



centro de educación continua
división de estudios de posgrado
facultad de ingeniería unam



CURSOS DE INGENIERIA CIVIL EN EL
PROYECTO DE
PLANTAS HIDROELECTRICAS

Comisión Federal de Electricidad

GEOLOGIA APLICADA A
LA INGENIERIA CIVIL

Ing. José María Bolívar

septiembre, 1980



I.- ELEMENTOS DE PETROGRAFIA

La petrografia es la rama de la Geología que estudia las rocas desde un punto de vista descriptivo, atendiendo a su identificación y composición mineralógica.

Una roca es una asociación de minerales, en proporciones constantes dentro de ciertos límites.

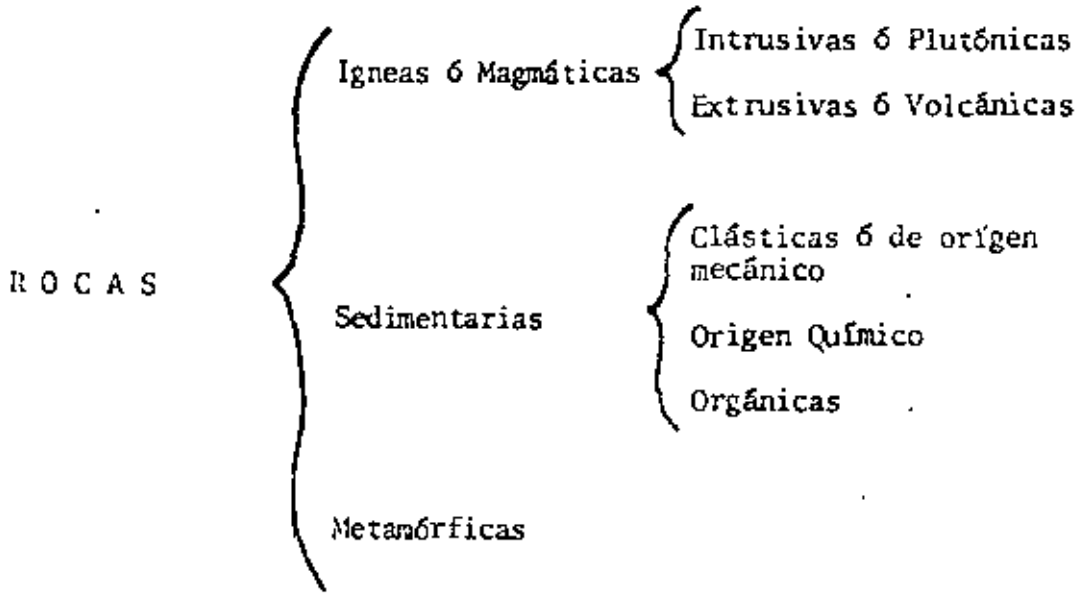
Como puede verse a partir de esta definición, cualquier cosa o ser existente, excepto otro mineral, puede considerarse una roca, por tanto, daremos una definición que en la práctica ingenieril resulta muy útil:

"Roca es un agregado de minerales originado en forma natural y que presenta un cierto grado de cohesión."

Si los materiales se presentan sin esta cohesión, reciben el nombre de suelos.

a) Formación de las Rocas y Clasificación.

La totalidad de las rocas existentes en la corteza terrestre, pueden clasificarse en tres grandes grupos, en base a su origen: a su vez, estos grupos se subdividen según características más particulares:



El ciclo de formación de las rocas se ilustra esquemáticamente en la Fig. No.9.

1) Rocas Igneas.

A grandes profundidades en el interior del globo terrestre, se encuentra el "magma" que es una masa hidratada, fundida, constituida por variados minerales entre los que predominan los sili-

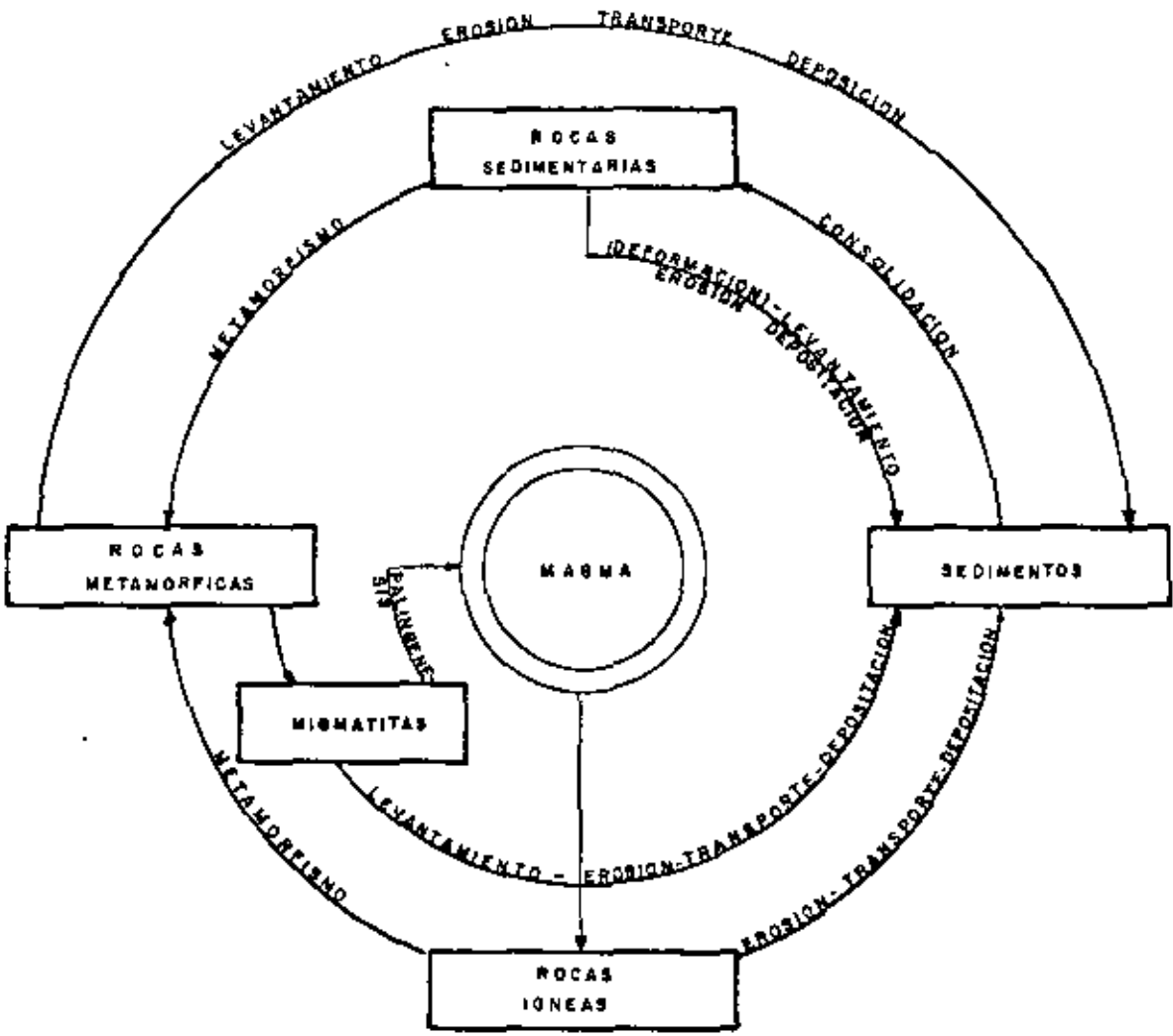


Fig 1. CICLO DE FORMACION Y DESINTEGRACION DE LAS ROCAS

catos, óxidos y sulfuros. Este magma, a pesar de las grandes presiones a que está sometida, se encuentra en estado fluido pues las temperaturas del medio son también muy elevadas. Al descender estas temperaturas, los minerales cristalizan, teniendo éstos los diferentes rangos de temperatura de cristalización característicos y por tanto un orden más o menos constante en la formación de los distintos cristales.

La subdivisión que antes se mencionaba para las rocas ígneas en intrusivas y extrusivas, se basa en su modo de cristalizar.

Se llaman rocas ígneas intrusivas ó plutónicas a aquellas cuya cristalización tiene lugar en el interior de la corteza terrestre su enfriamiento es lento y en presencia de cuerpos volátiles, especialmente agua, originándose así minerales hidratados como las anfíbolas, micas y turmalinas, se forman además minerales anhidros como el cuarzo y los feldespatos.

Las rocas ígneas extrusivas ó volcánicas, se forman al enfriarse el magma, que emerge desde el interior de la tierra, sobre la superficie del planeta, en estas condiciones el enfriamiento es más rápido, por lo que el proceso de cristalización lo es también y los cristales se presentan menos desarrollados, además el vapor de agua en unión de otros gases escapa rápidamente del magma y se forman así minerales anhidros, como el feldespato cálcico, piroxenas, peridotita, nefelina, leucita, magnetita, pirita, etc.

La composición y el modo de ocurrencia de los magmas y las rocas ígneas que de ellos derivan, han sido objeto de numerosas controversias. Por lo que respecta a las rocas básicas, está generalmen

te aceptado que provienen de un "magma original" que al cristalizar, originan rocas ricas en plagioclasa cálcica y minerales oscuros básicos como las piroxenas y la peridota. Respecto a las rocas ígneas ácidas, su origen ha uniformizado menos las opiniones, pues algunos especialistas opinan que se originan por enfriamiento de un magma y otros, que se formaron por granitización de rocas preexistentes a través de un proceso de metamorfismo.

Probablemente las dos versiones se apeguen a la realidad. La granitización la trataremos más ampliamente en el capítulo IV al hablar de los batolitos.

Para que una roca sólida se transforme en magma, son necesarias altas temperaturas; este calor se origina por desintegración radiactiva de los elementos en el interior de la corteza terrestre y por el aumento de temperatura que se tiene conforme aumenta la profundidad (gradiente geotérmico).

El magma asciende hacia la superficie debido a la presión a que se ve sometido cuando se producen plegamientos u otros tipos de deformaciones; también como resultado de la alteración, desintegración y fusión de las rocas que cubren el magma, el cual va ocupando su lugar. Los magmas graníticos tienden a subir a causa de su menor densidad con relación a los materiales que los rodean.

Las rocas ígneas se clasifican en varias "familias", una familia la forman dos rocas de composición química semejante, pero intrusiva una y extrusiva la otra. Las principales familias de ígneas son:

TABLA I

<u>INTRUSIVA</u>	<u>EXTRUSIVA</u>	<u>COMPOSICION</u>
Riolita	Granito	Cuarzo 10-40%, Feldespato potásico 30-60%, plagioclasa sódica (excepto perrita) 0-35%, Máficos (biotita, hornblenda:) x 35-10%.
Dacita	Granodiorita	Feldespato potásico 20-40%, plagioclasa sódica 25-45%, cuarzo 35-10%, máficos (30-10%). Si la plagioclasa pasa a ser mineral accesorio, la granodiorita recibe el nombre de <u>Tonalita</u> .
Traquita	Sienita	Feldespato potásico 30-80%, plagioclasa sódica 5-25%, máficos (biotita, anfíbola y piroxenas) 40-10%.
Latita	Monzonita	Máficos (biotita, hornblenda, augita) 15-60%, plagioclasa sódica (andesina u oligoclasa) 30-30%, feldespato potásico (generalmente ortoclasa) 45-20%.
Andesita	Diorita	Plagioclasa sódica (oligoclasa o andesina) 55-70%, máficos (generalmente hornblenda ó biotita) 45-25%.
Basalto	Gabro	Máficos (Augita, hiperstena u olivino, menos frecuente hornblenda) 25-50%, plagioclasa (labradorita ó bytownita) 70-45%.
	Peridotitas	Máficos (olivino, piroxena, hornblenda) 85-95%, minerales metálicos (magnetita, ilmenita, cromita, etc.) 10.5 por ciento, plagioclasa cálcica menos 5%.

PROPIEDADES Y USOS DE LAS ROCAS IGNEAS

Riolita.- Es una roca resistente a la compresión, se emplea en empedrados y balastos, a veces como piedra ornamental.

Granito, Sienita y Gabro.- Son rocas resistentes a la compresión (del orden de 1500 Kg/cm²), son resistentes a la mayor parte de los agentes de intemperismo, sobre todo pulidos, con excepción del granito que es poco resistente a los cambios bruscos de temperatura.

ra.

Se utilizan en adoquinados, cordones de aceras, lajas, balastos, etc. Cuando son porfídicos (cristales grandes en una matriz fina) se utilizan como piedra ornamental.

Traquita.- Es poco resistente a la compresión (del orden de 600 Kg/cm^2), pero puede servir como piedra de construcción y para re vestimientos.

Andesita y Diorita.- Se utilizan en construcción en general.

Basalto.- Se usa como piedra ornamental en interiores y exteriores, en empedrados y construcción en general. Es muy resistente a la com presión (llega a los 5000 Kg/cm^2). Tiene además la ventaja de su fácil explotación pues rompe en bloques.

ROCAS PIROCLASTICAS

Dentro del grupo de las rocas ígneas extrusivas, existen unas rocas cuya formación es muy particular y cuyas propiedades físicas di fieren notablemente de las rocas originadas por enfriamiento rápido ó lento de un magma; son las rocas piroclásticas que se forman por la acumulación de material detrítico expulsado al aire por un volcán y depositados al caer en tierra, lagos o mares.

Las rocas piroclásticas se clasifican de modo diferente a las ígneas de que se habló anteriormente. La clasificación más generalmente uti lizada toma en cuenta el tamaño de las partículas y el grado de consolidación y también la forma.

TABLA NO. II

ROCAS PIRECLASTICAS

TAMAÑO DEL GRANO EN MM	NO CONSOLIDADO	CONSOLIDADO
Mayor de 32	Bombas Bloques (angulosos) Bloques y Cenizas	Aglomerado Brechas Volcá- nicas Brechas Tobáceas
Menor de 32 y mayor de 4	Lapilli Cenizas (vesiculares)	Tobas de lapilli Tobas cineríticas de lapilli
Menor de 4 y mayor de 1/4	Cenizas gruesas	Tobas gruesas
Menor de 1/4	Cenizas o polvo volcánico	Tobas

También se clasifican en base a la naturaleza de las partículas:

- 1.- Tobs Vítreas.- En las que predomina el vidrio volcánico.
- 2.- Tobs Líticas.- En las que predominan los fragmentos de rocas.
- 3.- Tobs Cristalinas.- En las que predominan los cristales o fragmentos de cristales.

Hay casos en que existen cristales identificables con las tobas y una asociación clara con un tipo determinado de roca ígnea, en cuyo caso pueden clasificarse como: toba riolítica, si se relaciona con riolitas; andesíticas, si la relación es con andesitas; etc.

Existe otro tipo de rocas ígneas con características de toba en lo que a composición se refiere y que por su modo de formación se asemejan a las lavas. Son las llamadas tobas soldadas, ignínbritas ó nubes ardientes.

UTILIDAD DE LAS ROCAS PIROCLÁSTICAS EN INGENIERIA

En general las rocas piroclásticas no se pueden utilizar en Ingeniería, salvo cuando su grado de compactación es alto, en cuyo caso constituyen una roca de construcción razonablemente resistente y que puede labrarse con facilidad.

Las igninbritas se utilizan ampliamente como roca de construcción y ornato, pues además de su facilidad de labrado tienen un aspecto agradable, una vez trabajadas.

2) ROCAS SEDIMENTARIAS

Las rocas sedimentarias se forman por acumulación y consolidación de sedimentos ó sea residuos de diversas rocas que fueron transportadas y depositadas por agua, hielo o viento.

Constituyen sólo el 3% aproximado de la corteza terrestre, pero en cambio cubren alrededor de las tres cuartas partes de la superficie terrestre, alcanzando en ocasiones espesores de varios kilómetros.

Generalmente las rocas sedimentarias se presentan más o menos estratificadas o sea que están constituidas por un conjunto de "capas, lechos ó estratos", de espesor variable según las condiciones de sedimentación y cuyas características físicas (granulometría, color, composición mineralógica) pueden también variar de estrato a estrato.

Las características de la roca permiten conocer el origen de la roca sedimentaria y las condiciones de formación del depósito, además es frecuente que en este tipo de roca se encuentren fósiles que dan información precisa del medio ambiente y en muchos casos la edad de la roca.

Los diferentes estratos están separados por planos de discontinuidad generalmente bien definidos que reciben el nombre de planos de estratificación.

En términos generales podemos concluir que en la formación de la mayoría de las rocas sedimentarias (excepto las de origen orgánico), intervienen inicialmente los procesos de "intemperismo ó alteración" que

atacan las rocas previamente existentes, produciendo los materiales de que se formará la roca sedimentaria; estos materiales son posteriormente transportados a distancias más o menos largas por los agentes de la "erosión" y depositados en una "cuenca sedimentaria". Se inician entonces los procesos de "diagénesis ó litificación", que principalmente a base de presión provocada por la carga de los sedimentos suprayacentes, transforman los sedimentos en rocas sedimentarias.

Por tanto la diferencia entre sedimentos, generalmente llamados "suelos" en la práctica ingenieril, y roca sedimentaria es sólo cuestión de el grado de compactación que se haya alcanzado y usando un lugar común, se podría decir que los sedimentos de hoy son las rocas sedimentarias del mañana.

CLASIFICACION DE LAS ROCAS SEDIMENTARIAS

La clasificación de las rocas sedimentarias se basa en principio en 3 grandes grupos, en función de su forma de depositación:

Las rocas detríticas ó clásticas ó de origen mecánico, se originan por acción mecánica posterior a la desintegración de rocas preexistentes.

Los agentes erosivos (ríos, mares, glaciares, viento, etc.) desprenden los fragmentos de roca, del afloramiento y los transportan desgastándose más intensamente los mayores y los más frágiles; cuando por cualquier causa el agente erosivo pierde energía, los deposita en forma más o menos selectiva en forma de gravas, arenas, arcillas, etc.

Las rocas de origen químico se forman por disolución, cristalización,

reacción, etc. El material soluble es arrastrado en disolución, dejando una "roca residual" en el lugar del ataque químico. Cuando las condiciones químicas cambian por algún motivo (como saturación del agua, reacción química, etc.), el elemento disuelto puede precipitar iniciándose así la formación de la roca sedimentaria química.

Las rocas de origen orgánico, se forman a partir de seres vivos, la formación de las rocas se lleva a cabo de diversas maneras: pueden ser animales marinos coloniales como los caracoles o algas que forman un arrecife y sus partes duras forman una caliza arrecifal. También la acumulación de las partes duras de los restos orgánicos (conchas, caparazones etc.) forman rocas orgánicas en forma similar a como se originaría una roca detrítica, es el proceso formativo de las coquinas, por ejemplo.

Las partes blandas pueden fermentar por la acción de microorganismos como la hulla y el petróleo. También existen rocas formadas indirectamente por bacterias que provocan ciertas reacciones químicas, así se originan por ejemplo, las rocas fosfatadas.

La clasificación más generalizada de las rocas detríticas o clásticas se basa en el tamaño y en algunos casos la forma de la fracción clástica. En forma Simplificada se clasifican como se muestra en la Tabla V.

CONGLOMERADOS-- Contienen como mínimo un 10% de fragmentos gruesos (mayores de 2 mm) y redondeados. Un largo transporte implica un mayor redondeamiento de la fracción clástica y una proporción menor de fragmentos gruesos. El transporte se realiza por medio de agua, primordialmente aguas marinas someras y ríos.

Los intersticios entre las gravas, generalmente se rellenan con materia

los más finos (arenas, limos y arcillas). En muchos casos las aguas transportan y precipitan además algún cementante, principalmente carbonato de calcio, sílice y óxidos de hierro, entonces se forman rocas muy coherentes.

BRECHAS.- La proporción de clastos gruesos es semejante a la de los conglomerados con la diferencia de que en las brechas, los clastos son angulosos, lo cual implica un transporte corto o nulo antes del depósito. Las brechas se dividen según su origen en:

Brechas de Talud. Que se originan por la acumulación de fragmentos angulosos caídos por gravedad en la base de escarpes de fuertes pendientes.

Brechas Volcánicas. Se deben a la actividad volcánica, principalmente por la acumulación de los materiales expulsados del volcán.

Brechas de Intrusión. Aparecen en el contacto de algunos cuerpos intrusivos con la roca encajonante.

Brechas de Falla ó Tectónicas. Se presentan en las zonas de falla, debido a la fricción de las masas pétreas desplazadas por la falla.

ARENISCAS.- Reciben este nombre las rocas formadas por granos pequeños, del tamaño de las arenas, unidas generalmente por un cementante como el sílice, carbonato de calcio, hierro, glauconita, etc. En otros casos, la roca está compactada por la presión que ejercen los sedimentos que la cubren.

Se clasifican en:

Areniscas, Cuarzíferas y Ortocuarzitas. Están constituidas por granos de cuarzo redondeados, bien clasificados en su tamaño y unidos por un cementante químico, generalmente sílice o carbonato de calcio. Son indicativas

TAMAÑO EN MM.	REDONDEADO, SUBREDONDEADO, SUBANGULOSO		ANGULOSO		ROCA CONSOLIDADA
	FRAGMENTO	AGREGATO	FRAGMENTO	AGREGATO	
	Bloque		Bloque		
256	Matatena	Grava de Matatenas		Cascajo	Conglomerado
64	Canto Rodado, Guijarro	Grava de Guijarros		Brecha	6 Brecha si los clastos son
4	Gránulo	Grava de Gránulos			angulosos
2	Arena	Arena			Arenisca
1/16	Limo	limo			limolita
1/256	Arcilla	Arcilla			lutita

de un transporte largo, en el cual se han desintegrado los materiales más blandos, quedando solamente el cuarzo por su alta dureza. El mismo resultado se logra a través de varios ciclos de erosión y sedimentación.

La buena esfericidad de los granos y la ausencia de impurezas, resultan en una mínima superficie de contacto entre grano y grano, por lo que cuando no existe una buena cementación, las ortocuarcitas son rocas muy permeables. El resultado es el mismo frecuentemente cuando el cementante es carbonato de calcio, soluble en agua.

Cuando el cementante es sílice, la roca recibe el nombre de ortocuarcita, que es una roca muy resistente y prácticamente impermeable.

- Arcosa o Arenisca Arcósica. Son el resultado de la cementación de arenas procedentes de rocas ígneas ácidas, por lo que abunda en ellas el feldespato y son de colores claros. Las arcosas son generalmente de origen continental y la fracción clástica procede del intemperismo de macizos graníticos ó gneísicos.

Son rocas mal clasificadas por lo que respecta al tamaño de sus granos; por lo que los intersticios entre los granos grandes se ocupan con otros más finos resultando una roca generalmente bien compactada, además los granos no están bien redondeados y al compactarse se tienen superficies de contacto grandes entre los granos, de modo que al cementarse resulta una roca resistente.

Grauvacas. Están constituidas por materiales detríticos de origen marino, también incluyen por lo general materiales volcánicos y una gran variedad de componentes en la fracción detrítica. La gradación de las grauvacas está generalmente mal clasificada y el redondeamiento de la fracción detrítica es muy variable. Son rocas de color gris oscuro a ne-

gruzco, con matriz arcillosa raramente calcárea.

Es característico que los granos presenten corrosiones en la periferia, por lo que se produce un entrecruzamiento entre ellos, resultando una roca soldada en la que el cementante no es importante.

Las grauvacas son rocas indicativas de movimientos orogénicos importantes.

Subgrauvacas. Son areniscas en las que predominan los granos de cuarzo, además se presentan fragmentos de roca y granos de feldespato. El espacio entre los granos se rellena con arcilla, lo cual le da a la roca una cementación moderada. Son rocas intermedias entre las grauvacas y las areniscas cuarcíferas.

Lutitas. Resultan de la compactación de los suelos arcillosos, sericita y sílice que han sufrido un transporte largo y se han depositado en mares, lagos, pantanos y en el curso bajo de una corriente.

En la transición entre la arcilla y la lutita existen una gran variedad de grados de compactación, lo cual no hace fácil establecer cual es el límite entre unas y otras; un criterio práctico para establecer esta diferencia consiste en sumergir una muestra del material en agua, un cierto tiempo, llamándosele arcilla si pierde su cohesión y lutita si esto no ocurre.

La consolidación de las lutitas se debe esencialmente a la presión ejercida por estratos que sobreyacen a una capa de arcilla, con lo que ésta expulsa el agua que es muy abundante en ellas, además se tienen fuerzas de atracción superficial, que mantienen juntas a las partículas y cristalizaciones de la sílice y mica, todo lo cual contribuye a mantenerla cohe

rencia de la roca. En cambio la cementación tiene un efecto nulo, pues la roca es prácticamente impermeable, por lo que no es posible la penetración del cementante.

UTILIZACION DE LAS ROCAS DETRITICAS EN INGENIERIA.

La utilidad que una roca detrítica puede ofrecer al Ingeniero, depende esencialmente del grado de cementación ó compactación que ha alcanzado y así dependiendo esencialmente de estas dos características, variará su resistencia a la compresión, al intemperismo, etc. y por tanto su utilización en la Ingeniería ó los problemas ó usos que pueda brindar al constructor.

Por lo que respecta a las lutitas, y otras rocas arcillosas, son inadecuadas para la construcción pues son materiales blandos, que además al humedecerse generalmente pierden consistencia y al someterlos a carga pueden escurrir. Por lo tanto, si se va a cimentar una construcción en ellos, deben ser sometidos a pruebas en estado húmedo y seco.

ROCAS DE ORIGEN QUIMICO.

El principal constituyente de este tipo de rocas es el carbonato de calcio (Ca CO_3) y el de Magnesio en menor proporción, ($\text{Ca CO}_3 \text{ Mg}$), estos carbonatos se precipitan y forman rocas con una estructura densa en los que pueden existir cantidades menores de detritus.

Un modo de precipitación de el Ca CO_3 es por calentamiento del agua y pérdida de anhídrido carbónico, quedando libre el Ca CO_3 .

Otra forma de precipitación del Ca CO_3 es la que originan algunos organismos con concha de carbonato; al morir el organismo, la concha constituye una partícula clástica que es transportada, fragmentada y desgastada, hasta

constituir pequeños granos, la mayor parte de tamaño arena.

Esta roca es un sedimento clástico pero al consolidarse y recristalizarse ligeramente después de ser enterrada, se convierte en una caliza cristalina.

Otro tipo de roca calcárea orgánica se origina por organismos coloniales como las algas y los corales, que precipitan pequeñas cantidades de Ca CO_3 en las paredes de sus cuerpos.

En el interior y las paredes se precipita más Ca CO_3 y así la colonia puede crecer hasta formar un arrecife, que puede aumentar hasta llegar a la superficie o cerca de ella; entonces sufre el ataque de las olas, creándose así una fracción clástica que rellena cavidades entre la masa orgánica que la engloba. De esta forma el arrecife o isla adquiere mayor resistencia. Este tipo de roca es por tanto, parcialmente clástica y parcialmente química.

CLASIFICACION DE LAS CALIZAS.

Si en la roca predomina el carbonato de calcio (Ca CO_3), la roca recibe el nombre de Caliza. El carbonato de calcio y magnesio ($\text{Ca CO}_3 \text{ Mg}$), recibe el nombre de dolomia y si la roca lo contiene en proporción mayor al 50%, se llama dolomita.

OTROS TIPOS DE CALIZAS QUIMICAS.

La Tufa.- Es una roca esponjosa que forma depósitos delgados, en la que el Ca CO_3 se deposita sobre plantas en crecimiento, quedando impresas las hojas y tallos. Se deposita por la evaporación de agua en manantiales y ríos.

El Travertino.- Tiene origen semejante, pero es más denso, se deposita comúnmente en cavernas de caliza donde forma las estalactitas y estalagmitas.

Caliche.- Se forma en regiones semiáridas por ascensión capilar del óxido de calcio. Es importante como índice climático, pues se forma en regiones de escasa precipitación pluvial.

PROPIEDADES Y USOS DE LAS ROCAS CARBONATADAS.

Tienen una gran diversidad de aplicaciones y por tanto gran demanda. La caliza tiene mucho uso como piedra triturada. Como piedra de fusión en industria metalúrgica. Como piedra de construcción en interiores y exteriores. Es el principal elemento para la fabricación de cemento. Calcinada da como resultado la cal, y se utiliza también en la industria de lanas artificiales, fabricación de vidrio, refinación de azúcar.

La dolomita se usa también como piedra triturada y en la fabricación de papel, para la agricultura como fertilizante. Para la obtención de Mg metálico, etc.

3) ROCAS METAMORFICAS.

Metamorfismo.- Puede ser definido como la respuesta mineralógica a los cambios de temperatura, presión y ambiente químico, que permiten la alteración de los minerales sin pasar por un estado fluido.

En general, los procesos que intervienen dan por resultado la recristalización de los materiales de la roca original, pero se incluye también la fractura de los granos en el interior de una roca acompañada de recristalización secundaria.

Por tanto, se denomina roca metamórfica a aquella que resulta de la transformación de otra roca.

TIPOS DE METAMORFISMO

Dinamometamorfismo.- Es el metamorfismo por acciones mecánicas ocasionado pero no parece probable que factores exclusivamente dinámicos sean generadores de metamorfosis, éste puede romper o deformar los cristales, pero no producir cambios profundos.

Quando se observa un verdadero metamorfismo, ligado a esfuerzos mecánicos es probable que hallan intervenido otros factores como temperatura y presión.

METAMORFISMO DE CONTACTO

Aparecen en las zonas limítrofes de los grandes batolitos y sus apófisis.

La intensidad de metamorfismo decrece conforme la roca se aleja de la intrusión. Este fenómeno no se debe exclusivamente al calor, sino que, además, los componentes gaseosos que escapan del intrusivo, favorecen la metamorfización.

METAMORFISMO REGIONAL

Afecta primordialmente zonas plegadas y está relacionado con la orogénesis. Afecta a grandes áreas y se debe a temperaturas y presiones altas, sin llegar a la fusión, actuando a tiempos largos.

Así pues, podemos decir que el metamorfismo necesita presión, temperatura y tiempo y se favorece por movimientos tectónicos y soluciones que favorezcan el intercambio químico a minerales más densos.

PRINCIPALES ROCAS METAMORFICAS

Marmol.- Es una roca cristalina formada principalmente por cristales de calcita. Algunos tienen origen sedimentario provenientes del metamorfismo de calizas. Son rocas compactas y poco porosas. A menudo tienen vetas por óxidos y sales de hierro y magnesio, por grafito. Se utiliza como piedra de ornato.

Cuarcitas.- Son rocas cristalinas silíceas de origen sedimentario o metamórfico. En general, derivan de areniscas silíceas cuyo cemento ha recristalizado alrededor de los granos de cuarzo, pero pueden también provenir de pedernal recristalizado.

Son rocas muy duras, buenas para empedrados, no son aptas para pisos, pues resultan muy resbaladizas. Buenas para piedra de afilar, en general para cualquier obra de Ingeniería.

Esquistos, Pizarras y Micacitas.- Son rocas provenientes del metamorfismo de lutitas y rocas arcillosas. La diferencia entre el nombre se debe principalmente a la intensidad del metamorfismo. Constituyen el grupo más abundante de rocas metamórficas. Son rocas foliadas de dureza variable.

Gneises.- Son rocas foliadas y bandeadas, con cristales de feldespato visibles y mica abundante. La composición mineralógica es similar a los granitos, los cuales los originan al metamorfizarse, así como otras ígneas.

II.3-PROPIEDADES FISICAS DE LAS ROCAS.

Peso Específico.- Se determina en laboratorio, de el modo siguiente:

- 1o.- La muestra de roca se somete a desecación durante 24 horas en un horno a 105° C. Se deja enfriar y se pesa (peso W_0).
- 2o.- Se sumerge por completo en agua durante unas 48 horas y se pesa ya saturada (W_w) y secada superficialmente.
- 3o.- Todavía empapada se pesa dentro de agua, descontando el peso del agua (W_s).

Entonces, el peso específico o densidad será:

$$G = \frac{W_0}{W_w - W_s} \quad \text{Peso específico aparente.}$$

La cantidad de agua que satura los poros será:

$$A = W_w - W_0$$

Esta cantidad deberá restarse del peso W_w , para obtener el peso específico verdadero.

$$G_{\text{verd}} = \frac{W_0}{W_w - A - W_s}$$

En general, las rocas ígneas tienen mayor densidad que las sedimentarias.

POROSIDAD

Es la relación entre el volumen de huecos (poros) y el volumen total de la muestra.

Se determina el volumen de agua que rellena los poros entre el volumen total de la muestra.

$$n = \frac{W_w - W_0}{V} \quad 100 \text{ en } \%$$

El volumen V , se determina sumergiendo la muestra saturada en una probeta graduada, esto es válido en el caso de poros comunicados, o sea,

determina la porosidad efectiva y no la absoluta.

ABSORCION

Al sumergir una muestra, no absorbe tanta agua como permitiría su capacidad teórica, debido al aire aprisionado por el agua que no tiene salida, ó arcilla en los poros que no permita el paso del agua.

Expresada en peso la absorción será:

$$\frac{W_w - W_o}{W_o} 100 = \frac{A}{W_o} 100$$

RESISTENCIA DE LAS ROCAS.

Hay que considerar tres clases de esfuerzos que actúan sobre las rocas:

ESFUERZOS DE COMPRESION	Tienden a disminuir el volumen del material.
ESFUERZOS CORTANTES	Tienden a desplazar unas partes de la roca, respecto a las otras.
ESFUERZOS DE TENSION	Tienden a crear grietas y fisuras.

Las rocas pueden tener resistencia a la compresión y al cortante, pero no la tienen a la tensión.

La resistencia a la compresión de un material es la fuerza requerida para romper una muestra sometida a carga y que no se halle contenida por los lados.

P = Resistencia a la compresión.

p = Fuerza para romper la muestra.

A = Area de la sección sobre la que se aplica la fuerza

$$P = \frac{p}{A}$$

La resistencia a la compresión está determinada primordialmente por la textura y en especial por el tamaño de los granos, así una arenisca de grano fino es más resistente que una de grano grueso. En las rocas ígneas y metamórficas depende del entrelazado de los cristales, siendo mayor la resistencia cuanto mayor sea éste. En rocas sedimentarias, la resistencia estará ligada a la que tenga el cementante. Será grande si es sílice y baja si es arcilla. Las fracturas aunque no sean visibles la disminuyen.

Influye también la dirección de las fuerzas, respecto a la estratificación máxima, si F es perpendicular al plano. La saturación rebaja la resistencia hasta en un 20% en algunos casos, se puede decir así que conforme aumenta la absorción, disminuye la resistencia a la compresión.

LA RESISTENCIA A LA TENSION

La resistencia a la tensión de las rocas es siempre inferior a la de la compresión.

La tensión puede desarrollarse no solo por cargas, sino por el asiento de una estructura, temblores de tierra ó cambios de temperatura.

CAPITULO II

ALTERACION DE LAS ROCAS, INTEMPERISMO.

Se conocen como agentes de intemperismo a aquellos que al actuar sobre las rocas que afloran en la superficie terrestre o cerca de ella, las alteran o intemperizan. Este proceso recibe también el nombre de meteorización.

II.1 Intemperismo o Meteorización.

En los casos en que la composición o la estructura de las rocas resulte alterada en la proximidad de la superficie terráquea, o en la superficie misma, como consecuencia de la acción de agentes físicos y químicos que intervienen o como resultado de los procesos atmosféricos, se dice que la roca ha quedado meteorizada. Los agentes atmosféricos de acción primordial son el aire y el agua. El vocablo meteorización se emplea a veces, como sinónimo de alteración. Sin embargo, los geólogos ingenieriles consideran, por lo general, rocas alteradas aquellas en que el proceso geológico, de origen considerablemente profundo, ha sido de índole tal que ha afectado y cambiado su composición química o estructura.

Como ejemplo de proceso de esa índole, tenemos la calcinación ó fusión de la roca por extrusión de lava fundida ó por lixiviación a consecuencia del paso de aguas considerablemente profundas y con contenido ácido.

Los procesos de meteorización se subdividen en aquellos que originan desintegración de las rocas (agentes físicos) y los que pro-

vocan su descomposición (agentes químicos). Tabla VII.

a) Procesos de Desintegración.

La desintegración de las rocas debida a la repetición alternante de calentamiento y enfriamiento por cambios de temperatura diurnos o estacionales, tiene efecto notable en climas de tipo desértico donde los días son calurosos y las noches frías. En estos casos, la roca cede primordialmente por fatiga a causa de la continua inversión de los esfuerzos de tensión y compresión que originan en ella los cambios de temperatura.

Si en los poros o grietas de una roca se introduce agua y las temperaturas son lo suficientemente bajas, ésta se dilata con la congelación y la roca cede por tensión. En estos casos, las rocas duras se parten en bloques más o menos regulares a lo largo de las fracturas preexistentes.

Las plantas y los animales son agentes de intemperismo de poca importancia, si bien las raíces de árboles pueden romper rocas grandes y algunas especies animales, como algunos gusanos, remueven cantidades considerables de material suelto.

Los procesos de desintegración son activados por la exposición de la roca a los agentes atmosféricos, el principal de los cuales es el viento que ataca la roca por corrosión ó choque de las partículas que transporta el viento contra la roca que está intemperizándose y por abrasión o desgaste de esas partículas al chocar contra ella. La eliminación de materiales de la superficie mediante la acción cónica, se conoce como deflación.

TABELA NO. IVPROCESOS DE METEORIZACION

Desintegración
(Agentes Físicos)

- F₁.- Cambios periódicos de temperatura.
- F₂.- Congelación y fusión.
- F₃.- Plantas y animales.
- F₄.- Viento (Corrosión ó abrasión).
- F₅.- Topografía.

Descomposición
(Agentes Químicos)

- Q₁.- Oxidación y reducción.
 - Q₂.- Hidratación.
 - Q₃.- Carbonatación.
 - Q₄.- Efectos químicos de la vegetación.
-
-

La topografía favorece también la acción de intemperismo pues ofrece caras descubiertas a los agentes de meteorización y facilita la remoción de las partículas intemperizadas, dejando nuevas superficies expuestas.

b).- Procesos de Descomposición.

Los diversos procesos que contribuyen a la descomposición de una roca son de naturaleza química. El de oxidación implica que ha habido adición de iones de oxígeno al mineral que la compone; las rocas que contienen hierro, por ejemplo, son muy propensas a la oxidación.

El de reducción, por el contrario, se realiza cuando se extraen iones de oxígeno de los minerales de las rocas. La decoloración de algunas rocas (o pseudometeorización superficial), se suele atribuir a oxidación, o quizás a reducción de alguno de los componentes químicos de la roca.

La hidratación corresponde habitualmente a la adición de agua a los minerales. El agua así añadida es de estructura y debería prestarse atención a su diferenciación del tipo de agua que promueve procesos de desintegración. Un efecto importante de la hidratación es la descomposición de los feldespatos del granito para formar arcillas del tipo caolinita.

La carbonatación es la disolución del material de la roca por aguas que contienen una proporción considerable de dióxido de carbono (anhídrido carbónico); puede ser determinante de pérdida de cualidades, de manera especial en las áreas calizas. Todas las aguas superficiales contienen una pequeña proporción de dióxido de carbono.

Los ácidos orgánicos, que se desarrollan donde hay vegetación descompuesta, tienden a incrementar el poder de disolución de las aguas naturales. Algunos tipos de materia vegetal, tales como los líquenes, tienden a extraer ciertos elementos químicos de las rocas. Por otra parte, la vegetación propende a retener la humedad en las rocas y de este modo las protege, al disminuir su velocidad de meteorización. La descomposición puede alcanzar grandes profundidades; en Brasil, se sabe que hay margas que han quedado descompuestas hasta profundidades de más de 130 m.

c).- Relación entre Meteorización y Clima.

La manera según la cual las rocas quedan destruidas por los procesos de meteorización depende en gran parte de las condiciones climáticas. Las rocas se meteorizan predominantemente:

- 1) Por descomposición, en climas cálidos y húmedos.
 - 2) Por desintegración, en climas cálidos y secos.
 - 3) Por combinación de ambos procesos, descomposición y desintegración, en climas templados.
- Y finalmente,
- 4) Por expansión del agua, causante de desintegración en los climas secos y fríos, tales como el ártico y el antártico.

11.2 SUELOS

Se llama suelo al producto de la intemperización de las rocas, que habiendo o no sido transportado y depositado, no ha alcanzado un grado de compactación alto, en cuyo caso sería llamado roca. Evidentemente, esta definición es un tanto vaga, pues lo que se entienda por buena, o mala compactación, depende mucho del observador; pero afortunadamente en la

aplicación práctica del término no son frecuentes las confusiones.

Debemos decir algo acerca de la terminología empleada en la clasificación de los suelos. Cada uno de los principales grupos denominados grava, arena, limo o silt y arcilla, se basa en el tamaño de las partículas que componen el suelo, por lo general sin tener en cuenta su naturaleza mineralógica. Esto contrasta con la terminología usada en los primeros tiempos de la Geología. En ocasiones se usan nombres compuestos, tales como arena cuarzosa o grava calcárea, para describir con más exactitud ciertos materiales, pero es poco frecuente esa práctica. Los nombres compuestos más usuales se refieren a las propiedades físicas y así se dice arena fina o arcilla consistente. Es probable que, conforme se desarrolle el estudio de los suelos, se haga más frecuente el empleo de los nombres geológicos compuestos.

En cuanto a la terminología que se emplea en los trabajos de campo, así como la empleada para describir las muestras tomadas en los sondeos, se presenta otro problema pues la elección de los nombres usados para designar los diversos suelos descubiertos es aún una cuestión de criterio personal. Si se desea conservar un criterio uniforme en toda exploración de suelos, es aconsejable relacionar los nombres empleados por los que trabajan con los resultados de las pruebas de laboratorio.

GRAVAS

Son acumulaciones sueltas de fragmentos de rocas, procedentes de su desintegración y que tienen más de 2 mm de diámetro; desde este tamaño mínimo entran dentro del concepto de grava, aún la compuesta de

los mayores trozos de roca que se encuentran normalmente. Suelen llamarse gravillas los de 4 a 64 mm, grava los de 64 a 256 mm y cantos grandes los que sobrepasan los 256 mm.

Las gravas ocupan muchas y grandes extensiones, pero rara vez se encuentran sin mayor o menor proporción de arena, e incluso de limo, a no ser que estos componentes más menudos hayan sido barridos por el agua después de la deposición de la grava. Son depósitos característicos de aguas someras o corrientes fluviales (incluyendo aquellas que nacen en los heleros); pueden también formarse en las playas y se encuentran en algunos kames. La forma de cada trozo y su relativa alteración mineralógica dependen de la historia de formación de la grava, pero pueden encontrarse todas las variaciones desde elementos redondeados a angulares. Las gravas que han sufrido tanto transporte, que sus elementos se hayan redondeados, suelen estar compuestas de los tipos de roca más resistente, por lo general mezclados, mientras que las gravas de elementos angulares, como más nuevas, pueden consistir en fragmentos de incluso rocas relativamente tan blandas como las calizas.

ARINAS.

Es el nombre que se da a los materiales granulares finos procedentes de la denudación de las rocas o de su machaqueo artificial y cuyos elementos varían entre 0.053 y 2 mm de diámetro. Diversos autores establecen varias subdivisiones para designar las graduaciones de los tamaños de las partículas; la más usual consiste en fijar el diámetro de 0.42 mm como línea divisoria entre la arena fina y la gruesa. Como es lógico, los suelos arenosos suelen contener cierta cantidad de arcilla y de limo, pero si la proporción de estas sustancias no excede del 20%, la mezcla sigue denominándose arena.

TABLA NO. V

CUADRO DE LOS LÍMITES DE TAMAÑO DE LOS SUELOS Y NOMENCLATURA.

TAMAÑO EN MM.	SEDIMENTARIAS (EPICLASTICAS)				VOLCANICAS (PIROCLASTICAS)	
	REDONDEADO, SUBREDONDEADO SUBANGULOSO		ANGULOSO		FRAGMENTO	AGREGADO
	FRAGMENTO	AGREGADO	FRAGMENTO	AGREGADO		
256	Bloque	Aglomerado	Bloque		Bloque*	Brecha Volcánica
64	Matatona	Grava de Matatenas, Conglome- rado de Mata- tenas		Cascajo Brecha	Tomba**	Aglomerado
4	Canto Rodado, Guijarro	Grava de Guijarros, Conglome- rado de gui- jarros			32 mm. Lapilli	Toba de Lapilli
2	Gránulo	Grava de gránulos			4 mm.	
1/16	Arena	Arena, Arenisca		1 mm. grit 1/2 mm.	Ceniza gruesa	Toba gruesa
1/256	Limo	Limo, Limolita			1/4 mm. Ceniza fina	Toba fina
	Arcilla	Arcilla, Lutita				

(*) Separado de rocas eruptivas previamente consolidadas.

(**) Solidificado de material plástico durante la eyección.

El origen y por consiguiente, también la existencia de las arenas, es análoga a la de las gravas; las dos se encuentran juntas con gran frecuencia en el mismo depósito. Las arenas de playa que pueden estar actualmente situadas bastante tierra adentro a causa de movimientos corticales, constituyen el tipo más uniforme de depósito; las arenas de río contienen muy a menudo proporciones relativamente grandes de grava, limo y arcilla.

Disto mucho de ser cierta la idea popular de que todas las arenas se componen de partículas de cuarzo, pues aunque existen las integradas, tan sólo por cuarzo puro, la mayoría contienen por lo menos, un pequeño tanto por ciento de otros minerales. Algunos se componen principalmente de minerales distintos del cuarzo y en los distritos calcáreos que constituyen las arenas son bastante estables, pero las arenas glaciáricas pueden contener minerales frescos susceptibles a la meteorización.

La forma de las partículas de arena varía desde las completamente redondeadas a las angulares. Las primeras son raras y están confinadas por lo general, a las regiones desérticas. La edad de un depósito de arena no influye sobre la forma de sus granos, que depende principalmente de la roca de donde la arena procede y de la historia de su transporte.

LIMOS O SILT

Es el nombre que se da actualmente a los suelos compuestos de partículas de tamaños intermedios entre los de las arenas y las arcillas, es decir, 0.053 a 0.002 mm de diámetro. La mayoría de los limos inorgáni-

cos tienen poca o ninguna plasticidad y muchos de los glaciáricos se componen de materiales tan frescos que puede llamárseles adecuadamente polvo de roca. Los limos que exhiben algo de plasticidad contienen partículas escamosas, por lo común de minerales arcillosos, posiblemente en estado de formación. Pueden confundirse fácilmente con las arcillas pues con frecuencia tienen el "típico" color gris de éstas y aparentemente la misma consistencia en húmedo. En general se distinguirán con pruebas muy simples, tales como apretar un poco de suelo húmedo con la mano; la muestra de limo perderá el agua y adquirirá un aspecto lustroso. Los limos secos se desmoronan con mucha mayor facilidad que cualquier arcilla, por lo que producen polvo frotándolos ligeramente. En su posición natural, y especialmente saturados de agua, son prácticamente impermeables. Si se les trastorna, fluyen fácilmente en presencia de un exceso de agua.

ARCILLAS.

Se da este nombre a las partículas de diámetro menor de 0.002 mm y cuya masa tiene la propiedad de volverse plástica cuando se humedece, incluso aunque lleguen al 70% de su peso, si bien el contenido combinado de arcilla y limo debe exceder del 50%; esta mezcla conserva aún las propiedades características de la arcilla pura. Debe señalarse específicamente la condición de plasticidad que presenta la mezcla cuando está empapada de agua; es posible moler el cuarzo hasta tamaños similares a los de la arcilla y, sin embargo, no tendrán las propiedades características de aquella. La forma de las partículas está relacionada con sus peculiares propiedades físicas.

El estudio del origen de los suelos y de su deposición demuestra que las arcillas pueden formarse en todos los principales procesos relacio-

nados con la meteorización de las rocas. Pueden ser residuales ode acarreo, éstas últimas pueden ser depósitos aluviales de espesor variable y probablemente mezcladas con arena.

Al revés de los otros tipos de suelo, las arcillas son sensibles a la presión y así pueden variar desde muy blandas a extremadamente duras. Se creía que las pizarras procedían de las arcillas sujetas a grandes presiones durante considerables períodos, pero hoy, este pun to de vista es por lo menos discutible. Por eso, cuando una masa de esta arcilla consolidada es trastornada por completo, pierde sus pro piedades originales que no pueden recuperarse.

SUELOS ORGANICOS.

Aunque no es frecuente encontrar suelos orgánicos en el curso normal de las obras de Ingeniería, su presencia puede dar lugar a verdaderos problemas. Consisten esencialmente de materia orgánica muerta, procedente de una antigua vegetación y tienen a menudo una capa superficial de vida vegetal en diversos grados de decaimiento y un contenido variable de agua que puede llegar hasta más de 1000 por ciento de su peso. Recibe diferentes nombres, de los que los más usados son: ciénegas, turberas, marjales y tierras pantanosas.

En contra de la creencia popular, los suelos orgánicos son mucho más abundantes en el norte y van disminuyendo a medida que nos acercamos a las áreas tropicales. La velocidad de desintegración de la materia orgánica es tan rápida en los climas tropicales que no hay tiempo, por así decirlo, para que se formen suelos orgánicos. Los suelos orgánicos son rara vez de gran profundidad. Suelen encontrarse en antiguas depre siones del terreno que facilitaron la acumulación de agua. Tienden por su estructura a ser esponjosos, por lo que la desecación de dichos te-

rrenos es uno de los más molestos de los problemas asociados a estos suelos. Pueden ser considerados como un conjunto de vegetación fósil.

CAPITULO III

ESTRUCTURAS GEOLOGICAS

III-1. ESTRUCTURAS IGNEAS

Como ya se dijo, las rocas igneas son el producto de la consolidación del magma procedente del interior de la tierra y según su modo de ocurrencia se subdividen en:

- a) Rocas Igneas Extrusivas o Volcánicas.- Formadas cuando el magma solidifica en la superficie terrestre en forma de coladas de lava o es expulsado por el aparato volcánico al aire y depositado luego en la superficie, formando capas de rocas "piroclásticas".
- b) Rocas Igneas Intrusivas o Plutónicas.- Que se forman cuando el magma solidifica en el interior de la tierra.

A) Estructuras Igneas Extrusivas. Vulcanismo. Coladas de Lava.

Las coladas de lava se desarrollan cuando el magma surge en la superficie de la tierra en forma relativamente suave con poca o ninguna acción explosiva. Son cuerpos ígneos tabulares delgados en comparación con su extensión horizontal. La posición corresponde de modo general a la de la superficie sobre la cual han sido derramadas; sobre una planicie serán más o menos horizontales, pero sobre laderas pueden consolidar con una inclinación considerable, dependiendo también de la viscosidad de la lava.

La temperatura de las lavas recientemente arrojadas por el volcán pocas veces es mucho más elevada que el punto de fusión de

aquellas, y según la composición y contenido en gas oscila entre 600° y 1,200° C., siendo generalmente más alta en las lavas básicas, tales como el basalto. La movilidad de la lava fundida depende de los mismos factores. Las lavas ricas en sílice son de ordinario duras y viscosas y se solidifican en gruesas lenguas antes que puedan ir lejos, mientras que las lavas básicas tienden a correr libremente largas distancias. La velocidad de la corriente de lava depende de la movilidad y la pendiente, del terreno en que fluyen.

La superficie de las corrientes de lava recientemente consolidadas corresponde de ordinario a dos tipos contrastados, conocidos técnicamente con denominaciones hawaianas, aa (ah-ah) y pahoehoe. Las primeras o lavas en bloque se forman sobre coladas parcialmente cristalizadas de las cuales se escapan los gases en súbitas explosiones. ~~Durante el avance se rompe la costra solidificada en un~~ conjunto irregular de bloques ásperos, dentados y escoriáceos. Las segundas o lavas cordadas surgen a una temperatura más elevada, se escapan de ellas sosegadamente diminutas burbujas de gas y la colada se solidifica con una costra lisa en un principio, pero que se arruga en formas viscosas y cordadas, como las que adopta la pez líquida.

Ocurre algunas veces que después de haberse solidificado la superficie superior y los bordes de una colada de esta clase, los restos de la lava fundida se escapan, dejando un túnel vacío de tamaño variable que puede ocasionar problemas al constructor si no es detectado oportunamente y ^{es} tratado con el consiguiente aumento en los costos de la construcción.

Cuando las lavas de tipo viscoso (o lavas cordadas) corren por el fondo del mar o por debajo de una cubierta de agua fría, se consolidan con una estructura análoga a un revuelto montón de almohadillas, habiéndose descrito con el apropiado nombre de lavas en almohadilla.

La estructura columnar ~~(de las lavas)~~ aparece desarrollada en el interior de potentes masas de lava que han llegado a estabilizarse y que se consolidaron bajo condiciones particulares de estancamiento. Esto es característico de un modo especial en los basaltos de meseta, de grano muy fino, los cuales están relativamente libres de vesículas.

PRODUCTOS DE PROYECCION (PIROCLASTOS)

Los materiales fragmentados lanzados al aire se precipitan a diversas distancias del foco de erupción según su tamaño y la altura desde la cual inician su descenso. Los fragmentos más gruesos, que comprenden bombas, bloques de escorias y piedra pómez y bloques de rocas más antiguas, caen cerca de los bordes del cráter y bajan rodando por las pendientes internas o externas, formando depósitos de aglomerados o brechas volcánicas; este último término implica que los bloques se componen en buena parte de rocas del país procedentes del basamento del volcán. Las bombas volcánicas representan pellas de lava que se solidificaron, al menos por fuera, antes de caer al suelo. Algunas de ellas revisten formas globulares, esferoidales o fusiformes debidas a la rápida rotación durante el vuelo; otras, de forma menos regular a causa de que fueron -

rígidas desde el principio, tienen grietas profundas en su superficie y por eso se les ha llamado bombas con corteza de pan (*Fig 10*).

Los fragmentos más pequeños, del tamaño de un chicharo o de una nuez, se llaman pavesas o lapilli (piedrecitas), según su estructura. Los materiales más finos todavía reciben el nombre de cenizas. Estas caen principalmente sobre los flancos y forman depósitos que, cuando están más o menos endurecidos, constituyen las cineritas, llamadas también tobas volcánicas y con menos propiedad tufas (galicismo que procede de la palabra tufs, adoptado en diversas lenguas extranjeras). Algunas veces, cristales de augita, feldespatos y otros minerales se precipitan de las nubes volcánicas en forma de lluvia y contribuyen a la formación de tobas. Las partículas más finas, que caen con el grosor de las de polvo, entre las que se incluyen agujas y astillas de vidrio, con frecuencia van a parar muy lejos del cráter antes de su caída. Cuando tales materiales son lanzados a grandes altitudes y arrastrados por el viento pueden ser transportados a lo largo de inmensas distancias. El polvillo microscópico procedente de la catastrófica erupción del Krakatoa, en 1883, dió la vuelta al mundo y su dispersión a través de la atmósfera fué la causa de las puestas de sol vivamente coloradas que se observaron durante los meses siguientes.

CONOS Y OTRAS ESTRUCTURAS VOLCANICAS

Cuando las erupciones se llevan a cabo a través de una chimenea vertical el orificio se ensancha en forma de cráter con flancos, acampanados por explosión exterior y hundimiento interior. Por la acumulación de productos volcánicos alrededor de la abertura se va construyendo gradualmente una montaña cónica o en forma de cúpula. Los volcánes con la estructura familiar de cono y cráter se -

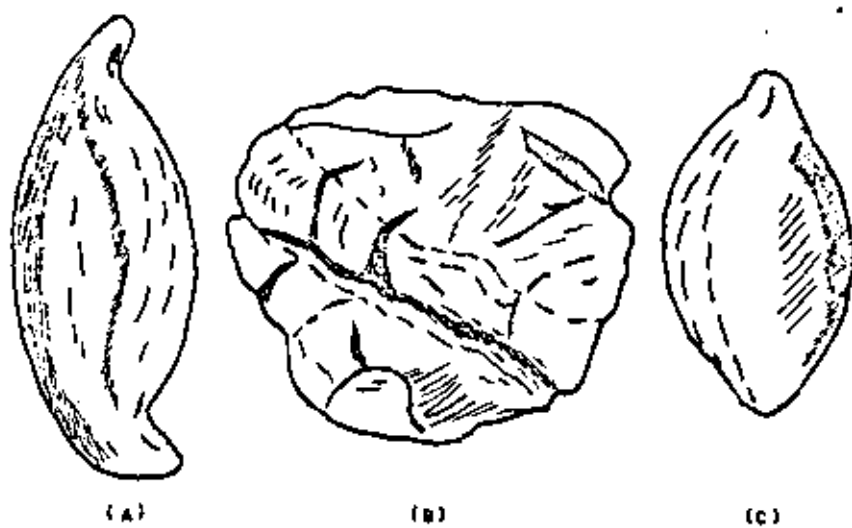


Fig. 2 BOMBAS VOLCANICAS

(A) Y (C) BOMBAS FUSIFORMES

(B) BOMBA CON CORTEZA DE PAN

se llaman de tipo central, a causa de estar su actividad centralizada en torno a un conducto o chimenea. Entre las paredes de su cima truncada algunos volcanes poseen gigantescas depresiones que semejan cráteres enormemente ensanchados. Tal depresión puede haberse formado por derrumbamiento, de la primitiva superestructura o, con menos frecuencia, porque el volcán ha lanzado lejos su propia cima; y se la denomina caldera. El diámetro de una caldera es mucho mayor que el de la abertura eruptiva y este contraste de tamaño es lo que lo distingue de un cráter. Casi todos los volcanes de nuestros días son del tipo central, pero en ciertos períodos del pasado geológico, y ocasionalmente durante los tiempos históricos, hubo volcanes del tipo de fisura que han derramado prodigiosos volúmenes de lava a través de largas fisuras de la corteza terrestre y han cubierto la comarca circundante de un manto de lava de extensión muchísimo mayor que las limitadas coladas de los volcanes de tipo central.

Algunos volcanes permanecen continuamente en erupción, pero en la mayor parte de los casos la actividad es intermitente, y algunas veces existen largos intervalos de reposo, durante los cuales cesan los signos exteriores de actividad o se reducen a exhalaciones de vapor de agua y otros vapores a través de aberturas llamadas fumarolas. Estas, en una etapa posterior, pueden pasar a géiseres o manantiales calientes.

Las formas estructurales que resultan de la actividad volcánica dependen de la cantidad, proporción y carácter de las lavas y piroclastos arrojados. Algunos volcanes tienen una condición preferentemente efusiva, siendo la lava su producto principal; algunos son completamente explosivos; pero en la mayoría de los casos alternan estas dos clases de erupciones o se efectúan simultáneamente.

Los conos compuestos son acumulaciones de capas sucesivas de cineritas estratificadas, que alteran irregularmente con coladas de lava en forma de lengua.

Estas lavas pueden derramarse a través de brechas en las paredes del cráter o de grietas radiales que puedan alimentar cráteres adventicios o parásitos, con frecuencia dispuestos en series lineales sobre los flancos. Al solidificarse el magma en las fisuras, se forman diques que ayudan a fortalecer la estructura (Fig. 3).

Un volcán puede sufrir erupciones de tan catastrófica violencia que se forme una vasta caldera, como si el volcán hubiese lanzado lejos de sí su cono terminal. Si la caldera se hubiese originado, en efecto, de este modo, fragmentos de los materiales ausentes formarían la mayor parte de los productos de proyección o piroclastos representativos de la erupción. Pero cuando son raros tales fragmentos, como de ordinario ocurre, la única explicación es que la parte desaparecida del cono deberá encontrarse fuera de la escena. La mayoría de las calderas de volcanes compuestos parecen ser resultados del hundimiento total de la primitiva estructura en el espacio previamente ocupado por el magma, que fue rápidamente vomitado por erupciones explosivas de paroxísmica violencia. La emisión eruptiva reanuda, en general, más pronto o más tarde la actividad y construye un nuevo cono en el fondo de la caldera, (Fig. 4).

La forma de las estructuras volcánicas constituídas enteramente o de un modo dominante por corrientes de lava, depende sobretudo de la fluidez de ésta. Las lavas más ricas en sílice, tales como las riolitas, dacitas, traquitas y las correspondientes obsidianas, con frecuencia son tan viscosas que al correr no pueden alejarse mucho de la abertura. Se construyen entonces encima de la misma chimenea cúpulas de faldas empinadas y hasta

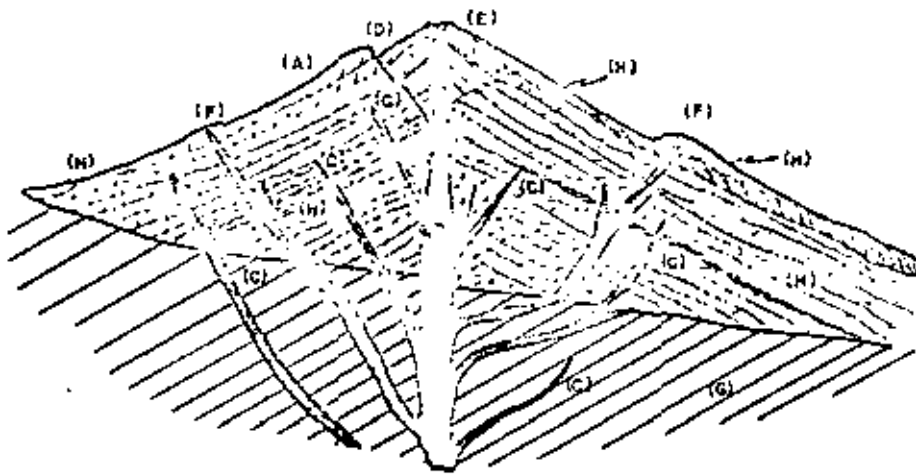


Fig. 3.-CORTE ESQUEMATICO DE UN VOLCAN MIXTO

- (A) CONO PRINCIPAL
- (B) CHIMENEA
- (C) DIQUES
- (D) CRATER DE EXPLOSION
- (E) CONO ERUPTIVO
- (F) CONOS PARASITOS O ADVENTICIOS
- (G) ROCAS ANTERIORES AL VOLCAN
- (H) COLADAS DE LAVA

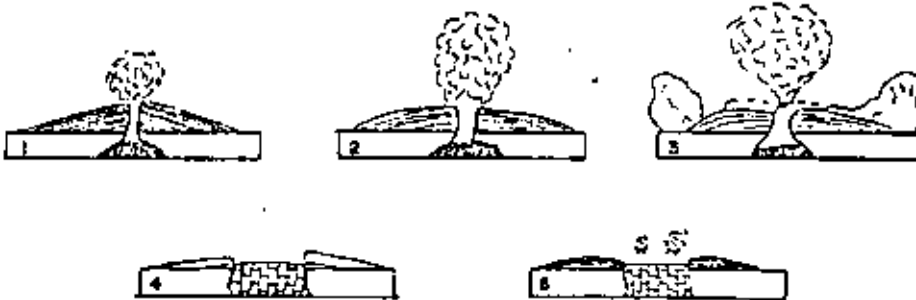


Fig. 4 - FORMACION DE UNA CALDERA DE SUBSIDENCIA

- 1.- EXPLOSIONES SUAVES
- 2.- EXPLOSIONES MAS VIOLENTAS
- 3.- LAS EXPLOSIONES VIOLENTAS RESQUEBRAJAN LA CUPULA
- 4.- EL CONO SE HUNDE EN LA CAMARA MAGNETICA
- 5.- SE INICIAN NUEVOS CONOS ERUPTIVOS EN EL PISO DE LA CALDERA

alguna vez, bulbosas. A causa de la obstrucción, el desarrollo ulterior ha de efectuarse principalmente por medio de adiciones desde el interior con lo cual las capas más externas se agrietan y son empujadas hacia los lados por la expansión interior.

Lavas basálticas muy fluidas, de las cuales se escapan gases con tal facilidad, que la actividad explosiva se halla subordinada, se extienden en delgados mantos a través de grandes distancias. Por acumulación de sucesivas coladas en diversas direcciones, se va construyendo una cúpula de amplia extensión con pendiente suave, que raramente excede de 6° a 8°. Los clásicos ejemplos de estos volcanes en escudo son: los de las Islas Hawai.

En muchas zonas volcánicas, los volcanes centrales tienen una distribución lineal bien manifiesta, indicadora de que su alimentación se efectúa a lo largo de fisuras profundamente instaladas. Debido a los diversos grados de obstrucción, el magma sube a niveles muy diferentes a lo largo de una fisura y finalmente irrumpe en puntos aislados donde la resistencia de los materiales situados encima es menor o donde el flujo de gas a través de las rocas consiguió mejor abrirse paso. Las aberturas así localizadas tienden después a persistir. En regiones sujetas a poderosa tensión cortical, sin embargo, las grietas que penetran más profundamente pueden producir canales ininterrumpidos para la rápida ascensión de enormes volúmenes de magma basáltico.

En el transcurso de los tiempos históricos, Islandia ha sido una de las pocas regiones en que se han presenciado erupciones a través de fisuras.

GASES VOLCÁNICOS

El vapor de agua es el más común de los gases volcánicos. Localmente, el

vapor de agua puede provenir de un modo parcial y hasta total de las aguas subterráneas y lagos de los cráteres, pero, aún cuando se admitan estas fuentes superficiales, es todavía más evidente que el vapor de agua liberado en la mayoría de las erupciones es en gran manera de origen magnético.

Al lado del vapor de agua (del 60 al 90 por ciento), los gases consisten, indicados por orden de abundancia, en anhídrido carbónico, nitrógeno, anhídrido sulfuroso y pequeñas cantidades de hidrógeno, óxido de carbono, azufre y cloro. Gases similares son liberados en todas partes de las lavas y fumarolas en actividad, juntamente con varios compuestos emparentados con ellos, tales como hidrógeno sulfurado, ácido clorhídrico y otros ácidos.

Una erupción explosiva es únicamente la manifestación final del poder propulsivo ejercido por los gases volcánicos. Puesto que la densidad del magma es reducida a causa de los gases que contiene en solución y todavía resulta más disminuída por la separación de burbujas gaseosas, el magma puede subir a niveles mucho más elevados, que de otro modo le sería imposible.

Otro efecto importante de los gases es el de aumentar la movilidad y prolongar la vida activa de magmas y lavas. Una lava, mientras todavía retenga parte del contenido original de gas, puede seguir fluyendo hasta que la temperatura descienda a 600° ó 700° C. Pero cuando la misma lava ha cristalizado y casi todo su gas ha sido expelido, se ha comprobado que la temperatura necesaria para reblandecerla de nuevo ha de ser de varios centenares de grados más. Se deduce de ésto que la pérdida de gases implica una rápida consolidación. Las reacciones químicas de algunos gases entre sí y con el oxígeno pueden engendrar localmente cierta cantidad de calor en los centros volcánicos y de este modo ayudan a mantener temperaturas elevadas

y hasta aumentarlas durante algún tiempo.

B) TEXTURAS IGNEAS, INTRUSIVAS, EFFUSIVAS.

Se dice que una roca ígnea es intrusiva cuando solidifica antes de aflorar en la superficie terrestre.

Su composición mineralógica es semejante a la de las rocas extrusivas, junto con las cuales forman las llamadas familias de rocas ígneas de las que ya se habló con anterioridad, pero difieren comúnmente en su textura y estructura. Textualmente la diferencia estriba principalmente en que en las rocas intrusivas son comunes los cristales bien desarrollados notables a simple vista (texturas porfídica y fanerítica) debido a que por solidificar en el interior de la corteza terrestre, su enfriamiento es más lento, con lo que se permite la cristalización.

Esto no ocurre con las rocas extrusivas en las que, debido a su rápido enfriamiento en contacto con la atmósfera, la cristalización es por lo general muy pobre, formándose cristales solo visibles al microscopio (textura afanítica).

Por otra parte su estructura (modo de ocurrencia) también es notablemente diferente.

PRINCIPALES ESTRUCTURAS IGNEAS INTRUSIVAS.

La forma y posición de las rocas ígneas que fueron inyectadas entre las rocas corticales, depende en gran parte de su relación con los planos de separación de las formaciones invadidas. Esto se ve más claramente allí donde los estratos han permanecido horizontales y solo fueron inclinados o plegados suavemente.

Uno de los vestigios más comunes de la actividad ígnea primitiva nos lo proporcionan las intrusiones en forma de paredes o murallas llamadas diques (Fig. 5). En ellos el magma ascendió por fisuras aproximadamente verticales, abriéndose paso y ensanchando la grieta a medida que ascendía, y de este modo, al enfriarse, quedó consolidado en forma de capa vertical de roca cuyas caras laterales, más o menos paralelas, cortan transversalmente los planos de estratificación.

En ciertas circunstancias, el magma puede abrirse paso a lo largo del espacio entre dos planos de estratificación, donde se instala por levantamiento de las rocas situadas encima. Las formaciones tabulares de rocas resultantes (Fig. 6) se llaman mantos interestratificados.

Los diques varían mucho en su espesor, desde unos cuantos centímetros hasta centenares de metros, pero lo más frecuente es que tengan de metro y medio a seis metros de ancho. Existe también una considerable variación en longitud, según vemos en la superficie, pudiendo oscilar entre algunos metros y varios kilómetros. Los diques son muy numerosos en algunas regiones de actividad ígnea.

Un magma inyectado, sobre todo si es muy viscoso, puede encontrar más fácil levantar los estratos que se hallan encima plegándolos a modo de domo (Fig. 7). Tales formas intrusivas reciben el nombre de lacolitos (del Griego cisterna y piedra).

Las intrusiones que en su conjunto son concordantes con la roca encajonante y tienen forma de platillo son los lopolitos (del Griego vasija de poca profundidad). Los ejemplos mejor conocidos son de extraordinarias dimensiones (Fig. 8). La curvatura de tan extensos mantos parece ser inge-

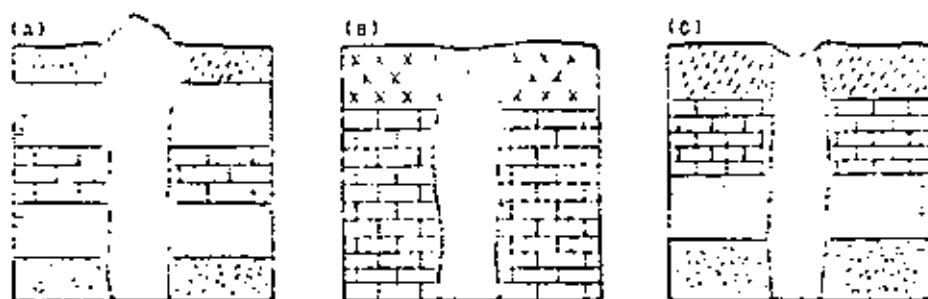


Fig. 5 - MORFOLOGIA DE DIQUES EN RELACION CON LA ROCA ENCAJANTE

(A) DIQUE MAS RESISTENTE A LA EROSION QUE LAS ROCAS ENCAJANTES

(B) DIQUE Y ROCAS ENCAJANTES DE LA MISMA RESISTENCIA

(C) DIQUE MENOS RESISTENTE QUE LAS ROCAS DE LAS PAREDES



Fig. 6 - MANTO INTERESTRATIFICADO (EN NEGRA) EN UNA SECCION SEDIMENTARIA DE ROCA PLEGADAS.

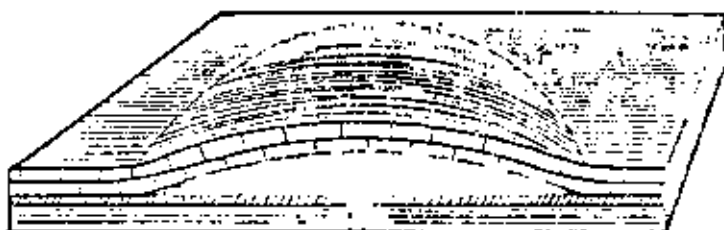


Fig. 7 - ESQUEMA DE UN LACOLITO IDEAL

visible consecuencia del desplazamiento de enormes masas de magma desde los niveles profundos hasta los más elevados de la corteza.

Los batolitos (del Griego profundidad) son masas gigantescas de rocas esencialmente ígneas, en general compuestas de granitos o granodioritos, con cubierta sumamente irregular a modo de domo y paredes que se precipitan hacia abajo de manera que las intrusiones se ensanchan en profundidad y aparecen sin fundamentos visibles (Fig. 9). Se presentan en el corazón de los sistemas montañosos de todas las edades geológicas, y son visibles dondequiera que la denudación haya llegado a suficiente profundidad. Aunque en detalle sus bordes sean marcadamente discordantes con respecto a las rocas que los rodean, de ordinario están alargados paralelamente al rumbo general de los sistemas montañosos en que se encuentran.

Algunos batolitos de América occidental se extienden en centenares de kilómetros, siendo su anchura la décima parte de su longitud o algo menos.

Las pequeñas intrusiones de tipo similar, pero menos alargadas y con dimensiones superficiales de solo unos cuantos kilómetros cuadrados o menos aún, las llaman stocks los autores de lengua inglesa. Muchas de ellas es probable sean retoños de batolitos subyacentes, de los cuales tan solo las partes más elevadas han sido puestas al descubierto por la denudación.

El origen de los batolitos, debido principalmente a sus enormes dimensiones, plantea una serie de interrogantes si pretendamos explicar su modo de formación.

La hipótesis que primero se ocurre, es que el material que constituye el batolito procede de una cámara magmática semejante a la de cualquier volcán, pero difícilmente podemos imaginar un reservorio de magma de tales dimensiones, el cual por sí mismo exigirá una explicación.



Fig. 8.-CORTE GEOLOGICO ESQUEMATIZADO DE UN LOPOLITO

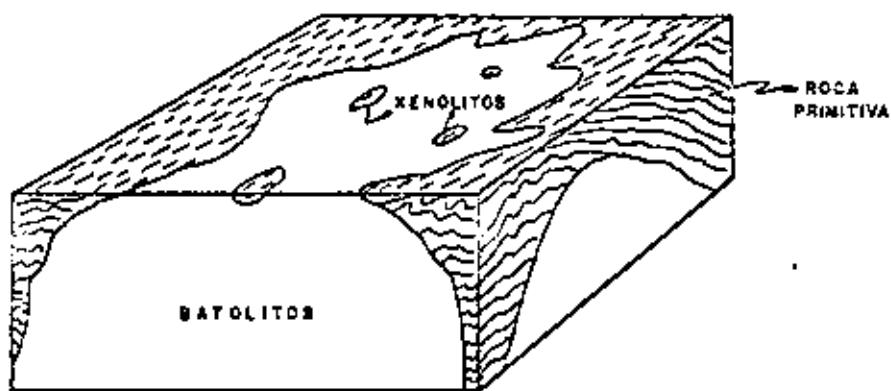


Fig. 9.-BLOQUE DIAGRAMATICO ILUSTRANDO UN BATOLITO

Por otra parte, ¿Qué se hicieron las rocas corticales que primitivamente ocupaban el espacio donde ahora se extiende el batolito? Si el batolito se formó enteramente por la consolidación del magma que ascendió en masa desde la profundidad, entonces las rocas preexistentes han debido de desplazarse hacia arriba, hacia los lados o hacia abajo. Pero solamente una parte del espacio requerido pudo quedar disponible por tal procedimiento. Las observaciones de la cubierta y de las paredes han mostrado que los desplazamientos de las rocas originarias hacia afuera pueden llegar a ocurrir realmente, pero solo a una escala relativamente pequeña, como así había de ser inevitablemente alrededor de cualquier vasta masa en expansión.

El deslizamiento hacia abajo parece a primera vista más prometedor. Esto implica el desmenzamiento de las rocas de la cubierta por expansión termal, el que sean desalojados los fragmentos por penetración de gases y lenguas de magma en las grietas, y finalmente, llega el momento de ser engolfados y de hundirse los bloques. Este proceso se llama obstrucción natamática. En los niveles superiores de stocks y batolitos se conservan con frecuencia inclusiones de las rocas preexistentes de todos los tamaños, más o menos intensamente metamorfozadas. Se conocen con el nombre xenolitos (del Griego extranjero). En profundidad, sin embargo, van haciéndose cada vez más pequeños y menos numerosos, y cada vez aumenta su analogía con las rocas graníticas que las engloban, hasta que finalmente acaban por desaparecer del todo. Es evidente que han sido incorporadas al granito, y sigue en pie el problema del espacio.

La hipótesis de la obstrucción tropieza con otras serias dificultades. Si el magma granítico sube en gran volumen hacia la superficie por este procedimiento con frecuencia se abriría paso irrompiendo netamente a través

de la corteza para formar volcanes gigantescos con erupciones de riolita y obsidiana y con los correspondientes piroclastos. Pero esto muy rara vez ha ocurrido, según lo prueba claramente la retención de rocas de la cubierta primitiva. Además, si el magma granítico se elevara desde las profundidades en cantidades correspondientes al enorme volumen de los batolitos, éste sería, en mucho, el más abundante de todos los magmas. En este caso, la riolita sería la más abundante de todas las rocas volcánicas. Pero no es así, aunque el granito y la granodiorita sean fácilmente las más comunes de las rocas plutónicas, el basalto es la más abundante de las rocas volcánicas. Este sorprendente hecho sugiere con vivos rasgos que el volumen del magma verdadero dedicado a la formación de batolitos era relativamente pequeño en comparación con su enorme masa.

Puesto que no podemos resolver el problema del espacio hundiendo las rocas preexistentes o empujándolas hacia arriba o hacia los lados, se deduce que un elevado porcentaje del material de las rocas originarias debe de encontrarse allí, aunque ahora esté transformado en granito y tipos asociados de rocas ígneas. Todo argumento positivo en evidencia viene a favorecer este punto de vista. Al parecer, las rocas originarias no fueron invadidas por el magma granítico como tal magma, sino que se efectuó la granitización por medio de fluidos calientes ricos en gases. Estos empaparon las rocas, cambiando su composición y metamorfizándolas con una intensidad que llegó a alcanzar el ultramorfismo, con lo cual determinaron la generación de magma granítico in situ, y dieron movilidad a la masa, de modo que se convirtió en ígnea.

PLEGAMIENTO DE LAS ROCAS

Las fuerzas verticales u horizontales, de tensión o compresión, que actúan

sobre la corteza terrestre pueden romper, desplazar o plegar las rocas produciendo en cada caso estructuras geológicas características.

Para comprender todos estos fenómenos y su representación en planos, es necesario exponer dos conceptos geológicos del máximo uso e importancia en Geología:

Rumbo.- Es el ángulo existente entre una línea horizontal contenida en un estrato, falla o fractura y la línea norte sur (Fig. 10).

Buzamiento o inclinación de un estrato, falla o fractura.- Es el ángulo que una línea de máxima pendiente, contenida en la estructura, forma con un plano horizontal (Fig. 10).

El rumbo y buzamiento nos determinan la posición de cualquier punto de la estructura. Los símbolos utilizados para representar en un plano el rumbo y buzamiento de una capa se ilustran en la figura 19, en que aparece también la representación escrita, en ella el primer miembro representa el rumbo y el segundo el buzamiento. Conviene hacer notar que rumbo y buzamiento siempre deben de formar un ángulo de 90° , por lo que no es necesario dar también el rumbo del buzamiento sino solamente el cuadrante hacia el que buza.

Los pliegues que se encuentran con más frecuencia en la naturaleza se deben a fuerzas que actúan horizontalmente sobre una sucesión de estratos, si bien también existen pliegues debidos a fuerzas verticales aunque menos frecuentes.

Cuando las capas están plegadas en forma arqueada (con las capas más bajas o antiguas rodeadas por las más elevadas o recientes) la estructura se llama un anticlinal, a causa de que los estratos aparecen enton

ces inclinados a uno y otro lado del lomo. Cuando las capas están plegadas a modo de una artesa, o sea en forma cóncava (con las capas más antiguas envolviendo las más modernas), la estructura se llama un sinclinal, a causa de que los estratos de uno y otro lado "se inclinan juntos" hacia la quilla (Fig. 12). Los lados o laderas de los pliegues se llaman flancos, pudiendo darse el caso, cuando se suceden anticlinales y sinclinales, de que un mismo flanco pertenezca a un anticlinal y al sinclinal contiguo. El plano bisector del ángulo diedro formado por los dos flancos de un mismo pliegue se llama plano axial, siendo el eje del pliegue para una capa determinada, la intersección del plano axial con la superficie de dicha capa. Si el plano axial es vertical, el pliegue también es vertical o recto y, además, simétrico, coincidiendo entonces la cresta con el eje (Fig. 13b). Si el plano axial está inclinado, el pliegue será también inclinado; con respecto a la vertical, será asimétrico (Fig. 13c).

Si se sigue un pliegue a lo largo de su eje, tarde o temprano desaparece en lo que se conoce como nariz del pliegue.

Además de los pliegues simétricos y asimétricos, existen otros varios tipos de pliegues: (Fig. 13)

Los pliegues tumbados (Fig. 13f), que son aquellos en que el plano axial está en posición casi horizontal. En este tipo de pliegues se tiene la secuencia invertida en uno de sus flancos, pues se puede ver que si es anticlinal la capa más joven queda en la parte inferior y por tanto en el caso del sinclinal la más antigua arriba, lo cual es la situación inversa a la normal.

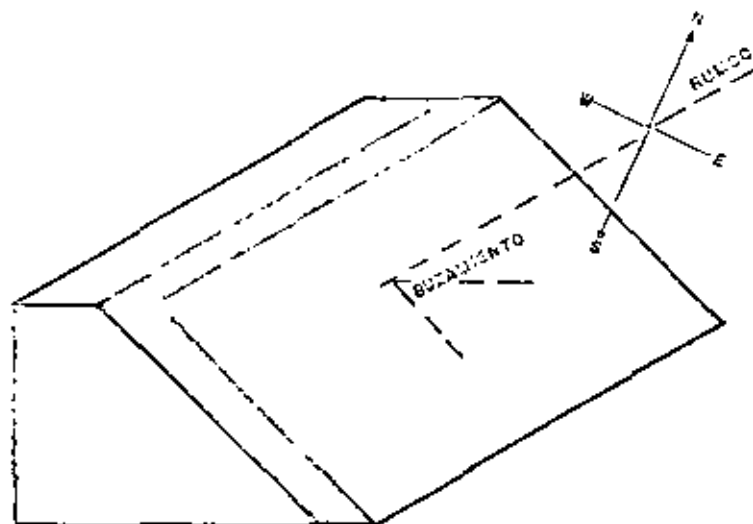


Fig. 10.- ILUSTRACION DE RUMBO Y BUZAMIENTO

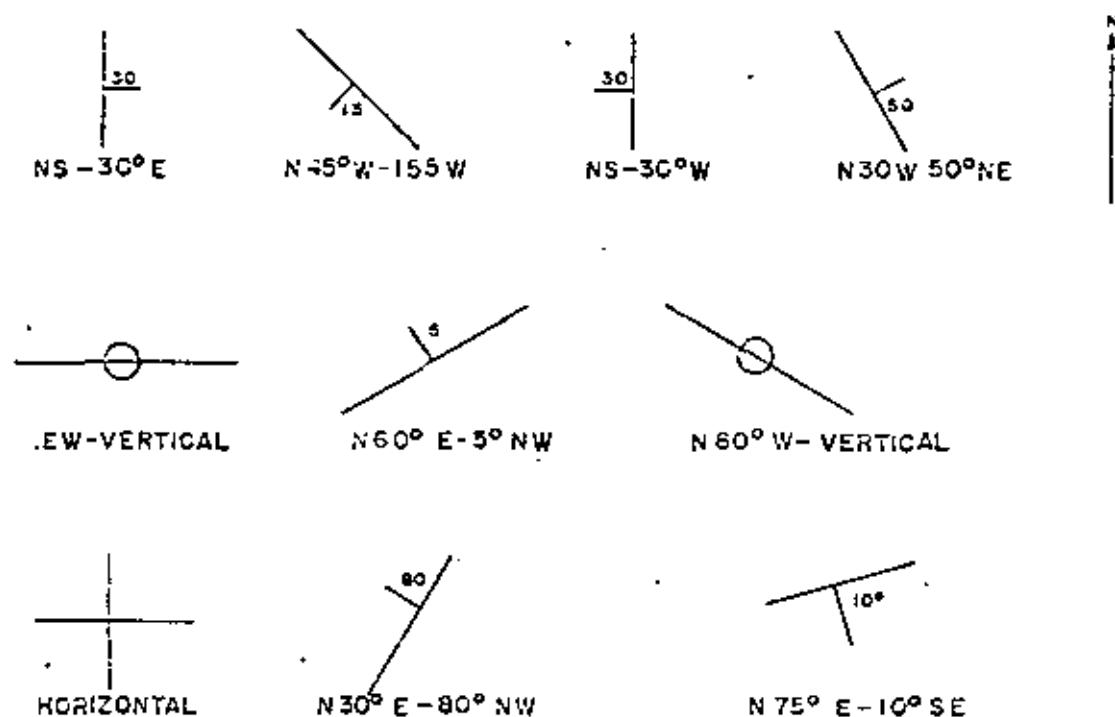


Fig. 11.- REPRESENTACION DEL RUMBO Y BUZAMIENTO DE ESTRATOS
(ESCRITA Y GRAFICA)

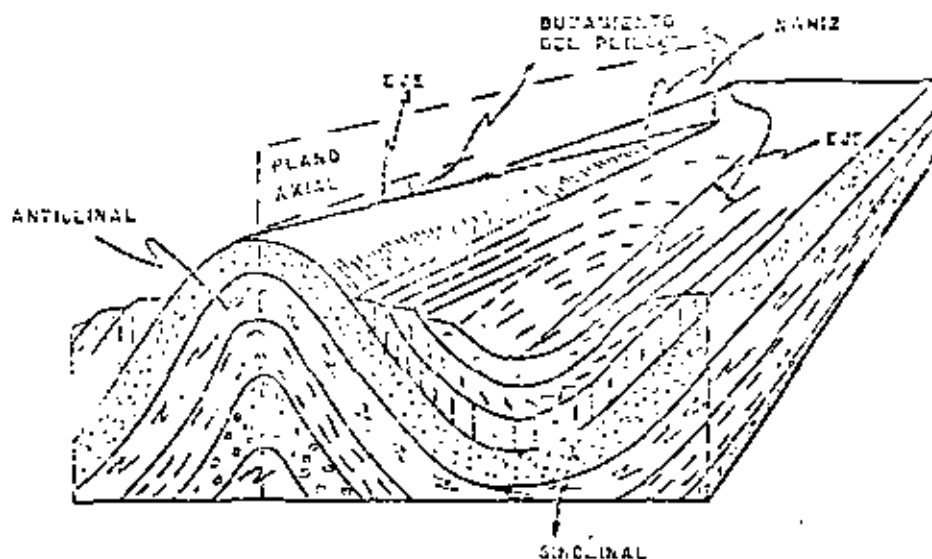


Fig.12 - REPRESENTACION IDEALIZADA DE UN ANTICLINAL Y UN SINCLINAL SIMETRICOS MOSTRANDO SUS PARTES PRINCIPALES.

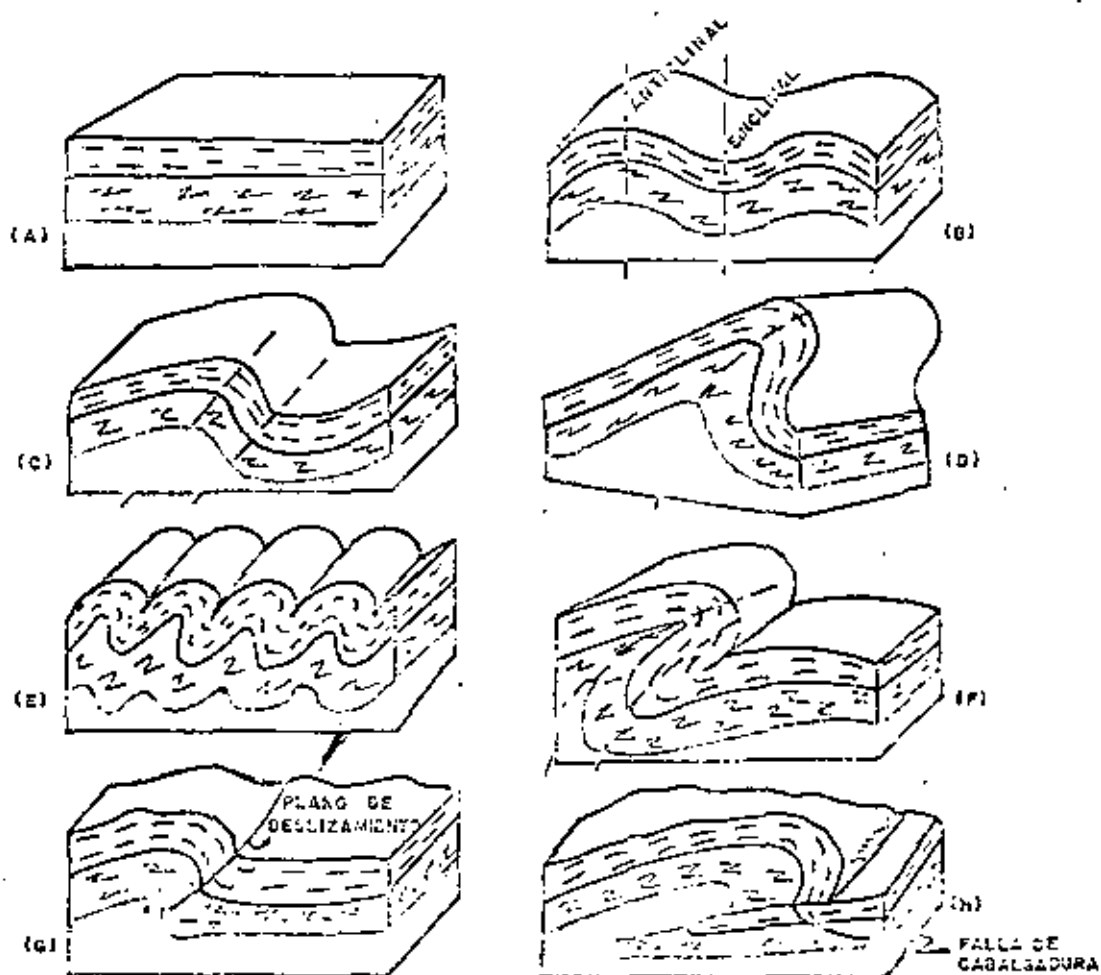


Fig.13- EVOLUCION DEL PLEGAMIENTO

(A) SECCIONES HORIZONTALES

(B) PLEGUES SIMETRICOS

(C) PLEGUES ASIMETRICOS

(D) PLEGUES RECOSTADOS

(E) PLEGUES ISOCLINALES

(F) PLEGUES VOLCADOS O TUMBADOS

(G) INICIACION DE UNA CABALGADURA

(H) PLEGUE DE CABALGADURA

Los pliegues isoclinales son aquellos que presentan sus flancos paralelos e igualmente inclinados (Fig. 13c).

Cuando el empuje que pliega los estratos actúa con más intensidad en una dirección, el pliegue es empujado según ésta, y uno de los flancos se estira y termina hasta romperse, produciéndose un pliegue falla (Fig. 13g).

Si la fuerza sigue actuando con la intensidad necesaria, el flanco superior se desliza sobre el inferior, trasladándose a grandes distancias, con lo que se tendrán formaciones antiguas descansando sobre otras más recientes y formándose un plegamiento de cabalgamiento o cobijadura (Fig. 13h).

El símbolo para representar el rumbo y buzamiento de un estrato invertido se representa como aparece en la figura 14, en la que en el primer símbolo se representa un estrato que originalmente buzaba hacia el norte, llegó a la vertical y continuó su giro, ahora en dirección sur, otros 60° . En el segundo caso se inclinó originalmente hacia el SW, robasó la vertical y continuó el giro otros 20° . En el tercer caso, después de inclinarse hacia el oriente los primeros 90° , continúa el giro otros 45° .

La representación de los pliegues en planos puede verse en el tema que trata de las ilustraciones geológicas.

a) TRASCENDENCIA DEL PLEGAMIENTO EN INGENIERIA.

De entre los varios tipos de pliegues, son los sinclinales los de más trascendencia en Ingeniería, como consecuencia de su capacidad para transmitir y acumular flujos. Hay serios problemas de aguas que pueden resultar de la construcción y mantenimiento en servicio de túne-

les que cortan sinclinales en que existen estratos porosos (Fig. 15). Si se pone de manifiesto un sinclinal de tal clase antes del período de proyecto, podría variarse la elevación del túnel planeado, con objeto de situarlo en estratos más secos. En trincheras profundas, para ferrocarriles e carreteras, se encuentran problemas de agua parecidos que pueden crear preocupaciones constantes a los ingenieros encargados de su conservación. A veces los pliegues pueden ejercer influencia en la elección del emplazamiento de una presa o embalse. Por ejemplo, cuando el vaso está emplazado sobre un monoclinal que contiene estratos permeables, hay casos en que pueden ser excesivas las filtraciones y escapes por las pendientes monoclinales aguas abajo. Si el monoclinal ofrece la inclinación de sus estratos aguas arriba, probablemente el vaso daría lugar a escasas pérdidas, siempre sin embargo, que el monoclinal contenga lechos impermeables (Fig. 16).

Los estratos plegados pueden afectar considerablemente la estabilidad de taludes, como puede verse en la figura 17, donde las condiciones de estabilidad resultan indudablemente más favorables en el caso "a" que en el "b", sobre todo si recordamos que los planos de estratificación son por lo general zonas de debilidad que favorecen los deslizamientos.

11.3- FRAGMENTACIÓN DE LAS ROCAS

Las rocas están característicamente rotas por fracturas lisas conocidas como diaclasas. Las diaclasas se pueden definir como planos divisorios o superficies que dividen las rocas, y a lo largo de los cuales no hubo movimiento visible paralelo al plano o superficie. Aunque la mayoría de las diaclasas son planos, algunas son superficies curvas.



Fig 14 - REPRESENTACION DE ESTRATOS INVERTIDOS.

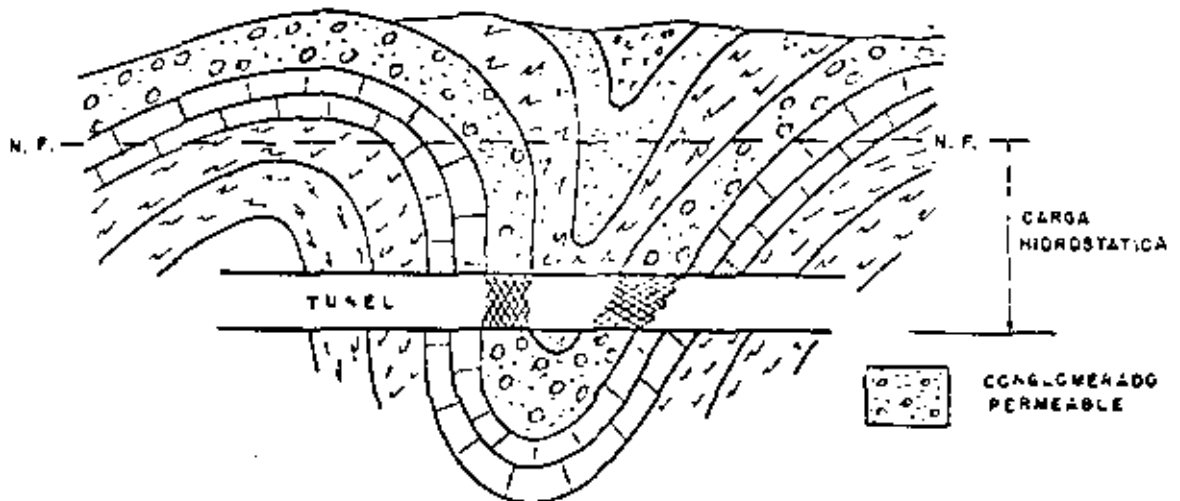


Fig. 15 - PERFIL GEOLOGICO DONDE SE ILUSTRÁ EL CORTE DE UN TUNEL A UN SINCLINAL CON ESTRATOS IMPERMEABLES Y PERMEABLES LA VENA EN QUE SE TENDRAN ENTRADAS DE AGUA A PRESION EN LA OBRA.

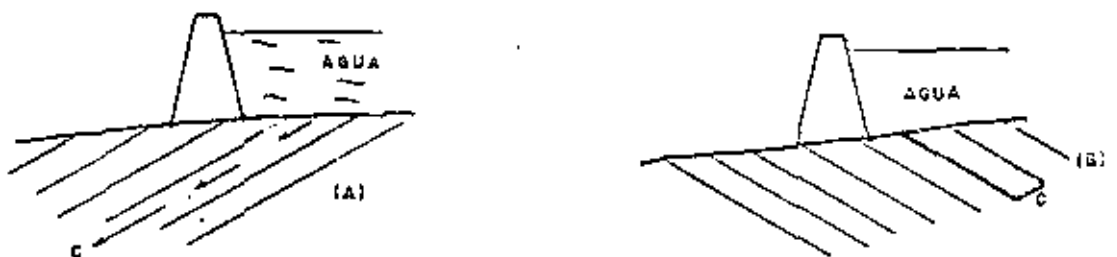


Fig. 16 - INFLUENCIA DE LA ESTRATIFICACION EN PRESAS EN (A) EXISTE UNA CAPA PERMEABLE O QUE BUZA AGUAS ABAJO CON LO QUE SE TENDRAN PERDIDAS EN EL EMBALSE (B) LA CAPA O BUZA AGUAS ARRIBA EN ESTE CASO EL AGUA SATURA EL ESTRATO PERO EL AGUA NO PUEDE ESCAPAR DEL VASO.

Las diaclasas pueden tener cualquier posición, algunas son verticales, otras son horizontales y muchas están inclinadas en ángulos variables. El rumbo y la inclinación de las diaclasas se miden de la misma manera que en la estratificación.

Las diaclasas difieren mucho en tamaño. Algunas tienen solamente unos pocos metros de largo, pero las observaciones realizadas en canteras de muestran que otras se pueden seguir por decenas o centenares de metros a lo largo del rumbo, y por distancias similares hacia abajo. En regiones montañosas se pueden observar diaclasas que tienen centenares o aún miles de metros de longitud, tanto en el sentido del rumbo como en el de la inclinación.

Una diaclasa nunca se encuentra sola. El intervalo entre ellas puede ser de cientos de metros o solamente de unos pocos centímetros.

En muchos casos, es difícil determinar el origen de las diaclasas. No es siempre posible distinguir diaclasas de tensión, que se forman perpendicularmente a fuerzas que tienden a separar las rocas, de diaclasas de cizalla, que se deben a fuerzas que tienden a deslizar una parte de la roca contra la otra adyacente.

Las diaclasas de tensión debidas a una disminución de volumen son uno de los tipos más fáciles de reconocer. La disyunción columnar en basaltos es de este origen (Fig. 18); éste es también el origen de las grietas de desecación y de las diaclasas en loess. El enfriamiento de una capa horizontal de basalto, ya sea una colada o un filón capa, es un ejemplo ideal. El basalto solidifica alrededor de 1000°C . Y durante el enfriamiento subsiguiente se contrae. Las fuerzas tensionales resultantes actúan

principalmente en el plano horizontal y son iguales en todas direcciones dentro de éste. Cuando eventualmente se produce la ruptura, aparecen irradiando desde numerosos centros, tres fracturas verticales que forman entre ellas ángulos de 120° . Si los centros están distribuidos uniformemente, las fracturas limitan columnas hexagonales verticales.

En realidad, por supuesto, la perfección de las columnas hexagonales difiere mucho y depende de múltiples factores. En muchos casos, las fracturas están distribuidas tan irregularmente que la forma hexagonal es irreconocible.

Teóricamente, por supuesto, el enfriamiento de una lámina horizontal de basalto sólido, es un problema tridimensional. Sin embargo, debido a la gravedad, la tensión no se desarrolla necesariamente en la dirección vertical.

Sin embargo, aún en la dirección vertical se producen tensiones, y las columnas hexagonales pueden estar cortadas por fracturas transversales horizontales.

Las grietas de desecación se forman debido a fuerzas similares a las que actúan en una lámina de basalto sólido en enfriamiento. En este caso, sin embargo, la contracción se debe a la pérdida de agua durante la desecación del fango húmedo (Fig. 19).

La representación en planos de las diaclasas se muestra en el tema de ilustraciones geológicas.

V.4.- FALLAS

Las fallas son fracturas a lo largo de las cuales las paredes opuestas se han movido la una con relación a la otra. La característica esencial

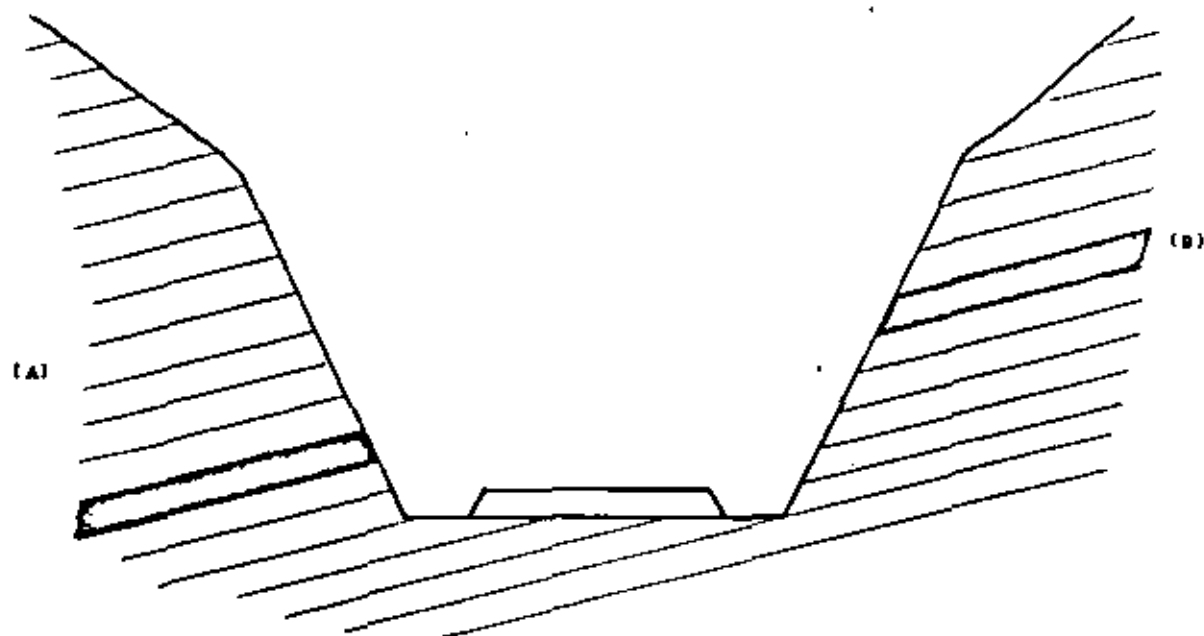


Fig. 17. - CORTE TRANSVERSAL MOSTRANDO LOS TALUDES EXCAVADOS PARA EL PASO DE UNA CARRETERA EL ESTRATO SOMBRADO ES UNA CAPA ARCILLOSA QUE PRESENTA CONDICIONES DE ESTABILIDAD MUY PRECARIAS. NO OBSTANTE EN LA LADERA (A) NO HABRA PROBLEMAS DE CAIDOS EN LA LADERA (B) POR EL CONTRARIO, TODO EL ESTRATO QUE SOBREYACE A LA CAPA ARCILLOSA SE ENCUENTRA EN EQUILIBRIO INESTABLE Y ES POSIBLE SOBRE TODO SI SE HUMEDECE LA ARCILLA QUE SE TENGA UN DERRUMBE SOBRE EL CAMINO.

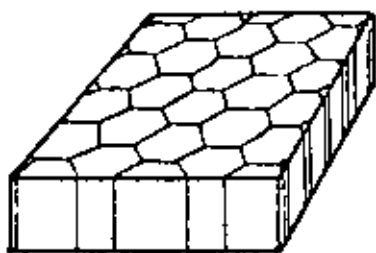


Fig. 18- FRACTURAS COLUMNARES
EN EL BASALTO

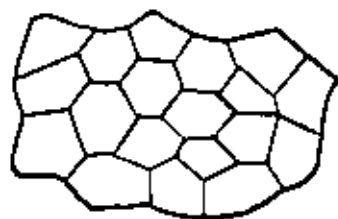


Fig. 19- POLIGONOS DE DESECACION
DE LODOS

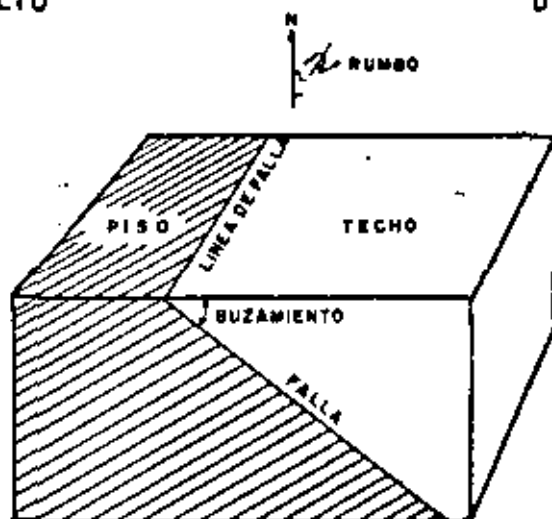


Fig. 20 - TERMINOLOGIA DE UNA FALLA

es el movimiento diferencial paralelo a la superficie de la fractura. Algunas fallas tienen solo unos pocos centímetros de largo, y el desplazamiento total se mide en fracciones de centímetro. En el otro extremo hay fallas que tienen centenares de kilómetros de longitud, y cuyo desplazamiento mide kilómetros o aún decenas de kilómetros.

El rumbo y la inclinación en una falla se miden de la misma manera que en la estratificación o en las diaclasas.

El bloque que está encima de la falla se denomina techo (Fig. 20) y el que está debajo, piso. Es obvio que las fallas verticales no tienen ni techo ni piso.

Aunque muchas fallas son bien definidas, en múltiples casos el desplazamiento no está confinado a una fractura única, sino que está distribuido a través de una zona de falla que puede tener centenares o aún miles de metros de espesor. La zona de falla puede consistir en cantidad de pequeñas fracturas entrelazadas, o puede ser una zona confusa de brecha o milonita.

La intersección de una falla con la superficie de la tierra se conoce como línea de falla, traza de falla o afloramiento de falla (Fig. 21). En la mayoría de los casos, la línea de falla, tal como aparece sobre un mapa, es razonablemente recta o algo sinuosa. Sin embargo, si la inclinación de la falla es baja y el relieve topográfico es alto, la línea de falla puede ser sumamente irregular.

El movimiento a lo largo de fallas puede ser translacional o rotacional. En la figura 21, los diagramas A y B ilustran movimientos translacionales mientras que los diagramas C y D ilustran movimientos rotacionales.

En el movimiento translacional no ha habido rotación de los bloques en relación el uno con el otro; todas las líneas rectas sobre lados opuestos de la falla y fuera de la zona dislocada, que eran paralelas antes del desplazamiento, son paralelas después.

En la figura 21 A, dos puntos, a y a', que eran contiguos antes de la falla, han sido separados por ésta. El bloque de la derecha se ha movido directamente hacia abajo, a lo largo de la inclinación de la falla, en relación con el bloque de la izquierda. Las líneas bc y c'd, que eran paralelas antes de la falla, son también paralelas después. En la figura 21 B, el bloque de la derecha se ha movido diagonalmente hacia abajo; las líneas bc y c'd, paralelas entre sí antes de la falla, son también paralelas después.

Los movimientos rotacionales son aquellos en los cuales algunas líneas rectas sobre lados opuestos de la falla y fuera de la zona dislocada, que eran paralelas antes del desplazamiento, no lo son más después de producirse éste. En la figura 21 C, el bloque de la derecha se ha movido hacia abajo en relación con el de la izquierda, pero el desplazamiento aumenta hacia el frente; en el punto a, no ha habido desplazamiento, pero b y b' eran contiguos antes de la falla. Las líneas ca y ad, paralelas antes de la falla, no lo son después de producirse ésta. En la figura 21 D, la parte trasera del bloque de la derecha se ha movido hacia arriba en relación con el bloque de la izquierda, pero la parte delantera se ha movido hacia abajo. Las líneas dc y c'e, que eran paralelas antes de la falla, no lo son más después de ésta.

En un sentido, todas las fallas tienen una cierta cantidad de movimiento rotacional. El desplazamiento aumenta o disminuye a lo largo del rumbo de to-

das las fallas y los bloques deben rotar algo en relación unos con otros. Sin embargo, si la rotación no es demasiado grande, los movimientos en cualquier lugar se pueden tratar como si la falla fuera translacional.

Ha sido necesario idear una terminología sumamente elaborada para describir el movimiento a lo largo de fallas y los efectos sobre los estratos afectados. La terminología ha sido creada, principalmente, para movimientos translacionales, pero puede usarse, con modificaciones, para movimientos rotacionales.

Las fallas, en sí mismas, no ofrecen nunca evidencia directa sobre cuál es el bloque que se movió realmente. Así, en la figura 22 A, el bloque de la derecha puede haber bajado y el de la izquierda puede haber permanecido estacionario, o el de la izquierda puede haber subido y el de la derecha, bajado; ambos bloques pueden haber descendido, pero el de la derecha más que el de la izquierda, o ambos pueden haber subido, pero el de la izquierda más que el de la derecha. La terminología se basa principalmente en movimientos relativos, debido a que, en la mayoría de los casos, no se dispone de ninguna evidencia referente a los movimientos absolutos.

La figura 22 ilustra algunas de las varias clases de movimientos relativos que pueden tener lugar a lo largo de una falla translacional. En el diagrama A, el techo se ha movido directamente hacia abajo en relación con el piso; en B, el techo se ha movido paralelamente al rumbo; en C, el techo se ha movido hacia abajo diagonalmente sobre el plano de falla; en D, el techo se ha movido directamente hacia arriba, y en E, el techo se ha movido diagonalmente hacia arriba sobre el plano de falla.

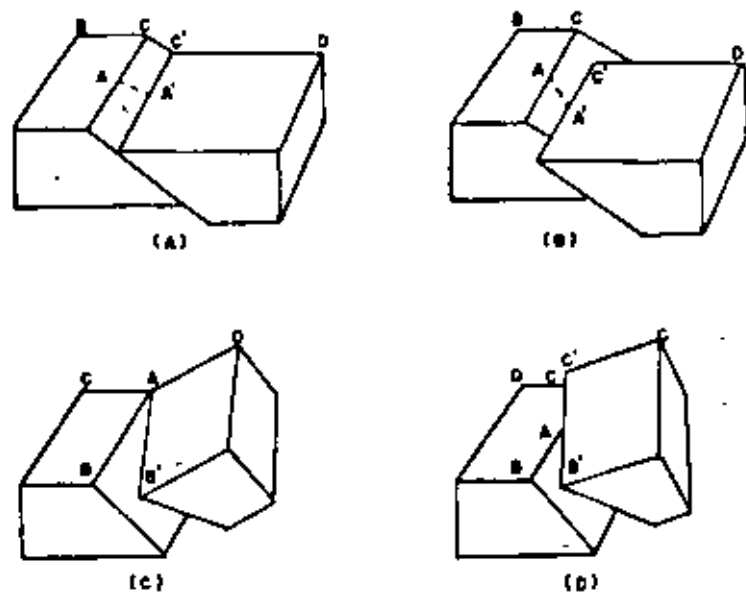


Fig. 21 -MOVIMIENTOS TRANSLACIONALES Y ROTACIONALES EN FALLAS

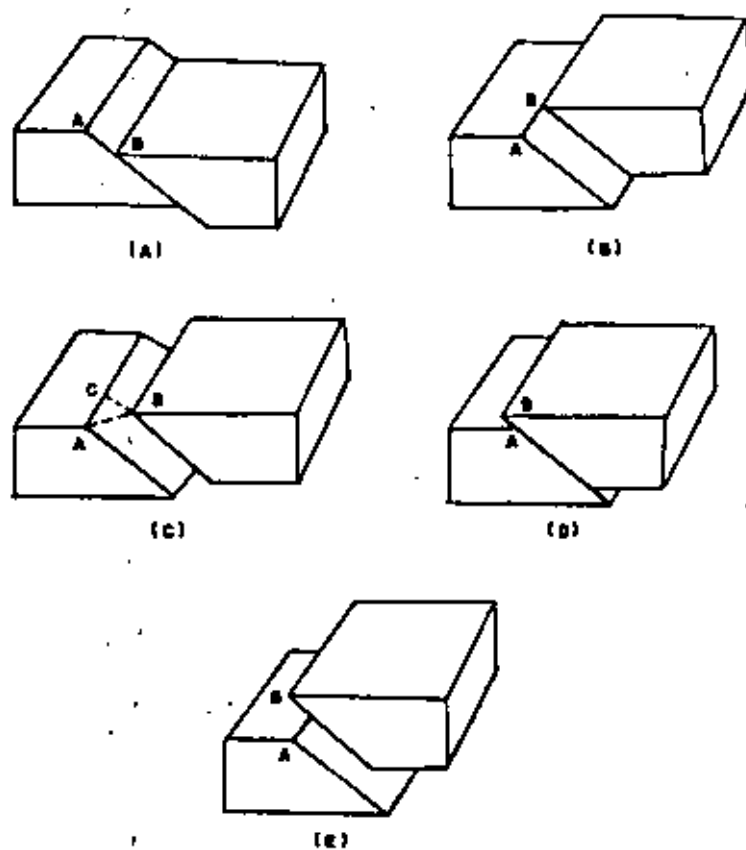


Fig. 22 -DESPLAZAMIENTOS NETOS DE RUMBO Y DE INCLINACION

El término desplazamiento se usa para indicar el movimiento relativo de puntos anteriormente adyacentes sobre lados opuestos de la falla y se mide sobre la superficie de la falla. El desplazamiento neto (ab de la figura 22) es el movimiento total; es la distancia medida sobre la superficie de la falla, entre dos puntos anteriormente adyacentes situados sobre paredes opuestas de la falla. Se define en términos de la distancia y del ángulo que forma con alguna línea en el plano de falla, tal como una línea horizontal, o una línea paralela a la dirección de la inclinación. En la figura 30 C, el desplazamiento neto ab forma un ángulo de 35° con una línea horizontal en el plano de falla.

El desplazamiento de rumbo es la componente del desplazamiento neto, paralela al rumbo de la falla; en la figura 22C, es ac. El desplazamiento de inclinación es la componente del desplazamiento neto, paralela a la dirección de la inclinación del plano de falla; es bc en la figura 22 C.

Sin bien, como vemos, existen numerosas clasificaciones para la definición del movimiento de una falla, en la práctica puede resultar difícil establecerlas y es común que solamente se le denominen fallas normales o inversas llamándose normal a aquella falla en la cual el techo ha descendido con respecto al piso, e inversa a aquella en que el techo ha ascendido con respecto al piso..

Las fallas normales, que son las más frecuentes, se originan por fuerzas de tensión y tienen por lo general buzamientos fuertes.

Las inversas se deben a fuerzas de compresión y presentan buzamientos más tendidos.

La representación de fallas en planos aparece en el inciso de ilustraciones geológicas.

EFFECTOS DE LAS FALLAS SOBRE LOS ESTRATOS DISLOCAIOS

Dada la gran variedad de situaciones que se pueden presentar, nos limitaremos a representar gráficamente unas cuantas situaciones simplificadas, representando cada caso en dos bloques, el primero inmediatamente después del fallamiento y el segundo cuando la erosión ha nivelado el terreno. (Fig. 31).

a) TRASCENDENCIA DE LAS FALLAS EN INGENIERIA

Las fallas en conjuntos pétreos, establecen a menudo discontinuidad en los emplazamientos de obras, independientemente de cuáles sean el rumbo y la pendiente de la roca. La búsqueda de las fallas no siempre es eficaz y como consecuencia no es raro que se pongan de manifiesto a veces durante el período de construcción o más tarde, lo que trae como consecuencia un incremento considerable del costo de la construcción. Las fallas pueden permanecer ocultas hasta profundidades considerables, y si el piso de la excavación aparece recortado por fallitas que contienen roca milonitizada en estado de polvo o de brecha, lo más aconsejable, en la mayor parte de los casos desde ambos puntos de vista técnico y económico, es abandonar el emplazamiento. En otros casos, si se manifiesta una falla cuando el fondo de la excavación ha alcanzado casi el nivel más profundo del proyecto, se podría, a pesar de todo, utilizar el emplazamiento, eliminando una gran parte de la roca fallada, aunque evidentemente con considerable aumento, tanto en el costo de la obra en roca, como de la obra en concretos.

De entre los productos básicos de fallamiento la harina milonítica es quizás el que origina más preocupaciones en problemas de cimentación. Por lo general, constituye un material impermeable que puede dificultar o detener los movimientos de las aguas subterráneas de uno al otro lado de la falla y crear de esta manera cabezas o cargas hidrostáticas desastrosas, como pue-

de ocurrir si se las encuentra en la excavación de un túnel. También puede reducir el coeficiente de fricción al resbalamiento a lo largo del plano de falla; de manera que cualquier carga pesada (tal como una edificación) colocada sobre lechos que se apoyen en una junta con limo de falla puede ocasionar, con su peso, deslizamiento lateral, y causar, finalmente el fallo. La presencia de brechas blandas puede dar origen a "apretones" repentinos en un túnel que atraviese una falla.

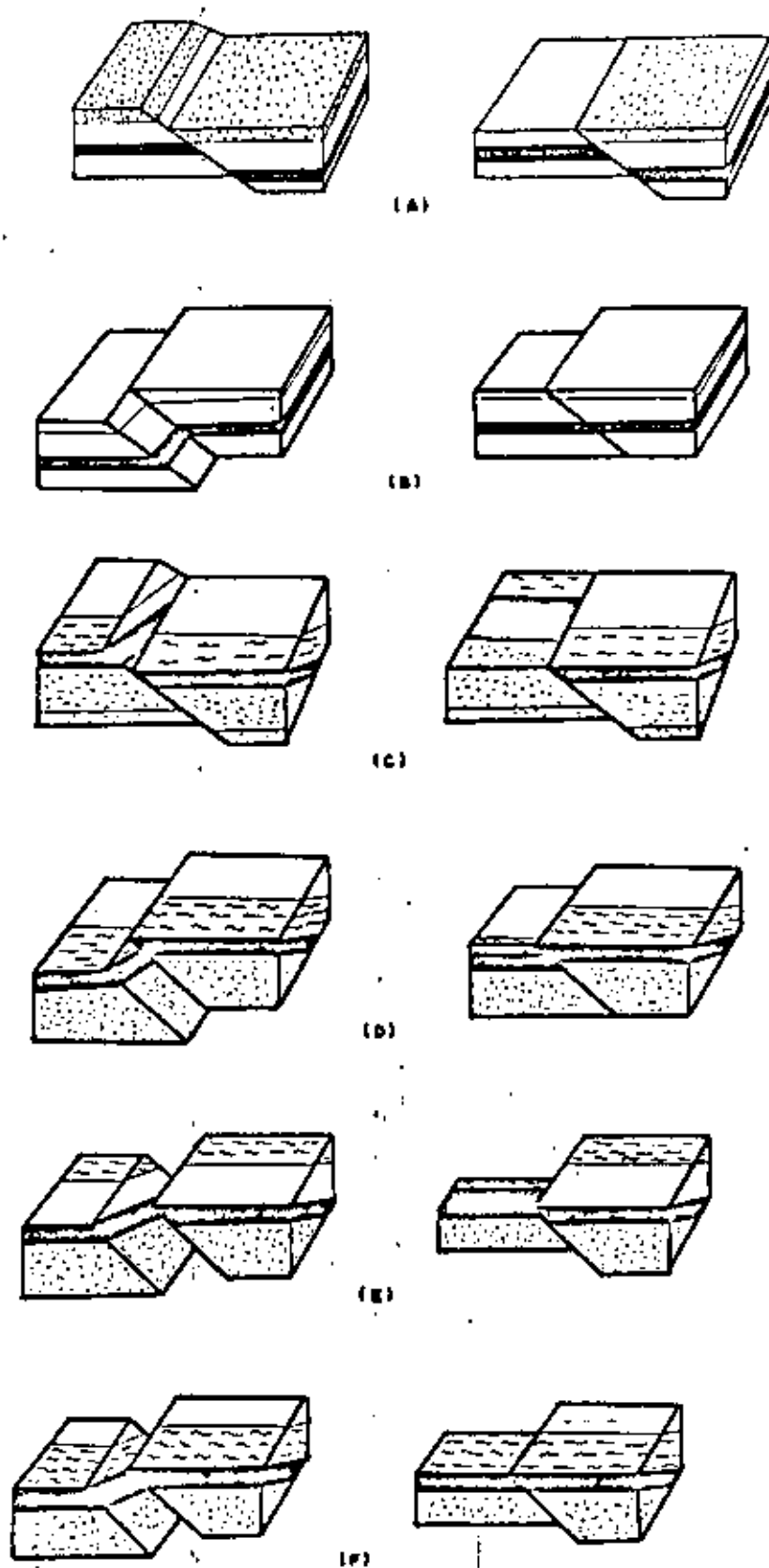


Fig. 23.- EFECTO DE LA FALLAS SOBRE ESTRATOS DISLOCADOS

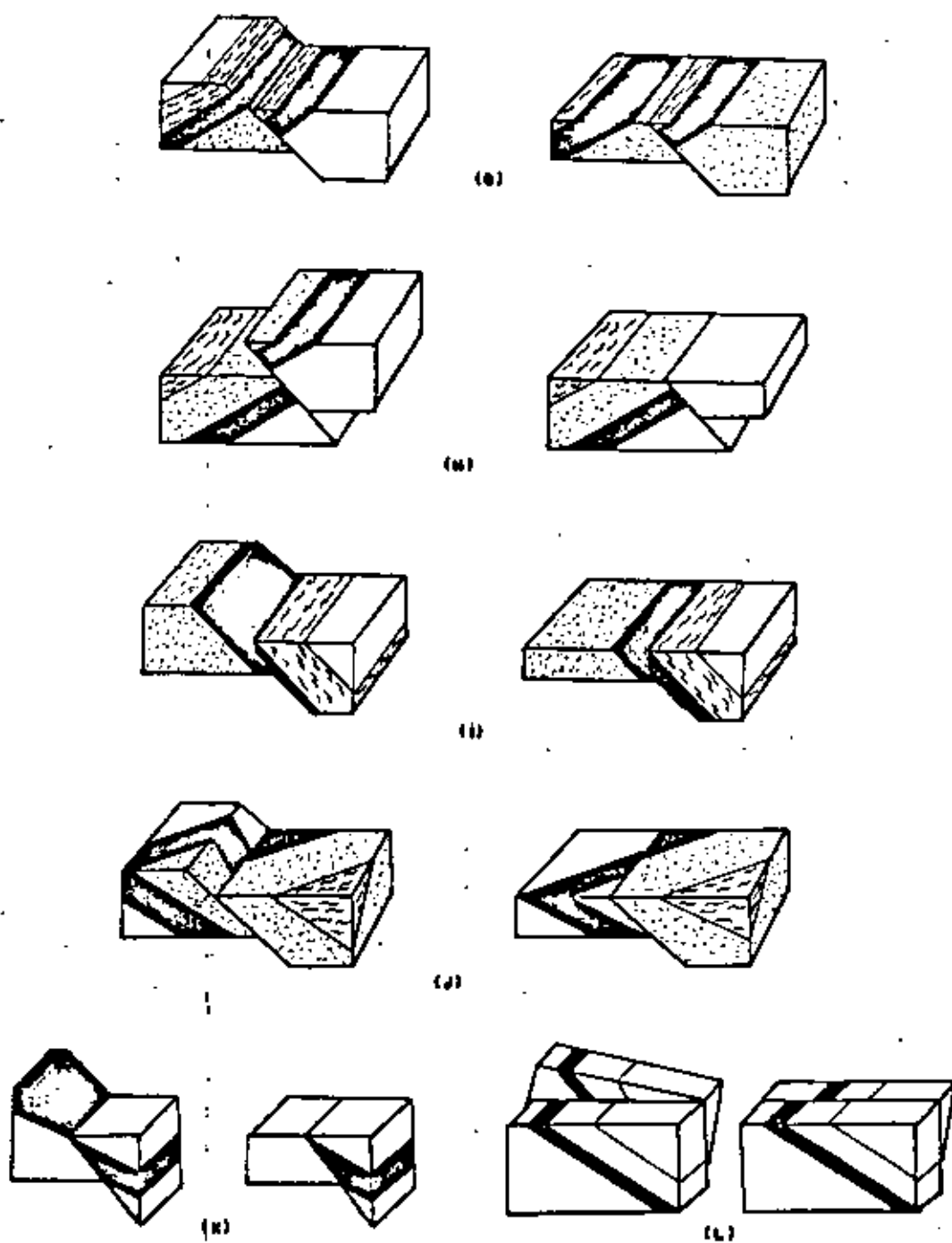


Fig. 23

CAPITULO IV

MODELAO DE LA CORTEZA TERRESTRE

Hemos visto en capítulos anteriores como sobre la superficie terrestre actuaban los agentes del intemperismo destruyendo las rocas; por otra parte los procesos epeirogénicos originaban formas topográficas positivas (montañas y cordilleras, y el vulcanismo aportaba nuevas rocas a la superficie). Existen otros procesos geológicos, los de erosión, que complementan a los anteriores cerrando el ciclo.

O sea, por una parte se forma relieve a partir de vulcanismo, plegamiento, fallamiento, etc. Este relieve queda expuesto al intemperismo que debilita las rocas aflorantes hasta disgregarlas y la erosión toma las partículas disgregadas y las transporta a zonas más bajas donde las deposita, iniciándose así la formación de nuevas rocas y nivelando la superficie terrestre.

Los principales agentes erosivos son el agua, en forma de ríos, mares o glaciares (estos últimos no los trataremos por no tener importancia en México) y el viento.

IV.1.- RIOS

Definimos el escurrimiento como la parte de la precipitación que forma corrientes superficiales. El escurrimiento consta de dos partes: el superficial que es la parte de él que fluye sobre la superficie hacia el río más próximo, y el escurrimiento de las aguas subterráneas, que es aquella parte que sigue su curso bajo la superficie del suelo antes de alcanzar un río.

na el agua.

Otros aspectos económicos, en este caso negativos, de las corrientes son:

- 1) Cuando hay inundaciones, las corrientes pueden causar daños que, para evitarse requieren medidas para controlar las avenidas.
- 2) El escurrimiento del agua de lluvia sobre los pastizales y campos de cultivo es, probablemente, la causa principal de la pérdida de suelos valiosos por efecto de la erosión.

FLUJO DE LAS CORRIENTES Y ENERGIA DE LAS MISMAS.

Una corriente puede definirse como un cuerpo de agua que acarrea partículas de roca y fluye pendiente abajo a lo largo de un curso más o menos definido. El curso es el canal o cauce de la corriente y las partículas de roca son una parte esencial de la corriente en sí.

Gradiente y Velocidad.- En una determinada parte de su curso, una corriente es la cantidad de agua que fluye pendiente abajo a una cierta velocidad media. La pendiente medida a lo largo de la corriente se designa como el gradiente de la misma. Los gradientes de algunas corrientes de montaña sobrepasan a los sesenta o aún ochenta metros por kilómetro, mientras que algunas partes del curso inferior del río Mississippi tiene gradientes de menos de 10 centímetros por kilómetro. Los gradientes comunes en muchas corrientes son del orden de 2 a 4 metros por kilómetro.

La velocidad se expresa generalmente en términos de metros por segundo, o kilómetros por hora. Las velocidades de más de 30 kilómetros por hora son excepcionales; por otra parte, la velocidad en algunas corrientes es de menos de 800 metros por hora. En la mayor parte de las corrientes

fluviales, las velocidades fluctúan entre estos valores, quedando probablemente la mayoría de ellas cerca del límite inferior citado.

Flujo de la Corriente.- Turbulencia.- Se ha demostrado en el laboratorio, por medio de indicadores de colores, que en un cuerpo de fluido que se mueve muy lentamente, las partículas de agua se desplazan en cursos paralelos. Esta clase de flujo es el llamado flujo lineal (o laminar), que se define también como el flujo sinturbulencias. Como veremos más adelante, el movimiento del agua del subsuelo y también el de los glaciares, es generalmente de este tipo. Sin embargo, el agua en casi todas las corrientes naturales, fluye más rápidamente y las líneas de corriente se desvían llegando a ser extremadamente confusas y a formar remolinos o turbulencias. Podemos, por lo tanto, definir el flujo turbulento simplemente como aquel que se caracteriza por formar remolinos.

Sin embargo, la turbulencia no es igualmente intensa de lado a lado de la corriente, ni de la superficie al fondo de la misma. Por lo general es más grande en dos lugares: la cima central de la sección vertical, en donde la velocidad es mayor y cerca del lecho de la corriente, en donde el contacto entre el agua y el fondo provoca turbulencia.

Empleo de la energía de la corriente. La mayor parte de la turbulencia se desarrolla por fricción interna, esto es, por la fricción entre las partículas del agua. En cambio, parte de la turbulencia cerca de los lados y del fondo del cauce se desarrolla por la fricción externa contra el cauce mismo y contra las partículas de roca sueltas. Parte de esta actividad mueve las partículas de roca y erosiona el cauce, lo cual constituye en sí un trabajo geológico.

Gran parte de la energía de una corriente se disipa como turbulencias; sólo una pequeña proporción se consume erosionando el cauce y transportando partículas de roca. Sin embargo, a pesar de que la proporción es pequeña, el trabajo geológico realizado por las corrientes durante largos periodos de tiempo es muy grande, como lo demuestran las enormes dimensiones de algunos valles y los grandes volúmenes de material aluvial que existe sobre la superficie de la Tierra.

REGIMEN DE UNA CORRIENTE

Una corriente tal como un canal de irrigación, que fluye en un cauce de concreto, puede ser estudiada independientemente del mismo porque éste apenas es alterado por la corriente. Sin embargo, la mayoría de las corrientes naturales escurren a través de cauces que constan parcial o totalmente de aluvión o de otros materiales sueltos en movimiento, por lo cual los cauces se están alterando continuamente. Debido a que la corriente y el canal están estrechamente relacionados y cambiando continuamente, se les debe considerar juntos como un sistema interrelacionado.

Factores en el Régimen.- La economía del sistema depende de una continua intercombinación de cuatro factores:

- 1.- Gasto (la cantidad de agua que pasa por un punto en una unidad de tiempo). El gasto se expresa generalmente en metros cúbicos por seg.
- 2.- Forma y tamaño del canal o cauce.
- 3.- Carga (La cantidad de material que acarrea la corriente). La carga consiste en partículas de roca de varios tamaños, además de materia en solución.

4.- Velocidad.- Estos factores se miden sistemáticamente en ciertos puntos a lo largo de las corrientes, tanto grandes como pequeñas, con el fin de controlar las inundaciones, para irrigación, abastecimiento de agua, etc.

El gasto se obtiene multiplicando el ancho del canal por su profundidad y por su velocidad, o dicho de otra manera, la descarga es igual al área de la sección transversal del cauce multiplicada por la velocidad de la corriente.

$$Q = VA$$

Cuando el gasto cambia (y esto sucede continuamente), el producto de los términos involucrados en la fórmula debe cambiar proporcionalmente. Aunque la carga no está incluida en la fórmula, es obvio que cambia también.

Se puede llegar a la conclusión de que una corriente y su cauce están relacionados íntimamente y que el cauce responde en tal grado a los cambios en la energía de la corriente que puede decirse que el sistema está en cualquier punto, prácticamente en equilibrio. Cuando al crecer el volumen de agua , aumenta la energía de la corriente, ésta erosiona y agranda su cauce y arrastra el exceso de carga hasta que se equilibra el aumento en la descarga. Cuando la energía disminuye, parte de la carga se asienta y el canal se hace menos profundo, quedando una vez más en equilibrio en relación con la cantidad de agua que pasa a través de él.

Cambios que se observan corriente abajo.- Observando los sucesos en un sólo punto, hemos visto que una corriente ajusta su cauce aproximadamente a las condiciones de estabilidad en todo tiempo. Observando todo el curso desde sus cabeceras hasta la desembocadura, podremos ver otros cambios que

tienen lugar. Si seguimos aguas abajo, encontramos que el gasto aumenta por la afluencia de agua de los tributarios. Con el aumento en la descarga se producen:

- 1) Mayor tamaño del canal.
- 2) Aumento de la velocidad.
- 3) Aumento de la carga, pero con disminución en el tamaño de las partículas de roca que constituyen dicha carga.

Perfil Longitudinal de una Corriente.- La planeación de presas, canales y otras obras hidráulicas a lo largo de una corriente requiere datos no sólo de la descarga y del cauce, sino también una representación precisa de el perfil longitudinal de la corriente. El perfil longitudinal es una línea que une con exactitud puntos localizados sobre la superficie de la corriente, lo cual se obtiene por levantamientos topográficos.

Nivel de Base.- La altitud de la desembocadura de una corriente está determinada por su nivel de base. Este viene a ser el nivel límite, más abajo del cual una corriente ya no puede erosionar. (Fig. 32). El nivel de base final para las corrientes en general lo es el nivel del mar, proyectado tierra adentro como una superficie imaginaria debajo de la corriente. Cuando una corriente corta hasta esta superficie, su energía rápidamente llega a cero. Sin embargo, algunas corrientes desembocan en lagos. En estos casos, el nivel de base es precisamente el nivel del lago (Fig. 32), pues la corriente no puede erosionar por debajo de él. Sin embargo, si el lago fuese destruido por erosión en su salida, ese nivel de base desaparecería y la corriente, habiendo adquirido energía adicional, profundizaría su cauce. Los niveles de lagos y todos aquellos que se encuentran por encima del nivel del mar son niveles de base locales. Un tipo común de nivel de base

local es el de una faja de rocas particularmente duras que son atravesadas por el curso de la corriente. Aún el mismo nivel del mar cambia lentamente a lo largo de períodos enormes, lo cual afecta también los perfiles longitudinales de las corrientes.

ACTIVIDADES GEOLOGICAS DE LAS CORRIENTES

Son las siguientes:

EROSION	}	Acción Hidráulica
		Abrasión
		Solución

Fuente que todas estas se desarrollan en el cauce, están íntimamente relacionadas entre sí y todas evolucionan constantemente.

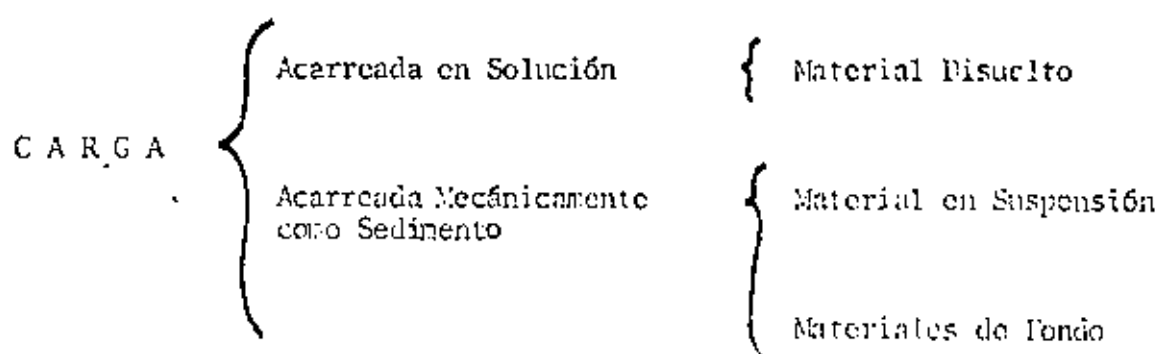
Erosión.- La erosión de una corriente implica acción hidráulica, abrasión, solución y transporte. La acción hidráulica consiste en levantar y mover partículas sueltas por la fuerza inherente al flujo de agua. Esto puede ilustrarse por el impacto del agua de una manguera de jardín con la que se riega el suelo suelto, el cual se revuelve y es arrastrado por el agua.

Abrasión.- Es el rozamiento mecánico de unas rocas contra otras. En las corrientes esto es causado por la fricción y por el impacto entre las partículas de roca que se mueven con la corriente a diferentes velocidades y entre las partículas en movimiento y la roca firme del cauce. Lo anterior implica roce, raspadura, choque y trituración. La abrasión depende de la presencia de partículas de roca en la corriente, en tanto que la acción hidráulica puede ocurrir aun cuando no exista carga de se-

dimentos. En la mayoría de las corrientes el material del cauce y la carga en suspensión disminuyen de diámetro, de las cabeceras hacia la desembocadura. Tal cosa se debe en parte a la abrasión y en parte a la clasificación gradual y al depósito de las partículas más gruesas a medida que el gradiente, el cauce y otros factores se modifican gradualmente a lo largo de la corriente.

La solución tiene lugar cuando el agua de la corriente disuelve materia de los minerales que constituyen el lecho del río y de las partículas de roca que transporta. Sin embargo, sólo una pequeña porción de la materia en solución en el agua de la corriente se disuelve por la corriente en sí. La mayor parte se disuelve por las aguas subterráneas que circulan por debajo de los tributarios de la corriente principal, que más tarde llegan a ésta como aguas percolantes.

Transporte.- La carga transportada por una corriente puede subdividirse como sigue:



Tanto la forma como el peso específico de una partícula influyen también en la altura a la cual ésta se eleva. El peso específico es un factor importante en el transporte y depósito de partículas de sustancias metálicas muy pesadas, tales como el oro; la forma es importante en los minerales hojosos como las micas, pero en la mayoría de las partículas que transportan las corrientes, el diámetro es el factor principal porque el peso específico de la mayoría de las partículas arrastradas fluctúa entre 2.6 y 2.7 y es por tanto, casi constante.

La carga en suspensión consta generalmente de arcilla o limo, o de ambos. Su cantidad es mensurable y acerca de este punto se dispone de información adecuada.

El tiempo que una partícula permanece en suspensión depende de dos fuerzas opuestas entre sí: (1) la velocidad de caída que la partícula tendría en agua tranquila, (determinada por la atracción de la gravedad), a la que se opone la resistencia del fluido y (2) la intensidad de la turbulencia. Mientras el poder de elevación de la turbulencia sea mayor que la tendencia de la partícula a caer, dicha partícula permanecerá en movimiento por encima del fondo de la corriente.

La carga sobre el lecho de la corriente consta generalmente de arena o grava o de ambos materiales. Su cantidad es difícil de medir porque cualquier instrumento de muestreo que se haga descender hasta el fondo de la corriente producirá remolinos e inmediatamente cambiará la distribución de la energía y de las partículas de roca en las inmediaciones. Por este motivo se tiene poca información acerca de la cantidad de carga sobre el lecho en relación con la carga en suspensión, pero la poca que tenemos sugiere que en algunas corrientes la carga

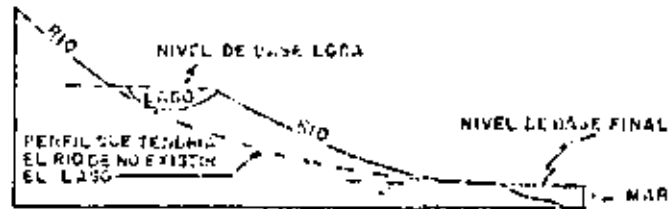


Fig. 24.-RELACION IDEALIZADA ENTRE EL NIVEL DE BASE FINAL (EL MAR) Y NIVELES DE BASE LOCALES COMO LAGOS, PRESAS ETS.

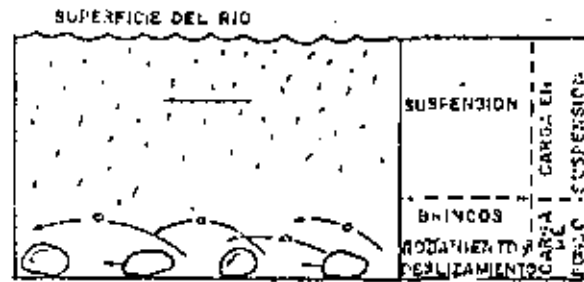


Fig. 25.-TIPOS DE MOVIMIENTOS DE LAS PARTICULAS DE ROCA QUE LLEVA UNA CORRIENTE Y DISTRIBUCION VERTICAL DE LA CARGA

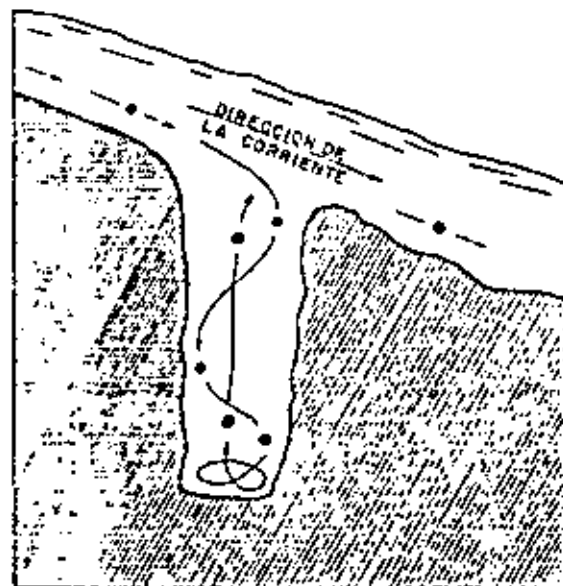


Fig. 26.-EXCAVACION DE UNA MARMITA POR UN REMOLINO DESCENDENTE

de roca de gran diámetro. Se dice entonces que la corriente erosiona su fondo por arranque hidráulico, que es la acción de las aguas turbulentas mediante la cual desprenden y elevan bloques de roca firme del fondo, cuando ésta presenta juntas y otras superficies de debilidad. La elevación viene acompañada de succión en fuertes remolinos espirales alrededor de un eje vertical. En algunos lugares grandes peñascos han sido elevados verticalmente a alturas hasta de 50 metros.

En los cauces rocosos las corrientes excesivamente turbulentas también hacen cavidades o agujeros que en algunos lugares se conocen con el nombre particular de manitas de gigantes. Estas cavidades son agujeros cilíndricos perforados en el fondo por abrasión, en lugares en donde una corriente arrastra guijarros y granos de arena que, formando un espiral, hacen las veces de taladro. (Fig. 25). De esta manera se han formado cavidades de más de 8 metros de profundidad. En tales corrientes la abrasión entre partículas de la carga y el fondo rocoso, por lo general, actúa puliendo la superficie de la roca que el arranque hidráulico deja con irregularidades.

a) ESTRUCTURAS FLUVIALES

Erosión en las Cascadas. - Bajo las condiciones especiales en las que una corriente se precipita de un borde o de un acantilado, como en las Cataratas del Niágara, la velocidad acrecentada del agua que cae, desarrolla una intensa turbulencia en la base de la catarata, en donde tanto el arranque hidráulico como la abrasión profundizan el fondo de la corriente de manera excepcional. La base del acantilado se mina y se debilita gradualmente con lo cual la cascada retrocede aguas arriba. El retroceso de la Catarata Canadiense en las Cataratas del Niágara ha sido rápido. De acuerdo con los levantamientos topográficos efectuados entre 1850 y 1930 la veloci-

dad de retroceso da un promedio de 1.20 metros por año. Este rápido retroceso está favorecido por el hecho de que el borde de la catarata está formado por una roca dolomítica dura y resistente debajo de la cual se encuentra una lutita débil y fácilmente erosionable. A medida que la parte lutítica del cantil es erosionada hacia atrás, se forman cavidades y el borde de roca dolomítica queda sin sustentación.

Características Geológicas del Fondo de Valles /rallios.- Los meandros son las curvas o recovecos en el cauce de una corriente y se encuentran tanto en las corrientes pequeñas como en los grandes ríos.

Se ha visto que el tamaño de los meandros es proporcional a la anchura del cauce y que se pueden formar en una corriente independiente de que ésta lleve o no carga. La formación de meandros parece representar una condición de estabilidad o de equilibrio aproximado, pero el mecanismo que rige la distribución de los mencionados meandros en una corriente, todavía no se conoce con precisión.

Como dijimos, no se requiere carga para que puedan desarrollarse los meandros. Sin embargo, muchas corrientes meandriiformes, llevan una carga abundante y depositan sedimentos de acuerdo con un patrón definido. Este consiste en la formación de barras en forma de media luna construidas a la orilla de la curva interior convexa del cauce. Esos lugares son los que se conocen con el nombre de bancos o barras.

El crecimiento de una barra fluvial se puede ver en los experimentos realizados en modelos como el que se presenta en la figura 27. Las secciones transversales en esta figura indican que la línea de mayor velocidad (V) y la situación de los puntos de mayor turbulencia (T) son más grandes a lo largo del banco cóncavo. La arena erosionada en este banco se deposita y forma una barra a lo largo de la siguiente margen convexa aguas abajo, en

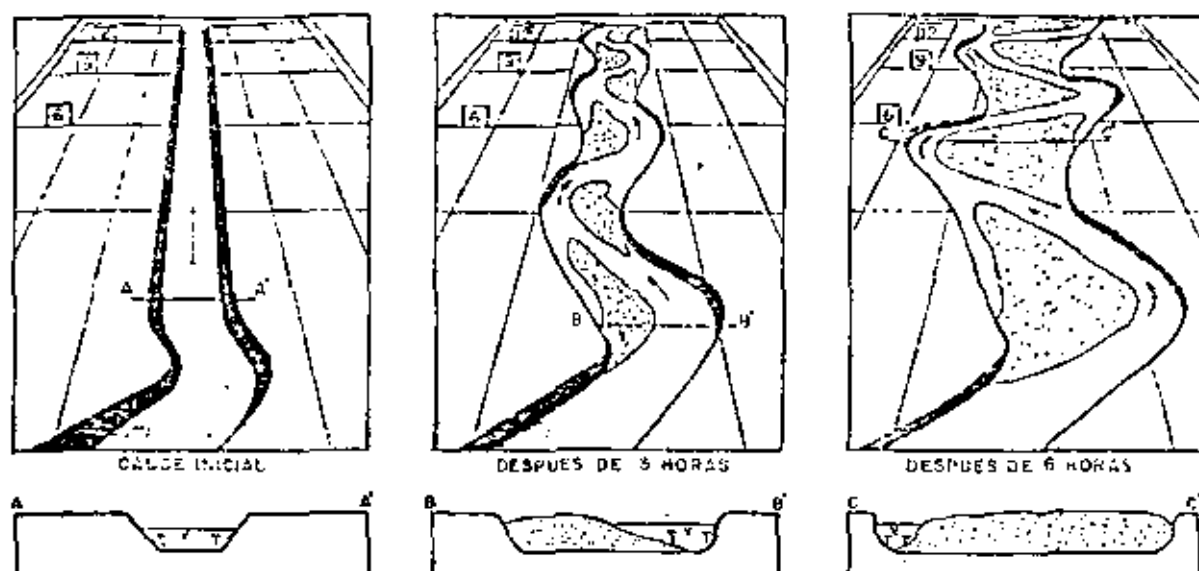


Fig. 27 -DESARROLLO DE BANCOS EN UN MODELO DE RIO. EL MODELO SE CONSTRUYO DESDE EL PRINCIPIO CON UNA IRREGULARIDAD DESPUES DE 3 HORAS SE EMPEZARON A DESARROLLAR MEANDROS.

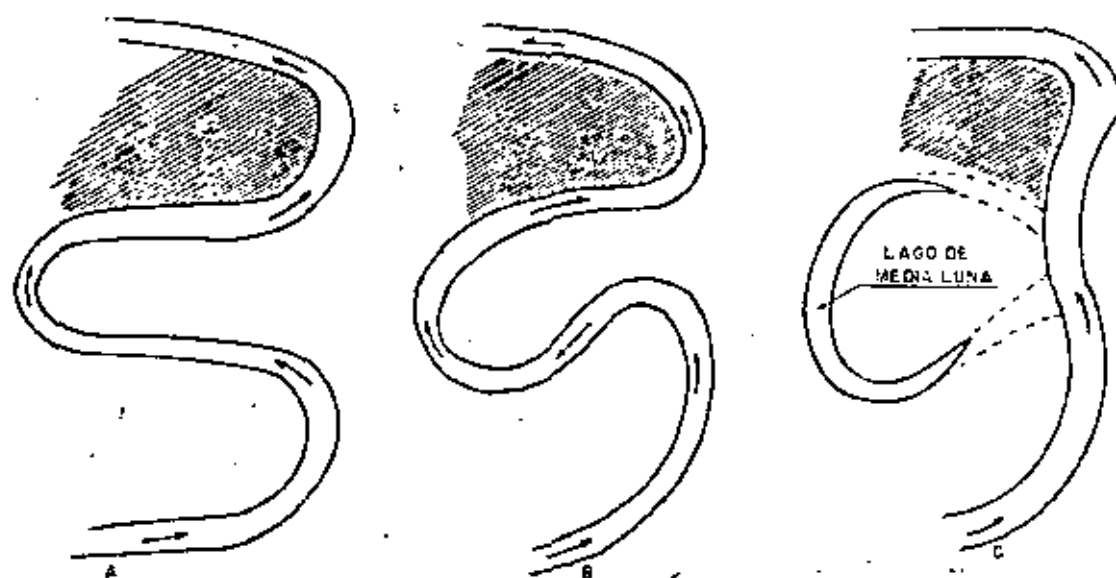


Fig. 28- FORMACION DE MEANDROS ESTRANGULADOS EN "B" Y DE UN LAGO DE MEDIA LUNA EN "C"; DEBIDO A LA PRESENCIA DE ROCAS MAS RESISTENTES EN LA ZONA SOMBRADA QUE IMPIDEN LA MIGRACION DE MEANDROS AGUAS ABAJO.

donde la velocidad y la turbulencia son menores. Aunque el crecimiento de las barras no es necesario para desarrollar los meandros, posiblemente acelerará el crecimiento de un patrón de meandros estable.

Migración de los Meandros.- Corte y Abandono.- A causa de la pendiente en la dirección valle abajo, la excavación es un poco más rápida en las riberas cóncavas que miran valle arriba que sobre las riberas opuestas. Por tal razón, los meandros tienden a migrar lentamente valle abajo quitando y añadiendo diversas porciones de terreno a las márgenes, de acuerdo con su ubicación, provocando con ello reclamaciones y disputas de tipo legal sobre las líneas de propiedad y discusiones acerca de los límites entre estados o provincias y aún entre países.

El funcionamiento de los modelos de ríos revela que si el material de las márgenes es uniforme, los meandros son simétricos y migran valle abajo a la misma velocidad. Puesto que el material de las riberas en una corriente natural no es uniforme, la migración de la margen del meandro que queda corriente abajo puede verse obstaculizada por un banco de material resistente mientras que la margen del lado de aguas arriba, produce, migrando más rápidamente, una intersección en el "cuello" del meandro. Esto da lugar a una estrangulación que se define como la intersección de la curva de un meandro por la curva próxima aguas arriba, motivando que la corriente pase de largo la vuelta que se encuentra entre las curvas. En el primer plano de la figura 26 B, se ve que está a punto de ocurrir una estrangulación.

El resultado más frecuente del estrangulamiento es la formación de un lago en media luna, o sea un remanente fluvial que forma un lago curvo que ocupa un meandro abandonado. (Fig. 26 C).

Otro tipo de corte es el que forma un canal de intercepción, que consiste en el abandono de parte de un meandro mediante el corte de un nuevo canal a través de una barra. Esto ocurre durante las inundaciones, cuando el agua de la creciente se sale del cauce. En este caso, en lugar de seguir la pendiente suave alrededor del meandro el agua fluye siguiendo la mayor pendiente directamente a través de la barra y construye un nuevo cauce. Si la creciente persiste, el nuevo cauce sustituye al meandro, que entonces empieza a llenarse con sedimento fino.

La parte de cualquier valle fluvial que se inunda durante las crecientes es una planicie de inundación.

Corrientes trenzadas.

Una corriente trenzada es la que fluye a través de dos o más cauces interconectados rodeando islas de aluvión. Esta es una forma característica. La mayor parte de estas corrientes transportan material grueso tal como arena o grava. Un proceso que conduce a la formación de una corriente trenzada consiste en el depósito, cerca del centro de su cauce, de una barra inicial de aluvión grueso el cual no puede ser transportado bajo las condiciones que prevalecen comúnmente; pronto la barra se convierte en una isla con un cauce a cada lado, y de manera similar se desarrollan otras nuevas islas, llegando a formarse finalmente una red de canales múltiples semejantes a una trenza.

Otro tipo de trenzado es característico de las corrientes en las regiones secas que continuamente pierden agua por evaporación y por infiltración en su cauce. En estas corrientes la carga del lecho es muy abundante. La corriente deposita su carga de fondo rellenando el cauce, el cual pronto llega a ser tan somero que la corriente no puede quedar contenida en él y se desvía sobre uno de

los lados. El agua excedente, que tiene poca carga o ninguna, es capaz de labrar un nuevo cauce el que a su vez también pronto se llena con materiales de la carga del fondo. La corriente se desvía de nuevo y el proceso se repite una y otra vez, pudiendo existir varios cauces que actúan simultáneamente. El resultado final es un cauce trenzado y un cuerpo de aluvión formado por distintas series de cauces rellenos que se cruzan entre sí de manera compleja.

Abanicos o conos aluviales. Cuando una corriente fluye a través de un valle estrecho que desciende de las tierras altas y llega repentinamente a un valle amplio casi horizontal o a una planicie, el cambio brusco de la pendiente reduce la energía de la corriente y con ello su capacidad para transportar la carga. El depósito de aluvión resultante se concentra al pie de la pendiente inclinada formando un abanico que se define como un cuerpo de aluvión en forma de abanico depositado en la base de una pendiente abrupta (fig. 29). La superficie del abanico se inclina hacia afuera describiendo un arco amplio cuyo centro se encuentra en la desembocadura del valle estrecho e inclinado.

En la mayor parte de los abanicos existen cauces trenzados cuya formación está acompañada por el proceso de relleno de canales descrito anteriormente cuando de esta manera se forma una sección de un abanico, la corriente se desvía hacia un sector adyacente y se repite el proceso. Así un área relativamente amplia llega a quedar cubierta de aluvión, constituyendo un depósito de forma notablemente simétrica.

A menos que existan circunstancias especiales que lo preserven, el abanico será destruido a pedazos por la erosión continua debajo del perfil. Por lo tanto, un abanico no es sino un depósito temporal que representa la rápida praeza de una



Fig. 25.—SECCION VERTICAL MOSTRANDO EL CRECIMIENTO DE UN ABANICO ALUVIAL, LA ROCA DEL FONDO APARECE ACHURADA Y EL ALUVION PUNTEADO. ROX ES EL PERFIL DEL TERRENO ANTES DE INICIARSE LA FORMACION DEL ABANICO, LA LINEA BB REPRESENTA EL PERFIL DEL RIO EN UNA ETAPA INICIAL DEL ABANICO. CC REPRESENTA EL MISMO PERFIL EN UNA ETAPA POSTERIOR EN QUE EL RIO YA HA COMENZADO A EROSIONAR EL MISMO ABANICO.

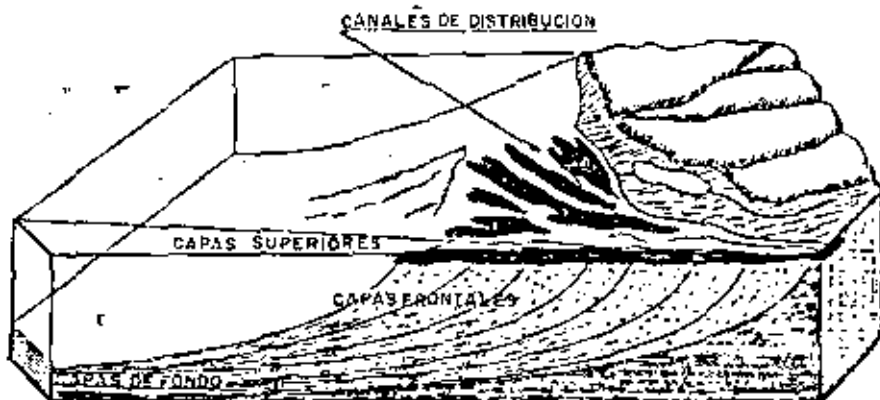


Fig. 30.—PEQUEÑO DELTA IDEALIZADA. LAS CAPAS FRONTALES CONSISTEN EN ARENA QUE GRADUA HACIA EL MAR A LIMO Y ARCILLA EN LAS CAPAS DE FONDO.

corriente que trata de alcanzar el equilibrio en donde éste es imposible de lograr sobre la pendiente original.

Deltas, Un delta es un cuerpo de sedimento depositado por una corriente que fluye dentro de un cuerpo de agua estancada. El flujo de la corriente es contrarrestado por la fricción a medida que el agua de dicha corriente se difunde dentro de la masa de agua estancada del mar o lago. La corriente pierde energía y deposita su carga como un delta. Existen varias clases de deltas. La que es más fácil de reconocer y probablemente la más común se presenta en la figura 30. Esta difiere de un abanico por las dos razones siguientes: (1) la pérdida de la energía de la corriente es más bien gradual que repentina; por lo tanto, los sedimentos se depositan más lentamente y con una disposición más ordenada; (2) el nivel del mar o del lago establece un límite aproximado al crecimiento vertical del depósito, cuya cima es más plana que el perfil de un abanico.

Las partículas de la carga del fondo se depositan primero según un orden decreciente de peso; después se asientan los sedimentos en suspensión. Una capa depositada de una sola vez (como la que se formaría durante una sola avenida), queda clasificada, graduando desde gruesa en la desembocadura hasta fina mar adentro. El depósito de muchas capas sucesivas llega a formar un gran banco que crece hacia afuera como el terraplén de una carretera que se construye volcando materiales. La parte gruesa y de pendiente abrupta de cada capa de un delta, recibe el nombre de capa frontal; si se le sigue mar adentro, se ve que el mismo estrato se adelgaza rápidamente y es de textura más fina, cubriendo el fondo sobre una superficie amplia. Esta parte delgada, de textura fina y de pendiente suave que corresponde a cada estrato del delta se llama capa del fondo.

A medida que se depositan capas sucesivas, las capas frontales de textura gruesa traslapan una a una sobre las capas de fondo produciendo la disposición que se aprecia en la figura 30; La corriente gradualmente se extiende mar adentro sobre el delta en crecimiento, erosiona la cima de las capas frontales durante las avenidas, y en otras épocas deposita parte de su carga de fondo a lo largo de su cañal. Estos últimos depósitos constituyen las capas superiores del delta. Por lo tanto, podemos definir estas depósitos como los sedimentos del cauce que yacen en cima de las capas frontales de un delta. Durante las épocas de crecientes la corriente se sale de su cauce y forma canales de distribución accesorios a través de los cuales el agua penetra en el mar independientemente, multiplicándose así las capas frontales. Los canales de distribución accesorios radiales dan al delta una forma más o menos triangular que recuerda la letra griega Delta (Δ) de la que se deriva su nombre.

Puede parecer sorprendente que la carga en suspensión, gran parte de la cuál ha sido transportada cientos de kilómetros a través del cauce de un gran río sin haberse depositado, se asiente repentinamente para formar parte de un delta de terminado, en lugar de permanecer en suspensión lo suficiente como para ser arrastrada lejos de la tierra: pero las sales disueltas en el agua del mar coagulan o flocculan las partículas finas en agregados lo suficientemente grandes para asentar sobre el fondo con rapidez.

Algunos de los ríos más grandes del mundo, entre ellos el Nilo, el Hwang-Ho, el Mackenzie, el Colorado, el Mississippi, el Amazonas y el Orinoco han formado enormes deltas en sus desembocaduras. Cada delta posee sus propias peculiaridades y ninguno es tan simple como el pequeño delta que se presenta en la figura 30.

IV-2. - FORMACION DE LOS VALLES.

Antiguamente se suponía que los valles tenían un origen tectónico y que el hecho de que en la mayor parte de ellos se alojara una corriente se debía a razones meramente topográficas, pero en la actualidad y gracias a observaciones geológicas, modelos de laboratorio y observaciones en algunos valles de rápida-evolución, se sabe a ciencia cierta que la mayoría se han formado por erosión fluvial, si bien efectivamente existen valles estructurales, originados por plegamientos o fallas.

Cómo comienza la formación de un valle. Aunque el área drenada por el escurrimiento laminar es grande, la superficie presenta muchas irregularidades. Por ello, ninguna lámina de agua fluye gran trecho pendiente abajo sin antes encontrar pendientes convergentes que las concentran en corrientes ya definidas. La concentración trae como resultado aumento en la profundidad del agua, mayor turbulencia e incremento de la erosión. Así, las láminas y arroyuelos que convergen llegan a formar una corriente con la cual comienza el corte de un valle.

Los valles y el desgaste de masa. Aunque las corrientes cortan y profundizan sus valles y transportan la carga resultante de partículas de roca, la conformación de la mayor parte de la superficie del terreno, incluyendo las laderas de los valles mismos, no es el resultado del trabajo de las corrientes sino de la erosión laminar y el desgaste de masa de las rocas intemperizadas. (Fig. 31) Esto significa que el movimiento de la regolita pendiente abajo se debe a la erosión de la corriente la cual, al profundizar un valle, acentúa las diferencias locales de altura y pendiente. Por lo tanto, la velocidad del desgaste de masa está regulada-

no solamente por la velocidad del intemperismo, sino también por la de la erosión de la corriente en cada punto de su perfil longitudinal. Por el contrario, la carga aportada a la corriente por el desgaste de masas consume la energía que de otra manera tendría a profundizar el cauce, con lo cual se retarda la velocidad del ahondamiento. Debido a estas relaciones, la velocidad del desgaste de masa sobre una vertiente debe aproximarse a una condición de estabilidad en equilibrio con la velocidad de erosión de el cauce de la corriente al pie de la pendiente; cualquier cambio en uno afecta al otro. El cauce es esencialmente un nivel de base local para los procesos de desgaste de masa sobre la vertiente.

Evolución de un Valle: La naturaleza de los cambios sistemáticos observados está ilustrada en la figura 32 A, B, C; en las primeras etapas del desarrollo de un valle su fondo es apenas más ancho que el cauce de la corriente, A. En esta etapa el área de drenaje es pequeña, por lo tanto, la carga procedente de aguas arriba es pequeña; lo cual deja un excedente de energía disponible para erosionar el lecho, por lo cual, el valle se ahonda. Al mismo tiempo las irregularidades desvían la corriente de lado a lado del cauce y provocan erosión, tanto en las riberas como en el fondo.

A medida que el área de drenaje se amplía, crece la carga de sedimentos que los tributarios arrastran a la corriente principal. El movimiento de esta carga consume más energía de la corriente, siendo menor la energía que profundiza el valle; pero las irregularidades continúan desviando la corriente, favoreciendo así el corte lateral.

La corriente desviada deposita partículas de carga en los lados interiores

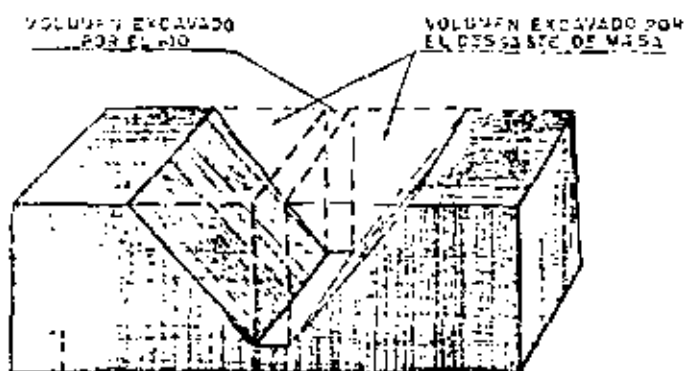


Fig.31.- COMPARACION ENTE EL VOLUMEN DE ROCA EXCAVADO POR EL RIO PROPIAMENTE DICHO Y EL EROSIONADO POR DESGASTE DE MASA.

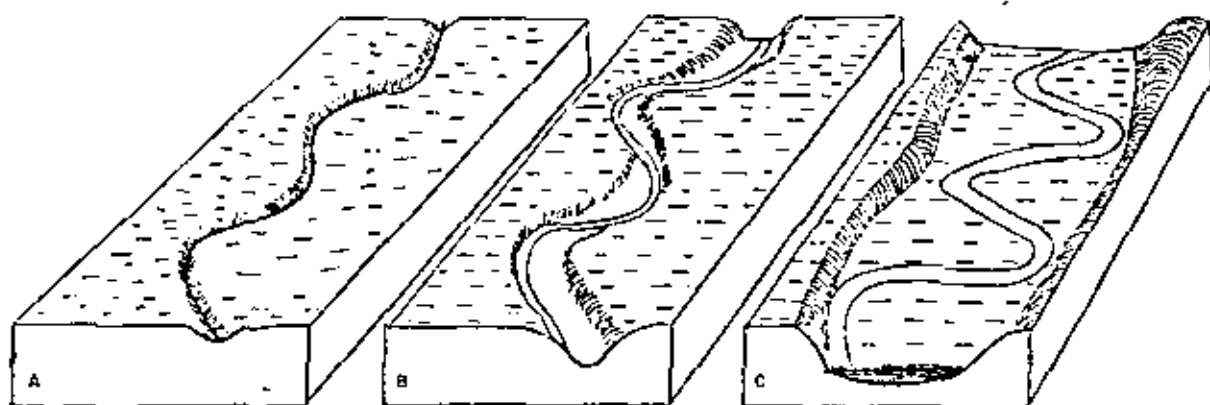


Fig. 32.- EVOLUCION DE UN VALLE

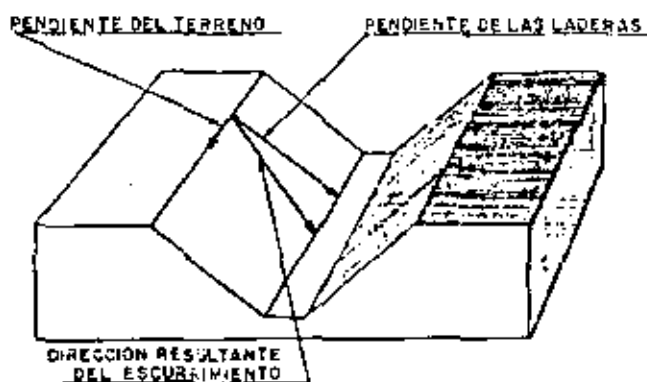


Fig.33 - CROQUIS EXPLICATIVO DE PORQUE LOS TRIBUTARIOS DESEMBOCAN EN LA CORRIENTE PRINCIPAL FORMANDO UN ANGULO AGUDO.

de las curvas del río, en donde el agua tiene menos fuerza y el cauce se desplaza hacia afuera sobre las márgenes opuestas, en donde la turbulencia y la erosión son más efectivas. En consecuencia comienza a desarrollarse un valle de fondo plano cubierto con aluvión (Fig. 32 B).

Cuando la corriente ha ensanchado el fondo de su valle hasta alcanzar varias veces la anchura de su cauce, se forma una serie de meandros (Fig. 32 C). El valle tiene ahora un fondo amplio cubierto con una delgada capa de material aluvial relativamente grueso, resultante del depósito de materiales que la corriente arrastra por su fondo. Si ésta rebasa su cauce, deposita aluvión muy fino sobre algunas partes del valle convirtiéndolo en una planicie de inundación.

Los fondos amplios de muchos valles están formados por aluvión excepcionalmente grueso, lo cual implica una evolución más complicada.

Crecimiento de los afluentes. El escurrimiento laminar de las vertientes de un valle concentra el agua del escurrimiento en corrientes laterales (tributarias) que fluyen hacia una corriente principal. Generalmente los tributarios o afluentes recién formados se unen a la corriente principal formando ángulos agudos por la razón que se ve en la figura 33. A medida que la erosión profundiza el valle de un tributario, la parte de su perfil longitudinal correspondiente a las cabeceras acentúa su inclinación. Como en la pendiente más abrupta la velocidad de erosión se incrementa, resulta que la cabeza del valle migra vertiente arriba. En otras palabras, el valle se alarga aguas arriba o sea en la dirección de sus cabeceras. El alargamiento rápido aguas arriba, de un grupo de valles, es característico de un drenaje de desarrollo reciente.

Sistemas de drenaje. Una corriente principal con su correspondiente conjunto de afluentes se llama un sistema de drenaje.

Las corrientes de un sistema de drenaje están espaciadas de acuerdo con la cantidad de escurrimiento, y los perfiles longitudinales de los afluentes se ajustan muy bien a las corrientes principales en las que desagan. La corriente principal viene a ser esencialmente un nivel de base temporal para cada uno de los afluentes. Estos no pueden erosionar por debajo del nivel que tiene la corriente principal en la desembocadura de cada afluente, o sea el punto de confluencia; pero puesto que la corriente principal está haciendo descender lentamente su perfil longitudinal, el tributario o afluente puede hacer lo mismo a una velocidad comparable, con lo cual la totalidad del sistema de drenaje, regulado por la corriente principal, corta y erosiona de manera coordinada.

Ciclo de erosión. Aunque el carácter general de la erosión y su velocidad, se conocen por observación directa, la secuencia de las formas de modelado desarrolladas durante la larga y continua erosión de cada masa de tierra no se puede apreciar porque los cambios se efectúan de manera extremadamente lenta. Sin embargo, cuando comparamos un cierto número de superficies, cada una en un diferente estado de disección, notamos que las relaciones entre una y otra siguen cierto orden. Se les puede ordenar en series continuas cada una de las cuales difiere poco de la precedente. De ahí que parezca probable que una sola masa de tierra sujeta a la erosión podrá pasar, en el transcurso del tiempo, a través de todos esos estados. De ser así, podremos predecir de modo general la evolución del modelado que habrá de producirse. Este concepto queda confirmado por los cambios observados en pequeña escala durante períodos cortos. Así,

el crecimiento de pequeños valles en terrenos agrícolas y en modelos de laboratorio.

La secuencia de formas, esencialmente valles y cerros a través de los cuales se cree que evoluciona una región desde que empieza a ser erosionada hasta que alcanza su nivel de base, es lo que se conoce como ciclo de erosión. El ciclo es un concepto teórico y sólo se le puede describir de modo general debido a que las variaciones en la precipitación, en el tipo de vertientes y en la clase de rocas de un lugar a otro producen variaciones en las formas modeladas por la erosión.

La evolución visualizada en el concepto de ciclo está ilustrada de manera diagramática en la figura 34, basándose en la suposición de que las rocas son homogéneas, que el promedio de precipitación anual y el escurrimiento medio se mantienen más o menos constantes a lo largo de los años. La secuencia de cambios puede resumirse como sigue: En la primera parte de la evolución (A, B, C) la superficie es generalmente inestable, el gradiente de las corrientes es abrupto y la erosión es rápida, al grado de que los valles se profundizan de manera activa y hacen cortes agudos en el terreno. A causa del vigoroso crecimiento de los valles, la superficie del terreno que se encuentra en esta condición se describe como joven o en estado de juventud.

En el paso siguiente de la evolución (Fig. 34 D, E, F) la superficie es ya más estable; los valles habrán disectado toda la superficie, pero los gradientes de las corrientes serán más suaves con lo cual la acción erosiva de las corrientes es más lenta. Las laderas erosionadas por el deslizamiento del suelo, tendrán formas suavemente curvas.

La superficie que presenta esta condición se ----

designa como madura. Sin embargo, como la transición de una etapa a la otra es gradual, no se puede establecer un límite preciso entre las superficies en estado de juventud y las maduras.

La superficie estable o madura tiende muy lentamente hacia el nivel de base, siendo la velocidad de erosión cada vez más lenta a medida que el gradiente de la corriente se hace más suave. La superficie que está en la última fase de erosión, cerca de su nivel de base se dice que es vieja o que está en estado de senectud.

El sistema total consiste en corriente, cauces, valles y vertientes que pasan por el desgaste de masa desarrolla y mantiene un conjunto estable. Sin embargo, la observación minuciosa de los valles nos indica que con mucha frecuencia el sistema estable se interrumpe. Puesto que una superficie de tierra una vez estabilizada no pierde ese estado a menos que sea alterada por una fuerza que la perturbe, llegamos a la conclusión de que debe haber ocurrido una interrupción que se manifiesta en forma de un cambio pronunciado en la energía del sistema. Las interrupciones caen dentro de dos grupos según causen: (1) una erosión notablemente mayor y (2) un gran aumento del depósito.

Rejuvenecimiento: terrazas fluviales. El rejuvenecimiento es el desarrollo de rasgos topográficos juveniles en una región que tiene características de estabilidad.

Las terrazas fluviales son otro ejemplo de interrupción causada por el aumento en la erosión. Una terraza fluvial es un banco o plataforma a lo largo de la margen de un valle, cuya superficie formaba parte del fondo aluvial del valle. En una corriente que escurre sobre un valle de fondo amplio, como el

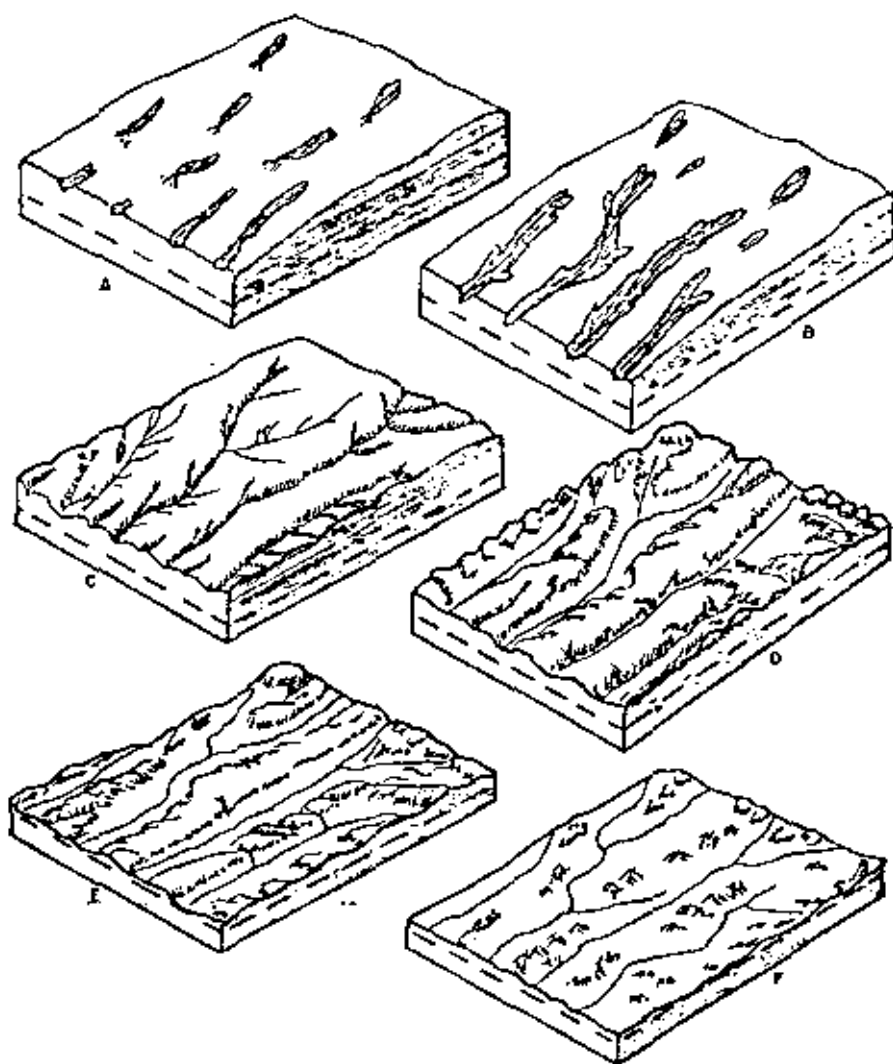


Fig.34 - EVOLUCION DE UN MODELADO FLUVIAL LA LINEA INTERRUMPIDA REPRESENTA EL NIVEL BASE.

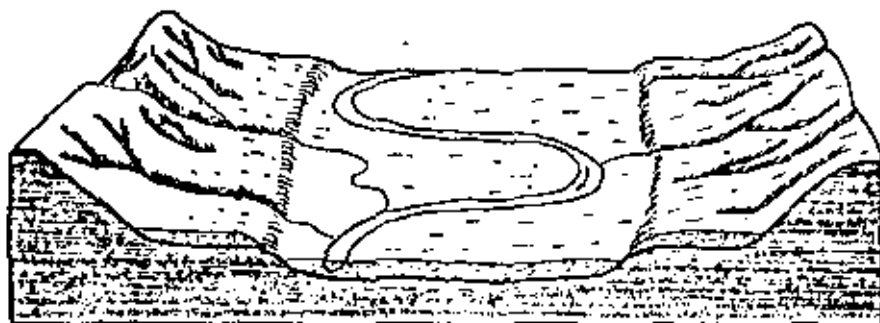


Fig. 35 - TERRAZAS ALUVIALES RESULTANTES DEL CORTE DE UN RIO EN EL FONDO DE SU VALLE.

de la figura 40 C, el aumento súbito en la velocidad de erosión da lugar al corte de un nuevo valle dentro del anterior. El fondo del valle precedente se conserva en parte como un par de terrazas fluviales (fig. 43), el cual, por supuesto será a su vez destruido completamente por la erosión.

b) Sedimentación fluvial en relación con las obras de ingeniería.-

Sedimentación de embalses. Cuando se construye una presa en un valle, se forma un embalse aguas arriba. El sedimento que llega al embalse se deposita en él y más pronto o más tarde el embalse quedará obstruido, es decir, se llenará de sedimento y perderá utilidad la presa. Es importante estudiar "la acumulación de fango" de un embalse, ya que los buenos emplazamientos para construir presas son escasos y algunas veces es imposible reemplazar un sitio obstruido.

La figura 36 muestra esquemáticamente el proceso gradual de acumulación de fango de un embalse. Primero de todo, deberá notarse que la presencia de la presa frena la natural corriente; por tanto, el nivel del agua en el embalse no es horizontal, sino que su superficie es ligeramente curvada (curva del agua de cola). Cuando la corriente del río alcanza el embalse, la velocidad del flujo decrece y las partículas más bastas, como la arena, se depositan cerca del comienzo o entrada.

Así se forman las capas de cola, con los sedimentos más bastos (letra b de la figura 36). Las capas del fondo son estratos de sedimentos finos que se van situando poco a poco por toda el área del embalse (letra c). La acción de las capas de cola tiene dos facetas: primero, impiden el paso de la corriente que llega de aguas arriba y contribuye a la formación de capas de antecola (letra a); segundo, a medida que pasa el tiempo, las capas de cola ganan terreno en el embalse

10

hasta formar estratos cada vez más altos que, a causa precisamente de su altura, no se forman con tanta pendiente como los de los estados iniciales de la sedimentación. Por consiguiente, los lechos altos de las capas de cola tienden a ponerse horizontales, avanzar corriente abajo y cubrir parte de las capas de fondo previamente sedimentadas. Esto produce una mezcla de sedimentos más bastos y más finos en el fondo del embalse.

Puede predecirse la localización de las futuras acumulaciones de fango en un embalse. Por ejemplo, el sedimento tenderá a acumularse cerca del muro de la presa si el nivel superficial del agua en el embalse está a una altura baja, especialmente durante las grandes avenidas de aguas; o si hay un porcentaje alto de arcilla en los tamaños finos del fango del sedimento; o si el embalse es corto y tiene el declive rápido del valle original; o si hay poca o ninguna vegetación en la cola del embalse; o si la presa tiene desagües pequeños a mucha altura. Si aparecen condiciones opuestas a las mencionadas o hay limitaciones topográficas entre la cola y la cabeza de la presa, el sedimento tenderá a acumularse en la parte superior del embalse.

En un embalse ancho, se observa una corriente turbia muy cargada con partículas finas y limitadas por ambos lados por agua clara. Esta corriente se sumerge en conjunto y marcha hacia la presa a baja altura. En un embalse las corrientes profundas, con mucha carga, se denominan corrientes de densidad;

El factor básico para calcular la vida de un embalse, es decir, el tiempo que continuará almacenando cantidad útil de agua, es el tiempo que el agua está en el depósito antes de utilizarse. Así pues, la vida útil de un embalse se deter

mina por la rapidez con la que se acumula el sedimento año tras año y no se quita del mismo ni por acción natural ni por el trabajo del hombre. Un tiempo corto de retención no permite a las partículas finas alcanzar el fondo. También, camo el espacio de almacenaje se hace cada vez menor, hay un incremento del porcentaje de sedimento fino que abandona el depósito. En conjunto, aunque la velocidad de sedimentación disminuya, pasarán por la presa arenas finas o incluso material más basto.

El fango que se localiza a niveles suficientemente altos de embalse para -poderse quitar, por ejemplo, por dragado, aunque semejante operación generalmente es difícil y costosa, se llama fango en almacenaje vivo. El fango en almacenaje muerto no puede retirarse. La vida de un embalse puede ampliarse por operaciones de suelta de agua (desagüe). Las puertas de salida se abren a intervalos apropiados y las corrientes de alta velocidad resultantes llevan una parte del sedimento aguas abajo. Si estas operaciones pueden regularse para interceptar corrientes subterráneas de gravedad (corrientes de densidad), la eliminación de sedimento puede ser muy eficaz. Se ha visto que el desagüe de sedimento ya depositado no es efectivo nada más que en el área del embalse inmediatamente aguas arriba de los orificios de desagüe.

Examen del fango en un embalse. El volumen de fango acumulado en un embalse durante cierto tiempo siguiente a su construcción puede calcularse comparando el mapa de líneas de perfil preparado antes de la construcción con el actual. El primer mapa se prepara por métodos usuales de investigación y el último se deduce de las medidas de sondeo o profundidad para un nivel de agua dado. - El método de línea de perfil en el caso de embalses grandes se completa con el -

método de alineaciones. Las alineaciones o direcciones se localizan primero sobre el mapa haciéndolas coincidir, si es posible, con afluentes y puntos claros de referencia en el plano del embalse y luego se marcan con referencias permanentes en ambas márgenes del embalse. Las medidas se hacen desde un bote que sale de una orilla del embalse hacia una persona situada en la otra orilla. Esta persona mantiene la dirección apropiada usando banderines o teléfonos portátiles. Las distancias desde el punto inicial se pueden medir con una cinta métrica, tal como un alambre marcado enrollado en un tambor. En el caso de depósitos más anchos, se miden los ángulos horizontales usando dos instrumentos ópticos. Las profundidades se miden con una barra de sondeo o una especie de plomada. El volumen de sedimento en el depósito se determina por los datos de campo dibujando un mapa de perfiles y luego midiendo las áreas entre las líneas de perfil. Ocasionalmente, las áreas límites se calculan como en los trabajos de tierra corrientes.

SEDIMENTACIÓN EN CANALES

Un tramo de una zanja abierta se comporta similarmente al de un río en cuanto a sedimentación se refiere. La acumulación de fango en canales, se debe a la disminución en el gradiente longitudinal y a la disminución consiguiente en la capacidad de transporte del canal. Este efecto puede producirse, por ejemplo, por la vegetación que crece en aguas someras o en las superficies al aire (como ocurre bajo condiciones similares en embalses). Puede haber una tendencia a la erosión si la capacidad de transporte del canal aumenta al pasar de un tramo a otro; puede deberse a un aumento en pendiente longitudinal o al estrechamiento de la sección transversal.

Para combatir el fango en un canal de riego, se realiza el desfanganamiento

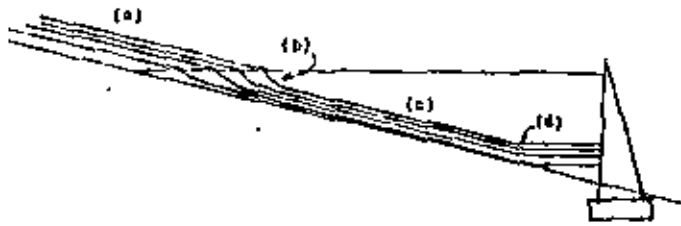


Fig. 36 REPRESENTACION ESQUEMATICA DEL PROCESO DE SEDIMENTACION EN UN VASO.

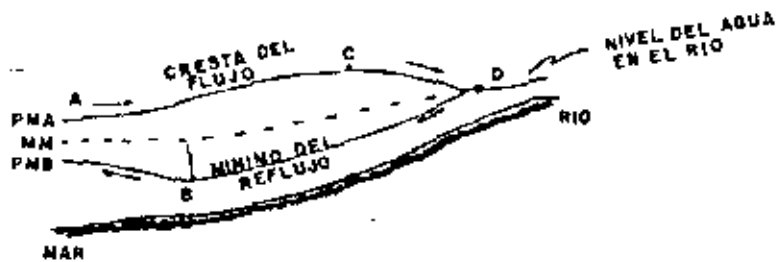


Fig. 37 ACCION DE LA MAREA EN UN RIO DE MAREA (ESCALA VERTICAL EXAGERADA)

completo o parcial del agua que llega al canal o la limpieza del canal obstruido con eliminación de las hierbas acuáticas u otras plantas. La acumulación razonable de fango es beneficiosa en canales que pasan por terrenos altamente permeables. En tales casos es necesario proyectar una acumulación de fango determinada.

Sedimentación de Puertos.- Uno de los problemas más importantes de la construcción de puertos, es mantener continuamente la mínima profundidad de agua necesaria para el movimiento, anclaje y calado convenientes los barcos. En vista de que la profundidad del agua en un puerto disminuye por la acumulación de fango, deberán detenerse o desviarse las corrientes que llevan el fango al puerto y facilitarse el depósito de aquél en un lugar donde esta acumulación no sea perjudicial para la navegación. No obstante, si la acumulación de fango se forma dentro del área del puerto, no habrá más remedio que eliminarla. Generalmente, se realiza por dragado. Antes de tomar medidas contra el azolve del puerto, deberá obtenerse la siguiente información:

- 1) Direcciones a lo largo de las cuales el fango puede llegar al puerto si desde tierra adentro por las corrientes marinas o a lo largo de la costa por corrientes litorales.
- 2) Carácter predominante del sedimento, si es basto o fino o ambas cosas a la vez.
- 3) Cálculo aproximado de cantidades superpuestas de sedimento.

Sedimento Basto.- El sedimento basto, como el cascajo o cantos rodados, entra en un puerto desde un río de montaña turbulento que desemboca en un estuario con marea, bastante tranquilo, como ocurre con el puerto de Washington, D. C., ubicado en el Río Potomac. (La arena tiende a llenar muchos puertos). Como el -----

sedimento basto se mueve en las aguas inferiores, cerca del fondo del río, puede pararse o desviarse del puerto por una baja sucesión de muros. En este caso dichos muros no tienen que sobresalir del nivel de agua. (Ejemplos: St. Louis, Missouri, en el río Mississippi; Sacramento, California, en el río Sacramento.)

Sedimento fino. La acumulación de sedimento predominante o exclusivamente fino puede ocurrir en puertos ubicados en el punto de transición de un río que desemboca suavemente en un estuario con marea. Son numerosos los ejemplos (Nueva York, en el río Hudson; Savannah, Georgia, en el río Savannah; Londres, en el río Támesis). En este caso puede eliminarse el sedimento aprovechando las mareas.

La marea en los ríos. Los ríos que desembocan en el mar o en el océano pueden ser de marea o sin marea, según el intervalo de mareas. Las desembocaduras de los ríos con marea que fluyen en un mar son más grandes que las de los ríos sin marea, ya que un río con marea tiene que descargar no solamente el agua de su cuenca, sino también el agua del movimiento periódico de vaivén de la marea. No se forma delta en la desembocadura de los ríos con mareas, porque la velocidad del agua no cambia bruscamente, sino que el agua del río se mezcla gradualmente con el agua de la marea. Pueden producirse alguna -- precipitación y sedimentación de partículas por la acción electrolítica del agua del mar.

El lugar donde el río se encuentra con la marea se llama estuario. Puede estar en la desembocadura o en cualquier bahía o laguna. Corrientemente las aguas del estuario son más fangosas que las aguas del río, ya que el flujo y el reflujó de la marea conservan suspendido el sedimento continuamente en movi

miento. Cerca de la desembocadura de un río con marea (punto A de la figura 45.) el intervalo de mareas es el mismo que en el mar adyacente. Como la marea remonta la corriente, sus crestas también se mueven hasta alcanzar una elevación máxima en un punto C; entonces la cresta desciende, y en un punto D - la marea desaparece. En casos excepcionales, si el cauce del río por encima del punto D es todavía suficientemente grande, puede propagarse una ola de marea pequeña a lo largo de dicho cauce (algunas veces hasta una distancia considerable, como en el río Amazonas, donde la ola de marea avanza aguas arriba unos 900 km). La cresta del reflujo posee un mínimo en el punto B, que está localizado aguas arriba cerca del borde del estuario. Por consiguiente la variación de altura de la marea en el estuario y a cierta distancia a uno y otro lado del mismo es más grande que en el mar.

Un prisma de marea considerable (es decir, un prisma de agua por encima de la marea baja) se mueve en todo puerto situado en un estuario con marea. Este prisma (Fig.37) puede aumentarse. Así se producen velocidades mayores que fluyen hacia fuera del canal del puerto. El tamaño del prisma de marea puede aumentarse mejorando las características hidráulicas del canal del estuario por encima o por debajo del puerto o creando una área de marea más grande aguas arriba del puerto. La bajamar puede usarse para eliminar el material del bajo, por proyectos apropiados de sucesión de muros y distribución de compuertas de marea unidireccionales.

V.- ACCION GEOLOGICA DEL VIENTO

En las regiones húmedas, excepto a lo largo de la orilla del mar, la erosión del viento se encuentra limitada por la cubierta predominante de hierbas y árboles, así como por la acción aglomerante de la humedad en el suelo.

Pero la experiencia adquirida en el desierto ha dado la necesaria importancia al hecho de que, en las regiones áridas, los efectos del viento son desenfrenados. Tempestades de polvo obscurecen el cielo, transforman el aire en un horno sofocante y arrastran enormes cantidades de materias hasta largas distancias.

Por sí mismo, el viento solamente puede arrancar sedimentos incoherentes y secos. Este proceso de rebajar la superficie del terreno, se llama deflación (del latín deflare, llevar el viento). Armado con los granos de arena así adquiridos, el viento llega a ser cerca del suelo un poderoso agente de pulimento o abrasión. La erosión resultante se denomina abrasión del viento y corrosión (de corradere, estriar, rayar, arañar). A causa de los innumerables impactos, los mismos granos son pulimentados y redondeados.

Este tercer aspecto de la erosión ---

del viento, de desgaste de las "herramientas", se llama atrición.

Como resultado de la erosión, transporte y sedimentación por el viento - se producen tres tipos característicos de superficie desértica.

1) El desierto rocoso (la hammada del Sáhara), cuya superficie está formada por la roca viva que será pulverizada por deflación y pulimentada por abrasión;

2) El desierto pedregoso, con superficie de cascajo (el reg del Sáhara argelino), o de cantos rodados (el serir de Libia y Egipto); y

3) El desierto arenoso (el erg del Sáhara).

Complementario de estos tipos es el loess de las estepas marginales, depositado por los vientos cargados de polvo que proceden del desierto.

Dunas costeras y cerros de arena. -

A lo largo de las zonas bajas de costas arenosas y albuferas, donde los vientos predominantes vienen del mar, las arenas movedizas vuelan hacia tierra y se amontonan formando dunas, las cuales erigen un baluarte natural de cerros de arena. Cualquier montículo o loma de arena con una cresta o cumbre definida se llama duna. Su depósito comienza dondequiera que la fuerza del viento se encuentra obstaculizada por irregularidades de la superficie, entre ellas las hierbas y los árboles. En regiones húmedas son muy complejas las condiciones que rigen su formación y desplazamiento. El viento varía en fuerza y dirección. Vegetación y humedad tienden a fijar la arena, pero la fijación es con frecuencia incompleta. Durante los fuertes vendavales, las dunas viejas pueden ser deshechas y mermadas. La confusa reunión de montículos y hoyos resultante da a estas colinas costeras un relieve caótico característico.

Una duna ideal tiene un larga pendiente a barlovento que se eleva hasta una cresta, y una pendiente mucho más rápida a sotavento (fig. 3E). Esta última está determinada por el hecho de que la arena lanzada por el viento sobre la cresta cae al abrigo de éste, y cae a su ángulo natural de reposo, como unos 30 a 35° para la arena seca.

En las situaciones en que las dunas no son efectivamente detenidas por la vegetación, o contenidas por vientos de cuadrantes opuestos, emigran lentamente en la dirección del viento predominante. Cuando el viento no está completamente cargado de arena recién adquirida, barre más la vertiente de barlovento y la deja caer sobre la cresta, de donde fluirá por la cara de deslizamiento hacia abajo. Mediante la substracción de arena de un lado y su adición en el otro, la duna va avanzando.

A medida que una faja de dunas se interna tierra adentro a partir de la playa, otra se levanta en su lugar "de modo que, como si fuera una serie de enormes olas de arena; está en continuo movimiento desde la orilla del mar hacia el interior.

En muchas regiones amenazadas se han tomado medidas para detener el avance de las dunas. Son excelentes para este objeto las vigorosas hierbas aglutinantes. Las que están adornadas con penachos ásperos refrenan el viento, las zanjas dificultan la llegada de arena y continúan creciendo superficialmente a medida que la arena despistada se va acumulando y así van dejando atrás una intrincada red de largos raíces. Tales dunas protegidas llegan a nivelarse y el césped se propaga sobre ella. El posterior crecimiento de las dunas tiende entonces a producirse hacia el mar. Allí donde el problema tiene solución menos

fácil, se sujetan las dunas con más seguridad mediante el establecimiento de plantaciones de coníferas en el lado que mira hacia el continente y gradualmente se van extendiendo a través de la arena fijada parcialmente por medio de plantas herbáceas.

Dunas desérticas y arenales.

Alrededor de una quinta parte de la superficie terrestre es de desiertos, y por término medio una quinta parte de las zonas desérticas están cubiertas de arena. Una elevada proporción del suelo del desierto es una superficie de erosión de la roca viva, localmente cubierta de rocas detríticas de grano grueso. Las regiones de pizarras arcillosas y calizas proporcionan poca o ninguna arena, pero allí donde son desintegradas las areniscas o sufren la deflación los aluviones mixtos, el viento levanta los granos desprendidos y los concentra en vastos yermos de arena y largas cadenas de dunas.

Los factores que regulan la forma de las acumulaciones de arena están muy lejos de ser sencillos. Comprenden la naturaleza, extensión y porcentaje de erosión de la formación que los alimenta; tamaño de los granos de arena y fragmentos asociados; variaciones en la fuerza y la dirección del viento, y la rugosidad o pulimento de la superficie (por ejemplo, la presencia o ausencia de guijarros) a través de la cual la arena se mueve y deposita. De las formas de arena resultantes se pueden distinguir tres tipos principales:

a) Dunas semilunares ó barjanes (nombre que les dan en Turquestán y que ha sido adoptado generalmente), que se presentan como unidades aisladas (fig. 33), ya sea esporádicamente, ya sea en enjambres a modo de larga cadena,



Fig. 38.- CRECIMIENTO MIGRACION Y ESTRUCTURA DE LAS DUNAS DE ARENA



Fig-47.- BARJAN TÍPICO



Fig.- 40- PLANO DE UNA PROCESION DE BARJANES EN EL DESIERTO LIBICO

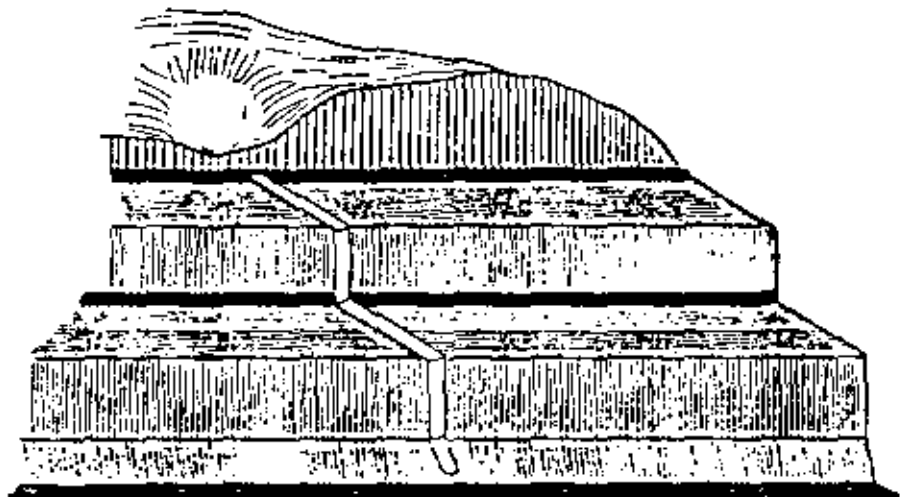


Fig- 41 - TALUDES ESCALONADOS DE LOESS .

ya sea en colonias, más o menos articuladas lateralmente, que avanzar a través del desierto como gigantescas aunque irregulares ondulaciones.

(Fig. 40).

b) Dunas lineales o dunas longitudinales (llamadas seifs en el Sahara), que ordinariamente se presentan en alineaciones paralelas de inmensa longitud, cada una de ellas diferenciada por una cresta tras otra " en sucesión regular como los dientes de una enorme sierra".

c) Arenales de basta extensión, que pueden ser llanos y ondulados.

Quando la duna emigra, los extremos -ofreciendo menos resistencia al viento que la región de la cumbre - avanzan más rápidamente, hasta que se extienden en flancos de tal longitud que su total poder obstructivo llega a ser igual al del centro de la duna. La forma semilunar resultante persiste entonces apenas con pequeñas modificaciones de configuración y tamaño, mientras el viento sigue soplando del mismo cuadrante. La anchura de un barján, ordinariamente, es unas 12 veces mayor que la altura, la cual puede llegar hasta unos 30 metros como máximo.

Para el crecimiento y estabilidad de los barjanes, es esencial la existencia de vientos que soplen de manera continua y aproximadamente en la misma dirección.

En tales condiciones y suponiendo que el suministro de arena sea suficiente, enjambres alargados de barjanes avanzan lentamente. (Fig. 40).

La velocidad de su avance varía desde 6 metros --

al año para las dunas más altas, hasta 15 metros al año, las más pequeñas.

En donde el viento predominante está interrumpido por fuertes vientos cruzados que arrojan arena lateralmente, en lugar de una cadena de barjanes se forma una duna larga o seif, una loma elevada continua, aunque cerrada, paralela a la dirección del viento dominante y que en algunos casos recorre en línea recta un centenar de kilómetros más.

LOESS. -

El loess es una acumulación de polvo y limo llevada por el viento, precipitada del aire por la lluvia y retenida por la acción protectora de las hierbas de la estepa. Cada primavera, la hierba crece un poco más por encima de el material recogido durante el año precedente, dejando atrás un sistema de ramificación de raíces marchitas.

En inmensas extensiones se han acumulado centenares de metros.

El material en sí es amarillo o ligeramente de color de ante, muy finamente granulado y desprovisto de estratificación. Aunque es muy friable y poroso, las sucesivas generaciones de raíces herbáceas, representadas actualmente por tubos estrechos ocupados por carbonato cálcico, lo hacen bastante coherente para mantenerse de pie en murallas verticales que no se derrumban a menos que sean atacadas por la erosión. El tráfico a lo largo de los caminos pone en libertad las partículas de este material; el viento levanta nubes de polvo, y los caminos se deterioran en tal forma que se convierten en desfiladeros de paredes empinadas y cañones en miniatura.

Algunas propiedades de los loess.

Su espesor es variable aunque por lo común no exceden de los 100 m. Es un material muy poroso sobre todo en la dirección vertical, debido muy probablemente a la existencia de largos tubos verticales formados por raíces de plantas. La plasticidad del material es escasa o moderada.

Si se humedece un suelo de loes sometido a carga, se consolida rápidamente y la construcción edificada sobre él experimenta asiento. Esta propiedad de los loes se denomina a veces hidroconsolidación. Existen para ella dos explicaciones. La mayor parte de los loes en los Estados Unidos tiene películas o envolturas de arcilla alrededor de los granos de limo. El agua de adición lubrica las arcillas y es causa de que los granos de limo resbalen los unos con respecto de los otros, lo que trae como consecuencia que haga asiento la construcción edificada en el loes.

Problemas de ingeniería en las zonas de loes. Como consecuencia de sus características de hidroconsolidación, el loes puede constituir un material peligroso, desde el punto de vista de su capacidad como suelo para cimentaciones, si llega a ponerse en contacto con el agua. En el caso de presas, y más específicamente de sus vasos el humedecimiento de los materiales subyacentes por las aguas de los mismos puede traer consigo un asiento considerable del cierre. También se conocen ejemplos de fallos de construcciones de menor categoría en loes que llegaron a saturarse de agua. En un caso espectacular de asiento, el agrietamiento de una casa se produjo de la noche a la mañana a causa del escape de agua de una manguera que quedó abierta por descuido en una pradera.

Otra de las dificultades que originan los loes resulta de su propensión a que se abran en ellos vías permanentes bajo la acción de las aguas. Si una excavación o canal comienza a presentar fugas de agua, forman éstas caminos dentro de la masa del loes, y avanzan y se ensanchan progresivamente, a menudo de forma irregular, hasta que el terreno falla. Pueden darse casos de accidentes semejantes cuando se colocan tubos de acero en el loes. El agua de escapes o infiltraciones se abre paso alrededor del tubo o conducción, y se sabe de casos de cavidades de hasta 1 metro de diámetro. Claro es que accidentes de este tipo parece que puedan preverse mediante colocación cuidadosa de la tubería y del relleno a su alrededor.

Con objeto de vigilar el asiento de las presas de tierra construidas en loes, se han ideado métodos especiales de componer y colocar las lechodas, los cuales consisten en bombear una papilla de loes y bentonita, o solamente de loes, en perforaciones practicadas en la cimentación.

Por lo general, no es difícil la práctica de excavaciones en loes, como consecuencia de la capacidad que ofrece ese material para mantenerse en taludes casi verticales. ^(Fig. 41) Pero tales taludes empinados están sujetos, sin embargo, a la formación de conos y cavidades de erosión, con acumulación al pie del talud del material arrancado. Conforme una barrancadita así iniciada va avanzando hacia la parte alta del talud, pueda originarse un deslizamiento.

a) Problemas que presentan en ingeniería las áreas de dunas y arenas.

Lo estabilización de arenas "vivas" es un problema de orden mayor en la construcción y mantenimiento de carreteras y ferrocarriles que cruzan zonas de duna en áreas desérticas. Puede alcanzarse, por ejemplo, sembrando las dunas con

variedades de aquellos tipos herbáceos que pueden prosperar en arena, a pesar de que queden a veces cubiertas parcialmente por los materiales transportados por el viento. Más recientemente se han empleado métodos de más sustancia y permanencia, tales como plantación de árboles jóvenes (en su mayor parte coníferas, tales como el pino) o tratamiento de la arena con aceite mineral pesado.

Las partes bajas de las torres de transmisión de comunicaciones y energía eléctrica erigidas en localidades de dunas arenáceas pueden quedar descubiertas y cubiertas en épocas alternas, con la correspondiente variación de las distribuciones de esfuerzos en la torre.

Incluso puede desplazarse de su sitio la duna en que se apoyó la torre, dejando descubierta la cimentación de ésta y, por consiguiente, en situación inestable. La plantación de herbáceas o aplicación de aceite mineral denso (chapopote de carreteras) son de empleo apropiado en estos casos. Sin embargo, en los casos de cimentaciones de estructuras muy costosas deberían recurrirse a la hincadura de pilotes hasta profundidades que no queden afectadas por las veleidades de las dunas.

Como consecuencia de la capacidad de absorción de agua de las dunas de arena, la construcción y conservación de presas en esa clase de terrenos es sumamente costosa, y pueden construirse embalses, en el caso de que sus vasos se extiendan en esa clase de terrenos, solamente si son admisibles grandes pérdidas de agua por escape. Los canales de riego en terrenos de dunas de arena deberían revestirse.

VI) EROSION MARINA. -

Mareas y corrientes.

La marea es un movimiento periódico de elevación y descenso del mar que se efectúa, por término medio, cada 12 horas y 26 minutos. Las mareas se deben esencialmente al paso alrededor de la Tierra, a medida que ésta se mueve en su rotación, de dos grandes elevaciones de agua o abombamientos antípodos producidos por la atracción diferencial de la Luna y el Sol. Es fácil comprender que el agua que da frente a la Luna pueda sufrir una elevación, pero es menos evidente que lo mismo ocurra en el lugar opuesto de la Tierra. La base de la explicación está en que el agua centrada en A (fig. 44) es atraída más fuertemente por la Luna que la Tierra, centrada en T, mientras que, a su vez, la Tierra es atraída con mayor fuerza que el agua centrada en B. El agua del lado opuesto queda, así rezagada casi en la misma extensión en que el agua del lado próximo a la Luna es arrastrada hacia adelante. Desde lugares tales como C y D, el agua se aparta y se produce la bajamar. A medida que la Tierra gira en torno a su eje, cada meridiano viene a ocupar a su vez de un modo sucesivo las posiciones de pleamar y bajamar, lo cual se efectúa aproximadamente dos veces al día; no es exactamente dos veces a causa de que se debe tener en cuenta el movimiento de traslación de la Luna en su órbita.

El efecto del Sol es similar al de la Luna, pero considerablemente menor. Cuando la Tierra, la Luna y el Sol están en línea recta (sizigias), se suman las fuerzas productoras de la marea que proceden del Sol y de la Luna, y resultan las llamadas mareas vivas. Cuando el Sol y la Luna forman ángulo recto con la Tierra (cuadraturas), la Luna produce mareas altas donde el Sol origina mareas bajas. Entonces ocurre que, respectivamente, son menos altas y menos bajas que

de ordinario, y se llaman mareas muertas.

Cerca de la costa, la corriente de flujo de la marea es con frecuencia lo bastante poderosa para remover las piedras y de este modo limpiar el fondo y efectuar el transporte de sedimentos en la costa o a lo largo de ella. Las corrientes complementarias de flujo son menos activas como agentes de erosión y transporte porque se inician en aguas someras y avanzan hacia aguas más profundas. Los guijarros y la arena quedan atrás, y solamente son arrastrados los materiales más finos. En los estuarios en que la corriente del río se añade a la de reflujo, el transporte se efectúa con preferencia hacia el mar. Pero como el agua dulce del río transporta una carga de cieno y barro, tiende a resbalar sobre el agua salada, más densa, la cual ocupa el fondo, y de este modo la carga queda en suspensión en la parte superior y se extiende mar adentro, mientras que los derrubios más gruesos son precipitados y tienden a acumularse formando barras de arena.

Oleaje.

Dejando aparte los efectos de las mareas y las perturbaciones accidentales del mar asociadas con terremotos y erupciones volcánicas, las olas son debidas por completo a la acción del viento sobre la superficie del agua. Esta adquiere un movimiento ondulatorio que va avanzando y gradualmente aumenta en altura y aceleración. La altura de una ola es la distancia vertical entre depresión y cresta. (Cf. en la fig. 45). La distancia horizontal de cresta a cresta - o de depresión a depresión - se llama longitud de onda. La altura que llega a ser alcanzada por una ola impulsada por el viento, en parajes donde no se encuentra restringida por la escasa profundidad del agua, depende de la fuerza, la duración y la deriva del viento, entendiéndose por deriva la longitud de la extensión abierta de agua a través de la cual sopla el viento.

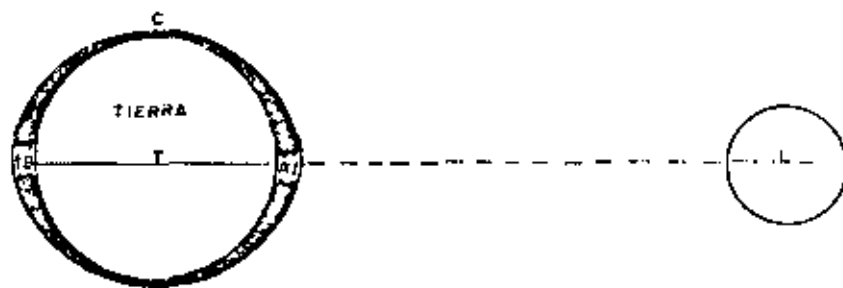


Fig. 42.- CROQUIS ESQUEMATIZANDO EL ORIGEN DE LAS MAREAS

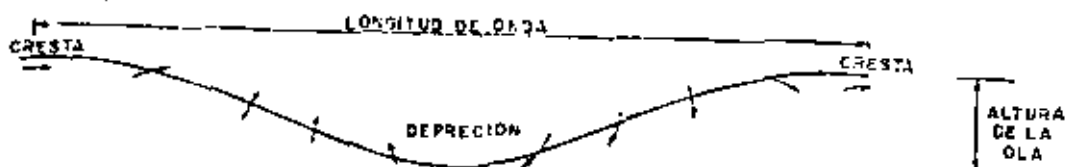


Fig. 43.- PERFIL DE UNA ONDA DE OSCILACIÓN MOSTRANDO EL MOVIMIENTO DE LAS PARTICULAS DE AGUA EN DIVERSOS PUNTOS.

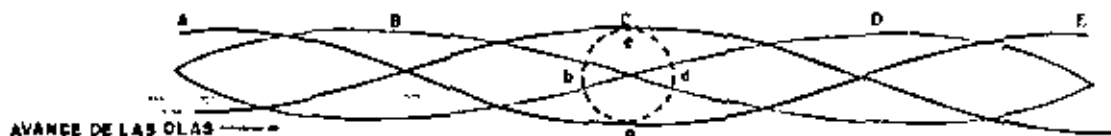


Fig. 44.- ESQUEMA DE LA ORBITA RECORRIDA POR UNA PARTICULA DE AGUA DURANTE EL PASO DE UNA ONDA DE OSCILACION. A, B, C, D, E, = POSICIONES SUCESIVAS DE LA CRESTA a, b, c, d, = POSICIONES CORRESPONDIENTES DE LA PARTICULA A, E, λ = LONGITUD DE ONDA; c, a, = ALTURA DE LA OLA.

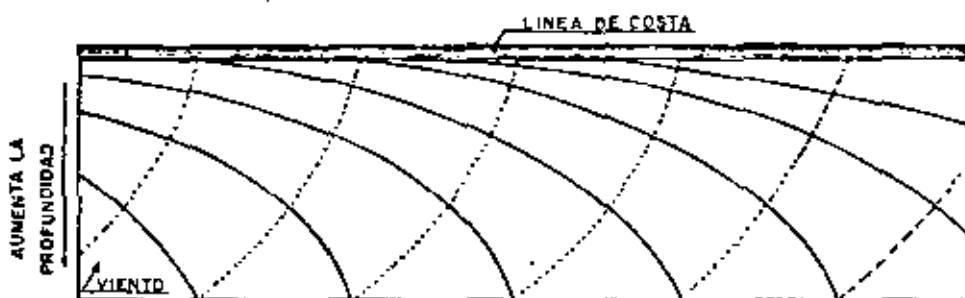


Fig. 45.- REFRACCION DE LAS ONDAS HASTA VOLVERSE PARALELAS A LA COSTA.

Es importante comprobar que en el mar libre - aparte de la deriva del viento - solamente se desplaza la forma de la onda, no el agua propiamente dicha. - Cada partícula de agua se mueve describiendo una órbita circular durante el paso de cada onda completa, siendo el diámetro igual a la altura de la ola (véanse - figs. 43 y 44). Esto se demuestra observando el comportamiento de un corcho flotante por debajo del cual pase un tren de ondas. Cada vez que el corcho sube y baja, se mueve también de un lado a otro, sin avanzar sensiblemente con respecto a su posición media. Tales olas se llaman ondas de oscilación. Sin embargo, si el viento es muy fuerte, cada partícula de agua avanza un poco más de lo que retrocede. Análogamente, en aguas poco profundas, donde el roce contra el fondo comienza a ser sensible, cada partícula retrocede un poco menos de lo que avanza. En ambos casos, la órbita, en vez de ser un círculo cerrado, semeja una eclipsis que no llega a cerrarse del todo, y por consiguiente el agua deriva lentamente en la dirección en que avanza la ola.

La energía aportada por el viento a una masa de agua es transmitida hacia su interior lo mismo que a lo largo de su superficie. Debido al rozamiento, el diámetro de las órbitas disminuye rápidamente en profundidad hasta llegar a ser casi inapreciable cuando alcanza la equivalente a la longitud de onda. La mayor profundidad a la cual los sedimentos del fondo del mar pueden ser agitados por el agua en movimiento se llama base de la ola. En mares poco profundos y en la orla continental, donde la profundidad del agua es menor que dicha base, los cantos rodados, granos de arena y partículas de barro son volteados o balanceados por las corrientes hasta que caen a profundidades donde permanecen en reposo, por no llegar a ellas la agitación de las olas.

La agitación del fondo del mar implica el rozamiento contra éste, y, en consecuencia, cuanto más somera sea el agua, más se retardará el frente de olas con disminución de la longitud de onda. Por esta razón, a medida que una ola se acerca a la costa, su línea de crestar va girando hasta ser paralela a la playa, como indica la figura 45.

Las olas, pues, se incurvan o refractan, siendo al final paralelas a la línea litoral.

Cuando una ola alcanza, frente a la costa, profundidades medias del mismo orden que la altura de la onda, ésta comienza a romper. Siendo insuficiente la cantidad de agua enfrente de ella para completar la forma de la onda, mientras que continúa el movimiento orbital, la cresta se desploma al carecer de soporte. Entonces el agua de la superficie avanza compacta formando marejada. La onda de oscilación se ha convertido en una onda de traslación. El avance físico del agua que forma esta clase de onda es lo que hace posible la marejada que en el empuje final se lanza contra la playa, para retroceder el agua pendiente abajo.

Erosión Marina. -

El mar actúa como agente de erosión de los cuatro modos siguientes:

a) Por la propia acción hidráulica del agua, que arrastra los materiales desmenuzados por las corrientes y el olaje, y que asimismo destruye las rocas resquebrajadas por las olas, a modo de martillo gigantesco que golpeará los acantilados;

b) Por corrosión, cuando las olas, armadas con fragmentos de rocas, los arrojan contra los acantilados, y en colaboración con las corrientes los esparcen a todo lo ancho de la plataforma continental;

c) Por abrasión, siendo los fragmentos de rocas (o "herramientas" de antes) desgastados a su vez por los golpes y el rozamiento, y

d) Por corrosión, es decir, por acción disolvente y química, la cual, en el caso del agua del mar, es de importancia limitada, excepto en las costas donde abundan las calizas.

El choque destructor de las olas rompientes contra los obstáculos es mayor de lo que generalmente se puede sospechar.

Las fisuras y grietas se abren y ensanchan con gran rapidez. El agua se introduce con fuerza en cada una de las aberturas, comprimiendo firmemente el aire ocluido entre las rocas. Al retirarse cada ola, el aire comprimido se expande súbitamente con fuerza explosiva, y los bloques grandes lo mismo que los pequeños se van desprendiendo, y por último se desploman a causa de la presión recibida por detrás. La acción combinada de bombardeo y explosión tiene mayor efecto como proceso de arranque sobre aquellas rocas que ya estaban divididas en bloques por diaclasas y estratificaciones, o que estaban ya fracturadas por cualquier otro procedimiento, por ejemplo a lo largo de fallas o zonas de fricción.

Los acantilados se originaron por la acción socavadora de las olas contra los vertientes de las tierras costeras. Por derrumbamiento de las rocas colgadas sobre el socavón excavado en la base del acantilado, este último va retrocediendo gradualmente y presenta una cara abrupta que mira hacia el mar, el cual avanza hacia el interior.

A medida que los acantilados van retrocediendo, se forma enfrente la llamada plataforma de abrasión, cuya parte superior es visible por ser el fondo rocoso que queda en seco a la bajamar.

En las rocas macizas y resistentes, este proceso es extremadamente lento. - En consecuencia, como el acantilado retracede y la plataforma se va ensanchando, las olas han de atravesar una ancha faja de aguas poco profundas, de modo que, - cuando llegan al pie del acantilado, la mayor parte de su energía se ha disipado ya. Así, la proporción en que participa la erosión costera queda automáticamente reducida.

Por el contrario, si el mar invade una costa de rocas mal consolidadas, la plataforma enfrente de ella será mucho más rápidamente desgastada, y la erosión normal de la costa se llevará a cabo vigorosamente. En algunas localidades, las penetraciones del mar alcanzan alarmantes proporciones.

Transporte y sedimentación a lo largo del litoral. -

El arrastre de los sedimentos por el litoral se lleva a cabo de dos maneras: por deriva a lo largo de la playa, debida principalmente a olas oblicuas, y más lejos mediante el transporte por las corrientes litorales. Cuando las olas se arrastran oblicuamente con respecto a la costa, a causa de fuertes vientos, los derrumbios son arrastrados sobre la playa siguiendo una trayectoria curva. El retroceso de la ola puede tener un movimiento ligeramente hacia adelante al principio, debido a la oscilación del agua en su vuelta al mar, pero tiende a dragar el material hacia abajo en las pendientes más pronunciadas, hasta que es alcanzado por la próxima ola, con lo cual se repite el proceso (fig. 47). Mediante la continua repetición de este proceso en zigzag, arena y guijarras son arrastrados a lo largo de la orilla.

La dirección del arrastre puede variar de tiempo en tiempo, pero a lo largo de muchas costas se efectúa un movimiento acumulativo en una sola dirección,



Fig. 46.- CORTE ESQUEMATICO DE UNA DE LAS DOS ETAPAS DEL DESARROLLO DE UN ACANTILADO MARINO, PLATAFORMA DE ABRASION Y TERRAZA DE ACUMULACION.

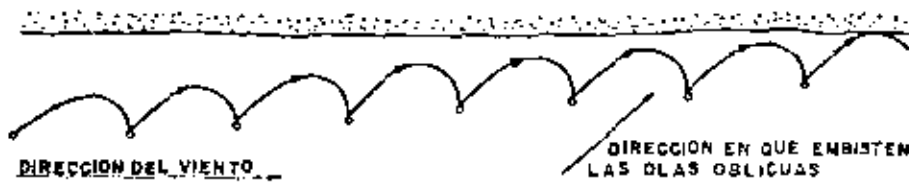


Fig. 47.- DIAGRAMA DE LA DERIVA DE UN PLAYA PARALELA A LA DIRECCION DEL VIENTO SE MUESTRA EL MOVIMIENTO DE UN GUIJARRO MOVIDO POR LAS OLAS DURANTE LA MAREA ALTA.

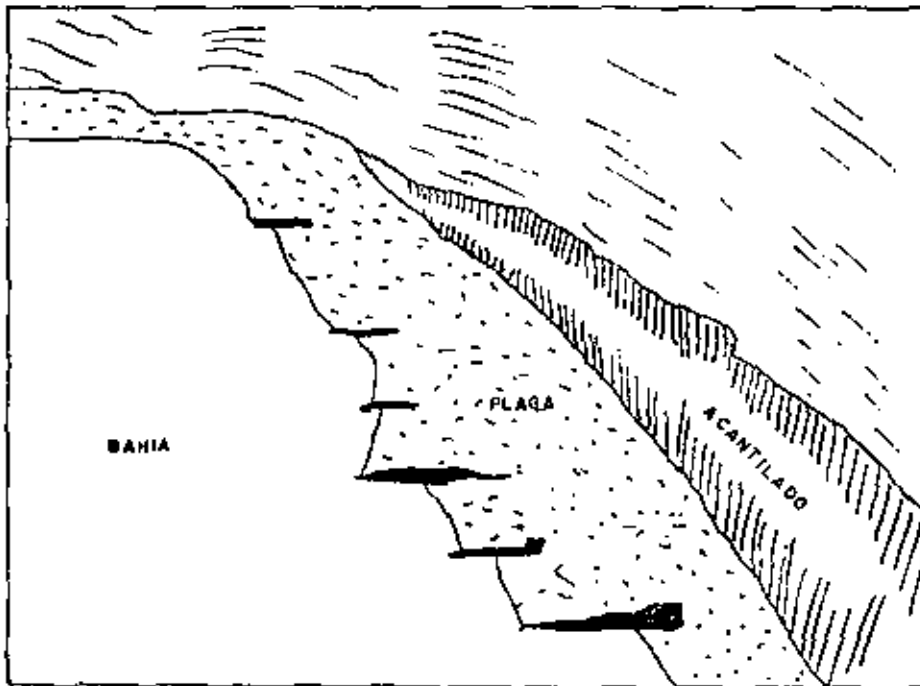


Fig. 48.- ESPOLONES PARA PROTECCION DE PLAYAS

regulada por los vientos predominantes o más activos.

Allí donde se considera conveniente proteger la costa para frenar la deriva de arena y grava, se construyen barreras, transversalmente con respecto a la playa. En el lado de barlovento de uno de estos espaldones, los derrubios se amontonan, mientras que en el lado de sotavento son arrancados, para ser retenidos a su vez por el espaldón siguiente (fig. 4d).

Cuando la erosión del litoral está en auge a lo largo de una costa festonada, se construyen flechas y cordones litorales así como playas. Allí donde la costa presenta una curva, a la entrada de una bahía o un estuario, los materiales transportados por la deriva y las corrientes a lo largo del litoral son transportados más o menos en línea recta y se depositan en las aguas más profundas situadas a continuación. El alfoque así iniciada se eleva gradualmente hasta formar un banco de arena. Este va creciendo en altura por aportaciones a partir de su conexión con el continente hasta que se forma un arrecife que surge por encima del nivel del mar en continuidad con la orilla de la cual proceden los aportes de materiales que han contribuido a su construcción. Este camellón va creciendo sin cesar en longitud, mediante sucesivas adiciones de materiales en su extremo, hasta que las olas o las corrientes de cualquier otra procedencia limitan su crecimiento hacia fuera.

Si este cordón termina en aguas libres se llama flecha o espiga. Las olas de tempestad hacen rodar materiales sobre el lado protegido, especialmente cuando se abaten perpendicularmente, y de este modo algunas flechas tienden a desplazarse hacia tierra, y con frecuencia se curvan durante este proceso. Esta curvatura se produce también por la tendencia de las olas oblicuas a girar en redondo hacia el final (es decir, por la tendencia a refractarse) en los parajes donde

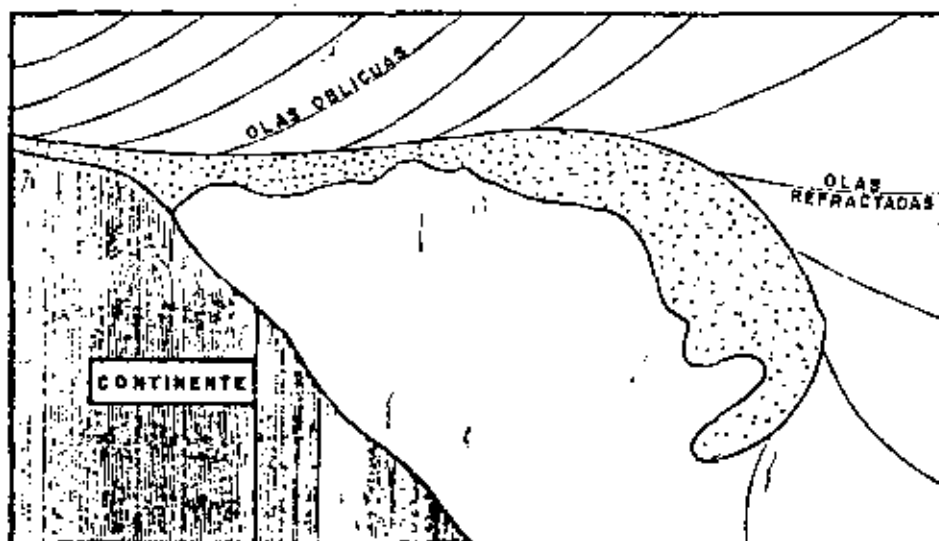


Fig. 49.-DESARROLLO DE UNA FLECHA EN FORMA DE GANCHO (ALFAQUE) POR REFRACCION DE LAS OLAS OBLICUAS.

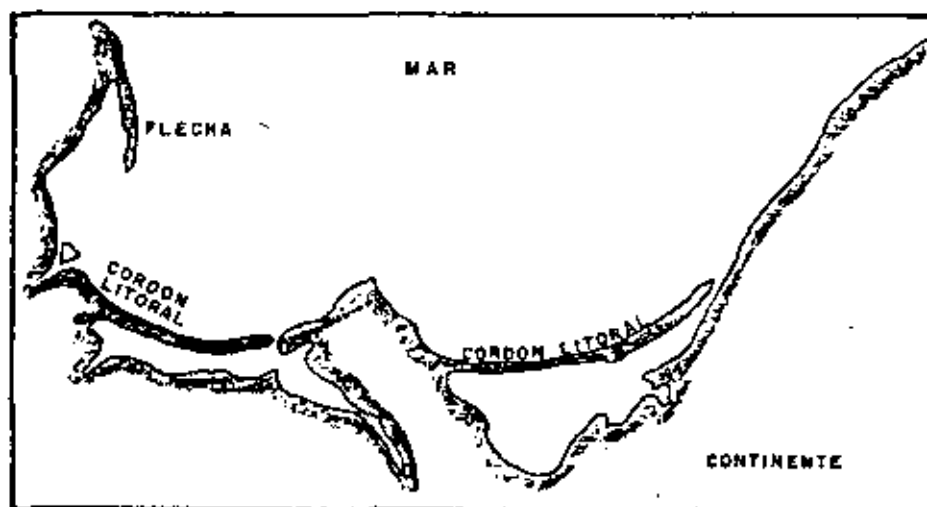


Fig. 50.- FLECHAS Y CORDONES LITORALES (BARRAS)

el fondo del mar un poco más allá desciende a una profundidad considerable. De este modo, la flecha o espiga adquiere entonces forma de gancho o cuerno. (fig.49).

Un cordón litoral es una flecha que se extiende entre dos cabos, o algo parecido. Si la bahía queda completamente cerrada por este cordón se convierte en un lago o albufera. Sin embargo, es más frecuente que exista un estrecho - canal que mantiene abierta la corriente de la marea y el desagüe o reflujo. (Fig. 50).

VII.- EXPLORACION GEOFISICA, METODOS GEOSISMICOS Y GEOELECTRICOS

Los métodos geofísicos constituyen otro método para determinar las condiciones del subsuelo en una determinada región y pueden ser un útil y económico complemento al programa de exploraciones.

Ante todo, debemos advertir que los métodos geofísicos, constituyen solamente uno de tantos auxiliares de la investigación geológica y que, aplicados a la ingeniería, no deben mirarse nunca más que en ese concepto. No nos descubrirán más que lo que haría una buena serie de sondeos y, por lo general, no tanto; nunca deben emplearse sin una particular y constante correlación con la información geológica que se posea. De hecho, es indispensable un

estudio geológico antes de utilizar los referidos métodos con ciertas probabilidades de buen éxito, ya que, para que su interpretación sea provechosa, deben conocerse ciertas condiciones generales de la Geología local. La condición más favorable se da cuando la roca se encuentra bajo una cubierta sencilla de depósitos superficiales y los caracteres físicos de los dos son marcadamente distintos.

Además de los resultados prácticos que a una exploración puede aportar la Geofísica, esta moderna ciencia ha contribuido a un mejor conocimiento de nuestro planeta.

VII.1) MÉTODOS GEOSISMICOS

El hecho de que las vibraciones producidas por terremotos, reales o artificiales, no se propagan a la misma velocidad en diferentes medios, permite descubrir los cambios que esos medios presentan. Aunque esta idea fue sugerida hace tiempo y se realizaron después experimentos en tal sentido, hasta principios del siglo actual no se construyeron instrumentos capaces de medir y registrar las vibraciones que alcanzan el punto de observación. Desde entonces se han mejorado los instrumentos originales y se han inventado otros, de modo que hoy los métodos sísmicos de exploración subterránea, son ampliamente usados.

Los terremotos artificiales se provocan empleando poderosos explosivos (entre los cuales los más indicados son las dinamitas gelatinosas de alto poder explosivo) o mediante golpes en la superficie. Las ondas así producidas en el terreno (ondas elásticas terrestres, como algunas veces se les llama), son de dos tipos, causadas respectivamente, por vibraciones longitudinales y por transversales.

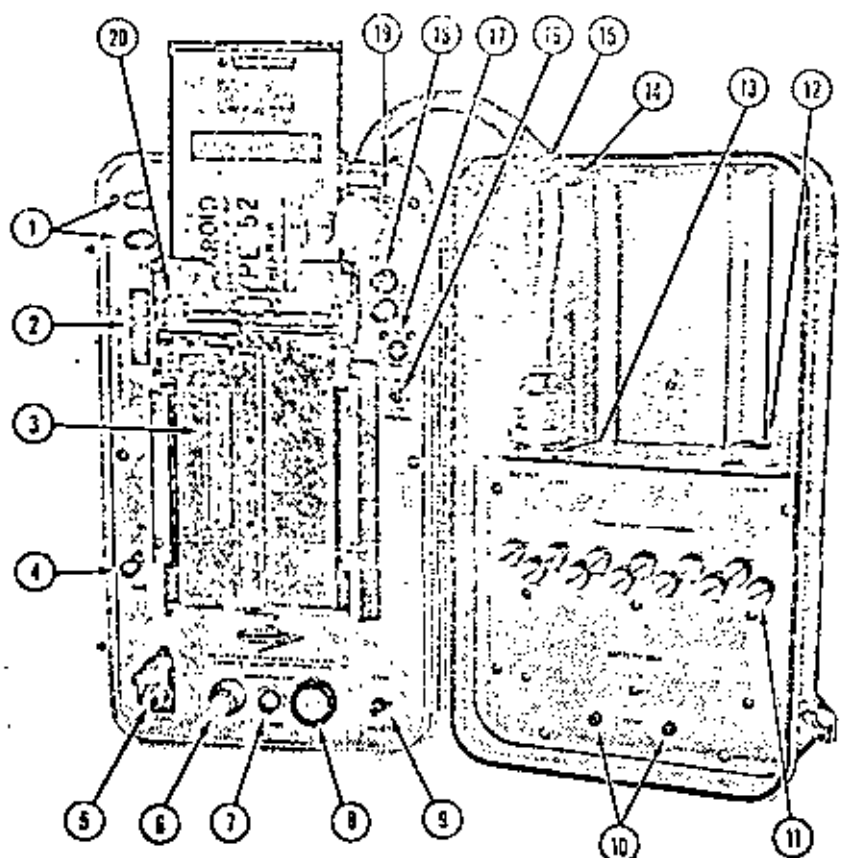


Fig. 51.- SISMOGRAFO DE REFRACCION
(Modelo ER-75-12)

- 1.- Terminales para el explosivo.
- 2.- Péndulo.
- 3.- Cámara.
- 4.- Terminal de tierra.
- 5.- Disparador.
- 6.- Control de voltaje para los galvanómetros.
- 7.- Lámpara indicadora.
- 8.- Voltmetro.
- 9.- Control de disparo.
- 10.- Probador de las baterías de los amplificadores.
- 11.- Controles de ganancia de los amplificadores.
- 12.- Entrada del cable.
- 13.- Salida del cable al aparato.
- 14.- Llave para ajustar los galvanómetros.
- 15.- Cable.
- 16.- Control interno y externo del aparato.
- 17.- Conexión para el cable de energía o para operar el equipo con martillo.
- 18.- Terminales para cargar las baterías.
- 19.- Entrada del cable de los amplificadores.
- 20.- Palanca para el proceso de la película.

Tanto uno como otro tipo de ondas se transmiten a través de las distintas clases de rocas a diferentes velocidades y son refractadas o reflejadas cuando pasan de un medio a otro. Esta circunstancia constituye la base de los métodos sísmicos de investigación, en los que se registran las vibraciones observadas a diferentes distancias del lugar de la explosión y los resultados así obtenidos, se relacionan con los hechos conocidos acerca de la propagación de ondas en los distintos medios.

En la práctica ingenieril se utilizan sismógrafos de refracción, o sea que detectan las ondas refractadas.

Los modernos sismógrafos son unidades compactas que pueden tener de uno a doce canales de entrada para otros tantos sismodetectores (geófonos), los cuales se conectan a un cable general que envía las señales hasta el sismógrafo. (Ver Fig. # 51).

El sismógrafo incluye además, un amplificador transistorizado para cada canal, el mecanismo de disparo (explosor) y una cámara Polaroid o cinta de papel sensible con los que se imprimen el momento del disparo y la llegada de la señal a cada geófono.

Durante la operación de campo en los trabajos de refracción aplicados a la Ingeniería Civil, se excava un pozo de poca profundidad (de --

0.50 m a 1.00 m) en el que se coloca una carga de explosivos, los cuales se hacen detonar, generando la explosión un frente de ondas sísmicas . (Punto final de la fig. 52). Cuando este frente de ondas llegue a los puntos D_1 , D_2 ... D_{12} , en donde se sembraron los geófonos, los perturba y captan el momento de la llegada de la onda.

Cada geófono consta de una bobina montada en resortes sumamente sensibles. Al llegar la onda, la bobina vibra modificando la corriente que circulaba antes por ella. Esta variación de corrientes es enviada a través de los cables hasta el sismógrafo que la transforma en señal luminosa.

La señal luminosa se registra por medio de una cámara Polaroid o papel sensible o se anota por el operador, si el equipo es de un solo geófono. La fotografía o el papel sensible, tienen generalmente capacidad para captar señales de doce geófonos . (fig. # 53).

Previamente al disparo se deberán medir las distancias desde el punto de tiro hasta cada geófono y en algunos casos las elevaciones de todos estos puntos.

La explosión genera frentes de ondas concéntricas entre los que destacan las ondas longitudinales o de compresión, y las transversales o de cizalla o de superficie; de éstas, las longitudinales son las mas rápidas y de menor disipación y dado que el geófono capta solo la llegada de la primera onda, resultan las únicas registradas claramente en el sismógrafo (fig. 53). Por tanto en lo sucesivo al hablar de velocidad de propagación, nos referimos solo a las ondas longitudinales.

V_1 = Velocidad del medio 2

h = Profundidad del disparo

Para dos capas:
$$Z_1 = \frac{1}{2} \left[t_{o2} - (2 Z_0 - h) \sqrt{\frac{V_2^2 - V_0^2}{V_0 V_2}} \right] \frac{V_1 V_2}{\sqrt{V_2^2 - V_1^2}}$$

Donde:

Z_1 = Espesor del estrato de velocidad V_1

t_{o2} = Tiempo medio en el eje de ordenadas, de la intersección de la pendiente de velocidad V_2 , con dicho eje (Fig. 4)

V_2 = Velocidad del medio 3

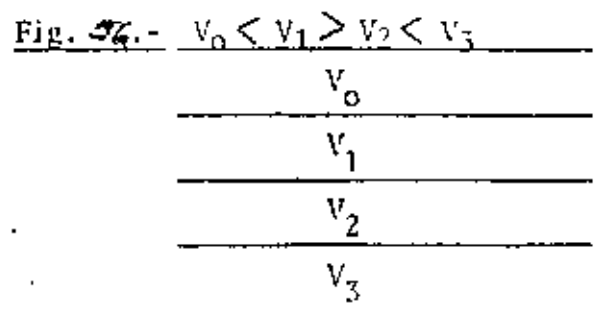
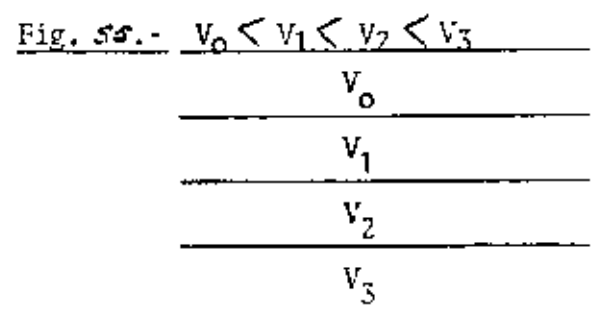
En forma semejante para una tercera capa, su espesor sería:

$$Z_2 = \frac{1}{2} \left[t_{o3} - \frac{(2 Z_0 - h)}{V_0 V_3} \sqrt{V_3^2 - V_0^2} - \frac{2 Z_1}{V_1 V_3} \sqrt{V_3^2 - V_1^2} \right] \frac{V_2 V_3}{\sqrt{V_3^2 - V_2^2}}$$

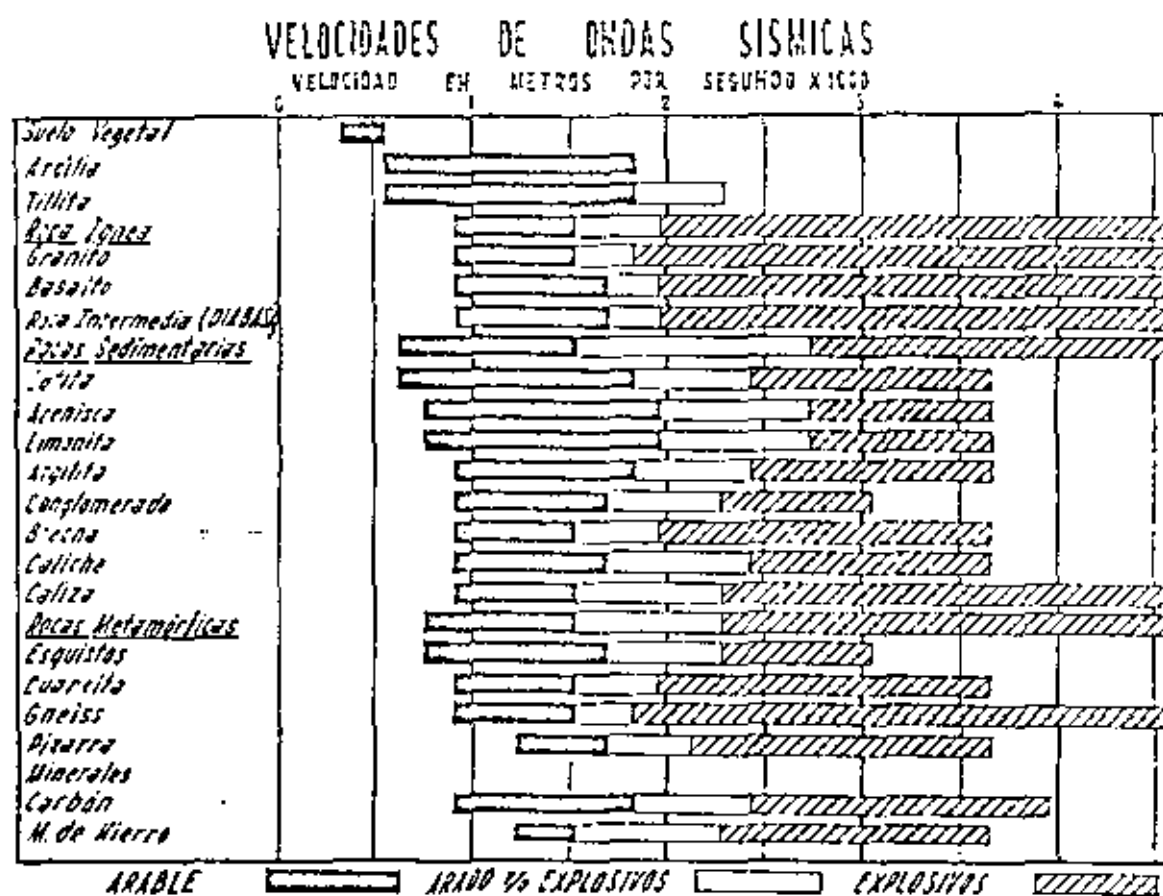
Todas las fórmulas de refracción sísmica son válidas siempre y cuando la velocidad de propagación aumenta a profundidades; o sea si:

$$V_0 < V_1 < V_2 < V_3$$

Y en caso contrario, no podrán ser aplicadas más que hasta la profundidad donde se cumpla esta condición. Así en la Fig. 55, se podrán obtener los espesores Z_0 , Z_1 y Z_2 , mientras que en la figura 56, sólo se podrá establecer el espesor Z_0 .



3.- Aplicaciones a la Ingeniería Civil.- Son muy numerosas, destacando por su importancia, los estudios sísmicos en presas, caminos, exploraciones para túneles, cimentaciones, aeropuertos, puentes, estudios de bancos de préstamo, localización de cavernas, etc. Y la técnica empleada variará, según los ---



Nota.- Tomadas del Handbook of Ripping - Caterpillar Tractor Co.

Fig. 57.- Atacabilidad de distintas rocas en función de la velocidad de propagación de ondas sísmicas refractadas (Tractor Caterpillar D-E).

finés que se persigan si bien las bases son las mismas.

VII.2- Métodos Geoséctricos. - Al hablar del flujo de una corriente eléctrica a través de un conductor, nos podemos referir a la facilidad relativa cómo se produce el flujo de energía considerándola como el resultado de la conductividad relativo del material, o podemos referirnos al grado de resistencia ofrecido por dicho material, al paso de la corriente considerándola como la resistividad del material. Una ohmio es la resistencia que encuentra, o con que fluye, una corriente del 1 voltio cuya intensidad es de 1 amperio. La resistividad específica de una substancia, es la resistencia opuesta por un cubo de dicha substancia de 1 cm de arista. La resistividad específica se mide en ohmios-centímetros. La conductividad es recíproca de la resistividad.

En la Fig. 5a, imaginemos un cuerpo limitado por un plano horizontal y de espesor infinito, y extensión lateral -también infinita, y supongamos que este cuerpo tiene conductividad eléctrica (o resistividad) uniforme. Consideramos dos puntos a y b, situados en la superficie horizontal, entre los cuales existe una diferencia de potencial, una corriente eléctrica fluye de a a b. De este modo la corriente que va de a hasta b se puede concebir como si corriera a lo largo de un número infinito de líneas curvas o líneas de flujo, que atraviesan el cuerpo entero. A lo largo de cada una de estas líneas exista una caída de potencial de a, a b. Todos los puntos del mismo potencial pertenecientes a las diversas líneas de flujo yacen en una superficie curva llamada -superficie equipotencial. En un campo eléctrico cualquiera existe un infinito número de superficies equipotenciales. Una superficie equipotencial cualquiera es perpendicular a las líneas de flujo. En el interior de este cuerpo idealmente uniforme, el punto medio entre a y b es el centro de potencial.

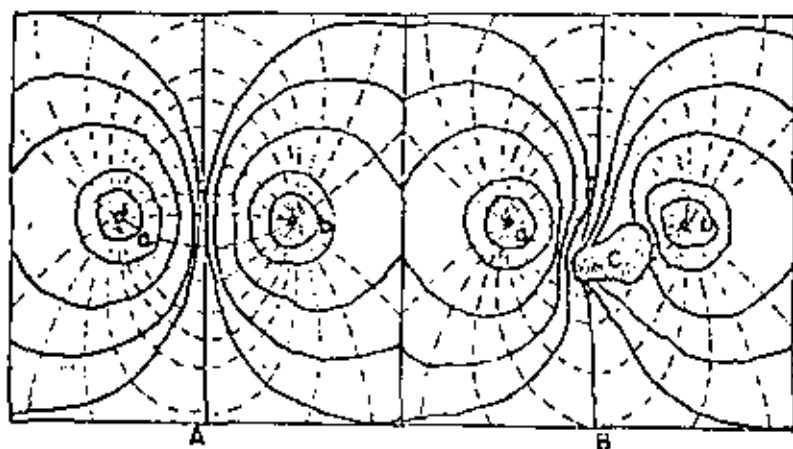


Fig. 58 A) Líneas de flujo de la corriente (interrumpida), y líneas equipotenciales (llenas) en un campo establecido por dos electrodos puntiformes en un medio de conductividad uniforme. B) Un cuerpo de conductividad elevada ha deformado el campo.

En la litosfera no se realiza en parte la condición de conductividad (o resistividad) eléctrica uniforme. Las masas de rocas difieren mucho con respecto a esta propiedad. Las rocas secas son malas conductoras. El carbón y la sal, si están secas, son muy malos conductores, oponiendo elevada resistencia al paso de las corrientes eléctricas, a través de ellos. Sin embargo, en las condiciones naturales, las rocas se hallan más o menos húmedas, ya sea en su superficie externa, o en el interior en sus espacios porosos. El resultado es que la conductividad eléctrica de una roca depende de su contenido de agua intersticial (espacios porosos), y particularmente de la naturaleza y cantidad de sales solubles que hay disueltas en dicha agua, más bien que de las características minerales de la propia roca. El agua dulce es relativamente resistente al paso de la energía eléctrica, mientras que el agua salada es un excelente conductor. Arcillas y pizarras arcillosas poseen espacios porosos demasiado pequeños para permitir la circulación y, a causa de ésto, contienen mayor o menor cantidad de agua salada originalmente nativa, por lo cual pueden ser mejores conductores que arenas y areniscas, en las cuales una mayor libertad de circulación ha diluido y endulzado el agua incluida. Sundberg ha establecido que -para fines prácticos... la resistencia específica de un agua natural está generalmente determinada por su contenido en cloros-

Se da el cuadro siguiente de la resistividad apreciada en materiales de diversas rocas, según que sus espacios porosos estén llenos de agua dulce o casi dulce, o que estén llenos de agua salada.

RESISTENCIA ESPECIFICA EN OHMIOS POR CENTIMETRO CUBICO.-

ROCAS	POROS LLENOS DE AGUA SUPERFICIAL O PROFUNDA	POROS LLENOS DE AGUA SALADA
Caliza y arenisca .	100 000 - 1 000 000	500 - 4000
Arena y arcilla....	40 000 - 400 000	200 - 2200
Marga, loess.....	2 000 - 20 000	20 - 200

La resistencia específica del petróleo bruto es enormemente elevada, en contraste con la mayoría de los demás materiales del subsuelo en las formaciones sedimentarias. Se evalúa entre 10^{10} y 10^{16} ohm-cm.

A causa de la diversidad de condiciones en el interior de la litosfera, los efectos del calentamiento y del enfriamiento diarios de la superficie terrestre en su rotación, los efectos de las tormentas magnéticas y variaciones en el campo magnético terrestre, y otras causas, existen siempre diferencias locales y regionales de potencial en el interior de la Tierra. Estas diferencias de potencial originan el flujo de la energía eléctrica desde los lugares de potencial más elevado a los de potencial más bajo. Estas corrientes naturales se llaman - corrientes subterráneas o corrientes telúricas-

Clasificación de los métodos de prospección eléctrica.- Los principales métodos practicados o ensayados en la prospección eléctrica, se pueden clasificar en dos grupos importantes:

- 1.- Métodos de self-potencial o electroquímicos, en los cuales se hace uso de las corrientes telúricas; y,
- 2.- Aquellos métodos que utilizan campos eléctricos de fuerza producidos artificialmente. Comprenden: a).- Métodos de resistividad, b).- Métodos de potencial superficial, c) Metodos de inducción o electromagnéticos, d).- Métodos de radiación, y e).- Método de corrientes transitorias.

En todos estos métodos, el principio básico implica la medida de la desviación de las propiedades eléctricas observada con respecto a valores o direcciones en las cuales estas propiedades se efectúan bajo condiciones ideales de conductividad uniforme.

Con referencia al segundo grupo de métodos, los cuales utilizan una corriente artificial, es de costumbre equilibrar cualesquiera corrientes telúricas que puedan existir antes de efectuar las lecturas relativas al campo artificial.

En algunos métodos de prospección eléctrica, el campo artificial se establece mediante contactos del terreno con motivo de los cuales pasa la corriente eléctrica. Esto se lleva a cabo por medio de electrodos, los cuales se conectan por encima del terreno por cables adecuados a una fuente que suministra la corriente y por debajo del suelo por la misma tierra, completándose de este modo el circuito.

Métodos que utilizan campos eléctricos de fuerzas artificialmente producidos.

Los más usados entre estos métodos y los únicos que trataremos, son los que consisten en la medida de la resistividad entre puntos previamente elegidos. Estos son los métodos de resistividad. A ellos pertenecen el método de Gish-Rooney, el de Megger-, el de Jakosky y otros. Se clavan cuatro electrodos en el terreno a igual distancia entre sí y a lo largo de una línea recta. La distancia desde cada uno de los electrodos externos, C_1 y C_2 , a los electrodos internos más próximos, y la distancia entre los dos electrodos internos P_1 y P_2 , pueda llamarse D . Una corriente (continua o alterna) corre a través del suelo desde C_1 a C_2 , siendo medida la diferencia de potencial entre P_1 y P_2 , y calculada la resistividad entre P_1 y P_2 . La experiencia muestra que, para fines -

fines prácticos, y a profundidades relativamente pequeñas, la resistividad de la tierra o del suelo se puede medir de este modo a una profundidad D . Por lo tanto, poniendo en marcha las observaciones a la distancia D (de C_1 a $P_1 =$ de P_1 a $P_2 = P_2$ a C_2), relativamente pequeña, y aumentando sucesivamente D por etapas regulares es posible medir la resistencia de la tierra a profundidades cada vez mayores. En consecuencia, dibujando la curva de resistividad a la profundidad creciente, una discontinuidad o interrupción cualquiera que muestre la curva indicará la presencia de un cuerpo de resistividad, ya sea mayor o menor, como puede ser el caso. Efectuando lecturas de este género en una zona amplia, es evidente que un sistema de puntos de elevación puede asegurar la localización de tal cuerpo mediante el trazado de curvas de nivel. De esta manera, algunas veces es posible cartografiar la configuración subterránea de cauces fluviales enterrados, domos de sal a escasa profundidad, niveles de aguas subterráneas, fallas, etc.

VII.3. - Utilidad de los métodos geofísicos en ingeniería. - Al hablar del método geosísmico de refracción enumeramos la utilidad que puede representar para el ingeniero, el método geoelectrico tiene aplicaciones semejantes y resulta más económico tanto el equipo como su utilización, pero en cambio su interpretación presenta mayor dificultad, no obstante esta dificultad resulta insustituible en la exploración de aguas subterráneas y en la diferenciación de aguas dulces y saladas.

No obstante cualquiera que sea el método empleado, se deberá recordar siempre que se trata de un método de prospección indirecto, por lo que deberá correlacionarse con buenos trabajos de geología superficial y perforaciones de exploración, cuando fuera necesario. Pero a pesar de lo cual si

los trabajos se planean y ejecutan correctamente, se tendrá un ahorro de costos de 7 u 8 veces mayor que si el trabajo se realizara a base de sondeos solamente.

VIII. - ILUSTRACIONES GEOLOGICAS

Generalidades. - Un mapa cualquiera que muestre la distribución de las rocas y la forma o distribución de las estructuras geológicas, es un mapa geológico. Un mapa geológico superficial, o mapa de formaciones, muestra la distribución de éstas, sobre la superficie. Un mapa estructural con curvas de nivel, representa la característica de la estructura geológica por medio de curvas de nivel. La distribución de rocas sobre un mapa geológico se indica por diversas tramas o colores, y los rasgos lineales, tales como líneas de falla, líneas de contactos eruptivos, límites, etc., se muestran por líneas de diferentes clases y grosor. Si se hubieran de representar varias formaciones, se debe imprimir una abreviatura literal a intervalos en cada mancha de color. En el margen de un mapa geológico figura una leyenda, es decir, una clave relativa a los colores, tramas y líneas empleados en este mapa particular.

La trama o color a emplear en un mapa de formaciones geológicas depende, en buena parte, de la inclinación del investigador, a menos que él trabaje para alguna organización que haya adoptado ya un esquema determinado.

COLORES Y SIMBOLOS EN MAPAS GEOLOGICOS

Con objeto de ofrecer una mayor claridad al lector, los planos geológicos se elaboran utilizando diferentes colores o achures para diferenciar las diversas unidades de rocas, además de una letra característica.

Respecto a los colores existe un criterio internacional comun-
mente adoptado. El Cuaternario, se presenta en distintos tonos de amarillo (Q)
El Terciario en tonos cafés (T)
El Cretácico en tonos verdes claros (K)
El jurásico en tonos de azul (J)
El Triásico en violeta o tonos grisáceos (Tr)
El Pérmico en café anaranjado (P)
El Carbonífero es Gris (Ca)
El Devónico en café parduzco (D)
El Silúrico en Verde Oliva medio (S)
El Ordovícico en verde medio (O)
El Cámbrico en verde azulado medio (C)
El Precámbrico en Rosa (Pr)

Por lo que respecta a los achures, las formaciones sedimenta-
rias depositadas en mares o lagos u otras masas de agua, permanentes, se em-
plean líneas paralelas.

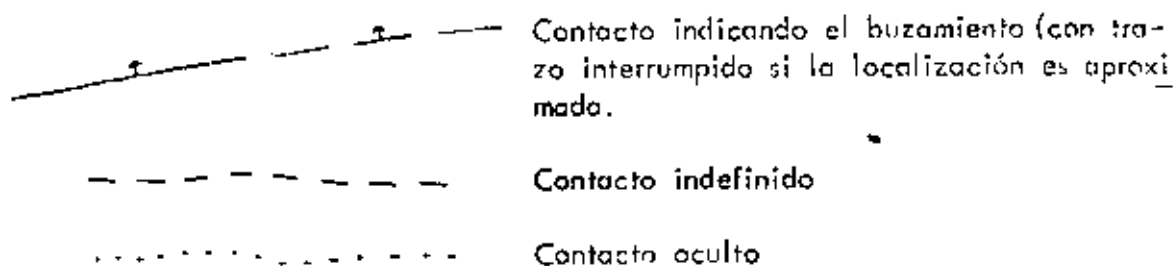
Las formaciones aluviales, glaciares y cálicas se representan
con puntas y círculos.

Las formaciones eruptivas se representan generalmente con trian-
gulos, rombos o con tramas de "V"

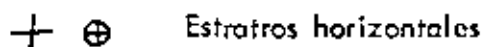
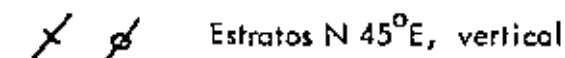
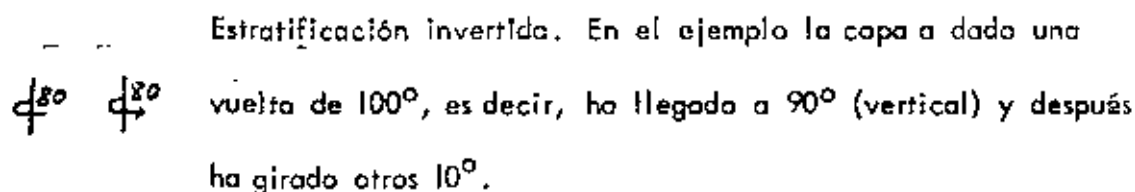
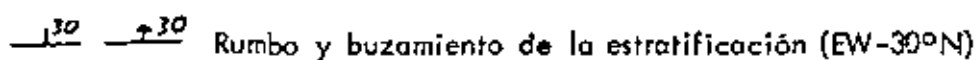
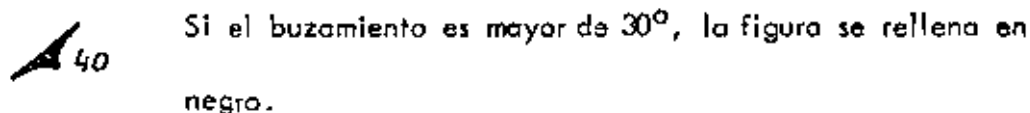
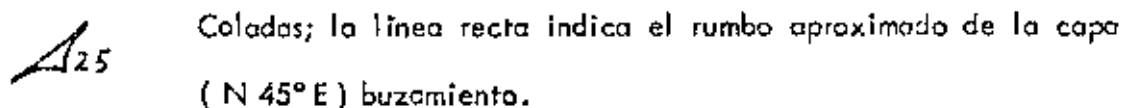
Las rocas metamórficas se presentan con trazos cortos e irregu-
lares a excepción de las pizarras que se señalan con líneas onduladas paralelas
a los planos estructurales.

También se utilizan combinaciones de los símbolos anteriores.

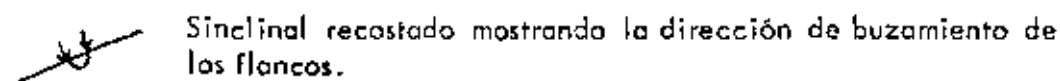
A continuación se resume lo antes mencionado y los principales símbolos utilizados en los mapas y cortes por el U.S. Geological Survey:



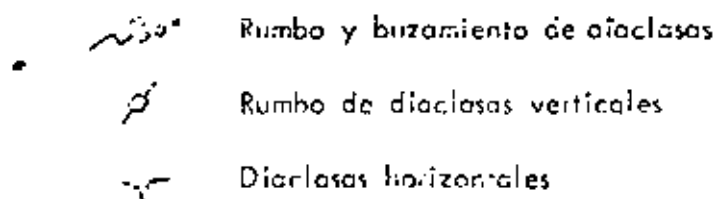
Signos convencionales empleados para rocas eruptivas y sedimentarias:



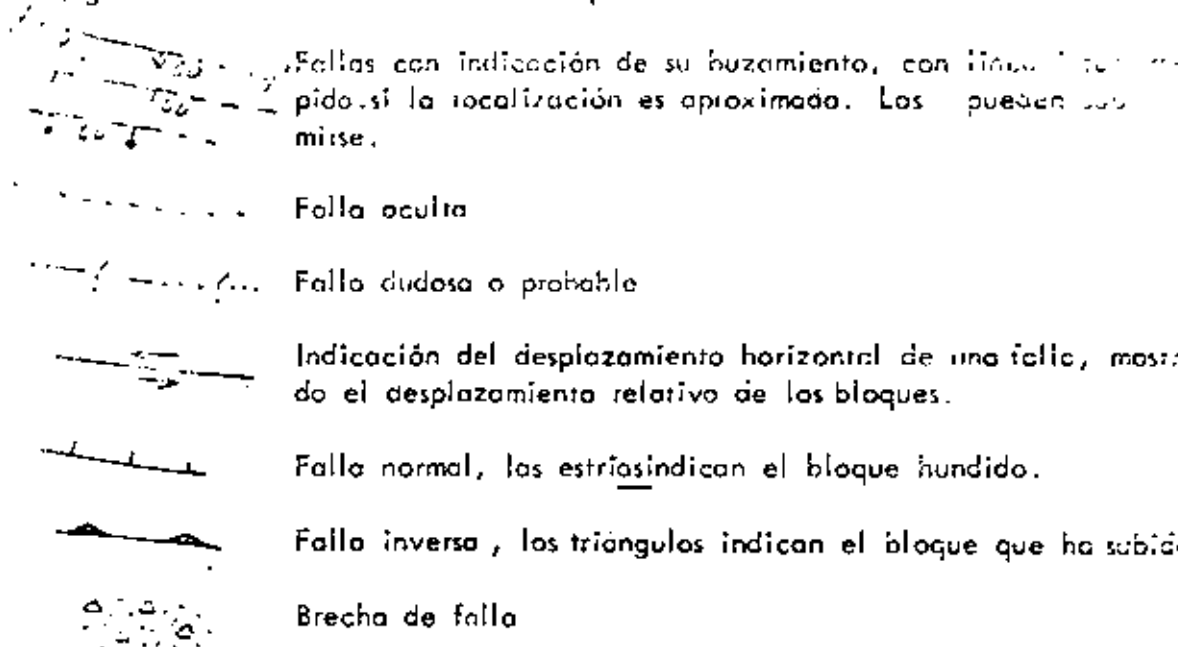
Signos convencionales para estratos plegados.



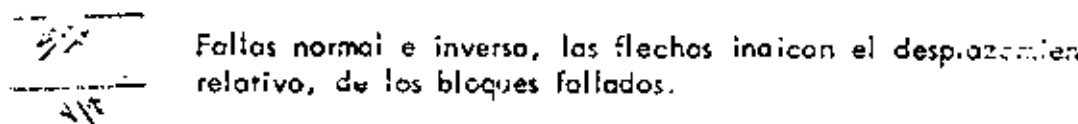
Signos convencionales para representar fracturas y diaclasas en mapas geológicos.



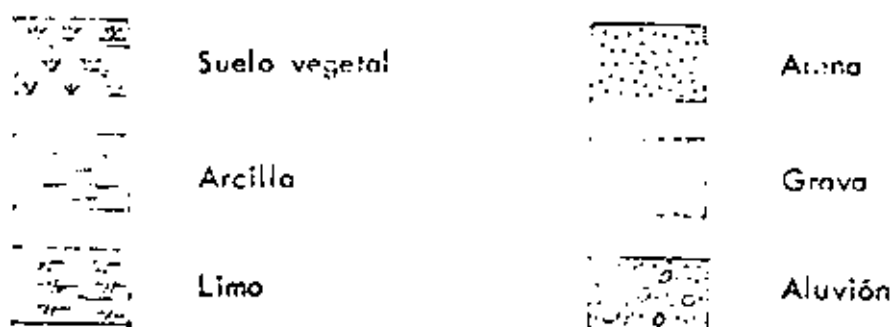
Signos relativos a las fallas en los mapas:

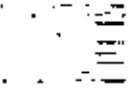
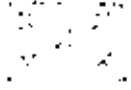


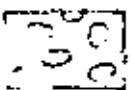
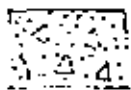
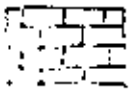
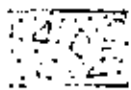
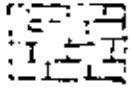
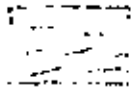
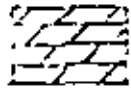



Signos convencionales relativos a las fallas en los cortes o perfiles.



Signos convencionales para representar las distintas litologías; se emplean comúnmente en perfiles geológicos pero si los planos no se colorean también pueden utilizarse en éstos.



	Lutita		Rocas ígneas intrusivas
	Arenisca		Rocas ígneas extrusivas
	Conglomerado		Rocas piroclásticas
	Caliza u otras rocas calcáreas		Brechas
	Caliza cársica		Rocas metamórficas (excepto pizarras).
	Dolomita		Pizarras

Además de los símbolos geológicos propiamente dichos, un plano que se utilice en geología deberá tener necesariamente una base topográfica en la que aparezcan los símbolos topográficos correspondientes.

Dado que en ninguna de las dos ciencias existe hasta el momento una simbología estandarizada universalmente, el plano geológico deberá incluir una leyenda donde aparezca la simbología empleada en forma bien detallada y clara.



**DIVISION DE EDUCACION CONTINUA
FACULTAD DE INGENIERIA U.N.A.M.**

**CURSOS DE INGENIERIA CIVIL EN EL PROYECTO DE PLANTAS
HIDROELECTRICAS.**

**FENOMENOS TRANSITORIOS
EN LA HIDRAULICA**

Prof. H. en I. Moisés Berezowsky Verduzco

Enero 1981



Carga de trabajo

$$H = \left(\frac{12.25 \times 1750}{1840 \times 1.06} \right)^2 = 120.5 \text{ pies}$$

Área de descarga; de Ad 6.26

$$F_2 = 2.0625 [(12.25 \pi) - (7 \times 0.375)] = 74.2 \text{ pulg}^2$$

Gasto:

$$Q = 25 \times 0.13 \times 74.2 \sqrt{120.5} = 2.650 \text{ gal/min}$$

Revisión de la N_S

$$N_S = \frac{1750 \sqrt{2650}}{(120.5)^{3/4}} = 2480 \quad \text{O.K. (doble succión)}$$

Potencia de consumo; de Ad 6.22 $\eta = 0.85$ para $N_S = 2480$

$$P = \frac{2650 \times 120.5}{3960 \times 0.85} = 95 \text{ HP}$$

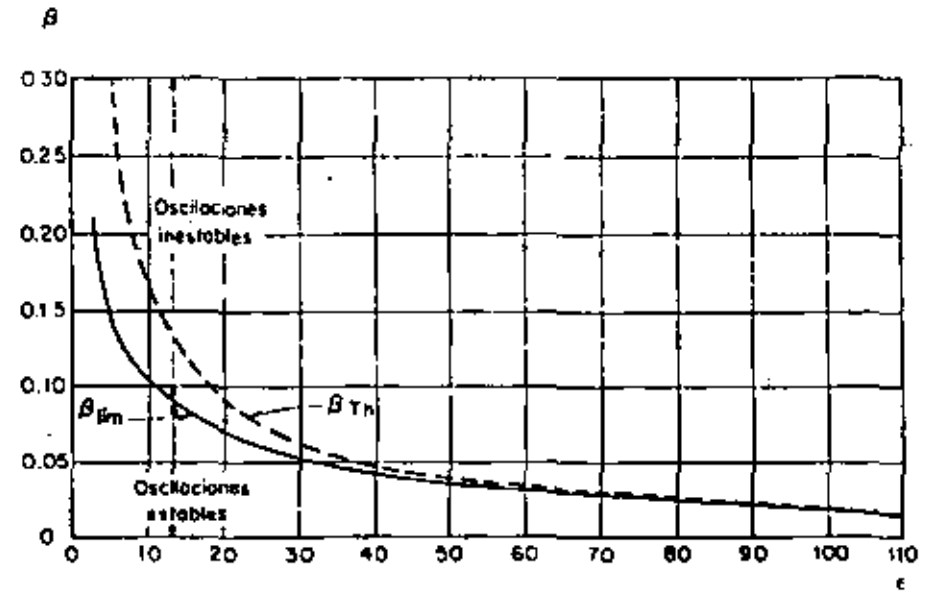
Potencia permisible por torsión en la flecha

$$P_p = \frac{7000 \times 1750 \times 1.562^3}{321000} = 145 \text{ HP O.K.}$$

Presión máxima permisible

$$P = \frac{5000 \times 0.302 \times 31}{200} = 158.5 \text{ psi O.K.}$$

Utilizando estos resultados para un punto de la curva y los valores que dan las efícas de porcentajes (Ad 6.26), se pueden construir las curvas características de $I - Q$, $(P - Q)$ y $(\eta - Q)$.



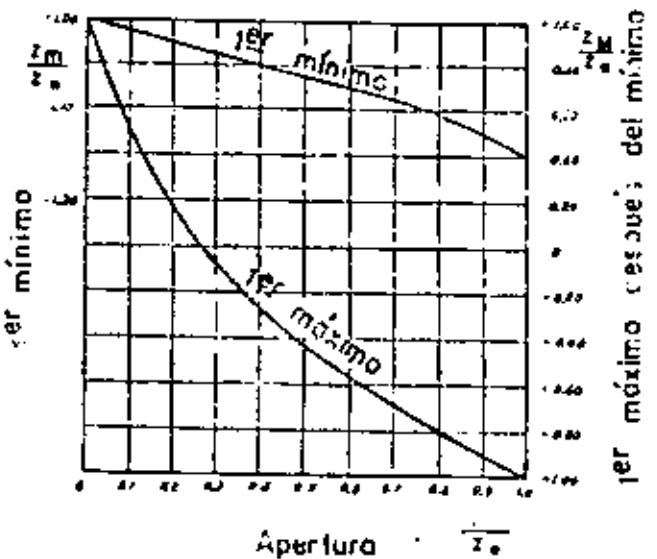
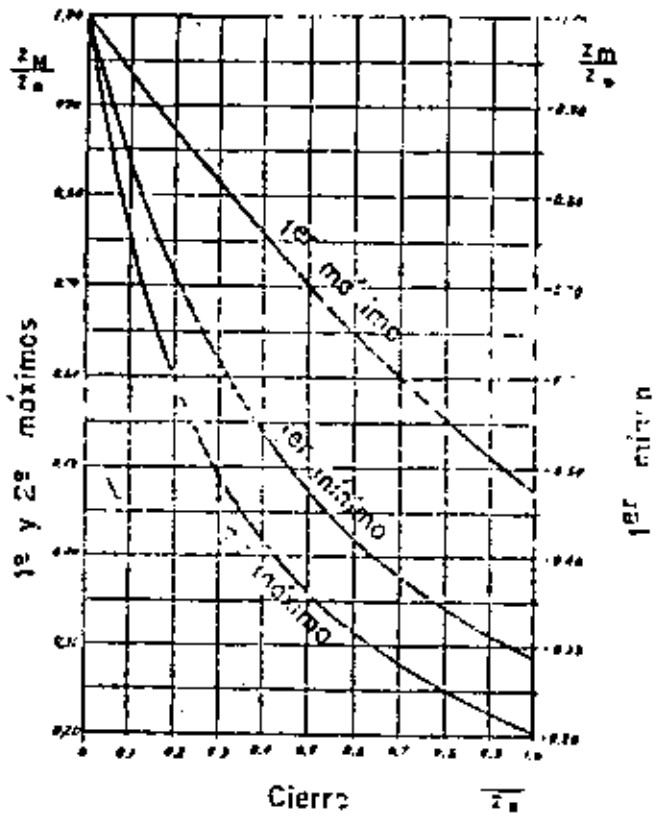
?

$$\epsilon = \frac{L v_0^3}{g F (p v_0^2)^2}$$

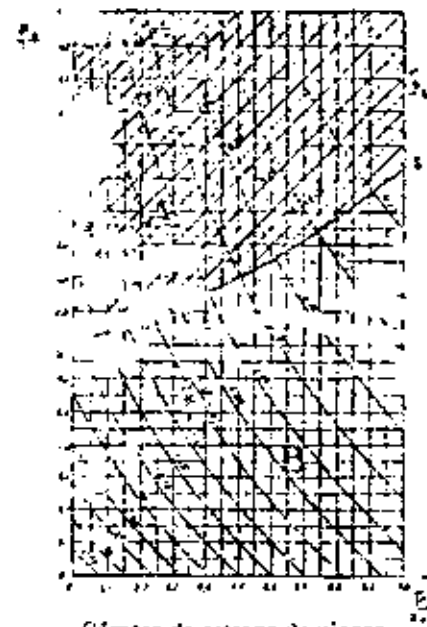
$$\beta = \frac{p v_0^2}{H}$$

Para oscilaciones estables $\beta < \beta_{\text{lim}}$

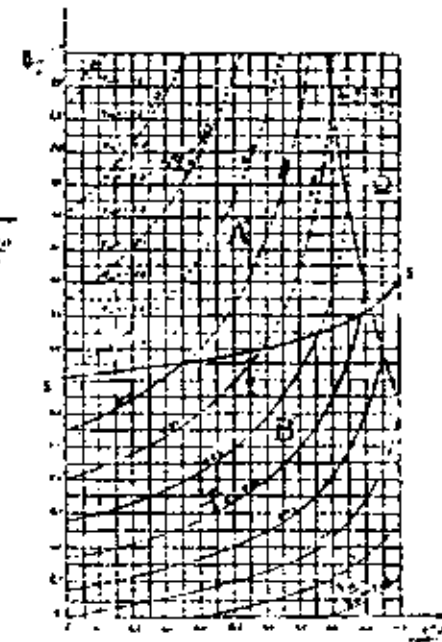
Gráfica de estabilidad. Condición límite según Frank



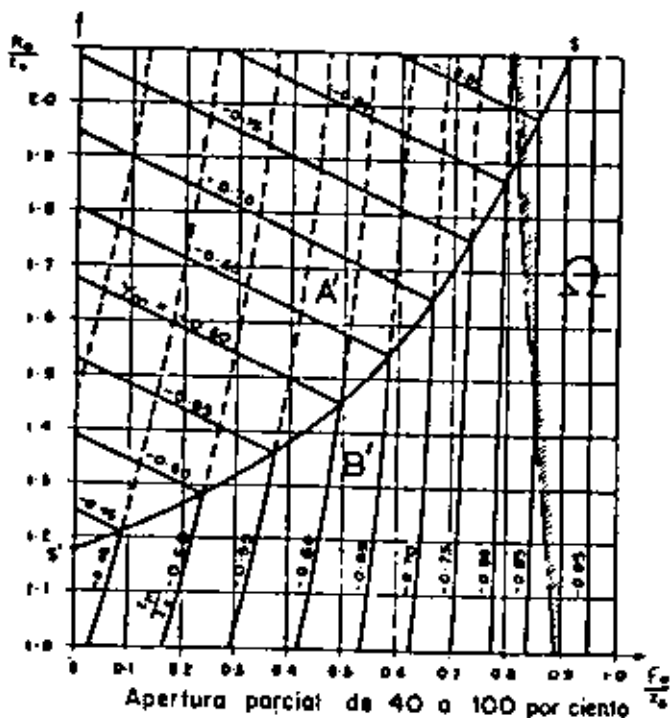
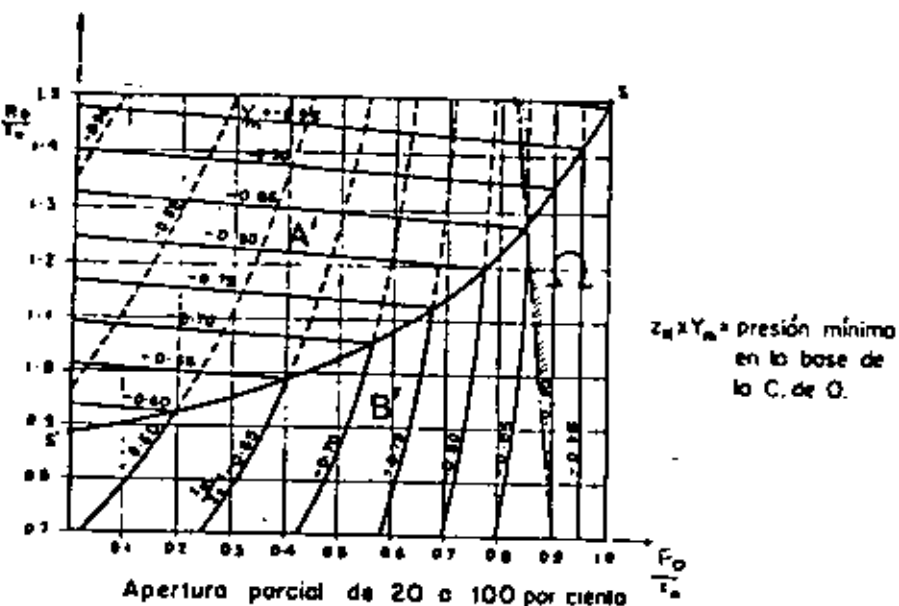
mas oscilaciones en cierre y apertura
totales instantáneos



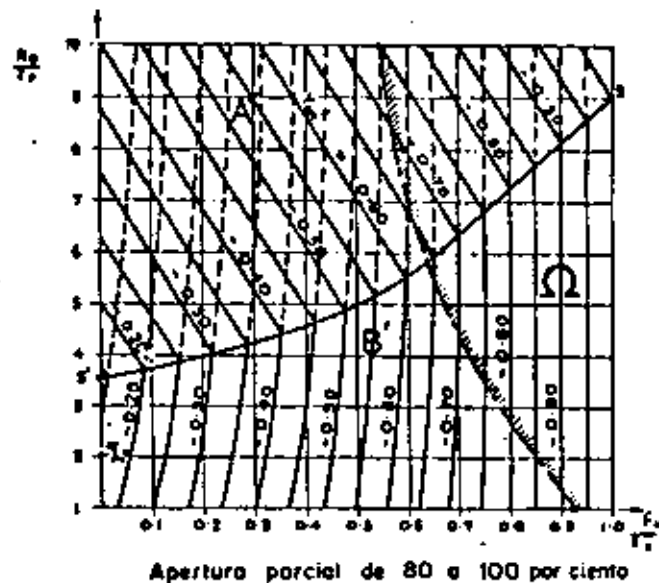
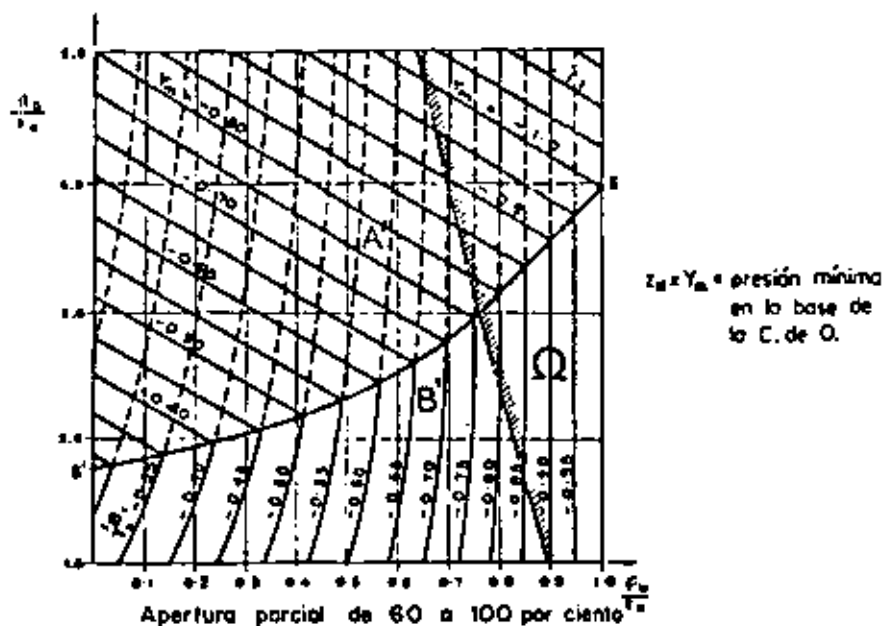
$z=L$ P_{min} = presión mínima en la
base de la C. de O.



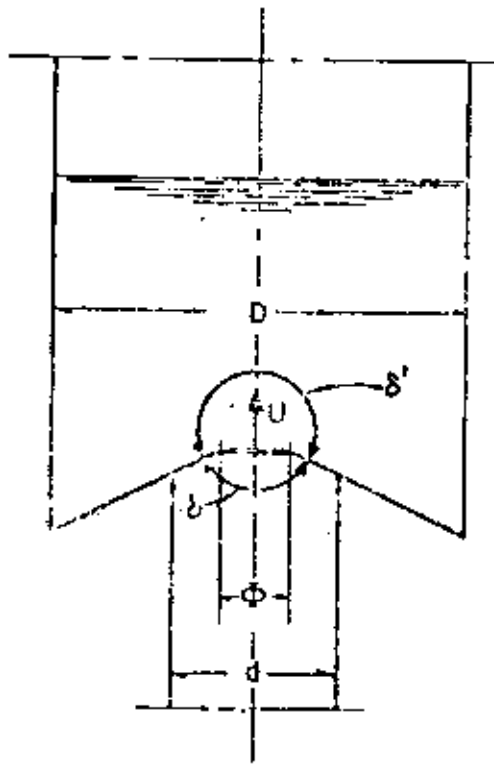
$z=L$ P_{max} = presión máxima en la
base de la C. de O.



Curvas de estrangulamiento y diferencial.
Apertura instantánea



Curvas de estrangulamiento y diferencial.
Apertura instantánea



$$R_0 = \left[\frac{1}{1 - (1.5\alpha - \alpha^{3/2})(1 - \phi^2)} - \psi \right]^2 \frac{U^2}{2g}$$

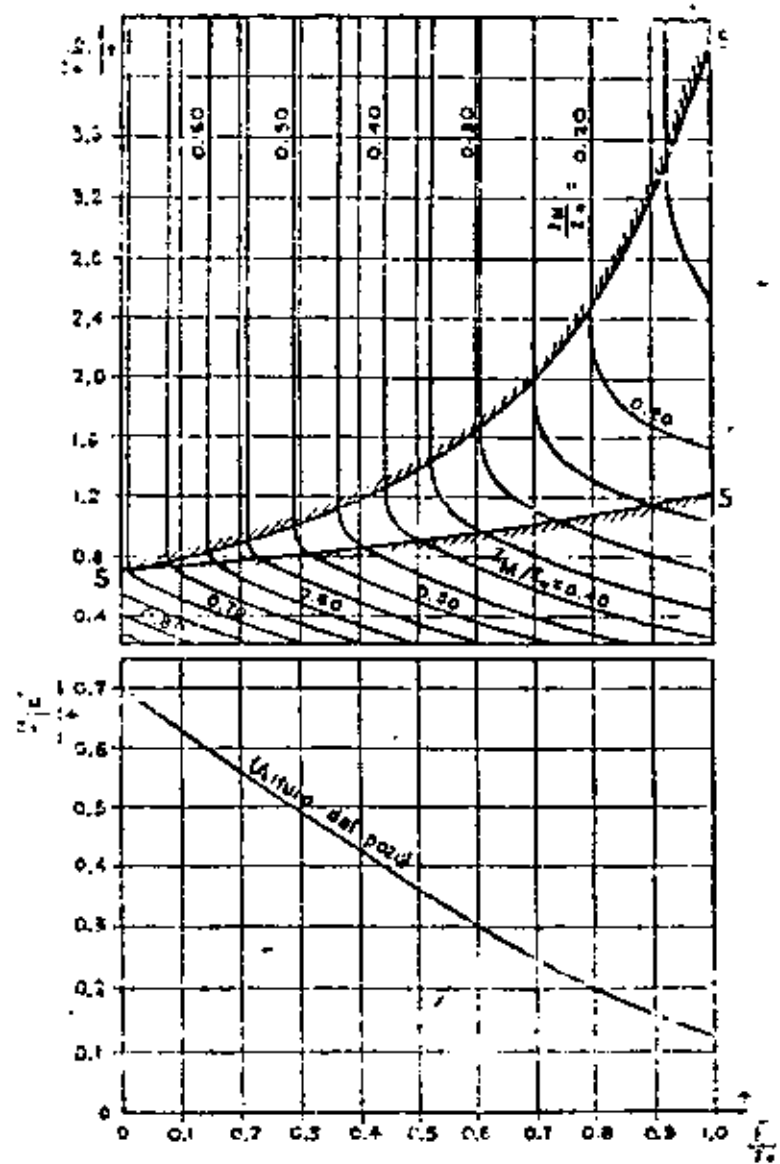
En flujo hacia adentro de la cámara, usar:

$$\alpha = \frac{\delta}{2\pi} \quad \phi = \left(\frac{\Phi}{d}\right)^2 \quad \psi = \left(\frac{\Phi}{D}\right)^2 \quad U = \frac{D_c}{4\pi\Phi^2}$$

En flujo hacia afuera de la cámara, usar:

$$\alpha' = 1 - \alpha \quad \phi' = \psi \quad \psi' = \phi$$

Pérdida por contracción, según Gardel



Cámara diferencial. Cierre instantáneo

Ejemplo B.1. Como ejemplo de aplicación, supóngase, de acuerdo con la fig 1, una tubería que posee las siguientes dimensiones (ref B.5): $L = 219$ m, $D = 3$ m, $H_0 = 153$ m, $A = 7.065$ m², que conduce el gasto $Q_0 = 42.39$ m³/seg, con una velocidad media $V_0 = 6$ m/seg, y se desea determinar la sobrepresión máxima producida en la tubería al efectuar una maniobra de cierre lineal parcial de la válvula con un tiempo de duración $t_c = 5$ seg, para reducir el gasto a $Q_0/3$.

Las relaciones

$$\frac{L}{73} = \frac{219}{73} = 3 < t_c$$

$$\frac{H_0}{V_0} = \frac{153}{6} = 25.5 < 50$$

por lo tanto es posible aplicar la teoría de la columna rígida.

La velocidad cambiará de $V_0 = 6$ m/seg a $V = V_0/3 = 2$ m/seg, es decir, $\Delta V = 6 - 2 = 4$ m/seg.

Por lo tanto se tiene

$$\frac{L \Delta V}{g t_c H_0} = \frac{219 \times 4}{9.8 \times 5 \times 153} = 0.1168$$

$$\left(\frac{L \Delta V}{g t_c H_0} \right)^2 = 0.01364$$

$$\left(\frac{L \Delta V}{g t_c H_0} \right)^4 = 0.000186$$

al sustituir en la ecuación correspondiente, resulta

$$\left(\frac{\Delta H}{H_0} \right)_{\max} = \frac{0.01364}{2} + \sqrt{\frac{0.000186}{4} + 0.01364} = 0.00682 + \sqrt{0.0136865}$$

$$\left(\frac{\Delta H}{H_0} \right)_{\max} = 0.1238$$

Un resultado semejante se obtiene de la fig 1:

$$(\Delta H)_{\max} = 0.1238 \times 153 = 18.94 \text{ m}$$

$$H_{\max} = 153 + 18.94 = 171.94 \text{ m}$$

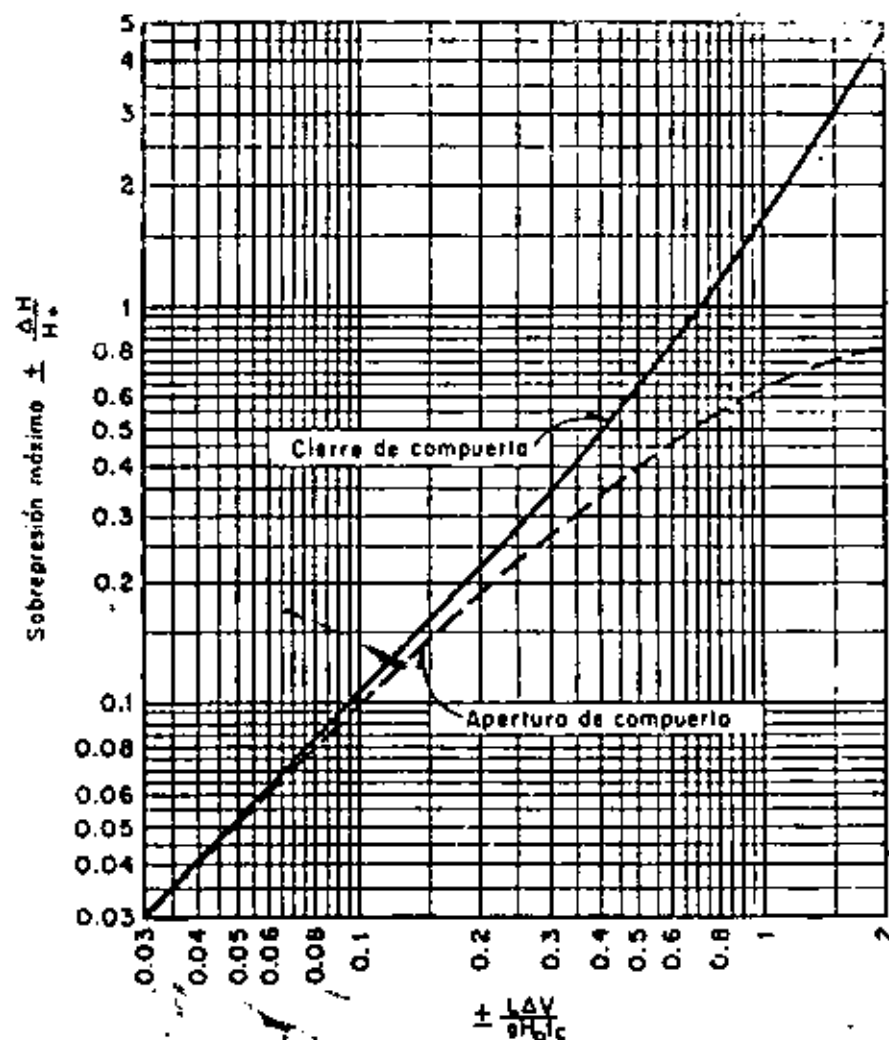


Fig 1. Golpe de ariete para una maniobra lineal del obturador, según la teoría de la columna rígida (ref B.2)

Celeridad de las ondas de presión

a) Ecuación general (ver 8.4.1)

El módulo volumétrico del agua y de elasticidad de los materiales más usuales se indican en la siguiente tabla

MATERIAL	E (kg/m ²)
agua	2.0×10^9
acero	2.1×10^{10}
hierro fundido	8×10^9
aluminio	7.2×10^9
caucho	1.3×10^{10}
asbesto-cemento	2.4×10^9

Para el agua, se tiene

$$\frac{\gamma}{g} = \frac{1000}{9.81} = 102 \text{ kg seg}^2/\text{m}^4$$

Si el tubo es de acero y el líquido circulante es agua, la ecuación general se simplifica a la forma aproximada siguiente

$$c = \frac{9000}{\sqrt{18 + 0.5 k \frac{D}{e}}}, \text{ en m/seg}$$

b) En la fig 2 se presentan las gráficas de la ecuación anterior para tuberías de acero con agua y los diferentes tipos de apoyo (ver 8.4.2).

En la fig 3 se presentan las gráficas de celeridad de la onda de presión para tubos sencillos, descubiertos, de hierro fundido y de asbesto cemento, con agua, y anclado contra movimiento longitudinal en toda su longitud.

c) Tuberías metálicas con anillos de acero (ref 8.4) (ver 8.4.6)

Los parámetros adimensionales μ para las fórmulas de Arredi son como sigue:

ϕ	μ	ϕ	μ	ϕ	μ
0	1.0	0.7	0.979289	1.4	0.770247
0.1	0.999950	0.8	0.965391	1.5	0.725640
0.2	0.999867	0.9	0.948163	1.6	0.681278
0.3	0.999280	1.0	0.921119	1.7	0.638450
0.4	0.997732	1.1	0.890239	1.8	0.598106
0.5	0.994488	1.2	0.854045	1.9	0.560939
0.6	0.988667	1.3	0.813576	2.0	0.526924

d) Tuberías de concreto armado (ref 8.5)

Los valores n varían entre los límites 9 y 15. Sin embargo, en esta clase de presiones invariablemente agrietamientos que hacen que n aumente por encima de 20.

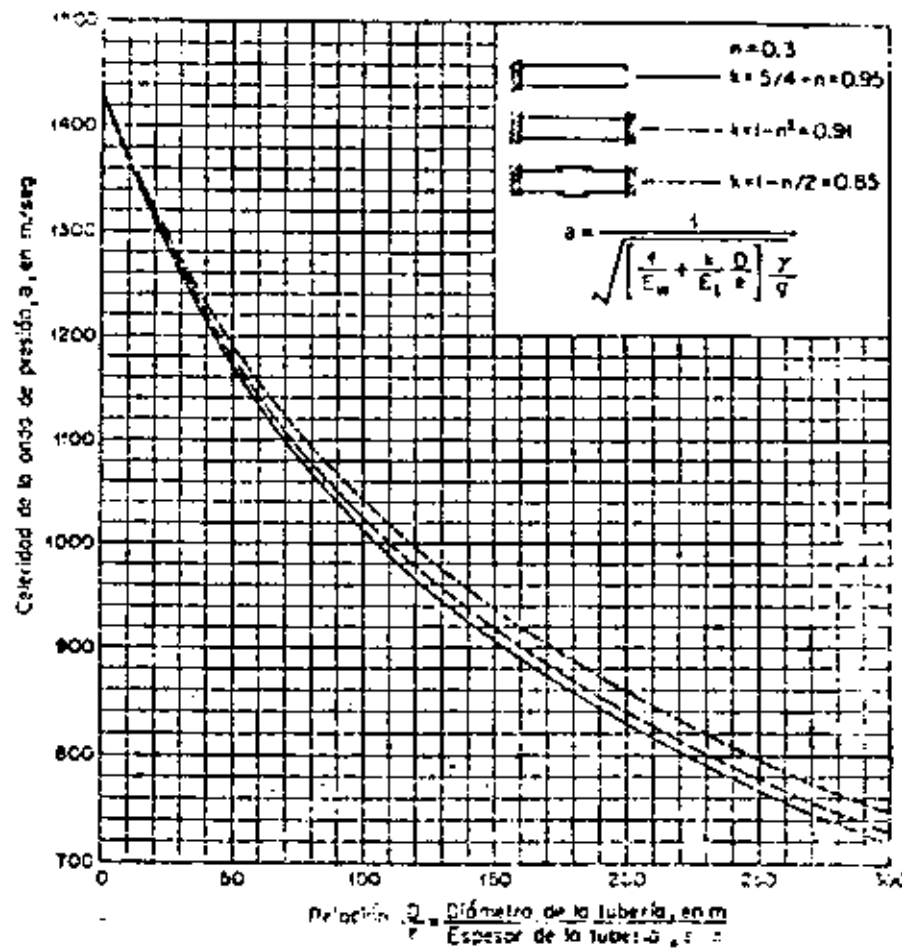


Fig 2 Celeridad de la onda de presión en una tubería de acero al descubierto

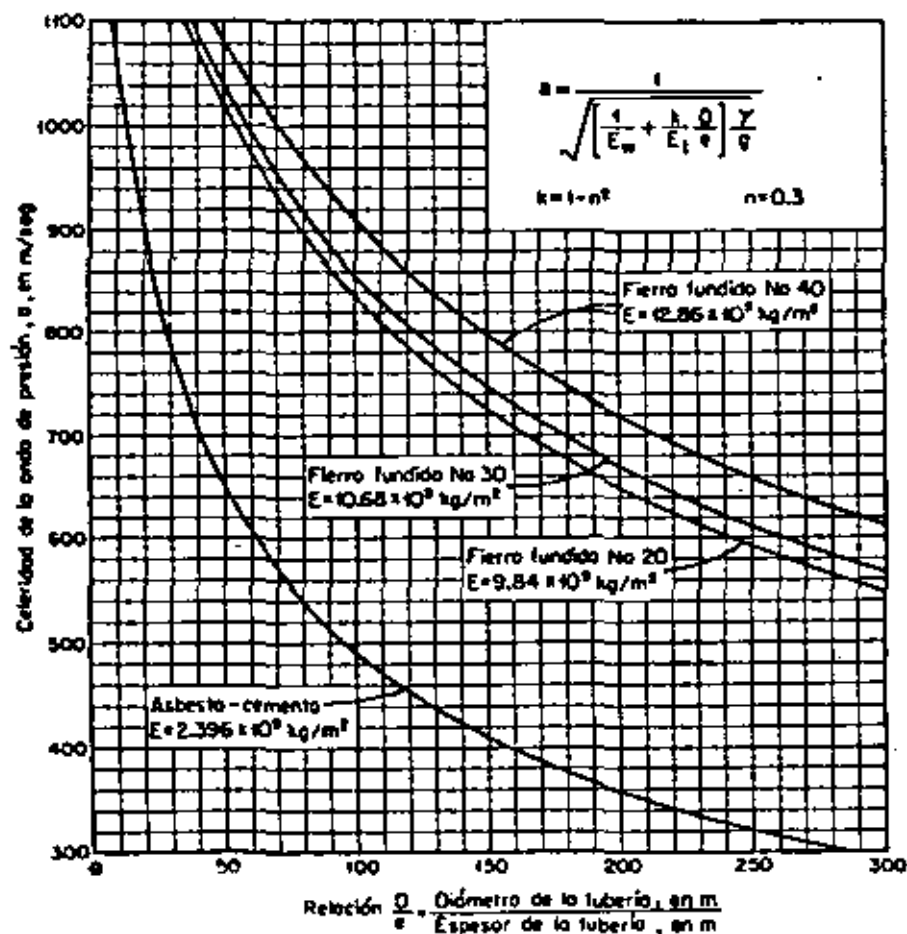


Fig 3 Celeridad de la onda de presión en una tubería al descubierto

Ejemplo B.2 (ref B.8). Considérese una tubería sencilla horizontal con el extremo de aguas abajo cerrado con una válvula. Suponiendo que una serie de ondas sinusoidales pasan sobre la superficie del depósito alimentador tal que H_{Po} equivale a $H_{oR} + 10 \sin \pi t$; escribir las ecuaciones completas para las condiciones de frontera en ambos extremos, de modo que sean leídas y programadas en un lenguaje de compilador.

Para frontera aguas arriba

$$C_2 = \frac{q}{a}$$

$$C_1 = V_1 - C_2 H_1 - \frac{f \Delta t}{2D} V_1 |V_1|$$

$$H_{Po} = H_{oR} + 10 \sin \pi t$$

$$V_{Po} = C_1 + C_2 H_{Po}$$

Para frontera aguas abajo

$$C_3 = V_{R-1} + C_2 H_{R-1} - \frac{f \Delta t}{2D} V_{R-1} |V_{R-1}|$$

$$V_{Pn} = 0$$

$$H_{Pn} = \frac{C_3 - V_{Pn}}{C_2} = \frac{C_3}{C_2}$$

Ejemplo B.3 (ref B.8). Una bomba centrífuga descarga $0.085 \text{ m}^3/\text{seg}$ de agua en una tubería de 0.61 m de diámetro contra una carga de presión de 51.85 m . La carga de la bomba para pasto cero alcanza 76.25 m y la curva carga-gasto se puede describir por la ec C.8.6.15 en esta zona de operación. En el extremo aguas abajo de la tubería horizontal de 305 m de longitud existe una válvula descargando a la atmósfera y que cierra para cambiar de $T = 1 \text{ s}$ a $T = 0.5 \text{ s}$ en el tiempo t_c . Con los valores de f ya conocidos, escribir las ecuaciones necesarias para manejar las condiciones de frontera en un programa de computadora.

Para las condiciones de frontera de la bomba en el extremo aguas arriba, se obtienen primero las constantes de la ec C.8.6.15 para la curva característica de la misma. Con las ecs C.8.6.15 y C.8.6.16 se tiene

$$C_5 = 76.25$$

$$V_o = \frac{0.085}{\pi D^2/4}$$

$$C_6 = \frac{76.25 - 51.85}{V_o^2}$$

$$C_2 = \frac{g}{a}$$

$$C_1 = V_1 - C_2 H_1 - \frac{f \Delta t}{2D} V_1 |V_1|$$

$$V_{P0} = \frac{-1 + \sqrt{1 + 4 C_2 C_0 (C_1 + C_2 C_3)}}{2 C_2 C_0}$$

$$H_{P0} = C_3 - C_0 V_{P0}^2$$

Para la condición de frontera en la válvula la caída de carga en trazo inicialmente establecido en la válvula, se obtiene como sigue:

$$H_0 = 51.85 - \frac{fL V_0^2}{D 2g}$$

cuando $t \leq t_c$

$$H_{P,t} = H_0 \text{ y } V_{P,t} = V_0$$

cuando $t > t_c$

$$C_3 = V_{n-1} + C_2 H_{n-1} - \frac{f \Delta t}{2D} V_{n-1} |V_{n-1}|$$

$$C_4 = \frac{V_0^2 (0.5)^2}{C_2 H_0}$$

$$V_{P,n} = \frac{C_4}{2} \left(-1 + \sqrt{1 + \frac{4C_3}{C_4}} \right)$$

$$H_{P,n} = \frac{C_3 - V_{P,n}}{C_2}$$

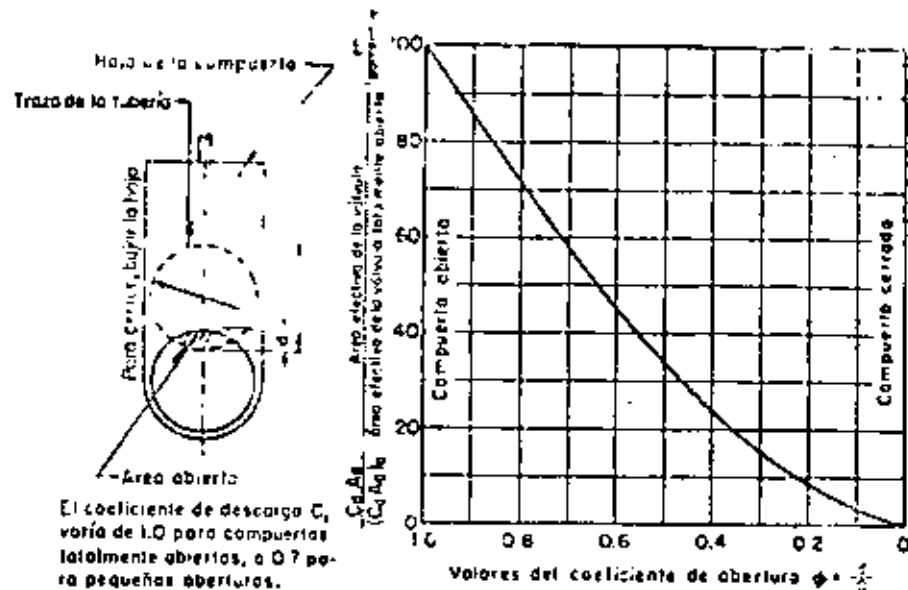


Fig 4 Factor de cierre de una compuerta de anillo deslizante

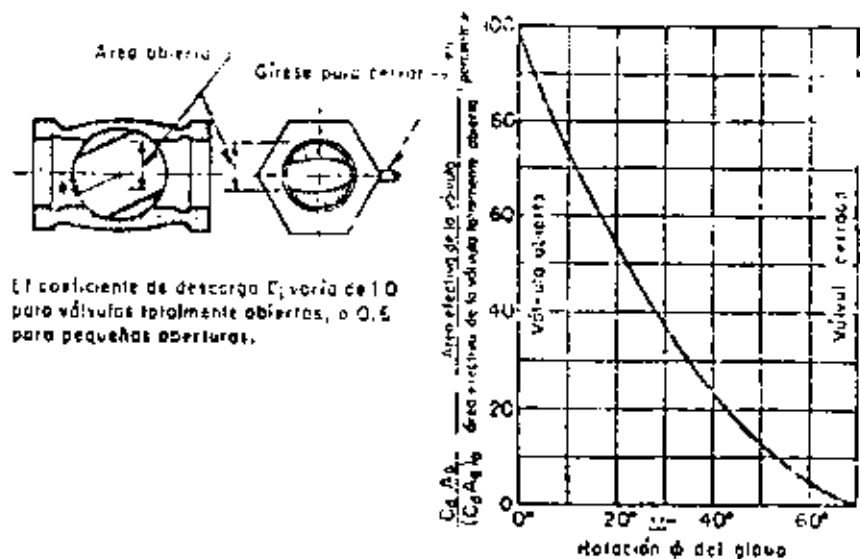
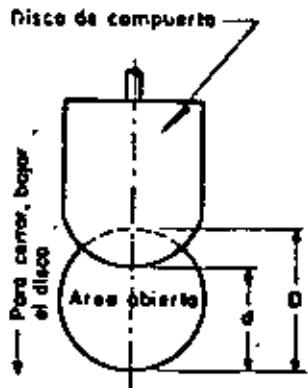


Fig 5 Factor de cierre de válvulas de globo

Ad 8.4b



El coeficiente de descarga C_d varía de 1.0 para válvula toda abierta, a 0.7 para pequeñas aberturas

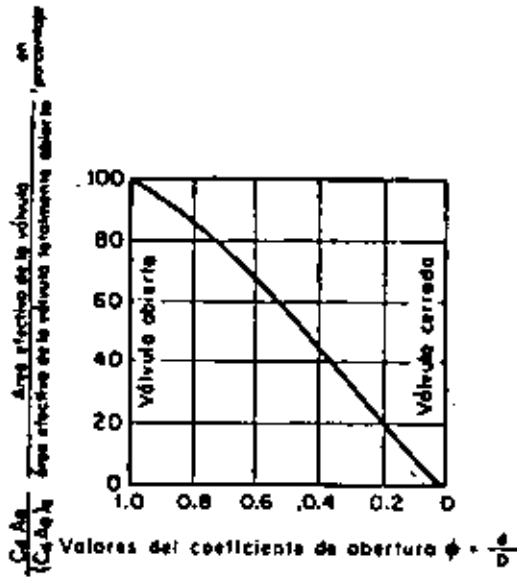
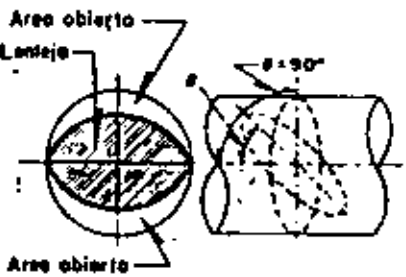


Fig 6 Factor de cierre de válvulas de compuerta



Porcentaje de área abierta = $100(1 - \sin \theta)$
 Coeficiente de descarga $C_d = 0.8$ para todas las aberturas

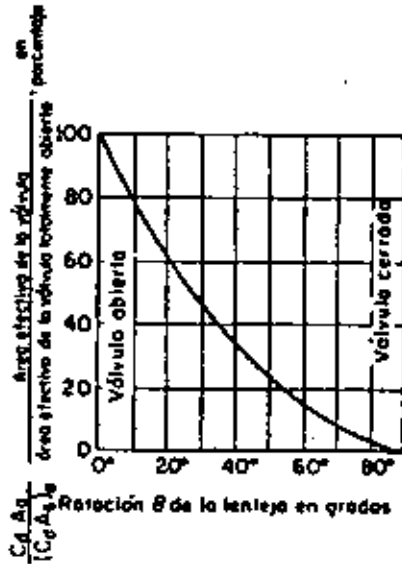


Fig 7 Factor de cierre de válvulas de mariposa

Ad 8.4c

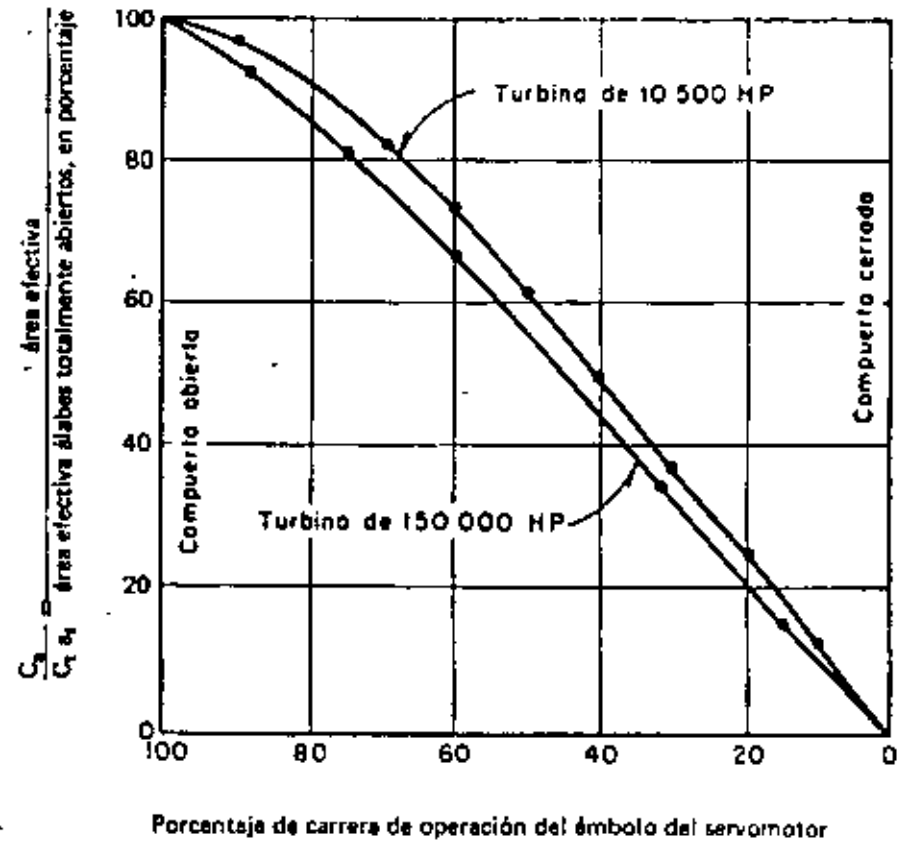
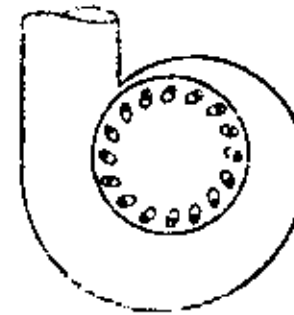


Fig 8 Factor de cierre en álabes móviles de turbina

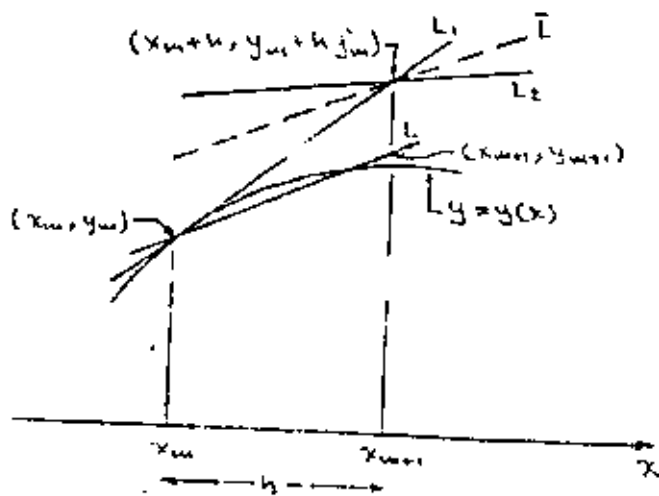


Figura 1.3. Representación geométrica del método de Heun.

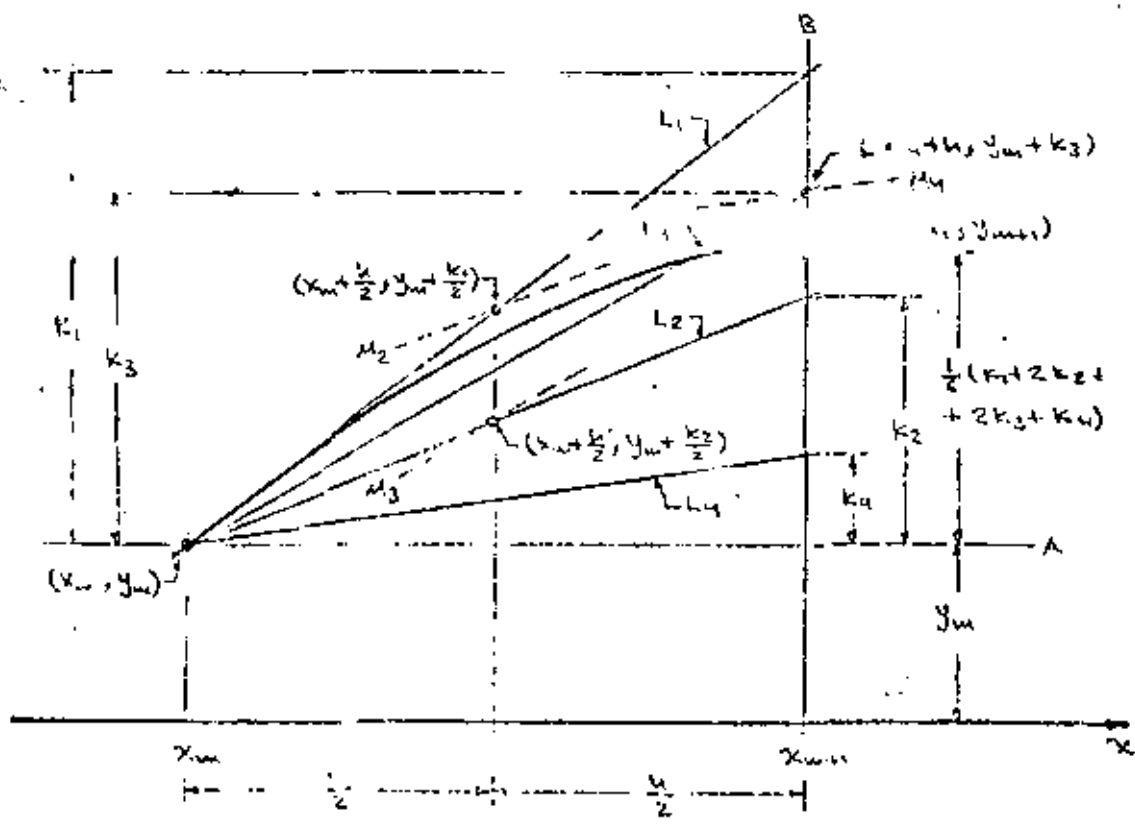


Figura 1.4. Representación geométrica del método de Runge-Kutta de 4º orden.

CHAPTER 3

METHOD OF CHARACTERISTICS

By Michael B. Abbott

3.1 OUTLINE OF THE METHOD

The method of characteristics may be described as a technique whereby the problem of solving two simultaneous partial differential equations can be replaced by the problem of solving four ordinary differential equations. This description of the method implies a continuous situation, where derivatives are everywhere defined in almost all directions. To take the simplest case, consider a uniform rectangular channel and neglect all energy diffusing terms such as bed slope, resistance, lateral inflow, etc. The mass and momentum conservation laws can then be written as

$$\frac{\partial(h)}{\partial t} + \frac{\partial(uh)}{\partial x} = 0 \quad (3-1)$$

and

$$\frac{\partial(uh)}{\partial t} + \frac{\partial(u^2h + gh^2/2)}{\partial x} = 0 \quad (3-2)$$

From these laws the Euler equation can be derived as:

$$\frac{\partial u}{\partial t} + \frac{u\partial u}{\partial x} + \frac{g\partial h}{\partial x} = 0 \quad (3-3)$$

Multiplying Eq. 3-1 by g , substituting $gh=c^2$ in Eqs. 3-1 and 3-3 and differentiating, one obtains

$$\frac{2\partial c}{\partial t} + \frac{2u\partial c}{\partial x} + \frac{c\partial u}{\partial x} = 0 \quad (3-1A)$$

and

$$\frac{\partial u}{\partial t} + \frac{u\partial u}{\partial x} + \frac{2c\partial c}{\partial x} = 0 \quad (3-1B)$$

Alternately adding and subtracting Eqs. 3-1A and 3-1B results in

$$\frac{\partial(u+2c)}{\partial t} + \frac{(u+c)\partial(u+2c)}{\partial x} = 0 \quad (3-4)$$

and

$$\frac{\partial(u-2c)}{\partial t} + \frac{(u-c)\partial(u-2c)}{\partial x} = 0 \quad (3-5)$$

Comparing these equations with the general equation of variation of any quantity s

$$\frac{\partial s}{\partial t} dt + \frac{\partial s}{\partial x} dx = ds$$

indicates that along a line

$$\frac{dx}{dt} = u+c \quad (3-6)$$

$$d(u+2c) = 0, \text{ or } u+2c = \text{constant} \quad (3-7)$$

and along a line

$$\frac{dx}{dt} = u-c \quad (3-8)$$

$$d(u-2c) = 0, \text{ or } u-2c = \text{constant.} \quad (3-9)$$

The directions in the (x,t) -plane defined by Eqs. 3-6 and 3-8 are called the *positive characteristic direction* and the *negative characteristic direction*, respectively, while the quantities conserved along these directions, as defined in Eqs. 3-7 and 3-9, are called the *positive Riemann invariant* and the *negative Riemann invariant*, respectively. Equations 3-6 to 3-9 constitute the four ordinary differential equations that replace the two partial differential equations, 3-1 and 3-2, or 3-1 and 3-3, in the method of characteristics.

In a problem described by Eqs. 3-1 and 3-2, or 3-1 and 3-3 there are two characteristic directions at every point in the (x,t) -plane and when lines are passed through these directions there appear two families of *characteristic lines* or, simply, *characteristics*. Along characteristics following the directions

$dx/dt = u - c$, the corresponding quantities $u = 2c$ while along lines following directions $dx/dt = -c$ the corresponding quantities $u = 2c$ are invariant. This is schematized in Fig. 3-1.

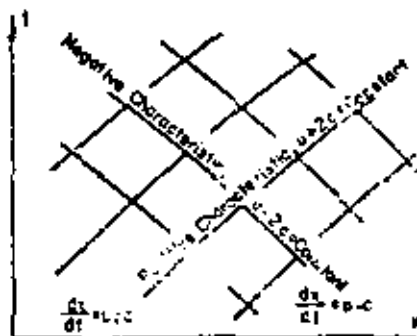


Figure 3-1. Characteristic lines in the (x,t) plane

When the flow is subcritical, $|u| < c$, the positive characteristic has a positive slope dx/dt in the (x,t) -plane while the negative characteristic has a negative slope dx/dt in the (x,t) -plane, as schematized in Fig. 3-2(a). When, however, the flow is supercritical from left to right, $u > c$, both characteristics have a positive slope in the (x,t) -plane, Fig. 3-2(b), while, when the flow is supercritical from right to left, $-u > c$, both characteristics have a negative slope in the (x,t) -plane, Fig. 3-2(c).

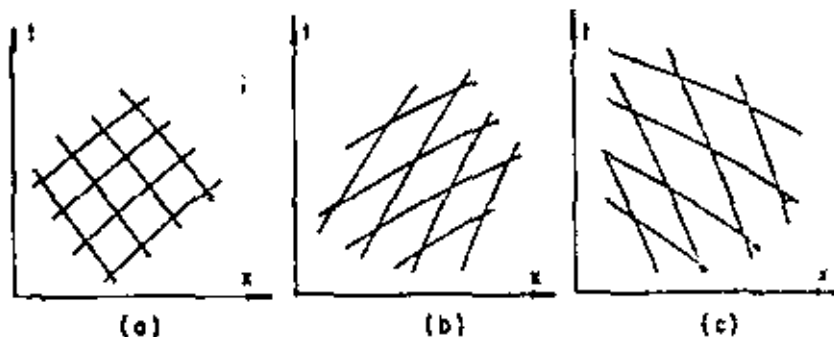


Figure 3-2. Characteristic lines for subcritical and supercritical flows.

Consider now the subcritical situation in which u and c are constant throughout the channel at time $t=0$ and remain constant at both end boundaries until time $t=T$. Then referring to Fig. 3-3 we may verify for any point in the channel at any time t_1 , $0 < t_1 < T$, $u_1 = u_0$ and $c_1 = c_0$, since $u_1 + 2c_1 = u_0 + 2c_0$ and $c_1 = u_0 - 2c_0$, so that in this trivial case the method cert

function correctly. Such a situation in which u and c are constant everywhere, is called a region of constant state. In a region of constant state the characteristic directions $dx/dt = u + c$ and $dx/dt = u - c$ are also individually constant everywhere so that the characteristics become simply two families of straight lines in the (x,t) -plane.

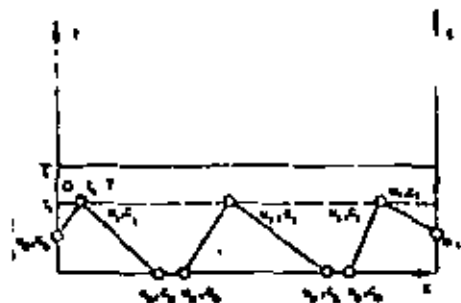


Figure 3-3. Definition sketch for the region of constant state of flows.

Suppose now that after time $t=T$ in the above example the boundary conditions at one end, say the left hand end, are allowed to vary, and suppose that the right boundary is so far removed that its influence does not enter the problem. Then it is seen from Fig. 3-4 that, to the right of the line $a-b$ passing through $x=0$, $t=T$ and with constant direction $dx/dt = u_0 + c_0$, there remains a region of constant state with $u = u_0$ and $c = c_0$. This is to say that, to the right of the line $a-b$, the influence of left boundary variations occurring at $t > T$ are not yet felt. Suppose further, that one wished to determine conditions at a point c at $x=0$, $t_c > T$. Then, supposing that the flow remains subcritical, there will be a negative characteristic emanating from the region of constant state and passing through c . Therefore,

$$u_c - 2c_c = u_0 - 2c_0 \quad (3-10)$$

and, in this subcritical case, only one other piece of information will be required (u_c or c_c or some relation between them that is independent of Eq. 3-10) in order to compute the individual values of u_c and c_c .

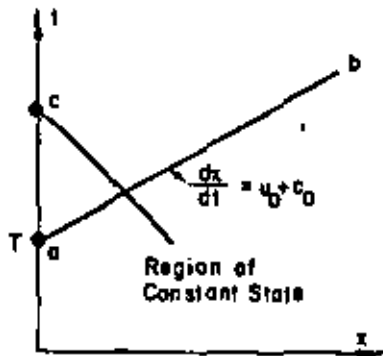


Figure 3-4. Definition sketch of simple wave region.

Having determined conditions at individual points on the boundary, such as c , one can compute conditions for $0 < x < (t - \tau)(u_0 - c_0)$, that is, in the triangular region cab . For, at any point d on the positive characteristic through c ,

$$u_d + 2c_d = u_c + 2c_c \quad (3-11)$$

and there will be a negative characteristic emanating from the region of constant state and passing through d ,

$$u_d - 2c_d = u_0 - 2c_0 \quad (3-12)$$

Eliminating u_0 and c_0 in Eqs. 3-10, 3-11 and 3-12 gives

$$u_d = u_c, \quad c_d = c_c$$

This is then to say that the end conditions are propagated unchanged along their positive characteristics. Accordingly, along each individual positive characteristic, u and c will be constant so that the $dx/dt = u + c$ will also be constant. Thus the positive characteristics are individually straight lines intersected by negative characteristics at one definite angle. Such a region as this, in which one family of characteristics is composed of straight lines, is called a *simple wave region*. The above construction demonstrates that simple wave regions always occur next to a region of constant state.

The above solution has been developed under the assumption that the right hand boundary does not exert any influence. However, it is clear that in any real problem the characteristic $a-b$ will finally arrive at a right boundary. So that even though u and c remain constant at that boundary up to the

arrival of the characteristic $a-b$, they cannot remain constant afterwards. To compute the behavior of flow in vicinity of the right boundary consider any point e on the right boundary at time $t > \tau + (u_0 + c_0)/l$ where l is the length of the canal, as schematized in Fig. 3-5. Then

$$u_e + 2c_e = u_c + 2c_c \quad (3-13)$$

so that if one more piece of information-- u_e or c_e or a relation between them independent of Eq. 3-13 is made available--the conditions at e could be computed. Initially take e as lying on the extrapolation from the characteristic $c-d$, but adjust its position if necessary by taking

$$\left(\frac{dx}{dt}\right)_+ = \frac{(u_e + c_e) + (u_c + c_c)}{2}$$

between the simple wave region and e .

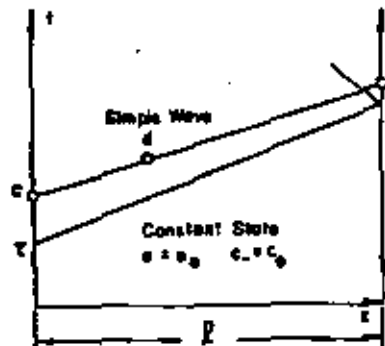


Figure 3-5. Schematic representation of characteristics of a simple wave with right boundary effects.

Having determined an end point, one may determine conditions at a point such as f in Fig. 3-6. For then $u_f + 2c_f = u_c + 2c_c$ and $u_f - 2c_f = u_0 - 2c_0$, giving two independent expressions for the two unknowns u_f and c_f . With u_f and c_f determined, then

$$\left(\frac{dx}{dt}\right)_+ = u_f + c_f$$

and the position of f can be entered again using mean characteristic directions. Proceeding in this way one may complete the entire long-wave region beyond the simple wave region, using, for example, the order schematized in Fig. 3-7. It will be

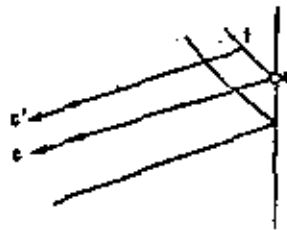


Figure 3-6. Determining points starting with the right boundary.

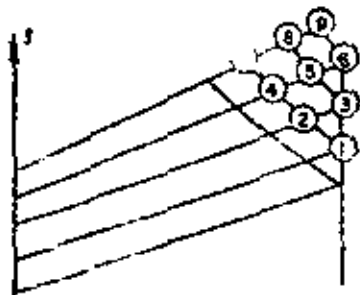


Figure 3-7. Definition sketch for region of complex state with the schematized order.

clear that in this region both families of characteristics will be curved. Such a region, in which neither family of characteristics is composed of straight lines, is called a *region of complex state*. This complex state region completes the presentation of long wave computation, as all subsequent regions will be of one or the other of the above types. In Fig. 3-10 are illustrated the *physical plane characteristics* for a simple problem, together with a computational table.

The above method of solution can be simplified (and subsequent solutions very much simplified) by introducing the *hodograph plane*. This has coordinates u and $2c$, so that Eqs. 3-7 and 3-9 correspond to lines with slopes of ± 1 , i.e.,

$$u \pm 2c = J_{\pm} \text{ implies } \left(\frac{d(2c)}{du}\right)_{\pm} = \pm 1$$

Referring to Fig. 3-8 it is seen that in this plane the entire region of constant state transforms into the single point. Similarly the simple wave region transforms into the line, as for any point in this region $u-2c=\text{constant}$. In a simple problem (Fig. 3-10), (uh) is varied at the left boundary, letting it range from $0 \text{ m}^3/\text{s/m}$ (at $t=0$ sec) up to $-6 \text{ m}^3/\text{s/m}$ (at $t=60$ secs). The lines have also been introduced in Fig. 3-8 for

reference. The first advantage of the hodograph plane is that one may easily enter lines $uh=\text{const.}$ and determine the conditions u_d, c_d .

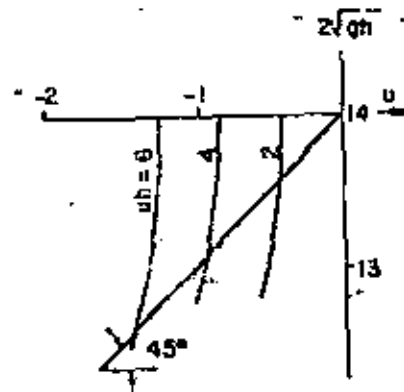


Figure 3-8. Definition sketch of hodograph plane.

The hodograph plane becomes more advantageous for computing the complex wave region (where in fact most of the computational work lies). Thus in the simple problem, where $u = 0$ at the right boundary, one may determine conditions at the closed end by drawing lines $u + 2c = J_+$ to the $-2c$ axis (where $u = 0$) as shown in Fig. 3-9(a). Then one can determine conditions at any point through the intersection of the line $u - 2c = J_-$ through the closed end point where $u = u_c = 0, c = c_c$ and the line $u + 2c = J_+$ through the open end point, where $u = u_c; c = c_c$.

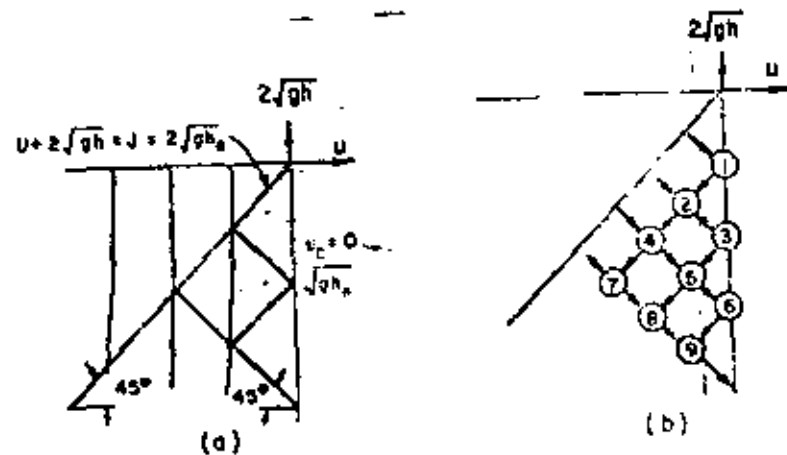


Figure 3-9. Hodograph transformation of Figure 3-7.

The schematic of the hodograph transformation of Fig. 3-7 is given in Fig. 3-9(b), while Fig. 3-10 illustrates the complete physical and hodograph plane for the above problem.

3.2 MATRIX FORMULATION OF THE INDETERMINACY CONDITION

The characteristic directions and the Riemann invariants can as well be obtained by expressing the indeterminacy conditions along the characteristic directions dx/dt , that is by extracting from the relations

$$\begin{bmatrix} 1 & u & 0 & g \\ 0 & h & 1 & u \\ dt & dx & 0 & 0 \\ 0 & 0 & dt & dx \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{\partial u}{\partial t} \\ \frac{\partial h}{\partial x} \\ \frac{\partial h}{\partial t} \\ \frac{\partial u}{\partial x} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ du \\ dh \end{bmatrix}$$

the condition that the augmented matrix

$$\begin{bmatrix} 1 & u & 0 & g & 0 \\ 0 & h & 1 & u & 0 \\ dt & dx & 0 & 0 & du \\ 0 & 0 & dt & dx & dh \end{bmatrix}$$

should be of rank three. By elementary operations on rows this is reduced to the condition that the matrix

$$\begin{bmatrix} u - \dot{x} & g & -u \\ h & u - \dot{x} & h \end{bmatrix}$$

should be of rank one, with $\dot{x} = dx/dt$. Expanding determinants then

$$(u - \dot{x})^2 - gh = 0 \text{ or } \dot{x} = u \pm c$$

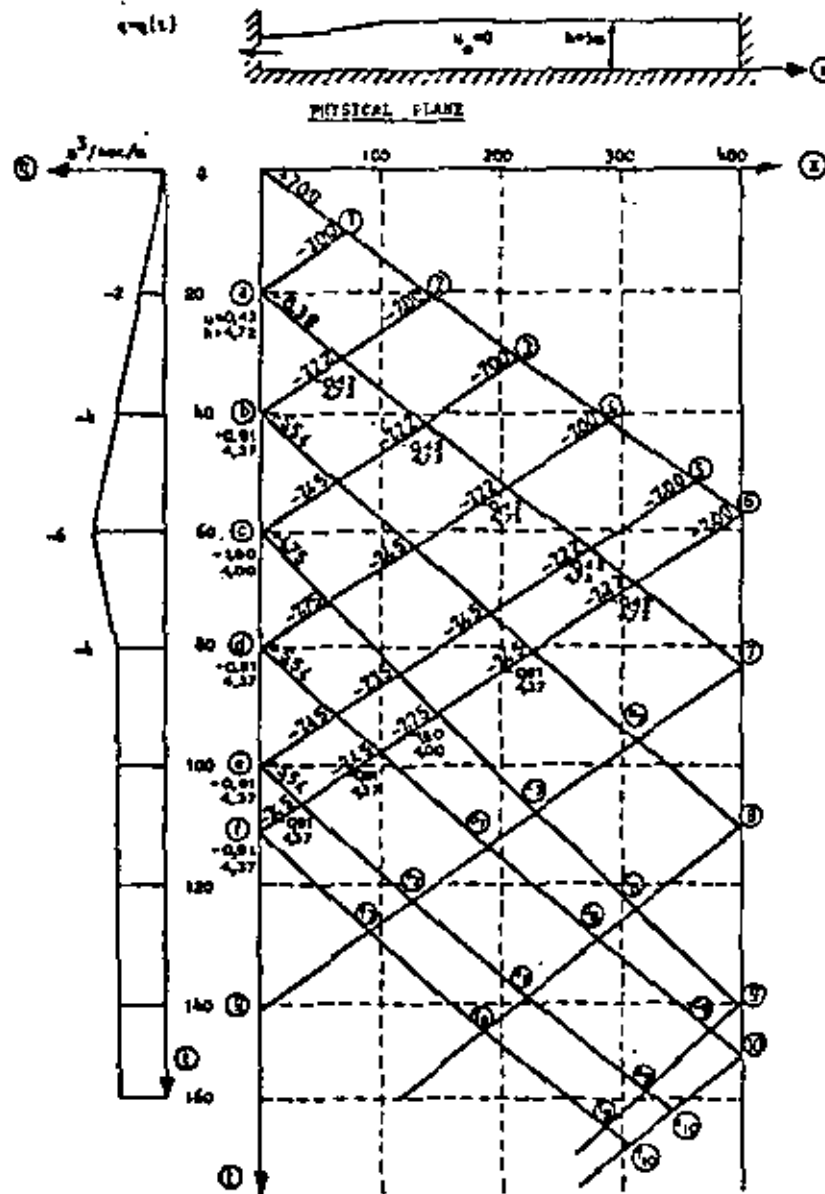
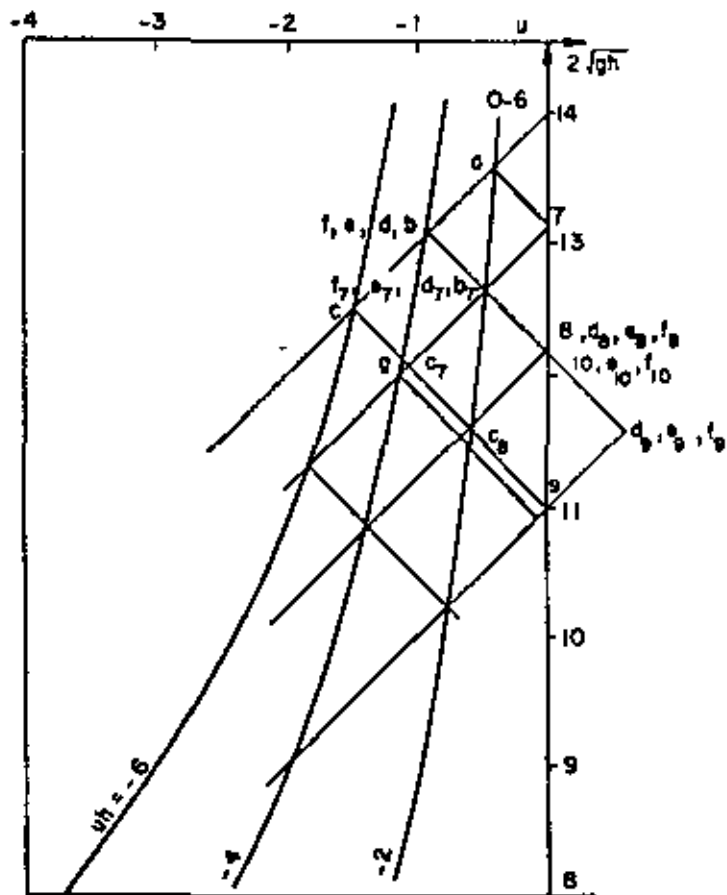


Figure 3-10(a). Computation of complete physical plane of Characteristics.

Figure 3-10(b)



Point	$u+2\sqrt{gh}$	$u-2\sqrt{gh}$	u	\sqrt{gh}	h	$u+\sqrt{gh}$	$u-\sqrt{gh}$
7	+13.15	-13.15	0	6.60	4.40	+6.60	-6.60
b7	+12.17	-13.15	-0.50	6.35	4.10	+5.85	-6.85
c7	+11.00	-13.15	-1.00	6.05	3.75	+4.97	-7.13
d7	+12.17	-13.15	-0.50	6.35	4.10	+5.85	-6.85
e7	+12.17	-13.15	-0.50	6.35	4.10	+5.85	-6.85
8	+12.17	-12.17	0	6.10	3.75	+6.10	-6.10
c8	+11.00	-12.17	-0.50	5.80	3.45	+5.22	-6.38
d8	+12.17	-12.17	0	6.10	3.75	+6.10	-6.10
9	+11.00	-11.00	0	5.50	3.05	+5.50	-5.50
d9	+12.17	-11.00	+0.50	5.80	3.45	+6.38	-5.22
10	+12.17	-12.17	0	6.10	3.75	+6.10	-6.10

Hodograph Plane

$h =$	5.0	4.8	4.6	4.4	4.2	4.0	3.8	3.6
$2\sqrt{gh} =$	14.0	13.7	13.4	13.2	12.9	12.5	12.2	11.9
$uh = -2;$	$u = -0.40$	-0.42	-0.44	-0.46	-0.48	-0.50	-0.53	-0.56
$-4;$	$u = -0.80$	-0.84	-0.87	-0.91	-0.95	-1.00	-1.05	-1.10
$-6;$	$u = -1.20$	-1.25	-1.30	-1.36	-1.43	-1.50	-1.58	-1.66

where $c = \sqrt{gh}$, and $-gh + u(u-x) = 0$, which again provides $u + 2c = \text{constant}$ when $x = u + c$ and $u - 2c = \text{constant}$ when $x = u - c$. This latter, matrix approach has the advantage that it is easily extended to account for energy-diffusing terms and in the case of stratified fluids it is for all practical purpose essential. As an example, consider the derivation of the characteristic directions and Riemann invariants for a radial flow. Writing Eqs. 3-1 and 3-3A and equations of variation as

$$\begin{bmatrix} 1 & u & 0 & g \\ 0 & h & 1 & u \\ dt & dr & 0 & 0 \\ 0 & 0 & dt & dr \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{\partial u}{\partial t} \\ \frac{\partial u}{\partial r} \\ \frac{\partial h}{\partial t} \\ \frac{\partial h}{\partial r} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ -\frac{uh}{r} \\ du \\ dh \end{bmatrix}$$

the indeterminacy condition provides the condition that the augmented matrix

$$\begin{bmatrix} 1 & u & 0 & g & 0 \\ 0 & h & 1 & u & -\frac{uh}{r} \\ dt & dr & 0 & 0 & du \\ 0 & 0 & dt & dr & dh \end{bmatrix}$$

should be of rank three. Reduce this to the condition that the matrix

$$\begin{bmatrix} u - \dot{r} & g & -u \\ h & u - \dot{r} & -h + \frac{uh}{r} \end{bmatrix}$$

should be of rank one. In this case, $\dot{r} = dr/dt$. Then the characteristic directions are

$$\dot{r} = u \pm c \tag{3-14}$$

much as before, but the Riemann differential equation becomes

$$-gh + \frac{guh}{r} + \dot{u}(u - \dot{r}) = 0$$

providing

$$[u + 2c] \frac{2}{1} = \int_{t_1}^{t_2} \frac{uc}{r} dt \text{ along } \dot{x} = u + c \quad (3-15)$$

and

$$[u - 2c] \frac{2}{1} = \int_{t_1}^{t_2} \frac{uc}{r} dt \text{ along } \dot{x} = u - c \quad (3-16)$$

The matrix formulation also lends itself well to the analysis of stratified fluids. Herein the interest is in the use of the characteristic directions for determining the correct method of difference-method solution, so one may neglect all non-differential terms. For the present analysis consider only two-layered systems. Suppose, for simplicity, that each layer is homogeneous both horizontally and vertically. (The same results obtain if we admit density variation in the horizontal in the manner of a well mixed estuary). The mass equations and Euler equations can then be written as

$$\frac{\partial h_1}{\partial t} + u_1 \frac{\partial h_1}{\partial x} + h_1 \frac{\partial u_1}{\partial x} = 0$$

$$\frac{\partial h_0}{\partial t} + u_0 \frac{\partial h_0}{\partial x} + h_0 \frac{\partial u_0}{\partial x} = 0$$

$$\frac{\partial u_1}{\partial t} + u_1 \frac{\partial u_1}{\partial x} + g \frac{\partial (h_1 + h_0)}{\partial x} = 0$$

$$\frac{\partial u_0}{\partial t} + u_0 \frac{\partial u_0}{\partial x} + g(\lambda \frac{\partial h_1}{\partial x} + \frac{\partial h_0}{\partial x}) = 0$$

when $\lambda = \rho_1/\rho_0 = \lambda(t)$ only, but can be easily extended to $\lambda = \lambda(x, t)$.

The equivalent matrix system is written, with equations of variations, as

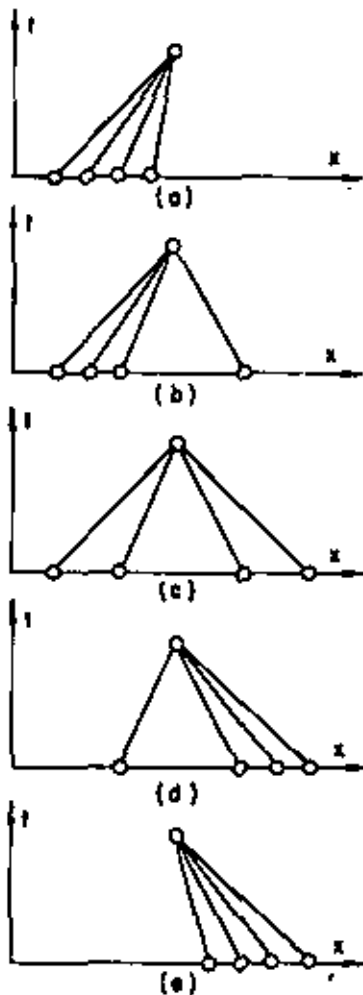
$$\begin{bmatrix} u_1 & 1 & g & 0 & 0 & 0 & g & 0 \\ h_1 & 0 & u_1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ dx & dt & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & dx & dt & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \lambda g & 0 & u_0 & 1 & g & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & h_0 & 0 & u_0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & dx & dt & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & dx & dt \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{\partial u_1}{\partial x} \\ \frac{\partial u_1}{\partial t} \\ \frac{\partial h_1}{\partial x} \\ \frac{\partial h_1}{\partial t} \\ \frac{\partial u_0}{\partial x} \\ \frac{\partial u_0}{\partial t} \\ \frac{\partial h_0}{\partial x} \\ \frac{\partial h_0}{\partial t} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ du_1 \\ dh_1 \\ 0 \\ 0 \\ du_0 \\ dh_0 \end{bmatrix}$$

Then, equating the determinant of the coefficient matrix to zero, one obtains the condition that the vector of derivatives be indeterminate

$$\begin{vmatrix} (u_1 - \dot{x}) & g & 0 & g \\ h_1 & (u_1 - \dot{x}) & 0 & 0 \\ 0 & \lambda g & (u_0 - \dot{x}) & g \\ 0 & 0 & h_0 & (u_0 - \dot{x}) \end{vmatrix} = 0$$

where the $\dot{x} = dx/dt$ are then the characteristic directions. Writing out the determinant gives the characteristic equation

$$G = [(u_1 - \dot{x})^2 - gh_1] [(u_0 - \dot{x})^2 - gh_0] - \lambda g^2 h_1 h_0 = 0 \quad (3-17)$$



This is seen to be a quartic equation with four roots, i.e., there are four characteristic directions. These may have any one of the configurations or structures shown in Fig. 3-11. If these characteristics are associated in pairs such that each pair appertains to a fluid layer of the system, then one may say that when the two characteristic directions associated with any layer have the same sign, then the flow in that layer is a *supercritical flow*, while when these signs are different it is a *subcritical flow*. With this convention, Figs. 3-11(a) and 3-11(e) refer to flows which are supercritical in both layers, Figs. 3-11(b) and 3-11(d) refer to flows which are supercritical in one layer and subcritical in the other, while in Fig. 3-11(c) the flows in both layers must be subcritical. It should be remarked that this association of characteristics with layers is somewhat arbitrary, and in some cases can be misleading. However it serves the present purposes.

Figure 3-11. Configuration of characteristics in a two-homogeneous-layered system.

3.3 CHARACTERISTICS DIRECTIONS AND ALGORITHMIC STRUCTURES

Open channel flow problems are conveniently solved using implicit difference schemes. For example, Eqs. 3-1 and 3-3 provide the scheme [1]

$$A_j u_{j+1}^{n+1} + B_j h_j^{n+1} + C_j u_{j-1}^{n+1} = D_j$$

$$A_j^* u_{j+1}^{n+1} + B_j^* h_j^{n+1} + C_j^* u_{j-1}^{n+1} = D_j^* \quad (3-18)$$

This scheme can be solved in three different ways, each of which corresponds to a particular flow condition, i.e., the scheme possesses three algorithmic structures. Thus, if the flow is supercritical from left to right at the left boundary, then there are two characteristics emanating from the left boundary in the forward time direction and thus two point boundary conditions must be provided at the left boundary in order to define a solution. However if two boundary conditions are given, the scheme of Eqs. 3-18 can be solved by a single sweep from left to right from the left boundary--a first algorithmic structure.

By much the same argument, if the flow is supercritical from right to left at the right boundary, two-point data must be provided there and the scheme of Eqs. 3-18 can be solved by a single sweep from right to left from the right boundary--a second algorithmic structure. If the flow is subcritical from the left boundary to the right boundary, then a double-sweep algorithm must be used to solve between one-point conditions provided on the left and the right, as described, for example, in reference [1]; this is the third algorithmic structure.

In practice the flow may change type along a single channel, so that the algorithmic structure must change accordingly at internal boundary points. The correct structure is provided at every point by the characteristic directions, so that these can be used to start the computation in the correct way. Subsequent changes in algorithmic structure are associated with a characteristic passing through zero, so to the function

$$I = (u^2 - gh) \quad (3-19)$$

passing through zero. By tracking changes of sign of I , therefore, one can keep track of the point at which the algorithmic structure changes, and I is accordingly called a *control function*.

Now consider the application of these notions to the stratified fluid. It follows from the method of characteristics that the number of data points presented at a boundary equals the number of characteristics initiated in the direction of computation from any point on that boundary, so that, for example, a flow corresponding to Fig. 3-11(a) would require four-point left boundary data and zero-point right boundary data.

The following limiting conditions in Eq. 3-17 may now be considered:

$$\frac{h_1}{h_0} \rightarrow 0 \text{ with } h_1 \text{ finite and thus } h_0 \rightarrow \infty \text{ implies that}$$

$$x = u_1 \pm [gh_1(1 - \lambda)]^{1/2} \quad (3-20A)$$

$$\frac{u_1}{h_0} \rightarrow 0 \text{ with } h_0 \text{ finite and thus } h_1 \rightarrow 0 \text{ implies that}$$

$$\dot{x} = u_0 \pm (gh_0)^{1/2} \quad (3-20B)$$

$$\frac{h_1}{h_0} \rightarrow \infty \text{ with } h_1 \text{ finite and thus } h_0 \rightarrow 0 \text{ implies that}$$

$$\dot{x} = u \pm (gh_1)^{1/2} \quad (3-21A)$$

$$\frac{h}{h_0} \rightarrow \infty \text{ with } h_0 \text{ finite and thus } h_1 \rightarrow \infty \text{ implies that}$$

$$\dot{x} = u_0 \pm [gh_0(1 - \lambda)]^{1/2} \quad (3-21B)$$

Schematizing these results in Fig. 3-12 it is seen at once that it is not only necessary to present the correct number of data points at each boundary, but it is also necessary that these be presented in the correct place. Thus in the case of Fig. 3-12 (a), one-point data should be presented at both left and right boundaries of the lower fluid while two-point data should be presented at the left boundary and zero-point data at the right boundary of the upper fluid. In Fig. 3-12(b) the upper fluid has one-point data at both boundaries while the lower fluid has two-point data at the left boundary and zero-point data at the right.

Table 3-1 shows all possible data structures for a two-layer fluid, using the following abbreviations: sub for subcritical; sup for supercritical; l for left, and r for right. At the same time, cases that are interesting hydraulically are distinguished from those that are not of practical interest. The two-layer fluid is then seen to possess five characteristic structures and nine data structures, although of the latter only five appear to be of interest in practical engineering applications.

It is a prerequisite of any realistic computational method that data should be supplied to the computation in the physically correct manner, as outlined in Table 3-1. However, a real computation may be expected to embrace several characteristic structures simultaneously, so that it may, for example, cover a sub-sub situation over one region and sub-sup situations in adjacent regions. The data-point matrix, or some equivalent form is thus a fundamental governing variable in any computation of stratified flows, and it is especially important to know where this matrix or equivalent form changes if errors, singularities, and nonlinear instabilities are to be avoided. By the very definition of this matrix, however, it is seen that it changes if and only if one of the \dot{x} passes through zero, which is to say, referring to Eq. 3-17, if and only if the function

$$I = \left[\frac{u_1^2}{gh_1} - 1 \right] \left[\frac{u_0^2}{gh_0} - 1 \right] - \lambda \quad (3-22)$$

passes through zero. By following the sign of I it is thus possible to locate changes in the data-point matrix and thus changes in the computational procedure, so that I again constitutes a control function.

TABLE 3-1. INTERESTING AND UNINTERESTING CASES

Interesting cases			Uninteresting cases		
Data-point matrix (1)	Lower layer (2)	Upper layer (3)	Data-point matrix (4)	Lower layer (5)	Upper layer (6)
1 1			2 0		
1 1	sub	sub	2 0	sup l-r	sup l-r
2 0			0 2		
1 1	sub	sup l-r	0 2	sup r-l	sup r-l
1 1			0 2		
2 0	sup l-r	sub	2 0	sup l-r	sup r-l
0 2			2 0		
1 1	sub	sup r-l	0 2	sup r-l	sup l-r
1 1					
0 2	sup r-l	sub			

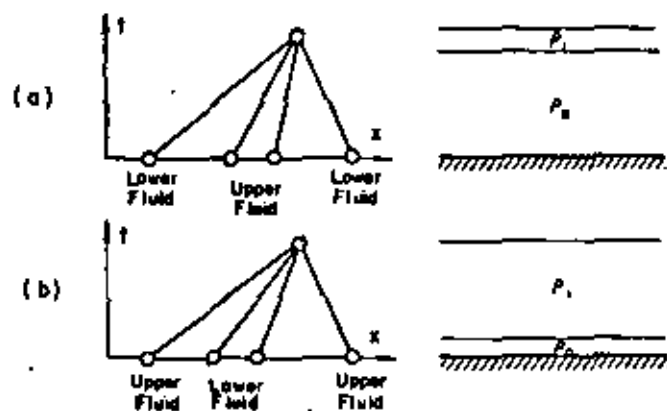


Figure 3-12. Boundary data points in two-layered system.

3.4 AN ALTERNATIVE FORMULATION OF THE METHOD OF CHARACTERISTICS

The preceding development depends upon the assumption of continuity and the existence of derivatives everywhere, in almost all directions. One can as well develop the method without these restrictions, as is more satisfying from the point of view of computational hydraulics.

As a starting point take the conservation laws for a hydraulic jump moving with celerity c :

$$c[h] = [uh]$$

$$c[uh] = [u^2h + gh^2/2]$$

where the brackets [] indicate the jump in the bracketed quantity from one side of the jump (1) to the other (2). These provide the relations

$$(c - u_1)^2 = \frac{gh_2(h_1+h_2)}{2h_1}$$

$$(c - u_2)^2 = \frac{gh_1(h_1+h_2)}{2h_2}$$

As the jump tends towards zero,

$$(c - u_1)^2 + (c - u)^2 = \frac{gh_2(h_1+h_2)}{2h_1} + gh$$

$$(c - u_2)^2 + (c - u)^2 = \frac{gh_1(h_1+h_2)}{2h_2} + gh$$

and then, for the limiting jump celerities,

$$c \pm = u \pm \sqrt{gh}$$

Thus the characteristics appear as infinitesimal jumps, the one traveling from left to right, with celerity \sqrt{gh} relative to the fluid, and the other traveling from right to left, with celerity $-\sqrt{gh}$ relative to the fluid.

For any j -th infinitesimal jump the mass conservation law gives

$$d_j(uh) = c_j d_j h$$

so that

$$d_j(uh) = (u_j \pm \sqrt{gh_j}) d_j h$$

However, for an infinitesimal variation,

$$d_j(uh) = u_j d_j h + h_j d_j u$$

and we that

(i) across an infinitesimal jump traveling with celerity $c = u + \sqrt{gh}$ one has

$$d_j u = +\sqrt{\frac{g}{h_j}} d_j h$$

or

$$d_j u - \sqrt{\frac{g}{h_j}} d_j h = 0$$

or

$$d_j u - d_j 2\sqrt{gh} = 0$$

(ii) across an infinitesimal jump traveling with celerity $c = u - \sqrt{gh}$ one has

$$d_j u = -\sqrt{\frac{g}{h_j}} d_j h$$

or

$$d_j u + \sqrt{\frac{g}{h_j}} d_j h = 0$$

or

$$d_j u + d_j 2\sqrt{gh} = 0$$

Now consider both left and right running finite jumps acting together, as schematized in Fig. 3-13. Then along any path, not necessarily a jump path

$$u_1 + \sum_{j=1}^{jj} \delta_j u = u_2$$

$$2\sqrt{gh_1} + \sum_{j=1}^{jj} \delta_j 2\sqrt{gh} = 2\sqrt{gh_2}$$

where stations 1 and 2 are at either end of the path embracing jj elementary jumps. Each of the $\delta_j u$ or $\delta_j 2\sqrt{gh}$ behaves as a weight or measure which is added in as one proceeds along the path.

$$u_1 - 2\sqrt{gh_1} = u_2 - 2\sqrt{gh_2}$$

Thus the Riemann invariants are regained.

The above can be formalized by introducing a net of characteristics that is progressively refined, but the preceding presentation is sufficient to illustrate the filtering process that is the *physical basis* of the characteristic method.

3.5 DOMAIN OF DEPENDENCE AND REGION OF INFLUENCE: THE COURANT-FRIEDRICHS-LEWY CONDITION

It was shown previously how the conditions at any point P are completely determined, through Riemann invariants J_+ and J_- , by conditions at points such as Q and R lying on C_+ and C_- characteristics (Fig. 3-14). In the more general case, where quasi-invariants appear, the way in which J_+ changes along any C_+ characteristic is influenced by the J_- values on the C_- characteristics intersecting that C_+ characteristic, and vice versa. Referring to Fig. 3-14 it will then be apparent that conditions at P are determined not only by points Q and R, but, more generally, by conditions along the arc QR. This determination then proceeds from QR to P through the intersection of all characteristic intervals inside the triangle PQR. The arc QR, intercepted by the C_+ and C_- characteristics through P, is called the *domain of dependence* of P. The significance of the domain of dependence as introduced above may be summarized in the following uniqueness theorem [2, p. 51]. Consider a solution of the two dependent variable propagation problem within the region PQR bounded by the two characteristics through the point P and the domain of dependence QR cut out by them from some initial curve. Suppose another solution of the same problem is given in PQR which

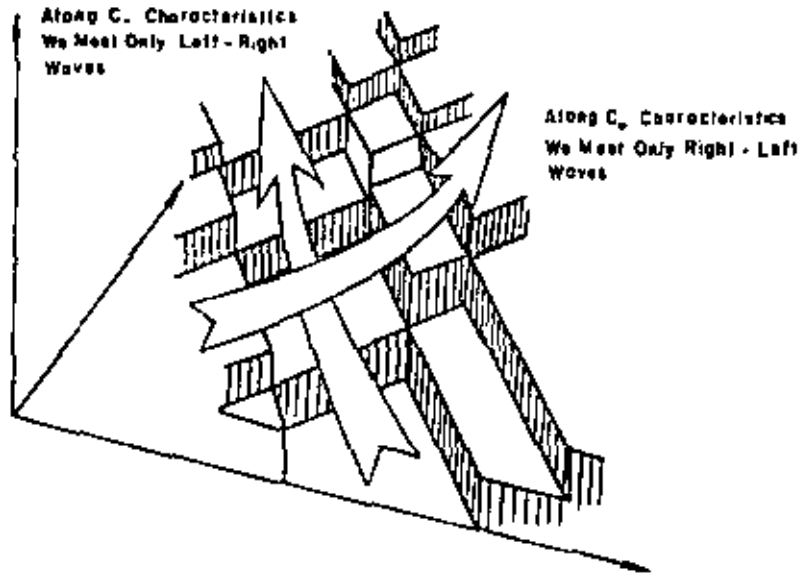


Figure 3-13. Schematic left-and-right running finite jumps.

Now if a jump path is followed one will find, as the number of jumps over every interval increases indefinitely,

- (i) if the jump path is a C_+ characteristic, so that only steps of the C_- type are met (see also Eq. 3-4)

$$\begin{aligned} 2\sqrt{gh_2} - 2\sqrt{gh_1} &= \sum_j \delta_j 2\sqrt{gh} + \sum_j d_j 2\sqrt{gh} \\ u_1 - u_2 &= \sum_j \delta_j u + \sum_j d_j u \\ \text{i.e.,} \quad u_1 + 2\sqrt{gh_1} &= u_2 + 2\sqrt{gh_2} \end{aligned} \quad \left| \quad d_j 2\sqrt{gh} = d_j u, \forall j \right.$$

- (ii) if the jump path is a C_- characteristic, so that only steps of the C_+ type are met (see also Eq. 3-5)

$$\begin{aligned} 2\sqrt{gh_2} - 2\sqrt{gh_1} &= \sum_j \delta_j 2\sqrt{gh} + \sum_j d_j 2\sqrt{gh} \\ u_1 - u_2 &= \sum_j \delta_j u + \sum_j d_j u \\ \text{i.e.,} \quad u_1 - 2\sqrt{gh_1} &= u_2 - 2\sqrt{gh_2} \end{aligned} \quad \left| \quad d_j 2\sqrt{gh} = -d_j u, \forall j \right.$$

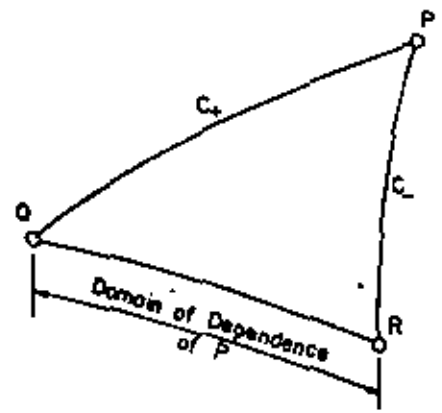


Figure 3-14. Domain of dependence of point P.

assumes on QR the same values as the first one. Then the second solution is identical with the first one in the region PQR. From a slightly different point of view it may be seen that the characteristics PQ and PR essentially limit the domain, or region, which is controlled by any particular boundary conditions. The characteristics PQ and PR then behave as the limits of direct application of information on QR, and P is the furthest point to which that information can be independently utilized. This is the information boundary interpretation of the characteristics, as related to the domain of dependence.

Further recall that, as the solution progresses across the integral surface, so any given point P influences a region such as Q_1R_1 at t_1 , a region Q_2R_2 at t_2 , and so on. It thus influences (but does not determine) the solution in a region bounded by C_+ and C_- characteristics through P. This situation is depicted in Fig. 3-15.

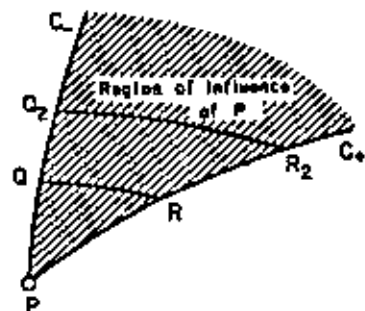


Figure 3-15. Region of influence of point P.

This region, which is partly bounded by the diverging characteristics through P, is called the *region of influence* of P.

These notions can be used to derive a necessary condition for numerical stability. Consider, for example, the explicit scheme

$$\frac{f_j^{n+1} - f_j^{n-1}}{\Delta t} + A \frac{f_{j+1}^n - f_{j-1}^n}{\Delta x} = 0 \quad (3-23)$$

consistent with the linearized equations

$$\frac{\partial f}{\partial t} + A \frac{\partial f}{\partial x} = 0 \quad (3-24)$$

Figure 3-16 schematizes this scheme for the one-dimensional linear situation, with $\Delta x/\Delta t = c$ and, the equations being

linearized, $c = \pm \sqrt{gh}$ with h the average fluid depth.

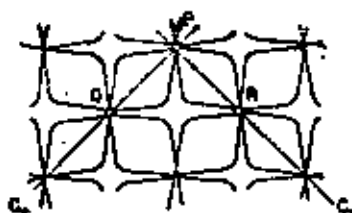


Figure 3-16. Schematic explicit scheme for linearized equations

Clearly conditions at point P are completely determined by conditions on the line QR while, at the same time, the arc QR is in this case the domain of dependence of P, as defined by the differential equation 3-24. In this case, therefore, the difference operator spans the full range of information that could influence conditions at P.

One is now led to ask: what would occur if $\Delta t > (\Delta x)/c$? In this latter case the difference scheme would still be consistent with the differential equation 3-24 as $\Delta t, \Delta x \rightarrow 0$. Against this, however, by virtue of the role of characteristics as information boundaries, one is in effect asking the scheme to do the impossible, namely to determine conditions at a point P without knowing certain data essential for determining those conditions. In fact when computations are made with $\Delta t > (\Delta x)/c$, the computed solution departs consistently and rapidly from the true solution: the operator in fact generates a completely spurious result. This phenomenon is called instability and in the case of the operator of Eq. 3-23 instability occurs as soon as the domain of the foremost point P, as given by the difference equation, no longer encompasses the domain of P as given by the partial differential equation system. Moreover, the effect of taking Δt and Δx ever smaller with $\Delta t > (\Delta x)/c$ is to make the difference between the computed and the true solutions ever greater. Indeed, as Richtmyer and Morton [3] have remarked, the essence of instability consists in this apparent paradox: that "if the mesh is refined, but in such a way as to violate the stability condition, the exact solution of the differential equation comes closer and closer to satisfying the difference equations, but the exact solution of the difference equations departs, in general, more and more from the true solution of the initial-value problem."

The concept of characteristics as information boundaries introduces the notion that, if the domain of the operator could comprehend the complete representative set at any instant, then one might obtain stability for any value of Δt i.e., instead of a stability conditional on Δt , unconditional stability is

obtained. This notion may in fact be realized in practice by the use of implicit difference schemes.

The above condition, that the domain of the foremost point in time, P , as given by the difference operator, must encompass the domain of P as given by the partial differential equation, if stability is to be maintained, is often called the Courant-Friedrich-Lewy (or C.F.L.) stability condition. It expresses the greatest time step that can be taken with any explicit scheme if its results are to be stable. Implicit schemes may not be subject to this condition--although some are.

Figure 3-16 shows how, for the general quasi-linear case, characteristics from the extremities of any interval Δx or area $2\Delta x \times 2\Delta x$ determine a time step Δt_c , sometimes called the characteristic time step.

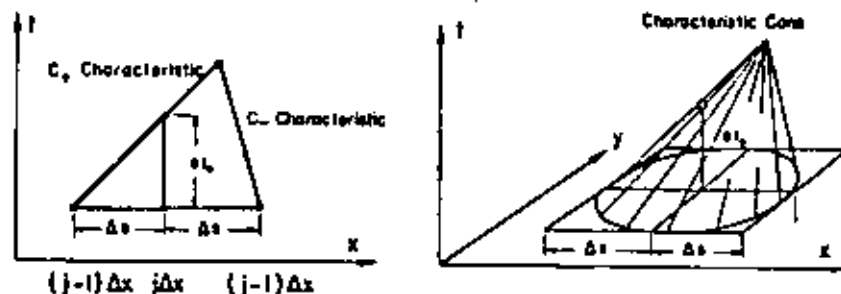


Figure 3-17. Definition sketch of the characteristic time step.

The ratio of the computational time step Δt to the characteristic time step is the Courant Number Cr . Thus

$$Cr = \frac{\Delta t}{\Delta t_c} \quad (3-25)$$

The C.F.L. condition then states that for explicit schemes to be stable

$$Cr \leq 1 \quad (3-26)$$

although some explicit schemes cannot even be taken this far. This condition can be very onerous in practice, and for this reason implicit schemes are most commonly used for commercial computation. For the study of flood propagation and pollution it is usual to use values of Cr in the range 50 to 500. In estuaries, deltas and other regions subject to tidal influences, this drops to the range 10-50 for coarse grid models, rising, however, as refinements of scale are introduced by the inverse of the step-down ratio of the grid size. Only for very rapidly occurring flows do values of Cr approach 1 in practice, and only here are explicit schemes truly viable.

REFERENCES

Numbers in [] refer to Volume III references.

- 1 Abbott, M.B., and Ionescu, F., 1973, On the numerical solution of nearly horizontal flows, *Journal of Hydraulic Research*, 3, pp. 97-117.
- 2 [445] Courant, R., and Friedrichs, K.O., 1948, *Supersonic flow and shock waves*, Interscience Publishers, New York.
- 3 Richtmyer, R.D., and Morton, K.W., 1967, *Difference methods for initial-value problems*, Interscience Publishers, New York.
- 4 Courant, R., 1962, *Methods of mathematical physics, Vol. II: Partial differential equations*, Interscience Publishers, New York.
- 5 [1188] Abbott, M.B., 1966, *An introduction to the method of characteristics*, Thames and Hudson, London, American Elseviers, New York.

Pressure wave transmission at an orifice surge tank

By Prof. Dr. H. S. Seth,* MASCE

In this article the analytical approach is suggested for the problem of water-hammer waves in an orifice surge tank, with particular reference to the transmission of these waves into the tunnel portion

THE ADVANTAGE OF an orifice surge tank over a simple surge tank is well recognised, particularly from the economic point of view. To achieve almost the same mass oscillation damping efficiency, the saving in volume of the orifice surge tank according to Haindl¹ is about 30 to 40%, compared with a simple surge tank.

The ability to reflect the water-hammer waves so that they cannot be transmitted into the tunnel at the orifice surge tank is, however, always doubtful—particularly in the absence of any readily-available method of computation, similar to the analysis of mass oscillation.

The theory of propagation of elastic waves in a pipeline is based on the well-known fundamental equations of Allievi² and has been verified in practice.

Still, the results of exact investigation of some of the special cases, such as the problem of transmission and reflection of the pressure waves at a branching of the pipeline with an orifice, as in the case of an orifice surge tank, are not readily available to design engineers.

This special case has a particular importance in the design of orifice surge tanks, as far as their function of damping the water-hammer pressure waves is concerned.

The object of this paper is to develop a possible analytical solution by which the transmitted pressure at an orifice surge tank can easily be calculated without any complex computations or major assumptions.

The analytical results are also verified by experimental studies.

The fundamental equations of water hammer

The basic equations of water-hammer waves can readily be established by solving two simultaneous differential equations based on the principle of continuity and momentum by considering an infinitely small element of water column in the pipe.

The continuity principle states that the difference of flow, on both the boundary faces of an element through the compressibility of water, as well as elastic behaviour of the walls of the pipe, will be balanced.

The momentum principle relates the difference of pressure forces on both the boundary of the element to the acceleration of the element. Neglecting the friction of the pipe line, the two differential equations can be written as:

$$\frac{dv}{dx} = \frac{g}{a^2} \frac{d(p/\gamma)}{dt} = \frac{g}{a^2} \frac{dh}{dt} \quad \dots \quad (1)$$

$$\frac{1}{g} \frac{dv}{dt} = \frac{d(p/\gamma)}{dx} = \frac{dh}{dx} \quad \dots \quad (2)$$

in which v and p = velocity and pressure at location x and time t ; h = piezometric head; g = acceleration due to gravity; a = the velocity of propagation of elastic waves in water; and γ = specific weight of water.

By applying Eqs. (1) and (2) to circular pipe with plane wave, we get:

$$a = \sqrt{\left(\frac{1}{(\gamma/g)(1/E_w) + (D/s)(1/E_p)} \right)} \quad \dots \quad (3)$$

where a is defined in the general solution of these differential equations as the velocity of propagation of pressure waves.

The general solution gives the following results:

$$h_{(x,t)} - h_0 = \phi\left(t - \frac{x}{a}\right) + \psi\left(t + \frac{x}{a}\right) \quad \dots \quad (4)$$

$$v_{(x,t)} - v_0 = -\frac{g}{a} \phi\left(t - \frac{x}{a}\right) - \psi\left(t + \frac{x}{a}\right) \quad \dots \quad (5)$$

In Eqs. (3), (4) and (5), E_w = bulk modulus of water; E_p = modulus of elasticity of pipe wall material; s = thickness of pipe wall; D = diameter of the pipe; $h_{(x,t)}$ = head at location x and time t ; $v_{(x,t)}$ = velocity at location x at time t ; ϕ = primary pressure wave; and ψ = reflected pressure wave.

The mathematical expressions for the transmitted pressure in the case of a pipeline branching into two pipes of different diameters have been given by Paramakian³ and Calame and Gaden⁴. These equations are only applicable to the simple case of pipe branching, and the transmitted pressure due to incoming water-hammer waves at the junction can be calculated to a sufficient accuracy.

But if one of the branched pipes has an orifice placed in it, the analysis becomes different.

This is exactly the case of an orifice surge tank in which the penstock is the main pipe, the surge tank and the tunnel are the two branches, and the orifice is placed in one of the branches (ie, in the surge tank).

A graphical method for this case based on the work of Bergeron⁵ has been suggested by Zienkiewicz and Hawkins⁶.

Analytical treatment of the problem

For analytical treatment of the problem of transmission of water-hammer waves at an orifice surge tank, reference is made to Fig. 1. The following assumptions are made:

(1) The sum of the outflows and inflows at the branching point P at any instant is equal.

(2) The magnitude of the pressure just below the orifice, just above the orifice, and just at the orifice at any instant is equal.

* Executive Engineer, Irrigation Department, Uttar Pradesh, India. At present working on a Professorial Fellowship at the Institut für Wasserbau und Wasserwirtschaft, University of Karlsruhe, West Germany.

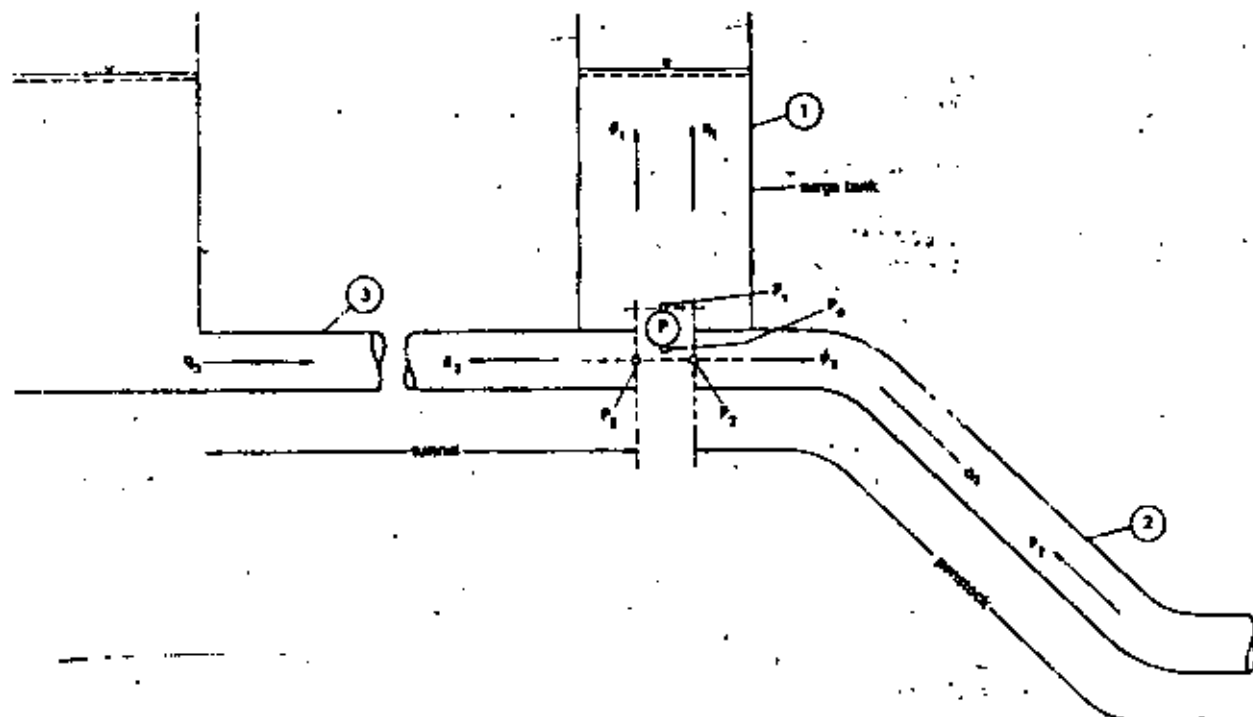


Fig. 1. Definition sketch (showing the orifice (P), surge tank (1), penstock (2) and tunnel (3))

(3) The velocity distribution over the cross-section of the pipe is uniform and symmetrical.

The flow through any orifice, as is well known, causes head loss, which is given by:

$$\Delta H = kq_o^2 \quad \dots (6)$$

where:

$$k = \frac{1}{2g} \left(\frac{1}{C_c^2} - 1 \right)^2 \quad \dots (7)$$

In Eqs. (6) and (7), q_o = discharge; ΔH = head loss; C_c = coefficient of contractions; f_o = area of orifice; and f_1 = area of surge tank.

This leads to the logical additional assumption that:

(4) The pressure difference between the penstock and the surge tank just at the orifice at any instant is equal to the head loss ΔH through the orifice, which is due to flow through the orifice assumed to be steady at that particular instant.

Of all these assumptions (1) and (2) appear axiomatic, but (3) and (4) are approximations in the vicinity of the junction. For example, the assumptions of (4) are not true in the sense that—as is well known—the energy loss associated with an orifice occurs within an appreciable distance from the orifice itself.

The validity of applying the value of the head loss estimated under steady-flow conditions to a case where velocities are fluctuating rapidly is also questionable.

However, these assumptions are simpler and are used throughout this article. It will be seen that the results are in close agreement with experiment.

For the purpose of calculating pressure and flow at the orifice it is necessary to consider four different points near the orifice P (Fig. 1).

(i) P_o is the point in the penstock immediately under the orifice, with H_o as pressure and q_o as flow into the surge tank.

(ii) P_1 is the point in the surge tank immediately above the orifice, with H_1 as pressure and q_1 as flow.

(iii) P_2 is the point in the penstock portion immediately next to the orifice, with H_2 as pressure and q_2 as flow.

(iv) P_3 is the point in the tunnel portion also near the orifice, with H_3 as pressure and q_3 as flow.

In the light of these assumptions:

$$H_2 = H_1 = H_o = H_1 \pm kq_o^2 \quad \dots (8)$$

$$q_1 = q_o = q_2 = q_3 \quad \dots (9)$$

All the values in Eqs. (8) and (9) are valid for a particular instant.

Determination of transmitted pressure

Considering the system in Fig. 1, the following relationships can be written, taking into account the directions of flow, etc. indicated in the figure, as well as the assumptions made previously.

(a) The pressure conditions:

$$H_{1(t)} - H_{2(t)} = H_{2(t)} - H_{3(t)} \quad \dots (10)$$

$$H_o(t) - H_{1(t)} = kq_{1(t)}^2 \quad \dots (11)$$

$$H_{2(t)} - H_{3(t)} = \psi_2 + \psi_1 \quad \dots (12)$$

$$H_{2(t)} - H_{3(t)} = \psi_2 \quad \dots (13)$$

$$H_{1(t)} - H_{1(t)} = \psi_1 \quad \dots (14)$$

$$H_{1(t)} = H_{2(t)} = H_{3(t)} = H_o(t) \quad \dots (15)$$

$$H_{2(t)} = H_{3(t)} = H_o(t) = H_{1(t)} \pm kq_{1(t)}^2 \quad \dots (16)$$

in which $H_{1(t)}$, $H_{2(t)}$, etc. are pressure heads at locations 1 and 2 at time t , and $H_{1(t)}$, $H_{2(t)}$, etc. are pressure heads at the beginning.

(b) The conditions of continuity:

$$q_{3(t)} = q_{1(t)} + q_{2(t)} \quad \dots (17)$$

$$q_{3(t)} = q_{2(t)} \quad \dots (18)$$

in which $q_{1(t)}$, $q_{2(t)}$, etc. are discharges at locations 1 and 2 at time t , and $q_{1(0)}$, $q_{2(0)}$ are discharges at the beginning at locations 1 and 2, etc.

$$q_{1(0)} = 0 \quad \dots \quad (19)$$

(c) The velocity conditions:

$$q_{1(t)} - q_{2(t)} = -(f_1 g/a_1)(\varphi_1 - \varphi_2) \quad \dots \quad (20)$$

$$q_{2(t)} - q_{3(t)} = -(f_2 g/a_2)\varphi_2 \quad \dots \quad (21)$$

$$q_{1(t)} = +(f_3 g/a_3)\varphi_1 \quad \dots \quad (22)$$

in which f_1 and f_3 are areas of penstock and tunnel, respectively.

Putting:

$$f_1/a_1 = u_1/g, \quad f_3/a_3 = f_2/a_2 = u_2/g$$

and:

$$U = u_1 + u_2 + u_3$$

or:

$$u_2 + u_3 = U - u_1$$

in the above equations and solving for φ_2 , and putting $\varphi_2/\varphi_1 = S =$ Transmission factor, we obtain after algebraic simplification,:

$$\varphi_2/\varphi_1 = S = 2u_2/(U - u_1) \left\{ 1 - \frac{1}{4\varphi_2 u_2 k (U - u_1)} \left[\sqrt{(U/u_1)^2 + 8k\varphi_2 u_2 (U - u_1)} - (U/u_1) \right] \right\} \quad \dots \quad (23)$$

Eq (23), which is a general equation, gives the transmitted pressure φ_2 in the tunnel in terms of the incoming pressure φ_1 at the junction point. The transmission factor can be defined as the ratio of φ_2/φ_1 .

This equation can be further simplified by assuming a most common case in which the diameters of the penstock and tunnel are the same. It follows that:

$$f_1 = f_3 = f$$

Further assuming that the wall thickness and the material of the penstock and the tunnel are the same, the velocity of propagation of water-hammer waves in the two will also be the same. Hence:

$$a_1 = a_3 = a$$

therefore:

$$u_2 = u_3 = u$$

and:

$$U = u_1 + u_2 + u_3 = u_1 + 2u$$

and:

$$U - u_1 = 2u$$

Again, the cross-sectional area of the surge tank is typically very large compared to the penstock or tunnel, but there is not much difference in the velocity of the water-hammer wave in the surge tank and the penstock or tunnel, hence:

$$a_1 \approx a \quad \frac{f_1}{a_1} \approx \frac{f}{a}$$

which means that $u_1 \approx u$, therefore:

$$U/u_1 = \frac{u_1 + u_2 + u_3}{u_1} = \frac{u_1 + 2u}{u_1} = 1 + \frac{2u}{u_1} \approx 1$$

With these assumptions, Eq. (23) changes to:

$$S = 1 + \frac{1}{8\varphi_2 k u^2} \sqrt{\left(\frac{1}{64\varphi_2^2 k^2 u^2} + \frac{1}{4\varphi_2 k u^2} \right)} \quad (24)$$

taking φ_2 as the Jokowski water-hammer pressure, φ_2 for quick valve closure:

$$\varphi_2 = a q_{(t=0)}/g$$

and:

$$u = g/f a$$

Substituting φ_2 for φ_2 and $u = g/f a$, Eq. (24) becomes:

$$S = 1 + \frac{a}{8q_{(t=0)} k g f} \sqrt{\left(\frac{a^2}{64g^2 k^2 f^2 q_{(t=0)}^2} + \frac{a}{4q_{(t=0)} k g f} \right)} \quad \dots \quad (2)$$

put $N = (8q_{(t=0)} k g f)/a$ as a dimensionless number, and Eq. (25) can be written:

$$\begin{aligned} S &= 1 + (1/N) - \sqrt{[(1/N)^2 + (2/N)]} \\ &= 1 + (1/N) - (1/N)\sqrt{(1 + 2N)} \\ &= 1 + (1/N)[1 - \sqrt{(1 + 2N)}] \end{aligned}$$

Through the substitution of this dimensionless parameter, it has been possible to express the transmission factor in the most general form. It is seen that the dimensionless parameter N , on which the transmission factor depends is directly proportional to the discharge q , the area of the penstock f and orifice constant K , and it is inversely proportional to the velocity of water-hammer waves a in the penstock.

This dimensionless parameter may be named the "Transmission Number".

In Fig. 2, the relation between S , the transmission factor, and N , the transmission number, has been graphically represented on a semi-logarithmic scale.

The theoretical range of N has been chosen from 0.001 to 1 000 000. The curve obtained is of S-form and is asymptotic at both ends in the direction of x-axis.

The experiments were conducted with values of N up to 0.55, because this was considered to be the upper limit of N in practice. The values of N beyond this range are of theoretical interest only, and have not much physical meaning.

From the curve, it is evident that for all values of N less than 0.1, the transmission factor increases rapidly.

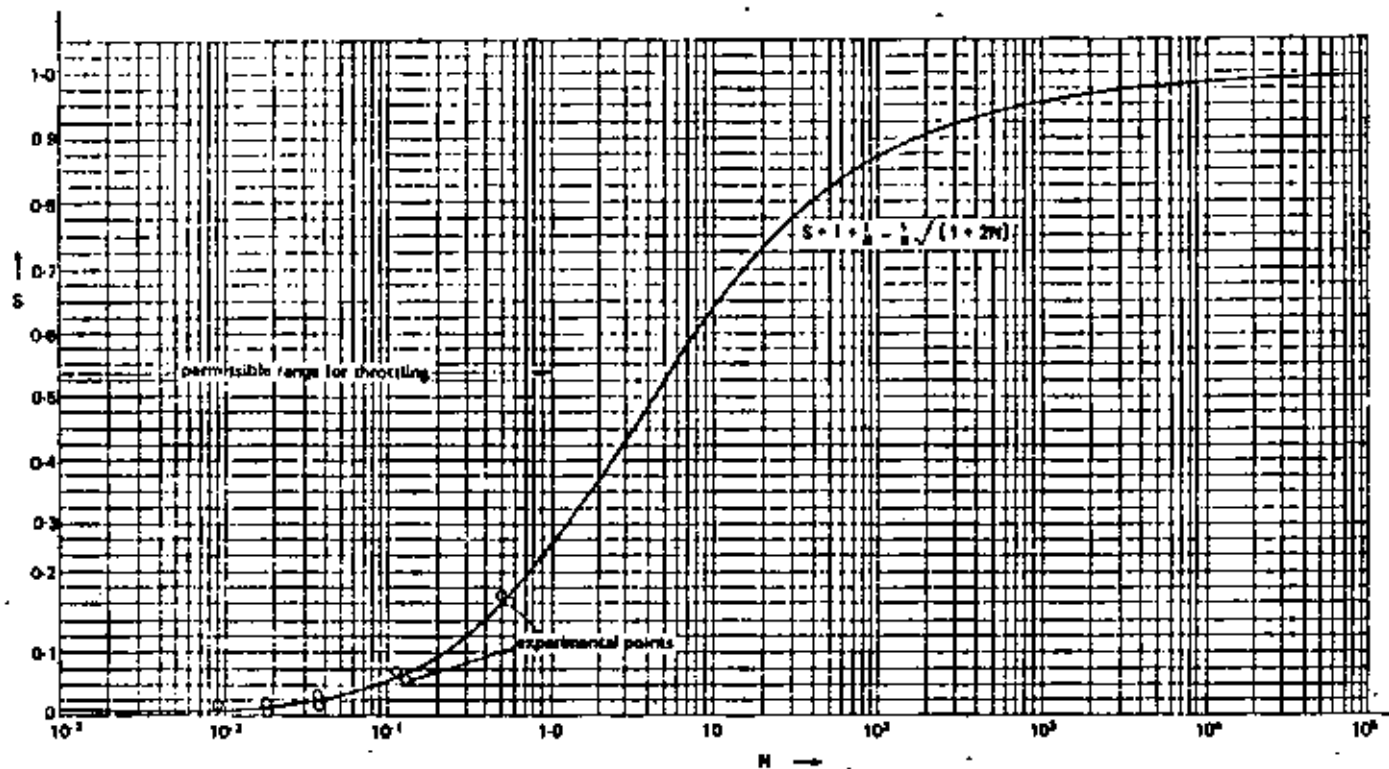


Fig. 2. The relationship between transmission factor and transmission number, plotted on a semi-logarithmic scale

Depending upon the design of the tunnel and the stresses allowed therein, once the percentage of incoming pressure to be transmitted into tunnel has been decided, the value of N can easily be read off from the curve.

From this value of N the value of k can be calculated, and thus the size of the safest and smallest possible orifice opening can be computed.

Comparing experimental and analytical results

The analytical results obtained were verified on the basis of experiments conducted in the Hydraulics laboratory of the Technical University Dresden, East Germany⁶.

The experimental set up consisted of a total of approximately 68m of 100mm-diameter steel pipeline, at the end of which a quick-closing valve was installed in order to generate the water-hammer waves. The surge tank was installed at a distance of 38m upstream from this valve.

The tank was 1m in diameter and 2.5m high. Five different orifices could be inserted in it in order to get different throttling ratios (f_0/f_1)—these ratios were 0.125, 0.25, 0.5, 0.75 and 1.0.

The water was fed to the system from a pressure vessel into which water was pumped by a centrifugal pump. The discharge was measured volumetrically.

The water-hammer pressure waves, generated by the quick-closing valve, were measured by a quartz piezoelectric transducer and recorded on a storage-type oscilloscope on a paper film through an ancilliary DC amplifier.

There were two main pressure-measuring points on the pipeline, one just downstream and one just upstream of the surge tank. A third measuring point was just upstream of the quick-closing valve.

The pressures at all the three places were recorded simultaneously for comparison purposes.

The transmission factor, which is defined as the ratio of transmitted pressure wave to incoming pressure wave, i.e. p_1/p_0 , was calculated for different discharges and throttling ratios. The experimental results were plotted and superimposed as shown in Fig. 2.

A comparison of experimental and analytical results shows that there is a good agreement between them

(within the range of the experiments), and most of the points lie near the S curve.

The range of N in the experimental results with these particular throttling ratios and discharges was only possible up to about 0.55. The curve indicates the limiting range in which throttling is possible.

Beyond this range, the transmission factor increases very rapidly and thus limits any further throttling.

It is also indicated by the curve that for all values of N less than 0.1, the transmission factor is always less than 5%. For values of N greater than 0.1, the value of the transmission factor increases very rapidly.

Conclusions

The analysis allows prediction of the smallest possible orifice size to be made, while still transmitting the permissible water-hammer pressure wave in the tunnel in a case of sudden closure of the regulating valve.

A general equation has been developed for calculating the transmission factor for different throttling ratios and for different discharges at an orifice surge tank.

A ready-to-use curve is also given for calculating the transmission factor at an orifice surge tank. The transmission factor can be calculated for various throttling ratios.

References

1. ALLIEMI, L. "Theory of Water Hammer," 1925 English translation by ASCE (Eugene Halmos).
2. BERGERON, L. "Water Hammer in Hydraulics and Wave Surges in Electricity," (translation from French), John Wiley, New York, 1961.
3. CALAME, J. and GADEN, D. "De la stabilité des installations hydrauliques munies de chambres d'équilibre," *Schweizerische Bauzeitung* 90, 1927.
4. HAINDL, K. "Einige hydraulische Besonderheiten der Wasserschloesser mit Drosselung," *Vodni Hospodarevi* 4, 1963.
5. PARAMAKIAN, J. "Water Hammer Analysis," Dover Publications Inc, New York, 1963.
6. SETH, H. S. "Druckstossverhalten am Drosselwasserschloss," a thesis submitted for the degree of Dr.-Ing. at the Technical University, Dresden, East Germany, 1965.
7. ZIENKIEWICZ, O. C. and HAWKINS, P. "Transmission of Water Hammer Pressure through Surge Tanks," *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers*, 1954, Vol. 168 No. 23.

The surge tank—a device for controlling water hammer

PART ONE

By Professor E. Mosonyi* and H. B. S. Seth**

In this two-part article the authors examine the extent to which an orifice surge tank protects the pressure tunnel for a hydro plant from water-hammer waves (or, conversely, the limit of throttling under given turbine conditions to allow only permissible water-hammer pressures in the low-pressure tunnel)

ONE OF THE functions of a surge tank is to protect the water-hammer pressure waves from entering the low-pressure tunnel upstream.

The water-hammer phenomenon in the presence of a surge tank occurs in a more complicated manner than is usually described in the literature¹.

The water-hammer waves, generated as a result of turbine regulation or emergency valve closure, travel upstream along the penstock and reach the junction of the surge tank with the diversion tunnel and the penstock.

At this point part of the wave will be deflected into the surge tank, and part will travel farther into the diversion tunnel. The partial waves will be reflected completely as relief waves with reversed sign, the first being reflected from the free surface of the surge tank, while the second is reflected from the reservoir at the inlet section of the diversion tunnel.

After being reflected, these relief waves once again reach the junction point where again partial deflection as well as reflection in the opposite direction takes place.

The first wave to arrive from the surge-tank surface will partly enter the diversion tunnel and partly enter the penstock, and the second wave to arrive from the reservoir surface will move partly into the surge tank and partly into the penstock. When these relief waves arrive at a free surface further reflection is hindered (damped), but when they arrive at a closed-conduit end, a negative pressure wave will be induced.

As a result a further interference of partial relief waves and newly-generated underpressure waves occurs, and so on.

Naturally, rapid damping as a result of friction and run-out to free surfaces, of all waves propagating within this three-conduit system (two of the conduits leading to a free surface, the third one ending in a closed section), can be observed. Complex interference of water-hammer waves thus takes place at the junction and any further physical pursuance of wave behaviour is not easily comprehensible.

In most instances the surge tank conveniently protects the pressure tunnel against positive and negative pressure waves, the magnitude of partial pressure waves penetrating into the tunnel not being dangerous.

The problem of water-hammer wave reflection requires special care when the surge tank is of a restricted orifice (throttled) type^{1,2}. A restricted orifice, like many diaphragms, causes concentrated local losses, to some extent making the transmission undetectable.

As the pressure rise below the restricted orifice is very rapid and the elastic water column cannot suddenly expand to be released from overpressure (as for the case of a simple surge tank), a considerable portion of the

Notations

$A = f_1/f_2$	= ratio of cross-sectional area of surge tank to cross-sectional area of penstock
a	= water-hammer pressure wave velocity in penstock, tunnel or surge tank
C	= coefficient of contraction of orifice
D	= diameter of pipe, penstock, tunnel, or surge tank
E_w	= modulus of elasticity of water
E_p	= modulus of elasticity of the pipe material
f	= cross-sectional area
f_0	= cross-sectional area of orifice
f_1	= cross-sectional area of surge tank
f_2	= cross-sectional area of penstock
f_3	= cross-sectional area of tunnel
g	= acceleration due to gravity
h or H	= pressure head
$H_{1(t)}$	= pressure head at location x and at time t
H_0, H_1, H_2 and H_3	= pressure head at orifice, just above orifice, just before orifice and just behind orifice, respectively, at the surge tank
$H_{1(0)}, H_{2(0)}$ and $H_{3(0)}$	= pressure head in surge tank, penstock and tunnel, respectively, at time 0 or at steady-state conditions
$H_{1(t)}, H_{2(t)}$ and $H_{3(t)}$	= pressure head at orifice, in surge tank, penstock and tunnel, respectively, at time t
ΔH	= head loss in orifice
k	= a constant of an orifice opening
N	= a dimensionless number = $8\phi k a^2$
q	= discharge per second
q_0, q_1, q_2 and q_3	= discharge at orifice, in surge tank, penstock and tunnel, respectively
$q_{1(0)}, q_{2(0)}$ and $q_{3(0)}$	= discharge in surge tank, penstock and tunnel, respectively, at time 0 or under steady-state conditions
$q_{1(t)}, q_{2(t)}$ and $q_{3(t)}$	= discharge in surge tank, penstock and tunnel at time t , respectively
x	= thickness of pipe wall
S	= transmission factor (= ϕ_2/ϕ_1)
V	= velocity of flow (m/s)
$V_{1(t)}$	= velocity of flow at location x and at time t
Ψ	= primary pressure wave
Ψ'	= reflected pressure wave
Ψ_1, Ψ_2 and Ψ_3	= primary pressure wave in surge tank, penstock and tunnel, respectively
Ψ'_1, Ψ'_2 and Ψ'_3	= reflected pressure wave in surge tank, penstock and tunnel, respectively
$u_1 = g f_1/a_1$	
$u_2 = g f_2/a_2$	
$u_3 = g f_3/a_3$	
$U = u_1 + u_2 + u_3$	

* Director, Theodor Rehböck River Improvement Laboratory, Research Institute of Hydraulic Structures and Agricultural Engineering, University of Karlsruhe, West Germany.

** Professorial Fellow, Alexander v. Humboldt Foundation, Theodor Rehböck River Improvement Laboratory, Institute of Hydraulic Structures and Agricultural Engineering, University of Karlsruhe, West Germany. On leave from the Government of Uttar Pradesh Irrigation Department, Uttar Pradesh, India.

overpressure is transmitted to the pressure tunnel.

With the increasing popularity of throttled surge tanks (selected mainly to decrease surge-tank investment), and moreover, the reduction in regulation time as a result of automatic control systems, these aspects merit full attention. The investigation of this problem also becomes important with up-to-date pumped-storage schemes.

It would be a dangerous illusion to think that the surge tank will stop any type of pressure wave. It is an established fact that pressure tunnels have been severely damaged by water hammer, in spite of ample protection provided by the surge tank⁸.

If a particular type of wave enters the tunnel, upper harmonics may be generated by resonance in the pressure system. Resonance of this type may be promoted by the governor, but resonance may occur even without any deficiency in the regulating devices.

Unfortunately, in the design of the majority of surge tanks, this aspect is frequently overlooked because of the necessary and elaborate calculations of the stability of mass oscillation which, after all, were only a consequence of the introduction of the surge tank itself. This has also been pointed out¹³ by Zienkiewicz and Hawkins.

The purpose of this study is to examine the extent to which an orifice surge tank protects the tunnel from water-hammer waves or, conversely, what should be the limit of surge-tank throttling under given turbine regulation conditions, so that the low-pressure tunnel may be subjected to permissible overpressure as a result of water hammer.

An equation is developed which relates the transmission factor (defined as the ratio of the pressure transmitted to the tunnel through the surge tank, to the pressure generated in the penstock), to the various geometrical dimensions of the system, such as those of the surge tank, orifice, penstock, etc., as well as to the hydrodynamic conditions created in the penstock as a result of the transient.

Experimental investigations were carried out in order to verify the analytical model. Easy-to-use curves are also plotted, which should enable a design engineer to determine quickly the transmission factor for a given system under different hydrodynamic conditions, without going through the tedious calculations of existing methods or even without the use of a computer.

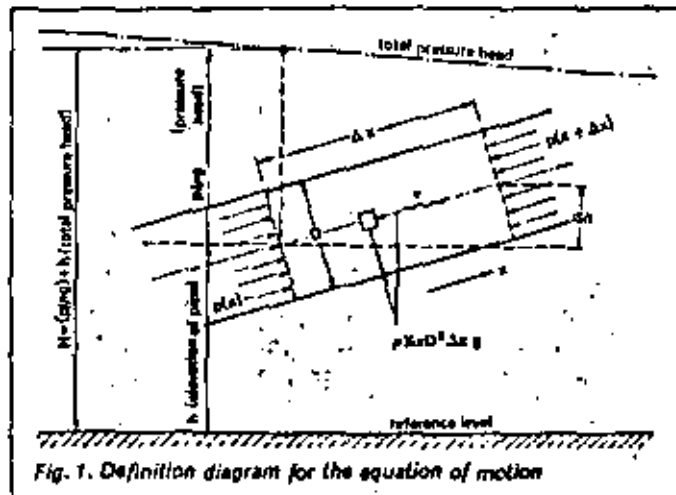
Review of the literature

Jonkowski (1897) and Allievi (1902) were the first^{11,12} to develop complete theories of the propagation of water-hammer waves in elastic pipes. Since then the problem of transmission and reflection of water-hammer waves at a simple junction of three or more pipes has been studied.

In this case the transmission factor¹⁴ is purely a function of the area of the pipe from which the main wave is approaching at the junction point, and the velocity of the water-hammer wave in this pipe. The pressure wave is divided at the junction point equally in all the branches, irrespective of their cross-sectional area.

On the basis of this theory the transmitted pressure could easily be calculated by multiplying the transmission factor by the incoming pressure at the junction point.

The case of a simple surge tank is an example of a junction where three pipes meet (the surge tank also being treated as a pipe), and as such the pressure transmitted to the tunnel can easily be calculated. Calame and Gaden (1926) also gave¹ similar equations for the calculations of water-hammer pressures for cases in which a surge tank is provided. These equations, too, are based on the subdivision of the water-hammer waves at the junction of a



simple surge-tank riser with the main conduit. The same results may be arrived at easily, by applying the branch equations directly to the penstock pressures calculated from Allievi charts.

Neither method is applicable when one of the three branches has an orifice placed in it near the junction.

Jaeger (1933) and Escande (1949) investigated^{14,15} the case of transmission and reflection of water-hammer waves at an orifice surge tank. The equation given by Escande for determining the transmitted pressure gives very high values for cases where the gate-valve closure time is less than 0.10s.

He maintains that the error is on the safer side and hence the formula can be adapted for design purposes. However, the formula given by Escande cannot be applied to investigate the design conditions for accidental closure of the valve, where in certain cases the time of sudden closure of the valve has to be less than 0.10s.

Zienkiewicz and Hawkins (1954) reported¹⁷ a comprehensive experimental study for the reflection and transmission of the water-hammer waves at simple, orifice and differential surge tanks. Based on a graphical method an equation was developed, with the help of which the transmitted pressure through the surge tank could be determined for the case of instantaneous closure of the regulating valve.

A similar formula was also established analytically¹⁶ for orifice surge tanks by Seth (1966) and the same was verified by experimental study.

Rouse (1950) has mentioned¹⁸ a formula to calculate the transmission factor at an orifice surge tank. This formula is, however, not applicable for comparatively smaller orifices, as the formula is approximate and gives accurate results only if the second term within the bracket of the equation is small compared with unity.

It can be said that the behaviour of the water-hammer waves at the foot of an orifice or other modified type of surge tank did not attract much attention from the investigators of hydraulic transients, and some of the questions regarding transmission and reflection of water-hammer waves still remain unsolved.

Theoretical approach to the problem

The fundamental equations of water-hammer waves, based on elastic-water-column theory, can be established by solving two simultaneous differential equations based on the principle of continuity and momentum. These are developed by considering an infinitely-small fluid element of water column in the pipe. For a fluid element, neglecting

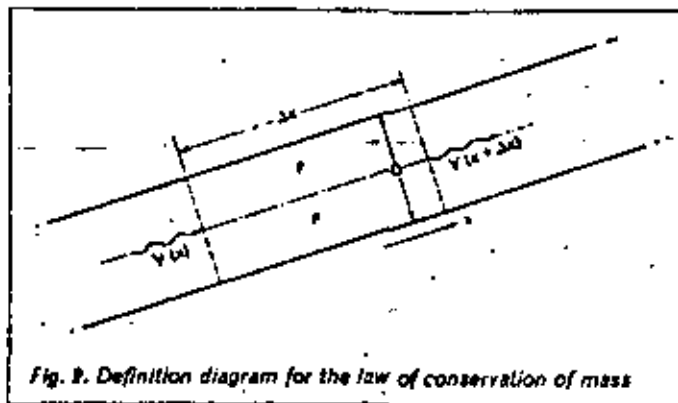


Fig. 2. Definition diagram for the law of conservation of mass

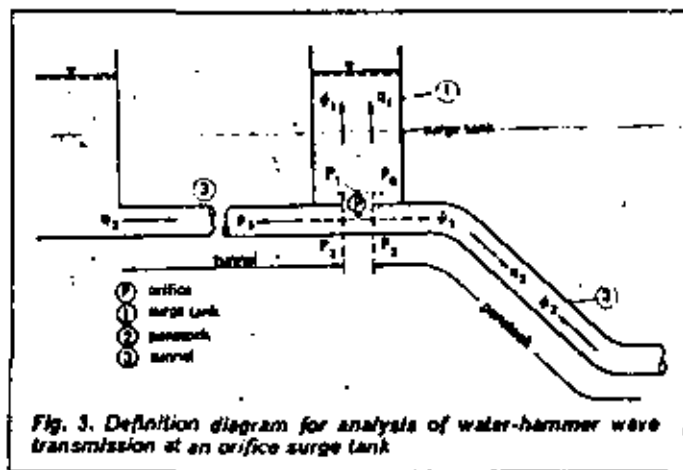


Fig. 3. Definition diagram for analysis of water-hammer wave transmission at an orifice surge tank

friction, the equation of motion can be written as (see Fig. 1):

$$\{p(x) - p(x + \Delta x)\} \pi D^2 - \rho \pi D^2 \Delta x g \frac{\partial h}{\partial x} = \rho \pi D^2 \Delta x \frac{\partial v}{\partial t}$$

The first term is the force acting on the fluid element as a result of pressure difference. The second term is the component of the weight of the fluid element in or opposite to the flow direction, and the third term is the mass multiplied by the acceleration of the fluid element. After simplification, this equation becomes:

$$(1/g)(\partial v / \partial t) + (\partial h / \partial x) = 0$$

or:

$$(1/g)(\partial v / \partial t) = -\partial h / \partial x \quad \dots (1)$$

For a pipe element, the law of conservation of mass can be written as (see Fig. 2):

$$\rho(V(x) - V(x + \Delta V)) \Delta t (\pi D^2 / 4) = \frac{\pi D^2 \Delta x \Delta p}{4a^2}$$

The first term represents the difference between the inflowing and outflowing volume of fluid, and the terms on the right-hand side represent the storage because of the elasticity of the fluid and the pipe wall. This additional storage is proportional to the original volume of the pipe element and the pressure rise, $1/a^2$ being the proportional constant.

On simplification, the last equation becomes (assuming that $\Delta t \rightarrow 0$ and $\Delta x \rightarrow 0$):

$$\partial V / \partial x + g \partial h / a^2 \partial t = 0 \quad \dots (2)$$

In both Eqs. (1) and (2), V and P = velocity and pressure at point x and time t ; h = piezometric head; and g = acceleration due to gravity. It can be shown that a is the velocity of propagation of elastic waves in water. D = diameter of the pipe and ρ = the mass density of water. By applying Eqs. (1) and (2) to a circular pipe with plane wave one obtains:

$$a = \sqrt{\left[\rho \left(\frac{1}{E_w} + \frac{D}{4E_p} \right) \right]} \quad \dots (3)$$

where a is defined, in the general solution of these differential equations, as the velocity of propagation of pressure waves.

The general solution to Eqs. (1) and (2) gives the following results:

$$h(x, t) - h_0 = \Phi[t - (x/a)] + \Psi[t + (x/a)] \quad \dots (4)$$

$$V(x, t) - V_0 = g/a \{ \Phi[t - (x/a)] - \Psi[t + (x/a)] \} \quad \dots (5)$$

In Eqs. (3), (4) and (5); E_w = bulk modulus of water; E_p = modulus of elasticity of the pipe-wall material; s = thickness of the pipe wall; $h(x, t)$ and $V(x, t)$ = head and velocity at location x and time t ; Φ = a function which represents the primary pressure wave; and Ψ = a function which represents the reflected pressure wave.

Assumptions made in treating the problem

As mentioned in the introduction, for the purpose of this study the surge tank considered is of a restricted-orifice type. This case has been adopted for two reasons: firstly, an orifice surge tank poses a typical problem where, apart from the junction, an abrupt restriction also affects the propagating water-hammer wave; and secondly an orifice surge tank is chosen more frequently in recent surge tank construction because of its many advantages over the differential surge tank^{6,12}.

For analytical treatment of the problem of transmission of water-hammer waves at an orifice surge tank, reference is made to Fig. 3.

The following assumptions are generally explicitly or implicitly made:

(i) The law of conservation of mass is valid at junction point P at any instant. In other words the sum of the outflows and inflows at point P at any instant is equal.

(ii) At the junction point of the penstock, tunnel and surge tank, the pressure head at the entry into each conduit (including the orifice) is the same at any instant.

(iii) The velocity distribution over the cross-section of each conduit at the junction is uniform.

(iv) Primary and reflected pressure waves from the junction are plane-fronted.

The flow through any orifice, as is well known², causes head loss, which is given by:

$$\Delta H = k q_0^2 \quad \dots (6)$$

where:

$$k = (1/2g) \left(\frac{1}{C_d^2} - \frac{1}{f_1} \right)^2 \quad \dots (7)$$

In Eqs. (6) and (7), q_0 = discharge at steady-state conditions; ΔH = head loss through the orifice; C = coefficient

of contraction of the orifice; f_0 = cross-sectional area of the orifice; and f_1 = cross-sectional area of the surge tank. From this an additional assumption follows:

(v) The pressure difference on each side of the orifice at any particular instant is equal to the head loss through it, corresponding to the flow, which is considered to be steady at that instant.

The implications of these assumptions are as follows: Assumptions (i) and (ii) appear axiomatic.

Assumptions (iii), (iv) and (v) are approximations in the vicinity of the junction.

Assumptions (iii) and (iv) are widely adapted, as these do not directly affect the present study in any way.

Assumption (v) is, however, not true to the extent that the energy loss, caused by the orifice, occurs over an appreciable distance from the orifice itself.

The validity of applying the value of head loss, estimated under steady flow conditions, to a case where velocities are fluctuating rapidly and the flow is unsteady is also questionable. However, the error involved in making this assumption is on the safer side as far as transmission of water-hammer waves is concerned because, as a result of the decrease in the velocity through the orifice with time, the head loss also decreases.

All these assumptions are simpler and are used throughout this study. It will be seen that the analytical results are in good agreement with the experimental results.

Reference to Fig. 3, at the junction point P, indicates that it will be necessary to consider four different points which are so close to each other that the time interval of wave travel from one point to another is negligible, yet each is associated with specific flow and pressure-head conditions.

(i) P_0 is the point at the entrance to the surge tank immediately below the orifice, with H_0 as the pressure head and q_0 as the flow into the surge tank.

(ii) P_1 is the point at the entrance to the surge tank, but just above the orifice and associated with pressure H_1 and flow q_1 .

(iii) P_2 is the point at the entrance to the penstock and associated with pressure H_2 and flow q_2 .

(iv) P_3 is the point at the entrance to the tunnel and associated with pressure H_3 and flow q_3 .

The above assumptions can be summarized as follows:

$$H_2 = H_3 = H_0 = H_1 \pm kq_0^2 \quad \dots (8)$$

and:

$$q_1 = q_0 = q_2 = q_3 \quad \dots (9)$$

where the sign in Eq. (8) depends on the direction of flow and all the values are considered at the same instant.

On the basis of the fundamental Eqs. (4) and (5), as well as the Allievi chain equations¹⁹, and considering the previously-mentioned system and assumptions, the following equations can be written:

(a) Based on the conditions of pressure variation.

$$H_{2(t)} - H_{2(0)} = H_{3(t)} - H_{3(0)} \quad \dots (10)$$

$$H_{0(t)} - H_{1(t)} = kq_{1(t)}^2 \quad \dots (11)$$

$$H_{1(t)} - H_{2(t)} = \Phi_2 + \Psi_2 \quad \dots (12)$$

$$H_{2(t)} - H_{3(t)} = \Phi_3 \quad \dots (13)$$

$$H_{1(t)} - H_{3(t)} = \Phi_1 \quad \dots (14)$$

$$H_{1(0)} = H_{2(0)} = H_{0(0)} = H_{3(0)} \quad \dots (15)$$

$$H_{2(t)} = H_{3(t)} = H_{0(t)} = H_{1(t)} \pm kq_{1(t)}^2 \quad \dots (16)$$

in which $H_{1(t)}$, $H_{2(t)}$, etc. are pressure heads at locations 1 and 2 at time t , etc. and $H_{1(0)}$, $H_{2(0)}$, etc. are pressure heads at locations 1 and 2 at time zero, etc. or under steady-state conditions.

Φ_1 , Φ_2 and Φ_3 are the functions which represent the direct pressure waves in the conduits 1, 2 and 3, respectively and Ψ_2 is a function which represents the reflected pressure wave in conduit 2, i.e. the penstock. In this case Φ_3 represents the transmitted pressure wave in conduit 3 i.e. the tunnel.

(b) Based on the conditions of continuity.

$$q_{2(t)} = q_2(t) + q_1(t) \quad \dots (17)$$

(after closing the valve)

$$q_{2(0)} = q_3(0) \quad \dots (18)$$

(steady-state condition)

in which $q_{1(t)}$, $q_{2(t)}$, etc. are discharges at locations 1 and 2 at time t and $q_{1(0)}$, $q_{2(0)}$ are discharges at locations 1 and 2 during steady-state conditions, for which:

$$q_{1(0)} = 0 \quad \dots (19)$$

(c) Based on the conditions of discharge variation.

$$q_{2(t)} - q_2(t) = (f_2 g / a_2) (\Phi_2 - \Psi_2) \quad \dots (20)$$

$$q_{2(t)} - q_3(t) = (f_2 g / a_2) \Phi_3 \quad \dots (21)$$

$$q_{1(t)} = -(f_1 g / a_1) \Phi_1 \quad \dots (22)$$

in which f_1 , f_2 and f_3 = cross-sectional areas of the surge tank, penstock and tunnel, respectively.

From Eq. (15):

$$H_{2(0)} = H_{3(0)}$$

and from Eq. (16):

$$H_{2(t)} = H_{3(t)}$$

It follows, therefore, from Eqs. (12) and (13):

$$\Phi_3 = \Phi_2 + \Psi_2 \quad \dots (23)$$

Substituting this value of Φ_3 in Eq. (21) gives:

$$q_{2(t)} - q_3(t) = (f_2 g / a_2) (\Phi_2 + \Psi_2) \quad \dots (24)$$

Combining Eqs. (17) and (18):

$$q_{2(t)} - q_3(t) = q_2(t) + q_1(t) - q_3(t)$$

or:

$$q_3(t) - q_2(t) = q_2(t) - q_3(t) + q_1(t) \quad \dots (25)$$

From Eqs. (20), (22), (24) and (25):

$$(f_2 g / a_2) (\Phi_2 + \Psi_2) = (f_2 g / a_2) (\Phi_2 - \Psi_2) - (f_1 g / a_1) \Phi_1 \quad \dots (26)$$

Substituting the values from Eqs. (15) and (16) in Eq. (10) gives:

$$H_{2(u)} - H_{2(\omega)} = H_{1(u)} \pm kq_1 u^2 - H_{1(\omega)}$$

or:

$$H_{2(u)} - H_{2(\omega)} - [H_{1(u)} - H_{1(\omega)}] = kq_1 u^2 \quad \dots (27)$$

Combining Eqs. (12), (14) and (22), and substituting the values in Eq. (27), gives:

$$\phi_1 + \psi_1 - \phi_1 = k(f_2 g/a_1) \phi_1^2 \quad \dots (28)$$

From Eq. (26) it follows:

$$(f_2 g/a_1) \phi_1 = (f_2 g/a_2)(\phi_2 - \psi_2) - (f_2 g/a_2)(\phi_1 + \psi_1) \quad \dots (29)$$

Substituting the values from Eq. (23):

$$(f_1/a) \phi_1 = (f_2/a_2)(\phi_2 - \psi_2) - (f_2/a_2) \phi_3 \quad \dots (30)$$

The term $(\phi_2 - \psi_2)$ can be written as:

$$(\phi_2 - \psi_2) = 2\phi_2 - (\phi_1 + \psi_1) = 2\phi_2 - \phi_1$$

Substituting this value for $(\phi_2 - \psi_2)$ in Eq. (30):

$$(f_1/a) \phi_1 = (f_2/a_2)(2\phi_2 - \phi_1) - (f_2/a_2) \phi_3 \quad \dots (31)$$

Eq. (28), together with Eq. (23), can be written as:

$$\phi_3 = \phi_1 + k(f_2 g/a_1) \phi_1^2 \quad \dots (32)$$

From Eq. (31), the value of ϕ_1 can be written as:

$$\phi_1 = \frac{(f_2/a_2)(2\phi_2 - \phi_1) - (f_2/a_2)\phi_3}{f_1/a_1}$$

Substituting this value for ϕ_1 in Eq. (32), gives:

$$\phi_3 = \frac{(f_2/a_2)(2\phi_2 - \phi_1) - (f_2/a_2)\phi_3}{f_1/a_1} + \frac{k(f_2 g/a_1) [(f_2/a_2)(2\phi_2 - \phi_1) - (f_2/a_2)\phi_3]^2}{(f_1/a_1)^2} \quad \dots (33)$$

After simplification it will be seen that Eq. (33) is a quadratic equation in ϕ_3 and the value of ϕ_3 can thus be solved in terms of ϕ_2 , etc.

It is convenient to define the following new parameters:

$$u_1 = f_1 g/a_1; \quad u_2 = f_2 g/a_2; \quad u_3 = f_2 g/a_1$$

$$U = u_1 + u_2 + u_3$$

and to introduce the common assumption that $u_2 = u_3$.

In these terms the preceding Eq. (33) can then be solved for the transmission coefficient S , defined as $S = \phi_3/\phi_2$. This reduction yields:

$$S = \frac{2u_3}{(U-u_1)} \left[1 - \frac{1}{4\phi_2 u_3 k (U-u_1)} \{ \sqrt{[U(u_1)]^2 + 8k\phi_2 u_3 (U-u_1)} - (U/u_1) \} \right] \quad \dots (34)$$

Eq. (34), which has already been established¹⁴, is a general equation which gives the transmitted pressure ϕ_3 in the tunnel in terms of the incoming pressure ϕ_2 at the junction point.

The equation can be further simplified by assuming a generally common case in which:

(a) the diameters of the penstock and tunnel are the same, i.e.:

$$d_1 = d_2 = d$$

and (b) the velocity of propagation of water-hammer waves in the penstock and tunnel is also the same, i.e.:

$$a_1 = a_2 = a$$

Therefore:

$$u_2 = u_3 = u$$

and:

$$U = u_1 + u_2 + u_3 = u_1 + 2u$$

or:

$$U - u_1 = 2u = 2fg/a$$

and:

$$U/u_1 = (u_1 + 2u)/u_1 = 1 + (2u/u_1)$$

Substituting the values for u_1 , u , etc.:

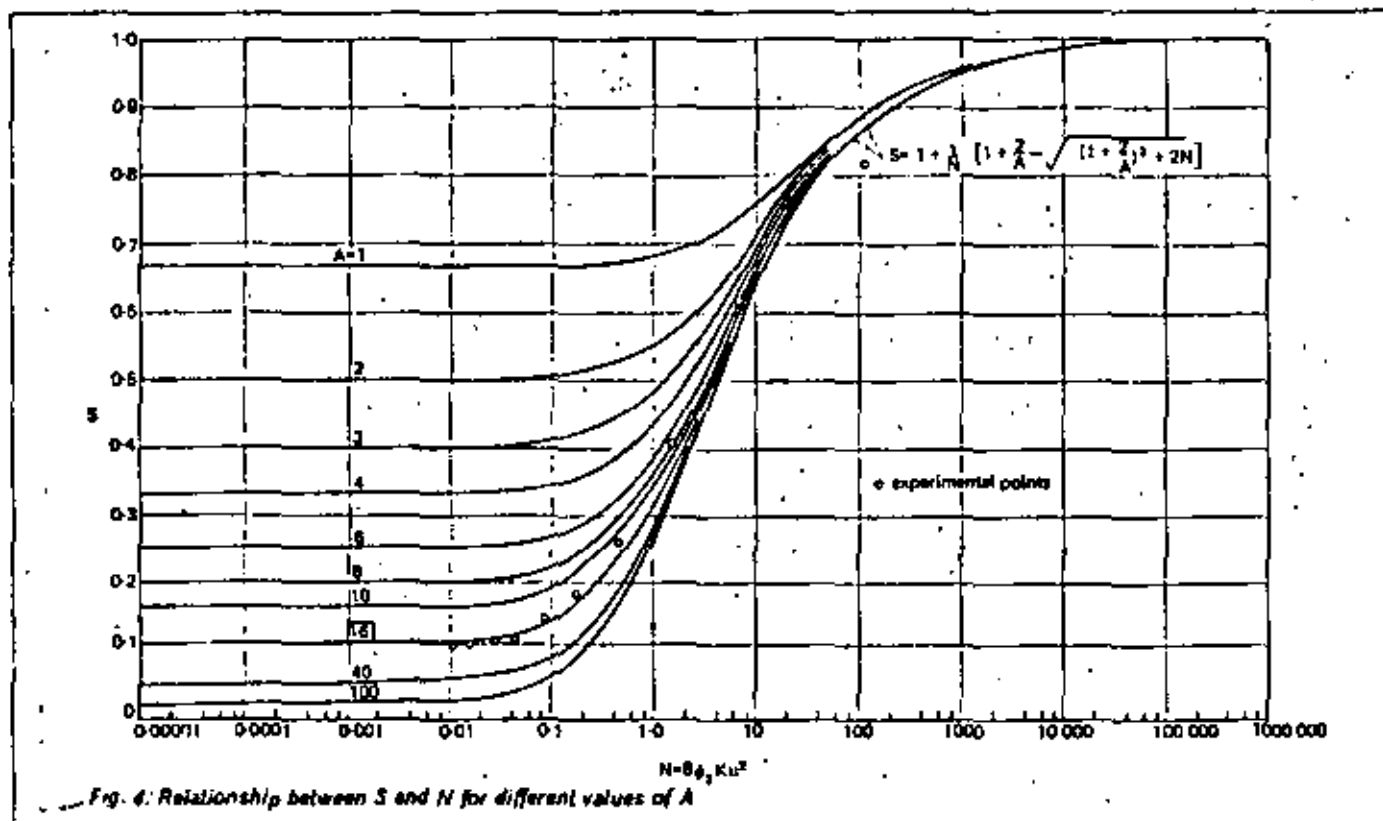
$$U/u_1 = \frac{(f_1 g/a_1) + (2fg/a)}{(f_1 g/a_1)} \quad \dots (35)$$

As the time taken for the pressure wave to travel the length of the surge tank is very small, compared with the time taken to travel the penstock or tunnel, it can be assumed that the velocity of water-hammer waves in the surge tank is almost the same as in the penstock or the tunnel, irrespective of whether the diameter or wall-thickness of the surge tank is different. With this assumption, a_1 is estimated by a .

Therefore, Eq. (35) reduces to:

$$U/u_1 = \frac{(f_1 g/a) + 2(fg/a)}{(f_1 g/a)} = 1 + (2f/f_1)$$

because $a_1 = a$.



Substituting these values in Eq. (34):

$$S = 1 \left[1 - \frac{1}{8\phi_2 k u^2} \left[\sqrt{((1 + 2f/f_1)^2 + 16k\phi_2 u^2)} - (1 + 2f/f_1) \right] \right]$$

$$S = 1 + \frac{1}{8\phi_2 k u^2} + \frac{2f}{8\phi_2 k u^2 f_1} - \frac{1}{8\phi_2 k u^2} \left[\sqrt{((1 + 2f/f_1)^2 + 16k\phi_2 u^2)} \right] \dots (36)$$

Considering the frequently-occurring common term $8\phi_2 k u^2$, and writing each of the variables in the form of its dimensions:

ϕ_2 (pressure head due to water-hammer waves) = L

$$u^2 = (fg/a)^2 = \left[\frac{L}{T^2} \cdot \frac{L^2}{L} \cdot T \right]^2 = \left[\frac{L^2}{T} \right]^2 = \frac{L^4}{T^4}$$

$$k = (1/2g) \left[\frac{1}{C_1^2} - \frac{1}{f_1} \right]^2 = \frac{T^2}{L} \cdot \frac{1}{L^2} = \frac{T^2}{L^3}$$

Therefore:

$$\phi_2 k u^2 = L \cdot \frac{T^2}{L^3} \cdot \frac{L^4}{T^4} = 1$$

which proves that the term $8\phi_2 k u^2$ is a dimensionless one.

This also proves that Eq. (36) is dimensionally correct, as the left-hand side of the equation (transmission factor) is also dimensionless.

Now, defining a dimensionless number N, as:

$$N = 8\phi_2 k u^2$$

Eq. (36) can be written as:

$$S = 1 + (1/N) + (2f/f_1 N) - (1/N) \left[\sqrt{((1 + 2f/f_1)^2 + 2N)} \right]$$

$$S = 1 + (1/N) + [2(f/f_1)N] - (1/N) \left[\sqrt{((1 + 2(f/f_1))^2 + 2N)} \right] \dots (37)$$

where $f_1/f = A$ is the ratio of the cross-sectional area of the surge tank to the cross-sectional area of the penstock or tunnel.

The last equation (37) is a relatively simple one, which gives a relation between the transmission factor and the orifice opening for various surge-tank diameters. The value of A can be substituted independently.

The dimensionless number N contains two main variables, namely ϕ_2 and k, which affect the transmission of water-hammer waves at an orifice surge tank, thereby deciding the efficiency and correct functioning of the surge tank as far as damping of water-hammer waves is concerned.

Eq. (37) is solved by computer, using values of A from 1 to 200 and values of N ranging from 10^{-5} to 10^4 . For some values of A (1, 2, 3, 4, 6, 8, 10, 16, 40 and 100) the corresponding values of S are plotted against the values of N on semi-loggraph paper.

For each value of A there is an S-shaped curve. The abscissa (Fig. 4) represents the value of N in log-scale and the ordinate represents the value of S in simple scale.

Eq. (37) can also be written as:

$$S = 1 + (1/N) + (2/AN) - (1/N) \left[\sqrt{((1 + 2/A)^2 + 2N)} \right] \dots (37)$$

(To be continued)

The surge tank—a device for controlling water hammer

PART TWO

By Professor E. Mosonyi* and H. B. S. Seth**

In this second part of their article the authors describe the experimental set-up and procedure adopted to establish families of curves and a general equation which can be used to facilitate optimum design of an orifice surge tank

THE experimental layout represented, on a small scale, a typical high-head hydroelectric installation consisting of penstock, low-pressure tunnel and surge tank.

For simplicity the penstock and tunnel were represented by the same size of pipe (100mm diameter). The total length of the pipe was 86.30m, of which 66.4m represented the low-pressure tunnel portion behind the surge tank on the upstream side. The penstock portion was 19.90m long and was on the downstream side of the surge tank.

At the end of the penstock a quick-closing valve was installed, which could be closed with a spring system in about 20ms.

The diameter of the surge tank was chosen as 400mm so that the cross-sectional area of the surge tank is exactly

16 times the cross-sectional area of the penstock or tunnel (100mm diameter).

This ratio of penstock to surge-tank area commonly exists in practice and also satisfies the minimum Thoma conditions⁷ of stability.

The surge-tank shaft was joined to the penstock and tunnel, forming a simple surge tank. In order to convert it to a restricted-orifice surge tank with various orifice-to-penstock ratios, a special pipe piece of an inverted T-shape was designed and this was inserted in the surge shaft to connect the penstock and tunnel directly. It also opened upwards through an orifice and different sizes of orifice plates could be screwed on to this special piece. The complete layout is shown in Fig. 5.

The connection between the surge tank and the penstock or tunnel is, in this way, through the orifice plate. The orifice diameters chosen were 10, 20, 30, 40, 50, 60, 70, 80, 90 and 100mm, the wide range being chosen in order to examine the effect over the whole range from smallest to largest orifice.

Water was circulated through the system from a constant-level tank at the Theodor-Rehbock Laboratory for River

* Director, Theodor Rehbock River Improvement Laboratory, Research Institute of Hydraulic Structures and Agricultural Engineering, University of Karlsruhe, West Germany.

** Professorial Fellow, Alexander v. Humboldt Foundation, Theodor Rehbock River Improvement Laboratory, Institute of Hydraulic Structures and Agricultural Engineering, University of Karlsruhe, West Germany. On leave from the Government of Uttar Pradesh Irrigation Department, Uttar Pradesh, India.

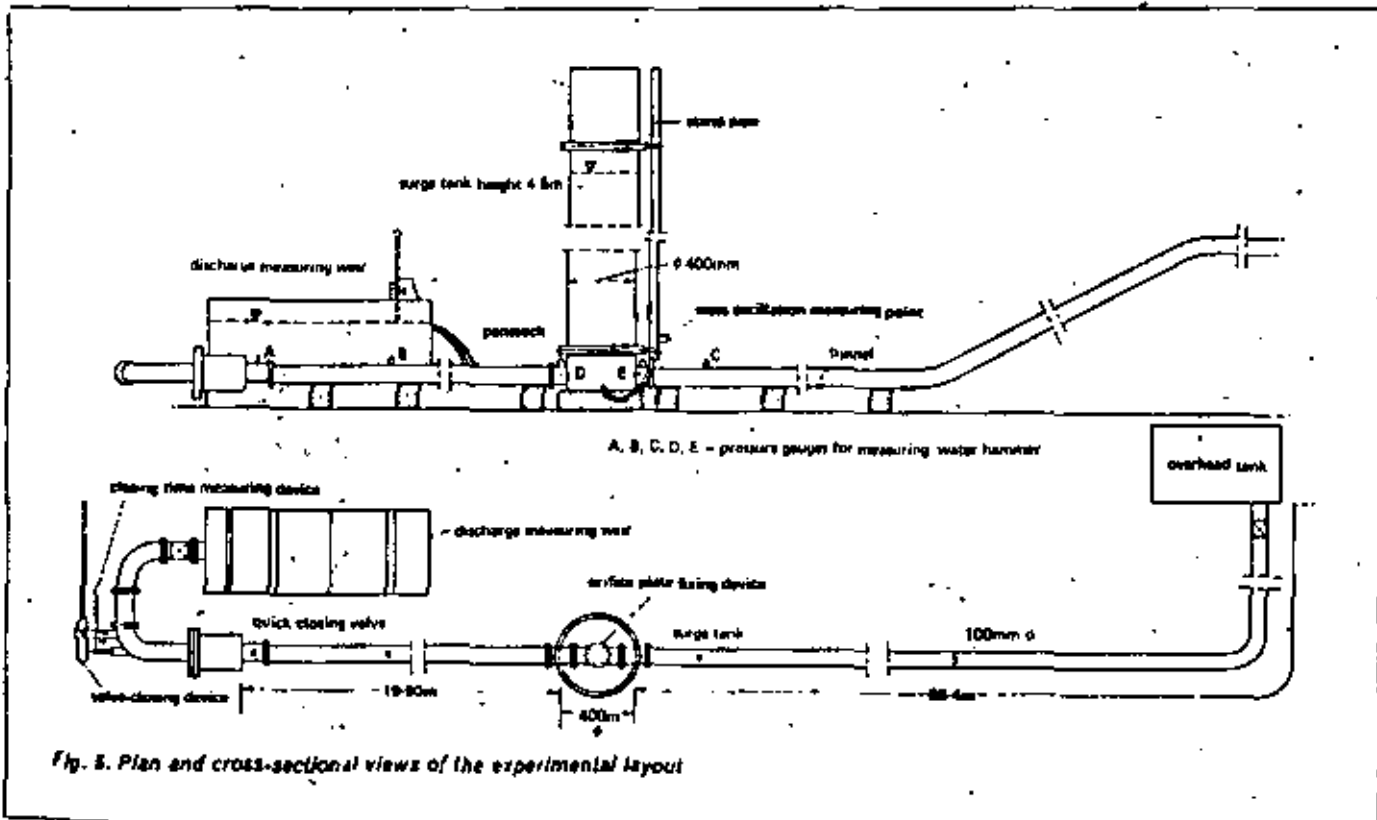


Fig. 5. Plan and cross-sectional views of the experimental layout

Improvement Research in West Germany and a maximum flow velocity of about 1.70m in the penstock was achieved. The discharge was measured over a sharp-crested pre-calibrated Rehbock weir, the height of the water level in the surge tank being kept at 4.5m. General views of parts of the experimental set-up are shown in Figs. 6 and 7.

Rapid-closing valve. In order to study the effect of the orifice surge tank on the transmission of water-hammer waves, it was necessary to generate only direct waves, without the interference of the reflected waves. In other words, the valve was to be closed rapidly within a period of less than $2L/a$, so that no effect from the reflected wave from the surge tank reaches the valve before it is fully closed.

As the length of the pipe (penstock) from the surge tank to the regulation valve is only about 19m, it was necessary to close the valve very rapidly.

Fabrication of the rapid-closing valve was conducted entirely in the workshop of Theodor-Rehbock River Improvement Laboratory.

The valve is shown in Fig. 6. It consists of a 90° pipe, one arm of which has an enlarged diameter. This arm is connected to the penstock and forms the entry section to the valve.

A loosely-fitting disc is positioned in this enlarged section, and this disc is attached at its centre to a spindle which comes out of the bend at the corner through a spindle guide and a water-seal bearing. The spindle is horizontally loaded with a spring and a key.

The inside surface of the disc and the inside flange surface (junction plate between the enlarged section and the pipe) of the bend are finished smoothly, so that when the disc rests on the flange, it is completely water-tight and thus closes the valve.

In the open position the spring is loaded and the water flows between the gap between disc and flange.

With the help of the key provided at the end of spindle, the spring can be released with a jerk, which suddenly brings the valve from the fully-open position to the fully-closed position. The total travel of the spindle can be adjusted and thus the time of closure can be varied, according to choice.

During the closure of the valve, the flow conditions are not disturbed, because the closing disc moves in the direction of flow, and does not create any type of unusual turbulence.

Apart from the spring, the water pressure also helps the disc in closing the valve. The valve could be reopened manually with the help of a lever arrangement, when the spring is again loaded.

The closure time of the valve was measured electronically using a strain gauge attached to a thin metal piece made of spring steel, which connected the spindle and a fixed point on the pipe. This strain gauge was connected to an ultraviolet light ray recording-type oscillograph through a carrier-frequency amplifier.

The recording film-advance speed in the oscillograph could be varied from 2.5 to 4000mm/s. Any change in the strain in the metal piece resulting from the movement of the spindle could shift the zero-line on the oscillograph-film to a different position.

When the valve was closed from the fully-open position, the variation in the strain was a maximum, causing the shift in the zero line of the oscillograph film advancing with a known speed. Thus, time lapse was equal to the time of closure of the valve.

Apart from the closing time, the closing characteristic

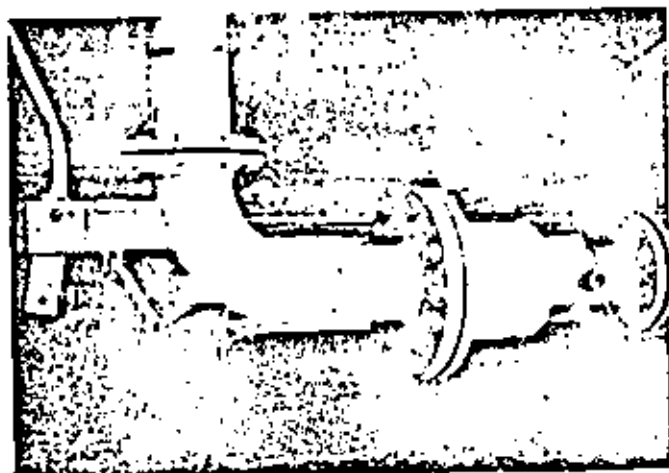


Fig. 6. A view of part of the test stand showing the closing-time measuring device

(ie. linear or otherwise) of the valve could also be clearly seen from the film record. A minimum closing time of about 20ms was achieved.

It was also observed from the film record that the closing characteristic is approximately linear throughout the closing operation.

Because of the very rapid pressure changes, the water-hammer pressures were measured and recorded with the help of electronic equipment. The measurements were made using an inductive type of pressure gauge manufactured by Hottinger Baldwin Messtechnik GmbH, West Germany.

The pressure gauges used were of 20 and 50kg/cm² (P1/20 and P1/50 type) capacity, for which the natural frequencies were 6000Hz and 9000Hz, respectively. The gauges were sufficiently linear and the error in linearity was less than 1%.

The amplifier used with the pressure gauge was also manufactured by the same firm and could be adjusted for different ranges of calibration.

The signals from the amplifier are fed into the ultraviolet light ray oscillograph which records the pressure on a paper film. Although the oscillograph is of the multi-channel type, pressure was recorded at only one measuring point at a time. The film is of the self-developing type which develops automatically when exposed to white light.

The main measuring points were as follows:

(i) Immediately behind the rapid-closing valve (Fig. 6).

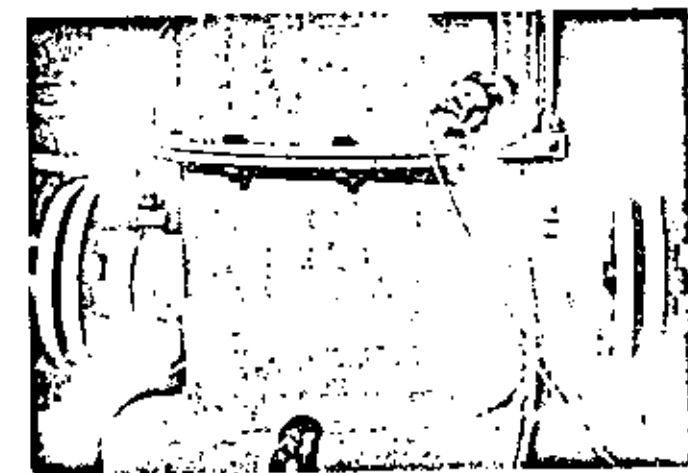


Fig. 7. A view of the model surge tank showing the mass-oscillation measuring point

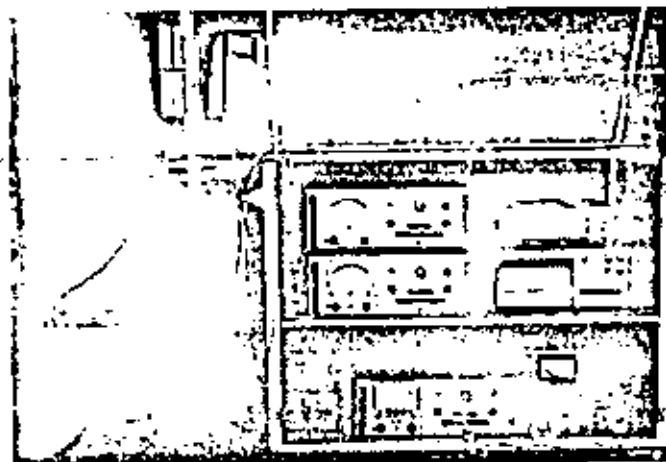


Fig. 6. The bank of measuring instruments used in the tests

- (ii) In front of the surge tank (Fig. 7).
- (iii) Behind the surge tank (Fig. 7).
- (iv) In addition there was a number of measuring points on the penstock between the surge tank and the rapid-closing valve.

The measuring instruments are shown in Fig. 8.

Apart from the water-hammer pressure, the mass oscillations in the surge tank were also recorded for each transient condition. For this purpose an inductive-type pressure gauge, similar to the one used for recording water-hammer waves, was used, its range being 0.0-5 kg/cm².

It was attached (Fig. 7) to the bottom of the 50mm-diameter plexiglass standpipe and also to the surge tank

for observing water level. (The water-level fluctuations in the stand pipe corresponded to the fluctuations in the surge-tank.)

The gauge was connected to a linear x-y plotter through a carrier-frequency amplifier. Thus, all the mass oscillations in the surge tank were also plotted for both closing and opening phases.

Experimental procedure. The calibration curves for the pressure gauges used were supplied by the manufacturer and consequently it was not necessary to calibrate the gauges.

The discharge, and consequently the velocity through the system, was kept constant throughout all the experiments. For each orifice opening three observations were taken and the average of the three values was determined.

One gauge was fixed at the mid-point between the surge tank and the gate valve, and the pressure wave, arriving at the surge tank from the gate valve, was measured at this point. The transmitted pressure wave was measured behind the surge tank.

These two measurements were vital for determining the transmission factor for that particular orifice.

Presentation and discussion of results

Throughout the experiments for all ten orifice ratios the discharge was kept more or less constant. Table I shows the observed transmitted and incoming pressures, as well as the transmission factor and corresponding discharge and velocity for each orifice.

The ratio of the cross-sectional area of the orifice to the cross-sectional area of the penstock is also given, as a percentage, in Table I.

Table II shows the comparison between the experi-

Table I—Observed transmitted pressures and transmission factors

Orifice dia. (mm)	Orifice ratio f_1/f_2 (%)	Q (l/s)	v (m/s)	Observed pressure		Transmission factor
				Incoming (m)	Transmitted (m)	
10	1	13.734	1.750	242.3	198.0	0.816
20	4	13.390	1.745	242.3	149.0	0.613
30	9	13.905	1.770	242.3	93.0	0.383
40	16	13.390	1.745	238.0	62.8	0.264
50	25	13.734	1.750	249.0	46.4	0.186
60	36	13.734	1.750	239.0	35.6	0.149
70	49	13.734	1.750	239.0	29.0	0.121
80	64	13.734	1.750	239.0	28.5	0.118
90	81	13.734	1.750	239.5	26.8	0.112
100	100	13.734	1.750	239.0	26.3	0.110

Table II—Comparison of experimental and theoretical values of transmission factor S for different values of orifice factor N

Orifice dia. (mm)	N = $8qkg/a$	Transmission coefficient		Value of k $\left[k = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{\sqrt{e}} - \frac{1}{f_1} \right)^2 \right]$
		Theoretical	Experimental	
10	113.50	0.876	0.816	17.900.000
20	7.06	0.604	0.613	1.113.000
30	1.40	0.364	0.383	220.000
40	0.4380	0.230	0.264	69.000
50	0.1775	0.190	0.186	28.000
60	0.0850	0.150	0.149	13.360
70	0.0453	0.120	0.121	7.130
80	0.0262	0.100	0.118	4.120
90	0.0161	0.100	0.112	2.540
100	0.0104	0.100	0.110	1.635

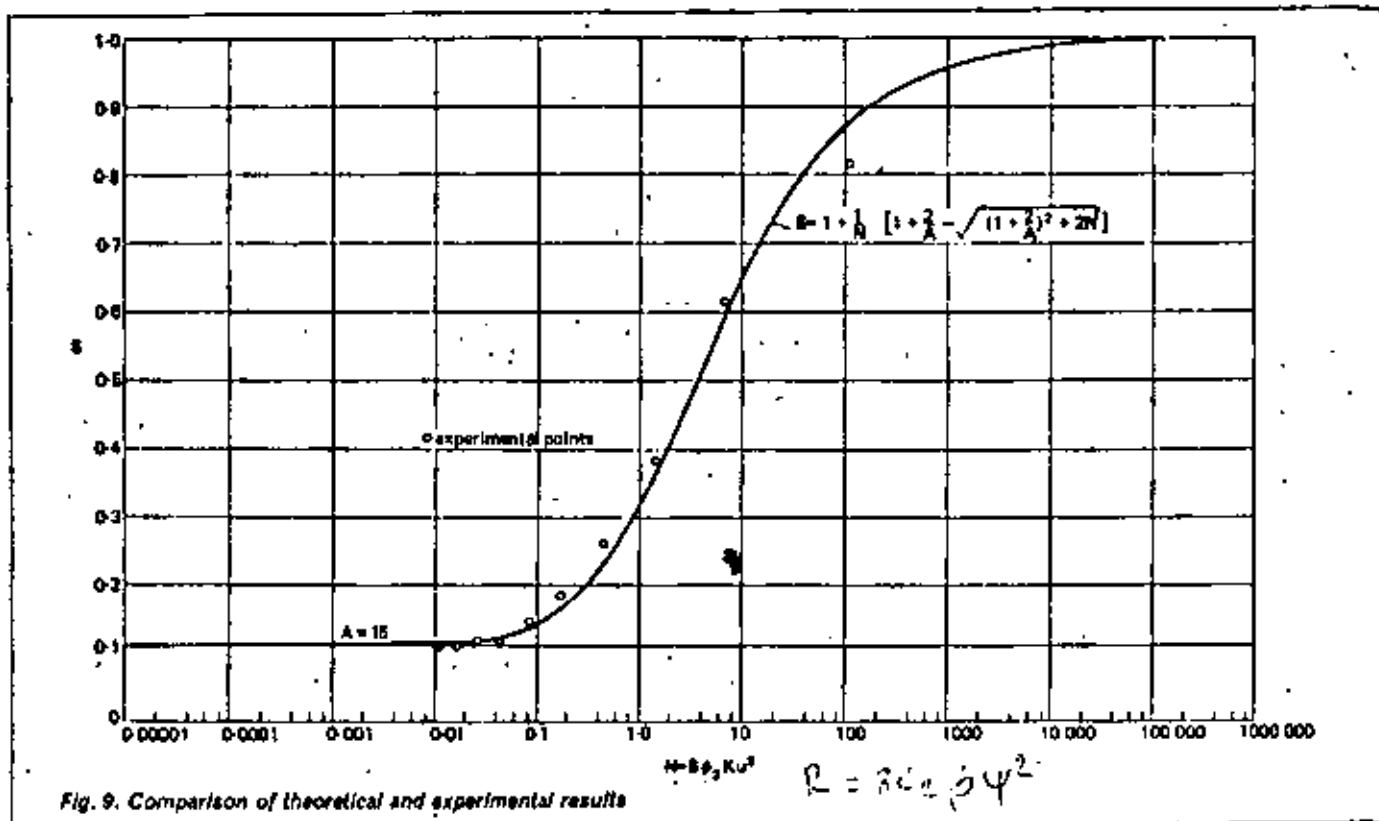


Fig. 9. Comparison of theoretical and experimental results

mental and theoretical values of the transmission factor S for different values of dimensionless orifice factor N . The corresponding value of k is also shown in this table.

As mentioned earlier, Eq. (34) was solved by computer, for values of A from 1 to 200 and values of N from 10^{-5} to 10^6 , and the results are plotted in Fig. 4 for some specific values of A (1, 2, 3, 4, 6, 8, 10, 16, 40 and 100). For experimental investigations the value of A , i.e. the ratio of surge tank cross-sectional area to penstock cross-sectional area, has been taken as 16. The S - N plot for $A = 16$ is shown in Fig. 9.

The experimental points are also plotted on Fig. 9, from which it is seen that there is good agreement between the theoretical and the experimental results. From careful perusal of both Fig. 4 and Fig. 9, the following discussion can be put forward.

(i) From Fig. 4, for values of N between 0.1 and 100, the increase in the corresponding values of S is very rapid and the curve is very steep in this region, for all values of A .

(ii) For all values of N less than 0.001, the corresponding values of S are constant for a particular value of A . The same is also approximately true for values of N greater than 100,000. For values of N in excess of 100,000 the corresponding values of S are constant and equal for all values of A , i.e. in this region the area of the surge tank has no influence whatsoever on the transmitted pressure.

(iii) For all values of A greater than 100, the surge tank can be treated as very large and the transmission factor for a particular value of N is practically unaffected. It is evident that if the area of the surge tank is increased to

infinity, the transmission factor will tend to zero for all values of N smaller than 0.1. On the other hand, if the orifice area is very small (or in other words the value of N is very large), no matter how large the surge tank area is the transmission factor will tend to be unity. This establishes the fact that for the smaller value of orifice opening (corresponding to the larger value of N), the area of the surge tank has very little effect on the transmission of water-hammer waves.

For smaller values of N (corresponding to larger values of orifice opening) i.e. for values of N less than 0.01, the dominant deciding factor with regard to transmission factor is the area of the surge tank and not the area of the orifice opening, as is evident from Fig. 4.

(iv) From Fig. 4 it is seen that for a value of $A = 1$, i.e. when the area of the surge tank is equal to the area of the penstock and at the same time the value of N is smaller than 0.1 (i.e. the area of the orifice is comparatively larger), the value of the transmission factor is 0.667. This value is the same as that arrived at for a T-junction of three pipes of equal diameter where, theoretically, the transmission factor is always $2/3$, provided the physical properties of all three pipes remain the same.

(v) From Fig. 9 it will be seen that all the experimental points lie between values of N of 0.01 and 100. The smallest orifice opening was 10mm and the value of N corresponding to this opening is 113.5, as is evident from Table II. The largest orifice opening was 100mm and the value of N corresponding to this opening is 0.0104. All other values lie between these two values of N . There is a good agreement between theoretical values and experimental results, as is evident from the plot of Fig. 9.

Calculating the transmission factor

The following data for a hydroelectric powerplant having an orifice surge tank are assumed and shall be analysed for determining the transmission factor, using the method developed in this article.

Area of surge tank (f_1) = 95m² (dia. = 11.0m)

Area of penstock (f_2) = 12.5m² (dia. = 4.0m)

Area of tunnel (f_3) = 17.74m² (dia. = 4.75m)

Area of orifice (f_4) = 5.0m²

Length of penstock (L) = 450m

Ratio of surge tank to penstock area = (f_1/f_2) = $A = 7.6 \approx 8.0$

In this case the surge tank area can be treated approximately as equal to eight times the area of the penstock.

Maximum discharge through the penstock = 64.5m³/s.

Time of complete guidevane closure (T_0) = 5.0s.

Assuming the velocity of the water-hammer waves in the penstock, etc, $a = 1000$ m/s:

$$\mu = 2L/a = (2 \times 450)/1000 = 0.9s$$

As time of complete guidevane closure is 5.0s, i.e. more than μ , the maximum pressure shall be calculated with the help of Allievi's chart. H_0 is given as 172.53m for steady-state conditions just before the guidevane closure.

Using the dimensionless parameter of the pipe characteristics:

$$\phi = aV_0/2gH_0, \theta = \frac{aT_0}{2L} = \frac{T_0}{\mu}$$

$$V_0 = 64.5/12 = 5.375 \text{ m/s}$$

$$\theta = 5/0.9 = 5.55$$

$$\phi = (1000 \times 5.375)/(2 \times 9.81 \times 172.53) = 1.52$$

From Allievi's graphs, for $\phi = 1.52$ and $\theta = 5.55$:

$$Z^2 = 1.32$$

Therefore static plus water-hammer pressure head = 172.53 \times 1.32 = 228m head, and water-hammer pressure head only = (228 - 172.53) = 56m.

$$\phi = 56m$$

The value of k is now calculated as follows:

$$k = (1/2g) \left(\frac{1}{f_0} - \frac{1}{f_1} \right)^2$$

Assuming a value of c of 0.7:

$$k = (1/2 \times 9.81) \left(\frac{1}{0.7 \times 5} - \frac{1}{95} \right)^2 = 0.00389$$

Now $N = 8\phi ku^2$. Therefore:

$$N = (8 \times 56 \times 0.00389)(9.81 \times 12.5/1000)^2 = 0.026$$

The value of S corresponding to the value of $N = 0.026$ and $A = 8$ is read from Fig. 4, giving a value of $S = 0.20$ i.e. the transmission of the water-hammer waves is about 20% with the given throttling ratio etc.

The transmission factor can easily be determined similarly for other orifice ratios and the optimum design can be reached.

Conclusions

This study may be useful to determine the smallest permissible size of orifice in order to attain an economic solution for the pressure-tunnel/surge-tank system. On the basis of this study, the transmission factor can be easily calculated for various throttling ratios and for different surge-tank diameters.

Thus, with the help of the easy-to-use family of curves, the design of an orifice surge tank can be optimized—a general equation has been developed.

With the help of this equation, the transmission factor for various throttling ratios and for different surge tank diameters can be established.

Researchers at the Theodor-Rehbock Laboratory for River Improvement and the authors of this paper intend to continue this work and to carry out further experiments, as well as theoretical study in this area. Some of these experiments are already under way.

Acknowledgment

This study was performed during a period of Professorial Fellowship, awarded by the Alexander von Humboldt Foundation of the Federal Republic of Germany, to Dr H. B. S. Seth. The authors acknowledge with thanks the financial support given by the Foundation to complete the study and also wish to extend their thanks to the staff of the laboratory and particularly to Dipl.-Ing. H. Bernhart, who assisted in conducting the experiments.

References

1. ALLIEVI, L. "The theory of water hammer" (translated by E. e. Halmos), *ASME Proceedings*, 1929.
2. ARNOVIC, G. V., KARTVELISHVILI, N. A., and LYUBIMTSEV YA. K. "Water hammer and surge tanks", translated from the Russian by the Programme for Scientific Translations, Jerusalem, Israel, 1970.
3. CALAME, J. and GADEN, D. "Théorie des Chambres d'équilibre", published by Gautier-villars, Paris, France, 1926.
4. ESCANDE, L. "Influence de la Liaison entre chambre d'équilibre et Canal d'amenée d'une usine hydro-électrique sur le régime des surpressions lors de l'étranglement", *La Houille Blanche*, No. 4, 1949, pp457-478.
5. FRANK, J. and SCHULLER, J. "Schwingungen in den Zuleitungs- und Ableitungskanälen von Wasserkraftanlagen", published by Verlag von Julius Springer, Berlin, 1938, 164pp.
6. HAUNDL, K. "Některé hydraulické zvláštnosti Vyrovnávacích komor se skrezeními (Einige hydraulische Besonderheiten der Wasserschlösser mit Drosselung)", from *Vodni Hospodárství*, Vol 4, Special issue No. 25, 1956, pp1-7.
7. JAEGER, C. "Present trends in Surge Tank Design", *Proceedings, Institution of Mechanical Engineers*, Vol 168, No. 2, 1954, pp91-124.
8. JAEGER, C. "Water hammer effects in power conduits: Accident due to water hammer", *Civil Engineering*, Vol 43, 1948, p74, p138 and p244.
9. JAEGER, C. "Théorie générale du coup de bélier", published by Dunod, Paris, France, 1933.
10. JAEGER, C. "Technische Hydraulik", published by Verlag Birkhäuser, Basle, Switzerland, 1949, pp258-260.
11. JOUKOWSKI, N. E. "Über den hydraulischen Stoss in den Wasserleitungsrohren", published by Voss, Petersburg and Leipzig, 1900.
12. LI, YU TIK. "Orifice head loss in the T-Section of a throttled surge tank", *Water Power*, September, 1972, pp326-334.
13. MOZSONYI, E. "Water Power Development", Volume II, published by the Publishing House of the Hungarian Academy of Sciences, Budapest, 1963, pp112-113.
14. PARAMAKIAN, J. "Waterhammer Analysis", published by Dover Publication Inc, New York, USA, 1963, pp25-29.
15. ROUSE, HUNTER. "Engineering Hydraulics", published by John Wiley and Sons Inc, New York, USA, 1965, pp190-192.
16. SEITZ, H. S. "Druckstossdämpfung am Drosselwasserschloss", Scientific publication from the Technical University, Dresden, East Germany, Vol 15, No. 3, 1966, pp533-537.
17. ZIEMKIEWICZ, O. C. and HAWKINS, P. "Transmission of water-hammer pressures through surge tanks", *Proceedings, Institution of Mechanical Engineers*, Vol 168, No. 23, 1954, pp629-642.

Journal of the
HYDRAULICS DIVISION

Proceedings of the American Society of Civil Engineers

STABILITY OF OSCILLATIONS IN SIMPLE SURGE TANK

By Eugen Fausz,¹ M. ASCE

INTRODUCTION

In the surge tank stability analysis of Thomas, the dynamic, continuity and governing equations yield a nonlinear differential equation of the second order.

For the case of small oscillations, this differential equation can be linearized by neglecting the higher order nonlinear terms. The Thomas formula for tank area

$$F_{Th} = \frac{L f V_0^2}{2g c H_{so}} \quad (1)$$

represents one of the two roots of the characteristic equation for the case of perpetual oscillations with constant amplitude. In Eq. 1, L = length of tunnel; f = cross-sectional area of tunnel; V_0 = steady state velocity in tunnel; g = acceleration of gravity; $c = k_0/V_0^2$ = friction coefficient; k_0 = steady state head loss; H_{so} = steady state net head; and F_{Th} = cross-sectional area of surge tank required for Thoma condition.

The second root yields the limiting condition for drainage of the tank. To avoid drainage

$$H_G > 3k_0 \quad (2)$$

in which H_G = gross head. The preceding analysis is based on the following assumptions: (1) The turbine governor maintains a constant power output; (2) the surge tank oscillations are small; (3) the turbine efficiency is constant; (4) head losses and accelerating head in penstock are neglected; (5) head losses associated with a given velocity in the tunnel are calculated under the assumption of steady flow; (6) tunnel velocity head is neglected; (7) highly sensitive governor responds immediately; and (8) there is an isolated system. For a given installation L , f and c are constants. The net head, H_n , is a vari-

Note.—Discussion open until February 1, 1970. To extend the closing date one month, a written request must be filed with the Executive Secretary, ASCE. This paper is part of the copyrighted Journal of the Hydraulics Division, Proceedings of the American Society of Civil Engineers, Vol. 95, No. HY5, September, 1969. Manuscript was submitted for review for possible publication on September 18, 1968.

¹Assoc. Prof. of Civ. Engrg., Univ. of British Columbia, Vancouver, B.C., Canada.

able depending on the water velocity in the tunnel and the elevation of water level in the reservoir. It follows that the largest value of F_{Th} results from the largest discharge and the least net head, $H_{n, \min}$. Therefore, stability analyses are made for the worst condition, i.e., for full gate discharge at the rated head.

With Vogt's (6)² parameters

$$\beta = \frac{h_0}{H_G} \quad (3)$$

$$\text{and } \epsilon = \frac{L f V_0^2}{g F_{Th}^2} \quad (4)$$

the Thoma's criterion for limiting oscillations in nondimensional form becomes

$$\epsilon_{Th} = \frac{2(1 - \beta_{Th})}{\beta_{Th}} \quad (5)$$

Jaeger (2), Frank (1), Paynter (5), Morris (4), and others have shown that for the cases in which the amplitude of oscillation is large, the Thoma crite-

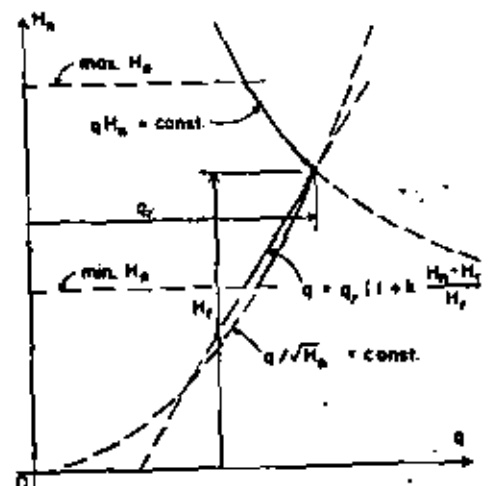


FIG. 1.—TURBINE HEAD-DISCHARGE RELATIONSHIPS

ring gives results on the unsafe side. In all these analyses, it has been assumed that there is no restriction on turbine gate opening; this implies that the turbine discharge, q , can be increased to any amount required to ensure that the product $q H_n$ is constant.

To allow for the danger of large oscillations, Jaeger, for example, proposes as an alternative to the Thoma formula for tank area

$$F' = F_{Th} \left(1 + 0.482 \frac{Z^*}{H_{so}} \right) \quad (6)$$

²Numerals in parentheses refer to corresponding items in the Appendix I.—References.

in which $Z^* = V_0 \sqrt{L/gF} =$ maximum surge (friction neglected); and $F =$ tank area resulting in large perpetual oscillations with constant amplitude.

In practice, a restriction on the turbine gate opening occurs. The limiting full gate opening restricts the gate area to a constant amount for all heads below the rated head. (Rated head is the net head at which turbine full gate capacity equals the maximum allowable generator output. Sometimes gates are blocked at a lesser opening than the full gate. This results in an increase in the rated head.)

This paper treats the stability of the simple surge tank for the case of large oscillations. In the analyses, constant power output as well as constant gate opening are considered, while the rest of the assumptions listed previously remain unchanged.

Fig. 1 shows the graph of turbine discharge, q , versus net head, H_n , for the ranges above and below the rated head, H_r , as used in the analysis. Above the rated head, the head-discharge relationship is approximated by $q H_n =$ constant. Below the rated head, two approximations are considered: (1) a parabola represented by the equation

$$\frac{q}{\sqrt{H_n}} = \text{constant} \dots \dots \dots (7)$$

(2) a straight line represented by the equation

$$q = q_r \left(1 + k \frac{H_n - H_r}{H_r} \right) \dots \dots \dots (8)$$

in which $k = 1/1.5$ (see p. 40 of Ref. 3). The actual head-discharge curve for the range below the rated head is expected to lie between these curves.

Because of these approximations and the simplifying assumptions made, the results are applicable mainly for preliminary calculations of the stability of a simple surge tank, which may serve a turbine of any type. For the final stability analyses, complete turbine characteristics, including head, discharge, efficiency, and speed and gate opening relationships are necessary.

SOLUTION OF DIFFERENTIAL EQUATIONS

Consider a system shown in Fig. 2. The two basic simultaneous differential equations that cover the mass oscillation of water in the tunnel and the tank

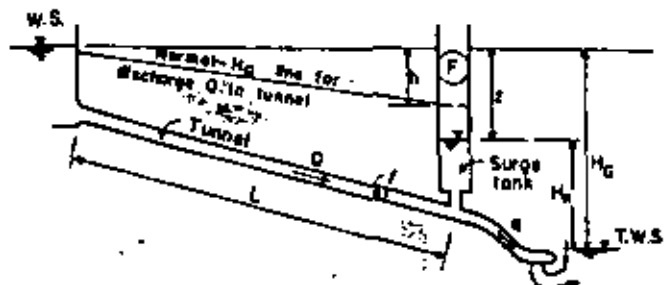


FIG. 2.—SKETCH OF INSTALLATION

are the dynamic equation

$$\frac{dQ}{dt} = \frac{g}{L} f (z - h) \dots \dots \dots (9)$$

and the continuity equation

$$\frac{dz}{dt} = \frac{q - Q}{F} \dots \dots \dots (10)$$

in which $Q =$ instantaneous tunnel discharge; $f =$ time; $z =$ water level in

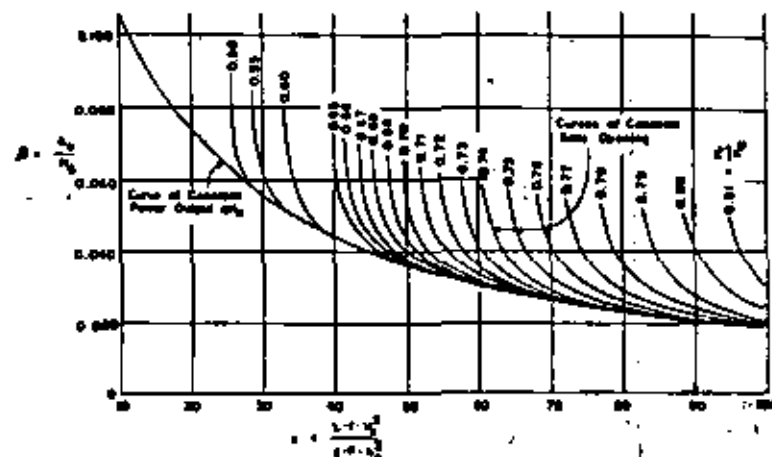


FIG. 3.—CURVES OF LIMITING OSCILLATIONS OF LARGE AMPLITUDE ($\mu = 0$), FULL GATE DISCHARGE EQUATION APPROXIMATED BY A PARABOLA

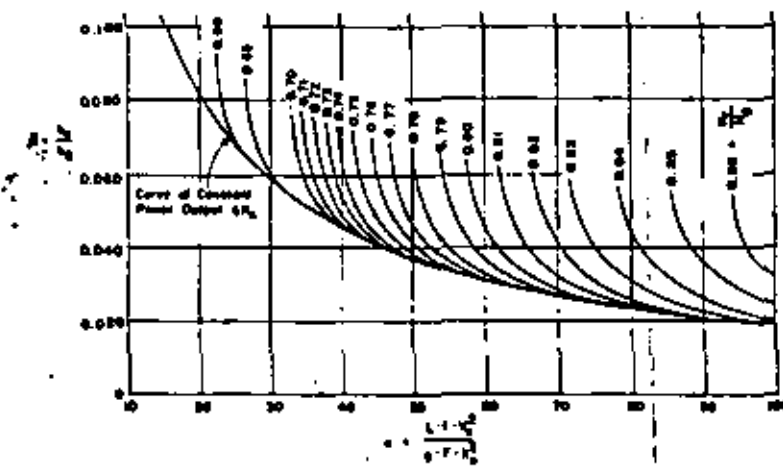


FIG. 4.—CURVES OF LIMITING OSCILLATIONS OF LARGE AMPLITUDE ($\mu = 0.25$), FULL GATE DISCHARGE EQUATION APPROXIMATED BY A PARABOLA

surge tank; k = instantaneous head loss in tunnel; q = instantaneous turbine discharge; and F = horizontal cross-sectional area of surge tank. To obtain a numerical solution, these are replaced by two simultaneous difference equa-

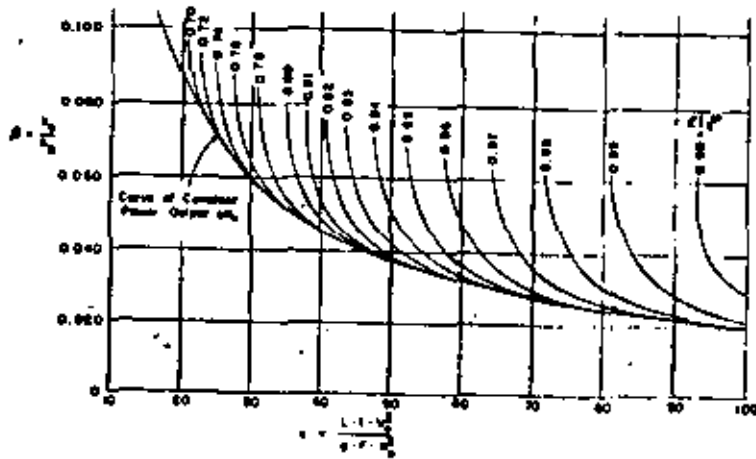


FIG. 5.—CURVES OF LIMITING OSCILLATIONS OF LARGE AMPLITUDE ($n = 0.50$). FULL GATE DISCHARGE EQUATION APPROXIMATED BY A PARABOLA

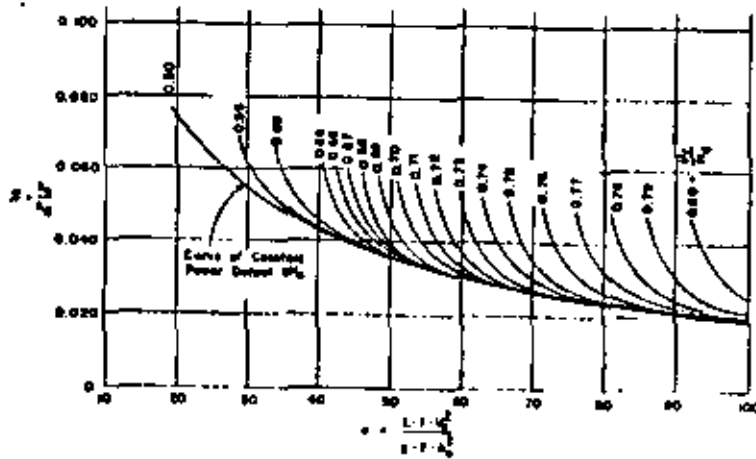


FIG. 6.—CURVES OF LIMITING OSCILLATIONS OF LARGE AMPLITUDE ($n = 0$). FULL GATE DISCHARGE EQUATION APPROXIMATED BY A STRAIGHT LINE

tions, which, with a simultaneous governor equation are

$$\Delta Q = \frac{K}{L} f (z_s - k_s) \Delta t \dots \dots \dots (11)$$

$$\Delta z = \frac{q_s - Q_s}{F} \Delta t \dots \dots \dots (12)$$

$$q_s H_{ns} = q_0 H_{n0} = \text{constant} \dots \dots \dots (13)$$

$$\text{or } \frac{q_s}{\sqrt{H_{ns}}} = \text{constant} \dots \dots \dots (14)$$

$$\text{or } q_s = q_r \left(1 + k \frac{H_{ns} - H_r}{H_r} \right) \dots \dots \dots (14a)$$

The governor equation (Eq. 13) is applicable for net heads greater than the rated head; Eq. 14 or 14a is applicable for net heads smaller than the rated head. For a given time interval

$$z_s = z_i + \Delta z \dots \dots \dots (15)$$

$$Q_s = Q_i + \Delta Q \dots \dots \dots (16)$$

$$z_s = z_i + \frac{\Delta z}{2} \dots \dots \dots (17)$$

$$Q_s = Q_i + \frac{\Delta Q}{2} \dots \dots \dots (18)$$

$$k_s = k_0 \left(\frac{Q_s}{Q_0} \right)^2 \dots \dots \dots (19)$$

$$\text{and } H_{ns} = H_G - z_s \dots \dots \dots (20)$$

Eqs. 17, 18, and 19 are approximate. In Eqs. 11 to 20, the subscripts i, a, e , refer to initial, average, and end values of: (1) Surge, z (considered positive downward); (2) tunnel friction, k ; (3) tunnel discharge, Q ; (4) turbine discharge, q ; and (5) net head, H_n , for a given time interval of length Δt . The subscript 0 refers to the steady state condition.

A computer program is written to solve Eqs. 11 to 20 numerically for limiting oscillations for a wide range of variables (ϵ, β , and H_r/H_G). Eq. 13 is used throughout this program to determine the turbine discharge resulting from partial gate openings. Eq. 14 or 14a is used to determine the turbine discharge resulting from full gate opening.

Three cases of sudden load demand $q H_n$ are considered. These correspond to a discharge increase from: (1) 0 to Q_0 ; (2) 0.25 Q_0 to Q_0 ; and (3) 0.50 Q_0 to Q_0 . A time interval approximately equal to 1/200 of the full cycle length of the oscillation is used in these calculations.

To start the calculations for Δz and ΔQ for a given time interval, Δt , estimates are required for Q_s and q_s . A preliminary estimate of the average tunnel discharge, Q_a , is obtained by assuming the tunnel discharge at the beginning of the time interval increased by one half of the discharge increment, ΔQ , already found for the previous interval. The initial steady state tunnel discharge serves as a starting value for the first interval. The average turbine discharge is estimated in a similar manner.

In subsequent computations, Δz and ΔQ are calculated from Eqs. 12, 17, 18, and 11. Q_s and q_s are then obtained from Eqs. 18, 17, 20 and 13, or 14 or 14a. The process is repeated using these newly determined values in the equations for Δz and ΔQ . This iteration technique is carried out until $|\Delta z_{\text{previous}} - \Delta z_{\text{new}}| < 0.00002 H_G$, whereafter end values z_e and Q_e for the time interval considered, are found from Eqs. 15 and 16.

The individual points for curves plotted in Figs. 3, 4, 5 and 6 are derived in

the following manner. For a given value of ϵ and H_r/H_G , a value of β is chosen. Surge calculation is then carried out and β adjusted by trial and error until the oscillations of constant amplitude are obtained. Here β_{Th} serves as the starting value.

In the first series of calculations for each of the three cases, H_r is initially disregarded and $qH_n = \text{constant}$ is imposed as the only governor equation. The points so determined yield enveloping curves in Figs. 3, 4, 5, and 6. In the same series of calculations, the maximum downsurge for a given value of ϵ is recorded and subtracted from the gross head to obtain the lowest net head. Any rated head below this value involves only partial gate openings and constant, qH_n , output. For any rated head above this value, the gate will be fully open and a constant power output, qH_n , cannot be maintained throughout the oscillations. This lowest net head is designated as the critical rated head H_{rcr} .

In the subsequent series of calculations, H_r was assigned values from H_{rcr} to $0.9 H_G$, while ϵ varied from 10 to 100.

EVALUATION OF RESULTS

The results obtained from computer analyses are shown as curves of limiting oscillations in Figs. 3, 4, 5, and 6. In these figures, the nondimensional

TABLE 1.—VALUES OF β FOR VARIOUS ϵ

ϵ						
10	20	30	40	50	70	100
(a) β_{limit}						
0.146	0.0741	0.0601	0.0442	0.0382	0.0266	0.0181
(b) β_{Frank}						
0.1045	0.0735	0.0566	0.0440	0.0388	0.0270	0.0196

limiting values of β are plotted against nondimensional values of ϵ for various relative rated heads H_r/H_G for cases of $n = Q_1/Q_0 = 0$, $n = 0.25$, and $n = 0.5$. For Figs. 3, 4, and 5, the relationship between head and full gate discharge is approximated by the parabola $q/\sqrt{H_n} = \text{constant}$, and for Fig. 6 by the straight line $q = q_r [1 + k(H_n - H_r)/H_r]$.

The enveloping curves in these figures are derived from analyses with constant qH_n output as the only governor equation. The enveloping curve for $n = 0$ in Fig. 3 closely agrees with that derived by graphical integration by Frank (see Table 1). The enveloping curve for $n = 0.5$ in Fig. 5 agrees closely with the results obtained by Frank (1).

In general, Figs. 3, 4, 5, and 6 show that the relative rated head, H_r/H_G , has a substantial influence on the stability of a surge tank. At high values of H_r/H_G , surges are damped independently of β and ϵ . Fig. 7 shows the enveloping curves for limiting oscillations for cases of $n = 0$, $n = 0.25$, $n = 0.50$ and $n = 1.0$. The latter value of n was assumed by Thoma in deriving Eq. 1.

A comparison between Figs. 3 and 6 shows that the difference in imposed head-discharge relationships, for values of the head less than the rated head

has a relatively minor influence on the stability of the tank. Limiting curves in Fig. 3 are based on a parabolic head-discharge relationship, analogous to the orifice law, which ignores the speed of the unit. Curves in Fig. 6, on the other hand, are based on the assumption of a straight line head-discharge

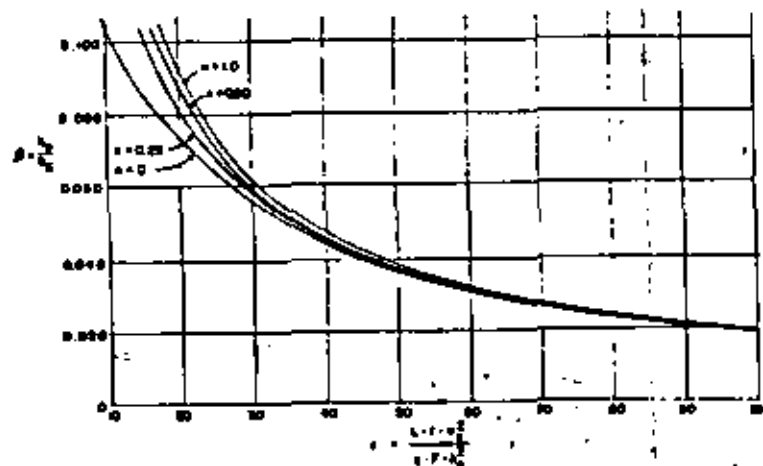


FIG. 7.—LIMITING CURVES OF CONSTANT POWER OUTPUT FOR $n = 0$, $n = 0.25$, $n = 0.50$, and $n = 1.0$

relationship, which may represent actual conditions better than the parabolic relationship, in some cases.

DAMPING OF LARGE AND SMALL OSCILLATIONS

Consider the oscillations in a surge tank caused by a small increase in power output, qH_n . Assume that the surge tank has a cross-sectional area in accordance with the Thoma criterion at a head slightly greater than the rated head [see Fig. 8(b)]. For this case, the oscillations continue with unchanged amplitude as long as the final power output remains constant.

Suppose that oscillations caused by a large increase in power output, qH_n , are imposed on the same system [see Fig. 8(c)]. Let the final power output be the same as for the previous case.

The oscillations will now occur partly in the region above and partly in the region below the rated head, H_r . During the latter part of the oscillations, heavy damping occurs because of the limitation in the gate opening. This damping largely exceeds the forcing effect of the constant power requirement in the region above the rated head and results in attenuation of the combined oscillation, as shown in Fig. 8(c).

Suppose now that large oscillations are imposed on the same system but at a higher head, H_n , to prevent any portion of the oscillations extending below the rated head [see Fig. 8(a)]. Let the final power output, qH_n , be the same as for the previous cases. The result is again a damped oscillation.

From the foregoing explanation, it follows that small oscillations rather

than large ones are critical to surge tank stability. Therefore, the enlargement of surge tank area, as indicated by Eq. 6, is unnecessary for damping of large oscillations.

To illustrate the damping or building up of the surges for the individual cases, a numerical example is given below.

Case A.

Consider large oscillations ($\omega = 0$) in a surge tank of a system with $\beta = 0.020$; and $\epsilon = 80$. Let the power output, $q H_a$, stay constant throughout the surge. The final steady state head at the turbine $H_{a0} = (1 - \beta) H_G = 0.98 H_G$. The lowest downsurge $x_{\max} = 10.65 h_0 = 0.215 H_G$. To maintain a constant power output, it is necessary that the rated head $H_r < 0.787 H_G$. A point plot-

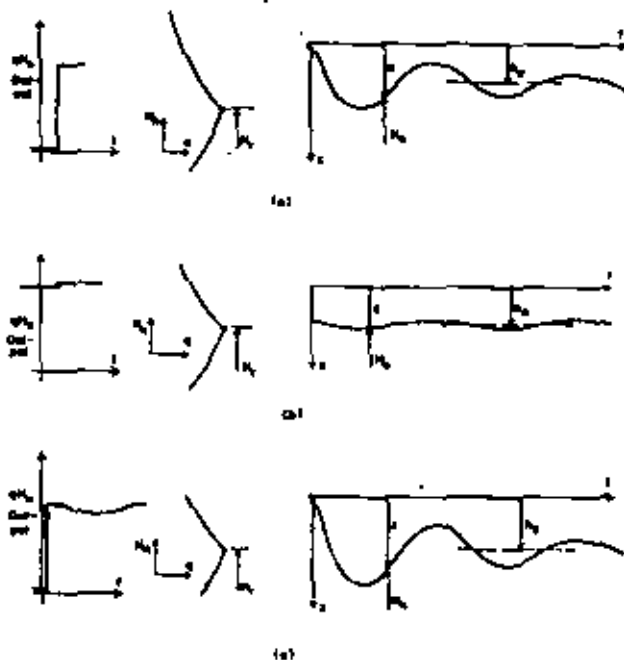


FIG. 8.—DAMPING OF LARGE AND SMALL OSCILLATIONS

ted in Fig. 3 for $\beta = 0.020$ and $\epsilon = 80$ appears in the damped region of graph. The oscillation is damped.

Case B.

Consider small oscillations occurring at a steady state head only slightly above the rated head, while a constant power output of the same magnitude as per Case A is maintained. Let $H_{a0}^* = 0.80 H_G > H_r$. Then

$$H_{a0}^* = \frac{0.80}{0.98} H_{a0} = 0.817 H_{a0} \quad (21a)$$

$$V_a^* = \frac{1}{0.817} V_a \quad (21b)$$

$$k_2^* = \frac{1}{0.817^2} k_0 = 1.50 k_0 = 0.030 H_G \quad (21c)$$

$$H_G^* = 0.80 H_G + 0.03 H_G = 0.83 H_G \quad (21d)$$

$$\beta^* = \frac{0.030}{0.83} = 0.0361 \quad (21e)$$

$$\epsilon^* = 80(0.817)^2 = 53.4 \quad (21f)$$

A point plotted in Fig. 7 for $\beta^* = 0.0361$ and $\epsilon^* = 53.4$ appears outside of the damped region of the graph. The oscillations are building up. The limiting oscillations would occur for a value of

$$\beta^* = 0.0361 \quad (22a)$$

$$\text{and } \epsilon^* = \epsilon_{Th} = \frac{2(1 - 0.0361)}{0.0361} = 52.0 < 53.4 \quad (22b)$$

Case C.

Consider large oscillations, which will occur partly in the region above and partly in the region below the rated head $H_r = 0.80 H_G$. Let $\beta^* = 0.0361$ and $\epsilon^* = 53.4$. A point plotted in Fig. 3 shows that the oscillations are rapidly damped.

CONCLUSIONS

The enveloping limiting curves resulting from the computer analyses agree very closely with those derived by Frank by graphical methods for a constant power output, $q H_a$. The restriction on the turbine gate opening under heads less than the rated head results in rapid damping of large oscillations in the surge tank. Small oscillations rather than large ones determine the necessary tank area.

ACKNOWLEDGMENT

The writer wishes to express his sincere appreciation to J. F. Muir at the University of British Columbia for his advice and criticism of this paper. Thanks are extended to J. P. Wei, graduate student in the Department of Civil Engineering, who assisted in the calculations.

APPENDIX I.—REFERENCES

1. Frank, J., *Nichtstationäre Vorgänge in den Zuleitungs- und Ableitungskanälen von Wasserkraftwerken*, Springer, Berlin, 1957.
2. Jaeger, C., *Engineering Fluid Mechanics*, Blackie & Son Ltd., London, 1957.
3. Krueger, R. E., "Selecting Hydraulic Reaction Turbines," *Engineering Monographs No. 20*, United States Department of the Interior Bureau of Reclamation, Denver, 1959.
4. Marria, A. W., "Large Water-Level Displacements in Simple Surge Tanks," *American Society of Mechanical Engineers, Paper No. 58-A-79*, 1958/59.

5. Payater, H. M., "Surge and Water-Hammer Problems. Electrical Analogies and Electronic Computer Symposium," *Transactions, ASCE*, Vol. 113, 1951.
 6. Vogt, F., *Berechnung und Konstruktion des Wasserschlosses*, Stuttgart, 1923.

 APPENDIX II.—NOTATION

The following symbols are used in this paper:

- c = friction coefficient, $c = k_0/V_0^2$;
 F = cross-sectional area of surge tank;
 f = cross-sectional area of tunnel;
 g = acceleration of gravity;
 H_G = gross head;
 H_n = net head;
 H_r = rated head;
 h = head loss;
 k = numerical constant;
 L = length of tunnel;
 n = dimensionless ratio, $n = Q/Q_0$;
 Q = tunnel discharge;
 q = turbine discharge;
 t = time;
 V = tunnel velocity;
 z = water level in surge tank;
 β = dimensionless ratio, $\beta = k_0/H_G$; and
 ϵ = dimensionless ratio, $\epsilon = LfV_0^2/gFh_0^2$.

Subscripts.

- a = average for time interval;
 e = at the end of time interval;
 i = at the beginning of time interval or initial steady state condition;
 o = steady state condition; and
 r = rated condition.

 STABILITY OF OSCILLATIONS IN SIMPLE SURGE TANK³

Closure

EUGEN RUUS,⁴ M. ASCE.—Rich reports satisfactory performance of several surge tanks, which were designed in agreement with the principles outlined in the paper. The writer agrees with his statement that drainage will not occur in a system with maximum gate opening limitation.

Chaudhry states that agreement was found between the results of the paper and those obtained from analyses using the phase plane method. He wonders why an iterative technique rather than the Runge-Kutta method was used in numerical calculations. The computational procedure used in the paper originates from the time of hand computations. This procedure is perhaps not as elegant as the Runge-Kutta method; it does however produce a quick convergence.

Vučetić shows that starting from a given reservoir level, a more severe condition occurs when a demand is imposed on the system at the most adverse instant following a previous rejection, rather than on the steady state. This is generally valid for any transient system and Vučetić's warning against such a possibility is appropriate.

In addition to the unsteady initial state one has also to allow for reservoir level variations. For example consider the large oscillations indicated by Vučetić in Fig. 10. He found sustained oscillations (line 4) for $\epsilon = 100$ and $\beta = 0.019$ when starting from an unsteady initial state, while the oscillations were damped (line 1) for the same ϵ and β if the system were started from standstill. If he had, however, considered a case similar to that indicated by line 1, i.e., starting suddenly from the standstill but at a lower reservoir level so that the first downsurge would approach the lowest level reached by line 4, he would have found increasing oscillations. This conclusion is substantiated by comparing large oscillations in Fig. 10 (line 4) and small oscillations reaching the same lowest elevation.

In Fig. 10 the value $Z_m = 0.147$ of the lowest downsurge represents 41% of the gross head H_G and yields the lowest net head $H_{no} = 0.59 H_G$. Consider now small oscillations at a net head $H_{no}^* = 0.60 H_G$. Then

$$H_{no}^* = \frac{0.60}{0.981} H_{no} = 0.612 H_{no} \quad \dots \quad (23a)$$

$$V_0^* = \frac{1}{0.612} V_0 = 1.634 V_0 \quad \dots \quad (23b)$$

$$k_0^* = \frac{1}{0.612^2} k_0 = 2.67 k_0 = 0.0507 H_G \quad \dots \quad (23c)$$

³ September, 1969, by Eugen Ruus (Proc. Paper 6773).

⁴ Assoc. Prof. of Civ. Engrg., Univ. of British Columbia, Vancouver, B.C., Canada.

$$H_C^2 = 0.60 H_G + 0.051 H_G = 0.651 H_G \quad (23d)$$

$$\beta^* = \frac{0.0507}{0.651} = 0.0778 \quad (23e)$$

$$\sigma^* = 100 (0.612^2) = 37.45 \quad (23f)$$

A point plotted in Fig. 7 for these β^* and σ^* values appears far in the undamped region of the graph. Therefore, for a given hydraulic power output, under the assumption of equal lowest downsurge elevation, the small oscillations are by far more unstable than Vučetić's suggested oscillations.

Vučetić's criterion for stability would be critical only for a plant which has a constant or nearly constant reservoir elevation, where a constant output must be maintained throughout the surge condition. For such a plant the rated head H_r must be substantially less than the design head and the gross head H_G . For the system represented in Fig. 10 H_r must be less than 0.60 H_G . These conditions do not apply in practice. For plants with nearly constant reservoir elevation the rated head is slightly less than the design head. For plants with highly varying reservoir elevation it is the present practice to load the plant up to full capacity while working under the rated head. Full plant capacity can then be maintained continuously only with small imposed oscillations, while for large oscillations both constant gate opening and constant output occur intermittently. Therefore small oscillations at the rated head present a more severe condition and require a larger tank area than the criterion suggested by Vučetić.

The writer concludes that his original criterion, namely small oscillations at the rated head presents the most severe condition for surge tank stability. Less severe conditions are imposed by large oscillations resulting from start-up from standstill at a head higher than the rated head. Vučetić's suggested criterion, namely large oscillations, resulting from startup from an unsteady initial state, imposes a less severe condition than either of these.

To conclude, the writer thanks all the discussers for their comments and criticism.

Errata.—The following corrections should be made to the original paper:

- Page 1577, line 4: Should read "Thoma" instead of "Thomas"
 Page 1577, line 7: Should read "Thoma" instead of "Thomas"
 Page 1585, line 7: Should read "in" instead of "is"

BASIC REQUIREMENTS FOR MANUSCRIPTS

Original papers and discussions of current papers should be submitted (in triplicate) to the Manager of Technical Publications, ASCE, 345 East 47th Street, New York, N.Y. 10017. Authors must indicate the technical division, technical committee, subcommittee, and task committee (if any) to which the paper should be referred. The final date on which a discussion should reach the Society is given as a footnote with each paper. Those who are planning to submit material will expedite the review and publication procedures by complying with the following basic requirements:

1. Titles must have a length not exceeding 50 characters and spaces.
2. The manuscript (an original ribbon copy and two duplicate copies) should be double-spaced on one side of 8½-in. by 11-in. paper. Three copies of all illustrations, tables, etc., must be included.
3. The maximum length of a paper is 10,000 word-equivalents. As an approximation, each full manuscript page of text, table, or illustration is the equivalent of 300 words.
4. Technical papers should be written in the third person.
5. The author's full name, Society membership grade, and footnote references stating present employment must appear on the first page of the paper. (Authors need not be Society members.)
6. All mathematics must be typewritten and special symbols must be properly identified. The letter symbols used should be defined where they first appear, in the illustrations or in the text, and arranged alphabetically in an Appendix.—Notation.
7. Standard definitions and symbols should be used. Reference should be made to the lists published by the USA Standards Institute and to reports from ASCE Divisions. For example, authors of papers on soil mechanics and foundations should refer to Proc. Paper 1526 (October 1958), Proc. Paper 3183 (page 185, June 1962), and, for the "Criteria for Acceptability of Papers," to Proc. Paper 4326 (page 51, May 1965) in the Journal of the Soil Mechanics and Foundations Division.
8. Illustrations should be drawn in black ink, at a size that, with a 50% reduction, would have a published width in the Journals of from 3 in. to 4½ in. The lettering must be legible at the reduced size. Photographs should be submitted as glossy prints. Explanations and descriptions must be placed in text rather than on the illustration.
9. Tables should be typed (an original ribbon copy and two duplicate copies) on one side of 8½-in. by 11-in. paper. Specific illustrations and explanation must be made in the text for each table.
10. References cited in text should be typed at the end of the paper in alphabetical order.
11. A list of key words and an informative abstract should be provided for information retrieval purposes. (Information on preparation available on request.) The Journal of the Soil Mechanics and Foundations Division, September 1967, Part 2, contains information on the preparation of abstracts.
12. A summary of approximately 40 words must accompany the paper, and a set of conclusions must end it.

Reprints from this Journal may be made on condition that the full title, name of author, name of publication, page reference, and date of publication by the Society are given. The Society is not responsible for any statement made or opinion expressed in its publications.

The ASCE CUMULATIVE INDEX 1960-1969 is available (list price \$20.00); the CUMULATIVE INDEX to ASCE PUBLICATIONS: Proceedings 1960-1969; Transactions 1935-1959; Civil Engineering 1930-1969, is also available (list price \$20.00).

Journal of the
HYDRAULICS DIVISION

Proceedings of the American Society of Civil Engineers

SURGE TANK STABILITY BY PHASE PLANE METHOD

By M. Hanif Chaudhry,¹ A. M. ASCE and Eugen Ruus,² M. ASCE

INTRODUCTION

If the flow in the penstock of a hydroelectric power plant is changed, the water level in the surge tank starts to oscillate. These oscillations are stable or unstable depending upon the parameters of the plant and the type and magnitude of the disturbance. The following four cases of changes in demand are of interest: (1) Constant flow; (2) constant gate opening; (3) constant power; and (4) constant power until the gates are opened to the maximum prescribed value, whereafter constant gate opening applies. The normalized flow demand characteristics for these cases are shown in Fig. 1.

The differential equations governing the oscillations of the water level in a surge tank are nonlinear. By solving these equations by graphical integration, Frank and Schuller (2) demonstrated that the oscillations are always stable in case (2), and stable in case (1) if tunnel friction is taken into consideration. Case (3) has been studied by a number of investigators; Thoma (1) linearized the differential equation and put forward his criterion for the stability of oscillations. Paynter (6,7,8) solved the equations on an analog computer and presented a stability diagram. Using the phase plane method, Marris (4,5) and Sideriades (10) demonstrated that Thoma's criterion does not hold for large oscillations. Ruus (9) analyzed case 4 on the digital computer and presented a stability diagram.

Herein, all the aforementioned cases are studied using the phase plane method. Some quantitative results are obtained from the analysis of the sin-

Note.—Discussion open until September 1, 1971. To extend the closing date one month, a written request must be filed with the Executive Director, ASCE. This paper is part of the copyrighted Journal of the Hydraulics Division, Proceedings of the American Society of Civil Engineers, Vol. 97, No. HY4, April, 1971. Manuscript was submitted for review for possible publication on August 17, 1970.

¹Engr., International Power and Engineering Consultants, Vancouver, B.C., Canada.

²Assoc. Prof., Dept. of Civ. Engrg., The University of British Columbia, Vancouver, B.C., Canada.

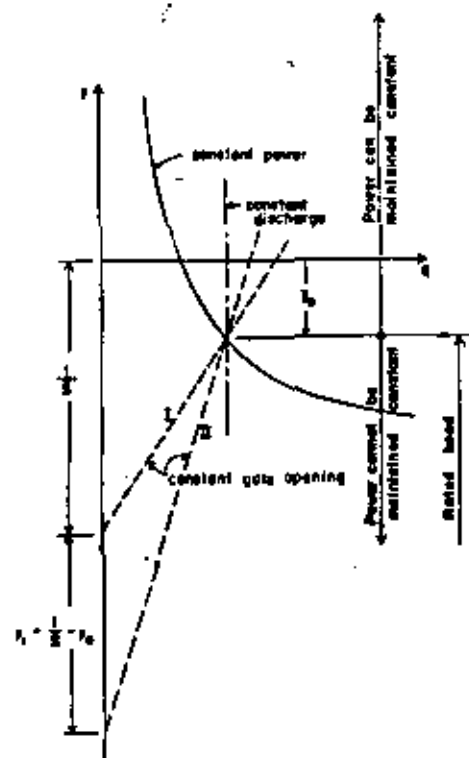


FIG. 1.—FLOW DEMAND CHARACTERISTICS

gularities. A number of phase portraits are presented to show the effect of the changes in different parameters on the qualitative behavior of the system.

NORMALIZATION OF EQUATIONS

By neglecting the inertia of the water in the tank the following equations can be written for the flow in the tunnel in the positive direction (Fig. 2):

Continuity Equation.

$$Q_c = F \frac{dz}{dt} + Q_p \dots \dots \dots (1)$$

Momentum Equation.

$$\frac{L}{f} \frac{dQ_c}{dt} = -z - c Q_c^2 \dots \dots \dots (2)$$

in which Q_c = discharge in the tunnel (positive towards the tank), in cubic feet per second; Q_p = discharge in the penstock, in cubic feet per second; F = cross-sectional area of the surge tank, in square feet; f = cross-sectional area of the tunnel, in square feet; z = instantaneous water level in the tank.

(measured positive above the reservoir water surface), in feet; c = friction factor for the tunnel; g = acceleration due to gravity, in feet per second per second; and t = time, in seconds. Penstock friction is ignored in subsequent analyses.

The preceding equations may be normalized as follows: For the case of sudden total rejection, where discharge is instantly reduced from the initial steady state value, Q_0 , to zero, and for $c = 0$, Eqs. 1 and 2 represent free

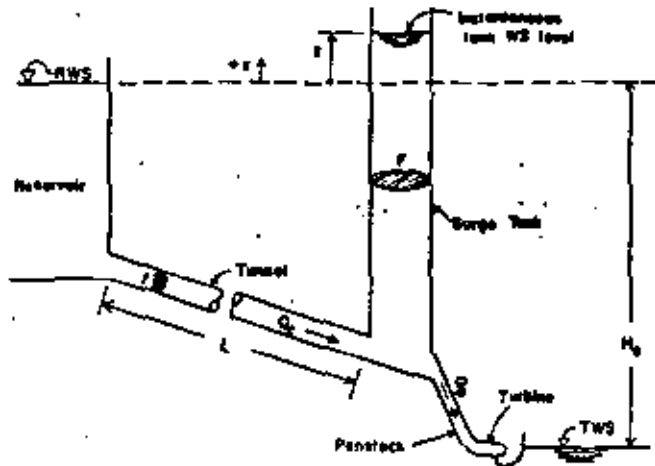


FIG. 1.—SCHEMATIC DIAGRAM OF HYDROELECTRIC PLANT

undamped oscillations (7) with the period

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{L F}{R}} \quad (3)$$

and the maximum surge

$$Z = Q_0 \sqrt{\frac{L}{R F}} \quad (4)$$

$$\text{Let } y = \frac{z}{Z}; \quad x = \frac{Q}{Q_0}; \quad q = \frac{Q_0}{Q_0}; \quad \tau = 2\pi \frac{t}{T} \quad (5)$$

By substituting these variables into Eqs. 1 and 2 and simplifying the resulting equations

$$\dot{y} = x - q \quad (6)$$

$$\dot{x} = -y - \frac{1}{2} R x^2 \quad (7)$$

are obtained, in which $R = 2 k_{f_0}/Z = 2 c Q_0^2$ and k_{f_0} = head loss, in feet

corresponding to flow Q_0 in the tunnel. The dot indicates differentiation with respect to normalized time τ .

PHASE PLANE METHOD

A summary of the necessary equations is given to facilitate analysis in the following sections; for a detailed description of the method see Ref. 1.

Let the differential equations describing the system be

$$\dot{x} = P(x, y) \quad (8)$$

$$\text{and } \dot{y} = Q(x, y) \quad (9)$$

in which the functions $P(x, y)$ or $Q(x, y)$, or both, may be nonlinear. By combining Eqs. 8 and 9

$$\frac{dy}{dx} = \frac{Q(x, y)}{P(x, y)} \quad (10)$$

is obtained. The location of the singular points (x_s, y_s) is obtained by simultaneously solving the equations $P(x, y) = 0$, and $Q(x, y) = 0$. The type of singularity may be determined by substituting $x = x_s + u$ and $y = y_s + v$ into Eq. 10, which after simplification yields

$$\frac{dv}{du} = \frac{Q(x_s, y_s) + c'u + d'v + c''u^2 + d''v^2 + \dots}{P(x_s, y_s) + a'u + b'v + a''u^2 + b''v^2 + \dots} \quad (11)$$

in which $a', a'', b', b'', c', c'', d', d''$ are real constants. In the case of a simple singularity, i.e., when both linear and higher-power terms in u and v are present in the denominator or in the numerator, or both, the higher-power terms can be neglected because their effect on the solution in the neighborhood of the singularity is small as compared to that of the linear terms. However, in the case of nonsimple singularity, i.e., when the linear terms are missing, the higher-power terms cannot be neglected. To study the properties of the solution in the neighborhood of simple singularity, Eq. 11 may thus be written as

$$\frac{dv}{du} = \frac{c'u + d'v}{a'u + b'v} \quad (12)$$

The characteristic roots of the two equations equivalent to Eq. 12 i.e.,

$$\frac{dv}{dt} = c'u + d'v \quad (13)$$

$$\text{and } \frac{du}{dt} = a'u + b'v \quad (14)$$

$$\text{are } \lambda_1, \lambda_2 = \frac{1}{2} [(a' + d') \pm \sqrt{(a' + d')^2 + 4(b'c' - a'd')}] \quad (15)$$

The types of singularity are as follows: (1) Node if both roots are real and have the same sign; (2) saddle if both roots are real and have the opposite signs; (3) vortex if both roots are pure imaginary; and (4) focus if the roots are complex conjugates. If the real part of the roots is negative, the singularity

of node and focus is termed as stable; if positive, it is called unstable. Note that Eqs. 13 to 15 are valid only for simple singularities.

CONSTANT FLOW DEMAND

Let the turbine discharge be instantly changed from its initial steady state value Q_1 to its final steady state value Q_2 . Then, in normalized form, $q = x^*$

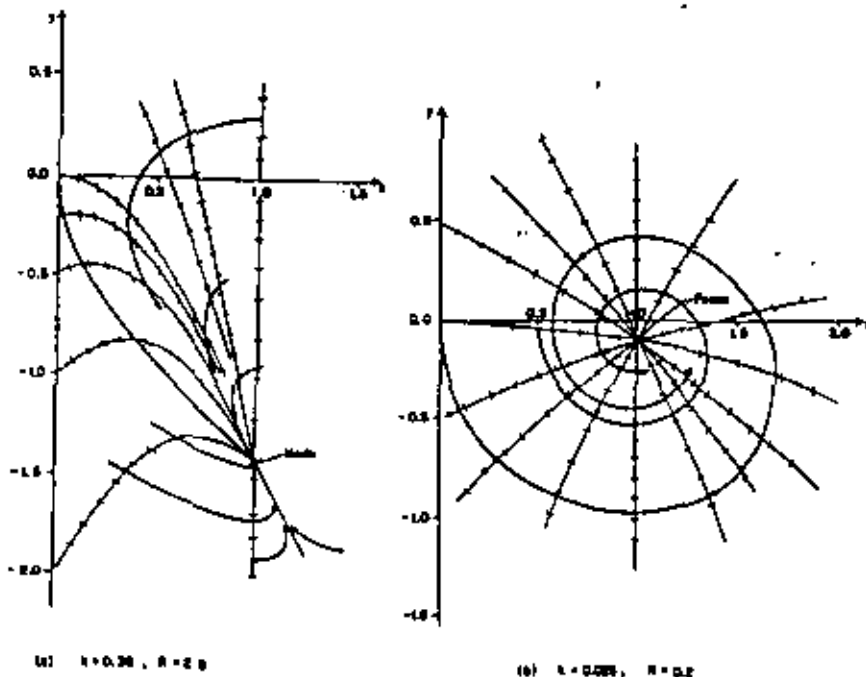


FIG. 3.—PHASE PORTRAIT FOR CONSTANT DISCHARGE

in which $x^* = Q_2/Q_1$. By substituting this into Eq. 6, and dividing the resulting equation by Eq. 7,

$$\frac{dy}{dx} = \frac{x - x^*}{-y - \frac{1}{2} R x^2} \dots \dots \dots (16)$$

is obtained. The coordinates of the singularity are obtained by solving

$$x - x^* = 0 \dots \dots \dots (17)$$

$$\text{and } -y - \frac{1}{2} R x^2 = 0 \dots \dots \dots (18)$$

simultaneously. This yields $x_s = x^*$ and $y_s = -(1/2) R x^{*2}$.

Substitution of $x = x^* + u$ and $y = -(1/2) R x^{*2} + v$ into Eq. 16, and fol-

lowing the procedure outlined under Phase Plane Method give

$$\frac{dv}{du} = \frac{u}{-R x^{*2} u - v} \dots \dots \dots (19)$$

By comparing this equation with Eq. 12, $a' = -R x^{*2}$; $b' = -1$; $c' = 1$; and $d' = 0$ are obtained. Therefore, it follows from Eq. 11 that

$$\lambda_1, \lambda_2 = \frac{1}{2} [-R x^{*2} \pm \sqrt{(R x^{*2})^2 - 4}] \dots \dots \dots (20)$$

Both the roots are real and negative if $R x^{*2} > 2$. The singularity is, then, a stable node [Fig. 3(a)]. If the final steady state flow, Q_2 , is taken as reference flow, ($Q_2 \neq 0$), then $R x^{*2} > 2$ implies that $k_{f0} > Z$. If $R x^{*2} < 2$, then the roots are complex conjugates with negative real parts. Therefore, the singularity is a stable focus [Fig. 3(b)]. If the friction losses are neglected, i.e., $R = 0$, then the roots are imaginary and the singularity is a vortex.

The preceding analysis confirms the results obtained by Frank and Schuller (2) who solved the differential equations by graphical integration.

For the case of total rejection, i.e., $x^* = 0$, in the equation corresponding to Eq. 11, there is an x^2 term in the denominator but there is no linear term in u . Thus the equation represents a nonsimple singularity. To solve this case, isoclines may be plotted as described subsequently, and thereafter the solution trajectories may be drawn. From the shape of the trajectories, the type of the singularity can be ascertained.

The phase portraits may be plotted by the method of isoclines (1). Let m be the slope of the solution trajectories for an isocline. Then, it follows from Eq. 16 that

$$\frac{dy}{dx} = \frac{x - x^*}{-y - \frac{1}{2} R x^2} = m \dots \dots \dots (21)$$

$$\text{or } y = -\frac{1}{2} R x^2 - \frac{x - x^*}{m} \dots \dots \dots (22)$$

is the equation of the isocline. To obtain a graphical solution the isoclines are first plotted for different values of m . Once this has been done, the solution trajectories for any initial conditions can be drawn. This procedure is illustrated by the phase portraits of Figs. 3 through 6. The data for plotting the phase portraits have been selected to illustrate the different types of singularities.

CONSTANT GATE OPENING

This condition occurs when the plant is under manual control after a change in load or when the governor is inoperative due to malfunctioning of some of its parts or when the gates have been opened to the maximum position while the governor is trying to ensure constant power.

The head-discharge relationship for a reaction turbine running at constant speed cannot be represented by a simple mathematical function. As can be seen from the turbine characteristics given in Ref. 3, the net head acting on, and the discharge through the turbine are approximately linearly related for a constant gate opening. To simplify the analysis, the head-discharge rela-

relationship is assumed as indicated with lines I and II in Fig. 1.

Fig. 4(a) shows a portion of the phase plane based on head-discharge relationships represented by lines I and II, where $y_1 = 1/s - (1/2)R$. Line II corresponds to the head-discharge relationships shown in Figs. 26, 28, and 30 of Ref. 3. As the two trajectories of Fig. 4(a) are nearly the same, line I which results in simpler expressions, is used herein.

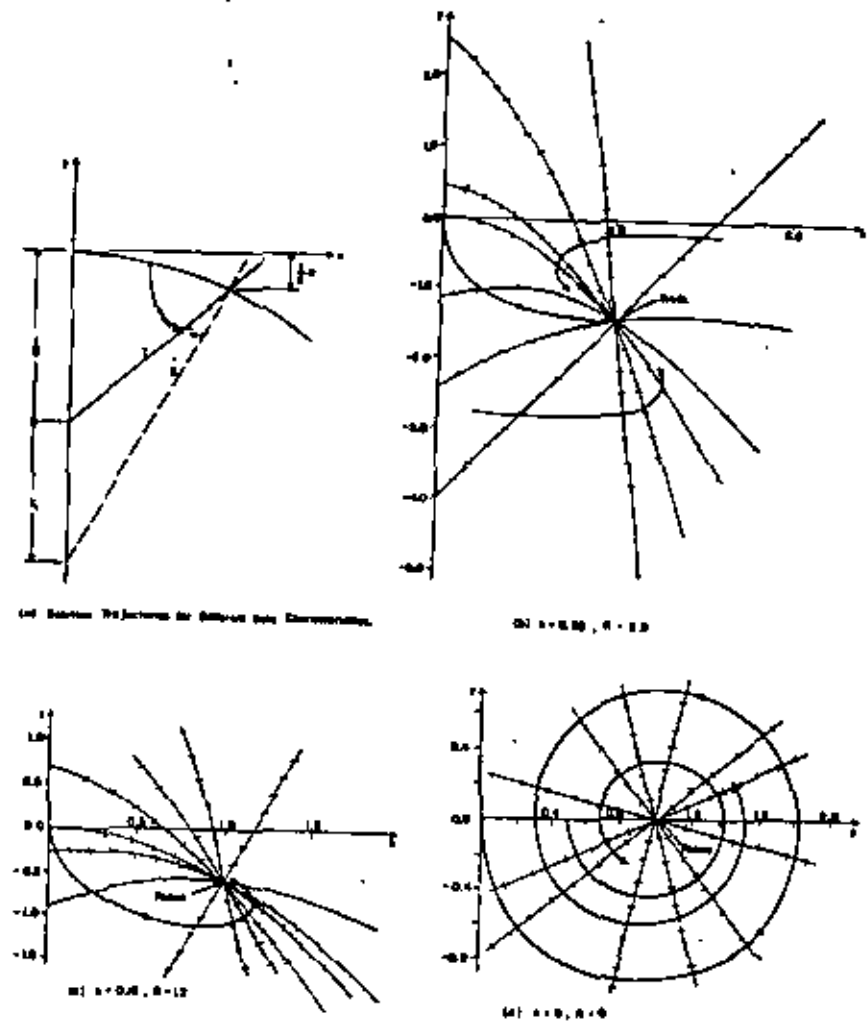


FIG. 4.—PHASE PORTRAIT FOR CONSTANT GATE OPENING

The equation for the flow through the turbine according to line I may be written as

$$q = b(1 + s y) \dots \dots \dots (23)$$

in which $b = 1/(1 - k)$; $s = Z/H_0$; $k = k_f/H_0$; and $H_0 =$ static head.

From Eqs. 6, 7, and 23, it follows that

$$\frac{dy}{dx} = \frac{x - b(1 + s y)}{-y - \frac{1}{2} R x^2} \dots \dots \dots (24)$$

The coordinates of the singular points are determined by solving simultaneously

$$x - b(1 + s y) = 0 \dots \dots \dots (25)$$

$$\text{and } -\frac{1}{2} R x^2 - y = 0 \dots \dots \dots (26)$$

The solution of these two equations gives the coordinates of two singular points: $[1, - (1/2)R]$ and $[- 1/b, - 1/(b s)]$. The second singular point is virtual be-

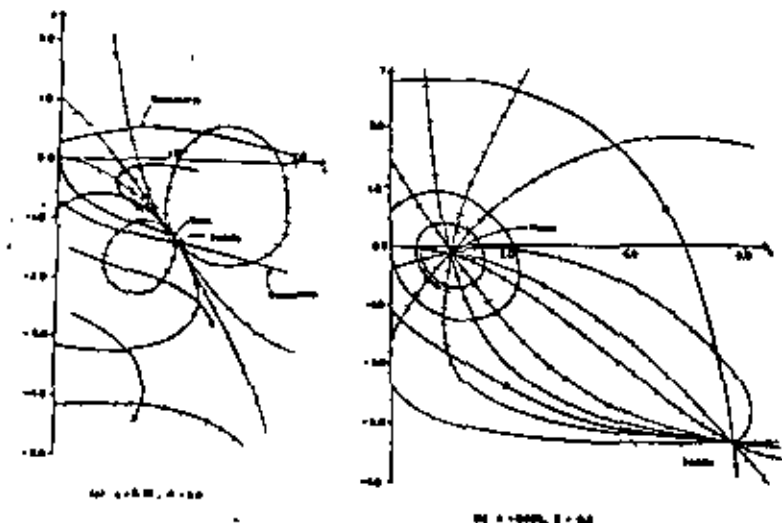


FIG. 5.—PHASE PORTRAIT FOR CONSTANT POWER

cause Eqs. 6 and 7 are valid only for $x > 0$. The effect of a virtual singular point on the stability of the system depends upon its distance from the stable singularities.

Singularity $[1, - (1/2)R]$.—By substituting $x = 1 + u$ and $y = - (1/2)R + v$ into Eq. 24, and following the procedure outlined previously for determining the type of a singular point, the following equation is obtained:

$$\frac{dv}{du} = \frac{u - b + v}{-R u - v} \dots \dots \dots (27)$$

Comparison of Eqs. 27 and 12 yields $a' = -R$; $b' = -1$; $c' = 1$; and $d' = -bs$. Thus

$$\lambda_1, \lambda_2 = \frac{1}{2} [-(R + b s) \pm \sqrt{(R + b s)^2 - 4(1 + R b s)}] \dots \dots (28)$$

As R , b , and s are all positive constants, both roots are real and negative if $(R + b s)^2 > 4(1 + R b s)$, i.e., $(R - b s) > 2$. The roots are complex conjugates with a negative real part if $(R - b s) < 2$. In the former case, the singular point is a stable node [Fig. 4(b)]; and in the latter, a stable focus [Fig. 4(c)].

Note that the singular point is a stable node for $b s > 2$, and a stable focus [Fig. 4(d)] for $b s < 2$ even if flow is considered frictionless, i.e., $R = 0$. This is because of the damping effect of the gate held in fixed position.

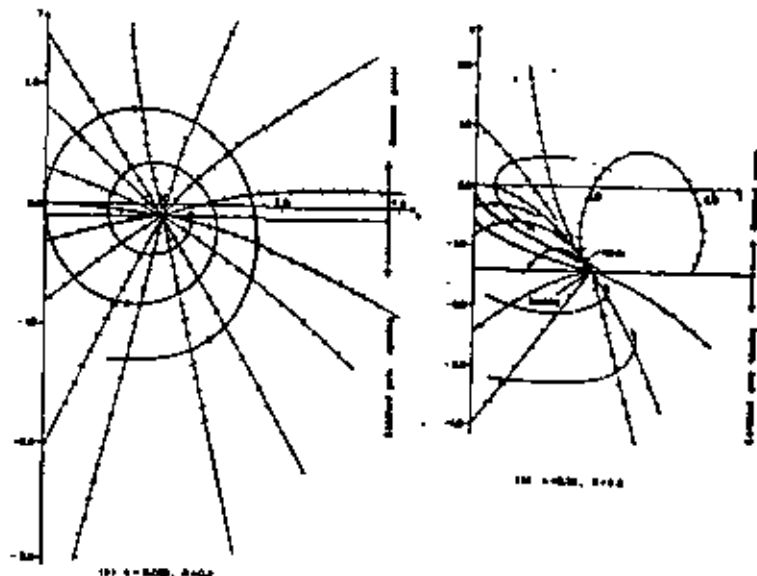


FIG. 8.—PHASE PORTRAIT FOR CONSTANT POWER COMBINED WITH CONSTANT GATE OPENING

Singularity $[-1/k, -1/(k s)]$.—Substitution of $x = -1/k + u$, and $y = -1/(k s) + v$ into Eq. 24 results in

$$\frac{dv}{du} = \frac{u - b s v}{\frac{R}{k} u - v} \dots \dots \dots (29)$$

Comparison of Eqs. 12 and 29 yields $a' = R/k$; $b' = -1$; $c' = 1$; and $d' = -b s$. Therefore

$$\lambda_1, \lambda_2 = \frac{1}{2} \left[\left(\frac{R}{k} - b s \right) \pm \sqrt{\left(\frac{R}{k} - b s \right)^2 + 4 \left(-1 + R b \frac{s}{k} \right)} \right] \dots \dots \dots (30)$$

which upon simplification becomes

$$\lambda_1, \lambda_2 = \frac{1}{2} \left[\left(\frac{R}{k} - b s \right) \pm \sqrt{\left(\frac{R}{k} - b s \right)^2 + 4(2 b - 1)} \right] \dots \dots \dots (31)$$

As $2 b > 1$, both the roots are real with opposite signs. Therefore, the singular point is a saddle point. It is a virtual singularity because Eqs. 5 and 6 do

not hold for $x < 0$. The effect of this singular point on the stability of oscillations depends upon its location. For small friction losses, $1/k$ and $1/(k s)$ are large quantities, and thus the point lies at a substantial distance from the stable singular point $[1, - (1/2)R]$. Thus, its destabilizing effect is negligible. For large friction losses, however, this virtual singularity affects the stability of the system because of its proximity to the stable singularity $[1, - (1/2)R]$. For frictionless flow, the singular point $[-1/k, -1/(k s)]$ lies at an infinite distance from the origin and thus has no unstabilizing effect on the stability of the system.

CONSTANT POWER

In this case, it is assumed that an ideal governor ensures constant power input to the turbine. From Fig. 1 it can be seen that as the water level in the tank is lowered, the governor has to open the gates to increase the discharge for maintaining constant hydraulic power. No restriction on turbine gate opening is assumed which implies that the turbine discharge can be increased to any required amount to maintain constant hydraulic power. This action of the governor corresponds to negative resistance in electrical engineering. Unstable oscillations are possible in this case.

The variables of interest are x and y . Therefore, instead of using the $y-y$ plane, as done by Marris (4,5), the $x-y$ plane is used herein. In addition to giving the variables of interest, the use of the $x-y$ plane has the advantage that one can clearly see the region in which Eqs. 6 and 7 are valid.

If the efficiency of the turbine is assumed constant and penstock friction is neglected, then for constant hydraulic power

$$Q_p(H_0 + s) = Q_s(H_0 - h f_0) \dots \dots \dots (32)$$

From Eq. 32 it follows that

$$q = \frac{Q_p}{Q_s} = \frac{H_0 - h f_0}{H_0 + s} \dots \dots \dots (33)$$

which upon simplification becomes

$$q = \frac{1 - k}{1 + s y} \dots \dots \dots (34)$$

in which k and s have the same meaning as defined previously. By substituting Eq. 34 into Eq. 6, dividing the resulting equation by Eq. 7, and simplifying

$$\frac{dy}{dx} = \frac{x + s x y - 1 + k}{-s y^2 - (1 + k x^2)y - \frac{1}{2} R x^2} \dots \dots \dots (35)$$

is obtained. To determine the coordinates of the singular points, the following two equations

$$x + s x y - 1 + k = 0 \dots \dots \dots (36)$$

$$s y^2 + (1 + k x^2)y + \frac{1}{2} R x^2 = 0 \dots \dots \dots (37)$$

are solved simultaneously. The solution of these equations gives the coordinates for the following three singular points: Point (i) $[1, - (1/2)R]$; point (ii)

$[-1/2 + c_1, - (1/2)R(c_2 - c_1)]$; and point (iii) $[-1/2 - c_1, - (1/2)R(c_2 + c_1)]$, in which $c_1 = \sqrt{(1/k) - 3/4}$ and $c_2 = (1/k) - 1/2$.

By substituting $x = x_s + u$, and $y = y_s + v$ into Eq. 35 and neglecting the terms in u and v of a power higher than one, the equation

$$\frac{dv}{du} = \frac{(1 + s y_s)kx + s x_s v}{- [R + 2k y_s]x_s u - (k x_s^2 + 2s y_s + 1)v} \dots\dots\dots (38)$$

is obtained. Comparison of Eqs. 12 and 38 yields

$$\left. \begin{aligned} a' &= - [R + 2k y_s]kx_s \\ b' &= - (k x_s^2 + 2s y_s + 1) \\ c' &= (1 + s y_s) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (39)$$

and $d' = s x_s$

(i) *Singularity* $[1, - (1/2)R]$.—Substituting $x_s = 1$ and $y_s = - (1/2)R$ into Eq. 39, noting that $k = (1/2)R s$, and simplifying, $a' = R(k - 1)$; $b' = k - 1$; $c' = 1 - k$; and $d' = s$ are obtained. Therefore

$$\lambda_1, \lambda_2 = \frac{1}{2} \left\{ R(k - 1) + s \pm \sqrt{[R(k - 1) + s]^2 + 4[-(k - 1)^2 - s R(k - 1)]} \right\} \dots\dots\dots (40)$$

or $\lambda_1, \lambda_2 = \frac{1}{2} [R(k - 1) + s \pm \sqrt{D_1}] \dots\dots\dots (41)$

in which $D_1 = [R(k - 1) + s]^2 + 4[2k(1 - k) - (k - 1)^2]$. If $2k(1 - k) - (k - 1)^2 > 0$, i.e. $k > 1/3$, then the singularity is a saddle [Fig. 5(a)]. For $k < 1/3$, the singularity is a node if $D_1 > 0$, and a spiral if $D_1 < 0$. The node or spiral is stable if $R(k - 1) + s < 0$. For small friction, this inequality takes the form $s < R$, i.e., $2k f_o H_o > Z^2$. This is the Thoma criterion for the stability of the tank. If $2k f_o H_o < Z^2$, the singularity is unstable [Fig. 5(b)].

(ii) *Singularity* $[c_1 - 1/2, - (1/2)R(c_2 - c_1)]$.—Substitution of the coordinates of the singularity into Eq. 39 and simplification of the resulting expressions give: $a' = - R(1 - k)$; $b' = - k[(1/2) + c_1]$; $c' = k [(1/2) + c_1]$; and $d' = s[c_1 - (1/2)]$. Thus

$$\lambda_1, \lambda_2 = \frac{1}{2} \left[- R(1 - k) + s \left(c_1 - \frac{1}{2} \right) \pm \sqrt{D_2} \right] \dots\dots\dots (42)$$

in which $D_2 = [- R(1 - k) + s(c_1 - (1/2))]^2 + 4[-k^2(c_1 + (1/2))^2 + 2k(1 - k)(c_1 - (1/2))]$. The singularity is a saddle if $2k(1 - k)(c_1 - (1/2)) > k^2(c_1 + (1/2))^2$, which reduces to $k < 1/3$ [Fig. 5(b)]. Note that for $k = 1/3$, this singularity shifts to a singular point (i), i.e., to $[1, - (1/2)R]$. For $k > 1/3$, the singular point is a node if $D_2 > 0$, and a focus if $D_2 < 0$. The node or focus is stable if $R(1 - k) > s[c_1 - (1/2)]$; and unstable if $R(1 - k) < s[c_1 - (1/2)]$.

It is apparent from Fig. 5(a) that all trajectories starting inside the separatrix reach the stable node. For initial conditions such that the corresponding point on the phase portrait lies outside the separatrix, the tank will drain.

(iii) *Singularity* $[-c_1 - (1/2), - (1/2)R(c_2 + c_1)]$.—Because Eqs. 6 and 7 do not hold for $x < 0$, the singularity is virtual. By substituting the coordinates of the singularity in Eq. 39, $a' = R(k - 1)$; $b' = - k[(1/2) - c_1]$; $c' = k[(1/2)$

$- c_1]$; and $d' = s[- (1/2) - c_1]$ are obtained. Therefore

$$\lambda_1, \lambda_2 = \frac{1}{2} \left[- R(1 - k) - s \left(\frac{1}{2} + c_1 \right) \pm \sqrt{D_3} \right] \dots\dots\dots (43)$$

in which $D_3 = [R(1 - k) + s[(1/2) + c_1]]^2 - 4[k^2[(1/2) - c_1]^2 + 2k(1 - k)(1/2 + c_1)]$. As $0 \leq k < 1$, $s > 0$, and $R > 0$, both the roots are real and negative if $D_3 > 0$, and complex conjugates with negative real part if $D_3 < 0$. In the former case, the singularity is a stable node, and in the latter, a stable focus.

CONSTANT POWER COMBINED WITH CONSTANT GATE OPENING

In the last section it is assumed that the turbine gates can be opened to any value to maintain constant power. On an actual installation, however, gate movement is blocked at a certain limit and the discharge cannot be increased further to maintain constant power.

Referring to Fig. 1, for heads greater than the rated head, i.e., for $y > - y_o$, in which $y_o =$ final steady state water level in the tank, the governor operates the gates in such a manner that turbine discharge corresponding to constant power is obtained. For heads less than the rated head, i.e., $y < - y_o$, the governor keeps the gate open at the maximum value and the discharge through the gate is given by the maximum gate characteristics (Fig. 1). The flow in this case is less than that required for constant power. Thus power output cannot be maintained constant for $y < - y_o$, and the oscillations should be analyzed considering the gate opening as constant.

For this combined governing case, the phase plane is divided into two regions: (1) Constant power region for $y > - y_o$; and (2) constant gate opening region for $y < - y_o$. There are five singular points, two in the constant gate and two in the constant power region. The singular point at $[1, - (1/2)R]$ is common to both the constant gate and constant power governing and is called a compound singularity. All the singular points have been analyzed in the sections Constant Gate Opening and Constant Power. Results are summarized in Table 1.

For $k < 1/3$, there is only one real singular point at $[1, - (1/2)R]$, hereafter called the first singularity. This is a compound singular point; for $y < - y_o$ (region of maximum gate opening) it is always stable; for $y > - y_o$ (region of constant power), it may be stable or unstable depending upon whether Thoma criterion is satisfied or not (see Table 1). Thus, if the Thoma criterion is satisfied, the oscillations are stable whether large or small. In the case of the sub-Thoma area, the oscillations may be stable, unstable, or of constant magnitude (called the limit cycle in phase plane terminology) depending upon the stabilizing action of the gate and the point from which the trajectory emanates. The trajectories emanating inside the limit cycle are unstable and their amplitude increases until it is equal to that of the limit cycle. The oscillations outside the limit cycle are stable and their amplitude decreases until it is equal to that of the limit cycle.

For $k > 1/3$, the second singularity becomes real and is a stable, or unstable, node or focus while the first singularity is a saddle (see Table 1). As such a high value of friction loss is not economical, this case is usually of no practical importance and is not further considered herein.

Phase portraits for $k = 0.35$ and $R = 2.8$, and $k = 0.025$ and $R = 0.2$ are presented in Fig. 8. Oscillations in the latter case are unstable, [Fig. 5(a)] as given by Paynter's stability diagram (7), if it is assumed that the constant power is always maintained. If, however, it is considered that the governor

TABLE 1.—RESULTS OF ANALYSIS OF SINGULAR POINTS

Coordinates of singularity (1)	Type (2)	Stable or unstable (3)	Required conditions (4)	Miscellaneous (5)
(a) Constant Gate Opening [$y < - (1/2)R$]				
$[1, - 1/2(R)]$	node	stable	$(R - 1/s) > 1$	real
	focus	stable	$(R - 1/s) < 1$	real
$[- 1/2, - 1/2s]$	saddle	—	always	virtual
(b) Constant Power [$y > - (1/2)R$]				
$[1, - (1/2)R]$	saddle	—	$k > 1/3$	real
	node	—	$k < 1/3$; and $D_1 > 0$	real
	—	stable	$R(k - 1) + s < 0$	
	—	unstable	$R(k - 1) + s > 0$	
focus	—	—	$k < 1/3$; and $D_1 < 0$	real
	—	stable	$R(k - 1) + s < 0$	
	—	unstable	$R(k - 1) + s > 0$	
$[c_1 - 1/2, - (1/2)R(c_2 - c_1)]$	saddle	—	$k < 1/3$	virtual
	node	—	$k > 1/3$; and $D_1 > 0$	real
	—	stable	$R(1 - k) > s(c_2 - 1/2)$	
	—	unstable	$R(1 - k) < s(c_2 - 1/2)$	
focus	—	—	$k > 1/3$; and $D_2 < 0$	real
	—	stable	$R(1 - k) > s(c_2 - 1/2)$	
	—	unstable	$R(1 - k) < s(c_2 - 1/2)$	
$[- c_1 - 1/2, - (1/2)R(c_2 + c_1)]$	node	stable	$D_1 > 0$	virtual
	focus	stable	$D_1 < 0$	virtual

can open the gates up to a maximum limit and then the gates remain fully open until $y < - y_0$, then the oscillations are stable as shown in Fig. 8(a).

CONCLUSIONS

From the analysis of the oscillations in a simple surge tank by the phase plane method, the following conclusions can be drawn:

1. Oscillations are always stable in the cases of constant discharge and constant gate opening. This result has been obtained by earlier investigators by using other methods.

2. For the case of ideal governor which ensures constant power but can open the gates to a specified maximum limit, the phase plane is divided into two regions: (a) The region in which power can be maintained constant, i.e. $y > - y_0$; and (b) the region of maximum gate opening in which power cannot be maintained constant, i.e., $y < - y_0$. The solution trajectories in the former region correspond to the stable oscillations if $F > F_{TA}$, and to the unstable oscillations if $F < F_{TA}$, while in the latter region they are always stable. Therefore, the oscillations, large or small, are stable if $F > F_{TA}$.

For $F < F_{TA}$, the solution trajectories in the phase plane correspond to stable oscillations for $y < - y_0$ and unstable oscillations for $y > - y_0$. In the limit, a solution trajectory corresponding to perpetual oscillations is obtained which in the phase plane terminology is called a limit cycle. The region enclosed by the limit cycle depends upon the stabilizing effect of the constant gate opening and upon the destabilizing effect of the governor. The oscillations inside the limit cycle are unstable and their amplitude increases till it is equal to that of the limit cycle. The oscillations outside the limit cycle are stable and their amplitude decreases till it is equal to that of the limit cycle.

3. The danger of the drainage of the tank for the case of constant power combined with constant gate opening is considerably less than indicated by the stability analysis assuming constant power.

ACKNOWLEDGMENT

The writers wish to express their thanks to the National Research Council of Canada for their financial assistance.

APPENDIX I.—REFERENCES

1. Cunningham, W. J., *Introduction to Nonlinear Analysis*, McGraw Hill Book Company, Inc., New York, N.Y., 1958.
2. Frank, J., and Schuller, J., *Schwingungen in den Zuleitungs- und Ableitungskanalen von Wasserkraftanlagen*, Springer, Berlin, 1938.
3. Krueger, R. E., "Selecting Hydraulic Reaction Turbines," *Engineering Monograph No. 20*, Bureau of Reclamation, Denver, Colorado, 1959.
4. Marris, A. W., "Large Water Level Displacements in the Simple Surge Tank," *Journal of Basic Engineering, Transactions, American Society of Mechanical Engineers*, Vol. 81, 1959, pp. 446-454.
5. Marris, A. W., "The Phase-Plane Topology of the Simple Surge Tank Equation," *Journal of Basic Engineering, Transactions, American Society of Mechanical Engineers*, 1961, pp. 700-706.
6. Paynter, H. M., "The Stability of Surge Tanks," thesis presented to the Massachusetts Institute of Technology at Cambridge, Mass., in 1949, in partial fulfillment of the requirements of degree of Master of Science.
7. Paynter, H. M., "Transient Analysis of certain Nonlinear Systems in Hydroelectric Plants," thesis presented to the Massachusetts Institute of Technology at Cambridge, Mass., in 1951, in partial fulfillment of the requirements of degree of Doctor of Philosophy.

8. Paynter, H. M., "Surge and Water Hammer Problems," *Electrical Analogies and Electronic Computers Symposium, Transactions, ASCE*, Vol. 113, 1953, pp. 962-1009.
9. Rues, E., "Stability of Oscillation in Simple Surge Tank," *Journal of the Hydraulics Division, ASCE*, Vol. 95, No. HY5, Proc. Paper 6773, Sept., 1969, pp. 1577-1587.
10. Sideriades, L., "Qualitative Topology Methods: Their Applications to Surge Tank Design," *La Houille Blanche*, Sept. 1962, pp. 569-80.
11. Thoma, D., *Zur Theorie des Wasserschlosses bei selbsttätig geregelten Turbinenanlagen*, Oldenburg, München, Germany, 1910. (See also Rich, G.R., *Hydraulic Transients*, Dover Publications, Inc., New York, 1963.)

STABILITY OF OSCILLATIONS IN SIMPLE SURGE TANKS*

Discussion by George R. Rich

APPENDIX II.—NOTATION

The following symbols are used in this paper:

- a', b', c', d' = constants in Eq. 12;
- $a_1 = (1 + s \gamma_1) / (1 + s \gamma_1 - k)$;
- $a_2 = s / (1 + s \gamma_1 - k)$;
- c = friction factor for tunnel;
- $c_1 = \sqrt{(1/k) - 3/4}$;
- $c_2 = (1/k) - (1/2)$;
- D_1, D_2, D_3 = constants in Eqs. 41, 42, and 43;
- F = cross-sectional area of surge tank, in square feet;
- f = cross-sectional area of tunnel, in square feet;
- g = acceleration due to gravity, in feet per second per second;
- H_0 = static head, in feet;
- h_f = head loss in tunnel, in feet;
- $h = h_f / H_0$;
- L = length of tunnel, in feet;
- m = slope of solution trajectories of the isocline;
- Q_c = tunnel discharge, in cubic feet per second;
- Q_p = flow demand, in cubic feet per second;
- q = normalized tunnel discharge;
- $R = 2 h_f / H_0$;
- $s = Z / H_0$;
- T = period of free undamped oscillations in surge tank, in seconds;
- t = time, in seconds;
- x = normalized tunnel discharge;
- x^* = normalized final steady state discharge;
- x_s = x -coordinate of singular point;
- y = normalized water level in tank;
- y_s = y -coordinate of singular point;
- Z = maximum free surge in tank, in feet;
- z = water level in surge tank, in feet;
- λ_1, λ_2 = characteristic roots; and
- τ = normalized time = $2 s / T$.

Subscript.

0 = steady state index or reference values.

GEORGE R. RICH,[†] F. ASCE—The author has prepared a compact and valuable addition to the literature of the surge tank, and his conclusions are amply confirmed by the satisfactory performance of several tanks designed by the writer (1) in accordance with these principles over the past 30 yr.

The salient feature of the charts, Figs. 3 to 7 inclusive, is that they incorporate "blocking" of the turbine gates at the strategic opening, and as every practical designer is well aware, this approach is basic and essential in cases of moderate to heavy friction head loss in the tunnel, particularly where this is accompanied by large seasonal or cyclical drawdown of the storage reservoir.

Most tanks in actual service are of the differential or restricted orifice type, and these also are correctly sized for stability by applying the Thoma criterion of small oscillations in the zone above the rated head (at which the gates are blocked), since the throttling action of the ports or orifices may safely be omitted for small load changes.

For large load changes, involving the zone below the block point, the author's charts may be applied to the throttled tanks with the understanding that the damping of the ports or orifices constitutes an additional factor of safety.

As is well-known, the Thoma formula gives a tank size that is just on the brink of instability, and for differential tanks, an additional 25% is usually incorporated in the Thoma diameter (56% in the area) to insure sufficient rapidity of damping.

In writing specifications for the purchase of turbines to operate in conjunction with a surge tank, sufficient capacity is usually prescribed to avoid any operation on the "drooping" portion of the efficiency curve.

This paper should dispel the notion that where the friction head loss in the tunnel approaches one-third the gross head (as in the case of a power plant at the outlet of a long tunnel, constructed primarily for municipal water supply) it is impossible to make the surge tank large enough to avoid "drainage."

As explained in detail in the writer's textbook (1), it may be in order under certain special conditions to apply corrections to the Thoma formula for the following effects:

1. Power-station interconnection.
2. Friction head loss in penstock between surge tank and turbine.
3. Inclusion of a specified damping factor.

* September, 1969, by Eugen Rues (Proc. Paper 6773).

† Vice Pres. and Director, Chas. T. Main, Inc., and Partner, Uhl, Hall & Rich, Boston, Mass.

4. Influence of the turbine gate-efficiency curve.
5. Incorporation of a Venturi contraction at the surge tank riser to increase the value of the tunnel head loss coefficient.

Appendix.—Reference.

1. Rich, George R., *Hydraulic Transients* Second Edition, Dover Publications, Inc., New York, 1963, Chapters 5, 6 and 6a.

This criterion is extended to cover the cases of various increases of discharge from Q_0 to Q_1 for $n = Q_1/Q_0 = 0.25$ and 0.50 . All the analyses are based on the hypothesis that at the moment of starting of the power station or an increase in the load, there is either no discharge through the tunnel, or there is a steady-state condition.

However, during the operation of a power station it often happens that, after falling out from the grid of one or more power lines (the units being synchronized), the load has to be taken again very quickly. This means that during unsteady flow in the tunnel a sudden increase of the load occurs. The initial unsteady flow may provoke considerable inconvenient level oscillations in the surge tank, especially if the increase of load occurs at the moment of negative

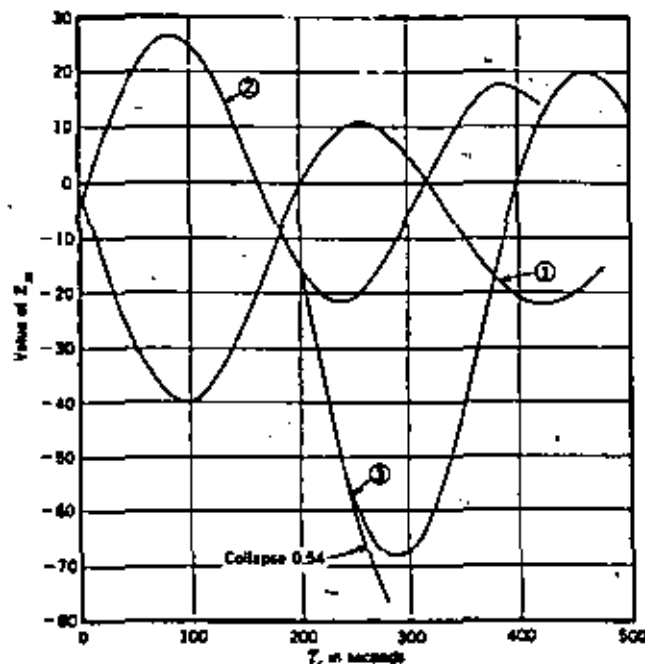


FIG. 9.—OSCILLATIONS IN SURGE TANK

velocity ($-V$) in the tunnel and at the negative water level ($-Z$). Analyses performed by the writer prove that the most inconvenient moment for taking the load is at the values $A_{\max} = (-Z)$, ($-V$). Oscillations in the surge tank dimensioned on the basis of existing criteria will not be hydraulically stable if the increase of the load appears at the inconvenient moment of initial unsteady flow.

In Table 1 the author demonstrates that the oscillation is hydraulically stable for $\epsilon = 20$ and $\beta = 0.0741$. However, in Fig. 9 it can be seen that when the load is taken under the most unfavorable initial flow, the collapse of oscillation occurs even at $\beta = 0.054$ and $\epsilon = 20$, while the limit for amortizing oscillation occurs at $\beta = 0.0504$. Under the same conditions, but with $\epsilon > 50$, resonant oscillations occur. In Fig. 9, Curve 1 denotes an increase of load

from 0% to 100%; Curve 2, decrease of load from 100% to 0%; and Curve 3, increase of load at the most unfavorable moment after shut-off ($\epsilon = 20$ and $\beta = 0.0504$).

Fig. 10 shows the case of resonant oscillations at $\epsilon = 100$ and $\beta = 0.019$ if the load is taken during the most unfavorable unsteady flow in the tunnel. In Fig. 10, Curve 1 shows the increase of load from 0% to 100% with an initial steady state of $\epsilon = 100$ and $\beta = 0.019$; Curve 3, increase of load at the most

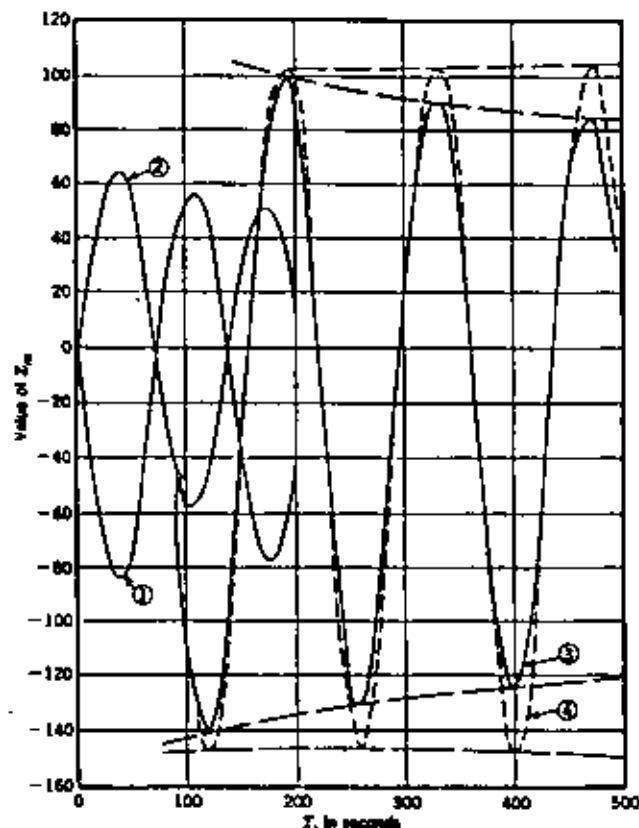


FIG. 10.—FURTHER OSCILLATIONS IN SURGE TANK

unfavorable moment after the shut-off with $\epsilon = 100$ and $\beta = 0.0176$; and Curve 4, resonance of oscillations when $\epsilon = 100$ and $\beta = 0.0190$.

The limit value of β for the amortized oscillations is $\epsilon = 100$, $\beta = 0.0176$. According to the criteria valid until the present, $\beta = 0.019$ was required. On the basis of the analyses performed (10,11) the limit line of stable oscillations $\beta_0 = f(\epsilon)$ was obtained for the initial most unfavorable unsteady flow in the tunnel (Fig.

Dimensions of the surge tank is dependent upon a number of different elements: per units, number of connections to the grid, kind of

consumers, role of the power station in the power system, and so on. However, as higher adaptability of the power stations is required regarding acceptance of load, it is essential to obtain the hydraulic stability under the most unfavorable, really possible, initial dynamic conditions of the flow in the tunnel.

The criteria valid until the present have been based on oscillations caused by the increase of load from 0% to 100% after the previous state of stillness. These criteria can no longer be accepted. It is possible to operate from the still state and gradually synchronize the power units on the grid and thus increase the load. Oscillations resulting from such conditions are far less dan-

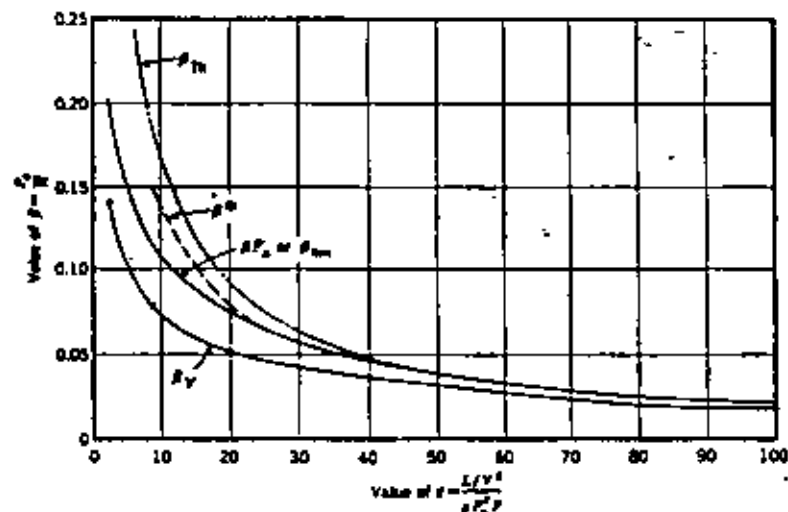


FIG. 11.— $\beta_0 = f(\epsilon)$: LIMIT LINE OF STABLE OSCILLATIONS IN CASE OF INITIAL UNFAVORABLE UNSTEADY FLOW

gerous than those occurring in cases when swift reloading takes place immediately after a shut-off.

Appendix.—References.

10. Vučević, J., "Nouveau Critère de Stabilité des Cheminées d'Équilibre en Régime Initial non Permanent," *Génie Civil*, No. 6-7-1968, Paris, France.
11. Vučević, J., "Discussion," *Symposium International Association for Hydraulic Research*, Lausanne, Switzerland, October 8-11, 1968.

Design considerations for a differential surge tank

PART ONE

By S. R. Singamsetti and P. N. Singh
Assistant Professor* and Assistant Engineer**

A computer study has been carried out to determine the influence of tank diameter on the hydraulic characteristics of a differential surge tank. Based on the results, various recommendations are put forward by the authors on design considerations for such tanks.

PRELIMINARY ANALYSIS of a differential surge tank is usually carried out by Johnson's charts. A graph of maximum upward and downward surges versus the surge tank diameter is established and the minimum diameter for incipient stability is calculated using the Thoma criterion. The recommended practice¹ has been to adopt a diameter not less than 1.25 times the Thoma diameter for a differential surge tank. The selection of a particular value for the diameter of the surge tank is usually based on economic considerations and the minimum value of

power input to the turbines that can be permitted during the transient period. Considerable emphasis is usually made in literature about the Thoma diameter. For example, according to Rich¹, "the minimum area of surge tank, just barely on the theoretical boundary line between perpetual and damped oscillations, is given by the formula:

$$F = ALDgCH,$$

in which F is the area of the surge tank, A and L are area and length of the conduit between the reservoir and the surge tank, g is the acceleration caused by gravity, H , is

* Department of Civil Engineering, Indian Institute of Technology, Kanpur, Uttar Pradesh, India, and Bari Bazar, Gopaganj, Saran, Bihar, India.

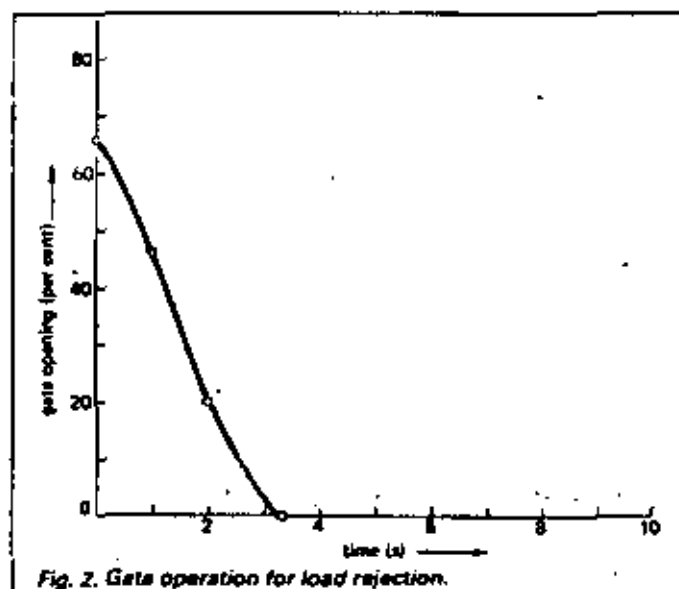
Notations

- A = Area of the conduit between the reservoir and the surge tank
- A_r = Area of the riser
- A_t = Area of the tank
- a = Port area
- c = coefficient in the expression $h_f = cv^2$ for loss of head in the conduit between the reservoir and the surge tank
- CDI = Port discharge coefficient for flow from the riser to the tank
- CD = Port discharge coefficient for flow from the tank to the riser
- C_w = Weir discharge coefficient
- d_w = Diameter of the weir
- F = Net area of the tank, i.e. gross area of the tank minus the area of the riser
- F_1, F_2, F_3, B = Functions used in the analysis
- G = Gate position
- g = Acceleration caused by gravity
- h = Time step
- h_r = Riser head, i.e. elevation of water surface in the riser minus the elevation of the conduit centreline
- h_t = Head in the tank, i.e. elevation of water surface in the tank minus the elevation of the conduit centreline
- h_w = Height of the weir crest above the conduit centreline
- I, J, J_1, K, L, M, N, n = Indices used in the analysis;
- L = Length of the conduit between the reservoir and the surge tank
- NA = Net area of the surge tank
- PG = Non-tabular value of gate opening
- Q = Turbine discharge
- Q_{in} = Weir discharge from riser to tank
- Q_{out} = Weir discharge from tank to riser
- t = time
- v = conduit velocity

the steady-state head on the turbine, and C is the coefficient in the expression for loss of head in the conduit between the reservoir and the surge tank:

$$h_f = Cv^2$$

However, it should again be emphasized, and it should be apparent from the above theoretical derivation, that this size of tank is just sufficient to damp disturbances down to quiescence in a time barely short of eternity. To secure satisfactory rapidity of damping, an appreciable



increase over this phantom value must be adopted, and the magnitude of this essential increase is based entirely on experience and knowledge derived from actual practice. A study has been conducted² to determine the rate of decay of surge-tank oscillations as a function of surge-tank diameter, and to determine the turbine-power-input fluctuations as well as the surge tank oscillation characteristics that are usually analysed in every surge tank design. The various studies were conducted with reference to the Appalachia surge tank, for which the data have been given by Rich³. The details of this study have been covered in this paper.

Data relating to the Appalachia surge tank

Turbine performance characteristics are as shown in Fig. 1, and other characteristics are given in Table I.

The information on turbine-gate operation as given by Rich¹ for load rejection and load demand have been plotted, and a curve has been drawn through the data as shown in Figs. 2 and 3. The curves have been plotted and used for analysis by the second author. It would have been realistic if the curves had been drawn such that the gate-operation curves had horizontal tangents at the initial as well as final steady-state gate openings.

Assumptions for analysis

As is customary in surge tank design, in view of the fact that the total time for surge tank transients is usually large

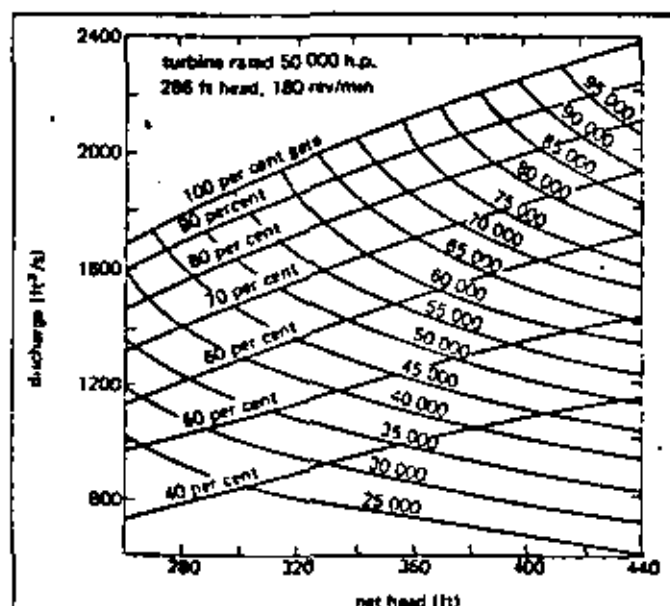
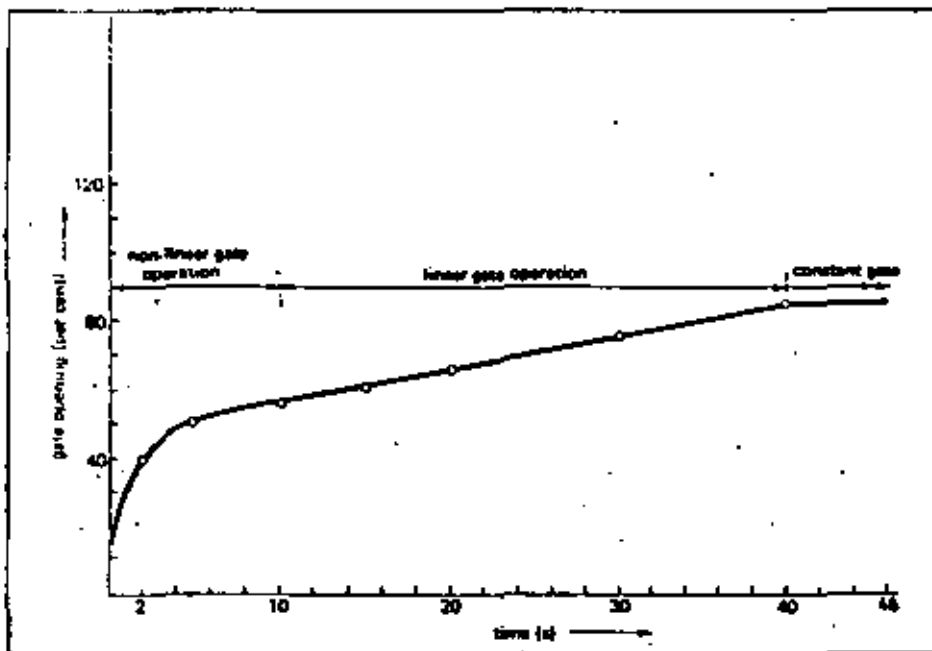


Fig. 1. Turbine performance chart for The Appalachia project.

Table I—Data on the Appalachia surge tank

Length of conduit between reservoir and surge tank—ft (m)	43 200 (13 180)	
Area of internal cross section—ft ² (m ²)	251 (23.4)	
Area of internal cross section of the riser—ft ² (m ²)	201 (18.7)	
Diameter of weir crest—ft (m)	18 (5.5)	
Weir crest elevation—ft (m)	1339 (408)	
Headwater elevation—ft (m)	1240 (378)	Load demand
Tailwater elevation—ft (m)	840 (256)	840 (256)
Conduit headloss coefficients:		Load rejection
From intake to surge tank	0.490	0.382
From surge tank to turbines	0.036	0.030
Coefficients of discharge for the ports:		
For flow out of the tank	0.94	0.94
For flow into the tank	0.71	0.71

Fig. 3. Gate operation for load demand.



in which Q_{wr} is weir discharge from riser to tank and is given by following equation:

$$Q_{wr} = \frac{7}{8} C_{dw} \sqrt{2g} \pi d_w (h_r - h_w)^{3/2} \quad (4)$$

in which C_{dw} is weir discharge coefficient, d_w is weir crest diameter, and h_w is height of the weir crest.

If $h_r > h_w$ and the weir is not functioning:

$$-F \frac{dh_r}{dt} = CD \sqrt{2g(h_r - h_t)} \quad (5)$$

in which CD is port area multiplied by discharge coefficient for flow from tank to riser.

compared with the total time for the waterhammer phenomenon, waterhammer effects are not considered for surge tank analysis.

The turbine gate operation is considered to have been specified, but inertia of water in the riser and the surge tank have been neglected.

Governing equations

The conditions during load demand and load rejection are shown in Figs. 4 and 5, reproduced from Rich's data.

The equation of motion may be written as follows:

$$(L/g) \frac{dv}{dt} = (H - h_r) - (Cv|v|) \quad (1)$$

in which v is conduit velocity, t is time, H is gross head in the reservoir, and h_r is head in the riser.

The equations for tank and riser discharges may be written as follows.

If $h_r > h_w$ and the weir is not functioning:

$$F \frac{dh_r}{dt} = CD1 \sqrt{2g(h_r - h_t)} \quad (2)$$

in which h_t is head in the tank, $CD1$ is port area multiplied by discharge coefficient for flow from the riser to the tank.

If $h_r > h_w$ and the weir is functioning, then:

$$F \frac{dh_r}{dt} = CD \sqrt{2g(h_r - h_t)} + Q_{wr} \quad (3)$$

If $h_r > h_w$ and the weir is functioning,

$$-F \frac{dh_r}{dt} = CD \sqrt{2g(h_r - h_t)} + Q_{wr} \quad (6)$$

in which Q_{wr} is weir discharge from tank to riser and is given by the following equation:

$$Q_{wr} = \frac{7}{8} C_{dw} \sqrt{2g} \pi d_w (h_r - h_w)^{3/2} \quad (7)$$

If data is not available, the weir discharge coefficient is assumed to be a constant equal to 0.5 and the same flow in either direction—tank to riser or riser to tank.

Furthermore, if $h_r > h_w$:

$$A_r \frac{dh_r}{dt} + CD1 \sqrt{2g(h_r - h_t)} + Q_{wr} = AV - Q_w \quad (8)$$

If $h_r > h_w$:

$$AV - A_r \frac{dh_r}{dt} + CD \sqrt{2g(h_r - h_t)} + Q_{wr} = Q_w \quad (9)$$

If $h_r > h_w$ and $h_r = h_w$:

$$\frac{dh_r}{dt} = \frac{dh_t}{dt} = (VA - Q_w) / (F + A_r) \quad (10)$$

Eqs. (1) to (10) will have to be solved for the specified data to determine the unknown quantities—conduit velocity v , head in the riser h_r , and head in the tank h_t , as a function of time.

(To be concluded)

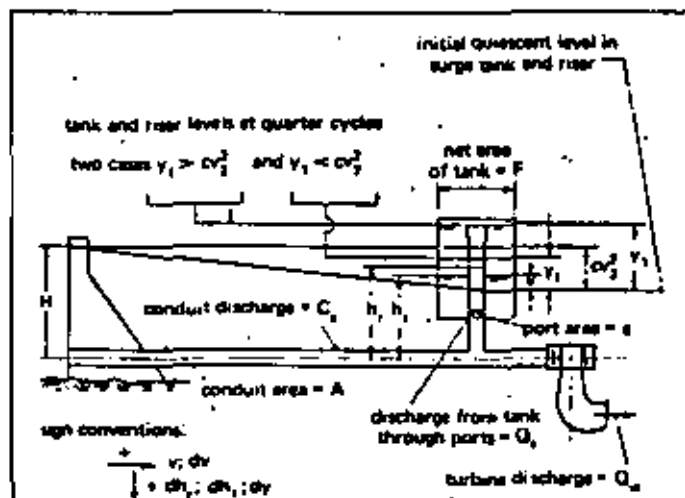


Fig. 4. Differential surge tank load rejection condition.

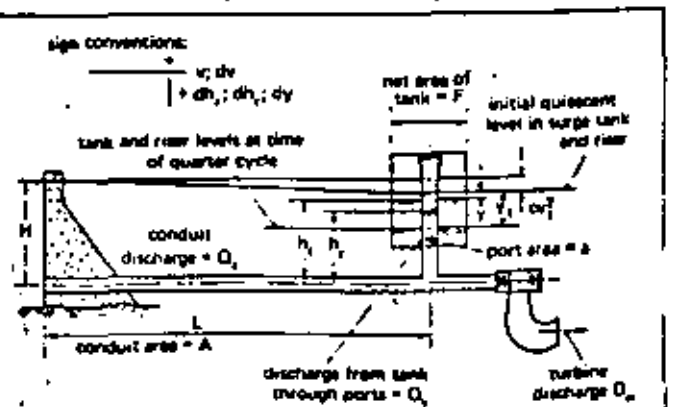


Fig. 5. Differential surge tank load demand condition.

Design considerations for a differential surge tank

PART TWO

By S. R. Singamsatti and P. N. Singh
Assistant Professor* and Assistant Engineer**

A specific application has been analysed by various methods to determine the most authentic approach to reality. Last month the governing equations were derived and examined.

TO DETERMINE conduit velocity v , head in the riser h_r , and head in the tank h_t as a function of time, Eqs. 1 to 10 need to be solved using the specified data. The solution may then be attempted.

Solution method

Streeter and Wylie¹ presented a method of solution by the Runge-Kutta method of third order, and the turbine performance characteristics have not been considered. In the study reported here, the governing equations have been solved by the Runge-Kutta method of fourth order, (see Bibliography). The interpolation and extrapolation of the turbine performance characteristics, required during the method of solution, has been carried out by using Newton's interpolating polynomial of degree 3 (see Bibliography).

The algorithm for the Runge-Kutta method of fourth order for solution of the differential equations in the present case is as follows:

$$v_{n+1/2} = v_n + (h/6)(k_{11} + 2k_{21} + 2k_{31} + k_{41}) \quad \dots (11)$$

$$h_{r(n+1)} = h_{rn} + (h/6)(k_{12} + 2k_{22} + 2k_{32} + k_{42}) \quad \dots (12)$$

$$h_{t(n+1)} = h_{tn} + (h/6)(k_{13} + 2k_{23} + 2k_{33} + k_{43}) \quad \dots (13)$$

in which:

$$k_{11} = f_1(Q_n, v_n, h_{rn}, h_{tn}) \quad \dots (14)$$

$$k_{21} = f_1(Q_{n+1/2}, v_n + (h/2)k_{11}, h_{rn} + (h/2)k_{12}, h_{tn} + (h/2)k_{13}) \quad \dots (15)$$

$$k_{31} = f_1(Q_{n+1/2}, v_n + (h/2)k_{21}, h_{rn} + (h/2)k_{22}, h_{tn} + (h/2)k_{23}) \quad \dots (16)$$

$$k_{41} = f_1(Q_{n+1}, v_n + hk_{31}, h_{rn} + hk_{32}, h_{tn} + hk_{33}) \quad \dots (17)$$

the suffixes n , $n+1/2$, $n+1$ refer to the number of time steps from the beginning, h represents the time step, and $i=1(1)3$.

The calculation of v , h_r , and h_t for each time step is made using Eqs. (11), (12), and (13) in four passes,

obtaining the K values for each pass.

The interpolating (or extrapolating) polynomial used to obtain the turbine discharge Q_u for a non-tabular value of gate opening PG and a tabular value of head $H(J)$ is as follows:

$$Q_u(PG, J) = Q_u(I, J) + (PG - G(I))F_1(I, J, K) + (PG - G(I))(PG - G(K))F_2(I, J, K, M) + (PG - G(I))(PG - G(K))(PG - G(M))F_3(I, J, K, M, J_1) \quad \dots (18)$$

in which $G(I)$, $G(K)$, $G(M)$, and $G(J_1)$ refer to tabular values of gate positions, F_1 , F_2 , and F_3 represent first order, second order, and third order divided differences of turbine discharge for a specified value of head $H(J)$. Similarly the interpolating (or extrapolating) polynomial to obtain the turbine discharge Q_u for a non-tabular value

Notations

A	= Area of the conduit between the reservoir and the surge tank
A_r	= Area of the riser
A_t	= Area of the tank
a	= Port area
c	= coefficient in the expression $h_r = cV^2$ for loss of head in the conduit between the reservoir and the surge tank
CD_1	= Port discharge coefficient for flow from the riser to the tank
CD	= Port discharge coefficient for flow from the tank to the riser
C_w	= Weir discharge coefficient
D_w	= Diameter of the weir
F	= Net area of the tank, i.e. gross area of the tank minus the area of the riser
F_1, F_2, F_3, F_4	= Functions used in the analysis
G	= Gate position
g	= Acceleration caused by gravity
h	= Time step
h_r	= Riser head, i.e. elevation of water surface in the riser minus the elevation of the conduit centreline
h_t	= Head in the tank, i.e. elevation of water surface in the tank minus the elevation of the conduit centreline
h_w	= Height of the weir crest above the conduit centreline
I, J, J_1, K, L, M, N, n	= Indices used in the analysis
L	= Length of the conduit between the reservoir and the surge tank
NA	= Net area of the surge tank
PG	= Non-tabular value of gate opening
Q_u	= Turbine discharge
Q_{ur}	= Weir discharge from riser to tank
Q_{ut}	= Weir discharge from tank to riser
t	= time
v	= conduit velocity

* Department of Civil Engineering, Indian Institute of Technology, Kanpur, Uttar Pradesh, India; and ** Bari Bazar, Gopalganj, Saran, Bihar, India.

of head PH and a tabular value of gate opening $G(I)$ is as follows:

$$Q_2(I, PH) = Q(I, J) + (PH - H(J))G_1(I, J, L) \\ + (PH - H(J))(PH - H(L))G_2(I, J, L, N) \\ + (PH - H(J))(PH - H(L))(PH - H(N))G_3(I, J, \\ N, J_1) \quad \dots (19)$$

in which $H(J)$, $H(L)$, $H(N)$, and $H(J_1)$ are tabular values of head, G_1 , G_2 , and G_3 are first order, second order, and third order divided differences of discharge for a specified value of gate opening $G(I)$.

In case the turbine discharge is required for a non-tabular value of gate opening and non-tabular value of head, both Eqs. (18) and (19) should be used.

The sequence of steps for carrying out the calculations is as follows: assuming that the unknown quantities for a particular time have been ascertained, to determine them for the next time the following procedure is followed. Certain turbine discharge is assumed and the appropriate equations from Eqs. (1) to (10) are solved using the Runge-Kutta Method of fourth order to determine the conduit velocity, head in the tank, and the head in the riser. The net head on the turbines is then calculated. By using the interpolation (or extrapolation) procedure, the discharge corresponding to the net head on the turbines calculated above is determined. If the turbine discharge so determined does not differ from the assumed turbine discharge by the tolerance limit, which in the present case has been taken as $5 \text{ ft}^3/\text{s}$ ($0.142 \text{ m}^3/\text{s}$), the calculated values of the various quantities are taken to be the values for that particular time and this procedure is repeated for the next time. On the other hand, if the calculated turbine discharge differs from the assumed value by more than the tolerance limit, the calculations are repeated using the calculated value of discharge and this procedure is repeated again and again until the above specified criterion is satisfied. In the present case a time step of 1 s has been used and the analysis has been carried out by an IBM 7044 digital computer.

Results

The load demand analysis has been carried out for the Thoma diameter of 52 ft (15.87 m), for diameters larger than this by percentages of 10, 20, 25, 40, and 50, and in

each case for various port areas. The optimum port area in each case has been determined using the same criterion as Rich, i.e., that the heel of the riser drop curve should be at the common level attained by the riser and the surge tank at the quarter cycle. When the optimum port area for each surge tank has been determined, the transient analysis in each case has been carried out for optimum port area, until the final steady state conditions have been reached. The variation of tank water level, riser water level, conduit velocity, power input to the turbines with time during the transient period have been plotted for various tank areas with optimum port area in each case. The power input P to the turbines at any time has been calculated by the formula:

$$P = \gamma Q_{net} H_{net}$$

in which $H_{net} = \text{Riser water level} + \text{Riser velocity head} - \text{Tail water elevation} - \text{Loss of head in the penstock}$. The second author's thesis² may be referred to for the figures showing variation of tank water level, riser water level, and conduit velocity with time. Graphs of these are shown in Fig. 6 for a tank diameter of 66 ft (20.1 m). The variation of power input to the turbines with time is shown in Fig. 7. The variation of quarter-cycle time with surge tank area (with optimum port area in each case) is shown in Fig. 8. It can be seen that the quarter-cycle time increases with increasing surge tank area indicating that the surge tank becomes sluggish with an increasing surge tank area.

The load rejection analysis has been carried out for cases when the riser height is large enough to contain the maximum upsurge, and when spilling is allowed if the water level exceeds 1339.0 ft (408 m). The variation of tank water level, riser water level, and conduit velocity with time have been determined and plotted in both the cases for various surge tank areas with optimum port area in each case.

The graphs in Figs. 9, 10, 11, and 12, are for a tank diameter of 66 ft (20.1 m). In all the cases, the riser level curve differed significantly from the tank level curve only in the first quarter cycle.

Enveloping curves have been drawn along the peaks of the surge tank and riser oscillation curves and the times for decay of the surge from the quarter cycle value to $1/2$, $1/4$, and $1/8$ of the quarter cycle value have been determined and plotted in Figs. 13 and 14. These graphs

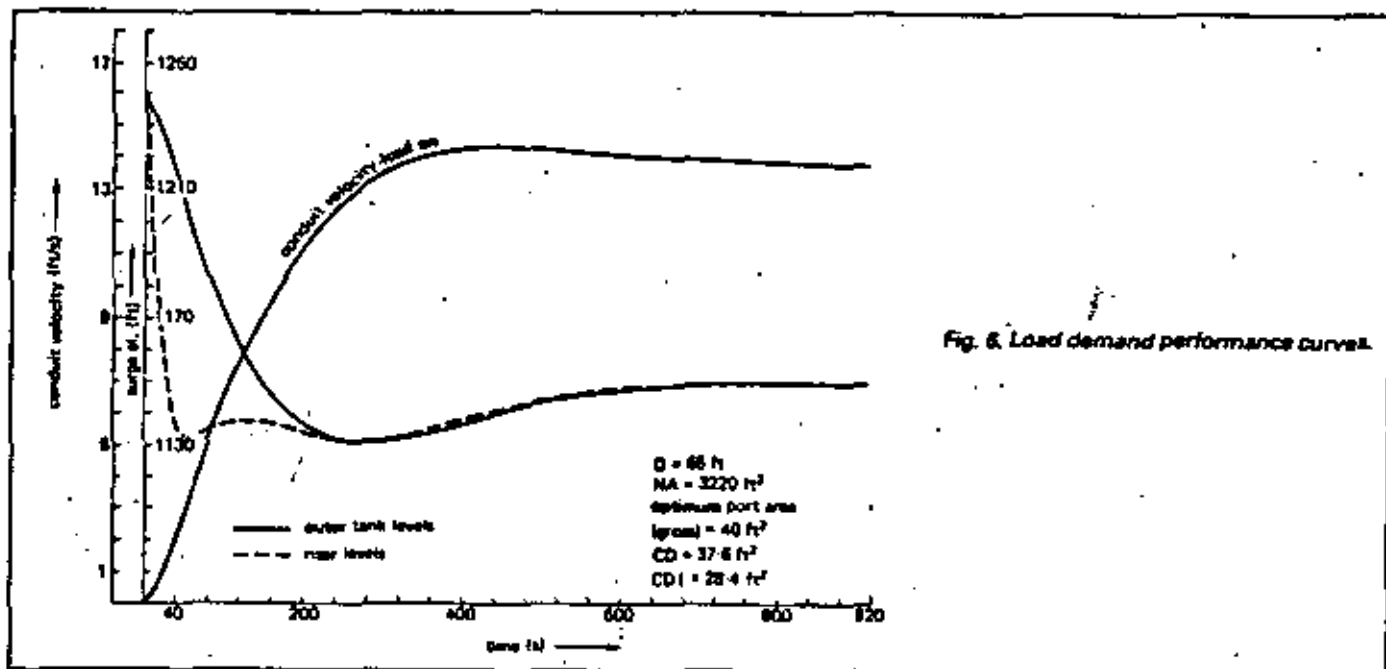


Fig. 6. Load demand performance curves.

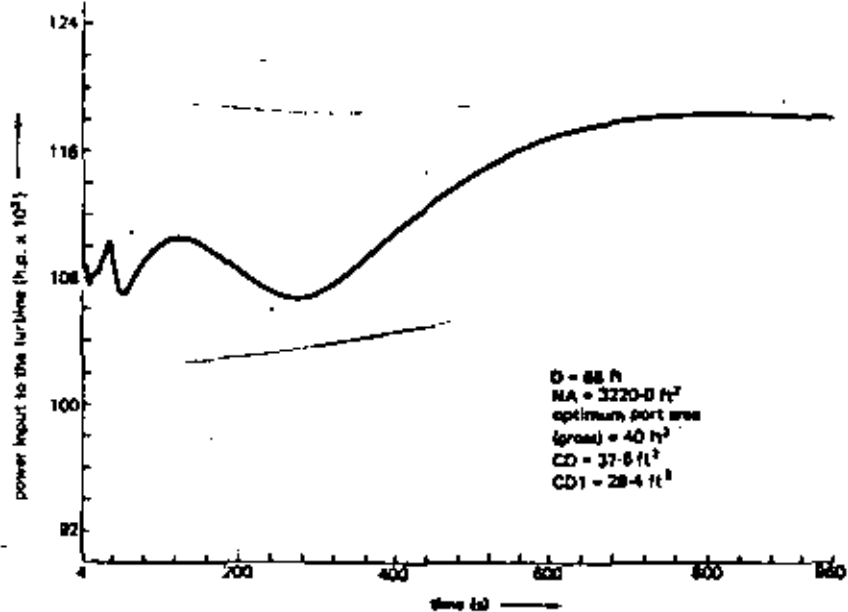


Fig. 7. Load demand: variation in power input to the turbines.

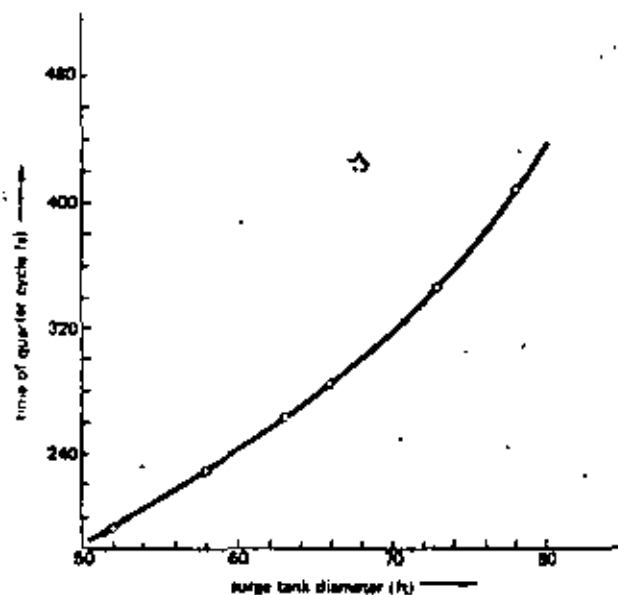


Fig. 8. Load demand: variation of the quarter cycle time using optimum port area for each tank.

also show that the surge tank becomes sluggish with increasing surge tank area.

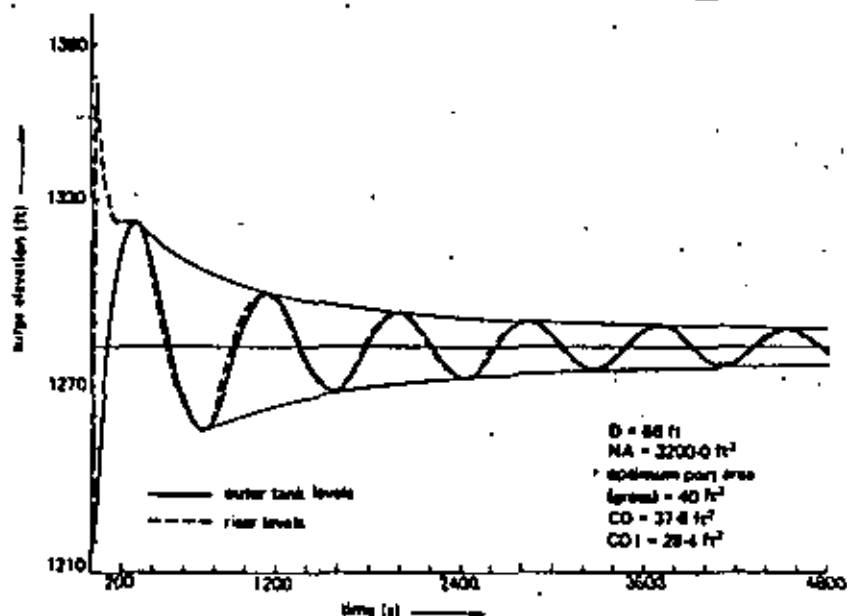
The results of the numerical method used in the study have been compared with the detailed results of the arithmetic method of integration and the salient results obtained by using Johnson's charts for a tank diameter of 66 ft (20.1 m) given by Rich. Comparison of salient values for a tank diameter of 66 ft (20.1 m) is shown in Tables II and III. Instead of the continuous gate variation shown in Figs. 2 and 3, if step-by-step gate variation, as used in the arithmetic method of integration by Rich was used, there was considerable discrepancy between the results obtained and the results given by Rich.

In the case of load rejection with the riser top at el. 1339.00 ft (408 m), it was found that during the first quarter cycle, the riser level reached a maximum, then receded, rose again and met the tank level curve at the end of the quarter cycle.

In the case of load rejection with the riser long enough to contain the maximum upsurge, the riser level shot up to a very large value during the first quarter cycle.

The variation of maximum surge with tank diameter in the case of load demand and load rejection are shown in Fig. 15.

Fig. 9. Load rejection: performance curves (riser height is very large).



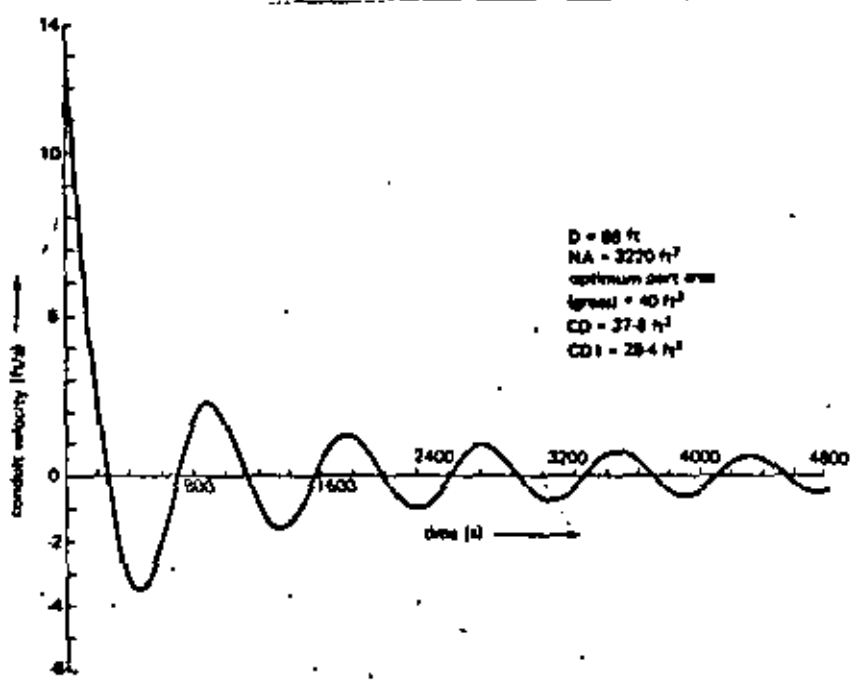
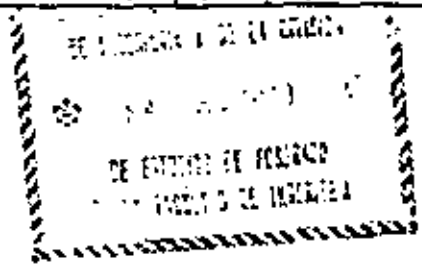


Fig. 10. Load rejection: variation in conduit velocity (riser height is very large).

Fig. 11. Load rejection: performance curves. The riser height is fixed at el. 1339 ft (408 m).

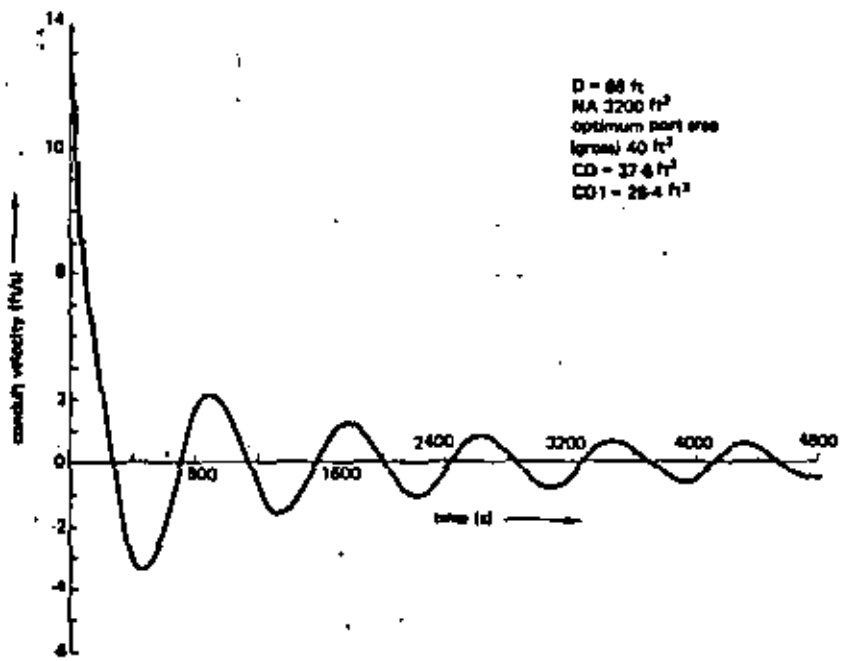
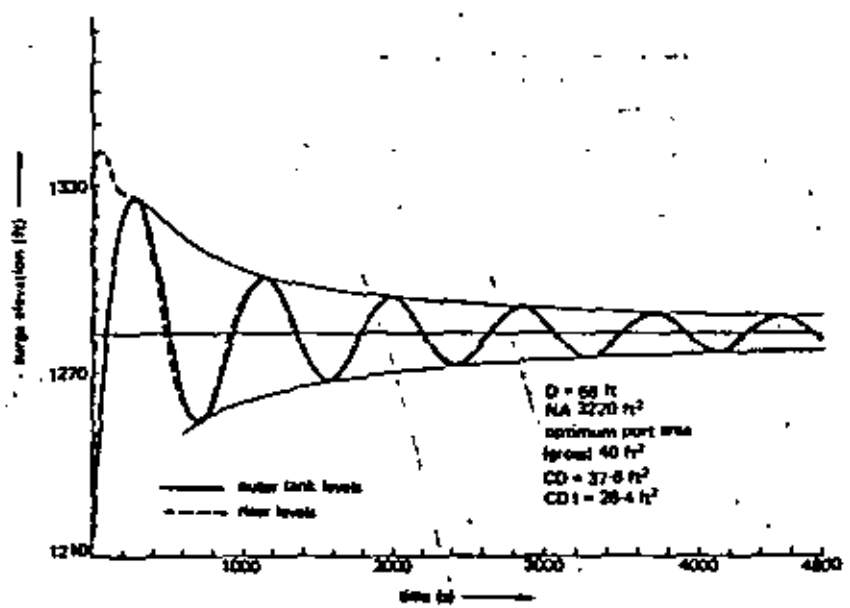


Fig. 12. Load rejection: variation in the conduit velocity. The riser height is fixed at 1339 ft (408 m).

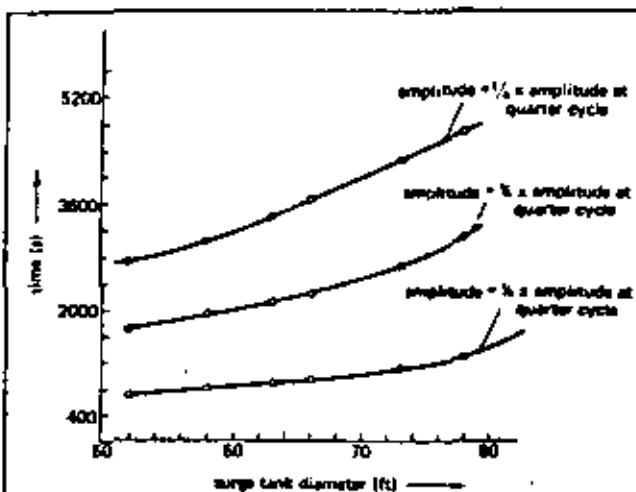


Fig. 13. Rate of decay of the surge amplitudes (riser height is very large).

Table II—Results of various methods for load demand (surge tank dia. = 65 ft (20.1 m))

Variable	Johnson's method	Arithmetic integration method (manual)	Numerical method presented in the paper
Elevation corresponding to maximum downsurge	1131 ft (344.8 m)	1130.7 ft (344.7 m)	1130.97 ft (344.8 m)
Quarter-cycle time (s)	293	300	283.5
CD1	30.5 ft ² (2.84 m ²)	28.4 ft ² (2.64 m ²)	28.4 ft ² (2.64 m ²)
CD	37.4 ft ² (3.48 m ²)	37.6 ft ² (3.5 m ²)	37.6 ft ² (3.5 m ²)

Table III—Results of various methods with riser crest at el. 1339 ft (408 m) for load rejection. (Same dia. tank as Table II).

Variable	Johnson's method	Arithmetic integration method (manual)	Numerical method presented in the paper
Elevation corresponding to maximum upsurge	1331.7 ft (406 m)	1341.6 ft (409.1 m)	1341.41 ft (409 m)
Quarter-cycle time (s)	264	260	279.5

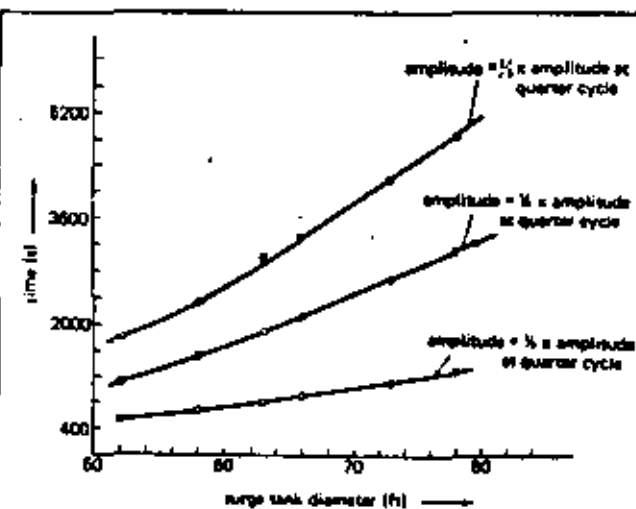


Fig. 14. Rate of decay of the surge amplitudes (riser height is fixed at 1339 ft (408 m)).

Conclusions and recommendations

The Runge-Kutta method of fourth order for solution of the system of non-linear differential equations and the use

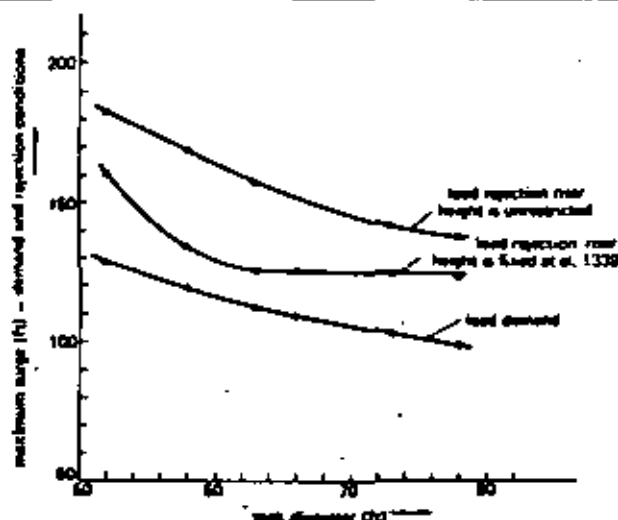


Fig. 15. Variation of the maximum surge heights with tank diameter (using optimum port area).

of Newton's interpolating polynomial of degree three for interpolating (or extrapolating) the tabular information relating to the turbine performance characteristics proved to be good methods for the numerical solution of the differential surge tank transients.

The surge tank has been found to become sluggish with increasing surge tank diameter both in the case of load demand and load rejection. This conclusion contradicts the conclusion of Rich on the basis of the analysis of incipient stability for small load changes that substantial increase over Thoma diameter is necessary giving an impression that the higher the percentage the better it would be.

It is recommended that for surge tank design the water level oscillations in the surge tank and the riser and fluctuation of power input to the turbines during the transient period for various surge tank areas should be obtained and the final selection should be made on the basis of economics, rate of decay of surge tank oscillations, tolerance regarding fluctuations in power input during the transient period, etc. □

References

1. RICH, G. R. "Hydraulic Transients", Dover Publications Inc; New York, USA; 1961.
2. SINGH, P. N. "Numerical Method of Solution of the Transients of a Differential Surge Tank", (M.Tech. Thesis) Department of Civil Engineering, Indian Institute of Technology, Kanpur, India; 1974.
3. ARDEN, B. W. AND ASTILL, K. N. "Taylor's Series and Divided Differences", (Numerical Algorithms: Origin and Applications), Addison-Wesley Publishing Company; 1970.
4. STREETER, V. L. AND WYLIE, E. B. "Hydraulic Transients", McGraw-Hill Book Company, New York, USA; 1967.

Bibliography

- CARNAHAN, B., LUTHER, H. A., AND WILKES, J. O. "Applied Numerical Methods", John Wiley and Sons Inc; 1969.
- CONTE, S. D. "Elementary Numerical Analysis" McGraw-Hill Book Company, New York, USA; 1965.
- MIRNE, W. E. "Numerical Calculus", Princeton University Press, Princeton, New Jersey, USA; 1949.
- RALSTON, A. "A First Course in Numerical Analysis", McGraw-Hill Book Company, New York, USA; 1965.

CHAPTER 2

BASIC EQUATIONS OF UNSTEADY FLOW

By James A. Liggett

In this chapter the basic equations of shallow water theory are derived. In section 2.1 the simple, fundamental equations are presented. Complications required by special cases appear in section 2.2 (which may be omitted at first reading and the proper portion studied at the time of the need for a particular equation). The dimensionless equations and similarity criteria are presented in section 2.3. Section 2.4 treats the approximations and assumptions, some of which are only implicit in the original derivation, in as great a quantitative detail as possible without referral to a specific problem. The analogy to compressible flow is treated in section 2.5 in order that use can be made of a great amount of research into gas dynamics for purposes of solving the shallow water equations. The linearized equations are presented in section 2.6 so that they are available for use in special cases and so that the properties of the shallow water equations can be exposed without the full complication. In section 2.7 the equations which must be used when the flow contains hydraulic jumps or bores are presented. Finally, the equations of hydrodynamics are used to derive the basic assumption of shallow water theory and a first order correction to that assumption.

2.1 A BASIC DERIVATION

There are a number of methods of derivation of the shallow water equations. Each has its advantages in that it displays certain of the assumptions and approximations that go into the equations. Probably the most elegant of the derivations begins with the Navier-Stokes equations of hydrodynamics. The following method is a simple, physical derivation chosen for its simplicity. The limitations on the equation are discussed separately.

The basic assumption of shallow water theory is that the pressure varies hydrostatically in the vertical, or

$$p = \rho g (h-z), \quad z \leq h \quad (2-1)$$

in which z is the vertical coordinate and h is the water depth (see figure 2-1). Actually this is the basis of so-called first order shallow water theory. Higher order theories can be derived where it is progressively relaxed as in section 8 of this chapter; however, most engineering applications make use of the first order theory (solitary wave theory and the undular hydraulic jump are exceptions).

The following derivation is for the one-dimensional equations. The independent variables are x and t . The vertical dimension is suppressed as all quantities are averaged in the vertical direction and the water depth becomes a dependent variable. The other horizontal dimension is added later, as are the more complex features of the equations. Note that the coordinate system is not entirely orthogonal in that x lies in the bed of the channel

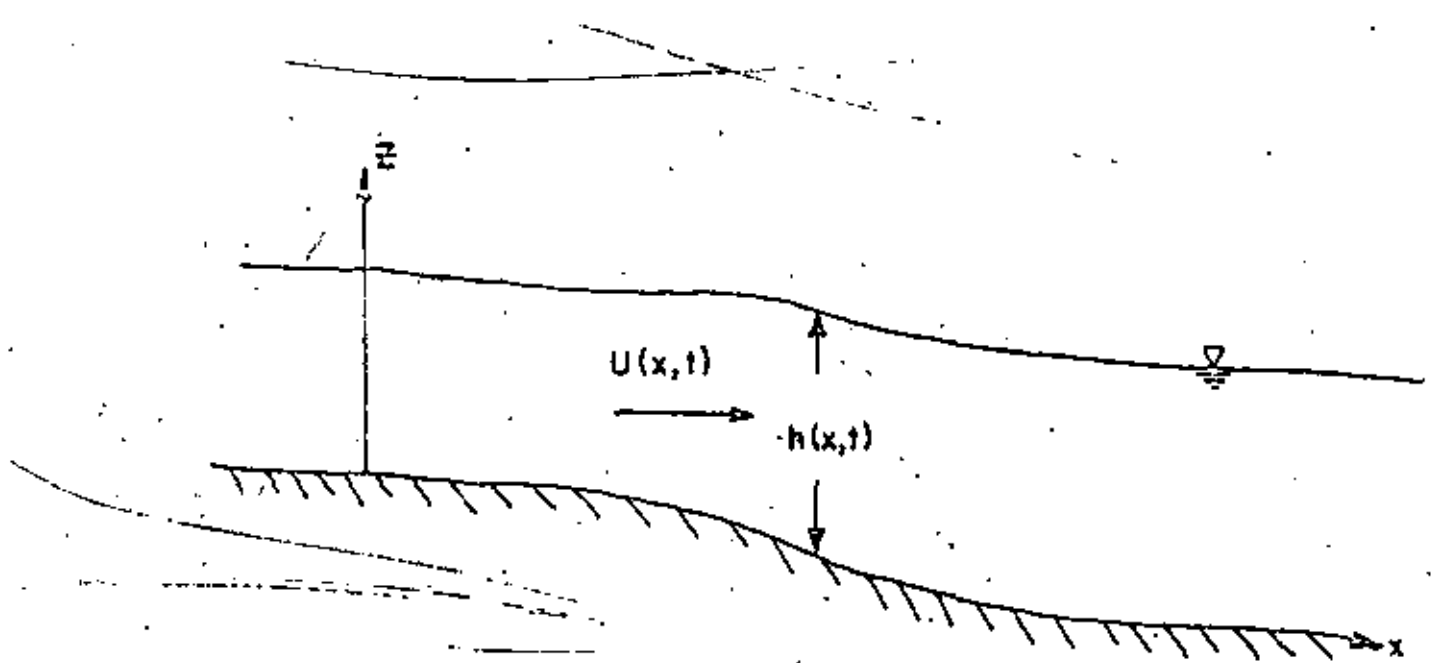


Figure 2-1. Definitions of $x, z, h,$ and $U.$

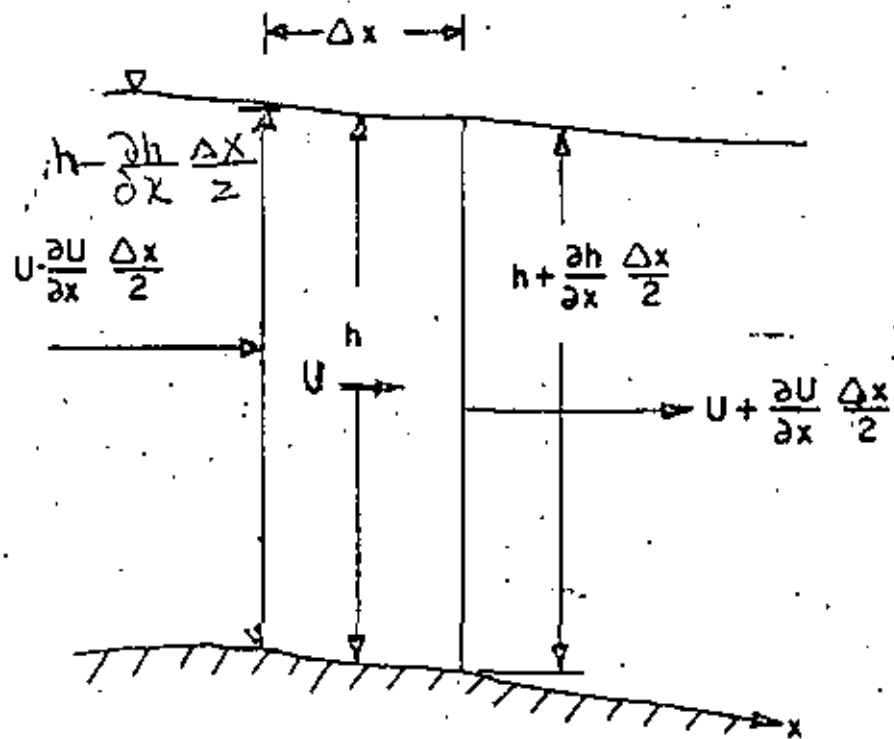


Figure 2-2. The elementary volume.

and z is vertical. This arrangement assumes that the cosine of the channel slope is approximately unity.

The continuity equation. Conservation of mass states for an elementary volume (figure 2-2):

The net rate of flow into the volume =
Rate of storage change in the volume

The volume is one unit wide (y -direction) and the position x is at the midpoint. The volume is of finite height, h , but the dimension in the x -direction, Δx , will be taken to zero. Thus the mass balance is

$$\begin{aligned} \left(U - \frac{\partial U}{\partial x} \frac{\Delta x}{2} \right) \left(h - \frac{\partial h}{\partial x} \frac{\Delta x}{2} \right) &= \left(U + \frac{\partial U}{\partial x} \frac{\Delta x}{2} \right) \left(h + \frac{\partial h}{\partial x} \frac{\Delta x}{2} \right) - \\ &\quad \text{(inflow)} \qquad \qquad \qquad \text{(outflow)} \\ \frac{\partial h}{\partial t} \Delta x &= U \frac{\partial h}{\partial x} \Delta x - h \frac{\partial U}{\partial x} \Delta x = \frac{\partial}{\partial x} (Uh) \Delta x \end{aligned} \quad (2-2)$$

(change of storage)

After multiplying out the factors and taking Δx to zero

$$\boxed{\frac{\partial h}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} (Uh) = 0} \quad (2-3)$$

The momentum equation. Conservation of momentum states:


The net rate of ^{flow of} momentum entering the element
+ the sum of the forces on the element = the
rate of accumulation of momentum.

The rate of flow of momentum in a fluid is the product of the mass rate of flow and velocity. Hence,

$$\text{Momentum entering} = \rho \left(U(Uh) - \frac{\partial}{\partial x} [U(Uh)] \frac{\Delta x}{2} \right) \quad (2-4)$$

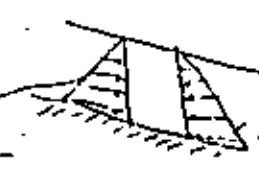
The transport of momentum leaving is identical except the sign in the expression is positive.

Three forces will be considered---gravity, pressure forces, and frictional resistance. All of these must be resolved in the x-direction. The force due to gravity is the weight component along the channel

$$F_g = \rho g h \Delta x \sin \theta_x = \rho g h S_x \Delta x$$

(2-5)

In which θ_x is the angle the x-axis makes with horizontal. Consistent with the assumption of small slope the sine of the angle is taken as equal to the tangent of the angle and the angle itself. Therefore, $\sin \theta_x$ is replaced by the channel slope, S_x .

The pressure force on a vertical section of unit width in water of depth h is

$$F_p = \int_0^h p \, dz = \rho g \int_0^h (h-z) \, dz = \frac{1}{2} \rho g h^2$$

(2-6)

$$\frac{1}{2} \int_0^h \rho g \left[(h^2 - 2hz + z^2) \frac{dh}{dx} \right] dx = \frac{1}{2} \int_0^h \rho g \left[(h^2 - 2hz + z^2) \right] dz$$

The frictional resistance is manifested by means of a shear along the bottom (or sides, in the general case) of a channel. One of the empirical equations for open channel resistance, Manning or Chezy, is used to express the bottom shear. For example, using the Manning equation

$$U = \frac{1.486}{n} R^{2/3} S_f^{1/2}$$
(2-7)

in which S_f is the "friction slope". Then the shear resistance for the element is

$$F_s = \rho h g S_f \Delta x$$
(2-8)

Combining these elements into a single equation for conservation of momentum gives

$$\begin{aligned} & \rho[U^2h - \frac{\partial}{\partial x}(U^2h)\frac{\Delta x}{2}] - \rho[U^2h + \frac{\partial}{\partial x}(U^2h)\frac{\Delta x}{2}] \\ & + \rho gh S_x \Delta x + \frac{1}{2}\rho g[(h^2 - \frac{\partial h^2}{\partial x}\frac{\Delta x}{2}) - (h^2 + \frac{\partial h^2}{\partial x}\frac{\Delta x}{2})] \quad (2-9) \\ (-) \quad \rho gh S_f \Delta x = \frac{\partial}{\partial t}(\rho Uh)\Delta x \end{aligned}$$

After combining terms, dividing through by ρ and Δx , then taking Δx to zero

$$\frac{\partial}{\partial t}(Uh) + \frac{\partial}{\partial x}(U^2h) + \frac{g}{2} \frac{\partial}{\partial x}(h^2) = gh(S_x - S_f) \quad (2-10)$$

Equation (2-10) is in the so-called "conservation form". For some finite difference applications it must remain in that form; however, it is most often seen in reduced form. The derivatives can be rearranged to give

$$h \frac{\partial U}{\partial t} + U \frac{\partial h}{\partial t} + U \frac{\partial}{\partial x}(Uh) + Uh \frac{\partial U}{\partial x} + gh \frac{\partial h}{\partial x} = gh(S_x - S_f) \quad (2-11)$$

The first and second terms are simply equation (2-3) multiplied by U , hence after dividing through by h

$$\frac{\partial U}{\partial t} + U \frac{\partial U}{\partial x} + g \frac{\partial h}{\partial x} = g(S_x - S_f) \quad (2-12)$$

2.2 ADDITIONS TO THE EQUATIONS

In section 2.1 the shallow water equations appear in one dimension and time in their simplest form. Obviously, many applications are more complex and require additional terms or modification of terms.

Two dimensions. Many applications bring in an additional "horizontal" coordinate, y , at right angles to x . In that case the continuity equation must consider the possibility that fluid enters and leaves the elementary volume (fig. 2-3) through the faces normal to the y -axis leading to an additional term

$$\frac{\partial h}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}(Uh) + \frac{\partial}{\partial y}(Vh) = 0 \quad (2-13)$$

Momentum is a vector quantity and thus must be conserved in the x and y directions separately. However, in the one-dimensional case x -momentum was assumed to enter only through the x face. In two dimensions x -momentum can also be transported through the y face. Thus the rate of transport of x -momentum into the element (corresponding to equation (2-4)) is

$$\begin{aligned} \text{Momentum entering} = & \rho[U(Uh) - \frac{\partial}{\partial x}[U(Uh)]\frac{\Delta x}{2}] \\ & + \rho[V(Uh) - \frac{\partial}{\partial y}[V(Uh)]\frac{\Delta y}{2}] \end{aligned} \quad (2-14)$$

Thus, conservation of x -momentum becomes

$$\frac{\partial}{\partial t}(Uh) + \frac{\partial}{\partial x}(U^2h) + \frac{\partial}{\partial y}(UVh) + \frac{g}{2} \frac{\partial}{\partial x}(h^2) = gh(S_x - S_{fx}) \quad (2-15)$$

in which the friction slope is now designated for the x -direction. The corresponding equation for the y -direction is by analogy

$$\frac{\partial}{\partial t}(Vh) + \frac{\partial}{\partial x}(UVh) + \frac{\partial}{\partial y}(V^2h) + \frac{g}{2} \frac{\partial}{\partial y}(h^2) = gh(S_y - S_{fy}) \quad (2-16)$$

Equations (2-15) and (2-16) are, of course, the conservation form. The reduced forms are

$$\frac{\partial U}{\partial t} + U \frac{\partial U}{\partial x} + V \frac{\partial U}{\partial y} + g \frac{\partial h}{\partial x} = g(S_x - S_{fx}) \quad (2-17)$$

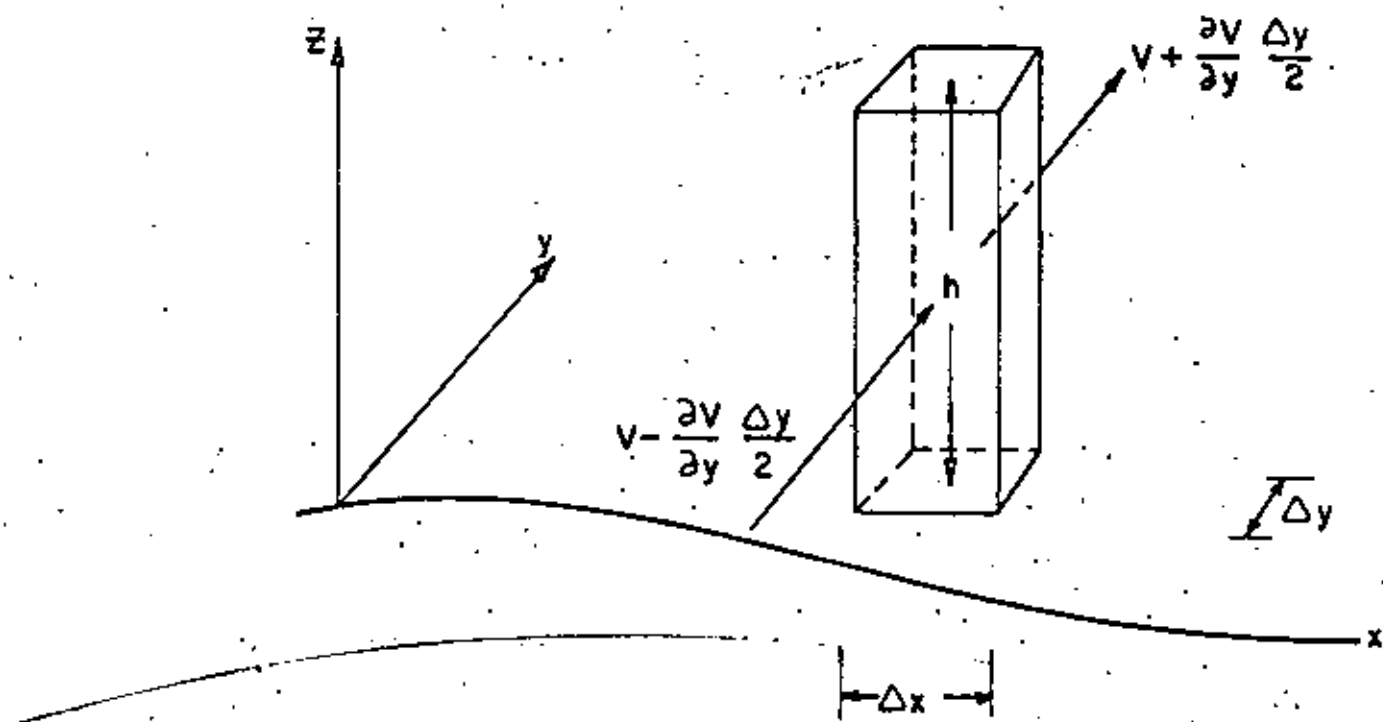


Figure 2-3. The three-dimensional element.

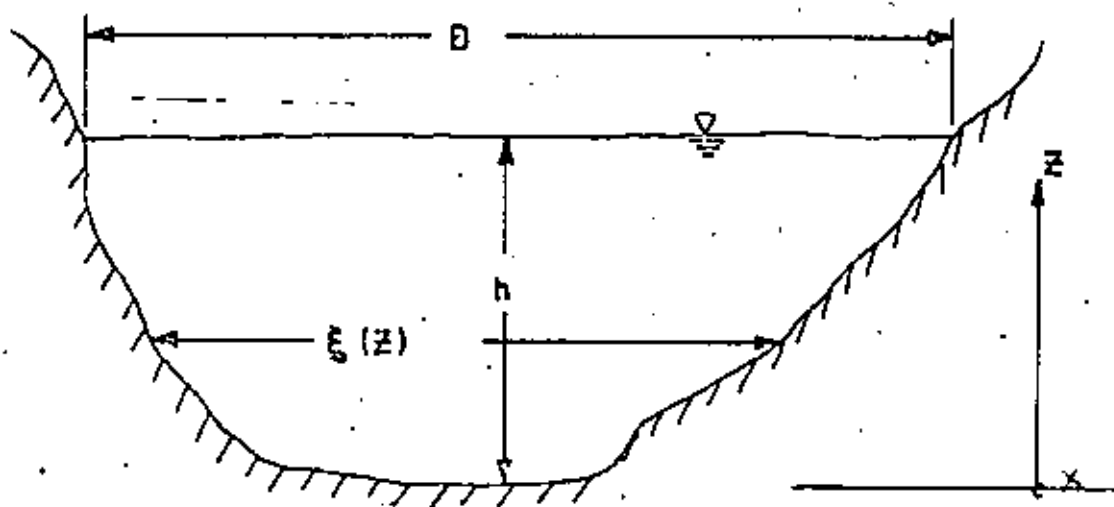


Figure 2-4. The cross-section of a channel of arbitrary shape.

$$\frac{\partial V}{\partial t} + U \frac{\partial V}{\partial x} + V \frac{\partial V}{\partial y} + g \frac{\partial h}{\partial y} = g(S_y - S_{fy}) \quad (2-18)$$

Irregular cross-section. The equations as derived in section 2.1 apply to open channel flow in rectangular channels. A more general form is needed for flow in channels of any other shape. Figure 2-4 indicates a channel of general shape with the fluid occupying a cross-sectional area, A. In deriving the continuity (2-3) and the momentum equations (2-10) the depth (times unity) was used as the area of the face of the elementary volume; thus the cross-sectional area can replace h in all terms except the hydrostatic force term of the momentum equations. Therefore, the equations become

$$\frac{\partial h}{\partial t} \rightarrow \frac{\partial A}{\partial t} \quad \frac{\partial}{\partial x} (Uh) \rightarrow \frac{\partial}{\partial x} (AU)$$

$$\frac{\partial A}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} (UA) = 0 \quad (2-20)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} (UA) + \frac{\partial}{\partial x} (U^2 A) + f_p = gA(S_x - S_f) \quad (2-21)$$

The pressure force on the end of the element is

$$F_p = \int_0^h \rho g(h-z) \xi dz \quad (2-22)$$

in which ξ is the channel width at height z above the bottom.

The net force in the downstream direction

$$F_p - (F_p + \frac{\partial F_p}{\partial x} \Delta x) = - \frac{\partial}{\partial x} \int_0^h \rho g(h-z) \xi dz \Delta x \quad (2-23)$$

Now,

$$- \frac{\partial}{\partial x} \int_0^h \rho g(h-z) \xi dz = - \rho g \int_0^h \frac{\partial}{\partial x} [(h-z)\xi] dz \quad (2-24)$$

$$= - \rho g \left[\frac{\partial h}{\partial x} \int_0^h \xi dz + \int_0^h (h-z) \frac{\partial \xi}{\partial x} dz \right]$$

The first integral on the right side is simply the cross-sectional area. For the second term $\partial \xi / \partial x$ is assumed zero; that is, the channel is assumed prismatic. Non-prismatic channels are treated in the next section. Thus

$$\int_0^h \rho g z \, dz = \rho g A \frac{\partial h}{\partial x} \quad (2-25)$$

and the momentum equation becomes

$$\frac{\partial}{\partial t} (hu) + \frac{\partial}{\partial x} (U^2 A) + gA \frac{\partial h}{\partial x} = gA(S_x - S_f) \quad (2-26)$$

Using the equation of continuity produces

$$\frac{\partial U}{\partial t} + U \frac{\partial U}{\partial x} + g \frac{\partial h}{\partial x} = g(S_x - S_f) \quad (2-27)$$

which is no change from the rectangular case.

Non-prismatic channels. If the channel narrows or widens in the downstream direction, the banks contribute an additional pressure force (in addition to shear on the banks which is accounted for by S_f term). This force is

$$\Delta F_p = \int_0^h \rho g (h - z) \frac{\partial \xi}{\partial x} dz \quad (2-28)$$



When added to the results of (2-24) this term exactly cancels the last term of (2-24), hence there is no necessity to assume $\partial \xi / \partial x = 0$ and equations (2-26) and (2-27) apply.

Though these results are simple, caution must be used in dealing with the derivatives of area in the continuity equation

(2-20). Often the depth, h ; is the most desirable dependent variable. The proper substitution is

$$A = \int_0^h \xi(x, z) dz \quad (2-29)$$

Taking the time derivative

$$\frac{\partial A}{\partial t} = \xi(h, z) \frac{\partial h}{\partial t} = B \frac{\partial h}{\partial t} \quad (2-30)$$

in which B is the channel width at the water surface.

The x -derivative is slightly more complex

$$\frac{\partial A}{\partial x} = \int_0^h \frac{\partial \xi}{\partial x} dz + B \frac{\partial h}{\partial x} \quad (2-31)$$

The last term represents a gain in area by a gain in depth, but the first term is a gain in area through a widening of the cross-section (non-prismatic channel). The integral is often written

$$\int_0^h \frac{\partial \xi}{\partial x} dz = \left(\frac{\partial A}{\partial x} \right)_h \quad (2-32)$$

which is to be read "the rate of change of area with respect to x with depth held constant". It is, of course, zero for prismatic channels and in general is a function of the channel geometry.

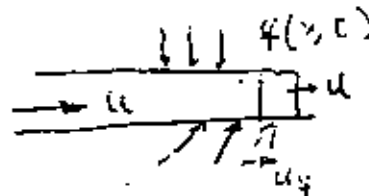
The continuity equation written with depth as a dependent variable is

$$B \frac{\partial h}{\partial t} + UB \frac{\partial h}{\partial x} + U \left(\frac{\partial A}{\partial x} \right)_h + A \frac{\partial U}{\partial x} = 0 \quad (2-33)$$

Lateral inflow. In many applications provision must be made for the addition or subtraction of fluid in the direction of flow. Examples are the distributed inflow to channels, concentrated inflow at tributaries, rainfall or overland flow into channels, outflow to irrigation systems, and seepage losses. Herein inflow is regarded as positive and outflow negative. They are designated by the symbol q which has dimensions of $L^3/(TL^2)$ when used in the equations of section 2.1 or dimensions of $L^3/(TL)$ when used in, for example, equations (2-20) and (2-26) which deal with the channel cross section.

In the case of the continuity equation, the inflow term (of (2-2), for example) must contain the additional term $q \Delta x$ which is the net lateral inflow to the element. Then equation (2-3) would read

$$\frac{\partial h}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}(Uh) = q$$



All other continuity equations of this chapter would have q added to the right side if lateral inflow is considered.

In the case of the momentum equation, there are terms which account for additional momentum both entering and leaving the elementary volume. The additional momentum entering (see equation (2-4)) is $\rho q u_q \Delta x$ where u_q is the downstream component of velocity of the lateral inflow. Upon leaving the elementary volume the velocity of the additional fluid is the same as the velocity in the channel, so the momentum leaving is $\rho q U \Delta x$. Equation (2-10) then becomes

$$\frac{\partial}{\partial t}(Uh) + \frac{\partial}{\partial x}(U^2h) + \frac{\pi}{2} \frac{\partial}{\partial x}(h^2) = \pi h(S_x - S_f) + q(u_q - U) \quad (2-35)$$

Equation (2-12) has the same term divided by h, equation (2-26) has the same term, and equation (2-27) has the same term divided by A.

Flood plain storage. Most rivers store water outside of their normal channel in times of flood. Figure 2-5 indicates the case of a river with a large flood plain. Out of channel storage also frequently occurs when a flooded river backs water up a non-flooding tributary.

The problem of the flood plain is sometimes solved by writing separate equations for the in-bank and out-of-bank flow. However, this method requires that the two sets of equations be coupled, at least in conservation of mass. A simpler, but somewhat arbitrary technique, is to define two water surface widths as shown in figure 2-5. B_s is the width of the entire surface, including the flood plain, and B is the width of the flow channel. It is now assumed that no downstream flow takes place in the flood plain. If this assumption is obviously incorrect, the channel width, B , can be increased somewhat to compensate for flood plain flow. Then the "storage width" of the channel is B_s . That is, B_s is the quantity which should be used in equation (2-30) and in the storage term (the first term) of equation (2-33). All other terms of the equation are concerned with flow, not storage, so retain their original form. Thus the continuity equation becomes

$$B_s \frac{\partial h}{\partial t} + UB \frac{\partial h}{\partial x} + U \left(\frac{\partial A}{\partial x} \right) h + A \frac{\partial U}{\partial x} = 0 \quad (2-36)$$

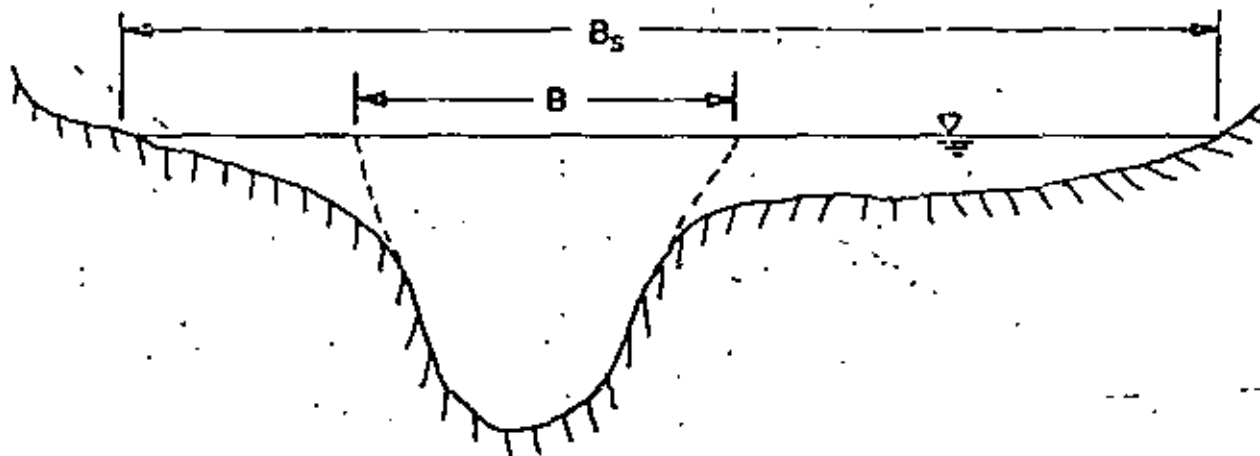


Figure 2-5. River with flood plain.

4.3 AN OVERVIEW OF FINITE DIFFERENCE METHODS ON A FIXED GRID

In contrast to the basic characteristic method most users have preferred fixed grid methods. The objective is to solve the equations of motion at a finite number of grid points in the $x-t$ plane as indicated in figure 4-6. There are two basic types of fixed grid finite difference schemes. In an explicit scheme the equations are arranged to solve for one point at a time. For example assume that the solution has progressed through row i so that all points i are known (figure 4-6). In an explicit method the solution is advanced to row $i+1$ one point at a time; that is, point $i+1, j$ can be found independently of any of the other points $i+1$.

An implicit scheme, on the other hand, solves for a group of advance points through the use of simultaneous equations which include the unknowns at all points in the group. The method most commonly employed is to solve for an entire row, although the same technique can be employed for any block of points where the solution can be determined from previous steps.

Sections 4.4 through 4.9 deal with explicit methods whereas sections 4.10 through 4.14 treat implicit methods.

The problem to be solved can be stated quite generally that some differential operator, L , is to be applied to a vector of unknowns, z , and the result is a function of the dependent and independent variables

$$Lz = f$$

(4-64)

The finite difference scheme is formulated so that each of these

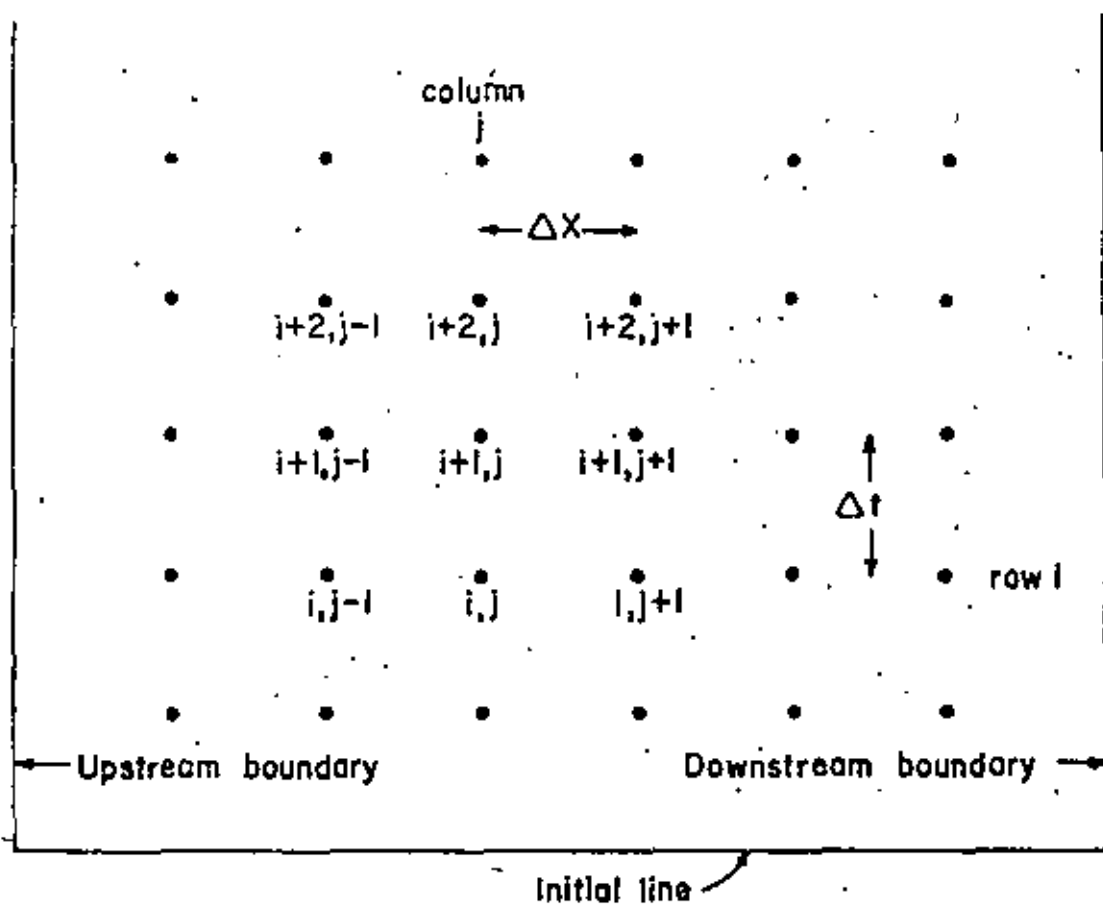


Figure 4-6. Fixed grid in the $x-t$ plane.

terms is defined only at certain grid points

$$L_{\Delta} z_{\Delta} = f_{\Delta} \quad (4-65)$$

In the present case, for example, some form of the shallow water equations is used so that a possibility for L , z , and f is

$$L = \left(\frac{\partial}{\partial t} \quad \frac{\partial}{\partial x} \right) \quad (4-66)$$

$$z = \begin{bmatrix} h & U \\ Uh & \frac{U^2}{2} + gh \end{bmatrix} \quad (4-67)$$

$$f = \left\{ S_0 - S_f \right\} \quad (4-68)$$

The idea is to construct (4-65) so that in some sense it approximates (4-64) at the points where (4-65) is defined. One criterion that might be applied is that when the grid spacing becomes smaller the difference equation equals the differential equation in the limit

$$\lim_{\Delta x, \Delta t \rightarrow 0} L_{\Delta} z_{\Delta} = Lz \quad \lim_{\Delta x, \Delta t \rightarrow 0} f_{\Delta} = f \quad (4-69)$$

However, solutions have been performed with schemes which approximated (in some sense) the differential equations at finite Δx and Δt but where (4-69) did not hold. It is immediately obvious that features smaller than Δx or Δt cannot be reproduced by difference schemes.

The methods presented herein are examined from the standpoint of accuracy and stability. Accuracy is tested by the ability of the method to reproduce the terms of the differential equation without introducing extraneous terms which are large enough to effect the solution. Stability is tested by asking if a particular part of the solution, perhaps an initially unimportant part, is likely to grow

without limit, until it destroys the calculation. Stability in this sense should not be confused with the type of stability that is the subject of chapter 6. In chapter 6 the differential equations themselves are analyzed and it is assumed that the behavior of the equations reflects the behavior of the physical system. In asking about numerical stability, however, it is the solution method that is tested to see if it properly reflects the behavior of the equations.

Considerations of accuracy and stability can best be discussed through simple examples.

Stability and accuracy. For simplicity consider the linear equation

$$\frac{\partial u}{\partial t} - c \frac{\partial u}{\partial x} = 0 \quad (4-70)$$

The solution $u(x, t)$ is assumed to be differentiable (at least once) for all x and t including the boundaries. The solution can be written as a Fourier series

$$u(x, t) = \sum_{n=1}^{\infty} U_n \exp[i(\sigma_n x + \beta_n t)] = \sum U_n e^{i(\sigma_n x + \beta_n t)} \quad (4-71)$$

in which $i = \sqrt{-1}$, and U_n , β_n , and σ_n are constants.

Substituting (4-71) into (4-70) yields for each term

$$\beta_n - c\sigma_n = 0 \quad (4-72)$$

Thus $c = \beta_n / \sigma_n$ is the speed of propagation (or wave celerity) of the n th term. All constants are real. The n th component is

$$U_n \exp[i\sigma_n x + \beta_n t] = U_n e^{i\sigma_n x} e^{i\beta_n t} \quad (4-73)$$

The last exponential can be considered an amplification factor with

time for the spacewise solution. But if β_n is real (as it must be)

$$|e^{i\beta_n t}| = |\cos \beta_n t + i \sin \beta_n t| = 1 \quad (4-74)$$

Although the solution changes with time, in the long run (actually over a wave period) it is neither damped (multiplied by a factor less than one) or amplified (multiplied by a factor greater than one).

Consider an explicit finite difference scheme where the solution is to be advanced to row $i+1$ (figure 4-6). The derivatives are approximated

$$\frac{\partial u}{\partial t} = \frac{u_j^{m+1} - \frac{1}{2}(u_{j+1}^m + u_{j-1}^m)}{\Delta t} \quad \frac{\partial u}{\partial x} = \frac{u_{j+1}^m - u_{j-1}^m}{2\Delta x} \quad (4-75)$$

Note that m replaces i in referencing the points in order to avoid confusion with $i = \sqrt{-1}$. Using (4-75) in (4-70) produces

$$u_j^{m+1} = \frac{1}{2}(u_{j+1}^m + u_{j-1}^m) + c \frac{\Delta t}{2\Delta x} (u_{j+1}^m - u_{j-1}^m) \quad (4-76)$$

Consider equation (4-71) which can be written for the grid points as

$$u(j \Delta x, n \Delta t) = \sum_{n=1}^{\infty} U_n \exp\{i(\sigma_n j \Delta x + \beta_n n \Delta t)\} = \sum U_n e^{i\sigma_n j \Delta x} e^{i\beta_n n \Delta t} \quad (4-77)$$

Taking only the n^{th} term to avoid writing the summation and using (4-77) in (4-76)

$$U_n \exp\{i(\sigma_n j \Delta x + \beta_n (m+1)\Delta t)\} = \frac{1}{2} U_n (\exp\{i(\sigma_n (j+1)\Delta x + \beta_n m \Delta t)\} + \exp\{i(\sigma_n (j-1)\Delta x + \beta_n m \Delta t)\}) - c \frac{\Delta t}{\Delta x} \exp\{i(\sigma_n (j+1)\Delta x + \beta_n m \Delta t)\} + c \frac{\Delta t}{\Delta x} \exp\{i(\sigma_n (j-1)\Delta x + \beta_n m \Delta t)\} \quad (4-78)$$

Dividing by $U_n \exp\{i(\sigma_n j \Delta x + \beta_n m \Delta t)\}$ yields

$$\exp(i\beta_n \Delta t) = \frac{1}{2}(\exp(i\sigma_n \Delta x) + \exp(-i\sigma_n \Delta x)) + c \frac{\Delta t}{\Delta x} (\exp(i\sigma_n \Delta x) - \exp(-i\sigma_n \Delta x)) \quad (4-79)$$

Since $-\frac{i}{2}(e^{i\theta} - e^{-i\theta}) = \sin\theta$ and $\frac{1}{2}(e^{i\theta} + e^{-i\theta}) = \cos\theta$

$$\exp(i\beta_n \Delta t) = \cos \sigma_n \Delta x + ic \frac{\Delta t}{\Delta x} \sin \sigma_n \Delta x \quad (4-80)$$

In order to reproduce the original solution β_n should have been real; however (4-80) indicates that it is complex. If $\beta_n = \beta_n^R + i\beta_n^I$

then
$$e^{i\beta_n \Delta t} = e^{i(\beta_n^R + i\beta_n^I)\Delta t} = e^{i\beta_n^R \Delta t} e^{-\beta_n^I \Delta t} = e^{i\beta_n^R \Delta t} e^{-\beta_n^I \Delta t}$$

$$\exp(i\beta_n \Delta t) = e^{-\beta_n^I \Delta t} (\cos \beta_n^R \Delta t + i \sin \beta_n^R \Delta t) \quad (4-81)$$

Setting (4-80) equal to (4-81) and solving for real and imaginary parts

$$e^{-\beta_n^I \Delta t} \cos \beta_n^R \Delta t = \cos \sigma_n \Delta x \quad (4-82)$$

$$e^{-\beta_n^I \Delta t} \sin \beta_n^R \Delta t = c \frac{\Delta t}{\Delta x} \sin \sigma_n \Delta x \quad (4-83)$$

First dividing and second squaring and adding produces

$$\tan \beta_n^R \Delta t = c \frac{\Delta t}{\Delta x} \tan \sigma_n \Delta x \quad (4-84)$$

$$e^{-\beta_n^I \Delta t} = [\cos^2 \sigma_n \Delta x + c^2 (\frac{\Delta t}{\Delta x})^2 \sin^2 \sigma_n \Delta x]^{1/2} \quad (4-85)$$

Equations (4-84) and (4-85) yield two conclusions about the finite difference scheme. These are:

- a) The amplification factor, $\exp(-\beta_n^I \Delta t)$, is not one unless $c \frac{\Delta t}{\Delta x} = 1$. If $c \frac{\Delta t}{\Delta x} > 1$ then the n^{th} component of the solution will be multiplied by a factor greater than one at each time step, causing any perturbation to grow without limit. In such a case the finite

difference scheme is numerically unstable. If $c \frac{\Delta t}{\Delta x} < 1$ the opposite occurs and the finite difference scheme is stable. In the latter case, however, natural features of the solution are also damped leading to distortions. Only if β_n^I is real ($\exp[-\beta_n^I \Delta t] = 1$ as in (4-74)) is the amplification factor the same in the finite difference and analytical solutions.

b) From equation (4-77) the wave speed (speed of a disturbance) of the n^{th} constituent is

$$\tilde{c}_n^R = \frac{\beta_n^R}{\sigma_n} \quad (4-86)$$

But from (4-84)

$$\beta_n^R = \frac{1}{\Delta t} \arctan \left(c \frac{\Delta t}{\Delta x} \tan \sigma_n \Delta x \right) \quad (4-87)$$

In general β_n^R is a function of σ_n and the wave speed is not the analytical wave speed (see (4-72)). The analytical wave speed, c , is a constant for all wave lengths whereas \tilde{c}_n^R is dependent on wave length, causing the wave to disperse or segregate according to length. Thus the numerical scheme is dispersive. Only if $c \frac{\Delta t}{\Delta x} = 1$ does the numerical scheme become nondispersive.

Damping is commonly measured by

$$R_1 = \frac{\text{damping of the finite difference solution}}{\text{damping of the analytical solution}} = \frac{e^{-\beta_n^I \Delta t}}{e^{-\beta_n^I t}} \quad (4-88)$$

The difference in propagation speed is measured by

$$R_2 = \frac{\text{wave celerity of the finite difference solution}}{\text{wave celerity of the analytical solution}} = \frac{\tilde{c}_n^R}{c} \quad (4-89)$$

For the finite difference scheme shown in this section R_1 is plotted against $L_n/\Delta x$ for two values of $c\frac{\Delta t}{\Delta x}$ (figure 4-7). The parameter is the number of finite difference intervals in one wavelength where $L_n = \frac{2\pi}{\sigma_n}$. For any value of $c\frac{\Delta t}{\Delta x} > 1$, $R_1 > 1$ and calculation becomes impossible due to instabilities. As $L_n/\Delta x$ becomes large the n^{th} constituent of the solution approaches the analytical solution. In most practical cases there are disturbances of all wavelengths. A point spacing must be chosen so that the important features of the solution are reproduced with sufficient accuracy. Thus there is a lower limit on the number of finite difference intervals (or an upper limit on the point spacing). In the example if $L_n/\Delta x < 10$ the damping error is more than 25% so features with wave lengths less than about $10\Delta x$ may be inaccurately represented by the numerical calculation.

On the other hand positive damping has been considered an asset in some nonlinear problems. The nonlinearity creates a situation in which energy can travel from one mode or wave length to another. If the energy travels from the longer to the shorter wave lengths, it may accumulate at $L = 2\Delta x$. An instability can then arise, due to nonlinearity, at the shortest wave length. Positive damping can act as a factor in controlling such a situation and actually serves to represent dissipation which may be present naturally. There is no general way of analyzing nonlinear problems so experience and empirical analysis become important.

Although the R_1 factor has been plotted herein, the R_2 factor can be handled with the same sort of analysis. It will generally indicate that closer point spacing produces wave speeds more nearly correct.

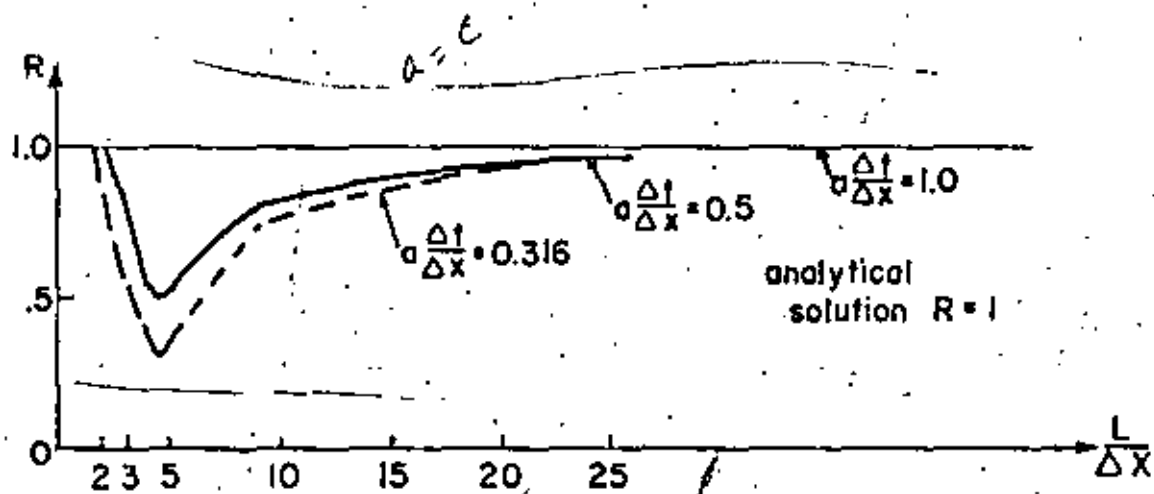


Figure 4-7. The damping factor vs. number of points in a wave length.

These same methods are used to analyze the practical finite difference schemes that follow. However, with more complex equations, especially nonlinear equations, certain approximations have to be made in order that the analysis is tractable.

4.4. THE UNSTABLE METHOD

The finite difference scheme presented in this section is perhaps the one which would naturally occur first to someone programming the shallow water equations. It has been attempted often, usually without success because of its stability properties, but there are examples of its successful use.

The finite difference approximation (see figure 4-6) is

$$\frac{\partial U}{\partial x} = \frac{U_{j+1}^i - U_{j-1}^i}{2\Delta x} \quad \frac{\partial U}{\partial t} = \frac{U_j^{i+1} - U_j^i}{\Delta t} \quad (4-90)$$

Thus it is a one level scheme of first order accuracy. Applied to equation (2-3) and (2-12), it yields

$$\frac{h_j^{i+1} - h_j^i}{\Delta t} + U_j^i \frac{h_{j+1}^i - h_{j-1}^i}{2\Delta x} + h_j^i \frac{U_{j+1}^i - U_{j-1}^i}{2\Delta x} = 0 \quad (4-91)$$

$$\frac{U_j^{i+1} - U_j^i}{\Delta t} + U_j^i \frac{U_{j+1}^i - U_{j-1}^i}{2\Delta x} + g \frac{h_{j+1}^i - h_{j-1}^i}{2\Delta x} = R_j^i \quad (4-92)$$

where

$$R_j^i = g(S_0 - S_f)_j^i \quad (4-93)$$

In the investigation of stability U_j^i and h_j^i are considered to be slowly varying functions of x and t so that they can be considered constants. That is, only the linearized equations are investigated with $U_j^i = U_0$ and $h_j^i = h_0$. Also the grid designation i is replaced by m to avoid confusion with $i = \sqrt{-1}$. The solutions to the linearized equations are represented as a Fourier series

(as in the last section)

$$U(j\Delta x, m\Delta t) = \frac{1}{h} U_n \exp[i(j\sigma_n \Delta x + m\beta_n \Delta t)] = \sum U_n e^{i(j\sigma_n \Delta x + m\beta_n \Delta t)} \quad (4-94)$$

$$H(j\Delta x, m\Delta t) = \frac{1}{h} H_n \exp[i(j\sigma_n \Delta x + m\beta_n \Delta t)] = \sum H_n e^{i(j\sigma_n \Delta x + m\beta_n \Delta t)} \quad (4-95)$$

where U_n and H_n are Fourier coefficients, σ_n and β_n are wave numbers in space and time, and β_n may be complex. In the linear system the Fourier components are independent and only a typical term need be considered. As in the last section the multiplication factor is the ratio of successive terms in the time direction

$$\frac{\exp[i(j\sigma_n \Delta x + (m+1)\beta_n \Delta t)]}{\exp[i(j\sigma_n \Delta x + m\beta_n \Delta t)]} = e^{i\beta_n \Delta t} \quad (4-96)$$

and the stability condition is

$$|e^{i\beta_n \Delta t}| \leq 1 \quad (4-97)$$

or that $e^{i\beta_n \Delta t}$ lies in the unit circle of the complex plane.

Basic stability. Equations (4-94) and (4-95) are substituted into (4-91) and (4-92). The result is multiplied by Δt and terms of the order of Δt are neglected (which simply neglects the right hand sides) for the purpose of the stability analysis. The result will be a stability criterion as Δx and Δt tend toward zero. After multiplying by Δt the equations are divided by $\exp[i(j\sigma_n \Delta x + m\beta_n \Delta t)]$ to give

$$H_n (e^{i\beta_n \Delta t} - 1) + \frac{1}{2} U_n \frac{\Delta t}{h \Delta x} (e^{i\sigma_n \Delta x} - e^{-i\sigma_n \Delta x}) + \frac{1}{2} h U_n \frac{\Delta t}{\Delta x} (e^{i\sigma_n \Delta x} - e^{-i\sigma_n \Delta x}) = 0 \quad (4-98)$$

$$U_n (e^{i\beta_n \Delta t} - 1) + \frac{1}{2} U_0 U_n \frac{\Delta t}{\Delta x} (e^{i\sigma_n \Delta x} - e^{-i\sigma_n \Delta x}) + \frac{1}{2} g H_n \frac{\Delta t}{\Delta x} (e^{i\sigma_n \Delta x} - e^{-i\sigma_n \Delta x}) = 0 \quad (4-99)$$

Equations (4-98) and (4-99) are homogeneous in U_n and H_n . In order that $U_n \neq 0$ and $H_n \neq 0$ the coefficient determinate of these quantities must equal to zero

$$\begin{vmatrix} (e^{i\beta_n \Delta t} - 1) + \frac{1}{2} U_0 \frac{\Delta t}{\Delta x} (e^{i\sigma_n \Delta x} - e^{-i\sigma_n \Delta x}) & \frac{1}{2} g \frac{\Delta t}{\Delta x} (e^{i\sigma_n \Delta x} - e^{-i\sigma_n \Delta x}) \\ \frac{1}{2} g \frac{\Delta t}{\Delta x} (e^{i\sigma_n \Delta x} - e^{-i\sigma_n \Delta x}) & (e^{i\beta_n \Delta t} - 1) + \frac{1}{2} U_0 \frac{\Delta t}{\Delta x} (e^{i\sigma_n \Delta x} - e^{-i\sigma_n \Delta x}) \end{vmatrix} = 0 \quad (4-100)$$

Solving for $e^{i\beta_n \Delta t}$ and replacing the complex exponentials with trigonometric functions yields the multiplication factor

$$e^{i\beta_n \Delta t} = 1 - i U_0 \frac{\Delta t}{\Delta x} \sin \sigma_n \Delta x \pm i \sqrt{gh} \frac{\Delta t}{\Delta x} \sin \sigma_n \Delta x \quad (4-101)$$

In order that the multiplication factor is less than unity

$$1 + [(U_0 \pm \sqrt{gh}) \frac{\Delta t}{\Delta x} \sin \sigma_n \Delta x]^2 \geq 1 \quad (4-102)$$

For some values of σ_n , $\sin \sigma_n \Delta x$ must be different from zero so the systems is unstable for finite Δt . The conclusion is that this scheme is unsatisfactory for computation.

Effects of friction on stability. The previous stability calculation contained a small contradiction in that the terms of the right hand sides were neglected on grounds that Δt was taken to zero but the final criterion shows the scheme unstable for finite Δt . Again the analysis will use the linearized shallow equations such as (2-93) and (2-94). The U_0 and h_0 are taken as the velocity and depth for uniform flow for simplicity and the

primes are dropped so that the equations are

$$\frac{\partial h}{\partial t} + U_0 \frac{\partial h}{\partial x} + h_0 \frac{\partial U}{\partial x} = 0 \quad (4-103)$$

$$\frac{\partial U}{\partial t} + U_0 \frac{\partial U}{\partial x} + g \frac{\partial h}{\partial x} = 2gS_x \kappa \left(\frac{U}{U_0} - m \frac{h}{h_0} \right) \quad (4-104)$$

U and h represent perturbation velocities and depths about U_0 and h_0 and m is power on the hydraulic radius.

Exactly the same analysis is used as in the previous section except there is now an additional term. The free U and h on the right of (4-104) are written at the point m, j so corresponding to (4-99) equation (4-104) gives

$$\begin{aligned} -\frac{U_n}{n} (e^{i\sigma_n \Delta t} - 1) + \frac{1}{2} U_0 U_{n\Delta x} \frac{\Delta t}{n\Delta x} (e^{i\sigma_n \Delta x} - e^{-i\sigma_n \Delta x}) \\ + \frac{1}{2} g h_{n\Delta x} \frac{\Delta t}{n\Delta x} (e^{i\sigma_n \Delta x} - e^{-i\sigma_n \Delta x}) = -2gS_x \kappa \left(\frac{U_n}{U_0} - m \frac{h_n}{h_0} \right) \Delta t \end{aligned} \quad (4-105)$$

The coefficient determinate is formed in the same manner. In taking the square root for the equation similar to (4-101) products of Δt are neglected. Thus the stability criterion becomes

$$|e^{i\beta_n \Delta t}|^2 = \left[1 - gS_x \kappa \left(\frac{1}{U_0} \oplus \frac{m}{h_0} \right) \Delta t \right]^2 + \left[\left(U_0 \pm \sqrt{gh_0} \right) \frac{\Delta t}{\Delta x} \sin \sigma_n \Delta x \right]^2 \leq 1 \quad (4-106)$$

For at least some wave numbers $\sin \sigma_n \Delta x$ could be as large as unity. Settling it equal to unity, equation (4-106) results in the necessary condition that

$$\left| \left(U_0 \pm \sqrt{gh_0} \right) \frac{\Delta t}{\Delta x} \right| \leq 1 \quad \text{Cowan Condition } \left[\text{upper limit} \right]_{\Delta t} \quad (4-107)$$

plus a lower limit on Δt in order that (4-106) is satisfied. Thus there is both a lower limit and an upper limit on Δt for a fixed Δx .

The possibility of stable computation exists for some problems but Δt is caught in an uncomfortable squeeze in any case. High damping or friction coefficients aid the stability of the scheme.

Morgali and Linsley (9) discovered through trial and error that writing the friction term at the advanced point (P) instead of the known point (M) improved stability. Thus the right side of (4-105) would become

$$R_j^{i+1} = -2gS_x \kappa \left(\frac{U_n}{U_m} - m \frac{h_n}{h_o} \right) e^{i\beta_n \Delta t} \Delta t \quad (4-108)$$

For simplicity of the result m is taken to be zero (leading to a conservative condition). Then the stability criterion is

$$|e^{i\beta_n \Delta t}|^2 = \left(1 - \frac{gS_x \kappa}{U_o} \Delta t \right)^2 \left[1 + \left(U_o \pm \sqrt{gh_o} \right) \frac{\Delta t}{\Delta x} \sin \sigma_n \Delta x \right]^2 \leq 1 \quad (4-109)$$

The condition (4-109) is a significant improvement over (4-106) and stable calculation is possible. However, for a fixed Δx the scheme is still not stable as Δt approaches zero unless

$$\left| \left(U_o \pm \sqrt{gh_o} \right) \frac{\sin \sigma_n \Delta x}{\Delta x} \right| \leq \frac{gS_x \kappa}{U_o} \quad (4-110)$$

Therefore, if Δx and Δt simultaneously go to zero in any prescribed manner, the scheme will become unstable at some point.

REFERENCE

- Morgali, James R., and Linsley, Ray K., "Computer Analysis of Overland Flow", Jour. Hyd. Div., ASCE, Vol. 91, No. HY3, Paper 4325, May, 1965, pp. 81-100.

4.5 THE DIFFUSIVE SCHEME

The basic instability of the method of the last section can be corrected by a very small change in the method of approximating the derivatives. Referring to figure 4-6 the derivatives are written

$$\frac{\partial U}{\partial t} = \frac{U_j^{i+1} - [\alpha U_j^i + \frac{1-\alpha}{2}(U_{j+1}^i + U_{j-1}^i)]}{\Delta t} \quad \frac{\partial U}{\partial x} = \frac{U_{j+1}^i - U_{j-1}^i}{2\Delta x} \quad (4-111)$$

With $\alpha = 1$ this becomes the unstable method and $\alpha = 0$ represents the pure diffusive scheme. When used in the shallow water equations with the free variables written at the point i, j the solution at $i+1, j$ for depth comes immediately from the continuity equation and for velocity from the equation of motion

$$h_j^{i+1} = \alpha h_j^i + (1 - \alpha) \frac{h_{j+1}^i + h_{j-1}^i}{2} - \frac{\Delta t}{2\Delta x} [A_j^i (U_{j+1}^i - U_{j-1}^i) + U_j^i B_j^i (h_{j+1}^i - h_{j-1}^i)] + q_j^i \Delta t \quad (4-112)$$

$$U_j^{i+1} = \alpha U_j^i + \frac{1-\alpha}{2} (U_{j+1}^i + U_{j-1}^i) - \frac{\Delta t}{2\Delta x} [U_j^i (U_{j+1}^i - U_{j-1}^i) + g (h_{j+1}^i - h_{j-1}^i)] + R_j^i \Delta t \quad (4-113)$$

where R_j^i is the right side of the dynamic equation.

Basic stability. The stability analysis follows exactly from the last section. That is, equations (4-94) and (4-95) are substituted into (4-112) and (4-113) (with m replacing i and $i = \sqrt{-1}$). The results are presented for $\alpha=0$ and terms of order Δt are neglected

$$\begin{aligned}
 & H_n \left[e^{i\beta_n \Delta t} - \frac{1}{2}(e^{i\sigma_n \Delta x} + e^{-i\sigma_n \Delta x}) \right] \\
 & + \frac{\Delta t}{2\Delta x} U_o H_n (e^{i\sigma_n \Delta x} - e^{-i\sigma_n \Delta x}) + \frac{\Delta t}{2\Delta x} h_o U_n (e^{i\sigma_n \Delta x} - e^{-i\sigma_n \Delta x}) = 0
 \end{aligned} \tag{4-114}$$

$$\begin{aligned}
 & U_n \left[e^{i\beta_n \Delta t} - \frac{1}{2}(e^{i\sigma_n \Delta x} + e^{-i\sigma_n \Delta x}) \right] \\
 & + \frac{\Delta t}{2\Delta x} U_o U_n (e^{i\sigma_n \Delta x} - e^{-i\sigma_n \Delta x}) + \frac{\Delta t}{2\Delta x} g H_n (e^{i\sigma_n \Delta x} - e^{-i\sigma_n \Delta x}) = 0
 \end{aligned} \tag{4-115}$$

After forming the coefficient determinate^{at}, the solution for the multiplication factor is

$$e^{i\beta_n \Delta t} = \cos \sigma_n \Delta x + i(U_o \pm \sqrt{gh_o}) \frac{\Delta t}{\Delta x} \sin \sigma_n \Delta x \tag{4-116}$$

The condition that the absolute value of this quantity is not greater than one is

$$\frac{\Delta t}{\Delta x} \leq \frac{1}{|U_o \pm \sqrt{gh_o}|} \tag{4-117}$$

which is called the Courant-Lewy-Fredericks condition or often simply the "Courant condition". This condition is the usual criterion for stability of explicit finite difference methods.

A saw-toothed solution often results from calculation with this scheme and should not be confused with basic instability. It occurs when the resistance term is small. The value at j , for example of one of the dependent variables may fall below the apparent solution, the value at $j+1$ above the apparent solution, $j+2$ below, etc. creating the saw-toothed appearance. A small value of d (say $d = 0.1$) is usually sufficient to smooth the results. In contrast to instability the irregularities of the saw-toothed solution do not grow to a size sufficient to destroy the calculation. An example of a calculation with $\alpha = 0$ and $\sigma = 0.1$ is illustrated in figure 4-8 for the breaking of a dam.

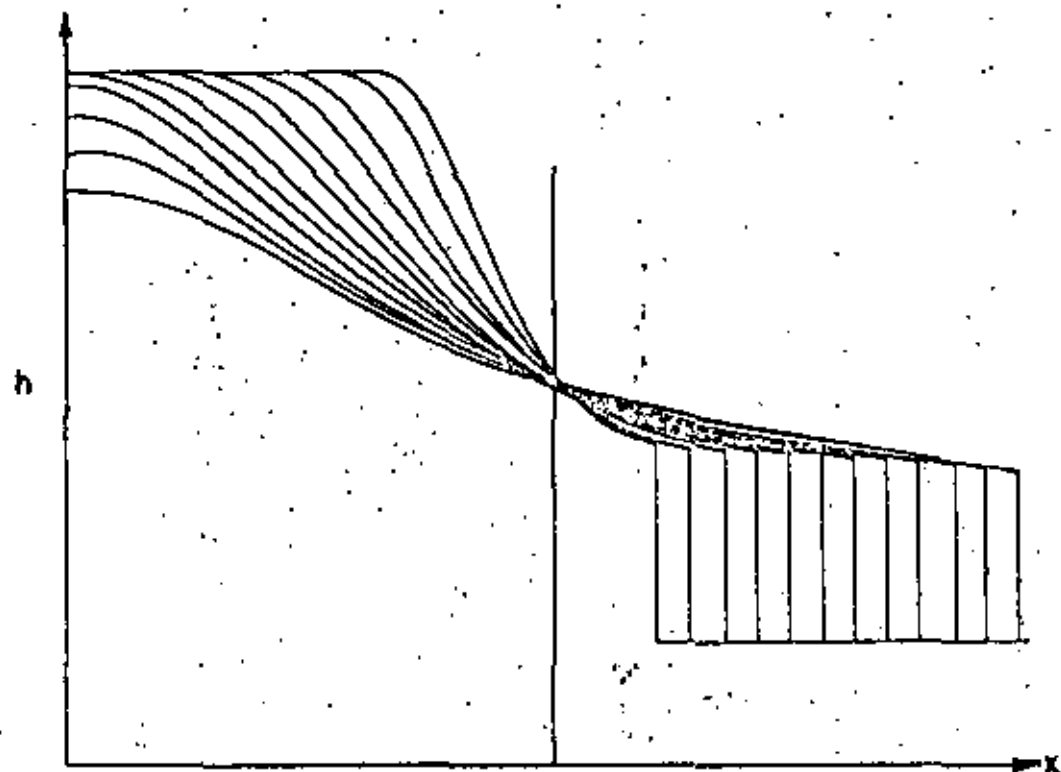
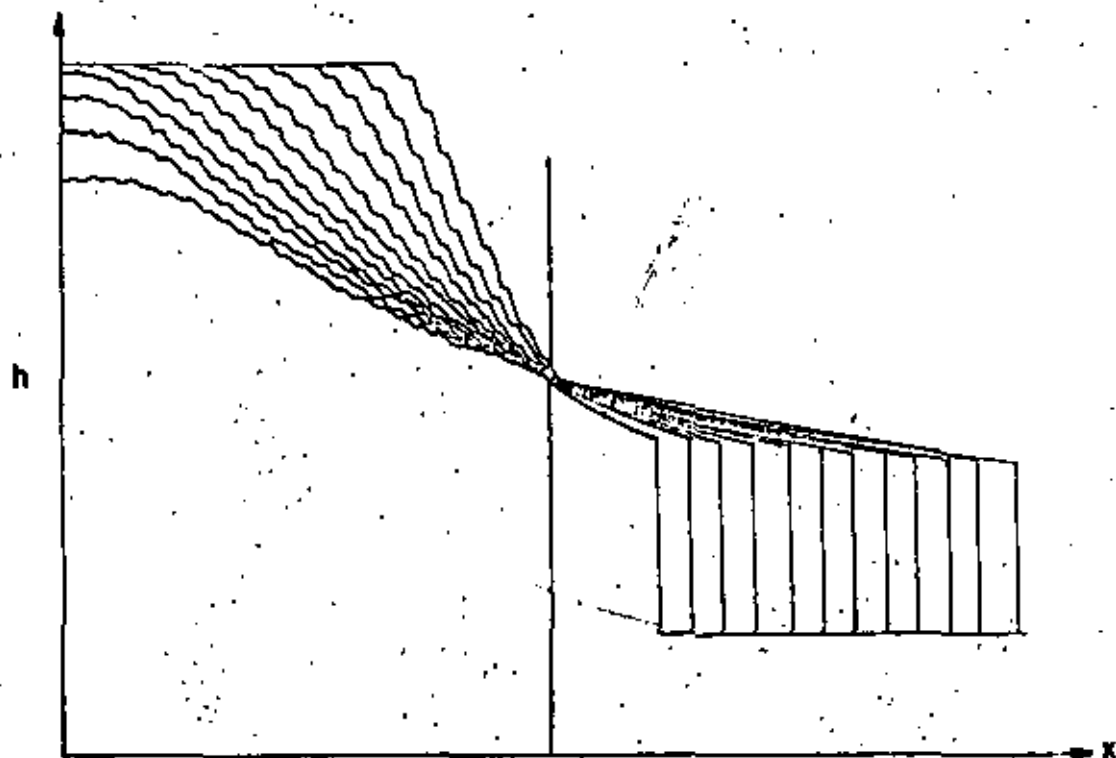


Figure 4-8. The dam-break problem with the water surface computed at $t = 3$ s to $t = 14$ s. The diffusive method was used with $\alpha = 0$ (top) and $\alpha = 0.1$ (bottom).

Accuracy. The convergence coefficients (see equations (4-88) and (4-89)) can be plotted for the diffusive scheme. The results will show that the solution is damped and dispersive. As in most explicit schemes there is a difference between the computed and actual wave speeds unless

$$\frac{\Delta x}{\Delta t} = |U_0 \pm \sqrt{gh_0}| \quad (4-116)$$

This is the condition for neutral stability, that is, no amplification or damping of waves. Obviously it cannot be satisfied at each point, or even one point due to the conflict of plus and minus signs.

Another indication of accuracy stems directly from the differential equations. The dependent variables are expanded in a Taylor series about the point i, j

$$h_j^{i+1} = h_j^i + \frac{\partial h}{\partial t} \Delta t + \frac{\partial^2 h}{\partial t^2} \frac{(\Delta t)^2}{2!} + \dots \quad (4-119)$$

$$h_{j-1}^i = h_j^i - \frac{\partial h}{\partial x} \Delta x + \frac{\partial^2 h}{\partial x^2} \frac{(\Delta x)^2}{2!} - \frac{\partial^3 h}{\partial x^3} \frac{(\Delta x)^3}{3!} + \dots \quad (4-120)$$

With analogous expressions for h_{j+1}^i , U_j^{i+1} , U_{j-1}^i , and U_{j+1}^i . Using these expressions in the approximations for the derivatives (see (4-111))

with $a = 0$ yields

$$\frac{\partial h}{\partial t} = \frac{h_j^{i+1} - h_j^i}{\Delta t} - \frac{\partial^2 h}{\partial t^2} \frac{\Delta t}{2!} + \dots \quad (4-121)$$

$$\frac{\partial h}{\partial x} = \frac{h_{j+1}^i - h_{j-1}^i}{2\Delta x} + \frac{1}{6} \frac{\partial^3 h}{\partial x^3} (\Delta x)^2 + \dots \quad (4-122)$$

Using (4-121) and (4-122) in the shallow water equations gives

$$\frac{\partial h}{\partial t} + \frac{\partial^2 h}{\partial t^2} \frac{\Delta t}{2} - \frac{\partial^2 h (\Delta x)^2}{\partial x^2 2 \Delta t} + U \left[\frac{\partial h}{\partial x} + \frac{1}{6} \frac{\partial^3 h}{\partial x^3} (\Delta x)^2 \right] + h \left[\frac{\partial U}{\partial x} + \frac{1}{6} \frac{\partial^3 U}{\partial x^3} (\Delta x)^2 \right] = 0 \quad (4-123)$$

$$\frac{\partial U}{\partial t} + \frac{\partial^2 U}{\partial t^2} \frac{\Delta t}{2} - \frac{\partial^2 U (\Delta x)^2}{\partial x^2 2 \Delta t} + U \left[\frac{\partial U}{\partial x} + \frac{1}{6} \frac{\partial^3 U}{\partial x^3} (\Delta x)^2 \right] + g \left[\frac{\partial h}{\partial x} + \frac{1}{6} \frac{\partial^3 h}{\partial x^3} (\Delta x)^2 \right] = R \quad (4-124)$$

Consider first the error terms of (4-123). In order to make the first error term of the time derivative, $\frac{\partial^2 h}{\partial t^2} \frac{\Delta t}{2}$, equivalent to the first error term of the space derivative, $\frac{1}{6} \frac{\partial^3 h}{\partial x^3} (\Delta x)^2$, the net should be constructed so that $(\Delta x)^2 = a \Delta t$ where a is a constant. If this is not the case then the scheme will produce different error in the space and time derivatives - that is, the derivatives will not converge uniformly as Δx and Δt become smaller. But if this relationship between the incremental lengths is to hold then the third term of each equation is $\frac{a}{2} \frac{\partial^2 h}{\partial x^2}$ and $\frac{a}{2} \frac{\partial^2 U}{\partial x^2}$ respectively and the scheme converges to the wrong differential equation as Δx and Δt go to zero. Thus the finite difference equations are incompatible with uniform convergence since an extraneous term is introduced.

Thus, to the user the analysis of (4-123) and (4-124) means that care must be taken so that $(\Delta x)^2 / \Delta t$ is small enough so that the second derivatives (introduced by the difference scheme) do not exert too much influence on the solution. However, keeping this term small may be incompatible with the Courant condition (4-117). Thus the finite difference equation has diffusion-like terms that do not appear in the differential equation.





centro de educación continua
división de estudios de posgrado
facultad de ingeniería unam



H I D R O L O G I A
D E
S U P E R F I C I E

Prof. Rolando Springall Galindo

Octubre 1980

HIDROLOGIA DE SUPERFICIES

(Bibliografía)

Viessman, Warren Jr., Harbaugh, Terence E., Knapp, John W., " Introduction to Hydrology ". Intext Educational Publishers, New York London, (1972) .

Linsley, Ray K. Jr., Kohler, Max A., Paulhus, Joseph L. H., " Hidrología para Ingenieros ". McGraw-Hill Book Company, New York. (1967) .

Hjelmfelt, Allen T. Jr., Cassidy, John J., " Hydrology for Engineers and Planners ". Iowa State University Press, (1975) .

Wisler, Chester O., Braten, Ernest F., " Hydrology ". Toppan Company, L.T.D., Tokyo, Japan. (1959) .

Yevjevich, Vujica., " Probability and Statistics in Hydrology ". Water Resources Publications, Colorado, U. S. A. (1972) .

Wiesner, C. J., " Hydrometeorology ". Chapman and Hall LTD., London. (1970) .

Petterssen, Sverre., " Introduction to Meteorology ". McGraw-Hill Book Company, New York. (1958) .

Wilson, " Hydrology ". Oxford

Benjamin and Cornell, " Probability Statistics and Decision for Civil Engineers ". McGraw-Hill, U. S. A. (1970) .

1. INTRODUCCION

1.1 Definición

De acuerdo con el U.S. Council for Science and Technology* "Hidrología es la ciencia que trata de las aguas de la tierra, su ocurrencia, circulación y distribución, sus propiedades químicas y físicas y su reacción con el medio ambiente, incluyendo su relación con los seres vivientes. El dominio de la hidrología abarca la historia de la existencia total del agua sobre la tierra".

De acuerdo con los métodos matemáticos, la hidrología paramétrica se define como "La aproximación a la hidrología en donde el ciclo hidrológico es tratado como un sistema determinado".

Dentro de la hidrología paramétrica el término "Simulación" se define como "El desarrollo y aplicación de modelos matemáticos para representar la iteración de la variación del tiempo en los procesos físicos".

1.2 Proceso Histórico

Es interesante previo al inicio del curso, revisar brevemente los progresos realizados en el pasado hacia el estado presente del conocimiento

*Price W E, Heindl L A; What is hydrology? Trans Amer Geophys Union-49; 2; 529, 1968.

por lo que respecta a la hidrología física. Es necesario considerar dos escuelas paralelas de investigación; el campo de la investigación dentro de la hidrología y el desarrollo paralelo de las técnicas de medición y cálculo. Aquí, el término ciencia se define como "El conocimiento adquirido por observación y experimentación, probadas en forma crítica y cimentadas bajo principios generales". La ciencia de la hidrología no significa que este completamente formalizada y se requiere de un trabajo considerable por hacer antes de que principios generales formales puedan ser desarrollados, mismos que satisfactoriamente representen toda la amplitud y profundidad de la ciencia.

Recordando una definición sobre el hombre, en la cual se describe al mismo como un animal que hace herramientas. Esta referencia se refleja claramente en el desarrollo de la hidrología. El hidrólogo utiliza herramientas, por medio de las cuales mide y calcula, y junto con sus colegas de otras ciencias, sucesivamente ha desarrollado y manufacturado mejores implementos para observar los procesos y probar las teorías de su investigación. El desarrollo de las técnicas y equipos con los cuales observa y calcula han corrido en forma muy próxima, paralelamente a la investigación dentro de la ciencia de la hidrología. La innovación de nuevos métodos o técnicas de cálculo, a menudo resulta en progreso del desarrollo de la hidrología. Uno de los mejores ejemplos de esto es el desarrollo de la computación electrónica rápida, las cuales han origina

do un incremento considerable en las actividades de investigación, ayudando en una serie de pruebas críticas de viejas filosofías y un desarrollo más activo de nuevas teorías.

Para tener una idea clara de las etapas más definidas de los dos campos paralelos de investigación, los cuales se pueden referir como el desarrollo de la teoría y el desarrollo de las herramientas, es necesario regresar a tiempos pasados. Cuatro períodos de desarrollo pueden ser presentados

1. Filosofía primitiva; medidas y cálculos rudimentarios, 3500 A C - 1500 D C.
2. Filosofía basada en experimentación y desarrollo de técnicas de medición, 1500 D C - 1800 D C.
3. Período filosófico y desarrollo de técnicas de cálculo mejorado 1800 D C - 1954 D C.
4. Filosofía de la iteración de la hidrología integral y la era de la computación, 1954 D C a la fecha.

Biswas* ha desarrollado un libro que permite conocer con un mayor detalle la historia de la hidrología.

*Biswas AK; History of Hydrology. Amsterdam, North Holland, 1971

En tabla 1.1 se muestra en orden cronológico el desarrollo paralelo que ha tenido la teoría, mediciones y técnicas de cálculo relacionadas con la hidrología, desde 1880 a 1972*. Esto abarca parte del tercero y la totalidad del cuarto período antes mencionado.

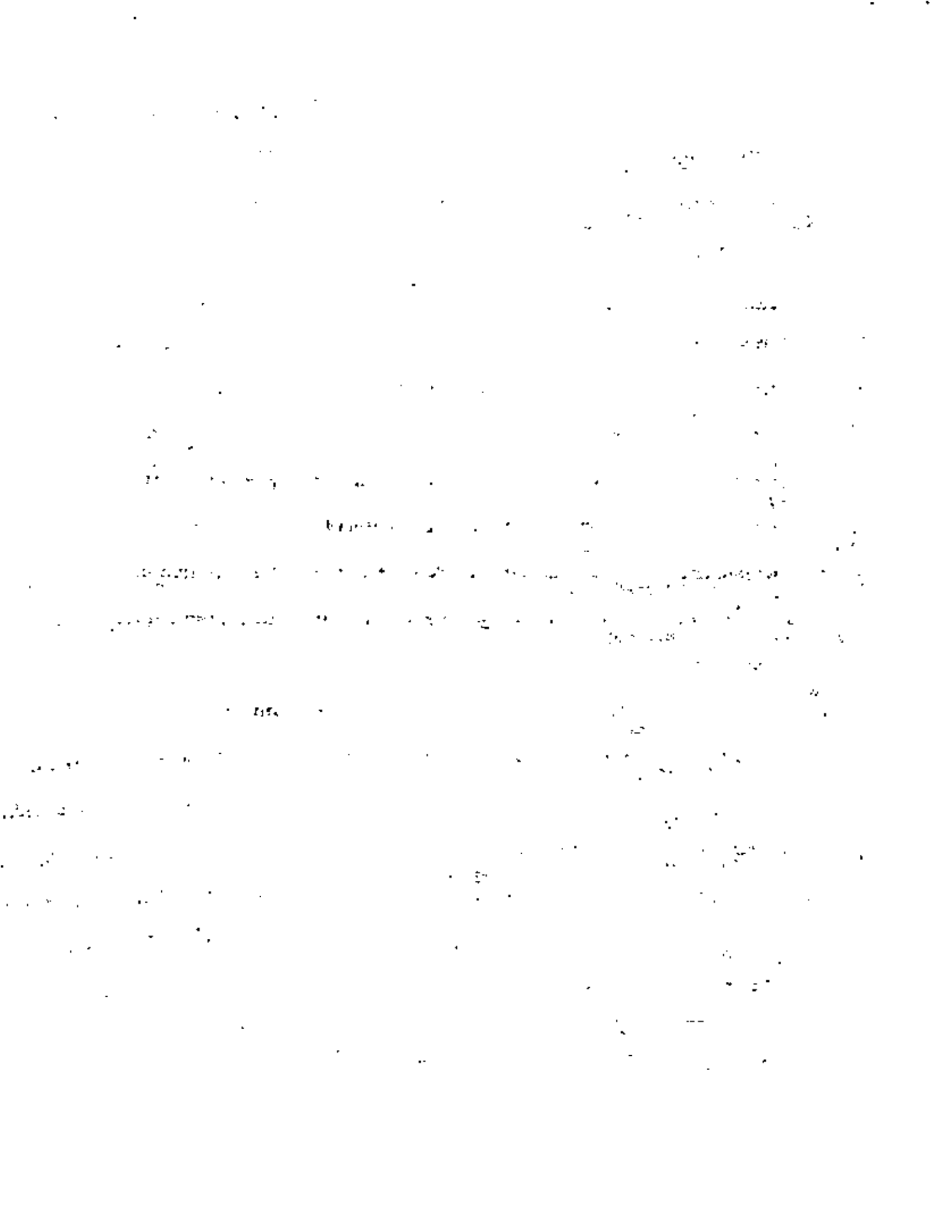
1.3 Aplicaciones y Limitaciones

Para plantear las aplicaciones de la Hidrología, se debe partir de la premisa de que el hombre no puede existir sin el agua. Por lo anterior, en la época actual, el conocimiento de la hidrología y el disponer de gente preparada en este campo es de importancia fundamental para un efectivo manejo del agua, trascendental para nuestra sociedad.

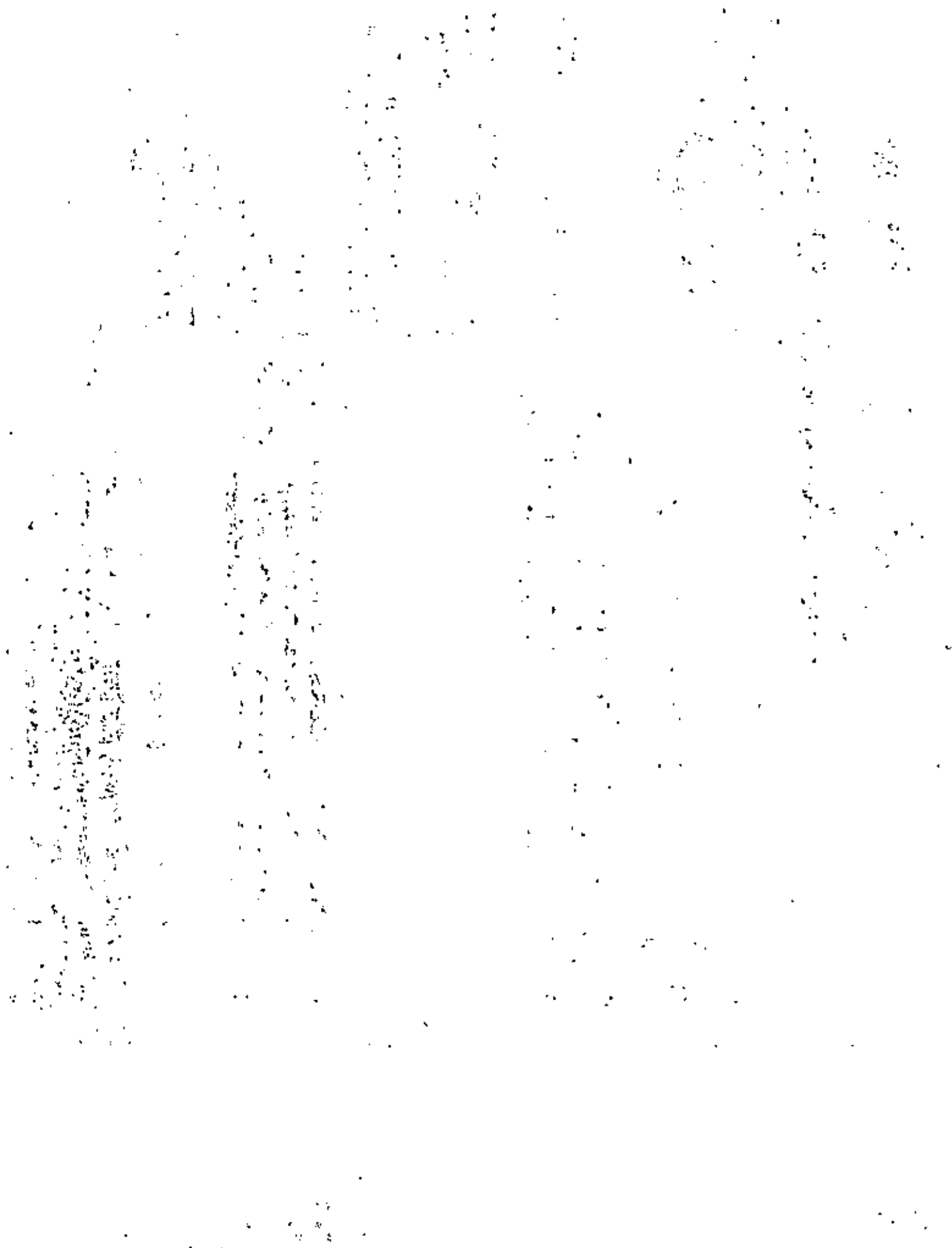
Aunque el uso del agua para actividades domésticas es vital, su uso en la industria, comercio, agricultura y recreación es básico dentro del desarrollo del país.

Dado que el agua es un líquido vital y escaso, es lógico pensar que debemos de contar con técnicas adecuadas para la planeación, manejo y desarrollo de los aprovechamientos hidrológicos del país. Una planeación y manejo efectivo de los recursos de agua es el compromiso del hidrólogo y solo es posible alcanzarlo si se entiende claramente los sistemas físicos que deben manejar. Por otra parte, se requieren modelos matemáticos confiables para evaluar y predecir el funcionamiento de los sistemas

*Fleming, G. "Computer Simulation Techniques in Hydrology"
Elsevier, Environmental Science Series, 1975



FECHA	PERSONA	MEDICIONES	CALCULO
1949		BARDEEN & BRATAIN Invención de los transistores	CAMBRIDGE UNIV Primera computadora con almacenaje en memoria, (segunda generación de computadoras)
1950	SUGAWARA Primer modelo de la fase de tierra total del Ciclo Hidrológico		
1951	KOHLEK, LINSLEY Técnicas de correlación coaxial		
1954	PHILIP Desarrollos mas amplios de la teoría de la infiltración		
1955	LIGHTHILL & WHITHAM Teoría de la onda cinemática		
1958	HARVARD Iniciación de programas de investigación en los aprovechamientos Hidráulicos		
	Aplicación del análisis de sistemas a los aprovechamientos Hidráulicos		
	Programa de Stanford a los aprovechamientos Hidráulicos		
			BELL TELEPHONE Introduce a los datos por teléfono y terminales de tele comunicaciones.
			Desarrollo en microcircuitos (tercera generación de computadoras)
1958	U.S. CORP OF ENGINEERS Inicio del desarrollo del modelo SSARR		
1959	LINSLEY & CRAWFORD, Concepto de la simulación determinística usando computadoras digitales. Programa de Investigación de Stanford		
1960	Desarrollo acelerado en simulación, sistemas e hidrología estocástica		
			Introducción a computadoras con grande memoria y alta velocidad: IBM 360, BURROUGHS 5500, CDC, ICL, GEC
1962	PROGRAMA HARVARD SOBRE EL AGUA. Integración de los aspectos de economía, de Ingeniería y políticas en los aprovechamientos hidráulicos		
	INSTITUTO BRITANICO DE HIDROLOGIA. Se establece		
1965	Se inicia la Decada Hidrológica Internacional		
1967	PHILIP Énfasis sobre micropocesos en Hidrología		
	Se implementa la predicción en tiempo real de las avenidas		



hidrológicos.

El hidrólogo juega un papel elemental en esta problemática y entendimiento de la misma. Su competencia tiene un tremendo impacto en todas las actividades de los aprovechamientos hidrológicos.

Este curso pretende proveer al estudiante de un entendimiento de los aspectos físicos de los sistemas hidrológicos y la manera en la cuál las componentes hidrológicas pueden sintetizarse para una efectiva planeación y preparación de modelos de diseño.

Desde el punto de vista de diseño de una obra hidráulica, los principales objetivos de la hidrología pueden resumirse en dos grandes grupos*

a) Obtención de la avenida máxima que con una determinada frecuencia puede ocurrir en un cierto lugar, lo cual es necesario considerar al diseñar vertedores, puentes y drenajes en general

b) Conocimiento de la cantidad, frecuencia y naturaleza de ocurrencia del transporte del agua sobre la superficie terrestre. Esto se requiere en el diseño de sistemas de irrigación, abastecimiento de agua aprovechamientos hidroeléctricos y navegación de ríos.

Por lo que respecta a las limitaciones de la hidrología, estas se relacionan con la información hidrológica disponible y la complejidad de los pro

*R. Springall "Hidrología. Primera parte" Publicación del Instituto de Ingeniería, D 7, UNAM (Abril 1970)

TABLA 1.1 (cont.)

FECHA

TEORIA

MEDICIONES

CALCULO

1970

Se aceleran los estudios en hidrología urbana

Se implementa el concepto de memoria virtual

1971

Simulación de efectos sobre el uso de tierras

Computadoras en serie IBM-370

1972

Aplicación de sistemas de gran escala en aprovechamientos regionales del agua

Técnicas laser, ultrasónicas y electromagnéticas en la medición de flujo

cesos naturales con los cuales trata.

Lo anterior involucra que en general cada problema es único y es difícil analizarlos con un sistema deductivo riguroso. Esto ha involucrado que al tratar de uniformizarse los criterios, se plantean cada vez sistemas más complejos en donde interviene un mayor número de parámetros, que en ocasiones son difíciles de cuantificar.

Al aplicar un criterio hidrológico para el análisis de un problema, debe considerarse que la aplicación del mismo no involucra el resultado esperado, a menos que las bases con las que se elaboró dicho criterio sean las mismas a las del problema. En caso contrario deberá tomarse en cuenta este hecho en la interpretación del resultado y darle a este el peso que merece. Conforme se disponga de mayor información hidrológica se podrán ir ajustando los criterios existentes, elaborar otros y tener una mayor seguridad en los resultados hidrológicos que se obtengan.

La República Mexicana dispone de una amplia red de estaciones climatológicas controladas, principalmente por la Secretaría de Agricultura y Recursos Hidráulicos y en parte por la Comisión Federal de Electricidad y la Comisión Internacional de Límites y Aguas. En la Tabla 1.2 se muestran las principales publicaciones de que se dispone en el país con información hidrológica. Por otra parte, la Dirección de Hidrología de la S.A. R.H. ha dividido el país en 37 regiones hidrológicas y dispone de planos

TABLA 1.2

INFORMACION HIDROLOGICA EN LA REPUBLICA MEXICANA

PUBLICACION	ALCANCE	FRECUENCIA	DEPENDENCIA
Boletín Hidrológico del Valle de México.	Datos Hidrométricos y Meteorológicos del Valle de México.	Anual	Comisión Hidrológica de la Cuenca del Valle de México, SARH.
Boletín del Servicio Meteorológico Nacional.	Observaciones pluviométricas y termométricas*.	Mensual	Dirección General de Geografía y Meteorología, SARH.
Boletín Hidrométrico.	Escurrimientos del río Colorado y otros ríos internacionales del Oeste.	Anual	Comisión Internacional de Límites y Aguas, SRE.
Boletín Hidrométrica.	Datos Hidrométricos y climatológicos del río Papaloapan.	Anual	Comisión del Papaloapan, SARH.
Boletín Hidrológico.	Datos Hidrométricos*	Periódica	Comisión Federal de Electricidad.
Boletín Meteorológico.	Datos Meteorológicos*	Periódica	Comisión Federal de Electricidad.
Boletín Hidrológico.	Datos Hidrométricos**	Periódica	Dirección de Hidrología, SARH
Boletín Climatológico.	Datos Climatológicos región Hidrológica - No. 12-A (parcial)	Información hasta Dic. de 1972.	Dirección de Hidrología, SARH.

* Se refieren a sus estaciones en toda la República Mexicana

** Abarca información por región Hidrológica. El país está dividido en 37 regiones Hidrológicas.

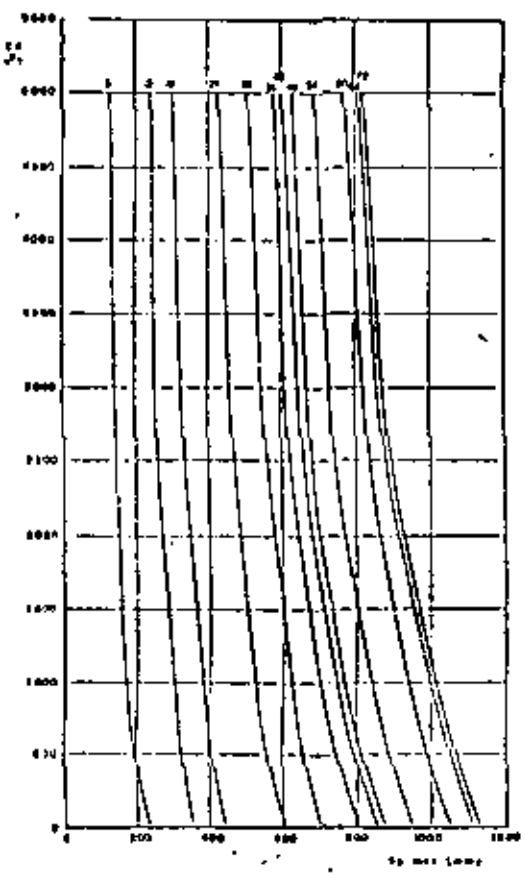
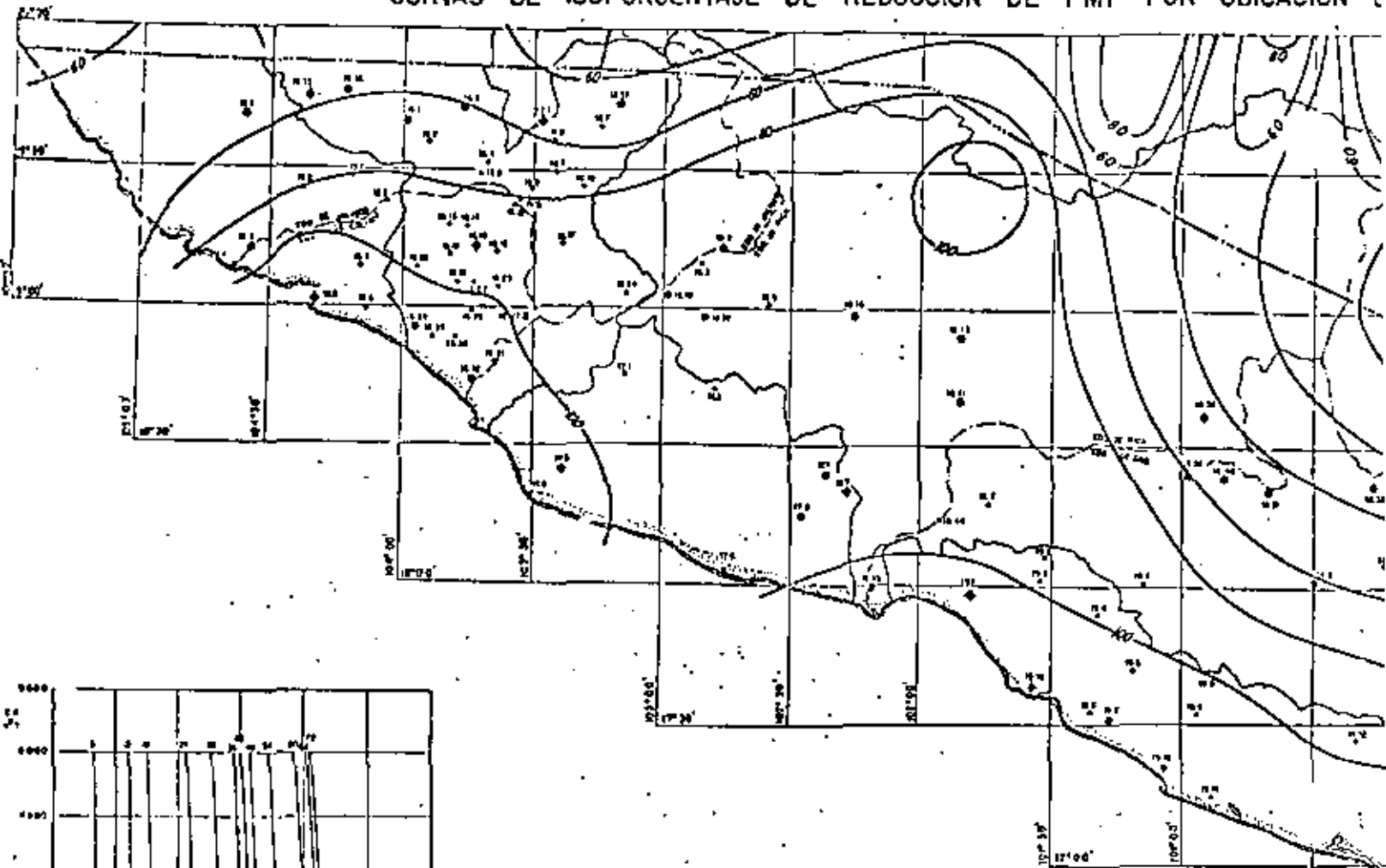
indicando las estaciones Climatológicas e Hidrométricas que se encuentran en cada una de ellas. Además del nombre de la estación, consigna los años de registro y qué dependencia la controla.

1.4 Ciclo Hidrológico.

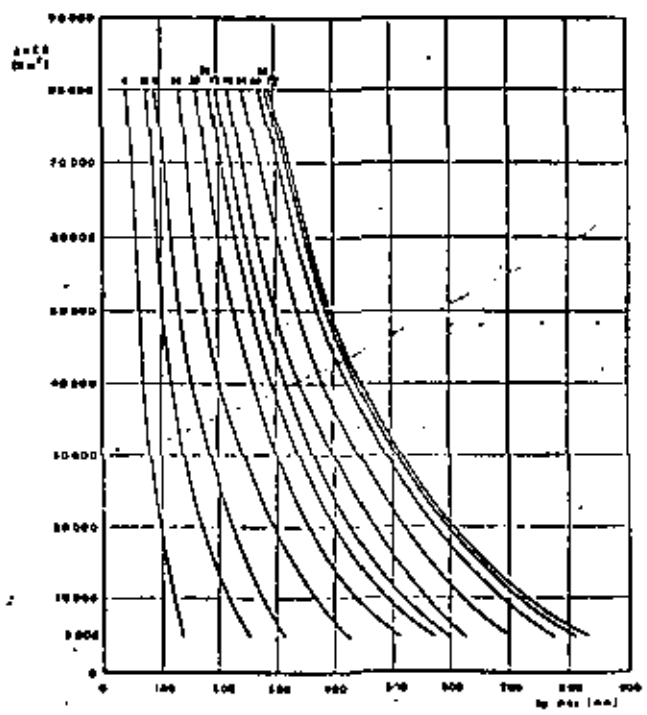
El ciclo Hidrológico es un proceso continuo por medio del cual el agua es transportada de los océanos a la atmósfera, a la tierra y regresa al mar. Dentro de este ciclo existen diversos subciclos. Un ejemplo de esto es la evaporación del agua de la superficie terrestre y su subsecuente precipitación sobre ella antes de regresar al océano. La fuerza que controla la totalidad del sistema del transporte del agua proviene del sol, el cual provee la energía requerida para la evaporación. Cabe hacer notar que las cualidades del agua también cambian durante su paso a través del ciclo; el agua de mar se convierte en agua fresca por la evaporación. En la fig. 1.1. se muestra la representación cualitativa del ciclo hidrológico y en la fig. 1.2. las fases que estudia la hidrología.

Como pueda observarse en la fig. 1.2, las componentes del ciclo hidrológico involucran las diversas fases a que esta sujeta una cuenca hidrológica. Esto es básico en el análisis de los procesos hidrológicos y en el desarrollo de modelos de simulación, los cuales tratan al ciclo hidrológico como un sistema cerrado y definen en forma continua los parámetros de entrada y salida a dicho sistema.

CURVAS DE ISOPORCENTAJE DE REDUCCION DE PMP POR UBICACION E



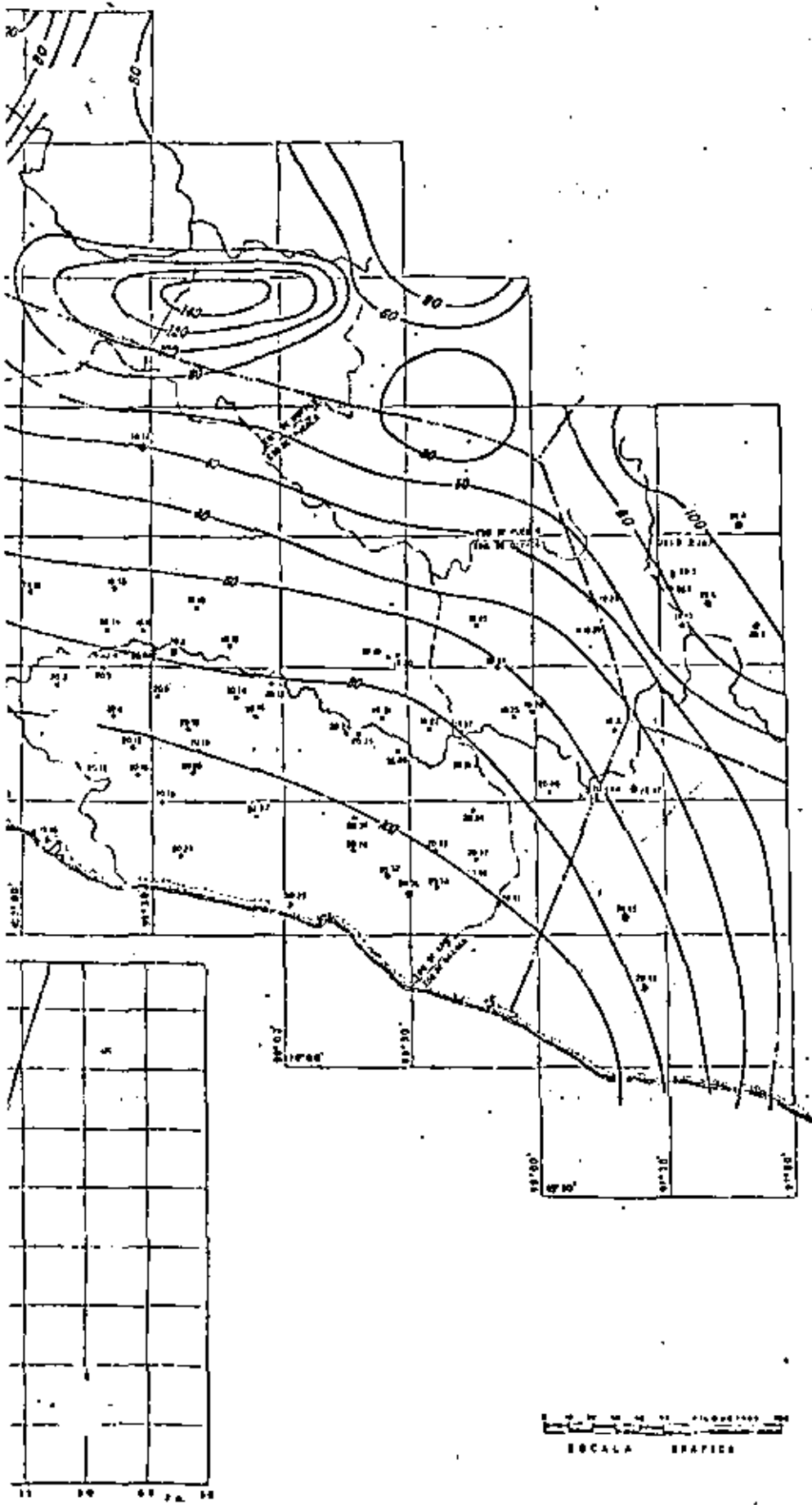
CURVAS DE PRECIPITACION MAXIMA PROBABLE AREA-DURACION (AREAS MENORES DE 5000 Km²)



CURVAS DE PRECIPITACION MAXIMA PROBABLE AREA-DURACION (AREAS MAYORES DE 5000 Km²)



AJUSTE DE LA TO DE LA TO



CROQUIS DE LOCALIZACION

SIMBOLOS CONVENCIONALES

- Límite de Región de estudio
- Límite de Región Hidrológica
- Límite de estado
- Cauce
- Impactos
- Estaciones Climatológicas
- Municipios
- Estaciones Sísmicas
- Estación Sísmica con Parígrafo

NOTAS

Este plano se basó a partir de los mapas de hojas de mapas a escala de la República Mexicana del período 1951 - 1970 elaborados por la Dirección General de Estudios de la Subsecretaría de Planeación de la misma Secretaría de Recursos Hidráulicos.

Las coordenadas (medidas con los unidades del Ocho Sextante) en las placas cubren escala 1:500 000

El tipo de estaciones utilizado es arbitrario e independiente para cada región de análisis.

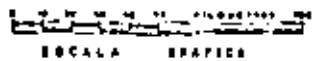
Los anchuras de los cursos de agua de precipitación, sus curvas se expresan en el orden y maximización de las siguientes formas:

Fecha de la tormenta:	Relación de maximización:
25 al 25 de Jun. de 1966	1.21
2 al 4 de Jul. de 1966	1.37
26 al 27 de Sept. de 1967	1.35
10 al 12 de Sept. de 1968	1.08
7 al 9 de Oct. de 1976	1.27

Este planer que por control de información los momentos que también se basó en el orden y maximización de los datos de los datos necesarios.

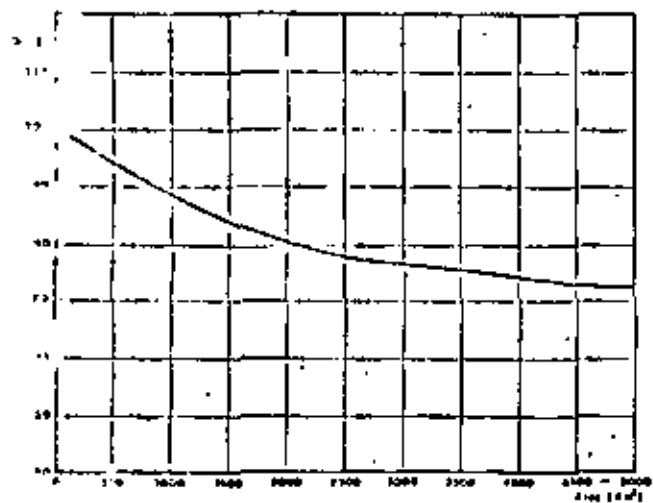
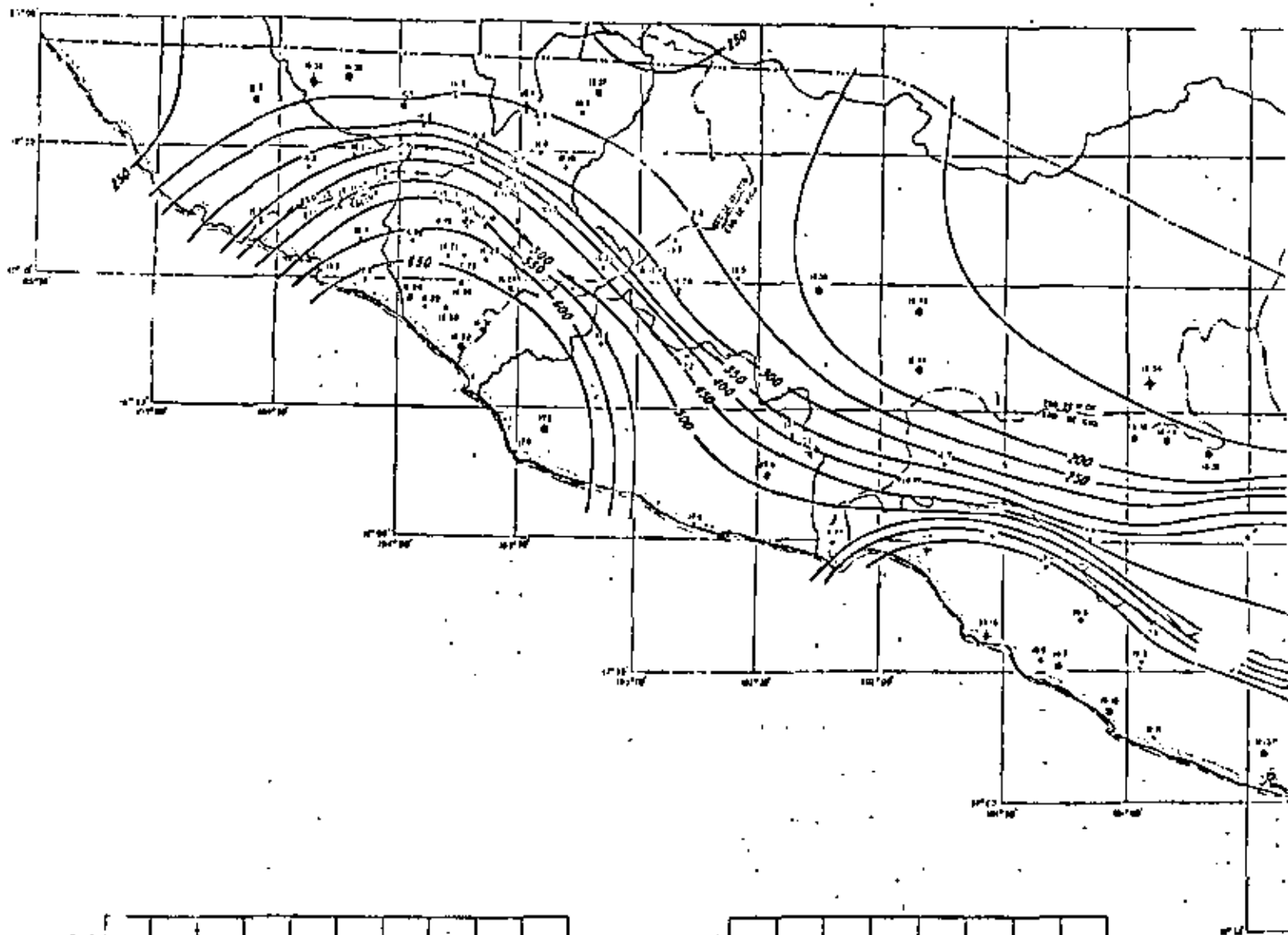
Fecha de la tormenta:	Relación:
Agosto de 1969	Se controló con un pluviómetro y se usaron los datos de maximización.
Noviembre de 1961	Se controló con un pluviómetro
Octubre de 1959	Este control por control de información geográfica.
Octubre de 1948	Se controló por control de información
Septiembre de 1961	Se controló por control de información.

Los datos de información se expresan también en las formas de precipitación por la S. R. H. y que aparecen en los mapas hidrológicos correspondientes.

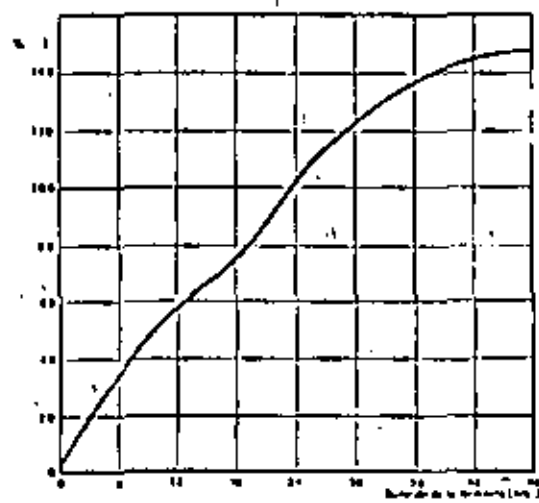


SECRETARIA DE ASISTENCIA Y RECURSOS HIDRAULICOS
 COMISION DEL PLAN NACIONAL HIDRAULICO
 DIRECCION GENERAL DE PLANEACION NACIONAL

PMP PARA LA REGION SUR



CURVA DE REDUCCION DE PMP DE 24 HORAS
POR INCREMENTO DEL AREA



PORCENTAJE DE VARIACION DE LA PMP
PARA DIFERENTES DURACIONES



CROQUIS DE LOCALIZACION

SIMBOLOS CONVENCIONALES

- Límite de Región en Estado
- Límite de Región Hidrológica
- Límite de Estado
- Cauce
- 100 — PMP en 24 horas
- Estaciones Climatológicas
- Pluviómetros
- ◆ Estaciones Sotológicas
- * Estación Sotológica con Pluviómetro

NOTAS

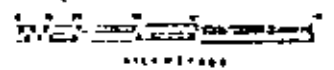
Este planillo formó a partir de las cartas de Isoyetas medias anuales de la República Mexicana del período 1931 - 1970 elaboradas por la Dirección General de Estudios de la Subsecretaría de Planeación de la misma Secretaría de Recursos Hidráulicos.

Las coordenadas indicadas son las utilizadas por dicho Secretario en los planes regionales escala 1:500 000.

La elevación de estaciones utilizada es independiente para cada vagón de análisis.

Los valores de PMP cuentan sobre cada estación a partir de los datos de elaboración del curso de PMP en 24 horas con los incrementos en la tabla 5 B.

ESCALA GRÁFICA



SECRETARÍA DE AGRICULTURA Y RECURSOS HIDRÁULICOS
COMISIÓN DEL PLAN NACIONAL HIDRÁULICO
CENTRO NACIONAL DE PLANEACIÓN HIDRÁULICA

ISOYETAS DE PMP PARA 24 HORAS
REGION VIII

