering Research Report R76-6, Order No. 529
5. Guerra, D. R, & Esteva, L. (1977). "Equivalent Properties and Ductility Requirements in Seismic Dynamic Analysis of Nonlinear Systems", Proc. Sixth World Conference on Earthquake Engineering, New Delhi
6. Haviland, R.W., Biggs, J.M. & Anagnostopoulos, S. (1976). "Inelastic Response Spectrum Design Procedures for Steel Frames", MIT Department of Civil Engineering, Research Report R76-40, Order No. 557
7. Krawinkler, H. Bertero, V.V., & Popov, E.P. (1976). "Inelastic Behavior of Steel Beam-to-Column Subassemblies", Earthquake Engineering Research Center, College of Engineering, University of California, Berkeley, EERC 76-22
8. Park, R., & Paulay, T. (1975). "Reinforced Concrete Structures", John Wiley & Sons, New York
9. Paulay, T. (1971). "Coupling Beams of Reinforced Concrete Shear Walls", Journal of the Structural Division, ASCE, 97, ST3, 843-862
10. Ramirez, J. (1977). "Efectos de Inestabilidad en la respuesta sísmica de estructuras de cortante inelásticas", Tesis de Maestría, División de Estudios Superiores, Facultad de Ingeniería, Universidad Nacional Autónoma de México
11. Rosenblueth, E. (1965). "Slenderness Effects in Buildings", Journal of the Structural Division, ASCE, 91, ST1, 229-52
12. Spencer, R.A. (1969). "The Nonlinear Response of Multistory Prestressed Concrete Structures to Earthquake Excitation", Proc. Fourth World Conference on Earthquake Engineering, Santiago, Chile

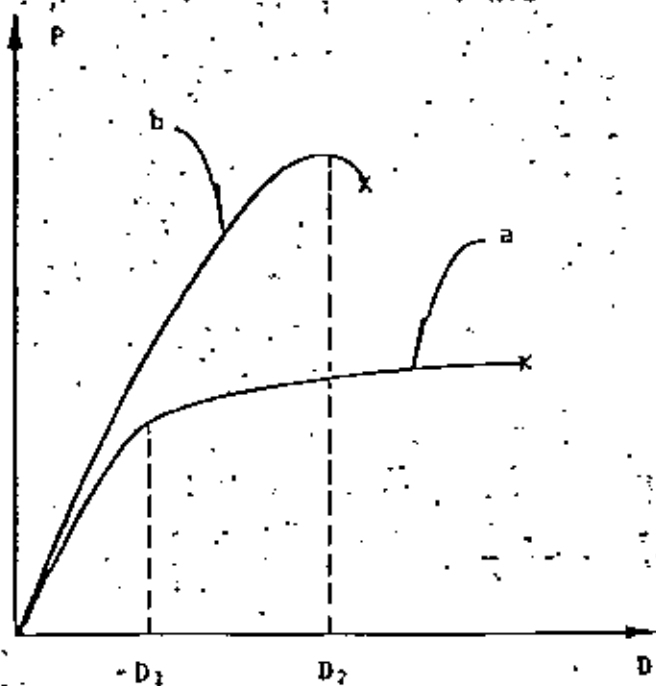


Fig 1. Sistemas dúctiles y frágiles

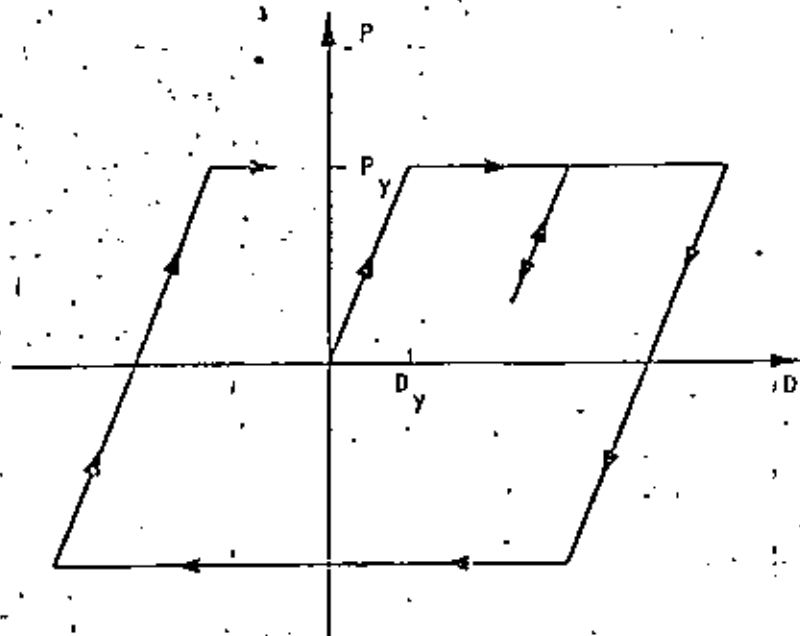


Fig 2. Sistema elastoplástico

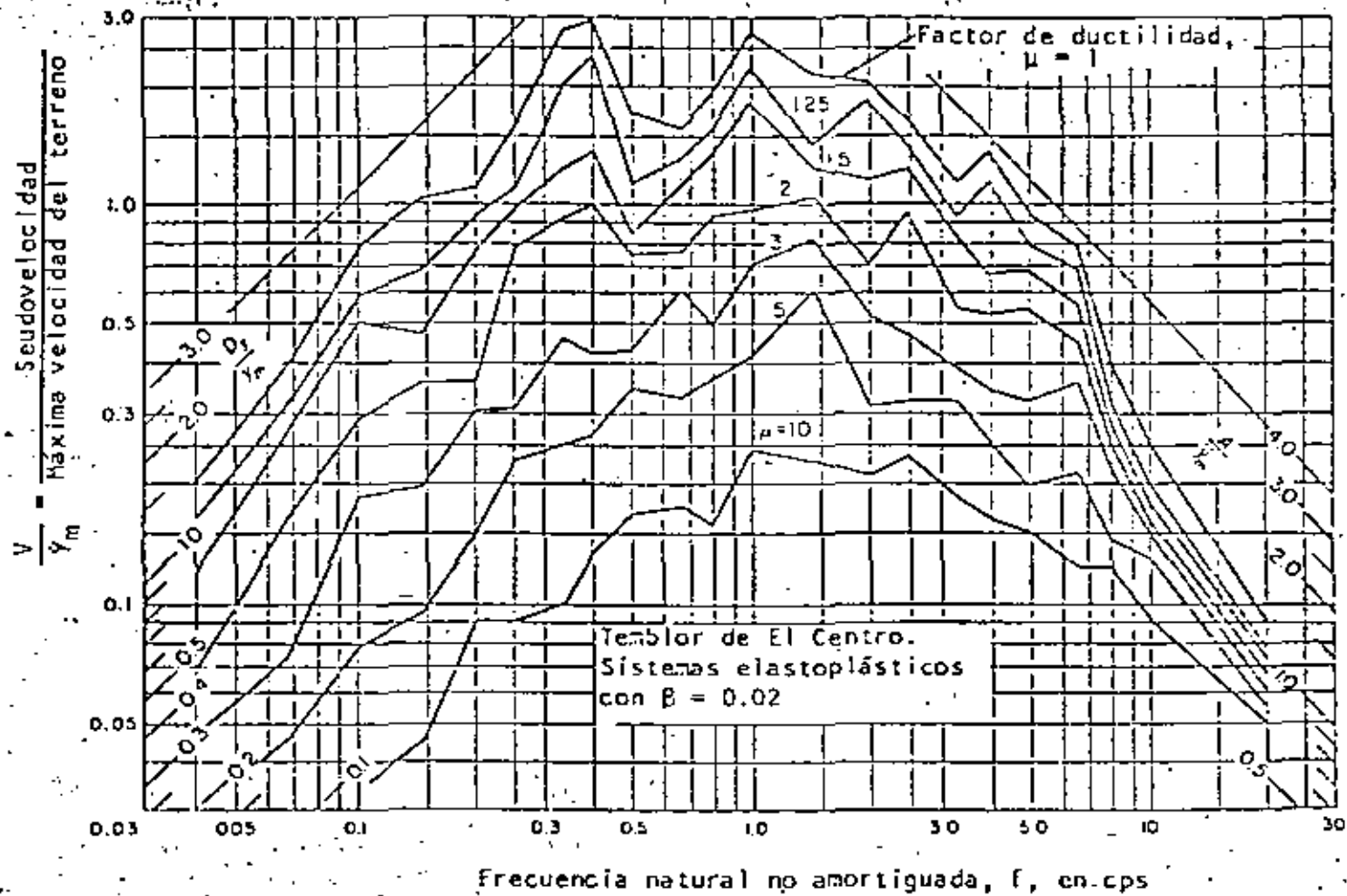
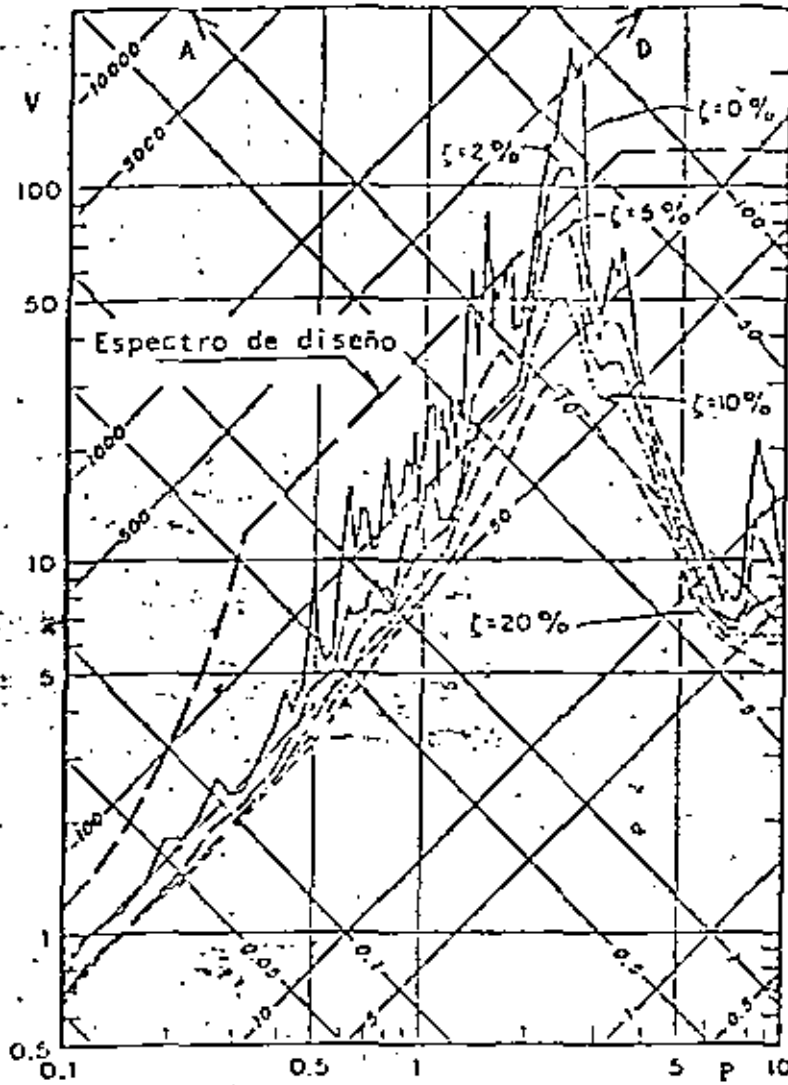


Fig 3. Espectros de deformaciones para sistemas elastoplásticos con amortiguamiento 0.02 del crítico



A aceleración, en cm/seg^2
 D desplazamiento, en cm
 P periodo, en seg
 V velocidad, en cm/seg

Fig. 4. Espectro de diseño y espectro típico de temblores en la formación de arcilla blanda del Valle de México

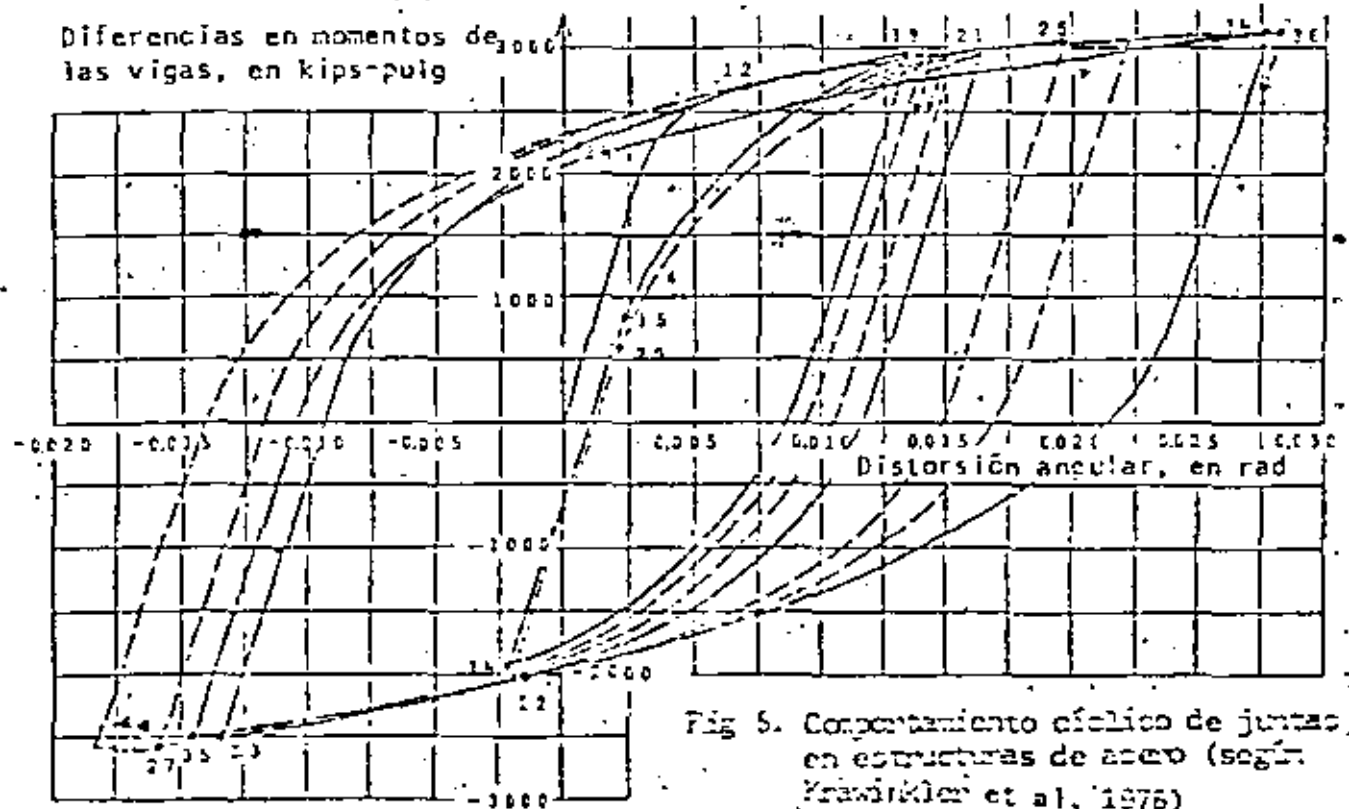


Fig. 5. Comportamiento cíclico de juntas en estructuras de acero (según Frankler et al, 1976)

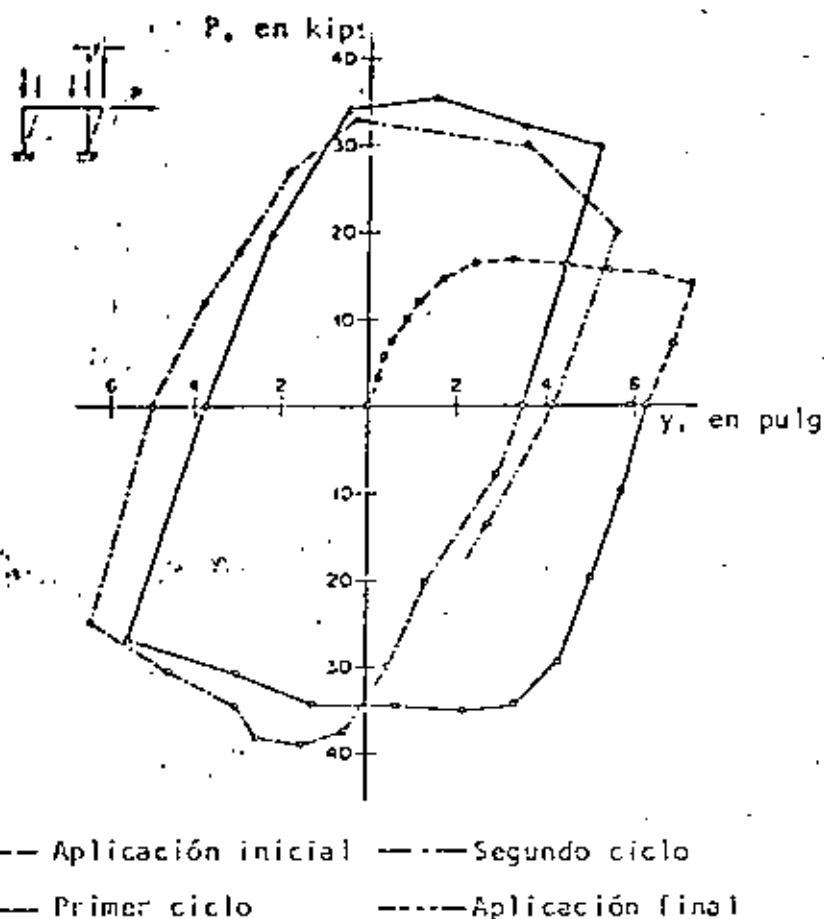


Fig 6. Marco de acero con efectos de esbeltez
(según Arnold, Adams y Lu, 1959)

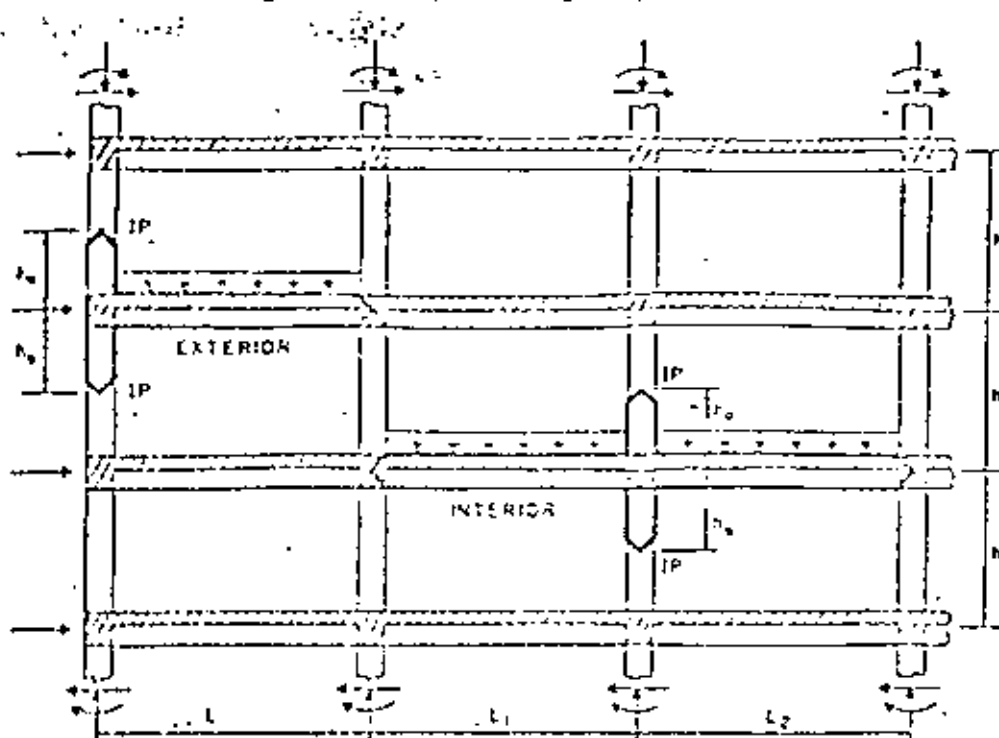
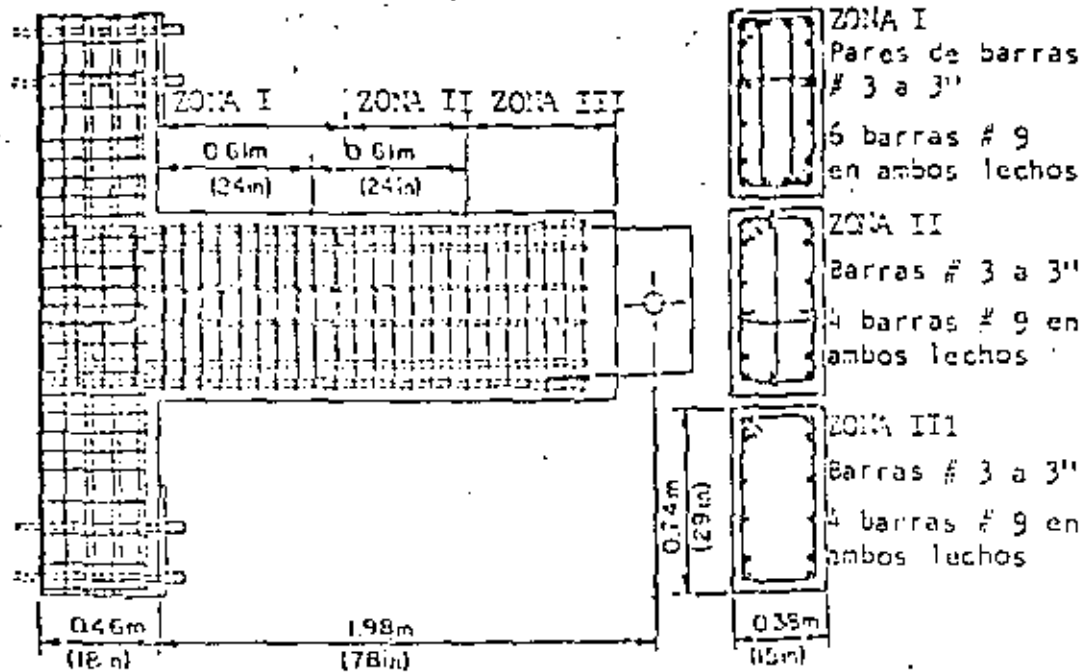
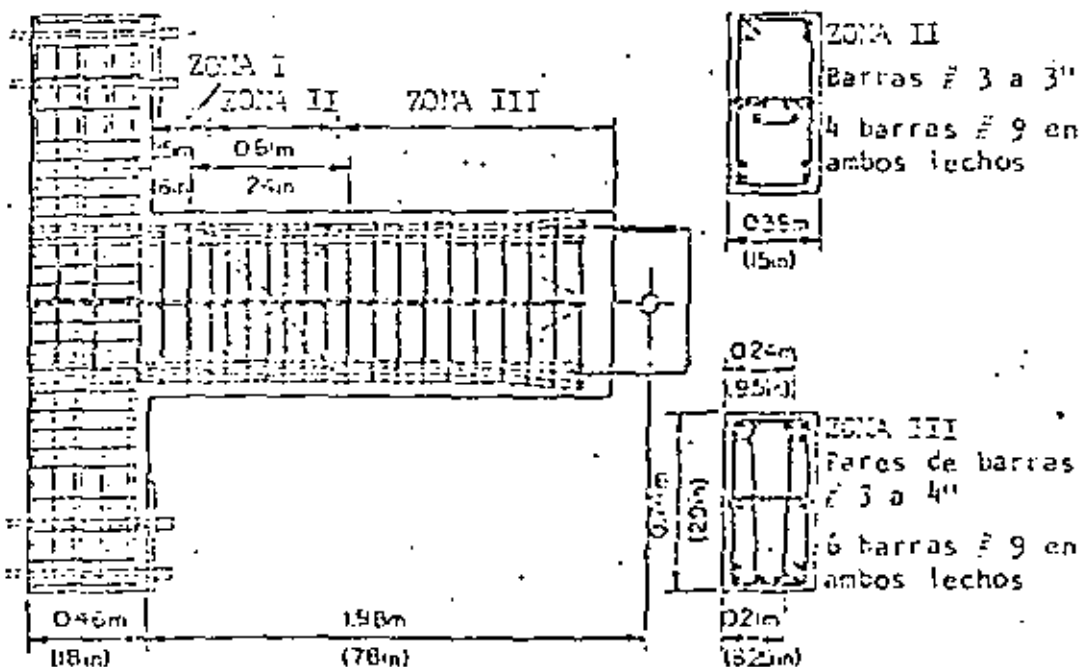


Fig 7. Subconjuntos de marcos de concreto reforzado
(según Barbero y Popov, 1975)



a) VIGA 33 P



b) VIGA 33 L

Fig 8. Detalles de refuerzo para controlar la localización de articulación plástica (según Barbero y Popov, 1975)

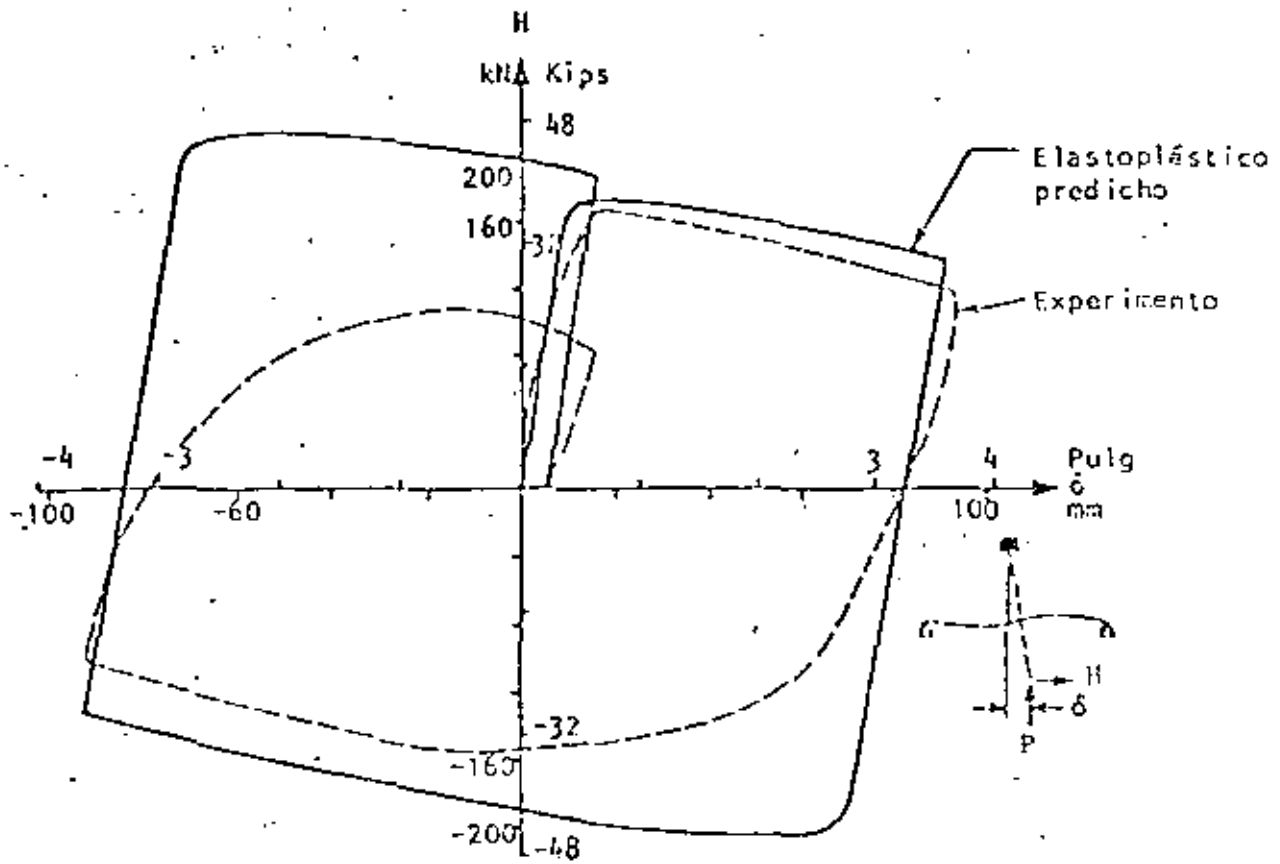


Fig 9. Influencia de la inestabilidad en el comportamiento de subconjuntos (según Ezterero y Popov, 1975)

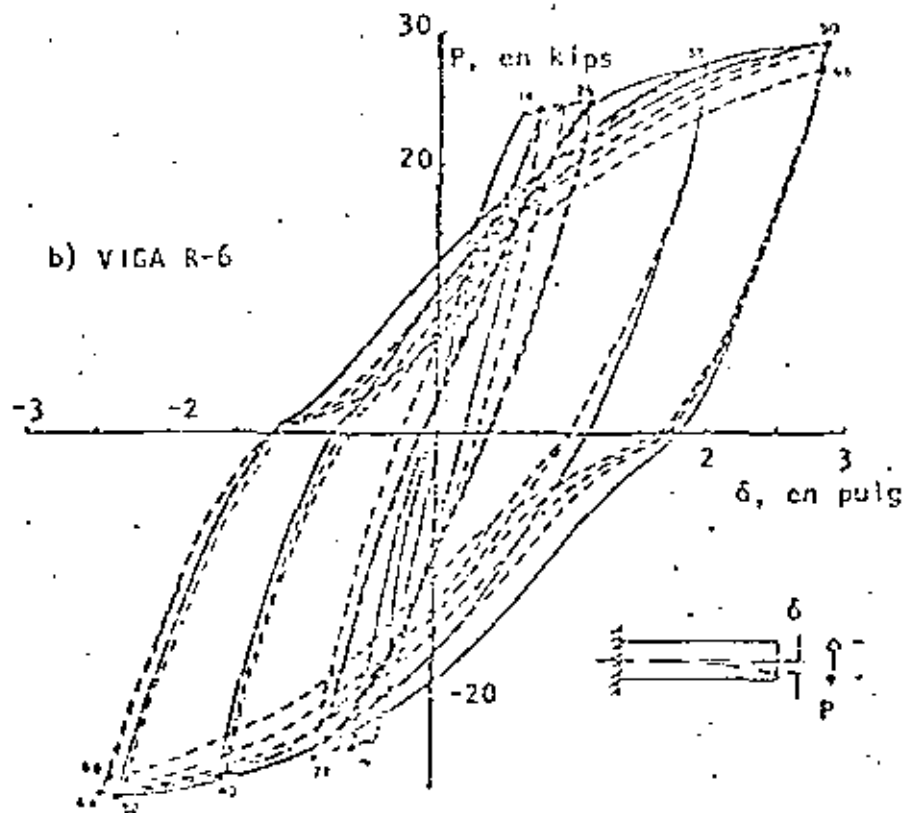
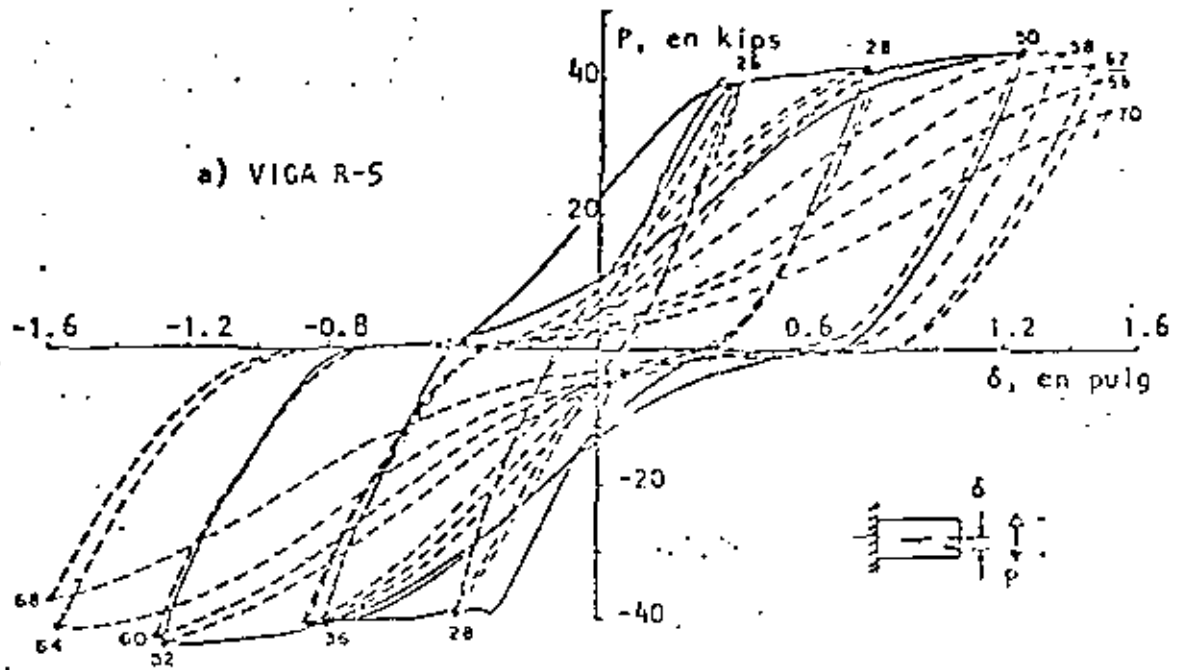
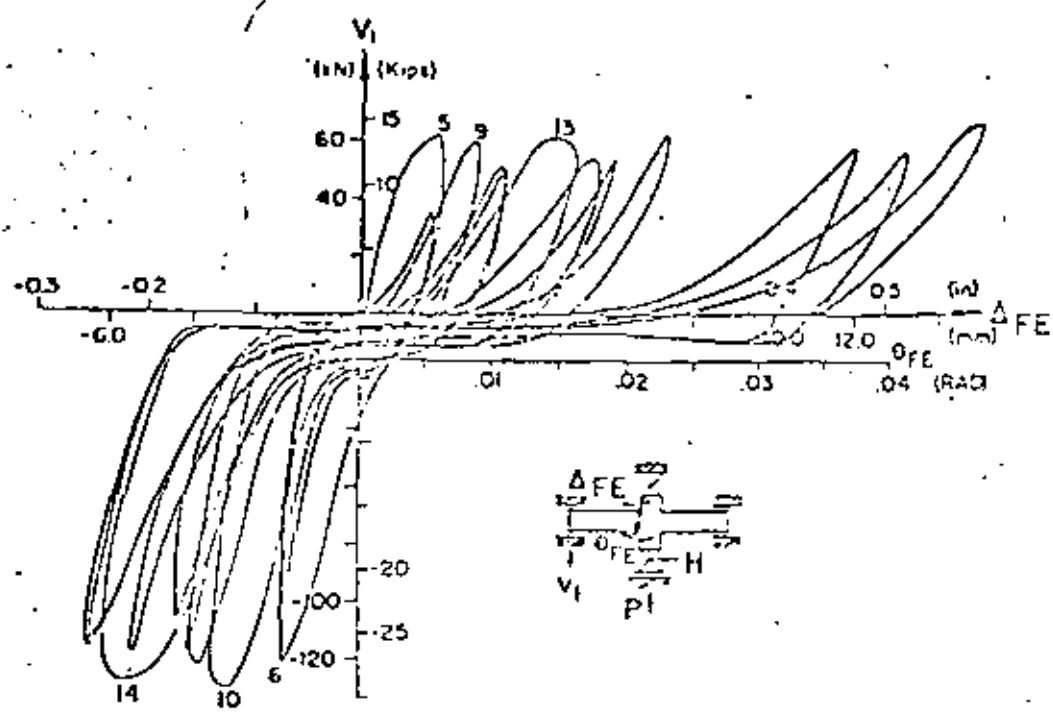
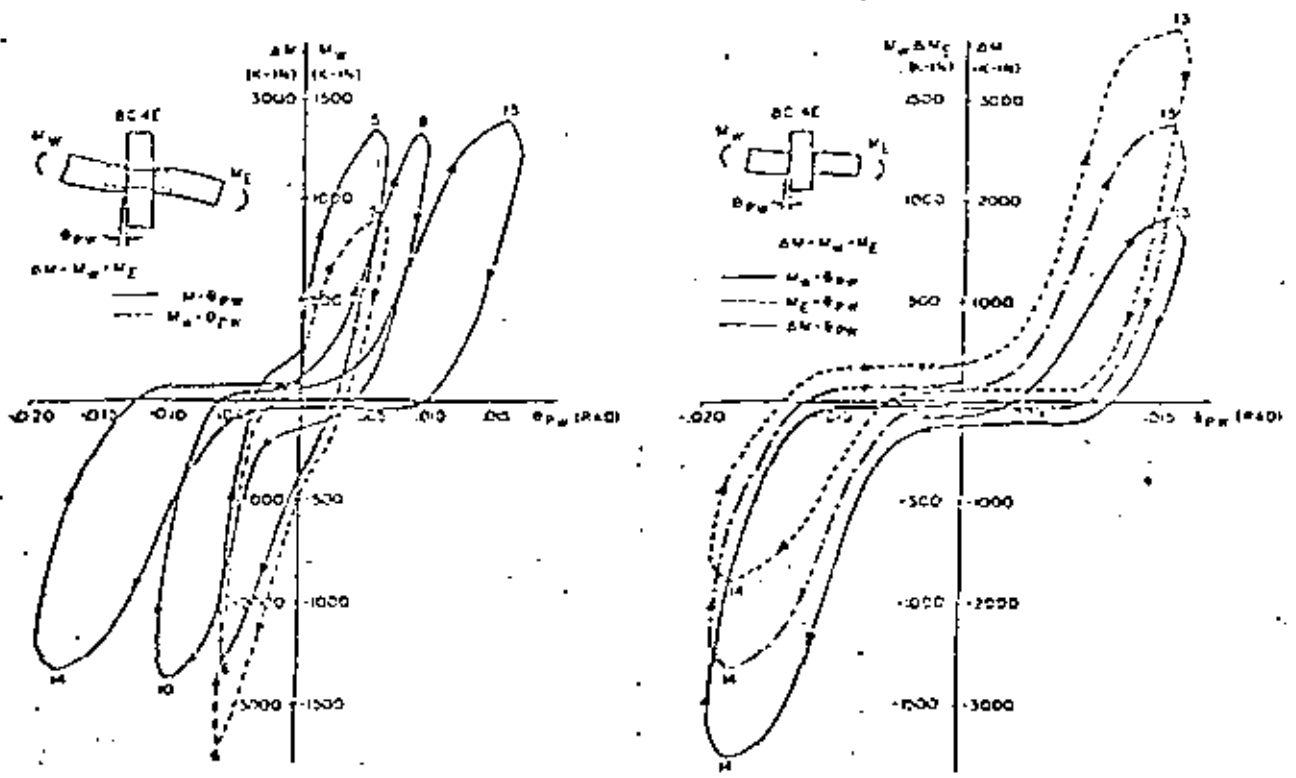


Fig 10. Influencia de esfuerzos cortantes en el comportamiento histéxico de miembros de flexión (según Bartero y Popov, 1975)



a) DIAGRAMA DE DESLIZAMIENTO vs CORTANTE



b) DIAGRAMA DE DESLIZAMIENTO vs MOMENTO EN LA JUNTA

Fig 11. Deslizamiento en juntas

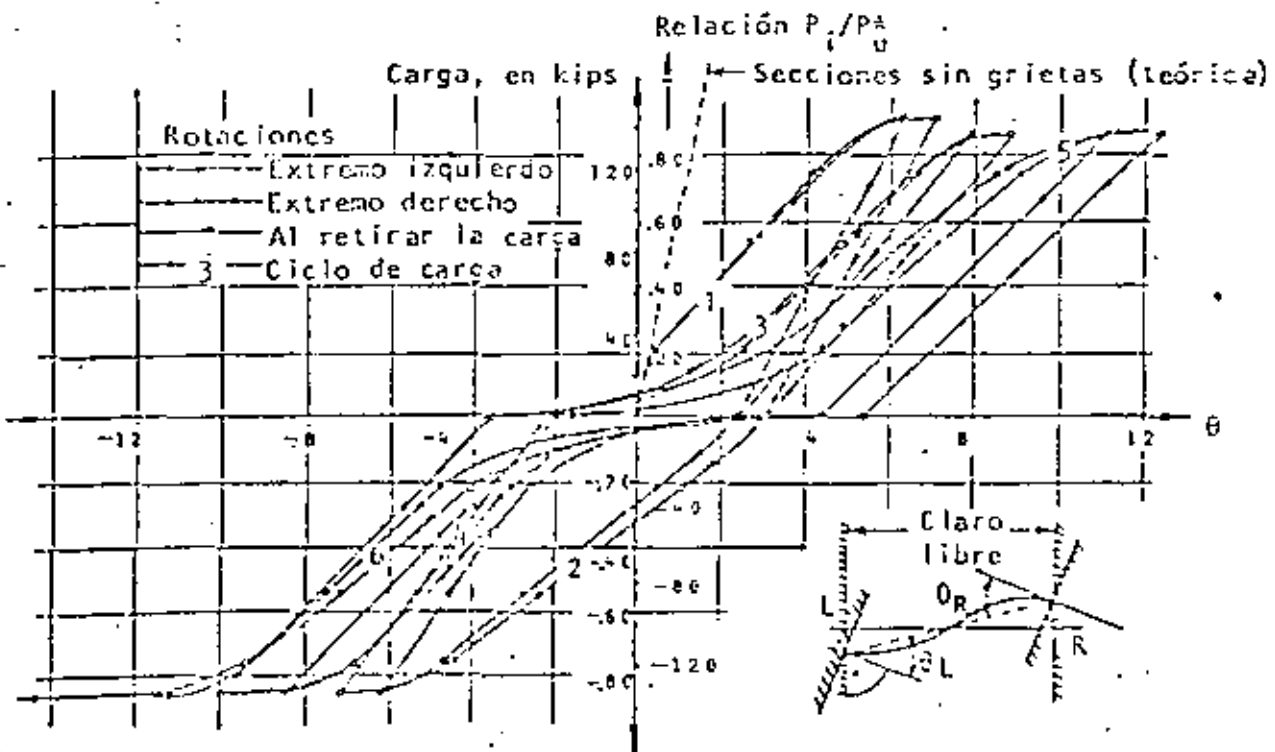
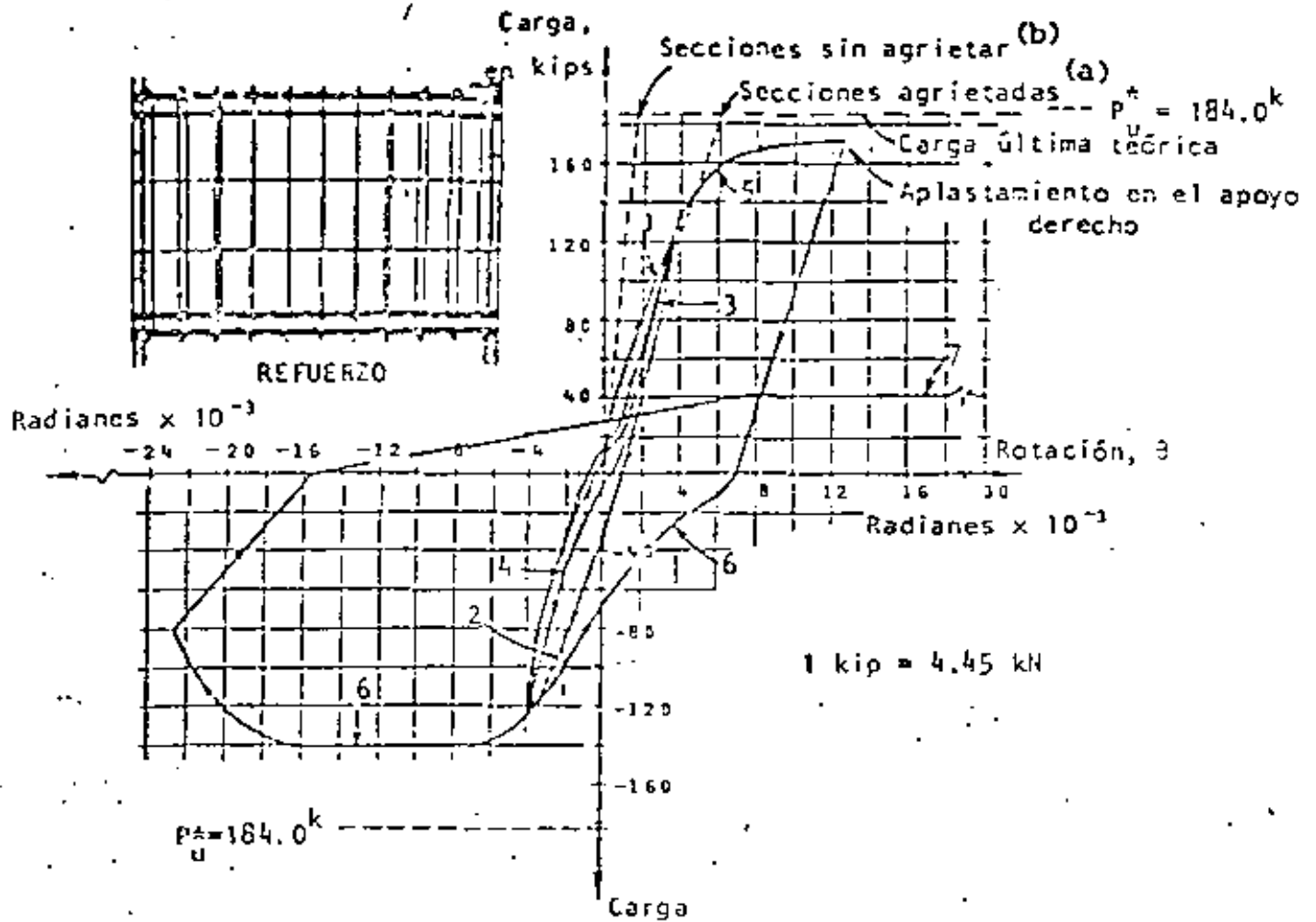


Fig. 12. Curvas carga-rotación para vigas de apoyo de muros rigidizantes. Refuerzo del alma: a) adecuado, b) escaso (según Park y Faulay, 1975)

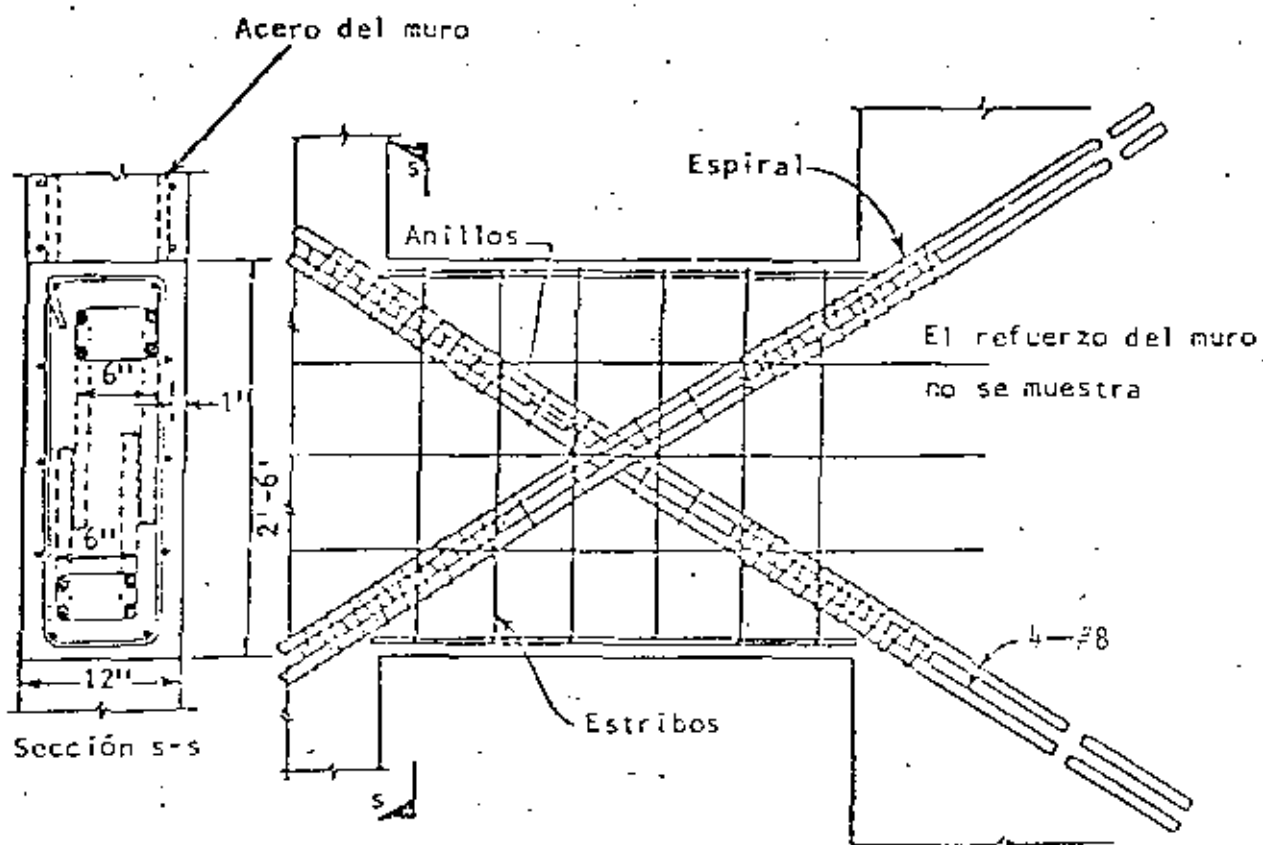
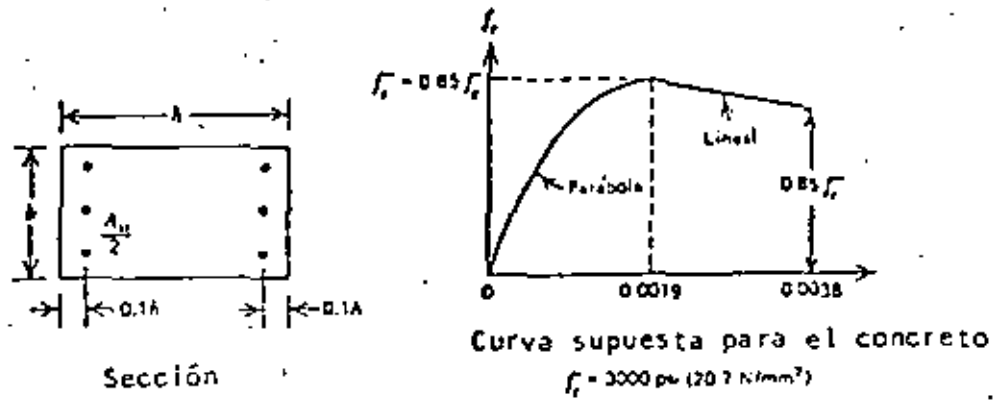
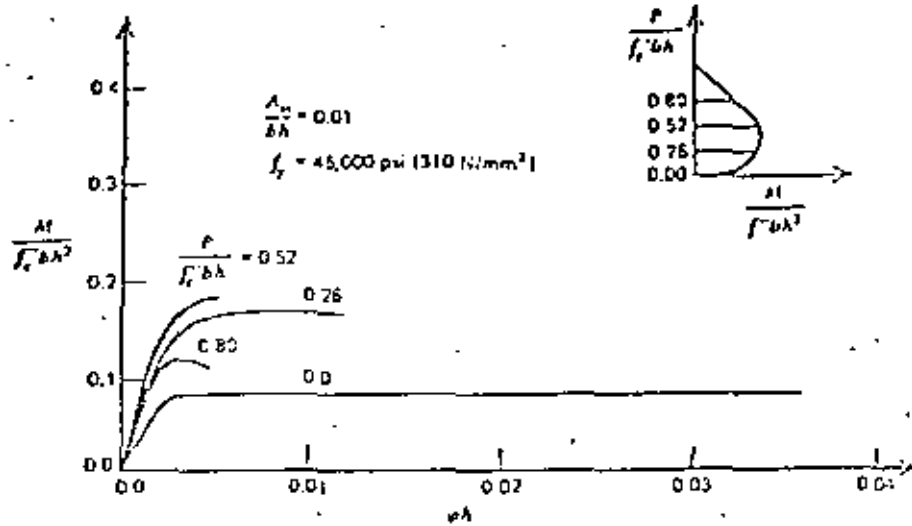


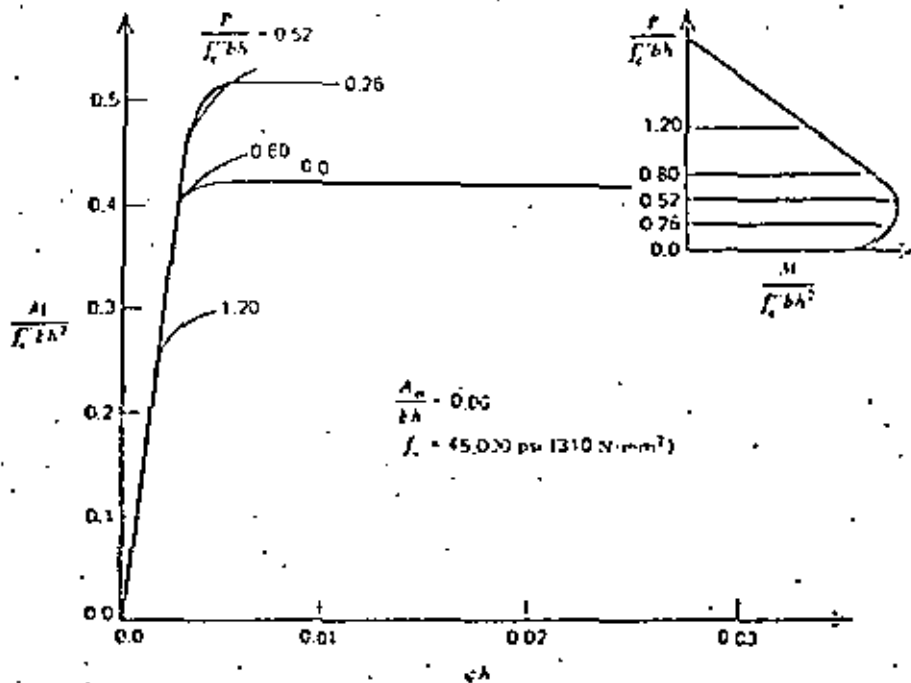
Fig 13. Disposición sugerida del acero en una viga de acoplamiento con refuerzo diagonal (adaptada de Paulay, 1973)



a)



b)



c)

Fig 14. Relaciones momento-curvatura para secciones de columnas a diversos niveles de carga axial (según Park y Paulay, 1975)

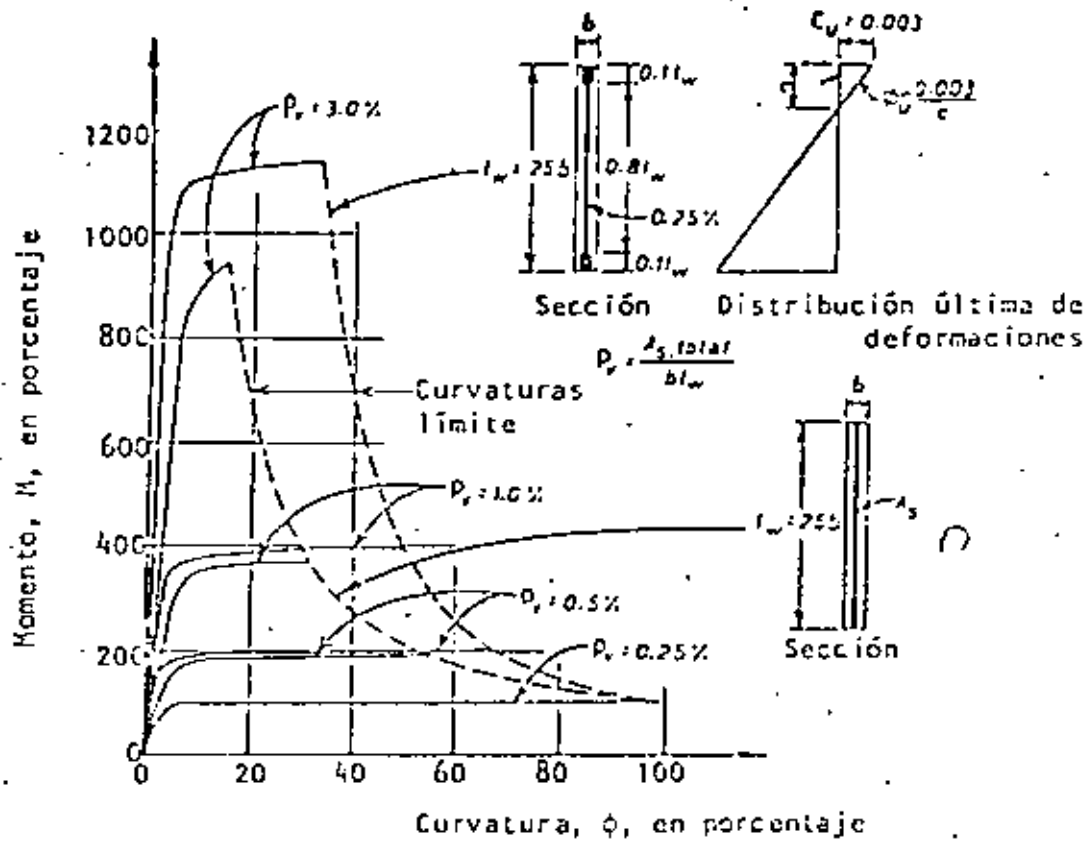


Fig 15. Influencia de cantidad y distribución de refuerzo vertical en curvatura última (según Park y Paulay, 1975)

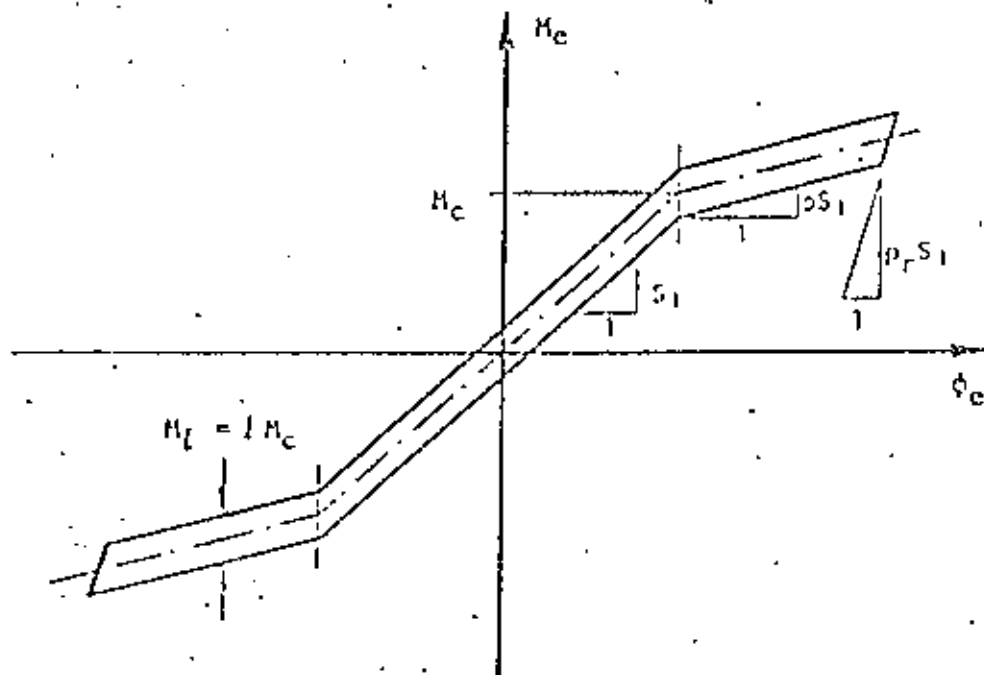
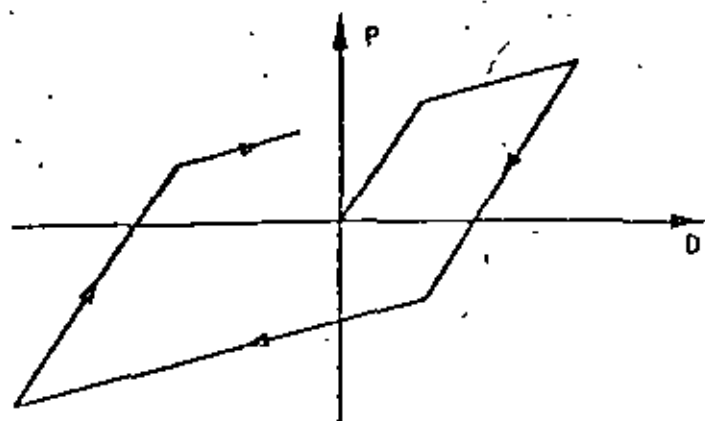
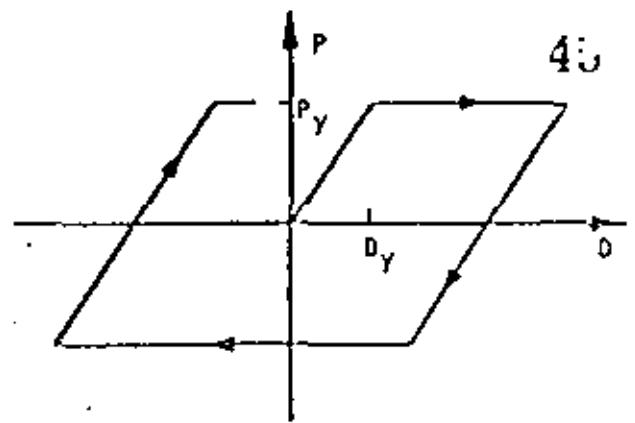


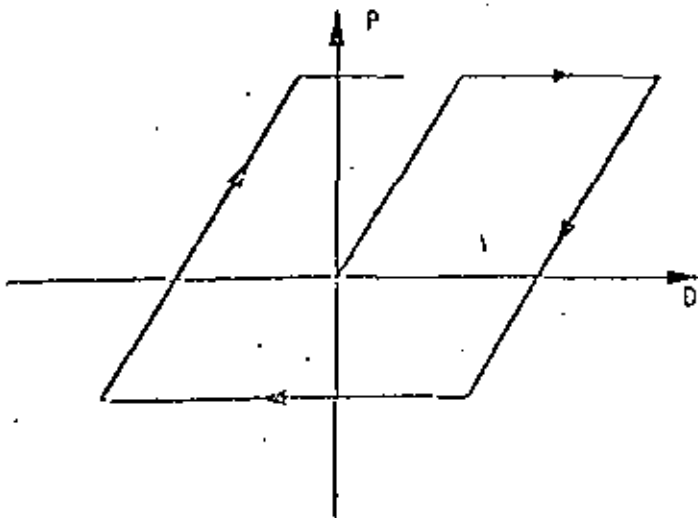
Fig 16. Ciclo de histéresis típico para miembros de concreto prefabricado



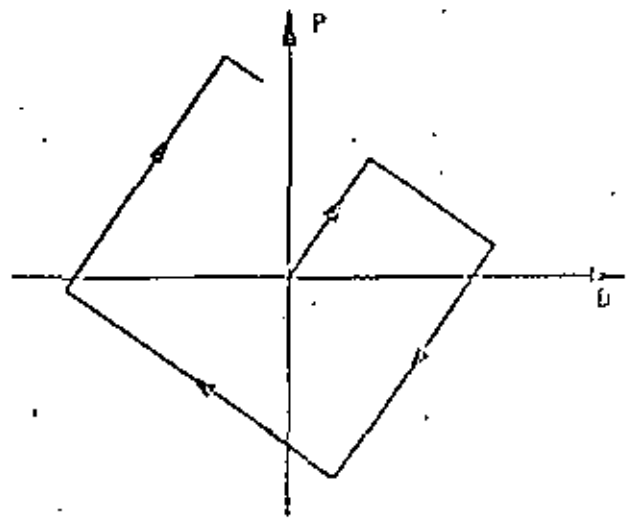
a) Bilíneal



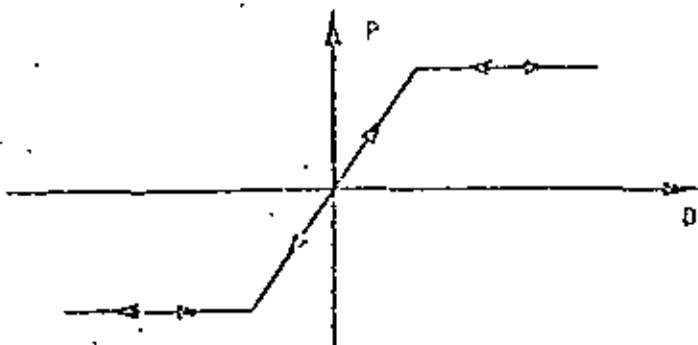
b) Elastoplástico simétrico



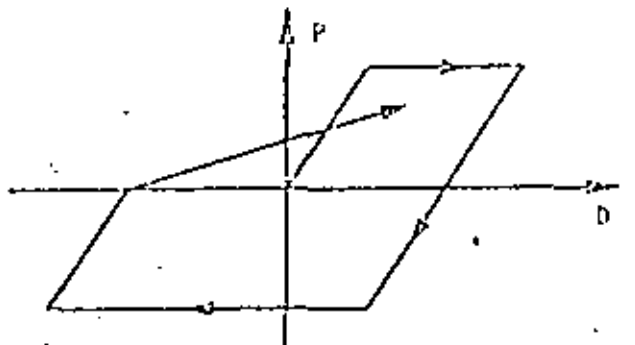
c) Elastoplástico asimétrico



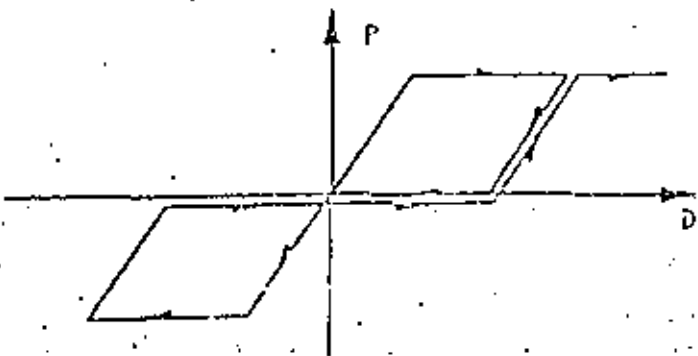
d) Inestable



e) Elástico cedente

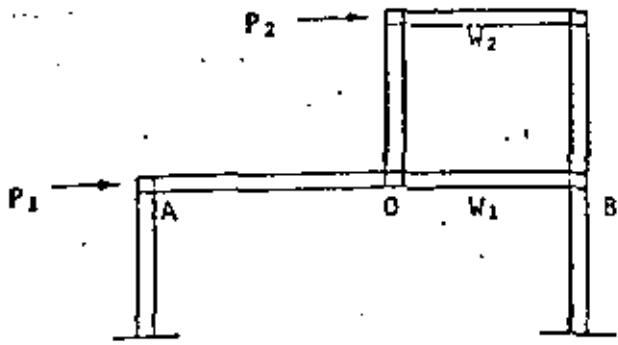


f) Degradante

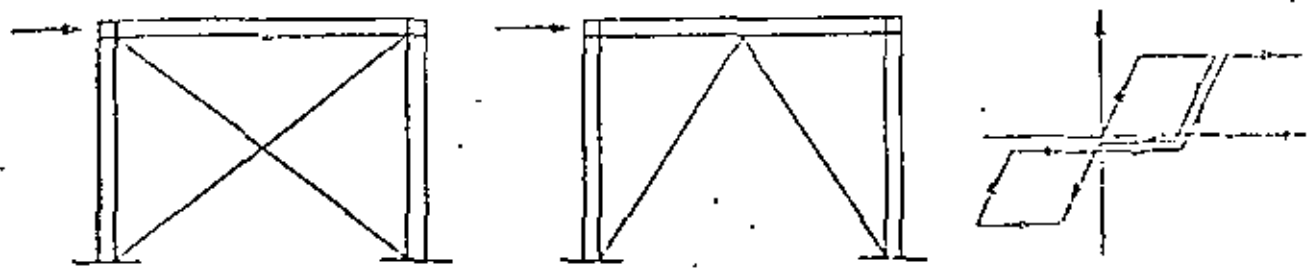


g) Tipo deslizamiento

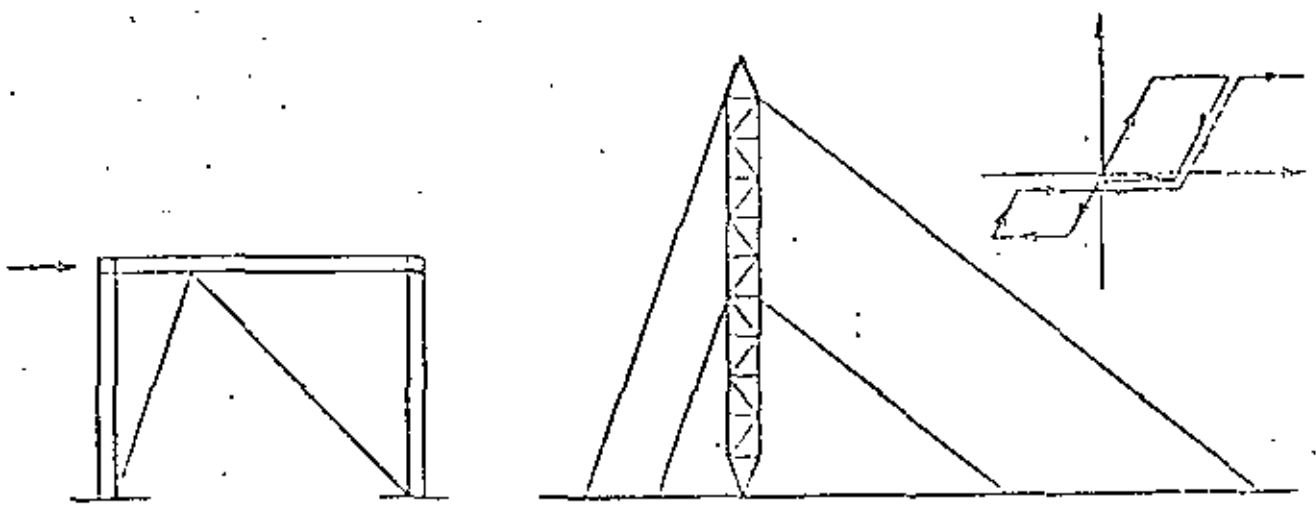
Fig 17. Modelos de comportamiento no lineal



a) Sistema típico con relación asimétrica carga-deformación



b) Sistema con relación simétrica tipo deslizamiento



c) Sistema con relación asimétrica tipo deslizamiento

Fig. 18. Estructuras especiales

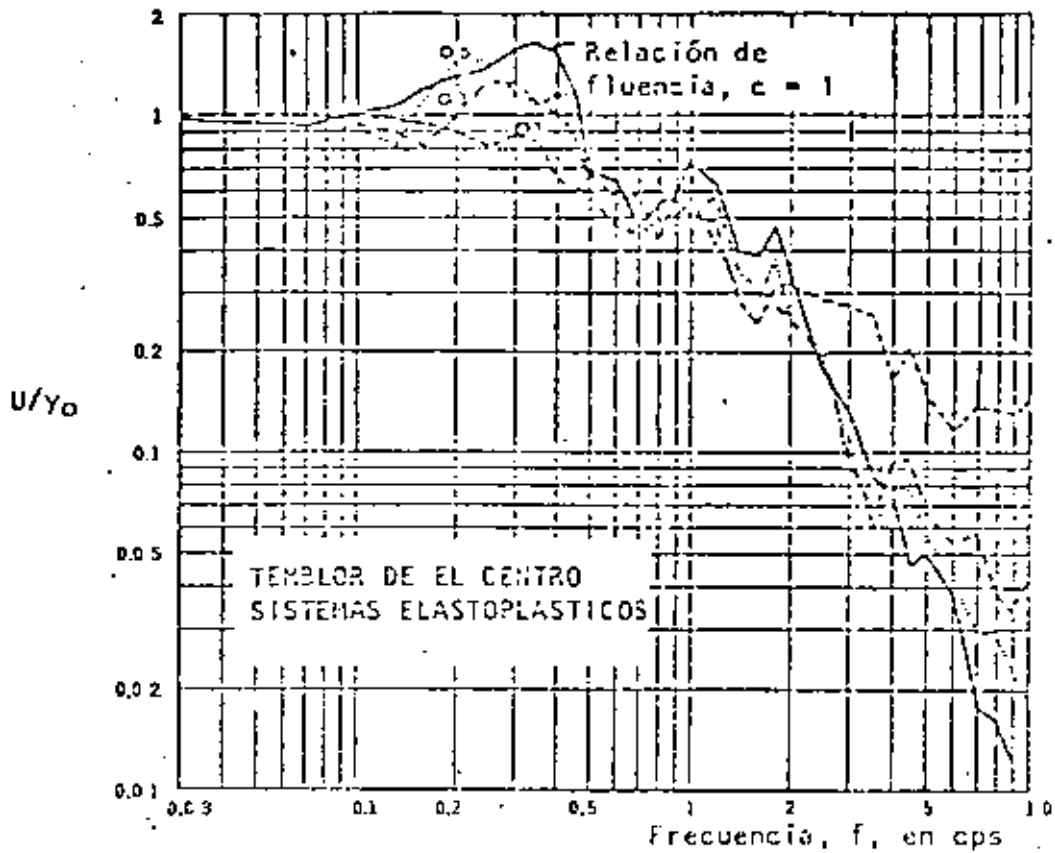


Fig 19. Espectro de deformaciones para sistemas elastoplásticos con amortiguamiento viscoso de 0.02 (según Bielak, 1956)

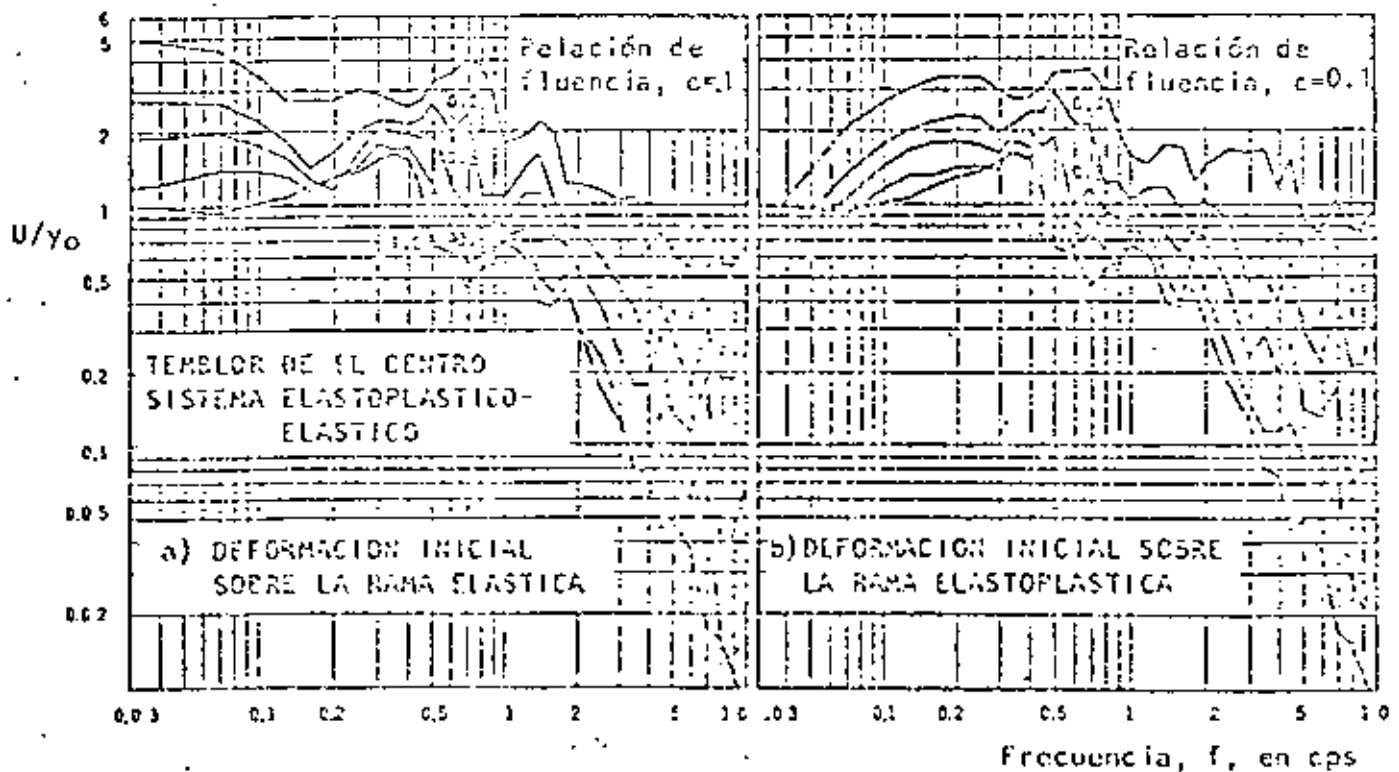


Fig 20. Espectros de deformación para sistemas de curva asimétrica con amortiguamiento viscoso de 0.02 (según Bielak, 1956)

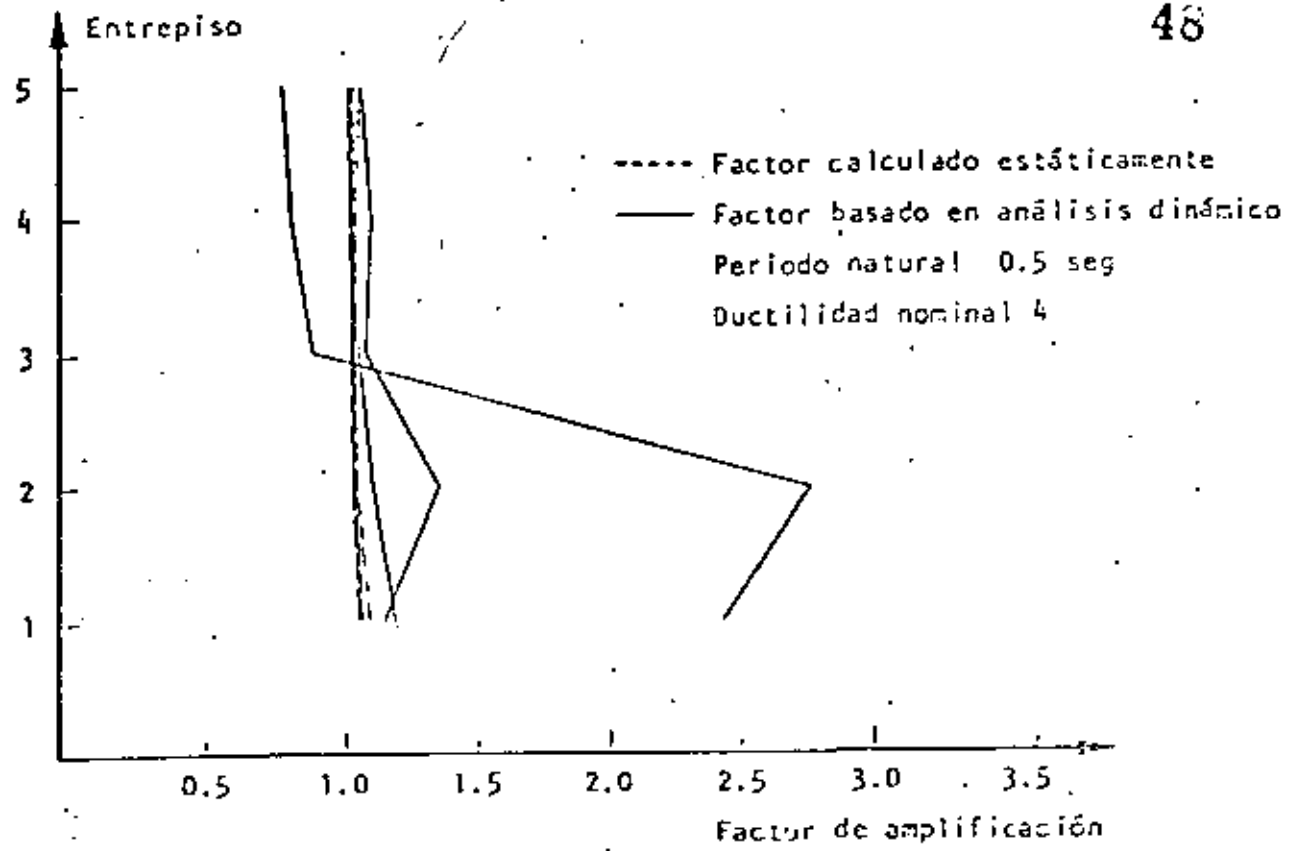


Fig 21. Factores de amplificación por esbeltez

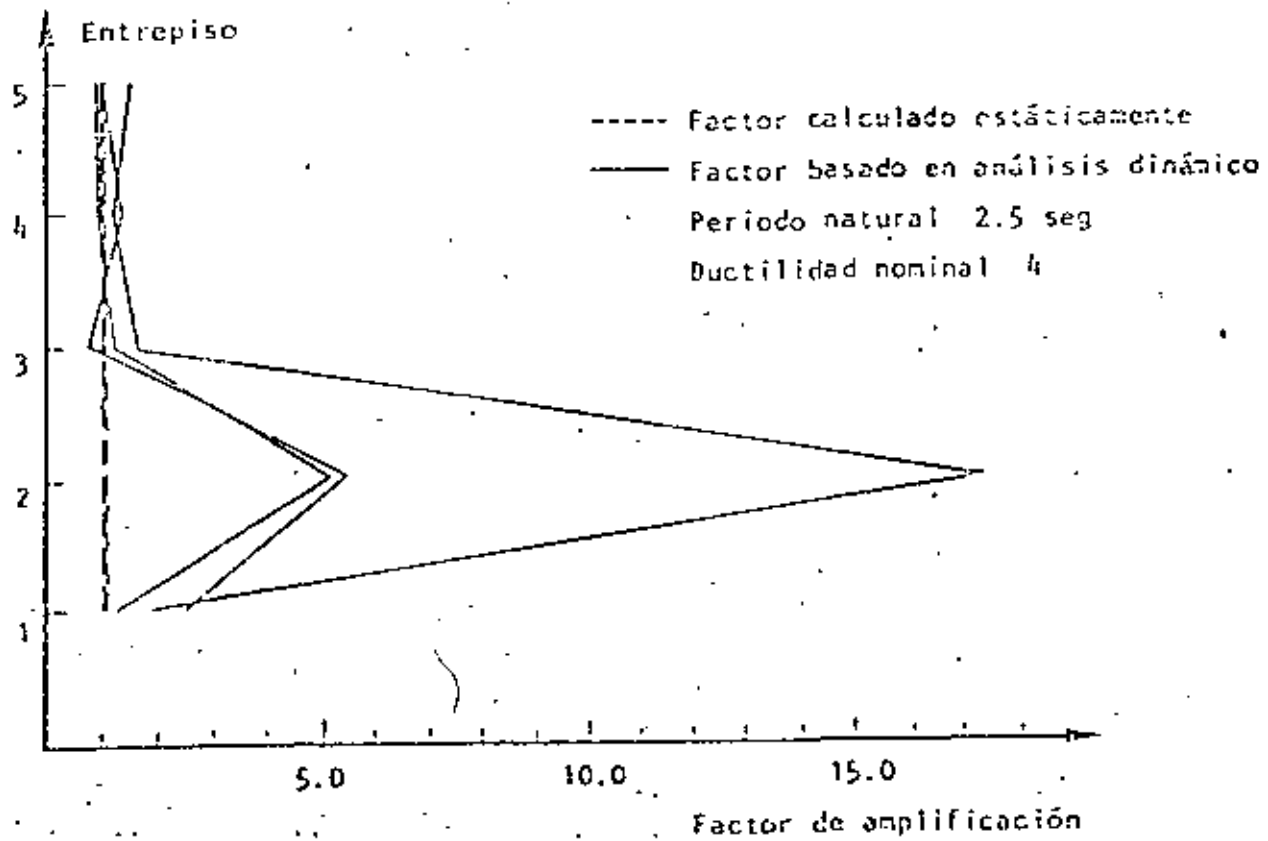


Fig 22. Factores de amplificación por esbeltez

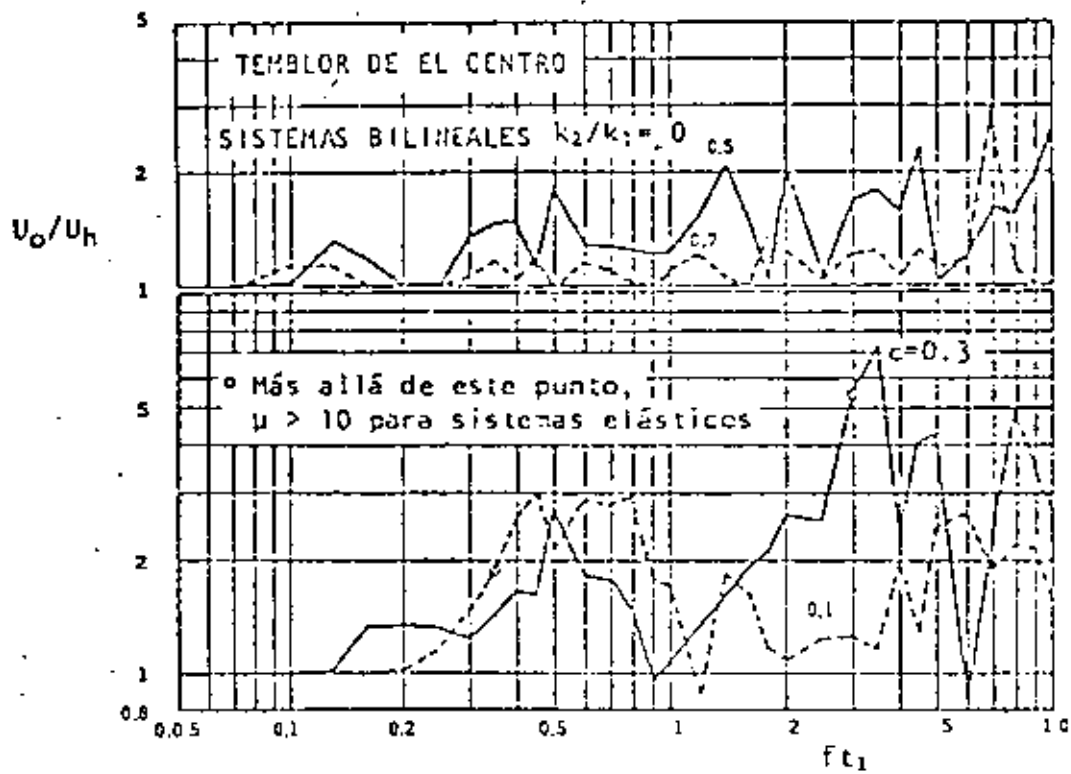


Fig 23. Espectros de la relación de deformaciones máximas de sistemas bilineales elásticos e hysteréticos (según Bielak, 1986)

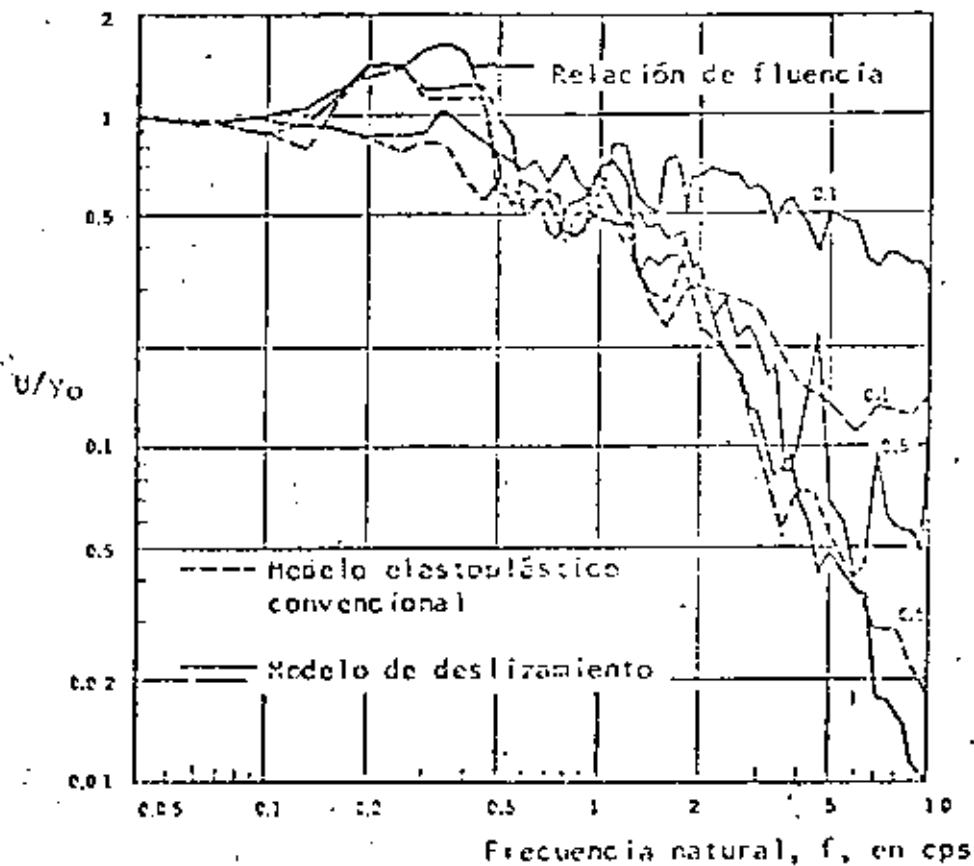


Fig 24. Espectros para sistemas elastoplásticos convencionales y de deslizamiento. Temblor de El Centro. Amortiguamiento 0.02 (según Veletsos, 1980)

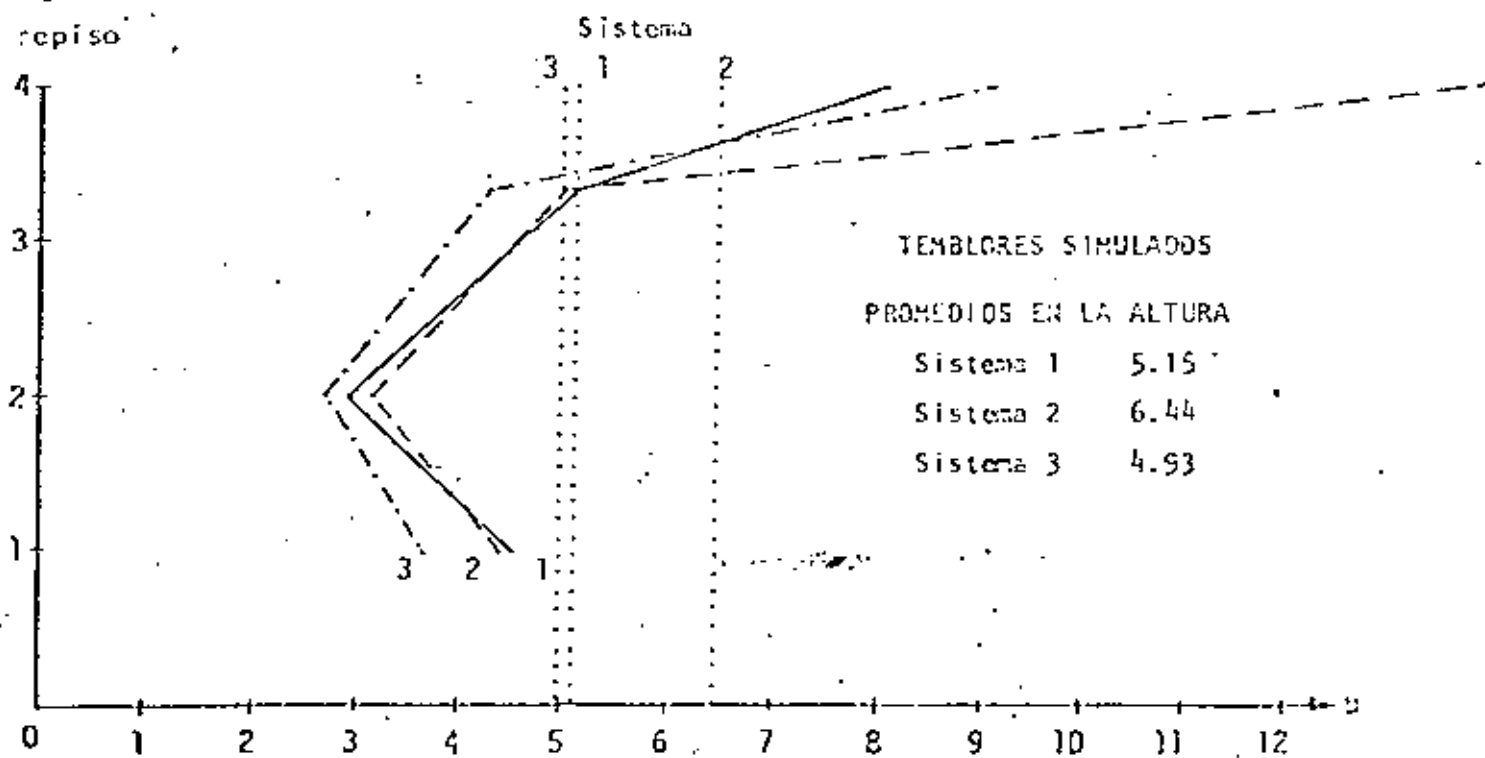
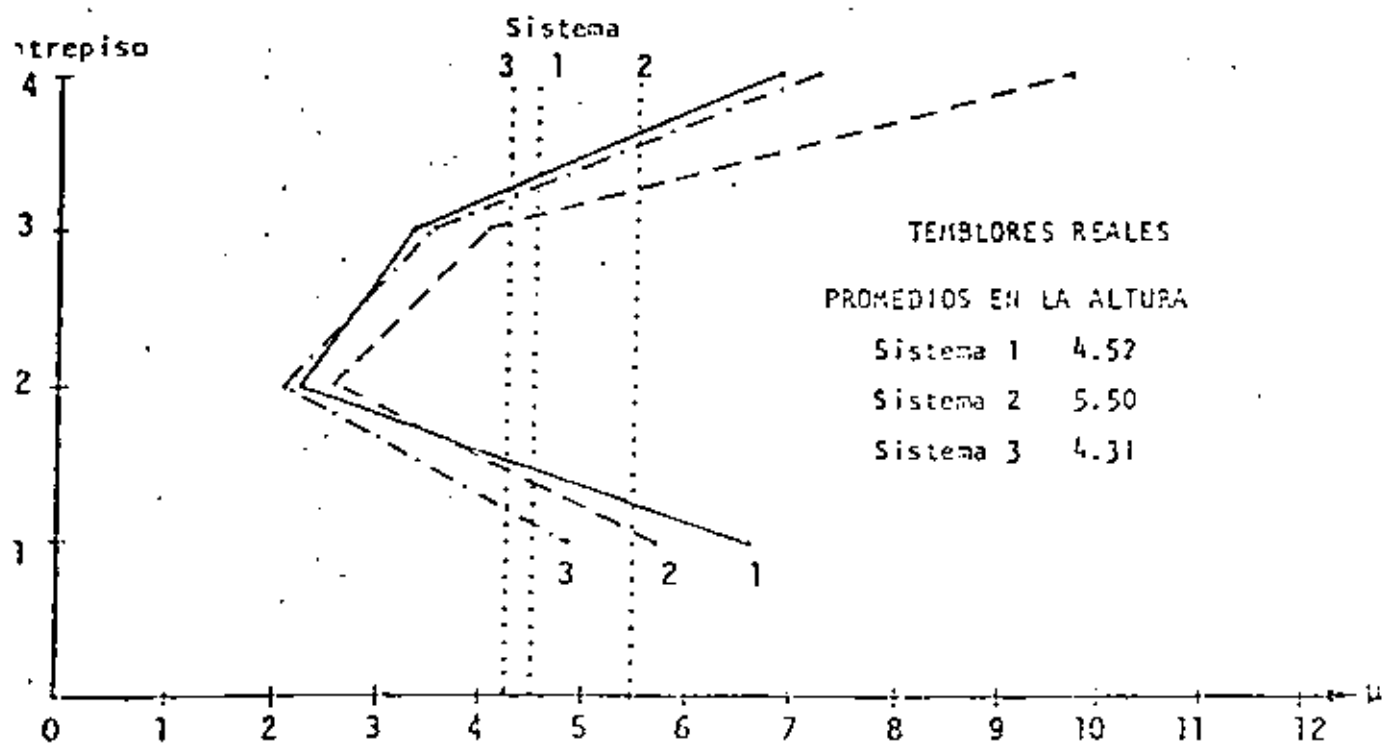


Fig. 25. Ductilidades medias para tres sistemas de cortante (según Frank et al, 1979)

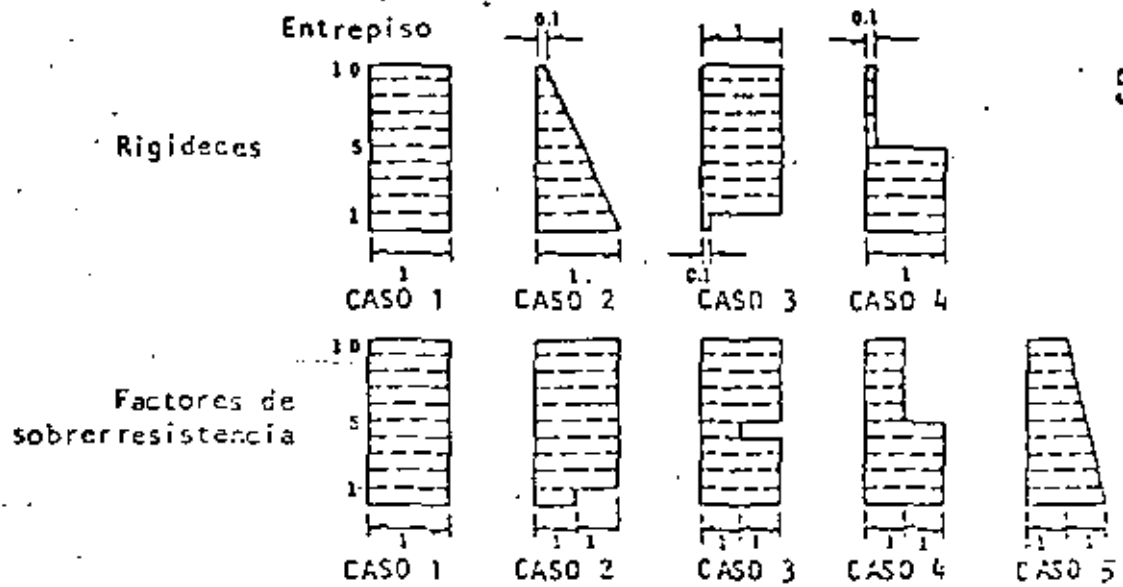


Fig 26. Variación de rigideces y factores de sobrerresistencia en edificios de constante

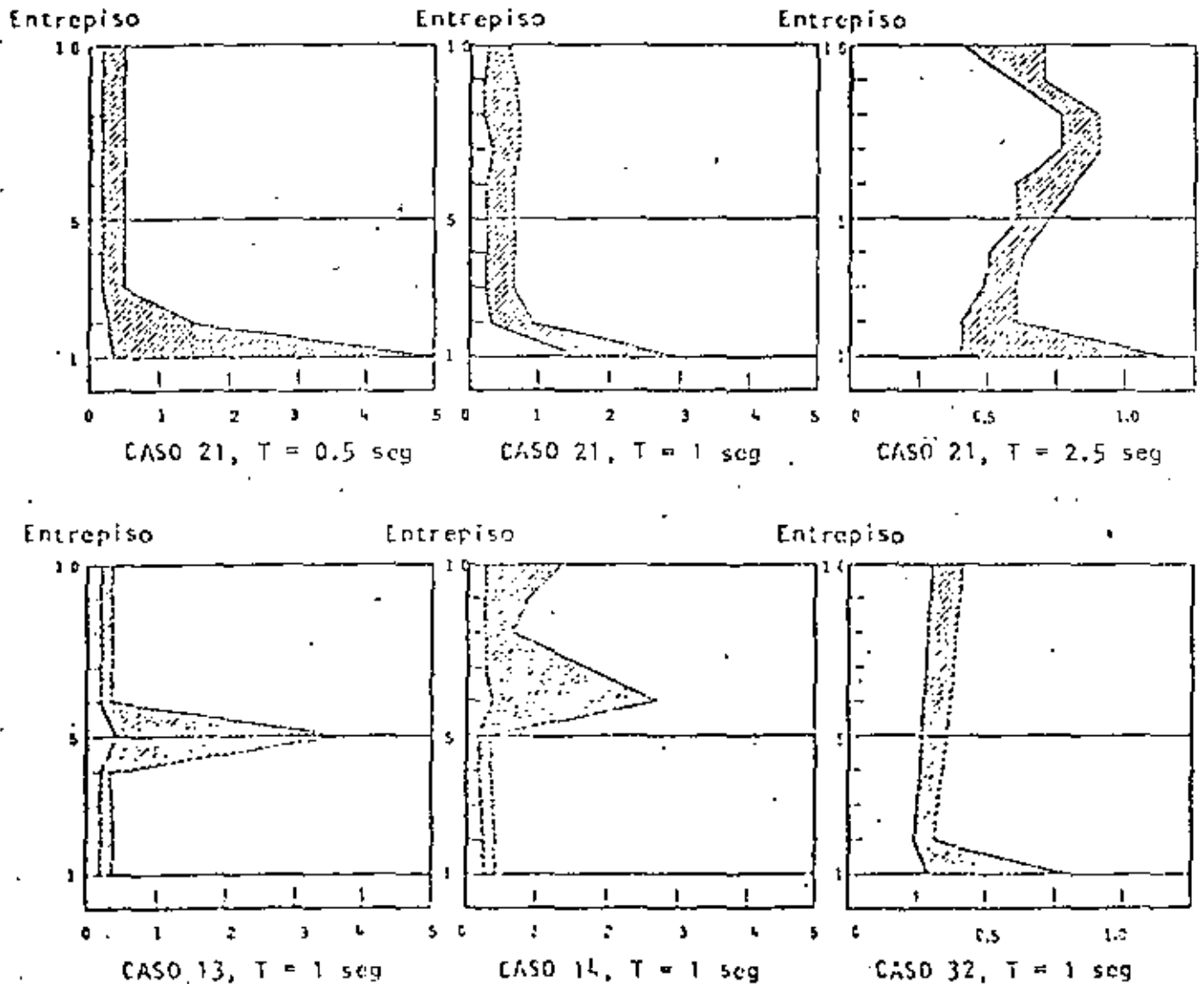


Fig 27. Relaciones entre ductilidades reales y nominales

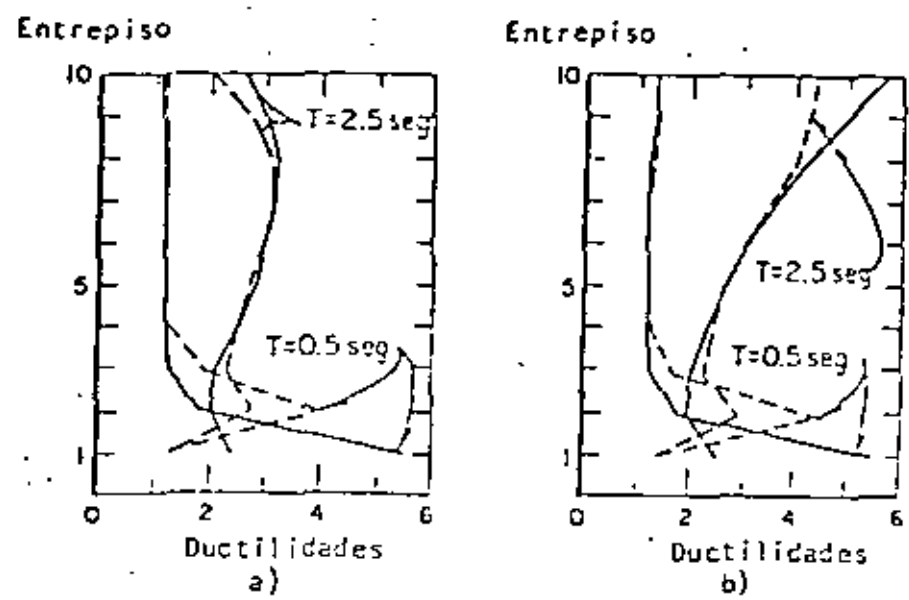
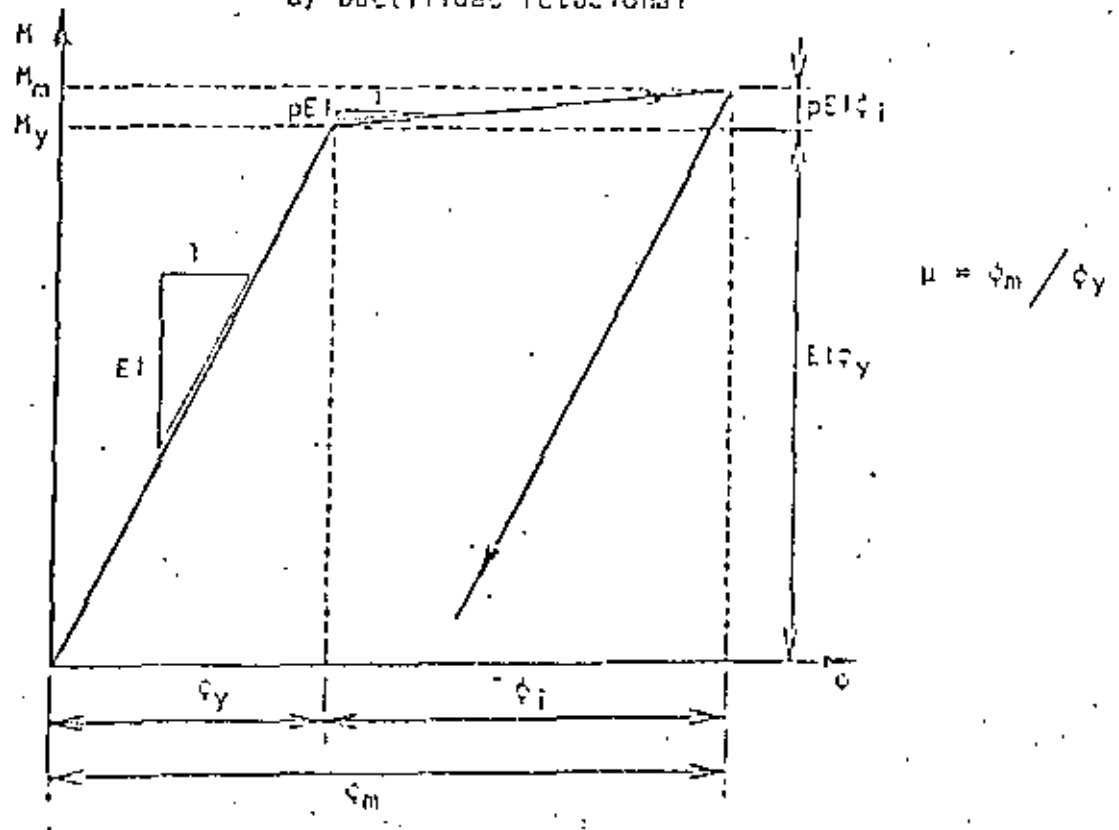
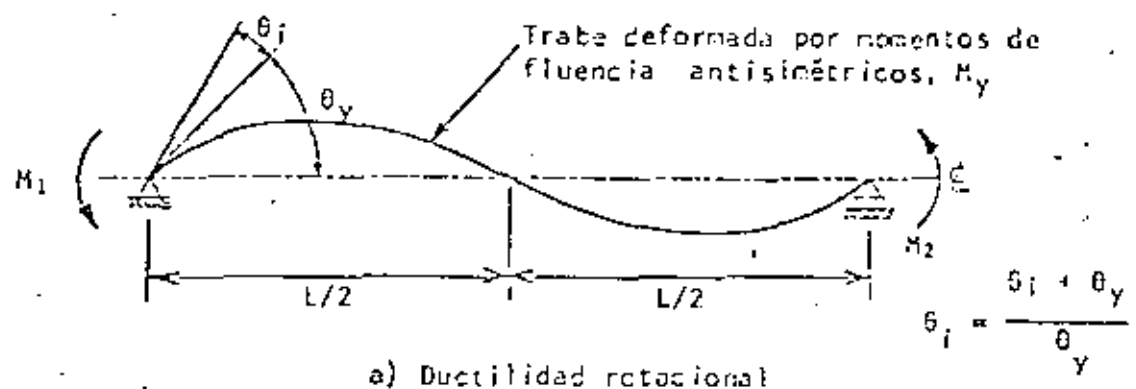


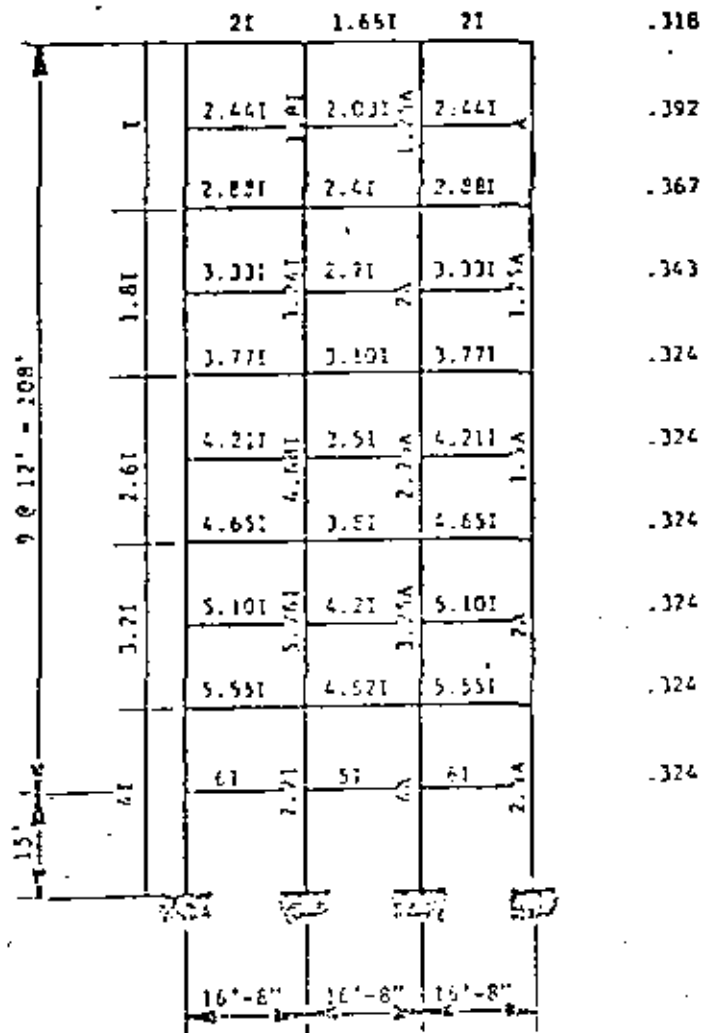
Fig 28. Relaciones entre ductilidades y criterios de diseño



b) Ductilidad de momentos o de curvaturas

Fig 29. Definiciones de ductilidad local (según Haviland et al, 1975)

MASAS DE PISO, en kg-seg²/pulg



$T_1 = 1.37 \text{ seg}$ $I = 500 \text{ pulg}^4$ $A = 20 \text{ pulg}^2$

Fig 30. Marco para estudio de ductilidades locales

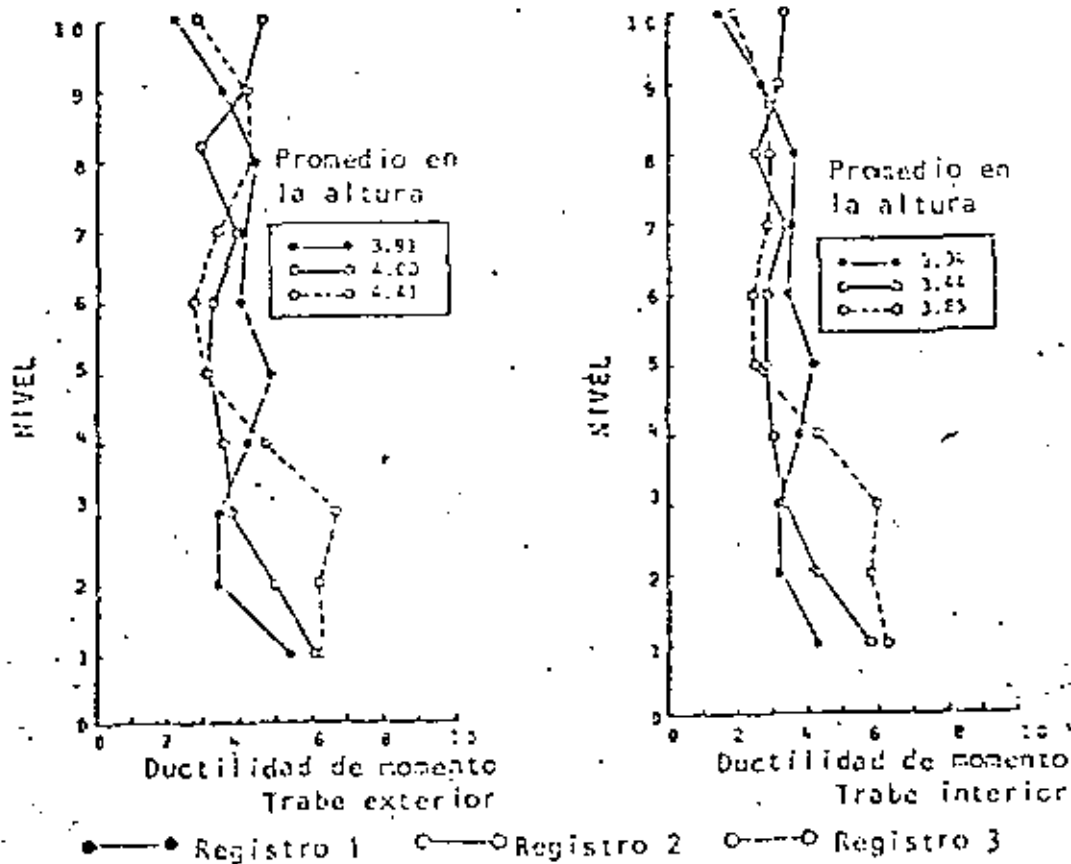
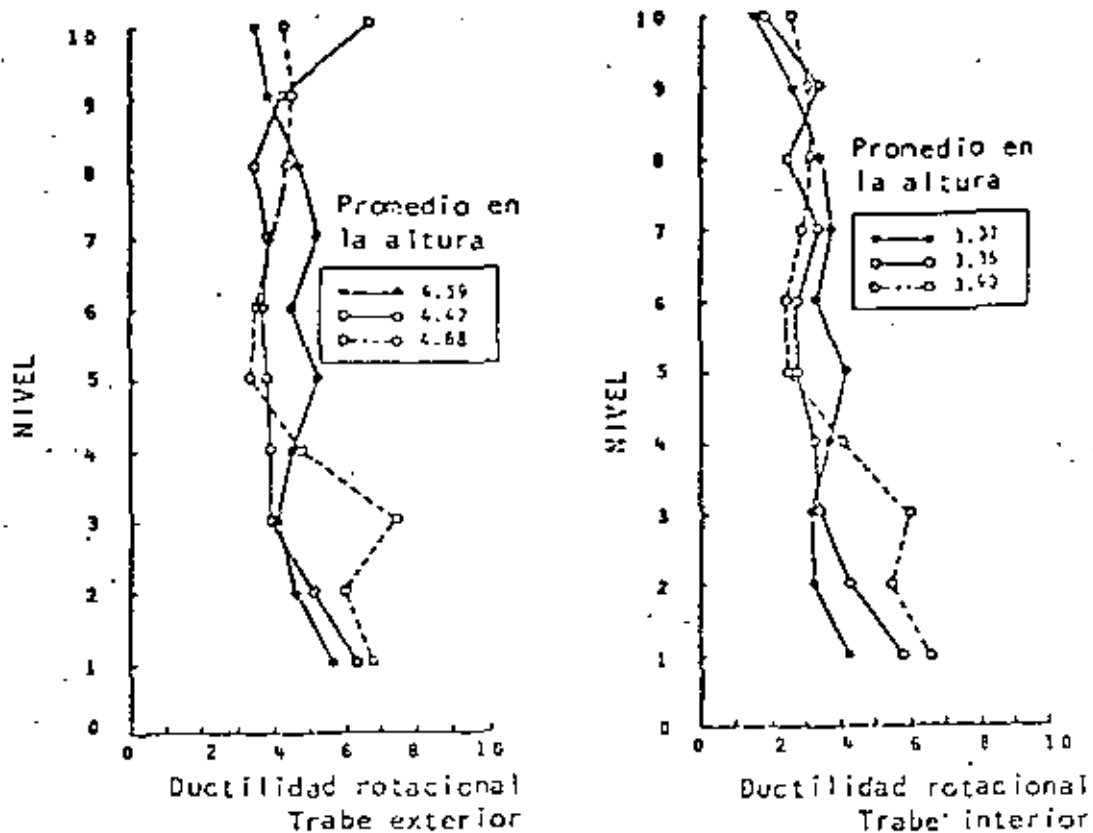


Fig 31. Máximos valores de ductilidad en traves (según Rowland et al, 1976)

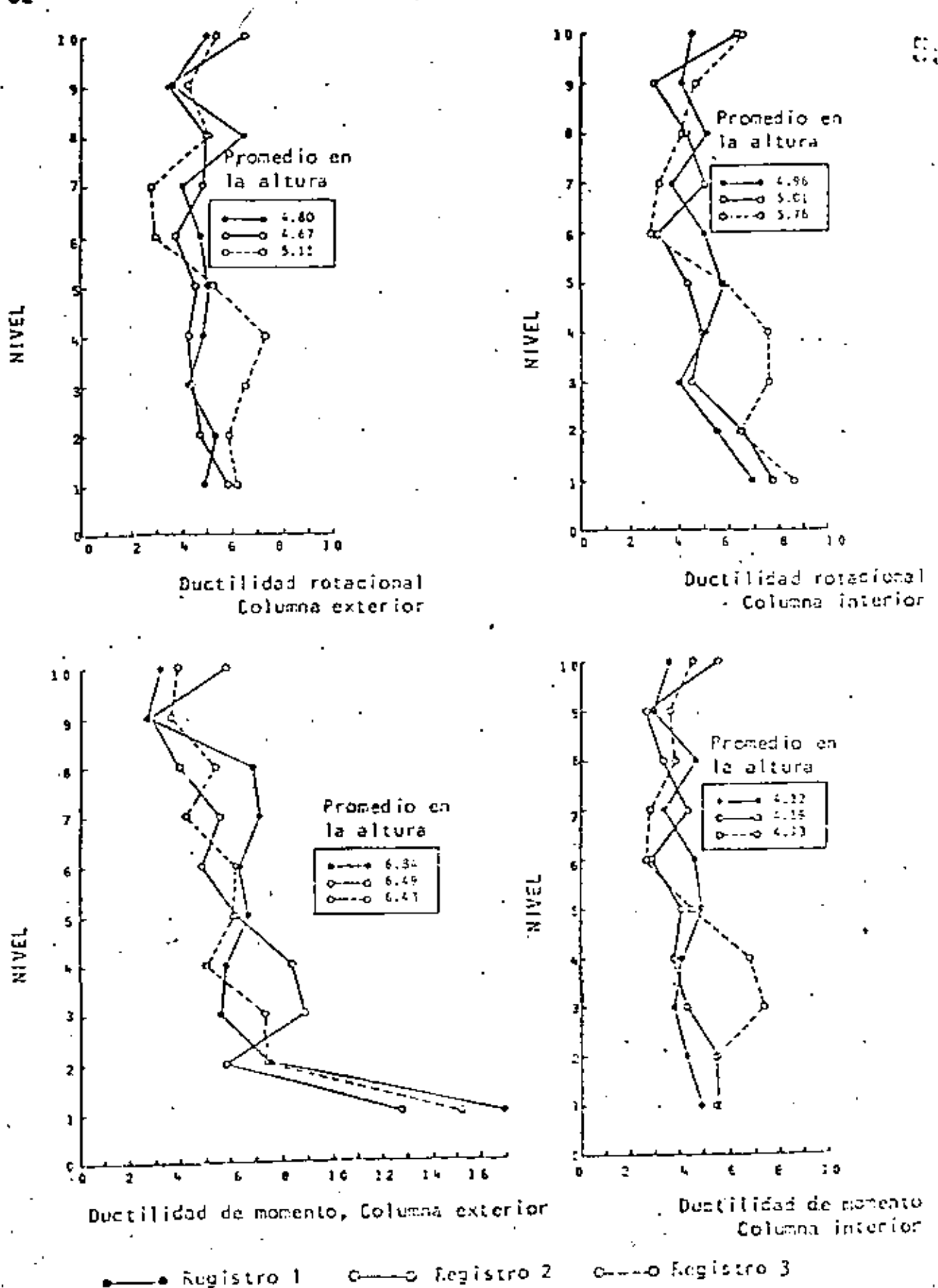


Fig 32. Múdnos factores de ductilidad en columnas (según Haviland et al, 1976)

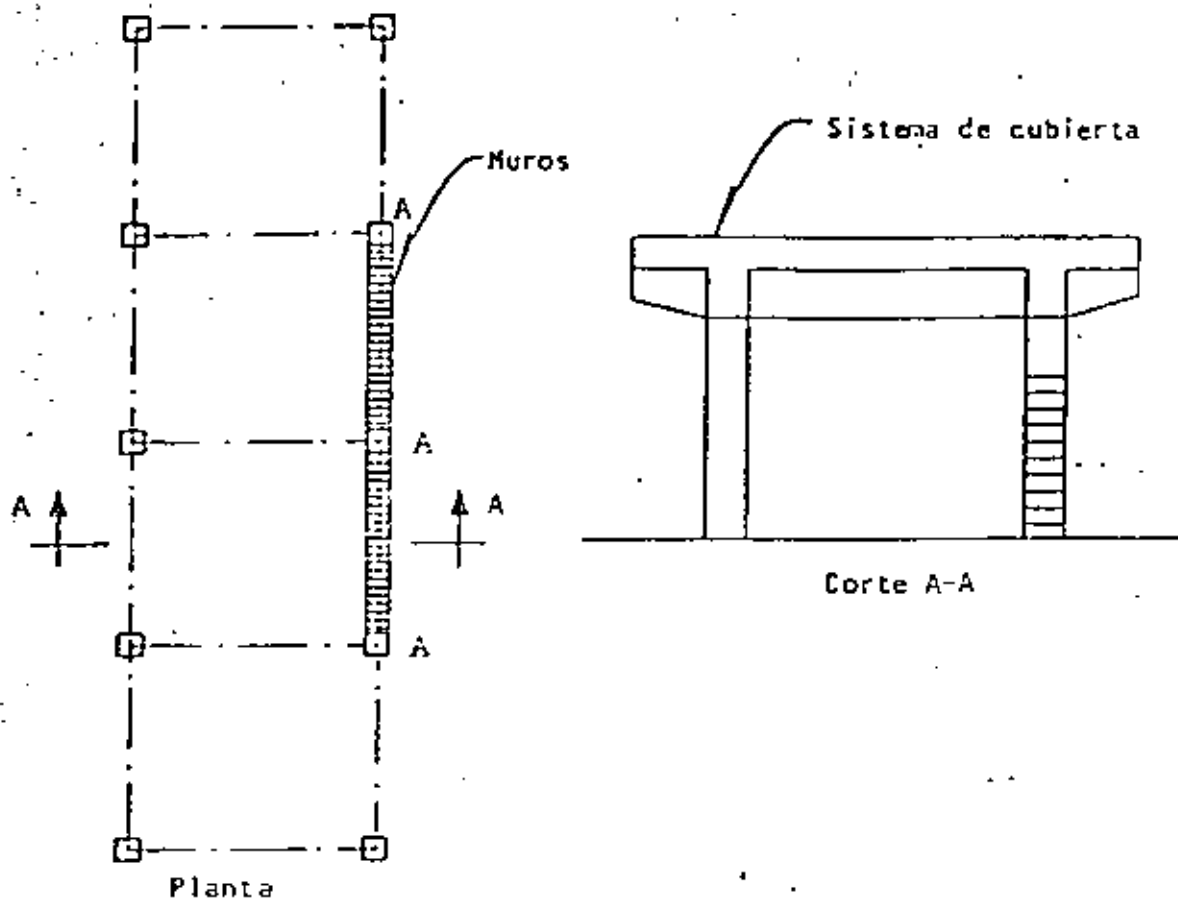


Fig. 33. Columnas parcialmente restringidas

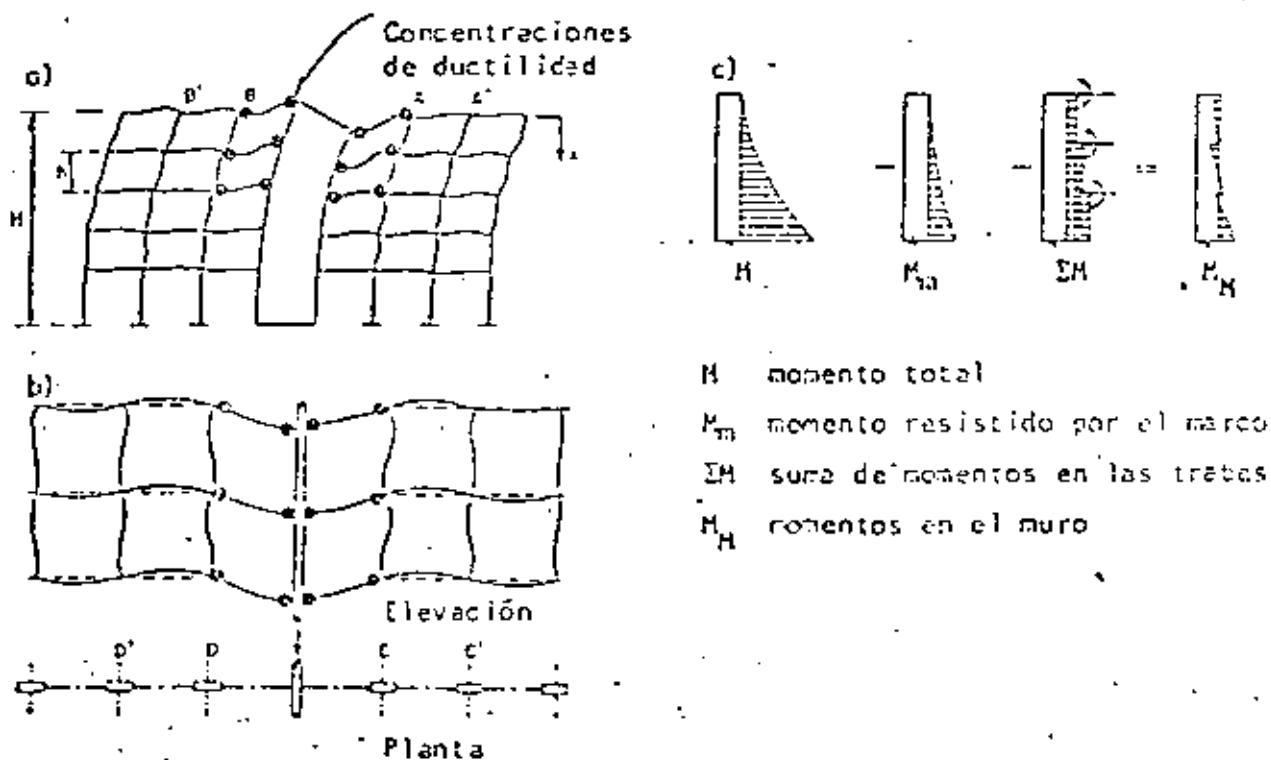


Fig. 34. Deformaciones en sistemas rigidizantes



**DIVISION DE EDUCACION CONTINUA
FACULTAD DE INGENIERIA U.N.A.M.**

VIII CURSO INTERNACIONAL DE INGENIERIA SISMICA
DISEÑO SISMICO DE EDIFICIOS

TEMA 2

COMPORTAMIENTO DE MATERIALES Y ELEMENTOS ESTRUCTURALES ANTE CARGAS REPETIDAS

Dr. Roberto Meli Piralla

AGOSTO, 1982

DISEÑO SISMICO DE EDIFICIOS

TEMA 1: COMPORTAMIENTO DE MATERIALES Y ELEMENTOS ESTRUCTURALES ANTE CARGAS REPETIDAS (Texto: Capítulo 13 de la Ref 1 pp 381 a 412)

1. Características que definen la respuesta sísmica

La respuesta sísmica de una estructura depende de sus características carga-deformación ante cargas dinámicas alternadas.

La filosofía implícita en los reglamentos de diseño admite que las estructuras sobrepasen el intervalo de comportamiento elástico bajo el efecto del sismo de diseño. Interesa por tanto el comportamiento hasta la ruptura.

La respuesta de la estructura completa depende de la de los elementos que la componen y esta de la de las secciones y de los materiales. Es necesario entonces conocer las relaciones esfuerzo-deformación de los principales materiales y elementos estructurales.

Una relación carga-deformación típica ante carga monótonicamente creciente se muestra en la fig 1. Los parámetros de la curva que interesan son rigidez, resistencia y ductilidad. De la rigidez dependen no solo las deformaciones que va a presentar la estructura bajo una acción dada, sino también la magnitud de la acción sísmica que esta va a tener que soportar. De la ductilidad depende esencialmente la capacidad de disipar la energía del sismo. Para muchos materiales es válida una idealización elasto-plástica de la relación carga-deformación.

El factor de ductilidad Δ / Δ_y es la medida más común de la ductilidad; un material frágil tiene factor de ductilidad cercano a uno, como por ejemplo el concreto no reforzado sujeto a tensión; el acero de grado estructural puede alcanzar factores de ductilidad superiores a 20.

La ductilidad de una estructura en su conjunto es generalmente mucho menor que la ductilidad local que puede desarrollar una sección; depende del número de secciones que entran en fluencia antes del colapso de la estructura,

fig 2. Para el comportamiento sísmico de una estructura interesa su ductilidad global; para lograr un factor de ductilidad global alto se requiere que las secciones individuales tengan ductilidades grandes y que en el momento de colapso de la estructura intervenga el mayor número posible de articulaciones plásticas.

Ante repeticiones de cargas alternadas la relación carga-deformación se modifica en forma más importante mientras más se sobrepase el intervalo "elástico" de comportamiento, fig 3a. Las curvas descendentes (de descarga) difieren cada vez más de las de carga y se forman "lazos" o ciclos histeréticos. La respuesta sísmica depende fundamentalmente del Área incluida en los lazos histeréticos que define la energía disipada por la estructura y por tanto su amortiguamiento histerético, fig 4.

En algunos materiales y en ciertos elementos estructurales las curvas histeréticas se asemejan a las de un comportamiento elasto-plástico perfecto, fig 3c, en los que la curva para el primer ciclo de carga se mantiene aproximadamente constante ante repeticiones de ciclos y se tiene una gran capacidad de disipación de energía a través de ciclos histeréticos estables.

Otros materiales dan lugar también a ciclos histeréticos estables pero con una forma radicalmente distinta a la del primer ciclo y que incluye un área mucho menor que la que se tiene en un comportamiento elasto-plástico, fig 3d; finalmente en otros casos se tiene un deterioro progresivo de rigidez y resistencia, fig 3e, que representa un daño irreversible en la estructura y una reducción progresiva de su capacidad de absorción de energía.

Se han propuesto diversos modelos teóricos del comportamiento histerético, los cuales se emplean para estudiar el comportamiento dinámico no lineal de estructuras (Masing, Ramberg-Osgood, Trilinear, etc).

El comportamiento sísmico en el intervalo inelástico depende esencialmente de las características de los ciclos histeréticos, el parámetro ductilidad no es suficiente para definir el comportamiento sísmico ya que a un mismo factor de ductilidad pueden corresponder capacidades muy distintas de disipación de energía.

Comportamiento ante cargas dinámicas y estáticas: La mayoría de los estudios sobre el comportamiento inelástico de estructuras se han realizado con ensayos ante pocos ciclos de carga estática alternadas. Se ha considerado siempre que esto es conservador con respecto al comportamiento ante cargas dinámicas, aunque hay algunos casos en que parece no ser así.

2. Comportamiento de materiales (medido en especímenes estándar)

a) Concreto simple (ref 2 pp 65 a 150)

La curva σ - ϵ en compresión y tensión, fig 5, muestra un comportamiento frágil en ambos casos. Las deformaciones de falla son pequeñas. El microgrieteamiento causa desviaciones de la linealidad a partir de $0,4 f_c'$ y produce deformaciones irreversibles.

Efecto de la velocidad de carga, fig 6. Aumenta la resistencia y la rigidez, pero disminuye las deformaciones de falla, y vuelve más frágil el comportamiento.

Efecto del confinamiento en el concreto (ver ref 3 pp 20 a 30). Al aumentar el esfuerzo de confinamiento aumentan tanto la resistencia como la capacidad de deformación, fig 7; los resultados de ensayos de compresión triaxial son extrapolables para el estudio del efecto del confinamiento proporcionado por el refuerzo transversal. La diferencia de eficacia de un rancho espiral y de estribos se muestra en la fig 7b. Con espiral puede incrementarse resistencia y ductilidad; con estribos solo ductilidad, pero en forma mucho menor que con espiral.

Efecto de la repetición de carga, fig 8. Para repeticiones esfuerzos altos de compresión el concreto no confinado se deteriora rápidamente.

b) Acero estructural, de refuerzo y de presfuerzo (ref 4 pp 42 a 64)

La curva esfuerzo-deformación del acero depende de su composición química y del tratamiento a que haya sido sometido. El módulo de elasticidad es cons-

tante. El esfuerzo de fluencia (real o aparente) aumenta con el contenido de carbono y puede incrementarse por una reducción de área o por trabajo efectuado en frío, fig 9. La meseta de fluencia se pierde a medida que aumenta f_y y si se trabaja en frío. La relación f_u/f_y y la E_u disminuyen al aumentar f_y . Los factores de ductilidad son siempre grandes, exceden de 10 aún para los aceros menos dúctiles.

El efecto de la velocidad de carga en la resistencia y en la ductilidad es poco importante.

Ante el efecto de cargas alternadas que exceden la fluencia, el límite de proporcionalidad se reduce y la σ - ϵ se hace más redondeada (efecto de Bauschinger); los ciclos son muy estables y no muestran deterioro (fig 10).

c) Otros materiales

En los módulos el comportamiento es cualitativamente como el del acero.

En la composición varía mucho según los materiales que la componen (piezas y morteros). La fig 11 muestra algunas curvas típicas para mortero, ref 5. El comportamiento es general muy frágil, especialmente cuando se emplean materiales de alta resistencia. El comportamiento ante cargas alternadas muestra un deterioro total a menos que se cuente con un refuerzo adecuado.

Las propiedades de la madera varían según la especie, la densidad, el contenido de humedad y son muy sensibles a la velocidad de aplicación de la carga, fig 12. El modo de falla del material es muy frágil aunque las estructuras de madera pueden tener alta disipación de energía si se detallan adecuadamente las uniones (ver capítulo correspondiente).

3. Comportamiento de elementos estructurales

3.1 Vigas y columnas de concreto reforzado (ver ref 3 pp 195 a 169)

a) Flexión: La relación momento-curvatura de secciones de concreto

reforzado se obtiene a partir de las hipótesis básicas del comportamiento del concreto en flexocompresión. Las curvas de la fig 13 muestran la influencia en la resistencia y la ductilidad de las cuantías de acero de tensión y compresión en su relación con la cuantía balanceada. Se concluye que si la cuantía de refuerzo de tensión es muy inferior a la balanceada se obtienen grandes ductilidades (comparables a las del acero). El refuerzo de compresión es de gran ayuda en incrementar la ductilidad. El efecto del refuerzo transversal en la relación momento curvatura de vigas se ve en la fig 14. El confinamiento que este proporciona aumenta la ductilidad cuando la falla es cercana a la balanceada.

b) *Flexocompresión:* La relación momento curvatura puede calcularse con el mismo procedimiento que para elementos en flexión. La ductilidad depende del nivel de carga axial (fig 15). Para falla de compresión la ductilidad es casi nula a menos que se cuente con confinamiento importante, fig 16. Para falla de tensión se tiene cierta ductilidad, pero solo para cargas axiales muy pequeñas esta es importante.

c) *Efecto de cargas repetidas en elementos en flexocompresión:* En flexión simple y con cuantías bajas de acero el comportamiento es cualitativamente como el del acero: gran ductilidad y poco deterioro. Puede predicarse con buena aproximación empleando las hipótesis para concreto en flexocompresión. El deterioro ocurre solo para deformaciones muy altas debido al pandeo del acero de compresión. La degradación es mucho mayor cuando hay esfuerzos cortantes altos en las secciones críticas (articulaciones plásticas) o también cuando hay posibilidad de deslizamiento de las barras por adherencia, ver fig 17. Importantes estudios al respecto han sido realizados en Berkeley (ref 6), y en Nueva Zelanda. Se recomiendan estribos poco espaciados para evitar pandeo de barras y para confinar el concreto, altas cuantías de acero de compresión y despreciar la contribución del concreto a la resistencia en cortante. En el tema de estructuras de concreto se tratará con mayor detalle este punto.

Cuando hay cargas axiales importantes la ductilidad es baja y el deterioro ante repetición de cargas es importante, fig 17c.

d) *Cortante, torsión y adherencia.* El modo de falla ante cortante y torsión es notadamente frágil; aún cuando exista refuerzo transversal se gana poca ductilidad y el deterioro es muy rápido. Algo similar es el comportamiento cuando hay problemas de adherencia. Por tanto deben tomarse factores de seguridad mayores contra estos efectos que contra flexión.

3.2 Elementos de concreto preforzado (ver ref 7 pp 49 a 81)

Su comportamiento no difiere mucho del reforzado; pueden alcanzarse las mismas ductilidades siempre que la cuantía de refuerzo sea baja ($\rho \leq 0.2$) y el nivel de carga vertical también. El admitir que ante el mismo diseño fluya ya el acero de prefuerzo es debatible, porque si fluye se pierde el prefuerzo y es difícil restaurarlo.

Ante cargas repetidas el comportamiento es distinto; fig 18; se tiene mucho menos disipación de energía; por tanto para resistir un mismo sismo se requiere mayor resistencia o mayor deformación inelástica que en concreto reforzado, fig 19.

El empleo de elementos continuos preforzados es poco usual.

3.3 Elementos de acero estructural (ver ref 8 pp 125 a 159)

El comportamiento en flexión es sumamente dúctil, pero la ductilidad puede verse afectada por pandeo local o pandeo lateral después de la fluencia, fig 20. El efecto de Bauschinger suaviza el acero y lo hace más propenso al pandeo. Hay que restringir las dimensiones de las secciones para asegurar la plastificación total sin que ocurra pandeo o colocar atizadores poco espaciados. Secciones compactas. En columnas la capacidad de rotación es muy reducida. La práctica recomendable es sobre-diseñar las columnas de manera que las articulaciones plásticas se formen en las vigas.

Ante cargas alternadas los ciclos son muy estables (si no hay problemas de pandeo) y hay gran disipación de energía, fig 21.

Hay que tener cuidado con las uniones; deben sobrediseñarse porque normalmente son nervos dúctiles que las secciones de las vigas.

3.4 Muros

Son elementos que proporcionan gran rigidez a las estructuras y frecuentemente se requieren en edificios de mediana o gran altura para limitar las deflexiones a valores admisibles.

a) Muros de concreto (ver ref 3 pp 610 a 660). Su comportamiento depende esencialmente de su relación altura a longitud H/L (o más correctamente de $\frac{H}{L\sqrt{I}}$). Usualmente $H/L > 2$ y son por lo tanto elementos de flexión con bajos niveles de carga axial. Se comportan como vigas; mucha ductilidad, fig 22. Ante cargas alternadas su absorción de energía es alta y su deterioro bajo sílice flexión, fig 23. Si sílice cortante mucho deterioro, fig 24. En muros bajos sílice cortante casi siempre y la falla es poco dúctil y hay mucho deterioro. Problemas en las vigas que acoplan los muros entre sí o con núcleo (se verán con más detalle en el tema de Estructuras de Concreto).

b) Muros de mampostería (ver ref 9). Son elementos rígidos y frágiles; aceptan muy poca deformación lateral. Requieren de confinamiento y/o refuerzo para tener cierta ductilidad, fig 25. Tienen mucho deterioro especialmente si las piezas son huecas. Pueden diseñarse para que sílice flexión, entonces el comportamiento puede ser mucho más favorable.

REFERENCIAS

- N M Newmark y E Rosenbluth "Fundamentals of Earthquake Engineering" Prentice Hall, 1971
- A M Neville "Properties of Hardened Concrete" en Reinforced Concrete Engineering, editado por B Bresler. Vol 1, Cap 3, J Wiley, 1974
- R Parks y T Paulay "Reinforced Concrete Structures" J Wiley, 1975
- J F McDermott "Reinforcing Steel" en Reinforced Concrete Engineering Vol 1 Cap 2 editado por B Bresler, J Wiley, 1974
- R Heli y A Reyes "Propiedades Mecánicas de la Mampostería" Instituto de Ingeniería, Informe No. 288 (Jul 1971)
- V V Bertoro y E F Popov "Hysteretic Behavior of Ductile Moment-Resisting Reinforced Concrete Frame Components" Report No EERC 75-16 Univ of California, Berkeley, 1975
- R W G Blakeley "Prestressed Concrete Design" en Structural Design for Earthquakes, publicado por Centre for Continuing Education, The University of Auckland N. Zealand 1972
- G W Butcher "Steel Design" en Structural Design for Earthquakes, publicado por Centre for Continuing Education, Univ of Auckland, N Z 1972
- "Heli "Comportamiento sísmico de muros de mampostería", Instituto de Ingeniería, Informe No. 352 Abr 1975

REFERENCIAS ADICIONALES

- J A Blum, N M Newmark y L H Corning "Design of Multistory Reinforced Concrete Building for Earthquake Motions" Portland Cement Association, 1961
- D J Dowrick "Earthquake Resistant Design", J Wiley, 1977

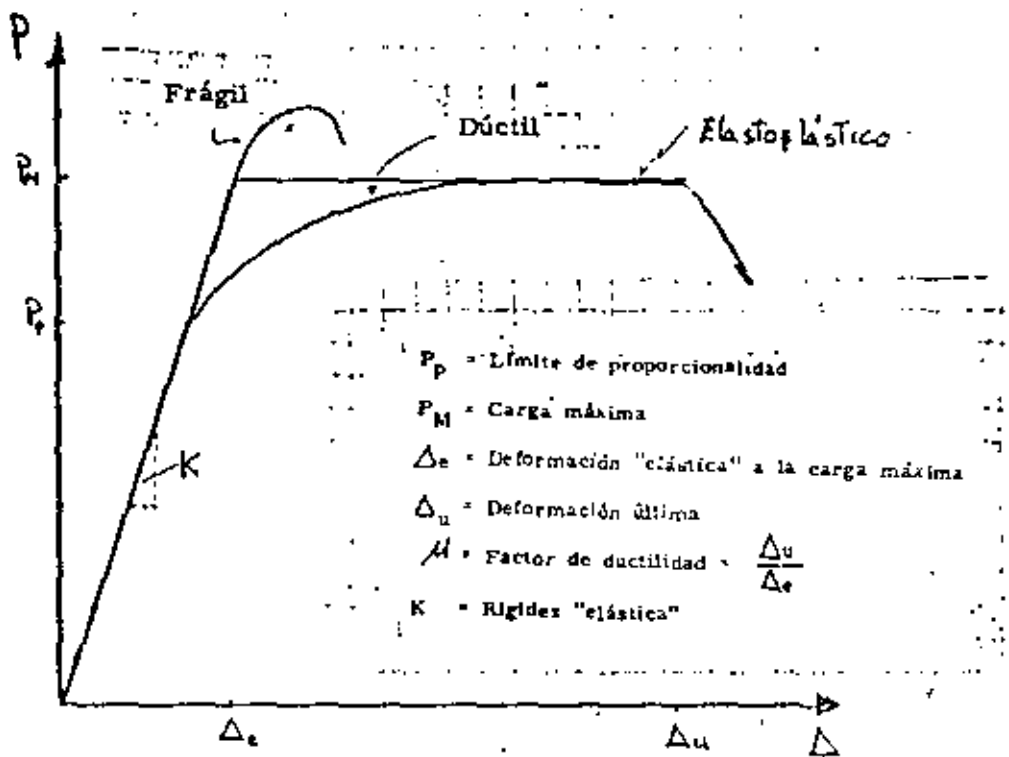
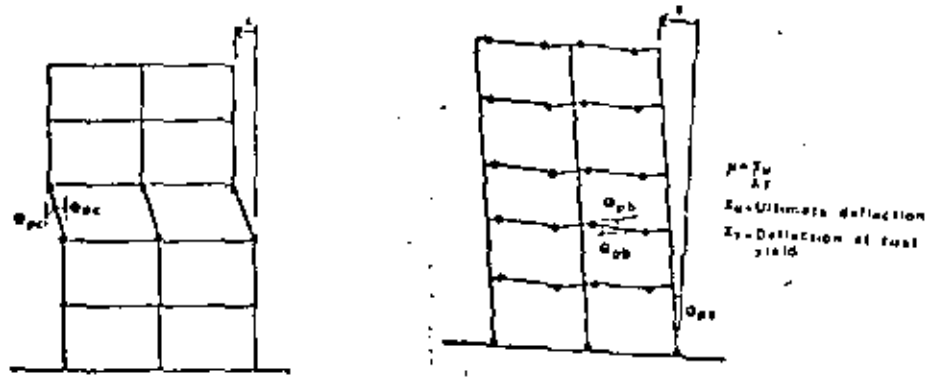


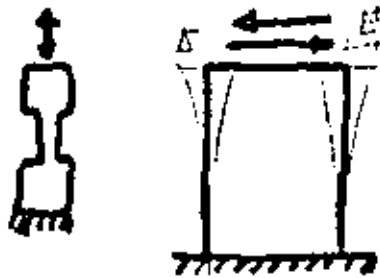
Fig 1 CURVA TÍPICA CARGA-DEFORMACIÓN DE UN ELEMENTO ESTRUCTURAL



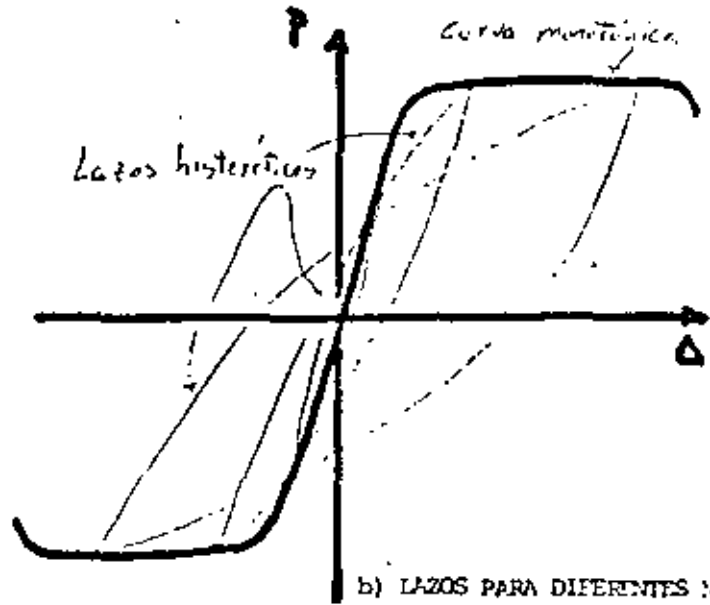
para $\alpha_u/\alpha_y = 4$
 $\Delta_u/\Delta_y = 122$

para $\alpha_u/\alpha_y = 4$
 $\Delta_u/\Delta_y = 18$

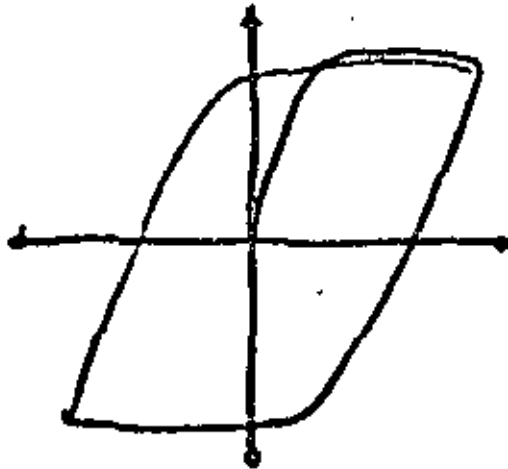
Fig 2 RELACION ENTRE DUCTILIDAD TOTAL Y DUCTILIDAD LOCAL DE UNA ESTRUCTURA



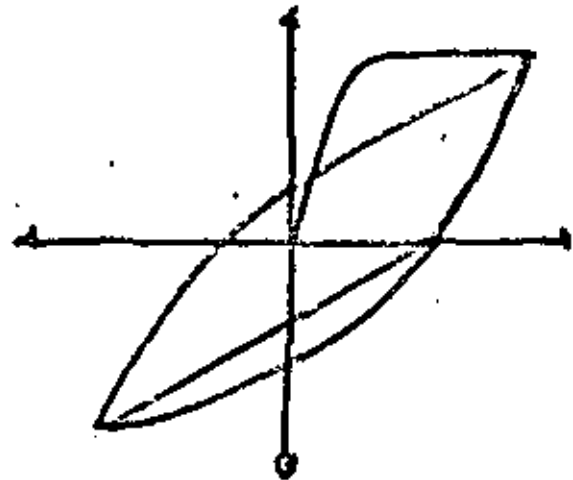
a) ENSAYES TÍPICOS



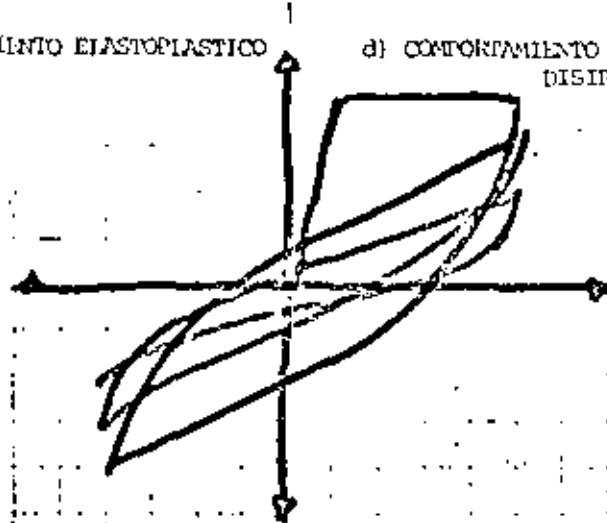
b) LAZOS PARA DIFERENTES NIVELES DE CARGA



c) COMPORTAMIENTO ELASTOPLÁSTICO



d) COMPORTAMIENTO CON DETERIORO DE CAPACIDAD DE DISIPACIÓN DE ENERGÍA



e) COMPORTAMIENTO CON DETERIORO DE RESISTENCIA

Fig 3 COMPORTAMIENTO HISTERÉTICO

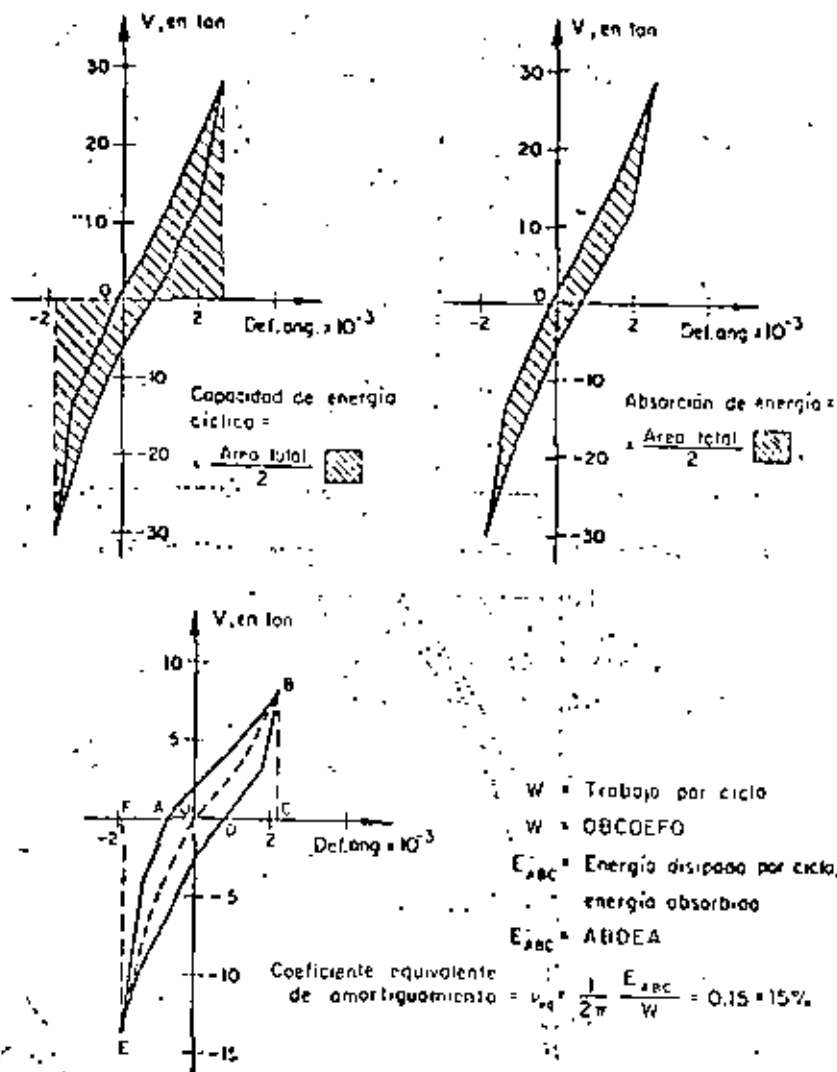


Fig 4 Definición de términos relacionados con la capacidad de disipación de energía

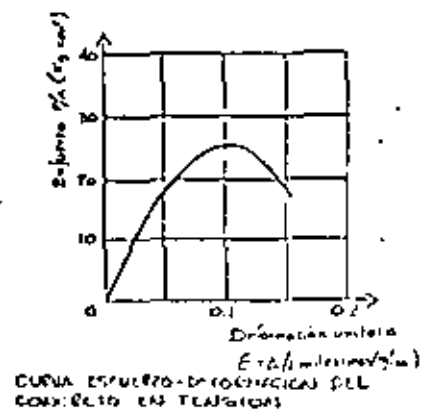
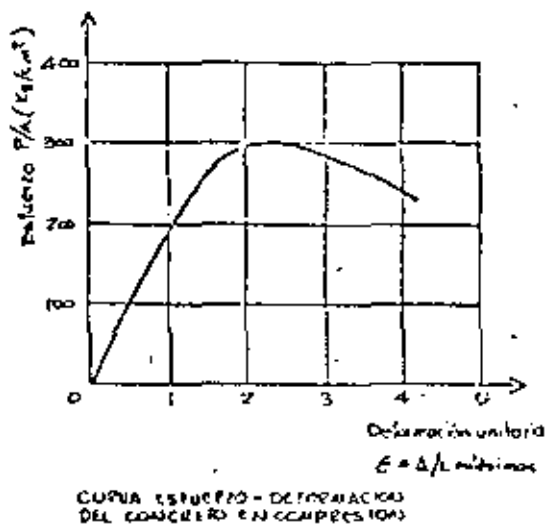


Fig 5 Curvas esfuerzo deformación del concreto simple

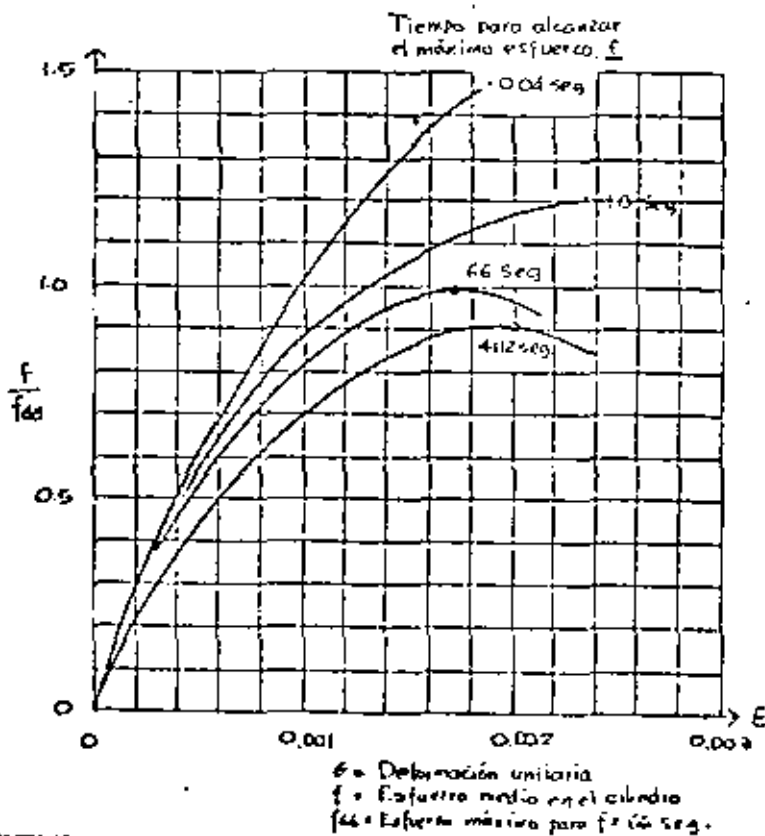
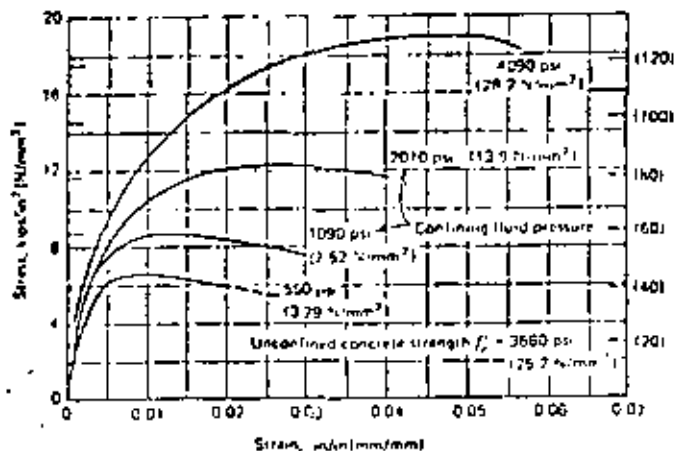
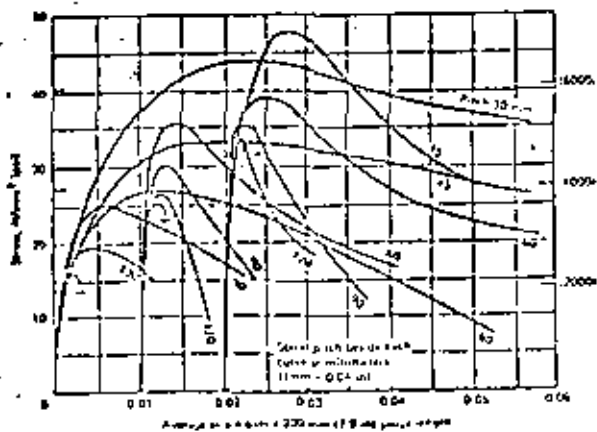


Fig 6 EFECTO DE LA VELOCIDAD DE CAIDA (Hatakeyama)

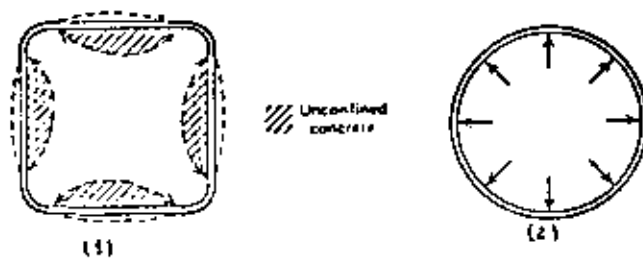


$$f'_c = f_c + 4f_l$$

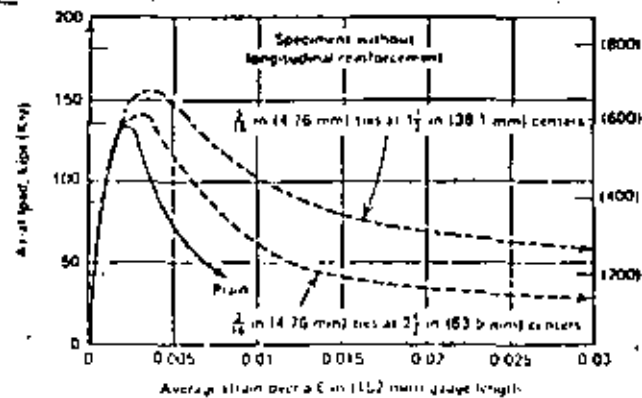
a) Resultados de ensayos a compresión triaxial



c) Curvas esfuerzo deformación de cilindros de concreto reforzados con hélices 5.5 mm de diámetro, de acero grado estructural y distintos espaciamientos



b) Confinamiento proporcionado por estribos (1) y por hélices (2)



d) Curvas esfuerzo deformación de prismas de concreto con diversos contenidos de estribos

Fig 7 Efecto del confinamiento en la curva esfuerzo deformación del concreto

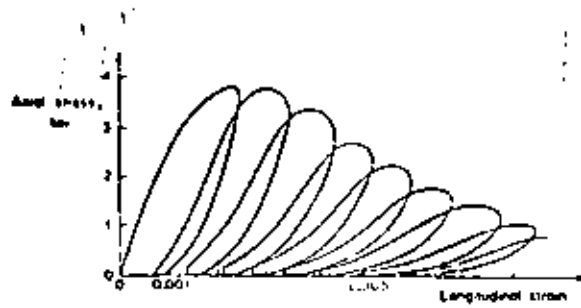


Fig 8 Efecto de la repetición de esfuerzos de compresión en el concreto simple.

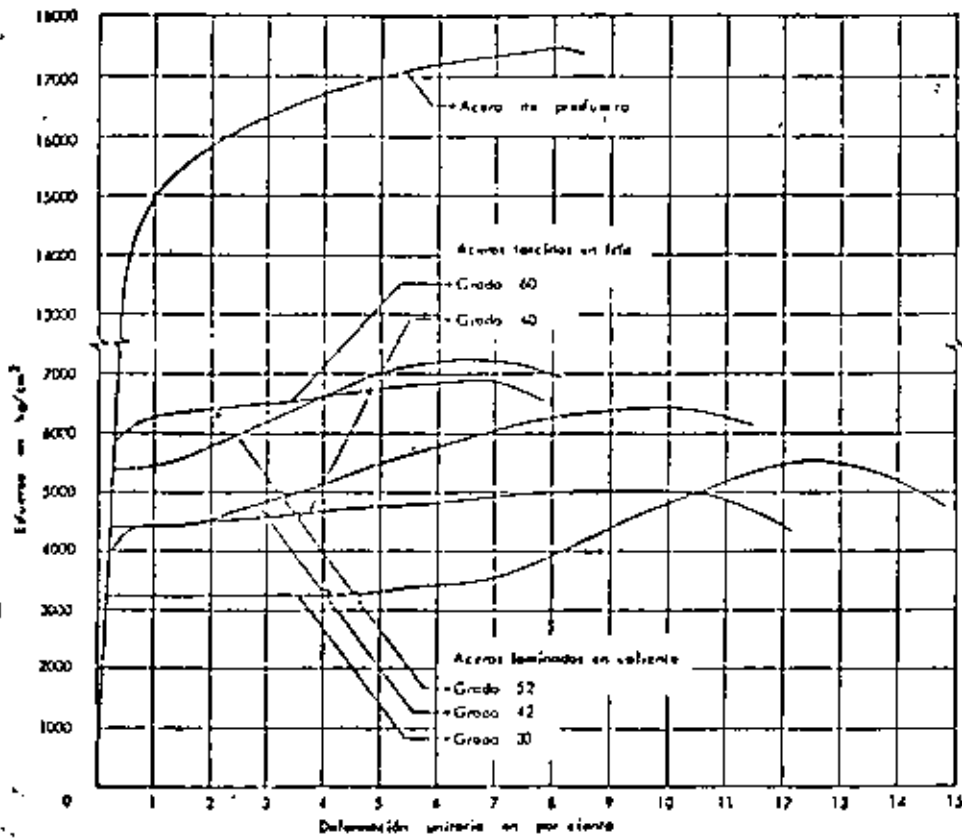


Fig 9 Curvas típicas esfuerzo-deformación para distintos tipos de acero de refuerzo

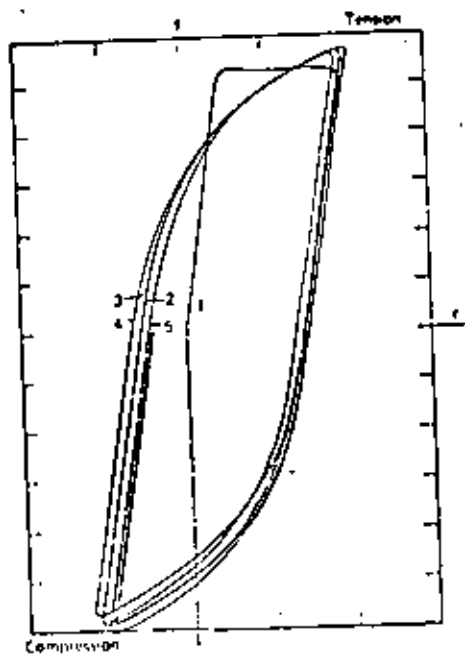


Fig 10 Ciclos histeréticos en una barra de refuerzo

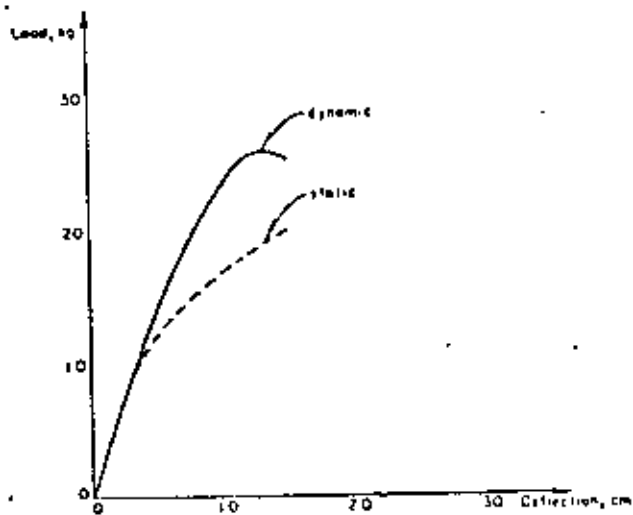


Fig 12 Curvas carga-deformación estática y dinámica para la madera

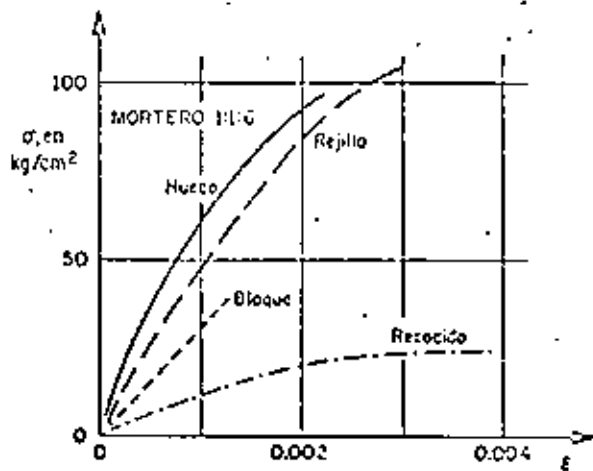
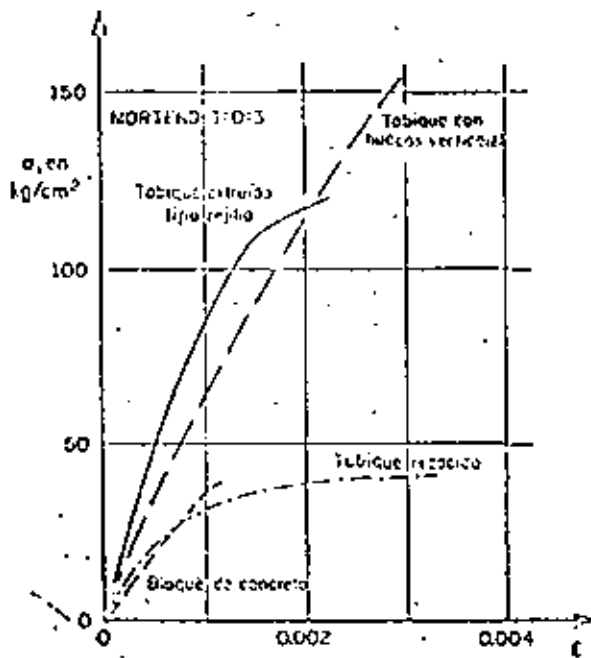


Fig 11 Curvas carga-deformación

para mampostería en compresión

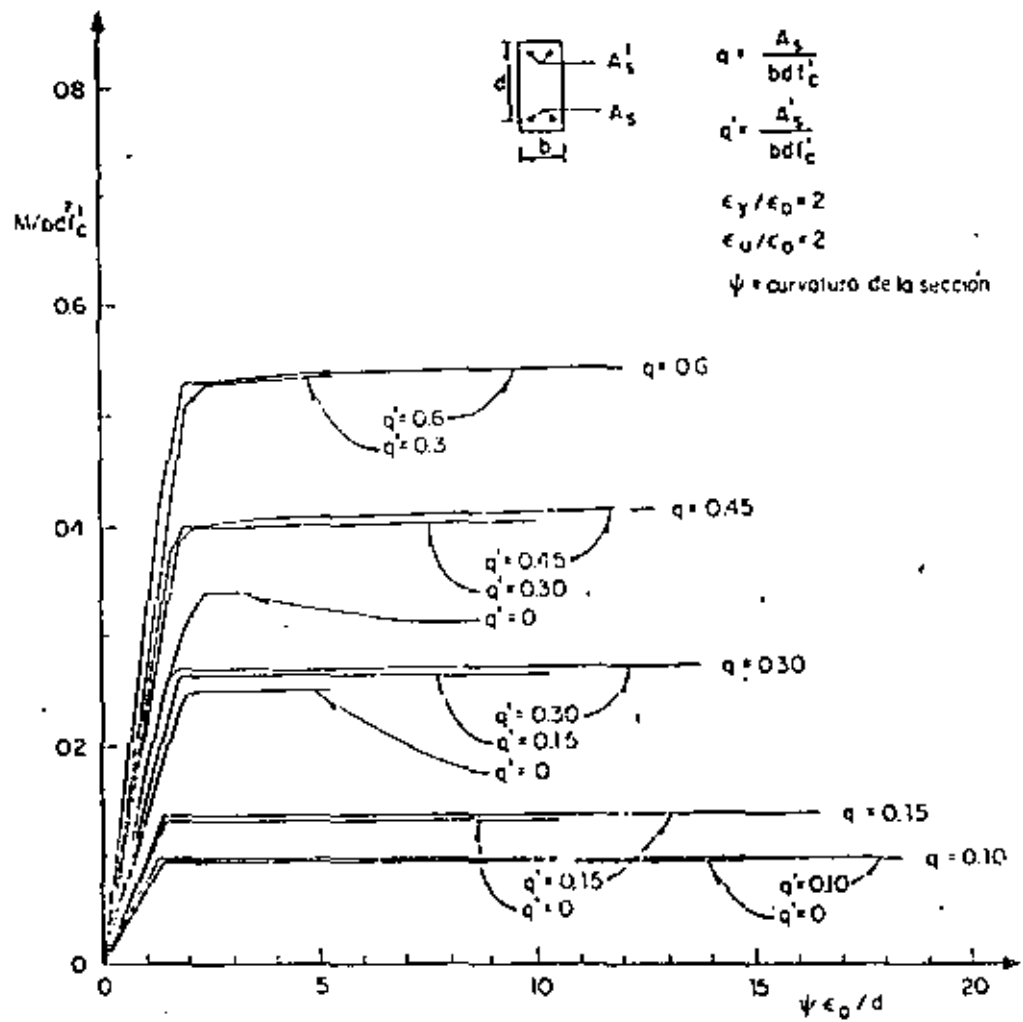
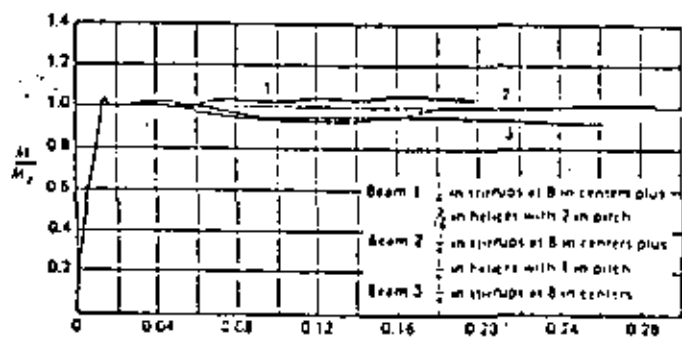
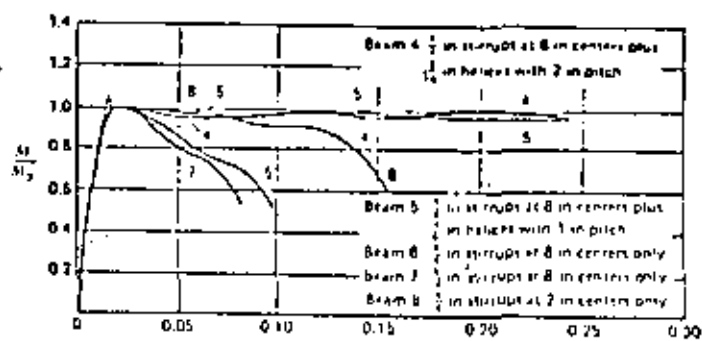


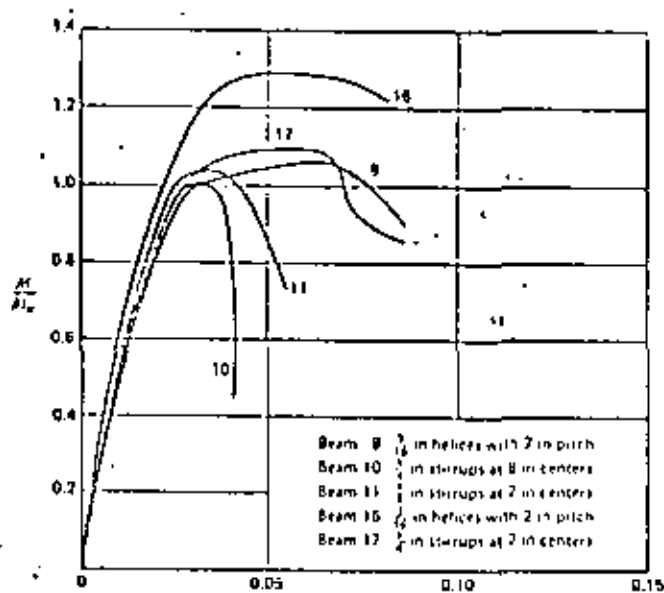
Fig 13 Relaciones Momento-Curvatura para secciones de concreto reforzado sujetas a flexión



a) Vigas subreforzadas

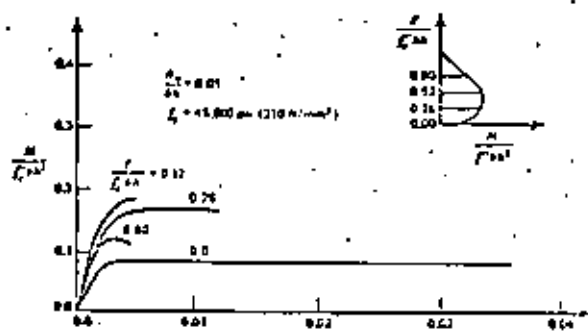


b) Vigas con folla balanceada

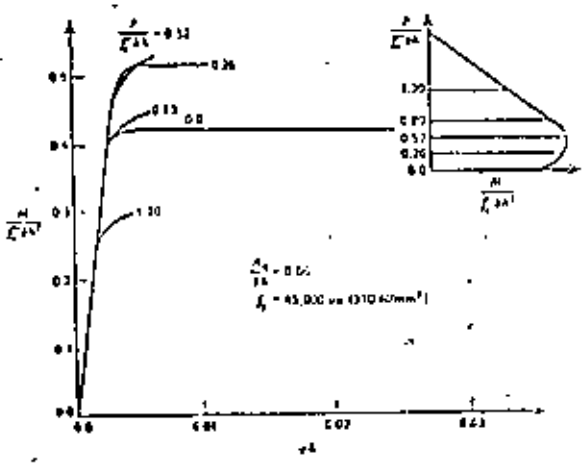


c) Vigas sobreforzadas

Fig 14 Efecto del refuerzo transversal en la relación momento-curvatura de concreto reforzado sujeto a flexión



a) Columna con baja cuantía de refuerzo



b) Columna con alta cuantía de refuerzo

Fig 15 Relaciones momento-curvatura de secciones de concreto sujetas a flexocompresión

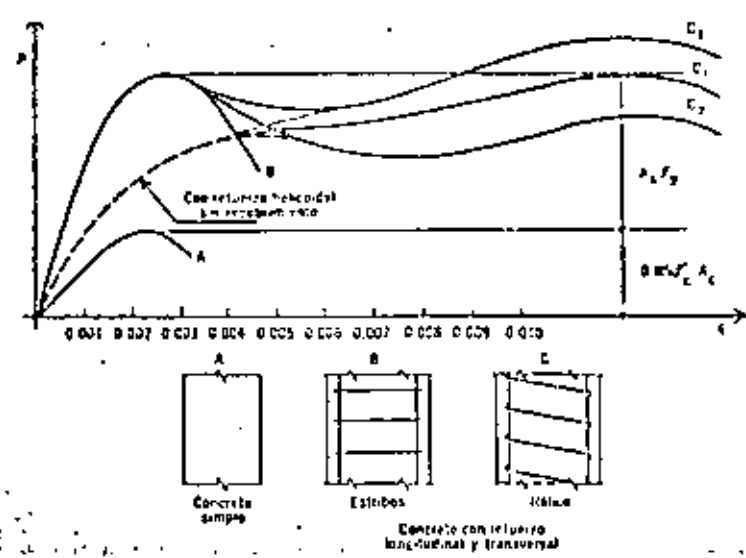
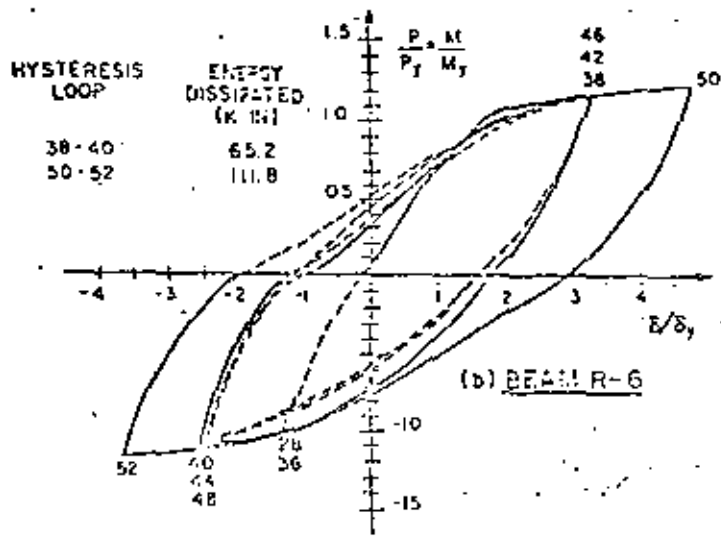
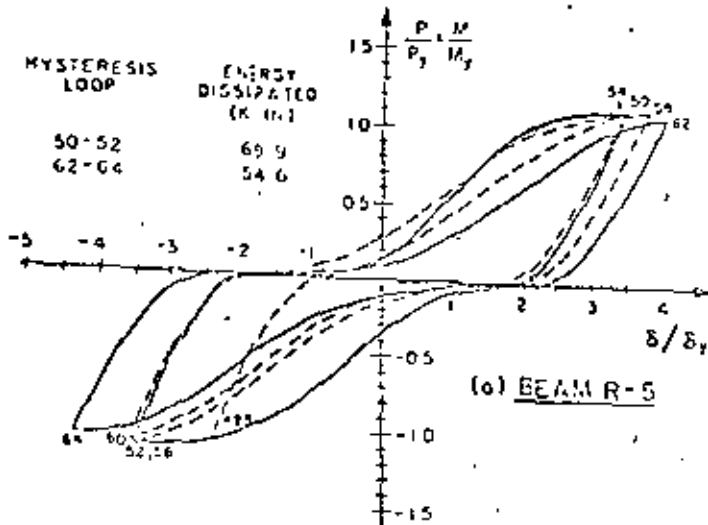


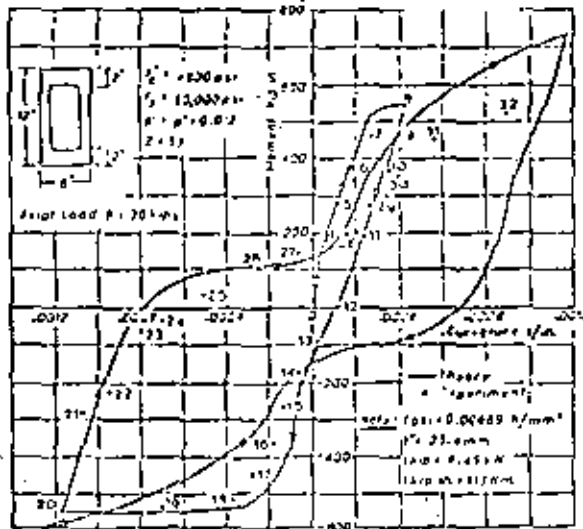
Fig 16 Efecto de confinamiento en la ductilidad de columnas



a) Falla por flexión con esfuerzos cortantes bajos



b) Falla por flexión con esfuerzos cortantes altos



c) Columna con carga axial baja

Fig 17 Comportamiento histerético de secciones de concreto reforzado

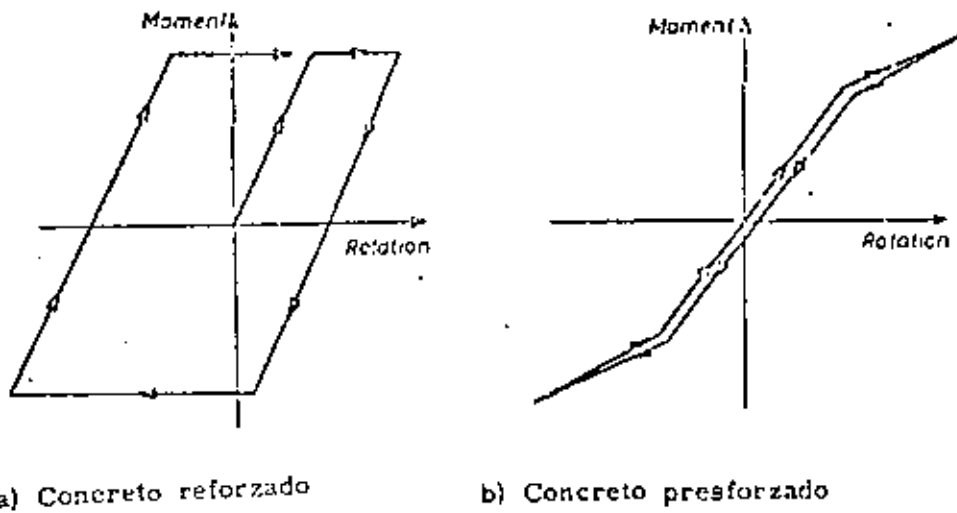


Fig 18 Comparación del comportamiento histerético del concreto reforzado y presforzado

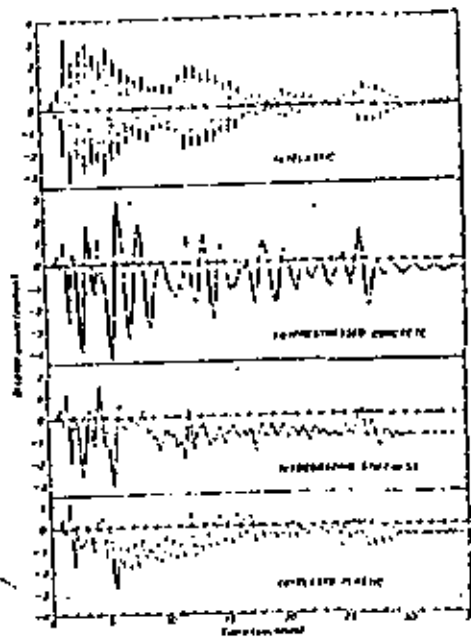
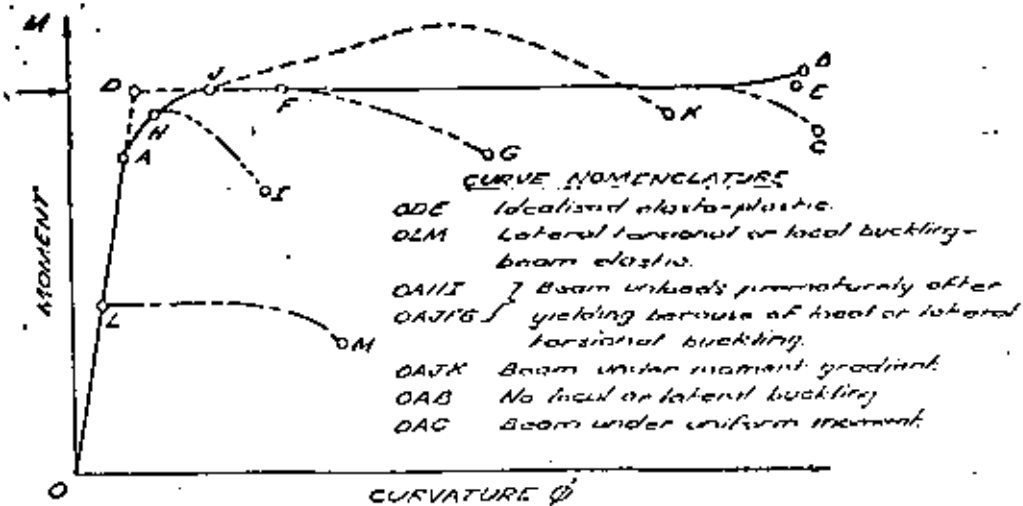


Fig 19 Comparación de deformaciones ante un sismo de un elemento de concreto reforzado y uno presforzado



a) Vigas

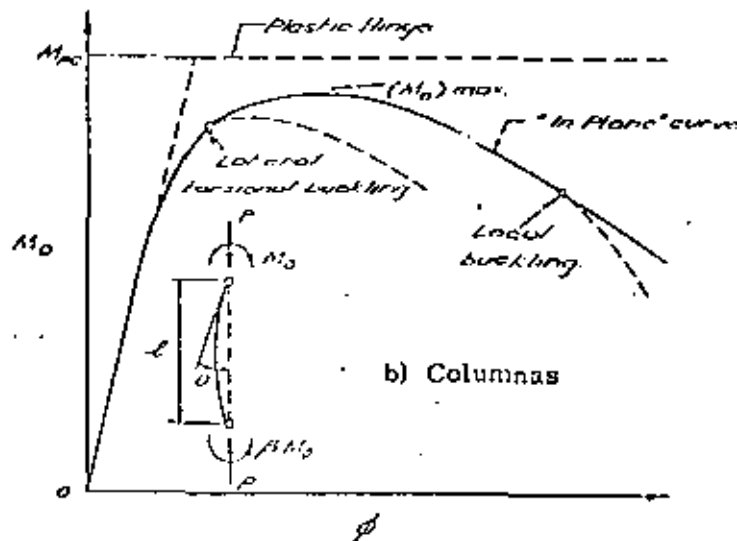


Fig 20 Relaciones momento-curvatura idealizadas en elementos de acero estructural

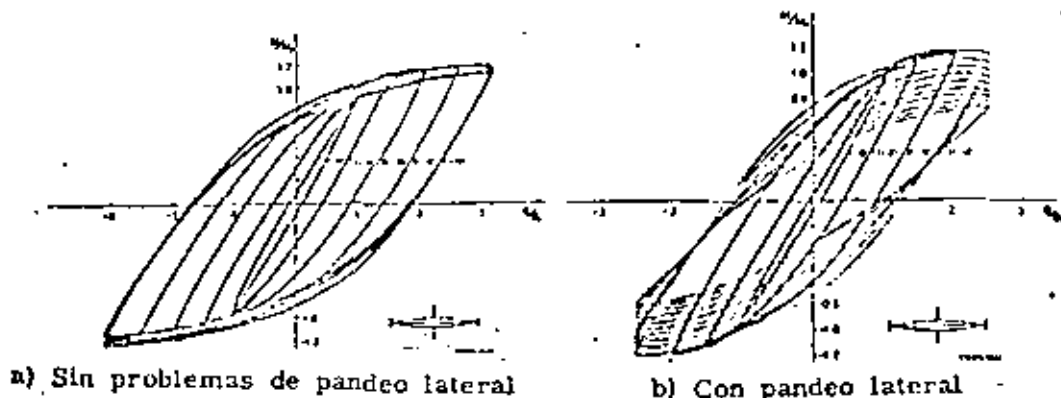
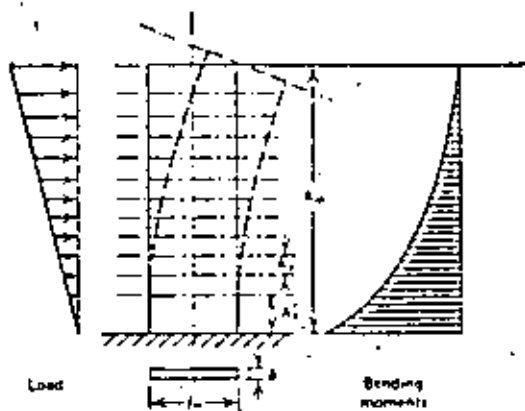
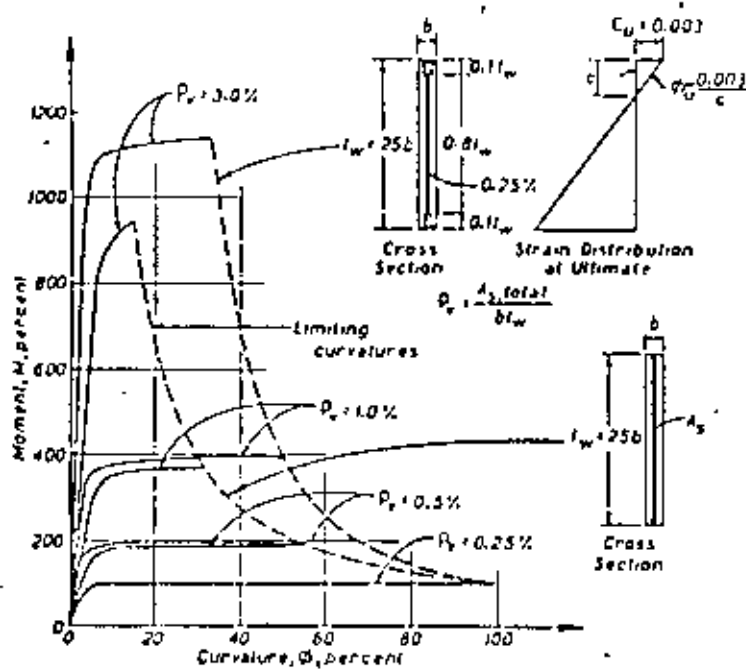


Fig 21 Comportamiento histérico de elementos de acero estructural

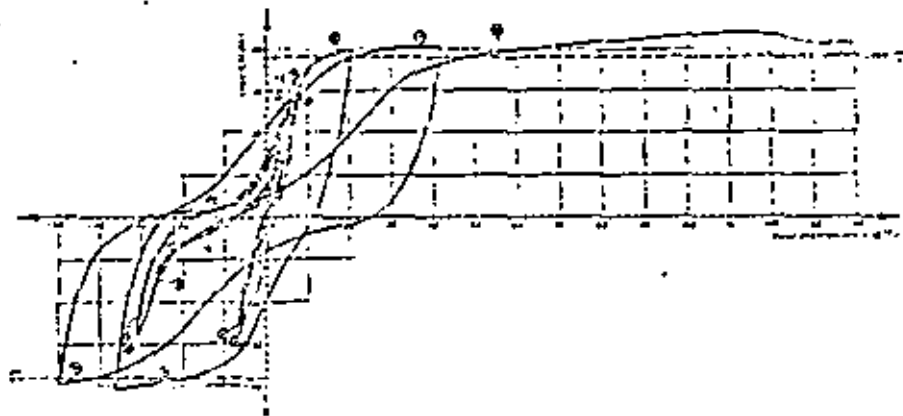


a) Deformaciones

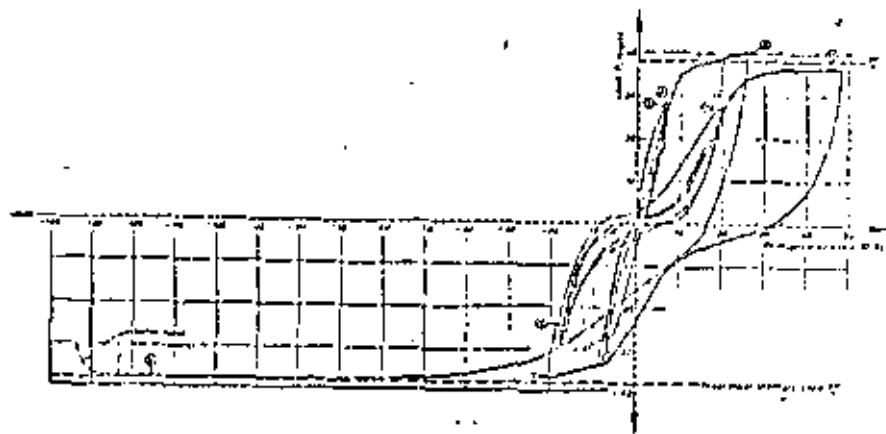


b) Relación momento-curvatura para distintas cuantías de refuerzo

Fig 22 Comportamiento de muros altos sujetos a cargas laterales

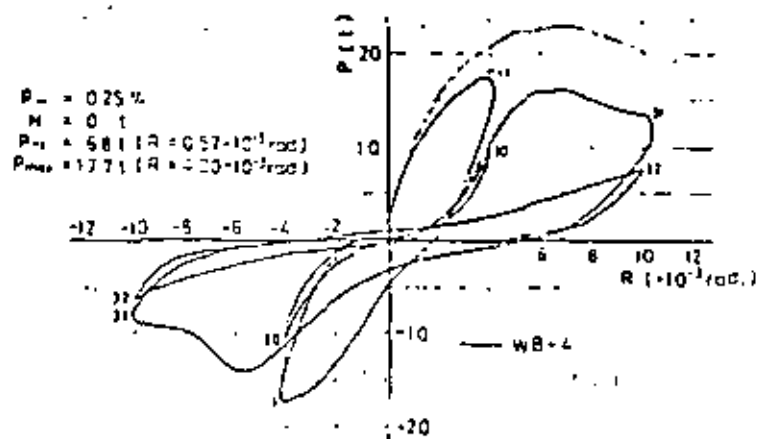


a) Falla por flexión sin agrietamiento diagonal

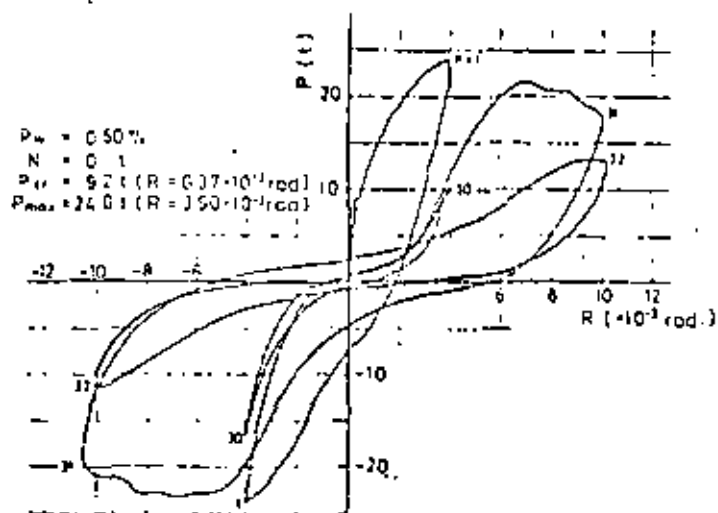


b) Falla por flexión después de agrietamiento diagonal

Fig 23 Ciclos histeréticos para muros cortos con falla por flexión

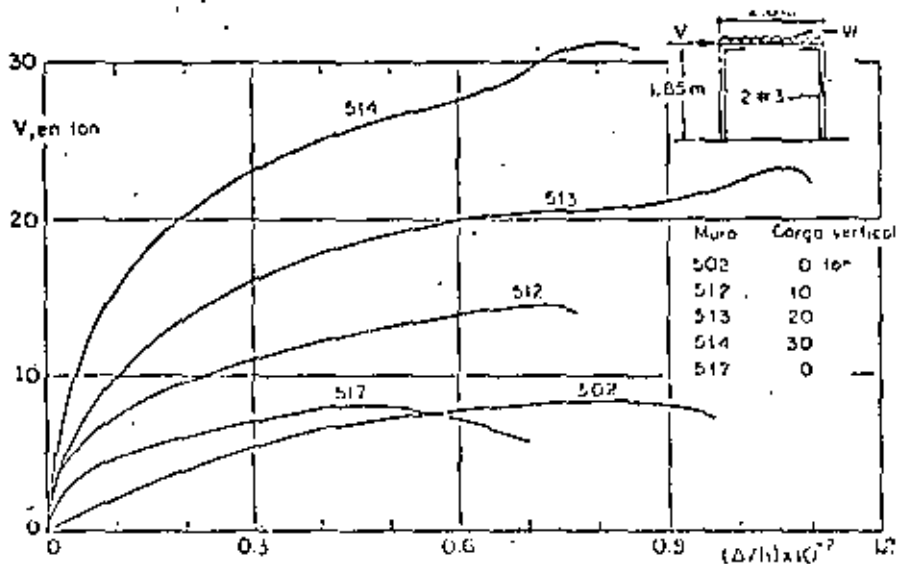


a) Cuantía de refuerzo horizontal 0.25%

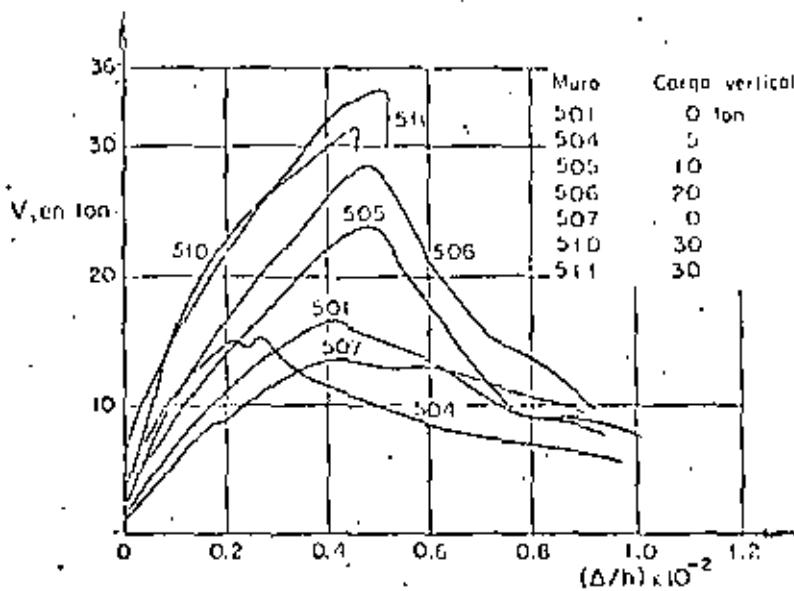


b) Cuantía de refuerzo horizontal 0.5%

Fig 24 Ciclos histeréticos en muros cortos con falla por cortante



Muros de bloque de concreto. Falla en flexión. Efecto de la carga vertical



Muros de bloque de concreto. Falla en tensión diagonal. Efecto de la carga vertical

Fig 25 Curvas Carga deformación para muros de mampostería



**DIVISION DE EDUCACION CONTINUA
FACULTAD DE INGENIERIA U.N.A.M.**

VIII CURSO INTERNACIONAL DE INGENIERIA SISMICA
DISEÑO SISMICO DE EDIFICIOS

TEMAS

MARCOS SUJETOS A FUERZAS LATERALES

AGOSTO, 1982

1. MARCOS SUJETOS A FUERZAS LATERALES

En el diseño sísmico es importante el análisis de marcos de edificios sujetos a fuerzas laterales y el cálculo de sus rigideces. Este capítulo describe e ilustra con ejemplos los principales métodos aproximados y exactos de análisis elástico, cuya aplicación es práctica en problemas usuales. Se incluye en cada caso un resumen de las hipótesis de partida, a fin de permitir el juicio sobre la aplicabilidad a cada problema concreto.

Se hace énfasis en los métodos matriciales y en los simplificados, porque en la actualidad, cuando se requieren resultados exactos se pueden emplear con facilidad procedimientos matriciales, debido a la rápida y creciente difusión del uso de computadoras grandes y pequeñas. Los métodos simplificados son útiles en las etapas preliminares de análisis y dimensionamiento, y, además, permiten verificar los órdenes de magnitud de los valores obtenidos con métodos más precisos, en especial, los resultados de programas de computadora.

En los ejemplos se analiza por cada método propuesto el marco de la fig 1.1.

1.1 Métodos aproximados

Se describen a continuación métodos aplicables a marcos en los que los efectos de deformaciones axiales de los miembros son despreciables.

1.1.1 Método de Bowman

Como resultado del estudio de un gran número de marcos resueltos por métodos "exactos" se ha propuesto un método aproximado de acuerdo con las siguientes hipótesis. (ref 3, 4)

1. Los puntos de inflexión en las trabes exteriores se encuentran a 0.55 de su claro, a partir de su extremo exterior. En trabes interiores, el punto de inflexión se encuentra al centro del claro, excepto en la cruzía central cuando el número de cruzías es impar, o en las dos centrales si es par. En estas cruzías la posición de puntos de inflexión en las trabes está forzada por condiciones de simetría y equilibrio.
2. Los puntos de inflexión en las columnas del primer entrepiso se encuentran a 0.60 de su altura, a partir de la base.

En marcos de dos o más, tres o más, o cuatro o más entrepisos, respectivamente, los puntos de inflexión en las columnas de los entrepisos último, penúltimo y antepenúltimo, respectivamente, se encuentran a 0.65, 0.60 y 0.55 de la altura correspondiente, a partir del extremo superior. En edificios de cinco o más entrepisos, los puntos de inflexión en columnas para las cuales no se ha especificado la posición, se encuentran al centro de su altura.

Esto se resume gráficamente en la fig 1.2.

3. La fuerza cortante de cada entrepiso se distribuye en la forma siguiente.

En el primer entrepiso:

Una fuerza cortante igual a

$$V_c = \frac{H + 0.5}{H + 1} V$$

se distribuye directamente entre las columnas proporcionalmente a sus rigideces. La fuerza cortante $V_t = V - V_c$ se distribuye entre las crujeas proporcionalmente a la rigidez de la trabe que las limita en la parte superior. La cortante de cada cruja se distribuye en partes iguales entre las dos columnas que la limitan.

En pisos superiores:

Una fuerza cortante

$$V_c = \frac{H - 2}{H + 1} V$$

se distribuye directamente entre las columnas. La cortante $V_t = V - V_c$ se distribuye entre las crujeas como se hizo para planta baja.

En estas expresiones,

V = fuerza cortante total en un entrepiso

H = número de crujeas del marco en el entrepiso considerado.

Una variante del método consiste en respetar los puntos 2 y 3, pero determinar los momentos en las trabes equilibrando en cada nudo la suma de momentos en los extremos de las columnas con momentos proporcionales a la rigidez angular natural de cada trabe. La fig 1.3 es la aplicación de este método al análisis del marco de la fig 1.1. En la fig 1.4 se muestran algunos pasos intermedios.

1.1.2 Método del factor.

El método se obtiene planteando las ecuaciones de pendiente-deformación (slope-deflection) y haciendo en algunos pasos intermedios las siguientes hipótesis (ref 5):

1. Para el cálculo de los desplazamientos lineales y angulares en un piso se considera que el valor de ϕ en dos entrepisos consecutivos es igual. Se entiende por ϕ la diferencia de desplazamientos laterales de dos niveles consecutivos dividida entre la altura del entrepiso.
2. El desplazamiento angular de un nudo y el de los extremos opuestos de todas las barras que concurren al mismo son iguales.

Esto conduce al siguiente procedimiento:

1. Calcúlese en cada nudo el valor G_n , que se denominará factor de trabe, igual a IK_{cn}/IK_n , siendo IK_{cn} la suma de rigideces de las columnas que concurren a ese nudo, y IK_n la suma de rigideces de todas las piezas que concurren al mismo.
2. Calcúlese en cada nudo $C_n = 1 - G_n$, que se llamará factor de columna.

3. Obténgase para cada pieza, trabe o columna, en cada extremo, el valor de la suma de su factor más la mitad del factor correspondiente al extremo opuesto de la misma pieza. Los momentos en los extremos de columnas del mismo entrepiso son proporcionales a los valores de $K(C + C'/2)$ para cada extremo de cada columna. Los momentos en los extremos de traveses que concurren a un mismo nudo son proporcionales a los valores de $K(G + G'/2)$ correspondientes.

En la fig 1.5 se aplica este método al análisis del marco de la fig 1.1. El primer número en cada extremo es el valor del factor C o G para la pieza correspondiente. El segundo es la mitad del valor del factor para el extremo opuesto de la misma. C'o G', y el tercero es la suma de los dos anteriores. De aquí se obtuvieron $K(G + G'/2)$ y $K(C + C'/2)$. Estos aparecen subrayados con línea gruesa en la figura.

A continuación se calculó $IK(C + C'/2)$ en cada entrepiso y se distribuyó el momento de piso (V_h) entre todos los extremos de las columnas correspondientes. Tómese como ejemplo el extremo superior de la columna central del primer entrepiso, para el cual $K(C + C'/2) = 3.924$:

$$V_h = 150. \quad IK(C + \frac{1}{2} C') = 38.600$$

$$M = \frac{150}{38.600} \times 3.924 = 15.25$$

Los momentos en las traveses se calculan después distribuyendo la suma de momentos de los extremos de las columnas en cada nudo proporcionalmente al valor $K(G + G'/2)$ de cada trabe.

1.1.3 Método de distribución en voladizo (Grinter-Tsao)

Este método es rigurosamente aplicable sólo en marcos simétricos de una cruzja y a aquellos de varias cruzjas cuyas rigideces guarden relaciones tales que sea posible descomponerlos en varios marcos simétricos de una cruzja cada uno. Sin embargo, puede aplicarse en forma aproximada al análisis de cualquier marco que se idealice como simétrico y de una cruzja, igualando la suma de rigideces de

traveses y columnas en cada entrepiso en el marco original y en el idealizado. Esto equivale a suponer que todos los nudos de un mismo nivel sufren la misma rotación (ref 6).

El método consiste en lo siguiente (fig 1.6a).

Permitase el desplazamiento lineal de todos los nudos, hasta que se logre el equilibrio de fuerzas cortantes en cada entrepiso. En esta etapa los momentos exteriores $-M_1$ impiden el giro de los nudos (fig 1.6b). Elimínense ahora estos momentos permitiendo simultáneamente giros y nuevos desplazamientos lineales sin que se altere la fuerza cortante de cada entrepiso (fig 1.6c).

Considérese una columna (fig 1.6d) a uno de cuyos extremos se permite giro y desplazamiento transversal simultáneo. Partiendo de que es nula la cortante que proviene de esta deformación, las ecuaciones de pendiente-deformación suministran las relaciones

$$M_{12} = 2EK_{12}(\theta_1 - 3\psi_{12}) \quad (1.1)$$

$$M_{21} = 2EK_{12}(\theta_2 - 3\psi_{12}) \quad (1.2)$$

Al no haber fuerza cortante,

$$M_{11} = -M_{12} \quad (1.3)$$

De las ecs 1.1 a 1.3,

$$\theta_1 = 2\psi_{12}$$

$$M_{11} = EK_{12} \theta_1 \quad (1.4)$$

Teniendo en cuenta las ecs 1.3 y 1.4 y considerando que la deformación de la estructura será antisimétrica, se reduce el problema a la solución de la mitad del marco por distribución de momentos. En este proceso las rigideces de las traveses se calculan como $6IK$, las de las columnas como EK y el factor de transporte en

las columnas es -1.

El método se aplica en la fig 1.7a al marco de la fig 1.1. La rigidez de cada columna se obtuvo como la suma de rigideces de todas las columnas del entrepiso, y la rigidez de las traveses como $2 \times 6 = 12$ veces la suma de rigideces de las traveses en el nivel considerado (El coeficiente 6 toma en cuenta la rigidez modificada y el 2 toma en cuenta la rigidez de cada trabe en sus dos extremos).

La tabla que aparece en la fig 1.7a es idéntica a una distribución de momentos por el método de Cross, por lo que no merece explicación. Obsérvese solamente que los momentos de empotramiento se obtuvieron como el producto de la fuerza constante en cada entrepiso por la mitad de la altura correspondiente.

Calculados los momentos en la estructura simplificada, es necesario obtener elementos mecánicos en el marco original. Para ello se distribuyen los que se obtuvieron en aquella proporcionalmente a las rigideces de las piezas de éste. El resultado de la operación se consigna en el renglón 2 correspondiente a cada pieza en la fig 1.7b.

Puede verificarse que el equilibrio de cortante en cada entrepiso se satisface. No así el equilibrio de cada nudo, ya que la hipótesis de giros iguales de todos los nudos de un nivel no necesariamente es correcta. En los renglones 3-5 se lleva a cabo una distribución de momentos con los nudos fijos inicialmente. En el renglón 6 se anota el resultado final de esta distribución.

Al efectuar la distribución descrita se desequilibran las cortantes de entrepiso. Esto se observa al comparar los valores de EM para todas las columnas de un entrepiso con el producto h_n correspondiente. Los errores son tan pequeños en este caso que no justifican un refinamiento mayor; no obstante, los residuos que aquí se obtienen pueden considerarse como un nuevo sistema de cargas horizontales al cual puede aplicarse el mismo procedimiento.

Suponiendo las columnas articuladas en la cimentación

$$R_1 = \frac{24E}{h_1 \left[\frac{6h_1}{EK_{c1}} + \frac{2h_1 + h_2}{EK_{t1}} \right]} \quad (1.6)$$

Para el segundo entrepiso:

Suponiendo las columnas empotradas en la cimentación

$$R_2 = \frac{48E}{h_2 \left[\frac{4h_2}{EK_{c2}} + \frac{h_1 + h_2}{EK_{c1}} + \frac{h_1 + h_2}{EK_{t2}} + \frac{EK_{t1}}{12} \right]} \quad (1.7)$$

Suponiendo las columnas articuladas en la cimentación

$$R_2 = \frac{48E}{h_2 \left[\frac{4h_2}{EK_{c2}} + \frac{h_2 + h_1}{EK_{c2}} + \frac{2h_1 + h_2}{EK_{t1}} \right]} \quad (1.8)$$

Para entrepisos intermedios:

$$R_n = \frac{48E}{h_n \left[\frac{4h_n}{EK_{cn}} + \frac{h_n + h_{n-1}}{EK_{cm}} + \frac{h_n + h_0}{EK_{tn}} \right]} \quad (1.9)$$

En estas ecuaciones

- R_n = rigidez del entrepiso en cuestión
- K_{tn} = rigidez (I/L) de traveses del nivel sobre el entrepiso n
- K_{cn} = rigidez (I/L) de columnas del entrepiso n
- $m, n, 0$ = índices que identifican tres niveles consecutivos de abajo hacia arriba
- h_n = altura del entrepiso n.

La deducción de estas fórmulas y su ampliación para el caso de vigas de sección variable se presenta en la ref 7.

Para el marco de la fig 1.1 se tienen:

$$R_1 = \frac{48 \times 1500000}{600 \left[\frac{4 \times 650}{550} + \frac{600 \times 450}{500 + \frac{550}{12}} \right]} = 19026 \text{ kg/cm}$$

$$R_2 = \frac{48 \times 1500000}{450 \left[\frac{4 \times 450}{425} + \frac{600 \times 450}{500 + \frac{450}{12}} + \frac{450 \times 600}{500} \right]} = 20359 \text{ kg/cm}$$

$$R_3 = \frac{48 \times 1500000}{400 \left[\frac{4 \times 400}{275} + \frac{450 \times 400}{500} + \frac{400 \times 400}{375} \right]} = 18650 \text{ kg/cm}$$

$$R_4 = \frac{48 \times 1500000}{400 \left[\frac{4 \times 400}{100} + \frac{400 \times 400}{375} + \frac{400}{250} \right]} = 9122 \text{ kg/cm}$$

1.2 Métodos exactos

Aceptando las hipótesis de comportamiento elástico lineal, se puede considerar como exactos a los métodos matriciales. Estos métodos se clasifican en dos: de rigideces o de desplazamientos, y de flexibilidades o de las fuerzas; los nombres aluden a las cantidades que se consideran como incógnitas en el planteamiento del problema de análisis. Ambos métodos son aplicables a todo tipo de carga y en la literatura se presentan con bastante detalle (véanse por ejemplo las ref 8 y 9). Para marcos y estructuras de edificios, el método más adecuado es el de rigideces que, brevemente, se presenta a continuación con énfasis en los aspectos relacionados con cargas laterales.

1.2.1 Método de rigideces

Para ilustrar este procedimiento considérese la estructura de la fig 1.8a.

Grado de libertad es la potencialidad que tiene un nudo de moverse en forma independiente, en cierta dirección. En marcos los movimientos son giros o desplazamientos en los nudos como se muestra en la fig 1.8b. Si no se consideran las deformaciones axiales de las vigas y columnas los grados de libertad son solamente los seis primeros. Además, en este ejemplo particular, aprovechando la simetría, se puede reducir el problema a uno de 4 grados de libertad (fig 1.8c y d).

En primer lugar, se obtiene la matriz de rigideces de las piezas aisladas (vigas y columnas) que forman la estructura para los grados de libertad que les corresponden. En este caso las piezas tienen los grados de libertad mostrados en la fig 1.9a.

El elemento k_{ij} de una matriz K de rigideces es la fuerza o momento que se necesita aplicar a la estructura en el sentido del grado de libertad i para que se produzca un desplazamiento unitario en el sentido del grado de libertad j . El conjunto ordenado de los valores de k_{ij} constituye la matriz de rigideces. Las matrices de rigideces son cuadradas, simétricas y su tamaño es igual al número de grados de libertad.

Se deduce de la fig 1.9b que para las vigas, en este caso, se cumple

$$K = \frac{3EI_v}{L} \theta$$

si $\theta = 1$, de acuerdo con la definición dada, se tiene:

$$M = k_{11} = \frac{3EI_v}{L}$$

Como θ es el único grado de libertad, la matriz de rigideces es:

$$K_v = \left[\frac{3EI_v}{L} \right] \quad (1.9)$$

Para las columnas la matriz de rigideces se escribe:

$$\underline{K}_C = \begin{bmatrix}
 12 \frac{EI_C}{h^3} & -12 \frac{EI_C}{h^3} & -6 \frac{EI_C}{h^2} & -6 \frac{EI_C}{h^2} \\
 -12 \frac{EI_C}{h^3} & 12 \frac{EI_C}{h^3} & 6 \frac{EI_C}{h^2} & 6 \frac{EI_C}{h^2} \\
 -6 \frac{EI_C}{h^2} & 6 \frac{EI_C}{h^2} & 4 \frac{EI_C}{h} & 2 \frac{EI_C}{h} \\
 -6 \frac{EI_C}{h^2} & 6 \frac{EI_C}{h^2} & 2 \frac{EI_C}{h} & 4 \frac{EI_C}{h}
 \end{bmatrix} \quad \text{I} \\
 \text{II} \\
 \text{III} \\
 \text{IV}$$

(1.10)

Los números romanos corresponden a la numeración dada a los grados de libertad en la fig 1.9a. En la fig 1.9c se ilustra como obtener las columnas I y III de la matriz dada por 1.10. Las expresiones 1.9 y 1.10 sirven para calcular las matrices de rigideces de las vigas y las columnas del ejemplo aquí presentado, empleando los valores correspondientes de I_y , I_z , de l , de I_C (I_1 o I_2) y de h .

La matriz de rigideces de la estructura original es de 6 x 6, y la de la estructura reducida es de 4 x 4. Se obtienen sumando los términos de las matrices de rigideces de los elementos en los lugares que les corresponden, de acuerdo con la numeración de los grados de libertad; esta forma de proceder se denomina método directo de rigideces y se presenta detalladamente en la ref 10. En este ejemplo se llega a:

$$\underline{K} = \begin{bmatrix}
 \frac{12EI_1}{H^3} & -\frac{12EI_1}{H^3} & -\frac{6EI_1}{H^2} & -\frac{6EI_1}{H^2} \\
 \left(\frac{12EI_1}{H^3} + \frac{12EI_2}{H^3}\right) & \frac{6EI_1}{H^2} & \frac{6EI_1}{H^2} - \frac{6EI_2}{H^2} \\
 \left(\frac{4EI_1}{H} + \frac{3EI_2}{L}\right) & \frac{2EI_1}{H} \\
 \left(\frac{4EI_2}{H} + \frac{4EI_1}{H} + \frac{3EI_2}{L}\right)
 \end{bmatrix}$$

simétrica

Como $I_1 = I$, $I_2 = 2I$, y suponiendo, por sencillez, que $L = 1.5H$ queda:

$$\underline{K} = \frac{EI}{H} \begin{bmatrix}
 \frac{12}{H^2} & -\frac{12}{H^2} & -\frac{6}{H} & -\frac{6}{H} \\
 \left(\frac{12}{H^2} + \frac{12 \times 2}{H^2}\right) & \frac{6}{H} & \frac{6}{H} - \frac{6 \times 2}{H} \\
 \left(4 + \frac{3 \times 2}{1.5}\right) & 2 \\
 \left(4 + 4 \times 2 + \frac{3 \times 2}{1.5}\right)
 \end{bmatrix}$$

simétrica

o también

$$\underline{K} = \frac{EI}{H} \begin{bmatrix}
 \frac{12}{H^2} & -\frac{12}{H^2} & -\frac{6}{H} & -\frac{6}{H} \\
 -\frac{12}{H^2} & \frac{36}{H^2} & \frac{6}{H} & -\frac{6}{H} \\
 -\frac{6}{H} & \frac{6}{H} & 8 & 2 \\
 -\frac{6}{H} & -\frac{6}{H} & 2 & 16
 \end{bmatrix}$$

(1.11)

Las cargas son momentos y fuerzas aplicados en los nodos y se numeran en concordancia con la numeración de los grados de libertad. Se define así el vector de cargas \underline{F} que para el ejemplo tratado resulta:

$$\underline{F} = \begin{bmatrix} F_1 \\ F_2 \\ M_3 \\ M_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} P \\ 0.5P \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (1.12)$$

Los desplazamientos, arreglados en el mismo orden, constituyen el vector de desplazamientos \underline{r} :

$$\underline{r} = \begin{bmatrix} r_1 \\ r_2 \\ r_3 \\ r_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \delta_1 \\ \delta_2 \\ \theta_3 \\ \theta_4 \end{bmatrix}$$

Para conocer \underline{r} es necesario resolver el sistema de ecuaciones lineales siguientes:

$$\underline{K} \underline{r} = \underline{F}$$

que, en este caso, en forma desarrollada, se escribe:

$$\frac{EI}{H} \begin{bmatrix} \frac{12}{H^2} & \frac{12}{H^2} & \frac{6}{H} & \frac{6}{H} \\ -\frac{12}{H^2} & \frac{36}{H^2} & \frac{6}{H} & \frac{6}{H} \\ \frac{6}{H} & \frac{6}{H} & 8 & 2 \\ -\frac{6}{H} & -\frac{6}{H} & 2 & 16 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta_1 \\ \delta_2 \\ \theta_3 \\ \theta_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} P \\ 0.5P \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (1.13)$$

Este sistema se puede resolver por cualquier método, aunque ahora conviene hacerlo como sigue:

Definanse las siguientes matrices y vectores:

$$\underline{K}_{\delta\delta} = \frac{EI}{H} \begin{bmatrix} \frac{12}{H^2} & \frac{12}{H^2} \\ -\frac{12}{H^2} & \frac{36}{H^2} \end{bmatrix}; \quad \underline{K}_{\delta\theta} = \frac{EI}{H} \begin{bmatrix} \frac{6}{H} & \frac{6}{H} \\ \frac{6}{H} & -\frac{6}{H} \end{bmatrix};$$

$$\underline{K}_{\theta\theta} = \frac{EI}{H} \begin{bmatrix} 8 & 2 \\ 2 & 16 \end{bmatrix}; \quad \underline{\delta} = \begin{bmatrix} \delta_1 \\ \delta_2 \end{bmatrix}; \quad \underline{\theta} = \begin{bmatrix} \theta_3 \\ \theta_4 \end{bmatrix}; \quad (1.14)$$

$$\underline{P} = \begin{bmatrix} P \\ 0.5P \end{bmatrix}; \quad \underline{Q} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Así la expresión 1.13 se puede escribir:

$$\begin{bmatrix} \underline{K}_{\delta\delta} & \underline{K}_{\delta\theta} \\ \underline{K}_{\theta\delta} & \underline{K}_{\theta\theta} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \underline{\delta} \\ \underline{\theta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \underline{P} \\ \underline{Q} \end{bmatrix}$$

efectuando el producto del primer miembro

$$\underline{K}_{\delta\delta} \underline{\delta} + \underline{K}_{\delta\theta} \underline{\theta} = \underline{P} \quad (1.15)$$

$$\underline{K}_{\theta\delta} \underline{\delta} + \underline{K}_{\theta\theta} \underline{\theta} = \underline{Q} \quad (1.16)$$

de 1.16 se obtiene:

$$\underline{\theta} = -\underline{K}_{\theta\theta}^{-1} \underline{K}_{\theta\delta} \underline{\delta} \quad (1.17)$$

y reemplazando en 1.15 queda:

$$(\underline{K}_{66} - \underline{K}_{60} \underline{K}_{00}^{-1} \underline{K}_{06}^T) \underline{\delta} = \underline{P} \quad (1.18)$$

este procedimiento se conoce como *condensación estática* y nótese que la matriz de rigideces de 4×4 se redujo a la siguiente de 2×2 :

$$\underline{K}_{66}^* = \underline{K}_{66} - \underline{K}_{60} \underline{K}_{00}^{-1} \underline{K}_{06}^T \quad (1.19)$$

\underline{K}_{60}^* se denomina *matriz de rigideces lateral*, porque está referida solamente a los desplazamientos laterales, el término \underline{K}_{66} es la parte que en la matriz original corresponde a dichos desplazamientos y el resto incluye las modificaciones debidas a que los demás grados de libertad asumen valores diferentes de cero; la expresión 1.18 se convierte en:

$$\underline{K}_{66}^* \underline{\delta} = \underline{P} \quad (1.20)$$

(matriz de rigideces lateral) \times (desplazamientos laterales) = (cargas laterales)

A continuación se calcula \underline{K}_{66}^* ejecutando las operaciones matriciales de la expresión 1.19.

$$\underline{K}_{00}^{-1} = \frac{H}{62EI} \begin{bmatrix} 8 & -1 \\ -1 & 4 \end{bmatrix}; \quad \underline{K}_{06}^{-1} \underline{K}_{06}^T = \frac{3}{31H} \begin{bmatrix} -7 & 9 \\ -3 & -5 \end{bmatrix}$$

$$\underline{K}_{60} \underline{K}_{00}^{-1} = \frac{18EI}{31H^2} \begin{bmatrix} 10 & -4 \\ -4 & 14 \end{bmatrix}$$

$$\underline{K}_{66}^* = \frac{12EI}{H^2} \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 3 \end{bmatrix} - \frac{18EI}{31H^2} \begin{bmatrix} 10 & -4 \\ -4 & 14 \end{bmatrix}$$

$$\underline{K}_{66}^* = \frac{12EI}{31H^2} \begin{bmatrix} 16 & -25 \\ -25 & 72 \end{bmatrix}$$

De la expresión 1.20 se deduce que: $\underline{\delta} = \underline{K}_{66}^{*^{-1}} \underline{P}$, es decir:

$$\begin{bmatrix} \delta_1 \\ \delta_2 \end{bmatrix} = \frac{31H^2}{6324EI} \begin{bmatrix} 72 & 25 \\ 25 & 16 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} P \\ 0.5P \end{bmatrix} = \frac{PH^2}{204EI} \begin{bmatrix} 84.5 \\ 33.0 \end{bmatrix}$$

$$\delta_1 = \frac{84.5PH^2}{204EI} = 0.41422 \frac{PH^2}{EI} \quad (3.21)$$

$$\delta_2 = \frac{33PH^2}{204EI} = 0.16176 \frac{PH^2}{EI}$$

Conocido $\underline{\delta}$, con la expresión 1.17 se puede calcular $\underline{0}$; notando que ya se ha efectuado el producto $\underline{K}_{06}^{-1} \underline{K}_{06}^T$ al valor \underline{K}_{66}^* . Así se obtiene:

$$\begin{bmatrix} \theta_1 \\ \theta_2 \end{bmatrix} = \frac{PH^2}{2108EI} \begin{bmatrix} 294.5 \\ 410.5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.13971 \frac{PH^2}{EI} \\ 0.19853 \frac{PH^2}{EI} \end{bmatrix} \quad (1.22)$$

Los elementos mecánicos de cada uno de las vigas y columnas, se calculan ahora como el producto de la matriz de rigideces de la pieza correspondiente por los respectivos desplazamientos, todos ya conocidos.

Para la viga del primer nivel:

$$\underline{K}_v = \frac{3EI_v}{L} = \frac{3E \times 21}{1.5H} = \frac{4EI}{H}$$

el desplazamiento que corresponde es el giro θ_1 , entonces:

$$\underline{M} = \underline{K}_v \underline{\theta}_1 = \left(\frac{4EI}{H} \right) \left(0.13971 \frac{PH^2}{EI} \right) = 0.794PH$$

Para la columna del primer piso:

$$K_c = \begin{bmatrix} \frac{24EI}{H^3} & \frac{24EI}{H^3} & \frac{12EI}{H^2} & \frac{12EI}{H^2} \\ \frac{24EI}{H^3} & \frac{24EI}{H^3} & \frac{12EI}{H^2} & \frac{12EI}{H^2} \\ \frac{12EI}{H^2} & \frac{12EI}{H^2} & \frac{8EI}{H} & \frac{4EI}{H} \\ \frac{12EI}{H^2} & \frac{12EI}{H^2} & \frac{4EI}{H} & \frac{8EI}{H} \end{bmatrix} \quad (1.23)$$

Los números romanos se refieren al orden de los grados de libertad de la columna (fig 1.9a) los mismos que, según la fig 1.8 y las ec 1.21 y 1.22, valen:

$$\begin{matrix} I \\ II \\ III \\ IV \end{matrix} \begin{bmatrix} \delta_2 \\ 0 \\ \theta_c \\ 0 \end{bmatrix} = \frac{PH^2}{EI} \begin{bmatrix} 0.16176H \\ 0 \\ 0.19853 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Efectuando el producto K_c por los desplazamientos se obtienen los momentos M y fuerzas cortantes V (a un giro le corresponde un momento y a un desplazamiento, una fuerza cortante). Se llega a:

$$\begin{bmatrix} V_I \\ V_{II} \\ M_{III} \\ M_{IV} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 24 \times 0.16176 P & - & 12 \times 0.19853 P \\ - 24 \times 0.16176 P & + & 12 \times 0.19853 P \\ - 12 \times 0.16176 PH & + & 8 \times 0.19853 PH \\ - 12 \times 0.16176 PH & + & 4 \times 0.19853 PH \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1.50P \\ -1.50P \\ -0.35PH \\ -1.15PH \end{bmatrix}$$

Se puede verificar fácilmente que estos elementos mecánicos están en equilibrio.

V_{II} y M_{IV} son las reacciones en la base, y la fuerza cortante vale 1.5P, lo cual puede deducirse por inspección de la estructura.

La fig 1.10 presenta la solución del marco de la fig 1.1 mediante el método de rigideces. No se consideraron los efectos de alargamiento y acortamiento de los miembros, para que los resultados sean comparables a los de métodos aproximados.

1.3 Comentarios

Cada método que se ha presentado tiene características que lo hacen adecuado para resolver cierto tipo de problema, por tanto se hacen notar las ventajas e inconvenientes que cada uno ofrece.

1.3.1 Métodos aproximados

Estos métodos son aplicables solamente a marcos en los que las dimensiones relativas de las piezas sean tales que las cargas laterales produzcan puntos de inflexión en las columnas. Blume (ref 11), luego de analizar varios marcos, ha propuesto como parámetro para determinar si las vigas tienen rigidez suficiente para lograr lo anterior, la relación

$$p = \frac{E_c I_c / L_c}{E_v I_v}$$

I es el momento de inercia de una pieza y L , su longitud; los subíndices v y c indican viga y columna, respectivamente; las sumas se refieren a todas las vigas y columnas de un entrepiso. Blume denomina índice de rotación de nudo a p , y sugiere que se calcule para el entrepiso intermedio. Si las columnas o vigas cambian en dicho entrepiso, propone que se tomen valores promedio; según Blume si $p > 0.1$ se formarán puntos de inflexión en las columnas.

Para el marco de la fig 1.1 hay que valorar ρ con valores promedio para las columnas de los entrepisos segundo y tercero, así:

$$\rho = \frac{(5+5+5)/4}{\frac{1}{2} \left(\frac{2+3+4+2}{4} + \frac{3.375+4.5+5.625+3.375+2.25}{4.5} \right)} = 1.43 > 0.1$$

Los métodos aproximados son además aplicables sólo si son despreciables los efectos de alargamiento y acortamiento de columnas producidos por las cargas axiales; la ref 12 considera que esto puede hacerse cuando la relación altura sobre ancho del marco sea igual o menor que 3. McLeod (ref 13) presenta expresiones y gráficas que permiten estudiar las deformaciones en los extremos superiores de marcos regulares tanto por flexión, I_B , como por alargamiento y acortamiento de columnas, I_A , y sugiere que si I_A/I_B es menor que 0.05, se pueden despreciar los efectos de las cargas axiales, para el cálculo de la rigidez total del marco, como en elementos mecánicos los efectos son menores que en la rigidez, se pueden aceptar límites mayores.

Los métodos de Bowman y del factor pueden aplicarse al análisis definitivo de marcos regulares y de dimensiones moderadas. El de Bowman presenta incongruencias en cuanto a la distribución de la fuerza cortante que se asigna a cada crujía, ya que toma en cuenta sólo la rigidez de las trabes superiores del entrepiso analizado. Esto puede producir errores importantes en casos extremos de variación de rigidez de trabes de dos niveles consecutivos.

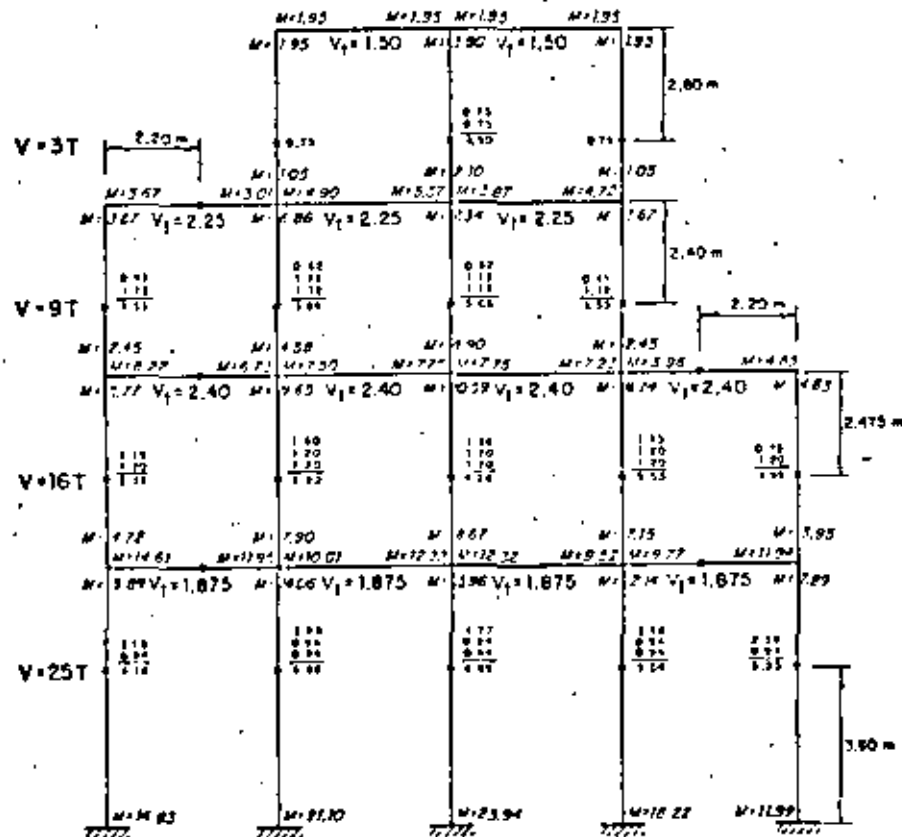
El método del factor puede considerarse como un intermedio entre los métodos aproximados y los exactos. Es sencillo de aplicar y toma en cuenta todas las variables importantes. Sin embargo, dadas sus hipótesis, en estructuras cuyas rigideces estén distribuidas muy irregularmente (por ejemplo cuando se tienen trabes sumamente flexibles o columnas de muy diversas rigideces en un mismo entrepiso) los resultados pueden diferir grandemente de los calculados por análisis más refinados. El método tiene la ventaja de que las operaciones necesarias para calcular las rigideces de entrepiso se emplean también en el análisis.

En su aplicación al cálculo de rigideces, el método del factor es en general menos preciso que el consistente en aplicar las fórmulas de Wilbur, a pesar

de su mayor complicación. Ello se debe a que es bastante preciso el valor del giro medio de los nudos de un mismo nivel que proporcionan las expresiones que sirven para derivar dichas fórmulas, para lo cual no se requiere además suponer igualdad de distorsiones laterales en entrepisos consecutivos como en las del factor.

El método combinado de Grinier-Isao-Cross, demostró ser el más práctico en el marco analizado en este manual y en otro que se analiza en la ref 2. No se tiene otra experiencia sobre su eficacia, pero parece razonable esperar comportamiento satisfactorio en la mayoría de los casos usuales.

Entre los ingenieros estructurales han tenido gran difusión métodos manuales más precisos aunque también más laboriosos, como el de Cross, el de Xani y otros. Todos tienen el inconveniente de que tampoco consideran los efectos de cargas axiales en las columnas; y han ido perdiendo vigencia por el cada vez mayor uso de computadoras y minicomputadoras, con las que se emplean los métodos matriciales. Para quienes se interesan aún en estos métodos se sugiere revisar la presentación y los comentarios hechos en la ref 2.



Nota. Todos los momentos en los traves son negativos

Distribución de corrientes

Primer entrapiso

$V = 25$ ton

$$V_c = \frac{4-0.5}{4+1} \times 25 = 17.5$$

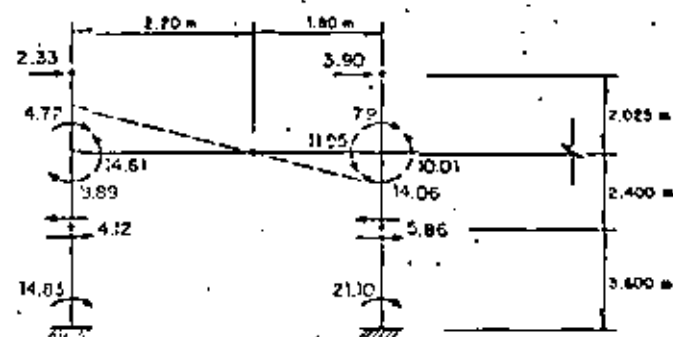
$$V_l = 25 - 17.5 = 7.5$$

Segundo entrapiso

$V = 16$ ton

$$V_c = \frac{4-2}{4+1} \times 16 = 6.4$$

$$V_l = 16 - 6.4 = 9.6$$



Momentos en ton-m

$$4.12 \times 2.4 = 9.89$$

$$4.12 \times 3.6 = 14.83$$

$$14.61 \times 1.80 / 2.20 = 11.95$$

$$3.90 \times 2.025 = 7.9$$

$$14.06 + 7.9 = 11.95 + 10.01$$

$$2.33 \times 2.025 = 4.72$$

$$9.89 \times 4.72 = 14.61$$

$$5.86 \times 2.40 = 14.06$$

Fig. 1.3 Aplicación del método de Bowman al marco de la fig. 1.1

Fig. 1.4 Algunas operaciones para explicar ciertos resultados de la fig. 1.3

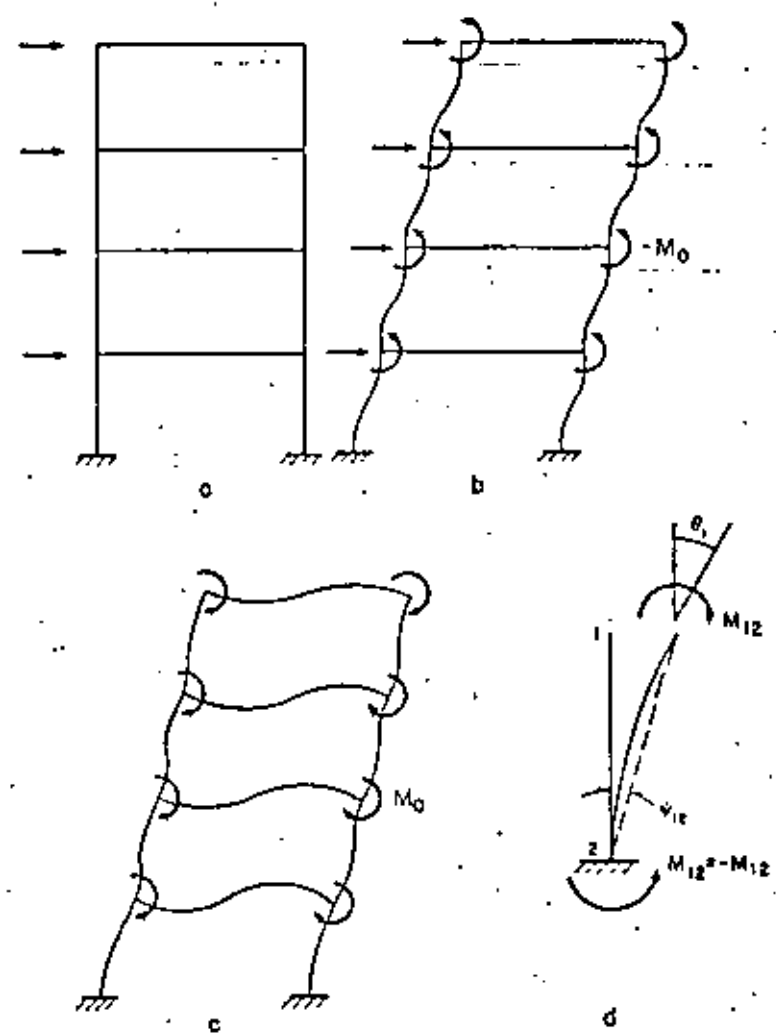
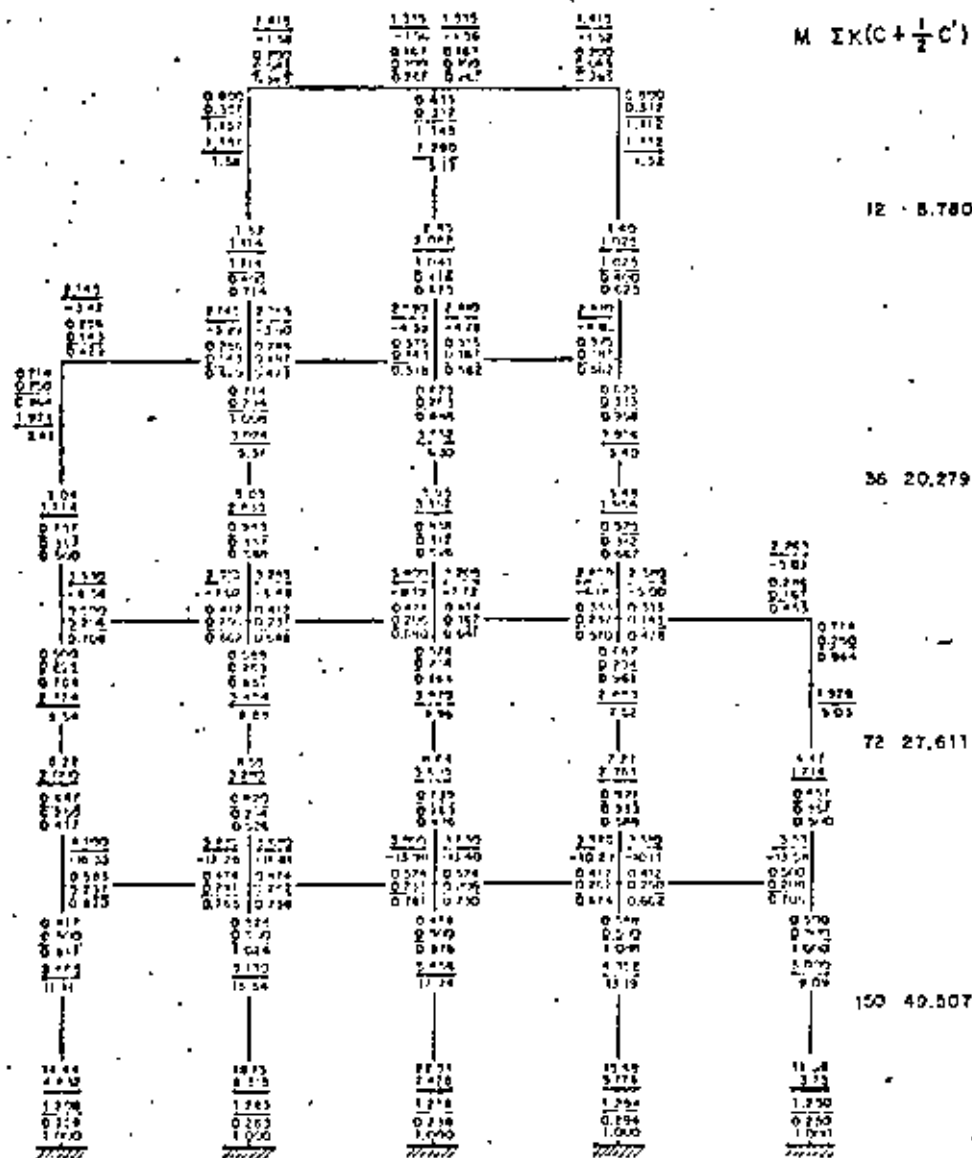
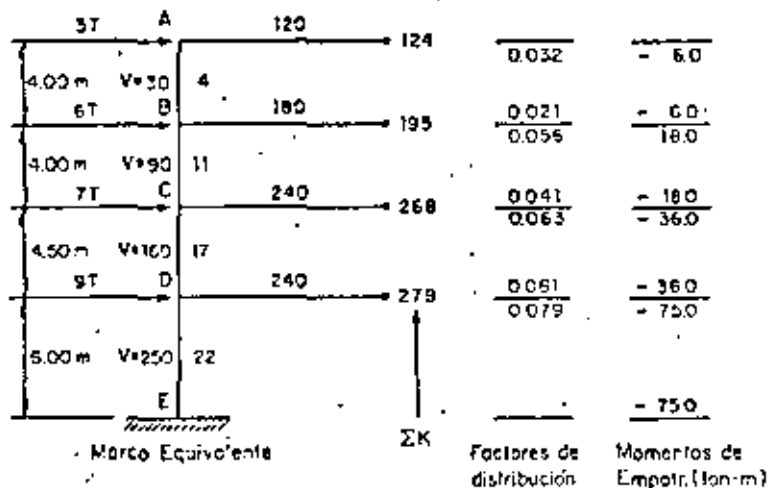


Fig 1.5 Aplicación del método del factor al marco de la fig 1.1

Fig 1.6 Metodo de Grinter - Tsoo



MIEMBRO	AB	BA	BC	CB	CD	DC	DE	ED
FACTORES DE DISTRIBUCION	0.032	0.021	0.056	0.041	0.063	0.061	0.079	—
MOMENTOS EN LOS NUDOS BALANCEO	-60	-60	-180	-180	-360	-360	-750	-750
TRANSPORTE BALANCEO	-50	-20	-22.0	-130	-680	-340	—	-88.0
TRANSPORTE	0	+10	+1.0	+3.0	+5.0	+2.0	+3.0	—
MOMENTOS EN LAS COLUMNAS	-64	-56	-191	-169	-391	-329	-659	-841
MOMENTOS EN LAS TRABES	+64	+247	+560	+988	—	—	—	—

Fig 1.7 a Aplicación del método de Grinter-Tsoo al marco de la fig. 1.1

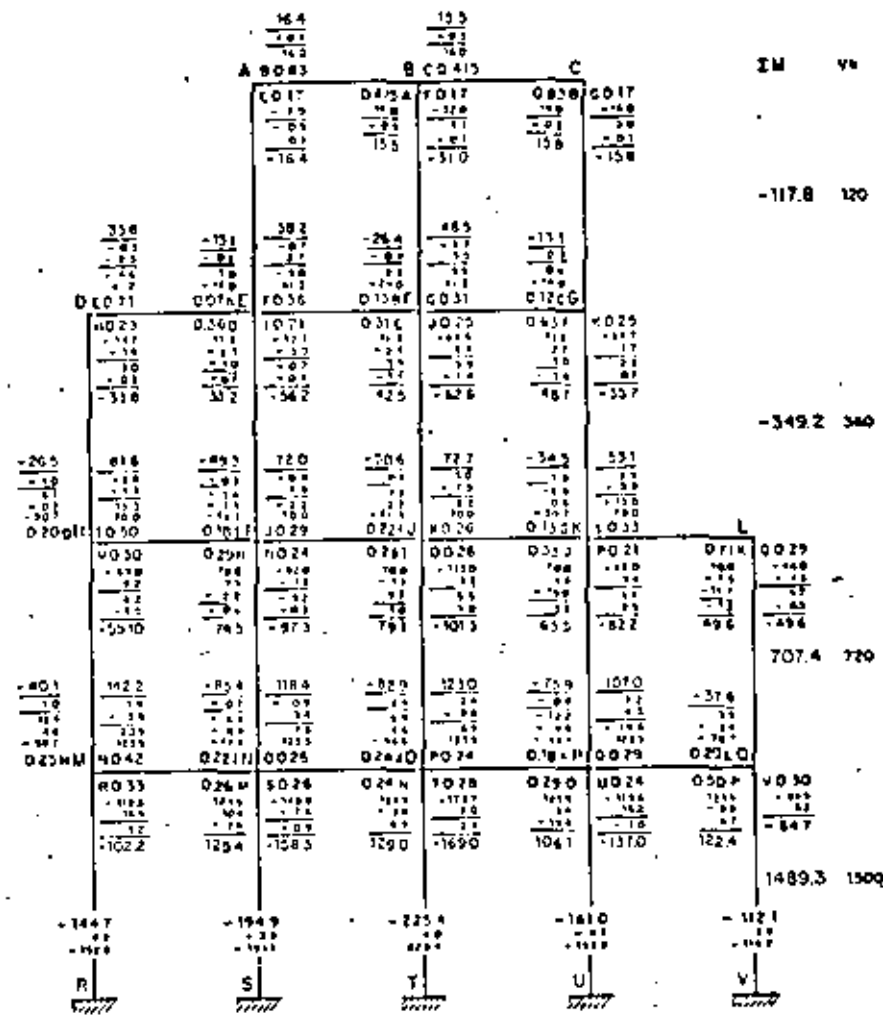


Fig 1.7 b Aplicación del método de Grinter-Tsoo al marco de la fig. 1.1

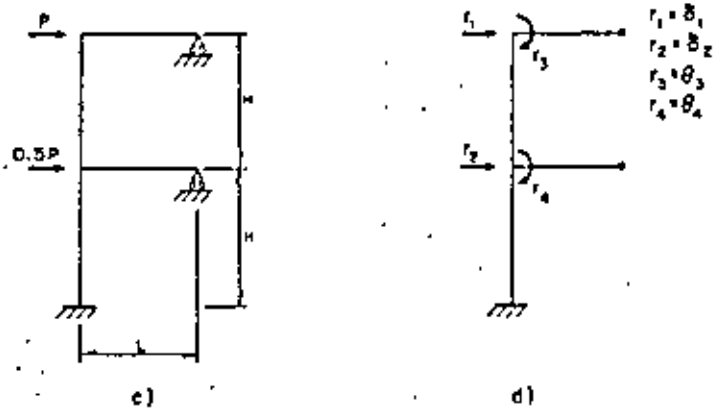
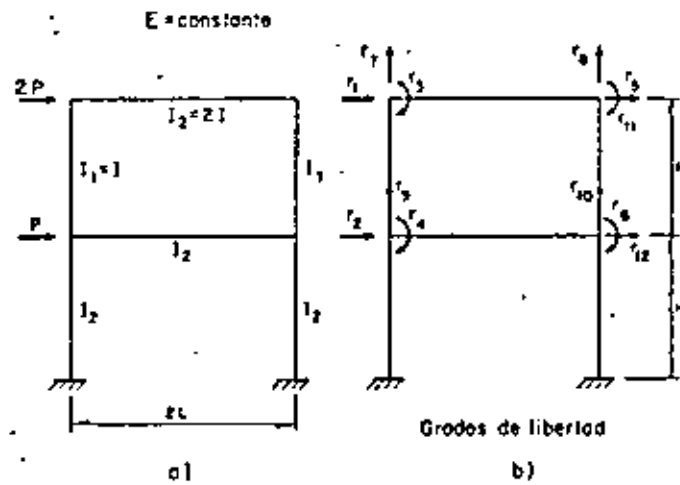


Fig 1.8 Marco empleado para ilustrar el método de rigideces

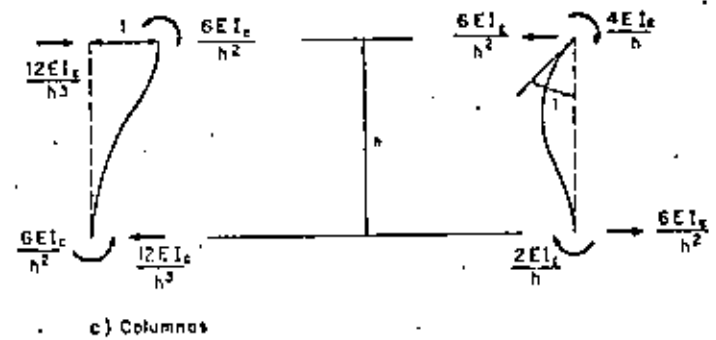
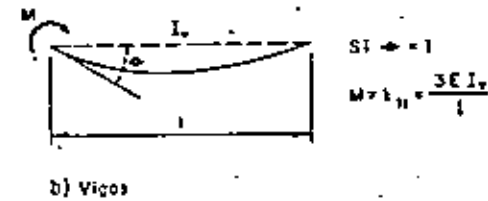
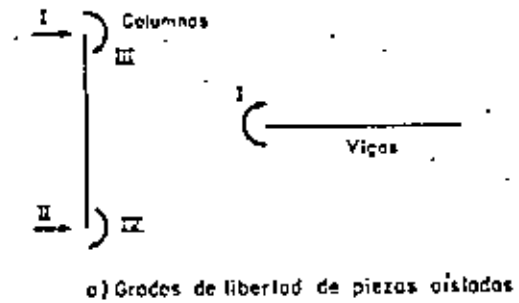


Fig 1.9 Elementos de la matriz de rigideces de vigas y columnas

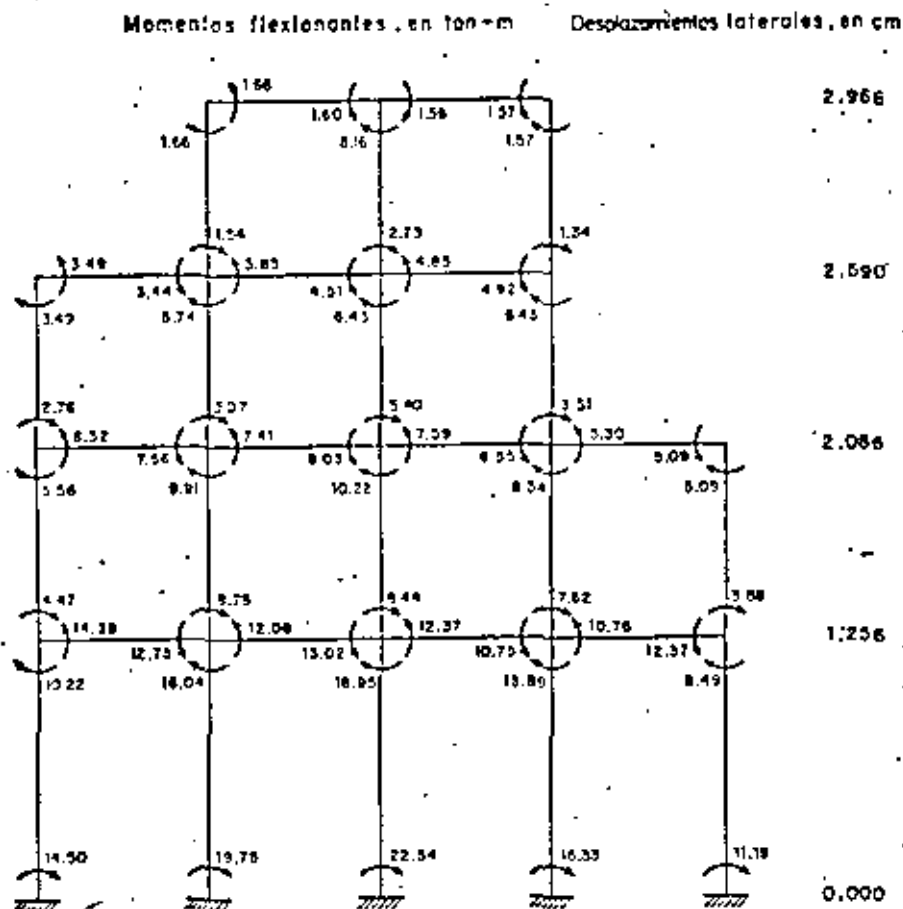


Fig 1.10 Resultados obtenidos aplicando el método de rigideces al marco de la fig 1.1

2. MUROS SUJETOS A FUERZAS LATERALES

En muchos casos prácticos para dar a los edificios rigidez y resistencia suficientes ante cargas laterales se recurre al uso de muros, normalmente combinados con marcos rígidos. En esta sección se describen métodos aproximados y exactos que sirven para estimar rigideces y elementos mecánicos en este tipo de sistema estructural.

2.1 Métodos aproximados

2.1.1 Muros anchos

En muros de sección rectangular cuya altura total no exceda un tercio de su longitud y cuya base se halla aproximadamente empotrada, las deformaciones por flexión pueden ascender a 10 ó 15 por ciento del total, o aún menos, dependiendo de las condiciones en los otros tres bordes. Si esta contribución se juzga despreciable, puede calcularse la rigidez de entrepiso tomando en cuenta solamente las deformaciones debidas a cortante. Es entonces aplicable la fórmula

$$R = eGL/h$$

(2.1)

donde

- R = rigidez
- G = módulo de rigidez efectivo del muro
- e = espesor del muro
- L = longitud del muro
- h = altura del entrepiso donde se calcula la rigidez

En general para muros con sección diferentes de la rectangular la rigidez de entrepiso está dada por

$$R = GA/h$$

donde

- A = es el área efectiva de cortante; en el caso de muros con columnas o con muros perpendiculares en sus extremos se puede considerar A igual al área del alma del muro.

2.1.2 Muros esbeltos

En estos sistemas tienen importancia tanto las deformaciones por esfuerzo normal debido a flexión como las provenientes de fuerzas cortante. Por ello, las rigideces dependen de la distribución de fuerzas horizontales. Además, la interacción con los marcos de la estructura altera la rigidez, principalmente en los entrepisos superiores.

Para analizar un edificio de acuerdo con el criterio que se propone en el capítulo siguiente es necesario conocer la rigidez antes de obtener la distribución de las fuerzas horizontales, pero aquélla es a su vez función de esta última. Por consiguiente, en general será necesario proceder por iteración (ref 14 y 15).

2.1.3 Método de Khan y Sbarounis

La versión más simple del método propuesto por estos autores (ref 15) consiste en sustituir una estructura como la de la fig 2.1 por otra equivalente reducida que se esquematiza en la fig 2.2, en la cual el sistema W representa al muro o muros de rigidez; el momento de inercia de este sistema, en cualquier piso, es la suma de los momentos de inercia de todos los muros de rigidez representados. El sistema F (marcos) incluye a las columnas, vigas y losas que contribuyan a la rigidez lateral. Las rigideces (inercia/longitud) de las columnas (S_c) y vigas (S_b) son la suma de las rigideces de todos los elementos correspondientes en la estructura.

Los sistemas W y F se consideran ligados por barras horizontales de rigidez axial infinita, y de rigidez a flexión nula, de forma tal que los desplazamientos laterales de ambos sistemas son iguales, pero no los giros.

Khan y Sbarounis proponen que las cargas laterales externas se apliquen en su totalidad al sistema W como si estuviese aislado, y se calculan los desplazamientos laterales así provocados; se pueden incluir las deformaciones debidas a cortante. Luego se suponen unos desplazamientos laterales para el sistema F; a menos que se cuente con una mejor suposición, éstos serán iguales a los calculados para el sistema W. Por medio de distribución de momentos se pueden conocer los elementos mecánicos generados por los desplazamientos supuestos y las reacciones sobre el sistema W. Se calculan enseguida las modificaciones que producen estas reacciones, aplicándolos al sistema W, nuevamente aislado. Se comparan los desplazamientos de ambos sistemas y se repite el procedimiento hasta que dichos desplazamientos sean iguales dentro de cierta tolerancia.

Las fuerzas finales en los distintos muros representados en el sistema W, son proporcionales a los momentos de inercia y, conocidos los desplazamientos en los marcos representados en el sistema F, se pueden determinar sus elementos mecánicos con aplicar una sola vez distribución de momentos.

Cuando los marcos toman una parte significativa de las cargas totales el método expuesto puede requerir de varios ciclos y por tanto ser muy

laborioso; por dicho motivo los autores presentan gráficas dando valores de los desplazamientos del conjunto W-F en términos del desplazamiento del muro en su extremo superior. Estas gráficas se reproducen en las fig 2.3 a 2.9. Para entrar a ellas las cantidad S_3/S_c debe calcularse mediante la fórmula

$$\frac{S_3}{S_c} = \frac{\sum E_s I_s}{\sum E_c I_c} \left(\frac{10}{H} \right)^2 \quad (2.2)$$

donde E_s e I_s son, respectivamente, el módulo de elasticidad y el momento de inercia del sistema W. E_c e I_c son los correspondientes valores de las columnas del sistema F, y H es el número de pisos de la estructura.

Según la ref 15, se puede hacer una corrección de convergencia, consistente en emplear como valor inicial para el desplazamiento $\Delta_{11}(n+1)$ en el piso 1, en el ciclo $n+1$, el dado por la expresión

$$\Delta_{11}(n+1) = \Delta_{11}(n) + \frac{\Delta_{ei}(n) - \Delta_{11}(n)}{1 + \frac{\Delta_{11} - \Delta_{ei}(n)}{\Delta_{11}(n)}} \quad (2.3)$$

$\Delta_{11}(n)$ es el desplazamiento inicial del piso 1 en el ciclo n. $\Delta_{ei}(n)$ es el correspondiente desplazamiento al final de dicho ciclo, y Δ_{11} es el desplazamiento del sistema W, también en el nivel 1, cuando se lo somete a las cargas totales como si estuviese aislado.

Como una variante para simplificar el método, al calcular las fuerzas cortantes en el sistema F, se pueden emplear las fórmulas de Wilbur, en vez de efectuar distribución de momentos. Esta última se puede hacer cuando ya hayan convergido los desplazamientos y en el marco completo, no en el equivalente, para hacer un ajuste final.

Como ejemplo de aplicación se ha analizado la estructura de la fig 2.1 con los datos adicionales dados en la fig 2.2. En todos los cálculos se han empleado como unidades metros y toneladas. Se tiene

$$I_b = 0.25 \times 0.50^3 / 12 = 0.002604$$

$$I_c = 0.40^3 / 12 = 0.002133$$

$$I_m = 0.15 \times 4^3 / 12 = 0.8$$

$$S_b = \frac{12 I_b}{5} + \frac{I_b}{4} = 0.005859$$

$$S_c = \frac{14 I_c}{3} = 0.009954$$

$$I_s = 2 I_m = 1.60$$

$$S_c / S_b = 1.70$$

$$\frac{S_3}{S_c} = \frac{1.60}{14 \times 0.002133} \left(\frac{10}{5} \right)^2 = 214 \text{ (ver expresión 2.2)}$$

Las operaciones efectuadas se resumen en la tabla 2.1. En primer lugar se han calculado, con el método de la viga conjugada, los desplazamientos Δ_i del muro sujeto a las cargas totales; en particular el desplazamiento del piso superior Δ_4 resulta 0.0149 m. Luego se han obtenido los rigideces de entrepiso mediante las fórmulas de Wilbur, las mismas se dan en la columna R_i (se han incluido en su cálculo todas las vigas y columnas de los tres marcos).

En el primer ciclo se han usado las fig 2.3 y 2.4, para estimar los valores de Δ_{11}/S_3 . Como Δ_4 es conocido, se calculan enseguida los Δ_{11} , con los cuales se determinan los desplazamientos de entrepiso δ_i , y, multiplicando estos por las rigideces de entrepiso correspondientes, las fuerzas cortantes en el sistema F, V_{f1} . Las fuerzas cortantes que obran sobre el muro V_{m1} son iguales a las cortantes totales V_{t1} menos las respectivas V_{f1} . Conocidas las V_{m1} se pueden calcular los desplazamientos Δ_{ei} que las mismas producen en el muro. Se comparan los Δ_{ei} con los Δ_{11} para ver si son suficientemente parecidos. En este ejemplo el primer ciclo no da resultados satisfactorios, por lo que hay que seguir iterando.

Para iniciar el segundo ciclo se ha usado el criterio de convergencia dado por la expresión 2.3, como se ilustra en detalle en la tabla 2.1. Los resultados son nuevos valores de Δ_{11} , con los que se vuelven a ejecutar los pasos descritos en el ciclo 1. De igual manera se ha procedido en los ci-

los 3 y 4, es decir aplicando en cada ciclo el criterio de convergencia mencionado. Se encontró convergencia en el cuarto ciclo, y se aceptó que no es necesario efectuar más iteraciones puesto que los desplazamientos iniciales y finales difieren a los más en 6,6 por ciento. Como valores finales Δ_{fj} se considerará a los que resulten del criterio de convergencia con los datos del último ciclo; se obtiene:

$$\Delta_{f_1} = 0.0244$$

$$\Delta_{f_2} = 0.0179$$

$$\Delta_{f_3} = 0.0118$$

$$\Delta_{f_4} = 0.0063$$

$$\Delta_{f_5} = 0.0018$$

Estos resultados dan lugar a las siguientes fuerzas cortantes en los sistemas W (V_{m1}) y F (V_{f1}):

$$V_{f_1} = 8754 (0.0244 - 0.0179) = 56.90; V_{m_1} = 50 - 56.90 = -6.90$$

$$V_{f_2} = 7376 (0.0179 - 0.0118) = 44.99; V_{m_2} = 90 - 44.99 = 45.01$$

$$V_{f_3} = 7376 (0.0118 - 0.0063) = 40.57; V_{m_3} = 120 - 40.57 = 79.43$$

$$V_{f_4} = 6373 (0.0063 - 0.0018) = 28.68; V_{m_4} = 140 - 28.68 = 111.32$$

$$V_{f_5} = 11414 (0.0018) = 20.55; V_{m_5} = 150 - 20.55 = 129.45$$

La solución del problema ilustrado en la fig 2.2 se ha encontrado también con computadora, usando el método de la columna ancha que se explica más adelante en este capítulo. Los desplazamientos resultantes son, de arriba hacia abajo, 0.0240, 0.0178, 0.0117, 0.0060 y 0.0018, que prácticamente coinciden con los calculados con el método aquí ilustrado. Las fuerzas cortantes en el sistema W, obtenidas con computadora, son, también de arriba hacia abajo, -6.41, 45.25, 76.55, 105.03 y 134.28, nuevamente muy similares a las que conduce el método de Khan y Sbarounis. Esto es indicio de que la forma en que se ha aplicado el método es bastante buena.

En este ejemplo no se han incluido las deformaciones por cortante en el cálculo de desplazamientos, pero, a más de que en este caso no fueron significativas, esto no afecta la ilustración del método porque, de ser necesario, bastaría

sumar a los desplazamientos debidos a flexión aquí calculados los provenientes de cortante, en cada iteración. En el cálculo de fuerzas cortantes y en la aplicación del criterio de convergencia no se produce cambio alguno.

En la ref 15 se presentan además gráficas que permiten estimar las fuerzas cortantes en los sistemas W y F, en función de los parámetros S_c/S_b y S_s/S_c .

Se ha encontrado, también con computadora, la solución a la estructura completa, como se muestra en la fig 2.1. De arriba hacia abajo los desplazamientos resultaron 0.0203, 0.0152, 0.0101, 0.0053 y 0.0026, y la suma de fuerzas cortantes en los muros, 6.14, 54.97, 84.8, 111.8 y 136.9. Las diferencias con los valores obtenidos con el método de Khan y Sbarounis se deben al uso de la estructura equivalente, sin embargo el método da una idea bastante buena de como se distribuyen los cortantes entre muro y marco en cada piso.

2.1.4 Fórmula de McLeod

En la ref 13, McLeod presenta un procedimiento que permite estimar la fuerza cortante y el desplazamiento lateral máximos de sistemas marco-muro, así como el momento de volteo en la base de los muros, a partir de suponer que muro y marco están conectados solo en sus extremos superiores.

Para cargas laterales con distribución triangular, la fórmula que proporciona la fuerza que une muro y marco, P, es:

$$P = \frac{11}{20} \frac{EX_F}{EK_F + IK_M} \quad (2.4)$$

donde K_F es la rigidez lateral del marco, entendida como la fuerza concentrada en el extremo superior del marco que produce un desplazamiento lateral unitario en su línea de acción. K_M es la rigidez del muro definida en el mismo sentido y W es la carga lateral total aplicada.

Antes de calcular estas cantidades y sumarias se pueden representar los muros y los marcos con un solo muro y un marco de una sola cruzía como se hace en el método de Khan y Sbarounis. Para calcular la rigidez del marco, K_F , se pueden emplear las fórmulas de Hibler, ya que conocidas las rigideces de los en-

trépisos, R_1 , se tiene

$$\frac{1}{K_f} = \sum \frac{1}{R_1}$$

El desplazamiento lateral máximo se estima como P/EK_f , y la fuerza cortante máxima en el marco está dada por $1.3P$. El momento de volteo en la base del muro es aproximadamente igual al momento total menos PH , donde H es la altura total del muro.

Como ejemplo considérese nuevamente el edificio cuyos datos se dan en las fig. 2.1 y 2.2. Las rigideces de entrepiso, R_1 , están dadas en la tabla 2.1, por tanto,

$$\frac{1}{K_f} = \frac{1}{11414} + \frac{1}{6373} + \frac{1}{7376} + \frac{1}{8754}$$

Haciendo operaciones resulta $K_f = 1588$ ton/m; como están incluidas todas las vigas y columnas en el cálculo de las R_1 , entonces $K_f = \sum K_f$.

En este caso $K_m = \frac{3E I_w}{H^3}$, donde E es el módulo de elasticidad de los muros, I_w su momento de inercia y H su altura total. Así

$$K_m = \frac{3 \times 1.5 \times 10^4 \times 2 \times 0.8}{15^3} = 2133 \text{ ton/m}$$

Ahora se puede emplear la fórmula 2.4, como sigue:

$$\frac{P}{W} = \frac{11}{20} = \frac{1588}{1588 + 2133} = 0.735$$

Como $W = 150$ ton, $P = 0.735 \times 150 = 110.25$ ton. La estimación del desplazamiento máximo es $P/EK_f = 110.25/1588 = 0.0222$ m; el valor correcto (de la estructura completa resuelta con computadora) es 0.0203, existe, por tanto, un error del 9 por ciento. El valor de la fuerza cortante total máxima en los marcos está dado por $1.3P = 1.3 \times 110.25 = 143.33$; el resultado que arroja la computadora es 143.26 (4 por ciento de error). Finalmente el momento de volteo en los muros se estima como $50 \times 15 + 40 \times 12 + 30 \times 9 + 20 \times 6 + 10 \times 3 + 35.25 \times 15 = 1121$; a cada muro corresponde $1121/2 = 560.5$ ton-m; la computadora da 484.2 (16 por ciento de error).

Aunque no proporciona información sobre la distribución de cortantes en altura la fórmula de McLeod permite verificar resultados obtenidos por métodos más sofisticados.

2.2 Métodos exactos

2.2.1 Método del elemento finito

En la actualidad, el método del elemento finito constituye una poderosa herramienta para el análisis de estructuras complejas como ciertos muros de composición y/o geometría complicada. Para fines prácticos, las soluciones obtenidas mediante la aplicación adecuada del método a problemas elásticos lineales, pueden considerarse como exactos.

Básicamente, la aplicación del método en cuestión consiste en dividir la estructura en subregiones denominadas elementos finitos, dentro de las cuales se prescribe la forma en que varían los desplazamientos, en función de los valores correspondientes a ciertos puntos denominados nudos (fig. 2.10). Con base en las leyes constitutivas del material (esto es, en las relaciones que existen entre esfuerzos y deformaciones; por ejemplo, la ley de Hooke), en la función adoptada para describir los desplazamientos, y en las relaciones entre deformaciones unitarias y desplazamientos, se determina la matriz de rigideces de cada elemento, usando, por ejemplo, el principio de trabajos virtuales. Estas matrices están referidas a los grados de libertad de los nudos del elemento.

La matriz K de rigideces de la estructura completa se obtiene aplicando el método directo de rigideces, descrito al tratar el problema de marcos, es decir, sumando en donde les corresponda, los términos de las matrices de rigideces de los elementos.

Los desplazamientos U de los nudos, ante un sistema de cargas P aplicadas en los mismos, se obtienen resolviendo el sistema de ecuaciones lineales

$$K U = P$$

Conocidos los valores de U se pueden calcular esfuerzos y deformaciones en cualquier punto de cada elemento, esto es, en cualquier punto de interés.

En las ref 16 a 18 se presenta con detalle el método, en forma orientada hacia el análisis de estructuras.

Aunque los elementos finitos pueden tener diversas formas, como triángulos o cuadriláteros, dado que las partes de un muro son usualmente rectángulos, es

adecuado el uso de elementos rectangulares (véase la ref 16) como se muestra en la fig 2.10. Cabe notar que cada zona del muro requiere de varios elementos para ser representada, lo cual hace que el número de nudos, y por tanto el número de ecuaciones por resolver, sea elevado. Esto lleva a capacidades y tiempos de computadora apreciables, y dificulta la preparación de datos y la interpretación de resultados. Por lo expuesto, en la práctica, el uso del método del elemento finito se limita a ciertos casos especiales, como muros con geometría complicada, y en vez de analizar así un edificio completo, se tratan solamente ciertas partes del mismo.

Existen programas para computadora que permiten aplicar el método del elemento finito a diversos tipos de estructura. Uno de los más difundidos es el que se describe en la ref 19.

2.2.2 Método de la columna ancha

Este método se basa en que el desplazamiento lateral d de un muro de sección rectangular ante una carga lateral P (fig 2.11) se puede calcular con mucha precisión mediante la expresión

$$d = \frac{Ph^3}{3EI} + \frac{Ph}{GA} \quad (2.5)$$

donde h es la altura del muro, I y A el momento de inercia y el área de su sección transversal, E el módulo de elasticidad y G el de cortante. Como se aprecia en la fig 2.11 los errores que se cometen con la ec 2.5 son menores que 4 por ciento en comparación con resultados del método de elementos finitos. Aunque la fig 2.11 solo cubre valores de b (ancho del muro) sobre h comprendidos entre 0.5 y 2.0, la ec 2.5 es aplicable también fuera de este intervalo porque para valores mayores de dicha relación son más importantes solo las deformaciones por cortante consideradas con Ph/GA , y para valores menores son más importantes las deformaciones por flexión tomadas en cuenta con $Ph^3/3EI$.

La expresión 2.5 es aplicable a muros de sección diferente de la rectangular si se reemplaza A por el área efectiva de cortante A_c que es igual al área del alma

solamente.

Para analizar sistemas de muros y muro-marco se considera a cada muro como una columna ancha con sus propiedades concentradas en su eje centroidal y se supone que las zonas de las vigas que se encuentran dentro de los muros son infinitamente rígidas a flexión. Esto se ilustra en la fig 2.12, y tiene la ventaja de que los sistemas con muros se idealizan como estructuras esqueléticas, igual que los marcos.

Las deformaciones por cortante en las columnas y las zonas rígidas en las vigas modifican las respectivas matrices de rigideces. Con referencia a los grados de libertad y notación mostrados en la fig 2.13 dichas matrices se escriben:

Para las columnas anchas:

$$\left[\begin{array}{cccccc} \frac{12 EI}{(1+a)h^3} & & & & & \\ -\frac{12 EI}{(1+a)h^3} & \frac{12 EI}{(1+a)h^3} & & & & \\ -\frac{6 EI}{(1+a)h^2} & \frac{6 EI}{(1+a)h^2} & \frac{(4+a) EI}{(1+a)h} & & & \\ -\frac{6 EI}{(1+a)h^2} & \frac{6 EI}{(1+a)h^2} & \frac{(2-a) EI}{(1+a)h} & \frac{(4+a) EI}{(1+a)h} & & \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{EA}{h} & \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{EA}{h} & \frac{EA}{h} \end{array} \right] \quad \text{simétrica} \quad (2.6)$$

para las vigas con zonas rígidas en sus extremos:

$$EI \begin{bmatrix} 4 + 12 \frac{Y}{\lambda} \left(1 + \frac{Y}{\lambda} \right) & & & \\ 2 + 6 \left(\frac{Y + B}{\lambda} \right) + 12 \frac{YB}{\lambda^2} & 4 + 12 \frac{B}{\lambda} \left(1 + \frac{B}{\lambda} \right) & & \\ - \frac{6}{\lambda I} \left(1 + \frac{2Y}{\lambda} \right) & - \frac{6}{\lambda I} \left(1 + \frac{2B}{\lambda} \right) & \frac{12}{\lambda^2 I^2} & \\ \frac{6}{\lambda I} \left(1 + \frac{2Y}{\lambda} \right) & \frac{6}{\lambda I} \left(1 + \frac{2B}{\lambda} \right) & - \frac{12}{\lambda^2 I^2} & \frac{12}{\lambda^2 I^2} \end{bmatrix} \quad (2.7)$$

simétrica

En casos extremos, si el área de cortante es grande o las longitudes de zonas rígidas son bastante pequeñas, las matrices anteriores coinciden con las de una viga y columna normales. Así, si dichas matrices se incluyen en un programa para resolver marcos (lo cual es muy sencillo), el programa servirá también para analizar sistemas muro-marco.

Para verificar la precisión de este método se analizó el conjunto muro-marco de la fig 2.14, y los resultados se compararon con los obtenidos con elementos finitos. La comparación, que se muestra en la misma figura, indica que en este caso particular los errores son menores que 2 por ciento; nótese que muro y marco no tienen que ser del mismo material.

McLeod (ref 20) ha constatado la buena precisión del método comparando sus resultados con los de modelos elásticos a escala de muros con una hilera central de huecos. En efecto, el método es útil en casos de muros con huecos, sobre todo si se incluyen los efectos de extremos rígidos en las columnas y los de cortante en las vigas. Algunos ejemplos de idealización posibles se muestran en la fig 2.15, en ciertos casos es conveniente que las zonas rígidas en los extremos tengan forma de escuadra y no sean solamente rectas; para estas situaciones puede consultarse la ref 21.

Existen programas para analizar edificios que incluyen explícitamente las deformaciones por cortante y las zonas rígidas (ref 22 y 23). De no ser así cabe reaccionar que las zonas rígidas pueden representarse colocando en dichas zonas vigas con momentos de inercia numéricamente grandes, en comparación con las vigas y columnas del conjunto.

2.3 Marcos contraventeados y tableros de muros confinados por marcos

En estos sistemas el análisis se basa en los conceptos que se expusieron al tratar el problema de muros monolíticos de concreto sujetos a interacción con el resto de la estructura. Difiere en la manera de valorar las deformaciones del marco contraventado. Si se desea estimar la configuración enlizando las fig 2.3 a 2.9 es necesario definir un muro equivalente cuyo momento de inercia y sección transversal transformada den lugar a las mismas deformaciones por flexión y cortante que el sistema original. Como la sección transversal en general estará constituida por materiales distintos, es necesario transformarlos todos a un mismo material de acuerdo con la relación entre los módulos de elasticidad. A diferencia de lo que se tiene en muros monolíticos de concreto, las trabes contenidas en el plano del marco contraventado presentan un grado de libertad adicional, por giro de su extremo que conecta con la cruzeta contraventada.

2.3.1 Rigidez de marcos contraventados

Al calcular la rigidez de marcos contraventados es necesario considerar las deformaciones longitudinales de todos los miembros que los constituyen. El hecho de que algunos de ellos puedan quedar sujetos a tensiones superiores a las que provocan agrietamiento del concreto debe tomarse en cuenta usando valores adecuados del área efectiva de la sección transversal de cada uno. Tratándose de columnas, las tensiones desarrolladas por efecto de fuerzas horizontales deben sustraerse de las compresiones debidas a carga vertical para obtener la fuerza axial neta y así decidir sobre el área efectiva a tomar en el cálculo de rigideces.

En diagonales de tensión, de concreto reforzado, debe tenerse presente la secuencia de construcción de la estructura. Si las diagonales se cuelan a la vez o poco después que las columnas del mismo entrepiso, la carga vertical será resistida en parte por las primeras lo que les producirá una compresión inicial.

En la fig 2.16 se indica una forma aproximada de calcular la fuerza normal en las diagonales. Con fines de exposición se supone que existe una sola cruzeta

contraventeada y que ésta es simétrica en cuanto a las descargas que recibe y a las secciones transversales de sus elementos estructurales. Además se supone que los elementos horizontales son indeformables y se desprecia la rigidez de los contravientos en flexión. Ello no quita que en ciertos casos podrá ser importante partir de hipótesis más refinadas.

De la fig 2.16 admitiendo la ley de Hooke, y por consideraciones de equilibrio y de compatibilidad de desplazamiento, se llega a la siguiente expresión para la fuerza normal de precompresión en las diagonales.

$$N_d = \frac{P \tan^2 \alpha}{\tan^2 \alpha + \frac{A_c E_c}{A_d E_d}}$$

Al actuar las fuerzas horizontales puede suceder que no lleguen a presentarse tensiones apreciables, o que las compresiones iniciales sean despreciables en comparación con las tensiones que induzca la carga lateral o bien que las compresiones iniciales y estas tensiones sean del mismo orden de magnitud. En el primer caso se tomarían iguales entre sí las rigideces de ambos contravientos, considerando que los dos trabajan en compresión. En el segundo caso, la rigidez del contraviento de compresión se tomaría considerando la acción tanto del concreto como del acero longitudinal de refuerzo, mientras la rigidez del contraviento de tensión se calcularía como se describe a continuación.

- Si las tensiones son incapaces de agrietar el concreto, se trata el contraviento de tensión igual que el de compresión por lo que respecta a su rigidez.
- Si las tensiones producen esfuerzos en exceso del que da origen al agrietamiento del concreto, la rigidez del miembro correspondiente puede estimarse como sigue. La fig. 2.17 representa un miembro de concreto reforzado sujeto a tensión. Se supondrá que existe simetría en la aplicación de la carga y en la colocación del refuerzo. Al rebasarse la tensión resistente del concreto aparecerán grietas a una cierta dis-

tancia una de otra, estando dicho espaciamiento determinado por la tensión resistente del concreto y por la adherencia desarrollada a lo largo del refuerzo. Si se supone que en la sección a-a' el concreto desarrolla su resistencia de tensión f_c , y el acero está sujeto a un esfuerzo f_{sa} , la fuerza axial total, T, se obtendrá como

$$T = (A_c - A_s) f_c + A_s f_{sa}$$

En la sección agrietada, si f_a es el esfuerzo correspondiente del acero, se tendrá

$$T = A_s f_a$$

es decir,

$$f_{sa} - f_a = \frac{A_c - A_s}{A_s} f_c$$

El esfuerzo en el acero, por tanto, variará entre un valor máximo f_a y uno mínimo, f_{sa} . Ello requerirá que exista adherencia a lo largo del refuerzo. Si la adherencia unitaria se aproxima tomándola constante, el diagrama de esfuerzos del acero puede representarse por segmentos rectos, como en la fig 2.17. El esfuerzo medio en el acero será, por ende,

$$f_{sm} - f_a = \frac{1}{2} \frac{A_c}{A_s} f_c = \frac{T}{A_s} = \frac{1}{2} \frac{A_c}{A_s} f_c$$

y la deformación unitaria media, a partir de la cual puede calcularse la rigidez efectiva, será

$$\frac{fL}{L} = \frac{T}{A_s E_s} \left(1 + \frac{1}{2} \frac{A_c E_c}{T} \right)$$

Esta expresión suministra un límite superior de la rigidez, pues la distribución de tensiones en el concreto no es tan favorable como se ha postulado. El

límite inferior se obtiene suponiendo que el acero trabaja a un esfuerzo constante f_s :

$$\frac{\Delta L}{L} = \frac{T}{A_s E_s}$$

En estas condiciones la contribución del contraviento de tensión constituye una parte relativamente pequeña del total. Consiguientemente se incurrirá sólo en errores pequeños si se admite el valor medio de los límites citados es decir, $\Delta L/L = (T/A_s E_s) \{ 1 - 0.25 A_c f_c / T \}$.

En el caso en que exista precompresión que no anule la tensión, el cálculo de rigideces debe tomar en cuenta que una parte de la deformación, la debida a una fuerza normal igual a la precompresión más la resistencia por tensión del concreto, corresponde a la sección completa del concreto reforzado y el módulo de elasticidad correspondiente a la curva de descarga. La deformación producida por el exceso de tensión se calculará de acuerdo con lo anteriormente expuesto.

Suponiendo que las traveses y columnas son inextensibles, el desplazamiento horizontal relativo entre niveles consecutivos, Δx , que sufre un tablero contraventeado como consecuencia de las deformaciones de sus contravientos, puede expresarse en términos de la fuerza cortante que dichos elementos contribuyen a tomar, $V = (T + C) \cos \alpha$, de la rigidez del contraviento de compresión, $K_c = C/\Delta L$ y de la rigidez del de tensión, $K_t = T/\Delta L$ (fig 2.18 a).

$$\Delta x = \frac{V}{(K_c + K_t) \cos^2 \alpha}$$

Las fuerzas axiales en los contravientos resultan de las expresiones

$$C = \frac{V K_c}{(K_c + K_t) \cos \alpha} \quad T = \frac{V K_t}{(K_c + K_t) \cos \alpha}$$

El cociente $V/\Delta x$ hace las veces de la rigidez al corte en un muro. Mientras el

momento de inercia del par de columnas que limitan el tablero en cuestión ha ce las veces del momento de inercia del mismo.

Si los contravientos tienen una disposición como la mostrada en la fig 2.18b se obtiene, despreciando la rigidez flexionante tanto de los contravientos como de las traveses:

$$\Delta x = \frac{V}{\cos^2 (\alpha + \beta)} \left(\frac{\sin^2 \alpha}{K_c} + \frac{\sin^2 \beta}{K_t} \right)$$

$$C = \frac{V \sin \alpha}{\sin (\alpha + \beta)} \quad T = \frac{V \sin \beta}{\sin (\alpha + \beta)}$$

En el diseño de marcos contraventeados es fundamental tomar en cuenta no sólo los momentos flexionantes en traveses y columnas, sino también las fuerzas axiales que en ellas introducen las componentes horizontales y verticales de las fuerzas que obran en los contravientos.

Si se emplea el método de rigideces para analizar marcos con diagonales, el problema se reduce a incluir en la matriz global del muro el aporte de las diagonales, que tienen la forma dada a continuación, para los grados de libertad y propiedades que se indican en la fig 2.19:

$$K = \frac{EA}{L} \begin{bmatrix} C^2 & CS & -C^2 & -CS \\ CS & S^2 & -CS & -S^2 \\ -C^2 & -CS & C^2 & CS \\ -CS & -S^2 & CS & S^2 \end{bmatrix} \quad (2.8)$$

2.3.2 Muros confinados por marcos

El caso de tableros de muros de mampostería confinados por marcos (fig 2.20) y sujetos a cargas laterales ha sido objeto de numerosas investigaciones experimentales y analíticas; en las ref 24 a 26 se incluyen revisiones de la literatura hasta la fecha de su publicación. Se ha reconocido (ref 27) que en

cialmente tablero y marco trabajan monolíticamente como un solo muro, siendo importantes las deformaciones por flexión y por cortante, sin embargo para cargas laterales bajas en comparación con la resistencia máxima, tablero y marco se separan en esquinas opuestas y el primero se apoya sobre el segundo en la forma que se indica en la fig 2.20. Se producen fuerzas axiales en vigas y columnas así como momentos y cortantes en las mismas. Los momentos son de poca importancia dado que las fuerzas de interacción se desarrollan en la proximidad de los nudos. Las fuerzas cortantes, por el contrario, son de consideración. En el tablero aparecen fuerzas de compresión diagonal, que originan tensiones diagonales, las cuales, para cargas altas pueden producir agrietamiento diagonal en el tablero y fallas por compresión en las esquinas en contacto con el marco.

Para el cálculo de la rigidez lateral y de los elementos mecánicos en marco y tablero, una posible idealización es simular cada tablero como una diagonal equivalente en compresión según se esquematiza en la fig 2.21. Como resultado de estudios analíticos con elementos finitos en los que se toma en cuenta el comportamiento descrito, en la ref 26 se propone que la diagonal equivalente tenga los mismos espesor t y módulo de elasticidad E que el tablero, y que su ancho sea:

$$w_1 = (0.35 + 0.022 \lambda) h \quad (2.9)$$

donde:

h = altura del tablero

λ = parámetro adimensional basado en las rigideces de tablero y marco; ambos se definen en la fig 2.22.

Para determinar la matriz de rigideces de la diagonal se aplica la expresión 2.8, con

$$A = w_1 t,$$

L = longitud de la diagonal,

E = módulo de elasticidad de la mampostería.

Nótese que el marco no está articulado en sus esquinas.

La expresión 2.9 es aplicable para valores de λ comprendidos entre 0.9 y 11, y valores de la relación de aspecto c (ver fig 2.22) que estén entre 0.75 y 2.5. Estos intervalos cubren la mayoría de los casos prácticos.

Otra alternativa para calcular rigidez lateral y elementos mecánicos del sistema marco-tablero es considerar que el conjunto constituye una columna ancha con lo que es aplicable la expresión 2.6 para evaluar la matriz de rigideces. El momento de inercia I se considera que proviene de la rigidez axial de las columnas y se calcula como se indica en la fig 2.22; E es el módulo de elasticidad del marco, y G el módulo de cortante del muro. Para el área de cortante, A , se adopta un valor reducido, que toma en cuenta la separación entre muro y marco, dado por

$$A_0 = (0.37 + 0.12 c + 0.023 \lambda) (A_m + 2 A_c) \quad (2.10)$$

en esta expresión

- c es la relación de aspecto del muro
- A_m es el área de la sección transversal del muro
- A_c es el área de la sección de cada columna del marco, sin formar a pesar de ser de diferente material. Estas definiciones, lo mismo que la de λ , se ilustran en la fig 2.22.

Como resultado del análisis considerando columnas anchas se obtienen momentos flexionantes M y fuerzas cortantes V . El esfuerzo cortante máximo en el muro se calcula como sigue:

$$\tau = \frac{1.6 V}{A_m + 2 A_c} \quad (2.11)$$

Las cargas axiales T de tensión y C de compresión en las columnas son:

$$T = \frac{K}{2 L} \quad (2.12)$$

$$C = 2 \frac{M}{l} \quad (2.13)$$

Nivel	Valores unitarios			C i c l o					
	V_{Et}	A_1	R_1	$\frac{A_1}{V_{Et}^2 S^2}$	A_{11}	$A_{11} - A_{11-1}$	$V_{Et}^2 R_{11}$	$V_{Et}^2 R_{11}$	A_{Et}
5	50	0.0445	8754	0.43	0.0193	0.0036	31.51	18.49	0.0298
4	90	0.0324	7376	0.35	0.0157	0.0045	33.19	56.81	0.0217
3	120	0.0204	7376	0.25	0.0112	0.0054	39.83	80.17	0.0140
2	140	0.0101	6373	0.13	0.0058	0.0040	25.49	114.51	0.0071
1	150	0.0028	11414	0.04	0.0018	0.0018	20.55	129.45	0.0020

* De la gráfica de las fig 2-3 y 2.4

Nivel	Aplicación del criterio de convergencia		Ciclo 2		Ciclo 3		Ciclo 4	
	$\frac{A_1 - 0.41}{1 + \frac{A_1 - 0.41}{A_{11}}}$	$A_{Et} - A_{11}$	$\frac{A_{11}(2)^2}{A_{11} + \frac{B}{A}}$	A_{Et}	A_{11}	A_{Et}	A_{11}	A_{Et}
5	0.0151	1.78	0.0252	0.0227	0.0205	0.0280	0.0245	0.0242
4	0.0107	1.68	0.0193	0.0168	0.0158	0.0207	0.0177	0.0180
3	0.0064	1.57	0.0130	0.0110	0.0095	0.0135	0.0119	0.0118
2	0.0030	1.52	0.0067	0.0057	0.0050	0.0069	0.0055	0.0061
1	0.0008	1.44	0.0019	0.0017	0.0018	0.0020	0.0019	0.0018

siendo $\alpha = 1.15 + 0.2 z \leq 1.0$.

La fuerza cortante máxima en las columnas es 0.6 V.

Esta aproximación también está limitada a los intervalos de valores de β y λ que se indican para el uso de diagonales equivalentes.

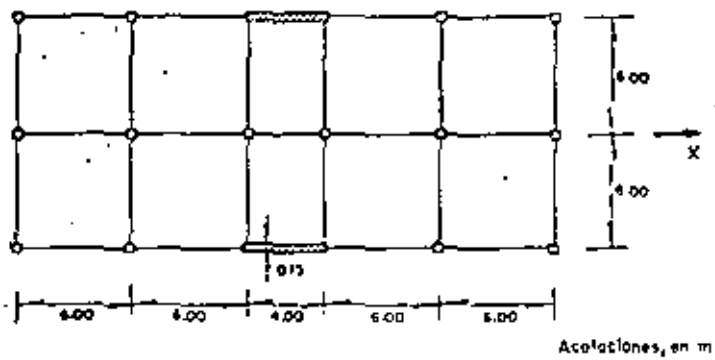
2.4 Comentarios

Con el método de rigideces, considerando los muros como columnas anchas, se puede resolver la mayoría de los casos de edificios con muros. Es importante notar que con este procedimiento es posible tomar en cuenta los efectos de alargamiento y acortamiento de las columnas de los marcos sin mayor dificultad, sin embargo es prácticamente imprescindible el uso de computadoras, lo cual en la actualidad es cada vez más fácil.

El método de Khan y Sbarounis no considera las deformaciones debidas a fuerza axial en las columnas. En el caso de edificios esbeltos, o contraventeados por diagonales, esto puede conducir a resultados inadecuados.

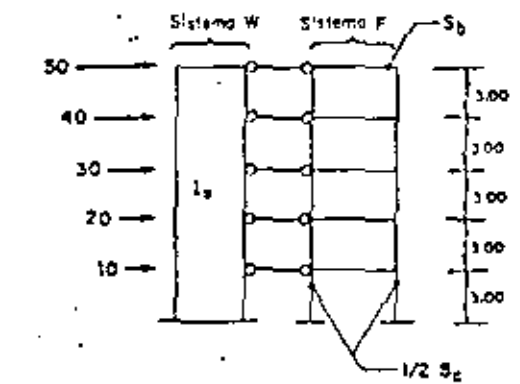
Existen casos en que no es satisfactorio considerar a los muros empotrados en su base; con el método de rigideces el problema se reduce a añadir un grado adicional de libertad y a estimar la rigidez de la cimentación. En el método de Khan y Sbarounis también se puede incluir este efecto en el momento de calcular las deformaciones laterales del muro (ref 15).

En un marco contraventeado de varias cruñas se pueden obtener rigideces mayores si los elementos de contraventeo (diagonales o tableros de mampostería) se alternan en distintas cruñas para cada entrepiso, en vez de contraventear la misma cruña en toda su altura (ref 28).



Notas: Columnas cuadradas iguales de 0.40 m de lado
Vigas iguales de 0.25 m de ancho por 0.50 m de peralte

Fig 2.1 Planta de un edificio con muros



Acciones, en m
Fuerzas, en ton
 $I_g = 1.6 \text{ m}^4$
 $S_b = 0.005839 \text{ m}^3$
 $S_c = 0.009354 \text{ m}^3$
 $E = 1.5 \times 10^6 \text{ ton/m}^2$

Fig 2.2 Representación del edificio de la fig 2.1 en el método de Khan y Sbarounis

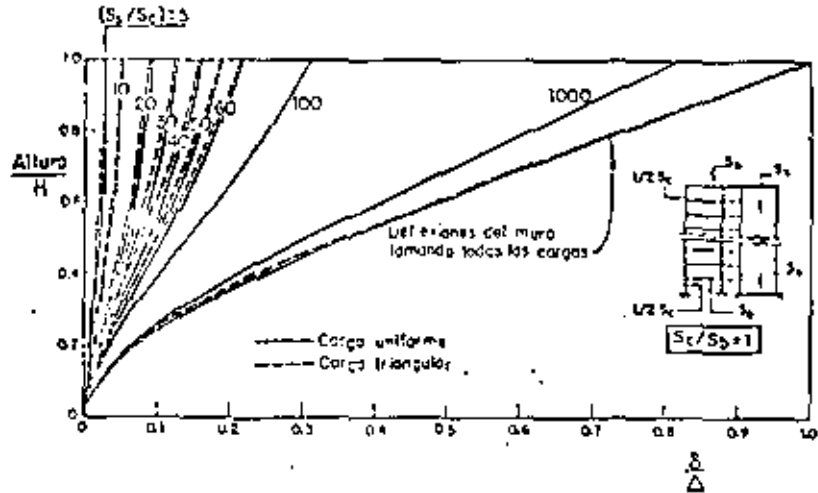


Fig 2.3 Gráficos de Khan y Sbarounis (ref 15)

b = Deflexión de la estructura a la altura correspondiente
 Δ = Deflexión del extremo superior del muro aplicando las cargas totales
 H = Altura total

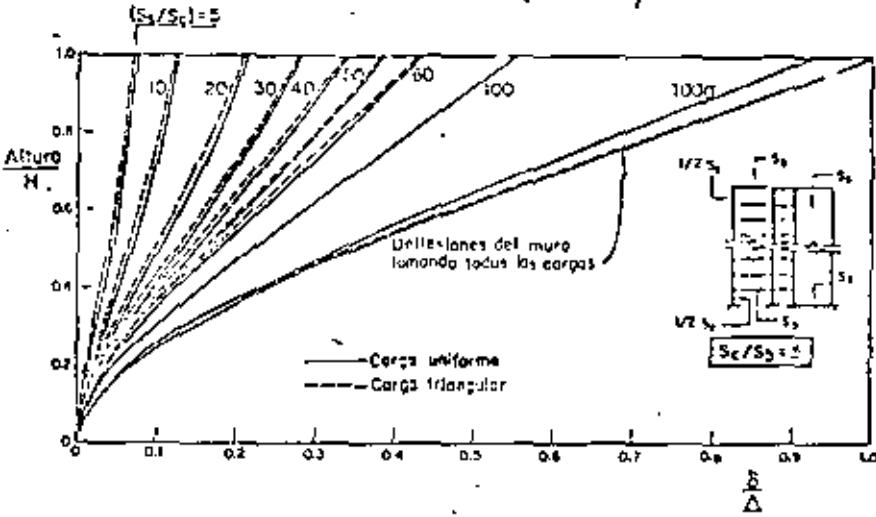


Fig 2.4 Gráficos de Khan y Sbarounis (ref 15)

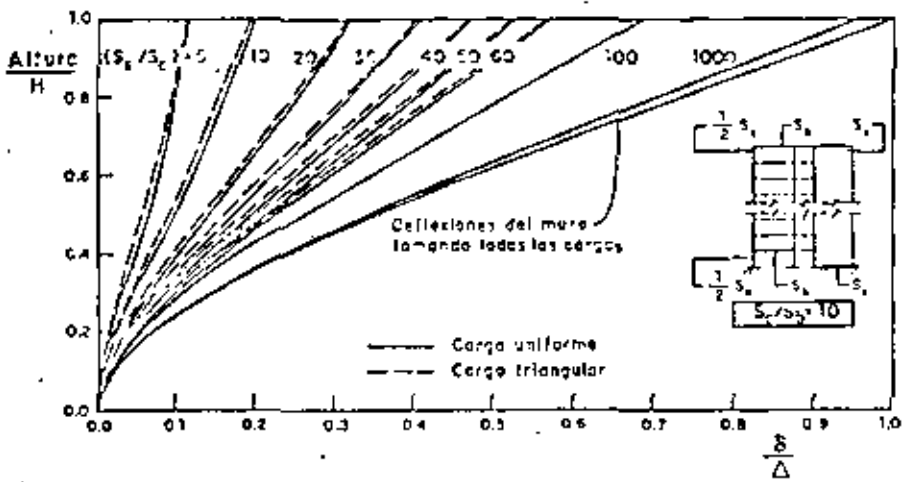


Fig 2.5 Gráficas de Khan y Sbarounis (ref 15)

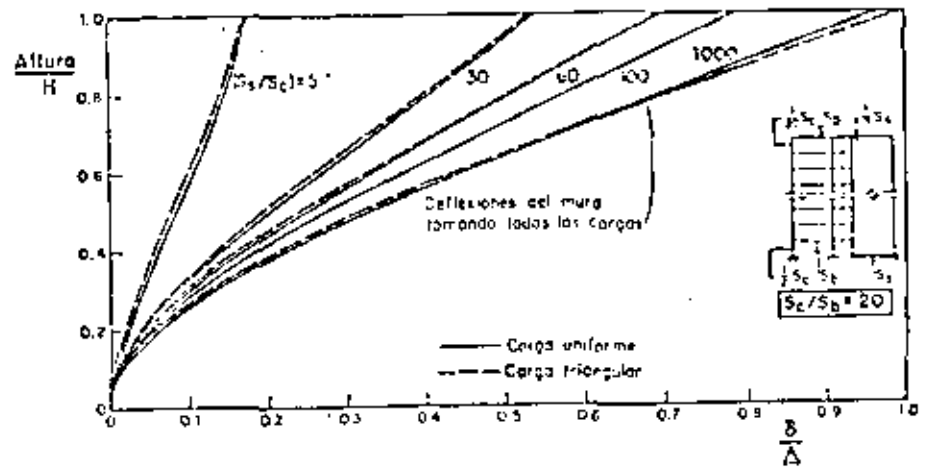


Fig 2.7 Gráficas de Khan y Sbarounis (ref 15)

δ = Deflexión de la estructura a la altura correspondiente
 Δ = Deflexión del extremo superior del muro aplicándole las cargas totales
 H = Altura total

δ = Deflexión de la estructura a la altura correspondiente
 Δ = Deflexión del extremo superior del muro aplicándole las cargas totales
 H = Altura total

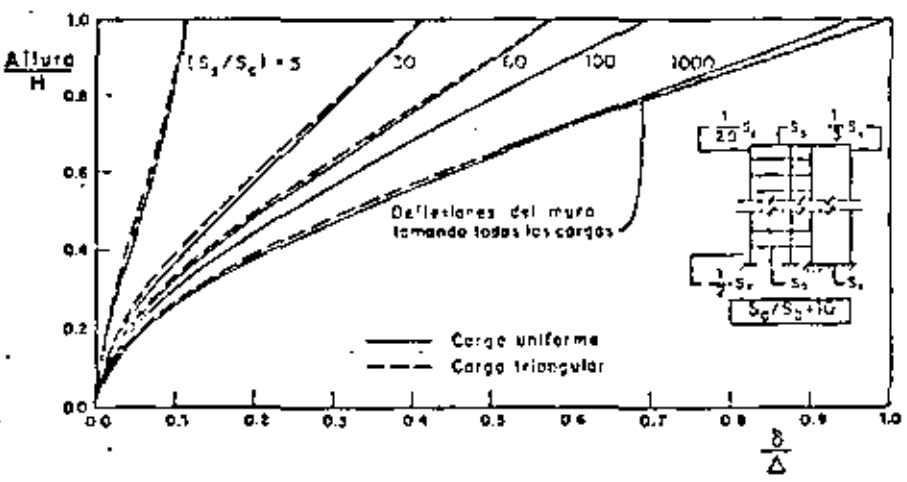


Fig 2.6 Gráficas de Khan y Sbarounis (ref 15)

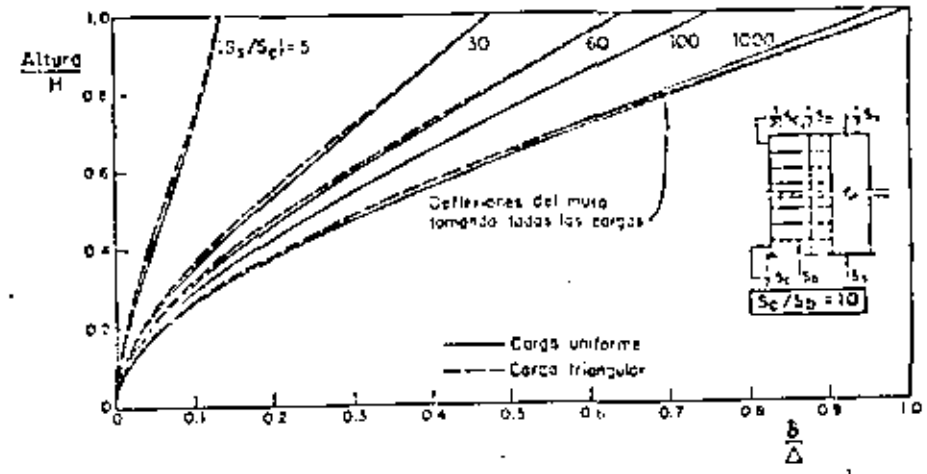
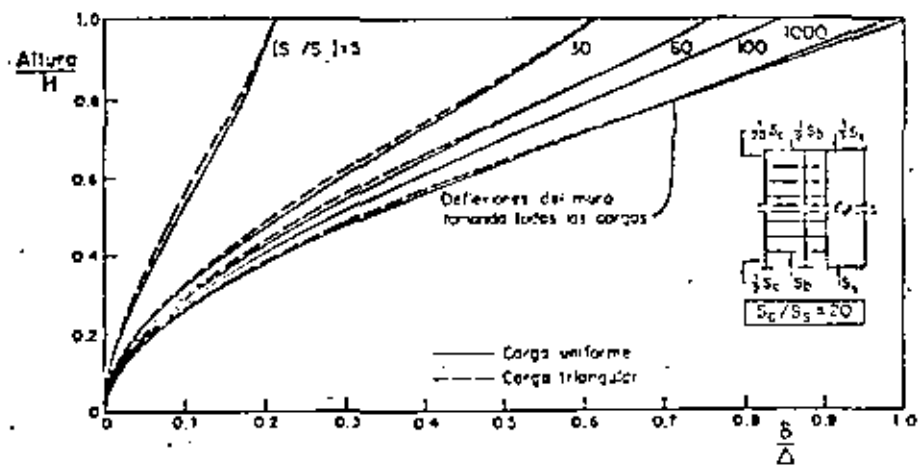


Fig 2.8 Gráficas de Khan y Sbarounis (ref 15)



- δ = Deflexión de la estructura a la altura correspondiente
- Δ = Deflexión del extremo superior del muro aplicándole las cargas totales
- H = Altura total

Fig 2.9 Gráficas de Khan y Sbarounis (ref 15)

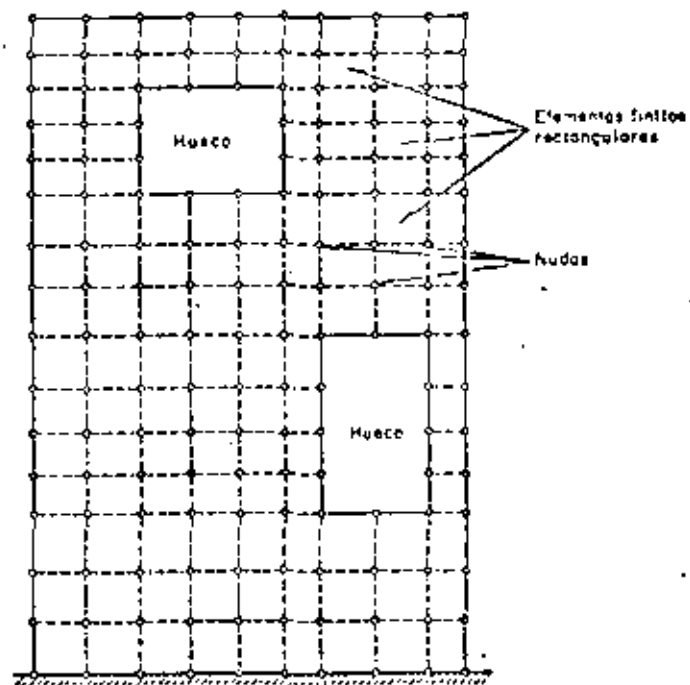
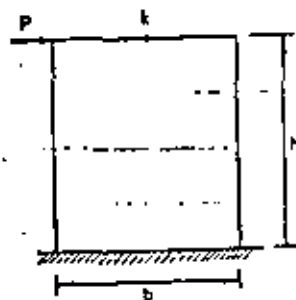


Fig 2.10 Malla de elementos finitos para analizar un muro con huecos



δ_{ef} = Desplazamiento de δ obtenido con elementos finitos

δ_{ca} = Desplazamiento de δ obtenido con columna ancha

$$\delta_{ca} = \frac{Ph^3}{3EI} + \frac{Ph}{GA}$$

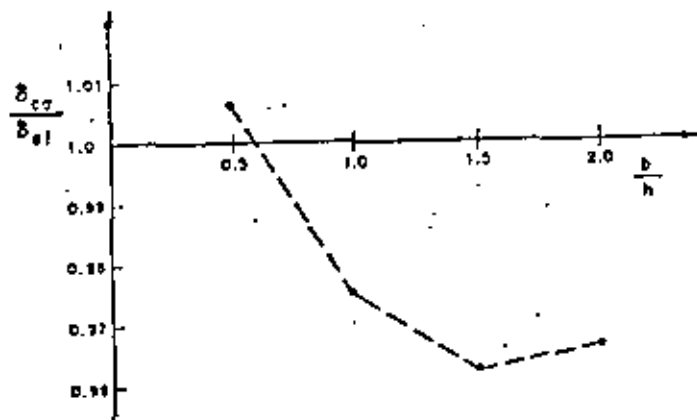


Fig. 2.11 Verificación del método de la columna ancha

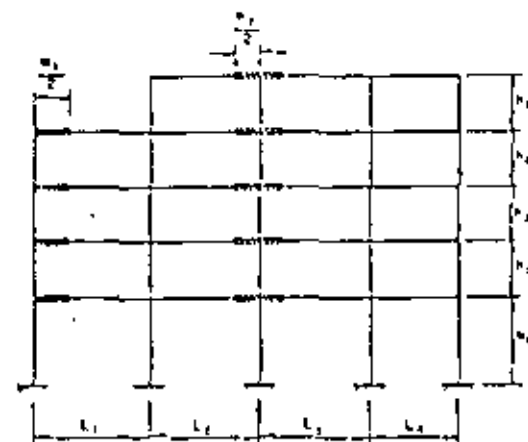
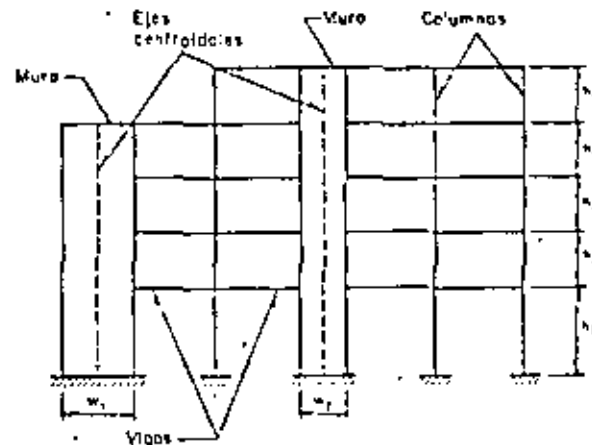


Fig. 2.12 Sistema muro-marco típico y su idealización como un marco con columnas anchas

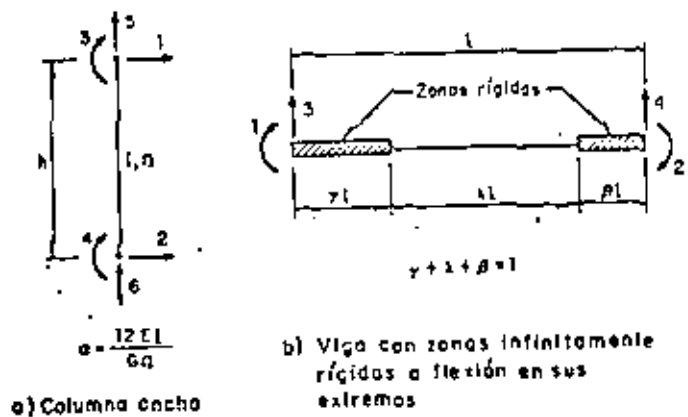


Fig 2.13 Notación y grados de libertad para columnas y vigas en el método de la columna ancha

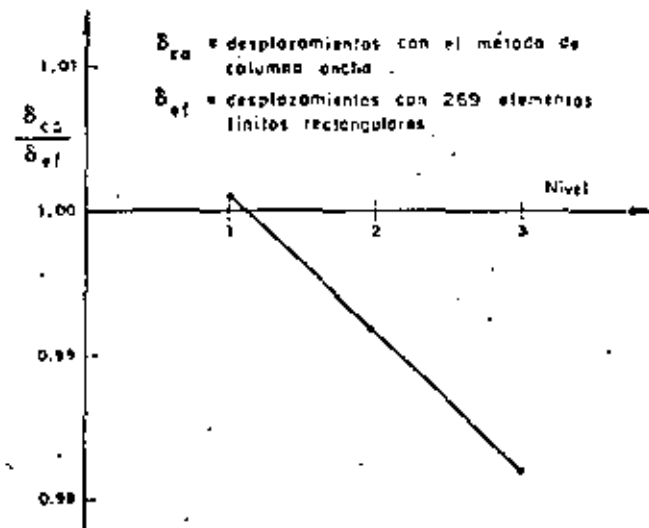
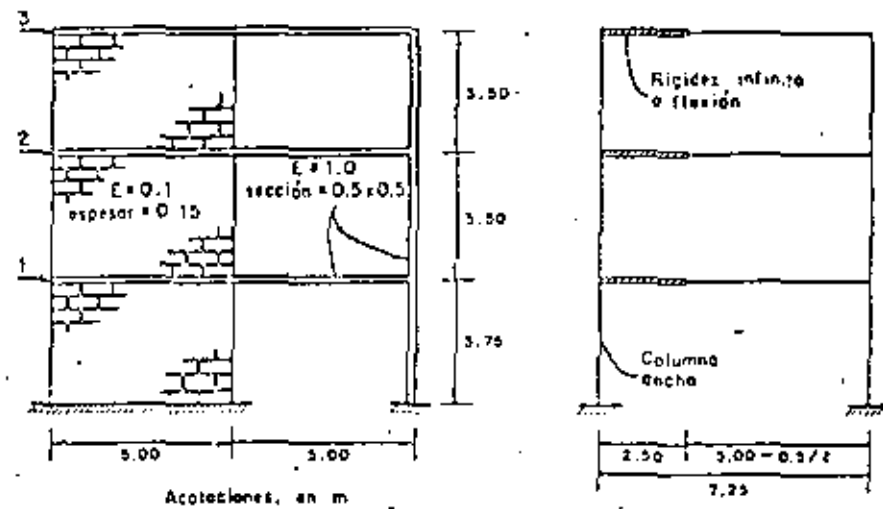


Fig 2.14 Comparación del método de elementos finitos con el de la columna ancha

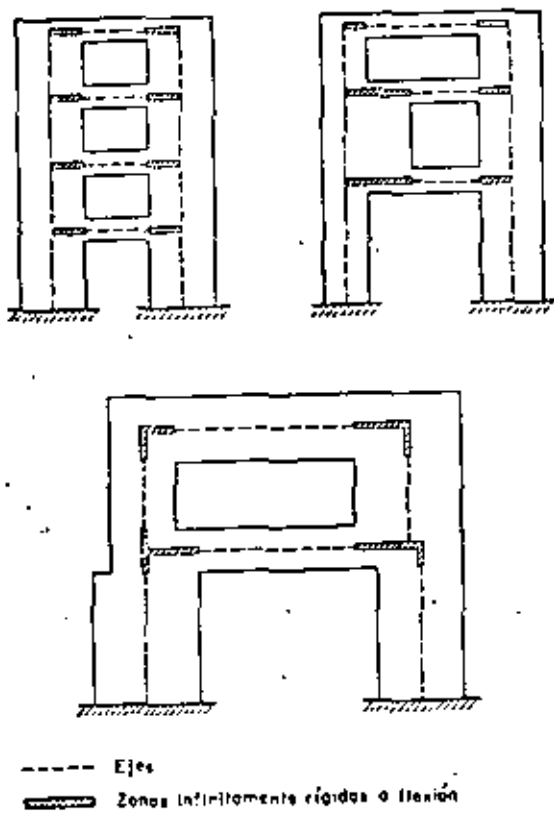


Fig 2.15 Algunos casos de muros con huecos que pueden analizarse con el método de la columna ancha

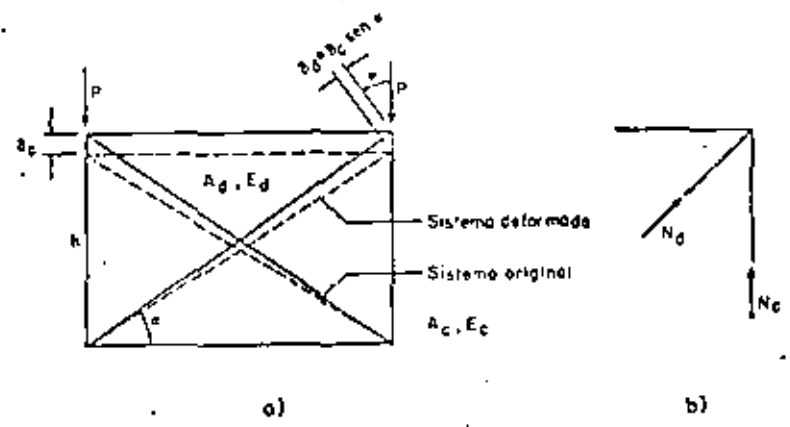
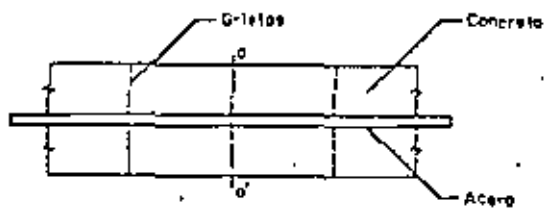
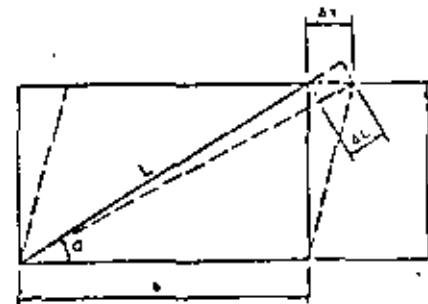


Fig 2.16 Precompresiones en diagonales de contraventeo

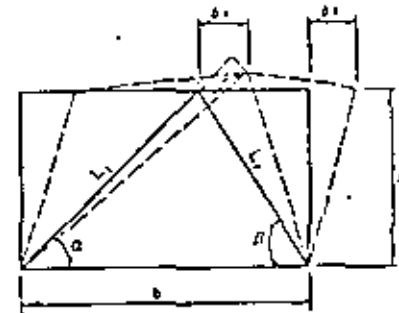


$$f_{so} = f_y - \frac{A_c - A_s}{A_b} f_t$$

Fig 2.17 Miembro de concreto reforzado sujeta a tensión axial



a)



b)

Fig 2.18 Rigidez de tableros contraentendados



Fig. 2.19 Propiedades y grados de libertad de una diagonal

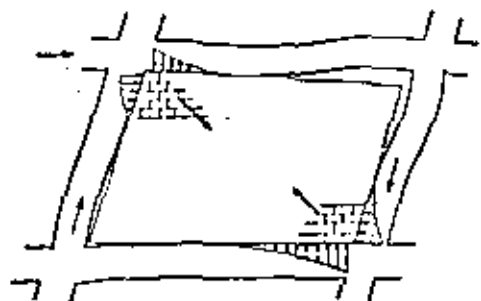


Fig. 2.20 Muro de mampostería confinado por un marco

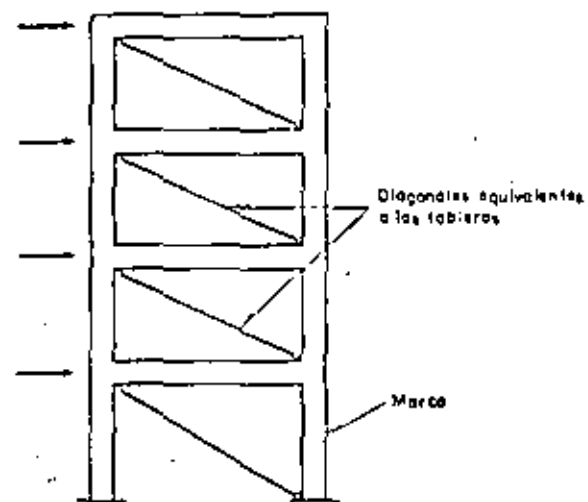
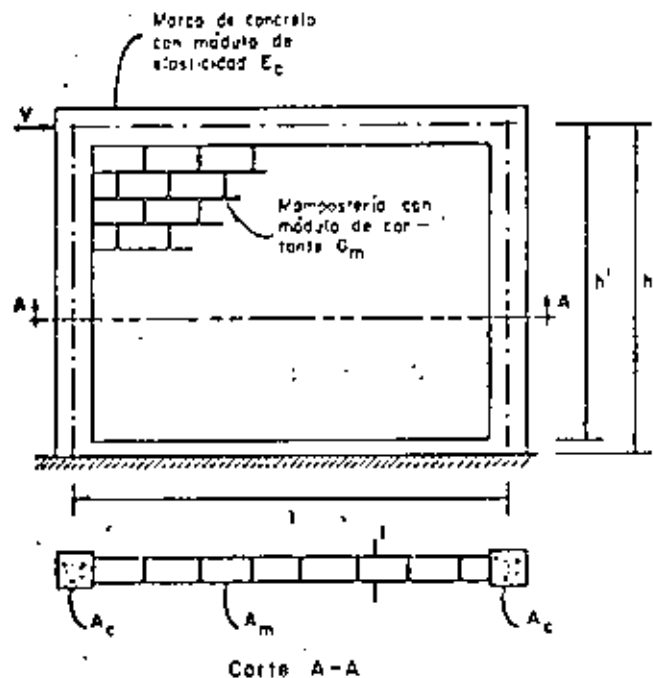


Fig. 2.21 Diagonales en compresión equivalentes a tableros de mampostería confinados por vigas y columnas, cuando están sujetos a cargas laterales



Definiciones

$$T^* = \frac{V}{(A_m + 2A_c)}$$

$$\zeta = \frac{1}{h} \text{ relación de aspecto}$$

$$T^* = \frac{V}{A_c}$$

$$\lambda = \frac{E_c A_c}{G_m A_m}$$

$$\varphi' = \frac{Vh'}{IA_c} = \frac{M}{IA_c}$$

$$I = \frac{A_c l^2}{2}$$

Fig 2.22 Esquema de los muros analizados y definiciones empleados

3. ANALISIS TRIDIMENSIONAL

3.1 Procedimiento general

Los edificios son estructuras tridimensionales y podrían analizarse como tales mediante el método del elemento finito. Con este método pueden representarse las losas, vigas, muros, columnas, diagonales, etc., mediante diferentes tipos de elementos, que tienen de 3 a 6 grados de libertad por nudo. Sin embargo, en la práctica esto origina, entre otras, las siguientes dificultades: a) es muy alto el número de grados de libertad que resultan para el edificio completo, y aún empleando computadoras grandes se requiere de tiempos exagerados de proceso y de entrada y salida de datos; b) es bastante grande la cantidad de datos que hay que proporcionar, y además difícil de organizar, son muchas las posibilidades de cometer errores, algunos muy difíciles de localizar; c) es bastante difícil interpretar, verificar y visualizar los resultados, tanto por su número como porque están referidos a ejes tridimensionales, frecuentemente distintos de un elemento a otro; nuevamente es muy fácil equivocarse.

Por lo anterior un análisis tridimensional de esta naturaleza está reservado a estructuras muy importantes, o a partes limitadas de una estructura. En edifi-

cios, para hacer el análisis tridimensional, la práctica más frecuente es idealizar la construcción como un conjunto de subestructuras (marcos y muros) planas verticales, ligadas por los sistemas de piso. Las hipótesis y el procedimiento que se hacen se describen en la siguiente sección.

Entre los programas de uso más difundido en México y otros países están STRESS (ref 30), que sirve para el caso de marcos y armaduras tridimensionales y SAP IV (ref 19) que además de marcos y armaduras permite analizar placas, cascarones y sólidos tridimensionales. De ambos programas existen versiones mejoradas.

3.2 Edificios con pisos rígidos en planta

En muchos casos es aceptable suponer que el edificio está formado por marcos y/o muros como el de la fig 2.12, ligados entre sí por sistemas de piso a los que se consideran indeformables en su plano, o sea, que funcionan como diafragmas infinitamente rígidos en planta. Esto implica que los desplazamientos laterales de cualquier punto en los pisos del edificio se pueden expresar en términos de los desplazamientos horizontales y un giro alrededor de un eje vertical de un punto cualquiera de cada piso, de modo que, cuando las cargas laterales están aplicadas en los pisos, el problema se puede reducir a uno de sólo tres grados de libertad por cada nivel.

3.2.1 Descripción del procedimiento

El análisis tridimensional del edificio se puede hacer entonces como sigue:

2) Se calcula la matriz de rigideces lateral de cada sistema plano j . Para esto se asignan al sistema como grados de libertad un desplazamiento vertical y un giro en el plano del sistema por cada nudo, y un desplazamiento horizontal por cada nivel, como se ilustra en la fig 3.1. Si se tiene H nudos y L niveles la matriz de rigideces correspondiente a estos grados de libertad es de orden $24H$. Con el procedimiento de condensación explicado en la sección 1.2.1, se expresa esta matriz en términos de solamente los grados de libertad lateral, y se obtiene la matriz de rigideces lateral de sistema que se denomina aquí K_j ; esta matriz es de orden L .

2) Se expresan las matrices K_j en términos de los grados de libertad del edificio completo, es decir de los dos desplazamientos y el giro de un punto de cada piso.

Para esto considérese la fig 3.2 donde se llaman u_j , v_j y θ_j a los desplazamientos y el giro del centro de masas (punto escogido por conveniencia) del piso i , y donde el sistema plano j tiene en el piso i un desplazamiento lateral d_{ji} , el cual, considerando que el ángulo θ_j es pequeño, se puede expresar de la manera siguiente:

$$d_{ji} = \begin{bmatrix} \cos \theta_j & \sin \theta_j & r_{ji} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_j \\ v_j \\ \theta_j \end{Bmatrix} \quad (3.1)$$

θ_j es el ángulo que se forma entre las direcciones positivas de u_j y de d_{ji} ; r_{ji} es la distancia de la proyección del sistema plano j al centro de masas del piso, y tiene signo positivo cuando el giro de d_{ji} alrededor del centro de masas es del mismo sentido que θ_j .

En forma más corta la expresión 3.1 se escribe:

$$d_{ji} = b_{ji}^T u_j \quad (3.2)$$

donde

$$b_{ji} = \begin{Bmatrix} \cos \theta_j \\ \sin \theta_j \\ r_{ji} \end{Bmatrix} ; \quad u_j = \begin{Bmatrix} u_j \\ v_j \\ \theta_j \end{Bmatrix} \quad (3.3)$$

Cuando se consideran los L niveles del sistema plano se tiene:

$$D_j = B_j u \quad (3.4)$$

definiendo las matrices de esta última expresión como:

$$\underline{D}_j = \begin{bmatrix} d_{j1} \\ d_{j1} \\ \vdots \\ d_{jL} \end{bmatrix} \quad ; \quad \underline{u} = \begin{bmatrix} u_1 \\ u_1 \\ \vdots \\ u_L \end{bmatrix}$$

(L elementos) (3L elementos)

$$\underline{B}_j = \begin{bmatrix} b_{j1}^T & & & & \\ & b_{j2}^T & & & \\ & & \dots & & \\ & & & \dots & \\ & & & & b_{jL}^T \end{bmatrix}$$

(L x 3L elementos)

Se puede mostrar fácilmente que la matriz \underline{K}_j expresada en términos de los desplazamientos de los pisos es:

$$\underline{K}_j^* = \underline{B}_j^T \underline{K}_j \underline{B}_j \quad (3.5)$$

\underline{K}_j^* es una matriz de orden 3L.

ccc) Se obtiene la matriz de rigideces \underline{K} del edificio sumando todas las matrices \underline{K}_j^* puesto que están referidas a los mismos grados de libertad. Si el edificio tiene n pisos \underline{K} es cuadrada de orden 3n.

cd) Para un conjunto dado de fuerzas laterales que actúan en los pisos,

\underline{F} , se calculan los desplazamientos \underline{u} de los pisos resolviendo el sistema de ecuaciones

$$\underline{K} \underline{u} = \underline{F}$$

Obsérvese que las fuerzas \underline{F} son en general dos fuerzas propiamente dichas y un momento torsionante por cada piso, en correspondencia con los grados de libertad de dicho piso.

Conocidos los desplazamientos \underline{u} , con la expresión 3.4 se pueden calcular los desplazamientos laterales \underline{u}_j de cada sistema plano, y, como se vio en la sección 1.2.1, con ello se pueden determinar todos los desplazamientos verticales y giros, y los elementos mecánicos en dicho sistema.

Para aplicar el método descrito es imprescindible el uso de computadoras; puede usarse entre otros el programa presentado en la ref 22.

3.2.2 Ejemplo

Para ilustrar el procedimiento antes descrito se resolverá el edificio de un piso de la fig 3.3, sujeto a una fuerza horizontal en la dirección X de 5 ton y a un momento, en el sentido opuesto al de las agujas del reloj, de 15 ton-m. Por sencillez, se presenta el caso de un solo piso, pero se tratan los conceptos en forma general.

2) Este caso ya está dado en este ejemplo, puesto que las matrices de rigideces lateral de los sistemas planos son de 1 x 1, y coinciden con las correspondientes rigideces de entrepiso, es decir:

$$\underline{K}_1 = [300]$$

$$\underline{K}_2 = [300]$$

$$\underline{K}_3 = [200]$$

$$\underline{K}_4 = [250]$$

cc) Para expresar las matrices anteriores en términos de los grados de

libertad de la estructura completa (u_j, v_j, θ_j) , éstos se han definido en la fig 3.3, junto con los sentidos de los desplazamientos d_{ji} (el índice i es uno por tratarse de un solo piso). En misma figura se dan también los valores de ϕ_j y r_{ji} . Entonces, de acuerdo con la expresión 3.3 y con la fig 3.2, se tiene:

$$\begin{aligned} B_{11}^T &= \langle 1.00 \quad 0.00 \quad 5.00 \rangle = B_1 \\ B_{21}^T &= \langle 0.00 \quad 1.00 \quad -5.00 \rangle = B_2 \\ B_{31}^T &= \langle 1.00 \quad 0.00 \quad -3.00 \rangle = B_3 \\ B_{41}^T &= \langle 0.50 \quad 0.866 \quad 4.33 \rangle = B_4 \end{aligned} \quad (3.6)$$

Las matrices B_{ji} coinciden con las matrices B_j por tratarse de un solo nivel.

Las matrices K_j , según la expresión 2.5 son

$$\begin{aligned} K_1 &= \begin{bmatrix} 1.00 \\ 0.00 \\ 5.00 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 300 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1.00 & 0.00 & 5.00 \\ 0.00 & 1.00 & -5.00 \\ 5.00 & -5.00 & 15.00 \end{bmatrix} = K_1 \\ K_2 &= \begin{bmatrix} 0.00 \\ 1.00 \\ -5.00 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 300 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1.00 & 0.00 & 5.00 \\ 0.00 & 1.00 & -5.00 \\ 5.00 & -5.00 & 15.00 \end{bmatrix} = K_2 \\ K_3 &= \begin{bmatrix} 0.00 \\ 1.00 \\ -3.00 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 300 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1.00 & 0.00 & 5.00 \\ 0.00 & 1.00 & -5.00 \\ 5.00 & -5.00 & 15.00 \end{bmatrix} = K_3 \\ K_4 &= \begin{bmatrix} 0.00 \\ 0.50 \\ 0.866 \\ 4.33 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 300 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1.00 & 0.00 & 5.00 \\ 0.00 & 1.00 & -5.00 \\ 5.00 & -5.00 & 15.00 \end{bmatrix} = K_4 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} K_1 &= \begin{bmatrix} 0.00 \\ 300 \\ -1500 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0.00 \\ 0.00 \\ 0.00 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1.00 & 0.00 & 5.00 \\ 0.00 & 1.00 & -5.00 \\ 5.00 & -5.00 & 15.00 \end{bmatrix} = K_1 \\ K_2 &= \begin{bmatrix} 1.00 \\ 0.00 \\ -3.00 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 200 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1.00 & 0.00 & 5.00 \\ 0.00 & 1.00 & -5.00 \\ 5.00 & -5.00 & 15.00 \end{bmatrix} = K_2 \\ K_3 &= \begin{bmatrix} 200 \\ 0.00 \\ -600 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 200 \\ 0.00 \\ -600 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1.00 & 0.00 & 5.00 \\ 0.00 & 1.00 & -5.00 \\ 5.00 & -5.00 & 15.00 \end{bmatrix} = K_3 \\ K_4 &= \begin{bmatrix} 0.500 \\ 0.866 \\ 4.330 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 200 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1.00 & 0.00 & 5.00 \\ 0.00 & 1.00 & -5.00 \\ 5.00 & -5.00 & 15.00 \end{bmatrix} = K_4 \\ K_5 &= \begin{bmatrix} 100 \\ 173.2 \\ 866 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 50 \\ 86.6 \\ 433 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1.00 & 0.00 & 5.00 \\ 0.00 & 1.00 & -5.00 \\ 5.00 & -5.00 & 15.00 \end{bmatrix} = K_5 \end{aligned}$$

La matriz K del edificio es:

$$K = K_1 + K_2 + K_3 + K_4 + K_5$$

Haciendo operaciones resulta:

$$\underline{K} = \begin{bmatrix} 550 & 86.6 & 1333 \\ 86.6 & 450 & -750 \\ 1333 & -750 & 20550 \end{bmatrix}$$

Δu) Se tiene que resolver el sistema de ecuaciones:

$$\begin{bmatrix} 550 & 86.6 & 1333 \\ 86.6 & 450 & -750 \\ 1333 & -750 & 20550 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1 \\ v_1 \\ \theta_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 \\ 0 \\ 15 \end{bmatrix}$$

Realizándolo se obtiene:

$$u_1 = 0.0007562$$

$$v_1 = 0.009166 \text{ m}$$

$$v_1 = 0.001638 \text{ m}$$

Conocidos los desplazamientos y giro del piso podemos encontrar, con las expresiones 3.1 y 3.6, los desplazamientos laterales de los marcos, así:

$$d_{11} = 0.009166 + 5 \times 0.0007562 = 0.009544$$

$$d_{21} = -0.001638 - 5 \times 0.0007562 = -0.002016$$

$$d_{31} = 0.009166 - 3 \times 0.0007562 = 0.008939$$

$$d_{41} = 0.5 \times 0.009166 - 0.866 \times 0.001638 + 4.33 \times 0.0007562 = 0.003492$$

Multiplicando por las rigideces laterales obtenemos las fuerzas laterales correspondientes, resultan:

$$F_1 = 2.8632$$

$$F_2 = -0.6048$$

$$F_3 = 1.7878$$

$$F_4 = 0.6904$$

Se puede verificar el equilibrio; en efecto la suma de fuerzas horizontales es:

$$F_1 + F_3 + F_4 \cos 60 = 5.0002 \approx 5.0 \text{ bien}$$

La suma de fuerzas verticales da:

$$F_2 + F_4 \sin 60 = 0.00032 \approx 0.0 \text{ bien}$$

La suma de momentos con respecto al centro de masas es:

$$5F_1 - 5F_2 - 3F_3 + 4.33F_4 = 15.00067 \approx 15 \text{ bien}$$

3.3 Comentarios

Cuando se considera que un edificio está formado por sistemas planos se están despreciando las rigideces a torsión de vigas, columnas y muros; esto podría ser inaceptable en ciertas estructuras, por ejemplo aquellas que tienen muros de forma tubular. Por otro lado, existen casos en que algunos marcos no son planos, como en edificios de planta circular. Otro problema es que al considerar los sistemas planos independientemente uno del otro, se pierde la compatibilidad de desplazamientos verticales en columnas que en cierta dirección pertenecen a un marco y en otra dirección a otro marco; esto es impropio en el caso de estructuras de tipo tubular con marcos solo en el perímetro del edificio. También cuando hay marcos que no forman entre sí ángulos rectos se pierde la compatibilidad entre los giros de las vigas que llegan a la intersección de los marcos, la cual es importante si el ángulo entre los marcos es muy agudo en planta.

Los problemas citados en el párrafo anterior se pueden resolver si se considera el edificio formado por sistemas no planos sino tridimensionales unidos por el sistema rígido de piso. Así se hace en el programa que se presenta en la ref 23.

La hipótesis de que los pisos son diafragmas rígidos es inadmisibles en algunos edificios; como en aquellos cuyo longitud en planta es varias veces su ancho, y cuya rigidez ante cargas laterales no está distribuida de una manera sensiblemente uniforme en todo su largo. También es el caso de edificios de losas precoladas y de los que poseen elementos verticales resistentes a cargas laterales cuya rigidez sea comparable con la de las losas.

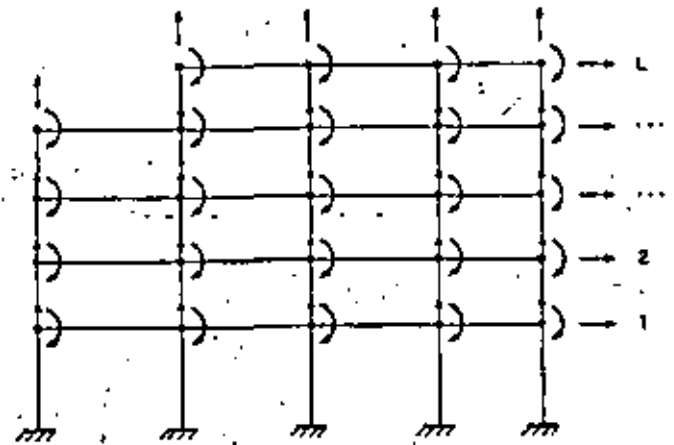


Fig 3.1 Grados de libertad del sistema plano de la fig 2.12

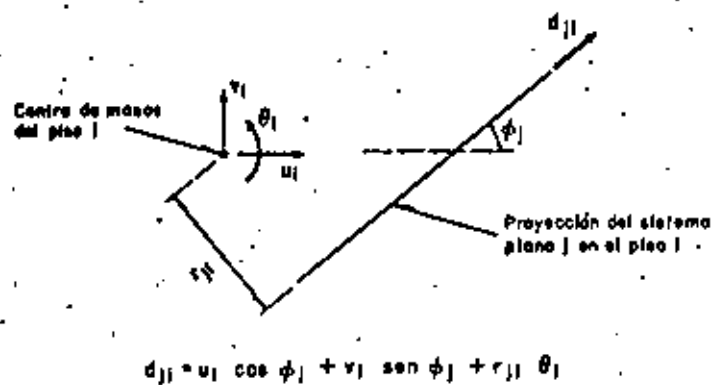
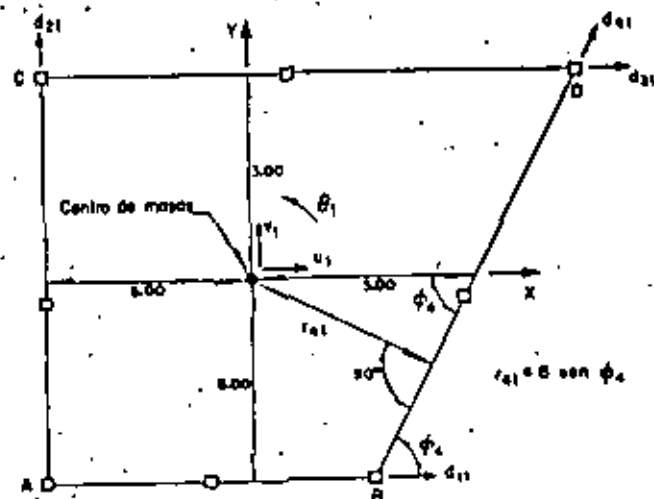


Fig 3.2 Relación entre los desplazamientos en planta del piso rígido j y el desplazamiento lateral del sistema plano j en dicho piso



marcos j	Rigidez lateral (ton/m)	ϕ_j (grados)	r_{jj} (m)
1 AB	300	0	5.00
2 AC	300	90°	-5.00
3 CD	300	0	-3.00
4 BD	200	60°	4.31

Para la definición de ϕ y r_{jj} , ver Fig 3.2

Fig 3.3 Estructura para ejemplificar el método de análisis tridimensional matricial

REFERENCIAS

1. "Reglamento de Construcciones para el Distrito Federal". *Diario Oficial de la Federación*, México, D.F. (dic 1976).
2. Rosenblueth, E y Esteve, L. "Diseño sísmico de edificios". Folleto complementario al Reglamento de Construcciones del Distrito Federal, México, O.F. (1962)
3. Subcomité No 31 de la División de Estudios de la Sociedad Americana de Ingenieros Civiles, Informe final, "Wind bracing in steel buildings", *Trans. ASCE*, Vol 105 (1940)
4. Sutherland, H y Bowman, H L. *Structural theory*, John Wiley & sons, Nueva York (1958)
5. Wilbur, J B y Morris, C H. *Elementary structural analysis*, Mc Graw-Hill Book Co. Inc, Nueva York (1948)
6. Grinter, L E y Tsao, C H. "Joint translation by cantilever moment distribution", *Procs. ASCE*, Vol 79, No 298 (sep 1953)
7. Loera, P S. "Contribución a un manual para diseño de losas de concreto reforzado". Tesis Profesional, Facultad de Ingeniería, UNAM, (1964)
8. Ghali, A y Neville, A M. *Structural analysis a unified classical and matrix approach*, Intext Educational Publishers (1972). También Chapman and Hall, Londres (1978)
9. Kardestuncer, H. *Introducción al análisis estructural con matrices*, McGraw-Hill Book Co, Inc, Nueva York (1975)
10. Meek, J L. *Matrix structural analysis*, McGraw-Hill-Kogakusha, Nueva York-Tokio (1971)
11. Blume, J A. "Dynamic characteristics of multistory buildings", *Journal of Structural Division, Procs. ASCE*, 94, ST2 (1968)
12. Comité ACI 442, "Response of buildings to lateral forces", *ACI Journal*, Vol 68 (feb 1971)
13. MacLeod, I A. *Interacción estructural en marcos y muros de concreto*, Lima y Portland Cement Association (1977).
14. Rosenblueth, E y Holtz, J. "Elastic analysis of shear walls in tall buildings", *Procs. ACI*, Vol 56 (Jun 1960)
15. Khan, F R y Sbarounis, J A. "Interaction of shear walls and frames", *Journal Structural Division, Procs. ASCE*, 90 ST3 (Jun 1964)
16. Przemieniecki, J S. *Theory of matrix structural analysis*, McGraw-Hill Book Co, Inc, Nueva York (1968)
17. Cook, R D. *Concepts and applications of finite element analysis*, Wiley (1974)
18. Zienkiewicz, O C. *The finite element method in engineering science*, McGraw-Hill, 3a ed (1977)
19. Bath, K J, Wilson, E L y Peterson, F E. "SAP IV: A structural analysis program for static and dynamic response of linear systems", Earthquake Engineering Research Center, Universidad de California, EERC, 73-11 Berkeley (1973)
20. MacLeod, I A. "Lateral stiffness of shear walls with openings", publicado en *Tall Buildings*, (Eds. A. Coull y B. Stafford Smith), Pergamon Press, Ltd, Londres (1967)
21. MacLeod, I A. "Analysis of shear wall buildings by the frame method", *Procs. ICE*, Parte 2, Vol 55 (sep 1973), 593-603
22. Wilson, E L y Dovey, H H. "Three dimensional analysis of building systems - TABS", Earthquake Engineering Research Center, Universidad de California, EERC 72-B, Berkeley (dic 1972)
23. Wilson, E, Hollings, J P y Dovey, H H. "Three dimensional analysis of building systems (extended version) - ETABS", Earthquake Research Center, Universidad de California, EERC, 75-13, Berkeley (1975)
24. Mell, R. "Comportamiento sísmico de muros de mampostería", *Instituto de Ingeniería, UNAM*, 352 (abr 1975)

25. Klingner, R E y Bertero, V V, "Infilled frames in earthquake-resistant construction", Earthquake Engineering Research Center, Universidad de California, EERC 76-32, Berkeley (1976)
26. Bazán, E, "Muros de mampostería ante cargas laterales. Estudios analíticos", Tesis Doctoral, Facultad de Ingeniería, UNAM (1980)
27. Esteva, L, "Behavior under alternating loads of masonry diaphragm frames by reinforced concrete members", Symposium on the Effects of Repeated Loading in Materials and Structural Elements, RILEM, México, D F (Sep 1966).
28. Tani, S, "Study on arrangements of seismic element", II Congreso Mundial de Ingeniería Sísmica, Tokio (1960)
29. Bazán, E, "Análisis sísmico de edificios con muros rigidizantes", IMCVC, 41, 91, México (mar-abr 1978)
30. IBM 1130, "Structural Engineering System Solver, STRUSS", Massachusetts Institute of Technology, IBM Cambridge (1967)
31. "Diseño y construcción de estructuras de mampostería. Título IV del Reglamento de Construcciones para el Distrito Federal", Instituto de Ingeniería, UNAM, 403 (jul 1977)
32. "Diseño y construcción de estructuras de concreto, Título IV del Reglamento de Construcciones para el Distrito Federal", Instituto de Ingeniería, UNAM, 401 (jul 1977)
33. "Diseño y construcción de estructuras metálicas, Título IV del Reglamento de Construcciones para el Distrito Federal", Instituto de Ingeniería, UNAM, 402 (jul 1977).
34. "Manual de diseño por sismo. Título IV del Reglamento de Construcciones para el Distrito Federal", Instituto de Ingeniería, UNAM, 406 (jul 1977)
35. Hurty, W C y Rubinstein, M F, *Dynamics of structures*, Prentice-Hall, Inc, Nueva Jersey (1964)
36. Clough, R W y Penzien, J, *Dynamics of structures*, McGraw-Hill Book, Inc, Nueva York (1975)
37. Newmark, N M y Rosenblueth, E, *Fundamentos de Ingeniería sísmica*, Diana, México, D F (1976)
38. Meirovitch, L, *Elements of vibration analysis*, McGraw-Hill Book Co, Inc, Nueva York, (1975)
39. Timoshenko, S P, *Vibration problems in engineering*, D. Van Nostrand Company, Inc, 3a ed, Princeton, Nueva Jersey, (1955)
40. Hermann, F, "A broad formula for estimating earthquake forces on oscillators", II Congreso Mundial de Ingeniería Sísmica, Tokio (1960)





**DIVISION DE EDUCACION CONTINUA
FACULTAD DE INGENIERIA U.N.A.M.**

VIII CURSO INTERNACIONAL DE INGENIERIA SISMICA
DISEÑO SISMICO DE EDIFICIOS

TEMA 4
LECCIONES DE SISNOS RECIENTES

M. en C. Enrique del Valle Calderón

AGOSTO, 1982

Introducción

La ocurrencia de un movimiento sísmico intenso despierta siempre la atención de gran número de ingenieros, sismólogos y autoridades gubernamentales, pues mucho es aún lo que debemos aprender para poder reducir cada vez más los daños y pérdidas de vidas que producen dichos movimientos.

Las deficiencias de los reglamentos de construcción, que tienen siempre un cierto atraso en relación con los avances logrados en el campo de la ingeniería sísmica; las deficiencias en cálculo, en parte también por falta de actualización de los ingenieros; los defectos constructivos o el comportamiento indeseable de ciertos materiales de construcción; mala conservación o la acumulación de daños ocultos a través de varios temblores, son espectacularmente expuestos a raíz de un sismo intenso. Dentro de ciertos intervalos, entre más antigua sea una construcción, mayor será la probabilidad de que alguno de los conceptos antes mencionados se manifieste.

Uno de los problemas que suelen presentarse es la falta de costumbre de la gente o su incredulidad, cuando se dice que en un cierto lugar de la tierra el riesgo sísmico se eleva. Como es sabido, los períodos de recurrencia de los sismos intensos son, afortunadamente, largos, lo que hace que muchas veces las personas se olviden del riesgo que corren y empiecen a relajarse incluso los reglamentos o bien, no se preocupan nada por establecerlos en caso

de que no existan. Sólo cuando se presenta un movimiento intenso y provoca muchos daños, surge la necesidad de componer la situación, pero esta efervescencia por desgracia es pasajera y al cabo de unas meses, todo se olvida y decae el interés.

Otras personas consideran también que sismos de mediana intensidad son suficientes para probar las bondades de ciertas prácticas de cálculo o constructivas, y animados por la ausencia de daños ante estos movimientos leves, insisten en su práctica, no siempre sana, a pesar de que temblores intensos han demostrado, quizá en otra parte del mundo, que no debe seguirse y estas experiencias son de su conocimiento.

Poco a poco, a través de errores y fracasos, el hombre ha ido logrando el perfeccionamiento de los sistemas constructivos, así como el mejor conocimiento del comportamiento de los materiales al ser sometidos a los efectos de sismos intensos; sin embargo, aún falta mucho por hacer, sobre todo al nivel de vivienda popular, en países poco desarrollados o en vías de desarrollo, donde la intervención del ingeniero no existe y siguen repitiéndose los errores, como por ejemplo, del uso de mampostería de adobe, sin reforzar, combinada con sistemas de techos pesados y que no contribuyen a la resistencia.

Sistemas estructurales -

Para resistir las fuerzas laterales provocadas por los sismos, se dispone básicamente de sistemas estructurales a base de muros, sistemas estructurales a base de marcos rígidos constituidos por trabes y columnas unidas adecuadamente y sistemas estructurales constituidos por combinaciones de muros y marcos rígidos (ref

* Material preparado para el curso Diseño sísmico de edificios, que se imparte en la DEFI dentro del V Curso Internacional de Ingeniería Sísmica.
 ** Profesor Titular, Tiempo Completo, DEFI UNAM.

Los muros pueden ser de carga o rigidez y estar hechos de adobe, piedra, tabique hueco o macizo o bloques huecos de concreto o bien ser de concreto reforzado. En general son bastante eficientes para resistir fuerzas elevadas en su plano si se toman precauciones especiales para evitar problemas de falla frágil. La ductilidad que pueden alcanzar estos sistemas, como se verá en otra parte del curso, es variable, pero en general, es menor que la que se alcanza con otros sistemas.

En ocasiones, se usan grupos de muros unidos entre sí y para formar tubos verticales, que pueden comportarse de manera muy eficiente para resistir los efectos sísmicos, con ductilidad adecuada.

En muchos casos los muros no son considerados como elementos resistentes al momento de calcular la estructura; sin embargo, la falta de indicación de esto en los planos constructivos, ay nada a prácticas constructivas deficientes, muchas veces de buena fe, pero ignorantes del problema que puede ocasionarse, hace que se integren a los elementos que resistirán los efectos sísmicos, provocando serios problemas, como se verá más adelante.

Los sistemas estructurales a base de marcos rígidos son bastante empleados en la construcción de edificios de uso general, en los que se desconoce la distribución de los espacios, durante la etapa de cálculo y desea dar amplia libertad de uso. Se conocen también como estructuras esqueléticas y se construyen principalmente de concreto reforzado o de acero estructural aunque también suele usarse la madera en ciertos casos.

Este tipo de estructuras puede desarrollar una buena ductilidad bajo la acción de los efectos sísmicos, como también se verá en otra parte del curso.

Su elevada hiperestaticidad y el comportamiento más allá del límite elástico, permiten la redistribución de efectos sísmicos y los hace espacialmente adecuados para resistir fuerzas laterales en edificios altos; sin embargo, es frecuente que su comportamiento se vea obstaculizado por elementos no estructurales, lo que conduce a problemas de mayor o menor importancia.

Las deformaciones laterales de este tipo de estructuras son mayores, en general, que las de sistemas a base de muros, y deben dejarse las holguras constructivas necesarias para que esas deformaciones puedan tener lugar previendo las conexiones adecuadas de instalaciones, fachadas, muros divisorios, etc. En algunas ocasiones se emplean contravientos diagonales o muros de rigidez con objeto de reducir las deformaciones.

El empleo cada vez más frecuente de computadoras digitales para el análisis de este tipo de sistemas ha ido eliminando los problemas asociados a subestimaciones o sobre estimaciones de sus propiedades elástico-geométricas por el empleo de métodos aproximados de análisis sin verificar si se cumplen las restricciones de dichos métodos. Puede citarse como ejemplo la determinación de rigideces de entrepiso, y por consiguiente, de las deformaciones laterales que sufrirá la estructura, en marcos construídos por columnas relativamente robustas en comparación con las trabes (ref. 2).



Es bastante frecuente en nuestros días la combinación de sistemas a base de muros y a base de marcos. El problema fundamental de esta combinación es la determinación de la compatibilidad de deformaciones de ambos sistemas al estar sometidos a fuerzas horizontales, ya que su comportamiento aislado es completamente diferente. Puede ser muy eficiente esta combinación en edificios de gran altura. El empleo de computadores digitales en el análisis es imprescindible para lograr una predicción adecuada del comportamiento de la estructura.

La estructuración que se adopte es fundamental en el éxito o fracaso de un edificio. El ingeniero estructurista no puede lograr que una forma estructural pobre, tal vez por causa de un capricho arquitectónico, se comporte satisfactoriamente en un temblor. Existe una serie de recomendaciones de tipo general (referencia 1), que es conveniente seguir para lograr buenos resultados. Aun cuando no existe una forma universal para un tipo particular de estructura, esta debe de ser, siempre que sea posible: simple; simétrica; no demasiado alargada ni en planta ni en elevación; ser uniforme y tener su resistencia distribuida en forma uniforme, sin cambios bruscos; tener miembros horizontales en los que se forman articulaciones plásticas, antes que en los miembros verticales y tener su rigidez en relación con las propiedades del sub suelo.

Esta última condición no se ha respetado en muchas ocasiones y ha sido causa de problemas importantes. En general, se sabe que una estructura flexible se comporta mejor cuando está desplazada en un suelo rígido y una rígida cuando lo está en un suelo blando. Aunque en esta definición quedan demasiado vagos los términos

de rigidez de estructuras y suelos, lo importante es que haya bastante diferencia, de ser posible, entre los periodos dominantes propios del terreno y de la estructura, como se verá en otra parte del curso.

Elementos no estructurales

Se consideran como elementos no estructurales aquellos que no contribuyen, teóricamente, a la resistencia de la estructura al ser sometida a los efectos sísmicos, tales como muros divisorios o de colindancia, fachadas, plafones, instalaciones hidráulicas, eléctricas, o de otro tipo, tanques, antenas, etc.

Los principales problemas son causados por la unión inadecuada de estos elementos a la estructura, provocando que, al deformarse ésta, se recarque con mayor o menor intensidad en aquellos, que al no estar diseñados para resistir los efectos del sismo, pueden sufrir daños considerables.

En muchos temblores recientes, las mayores pérdidas económicas han ocurrido en elementos no estructurales, sobre todo en muros divisorios, de colindancia o de fachadas, debido a su elevada rigidez (no siempre compatible con su resistencia) que impide la deformación de la estructura si no hay holguras constructivas adecuadas.

Es frecuente que la estructura también resienta daños importantes, pues no está diseñada para tomar los esfuerzos que le transmiten los muros.

Resulta pues sumamente importante definir claramente en los planos constructivos cuales son los elementos que forman parte integrante de la estructura y cuales son no estructurales, indicar

de la forma en que deben colocarse, las holguras constructivas que deben dejarse, incluyendo los acabados y otras precauciones que se juzgue pertinentes.

Daños observados

A continuación se ilustrarán y discutirán los principales tipos de daños observados en temblores recientes, tomando en cuenta los comentarios hechos con anterioridad.

Es necesario definir si los daños pueden poner en peligro la estabilidad de la estructura o son en elementos no estructurales, sin peligro de colapso, pero con costos de reposición elevados.

Los daños pueden consistir en:

- agrietamientos ligeros de acabados y muros no estructurales
- agrietamientos fuertes de acabados y muros no estructurales
- agrietamientos ligeros en muros estructurales
- agrietamientos severos de muros estructurales
- formación de articulaciones plásticas en columnas o fracturas importantes
- colapsos parciales de elementos no estructurales
- colapsos parciales de elementos estructurales
- colapsos totales
- pérdida de verticalidad de la estructura
- fallos de anclaje del refuerzo
- desmenuamiento del recubrimiento
- daño local o generalizado
- rupturas de tuberías o ductos de instalaciones

- colapso de plafones
- golpes contra construcciones vecinas por flexibilidad excesiva
- fractura de losas o escaleras.

Los informes que se anexan a continuación, sobre los temblores de Managua el 23 de diciembre de 1972 y del ocurrido en una amplia región de México el 28 de agosto de 1973, ilustran la mayoría de los daños antes mencionados.

Se puede encontrar información adicional en numerosas publicaciones, algunas del mismo Instituto de Ingeniería de la UNAM, por ejemplo las referencias 4 a 6, o bien, descripciones de daños por temblor que han sido presentadas en los distintos congresos mundiales de ingeniería sísmica, referencias 7 a 12. El capítulo 9 de la referencia 13 ilustra el comportamiento de estructuras en los Estados Unidos a través de diversos temblores.

Como puede observarse muchos de los daños que se han presentado podrían haberse evitado tomando precauciones mínimas durante la construcción. En otros casos, la intensidad del movimiento rebasó las predicciones que tenían, o superó la capacidad estimada para las estructuras, obligando en ambos casos a modificar los reglamentos de construcción.

Actualmente se han refinado bastante las técnicas para predecir la sismicidad de un lugar como se vio en el curso de Siscolab y Simcolab.

La determinación de la resistencia de las estructuras sometidas a sismos es también motivo de numerosas investigaciones. El uso de estas vibraciones capaces de reproducir los movimientos sísmicos será cada vez frecuente en el futuro, lo que permitirá

estudiar mejor estos efectos en modelos sin tener que esperar a que ocurran sismos intensos que descubran un nuevo tipo de falla, así como ensayar distintas formas de mejorar la resistencia de las construcciones.

Algunos comentarios sobre la reparación de estructuras dañadas

Después de cada temblor intenso, un buen número de estructuras quedan con daños estructurales más o menos severos y es necesario decidir si se reparan o se demuelen. En caso de repararlas, es preciso definir como debe llevarse a cabo la reparación.

No es fácil, de la simple observación de los daños, apreciar que tan afectada puede estar una estructura. Es poco también lo que se conoce en relación con la acumulación de daños por temblor a través de varios movimientos intensos.

La reparación de una estructura debe hacerse a partir de un análisis muy detallado de la misma, teniendo especial cuidado de no alterar localmente sus propiedades resistentes, pues temblores futuros se encargarán de poner en evidencia las fallas que han sido inadecuadamente reparadas. La reparación local de elementos resistentes, bastante frecuente, puede conducir a un aumento en la rigidez del elemento reparado por lo que, en otro sismo, soportará mayor fuerza sísmica y puede volver a fallar, quizá con resultados peores que en la primera ocasión. Es muy frecuente que sea necesario reforzar elementos sanos con objeto de repartir las cargas sísmicas en una forma más adecuada. En ocasiones es conveniente poner una nueva estructura, quizá metálica, adosada a la dañada, más rígida que ésta, para absorber los efectos sísmicos en su totalidad cuidando que los sistemas de piso sean capaces de

transmitir las fuerzas sísmicas adecuadamente.

En muchas construcciones de mampostería, el simple resaca de los agrietamientos, sin estudiar por qué se agrietaron y qué puede pasar en temblores futuros, es muy peligroso pues la estructura puede haber perdido gran parte de su capacidad a fuerzas laterales y sufrir colapsos importantes en temblores futuros. En ocasiones es mejor sustituir el elemento de mampostería dañado o reforzarlo adecuadamente. Se ha visto que un aplacado reforzado con naila puede sustituir eficientemente la resistencia; sin embargo, será necesario estudiar el comportamiento de conjunto de la estructura, para decidir si sólo se refuerzan los elementos dañados o también se refuerzan otros elementos, aparentemente sanos, pero que requieren ser reforzados para lograr un trabajo de conjunto eficiente.

Es muy frecuente que ciertas deficiencias en sistemas constructivos o estructurales hayan sido puestas en evidencia en un lugar y que esos mismos defectos sean comunes en otro lugar con similitud semejante, pero en el cual, hace tiempo que no han ocurrido temblores.

Lo normal es, que a pesar de saber que puede haber serios daños en el segundo lugar cuando ocurra un sismo, no se haga nada para prevenirlos. Ciertamente es difícil, como ya se dijo antes, convencer a la gente del riesgo en que se encuentra, y tal vez tengamos que esperar a que ocurran los daños, para que se tomen cartas en el asunto. Evidentemente, la divulgación de este problema a nivel de autoridades gubernamentales, compañías de seguros, ingenieros estructuristas, arquitectos, etc. ayudará en la solución de este dilema. Esperamos que este curso sirva para eso también.

Referencias

1. Response of buildings to lateral forces. Reporte del Comité ACI 442. Journal ACI, Febrero 1971.
2. Dynamic characteristics of multistory buildings. John A. Diune. Journal of the Structural Division, ASCE, Febrero 1968.
3. Earthquake Resistant Design. D. J. Dowrick, Wiley Inter-science Publications. John Wiley and Sons, 1977.
4. El temblor de Caracas, Julio 19 de 1967. L. Esteva, R. Díaz de Cosío, J. Elorduy, Publicación 168 Instituto de Ingeniería, UNAM, julio 1968.
5. Los efectos del terremoto del 28 de julio y la consiguiente revisión de los criterios para el diseño sísmico de estructuras. R. J. Marsal, E. Rosenblueth y P. Hiriart. Revista Ingeniería, enero 1958. (Publicación No. 6 del Instituto de Ingeniería, UNAM).
6. Terblores chilenos de mayo 1960; sus efectos en estructuras civiles. E. Rosenblueth. Revista Ingeniería, enero 1961. (Publicación No. 14 del Instituto de Ingeniería, UNAM).
7. Proceedings, First World Conference on Earthquake Engineering. 1 WCEE, Berkeley, California, 1956.
8. Proceedings, Second World Conference on Earthquake Engineering. 2 WCEE, Tokio y Kioto, Japón, 1960.
9. Proceedings, Third World Conference on Earthquake Engineering. 3 WCEE, Nueva Zelanda, 1965.
10. Proceedings, Fourth World Conference on Earthquake Engineering. 4 WCEE, Santiago de Chile, 1969.

11. Proceedings, Fifth World Conference on Earthquake Engineering. 5 WCEE, Roma, Italia, 1973.
12. Proceedings, Sixth World Conference on Earthquake Engineering. 6 WCEE, Nueva Delhi, India, 1977.
13. Earthquake Engineering, Robert L. Wiagel, editor. Prentice Hall, 1970.



**DIVISION DE EDUCACION CONTINUA
FACULTAD DE INGENIERIA U.N.A.M.**

VIII CURSO INTERNACIONAL DE INGENIERIA SISMICA
DISEÑO SISMICO DE EDIFICIOS

TEMA 5

CRITERIOS DE ESTRUCTURACION

- * Determination of structural form
- * * Eficiencia de sistemas estructurales para edificios de concreto en zonas sísmicas

M. en C. Enrique del Valle Calderón

AGOSTO, 1982

Determination of structural form

4.1 INTRODUCTION

In earthquake regions it is of paramount importance that the structural form is sound. This chapter is addressed to architects as well as engineers because the structural engineer cannot make a poor structural form behave satisfactorily in an earthquake.

For the design team to provide the client with the most appropriate structure, the form should not be fixed until adequate background information is available. As illustrated in the diagram in the introduction the design team should know sufficient about the consequences of earthquake damage, the economic factors in resisting that damage and the degree of risk to different types of structure on the site in question, to enable a wise choice of structural form to be made.

4.2 THE FORM OF THE SUPERSTRUCTURE

4.2.1 Introduction

There is of course no universal ideal form for a particular type of structure, but there are certain guiding principles to be borne in mind. Briefly, the structure should

- (i) be simple;
- (ii) be symmetrical;
- (iii) not be too elongated in plan or elevation;
- (iv) have uniform and continuous distribution of strength;
- (v) have horizontal members which form hinges before the vertical members;
- (vi) have its stiffness related to the sub-soil properties.

An earthquake will relentlessly seek out every structural weakness, whether previously acknowledged or not. The above rules give the engineer the best chance of understanding the earthquake behaviour of the structure and even if that has been far from perfect, wise detailing of the right structure (in any material) is the best guarantee of success.

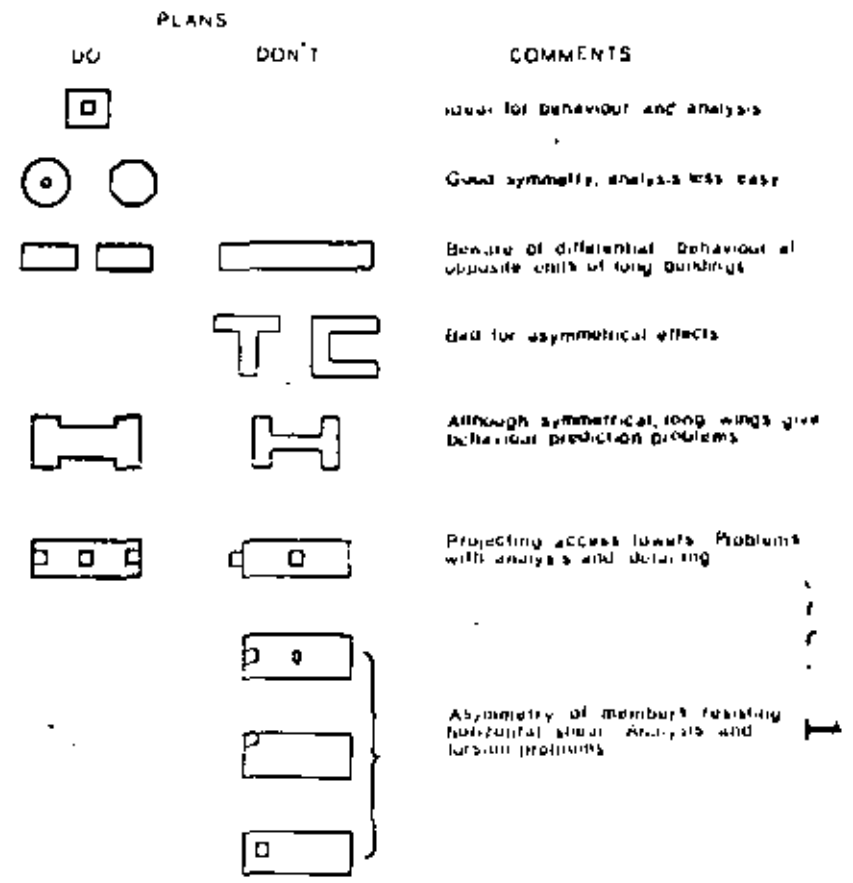


Figure 4.1 Simple rules for plan layouts of aseismic buildings (Only with dynamic analysis and careful detailing should these rules be broken)

4.2.2 Simplicity and symmetry

Earthquakes repeatedly demonstrate that the simplest structures have the greatest chance of survival. There are two main reasons for this. Firstly, our ability to understand the overall earthquake behaviour of a structure is markedly greater for a simple one than it is for a complex one, and secondly, our ability to understand structural details is considerably greater for simple details than it is for complicated ones.

Symmetry is desirable for much the same reasons. It is worth pointing out that symmetry is important in both directions on plan (Figure 4.1), a point too often neglected. Lack of symmetry produces torsional effects which are difficult to assess properly and which can be very destructive.

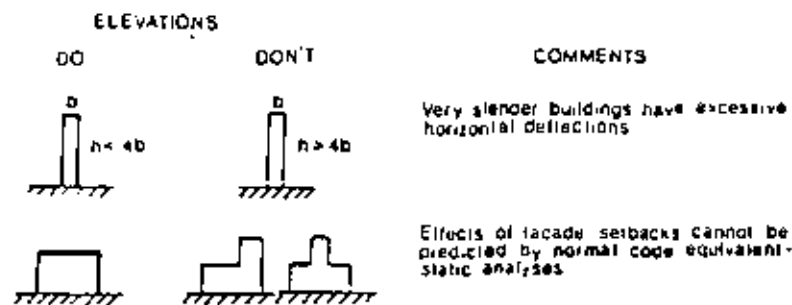


Figure 4.2 Simple rules for elevation shapes of aseismic buildings. (Only with dynamic analysis and careful detailing should these rules be broken)

4.2.3 The overall shape should not be too elongated

The longer a building is in plan, the more chance there is of different earthquake movements being applied simultaneously to the two ends of it, a situation which may produce disastrous results. If for a given plan area, a squarish plan shape is not satisfactory for architectural reasons, then two or more separate buildings may be the answer. This is sometimes done by slicing a long building into sections with movement-gaps between. But this can only be considered a partial solution because of the difficulty of properly detailing the gaps, which have to be 100 mm or more in width to prevent adjacent sections of the building battering each other.

An important aspect of plan layout is the general undesirability of re-entrant angles (Figure 4.1). While T- and L-shaped plans are doubly to be condemned, H-blocks although symmetrical should not be encouraged either. Where the H provides little more than light modelling of a facade with a small set-back, this plan type could be adopted with reasonable confidence, so long as the effects of the discontinuities in the horizontal members on the stepped facades can be properly understood and detailed against. External lift and stairwells provide similar dangers which tend to act on their own in earthquakes, with force concentrations, torsions and out of balance forces which are difficult to predict without complex and expensive dynamic analyses.

For the elevation it seems reasonable to suggest a limited slenderness for most buildings: Height/width ≤ 3 or 4 (Figure 4.2). The more slender a building the worse the overturning effects of an earthquake and the greater the earthquake stresses in the outer columns, particularly the overturning compressive forces which can be very difficult to deal with.

On some sites the ground conditions may be such that the foundations will strongly influence the overall proportions and the layout of the vertical structure, for both practical and economic reasons. This aspect of the design is considered in more detail in Section 4.5.

4.2.4 Uniform and continuous distribution of strength

This concept is closely related to that of simplicity and symmetry. The structure will have the maximum chance of surviving an earthquake if:

- the load bearing members are uniformly distributed;
- all columns and walls are continuous and without offsets from roof to foundation;
- all beams are free of offsets;
- columns and beams are coaxial;
- reinforced concrete columns and beams are nearly the same width;
- no principal members change section suddenly;
- the structure is as continuous (redundant) and monolithic as possible.

In qualification of the above recommendations it can be said that while they are not mandatory they are well proven, and the less they are followed the more vulnerable and expensive the structure will become.

While it can readily be seen how these recommendations make structures more easily analysed and avoid undesirable stress concentrations and torsions, some further explanation may be warranted. The restrictions to architectural freedom implied by the above, sometimes make their acceptance difficult. Perhaps the most contentious is that of uninterrupted vertical structure, especially where cantilevered facades and columns supporting shear walls are fashionable. But sudden changes in lateral stiffness up a building are *not* wise (Figure 4.3), firstly because even with the most sophisticated and expensive computerized analysis the earthquake stresses cannot be determined adequately, and secondly, in the present state of knowledge we probably could not detail the structure adequately at the sensitive spots even if we knew the forces involved. The damage to the Sheraton-Macuto Hotel in the 1967 Caracas earthquake¹ illustrates this point, which is further discussed in Section 5.8.2.

This leads naturally into a discussion of the so-called 'soft storey' concept. In principle it is advantageous to isolate a structure from excessive ground movements by some sort of spongy layer. It has been proposed that a basically stiff structure could be protected from short-period vibrations by making the bottom storey columns relatively flexible (Figure 4.3). Unfortunately, many modern buildings of this type have not performed well in earthquakes. Recent studies have shown the soft storey concept to have theoretical as well as practical problems, and leading engineers in the U.S.A., New Zealand and elsewhere are advising against it at the present time. Chopru *et al.*² found that a very low yield force level and an essentially perfectly plastic yielding mechanism are required in the first storey, and that the required displacement capacity of the first storey mechanism is very large.

Item (e) above recommends that in reinforced concrete structures, contiguous beams and columns should be of similar width. This promotes good detailing and aids the transfer of moments and shears through the junctions

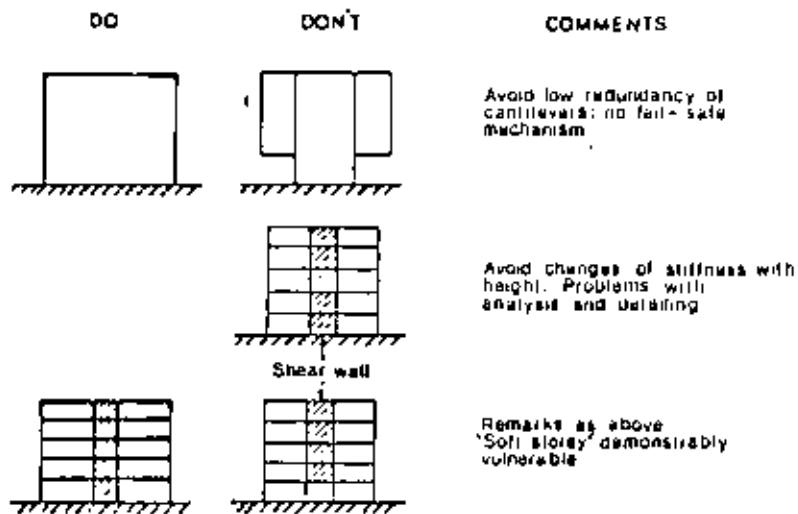


Figure 4.3 Simple rules for vertical frames in seismic buildings

of the members concerned. Very wide, shallow beams have been found to fail near junctions, with normal sized columns, and at present there is a large area of ignorance in the behaviour of such junctions (Figure 4.4).

The remaining main point worth elaborating is item (g) above, which says that a structure should be as redundant as possible. The earthquake resistance of an economically designed structure depends on its capacity to absorb apparently excessive energy input, mainly in repeated plastic deformations of its members. Hence the more continuous and monolithic a structure is made, the more plastic hinges and shear and thrust routes are available for energy absorption. This is why it is so difficult to make precast concrete structures work for strong earthquake motions.

Making joints monolithic and fully continuous is not only important for energy absorption; it also eliminates a frequent source of serious local failure due to high local stresses engendered solely by the very large movements and rotations caused by earthquakes. This problem can arise in such places as the connection of major beams to slabs or minor beams, and beams to columns or corbels.

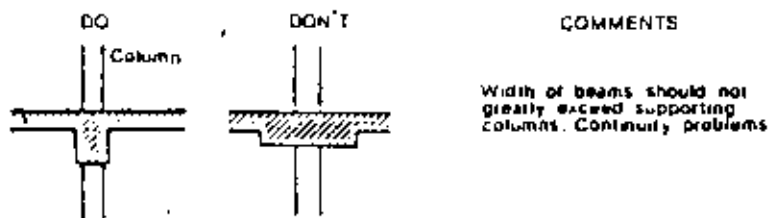


Figure 4.4 Simple rule for widths of beams and columns in seismic reinforced concrete buildings

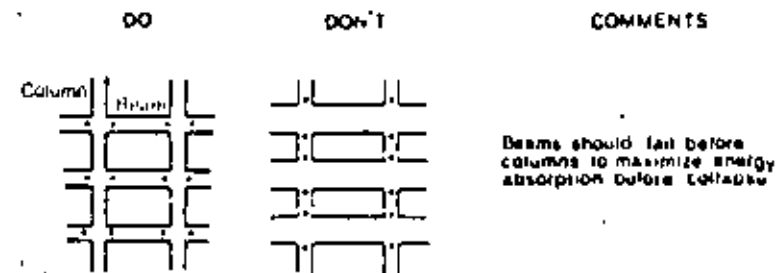


Figure 4.5 Simple rule for relationship between column and beam strengths in seismic frames

4.2.5 Horizontal and vertical members

In framed building structures it is a fundamental earthquake requirement that horizontal members should fail before vertical members. It is a very important life-saver in that it postpones complete collapse of a structure. Beams and slabs generally do not fall down even after severe damage at plastic hinge positions, whereas columns will rapidly collapse under their vertical loading once sufficient spalling has taken place. This means, for example, that continuous spandrels on light columns are not appropriate in earthquake regions (Figure 4.5). If deep downstand or upstand beams are desirable for architectural reasons their effective depth would have to be substantially reduced by a deep movement gap on each side of all columns (Figure 8.7).

4.2.6 Stiff structures versus flexible

In the past there has been much unresolved discussion of this aspect of design. It revolves around the fact that if the local ground motion is largely in frequencies close to the natural frequency of the building, then the structure will take the maximum punishment. If the local sub-soil will filter out much of the high frequency ground motion (as in Mexico City) then a stiff structure should be subjected to lower seismic forces than a flexible structure, and vice versa (Figure 3.3).

But notwithstanding the above question of resonance with the ground, there still are two schools of thought around the world, the stiff structure school, and those who favour flexible structures. For example in the early 1970's it was alleged that in San Francisco the flexible philosophy currently predominated, while in Los Angeles the stiff school was in vogue, although both cities have a similar range of soil conditions. The chief arguments for and against each form of structure are given in Table 4.1.

One difficulty in weighing up the pros and cons of flexible and stiff structures comes from the lack of clear definitions of the terms 'flexible' and 'stiff'. Perhaps the best that can be said at present is that one structure

Table 4.1

	Advantages	Disadvantages
Flexible Structures	(1) Specially suitable for short period sites, for buildings with long periods (2) Ductility arguably easier to achieve (3) More amenable to analysis	(1) High response on long period sites (2) Flexible framed reinforced concrete is difficult to reinforce (3) Non-structure may invalidate analysis (4) Non-structure difficult to detail
Stiff Structures	(1) Suitable for long period sites (2) Easier to reinforce stiff reinforced concrete (i.e., with shear wall) (3) Non-structure easier to detail	(1) High response on short period sites (2) Appropriate ductility not easy to knowingly achieve (3) Less amenable to analysis

is stiffer than, or less flexible than, another. We shall now consider some current structural forms.

Fully flexible structures may be exemplified by many modern beam and column buildings, where non-structure has been carefully separated from the frame. No significant shear elements exist, actual or potential: all partitioning and infill walls are isolated from frame movements, even the lift and stair shaft walls are completely separated. The cladding is mounted on rocker and roller brackets (of non-corrosive material). This type of completely ductile frame is currently fairly popular in Japan, New Zealand and California. Apart from the points listed in Table 4.1 it has further disadvantages. Floor to floor lateral drift and permanent set may be excessive after a moderate earthquake. In reinforced concrete the joint detailing is very difficult. There is no hidden redundancy (extra safety margin) provided by non-structure as in traditional construction.

Modified flexibility is deliberately sought by some engineers by incorporating limited shear walls in a framed structure, producing what is still a relatively flexible longer-period structure. One approach to this has been Muto's in Japan, where currently all buildings over fourteen storeys have steel frames. Muto introduced slitted concrete shear panels into the steel frames, to reduce horizontal sway in typhoons and moderate earthquakes, and to absorb energy in strong earthquakes (Section 5.8.2).

Many engineers believe that reinforced concrete shear walls should be included in more framed buildings. This would

- (a) reduce lateral drift,
- (b) reduce reinforced concrete joint detailing problems,
- (c) help to ensure that plasticity develops uniformly over the structure,
- (d) prevent column failure in sway due to the $P \times \Delta$ effect (i.e. secondary bending resulting from the product of the vertical load and the lateral deflection).

In conclusion it can be said that in many situations either a stiff or a flexible structure can be made to work, but the advantages and disadvantages of the two forms need careful consideration when choosing between them.

4.3 CHOICE OF STRUCTURAL MATERIALS

4.3.1 Seismic strength of materials

In the determination of the form of a structure the choice of material is often an important factor. Sometimes the structural material will be Hobson's Choice, dictated by availability, or political or economic considerations. Whether a fuller choice is possible or not, the following design criteria exist.

Purely in terms of earthquake resistance the best materials have the following properties:

- (i) high ductility;
- (ii) high strength/weight ratio;
- (iii) homogeneity;
- (iv) orthotropy;
- (v) ease in making full strength connections.

Generally the larger the structure the more important the above properties are. By way of illustration the applicability of the major structural materials to buildings is given in Table 4.2 below. The term 'good reinforced masonry' refers to properly detailed hollow concrete block as discussed in Section 6.6.4.

Most fully precast concrete systems are *not* suitable for earthquake resistance, because of the difficulty of achieving a monolithic, continuous and ductile structure.

The order of suitability shown in Table 4.2 is of course far from fixed as it will depend on many things such as the qualities of materials as locally available, the type of structure and the skill of the local labour in using them.

All these factors being equal, there is arguably little to choose between steel and *in situ* reinforced concrete for medium-rise buildings, as long as they are both well designed and detailed. For tall buildings steel-work is generally preferable, though each case must be considered on its merits. Timber performs well in low-rise buildings almost solely because of its high strength/weight ratio, but must be detailed with great care. Further discussion of the use of different materials is given elsewhere.³ Underdeveloped countries

Table 4.2

		Type of building		
		High-rise	Medium-rise	Low-rise
Structural materials in approximate order of suitability	Best	(1) Steel (2) <i>In situ</i> reinforced concrete	(1) Steel (2) <i>In situ</i> reinforced concrete (3) Good precast concrete* (4) Prestressed concrete (5) Good reinforced masonry*	(1) Timber (2) <i>In situ</i> reinforced concrete (3) Steel (4) Prestressed concrete (5) Good reinforced masonry* (6) Precast concrete (7) Primitive reinforced masonry
	Worst			

* These two materials only just qualify for inclusion in the medium-rise bracket. Indeed many earthquake engineers would not use either material. In Japan masonry is not permitted for buildings of more than three storeys.

have special problems in selecting building materials, from the points of view of cost, availability and technology. Further discussion of these factors has been made by Flores.⁴

4.3.2 Seismic response of structural materials

It is worth bearing in mind while choosing materials that if a flexible structure is required then some materials, such as masonry, are not suitable. On the other hand steelwork is used essentially to obtain flexible structures, although if greater stiffness is desired diagonal bracing or reinforced concrete shear panels may sometimes be incorporated in steel frames. Concrete of course can readily be used to achieve almost any degree of stiffness. See also Section 5.1 and Chapter 6.

A word of warning should be given here about the effect of non-structural materials on the structural response of buildings. The nonstructure, mainly in the form of partitions, may enormously stiffen an otherwise flexible structure and hence must be allowed for in the structural analysis. This subject is discussed in more detail in Section 4.4.

4.4 THE EFFECT OF NON-STRUCTURE

In considering the form of a structure it is important to be aware that some items which are normally non-structural become structurally very responsive in earthquakes. This means anything which will interfere with the free deformations of the structure during an earthquake. In buildings the

principal elements concerned are cladding, perimeter infill walls, and internal partitions. Where these elements are made of very flexible materials, they will not affect the structure significantly. But very often, it will be desirable for non-structural reasons to construct them of stiff materials such as precast concrete or blocks or bricks. Such elements can have a significant effect on the behaviour and safety of the structure. Although these elements may be carrying little vertical load, they can act as shear walls in an earthquake with the following important effects. They may:

- reduce the natural period of vibration of the structure, hence changing the intake of seismic energy and changing the seismic stresses of the 'official' structure;
- redistribute the lateral stiffness of the structure, hence changing the stress distribution;
- cause premature failure of the structure usually in shear or by pounding;
- suffer excessive damage themselves, due to shear forces or pounding.

The more flexible the basic structure is, the worse the above effects will be; and they will be particularly dangerous when the distribution of such 'non-structural' elements is asymmetric or not the same on successive floors. Stratta and Feldman⁵ have discussed some of the effects of infill walls during the Peruvian earthquake of May 1970.

In attempting to deal with above problems, either of two opposite approaches may be adopted. The first approach is knowingly to include those extra shear elements into the official structure as analysed, and to detail accordingly. This method is appropriate if the building is essentially stiff anyway, or if a stiff structure is desirable for low seismic response on the site concerned. It means that the shear elements must be effectively tied into the structure, particularly the columns, and that the shear elements themselves will probably require aseismic reinforcement. Thus 'non-structure' is made into real structure. For notes on the analysis of such composite structures, see Section 5.8.

The second approach is to prevent the non-structural elements from contributing their shear stiffness to the structure. This method is appropriate particularly when a flexible structure is required for low seismic response. It can be effected by making a gap against the structure, up the sides and along the top of the element. The non-structural element will need restraint at the top (with dowels, say) against overturning by out-of-plane forces. If the gap has to be filled, a really flexible material must be used, i.e. *not* 'Flexcell'. Some advice on the detailing of infill walls is given in Sections 6.6.5 and 8.2.

Unfortunately, neither of the above solutions is very satisfactory, as the fixing of the necessary ties, reinforcement, dowels, or gap treatments is time-consuming, expensive and hard to supervise properly. Also, flexible gap fillers will not be good for sound insulation.

Finally the client should be warned not to permit construction of solid infill walls without taking structural advice about the earthquake effects.

4.5 THE FORM OF THE SUBSTRUCTURE

Although the form of the substructure must have a strong influence upon the seismic response of structures, little comparative work has been done on this subject. The following notes briefly summarize what appears to be good practice at the present time.

The basic rule regarding the earthquake resistance of substructure is that *integral action* in earthquakes should be obtained. This requires adequate consideration of the dynamic response characteristics of the superstructure and of the subsoil. If a good seismic-resistant form has been chosen for the superstructure (Section 4.2) then at least the plan form of the substructure is likely to be sound, i.e.:

- (i) vertical loading will be symmetrical;
- (ii) overturning effects will not be too large;
- (iii) the structure will not be too long in plan.

As with non-seismic design, the nature of the subsoil will determine the minimum depth of foundations. In earthquake areas this will involve consideration of the following factors:

- (a) transmission of horizontal base shears from the structure to the soil;
- (b) provision for earthquake overturning moments (e.g. tension piles);
- (c) differential settlements (Figure 4.6);
- (d) liquefaction of the subsoil;
- (e) the effects of embedment on seismic response.

The effects of depth of embedment are not fully understood at the present time (Section 5.5.3.3), but some allowance for this effect can be made in soil-structure interaction analyses (Section 5.5.3), or when determining at what level to apply the earthquake loading input for the superstructure analysis.

Three basic types of building foundations may be listed as:

- (1) discrete pads;
- (2) continuous rafts;
- (3) piled foundations.

Piles of course, may be used in conjunction with either pads or rafts. Continuous rafts or box foundations are good aseismic forms only requiring adequate depth and stiffness. Piles and discrete pads require more detailed consideration in order to ensure satisfactory integral action which deals with so many of the structural requirements implied in (i) to (iii) and (a) to (e) above. Integral action should provide sufficient reserves of strength to deal with some of the differential ground movements which are not explicitly

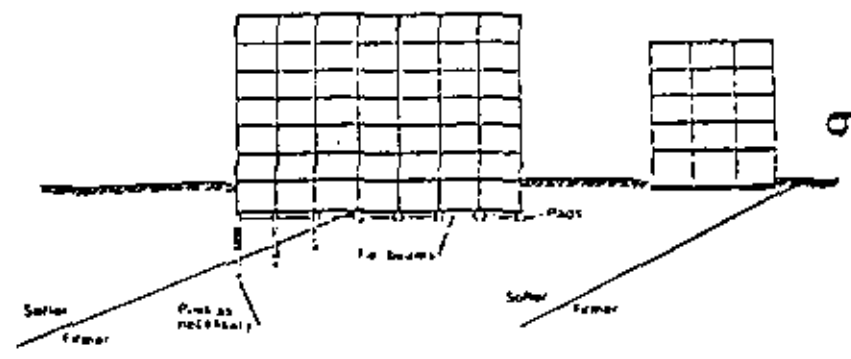


Figure 4.6 Typical structures founded on two types of soil, requiring precautions against differential seismic movements

designed for at the present time. Where a change of soil type occurs under a structure (Figure 4.6), particular care may be necessary to ensure integral substructure action.

This discussion of substructure form is applicable to structures on softer soils only, as structures on rock are naturally integral per media of the rock itself. For a more detailed discussion of foundation design see Section 5.5.4.

REFERENCES

1. Sozen, M. A., Newmark, N. M., and Hausner, G. W., 'Implications on seismic structural design of the evaluation of damage to the Sheraton-Macuto', *Proc. 4th World Conference on Earthquake Engineering, Chile*, III, 3-2, 137-150 (1969).
2. Chopra, A. K., Clough, D. P., and Clough, R. W., 'Earthquake resistance of buildings with a "soft" first storey', *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, I, No. 4, 347-355 (June 1973).
3. Dowrick, D. J., 'Modern construction techniques for earthquake areas', *Earthquake Engineering, Proc. 4th European Symposium on Earthquake Engineering, London, 1972*, published by Bulgarian National Committee on Earthquake Engineering, Sofia, 287-300 (1973).
4. Flores, R., 'An outline of earthquake protection criteria for a developing country', *Proc. 4th World Conference on Earthquake Engineering, Chile*, III, 3-4, 1-14 (1969).
5. Stratta, J. L., and Feldman, J., 'Interaction of infill walls and concrete frames during earthquakes', *Bulletin of the Seismological Society of America*, 61, No. 3, 609-612 (June 1971).



**DIVISION DE EDUCACION CONTINUA
FACULTAD DE INGENIERIA U.N.A.M.**

VIII CURSO INTERNACIONAL DE INGENIERIA SISMICA
DISEÑO SISMICO DE EDIFICIOS

TEMA 6

DISEÑO ESTÁTICO

AGOSTO, 1982

tratando de incluir las diversas opciones que se consideran en el art 240. El punto c ha sido objeto de los capítulos 1 y 2 de este trabajo.

Como un caso particular del análisis estático se incluye aquí lo que el Reglamento denomina método simplificado de análisis, cuya aplicabilidad y procedimiento se especifican en el art 239.

4.2 *Valuación de fuerzas sísmicas sin estimar el período fundamental del edificio*

Según el inciso l del art 240, las fuerzas cortantes sísmicas en los diferentes niveles de una estructura pueden valorarse, suponiendo un conjunto de fuerzas horizontales actuando sobre cada uno de los puntos donde se supongan concentradas las masas. La fuerza actuante donde se concentra una masa i es igual al peso de la misma W_i por un coeficiente proporcional a la altura h_i de la masa en cuestión sobre el desplante (o nivel a partir del cual las deformaciones estructurales pueden ser apreciables), sin incluir tanques, apéndices u otros elementos cuya estructuración difiera radicalmente del resto de la estructura. El factor de proporcionalidad se tomará de tal manera que la relación V/W en la base sea igual a c/Q pero no menor que a_0 . Los valores de c y de a_0 están dados en los art 234 y 236, respectivamente; y se repiten en la tabla 4.1 de esta publicación. Q es el factor de reducción por ductilidad que se escoge de acuerdo con el art 235.

4.2.1 Caso en el que no existen apéndices

En el caso en cuestión, la aplicación de lo estipulado en el art 240 conduce a que la fuerza horizontal P_i aplicada en el centro de masas del nivel i está dada por la fórmula

$$P_i = \frac{W_i h_i}{\sum W_j h_j} c_s \sum W_j \quad (4.1)$$

donde c_s es el mayor valor entre c/Q y a_0 .

4. ANALISIS SISMICO ESTADICO DE EDIFICIOS

4.1 Generalidades

El Reglamento permite en su art 238 que el análisis sísmico de edificios con altura menor de 60 m se realice de acuerdo con el método estático, que se describe en el art 240.

La aplicación de este método consta esencialmente de los siguientes pasos:

a) Se representa la acción del sismo por fuerzas horizontales que actúan en los centros de masas de los pisos, en dos direcciones ortogonales.

b) Estas fuerzas se distribuyen entre los elementos resistentes a carga lateral que tiene el edificio (muros y/o marcos).

c) Se efectúa el análisis estructural de cada elemento resistente ante las cargas laterales que le correspondan.

En este capítulo se tratan los puntos a y b, ilustrándolos mediante ejemplos y

La aplicación de esta fórmula se ejemplifica en la tabla 4.2 para el edificio esquematizado en la fig 4.2. Se considera que la estructuración, los materiales y los detalles constructivos empleados son tales que el factor de ductilidad Q puede considerarse igual a 4 en la dirección X , e igual a 2 en la dirección Y . Obsérvese que los valores de Q no tienen que ser iguales en las dos direcciones, porque las estructuraciones pueden ser diferentes.

Se supondrá que la estructura está ubicada en la zona de terreno compresible (III), y que se trata de una construcción que por su importancia se clasifica como de tipo A.

Con estos datos en la tabla 4.1 se encuentra que

$$c = 0.24 \times 1.3 = 0.312 \quad ; \quad a_0 = 0.06 \times 1.3 = 0.078$$

$$\text{en la dirección } X: c/Q = 0.312/4 = 0.078 = a_0$$

$$\text{en la dirección } Y: c/Q = 0.312/2 = 0.156 > a_0$$

Por tanto $c_x = 0.078$ y $c_y = 0.156$. En la tabla 4.2 se presentan en forma sistematizada las operaciones para obtener las fuerzas cortantes en los entrepisos, así como su posición.

4.2.2 Caso en el que existen apéndices

En este caso no se aplica la fórmula 4.1 y para valorar las fuerzas en los pisos debe emplearse textualmente el párrafo I del art 240.

Para determinar las fuerzas en un apéndice se debe aplicar el párrafo V del art 240, según el cual se supondrá actuando sobre dicho apéndice la misma distribución de aceleraciones que les correspondería si se apoya directamente en el suelo multiplicada por $(c' + a_0)/a_0$, donde c' es el factor por el que se multiplican los pesos a la altura de desplante del apéndice cuando se valúan las fuerzas sobre toda la construcción.

Para ilustrar los cálculos, considérase el edificio esquematizado en la fig 4.1;

supóngase $Q = 4$ y que se trata de una construcción del tipo B, desplazada en terreno firme. Con tales datos en la tabla 4.1 se encuentra

$$c = 0.16, \quad a_0 = 0.03$$

El coeficiente sísmico es el mayor entre $0.16/4$ y 0.03 , es decir 0.04 . Esto quiere decir que V/W debe ser igual a 0.04 estando incluidos en V y en W las fuerzas laterales y los pesos, respectivamente, de los apéndices.

Las fuerzas sísmicas en los pisos 1 a 5 son proporcionales a los pesos W_i por las alturas de desplante h_i . Sea α la constante de proporcionalidad, entonces

$$P_5 = \alpha W_5 h_5 = 300 \times 15 \alpha = 4500 \alpha$$

$$P_4 = \alpha W_4 h_4 = 400 \times 12 \alpha = 4800 \alpha$$

$$P_3 = \alpha W_3 h_3 = 400 \times 9 \alpha = 3600 \alpha$$

$$P_2 = \alpha W_2 h_2 = 400 \times 6 \alpha = 2400 \alpha$$

$$P_1 = \alpha W_1 h_1 = 400 \times 3 \alpha = 1200 \alpha$$

(4.2)

Si los apéndices estuviesen apoyados directamente en el suelo, tendrían unas fuerzas sísmicas iguales a

$$P'_5 = 0.04 W_5 = 0.04 \times 5 = 0.20$$

$$P'_7 = 0.04 W_7 = 0.04 \times 10 = 0.40$$

(4.3)

Para el apéndice que pesa W_5 , el valor de c' es el factor por el cual se multiplica W para obtener la fuerza P_5 , es decir, según las expresiones 4.2, $c' = \alpha h_5 = 3\alpha$. Análogamente, para el apéndice que pesa W_7 , se tiene $c' = \alpha h_7 = 15\alpha$.

Las fuerzas de la expresión 4.3 tienen que multiplicarse por $(c' + a_0)/a_0$, como sigue:

$$P_4 = 0.20 (3\alpha + 0.03)/0.03 + 20\alpha + 0.20 \quad (4.4)$$

$$P_5 = 0.40 (15\alpha + 0.03)/0.03 + 200\alpha + 0.40$$

Para calcular α se emplea la condición de que la suma de las fuerzas P_1 a P_7 entre la suma de los pesos W_1 a W_7 debe ser igual a 0.04. Usando las expresiones 4.2 y 4.4 se llega a:

$$16720\alpha + 0.6 = 0.04 (1915)$$

de donde

$$\alpha = 0.00454545$$

sustituyendo este valor en 4.2 y 4.4 se obtiene:

$P_7 = 1.31$	$V_7 = 1.31$
$P_6 = 20.45$	$V_6 = 21.76$
$P_5 = 21.82$	$V_5 = 43.58$
$P_4 = 16.36$	$V_4 = 59.94$
$P_3 = 10.91$	$V_3 = 70.85$
$P_2 = 0.29$	$V_2 = 0.29$
$P_1 = 5.49$	$V_1 = 76.63$

los valores son toneladas, y como verificación $V/W = 76.63/1915 = 0.04$.

Opcionalmente, se puede proceder ignorando en primera instancia los apéndices, aplicando la expresión 4.1. Así se tiene:

$$C_3 = 0.04 \quad Y_{(total)} = 0.04 \times \Sigma W_i = 0.04 \times 1900 = 76 \text{ Ton}$$

$W_6 h_6 = 300 \times 15 = 4500$	$P_6 = 4500 \times 0.004606 = 20.73$
$W_5 h_5 = 400 \times 12 = 4800$	$P_5 = 4800 \times 0.004606 = 22.11$
$W_4 h_4 = 400 \times 9 = 3600$	$P_4 = 3600 \times 0.004606 = 16.58$
$W_3 h_3 = 400 \times 6 = 2400$	$P_3 = 2400 \times 0.004606 = 11.05$
$W_2 h_2 = 400 \times 3 = 1200$	$P_2 = 1200 \times 0.004606 = 5.53$
$\Sigma = 16500$	76.00

donde $76/16500 = 0.004606$

Las fuerzas que corresponden a los apéndices como si estuviesen desplantados sobre el suelo se dan en la expresión 4.3. Para el apéndice W_1 , c' es el

factor por el que se multiplica W_1 para obtener P_1 , esto es $c'_1 = P_1/W_1 = 5.53/400 = 0.0138$. Similarmente para el apéndice W_7 , $c'_7 = P_7/W_7 = 20.73/300 = 0.0691$. Como $\alpha_0 = 0.03$ los valores de 4.3 deben multiplicarse por $(c'_1 + 0.03)/0.03$, es decir, por $(0.0138 + 0.03)/0.03 = 1.46$ para W_1 , y por $(0.0691 + 0.03)/0.03 = 3.30$ para W_7 ; se obtiene:

$$P_1 = 0.20 \times 1.46 = 0.29$$

$$P_7 = 0.40 \times 3.30 = 1.32$$

Comparando los valores P_1 a P_7 con los obtenidos considerando el factor de proporcionalidad α se observa que son muy similares. Las fuerzas cortantes son ahora:

$$V_7 = 1.32$$

$$V_6 = 22.05$$

$$V_5 = 44.16$$

$$V_4 = 60.74$$

$$V_3 = 71.79$$

$$V_2 = 0.29$$

$$V_1 = 77.61$$

Se yerra ligeramente del lado de la seguridad puesto que $77.61/1915 = 0.0405$ en vez de 0.04.

4.3 *Valución de fuerzas sísmicas estimando el período fundamental del edificio*

El párrafo II del art 240 permite usar fuerzas cortantes menores que las calculadas según lo descrito en la sección precedente. Para esto se requiere calcular el período fundamental de vibración del edificio T , en forma aproximada, con la expresión siguiente:

$$T = 6.3 \left(\frac{\sum W_i x_i^2}{g \sum P_i x_i} \right)^{1/2} \quad (4.6)$$

en donde W_i es el peso de la masa i , P_i la fuerza horizontal que actúa en ella

de acuerdo con el procedimiento en que no se estima el periodo, x_1 el desplazamiento correspondiente en la dirección de P_1 , y g la aceleración de la gravedad.

De acuerdo con el valor resultante de T , se aplica una de las tres opciones siguientes:

4) Si $T_1 \leq T \leq T_2$ (T_1 y T_2 se dan en la tabla 4.1) no se permite reducción

44) Si $T > T_2$ la fuerza lateral en la masa 1 es igual a

$$P_1 = W_1 (k_1 h_1 + k_2 h_1^2) c/Q \quad (4.7)$$

siendo

$$k_1 = q (1 - r) \sum W_i / (\sum W_i h_i)$$

$$k_2 = 1.5 r q (1 - q) \sum W_i / (\sum W_i h_i^2)$$

$$q = (T_2/T)^n$$

Q = factor de reducción por ductilidad

h_1 es nuevamente la altura de la masa 1 sobre el nivel de desplante, y r , el valor dado en la tabla 4.1.

444) Si $T < T_1$ las fuerzas laterales son las obtenidas con el procedimiento en que no se estima el periodo, pero de tal manera que la relación V/W en la base sea igual a

$$c_{sr} = (a_0 + (c - a_0) T/T_1)/Q' \quad (4.8)$$

donde

$$Q' = 1 + (Q - 1) T/T_1$$

4.3.1 - Edificio tratado en la sección 4.2.1

Como ilustración se examinará si es posible reducir las fuerzas sísmicas obtenidas en el ejemplo de la sección 4.2.1, en la dirección Y . Partiendo de va-

lores de los rigideces dados en la fig 4.2 y de los resultados obtenidos en la tabla 4.2, se presentan en la tabla 4.3 los cálculos necesarios para obtener T , según la fórmula 4.6.

El resultado es $T = 0.51$ seg, menor que $T_1 = 0.8$ seg (tabla 4.1), por lo que la relación V/W en la base se puede tomar igual a la dada por la expresión 4.8, donde hay que considerar $a_0 = 0.06 \times 1.3 = 0.078$ y $c = 0.24 \times 1.3 = 0.312$.

Así se obtiene:

$$Q' = 1 + (2 - 1) \frac{0.51}{0.8} = 1.64$$

$$c_{sr} = (0.078 + (0.312 - 0.078) 0.51/0.8) / 1.64 = 0.139$$

Las fuerzas P_{iy} calculadas en la tabla 4.2 dan para V/W en la base el valor $107.63/690 = 0.156$ (igual a c_{sy}). Para que dicha relación valga 0.139 hay que multiplicar P_{iy} por $0.139/0.156 = 0.891$ y se obtienen así los valores reducidos.

4.3.2 Edificio tratado en la sección 4.2.2

Para estimar el periodo de este edificio se ignoran las fuerzas y pesos de los apéndices. En la tabla 4.4 se presentan los cálculos que conducen a $T = 1.17$ seg, partiendo de datos y resultados de la sección 4.2.2, y de la fig 4.3.

Como en este caso $T_2 = 0.8$, entonces $T > T_2$ por tanto se aplican las expresiones 4.7, en la forma presentada en la tabla 4.5.

4.4 Distribución de las fuerzas sísmicas entre los elementos resistentes del edificio

En lo que sigue se describen dos procedimientos para distribuir las fuerzas sísmicas que actúan en los pisos de un edificio entre los diferentes elementos resistentes verticales (marcos y/o muros). En ambos procedimientos se

acepta la hipótesis de que los pisos son diafragmas rígidos en su plano, que, como se comentó en la sec 3.3, puede ser inadmisibles en ciertos casos.

En este paso del análisis sísmico hay que considerar que el art 240 específica, en su párrafo VII, que el momento torsionante se tomará igual a la fuerza cortante de entrepiso multiplicada por la excentricidad que para cada marco resulte más desfavorable de las siguientes: $1.5 e_s + 0.1 b$, $0.6 e_s - 0.1 b$, donde e_s es la excentricidad torsional calculada en el entrepiso considerado y b es la mínima dimensión en planta de dicho entrepiso medida perpendicularmente a la dirección del movimiento del terreno que se esté analizando.

También se debe tener presente que el art 237 estipula que las estructuras se analizarán bajo la acción de dos componentes horizontales ortogonales de movimiento del terreno, y que en cada sección crítica se deben considerar la suma vectorial de los efectos (desplazamientos y fuerzas internas) de un componente de movimiento del terreno, con 0.3 de los efectos del otro, en adición a los efectos de fuerzas gravitatorias.

4.4.1 Entrepisos con dos sistemas ortogonales de elementos resistentes

La fig 4.4 muestra en planta un entrepiso de un edificio en el cual se identifican con subíndices x , y , los elementos (marcos y/o muros) que resisten fuerzas paralelas a las direcciones X , Y , respectivamente. La rigidez de entrepiso de cada elemento se designa por R_{jx} o R_{jy} . Se supone que éstas son conocidas. En general es posible usar valores aproximados para fines de una distribución preliminar y refinarlos teniendo en cuenta el sistema de fuerzas laterales obtenidas en cada elemento mediante la primera estimación de rigideces.

El procedimiento de distribución de fuerzas sísmicas entre los elementos resistentes consiste en los siguientes pasos:

- La fuerza horizontal P_i aplicada en el centro de gravedad de cada nivel i se calcula como se describió en la sec 4.3.
- Se obtiene por estática la línea de acción de la cortante sísmica

en cada entrepiso para las dos direcciones ortogonales (paralelas a los elementos resistentes).

- Se calculan las rigideces de entrepiso de los elementos resistentes en ambas direcciones y en todos los entrepisos.
- Se determina la posición del centro de torsión en cada entrepiso. Este centro es el punto por el que debe pasar la línea de acción de la fuerza cortante sísmica para que el movimiento relativo de los dos niveles consecutivos que limitan el entrepiso sea exclusivamente de traslación. En caso contrario existe torsión o rotación relativa entre dichos niveles.

Las expresiones para calcular el centro de torsión son:

$$x_t = \frac{\sum R_{jy} x_j}{\sum R_{jy}} \quad (4.9)$$

$$y_t = \frac{\sum R_{jx} y_j}{\sum R_{jx}} \quad (4.10)$$

x_j , y_j son las coordenadas de los elementos resistentes.

- La fuerza cortante que debe ser resistida por un elemento resistente cualquiera es igual a la suma de dos efectos: el debido a la fuerza cortante del piso, supuesta actuando en el centro de torsión, y el debido al momento torsionante del piso. Si la dirección analizada del sismo es paralela al eje x , se obtiene las siguientes cortantes.

En los elementos resistentes x , por efecto de la fuerza cortante aplicada en el centro de torsión:

$$\frac{V_i R_{jx}}{\sum R_{jx}} \quad (4.11)$$

En los elementos resistentes x , por efecto de la torsión:

$$\frac{M_t R_{jx} y_{jt}}{(E R_{jx} y_{jt}^2 + E R_{jy} x_{jt}^2)} \quad (4.12)$$

En los elementos resistentes y , por efecto de la torsión:

$$\frac{M_t R_{jy} x_{jt}}{(E R_{jx} y_{jt}^2 + E R_{jy} x_{jt}^2)} \quad (4.13)$$

En las expresiones anteriores,

V = fuerza cortante sísmica en el entrepiso considerado.

x_{jt}, y_{jt} = coordenadas de los elementos resistentes con respecto al centro de torsión del entrepiso en cuestión.

M_t = momento torsionante en el entrepiso considerado, que es igual al producto de la fuerza cortante en el entrepiso por la más desfavorable de las siguientes excentricidades

$$e_1 = 1.5 e_s + 0.1 b \quad (4.14)$$

$$e_2 = e_s - 0.1 b \quad (4.15)$$

donde e_s es la excentricidad calculada como la distancia entre la línea de acción de la cortante y el centro de torsión, y b la mayor dimensión en planta del entrepiso medida perpendicularmente a la dirección del sismo. El signo de $0.1 b$ deberá tomarse para cada elemento resistente de forma tal que de lugar a las máximas cortantes en dicho elemento.

f) Las fuerzas cortantes en cada elemento resistente son las más

desfavorables entre la suma de 100 por ciento de los efectos debidos al sismo actuando en la dirección X con 30 por ciento de los efectos producidos por el sismo actuando en la dirección Y , o viceversa. Rige el mayor de los resultados.

g) Conocido el sistema de cargas que actúa en cada elemento resistente, este se analiza de acuerdo con los métodos presentados en los capítulos 1 y 2, u otros similares.

4.4.2 Ejemplo

Para ilustrar el procedimiento expuesto en la sección anterior, en la tabla 4.6 se presentan en forma esquematizada las operaciones para la obtención de fuerzas cortantes en los elementos resistentes de los entrepisos 4 y 3 del edificio mostrado en la fig 4.2. Nótese en la tabla 4.6 que para cada dirección del movimiento sísmico se calcularon dos excentricidades (e_1 y e_2) y dos momentos torsionantes (M_{t1} y M_{t2}). En el entrepiso 4, para la dirección X se tiene $e_1 = 3.11 m$, $e_2 = 0.24 m$, $M_{t1} = 80.08 \text{ ton-m}$ y $M_{t2} = 6.18 \text{ ton-m}$; como se aprecia en la fig 4.5 para los elementos $1x$ y $2x$, en los cuales el efecto de torsión se suma al de traslación, se usó M_{t1} ; en cambio para los sistemas $3x$ y $4x$, en que ambos efectos son opuestos, se usó M_{t2} .

Para que las hipótesis de análisis se cumplan, es necesario que la losa sea capaz de resistir como diafragma las fuerzas que sobre ella actúan como consecuencia de su participación transmitiendo la fuerza sísmica a los elementos resistentes. En el elemento $1y$, por ejemplo, las fuerzas cortantes en los entrepisos 3 y 4 son 52.14 y 36.76 ton; la fuerza que la losa transmite en el nivel 3 es por tanto $52.14 - 36.76 = 15.38 \text{ ton}$.

4.4.3 Procedimiento matricial

Los métodos de análisis tridimensional expuestos en el capítulo 3 no se pueden usar directamente para el análisis sísmico de edificios, porque hay que considerar las dos combinaciones de las excentricidades de las fuerzas cortantes y además la suma vectorial de los efectos de una componente del movimiento hori-

zonal del terreno con 0,3 de las del otro. El procedimiento que a continuación se propone permite tomar en cuenta tales requisitos.

Considérese que la matriz de rigidez lateral del edificio \underline{K} se ha partido en la forma:

$$\underline{K} = \begin{bmatrix} \underline{K}_{LL} & \underline{K}_{L\theta} \\ \underline{K}_{L\theta}^T & \underline{K}_{\theta\theta} \end{bmatrix}$$

donde los subíndices L y θ se refieren, respectivamente, a los desplazamientos laterales y a los giros de los pisos del edificio. Entonces se pueden seguir los pasos siguientes:

- a) Se escogen dos direcciones ortogonales (X,Y) en la planta del edificio.
- a) Para cada dirección:
 - b.1) Se determina la fuerza horizontal aplicada en el centro de masas de cada piso i, de acuerdo con lo descrito en la sec 4.3. Sea \underline{P} el vector formado por esas fuerzas.
 - b.2) Se calculan los desplazamientos laterales $\underline{\delta}_j$ del edificio, sin permitir giros horizontales en los niveles:

$$\underline{\delta}_j = \underline{K}_{LL}^{-1} \underline{P}$$

- b.3) Se calculan los momentos debidos a la excentricidad directa, que valen:

$$\underline{M}_d = -\underline{K}_{L\theta}^T \underline{\delta}_j$$

y se los acumula para obtener los momentos torsionan

tes en los entrepisos M_{di} .

- b.4) Se calculan los momentos torsionantes accidentales en los entrepisos, M_{di}^a . Para el entrepiso i se tiene $M_{di}^a = 0,1 b_i V_i$, donde b_i es la dimensión máxima de la planta i del edificio; medida perpendicularmente a la dirección en que están aplicadas las fuerzas sísmicas, y V_i , el cortante en el entrepiso i.
- b.5) Para cada nivel i se calculan las siguientes combinaciones de momentos torsionantes: $M_{d1}^c = 1,5M_{d1}^a + M_{d1}^s$ y $M_{d2}^c = M_{d1}^s - M_{d1}^a$. Aquí M_{d1}^s tiene igual signo que M_{d1}^s .
- b.6) Con los valores obtenidos en el paso anterior, se calculan los respectivos momentos en los niveles, M_1 y M_2 , de la misma manera como se pueden calcular las fuerzas aplicadas en los niveles a partir de las fuerzas constantes en los entrepisos; es decir, que en cualquier nivel el momento aplicado es la diferencia entre el momento torsionante del entrepiso inferior y el del entrepiso superior.
- b.7) Se calculan los giros y desplazamientos que producen los momentos M_1 y M_2 resolviendo los sistemas de ecuaciones:

$$\begin{bmatrix} \underline{K}_{LL} & \underline{K}_{L\theta} \\ \underline{K}_{L\theta}^T & \underline{K}_{\theta\theta} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \underline{\delta}_j \\ \underline{\theta}_j \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \underline{P} \\ \underline{M}_j \end{bmatrix}, \quad j = 1, 2$$

- b.8) Las dos combinaciones de excentricidades exigidas, se pueden considerar mediante las siguientes combinaciones de giros y desplazamientos:

COMBINACION	DESPLAZAMIENTOS	GIROS
(1)	$\underline{\delta}_1 + \underline{\delta}_2$	$\underline{\theta}_1$
(2)	$\underline{\delta}_1 + \underline{\delta}_3$	$\underline{\theta}_2$

Para todos los niveles de cada sistema plano m se calculan los desplazamientos de entrepiso producidos por estas combinaciones y se escogen los que tengan mayor valor absoluto. Sea Z_m^X el vector formado por estos valores cuando el sismo actúa en la dirección X ; y Z_m^Y el correspondiente a la dirección Y .

c) Para cada entrepiso i de cada sistema plano m se calculan

$$\{Z_{m1}^X + 0.3 Z_{m1}^Y\}$$

$$\{0.3 Z_{m1}^X + Z_{m1}^Y\}$$

se considera el mayor de estos dos resultados como el desplazamiento del entrepiso i .

d) Acumulando los desplazamientos de entrepiso se obtienen los desplazamientos de los niveles, en cada sistema plano, y se calculan a partir de ellos los elementos mecánicos como se expuso en la sección 1.2.1.

En la ref 29 se presenta, como apéndice, una manera eficiente para efectuar las operaciones matriciales que implican los pasos anteriores. Este procedimiento matricial requiere de la ayuda de cuando menos una microcomputadora.

4.5 Método simplificado de análisis sísmico

4.5.1 Requisitos y descripción

De acuerdo con el art 238 es aceptable efectuar un análisis estático simplifica

do en estructuras que satisfagan simultáneamente los siguientes requisitos:

I. En cada planta, al menos el 75 por ciento de las cargas verticales estarán soportadas por muros ligados entre sí mediante losas corridas. Dichos muros deberán ser de concreto, de mampostería de piezas macizas o de mampostería de piezas huecas que satisfagan las condiciones que establezca el Departamento en las Normas Técnicas Complementarias.

II. En cada nivel existirán al menos dos muros perimetrales de carga paralelos o que formen entre sí un ángulo no mayor de 20 grados, estando cada muro ligado por las losas antes citadas en una longitud de por lo menos 50 por ciento de la dimensión del edificio, medida en las direcciones de dichos muros.

III. La relación entre longitud y anchura de la planta del edificio no excederá de 2.0, a menos que, para fines de análisis sísmico, se pueda suponer dividida dicha planta en tramos independientes cuya relación entre longitud y anchura satisfaga esta restricción y cada tramo resista según el criterio que marca el artículo 239 de este Reglamento.

IV. La relación entre la altura y la dimensión mínima de la base del edificio no excederá de 1.5, y la altura del edificio no será mayor de 13m.

Para aplicar el método simplificado, según lo prescrito en el art 239, se hará caso omiso de los desplazamientos horizontales, torsiones y momentos de volteo y se verificará únicamente que en cada piso la suma de las resistencias al corte de los muros de carga, proyectadas en la dirección en que se considera la aceleración, sea cuando menos igual a la fuerza cortante total que obre en dicho piso, calculada según se describió en la sección 4.1, pero empleando los coeficientes sísmicos reducidos que se indican en la tabla 4.7, y debiéndose

verificar por lo menos dos direcciones ortogonales. Nótese que estos coeficientes ya incluyen el factor de reducción por ductilidad.

En el cálculo de las resistencias al corte, tratándose de muros cuya relación entre la altura de pisos consecutivos, h , y la longitud, l , exceda de 1.33, la resistencia se reducirá afectándola del coeficiente $(1.33 l/h)^2$.

4.5.2 Ejemplo

La fig 4.6 muestra esquemáticamente las plantas, alturas y pesos de un edificio al cual se tratará de aplicar el método simplificado.

Observando las plantas se aprecia que más del 75 por ciento de las cargas verticales están soportadas por muros de mampostería de piezas macizas. En la dirección Y existen dos muros perimetrales de 10 y 6 m respectivamente, que están ligados a la losa en una longitud mayor que $0.5 \times 10 = 5$ m.

La relación entre la altura y la dimensión mínima de la planta es $7/10 = 0.7$, menor que 1.5, y la altura del edificio, 7 m, es menor que 13 m. Por tanto se puede aplicar el método simplificado.

Los cálculos necesarios en la dirección Y se pueden hacer como sigue:

- Considerando que la estructura es del grupo B, que se construirá sobre terreno correspondiente a la zona I, y que su altura es 7 m; en la tabla 4.7 se obtiene que el coeficiente sísmico, ya reducido por ductilidad vale 0.08.
- Como no hay apéndices el cálculo de fuerzas sísmicas se puede hacer con la expresión 4.1, como se muestra en la tabla 4.5. El cortante en la base es $0.08 \times 132 = 10.56$ ton., y su valor último es $V_u = 1.1 \times 10.56 = 11.62$ ton., donde 1.1 es el factor de carga especificado en el art 240.

- La longitud total de muros paralelos a la dirección Y es 27 m, de los cuales 24 m corresponden a muros con relación h/L menor que 1.33. En ellos el esfuerzo resistente, de acuerdo con el inciso 3.3 de la ref 31, está dado por

$$V_R = F_R (0.7 V^*)$$

donde F_R es el factor de reducción por resistencia, igual a 0.6. Para $V^* = 3.5$ kg/cm², se obtiene $V_R = 1.5$ kg/cm².

En el muro A (fig 4.6), en planta baja, $h/L = 4.0/2.0 = 2.0 > 1.33$, por tanto el esfuerzo resistente vale $1.5 \times (1.33 \times 1/2)^2 = 0.66$ kg/cm². En el muro B, $h/L = 4.0/1.0 = 4.00 > 1.33$ y el esfuerzo resistente es $1.5 (1.33 \times 1/4)^2 = 0.17$ kg/cm².

La capacidad total es por tanto

$$(2400 \times 1.5 + 200 \times 0.66 + 100 \times 0.17)14 = 51490 \text{ kg} = 51.49 \text{ ton}$$

que es mayor que 11.62. Como la planta alta es igual a la baja, es innecesario revisarla puesto que la fuerza cortante actuante es menor.

4.6 Efectos de segundo orden y revisión de desplazamientos.

El párrafo II del art 237 especifica que deberán tomarse en cuenta efectos de segundo orden (también conocidos como efectos de esbeltez) cuando la deformación total de un entrepiso dividida entre su altura, medida de piso a piso, sea mayor que 0.08 veces la relación entre la fuerza cortante del entrepiso y las fuerzas verticales debidas a acciones permanentes y variables que obren encima de este. Se entenderá por análisis de segundo orden aquel que suministre las fuerzas internas y deformaciones teniendo en cuenta la contribución de la acción de las fuerzas actuantes sobre la estructura deformada. Para evaluar los efectos de segundo orden, se aplicarán los procedimientos prescritos en las Normas Técnicas Complementarias.

A continuación se revisa por este concepto el entrepiso cuarto del edificio mostrado en la fig 4.3. Ignorando los apéndices, según lo descrito en el forma opcional presentada en la sec 4.2.2 se tiene: $V = 20,73 + 22,31 = 42,84$; obran sobre este piso $W = 300 + 400 = 700$ ton, de carga vertical. La rigidez de entrepiso (fig. 4.3) vale 100 ton/cm, el desplazamiento lateral es por tanto: $42,84/100 = 0,43$ cm; este resultado debe multiplicarse por Q , que en este caso es 4, es decir que para la revisión se utilizará $d = 0,43 \times 4 = 1,72$ cm. Hay que comparar $d/h = 1,72/300 = 0,00573$ con $0,08 V/W = 0,08 \times 42,84/700 = 0,00490$. Como 0,00573 es mayor que 0,00490, hay que considerar efectos de segundo orden.

Uno de los procedimientos que proponen las Normas Técnicas Complementarias para estructuras de concreto y estructuras metálicas (ref 32 y 33) consiste en multiplicar los momentos y desplazamientos debidos a carga lateral, obtenidos con un análisis convencional, por el factor de amplificación

$$f_a = 1 + \frac{M_u/h}{K\Delta - 1,2 M_u/h} \quad \text{Como } M_u = 1,1 \times 700 = 770 \text{ queda}$$

$$f_a = 1 + \frac{770/300}{100/4 - 1,2 \times 770/300} = 1,12$$

Entonces los desplazamientos de cada marco de este entrepiso se tomarán iguales a 1,12 veces los valores obtenidos en el análisis sin considerar los efectos de esbeltez. Los momentos en las columnas también deberán multiplicarse por f_a y los momentos en las trabes tendrán que corregirse proporcionalmente a sus rigideces angulares para que se satisfaga el equilibrio de momentos en cada nudo.

Según el art 242, las deformaciones laterales de cada entrepiso debidas a fuerza cortante no excederán de 0,008 veces la diferencia de elevaciones correspondientes, salvo donde los elementos que no formen parte integrante de la estructura estén ligados a ella en tal forma que no sufran daños por las deformaciones de ésta. En este caso, el límite en cuestión deberá tomarse igual a 0,016. En el cálculo de los desplazamientos se tomará en cuenta la rigidez de todo elemento que forme parte integrante de la estructura.

En este ejemplo la deformación lateral relativa vale $1,72 \times 1,12/300 = 0,00642$, que no excede ninguno de los límites mencionados en el párrafo anterior.

4.7 Momentos de volteo

El párrafo VI del art 240, estipula que cuando se hace un análisis estático, el momento de volteo para cada marco o grupo de elementos resistentes en un nivel dado podrá reducirse, tomándolo igual al calculado multiplicado por $0,8 + 0,2z$ (siendo z la relación entre la altura a la que se calcule el factor reductivo por momento de volteo y la altura total de la construcción), pero no menor que el producto de la fuerza cortante en el nivel en cuestión multiplicada por su distancia al centro de gravedad de la parte de la estructura que se encuentre por encima de dicho nivel.

En péndulos invertidos no se permite reducción de momento de volteo.

Para ejemplificar el cálculo de momento de volteo, de acuerdo con lo anterior, considérase el marco de la fig 4.7, tomado de la ref 34. En la tabla 4.9 se presentan los cálculos correspondientes.

En esta tabla, M_v es el momento de volteo sin reducir; f el factor reductivo especificado en el párrafo VI del artículo 240; y_g es la distancia del nivel considerado al centro de gravedad de la parte de la estructura por encima de dicho nivel. En este caso, el valor de $V y_g$ rige sobre $f M_v$ para el diseño en todos los niveles.

TABLA 4.1 VALORES DE c , a_0 , T_1 , T_2 Y r

ZONA	c	a_0	T_1 (SEG)	T_2 (SEG)	r
I (terreno firme)	0.16	0.030	0.3	0.8	1/2
II (terreno de transición)	0.20	0.045	0.5	2.0	2/3
III (terreno compresible)	0.24	0.060	0.8	3.3	1

NOTAS:

- 1) La zonificación del Distrito Federal en cuanto a tipo de terreno se hace en el art 162 y se reproduce en la fig 4.1. Existe también una zona anterior de acuerdo con lo estipulado en dicho artículo, salvo que para sitios que al reclasificarse resultan en la zona III el valor de T_2 no se tomará menor que 5 seg a menos que se compruebe que es aplicable un valor menor. En ningún caso T_2 será menor que el indicado en esta tabla para la zona correspondiente.
- 2) Los valores de c corresponden a estructuras que según el art 232 se clasifican como el grupo B, entre los que se encuentran edificios de habitación y oficinas. Para construcciones clasificadas en dicho artículo como de grupo A, como estaciones de bomberos y relacionadas, hospitales, escuelas y otras, los valores de c dados en esta tabla deben multiplicarse por 1.3. Lo mismo se aplica a los valores de a_0 .

TABLA 4.2
FUERZA SÍSMICA, CORTANTE Y POSICIÓN DEL CORTANTE EN CADA PISO
DEL EDIFICIO DE LA FIG 4.2

a) Dirección X									
NIVEL O ENTREPISO	W_i	h_i	$W_i h_i$	P_{ix}	V_{ix}	\bar{y}_i	$P_{ix} \bar{y}_i$	$\sum P_{ix} \bar{y}_i$	y_i
5	90	16	1440	12.36	12.36	3.75	46.35	46.35	3.75
4	120	13	1560	13.39	25.75	5.50	73.65	120.00	4.66
3	150	10	1500	12.87	38.62	5.50	70.79	190.79	4.65
2	150	7	1050	9.01	47.63	5.50	49.55	140.34	3.05
1	180	4	720	6.18	53.81	6.30	38.93	279.27	5.19
SUMAS	690		6270						

$$P_i = \frac{W_i h_i^2}{\sum W_i h_i} c_s \sum W_i \quad ; \quad y_i = \frac{\sum P_{ix} \bar{y}_i}{V_{ix}} \quad ; \quad c_{sx} = 0.078$$

b) Dirección Y									
NIVEL O ENTREPISO	W_i	h_i	$W_i h_i$	P_{iy}	V_{iy}	\bar{x}_i	$P_{iy} \bar{x}_i$	$\sum P_{iy} \bar{x}_i$	x_i
5	90	16	1440	24.72	24.72	6.75	166.95	166.95	6.75
4	120	13	1560	26.78	51.50	9.20	245.37	411.73	8.02
3	150	10	1500	25.75	77.25	9.20	236.90	650.13	8.02
2	150	7	1050	18.02	95.27	9.20	165.78	615.91	8.59
1	180	4	720	12.36	107.63	8.50	105.06	921.08	8.50
SUMAS	690		6270						

$$x_i = \frac{\sum P_{iy} \bar{x}_i}{V_{iy}} \quad ; \quad c_{sy} = 0.156$$

NOTAS:

\bar{x}_i y \bar{y}_i son las coordenadas del centro de gravedad de cada piso, donde se suponen aplicadas las fuerzas P_i ; aquí se consideran datos. En esta tabla las unidades de fuerza son ton., y las de longitud son m.

TABLA 4.3

ESTIMACION DEL PERIODO FUNDAMENTAL DE VIBRACION DEL EDIFICIO,
DE LA FIG 4.2 EN LA DIRECCION Y

NIVEL O ENTREPISO	W_i (ton)	P_{iy} (ton)	V_{iy} (ton)	K_{iy} (ton/cm)	V_{iy}/K_{iy} (cm)	x_{iy} (cm)	$W_{iy} x_{iy}^2$ (ton-cm ²)	$P_{iy} x_{iy}$ (ton-cm)
5	90	24.72	24.72	131	0.189	1.626	237.9	40.19
4	120	26.76	51.50	206	0.250	1.437	247.8	38.48
3	150	25.75	77.25	236	0.327	1.187	211.3	30.57
2	130	18.02	95.27	236	0.304	0.860	110.9	15.90
1	180	12.38	107.63	236	0.456	0.456	37.4	5.64
S U M A S							845.3	130.38

$$T = 6.3 \left(\frac{\sum W_{iy} x_{iy}^2}{\sum P_{iy} x_{iy}} \right)^{1/3} = 0.51 \text{ seg, donde } g = 981 \text{ cm/seg}^2$$

NOTA:

Los valores de V_{iy}/K_{iy} son los desplazamientos de entrepiso que acumulados dan los desplazamientos totales x_{iy} .

205

TABLA 4.4

ESTIMACION DEL PERIODO FUNDAMENTAL DE VIBRACION DEL EDIFICIO
DE LA FIG 4.3

NIVEL O ENTREPISO	W_i (ton)	P_i (ton)	V_i (ton)	K_i (ton/cm)	V_i/K_i (cm)	x_i (cm)	$W_i x_i^2$ (ton-cm ²)	$P_i x_i$ (ton-cm)
5	300	20.45	20.45	100	0.205	2.019	1223	41.29
4	400	21.82	42.27	100	0.423	1.813	1316	39.58
3	400	16.36	58.63	200	0.293	1.321	774	21.58
2	400	10.91	69.54	200	0.348	1.094	462	11.98
1	400	5.49	75.03	100	0.750	0.750	225	4.12
S U M A S							4020	118.55

$$T = 6.3 \left(\frac{\sum W_i x_i^2}{\sum P_i x_i} \right)^{1/3} = 1.17 \text{ seg, donde } g = 981 \text{ cm/seg}^2$$

NOTA:

Los valores de V_i/K_i son los desplazamientos de entrepiso que acumulados dan los desplazamientos totales x_i .

TABLA 4.5

FUERZAS SISMICAS Y CORTANTES EN EL EDIFICIO DE LA FIG 4.3 CON
REDUCCION POR HABER ESTIMADO SU PERIODO FUNDAMENTAL

NIVEL O ENTREPISO	W_i	h_i	h_i^2	$W_i h_i$	$W_i h_i^2$	$K_i \frac{C}{Q} W_i h_i$	$K_i \frac{C}{Q} W_i h_i^2$	P_i	V_i
5	300	15	225	4500	67500	15.66	3.13	18.29	18.79
4	400	12	144	4800	57600	16.70	2.67	19.37	38.16
3	400	9	81	3600	32400	12.53	1.50	14.03	52.19
2	400	6	36	2400	14400	8.35	0.67	9.02	61.21
1	400	3	9	1200	3600	4.18	0.17	4.35	65.55
S U M A S	1900			16500	175500				

$$c = 0.16 \quad r = 1/2 \quad T_s = 0.8 \text{ seg, } T = 1.17 \text{ seg, } Q = 4$$

$$q = (T_s/T)^r = 0.827$$

$$K_1 = q (1 - r (1 - q)) \sum W_i / (\sum W_i h_i) = 0.0870$$

$$K_2 = 1.5 r q (1 - q) \sum W_i / (\sum W_i h_i^2) = 0.00116$$

$$K_3 \frac{C}{Q} = 0.00348 \quad ; \quad K_4 \frac{C}{Q} = 0.0000464$$

NOTA:

Las unidades de fuerzas son ton., y las de longitud son m.

TABLA 4.6 DISTRIBUCION DE FUERZAS CORTANTES EN LOS ELEMENTOS RESISTENTES DEL EDIFICIO DE LA FIGURA 4.2
ENTRUPISO 4

SENTIDO		V	v_x	h	$v_x = 1.5 v_x + 0.1 h$	$v_x = v_x - 0.1 h$	$M_{L1} = V v_x$	$M_{L2} = V v_x$				
X		25.75	3.34	13.00	3.11	0.24	80.08	4.18				
Y		51.50	0.91	20.00	3.37	-1.09	172.55	-56.14				
$v_x = 0.02$; $v_x = 0.93$; $v_y = 4.00 - 4.64$; $\sum R_{Jx} v_{Jx}^2 + \sum R_{Jy} v_{Jy}^2 = 19336.04$ $v_y = 4.66$; $v_y = 4.00$; $v_x = 0.93 - 0.07$												
EJE	R_{Jx}	v_j	$R_{Jx} v_j$	v_{JT}	$R_{Jx} v_{JT}$	$R_{Jx} v_{JT}^2$	DIRECTO	EFECCO DE V TORSION X	TOTAL	EFECCO DE V TORSION Y	$V_y + 0.3 V_x$	$0.3 V_y + V_x$
1x	5	0.00	0.00	- 6.00	- 18.00	108.00	7.02	0.07	3.08	0.15	7.14	2.79
2x	7	3.50	7.00	- 2.50	- 5.00	17.50	4.68	0.02	4.70	0.04	4.71	1.45
3x	7	7.50	15.00	1.50	3.00	4.50	4.68	- 0.001	4.68	0.03	4.69	1.43
4x	4	11.00	44.00	5.00	20.00	100.00	9.36	- 0.01	9.35	0.14	9.40	2.99
SUMAS	33		66.00			225.00					31.01	
$v_T = \frac{66}{33} = 2.00$												
EJE	R_{Jy}	v_j	$R_{Jy} v_j$	v_{JT}	$R_{Jy} v_{JT}$	$R_{Jy} v_{JT}^2$	DIRECTO	EFECCO DE V TORSION Y	TOTAL	EFECCO DE V TORSION X	$V_x + 0.3 V_y$	$0.3 V_x + V_y$
1y	108	0.00	0.00	- 8.92	- 964.44	8612.97	22.00	0.51	25.57	3.95	26.16	14.42
2y	8	6.50	79.00	- 2.43	- 14.56	35.40	1.50	0.13	1.63	0.06	1.65	0.55
3y	8	13.50	81.00	4.57	27.42	125.28	1.50	0.08	1.58	0.11	1.61	0.54
4y	84	22.00	1870.00	13.03	952.02	10538.44	21.50	2.74	24.74	3.90	25.41	11.37
SUMAS	204		1940.00			19336.04					61.64	
$v_T = \frac{1940}{204} = 9.51$												

ENTRUPISO 3

SENTIDO		V	v_x	h	$v_x = 1.5 v_x + 0.1 h$	$v_x = v_x - 0.1 h$	$M_{L1} = V v_x$	$M_{L2} = V v_x$				
X		38.47	0.88	11.00	2.42	- 0.22	93.45	- 6.50				
Y		73.25	0.72	20.00	2.53	- 1.76	270.99	- 137.61				
$v_x = 0.42$; $v_x = 0.64$; $v_y = 5.87 - 6.04$; $\sum R_{Jx} v_{Jx}^2 + \sum R_{Jy} v_{Jy}^2 = 22468.06$ $v_y = 4.94$; $v_y = 5.87$; $v_x = 0.64 - 0.02$												
EJE	R_{Jx}	v_j	$R_{Jx} v_j$	v_{JT}	$R_{Jx} v_{JT}$	$R_{Jx} v_{JT}^2$	DIRECTO	EFECCO DE V TORSION X	TOTAL	EFECCO DE V TORSION Y	$V_y + 0.3 V_x$	$0.3 V_y + V_x$
1x	5	0.00	0.00	- 5.87	- 29.35	189.36	13.36	0.12	13.48	- 0.23	11.55	3.87
2x	3	3.50	10.50	- 2.17	- 6.96	18.35	6.82	0.03	6.85	0.06	6.87	2.12
3x	3	7.50	22.50	1.68	5.04	8.47	6.82	0.007	6.82	0.14	6.83	2.08
4x	6	11.00	66.00	5.18	31.08	160.99	13.63	0.01	13.64	0.25	13.72	4.34
SUMAS	17		99.00			344.97					31.94	
$v_T = \frac{99}{17} = 5.82$												
EJE	R_{Jy}	v_j	$R_{Jy} v_j$	v_{JT}	$R_{Jy} v_{JT}$	$R_{Jy} v_{JT}^2$	DIRECTO	EFECCO DE V TORSION Y	TOTAL	EFECCO DE V TORSION X	$V_x + 0.3 V_y$	$0.3 V_x + V_y$
1y	126	0.00	0.00	- 4.64	- 1105.92	9558.16	41.90	6.66	50.76	4.62	52.14	14.83
2y	8	6.50	79.00	- 2.14	- 17.84	27.45	1.92	0.10	2.02	0.04	2.06	0.61
3y	8	13.50	81.00	4.56	27.36	141.72	1.92	0.10	2.14	0.17	2.16	0.76
4y	84	22.00	1870.00	11.36	1052.64	12384.24	21.42	6.67	28.09	6.54	29.45	15.87
SUMAS	204		1940.00			22468.06					61.64	
$v_T = \frac{1940}{204} = 9.51$												

T A B L A 4.7

COEFICIENTES SISMICOS REDUCIDOS POR DUCTILIDAD PARA EL METODO SIMPLIFICADO

ZONA	MUROS DE PIEZAS MACIZAS ALTURA DE LA CONSTRUCCION			MUROS DE PIEZAS HUECAS ALTURA DE LA CONSTRUCCION		
	MEJOR DE 4 m	ENTRE 4 Y 7 m	ENTRE 7 Y 13 m	MEJOR DE 4 m	ENTRE 4 Y 7 m	ENTRE 7 Y 13 m
I	0.06	0.08	0.08	0.07	0.11	0.11
II	0.07	0.08	0.10	0.08	0.11	0.13
III	0.07	0.09	0.10	0.08	0.10	0.12

NOTA:

Los valores se refieren a estructuras del grupo B, para estructuras del grupo A hay que multiplicarlos por 1.3 (ver nota de la tabla 4.1).

T A B L A 4.8

CALCULO DE FUERZAS SISMICAS Y CORTANTES PARA EL EJEMPLO DE LA SECCION 4.5.2

NIVEL O ENTREPISO	W_i (ton)	h_i (m)	$W_i h_i$ (ton-m)	P_i (ton)	V_i (ton)
2	60	7	420	6.26	6.26
1	72	4	288	4.30	10.56
SUMAS	132		708		

T A B L A 4.9

CALCULOS DEL MOMENTO DE VOLTEO PARA EL MARCO DE LA FIG 4.7

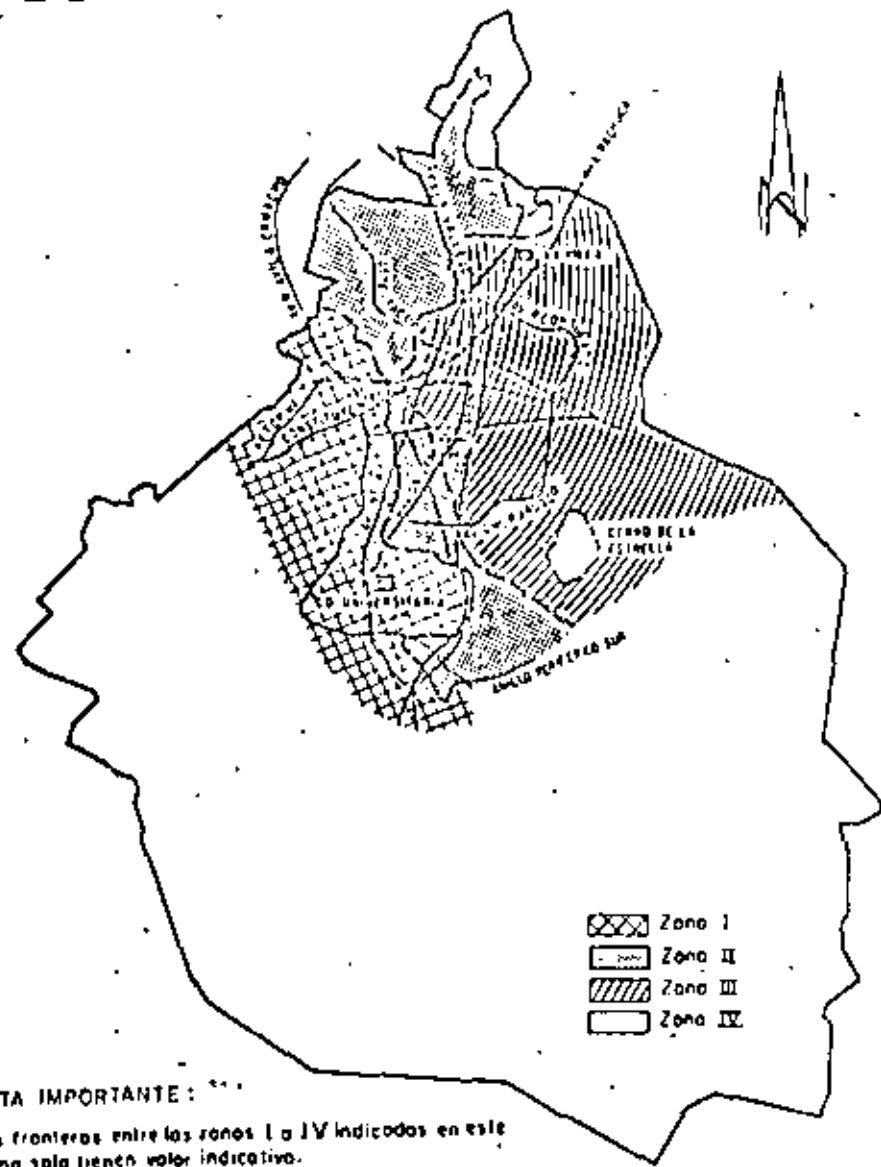
Nivel	Entrepiso	W (ton)	V (ton)	H_v (ton-m)	Z	$J=0.8+0.2z$	M_v (ton-m)	y_g (m)	$V y_g$ (ton-m)
5	5	100	5.1	0	1	1	0	0	0
4	4	120	10.5	15.3	0.8	0.96	14.7	3.00	15.3
3	3	120	14.5	46.8	0.6	0.92	43.1	4.37	45.8
2	2	120	17.1	90.3	0.4	0.88	79.5	5.83	64.5
1	1	120	18.4	141.5	0.2	0.84	119.0	7.32	125.0
0				196.8	0	0.80	157.2	8.8	162.0

Para el nivel 3:

$$y_g = \frac{100 \times 6 + 120 \times 3}{100 + 120} = 4.37 \text{ m}$$

Para el nivel 4:

$$y_g = \frac{100 \times 9 + 120 \times 6 + 120 \times 3}{100 + 120 + 120} = 5.83 \text{ m}$$



NOTA IMPORTANTE:

Las fronteras entre las zonas I a IV indicadas en este plano solo tienen valor indicativo.
 La zona en la que se localiza un predio dado, será determinada a partir de las investigaciones que se realicen en el subsuelo.

Fig. 4.1 Zonificación del Distrito Federal en cuanto a tipos de subsuelo

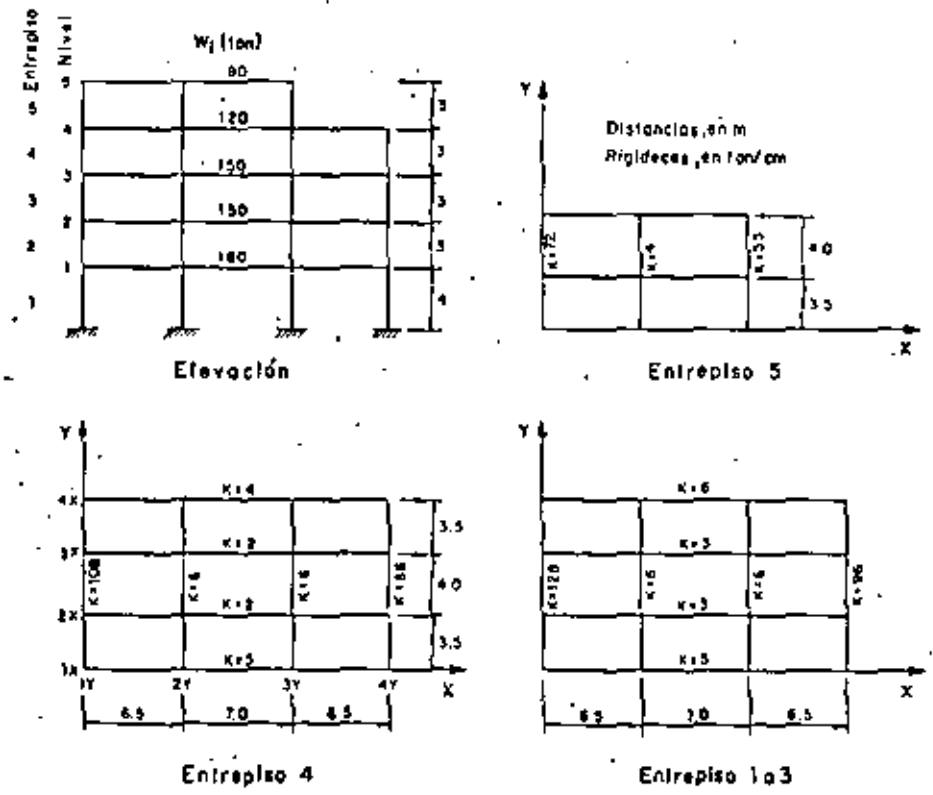


Fig. 4.2 Datos para el ejemplo de análisis estático de la sección 4.2.1.

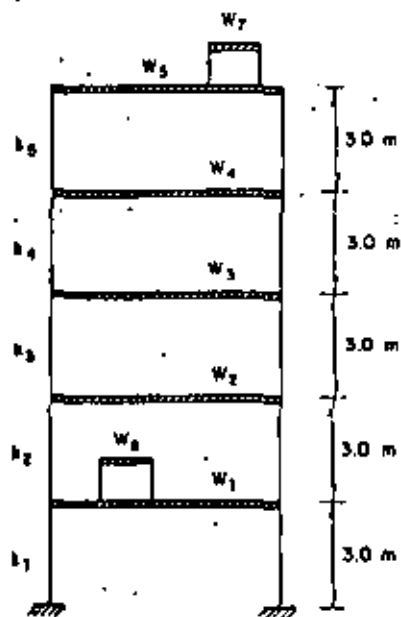


Fig 4.3 Edificio con apéndices

l	W_l (ton)	k_l (ton/cm)
1	400	100
2	400	200
3	400	200
4	400	100
5	400	100
6	6	
7	10	

W_l Peso de la masa l
 k_l Rigidez del entrepiso l

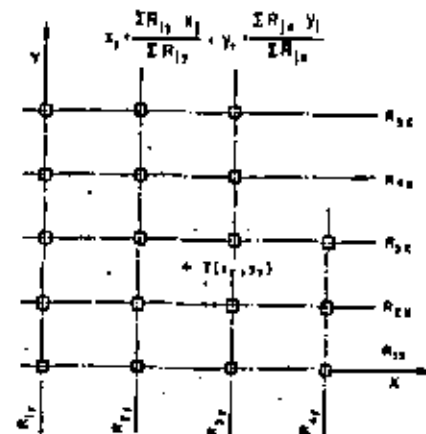
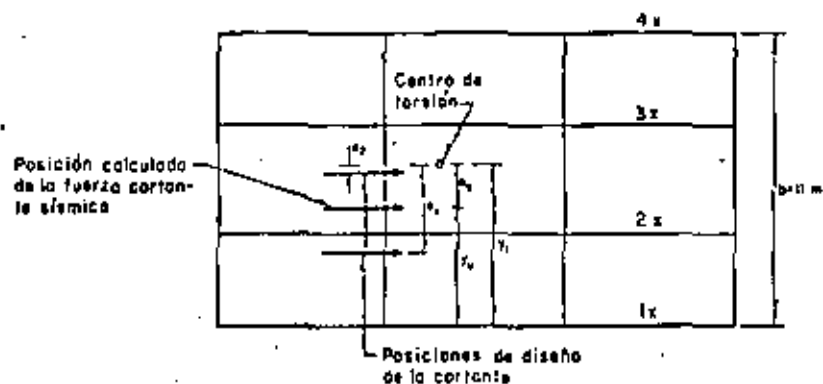


Fig 4.4 Elementos resistentes y centro de torsión

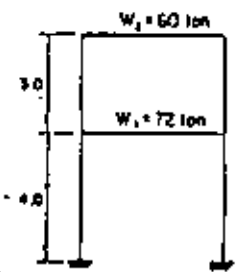
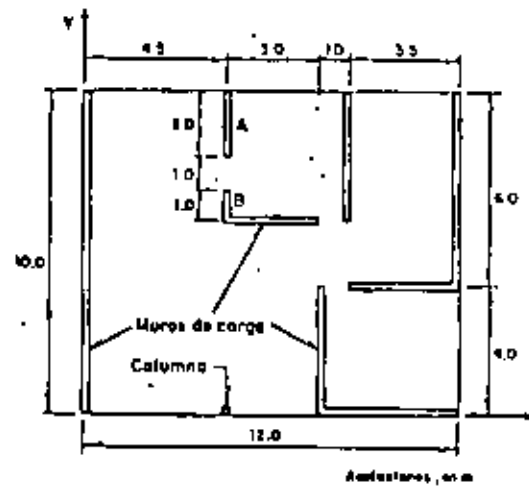


$$y_c = 4.66, y_t = 6.00, e_1 = y_t - y_c = 1.34$$

$$e_1 = 1.5e_1 + 0.1b = 3.11$$

$$e_2 = e_2 - 0.1b = 0.24$$

Fig 4.5 Posiciones de la fuerza cortante sísmica para calcular los momentos torsionales de diseño (los valores numéricos corresponden al entrepiso 4 de la fig 4.2)



Los muros de carga son de labique de barro recocido y se supone un esfuerzo cortante nominal de 35 kg/cm² (ver tabla de la pag. 15 de la ref. 31)

La estructura es para casa habitación (grupo B) y se construirá sobre terreno firme (zona I)

Fig. 4.6 Edificio para ejemplificar el método simplificado de análisis sísmico

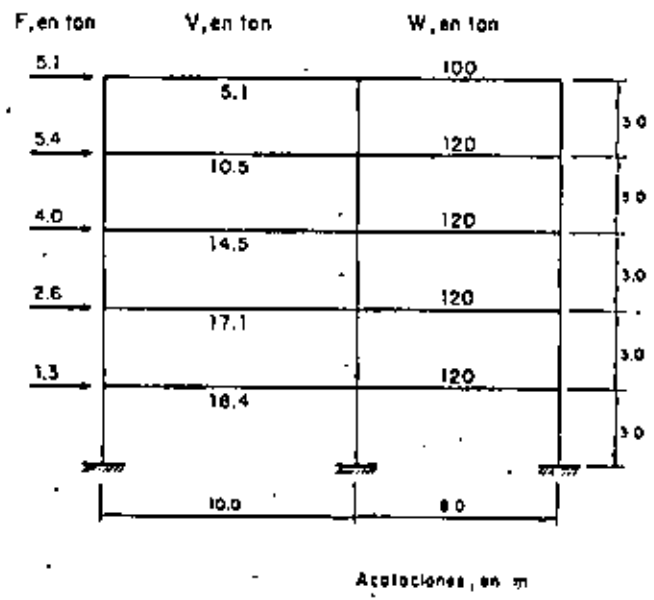


Fig. 4.7 Marco para ejemplificar el cálculo de momentos de volteo

41. Blume, J A, Newmark, N M y Corning, L H, *Design of multistory reinforced concrete buildings for earthquake motions*, Portland Cement Association, Chicago (1961)
42. Rascón, O, Chávez, M, Alonso, L y Palencia, V, "Registros y espectros de temblores en las ciudades de México y Acapulco, 1961-1968", *Instituto de Ingeniería, UNAM*, 385 (1977)
43. Newmark, N M, "A Method of computation for structural dynamics", *Journal of Engineering Mechanics Division, ASCE*, Vol 85 (Jun 1959)
44. Crandall, S M y Strong, W G, "An improvement of the Holzer table based on a suggestion of Rayleigh's", *Journal of Applied Mechanics*, Vol 24, No. 2 (Jun 1957)
45. Bathe, K J y Wilson, E L, *Numerical methods in finite element analysis* Prentice-Hall, Inc., Nueva Jersey (1976)
46. Esteva, L, "Design: General", Cap 3 en *Design of earthquake resistant structures*, Ed E Rosenblueth, John Wiley & Sons, Nueva York-Toronto (1980)
47. Rosenblueth, E, "Seismic design requirements in a Mexican 1976 code", *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, Vol 7 (1979)
48. Villaverde, R y Newmark, N M, "Seismic response of light attachments to buildings", *Civil Engineering Studies, Structural Research Series No. 469, Universidad de Illinois, Urbana, Illinois* (Feb 1980)
49. Der Kiureghian, A, "A response spectrum method for random vibrations", *Earthquake Engineering Research Center, Universidad de California, UCB/ERRC-80/15, Berkeley*, (Jun 1980)
50. Wilson, E L, Der Kiureghian, A y Bayo, E P, "A replacement for the SRRS method in seismic analysis", *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, Vol 9 (1981)
51. Whitman, R V y Bielek, J, "Foundations", Cap 7 en *Design of earthquake resistant structures*, Ed E Rosenblueth, John Wiley & Sons, Nueva York-Toronto (1980)
52. Hoesset, J M, "Efectos del suelo en la respuesta sísmica de estructuras", *Ingeniería Sísmica*, No. 25, (dic 1981)
53. "Tentative provisions for the development of seismic regulations for buildings", *Applied Technology Council, ATC 3-06, Estados Unidos de Norteamérica* (Jun 1978)
54. Rosenblueth, E, "Characteristics of earthquakes", Cap 1 en *Design of earthquake resistant structures*, (Ed E Rosenblueth), John Wiley & Sons, Nueva York-Toronto (1980)

55. Bolt, B A, *Earthquakes a primer*, W M Freeman and Company, San Francisco (1978)
56. Esteva, L, "Seismicity", Cap 6 en *Seismic risk and engineering decisions* (Eds C Lomnitz y E Rosenblueth), Elsevier, Amsterdam (1976)
57. Bazán, E y Rosenblueth, E, "Seismic response of one story X-braced frames", Technical note, *Journal Structural Division, Procs ASCE*, 100, ST1 (Feb 1974)
58. Anagnostopoulos, S A, "Non-linear dynamic response and ductility requirements of building structures subjected to earthquakes", Tesis Doctoral, *Departamento de Ingeniería Civil, Instituto Tecnológico de Massachusetts, Cambridge*(1972)
59. Aranda, R y Díaz, D, "Análisis sísmico estático de edificios irregulares en elevación", III Congreso Venezolano de Sismología e Ingeniería Sísmica, Caracas (mar 1981)
60. Arias, A y Husid, R, "Influencia del amortiguamiento sobre la respuesta de estructuras sometidas a temblor", *Rev IDIEM*, Vol 1, No. 3, Santiago (1962)
61. Park, R y Paulay, T., *Reinforced concrete structures*, John Wiley & Sons, Nueva York (1975)
62. Heli, R y Reyes, A, "Propiedades mecánicas de la mampostería", *Ingeniería*, Vol 41, No. 3, México, D F. (Jul 1971)
63. Base, B G y Reed, J B, "Effectiveness of helical binding in the compression zone of concrete beams", *Journal ACI*, Vol 62, No. 7 (Jul 1965).
64. Bertero, V V y Popov, E P, "Hysteretic behavior of ductile moment-resistant concrete frame components", *Earthquake Engineering Research Center, Universidad de California, EERC 75-16, Berkeley*, (1975)
65. Pfrang, E O, Sless, E P y Sozen, M A, "Load-moment curvature characteristics of reinforced concrete cross sections", *Journal ACI*, Vol 61, No. 7 (Jul 1964)
66. Park, R, "Práctica del diseño sísmico de estructuras de concreto en Nueva Zelanda", *Ingeniería Sísmica*, No. 22, México, D F (dic 1980)
67. De Buen, O "Steel Structures", Cap 4 en *Design of earthquake resistant structures*, (Ed E Rosenblueth, John Wiley & Sons, Nueva York-Toronto (1980)
68. Popov, E P, Bertero, V V y Chandramouli, S, "Hysteretic behavior of steel columns", *Earthquake Engineering Research Center, Universidad de California, EERC 75-11, Berkeley*, (1975).
69. Cárdenas, A E y Magura, D D, "Strength of high-rise shear walls-rectangular cross sections", *Publicación especial ACI No. 36, Response of multistory concrete structures to lateral forces*. (1973)

70. Paulay, T, "Capacity design of reinforced concrete ductile frames", *Proc of a workshop on earthquake-resistant reinforced concrete building construction*, Berkeley (jul 1977)
71. Bertero, V Y, "Comportamiento sísmico de estructuras de concreto reforzado", *Ingeniería Sísmica*, No. 24, México, D F (ago 1981)
72. Dowrick, D J, *Earthquake resistant design, a manual for engineers and architects*, John Wiley & Sons, Nueva York (1977)
73. Sección de Ingeniería Sísmica, Instituto de Ingeniería, UNAM, Información Interna.
74. Rascón, O A , Notas de la materia Diseño Sísmico de Edificios, Curso Internacional de Ingeniería Sísmica, División de Educación Continua, Facultad de Ingeniería, UNAM.
75. Rascón, O A y Villarreal, A, "Estudio estadístico de los criterios para estimar la respuesta sísmica de sistemas lineales con dos grados de libertad", *Instituto de Ingeniería, UNAM*, 323 (oct 1974).
76. Guendelman, R y Powell, G H , "DRAIN-TADS: a computer program for inelastic earthquake response of three dimensional buildings," *Earthquake Engineering Research Center, Universidad de California, UCB/EERC-77/08, Berkeley (1977)*.
77. Newmark, N M , "Numerical procedure for computing deflections, moments and buckling loads", *Trans ASCE*, Vol 108 (1943).
78. Rascón, O A y Muñoz, C , "Recomendaciones para el diseño sísmico de tuberías enterradas con juntas lock-joint y continuas", Informe a la Dirección de Construcción y Operación Hidráulica del departamento del Distrito Federal, *Instituto de Ingeniería, UNAM*, (abr 1982).
79. De Buen, O , "Nociones de metalurgia de la soldadura", *Instituto de Ingeniería, UNAM, DZ* (ene 1969).



**DIVISION DE EDUCACION CONTINUA
FACULTAD DE INGENIERIA U.N.A.M.**

VIII CURSO INTERNACIONAL DE INGENIERIA SISMICA
DISEÑO SISMICO DE EDIFICIOS

TEMA 7
DISEÑO DINAMICO

AGOSTO, 1982

6. ANÁLISIS SISMICO DINAMICO

6.1 Generalidades

El art 241 especifica como métodos de análisis dinámico el análisis modal y el cálculo paso a paso de respuestas ante temblores específicos. Se tiene que emplear alguno de estos métodos cuando no se satisfacen las limitaciones que existen para aplicar el método estático.

Lo que sigue de este capítulo tratará en su mayor parte del denominado análisis modal, que con más propiedad debe llamarse análisis modal espectral, porque implica el uso de los conceptos de modos de vibrar y de espectros de diseño. El cálculo paso a paso también puede ser modal, es decir, podría hacerse encontrando en primer lugar los modos de vibrar, aunque para definir la excitación sísmica se emplean acelerogramas de temblores y no espectros.

6.2 Análisis modal espectral

6.2.1 Espectros de diseño

Los espectros de temblores reales, como los de la fig 5.5, tienen forma irregu-

lar y presentan variaciones bruscas en la respuesta máxima en función del periodo natural. Por tanto es posible que dos estructuras que tengan casi las mismas características dinámicas, respondan de manera bastante distinta a un sismo. En la práctica, este hecho tiene menos importancia de la que se le podría dar a primera vista, gracias a la influencia del amortiguamiento que hace menos bruscas las variaciones de los espectros, a que no se conoce con certeza el periodo natural por las incertidumbres que existen en el cálculo de masas y rigideces, y a que las incursiones de la estructura en el intervalo inelástico, así como la interacción suelo-estructura, modifican el periodo fundamental de vibración.

Por lo expuesto, para fines de diseño se emplean espectros de forma suavizada como los de las fig 6.1 y 6.2. En el caso del Distrito Federal, estos espectros están definidos en el art 236, y ya toman en cuenta las incertidumbres en la valuación de periodos, los efectos de temblores de distintos orígenes, la influencia del amortiguamiento y de los distintos tipos de suelo. En dicho artículo también se prescribe la manera de tomar en cuenta el comportamiento inelástico, mediante espectros reducidos por ductilidad.

El art 236 estipula que, cuando se aplique el análisis dinámico modal, se sigan las siguientes hipótesis:

- I. La estructura se comporta elásticamente.
- II. La ordenada del espectro, a , expresada como fracción de la aceleración de la gravedad, está dada por las siguientes expresiones, donde c , a_0 , T_1 , T_2 y r son los valores dados en la tabla 4.1.

$$a = a_0 + (c - a_0) T/T_1, \text{ si } T \text{ es menor que } T_1$$

$$a = c, \text{ si } T \text{ está entre } T_1 \text{ y } T_2$$

$$a = c (T_2/T)^r, \text{ si } T \text{ excede de } T_2$$

Aquí, T , es el periodo natural de interés y T_1 , T_2 y r están expresados en segundos. Para evaluar las fuerzas sísmicas estas ordenadas se dividirán entre el factor Q , el cual se tomará igual a Q si T es mayor que T_1 , e igual a

$1 + (Q - 1) T/T_1$, en caso contrario.

En la fig 6.1 se muestran los espectros elásticos para edificios del grupo B, en las zonas I a III del Distrito Federal. En la fig 6.2 se presentan los espectros elástico y reducidos para los factores de ductilidad $Q = 2, 4$ y 6 , correspondientes a la zona III; nótese que entre T y T_1 los espectros reducidos no son, en general, líneas rectas.

En el art 236 también se menciona expresamente en el párrafo III que las órdenes espectrales especificadas tienen en cuenta los efectos de amortiguamiento, por lo que, excepto la reducción por ductilidad, no deben sufrir reducciones adicionales, o menos que estas se concluyan de estudios específicos aprobados por el Departamento del Distrito Federal.

6.2.2 Estructuras no amortiguadas de varios grados de libertad, sin torsión

Si una estructura elástica de varios grados de libertad como la que se muestra en la fig 5.6 está sujeta al movimiento de su base, sus masas sufrirán desplazamientos, que serán función del tiempo y la aceleración. Estos se pueden calcular resolviendo el sistema de ecuaciones diferenciales 5.12.

Como los modos de vibración constituyen un conjunto completo, en un instante dado el desplazamiento de una cualquiera de las masas puede expresarse como la suma de los desplazamientos debidos a la participación de cada uno de los modos naturales, esto es:

$$u_i(t) = \sum_j \phi_j(t) c_j z_{ij} \quad (6.1)$$

En esta expresión:

$u_i(t)$ = desplazamiento relativo a la base de la masa i en el instante t .

$\phi_j(t)$ = función que expresa la variación con respecto al tiempo de la participación del modo j . El valor máximo de $\phi_j(t)$ para cada modo puede obtenerse del espectro de desplazamientos como la ordenada que corresponde a una estructura de un grado de libertad y de igual periodo que el modo j ; $\phi_j(t)$ tiene unidades de longitud.

c_j = coeficiente de participación que define la escala a la que interviene el modo j en el movimiento.

z_{ij} = amplitud del desplazamiento de la masa m_i en el modo j .

El símbolo \sum expresa suma sobre todos los modos de vibrar.

Para determinar el valor del coeficiente de participación de un modo cualquiera, n , considérese que la base sufre una variación en su velocidad (igual a \dot{u}_0). Todas las masas tendrán entonces una velocidad relativa a la base

$$\dot{u}_i = -\dot{u}_0$$

que, de acuerdo con 6.1, puede expresarse

$$\sum_j \dot{\phi}_j(0) c_j z_{ij} = -\dot{u}_0$$

Teniendo en cuenta que $\dot{\phi}_j(0) = -\dot{u}_0$, queda

$$\sum_j c_j z_{ij} = 1$$

Multiplicando por $m_i z_{in}$ resulta

$$\sum_j c_j m_i z_{ij} z_{in} = m_i z_{in}$$

Formando términos análogos al anterior para los diversos valores de i y sumando, se obtiene

$$\sum_i \sum_j c_j m_i z_{ij} z_{in} = \sum_i m_i z_{in}$$

Invirtiendo el orden de las sumas y aprovechando la propiedad de ortogonalidad de los modos, es decir que

$$\sum_i m_i z_{ij} z_{in} = 0 \quad \text{para } j \neq n$$

se llega finalmente a

$$c_n \sum_1^i m_i z_{in}^2 = \sum_1^i m_i z_{in}$$

de donde

$$c_n = \frac{\sum_1^i m_i z_{in}}{\sum_1^i m_i z_{in}^2} \quad (6.2)$$

En forma matricial se tiene

$$c_n = \frac{\sum_1^T M \underline{1}}{\sum_1^T M \underline{Z}} \quad (6.3)$$

Sustituyendo en la ec 6.1 y escribiendo j en vez de n :

$$u_i(t) = E \phi_j(t) z_{ij} \frac{\sum_1^i m_i z_{ij}}{\sum_1^i m_i z_{ij}^2} \quad (6.4)$$

La ec 6.4 indica que el desplazamiento relativo en un instante t de la masa i , debido a la contribución del modo j , se obtiene como el producto de la amplitud de dicha masa en el modo j , a una escala arbitraria, por un coeficiente de participación, c_j , y por una función del tiempo, $\phi_j(t)$, que es la misma que proporciona el desplazamiento relativo de la masa de una estructura de un grado de libertad y de igual período que el modo en cuestión. Nótese en la ec 6.4 que el valor de $u_i(t)$ es independiente de la escala que se adopte para los z_{ij} , puesto que si estos valores se multiplican por un factor arbitrario cualquiera α , aparecerá α^2 en el numerador y en el denominador, sin alterar el coeficiente.

Conocidos los desplazamientos correspondientes a un modo, el cálculo de otras cantidades de interés para diseño, como las fuerzas cortantes y momentos flexionantes se reduce a un problema estático, como se hace ver al explicar el método de rigideces en la sec 1.2.1.

En el Reglamento se estipulan espectros que se pueden interpretar como pseudo-

aceleraciones, es decir, que de ellos se puede obtener el valor a_j de la pseudo-aceleración máxima (igual a desplazamiento máximo por la frecuencia al cuadrado). Por ello, partiendo de la ec 6.1 se llega a

$$u_{ji \text{ máx}} = A_j c_j z_{ij} \omega_j^2 \quad (6.5)$$

6.2.3 Consideraciones para diseño

Teóricamente la ec 6.4 resuelve el problema de análisis sísmico dinámico de estructuras con varios grados de libertad, ya que permite obtener su configuración deformada en cualquier instante y, por tanto, los máximos elementos mecánicos en las secciones críticas. Como se ha mencionado en la sec 6.2.1, el valor máximo de $\phi_j(t)$ se obtendrá a partir de un espectro de desplazamientos adoptado para el diseño. Esto permite conocer cualquier respuesta (fuerza cortante, deformación de entrepiso, momento de volteo, etc) máxima de la estructura, R_j , debida al modo j .

Una cota superior a la respuesta de la estructura por la participación de todos los modos es la suma de las respuestas máximas de todos los modos

$$R = \sum_j R_j$$

Este valor es siempre conservador ya que las respuestas máximas de todos los modos no son simultáneas. Con base en estudios probabilísticos se demuestra (ref 37) que en estructuras elásticas es más realista estimar la respuesta total con la expresión

$$R = \sqrt{\sum_j R_j^2} \quad (6.6)$$

Esta expresión es adecuada para sistemas cuyos períodos tengan valores bastante distintos. Por este motivo, en el art 241 del Reglamento se ha aceptado solamente cuando en el cálculo de modos de vibración no se hayan considerado como grados de libertad los giros de torsión en planta, ni las deformaciones de apén-dices. Si se toma en cuenta alguno o ambos de estos últimos conceptos, se puede emplear el criterio que se explica en la sec 6.2.5.

Una de las ventajas del análisis modal reside en que solo es necesario determinar las respuestas debidas a unos cuantos de los primeros modos, porque en general la parte de la respuesta total de edificios que se debe a modos superiores es muy pequeña. El Reglamento especifica (art 241) que deben considerarse cuando menos tres modos de vibración en cada dirección de análisis y que se tienen que tomar en cuenta todos los modos con períodos mayores que 0.4 seg.

6.2.4 Ejemplo

Se hará aquí el análisis sísmico de la estructura mostrada en la fig 5.7. Se supondrá que se trata de un edificio del grupo A, que se construirá en la Zona I, y que es aplicable un factor de reducción por ductilidad $Q = 4$. Los modos y frecuencias de vibrar se han calculado por varios procedimientos en el capítulo 5, y se tiene:

$$\begin{aligned} Z_1 &= \begin{Bmatrix} 1.000 \\ 1.751 \\ 2.541 \end{Bmatrix}, & Z_2 &= \begin{Bmatrix} 1.000 \\ 0.853 \\ -1.969 \end{Bmatrix}, & Z_3 &= \begin{Bmatrix} 1.000 \\ -0.803 \\ 0.321 \end{Bmatrix} \\ \omega_1^2 &= 122.0 \text{ seg}^{-2}, & \omega_2^2 &= 562.4 \text{ seg}^{-2}, & \omega_3^2 &= 1375 \text{ seg}^{-2} \\ t_1 &= 0.569 \text{ seg}, & t_2 &= 0.265 \text{ seg}, & t_3 &= 0.169 \text{ seg}^{-2} \end{aligned}$$

Se ha denotado a los períodos con t (y no T) para evitar confusiones con los datos del aspecto.

Según lo expuesto en la sec 6.2.1, los datos para determinar el espectro de diseño se obtienen en la tabla 4.1, y son en este caso:

$$\begin{aligned} c &= 0.16 \times 1.3 = 0.208 \\ \phi_0 &= 0.03 \times 1.3 = 0.039 \\ T_1 &= 0.1 \text{ seg} \\ T_2 &= 0.8 \text{ seg} \\ r &= 1/2 \end{aligned}$$

Siguiendo lo indicado en 6.2.4, para el primer modo se encuentra que t_1 está comprendido entre T_1 y T_2 , por tanto

$$a_1 = c = 0.208, \quad Q_1 = 4$$

Los períodos $t_2 = 0.265$ seg y $t_3 = 0.169$ seg de los modos segundo y tercero son menores que T_1 , entonces

$$a_2 = 0.039 + (0.208 - 0.039) 0.265/0.3 = 0.188$$

$$Q_2 = 1 + (4 - 1) 0.265/0.3 = 3.65$$

$$a_3 = 0.039 + (0.208 - 0.039) 0.169/0.3 = 0.134$$

$$Q_3 = 1 + (4 - 1) 0.169/0.3 = 2.69$$

Recordando que los valores a_i están expresados como fracción de g , las aceleraciones espectrales de diseño, A_i , están dadas por:

$$A_1 = 0.208 \times 981/4.00 = 51.0 \text{ cm/seg}^2$$

$$A_2 = 0.188 \times 981/3.65 = 50.5 \text{ cm/seg}^2$$

$$A_3 = 0.134 \times 981/2.69 = 48.9 \text{ cm/seg}^2$$

donde se ha considerado $g = 981 \text{ cm/seg}^2$.

Los coeficientes de participación se calculan con la ec 6.2. Recordando que $m_1 = m_2 = 0.40775$ y $m_3 = 0.20388$ (en ton-seg²/cm), se tiene

$$c_1 = \frac{0.40775 \times 1 + 0.40775 \times 1.751 + 0.20388 \times 2.541}{0.40775 \times 1^2 + 0.40775 \times 1.751^2 + 0.20388 \times 2.541^2} = 0.5513$$

$$c_2 = \frac{0.40775 \times 1 + 0.40775 \times 0.853 + 0.20388 \times 1.969}{0.40775 \times 1^2 + 0.40775 \times 0.853^2 + 0.20388 \times 1.969^2} = 0.2369$$

$$c_1 = \frac{0.40775 \times 1 + 0.40775 \times 0.803 + 0.20388 \times 0.321}{0.40775 \times 1^2 + 0.40775 \times 0.803^2 + 0.20388 \times 0.321^2} = 0.2108$$

Los desplazamientos máximos de las masas en el modo j , U_{ij} , y los desplazamientos de entrepiso correspondientes, ΔU_j , resultan (ver ec 6.5).

$$U_{11} = \frac{51.0 \times 0.5511}{122.0} \begin{Bmatrix} 1.000 \\ 1.751 \\ 2.541 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0.2305 \\ 0.4035 \\ 0.5856 \end{Bmatrix} ; \Delta U_1 = \begin{Bmatrix} 0.2305 \\ 0.1730 \\ 0.1821 \end{Bmatrix}$$

$$U_{12} = \frac{50.6 \times 0.2369}{562.4} \begin{Bmatrix} 1.000 \\ 0.851 \\ -1.969 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0.0213 \\ 0.0182 \\ -0.0420 \end{Bmatrix} ; \Delta U_2 = \begin{Bmatrix} 0.0213 \\ -0.0031 \\ -0.0602 \end{Bmatrix}$$

$$U_{13} = \frac{48.9 \times 0.2108}{1375} \begin{Bmatrix} 1.000 \\ -0.803 \\ 0.321 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0.0075 \\ -0.0060 \\ 0.0024 \end{Bmatrix} ; \Delta U_3 = \begin{Bmatrix} 0.0075 \\ -0.0135 \\ 0.0084 \end{Bmatrix}$$

Los valores están dados en cm.

La fuerza cortante V_{ij} en el entrepiso i , debida al modo j , se calcula multiplicando el desplazamiento del entrepiso Δ_{ij} por la rigidez respectiva, k_j . Recordando que $k_1 = k_2 = 200$ y $k_3 = 80$ (en ton/cm), con los resultados que se acaban de obtener se encuentra

$$\begin{aligned} V_{11} &= 200 \times 0.2305 = 46.10 \text{ ton} \\ V_{21} &= 200 \times 0.1730 = 34.60 \text{ ton} \\ V_{31} &= 80 \times 0.1821 = 14.57 \text{ ton} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} V_{12} &= 200 \times 0.0213 = 4.26 \text{ ton} \\ V_{22} &= -200 \times 0.0031 = -0.62 \text{ ton} \\ V_{32} &= -80 \times 0.0602 = -4.82 \text{ ton} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} V_{13} &= 200 \times 0.0075 = 1.50 \text{ ton} \\ V_{23} &= -200 \times 0.0135 = -2.70 \text{ ton} \\ V_{33} &= 80 \times 0.0084 = 0.67 \text{ ton} \end{aligned}$$

Para estimar la respuesta debida a la combinación de todos los modos se emplea a continuación la ec 6.6. Así para los cortantes V_i y los desplazamientos relativos δ_i en cada entrepiso i , se obtiene:

$$V_1 = \sqrt{46.10^2 + 4.26^2 + 1.50^2} = 46.32 \text{ ton}$$

$$V_2 = \sqrt{34.60^2 + 0.62^2 + 2.70^2} = 34.71 \text{ ton}$$

$$V_3 = \sqrt{14.57^2 + 4.82^2 + 0.67^2} = 15.35 \text{ ton}$$

$$\delta_1 = \sqrt{0.2305^2 + 0.0213^2 + 0.0075^2} = 0.2316 \text{ cm}$$

$$\delta_2 = \sqrt{0.1730^2 + 0.0031^2 + 0.0135^2} = 0.1736 \text{ cm}$$

$$\delta_3 = \sqrt{0.1821^2 + 0.0602^2 + 0.0084^2} = 0.1920 \text{ cm}$$

Las estimaciones de los desplazamientos totales u_i con este criterio son

$$u_1 = \sqrt{0.2305^2 + 0.0213^2 + 0.0075^2} = 0.2316 \text{ cm}$$

$$u_2 = \sqrt{0.4035^2 + 0.0182^2 + 0.0060^2} = 0.4040 \text{ cm}$$

$$u_3 = \sqrt{0.5856^2 + 0.0420^2 + 0.0024^2} = 0.5871 \text{ cm}$$

Obsérvese que la participación del modo fundamental en las respuestas es sensiblemente mayor que la del segundo y tercer modo.

Nótese también que $u_2 - u_1 = 0.4040 - 0.2316 = 0.1724 \text{ cm}$ y $u_3 - u_1 = 0.5871 - 0.2316 = 0.3555 \text{ cm}$, no corresponden a las estimaciones correctas de δ_2 (0.1736 cm) y δ_3 (0.1920 cm) que son mayores. Estimar δ_2 y δ_3 como en este párrafo sería una forma inadecuada de aplicar el criterio expresado por la ec 6.6, según el cual hay que calcular para cada modo la respuesta de interés, y después emplear la ec 6.6, para la estructuración de la respuesta debida a la combinación de los modos. Aunque en este ejemplo las diferencias son pequeñas, podrían ser mayores en otras situaciones.

6.2.5 Caso en que los modos tienen períodos de valores muy próximos entre sí

Como se ha señalado en el art 6.2.3, la expresión 6.3 no es adecuada para estimar la respuesta máxima de sistemas de varios grados de libertad que tienen períodos muy cercanos entre sí, como ocurre si se consideran en el análisis dinámico los apéndices o los giros de torsión en planta de los pisos. En estas casos se puede emplear el criterio propuesto en la ref 37, según el cual la respuesta máxima debe estimarse con la siguiente expresión

$$R = \left[\frac{\sum_i \xi_i R_i R_j}{1 + \xi_{ij}^2} \right]^{1/2} \quad (6.7)$$

en donde

$$\xi_{ij} = \frac{\omega_i^2 - \omega_j^2}{\xi_i^2 \omega_i + \xi_j^2 \omega_j} \quad (6.8)$$

$$\xi_i = \xi_1 + \frac{2}{\omega_i s} \quad (6.9)$$

R_i es la respuesta máxima en el modo i -ésimo, ω_i y ω_j son las frecuencias circulares amortiguada y no amortiguada, y ξ_i la fracción del amortiguamiento crítico, asociadas a dicho modo (recuérdese que $\omega_i^2 = \omega_j^2 \sqrt{1 - \xi_i^2}$ y que para valores moderados de ξ_i la diferencia es imperceptible); s es la duración, en segundos, del segmento de ruido blanco estacionario que equivale a la familia de temblores reales de diseño.

En la ref 46 se sugiere suponer $\xi_1 = 0.05$, a menos que se justifique otro valor, y en la ref 47 se propone adoptar s igual a 20, 30 y 40 seg según se trate de terreno de las zonas I (dura), II (intermedia), III (blanda) respectivamente, se propone $s = 50$ seg para terrenos de la zona IV que no estén reclassificados con base en información sobre las propiedades locales del suelo.

Nótese que R_i o R_j pueden ser positivas o negativas de acuerdo con el signo que les corresponda al calcularlas modalmente. La ambigüedad en los signos se evita considerando que la ordenada espectral es siempre positiva. Aunque el criterio anterior fue derivado suponiendo que los temblores reales

son equivalentes a segmentos de ruido blanco, su validez ha sido verificada usando temblores reales en las ref 48 y 75.

De las expresiones 6.8 y 6.9, puede colegirse que si los períodos de dos modos diferentes no son muy parecidos entre sí, es decir si ω_i y ω_j son bastante diferentes, entonces el valor de ξ_{ij} correspondiente es grande y más aún su cuadrado, como el caso en que $i = j$, $\xi_{ij} = 0$, se concluye que la fórmula 6.7 da resultados similares a los de la fórmula 6.6.

Otro criterio para combinar las respuestas modales cuando las frecuencias son cercanas entre sí, desarrollado considerando los temblores como procesos estocásticos estacionarios, se presenta en las ref 49 y 50. Consiste también en una combinación de tipo cuadrática como el anterior, es decir que la respuesta máxima se estima como:

$$R = \left[\frac{\sum_i \xi_i R_i \rho_{ij} R_j}{1 + \xi_{ij}^2} \right]^{1/2} \quad (6.10)$$

Para el caso en que los porcentajes críticos de amortiguamiento son iguales, es decir $\xi_1 = \xi_2 = \xi$, ρ_{ij} está dado por

$$\rho_{ij} = \frac{8\xi^2 (1+r) r^{1/2}}{(1-r^2)^2 + 4\xi^2 r (1+r)^2} \quad (6.11)$$

$$r = \omega_j / \omega_i \quad (6.12)$$

En la ref 49 se presentan ejemplos de cómo usar este criterio y su aplicabilidad ha sido verificada por sus autores, comparando sus resultados con los de análisis paso a paso y empleando varios acelerogramas simulados y el registro del temblor de Taft, California, en casos en que se consideran los giros en planta de los pisos de un edificio como grados de libertad dinámicos. Nótese que para $r = 1$, $\rho_{ij} = 1$, y la expresión 6.10 coincide con la 6.6.

6.3 *Análisis paso a paso*

6.3.1 Conceptos generales y alcance

En el art 241 también se acepta como procedimiento de análisis dinámico el cálculo paso a paso de las respuestas a temblores específicos, estipulándose se que podrán emplearse para este fin acelerogramas de temblores reales o simulados, o combinaciones de estos, siempre que se usen no menos de cuatro movimientos representativos, independientes entre sí, cuyas intensidades sean compatibles con los demás criterios que consigna el Reglamento, y que se tengan en cuenta el comportamiento no lineal de la estructura y las incertidumbres que hoy en cuenta a sus parámetros.

Para analizar un edificio satisfaciendo los requisitos anteriores, se tienen que emplear métodos numéricos para resolver ecuaciones diferenciales, con la ayuda de computadores digitales aun cuando se empleen hipótesis simplificadas.

Un programa especialmente desarrollado para el análisis sísmico no lineal de edificios, es DRAIN-TABS, presentado en la ref 26. Sin embargo, este programa no es estrictamente tridimensional, porque considera al edificio formado por marcos y/o muros planos, ligados por los diafragmas de piso. Este tipo de hipótesis es aceptable si se considera comportamiento elástico, pero no si se desea tomar en cuenta el comportamiento no lineal, porque éste, sobre todo en las columnas, está influenciado decisivamente por las cargas en las tres direcciones. Aunque existen otros programas con los que se podría hacer un análisis no lineal tridimensional, no se tienen en la actualidad conocimientos suficientes sobre las leyes constitutivas que rigen el comportamiento de elementos estructurales ante cargas cíclicas en tres direcciones, y por tanto no se pueden desarrollar modelos analíticos completamente confiables. Un problema adicional es que incluso con las limitaciones citadas, el análisis no lineal consume mucho tiempo de computadora, más aún si se tiene que hacer para varios temblores.

Por lo anterior, el análisis sísmico paso a paso no lineal de edificios ha sido aplicado, a sistemas planos en trabajos de investigación, y se piensa

que es todavía impráctico usar este tipo de análisis para fines de diseño. Se continúan haciendo investigaciones para correlacionar la respuesta no lineal de edificios, con la respuesta elástica, que permitan al diseñador interpretar mejor los resultados de análisis que consideren solo comportamiento lineal.

Si se desea hacer un análisis paso a paso lineal, conviene encontrar en primer lugar los modos de vibrar del edificio, para luego calcular numéricamente la respuesta en cada modo, lo cual significará tratar con sistemas de un solo grado de libertad, puesto que las respuestas modales están desacopladas entre sí. Se tiene además la ventaja de que solo es necesario considerar unos cuantos de los primeros modos. No obstante, hay que examinar con cuidado ciertos aspectos como el amortiguamiento y la reducción por ductilidad asociados a cada modo, la selección de temblores que sean realmente independientes entre sí y congruentes con las intensidades implícitas en los aspectos de diseño, y la manera de considerar las excentricidades accidentales.

Con el propósito de ilustrar algunos conceptos involucrados en el análisis paso a paso, se presenta a continuación un método propuesto por Newmark para tal fin (ref 43). La presentación se limita a un sistema de un grado de libertad, aunque el procedimiento puede aplicarse a estructuras de varios grados de libertad (en la ref 37 se presenta un ejemplo con un sistema de dos grados de libertad). Un tratamiento más amplio de este método y otros similares se hace en dos capítulos de la ref 45, donde, entre otros asuntos, se estudian la estabilidad, la precisión y convergencia de los métodos, y también se presentan algoritmos para elaborar programas de computadora.

6.3.2 Método B de Newmark

En un sistema no lineal de un grado de libertad, como el de la fig 6.3, las fuerzas de amortiguamiento y de rigidez ya no son respectivamente proporcionales a la velocidad y al desplazamiento relativo (\dot{u} y u), y en general serán funciones f_v y f_r del tiempo. Entonces la condición de equilibrio dinámico se expresa:

$$m \ddot{u} + f_p(t) + f_r(t) = -m \ddot{x}_0 \quad (6.13)$$

Sin embargo en edificios es frecuente considerar solamente la no linealidad en las fuerzas de rigidez y aceptar que el amortiguamiento es viscoso. Así la ecuación anterior queda

$$m \ddot{u} + c \dot{u} + f_r(u) = -m \ddot{x}_0 \quad (6.14)$$

Es, además, común que las fuerzas f_r se expresen como funciones no lineales del desplazamiento u y se puede escribir $f_r(t)$ como $f_r(u)$.

Para resolver la ec. 6.14, Newmark propuso el siguiente procedimiento (ref 43):

- Sean u_i , \dot{u}_i y \ddot{u}_i los valores del desplazamiento, la velocidad y la aceleración relativos en el instante t_i . El subíndice $i+1$ denota a las cantidades correspondientes al tiempo $t_{i+1} = t_i + \Delta t$. Supóngase el valor de \ddot{u}_{i+1} .
- Calcúlese $\dot{u}_{i+1} = \dot{u}_i + (\ddot{u}_i + \ddot{u}_{i+1}) \Delta t / 2$
- Calcúlese $u_{i+1} = u_i + \dot{u}_i \Delta t + (\frac{1}{2} - \beta) \ddot{u}_i (\Delta t)^2 + \beta \ddot{u}_{i+1} (\Delta t)^2$
- Calcúlese un nuevo valor de \ddot{u}_{i+1} con la ec. 6.14.
- Compárese el valor obtenido en (d) con el supuesto en (a). Si se los considera suficientemente parecidos, se procede a efectuar los cálculos para el siguiente incremento de tiempo; en caso contrario, se repiten los pasos (b) a (e), con el valor de \ddot{u}_{i+1} calculado en (d).

El valor de β se puede asociar a la forma en que se supone que varía la aceleración en el intervalo Δt . Si $\beta = 1/6$ dicha variación es lineal entre \ddot{u}_i y \ddot{u}_{i+1} , si $\beta = 1/4$, la aceleración es constante, igual a $(\ddot{u}_i + \ddot{u}_{i+1})/2$. El valor de $\beta = 1/8$ corresponde a una variación escalonada de la aceleración. Por otra parte, el método es estable incondicionalmente cuando β es menor que $1/4$.

En la literatura (por ejemplo en las ref 37 y 45) se recomienda usar como intervalo de interacción Δt un valor del orden de $1/10$, o un valor más pequeño que permita representar adecuadamente la variación en el tiempo de la aceleración del terreno. T es el periodo del sistema.

Como ejemplo para ilustrar la operación de este método, considérese el sistema de un grado de libertad representado en la fig 6.3 a, cuya fuerza de rigidez varía como se indica en la fig 6.3b. Supóngase que la aceleración de la base es la mostrada en la fig 6.3c.

De los datos de la fig 6.3a se obtiene:

$$m = 80/981 = 0.08155 \text{ ton-seg}^2/\text{cm}$$

$$\omega = \sqrt{k/m} = \sqrt{100/0.08155} = 35.0 \text{ seg}^{-1}; T = 2\pi/\omega = 0.13 \text{ seg}$$

$$C_{CR} = 2 \sqrt{km} = 5.711 \text{ ton seg/cm}$$

$$C = 0.1 C_{CR} = 0.5711 \text{ ton-seg/cm}$$

Como $0.1T = 0.013 \text{ seg}$, se adoptará $\Delta t = 0.02 \text{ seg}$; con este intervalo se representa con exactitud la variación de la aceleración \ddot{x}_0 . Se considerará $\beta = 1/5$.

De la fig 6.3b se deduce que cuando el desplazamiento u , en cm, es menor que 0.1, la fuerza de rigidez f_r vale $100 u$, en ton. Si u es mayor que 0.1 cm, entonces $f_r = 10 \text{ ton}$.

La ecuación de equilibrio dinámico del sistema es $0.08155 \ddot{u} + 0.5711 \dot{u} + f_r = -0.08155 \ddot{x}_0$.

Dividiendo entre m y despejando \ddot{u} se tiene

$$\ddot{u} = -\ddot{x}_0 - 7.003 \dot{u} - f_r/0.08155 \quad (6.15)$$

La aceleración del terreno se puede expresar como

$$\begin{aligned} \ddot{y}_0 &= 2500 t & \text{para } 0 \leq t \leq 0.1 \text{ seg} \\ -\ddot{y}_0 &= 500 - 2500 t & \text{para } 0.1 \leq t \leq 0.2 \text{ seg} \end{aligned}$$

Reemplazando $\Delta t = 0.02$ y $\beta = 1/5$ en las expresiones de los pasos (b) y (c) del método, se obtiene:

$$\ddot{u}_{i+1} = \ddot{u}_i + 0.01 (\ddot{u}_i + \ddot{u}_{i+1})$$

$$u_{i+1} = u_i + 0.02 \dot{u}_i + 0.00012 u_i + 0.00000 u_{i+1}$$

Las operaciones para aplicar el método se resumen en la tabla 6.1. En cada incremento de tiempo se supuso inicialmente que \ddot{u}_{i+1} tenía el valor final del incremento anterior. Se ha llegado solo hasta 0.08 seg, porque en este tiempo se encuentra que la fuerza de rigidez ya no es lineal, ilustrándose así el procedimiento para este caso. Se hicieron las iteraciones necesarias para que las aceleraciones tuvieran errores solo en la sexta cifra significativa.

Conviene notar que en los lapsos en que la rigidez varía linealmente con la deformación (siendo además lineal el amortiguamiento) el método no tiene que ser iterativo, y para calcular los valores de aceleración, velocidad y desplazamiento correspondientes a un incremento de tiempo, con base en los del tiempo anterior, basta resolver por cualquier método, el sistema de ecuaciones formado por las expresiones de los pasos (b) y (c) y por la ecuación de equilibrio dinámico (que en este caso sería la ec 5.2, con u , \dot{u} y \ddot{u} con subíndices $i+1$). Nótese que se trata de 3 ecuaciones lineales (con coeficientes constantes); las incógnitas son u_{i+1} , \dot{u}_{i+1} y \ddot{u}_{i+1} . Opcionalmente, en este caso se pueden considerar como incógnitas los incrementos de aceleración, velocidades y desplazamientos; la solución, si es así, está dada en forma explícita en la ref 45. Cuando el sistema es lineal, las iteraciones solo constituyen una forma de resolver el sistema de ecuaciones.

6.4 Interacción suelo-estructura

El análisis de edificios se lleva a cabo suponiendo que el movimiento que se aplica en su base, o que las fuerzas estáticas equivalentes que obran en sus distintos niveles, son independientes de las características de la cimentación. Sin embargo, existen casos en que el movimiento en cualquier punto de la frontera suelo-estructura es sensiblemente diferente del que habría ocurrido en dicho punto si la estructura no estuviese presente; en estos casos se dice que existe interacción suelo-estructura.

Como se explica en las ref 51 y 52, es usual estudiar el problema considerando primero las diferencias en el movimiento del terreno que provienen de la rigidez del sistema estructura-cimentación como si no tuvieran masa, lo cual se denomina interacción cinemática, porque es causada fundamentalmente por la geometría de la cimentación. Las diferencias consisten, en general, en un filtrado de las componentes traslacionales del movimiento en cuestión (disminución de su amplitud en el intervalo de frecuencias altas y medias) y en la modificación de componentes rotacionales y torsionales. Estos efectos parcialmente motivan que en los reglamentos se estipulen excentricidades accidentales, que generan torsiones en planta aun en edificios completamente simétricos.

En un segundo paso se consideran las fuerzas de inercia que se generan por la vibración de las masas de la cimentación y de la estructura, que dan lugar no solo a elementos mecánicos dentro de los distintos miembros que las componen, sino también a tres fuerzas y tres momentos (referidos a dos ejes horizontales y uno vertical) en la base. Si el suelo no es muy rígido, estas fuerzas y momentos producirán deformaciones que modifican el movimiento en la cimentación. Se habla en este caso de interacción inercial.

Para tomar en cuenta este último tipo de interacción a niveles de reglamento, se han empleado dos procedimientos. El primero consiste en modificar los espectros de diseño, y se puede decir que es la forma que de alguna manera se ha usado en el Distrito Federal, puesto que no se dan cláusulas que traten específicamente el problema y los espectros han sido propuestos calibrándolos con la práctica pasada, sin que haya hasta el momento indicios de que se

quieran modificaciones para tomar en cuenta la interacción en edificios normales.

La otra forma de considerar la interacción inercial consiste en modificar las características dinámicas de la estructura. En las ref 51 y 52 se trata este enfoque, y se propone una expresión con la que se calcula el incremento del periodo natural debido a que la base no es rígida; también se da una expresión para evaluar un posible aumento en el amortiguamiento, que toma en cuenta la disipación de energía por radiación de ondas en el suelo. Esta manera de considerar la interacción se adopta en la ref 53, donde se dan una serie de puntos que permiten inclusive reducir ordenadas espectrales o coeficientes sísmicos, y calcular las deformaciones adicionales debidas a la flexibilidad del sistema suelo-cimentación. No obstante, conviene llamar la atención sobre que estas partes pueden no ser directamente aplicables en el Distrito Federal, por lo que se recomienda examinarlas con cuidado antes de tratar de emplearlas en algún caso particular, como podría ser un edificio esbelto o de gran altura. Por ejemplo, no sería correcto reducir fuerzas horizontales por este concepto, si simultáneamente no se consideraran posibles aumentos en las torsiones.

TABLA 6.1

MÉTODO B DE NEWMARK APLICADO AL SISTEMA DE LA FIG 6.3

t (seg)	ξ_0 (cm/seg ²)	\ddot{u} (cm/seg ²)	\dot{u} (cm/seg)	u (cm)	F_r (ton)
0.00	0	0.0000	0.0000	0.0000	0.00
0.02	50	0.0000	0.0000	0.0000	0.00
		-50.0000	-0.5000	-0.0050	-0.40
		-41.5937	-0.4159	-0.0033	-0.33
		-43.0070	-0.4301	-0.0034	-0.34
		-42.7694	-0.4277	-0.0034	-0.34
		-42.8094	-0.4281	-0.0034	-0.34
0.04	100	-42.6626	-0.4266	-0.0034	-0.34
		-42.8038	-0.4280	-0.0034	-0.34
		-42.6036	-0.4260	-0.0034	-0.34
		-42.8036	-1.2841	-0.0205	-2.05
		-65.8451	-1.5145	-0.0224	-2.24
		-61.9713	-1.4757	-0.0221	-2.21
0.06	150	-62.6226	-1.4823	-0.0221	-2.21
		-62.5131	-1.4812	-0.0221	-2.21
		-62.5315	-1.4814	-0.0221	-2.21
		-62.5284	-1.4813	-0.0221	-2.21
		-62.5289	-1.4813	-0.0221	-2.21
		-62.5288	-1.4813	-0.0221	-2.21
0.08	200	-62.5288	-2.7319	-0.0642	-6.42
		-52.1077	-2.6277	-0.0634	-6.34
		-53.8597	-2.6152	-0.0635	-6.35
		-53.5652	-2.6422	-0.0635	-6.35
		-53.6147	-2.6427	-0.0635	-6.35
		-53.6064	-2.6427	-0.0635	-6.35
0.08	200	-53.6378	-2.6427	-0.0635	-6.35
		-53.6075	-2.6427	-0.0635	-6.35
		-53.6075	-3.7148	-0.127076	-10.00
		-51.3849	-3.6526	-0.1269	(constante)
-51.5406	-3.6942	-0.1269			
-51.5297	-3.6941	-0.1269			
-51.5304	-3.6941	-0.1269			

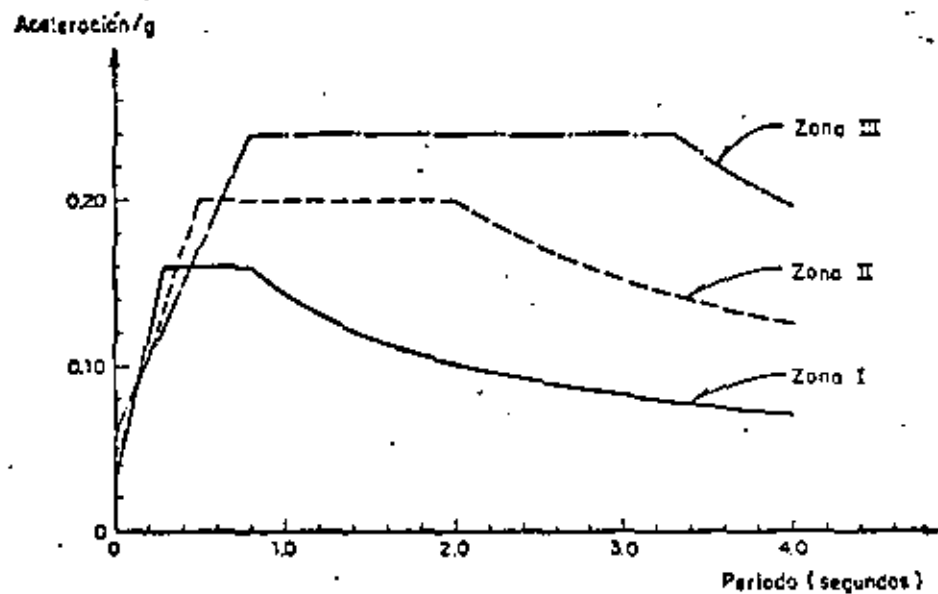


Fig 6.1 Espectros de diseño elásticos, edificios grupo B

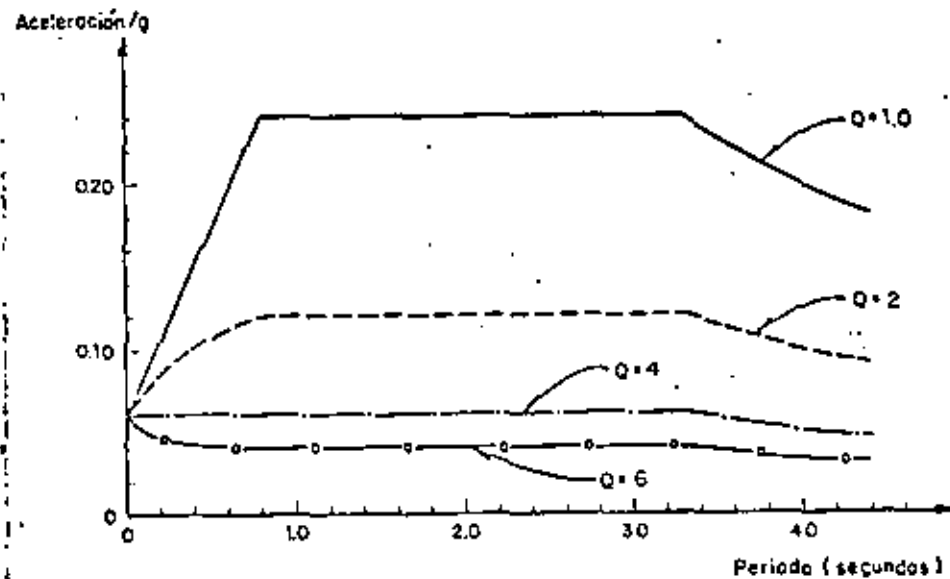
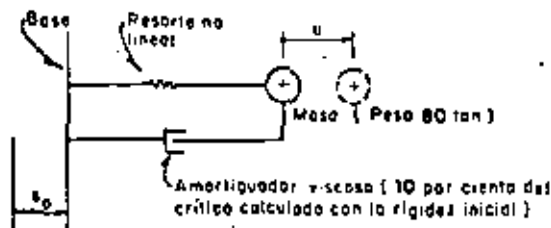
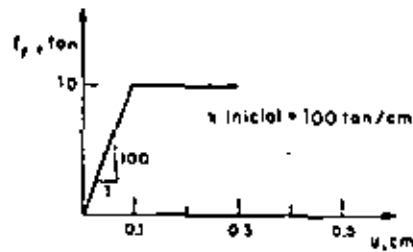


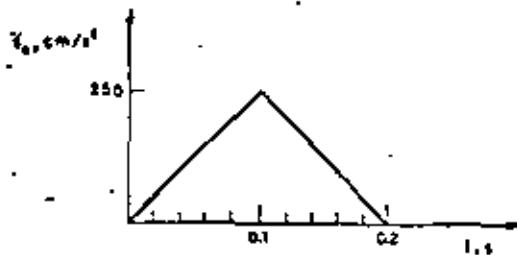
Fig 6.2 Espectros de diseño de la zona II, para ductilidades $Q=1, 2, 4$ y 6 , edificios grupo B



a) Sistema con rigidez no lineal



b) Curva carga desplazamiento del resorte (simétrica con respecto al origen)



c) Aceleración de la base

Fig 6.3 Sistema no lineal de un grado de libertad

EJEMPLO DE ANALISIS DINAMICO

Por Dr. Octavio A. Rasón

Calcular las fuerzas cortantes de diseño sísmico según el Reglamento del DDF, de una estructura de dos grados de libertad, con $m_1 = 4$ y $m_2 = 2 \text{ ton seg}^2/\text{cm}$, y $k_1 = 60$ y $k_2 = 40 \text{ ton/cm}$.

La estructura será, tipo B y se construirá en la zona II.

Utilizar el método de análisis dinámico.

Solución

Las frecuencias se obtienen resolviendo el determinante:

$$|[K] - \omega^2[M]| = 0 = (100 - 4\omega^2)(40 - 2\omega^2) - 40^2 = 0$$

$$\text{donde } [K] = \begin{bmatrix} k_1+k_2 & -k_2 \\ -k_2 & k_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 100 & -40 \\ -40 & 40 \end{bmatrix}, \text{ y } [M] = \begin{bmatrix} 4 & 0 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}$$

$$\omega_1^2 = 8.139, \quad \omega_1 = 2.853; \quad T_1 = 2.203 \text{ seg}$$

$$\omega_2^2 = 38.861, \quad \omega_2 = 6.071; \quad T_2 = 1.035 \text{ seg}$$

Los vectores modales se obtuvieron resolviendo los sistemas de ecuaciones

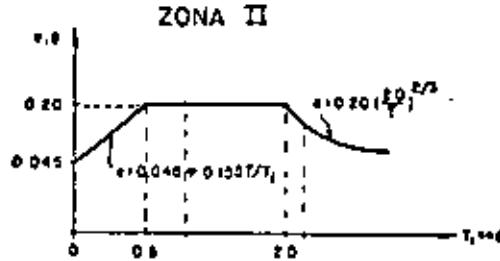
$$\begin{bmatrix} 100 - 4(\omega_1^2) & -40 \\ -40 & 40 - 2(\omega_1^2) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$z_1^T = [0.5931, 1]; \quad z_2^T = [-0.8431, 1]$$

Consideremos que se trata de una estructura tipo B que se construirá en la zona II.

En tal caso: $C = 0.70$, $\alpha_0 = 0.045$, $T_1 = 0.5$, $T_2 = 2.0$ y $r = 2/3$

Considérese $Q = 2$. El espectro elástico será entonces:



Para $T = 2.20$ seg, $a = 0.2 \left(\frac{2.0}{2.2}\right)^{2/3} = 0.188g$

Para $T = 1.03$ seg, $a = 0.20g$

Las ordenadas espectrales reducidas serán:

$$A_1 = 0.188g/2 = 0.094g; \quad A_2 = 0.20g/2 = 0.10g$$

Coefficientes de participación:

$$\alpha_1 = \frac{\sum_1^T M_i}{\sum_1^T M_i Z_{i1}} = \frac{\sum_1^T m_i Z_{i1}}{\sum_1^T m_i Z_{i1}^2} = \frac{4.37}{3.41} = 1.28$$

$$M \bar{Z}_1 = \begin{bmatrix} m_1 & 0 \\ 0 & m_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} m_1 \\ m_2 \end{bmatrix}; \quad Z_1^T M \bar{Z}_1 = \begin{bmatrix} Z_{11} & Z_{21} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} m_1 \\ m_2 \end{bmatrix} = Z_{11} m_1 + Z_{21} m_2 = 0.5931 \times 4 + 1 \times 2 = 4.37$$

$$M \bar{Z}_2 = \begin{bmatrix} m_1 & 0 \\ 0 & m_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Z_{11} \\ Z_{21} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} m_1 Z_{11} \\ m_2 Z_{21} \end{bmatrix}; \quad Z_2^T M \bar{Z}_2 = \begin{bmatrix} Z_{11} & Z_{21} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} m_1 Z_{11} \\ m_2 Z_{21} \end{bmatrix} = m_1 Z_{11}^2 + m_2 Z_{21}^2 = (0.5931)^2 \times 4 + 1^2 \times 2 = 3.41$$

Análogoente

$$\alpha_2 = \frac{Z_{12} m_1 + Z_{22} m_2}{Z_{12}^2 m_1 + Z_{22}^2 m_2} = \frac{-0.8431 \times 4 + 1 \times 2}{(-0.8431)^2 \times 4 + 1^2 \times 2} = \frac{-1.37}{4.84} = -0.28$$

$$Y_1 = \frac{\alpha_1}{\omega_1^2} A_1 Z_1 = \frac{0.094 \times 981 \times 1.28}{8.139} \begin{bmatrix} 0.5931 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 8.60 \\ 14.50 \end{bmatrix} \text{ cm}$$

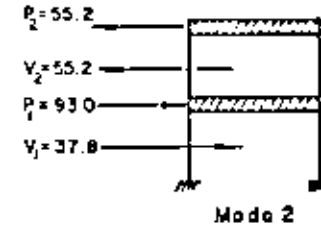
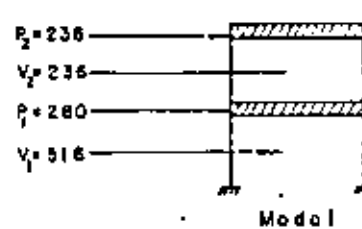
$$Y_2 = \frac{\alpha_2}{\omega_2^2} A_2 Z_2 = \frac{-0.28 \times 0.1 \times 981}{36.861} \begin{bmatrix} -0.8431 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.63 \\ -0.75 \end{bmatrix} \text{ cm}$$

Desplazamientos Relativos:

$$\Delta y_1 = \begin{bmatrix} 8.60 \\ 5.90 \end{bmatrix} \text{ cm}; \quad \Delta y_2 = \begin{bmatrix} 0.63 \\ -1.38 \end{bmatrix} \text{ cm}$$

Fuerzas Cortantes

MODO	ENTREPISO	Δy	K	CORTANTE
1	1	8.60	60	516 ton.
	2	5.90	40	236 ton.
2	1	0.63	60	37.8 ton.
	2	-1.38	40	-55.2 ton.



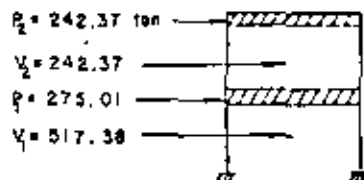
Fuerzas Totales

$$V_1 \leq 516 + 37.8 = 553.8 \text{ ton. ; } V_2 \leq 236 + 55.2 = 291.2 \text{ ton.}$$

Según Reglamento:

$$V_1 = \sqrt{516^2 + 37.8^2} = \sqrt{267684} = 517.38 \text{ ton}$$

$$V_2 = \sqrt{236^2 + 55.2^2} = \sqrt{58743} = 242.37 \text{ ton}$$



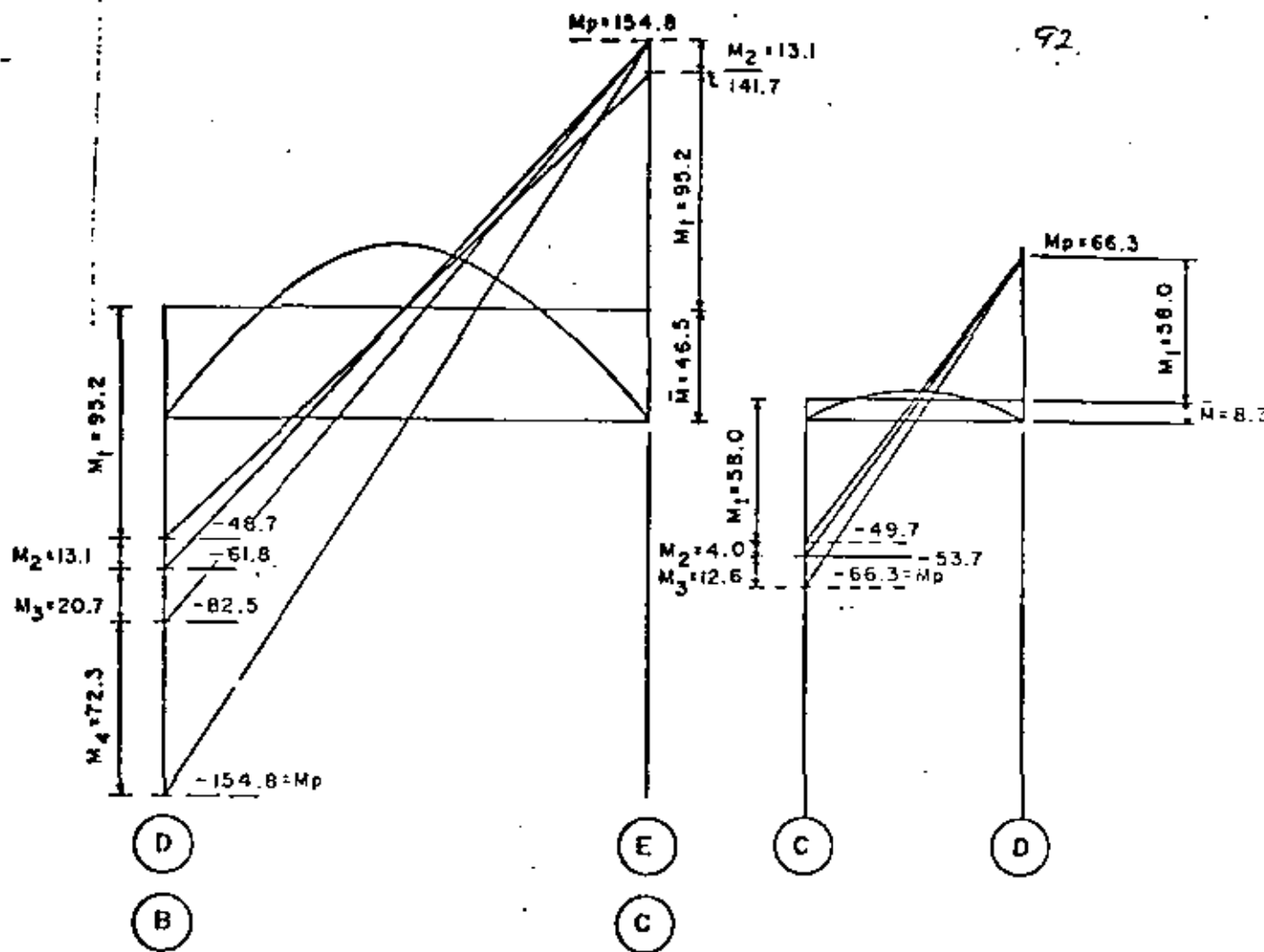


Fig. 6. Bending moment diagrams for illustrative example No. 1

If the girder cross section is constant, $C_1 = 6$, $K = 1/I_1$.

The smallest θ' angle is the one corresponding to the first plastic hinge (in Fig. 4 it has been assumed that the first hinge develops at the leeward end of beam AB). When that angle is known, Eq. (10) is used to compute the moments at the ends of each beam corresponding to it. The sum of the beams end moments, ΣM_p , is taken into Eq. (9), and the lateral displacement determined as Δ/h . Finally, Eq. (6) gives the horizontal load Q that produces that displacement. Coordinates of a point in the $Q-\Delta/h$ curve are now known: the straight line from the origin to that point is a good representation of the first part of the $Q-\Delta/h$ curve.

The bending moment diagram corresponding to the formation of the first plastic hinge is diagram I, Fig. 4b.

The second stage is similar to the first, but the stiffness of beam AB is reduced because of the plastic hinge developed at the leeward end (if the moment of inertia of the beam is constant, the stiffness is $3EI/L = 3EK$); also, the

moment at the plastic hinge location does not change. The second stage ends when a new plastic hinge develops, at the leeward end of beam BC, for instance (Fig. 4c).

In the third stage of the loading process, both beams have plastic hinges at the leeward end, and column C does not contribute any longer to the story's lateral rigidity. Its moment of inertia is not included in ΣI , Eq. (9).

A number of plastic hinges sufficient to transform the story into a mechanism eventually develops (Fig. 4d). Until then, the $Q-\Delta/h$ curve consists of several straight lines connecting the points which represent the termination of each stage. Upon formation of the mechanism, the relationship between horizontal load and lateral displacement is given by a descending straight line that passes through the point corresponding to the last plastic hinge. The equation of this line is:

$$Q = -\frac{P\Delta}{h} + \frac{M_p}{h}$$

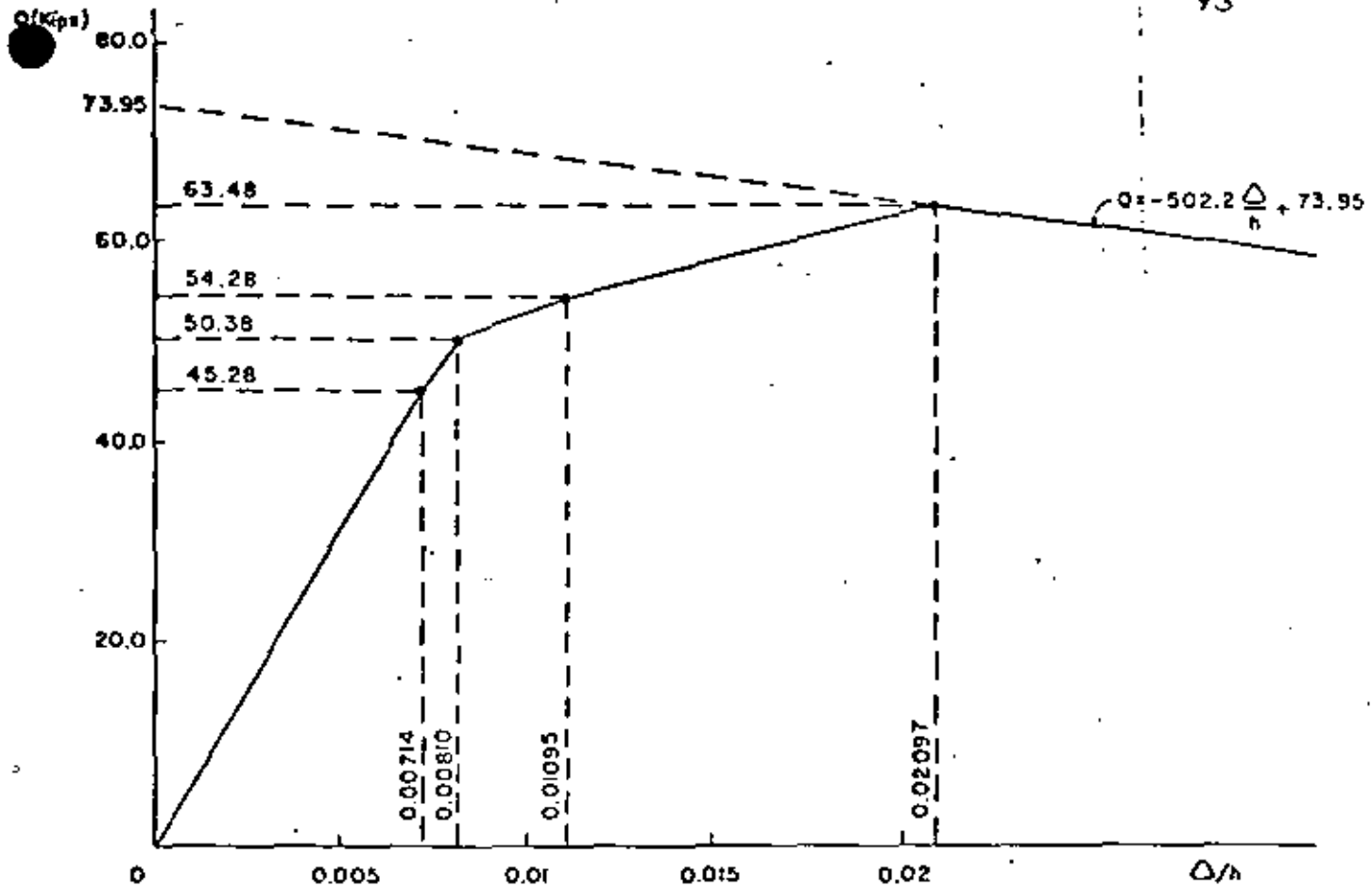


Fig. 7. Horizontal load—lateral deflection curve for illustrative example No. 1

where M_r is the total restraining moment provided by all of the beams in the story when the last plastic hinge develops.

The complete horizontal load-lateral displacement curve can now be plotted.

Numerical solution of a given problem is considerably facilitated by tabulating the computations, as shown in the illustrative example. It is generally convenient to plot simultaneously the bending moment diagrams, as in Fig. 4, to check the numerical results. The diagram is necessary if the second plastic hinge in one or more beams develops in an intermediate section, instead of the windward end, because the hinge position and windward moment are then graphically determined (Fig. 4f). Also, bending moment diagrams are necessary when the beams and the floor slab work as composite members, in order to find the zones of positive and negative bending moment.*

* Paper on this topic will be submitted for publication in the near future.

COLUMN DESIGN

Columns must be able to resist axial loads and bending moments applied to them by the beams until formation of the story collapse mechanism. The moments at the column faces must be increased by $V/d_c/2$ to obtain the design moments at the column center line, where V is the shear force at the girder end and d_c is the column depth.

As the $P\Delta$ effect has already been considered, column sizes are checked using a formula for beam-columns whose ends can not displace laterally.

If the designer wants to make sure that no plastic hinges will develop at the column ends, he can use a load factor bigger than that employed in beam design (if this precaution is not taken, some plastic hinges can possibly develop in the columns because of differences between the assumed and actual response of the structure and factors not considered in analysis and design, such as differences between real and specified yield points or handbook and actual geometric properties of rolled shapes).

94

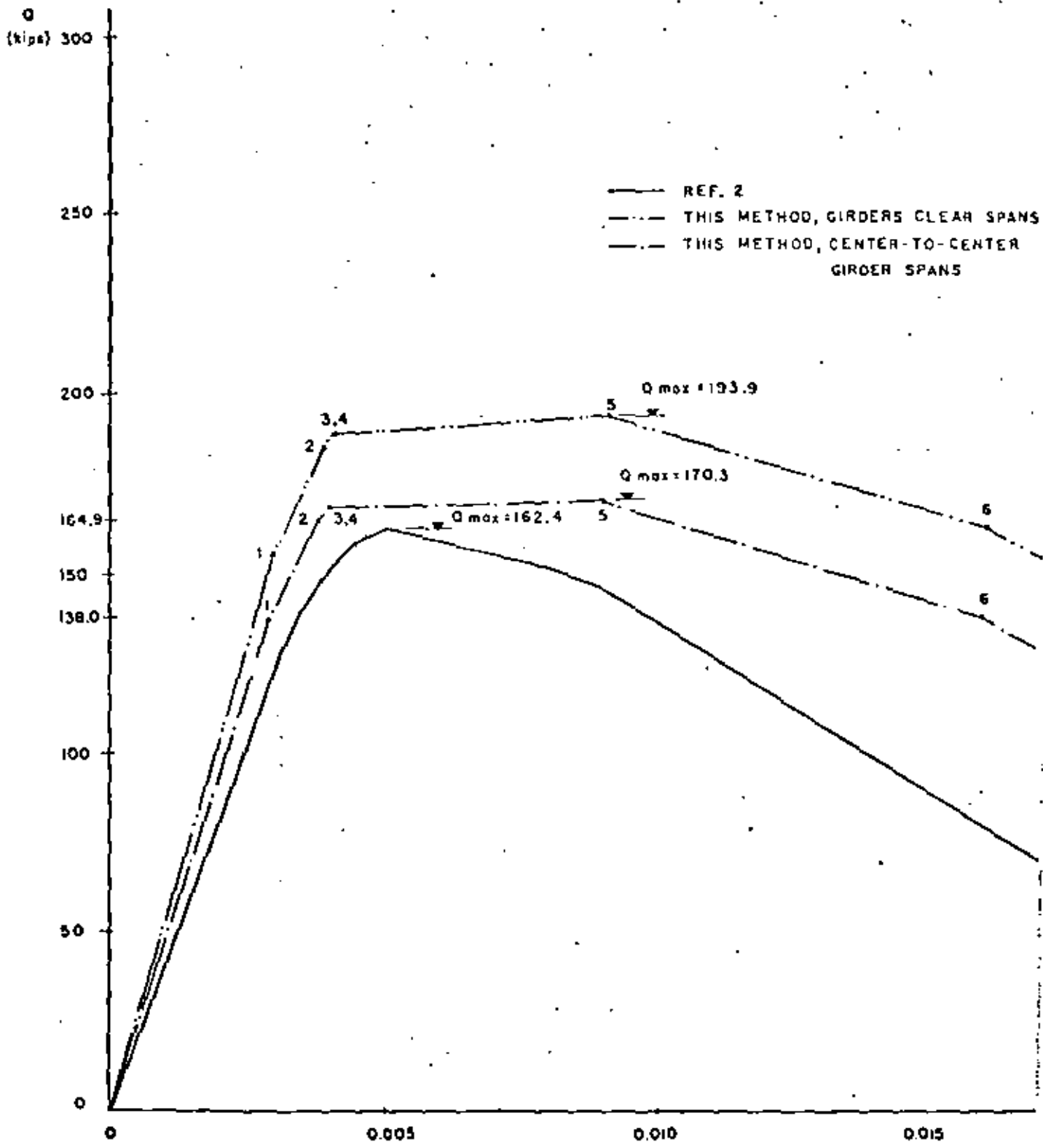
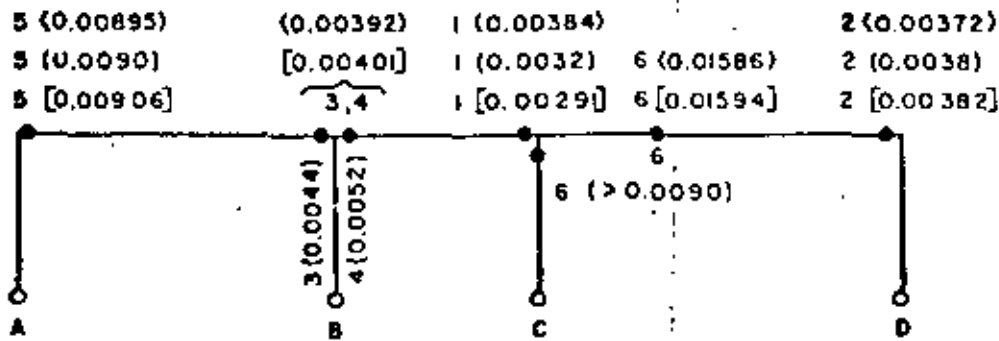


Fig. 8. Horizontal load—lateral deflection curves for illustrative example No. 2



- [] THIS METHOD, GIRDERS CLEAR SPANS
- () THIS METHOD, CENTER-TO-CENTER SPANS
- { } REF. 2

Fig. 9. Sequences of plastic hinge formation for illustrative example No. 2

ILLUSTRATIVE EXAMPLES

Example 1—Figure 5 shows a story of a multistory frame belonging to a building which was designed by the allowable stress method in the writer's office. Vertical loads are multiplied by the load factor corresponding to the combination of vertical permanent and horizontal accidental loads.

Computations are shown in Table 1. Bending moment diagrams for every loading stage are depicted in Fig. 6, and the horizontal load-lateral deflection curve is shown in Fig. 7.

Example 2—The structure used as an illustrative example in Ref. 2 was analyzed in the following two ways, using the method described in this paper:

- (a) Employing the clear spans of girders, as suggested in this paper.
- (b) Computing restraining moments using center-to-center girder spans, as in Ref. 2.

Results of both analyses are shown in Figs. 8 and 9, which also contain the Q-Δ curve and the sequence of plastic hinge formation found in Ref. 2. Agreement is fairly good. It is the writer's belief that results based on clear spans are closer to the structure's true behavior.

REFERENCES

1. Driscoll, G. J., Jr. et al. Plastic Design of Multi-Story Frames. *Lecture Notes and Design Aids, Report No. 273.20 and 273.24, Fritz Engineering Laboratory, Lehigh University, 1965.*
2. Daniels, J. H., and L. W. Lu. The Subassembly Method of Designing Unbraced Multi-Story Frames. *Report No.*

- 273.37, Fritz Engineering Laboratory, Lehigh University, March 1966.
3. Daniels, J. H. and L. W. Lu. Design Charts for the Subassembly Method of Designing Multi-Story Frames. *Report No. 273.54, Fritz Engineering Laboratory, Lehigh University, Dec. 1966.*
4. Daniels, J. H. A Plastic Method for Unbraced Frame Design. *Engineering Journal, AISC, Vol. 3, No. 2, Oct. 1966.*
5. Driscoll, G. C., J. O. Armacost and W. C. Hansell. Plastic Design of Multi-Story Frames by Computer. *Journal of the Structural Division, ASCE, Vol. 96, No. SF1, Jan. 1970.*
6. De Buen, O. Diseño plástico de marcos rígidos no contra-venteados. *II Congreso Nacional de Ingeniería Sísmica, Veracruz, May 1968.*
7. De Buen, O. Antiseismic Design of Multi-Story Steel Frames by Plastic Methods. *IV World Conference on Earthquake Engineering, Santiago, Chile, Jan. 1969.*
8. De Buen, O. A Modification to the Subassembly Method of Designing Unbraced Multi-Story Frames. *Engineering Journal, AISC, Vol. 6, No. 2, Oct. 1969.*
9. Disque, R. O. Applied Plastic Design of Unbraced Multistory Frames. *Engineering Journal, AISC, Vol. 8, No. 2, Oct. 1971.*
10. Specification for the Design, Fabrication and Erection of Structural Steel for Buildings. *AISC, Feb. 1969 (including Supplements 1, 2 and 3, adopted Nov. 1970, Dec. 1971, and June 1974).*
11. Mac Gregor, J. C. Stability of Reinforced Concrete Building Frames. *State of Art Report No. 1, Technical Committee No. 23, International Conference on Planning and Design of Tall Buildings, Lehigh University, Aug. 1972.*
12. Adams, P. F. Stability of Three-Dimensional Building Frames. *State of Art Report No. 1, Technical Committee No. 16, International Conference on Planning and Design of Tall Buildings, Lehigh University, Aug. 1972.*

Deben calcularse los valores de $C_m/(1-P/P_c)$, el primero con los esfuerzos P_u y P_c correspondientes a la columna, suponiendo que sus extremos están fijos linealmente, y el segundo substituyéndolos por las sumas de los esfuerzos axiales P_u y las cargas críticas de pandeo elástico P_c de todas las columnas del entrepiso del que forma parte la columna, y se utiliza el mayor de los dos en la ec. 18 ó 18a.

Como una alternativa, las ecs. 17 y 18 pueden usarse en la forma

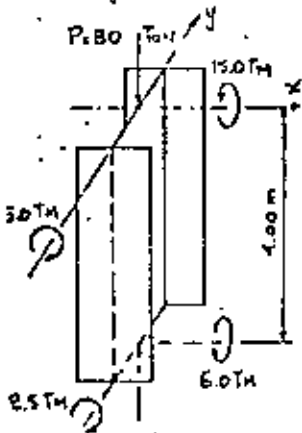
$$\frac{P_u}{P_{cE}} + \frac{M_{uox}}{M_{ox}} + \frac{M_{uoy}}{M_{oy}} \leq 1.0 \quad (17a)$$

$$\frac{P_u}{P_c} + \frac{C_{mx} M_{uox}}{(1-P_u/P_{cx}) M_{ox}} + \frac{C_{my} M_{uoy}}{(1-P_u/P_{cy}) M_{oy}} \leq 1.0 \quad (18a)$$

La sección del miembro es adecuada si se cumplen las dos condiciones anteriores simultáneamente, la primera de ellas en los dos extremos.

M_{uox} y M_{uoy} son los momentos de diseño que actúan alrededor de los ejes X y Y de las secciones transversales, y las cantidades restantes tienen los mismos significados que en las ecs. 17 y 18.

EJEMPLO. Determinar si una sección IP218"x113/4"x170 kg/m, de



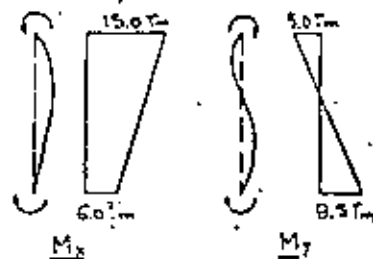
acero A36, es adecuada para la columna de la figura, suponiendo que sus extremos están fijos linealmente y que los elementos mecánicos indicados corresponden a cargas de trabajo.

Propiedades de la sección:

- $A = 216.19 \text{ cm}^2$, $d = 46.9 \text{ cm}$, $t_p = 2.52 \text{ cm}$,
- $I_x = 21653 \text{ cm}^4$, $S_x = 3606 \text{ cm}^3$, $Z_x = 4062 \text{ cm}^3$, $r_x = 10.73 \text{ cm}$
- $I_y = 10639 \text{ cm}^4$, $S_y = 708 \text{ cm}^3$, $Z_y = 1162 \text{ cm}^3$, $r_y = 7.01 \text{ cm}$

$L/r_x = 20$, $L/r_y = 57$ (Se ha tomado $K_x = K_y = 1.0$)

Diagramas de momentos flexionantes y coeficientes C_m .



$$C_{mx} = 0.6 + 0.4 \frac{60}{150} = 0.76 \text{ (Curvatura simple)}$$

$$C_{my} = 0.6 + 0.4 \left(-\frac{50}{8.3} \right) = 0.36 < 0.40$$

$$\therefore C_{my} = 0.40 \text{ (Curvatura doble)}$$

AISC G9 $f_a = 80000/216.19 = 370 \text{ kg/cm}^2$

$$(f_{bx})_{sup} = \frac{1500000}{3606} = 416 \text{ kg/cm}^2; \quad (f_{bx})_{inf} = \frac{600000}{3606} = 166 \text{ kg/cm}^2$$

$$(f_{by})_{sup} = \frac{500000}{708} = 706 \text{ kg/cm}^2; \quad (f_{by})_{inf} = \frac{850000}{708} = 1201 \text{ kg/cm}^2$$

$$F_u = 1245 \text{ kg/cm}^2; \quad F_{bx} = \frac{843000 \times 1.0}{30.1 \times 2.92} = 3411 \text{ kg/cm}^2 > 1520 \therefore F_{bx} = 1520 \text{ kg/cm}^2$$

$$F_{by} = 0.75 F_y = 1898 \text{ kg/cm}^2; \quad F'_{ex} = 26200 \text{ kg/cm}^2; \quad F'_{ey} = 3727 \text{ kg/cm}^2$$

Revisión por inestabilidad (ec. 1.6-1a)

$$\frac{f_a}{F_a} + \frac{C_{mx} f_{bx}}{\left(1 - \frac{f_a}{F'_{ex}}\right) F_{bx}} + \frac{C_{my} f_{by}}{\left(1 - \frac{f_a}{F'_{ey}}\right) F_{by}} \leq 1.0$$

$$\frac{370}{1245} + \frac{0.76 \times 416}{\left(1 - \frac{370}{26200}\right) 1520} + \frac{0.4 \times 1201}{\left(1 - \frac{370}{3727}\right) 1898} = \frac{f_a/F_a}{0.297} + \frac{f_{bx}/F_{bx}}{0.274} + \frac{f_{by}/F_{by}}{0.633} = 0.297 + 0.274 + 0.452 \times 0.633 = 0.297 + 0.211 + 0.286 = 0.794 < 1.00$$

Revisión de los extremos (ec. 1.6-1b)

$$\frac{f_a}{0.60 F_y} + \frac{f_{bx}}{F_{bx}} + \frac{f_{by}}{F_{by}} \leq 1.0$$

Extremo superior: $\frac{370}{1520} + \frac{416}{1520} + \frac{706}{1898} = 0.243 + 0.274 + 0.372 = 0.889 < 1.00$

Extremo inferior: $\frac{370}{1520} + \frac{166}{1520} + \frac{1201}{1898} = 0.243 + 0.109 + 0.633 = 0.985 < 1.00$

La sección ensayada es correcta; rigen los esfuerzos en el extremo inferior; la inestabilidad no es crítica.

$$DDF 76 \quad M_y = F_0 S_x F_y = 0.9 \times 3606 \times 2530 = 8211000 \text{ Kgcm} = 82.11 \text{ Tm}$$

Elementos mecánicos de diseño (con $F_c = 1.4$)

$$P_u = 112.0 \text{ Tan}, (M_x)_{\text{sup}} = 21.0 \text{ Tm}, (M_x)_{\text{inf}} = 8.4 \text{ Tm}, (M_y)_{\text{sup}} = 7.0 \text{ Tm}, (M_y)_{\text{inf}} = 11.9 \text{ Tm}$$

$$P_{cr} = F_0 A F_y = 0.85 \times 216.19 \times 253 = 464.92 \text{ Tm}, R_c = \frac{R_s A_s}{A} = 1.828 \times 216.19 = 395.2 \text{ Ton}$$

$$M_{cr} = \frac{E A I C_y F_0}{L/G} = \frac{2039000 \times 216.19 \times 7.52}{57} \times 1.0 \times 0.85 = 16565000 \text{ Kgcm} = 165.65 \text{ Tm} > M_y$$

$\therefore M_{cr} = M_y = 82.11 \text{ Tm}$. No es necesario revisar la ec. 14.

$$M_{crx} = M_x = F_0 Z_y F_y = 0.9 \times 1162 \times 2530 = 2646000 \text{ Kgcm} = 26.46 \text{ Tm}$$

$$P_{crx} = F_0 \pi^2 E I_x / (KL)^2 = 0.85 \pi^2 \times 2039000 \times 84652 / 400^2 = 9057000 \text{ Kg} = 905.7 \text{ Ton}$$

$$P_{cry} = F_0 \pi^2 E I_y / (KL)^2 = 0.85 \pi^2 \times 2039000 \times 10638 / 400^2 = 1137000 \text{ Kg} = 113.7 \text{ Ton}$$

$$C_{mx} = 0.76, C_{my} = 0.40$$

$$Ec. 17a \text{ (Revisión de los extremos)}, \frac{P_u}{P_{cr}} + \frac{M_{max}}{M_{crx}} + \frac{M_{max}}{M_{cry}} \leq 1.0$$

$$\text{Extremo superior: } \frac{112.0}{464.92} + \frac{21.0}{82.11} + \frac{7.0}{26.46} = 0.241 + 0.256 + 0.263 = 0.761 < 1.00$$

$$\text{Extremo inferior: } \frac{112.0}{464.92} + \frac{8.4}{82.11} + \frac{11.9}{26.46} = 0.241 + 0.102 + 0.450 = 0.793 < 1.00$$

$$Ec. 18a \text{ (Rev. por inestabilidad)}, \frac{P_u}{R_c} + \frac{C_{mx} M_{max}}{(1 - P_u/P_{crx}) M_{crx}} + \frac{C_{my} M_{max}}{(1 - P_u/P_{cry}) M_{cry}} \leq 1.0$$

$$\frac{112.0}{395.2} + \frac{0.76 \times 21.0}{(1 - \frac{112.0}{905.7}) 82.11} + \frac{0.40 \times 11.9}{(1 - \frac{112.0}{1137.0}) 26.46} = \frac{0.283}{P_u/R_c} + \frac{0.270 \times 0.256}{M_{max}/M_{crx}} + \frac{0.444 \times 0.450}{M_{max}/M_{cry}} = 0.283 + 0.197 + 0.200 = 0.680 < 1.00$$

A diferencia de AISC 69, que indica que la sección es correcta, pero está trabajando prácticamente a su capacidad máxima, DDF 76 indica que la sección está sobrada; sigue siendo crítico el extremo inferior.

Los términos que contienen a P_u a M_x son casi iguales en las ecuaciones de las dos especificaciones; en cambio, los que contienen a M_y son apreciablemente menores en las fórmulas de DDF 76, debido a que en ellas se tiene en cuenta la resistencia máxima de la sección, y el factor de forma para flexión alrededor de Y es mucho mayor que alrededor de X (en la sección de este ejemplo, $f_{yx} = E_x/S_x = 1.13$; $f_{yy} = E_y/S_y = 1.64$).

REVISIÓN DE LA COLUMNA CON LAS ECUACIONES DEL DDF 76 EN SU PRIMERA

FORMA.

MOMENTO RESULTANTE:

$$\text{EN LOS EXTREMOS: } M_{max} = (1 - P_u/P_{cr} - M_{max}/M_{cr}) M_{cr}$$

$$\text{POR INESTABILIDAD: } M_{max} = \left(\frac{1 - P_u/P_{cr}}{C_{mx}} \right) \left[1 - \frac{P_u}{R_c} - \frac{C_{my}}{1 - (P_u/P_{cry})} \frac{M_{max}}{M_{cr}} \right] M_{cr}$$

$$\text{EXTREMO SUPERIOR: } M_{max} = \left(1 - \frac{112.0}{464.92} - \frac{7.0}{26.46} \right) 82.11 = 40.6 \text{ Tm}$$

$$\text{EXTREMO INFERIOR: } M_{max} = \left(1 - \frac{112.0}{464.92} - \frac{11.9}{26.46} \right) 82.11 = 25.4 \text{ Tm}$$

Es evidente que el extremo inferior es el crítico, y en este caso NO ES NECESARIO CALCULAR EL VALOR DE M_{crx} CORRESPONDIENTE AL SUPERIOR.

$$\text{INESTABILIDAD: } M_{max} = \frac{1 - 112.0/905.7}{0.76} \left(1 - \frac{112.0}{395.2} - \frac{0.40}{1 - 112.0/1137} \frac{11.9}{26.46} \right) 82.11 = 55.2 \text{ Tm}$$

CON CRÍTICAS LAS CONDICIONES EN LOS EXTREMOS, PERO EN CUI DOU EL MOMENTO RESULTANTE ES MAYOR QUE EL QUE ACTÚA ALREDEDOR DEL EJE X . TACITIZADO (EXTR. SUP, 40.6 > 21.0; INF, 25.4 > 8.4), DE MANERA QUE LA COLUMNA RESISTE LAS CARGAS QUE ACTÚAN SOBRE ELLA.

REVISIÓN CON LAS ECUACIONES:

$$\text{RESISTENCIA EN LOS EXTREMOS: } \left(\frac{M_x}{M_{px}} \right)^2 + \left(\frac{M_y}{M_{py}} \right)^2 \leq 1.0$$

$$\text{RESIST. POR INESTABILIDAD: } \left(\frac{C_{mx} M_x}{M_{crx}} \right)^2 + \left(\frac{C_{my} M_y}{M_{cry}} \right)^2 \leq 1.0$$

UTILIZAREMOS UN FACTOR DE CARGA $F_c = 1.4/0.9 = 1.56 \approx 1.60$

$$P_u = 80 \times 1.6 = 128.0 \text{ Ton}, (M_x)_{\text{sup}} = 24.0 \text{ Tm}, (M_x)_{\text{inf}} = 9.6 \text{ Tm}, (M_y)_{\text{sup}} = 8.0 \text{ Tm}, (M_y)_{\text{inf}} = 11.9 \text{ Tm}$$

$$F_y = A F_y = 216.19 \times 2.53 = 546.96 \text{ Ton}, P/P_y = 128.0/546.96 = 0.234$$

$$M_{px} = 2.5 f_y = 102.8 \text{ Tm}, M_{py} = 2.5 f_y = 22.4 \text{ Tm}$$

$$J = 1.6 - \frac{P/P_y}{2L_n(P/P_y)} = 1.6 - \frac{0.234}{2L_n(0.234)} = 1.681$$

$$M_{Px} = 1.18 [1 - (P/P_y)] M_{Py} = 1.18 (1 - 0.234) 102.8 = 92.9 \text{ TM}$$

$$M_{Py} = 1.18 [1 - (P/P_y)^2] M_{Py} = 1.18 (1 - 0.234^2) 29.4 = 32.8 \text{ TM} > 4P_y \therefore M_{Pcy} = M_{Py} = 29.4 \text{ TM}$$

EXTREMO SUPERIOR - $\left(\frac{24.0}{92.9}\right)^{1.681} + \left(\frac{8.0}{29.4}\right)^{1.681} = 0.215 \ll 1.0$

EXT. INFERIOR - $\left(\frac{9.6}{92.9}\right)^{1.681} + \left(\frac{13.6}{29.4}\right)^{1.681} = 0.296 \ll 1.0$

INESTABILIDAD - $\gamma = 0.4 + \frac{P}{P_y} + \frac{B}{H} = 0.4 + 0.234 + \frac{11.75}{18.0} = 1.287$

$$(KL/r)_y = 1.0 \times 400 / 1.01 = 57, P_u = \phi_y \left[1 - \frac{(KL/r)^2}{2C_c^2}\right] A = 253 \left[1 - \frac{57^2}{2(126.1)^2}\right] 216.19 = 491.1 \text{ Ton}$$

$$P_{cx} = \frac{\pi^2 EI_x}{(KL)_x^2} = \frac{\pi^2 \times 2039 \times 10^3 \times 84653}{400^2} = 10647 \text{ Ton}; P_{cy} = \frac{\pi^2 EI_y}{(KL)_y^2} = 1338 \text{ Ton}$$

$$M_{ux} = M_{ux} \left(1 - \frac{P}{P_u}\right) \left(1 - \frac{P}{P_{cx}}\right) = 98.9 \left(1 - \frac{178.0}{491.1}\right) \left(1 - \frac{178.0}{10647}\right) = 72.2 \text{ TM}; M_{ox} =$$

$$M_{uy} = M_{py} \left(1 - \frac{P}{P_u}\right) \left(1 - \frac{P}{P_{cy}}\right) = 19.7 \text{ TM} \quad = \left[107 - \frac{(4r)^2 \sqrt{5}}{26500}\right] M_{Py} = 98.9 \text{ TM}$$

$$\left(\frac{0.76 \times 24.0}{72.2}\right)^{1.287} + \left(\frac{0.4 \times 13.6}{19.7}\right)^{1.287} = 0.361 \ll 1.00$$

EL PERFIL ESTÁ SOLDADO; ES CRÍTICA LA INESTABILIDAD.

ESTAS ECS. PUEDEN UTILIZARSE TAMBIÉN PARA CALCULAR EL MOMENTO RESISTENTE

ALDEDEDOR DE X.

EXT. SUP. - $\left(\frac{M_x}{92.9}\right)^{1.681} + \left(\frac{8.0}{29.4}\right)^{1.681} = 1.0 \therefore M_x = 86.6 \text{ TM}$

EXT. INF. - $\left(\frac{M_x}{92.9}\right)^{1.681} + \left(\frac{13.6}{29.4}\right)^{1.681} = 1.0 \therefore M_x = 76.8 \text{ TM}$

INESTAB. - $\left(\frac{0.76 M_x}{72.2}\right)^{1.287} + \left(\frac{0.4 \times 13.6}{19.7}\right)^{1.287} = 1.0 \therefore M_x = 80.6 \text{ TM}$

ESTOS MOMENTOS SON MUCHO MAYORES QUE LOS CALCULADOS CON LAS ECS. DEL RDF 76 :

EXT. SUP. - $86.6 \text{ TM} > 40.6$
 $(86.6 / 40.6 = 2.13)$

EXT. INF. - $76.8 > 25.4$ ($76.8 / 25.4 = 3.02$). INEST. - $80.6 > 55.2$ ($80.6 / 55.2 = 1.46$)

MÉTODO ITERATIVO PARA EVALUAR EL EFECTO PD.

1. SE HACE UN ANÁLISIS ORDINARIO DE PRIMER ORDEN DE LA ESTRUCTURA CON LAS CARGAS VERTICALES Y HORIZONTALES QUE OBRAN SOBRE ELLA.
2. DE LOS RESULTADOS DEL PASO 1 SE OBTIENEN LOS DESPLAZAMIENTOS Δ DE LOS ENTREPISOS.
3. SE CALCULAN LAS FUERZAS HORIZONTALES FICTICIAS $F_i = V_i - V_{i+1} = \frac{\sum P_i \Delta_{i,j}}{h_i} - \frac{\sum P_{i+1} \Delta_{i+1,j}}{h_{i+1}}$
4. SE REPITE EL PASO 1, CON LAS CARGAS VERTICALES REALES Y LAS FUERZAS HORIZONTALES INCREMENTADAS CON LAS FICTICIAS CALCULADAS EN 3.
5. SE REPITE EL PROCESO EL NÚMERO DE VECES QUE SEA NECESARIO PARA QUE LOS DESPLAZAMIENTOS Δ EN DOS CICLOS CONSECUTIVOS SEAN IGUALES, DENTRO DE LA PRECISIÓN DESEADA. EN CADA CICLO SE UTILIZAN LAS FUERZAS HORIZONTALES FICTICIAS OBTENIDAS EN EL ANTERIOR, SUMADAS A LAS REALES.
6. LOS ELEMENTOS MECÁNICOS FINALES TIENEN EN CUENTA EL EFECTO PD EN TODAS LAS VIGAS Y COLUMNAS DEL MARCO.

EN ESTRUCTURAS BIEN DISEÑADAS LA CONVERGENCIA ES RÁPIDA Y LA PRIMERA ITERACIÓN SOLE PRODUCIR RESULTADOS ACEPTABLES; SUELEN BASTAR DOS O TRES CICLOS.

SI DESPUÉS DE SEIS O SEISE CICLOS NO SE HAN OBTENIDO TODAVÍA LOS MOVIMIENTOS FINALES CONVIERTE MODIFICAR LA ESTRUCTURA, QUE ES DEMOSTRANDO FLEXIBLE.

SI EL PROCESO NO CONVERGE, LA ESTRUCTURA ES INESTABLE.

EL MÉTODO ES APLICABLE A MARCOS NO CONTRAVENTADOS Y A MARCOS PROVISTOS DE CONTRAVENTOS O MUROS DE RIGIDEZ, LOS QUE DEBEN TENERSE EN CUENTA EN LOS ANÁLISIS DE PRIMER ORDEN.

MÉTODOS APROXIMADOS PARA EVALUAR EL EFECTO PD.

A) Se estiman los desplazamientos de entrepiso tomando como base los requisitos contenidos en los códigos, y se utilizan para calcular las fuerzas horizontales ficticias. Conocidas éstas se hace un análisis de primer orden de la estructura con los cargos verticales reales y los horizontales incrementados y se determinan los desplazamientos de los niveles, si son menores que los supuestos, los elementos mecánicos obtenidos son una aproximación conservadora de los reales, pues corresponden a desplazamientos de entrepiso mayores que los que se presentarán en la estructura. Se obtiene así un diseño conservador, pero que requiere menos trabajo que el necesario para aplicar el método iterativo.

B) 1. Se efectúa un análisis de primer orden con el que se determina el desplazamiento Δ_{1i} de cada nivel.

2. Se calculan los desplazamientos incrementados por efectos de segundo orden, con la expresión

$$\Delta_{2i} = \frac{\Delta_{1i}}{1 - \sum P_i \Delta_{1i} / V_i h_i}$$

Δ_{2i} es la deflexión de segundo orden, es decir, el desplazamiento total del nivel i producido por la acción combinada de las fuerzas horizontales y el efecto PD, Δ_{1i} es la deflexión de primer orden ocasionada por las cargas verticales y horizontales reales, calculada en 1, $\sum P_i$ y V_i son la carga vertical total acumulada desde el extremo superior del edificio hasta el entrepiso considerado y la fuerza cortante real en él, y h_i es la altura libre del entrepiso, entre los niveles que lo limitan.

3. Se determinan las fuerzas horizontales ficticias utilizando los desplazamientos Δ_2 .

4. Los elementos mecánicos de segundo orden se obtienen con un nuevo análisis de primer orden del marco sometido a la acción simultánea de los cargos verticales y horizontales reales más las fuerzas ficticias calculadas en el paso 3.

C) MÉTODO PROPUERTO EN EL REGLAMENTO DEL D.F. Los momentos de segundo orden en los extremos de las columnas de un entrepiso, producido por cargos verticales y horizontales combinados, se calculan aproximadamente con la fórmula

$$M = V_i h_i \left(1 + \frac{\Sigma P_i / h_i}{R - 1.2 \Sigma P_i / h_i} \right) \quad (a)$$

ΣP_i , V_i y h_i tienen los mismos significados que en la ecuación del método B y R es la rigidez del entrepiso (cociente de la fuerza cortante entre el desplazamiento horizontal relativo de los niveles que lo limitan).

Los momentos finales en los extremos de los miembros se calculan como sigue:

1. Mediante un análisis de primer orden se obtienen los momentos en los extremos de vigas y columnas, producidos por las cargas verticales únicamente.

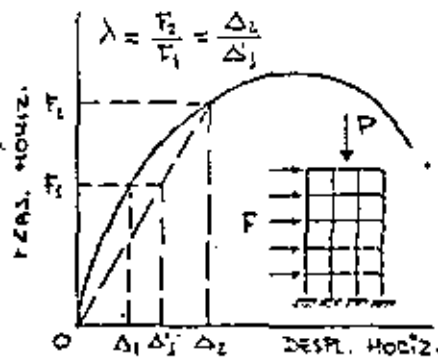
2. Con otro análisis de primer orden se calculan los momentos en los extremos ocasionados por las fuerzas horizontales reales exclusivamente.

3. Los momentos obtenidos en 2 se multiplican por el factor de amplificación dado por la ec. (b), que proviene de la (a).

$$F.A. = 1 + \frac{\Sigma P_i / h_i}{R - 1.2 \Sigma P_i / h_i} \quad (b)$$

4. Se superponen los resultados de los pasos 1 y 3, con lo que se obtienen los momentos finales en los extremos de vigas y columnas, amplificados por efectos de segundo orden.

Aunque hasta ahora se han obtenido los efectos PA utilizando cargos verticales de trabajo, se recomienda que las fuerzas horizontales ficticias se calculen con los cargos verticales ficticios multiplicando ΣP_i por el factor de carga λ correspondiente a la combinación de solicitaciones que se esté empleando.



La curva de la figura representa el comportamiento de la estructura bajo cargas verticales P y horizontales F_1 y F_2 y F_2 son las fuerzas ficticias correspondientes al límite de utilidad estructural (aparición del esfuerzo de fluencia o

formación de la primera articulación plástica) y los de trabajo que guardan entre sí una relación igual al factor de carga λ .

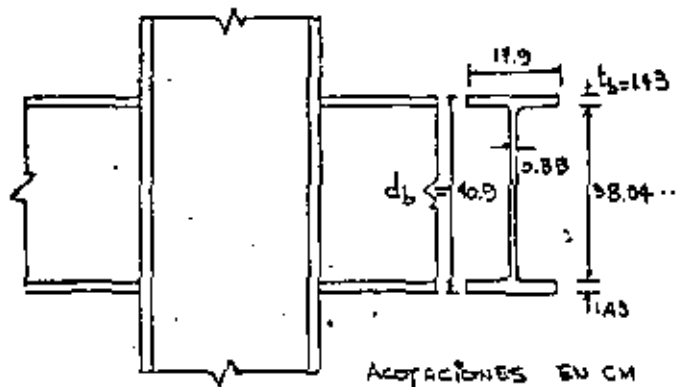
El desplazamiento Δ_2 producido por F_2 es mayor que $\lambda \Delta_1$, lo que se debe a los efectos de segundo orden.

El empleo en el análisis de fuerzas horizontales ficticias calculadas con los cargos verticales factorizadas equivale a calcular el efecto PA, producido por los cargos de trabajo, con las deflexiones incrementadas Δ_1 , con lo que los elementos mecánicos de 2º orden correspondientes al límite de utilidad estructural son iguales a los producidos por los cargos de trabajo multiplicados por λ , con lo que se conserva el factor de carga indicado.

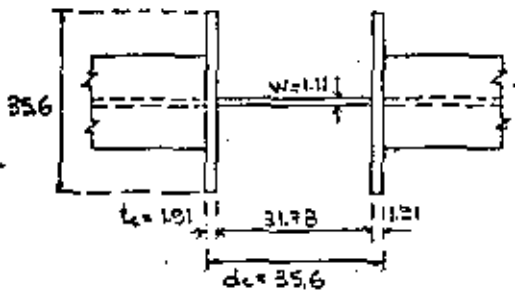
DISEÑO DE UNA CONEXIÓN VIGA-COLUMNA DE UN MARCO 3-1
SISMO DE EDIFICIO (ACERO A36)

PERFILES. COLUMNA. 1 H 356 MM X 356 MM X 134 KG/M

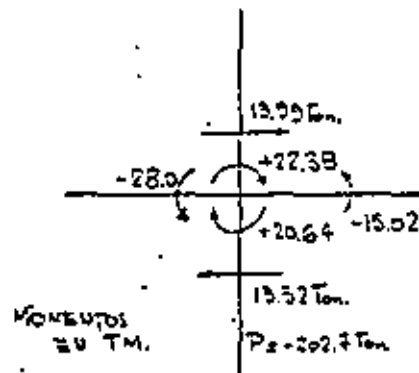
VIGAS. 1 IPR 16" X 7" X 67.1 KG/M



ADOPCIONES EN CM



ELEMENTOS MECÁNICOS POR
 CARGA VERTICAL + SISMO DE
 IZQUIERDA A DERECHA



MOMENTOS
 EN TM.

REVISIÓN DEL GUESO DEL ALMA DE LA COLUMNA POR COLAPSO

CONVIENE EMPEZAR CON ESTA REVISIÓN, PUES SI HACE FALTA
 AUMENTAR EL GUESO DEL ALMA DE LA COLUMNA CAUSA EL
 COMPORTAMIENTO DESDE EL PUNTO DE VISTA DE LOS APILADORES
 HORIZONTALES.

$$Ec. 16. W_{req} = \frac{\sqrt{3}}{0.5 d_c} \left(\frac{M_b + M_c}{d_b} - V_{cm} \right) =$$

$$= \frac{\sqrt{3}}{2530 \times 0.5 \times 356} \left(\frac{2800000 + 1503000}{40.9} - 13990 \right) = 1.75 \text{ CM} > 1.11$$

$$Ec. 17. W_{req} = \frac{\sqrt{3}}{0.55 d_b \times 0.55 d_c} \frac{\Delta M}{\Delta M} = 2.24 \text{ CM} = 1.28 \times 1.75$$

LA EC 17 INDICA QUE SE REQUIERE UN ALMA 28% MÁS
 GUESA QUE LA CALCULADA CON LA EC. 16.

$$Ec. 18. C_{av} = \frac{(\Delta M / d_b)(1 - \rho)}{(d_c - t_c)W + 62.4 I_{ec} / d_b^2}$$

$$(M_p)_v = \sum F_y = 1343.7 \times 2530 = 3399600 \text{ KG-CM}$$

$$\rho = \frac{V_{col} d_b}{\Delta M} = \frac{13990 \times 40.9}{3399600 \times 2} = 0.084; I_{ec} = \frac{b_c t_c^3}{12} = \frac{356 \times 1.91^3}{12} = 20.7 \text{ CM}^3$$

$$C_{av} = \frac{(6799200 / 40.9)(1 - 0.084)}{(356 - 1.91)1.11 + 62.4 \times 20.7 / 40.9^2} = \frac{152275}{37.356 + 0.772} = 3989 \text{ KG/CM}^2$$

$$Ec. 19. \bar{C}_y = \frac{C_y}{\sqrt{3}} \sqrt{1 - \left(\frac{P}{P_y} \right)^2}; P_y = A F_y = 171.27 \times 253 = 43331 \text{ EN}$$

$$\bar{C}_y = \frac{2530}{\sqrt{3}} \sqrt{1 - \left(\frac{202.7}{43331} \right)^2} = 1291 \text{ KG/CM}^2 < 3989$$

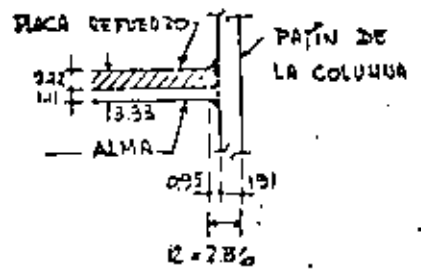
DE ACUERDO CON LAS ECS. 18 Y 19 EL ALMA NECESITA
 REFUERZO.

DESPRECIANDO LA RESISTENCIA A LA FLEXIÓN DE LOS PATINES³⁻⁸ DE LA COLUMNA, EL GUEZO DE LA PLACA DE REFUERZO SE CALCULA CON LA EXPRESIÓN

$$t_b = \frac{C_{AV} - \bar{C}_3}{\bar{C}_3} \quad w = \frac{3789 - 129}{129} \times 1.11 = 2.32 \text{ cm}$$

SE COLOCARÁ UNA PLACA ADOBADA AL ALMA DE 2.22 CM (7/8") (SI SE APLICA LA EC. 13 CON $w = 3.33$ CM). SE OBTIENE $C_{AV} = 1348 \text{ Kg/cm}^2 \approx \bar{C}_3$. (GUEZO TOTAL = 2.22 + 1.11 = 3.33 CM).

EN GENERAL, DEBE DEVISARSE QUE LA PLACA ADOBADA NO FALLE POR RANDEO POR CORTANTE.



EN LA ZONA DE LA PLACA DE REFUERZO CONVIENE UTILIZAR SOLDADURAS DE PENETRACIÓN COMPLETA EN ELLA Y EN EL ALMA, PARA DESARROLLAR SU RESISTENCIA INTEGRAL, Y REFORZADLA CON CORDONES PARA AUMENTAR LA DISTANCIA R.

CORDONES PARA AUMENTAR LA DISTANCIA R.

ATIESADORES HORIZONTALES

1. FRENTE AL PATÍN COMPRESIVO

Ec. 13. $w_{rec} = \frac{\Delta f}{t_b + 5R_c} = \frac{15.8 \times 1.43}{1.43 + 5 \times 2.86} = 1.63 \text{ cm} < 3.33$

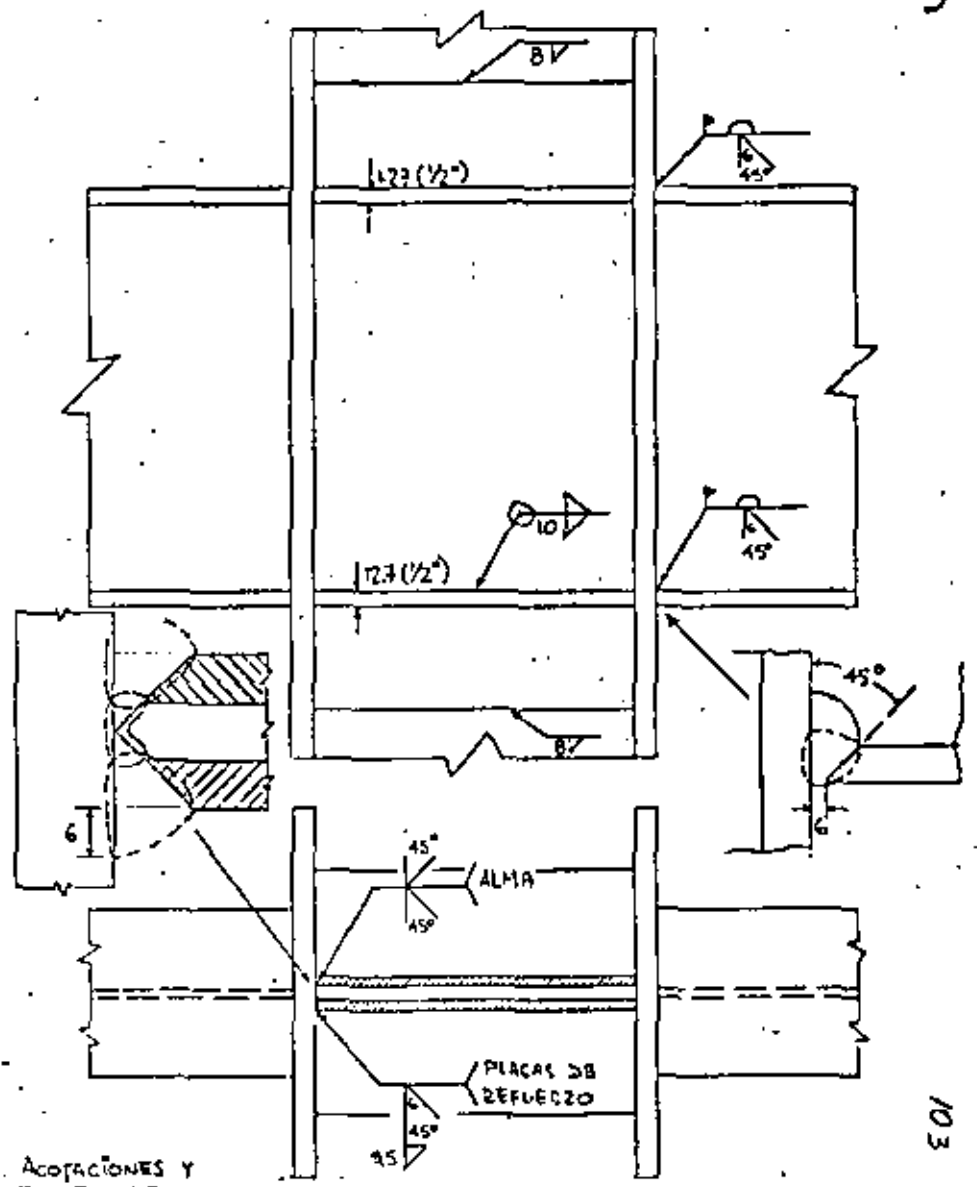
Ec. 14. $w \geq d_c \sqrt{f_y} / 1509 = 35.6 \sqrt{2530} / 1509 = 1.17 \text{ cm} < 3.33$

NO SE NECESITAN ATIESADORES

2. FRENTE AL PATÍN EN TENSIÓN.

Ec. 15. $t_c = 0.4 \sqrt{A_f} = 0.4 \sqrt{17.9 \times 1.43} = 2.02 \text{ cm} > 1.91$

SE NECESITAN ATIESADORES. SE COLOCARÁN DE UN TAMAÑO MÍNIMO, PARA EVITAR LA FLEXIÓN DE LOS PATINES DE LA COLUMNA.



ACOTACIONES Y TAMAÑOS DE SOLDADURA EN MM.

DOS PLACAS DE REFUERZO DE 11.1 MM (7/16") C/U.

SE COLOCAN ATIESADORES HORIZONTALES FRENTE A LOS DOS PATINES DE LAS VIGAS TENIENDO EN CUENTA QUE DURANTE UN TERMSIO CAMBIAN LOS SENTIDOS DE LOS MOMENTOS.

A Modification to the Subassembly Method of Designing Unbraced Multi-story Frames

OSCAR DE BUEN

A new method of designing girders and columns of unbraced multi-story frames under the combined action of vertical and horizontal loads has been recently developed. The method is based on the concept of sway subassemblies and takes into account the elastic-plastic behavior of members, the instability of columns, and second order effects, caused by PΔ moments, on the structure. It employs a semi-graphical solution using specially prepared charts, and its final aim is to obtain the complete horizontal load-lateral deflection curve for each story of the frame.

This method has been thoroughly described in Ref. 1, and Ref. 2 is an abstract of the method. Its basis appears in Ref. 3, and the charts required have been published in Ref. 4.

The purpose of this paper is to present a modification to the original method, which allows us to obtain the horizontal load-sway deflection curve (QΔ curve) for each story of the frame without employing the charts of Ref. 4 and reducing, at the same time, the numerical work required to solve the problem. The final results are very close to those obtained by application of the original method, and the small differences between both methods are not significant in most practical cases.

The basic assumptions relative to the behavior of the structure are maintained (see Ref. 1, p. 4), but the condition of uniformly distributed gravity loads on the girders is deleted, because solutions can be obtained for any type of vertical loads.

As in the original method, it is necessary to make first a preliminary design and to obtain afterwards the structure's QΔ curve; the members selected from the preliminary design will be adequate if the load-deformation behavior of each story is satisfactory.

Oscar de Buen is Professor of Civil Engineering, National University of Mexico, and a Consulting Engineer, Mexico City. He is a Professional Member of AISC.

SUBASSEMBLAGES

The sway subassemblies used in the modified method are those employed in the original method (Ref. 1, p. 8 and Ref. 2, p. 142).

BEHAVIOR OF THE COLUMNS IN THE SWAY SUBASSEMBLAGES

As a first step toward the solution of the problem it is necessary to study the behavior of a restrained column under a constant vertical load and a gradually increasing lateral load, including the effect of the PΔ moment due to the vertical load applied to the deflected column (see Fig. 1).

The characteristics of the restraining member (shown as a spring in Fig. 1) are assumed to be known, and for the time being are supposed to be constant, without changing under the applied horizontal load. (This assumption is not true, since the restraining members are the girders, and their characteristics are affected by the successive formation of plastic hinges under increasing lateral load, therefore not remaining constant; later in the paper a more detailed discussion will be presented of the restraining characteristics of girders, as well as the

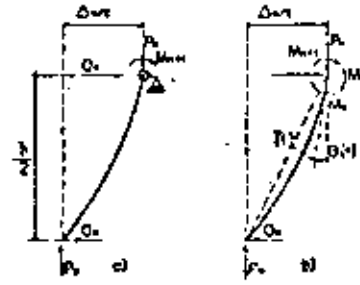


Figure 1

way they can be evaluated.) The column can then be analyzed to obtain its lateral load-sway deflection relationship, including the PΔ effect.

Figure 1 shows the forces acting on the restrained column and the resulting deformation configuration; also shown is the sign convention adopted for moments and rotations; they are positive when clockwise (the convention refers to moments acting on the joint).

The moment at the upper end of the column is given by

$$M_c = Q_c \frac{h}{2} + P_c \frac{\Delta_c}{2} \quad (1)$$

The total axial force applied to the column, P_c , is equal to the force received by the column from the upper story column, plus the forces transmitted to it by the girders in the level under consideration.

Equilibrium of moments at the upper joint, Fig. 1, requires that:

$$M_{c+1} + M_c - M_r = 0 \quad (2)$$

M_r is the restraining moment furnished by the girder or girders adjacent to the column.

Assuming that M_{c+1} is equal to M_c (this is a conservative supposition, but it is sufficiently accurate for practical purposes; see Ref. 1, p. 11), Eq. (2) reduces to:

$$M_c = 2M_r \quad (3)$$

Using the load-deflection equations it can be shown that (see Fig. 1):

$$M_c = -3EK \left(\theta - \frac{\Delta_c}{h} \right) = -\frac{6EI}{h} \left(\theta - \frac{\Delta_c}{h} \right)$$

From the above equation:

$$\frac{\Delta_c}{h} = \frac{M_c}{6EI} + \theta$$

But, $M_c = 2M_r$; then:

$$\frac{\Delta_c}{h} = \frac{M_r}{3EI} + \theta \quad (4)$$

Equation (4) has been derived assuming: 1) the column behaves elastically and 2) the stiffness of the column does not depend on the magnitude of the axial force acting on it. Neither assumption is strictly true, but studying the $M-\theta$ curves of Ref. 5, Part III, it can be seen that the column behavior is practically linearly elastic until $M = M_c$ if $P/P_c \leq 0.6$ and $h/r \leq 60$; besides, the column has an adequate rotation capacity. If $h/r \leq 40$ these conditions are true for $P/P_c \leq 0.8$ (it must be kept in mind that Δ_c/h of the curves in Ref. 5 is equal to one-half the real column height). Furthermore, the effect of the axial force on the column stiffness is not important if $h/r \leq 40$ (Ref. 1).

From Eq. (1)

$$Q_c = \frac{M_c - (P_c \Delta_c / 2)}{h/2}$$

But $M_c = 2M_r$; then:

$$Q_c = \frac{M_r - P_c \frac{\Delta_c}{2}}{h/2} = \frac{M_r}{h} - P_c \frac{\Delta_c}{h} \quad (5)$$

Equation (5) shows that the column capacity to resist the horizontal load decreases when the sway displacement Δ_c increases, M_r and P_c remaining constant.

For each pair of values of the restraining moment M_r and the joint rotation θ , Eq. (4) allows us to compute the chord rotation Δ_c/h and Eq. (5) gives the corresponding Q_c value; in that way, a point of the horizontal load-sway displacement curve can be plotted, and the complete curve can be plotted if every value of the joint rotation θ can be computed. In Ref. 1 the problem is solved by using the charts given in Ref. 4, which permit one to draw the QΔ curves for restrained columns for several combinations of the parameters P_c/P_c and h/r and resistive restraining moment; as already mentioned, one of the purposes of this paper is to find a way to obtain these curves without employing the charts.

RESTRAINING CHARACTERISTICS OF GIRDERS. CONSTRUCTION OF QΔ CURVES OF SWAY SUBASSEMBLAGES

The behavior of a restrained column under the combined action of vertical and horizontal loads has already been discussed, assuming that the characteristic of the restraining member does not change with the applied load. However, the assumption is not correct if the column belongs to a subassembly, because the characteristics of the restraining girders do change when the horizontal loads increase and a succession of plastic hinges are formed in them. To obtain the horizontal load-sway deflection curves of a subassembly it is then necessary to compute, in every stage of the loading process, the restraining characteristics of the girders adjacent to the column under consideration.

The restraint to which each column in a story is initially subjected is a function of the elastic and plastic properties of all columns and girders in the story. Under increasing horizontal load this restraint gradually diminishes because of the successive formation of plastic hinges in the columns and girders, and eventually reduces to zero when the story is transformed into a mechanism.

It is obvious that a practical design method should consider the influence of all columns and girders in a

1401

story on the restraining characteristics of a joint, especially if the frame contains many bays. For simplifying the problem (obviously, nevertheless, sufficient accuracy for design purposes, it will be assumed that in the first loading stage all the joints in every floor rotate through the same angle. This assumption makes possible the simplified analysis of multi-story frames, with little loss of accuracy for most practical conditions, and is frequently employed in classic methods of analysis. In Ref. 1 the mutual restraining coefficients are computed by means of a more involved assumption, but the small increase in accuracy is more than offset by the considerable amount of additional numerical work involved.

The behavior of the windward subassembly will now be considered. The subassembly is composed of a column and a girder, and is acted upon by the constant vertical load and a horizontal load, directed from left to right, which increases from zero to the maximum intensity which can be resisted by the subassembly (this is the horizontal load which corresponds to the formation of a mechanism.) The behavior of the interior subassembly is similar to that, but slightly more involved, because both girders contribute to the restraining moment, and it is therefore necessary to consider the formation of plastic hinges in both girders.

Figure 2 shows the windward subassembly under vertical loading only: P , which arises from the upper levels, and the load applied on the girder due to the slab which lies directly on it. This load will be considered as uniformly distributed, and the same procedure applies to any other type of load. Figure 2a shows the subassembly and the column and girder which connect to the part B, because it is necessary to check the moment at the top of that column in order to see if a plastic hinge appears there during the loading process.

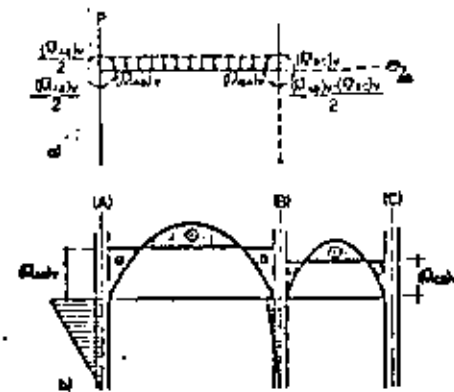


Figure 2

The unbalanced girder moments due to gravity loads which act on every joint are divided in equal parts between the two columns meeting at the joint (the upper column is not shown in the figure); $(M_{12})_0$ and $(M_{21})_0$ are the fixed end moments and are computed using the actual beam length as given by the clear distance between the column faces.

Figure 2b shows the corresponding bending moment diagram.

Upon application of the horizontal load Q , the subassembly displaces laterally (Q in Δ), joints A, B, and C rotate through angle θ and, as a consequence of this rotation, moments appear at the girder ends which act on the column and restrain their rotations; these moments can be easily computed, through the assumption of equality of joint rotations.

Figure 2a shows the deflection of beams and columns due only to the sway displacement and the bending moments which appear at the ends of every beam and column as a consequence of that displacement. Figure 2b shows the corresponding bending moment diagram, and Fig. 2c shows the total bending moment diagram, which

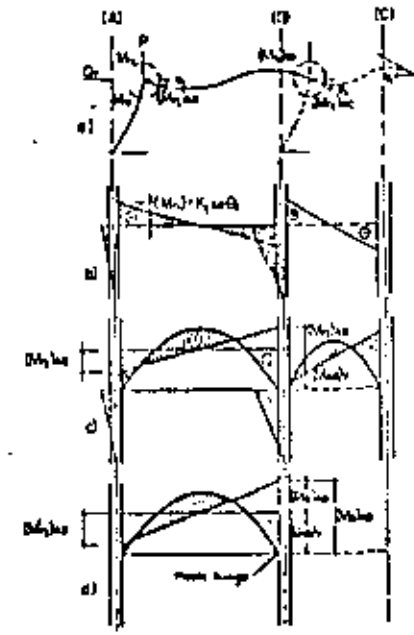


Figure 3

was obtained from the diagrams in Figs. 2b (vertical loads) and 2c (sway displacement).

The moment at the left end of beam AB, which acts as a restraining moment at the column upper end, is given by

$$(M'_{12})_0 = K_{122} \theta \quad (4)$$

where K_{122} is the beam stiffness factor which, in this first stage of the loading process, is equal to $6EI_{12}/L_{12}^2$, since both girder ends rotate the same angle, and L_{12} is the girder clear span length.

The first stage, each with the formation of the first plastic hinge in the girder, when the bending moment in any section reaches the plastic moment value of that section. The first plastic hinge usually forms at the leeward end of the girder, but the upper end of column B must be checked because the plastic hinge can form there, and this possibility must be taken into account during the successive stages of the analysis. The column must be checked using the bending moment at the center line, so it is necessary to modify the bending moment computed until now, so they correspond in the column faces.

Figure 3d allows us to compute the maximum additional bending moment which appears at the windward end of beam AB, $(M'_{12})_{12}$, which corresponds to the formation of a plastic hinge at the leeward end:

$$(M'_{12})_{12} = (M'_{12})_0 + (M'_{12})_1$$

$(M'_{12})_0$ is the beam plastic moment.

When a real problem is to be solved, the bending moment diagrams will be drawn to scale, and $(M'_{12})_{12}$ will be directly measured on them.

Once $(M'_{12})_{12}$ is known, the rotation angle θ'_1 , which corresponds to a can be computed; θ'_1 is the maximum rotation in points A and B during the first stage.

$$(M'_{12})_{12} = \frac{6EI_{12}}{L_{12}} \theta'_1 \pm \theta'_1 = (M'_{12})_0 \frac{L_{12}}{6EI_{12}} \quad (7)$$

After obtaining the rotation angle θ'_1 , the corresponding restraining moment at the column center line must be computed; following Ref. 1, p. 23, this restraining moment can be closely approximated by using the center-to-center girder span L'_{12} , instead of the clear girder span L_{12} .

* This simplification apparently implies an under-estimation of the subassembly's resistance as a percentage of θ can be an important part of the total resistance, because the restraining moments computed at the column ends are low, since the beam-to-column joints open are smaller than those computed at the column faces, whereas the actual moments at generally the center. (The application of Eq. 6) to the subassembly AC, Fig. 2, gives a restraining moment $2M'_{12} = 2M'_{12} \cdot \theta$, but if that moment is computed adding in the moments at the column faces the additional restraining moment produced by the girder shear at those faces, its value increases to 1.524 M'_{12} (2 percent greater).

Then,

$$M'_{12} = \frac{6EI_{12}}{L'_{12}} \theta'_1 \quad (8)$$

The restraining moment at the column upper end corresponding to the formation of the first plastic hinge having been computed, Eqs. (4) and (5) allow us to obtain the corresponding sway displacement and horizontal load:

$$\frac{\Delta'_1}{\delta} = \frac{M'_{12} \delta}{2EI_{12}} + \theta'_1 \quad (9a)$$

$$Q'_1 = \frac{M'_{12}}{\delta} - P \frac{\Delta'_1}{\delta} \quad (9b)$$

(The "a" indexes have been suppressed for the sake of simplicity.)

The pair of Δ and Q values just computed can be represented as a point in a system of coordinate axes $Q\Delta$, which is a point of the subassembly's horizontal load-sway deflection curve, and the straight line from the origin to that point is a good representation of the first part of the curve, corresponding to the first stage of the loading process, from the beginning to the formation of the first plastic hinge (Fig. 4).

The formation of the first plastic hinge does not mean that the subassembly's maximum load capacity has been attained, but it does correspond to a change in the beam's properties; from that moment on, through the second part of the loading process, the behavior of the beam will be that of one having a true hinge at its right end, and its stiffness will be reduced to $3EI/L$.

Figure 5a shows the subassembly during the second stage (column B and beam BC are not shown in the figure, since new increments in the magnitude of the load Q do not change the bending moment distribution which exists in them, because of the angular discontinuity created by the plastic hinge) and Fig. 5b shows the

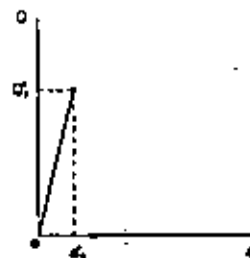


Figure 4

105

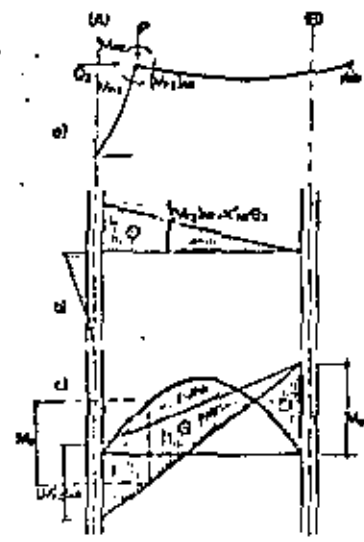


Figure 5

bending moment diagram corresponding to the additional horizontal load, Q ; the total bending moment diagram, obtained by superposition of the diagrams in Figs 3d and 5b, is shown in Fig. 5c.

This new stage of the loading process ends at the formation of a new plastic hinge, which transforms the subassembly into a mechanism. The cross section in which the second plastic hinge first forms can be the beam's left end, a point in the beam's central zone, or the column's upper end. (The beam's cross section in which the bending moment is a maximum, equal to M_{ps} , is determined graphically; it must be checked that the bending moment at the column center line is not greater than its reduced plastic moment, M_{pc} .)

The additional rotation belonging to the formation of the second plastic hinge, θ_2 , is computed following the steps employed in the first stage, and the corresponding Δ and Q values, Δ_2 and Q_2 , are then computed; thus, a second point of the horizontal load-versus deflection curve can be plotted, and a new straight line is drawn from the first to the second point.

After the formation of the second plastic hinge, in the beam or at the column upper end, the subassembly changes into a mechanism; any additional lateral displacement Δ is then accompanied by a decrease in horizontal load intensity, and the Q Δ curve changes into a descending straight line which starts at the point—

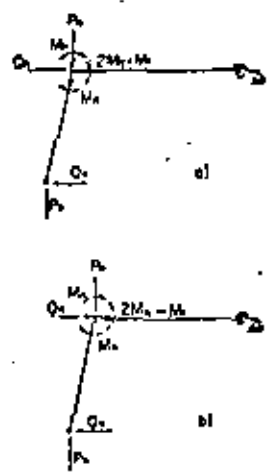


Figure 6

corresponding to the formation of the second plastic hinge.

The failure mechanism can be any of the mechanisms shown in Fig. 6 (if the second plastic hinge forms at the beam's central region, the left end moment can be determined graphically and the situation is similar to that shown in Fig. 6b); if the girder plastic moment M_{ps} is larger than two times the column plastic moment M_{pc} , modified to include the effect of axial compression, the plastic hinge will form at the column end (Fig. 6a); if it is smaller, it will form in the girder (Fig. 6b), and if $M_{ps} = 2M_{pc}$, it will form in any one of them (theoretically, the hinge will form at the intersection of both).

Before the subassembly has become transformed into a mechanism, the restraining moment M_1 afforded by the beam is a function of the joint rotation θ , but it changes into a constant, M_1' , when the second plastic hinge forms; from this stage on, $M_1 = M_1' = M_1$, or $M_1 = M_1' = 2M_{ps}$, depending on which plastic hinge forms first.

The load-deflection curve corresponding to additional displacements in the Q Δ curve of the rigid-plastic mechanism end, as mentioned before, is a descending straight line which starts at the point at which the second plastic hinge is formed.

At that moment, Eq. (5) can be written:

$$Q_2 = \frac{M_1'}{\Delta} - \frac{P\Delta_2}{\Delta} \quad (5b)$$

When the sway displacement Δ increases, the restraining moment M_1 keeps its constant value, M_1' ,

equal to the girder's plastic moment or to twice the column's reduced plastic moment. Since P also is a constant load, Eq. (5b) shows that increasing deflections are only possible when the horizontal load Q decreases.

After formation of the failure mechanism, deflections Δ and horizontal loads Q are related by Eq. (5c):

$$Q = \frac{M_1'}{\Delta} - \frac{P}{\Delta} \Delta \quad (5c)$$

This is the equation of a descending straight line; its slope is $-1/\Delta$, and it passes over point (Δ_2, Q_2) . The characteristics of the straight line being known, the complete horizontal load-versus deflection curve can be plotted (Fig. 7).

The curves which correspond to the rest of the subassemblies into which the story under consideration has been decomposed can be obtained following the same procedure (the plotting of the interior subassembly curves involves more work than that required to plot the outward subassembly curve, because, generally, more plastic hinges are necessary to form a mechanism. However, the inward subassembly curve is obtained very easily; obviously, the behavior of the lateral subassemblies is inverted when the direction of the horizontal loads changes).

An inward and an exterior subassembly are shown in Figs. 8 and 9; a possible sequence of formation of plastic hinges as well as their Q Δ curves are shown in both cases. Three plastic hinges are required in order to transform the interior subassembly into a mechanism, but only one is necessary in the exterior subassembly.

STIFFNESS RESISTANCE OF A STORY

The total horizontal shear resistance provided by the members in a story is the sum of the shear resistances of the individual sway subassemblies in the story. Consequently, when the Q Δ curves of every subassembly are known and plotted, following the procedure de-

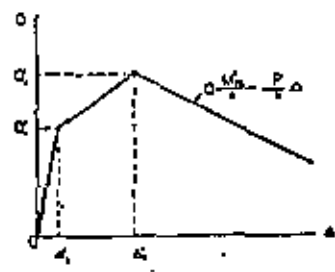


Figure 7

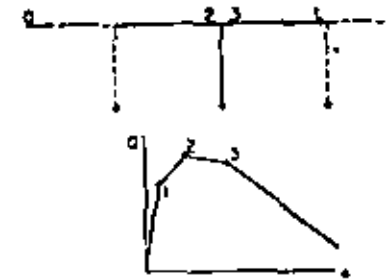


Figure 8

veloped in the previous section, the load-deflection curve of the story is obtained by graphically combining them.

The sequence of formation of the plastic hinges required for transforming the complete story into a mechanism can be known, as the deflection order of the story (Δ) at the formation of each plastic hinge in the beams of the subassemblies is known.

When the load-deflection curve of the story has been constructed, it is possible to determine the maximum shear resistance of the story, the horizontal shear force, which corresponds to the formation of the collapse mechanism (generally smaller than the maximum), or the shear force pertaining to any value of the deflection Δ . (The shear force which corresponds to a given value of the deflection Δ is important in actual design problems because the relative displacements between consecutive floors of buildings under earthquake or wind loads must be maintained below such limits as permitted by partitions and other nonstructural elements, in order to avoid damages under working seismic or wind data.)

Member sizes selected from the preliminary design, which were the basis for the computations leading to the subassemblies and to the story Q Δ curves, are adequate if the maximum shear strength of the story is equal to or

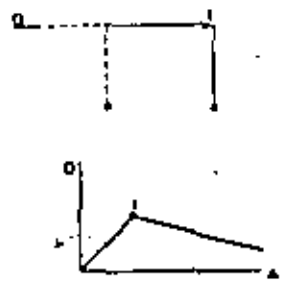


Figure 9

larger than the factored earthquake or wind horizontal load and if, simultaneously, the lateral deflections under working horizontal loads are admissible.

In the frequent cases in which the building floors are made of reinforced concrete slabs resting on the steel girders, their influence on the frame behavior can be considered by increasing the plastic moments in some regions of the girders, when these and the concrete slabs are designed as composite sections, or by only increasing the girder stiffness, with the corresponding diminution of lateral displacements and PΔ effects and increase in the frame's shear strength.

ILLUSTRATIVE EXAMPLE

The method just described will be applied to the analysis of the structure which was used as illustrative example in Ref. 1 (see pp. 31 and 32 of Ref. 1 for a complete description of the problem).

Only the analysis of subassembly AC will be presented, in order to maintain the length of this paper within reasonable limits. Also, the load-deflection curve of the story will be plotted and compared with the curve which was obtained in Ref. 1.

Subassembly AC

Step 1—During the first stage in the loading process, the bending stiffnesses of the girders are equal to $6EI/L$ (L is the clear girder span), corresponding to beams with the same supports at both ends.

The first stage ends with the formation of the first plastic hinge in the subassembly. (Obviously, that plastic hinge will be formed at the right-hand end of one of the girders, because the bending moments due to horizontal and vertical loads are both negative at those sections.)

A plastic hinge will form at the right-hand end of girder AB when the bending moment at that section increases to 660 kip-ft; then, the horizontal load bending moment, M_{22} , must be equal to:

$$M_{22} = 660 - 163 = 497 \text{ kip-ft}$$

The value 163 kip-ft is the plastic moment of the shape used in girder AB, plus used in a preliminary design, and 163 kip-ft is the fixed-end moment at the face of column B (see Fig. 10), due to factored gravity loading (load factor = 1.3).

The joint rotation corresponding to that moment is:

$$\theta = M_{22} \frac{L_{22}}{6EI_{22}} = \frac{497 \times 12 + 223.7}{6 \times 27,500 \times 3,229} = 0.00337$$

The moment corresponding to the formation of a plastic hinge at the right-hand end of girder BC (542.3 kip-ft) and its joint rotation (0.00222) are determined by following the same steps. The first plastic hinge forms at the right-hand end of beam BC, for a rotation $\theta'_1 =$

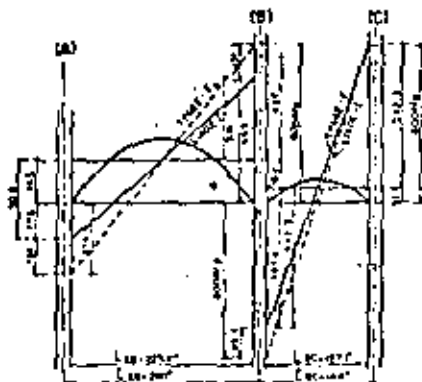


Fig. 10

0.00222 (which is smaller than the rotation pertaining to the formation of a plastic hinge in AB), when the bending moment at that end of BC is equal to:

$$M_{22} = \frac{6EI_{22}}{L_{22}} \theta'_1 \\ = \frac{6 \times 27,500 \times 3,229}{23.7 \times 12} \times 0.00222 = 308 \text{ kip-ft}$$

The bending moment diagram, pertaining to the end of stage 1 is shown in Fig. 10.

The restraining moment M'_{22} is now computed employing Eq. (2), taking into account that there are two girders framed to the column's upper end because the subassembly under discussion is an interior one:

$$M'_{22} = \left(\frac{6EI_{22}}{L_{22}} + \frac{6EI_{22}}{L_{22}} \right) \theta'_1 \\ = (28,000 + 215,000) 0.00222 = 762 \text{ kip-ft}$$

The sway displacement Δ (in the form Δ/A) and the horizontal load, Q , which belongs to the ending of stage 1, are now computed by means of Equations (4a) and (5a):

$$\frac{\Delta}{A} = \frac{762 \times 142 \times 12}{12 \times 27,500 \times 3,229} + 0.00222 = 0.00337 \\ Q'_1 = \frac{762}{12} - 1,384 \times 0.00337 = 63.5 - 4.7 = 58.8 \text{ kips}$$

In Ref. 1, $Q = 58.6$ kips corresponds to $\Delta/A = 0.00337$ (see Table IV, p. 58, Ref. 1); the difference between both results is only 0.3 per cent.

By inspecting the bending moment diagram shown in Fig. 10, it can be seen, without computing the bending moments at the column's axis, that no plastic hinge forms

in columns A and B (column A: $237.6 = 3000 \text{ kip-ft} > 142$; in column B: $277.6 = 1550 \text{ kip-ft} > 449 + 414.6$). To know if a plastic hinge forms in column C the bending moments at the left-hand end of girder CB has to be computed:

$$M_{22} = \frac{6EI_{22}}{L_{22}} \theta'_1 = 215 \text{ kip-ft}$$

Then, the total bending moment which acts upon column C is equal to $660 + 309 + 215 = 986 \text{ kip-ft} < 237.6$ (772 kips).

No plastic hinge forms in any column.

Step II—The bending stiffness of girder AB is equal to $6EI_{22}/L_{22}$, so its $\alpha = 1$, but that of girder BC reduces to $3EI_{22}/L_{22}$, because there is a plastic hinge at the right-hand end of the girder.

The additional bending moment which is necessary for the formation of a second plastic hinge at the right-hand end of beam AB is equal to $660 - 469 = 191 \text{ kip-ft}$; this moment is arrived at when the joint rotation increases by 0.00075 rad.

A plastic hinge forms at the left-hand end of beam BC when the bending moment in that section increases to 670 - 454 = 216 kip-ft, corresponding to an additional joint rotation of 0.00075 rad (computed with the beam's end and bending stiffness).

Both plastic hinges form, then, at the same time, when the joints have attained a rotational amount $\theta_2 = 0.00075$ rad, the total joint rotation being $\theta'_2 = 0.00222 + 0.00075 = 0.00317$; see the corresponding bending moment diagram in Fig. 10 (with dotted lines). In that moment, the subassembly turns into a mechanism.

Following the procedure used in stage I, it can be easily proven that no plastic hinge appears at the column's upper end.

Additional restraining moment (which corresponds to stage III):

$$M'_{22} = \left(\frac{6EI_{22}}{L_{22}} + \frac{3EI_{22}}{L_{22}} \right) 0.00075 = 224 \text{ kip-ft}$$

Restraining moment corresponding to the termination of stage 2:

$$M'_{22} = 762 + 224 = 986 \text{ kip-ft} \\ \frac{\Delta'_2}{A} = \frac{M'_{22}}{12EI_{22}} + \theta'_1 \\ = \frac{986 \times 142 \times 12}{12 \times 27,500 \times 3,229} + 0.00337 \\ = 0.00448 + 0.00337 = 0.00465 \\ Q'_2 = \frac{M'_{22}}{12} - P \frac{\Delta'_2}{A} = \frac{986}{12} - 1,384 \times 0.00465 \\ = 82.2 - 6.5 = 75.7 \text{ kips}$$

The horizontal load corresponding to $\Delta/A = 0.00465$ in Ref. 1 is $Q = 73.4$ kips; the difference between both results is 3.1 per cent.

Behavior of the subassembly following mechanism formation—The plastic hinges which form simultaneously at the right-hand end of beam AB and at the left-hand end of BC, when the joint rotation is equal to 0.00317 rad, in combination with the plastic hinge which formed in the first stage, are enough to transform the subassembly into a mechanism. Then, in order to draw the complete QΔ curve, it is necessary to determine the straight line corresponding to that mechanism.

The two beams connected to the column develop plastic hinges in their ends near that column.

The maximum restraining moment at $M'_{22} = 986 \text{ kip-ft}$ (against 993 kip-ft, Ref. 1). This value is maintained during the mechanism lateral displacement.

The behavior of the subassembly after the formation of the mechanism is depicted by Eq. (5c):

$$Q = \frac{M'_{22}}{A} - P \frac{\Delta}{A} = -P \frac{\Delta}{A} + \frac{M'_{22}}{A} \\ = -1,384 \frac{\Delta}{A} + 82.2$$

The corresponding straight line can be easily plotted after determining its intersections with both coordinate axes:

$$\text{If } \Delta/A = 0: \quad Q = 82.2 \text{ kips}$$

$$\text{If } Q = 0: \quad \Delta/A = 0.059$$

Load-deflection curve for the subassembly—We have already obtained all the information needed to plot the subassembly's horizontal load-sway deflection curve, shown in Fig. 11. Figure 11 also shows the curve computed in Ref. 1, which was obtained from the data in Table IV, p. 58, Ref. 1. Both curves practically coincide from the origin to the formation of the mechanism; from that point on, the agreement continues to be very good.

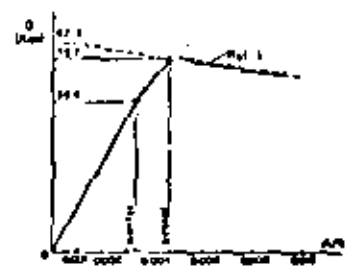


Fig. 11

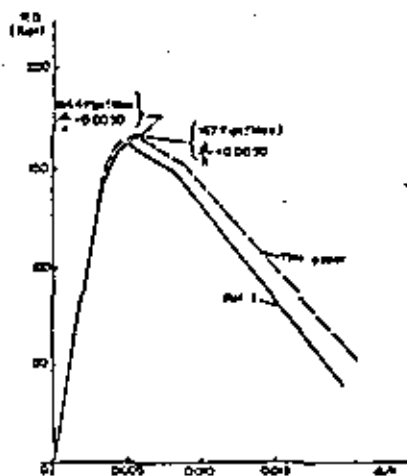


Figure 12

Discussion of results for remaining subassemblies—The results which were obtained for subassembly AB are as accurate as those reported for subassembly AC.

The difference between the results arrived at by employing both methods are more important in the remaining subassemblies, BD and CD. The discrepancies are probably due to the very high axial loads which act on the columns (P/P_c is equal to 0.35 for column C and

0.47 for column D, while only 0.43 and 0.53, respectively, for columns A and B), and to the fact that the remaining moment M_r approach twice the column plastic moment, M_p , in a range where the Q3 curves are no longer straight lines. Nevertheless, the method presented in this paper yields final results which provide very good agreement with those reported in Ref. 1, as can be seen in Fig. 12, where appear the complete set of Q3 curves obtained following both procedures.

ACKNOWLEDGEMENTS

The writer is grateful to Carlos Rosenblyeth and Enrique del Valle who read the manuscript and made helpful suggestions.

REFERENCES

1. Dowell, J. H. and Lu, L. H. The Subassembly Method of Designing Unbraced Multi-Storey Frames. *Proc. Engineering Laboratory Report No. 273.39, Lehigh University, Bethlehem, Pa. March 1966.*
2. Dowell, J. H. A Plastic Method for Lateral Frame Design. *Engineering Journal, ASCE, Nov. Jan., October 1966.*
3. Dowell, J. H., et al. Plastic Design of Multistory Frames. *Letter Notes, Lehigh University, Bethlehem, Pa. 1965.*
4. Dowell, J. H. and Lu, L. H. Design Charts for the Subassembly Method of Designing Multistory Frames. *Proc. Engineering Laboratory Report No. 273.54, Lehigh University, Bethlehem, Pa. Nov. 1966.*
5. Smith, B. P., Dowell, J. H., and Lu, L. H. Design Aids. *Revised Supplement Reference 1.*
6. Rosenblyeth, C. *Structural Effects in Buildings*. P. II. *ASCE, Vol. 91, III, January 1965.*

A Method for the Plastic Design of Unbraced Multistory Frames

OSCAR DE BUEN

In a building without vertical bracing or shear walls, the frames must be able to resist gravity loads and the combination of vertical and horizontal loads, plus second order effects due to vertical load-lateral displacement interaction. Besides, frame stiffness must be sufficient to keep lateral displacements under working loads below maximum allowable values.

Two different load factors are used in plastic design—one for vertical loads only and a smaller one for the combination of vertical permanent and horizontal accidental loads. Design of two or three stories at the top of unbraced buildings is generally governed by gravity loads, because the beams and columns necessary to support vertical loads are also able to resist gravity plus horizontal loads under a reduced load factor. The importance of horizontal forces increases in lower stories, and their design is governed by the combination of both types of loads.

Design of upper stories is usually made with no consideration of lateral displacements. A revision is carried out later in order to verify that the overall critical load is not smaller than the collapse mechanism load. If necessary, the structure is modified so the critical load is taken as the limit of structural usefulness.

When design is governed by combined gravity and lateral loads, collapse takes place by instability, characterized by increasing lateral displacements under horizontal loads that grow to a maximum and decrease afterwards. Behavior of the structure can be ascertained studying the formation of successive plastic hinges due to increasing horizontal forces which act upon the structure, loaded from the beginning with complete factored vertical loads. Beams and columns are assumed to remain in the elastic range between plastic hinges. Influence of axial loads on column bending strength, second order moments, and compatibility conditions must be taken into account.

A method for the design of beams and columns in stories of regular frames governed by the combination of gravity and lateral loads is presented in this paper. To this end,

Oscar de Buen is Professor of Civil Engineering, National University of Mexico, and a Consulting Engineer, Mexico City.

horizontal load-lateral displacement curves (Q3 curves) corresponding to preliminary sizes of beams and columns are plotted for all or some of the stories. If the story behavior, as depicted by the Q3 curve, is not satisfactory from the point of view of strength or lateral stiffness, preliminary sizes are modified and a new curve is plotted.

The method can be easily programmed for use in computerized plastic design. Nevertheless, one of the main advantages of the method is its simplicity, which makes it suitable for simple manual calculations. Thus, therefore, a powerful tool for the design of medium size regular buildings that does not justify the use of computers, and for the approximate revision of buildings designed by computer, employing elastic or plastic methods.

The method described in this paper is related to a method originally developed at Lehigh University, which was later simplified by the writer and Lu.^{1,2} The amount of numerical work is drastically reduced, although keeping enough accuracy for practical purposes, and computations are systematized by arranging them in tabular form. Besides, the method is based on the condition that plastic hinges shall appear only in beams with the exception of column bases. This condition is in accordance with modern design philosophy, especially in moment areas.

SECOND ORDER ANALYSIS

Analysis of multistory regular frames has in addition to beam made using first-order elastic theory, but second order effects can be significant, especially in unbraced frames.

In current design practice, second order effects are usually considered, in an implicit and approximate way, by using interaction equations for column design. Moments are computed by a first-order elastic plastic analysis, as they are or less arbitrarily amplified, and effective lengths longer than actual lengths are used. Beams are designed under the original first-order moments.^{3,4} In correct results are obtained when each column is treated individually, especially if the frames are geometrically regular or column and beam stiffnesses change continuously in each story in no abrupt manner. Also, design of beams to support first-order

members is rotational, as they have to equilibrate the amplified moments that columns apply to the joints.

The number of factors that has to be taken into account in an exact elastic-plastic second-order analysis is high, but most of them are usually neglected in ordinary design problems.^{11,12} The two most important factors in multistory frame behavior are formation of an increasing number of plastic hinges and interaction of vertical loads and story lateral displacements ($P\Delta$ effect). Only these two factors will be considered in this paper.

EVALUATION OF $P\Delta$ EFFECTS

$P\Delta$ effects can be evaluated making a first-order analysis of the structure under actual vertical loads and horizontal loads, increased in the amount necessary to reproduce, approximately, second-order effects.

The fictitious additional shear force, V_s , that has to be applied to story 1 of a multistory frame is given by

$$V_s = \frac{P}{h} \Delta_{i-1} \quad (1)$$

where

P_i = weight of the level under consideration plus every level above it

Δ_{i-1} = relative horizontal displacement between the upper and lower levels of the story

h_i = story height (Fig. 1)

BASIC EQUATIONS

Columns in any story of a building subjected to the combined action of gravity loads and horizontal wind or earthquake forces must resist bending moments produced by the horizontal shear force Q , plus those due to the total vertical load P acting upon the laterally deformed structure (Fig. 2). $P\Delta$ moments are similar to those produced by a fictitious shear force $P\Delta/h$.

P and Δ are equal to P_i and Δ_{i-1} in Eq. (1).

Equilibrium of horizontal loads gives

$$\Sigma M_i = Qh + P\Delta \quad (2)$$

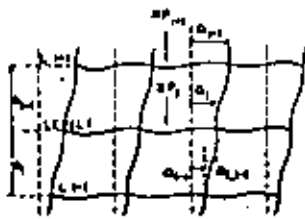


Fig. 1. Lateral displacement of a multistory rigid frame

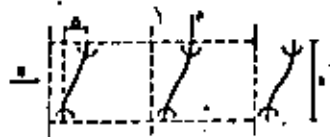


Fig. 2. Forces which produce bending in columns

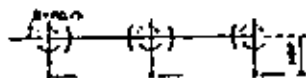


Fig. 3. Substructure corresponding to an intermediate story (vertical loads not shown)

$$Q = \frac{\Sigma M_i}{h} - P \frac{\Delta}{h} \quad (3)$$

ΣM_i is the sum of the moments in both ends of all columns in the story.

Equation (3) shows clearly that the $P\Delta$ effect reduces the structure's capability to resist lateral load.

The substructure in Fig. 3 is obtained assuming that the point of inflection in each column is at mid-height of the column¹³ and isolating the upper part of the story. The $P\Delta$ effect is included by increasing the horizontal load. Vertical loads are not shown.

From the equilibrium of horizontal forces

$$\Sigma M_i = \left(Q + P \frac{\Delta}{h} \right) \frac{h}{2} = \frac{Qh}{2} + P \frac{\Delta}{2} \quad (4)$$

In this equation, and in the rest of the paper, ΣM_i refers only to the moments acting in the upper end of the story columns.

Joint moments are also in equilibrium; then,

$$\Sigma M_i = (\Sigma M_i)_L + (\Sigma M_i)_U$$

where ΣM_i is the sum of moments at both ends of every beam in the level under study, due to horizontal forces, including the fictitious one, $P\Delta/h$, and $(\Sigma M_i)_L$ and $(\Sigma M_i)_U$ are the sums of moments at the ends of the columns connecting to the joints of that level, below and above it, also due to horizontal loads.

Assuming that $(\Sigma M_i)_U = (\Sigma M_i)_L = \Sigma M_i$,

$$\Sigma M_i = 2\Sigma M_i \quad (5)$$

The assumption that leads to Eq. (5) is conservative, but sufficiently accurate for design purposes.³

From Eqs. (4) and (5), $Q = (\Sigma M_i - P\Delta/2)/(h/2)$ and $\Sigma M_i = \Sigma M_i/2$, then,

$$Q = \frac{\Sigma M_i - P\Delta}{h} = \frac{\Sigma M_i}{h} - \frac{P\Delta}{h} \quad (6)$$

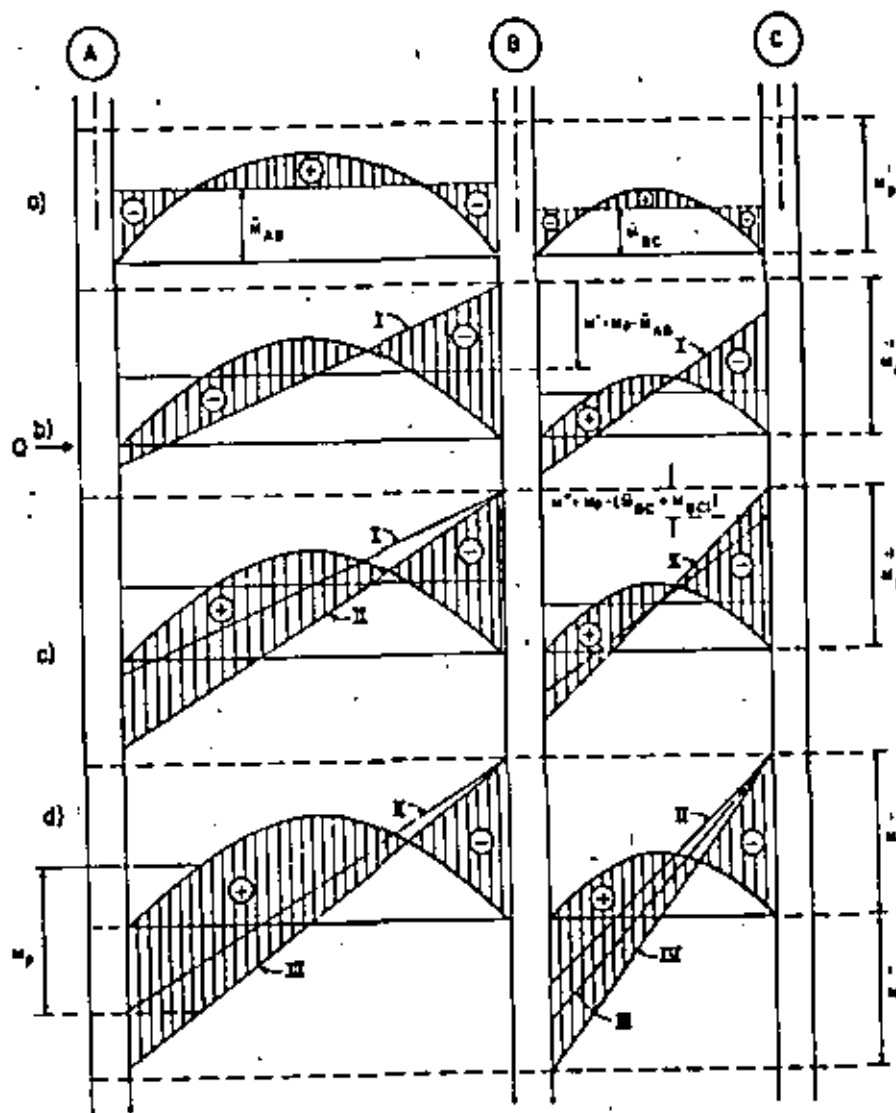


Fig. 4. Bending moment diagrams for the different loading stages

Application of slope deflection equations to an isolated column leads to:

$$\frac{\Delta}{h} = \frac{\sum M_i L_i}{12EI_c} + \delta \quad (7)$$

where $\sum M_i$ is the end moment of the beam that connects to an exterior column, or the sum of the end moments of two beams if it is an interior one, δ is the angle of rotation at the column's upper end, and L_i its moment of inertia.

In using Eq. (7) it has been assumed that the column behaves elastically and that its stiffness is independent of the end load. Neither assumption is strictly true, but they do not introduce significant errors in columns with slender ratios and axial loads in the range which is usual in buildings.

Equation (7) can be generalized to cover the complete story:

$$\frac{\Delta}{h} = \frac{h}{12E} \sum \frac{M_i}{L_i} + \delta \quad (8)$$

$\sum M_i$ is now the sum of moments at both ends of all beams in the level, and $\sum L_i$ is the sum of moments of inertia of all the columns that contribute to the story's lateral stiffness. It is assumed that δ is the same for every joint in the level.

Equation (8) can finally be written as:

$$\frac{\Delta}{h} = \frac{h}{12E} \sum M_i + \delta \quad (9)$$

The two basic equations to obtain the Q- Δ curve are Eqs. (6) and (9), developed for a complete building story. They are applied to an isolated frame in the numerical example at the end of this paper.

Q- Δ CURVE OF A STORY

Loads initially applied to the story are the working gravity loads multiplied by the load factor corresponding to the combination of permanent and accidental loads. Bending moment diagrams are determined using clear beam spans and assuming no rotation at the joints. Unbalanced moments are resisted by the columns meeting at each joint (Fig. 4a).

Upon application of the horizontal load the story deflects laterally and additional moments have to be computed and added to those due to vertical load (Fig. 4b).

The first stage in the loading process ends with the formation of the first plastic hinge. It develops at the leeward end of one of the girders, where vertical and horizontal load moments are additive. The horizontal load additional moment necessary to develop a plastic hinge at the leeward end of each girder is $M' = M_p - \bar{M}$, where M_p and \bar{M} are the girder plastic moment and fixed end moment.

The joint rotation corresponding to each M' moment is now computed:

$$M' = S\theta = C_1 EK\theta \quad (10)$$

$$\theta = M'/C_1 EK$$

where S is the girder stiffness and C_1 a numerical factor.

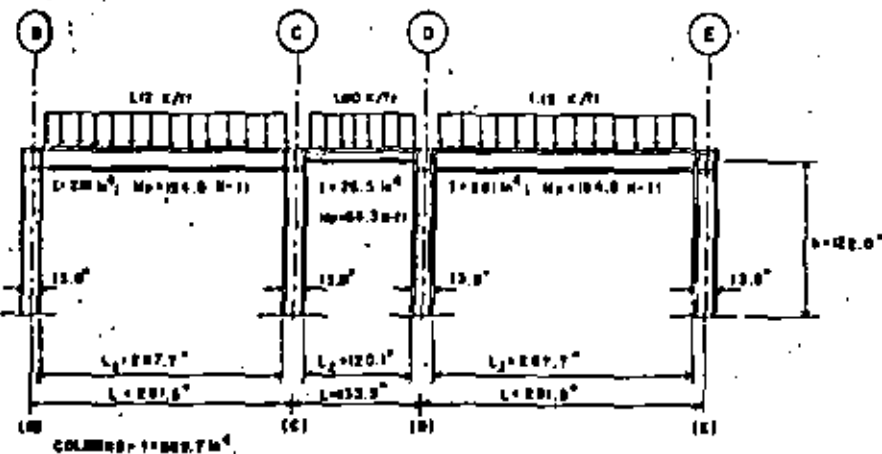


Fig. 3. Frame analyzed in illustrative example No. 1

Level	Bay	Span (m)	Span (ft)	Load (kN/m)	Load (k/ft)	End Moment (kN-m)	End Moment (k-ft)	Stiffness (kN-m/rad)	Stiffness (k-ft/rad)
1	1	12.0	39.4	112	8.1	124.0	91.0	1.08E4	78.0
	2	12.0	39.4	180	13.2	64.3	47.0	1.08E4	78.0
	3	12.0	39.4	112	8.1	104.0	76.0	1.08E4	78.0
2	1	12.0	39.4	112	8.1	124.0	91.0	1.08E4	78.0
	2	12.0	39.4	180	13.2	64.3	47.0	1.08E4	78.0
	3	12.0	39.4	112	8.1	104.0	76.0	1.08E4	78.0
3	1	12.0	39.4	112	8.1	124.0	91.0	1.08E4	78.0
	2	12.0	39.4	180	13.2	64.3	47.0	1.08E4	78.0
	3	12.0	39.4	112	8.1	104.0	76.0	1.08E4	78.0

Table 1

111

Table 1 (cont'd)

Member	End	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50	51	52	53	54	55	56	57	58	59	60	61	62	63	64	65	66	67	68	69	70	71	72	73	74	75	76	77	78	79	80	81	82	83	84	85	86	87	88	89	90	91	92	93	94	95	96	97	98	99	100
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50	51	52	53	54	55	56	57	58	59	60	61	62	63	64	65	66	67	68	69	70	71	72	73	74	75	76	77	78	79	80	81	82	83	84	85	86	87	88	89	90	91	92	93	94	95	96	97	98	99	100		

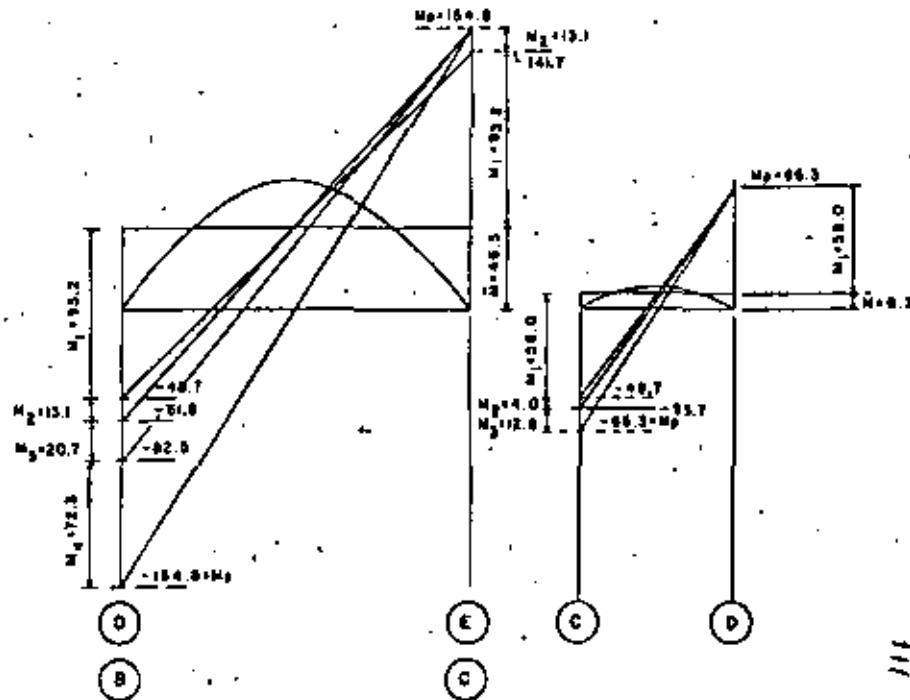


Fig. 8. Bending moment diagrams for illustrative example No. 1

If the girder cross section is constant, $C_1 = 6$, $k' = 1/L$.

The smallest θ angle is the one corresponding to the first plastic hinge (in Fig. 4) it has been assumed that the first hinge develops at the leeward end of beam AB). When that angle is known, Eq. (10) is used to compute the moments at the ends of each beam corresponding to it. The sum of the beams end moments, ΣM_i , is taken into Eq. (9), and the lateral displacement determined as Δ/h . Finally, Eq. (8) gives the horizontal load Q that produces that displacement. Coordinates of a point in the $Q-\Delta/h$ curve are now known: the straight line from the origin to that point is a good representation of the first part of the $Q-\Delta/h$ curve.

The bending moment diagram corresponding to the formation of the first plastic hinge is diagram 1, Fig. 4b.

The second stage is similar to the first, but the stiffness of beam AB is reduced because of the plastic hinge developed at the leeward end (if the moment of inertia of the beam is constant, the stiffness is $3EI/L = 3EA$); also, the

moment at the plastic hinge location does not change. The second stage ends when a new plastic hinge develops at the leeward end of beam BC, for instance (Fig. 4c).

In the third stage of the loading process, both beams have plastic hinges at the leeward end, and column C does not contribute any longer to the story's lateral rigidity. Its moment of inertia is not included in ΣI_i , Eq. (9).

A number of plastic hinges sufficient to transform the story into a mechanism eventually develops (Fig. 4d). Until then, the $Q-\Delta/h$ curve consists of several straight lines connecting the points which represent the circumstances of each stage. Upon formation of the mechanism, the relationship between horizontal load and lateral displacement is given by a descending straight line that passes through the point corresponding to the last plastic hinge. The equation of this line is:

$$Q = -\frac{P\Delta}{A} + \frac{M_p}{A}$$

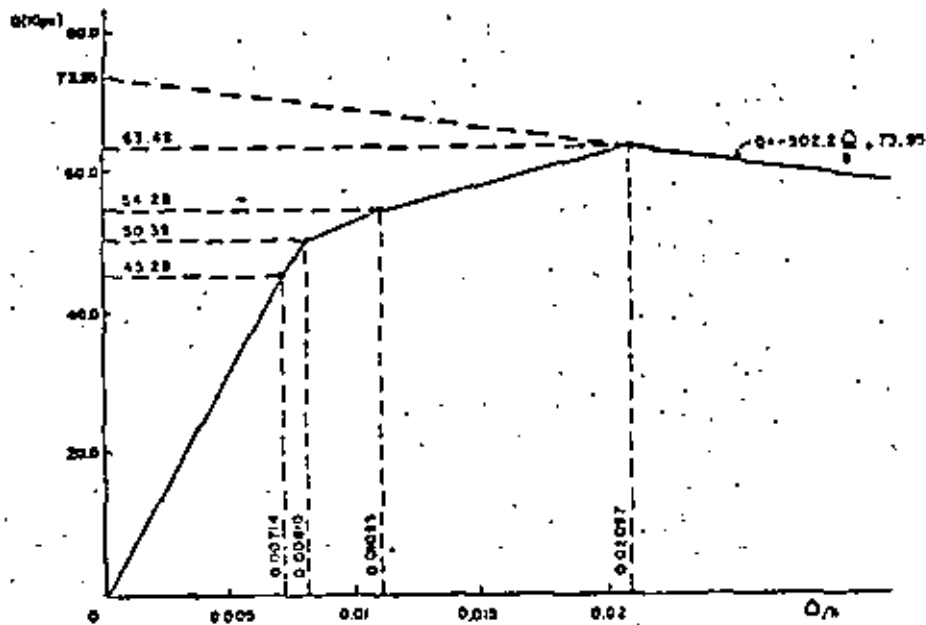


Fig. 7. Horizontal load-lateral deflection curve for illustration example No. 1

where M_c is the total remaining moment provided by all of the beams in the story when the last plastic hinge develops.

The complete horizontal load-lateral displacement curve can now be plotted.

Numerical solution of a given problem is considerably facilitated by calculating the computations, as shown in the illustrative example. It is generally convenient to plot simultaneously the bending moment diagrams, as in Fig. 4, to check the numerical results. The diagram is necessary if the second plastic hinge in one or more beams develops in an intermediate section, instead of the windward end, because the hinge position and windward moment are then graphically determined (Eq. 44). Also, bending moment diagrams are necessary when the beams and the frame slab work as composite members, in order to find the points of positive and negative bending moment.*

* A plot of the shear will be necessary for equilibrium in the same joints.

COLLISION DESIGN

Columns must be able to resist axial loads and bending moments applied to them by the beams when formation of the story collapse mechanism. The moments at the column faces must be increased by $Vd_c/2$ to obtain the design moments at the column center line, where V is the shear force at the girders end and d_c is the column depth.

As the $P\Delta$ effect has already been considered, column sizes are checked using a formula for beam-columns whose ends can not displace laterally.

If the designer wants to make sure that no plastic hinges will develop at the column ends, he can use a load factor bigger than that employed in beam design. If this precaution is not taken, some plastic hinges can possibly develop in the columns because of differences between the assumed and actual response of the structure and factors not considered in analysis and design, such as differences between real and specified yield points or hardback and actual geometric properties of rolled shapes).

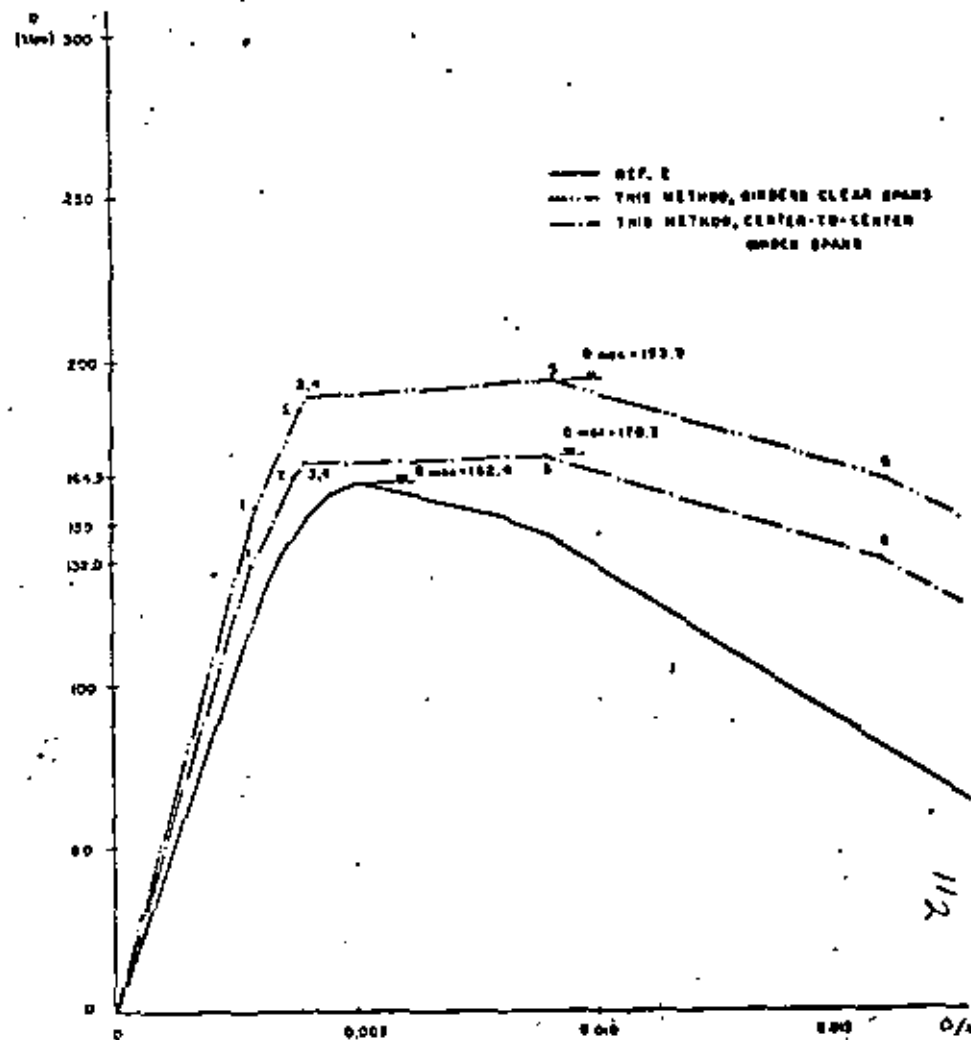


Fig. 8. Horizontal load-lateral deflection curves for illustration example No. 1



**DIVISION DE EDUCACION CONTINUA
FACULTAD DE INGENIERIA U.N.A.M.**

VIII CURSO INTERNACIONAL DE INGENIERIA SISMICA
DISEÑO SISMICO DE EDIFICIOS

TEMA 9
DISEÑO SISMICO DE ESTRUCTURAS DE CONCRETO

Dr. Roberto Meli Piralla

AGOSTO, 1982

DISEÑO SISMICO DE
ESTRUCTURAS DE CONCRETO

R. Meli

1. COMPORTAMIENTO Y ANALISIS DE ESTRUCTURAS HIPERESTATICAS DE CONCRETO
(ver Ref 1 pp 496 a 515)

En las estructuras isostaticas la distribución de fuerzas internas (momentos, cortantes, etc) está determinada por condiciones de equilibrio y no depende de las propiedades del material. En las hiperestaticas depende de las rigideces de los elementos y más propiamente de las características momento-curvatura ($M-\theta$) de las secciones. Como la relación M/θ puede variar con el nivel de carga, también la distribución de fuerzas internas varía. La relación $M-\theta$ para una sección de concreto puede idealizarse como trilineal (Fig 1a). Si una sección se agrieta el elemento pierde rigidez y la distribución de momento cambia. Una redistribución mucho mayor ocurre si una sección llega a su momento de fluencia y se forma una "articulación plástica" (Fig 1b). Los momentos en las distintas secciones pueden variar al hacerlo las rigideces de los elementos; lo que se mantiene constante son ciertas relaciones entre los momentos y las cargas que se deben cumplir por equilibrio. Por ejemplo el momento isostático en vigas ($\frac{w l^2}{8}$ o $\frac{P l}{4}$ según el tipo de carga) debe ser equilibrado por la relación $1/2(M_1 + M_2) = K l$ (ver Fig 2a). El momento de entrapamiento en un marco sujeto a cargas laterales ($W H$) debe ser equilibrado por la suma de momentos en las columnas (ver Fig 2b). Si las secciones tienen la suficiente capacidad de rotación, no importa cuáles sean los momentos resistentes en cada sección, si su suma cumple con el mismo momento isostático se tendrá la misma carga resistente. En este principio se basan los métodos de análisis plástico (al límite) de estructuras de concreto (ver ref 1 pp 516 a 544).

En estructuras de concreto puede variarse la resistencia de una u otra sección modificando la cantidad o la posición del refuerzo y puede hacerse que el diagrama de momentos resistentes se ajuste prácticamente a cualquier diagrama de momentos actuantes. Esto hace que, si se proporciona el refuerzo para resistir

momentos proporcionales a los que resultan de un análisis elástico, todas las secciones pasarán simultáneamente de una etapa del comportamiento a otra y no habrá prácticamente redistribución de momentos. Todas las articulaciones plásticas necesarias para que se forme el mecanismo ocurrirán al mismo tiempo (teóricamente). Si se refuerza para resistir momentos distintos de los que resultan del análisis elástico, pero que dan lugar al mismo momento isostático (o sea a una configuración de momentos en equilibrio bajo la misma carga crítica) se tendrá la misma carga de falla, aunque algunas secciones hayan llegado prematuramente a la fluencia dando lugar a redistribuciones de momentos. Para que esto sea cierto se requiere comprobar que ninguna articulación plástica deba, para la formación del mecanismo, tener rotaciones mayores que las que es capaz de soportar. La dificultad de esta comprobación es la razón principal de que los métodos de análisis plástico no se empleen en la práctica para estructuras de concreto.

Si la distribución de momentos no difiere mucho de la elástica, las rotaciones necesarias para la formación del mecanismo serán pequeñas y las secciones que cumplan con los requisitos reglamentarios podrán soportarlas.

De lo anterior se deduce que el diagrama de momentos a la falla se ajustará a aquel según el cual se ha dimensionado la estructura y será independiente de las rigideces relativas de los elementos. Es muy conveniente, sin embargo, reforzar la estructura según el diagrama de momentos "elástico" ya que con ello se tendrá un mínimo de deformaciones inelásticas y agrietamientos antes de la falla y un comportamiento óptimo en condiciones de servicio.

Los reglamentos admiten "redistribuir" los momentos elásticos en distintas proporciones. Los ensayos de Kintock (ref 2) ilustrados en la Fig 3 muestran muy claramente que, en una viga sub-reforzada, redistribuciones de momentos de 25% no producen cambios de comportamiento, ni a la falla ni en condiciones de servicio.

En dichos ensayos la viga NR1 se reforzó de acuerdo con el diagrama de momento elástico: la viga RI se reforzó para resistir un diagrama de momentos en que el negativo en el apoyo interior se había reducido en 25%; mientras que

los positivos en el centro del claro se incrementaron en 12.5% para mantener el mismo momento isostático resistente. La viga R2 se reforzó para el mismo diagrama de momentos que la R1 pero empleando acero con esfuerzo de fluencia de 4 000 kg/cm² en lugar de 2 800 kg/cm².

Se aprecia como las tres vigas soportaron muy aproximadamente la misma carga máxima, fig 3), y que las deflexiones y los agrietamientos bajo carga de servicio fueron similares. Al observar las gráficas de momentos medidos, se aprecia como en la viga R1 se obtuvo casi simultáneamente la fluencia del refuerzo negativo y del positivo, mientras que en la R2 el negativo fluía prematuramente obligando a que el momento en el apoyo se mantuviera constante mientras que el positivo aumentaba mucho más rápidamente hasta alcanzar la fluencia y la falla por formación de mecanismos.

Los reglamentos difieren en el porcentaje de redistribución que admiten; el del Distrito Federal admite 30% para vigas (dúctiles) mientras que el ACI 71 hace variar la redistribución admisible según la cuantía de refuerzo, según la fórmula.

$$r \text{ redistribución} = 20 \left(1 - \frac{p}{p_b} \right)$$

Las ventajas de aprovechar la redistribución no son muy grandes. La principal es poder simplificar la distribución del refuerzo y descongestionar zonas en que se acumulan muchas barras (por ejemplo en uniones viga-columna). Cuando se debe diseñar para la envolvente de distintas combinaciones de cargas, esta envolvente puede reducirse aprovechando la redistribución.

Al saber que se puede contar con cierta redistribución, de confianza en el uso de propiedades geométricas y mecánicas de la estructura que pueden determinarse con muy poca precisión, como el módulo de elasticidad del concreto y el momento de inercia efectivo de las secciones. El cometer un error en estos parámetros da lugar a una distribución de momentos distinta a la que se va a presentar inicialmente, pero a la cual tenderán los momentos debido a la redistribución.

Para el análisis elástico se suelen considerar las propiedades "elásticas" de

los materiales; para el módulo de elasticidad una buena variación se obtiene con la expresión $E = 15 000 \sqrt{f'_c}$ (ACI 71); sin embargo los concretos del Distrito Federal tienen módulos de elasticidad mucho menores que corresponden a la expresión $E = 10 000 \sqrt{f'_c}$ (Reglamento D.F. 76).

Para los momentos de inercia hay criterios muy distintos. El más razonable es el de considerar el momento de inercia de la sección bruta para las columnas y los elementos que es de esperar que no estén agrietados en condiciones de servicio.

Para los elementos de flexión parece mejor emplear el momento de inercia de la sección agrietada transformada el cual para cuantías normales de refuerzo corresponde aproximadamente a 60% de el de la sección bruta.

La fig 4 ilustra cuál es la diferencia en los momentos resultantes según se define el momento de inercia de las secciones. Solo gracias a la redistribución de momentos, estructuras analizadas con tan distintos criterios pueden tener un comportamiento aceptable.

La capacidad de que las secciones soporten grandes rotaciones y que pueda haber redistribuciones de momentos, es particularmente importante en estructuras que deben soportar sismos. Como se ha explicado en otros temas de este curso, las fuerzas que pueden introducirse en una estructura en un sismo son muy superiores a las que los reglamentos especifican para un diseño estático, por ejemplo; esto implica que para disipar la energía de un sismo intenso la estructura debe entrar en un intervalo inelástico de esfuerzos y se requiere de ella gran capacidad de deformación y de disipación de energía.

En la situación descrita, un análisis elástico solo puede servir para apreciar donde se presentan las mayores fuerzas internas antes de que la estructura entre en un comportamiento inelástico. Nuevamente hay una ventaja importante en reforzar una estructura para un diagrama de momento proporcional al que resulta de un análisis elástico. Todas las secciones llegarán aproximadamente al mismo tiempo a la fluencia y se requerirá en ellas un mínimo de deformación inelástica.

Hay que tomar en cuenta que si no todas las articulaciones plásticas ocurren simultáneamente, se requieren en las secciones que fluyen primero, factores de ductilidad locales muy altos para obtener un factor de ductilidad aceptable para la estructura en su totalidad (ver ref 1 pp 547 a 553). Lo anterior se ilustra en la Fig 5 de la que se deduce que para tener un factor de ductilidad de 4 en un marco de 10 pisos se requiere un factor de ductilidad de 125 en las columnas de un piso cualquiera si ocurre un mecanismo de falla que involucre a las columnas y un factor de ductilidad de 8 si ocurre un mecanismo de falla que implique articulaciones plásticas en un gran número de vigas.

Lo anterior recalca la importancia de tener una distribución uniforme de resistencias en todos los elementos y la inconveniencia de tener zonas sobrediseñadas y otras subdiseñadas.

2. DISEÑO DE VIGAS, COLUMNAS Y UNIONES EN MARCOS DE CONCRETO (ver Acq 3 pp 393 a 432)

El marco continuo ha sido el sistema más empleado en estructuras de concreto, ya que aprovecha el monolitismo y la continuidad que se pueden lograr fácilmente en rete material para obtener una estructura hiperestática eficiente. La principal ventaja de este sistema en zonas sísmicas es la gran ductilidad con que puede contarse si se toman algunas precauciones en cuanto a la disposición del refuerzo. Una limitación que presenta es su poca rigidez ante cargas laterales que hace difícil mantener las deflexiones laterales dentro de los límites admisibles en edificios de varios pisos.

La capacidad de disipación de energía y la ductilidad de los marcos dependerán de las características de los tres elementos que los forman: vigas, columnas y uniones viga-columna. Como se ha visto en temas anteriores, en concreto reforzado solo pueden lograrse grandes ductilidades en elementos en que rige la flexión (vigas); por tanto habrá que diseñar de manera que las articulaciones plásticas se formen en las vigas, aunque conviene que en los tres elementos se trate de lograr la máxima ductilidad.

Los reglamentos modernos incluyen disposiciones de refuerzo para lograr ducti-

lidad y así poder diseñar para fuerzas sísmicas reducidas, tomando en cuenta que la estructura es capaz de disipar energía con deformaciones inelásticas. Existe sin embargo mucha discrepancia en el grado de severidad de los requisitos que diversos reglamentos consideran deben cumplirse para asegurar una ductilidad y capacidad de disipación de energía satisfactorias. Se aprecia además una clara tendencia a que los requisitos se vuelvan cada vez más estrictos en sucesivas versiones de un mismo código. Tomando como ejemplo el código ACI; en las versiones 71 y 77 se han mantenido los mismos requisitos de refuerzo en el apéndice A que se refiere a recomendaciones para lograr ductilidad en zonas sísmicas. Sin embargo el comité ad hoc del ACI ha preparado unos nuevos requisitos mucho más rigurosos que probablemente se pondrán en vigor en la próxima versión del código. De manera similar el nuevo reglamento de construcciones de Nueva Zelanda incluye requisitos aunamente estrictos al respecto; por otra parte el reglamento del Distrito Federal es mucho menos riguroso que los códigos anteriores en cuanto a las exigencias para ductilidad.

Se resumirán a continuación los principales requisitos del ACI-77, con comentarios acerca de otros códigos.

En cuanto a los requisitos de tipo general se especifica que deben emplearse concretos con $f'_c \geq 200 \text{ kg/cm}^2$ y aceros con $f_y \leq 4200 \text{ kg/cm}^2$. Este último requisito pretende asegurar que el acero sea muy dúctil.

a) Diseño de vigas. Además de diseñar para las fuerzas que resultan del análisis sísmico hay que cumplir con los requisitos siguientes:

- Cantidad máxima de refuerzo igual a 30% de la balanceada; ver valores en la tabla de la Fig 6
- Tener un refuerzo mínimo positivo y negativo en todas las secciones ($\rho_{\text{min}} = 14/f_y$); mínimo dos barras en cada lecho
- Colocar en los extremos refuerzo positivo que proporcione un momento resistente igual por lo menos a la mitad del negativo
- Por lo menos una tercera parte del refuerzo negativo debe extenderse hasta un cuarto del claro y una cuarta parte debe ser continua en todo el lecho superior

- No cortar refuerzo en zonas de posibles articulaciones plásticas (a $2d$ del apoyo); si no pueden evitarse traslapes, deberán colocarse estribos a lo largo de los mismos.
- Estribos, mínimo #3, a $d/2$ en toda la viga y a $d/4$ en una distancia de 4 peraltes a partir del apoyo. En esta zona $A_s \leq 0.15A_c$ y $d \leq 0.15A_c$ y d/d .
- En la zona de articulación plástica ($2d$ del apoyo) las barras que puedan tener que trabajar en compresión deberán estar confinadas por estribos (mínimo #3) a una separación no mayor de 16ϕ ni 30 cm.
- Debe diseñarse para la fuerza cortante que se presenta en la viga cuando se alcanzan los momentos últimos en los extremos, fig 7. Esto es con la finalidad de que pueda desarrollarse un mecanismo de falla por flexión.

Con estos requisitos se asegura un factor de ductilidad del orden de 10 en las vigas. Otros códigos incluyen recomendaciones más conservadoras, como son estribos de confinamiento separados a no más de $b \phi$ en los extremos, despreciar la contribución del concreto en la resistencia al corte o aumentar el factor de seguridad para el diseño por cortante.

b) Diseño de columnas

Los requisitos se ilustran en la fig 8 y se describen a continuación

• Cuantía de refuerzo entre l y 6l

- La suma de las capacidades en flexión de las columnas que concurren a una unión debe ser mayor que la suma de capacidades de las vigas que concurren a la misma. Esto tiende a asegurar que las articulaciones plásticas se formen en las vigas. No se dice cuánto deben sobredimensionarse las columnas.
- Si $P \leq 0.4 P_b$ (carga axial por falla balanceada) deben respetarse en la columna los mismos requisitos que para vigas.
- Cuando $P > 0.4 P_b$ hay que refinar el núcleo de la columna por medio de espiral o estribos en una distancia igual a un peralte, $l/6$ de la altura de la columna o 45 cm (la mayor de las tres) a partir de la cara de la viga.
- La cuantía de refuerzo espiral será $\rho_s = 0.45 \left(\frac{A_s}{A_c} - 1 \right) \frac{f'_c}{f_y} \geq 0.12 \frac{f'_c}{f_y}$
- El área de estribos de confinamiento será por lo menos igual a $A_{sh} = \frac{f_y f'_c S}{2}$ no mayor que 18 cm.

• Para reducir la longitud L_h pueden emplearse ganchos del mismo diámetro que los estribos cuya deformación se requiere restringir.

• Separación máxima de estribos: $d/2$; diseñados para resistir el cortante que se introduce en la columna al formarse las articulaciones plásticas.

No hay que olvidar que ante la combinación de carga vertical y sismo las columnas van a estar sujetas a un estado de flexocompresión biaxial para el cual deberán diseñarse.

c) Uniones viga-columna

La falta de anclaje del refuerzo en la conexión y la falta de refuerzo transversal en la viga ha sido una de las causas más frecuentes de fallas de marcos de concreto a raíz de temblores. Solo hasta muy recientemente se ha empezado a estudiar el comportamiento y a desarrollar procedimientos de diseño para estas uniones. El apéndice A del Reglamento ACI 77 contiene disposiciones algo limitadas al respecto. La misma institución ha preparado recomendaciones más completas y estrictas para el diseño de uniones para la futura versión del código (ref 5). Estas se presentarán más adelante.

Ante el efecto de carga vertical más sismo, la zona de unión está sujeta a las condiciones de esfuerzo que se ilustran en la fig 9 y que introducen en ella tensiones diagonales que pueden causar la falla. Mucho más grave es la situación de conexiones de extremo en las que se vuelve crítico el anclaje del refuerzo.

Diversos ensayos efectuados muestran que el comportamiento ante cargas alternadas de las conexiones es muy poco favorable cuando se llega cerca de su máxima capacidad de carga; esto lleva a la necesidad de diseñar las juntas de manera que los elementos por ellas conectados puedan desarrollar toda su resistencia y que puedan formarse articulaciones plásticas en las vigas sin que las uniones se dañen. Para ello hay que tener las siguientes precauciones: colocar refuerzo transversal en la junta para que confíe al concreto y para que evite falla por cortante y dar al refuerzo el anclaje adecuado.

Las recomendaciones de la ref 5 indican que las uniones de marcos que deben resistir sismos se revisen:

1) *Por confinamiento*; se deberá proporcionar al mismo refuerzo^{8.2} en los extremos de la columna: si $P_u > 0.4 F_u$, espiral o zunchos de estribos como se ha descrito en la sección anterior; sin embargo si existen vigas en los cuatro lados de la conexión, la separación de estribos puede aumentarse al doble.

2) *Por cortante*; la fuerza cortante actuante se calculará con el diagrama de cuerpo libre de la fig 9 considerando que el refuerzo longitudinal puede llegar a trabajar a un esfuerzo igual a $1.25 f_y$, ya que puede entrar de endurecimiento; esto da lugar a

$$V_u - 1.25 f_y (A_{sb} + A_{st}) = V_{col}$$

$$V_{col} = (N_{ub} + N_{uc})/H$$

La resistencia al corte en la junta con el refuerzo mínimo de confinamiento se calcula como

$$V = 4\phi A_j \sqrt{f'_c}$$

en que A_j es el área de la junta; la capacidad se reduce al 75% si no existen vigas en las cuatro caras de la conexión.

3) *Por anclaje*. No se admiten traslapes dentro de la zona de conexión. El refuerzo longitudinal en una conexión entrena debe prolongarse hasta el extremo del núcleo confinado y anclarse con un gancho estándar de 90°. La longitud recta, no será menor que 6 veces el diámetro de la barra, 15 cm, ni que

$$\ell_{ah} = \frac{0.04 f_y d_b}{\phi \sqrt{f'_c}}$$

Puede omitirse el gancho en el extremo de la barra si la longitud recta es cede de ℓ_{ah} para vigas de peralte inferior a 30 cm y $2.3 \ell_{ah}$ para vigas cuyo peralte excede de 30 cm.

Cuando el ancho de la columna no es suficiente para dar la longitud recta de anclaje, es necesario reducir el diámetro de las barras, o aumentar el lado de la columna, o hacer ampliaciones en la sección de la junta, o recurrir a anclajes mecánicos a través de espaldura con una placa transversal.

3. SISTEMAS LOSA PLANA-COLUMNA

Las losas planas son ampliamente usadas en edificios debido a diversas ventajas como la sencillez de la obra y el peralte reducido que dan lugar. Hay distintas versiones: con o sin capiteles, y macizas o aligeradas, fig 11. Ante cargas verticales su comportamiento está muy estudiado y los procedimientos de diseño muy comprobados (ACI-77).

En lo que respecta a su eficiencia para resistir efectos sísmicos, hay muchas controversias. Las limitaciones no refieren a su excesiva rigidez ante cargas laterales y, especialmente, a la poca ductilidad que puede lograrse en este sistema, ya que es difícil evitar que la falla sea rígida por cortante en la zona de conexión entre viga y columna. En diversos países no se permite que se aproveche este sistema para resistir fuerzas sísmicas; cuando se usa se requiere que las fuerzas sísmicas sean tomadas íntegramente por muros de rigidez u otros sistemas. En México, sin embargo, es muy frecuente que el sistema losa plana-columna deba resistir una porción importante de las fuerzas sísmicas.

Para fines de análisis por cargas laterales, la losa se sustituye por una viga de rigidez equivalente; sin embargo, no es aplicable el criterio del ACI-77 en que la viga tiene la rigidez de la losa de centro a centro de claros adyacentes; análisis teóricos suponiendo un comportamiento elástico del conjunto indican que ante cargas laterales resulta adecuado al criterio especificado en el Reglamento del D.F., según el cual el ancho de losa a un lado de la columna que es efectivo para trabajar como viga puede calcularse como, fig 12,

$$L_{eq} = \frac{0.5 L_2}{1 + 1.67 L_2/L_1} + 0.3 c_2$$

Resultados experimentales indican que las rigideces para niveles de carga del orden de las de diseño son menores que las calculadas a partir de la expresión anterior y que el ancho equivalente total de la losa no debe tomarse mayor que $c_2 + dh$, siendo c_2 el ancho de la columna y h el peralte total de la losa.

Por lo anterior la rigidez ante cargas laterales del sistema losa plana-columna suele ser bastante reducida y resulta difícil cumplir con las limitaciones de deflexiones laterales admisibles. Resulta conveniente que el momento de

el sismo es absorbido por la franja de columna exclusivamente y de preferencia por las nervaduras que llegan directamente a la columna.

El problema principal en este sistema es la transmisión del momento de desequilibrio de columnas a viga, fig 13. El momento debido a sismo se transmite a la losa por una combinación de flexión y cortante. El modo de falla es local y no permite la formación de una articulación plástica, sino que da lugar a una falla local que es muy frágil a menos que se proporcione un refuerzo por cortante. De los diversos procedimientos de refuerzo propuestos

, el más satisfactorio es el desarrollado por Hawkins que consiste en reforzar vigas ahogadas en el espesor de la losa, en un ancho igual al de la columna más un peralte de la losa, en las cuales puede colocarse abundante refuerzo transversal.

El procedimiento de diseño puede extrapolarse del especificado por el ACI-71 en que se supone que una fracción del momento de desequilibrio (en general 60%) es tomada por momento y el resto por la variación, (sumada línea), de las fuerzas cortantes en la sección crítica, fig 13.

En cuanto a la resistencia al cortante, el esfuerzo resistente del concreto se puede tomar como $v_c = \sqrt{f'_c}$ (el doble que para vigas) y la contribución de los estribos v_s se calcula igual que en vigas (fig 18); sin embargo cuando se requiere refuerzo la contribución del concreto debe reducirse a la mitad y no se admite que $v_s > 1.5 \sqrt{f'_c}$. Aunque el incremento en resistencia por efecto del refuerzo transversal sea limitado, su presencia es indispensable para dar cierta ductilidad a la falla.

Por lo que se ha descrito es evidente que en caso de emplear este sistema para resistir fuerzas sísmicas las reducciones por ductilidad que deban considerarse son muy inferiores a las que son admisibles para marcos. Los ensayos realizados de estos sistemas ante cargas laterales alternadas indican que no es recomendable emplear un factor de reducción por ductilidad superior a dos.

4. MUROS DE RIGIDEZ

En edificios de altura mediana o grande resulta antieconómico proporcionar la rigidez ante cargas laterales exclusivamente con marcos; la solución más empleada es que la rigidez y resistencia sísmica estén proporcionadas principalmente por muros de concreto. En temas anteriores se ha descrito el comportamiento de estos elementos ante cargas alternadas distinguiendo los muros altos en que el comportamiento está regido principalmente por los momentos flexionantes y que pueden diseñarse con los mismos procedimientos empleados para vigas, de los muros bajos en los que predomina el efecto de las deformaciones por cortante. En otro tema se ha tratado el análisis sísmico de sistemas con muros de rigidez, el cual presenta dificultades mayores que el sistema a base exclusivamente de marcos.

La ductilidad y disipación inelástica de energía que puede lograrse en muros de rigidez es muy variable según rija la flexión o el cortante y según haya o no cargas verticales altas sobre el muro. Sin embargo los reglamentos suelen tratar todos los muros con el mismo criterio fijando factores reductivos por ductilidad mucho menores que para los marcos.

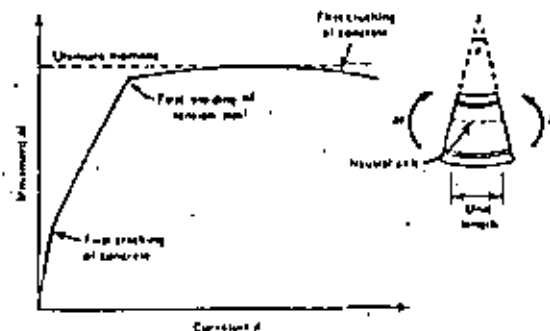
Los procedimientos de diseño de muros están dados, por ejemplo, en el ACI-71; si se trata de muros altos, tanto para flexión-compresión como para cortante, se emplean los mismos métodos que para vigas y columnas; en muros cortos la resistencia a cortante es mayor y se dan expresiones particulares. Para refuerzo por cortante se requieren barras horizontales, pero en muros cortos es necesario proporcionar también refuerzo vertical, ver fig 19.

El apéndice A del ACI 71 da requisitos especiales también para muros de rigidez. Se requiere una cuantía mínima de refuerzo de 0.0025 tanto vertical como horizontal. Si la carga axial es menor que 60% de la balanceada, se requiere un refuerzo mínimo de flexión de $14/f_y$; si es mayor se exige que se coloquen columnas (elementos de extremos) con la capacidad suficiente para resistir la carga axial total sobre el muro. Esto último con la función de tener confinamiento al refuerzo de compresión.

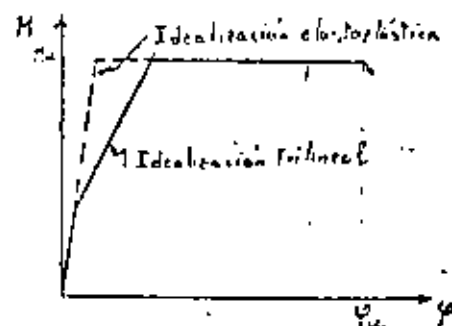
El diseño de estructuras prefabricadas así como el de estructuras especiales de concreto como tanques, chimeneas y muros de retención se trata en forma adecuada en la ref 7.

REFERENCIAS

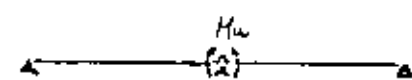
1. K Park y T Paulay "Reinforced Concrete Structures" J. Wiley 1975
2. A. W. Mallock "Redistribution of bending moments in reinforced concrete continuous beams" Proc The Institution of Civil Engineering VI, may 1959.
3. A. T. Derecho y M. Fintel "Earthquake Resistant Structures" Cap 12 de Handbook of Concrete Engineering, editado por M. Fintel, Van Nostrand 1975
4. V.V. Bertero y E. Popov "Hysteretic Behavior of Ductile Moment-Resisting Reinforced Concrete Frame Components" Rep No ECRC 75-16 Univ. California Berkeley, 1975
5. Comité ACI-318 "Proposed Revision to ACI 318- Appendix A Requirements for Earthquake Resistance" Informe Interno, 1981.
6. Comité ACI-ASCE 426 "The Shear Strength of Concrete Members, Slabs" Journal Struct Div ASCE vol 100 578, ago 1974 pp 1543-1591
7. D. J. Dowrick "Earthquake Resistant Design" J. Wiley. 1977
8. Mall R y Rodríguez M. "Waffle Slab-Column Connection Under Seismic Actions" CEB, Bull No. 132, may 1979



a) Forma típica de la relación $M-\phi$

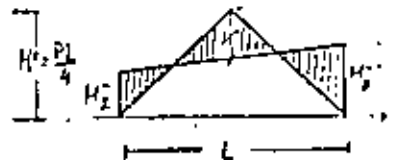
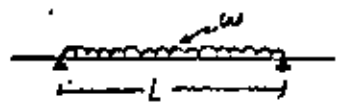


b) Idealizaciones de la $M-\phi$



c) Articulación Plástica

Fig 3 Relaciones momento-curvatura en elementos de concreto reforzado

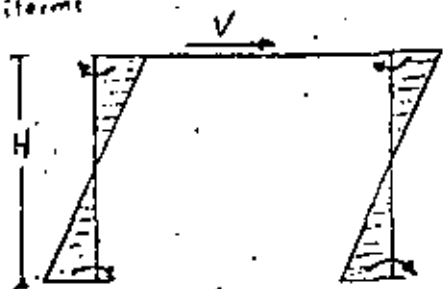


$$M_0 = \frac{M_2 + M_3}{2} + M^t = \frac{wL^2}{8}$$

$$M_0 = \frac{M_2 + M_3}{2} + M^t = \frac{PL}{4}$$

a) Viga con carga uniforme

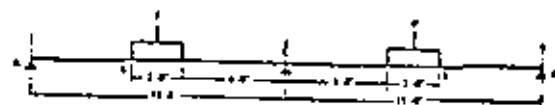
b) viga con carga concentrada



$$\Sigma M_c = VH$$

c) Marco con cargas laterales

Fig 2 Momentos isostáticos



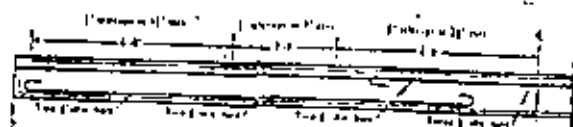
a) Forma de carga



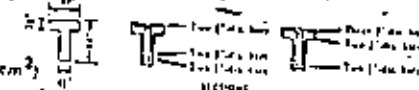
b) Diagrama de momentos según análisis elástico ($\eta = 4 \text{ ton}$)



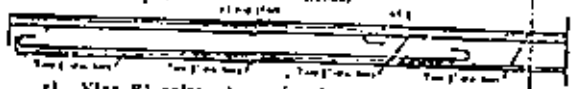
c) Diagrama de momentos considerando una redistribución de momentos de \dots



d) Viga NR1 reforzada según el diagrama de la fig 2b



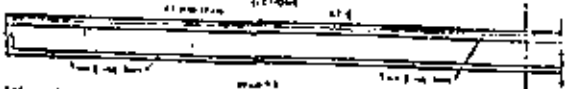
$f_y = 2800 \text{ kg/cm}^2$



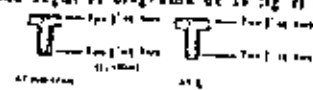
e) Viga R1 reforzada según el diagrama de la fig c)



$f_y = 2300 \text{ kg/cm}^2$



f) Viga R2 reforzada según el diagrama de la fig c) ($f_y = 4200 \text{ kg/cm}^2$)



h) Momentos medidos en la viga NR1

g) Momentos medidos en la viga R1

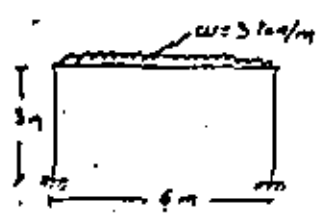


i) Ancho de grietas para las tres vigas

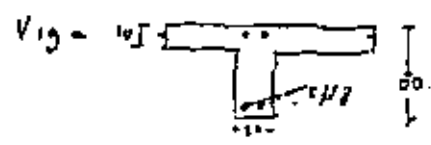


j) Curvas carga-deflexión para las tres vigas

Fig 3 REDISTRIBUCION DE MOMENTOS EN VIGAS CONTINUAS



Columna: 40 x 40 cm



$I_{columna} = 2.13 \times 10^8 \text{ cm}^4$ (sección bruta)

$I_{viga} = \begin{cases} 2.08 \times 10^8 \text{ cm}^4 & \text{sección bruta de la viga rectangular } \begin{matrix} 10 \\ 80 \end{matrix} \\ 4.45 & \text{---} & \text{---} & \text{---} & \text{---} & \text{---} \\ 3.19 & \text{---} & \text{---} & \text{---} & \text{---} & \text{---} \\ 2.17 & \text{---} & \text{---} & \text{---} & \text{---} & \text{---} \end{cases}$

agrietada transformada de la viga rectangular

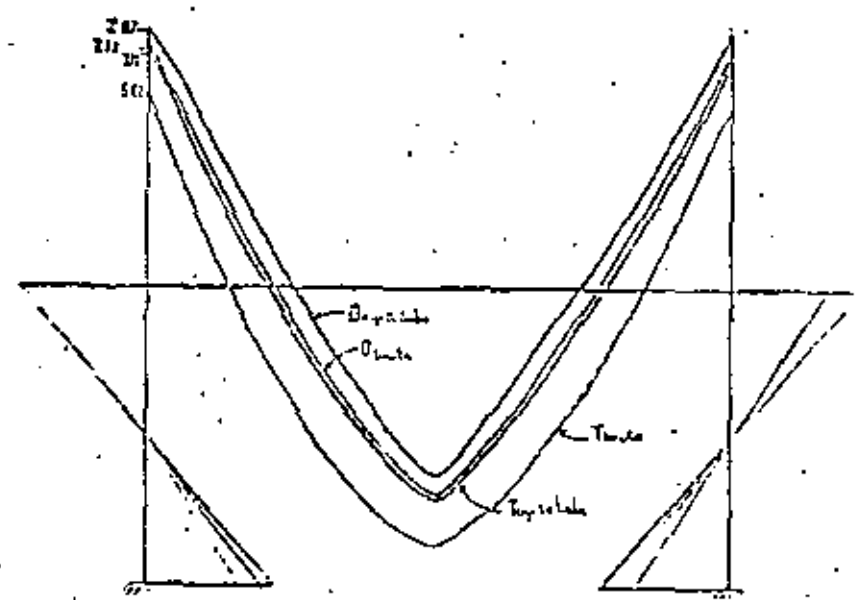
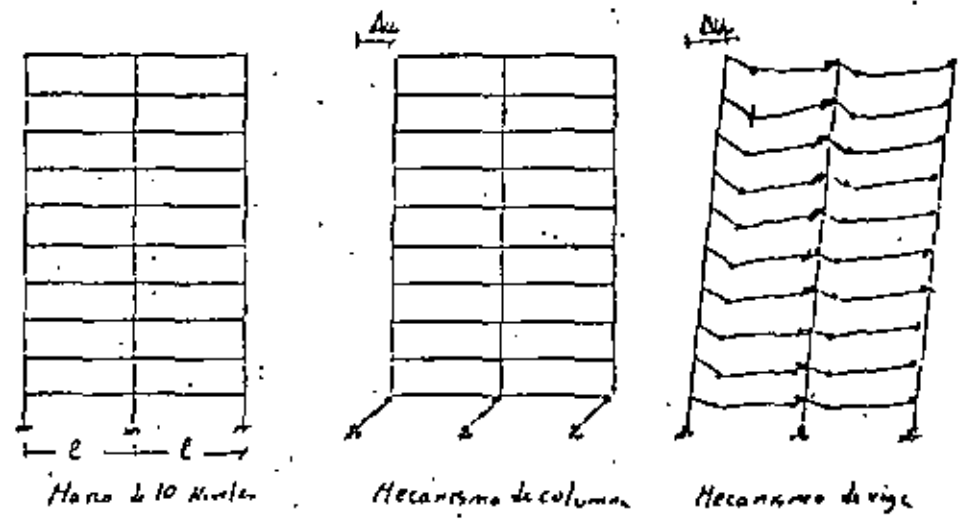


Fig 4 Comparación de diagramas de momentos obtenidos con distintas hipótesis sobre el momento de inercia de las vigas



$\mu = \frac{\Delta u}{\Delta y}$, factor de ductilidad global para la estructura

$\mu' = \frac{y_u}{y_y}$, factor de ductilidad local para la sección crítica

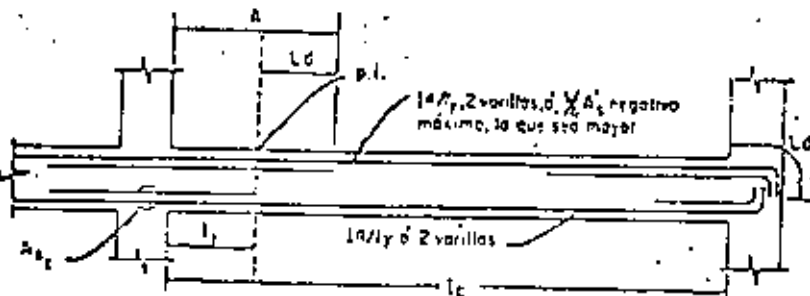
Para lograr $\mu = 4$, en un marco de n pisos, se requieren los siguientes valores de μ'

Número de pisos	3	5	10	20
μ' para mecanismo de columna	37	22	125	250
μ' para viga	7.6	8	8.5	8.5

Fig 5 Relación entre ductilidad global y ductilidad local

(No puede exceder más de la tercera parte del acero a-pulso en esta longitud que debe ser por lo menos de $0.25l_c$)

$$\rho \leq 0.5\rho_b$$



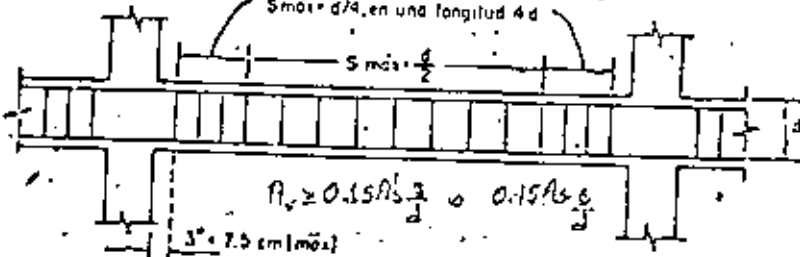
A_{s1} Esta cantidad de acero debe ser tal que la resistencia por momento positivo sea por lo menos el 50% de la resistencia por momento negativo

l_d Distancia requerida por momento más la longitud de anclaje

p1. Punto de inflexión (posición más desfavorable)

a) Refuerzo longitudinal

$3s_{máx} \leq 16\phi \leq 30$ cm en una longitud $2d$
 $5s_{máx} \leq d/4$ en una longitud $4d$



b) Refuerzo Transversal

Cantidad máxima de refuerzo de tensión para elementos de marcos dúctiles

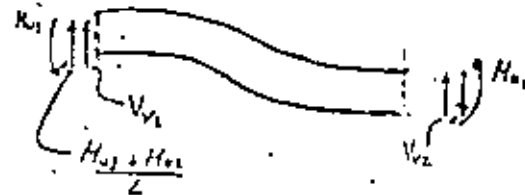
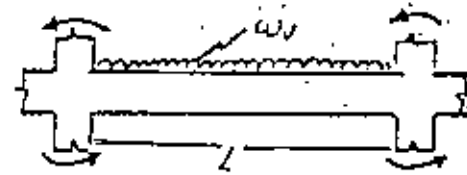
Valor de $\rho \leq 0.5\rho_b$

f_c	200	250	350
2800	0.0156	0.0247	0.0291
4200	0.0107	0.0143	0.0166

Fig 6. Requisitos de ductilidad en vigas

ρ = cantidad de refuerzo de tensión $\rho = i_s/bd$
 ρ' = cantidad de refuerzo de compresión $\rho' = A_s'/bd$

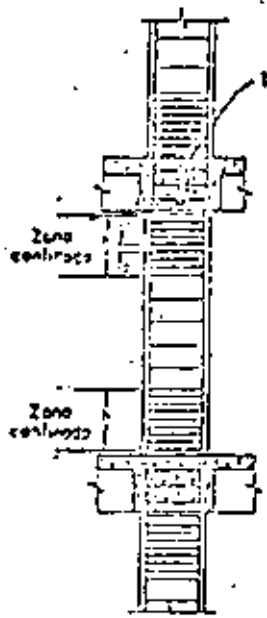
c) Cuantías máximas



$$V_e = V_{ve} + \frac{M_{ue} + M_{oe}}{L} \quad V_e = V_{ve} + \frac{M_{ue} + M_{oe}}{L}$$

M_{ue}, M_{oe} momentos últimos resistidos por las secciones
 V_{ve}, V_{oe} fuerzas cortantes debidas a las cargas verticales de diseño

Fig 7. Fuerzas cortantes de diseño en vigas.



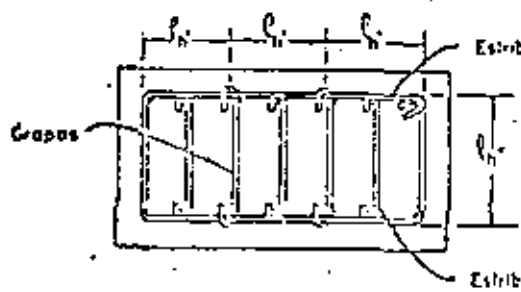
$0.1 \leq \rho \leq 0.06$
 $\sum H_{Rc} \geq \sum H_{Ev}$
 Si $P \leq 0.4 P_0$ como vigas
 Si $P > 0.4 P_0$ con confinamiento
 1. El refuerzo de la intersección puede separarse $2c_c$ cuando hay vigas en los cuatro lados para otras condiciones la separación debe ser $3c_c$

$$\rho_s = 0.45 \left(\frac{A_g}{A_c} - 1 \right) \frac{f_c}{f_y} \geq 0.12 A_g / V_y$$



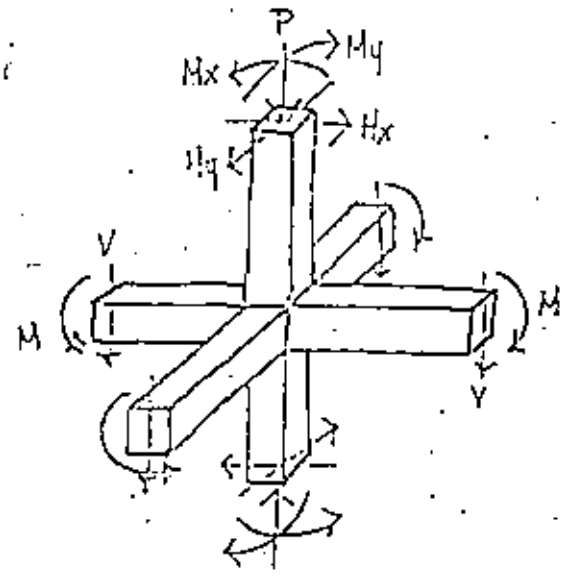
Estreos de confinamiento

- Separación del refuerzo transversal
- Dimensión máxima de la columna, pero no menor de 45 cm, ni de un sexto de la altura libre

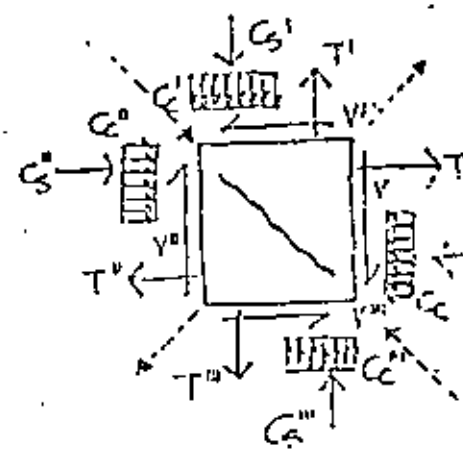


$$A_{sh} = \frac{\rho_s \cdot A_g \cdot s}{s}$$

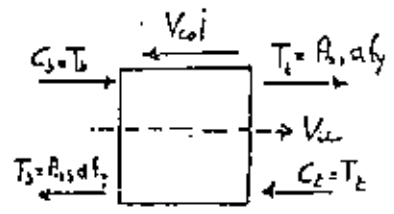
Fig 8 Refuerzo por ductilidad en columnas



a) Cargas en la conexión

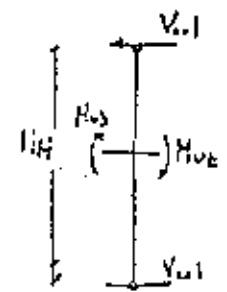


b) Fuerzas aplicadas en la junta (en líneas punteadas los resultados que causan tensión diagonal)



$$V_u = C_2 + C_1 - V_{col}$$

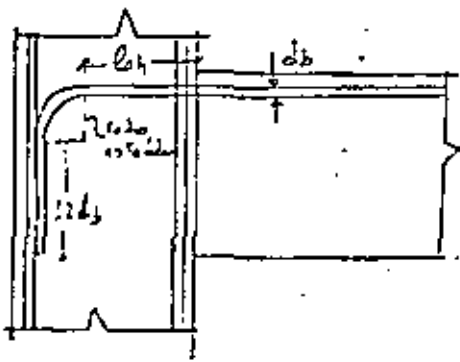
$$V_u = a f_y (A_{sb} + A_{st}) - V_{col}$$



$$V_{col} = \frac{M_{us} + M_{ue}}{H}$$

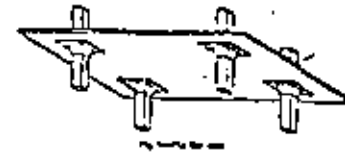
c) Fuerza cortante de diseño en la unión

Fig 9 Diseño por cortante de la unión viga-columna

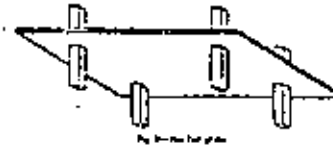


$$l_{ab} \geq \begin{cases} 6d_b \\ 15 \text{ cm} \\ 0.04 l_y d_b \\ \phi U f_c \end{cases}$$

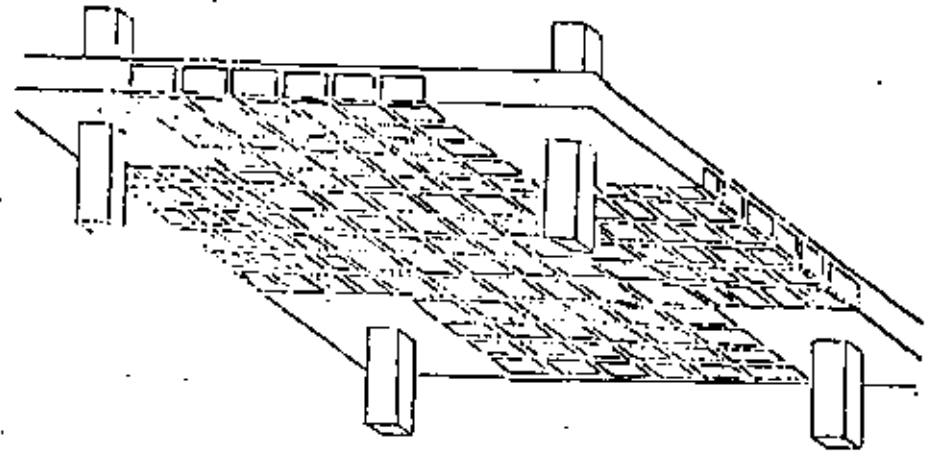
Fig 10. Anclaje del refuerzo longitudinal en una columna extrema



a) Losa plana con alero y capitel.

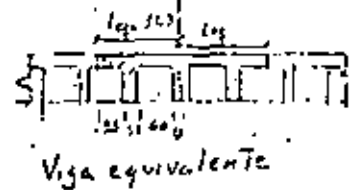
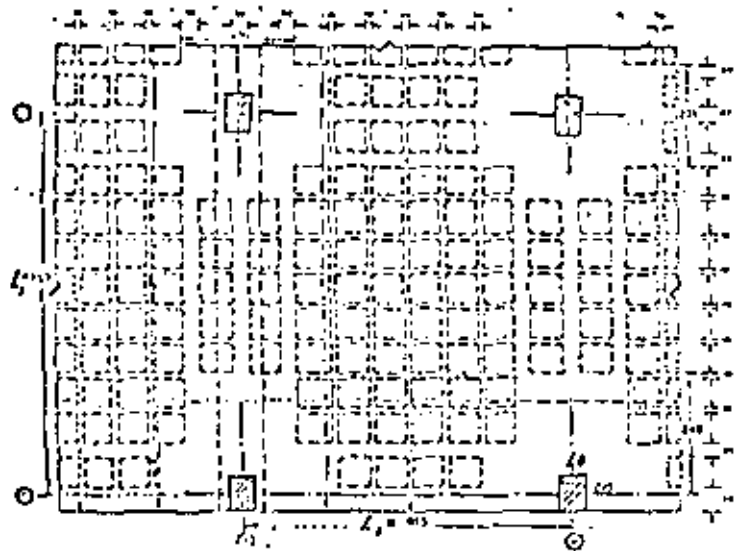


b) Placa plana



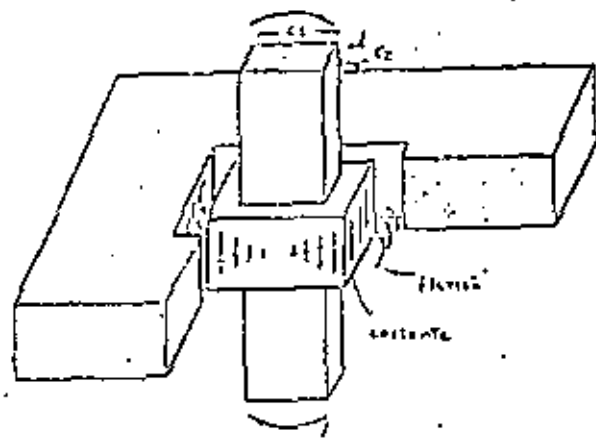
c) Losa plana aligerada

Fig 11 Modalidades de losas planas



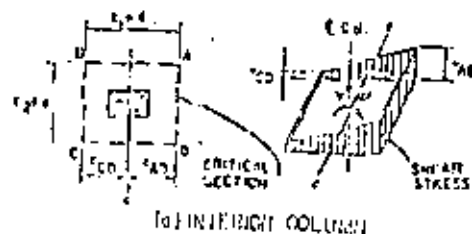
$l_e = 0.5 l_c + 0.3 l_c$
 $l_e = 0.8 l_c = 0.8 \cdot 16.3 = 13.04 \text{ m}$

Fig 12. Viga equivalente para análisis por cargas laterales



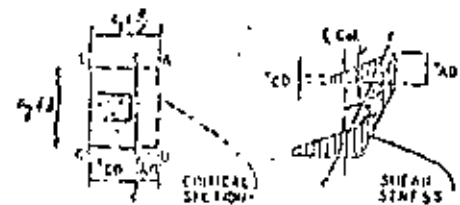
for constante αM_0
 $\alpha = 1 - \frac{l}{1 + \frac{1}{3} \sqrt{\frac{I_c}{I_b}}}$

a) Fuerzas en la conexión



(a) INTERIOR COLUMN

$$V_{AB} = \frac{V}{A_c} + \frac{d_i}{J_c} \frac{C_{AB}}{c}$$



(b) EDGE COLUMN

$$V_{CB} = \frac{V}{A_c} - \frac{\alpha M C_{CB}}{J_c}$$

b) Distribución de esfuerzos constantes en la conexión

Fig 13 Transferencia de momentos de columna a losa

9. REQUISITOS PARA EL DIMENSIONAMIENTO Y DETALLE DE LAS ESTRUCTURAS

9.1 Aspectos generales

Se ha mencionado en capítulos anteriores que uno de los aspectos fundamentales del diseño de estructuras resistentes a sismos es el relativo al dimensionamiento y detalle de los elementos estructurales y de sus conexiones, de manera que la estructura se comporte en forma congruente con lo que se ha supuesto en el análisis; a este respecto los puntos más importantes son los relativos a que las secciones individuales sean capaces de desarrollar el grado de ductilidad implícito en el diseño y a que la estructura en su conjunto pueda, en caso de estar sujeta a un sismo intenso, desarrollar mecanismos de deformación inelástica que le permitan disipar la energía del sismo sin llegar al colapso.

El reglamento permite, para un esquema estructural dado, diferentes opciones al proyectista en cuanto a la magnitud de la reducción de las fuerzas sísmicas de diseño por efectos de ductilidad, a través del valor del factor Q . Sin embargo, los requisitos de estructuración, dimensionamiento y detallado se hacen cada vez más rigurosos a medida que aumenta el valor de Q . Por tanto, no necesariamente la estructura más adecuada para una construcción dada es la que se diseña para el máximo valor de Q admitido por el reglamento. El proyectista deberá en cada caso hacer una evaluación económica para determinar

si el costo que implica cumplir los requisitos impuestos para el empleo de un Q mayor justifica el ahorro que se tiene por la reducción en las fuerzas sísmicas de diseño.

Los factores de reducción por ductilidad especificados por el reglamento son índices de la cantidad de energía que la estructura debe ser capaz de disipar en el rango inelástico y no corresponden generalmente a factores de ductilidad reales; más bien, la ductilidad que debe ser capaz de desarrollar localmente una sección es en general muy superior al valor de Q adoptado. La capacidad de disipación de energía de una estructura va a estar regida por el número de secciones que llegan a entrar en intervalos inelásticos y la capacidad de deformación (ductilidad) de las mismas. El proyectista puede elegir la estructuración y dimensionar individualmente las secciones de manera que las secciones críticas sean precisamente aquellas en que pueda desarrollarse mayor ductilidad; por otra parte, el cuidado en proporcionar ductilidad a la estructura puede verse estropeado por haber ignorado que en el mecanismo de falla intervienen otras secciones o modos de falla de tipo frágil.

En el capítulo anterior se han descrito los requisitos y precauciones a seguir en cuanto a la elección de la estructuración y al arreglo de elementos estructurales en lo que concierne al buen comportamiento sísmico general. En este capítulo se trata de los requisitos relativos a la resistencia y ductilidad de las secciones y elementos particulares. El énfasis se pone en las estructuras de concreto por ser las más comunes y aquellas en que se requieren mayores cuidados para lograr ductilidad. Se incluyen las recomendaciones más esenciales para estructuras de acero. No se tratan aquí requisitos para estructuras de mampostería por considerar que están cubiertas con amplitud en las normas técnicas correspondientes (ref 31).

Las recomendaciones que se presentan son más detalladas que las incluidas en el reglamento. Por una parte, el carácter mismo del reglamento no permitía dedicar al problema el espacio que hubiera requerido un tratamiento minucioso de los requisitos para los diversos sistemas estructurales; por otra, los conocimientos y la reglamentación al respecto se han desarrollado en forma importante en años muy recientes, de modo que se considera necesario ampliar y, en algunos casos también corregir, los requisitos específicos del reglamento.

respetando siempre sus criterios básicos.

9.2 Estructuras de concreto

9.2.1 Introducción

Los valores de Q especificados por el reglamento para estructuras de concreto varían entre 2 y 6 dependiendo de la estructuración, según sea esta a base de muros o de muros o de combinaciones de ambos, y dependiendo de los requisitos de dimensionamiento.

En esta sección se describen y comentan los requisitos correspondientes a los diferentes elementos estructurales, vigas, columnas, uniones y muros, para los distintos factores de reducción y son adicionales a los establecidos en las normas para estructuras construidas en zonas no sísmicas. Dichos requisitos se presentan principalmente en forma gráfica o tabular y en el texto se explica su razón de ser y su interpretación. En general no existen requisitos especiales para la adopción de Q = 2; estos son los usuales para estructuras de concreto en zonas no sísmicas, por tanto no se hace referencia especial a ellas en lo que sigue.

9.2.2 Materiales

Los requisitos se resumen en la esquema siguiente:

CONCRETO	Q = 4	Ninguno
	Q = 6	Resistencia especificada en compresión, $f'_c \geq 200 \text{ kg/cm}^2$ Desviación estándar de $f'_c \leq 35 \text{ kg/cm}^2$

ACERO DE REFUERZO	Q = 4	Ninguno para refuerzo longitudinal, $f_y \leq 4200$ para estribos y hélices
	Q = 6	$f_y \leq 4200 \text{ kg/cm}^2$, fluencia definida, $f_{y \text{ real}} \leq 1.15 f_{y \text{ nominal}}$, $f_u / f_y \geq 1.15$

f_y es el esfuerzo de fluencia especificado del refuerzo y f_u su esfuerzo máximo resistente.

La resistencia en compresión del concreto tiene poca influencia en el nivel de ductilidad que puede desarrollar la estructura. La limitación de una resistencia mínima que se impone para Q = 6 tiene la intención principal de evitar tipos de concreto en los que se tiene en general un pobre control de calidad; se considera que para la adopción de Q = 6 es conveniente exigir un buen control de calidad en el concreto para evitar que la variabilidad de sus propiedades pueda dar lugar a zonas mucho más débiles que el resto de la estructura y que en ellas tienda a concentrarse la disipación inelástica de energía, reduciendo en una menor ductilidad del conjunto. Para reforzar este punto se está agregando una limitación en la desviación estándar de la resistencia del concreto que no debe exceder de 35 kg/cm². Esta limitación lleva, según el inciso 10.3.1 de las Normas (ref 32), al empleo de concreto dosificado por peso y con control de humedad y absorción en los agregados.

Por lo que respecta al acero de refuerzo, las normas admiten aceros hasta con esfuerzo nominal de fluencia de 6000 kg/cm². Estos pueden emplearse como refuerzo longitudinal cuando se diseña con Q = 4, para estribos o zunchos se requiere $f_y \leq 4200 \text{ kg/cm}^2$. Para adoptar Q = 6 se exige por una parte que el acero tenga una fluencia definida, lo cual excluye los aceros torcidos en frío, y por otra que el esfuerzo de fluencia no exceda de 4200 kg/cm². Se pretende con ello asegurar la formación de articulaciones plásticas con alta capacidad de rotación y también eliminar la posibilidad de daños locales en

aceros frágiles durante su manejo, lo cual puede reducir su capacidad de deformación. Se requiere además comprobar que el esfuerzo de fluencia real del acero no exceda del especificado en más de 15 por ciento, debido a que un exceso de resistencia del acero sobre el considerado en el diseño da lugar a un incremento en la capacidad por flexión de los elementos que puede redundar en que se vuelvan críticos otros modos de falla de tipo frágil. Por otra parte, la exigencia de cierto grado de endurecimiento por deformación del acero, reflejada en el límite admisible para la relación entre el esfuerzo máximo de tensión y el de fluencia, tiene la intención de evitar que la deformación inelástica se concentre en una sección muy reducida y de hacer posible que la fluencia se propague en una región más amplia, dando así lugar a una mayor capacidad de rotación del elemento.

9.2.3 Requisitos para vigas

Los requisitos aquí descritos se aplican a aquellos elementos que trabajen esencialmente en flexión, lo que incluye las vigas y aquellas columnas con cargas axiales muy bajas que no excedan a 40 por ciento de la que corresponde a la falla balanceada.

a) Requisitos geo-étricos

Los requisitos ilustrados en la fig 9.1 tienen como objetivos por una parte evitar que la ductilidad de la viga se vea limitada por problemas de pandeo lateral por la excesiva esbeltez de su alca; a eso obedecen las limitaciones de las relaciones l/b y d/b ; por otra, se pretende también asegurar que la transmisión de momentos entre viga y columna pueda realizarse sin la aparición de esfuerzos importantes por cortante y torsión; con tal fin se limita la excentricidad que pueda tener la viga con respecto a la columna y se prohíbe que la viga tenga un ancho netamente superior al lado de la columna en que se empotra. Esta última limitación implica que en un sistema de piso de losa nervada, el ancho de losa que pueda considerarse efectivo para rigidez y resistencia ante efectos sísmicos no debe exceder el ancho de columna más una fracción del peralte de la losa, que depende de Q , a cada lado de la columna.

b) Requisitos para el refuerzo longitudinal

Los requisitos se ilustran en la fig 9.2. El área mínima de refuerzo en estructuras en zonas no sísmicas o en las que se adopte $Q = 2$, debe cumplirse solo en aquellos techos en que, según el análisis, aparecen tensiones para alguna combinación de acciones de diseño; cuando se diseñe con $Q = 4$ o $Q = 6$ se requiere el refuerzo mínimo en ambos techos y en toda la longitud de la viga, independientemente de los resultados del análisis.

La ductilidad que es capaz de desarrollar una sección de concreto reforzado es mayor a medida que la sección es más subreforzada, o sea cuanto menor sea la relación entre su área de refuerzo y la que corresponde a falla balanceada; por esa razón, mientras en los requisitos generales y en los que corresponden a $Q = 2$, solo se exige que el área de refuerzo no exceda a la balanceada, cuando se diseña para $Q = 4$ y $Q = 6$, esta debe limitarse a 75 y 50 por ciento de la balanceada, respectivamente. Las expresiones y criterios para el cálculo del área balanceada se dan en las normas (ref 32).

Los requisitos de corte de varillas tienden a evitar que aparezcan tensiones por la transmisión de esfuerzos de adherencia en las zonas donde se pretende que se formen articulaciones plásticas.

También las normas exigen que en las secciones no afectadas por las articulaciones plásticas debe comprobarse que el factor de seguridad a flexión no sea menor que 1.3 veces el que se tiene en dichas articulaciones. Se piensa que este requisito se satisface automáticamente la mayoría de los casos por la rápida variación del diagrama de momentos en las zonas extremas de las vigas y porque se refuerzan como si fueran articulaciones plásticas zonas más amplias que las que en realidad abarcarán tales articulaciones.

c) Requisitos para el refuerzo transversal

La cantidad y disposición de estribos ilustrada en la fig 9.3 tiende por una parte a asegurar una mínima ductilidad a cualquier sección en caso de un agrietamiento diagonal; por otra, cuando se diseña para $Q = 6$ se pretende que en

los extremos de las vigas los estribos proporcionen confinamiento al concreto y eviten el pandeo del refuerzo de compresión para permitir el desarrollo de grandes ductilidades; por ello se limita más la separación de estribos.

d) *Requisitos de diseño por fuerza cortante*

Cuando se adopte $Q = 6$ deberá además, seguirse lo siguiente:

"Las fuerzas cortantes de diseño en la viga deberán ser las más desfavorables entre las que se derivan de aplicar un factor de carga de 1.4 a los resultados del análisis y las que ocurren cuando se alcanzan los máximos momentos flexionantes que pueden presentarse en los extremos de las secciones (negativo en un extremo y positivo en el otro) de acuerdo con el refuerzo longitudinal colocado en dichas secciones".

"En una distancia de $2d$ a partir de las caras del apoyo se considerará nula la contribución del concreto a la resistencia a cortante".

El primer requisito pretende evitar que se presente falla por cortante antes que puedan formarse las dos articulaciones plásticas en los extremos de la viga. Por tanto, la viga tiene que ser capaz de soportar las cortantes que aparecen cuando se forma el mecanismo de falla deseado; este consiste en que primero se forma la articulación plástica de momento negativo en un extremo y posteriormente, si el efecto sísmico crece, se llega a formar una articulación plástica de momento positivo en el otro extremo o cerca de él. Los momentos flexionantes respectivos dependen de la forma en que se hayan reforzado los extremos de las secciones; las cortantes que originan se ilustran en la fig 9.4, y pueden ser muy superiores a los que resultan de los diagramas para las fuerzas especificadas.

El segundo requisito se debe a que los ensayos de elementos de concreto ante cargas alternadas han demostrado que, cuando una sección se agrieta diagonalmente, la contribución del concreto se deteriora rápidamente y que por tanto es recomendable ignorarla cuando se pretende que la sección debe ser capaz

de alcanzar grandes deformaciones inelásticas.

9.2.4 Requisitos para columnas

Se cubren aquí elementos sujetos a una carga axial de compresión que exceda a 40 por ciento de la que corresponde a falla balanceada.

a) *Geometría*

Los dos requisitos ilustrados en la fig 9.5 tienden a eliminar problemas de pandeo para deformaciones inelásticas grandes.

b) *Refuerzo longitudinal*

$$Q = 4 \quad 20/f_y \leq \rho \leq 0.06$$

$$Q = 6 \quad 0.01 \leq \rho \leq 0.06$$

Además la capacidad en flexocompresión de la columna deberá revisarse con las cargas axiales y momentos de diseño que se calculen con factores de carga de 1.4.

La separación entre barras longitudinales no excederá de 16 cm.

Para ser congruentes con el criterio de diseño asociado a $Q = 6$, debería revisarse que la capacidad de las columnas fuera suficiente para permitir la formación de articulaciones plásticas en los extremos de las vigas; esta comprobación es, sin embargo, muy engorrosa por la dificultad de fijar el nivel de carga axial correspondiente a esa situación. Se considera que con ese factor de carga adicional se logra el mismo objetivo, siempre que se evite sobrediseñar los extremos de las vigas por flexión.

La limitación en la separación del refuerzo longitudinal tiene como fin que este contribuya al confinamiento del concreto incluido en el núcleo

de la columna.

c) Refuerzo transversal

Para disminuir el carácter eminentemente frágil de la falla por flexocompresión, en los extremos de las columnas se requiere proporcionar refuerzo de confinamiento, tanto cuando se diseña para $Q = 4$ como para $Q = 6$, en una longitud que se define en la fig 9.6.

$$L_c \geq \begin{cases} L/6 \\ 45 \text{ cm} \\ C_1, C_2 \end{cases}$$

$Q = 4$ cuando exista un muro de relleno de mampostería en contacto con la columna, pero sin abarcar toda su altura, la longitud confinada será igual a la zona libre de la columna, más una vez el lado de la columna en la dirección del plano del muro; ver fig 9.7.

La situación anterior no se admite para $Q = 6$, por lo cual el muro deberá desligarse o abarcar toda la altura de la columna, en cuyo caso deberá proporcionarse confinamiento en toda la altura.

En la longitud confinada se requiere del refuerzo transversal siguiente

$Q = 4$ habrá estribos cerrados formando un ángulo no mayor de 135° alrededor de al menos una de cada dos barras longitudinales, pero ninguna barra longitudinal que no esté soportada por la esquina de un estribo distará más de 15cm de otra barra que él esté soportada. La separación de estribos no será mayor que

$$S_t \leq \begin{cases} c_y/2 \\ c_x/2 \\ 20 \text{ cm} \\ \frac{500}{\sqrt{f_y}} d_b \end{cases}$$

d_b = diámetro de la barra longitudinal

$Q = 6$ El refuerzo consistirá de una espiral o de una combinación de estribos [o estribos y grapas] que tengan una cuanilla no inferior a f' [ver 4.2.3 de las normas, Ref 32].

El paso de la espiral o la separación de estribos no excederá de

$$S_t \leq \begin{cases} 10 \text{ cm} \\ c_y/4 \\ c_x/4 \\ \frac{500}{\sqrt{f_y}} d_b \end{cases}$$

Cada barra longitudinal deberá estar soportada lateralmente por la esquina de un estribo o una grapa adicional. El diámetro del estribo o grapa no será menor que una cuarta parte del de la barra que debe soportar.

Se ha comprobado que la forma más apropiada para reducir el carácter frágil de la falla por flexocompresión en el concreto reforzado es mediante un zuncho de refuerzo helicoidal que restrinja la expansión lateral del concreto cuando este llega a esfuerzos de compresión cercanos al de falla. El refuerzo helicoidal es el más indicado, pero solo es constructivamente práctico en columnas de sección circular; para columnas de sección rectangular, la forma de proporcionar un confinamiento similar al de un zuncho

es mediante estribos de varias ramas o estribos y grapas poco espaciados. En la fig 9.8 se muestran diversas formas de arreglos de estribos para confinamiento.

La cuantía de refuerzo lateral balanceado se determina como (ref 32, inciso 4.2.3)

$$\rho' = 0.45 \left(\frac{A_g}{A_c} - 1 \right) \frac{f'_c}{f_y} \geq 0.12 \frac{f'_c}{f_y}$$

El área de estribo que corresponde a una cuantía dada es según el inciso 4.7g de la ref 32:

$$A_v = \frac{L_h \rho' s_h}{2}$$

s_h es la separación centro a centro de estribos, y la longitud no soportada de estribos, L_h , puede reducirse con el empleo de grapas que abracen el estribo o con estribos de ramas múltiples (fig 9.9)

Refuerzo transversal para la zona fuera de la longitud confinada (fig 9.8)

$$Q = 6, \quad s_1 \leq \begin{cases} d/2 \\ 500 / \sqrt{f_y} \\ 20 \text{ cm} \end{cases} d_b$$

Además deberá revisarse la resistencia a cortante aplicando factores de carga de 1.4 en lugar de 1.1

$$Q = 4, \quad s_2 \leq \begin{cases} 850 / \sqrt{f_y} \\ 48 d_v \\ c_1 = c_2 \end{cases} d_b$$

Estos requisitos son los establecidos en forma general para columnas en la sección 4.2.1 de las Normas (ref 32).

9.2.5 Requisitos para uniones viga-columna

Las fallas en uniones viga-columna han sido frecuentes y presentan un comportamiento generalmente frágil; por tanto es necesario diseñar estas uniones para que tengan una resistencia superior a los miembros que conectan, de manera que estos puedan desarrollar toda su capacidad. Tres aspectos pueden llegar a ser críticos en una unión viga-columna:

- El anclaje de refuerzo (especialmente en columnas extremas)
- El confinamiento del concreto en la zona de unión y
- La resistencia en cortante de la conexión

a) Refuerzo de confinamiento

$$Q = 4, \quad Q = 6$$

Se requiere que el refuerzo transversal que se especifica para la zona crítica en los extremos de la columna se prolongue en la zona de unión (ver fig 9.6). En caso que existan vigas en las cuatro caras de la conexión podrá aumentarse al doble la separación del refuerzo en esa zona con respecto al necesario en los extremos de las columnas.

Es común discontinuar el refuerzo transversal en la columna en su zona de intersección con el sistema de piso; esta práctica es inadecuada, ya que debe proporcionarse confinamiento al concreto y restricción al refuerzo longitudinal también en esa zona; cuando se trata de una columna interior, que tiene vigas en sus cuatro costados, la situación es mucho menos crítica ya que el concreto adyacente proporciona restricción a las deformaciones transversales en la unión; por tanto los requisitos de refuerzo transversal se vuelven menos estrictos.

b) Anclaje del refuerzo

$$Q = 4, \quad Q = 6$$

El refuerzo longitudinal de las vigas que deba terminarse en una unión vi-

ga-columna, se prolongará hasta la cara lejana de la columna y tendrá un gancho estándar de 90°; además deberá tener una longitud recta dentro de la columna no inferior a [fig. 9.10]

$$l_a = \frac{f_y d_b}{20 f_c} \geq 20 \text{ cm} \geq 8 d_b$$

La falla por anclaje en uniones extremas ha sido de las más frecuentes; cuando se emplean barras de diámetros grandes es posible que el ancho de la columna no sea suficiente para proporcionar la longitud de anclaje necesaria al refuerzo longitudinal; en ese caso debe optarse por emplear barras de menor diámetro, o ensanchar la columna o proporcionar algún anclaje mecánico al refuerzo.

c) Requisitos por cortante

Si se diseña para $Q = 4$ no se requiere revisión del cortante en la unión.

Cuando se diseña para $Q = 6$ deberá revisarse que la fuerza cortante que se presenta en la zona de unión cuando se lleguen a formar articulaciones plásticas de signos contrarios en las caras de las juntas no exceda de los valores siguientes:

$$V_u \leq F_R 6 \sqrt{f_c} d_b \quad \text{si hay vigas en las cuatro caras de la junta}$$

$$V_u \leq F_R 5 \sqrt{f_c} b_j \quad \text{si alguna de las caras de la junta es externa}$$

b y d son el ancho y peralte efectivo de la sección de la columna en la junta, para la dirección en que actúa el cortante.

La condición de fuerzas en la junta cuando se alcanzan los momentos máximos en las vigas ambas caras de la junta, se ilustra en la fig. 9.11. De las condiciones de equilibrio se tiene

$$V_j = (A_{s1} + A_{s2}) f_y - V_{coj}$$

La evaluación de la expresión anterior se dificulta porque el cortante en la columna, V_{coj} , depende de la posición de los puntos de inflexión en la misma; estos se desconocen para la situación en que se forman las articulaciones plásticas en las vigas; una expresión aproximada para calcular V_j es

$$V_j = (A_{s1} + A_{s2}) f_y \left(1 + \frac{2h}{l_1 + l_2}\right)$$

9.2.5 Requisitos para losas planas

Las características que deben reunir las losas planas para que sean aplicables los diferentes factores de reducción Q , están implícitas en los requisitos impuestos en los incisos anteriores.

El factor $Q = 6$ no es admisible en este tipo de estructuración ya que la formación de articulaciones plásticas en las vigas no se logra generalmente en este sistema y el mecanismo de colapso estará regido finalmente por la falla de los extremos de las columnas o por una falla total por cortante en la losa alrededor de la columna.

Para el empleo de $Q = 4$ se requiere lo siguiente:

Solo se puede considerar efectivo para cálculo de la rigidez a carga lateral y para la colocación del refuerzo longitudinal por sismo un ancho de losa igual al de columna más vez y media el recorte de la losa a cada lado de la columna.

Al menos 75 por ciento del refuerzo por flexión debido a sismo debe cruzar el núcleo de la columna. El resto debe colocarse de una distancia no mayor que vez y media el peralte de la losa, medida a partir del palo de la columna. Debe revisarse la falla por cortante en la losa debida a carga vertical más sismo de acuerdo con el inciso 2.1.5) de las normas (ref. 31) y debe existir un refuerzo mínimo por cortante en la zona media alrededor de la columna, que cumple con lo indicado en la fig. 9.12. Para dicha revisión del momento de desbalanceo deberá afectarse de un factor de carga de 1.4.

La resistencia en flexocompresión en los extremos de la columna deberá reducirse con un factor de carga de 1.4 en lugar de 1.1.

En caso de no cumplir con lo anterior, las estructuras en que las fuerzas sísmicas sean absorbidas por el efecto de marco que se forma entre las losas nervadas y las columnas deberán diseñarse para $Q = 2$.

9.2.7 Muros de rigidez

Cuando una parte o la totalidad de las fuerzas sísmicas deban ser resistidas por muros de rigidez, el valor de Q que se adoptará depende de la estructuración; en todo caso deberán cumplirse los requisitos siguientes:

Las cuantías de refuerzo horizontal y vertical no serán menores que 0.0015; el espaciamiento del refuerzo no excederá de 35 cm y este se colocará en dos capas siempre que el espesor del muro exceda de 15 cm o el esfuerzo cortante promedio en el muro debido a las cargas de diseño sea superior a $\sqrt{f'_c}$.

Además cuando se adopte $Q = 6$ deberá cumplirse lo siguiente:

Cuando para resistir los efectos de flexocompresión en el muro debidos a sismo se requiera refuerzo longitudinal que al lugar a una cuantía total en exceso de 0.0075, el refuerzo necesario para flexocompresión se colocará en los extremos del muro y deberá cumplir con los requisitos para columnas en cuanto a la distribución del refuerzo longitudinal y a la cuantía y distribución del refuerzo transversal. Como longitud crítica, l_c , para confinamiento se considerará la altura total del entrepiso en que se presenta la condición mencionada.

Las vigas que ligan un muro con otros o con columnas deberán cumplir con los requisitos de vigas para $Q = 6$ cuando su relación longitud a peralte exceda de cuatro; o, cuando su relación longitud a peralte sea menor que 4, deberán estar reforzadas de acuerdo con lo establecido en 4.1.4e de las normas [ref 31].

En estructuras con muros de rigidez, la demanda de ductilidad que debe esperarse en un sismo intenso es menor que en estructuras a base de marcos; por tanto los requisitos de refuerzo son en este caso menos estrictos.

El refuerzo mínimo vertical y horizontal cumple esencialmente fines de evitar que haya agrietamientos previos por cambios volumétricos que afecten la capacidad del muro para resistir sismos. La colocación de dos capas de refuerzo es siempre conveniente ya que se reduce la abertura de las grietas en el alma del muro.

Debido a su gran rigidez, los muros absorben generalmente una porción mayoritaria de las fuerzas sísmicas y, especialmente cuando su liga con otros muros o marcos sea poco rígida, se inducen en ellos momentos flexionantes de gran magnitud que demandan una cuantía de refuerzo muy en exceso del mínimo. Tanto por economía, como por una mejora en la ductilidad, conviene colocar dicho refuerzo en los extremos de los muros; en ese caso los extremos de los muros trabajarán como columnas que para una dirección del sismo estarán sujetas a cargas axiales de compresión sumamente altas; por ello deberán cumplirse en ellos los requisitos para columnas establecidos en 9.2.4 correspondientes a $Q = 6$; lo anterior implica en la casi totalidad de los casos un engrasamiento en la sección del muro en una longitud tal que permita colocar el refuerzo de manera que su cuantía no exceda la máxima admitida; además, debe existir el refuerzo transversal mínimo especificado para la zona crítica de columna, l_c , en toda la altura del muro.

Adicionalmente a los requisitos anteriores, hay que aplicar los del inciso 4.3.2 de las normas que rigen el espesor del muro para evitar problemas de pandeo lateral; hay que procurar un anclaje eficiente del refuerzo horizontal del muro en los elementos extremos y hay que reforzar adecuadamente los huecos del muro.

9.2.8 Ejemplos

La fig. 9.13 muestra una porción de un marco de concreto para el cual se ha especificado

$$f'_c = 250 \text{ kg/cm}^2$$

$$f_y = 4200 \text{ kg/cm}^2$$

La carga vertical de servicio es de 3.54 ton-m con la cual se han obtenido el diagrama de momentos mostrado.

1. DISEÑO DE LA VIGA, PARA $Q = 6$

Se ha realizado el análisis sísmico suponiendo $Q = 6$; se ha verificado que la estructuración general de la construcción cumple con los requisitos para el empleo de este factor de reducción por ductilidad. El refuerzo se dimensionará con los requisitos para $Q = 6$.

Del análisis sísmico se obtuvo el diagrama de momentos de la fig. 9.13

a) Momentos de diseño

Positivo en C

$$\text{Por carga vertical } M_C = 1.4 \times 8.8 = 12.3 \text{ ton-m}$$

Negativo en A

$$\text{Por carga vertical más sismo } M_A = 1.1 (6.5 + 9.7) = 17.8 \text{ ton-m}$$

Negativo en B

$$\text{Por carga vertical más sismo } M_B = 1.1 (11.2 + 13.3) = 26.9 \text{ ton-m}$$

Nota: En A y B resultan también momentos positivos cuando el sismo produce momentos de signo contrario a los de carga vertical. Estos momentos son muy pequeños en este caso no es necesario revisar la sección por

este concepto, ya que el refuerzo mínimo positivo que debe colocarse por especificación los cubre ampliamente.

b) Cuantías límite de refuerzo longitudinal

$$\rho_{\min} = 0.7 \frac{\sqrt{f'_c}}{f_y} = \frac{0.7 \sqrt{250}}{4200} = 0.0026$$

$$\rho - \rho' \leq 0.5 \rho_{\text{bal}}$$

$$\text{donde } \rho_{\text{bal}} = \frac{4800}{f_y + 6000} = \frac{f'_c}{f_y} \times \frac{4800}{10200} \times \frac{0.85 \times 0.80 \times 250}{4200} = 0.01905$$

Si se supone que en las secciones críticas habrá una cuantía de refuerzo de compresión igual a la mitad del refuerzo de tensión

$$\begin{aligned} \rho' &= 0.5 \rho \\ \rho - \rho' &= 0.5 \rho \leq 0.0095 \quad \rightarrow \quad \rho \leq 0.019 \end{aligned}$$

c) Refuerzo por flexión

Negativo en B

El área de refuerzo se determina a partir de gráficas como las de las Normas Técnicas Complementarias de concreto (ref 32). Para sencillez del ejemplo aquí se calculará el refuerzo suponiendo que el brazo de palanca de las fuerzas internas de tensión y compresión vale 0.9d. Se ha comprobado que este valor es ligeramente conservador en todos los casos que se estudian en este ejemplo.

Se supondrá un recubrimiento a control de refuerzo de 4 cm en todos los casos

$$A_s = \frac{M_u}{F_R f_y j d} = \frac{2690000}{0.9 \times 4200 \times 0.9 \times 46} = 17.2 \text{ cm}^2$$

$$\text{Se usarán } 3 \# 6 + 2 \# 8 = 18.6 \text{ cm}^2 \quad \rho = \frac{18.6}{30 \times 46} = 0.0135$$

La cuantía está dentro de los límites admitidos. Este requisito ya no se revisará explícitamente en los casos siguientes, pero se ha comprobado su cumplimiento.

Negativo en A

$$A_s = \frac{1780000}{0.9 \times 4200 \times 0.9 \times 46} = 11.6 \text{ cm}^2$$

Se usarán 4 # 6, $A_s = 11.5 \text{ cm}^2$

Positivo en C

Para $M_u = 12.3 \text{ ton-m}$ resulta $A_s = 7.9 \text{ cm}^2$

Se usarán 3 # 6, $A_s = 8.6 \text{ cm}^2$

Positivo en B

Se requiere la mitad del área de acero negativo $A'_s = \frac{18.6}{2} = 9.2 \text{ cm}^2$

Se usarán 3 # 6 que es solo ligeramente escaso

Positivo en A

Se requiere $A'_s = \frac{11.6}{2} = 5.8$ se empleará también 3 # 6

El refuerzo longitudinal se distribuirá como en la fig 9.14

Nota: Se ha tratado de especificar una distribución del refuerzo que combine con el cumplimiento de los requisitos de diseño con la sencillez constructiva

d) Revisión del anclaje del refuerzo longitudinal en A

Se requiere un gancho estándar más una longitud horizontal igual a

$$L_a \text{ requerida} = \frac{f_y d_b}{20 \sqrt{f'_c}} = \frac{4200 \times 1.9}{20 \sqrt{250}} = 25 \text{ cm (rige)}$$

$$6 \text{ } 20 \text{ cm}$$

$$8 \text{ } 8 d_b = 8 \times 1.9 = 15 \text{ cm}$$

$$L_a \text{ disponible} = 50 - 4 = 46 \text{ cm} > 25$$

Hay anclaje adecuado

el Refuerzo Transversal

Requisitos mínimos

En una zona de dos peraltes de la cara de la columna

$$8 d_b = 8 \times 1.91 = 15 \text{ cm}$$

$$20 \text{ cm}$$

$S_1 \leq$

$$d/4 = 46/4 = 11 \text{ cm}$$

$$24 d_v = 24 \times 0.95 = 23 \text{ cm (se está suponiendo E # 3)}$$

Se usarán E # 3.

Por confinamiento la separación mínima en $2d$ es de 11 cm fuera de esa zona

$$s = d/2 = 23 \text{ cm}$$

Refuerzo por cortante

Revisión por cortante debido a carga vertical más sismo y con factor de carga de 1.4.

El cortante debe revisarse a un peralte de la cara del apoyo. Se verá si con el refuerzo por confinamiento se puede resistir dicho cortante.

Cortante en A

por carga vertical.

$$Y_A = 3.64 \times \frac{6.6}{2} + \frac{13.4 - 8.6}{6.6} = 3.64 \times 0.71 = 8.70 \text{ ton}$$

por sismo

$$Y_A = \frac{10.5 + 14.2}{6.6} = 3.8 \text{ ton}$$

Cortante de diseño $V_U = 1.4 (8.7 + 3.8) = 17.5 \text{ ton (no rige)}$

Cortante que se presenta cuando se forman las articulaciones plásticas de momento positivo y negativo por sismo. Para su cálculo hay que determinar el momento resistente negativo en A y positivo en B, con base en el refuerzo realmente colocado en dichas secciones

Resistente negativo en A $M_{RA}^- = A_s f_y 0.9 d = 4 \times 2.86 \times 4200 \times 0.9 \times 46 = 19.9 \text{ ton-m}$

Resistente positivo en B $M_{RB}^+ = A_s f_y 0.9 d = 3 \times 2.86 \times 4200 \times 0.9 \times 46 = 14.9 \text{ ton-m}$

Cortante por sismo $\frac{M_{RA}^- + M_{RB}^+}{L} = \frac{19.9 + 14.9}{6.6} = 5.3 \text{ ton}$

Cortante de diseño = $1.1 (11.3 + 5.3) = 18.2 \text{ ton, no rige}$

Cortante en B

por carga vertical $V_B = 3.64 \times \frac{6.6}{2} + \frac{13.4 - 8.6}{6.6} = 3.64 \times 0.71 = 10.2 \text{ ton}$

por sismo

3.8 ton

Cortante de diseño $V_U = 1.4 (10.2 + 3.8) = 19.6 \text{ ton (rige)}$

Cortante para formación de articulaciones plásticas

Resistente negativo en B $M_{RB}^- = (2 \times 5 + 3 \times 2.85) 4200 \times 0.9 \times 46 = 32.3 \text{ ton-m}$

Resistente positivo en A $M_{RA}^+ = M_{RB}^+ = 14.9 \text{ ton-m}$

Cortante por sismo = $\frac{32.3 + 14.9}{6.6} = 7.2$

Cortante de diseño = $1.1 (10.2 + 7.2) = 19.1 \text{ ton (no rige)}$

Cortante resistente en B

La contribución del concreto se considera nula en una distancia $2d = 92 \text{ cm}$ de las caras del apoyo.

Contribución de los estribos por confinamiento E # 3 a 11

$$V_s = F_R A_y f_y \frac{d}{s} = 0.8 \times 2 \times 0.71 \times 4200 \times \frac{46}{11} = 20.0$$

El refuerzo por confinamiento es suficiente para tomar el cortante en todas las secciones.

e) Corte de barras

El refuerzo negativo se mantendrá hasta una longitud de anclaje después de la zona de articulación plástica con eso se cubre el diagrama de momentos.

No se hará una división detallada aquí por ser un cálculo estándar.

El refuerzo final se ilustra en esquema de armado (fig 9.14).

II DISEÑO DE LA VIGA PARA Q = 4

Al analizar el edificio suponiendo $Q = 4$ se obtiene el diagrama de momentos siguiente:

a) Momentos de diseño

Positivo en C

Por carga vertical más sismo $M_C = 8.8 \times 1.4 = 12.3 \text{ ton-m}$

24

Negativo en A $M_A = 1.1 (6.5 + 14.6) = 23.2 \text{ ton-m}$

Negativo en B $M_B = 1.1 (13.4 + 20) = 36.7 \text{ ton-m}$

b) *Cuántas libras del refuerzo longitudinal*

La cuantía máxima es ahora

$$\rho - \rho' = 0.75 \rho_{bal} = 0.0146$$

si $\rho' = 0.5 \rho + \rho = 0.029$

c) *Refuerzo por flexión*

Negativo en B para $M_B = 36.7 \text{ ton-m}$ se obtiene $A_s = 23.5 \text{ cm}^2 + 5 \# 8$

Negativo en A para $M_A = 23.2 \text{ ton-m}$ $A_s = 14.8 \text{ cm}^2 + 3 \# 8$

Positivo en C como en caso anterior $3 \# 8$

Una distribución admisible del refuerzo longitudinal se muestra en la fig 9.14.

El anclaje del refuerzo longitudinal en la columna se hará como un caso anterior

d) *Refuerzo por cortante*

Requisito mínimo $s \leq d/2$

Cortante en B

Por carga vertical $V_D = 10.2 \text{ ton}$

Por sismo $V_D = \frac{15.9 + 21.3}{6.6} = 5.6$

Cortante de diseño por carga vertical $= 1.4 \times 10.2 = 14.3$

por carga vertical más sismo $= 1.1 (10.2 + 5.6) = 17.4 \text{ ton}$

Cortante resistente

Contribución del concreto ($\rho > 0.01$, inciso 2.1.5.1 de la ref 32)

$$V_c = 0.8 \times 0.5 \sqrt{0.8 \times 250 \times 30 \times 46} = 7.8 \text{ ton}$$

Contribución del refuerzo mínimo de cortante ($f \geq 2.5 + 23$)

$$V_s = \frac{0.8 \times 2 \times 0.49 \times 4200 \times 46}{23} = 6.6 \text{ ton}$$

Es insuficiente para el cortante en B

$$s = \frac{F_R A_v f_v d}{V_u - V_c} = \frac{0.8 \times 0.98 \times 4200 \times 46}{17400 - 6600} = 14 \text{ cm}$$

Al revisar las otras secciones resulta el refuerzo ilustrado en el esquema de armado

Comentario: Lo que respecta al refuerzo de la viga, resulta notablemente más económico el diseño con $Q = 6$ ya que la reducción en refuerzo longitudinal es apreciable, mientras que el aumento en refuerzo transversal es bastante menor con respecto al diseño para $Q = 4$.

III DISEÑO DE LA COLUMNA DEL EJE A PARA $Q = 6$

El objetivo del ejemplo es ilustrar el cumplimiento de los requisitos de ductilidad para los diferentes factores de ductilidad; por tanto se omitirá la exploración de las diferentes combinaciones de casos, que resulta muy laboriosa.

Se supondrá que la combinación crítica de carga es la que se debe a carga vertical más sismo en dirección x, que arroja las fuerzas internas siguientes

(Fig 9.15)

$$P = 300 \text{ ton}$$

$$M_x = 19.2 \text{ ton-m}$$

$$M_y = 2.3 \text{ ton-m}$$

a) *Requisitos generales*

La carga axial excede de 40% de la balanceada; por tanto hay que aplicar los requisitos para columnas

Para $Q = 6$

$$\frac{P_u}{A_c} \leq f_c^*$$

El factor de carga que debe aplicarse en el diseño de las columnas para $Q = 6$ es de 1.4

$$\frac{P_u}{A_c} = \frac{1.4 \times 300,000}{50 \times 50} = 168 \text{ kg/cm}^2 < f_c^* = 200 \text{ kg/cm}^2$$

b) *Determinación del refuerzo longitudinal*

Debido a que el momento en y es muy pequeño puede despreciarse y diseñar la columna por flexocompresión uniaxial

$$K = \frac{P_u}{F_R b t f_c^*} = \frac{1.4 \times 300,000}{0.85 \times 50 \times 50 \times 0.85 \times 200} = 1.15$$

Las normas especifican $F_R = 0.85$ para columnas ranchadas; este requisito puede considerarse cumplido cuando se coloca refuerzo transversal exigido para $Q = 6$ en los extremos de las columnas.

El momento en x equivale a una excentricidad

$$e_x = \frac{1920000}{300000} = 6.4 \text{ cm}$$

a esto hay que agregar una excentricidad accidental

$$e_a = 0.05 h > 2 \text{ cm} = 0.05 \times 50 = 2.5 \text{ cm}$$

Por las proporciones de la columna el factor de amplificación por esbeltez resulta prácticamente igual con uno y no se considerará.

Se entrará a los diagramas de interacción con el parámetro

$$e/t = 8.9/50 = 0.178$$

Se supondrá acero uniformemente distribuido en el perimetro y $d = 45 \text{ cm}$ (fig 9.15); entonces:

$$c/t = \frac{45}{50} = 0.9$$

Entrando a la gráfica de la pag 165 de la ref 32 con $K = 1.16$ y $e/t = 0.178$ $R = 0.178 \times 1.16 = 0.206$

$$q = 0.74$$

$$A_s = q \frac{f_c^*}{f_s} b t = \frac{0.74 \times 0.85 \times 200}{4200} 50 \times 50 = 74.9 \text{ cm}^2$$

Se usará

$$A_s = 10 \# 10 = 79.2 \text{ cm}^2$$

La disposición de estas varillas se muestra en la fig 9.15, se colocarán 4 varillas en las caras correspondientes al momento mayor.

$$p = \frac{79.2}{2500} = 0.032$$

el porcentaje está dentro de los límites admisibles

$$0.01 < p < 0.06$$

c) *Refuerzo transversal*

Zona confinada

$$L_c \geq \begin{cases} L/6 = \frac{300}{6} = 50 \text{ cm} \\ 45 \text{ cm} \\ c_1 + c_2 = 50 \text{ cm, por tanto } L_c = 50 \text{ cm} \end{cases}$$

Refuerzo por confinamiento en la zona confinada

$$\rho' = 0.45 \left(\frac{A_g}{A_c} - 1 \right) \frac{f'_c}{f_y} > 0.12 \frac{f'_c}{f_y}$$

$$0.45 \left(\frac{A_g}{A_c} - 1 \right) \frac{f'_c}{f_y} = 0.45 \left(\frac{50 \times 50}{44 \times 44} - 1 \right) \frac{250}{4200} = 0.0078$$

$$0.12 \frac{f'_c}{f_y} = 0.12 \times \frac{250}{4200} = 0.0071$$

rige $\rho' = 0.0078$

$L_h = 14 \text{ cm}$ según la distribución del refuerzo mostrada en la fig 9.15.

Si se usan E # 3 ($A_v = 0.71$). Su diámetro es mayor que una cuarta parte de la barra longitudinal

$$s_h = \frac{2 A_v}{L_h \rho'} = \frac{2 \times 0.71}{22 \times 0.0078} = 8.28$$

$$s_{\text{mfn}} \leq \begin{cases} 10 \text{ cm} \\ 8 d_b = 8 \times 3.2 = 25.4 \text{ cm} \end{cases}$$

$$s = 8 \text{ cm}$$

Fuera de la zona confinada la separación no excederá de medio peralte

$$s = 25 \text{ cm}$$

Revisión por cortante

Las fuerzas cortantes en la columna inducidas por el sismo son muy bajas.

Del análisis resulta que, por carga vertical más sismo, existe una fuerza cortante de 12 ton, entonces

$$V_u = 1.4 \times 12 = 16.8 \text{ ton}$$

La contribución del concreto es, según el inciso 2.1.5.1a.II de la ref 32,

$$V_c = F_R \times 0.5 \sqrt{f'_c} \left(1 + 0.007 \frac{P_u}{A_g} \right) b d, \text{ con } P_u \text{ en kg y } A_g \text{ en cm}^2.$$

Se tiene:

$$V_c = 27700 \text{ kg} = 27.7 \text{ ton} > 16.8.$$

IV DISEÑO DE LA COLUMNA DEL CUE A PARA Q = 4

Siguiendo los principios expuestos en el ejemplo anterior la combinación crítica de carga obtenida del análisis resulta

$$P = 310 \text{ ton}$$

$$M_x = 24.5 \text{ ton-m}$$

$$M_y = 3.5 \text{ ton}$$

El factor de carga es 1.1 por sobrecarga que incluye carga accidental y el factor de reducción es 0.7 si no se proporciona zuncho a la columna.

$$K = \frac{P_u}{F_R b l f'_c} = \frac{1.1 \times 310000}{0.7 \times 50 \times 50 \times 0.85 \times 200} = 1.15$$

$$e_x = \frac{2450000}{310000} = 7.9 \text{ cm}$$

$$e_y = 0.05 h \geq 2 \text{ cm} = 0.05 \times 50 = 2.5 \text{ cm}$$

$$e/t = \frac{7.9 + 2.5}{50} = 0.21$$

Entrando a la gráfica para $d/t = 0.9$ acero uniformemente distribuido y con

$$K = 1.15 \text{ y } R = 1.15 \times 0.21 = 0.24$$

se obtiene

$$q = 0.85$$

$$A_s = q \frac{f_c}{f_y} bh = 86.0 \text{ cm}^2$$

Si se emplean 6 # 12 más 2 # 10 $A_s = 84.2 \text{ cm}^2$

$$p = 0.034$$

$$p_{\min} = 20/f_y = 0.005 \text{ bien}$$

$$p_{\max} = 0.06 \text{ bien}$$

Refuerzo transversal

En la longitud confinada la separación de estribos será:

$$s_1 \leq \begin{cases} c/2 = 25 \text{ cm} \\ 20 \text{ cm} \\ \frac{500}{\sqrt{f_y}} d_b = \frac{500}{\sqrt{4200}} \times 3.8 = 29.3 \end{cases}$$

Se emplearán E # 2.5 a 20 cm

Fuera de la longitud confinada la separación será la prescrita por la sección 4.2.2 de las normas (ref 32)

$$s_2 \leq \begin{cases} 850/\sqrt{f_y} d_b = 13 \times 3.8 = 49.4 \\ 48 d_v = 4.8 \times 0.79 = 38 \\ c_{\min} = 50 \end{cases}$$

Se usará $s = 35 \text{ cm}$

La disposición del refuerzo se muestra en la fig 9.15.

Comentario: El refuerzo longitudinal resulta algo mayor y el transversal algo menor en la solución para $Q = 4$ que en la de $Q = 6$; la cantidad total de acero en la solución para $Q = 4$ puede reducirse significativamente si se coloca en los extremos de la columna suficiente refuerzo por confinamiento para poder emplear $f_c = 0.85$ en lugar de 0.7.

V DISEÑO DE LA UNIÓN VIGA-COLUMNA IN A PARA $Q = 6$

Según lo especificado en la sección 9.25 de este manual deberá revisarse

a) El anclaje del refuerzo

En la dirección y el refuerzo es continuo.

En la dirección x el anclaje de las barras de refuerzo negativo ha sido revisado en el ejemplo i

b) El confinamiento del concreto en la zona de unión

Debido a que no existen vigas en todas las caras de la columna en la zona de unión deberá proveerse el mismo refuerzo transversal que en los extremos de las columnas. Este ha sido calculado en el ejemplo III y consiste de E # 3 a 8 más las grapas indicadas en la fig 9.15.

c) Continúa en la unión

Deberá revisarse la posibilidad de falla por cortante en la unión en la dirección x y en la dirección y (ver fig 9.16)

Dirección x

$$V = A_{s1} f_y \left(1 - \frac{2h}{L_1 + L_2} \right)$$

L_1, L_2 son las alturas de columnas arriba y abajo de la columna, las que se

han supuesto de 3 m

$$Y = 4 \times 285 \times 4200 \left(1 - \frac{2 \times 50}{600} \right) = 40000 \text{ kg} = 40 \text{ ton}$$

Esfuerzo cortante resistente del concreto

$$V_c = F_R \cdot 5 \sqrt{f'_c} \cdot bd = 0.80 \times 5 \sqrt{200} \times 50 \times 46 = 130100 \text{ kg} = 130.1 \text{ ton}$$

No se requiere refuerzo

Dirección y

El refuerzo de las vigas en esta dirección no se ha calculado; se supondrá como en la fig 9.16.

$$V_u = (A_{s1} + A_{s2}) f_y \left(1 - \frac{2h}{L_1 + L_2} \right) =$$

$$= (4 \times 5.05 + 3 \times 2.85) 4200 \left(1 - \frac{2 \times 50}{600} \right) = 160730 \text{ kg} = 160.7 \text{ ton}$$

$$V_c > V_u$$

No se requiere refuerzo

VI DISEÑO DE LA UNIÓN VIGA COLUMNA EN B PARA Q = 4

No se requiere revisión por cortante; el anclaje se ha revisado en el ejemplo I y por confinamiento debe prolongarse el refuerzo transversal determinado en el ejemplo IV para los extremos de la columna.

VII DISEÑO DE UN MURO DE RIGIDEZ

Se diseñarán los muros de la dirección corta del edificio cuya planta se muestra en la fig 9.17. Se considerará Q = 4. Para la planta baja el análisis es-

tructural da los siguientes resultados: V = 226 ton, M = 3510 ton-m y P = 561 ton.

a) Diseño por flexocompresión

$$M_u = 1.1 \times 3510 = 3850 \text{ ton-m}$$

$$P_u = 1.1 \times 561 = 617 \text{ ton-m}$$

$$f'_c = 0.8 \times 250 = 200, \quad f'_c = 0.85 \times 200 = 170$$

Se supondrán 20 cm de espesor y se concentrará el refuerzo en los extremos del muro, en el resto se colocará solo refuerzo por temperatura, el cual, por ser de menor cuantía y por tener menos brazo de palanca, no se considerará en la estimación de resistencia.

Como primera aproximación se empleará la fórmula

$$M_u = F_R \left[A_s f_y d^2 + 0.5 P_u L \left(1 - \frac{P_u}{L f'_c} \right) \right]$$

Las cantidades geométricas se definen en la fig 9.17. Se adoptará $F_R = 0.85$, por considerar que el muro en conjunto fallará por tensión y porque en los extremos se colocará refuerzo de confinamiento.

Despejando se obtiene:

$$A_s = \frac{M_u / F_R - 0.5 P_u L \left(1 - \frac{P_u}{L f'_c} \right)}{f_y d^2}$$

$$= \frac{3850 \times 10^3 / 0.85 - 0.5 \times 617000 \times 800 \left(1 - \frac{617000 / 800 \times 20}{170} \right)}{4200 \times 750} = 83.6 \text{ cm}^2$$

Se propone 18 # 10, $A_s = 90 \text{ cm}^2$. Una cantidad así justifica un engrosamiento en los extremos, como se muestra en la fig 9.17.

Se comprobará ahora la resistencia con un método más preciso. Según la fig 9.17, la carga axial está dada por:

$$F_U = F_R \left[(30 \times 50 + 20(0.8kd-50)) f_c' - A_s' f_s' - A_s f_s \right]$$

Si ambos refuerzos son iguales y están fluyendo, entonces:

$$P_U = F_R (30 \times 50 + 20(0.8kd-50)) \times 170 = 617000$$

con $F_R = 0.85$, se encuentra $kd = 235.6$ cm; en la fig 9.18 se aprecia que ambos refuerzos fluyen por tener deformaciones mayores que $f_y/E = 0.002$. Además se observa que la falla de conjunto es por tensión porque la deformación del extremo correspondiente es $0.0072 > 0.002$.

Tomando momentos con respecto al centro de la sección se tiene

$$\begin{aligned} \frac{M_U}{F_R} &= 90 \times 4200 \times 750 + 30 \times 50 \times 170 \times 375 + (0.8kd-50) 20 \times 170 (375-0.4kd) \\ &= (2835 + 956 + 1322) \times 10^5 \text{ kg-m} \end{aligned}$$

$$M_U = 0.85 \times 5120 = 4350 \text{ ton-m} > 3850$$

Si se mantienen iguales las áreas de acero A_s y A_s' , la carga axial no cambia, tampoco kd , ni la contribución del concreto al momento resistente. Entonces el refuerzo puede reducirse como sigue:

$$3860 - (956 + 1322) 0.85 = 1924 \text{ ton-m (contribución del refuerzo)}$$

$$A_s f_y d' = \frac{1924 \times 10^5}{0.85}$$

$$A_s = \frac{1924 \times 10^5}{0.85 \times 4200 \times 750} = 71.9 \text{ cm}^2$$

Se usarán 14 # 8, $A_s = A_s' = 70 \text{ cm}^2$.

El porcentaje de refuerzo en cada extremo es $70/(30 \times 50) = 0.0047$. Conviene que la zona en compresión tenga una cuantía menor que 0.06, que es la máxima recomendada para columnas; esto justifica también el ensanche.

La cuantía total de refuerzo necesaria para resistir los efectos sísmicos es:

$$\frac{A_s + A_s'}{A_{\text{muro}}} = \frac{2 \times 70}{26 \times 700 + 2 \times 30 \times 50} = 0.0082 > 0.0075$$

Por tanto se necesita refuerzo especial por confinamiento en los extremos. La cuantía de refuerzo por este concepto debe ser:

$$\rho' = 0.45 \left(\frac{A_d}{A_c} - 1 \right) \frac{f_c'}{f_y} \geq 0.12 \frac{f_c'}{f_y}$$

$$\rho' = 0.45 \left(\frac{50 \times 30}{45 \times 25} - 1 \right) \frac{f_c'}{f_y} = 0.15 \frac{f_c'}{f_y} = \frac{0.15 \times 250}{4200} = 0.0089$$

En columnas con estribos

$$\rho' = \frac{2 A_s}{L_h s_h}$$

Suponiendo $E \# 3$ y como $L_h = 30 - 2 \times 4 = 22$

$$s_h = \frac{2 \times 0.71}{22 \times 0.0089} = 7.2 \quad E \# 3 \approx 7 \text{ cm}$$

Se colocarán en toda la altura del entrepiso. Para el siguiente entrepiso hay que revisar si se requiere $\rho > 0.0075$.

b) Revisión por cortante

$$V_U = 1.1 \times 228 = 250.8 \text{ ton}$$

$$v_u = \frac{V_U}{0.8 l_e} = \frac{250800}{0.8 \times 600} > 20 = 19.6 \text{ kg/cm}^2$$

$$v_R = F_R (0.5 \sqrt{f_c'} + \rho_h f_y), \text{ donde } \rho_h \text{ refuerzo horizontal}$$

$$v_c = 0.60 (0.5 \sqrt{170}) = 5.2$$

$$v_u - v_c = 14.4 \text{ kg/cm}^2$$

$$P_h r_y = \frac{14.4}{0.80}$$

$$P_h = \frac{14.4}{0.60 \times 200} = 0.0043 \geq 0.0025 \text{ refuerzo mínimo}$$

$$p = \frac{A_s}{t_s}$$

$$s = \frac{A_s}{t_p} \text{ para } f \geq 3 \text{ dos lechos}$$

$$s = \frac{2 \times 0.71}{20 \times 0.0043} = 16.5$$

f 3 a 15 dos lechos

Refuerzo vertical

$$P_v = 0.0025 \cdot p_{\text{mín}}$$

$$s = \frac{2 \times 0.71}{20 \times 0.0025} = 28$$

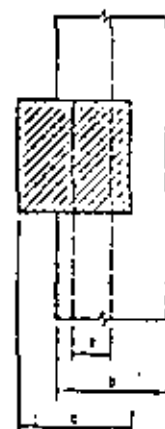
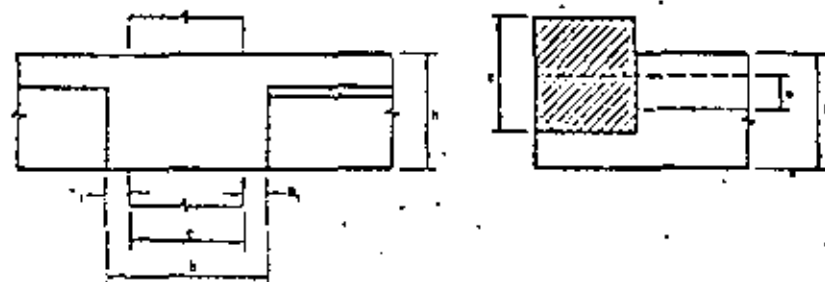
En la fig 9.17 se muestra la distribución del refuerzo

9.3 Requisitos para estructuras de acero

9.3.1 Conceptos generales

Las estructuras de acero diseñadas de acuerdo con los códigos modernos poseen características muy favorables de capacidad de disipación de energía que las hacen muy idóneas para resistir los efectos sísmicos. Esto ha sido demostrado por el buen desempeño que en general estas estructuras han tenido ante el efecto de sismos importantes. Por esta razón los requisitos especiales que se imponen para las estructuras de acero en zonas sísmicas no son muy numerosos. El reglamento admite factores de reducción de ductilidad hasta de 6 para estas estructuras, dependiendo principalmente del tipo de estructuración.

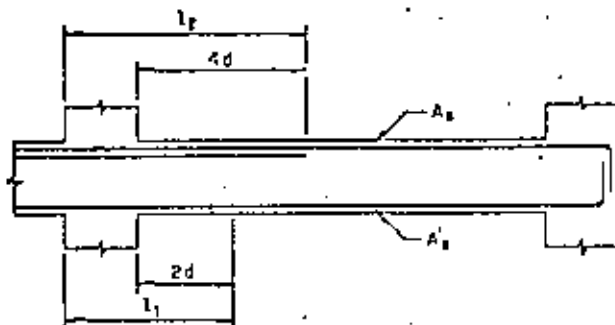
Hay que poner atención sin embargo a que la ductilidad inherente de este material puede verse anulada por la ocurrencia de algunos modos de falla frágil contra los que hay que tomar precauciones, como son falla frágil en soldadura o por concentraciones de esfuerzos, fallas por pandeo local por pandeo global de un elemento, por carga axial o inestabilidad lateral y fallas locales en conexiones. A estos aspectos se refieren esencialmente las recomendaciones



Q=4	Q=6
$p_s \leq 1.5h$	$b_s \leq 0.5h$
$l/b \leq 40$	$d/b \leq 3$
	$e/b \leq 0.25$
	$l/b \leq 25$
	$b \geq 20 \text{ cm}$
	$l/d \geq 4$

l, longitud libre de la viga
d, peralte efectivo de la viga

Fig 9.1. Requisitos geométricos para vigas de concreto reforzado



Q = 4

$$A_s, A'_s \geq 0.7 \frac{\sqrt{f_c}}{f_y} b d$$

$$A_s \leq 0.75 A'_s \text{ balanceada}$$

Al menos 67 por ciento A_s deberá pasar por el núcleo de la columna

Q = 6

$$A_s, A'_s \geq 0.7 \frac{\sqrt{f_c}}{f_y} b d \geq 215$$

$$A_s \leq 0.5 A'_s \text{ balanceada}$$

$$A'_s \geq 0.5 A_s \text{ en } l_1$$

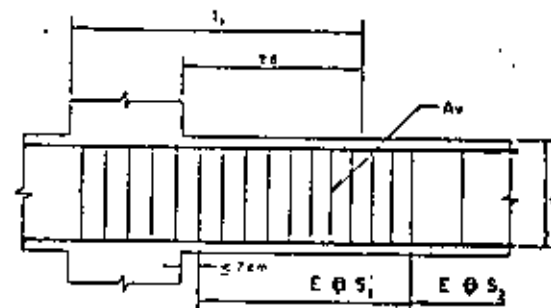
No puede haber traslapes, ni corte del refuerzo longitudinal en l_1

El A_s necesario en el paño de columna no puede reducirse más de 25 por ciento en l_2

Al menos 75 por ciento de A_s deberá pasar por el núcleo de la columna

En toda sección de la viga deberá proporcionarse una resistencia a momento negativo y positivo no menor que una cuarta parte de la máxima que se tiene en los extremos de la viga

Fig 9.2. Requisitos para el refuerzo longitudinal de vigas de concreto



Q = 4

$$S_1 \leq d/2$$

$$S_2 \leq d/2$$

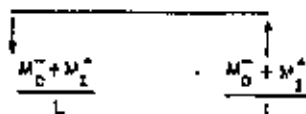
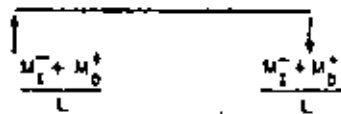
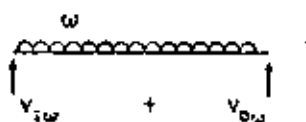
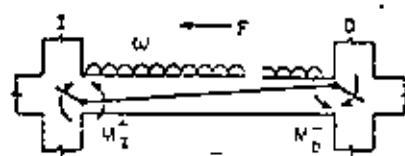
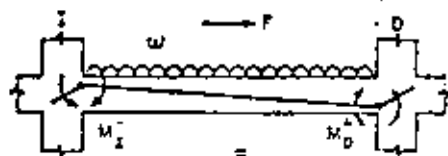
Q = 6

$$\frac{A_v}{S_v} \geq \frac{IA_b}{160}$$

$$S_2 \leq d/2$$

$$S_1 \leq \begin{cases} 8 \text{ diámetros de los barras en compresión} \\ 20 \text{ cm} \\ 24 \text{ diámetros del estribo} \\ d/4 \end{cases}$$

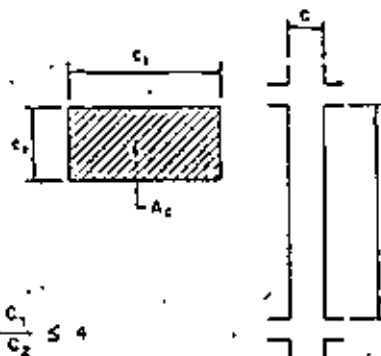
Fig 9.3. Requisitos para el refuerzo transversal de vigas de concreto



$$V_I = V_{\omega} + \frac{M_I^- + M_D^+}{L}$$

$$V_D = V_{\omega} + \frac{M_D^- + M_I^+}{L}$$

Fig 9.4. Fuerzas cortantes para revisar vigas cuando Q=6



$$\frac{c_1}{c_2} \leq 4$$

$$\frac{1}{c} \leq 16$$

Fig 9.5. Requisitos para las dimensiones de columnas cuando Q=6

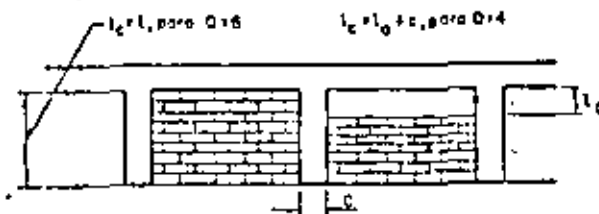
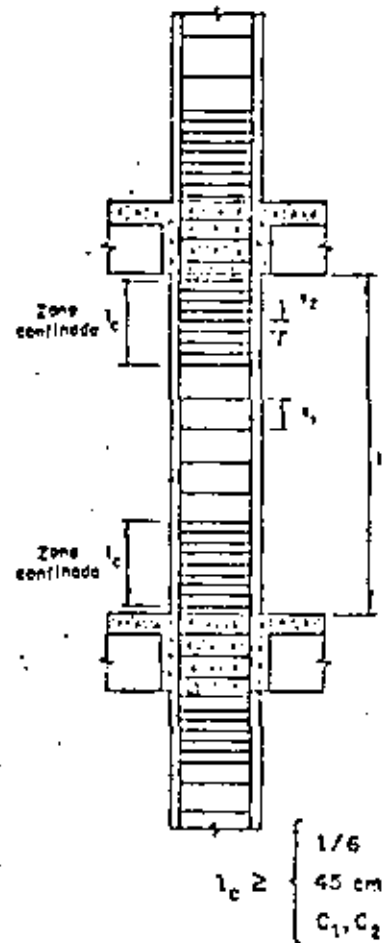
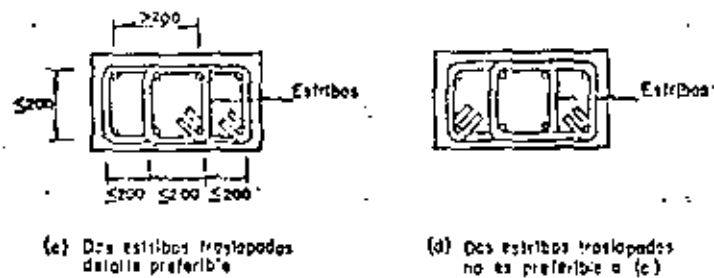
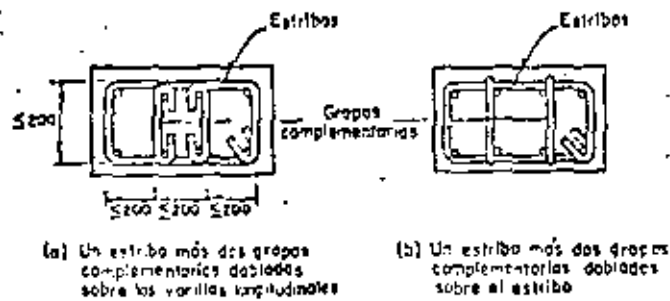


Fig 9.7 Longitud requerida de confinamiento para columnas en contacto con muros de mampostería

9.6 Confinamiento requerido en columnas de concreto



Anotaciones en mm

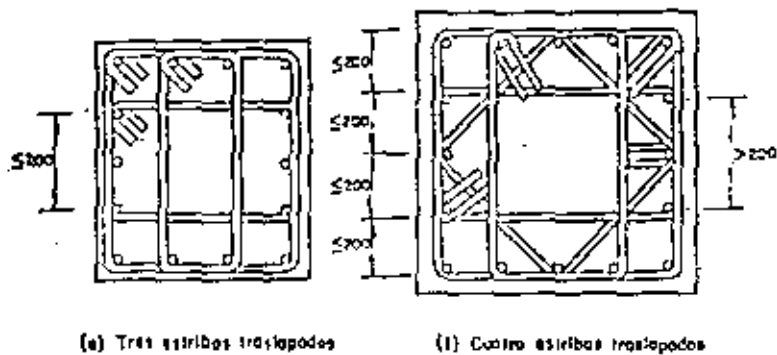


Fig. 9.8 Diversas alternativas de arreglos de estribos y grapas para confinamiento de columnas

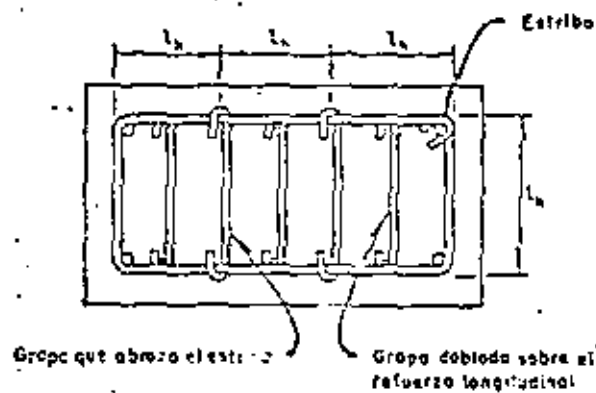


Fig. 9.9. Longitud no soportada de estribos

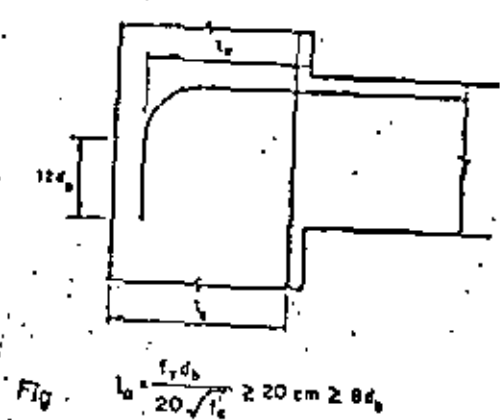


Fig. 9.10. Anclaje de refuerzo longitudinal de vigas

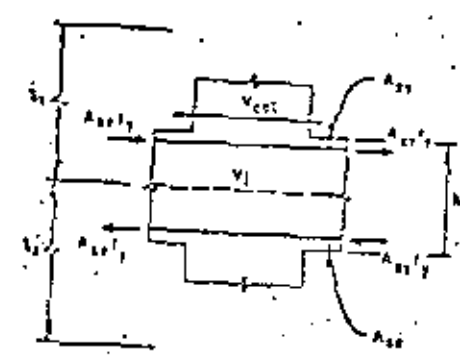
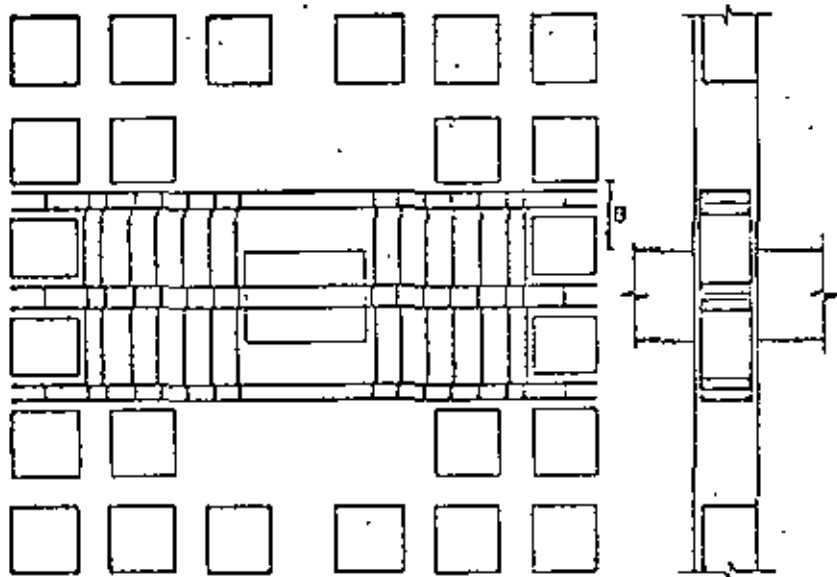


Fig. 9.11. Fuerza cortante en una unión viga-columna



Solo se indica el refuerzo en una dirección; en la otra habrá un refuerzo similar

$L \geq 1.5h$

$B \geq l/2$

$S \leq d/3$

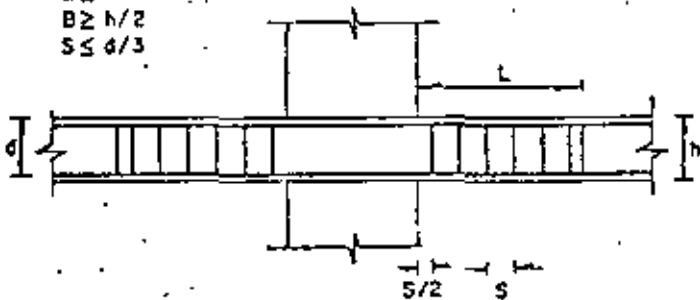


Fig 9.12 Refuerzo especial de cortante en losas nervadas

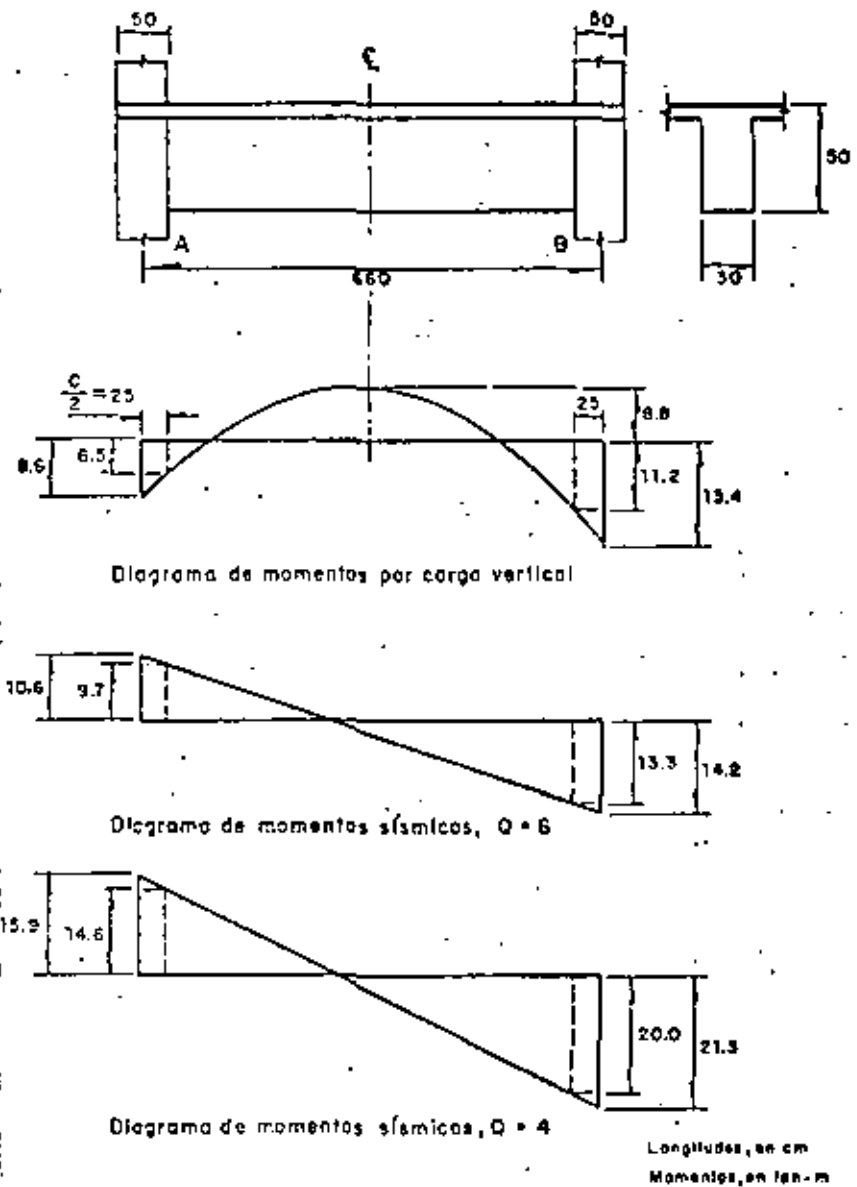
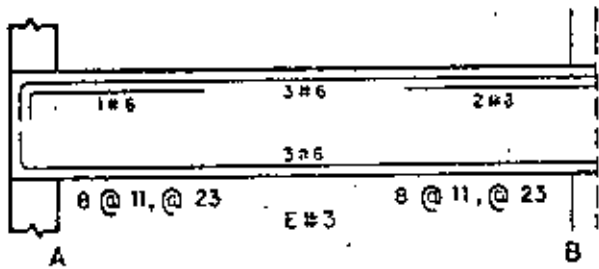
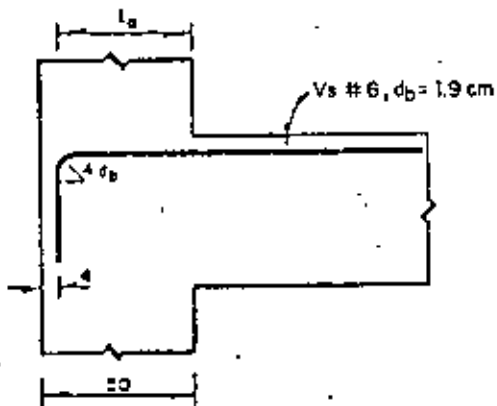


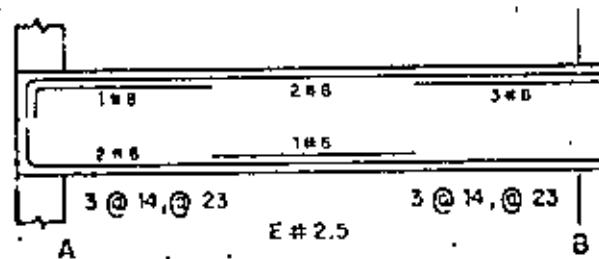
Fig 9.13. Datos para el ejemplo de diseño de una viga de concreto reforzado



a) Resultados para $Q=6$

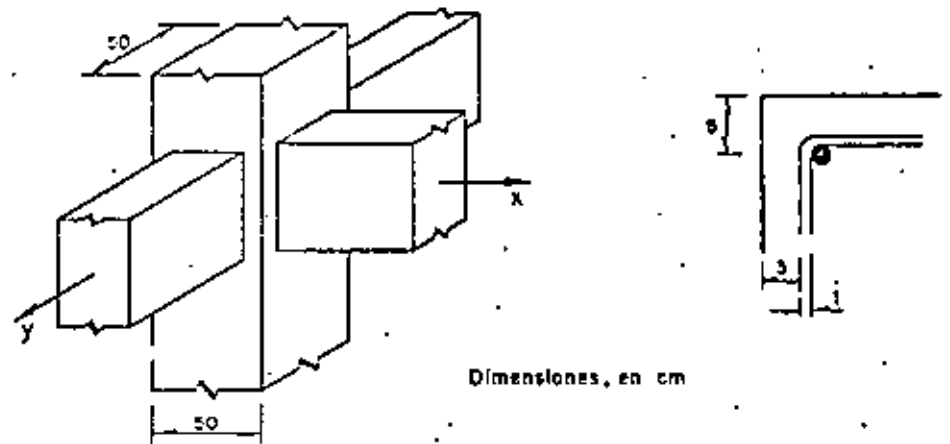


b) Revisión de longitud de anclaje

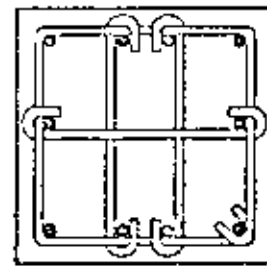


c) Resultados para $Q=4$

Fig 9.14. Resultados del ejemplo de diseño de vigas

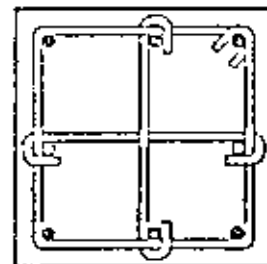
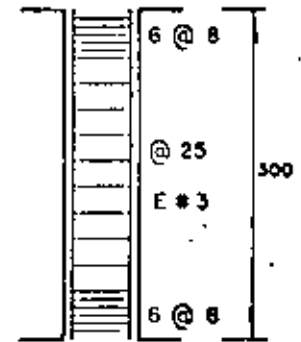


Dimensiones, en cm



● #10
○ #3

Refuerzo para $Q=6$



● #12
○ #10

Refuerzo para $Q=4$

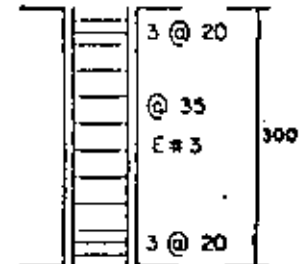


Fig 9.15. Datos y resultados de los ejemplos de diseño de columnas

37

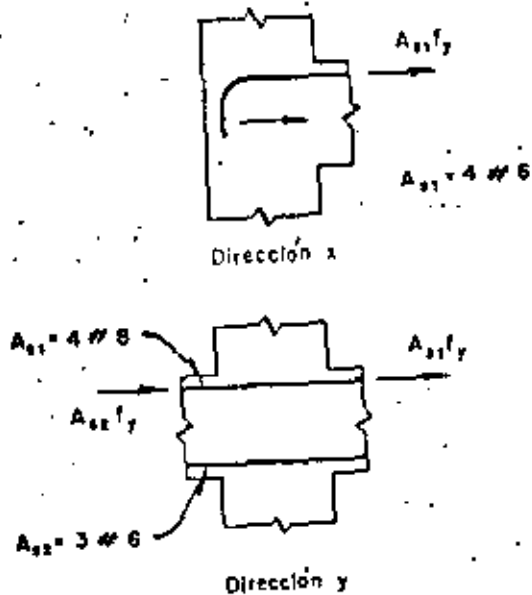
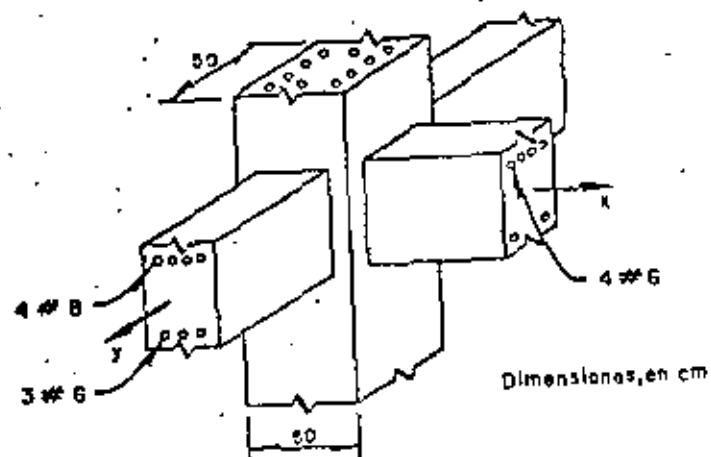


Fig 9.16 Fuerzas cortantes en el ejemplo de diseño de un unión viga-columna de concreto

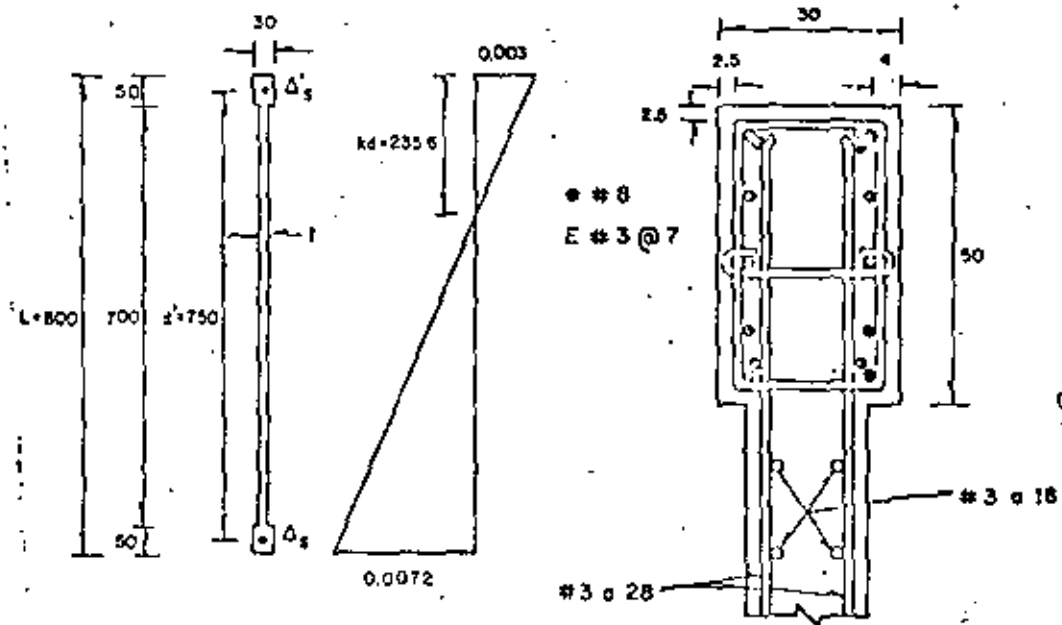
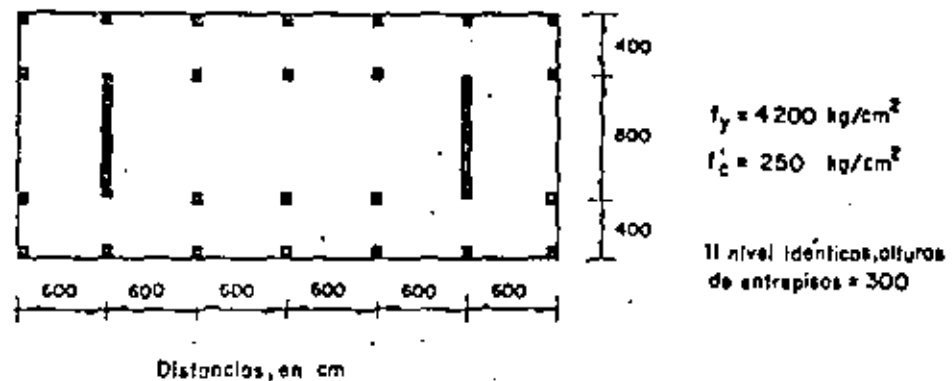


Fig 9.17. Datos y resultados del ejemplo de diseño de un muro de concreto



**DIVISION DE EDUCACION CONTINUA
FACULTAD DE INGENIERIA U.N.A.M.**

VIII CURSO INTERNACIONAL DE INGENIERIA SISMICA
DISEÑO SISMICO DE EDIFICIO

T E M A 8

ESTRUCTURAS DE ACERO

Ing. Oscar de Buen López de Heredia

AGOSTO, 1982



4.1 INTRODUCCION. Toda la energía que recibe un edificio que se comporta elásticamente durante un temblor, cada vez que su base se mueve en un sentido, es almacenada como energía de deformación, y devuelta durante el movimiento en sentido contrario. En cambio, ^{si} el comportamiento es inelástico, una parte de la energía se disipa en forma de amortiguamiento y flujo plástico, y solamente se almacena el resto.

Puesto que los edificios modernos se diseñan en general tomando como base - respuestas mucho menores que las que corresponden a un comportamiento elástico - ilimitado, bajo sismos intensos sufren deformaciones plásticas en zonas localizadas, en las que se disipa un porcentaje elevado de la energía; además, a diferencia de las construcciones antiguas, carecen casi totalmente de muros divisorios y otros elementos no estructurales, de manera que la estructura propiamente dicha - debe ~~disipar~~ disipar casi toda la energía impartida por los temblores.

Una estructura reticular hipostática dúctil puede admitir deformaciones inelásticas importantes, localizadas en las zonas en que las solicitaciones son máximas, las que se convierten eventualmente en articulaciones plásticas que permiten que haya una redistribución de elementos mecánicos, de manera que en emergencias severas los miembros menos cargados acuden en ayuda de los más cargados, y la resistencia máxima depende del conjunto y no del elemento más débil en el intervalo elástico. Además, si el número de articulaciones plásticas asociadas con el mecanismo de colapso es elevado, durante su formación y rotación se disipa una gran cantidad de energía, y se reduce considerablemente la demanda de capacidad de absorción en las zonas en que los esfuerzos se mantienen por debajo del límite de elasticidad.

El acero estructural es un material muy dúctil, con el que se pueden obtener estructuras hipostáticas que llenan los requisitos de los párrafos anteriores; es, por consiguiente, muy adecuado para la construcción en zonas sísmicas. Sin --

embargo, su ductilidad no se conserva necesariamente en las estructuras, por lo que el diseño y la construcción deben hacerse de manera que no se pierda esa propiedad.

O bien deben hacerse teniendo en cuenta la pérdida de ductilidad, lo que implica el empleo de coeficientes de seguridad más elevados, para que la estructura no se colapse al alcanzar el estado plástico. (hojas 2A, 3A)

4.2 COMPORTAMIENTO DE ESTRUCTURAS DE ACERO DURANTE TEMBLORES REALES

4.3. MARCOS RIGIDOS. El comportamiento de un marco rígido completo, o de un entrepiso de uno de varios niveles, sometido a la acción de cargas verticales constantes y fuerzas horizontales crecientes, queda definido por su gráfica $Q-\Delta$, fuerza horizontal-desplazamiento lateral (Fig. 4.4).

Desde que se inicia el proceso de carga, y hasta que se forma la primera articulación plástica, todo el marco está en el intervalo elástico. (Para simplificar la discusión se están ignorando los esfuerzos residuales y se está suponiendo que el factor de forma de las secciones empleadas en la estructura es igual a 1.0).

Los incrementos adicionales de carga son resistidos por una estructura de rigidez deteriorada por la aparición de la primera articulación plástica, la que experimenta rotaciones crecientes bajo momento flexionante constante, igual al momento plástico resistente de la sección, M_p , cuando aumentan los desplazamientos laterales.

Quando aparece la segunda articulación plástica disminuye otra vez la rigidez del conjunto, y el proceso continúa, formándose un número cada vez mayor de articulaciones, hasta que la estructura se convierte en un mecanismo que se desplaza lateralmente mientras disminuye la fuerza horizontal. Todas las articulaciones experimentan rotaciones plásticas, que son generalmente máximas en las que se forman primero y disminuyen de magnitud en las siguientes, mientras los momentos se conservan iguales a los momentos plásticos resistentes de las secciones respectivas.

La que se acaba de describir es la forma de trabajo más eficiente de una estructura de acero, ya que la carga que ocasiona la formación del mecanismo de colapso en la estructura completa es la máxima que puede soportar y a la que corresponde una mayor absorción de energía antes de la falla; sin embargo, hay un número

4.2 COMPORTAMIENTO DE ESTRUCTURAS DE ACERO DURANTE TERREMOTOS REALES. El comportamiento de edificios con estructura de acero durante sísmos reales ha sido satisfactorio en general, ^{desde el punto de vista de su resistencia.} Las estructuras han tenido resistencia suficiente aún en edificios de hasta 10 ó 12 pisos diseñados exclusivamente por carga vertical o con juntas flexibles, capaces de transmitir únicamente momentos reducidos. Sin embargo, los muros, cuneales y otros elementos no estructurales han sufrido en ocasiones daños considerables, debido a una rigidez lateral insuficiente.

Sólo dos temblores intensos han afectado ciudades con un número elevado de edificios altos con estructura de acero: el de San Francisco de 1906 (magnitud $8\frac{1}{4}$, según la escala de Richter) y el de julio de 1957 en la Ciudad de México, de magnitud 7.5.

En San Francisco, los edificios altos con estructura de acero completa se comportaron satisfactoriamente; algunos de ellos estaban provistos de marcos rígidos o contraventes en diagonal, mientras que otros no tenían más resistencia lateral adicional que la proporcionada por los muros de relleno, ocultos en planta baja en la mayoría de los casos; a pesar de que las juntas viga-columna eran semirígidas, los daños en las estructuras fueron despreciables. Los edificios afectados fueron uno de 19 pisos, uno de 16, ocho entre 11 y 15 y once de 6 a 10 pisos.

Había también un cierto número de construcciones con muros exteriores de carga y marcos interiores de acero, ^{los que} ~~los que~~ sufrieron más daños, pero no se produjo ningún colapso (véase 4.1).

En 1957 había en la Ciudad de México un número importante de edificios con estructura de acero de alturas comprendidas entre 10 ~~hasta~~ y ~~hasta~~ 22 pisos; además, un par de años antes se terminó la construcción de uno de 45 pisos; este, la Torre Latinoamericana, es bien conocido por su excelente comportamiento, ya que no sufrió daños de ningún tipo durante el temblor.

Un edificio de 20 pisos, totalmente sólido en taller y en obra, ~~no~~ tampoco resistió daños aunque se diseñó para fuerzas horizontales artificiales correspondientes a un coeficiente sísmico de tan sólo 0.025, constante en toda la altura.

En la época en que se construyeron estos edificios se utilizaban exclusivamente métodos elásticos de análisis y diseño, ^{no se tomaba} y ninguna precaución especial para asegurar un comportamiento adecuado en el intervalo inelástico; sin embargo, conviene señalar que las especificaciones de diseño en vigas llevaban probablemente a estructuras más robustas que las que se obtendrían ahora.

Muchos edificios diseñados exclusivamente para cargas verticales, e con fuerzas horizontales muy reducidas, soportaron el temblor sin daños estructurales, pero con problemas excesivos en muros, cuneales, etc.; varios de ellos tuvieron que ser rigidizados posteriormente, y cuando menos uno fue demolido.

El comportamiento descrito pone en evidencia la alta capacidad que tienen las estructuras de acero para resistir temblores de intensidad mucho mayor que la de diseño, aún cuando no se toman precauciones especiales para aumentar la capacidad de absorción de energía, y la necesidad de utilizar en muchas ocasiones elementos rígidos para evitar daños no estructurales excesivos.

Los edificios altos con estructura de acero afectados en temblores posteriores (Anchorage, Alaska, 1964; Caracas, Venezuela, 1967; Managua, Nicaragua, 1972; Ciudad de Guatemala, 1976) han sido pocos, y han tenido también un comportamiento excelente. También se han comportado muy bien durante el temblor del 14 de marzo de 1975, en la Ciudad de México.

Diferencia importante de las estructuras: (Mucho más importante en los de concreto que en los de acero).

grandes de factores que pueden hacer que el comportamiento no sea el descrito y que la estructura falle bajo cargas menores que la de colapso plástico.

Los fenómenos más importantes que pueden ocasionar una falla prematura son los siguientes:

1. Incapacidad de alcanzar el momento plástico resistente en alguna o algunas de las secciones en que deben aparecer articulaciones plásticas.
2. Capacidad de rotación insuficiente.
3. Falta de miembros aliados.
4. Falta de conexiones.
5. Inestabilidad de conjunto de la estructura completa o de parte de ella.

El pandeo local de alguno de los elementos planos que la componen, el pandeo lateral del miembro del que forma parte, o la fractura debida a ductilidad insuficiente del material (algunos aceros de alta resistencia, por ejemplo), o a que la pierda durante procesos inadecuados de fabricación, por trabajar a temperaturas muy bajas o sometido a estados triaxiales de esfuerzos o a sollicitaciones que ocasionen fatiga, son fenómenos que pueden hacer que una sección falle cuando el momento no llega todavía al plástico teórico, o bajo el momento plástico pero cuando las rotaciones son menores que las necesarias para que se forme el mecanismo de colapso.

La falla de una viga o columna fuera de las articulaciones plásticas puede deberse a pandeo local o lateral o a una combinación de ambos, y las conexiones pueden ser incapaces de resistir los elementos mecánicos que les transmiten las vigas y columnas que concurren en ellas.

Finalmente, si la estructura es poco rígida lateralmente los efectos de segundo orden producidos por las cargas verticales al obrar sobre la estructura deformada pueden ocasionar una falla por inestabilidad de conjunto de la estructura completa o de alguno de sus entrepisos, bajo fuerzas horizontales menores que las que ocasionarían la formación del mecanismo de colapso.

Todos los fenómenos anteriores han sido objeto de espesas investigaciones, teóricas y experimentales, en elementos estructurales y marcos rígidos completos sometidos a cargas que crecen monótonicamente hasta la falla, pero su comportamiento bajo sollicitaciones cíclicas se ha empezado a estudiar hace relativamente pocos años, y no se cuenta todavía con información suficiente para conocerlo por completo.

Las estructuras deben diseñarse de manera que las deformaciones plásticas se presenten en zonas en las que las sollicitaciones conservan magnitudes elevadas, puesto que el trabajo absorbido es función de las deformaciones y de las fuerzas interiores correspondientes; por este motivo, en los marcos rígidos conviene buscar que las articulaciones se formen en las vigas, que pueden admitir rotaciones importantes cuando actúa en ellas el momento plástico íntegro, y no en las columnas, cuya capacidad de rotación se ve disminuida por fuerza axial y que, aún en los casos en que admiten rotaciones importantes lo hacen bajo un momento reducido, M_{ps} , que puede ser mucho menor que el plástico completo, sobre todo si la compresión es importante.

Además, debe lograrse un equilibrio entre la rigidez y la resistencia de las diversas partes, porque las más rígidas atraen una porción más elevada de la fuerza sísmica, y si no pueden resistirla constituyen eslabones débiles de la estructura; este aspecto debe tenerse en cuenta durante todo el proceso de diseño, desde que empieza a planearse la estructuración hasta que se dimensionan los últimos detalles.

4.4 MIEMBROS ESTRUCTURALES. COMPORTAMIENTO Y DISEÑO. Una curva como la de la Fig. 4.1 contiene toda la información necesaria sobre el comportamiento de un marco bajo cargas verticales constantes y fuerzas horizontales que crecen monótonicamente hasta la falla, pues además de proporcionar su resistencia máxima permite determinar el desplazamiento correspondiente a cualquier intensidad de las fuerzas horizontales y de una medida de su capacidad de absorción de energía. Conocida la curva carga-desplazamiento se puede determinar el coeficiente de seguridad con res-

pecto al colapso y la magnitud de los desplazamientos que experimenta el marco bajo cargas de trabajo; si el primero o los segundos no son aceptables se modifican los perfiles, ajustándolos hasta que la curva indique que el comportamiento es el deseado. En marcos de edificios de varios niveles no necesita, en teoría, la curva de cada uno de los entrepisos, pero para fines prácticos de diseño suele bastar con conocer la de un número reducido de ellos, representativos de todos los demás.

El comportamiento de un marco durante un temblor no es igual al que tendría si obraran sobre él fuerzas horizontales de magnitud creciente aplicadas siempre en el mismo sentido, pero las curvas $Q-\Delta$ que se obtienen en esas condiciones proporcionan una buena indicación de su respuesta bajo sollicitaciones sísmicas. Más adelante se discuten algunos resultados relativos al comportamiento de marcos con cargas horizontales cíclicas.

Para obtener la curva $Q-\Delta$ de una estructura deben conocerse las características de los elementos que la componen, de manera que primero hay que diseñar las vigas y columnas y conexiones entre ellas, y determinar después la curva fuerza — horizontal-desplazamiento, para saber si el trabajo de la estructura en conjunto es adecuado. De aquí la necesidad de estudiar el comportamiento y los métodos de diseño de los elementos que componen la estructura y de las uniones entre ellos.

4.1-1 VIGAS. Las vigas soportan directamente las cargas verticales, vivas y muertas, que obran sobre la estructura, al mismo tiempo que mantienen a las columnas con la configuración necesaria para que puedan resistir fuerzas horizontales (en marcos no contraventados) y contribuyen a la rigidez del conjunto. Obran sobre ellas fuerzas transversales y momentos aplicados en los extremos que producen flexiones importantes, acompañadas por fuerzas cortantes; las fuerzas normales suelen ser despreciables, excepto cuando las vigas forman parte de arjices contraventados. Se tratan básicamente como miembros en flexión, y la fuerza cortante influye en su comportamiento sólo en casos poco frecuentes.

Los aspectos fundamentales del comportamiento de las barras flexionadas por momentos de intensidad creciente se determinan estudiando experimentalmente vigas con cargas transversales alojadas en su plano de simetría, que crecen lentamente desde cero hasta llegar a la resistencia máxima de la barra, y trazando las curvas que relacionan las deflexiones en el plano de carga y en planos normales a él con la magnitud de las fuerzas exteriores.

En la Fig. 4.1 se ha dibujado el conjunto de curvas que se obtiene experimentalmente al cargar hasta el colapso la viga mostrada, cuyo tramo central trabaja en flexión pura^{41,42}; los puntos de aplicación de las cargas y los apoyos están provistos de soportes que impidan los desplazamientos laterales de los dos patines y la rotación de las secciones transversales alrededor del eje longitudinal.

En la Fig. 4.2 se muestra el comportamiento de la viga en el plano de la flexión y fuera de él, por medio de las curvas momento-deflexión vertical y momento-deflexión lateral de los patines, trazadas para la sección media del tramo central.

La respuesta inicial, elástica lineal, termina al comenzar el flujo plástico, cuando la suma de los esfuerzos residuales y los normales producidos por las cargas llega por primera vez al esfuerzo de fluencia σ_y , en alguna de las secciones del tramo central.

Al fluir plásticamente una porción cada vez mayor del material de la parte de la viga que está en flexión uniforme disminuye su capacidad para soportar incrementos adicionales de carga, hasta que finalmente desaparece, cuando el momento flexionante iguala al plástico resistente de la sección, M_p ; a partir de ese instante la curva $M-U_0$ se hace aproximadamente horizontal, pues la deformación crece sin cambio apreciable en la carga hasta que llega a ser varias veces mayor que la existente cuando se inicia el flujo plástico.

El patín comprimido del tramo central se empieza a desplazar lateralmente cuando el momento flexionante vale M_p , y sus deflexiones aumentan gradualmente al mismo

tiempo que crecen los desplazamientos verticales V_2 ; las secciones transversales pierden su forma inicial y se distorsionan como se muestra sucesivamente en la figura 4.2b .

Finalmente, la resistencia de la viga se agota cuando se pandea localmente el lado crítico del patín comprimido, en la región central.

El comportamiento que se acaba de describir es típico de vigas provistas de contravente lateral y formadas por elementos planos con relaciones ancho/grueso adecuadas para soportar la falla por pandeo lateral o local hasta después de que se presenten deformaciones plásticas importantes bajo un momento igual al de plastificación de sus secciones transversales, pero hay otros posibles comportamientos; algunos de ellos se ilustran en la Fig. 4.3 , por medio de sus curvas momento-deformación en el plano de la carga.

La curva ^{III-a} OAB corresponde a vigas que no se pandean lateral ni localmente, cuyo material llega a entrar en el intervalo de endurecimiento por deformación; este caso es poco frecuente en estructuras reales.

La situación más común, que se describió tomando como base la Fig. 4.2 , es la correspondiente a la curva OAC.

OADE corresponde a una viga en la que el momento flexionante varía rápidamente a lo largo del eje; el endurecimiento por deformación en la zona de momento máximo hace que éste suba por arriba de M_p ; después la curva desciende, cuando se inician fenómenos de pandeo lateral y local.

Las curvas OAEH, OAKI y OAKJ describen fallas por pandeo lateral o local o por combinación de ambos, las dos primeras en el intervalo inelástico y la tercera en el elástico.

La curva OAB representa el mejor comportamiento posible y OAC corresponde a un comportamiento que es también muy satisfactorio, siempre que la zona III, durante la que se presentan deformaciones crecientes bajo momento M_p constante, sea de amplitud

suficiente para que la barra tenga la ductilidad necesaria para el trabajo correcto de la estructura de la que forma parte.

PANDEO LATERAL. Las curvas de la Fig. 4.4 muestran sucesivamente el comportamiento de una viga en flexión; la curva $M_p-\theta$, momento-rotación en un extremo, representa el comportamiento en el plano de cargas y las curvas M_p-u ó $M_p-\phi$, momento-desplazamiento lateral o momento-rotación alrededor del eje longitudinal, describen el pandeo lateral. Si la viga fuese perfectamente recta y no hubiese ninguna excentricidad en las cargas, las curvas M_p-u y $M_p-\theta$ serían como las trazadas con líneas llenas, y el punto A correspondería a la bifurcación del equilibrio a partir de él la viga puede, en teoría, admitir momentos mayores manteniéndose en su plano (trayectoria AB) e desplazarse lateralmente bajo momento prácticamente constante, de acuerdo con AG.

En las vigas reales no hay nunca bifurcación del equilibrio, pues las imperfecciones iniciales inevitables hacen que los desplazamientos laterales comiencen desde que se empiezan a aplicar las cargas, y la falla no es por pandeo propiamente dicho; sin embargo, la carga crítica teórica es un límite superior de la resistencia real, que se utiliza con fines de diseño.

Desde el punto de vista de su resistencia al pandeo lateral, una viga de acero en flexión se comporta de alguna de las maneras siguientes; si es muy corta, sus secciones transversales se plastifican por completo antes de pandearse, de manera que resiste el momento M_p y aún lo supera, gracias al endurecimiento por deformación; si es de longitud intermedia su resistencia disminuye por la plastificación parcial que precede al pandeo, que se inicia en el intervalo inelástico, y si es larga su capacidad de carga queda controlada por pandeo elástico; un mismo perfil puede tener cualquiera de los tres comportamientos, dependiendo de la separación que haya entre las secciones transversales fijas lateralmente.

Los tres intervalos en que se descompone el comportamiento de los barras flexionadas se ilustran en la Fig. 4.5, en la que se muestran los momentos resistentes en función de las longitudes libres de pandeo. En las zonas en que se prevén la formación de articulaciones plásticas correspondientes al mecanismo de colapso, las vigas de marcos rígidos de edificios que se construyan en zonas sísmicas deben estar en el primer intervalo, en el que la inestabilidad lateral no evita que se alcancen, o aún sobrepasen, el momento plástico resistente, ni reduce sustancialmente la capacidad de rotación del perfil. En zonas alejadas de las articulaciones plásticas pueden estar en cualquiera de los otros dos intervalos, pero deben diseñarse con coeficientes de seguridad adecuados para evitar fallas por inestabilidad antes de que se forme el mecanismo.

INESTABILIDAD DE VIGAS COMPLETAMENTE PLASTIFICADAS. En los perfiles de acero de sección I ó H flexionados alrededor del eje de mayor momento de inercia se presentan dos fenómenos de inestabilidad, pandeo lateral y pandeo local, que constituyen debilidades propias de esos perfiles por lo que aparecen siempre, eventualmente, aunque se tomen precauciones para evitarlos; sin embargo, si las relaciones ancho/grueso de los elementos planos que los constituyen se conservan dentro de ciertos límites, y se coloca un contraventeo lateral adecuado, se logra que las dos formas de pandeo se retrasen lo suficiente para que los perfiles mencionados se comporten satisfactoriamente, tanto bajo cargas estáticas como dinámicas, es decir, para que sean capaces de soportar el momento plástico y de mantenerlo durante rotaciones importantes.

Las curvas de la Fig. 4.6 muestran un comportamiento adecuado y otro inadecuado, desde el punto de vista de la capacidad de rotación de la viga. (Se supone que ésta puede resistir el momento M_p , pues de no ser así se tendría una situación más desfavorable que cualquiera de las dos mostradas, y la descarga empezaría antes de que el momento llegase a valer M_p).

En un gran número de experiencias (43,44) realizadas con perfiles H flexionados alrededor del eje de mayor momento de inercia se ha observado que las deflexiones laterales se inician en cuanto el momento llega a M_p , independientemente de la distancia entre puntos soportados lateralmente, pero si esa distancia es menor e igual que una cierta longitud crítica el momento del pandeo lateral se corresponde a la falla, lo que se presenta eventualmente cuando se pandea localmente el patín comprimido, después de que la viga ha experimentado deformaciones laterales importantes sin que disminuya su resistencia.

El comportamiento de las vigas en flexión uniforme es sustancialmente diferente del de las que están sometidas a momentos de intensidad variable a lo largo de su eje. La disminución eventual de resistencia se debe en los dos casos a una combinación de pandeo local y lateral, pero cambia el orden en que se presentan los dos fenómenos; cuando el momento es constante el patín comprimido se plastifica en una longitud considerable, lo que ocasiona una gran pérdida de rigidez que hace que crezcan rápidamente las deflexiones laterales y las compresiones en la zona edoada del patín, hasta que aparece una onda de pandeo local originada por esfuerzos de compresión de dos tipos, unos uniformes, ocasionados por la flexión en el plano de carga, y otros que crecen linealmente a lo largo del patín, debidos a la flexión lateral. En cambio, cuando el momento varía a lo largo del eje de la viga la zona plastificada del patín comprimido es de longitud reducida, y conserva una rigidez apreciable que hace que las deflexiones laterales aumenten muy poco, la falla se inicia por pandeo local debido a esfuerzos uniformes en toda el patín, ocasionado exclusivamente por flexión en el plano de carga, y el colapso es producido por pandeo lateral debido a la pérdida de rigidez producida por el pandeo local del patín comprimido. El comportamiento descrito se comprueba con resultados experimentales (45) en los que se demuestra que en perfiles H sometidos a flexión bajo momentos que varían rápidamente de intensidad la descarga se debe a desplazamientos laterales grandes, y la importancia de la relación ancho/grueso disminuye drásticamente.

Cuando se forma una articulación plástica en el extremo de una viga de un marco rígido la región plastificada queda sometida a momentos que varían de intensidad rápidamente a lo largo del eje, y las restricciones que hay en sus extremos son elevadas, pues en uno está en contacto con la zona elástica adyacente, bastante más rígida, y en el otro está ligado a la columna; en esas condiciones, se ha demostrado (4.6, 4.7) que para que el patín comprimido se pandee localmente bajo carga estática, debe plastificarse en una longitud igual a la de una onda de pandeo local, (Fig. 4.7.)

Si la viga está cargada cíclicamente, de manera que el momento en el extremo conectado con la columna cambia de signo en cada uno de los ciclos, los patines trabajan alternadamente en tensión y compresión; el patín comprimido se pandea localmente cuando las solicitaciones alcanzan un cierto valor, formándose una onda semejante a la que producen las cargas estáticas (Figs. 4.8 y 4.9), la que desaparece cuando cambia el sentido del momento, y se forma en el otro patín; así, las ondas de pandeo en compresión aparecen y desaparecen en cada uno de los ciclos del proceso de carga, y si el pandeo lateral está impedido la falla se inicia eventualmente al formarse una grieta en la zona en que las deformaciones son máximas (ref.4.8), Fig. 4.8, en la que las severas distorsiones de los patines causan deformaciones inelásticas considerablemente mayores que en el extremo empotrado.

En la ref.4.8 se resumen los resultados obtenidos cargando cíclicamente vigas en voladizo, por medio de un sistema con el que se controlan los desplazamientos, hacia arriba y abajo, del extremo libre; cuando las deformaciones unitarias en la zona de los patines en contacto con el empotramiento eran de 2.5% no aparecieron grietas en la sección empotrada, y la falla se produjo siempre en la zona de deformaciones máximas de las ondas de pandeo; solamente cuando las deformaciones impuestas

se redujeron a 1% se inició la falla por agrietamiento en el empotramiento y no en las ondas de pandeo local, después de un número muy elevado de ciclos de carga.

Se deduce de aquí que en estructuras sometidas a solicitaciones que producen condiciones de carga total o parcialmente reversibles el pandeo local es mucho más crítico que la "fatiga de bajo número de ciclos" del material en sí y, si se evita, aumenta considerablemente el número de ciclos que pueden resistir las vigas bajo una deformación dada.

En las Figs. 4.10 se resumen los resultados de las experiencias mencionadas.

De acuerdo con los resultados anteriores, cuando la relación ancho/grueso de los patines es hace menor que la especificada para carga estática aumenta la vida de los perfiles B cargados cíclicamente, al retrasarse la iniciación del pandeo local, y podría lograrse el mismo objeto colocando atiesadores verticales que impidiesen la distorsión de las secciones transversales críticas. Sin embargo, esta conclusión está en desacuerdo con otros resultados experimentales; así en la ref. 4.9 se demuestra que el pandeo local de los patines no ocasiona una pérdida inmediata de resistencia, y se indica que al formarse las ondas de pandeo local y distribuirse las deformaciones máximas puede, incluso, aumentar significativamente la vida de una viga, y en la ref.4.10 se encuentra que el comportamiento de perfiles B cuyos patines tienen una relación ancho/grueso mayor que la especificada para diseño plástico bajo carga estática (21 en vez de 17) es satisfactorio, pues aunque el pandeo local se inicia muy pronto no afecta significativamente el comportamiento del marco del que forma parte la viga.

A diferencia de las vigas de la ref. 4.8, las de la ref. 4.10 se cargaron con fuerzas verticales que permanecieron constantes mientras se aplicaban las horizontales cíclicas, lo que hizo que las ondas de pandeo local no desaparecieran completamente en cada ciclo; además, estuvieron provistas de contravientos lateral en puntos separados distancias bastante menores que las especificadas en las normas del AISI,

~~En la ref. 4.9 se demuestra que el pandeo local de los patines no ocasiona una pérdida inmediata de resistencia, y se inicia que al formarse las ondas de pandeo local y distribuirse las deformaciones máximas puede, incluso, aumentar significativamente la vida de una viga, y en la ref. 4.10 se encuentra que al comportamiento de perfiles H cuyos patines tienen una relación ancho/grueso mayor que la especificada para diseño plástico bajo carga estática (21 en vez de 17) es satisfactorio, pues aunque el pandeo local se inicia muy pronto no afecta significativamente el comportamiento del marco del que forma parte la viga.~~

En la ref. 4.9 se demuestra que el pandeo local de los patines no ocasiona una pérdida inmediata de resistencia, y se inicia que al formarse las ondas de pandeo local y distribuirse las deformaciones máximas puede, incluso, aumentar significativamente la vida de una viga, y en la ref. 4.10 se encuentra que al comportamiento de perfiles H cuyos patines tienen una relación ancho/grueso mayor que la especificada para diseño plástico bajo carga estática (21 en vez de 17) es satisfactorio, pues aunque el pandeo local se inicia muy pronto no afecta significativamente el comportamiento del marco del que forma parte la viga.

A diferencia de las vigas de la ref. 4.9, las de la ref. 4.10 se cargaron con fuerzas verticales que permanecieron constantes mientras se aplicaban las horizontales cíclicas, lo que hizo que las ondas de pandeo local no desaparecieran completamente en cada ciclo; además, estuvieron provistas de contraventes lateral en puntos separados distancias bastante menores que las especificadas en las normas del AISI, pero que daban soporte únicamente al patín superior, ya que se trató de reproducir las condiciones existentes en estructuras reales, en las que el sistema de piso proporciona soporte lateral continuo a los patines superiores.

En los resultados de ensayos de subconjuntos formados por una columna y dos vigas, sometidos a cargas verticales constantes y horizontales cíclicas, reportados en la ref. 4.11, se observa que las inversiones de carga acentúan las imperfecciones locales y aceleran la iniciación del pandeo local y torsional en las regiones de las vigas en que se forman articulaciones plásticas, haciendo que disminuyan la resistencia y rigidez de la estructura, lo que lleva a recomendar que se coloque un sistema de contraventes que proporcione soporte lateral a los patines inferiores, comprimidos, de las regiones plásticas.

En la ref. 4.12 se describen las fallas obtenidas con dos subconjuntos que difieren exclusivamente en las relaciones ancho/grueso de los patines y alas de las

vigas (11.7 y 47 en el primero, 10.2 y 33 en el segundo), provistos de contraventes lateral, en los patines superiores, con especificaciones menores que las especificadas para carga estática; la capacidad de rotación de las vigas del segundo subconjunto fue apreciablemente mayor que la del primero; en este apareció una onda de pandeo local en el patín comprimido cuando la rotación en la articulación plástica era de -0.040 rad, y el pandeo lateral se presentó, después de varios ciclos, al invertir la rotación a -0.028 rad, con disminución en la resistencia, mientras que en aquel no hubo pandeo local bajo inversiones de la rotación plástica de 0.050 rad a -0.018 rad, y aunque se formó una pequeña onda al llegar a -0.029 rad, el pandeo lateral se inició con rotaciones de 0.040 rad, y aún entonces no influyó en la resistencia del espécimen.

Los resultados anteriores indican que el comportamiento de las estructuras mejora cuando se utilizan vigas con relaciones ancho/grueso, en patines y alas, menores que las especificadas para diseño plástico bajo carga estática, y cuando se colocan más contraventes lateral; sin embargo, en la ref. 4.11 se sugiere que el índice de desplazamiento Δ/h máximo de cada entrepiso, bajo el temblor de diseño más intenso, se limita a 0.03 para evitar problemas excesivos de inestabilidad; en ese caso, si se desprecia la contribución al desplazamiento de las deformaciones elásticas e inelásticas de la junta y de las deformaciones elásticas de las columnas y vigas, la capacidad de rotación mínima necesaria en las articulaciones plásticas de los extremos de las vigas puede tomarse conservadoramente igual a 0.03 rad, y aunque los estudios efectuados hasta ahora no permiten asegurarlo de manera definitiva, parece que las vigas que cumplen las relaciones ancho/grueso especificadas para carga estática y que tienen el patín superior soportado lateralmente en forma continua pueden admitir rotaciones de esa magnitud, y aún mayores, sin que disminuya su resistencia.

En resumen, aunque la información experimental con que se cuenta no es del todo concluyente, parece indicar que si las vigas están soportadas lateralmente en forma

adecuada basta con que se cumplan las relaciones ancho/grueso especificadas para dicho plástico bajo carga estática para que su comportamiento bajo carga cíclica sea satisfactorio; la situación cambia cuando aumenta la longitud no soportada lateralmente, pues en ese caso el pandeo lateral se inicia poco después que el local, y la combinación de ambas ocasiona una falla prematura. En marcos rígidos de edificios urbanos es fácil lograr que el sistema de piso proporcione soporte lateral continuo al patín superior de las vigas y, si es necesario, el inferior puede fijarse por medio de alfileres verticales; sin embargo, en estructuras de otros tipos puede ser recomendable escoger límites de las relaciones ancho/grueso y de la separación entre soportes laterales más conservadoras que las que se fijan para carga estática.

CAPACIDAD DE ROTACION. Cuando no se presentan fallas prematuras, las curvas carga-deformación de las vigas tienen la forma indicada en la Fig. 4.12, en la que se han tomado el momento y la rotación en el extremo, M y θ , como parámetros representativos de los sistemas de cargas y deformaciones.

Llamando θ_u a la rotación en el instante en que se inicia la descarga, y θ_p a la rotación elástica máxima correspondiente al momento plástico resistente de la viga (es decir, el ángulo que habría girado el extremo al llegar el momento a M_p si el comportamiento fuese elástico hasta entonces) la capacidad de rotación de la viga, R , es, por definición,

$$R = (\theta_u / \theta_p) - 1$$

R es nula cuando el miembro no puede soportar el momento M_p durante ningún intervalo de rotaciones, pues en ese caso $\theta_u = \theta_p$.

El cociente θ_u / θ_p , o δ_u / δ_p , donde δ es un desplazamiento lineal cualquiera, es el factor de ductilidad de la viga.

En las refs. 4.6, 13 y 14 se presentan expresiones que relacionan la capacidad de rotación R de vigas H bajo momento uniforme o variable, producida por carga estática,

con los distintos parámetros que afectan su comportamiento; con ellas se puede determinar la separación entre puntos soportados lateralmente necesaria para obtener una capacidad de rotación deseada o, inversamente, calcular la capacidad de rotación para una separación dada. Por ejemplo, si la separación entre contraventeos es $35 l_y$ en una viga H compuesta de acero A36 con traveses adyacentes elásticos, bajo momento uniforme, la capacidad de rotación excede de 10.5, y si se hace una R de 5 basta con soportar lateralmente puntos separados distancias iguales a $60 l_y$. Bajo momento variable el pandeo lateral es menos importante, y longitudes no contraventeadas del orden de $75 l_y$ suelen ser adecuadas en la mayoría de los casos.

DISEÑO. En la actualidad no se cuenta con información suficiente sobre la demanda de capacidad de rotación en estructuras sometidas a sismos intensos ni sobre la que éstas pueden proporcionar, por lo que mientras se obtiene mayor información teórica y experimental, en las zonas en que se formarán articulaciones plásticas ligadas con el mecanismo de colapso las vigas de estructuras que se construirán en zonas sísmicas deben satisfacer, cuando menos, los requisitos relativos a relaciones ancho/grueso de patines y almas y a separación entre puntos soportados lateralmente que se exigen en diseño plástico, independientemente de que los métodos empleados para el análisis y diseño sean elásticos, basados en esfuerzos permisibles, o plásticos.

De acuerdo con la ref. 4.15, esos requisitos son

YIELD STRESS (Esfuerzo de fluencia)	MAXIMUM ALLOWABLE WIDTH-TO-THICKNESS RATIO FLANGES (PATINES)	MAXIMUM ALLOWABLE LATERALLY UNSUPPORTED DISTANCE ² ... WEBS (ALMAS)		MAXIMUM ALLOWABLE LATERALLY UNSUPPORTED DISTANCE ²	
		$b/p_f \leq 0.27$	$b/p_f > 0.27$	$L \leq 4M_p / \gamma - 0.5$	$L \leq 4M_p / \gamma + 1.0$
36 ksi (24.84 kN/cm ²)	17.0	48.7 - 36.1 l_y	42.8	63.7 l_y	38.7 l_y
50 ksi (34.50 kN/cm ²)	14.0	58.3 - 31.6 l_y	36.3	52.5 l_y	27.5 l_y
65 ksi (44.83 kN/cm ²)	12.0	51.1 - 21.5 l_y	31.9	46.2 l_y	21.2 l_y

1. Relaciones ancho/grueso máximas admisibles
2. Distancias no soportadas lateralmente máximas admisibles

Todas las secciones en que aparezcan articulaciones plásticas asociadas con el mecanismo de colapso deben contraventearse lateralmente en forma adecuada para evitar desplazamientos laterales y torsionales, y la longitud no soportada entre esas secciones y puntos adyacentes contraventeados similarmente no debe sobrepasar la distancia en las dos últimas columnas de la tabla, en las que r_y es el radio de giro del miembro alrededor del eje débil, M es el menor de los momentos en los extremos del segmento no contraventado y M_{pl} , relación entre momentos en los extremos, es positiva si el segmento se flexiona en curvatura doble y negativa si lo hace en curvatura simple.

El efecto de la fuerza cortante sobre el momento plástico resistente de las vigas es despreciable casi siempre; en la ref. 4.6 se indica que no es necesario modificarlo si la fuerza cortante no excede de $(\sigma_y/\sqrt{3})w_d$, donde σ_y es el esfuerzo de fluencia del acero y w y d son, respectivamente, el grueso y el peralte del alma.

En los tramos entre articulaciones las vigas se diseñan utilizando métodos elásticos y empleando factores de carga adecuados para evitar fallas prematuras anteriores a la formación del mecanismo de colapso.

4.4.2 COLUMNAS. Las columnas de los marcos rígidos deben ser capaces de soportar las cargas que les transmiten las vigas adyacentes y los tramos de columnas que se encuentren sobre ellas, llevándolas eventualmente a la cimentación, así como los momentos producidos por cargas verticales que reciben de las vigas; además, deben aguantar y soportar las fuerzas horizontales en marcos contraventados, y resistirlas en su totalidad en los que no tienen contraventeo, y contribuir a darle al marco la rigidez necesaria para evitar problemas de pandeo de conjunto. Trabajan fundamentalmente en flexocompresión, y suelen ser despreciables los efectos que ocasionan en ellas las fuerzas cortantes. En general están sometidas a flexocompresión biaxial, pues forman parte simultáneamente de dos marcos, frecuentemente ortogonales.

Una barra flexocomprimida puede fallar por alguna de las causas que se enumeran a continuación, o por una combinación de dos o más de ellas;

1. Porque se alcance su resistencia máxima bajo momento y fuerza axial combinados, al formarse articulaciones plásticas en la sección o secciones en las que el momento tiene su mayor intensidad.
2. Por inestabilidad en el plano de los momentos ocasionada por exceso de flexión en ese plano, teniendo en cuenta la acción simultánea de la fuerza normal.
3. Por pandeo lateral debido a flexotorsión.
4. Por pandeo debido a compresión axial alrededor de los ejes de menor momento de inercia.
5. Por pandeo local.

Cualquiera de las cuatro últimas formas de falla puede iniciarse en el intervalo elástico o en el inelástico, dependiendo de la mayor o menor exaltación de la placa en consideración o de los elementos planos que la forman.

La primera forma de falla es crítica cuando la barra tiene paredes gruesas y sus condiciones de apoyo y carga son tales que puedan formarse articulaciones plásticas en la zona central o en uno o en los dos extremos, producidos por fuerzas de menor intensidad que las que ocasionarían la falla por pandeo; esta condición suele corresponder al colapso de columnas aisladas, pero no necesariamente al de las que forman parte de estructuras reticulares.

La segunda condición es crítica en barras flexionadas alrededor de sus ejes de menor momento de inercia, y también cuando la flexión se presenta en el plano de mayor resistencia pero el pandeo lateral está impedido por las características geométricas de las secciones transversales (tubos, secciones en ω) o por la presencia de elementos exteriores de contraventeo.

La falla por pandeo lateral (condición 3) se presenta en alambros de sección ω o similar, flexionados alrededor de sus ejes de mayor momento de inercia, y desprovistos de elementos exteriores adecuados de contraventeo; se caracteriza por una

flexión lateral de la barra en un plano perpendicular al de aplicación de los momentos, acompañada por un retorcimiento alrededor del eje longitudinal.

La condición 4 es crítica cuando la fuerza axial es mucho más importante que la flexión y el comportamiento se aproxima al de una columna en compresión axial, y la 3 cuando las relaciones ancho/grueso de patines o alma están por encima de ciertos límites.

La forma de falla más común en columnas de edificios es la correspondiente a la combinación de los dos primeros casos, es decir, por formación de un número de articulaciones plásticas suficiente para que se conviertan en un mecanismo, bajo la acción de las solicitaciones incrementadas por efectos de segundo orden debidos a la interacción de la compresión y los desplazamientos ocasionados por los momentos flexionantes.

El pandeo lateral por flexotorsión puede hacer que disminuya la resistencia, pero las longitudes y las dimensiones de las secciones transversales de las columnas de edificios son tales que esa falla no suele ser crítica, y lo mismo sucede con el pandeo local. Tampoco tiene importancia el pandeo de Euler, ya que la flexión juega un papel importante en la gran mayoría de los casos.

Una columna de un marco provisto de contraventeos o de muros de cortante de rigidez y resistencia adecuadas falla cuando se forman en ella tres articulaciones plásticas (Fig. 4.13).

El comportamiento de las columnas de marcos no contraventeados es considerablemente diferente. La estabilidad del conjunto depende básicamente de las vigas; si son muy flexibles las columnas actúan esencialmente como cuerpos rígidos, y el desplazamiento horizontal se debe principalmente a la flexión de las vigas; cada entrepiso se convierte en un mecanismo cuando se forman articulaciones en los extremos de todas ellas, con lo que desaparecen las restricciones y los desplazamientos crecen ilimitadamente, (Fig. 4.14a).

Si las vigas son rígidas las columnas resisten las deflexiones laterales trabando en flexión; la condición de colapso se alcanza también cuando el entrepiso se convierte en un mecanismo, al formarse articulaciones plásticas en los dos extremos de todas las columnas, (la estabilidad lateral del marco no depende de cada una de ellas en particular, sino del comportamiento de todas las de cada entrepiso, ya que el colapso no se presenta cuando una o más columnas se convierten en mecanismos, pues las restantes siguen proporcionando rigidez lateral al conjunto).

En la Fig. 4.14 b se ha representado el caso teórico de vigas infinitamente rígidas.

Pueden presentarse situaciones intermedias, en las que algunas columnas fallan al formarse articulaciones plásticas en sus dos extremos y otras cuando desaparecen las restricciones proporcionadas por las vigas; incluso, hay casos en que las dos situaciones tienen lugar en una misma pieza, en uno y otro de sus extremos.

Cuando en un entrepiso de un marco no contraventado se utilizan columnas de resistencias muy diferentes, alguna de ellas puede fallar como se muestra en la Fig. 4.13 b, y si las restantes proporcionan resistencia lateral suficiente para impedir la falla del conjunto; sin embargo, esta situación debe evitarse en estructuras construidas en zonas sísmicas, pues se tendrían eslabones débiles que precipitarían a falla.

De acuerdo con la práctica usual, al diseño de estructuras que se construirán en zonas sísmicas se hace de manera que las articulaciones plásticas se formen en las vigas, mientras las columnas se conservan básicamente en el intervalo elástico. Por este motivo se han efectuado menos estudios referentes al comportamiento inclinado de columnas bajo carga sísmica que de vigas en condiciones análogas, pero se cuenta con alguna información, que se discutirá más adelante.

El comportamiento de una barra recta aislada sometida a la acción simultánea de cargas de compresión axial y pares aplicados en los extremos puede representarse por medio de la curva momento-rotación en el extremo, obtenida aplicando primero la

fuerza de compresión y después momentos de intensidad creciente, en uno solo o en ambos extremos, mientras la compresión se mantiene constante.

Los parámetros principales que determinan la respuesta de la pieza son su esbeltez, la magnitud de la fuerza de compresión y la manera en que están aplicados los momentos, que pueden producir curvatura simple o doble; además, el problema se complica si la pieza puede fallar por pandeo lateral o cuando una de sus extremos se desplaza linealmente respecto al otro.

En la Fig. 4.25 se han trazado en forma cualitativa varias curvas M-θ, todas correspondientes a columnas en las que no hay pandeo local ni lateral y cuyos extremos están fijos linealmente, cada selección de curvas ilustra la importancia de uno de los parámetros mencionados arriba.

En Fig. 4.25a corresponde a una columna muy corta, en la que no hay inestabilidad de ninguna clase; cuando la fuerza normal es nula se obtiene la curva M-θ característica de una pieza en flexión, que resiste un momento de intensidad máxima igual a Mp y lo mantiene durante rotaciones importantes, y al crecer P gradualmente se van obteniendo curvas semejantes a la primera pero cuya ordenada máxima no es Mp sino Mpc, momento plástico reducido por efecto de la fuerza normal.

Las otras tres figuras describen el comportamiento de piezas largas. En la b se han trazado varias curvas, obtenidas para valores constantes de q y de L/r y para intensidades crecientes de la fuerza axial (q es el cociente del menor entre el mayor de los momentos en los extremos); al aumentar la compresión disminuye tanto el momento máximo que resiste la pieza como su capacidad de rotación.

Cuando varía L/r, manteniéndose q y P constantes, o cuando la variable es q, mientras las otras dos cantidades se conservan fijas, el efecto sobre el comportamiento de la columna es análogo; al aumentar la relación de esbeltez, o tender los momentos en los extremos hacia valores iguales que producen curvatura simple en flexión pura, disminuyen tanto la resistencia como la capacidad de rotación (Fig. 4.25c y d).

Cualquiera de la e curvas de la Fig. 4.25 puede interrumpirse prematuramente si

se presenta un fenómeno de pandeo local o lateral, cuya importancia varía también con los parámetros que caracterizan el problema.

Aún admitida la imposibilidad de que haya pandeo, la resistencia de las barras flexocomprimidas (argue queda limitada por inestabilidad, como lo demuestra la forma de las curvas de las Figs. 4.25 b, c y d, que tienen una rama ascendente, correspondiente a configuraciones estables, seguida de un punto en el que la pendiente es nula y el equilibrio indiferente (resistencia máxima) y de una rama descendente, característica de estados de equilibrio inestables. La inestabilidad, que se presenta sin que la barra se deslice del plano de la flexión, y que no es un fenómeno de pandeo (no hay bifurcación del equilibrio), se debe a la interacción de momentos y fuerzas normal y a la disminución de rigidez producida por la plastificación parcial.

La resistencia de una columna flexionada alrededor de su eje de mayor momento de inercia, que se conserva durante todo el proceso de carga en el plano de la flexión, puede determinarse utilizando métodos elásticos o elastoplásticos. En el primer caso se toma como límite de utilidad estructural la aparición del esfuerzo de fluencia en la sección crítica, y no corresponde a la resistencia máxima de la columna, que puede admitir incrementos adicionales de carga hasta su colapso por inestabilidad en el plano de la flexión.

Despreciando los esfuerzos residuales, puede considerarse que el comportamiento elástico termina cuando

$$\sigma_{máx} = \frac{P}{A} + \frac{M_{máx}}{S_x} = \sigma_y$$

En M_{máx} se incluye el momento producido por la fuerza P al actuar sobre la pieza deformada.

Dividiendo los dos miembros entre σ_y, teniendo en cuenta que Aσ_y = P_y y S_xσ_y = (M_y)_y, y expresando el momento máximo como el producto de un factor de amplificación φ por el mayor de los momentos aplicados en los extremos, la ecuación anterior se transforma en

$$\frac{P}{P_y} + \varphi \frac{M_o}{(M_o)_y} = 1.0 \quad (1)$$

Las expresiones teóricas exactas de φ resultan inadecuadas para diseño, por lo que la ec. (1) suele sustituirse por las dos ecuaciones aproximadas siguientes, que deben satisfacerse simultáneamente:

$$\frac{P}{P_y} + \frac{C_m}{1 - P/P_c} \frac{M_o}{(M_o)_y} \leq 1.0 \quad (2)$$

$$\frac{P}{P_y} + \frac{M_o}{(M_o)_y} \leq 1.0 \quad (3)$$

Con la fórmula (2) se comprueba que los esfuerzos máximos amplificados por efectos de segundo orden no exceden el límite de fluencia, y con la (3) se hace la misma comprobación en el extremo de la columna en que actúa el mayor de los momentos exteriores; en los extremos no hay amplificación.

Como M_o es un momento uniforme ficticio aproximadamente equivalente a los momentos reales variables, si los extremos de la columna no se desplazan linealmente C_m se calcula con la expresión $C_m = 0.6 + 0.4 M/M_o \geq 0.4$, en la que M es el menor y M_o el mayor de los momentos en los extremos, y M/M_o es positivo cuando la barra se flexiona en curvatura simple y negativo cuando la hace en curvatura doble; $1/(1 - P/P_c)$ donde P_c es la carga crítica de Euler de pandeo en el plano de la flexión, es un factor de amplificación del momento uniforme equivalente $C_m M_o$, que tiene en cuenta, aproximadamente, la interacción fuerza axial-momento.

Se cuenta con varios métodos para calcular la resistencia máxima de las columnas en el intervalo inelástico (refs. 417 y 418), y se han desarrollado procedimientos que permiten determinar la curva completa momento-rotación en un extremo (refs. 419 y 421); esta curva es de importancia fundamental en diseño sísmico, pues con ella se obtienen la capacidad de rotación y de absorción de energía; sin embargo, las curvas han sido deducidas para miembros con carga axial constante y momentos aplicados en

uno o en los dos extremos que crecen monótonicamente hasta la falla, por lo que proporcionan únicamente una indicación cualitativa del comportamiento de columnas sometidas a solicitaciones sísmicas.

En la Fig. 4.16 (422) se muestran tres curvas momento-rotación típicas obtenidas para tres columnas iguales, con relación de esbeltez en el plano de flexión $l/r_x = 30$ y fuerzas de compresión $P = 0.30 P_y$, sometidas a momentos de intensidad creciente aplicados en los extremos que guardan entre sí relaciones diferentes en cada caso; la columna en curvatura doble es la que se encuentra en la condición más favorable, y la más crítica es la flexionada en curvatura simple; los momentos tienen intensidades iguales en los dos ejes.

La columna no puede soportar el momento M_p completo en ninguno de los casos, pues parte de su resistencia debe destinarse a la fuerza de compresión, pero en B y C tiene una capacidad de rotación importante bajo momento constante igual a M_p , mientras que en A los efectos de segundo orden son máximos, el momento resistente no llega a M_p y la capacidad de rotación es muy pequeña; este fenómeno se agudiza cuando aumentan l/r_x y P , de manera que las columnas esbeltas y con compresión importante resisten un momento máximo apreciablemente menor que M_p , y tienen una capacidad de rotación muy reducida, a una mila.

Las columnas de edificios contruidos en zonas sísmicas son en general poco esbeltas y la flexión suele ser predominante en su diseño, por lo que sus relaciones P/P_y son bajas; además, se flexionan en curvatura doble bajo la acción combinada de fuerzas verticales y solicitaciones sísmicas; por todo esto, su capacidad de rotación suele ser importante, del orden de la mitad de la predicha para vigas (ref. 421).

Las ecuaciones aproximadas 2 y 3 pueden utilizarse también para describir la condición de carga que ocasiona la iniciación del pandeo elástico de una columna, fuera del plano de flexión; para ello, basta sustituir en la ec. 2 a P_y y $(M_o)_y$ por P_{cr} y M_{cr} , que representan la carga crítica de Euler para pandeo alrededor del eje de menor momento de inercia y el momento crítico de pandeo elástico de la

barra flexionada uniformemente alrededor de su eje W_{pl} de mayor momento de inercia; la ec. (3) se conserva sin cambio.

La resistencia de barras flexocomprimidas que fallan por exceso de flexión en el plano de los momentos es relativamente insensible a cambios en las dimensiones de las secciones transversales, por lo que un solo conjunto de curvas correspondiente a una relación q dada entre momentos extremos es aplicable a todas las secciones K , laminadas o formadas por placas, de dimensiones semejantes a las laminadas; en cambio, la resistencia al pandeo lateral depende de manera importante de la sección transversal de la columna.

Se ha determinado (ref. 4.12) que la relación dimensional K_1/Ad^2 , donde K_1 es la constante de torsión de Saint Venant, A el área y d el peralte de la sección, constituye el parámetro geométrico principalmente responsable de cambios en el momento crítico, tanto en el intervalo elástico como en el inelástico, y que la resistencia al pandeo lateral es proporcional a él; todas las variables restantes que definen la geometría de las secciones transversales, reducidas a una forma adimensional, son aproximadamente constantes para relaciones P/P_c y L/r_y fijas, aún en el intervalo inelástico, de manera que pueden construirse curvas (ref. 4.12) que proporcionan las relaciones de esbeltez límite en función de $K_1 r_y^2 / Ad^2$ y de P/P_c , y que son aplicables a todas las secciones K laminadas con aproximación suficiente para diseño.

Los resultados proporcionados por las curvas son conservadores cuando se aplican a columnas de edificios sobre los que actúan cargas horizontales, pues corresponden a piezas libremente apoyadas con momentos iguales en los extremos que las flexionan en curvatura simple, y las columnas mencionadas siempre tienen restricciones en los extremos y, además, se flexionan en curvatura doble; teniendo esto en cuenta, y estudiando las curvas, se concluye que el pandeo lateral por flexotorsión no ocasiona disminuciones en la resistencia de la mayoría de las secciones K que se utilizan en

edificios, cuando actúan sobre ellos cargas verticales y horizontales estáticas.

Si en la ec. (2) se sustituye P_c por la carga crítica de pandeo inelástico de la columna comprimida axialmente, correspondiente a la relación de esbeltez más grande, y $(M_u)_c$ por el momento máximo que podría resistir la pieza si estuviera sometida únicamente a flexión, incluyendo efectos de pandeo lateral por flexotorsión cuando sean significativos, se obtiene la ec. (4), que proporciona pares de valores de P y M_u que ocasionan la falla por inestabilidad, aunque empírica, la ec. (4) proporciona buena precisión para diseño.

La ec. (3) se sustituye por la (5), que describe la condición correspondiente a la formación de una articulación plástica en un extremo, de manera que cuando se satisface alguna de las ecs. (4) o (5) está a punto de agotarse la resistencia de un miembro sujeto a compresión y a flexión en el plano de mayor resistencia, ya sea por pandeo lateral o por formación de una articulación plástica en uno de sus extremos.

$$\frac{P}{P_c} + \frac{C_m}{1 - P/P_c} \frac{M_u}{M_u} = 1.0 \quad (4)$$

$$\frac{P}{P_c} + \frac{M_u}{1.18 M_p} = 1.0 \quad (5)$$

M_u , momento máximo que pueda resistir el miembro en ausencia de fuerza normal, puede calcularse aproximadamente con la expresión empírica (ref. 4.15)

$$M_u = \left[1.07 - \frac{(L/r_y) \sqrt{E}}{26500} \right] M_p \leq 1.7 P$$

Esta ecuación proporciona un valor aproximado del momento crítico de pandeo lateral para $Q_u = 1.0$; cuando los valores de los momentos en los extremos guardan otra relación, puede corregirse utilizando el coeficiente C_m .

De las ecs. (4) y (5) se obtienen dos valores del momento anterior M_u ; el menor de ellos es el máximo que resiste la columna en combinación con la fuerza axial P .

$$M_u = \frac{1}{C_m} \left(1 - \frac{P}{P_c} \right) \left(1 - \frac{P}{P_c} \right) M_u \quad (4')$$

$$M_0 = 1.18 (1 - P/P_2) M_p \quad (5')$$

FLEXIÓN BIAJIAL. El problema por resolver es determinar la intensidad máxima de las sollicitaciones que puede resistir una columna cuando actúan en ella, simultáneamente, una fuerza axial de compresión y momentos aplicados alrededor de los dos ejes centroidales y principales de sus secciones extremas; no es un problema de pandeo por bifurcación del equilibrio, pues las secciones transversales se desplazan lineal y angularmente desde un principio, sino de inestabilidad producida por la interacción de momentos y fuerza axial.

En la ref. 29 se desarrolla un método aproximado para el diseño elástico de columnas de sección transversal H con pares aplicados en los extremos alrededor de los dos ejes centroidales y principales, que constituye la base de las recomendaciones contenidas en las refs. 4.24 y 4.25.

Para que el esfuerzo normal no sobrepase al de fluencia en ningún punto deben satisfacerse simultáneamente las tres condiciones siguientes:

$$\sigma_0 + \sigma'_{bx} + \sigma'_{by} \leq \sigma_2 \quad (6)$$

$$\sigma_0 + \sigma''_{bx} + \sigma''_{by} \leq \sigma_3 \quad (7)$$

$$\sigma_0 + N_x \sigma'_{bx} + N_y \sigma'_{by} \leq \sigma \quad (8)$$

$\sigma_0, \sigma'_{bx}, \sigma'_{by}$ son los esfuerzos normales directos producidos por la fuerza axial y por momentos uniformes ficticios equivalentes aplicados alrededor de X y Y , que se calculan con las expresiones

$$(M_x)_{eq} = (1/\sqrt{F})_x M_{0x} = C_{mx} M_{0x}$$

$$(M_y)_{eq} = (1/\sqrt{F})_y M_{0y} = C_{my} M_{0y}$$

en las que M_{0x} y M_{0y} son los momentos mayores alrededor de X y Y y los factores $1/\sqrt{F}$, que están tabulados en la ref. 4.26, son muy semejantes a los coeficientes C_m , calculados para flexión alrededor de cada uno de los ejes centroidales y princi-

pales.

$\sigma'_{bx}, \sigma'_{by}, \sigma''_{bx}$ y σ''_{by} son los esfuerzos máximos en los extremos de la columna, calculados con los momentos exteriores aplicados en ellos. N_x y N_y son factores de amplificación que se determinan con las fórmulas de la ref. 4.11, ~~de la ref. 4.11~~ ~~de la ref. 4.11~~ y σ es un esfuerzo normal reducido para tener en cuenta los efectos de las imperfecciones geométricas inevitables en las columnas.

Los esfuerzos en los dos extremos se revisan con las eqs. 6 y 7 y la condición de estabilidad con la eq. 8.

La resistencia máxima real, en el intervalo inelástico, de columnas aisladas de sección H en flexocompresión biaxial, se ha determinado estableciendo su relación carga-deformación completa, por medio de métodos numéricos en los que las cargas exteriores se aplican en una secuencia de incrementos suficientemente pequeños; se han obtenido así ecuaciones de interacción que expresan las condiciones de falla por formación de una articulación plástica en alguna sección transversal, o por inestabilidad de la columna (refs. 4.26 a 4.30).

En secciones contraventuradas (extremos de la columna) debe satisfacerse la condición

$$\left(\frac{M_x}{M_{px}}\right)^2 + \left(\frac{M_y}{M_{py}}\right)^2 \leq 1.0 \quad (9)$$

M_x y M_y son los momentos que actúan en la sección considerada y M_{px} y M_{py} los momentos plásticos, reducidos por fuerza axial, correspondientes a flexión alrededor de X y Y , que se calculan con las ecuaciones

$$M_{px} = 1.18 M_{px} [1 - (P/P_2)] \leq M_{px}$$

$$M_{py} = 1.18 M_{py} [1 - (P/P_2)] \leq M_{py}$$

en las que M_{px} y M_{py} son los momentos plásticos de la sección.

En secciones II en las que la relación del ancho del patín al peralte del alma está comprendida entre 0.5 y 1.0, ξ está dado por

$$\xi = 1.6 - \frac{P/P_y}{2P_n(P/P_y)}$$

donde P_n índice logarítmico natural.

La estabilidad entre puntos contraventados se comprueba con la ecuación

$$\left(\frac{C_{m1} M_x}{M_{crx}}\right)^2 + \left(\frac{C_{m2} M_y}{M_{cry}}\right)^2 \leq 1.0 \quad (10)$$

M_x y M_y son los momentos mayores, aplicados en uno u otro extremo de la columna, y M_{crx} y M_{cry} son los momentos resistentes en flexión, disminuidos por pandeo lateral por flexotorsión, cuando éste es crítico.

$$M_{crx} = M_{crx} [1 - (P/P_{ex})] [1 - (P/P_{ey})]$$

$$M_{cry} = M_{cry} [1 - (P/P_{ex})] [1 - (P/P_{ey})]$$

P_{ex} es la carga crítica de pandeo inelástico de la columna (Por en la ec. 4), P_{ey} y P_{ey} las de pandeo elástico, M_{crx} el momento plástico para flexión alrededor de X_x reducido por pandeo lateral cuando sea necesario ($M_{crx} = \frac{M_{px} - P}{\eta}$), y el exponente η vale

$$\eta = 0.4 + P/P_y + b_f/d \geq 1.0, \text{ cuando } b_f/d \geq 0.3$$

$$\eta = 1.0, \text{ cuando } b_f/d < 0.3$$

b_f y d son el ancho del patín y el peralte de la sección I o H.

Para utilizar las ec. (9) y (10) en el diseño de columnas de marcos no contraventados (sway frames) deben determinarse los momentos producidos por la carga última por medio de un análisis de segundo orden en el que se incluya el efecto P Δ .

En la ref. 4.3 se recomienda que cuando se utilicen las ec. 9 y 10 para determinar la resistencia de columnas en flexocompresión biaxial se tengan en cuenta las premisas siguientes:

1. Las secciones deben dimensionarse de manera que las solicitaciones producidas por viento o sismo, que son reversibles, no ocasionen esfuerzos que sobrepasen el límite de fluencia nominal.

2. Las secciones deben dimensionarse de manera que las solicitaciones variables, ocasionadas por viento y sismo más carga vertical (con un factor de carga de 1.5 multiplicado por 0.7, e algo así, para tener en cuenta la probabilidad de ocurrencia) no ocasionen esfuerzos que excedan del límite de fluencia nominal del material.

3. Debe recordarse que el método se ha desarrollado suponiendo que no hay pandeo local prematuro (secciones compactas).

En la ref. 4.4 se recomienda que la resistencia de las columnas en flexocompresión biaxial, ante fallas por inestabilidad, se determine con la ecuación

$$\frac{P}{P_{cr}} + \frac{C_{m1} M_x}{M_{crx}(1 - P/P_{ex})} + \frac{C_{m2} M_y}{M_{cry}(1 - P/P_{ey})} \leq 1.0 \quad (11)$$

que es una extensión de la ec. (4).

COLUMNAS CARGADAS CICLICAMENTE. La información experimental sobre el comportamiento de elementos flexocomprimidos cargados cíclicamente que se posea en la actualidad es todavía bastante reducida, y se limita a secciones flexionadas alrededor de uno sólo de sus ejes centroidales y principales; se carece totalmente de información relativa a miembros en flexocompresión biaxial.

Se han ensayado especímenes aislados de sección transversal H de los tipos que se muestran en la Fig. 4.17 y en las experiencias reportadas en las refs. 4.11 y 4.13 se ha utilizado la barra libremente apoyada con una carga aplicada en el centro del claro, y la piana en voladizo con una fuerza horizontal en el extremo libre se ha empleado en las refs. 4.14 y 4.15; en todos los casos la fuerza transversal Q se aplica cíclicamente mientras la normal P se mantiene constante, cambiando su intensidad de un ensayo a otro para determinar cómo influye en el comportamiento de la columna.

Los incrementos de fuerza axial (que se expresa en general en la forma adimensional P/P_y) producen siempre un efecto desfavorable en la respuesta de la columna; si se evitan los desplazamientos laterales, la falla se inicia siempre por pandeo local de las patinas, que crece en ciclos sucesivos de carga y se extiende eventualmente al alma; la combinación de los dos modos de pandeo local ocasiona el colapso del miembro, precedido por un retorcimiento alrededor del eje longitudinal.

Los resultados obtenidos en la ref. 431 se resumen en la Fig. 4.18, en la que se muestra la relación entre las amplitudes de las deflexiones y el número de ciclos de carga que resiste la columna hasta la fractura, para dos valores de P/P_y ; cuando la fuerza axial crece disminuyen las amplitudes de las deflexiones y el número de ciclos que produce la falla.

En la ref. 431 se muestra que la capacidad de rotación disminuye cuando aumentan las relaciones ancho/grueso de patines y alma, o cuando crece la fuerza axial mientras se conservan fijas esas relaciones.

Como los estudios sobre columnas sometidas a cargas cíclicas en el intervalo inelástico tienen mucho de ser complejas, y no se conoce la influencia de su comportamiento en la respuesta de entrepisos de marcos rígidos, el diseño de éstos se hace, como ya se ha mencionado, de manera que las articulaciones plásticas se formen en las vigas mientras que las columnas se conservan básicamente en el intervalo elástico hasta el colapso. Sin embargo, la respuesta real de una estructura sometida a la acción simultánea de cargas gravitacionales y sollicitaciones sísmicas es tan compleja que es imposible asegurar que durante temblores intensos no se formarán articulaciones plásticas en algunas columnas, aunque al hacer el diseño se haya tratado de evitarlas; varios son los factores que pueden ocasionar el comportamiento mencionado:

1. El diseño se hace siempre con las dimensiones de las secciones tabuladas en los manuales y tomando como base el esfuerzo de fluencia nominal del acero, y en los perfiles reales tanto éste como aquellas difieren, a veces sustancialmente, de los valores teóricos; como una consecuencia, las resistencias reales pueden ser bastante

diferentes de las calculadas, y la combinación de un aumento de resistencia en una trabe con una disminución en la columna en que se apoya puede hacer que la articulación que teóricamente debería formarse en la primera aparezca en realidad en la segunda.

2. En el análisis y el diseño no suelen tenerse en cuenta las aceleraciones verticales de las masas del edificio, las que incrementan las fuerzas axiales en las columnas, con respecto a las calculadas, y hacen que disminuya su capacidad para resistir flexión.

3. Los efectos de los modos superiores de vibración, que suelen despreciarse, pueden también hacer que se formen articulaciones plásticas en algunas columnas.

Los factores mencionados son tan complejos y las incertidumbres ligadas con ellos tan grandes que no se pueden tener en cuenta explícitamente en el diseño, por lo que es importante reconocer la posibilidad de que se formen articulaciones plásticas en las columnas y prever el comportamiento correspondiente.

En la ref. 432 se reportan los resultados obtenidos estudiando experimentalmente seis subconjuntos formados por una columna y las dos vigas que conectan en ella, semejantes a los de las refs. 411, 422, 431, sometidos a compresión constante y fuerzas horizontales cíclicas; cuyas vigas se sobrediseñaron deliberadamente para obligar a que las articulaciones plásticas se formasen en los extremos de las columnas; éstas se flexionan alrededor del eje de mayor momento de inercia en cuatro de los subconjuntos y del de menor en los otros dos. Tomando como base el número limitado de pruebas realizadas, se concluye que puede admitirse que se formen articulaciones plásticas en las columnas en las que P/P_y no exceda de 0.5, ya que tienen un comportamiento satisfactorio, gracias en gran parte al endurecimiento por deformación, pero que deben evitarse cuando la fuerza axial exceda de la mitad de P_y , pues se observó una disminución drástica de resistencia en especímenes con P/P_y de 0.6 y 0.8.

En la ref. 440 se llega a conclusiones semejantes en dos marcos, en uno de los cuales las columnas se flexionan alrededor del eje X mientras que en el otro el eje de flexión fué el Y; las relaciones F/P_y fueron 0.20 y 0.41, respectivamente.

En todas las columnas de las estructuras estudiadas en las refs. 440, 441 se empleó una sección 43x48, que tiene relaciones ancho/grueso de 14.4 en los patines y 16.3 en el alma; la esbeltez L/r_y de las columnas de la ref. 436 fué mucho menor que la ^{máxima} admisible para diseño plástico bajo carga estática, pero la de las columnas del marco de la ref. 440 flexionadas alrededor de X fué de 52, valor no muy alejado del máximo admisible en secciones H de acero A36 bajo momento variable producido por carga estática, que es 63.2. Aunque la información reportada es limitada, parece indicar que las columnas con relaciones de esbeltez usuales en edificios, cuyos patines y alma cumplen las relaciones ancho/grueso especificadas para diseño plástico, deben tener un comportamiento adecuado en marcos sometidos a efectos sísmicos, e incluso admitir la formación y rotación de articulaciones plásticas, siempre que la fuerza de compresión no exceda de alrededor del cincuenta por ciento de P_y .

4.5.3 CONEXIONES. Las conexiones transmiten los elementos mecánicos, momentos flexionantes y fuerzas cortantes y normales, de las vigas a las columnas y viceversa, así como las fuerzas de las diagonales de contraventeos del marco propiamente dicho, con lo que se logra que todos los miembros de la estructura trabajen en conjunto. En este capítulo se considera únicamente el caso en que los marcos están provistos de juntas rígidas entre vigas y columnas, capaces de transmitir de unas a otras los elementos mecánicos íntegros que hay en ellas; ^{de manera que los únicos} desplazamientos lineales o angulares relativos entre sus extremos ^{son los debidos a las deformaciones de la conexión.}

En la Fig. 4.19 se muestran tres tipos de conexiones viga-columna que se emplean comúnmente en marcos de edificio, correspondientes al nivel superior, a una columna lateral y a una interior.

Aunque casi todos los estudios que se han realizado hasta ahora corresponden a marcos planos con las vigas unidas a los patines de las columnas (se ha efectuado también un número reducido de pruebas de laboratorio con especímenes en los que — llegan al alma), en estructuras reales casi siempre hay tres o cuatro vigas en cada conexión, que llegan a los patines y a las dos caras del alma y que forman parte de los dos marcos planos que se cruzan en la columna.

Si la columna pasa corrida a través de la junta, que es lo más común en marcos de edificios, el diseño de la conexión consiste fundamentalmente en:

1. Proyecto de los ^{medios de unión} ~~uniones~~ entre travesaños y columna para transmitir a ésta los elementos mecánicos que hay en las secciones extremas de cada uno de aquellos, utilizando soldadura o pernos de alta resistencia (las remaches no se usan en estructuras modernas); en juntas soldadas la unión puede realizarse en forma directa o por medio de placas soldadas a los patines, ángulos en el alma, etc.

2. Revisión de la columna para determinar si su resistencia y rigidez son adecuadas para soportar los elementos mecánicos que le transmiten las vigas.

3. Diseño de los refuerzos necesarios (alargadores, placas soldadas al alma, etc.).

El diseño de conexiones realizado de acuerdo con la práctica norteamericana (refs. 45 y 46) se basa en los resultados reportados en la ref. 419, en la que se determinan los factores que deben tenerse en cuenta, y la manera de satisfacerlos, para lograr un comportamiento satisfactorio de conexiones viga-columna de marcos rígidos con carga estática, diseñados plásticamente.

Se ensayaron conexiones de dos tipos, unas con dos vigas, soldadas a los patines de la columna, y otras con cuatro, que llegan a los patines y al alma. Las vigas se soldaron directamente a la columna en todos los casos, por que estas conexiones tienen ciertas ventajas económicas y funcionales y, además, al suprimir las placas en los patines y las góndulas de asiento se eliminan algunas variables que dificultarían la determinación de esfuerzos y deformaciones en la zona de la conexión. Sin embargo, las fórmulas desarrolladas pueden utilizarse también cuando las fuerzas en los patines se transmiten a la columna por medio de placas.

Las vigas fueron iguales en todos los especímenes, trece en total, mientras que se variaron los perfiles de las columnas para simular las condiciones existentes en los niveles superiores, intermedios e inferiores. ~~Se hicieron~~ diez especímenes estuvieron formados por un tramo de columna y dos vigas soldadas a sus patines, y 9 algunos de ellos se reforzaron con atisadores horizontales colocados entre los patines de las vigas o con placas verticales adosadas al alma de la columna, o entre las y ella, mientras que en otros no se colocó ningún refuerzo. Las cargas se aplicaron, en todos los casos, como se muestra en la Fig. 4.20, y se incrementaron lentamente hasta la falla.

Tres de los especímenes se hicieron con cuatro vigas, dos conectadas a uno y otro lado del alma de la columna, pero cada uno de ellos idéntico en todo lo demás a uno de los del primer grupo, pues su objeto fue determinar la influencia de las vigas que llegan al alma; se encontró que las juntas del segundo tipo son más rígidas y resistentes que las del primero.

La compresión axial tuvo poca influencia en el comportamiento de las conexiones; las columnas no mostraron ningún indicio particular de falla bajo cargas de 1.65 veces la de trabajo, ni tampoco cuando al final de cada prueba se aumentaron al doble de las de trabajo, conservando al mismo tiempo las fuerzas finales en las vigas (las cargas de trabajo correspondieron a un esfuerzo axial medio de alrededor de 1000 Kg/cm^2 ; el acero empleado fue ASTM A7, con un límite de fluencia teórico de 2320 Kg/cm^2).

Una conexión es satisfactoria cuando pueda desarrollar el momento plástico de las vigas mientras obra sobre la columna la compresión producida por las cargas correspondientes y tiene, además, capacidad de rotación suficiente para que se forme una segunda articulación plástica en la zona central de las vigas sin que disminuya su resistencia, o resistencia adecuada para permitir en la primera articulación las rotaciones necesarias para que aparezca la segunda.

Para determinar si el comportamiento es satisfactorio deben investigarse los puntos siguientes:

1. Resistencia de las regiones de la columna adyacentes a los patines en tensión y compresión de las vigas, cuando no se colocan atisadores.
2. Aumento de la resistencia de la conexión debido a la presencia de atisadores.
3. Posibilidad de falla de la columna ocasionada por una combinación de esfuerzos normales y cortantes.
4. Efecto sobre el comportamiento de la conexión del par de vigas ligadas al alma de la columna.
5. Rotación requerida en las conexiones y capacidad de giro de las mismas.

Del estudio de los resultados experimentales se deduce que puede despreciarse el efecto de la carga axial en la columna, y que se obtienen resultados conservadores analizando y diseñando las conexiones de cuatro vigas como si no existiesen las que llegan por alma, pues éstas proporcionan una acción atisadora que refuerza la conexión más que lo que la debilitan los esfuerzos triaxiales que se desarrollan en ella.

El punto 5 se ha investigado analíticamente y experimentalmente, y aunque la rotación requerida varía con la geometría de la estructura y las condiciones de carga, se ha calculado una rotación tipo, mayor que la necesaria en la mayoría de los casos; todas las juntas ensayadas admiten rotaciones más grandes, bajo momento prácticamente constante. Además, si se le da a la conexión la resistencia adecuada, la rotación necesaria para la formación del mecanismo de colapso se presenta en el extremo de la viga adyacente a ella.

En la Fig. 4.21a se muestran esquemáticamente los momentos y fuerzas existentes en una junta interior de un marco con cargas verticales, y en la Fig. 4.21b se sustituyen los efectos que ocasiona una de las vigas por las fuerzas que aplican sus patines a la columna; se desprecian las fuerzas que actúan en el alma, cuya importancia es secundaria.

Las fuerzas que transmiten los patines a la columna se reparten en un área cada vez mayor, de manera que la intensidad de los esfuerzos disminuye al aumentar la distancia a la cara exterior, puede considerarse que los esfuerzos normales se distribuyen como se muestra en la Fig. 4.21b, de manera que en la sección donde termina la curva de unión entre el patín y el alma de la columna cada una de las fuerzas es resistida por una porción del alma de longitud $t_b + 5k_c$, donde t_b es el grueso del patín de la viga y k_c la distancia del exterior de la columna a la sección definida arriba.

Si el producto del esfuerzo de fluencia por el área $w(t_b + 5k_c)$, donde w es el grueso del alma de la columna, es menor que la fuerza $A_f \bar{\sigma}_y$ que transmite uno de los patines de la viga cuando se plastifica su sección extrema (A_f es el área del patín), la columna fluye plásticamente en tensión o compresión frente a los patines de la viga; además, pueden presentarse fallas prematuras por pandeo del alma en la zona comprimida o por fractura de la soldadura del patín en tensión, como se muestra en la Fig. 4.22, en la que se ha dibujado la columna deformada, exagerando, para mayor claridad, la magnitud de las deformaciones.

Para evitar el flujo plástico del alma de la columna frente a cualquiera de los patines de la viga y la posible fractura en la zona de tensión, debe satisfacerse la condición

$$\bar{\sigma}_y w (t_b + 5k_c) \geq A_f \bar{\sigma}_y \quad (12)$$

de manera que desde este punto de vista no hacen falta atisadores si

$$w \geq A_f / (t_b + 5k_c) \quad (13)$$

Si las vigas y la columna están hechas de aceros diferentes, sus esfuerzos de fluencia se conservan al pasar de la eq. (12) a la (13).

Además, para evitar el pandeo de la zona comprimida del alma debe cumplirse también la condición expresada por la fórmula (14), ref. 4.15:

$$w \geq d_c \sqrt{F_y} / 1509 \quad (14) \quad d_{c \text{ máx.}} \bar{\sigma}_y \leq \frac{1}{2} t_c^2$$

de es el parala del alma de la columna, medido entre los bordes de las curvas de transición.

La falla más común frente al patín de tensión suele producirse como se describe a continuación; el patín de la columna está compuesto por dos placas que pueden tener alideras empotradas en tres de sus bordes, uno en contacto con el alma y dos normales a ella, a una distancia que se determina experimentalmente, y libre a lo largo del otro, cargadas con la fuerza existente en el patín de la viga, que permanece más o menos uniformemente repartida hasta que las placas alcanzan su resistencia crítica; cuando esto sucede los bordes exteriores de los patines se curvan hacia fuera, causando una deformación excesiva en la parte central de la soldadura, en la parte superior del patín de la columna adyacente a ella y en su unión con el alma, y la falla se presenta eventualmente por agrietamiento de alguna de esas regiones, generalmente la soldadura, cuando se agota su capacidad de fluir plásticamente y no puede seguir la deformación de los patines.

La resistencia total del patín de la columna es aproximadamente igual a la suma de las resistencias de las dos placas y la parte central, rígida, de ancho m (Fig. 4.12), adyacente al alma, que admite esfuerzos de intensidad $\bar{\sigma}_y$; teniendo en cuenta y haciendo algunas hipótesis conservadoras, se obtiene una expresión con la que se calcula el grueso mínimo del patín de la columna para el que no se necesitan atisadores:

$$t_c \geq 0.4 \sqrt{A_f} \quad (15)$$

El factor 0.4 se ha obtenido para secciones B laminadas, y puede requerir modificación cuando la eq. (15) se aplique a perfiles hechos con tres placas soldados.

En resumen, no se necesitan atisadores frente a los patines comprimidos de

las vigas si se satisfacen simultáneamente las ecuaciones (13) y (14), ni frente a las que están en tensión si se cumple la condición (13) y el grueso del patín de la columna es igual o mayor que el dado por la ec. (15); en caso contrario deben adoptarse modificaciones de las dimensiones necesarias para que su resistencia, basada a la de la columna, iguale a la fuerza aplicada por la viga. (De acuerdo con las especificaciones AISI, frente a los patines de tensión los M_b son negativos y M_c positivos).

Quando los momentos en las dos vigas de una conexión interior son de signos contrarios y de magnitudes considerablemente diferentes, o cuando son del mismo signo, como sucede en los niveles inferiores de edificios sometidos a efectos sísmicos, aparecen esfuerzos cortantes elevados en el tablero de alma de la columna comprendido entre los patines de las vigas, que pueden hacer que sea necesario reforzarla.

En la Fig. 4.13 a se muestran los momentos y fuerzas cortantes y normales que actúan en una conexión interior típica, y en la Fig. 4.13 b se ha dibujado el diagrama de cuerpo libre del atisador superior; las fuerzas horizontales que obran sobre él son la fuerza cortante en la columna superior, V_{col} , las que ejercen los patines de las vigas, T_b y T_c , que son aproximadamente iguales a los momentos respectivos divididos entre el parala, y la fuerza cortante en el alma, $C_w d_c$, que debe resistir a las anteriores.

Por consiguiente,

$$C_w d_c = \frac{M_b}{d_b} + \frac{M_c}{d_b} - V_{col}$$

Entiendo $C = C_1 = \sqrt{3}/\sqrt{3}$ y despejando w se obtiene el grueso del alma necesario para resistir las fuerzas cortantes:

$$w = \frac{\sqrt{3}}{G_1 d_c} \left(\frac{M_b + M_c}{d_b} - V_{col} \right) \quad (16)$$

Quando el grueso del alma de la columna es menor que el calculado con la ec. (16), debe reforzarse por medio de placas adosadas o paralelas a ella o con atisadores en diagonal.

Si la columna es extrema, los momentos M_b y M_c se reducen a una sólo.

En el Comentario de la ref. 415 se recomienda que el grueso mínimo del alma para el que todavía no se requiere refuerzo se calcule con la ecuación

$$w = \frac{\sqrt{3}}{G_1} \frac{\Delta M}{0.75 d_c + 0.45 d_c} \quad (17)$$

Se obtienen espesores 20 a 30 por ciento mayores que con la ec. (16), debido a que en la ec. (17) se incluyen factores de 0.75 en los perfiles de viga y columna y no se tiene en cuenta el efecto benéfico de la fuerza cortante en la columna.

Estudios posteriores han confirmado que las reglas propuestas en las especificaciones AISI (ref. 415), que son las que se están en desarrollar (con excepción de la ec. 16, que proviene de la ref. 414), son adecuadas para diseñar conexiones completamente soldadas, o con soldadura en los patines y ménsulas o placas verticales soldadas a la columna y ligadas al alma de la viga con pernos de alta resistencia, según sus estipulaciones; en la ref. 415, por ejemplo, se comprueba que las conexiones diádicas pueden utilizarse en diseño plástico, pues permiten que se alcance el límite plástico de las vigas y tienen rigidez elástica adecuada y capacidad de rotación suficiente.

CONEXIONES VIGA-COLUMNA CARGADAS CICLICAMENTE. Para determinar el comportamiento bajo sollicitaciones sísmicas de los diversos medios de unión que se utilizan en conexiones viga-columna, se han efectuado experiencias de laboratorio con vigas en voladizo ligadas en un extremo a una columna y sometidas en el otro a cargas normales a su eje, de magnitud y sentido variables, aplicadas cíclicamente; las uniones se han hecho con soldadura, pernos de alta resistencia o una combinación de ambos, y en las columnas se han utilizado perfiles de resistencia suficiente para que no haya fallas en ellas, en la mayoría de los casos la viga se ha conectado a un patín de la columna, pero en algunos la conexión se ha hecho por el alma (refs. 417, 420, 441 y 442).

Se ha estudiado también el comportamiento del tablero de columna comprimida entre los patines de las vigas, en los subconjuntos sometidos a cargas axiales de las refs. 40, 42, 43, 44.

En la ref. 43 se reportan los resultados obtenidos al ensayar 17 especímenes de los tipos mostrados en las Figs. 424 y 425 (~~.....~~) y 6 especímenes en los que la viga se conecta al alma de la columna.

Las conexiones en que los patines y el alma de la viga están soldados directamente a la columna, los primeros con soldaduras de penetración completa y la segunda con soldaduras de filote, fueron las más satisfactorias.

Se ensayaron además ocho especímenes adicionales, todos con los patines soldados directamente a la columna, dos de ellos con el alma también soldado, cinco con el alma unida por medio de pernos de alta resistencia y una sin ninguna liga entre el alma de la viga y la columna (refs. 40, 41); los especímenes con pernos tuvieron por objeto determinar el comportamiento de este tipo de juntas, que se emplean con alguna frecuencia en estructuras reales, y el último, en el que no se conectó el alma de la viga, tuvo un carácter exploratorio.

Las conclusiones generales que se obtienen de las experiencias descritas son:

1. Todas las conexiones, incluyendo la que no se soldó en el alma*, desarrollaron resistencias superiores a las predichas por la teoría plástica simple, al mismo tiempo que transmitían fuerzas cortantes importantes; el endurecimiento por deformación contribuye significativamente a ese comportamiento muy satisfactorio.

2. Los diagramas histéresis carga-deflexión producidos por cargas repetidas son muy estables en todas las juntas ensayadas; y se conservan sin cambio durante ciclos consecutivos de la misma intensidad, lo que indica que las conexiones son muy

* Este diseño del comportamiento de una conexión semejante reportada en la ref. 419 en la que, bajo carga estática exclusivamente, resistió solamente el 51% de la carga máxima predicha por la teoría plástica simple; aunque un solo espécimen no es concluyente, este resultado parece señalar que las juntas cargadas cíclicamente tienen un comportamiento superior al de estas últimas en caso estático.

confiables y absorben una cantidad definida de energía en cada ciclo, para un desplazamiento prescrito (Figs. 426 y 427).

3. Las curvas histéresis de los especímenes conectados con pernos de alta resistencia en patines y alma tienen una forma característica (Fig. 428), ocasionada por el deslizamiento de las superficies de falla. También deslizaron los pernos soldados en el alma de juntas con patines soldados.

4. La capacidad de soportar cargas cíclicas severas parece asegurada en conexiones debidamente diseñadas y fabricadas; su capacidad intrínseca de absorción de energía es grande, y pueden resistir con seguridad adecuada un número de ciclos de carga aparentemente mayor que el que puede esperarse durante la vida útil de estructuras reales.

5. La calidad de la mano de obra y la inspección durante y después de la fabricación son de importancia fundamental para obtener buenos resultados; esto quedó puesto en evidencia por la falla prematura de dos especímenes con soldaduras defectuosas.

COMPORTAMIENTO DE LA LIGA DE LA COLUMNA COMPRIMIDA ENTRE LAS VIGAS ("PANEL JOINT") (refs. 44, 43, 44). La falla de una junta viga-columna puede deberse a aplastamiento o pandeo del alma de la columna, a distorsión de sus patines ^{por} flujo o pandeo por cortante del tablero de alma. Ya se han dado recomendaciones para diseño que evitan las tres primeras formas de falla; aunque deducidas para carga estática, se ha comprobado experimentalmente que las conexiones diseñadas de acuerdo con ellas tienen un comportamiento satisfactorio bajo carga cíclica. En lo que sigue se estudia la última forma de falla, y se dan recomendaciones de diseño para lograr un comportamiento correcto, desde ese punto de vista, en estructuras cargadas cíclicamente.

La respuesta de una junta viga-columna de un marco rígido sometido a la acción combinada de fuerzas verticales y horizontales queda representada adecuadamente por

un diagrama $\Delta M = \int_p^{ov}$, donde \int_p^{ov} es la distorsión angular media de la conexión y ΔM es la suma de los momentos que le transmiten las dos vigas, o la única que llega a la junta en columnas extremas.

La complejidad del problema hace que sea necesario recurrir a simplificaciones y para trazar la curva mencionada, conservando debidamente los parámetros más importantes: resistencia al cortante del tablero, incluyendo placas de refuerzo paralelas al alma de la columna cuando las haya, resistencia de los elementos que rodean al tablero (la resistencia a la flexión de los patines de la columna y la rigidez en el plano de las almas de las vigas juegan un papel muy importante en el comportamiento post-elástico de las juntas), efectos benéficos de las fuerzas cortantes en las columnas, que tienen sentido contrario a las producidas por los momentos de las vigas, y efecto de la carga axial en la columna.

No se ha estudiado la influencia de los elementos de unión en el comportamiento del tablero de alma, pues todos los especímenes ensayados se han fabricado con las vigas soldadas a las columnas, en alma y patines.

En las refs. 4.11 y 4.12, en las que se reportan los resultados obtenidos al ensayar como subconjuntos formados por una columna y dos vigas, sujetos a cargas cíclicas representativas de temblores severos, se estudió en detalle el comportamiento de los tableros de alma; en todas las conexiones se evitó el aplastamiento del alma de la columna y la distorsión de sus patines diseñándose según las recomendaciones de las refs. 4.11 y 4.16, y colocando atiesadores horizontales cuando se necesitaron de acuerdo con ellas; el comportamiento de todas las juntas demostró, como se mencionó arriba, que las recomendaciones indicadas son válidas para estructuras s. rigidas oficialmente, aunque se dedujeron originalmente para carga estática.

En dos especímenes de características representativas de los pisos superiores se revió el tablero de alma utilizando el criterio basado en esfuerzos permisibles; de acuerdo con él no se necesitarán refuerzos en el alma, pero sí atiesadores entre los patines superiores e inferiores de las vigas. Debido a distorsiones importantes del alma de la columna por cortante inelástico no se pudieron formar las articulaciones

plásticas de las vigas, lo que hizo que la resistencia lateral de los especímenes fuese baja, pues la junta constituyó un eslabón débil. Otros dos especímenes semejantes, reforzados con placas adosadas al alma de la columna e paralelas a ella, tuvieron un comportamiento satisfactorio.

Los otros cuatro subconjuntos, característicos de niveles bajos, en los que la rigidez y resistencia de las columnas son grandes respecto a las de las vigas, no requirieron refuerzos de ningún tipo, y las vigas pudieron desarrollar su momento plástico completo.

Las deformaciones excesivas del tablero de alma de las dos primeras conexiones ocasionaron un cambio brusco en la curvatura de la columna al nivel de los atiesadores horizontales, que produjo a su vez dobleces locales en los patines acompañados por concentraciones de esfuerzos elevadas, que llevaron a una fractura del material (Fig. 4.29).

En la Fig. 4.30 se reproducen diagramas histérficos típicos de dos de las juntas; la A1 pertenece a un subconjunto representativo de un nivel superior, y la B1 a uno inferior; se ve en ellos que las conexiones son elementos muy dúctiles y con una gran reserva de resistencia por encima de la iniciación del flujo plástico, que la disminución de rigidez en el intervalo inelástico es pequeña y gradual, y que los ciclos histérficos son muy estables, aún para distorsiones grandes. Todo esto indica que las juntas detalladas cuidadosamente, en las que se evita el aplastamiento del alma y la distorsión de los patines de la columna por medio de atiesadores adecuados, y en las que todas las soldaduras se hacen correctamente, son elementos con gran capacidad de disipación de energía.

Los experimentos muestran claramente que para desarrollar la capacidad total de carga del subconjunto es indispensable que la resistencia de la junta sea igual o mayor que la requerida para desarrollar la capacidad total de las vigas; sin embargo, conviene hacer el diseño de manera que haya cierta deformación plástica en las juntas mientras los miembros que llegan a ellas alcanzan su capacidad última, ya que es preferible que se presenten deformaciones plásticas reducidas en varios elementos estruc-

lurales a que se concentran en uno sólo; si las conexiones se hacen demasiado rígidas se obliga a que toda la deformación plástica se presente en las vigas, y su capacidad de rotación puede agotarse antes de tiempo, a menos que las relaciones ancho/grueso de patines y alma sean muy reducidas y las secciones soportadas lateralmente estén muy cerca unas de otras.

En las refs. 44, 47 se propone la ec. 18 para determinar el esfuerzo cortante medio en el tablero de alma:

$$\tau_{av} = \frac{(\Delta M/d_b)(1-\rho)}{(d_c - t_f)w + 62.4 I_{cf}/d_b^2} \quad (18)$$

$\rho = V_u d_b / \Delta M$ corresponde a la sección beneficiada de la fuerza cortante en las columnas, arriba y abajo de la junta, y los dos términos del denominador representan las resistencias al cortante del tablero y a la flexión de los patines de la columna; el segundo término es generalmente pequeño comparado con el primero, pero tiene cierta importancia cuando los patines de la columna son gruesos. Se recomienda hacer ΔM igual a la suma de los momentos plásticos resistentes de las dos vigas, para garantizar que se alcanzará la resistencia máxima de los miembros individuales antes de que haya una falla de la junta.

El efecto de la fuerza axial se tiene en cuenta, con buena precisión, calculando de un esfuerzo de fluencia por cortante reducido, dado por

$$\bar{\tau}_3 = \frac{\sigma_u}{\sqrt{3}} \sqrt{1 - \left(\frac{P}{P_y}\right)^2} \quad (19)$$

De acuerdo con los estudios efectuados hasta ahora, esta ecuación es aplicable para $P/P_y \leq 0.5$.

Si τ_{av} es menor o igual que $\bar{\tau}_3$ no hay flujo plástico general del tablero y no hace falta reforzarlo; en caso contrario, deben colocarse placas adosadas al alma o paralelas a ella, que resistan el exceso de fuerza cortante.

45 DISEÑO DE MARCOS RÍGIDOS. No se puede determinar la cantidad de energía que deberá absorber y disipar una estructura durante el temblor más intenso que quedará sometida durante su vida útil, ni se sabe el número de ciclos de carga y descarga que tendrá que resistir; tampoco puede conocerse la capacidad de rotación requerida en sus articulaciones plásticas ni, en general, el factor de ductilidad que deberá desarrollar cada uno de sus miembros.

En esas condiciones, la información con que se cuenta sobre la ductilidad y capacidad de absorción de energía de elementos aislados, vigas, columnas y conexiones, o de subconjuntos o marcos completos, no puede utilizarse en forma directa en el diseño. Sin embargo, si se pueden diseñar las estructuras de manera que su respuesta ante sollicitaciones sísmicas intensas sea la más adecuada, a la que correspondan la resistencia y capacidad de absorción de energía máximas posibles.

Para ello, cualquiera que sea el método de análisis y diseño, elástico o plástico, los perfiles de vigas y columnas deben escogerse de manera que tengan capacidad de rotación elevadas, y las juntas diseñarse para que no constituyan eslabones débiles; además, se buscará en general que las articulaciones plásticas ligadas con el mecanismo de colapso se formen en las vigas (con excepción de las que aparecen en las bases de las columnas), aunque se tomarán las medidas necesarias para que los extremos de las columnas puedan admitir rotaciones plásticas importantes sin que disminuya su resistencia.

Así, en estructuras en zonas sísmicas no se utilizarán, por ejemplo, travesaños apalillados formados por planas delgadas, aunque desde un punto de vista elástico sean muy eficientes.

En todos los casos deben calcularse los desplazamientos relativos de entrepisos producidos por las sollicitaciones de trabajo y la resistencia máxima de la estructura, para saber si los primeros no ocasionan daños excesivos en elementos no estructurales y conocer el coeficiente de seguridad respecto al colapso.

Una manera más conveniente de estudiar el comportamiento de una estructura bajo cargas de trabajo y acción del sismo es utilizando un método elasto-plástico para determinar las curvas completa fuerza horizontal-desplazamiento correspondientes a los perfiles obtenidos en un diseño preliminar. Se cuenta con varios programas de computadora, algunos muy completos, para resolver el problema; sin embargo, hasta la fecha se han utilizado principalmente procedimientos simplificados, en los que la estructura es descompone en varios subconjuntos sencillos y relativamente fáciles de analizar, y se obtiene su respuesta como la suma de las de esos subconjuntos (refs. 4.43 a 4.45).

El método aproximado que más se ha utilizado, y que tiene probablemente más ventajas, es el de las refs. 4.44 y 4.45, con el que se determinan las curvas fuerza horizontal-desplazamiento lateral de entrepisos aislados de marcos rígidos; para ello se separa del resto de la estructura el entrepiso que se desea estudiar, sustituyendo las columnas superiores por sus conexiones sobre los nudos; se descompone en una serie de subconjuntos, formados por una columna y la viga o vigas que llegan a ella, se obtiene la curva fuerza horizontal-desplazamiento de cada subconjunto y, finalmente, se superponen para determinar la del entrepiso completo.

En la forma en que se emplea, el método descrito subestima el efecto P Δ , pues en el cálculo de los desplazamientos laterales no se tienen en cuenta las deformaciones de las juntas; no es difícil incluirlos, sin embargo, ya sea efectuando un estudio preciso (ref. 4.46) o incrementando los desplazamientos Δ calculados en forma usual en un cierto porcentaje, que depende de la rigidez al cortante de las juntas.

Si en el diseño de vigas, columnas y conexiones, se tienen en cuenta los aspectos discutidos en las secciones anteriores, en lo que se refieren a relaciones ancho/grueso, contrivientos lateral, refuerzo de las conexiones, etc., el comportamiento bajo sollicitaciones sísmicas de los marcos diseñados siguiendo este camino es satisfactorio, como lo demuestran los resultados experimentales reportados.

En las refs. 4.40, 4.42, 4.44, 4.45 se comprueba que los subconjuntos y marcos completos diseñados de acuerdo con las normas AISI para diseño plástico, y hechos con juntas

viga-columna totalmente soldadas, son adecuadamente dúctiles y pueden admitir deformaciones inelásticas muy importantes cuando están sometidos a desplazamientos laterales repetidos y de sentido variable; además, su resistencia máxima bajo cargas verticales constantes y horizontales cíclicas excede considerablemente la que tienen cuando las fuerzas horizontales crecen monótonicamente, lo que se debe principalmente al endurecimiento por deformación y al efecto P Δ (ref. 4.43). Por ejemplo, tres de los marcos de la ref. 4.43 experimentaron deformaciones inelásticas 14 veces mayores que las producidas por las cargas de trabajo, que corresponden a un índice nominal de desplazamiento ("nominal drift index") de 0.043. En la ref. 4.44 se recomienda que el diseño se haga de manera que aún bajo temblores extremos los índices de desplazamiento ("story drifts") permanezcan por debajo de 0.05, para evitar problemas de inestabilidad producidos por el efecto P Δ , para ello se sugiere que tanto las vigas como las columnas que concurren en cada nudo sean capaces de resistir el momento total que hay en él aumentado en 0.05 Ph, donde P es la fuerza de compresión en la columna y h su altura, y se recomienda que se eviten relaciones P/Ry demasiado altas.

Los ciclos histeréticos carga lateral-desplazamiento son fácilmente reproducibles, aún para desplazamientos mucho mayores que los que corresponden a la carga máxima.

Es una práctica común limitar los desplazamientos de entrepisos, bajo condiciones de servicio, a valores comprendidos entre 0.0025 y 0.005h, que se puedan incrementar en 30 por ciento, aproximadamente, cuando en los desplazamientos calculados se incluyen las deformaciones de las juntas; los desplazamientos reales suelen ser menores, y pues en los cálculos no se incluye generalmente el efecto rigidizador de miembros no estructurales como cubos de escaleras, muros divisorios, etc., ni la influencia de los lemas u otros sistemas de piso.

Cuando el piso es una losa de concreto u otro sistema rígido y resistente, conviene diseñarlo y construirlo para que trabaje en conjunto con las vigas; se logra así que aumente la rigidez del sistema y disminuyan los desplazamientos laterales, al mismo tiempo que crece la resistencia de las vigas, cuando menos en sig-

mas acciones.

al reconocer el trabajo de conjunto de las trabas y el sistema de piso se obtienen estructuras más económicas y se llega a una descripción más realista de su comportamiento; por ejemplo, caubán la posición de algunas articulaciones plásticas, que pueden incluso formarse en las columnas en vez de en las vigas, como parecería si se tomase en cuenta únicamente la resistencia y rigidez de los elementos de acero (ref. 4.18).

4.6 CONTROL DE DESPLAZAMIENTOS. ("DRIFT CONTROL"). Cualquier control razonable de los desplazamientos de entrepiso evita la falla por inestabilidad de conjunto, aún en el intervalo inelástico, al limitar la intensidad de los momentos $P\Delta$; sin embargo, suele necesitarse un control más estricto para asegurar la integridad de las conexiones y minimizar los daños no estructurales. La conservación de los desplazamientos laterales máximos por debajo de ciertos límites es, pues, esencial para lograr un comportamiento adecuado de cualquier edificio, y al efectuar el diseño debe tenerse en cuenta que la manera en que se controlan los desplazamientos es fundamental para obtener soluciones económicas y eficientes estructuralmente.

Los desplazamientos laterales de entrepiso son producidos por ^{diversos} factores principales:

1. Deformación, por flexión y cortante, de las columnas (Fig. 4.31a).
2. Rotación de los nudos, producida por las deformaciones elásticas e inelásticas de las vigas y de los medios de unión entre ellas y las columnas (Fig. 4.31b).
3. Distorsiones del tablero de las juntas (Fig. 4.31c).
4. Flexión de conjunto de la estructura, como un resultado de los cambios de longitud de las columnas.
5. Deflexión del edificio como un conjunto.

En el análisis de los desplazamientos debe incluirse el efecto $P\Delta$, tanto bajo condiciones de trabajo como cerca del colapso.

En la Fig. 4.32, tomada de la ref. 4.19, se muestran los desplazamientos totales

de las columnas de dos subconjuntos, y se indican las contribuciones de los tres primeros factores al desplazamiento. (El cambio de longitud de la columna es influyente en las deformaciones de los subconjuntos ensayados en la referencia mencionada). Las contribuciones Δ_c , producidas por la deformación de las columnas, son muy pequeñas porque los especímenes ensayados se diseñaron de manera que las columnas se conservasen en el intervalo elástico durante todo el proceso de carga en E2, que corresponde a un nivel superior y cuyo momento se diseñó elásticamente, predominan los desplazamientos ocasionados por la deformación de la junta, mientras que en E2, tomado de un nivel inferior, en el que el grueso del alma de la columna es mucho mayor, los desplazamientos más importantes son los producidos por las deformaciones de las vigas.

En los especímenes ensayados en la ref. 4.12 se verificó la misma tendencia que en E2, lo que indica que la importancia de los desplazamientos ocasionados por las deformaciones de las juntas disminuye drásticamente cuando se diseñan de manera que se satisfagan las condiciones expresadas por las ecu. (4.17).

Si las juntas no están atendidas correctamente se producirán deformaciones del alma y los patines de las columnas, frente a los patines de las vigas, que sumadas a las deformaciones por cortante harán que aumenten todavía más los desplazamientos de los entrepisos.

Para controlar económicamente los desplazamientos laterales debe estudiarse ^{y como de ella} cual de las componentes puede disminuirse más con la menor cantidad de material adicional. ^{Como los desplazamientos laterales son generalmente anti proporcional a la sección} ~~El~~ ^{El} ~~mejor~~ ^{mejor} ~~modo~~ ^{modo} ~~de~~ ^{de} ~~reducir~~ ^{reducir} los desplazamientos debidos a las deflexiones de las vigas que las ocasionadas por las columnas, pero el hacerlo debe tenerse en cuenta que al momento de resistencia de las vigas puede ser causa de que cuando se exceda la resistencia elástica de la estructura las articulaciones plásticas se formen en las columnas, lo que no suele ser conveniente.

Si se necesita reforzar los tableros de alma de las juntas por reducir su deformación, puede ser más económico utilizar columnas más pesadas, con almas más

gruesas, ~~se~~ de colocar placas de refuerzo.

Una de las variables más importantes en el control de los desplazamientos laterales es el número de columnas que resistan la fuerza cortante total en cada entrepiso; al se aumentan las columnas aumentan también las juntas, pero cada una de ellas requiere menos soldadura, pues los p-tilines de las vigas resultan más delgadas; además, al aumentar la cantidad de columnas se reduce la longitud de los traveses y disminuye la componente del desplazamiento debida a sus deformaciones. Estas consideraciones llevan a las estructuras tubulares, con muchas columnas, más juntas, en el perímetro, ligadas entre sí por vigas verticales y horizontales, como una solución adecuada para edificios altos en zonas sísmicas.

En edificios de altura intermedia puede lograrse un control adecuado de los desplazamientos utilizando marcos contraventados o marcos de rígidos.

4.7 CONTRAVENTADO. Las estructuras construidas en zonas sísmicas tienen que satisfacer, entre otros, dos requisitos fundamentales: los desplazamientos relativos de entrepiso producidos por sismos de intensidad moderada no deben sobrepasar ciertos límites, y su resistencia máxima tiene que ser la necesaria para que soporten sismos de intensidad elevada sin fallar ni sufrir daños estructurales excesivos; para ello se requiere que se satisfagan dos condiciones, una de rigidez bajo cargas de trabajo y otra de resistencia y capacidad de absorción de energía.

En estructuras formadas por marcos rígidos ordinarios es difícil satisfacer los dos requisitos simultáneamente, pues si se refuerzan hasta que los desplazamientos de entrepiso bajo cargas de trabajo quedan dentro de límites admisibles se obtienen resistencias mucho mayores que las necesarias.

La rigidez lateral aumenta de una manera secundaria, sobre todo en edificios de altura media, colocando contraventes en un cierto número de marcos, compatibles con los requisitos arquitectónicos y funcionales (por ejemplo, en los marcos extremos en que haya muros y en el perímetro del área de elevadores, escaleras y baños); los marcos restantes se apoyan en los contraventados a través de los diafragma horizontales

tales constituidos por los sistemas de piso. Conviene que los contraventes se coloquen en toda la altura, ininterrumpidamente, y pueden estar formados por elementos en X, en K o con alguna otra configuración.

Para fines de diseño, los marcos contraventados se suelen tratar como si estuviesen formados por dos sistemas separados: un marco rígido ordinario, que soporta las cargas permanentes, y un sistema vertical de contraventes que trabaja como una armadura y resiste las cargas horizontales, al mismo tiempo que proporcione la rigidez necesaria para evitar la inestabilidad de conjunto; las vigas y columnas de los cruces contraventados son comunes a los dos sistemas. El contraventeado ^{trabaja} ~~trabaja~~ como una armadura vertical con articulaciones en los nudos, ~~que debe resistir las fuerzas horizontales más el efecto PΔ~~, así como proporcionar rigidez adecuada bajo cargas de trabajo y evitar el pandeo de conjunto cuando actúan sobre la estructura las cargas verticales factorizadas.

En la ref.416 se estudia el contraventeado en X y se proporcionan fórmulas para determinar el área de las diagonales, de manera que satisfagan las condiciones mencionadas, y en la ref.417 se resuelve el mismo problema para contraventes en K; en las dos referencias se utilizan fuerzas estáticas horizontales equivalentes a las solicitaciones producidas por viento o sismo, y en ninguna de ellas se estudian efectos dinámicos.

Para determinar la respuesta sísmica de un marco contraventado por superposición de la del marco propiamente dicho y la de los elementos de contraventes se necesita conocer el comportamiento de éstos, por lo que se han realizado experiencias de laboratorio con barras rectas sometidas a tensiones y compresiones alternadas.

En la Fig. 4.33 se describe el comportamiento de una barra de acero moderada, articulada en los dos extremos, con una fuerza axial que es inicialmente de tensión, cambia a compresión, y vuelve a ser finalmente de tensión; para trazar la curva se supone que la barra se pandea cuando la compresión alcanza el valor predicho por la teoría de Euler, P_{cr} , o el límite plástico, F_y .

Al aplicar una tensión creciente la barra se alarga elásticamente desde el origen hasta 1, y bajo carga P_2 constante hasta 2; después de este punto empieza a disminuir la tensión axial, que llega a cero y se convierte en compresión. El miembro se conserva recto hasta que se pandea elásticamente en 3, y se deforma lateralmente hasta que aparece una articulación plástica en el centro, producida por la acción combinada de la fuerza normal P y el momento $P\delta$. Los sucesivos aumentos de los desplazamientos laterales y disminución de la fuerza axial necesaria para que la articulación siga girando, curva 4-5, en 5 cambia la dirección de la deformación axial, y el miembro actúa elásticamente hasta llegar a 6, donde la fuerza axial y el momento se anulan, pero subsiste una deformación axial residual debida a que el eje no recupera la forma recta inicial. Al volver a aplicar fuerzas de tensión aumentan los momentos en la barra hasta que se forma de nuevo la articulación plástica, punto 7, ahora en flexo-tensión, que gira mientras la pieza continúa enderezándose, y crece la tensión hasta regresar eventualmente al punto 2.

El comportamiento determinado experimentalmente concuerda bastante bien con el que se trata de describir, como lo demuestran las curvas de la Fig. 4.34, que se han obtenido con una barra sometida a ciclos consecutivos de fuerzas alternadas de tensión y compresión, en los que se mantienen constantes las deformaciones.

Las experiencias realizadas con miembros cilíndricos indican que la fuerza de compresión máxima (carga de pandeo) disminuye al aumentar el número de ciclos, que los miembros cortos tienen mayor capacidad de absorción de energía que los largos y que la respuesta histéretica es casi igual a la elástica.

En la ref. 434 se demuestra que los resultados predichos analíticamente y los obtenidos experimentalmente concuerdan bastante bien en los primeros ciclos de carga, excepto en las regiones en que las fuerzas de tensión y compresión son máximas; además, la precisión de los métodos analíticos disminuye en ciclos subsiguientes, a causa, aparentemente, de las dificultades por tomar en cuenta los cambios de longitud

del espaldamón; esto hace pensar que tal vez sea conveniente desarrollar relaciones fuerza-deformación empíricas.

En este campo se necesita considerable trabajo experimental y analítico adicional.

Se han efectuado también estudios sobre contraventados compuestos por dos diégramos cruzados y sobre marcos de un piso y una grúa provistos de contraventados de distintos tipos, con carga vertical constante y horizontal afilada, para comparar su respuesta con la de marcos similares no contraventados y determinar las soluciones más eficientes; las relaciones carga-deformación propuestas para contraventados sencillos pueden aplicarse a los dobles, o a marcos contraventados, aplicando el método de superposición.

Finalmente, se cuenta con algunas investigaciones analíticas en las que se ha determinado la respuesta elasto-plástica de marcos contraventados de varios pisos, sometidos a registros de temblores reales; se ha encontrado que en general experimentan desplazamientos menores y menos actividad plástica en vigas y columnas que los no contraventados, y que las diagonales diseñadas con los métodos recomendados en los códigos resultan demasiado rebeldes y fluyen antes que las vigas, de modo que los marcos contraventados diseñados en forma usual son muy eficientes para resistir las fuerzas estáticas especificadas en los códigos, pero tienen una capacidad de absorción de energía reducida. Para contrarrestar parcialmente estas desventajas es frecuente que se especifique que las diagonales se diseñen con fuerzas mayores que las calculadas.

Para que los marcos contraventados tengan capacidad de absorción de energía adecuada debe hacerse un diseño balanceado, que produzca estructuras en las que los contraventados y vigas entren simultáneamente en el intervalo inelástico, con lo que se obtienen las ventajas del contraventeo, mayor rigidez y resistencia con costo reducido, mientras se conserva una capacidad de absorción de energía elevada. Al efectuar el diseño de esta manera los elementos de contraventeo resultan mucho más robustos que los que se obtienen al aplicar las reglas de las refs. 435, 436, 437.

Para incrementar la capacidad de absorción de energía del sistema se ha propuesto introducir excentricidades calculadas en las uniones de las diagonales, de manera que entre ellas y las columnas queden tramos de viga libres, sometidos predominantemente a flexión, en los que se forman articulaciones plásticas. Todavía no se ha utilizado este método en estructuras reales, ^{aportadamente,} pero se han efectuado estudios analíticos bastante completos y algunos experimentales, que indican que el concepto es prometedor. ^{44, 45}

4.0 DIAFRAGMAS. En algunos edificios construidos en los últimos tiempos en el Reino Unido y en los U.S.A. se ha utilizado la lámina de acero laminada en chapa y marcos divisorios interiores ~~que se construyen con~~ para presentar ventajas satélites, de ligereza, economía y facilidad de construcción.

Alas que se toman precauciones especiales para declinarlos, la deformación de los canales de lámina durante un temblor debe ser compatible con la de la estructura, de manera que reciban una parte de las sollicitaciones sísmicas proporcional a su rigidez.

Como la distancia entre columnas suele ser mayor que la altura de entrepiso, las láminas se colocan con los canales en posición vertical, para que resistan las fuerzas normales a su superficie, producidas por el viento, por ejemplo, trabajando en el sentido corto. La conexión con las vigas y columnas de la estructura se hace por medio de elementos perimetrales diseñados para transmitir fuerzas cortantes en el plano del tablero, mientras se reduce a un mínimo la transmisión de fuerzas verticales, para evitar el pandeo por compresión de la lámina de acero. En la Fig. 435 se muestra un canal de lámina, en elevación, y un posible detalle de liga con la viga superior, que trabaje de la manera deseada.

El tablero de lámina se liga a los miembros perimetrales por medio de soldaduras de fillete colocadas entre la canal y los elementos planos de la lámina, a uno y otro lado de ésta (o de un solo lado si se emplean ángulos como elementos perimetrales), y las láminas se unen entre sí con soldaduras verticales, ~~que se construyen con~~

Para valorar la contribución de los canales de lámina a la respuesta sísmica del edificio se necesita contar con métodos para obtener su rigidez y resistencia, de manera que se puedan calcular las fuerzas sísmicas que actuarán en ellos y determinar si pueden soportarlas con un coeficiente de seguridad adecuado contra la falla; como sucede siempre en diseño sísmico, las dos propiedades deben estar adecuadamente balanceadas, para obtener los beneficios máximos sin poner en peligro la estabilidad del elemento.

Se han efectuado estudios teóricos y experimentales para determinar la rigidez y resistencia de los tableros de lámina laminada. ^{44, 45}

La flexibilidad de un diafragma completo es la suma de las flexibilidades debidas a la distorsión de los canales de la lámina, a la deformación por cortante del diafragma y a los movimientos y deformaciones de los elementos de liga con las vigas y columnas del marco, y de las soldaduras que ligan las diferentes láminas entre sí; ~~que se construyen con~~ la falla puede presentarse por desgarramiento de la lámina en las uniones de los bordes, ruptura de las soldaduras en las juntas verticales, flujo plástico, inestabilidad de los elementos perimetrales o falla del tablero por pandeo producido por cortante.

En las refs. 44, 46, 47 se estudian los distintos factores que intervienen en la flexibilidad y resistencia del conjunto y se dan fórmulas para evaluarlos, y en la ref. 465 se investiga el pandeo elástico por cortante y se proporcionan expresiones simplificadas para determinar la resistencia correspondiente. Este tipo de falla es importante porque representa la resistencia máxima que puede proporcionar un diafragma dado, por lo que en muchos casos puede ser conveniente diseñar los elementos de unión de las láminas entre sí y del conjunto con la estructura de manera que no fallen prematuramente, pero que la resistencia del diafragma sea la correspondiente al pandeo por cortante.

En la referencia 468 se propone que las fuerzas sísmicas sean resistidas por los marcos, haciendo su análisis y diseño en forma ordinaria, y los canales divisorios se emplean únicamente para reducir los desplazamientos laterales a valores

ceptables; así, la seguridad de la estructura no depende de los conexiones, pero éstas son fundamentales para que su comportamiento en condiciones de servicio sea adecuado; más adelante, cuando el conjunto diafragma-marco se haya estudiado más a fondo, no vendrá seguramente utilizar también la resistencia de los conexiones, para obtener diseños más económicos.

Calcular la rigidez de los conexiones con el método del elemento finito, en la ref. 4.8 se determinan los desplazamientos producidos por un sistema de fuerzas horizontales en un marco de tres crujeos y veintiseis niveles, suponiendo primero que el marco las resista en su totalidad y colocando después diafragmas hechos con láminas de tres espesores diferentes, 12, 16 y 20, en el entreaje central, en toda la altura. Los diafragmas reducen los desplazamientos laterales a una fracción comprendida entre el 45 y el 62% aproximadamente, los del marco no rigidizado, que se mantiene prácticamente constante en toda la altura. (Los desplazamientos horizontales totales del nivel superior son de 10.09" en el marco, 5.89" (58%) cuando se emplea lámina del nº 20, y 5.28" (52%) y 4.74" (47%) cuando las láminas son del espesor 16 y 12, respectivamente).

4.9 OTRAS ESTRUCTURAS. El estudio de su comportamiento bajo tableros pesados y las investigaciones teóricas y experimentales realizadas hasta la fecha, indican que los marcos rígidos de acero, contraventados o no, constituyen sistemas estructurales capaces de resistir las sollicitaciones producidas por sismos intensos y de disipar grandes cantidades de energía. Gracias principalmente a que pueden admitir deformaciones inelásticas muy importantes sin pérdida de resistencia, aunque algunos puntos requieren más estudios, todo parece indicar que se obtienen resistencia y ductilidad suficientes analizando los marcos con métodos elásticos o plásticos, diseñándolos de manera que la mayoría de las articulaciones plásticas asociadas con el mecanismo eventual de colapso se formen en los vigas, y cumpliendo los requisitos sobre relaciones ancho/grueso y contraventeo lateral que se especifican para diseño plástico de estructuras rígidas estáticamente.

Las condiciones mencionadas se pueden satisfacer sin dificultades especiales en edificios urbanos para oficinas o departamentos, pero no en otros tipos de estructuras de acero, tales como tanques elevados o chimeneas.

Los tanques elevados soportados por una estructura tridimensional formada por cuatro o más columnas ligadas entre sí por punales horizontales y diagonales ambas de acero, que trabajan únicamente en tensión, constituyen un sistema estructural cuyo comportamiento en tableros pesados ha sido con frecuencia poco satisfactorio; la falla de una de las diagonales o de alguna de sus conexiones, generalmente en la parte superior de la torre, ocasiona una pérdida de simetría en la estructura resultante que origina momentos de torsión importantes y el colapso por flexión de las columnas que limitan al tablero; puesto que en estas estructuras es difícil obtener niveles apreciables de ductilidad, deben diseñarse para que resistan fuerzas sísmicas altas conservándose en el intervalo elástico; y las diagonales y sus uniones deben dimensionarse con coeficientes de seguridad elevados.

En chimeneas y otras torres altas autoportadas de acero es importante evitar el pandeo de las paredes, que son generalmente de espesor relativamente pequeño. Además, como es probable que las sollicitaciones producidas por tableros intensos excedan las utilizadas en el diseño, debe esperarse que partes de la estructura fluyan plásticamente, y conviene concentrar las deformaciones plásticas en elementos que no ocasionen la falla de la estructura y que, en caso necesario, sean fácilmente reemplazables. Los más convenientes son los pernos de anclaje, que deben hacerse de longitud suficiente para permitir deformaciones plásticas bajo las tensiones máximas producidas por el momento de volteo, y que se construyen de manera que pueden ser sustituidos en caso necesario, lo que se logra enclavándolos en elementos especiales ahogados en el momento de concreto, de los que se desprendan fácilmente al ir.

4.9 FALLA FRÁGIL Y DESGARRAMIENTO LAMINAR ("LAMINAR TEARING"). La fractura frágil es más frecuente en las estructuras soldadas que en las que se fabrican con conectores mecánicos, debido a una combinación de posibles defectos en las soldaduras, esfuerzos residuales elevados, y continuidad, que reduce la posibilidad de que se detenga la propagación de las grietas. Durante la fabricación y el montaje deben tomarse las medidas necesarias para reducir a un mínimo los fenómenos que pueden ocasionar comportamiento frágil, y si las condiciones son especialmente severas deben utilizarse aceros con propiedades adecuadas a bajas temperaturas.

La soldadura de perfiles laminados o de placas para transmitir fuerzas en la dirección perpendicular a su grueso (Fig. 4.36) debe hacerse con especial cuidado, ya que puede producir desgarramiento laminar del material. La resistencia del acero determinada normalmente al grueso es similar a la longitudinal o transversal, pero su capacidad de deformación en esa dirección es frecuentemente tan solo ligeramente superior a la correspondiente al límite de elasticidad.

El desgarramiento laminar se presenta en placas muy restringidas, en la superficie de contacto de inclusiones no metálicas microscópicas y el acero que las rodea, debido a la incapacidad de éste para admitir las deformaciones en la dirección normal al grueso impuestas por la contracción de soldaduras. Puede presentarse en placas de cualquier espesor, pero es mucho más frecuente en las gruesas, porque en ellas se depositan soldaduras más grandes, que se contraen más al enfriarse.

La experiencia enseña que el desgarramiento laminar no aparece casi nunca en placas de gruesos menores de 20 o 25mm, aunque ha habido algunas excepciones (ver 4.69). La consideración de diseño más importante consiste en reducir a un mínimo las deformaciones normales al grueso de las placas que se presentan en áreas longitudinalizadas.

En la Fig. 4.37 se muestran detalles que pueden ocasionar el fenómeno en cuestión, y se dan algunas ideas referentes a cómo evitarlos.

REFERENCIAS

- 4.1 Degenkolb, H.J., "Design of Earthquake-Resistant Structures - Steel Frame Structures", in Earthquake Engineering, D.L. Wigley, editor, Prentice-Hall, Inc., Englewood Cliffs, N.J. (1970)
- 4.2 Galambos, T.V., "Structural Members and Frames", Prentice-Hall, Inc., Englewood Cliffs, N.J. (1968)
- 4.3 Lee, G.C., and Galambos, T.V., "Web-Buckling Strength of Wide-Flange Beams", Journal of the Engineering Mechanics Division, Proceedings, American Society of Civil Engineers, Vol. 88, USTC 1962
- 4.4 Lee, G.C., Ferrera, R.T., and Galambos, T.V., "Experiments on Braced Wide-Flange Beams", Bulletin No. 99, Welding Research Council, New York (1964)
- 4.5 Lukoy, A.F., Smith, P.J., Hosain, M.U., and Adams, P.F., "Experiments on Wide-Flange Beams under Moment Gradient", Bulletin No. 112, Welding Research Council, New York (1969)
- 4.6 Lay, H.G., "Flange Local Buckling in Wide-Flange Shapes", Journal of the Structural Division, Proceedings, American Society of Civil Engineers, Vol. 91, USTC (1965).
- 4.7 Lay, H.G., and Galambos, T.V., "Elastic Beams under Moment Gradient", J. Str. Div., Proc. ASCE, Vol. 93, USTC (1967).
- 4.8 Berlino, V.V., and Popov, E.P., "Effect of Large Alternating Strains of Steel Beams", J. Str. Div., Proc. ASCE, Vol. 91, USTC (1965)
- 4.9 Popov, E.P., and Pakeney, L.B., "Cyclic Yield Behavior in Steel Building Connections", J. Str. Div., Proc. ASCE, Vol. 95, USTC (1969).
- 4.10 Carpenter, L.D., and Lu, L.W., "Distorted and Repeated Load Tests of Full-Scale Steel Frames", Bulletin No. 24, American Iron and Steel Institute, New York (1974)
- 4.11 Kraus-Reber, H., Berlino, V.V., and Popov, E.P., "Inelastic Behavior of Steel Beam-to-Column Subassemblies", Report UCBEC 71-7, Earthquake Engineering Research Center, College of Engineering, University of California, Berkeley, Cal. (1971).
- 4.12 Berlino, V.V., Kraus-Reber, H., and Popov, E.P., "Further Studies on Inelastic Behavior of Steel Beam-Column Subassemblies", Report UCBEC 73-77, Earth. Eng. Res. Center, College of Eng., Univ. of California, Berkeley, Cal. (1973).
- 4.13 Galambos, T.V., and Lay, H.G., "Studies on the Ductility of Steel Structures", J. Str. Div., Proc. ASCE, Vol. 91, USTC (1965)
- 4.14 Lay, H.G., and Galambos, T.V., "Inelastic Steel Beams under Uniform Moment", J. Str. Div., Proc. ASCE, Vol. 91, USTC (1965).
- 4.15 Newmark, N.H., and Rosenbluth, F., "Fundamentals of Earthquake Engineering", Prentice-Hall, Inc., Englewood Cliffs, N.J. (1971).
- 4.16 "Specification for the Design, Fabrication and Erection of Structural Steel for Buildings" and Commentary to the Specification, American Institute of Steel Construction (1963), with Supplements No. 1, 2 and 3.

16 "Plastic Design in Steel Buildings and Connections", American Society of Civil Engineers, Manual of Engineering Practice No 41, 2nd Edition (1955)

17 Weiss, R.L., "Stability of Beam-Columns above the Elastic Limit", Proceedings, ASCE, Vol. 81, Special No 692 (1955)

18 Galambos, T.V., and Kishi, D.H., "Columns under Combined Bending and Thrust", Transactions, American Society of Civil Engineers, Vol. 126, Part 3 (1961)

19 Galambos, T.V., Lecture 10, "Plastic Design of Multi-Storey Frames - Lecture Notes", Fife Engineering Laboratory Report No 293.20, Lehigh University, Bethlehem, Pa (1965)

20 Ujwal, M., and Fukumoto, Y., "Monographs for the Solution of Beam-Column Problems", Bulletin No 33, Welding Research Council, New York (1962)

21 Galambos, T.V., and Wang, H.C., "Studies on the Stability of Steel Structures", J. Str. Div., Proc. ASCE, Vol. 91, No 575 (1965)

22 Galambos, T.V., Adams, P.F., and Fukumoto, Y., "Further Studies on the Lateral-Torsional Buckling of Steel Beam-Columns", Bulletin No 48, Welding Research Council, New York (1966)

23 Baker, J.F., Haue, M.O., and Heguen, J., "The Steel Skeleton", Vol. 2, Cambridge University Press, Cambridge, England (1956)

24 "Joint Committee Report on Fully Rigid Multi-Storey Welded Steel Frames", The Institution of Structural Engineers, London, England (1964)

25 "Joint Committee's Second Report on Fully Rigid Multi-Storey Welded Steel Frames", The Institution of Structural Engineers, London, England (1971)

26 Forstnerdopfer, J., and Chen, W.F., "Interaction Curves for Sections under Combined Bending and Axial Tension", Bulletin No 145, Welding Research Council, New York (1970)

27 Chen, W.F., and Shiao, T., "Interaction Equations for Eccentrically Loaded Sections", J. Str. Div., Proc. ASCE, Vol. 98, No 575 (1972)

28 Forstnerdopfer, J., and Chen, W.F., "Analysis of Eccentrically Loaded Steel H-Columns", J. Str. Div., Proc. ASCE, Vol. 99, No 575 (1973)

29 Tehrany, M., and Chen, W.F., "Design Criteria for H-Columns under Biaxial Loading", J. Str. Div., Proc. ASCE, Vol. 100, No 573 (1974)

30 Springfield, J., "Design of Columns Subject to Biaxial Loading", Engineering Journal, American Institute of Steel Construction, Vol. 12, No 3 (1975)

31 Sozaie, M., "Low Cycle Fatigue Fracture Limits of Various Kinds of Structural Members Subjected to Alternately Repeated Plastic Bending under Axial Compression as an Evaluation Basis of Design Criteria for Seismic Capacity", Proceedings, Fourth World Conference on Earthquake Engineering, San Francisco, Calif (1969)

32 Sozaie, M., "Effect of Cyclic Loading on Buildings", State of Art Report No 4, Technical Committee 16, International Conference on Planning and Design of Tall Buildings, Lehigh University, Bethlehem, Pa (1972)

61

333 Surobi, T., and Owe, T., "An Experimental Study of Inelastic Behavior of Steel Members Subjected to Repeated Loading", Reports, State World Conf. on Earth. Eng., New Delhi, India (1972)

434 Wilson, J., Malone, H., and Helms, C., "Influence of Local Buckling on Cyclic Behavior of Steel Beam-Columns", Reports, State World Conf. on Earthquake Eng., New Delhi, India (1972)

435 Kato, B., and Akiyama, H., "Inelastic Bar Subjected to Thrust and Cyclic Bending", J. Str. Div., Proc. ASCE, Vol. 95, No 575 (1969)

436 Popov, E.P., Bertero, V.V., and Chondromouli, E., "Hysteretic Behavior of Steel Columns", Report No EERC 75-11, Earth Eng. Res. Center, College of Eng., Univ. of California, Berkeley, Cal (1974)

437 Bekas, V.V., Popov, E.P., and Krawinkel, H., "Beam-Column Subassemblies under Repeated Loading", J. Str. Div., Proc. ASCE, Vol. 98, No 575 (1972)

438 Graham, J.D., Stebbins, A.W., Whittier, D.W., and Jensen, C.D., "Welded Interior Beam-Column Connections", American Institute of Steel Construction (1965)

439 Park, G., Jr., and Chen, W.F., "Tests of Welded Steel Beam-to-Column Moment Connections", J. Str. Div., Proc. ASCE, Vol. 102, No 575 (1976)

440 Popov, E.P., and Sipler, R.H., "Cyclic Loading of Full-Size Steel Connections", Report No EERC 70-3, Earth Eng. Res. Center, College of Eng., Univ. of California, Berkeley, Cal (1970)

441 Popov, E.P., and Bertero, V.V., "Cyclic Loading of Steel Beams and Connections", J. Str. Div., Proc. ASCE, Vol. 99, No 576 (1973)

442 Krawinkel, H., Bertero, V.V., and Popov, E.P., "Shear Behavior of Steel Frame Joints", J. Str. Div., Proc. ASCE, Vol. 101, No 575 (1975)

443 Popov, E.P., "Low-Cycle Fatigue of Steel Beam-Column Connections", IITEM-Ind. Inst. of Engineers, Mexico City (1966)

443 Donile, J.H., and Lu, L.W., "The Subassembly Method of Designing Unbraced Multi-Storey Frames", Fife Eng. Lab. Report 273.37, Lehigh University, Bethlehem, Pa (1966)

444 de Bree, O., "A Modification to the Subassembly Method of Designing Unbraced Multi-Storey Frames", Engineering Journal, American Institute of Steel Construction, Vol. 6, No 4 (1969)

445 Powell, G.H., and M.B. El Stak, "Subassembly Concept for Two Frame Analysis", J. Str. Div., Proc. ASCE, Vol. 100, No 576 (1974)

446 Becker, R., "Panel Zone Effect on the Strength and Stiffness of Steel Rigid Frames", Eng. J., AISC, Vol. 12, No 1 (1975)

447 Kato, B., and Kishi, D.H., "Instability Effects under Dynamic and Repeated Load", State of Art Report No 3, Technical Committee 16, International Conference on Planning and Design of Tall Buildings, Lehigh University, Bethlehem, Pa (1972)

62

- 4.18 de Bree, O., "A-Plastic Design of Multistory Steel Frames by Plastic Methods", Proceedings, Fourth World Conf. on Earth. Eng., Santiago, Chile (1969) 63
- 4.19 "Plastic Design of Broad Multistory Steel Frames", American Iron and Steel Institute, New York (1968)
- 4.20 Wakabayashi, M., "Frames under Strong Impulsive, Wind or Seismic Loading", State of Art Report N° 6, Technical Committee N° 15, International Conference on Planning and Design of Tall Buildings, Lehigh University, Bethlehem, Pa (1971)
- 4.21 Shibata, K., Nakamura, T., Yoshida, M., Harino, S., Hosaka, T., and Wakabayashi, M., "Elasto-Plastic Behavior of Steel Frames under Repeated Axial Loading", Proceedings, Fifth World Conf. on Earth. Eng., Rome, Italy (1974)
- 4.22 Kahn, L.F., and Hanson, B.D., "Inelastic Cycles of Axially Loaded Steel Members", J. Str. Div., Proc. ASCE, Vol. 102, N° ST5 (1976)
- 4.23 Wakabayashi, M., Matsui, C., and Mitani, J., "Cyclic Behavior of a Restrained Steel Brace under Axial Loading", Preprints, Sixth World Conf. on Earth. Eng., New Delhi, India (1977)
- 4.24 Higginbotham, A.B., and Hanson, B.D., "Axial Hysteretic Behavior of Steel Members", J. Str. Div., Proc. ASCE, Vol. 102, N° ST7 (1976)
- 4.25 Wakabayashi, M., Nakamura, T., Shibata, K., Yoshida, M., and Hosoda, H., "Hysteretic Behavior of Steel Braces Subjected to Horizontal Load due to Earthquake", Preprints, Sixth World Conf. on Earth. Eng., New Delhi, India (1977)
- 4.26 Wakabayashi, M., Matsui, C., Mitani, J., and Mitani, J., "Inelastic Behavior of Steel Frames Subjected to Constant Vertical and Alternating Horizontal Loads", Proceedings, Fifth World Conf. on Earth. Eng., Rome, Italy (1974)
- 4.27 Taniguchi, B., Watanabe, K., and Ichida, T., "On the Rigidity and Ductility of Steel Bracing Assemblies", Proceedings, Fifth World Conf. on Earth. Eng., Rome, Italy (1974)
- 4.28 Gotti, S.C., and Hanson, B.D., "Seismic Behavior of Multistory Braced Steel Frames", J. Str. Div., Proc. ASCE, Vol. 100, N° ST1 (1974)
- 4.29 Anderson, J.C., "Seismic Behavior of K-Braced Framing System", J. Str. Div., Proc. ASCE, Vol. 101, N° ST10 (1975)
- 4.30 Yamada, M., Tsuji, B., and Nakamishi, S., "Elasto-Plastic Behavior of Braced Frames under Cyclic Horizontal Loading", Preprints, Sixth World Conf. on Earth. Eng., New Delhi, India (1977)
- 4.31 Wylie, L.B., Jr., and Deacon, H.J., "Improving the Seismic Response of Braced Frames", Preprints, Sixth World Conf. on Earth. Eng., New Delhi, India (1977)
- 4.32 Keldjian, M.J., "Inelastic Cyclic Response of Split K-Braced Frames", Preprints, Sixth World Conf. on Earth. Eng., New Delhi, India (1977) 64
- 4.33 "Uniform Building Code", 1976 Edition, International Conference of Building Officials, Whittier, Cal. (1976)
- 4.34 Bryson, E.D., "The Stressed Skin Design of Steel Buildings", Construction Monographs, Crosby Lockwood Staples, London, England (1972)
- 4.35 Easley, J.T., "Buckling Formulas for Corrugated Metal Shear Diaphragms", J. Str. Div., Proc. ASCE, Vol. 101, N° ST7 (1975)
- 4.36 Downs, J.H., "Calculation of Steel Diaphragm Behavior", J. Str. Div., Proc. ASCE, Vol. 102, N° ST7 (1976)
- 4.37 El-Daheh, Khair, "Shear of Light-Gauge Panels in Tall Buildings", J. Str. Div., Proc. ASCE, Vol. 102, N° ST9 (1976)
- 4.38 Miller, C.J., "Light Gauge Steel Lull Panels in Multistory Steel Frames", Engineering Journal, American Institute of Steel Construction, Vol. 11, N° 2 (1974)
- 4.39 American Institute of Steel Construction, "Commentary on Ductile Restrained Welded Connections", Engineering Journal, American Institute of Steel Construction, Vol. 10, N° 2 (1972) (See also discussion by D.B. Jones and W.L. Hinkle, Eng. J., Vol. 12, N° 1 (1973)).

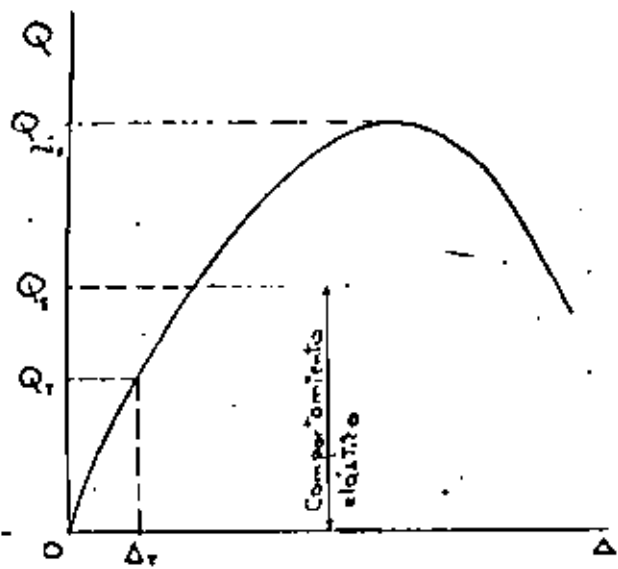


FIG. 4.1 GRÁFICA FUERZA HORIZONTAL-DESPLAZAMIENTO LATERAL (Q-Δ) DE UN EMPUJADO

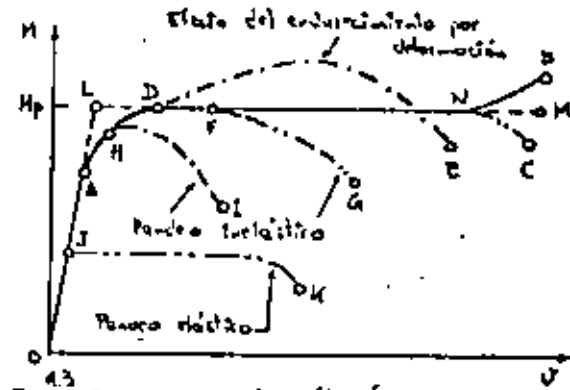


FIG. 4.3 Curvas momento-rotación de vigas

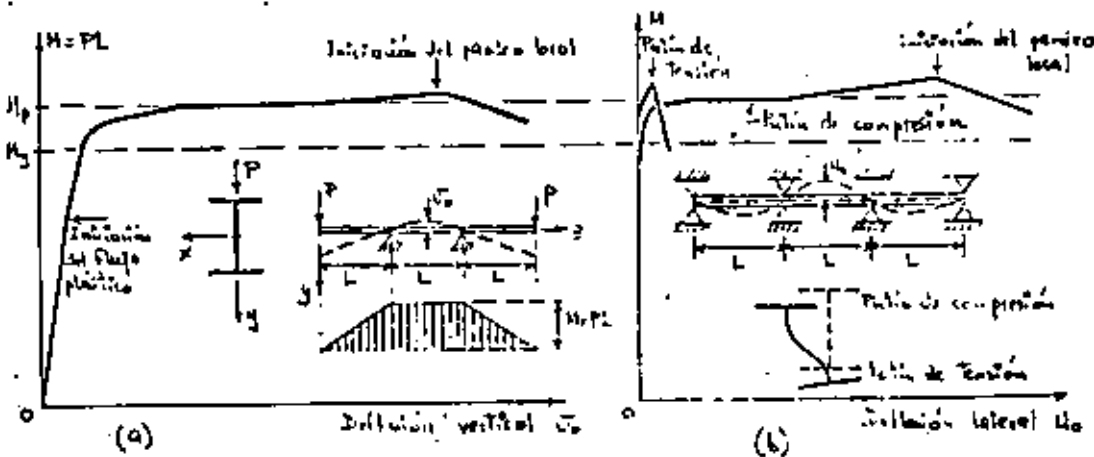


FIG. 4.2 Curvas momento-deflexión de una viga en flexión pura

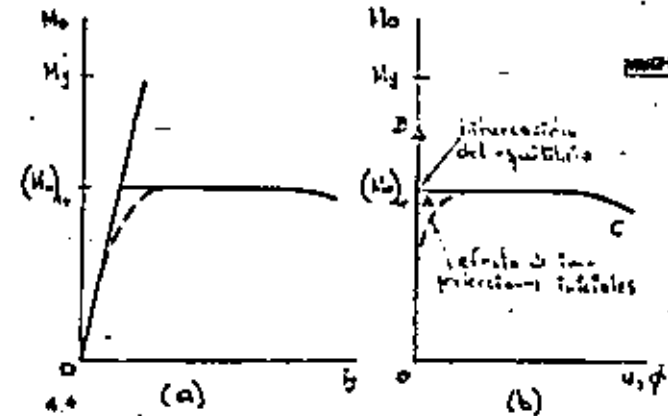


FIG. 4.4 Comportamiento de una viga en flexión pura

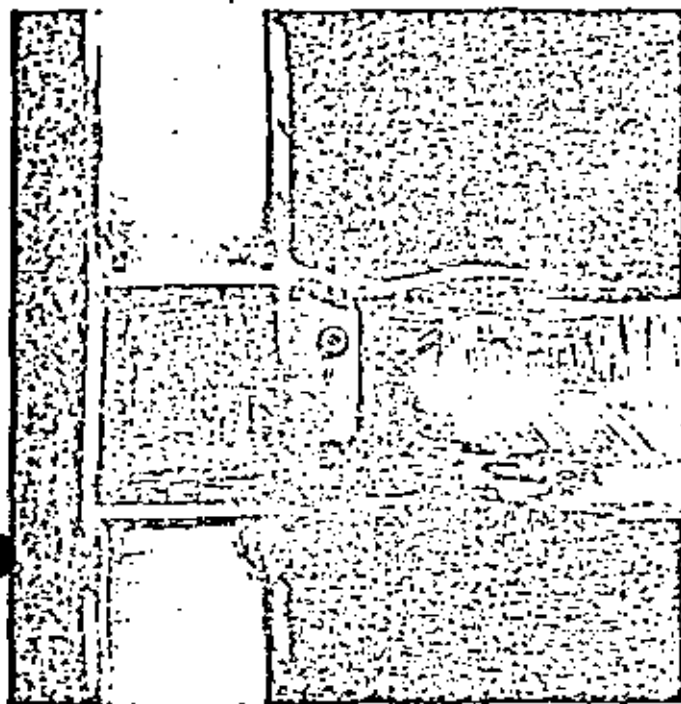


FIG. 4.9 FLANGE BUCKLING IN BEAM^{4.10}

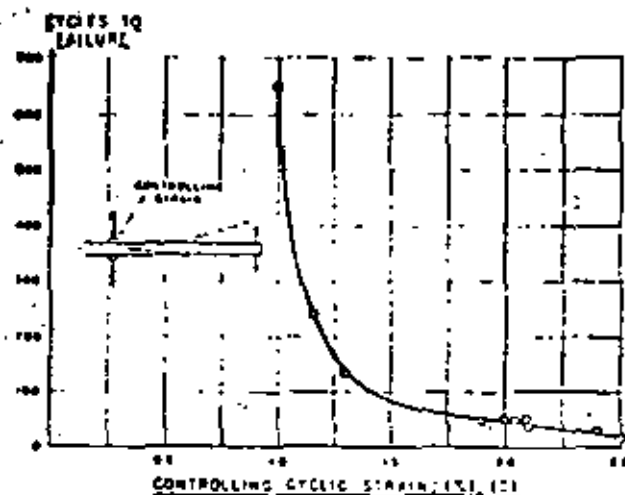


FIG. 4.9.—NUMBER OF CYCLES REQUIRED TO OBTAIN FRACTURE AS A FUNCTION OF THE CONTROLLING CYCLIC STRAIN

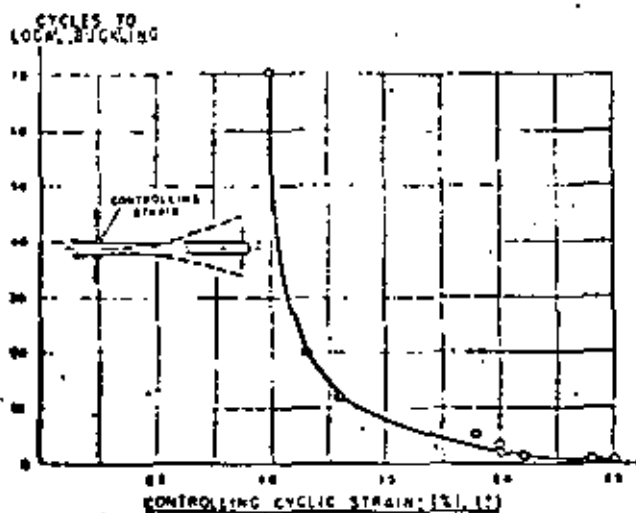


FIG. 4.9.—NUMBER OF CYCLES AFTER WHICH LOCAL BUCKLING OF FLANGES WAS DETECTED AS A FUNCTION OF THE CONTROLLING CYCLIC STRAIN

FIG. 4.10. NUMBER OF CYCLES REQUIRED TO ATTAIN FRACTURE OR LOCAL BUCKLING AS A FUNCTION OF THE CONTROLLING CYCLIC STRAIN^{4.9}

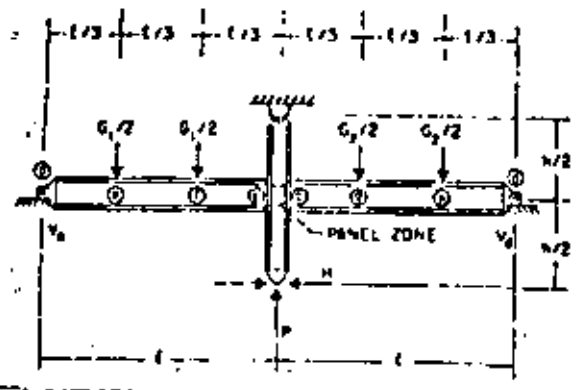


Fig. 4.11

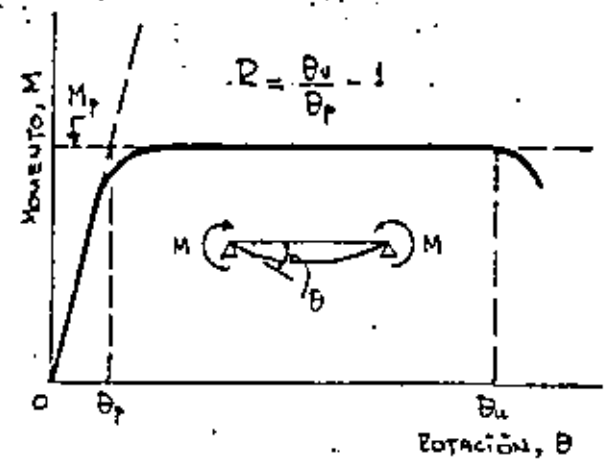
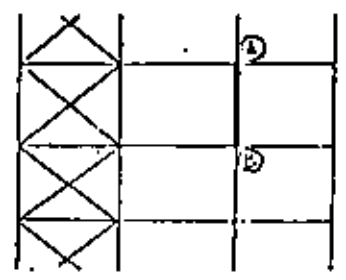
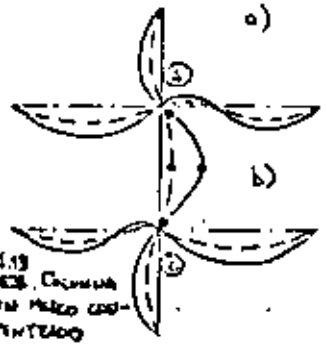


Fig. 4.12 CURVA MOMENTO-ROTACION DE UNA VIGA Y CAPACIDAD DE ROTACION

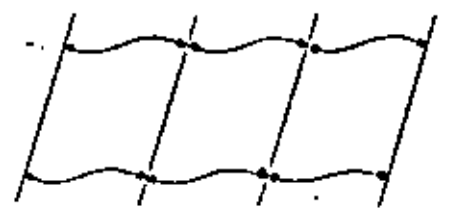


a)

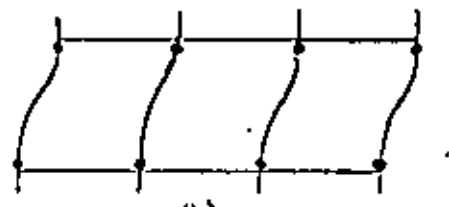


b)

4.13 FIG. 4.13. COLUMNAS DE MADERA CON CONTRAVENTADOS



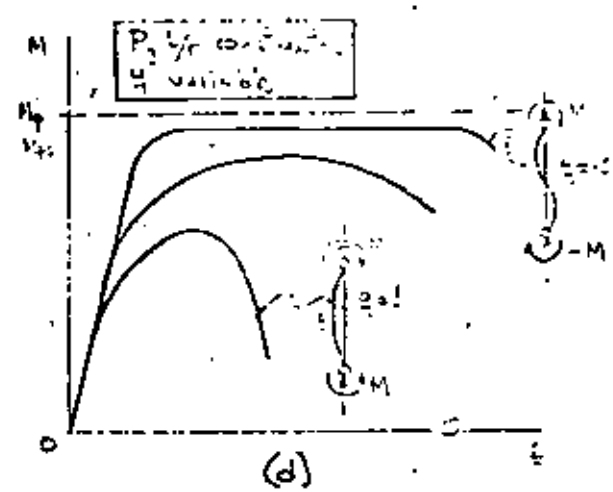
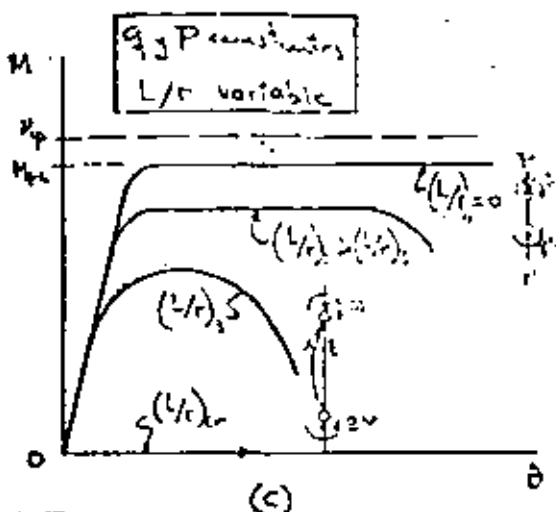
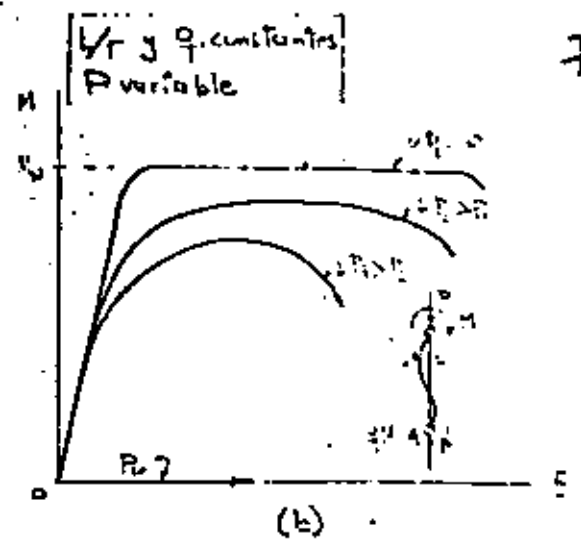
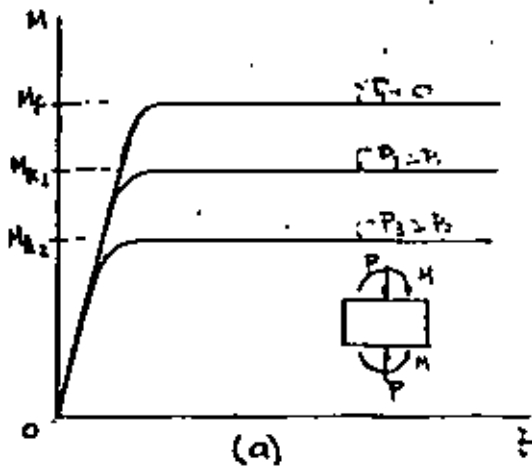
(a)



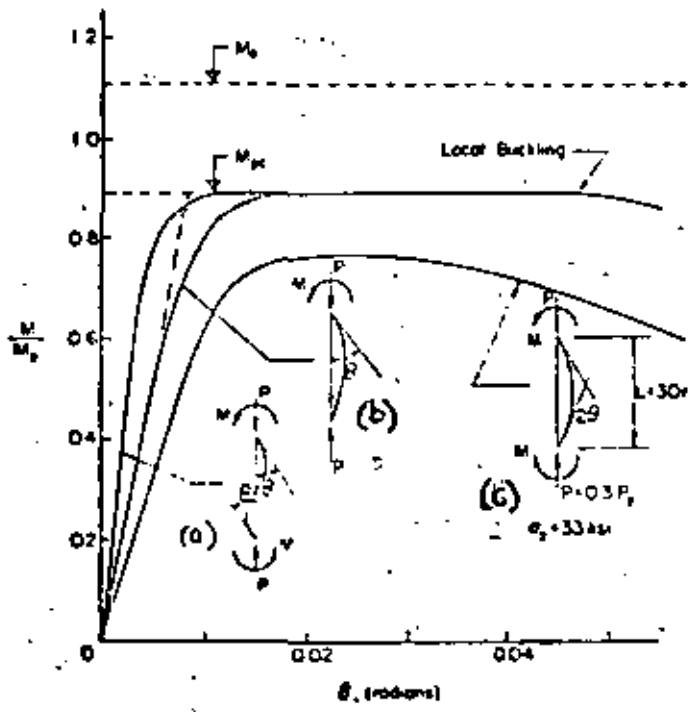
(b)

4.14 FIG. 4.14. COLUMNAS DE MADERA NO CONTRAVENTADAS

2021-01-11 10:11:11



4.15 FIG. 4.15. CURVAS MOMENTO-ROTACION DE COLUMNAS QUE FALLAN POR EXCESO DE FLEXION EN EL RANGO DE LOS MOMENTOS.



4.16 FIG. 4 - TYPICAL BEAM-COLUMN MOMENT ROTATION CURVES

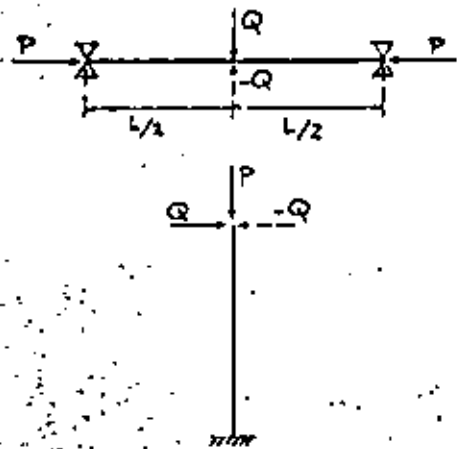


FIG. 4.17 ESPECIMENES UTILIZADOS PARA ESTUDIAR COLUMNAS VIEROCUADRADAS CARGADAS CICLICAMENTE

Fig. 4.17

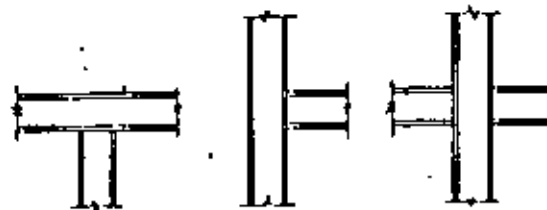


FIG. 4.19 CONEXIONES VIGA-COLUMNA

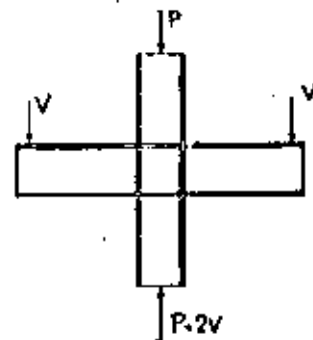


FIG. 4.20 CONDICIÓN DE CARGA DE LOS ESPECIMENES

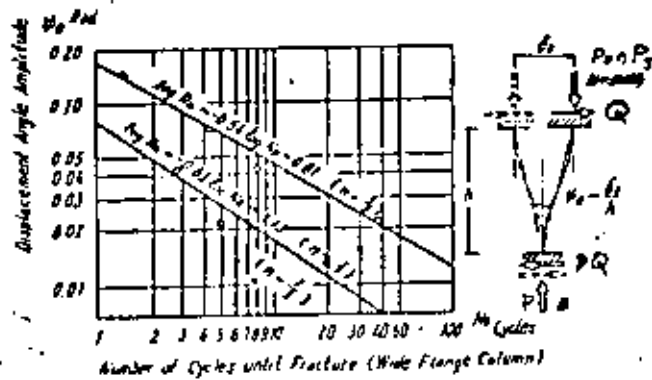


Fig. 4.21 Low Cycle Fracture Limit of Wide Flange Columns

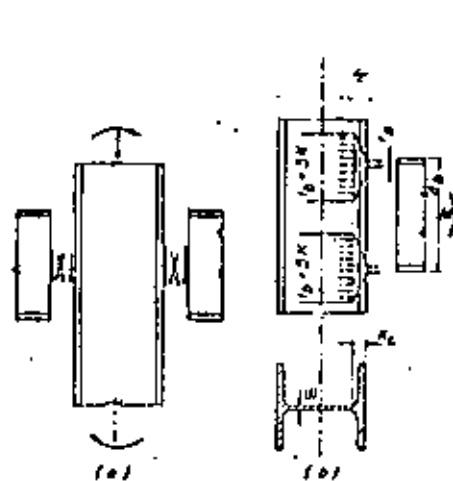


FIGURA 4.21

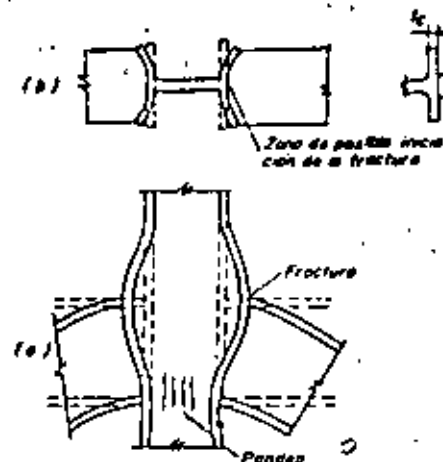


FIGURA 4.22

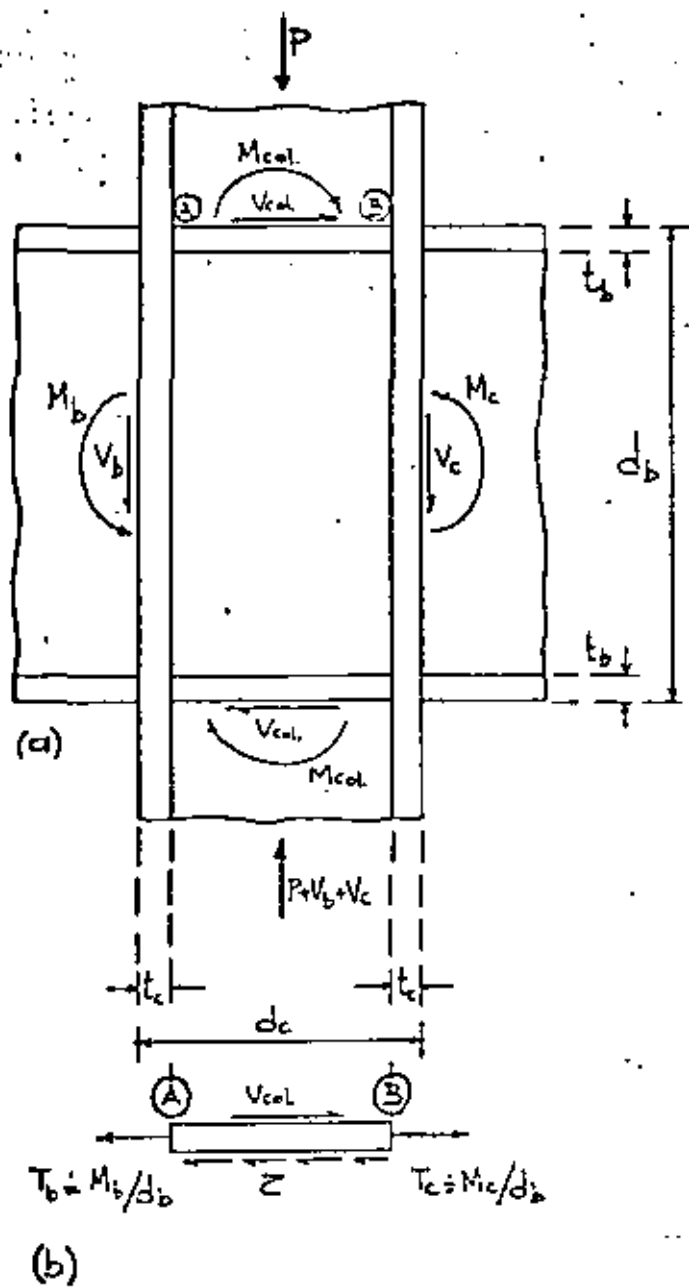
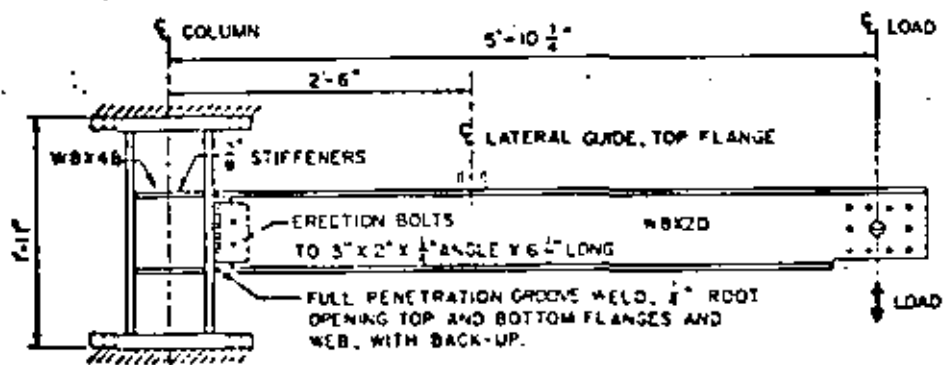


FIG. 4.23 ELEMENTOS MECÁNICOS EN UNA CONEXIÓN VIGA-COLUMNA INTERIORE



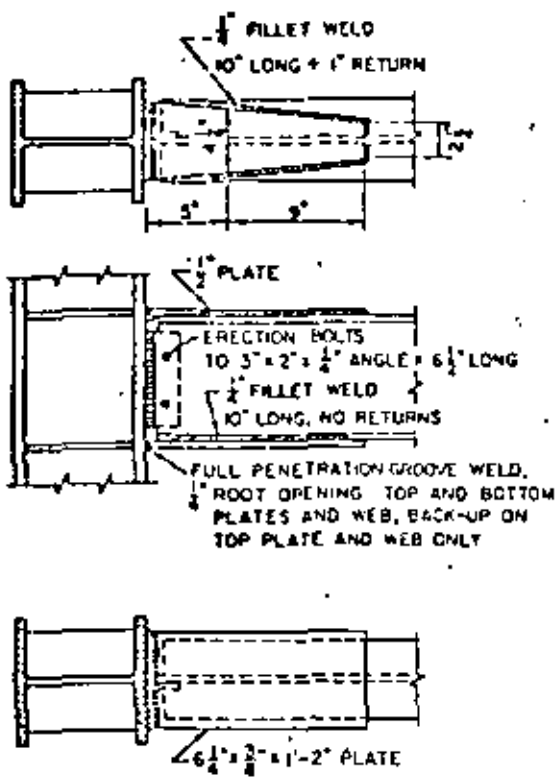


Fig. 2. Connection Type F2. FIG. 4.25^{1,2}

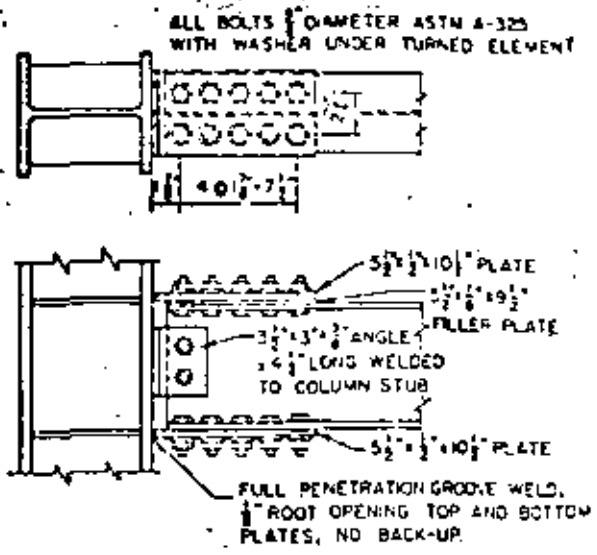


Fig. 3. Connection Type F3.

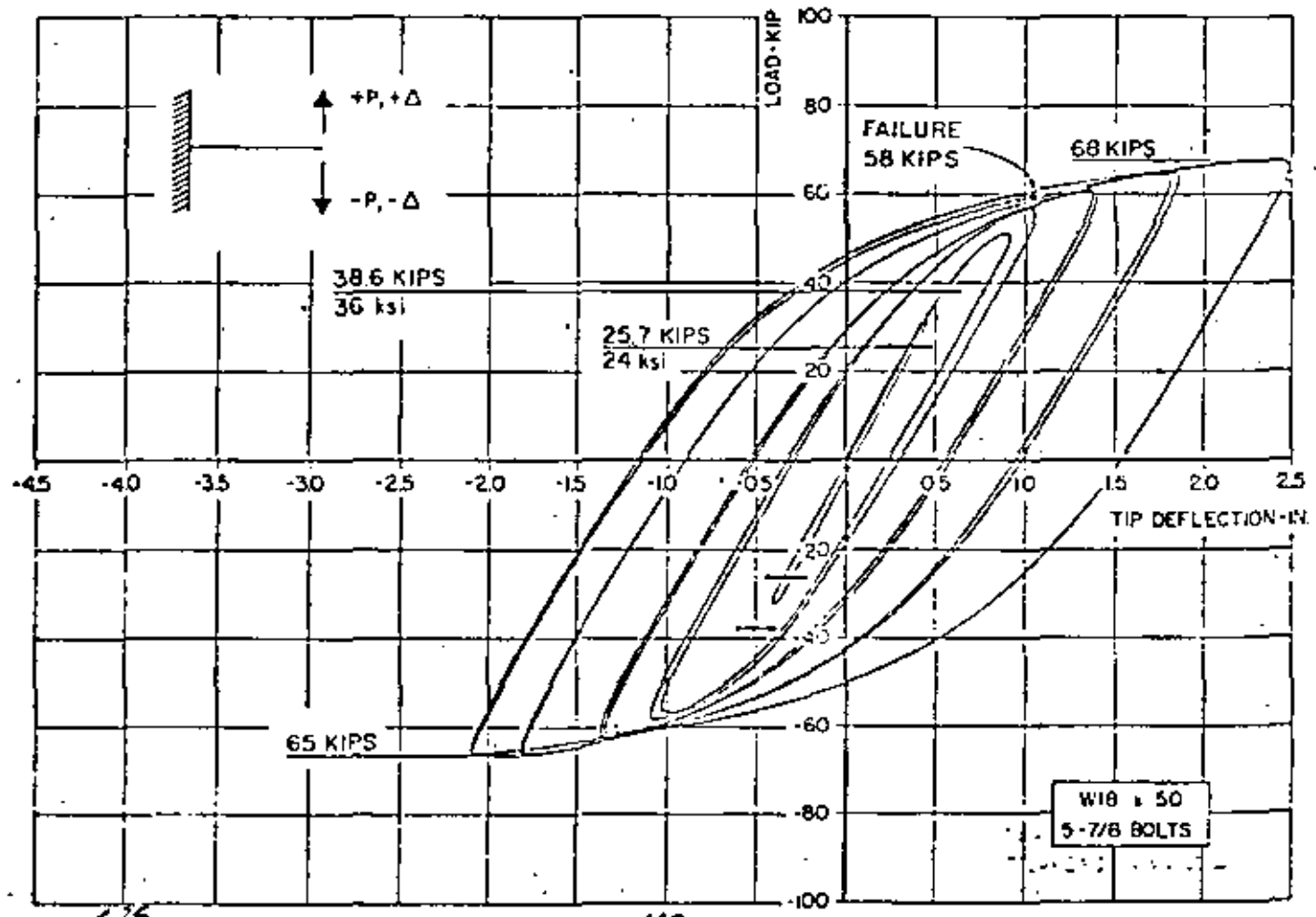


FIGURE 4.26 Load-deflection hysteresis loops for specimen no. 1

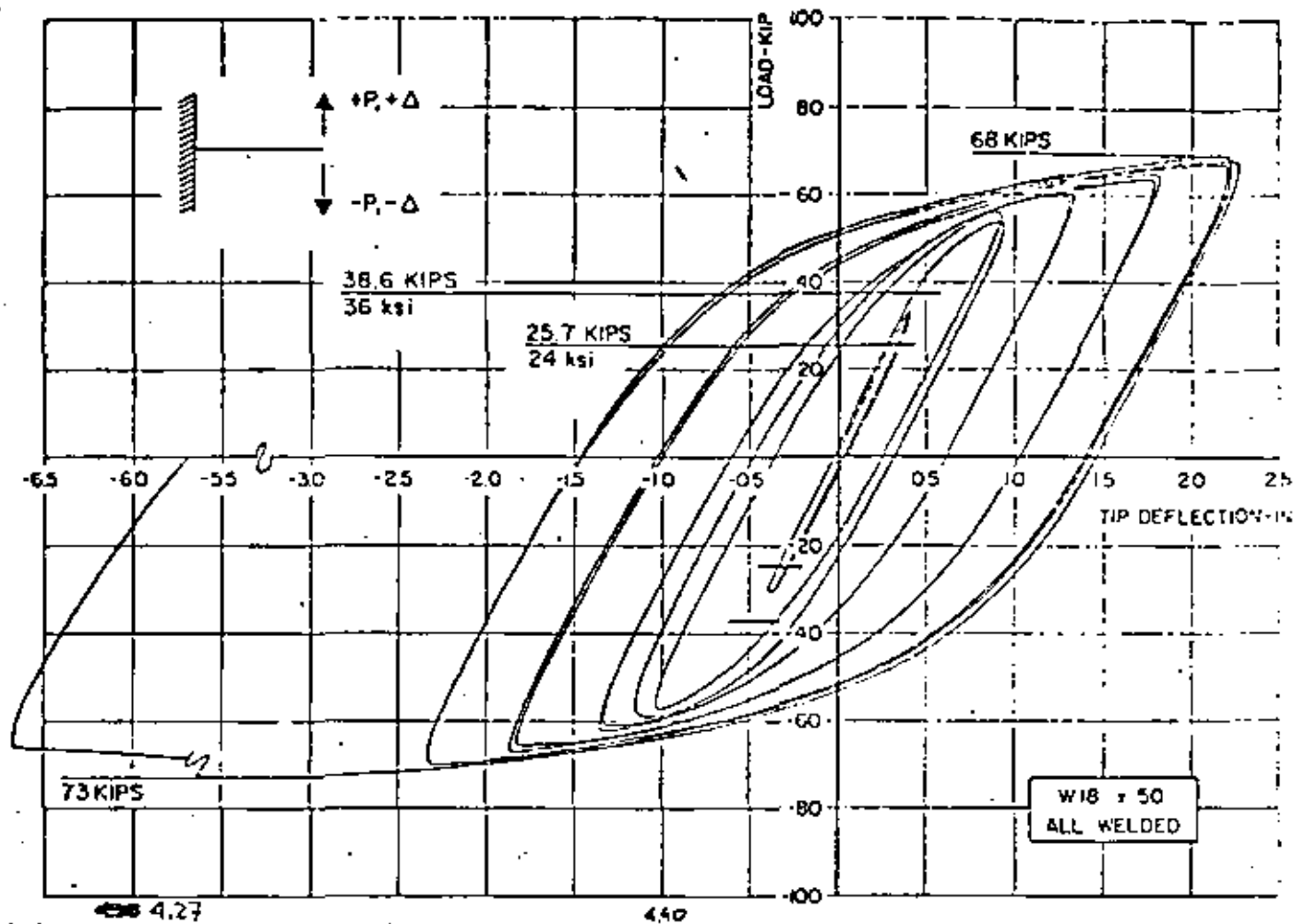


FIGURE 18. Load-deflection hysteresis loops for specimen no. 2

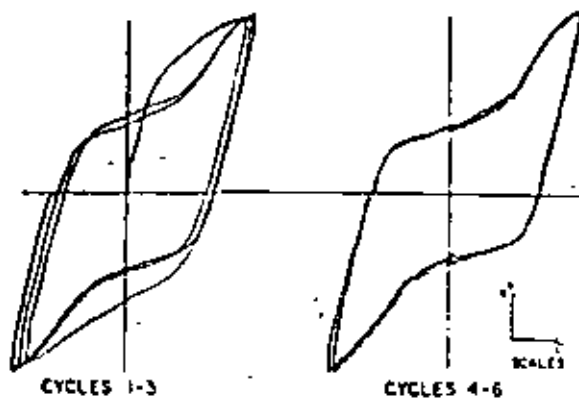


Fig. 9. Experimental Load-Deflection Hysteresis loops for Specimen F3-C5.

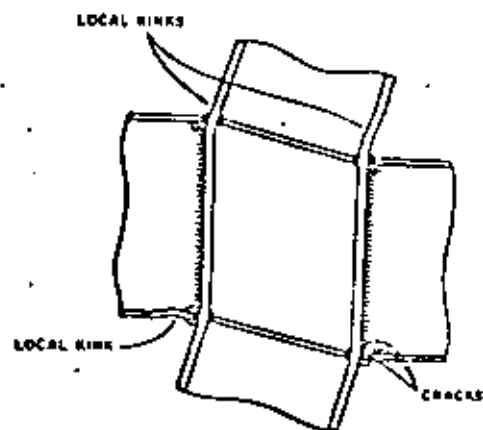
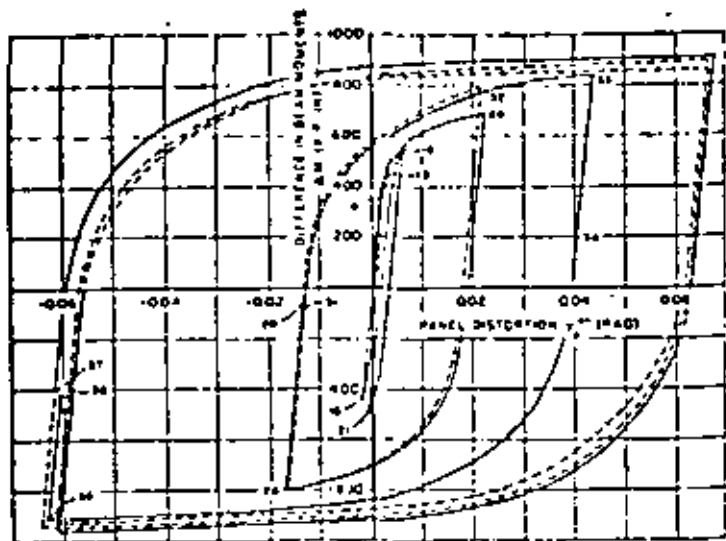
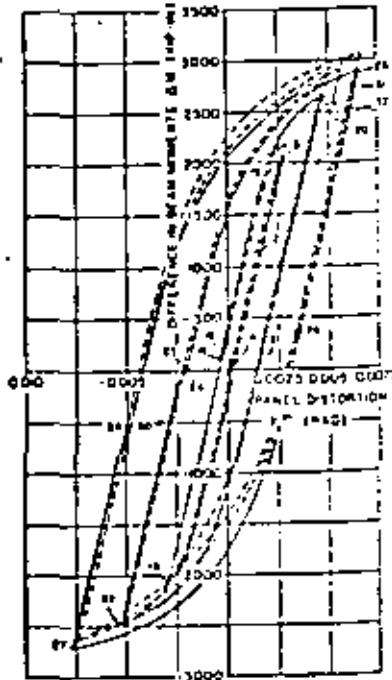


Fig. 4.29 LOCAL EFFECTS CAUSED BY PANEL DISTORTION



(a) SPECIMEN A-1

FIG. 4.30



(c) SPECIMEN B-1

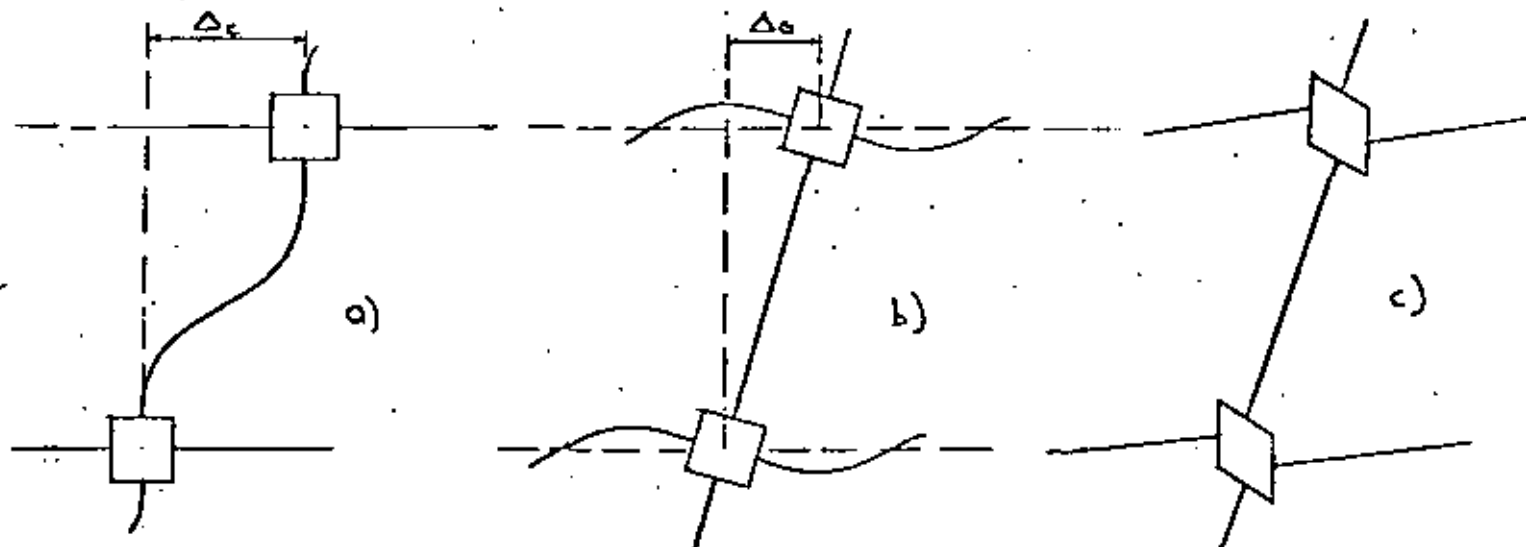
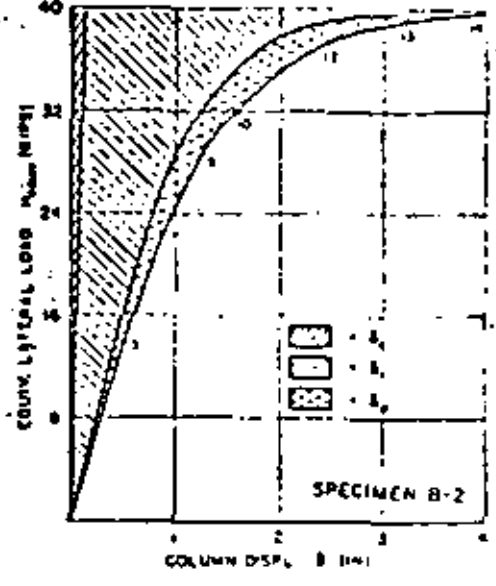
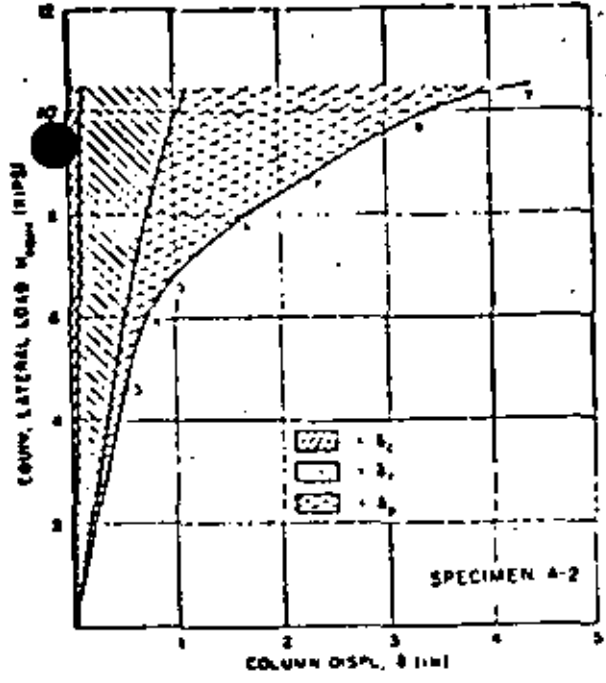


FIG. 4.31 DESPLAZAMIENTOS LATERALES DE ENTREPISO



4.32
 FIG. 4.32 - COLUMN DISPLACEMENT COMPONENTS (1000 LBS; 4.45 KN) (ref. 4.32)

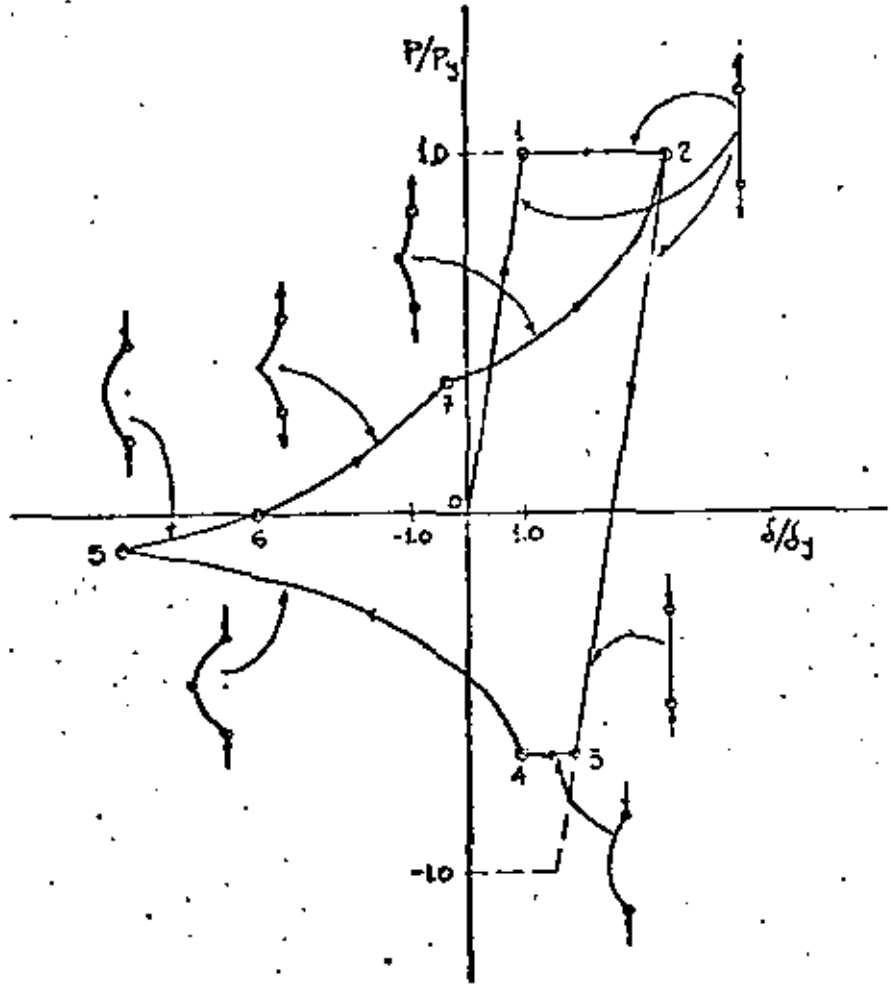


FIG. 4.33 COMPORTAMIENTO DE UNA BARRA EN TENSION-COMPRESION CICLICAS

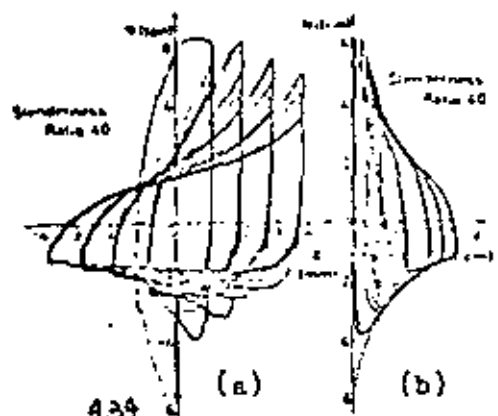


Fig. 434 N- Δ and N-V relations for slenderness ratio 40.

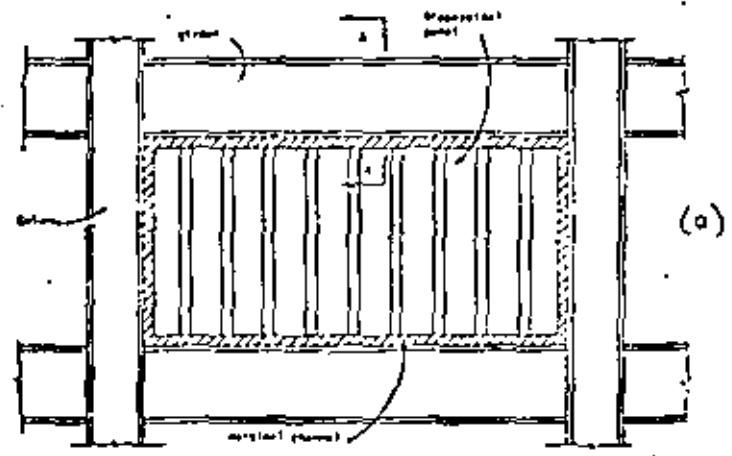


Fig. 435 Proposed construction for infilled frames (elevation)

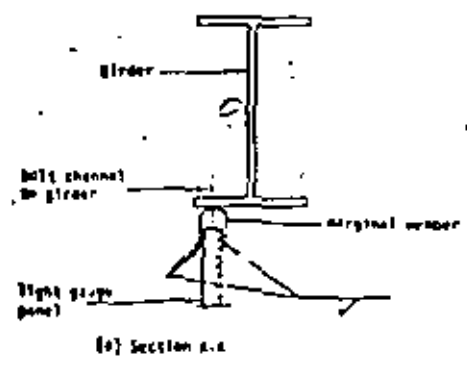


Fig. 435 (b)

DISEÑO DE UNA CONEXIÓN VIGA-COLUMNA DE UN MARCO RÍGIDO DE EDIFICIO (ACERO A36)

PERFILES. COLUMNA. 1 H 356 MM X 356 MM X 134 Kg/M
 VIGAS. 1 IP2 16" X 7" X 67.3 Kg/M

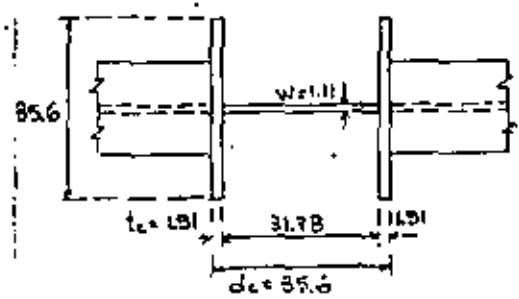
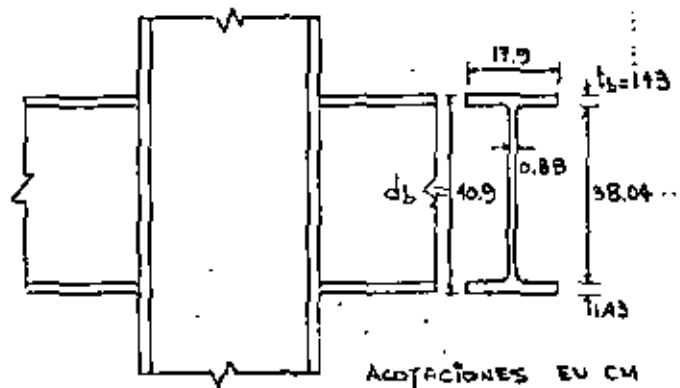
TEMA 7

ESTRUCTURAS DE ACERO

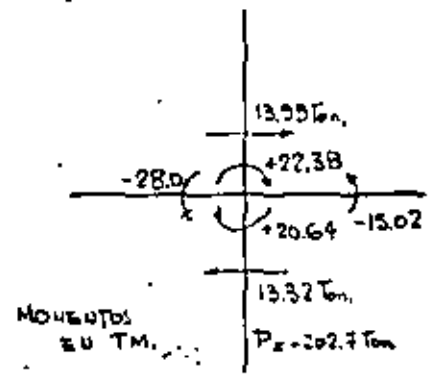
- Diseño de una conexión viga-columna de un marco rígido de edificio (acero A36)
- ** A method for the plastic design of unbraced multistory frames
- *** Factores de ductilidad Q de estructuras tipo I (reglamento de las construcciones para el D F, 1976)

Ing Oscar de Buen López de Heredia

Julio, 1981



ELEMENTOS MECÁNICOS POR CARGA VERTICAL + SISMO DE IZQUIERDA A DERECHA Y



2. REVISIÓN DEL GUESES DEL ALMA DE LA COLUMNA POR CORTANTE
 CONVIENE EMPEZAR CON ESTA REVISIÓN, PUES SI HACE FALTA AUMENTAR EL GUESES DEL ALMA DE LA COLUMNA CAMBIA EL COMPORTAMIENTO DESDE EL PUNTO DE VISTA DE LOS ATIESADORES HORIZONTALES.

$$\text{Ec. 16. } W_{req} = \frac{\sqrt{3}}{\sigma_y d_c} (M_b + M_c - V_{col}) =$$

$$= \frac{\sqrt{3}}{2530 \times 35.6} \left(\frac{2800000 + 1502000}{40.9} - 13990 \right) = 1.75 \text{ cm} > 1.11$$

$$\text{Ec. 17. } W_{req} = \frac{\sqrt{3}}{\sigma_y} \frac{\Delta M}{0.95 d_b \times 0.95 d_c} = 2.24 \text{ cm} = 1.28 \times 1.75$$

LA EC. 17 INDICA QUE SE REQUIERE UN ALMA 28% MÁS GUESA QUE LA CALCULADA CON LA EC. 16.

$$\text{Ec. 18. } C_{av} = \frac{(\Delta M d_b)(1-P)}{(d_c + t_c)W + 62.4 I_c / d_b^2}$$

$$(M_p)_y = Z_y \sigma_y = 1343.7 \times 2530 = 3397600 \text{ Kg.cm}$$

$$P = \frac{V_{col} d_b}{\Delta M} = \frac{13990 \times 40.9}{3397600 \times 2} = 0.084; \quad I_c = \frac{b_c t_c^3}{12} = \frac{35.6 \times 1.91^3}{12} = 20.7 \text{ cm}^3$$

$$C_{av} = \frac{(3397600/40.9)(1-0.084)}{(35.6-1.91)1.11 + 62.4 \times 20.7/40.9^2} = \frac{152275}{37.376 + 0.772} = 3989 \text{ Kg/cm}^2$$

$$\text{Ec. 19. } \bar{\sigma}_y = \frac{\sigma_y}{\sqrt{3}} \sqrt{1 - \left(\frac{P}{P_y}\right)^2}; \quad P_y = A \sigma_y = 171.27 \times 2.53 = 433.31 \text{ TON}$$

$$\bar{\sigma}_y = \frac{2530}{\sqrt{3}} \sqrt{1 - \left(\frac{202.7}{433.31}\right)^2} = 1291 \text{ Kg/cm}^2 < 3989$$

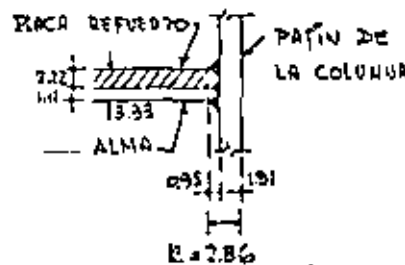
DE ACUERDO CON LAS ECS. 18 Y 19 EL ALMA NECESITA REFUERZO.

DESDECIANDO LA RESISTENCIA A LA FLEXIÓN DE LOS PATINES DE LA COLUMNA, EL GUESES DE LA PLACA DE REFUERZO SE CALCULA CON LA EXPRESIÓN

$$t_c = \frac{C_{av} - \bar{\sigma}_y}{\bar{\sigma}_y} \quad W = \frac{3989 - 1291}{1291} \times 1.11 = 2.22 \text{ cm}$$

SE COLOCARÁ UNA PLACA ADOBLADA AL ALMA DE 2.22 CM (3/8") (SI SE APLICA LA EC. 17 CON $W = 3.33$ CM). SE OBTIENE $C_{av} = 1348 \text{ Kg/cm}^2 = \bar{\sigma}_y$.

EN GENERAL, DEBE REVISARSE QUE LA PLACA ADOBLADA NO FALLE POR PUNDO POR CORTANTE.



EN LA ZONA DE LA PLACA DE REFUERZO CONVIENE UTILIZAR SOLDADURAS DE PENETRACIÓN COMPLETA EN ELLA Y EN EL ALMA, PARA DESARROLLAR SU RESISTENCIA INTEGRAL Y REFORZADA CON

CONDICIONES PARA AUMENTAR LA DISTANCIA K .

ATIESADORES HORIZONTALES

1. FUENTE AL PATÍN COMPRIMIDO

$$\text{Ec. 13. } W_{req} = \frac{A_f}{t_b + 5 t_c} = \frac{17.9 \times 1.43}{1.43 + 5 \times 2.86} = 1.63 \text{ cm} < 2.33$$

$$\text{Ec. 14. } W \geq d_c \sqrt{\sigma_y} / 1509 = 85.6 \sqrt{2530} / 1509 = 1.17 \text{ cm} < 2.33$$

NO SE NECESITAN ATIESADORES

2. FUENTE AL PATÍN EN TENSIÓN

$$\text{Ec. 15. } t_c = 0.4 \sqrt{A_f} = 0.4 \sqrt{17.9 \times 1.43} = 2.02 \text{ cm} > 1.91$$

SE NECESITAN ATIESADORES. SE COLOCARÁN DE UN TAMAÑO MÍNIMO, PARA EVITAR LA FLEXIÓN DE LOS PATINES DE LA COLUMNA.

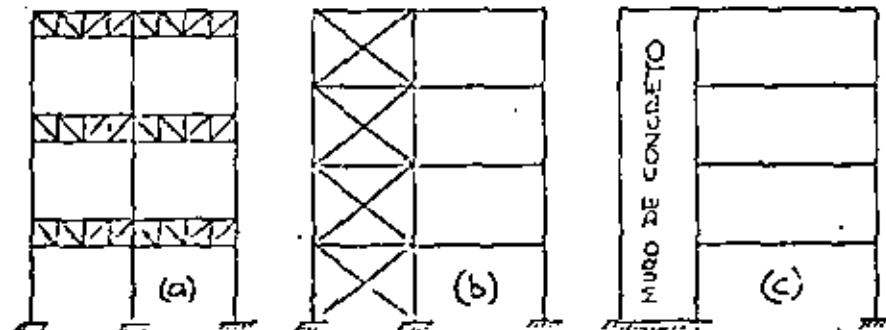
PLÁSTICAS NECESARIAS PARA QUE EN CADA ENTREPISO DE CADA MUROS NI CONTRAVIENTOS, SEA CUANDO MENOS EL 25% DE LA MARCO SE FORME UN MECANISMO DE COLAPSO, SI LA FUERZA TOTAL.

LATERAL ES SUFICIENTEMENTE ELEVADA, CUMPLEN LOS REQUISITOS + EL MÍNIMO COCIENTE DE LA RESISTENCIA TOTAL DE CADA ENTREPISO, PARA QUE PUEDAN FORMARSE ARTICULACIONES PLÁSTICAS. DIVIDIDA ENTRE LA ACCIÓN DE DISEÑO, NO DEBE DIFERIR EN MÁS

+ EL MÍNIMO COCIENTE DE LA RESISTENCIA TOTAL DE CADA DEL 35% DEL PROMEDIO DE ESOS COCIENTES PARA TODOS LOS ENTREPISO, CALCULADA TOMANDO EN CUENTA TODOS LOS ELEMENTOS ENTREPISOS.

QUE CONTRIBUYEN A ELLI, DIVIDIDA ENTRE LA ACCIÓN DE DISEÑO (EL VALOR DEL FACTOR DE DUCTILIDAD Q DISMINUYE PORQUE SE CONSIDERA QUE LA FALLA, EN CASO DE OCURRIR, NO SERIA POR FORMACIÓN DE UN MECANISMO, POR LO QUE LA DUCTILIDAD Y CAPACIDAD DE ABSORCIÓN DE ENERGÍA DE LA ESTRUCTURA DECRETAN CONSIDERABLEMENTE EN RELACIÓN CON LAS DEL CASO 1).

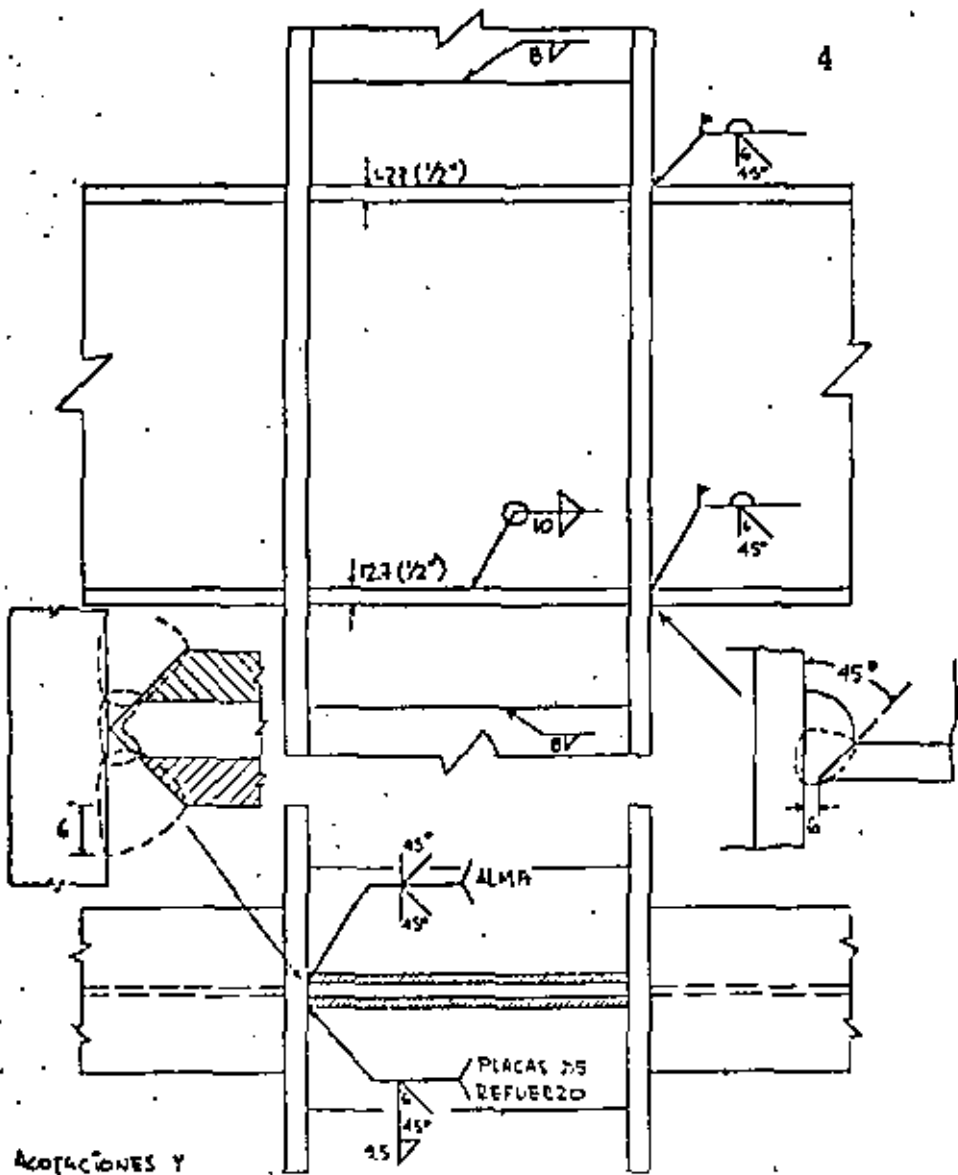
CASO 2 : Q = 4.0



+ LA RESISTENCIA ES SUFICIENTE EN TODOS LOS NIVELES EXCLUSIVAMENTE POR MARCOS NO CONTRAVIENTOS DE CONCRETO CONTRAVIENTOS O NO, O POR MUROS DE CONCRETO, QUE NO ACERO O MATELA, CON O SIN ZONA DE FLUENCIA DEFINIDA (EL CUMPLEN EN ALGUN ENTREPISO LOS REQUISITOS ESPECIFICADOS PARA ACERO ESTRUCTURAL TIENE CASI SIEMPRE UNA ZONA DE FLUENCIA DEFINIDA, PERO LOS MIEMBROS HECHOS CON EL PUEBLO PERLLELA. NACIONAS COMBINADAS POR CASTILLOS, DALAS, COLUMNAS O TRABES EJEMPLOS. LAS BARRAS COMBINADAS DE ALIACULAS Y LAS SECCIONES DE CONCRETO REFORZADO O DE ACERO... CON RELACIONES b/c ELEVADAS), O POR MARCOS CONTRAVIENTOS O CON MUROS DE CONCRETO CUYA RESISTENCIA, SIN CONTAR

CASO 3 : Q = 2.0

+ LA RESISTENCIA A FUERZAS LATERALES ES PROPORCIONAL AL NÚMERO O COLUMNAS DE CONCRETO REFORZADO, ACERO O MATELA. SE DISEÑAN LAS ARMADURAS DE MATELA QUE SU FALLA SEA PRECEDIDA POR DEFORMACIONES PLÁSTICAS IMPORTANTES DE LAS BARRAS EN TENSION, NI PARA EL CASO 2b CON DIAGONALES DE CONTRAVIENTO EXCÉNTRICO).



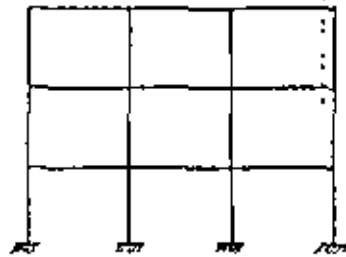
ACOTACIONES Y
TAMAÑOS DE
SOLDADURA EN
MM.

DOS PLACAS DE REFUERZO DE 11.1 MM (3/16") C/U.

SE COLOCAN ATISADORES HORIZONTALES FRENTE A LOS DOS
PÁRRAFS DE LAS VIGAS PARA QUE DURANTE EL TERMOLO
CAMBIOS EN SU POSICIÓN DE LOS MEMBROS.

FACTORES DE DUCTILIDAD Q DE ESTRUCTURAS TIPO I. (REGLAMENTO DE LAS CONSTRUCCIONES PARA EL D.F., 1976)

5 CASO I: $Q = 6.0$



- + LA RESISTENCIA ES SUMINISTRADA EN TODOS LOS NIVELES EXCLUSIVAMENTE POR MARCOS NO CONTRAVENTRADOS DE CONCRETO REFORZADO O DE ACERO CON ZONA DE FLUENCIA DEFINIDA.
- + LAS VIGAS Y COLUMNAS DE ACERO CUMPLEN LOS REQUISITOS CORRESPONDIENTES A SECCIONES COMPACTAS (BASTA QUE ESTOS REQUISITOS SE SATISFAGAN EN LOS UERDES EN QUE SE FORMARÁN LAS PLÁTICAS LIGADAS AL MECANISMO DE COLAPSO, CONVIENE QUE SE FORMEN EN LAS VIGAS).

+ LAS JUNTAS DE MARCOS DE ACERO DEBEN SER CAPACES DE ADMITIR ROTACIONES IMPORTANTES ANTES DE FALLAR. (O TENER RESISTENCIA SUFICIENTE PARA QUE LAS ROTACIONES SE PRESENTEN EN LOS EXTREMOS DE LOS MIEMBROS QUE CONJUNGAN EN ELLAS).

+ LAS COLUMNAS DE CONCRETO SON ZUNCHADAS, O POSEEN ESTRIBOS QUE PROPORCIONAN AL NÚCLEO UN CONFINAMIENTO EQUIVALENTE AL DEL ZUNCHO.

+ EL FACTOR DE CARGA CONTRA LA FALLA POR CORTANTE, TORSIÓN, PUNDO, ETC (EN GENERAL, CONTRA TODAS LAS FORMAS DE FALLA NO DÚCTILES), DEBE SER \geq EN VEZ DE 1.1.

+ LOS EXTREMOS DE TRABES Y COLUMNAS DE CONCRETO, Y LAS ZONAS EN QUE SE FORMARÁN LAS ARTICULACIONES

SE COLOCAN ATISADORES HORIZONTALES FRENTE A LOS DOS PÁRRAFS DE LAS VIGAS PARA QUE DURANTE EL TERMOLO CAMBIOS EN SU POSICIÓN DE LOS MEMBROS.

CASO 4: $Q = 1.5$

8
+ LA RESISTENCIA A FUERZAS LATERALES ES SUMINISTRADA EN TODOS LOS NIVELES POR MUROS DE HAMPOSTERÍA DE PIEZAS MECANICAMENTE CONFINADAS O CON REFUERZO INTERIOR, O POR COMBINACIONES DE ESOS MUROS CON ELEMENTOS COMO LOS DESCRITOS PARA LOS CASOS 1 A 3.

CASO 5: $Q = 10$

(PARA TIPOS DE ESTRUCTURACIÓN 1 A 4)

+ ESTRUCTURAS DE CUALQUIER TIPO CUYA RESISTENCIA A FUERZAS LATERALES SEA PROPORCIONADA, AL MENOS PARCIALMENTE, POR ELEMENTOS O MATERIALES DIFERENTES DE LOS ESPECIFICADOS EN LOS CASOS 1 A 4, A MENOS QUE SE HAGA UN ESTUDIO QUE DEMUESTRE QUE SE PUEDE EMPLEAR UN VALOR MÁS ALTO.

DESDE EL PUNTO DE VISTA DE "RESISTENCIA" CONVIENEN LAS ESTRUCTURAS QUE TIENEN UN FACTOR Q ALTO; SIN EMBARGO, EN ELAS PUEDEN TENERSE DIFICULTADES PARA CONTROLAR LAS DEFORMACIONES BAJO CARGAS DE TRABAJO.

ESTADO LÍMITE POR DESPLAZAMIENTOS HORIZONTALES. LAS DEFORMACIONES LATERALES DE CADA ENTREPIÉ DEBIDAS A FUERZA CORTANTE NO EXCEDERÁN DE 0.008 VECES LA ALTURA DEL ENTREPIÉ, SALVO CUANDO LOS ELEMENTOS QUE NO FORMAN PARTE INTEGRANTE DE LA ESTRUCTURA ESTÉN LIADOS A ELLA EN TAL FORMA QUE NO SUFRAN MÁS POR LAS DEFORMACIONES DE LA MISMA. EN ESTE CASO, LAS DEFORMACIONES NO EXCEDERÁN DE 0.016. EN EL CÁLCULO DE LOS DESPLAZAMIENTOS SE TENDRÁN EN CUENTA TODOS LOS ELEMENTOS QUE CONTRIBUYAN A LA RIGIDEZ LATERAL DE LA CONSTRUCCIÓN.

9
A Method for the Plastic Design of Unbraced Multistory Frames

OSCAR DE BUEN

In a building without vertical bracing or shear walls, the frames must be able to resist gravity loads and the combination of vertical and horizontal loads, plus second order effects due to vertical load lateral displacement interaction. Besides, frame stiffness must be sufficient to keep lateral displacements under working loads below maximum allowable values.

Two different load factors are used in plastic design— one for vertical loads only and a smaller one for the combination of vertical permanent and horizontal accidental loads. Design of two or three stories at the top of unbraced buildings is generally governed by gravity loads, because the beams and columns necessary to support vertical loads are also able to resist gravity plus horizontal loads under a reduced load factor. The importance of horizontal forces increases in lower stories, and their design is governed by the combination of both types of loads.

Design of upper stories is usually made with no consideration of lateral displacements. A revision is carried out later in order to verify that the overall critical load is one smaller than the collapse mechanism load. If necessary, the structure is modified or the critical load is taken as the limit of structural usefulness.

When design is governed by combined gravity and lateral loads, collapse takes place by instability, characterized by increasing lateral displacements under horizontal loads that grow to a maximum and decrease afterwards. Behaviour of the structure can be ascertained studying the formation of successive plastic hinges due to increasing horizontal forces which act upon the structure, loaded from the beginning with complete factored vertical loads. Beams and columns are assumed to remain in the elastic range between plastic hinges. Influence of axial loads on column bending strength, second order moments, and compatibility conditions must be taken into account.

A method for the design of beams and columns in stories of regular frames governed by the combination of gravity and lateral loads is presented in this paper. To that end,

Oscar de Buen is Professor of Civil Engineering, National University of Mexico, and a Consulting Engineer, Mexico City.

horizontal load-lateral displacement curves (Q - Δ curves) corresponding to preliminary sizes of beams and columns are plotted for all or some of the stories. If the store behaviour, as depicted by the Q - Δ curve, is not satisfactory from the point of view of strength or lateral stiffness, preliminary sizes are modified and a new curve is plotted.

The method can be easily programmed for use in computerized plastic design. Nevertheless, one of the main advantages of the method is its simplicity, which makes it suitable for simple manual computation. It is, therefore, a powerful tool for the design of medium size regular buildings that do not justify the use of computers, and for the approximate revision of buildings designed by computer, employing classic plastic methods.

The method described in this paper is related to a method originally developed at Lehigh University,¹ which was later simplified by the writer and others.²⁻⁵ The amount of numerical work is drastically reduced, although keeping enough accuracy for practical purposes, and computations are systematized by arranging them in tabular form. Besides, the method is based on the condition that plastic hinges shall appear only in beams (with the exception of column bases). This condition is in accordance with modern design philosophy, especially in seismic areas.

SECOND-ORDER ANALYSIS

Analysis of multistory rigid frames has traditionally been made using first-order elastic theory, but second-order effects can be significant, especially in unbraced frames.

In current design practice, second-order effects are usually considered, in an indirect and approximate way, by using interaction equations for column design. Moments computed by a first-order elastic or plastic analysis are more or less arbitrarily amplified and effective lengths longer than actual lengths are used. Beams are designed using the original first-order moments.⁶ Inaccurate results are obtained when each column is treated individually, especially if the frames are geometrically irregular or column and beam stiffnesses change considerably in each story or in adjacent stories. Also, design of beams in support first-order

moments is irrational, as they have to equilibrate the amplified moments that columns apply to the joints.

The number of factors that has to be taken into account in an exact elastic-plastic second-order analysis is high, but most of them are usually neglected in ordinary design problems.^{11,12} The two most important factors in multistory frame behavior are formation of an increasing number of plastic hinges and interaction of vertical loads and story lateral displacements (*PΔ* effect). Only these two factors will be considered in this paper.

EVALUATION OF *PΔ* EFFECTS

PΔ effects can be evaluated making a first-order analysis of the structure under actual vertical loads and horizontal loads, increased as the amount necessary to reproduce, approximately, second-order effects.

The fictitious additional shear force, V_i , that has to be applied to story i of a multistory frame is given by

$$V_i = \frac{P}{A} \Delta_{i-1} \quad (1)$$

where

P = weight of the level under consideration plus every level above it

Δ_{i-1} = relative horizontal displacement between the upper and lower levels of the story

A = story height (Fig. 1)

BASIC EQUATIONS

Columns in any story of a building subjected to the combined action of gravity loads and horizontal wind or earthquake forces must resist bending moments produced by the horizontal shear force Q , plus those due to the total vertical load P acting upon the laterally deformed structure (Fig. 2). *PΔ* moments are similar to those produced by a fictitious shear force *PΔ/h*.

P and Δ are equal to P_i and Δ_{i-1} in Eq. (1). Equilibrium of horizontal loads gives

$$\Sigma M_i = Qh + P\Delta \quad (2)$$



Fig. 1. Lateral displacement of a multistory rigid frame

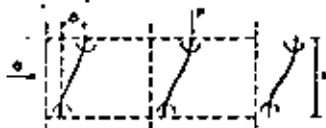


Fig. 2. Forces which produce bending in columns

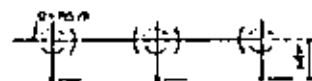


Fig. 3. Substructure corresponding to an intermediate story (vertical loads not shown)

$$Q = \frac{\Sigma M_i}{h} = P \frac{\Delta}{h} \quad (3)$$

ΣM_i is the sum of the moments in both ends of all columns in the story.

Equation (3) shows clearly that the *PΔ* effect reduces the structure's capability to resist lateral load.

The substructure in Fig. 3 is obtained assuming that the points of inflection in each column is at mid-height of the column⁷ and isolating the upper part of the story. The *PΔ* effect is included by increasing the horizontal load. Vertical loads are not shown.

From the equilibrium of horizontal forces

$$\Sigma M_i = (Q + P \frac{\Delta}{h}) \frac{h}{2} = \frac{Qh}{2} + P \frac{\Delta}{2} \quad (4)$$

In this equation, and in the rest of the paper, ΣM_i refers only to the moments acting in the upper end of the story columns.

Joint moments are also in equilibrium, then,

$$\Sigma M_j = (\Sigma M_i)_L + (\Sigma M_i)_U$$

where ΣM_j is the sum of moments at both ends of every beam in the level under study, due to horizontal forces, including the fictitious one, $P\Delta/h$, and $(\Sigma M_i)_L$ and $(\Sigma M_i)_U$ are the sums of moments at the ends of the columns connecting to the joints of that level, below and above it, also due to horizontal loads.

Assuming that $(\Sigma M_i)_L = (\Sigma M_i)_U = \Sigma M_i$,

$$\Sigma M_j = 2\Sigma M_i \quad (5)$$

The assumption that leads to Eq. (5) is conservative, but sufficiently accurate for design purposes.¹³

From Eqs. (4) and (5), $Q = (\Sigma M_j - P\Delta/2)/(h/2)$ and $\Sigma M_i = \Sigma M_j/2$; then,

$$Q = \frac{\Sigma M_j - P\Delta}{h} = \frac{\Sigma M_i}{h} - \frac{P\Delta}{h} \quad (6)$$

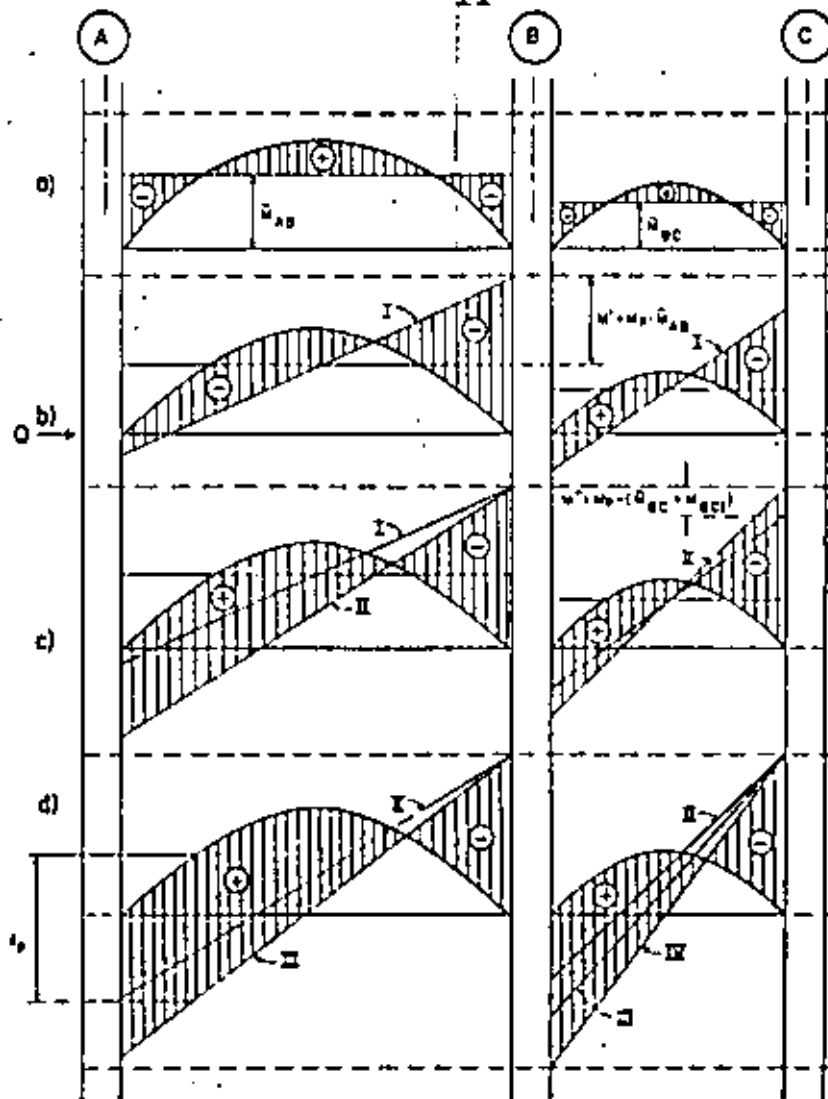


Fig. 4. Bending moment diagrams for the different loading stages

Introduction to Digital Computers

14

The digital principles discussed in the previous chapters have been utilized to devise a great many different digital systems. The applications are many and varied. They include simple systems such as counters and digital clocks, and more complex applications such as digital voltmeters, A/D converters, frequency counters, and time-period measuring systems. Among the most sophisticated digital systems devised are digital computers, including special-purpose machines, small general-purpose computers (such as the Digital Equipment Corp. PDP-8/E), and large general-purpose computers (such as the IBM 360 and 370 systems). In this chapter we consider some of the basic principles common to digital computer systems.

After studying this chapter you should be able to

1. State the difference between a special purpose and a general purpose digital computer.
2. Discuss the 4 main blocks in a general purpose computer.
3. Write a simple computer program using mnemonic code.

14-1 BASIC CLOCKS

The operation or control of a digital system can be classified in two general categories—synchronous and asynchronous. In a synchronous system the flip-flops are controlled by the system clock and can therefore change states only when the clock changes state. Therefore, all the flip-flops and logic gates change levels in time (or in synchronism) with the clock. An example of such a synchronous system is the parallel counter constructed using the master/slave clocked flip-flops. In this counter, the flip-flops can change state only when the clock goes low and at no other time. Notice that a system could be constructed such that the flip-flops would

fore, the minimum clock cycle time must be 100 ns. So, the maximum clock frequency must be $1/(100 \times 10^{-9}) = 10 \text{ MHz}$.

In many digital systems the clock is used as the basic standard for measurement. For example, the accuracy of the digital clock discussed in Chap. 9 is related directly to the frequency of the clock used to drive the counter. If the clock changes frequency, the accuracy is reduced. For this reason, it is necessary to ensure that the clock maintains a stable and predictable frequency. In many digital systems only short-term stability is required of the clock. This would be the case in a system where the clock could be monitored and adjusted periodically. For such a system, the basic clock could be derived from a free-running multivibrator or a simple sine-wave oscillator as shown in Fig. 14-2a and b. For the free-running multivibrator the clock frequency f is given by

$$f = \frac{1}{2RC \ln(1 + V_C/V_B)} \quad (14-1)$$

Fig. 14-2. Basic clock circuits. (a) Free-running multivibrator. (b) Wien-bridge oscillator.

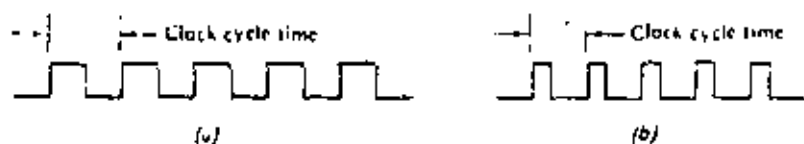
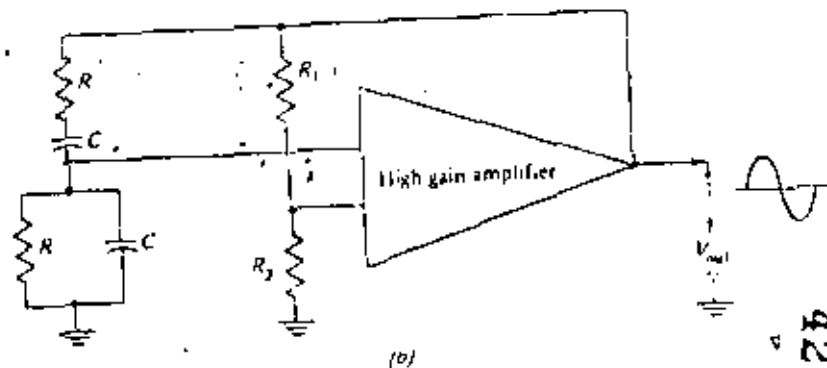
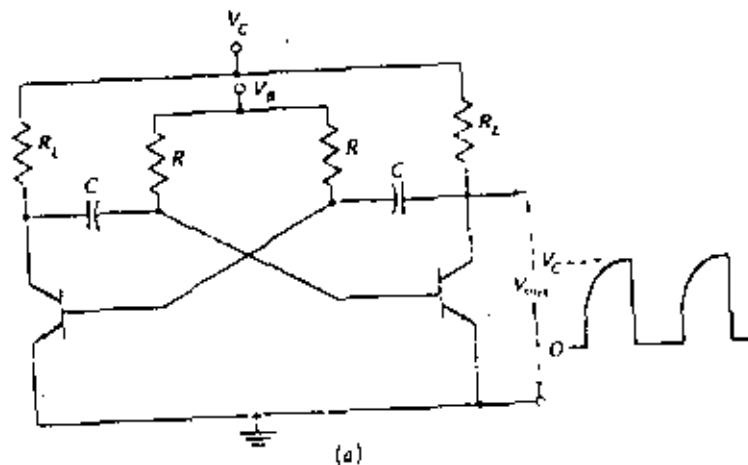


Fig. 14-1. Basic system clock.

the flip-flops may change states at random and are not in synchronism with any timing signal such as a clock. An example of such a system might be the operation of a push button by a human operator. Depression of the push button would cause a flip-flop to change state. Since the operator can depress the button at any time he or she desires, the flip-flop would change states at some random time, and this is therefore an asynchronous operation. Most large-scale digital systems operate in the synchronous mode; if you give a little thought to the checkout and maintenance of such a system, it is easy to see why.

Since all logic operations in a synchronous machine occur in synchronism with a clock, the system clock becomes the basic timing unit. The system clock must provide a periodic waveform which can be used as a synchronizing signal. The square wave shown in Fig. 14-1a is a typical clock waveform used in a digital system. It should be noted that the clock need not be a perfectly symmetrical square wave as shown. It could simply be a series of positive pulses or negative pulses as shown in Fig. 14-1b. This waveform could, of course, be considered as an asymmetrical square wave. The main requirement is simply that the clock be perfectly periodic. Notice that the clock defines a basic timing interval during which logic operations must be performed. This basic timing interval is defined as 1 clock cycle time and is equal to one period of the clock waveform. Thus all logic elements, flip-flops, counters, gates, etc., must complete their transitions in less than one clock cycle time.

Example 14-1

What is the clock cycle time for a system which uses a 500-kHz clock? A 2-MHz clock?

Solution

A clock cycle time is equal to one period of the clock. Therefore, the clock cycle time for a 500-kHz clock is $1/(500 \times 10^3) = 2 \mu\text{s}$. For a 2-MHz clock, the clock cycle time is $1/(2 \times 10^6) = 0.5 \mu\text{s}$.

Example 14-2

The total propagation delay through a master/slave clocked flip-flop is given as 100 ns. What is the maximum clock frequency that can be used with this flip-flop?

Solution

An alternative way of expressing the question is, how fast can the flip-flop operate? The flip-flop must complete its transition in less than one clock cycle time. There-

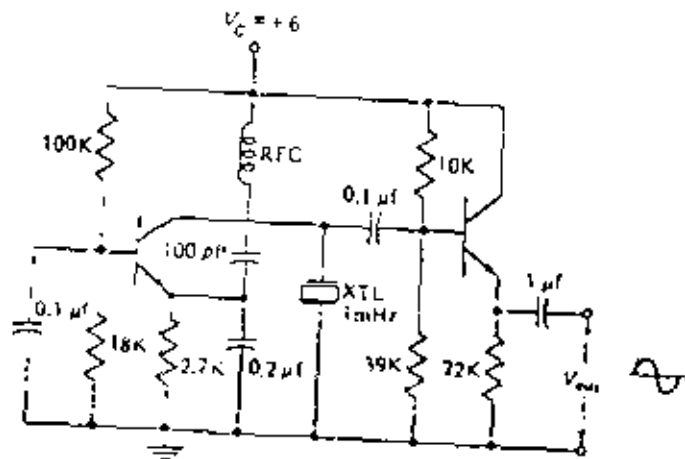


Fig. 14-3. Crystal oscillator.

From Eq. (14-1) it can be seen that the basic clock frequency is affected by the supply voltages as well as the values of the resistors R and capacitors C . Even so, it is possible to construct multivibrators such as this which have stabilities better than a few parts in 10^3 per day. The frequency of oscillation f for the Wien-bridge oscillator is given by

$$f = \frac{1}{2\pi RC} \quad (14-2)$$

Again it is not difficult to construct these oscillators with stabilities better than a few parts in 10^3 per day. If greater clock accuracy is desired, a crystal-controlled oscillator such as that shown in Fig. 14-3 might be used. This type of oscillator is quite often housed in an enclosure containing a heating element which maintains the crystal at a constant temperature. Such oscillators can have accuracies better than a few parts in 10^6 per day.

Example 14-3

The multivibrator in Fig. 14-2a is being used as a system clock and operated at a frequency of 100 kHz. If its accuracy is better than ± 2 parts in 10^3 per day, what are the maximum and minimum frequencies of the multivibrator?

Solution

One part in 10^3 can be thought of as 1 cycle in 1,000 cycles. Two parts in 10^3 can be thought of as 2 cycles in 1,000 cycles. Since the multivibrator runs at 100 kHz, two parts in 10^3 is equivalent to 200 cycles. Thus the maximum frequency would be $100 \text{ kHz} + 200 \text{ cycles} = 100.2 \text{ kHz}$, and the minimum frequency would be $100 \text{ kHz} - 200 \text{ cycles} = 99.8 \text{ kHz}$.

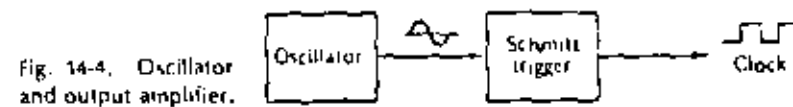


Fig. 14-4. Oscillator and output amplifier.

None of the oscillators shown in Figs. 14-2 and 14-3 has a square-wave output waveform, and it is therefore necessary to convert the basic frequency into a square wave before use in the system. The simplest way of accomplishing this is to use a Schmitt trigger on the output of the basic oscillator as shown in Fig. 14-4. This provides two advantages:

1. It provides a square wave of the basic clock frequency as desired.
2. It ensures that the clock-output amplifier (the Schmitt trigger in this case) has enough power to drive all the necessary circuits without loading the basic oscillator and thus changing the oscillating frequency.

14-2 CLOCK SYSTEMS

Quite often it is desirable to have clocks of more than one frequency in a system. Alternatively, it might be desirable to have the ability to operate a system at different clock frequencies. We might then begin with a basic clock which is the highest frequency desired and develop other basic clocks by simple frequency division using counters. As an example of this, suppose we desire a system which will provide basic clock frequencies of 3, 1.5, and 1 MHz. This could be accomplished by using the clock system shown in Fig. 14-5. We begin with a 3-MHz oscillator followed by a Schmitt trigger to provide the 3-MHz clock. The 3-MHz signal is then fed through one flip-flop which divides the signal by 2 to provide the 1.5-MHz clock. The 3 MHz signal is also fed through a divide-by-3 counter, which provides the 1-MHz clock. Systems having multiple clock frequencies can be provided by using this basic method.

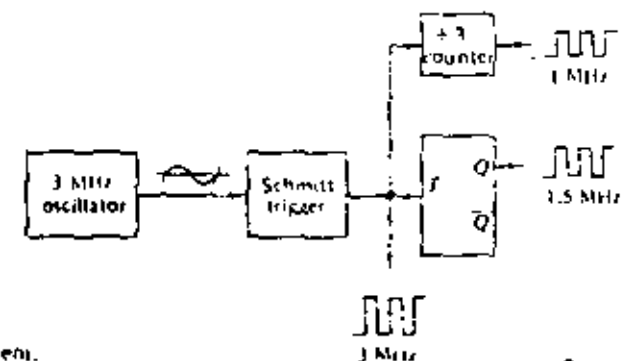


Fig. 14-5. Basic clock system.

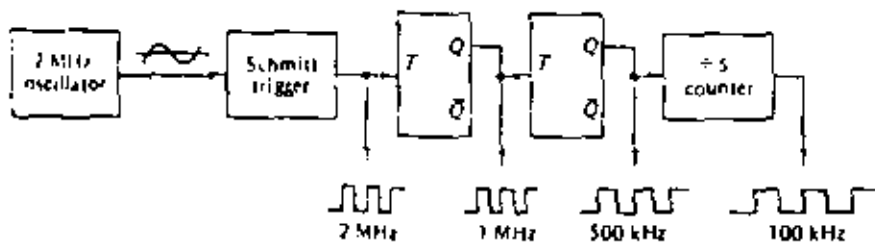


Fig. 14-6. Clock system.

Example 14-4

Show a clock system which will provide clock frequencies of 2 MHz, 1 MHz, 500 kHz, and 100 kHz.

Solution

The desired system is shown in Fig. 14-6. Beginning with a 2-MHz oscillator and a Schmitt trigger, the 2-MHz clock appears at the output of the Schmitt trigger. The first flip-flop divides the 2 MHz signal by 2 to provide the 1 MHz clock. The second flip-flop divides the 1-MHz clock by 2 to provide the 500-kHz clock. Dividing the 500-kHz clock by 5 provides the 100-kHz clock.

It is sometimes desirable to have a two-phase clock in a digital system. A two-phase clock simply means we have two clock signals of the same frequency which are 180° out of phase with one another. This can be accomplished with the outputs of a flip-flop. The Q output is one phase of the clock and the \bar{Q} output is the other phase. These two signals are clearly 180° out of phase with one another, since one is the complement of the other. A system for developing a two-phase clock of 1 MHz is shown in Fig. 14-7. For distinction, the two clocks are sometimes referred to as phase A and phase B. You will recall that one use for a two-phase clock system is to drive the magnetic-core shift register discussed in Chap. 12 (Fig. 12-10). It is interesting to note that the two-phase clock system can be used to overcome the race problem encountered with the basic parallel counter discussed in Chap. 8 (Fig. 8-5). The race problem is solved by driving the odd flip-flops (i.e., flip-flops A, C, E, etc.) with phase A of the clock, and the even flip-flops (i.e., flip-flops B, D, F, etc.) with phase B of the clock (see Prob. 14-12).

The race problem as initially discussed in Chap. 8 can occur any time two or more signals at the inputs of a gate are undergoing changes at the same time. The

Fig. 14-7. 1-MHz two-phase clock.

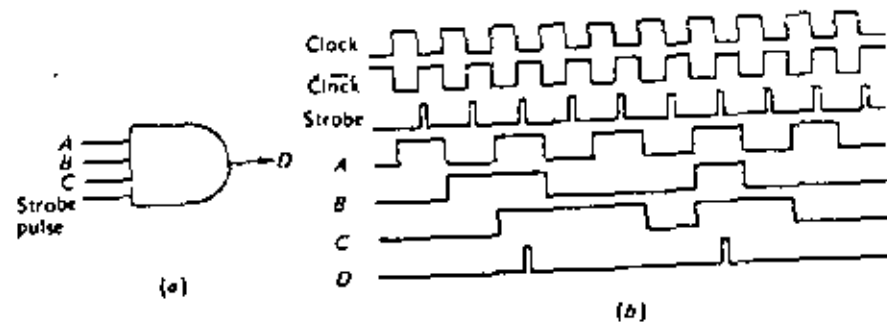
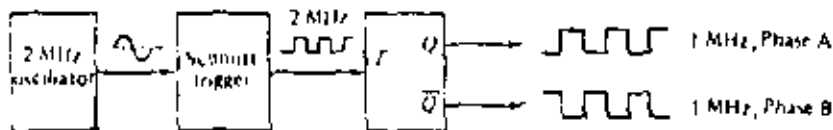


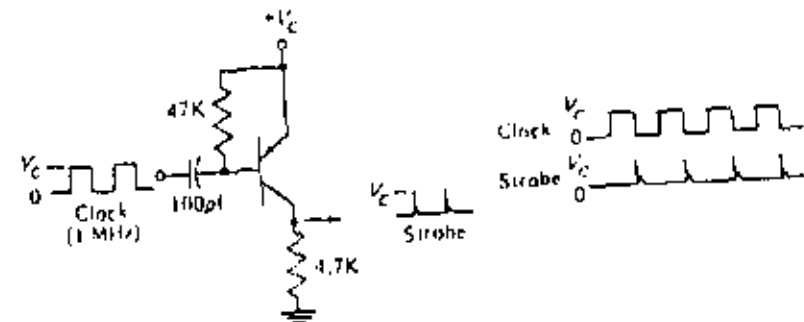
Fig. 14-8. The use of a strobe pulse. (a) Three-input AND interrogated by a strobe pulse. (b) Waveforms for the AND gate.

problem is therefore not unique in counters and can occur anywhere in a digital system. For this reason, a strobe pulse is quite often developed using the basic system. This strobe pulse is used to interrogate the condition of a gate at a time when the input levels to the gate are not changing. If the gate levels render the gate in a true condition, a pulse appears at the output of the gate when the strobe pulse is applied. If the gate is false, no pulse appears. In Fig. 14-8, a strobe pulse is used to interrogate the simple three-input AND gate. The waveforms clearly show that outputs appear only when the three input levels to the gate are true. It is also quite clear that no racing can possibly occur since the strobe pulses are placed exactly midway between the input-level transitions. The strobe signal can be developed in a number of ways. One way is to differentiate the complement of the clock, $\overline{\text{clock}}$, and use only the positive pulses. A second method would be to differentiate the clock and feed it into an "off" transistor as shown in Fig. 14-9.

14-3 MPG COMPUTER

Up to this point we have covered quite a wide variety of the topics generally encountered in the study of digital systems. Some of the topics have been discussed in

Fig. 14-9. Developing a strobe pulse.



great detail, while others have been treated in a more general way. In any case you should now have the necessary background to study any digital system with good comprehension and a minimum of effort. Even so, you may be somewhat unsure about the overall organization of a digital system. In an effort to overcome this feeling and to attempt to tie together many of the topics discussed in the previous chapters, we shall at this time consider the implementation of a small special-purpose digital computer.

The special-purpose computer we shall consider will be used to calculate the miles per gallon of a motor vehicle, thus the name *MPC computer*. It is a special-purpose computer since this is the only use for which it is intended. A general-purpose computer would be a more complicated machine which might be used for a number of different applications.

The first step in the design of the MPC computer must necessarily be the determination of the system performance requirements. The first requirement might be that the system be capable of operating from a supply voltage of ± 6 or ± 12 V dc since the machine will be operated in a motor vehicle. The second requirement might be that the readout of the computer be in decimal form. Nixie tubes might be good for the readout, but they require an additional power supply of around +100 V to operate the tubes. Digital modules are commercially available which provide decimal readout, and they operate on +6 or +12 V dc. These modules do not require the +100 V, and might be a better choice in this case. The final decision will be one of economics. The third requirement is that the computer calculate the miles per gallon used by the vehicle to an accuracy of ± 1 mile per gallon. The fourth requirement we shall impose is that the computer perform a calculation at least once every 15 s when the vehicle is traveling at a speed greater than 10 mph, in other words, we would like to sample the mileage performance of the vehicle at least once every 15 s (faster sampling rates are acceptable). The fifth requirement is that the computer be capable of operating in vehicles using fuel at rates between 10 and 40 miles per gallon. We can now summarize the five basic requirements of the MPC computer as follows:

1. Power-supply voltage is either ± 6 or ± 12 V dc.
2. The computer must provide a decimal readout in miles per gallon.
3. The computer must provide the readout to an accuracy of ± 1 mile per gallon.
4. The computer must provide a readout of miles per gallon at least once every 15 s when the vehicle is traveling at a speed greater than 10 mph.
5. The computer must be capable of calculating miles per gallon between the limits of 10 and 40 miles per gallon.

It should be noted that the system requirements for the computer under study here are quite simple and somewhat less stringent than in the usual case. The requirements here are intentionally made simple in order to simplify the discussion. Nevertheless the principles are the same regardless of the severity of the system specifications, and the study is therefore instructive.

We assume that we have available two transducers which are to be used as an integral part of the MPC computer. The first transducer is used to measure the vol-

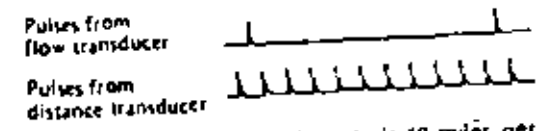


Fig. 14-10. Transducer pulses for the MPG computer when the rate is 10 miles per gallon.

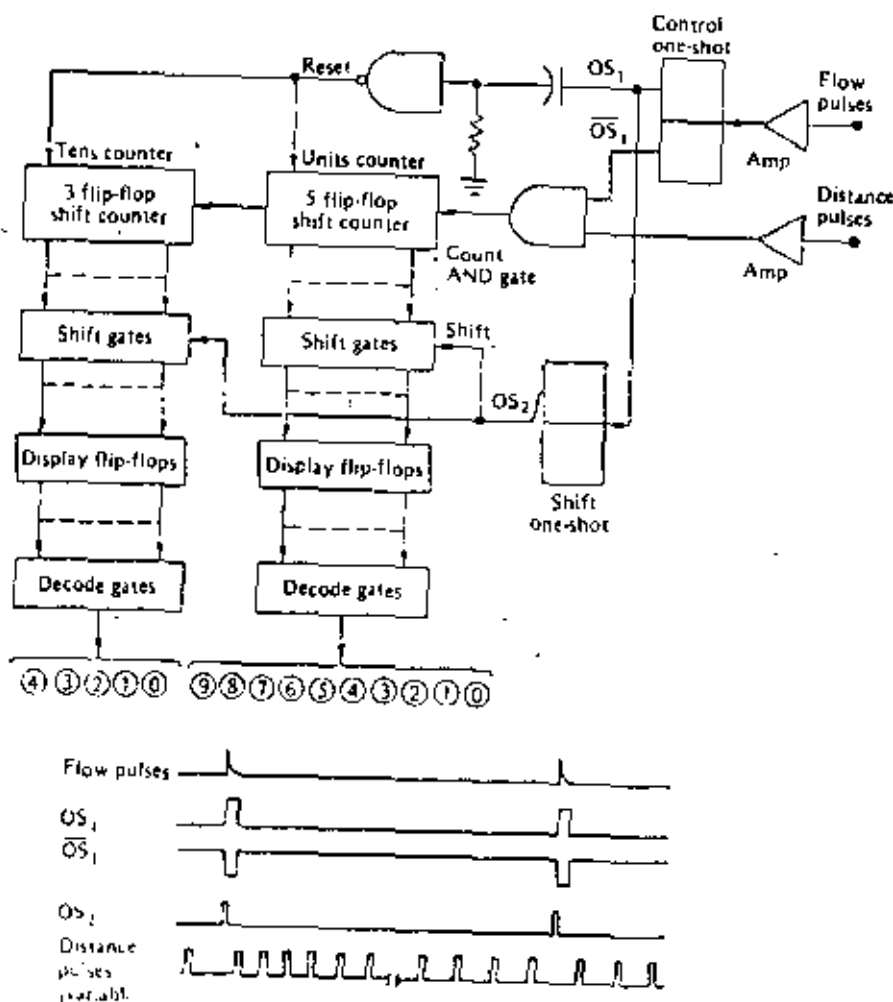
ume of fuel flowing into the engine. This flow transducer provides an electrical pulse each time $1/1000$ of a gallon of fuel passes through it. The second transducer is used to measure the distance traveled and is driven by the speedometer cable. This distance transducer provides an electrical pulse each time the vehicle has traveled a distance of $1/1000$ of a mile.

Now in order to implement the necessary logic for the computer, let us examine the outputs of the flow and distance transducers. Let us begin by assuming that we have a flow transducer which gives an output pulse each time 1 gallon is used, and we have a distance transducer which gives an output pulse each time the vehicle has traveled 1 mile. If our vehicle is obtaining a mileage slightly better than 10 miles per gallon, the transducer waveforms appear as shown in Fig. 14-10. Notice that the number of distance pulses appearing between two flow pulses is exactly equal to the miles per gallon we desire. Thus we can calculate the miles per gallon by simply counting the number of distance pulses occurring between two flow pulses. We can check this by noting that, if the vehicle were operating at 20 miles per gallon, there would be 20 distance pulses between two flow pulses. Notice that if the flow transducer supplied 10 pulses per gallon, and at the same time the distance transducer provided 10 pulses per mile, the basic waveform in Fig. 14-10 would remain unchanged. That is, the number of distance pulses appearing between two flow pulses would still be equal to the number of miles per gallon. From this it should be clear that we can choose any number of pulses per gallon from the flow transducer so long as we choose the same number of pulses per mile from the distance transducer. The transducers we are going to use in the MPC computer provide 1,000 pulses per gallon of flow and 1,000 pulses per mile of distance. Therefore, the number of miles per gallon can be obtained by simply counting the number of distance pulses between consecutive flow pulses.

The reason for using these transducers can be seen by examining the time between flow pulses. Let us first consider the flow transducer having one pulse per gallon and the distance transducer having one pulse per mile. If the vehicle were obtaining a rate of 10 miles per gallon, one flow pulse would occur every 10 miles. If the vehicle were traveling at a speed of 10 mph, the flow pulses would occur at a rate of one per hour. This is clearly not a fast enough sampling rate. On the other hand, with the specified transducers, the flow pulses occur at a rate of 1,000 pulses per gallon and at the rate of 1,000 pulses per hour under the same conditions. Thus the flow pulses occur every $1 \text{ hr}/1000 = 3.6 \text{ s}$. This sampling time is clearly within the specified rate. The worst case occurs when the vehicle obtains the maximum miles per gallon. At 40 miles per gallon and 10 mph the flow pulses occur every $3.6 \times 4 = 14.4 \text{ s}$. We have therefore met the minimum-sampling-time requirements.

The logic diagram for the MPG computer can now be drawn; it is shown in Fig. 14-11 along with the complete waveforms. The flow pulses are fed into a conditioning amplifier and then into a one-shot to develop the waveform OS_1 and \overline{OS}_1 . The distance pulses are also fed into a conditioning amplifier. Since we desire to count the number of distance pulses occurring between two pulses, we use the distance pulses as one input to the count AND gate. If \overline{OS}_1 is used as the other input to this AND gate, it is enabled between flow pulses, and the distance pulses appear at its output. We use the pulses appearing at the output of the count AND gate to drive a counter. Since we desire to display the miles per gallon between the limits

Fig. 14-11. Complete MPG computer.



of 10 and 40, we use a five-flip-flop shift counter for the units digits, and a three-flip-flop shift counter for the tens digits of miles per gallon.

One conversion time is the time between two flow pulses, and we want to shift the accumulated count into the display flip-flops at the end of each conversion cycle. Notice first of all that, when \overline{OS}_1 is low, the count AND gate is disabled and therefore the units and tens counters cannot change states. It is during this time that we must shift the contents of these counters into the display flip-flops. We use the leading edge of OS_1 to trigger the shift one-shot and develop the shift waveform OS_2 . The falling edge of OS_2 is applied to the shift gates, and at this time the count stored in the units and tens counters is shifted into the display flip-flops. The falling edge of OS_2 is then used to reset all flip-flops in the units and tens counters. The contents of the display flip-flops are then decoded and used to illuminate the indicator lights. In this system, the distance pulses can be considered to be the basic system clock. The flow pulses form a variable control gate by means of the control one-shot which determines the period of time that the count AND gate is enabled and therefore the number of distance pulses counted. The output of the shift one-shot OS_2 can be considered as a strobe pulse which shifts data from the counters into the display flip-flops in such a way that racing is avoided. The system clearly has an accuracy of \pm one count, which corresponds to ± 1 mile per gallon.

14-4 GENERAL-PURPOSE COMPUTER

The MPG computer discussed in the previous section is considered a special-purpose computer since it is designed and constructed to perform a single function; to alter it so that it could perform another function would require a major change in design. On the other hand, a general-purpose computer is designed so that it can perform a number of fundamental operations—addition, subtraction, multiplication, division, comparison, etc. The computer can then be used in any number of different applications by simply instructing it to perform the appropriate operations in an orderly fashion. The functions to be performed, listed in the order in which they are to be accomplished, is known as a program (instruction set). This list of instructions, or program, is normally stored in the computer memory; when the computer is started, it simply performs these instructions in the order stored. Herein lies the difference between an electronic calculator and a general-purpose digital computer—the calculator performs a function (add, subtract, etc.) each time an operator depresses a button, but the stored-program computer performs the complete list of stored instructions without human intervention. Furthermore, the computer is capable of completing the instruction set in a very short period of time (addition in perhaps a few microseconds), and the operation is virtually error free.

The simplified block diagram in Fig. 14-12 shows the basic units to be found in any general-purpose computer system. The input/output block represents the interface between man and machine. It could simply be a teletype unit, where input information is typed in on the keyboard and output information is printed on paper. It could also represent any of the other input/output media previously discussed, such as punched paper tape, punched unit-record cards, and magnetic tape. In any case

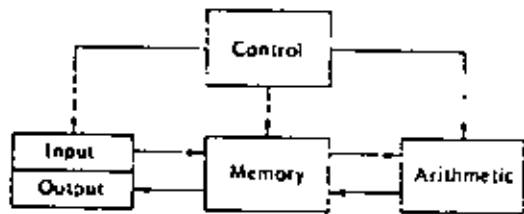


Fig. 14-12. Basic computer unit block diagram.

input data are taken into the system and stored in the memory according to the appropriate signals as generated by the control block. Similarly, the control unit generates the appropriate signals to read data from the memory and move it to the output block.

The arithmetic unit consists of the registers, counters, and logic required for the basic operations, including addition, subtraction, complementation, shifting right or left, comparison, etc. Since the manipulation of data is accomplished in this unit, it is sometimes referred to as the *central processing unit* (CPU). The topics previously covered (number systems, digital arithmetic, etc.) provide an insight into the logic circuits and configurations required in a CPU. Again, the control unit provides the necessary signals to move data from the memory unit to the arithmetic unit, perform the desired data manipulation, and move the resulting data back into memory.

The memory block represents the area used to store the two types of information present in the computer; namely, the list of instructions (program) and the data to be operated on as well as the resulting output data. The memory itself could be constructed using any of the devices previously discussed—magnetic cores, magnetic drums or disks, semiconductor memory units, magnetic tapes, and so on. Reading data from or writing data into the memory is again under the guidance of the control unit.

The control unit generally contains the counters, registers, and logic necessary to develop the control signals required for moving data into and out of the memory, and for performing the necessary data manipulations in the arithmetic unit. The system clock is a part of the control unit, and it is usually the starting point for generating the proper control signals as discussed in the first part of this chapter.

It is interesting to consider an actual general-purpose digital computer in light of the above discussion. For this purpose, a block diagram of the Digital Equipment Corp. PDP-8/E is shown in Fig. 14-13.¹ Note how the system diagram can be broken into the four basic blocks previously discussed—input/output, arithmetic, memory, and control. A table-model PDP-8/E is shown in Fig. 14-14, and the following excerpt gives a general description of the system.²

The PDP-8/E is specially designed as a general purpose computer. It is fast, compact, inexpensive, and easy to interface. The PDP-8/E is designed to meet

¹ "Small Computer Handbook," chap. 1, Digital Equipment Corporation, Maynard, Mass., 1971.

² Ibid.

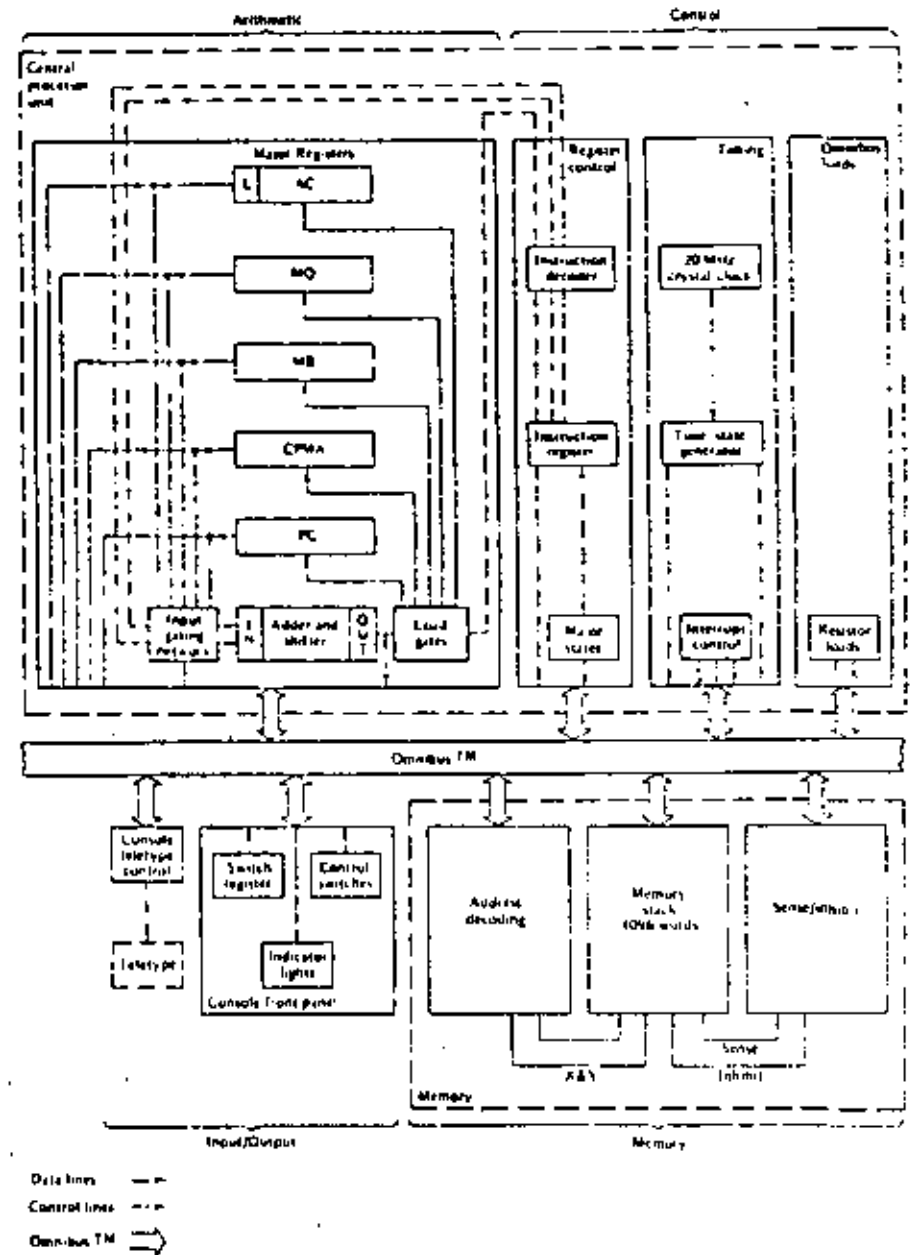


Fig. 14-13. PDP-8/E basic system block diagram.

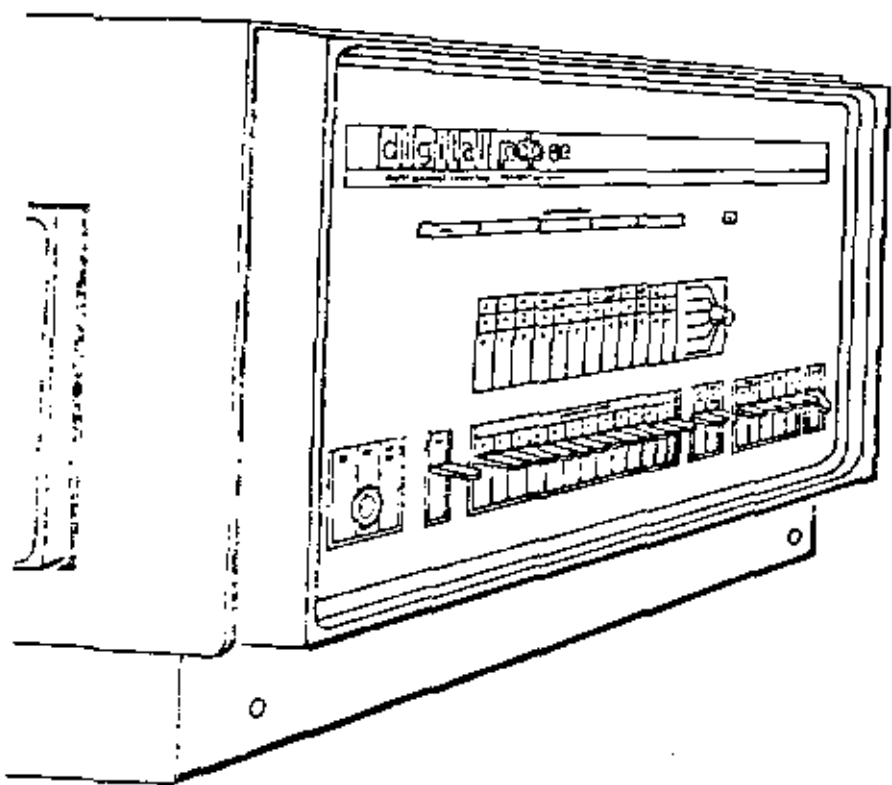


Fig. 14-14. PDP-8/C programmed data processor.

the needs of the average user and is capable of modular expansion to accommodate most individual requirements for a user's specific applications.

The PDP-8/E basic processor is a single-address, fixed word length, parallel-transfer computer using 12-bit, 2's complement arithmetic. The cycle time of the 4096-word random access magnetic core memory is 1.2 microseconds for fetch and other cycles without autoindex; and 1.4 microseconds for all other cycles. Standard features include indirect addressing and facilities for instruction skip and program interrupt as a function of the input/output device condition.

Five 12-bit registers are used to control computer operations, address memory, operate on data and store data. A Programmer's console provides switches to allow addressing and loading memory and indicators to observe the results. The PDP-8/E may also be programmed using the console Teletype with a reader/punch facility. Thus, programs can be loaded into memory using the switches on the Programmer's console, the Teletype keyboard, or the paper tape reader. Accessible operation includes addressing memory, storing data, retrieving data, receiving and transmitting data and mathematical computations.

The 1.2/1.4 microsecond cycle time of the machine provides a computation rate of 365,000 additions per second. Each addition requires 2.6 microseconds (with one number in the accumulator) and subtraction requires 5.0 microseconds (with the subtrahend in the accumulator). Multiplication is performed in 256.5 microseconds or less by a subroutine that operates on two signed 12-bit numbers to produce a 24-bit product, leaving the 12 most significant bits in the accumulator. Division of two signed 12-bit numbers is performed in 342.4 microseconds or less by a subroutine that produces a 12-bit quotient in the accumulator and a 12-bit remainder in core memory. Similar signed multiplication and division operations are performed in approximately 40 microseconds, utilizing the optional Extended Arithmetic Element.

The flexible, high-capacity input/output capabilities of the computer allow it to operate a large variety of peripheral machines. Besides the standard keyboard and paper-tape punch and reader equipment, these computers are capable of operating in conjunction with a number of optional devices (such as high-speed perforated-tape punch and reader equipment, card reader equipment, line printers, analog-to-digital converters, cathode ray tube (CRT) displays, magnetic tape equipment, a 32,764-word random-access disk file, a 262,112-word random-access disk file, etc.).

14-5 COMPUTER ORGANIZATION AND CONTROL

In this short chapter devoted to digital computers, we cannot possibly give an exhaustive treatment of all machines; however, we can discuss in general terms those aspects of computer organization and operation which are common to many different types of digital computers.

The information stored in the computer memory is of two types—either data words (numeric information) or instruction words. In Sec. 13-1, we considered in some detail the various formats available for storing numbers, including both fixed-point and floating-point numbers. We must now consider an appropriate format for a computer instruction word.

In general, a computer instruction word will have two distinct sections, as shown in Fig. 14-15. In this case the word length is 12 bits; however, the number of bits in a word varies from machine to machine (e.g., 36 in the IBM 7090/7094, 32 in the IBM 360, 36 in the GE 635, and 12 in the PDP-8/E). The first section (the three bits on the left in this case) are used for the operation code (op-code) of the instruction to be performed. The op-codes are defined by the computer designer when the machine is initially designed. For example, the op-code for addition might be defined as 001. In this case, there are only three bits reserved for op-codes, and a computer using this format would therefore be limited to $2^3 = 8$ op-codes.

The remaining bits in the instruction word shown in Fig. 14-15 are used to specify the address in memory to which the instruction applies. In this case, the nine bits can be used to specify any one of $2^9 = 512$ locations in memory. As an example, the instruction word 001 000001100 means add (001) the contents of the

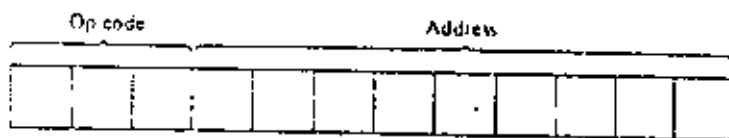


Fig. 14-15. Instruction word format.

memory located at address 12_{10} (000001100) to the contents of the accumulator register in the arithmetic unit.

Frequently the memory is broken up into sections called "pages" in order to provide for more efficient addressing. For example, the PDP-8/E has a basic memory of 4,096 twelve-bit words. The memory is broken up into 32 pages of 128 words on each page. Thus any word on a page can be addressed by means of only seven bits ($2^7 = 128$). The instruction word for the PDP-8/E is then arranged as shown in Fig. 14-16. If the address mode bit (bit 3) is 0, the op-code simply refers to one of the 128 page addresses given by the last seven bits in the word. However, if the address mode bit is 1, indirect addressing is indicated. This means the control unit will go either to page 0 or remain on the current page (depending on whether bit 4 is 1 or 0), take the contents of the given address, and treat it as another address. The first five bits of this new address specify which of the 32 pages ($2^5 = 32$), and the remaining seven bits give the address on that page ($2^7 = 128$) containing the data to which the op-code applies.

In this way, the instruction word format need only have seven bits devoted to an address, and only an occasional 12-bit address word is needed to reference data on any one of the other 31 available pages. Clearly this word format is more efficient than simply carrying 12 ($2^{12} = 4,096$) bits for address locations in memory.

As an example of indirect addressing, suppose the data being operated on are stored on page 15 of the memory—in order to get to another page, one must use indirect addressing. The instruction word 00110001110 means add (001) the contents of the data located in address 14_{10} (0001110) on page 0 to the contents of the accumulator register in the arithmetic unit. Note that the 1 in the fourth bit position specifies indirect addressing, and the 0 in the fifth bit position refers to page 0. Now, if the contents of memory location 14_{10} on page 0 is 001010001111, the data to be added to the accumulator will be found on page 5_{10} (00101) in location 5_{10} (0001111).

Fig. 14-16. PDP-8/E instruction word format.

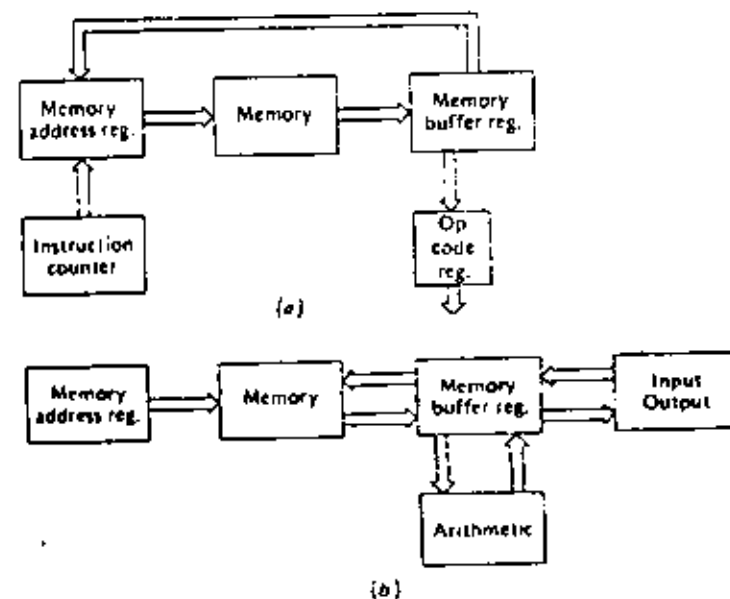
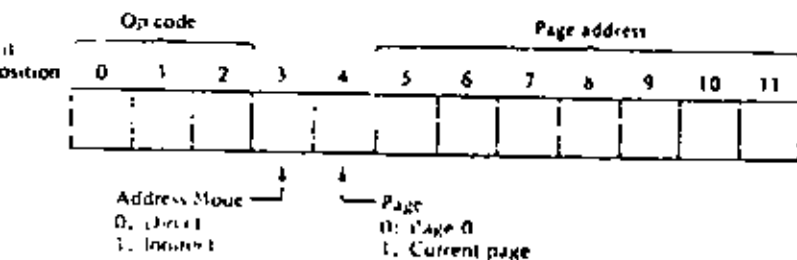


Fig. 14-17. Basic computer operating cycles. (a) Fetch. (b) Execute.

The instructions to be executed by the computer are normally stored in the memory in the order in which they are to be performed. To begin an operation, the address in the memory of the first instruction to be executed is entered into the machine by an operator. The control unit then *fetches* this instruction from memory, executes the proper operation, and proceeds to the next instruction stored in the memory. This basic two-cycle process continues until all the instructions have been completed and the machine stops. Thus the operation of a computer can be explained in terms of two fundamental cycles—*fetch* and *execute*. Let's examine these two cycles and determine the tasks to be accomplished by the control unit during each cycle.

The computer units involved during a fetch cycle are shown in Fig. 14-17a. During a *fetch* cycle, the following operations are performed:

1. The address in memory of the first instruction to be executed is placed in the instruction counter. This address is read into the memory address register (MAR) and a *read/write* cycle is initiated in the memory.
2. The instruction stored at the given address in memory is read into the memory buffer register (MBR).
3. The op-code portion of the instruction in the MBR is then stored in the op-code register, and the address portion is placed in the MAR (in place of the previous address) in preparation for the following *execute* cycle.
4. The instruction counter is increased by one in order to be ready for the next *fetch* cycle.

The computer units active during an execute cycle are shown in Fig. 14-17b, and the following operations are performed:

1. The address in memory containing data to be read out, or where data is to be stored, is contained in the MAR as a result of the previous fetch cycle. Similarly, the op-code is contained in the op-code register.
2. The contents of the op-code register are decoded and the control unit provides the necessary control signals to perform the operation called for—e.g. read data from an input TTY, into the MBR and store it at the address in memory according to the contents of the MAR; or, read data from the address in memory as given by the MAR, and move it to the arithmetic unit via the MBR; or, read data from the memory via the MBR and print the data on a TTY; or, read data from the arithmetic unit via the MBR and store it in the memory at the address specified by the MAR.
3. At the completion of the execute cycle, return to the next fetch cycle.

The *fetch/execute* method of operation is quite common to most general-purpose digital computers, even though the two states might be referred to by different names. When an operation is begun, the control unit first places the computer in the *fetch* mode, and thereafter alternates *execute* and *fetch* modes until the desired operation is complete. A series of clock pulses (perhaps four or five, or even ten) during each fetch cycle is used to time the various operations. A similar sequence of clock pulses is utilized during the execute cycle.

14-6 COMPUTER INSTRUCTIONS

Every general-purpose computer must have an instruction set. There may be only a few (10 or so) for a small computer, while a large computer may have hundreds of instructions. The set of instructions used with any particular computer is of course devised during the initial design phases, and anyone who uses that computer must become intimately familiar with its instruction set. Incidentally, an individual who specializes in efficiently arranging computer instructions for the purpose of solving problems is known as a *computer programmer*.

Inside the computer, every instruction must be represented as a group of binary numbers (e.g., 001 for addition), but to ease the burden of the programmer, the op-codes are frequently assigned mnemonic titles. For example, the op-code for addition might be 001, but we could code it as ADD. The programmer could then use ADD in arranging his list of instructions, and when the alphanumeric input ADD appeared at the computer input, it would simply be encoded as the instruction 001.

In general, there are four different types of instructions—arithmetic, data manipulation, transfer, and input/output. Let's list a fictitious set of instructions and then see how they might be arranged as a program to solve a problem. Even though this instruction set is fictitious, it is quite similar to those found in actual computer systems. Each instruction is given in mnemonic form, with its binary code in parenthesis, and a description of the operation it requires.

- HLT (0000) Halls computer operation. Operator may restart by depressing the start button.
- ADDX (0001) The content of memory location X is added to the content of the accumulator register in the arithmetic unit.
- SUBX (0010) The content of memory location X is subtracted from the content of the accumulator register in the arithmetic unit.
- MPYX (0011) The content of memory location X is multiplied by the content of the MQ register in the arithmetic unit, and the product is stored in the MQ register.
- DIVX (0100) The content of memory location X is divided into the content of the MQ register, and the quotient is stored in the MQ register.
- DCAx (0101) The content of the accumulator is stored in memory location X, and the accumulator is cleared to all zeros.
- DCQX (0110) The content of the MQ register is stored in memory location X, and the MQ register is cleared to all zeros.
- JMPX (0111) The next instruction is taken from memory location X.
- LDQX (1000) The content of memory location X is entered into the MQ register.
- REDX (1001) One word of data is read at the input device and stored in memory at address X.
- PRTX (1010) One word of data is read from memory at address X and printed on the output device.

This list of instructions is of course not complete enough to allow every possible operation, but it allows us to illustrate basic machine-language programming. Notice that there are four bits in each op-code; this is necessary since we want to include more than eight but fewer than 16 instructions. Further, suppose these instructions are used in a small general-purpose computer having only 128 memory

Table 14-1

Operation	Instruction	Memory location	Instruction as stored in memory
Read R and store at memory address 50.	RED 50	0	1001 0110010
Read A and store at memory address 51.	RED 51	1	1001 0110011
Read Y and store at memory address 52.	RED 52	2	1001 0110100
Clear MQ register	DCQ 127	3	0110 1111111
Clear accumulator	DCA 127	4	0101 1111111
Put A in MQ	LDQ 51	5	1000 0110011
Multiply A by Y	MPY 52	6	0011 0110100
Store AY in 53	DCQ 53	7	0110 0110101
Put R in accumulator	ADD 50	8	0001 0110110
Add AY to R in accumulator	ADD 53	9	0011 0110101
Store Z in 54	DCA 54	10	0101 0110110
Print out Z	PRT 54	11	1010 0110110
Halt	HLT	12	0000 1000000

locations so that an instruction word is composed of 11_{16} bits—four bits of op-code and seven bits for memory address.

Now, let's utilize the instructions for our fictitious computer to solve the problem $Z = R + AY$. The program will read the values of R , A , and Y , perform the necessary calculations, and print out the value of Z . The complete program, as written in machine language (mnemonic code) and as stored in memory, would appear as in Table 14-1.

To initiate the program, the operator sets the instruction counter at 0 and depresses the start button. The computer initiates a fetch cycle and obtains the first instruction (RFD 50) from memory address 0. This is followed by an execute cycle. The next fetch cycle obtains the instruction in memory address 1, and so on. The program ends after the computed value for Z is printed out and the HLT instruction is obtained in memory address 12_{16} .

STUDY AIDS

Summary

There are basically two types of digital computers—special purpose and general purpose. Special-purpose computers are designed for a single purpose only, while general-purpose machines can be used in any number of different applications. A general-purpose machine is designed with a basic set of instructions, and a programmer can use such a computer to solve specific problems. The computer solves problems by executing a set of instructions which have been ordered and placed in the computer memory by a programmer. Most computers operate in a basic two-cycle fetch/execute mode, and the appropriate control signals are generated in the control unit in synchronism with the system clock.

Glossary

synchronous system A system in which logic operations and level changes occur at random times.

clock cycle time One clock period; the reciprocal of clock frequency.

computer program A list of specific instructions which a computer executes to solve a given problem.

fetch/execute The two alternating modes of operation in a general-purpose computer.

general-purpose computer A computer designed to accomplish a number of tasks. For example, all the arithmetic operations as well as decision making (i.e., equal to, greater than, less than, go, no go).

instruction word A computer word having two sections, the op-code section and the address section.

mnemonic Intended to assist the memory.

op code Operation code. The code which defines a specific computer operation.

oscillator stability The stability of the frequency of oscillation; usually expressed in parts per thousand or parts per million for a period of time.

secondary clock A clock of frequency lower than the basic system clock which is derived from the basic system clock.

special-purpose computer A computer designed to accomplish only one task, for example, the MPG computer in this chapter.

strobe pulse A pulse developed to interrogate gates or to shift data at a time such that raking is avoided.

synchronous system A system in which logic operations and level changes occur in synchronism with a system clock.

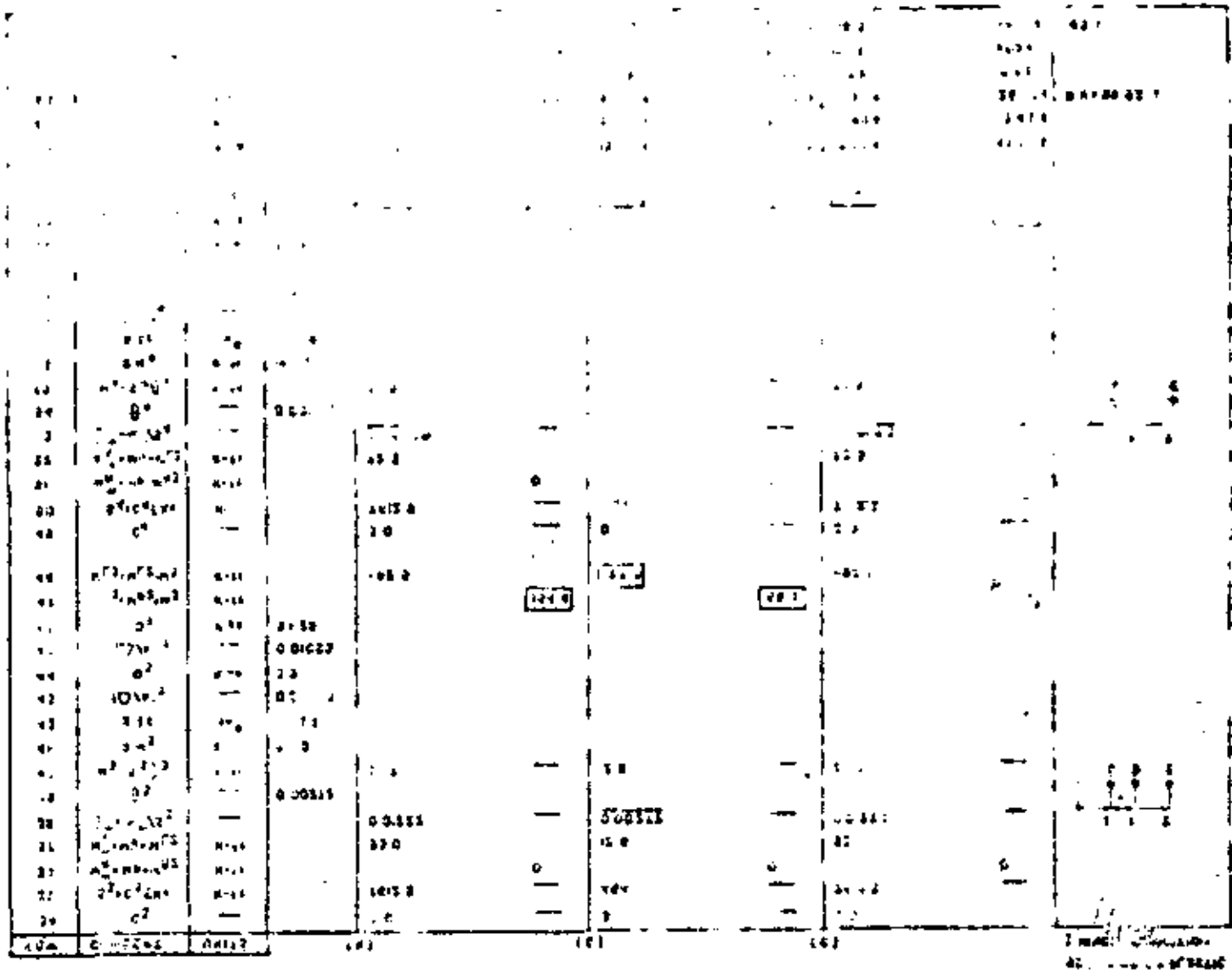
two-phase clock The use of two clock waveforms of the same frequency which are 180° out of phase with one another, for example, the 1 and 0 outputs of a flip-flop.

Review Questions

1. Explain why a clock must be perfectly periodic.
2. How can the clock cycle time be found from the clock frequency?
3. Why must flip-flops have a delay time less than one clock cycle time?
4. What factors affect the oscillating frequency of the multivibrator in Fig. 14-2?
5. What is the purpose of the Schmitt trigger in Fig. 14-4?
6. Explain one method for obtaining a two-phase clock.
7. What is the main purpose for developing a strobe pulse?
8. Why is it advantageous to develop the strobe pulse in Fig. 14-9 by turning the transistor on rather than off?
9. Explain the difference between special- and general-purpose computers.
10. What is a computer program?
11. Explain what is meant by fetch and execute in terms of computer operation.

Problems

- 14-1. Beginning with a symmetrical square wave, show a method for developing a clock consisting of a series of positive pulses. A series of negative pulses.
- 14-2. What is the clock cycle time for a system using a 1-MHz clock? A 250-kHz clock?
- 14-3. What is the maximum delay time for a flip-flop if it is to be used in a system having an 8-MHz clock?
- 14-4. At what frequency will the multivibrator in Fig. 14-2a oscillate if: $R = 1$ k Ω , $C = 100$ pF, $V_C = 20$ v dc, and $V_B = 10$ v dc?
- 14-5. What will be the frequency of the multivibrator in Prob. 14-4 if V_B is changed to 20 V dc?



22



**DIVISION DE EDUCACION CONTINUA
FACULTAD DE INGENIERIA U.N.A.M.**

VIII CURSO INTERNACIONAL DE INGENIERIA SISMICA
DISEÑO SISMICO DE EDIFICIOS

TEMA 10

COMPORTAMIENTO Y DISEÑO DE ELEMENTOS DE MAMPOSTERIA

Dr. Oscar Hernández Basilio

AGOSTO, 1982

COMPORTAMIENTO DE ELEMENTOS DE MAMPOSTERÍA

Oscar Hernández Basilio*

1. INTRODUCCIÓN

La mampostería es uno de los materiales de construcción más antiguos, utilizados por el hombre, la noticia más reciente que se tiene de su empleo se puede leer en la Biblia, donde en el capítulo del Génesis 11-3,4 dice.....

Un día dijeron unos a otros "Vamos a hacer ladrillos y a cocerlos en el fuego". Así, usaron ladrillos en lugar de piedra y asfalto natural en lugar de arcilla. Después dijeron "Vengan vamos a construir una ciudad y una torre que llegue hasta el cielo. De este modo nos haremos famosos y no tendremos que dispersarnos por la tierra....."

Así dice el relato donde aparentemente se comienza a emplear las mamposterías como elementos estructurales.

Grandes obras de mampostería han perdurado en el tiempo como símbolo de la grandeza de los pueblos, muestra de ella son la pirámides en Egipto, México, etc; o más recientemente las viviendas que tienen 500 o más años de antigüedad. Sin embargo, probablemente es por esta razón, que la mampostería en México se asocia generalmente a procedimientos artesanales tanto en la fabricación de las piezas como en los procesos constructivos. Sin embargo, si bien todavía se utilizan ampliamente mamposterías de piedra y adobe de barro o de concreto de baja resistencia, también desde hace muchos años se fabrican piezas de alta resistencia y buen control de calidad, con las cuales se han realizado obras de mampostería cada vez más atrevidas.

* Profesor, Facultad de Ingeniería, UNAM

Se fabrican comercialmente en México bloques de barro extruido con resistencia de 400 kg/cm² o superior y bloques de concreto en los que pueden lograrse resistencias sobre área bruta superiores a los 200 kg/cm². Con materiales semejantes en zonas de bajo riesgo sísmico como Suiza, Inglaterra y los países Escandinavos, se han construido muchos edificios de entre 15 y 20 pisos a base de muros de carga sin ningún refuerzo. En zonas de mayor riesgo sísmico como el Suroeste de los EEUU, se han construido edificios del orden de 15 pisos con mampostería de bloque de concreto con abundante refuerzo.

En México las construcciones a base de muros de carga de mampostería han sido muy populares en edificios de pocos pisos, principalmente con la modalidad de reforzar los muros con dadas y castillos. El límite usual en edificios ha sido de 5 o 6 pisos.

La ventaja principal del empleo de muros de carga es que el mismo elemento que sirve para subdividir los espacios y para dar aislamiento, tiene función estructural. Otras ventajas son que el sistema constructivo no requiere de equipo elaborado y costoso y es intensivo en uso de mano de obra no muy especializada. Por estas ventajas, la construcción a base de muros de carga de mampostería resulta conveniente cuando el espacio arquitectónico está muy subdividido y la distribución de áreas y elementos de separación es regular tanto en planta como en elevación.

Las desventajas del empleo de muros de carga son la falta de flexibilidad en la subdivisión de los espacios que resulta de la imposibilidad de remover las paredes divisorias; la dificultad de ejercer un control de calidad estricto tanto en el material como en la construcción, y la baja resis-

tende en tensión y la fragilidad ante deformaciones en su plano que obligan al empleo de refuerzo y limitan su aplicación en zonas sísmicas.

Las recomendaciones para el diseño estructural de la mampostería han sido tradicionalmente muy sencillas, basadas en especificaciones de tipo geométrica, en procedimientos muy burdos de revisión de esfuerzos y en el empleo de factores de seguridad muy altos.

En años recientes se han realizado estudios bastante extensos acerca de las propiedades mecánicas y el comportamiento estructural de la mampostería, lo cual ha permitido la elaboración de normas de diseño más racionales. Un ejemplo de ello son las normas para mampostería del reglamento de construcciones para el Distrito Federal.

La mayor parte de los daños materiales y pérdidas de vidas humanas a raíz de temblores importantes se han debido al colapso de construcciones de viviendas de uno a cinco niveles. Las razones principales de estos colapsos han sido: el empleo de materiales de baja resistencia, o cuya resistencia se deteriora rápidamente con el tiempo, el uso de procedimientos constructivos que no permiten una liga adecuada de los muros entre sí y la adopción de soluciones a base de muros muy altos con pocas separaciones interiores y con techos muy pesados o poco rígidos.

En muchos casos la adopción de estas formas constructivas se debe a la falta de recursos económicos que hace que se puedan emplear solo materiales que se pueden obtener prácticamente sin costo en el lugar, como el fango, la piedra, la madera rolliza etc. y solo permite adoptar procedimientos constructivos que puedan ser realizados directamente por los habitantes. No resulta muy difícil encontrar modificaciones a estos sistemas

de manera que, sin que se requiera un costo adicional significativo y sin cambiar radicalmente las características de las viviendas, se obtenga una seguridad adecuada con el efecto de sismos.

Cuando se trata de viviendas en las que se pueda invertir en materiales concretos, como el ladrillo, el cemento y el acero, puede obtenerse seguridad adecuada contra sismos, y a la vez condiciones de habitabilidad favorables, mediante el empleo de muros de mampostería, de piezas de barro o de bloque de concreto, reforzados en distintas formas para proporcionar una mayor resistencia y continuidad al conjunto. En años recientes se ha incrementado notablemente el conocimiento del comportamiento sísmico de estos elementos estructurales, lo cual ha permitido la elaboración de recomendaciones específicas para el diseño y construcción de muros de mampostería en zonas sísmicas.

En este trabajo se tratará de resumir los principios del diseño sísmico de las construcciones de mampostería, partiendo del comportamiento sísmico observado y de resultados de ensayos de laboratorio; se recomendarán las formas de estructuración que se consideran más eficientes, se señalarán los defectos que más comúnmente dan lugar a fallas y se darán recomendaciones específicas de diseño. Se incluyen materiales y procedimientos constructivos muy distintos como las construcciones de adobe, las de ladrillo no reforzado, las reforzadas con dalas y castillos y las que tienen refuerzo en el interior de piezas huecas. Se analizarán también algunos nuevos procedimientos de refuerzo que pueden resultar convenientes en algunos casos y se harán algunos comentarios acerca de las formas de reparar las construcciones dañadas.



2. COMPORTAMIENTO SÍSMICO OBSERVADO DE CONSTRUCCIONES DE MAMPUESTERÍA

Construcciones de adobe. La experiencia con este material es definitivamente negativa. La escasa resistencia en tensión del adobe y la poca adherencia que se logra en las juntas con los morteros de lodo son solo algunos de los inconvenientes. Aún con adobes de buena calidad no puede lograrse una buena liga entre los muros transversales; esto aunado al gran peso de los muros, y generalmente de los techos, hace que estos muros fallen generalmente por el efecto de fuerzas normales a su plano, ya sea por volteamiento o por fallas locales por los empujes de los elementos de techo. En muchas ocasiones las fallas de estas construcciones han sido agravadas porque el adobe se encontraba muy debilitado por efecto del terremoto.

Como recomendaciones generales para mejorar el comportamiento sísmico de estas construcciones se pueden mencionar la selección cuidadosa de los suelos con que se fabrica el adobe, su mejoramiento con fibras o con aditivos estabilizadores, la reducción de la altura de los muros al mínimo admisible para la habitabilidad de la vivienda, la subdivisión de la misma en espacios pequeños por medio de muros ligados entre sí con el mejor entrapado de las piezas posible, el evitar techos muy pesados y el estructurar estos techos para que tengan rigidez en su plano.

Sin embargo, una mejora sustancial en el comportamiento sísmico solo pueda obtenerse por medio de algún refuerzo en el adobe que produzca una liga adecuada entre los elementos y proporcione cierto confinamiento y ductilidad a los muros. Algunas de estos procedimientos de refuerzo se describen en la ref 1.

Construcciones de mampostería no reforzada. Las construcciones de tabique o bloque de concreto sin refuerzo han tenido también un comportamiento sísmico muy deficiente ya que padecen esencialmente de los mismos defectos que las de adobe: liga pobre y falla muy frágil. Una fuente muy frecuente de daños y colapsos es la presencia de huecos de puertas y ventanas no reforzadas, en los que la concentración de esfuerzos que se presenta en las esquinas provoca la iniciación de grietas diagonales que llevan a la falla a todo el muro. Este tipo de construcción debe evitarse en zonas sísmicas exceptuando quizás construcciones que encierran espacios pequeños y con techos ligeros.

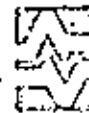
Construcciones de mampostería confinada. Se denomina así a los muros que están rodeados en su perímetro por castillos y dadas que forman un marco que



encierra tableros relativamente pequeños, proporcionándoles una capacidad de deformación mucho mayor que la del muro no reforzado y una liga muy efectiva con los elementos adyacentes. El comportamiento observado de construcciones de este tipo hasta de varios pisos ha sido definitivamente mejor que el de la mampostería no reforzada; se cuentan con criterios para fijar la distribución de los elementos resistentes y de su refuerzo y con procedimientos para el diseño de la mampostería así reforzada. Hay que hacer notar sin embargo, que si con este sistema se reduce mucho la probabilidad de un colapso de la construcción y de daños mayores, no se evita la posibilidad de agrietamientos diagonales en los muros, ya que la resistencia en tensión diagonal de la mampostería no se incrementa apreciablemente por la presencia de las dalas y castillos.

Construcciones de mampostería con refuerzo interior.

En años recientes se ha popularizado en diversos países un sistema constructivo que consiste en reforzar los muros de piezas huecas con barras verticales en los huecos de las piezas y horizontales en las juntas o en piezas especiales. La experiencia sobre el comportamiento sísmico de estas construcciones es más o menos amplia, hay evidencia de que con cantidades altas de refuerzo se obtiene un incremento en la resistencia con respecto a la mampostería no reforzada y un comportamiento bastante dúctil. Hay que recalcar que las cantidades de refuerzo necesarias para lograr un comportamiento adecuado son muy altas y que se requieren separaciones pequeñas tanto vertical como horizontalmente. El procedimiento tiene distintas modalidades que llegan en muros de edificios altos hasta el relleno total de los huecos de las piezas con concreto y el colado de muros delgados de concreto entre dos paños de muros de mampostería (cavity wall). La fig 1 muestra las características de algunos procedimientos de refuerzo típicos. En México, el refuerzo interior no es muy popular



debido a la dificultad de supervisión y, cuando se usa, se emplean cantidades de refuerzo mucho menores que las mínimas especificadas en otras partes, con lo cual se ha demostrado, tanto en laboratorio como en estructuras reales, que se tiene un comportamiento sísmico muy defectuoso debido a que la resistencia se deteriora rápidamente por la repetición de cargas alternadas. Este procedimiento de refuerzo tiene la ventaja, sobre el de confinar con dalas y castillos, de que el refuerzo interior poco espaciado incrementa la resistencia y limita el agrietamiento a espesores pequeños, y de que el muro puede quedar aparente. Tiene sin embargo la desventaja de que las piezas huecas tienden a tener fallas locales por desprendimiento de sus paredes, que la liga que se obtiene entre los distintos elementos es menos efectiva y que la cantidad de refuerzo necesaria para asegurar un buen comportamiento es mayor.

En Estados Unidos y Nueva Zelanda la mampostería con refuerzo interior es bastante popular como sistema constructivo; sin embargo es usual que se llenen completamente los huecos de las piezas con un mortero muy fluido y con abundante refuerzo vertical y horizontal. Con este sistema, en mampostería de bloques de concreto, se obtiene prácticamente un muro monolítico, ya que el concreto colado en los huecos se adhiere perfectamente al bloque; en piezas de barro la eficiencia del procedimiento es menor porque el concreto del colado, al contraerse por fraguado, se separa del tabique; el empleo de aditivos estabilizadores puede evitar este problema.

3. EVIDENCIAS EXPERIMENTALES DEL COMPORTAMIENTO DE LA MAMPOSTERIA:

El diseño de estructuras de mampostería había estado, hasta hace poco tiempo, basado en consideraciones empíricas sin aplicarlo en forma racional los prin-



ceptos ingenieriles. Últimamente se han efectuado análisis racionales para predecir la resistencia de mamposterías bajo diferentes solicitaciones de carga, como son flexocompresión, cargas verticales, cargas laterales, etc. Simultáneamente se han llevado a cabo multitud de ensayos para comprobar la validez de dichos análisis.

Para determinar las propiedades básicas de la mampostería, se efectúan diversos ensayos. La prueba de compresión en pilas, fig 2, se emplea para indicar la resistencia axial de compresión (f'_m) debiéndose tomar en cuenta los efectos de esbeltez cuando esta resistencia índice se extrapole a muros. El ensayo en muretes, fig 3, se emplea para determinar el esfuerzo cortante resistente en esta prueba se aplica al espécimen una carga diagonal que le induce la falla, encontrándose una buena correlación entre los resultados de esta prueba y muros con características afines. En la parte correspondiente a Diseño de Estructuras de Mampostería se describe con cierto detalle la realización de dichos ensayos.

3.1 Comportamiento bajo distintas solicitaciones

3.1.1 Flexocompresión En la fig 4 se muestra la distribución de esfuerzos supuesta para la mampostería en el caso de flexocompresión, para diferentes valores de excentricidad de la carga vertical aplicada al muro.

Se han presentado diversas teorías para calcular la resistencia en flexocompresión de muros tomando en cuenta efectos de esbeltez, la más acertada es aquella en la que se procede en la misma forma que para columnas de concreto, determinándose teóricamente diagramas de interacción carga axial-momento flexionante que como se observa en la fig 5, existe buena correlación entre teoría y resultados de laboratorio.



3.1.2 Flexión y cortante

En estructuras situadas en zonas sísmicas es ventajoso emplear muros para resistir fuerzas laterales por la gran rigidez que tienen estos elementos para cargas en su plano, sin embargo es necesario verificar que su resistencia sea compatible con dicha rigidez. Son tres las formas principales de estructurar a base de muros:

1. De carga, para soportar fuerzas verticales y horizontales, fig 6a
2. Como diafragma, estando confinados en marcos de acero o concreto que le transmiten la fuerza lateral, fig 6b
3. Muro de cortante

El primer tipo de muro es eficiente debido a la presencia de carga vertical que hace que el muro sea más resistente a las fuerzas cortantes y a los momentos de volteo producidos por el sismo.

La principal función de los muros diafragma es tomar la fuerza horizontal que le transmite el sistema de marcos, que toman las cargas verticales; el muro funciona entonces como un puntal de compresión.

Los muros de cortante, aislados de la estructura de marcos, se construyen de concreto reforzado debido a que la baja carga vertical los hace relativamente críticos, raramente se hacen de mampostería.

Para el diseño sísmico no solo interesa la resistencia de la estructura ante carga lateral sino que también es necesario conocer la capacidad de la misma para absorber la energía introducida por el sismo y amortiguar el movimiento inducido; así como también la alteración de estas propiedades con la periodicidad de la fuerza horizontal.



INSTITUTO DE
INVESTIGACIONES
ELÉCTRICAS

DEPARTAMENTO
DE
INGENIERÍA CIVIL

Las propiedades de rigidez y resistencia pueden calcularse en muros ensaya-
dos en carga estática y en ciertos casos en especímenes más pequeños; para
tener una idea de la capacidad de amortiguamiento y deterioro de la mampos-
tería, es necesario efectuar pruebas dinámicas cíclicas.

Por lo general en la mampostería se presentan dos tipos de falla: flexión
y cortante. La falla por flexión se alcanza cuando fluye el refuerzo ver-
tical con el que se refuerza el muro; la resistencia ante esta sollicita-
ción puede calcularse fácilmente suponiendo un bloque equivalente en com-
presión en un extremo y que el acero de refuerzo en el otro extremo del
muro está fluyendo.

Para alcanzar la falla por cortante es necesario que primeramente no se al-
cance la de flexión; es decir, solo se obtiene aquella cuando existe abun-
dante refuerzo vertical y/o mucha carga axial o se trate de muros de gran
longitud.

Hasta 1965 la mayoría de los ensayos que se realizaban para determinar las
características de las mamposterías eran estáticos; de lo observado en los
últimos años, ha sido evidente que los resultados de esos ensayos monó-
tonos son de valor limitado para diseño sísmico, por lo que actualmente
los procedimientos de diseño que proponen los diversos reglamentos están ba-
sados en resultados obtenidos de pruebas ante cargas laterales alternadas,
aún cuando no de carácter dinámico. Esto último no parece ser una limitante
porque se ha observado que los resultados de ensayos dinámicos proporcionan
valores más grandes a los obtenidos bajo cargas laterales alternadas
pseudostáticas, lo que se explica porque las mamposterías son muy rígidas
y su velocidad de respuesta ante las excitaciones es baja.



INSTITUTO DE
INVESTIGACIONES
ELÉCTRICAS

DEPARTAMENTO
DE
INGENIERÍA CIVIL

La experiencia a mostrado que las principales variables que influyen en
el comportamiento de las mamposterías son: tipo de bloca y mortero; confi-
namiento; cuantía y disposición del refuerzo; relación altura a longitud;
la carga vertical sobre el muro y en ciertos casos el aplastado que se reali-
za en una o en ambas caras del mismo.

Se puede alcanzar gran capacidad de deformación para valores altos de la
relación altura a longitud, bajas cargas axiales y poca cantidad de re-
fuerzo vertical en los extremos del muro. Reduciendo la relación de as-
pecto del muro, aumentando la carga axial y el acero de refuerzo en los
extremos se alcanzan fallas de tipo frágil por cortante a través de grietas
diagonales que pueden correr por la juntas de mortero o atravesar las
piezas y juntas (tensión diagonal); este último tipo de falla por cortan-
te es indicativo de la máxima capacidad de la mampostería, porque el prime-
ro solo indica que se tiene un mortero de baja calidad.

Tanto para flexión como por cortante, el comportamiento observado ante alter-
naciones de carga puede resumirse en la siguiente forma; para niveles bajos
de carga el comportamiento es prácticamente lineal, una vez que se agrieta
el muro, tanto para flexión como para cortante, se observa que para un mismo
nivel de deformación se tiene un decremento en la resistencia ante alterna-
ciones de carga, siendo mayor para el caso de cortante; también se diferen-
cia la forma de los ciclos histéresis, ya que para cuando predomina la fle-
xión estos encierran un área mucho mayor que para el caso de cortante. Al
incrementar la carga, nuevamente se presenta el fenómeno antes mencionado,
hasta que finalmente se llega al colapso para deformaciones pequeñas en el
caso de cortante o grandes en el caso de flexión; en las figs 9a y 9b se mues-
tra esquemáticamente el comportamiento antes descrito.



INSTITUTO DE
INVESTIGACIONES
ELÉCTRICAS

DEPARTAMENTO
DE
INGENIERÍA CIVIL

A pesar de ser la falla por cortante la menos deseada porque desarrolla menor capacidad de disipación de energía, es la que más comúnmente se tiene presente en la realidad durante un sismo.

En ambos tipos de fallas, flexión o cortante, se presentan aplastamientos y desprendimientos locales en los extremos de los muros para etapas cercanas a la falla, dichos aplastamientos son debidos a la gran expansión lateral que tiene el mortero para altos niveles de esfuerzo, lo que produce tensiones en las piezas. En diversos países se evita lo anterior colocando placas de acero perforadas en los extremos de los muros en las dos o tres hiladas inferiores y superiores, ref 2, esto resultaría impráctico en nuestro medio, una solución no tan eficiente pero que ha dado muy buenos resultados, aún en mamposterías de piezas huecas, es colocar varilla corrugada de pequeño diámetro (5/32") en las juntas de mortero, este refuerzo también ha probado ser efectivo para resistir fuerza cortante una vez que el muro se agrieta.

En una serie de ensayos estáticos y dinámicos realizados por William y Scrivener, ref 3, en los cuales aplicaron ciclos a diversos niveles de carga y frecuencias, encontraron que en aquellos muros probados estáticamente y que fallaban por cortante, presentaban la misma degradación de carga que aquellos ensayados bajo condiciones dinámicas; sin embargo, en aquellos que fallaron por flexión, los ensayados dinámicamente se comportaron menos satisfactoriamente que los estáticos equivalentes. Esto último es debido por el movimiento violento en el caso dinámico se pierde más rápidamente el material que confina el acero, permitiendo el pandeo y reduciendo la capacidad del muro a flexión; no es el caso de cortante donde la resistencia está básicamente proporcionada por la mampostería.



INSTITUTO DE
INVESTIGACIONES
ELÉCTRICAS

DEPARTAMENTO
DE
INGENIERÍA CIVIL

También se ha observado que es más eficiente para soportar fuerzas cortantes el refuerzo horizontal colocado en las juntas y distribuido en forma uniforme en la altura del muro, que el vertical colocado en los extremos o en el interior de las piezas huecas.

Cuando la mampostería se coloca en el interior de un marco robusto de acero o concreto, se pueden seguir dos caminos:

1. Aislar la mampostería del marco para que aquella no soporte cargas
2. Hacer que trabaje la mampostería al colocarla con contacto con el marco perimetral.

El primer aspecto es muy difícil de realizar además de costoso; en el segundo caso se tiene un gran incremento de la rigidez lateral del sistema y de su resistencia. Ensayos realizados demuestran que es posible tener comportamiento dúctil cuando las columnas tienen refuerzo suficiente por cortante para permitir que desarrollen su momento de fluencia. El refuerzo horizontal colocado entre las juntas de mortero ayuda a repartir mejor la fuerza cortante en toda la altura del muro evitando que se concentre en sus extremos superior e inferior.

3.2 Evidencia experimental realizada en México

En la ref 4 se compila la información experimental que se tenía en México hasta 1972 aproximadamente.

Para carga lateral estática se efectúan dos tipos de pruebas; el denominado en voladizo, fig 7a, donde se presentan momentos flexionantes que pueden llegar a ser críticos; y el ensayo de compresión diagonal, fig 7b donde solo se inducen deformaciones por cortante. El efecto de pisos superiores se



INSTITUTO DE
INVESTIGACIONES
ELÉCTRICAS

DEPARTAMENTO
DE
INGENIERÍA CIVIL

La primera forma de ensayo trata de ser representativa de los muros de carga; mientras que para cuando se tiene un marco confinante, el ensayo de compresión diagonal intenta reproducir a un muro diafragma.

Para cargas laterales dinámicas y alternadas también se efectúan las mismas formas de ensayo.

En las figs 8 y 9 se muestran diversas curvas cargas-deformación angular para diferentes formas de ensayo y en la fig 10 la forma típica de falla.

Se tienen en general tres formas de agrietamiento: la debida a flexión se caracteriza porque es una grieta sobre una junta del mortero cerca de la base del muro; la falla por cortante corre alternadamente por las juntas verticales y horizontales y la falla por tensión diagonal atraviesa indistintamente piezas y mortero.

La presencia de alguno de estos tipos depende principalmente de las características de la mampostería así como también de la sollicitación de carga.

En el muro en voladizo la falla se inicia por agrietamiento en la base, presentándose después una falla por agrietamiento diagonal al aumentar las deformaciones. El tener carga vertical aumenta apreciablemente la carga de primer agrietamiento y tiende a llevar a un tipo de falla por tensión diagonal disminuyendo la ductilidad del muro. El agrietamiento por flexión se reduce también al aumentar el acero de refuerzo en los extremos del muro. El refuerzo interior puede aumentar la resistencia máxima pero no sustancialmente la de agrietamiento.

Para muros en compresión diagonal se presentan fallas de cortante y de ten-



INSTITUTO DE
INVESTIGACIONES
ELÉCTRICAS

DEPARTAMENTO
DE
INGENIERÍA CIVIL

sión diagonal y esto depende de las características de la mampostería; aquí también la carga vertical incrementa la resistencia al agrietamiento y la máxima, pero también la deformabilidad del muro; el acero interior aumenta ligeramente la carga resistente al agrietamiento pero disminuye la deformación correspondiente, aumentando la carga máxima y la deformabilidad post-agrietamiento. El aplastado del muro contribuye en forma importante a la resistencia del mismo. Se ha visto que el confinamiento exterior del muro no influye apreciablemente en la resistencia al agrietamiento, pero sí en la resistencia y ductilidad a la falla.

La presencia de agrietamiento no implica necesariamente la falla del muro sino que ésta depende del confinamiento, refuerzo exterior e interior, que este tenga y que pueda hacer que el muro resista cargas mayores a la de agrietamiento.

Desde el punto de vista práctico si se refuerza convenientemente los extremos del muro, el problema de flexión desaparece y puede considerarse que la principal sollicitación es una carga diagonal de compresión equivalente, a la que se añade la carga vertical proveniente de pisos superiores.

Los estudios bajo cargas dinámicas y alternadas son bastante complejos; en la fig 11 se muestran las características de respuesta que más nos interesan del muro siendo estas: la capacidad de energía, capacidad de disipación de energía, el factor de ductilidad y el deterioro del muro, el cual se define como la pérdida de rigidez y resistencia debida a la alternación de carga.

fig 12-

Para cargas alternadas el deterioro del muro es pequeño cuando se tienen deformaciones angulares menores a la del agrietamiento y después de esto el deterioro depende de la resistencia del marco confinante. El material hue

co es mas sensible al deterioro que una maciza, y es diferente la intensidad del deterioro si la falla es por flexión (dúctil) a que si es por cortante o por tensión diagonal (frágil) siendo mayor en los últimos casos. La carga vertical reduce apreciablemente el deterioro. El deterioro mayor se tiene al pasar al segundo ciclo de carga después del cual permanece casi inalterado.

En la ref 3 se estudió el comportamiento de muros bajo cargas cíclicas dinámicas observándose que el mismo comportamiento que un muro tiene para cargas alternadas se presenta para cargas dinámicas con excepción de la prueba en voladizo sin carga vertical (la de más flexibilidad), en la cual la prueba dinámica muestra gran deterioro del muro, pero este caso tiene poca importancia desde el punto de vista práctico para una mampostería.

Se realizó recientemente un estudio para tratar de obtener procedimientos económicos para mejorar el comportamiento sísmico de la mampostería de piezas huecas con refuerzo interior (ref 5).

Se estudiaron diversas distribuciones de refuerzo (fig 13) que permitiesen mantener la capacidad de carga del muro después del agrietamiento sin que se viese disminuida por repeticiones de cargas alternadas.

Se encontró que la adición de barras de refuerzo de pequeño diámetro (4mm) y de alta resistencia (6 000 kg/cm²) en las juntas horizontales, aumenta ligeramente la resistencia, restringe la propagación del agrietamiento del muro y reduce el deterioro ante la repetición de cargas. Este refuerzo puede colocarse también en muros de piezas macizas con castillos, produciendo una distribución más uniforme de los esfuerzos cortantes en toda la longitud del muro y evitando las altas concentraciones de esfuerzos que se producen en los castillos cuando el muro se agrieta diagonalmente. Cuando no se coloca este

refuerzo en las juntas, resulta muy conveniente que los castillos cuenten con refuerzo especial en sus extremos para evitar su falla por cortante después de que el muro se agrieta diagonalmente.

4. REGLAMENTACION SOBRE ESTRUCTURAS DE MAMPOSTERIA

Desde tiempo inmemorial se ha tratado de implantar reglamentos de diseño que aseguren buen comportamiento estructural. Del primer reglamento que se tiene evidencia es el que se contempla dentro del Código de Hammurabi, decretado por el Rey de Babilonia, Hammurabi, en el siglo 20 A.C.. En ese código se contemplan diversos tipos de leyes: civiles, penales, técnicas, etc. Dentro de lo relacionado con el aspecto construcción, el código mencionado establece que si por causa adjudicable al constructor se daña la propiedad, aquel tendrá que pagar la reparación del inmueble; si un esclavo muere por la falla de la construcción, el constructor deberá sustituir al esclavo al dueño de la vivienda; si muere un hijo del propietario por la misma razón se tendrá que matar a un hijo del constructor.....; si muere el propietario, se debe dar muerte al constructor....., con normas como las anteriores seguramente en nuestro tiempo serían muy pocos los que se dedicarían al diseño y construcción de estructuras.

Afortunadamente los avances de la tecnología han hecho que ahora los reglamentos equilibren los principales aspectos de una construcción: seguridad y economía.

El Reglamento de Construcciones para el Distrito Federal, ref 6, incluye un capítulo sobre diseño y construcción de estructuras de mampostería, el cual ha sido modificado sustancialmente con respecto a la versión anterior y trata en detalle los requisitos para diseño sísmico.

Uno de los problemas que se enfrentan al elaborar recomendaciones de diseño



INSTITUTO DE
INVESTIGACIONES
ELÉCTRICAS

DEPARTAMENTO
DE
INGENIERÍA CIVIL

para mampostería es la gran variedad de materiales de distintas formas y propiedades que se tiene que cubrir. Si se establecen requisitos generales, hay que fijar criterios comunes para determinar los esfuerzos básicos resistentes de la mampostería (principalmente resistencia en compresión y en cortantes). Con este fin en el reglamento se establecen procedimientos de ensayo relativamente simples para determinar dichas propiedades cuando no se tenga información previa acerca de los materiales en cuestión y se proporcionan, además, valores específicos para los materiales de emp. más común para los cuales se cuenta con un número suficiente de determinaciones; los esfuerzos propuestos representan valores característicos, o mínimos probables, del esfuerzo de falla, determinados con el criterio de que la probabilidad de que no sean alcanzados por los materiales empleados en la estructura sea muy pequeña. Dichos esfuerzos corresponden a la resistencia de la mampostería sin refuerzo. Se considere que la presencia de castillos y dalas incrementa solo ligeramente la resistencia a compresión y a cortantes. El refuerzo interior sí proporciona un aumento apreciable de la resistencia con respecto a la mampostería no reforzada; dicho incremento solo puede determinarse en forma confiable mediante ensayos a escala natural de muros con la misma disposición de refuerzo que se va a emplear en la construcción. En forma conservadora el reglamento permite que los esfuerzos resistentes para la mampostería no reforzada se incrementen en 50% cuando se emplee los cuantíos y distribuciones de refuerzo interior especificadas por el reglamento que se describirán más adelante.

Las normas para mampostería del nuevo reglamento especifican dos modalidades para el refuerzo de la mampostería; la que se denomina mampostería confinada es la usual, con castillos y dalas para los cuales se fijan separaciones y ra-



INSTITUTO DE
INVESTIGACIONES
ELÉCTRICAS

DEPARTAMENTO
DE
INGENIERÍA CIVIL

quisitos de refuerzo similares a los del reglamento anterior. En el otro procedimiento, denominado mampostería con refuerzo interior, se coloca refuerzo vertical en el interior de los huecos de las piezas y refuerzo horizontal en piezas que permitan colocar varillas en las juntas y proporcionarles el refuerzo necesario para que puedan transmitirse los esfuerzos de adherencia. Las normas admiten también construcciones de mampostería sin refuerzo; sin embargo, exigen que se diseñen con factores de seguridad muy altos, lo cual hace que solo para construcciones de un nivel con alta densidad de muros y techos ligeros, resulte económicamente factible construir muros sin refuerzo.

En la parte correspondiente a Diseño de Estructuras de Mampostería se verá con detalle distintos procedimientos para calcular la capacidad de las mamposterías, a continuación se proporciona un panorama general de como debe calcularse la resistencia.

El reglamento incluye dos procedimientos de diseño con distinto nivel de refinamiento. El método simplificado es aplicable a la mayoría de construcciones para vivienda que cumplen con requisitos no muy estrictos en cuanto a densidad de muros, altura máxima de muros y ausencia de grandes excentricidades de las cargas. El método detallado de diseño es aplicable cuando no se cumplen las condiciones impuestas para el empleo del método simplificado o cuando se quiera obtener un diseño más refinado. Ambos procedimientos están planteados en un formato de diseño por resistencia que es el adoptado en general por el reglamento (hay que revisar que el efecto de las cargas de trabajo multiplicado por un factor de carga, F_c , no exceda de la resistencia calculada multiplicada por un factor de reducción de resistencia, F_R). La conversión a un formato de esfuerzos admisibles es casi inmediata si se agrupan los factores parciales de seguridad en uno solo que afecta al esfuerzo resistente.

La carga vertical resistente se calcula con $P_R = F_R F_C F_A A_T$, en que A_T es el área transversal bruta del muro, F_C el esfuerzo resistente en compresión y F_A un factor correctivo por la esbeltez del muro y por la excentricidad de la carga para el cual se dan valores fijos en el método simplificado y un procedimiento para su determinación en el método general en función de la esbeltez y excentricidad calculadas. El factor de reducción F_R vale 0.6 para muros reforzados y 0.3 para no reforzados.

El cálculo de la resistencia a cargas laterales está ligada a los métodos de diseño sísmico especificados por el reglamento. Para la mayoría de las construcciones de mampostería es aplicable un método simplificado de diseño sísmico que permite encontrar en forma muy directa las fuerzas laterales para las que hay que diseñar los muros. Se especifican en este método simplificado fuerzas actuantes mayores para muros de piezas huecas que para muros de piezas macizas debido a la diferente ductilidad y deterioro que se tiene en los dos casos. Los requisitos que, según el reglamento, debe cumplir la mampostería confinada en lo que respecta a ubicación de los castillos y dadas y a la cantidad de refuerzo longitudinal y transversal en ellos, se presentan en las notas sobre Diseño de Estructuras de Mampostería. Los requisitos para la mampostería con refuerzo interior, fijan la cantidad total de refuerzo en 0.002 veces el área del muro y su separación máxima en 30 cm.

Para la determinación de fuerza cortante que resiste el muro se especifica en el método simplificado

$$V_R = 0.7 F_R V^0 A_T$$

en que V^0 es el esfuerzo resistente en cortante y F_R el factor de reducción que debe tomarse como 0.6 para muros confinados o con refuerzo interior y

para evitar problemas de torsiones en planta que aumenten las fuerzas laterales en los muros; esto debe cuidarse especialmente en las construcciones de varios niveles.

Los sistemas de techo y entrepiso deben ser capaces de transmitir las fuerzas laterales a los elementos que tengan resistencia en la dirección de la acción sísmica. Esta condición no se cumple en techos de vigas o armaduras no contraventadas en su plano, las cuales empujan directamente sobre los muros transversales y provocan fuerzas importantes perpendiculares a los planos de dichos muros, causando frecuentemente su falla por volteamiento. El contraventeo del techo, la colocación de una dala de remate perimetral, la liga entre muros transversales y el anclaje de los muros en su cimentación son factores que eliminan este problema.

La falla por efecto del sismo actuando sobre la masa misma del muro en dirección normal en su plano ocurre con frecuencia en bardas y muros pesados no restringidos en su extremo superior. Es importantes por lo tanto proporcionar un anclaje apropiado a la cimentación y elementos verticales resistentes. En muros apoyados en sus cuatro extremos, la falla por empuje normal al plano es poco frecuente, pero puede presentarse si se emplean morteros muy pobres (por ejemplo, los morteros a base de lodo para pegar adobes) o si se llenan solo parcialmente las juntas (como es usual en algunos lugares para bloques de concreto).

La presencia de aberturas en los muros provoca concentraciones de esfuerzos que favorecen la formación de las grietas diagonales. Es conveniente que exista un refuerzo continuo en la periferia de los huecos.



y 0.3 para muros no reforzados o cuyo refuerzo no cumple con los requisitos mínimos especificados. En el método detallado se especifica una expresión más refinada que toma en cuenta el efecto de la carga axial, en la resistencia al cortante.

Además de la resistencia a fuerza cortante es necesario revisar la resistencia a momento flexionante debido a las cargas laterales, para lo cual puede llegar a necesitarse refuerzo especial en los extremos del muro; en este caso la resistencia se puede calcular con los procedimientos que se emplean para concreto reforzado.

Todo lo anterior se puede ver con más detalle en las notas sobre diseño de estructuras de mampostería.

5. OTROS TEMAS SOBRE MAMPOSTERIA

5.1. Recomendaciones generales sobre la estructuración de construcciones de mampostería

Las recomendaciones siguientes se refieren a la estructuración de las construcciones, a los materiales y el refuerzo, a los detalles y procedimientos constructivos.

Debe proporcionarse un sistema resistente en dos direcciones ortogonales, es este requisito obvio no siempre se cumple; especialmente en casas habitación es frecuente que los elementos resistentes estén alineados en una dirección y que en la normal a ella exista un número muy reducido de muros con grandes aberturas para puertas y ventanas. En cada dirección deberá proveerse una densidad adecuada de elementos para resistir las fuerzas sísmicas.

La distribución de elementos resistentes debe ser aproximadamente simétrica



Debe evitarse el empleo de piezas con altos porcentajes de huecos y paredes delgadas porque esto propicia fallas frágiles y deterioros graves y muy rápidos.

5.2. Nuevas formas constructivas para la mampostería

Se han desarrollado recientemente, o están en la etapa de desarrollo, nuevas técnicas para la construcción y refuerzo de los muros que presentan algunas ventajas sobre las tradicionales. En algunos casos se trata de sistemas radicalmente diferentes a los usuales, en otros, de pequeñas modificaciones que pretenden mejorar el comportamiento estructural de los muros. Algunas de las alternativas más interesantes se describen a continuación.

Refuerzos especiales en la mampostería convencional. Con el fin de mejorar la ductilidad de los muros y reducir el deterioro de su rigidez y resistencia ante el efecto de cargas alternadas se están estudiando detalles de refuerzo aplicables ya sea a muros confinados con castillos o a muros con refuerzo interior o a ambos.

La adición de barras de refuerzo de pequeño diámetro ($\frac{1}{4}$ - 4mm) y de alta resistencia en las juntas horizontales aumenta ligeramente la resistencia, restringe la propagación del agrietamiento del muro y reduce el deterioro ante la repetición de cargas. Este refuerzo puede colocarse también en muros de piedras mezclados con castillos, produciendo una distribución más uniforme de los esfuerzos cortantes en toda la longitud del muro y evitando las altas concentraciones de esfuerzos que se producen en los extremos de los castillos cuando el muro se agrieta diagonalmente. Cuando no se coloque este refuerzo en las juntas, resulta muy conveniente que los castillos tengan refuerzo especial en sus extremos para evitar su falla por cortantes después de que el muro se

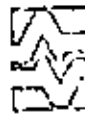


grifeta diagonalmente. La fig 13 muestra una forma en que puede proporcionarse este refuerzo.

En muros con refuerzo interior también resulta muy conveniente confinar el refuerzo vertical en los extremos de los muros, ligando por medio de estribos, placas o mallas, como se muestra también en la Fig 13.

Mampostería con junta seca y con refuerzo en las caras exteriores. La mampostería con junta seca consiste en colocar las piezas sin mortero en las juntas, formando el muro por la simple subreposición de las piezas. La liga estructural del muro puede lograrse mediante el empleo de piezas machihembradas en las que se produzca un anclaje mecánico de las piezas, o mediante un aplanado en las dos caras del muro que proporcione continuidad al conjunto. La principal ventaja que se advoca para estos procedimientos es la rapidez de la construcción.

En lo que respecta al comportamiento sísmico para la mampostería de piezas machihembradas no se cuenta con información experimental. Para asegurar que se desarrolle la trabazón mecánica parece necesario que los muros estén confinados por dadas y castillos, lo cual elimina en parte las ventajas de la rapidez de construcción. En este procedimiento se requiere que las piezas tengan dimensiones muy uniformes para poder construir el muro a plomo y a nivel sin la ayuda de las juntas de mortero que absorben las diferencias geométricas. Se requiere además que las piezas tengan buena estabilidad volumétrica. Se han empleado para este procedimiento piezas de suela-cemento, de concreto ligero y de barro macizas o huecas. En la fig 14 se muestran algunas de las formas propuestas. Las piezas huecas machihembradas permiten la colocación de refuerzo en los huecos verticales, lo cual aunado a la trabazón mecánica de las piezas posiblemente da lugar a un sistema constructivo conve-



niente en zonas sísmicas. Se requiere, sin embargo, estudios adicionales para encontrar las formas, materiales y procedimientos constructivos convenientes para las piezas y para comprobar experimentalmente el comportamiento sísmico. Desde el punto de vista del comportamiento sísmico parece conveniente, y amerita estudio, el empleo de piezas machihembradas con junta de mortero, con lo cual el anclaje mecánico de las piezas se suma a la adherencia del mortero para mejorar la resistencia al cortante.

Recientemente se ha introducido comercialmente un mortero a base de cemento, aditivos que proporcionan alta adhesividad y fibra de vidrio, el cual colocado como aplanado en muros con junta seca, les proporciona una alta resistencia en tensión. Se han realizado diversos ensayos (ref 7) para estudiar el comportamiento estructural de este material, aplicado principalmente a muros de bloque de concreto. Se ha observado que, con respecto a la de un muro del mismo material juntado con mortero, la resistencia a carga axial de los muros así construidos es ligeramente menor, la resistencia a cargas normales al plano del muro es varias veces superior, la resistencia a fuerza cortante es ligeramente mayor y la ductilidad es mayor para las mismas condiciones de confinamiento. Si se coloca algún refuerzo interior en los huecos extremos para proporcionar liga entre los muros y para mejorar la ductilidad, se considera que este procedimiento da lugar a una seguridad aceptable contra sismo en construcciones de uno a dos niveles. El costo del producto, patentado, para el aplanado es relativamente alto; sin embargo, se requieren espesores muy pequeños para los aplanados (3mm). Se afirma que el costo total es competitivo con el de un muro convencional con aplanado de yeso en ambas caras.

Parece prometedor el estudio del empleo de otros materiales para proporcionar al muro continuidad y resistencia en tensión por medio de un aplanado, aplicado ya sea a las piezas colocadas con mortero o con junta seca. El uso de fibras minerales o vegetales (henequén, bambú, etc) más económicas que las de

vitrío y la sustitución del cemento por el azufre son alternativas que se han sugerido pero que no han sido suficientemente estudiadas.

Un procedimiento de este tipo que ha sido ampliamente usado y que resulta muy eficiente es el de reforzar los muros con una malla de acero (electrosoldada o tela de gallinero) anclada perfectamente al muro y recubierta por un aplomado de mortero de cemento. Este procedimiento se ha empleado esencialmente para refuerzo de muros agrietados.

Mampostería con morteros de alta adherencia. Cuando se emplean piezas de buena calidad (zabiques extrudidos y bloque de concreto tipo pesado) la resistencia al cortante del muro está regida por la adherencia entre el mortero y las piezas en las juntas; si se mejora dicha adherencia se puede alcanzar la máxima resistencia del muro que está regida por la falla en tensión de las piezas.

Se han estudiado diversos aditivos para el mortero a base principalmente de resinas epóxicas y se han obtenido incrementos muy sustanciales en la adherencia. En algunos países estos morteros de alta adherencia se producen comercialmente, pero su empleo aumenta radicalmente el costo de los muros.

Mampostería postensada. La capacidad de carga de muros de mampostería está limitada por su baja resistencia a esfuerzos de tensión producidos por flexión o fuerzas cortantes. La resistencia a estos efectos puede mejorarse sustancialmente si se introducen en los muros esfuerzos de compresión mediante técnicas de postensado. Aunque el postensado reduce la capacidad útil de los muros a carga axial, esta rara vez es crítica en zonas sísmicas y normalmente son mucho más importante las ventajas que el presfuerzo proporciona.

que son las siguientes: se evita el agrietamiento por flexión en muros, se incrementa la resistencia a fuerza cortante porque se reducen los esfuerzos de tensión diagonal y se logra una distribución de carga más uniforme en la cimentación. El postensado ha sido poco usado hasta la fecha principalmente por el desconocimiento de las pérdidas de presfuerzo que se pueden tener y por las dificultades del procedimiento.

Algunos ensayos realizados en el Instituto de Ingeniería, ref B, han demostrado que las pérdidas de presfuerzo son del mismo orden de las que se obtienen en estructuras de concreto (entre 10 y 20%) y son menores en piezas de barro que en bloques de concreto, que deben evitarse los sistemas de anclaje a base de cuñas y que resulta conveniente el empleo de un sistema de postensado como el mostrado en la fig 15 en el que los cables pueden tensarse en etapas de acuerdo con el proceso constructivo, reduciendo así, o eliminando, las pérdidas de presfuerzo.

5.3 Reparación y refuerzo de la mampostería

Cuando una construcción ha sufrido daño por efecto de un sismo no es suficiente normalmente con repararla (reintegrar su resistencia original) sino que es necesario reforzarla, o sea incrementar su resistencia con respecto a la que tenía antes de la ocurrencia del daño, para que este no ocurra nuevamente si se presenta la misma sollicitación.

Los procedimientos de refuerzo implican casi siempre una reestructuración de la construcción mediante la adición de nuevos elementos resistentes, o la rigidización, el confinamiento, el anclaje y el refuerzo de los elementos existentes. En general hay que hacer que la estructura cumpla con los requisitos expresados en los capítulos anteriores. El refuerzo de construcciones de mampostería implica operaciones bastante laboriosas como el colado de dalas y cas-

tillos y su anclaje con la cimentación y con los sistemas de techo y de piso.

Aquí se tratarán únicamente los procedimientos para reparar o reforzar los muros de mampostería.

La forma más común de reparar un muro agrietado diagonalmente es abriendo una franja en correspondencia con la grieta y rellenándola con mortero. Si se emplea un mortero de cemento, los ensayos demuestran que este procedimiento no permite recuperar la resistencia y rigidez originales, fig 16a. Si se emplea un mortero con un aditivo que produzca alta adherencia y estabilización de volumen, se logra restaurar prácticamente la resistencia original, como se demuestra en el ensayo mostrado en fig 16b. Para la reparación de castillos y dadas dañados se deben emplear los procedimientos usuales para estructuras de concreto: inyección de grietas si estas son pequeñas o remoción del concreto en la zona dañada y colado con un aditivo estabilizador de volumen.

Si se quiere incrementar la resistencia del muro, la forma más conveniente es la colocación de una malla de refuerzo en ambas caras cubierta con un aplomado y reparar la grieta con mortero común o con aditivo. Una estimación del costo de este tipo de reparación indica que este es del orden de una tercera parte del costo que implicaría reconstruir el muro original. El mortero de fibra de vidrio descrito anteriormente también puede emplearse para reparar y reforzar muros agrietados; su eficiencia se aprecia en la fig 16c.

6. RESUMEN

Como resumen en lo expuesto con anterioridad se puede decir que el esta-

do actual de conocimientos acerca del diseño de mampostería ante diversas sollicitaciones de carga ha avanzado notablemente.

Para el caso de flexocompresión se pueden elaborar diagramas de interacción que se ha visto experimentalmente dan valores acertados del comportamiento de la mampostería.

Las estructuras rígidas, como las mamposterías, son más sensibles a los efectos producidos por un sismo; sin embargo, el criterio elástico que se ha estado empleando y que consiste en diseñar la mampostería para que resista un sismo intenso sin que esta sufra daño es irracional. La tendencia actual del diseño sísmico de mamposterías debe ser el diseñar la estructura para soportar sin sufrir daño en sismo moderado y resistir sin llegar al colapso para un movimiento intenso aprovechando así el comportamiento inelástico de la mampostería reforzada.

Para este criterio de diseño las estructuras dúctiles son las más adecuadas; se puede diseñar una mampostería suficientemente dúctil después de agrietamiento suponiendo al muro como un voladizo y diseñado como viga mediante una teoría de resistencia dúctil similar a la del concreto reforzado, asegurando al mismo tiempo que no se exceda de la resistencia al corte o tensión diagonal de la mampostería. Es implícito que se tendría que limitar la cantidad de acero de refuerzo para evitar una falla frágil al igual que en flexión en concreto.

Una vez reforzado convenientemente por flexión, un muro debe ser capaz de resistir la fuerza cortante con muy poco daño siendo ahora representativo el estado de compresión diagonal. Por este estado de carga se pretende que en la prueba en muretes se obtenga el índice de resistencia de la mampostería que forma al muro hasta el agrietamiento; asimismo se puede valorar el

efecto de la carga vertical del refuerzo interior, y en forma indirecta la contribución del apantado en el muro.

Es conveniente que los reglamentos de construcción contemplen la idea de que la mampostería convenientemente reforzada tiene comportamiento inelástico, con la finalidad de aumentar el factor de reducción por ductilidad de este tipo de estructuras; esto porque el actual Reglamento de Construcciones para el Distrito Federal es más estricto que el anterior en cuanto a los requisitos de diseño sísmico para construcciones de mampostería. Las fuerzas sísmicas de diseño se hacen depender de la ductilidad de los sistemas estructurales y, como los distintos sistemas a base de muros de mampostería tradicionales son poco dúctiles, deben diseñarse para fuerzas mucho mayores que las que corresponden, por ejemplo, a una estructura a base de mallas de concreto. Las fuerzas de diseño que se especifican en la nueva versión son en algunos casos hasta dos veces mayores que las que se empleaban con el reglamento anterior. Por otra parte, los esfuerzos resistentes de diseño que se han deducido de la información experimental, son más bajos para algunos materiales que los que se emplean usualmente.

Lo anterior va a hacer más crítica la construcción de edificios de varios niveles a base de muros de mampostería, obligando a proyectos con una mayor densidad de muros, al empleo de materiales de resistencia mayor y más controlada y a procedimientos de refuerzo que proporcionen mayor resistencia y ductilidad. Con estas precauciones se considera que es posible seguir construyendo, en forma segura y económica, edificios de habitación a base de muros de carga de mampostería ya sea confinada o reforzada interiormente.

Un problema de la construcción en mampostería muy distinto a los tratados hasta aquí es el de la vivienda rural. La mayor parte de daños materiales y érdi-

don de vidas a raíz de temblores se debe al colapso de construcciones de vivienda de bajo costo. En estas construcciones se emplean materiales de baja resistencia o que se deterioran rápidamente con el tiempo. Se usan además procedimientos constructivos que no permiten una buena liga de los muros entre sí y con el techo. Afortunadamente, también a este problema se le ha encontrado solución favorable (ver ref 1).

REFERENCIAS

1. Hernández, O. et al. "Refuerzo de vivienda rural en zonas sísmicas. Estudios experimentales", Instituto de Ingeniería, UNAM, en prensa (1981)
2. Priestley, K., Bridgeman, D.O. "Seismic resistance of brick masonry walls", Bulletin New Zealand Society for Earthquake Engineering, Vol 7, No 4 (dic 1974)
3. William, D., Scrivener, J., "Response of reinforced masonry shear walls to static and dynamic cyclic loading", Proc. SWCEE, Roma (jun 1973).
4. Mell, R., "Comportamiento sísmico de muros de mampostería", Instituto de Ingeniería, UNAM, Informe No 352 (abril 1975)
5. Hernández, O. y Mell, R., "Modalidades de refuerzo para mejorar el comportamiento sísmico de muros de mampostería", Instituto de Ingeniería, UNAM, Informe 382 (dic 1976)
6. "Diseño y construcción de estructuras de mampostería, normas técnicas complementarias del Reglamento de construcciones para el Distrito Federal", Instituto de Ingeniería UNAM, Informe 403 (jul 1977)
7. Hernández, O., "Mampostería de bloque unida con mortero a base de fibra de vidrio. Comportamiento y diseño", Instituto de Ingeniería, UNAM, Informe 394 (jun 1977)
8. Hernández, O. y Aguilar, H., "Deformaciones diferidas en mamposterías postensadas. Recomendaciones preliminares de diseño", Instituto de Ingeniería, UNAM, en prensa (1981)

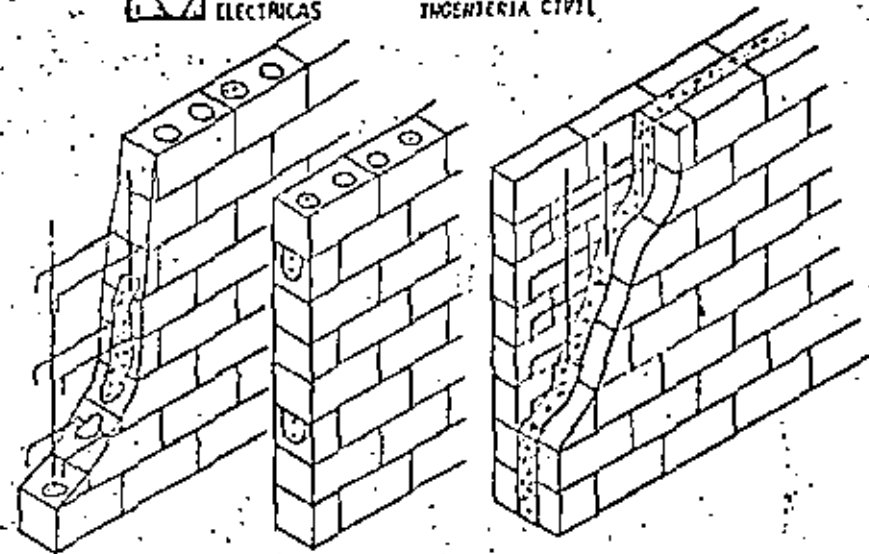
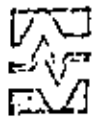


Fig1 Diferentes formas de colocar refuerzo interior



Fig2 Ensayo de compresión en pila



INSTITUTO DE INVESTIGACIONES ELÉCTRICAS

DEPARTAMENTO DE INGENIERÍA CIVIL

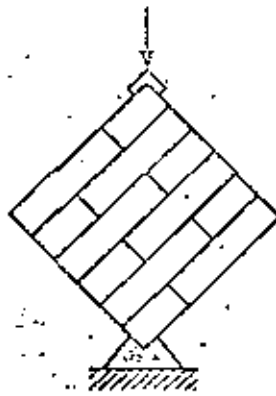


Fig 3 Ensayo de compresión diagonal

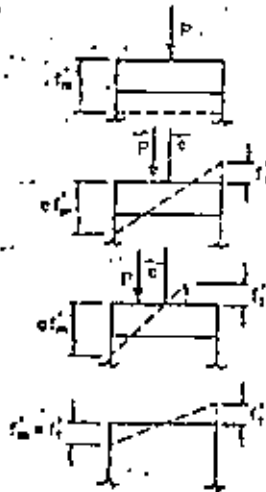


Fig 4 Distintas distribuciones de esfuerzos para carga axial y flexión



INSTITUTO DE INVESTIGACIONES ELÉCTRICAS

DEPARTAMENTO DE INGENIERÍA CIVIL

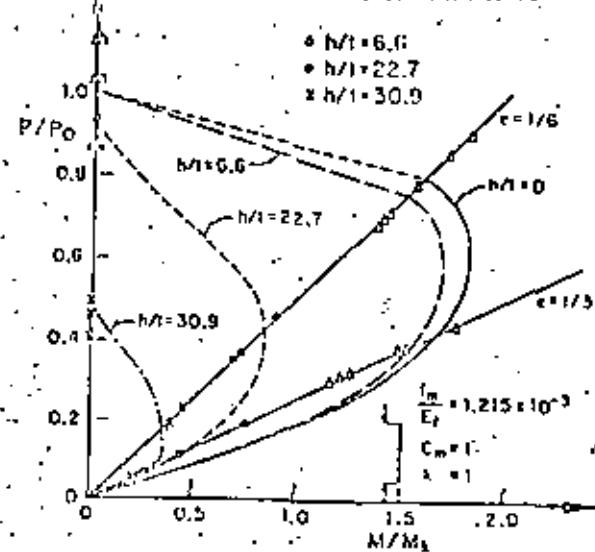
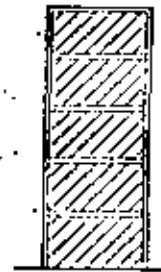
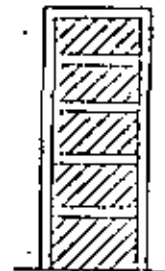


Fig 5 Diagrama de interacción en flexocompresión. Efecto de la relación de esbeltez

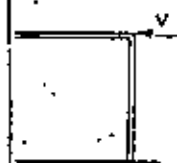


a) de carga

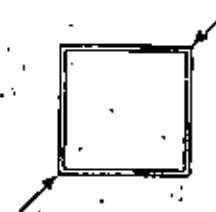


b) diagonal

Fig 6 Estructuración a base de muros



a) en voladizo



b) compresión diagonal



c) cargas alternadas

Fig 7 Diversas formas de ensayos de muros

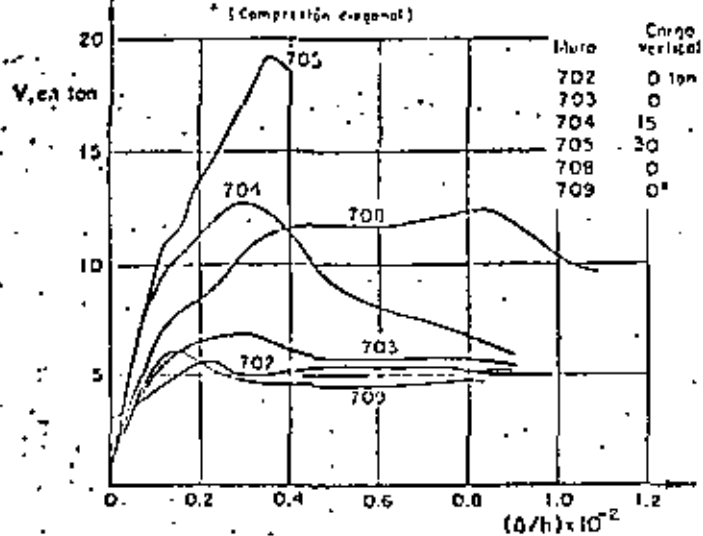


Fig 8 Ensayes a carga estática

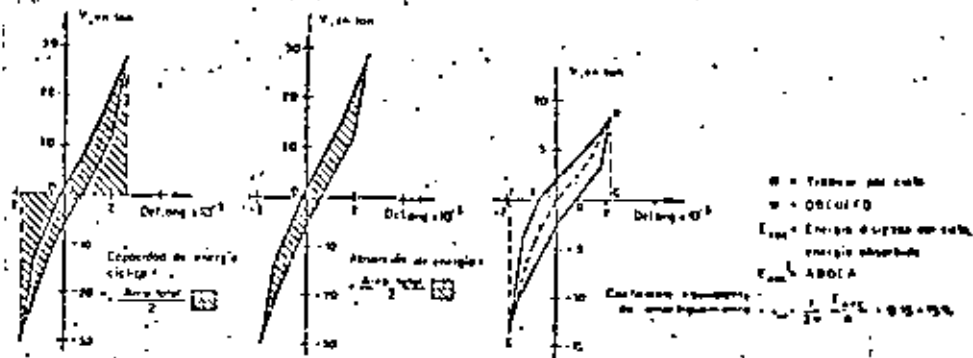
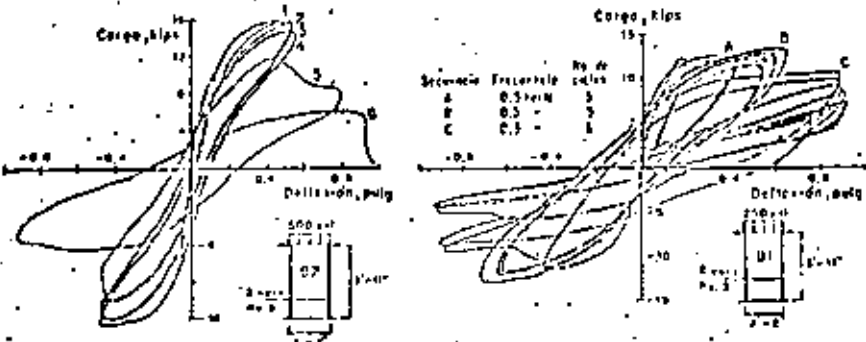


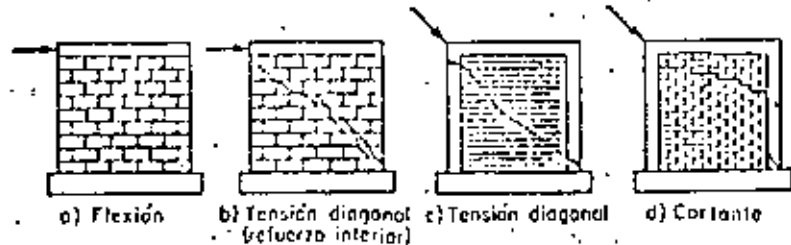
Fig. 11 Propiedades de muros de mampostería ante alternación de cargas



a) Cargas alternadas

b) Cargas dinámicas

Fig 9 Curvas carga deformación



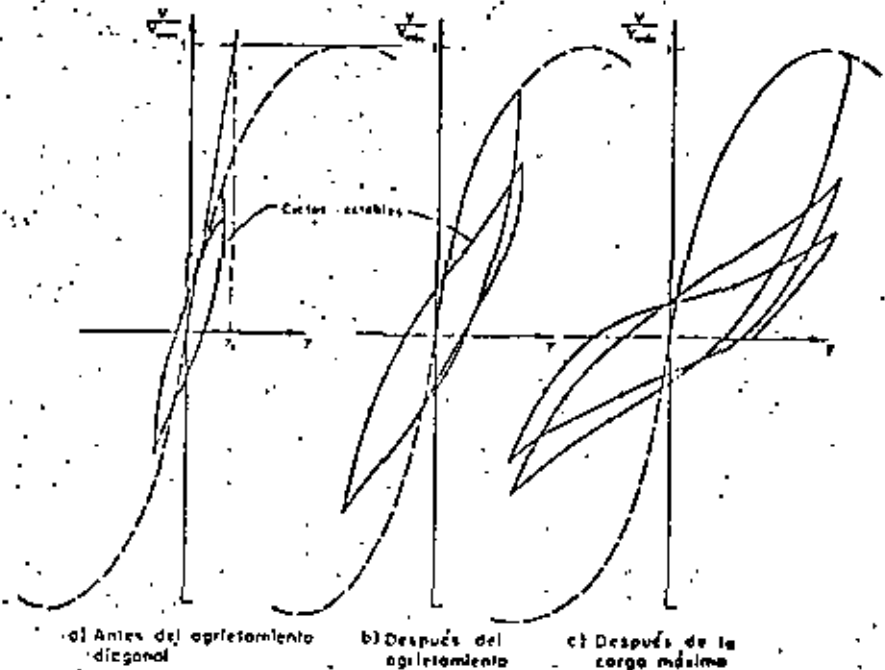
a) Flexión

b) Tensión diagonal (fuerza interior)

c) Tensión diagonal

d) Cortante

Fig 10 Fallas típicas de muros



a) Antes del asentamiento diagonal

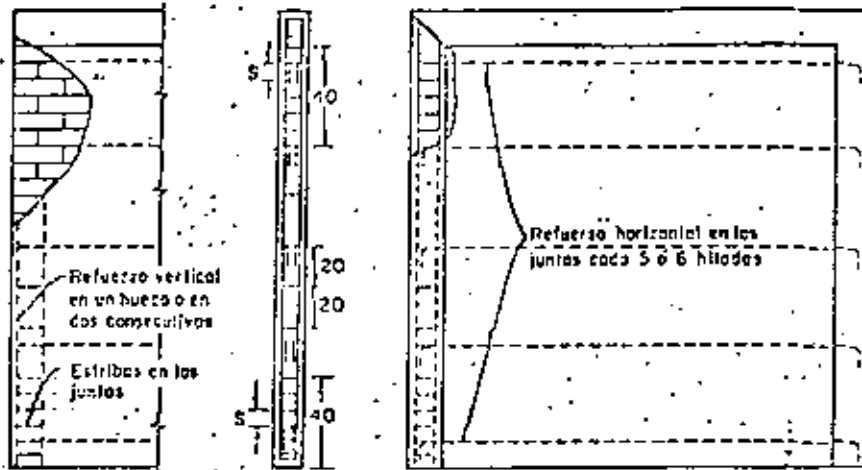
b) Después del asentamiento

c) Después de la carga máxima

Fig 12 Deterioro del muro



Dimensiones en cm



Con refuerzo interior

Continado con celos y costillos

Muros de tabique extruido

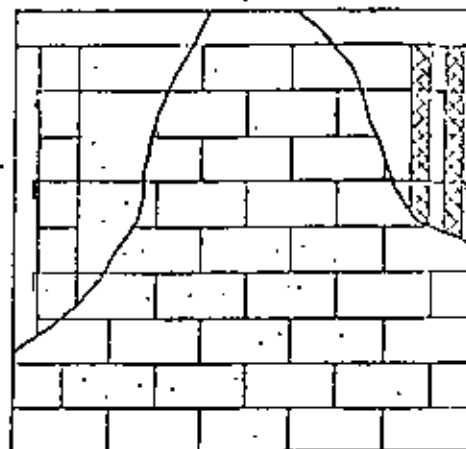
Variantes:

Con refuerzo horizontal cada 2 hiladas o sin él

Refuerzo vertical en un hueco o en dos consecutivos con estribas o cada hilada

Dos huecos consecutivos confinados con mallo de metal desplegado

Castillo integral



Muros de bloques de concreto

Fig 13 Detalles generales de refuerzo

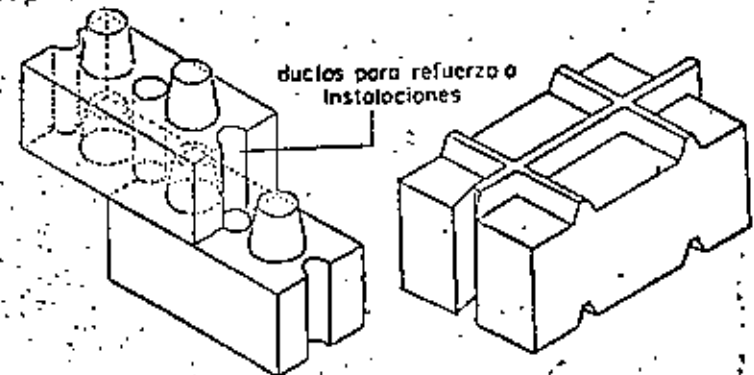
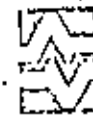


Fig 14 Piezas machiembradas

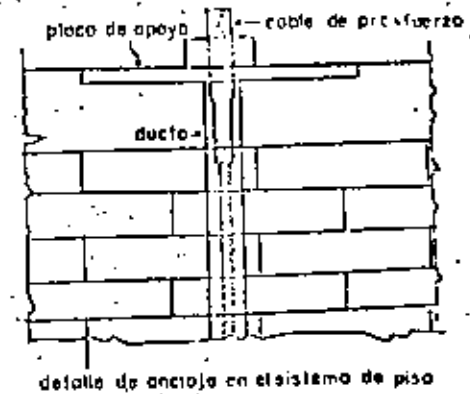
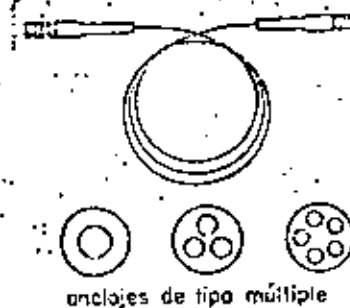


Fig 15 Aplicación del sistema de postensado RAMSA en mampostería.

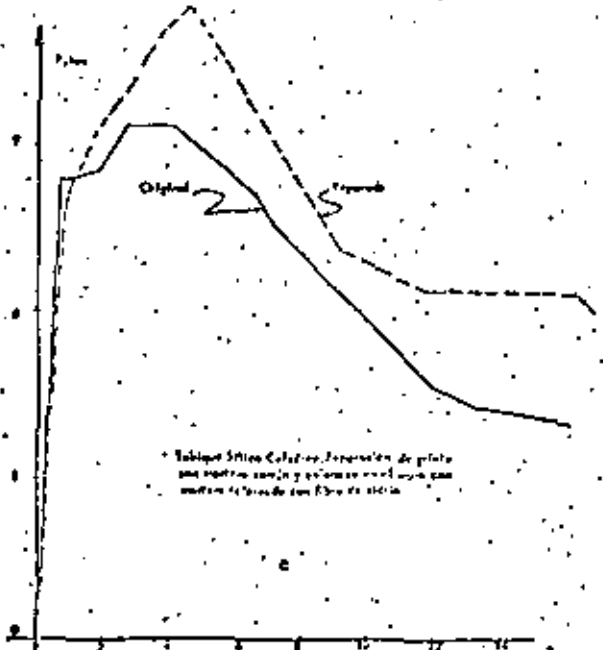
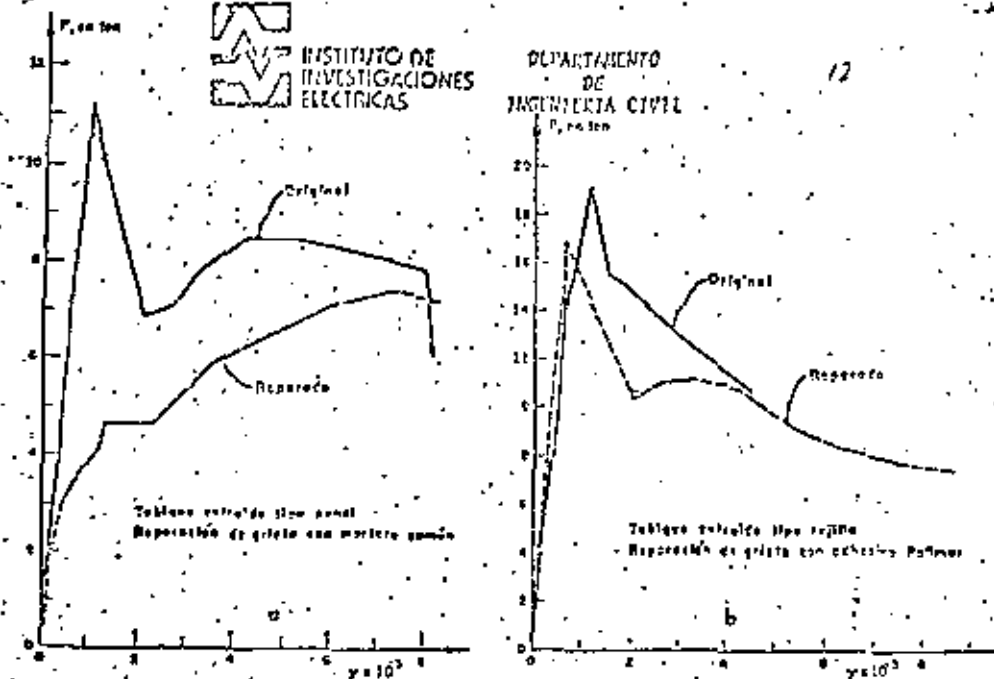


Fig.16 Eficiencia de diferentes formas de reparación de muros

DISCRO DE ELEMENTOS DE MAMPOSTERÍA

Oscar Hernández Basilio*

1. INTRODUCCION.

La mampostería es el elemento estructural resultante de la unión de piezas formadas por distintos materiales, naturales o artificiales, con un mortero que contribuye a la ligazón entre éstas y que influye en las características del elemento estructural que se forma. La capacidad de la mampostería ante distintos elementos mecánicos no será directamente proporcional a las propiedades individuales de sus componentes; sin embargo, es conveniente conocer las características de las distintas piezas y morteros que pueden llegar a formar una mampostería y la influencia cualitativa que pueden tener en la misma.

2. MATERIALES COMPONENTES

2.1 Piezas naturales y artificiales

2.1.1 Piezas naturales

Las mamposterías de piedras naturales se conocen como mamposterías de 2a. y 3a. clase según la regularidad de las piedras que las componen. Una mampostería de 2a. se forma con sillares de piedra labrada de forma más o menos regular; a este tipo de mampostería, reforzada o no, también son aplicables los criterios de diseño que se verán más adelante. Las mamposterías de 3a. clase son las formadas con piedras naturales irregulares, su diseño se realizará en la forma como lo especifica el capítulo 6 de las Normas Técnicas Complementarias, Diseño y Construcción de Estructuras de Mampostería, del Reglamento de Construcciones para el Distrito Federal.

2.1.2 Piezas artificiales

* Investigador, Opto. Ing. Civil, Instituto de Investigaciones Eléctricas.

Las piezas artificiales con las que se puede construir una mampostería pueden agruparse en 3 grandes variedades: 1) de barro, 2) de cemento y 3) de materiales varios.

Piezas de barro

A su vez las piezas de barro pueden clasificarse en: a) estado natural, b) cocidas y c) industrializadas.

Las piezas de barro en estado natural toman comúnmente el nombre de adobe, el cual si es protegido del intemperismo y reforzado convenientemente, ver ref 1, constituye un sistema constructivo que resulta económico y seguro. Estas piezas de adobe tienen generalmente dimensiones de 10*30-40*40-60 cm (espesor, ancho, largo) y aparte del barro se les agrega usualmente arena y/o paja para mejorar ligeramente algunas de sus propiedades (resistencia a tensión, agrietamiento por secado, etc). Obviamente las propiedades mecánicas de los adobes son muy variables pues dependen básicamente de la calidad de la tierra con la que se fabrican. En la tabla 2.1 se presenta una muestra no muy representativa de las propiedades de los adobes; sin embargo, nos dan una idea del orden de variación de dichas propiedades. Se observa de la tabla que la resistencia a tensión por flexión varía entre 2 y 4.4 kg/cm²; mientras que la resistencia a compresión lo hace entre 5 y 16 kg/cm². En la ref 1 se hizo un estudio estadístico de las propiedades de los distintos adobes, estableciéndose como valores nominales de diseño (valores máximos de diseño a considerar) ante distintas acciones, los que se muestran en la tabla 2.2. Con estos valores se puede calcular la resistencia de estructuras de adobe. En los anteriores valores se supone que la mampostería de adobe está en estado seco; de no observarse esta condición, la capacidad disminuye drásticamente como se observa en la fig 1.1, de ahí la conveniencia de proteger el adobe del intemperismo.

Piezas de barro cocidas

La mampostería construida con piezas de barro cocidas es la más común en nuestro medio; las dimensiones nominales con las que se fabrican son 7*14*28 cm, pero comúnmente son 6*12*24 cm. El proceso de fabricación consiste en

formar adobes mediante un amasijo de barro con arena, y en algunas ocasiones desperdicios industriales, para después someterlos a un proceso de cocción que tiene por principal resultados mejorar las propiedades mecánicas.

Estas propiedades dependen mucho de la calidad del barro utilizado, como se puede ver en la tabla 2.3 para piezas de distinta procedencia. Se observa en dicha tabla que la resistencia, en este caso a compresión, es muy variable.

Piezas de barro industrializadas

Estas piezas resultan de aplicar al barro un proceso de intrusión o extrusión que permite que las piezas sean de calidad más o menos uniforme. Existen una gran variedad de formas de presentación y de tamaños. Las más comunes son las que tienen huecos circulares o cuadrados y las que forman secciones tipo panel, los tamaños más comunes son de 6*12*24, 6*10*20 o 10*10*20 cm; las propiedades dependen del barro que las componen pero ahora también tiene influencia significativa el proceso de industrialización. En la tabla 2.3 se muestran las propiedades de distintas piezas de barro industrializadas; se observa que pueden tener gran resistencia a compresión, por lo que en muchas ocasiones no son completamente exigidas, es de hacerse notar que este tipo de piezas no tienen una resistencia menor de 120 kg/cm².

Piezas de cemento

Las piezas que contienen agregados pétreos y cemento constituyen una parte importante de las que se emplean para la construcción de muros. Son principalmente dos los tipos de piezas: bloques y tabiques.

Bloques de concreto

Existen por lo general tres tipos de bloques: ligero, intermedio y pesado. Se clasifican así por el peso de las piezas. Los bloques ligeros están fabricados con agregados de bajo peso volumétrico por lo que se recomienda su empleo solo en interiores; los de tipo intermedio y pesado contienen por lo



general arenas, y en ocasiones gravas endosálticas, sufriendo el último tipo un proceso de compactación por vibrado o por presión que hace que aumente su peso volumétrico y que mejoren sus características de resistencia.

Tabiques de concreto

A éstos se les denomina generalmente como tabicones y existe una gran variedad según el tipo de agregado que se emplea, por lo mismo, existe una gran variabilidad en sus propiedades.

En la tabla 2.4 se presentan valores de resistencia a compresión de bloques y tabicones producidos en el área del Valle de México, se observa que existe gran variación de resistencias.

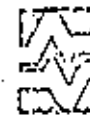
Piezas de materiales varios

Actualmente se están empleando materiales diferentes a los tradicionales para la elaboración de piezas; algunos de los cuales han dado resultados satisfactorios, como son los tabiques sílico-calcareos y otros que de mejorarse su técnica de fabricación serán ampliamente usados en el futuro. Dentro de estas opciones están los tabiques asfálticos, bloques de yeso, tabiques de desperdicios industriales, etc.

En general con cualquier tipo de pieza puede construirse una mampostería, se rá por tanto importante conocer las propiedades de las mismas ante diversos estados de carga. Para ello es necesario realizar ensayos índice que nos permita determinar las características de las piezas cuando se emplean con cierto mortero que las une.

2.2 Morteros

Como se mencionó con anterioridad, la resistencia de la mampostería no solo depende de las propiedades de las piezas sino también de los del mortero que las une. De distintos estudios se ha observado que la resistencia a compresión de un mortero no es el índice más representativo de la resistencia que



tendrá una mampostería; parece ser que es mejor indicador el proporcionamiento del mortero. Este proporcionamiento usualmente es por volumen y se representa mediante tres identificadores (A:B:C); el primero indica la cantidad de cemento de la mezcla, el segundo las proporciones de cal que se emplean respecto al cemento y el tercero la cantidad de arena de la mezcla, ejemplo 1:0:3; 1:1/2:4 1/2, etc.

En la tabla 2.5 se presentan valores medios de la resistencia a compresión de diversos proporcionamientos obtenidos después de una amplia investigación.

Estos morteros se emplearán para la construcción de mamposterías de bloques y tabiques tradicionales (barro, cemento o sílico-calcareos), en caso de piezas de materiales distintos, deberán emplearse los tipos de mortero recomendados por el fabricante.

3. PROPIEDADES INDICE

Puede intuirse en este momento la gran variedad de mamposterías que se podrían construir y de la dificultad que se tendría para que algún reglamento lograra imponer valores de resistencia representativos de las distintas combinaciones de piezas y morteros; esto, sin embargo, es posible agrupando los materiales por algunas características particulares, tal como lo hace el actual reglamento de construcciones del Distrito Federal y los Reglamentos Estatales. En estos, se proponen valores de resistencia para grupos de piezas: tabique recocido, tabique extruido, bloque de concreto tipo pesado y tabicón; para estos materiales se proporciona un valor mínimo alcanzable si se emplea el proporcionamiento de mortero especificado. Lo anterior se verá en detalle más adelante.

Las propiedades que más nos interesan para determinar la capacidad de muros de mampostería son su resistencia a compresión y a cortante, la primera nos servirá para calcular la capacidad a carga axial y la segunda la resistencia a fuerzas laterales, como las producidas por un sismo.

3.1 Resistencia a carga axial

Los reglamentos mexicanos establecen como procedimiento estándar para calcular el esfuerzo axial resistente de una mampostería el ensayo en pilas; las cuales se forman de una pieza en su base por un número tal de hiladas -- que hacen que su relación lado-canto de la pieza a altura de la pila sea aproximadamente de cuatro, ver fig 3.1. Las piezas extremas de estas pilas deberán estar capeadas con azufre para presentar superficies niveladas para la correcta aplicación de la carga axial en la máquina de ensayo. El procedimiento de ensayo establece que se ensayarán cuando menos nueve especímenes -- para que de esos resultados pueda calcularse el valor nominal de diseño a -- compresión de la siguiente forma

$$f_m^* = \frac{\bar{f}_m}{1 + 2.5 C.V.}$$

donde \bar{f}_m es el esfuerzo promedio de todos los ensayos y C.V. el coeficiente de variación de la muestra.

De este ensayo también puede calcularse el módulo de elasticidad de la mampostería si se miden las deformaciones de los especímenes. En el Reglamento del D.D.F. se especifica que si no se mide de un ensayo, el módulo elástico vale:

Para mampostería de bloques y tabiques de concreto

$$E = 600 f_m^*$$
 Para cargas de corta duración

$$E = 250 f_m^*$$
 Para cargas sostenidas

Para mampostería de tabiques de barro

$$E = 400 f_m^*$$
 Para cargas de corta duración

$$E = 250 f_m^*$$
 Para cargas sostenidas

Estos ensayos en carga axial no se pretenden que se ejecuten de manera rutinaria tal como se hace con los cilindros de concreto, sino que resulta conveniente realizarlos cuando se trabaje con piezas de procedencia muy diferente a la normalmente empleada, o cuando se pretenda hacer un diseño más refinado de la capacidad de carga de una estructura.

En muchos proyectos no es económicamente posible, ni importante, llevar a cabo un control estricto de la calidad de la mampostería, sino que sólo es necesario tener una idea cercana de los valores mínimos probables que se puede alcanzar con ciertos tipos de piezas y morteros; para ello, los reglamentos mexicanos cuentan con tablas, como las número 3.1 y 3.2 para el del Distrito Federal, donde para distintos tipos de piezas y calidades de mortero se pueden tomar valores nominales de diseño, que como es obvio de entender, resultarían conservadores a los obtenidos si se hiciera el ensayo respectivo. Valores aún más conservadores se tienen si se usa la -- tabla 3.3 (del Reglamento del Departamento del Distrito Federal), donde -- con solo conocer el tipo de pieza se da un valor de la resistencia nominal a compresión de la mampostería.

3.2 Resistencia a cortante

Para determinar la capacidad a cortante se recomienda se efectúe el ensayo denominado de compresión diagonal en muretes. El espécimen se forma -- cuando menos con una pieza y media en su base y un número tal de hiladas que hagan que tenga forma aproximadamente cuadrada; este espécimen se ensayará bajo una carga cuya dirección será la de una de sus diagonales, ver fig 3.2, el esfuerzo resistente se calculará como el valor de la fuerza -- que produce la falla, entre el área de la diagonal. Finalmente, la resistencia nominal de diseño se calculará con la expresión

$$v^* = \frac{\bar{v}}{1 + 2.5 C.V.}$$

donde \bar{v} y C.V. son la resistencia media y el coeficiente de variación de -- los especímenes ensayados a cortante.

Como en el caso de carga axial, este ensayo se deberá realizar cuando se -- quiera determinar con precisión las características de resistencia a cortante; de no ser así, puede hacerse uso de las tablas que presentan los -- distintos reglamentos mexicanos, por ejemplo la tabla 3.4 (Reglamento del Distrito Federal), donde se proporcionan valores nominales de diseño para distintos tipos de piezas y morteros, que al igual que para el caso de carga axial, representan valores conservadores.



De este ensayo en cortante se puede determinar el módulo de rigidez al cortante si se miden las deformaciones unitarias de los diagonales del espécimen, ver ref. 2.151 no se realiza el ensayo, el Reglamento del D. D. F. específica que se tome el módulo de rigidez como

$$G = 0.3 E$$

Se debe solamente mencionar que las pilas y muretes deben curarse bajo condiciones normales de utilización y que deberán ensayarse cuando menos tres semanas después de construídas. También se recomienda que se ensayen cuando menos nueve especímenes para calcular un valor confiable de la resistencia nominal de diseño.

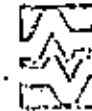
Con estos parámetros puede pasarse a diseñar las mamposterías, las que deberán cumplir con ciertos requisitos mínimos de estructuración con la finalidad de no presentar un comportamiento frágil que es característico de las mismas cuando no cuentan con un refuerzo suficiente, principalmente ante los efectos de sismo y hundimientos del terreno.

4. REQUISITOS MÍNIMOS DE ESTRUCTURACION

Los requisitos mínimos de refuerzo que se mencionarán más adelante tienen como finalidad asegurar un comportamiento adecuado de la mampostería ante los efectos de sismos y de hundimientos diferenciales. Se consideran distintas modalidades de refuerzo y de estructuración.

4.1 Muros diafragma

En construcciones cuya estructura principal es a base de marcos de concreto o acero, existen frecuentemente muros de mampostería que llenan claros entre columnas formando un diafragma que incrementa notablemente la rigidez del conjunto ante cargas laterales. Si se desprecia en el análisis el efecto de estos muros pueden cometerse errores muy serios en la estimación de las fuerzas que actúan en los distintos elementos. Se tienen en estos casos las op-



ciones: desligar los muros para que los movimientos de la estructura no los afecte (aspecto muy difícil de lograr); o no desligarlos y revisar -- que los esfuerzos y deformaciones que se inducen en la estructura puedan ser resistidos por la mampostería. En caso de desligar los muros hay que procurar que la holgura entre marco y muro sea suficientemente amplia para permitir los desplazamientos laterales sin que se llegue a tener contacto con los muros y proporcionar a los mismos resistencia a los empujes normales a su plano por medio de refuerzo. Los muros no desligados de una estructura a base de marcos reciben el nombre de muros-diafragma y su función es rigidizar a la estructura para el efecto de fuerzas laterales. En este caso las columnas y vigas, es una zona igual a una cuarta parte de su longitud libre medida a partir de cada esquina, deberán ser capaces de resistir, cada una, una fuerza cortante igual a la cuarta parte de la que actúa sobre el tablero.

4.2 Muros confinados

El refuerzo de muros con dadas y castillos en México es práctica común -- que ha demostrado dar lugar a un comportamiento sísmico muy aceptable para construcciones de varios niveles estructuradas a base de muros de carga. Los requisitos de refuerzo especificados para esta modalidad de refuerzo -- en el Reglamento del D. D. F. y en los Estatales, son los que a continuación se mencionarán; a muros reforzados en esa forma se les conoce con el nombre genérico de muros confinados.

Las dadas o castillos de muros confinados deberán tener como dimensión mínima el espesor del muro; el concreto tendrá una resistencia a compresión, f'_c no menor de 150 kg/cm², y el refuerzo longitudinal estará formado por -- lo menos de tres barras, cuya área total no deberá ser inferior a 0.2 f'_c ff, por el área de castillo, y estará anclado en los elementos que limitan al muro de manera que pueda desarrollar su esfuerzo de fluencia.

El área del refuerzo transversal, estribos, no será inferior a $\frac{1000b_s}{fy d_c}$, siendo b_s la separación de los estribos y d_c el peralte del castillo, s no debe ser mayor que 1.5 d_c ni 20 cm.

Para que el confinamiento sea adecuado, deberán existir castillos por lo menos en los extremos de los muros y en puntos intermedios del muro a una separación no mayor que vez y media su altura, ni 4m. Además se debe colocar una dala en todo extremo horizontal de muro, a menos que este último esté ligado a un elemento de concreto reforzado. En muros altos deberán existir dalas en el interior del muro a una separación no mayor de 3m; también se colocarán elementos de refuerzo en el perímetro del todo hueco cuya dimensión exceda de la cuarta parte de la del muro en la misma dirección.

Si la relación altura a espesor del muro excede de 30, éste debe contar con elementos rigidizantes que eviten la posibilidad de pandeo por cargas laterales.

4.3 Muros con refuerzo interior

El refuerzo de muros de piezas huecas colocando barras verticales en los huecos de las piezas y barras horizontales en piezas especiales o en las juntas entre hiladas, es un procedimiento que se está empleando cada vez con mayor frecuencia en diversos países en zonas sísmicas, aún en edificios relativamente altos. En México su difusión ha sido limitada principalmente por la dificultad de supervisar la construcción para asegurar que el refuerzo esté colocado de acuerdo con lo dispuesto en planos. Los requisitos de refuerzo que se mencionan más adelante reflejan la práctica usada especialmente en Nueva Zelanda y en California, con la cual se ha observado un comportamiento muy aceptable ante sismos. En estructuras importantes de esos países es usual llenar todos los huecos de las piezas con un concreto o mortero muy fluido, obteniendo así un elemento prácticamente monolítico similar a un muro de concreto y en el que se pueden emplear para el cálculo del refuerzo criterios semejantes a los especificados para muros de concreto. En el Reglamento del Departamento del Distrito Federal y en los Estatales, se conocen como muros reforzados interiormente a aquellos reforzados con malla o barras corrugadas de acero, horizontales y verticales, colocadas en los huecos de las piezas, en ductos o en las juntas. Para que un muro pueda considerarse como reforzado interiormente deberá cumplir los siguientes requisitos mínimos.

La suma de la cuantía de refuerzo horizontal, p_h , y vertical, p_v , no debe ser menor que 0.002 y ninguna de las dos cuantías será menor que 0.0007. La cuantía de refuerzo horizontal se calcula como $p_h = A_{sh}/st$, donde A_{sh} es el refuerzo horizontal que se colocará en el espesor t del muro a una separación s ; $p_v = A_{sv}/l$, donde A_{sv} es el área total de refuerzo que se colocará verticalmente en la longitud L del muro.

Todo espacio que contenga una barra de refuerzo deberá tener una distancia libre mínima entre el refuerzo y las paredes de la pieza igual a la mitad del diámetro de la barra y se llenará a todo lo largo con mortero o concreto. La distancia libre mínima entre una barra de refuerzo y el exterior del muro será de 1.5 cm o una vez el diámetro de la barra, la que resulte mayor.

Para el colado de los huecos donde se aloje el refuerzo podrá emplearse el mismo mortero que se usa para pegar las piezas, o un concreto de alto rendimiento, con agregado máximo de 1 cm y resistencia a compresión no menor de 75 kg/cm². Para lograr un adecuado confinamiento del refuerzo vertical el hueco de las piezas deberá tener una dimensión mínima mayor de 5 cm y un área mayor de 30 cm².

En los extremos del muro se debe colocar por lo menos una varilla No. 3 en dos huecos consecutivos; así como también en las intersecciones entre muros o a cada 3 m. El refuerzo vertical y horizontal en el interior del muro se colocará a una separación no mayor de 6 veces el espesor del mismo ni 90 cm, la menor de ellas.

Cuando los muros transversales lleguen a tope, sin traslape de piezas, será necesario unirlos mediante dispositivos que aseguren la continuidad de la estructura.

El refuerzo horizontal debe ser continuo en la longitud del muro y anclado en sus extremos. Se deberán cumplir los mismos requisitos de anclaje que para concreto reforzado. Además, deberá haber refuerzo consistente en una barra No. 4 o su equivalente, alrededor de toda abertura cuya dimensión exceda de 60 cm en cualquier dirección.

La relación altura/espesor de estos muros no será superior a 30, a menos que se provean elementos rigidizantes que eviten la posibilidad de pandeo del muro.

Cuando se emplea refuerzo interior deberá tenerse especial cuidado mediante una supervisión continua para asegurar que el refuerzo esté colado de acuerdo a lo indicado en planos y que los huecos en que se aloja el refuerzo sean colados completamente.

4.4 Muros no reforzados

Los muros de mampostería no reforzada debe evitarse en zonas de alta sismicidad. En los reglamentos nacionales no se prohíbe su empleo, pero se especifican factores de reducción de resistencia muy drásticos de manera que solo en caso de estructuras secundarias pequeñas pueda resultar económico estructurar a base de muros no reforzados. Se considerarán como muros no reforzados a aquellos que no se puedan incluir en algún grupo de los antes mencionados.

5. DISEÑO DE MUROS DE MAMPOSTERÍA

5.1 Análisis

El análisis elástico riguroso de sistemas de muros de mampostería y losas es sumamente complejo por tratarse de estructuras que no se prestan fácilmente a la descomposición en sistemas bidimensionales, como es el caso de estructuras con arcos. El análisis elástico, suponiendo que las uniones entre losa y muro son nudos rígidos, no se justifica debido a las rotaciones locales que ocurren en dichas uniones. Por lo contrario, se puede suponer que la junta que se forma entre el muro y la losa tiene suficiente capacidad de rotación para liberar al muro de los momentos que le puede transmitir la losa y considerar en el diseño que el muro está sujeto a carga vertical únicamente. En pruebas de laboratorio de uniones muro-loza a flexión se ha comprobado que la rotación de los extremos de la losa produce aplastamiento

los locales del mortero permitiendo la libre rotación de la losa y que por tanto, los momentos flexionantes que se transmiten a los muros son mínimos. Sin embargo, deben tomarse en cuenta en el diseño los momentos en el muro que no pueden ser redistribuidos por la rotación de unión con la losa, como los debidos a flexiones en el plano del muro, o a voladizos empotrados en el mismo; también hay que considerar los momentos debido a la excentricidad con que se aplica la carga vertical. El que los muros permitan el libre giro de la losa que confinan, implica que la carga que ésta le transmite a los muros no será axial; la fórmula que propone el Reglamento del Departamento del Distrito Federal para tomar en cuenta este efecto supone -- que la distribución de esfuerzos producidos por la carga es lineal, siendo el esfuerzo nulo en el punto donde comienza la losa, ver fig 5.1. Solo hay que considerar esta excentricidad para la carga transmitida por la losa -- que descansa directamente sobre el muro; para la carga que baja de los niveles superiores puede considerarse que la excentricidad es nula excepto -- cuando ésta se encuentren fuera de eje, ver fig 5.2.

Para efectuar el análisis por cargas laterales, se considera conveniente que la rigidez de los muros se calcule tomando en cuenta que se incluyan tanto deformaciones por flexión como por cortante, que se tome el módulo de elasticidad correspondiente a cargas de corta duración, y que para el cálculo del momento de inercia se considere que se forman secciones, T, L, C o I en las intersecciones entre muros; más adelante se proporcionan lineamientos a seguir para determinar el ancho de los patines. Para el cálculo de la resistencia al cortante, el área del muro será la correspondiente al alce, sin considerar los patines.

5.2 Dimensionamiento

Para el dimensionamiento de muros de mampostería los reglamentos nacionales proponen el empleo de dos métodos: uno denominado "simplificado" que se utilizará cuando se cumplen ciertos requisitos de estructuración, y otro denominado "método detallado" que se empleará cuando se requiera de mayor precisión en los cálculos o cuando no se cumplan los requisitos para aplicar el método simplificado.



5.2.1 Método simplificado

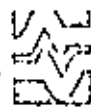
Los muros a los que se aplique el método simplificado deberán cumplir las siguientes condiciones:

- Los materiales cumplen las normas de calidad establecidas por la Dirección General de Normas.
- Las deformaciones en los extremos superior e inferior del muro en la dirección normal al plano de éste, están restringidas por el sistema de piso o por otros elementos.
- No hay excentricidades importantes en la carga axial aplicada, como las que pueden ser debidas a falta de alineamiento de muros de pisos superiores o a la existencia de voladizos que transmitan su momento al muro.
- La relación altura a espesor del muro no excede de 20.
- Se cumplen las condiciones de armado mínimo mencionadas anteriormente.

Estos requisitos que se imponen para aplicar el método simplificado tienden a evitar situaciones que puedan dar lugar a la presencia de momentos flexionantes importantes o a efectos de esbeltez en los muros. Por tanto, si se cumplen las condiciones a que este párrafo se refiere, no es necesario hacer un análisis tomando en cuenta los momentos y excentricidades; basta simplemente con determinar las cargas verticales sobre cada muro a partir de su área tributaria.

Para el análisis por sismo de estas estructuras, en general será aplicable el método simplificado de diseño sísmico que presentan los Reglamentos Nacionales; por ejemplo, ver ref 3, según el cual tampoco se requiere de un análisis por carga lateral de la estructura cuando se cumplen ciertas condiciones de altura y distribución de los muros.

Resistencia de muros a carga vertical



El diseño por carga vertical se basa en la comprobación de que la carga actuante sobre cada muro sea menor o igual a la carga resistente, obtenida a) multiplicar el esfuerzo resistente en compresión de la mampostería por el área de la sección transversal del muro y por un coeficiente reductor que toma en cuenta la esbeltez y excentricidad en el muro. Este coeficiente se determinó considerando la esbeltez máxima permitida para el muro (20) y una excentricidad accidental para los muros interiores más una excentricidad debida a la asimetría de la carga para muros extremos. La expresión aplicable es

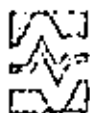
$$P_R = F_R F_C F_A A_T$$

donde:

- Área transversal bruta del muro
- resistencia de diseño en compresión de la mampostería
- factor de reducción de la resistencia; se tomará como 0.6
- factor reductor por excentricidad y esbeltez que se tomará como 0.7 para muros interiores que soporten claros aproximadamente simétricos en ambos lados y como 0.6 para muros extremos o con claros asimétricos, y para casos en que la relación carga viva a carga muerta de diseño excede de uno. Para muros que estén ligados a muros transversales con una separación no mayor de 3 m, los valores de c se tomarán como 0.8 y 0.7, respectivamente.

La carga actuante con la cual deberá compararse la resistencia del muro será la debida a las cargas verticales multiplicada por el factor de carga especificado por el Reglamento (1.4 en general).

La fórmula para el cálculo de la resistencia a compresión está afectada por el factor de reducción de resistencia, F_R , que toma en cuenta las incertidumbres en la predicción del índice de resistencia de la mampostería, así como la aproximación de la fórmula. Este factor ha sido determinado con el criterio de que la confiabilidad de estas estructuras sea similar a la que se obtiene en el diseño de estructuras de concreto y acero. Se ha fijado para este factor un valor de 0.6 válido únicamente para muros reforzados con castillos y dalas o con refuerzo interior.



Resistencia de muros a cargas laterales

Hay que recordar que el empleo del método simplificado se restringe a muros que tengan una cantidad mínima de refuerzo interior, o de castillos y dalas, para asegurar una ductilidad razonable cuando se llegue al agrietamiento ante efectos sísmicos. Para muros que no cumplan esos requisitos será necesario el empleo del método detallado de diseño.

La fuerza cortante resistente se calculará como

$$V_R = F_R (0.7 v^* A_T)$$

El significado de cada término ya se ha conclonado con anterioridad. Si el muro tiene refuerzo interior, o dalas y castillos que cumplen con los requisitos de refuerzo antes establecidos, v^* se tomará de la tabla 3.4. Para muros con refuerzo interior se podrá tomar como valor de diseño a cortante de la mampostería 1.5 veces el establecido en dicha tabla.

La fuerza cortante resistente así calculada se deberá comparar con la fuerza actuante, ver, ref 3.

En el diseño por cargas laterales deberá revisarse no solo el efecto de las fuerzas cortantes sino también el de los momentos flexionantes que producen dichas cargas laterales. Puede requerirse refuerzo adicional en los extremos del muro para resistir dichos momentos; el cálculo se basará en los criterios generales de flexocompresión que se especificarán cuando se use el método detallado de diseño.

5.2.2 Método detallado de diseño

Este método se utilizará cuando se desea hacer un análisis más refinado o cuando no se cumplen los requisitos para aplicar el método simplificado.

Aquí se plantea un criterio general para llevar a cabo un diseño racional de elementos de mampostería ante diferentes estados de carga. Este procedimiento de diseño no solo es aplicable a muros reforzados con castillos y da



las o con refuerzo interior, como en el método simplificado, sino también para muros diafragma y muros no reforzados.

Resistencia a carga vertical

La carga vertical que resiste un muro dependerá de la relación de esbeltez del mismo, de la excentricidad con que se aplica la carga y de las restricciones a sus deformaciones laterales. El valor de diseño de la carga axial resistente se calcula como:

$$P_R = F_R F_E^* A_T$$

donde:

F_R se tomará como 0.6 para muros confinados o reforzados interiormente y como 0.3 para muros no reforzados;

P_R es la carga vertical total resistente de diseño

A_T el área de la sección transversal del muro

F_m la resistencia nominal de diseño en compresión de la mampostería

F_E un factor de reducción por excentricidad y esbeltez

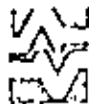
La diferencia con respecto al método simplificado es que ahora el coeficiente F_E , que toma en cuenta la excentricidad y la esbeltez en el muro, debe calcularse para cada caso. Además, se incluye el caso de muros no reforzados para los cuales el factor de reducción se tomará de la mitad que para muros reforzados, esto por el carácter totalmente frágil de la falla en este caso y al hecho de que la resistencia de estos muros es mucho más sensible a excentricidades accidentales y defectos constructivos.

El factor F_E se calculará como

$$F_E = 1 - 2 e'/t$$

siento t el espesor del muro y

$$e' = F_A (e_c + e_g)$$



e_c y e_a son las excentricidades calculada y accidental, respectivamente. F_a es un factor de incremento de la excentricidad por efecto de esbeltez. Estos parámetros se calculan en la forma como se verá más adelante.

El procedimiento propuesto para el cálculo del parámetro F_a se basa en el empleo de una excentricidad de la carga axial corregida por efectos de excentricidades accidentales y por efectos de esbeltez. La expresión propuesta supone un comportamiento rígido-plástico para la mampostería en compresión, con lo cual se predicen cargas resistentes cercanas a las obtenidas experimentalmente.

Cálculo de la excentricidad de la carga vertical

La excentricidad total se determinará tomando en cuenta la excentricidad calculada, e_c , más una accidental, e_a . La excentricidad calculada es la que resulta de las cargas actuantes; mientras que la excentricidad accidental dependerá de la uniformidad de las dimensiones de las piezas y se calculará con la fórmula

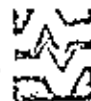
$$e_a = K \left(t + \frac{H}{10} \right)$$

El coeficiente K se tomará como 1/50 para piezas cuyas dimensiones no difieren en más de un 3% de las nominales y 1/30 cuando no se cumpla lo anterior.

Las recomendaciones para la excentricidad accidental se basan en algunas mediciones poco significativas y en la suposición de que la excentricidad accidental de un muro debe incrementarse con su espesor y altura.

En la fórmula propuesta se supone que la excentricidad aumenta linealmente con estas dos variables de acuerdo con un coeficiente de proporcionalidad que depende de la regularidad de las medidas de las piezas.

Incremento de la excentricidad por el efecto de esbeltez.



El factor de incremento, F_a , se obtendrá como

$$F_a = \frac{C_m}{1 - \frac{P_u}{P_c}} \geq 1$$

siendo

P_u la carga vertical actuante de diseño y

$$C_m = 0.6 + 0.4 \frac{e_1}{e_2} \geq 0.4$$

donde

e_1 y e_2 , respectivamente, la menor y mayor de las excentricidades calculadas en los extremos del muro; el cociente e_1/e_2 se considera positivo cuando el muro se flexiona en curvatura simple y negativo cuando lo hace en curvatura doble; al considerar la excentricidad accidental única ante el efecto de cargas laterales uniformemente distribuidas, C_m se tomará igual a 1.

P_c es la carga crítica de pandeo que se obtendrá como

$$P_c = \frac{\pi^2 EI}{(H')^2}$$

siendo

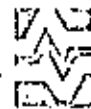
I el momento de inercia de la sección bruta dividido entre 2.5
 H' la altura efectiva del muro que se determinará a partir de la altura no restringida, H , según el criterio siguiente:

$$H' = 2H \quad \text{para muros libres en uno de sus extremos.}$$

$$H' = 0.75 H \quad \text{para muros limitados por dos losas continuas.}$$

$$H' = H \quad \text{para muros extremos en que se apoyan losas.}$$

El cálculo del factor F_a implica que la altura real no soportada del muro debe transformarse en sus extremos; el cálculo del factor mencionado



se efectúe de manera similar que para elementos de concreto o acero. Este criterio ha sido comprobado por un número considerable de pruebas de laboratorio, donde se ha llegado a predecir con buena aproximación la resistencia de muros con carga excéntrica.

Cuando muros transversales intersecten al analizarse, podrá considerarse, para el cálculo de las propiedades del muro, que se forman secciones T o I para las que el ancho efectivo de los patines no excederá de una sexta parte de la altura del muro, arriba del nivel que se está analizando, ni de doce veces el espesor del muro. Cuando se formen en las intersecciones secciones L o C, el ancho del patín será de seis veces el espesor del muro ó 1/10 de su altura arriba del nivel que se está analizando. Se toma en cuenta la sección agrisada reduciendo el momento de inercia de la sección bruta.

Efecto de las restricciones a las deformaciones laterales

En caso de que los extremos del muro en consideración estén ligados a muros transversales, o a contrafuertes que restrinjan su deformación lateral, el efecto de esbeltez en el muro se reducirá y la resistencia se calculará como sigue:

$$P_R = P_L + (P_C - P_L) B$$

donde

- P_C resistencia de diseño calculada sin tomar en cuenta los efectos de esbeltez ($F_b = 1.0$)
 P_L resistencia calculada considerando efectos de esbeltez ($P_L = F_R F_E F_M F_T$)
 B coeficiente correctivo que depende de la separación de los elementos rigidizantes, L' , y que se obtiene de la tabla siguiente

L'/h	1.5	1.75	2.0	2.5	3.0	4.0	5.0
B	0.7	0.6	0.5	0.4	0.33	0.25	0.20

Los muros transversales se considerarán efectivos para restringir el desplazamiento lateral solo cuando su longitud sea seis o más veces el espesor del muro que rigidizan.

El procedimiento de cálculo supone que el muro tiene libertad de deformarse lateralmente en toda su longitud; sin embargo, la presencia de muros transversales restringe dichas deformaciones laterales del muro, haciendo que éste aumente su resistencia.

Contribución del refuerzo ante cargas verticales

La contribución de los castillos a la resistencia de muros a carga axial es relativamente pequeña a menos que su espaciamiento sea muy reducido porque la función principal de los castillos es proporcionar confinamiento y liga a los muros; sin embargo, el Reglamento del D.D.F. permite incrementar en 4 kg/cm² el esfuerzo a carga axial si el refuerzo cumple con lo antes establecido. En lo que respecta al refuerzo interior, su contribución a la resistencia a carga axial se toma en cuenta incrementando en 50 por ciento, pero no más de 15 kg/cm², el esfuerzo resistente de la mampostería sin refuerzo; siempre que la cantidad de refuerzo cumpla con los requisitos mínimos.

Para la capacidad ante carga vertical excéntrica, se considerará el efecto del refuerzo interior si éste tiene una separación máxima de seis veces el espesor del muro. El cálculo se realizará con el criterio de resistencia en flexocompresión que se especifica para concreto reforzado, y con base en las hipótesis siguientes:

- La distribución de deformaciones unitarias longitudinales en la sección transversal de un elemento es plana
- Los esfuerzos de tensión son resistidos por el refuerzo
- Existe adherencia perfecta entre el refuerzo y el concreto o mortero que lo rodea
- La sección falla cuando se alcanza, en la mampostería, la deformación unitaria máxima a compresión que se tomará igual a 0.003.



e) A menos que ensayos en pilas permitan obtener mejor determinación de la curva esfuerzo-deformación de la mampostería, ésta se supondrá lineal hasta la falla.

Los efectos de esbeltez se tomarán en cuenta incrementando la excentricidad de la carga en la misma forma que para muros no reforzados.

Resistencia a cargas laterales

La resistencia a cargas laterales de un muro deberá revisarse para el efecto de la fuerza cortante, del momento flexionante en su plano y eventualmente también de momentos flexionantes debidos a empujes normales a su plano.

Fuerza cortante resistida por la mampostería

La fuerza cortante resistente de diseño se determinará como:

a) Para muros diafragma

$$V_R = F_R (0.85 v^* A_T)$$

b) Para otros muros

$$V_R = F_R (0.5 v^* A_T + 0.3P) \leq 1.5 F_R v^* A_T$$

donde

P es la carga vertical que actúa sobre el muro, sin multiplicar por el factor de carga.

Para muros con refuerzo interior v* se tomará como 1.5 veces el valor medido en los ensayos para mampostería sin refuerzo o el consignado en la tabla 3.4.

El factor de reducción de resistencia, F_R, valdrá



0.5 para muros diafragma, muros confinados y muros con refuerzo interior que cumplan con los requisitos establecidos.

0.3 para muros no reforzados

Los coeficientes que afectan al esfuerzo cortante de diseño en las fórmulas presentadas en este párrafo (0.85 para muros diafragma y 0.5 para otros muros), se han obtenido de la relación entre la resistencia medida en los ensayos de muretes y la de los ensayos de muros a escala natural que reproducen las formas de estructuración mencionadas.

El incremento de la resistencia al corte por la acción de la carga vertical actuante se ha valuado teóricamente y comprobado experimentalmente, siendo el valor 0.3 P una aproximación conservadora de los resultados obtenidos.

Otra forma de calcular la capacidad a cortante considerando la carga axial es

$$V_R = F_R 0.5 v^* A_T \sqrt{1 + \frac{P/A_T}{10.13v^*T}} \leq 1.5 F_R v^* A_T; P/A_T < 5 v^*$$

el valor del radical es lo que aumenta la resistencia a cortante debido a la carga axial. Esta forma de calcular el incremento a cortante debido a la carga axial ha sido empleada con buenos resultados para mampostería; expresiones similares se han utilizado con éxito para calcular la capacidad a cortante en muros de concreto reforzado.

Contribución del refuerzo a la resistencia a cortante

Se ha comprobado que las dalas y castillos que confinan los muros no contribuyen significativamente a la resistencia ya que su función es proporcionar ductilidad al muro. En cuanto al efecto del refuerzo colocado en el interior de los huecos de las piezas, éste se toma en cuenta permitiendo, para muros con refuerzo que cumplen con los requisitos mínimos estipulados, un aumento del 50 por ciento en el esfuerzo cortante de diseño dado en la tabla 3.4. No se ha incluido en el reglamento un procedimiento



para calcular explícitamente la contribución del refuerzo a la resistencia por considerar que éste solo actúa cuando la mampostería se ha agrietado. Después del agrietamiento, el refuerzo deberá ser capaz de resistir la fuerza cortante total en el tablero; un procedimiento que se ha observado proporciona buena aproximación para calcular la capacidad del muro después de agrietado es el que a continuación se menciona, ver ref 4.

Para calcular la resistencia del muro después de agrietado se harán las siguientes suposiciones:

- 1) El refuerzo del muro funciona una vez que éste se agrieta.
- 2) La grieta es única.
- 3) La resistencia a fuerzas cortantes va a ser proporcionada por el acero horizontal, V_h , los estribos en los castillos, V_{cast} , y la fricción desarrollada en la grieta, V_f .

Con las suposiciones anteriores, la resistencia del muro después de agrietado estará dada por la siguiente expresión:

$$V_R = V_h + V_{cast} + V_f$$

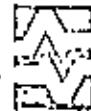
sin embargo, debido a que no es posible que se llegue a desarrollar totalmente la capacidad del acero de refuerzo por el deterioro progresivo que sufre el muro ante las alternaciones de esfuerzos, y a que se introducen esfuerzos por flexión en las barras de refuerzo en adición a las de tensión, la fórmula anterior puede escribirse en la siguiente forma:

$$V_R = K (V_h + V_{cast}) + V_f A_T$$

donde

- V_f es el refuerzo promedio que puede desarrollarse por fricción y
 A_T el área transversal bruta del muro
 K la constante toma en cuenta lo expresado en el párrafo anterior.

La contribución de la fricción en la resistencia se supondrá independiente del tipo de material, mortero y refuerzo que forman el muro.



La constante K y el esfuerzo debido a la fricción V_f se determinaron a partir de los datos experimentales, resultando

$$V_R = 0.34 (V_h + V_{cast}) + A_T \quad (1)$$

donde

$$V_h = (A_{sh}/st) f_y A_T$$

A_{sh} es el área de acero horizontal colocado a una separación s en el espesor t del muro; f_y es el esfuerzo de fluencia y A_T el área bruta de la sección transversal del muro.

V_{cast}

Capacidad del castillo, interior o exterior, para resistir cortante; es igual a la suma de lo que resiste el concreto más la contribución del refuerzo transversal (estribos). La capacidad del concreto es igual a $A_c \sqrt{f'_c}$, donde A_c es el área del castillo y f'_c la resistencia a compresión del concreto. La contribución de los estribos se calcula en igual forma que para vigas. Hay que tomar en consideración a todos los castillos que confinan el muro.

se observa que la fricción contribuye a la resistencia con un esfuerzo promedio de 1 kg/cm^2 , aproximadamente. El coeficiente variación de la relación de valores calculadas con la expresión anterior, a valores experimentales resultó del 10 por ciento.

La anterior expresión permite diseñar el refuerzo de un muro para que sea capaz de soportar la fuerza cortante de diseño.

A manera de ejemplo se calculará el refuerzo necesario, horizontal y en los castillos, para que bajo alternaciones de esfuerzos un muro sea capaz de resistir una fuerza cortante igual a la que indujo el agrietamiento; suponiendo que este esfuerzo de agrietamiento sea de 2.3 kg/cm^2 , y el muro tenga un área de 2290 cm^2 , la fuerza cortante actuante que lo produjo es

$$V = 2.3 \times 2290 = 5270 \text{ kg}$$



INSTITUTO DE
INVESTIGACIONES
ELÉCTRICAS

DEPARTAMENTO
DE
INGENIERÍA CIVIL

37

Esta fuerza es la que tiene que resistir el refuerzo del muro. Se tienen tres alternativas de refuerzo: usar solo refuerzo en los castillos, usar solo refuerzo horizontal, o emplear una combinación de ambos refuerzos. Se resolverán a continuación las tres alternativas, en ellas se considera que las dimensiones de los castillos son 12 x 14 cm; se utilizarán para los estribos alambirón No. 2 con $f_y = 2500 \text{ kg/cm}^2$ y se despreñará la contribución del concreto a esfuerzos cortantes; como refuerzo horizontal se supondrá que se emplean varillas de 5/32 pulg de diámetro y $f_y = 6000 \text{ kg/cm}^2$.

a) Solo refuerzo en los castillos; de la expresión 1

$$V_R = 5270 + 0.31 \{V_{\text{cast}}\} + A$$

$$V_{\text{cast}} = 8760 \text{ kg}$$

Cada extremo del castillo deberá ser diseñado para resistir una fuerza cortante de

$$V_{\text{cast}}^* = 8760/2 = 4380 \text{ kg}$$

La separación de los estribos es

$$s = \frac{2 \times 0.32 \times 2500 \times 12}{4382} = 4.4 \text{ cm}$$

$$s = 10 \text{ cm si } f_y = 6000 \text{ kg/cm}^2$$

Estos estribos se colocarán en las partes extremas de los castillos en una longitud de 40 cm a partir del vértice interior. En los castillos que confinan al muro puede adoptarse una separación de los estribos mayor que $d/2$ pero menor que d ; esto debido al tipo y trayectoria de las grietas que se presentan en los castillos.

b) Solo refuerzo horizontal

$$V_h = 8760 \text{ kg} = \frac{A_{sh}}{s} f_y A_T$$



INSTITUTO DE
INVESTIGACIONES
ELÉCTRICAS

DEPARTAMENTO
DE
INGENIERÍA CIVIL

38

$$A_{sh} = 8760 \frac{s}{f_y A_T}$$

suponiendo una separación de 30 cm (a cada 5 hiladas) y $t = 12 \text{ cm}$

$$A_s = 0.23 \text{ cm}^2$$

$$2 \text{ varillas } 5/32 \text{ pulg} = 0.24 \text{ cm}^2$$

el muro se reforzaría con 2 varillas 5/32 cada 5 hiladas

c) Combinando refuerzo en los castillos con horizontal

Aplicando la expresión 1 resulta

$$V_h + V_{\text{cast}} = 8760 \text{ kg}$$

suponiendo que cada uno de los refuerzos deba resistir la mitad de la carga se determina, siguiendo pasos similares a los hechos a y b.

Los estribos No. 2 deberán ir espaciados a cada 8.5 cm y el refuerzo horizontal consistirá en 2 varillas de 5/32 pulg cada 9 hiladas (o una varilla cada 4 hiladas).

En el caso de un muro de tabique rojo de 4 m de longitud, el refuerzo necesario para sostener la fuerza cortante resistente a un esfuerzo $v^* = 3 \text{ kg/cm}^2$ consistiría en estribos de alambirón No. 2 espaciados a cada 2.5 cm, 7 cm en caso de usar alambirón con $f_y = 6000 \text{ kg/cm}^2$; otra opción es reforzar el muro con estribos en los castillos a cada 7 cm y añadir 2 varillas 5/32 pulg (alta resistencia) cada 8 hiladas.

Si las piezas que forman el muro son huecas, se pide en diversos reglamentos colocar una cierta cantidad mínima de refuerzo interior. Generalmente se establece (probablemente sin una base sólida, sino más bien por extrapolación de resultados en muros de concreto) que la cantidad de refuerzo vertical y horizontal del muro no será menor de 0.2 por ciento, debiendo colocar una tercera parte de esta en cualquier dirección. Esta última cantidad, colocada como refuerzo horizontal representa una cantidad 25 por ciento mayor a la que necesitaría el muro analizado en el pá

rafo anterior, suponiendo que está formado de piezas huecas y reforzado solo con acero horizontal. En general, se observa que dicha cantidad mínima de refuerzo horizontal está en exceso de la necesaria para desarrollar la capacidad del muro; sería necesario que la mampostería de un muro de las mismas características anteriores tuviera un esfuerzo nominal de diseño, v_n , igual a 3.1 kg/cm^2 , para que con solo el refuerzo horizontal fuera capaz de sostener la fuerza cortante resistente una vez que el muro se agrieta. Con lo discutido anteriormente se quiere hacer ver que la especificación sobre cuantía mínima de refuerzo para mampostería de piezas huecas está en exceso para la mayoría de los materiales a los que hacen mención los reglamentos mencionados; sin embargo, a falta de mayor información y estudio sobre el particular se sugiere respetar dicha disposición.

5.2.3. Resistencia a flexocompresión en el plano del muro

Es importante recordar que las cargas laterales producen no solo fuerzas cortantes en los muros, sino también momentos flexionantes que frecuentemente requieren de refuerzo especial por flexión en los extremos del muro.

La resistencia a flexión y a flexocompresión en el plano del muro se calculará, para muros sin refuerzo, según la teoría de resistencia de materiales suponiendo una distribución lineal de los esfuerzos en la mampostería. Se considerará que la mampostería no resiste tensiones y que la falla ocurre cuando aparece en la sección crítica un esfuerzo de compresión igual a f'_m .

La capacidad a flexión o a flexocompresión en el plano de un muro con refuerzo interior o exterior se calculará con un método de diseño basado en las hipótesis vistas para el caso de carga vertical excéntrica.

Para muros reforzados con barras colocadas simétricamente en sus extremos, las fórmulas simplificadas siguientes dan valores suficientemente aproximados y conservadores del momento resistente de diseño.

Para flexión simple, el momento resistente se calculará como

$$M_o = F_R A_s f_y d'$$

donde

A_s es el área de acero colocada en los extremos del muro
 d' la distancia entre los centroides del acero colocado en ambos extremos del muro

Quando exista carga axial sobre el muro, el momento de la sección se modificará de acuerdo con la ecuación:

$$M_R = M_o + 0.30 P_u d \quad ; \text{ si } P_u \leq \frac{P_R}{J}$$

$$M_R = (1.5 M_o + 0.15 P_R d) \left(1 - \frac{P_u}{P_R}\right) ; \text{ si } P_u > \frac{P_R}{J}$$

donde

P_u es la carga axial de diseño total sobre el muro, que se considerará positiva si es de compresión.
 d el peralte efectivo del refuerzo de tensión
 P_R la resistencia a compresión axial
 F_R en este caso igual a 0.6

Estas fórmulas simplificadas se deducen al considerar que el diagrama de interacción en flexocompresión (representación gráfica de las combinaciones de carga axial y momento flexionante que ocasiona la falla del elemento) está formado por dos tramos rectos.



REFERENCIAS

1. Hernández O., Meli R., y Padilla M., "Refuerzo de Vivienda Rural, en Zonas Sísmicas", Reporte de Investigación, Instituto de Ingeniería UNAM, (1979).
2. Meli R., Hernández O., "Efectos de Hundimientos Diferenciales en Construcciones a Base de Muros de Mampostería", Informe No. 350, Instituto de Ingeniería UNAM, (1975).
3. "Diseño por Sismo", Versión Preliminar Elaborada por el Instituto de Investigaciones Eléctricas para Comisión Federal de Electricidad, México (1979).
4. Hernández O., Meli R., "Modalidades de Refuerzo para Mejorar el Comportamiento Sísmico de Muros de Mampostería", Informe No. 382, Instituto de Ingeniería UNAM, (1976).

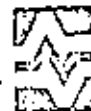


TABLA 2.1: Resistencia a compresión y a tensión por flexión en adobes



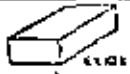
PROCEDENCIA	COMPRESION Kg/cm ²	TENSION Kg/cm ²
Chiapas	16	2.0
Chiapas	9.9	-
Chiapas	7.9	4.0
Guatemala	9.1	-
Guerrero	8.1	3.0
Guerrero	5.2	4.4
Oaxaca	9.3	-
Oaxaca	13.5	2.0
Valor Medio	9.9	3.1
Coef. de Var.	0.34	0.16

TABLA 2.2. VALORES DE DISEÑO PARA ADOBES

Resistencia a compresión	6 Kg/cm ²
Resistencia a tensión por flexión	2 Kg/cm ²
Resistencia a cortante	0.8 Kg/cm ²



TABLA 2.3 RESULTADOS DE ENSAYES EN PIEZAS

Material	Geometría *	Procedencia	Clasificación	An/Ab	f _p en kg/cm ² (1)				C, en porcentaje				Abs. en por ciento	(2) Ya, en ton/m ³	
					Etapas I	Etapas II	Etapas III	Etapas IV	Etapas I	Etapas II	Etapas III	Etapas IV			
Tabique rojo rebozado		T 1	B	1.00	52	64	55	53	25	23	24	19	23	1.68	
		T 2	C	1.00	52			23						24	1.37
		T 3	C	1.00	51			36						25	1.57
		T 4	B	1.00	111	112	109		24	25	23			21	1.88
		T 5	C	1.00	83	64			21	17				25	1.53
		T 6	C	1.00	85	109			23	52				21	1.60
		T 7	C	1.00	93	76	66	89	58	19		24	11	25	1.48
		T 8	C	1.00	33				32					25	1.24
		T 9	C	1.00	53				25					25	1.60
		T 10	C	1.00	45	43	47	55	23	22	10	21		25	1.40
		T 11	C	1.00	50	45	51	45	32	20	20	23	23	27	1.31
Tabique extruido perforado verticalmente		TE1	A	0.57	210	249		204	205	11	11		15	1.75	
		TE2	A	0.53	222	251		234	235	11	25	20	15	13	1.92
		TE3	B	0.59	225					17				19	1.85
		TE4	B	0.57	181	185				15	15			17	1.72
		TE2	A	0.57	375	308	365	329		11	16	16	15	12	1.81
		TE3	B	0.57	169					24				20	1.61
		TE5	A	0.55	435	473	575	543		21	19	15	20	4	2.27
		TE1	A	0.57	129	163				15	15			17	1.55
		TE5	A	0.57	125	130				25	11			6	2.20
		TE4	B	0.53	419						12			7	2.02
TE5	A	0.51	430	465	572	519		22	18	13	15	5	2.10		
Tabique extruido macizo		TE1	A	1.00	454	375				13	15			16	1.70
		TE5	A	1.00	590	505				14	8			5	2.00

f_p resistencia promedio de la pieza

C coeficiente de variación

Ya masa volumétrica seca



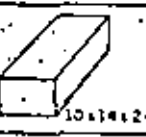
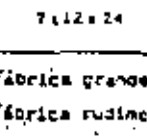
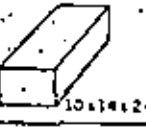
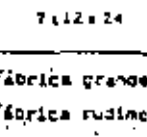
* Medidas nominales

(1) sobre área bruta medida

(2) sobre volumen neto



TABLA 2.4 RESULTADOS DE ENSAYES EN PIEZAS

Material	Geometría *	Procedencia	Clasificación	An/Ab	f _p en kg/cm ² (1)				C, en porcentaje				Abs. en por ciento	(2) Ya, en ton/m ³		
					Etapas I	Etapas II	Etapas III	Etapas IV	Etapas I	Etapas II	Etapas III	Etapas IV				
Tabique extruido, huecos horizontales		TE 1	A	1.00	77					13				17	1.32	
		TE 2	B	1.00	75					18				15	1.25	
		TE 3	A	1.00		79					21	30			16	1.78
		TE 4	B	1.00	55	49						16			16	1.69
Bloque ligero		B 1	A	0.56	37	35				10	12			29	1.27	
		B 2	A	0.59	42	49				16	12			36	1.09	
		B 3	A	0.63	43	41				24	22			24	1.23	
		B 4	B	0.54	17					23				33	1.01	
		B 1**	A	1.00	44	42				17	26			40	0.95	
Bloque intermedio		B 1	A	0.55	52	77				24	7			15	1.51	
		B 2	A	0.59	41	74				14	14			21	1.50	
		B 3	A	0.61	82	60				28	21			15	1.70	
		B 4	B	0.54	21					20				27	1.32	
		B 5	C	0.57	40					13				15	1.55	
Bloque pesado		B 1	A	0.56	135	131				31	15			9	2.12	
		B 2	A	0.59	146	143	122	108		23	10	28	7	11	2.15	
		B 3	A	0.63	100	126	104	61		30	21	20	15	10	2.09	
		B 4	B	0.54	71					13				11	1.70	
Tabicón		TC 1	B	1.00	31	65	65	42		24	14	11	15	25	1.65	
		TC 2	A	1.00	76	123	65	101		35	34	19	17	27	1.42	
		TC 3	B	1.00	59	63				23	27			19	1.42	
		TC 4	B	1.00	25					23				28	1.23	
		TC 5	C	1.00	48	25				36	22			15	1.60	
Bloque calcéreo		7.12x24	S	A	1.00	201	177						15	11	15	1.79

A Fábrica grande y adecuado control de calidad

B Fábrica mediana y nulo control de calidad

C Fábrica rudimentaria ** Bloque macizo

An/Ab Relación de Área neta sobre área bruta

Tipo de mortero	Partes de cemento	Partes de cemento de albanilería	Partes de cal	Partes de arena	f _d en kg/cm ²
I	1	—	0 a 1/4	No menos de 225 ni más de 3 veces la suma de cementantes en volumen	125
II	1	0 a 1/2	—		
III	1	1/2 a 1	1/4 a 1/2		
IV	1	—	1/2 a 1 1/4		
V	—	1	1 1/2 a 2		

* No se admite en zona sísmica C y D

TABLA 3.1 RESISTENCIA NOMINAL A COMPRESION PARA

piezas de barro y otros materiales, excepto concreto, con relación altura a espesor mayor a un medio y para los morteros recomendados, se tendrán las siguientes resistencias de diseño de la mampostería (tabla 5)

TABLA 5

f _d en kg/cm ²	f _d en kg/cm ²			
	MORTERO			
	I	II	III	IV
25	10	10	10	10
50	20	20	20	15
75	30	30	25	20
100	40	40	30	25
150	60	60	40	30
200	80	70	50	35
300	120	90	70	55
400	140	110	90	75
500	160	130	110	95

Para valores intermedios se interpolará linealmente.

TABLA 3.2 RESISTENCIA NOMINAL A COMPRESION PARA

bloques y tabiques de concreto con relación altura a espesor mayor que un medio, y donde f_d ≤ 200 kg/cm² la resistencia de diseño a compresión de la mampostería será la que indica la tabla 4.

TABLA 4

f _d en kg/cm ²	f _d en kg/cm ²			
	MORTERO			
	I	II	III	IV
25	15	10	10	10
50	25	20	20	20
75	40	35	30	25
100	50	45	40	35
150	75	60	60	55
200	100	90	80	75

Para valores intermedios se interpolará linealmente.

TABLA 3.3 RESISTENCIA NOMINAL A COMPRESION PARA ALGUNOS TIPOS DE PIEZAS.

MORTERO Tipo de pieza	f _c en kg/cm ²			
	I	II	III	IV
Tabique de barro recocido	15	15	15	15
Bloque de concreto tipo pesado*	20	15	15	10
Taludón de concreto con arena silicea	20	15	15	10
Tabique estruido + huecos verticales	40	40	30	20

* Resistencia sobre área bruta

+ f_c ≥ 120 kg/cm²;

la relación área neta a total

será mayor de 0.5

INSTITUTO DE
INVESTIGACIONES
ELECTRICAS

DEPARTAMENTO
DE
INGENIERIA CIVIL

TABLA 3.4 RESISTENCIA NOMINAL A CORTANTE PARA ALGUNOS TIPOS DE PIEZAS.

Tipo de pieza		Mortero	f _v en kg/cm ²
Tabique de barro recocido		I	3.5
		II a IV	3.0
Tabique estruido de barro.	Rejilla	I	3.5
		II y III	3.0
		IV	2.5
	Perforado vertical	I	3.0
		II a IV	2.0
Bloque de concreto tipo pesado		I	3.5
		II a IV	2.5
Silico-calceos		I	4.0
		II a IV	3.0

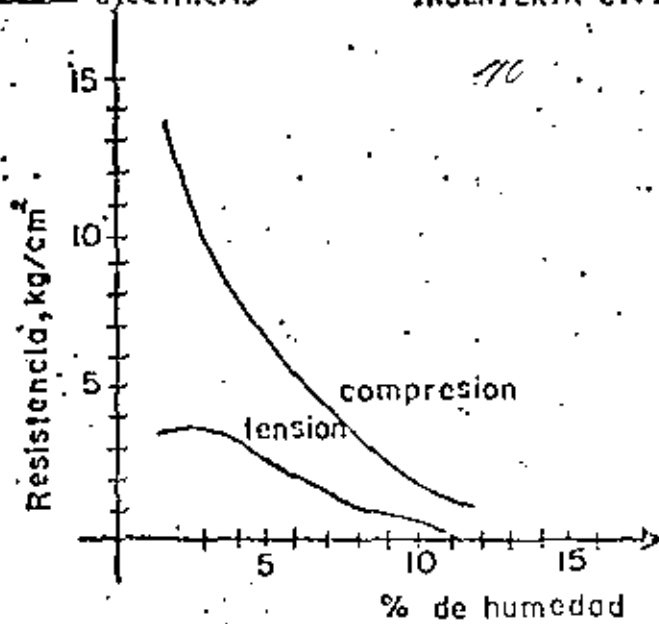


Fig. 1.1 Variación de la resistencia del adobe con el contenido de humedad.

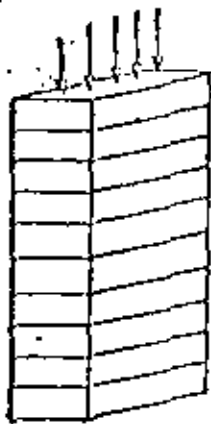


Fig 3.1 Ensayo de compresión en pila.

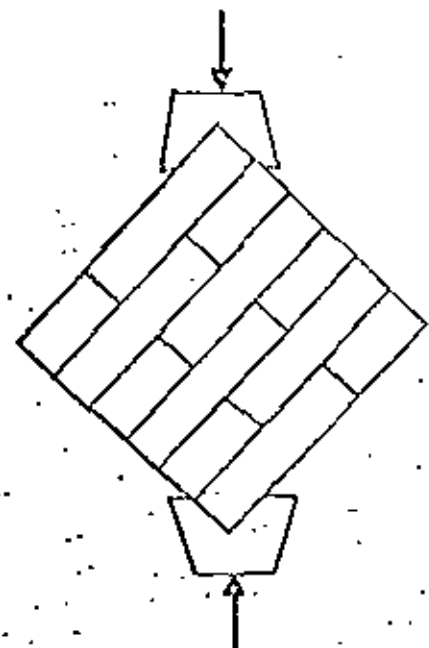


Fig 3.2 Ensayo de corte en murete.



**DIVISION DE EDUCACION CONTINUA
FACULTAD DE INGENIERIA U.N.A.M.**

**VIII CURSO INTERNACIONAL DE INGENIERIA SISMICA
DISEÑO SISMICO DE EDIFICIOS**

**COMPLEMENTO DEL TEMA 5
CRITERIOS DE ESTRUCTURACION**

AGOSTO, 1982

8. CRITERIOS DE ESTRUCTURACION

8.1 Introducción

Es frecuente, en la práctica, que la mayoría del tiempo que se dedica al diseño estructural de un edificio se invierte en los procesos de análisis y diseño, y que se examinen con brevedad los aspectos de diseño conceptual y de estructuración. Desde el punto de vista de diseño sísmico esta costumbre es particularmente peligrosa, puesto que no se puede lograr que un edificio mal estructurado se comporte satisfactoriamente ante sismos, por mucho que se refinen los procedimientos de análisis y dimensionamiento. Por el contrario, la experiencia obtenida en varios temblores, muestra que los edificios bien concebidos estructuralmente y bien detallados, han tenido un comportamiento adecuado, aunque no hayan sido objeto de cálculos elaborados, y, eventualmente, aunque no hayan satisfecho con estrictez los reglamentos,

lo anterior ha sido enfatizado en numerosos trabajos (ref 2, 46, 71 y 72) en los que se exponen diversos conceptos que deben tenerse presente al estructurar edificios que van a soportar sismos. Estos conceptos se tratan en lo que sigue de este capítulo, y constituyen una guía que se debe procurar seguir en el diseño sísmico de edificios, aunque, naturalmente, solo se dan lineamientos generales, que deben conjugarse con el criterio y la ex-

periencia ingenieriles. No obstante, en lo posible se debe evitar salirse de estos lineamientos, y, de no ser así, el edificio debe ser materia de análisis, dimensionamiento y detallado muy cuidadosos que consideren los efectos desfavorables a que el sismo daría lugar. Se encontrará en ciertos casos que el mismo análisis indicará la inconveniencia del sistema adoptado y la necesidad de cambiarlo.

También se ocupa este capítulo de conceptos relacionados con ductilidad, adicionales a los descritos en el capítulo anterior, con la intención de aclarar ciertos requisitos que impone el Reglamento en la elección de factores de ductilidad. Además, se señalan los aspectos de los principales sistemas estructurales y de cimentación, que deben ser objeto de consideración cuidadosa desde el punto de diseño sísmico.

Los requisitos específicos para poder emplear los factores de ductilidad prescritos en el Reglamento y el cuidado que hay que tener con los elementos no estructurales son objeto de los capítulos nueve y diez.

8.2 Características generales deseables

Se ha visto en capítulos anteriores que la respuesta ante sismos depende bastante de las características de masa y de rigidez de los sistemas estructurales. Son asimismo importantes la resistencia, el amortiguamiento y la capacidad de absorción de energía. Procede aquí remarcar que arquitectos e ingenieros pueden, en el momento de concebir un edificio, influir apreciablemente en la magnitud de distribución de varias de estas propiedades, y, por tanto, pueden influir decisivamente en el comportamiento sísmico del futuro edificio. A continuación se describen características que, según la experiencia adquirida durante temblores reales, son fuertemente recomendables para lograr un comportamiento sísmico satisfactorio.

8.2.1 Poco peso

Reconociendo que las fuerzas de inercia son proporcionales a la masa y, en consecuencia, al peso de edificio, debe procurarse que la estructura, los ele-

mentos no estructurales tengan el menor peso posible. Es factible ver esto si se piensa que, en la forma más sencilla, la fuerza cortante en la base es igual al coeficiente sísmico por el peso; por tanto, a menor peso, menor fuerza cortante.

Es importante además observar que en voladizos, o en vigas que tengan claros sumamente largos, el peso excesivo también puede producir fuerzas de inercia verticales de magnitud apreciable, que se sumarían a las de gravedad, y que conviene reducir al máximo.

8.2.2 Sencillez, simetría y regularidad en planta

Existen dos razones principales para buscar la sencillez en edificios (ref 72); en primer lugar se entiende mejor su comportamiento sísmico global con respecto a una estructura compleja, y en segundo lugar es más fácil preparar, dibujar, entender y construir detalles estructurales sencillos. La simetría y la regularidad en ambas direcciones en planta son deseables en parte por las mismas razones.

La falta de simetrías, ya sea en masas, rigideces o resistencias, producen efectos de torsión difíciles de evaluar con precisión y, en el caso de sismos intensos, hace que las deformaciones inelásticas se concentren en ciertas zonas, las más débiles, produciendo daños que pueden ser muy apreciables.

De acuerdo con lo anterior, la forma ideal en planta sería la circular, y cuadrada, en caso de ser rectangular. En lo posible, deben evitarse las plantas con entrantes o salientes; en la fig 8.1a se muestran algunas plantas con entrantes o salientes con dimensiones que, según la ref 53, ya se debe considerar que constituyen irregularidades. En caso de que las dimensiones de entrantes sean mayores (plantas en forma de T, L, H, U, etc.), puede resultar conveniente proporcionar juntas de construcción que dividan a la planta global en varias formas rectangulares.

Aun cuando geométricamente la planta sea simétrica, también puede ser irregular debido a una distribución excéntrica de rigideces o de masas, como se muestra en la fig 8.1b. También esto constituye fuente de torsiones

indeseables.

La fig 8.1c ilustra un tercer caso de irregularidad en planta, debido a que los pisos tienen diferentes rigideces en su plano, lo cual da lugar a distribuciones irregulares de las fuerzas de inercia de los pisos a los elementos verticales resistentes a sismo.

Una recomendación adicional que se da en la ref 53, es la de no concentrar los elementos más rígidos y resistentes en la zona central de las plantas, porque son menos efectivos para resistir torsiones. Así, aunque son aceptables las plantas (a) de la fig 8.2, son preferibles las plantas (b) que difieren de las anteriores en que tienen elementos de mucha rigidez en la periferia. Las columnas de los casos (a) podrían verse sujetas a cortantes por torsión sensiblemente mayores que las de los casos (b), que están fuertemente ayudadas por los muros periféricos. Para evitar al máximo las incertidumbres, también conviene que los elementos rígidos, muros o marcos contraventeados, de un lado del edificio se compensen con elementos del mismo tipo y material del lado opuesto.

Las ventajas de eliminar la torsión y lograr estructuraciones sensiblemente simétricas es tanto mayor cuanto más alto sea el edificio. Ello obedece a tres causas principales:

- a) En estructuras bajas las dimensiones de los miembros son en general más uniformes (por lo general en no contados casos las dimensiones mínimas), y las rigideces pueden variar más fácilmente a voluntad (esto debido a las menores dimensiones).
- b) Para acotar las amplificaciones dinámicas exageradas de la torsión estática, se necesita que tomen lugar deformaciones apreciables fuera del intervalo elástico. Si de por sí las deformaciones son ya importantes, como en un edificio alto, al exigir que se multipliquen por un factor muy superior a la unidad las cuales llevar a valores arceivos.
- c) En igualdad de circunstancias los edificios altos son más flexibles que los bajos. De aquí que absorban menor energía

en el intervalo plástico antes de alcanzar oscilaciones importantes. Dicha absorción de energía es el factor más importante que tiene a limitar las fuertes amplificaciones dinámicas de la torsión. Por consiguiente, cálculos dinámicos basados en la hipótesis de comportamiento lineal estarán más cerca de ser aplicables a edificios de muchos pisos que a los de pocos.

Dichos cálculos predicen factores elevados de amplificación dinámica en torsión.

La atención que se presta a la simetría estructural debe ser, por tanto, función creciente de la altura del edificio.

8.2.3 Plantas poco alargadas

También es recomendable procurar que las plantas no sean muy alargadas; mientras mayor sea la dimensión, mayores la probabilidad de que movimientos diferentes actúen sobre el edificio, desde un extremo al otro del mismo, lo cual es opuesto a la suposición usual de análisis sísmico, y pueda producir en el edificios efectos desastrosos. Nuevamente, se sugieren en todo caso las juntas que dividan al edificio en varios de plantas menos alargadas.

Como puede ser inevitable el uso de una planta alargada, se comentan enseguida algunos aspectos problemáticos que pueden presentarse. Por ejemplo, cuando se trata de aprovechar muros transversales, podría pensarse que la solución de la fig 8.3a, es satisfactoria, pues el muro E(1-3), introduce torsiones que aparentemente serán resistidas por los 1(AE) y 3(AE). Pero con las dimensiones que a escala muestra la figura la eficacia de los muros longitudinales es en verdad pequeña para movimientos transversales. En rigor la planta giraría como muestra la flecha arqueada, con muy poca participación de los muros, tanto longitudinales como transversal.

Esta desventaja se verá incrementada por las deformaciones que sufrirá la losa en su propio plano. La amplificación dinámica de la torsión acentuará aún más el fenómeno. El saldo será que el marco del eje A se hallará en con-

diciones más desfavorables que si se hubiera omitido el muro E(1-3).

En cambio, una solución análoga en edificios de planta sensiblemente cuadrada (fig 8.3b) puede ser plenamente satisfactoria si el número de pisos del edificio no es excesivo y si los fenómenos derivados de la torsión se toman en cuenta en el análisis.

En el ejemplo de la fig 8.3a conviene desligar el muro E(1-3) del resto de la estructura y diseñar ésta como marcos paralelos en la dirección transversal. Por el contrario, en el ejemplo de la fig 8.3b el muro C(1-3) puede ser útil si se liga al resto de la estructura y ancla en ella.

Otro tipo de problema que es usual en plantas alargadas se ilustra en la fig 8.3c. Aquí se han aprovechado los muros de cabecera para resistir fuerzas transversales. En edificios bajos esta solución puede ser poco eficiente. Las deformaciones de la losa en su propio plano, con las dimensiones a escala que muestra la figura, generalmente serían tales que al marco C(1-2) se vería sujeto a una fuerza cortante apenas inferior a la que tendría de haberse omitido los muros. En una planta aún más alargada, el beneficio derivado de los muros, en cuanto a reducir las fuerzas cortantes en la mayoría de los marcos transversales, será despreciable; en esas condiciones, el afán de aprovechar los muros de cabecera esencialmente sólo habrá producido una estructura más frágil y expuesta, sin que por ello se haya logrado una resistencia muy superior.

En edificios de varios pisos la solución de la fig 8.3c será aún más objetable pues, si alguna efectividad poseen los muros de cabecera, indudablemente concentrarán en la cimentación los efectos del momento de volteo y causarán problemas difíciles de resolver.

Todas las objeciones esgrimidas desaparecerían en el caso de la fig 8.3c si se aprovecharan varios muros interiores transversales además de los dos extremos.

8.2.4 Sencillez, simetría y regularidad en elevación

La sencillez y simetría en elevación son deseables por los mismos motivos que

lo son en planta. Además, en elevación es conveniente que no existan cambios bruscos en las dimensiones del edificio, ni en las distribuciones de masas, rigideces y resistencias. El principal objetivo es evitar que se produzcan concentraciones de esfuerzos en ciertos pisos que son débiles con respecto a los demás; como se verá en la siguiente sección, esto puede dar lugar a que en un solo piso se forme un mecanismo de desplazamientos laterales (fig 8.7b) con articulaciones plásticas en las columnas de ese nivel, que tienen demandas de giros inelásticos que son incapaces de soportar, por lo que se producirá el colapso del piso entero, con las consiguientes consecuencias nefastas en el resto del edificio. Esto explica por qué el Reglamento para ductilidades globales $Q = 4$ y $Q = 6$ exige que se mantengan ciertos límites entre las relaciones cortante resistente sobre cortante actuante de los distintos niveles.

Procede aquí llamar la atención sobre la sugerencia que se ha hecho de usar un primer piso flexible como procedimiento para aislar las fuerzas sísmicas en un edificio. Esta práctica podría llevar a excesivas demandas de deformaciones inelásticas en dicho piso, que se agravan por ser el nivel en el que mayor importancia pueden tener los momentos que las cargas verticales producen al desplazarse lateralmente las columnas (efecto P- δ) y en donde tienen que transmitirse las mayores fuerzas cortantes y momentos de volteo.

Los cambios bruscos en elevación hacen también que ciertas partes del edificio se comporten como apéndices, con el riesgo de que se produzca el fenómeno de amplificación dinámica de fuerzas conocido como chicoteo, que en sismos reales ha mostrado ser muy dañino.

De la ref 53 se ha tomado la fig 8.4, que muestra algunos cambios en geometría, y distribuciones de masas y rigidez que se deben considerar como irregularidades. A más de los inconvenientes antes señalados, estos casos son difíciles de analizar por sísmo, aun con computadoras; y también difíciles de detallar adecuadamente.

En cuanto a la relación entre la altura total y la base del edificio, Dowrick sugiere que esta no pase de 4 (ref 72) con el objeto de poder transmitir adecuadamente los momentos de volteo a los pisos inferiores y a la cimentación; en particular, de reducir las fuerzas que estos momentos producen en

las columnas exteriores de los primeros niveles.

8.2.5 Uniformidad en la distribución de resistencia, rigidez y ductilidad

Esta recomendación está ligada a las de regularidad y simetría en planta y elevación. Hay además algunas reglas de uniformidad que darán a la estructura mejores posibilidades de comportarse bien ante un temblor. Entre ellas están: que los elementos que soportarán las cargas verticales (columnas y/o muros) deben estar distribuidos uniformemente, y ser continuos desde la cimentación hasta el último nivel; en lo posible los claros deberán ser de dimensiones similares; que las vigas y columnas estén en el mismo plano y que sus ejes se intersecten, con el propósito de lograr que haya una adecuada transmisión de elementos mecánicos; para este fin también es deseable que las columnas y vigas contiguas sean de dimensiones similares lo que además facilitará el detallado de las uniones.

Es adicionalmente recomendable que ningún elemento estructural importante cambie de dimensiones ni de refuerzo bruscamente.

Aun en los casos en que el proyecto arquitectónico imponga ciertas desuniformidades, se pueden tomar medidas que mejoren el comportamiento sísmico. Así, el empleo de claros muy desiguales en un mismo marco ocasiona fuerzas cortantes y momentos flexionantes elevados en las trabes de los claros más cortos. Estos elementos mecánicos pueden alcanzar valores excesivos en edificios altos e incluso provocar variaciones inconvenientes en la carga axial de las columnas adyacentes, variaciones que a su vez repercuten hasta en el diseño de la cimentación.

En edificios bajos estos efectos pueden ser insignificantes. Por ello el grado de uniformidad que es deseable en los edificios altos puede ser objetable en los bajos, si obliga a desaprovechar las ubicaciones de columnas que el proyecto arquitectónico deja en forma accidental e irregular. Por ejemplo, en la planta de la fig 8.5, correspondiente a una estructura formada por marcos de concreto, las columnas 2, 2' y 3 del eje C', y 2' del D, que la disposición de muros de servicios permite que se coloquen, serían deseables para reducir claros en edificio de 2 pisos y quizás en uno de 5. Las mismas serían

objetables en un edificio de 20 pisos y probablemente también en uno de 8.

A pesar de lo expuesto, por diversas razones pueden justificarse columnas en puntos que ocasionen marcadas desigualdades en los claros de uno o más marcos de un edificio alto. Conviene entonces disminuir la rigidez de las trabes que las ligan, principalmente reduciendo su peralte, como en la fig 8.6. Si la situación prevalece en las últimas plantas de un edificio muy alto, la reducción en rigidez que impondría un buen diseño por cargas laterales puede verse eliminada por limitaciones de flecha ante cargas verticales. Procede entonces diseñar con articulaciones plásticas en los extremos de los elementos en cuestión.

8.2.6 Hiperestaticidad y líneas escalonadas de defensa estructural

La resistencia de un edificio a sismos depende de su capacidad para disipar energía mientras mayor continuidad y monolitismo tenga el sistema estructural, esto es mientras más hiperestático sea, mayor será su posibilidad de que sin convertirse en un mecanismo inestable, se formen en él articulaciones plásticas, con alta capacidad de absorción de energía mediante deformaciones inelásticas con el consecuente comportamiento aceptable ante sismos. En otras palabras, la redundancia y el comportamiento inelástico hacen, por decirlo así, que las estructuras hiperestáticas tengan varias líneas de defensa ante los temblores, ya que varios elementos pueden "fallar" pero quedan los elementos restantes para seguir resistiendo el sismo.

La idea puede llevarse a un nivel de sistemas estructurales de defensa escalonadas y no solo elementos. Intencionalmente se puede diseñar una estructura para que parte de ella falle ante sismos de intensidad moderada, quedando el resto intacto para soportar sismos mayores, o para que durante un sismo intenten los daños se concentren en zonas previstas para servir como "fusibles estructurales", disipadores, mediante deformaciones inelásticas, de la mayor parte de la energía que introduce el temblor, sin que produzca mayores daños en el resto de la estructura.

Como consecuencia de los conceptos anteriores, es poco favorable el uso de uno o pocos muros como elementos resistentes principales a cargas laterales, y es

preferible emplear una serie de muros acoplados por trabes que se diseñen para que en ellas se formen articulaciones plásticas (fig 8.9b)

En esta misma dirección, en la ref 2 se señalan las ventajas de permitir conscientemente la falla de elementos relativamente frágiles ante sismos de intensidad moderada, dejando intacto un esqueleto más flexible y dúctil para resistir sismos de mayor violencia y movimiento subsiguientes. Los elementos frágiles pueden ser por ejemplo muros divisorios de mampostería poco resistente. Ante sismos moderados tales muros tomarán casi la totalidad de las cargas laterales. Se satisfarán así los requisitos de tranquilidad y comodidad de los componentes. Ante movimientos mayores estos muros fallarán y la mayor flexibilidad de los marcos remanentes los hará capaces de tomar sismos de gran intensidad. Incluso cabe la posibilidad de pensar en más de dos sistemas resistentes.

Conviene en este tipo de diseño aprovechar como elementos condicionados a la falla, los que están revestidos de materiales poco costosos, cuya falla no involucre peligro para los ocupantes, y que sean de reparación relativamente sencilla. Es importante también cuidar que la falla de los elementos de la primera defensa no modifique radicalmente la posición de los centros de torsión, de lo contrario los sistemas posteriores de defensa podrían no cumplir adecuadamente su función.

8.3 Sistemas estructurales y de cimentación

8.3.1 Marcos

Uno de los principales sistemas estructurales que se emplean para resistir sismos son los marcos con nudos rígidos continuos. En la fig 8.7, adaptada de la ref 66, se muestra esquemáticamente un marco sujeto a cargas laterales, junto con las articulaciones plásticas y dos posibles mecanismos que dichas cargas puedan inducir. En el peor de los casos las articulaciones se forman en las columnas de un solo piso dando lugar al que pueda llamarse mecanismo de movimiento lateral de columna (fig 8.7b) demandando ductilidades muy grandes en las articulaciones en cuestión, que casi con certeza, no es posible lograr que las columnas admitan; sobre todo en los niveles inferiores. Los

tribuyan simétricamente, que los momentos de volteo no sean excesivos, y que la estructura no sea muy alargada en planta.

Otro principio general que debe seguirse es el de buscar que la cimentación tenga una acción de conjunto, que limite lo posible los desplazamientos diferenciales horizontales y verticales; resulta pues recomendable ligar entre sí las zapatas, ya sea que estén sobre el suelo o sobre pilotes, mediante vigas; salvo que se disponga de un mejor criterio estos elementos de liga deben poder transmitir el 10 por ciento de la mayor carga vertical de las columnas adyacentes. (ref 51 y 72).

Las acciones que derivan de las fuerzas producidas en la estructura son momentos de volteo y fuerzas cortantes. Los primeros usualmente no constituyen un problema para el edificio completo a menos que este sea muy esbelto, sin embargo sí pueden presentarse dificultades en los casos de muros que tomen la mayor parte de las cargas laterales, naturalmente en estos casos debe ponerse cuidado especial en que las presiones verticales no excedan los valores permisibles del terreno o de los pilotes que constituyen el sistema de cimentación.

El otro aspecto, con frecuencia olvidado por los diseñadores, es que la cimentación debe poder transmitir los cortantes basales al terreno. En cimentaciones superficiales es usual suponer que la mayoría de la resistencia a la carga lateral la proporciona la fricción entre el suelo y la base de los elementos que resisten la carga lateral. Así, la resistencia total al movimiento de la estructura puede tomarse igual al producto de la carga muerta más la carga viva magnitud de la estructura, multiplicada por el coeficiente de fricción correspondiente. En la ref 72 se dan valores t_1 para los ángulos de fricción entre concreto y distintos tipos de suelo.

En suelos relativamente blandos las cimentaciones superficiales es particularmente difícil evitar los desplazamientos diferenciales horizontales y verticales durante un temblor, por ello es imparativa la práctica de ligar entre sí las zapatas aisladas mediante trabes.

Las cimentaciones más profundas normalmente constan de un cajón, cuya resistencia y rigidez naturales son útiles para distribuir las fuerzas sísmicas en el

suelo, evitando los desplazamientos diferenciales. Para transmitir las fuerzas cortantes se cuenta en este caso también con las presiones pasivas del suelo en las paredes laterales del cajón, aunque para aprovechar esta acción deben tomarse medidas adecuadas como cuidar que el suelo este bien compactado y que los muros estén adecuadamente diseñados para resistir dichas presiones pasivas. En el caso de dimensiones grandes pueden necesitarse muros interiores además de los periféricos para dar suficiente rigidez y resistencia a la cimentación.

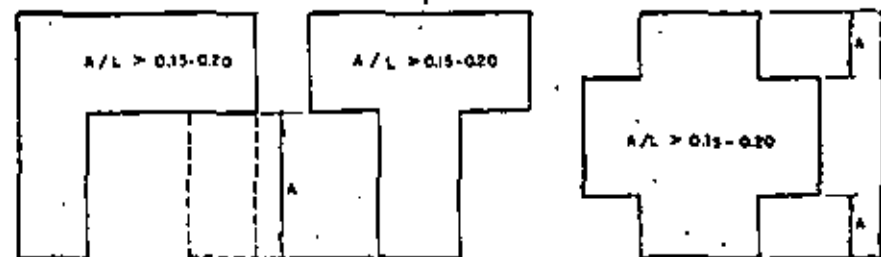
Cuando el suelo es tan blando que se requieren el uso de pilas o pilotes como sistemas de cimentación es nuevamente importante ligar entre sí las zapatas que descansan en las pilas o pilotes para obtener una acción integral de la cimentación. Las cargas que actúan en cada pila o pilote individual dependen de su posición con relación a las demás. En particular las pilas o pilotes colocados en el perímetro de la cimentación, y más aún las ubicadas en las esquinas pueden verse sometidas a cargas axiales de tensión o compresión elevadas, en cuyo caso se debe examinar si los estratos de suelo adyacentes a las pilas o pilotes tienen la capacidad suficiente de adherencia, cortante o resistencia, para resistir tales acciones.

El hecho de que se requieran pilas o pilotes es un índice de que el suelo es tan blando que no puede confiarse demasiado en la presión lateral del mismo para resistir fuerzas cortantes. Otro aspecto importante es que debe evitarse el uso de pilotes de fricción en suelos arenosos susceptibles de licuarse durante un temblor.

El movimiento del terreno genera desplazamientos horizontales relativos a distintas alturas del depósito de suelo; en consecuencia los pilotes se distorsionan generándose en ellos fuerzas cortantes y momentos flexionantes, además de las cargas axiales. El diseño de estos elementos debe considerar tales posibles acciones. La parte más difícil es determinar la magnitud de los elementos mecánicos citados. En la ref 72 se describe un procedimiento de análisis para pilotes de distintas longitudes en suelos cohesivos y no cohesivos.

No se recomienda, por las razones expuestas en el párrafo anterior, el uso

de pilotes o pilas sin refuerzo longitudinal. En la ref 51 se propone un refuerzo nominal mínimo de 0.25 a 0.5 por ciento, o de 4 varillas del número 5. Además, existe la tendencia, en sismos severos, a la formación de articulaciones plásticas en las cabezas de los pilotes por lo que es apropiado confinar estas zonas mediante refuerzo transversal, de la manera como se hace en columnas.

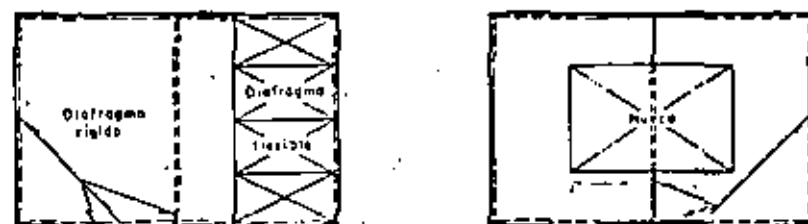


a) Entrantes y salientes



Elementos verticales resistentes a sismo

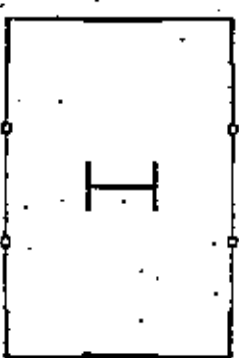
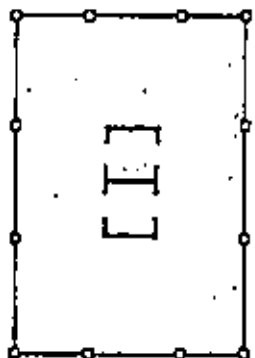
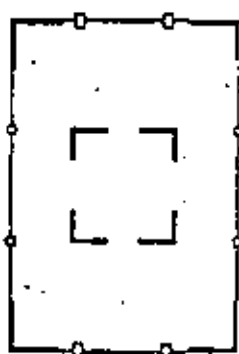
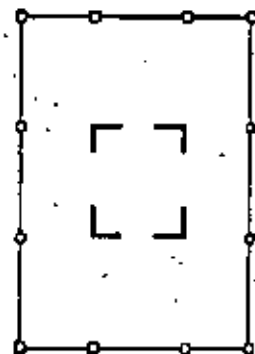
b) Rigideces o masas excéntricas



Elementos verticales resistentes a sismo

c) Diafragmas de piso de distinta rigidez

Fig. 8.1 Irregularidades en planta según la ref 53



a) Buena

b) Mejor

Fig 8.2 Concentración deseable de rigideces en planta (ref 53).

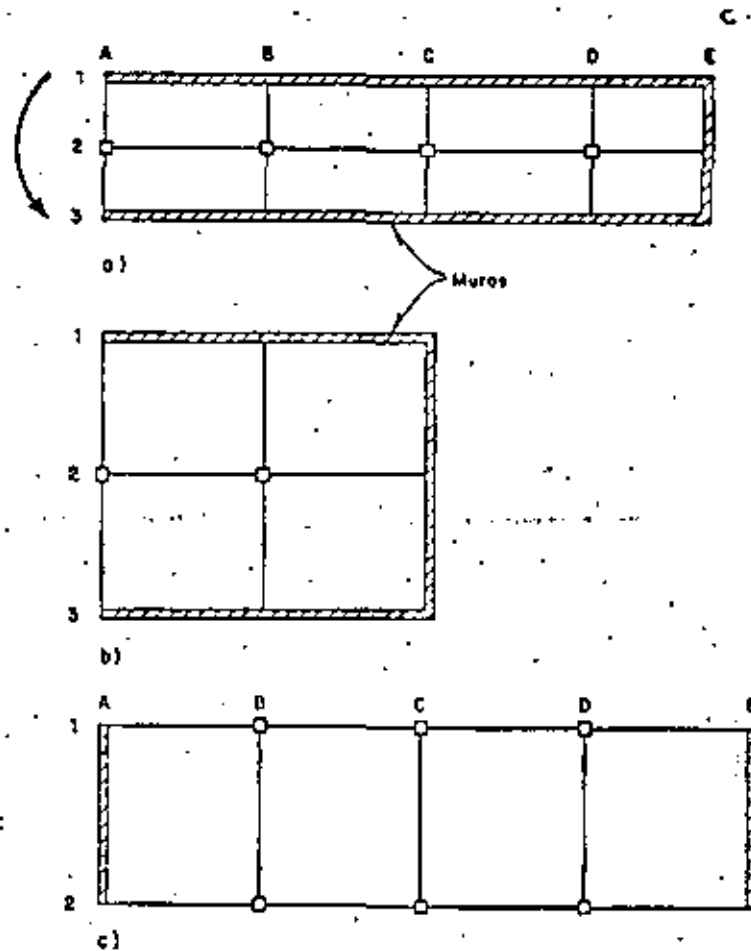
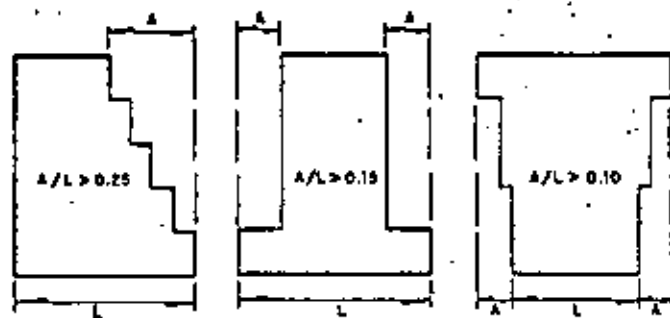


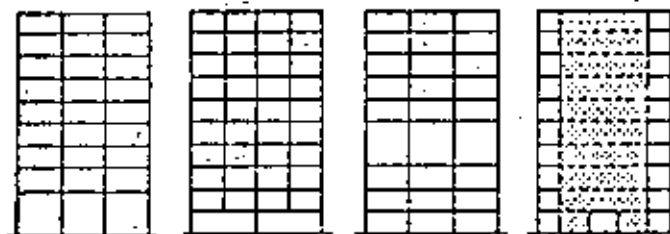
Fig 8.3 Plantas alargadas



a) Cambios bruscos en geometría



b) Concentraciones de masas en algunos niveles



c) Cambios bruscos en rigideces y resistencias

Fig. 8.4 Irregularidades en elevación (ref 53)

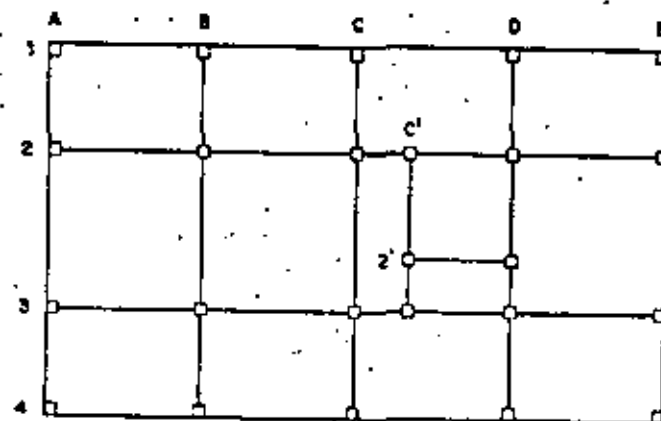


Fig. 8.5 Estructuración con claros desiguales

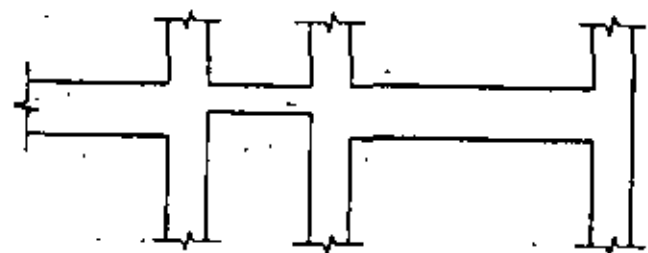
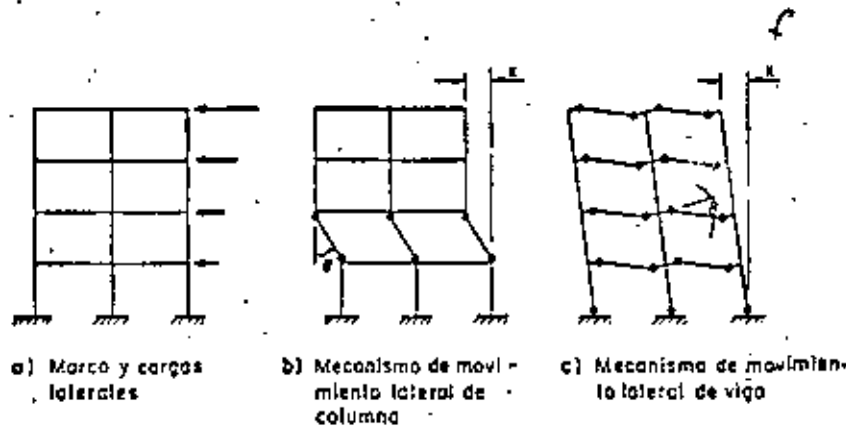


Fig. 8.6 Reducción de peralte en claro corto



Si $\frac{x_u}{x_y} = 4$ $\frac{\theta_u}{\theta_y} = 122$ $\frac{\theta_u}{\theta_y} = 18$

- x_u = desplazamiento último
- x_y = desplazamiento en la primera fluencia
- θ = articulación plástica

Fig 8.7 Posibles mecanismos de un marco rígido sujeto a carga lateral

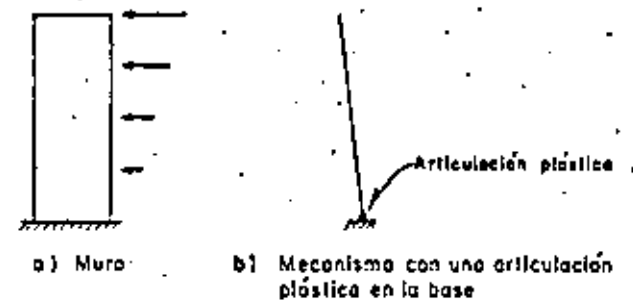


Fig 8.8 Mecanismo de falla de un muro de rigidez aislado sujeto a cargas laterales

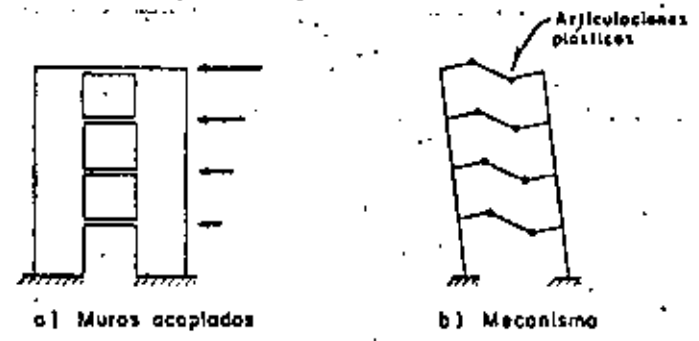


Fig 8.9 Mecanismo de falla de dos muros acoplados por una hilera de vigas

DIRECTORIO DE ASISTENTES AL CURSO:
DISEÑO SISMICO DE EDIFICIOS 1982

1. José Antonio Alonso García
García Jarque Ingenieros Civiles S A
Prol de Martín Mendalde
Col Acacias del Valle
México, D.F.
 2. Oscar Angeles García
Diseño Civil S A
Vía Morelos s/n
Santa Clara
Edo de México
 3. Oliverio Arcos Rocillo
Arol S A
Cataluña 2-A
Col Insurgentes Mixcoac
Delegación Benito Juárez
México, D.F.
Tel 598 28 46
 4. César Octavio Caballero Sámano
Facultad de Ingeniería
Cerro de Coatepec
Ciudad Universitaria
Toluca, Edo de México
 5. José Manuel Cuatlayotl Sarmiento
Universidad Popular Autónoma
21 Sur No 1103
Puebla Edo. de México
Tel 42 72 52
 6. Jaime de la Colina Martínez
Facultad de Ingeniería
Cerro de Coatepec s/n
 7. Gloria Djaddah Djaddah
Dirección General de Obras Marítimas
Insurgentes Sur 465
Col Hipódromo Condesa
Delegación Cuauhtémoc
México, D.F.
Tel 564 51 01
 8. Aurora Diana Guzmán Coria
Universidad Autónoma
Cerro Coatepec
Toluca Edo de México
Tel 4 08 55
 9. Juan Hernández Ramírez
SACHAG de México S A
Nueva York 310-10° piso
Col Nápoles
México, D.F.
Tel 687 61 22
 10. Jaime Eduardo Hincapié Henao
Fundar LTDA
 11. José Luis Islas Molina
Despacho Construcciones y Proyectos
Chiclayo 650
Col Lindavista
Delegación Gustavo A Madero
México, D.F.
Tel 586 81 93
 12. Arturo López Portillo González
Techint S A
Mariano Escobedo 510-9° piso
Col Anzures
México, D.F.
 13. José Luis Luna Alanís
División de Estudios de Posgrado
U N A M
 14. Louis Michel Nixon Maglaire Saint
 15. Raúl Marmolejo Ramírez
Universidad Autónoma
Ciudad Universitaria
Aguascalientes, Ags.
Tel 5 65 05
- Amarillo 9
Izcaltit Toluca
Toluca Edo de México
Tel 5 73 10
- Tlalcotal-D No 2511
Col Tlalcotal
Delegación Iztacalco
08720 México, D.F.
Tel 657 61 22
- Cra 47 No 52-122 Local 207
Medellín Colombia
Tel 32 96 86
- Descartes 110
Col Anzures
México, D.F.
Tel 543 13 13
- Calle Guadalajara 74-102
Col Condesa
06140 México, D.F.
Tel 553 17 48
- Rfo Pirules 210
Col San Pablo
México, D.F.
Tel 6 83 71
- Abraham González 75
Col Juárez
Delegación Cuauhtémoc
México, D.F.
Tel 566 98 68
- Cataluña 2
Col Insurgentes Mixcoac
Delegación Benito Juárez
México, D.F.
Tel 598 29 52
- San Marciano 119
Fracc San Buenaventura
Toluca Edo de México
Tel 5 68 25
- 23 Oriente No 808-3
Puebla Edo de México
Tel 43 13 06
- San Francisco 104
Col San Carlos
Tel 6 15 38
- Newton 285
Col Polanco
Delegación Miguel Hidalgo
México, D.F.
Tel 254 28 18

16. Carlos Martínez García
Dirección General de Obras Marítimas
Insurgentes Sur 465
Col Hipódromo Condesa
Delegación Cuauhtémoc
México, D.F.
Tel 564 51 01
17. Harold A Muñoz Muñoz
Universidad del Cauca
Facultad de Ingeniería Civil
Cr 2 No 3-19
18. Julio Murgía González
S A H D P
19. Juan Antonio Ochoa Uribe
Laguna de Tamiahua 119 No 5
Col Anáhuac
Tel 3 96 10 12
20. Jaime Ortiz Pulido
Jama Ingeniería Integral, S.A.
Cincinnati 81-101
Col Noche Buena
Tel 563 52 65
21. Gloria del Carmen Repetto Alvarez
Dirección General de Obras Marítimas
Insurgentes Sur 465
Col Hipódromo Condesa
México, D.F.
Tel 587 7049
Av Universidad 1923-804-A
Col Copilco
04340 México, D.F.
22. Gonzalo Silva Tamayo
I C A
23. Rodolfo Mariano Suárez
Calle Durango 10-52
Col Roma
Delegación Cuauhtémoc
06700 México, D.F.
Tel 525 84 30