



**UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO**

PROGRAMA DE MAESTRÍA Y DOCTORADO EN INGENIERÍA

SISTEMAS – INVESTIGACIÓN DE OPERACIONES

**MODELOS DE OPTIMIZACIÓN PARA EL CÁLCULO DE LA VISCOSIDAD DE  
ACEITES PRODUCIDOS EN MÉXICO**

**TESIS**

QUE PARA OPTAR POR EL GRADO DE:  
**MAESTRO EN INGENIERÍA**

PRESENTA:

**RUTH GARCÍA ZEPEDA**

DIRECTOR: DR. RICARDO ACEVES GARCÍA

MÉXICO, D.F. MAYO 2013

**JURADO ASIGNADO:**

Presidente: Dr. José Jesús Acosta Flores

Secretario: M.I. Arturo Fuentes Zenón

Vocal: Dr. Ricardo Aceves García

1<sup>er</sup>. Suplente: Dra. Idalia Flores de la Mota

2<sup>do</sup>. Suplente: Dr. Edgar Ramírez Jaramillo

Lugar o lugares donde se realizó la tesis:

Facultad de Ingeniería  
Ciudad Universitaria

**Director de Tesis:**

Ricardo Aceves García

-----  
**FIRMA**

# Agradecimientos

---

**Con todo mi amor y gratitud, te dedico este trabajo Papá (†).** Hombre de trabajo, tenaz, perseverante, honesto, valiente, sencillo, alegre, y con un gran corazón, me enseñaste tantas cosas de la vida... que en ese proceso diste gran parte de la tuya. !! Que sublime bendición !!! Gracias infinitas. Me hubiera gustado tanto que estuvieras físicamente en este momento, que todavía no alcanzo a comprender tu partida, no sabes cuánto te extraño papá.

**Te amo. Hasta pronto.....**

A mi **Mamá**. Mujer hermosa, maravillosa, inteligente, de grandes valores y principios. Te veo, y me asombra tu fuerza, tu voluntad, tu tenacidad, tu heroísmo, tu paso incansable. Has tenido tantas pérdidas en tu vida y vencido tantos obstáculos, que te has convertido en un ser magnífico. Gracias por todo tu amor y apoyo incondicional a lo largo de mi vida, eres la piedra angular sobre la cual me forme. **Te amo mamá.**

A mi esposo **Arturo**, a mi hija **Mariana** y a mi hijo **Fernando**; Mi hermosa familia, "que gran tesoro", su sola presencia ilumina mi vida, la transforma, la enriquece. **Arturo**, mi compañero leal, paciente, bondadoso, con tu enorme corazón, se que siempre podré contar contigo, **te amo. Mariana y Fernando**, mis angelitos preciosos, son lo más extraordinario que me ha pasado en la vida, su mirada pura e ingenua me hace creer y luchar por un mundo mejor. Gracias por existir. **Los amo con todo mi corazón.**

A mis hermanos. **Florentino, Bety, Guille, Gerardo y Pedro**. Crecer junto a ustedes, ha llenado mi vida de invaluable momentos y lecciones, son personas extraordinarias, maravillosas, integras. Su vida de lucha y trabajo los engrandece, y a pesar de todas las adversidades, no han perdido la dirección y el rumbo, su corazón está intacto. Que orgullosa me siento de ser su hermana. **Los amo.**

A mis sobrinos. **Sergio, Diego, Gaby, MaryFer, Monse, Dany, Pedro, Emiliano y Gerardito.** Bendita juventud, rebelde, impaciente, audaz, atrevida, su desbordante energía me contagia, su presencia me maravilla y evoca recuerdos de mi pasado. No desperdicien ningún momento de sus vidas en cosas banales y efímeras, vivan intensamente. Recuerden que lo más importante de su paso por esta vida, no es la meta, sino el camino para llegar a ella. **Los amo.**

Al Dr. **Edgar Ramírez Jaramillo.** Por su gran apoyo, sus comentarios acertados, su dispuesta colaboración, y por las facilidades prestadas para el desarrollo de este trabajo. **Muchas gracias.**

Al Dr. **Ricardo Aceves García.** Por sus conocimientos transmitidos, por su paciencia, y por su buena disposición para que llegara a la culminación de este trabajo. **Muchas gracias.**

Y por su puesto a mi **Universidad Nacional Autónoma de México.** Semillero de hombres ilustres, cuna que alberga los más grandes sueños, recinto de invaluable conocimiento. ii Que orgullo ser parte de tan honorable institución iii. **¡Por mi Raza hablará el Espíritu! Gracias infinitas.**

---

# Contenido

<b>Introducción</b>	<b>1</b>
<b>1.- Antecedentes</b>	<b>4</b>
1.1. Composición del aceite	4
1.1.1. Componentes no hidrocarburos	5
1.2. Clasificación de los aceites	5
1.3. Fluidos producidos	6
1.4. Estudio PVT	8
1.5. Definición de propiedades físicas de los fluidos	9
1.6. Correlaciones para el cálculo de la viscosidad del aceite	11
1.6.1. Descripción de las correlaciones de viscosidad	13
<b>2.- Análisis de la Base de Datos de Estudios PVT</b>	<b>29</b>
2.1. Comparación gráfica de la densidad con otras propiedades del fluido	29
<b>3.- Ajuste de Datos Experimentales</b>	<b>58</b>
3.1. Técnica de regresión múltiple lineal	60
3.2. Regresión múltiple lineal aplicada al cálculo de la viscosidad de los aceites Mexicanos	61

<b>4.- Análisis del Comportamiento de la Viscosidad de Estudios PVT Respecto a la Presión</b>	<b>89</b>
4.1. Base de datos para el análisis	89
4.2. Análisis de las graficas	90
<b>5.- Caso de Estudio</b>	<b>101</b>
5.1. Desarrollo del modelo	102
5.2. Método de la línea recta	105
5.3. Aplicación del método	107
5.3.1. Caso 1 ( $P_y - P_b$ )	107
5.3.2. Análisis de resultados	119
5.3.3. Caso 2 ( $P_b - P_{atm}$ )	130
5.3.4. Análisis de resultados	136
<b>Conclusiones y Recomendaciones</b>	<b>144</b>
<b>Referencias</b>	<b>146</b>
<b>Apéndice A</b>	<b>148</b>
<b>Apéndice B</b>	<b>154</b>

# Objetivo

El objetivo de este trabajo, es desarrollar correlaciones, para el cálculo de la viscosidad del aceite a diferentes condiciones de presión, para crudos que se producen en México. Aplicando dos metodologías, que utilizan la regresión múltiple lineal con mínimos cuadrados.

# Introducción

El transporte y distribución de crudo pesado y extrapesado que se producen en el país representa un problema muy complejo, debido a la alta viscosidad que tiene, por lo que se requiere utilizar diferentes tecnologías que nos permitan un manejo adecuado de este crudo y así poder transportarlo asegurando su flujo hasta los puntos de entrega o de venta. La industria petrolera nacional cuenta con un gran desafío ya que el 60 % del crudo que se produce es aceite pesado y de acuerdo al análisis de la tendencia de la producción futura, esta clase de hidrocarburos es la que se producirá en mayor proporción, razón por la cual, es de suma importancia tomar medidas preventivas para la solución de la problemática a enfrentarse.

Para tal fin, se hace necesario conocer lo mejor posible, el comportamiento de esta propiedad, para aplicar metodologías o plantear alternativas que nos permitan producir eficientemente estos fluidos.

La viscosidad es una de las propiedades más importantes de los fluidos, y es utilizada dentro de la ingeniería petrolera para la clasificación de las reservas de hidrocarburos, así como para el diseño de sistemas artificiales de producción, sistemas de recuperación secundaria y mejorada, etc. Por lo que contar con modelos matemáticos que puedan ser utilizados para el cálculo de esta propiedad es una herramienta importante, aún más si dichos modelos son desarrollados para crudos mexicanos. Actualmente, la viscosidad del aceite se puede obtener mediante un análisis PVT o usando correlaciones.

Un estudio experimental PVT es una metodología experimental estándar para evaluar las propiedades volumétricas de cualquier fluido, pero el tiempo y el costo son los principales obstáculos de éste método. Por lo tanto, las correlaciones representan un camino para disminuir las dificultades en la determinación y predicción de la viscosidad. Las ventajas de esta aproximación no sólo facilitan el proceso de cálculo, sino en algunos casos proveen valores con el menor error posible.

Por años las correlaciones de viscosidad han sido utilizadas en la industria petrolera, muchas de ellas están presentes en diversos softwares comerciales para ser utilizadas en procesos de simulación.

Las correlaciones publicadas, se pueden agrupar en dos tipos, dependiendo de la información que se requiere para el cálculo. El primer grupo está basado en el método de balance de materia y utiliza información composicional. El segundo está basado en una relación empírica que se obtiene de mediciones realizadas en el campo.

Para encontrar nuevos modelos que nos permitan calcular, de manera confiable, propiedades de los fluidos como la viscosidad del aceite, es importante contar con bases de información confiables que nos proporcionen los datos requeridos para el desarrollo de los mismos. Estos modelos serán herramientas muy útiles para el cálculo de estas propiedades.

Así, este trabajo surge como una propuesta de análisis cuantitativo en el cual se evalúa un conjunto de datos experimentales de aceites Mexicanos, recopilados de diferentes fuentes. A continuación se describe brevemente el contenido del mismo.



## Introducción

En el capítulo 1, se presenta de manera general una introducción a conceptos como definición y clasificación de los aceites, se describe que es un estudio PVT y qué propiedades de los fluidos se pueden obtener de éste, se presenta una breve explicación de la teoría de la viscosidad de los gases y de los líquidos, y se presentan las correlaciones utilizadas en la industria petrolera para el cálculo de propiedades físicas como la viscosidad del aceite.

En el Capítulo 2, se lleva a cabo un análisis del comportamiento que presentan 16 propiedades físicas de 100 fluidos producidos en México, clasificados en 5 grupos de acuerdo a su rango de densidad en °API; **Grupo 1** (< 10 °API), **Grupo 2** (10.1 – 15 °API), **Grupo 3** (15.1 – 20 °API), **Grupo 4** (20.1 – 30 °API) y **Grupo 5** (> 30 °API). Se presentan las graficas que reporta cada propiedad respecto a la densidad.

En el Capítulo 3, se presentan los modelos matemáticos que se obtuvieron mediante regresión múltiple lineal con mínimos cuadrados para los 5 grupos, considerando la viscosidad a la presión de yacimiento, la viscosidad a la presión de burbujeo y la viscosidad a la presión atmosférica, obteniéndose en total 15 modelos que fueron evaluados obteniéndose su error promedio.

En el Capítulo 4, se presentan la graficas de viscosidad contra presión ( $p$  vs  $\mu_o$ ) que se obtuvieron con la base de datos de los pozos que conforman cada grupo, así mismo se propuso una forma funcional para cada conjunto de graficas (por grupo) basada en la ecuación de la línea recta. Se presentan las graficas de  $p/\mu_o$  vs  $p$ , a fin de construir un conjunto de rectas para facilitar el ajuste de los datos

En el Capítulo 5, se presenta un caso de estudio tomando como ejemplo el grupo 3, cuyo rango de densidad va de 15.1 – 20 °API. Para este grupo se obtuvieron 2 modelos matemáticos basados en la ecuación de una línea recta para la predicción de la viscosidad del aceite a la presión de yacimiento, los cuales fueron evaluados mediante el error promedio, para mostrar la confiabilidad de los mismos.

En el Apéndice A se presenta el planteamiento y desarrollo de la regresión múltiple lineal , mientras que en el Apéndice B, se presenta el desarrollo que se aplicó mediante regresión lineal con mínimos cuadrados para la obtención de los 15 modelos ( 3 por grupo) para cada intervalo de densidad.

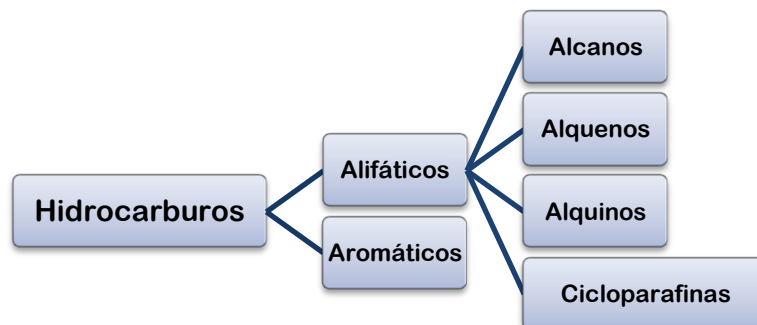
# 1. Antecedentes

En este capítulo se presenta una introducción referente a la composición del aceite, su clasificación y la revisión de sus propiedades físicas, para entender él porque de la importancia de conocer el comportamiento de estas, evaluando propiamente la densidad y la viscosidad, para proponer alternativas de mejora en la explotación, manejo y transporte de los aceites en México.

## 1.1. Composición del Aceite

El aceite está conformado por compuestos hidrocarburos y compuestos no hidrocarburos

Los hidrocarburos son compuestos químicos que contienen sólo dos elementos: hidrógeno y carbono. Los componentes hidrocarburos se han dividido en diferentes grupos, de acuerdo a su estructura molecular, **figura 1.1**



**Figura 1.1.** Series de Hidrocarburos (Modificado McCain W. D,1990)

### 1.1.1. Componentes no hidrocarburos

Nitrógeno (N<sub>2</sub>), bióxido de carbono (CO<sub>2</sub>) y ácido sulfhídrico (H<sub>2</sub>S), son los componentes no hidrocarburos que comúnmente constituyen el petróleo. Estos tres, son moléculas ligeras y se encuentran principalmente en el gas en la superficie.

El petróleo también contiene componentes en los cuales los átomos de azufre, oxígeno y/o nitrógeno están combinados con el carbono y el hidrógeno. Estos elementos regularmente se combinan con estructuras de anillo complejas que dan lugar a grandes moléculas de petróleo. Estos componentes grandes no hidrocarburos generalmente se conocen como *resinas* y *asfaltenos*. (McCain W. D, 1990)

## 1.2. Clasificación de los aceites

Los aceites se pueden clasificar por sus propiedades físicas o por la estructura química de las moléculas constituyentes. Las estructuras químicas son más difíciles de medir que las propiedades físicas.

### Clasificación física

El valor comercial del petróleo se puede estimar rápidamente midiendo las siguientes características físicas:

- Densidad relativa
- Contenido de gasolinas y keroseno
- Contenido de sulfuro
- Contenido asfáltico
- Punto de escurrimiento (pour point)
- Punto de nube (cloud point)

### Clasificación química

Las clasificaciones químicas de petróleo dependen de los componentes presentes en mayor cantidad en el aceite. Donde las moléculas más pequeñas, de seis átomos de carbono o menos, son predominantemente parafinas. Esta clasificación se basa en el contenido de alcanos normales e isoalcanos, cicloalcanos (naftenos) y compuestos aromáticos (bencenos).

### 1.3. Fluidos producidos

#### Aceite Crudo

Los yacimientos de aceite crudo están constituidos por hidrocarburos líquidos, a las condiciones de presión y temperatura del yacimiento, con una viscosidad menor o igual a 10,000 cp. Esta viscosidad es medida a la temperatura original del yacimiento y a presión atmosférica, como un líquido estabilizado libre de gas.

Las clases de aceite crudo se expresan en una escala normalizada por el Instituto Estadounidense del Petróleo (American Petroleum Institute). Esta escala es de densidad *API* o conocida como grados *API*. Ver **tabla 1.3**

Aceite Crudo	Densidad [gr/cm <sup>3</sup> ]	Densidad [°API]
<b>Extra pesado</b>	> 1.0	<10.0
<b>Pesado</b>	1.00 - 0.92	10.0-22.3
<b>Mediano</b>	0.92 - 0.87	22.3-31.1
<b>Ligero</b>	0.87 - 0.83	31.1-38.9
<b>Super ligero</b>	< 0.83	>38.9

**Tabla 1.3 Clasificación del aceite de acuerdo a su densidad.**

Para propósitos comerciales, los aceites crudos mexicanos que se venden nacional e internacionalmente, son mezclas de aceites de diversas densidades y se clasifican de acuerdo a la **tabla 1.4**

Tipo de Aceite	Clasificación	Densidad °API
<b>Maya</b>	Pesado	22
<b>Istmo</b>	Ligero	32
<b>Olmeca</b>	Super ligero	39

### **Petróleo crudo equivalente**

Es la forma de representar el inventario total de hidrocarburos; corresponde a la adición del aceite crudo de los condensados, de los líquidos en planta y del gas seco convertido a líquido. Este último corresponde a la conversión del volumen de gas seco que de acuerdo a su poder calorífico es equivalente a cierto volumen de aceite crudo.

### **Gas Natural**

Es la fracción del crudo constituida por cantidades variables de hidrocarburos gaseosos, tales como: metano, etano, propano, butano e iso-butano y ocasionalmente pequeñas cantidades de hidrocarburos líquidos (pentano y hexano preferentemente), e impurezas tales como bióxido de carbono, ácido sulfhídrico, nitrógeno y helio. Cuando las impurezas alcanzan valores por encima de cierta norma, este gas es tratado a fin de eliminar estas concentraciones. Cuando esto ocurre el gas es denominado *gas natural amargo*. Por otro lado cuando la cantidad de impurezas no impide su uso como combustible no corrosivo, se le denomina *gas natural dulce*.

### **Gas seco**

Es el gas natural constituido básicamente por metano, exento de condensados del tipo de la gasolina. El gas seco contiene menos de 0.1 galones de vapores líquidos por cada 1000 pies cúbicos de gas.

### **Gas húmedo**

Es un gas natural que contiene metano e hidrocarburos gaseosos más pesados. Presenta aproximadamente de 0.3 más galones de líquido por cada 1000 pies cúbicos del gas.

Hemos visto aquí que toda clasificación tanto de aceites como gases, se hace de acuerdo a la composición y magnitud de las propiedades de los fluidos, esto nos permite conocer la calidad y la cantidad de los fluidos a producir. Pero para llegar a este punto es necesario hacer una serie de pruebas que simulan el proceso de recuperación, dichas pruebas se hacen en lo que se conoce como Estudio PVT.

## 1.4. Estudio PVT

Durante la producción de un yacimiento se presentan dos procesos de separación: diferencial e instantánea. La liberación diferencial está definida como un proceso en el que a cada nivel de presión se le extrae el gas liberado. En contraste, en una liberación instantánea, se conserva todo el gas liberado a cada nivel de presión.

El estudio pVT de un fluido representativo de un yacimiento de aceite consiste en una serie de procedimientos de laboratorio que proveen los valores de las propiedades físicas requeridas en el método conocido como *balance de materia*. Este estudio está compuesto de cinco procedimientos principales que se realizan con muestras del fluido del yacimiento (Reyes C.M, 2010). Las propiedades que se pueden determinar como resultado del estudio son:

- Presión de burbuja o de saturación,  $p_b$
- Factor de volumen del aceite,  $B_o$
- Relación gas disuelto en aceite (relación de solubilidad),  $R_S$
- Factor de volumen total,  $B_t$
- Coeficiente de compresibilidad isotérmica del aceite,  $c_o$
- Viscosidad del aceite,  $\mu_o$

Estas propiedades se obtienen como función de la presión conforme esta descende desde la presión inicial  $p_i$  pasando por la presión de burbuja  $p_b$  hasta presiones muy bajas. También de este estudio se obtienen:

- Factor de desviación,  $z$
- Factor de volumen del gas,  $B_g$
- Viscosidad del gas,  $\mu_g$

Adicionalmente se obtienen cantidades y propiedades de:

- Gas en el separador
- Gas en el tanque
- Aceite en el tanque

Hay cinco procedimientos principales, que son:

- 1) Medición de la composición
- 2) Separación (vaporización) Flash (Instantánea)

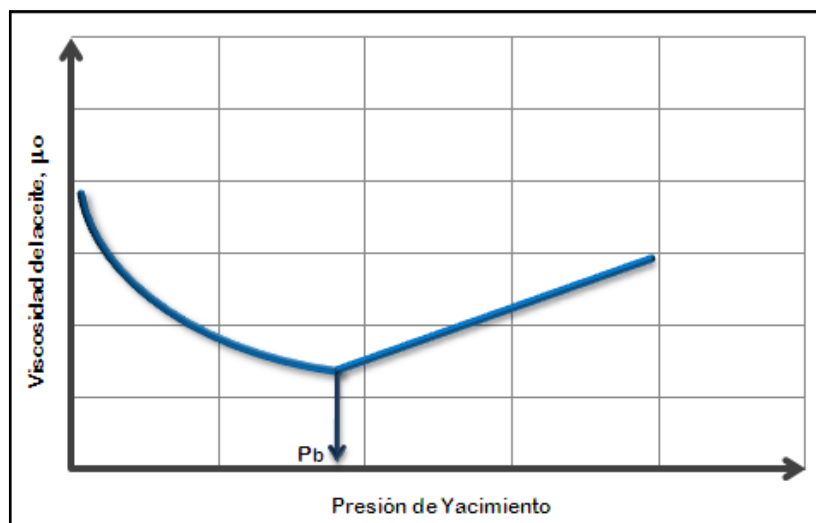
- 3) Separación Diferencial
- 4) Pruebas del separador
- 5) Mediciones de viscosidad

## 1.5. Definición de las propiedades físicas de los fluidos.

### Viscosidad del Aceite ( $\mu_o$ )

La viscosidad es la medida de la facilidad de un fluido para fluir, como resultado de la aplicación de un esfuerzo de corte. La viscosidad es función de la temperatura y presión, un incremento en la temperatura causa una disminución en la viscosidad, así como también un decremento en la presión causa una disminución.

Si se considera un proceso isotérmico, la viscosidad es sólo dependiente de la presión y muestra un comportamiento como el que se muestra en la **Figura 1.5** La presión inicial provee la máxima viscosidad para la etapa de bajo saturación, conforme la presión disminuye, la viscosidad también lo hace, hasta llegar a la presión de burbuja, en este punto la presión ya no causa reducción en la viscosidad, en esta etapa se tiene un incremento, ya que con la liberación de gas, se van los componentes más ligeros, por lo que el aceite se vuelve más pesado.



**Figura 1.5** Comportamiento de la Viscosidad como Función de la presión a temperatura constante (Mc.Cain W.D, 1990)

La viscosidad del aceite se mide en un viscosímetro rotacional o viscosímetro capilar, diseñado para simular la liberación diferencial. Las medidas se hacen para diferentes valores de presión en un proceso de pasos. El líquido que se utiliza en cada medición es el líquido remanente después de haber sido removido el gas a presión.

### Viscosidad del gas ( $\mu\text{g}$ )

Las mediciones para la viscosidad del gas son muy laboriosas. La viscosidad del gas se estima utilizando correlaciones a partir de las densidades relativas, medidas en el proceso diferencial.

Las viscosidades del gas y el aceite reportadas en el estudio PVT se pueden utilizar directamente, no se requieren calcular.

Existen tres tipos de viscosidad:

- 1) **Viscosidad dinámica o absoluta**, denominada  $\mu$  y definida con la ley de Newton de la viscosidad.
- 2) **Viscosidad aparente** se define como el cociente entre el esfuerzo cortante y la velocidad de deformación. Este término es el que se utiliza al hablar de viscosidad para fluidos no newtonianos.
- 3) **Viscosidad cinemática**,  $\nu$  relaciona la viscosidad dinámica con la densidad del fluido utilizado.

$$\nu = \frac{\mu}{\rho}$$

### Factor de volumen del aceite ( $B_o$ )

Es la relación del volumen de un líquido, medido a condiciones de yacimiento o de escurrimiento, con el volumen de dicho líquido medido en el tanque de almacenamiento a condiciones estándar. (Garaicochea P.F, 1991)

### Relación Gas – Aceite (RGA)

Son los pies cúbicos de gas producido por cada barril de aceite producido, medidos ambos volúmenes a condiciones estándar. Las condiciones de separación como presión, temperatura y etapas, afectan el valor de dicha relación. (Garaicochea P.F, 1991)



**Relación de solubilidad (Rs)**

Son los pies cúbicos de gas disuelto en el aceite a ciertas condiciones de presión y temperatura, por cada barril de aceite en el tanque, medidos ambos volúmenes a condiciones estándar. (Garaicochea P.F, 1991)

**Presión de burbujeo (Pb)**

La presión de burbujeo, se define como la presión a la cual se forma la primera burbuja de gas, al pasar de la fase líquida a la región de dos fases. (Garaicochea P.F, 1991)

**Compresibilidad del aceite (Co)**

La compresibilidad de un fluido, es el cambio fraccional en volumen por unidad de incremento en la presión. (Garaicochea P.F, 1991)

**Densidad del líquido ( $\rho_l$ )**

La densidad es la medida de cuánta masa hay contenida en una unidad de volumen (densidad = masa/volumen). (Garaicochea P.F, 1991)

**1.6. Correlaciones para el cálculo de la viscosidad.**

La viscosidad de un aceite crudo es una propiedad física muy importante que influye en el flujo de aceite a través del medio poroso y los ductos por donde este se va transportando, y dado que en el proceso de desarrollo de un yacimiento sobre todo si trata de aceites pesados, la viscosidad es un parámetro significativo, es necesario el uso de modelos de viscosidad que permitan predecir su magnitud con exactitud, ya que se podrán reducir tanto el costo como el tiempo que se requiere para hacer mediciones experimentales.

Se han propuesto numerosas correlaciones de viscosidad, sin embargo ninguna se ha usado como un método estándar en la industria. Debido a que la composición del aceite es compleja y en ocasiones indefinida, muchas correlaciones son dependientes de la localización geográfica que se esté tratando. Pero en general las correlaciones pueden ser de aceite negro o composicionales (Reyes C.M, 2010).

Las correlaciones composicionales derivan primordialmente del principio de estados correspondientes y sus extensiones, predicen la viscosidad del aceite como función de la temperatura, presión, composición de la mezcla, propiedades pseudocríticas y la viscosidad de una sustancia de referencia, quiere decir, que estos métodos requieren al menos un fluido de referencia. Entre las correlaciones más importantes se encuentran: *Lohrenz y col.* (1964), *Ely y Hanley* (1975) y *Pedersen y col.* (1987).

Las correlaciones de aceite negro predicen viscosidades a partir de información medida en el campo y son en las que se enfoca este trabajo. Las correlaciones de aceite crudo se han desarrollado para tres situaciones:

- Aceite bajo saturado,  $\mu_o$
- Condiciones de saturación,  $\mu_{ob}$
- Aceite muerto,  $\mu_{od}$

El aceite muerto es aceite sin gas en solución a presión atmosférica. Debajo del punto de burbuja la composición de la mezcla de aceite es constante y la viscosidad cambia como resultado de la compresibilidad; el fluido se vuelve más pesado y la viscosidad se incrementa. En algún punto durante la producción, la presión cae debajo de la presión de burbuja, el gas se libera y la composición del aceite cambia continuamente, el aceite se vuelve más pesado y más viscoso, y en el yacimiento fluyen dos fases.

Algunas de las correlaciones empíricas más conocidas son las propuestas por: *Beal* (1946), *Chew y Connally* (1959), *Aziz, Govier y Forgarasi* (1972), *Beggs y Robinson* (1975), *Standing* (1977), *Vázquez y Beggs* (1980), *Glaso* (1980), *Ng y Egbogah* (1983), *Khan y col.* (1987), *Kartoatmodjo y Schimidt* (1991), *Labedi* (1992), *Ghetto, Paone y Villa* (1994), *Petrosky y Farshad* (1995), *Elsharkawy y Alikhan* (1999), *Elsharkawy y Gharbi* (2001), etc.

Estas correlaciones están en función de parámetros medidos en campo o laboratorio como: temperatura ( $T$ ), presión ( $p$ ), densidad relativa del gas separado ( $\rho_g$ ), y densidad relativa del aceite ( $^{\circ}API$ ). La viscosidad del aceite muerto ( $\mu_{od}$ ) está expresada como una función de la densidad en  $^{\circ}API$  del aceite y la temperatura del yacimiento. La viscosidad del aceite saturado ( $\mu_{ob}$ ) está correlacionada a la viscosidad del aceite muerto y a la

relación gas disuelto aceite ( $R_S$ ). En la determinación de la viscosidad del aceite bajo saturado ( $\mu_o$ ), esta es primordialmente dependiente de la presión.

La historia de las correlaciones de viscosidad en la industria petrolera, comenzó hace varias décadas. Se han presentado una gran cantidad de ecuaciones matemáticas para predecir las viscosidades del aceite muerto, aceite saturado y aceite bajo saturado, usando mediciones disponibles en campo, como densidad del aceite en el tanque de almacenamiento, relación gas disuelto aceite, etc.

### 1.6.1. Descripción de las correlaciones de viscosidad

En 1946, **Beal** publicó un artículo que contenía métodos gráficos para determinar la viscosidad del aceite muerto, saturado y bajo saturado a alta presión y temperatura. El autor construyó una base de datos usando información de fluidos de varios campos de Estados Unidos. Mencionó que la temperatura del yacimiento, la densidad del aceite en el tanque de almacenamiento, la relación gas disuelto aceite, y la presión del yacimiento son parámetros importantes para correlacionar la viscosidad del aceite del yacimiento. La densidad del aceite en el tanque y la temperatura del yacimiento, son las variables más efectivas para correlacionar la viscosidad del aceite muerto.

En 1959, **Chew y Connally** propusieron una correlación y una interpretación gráfica para la viscosidad del aceite saturado usando 457 muestras de aceite de las áreas productoras más importantes de Estados Unidos, Canadá y Sudamérica. Los autores consideraron que la relación entre la viscosidad del aceite muerto y saturado, a  $R_S$  constante, puede representarse como una línea recta en escala logarítmica. El concepto de correlación del aceite saturado se describe como sigue:

$$\mu_{ob} = A\mu_{od}^B \dots\dots\dots (1)$$

Generalmente, los coeficientes A y B pueden ser representados como una función de la relación gas disuelto aceite. La adaptación de este concepto ha sido usada por varios autores para crear sus correlaciones de viscosidad.

En 1972, **Aziz, Govier y Forgarasi** modificaron el concepto de Chew y Connally para crear la viscosidad del aceite saturado usando 48 sistemas de aceite. La viscosidad, de acuerdo a estos autores, puede ser calculada como sigue:

$$\mu_{ob} = A\mu_{od}^B$$

$$A = 0.20 + (0.80 \times 10^{-0.00081 R_s}) \dots\dots\dots (2)$$

$$B = 0.43 + (0.57 \times 10^{-0.00072 R_s})$$

En 1975, **Beggs y Robinson** usaron 600 sistemas de aceite, incluyendo 2533 puntos de información para correlacionar viscosidades del aceite muerto y saturado como función de la densidad en el tanque de almacenamiento y la temperatura del yacimiento, aplicaron el concepto de Chew y Connally para correlacionar la viscosidad del aceite saturado. La correlación de Beggs y Robinson para el aceite saturado es una de las más usadas en la industria debido a que predice la viscosidad con cierta exactitud, y cubre un gran rango de información. La viscosidad del aceite saturado y muerto se puede calcular como sigue:

Viscosidad del aceite muerto

$$\mu_{od} = 10^C - 1 \dots\dots\dots (3)$$

$$C = 10^{3.0324 - 0.02023 API T^{-1.63}}$$

Viscosidad del aceite saturado

$$\mu_{ob} = A\mu_{od}^B$$

$$A = 10.715(R_s + 100)^{-0.515} \dots\dots\dots (4)$$

$$B = 5.44(R_s + 150)^{-0.338}$$

En 1977, **Standing** desarrolló correlaciones para predecir las viscosidades del aceite muerto, saturado y bajo saturado aplicando el método gráfico de la correlación de Beal. El autor modificó el concepto de la correlación de Chew y Connally para crear nuevas correlaciones. Las correlaciones de Standing para predecir viscosidades son interpretadas como sigue:

Viscosidad del aceite muerto

$$\mu_{od} = \left(0.32 + \frac{1.8 \times 10^7}{API^{4.53}}\right) \left(\frac{360}{T+200}\right)^D \dots\dots\dots (5)$$

$$C = 10^{\left(0.43 + \frac{8.33}{API}\right)}$$

Viscosidad del aceite saturado

$$\mu_{ob} = A\mu_{od}^B$$

$$A = 10^{(2.2 \times 10^{-7} R_S - 7.4 \times 10^{-4}) R_S} \dots\dots\dots (6)$$

$$B = \left( \frac{0.65}{10^{8.62 \times 10^{-5} R_S}} \right) + \left( \frac{0.25}{10^{1.10 \times 10^{-3} R_S}} \right) + \left( \frac{0.062}{10^{3.74 \times 10^{-3} R_S}} \right)$$

Viscosidad del aceite bajo saturado

$$\mu_o = \mu_{ob} + 0.001(p - p_b)(0.024\mu_{ob}^{1.6} + 0.038\mu_{ob}^{0.56}) \dots\dots\dots (7)$$

En 1980, **Vázquez y Beggs** aplicaron técnicas de regresión a más de 600 estudios PVT para crear una correlación de viscosidad del aceite bajo saturado como función de la presión del yacimiento, presión de saturación y de la viscosidad en el punto de burbuja. Los autores utilizaron una gran base de datos para ampliar el rango de información en su correlación, y recomiendan la correlación del aceite saturado de Beggs y Robinson.

Viscosidad del aceite bajo saturado

$$\mu_o = \mu_{ob} \left( \frac{p}{p_b} \right)^E \dots\dots\dots (8)$$

$$E = 2.6p^{1.187} \exp(-11.513 - 8.98 \times 10^{-5} p)$$

En 1980, **Glaso** uso 26 muestras de aceite del Mar del Norte para correlacionar la viscosidad del aceite muerto. El autor propuso que la viscosidad del aceite muerto está en términos de la temperatura del yacimiento y la densidad del aceite en el tanque de almacenamiento. La correlación de Glaso, regularmente tiene un comportamiento similar a la de Beggs y Robinson. La ecuación está indicada como sigue:

Viscosidad del aceite muerto

$$\mu_{od} = 3.141 \times 10^{10} T^{-3.444} (\log API)^{10.313 \log(T) - 36.447} \dots\dots\dots (9)$$

En 1983, **Ng y Egbogah** presentaron dos correlaciones para predecir la viscosidad del aceite muerto. Para la primera, los autores usaron cerca de 400 reportes PVT para modificar la correlación de Beggs y Robinson. Para la segunda correlación introdujeron un nuevo parámetro; temperatura de escurrimiento ( $T_p$ ), lo que resulta poco práctico, ya que la temperatura de escurrimiento es difícil de medir y no puede obtenerse de un PVT ordinario. Las correlaciones de Ng y Egbogah son las siguientes:

Viscosidad del aceite muerto

$$\log \cdot \log(\mu_{od} + 1) = 1.8653 - 0.025086 API - 0.5644 \log(T) \dots\dots\dots (10)$$

Viscosidad del aceite muerto

$$\log \cdot \log(\mu_{od} + 1) = -1.7095 - 0.0087917 T_p + 2.7523 API + \\ (-1.2943 + 0.0033214 T_p + 0.958195 API) \log(T - T_p) \dots\dots\dots (10')$$

Posteriormente en un trabajo presentado por Trevor Bennison en 1998, se utiliza una correlación de viscosidad del aceite muerto propuesta por **Egbogah - Jacks**, sin punto de escurrimiento:

Viscosidad del aceite muerto (sin punto de escurrimiento)

$$\log \cdot \log(\mu_{od} + 1) = -1.7095 + \left( \frac{389.45}{^\circ API + 131.5} \right) + \left( -1.2943 + \left( \frac{389.45}{^\circ API + 131.5} \right) \right) \\ \times \log \left( (T - 32) \times \frac{5}{9} \right) \dots\dots\dots (11)$$

En 1984, **Sutton y Farshad** evaluaron el comportamiento de varias correlaciones de viscosidad publicadas, usando 31 muestras de diferentes aceites del Golfo de México. Los autores concluyeron que las correlaciones de Glaso, Beggs y Robinson, Vázquez y Beggs dan la mejor predicción de viscosidad del aceite muerto, aceite saturado y bajo saturado en el Golfo de México. Los resultados están dados en funciones de error, de análisis estadístico.

En 1987 **Khan y colaboradores** propusieron un juego de correlaciones usando métodos de mínimos cuadrados y regresión lineal. Sus ecuaciones se basan en 75 muestras de aceite de Arabia Saudita. Los autores probaron el comportamiento de las correlaciones previamente mencionadas, en términos de funciones estadísticas. Los resultados indicaron que sus correlaciones proveen una buena estimación de viscosidad para aceites árabes; pero requieren de varios parámetros de entrada, lo que es un inconveniente. Las correlaciones se muestran a continuación:

Aceite Saturado

$$\mu_{ob} = \frac{0.09\sqrt{\gamma_g}}{\sqrt[3]{R_S} \left(\frac{T+459.67}{459.67}\right)^{4.5} \left(1 - \frac{141.5}{API+131.5}\right)^3} \dots\dots\dots (12)$$

Aceite bajo saturado

$$\mu_o = \mu_{ob} \left(\frac{p}{p_b}\right)^{-0.14} \exp(-2.5 \times 10^{-4}(p - p_b)) \dots\dots\dots (13)$$

Aceite bajo saturado

$$\mu_o = \mu_{ob} \exp(9.6 \times 10^{-5}(p - p_b)) \dots\dots\dots (14)$$

En 1987, **Al-Khafaji, Abdul-Majeed y Hassoon** desarrollaron correlaciones para predecir la viscosidad del aceite muerto, saturado y bajo saturado usando 300 muestras de la región del Medio Este. Los autores aplicaron la correlación gráfica de Beal, para la viscosidad del aceite muerto, y modificaron la correlación de Chew y Connally con un rango más amplio de relaciones gas disuelto aceite para el aceite saturado. También crearon una nueva correlación de aceite bajo saturado como función de la densidad del aceite en el tanque, presión del yacimiento y presión de burbuja. Las correlaciones son las siguientes:

Viscosidad del aceite muerto

$$\mu_{od} = \frac{10^{4.9563 - 0.00488 T}}{\left(API + \frac{T}{30} - 14.29\right)^{2.709}} \dots\dots\dots (15)$$

Viscosidad del aceite saturado

$$\mu_{ob} = A\mu_{od}^B$$

$$A = 0.247 + 0.2824 \log(R_S) + 0.5657(\log(R_S))^2 - 0.4065(\log(R_S))^3 + 0.0631(\log(R_S))^4 \dots\dots\dots (16)$$

$$B = 0.894 + 0.0546 \log(R_S) + 0.07667(\log(R_S))^2 - 0.0736(\log(R_S))^3 + 0.01008(\log(R_S))^4$$

Viscosidad del aceite bajo saturado

$$\mu_o = \mu_{ob} + 10^F$$

$$F = -0.3806 - 0.1845 API + 0.004034 API^2 - 3.716 \times 10^{-5} + 1.11 \log\left(\frac{p}{p - p_b}\right) \dots\dots\dots (17)$$

En 1990, **Abdul-Majeed, Kattan, y Salman** introdujeron una nueva correlación para predecir la viscosidad del aceite bajo saturado. La ecuación se mostró como función de la presión del yacimiento, relación gas disuelto aceite, y densidad del aceite en el tanque, fue desarrollada usando 41 muestras de aceite del Norte de África y del Medio Este. La correlación es directamente derivada de una escala logarítmica, que indica una serie de líneas rectas con un salto constante y varios cortes; y estos cortes pueden ser representados como una función de la relación gas disuelto aceite y la densidad del aceite en el tanque. La correlación es la siguiente:

Viscosidad del aceite bajo saturado

$$\mu_o = \mu_{ob} + 10^G$$

$$G = 1.9311 - 0.8994 \ln(5.614 R_{Sb}) - 0.001194 API^2 + 9.2545 \times 10^{-3} API \ln(5.614 R_{Sb}) - 5.2106 + 1.11 \log\left(\frac{p}{p - p_b}\right) \dots\dots\dots (18)$$

En 1991, **Kartoatmodjo y Schmidt** usaron varios reportes PVT de diferentes locaciones geográficas como; el sur este de Asia, Norte América, Medio Este y Latinoamérica, para modificar las correlaciones de Glaso; Chew y Connally; y Standing de aceite muerto, saturado y bajo saturado, respectivamente. Las correlaciones de Kartoatmodjo y Schmidt son las siguientes:

Viscosidad del aceite muerto



$$\mu_{od} = 10.0 \times 10^8 T^{-2.5177} (\log API)^{5.7526} \log(T)^{-26.9718} \dots\dots\dots (19)$$

Viscosidad del aceite saturado

$$\mu_{ob} = -0.06821 + 0.9824H + 0.0004034H^2$$

$$H = (0.2001 + 0.8428 \times 10^{-0.000845 R_S}) \mu_{od}^{(0.43+0.5165I)} \dots\dots\dots (20)$$

$$I = 10^{-0.00081 R_S}$$

Viscosidad del aceite bajo saturado

$$\mu_o = 1.00081\mu_{ob} + 0.0001127(p - p_b)(-0.006517\mu_{ob}^{1.8148} + 0.038\mu_{ob}^{1.59}) \dots\dots (21)$$

Posteriormente, los autores compararon el comportamiento de su correlación modificada, con las publicadas anteriormente, el análisis lo hicieron en términos de error relativo promedio, error absoluto promedio, desviación estándar y coeficiente de determinación. Los resultados mostraron que su correlación modificada provee la mejor predicción de la viscosidad del aceite muerto y saturado.

En 1991, **Abu-Khamsin y Al-Marhoun** propusieron una nueva alternativa para correlacionar la viscosidad en el punto de burbuja, usando solo la densidad del aceite en el punto de burbuja como parámetro de entrada. La correlación fue desarrollada aplicando regresión no lineal en 62 muestras de aceite de Medio Este y de Canadá. Los autores no mencionaron nada de la aplicación de su correlación para el aceite bajo saturado. Teóricamente, las formas típicas de la viscosidad y densidad del aceite muestran una tendencia similar para cualquier presión. Por esta razón la correlación Abu-Khamsin y Al-Marhoun puede ser usada para predecir las viscosidades del aceite saturado y bajo saturado.

Viscosidad del aceite saturado

$$\mu_{ob} = \exp(-2.652294 + 8.484462\rho_{ob}^4) \dots\dots\dots (22)$$

En 1992, **Labedi** introdujo un juego de correlaciones para predecir las viscosidades del aceite muerto, saturado y bajo saturado. El autor utilizó la técnica de regresión lineal múltiple para correlacionar sus ecuaciones usando alrededor de 100 muestras de aceite de Libia. Cabe mencionar que la relación gas disuelto aceite parámetro importante, no

está incluido en sus ecuaciones. El autor mencionó que las ecuaciones funcionan bastante bien para los aceites de Libia y de otras áreas geográficas como Medio Este, el Mar del Norte y algunas partes de América. Las correlaciones deben ser usadas con un rango importante de datos de entrada, y se recomienda que no se usen en densidades de aceite en el tanque menores a 32 °API. Las correlaciones de Labedi se muestran a continuación:

Viscosidad del aceite muerto

$$\mu_{od} = \frac{10^{9.224}}{API^{4.7013} T^{0.6739}} \dots\dots\dots (23)$$

Viscosidad del aceite saturado

$$\mu_{ob} = (10^{2.344 - 0.03542 API}) \frac{\mu_{od}^{0.6447}}{p_b^{0.426}} \dots\dots\dots (24)$$

Viscosidad del aceite bajo saturado

$$\mu_o = \mu_{ob} - \left[ \left( 1 - \frac{p}{p_b} \right) \left( \frac{10^{-2.488} \mu_{od}^{0.9036} p_b^{0.6151}}{10^{0.01976 API}} \right) \right] \dots\dots\dots (25)$$

En 1992, **Bergman** propuso dos correlaciones para estimar la viscosidad del aceite muerto y saturado, estas correlaciones fueron publicadas por Whitson y Brule en 1994. El autor uso la base de datos de Beggs y Robinson y un poco de información adicional para desarrollar sus ecuaciones. Aplicó el concepto de Chew y Connally a esa base de datos para crear una correlación para el aceite saturado. Y utilizó la correlación de aceite muerto de Beggs y Robinson, concluyendo que no trabajaba efectivamente para temperaturas menores a 70 °F. Las correlaciones de Bergman son las siguientes:

Viscosidad del aceite muerto

$$\ln \ln(\mu_{od} + 1) = 22.33 - 0.194API + 0.00033API^2 \dots\dots\dots (26)$$

$$-(3.20 - 0.0185API) \ln(T + 310)$$

Viscosidad del aceite saturado

$$\mu_{ob} = A \mu_{od}^B$$

$$A = \exp(4.768 - 0.8359 \ln(R_S + 300)) \dots\dots\dots (27)$$

$$B = 0.555 + \frac{133.5}{R_S + 300}$$

En 1994, **De Ghetto, Paone y Villa** introdujeron una estrategia para correlacionar las ecuaciones de viscosidad, basado en diferentes rangos de densidad del aceite en el tanque, como sigue:

- Correlaciones de aceite extra pesado ( $^{\circ}API \leq 10$ )
- Correlaciones de aceite pesado ( $10 < ^{\circ}API \leq 22.3$ )
- Correlaciones de aceite mediano ( $22.3 < ^{\circ}API \leq 31.1$ )
- Correlaciones de aceite ligero ( $^{\circ}API > 31.1$ )

Además los autores probaron algunas de las correlaciones publicadas con anterioridad usando 195 muestras de aceite tomadas de la Cuenca del Mediterráneo, África, Golfo Pérsico y Mar del Norte. La mejor correlación para cada rango de densidad y para toda la base de datos seleccionada; así como los coeficientes numéricos fueron recalculados usando regresión lineal múltiple y regresión no lineal. Los autores mencionaron que el comportamiento no Newtoniano de los fluidos altamente viscosos podría afectar las mediciones de laboratorio, así como el comportamiento de las correlaciones. Las correlaciones de viscosidad modificadas son las siguientes:

Viscosidad del aceite muerto

Aceite extra pesado: Modificada de Ng y Egbogah

$$\log \cdot \log(\mu_{od} + 1) = 1.90296 - 0.012629API - 0.61748 \log(T) \dots (28)$$

Aceite pesado: Modificada de Ng y Egbogah

$$\log \cdot \log(\mu_{od} + 1) = 2.06492 - 0.0179API - 0.70226 \log(T) \dots\dots\dots (29)$$

Aceite mediano: Modificada de Kartoatmodjo

$$\mu_{od} = 220.15 \times 10^9 T^{-3.556} \log(API)^{12.5428} \log(T)^{-45.7874} \dots\dots\dots (30)$$

Aceite ligero: Modificada de Ng y Egbogah

$$\log \cdot \log(\mu_{od} + 1) = 1.67083 - 0.017628API - 0.61304 \log(T) \dots (31)$$

Todas las muestras: Modificada de Ng y Egbogah

$$\log \cdot \log(\mu_{od} + 1) = 1.8513 - 0.025548API - 0.56238\log(I) \dots (32)$$

Viscosidad del aceite saturado

Aceite extra pesado: Modificada de Kartoatmodjo

$$\mu_{ob} = 2.3945 + 0.8927H + 0.001567H^2$$

$$H = (-0.0335 + 1.0785 \times 10^{-0.000845 R_S}) \mu_{od}^{(0.5798+0.3432I)} \dots (33)$$

$$I = 10^{-0.00081 R_S}$$

Aceite pesado: Modificada de Kartoatmodjo

$$\mu_{ob} = -0.6311 + 1.078H + 0.003653H^2$$

$$H = (0.2478 + 0.6114 \times 10^{-0.000845 R_S}) \mu_{od}^{(0.4731+0.5158I)} \dots (34)$$

$$I = 10^{-0.00081 R_S}$$

Aceite mediano: Modificada de Kartoatmodjo

$$\mu_{ob} = 0.0132 + 0.9821H + 0.005215H^2$$

$$H = (0.2038 + 0.8591 \times 10^{-0.000845 R_S}) \mu_{od}^{(0.3855+0.5664I)} \dots (35)$$

$$I = 10^{-0.00081 R_S}$$

Aceite ligero: Modificada de Beggs y Robinson

$$\mu_{ob} = [25.1921(R_S + 100)^{-0.6487}] \mu_{od}^{2.7516(R_S+150)^{-0.2135}} \dots (36)$$

Todas las muestras: Modificada de Kartoatmodjo

$$\mu_{ob} = -0.032124 + 0.9289H + 0.02865H^2$$

$$H = (0.1615 + 0.7024 \times 10^{-0.000583 R_S}) \mu_{od}^{(0.172+0.7881I)} \dots (37)$$

$$I = 10^{-0.000396 R_S}$$

Viscosidad del aceite bajo saturado

Aceite extra pesado: Modificada de Labedi

$$\mu_o = \mu_{ob} - \left[ \left( 1 - \frac{p}{p_b} \right) \left( \frac{10^{-2.19} \mu_{od}^{1.055} p_b^{0.3132}}{10^{0.0099 API}} \right) \right] \dots (38)$$

Aceite pesado: Modificada de Kartoatmodjo

$$\mu_o = 0.9886\mu_{ob} + 0.002763(p - p_b) \dots\dots\dots (39)$$

$$(-0.01153\mu_{ob}^{1.7933} + 0.0316\mu_{ob}^{1.5939})$$

Aceite Mediano: Modificada de Labedi

$$\mu_o = \mu_{ob} - \left[ \left( 1 - \frac{p}{p_b} \right) \left( \frac{10^{-3.8055} \mu_{od}^{1.4131} p_b^{0.6957}}{10^{-0.00288} API} \right) \right] \dots\dots\dots (40)$$

Todas las muestras: Modificada de Labedi

$$\mu_o = \mu_{ob} - \left[ \left( 1 - \frac{p}{p_b} \right) \left( \frac{10^{-1.9} \mu_{od}^{0.7423} p_b^{0.5026}}{10^{0.0243} API} \right) \right] \dots\dots\dots (41)$$

En 1995, **Petrosky y Farshad** propusieron correlaciones para el cálculo de la viscosidad del aceite muerto, saturado y bajo saturado, usando 126 estudios PVT del Golfo de México. Los autores usaron regresión múltiple no lineal para crear sus correlaciones y usaron funciones estadísticas de error, para evaluar y comparar el comportamiento de sus ecuaciones con los publicados anteriormente. Sus correlaciones de viscosidad de aceite muerto y bajo saturado, dieron mejores resultados que las otras. Aseguraron que sus ecuaciones pueden ser aplicadas a aceites de otras regiones, pero deben ser usadas dentro de un rango de información. Las correlaciones de Petrosky y Farshad son las siguientes:

Viscosidad del aceite muerto

$$\mu_{od} = 2.3511 \times 10^7 T^{-2.10255} \log_{10}(API)^J \dots\dots\dots (42)$$

$$J = 4.59388 \log(T) - 22.82792$$

Viscosidad del aceite saturado

$$\mu_{ob} = A\mu_{od}^B$$

$$A = 0.1651 + (0.6165 \times 10^{-6.0866 \times 10^{-4} R_s}) \dots\dots\dots (43)$$

$$B = 0.5131 + (0.5109 \times 10^{-1.1831 \times 10^{-3} R_s})$$

Viscosidad del aceite bajo saturado

$$\mu_o = \mu_{ob} + 1.3449 \times 10^{-3}(p - p_b) \times 10^K \dots\dots\dots (44)$$

$$K = -1.0146 + 1.3322 \log(\mu_{ob}) - 0.4876 \log(\mu_{ob})^2 - 1.15036(\mu_{ob})^3$$

En 1997, **Almehaideb** desarrolló dos correlaciones de viscosidad usando como base de datos reportes PVT de 15 yacimientos diferentes de los Emiratos Árabes Unidos. El autor uso métodos de regresión lineal para obtener sus correlaciones de aceite saturado y bajo saturado; y el comportamiento de estas correlaciones fue comparado con las correlaciones de Aziz, Standing, Beggs y Vázquez. El autor, no menciona nada de la aplicación de sus ecuaciones para otras regiones geográficas. Las correlaciones de viscosidad de aceite saturado y bajo saturado de Almehaideb se presentan a continuación:

Viscosidad del aceite saturado

$$\mu_{ob} = 6.59927 \times 10^5 R_S^{-0.597627} T^{-0.941624} \gamma_g^{-0.555208} API^{-1.487449} \dots\dots\dots (45)$$

Viscosidad del aceite bajo saturado

$$\mu_o = \mu_{ob} \left( \frac{p}{p_b} \right)^L \dots\dots\dots (46)$$

$$L = 0.134819 + 1.94345 \times 10^{-4} R_{Sb} - 1.93106 \times 10^{-9} R_{Sb}^2$$

En 1997, **Hanafy y colaboradores** introdujeron una correlación de viscosidad simple para el aceite en el punto de burbuja, basada en 324 muestras de aceite. Los autores indicaron que su correlación puede predecir la viscosidad del aceite a cualquier presión específica usando su correspondiente valor de densidad en la ecuación. Los autores probaron el comportamiento de su correlación con otras previamente publicadas y concluyeron que su correlación da la mejor predicción de viscosidad. Este concepto es similar al propuesto por Abu-Khamsin y Al-Marhoun en 1991.

Viscosidad del aceite en el punto de burbuja

$$\mu_{ob} = \exp(7.296 \rho_{ob}^3 - 3.095) \dots\dots\dots (47)$$

En 1998, **Bennison** introdujo una correlación de viscosidad para aceite muerto para aceites pesados del Mar del Norte. Sólo utilizo 16 puntos de información, es el autor con la menor base de datos que se menciona en el presente trabajo, razón por la cual no es muy recomendable. La correlación de Bennison es la siguiente:

Viscosidad del aceite muerto

$$\mu_{od} = 10^{(0.10231 API^2 - 3.9464 API + 46.5037)} T^{(-0.4542 API^2 + 1.70405 API - 19.18)} \dots\dots\dots (48)$$

En 1999, **Elsharkawy y Alikhan** publicaron correlaciones de viscosidad para aceite muerto, saturado y bajo saturado. Las correlaciones de Beggs y Robinson de aceite muerto y saturado, fueron modificadas con 254 muestras de aceite del Medio Este. Los autores desarrollaron la correlación para el aceite bajo saturado usando regresión lineal múltiple e introdujeron la viscosidad de aceite muerto, como parámetro de entrada. Para aceites del Medio Este, la exactitud de estas correlaciones es mejor que otras ya publicadas.

Viscosidad del aceite muerto

$$\log \cdot \log(\mu_{od} + 1) = 2.16924 - 0.02525 API - 0.68875 \log(T) \dots\dots\dots (49)$$

Viscosidad del aceite saturado

$$\mu_{ob} = A \mu_{od}^B$$

$$A = 1241.932(R_S + 641.026)^{-1.1241} \dots\dots\dots (50)$$

$$B = 1768,841(R_S + 1180.335)^{-1.06622}$$

Viscosidad del aceite bajo saturado

$$\mu_o = \mu_{ob} + 10^{-2.0771} (p - p_b) (\mu_{od}^{1.19279} + \mu_{ob}^{-0.40712} p_b^{-0.7941}) \dots\dots\dots (51)$$

En 2001, **Elsharkawy y Gharbi** compararon la técnica clásica de regresión lineal con un concepto moderno de regresión, que es la técnica de regresión neutral. Los autores usaron ambas regresiones para desarrollar sus correlaciones de viscosidad basadas en 56 sistemas de aceite de Kuwait. Mencionaron que la correlación creada por la regresión neutral, provee mejor comportamiento que la creada con la otra técnica. Pero el proceso de regresión neutral consiste en varios pasos complicados que no pueden ser hechos sin

herramientas de software. De cualquier forma la regresión lineal clásica es el método preferido para las correlaciones de viscosidad.

Viscosidad del aceite muerto

$$\log(\mu_{od}) = 10.7580 - 3.9145 \log(API) - 1.9364 \log(T) \dots\dots\dots (52)$$

Viscosidad del aceite saturado

$$\mu_{ob} = 10^{0.82604 p^{-0.38678} \mu_{od}^{0.79903}} \dots\dots\dots (53)$$

Viscosidad del aceite bajo saturado

$$\mu_o = \mu_{ob} + M(p - p_b) \dots\dots\dots (54)$$

$$M = (-5612 + 9481\mu_{od} - 1459\mu_{od}^2 + 81\mu_{od}^3) \times 10^{-8}$$

En 2001, **Dindoruk y Christman** usaron más de 90 reportes PVT del Golfo México para correlacionar la viscosidad del aceite muerto, saturado y bajo saturado. Estas correlaciones fueron desarrolladas usando la herramienta de Microsoft Excel y su comportamiento fue comparado con las correlaciones de Standing y Petrosky y Farshad. Cabe destacar que además de utilizar la densidad del aceite en el tanque y la presión del yacimiento, también se requiere la presión en el punto de burbuja y la relación gas disuelto aceite, para calcular la viscosidad del aceite muerto. Los autores aseguran que sus correlaciones tienen un mejor comportamiento para un rango grande de datos y pueden ser usadas en otras regiones geográficas; pero contienen 24 coeficientes numéricos y requieren de varios parámetros de entrada. Las correlaciones de Dindoruk y Christman son las siguientes:

Viscosidad del aceite muerto

$$\mu_{od} = \frac{9.36579 \times 10^9 T^{-4.194017808} \log(API)^{14.505357625} \log(T)^{-44.868655416}}{-3.1461171 \times 10^{-9} p_b^{4.740729 \times 10^{-4}} + 0.010433654 R_{sb}^{-0.00077688}} \dots\dots\dots (55)$$



## Viscosidad del aceite saturado

$$\mu_{ob} = A\mu_{od}^B$$

$$A = \frac{1}{\exp(4.740729 \times 10^{-4} R_S)} + \frac{-1.023451 \times 10^{-2} R_S^{0.6600358}}{\exp(1.07508 \times 10^{-3} R_S)} \dots\dots\dots (56)$$

$$B = \frac{1}{\exp(-2.191172 \times 10^{-5} R_S)} + \frac{-1.66098 \times 10^{-2} R_S^{0.4233179}}{\exp(-2.273945 \times 10^{-4} R_S)}$$

## Viscosidad del aceite bajo saturado

$$\mu_o = \mu_{ob} + 6.334 \times 10^{-5} (p - p_b) \times 10^0$$

$$O = 0.776644115 + 0.987658646 \log(\mu_{ob}) - 0.190564677 \log(R_{Sb}) \dots\dots\dots (57)$$

$$+ 9.147711 \times 10^{-3} \mu_{ob} \log(R_{Sb}) - 1.9111 \times 10^{-5} (p - p_b)$$

Es importante mencionar que, aún cuando existen varias correlaciones para el cálculo de la viscosidad del aceite, estas se han basado en muestras tomadas en diferentes regiones del mundo, pero no se han desarrollado considerando crudos Mexicanos, razón por la cual dichas correlaciones no han dado buenos resultados para los fluidos producidos en nuestro país. Por este motivo se propone plantear nuevas correlaciones basadas en la metodología de la línea recta, (cuya aplicación ha dado buenos resultados en la predicción de otras propiedades), considerando muestras de los crudos que se explotan en México y contar así con herramientas a la medida que nos reproduzcan el valor de esta propiedad de manera confiable.

En el siguiente capítulo se llevará a cabo el análisis del comportamiento de 16 propiedades físicas de más de 100 fluidos, agrupados de acuerdo a su densidad ( $^{\circ}$ API), contándose en total con 5 grupos que se clasifican de acuerdo a los siguientes rangos.

Grupo 1. Rango de densidad  $< 10$   $^{\circ}$ API

Grupo 2. Rango de densidad 10.1- 15  $^{\circ}$ API

Grupo 3. Rango de densidad 15.1 – 20  $^{\circ}$ API

Grupo 4. Rango de densidad 20 – 30  $^{\circ}$ API

Grupo 5. Rango de densidad  $> 30$   $^{\circ}$ API

## 2. Análisis de la Base de Datos de Estudios PVT

En este capítulo, se analiza la información de la base de datos de los estudios PVT recopilada de los diferentes aceites producidos en el país, agrupando los aceites por rango de densidad que van desde 6.7 hasta 49.7 °API. Se presentan los gráficos del comportamiento de diferentes propiedades del aceite, como  $R_s$ ,  $\mu_o$ ,  $\mu_g$ , RGA,  $p_b$ ,  $p_l$ , Bo N<sub>2</sub>, CO<sub>2</sub>, H<sub>2</sub>S, entre otras, como función de la densidad °API.

### 2.1. Comparación gráfica de la densidad con otras propiedades

Para describir la relación entre densidad (°API) del aceite y las otras propiedades del fluido como: relación de solubilidad, viscosidad del aceite, viscosidad del gas, relación gas-aceite, presión de burbujeo, factor de volumen del aceite, compresibilidad del aceite y composición, es necesario hacer un análisis de cada una de ellas, a fin de poder explicar porque se ha utilizado esta variable como referencia para crear los modelos para determinar la viscosidad del aceite a condiciones de yacimiento.

La densidad °API, es una variable que está directamente relacionada con la calidad del aceite, su medición es más consistente y se puede obtener directamente del laboratorio, su valor nos proporciona una idea rápida del tipo de aceite que se trata y del comportamiento que éste presenta, además este parámetro se usa a nivel comercial para determinar el valor económico de un aceite. El análisis se hace mediante una comparación gráfica del comportamiento de la densidad y los demás parámetros; de acuerdo al análisis de las tendencias la propiedad que mejor se comporta es la densidad.

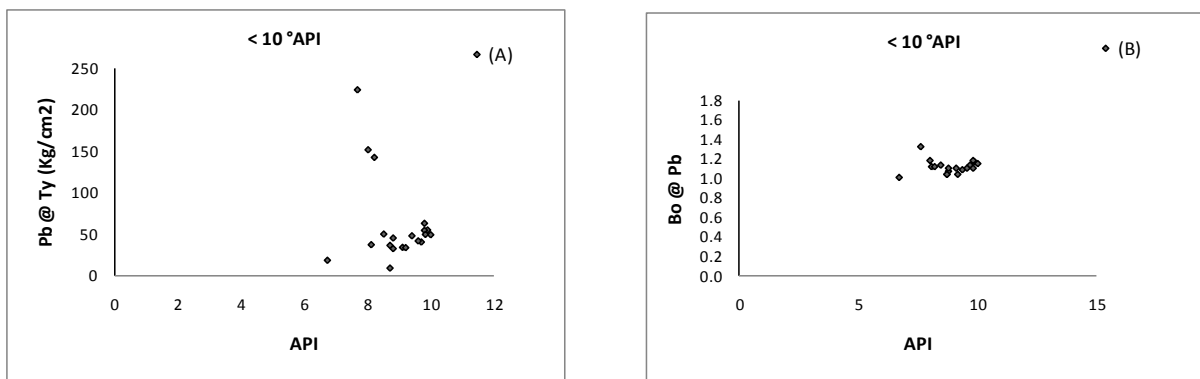
El análisis se realizó por grupos de aceites respecto al rango de densidad, teniendo 5 grupos que van de 6.7 a 49.7 °API.

**Grupo 1. Rango de densidad (< 10 °API) Tabla 2.1**

Variable	Intervalo
Pb[lb/pg <sup>2</sup> ]	126.558 - 3199.5
°API	6.7 - 10
Bo[m <sup>3</sup> /m <sup>3</sup> ]	1.011 - 1.333
ρl[gr/cm <sup>3</sup> ]	0.855 - 0.974
ρo[gr/cm <sup>3</sup> ]	0.8471 - 1.1576
RGA[m <sup>3</sup> /m <sup>3</sup> ]	10.8 - 88.74
Rs[m <sup>3</sup> /m <sup>3</sup> ]	1.8 - 89.1
μo@Py[cp]	14.3 - 5850.4
μo@Pb[cp]	11.59 - 1999.3
μo@Patm[cp]	106.74 - 2788.96
μg@Pb[cp]	0.011 - 0.1571
μg@Patm[cp]	0.0015 - 0.0178
C1[% mol]	0.590 - 68.55
C6+[% mol]	0.390 - 92.210
Co[1/kg/cm <sup>2</sup> ]	0.000000324 - 0.0008063
H2S[% mol]	0.12 - 8.31
N2[% mol]	0.59 - 11.41
CO2[% mol]	0.02 - 7.23

**Tabla 2.1** Propiedades de los fluidos cuya densidad es menor a 10 °API

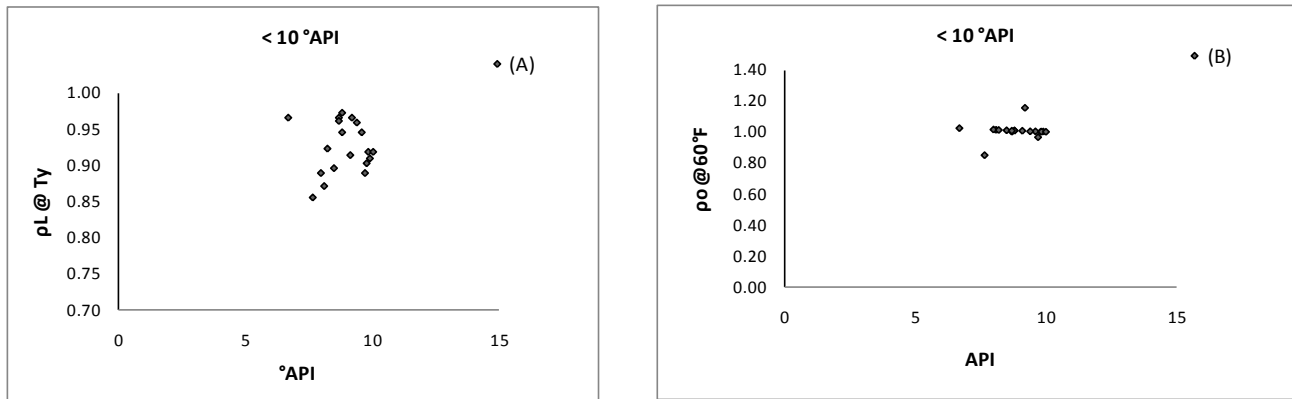
En la figura 2.1, se muestran las gráficas (A) y (B) que se obtuvieron para dos variables contenidas en la tabla anterior (Pb y Bo), en estas se observa el comportamiento que muestra cada una de ellas como función de la densidad °API.



**Figura 2.1**

En estas dos primeras graficas se observa el comportamiento que presenta la presión de burbujeo ( $P_b$ ) y el factor de volumen de aceite ( $B_o$ ) con respecto a  $^{\circ}\text{API}$ , como se puede observar en la grafica (A) existe alta dispersión de los puntos, sin embargo en la grafica (B) hay una menor dispersión, aunque no existe un patrón dado.

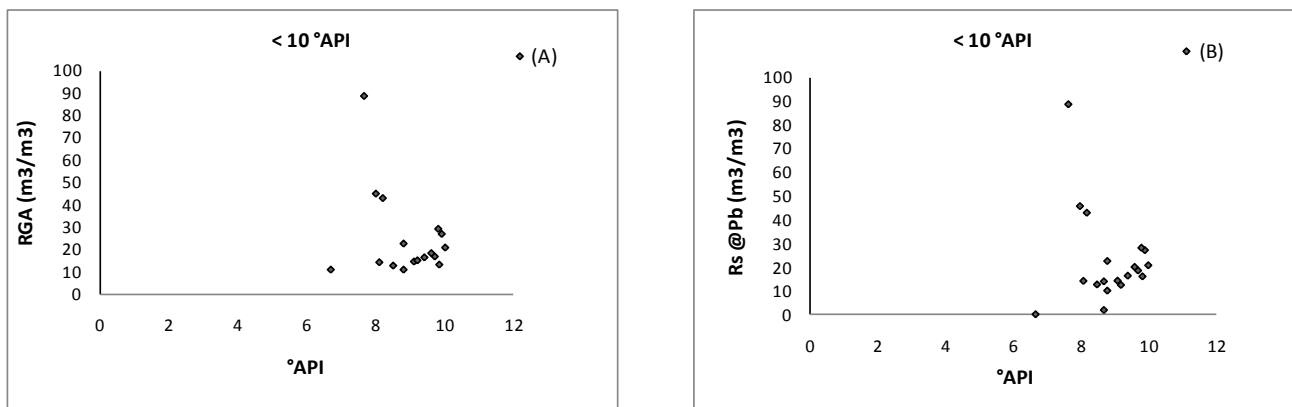
En la **figura 2.2** se muestran los graficas que se obtuvieron para las variables ( $\rho_l$  y  $\rho_o$ )



**Figura 2.2**

En esta figura, se observa el comportamiento que presenta la densidad del liquido ( $\rho_l$ ) y la densidad del aceite ( $\rho_o$ ) medida a una temperatura de  $60^{\circ}\text{F}$  como función de  $^{\circ}\text{API}$ . Se observa en la gráfica (A) mucha dispersión de los puntos, por lo que no hay alguna tendencia y en gráfica (B) se observa una tendencia más clara y se puede apreciar un patrón a excepción de tres puntos de los cuales dos de ellos tienen la densidad  $^{\circ}\text{API}$  más baja. Es posible ver cómo estos parámetros tienen una relación directa.

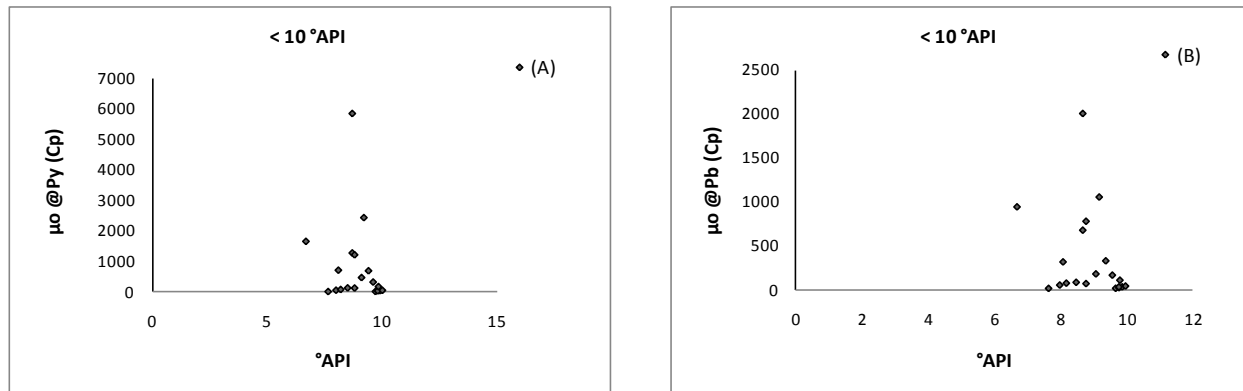
Para las siguientes variables se muestran sus graficas en la **figura 2.3**



**Figura 2.3**

En estas graficas, se observa el comportamiento que presenta la relación gas-aceite (RGA) y la relación de solubilidad ( $R_s$ ) con respecto a  $^{\circ}\text{API}$ . Se observa en la gráfica (A) mucha dispersión de los puntos, no hay una tendencia clara. En la gráfica (B), se observa igualmente mucha dispersión, sin que los puntos sigan un patrón. En las dos graficas se observa que los puntos con un valor mayor de RGA y  $R_s$  están muy alejados del conjunto de datos.

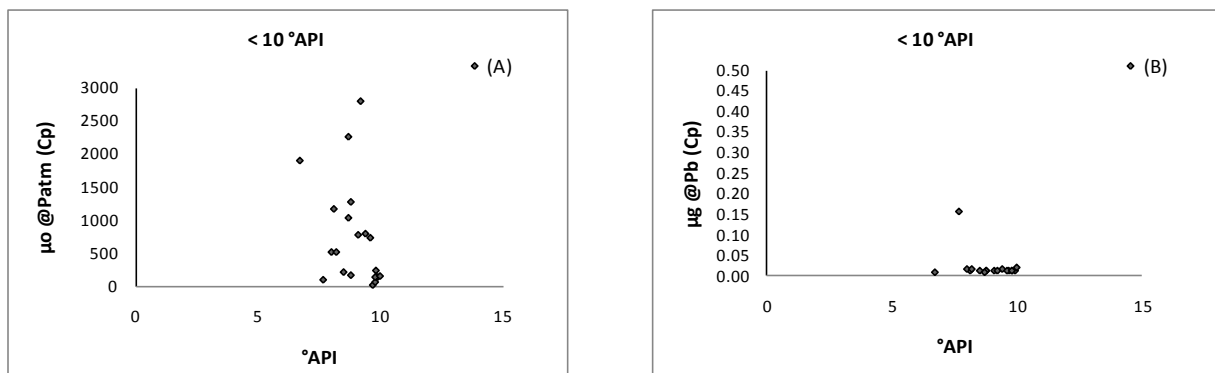
En la **figura 2.4** se muestra el comportamiento que presentan las variables de viscosidad.



**Figura 2.4**

En esta figura, se observa el comportamiento de la viscosidad del aceite a la presión de yacimiento ( $\mu @ \text{Py}$ ) y la viscosidad del aceite a la presión de burbujeo ( $\mu @ \text{Pb}$ ) como función del  $^{\circ}\text{API}$ . En ambas graficas, se observa alta dispersión de los valores experimentales, sin que estos muestren una tendencia definida. Los puntos que presentan mayor dispersión son los que tiene el valor de viscosidad más alto.

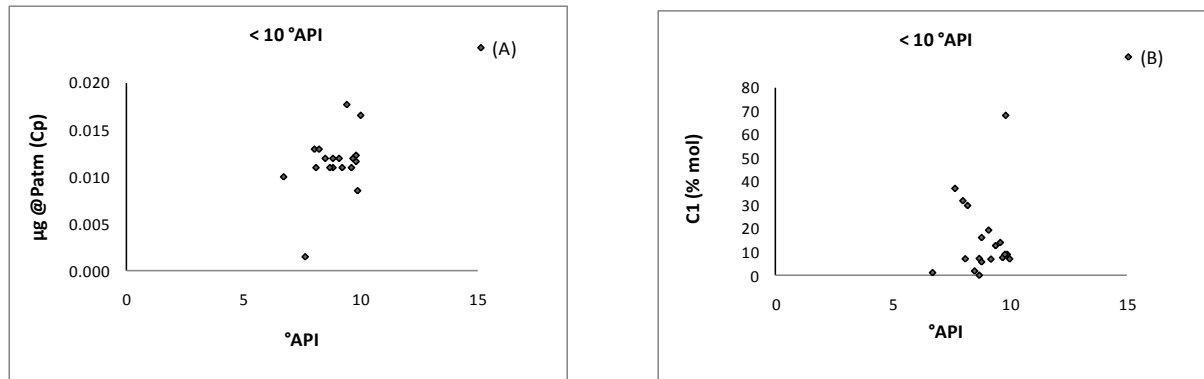
En la **figura 2.5** se muestran los siguientes resultados.



**Figura 2.5.**

En esta figura, se observa el comportamiento de la viscosidad del aceite a la presión atmosférica ( $\mu$  @Patm) y la viscosidad del gas a la presión de burbujeo ( $\mu$ g @Pb) con respecto a  $^{\circ}$ API. En la gráfica (A), se observa mucha dispersión de los datos, sin que estos muestren una tendencia, en donde 3 puntos, que son los de mayor viscosidad, están muy alejados del resto. En la gráfica (B) se muestra una tendencia más definida de la viscosidad del gas, observándose una tendencia lineal.

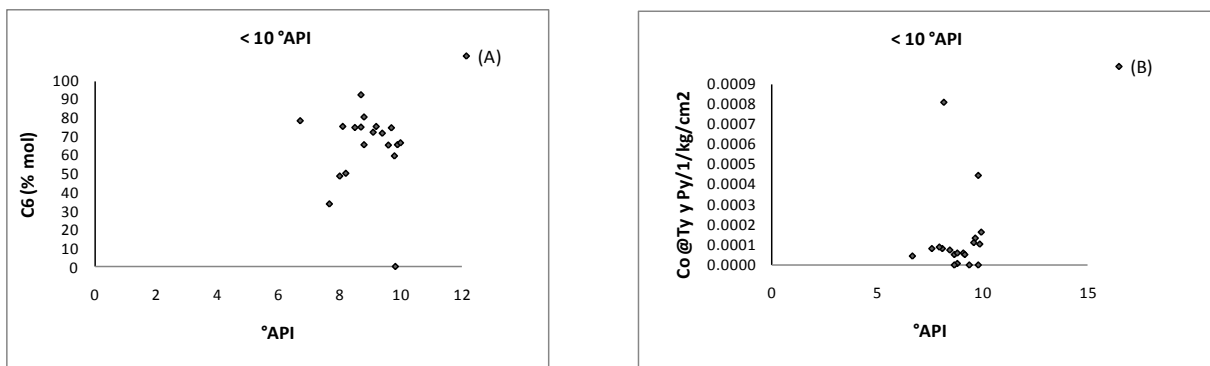
En la **figura 2.6** se muestran las graficas que se obtuvieron con las variables respectivas.



**Figura 2.6**

En esta figura, se observa el comportamiento que presenta la viscosidad del gas a la presión atmosférica ( $\mu$  @Patm) y el componente metano (C1) que forma parte de la composición del fluido, con respecto a  $^{\circ}$ API. En la gráfica (A), aún cuando no hay mucha dispersión, la tendencia de los puntos no está bien definida y en la gráfica (B), se observa una alta dispersión de los puntos, sin mostrar una tendencia, se observa que existe incertidumbre en las mediciones.

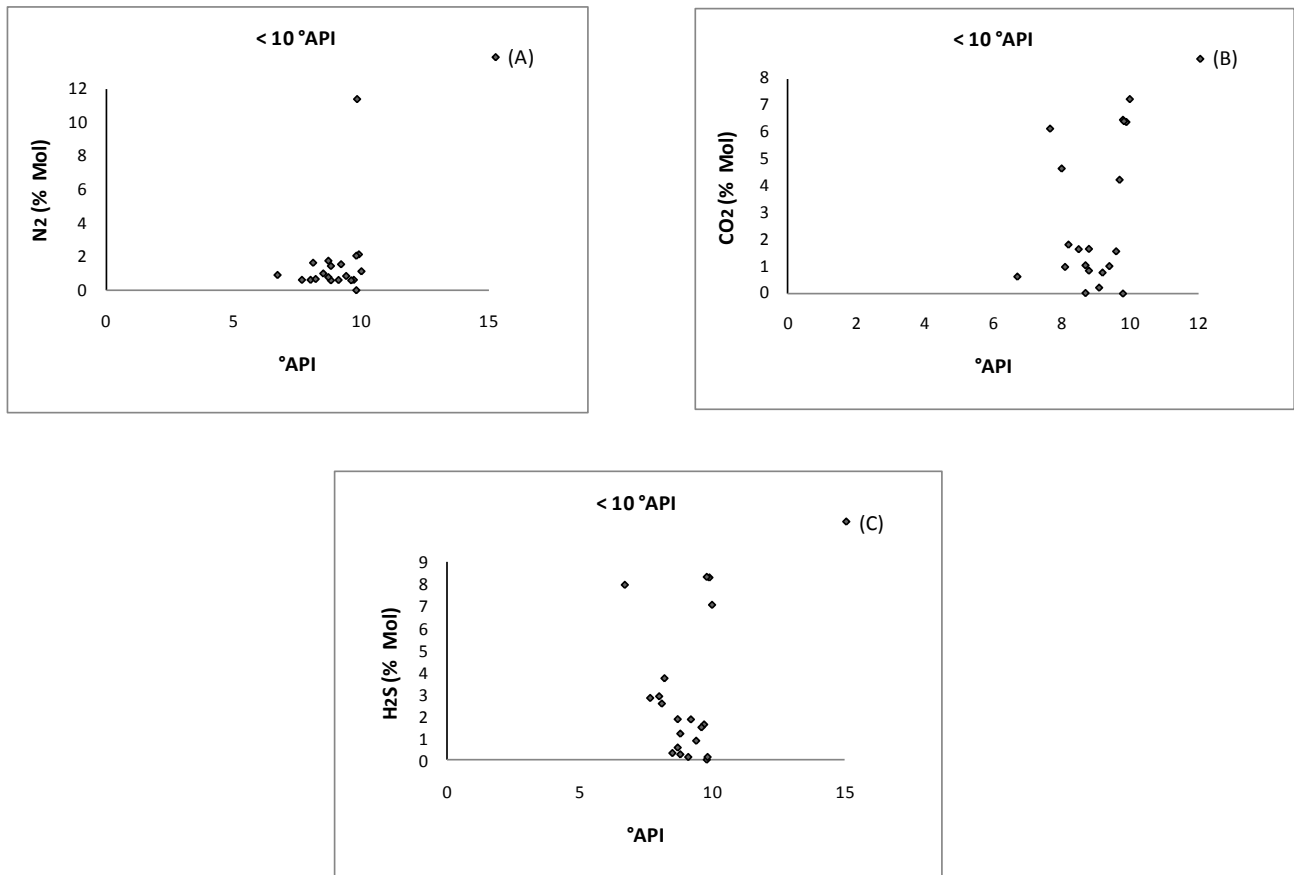
Para las siguientes variables se muestran las graficas obtenidas en la **figura 2.7**



**Figura 2.7**

En esta figura, se observa el comportamiento que presenta el componente hexano (C6) que forma parte de la composición del fluido y la compresibilidad del aceite ( $C_o$ ) con respecto a  $^{\circ}\text{API}$ . En ambas graficas se observa dispersión de los puntos, aunque la grafica (B) muestra una tendencia, ésta no se muestra bien definida.

En la **figura 2.8** se muestran las graficas de los componentes no hidrocarburos.



**Figura 2.8**

En estas graficas se observa el comportamiento que presenta el componente nitrógeno ( $\text{N}_2$ ), el dióxido de carbono ( $\text{CO}_2$ ) y el componente ácido sulfhídrico ( $\text{H}_2\text{S}$ ) que forman parte de la composición ( familia de no hidrocarburos) del aceite como función de  $^{\circ}\text{API}$ . En la gráfica (A), se observa que los puntos presentan una buena tendencia a excepción del punto ( $\text{N}_2 = 11.4$ ) que está muy alejado de los demás y en las graficas (B) y (C) se



observa mucha dispersión de los puntos, lo cual muestra incertidumbre en la obtención de estos datos.

Analizando las graficas se observa que las propiedades ( $P_b$ , RGA,  $R_s$ ,  $\mu_o$ , C1 y C6+) muestran un comportamiento muy disperso, lo que indica que hay incertidumbre en la obtención y manejo de estos datos experimentales, por otro lado se observa que las propiedades que muestran un mejor comportamiento son el factor de volumen del aceite ( $B_o$ ), la densidad del aceite ( $\rho_o$ ), la densidad del líquido ( $\rho_l$ ) y la viscosidad del gas ( $\mu_g$ ).

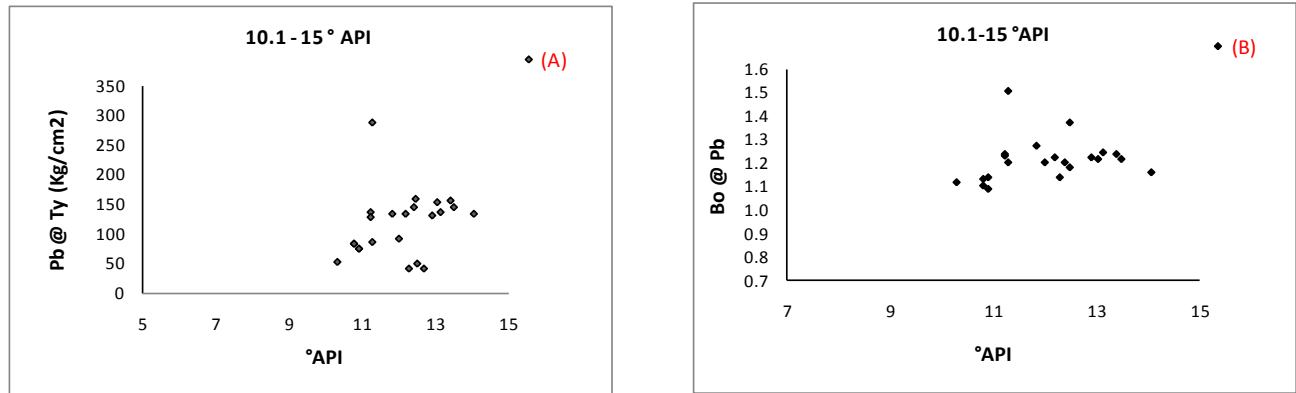
**Grupo 2.** Corresponde al que está dentro de un rango de densidad de 10.1- 15 °API y se muestra en la **tabla 2.2**.

Variable	Intervalo
$P_b$ [lb/pg <sup>2</sup> ]	593.97 - 4095.36
°API	10.3 - 14.08
$B_o$ [m <sup>3</sup> /m <sup>3</sup> ]	1.090 - 1.511
$\rho_l$ [gr/cm <sup>3</sup> ]	0.7119 - 0.9370
$\rho_o$ [gr/cm <sup>3</sup> ]	0.8536 - 0.9998
RGA[m <sup>3</sup> /m <sup>3</sup> ]	17.53 - 283
$R_s$ [m <sup>3</sup> /m <sup>3</sup> ]	17.5 - 90.34
$\mu_o$ @Py[cp]	3.3 - 49.776
$\mu_o$ @Pb[cp]	3.04 - 38.718
$\mu_o$ @Patm[cp]	6 - 273.57
$\mu_g$ @Pb[cp]	0.01300 - 0.02250
$\mu_g$ @Patm[cp]	0.00720 - 0.01330
C1[% mol]	1.910 - 68.08
C6[% mol]	0.110 - 93.140
$C_o$ [1/kg/cm <sup>2</sup> ]	0.00000041 - 0.0002729
H <sub>2</sub> S[% mol]	0.35 - 7.504
N <sub>2</sub> [% mol]	0.04 - 1.994
CO <sub>2</sub> [% mol]	0.49 - 7.373

**Tabla 2.2** Propiedades de los fluidos cuya densidad va de 10.1-15 °API

A continuación se muestran las graficas que se obtuvieron con cada una de las variables contenidas en la tabla 2.2. En este grupo, los aceites tienen una densidad mayor comparado con el grupo anterior.

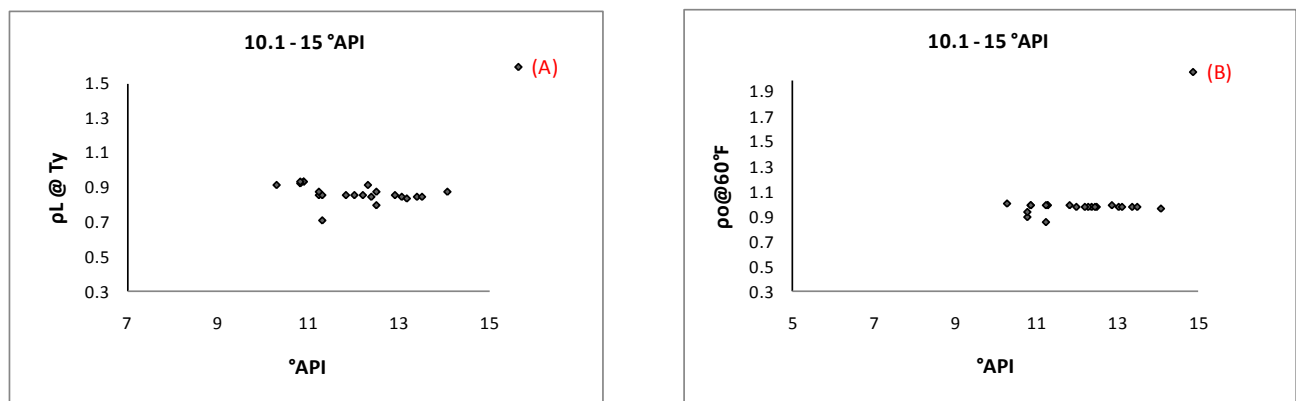
En la **figura 2.9** se presentan las graficas que se obtuvieron con las variables (Pb y Bo).



**Figura 2.9**

En esta figura, se observa el comportamiento que presenta la presión de burbujeo (Pb) y el factor de volumen de aceite (Bo) con respecto a °API. Como se puede observar, en la gráfica (A) hay mucha dispersión de los puntos, no siguen ninguna tendencia. En la gráfica (B), aunque hay menos dispersión, no se puede apreciar una tendencia definida.

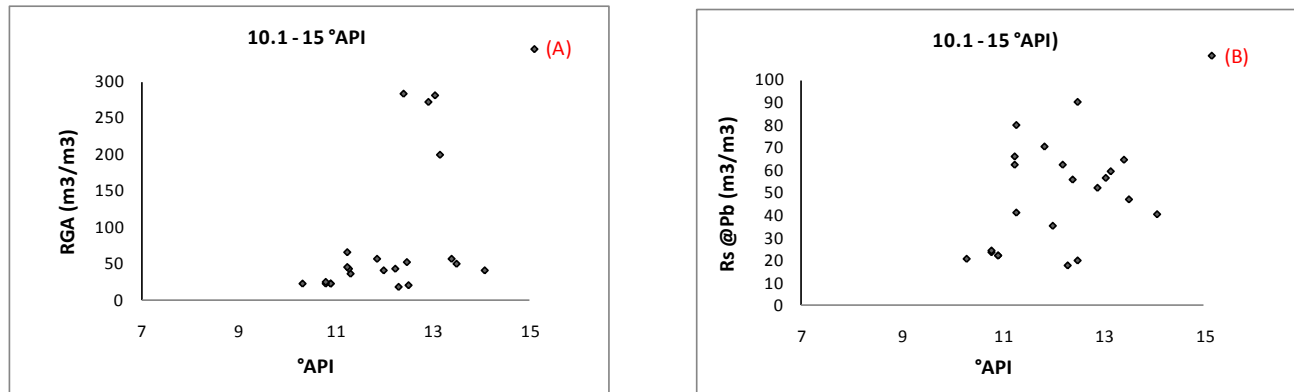
En la **figura 2.10** se muestran las graficas que se obtuvieron con las variables respectivas



**Figura 2.10**

En esta figura, se observa el comportamiento que presenta la densidad del líquido ( $\rho_l$ ) y la densidad del aceite ( $\rho_o$ ) medida a una temperatura de 60°F con respecto a °API. En la gráfica (A), se observa poca dispersión de los puntos, mostrando una tendencia. En la gráfica (B), se observa una tendencia más clara y se puede apreciar un patrón a excepción de tres puntos que presentan la densidad ( $\rho_o$ ) más baja.

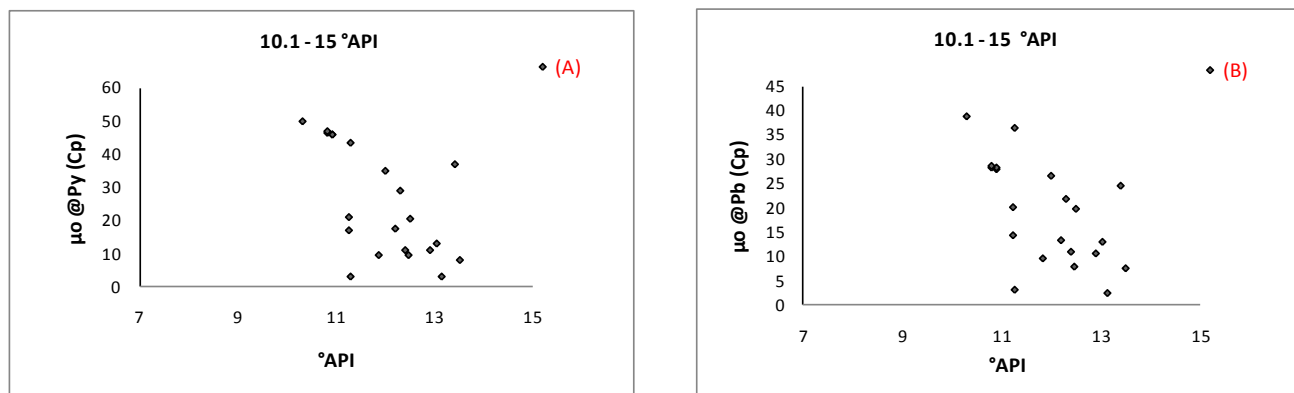
Para las siguientes variables, se muestran en la **figura 2.11**, las graficas obtenidas.



**Figura 2.11**

En esta figura, se observa el comportamiento que presenta la relación gas-aceite (RGA) y la relación de solubilidad (Rs) con respecto a °API. Se observa en ambas graficas, que los puntos presentan mucha dispersión, lo cual muestra incertidumbre en los datos experimentales.

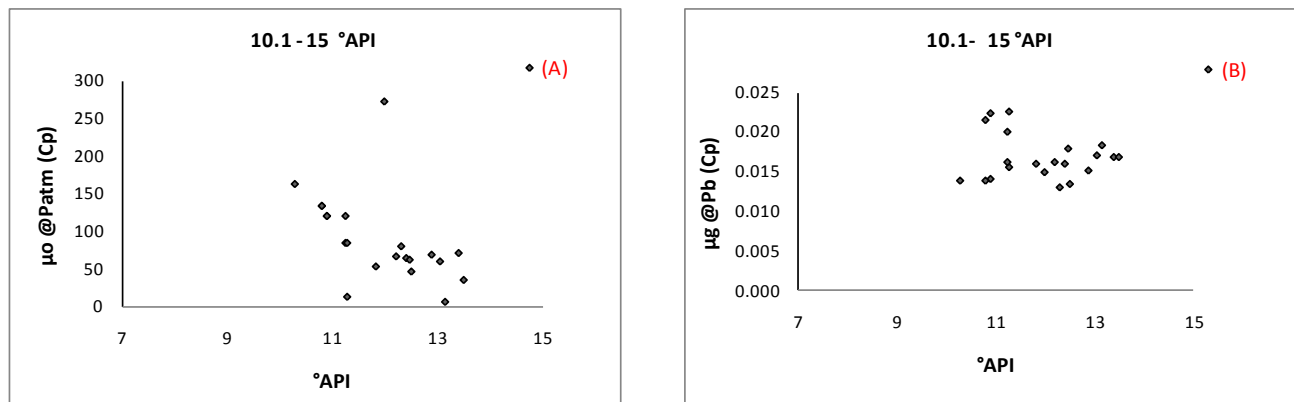
En la **figura 2.12**, se muestran las graficas que se obtuvieron con las variables respectivas.



**Figura 2.12**

En esta figura, se observa el comportamiento que presenta la viscosidad del aceite a la presión de yacimiento ( $\mu_o @P_y$ ) y la viscosidad del aceite a la presión de burbujeo ( $\mu_o @P_b$ ) con respecto a  $^{\circ}\text{API}$ . En ambas graficas, se observa que los puntos no presentan en su comportamiento una tendencia, mostrando una alta dispersión en los datos.

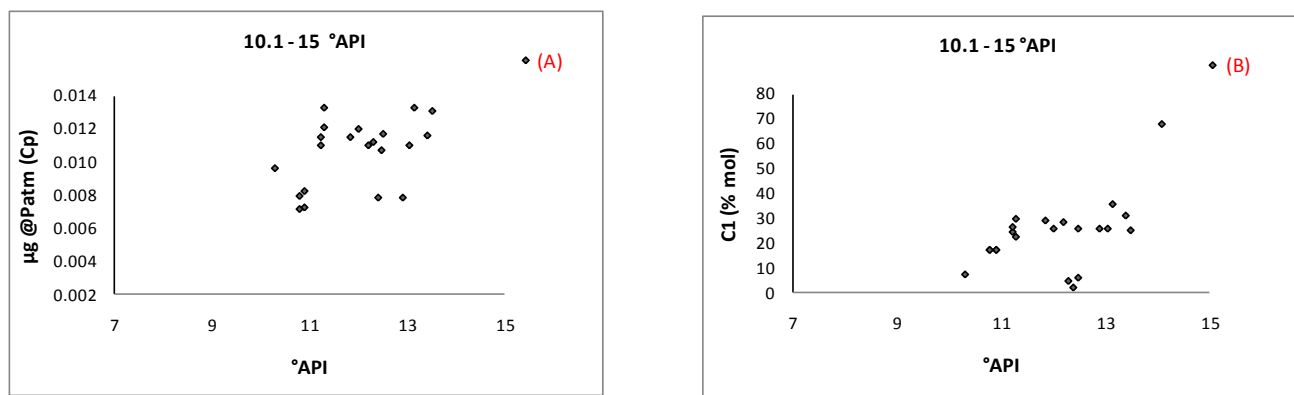
Para las siguientes variables se muestra su comportamiento en la **figura 2.13**



**Figura 2.13**

En esta figura, se observa el comportamiento que presenta la viscosidad del aceite a la presión atmosférica ( $\mu_o @\text{Patm}$ ) y la viscosidad del gas a la presión de burbujeo ( $\mu_g @P_b$ ) con respecto a  $^{\circ}\text{API}$ . En ambas graficas se presenta mucha dispersión de los puntos sin mostrar una tendencia.

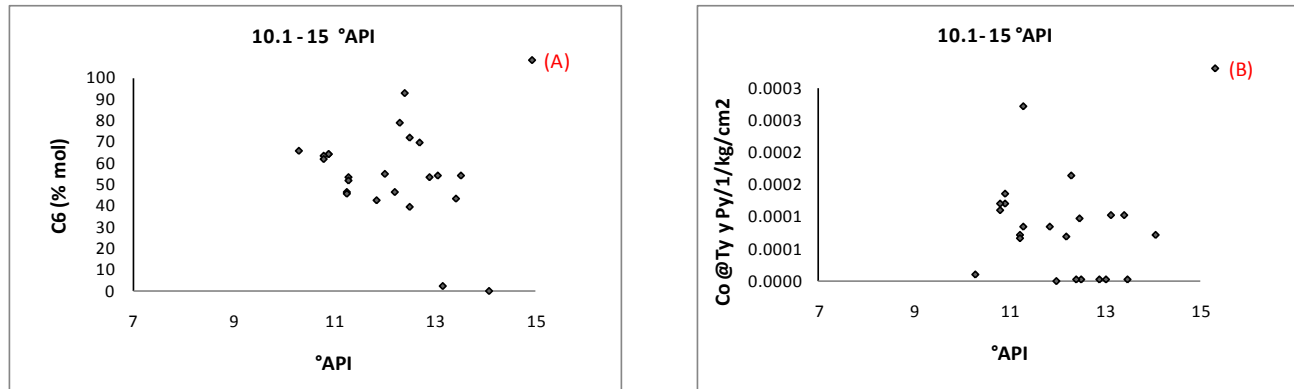
En la **figura 2.14** se muestran las graficas que se obtuvieron con las siguientes variables.



**Figura 2.14**

En esta figura, se observa el comportamiento que presenta la viscosidad del gas a la presión atmosférica ( $\mu @ Patm$ ) y el componente metano (C1) que forma parte de la composición del fluido, con respecto a la densidad °API. En ambas graficas se observa mucha dispersión de los datos experimentales sin seguir una tendencia definida.

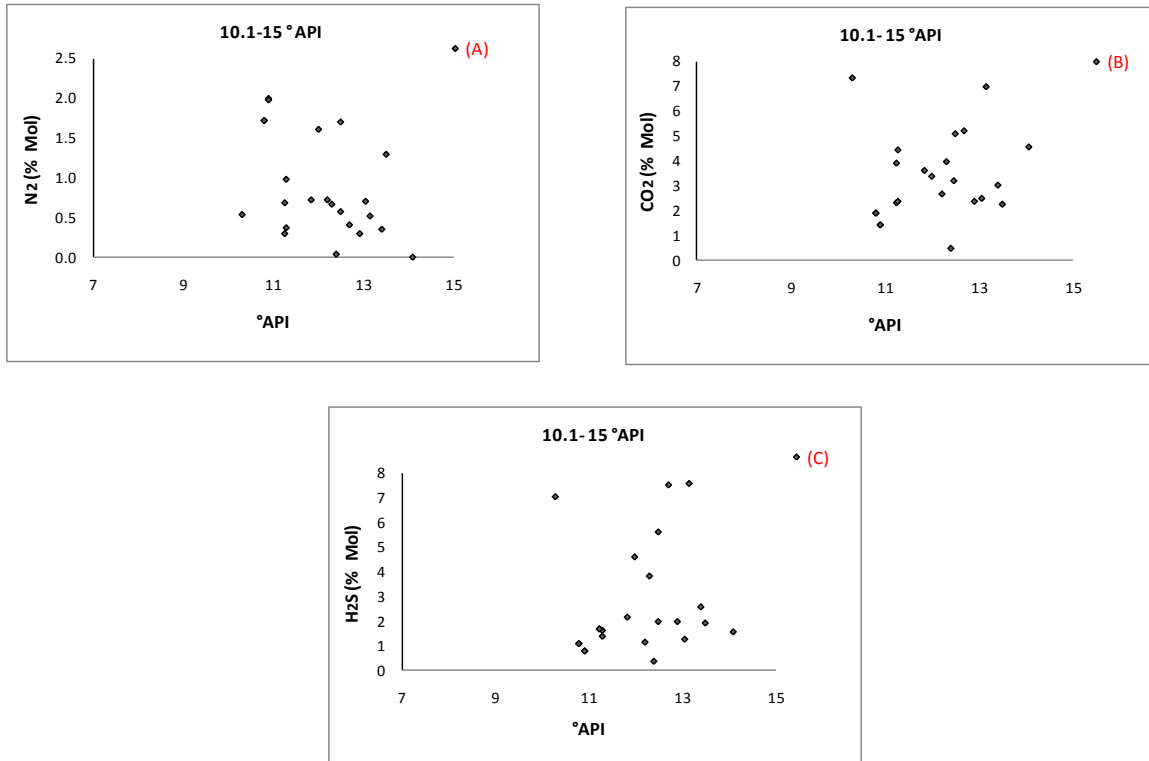
Para las siguientes variables se obtuvieron las graficas mostradas en la **figura 2.15**



**Figura 2.15**

En esta figura, se observa el comportamiento que presenta el componente hexano (C6) que forma parte de la composición del fluido y la compresibilidad del aceite (Co), con respecto a °API. En ambas graficas se observa mucha dispersión de los puntos, sin que se presente una tendencia en ninguna de las dos. Los datos experimentales muestran bastante incertidumbre.

En la **figura 2.16** se muestran las graficas de los componentes no hidrocarburos del fluido



**Figura 2.16**

En esta figura, se observa el comportamiento que presenta el nitrógeno (N<sub>2</sub>), el dióxido de carbono (CO<sub>2</sub>) y el ácido sulfhídrico (H<sub>2</sub>S), respecto a °API. En todas las graficas, se observa alta dispersión de los puntos, sin que se pueda apreciar alguna tendencia.

Analizando las graficas anteriores, se puede concluir que las únicas propiedades que tienen un comportamiento satisfactorio, es la densidad del liquido a la temperatura de yacimiento ( $\rho_l @ T_y$ ) y la densidad del aceite a la temperatura de 60 ° F ( $\rho_o @ 60 ° F$ ).

**Grupo 3.** El siguiente grupo de pozos que se analizó corresponde al que tiene un rango de densidad de (15.1- 20 °API) y se muestra en la **Tabla 2.3**.

Variable	Intervalo
Pb[lb/pg <sup>2</sup> ]	1265 - 3147.38
°API	15.12 - 19.69
Bo[m <sup>3</sup> /m <sup>3</sup> ]	1.2190 - 1.3872
ρl[gr/cm <sup>3</sup> ]	0.7803 - 0.9540
ρo[gr/cm <sup>3</sup> ]	0.8788 - 1.2690
RGA[m <sup>3</sup> /m <sup>3</sup> ]	52 - 80
Rs[m <sup>3</sup> /m <sup>3</sup> ]	2.4 - 98.820
μo@Py[cp]	19.94 - 24.84
μo@Pb[cp]	8.86 - 19.19
μo@Patm[cp]	3.588 - 85
μg@Pb[cp]	0.016 - 0.021
μg@Patm[cp]	0.010 - 0.015
C1[% mol]	0.270 - 67.760
C6[% mol]	0.260 - 63.063
Co[1/kg/cm <sup>2</sup> ]	0.000009039 - 0.00013487
H2S[% mol]	0.01 - 4.354
N2[% mol]	0.01 - 8.08
CO2[% mol]	0.1 - 6.48

**Tabla 2.3** Propiedades de los fluidos cuya densidad va de 15.1- 20 °API

A continuación se muestran las graficas que se obtuvieron analizando las variables contenidas en la **tabla 2.3**, en función de °API.

En la **figura 2.17** se muestran las graficas de las primeras variables que se analizaron.

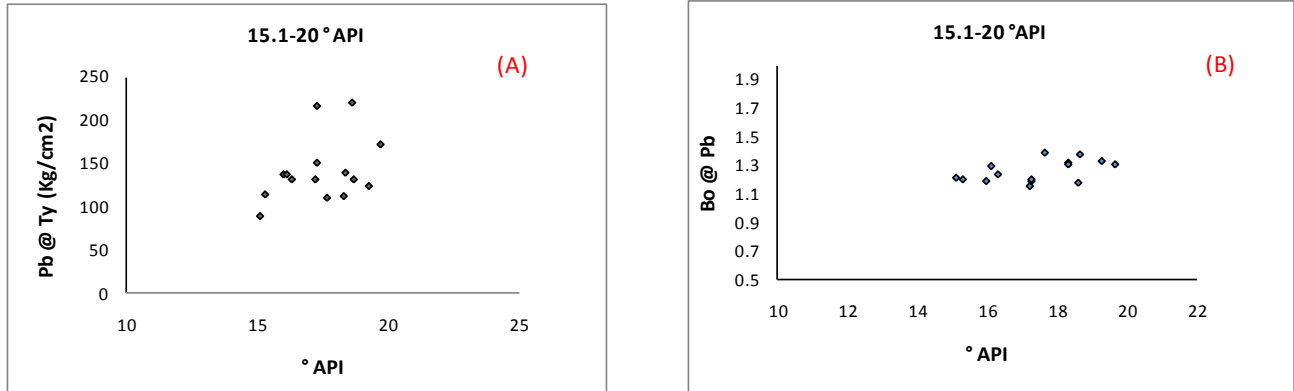


Figura 2.17

En esta figura, se observa el comportamiento que presenta la presión de burbujeo ( $P_b$ ) y el factor de volumen de aceite ( $Bo$ ) con respecto a  $^\circ \text{API}$ . Como se puede observar, en la gráfica (A) existe mucha dispersión de los puntos no siguen ninguna tendencia y en la gráfica (B) se aprecia una tendencia más definida de la propiedad.

En la **figura 2.18**. Se muestran las graficas de la densidad del líquido y la densidad del aceite en función de  $^\circ \text{API}$ .

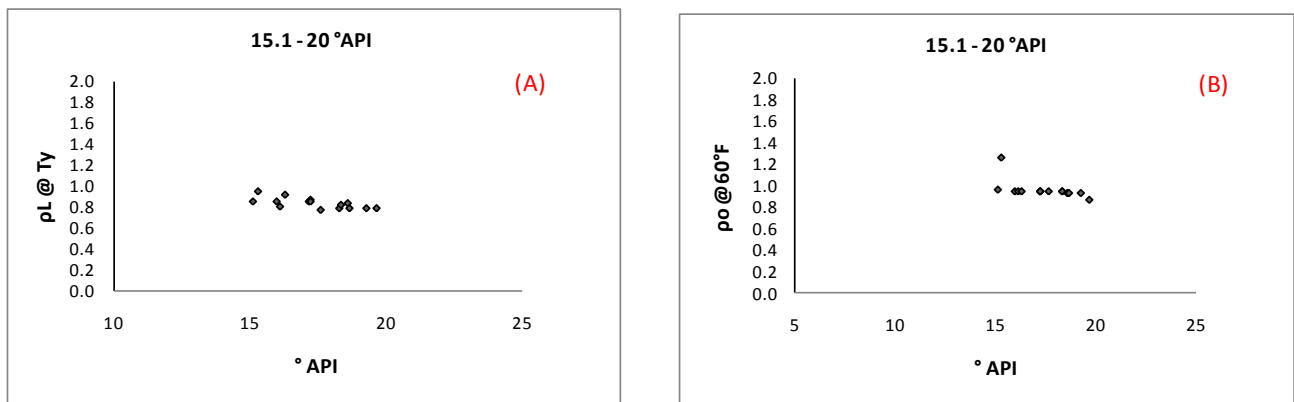


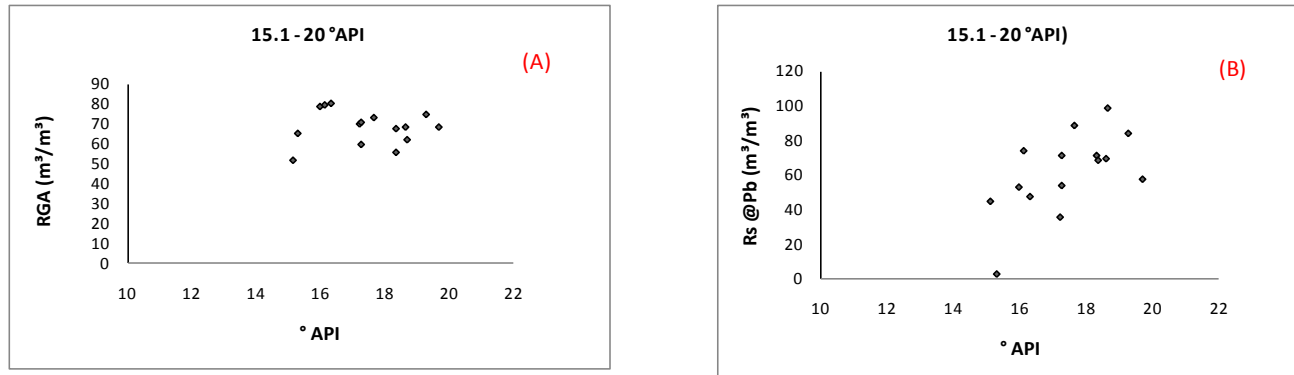
Figura 2.18

En esta figura, se observa el comportamiento que presenta la densidad del líquido ( $\rho_l$ ) a la temperatura de yacimiento y la densidad del aceite ( $\rho_o$ ) medida a una temperatura de  $60^\circ \text{F}$ , en función de  $^\circ \text{API}$ . En la gráfica (A), se observa poca dispersión de los puntos,



aunque no presenta una tendencia definida y en la gráfica (B), se observa una tendencia bien definida a excepción de dos puntos, de los cuales uno de ellos tienen la densidad más baja y el otro la densidad más alta.

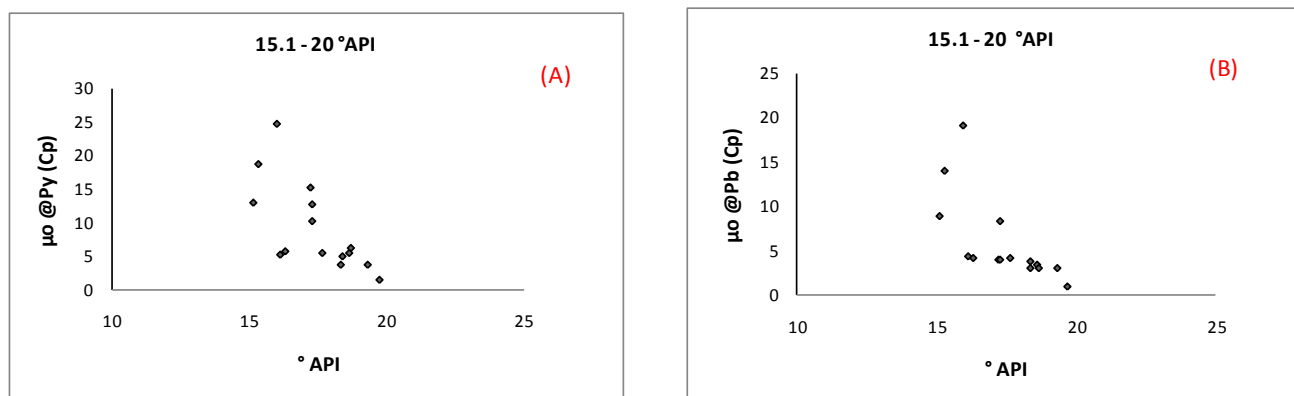
Para las siguientes variables se muestran sus graficas en **la figura 2.19**.



**Figura 2.19**

En esta figura, se observa el comportamiento que presenta la relación gas-aceite (RGA) y la relación de solubilidad ( $R_s$ ) a la presión de burbujeo en función de  $^\circ\text{API}$ . Se observa en la gráfica (A), que los puntos se encuentran muy dispersos, sin mostrar una tendencia y en la gráfica (B), se observa una mayor dispersión, fluctuando los valores de  $R_s$  desde 5 hasta  $100 \text{ m}^3/\text{m}^3$ , lo que muestra mucha inconsistencia en los datos experimentales.

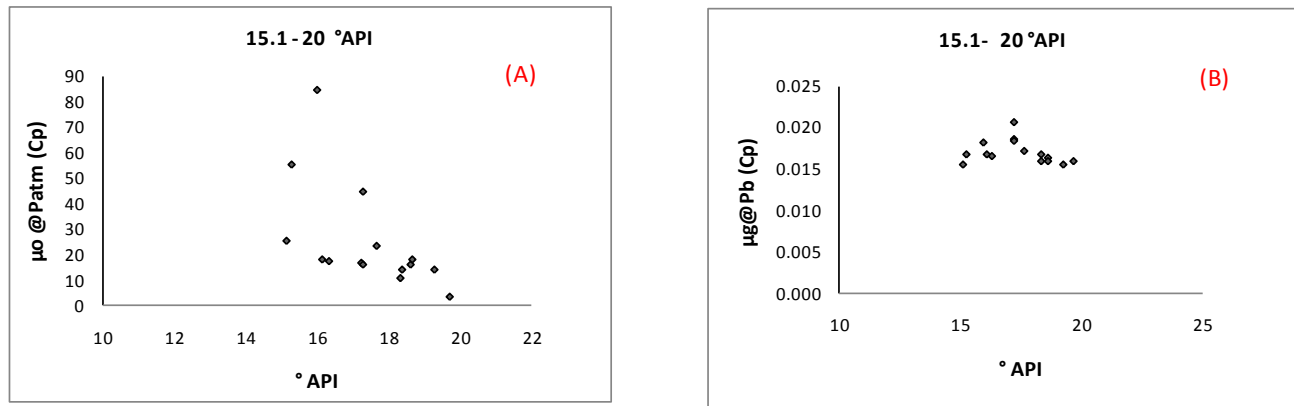
En la **figura 2.20** se presentan las graficas que muestran el comportamiento de las propiedades de viscosidad del aceite.



**Figura 2.20**

En esta figura, se observa el comportamiento que presenta la viscosidad del aceite a la presión de yacimiento ( $\mu @Py$ ) y la viscosidad del aceite a la presión de burbujeo ( $\mu @Pb$ ) con respecto a  $^{\circ}API$ . Ambas graficas muestran un comportamiento muy parecido, en el cual los datos experimentales presentan alta dispersión.

Para las siguientes propiedades se muestra su comportamiento en la **figura 2.21**



**Figura 2.21**

En esta figura, se observa el comportamiento que presenta la viscosidad del aceite a la presión atmosférica ( $\mu @ Patm$ ) y la viscosidad del gas a la presión de burbujeo ( $\mu g @ Pb$ ) en función de  $^{\circ}API$ . En la gráfica (A), se observa alta dispersión de los puntos, mostrando una gran inconsistencia en los datos experimentales y en la gráfica (B), se muestra una mejor tendencia de los puntos.

En la **figura 2.22** se muestran las graficas de las siguientes variables.

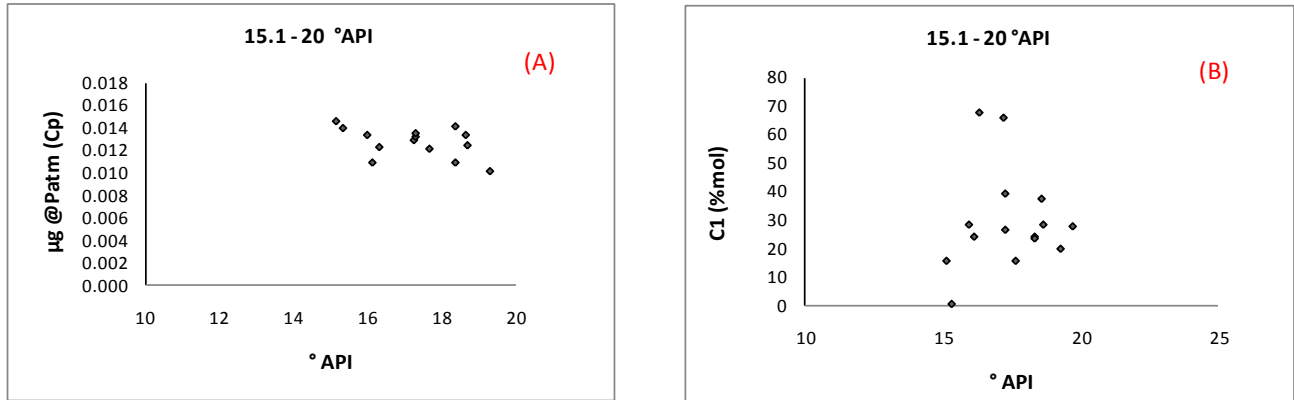


Figura 2.22

En esta figura, se observa el comportamiento que presenta la viscosidad del gas a la presión atmosférica ( $\mu\text{g @ Patm}$ ) y el componente metano ( $\text{C1 (\%mol)}$ ), con respecto a  $^{\circ}\text{API}$ . En la gráfica (A), los datos no muestran una tendencia y en la gráfica (B), los datos presentan una gran dispersión, esto se debe a la inconsistencia de los datos experimentales.

Para las siguientes variables se obtuvieron las graficas mostradas en la figura 2.23.

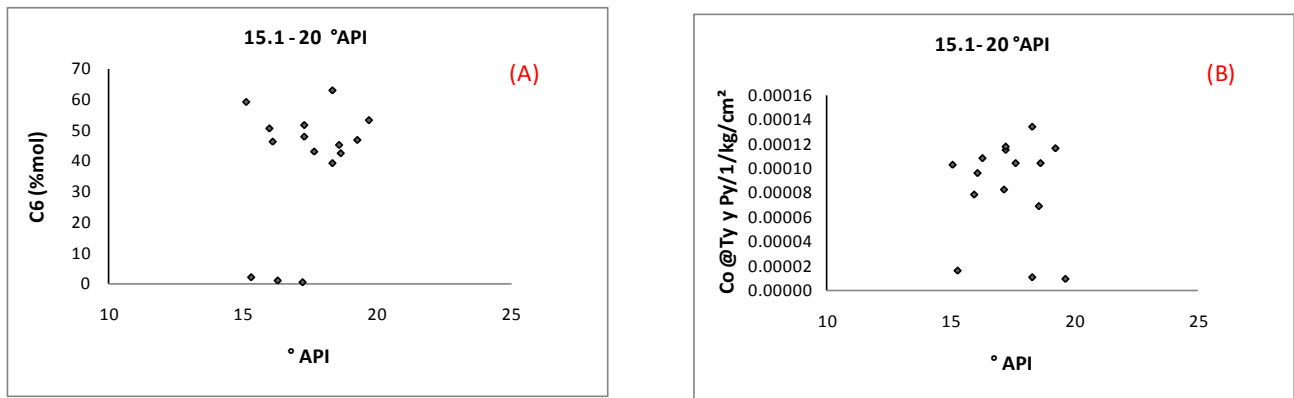
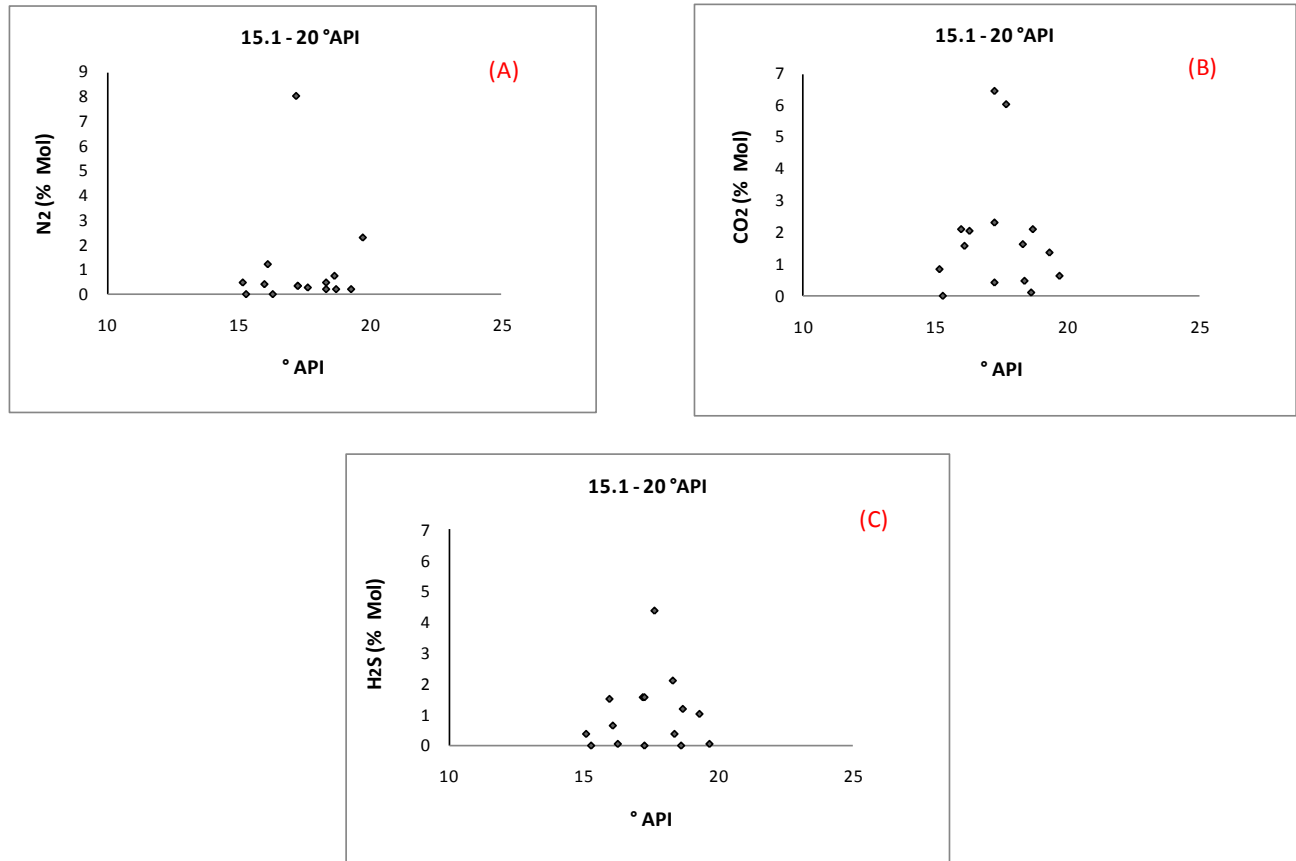


Figura 2.23

En esta figura, se observa el comportamiento que presenta el componente hexano ( $\text{C6 (\%mol)}$ ) y la compresibilidad del aceite ( $\text{Co}$ ), en función de  $^{\circ}\text{API}$ . En ambas graficas, se observa alta dispersión de los puntos, los datos oscilan en un rango de valores muy amplio, mostrando mucha inconsistencia en los datos experimentales.

La **figura 2.24** muestra las graficas de los componentes no hidrocarburos del fluido.



**Figura 2.24**

En esta figura, se observa el comportamiento que presenta el nitrógeno (N<sub>2</sub>), el dióxido de carbono (CO<sub>2</sub>) y el ácido sulfhídrico (H<sub>2</sub>S), que forman parte de la composición del aceite, en función de °API. En la gráfica (A), se observa una concentración de los puntos sin que estos presenten una tendencia definida y en las graficas (B) y (C), se observa mucha dispersión de los puntos.

Como se puede apreciar, para este grupo de pozos, cuyo rango de densidad varia de 15.1- 20 °API. Las propiedades que tienen un comportamiento con una tendencia definida de los datos experimentales son; la densidad del aceite ( $\rho_o$ ) a la temperatura de 60 ° F, la densidad del liquido ( $\rho_l$ ) a la temperatura de yacimiento y el nitrógeno (N<sub>2</sub>).

El siguiente grupo de pozos, corresponde al que tiene un rango de densidad de 20.1- 30 °API y se muestra a continuación.

**Grupo 4.** Rango de densidad (20.1- 30 °API) ver **Tabla 2.4**

Variable	Intervalo
Pb[lb/pgg <sup>2</sup> ]	941.93 - 5289.84
°API	20.87 - 30
Bo[m <sup>3</sup> /m <sup>3</sup> ]	1.1750 - 2.3491
$\rho$ [gr/cm <sup>3</sup> ]	0.4732 - 0.83
$\rho_o$ [gr/cm <sup>3</sup> ]	0.7588 - 0.9375
RS[m <sup>3</sup> /m <sup>3</sup> ]	23.89 - 383.23
$\mu_o@P_y$ [cp]	0.189 - 3.62
$\mu_o@P_b$ [cp]	0.17 - 3.07
$\mu_o@P_{atm}$ [cp]	0.43 - 32.46
$\mu_g@P_b$ [cp]	0.0120 - 0.0905
$\mu_g@P_{atm}$ [cp]	0.0013 - 0.081
C <sub>1</sub> [% mol]	16.717 - 79.7
C <sub>6</sub> [% mol]	0.024 - 61.446
Co[1/kg/cm <sup>2</sup> ]	0.00000108 - 0.17769
H <sub>2</sub> S[% mol]	0.01 - 9.387
N <sub>2</sub> [% mol]	0.01 - 8.87
CO <sub>2</sub> [% mol]	0.01 - 45.925

**Tabla 2.4** Propiedades de los fluidos cuya densidad va de 20.1- 30 °API

A continuación se muestran las graficas que se obtuvieron analizando el comportamiento de la densidad °API, con cada una de las variables contenidas en la tabla 2.4. Para este grupo, la densidad es mayor, por lo que los aceites son más ligeros.

En la **figura 2.25**, se muestran las graficas de las primeras variables que se analizaron.

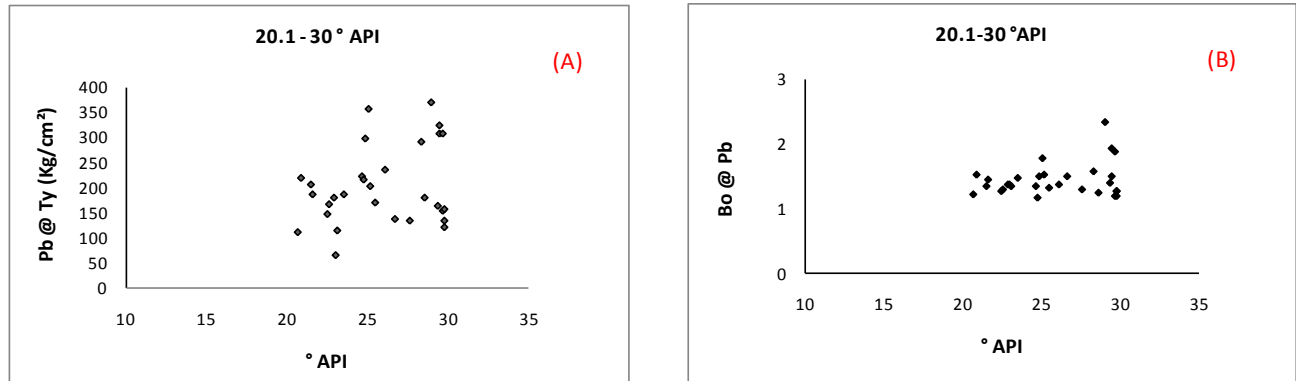


Figura 2.25

En esta figura, se observa el comportamiento que presenta la presión de burbujeo ( $P_b$ ) a temperatura de yacimiento y el factor de volumen de aceite ( $B_o$ ) a la presión de burbujeo, en función de  $^\circ \text{API}$ . Como se puede observar, en la gráfica (A) existe mucha dispersión de los puntos, los datos experimentales no muestran ninguna tendencia y en la gráfica (B) aunque hay menos dispersión no se aprecia una tendencia definida. Se puede observar, que mientras más ligeros son los aceites, el valor de  $B_o$  es mayor.

Para las siguientes variables las graficas obtenidas se muestran en la **figura 2.26**.

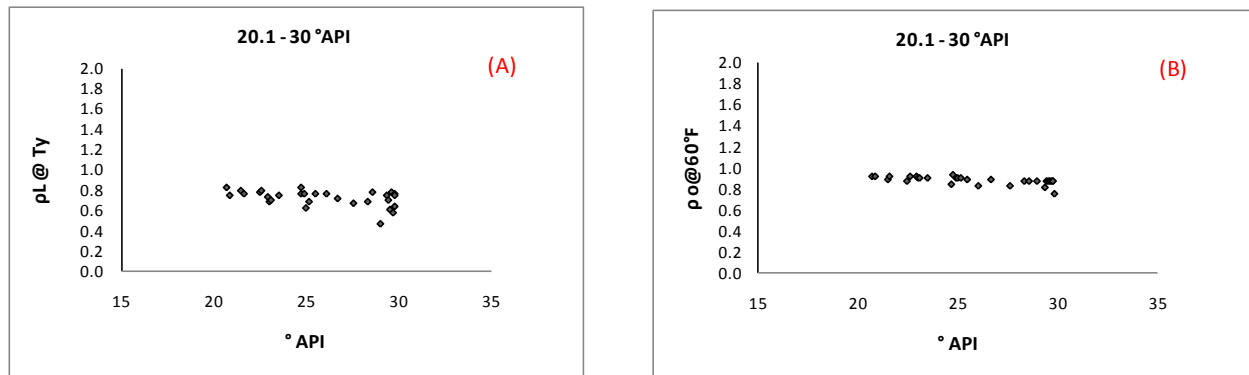
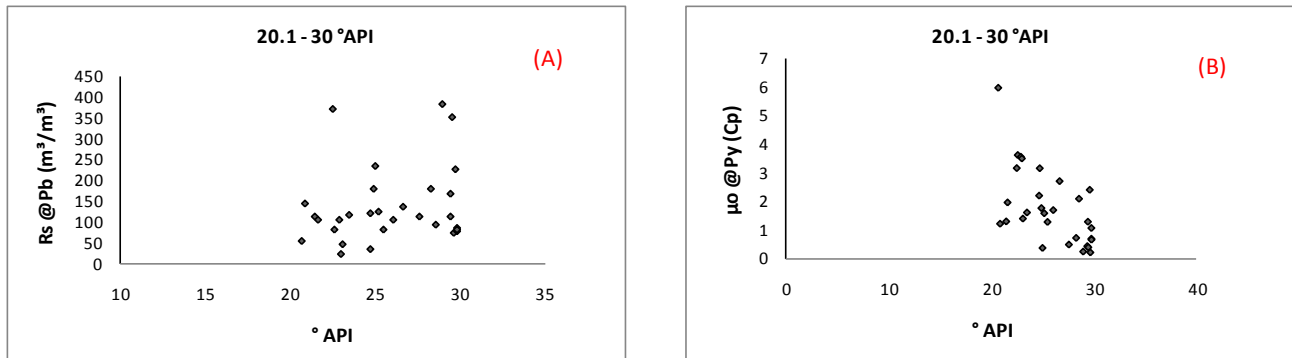


Figura 2.26

En esta figura, se observa el comportamiento que presenta la densidad del líquido ( $\rho_L$ ) a la temperatura de yacimiento y la densidad del aceite ( $\rho_o$ ) medida a una temperatura de  $60^\circ \text{F}$ , en función de  $^\circ \text{API}$ . Se observa, que en la gráfica (A) hay poca dispersión de los puntos, presentando una tendencia lineal y en la gráfica (B), se observa una tendencia más definida, en la cual los puntos siguen un patrón lineal, mostrando consistencia en los datos experimentales.

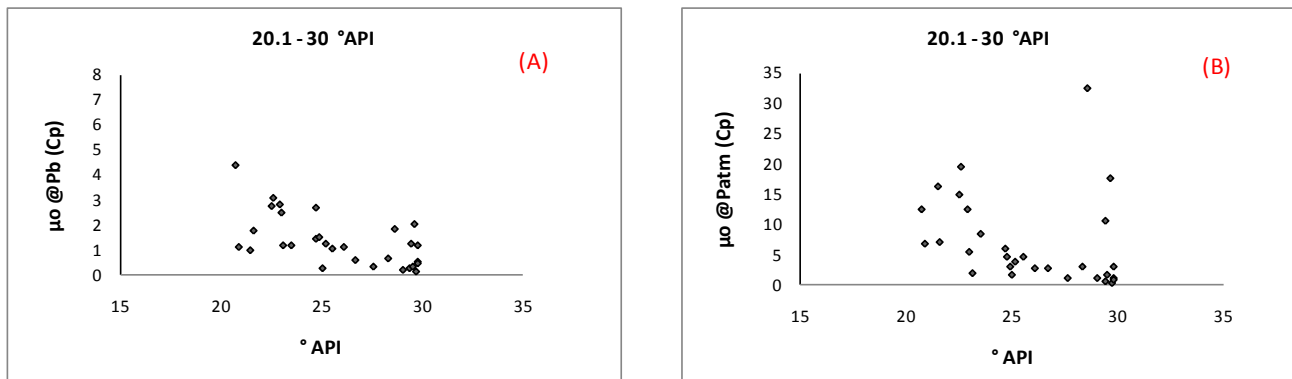
Para las siguientes variables se presentan sus graficas en la **figura 2.27**.



**Figura 2.27**

En esta figura, se observa el comportamiento que presenta la relación de solubilidad a la presión de burbujeo ( $R_s @P_b$ ) y la viscosidad del aceite a la presión de yacimiento ( $\mu_o @P_y$ ), con respecto a  $^\circ API$ . En ambas graficas, se observa mucha dispersión de los puntos, los cuales fluctúan en rangos de valores muy altos, mostrando incertidumbre en los datos experimentales.

En la **figura 2.28** se muestran las graficas de las siguientes variables.



**Figura 2.28**

En esta figura, observamos el comportamiento que presenta la viscosidad del aceite a presión de burbujeo ( $\mu_o @P_b$ ) y la viscosidad del aceite a presión atmosférica ( $\mu_o @P_{atm}$ ). Ambas propiedades muestran alta dispersión de los puntos, debido a la inconsistencia en los datos experimentales medidos.

Para las siguientes variables se muestran sus graficas en la figura 2.29.

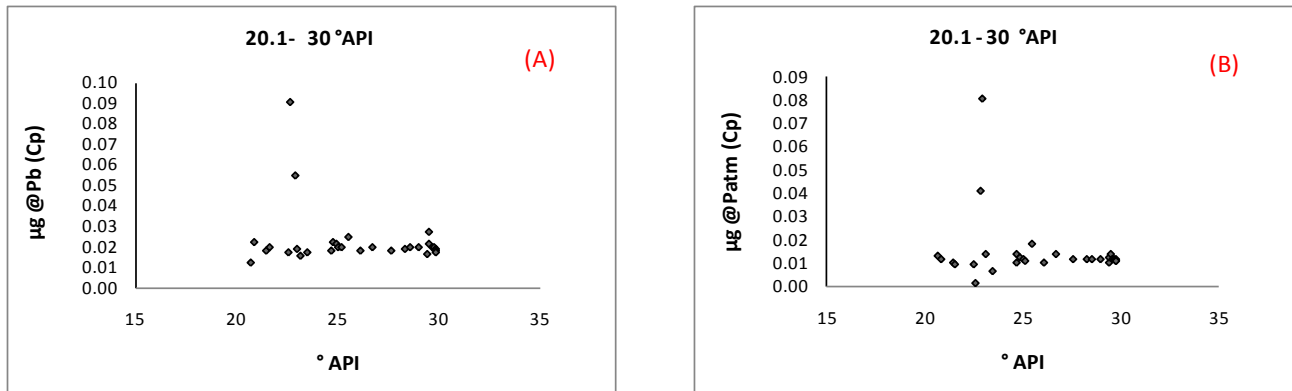


Figura 2.29

En esta figura, observamos el comportamiento que presentan la viscosidad del gas a la presión de burbujeo ( $\mu\text{g @ Pb}$ ) y la viscosidad del gas a presión atmosférica ( $\mu\text{g @ Patm}$ ) en función de °API. Ambas propiedades muestran un comportamiento similar, y se puede apreciar que los datos experimentales muestran una tendencia lineal, a excepción de dos puntos que están muy alejados del resto y son los que tienen la viscosidad más alta.

La **figura 2.30** muestra el comportamiento que presentan las siguientes variables

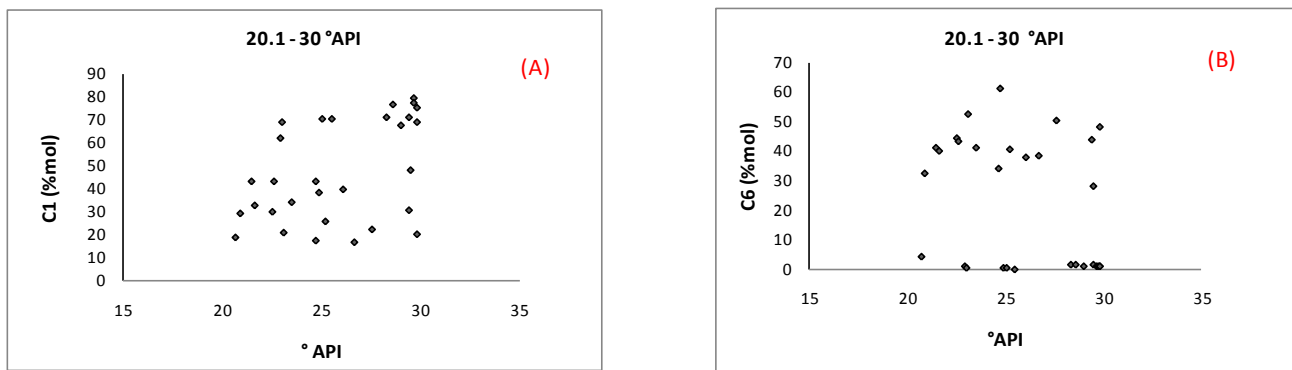


Figura 2.30

En esta figura, se observa el comportamiento que presenta el componente metano ( $\text{C1 (%mol)}$ ) y el componente hexano ( $\text{C6 (%mol)}$ ) en función de °API. En ambas graficas se observa mucha dispersión de los puntos, este comportamiento muestra inconsistencia de los datos experimentales.

Para las siguientes propiedades se muestran sus graficas en la **figura 2.31**



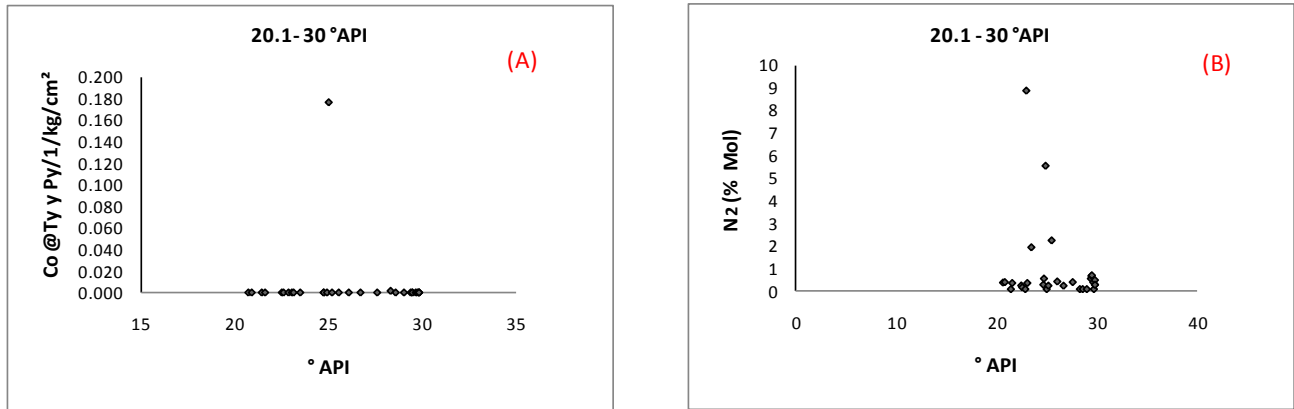


Figura 2.31

En esta figura, se observa el comportamiento que presenta la compresibilidad del aceite (Co @Ty y Py) a temperatura y presión de yacimiento, y el nitrógeno N<sub>2</sub> (% Mol) en función de °API. En la gráfica (A), se observa una tendencia lineal de los puntos, a excepción de un punto que es el que tiene el valor de compresibilidad más alto y en la gráfica (B), se observa una concentración de la mayoría de los puntos, sin embargo no muestran una tendencia bien definida.

En la figura 2.32 se presentan las graficas de los componentes CO<sub>2</sub> y H<sub>2</sub>S.

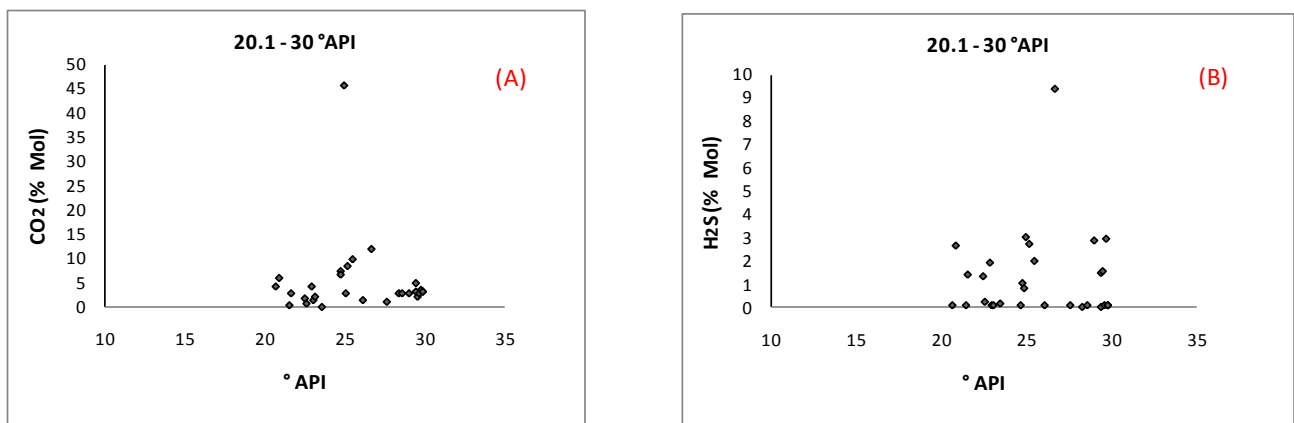


Figura 2.32

En esta figura, se observa el comportamiento que presenta el componente dióxido de carbono (CO<sub>2</sub>) y el componente ácido sulfhídrico (H<sub>2</sub>S) en función de °API. En la gráfica (A), se observa una concentración de los puntos sin que estos presenten una tendencia y en la gráfica (B), se observa mucha dispersión de los puntos, mostrando que los datos experimentales medidos presentan inconsistencia.

Como se puede apreciar, para este grupo de pozos cuyo rango de densidad es de 20.1-30 °API. Las propiedades que tienen un mejor comportamiento es la compresibilidad del aceite ( $C_o$ ), la densidad del aceite ( $\rho_o$ ) a la temperatura de 60 ° F y la densidad del líquido ( $\rho_l$ ) a la temperatura de yacimiento.

El último grupo de pozos que se analizó, corresponde al que tiene un rango mayor a 30 °API y se muestra en la **tabla 2.5**. Este es el grupo que tiene el mayor número de pozos y también la densidad °API más alta, siendo un grupo tan grande hay algunas propiedades como la densidad del gas que les falta información y otra como la RGA que carece del 50% de datos, razón por la cual no se analizará en esta sección.

**Grupo 5.** Rango de densidad ( $> 30$  °API). Ver tabla **2.5**.

Variable	Intervalo
Pb[lb/pg <sup>2</sup> ]	449.35 - 5525.75
°API	30.16 - 49.70
Bo[m <sup>3</sup> /m <sup>3</sup> ]	1.0547 - 7.34
$\rho_l$ [gr/cm <sup>3</sup> ]	0.3015 - 0.82341
$\rho_o$ [gr/cm <sup>3</sup> ]	0.4271 - 0.8764
Rs[m <sup>3</sup> /m <sup>3</sup> ]	15.585 - 2256
$\mu_o@P_y$ [cp]	0.063 - 2.25
$\mu_o@P_b$ [cp]	0.058 - 2.114
$\mu_o@P_{atm}$ [cp]	0.255 - 8.485
$\mu_g@P_b$ [cp]	0.0157 - 0.505
$\mu_g@P_{atm}$ [cp]	0.0066 - 0.019
C1[% mol]	0.6905 - 86.864
C6[% mol]	0.0214 - 42.35
$C_o$ [1/kg/cm <sup>2</sup> ]	0.00000109 - 0.001383
H <sub>2</sub> S[% mol]	0.01 - 9.387
N <sub>2</sub> [% mol]	0.01 - 8.87
CO <sub>2</sub> [% mol]	0.01 - 45.925

**Tabla 2.5** Propiedades de los fluidos cuya densidad es mayor a 30 °API

A continuación se muestran las graficas que se obtuvieron con cada una de las variables contenidas en la tabla 2.5, en este grupo los aceites van de ligeros a superligeros.

En la figura 2.33 se muestran las graficas de las primeras variables que se analizaron.

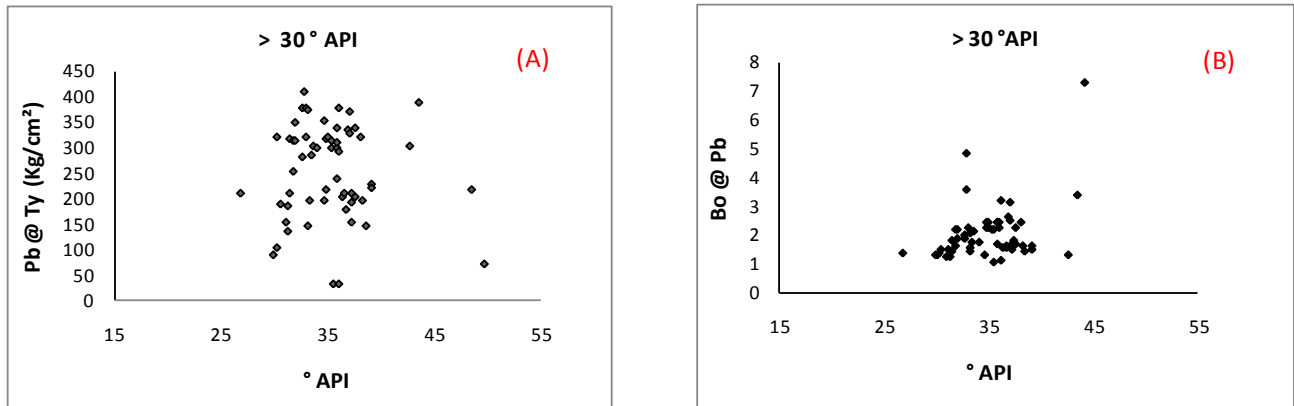


Figura 2.33

En estas dos primeras graficas, se observa el comportamiento que presenta la presión de burbujeo (Pb) y el factor de volumen de aceite (Bo) en función de °API. Como se puede observar, en la gráfica (A) hay mucha dispersión de los puntos, los datos experimentales fluctúan en un rango de valores muy amplio, mostrando inconsistencia en la medición de los mismos. En la gráfica (B), los datos se encuentran más concentrados, pero no muestran una tendencia.

Para las siguientes variables se muestran sus graficas en la **figura 2.34**

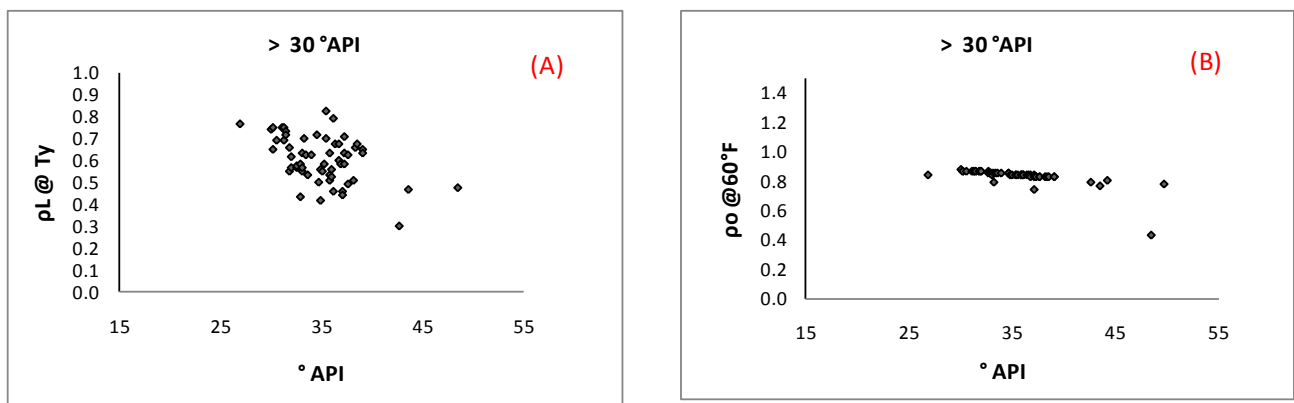
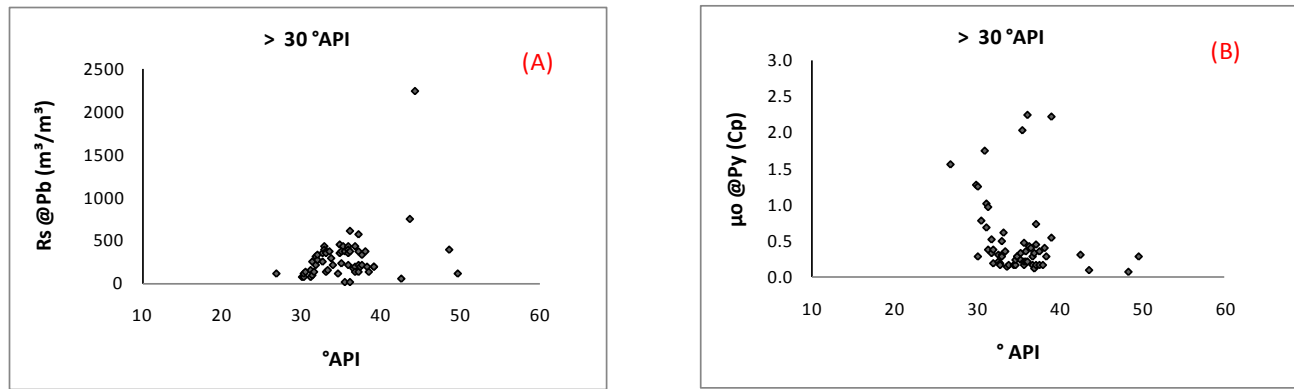


Figura 2.34

En esta figura, se observa el comportamiento que presenta la densidad del liquido a la temperatura de yacimiento ( $\rho_l @ T_y$ ) y la densidad del aceite medida a una temperatura de 60°F ( $\rho_o @ 60^\circ F$ ), en función de °API. En la gráfica (A), se observa mucha dispersión

en los puntos, sin embargo, en la gráfica (B) se observa una tendencia casi lineal en la mayoría de los datos experimentales.

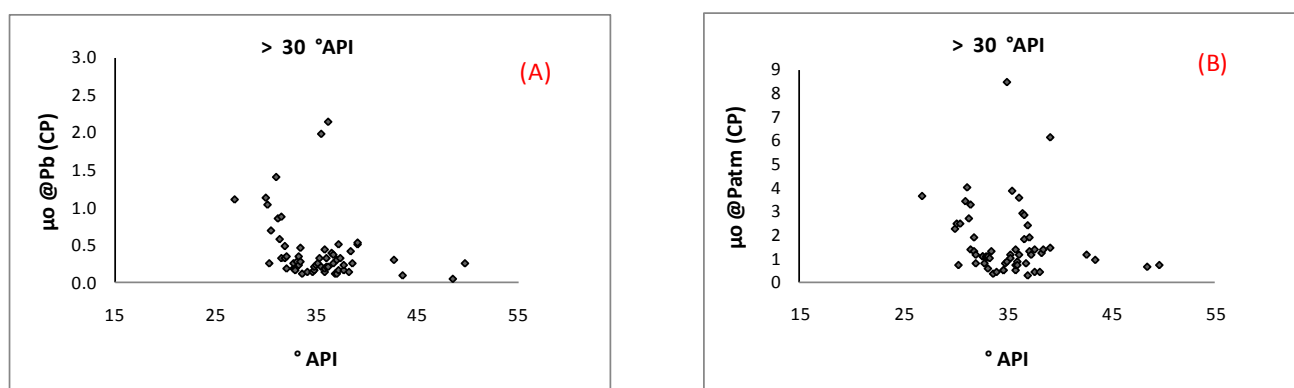
Para las siguientes propiedades se presentan sus graficas en la **figura 2.35**



**Figura 2.35**

En esta figura, se observa el comportamiento que presenta la relación de solubilidad a la presión de burbujeo ( $R_s @ P_b$ ) y la viscosidad del aceite a la presión de yacimiento ( $\mu_o @ P_y$ ) en función de °API. En la gráfica (A), se observa que aun cuando la mayoría de los puntos están concentrados en un rango de valores de  $R_s$  que van de (15 – 700) (m<sup>3</sup>/m<sup>3</sup>) estos no presentan una tendencia y en la gráfica (B), se observa mucha dispersión, debido a la inconsistencia de los datos experimentales.

En la **figura 2.36** se presentan las graficas de la viscosidad del aceite en función de °API.

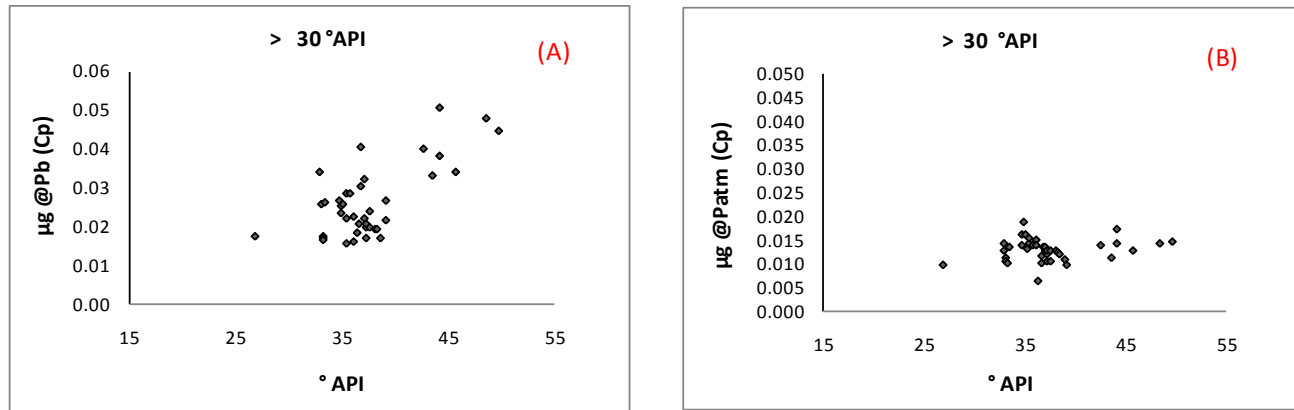


**Figura 2.36**

En esta figura, se observa el comportamiento que presenta la viscosidad del aceite a la presión de yacimiento ( $\mu_o @ P_y$ ) y la viscosidad del gas a la presión de burbujeo ( $\mu_g @ P_b$ )

en función de °API. Ambas graficas presentan un comportamiento parecido, sin embargo los puntos están muy dispersos, mostrando la inconsistencia de los datos experimentales.

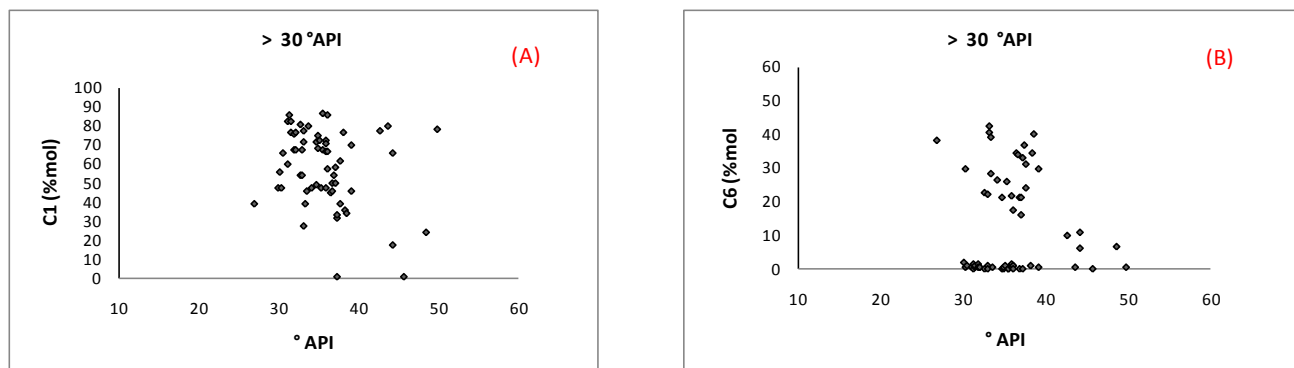
Para las siguientes propiedades se muestran sus graficas en la **figura 2.37**



**Figura 2.37**

En esta figura, se observa el comportamiento que presenta la viscosidad del gas a la presión de burbujeo ( $\mu\text{g @Pb}$ ) y la viscosidad del gas a la presión atmosférica ( $\mu\text{g @Patm}$ ) en función de °API. En la gráfica (A), se observa mucha dispersión de los puntos sin mostrar una tendencia y en la gráfica (B), aunque la mayoría de los puntos se concentran en un rango de valores, estos no muestran un comportamiento lineal.

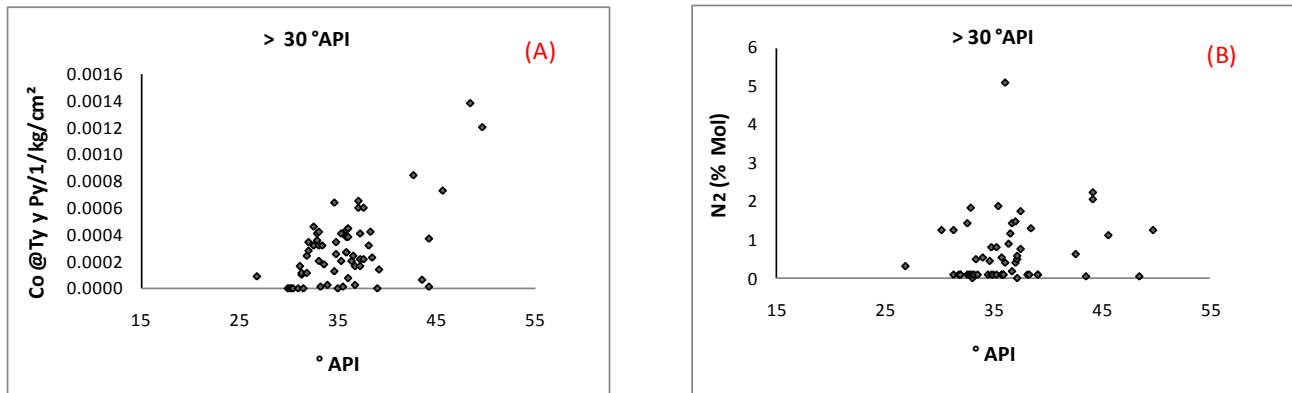
En la **figura 2.38** se muestra el comportamiento que presentan las siguientes variables.



**Figura 2.38**

En esta figura, se observa el comportamiento que presenta el metano (C1 (%mol)) y el hexano (C6 (%mol)) en función de °API. En ambas graficas, se observa que los puntos están muy dispersos, fluctuando en un rango de valores muy amplio, lo cual muestra la inconsistencia de los datos experimentales medidos.

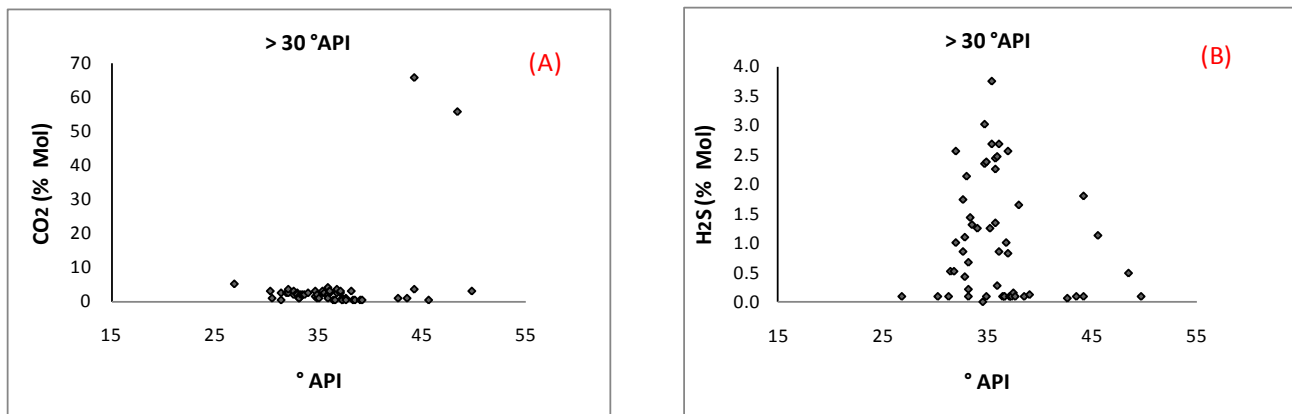
Para las siguientes propiedades se muestran sus graficas en la **figura 2.39**.



**Figura 2.39**

En esta figura, se observa el comportamiento que presenta la compresibilidad del aceite (Co) y el nitrógeno (N2 (%mol)) en función de °API. En ambas graficas, se puede apreciar que los puntos están muy dispersos, debido a la inconsistencia los datos experimentales.

En la **figura 2.40** se presentan las graficas de los variables CO2 y H2S.



**Figura 2.40**

En esta figura, se observa el comportamiento que presenta el dióxido de carbono ( $\text{CO}_2$  (% Mol)) y el ácido sulfhídrico ( $\text{H}_2\text{S}$  (% Mol)) en función de  $^\circ\text{API}$ . En la gráfica (A), se observa una concentración de los puntos presentando una tendencia casi lineal, a excepción de 2 puntos que tienen el valor más alto de  $\text{CO}_2$ . En la gráfica (B), se observa mucha dispersión de los puntos, los cuales fluctúan en un amplio rango de valores, debido a la inconsistencia de los datos experimentales de esta propiedad.

Para este grupo de pozos, las propiedades que presentan una buena tendencia son la densidad del aceite a la temperatura de  $60^\circ\text{F}$  y el componente dióxido de carbono  $\text{CO}_2$  (% Mol).

Como se ha observado, en este capítulo, la propiedad que mejor comportamiento ha reportado en los 5 grupos analizados, es la densidad del aceite, ésta es una de las razones principales del porque ésta propiedad ha sido referente en el análisis y desarrollo de este trabajo.

Es importante mencionar que de los 5 grupos que se analizaron, el grupo 2, de acuerdo a su rango de densidad (10.1 – 15) tiene una diferencia de  $5^\circ\text{API}$  de un aceite a otro, en el grupo 3 (15.1 – 20) también hay una diferencia de  $5^\circ\text{API}$ , sin embargo para el grupo 4 (20.1 – 30) la diferencia que hay es de  $10^\circ\text{API}$  y para el grupo 5 ( $> 30^\circ\text{API}$ ) la diferencia de densidad de un aceite a otro es de  $17^\circ\text{API}$ , abarcando un amplio rango de valores de esta propiedad. Por lo que se podría esperar que para los grupos de mayor rango  $^\circ\text{API}$ , el comportamiento de las propiedades no presentara una tendencia lineal definida. Sin embargo se observa, que en la mayoría de los casos de los 5 grupos, los puntos no siguen una tendencia, lo cual es una consecuencia lógica de la alta dispersión, debida a la inconsistencia de los datos experimentales. El análisis que estamos presentando, parte de una base de información única de estudios PVT, medida en diferentes laboratorios del mundo. Dicha información, se ha filtrado a fin de darle el mejor manejo posible, para que los resultados de este trabajo sirvan de herramienta para el cálculo confiable de algunas propiedades de los fluidos producidos en México.

## 3. Ajuste de Datos Experimentales

La investigación de operaciones es una rama de las matemáticas que consiste en el uso de modelos matemáticos, estadística y algoritmos, con el fin de mejorar u optimizar sistemas reales, en donde se estudia todo un conjunto de partes o sub-sistemas que interaccionan entre sí, se identifica el problema y se analizan sus repercusiones buscándose soluciones integrales que beneficien al sistema como un todo. Para hallar la solución, la investigación de operaciones generalmente representa el problema como un modelo matemático, que es analizado y evaluado previamente.

En esta sección, se presentan los modelos calculados a partir de la base de datos para cada rango de densidad ( $^{\circ}$ API), así como los resultados obtenidos, cabe mencionar que existen correlaciones publicadas en la literatura que nos permiten evaluar la viscosidad a partir de determinados datos, sin embargo, ninguna de éstas se ha hecho con crudos mexicanos, razón por la cual los cálculos muchas veces presentan grandes errores, de ahí la necesidad de crear modelos con aceites mexicanos que nos permitan el cálculo de propiedades del fluido como la viscosidad .

Este capítulo, es parte de un primer análisis que se presentará, llevando a cabo el cálculo de la viscosidad del aceite (a condiciones de presión de yacimiento, presión de burbujeo y presión atmosférica), obteniendo los modelos para el cálculo de esta propiedad, para los 5 grupos de pozos (3 modelos por grupo), mostrando el error promedio entre la viscosidad medida y la calculada y se determinará si dichos modelos son lo suficientemente robustos para ser utilizados de manera confiable para el cálculo de la viscosidad del aceite . En el capítulo 5 se llevará a cabo un segundo análisis considerando únicamente un grupo de



pozos y se desarrollará un modelo en base a la ecuación de la línea recta, para determinar la viscosidad bajo otras consideraciones.

El análisis se hizo considerando cada grupo de pozos de acuerdo a cada rango de densidad ° API, empezando por los más pesados, las variables que se consideraron fueron las que se muestran en la tabla 3.1, 3.2 y 3.3 respectivamente.

Para calcular la viscosidad, es necesario involucrar en la construcción de los modelos las propiedades que se consideran más significativas, de esta manera se espera obtener buenos resultados.

Variable	Nomenclatura	Unidad
Presión de burbujeo	Pb	lb/pg <sup>2</sup>
Densidad del aceite	$\rho_o$	° API
Ácido sulfhídrico	H <sub>2</sub> S	% Mol
Nitrógeno	N <sub>2</sub>	% Mol
Dióxido de carbono	CO <sub>2</sub>	% Mol
Metano - Pentano	C1 - C5	% Mol
Hexano y más pesados	C6+	% Mol
Viscosidad del aceite @ presión de burbujeo	$\mu_o@Pb$	cp
Viscosidad del aceite @ presión atmosférica	$\mu_o@Patm$	cp

**Tabla 3.1.** Variables empleadas en los modelos para el cálculo de la viscosidad a condiciones de presión yacimiento.

Variable	Nomenclatura	Unidad
Presión de burbujeo	Pb	lb/pg <sup>2</sup>
Densidad del aceite	$\rho_o$	° API
Ácido sulfhídrico	H <sub>2</sub> S	% Mol
Nitrógeno	N <sub>2</sub>	% Mol
Dióxido de carbono	CO <sub>2</sub>	% Mol
Metano - Pentano	C1 - C5	% Mol
Hexano y más pesados	C6+	% Mol
Viscosidad del aceite @ presión yacimiento	$\mu_o@Py$	cp
Viscosidad del aceite @ presión atmosférica	$\mu_o@Patm$	cp

**Tabla 3.2.** Variables empleadas en los modelos para el cálculo de la viscosidad a condiciones de presión de burbujeo.

Variable	Nomenclatura	Unidad
Presión de burbujeo	Pb	lb/pg <sup>2</sup>
Densidad del aceite	$\rho_0$	° API
Ácido sulfhídrico	H <sub>2</sub> S	% Mol
Nitrógeno	N <sub>2</sub>	% Mol
Dióxido de carbono	CO <sub>2</sub>	% Mol
Metano - Pentano	C1 - C5	% Mol
Hexano y más pesados	C6+	% Mol
Viscosidad del aceite @ presión yacimiento	$\mu_0@P_y$	cp
Viscosidad del aceite @ presión burbujeo	$\mu_0@P_b$	cp

**Tabla 3.3.** Variables empleadas en los modelos para el cálculo de la viscosidad a condiciones de presión atmosférica.

### 3.1. Técnica de regresión múltiple lineal

Las técnicas de regresión tienen por objetivo modelar, es decir encontrar una función que aproxime lo máximo posible la relación de dependencia estadística entre variables y predecir los valores de una de ellas: **y** (variable dependiente a partir de los de la otra (o las otras: **x** (variable(s)) independiente(s)). la regresión es lineal cuando el modelo función de regresión seleccionado es una recta, en cualquier otro caso se dice regresión no lineal.

El modelo de regresión lineal múltiple expresa la media de la variable de respuesta **Y** como función de una o más variables de predicción distintas  $X_1, X_2, \dots, X_k$ . se expresa de la siguiente manera:

$$\mu_{Y|x_1, x_2, \dots, x_k} = \alpha_0 + \alpha_1 x_1 + \alpha_2 x_2 + \dots + \alpha_k x_k \dots \dots \dots (3.1)$$

El modelo que se va a obtener en esta sección es el da la forma de la ecuación (3.1)

En este modelo se trata de k variables de predicción distintas, cada una de primer grado.

La aplicación del método de mínimos cuadrados a la estimación de los parámetros  $\alpha_0, \alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_k$  se efectúa al rescribir el modelo en la siguiente forma:

$$Y|_{x_1, x_2, \dots, x_k} = \alpha_0 + \alpha_1 x_1 + \alpha_2 x_2 + \dots + \alpha_k x_k + \varepsilon$$

Donde  $Y|_{x_1, x_2, \dots, x_k}$ , denota la variable de respuesta ( En este caso la viscosidad del aceite a condiciones de yacimiento ( $\mu$ @py) cuando las variables de predicción  $X_1, X_2, \dots, X_k$  asumen los valores de  $x_1, x_2, \dots, x_k$ , (para este caso serían; Pb, °API, N2, CO2, H2S, etc.) y  $\varepsilon$  denota la diferencia aleatoria entre  $Y|_{x_1, x_2, \dots, x_k}$  y su valor medio.

Por lo tanto el modelo matricial a resolver es de la forma:

$$Y = X\alpha + \varepsilon$$

El desarrollo completo de la regresión múltiple lineal se describe en el **apéndice A**.

### 3.2. Regresión múltiple lineal aplicada al cálculo de la viscosidad de aceites mexicanos

En esta sección se mostrará el procedimiento seguido para construir los modelos de viscosidad del aceite a condiciones de: presión de yacimiento, presión de burbujeo y presión atmosférica. Para el primer grupo se emplearon las propiedades de 18 fluidos de estudios PVT, estos estudios se ordenaron de acuerdo a la densidad en °API de cada uno de los aceites en orden ascendente, y las variables de las que depende el modelo se establecieron de acuerdo a lo expresado en la **Tabla 3.1, 3.2 y 3.3**, respectivamente. El desarrollo completo se muestra en el **apéndice B**.

El primer grupo de fluidos que se analizó consta de 18 pozos, los cuales están dentro de un rango de densidad  $< 10$  °API.

**Caso 1A.** Los datos empleados en las matrices para la obtención del modelo se presentan en la **tabla 3.4.**

Variable	Intervalo
Pb[lb/pg <sup>2</sup> ]	126.558 - 3199.5
°API	6.7 - 10
H <sub>2</sub> S[% mol]	0.12 - 8.31
N <sub>2</sub> [% mol]	0.59 - 11.41
CO <sub>2</sub> [% mol]	0.02 - 7.23
C <sub>1</sub> - C <sub>5</sub> [% mol]	6.35 - 81.67
C <sub>6+</sub> [% mol]	0.39 - 80.346
$\mu_o@Pb$ [cp]	11.59 - 1999.3
$\mu_o@Patm$ [cp]	106.74 - 2788.96

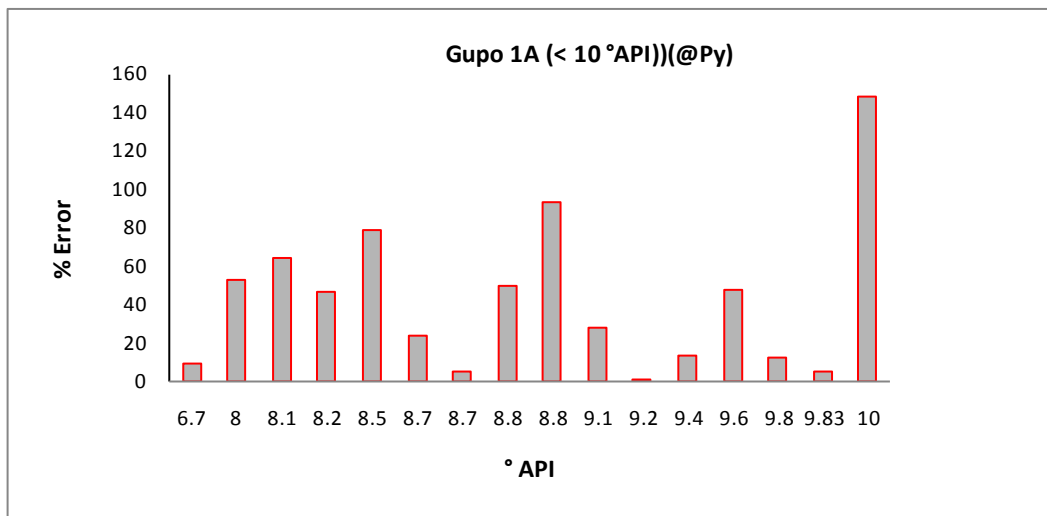
**Tabla 3.4.** Valores de las variables correspondientes a ( $< 10^\circ$ API) (@Py)

El modelo que se obtuvo para el cálculo de la viscosidad a condiciones de yacimiento mediante la regresión lineal por mínimos cuadrados fue el siguiente:

$$\mu_o = 9334.09207 - 0.2068675Pb + 130.895026API - 131.596495H_2S - 254.642771N_2 - 47.3660108CO_2 - 89.6704901C_1-C_5 - 109.233535C_6+ + 3.25930873\mu_{ob} - 0.23404759\mu_{od}$$

**Modelo 1A para el cálculo de la viscosidad a condiciones de yacimiento correspondiente al rango de densidad  $< 10$  °API.**

Una vez obtenido el modelo se llevó a cabo el cálculo de la viscosidad para determinar que tan confiables son las predicciones y se comparó con el dato medido de viscosidad, obteniéndose el error promedio. Los resultados se muestran en la **gráfica 3.1.**



**Gráfica 3.1.** Porcentaje de error grupo 1A.

Como se puede observar, a excepción de cuatro pozos que están por debajo del 10 % de error, los demás presentan errores bastante elevados. Se debe revisar si estos errores se deben al modelo en sí o a la incertidumbre en los datos experimentales medidos.

**Caso 1B.** Los datos empleados para el siguiente modelo son los que se muestran en la tabla 3.5.

Variable	Intervalo
Pb[lb/pg <sup>2</sup> ]	126.558 - 3199.5
°API	6.7 - 10
H <sub>2</sub> S[% mol]	0.12 - 8.31
N <sub>2</sub> [% mol]	0.59 - 11.41
CO <sub>2</sub> [% mol]	0.02 - 7.23
C <sub>1</sub> - C <sub>5</sub> [% mol]	6.35 - 81.67
C <sub>6+</sub> [% mol]	0.39 - 80.346
μ <sub>o</sub> @P <sub>y</sub> [cp]	14.3 - 5850.4
μ <sub>o</sub> @P <sub>atm</sub> [cp]	106.74 - 2788.96

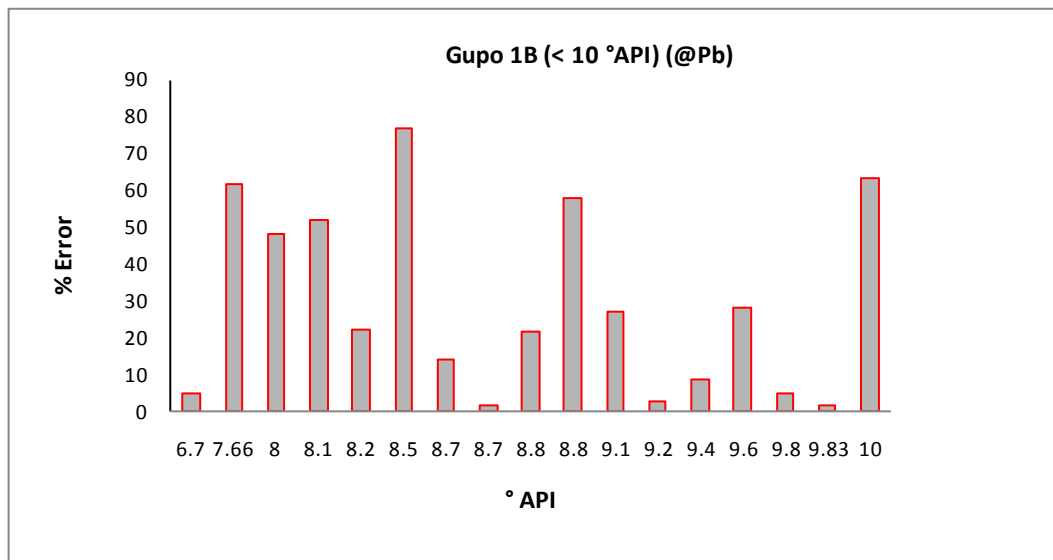
**Tabla 3.5.** Valores de las variables correspondientes a (< 10°API) (@Pb)

El modelo que se obtuvo para el cálculo de la viscosidad a condiciones de presión de burbujeo mediante la regresión lineal por mínimos cuadrados fue el siguiente:

$$\mu_{ob}@P_b = -3273.6902 + 0.05758182 P_b - 49.7021658 API + 37.1963594 H_2S + 83.4613276 N_2 + 29.5241162 CO_2 + 31.6514149 C_1-C_5 + 38.5909355 C_6 + 0.27557273 \mu_{ob} + 0.12003112 \mu_{od}$$

**Modelo 1B para el cálculo de la viscosidad a condiciones de presión de burbujeo correspondiente al rango de densidad < 10 °API.**

Una vez obtenido el modelo se llevó a cabo el cálculo de la viscosidad para determinar que tan confiables son las predicciones y se comparó con el dato medido de viscosidad obteniéndose el error promedio. Los resultados se muestran en la gráfica 3.2.



**Gráfica 3.2.** Porcentaje de error grupo 1B.

Para este caso, observamos que los porcentajes de error son menores comparados con el grupo anterior, así como también los errores que están debajo de un 10 % se tienen principalmente en los pozos cuya densidad va de 8.7 – 10 °API. Por lo que se determina que este modelo obtiene mejores resultados respecto al anterior.

**Caso 1C.** Los datos empleados para el siguiente modelo se muestran en la tabla 3.6.

Variable	Intervalo
Pb[lb/pg <sup>2</sup> ]	126.558 - 3199.5
°API	6.7 - 10
H <sub>2</sub> S[% mol]	0.12 - 8.31
N <sub>2</sub> [% mol]	0.59 - 11.41
CO <sub>2</sub> [% mol]	0.02 - 7.23
C <sub>1</sub> - C <sub>5</sub> [% mol]	6.35 - 81.67
C <sub>6</sub> +[% mol]	0.39 - 80.346
μ <sub>o</sub> @P <sub>y</sub> [cp]	14.3 - 5850.4
μ <sub>o</sub> @P <sub>b</sub> [cp]	11.59 - 1999.3

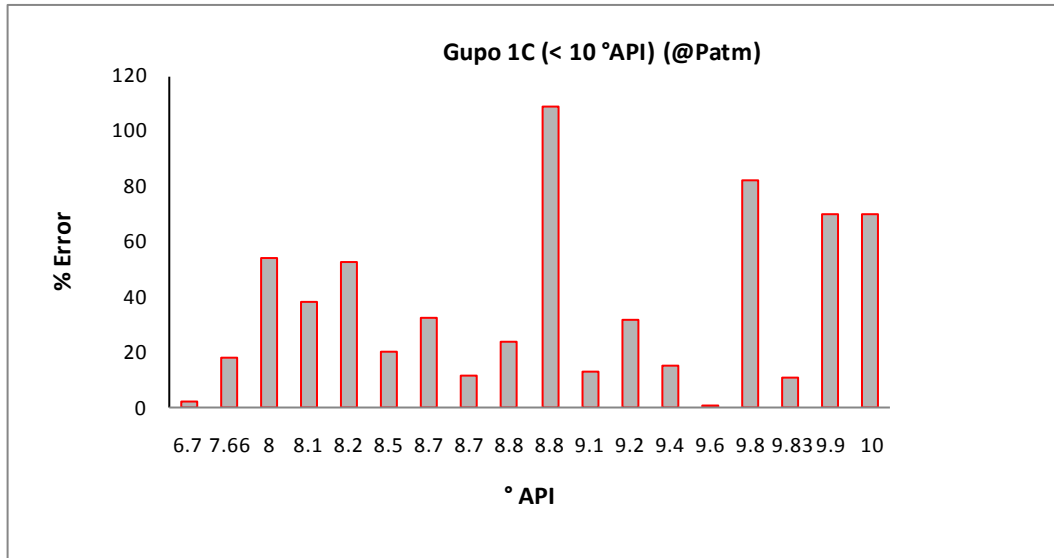
**Tabla 3.6.** Valores de las variables correspondiente a (< 10°API) (@Patm)

El modelo que se obtuvo para el cálculo de la viscosidad a condiciones de presión atmosférica mediante la regresión lineal por mínimos cuadrados fue el siguiente:

$$\mu_o@Patm = - 629.679499 + 0.10674926 Pb + 161.003299API + 68.5077861(H2S) - 14.841586 (N2) - 159.989902(CO2) + 3.20794838 (C1-C5) - 6.60185244C6 + 2.29697601 \mu_{ob} - 0.39228691\mu_{od}$$

**Modelo 1C para el cálculo de la viscosidad a condiciones de presión atmosférica correspondiente al rango de densidad < 10 °API.**

Con este modelo que se obtuvo, se llevo a cabo el cálculo de la viscosidad para determinar que tan confiable es en sus predicciones y se comparó con el dato medido de viscosidad obteniéndose el error promedio. Los resultados se muestran en la gráfica 3.3.



**Gráfica 3.3.** Porcentaje de error grupo 1C.

Para este caso, observamos que los porcentajes de error son muy parecidos al grupo anterior, sin embargo el número de pozos que muestran un error menor al 10 % es menor respecto al grupo 1B, por lo que se observa que el modelo 1B aporta mejores resultados que los grupos 1A y 1C.



Para el segundo grupo se emplearon las propiedades de 22 fluidos de estudios PVT, y está en un rango de densidad de 10.1-15 °API.

**Caso 2A.** Los datos que se emplearon para la elaboración del modelo se muestran en la tabla 3.7.

Variable	Intervalo
Pb[lb/pg <sup>2</sup> ]	593.97 - 4095.36
°API	10.3 - 14.08
H <sub>2</sub> S[% mol]	0.35 - 7.504
N <sub>2</sub> [% mol]	0.04 - 1.994
CO <sub>2</sub> [% mol]	0.49 - 7.373
C <sub>1</sub> - C <sub>5</sub> [% mol]	16.79 - 93.69
C <sub>6+</sub> [% mol]	1.8 - 78.68
μ <sub>o</sub> @Pb[cp]	3.04 - 38.718
μ <sub>o</sub> @Patm[cp]	6 - 273.57

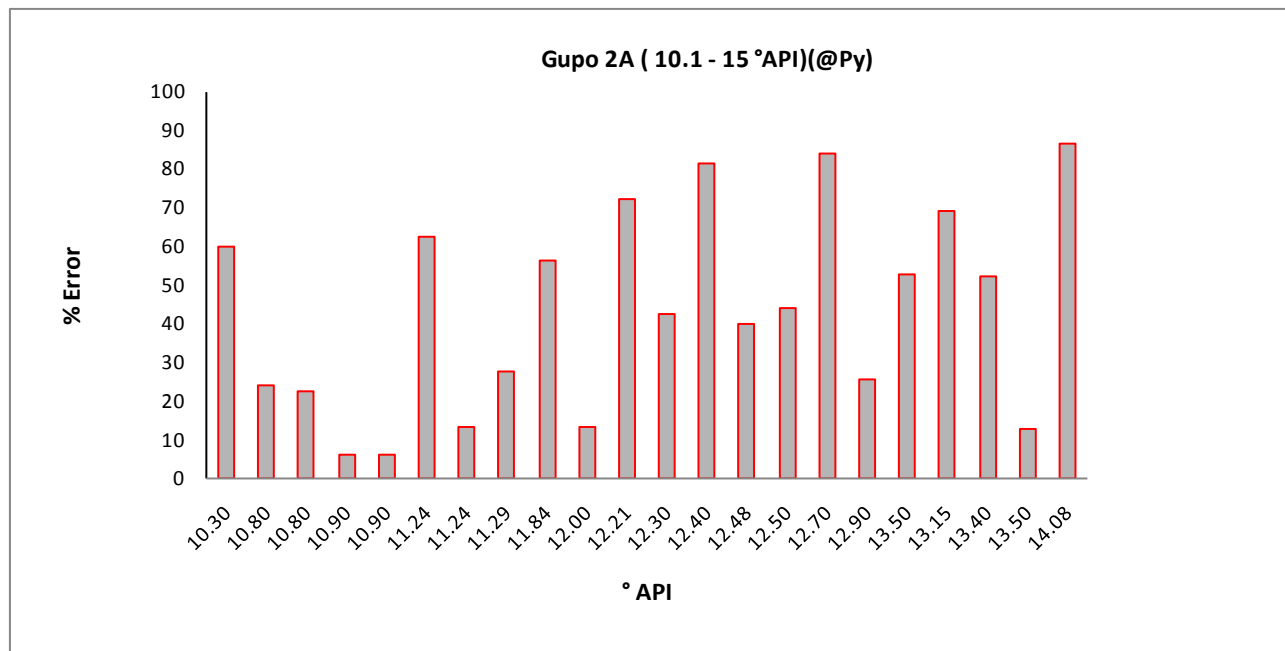
**Tabla 3.7.** Valores de las variables correspondientes a (10.1-15°API) (@Py)

El modelo que se obtuvo para el cálculo de la viscosidad a condiciones de presión yacimiento mediante la regresión lineal por mínimos cuadrados fue el siguiente:

$$\mu_o@P_y = -43.3779985 + 0.01192905P_b - 0.45003754API + 1.1200115(H_2S) + 6.86346684(N_2) - 2.49008353(CO_2) - 0.20569247(C_1-C_5) - 0.07988044C_6 + 1.60040458 \mu_{ob} - 0.02325679\mu_{od}$$

**Modelo 2A para el cálculo de la viscosidad a condiciones de yacimiento correspondiente al rango de densidad 10.1-15 °API.**

Una vez obtenido el modelo, se llevó a cabo el cálculo de la viscosidad para determinar que tan confiable es en sus predicciones y se comparó con el dato medido de viscosidad obteniéndose el error promedio. Los resultados se muestran en la gráfica 3.4.



**Gráfica 3.4.** Porcentaje de error grupo 2A.

Para este grupo de pozos los resultados que se obtienen muestran un alto porcentaje de error para la mayoría de los pozos, aun cuando el 25 % de los pozos presentan un error menor a 20 % , no se considera que el modelo sea lo suficientemente robusto para llevar a cabo predicciones de la viscosidad de manera confiable.

**Caso 2B.** Los datos que se emplearon para la elaboración del modelo se muestran en la tabla 3.8.

Variable	Intervalo
Pb[lb/pg <sup>2</sup> ]	593.97 - 4095.36
°API	10.3 - 14.08
H <sub>2</sub> S[% mol]	0.35 - 7.504
N <sub>2</sub> [% mol]	0.04 - 1.994
CO <sub>2</sub> [% mol]	0.49 - 7.373
C <sub>1</sub> - C <sub>5</sub> [% mol]	16.79 - 93.69
C <sub>6+</sub> [% mol]	1.8 - 78.68
μ <sub>o</sub> @Py[cp]	3.3 - 49.776
μ <sub>o</sub> @Patm[cp]	6 - 273.57

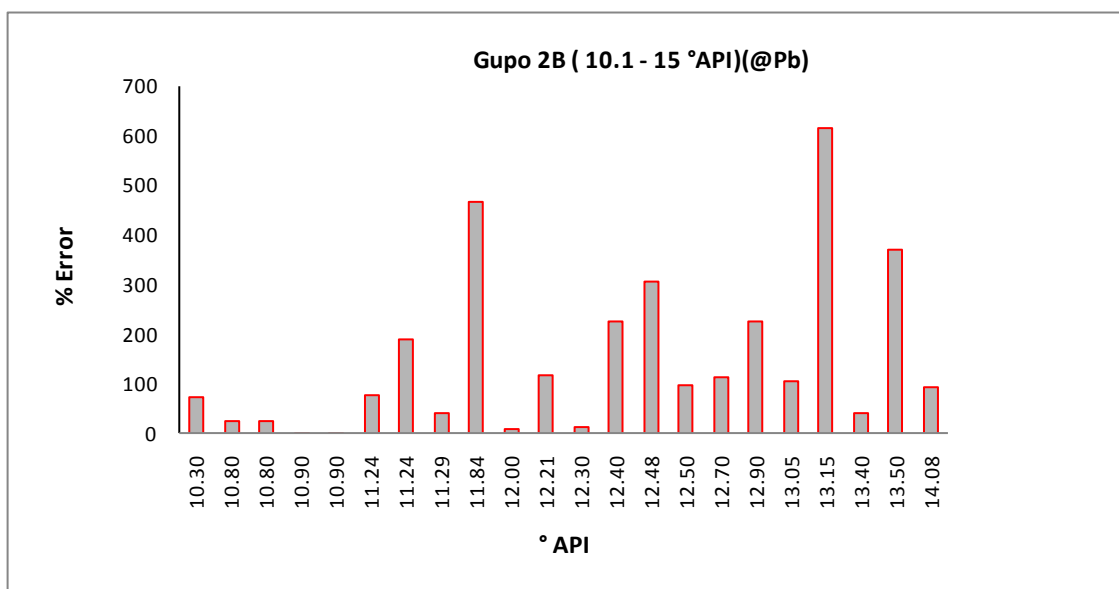
**Tabla 3.8.** Valores de las variables correspondientes a (10.1-15°API) (@Pb)

El modelo obtenido para este grupo de pozos fue el siguiente:

$$\mu_o@P_b = 98.1412185 + 0.00172449 P_b - 7.72627849 API + 1.87348917 (H_2S) - 19.2169249 (N_2) - 0.97993976 (CO_2) + 0.17417891 (C_1-C_5) + 0.27831461 C_6 + 0.55158468 \mu_{ob} + 0.02219029 \mu_{od}$$

**Modelo 2B para el cálculo de la viscosidad a condiciones de presión de burbujeo correspondiente al rango de densidad 10.1-15 °API.**

Con el modelo que se obtuvo, se llevó a cabo el cálculo de la viscosidad para evaluar la predicción de este valor y se comparó con el dato medido de viscosidad obteniéndose el error promedio. Los resultados se muestran en la gráfica 3.5.



**Gráfica 3.5.** Porcentaje de error grupo 2B.

Para este grupo los resultados que se obtienen muestran que en algunos pozos el porcentaje de error es mayor comparado con algunos pozos de grupo 2A, sin embargo para otros pozos el error es menor en este grupo. Este modelo en forma general (excepto para 3 pozos) no realiza buenas predicciones de la viscosidad.

**Caso 2C.** Los datos que se emplearon para la elaboración del modelo se muestran en la tabla 3.9.

Variable	Intervalo
Pb[lb/pg <sup>2</sup> ]	593.97 - 4095.36
°API	10.3 - 14.08
H <sub>2</sub> S[% mol]	0.35 - 7.504
N <sub>2</sub> [% mol]	0.04 - 1.994
CO <sub>2</sub> [% mol]	0.49 - 7.373
C <sub>1</sub> - C <sub>5</sub> [% mol]	16.79 - 93.69
C <sub>6</sub> +[% mol]	1.8 - 78.68
μ <sub>o</sub> @P <sub>y</sub> [cp]	3.3 - 49.776
μ <sub>o</sub> @P <sub>b</sub> [cp]	3.04 - 38.718

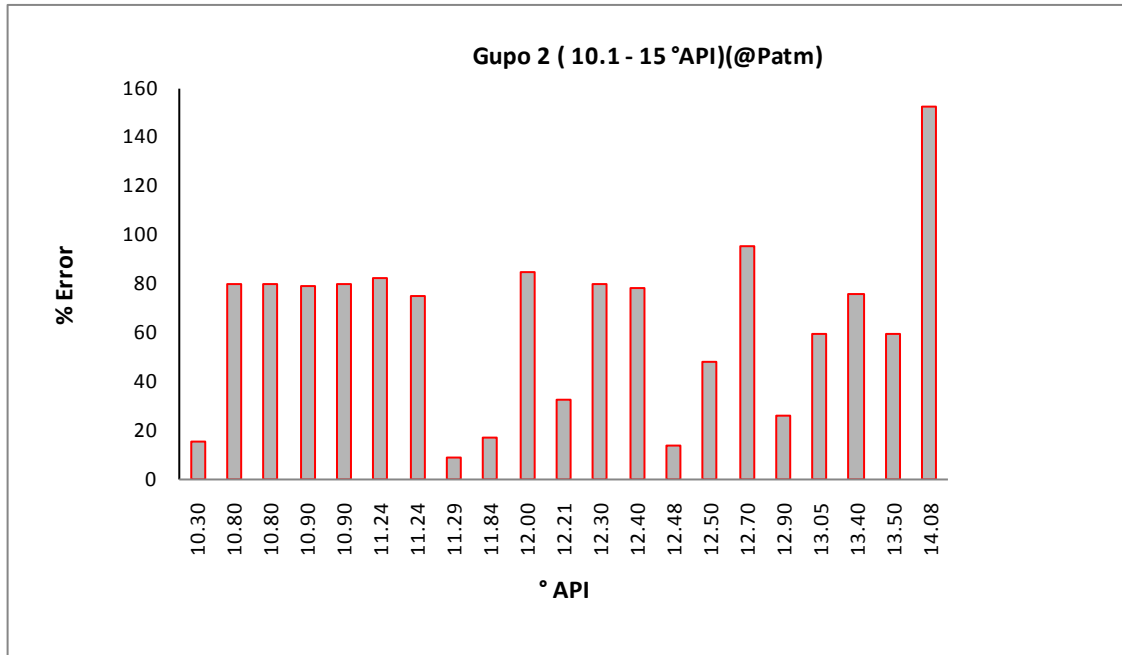
**Tabla 3.9.** Valores de las variables correspondientes a (10.1-15°API) (@Patm)

El modelo obtenido para este grupo de pozos es el siguiente:

$$\mu_o@Patm = -14.8709679 + 0.03297229Pb - 14.5907777API + 3.99076702(H_2S) + 11.413189(N_2) + 2.70302263(CO_2) - 0.67753712(C_1-C_5) + 0.82292943C_6 + 8.75499445 \mu_{ob} - 3.14812714\mu_{od}$$

**Modelo 2C para el cálculo de la viscosidad a condiciones de presión atmosférica correspondiente al rango de densidad 10.1-15 °API.**

Una vez obtenido el modelo, se llevó a cabo el cálculo de la viscosidad para determinar que tan confiable es en sus predicciones y se comparó con el dato medido de viscosidad obteniéndose el error promedio. Los resultados se muestran en la **gráfica 3.6**.



**Gráfica 3.6. Porcentaje de error grupo 2C.**

Los resultados que se obtienen para este grupo nos muestran que la mayoría de los pozos tienen un error aproximado del 80 % lo cual sin duda es muy alto, 3 pozos muestran un error menor al 20 % y el pozo de mayor densidad muestra el error más alto. Con este modelo no se obtienen predicciones satisfactorias.

Para el tercer grupo, se emplearon las propiedades de 14 fluidos de estudios pVT, y está en un rango de densidad de 15.1- 20 °API.

Caso **3A**. Los datos que se utilizaron para el cálculo del modelo se muestran en la tabla **3.10**.

Variable	Intervalo
Pb[lb/pg <sup>2</sup> ]	1265 - 3147.38
°API	15.12 - 19.69
H <sub>2</sub> S[% mol]	0.01 - 4.354
N <sub>2</sub> [% mol]	0.01 - 8.08
CO <sub>2</sub> [% mol]	0.1 - 6.48
C <sub>1</sub> - C <sub>5</sub> [% mol]	35.78 - 97.14
C <sub>6</sub> +[% mol]	0.26 - 63.063
μ <sub>o</sub> @Pb[cp]	8.86 - 19.19
μ <sub>o</sub> @Patm[cp]	3.588 - 85

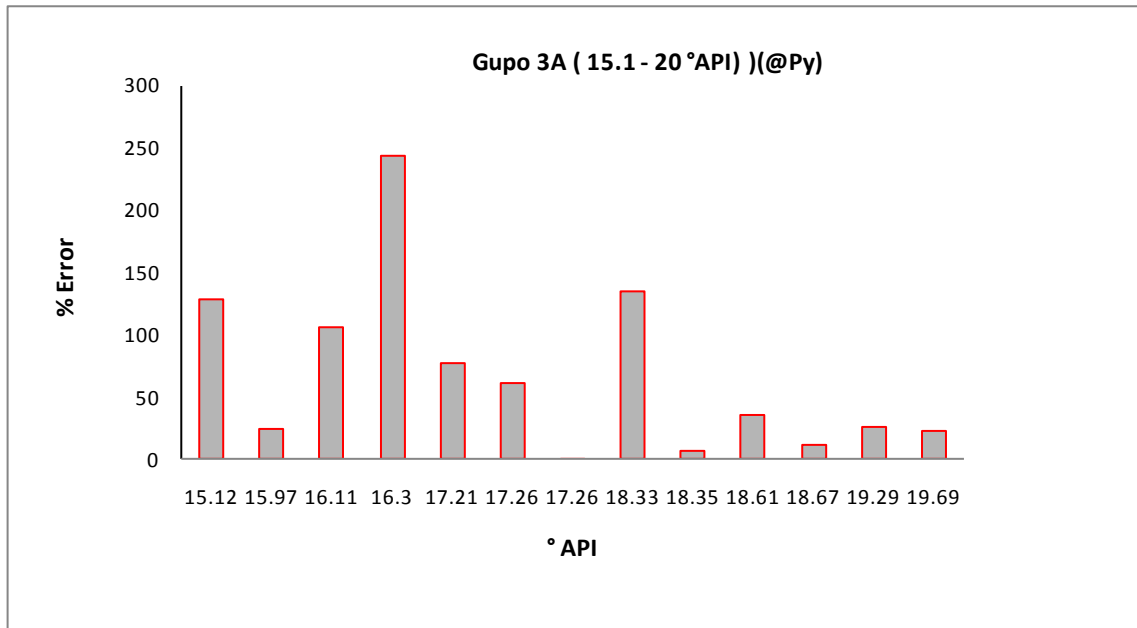
**Tabla 3.10.** Valor de las variables correspondientes a (15.1 - 20°API)(@Py)

El modelo final queda representado de la siguiente manera:

$$\mu_o@P_y = 292.555846 - 0.00527925P_b - 3.21609196API - 11.6957747(H_2S) - 0.91053966(N_2) - 3.98372266(CO_2) - 2.11701614(C_1-C_5) - 2.2322441 C_6 + 2.65623242\mu_{ob} - |0.32343909\mu_{od}$$

**Modelo 3A para el cálculo de la viscosidad a condiciones de yacimiento correspondiente al rango de densidad 15.1 - 20 °API.**

Con este modelo que se obtuvo se llevó a cabo el cálculo de la viscosidad para determinar que tan confiable es en sus predicciones y se comparó con el dato medido de viscosidad obteniéndose el error promedio. Los resultados se muestran en la **gráfica 3.7**.



**Gráfica 3.7. Porcentaje de error grupo 3A.**

Como podemos apreciar en la **gráfica 3.7**; los resultados que se obtienen muestran un porcentaje de error alto para la mitad de los pozos (excepto para 3 pozos que están debajo de un 10 %), por lo que el modelo obtenido a reserva de revisar la incertidumbre de los datos experimentales, no lleva acabo buenas predicciones de la viscosidad.

**Caso 3B.** Los datos que se utilizaron para el cálculo del modelo se muestran en la tabla 3.11.

Variable	Intervalo
Pb[lb/pg <sup>2</sup> ]	1265 - 3147.38
°API	15.12 - 19.69
H <sub>2</sub> S[% mol]	0.01 - 4.354
N <sub>2</sub> [% mol]	0.01 - 8.08
CO <sub>2</sub> [% mol]	0.1 - 6.48
C <sub>1</sub> - C <sub>5</sub> [% mol]	35.78 - 97.14
C <sub>6+</sub> [% mol]	0.26 - 63.063
μ <sub>o</sub> @P <sub>y</sub> [cp]	19.94 - 24.84
μ <sub>o</sub> @P <sub>atm</sub> [cp]	3.588 - 85

**Tabla 3.11.** Valor de las variables correspondientes a (15.1 - 20°API)(@Pb)

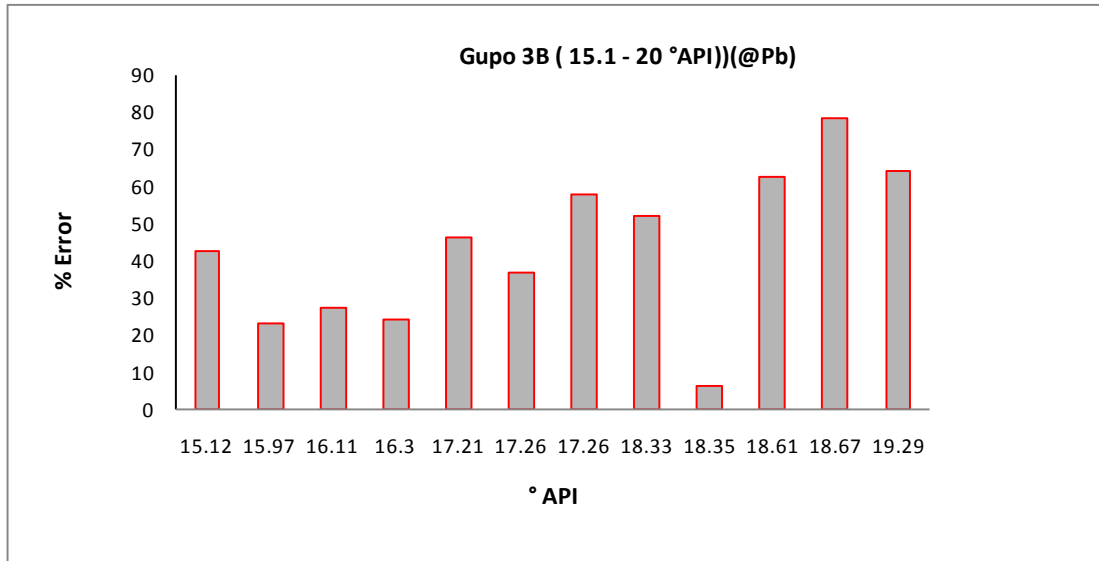
El modelo final queda representado de la siguiente manera:

$$\mu_o@P_b = - 35.0089961 + 0.00307043P_b + 0.59318358 \text{ API} + 4.1601255 (\text{H}_2\text{S}) - 0.08653789(\text{N}_2) + 0.32809051(\text{CO}_2) + 0.10059089(\text{C}_1\text{-C}_5) + 0.08832544\text{C}_6 + 0.11546539 \mu_{ob} + 0.182126 \mu_{od}$$

**Modelo 3B para el cálculo de la viscosidad a condiciones de presión de burbujeo correspondiente al rango de densidad 15.1 - 20 °API.**

Con este modelo se llevaron a cabo los cálculos correspondientes de la viscosidad y se comparó con el dato medido, obteniéndose el error promedio. Los resultados se muestran en la **gráfica 3.8**.





**Gráfica 3.8.** Porcentaje de error grupo 3B.

Para este caso observamos que el error para los pozos de mayor densidad es mayor respecto a los pozos del grupo anterior y solo un pozo muestra un error menor al 10 %, por lo que este modelo tampoco lleva acabo buenas predicciones. Es necesario revisar las variables involucradas en el modelo así como la incertidumbre de los datos empleados, para determinar si el modelo obtenido no es el adecuado o si las fuentes y el control de calidad de la base de datos son apropiadas.

**Caso 3C.** Para este caso, los datos utilizados para el cálculo del modelo son los que se presentan en la tabla 3.12.

Variable	Intervalo
Pb[lb/pg <sup>2</sup> ]	1265 - 3147.38
°API	15.12 - 19.69
H <sub>2</sub> S[% mol]	0.01 - 4.354
N <sub>2</sub> [% mol]	0.01 - 8.08
CO <sub>2</sub> [% mol]	0.1 - 6.48
C <sub>1</sub> - C <sub>5</sub> [% mol]	35.78 - 97.14
C <sub>6+</sub> [% mol]	0.26 - 63.063
μ <sub>o</sub> @P <sub>y</sub> [cp]	19.94 - 24.84
μ <sub>o</sub> @P <sub>b</sub> [cp]	8.86 - 19.19

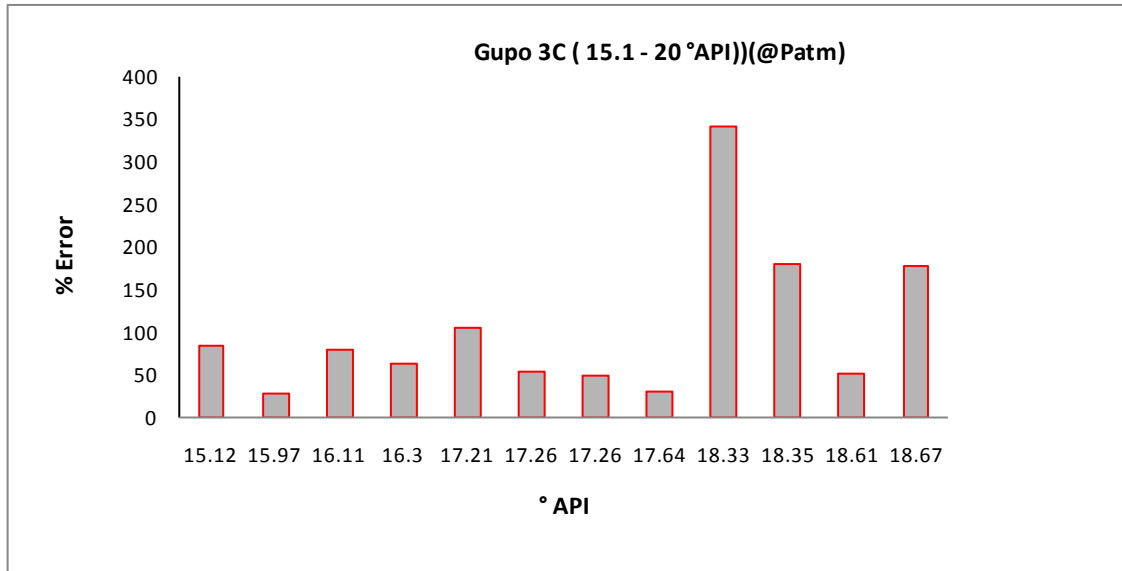
**Tabla 3.12.** Valor de las variables correspondientes a (15.1 - 20°API)(@Patm)

El modelo de regresión lineal por mínimos cuadrados, que se obtuvo para el cálculo de la viscosidad fue el siguiente

$$\mu_o@Patm = 307.164174 + 0.04684103 \mathbf{Pb} - 29.8897949 \mathbf{API} + 6.29069352 (\mathbf{H2S}) + 0.84944033 (\mathbf{N2}) - 0.02265348 (\mathbf{CO2}) + 1.04350924 (\mathbf{C1-C5}) + 0.82603979 \mathbf{C6} + 5.12427657 \mu_{ob} - 0.39558414 \mu_{od}$$

**Modelo 3C para el cálculo de la viscosidad a condiciones de presión atmosférica correspondiente al rango de densidad 15.1 - 20 °API.**

Con este modelo se llevo a cabo el cálculo de la viscosidad para determinar que tan confiable es en sus predicciones y se comparó con el dato medido de viscosidad obteniéndose el error promedio. Los resultados se muestran en la **gráfica 3.9**.



**Gráfica 3.9.** Porcentaje de error grupo 3C.

De acuerdo a los resultados, para este grupo también observamos errores bastante grandes, la mayoría está por arriba del 50 %, para los 3 casos de este grupo los modelos obtenidos no llevan a cabo una buena predicción de la propiedad.

Para el cuarto grupo se emplearon las propiedades de 30 fluidos de estudios PVT, y está en un rango de densidad de 20.1- 30 °API.

**Caso 4A.** Los datos que se utilizaron para el cálculo del modelo son los que se presentan en la tabla 3.13.

Variable	Intervalo
Pb[lb/pg <sup>2</sup> ]	941.93 - 5289.84
°API	20.87 - 30
H <sub>2</sub> S[% mol]	0.01 - 9.387
N <sub>2</sub> [% mol]	0.01 - 8.87
CO <sub>2</sub> [% mol]	0.01 - 45.925
C <sub>1</sub> - C <sub>5</sub> [% mol]	30.261 - 98.79
C <sub>6+</sub> [% mol]	0.024 - 61.446
μ <sub>o</sub> @Pb[cp]	0.17 - 3.07
μ <sub>o</sub> @Patm[cp]	0.43 - 32.46

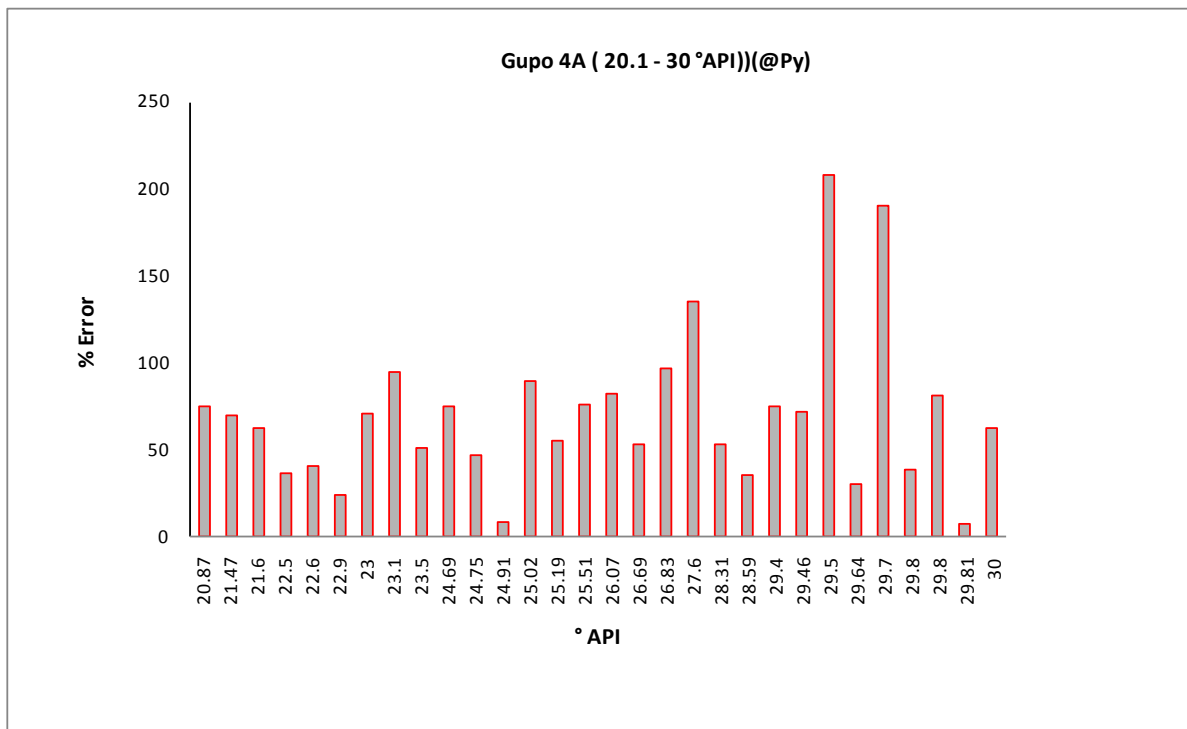
**Tabla 3.13.** Valor de las variables correspondientes a (20.1 - 30°API)(@Py)

El modelo final queda representado de la siguiente manera:

$$\mu_o = - 2.0141257 - 0.0002051Pb + 0.0242412API + 0.125098(H2S) - 0.361265(N2) + 0.078899(CO2) + 0.008730(C1-C5) - 0.0017699C6 + 1.15075\mu_{ob} + 0.00736096\mu_{od}$$

**Modelo 4A para el cálculo de la viscosidad a condiciones de yacimiento correspondiente al rango de densidad 20.1 - 30 °API.**

Con este modelo se llevo a cabo el cálculo de la viscosidad para determinar la confiabilidad de sus predicciones y se comparó con el dato medido obteniéndose el error promedio. Los resultados se muestran en la **gráfica 3.10**.



**Gráfica 3.10. Porcentaje de error grupo 4A.**

Para este grupo de pozos podemos observar que los resultados obtenidos muestran un alto porcentaje de error para el cálculo de la viscosidad a condiciones de presión de yacimiento, por lo que el modelo obtenido no lleva a cabo buenas predicciones de la viscosidad.

**Caso 4B.** Los datos que se utilizaron para el cálculo del modelo son los que se presentan en la tabla 3.14.

Variable	Intervalo
Pb[lb/pg <sup>2</sup> ]	941.93 - 5289.84
°API	20.87 - 30
H <sub>2</sub> S[% mol]	0.01 - 9.387
N <sub>2</sub> [% mol]	0.01 - 8.87
CO <sub>2</sub> [% mol]	0.01 - 45.925
C <sub>1</sub> - C <sub>5</sub> [% mol]	30.261 - 98.79
C <sub>6+</sub> [% mol]	0.024 - 61.446
μ <sub>o</sub> @Py[cp]	0.189 - 3.62
μ <sub>o</sub> @Patm[cp]	0.43 - 32.46

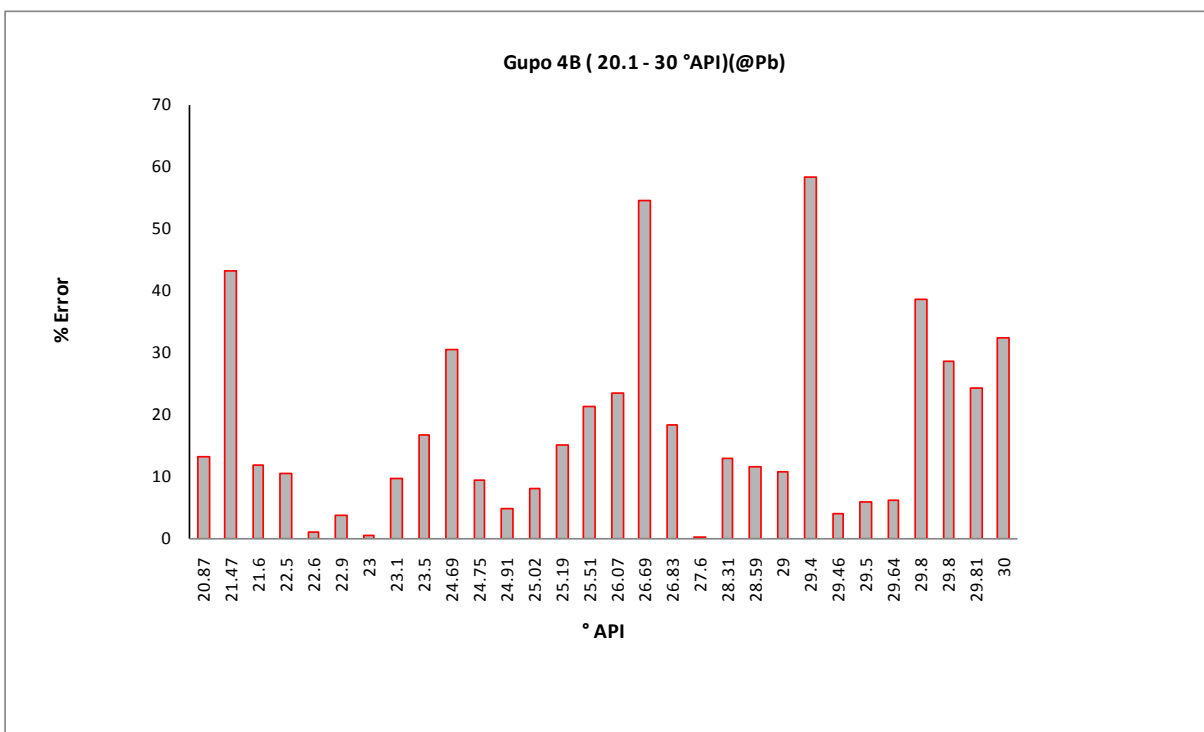
**Tabla 3.14.** Valor de las variables correspondientes a (20.1 - 30°API)(@Pb)

El modelo final queda representado de la siguiente manera:

$$\mu_o@P_b = 7.46327202 + 0.00011972P_b - 0.02518649 \text{ API} - 0.18382283 (\text{H}_2\text{S}) - 0.07546891 (\text{N}_2) - 0.06864082 (\text{CO}_2) - 0.07041093 (\text{C}_1\text{-C}_5) - 0.06990839 \text{C}_6 + 0.71604104 \mu_{ob} + 0.01612781 \mu_{od}$$

**Modelo 4B para el cálculo de la viscosidad a condiciones de presión de burbujeo correspondiente al rango de densidad 20.1 - 30 °API.**

Una vez obtenido el modelo se llevo a cabo el cálculo de la viscosidad para determinar que tan confiable es en sus predicciones y se comparo con el dato medido de viscosidad obteniéndose el error promedio. Los resultados se muestran en la **gráfica 3.11**.



**Gráfica 3.11.** Porcentaje de error grupo 4B.

Para este grupo de pozos podemos observar que los resultados son buenos, a diferencia de los demás grupos, se tienen 13 pozos con un error menor o igual al 10 % y 7 pozos con error menor al 15 %, los pozos restante no presentan errores tan elevados como los

grupos anteriores, se puede decir que para el 50% de los pozos el modelo hace buenas predicciones de la viscosidad.

**Caso 4C.** Los datos que se utilizaron para el cálculo del modelo son los que se presentan en la tabla 3.15

Variable	Intervalo
Pb[lb/pg <sup>2</sup> ]	941.93 - 5289.84
°API	20.87 - 30
H <sub>2</sub> S[% mol]	0.01 - 9.387
N <sub>2</sub> [% mol]	0.01 - 8.87
CO <sub>2</sub> [% mol]	0.01 - 45.925
C <sub>1</sub> - C <sub>5</sub> [% mol]	30.261 - 98.79
C <sub>6+</sub> [% mol]	0.024 - 61.446
μ <sub>o</sub> @P <sub>y</sub> [cp]	0.189 - 3.62
μ <sub>o</sub> @P <sub>b</sub> [cp]	0.17 - 3.07

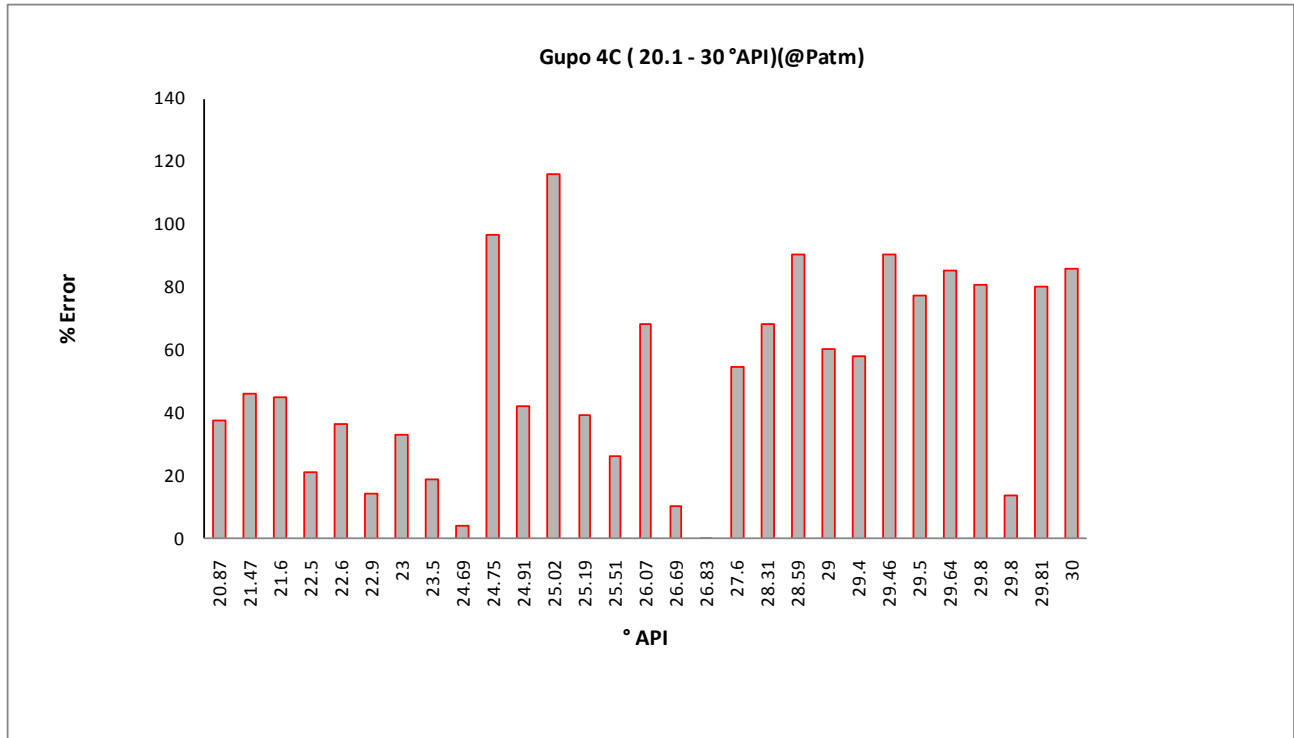
3.15. Valor de las variables correspondientes a (20.1 - 30°API)(@Patm)

El modelo final queda representado de la siguiente manera:

$$\mu_o@Patm = -1871.90056 + 5.0434E-05 Pb - 0.92559965 API + 19.0679605 (H2S) + 18.684637 (N2) + 18.9166344 (CO2) + 18.9749794 (C1-C5) + 18.9936205 C6 + 2.30195056 \mu_{ob} - 0.07722753 \mu_{od}$$

**Modelo 4C para el cálculo de la viscosidad a condiciones de presión atmosférica correspondiente al rango de densidad 20.1 - 30 °API.**

Con el modelo que se obtuvo, se llevó a cabo el cálculo de la viscosidad para determinar que tan confiable es en sus predicciones y se comparó con el dato medido de viscosidad obteniéndose el error promedio. Los resultados se muestran en la **gráfica 3.12**.



**Gráfica 3.12.** Porcentaje de error grupo 4C.

Para este grupo de pozos, podemos observar que los resultados presentan un alto error, a excepción de 3 pozos que presentan un error menor al 10 %, se observa que los pozos que presentan en promedio un mayor error son los de mayor densidad. De acuerdo a los resultados concluimos que el modelo no lleva a cabo buenas predicciones de la viscosidad.

Para el quinto modelo se emplearon las propiedades de 55 fluidos de estudios PVT, este grupo se ordeno según la densidad en °API de cada uno de los aceites, en orden ascendente.



En el grupo 5, se emplearon las propiedades de 56 fluidos de estudios PVT, y está en un rango de densidad  $> 30$  °API.

**Caso 5A.** Los datos que se utilizaron para el cálculo del modelo son los que se muestran en la tabla 3.16.

Variable	Intervalo
Pb[lb/pg <sup>2</sup> ]	449.35 - 5525.75
°API	30.16 - 49.70
H <sub>2</sub> S[% mol]	0.01 - 3.77
N <sub>2</sub> [% mol]	0.0065 - 5.1
CO <sub>2</sub> [% mol]	0.0091 - 55.9
C <sub>1</sub> - C <sub>5</sub> [% mol]	36.85 - 99.95
C <sub>6+</sub> [% mol]	0.01 - 42.35
$\mu_o@Pb$ [cp]	0.058 - 2.114
$\mu_o@Patm$ [cp]	0.255 - 8.485

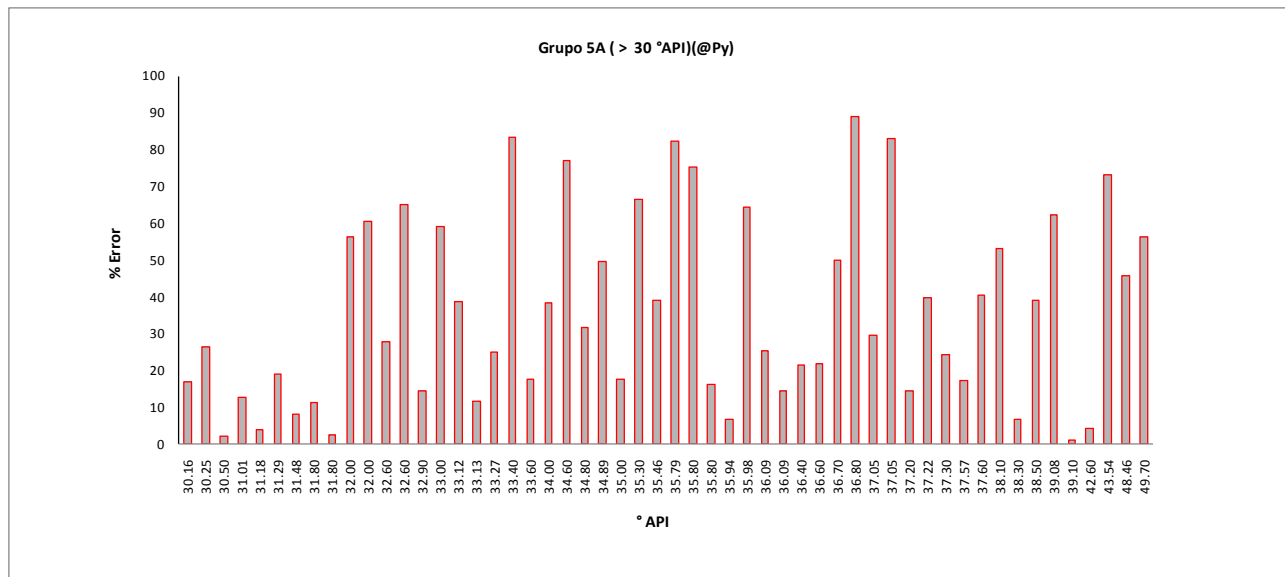
**Tabla 3.16.** Valor de las variables correspondientes a ( $> 30^\circ\text{API}$ )(@Py)

El modelo final queda representado de la siguiente manera:

$$\mu_o = -0.8232212 + 8.6496E-05Pb - 0.008927API - 0.23660613H_2S - 0.03827N_2 + 0.01015548CO_2 + 0.007328C_1-C_5 + 0.00989487C_6 + 1.033754\mu_{ob} + 0.07642188\mu_{od}$$

**Modelo 5A para el cálculo de la viscosidad a condiciones de presión de yacimiento correspondiente al rango de densidad  $> 30$  °API.**

Una vez obtenido el modelo, se llevo a cabo el cálculo de la viscosidad para determinar que tan confiable es en sus predicciones y se comparó con el dato medido de viscosidad obteniéndose el error promedio. Los resultados se muestran en la **gráfica 3.13**.



**Gráfica 3.13.** Porcentaje de error grupo 5A.

Para este grupo se puede observar que para 8 pozos se obtuvo un error menor o igual al 10 % y para 12 pozos un error menor al 20 %, lo cual es aproximadamente la mitad del conjunto de pozos, sin embargo para la otra mitad los errores son muy altos, por lo que el modelo en general no hace buenas predicciones de la viscosidad.

**Caso 5B.** Los datos que se utilizaron para el cálculo del modelo son los que se muestran en la tabla 3.17

Variable	Intervalo
Pb[lb/pg <sup>2</sup> ]	449.35 - 5525.75
°API	30.16 - 49.70
H <sub>2</sub> S[% mol]	0.01 - 3.77
N <sub>2</sub> [% mol]	0.0065 - 5.1
CO <sub>2</sub> [% mol]	0.0091 - 55.9
C <sub>1</sub> - C <sub>5</sub> [% mol]	36.85 - 99.95
C <sub>6+</sub> [% mol]	0.01 - 42.35
μ <sub>o</sub> @Py[cp]	0.063 - 2.25
μ <sub>o</sub> @Patm[cp]	0.255 - 8.485

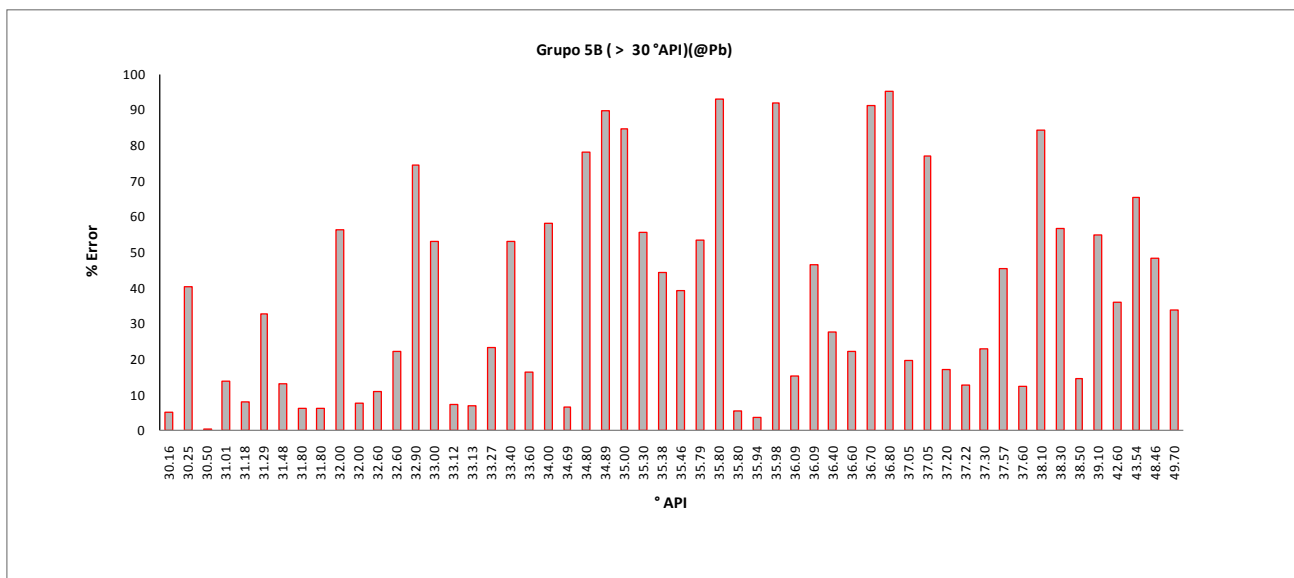
**Tabla 3.17.** Valor de las variables correspondientes a (> 30°API)(@Pb)

El modelo final queda representado de la siguiente manera:

$$\mu_o@Pb = 4.32276E+11 - 3.369E-05Pb - 0.01862896API - 4322755767(H2S) - 4322755766(N2) - 4322755767CO2 - 4322755767(C1-C5) - 4322755767C6 + 0.520517018\mu_{ob} - 0.01383197\mu_{od}$$

**Modelo 5B para el cálculo de la viscosidad a condiciones de presión de burbujeo correspondiente al rango de densidad > 30 °API.**

Con el modelo que se obtuvo, se llevo a cabo el cálculo de la viscosidad para determinar que la confiabilidad de éste en sus predicciones y se comparó con el dato medido de viscosidad obteniéndose el error promedio. Los resultados se muestran en la **gráfica 3.14**



**Gráfica 3.14.** Porcentaje de error grupo 5B.

Para este grupo se puede observar que para 12 pozos se obtuvo un error menor o igual al 10 % (aumento un poco el número de pozos en este rango de error respecto al grupo anterior) y para 9 pozos un error menor al 20 %, lo cual también es aproximadamente la mitad del conjunto de pozos, sin embargo para la otra mitad los errores son muy altos, por lo que el modelo solo hace buenas predicciones de la viscosidad para un 30% de los pozos.

**Caso 5C.** En la tabla 3.18 se muestran los datos que se utilizaron para este modelo.

Variable	Intervalo
Pb[lb/pg <sup>2</sup> ]	449.35 - 5525.75
°API	30.16 - 49.70
H <sub>2</sub> S[% mol]	0.01 - 3.77
N <sub>2</sub> [% mol]	0.0065 - 5.1
CO <sub>2</sub> [% mol]	0.0091 - 55.9
C <sub>1</sub> - C <sub>5</sub> [% mol]	36.85 - 99.95
C <sub>6+</sub> [% mol]	0.01 - 42.35
μ <sub>o</sub> @P <sub>y</sub> [cp]	0.063 - 2.25
μ <sub>o</sub> @P <sub>b</sub> [cp]	0.058 - 2.114

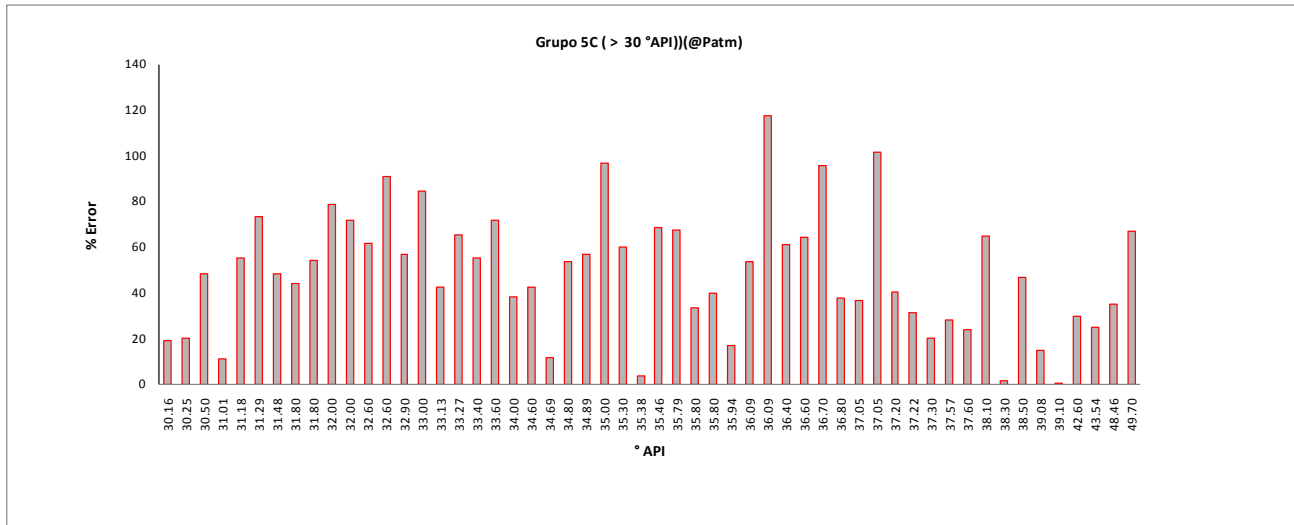
3.18. Valor de las variables correspondientes a (> 30°API)(@Patm)

El modelo final queda representado de la siguiente manera:

$$\begin{aligned} \mu_o@Patm = & -1.41434333 + 0.00017261Pb + 0.005396219API - 0.4530574(H2S) - \\ & 0.24979077 (N2) - 0.00216134(CO2) + 0.007639403(C1-C5) + 0.02538612C6 - \\ & 0.87300154\mu_{ob} + 2.503031987 \mu_{od} \end{aligned}$$

**Modelo 5C para el cálculo de la viscosidad a condiciones de presión atmosférica correspondiente al rango de densidad > 30 °API.**

Con el modelo que se obtuvo, se llevó a cabo el cálculo de la viscosidad y se comparó con el dato medido, obteniéndose el error promedio. Los resultados se muestran en la **gráfica 3.15**



**Gráfica 3.15.** Porcentaje de error grupo 5C.

Como podemos observar, para este grupo solo 3 pozos están por debajo de un error del 10 % y 7 pozos por debajo de un error del 20 %, la mayoría de los pozos restantes están arriba de un error del 40 %, de los tres modelos obtenidos para este grupo, el modelo 5C es el menos confiable para las predicciones de viscosidad, como se ha mencionado anteriormente es necesario analizar las variables involucradas en el modelo así como los datos experimentales empleados en cálculo de los coeficientes.

En total, se obtuvieron 15 modelos que representan todos los rangos de densidad que van desde 6.7 hasta 50 ° API, abarcando más de 100 fluidos de la base de datos PVT. De estos modelos se observó, que el modelo 4B (20.1 - 30 ° API) proporcionó buenos resultados para el 50 % de los pozos y los modelos 5A y 5B hacen buenas predicciones solo para el 25 % de los pozos, contrastando con el grupo 2(10.1 – 15 ° API), cuyos 3 modelos dieron resultados poco satisfactorios; es importante mencionar que los modelos mejoran en los grupos con densidades (°API) más altas. Sin embargo, es importante replantear estos modelos modificando las variables empleadas, así como llevar a cabo un análisis estadístico más robusto de la base de datos empleada, para tratar de mejorar las ecuaciones obtenidas o en su caso buscar otro tipo de solución para el desarrollo de este proyecto. En el siguiente capítulo, se procederá a realizar las graficas de viscosidad respecto a la presión, de los fluidos de cada uno de los pozos por rangos de densidad, analizando el comportamiento de esta propiedad y se planteará una forma funcional ( de varias que se utilizaron) de estas curvas con el objetivo de aplicar una metodología que nos permita obtener una ecuación en forma de línea recta, para el cálculo de la viscosidad, llevando a cabo un manejo diferente de los datos y de esta manera logremos obtener un modelo que nos sirva de herramienta para el cálculo confiable de la viscosidad del aceite a diferentes presiones.

## Capítulo 4. Análisis del Comportamiento de la Viscosidad de Estudios PVT Respecto a la Presión.

### 4.1. Base de datos para el análisis.

Con la información de la base de datos, correspondiente a la propiedad de la viscosidad a condiciones de presión de yacimiento hasta presión atmosférica, se elaboraron las graficas para cada grupo de pozos por rangos de densidad, respecto a la presión y se analizó su comportamiento, a partir de estas graficas, se buscaron varias formas funcionales para obtener un conjunto de líneas rectas lo más cercanas posibles y posteriormente encontrar un modelo basado en la ecuación de una línea recta, que represente este conjunto de rectas y sea una herramienta que nos sirva de base para poder calcular a partir de datos de presión conocidos el valor de viscosidad del aceite, esto sin duda será una herramienta muy útil a falta de datos de campo y de laboratorio.

La información que se empleo para la construcción de las graficas, así como la base datos que se empleo en el capítulo 3, consiste de datos experimentales obtenidos en el laboratorio a partir de muestras representativas de pozos mexicanos. Como se puede observar, el manejo de datos es grande, por lo que es necesario llevar a cabo un análisis estadístico de los mismos, que nos permita reconocer que tanto se desvían las observaciones alrededor de su punto central o media, este análisis no se llevara a cabo en este trabajo debido al tiempo que éste requiere y sobre todo porque desde el inicio de las mediciones en el laboratorio tuvo que haberse aplicado, para cerciorarse que los datos que se estaban obteniendo eran confiables , para este estudio partimos de una base de datos que se conjunto de diversas pruebas elaboradas por varias compañías y se supuso que los datos eran confiables.

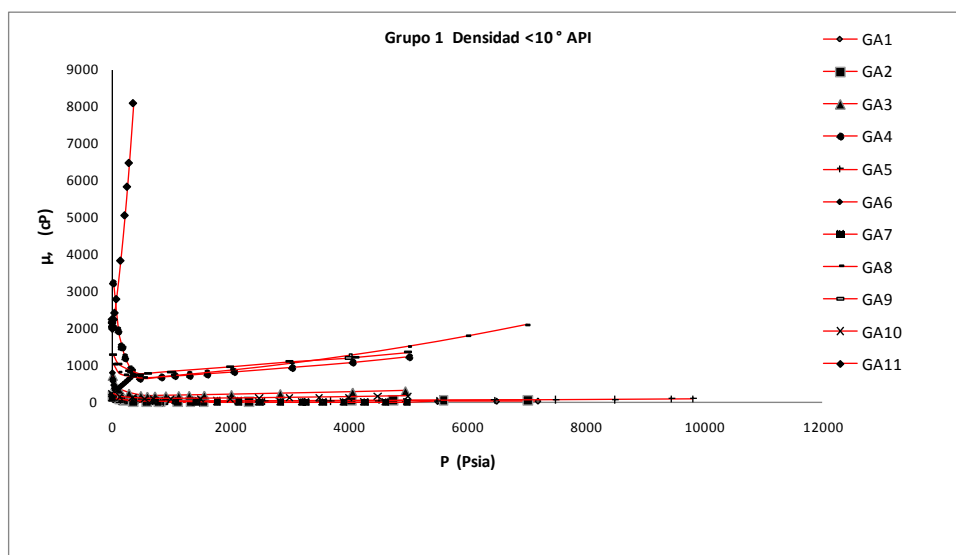
## 4.2. Análisis de la graficas.

### Grupo 1 (Densidad < 10.1 °API)

Para ejemplificar se muestran solo los datos de 3 pozos, ver **tabla 4.1** y las correspondientes graficas de presión vs viscosidad del aceite, de todo el conjunto de pozos se muestran en la **figura 4.1**.

Pozo A1		Pozo A2		Pozo A3	
P(psia)	μ(cP)	P(psia)	μ(cP)	P(psia)	μ(cP)
7200	41.9	7020	68.11	4960	317.01
6500	38.51	5600	57.28	4068	281.6
5500	33.98	4742	51.73	2846	238.95
4950	31.5	4042	47.02	2021	212.03
4027	28	2310	36.82	1562	197.78
2092	22.12	1550	33.11	1307	191.04
1535	20.71	1327	31.85	1130	185.58
1316	20.08	1110	30.79	913	180.42
114	19.6	820	29.48	729	175.63
898	18.7	780	30.3	600	170
671	22.59	590	35.9	490	185.82
556	26.1	365	44.71	291	251.97
408	31.1	210	56.22	125	353.78
290	36.79	132	80.59	58	473.03
160	49.69	15	154.88	15	734.83
15	72.5				

**Tabla 4.1.** Datos de presión y viscosidad del aceite



**Figura 4.1.** Graficas de presión vs viscosidad (Grupo 1)



De forma funcional se encontró, que si dividimos la presión entre la viscosidad como lo muestra la **tabla 4.2** y graficamos respecto a la presión, obtenemos el conjunto de rectas mostrado en la **figura 4.2**

Pozo A1			Pozo A2			Pozo A3		
P(psia)	$\mu$ (cP)	$P/\mu$	P(psia)	$\mu$ (cP)	$P/\mu$	P(psia)	$\mu$ (cP)	$P/\mu$
7200	41.9	171.837709	7020	68.11	103.068566	4960	317.01	15.6461941
6500	38.51	168.787328	5600	57.28	97.7653631	4068	281.6	14.4460227
5500	33.98	161.859918	4742	51.73	91.6682776	2846	238.95	11.9104415
4950	31.5	157.142857	4042	47.02	85.9634198	2021	212.03	9.53167005
4027	28	143.821429	2310	36.82	62.7376426	1562	197.78	7.89766407
2092	22.12	94.5750452	1550	33.11	46.8136515	1307	191.04	6.84149916
1535	20.71	74.1187832	1327	31.85	41.6640502	1130	185.58	6.08901821
1316	20.08	65.5378486	1110	30.79	36.0506658	913	180.42	5.06041459
114	19.6	5.81632653	820	29.48	27.8154681	729	175.63	4.15077151
898	18.7	48.0213904	780	30.3	25.7425743	600	170	3.52941176
671	22.59	29.7034086	590	35.9	16.4345404	490	185.82	2.6369605
556	26.1	21.302682	365	44.71	8.16372176	291	251.97	1.15489939
408	31.1	13.1189711	210	56.22	3.73532551	125	353.78	0.35332693
290	36.79	7.88257679	132	80.59	1.63792034	58	473.03	0.12261379
160	49.69	3.21996378	15	154.88	0.09684917	15	734.83	0.02041288
15	72.5	0.20689655						

Tabla 4.2. Datos de presión/viscosidad del aceite.

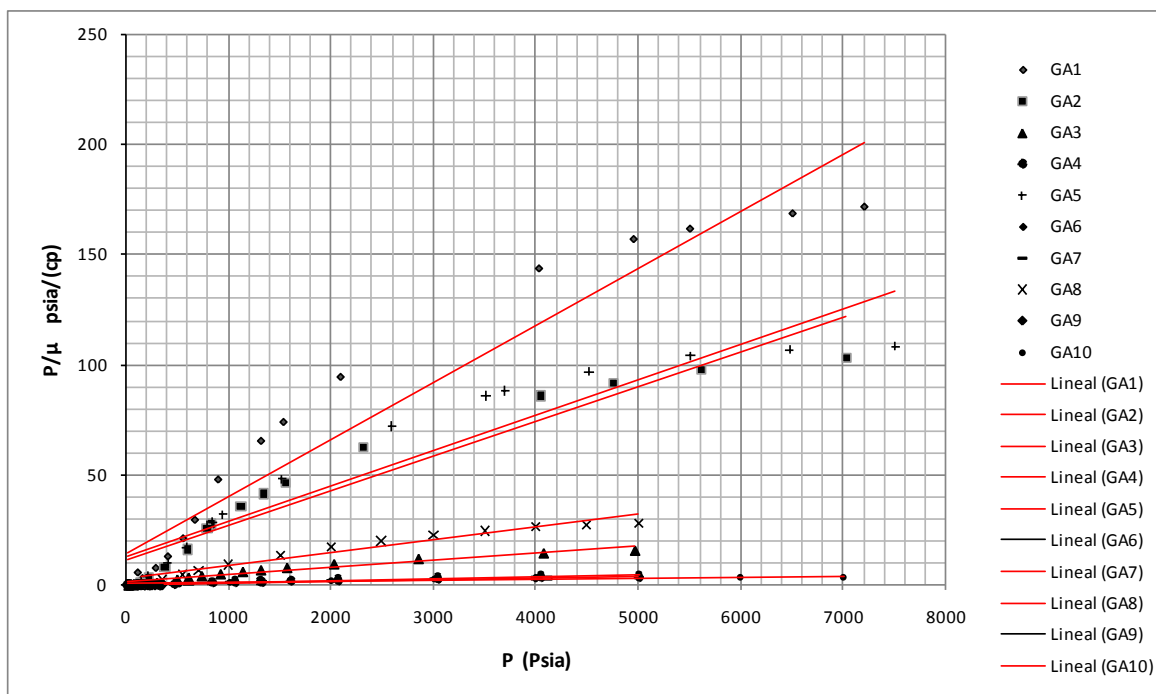


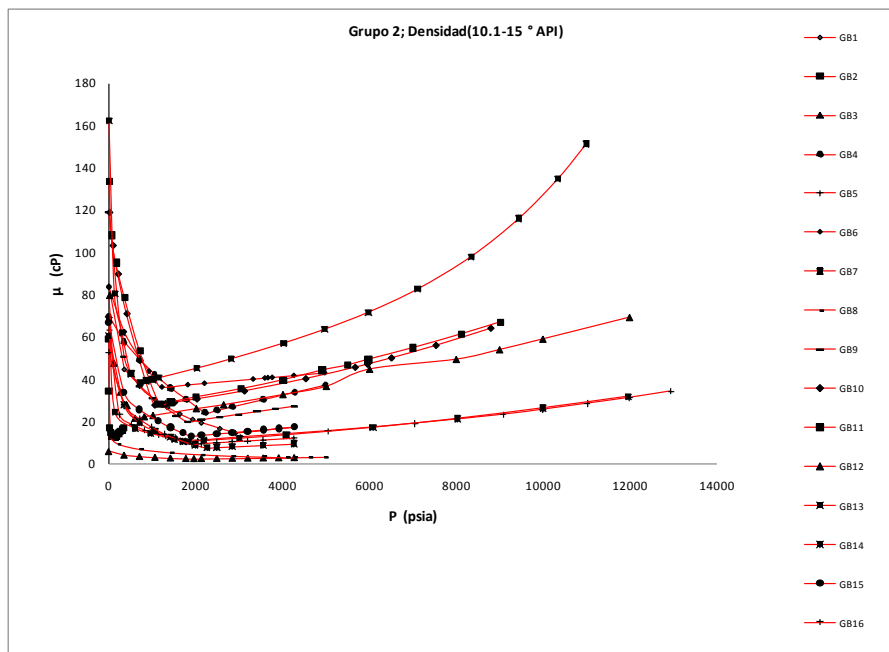
Figura 4.2. Graficas de presión en función de la viscosidad ( $p/\mu$ ) vs presión.

**Grupo 2 (rango de densidad 10.1 - 15 °API)**

Para este grupo de pozos se muestran los datos de 3 pozos en la **tabla 4.3** y la gráfica de presión vs viscosidad de todo el conjunto se muestra en la **figura 4.3**.

Pozo GB1		Pozo GB2		Pozo GB3	
P (psia)	$\mu$ (cp)	P (psia)	$\mu$ (cp)	P (psia)	$\mu$ (cp)
4266	17.18	351.5	17.287	4266	3.0149
3910.5	16.47	319.2	16.421	3910.5	2.9413
3555	15.75	281.2	15.664	3555	2.8678
3199.5	15.04	247.5	14.696	3199.5	2.7942
2915.1	14.47	220.8	14.292	2844	2.7206
2559.6	16.55	193.3	13.557	2488.5	2.6471
2133	19.29	157.6	12.992	2133	2.5735
1933.92	20.91	154.7	12.872	1962.36	2.5382
1635.3	23.54	120	13.383	1777.5	2.6003
1350.9	26.61	90	13.597	1422	2.8404
1066.5	30.38	60	14.857	1066.5	3.1406
711	36.73	30	17.136	711	3.5803
355.5	44.6	10	34.793	355.5	4.2453
0	84.02	1.04	59.172	0	6

**Tabla 4.3.** Datos de presión y viscosidad del aceite



**Figura 4.3.** Graficas de presión vs viscosidad (Grupo 2).

De forma funcional se encontró que si dividimos la presión entre la viscosidad, ver **tabla 4.4** y graficamos respecto a la presión, obtenemos el conjunto de rectas mostrado en la **figura 4.4**.

Pozo GB1			Pozo GB2			Pozo GB3		
P (psia)	$\mu$ (cp)	$P/\mu$	P (psia)	$\mu$ (cp)	$P/\mu$	P (psia)	$\mu$ (cp)	$P/\mu$
4266	17.18	248.3120	351.5	17.287	20.3332	4266	3.0149	1414.9723
3910.5	16.47	237.4317	319.2	16.421	19.4385	3910.5	2.9413	1329.5142
3555	15.75	225.7143	281.2	15.664	17.9520	3555	2.8678	1239.6262
3199.5	15.04	212.7327	247.5	14.696	16.8413	3199.5	2.7942	1145.0505
2915.1	14.47	201.4582	220.8	14.292	15.4492	2844	2.7206	1045.3576
2559.6	16.55	154.6586	193.3	13.557	14.2583	2488.5	2.6471	940.0854
2133	19.29	110.5754	157.6	12.992	12.1305	2133	2.5735	828.8323
1933.92	20.91	92.4878	154.7	12.872	12.0183	1962.36	2.5382	773.1306
1635.3	23.54	69.4690	120	13.383	8.9666	1777.5	2.6003	683.5750
1350.9	26.61	50.7666	90	13.597	6.6191	1422	2.8404	500.6337
1066.5	30.38	35.1053	60	14.857	4.0385	1066.5	3.1406	339.5848
711	36.73	19.3575	30	17.136	1.7507	711	3.5803	198.5867
355.5	44.6	7.9709	10	34.793	0.2874	355.5	4.2453	83.7397
0	84.02	0.0000	1.04	59.172	0.0175	0	6	0.0000

Tabla 4.4. Datos de presión/viscosidad del aceite.

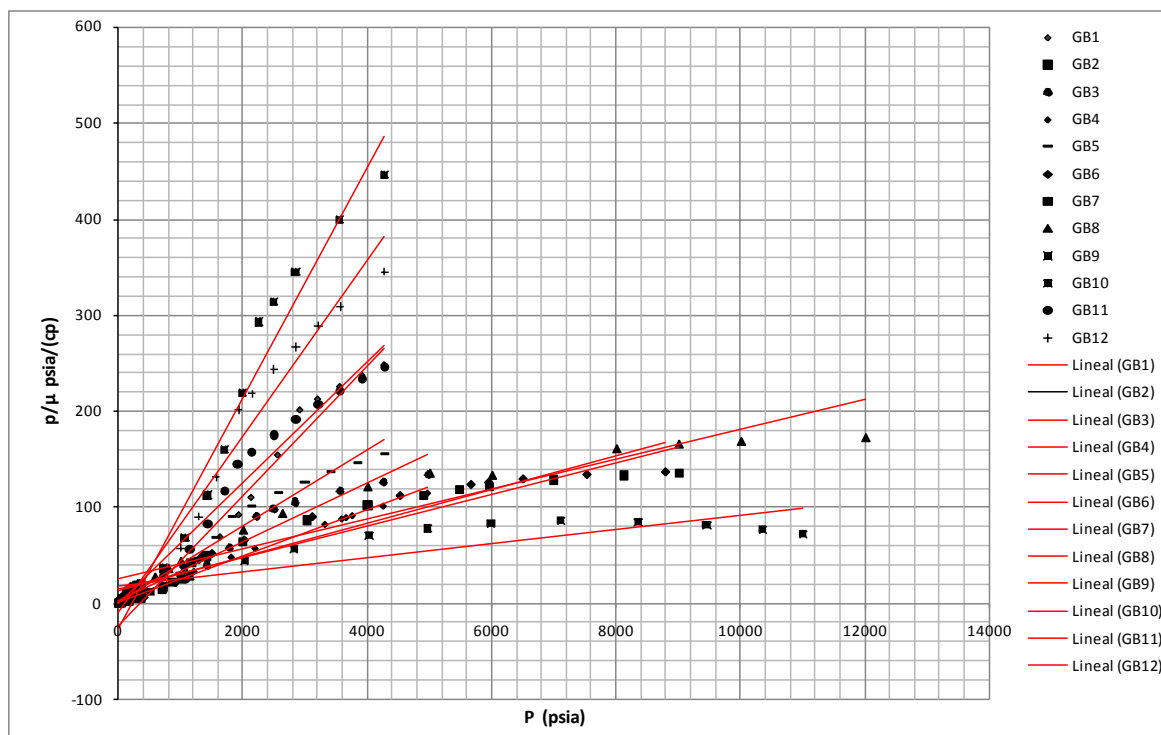


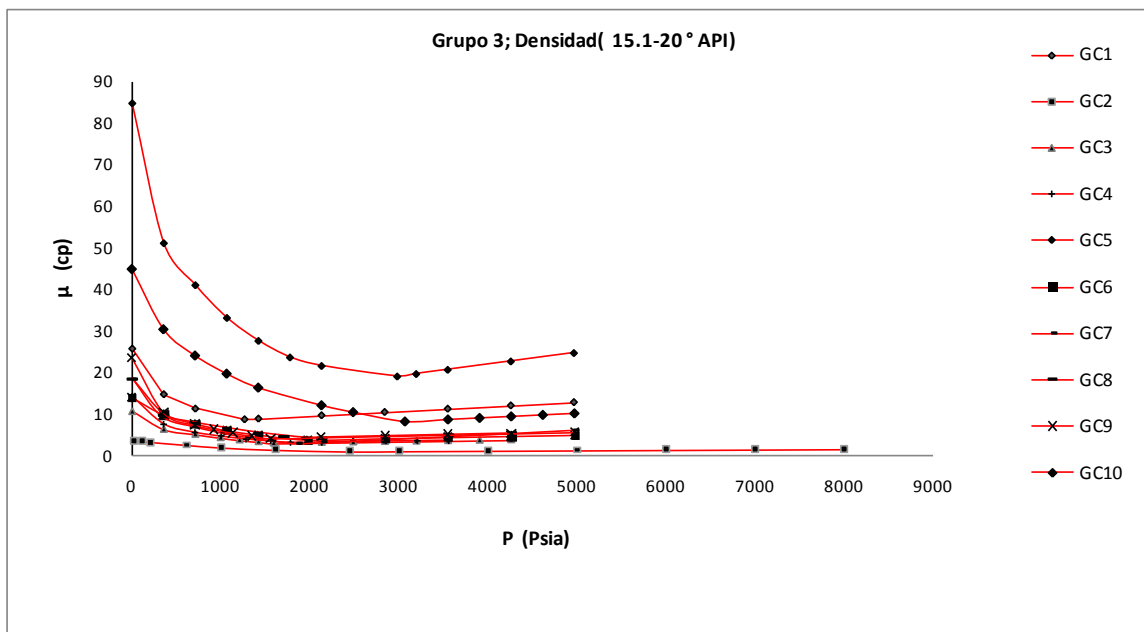
Figura 4.4. Graficas de presión en función de la viscosidad ( $p/\mu$ ) vs presión.

**Grupo 3 (rango de densidad 15.1 - 20 °API)**

En la **tabla 4.5** se muestran los datos de 3 pozos y en la **figura 4.5** se muestran las curvas de viscosidad vs presión de todo este grupo.

Pozo GC1		Pozo GC2		Pozo GC3	
P(psia)	μ(cp)	P(psia)	μ(cp)	P(psia)	μ(cp)
8000	1.55	3555	3.65	4977	24.84
7000	1.46	3199.5	3.54	4266	22.82
6000	1.37	2844	3.44	3555	20.8
5000	1.27	2488.5	3.33	3199.5	19.79
4000	1.18	2133	3.23	2986.2	19.19
3000	1.08	1777.5	3.12	2133	21.73
2441	1.02	1564.2	3.43	1777.5	23.78
1600	1.39	1279.8	3.94	1422	27.77
1000	1.91	995.4	4.63	1066.5	33.3
600	2.53	711	5.54	711	41.19
200	3.20	355.5	7.56	355.5	51.3
100	3.40	0	14.2	0	85
14.7	3.59				

**Tabla 4.5.** Datos de presión y viscosidad del aceite.



**Figura 4.5.** Graficas de presión vs viscosidad (Grupo3).

De forma funcional se encontró, que si dividimos la presión entre la viscosidad, ver **tabla 4.6** y graficamos respecto a la presión, obtenemos el conjunto de rectas mostrado en la **figura 4.6**.

Pozo GC1			Pozo GC2			Pozo GC3		
P(psia)	$\mu$ (cp)	$P/\mu$	P(psia)	$\mu$ (cp)	$P/\mu$	P(psia)	$\mu$ (cp)	$P/\mu$
8000	1.55	5161.29	3555	3.65	973.97	4977	24.84	200.36
7000	1.46	4794.52	3199.5	3.54	903.81	4266	22.82	186.94
6000	1.37	4395.60	2844	3.44	826.74	3555	20.8	170.91
5000	1.27	3937.01	2488.5	3.33	747.30	3199.5	19.79	161.67
4000	1.18	3404.26	2133	3.23	660.37	2986.2	19.19	155.61
3000	1.08	2777.78	1777.5	3.12	569.71	2133	21.73	98.16
2441	1.02	2398.31	1564.2	3.43	456.03	1777.5	23.78	74.75
1600	1.39	1147.78	1279.8	3.94	324.82	1422	27.77	51.21
1000	1.91	522.25	995.4	4.63	214.99	1066.5	33.3	32.03
600	2.53	237.17	711	5.54	128.34	711	41.19	17.26
200	3.20	62.48	355.5	7.56	47.02	355.5	51.3	6.93
100	3.40	29.38	0	14.2	0.00	0	85	0.00
14.7	3.59	4.10						

Tabla 4.6. Datos de presión/viscosidad del aceite.

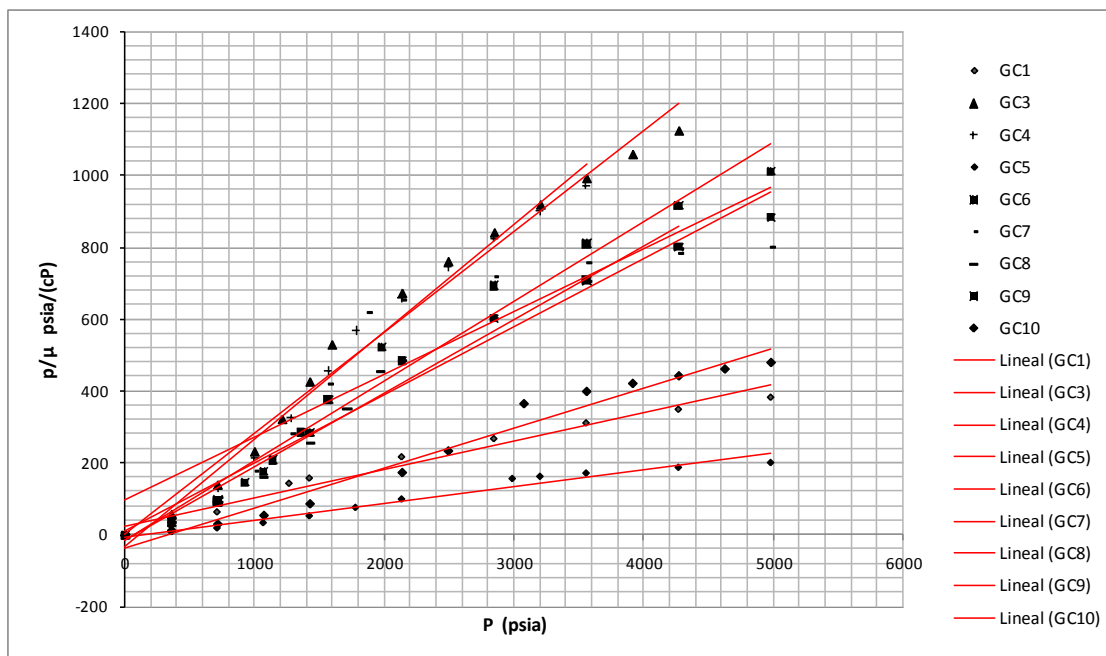


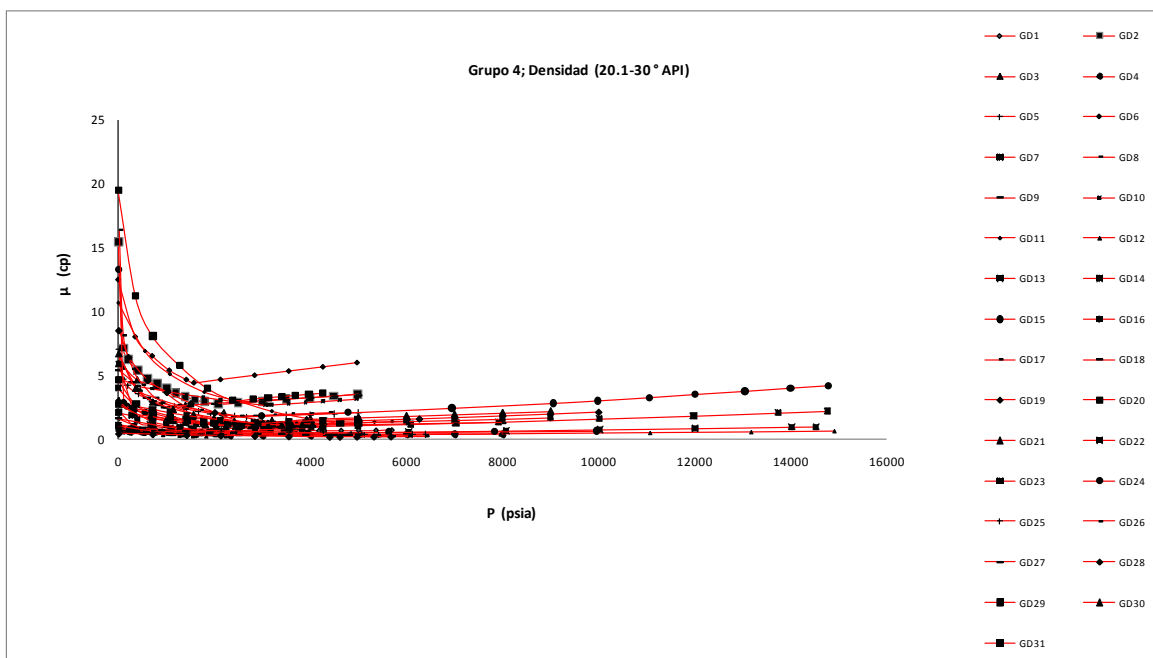
Figura 4.6. Graficas de presión en función de la viscosidad ( $p/\mu$ ) vs presión.

**Grupo 4 (rango de densidad 20.1 - 30 °API)**

Para este grupo de pozos se muestran los datos de 3 pozos en la **tabla 4.7** y la gráfica de presión vs viscosidad de todo el conjunto se muestra en la **figura 4.7**.

Pozo GD1		Pozo GD1		Pozo GD3	
P(psia)	$\mu$ (cp)	P(psia)	$\mu$ (cp)	P(psia)	$\mu$ (cp)
5688	0.720	9000	2.190	8000	0.410
5360.94	0.700	8000	2.070	7000	0.390
4998.33	0.697	7000	1.945	6000	0.370
4635.72	0.685	6000	1.820	5000	0.350
4280.22	0.674	5000	1.710	4000	0.333
4173.57	0.670	4000	1.600	3000	0.315
3697.2	0.720	3200	1.438	2330	0.303
3128.4	0.870	2200	2.038	1600	0.399
2559.6	0.950	1400	2.624	1000	0.532
1990.8	1.114	800	4.137	500	0.569
1422	1.231	400	4.618	250	0.607
711	1.641	100	5.694	100	0.687
0	3.0	14.696	5.917	14.696	0.761

**Tabla 4.7.** Datos de presión y viscosidad del aceite.

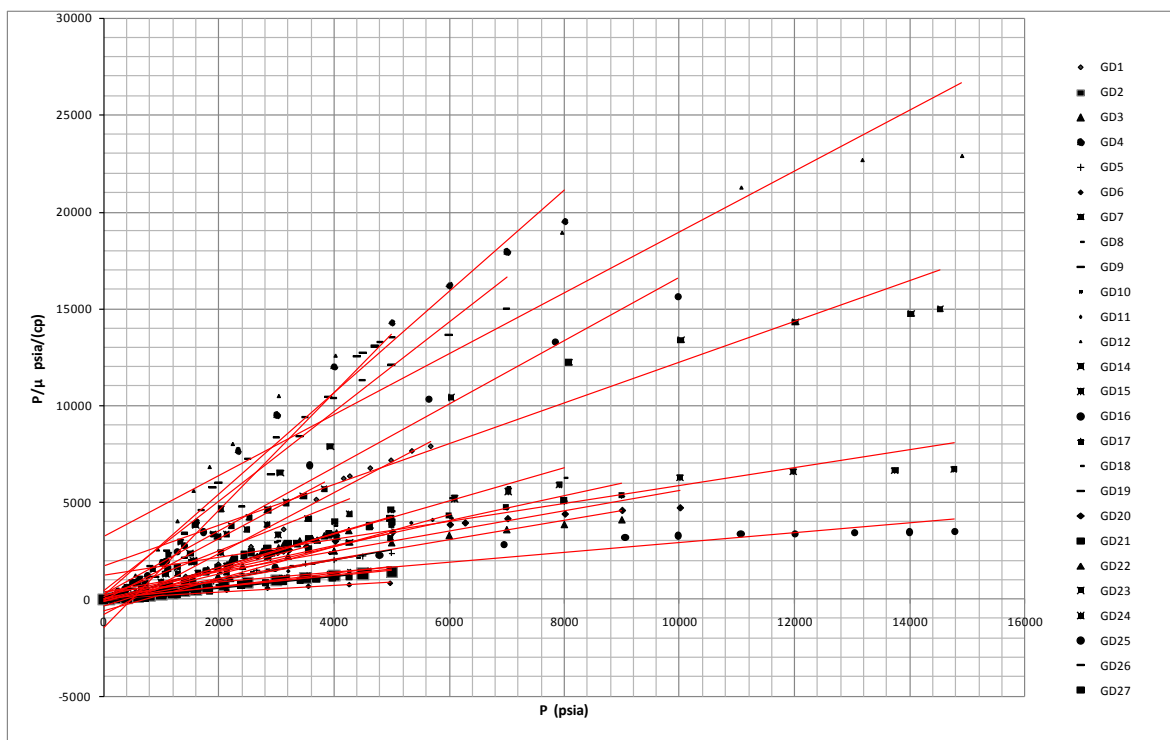


**Figura 4.7.** Graficas de presión vs viscosidad (Grupo 4).

De forma funcional se encontró, que si dividimos la presión entre la viscosidad, ver **tabla 4.8** y graficamos respecto a la presión, obtenemos el conjunto de rectas mostrado en la **figura 4.8**.

Pozo GD1			Pozo GD1			Pozo GD3		
P(psia)	$\mu$ (cp)	$P/\mu$	P(psia)	$\mu$ (cp)	$P/\mu$	P(psia)	$\mu$ (cp)	$P/\mu$
5688	0.720	7901.097	9000	2.190	4109.589	8000	0.410	19512.195
5360.94	0.700	7658.486	8000	2.070	3864.734	7000	0.390	17948.718
4998.33	0.697	7173.263	7000	1.945	3598.972	6000	0.370	16216.216
4635.72	0.685	6768.463	6000	1.820	3296.703	5000	0.350	14285.714
4280.22	0.674	6351.417	5000	1.710	2923.977	4000	0.333	12012.012
4173.57	0.670	6231.069	4000	1.600	2500.000	3000	0.315	9523.810
3697.2	0.720	5135.713	3200	1.438	2226.087	2330	0.303	7682.163
3128.4	0.870	3596.275	2200	2.038	1079.490	1600	0.399	4006.009
2559.6	0.950	2694.599	1400	2.624	533.537	1000	0.532	1881.114
1990.8	1.114	1787.555	800	4.137	193.396	500	0.569	878.580
1422	1.231	1155.252	400	4.618	86.616	250	0.607	412.133
711	1.641	433.272	100	5.694	17.562	100	0.687	145.539
0	3.0	0.0	14.696	5.917	2.484	14.696	0.761	19.304

**Tabla 4.8.** Datos de presión/viscosidad del aceite.



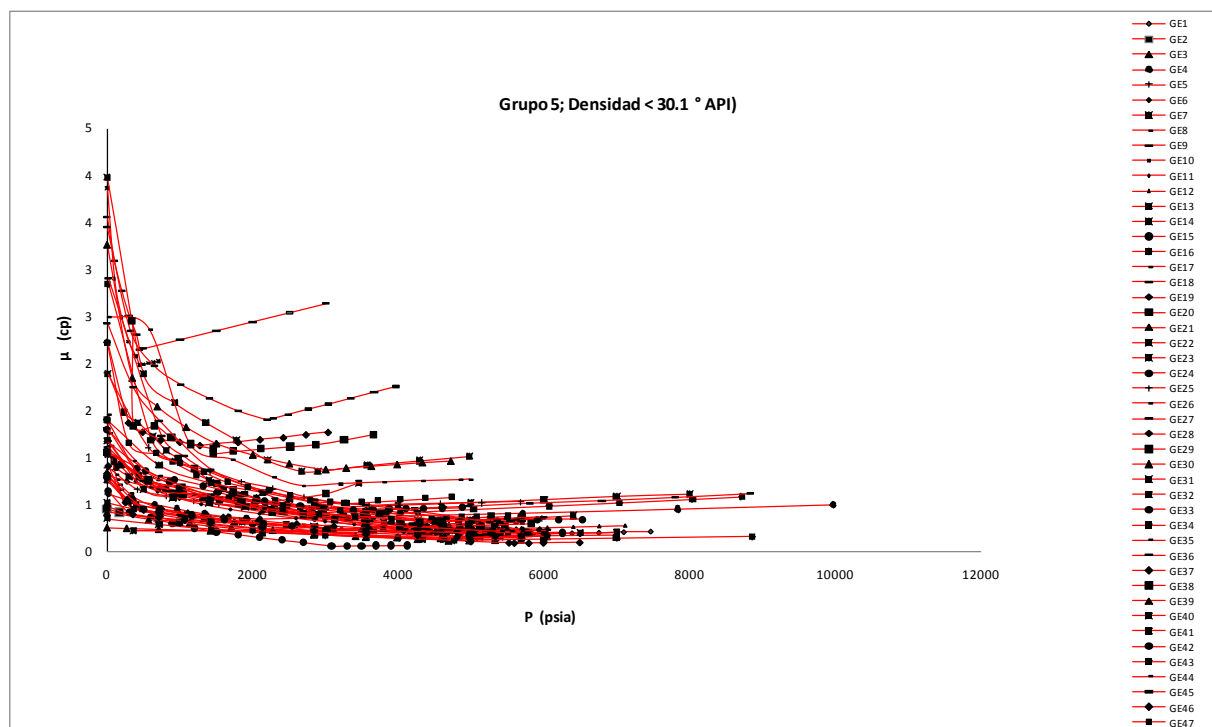
**Figura 4.8.** Graficas de presión en función de la viscosidad ( $p/\mu$ ) vs presión.

**Grupo 5 (rango de densidad < 30 °API).**

Este grupo es el que contiene el mayor número de pozos, así como la densidad °API más alta. En la **tabla 4.9** se muestran los datos de 3 pozos y en la **figura 4.9** se muestran las curvas de viscosidad vs presión de todo este grupo.

Pozo GE1		Pozo GE1		Pozo GE1	
P(psia)	μ(cp)	P(psia)	μ(cp)	P(psia)	μ(cp)
5688	0.1681	5688	0.1261	9969	0.496
5332.5	0.1631	5332.5	0.1221	7839	0.449
4977	0.158	4977	0.1181	5709	0.405
4834.8	0.156	4692.6	0.1149	3579	0.367
4266	0.1832	4266	0.1328	2095	0.342
3555	0.2152	3555	0.1537	1913	0.353
2844	0.2489	2844	0.1786	1663	0.365
2133	0.2818	2133	0.202	1343	0.396
1422	0.3122	1422	0.2213	953	0.451
711	0.3561	711	0.2376	648	0.501
170.64	0.4168	270.18	0.2473	263	0.553
0	0.45	0	0.255	13	0.613

**Tabla 4.9.** Datos de presión y viscosidad del aceite.



**Figura 4.9.** Graficas de presión vs viscosidad (Grupo 5).



De la misma forma funcional que los grupos anteriores, se encontró que si dividimos la presión entre la viscosidad, ver **tabla 4.10** y graficamos respecto a la presión, obtenemos el conjunto de rectas mostrado en la **figura 4.10**.

Pozo GE1			Pozo GE1			Pozo GE1		
P(psia)	$\mu$ (cp)	P/ $\mu$	P(psia)	$\mu$ (cp)	P/ $\mu$	P(psia)	$\mu$ (cp)	P/ $\mu$
5688	0.1681	33837.002	5688	0.1261	45107.058	9969	0.496	20098.790
5332.5	0.1631	32694.666	5332.5	0.1221	43673.219	7839	0.449	17458.797
4977	0.158	31500.000	4977	0.1181	42142.252	5709	0.405	14096.296
4834.8	0.156	30992.308	4692.6	0.1149	40840.731	3579	0.367	9752.044
4266	0.1832	23286.026	4266	0.1328	32123.494	2095	0.342	6125.731
3555	0.2152	16519.517	3555	0.1537	23129.473	1913	0.353	5419.263
2844	0.2489	11426.276	2844	0.1786	15923.852	1663	0.365	4556.164
2133	0.2818	7569.198	2133	0.202	10559.406	1343	0.396	3391.414
1422	0.3122	4554.773	1422	0.2213	6425.667	953	0.451	2113.082
711	0.3561	1996.630	711	0.2376	2992.424	648	0.501	1293.413
170.64	0.4168	409.405	270.18	0.2473	1092.519	263	0.553	475.588
0	0.45	0.000	0	0.255	0.000	13	0.613	21.207

Tabla 4.10. Datos de presión/viscosidad del aceite.

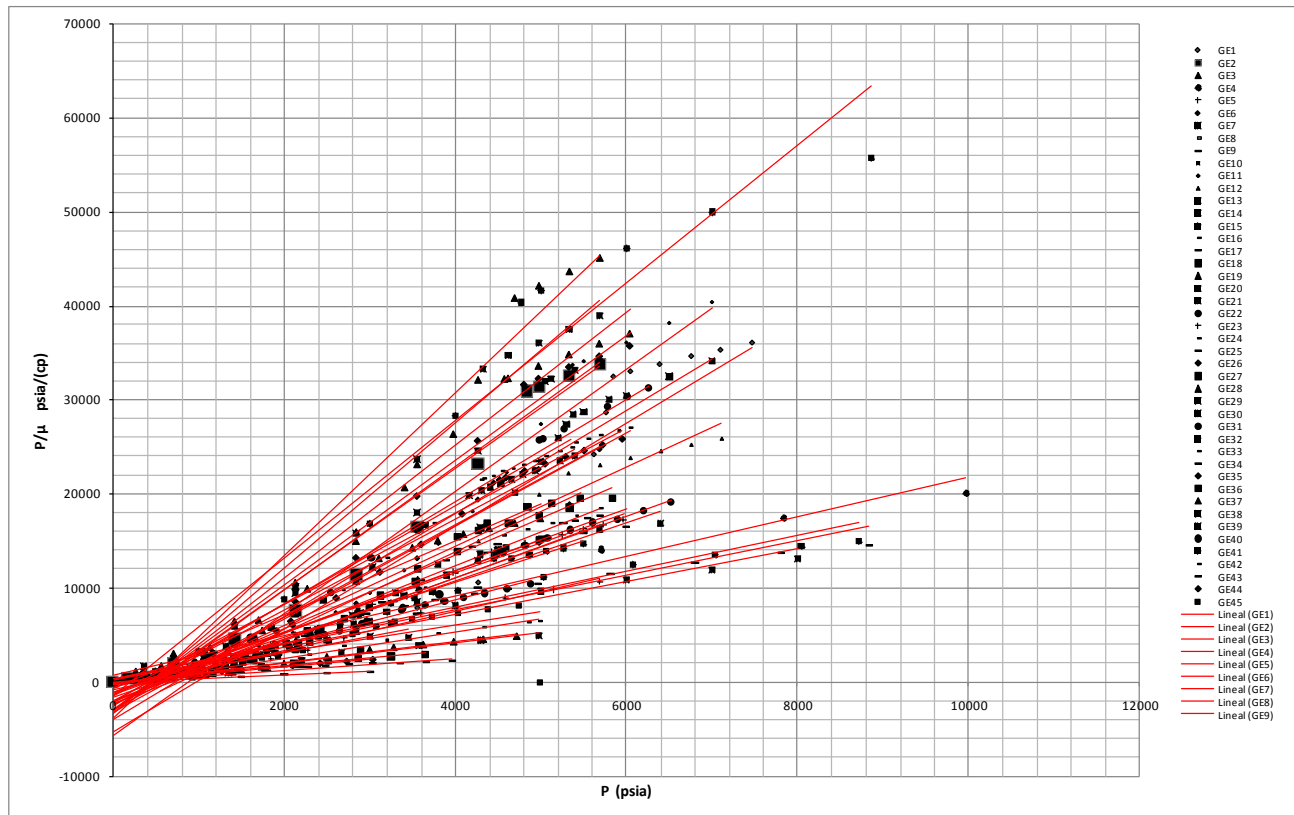


Figura 4.10. Graficas de presión en función de la viscosidad ( $p/\mu$ ) vs presión.

En este capítulo, se presentó una forma funcional de mostrar cada conjunto de curvas de todos los grupos, con el objetivo de aplicar una metodología que nos permita encontrar un modelo para cada grupo basado en la ecuación de la línea recta y analizar los resultados que nos predice cada modelo para determinar la confiabilidad del mismo. La obtención de este tipo de ecuaciones para el cálculo de las propiedades de los fluidos (Aceite-Gas) producidos en México, constituye una herramienta valiosa cuando no se cuenta con datos de campo. En el siguiente capítulo, se analizará un caso de estudio, en el cual en base a la metodología aplicada, se obtendrá un modelo matemático para el cálculo de la viscosidad del aceite a diferentes valores de presión, y en base a los resultados, se obtendrá el error promedio, determinando así la confiabilidad de la ecuación propuesta. El conjunto de pozos que se analizará es el correspondiente al grupo 2, ya que por cuestiones de tiempo y por las características que éste presenta es el más propicio para aplicar dicha metodología. Es importante mencionar que ésta, es sólo una parte del trabajo que se desarrollará, ya que la aplicación de esta técnica a los demás grupos de pozos se hará en un futuro inmediato como parte de un proyecto integral.

## 5. Caso de Estudio

Como se mencionó en el capítulo 3, en esta sección se aplicará otra metodología, para encontrar un modelo matemático con el cual se pueda calcular la viscosidad del aceite a condiciones de presión de yacimiento hasta la presión atmosférica. En este caso, se elaborará el modelo en función de la composición del fluido, ya que ésta influye de manera directa en el cálculo de la propiedad. Se considerará por cuestiones de tiempo únicamente el grupo 3 cuyo rango de densidad va de 15.1 – 20 °API. Con el modelo obtenido se harán cálculos de la propiedad para diferentes pozos y se analizará el error promedio, para determinar que tan confiable es en sus predicciones. La ecuación a determinar, se desarrollará bajo una serie de supuestos que nos permitirá encontrar mediante una forma funcional, un modelo basado en la ecuación de una línea recta; es importante mencionar que el trabajo aquí presentado, es una alternativa de muchas otras que pueden presentarse, sin perder de vista el objetivo principal que es; Crear modelos matemáticos o correlaciones que nos permitan predecir de manera confiable propiedades de los fluidos como los que se analizan en este trabajo, que son los aceites producidos en México, en donde conocer la viscosidad (propiedad que nos compete), sobre todo de aceites pesados, es de primordial importancia para entender el comportamiento que estos presentan y por consiguiente, saber cómo manejar y transportar estos fluidos, asegurando su flujo y por lo tanto su producción, lo cual actualmente es un desafío para la industria petrolera nacional, ya que aproximadamente el 60 % de los aceites producidos son pesados.

## 5.1 Desarrollo del Modelo

El grupo que se va a analizar consta de 10 pozos, los cuales son aceites pesados cuya densidad va de los 15.1 °API a los 20 °API y se presenta en la **tabla 5.1**.

Pozo	° API	H2S (% mol)	N2(% mol)	CO2(% mol)	C1 - C5(% mol)	C6+(% mol)
G3A	15.12	0.358	0.489	0.86	39.27	59.023
G3B	15.97	1.502	0.453	2.13	45.58	50.335
G3C	16.11	0.659	1.228	1.605	50.181	46.327
G3D	17.26	0.01	0.335	0.447	47.396	51.812
G3E	17.64	4.354	0.277	6.055	46.527	42.787
G3F	18.33	2.079	0.501	1.663	56.626	39.131
G3G	18.35	0.387	0.249	0.518	35.783	63.063
G3H	18.67	1.18	0.223	2.111	54.001	42.485
G3I	19.29	1.037	0.189	1.405	50.507	46.862
G3J	19.69	0.0337	2.28	0.67	43.5903	53.426

**Tabla 5.1.** Información de la composición de los pozos grupo 3.

Cabe mencionar, que este grupo está constituido de 14 pozos, sin embargo únicamente se están considerando 10, debido a que sólo estos pozos, cuentan con su reporte de viscosidad medida a diferentes presiones, esta información es indispensable ya que en base a ella se estará desarrollando parte del modelo y posteriormente se llevara a cabo la comparación de los resultados obtenidos con la curvas reportadas, las cuales se muestran en la **gráfica 5.1**.

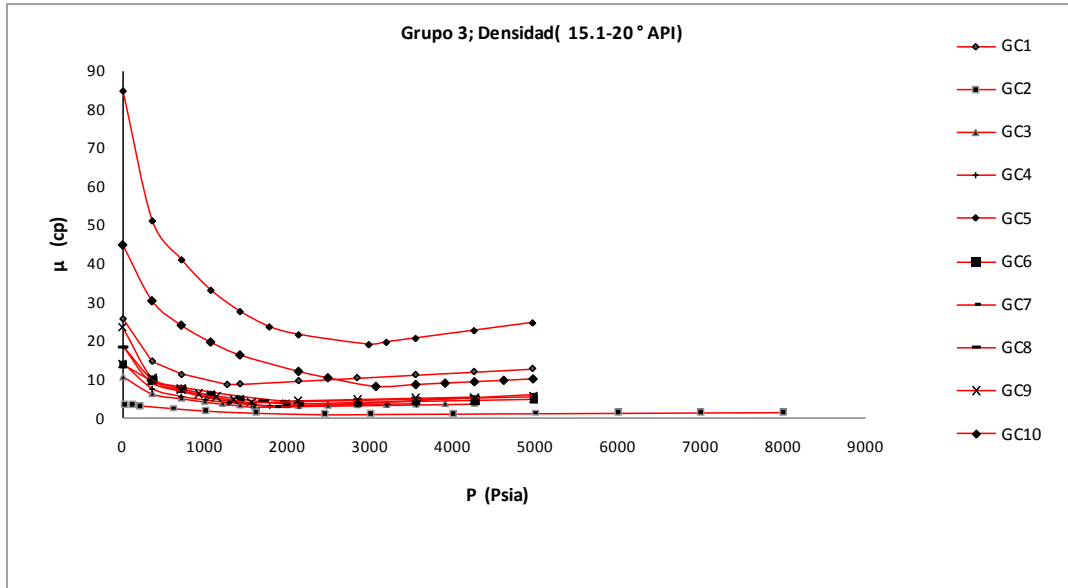


Figura 5.1 Gráfica de presión vs viscosidad (Grupo 3).

Para el análisis, tenemos que buscando varias formas funcionales, se encontró que si la relación de  $p/\mu$  de cada aceite (tabla 5.2) es graficada respecto a la presión, como se muestra en la figura 5.2, un conjunto de líneas rectas cercanas es obtenido.

Pozo GC1			Pozo GC2			Pozo GC3		
P(psia)	μ(cp)	P/μ	P(psia)	μ(cp)	P/μ	P(psia)	μ(cp)	P/μ
8000	1.55	5161.29	3555	3.65	973.97	4977	24.84	200.36
7000	1.46	4794.52	3199.5	3.54	903.81	4266	22.82	186.94
6000	1.37	4395.60	2844	3.44	826.74	3555	20.8	170.91
5000	1.27	3937.01	2488.5	3.33	747.30	3199.5	19.79	161.67
4000	1.18	3404.26	2133	3.23	660.37	2986.2	19.19	155.61
3000	1.08	2777.78	1777.5	3.12	569.71	2133	21.73	98.16
2441	1.02	2398.31	1564.2	3.43	456.03	1777.5	23.78	74.75
1600	1.39	1147.78	1279.8	3.94	324.82	1422	27.77	51.21
1000	1.91	522.25	995.4	4.63	214.99	1066.5	33.3	32.03
600	2.53	237.17	711	5.54	128.34	711	41.19	17.26
200	3.20	62.48	355.5	7.56	47.02	355.5	51.3	6.93
100	3.40	29.38	0	14.2	0.00	0	85	0.00
14.7	3.59	4.10						

Tabla 5.2. Cálculo de  $p/\mu$  para tres pozos del grupo 3.

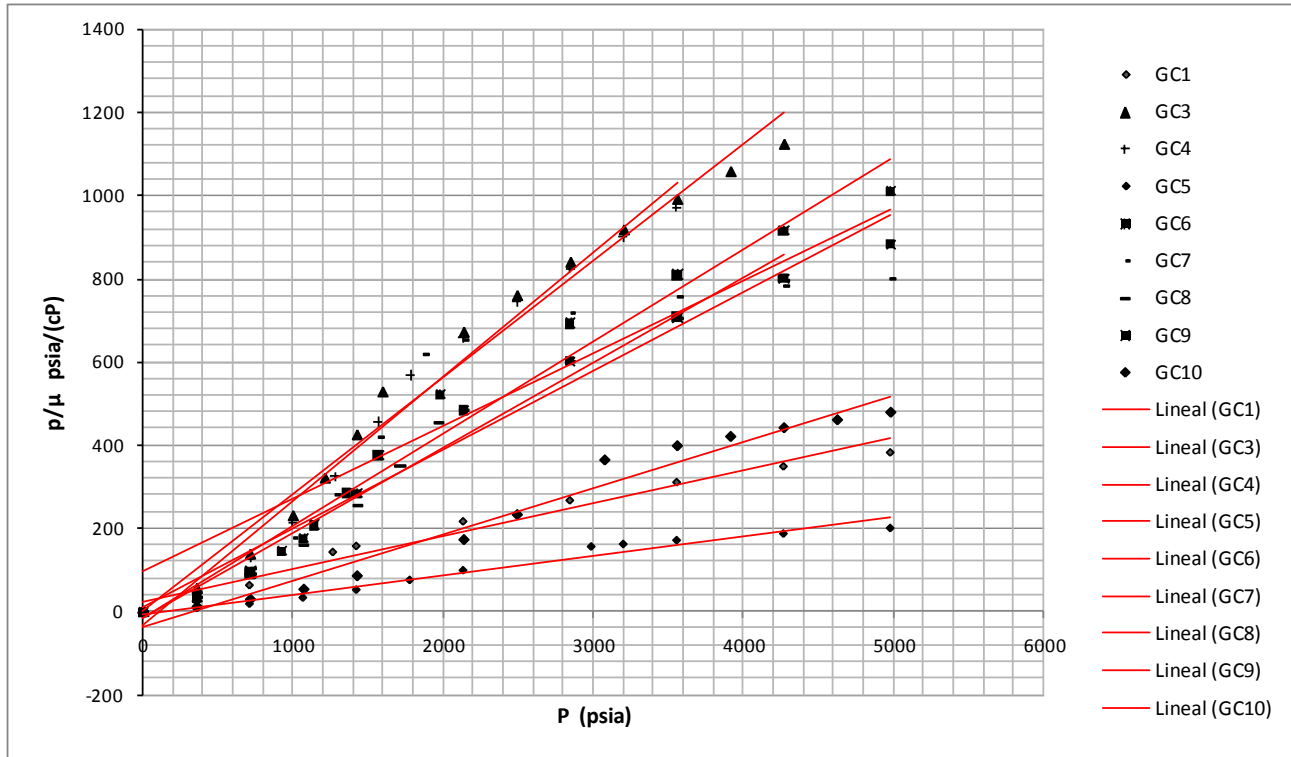


Figura 5.2. Gráfica de presión/viscosidad vs presión (Grupo3).

Si analizamos una curva de presión vs viscosidad de uno de los pozos de este estudio, tenemos una curva como la que se muestra en la figura 5.3.

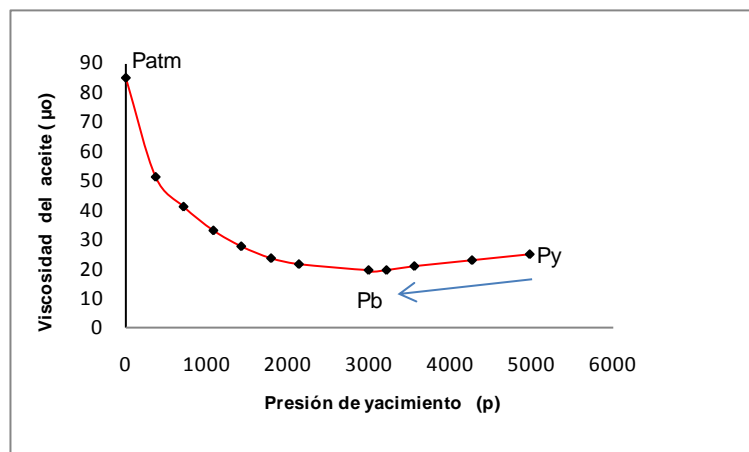


Figura 5.3. Gráfica de presión vs viscosidad (Temperatura constante).

En el yacimiento, la temperatura se puede considerar casi constante, por lo que la viscosidad es sólo dependiente de la presión y muestra un comportamiento como el observado en la figura 5.3. En la presión inicial ( $P_y$ ), tenemos la máxima viscosidad cuando el aceite está bajosaturado, conforme la presión disminuye, la viscosidad también lo hace, hasta llegar a la presión de burbujeo ( $P_b$ ), en este punto la presión ya no causa reducción en la viscosidad, observamos que de  $P_y$  a  $P_b$  se tiene un comportamiento casi lineal, a partir de  $P_b$  se tiene un incremento en la viscosidad, ya que al liberarse el gas, se van los componentes más ligeros, por lo que el aceite se vuelve más pesado hasta llegar a la presión atmosférica ( $P_{atm}$ ), este proceso al ser dinámico es más complejo por lo que determinar el comportamiento real que presenta la viscosidad de  $P_b$  a  $P_{atm}$  resulta difícil.

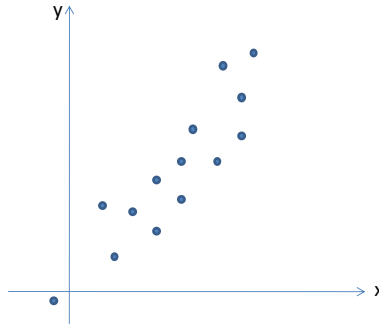
Debido a esta situación, y para tratar de obtener un modelo lo más confiable posible, analizaremos la gráfica en dos partes y llevaremos a cabo los cálculos considerando primero la curva de viscosidad de  $P_y$  a  $P_b$  y posteriormente la curva de viscosidad de  $P_b$  a  $P_{atm}$ .

## 5.2. Método de la Línea Recta

El éxito de cualquier análisis de datos, depende en gran parte de la disponibilidad de información apropiada, es muy importante dedicar algún tiempo a estudiar la naturaleza, las fuentes y las limitaciones que se pueden encontrar en el análisis empírico, ya que aun cuando existe cuantiosa información disponible, la calidad de ésta no siempre es buena. En la información experimental, el investigador puede desear recoger datos manteniendo constantes ciertos factores con el fin de evaluar el impacto de otros sobre un fenómeno dado, por lo que es necesario llevar a cabo mediciones o pruebas apegadas a normas y estándares de calidad, que nos arrojen datos confiables que nos permitan llevar a cabo estudios prometedores.

En ocasiones, ya se cuenta con una serie de datos y se desconoce la función que los ha generado, y se desea conocer cuál es ésta. Lo primero que se debe hacer es graficar los

puntos según sea el caso (**ver figura 5.4**), para conocer su comportamiento y de esta forma decidir cual método es más apropiado a utilizar con fines predictivos.



**Figura 5.4.** Gráfica de dispersión.

Nosotros podemos encontrar que, las distribuciones estadísticas para las que la nube de puntos se dispone de tal forma, existe una función matemática cuyos puntos son una parte de su representación grafica, se dice que existe una dependencia funcional o exacta entre la variables  $x$  e  $y$ , es decir una función matemática tal que  $y = f(x)$ .

Las medidas de dispersión, muestran la variabilidad de una distribución, estas nos permiten reconocer que tanto se dispersan los datos alrededor del punto central, es decir, nos indican cuanto se desvían las observaciones alrededor de su promedio aritmético (Media). Este tipo de medidas, son parámetros informativos, que nos permiten conocer como los valores de los datos se reparten a través del eje  $x$ , mediante un valor numérico que representa el promedio de dispersión de los datos.

Las medidas de dispersión más importantes y más utilizadas, son la varianza y la desviación estándar. La varianza nos permite identificar la diferencia promedio que hay entre cada uno de los valores respecto a su punto central. Ver **figura 5.5**, y la desviación estándar, nos permite determinar el promedio aritmético de fluctuación de los datos respecto a su punto central o media.



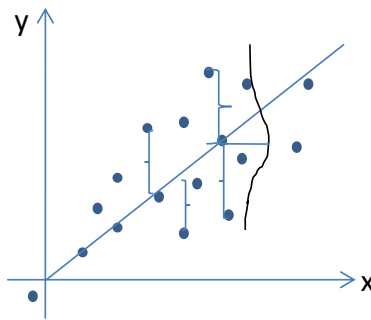


Figura 5.5

### 5.3. Aplicación del Método

#### 5.3.1. Caso 1 (Py – Pb)

La metodología que vamos a emplear, está basada en un artículo publicado por **Del Río, et al, 2009**.

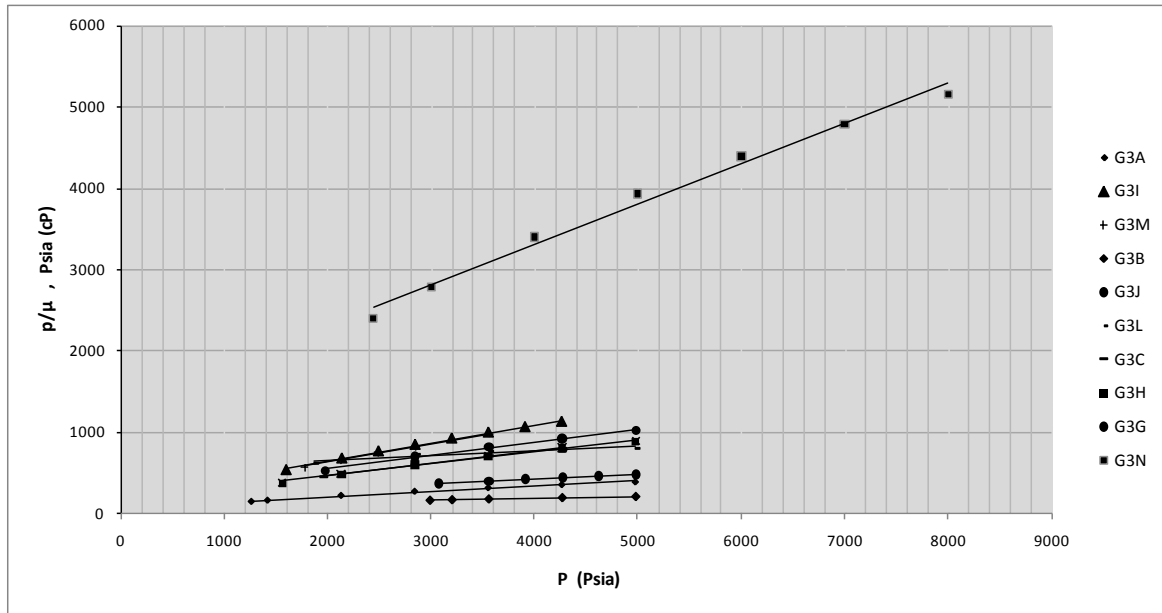
De acuerdo a la información de la **figura 5.1**, se desarrollo un análisis de correlación, y buscando varias formas funcionales, se encontró que si la relación de  $p/\mu$  de cada aceite (**tabla 5.3**) es graficada respecto a la presión, como se muestra en la **figura 5.6**, un conjunto de líneas rectas cercanas de la forma general (Ecuación (1)) es obtenido.

$$\frac{p}{\mu} = f(\text{comp}) + B P \dots\dots\dots (1)$$

Donde **B**, es la pendiente común de todas las rectas y  $f(\text{comp})$  es un intercepto particular, el cual se hará función de la composición del aceite más adelante. En este desarrollo, el valor de **B** y los valores individuales de  $f(\text{comp})$  para cada aceite de cada pozo, serán calculados mediante un procedimiento de regresión con mínimos cuadrados.

G3A			G3I			G3M		
P(psia)	$\mu$ (cP)	P/ $\mu$	P(psia)	$\mu$ (cP)	P/ $\mu$	P(psia)	$\mu$ (cP)	P/ $\mu$
4977	12.94	384.621	4266.000	3.790	1125.594	3555.000	3.650	973.973
4266	12.16	350.822	3910.500	3.690	1059.756	3199.500	3.540	903.814
3555	11.38	312.390	3555.000	3.580	993.017	2844.000	3.440	826.744
2844	10.6	268.302	3199.500	3.480	919.397	2488.500	3.330	747.297
2133	9.82	217.210	2844.000	3.380	841.420	2133.000	3.230	660.372
1422	9.03	157.475	2488.500	3.270	761.009	1777.500	3.120	569.712
1265.58	8.86	142.842	2133.000	3.17	672.871			

**Tabla 5.3.** Datos de 3 pozos, considerando la presión del yacimiento hasta la presión de burbujeo.

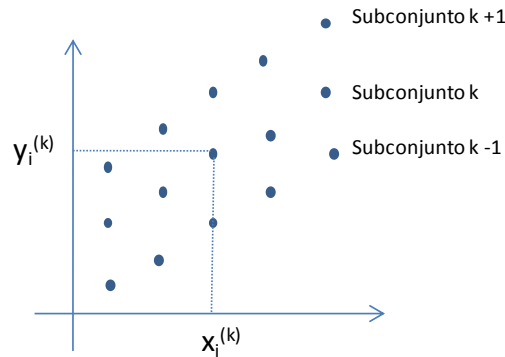


**Figura 5.6.** Gráfica de p/μ vs p.

Como podemos observar en la gráfica, obtenemos un conjunto de rectas, las cuales podría decirse que guardan un comportamiento de líneas rectas paralelas, para el análisis posterior y con el fin de obtener resultados confiables, se quitará el pozo G3N, ya que muestra un comportamiento muy diferente respecto a los otros pozos.

Considerando que  $W$  es el número de subconjuntos (un pozo es un subconjunto) y si  $N_k$  es el número de puntos de datos del  $k$ -th subconjunto, cada subconjunto tiene pares de datos de la forma  $(x_i^{(k)}, y_i^{(k)})$ ,  $i = 1, \dots, N_k$ . Nosotros podemos ajustar este conjunto de datos a un

conjunto de líneas de rectas paralelas de la forma:  $y^{(k)} = Bx + f^{(k)} \dots \dots \dots (2)$  como se muestra en la **figura 5.7**. Donde  $k = 1, \dots \dots \dots W$



**Figura 5.7.** Conjunto de datos y subconjuntos.

En la ecuación (1), **B** es la pendiente común de las líneas rectas paralelas, mientras que  $f^{(k)}$  puede variar dependiendo del subconjunto en consideración.

Para cada subconjunto podemos definir  $\chi^{2(k)}$  como:

$$\chi^{2(k)} = \sum_{i=1}^{Nk} (y_i^{(k)} - Bx_i^{(k)} - f^{(k)})^2 \dots \dots \dots (3)$$

Considerando que

$$\chi^{2(k)} = \chi^{2(k)}(B, f^{(k)}) \dots \dots \dots (4)$$

Nosotros podemos definir  $\chi^2$  para todo el conjunto de la siguiente manera

$$\chi^2 = \chi^2(B, f^1, f^2, \dots \dots \dots, f^k) = \sum_{k=1}^W \chi^{2(k)}(B, f^{(k)}) \dots \dots \dots (5)$$

Puesto que para un conjunto de líneas rectas de la forma propuesta en la ecuación (1), que proporcione el mejor ajuste al conjunto de datos de la figura 5.5 se requiere, necesitamos encontrar el conjunto de parámetros  $(B, f^1, f^2, \dots \dots \dots, f^k)$  tal que el valor de  $\chi^2$  sea minimizado,

por lo que vamos a buscar el conjunto de parámetros resolviendo el siguiente sistema de ecuaciones.

$$\left(\frac{\partial \chi^2}{\partial B}\right) = \sum_{k=1}^W \left(\frac{\partial \chi^2(k)}{\partial B}\right) = 0$$

.....(6)

$$\left(\frac{\partial \chi^2}{\partial f^{(k)}}\right) = \left(\frac{\partial \chi^2(k)}{\partial f^{(k)}}\right) = 0$$

Donde  $k = 1, \dots, W$ . Sustituyendo la ecuación (5) en la ecuación (6) y considerando que:

$$\langle x_i^{(k)} y_i^{(k)} \rangle = \frac{1}{N_k} \sum_{i=1}^{N_k} x_i^{(k)} y_i^{(k)} \dots \dots \dots (7)$$

$$\langle y_i^{(k)} \rangle = \frac{1}{N_k} \sum_{i=1}^{N_k} y_i^{(k)} \dots \dots \dots (8)$$

$$\langle x_i^{(k)} \rangle = \frac{1}{N_k} \sum_{i=1}^{N_k} x_i^{(k)} \dots \dots \dots (9)$$

$$\langle (x_i^{(k)})^2 \rangle = \frac{1}{N_k} \sum_{i=1}^{N_k} (x_i^{(k)})^2 \dots \dots \dots (10)$$

Tenemos que:

$$\sum_{k=1}^W N_k \langle x_i^{(k)} y_i^{(k)} \rangle = B \sum_{k=1}^W N_k \langle (x_i^{(k)})^2 \rangle + \sum_{k=1}^W N_k f^{(k)} \langle x_i^{(k)} \rangle \dots \dots \dots (11)$$

Sí:

$$\langle y_i^{(k)} \rangle = B \langle x_i^{(k)} \rangle + f^{(k)} \dots \dots \dots (2A)$$

Sustituyendo la ecuación (2A) en la ecuación (11) tenemos que:

$$B = \frac{\sum_{k=1}^W N_k [\langle x_i^{(k)} y_i^{(k)} \rangle - \langle x_i^{(k)} \rangle \langle y_i^{(k)} \rangle]}{\sum_{k=1}^W N_k \text{var}(x_i^{(k)})} \dots \dots \dots (12)$$

$$\text{var}(x_i^{(k)}) = \langle (x_i^{(k)})^2 \rangle - \langle x_i^{(k)} \rangle^2 \dots \dots \dots (13)$$

Si cada subconjunto es ajustado de manera independiente a una línea recta usando el método de mínimos cuadrados, el valor de la pendiente resultante es:

$$b^{(k)} = \frac{\langle x_i^{(k)} y_i^{(k)} \rangle - \langle x_i^{(k)} \rangle \langle y_i^{(k)} \rangle}{\text{var}(x_i^{(k)})} \dots \dots \dots (14)$$

Sustituyendo la ecuación (14) en la ecuación (13) tenemos que;

$$B = \frac{\sum_{k=1}^W N_k \text{var}(x_i^{(k)}) b^{(k)}}{\sum_{k=1}^W N_k \text{var}(x_i^{(k)})} \dots \dots \dots (15)$$

Para hacer los cálculos más fáciles se harán las siguientes suposiciones:

A. La primera suposición es que todos los subconjuntos tienen un número de puntos similares. Esto quiere decir que.

$$N_1 \approx N_2 \approx \dots \approx N_W \approx N \dots \dots \dots (16)$$

B. La segunda suposición es que se considera que todos los k-th subconjuntos tienen intervalos espaciales similares sobre el eje X, de tal forma que.

$$\text{var}(x_i^{(1)}) \approx \text{var}(x_i^{(2)}) \approx \text{var}(x_i^{(3)}) \approx \dots \approx \text{var}(x_i^{(k)}) \dots \approx \dots \approx \text{var}(x_i^{(W)}) \approx \text{var}(x_i) \dots (17)$$

Sustituyendo la ecuación (16) y la ecuación (17) en la ecuación (15) , tenemos que:

$$B = \frac{\sum_{k=1}^W b^k}{W} \dots \dots \dots (18)$$

Esta es la pendiente común para el conjunto, es la pendiente promedio que resultaría de desarrollar ajustes individuales para cada subconjunto.

Una vez que conocemos la pendiente **B** y empleando la ecuación (2A), podemos calcular el valor de  $f^{(k)}$  para cada subconjunto.

$$f^{(k)} = \langle y_i^{(k)} \rangle - B \langle x_i^{(k)} \rangle \dots \dots \dots (19)$$

Para el caso 1, primero calculamos la pendiente de cada subconjunto, usando regresión lineal con mínimos cuadrados obtenemos la pendiente **b** de cada pozo y posteriormente obtuvimos la pendiente general promedio como se muestra en la **tabla 5.4**

Pozo	Pendiente de cada pozo (b)
G3A	0.065736
G3B	0.022418
G3C	0.148818
G3G	0.060243
G3H	0.148081
G3I	0.221679
G3J	0.161941
G3L	0.058446
G3M	0.255172
	$\sum = 1.142533$
Pendiente general	$\bar{B} = 0.126948087$

**Tabla 5.4.** Valor de la pendiente de cada pozo y pendiente promedio.

Una vez que obtenemos la pendiente general B, vamos a encontrar el valor de  $f^{(k)}$  para cada uno de los pozos realizando los siguiente cálculos.

Tenemos que

$$\langle y_i^{(k)} \rangle = \frac{1}{N_k} \sum_{i=1}^{Nk} y_i^k \dots\dots\dots (8)$$

$$\langle x_i^{(k)} \rangle = \frac{1}{N_k} \sum_{i=1}^{Nk} x_i^k \dots\dots\dots (9)$$

Por lo que empleando las ecuaciones (8) y (9) obtenemos los valores  $\langle x_i^{(k)} y_i^{(k)} \rangle$  para cada subconjunto como se muestra en la **tabla 5.5.** ( En esta tabla solo se muestra a manera de resumen los cálculos de 3 pozos.)

G3M					
P(psia)	$\mu$ (cP)	P/ $\mu$	$1/N(\sum y_i)$	$B(1/N\sum x_i)$	$f^{(k)}$
3555	3.65	973.973	780.318	338.475	441.843
3199.5	3.54	903.814			441.843
2844	3.44	826.744			441.843
2488.5	3.33	747.297			441.843
2133	3.23	660.372			441.843
1777.5	3.12	569.712			441.843
15997.5		4681.911			

G3A					
P(psia)	$\mu$ (cP)	P/ $\mu$	$1/N(\sum y_i)$	$B(1/N\sum x_i)$	$f^{(k)}$
4977	12.94	384.621	261.9518	371.0979	-109.146114
4266	12.16	350.822			-109.146114
3555	11.38	312.390			-109.146114
2844	10.6	268.302			-109.146114
2133	9.82	217.210			-109.146114
1422	9.03	157.475			-109.146114
1265.58	8.86	142.842			-109.146114
20462.58		1833.663			

G3I					
P(psia)	$\mu$ (cP)	P/ $\mu$	$1/N(\sum y_i)$	$B(1/N\sum x_i)$	$f^{(k)}$
4266	3.79	1125.594	862.7724	380.6719	482.1004845
3910.5	3.69	1059.756			482.1004845
3555	3.58	993.017			482.1004845
3199.5	3.48	919.397			482.1004845
2844	3.38	841.420			482.1004845
2488.5	3.27	761.009			482.1004845
2133	3.17	672.871			482.1004845
1592.64	3.01	529.116			482.1004845
23989.14		6902.179			

**Tabla 5.5.** Resultados del cálculo de  $f^{(k)}$  para cada subconjunto.

Una vez obtenidos los valores de  $f^{(k)}$ , se procedió a hacer el siguiente cálculo  $\frac{p}{\mu} - f^{(k)}$

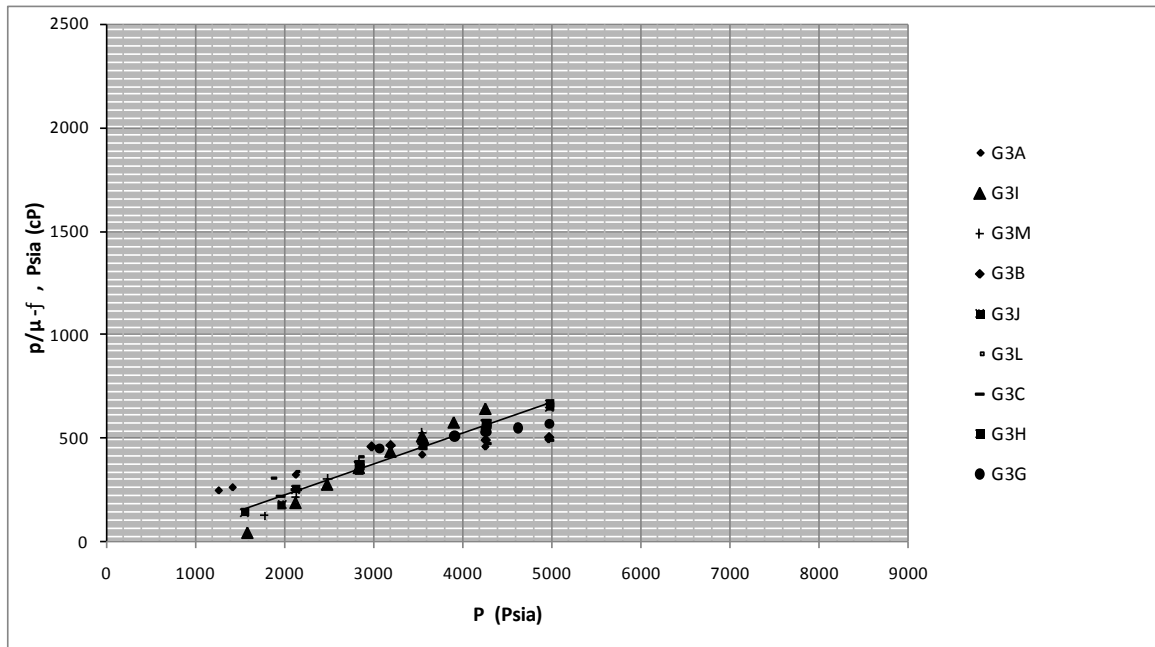
Ver **tabla 5.6**, en ésta solo se muestra como ejemplo el cálculo para dos pozos.



G3A				G3I			
P(psia)	P/μ	$f^{(k)}$	$\frac{p}{\mu} - f^{(k)}$	P(psia)	P/μ	$f^{(k)}$	$\frac{p}{\mu} - f^{(k)}$
4977	384.6213	-109.146	493.767	4266.0	1125.594	482.1005	643.4932
4266	350.8224	-109.146	459.968	3910.5	1059.756	482.1005	577.6556
3555	312.3902	-109.146	421.536	3555.0	993.017	482.1005	510.9163
2844	268.3019	-109.146	377.448	3199.5	919.397	482.1005	437.2961
2133	217.2098	-109.146	326.356	2844.0	841.420	482.1005	359.3196
1422	157.4751	-109.146	266.621	2488.5	761.009	482.1005	278.9087
1265.58	142.8420	-109.146	251.988	2133.0	672.871	482.1005	190.7702
				1592.64	529.116	482.1005	47.0158

**Tabla 5.6.** Resultados del cálculo de  $\frac{p}{\mu} - f^{(k)}$  para cada subconjunto.

Si los valores experimentales de  $\frac{p}{\mu} - f^{(k)}$  vs  $p$  para cada aceite de cada pozo se grafican para todo el conjunto de los 9 pozos ver **figura 5.8**. Se puede observar, como se tiene una buena tendencia, un comportamiento funcional de una línea recta.



**Figura 5.8.** Correlación de línea recta  $\frac{p}{\mu} - f^{(k)}$  para 9 pozos como una función de la presión.

Los valores de  $f^{(k)}$  que se obtuvieron para cada pozo se muestran en la **tabla 5.7**

Pozo	$f^{(k)}$
G3A	-109.146
G3B	-306.888
G3C	234.025
G3D	-86.703
G3E	233.023
G3F	482.100
G3G	344.391
G3H	307.481
G3I	441.843

**Tabla 5.7.** Valores del intercepto  $f^{(k)}$  para cada pozo.

Una vez obtenidos estos valores y encontrado una línea recta funcional para este conjunto de pozos, realizaremos la siguiente parte, que es encontrar la ecuación de la línea recta que nos permita llevar a cabo predicciones de la viscosidad. Recordando la ecuación

$$\frac{p}{\mu} = f(\text{comp}) + B P \dots \dots \dots (1)$$

De esta ecuación tenemos que  $B$  es constante, entonces podemos correlacionar  $f(\text{comp})$  con la composición del aceite de cada pozo mediante el siguiente vector.

$$\text{comp} = (x_{H_2S}, x_{N_2}, x_{CO_2}, x_{C_{1-5}}, x_{C_{6+}}) \dots \dots \dots (20)$$

Donde  $x_{H_2S}, x_{N_2}, x_{CO_2}, x_{C_{1-5}}, x_{C_{6+}}$ , son fracciones mole del aceite,  $C_{1-5}$  son las fracciones mole agrupadas desde metano hasta pentano y  $C_{6+}$  son las fracciones mole agrupadas desde hexano y más pesados.

Una expansión de Taylor de primer orden para  $f(\text{comp})$ , en torno a  $\text{comp} = 0$ , implica que  $f(\text{comp}) = f(0) + \nabla f(0)(\text{comp})$ , puesto que el componente nulo de  $(\text{comp})$  en la ecuación (20) no contribuye al valor de  $f(\text{comp})$ , se puede escribir que  $f(0) = 0$

Por lo tanto asumiendo que  $\nabla f(0)$  es un vector componente de la forma

$$\nabla f(0) = (f_{H_2S}, f_{N_2}, f_{CO_2}, f_{C_{1-5}}, f_{C_{6+}}) \dots \dots \dots (21), f(\text{comp}) \text{ puede escribirse de la siguiente forma:}$$

$$f(\text{comp}) = f_{H_2S}x_{H_2S} + f_{N_2}x_{N_2} + f_{CO_2}x_{CO_2} + f_{C_{1-5}}x_{C_{1-5}} + f_{C_{6+}}x_{C_{6+}} \dots \dots \dots (22)$$

Esta ecuación describe la dependencia de  $f(comp)$  de la composición para un aceite de un yacimiento. En este caso para cada aceite de cada uno de los pozos.

Entonces resolviendo el sistema de ecuaciones en forma matricial tenemos la composición de cada uno de los pozos como se muestra en la **tabla 5.8**

Pozo	$H_2S$ (% mol)	$CO_2$ (% mol)	$N_2$ (% mol)	$C_{1-5}$ (% mol)	$C_{6+}$ (% mol)
G3A	0.358	0.489	0.86	39.27	59.023
G3B	1.502	0.453	2.13	45.58	50.335
G3C	0.659	1.228	1.605	50.181	46.327
G3D	0.01	0.335	0.447	47.396	51.812
G3E	4.354	0.277	6.055	46.527	42.787
G3F	2.079	0.501	1.663	56.626	39.131
G3G	0.387	0.249	0.518	35.783	63.063
G3H	1.18	0.223	2.111	54.001	42.485
G3I	1.037	0.189	1.405	50.507	46.862
G3J	0.0337	2.28	0.67	43.5903	53.426

**Tabla 5.8.** Matriz X con la composición en fracción (% Mol) de los pozos.

Como se ha realizado anteriormente, para encontrar los coeficientes resolveremos éste sistema mediante regresión con mínimos cuadrados, teniendo que la matriz transpuesta es la que se indica en la **tabla 5.9**.

	G3A	G3B	G3C	G3D	G3E	G3F	G3G	G3H	G3I
x1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
x2	0.358	1.502	0.659	0.01	4.354	2.079	0.387	1.18	1.037
x3	0.489	0.453	1.228	0.335	0.277	0.501	0.249	0.223	0.189
x4	0.86	2.13	1.605	0.447	6.055	1.663	0.518	2.111	1.405
x5	39.27	45.58	50.181	47.396	46.527	56.626	35.783	54.001	50.507
x6	59.023	50.335	46.327	51.812	42.787	39.131	63.063	42.485	46.862

**Tabla 5.9.** Matriz transpuesta (X').

Por lo que, llevando a cabo la multiplicación de la matriz X por la matriz transpuesta X' tenemos que:

Calculando la matriz inversa tenemos que:

		INVERSA (X'X) <sup>-1</sup>				
1	-2.7843E+15	2.7843E+13	2.7843E+13	2.7843E+13	2.7843E+13	2.7843E+13
<b>H<sub>2</sub>S</b>	2.7843E+13	-2.7843E+11	-2.7843E+11	-2.7843E+11	-2.7843E+11	-2.7843E+11
<b>N<sub>2</sub></b>	2.7843E+13	-2.7843E+11	-2.7843E+11	-2.7843E+11	-2.7843E+11	-2.7843E+11
<b>CO<sub>2</sub></b>	2.7843E+13	-2.7843E+11	-2.7843E+11	-2.7843E+11	-2.7843E+11	-2.7843E+11
<b>C<sub>1</sub>-C<sub>5</sub></b>	2.7843E+13	-2.7843E+11	-2.7843E+11	-2.7843E+11	-2.7843E+11	-2.7843E+11
<b>C<sub>6</sub>+</b>	2.7843E+13	-2.7843E+11	-2.7843E+11	-2.7843E+11	-2.7843E+11	-2.7843E+11

Multiplicando la matriz transpuesta por el vector:

$f^{(k)}$
-109.146
-306.888
234.025
-86.703
233.023
482.100
344.391
307.481
441.843

Tenemos que:

$X' f^{(k)}$
1540.12699
2624.5038
609.854234
3250.28256
78745.2136
68782.8445

Finalmente multiplicando la matriz inversa por el vector  $X'f^{(k)}$  tenemos la siguiente solución.

Valor	$f(comp)$
-2816	término individual
-24	$fH_2S$
-372	$fN_2$
88	$fCO_2$
48	$fC_{1-5}$
20	$fC_{6+}$

Una vez obtenidos los coeficientes  $fH_2S, fN_2, fCO_2, fC_{1-5}, fC_{6+}$  y con la composición de cada pozo, procedemos a obtener el valor de  $f(comp)$  de cada pozo, para finalmente sustituirlo en la ecuación de la línea recta propuesta.

$$\frac{p}{\mu} = f(comp) + B P \dots \dots \dots (1)$$

Con  $f(comp)$  y  $B$  conocidas, procedemos a despejar la viscosidad de la ecuación (1) obteniendo que:

$$\mu_{calc} = \frac{p}{f(comp) + Bp} \dots \dots \dots (23)$$

Con esta ecuación, llevaremos a cabo las predicciones de la viscosidad del aceite a condiciones de yacimiento para cada pozo y analizaremos los resultados para determinar que tan confiable es el modelo y así poder emplearlo en predicciones futuras.

### 5.3.2 Análisis de resultados.

En esta sección analizaremos los cálculos que se obtuvieron para cada pozo.

**Pozo G3A**

$$f(comp) = ti + fH_2SxH_sS + fN_2xN_2 + fCO_2xCO_2 + fC_{1-5}xC_{1-5} + fC_{6+}xC_{6+} \dots \dots (24)$$

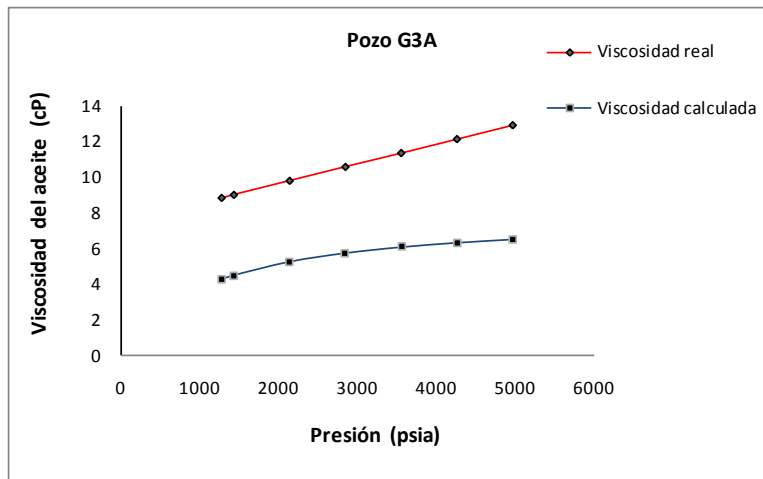
término ind	$fH_2S$	H <sub>2</sub> S (% mol)	$fN_2$	N <sub>2</sub> (% mol)	$fCO_2$	CO <sub>2</sub> (% mol)	$fC_{1-5}$	C <sub>1 - C5</sub> (% mol)	$fC_{6+}$	C <sub>6+</sub> (% mol)	$f(comp)$
-2816	-24	0.358	-372	0.489	88	0.86	48	39.27	20	59.023	134.6

Sustituyendo los datos de la composición y los coeficientes ( $fH_2S, fN_2, fCO_2, fC_{1-5}, fC_{6+}$ ) en la ecuación (24), encontramos el valor de  $f(comp) = 134.6$  ; si  $B = 0.1269$

Tenemos que:

p(psia)	$\mu$ (cP)(real)	B	$f(comp)$	$f(comp) + B*P$	$\mu_{calc} = p / f(comp) + B*P$	% Error
4977	12.94	0.12695	134.6	766.4206	6.4938	49.82
4266	12.16	0.12695	134.6	676.1605	6.3092	48.12
3555	11.38	0.12695	134.6	585.9004	6.0676	46.68
2844	10.6	0.12695	134.6	495.6404	5.7380	45.87
2133	9.82	0.12695	134.6	405.3803	5.2617	46.42
1422	9.03	0.12695	134.6	315.1202	4.5126	50.03
1265.58	8.86	0.12695	134.6	295.2630	4.2863	51.62

Graficando los datos medidos de viscosidad y los datos calculados contra la presión obtenemos los resultados mostrados en la figura de la **figura 5.9**.



**Figura 5.9.** Comparación de  $\mu$ medida contra  $\mu$ calculada.

Como podemos observar el error promedio es muy alto, por eso las curvas están tan separadas, lo cual nos indica que el modelo para este pozo no hace buenas predicciones de la viscosidad.

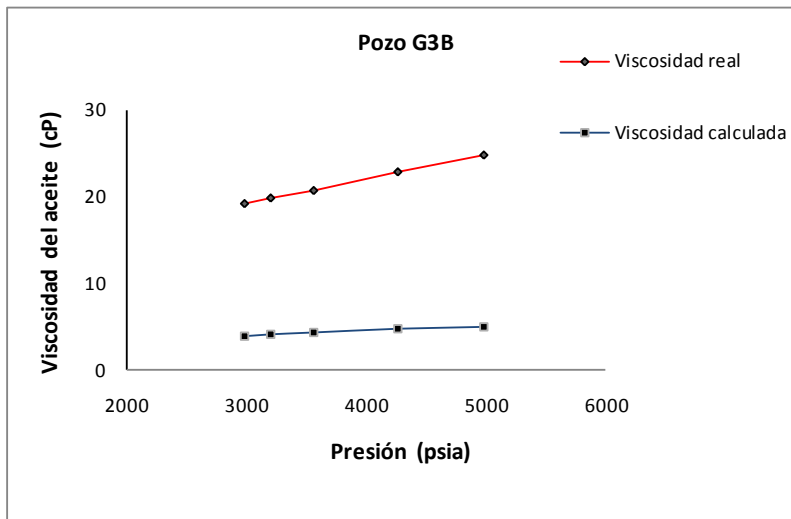
**Pozo G3B**

término ind	$f_{H_2S}$	H <sub>2</sub> S (% mol)	$f_{N_2}$	N <sub>2</sub> (% mol)	$f_{CO_2}$	CO <sub>2</sub> (% mol)	$f_{C_{1-5}}$	C <sub>1</sub> - C <sub>5</sub> (% mol)	$f_{C_{6+}}$	C <sub>6+</sub> (% mol)	$f(comp)$
-2816	-24	1.502	-372	0.453	88	2.13	48	45.58	20	50.335	361.416

Haciendo los cálculos correspondientes encontramos que  $f(comp) = 361.416$  y con  $B = 0.1269$ , tenemos los siguientes resultados.

P(psia)	$\mu(cP)$	B	$f(comp)$	$f(comp) + B*P$	$\mu_{calc} = P / f(comp) + B*P$	$(ABS(\mu_{real} - \mu_{calc})/\mu_{real})*100$
4977	24.84	0.12695	361.416	993.237	5.011	79.8
4266	22.82	0.12695	361.416	902.977	4.724	79.3
3555	20.8	0.12695	361.416	812.716	4.374	79.0
3199.5	19.79	0.12695	361.416	767.586	4.168	78.9
2986.2	19.19	0.12695	361.416	740.508	4.033	79.0

Graficando los datos medidos de viscosidad contra los datos calculados obtenemos los resultados mostrados en la **figura 5.10**.



**Figura 5.10.** Comparación de  $\mu$  medida contra  $\mu$  calculada.

Para este caso, observamos que tenemos errores arriba del 70 %, los datos calculados están muy alejados de los datos medidos, por lo que para este pozo el modelo tampoco hace buenas predicciones de la viscosidad.

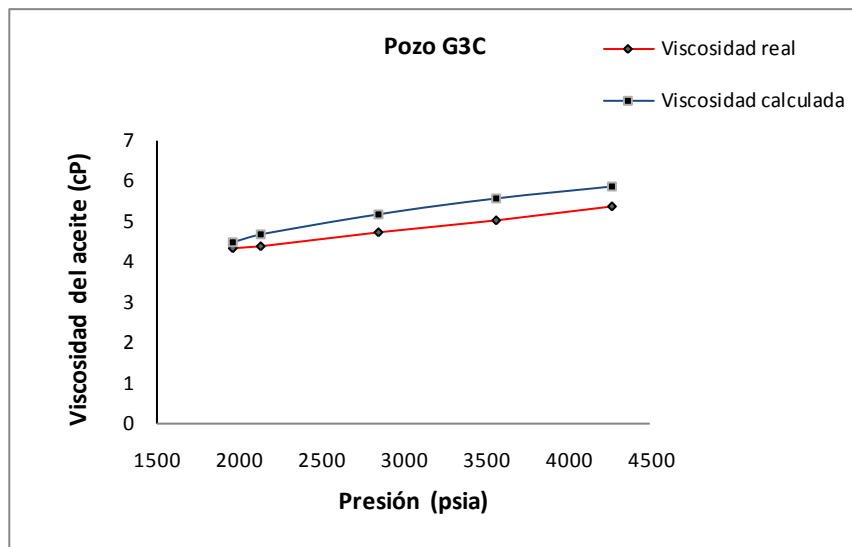
**Pozo G3C**

termino ind	$fH_2S$	H <sub>2</sub> S (% mol)	$fN_2$	N <sub>2</sub> (% mol)	$fCO_2$	CO <sub>2</sub> (% mol)	$fC_{1-5}$	C <sub>1</sub> - C <sub>5</sub> (% mol)	$fC_{6+}$	C <sub>6+</sub> (% mol)	$f(comp)$
-2816	-24	0.659	-372	1.228	88	1.605	48	50.181	20	46.327	187.836

Haciendo los cálculos correspondientes encontramos que  $f(comp) = 187.836$  y con  $B = 0.1269$ , tenemos los siguientes resultados

P(psia)	$\mu$ (cP)	B	$f(comp)$	$f(comp) + B*P$	$\mu_{calc} = P / f(comp) + B*P$	% Error
						$(ABS(\mu_{real} - \mu_{calc})/\mu_{real})*100$
4266	5.36	0.12695	187.836	729.397	5.849	9.12
3555	5.04	0.12695	187.836	639.136	5.562	10.36
2844	4.72	0.12695	187.836	548.876	5.181	9.78
2133	4.39	0.12695	187.836	458.616	4.651	5.94
1962.36	4.32	0.12695	187.836	436.954	4.491	3.96

Graficando los datos medidos de viscosidad contra los datos calculados obtenemos los resultados mostrados en la figura de la **figura 5.11**.



**Figura 5.11.** Comparación de  $\mu$  medida contra  $\mu$  calculada

En este caso, podemos observar que se obtuvieron muy buenos resultados, el comportamiento de las dos líneas es muy parecido, inclusive el punto de viscosidad calculada a la presión de burbujeo está muy cercano al valor medido, por lo que el modelo para este pozo hace buenas predicciones.



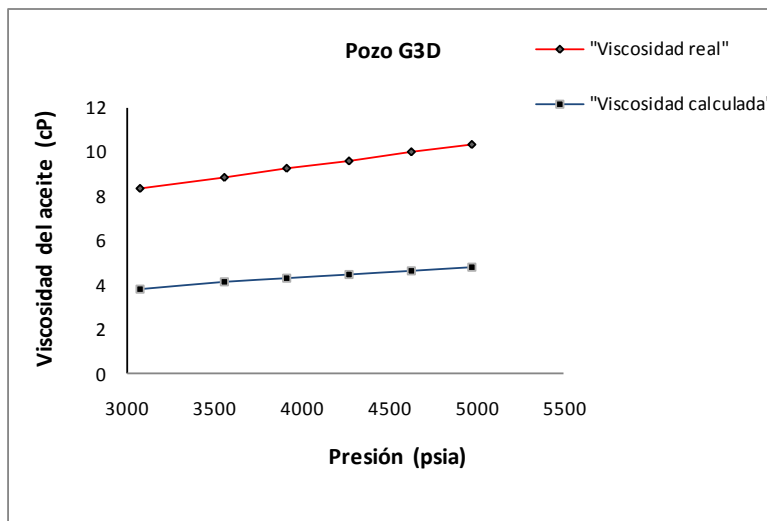
**Pozo G3D**

termino ind	$fH_2S$	H <sub>2</sub> S (% mol)	$fN_2$	N <sub>2</sub> (% mol)	$fCO_2$	CO <sub>2</sub> (% mol)	$fC_{1-5}$	C <sub>1</sub> - C <sub>5</sub> (% mol)	$fC_{6+}$	C <sub>6+</sub> (% mol)	$f(comp)$
-2816	-24	0.01	-372	0.335	88	0.447	48	47.396	20	51.812	409.724

Con los cálculos correspondientes encontramos que  $f(comp) = 409.724$ , con el valor ya conocido de  $B = 0.1269$ , tenemos que.

P(psia)	$\mu$ (cP)	B	$f(comp)$	$f(comp) + B*P$	$\mu_{calc} = P / f(comp) + B*P$	% Error $(ABS(\mu_{real} - \mu_{calc})/\mu_{real})*100$
4977	10.34	0.12695	409.724	1041.545	4.778	53.79
4621.5	9.98	0.12695	409.724	996.415	4.638	53.53
4266	9.61	0.12695	409.724	951.285	4.484	53.34
3910.5	9.25	0.12695	409.724	906.154	4.315	53.35
3555	8.88	0.12695	409.724	861.024	4.129	53.50
3071.52	8.39	0.12695	409.724	799.648	3.841	54.22

En la **figura 5.12** se muestran las graficas de los datos medidos de viscosidad contra los datos calculados.



**Figura 5.12.** Comparación de  $\mu$ medida contra  $\mu$ calculada

Para este pozo, observamos que hay un porcentaje de error arriba del 50%, indicando un comportamiento de la viscosidad calculada muy alejado de la viscosidad medida, este modelo no hace buenas predicciones para este pozo.

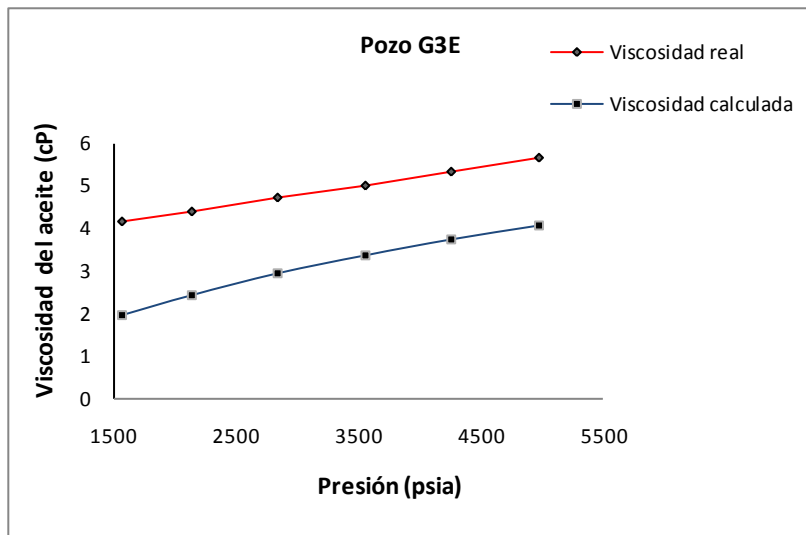
**Pozo G3E**

termino ind	$fH_2S$	H <sub>2</sub> S (% mol)	$fN_2$	N <sub>2</sub> (% mol)	$fCO_2$	CO <sub>2</sub> (% mol)	$fC_{1-5}$	C <sub>1</sub> - C <sub>5</sub> (% mol)	$fC_{6+}$	C <sub>6+</sub> (% mol)	$f(comp)$
-2816	-24	4.354	-372	0.277	88	6.055	48	46.527	20	42.787	598.336

Con los cálculos correspondientes encontramos que  $f(comp) = 598.336$ , con el valor ya conocido de  $B = 0.1269$ , tenemos que.

P(psia)	$\mu$ (cP)	B	$f(comp)$	$f(comp) + B*P$	$\mu_{calc} = P / f(comp) + B*P$	% Error (ABS( $\mu_{real} - \mu_{calc}$ )/ $\mu_{real}$ )*100
4977	5.64	0.12695	598.336	1230.157	4.046	28.3
4266	5.33	0.12695	598.336	1139.897	3.742	29.8
3555	5.02	0.12695	598.336	1049.636	3.387	32.5
2844	4.72	0.12695	598.336	959.376	2.964	37.2
2133	4.41	0.12695	598.336	869.116	2.454	44.3
1564.2	4.16	0.12695	598.336	796.908	1.963	52.8

En la figura 5.13 se muestran las graficas de los datos medidos de viscosidad contra los datos calculados.



**Figura 5.13.** Comparación de  $\mu$  medida contra  $\mu$  calculada

En este caso, observamos que se tuvieron errores muy altos, las graficas se encuentran muy alejadas una de otra y concluimos que el modelo no realiza buenos cálculos de la viscosidad.

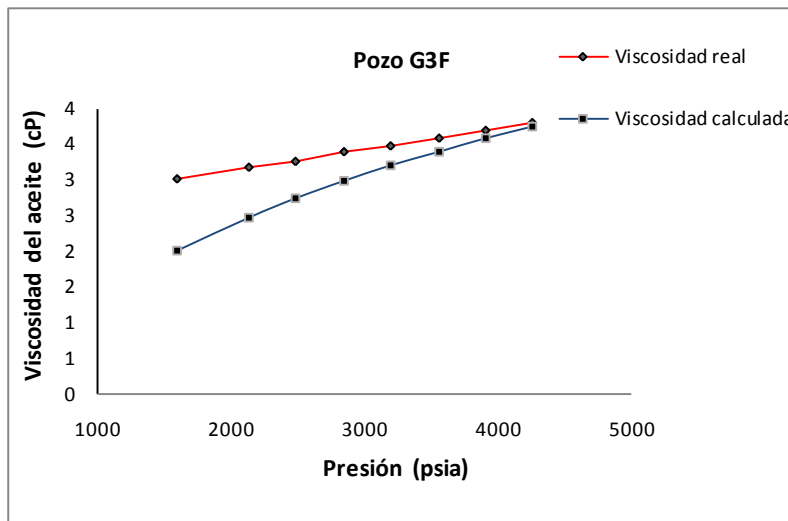
**Pozo G3F**

termino ind	$fH_2S$	H <sub>2</sub> S (% mol)	$fN_2$	N <sub>2</sub> (% mol)	$fCO_2$	CO <sub>2</sub> (% mol)	$fC_{1-5}$	C <sub>1 - C<sub>5</sub></sub> (% mol)	$fC_{6+}$	C <sub>6+</sub> (% mol)	$f(comp)$
-2816	-24	2.079	-372	0.501	88	1.663	48	56.626	20	39.131	594.744

Realizando los cálculos se tiene que  $f(comp) = 594.744$ , con el valor ya conocido de  $B = 0.1269$ , tenemos que.

P(psia)	$\mu$ (cP)	B	$f(comp)$	$f(comp) + B*P$	$\mu_{calc} = P / f(comp) + B*P$	% Error (ABS( $\mu_{real} - \mu_{calc}$ )/ $\mu_{real}$ )*100
4266	3.79	0.12695	594.744	1136.305	3.754	0.94
3910.5	3.69	0.12695	594.744	1091.174	3.584	2.88
3555	3.58	0.12695	594.744	1046.044	3.399	5.07
3199.5	3.48	0.12695	594.744	1000.914	3.197	8.14
2844	3.38	0.12695	594.744	955.784	2.976	11.97
2488.5	3.27	0.12695	594.744	910.654	2.733	16.43
2133	3.17	0.12695	594.744	865.524	2.464	22.26
1592.64	3.01	0.12695	594.744	796.927	1.998	33.61

Graficando los datos medidos y los datos calculados de viscosidad contra la presión obtenemos los resultados que se muestran en la **figura 5.14**.



**Figura 5.14.** Comparación de  $\mu$  medida contra  $\mu$  calculada.

Para este caso, podemos observar que al inicio (a la presión de yacimiento) tenemos buenos resultados, pero a medida que nos acercamos a la presión de burbujeo, aumenta el error y el modelo ya no hace buenas predicciones a partir de la presión de 2844(psia).

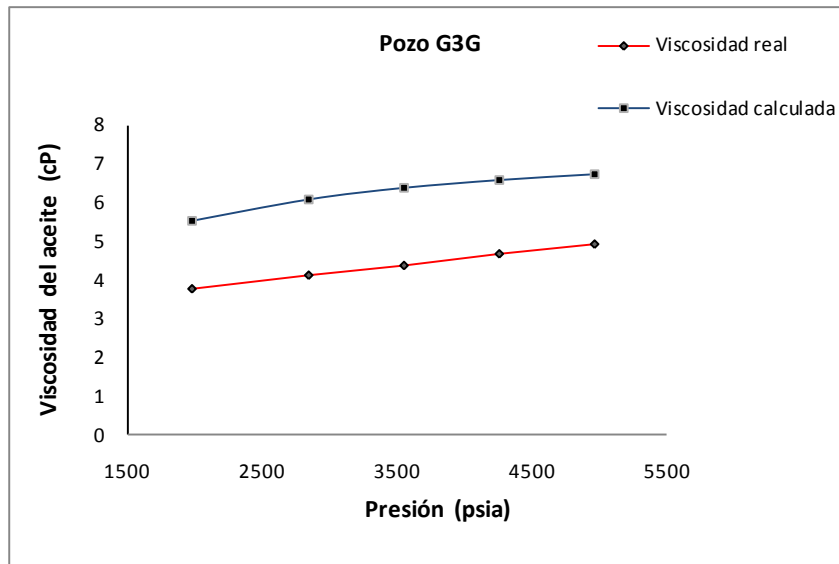
**Pozo G3G**

termino ind	$fH_2S$	H <sub>2</sub> S (% mol)	$fN_2$	N <sub>2</sub> (% mol)	$fCO_2$	CO <sub>2</sub> (% mol)	$fC_{1-5}$	C <sub>1 - C<sub>5</sub></sub> (% mol)	$fC_{6+}$	C <sub>6+</sub> (% mol)	$f(comp)$
-2816	-24	0.387	-372	0.249	88	0.518	48	35.783	20	63.063	106.512

Con los cálculos correspondientes obtenemos que  $f(comp) = 106.512$ , con el valor ya conocido de  $B = 0.1269$ , tenemos que.

P(psia)	$\mu$ (cP)	B	$f(comp)$	$f(comp) + B*P$	$\mu_{calc} = P / f(comp) + B*P$	% Error
4977	4.92	0.12695	106.512	738.333	6.741	37.0
4266	4.65	0.12695	106.512	648.073	6.583	41.6
3555	4.38	0.12695	106.512	557.812	6.373	45.5
2844	4.1	0.12695	106.512	467.552	6.083	48.4
1976.58	3.77	0.12695	106.512	357.435	5.530	46.7

Al graficar los datos medidos y calculados de la viscosidad contra la presión, obtenemos el comportamiento que se muestra en la **figura 5.15**



**Figura 5.15.** Comparación de  $\mu$  medida contra  $\mu$  calculada.

Como se puede observar el modelo no hace buenas predicciones de la viscosidad ya que las curvas están bastante alejadas, teniendo errores arriba del 30%.

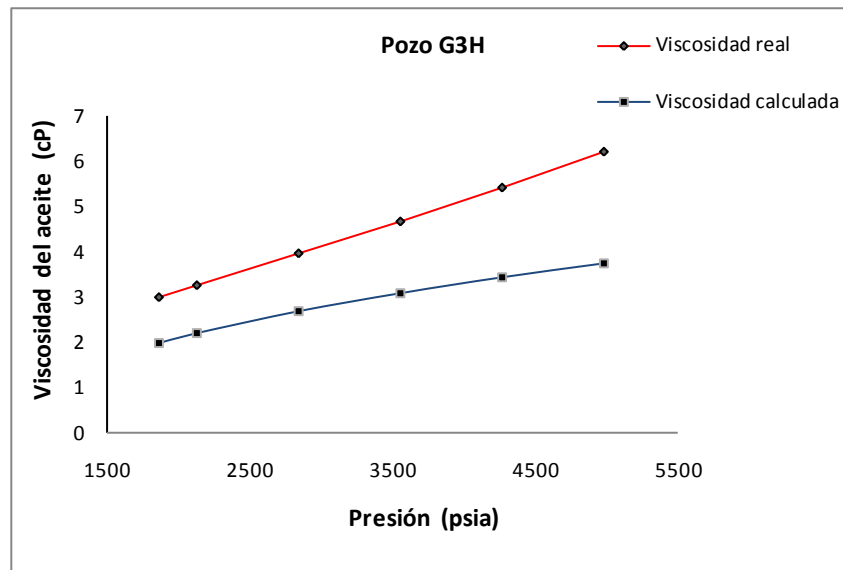
**Pozo G3H**

termino ind	$fH_2S$	H <sub>2</sub> S (% mol)	$fN_2$	N <sub>2</sub> (% mol)	$fCO_2$	CO <sub>2</sub> (% mol)	$fC_{1-5}$	C <sub>1</sub> - C <sub>5</sub> (% mol)	$fC_{6+}$	C <sub>6+</sub> (% mol)	$f(comp)$
-2816	-24	1.18	-372	0.223	88	2.111	48	54.001	20	42.485	700.24

Realizando los cálculos obtenemos que  $f(comp) = 700.24$ , con el valor ya conocido de  $B = 0.1269$ , tenemos que.

P(psia)	$\mu$ (cP)	B	$f(comp)$	$f(comp) + B*P$	$\mu_{calc} = P / f(comp) + B*P$	% Error
4977	6.21	0.12695	700.24	1332.061	3.736	39.83
4266	5.43	0.12695	700.24	1241.801	3.435	36.73
3555	4.68	0.12695	700.24	1151.540	3.087	34.03
2844	3.95	0.12695	700.24	1061.280	2.680	32.16
2133	3.27	0.12695	700.24	971.020	2.197	32.82
1862.82	3.01	0.12695	700.24	936.721	1.989	33.93

Al graficar los datos medidos y calculados de la viscosidad contra la presión, obtenemos el comportamiento que se muestra en la **figura 5.16**.



**Figura 5.16.** Comparación de  $\mu$  medida contra  $\mu$  calculada.

Para este caso, no se tienen buenos resultados, los errores están por arriba del 30%, observando que las curvas están muy separadas una de otra, por lo que el modelo no lleva a cabo buenas predicciones de viscosidad.

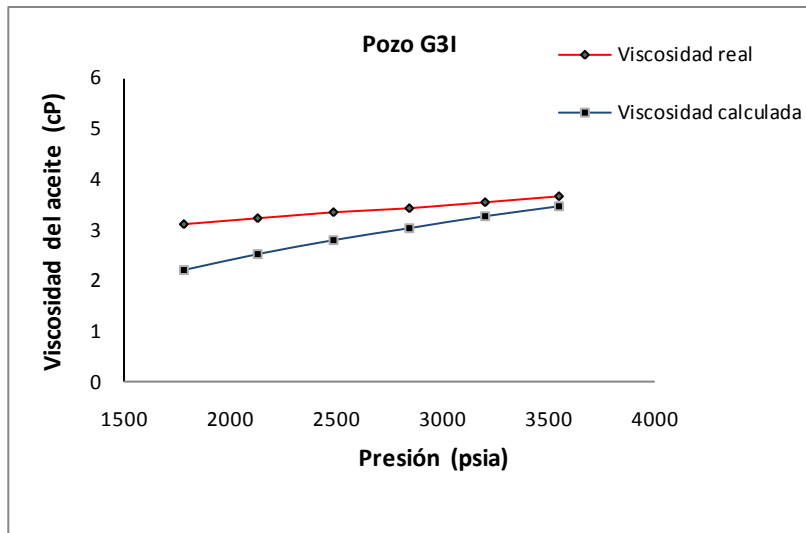
**Pozo G3I**

termino ind	$fH_2S$	H <sub>2</sub> S (% mol)	$fN_2$	N <sub>2</sub> (% mol)	$fCO_2$	CO <sub>2</sub> (% mol)	$fC_{1-5}$	C <sub>1</sub> - C <sub>5</sub> (% mol)	$fC_{6+}$	C <sub>6+</sub> (% mol)	$f(comp)$
-2816	-24	1.037	-372	0.189	88	1.405	48	50.507	20	46.862	574.02

Realizando los cálculos obtenemos que  $f(comp) = 574.02$ , con el valor ya conocido de  $B = 0.1269$ , tenemos que.

	P(psia)	$\mu(cP)$	B	$f(comp)$	$f(comp) + B*P$	$\mu_{calc} = P / f(comp) + B*P$	% Error
	3555	3.65	0.12695	574.02	1025.320	3.467	5.0
	3199.5	3.54	0.12695	574.02	980.190	3.264	7.8
	2844	3.44	0.12695	574.02	935.060	3.042	11.6
	2488.5	3.33	0.12695	574.02	889.930	2.796	16.0
	2133	3.23	0.12695	574.02	844.800	2.525	21.8
	1777.5	3.12	0.12695	574.02	799.670	2.223	28.8

Al graficar los datos medidos y calculados de la viscosidad contra la presión, obtenemos el comportamiento que se muestra en la **figura 5.17**.



**Figura 5.17.** Comparación de  $\mu$  medida contra  $\mu$  calculada.

Para este caso, podemos observar que al inicio (a la presión de yacimiento) tenemos buenos resultados, pero a medida que nos acercamos a la presión de burbujeo, aumenta el error y el modelo ya no hace buenas predicciones a partir de la presión de 2844(psia).

De acuerdo a los resultados obtenidos para este primer caso (**Caso 1 (Py – Pb)**), podemos concluir, que el modelo no hace buenas predicciones(excepto para el pozo **G3C**), es importante resaltar, que aun cuando se aplico adecuadamente la metodología, los datos con los que se hizo este trabajo presentan mucha incertidumbre, debido a que fueron obtenidos por diversos laboratorios y aun cuando se hayan utilizado las mismas técnicas en el análisis de las muestras para la obtención de los datos, no se obtuvieron los mismos resultados, por lo que como se menciona al inicio de este capítulo es importante revisar desde el manejo de las muestras de aceite de cada pozo hasta las pruebas realizadas en el laboratorio, que cumplan éstas con los estándares de calidad correspondientes, aunado a un buen análisis estadístico del conjunto de datos, con la finalidad de adquirir datos confiables, que puedan ser utilizados en el desarrollo de modelos o correlaciones para el cálculo de propiedades de los fluidos.

Para el siguiente caso (**Caso 2 (Pb – Patm)**) se aplicará la misma metodología que se utilizo en el caso anterior, se obtendrá el modelo correspondiente para este intervalo y se analizaran los resultados para determinar la confiabilidad del mismo.

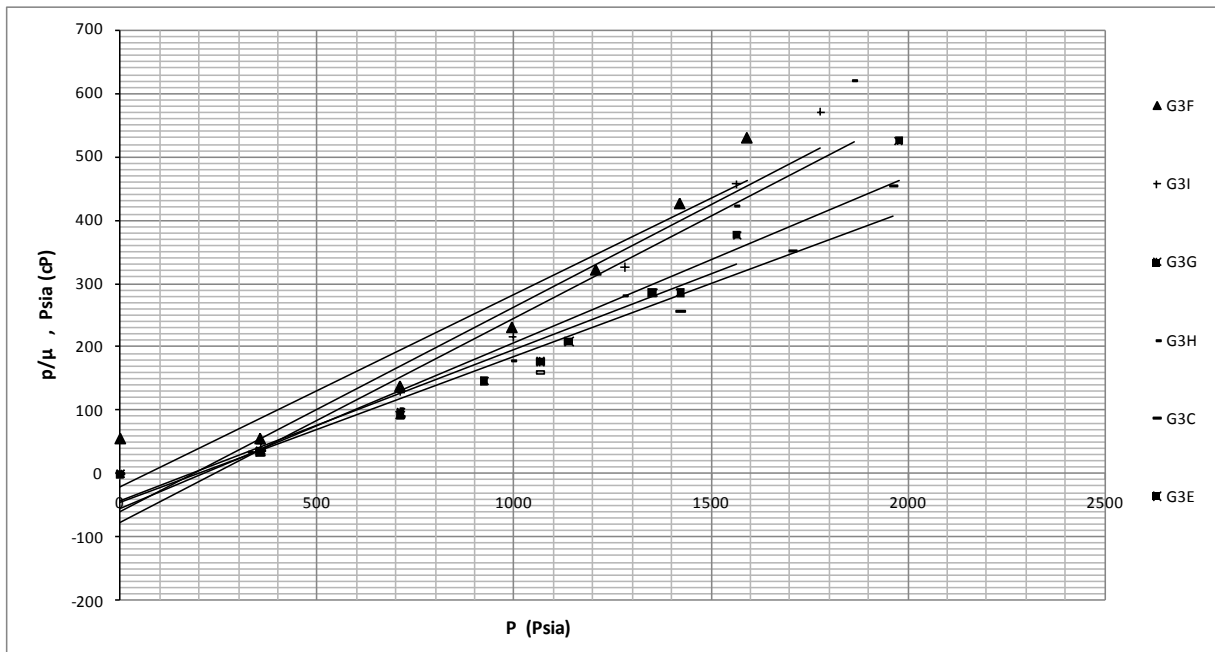
### 5.3.3. Caso 2 (Pb – Patm)

Para este caso, de acuerdo a la información de la **figura 5.18**, se desarrollo un análisis de correlación y buscando varias formas funcionales, se encontró que si la relación de  $p/\mu$  de cada aceite (**Tabla 5.10**) es graficada respecto a la presión como se muestra en la **figura 5.18**, un conjunto de líneas rectas cercanas de la forma general (Ecuación (1)) es obtenido.

$$\frac{p}{\mu} = f(\text{comp}) + B P \dots \dots \dots (1)$$

Pozo G3F			Pozo G3I			Pozo G3G		
P(psia)	$\mu$ (cP)	P/ $\mu$	P(psia)	$\mu$ (cP)	P/ $\mu$	P(psia)	$\mu$ (cP)	P/ $\mu$
1592.64	3.01	529.116	1777.5	3.12	569.712	1976.58	3.77	524.292
1422	3.34	425.749	1564.2	3.43	456.035	1422	4.99	284.970
1208.7	3.76	321.463	1279.8	3.94	324.822	1066.5	6.03	176.866
995.4	4.31	230.951	995.4	4.63	214.989	711	7.67	92.699
711	5.14	138.327	711	5.54	128.339	355.5	9.84	36.128
355.5	6.34	56.073	355.5	7.56	47.024	0	14	0.000
0	10.7	0.000	0	14.2	0.000			

**Tabla 5.10.** Datos de 3 pozos considerando la presión de burbujeo hasta la presión atmosférica.



**Figura 5.18.** Grafica de  $p/\mu$  vs  $p$ .



Para este estudio, se quitaron 4 pozos (G3A, G3B, G3D y G3J), ya que presentaban tendencias muy alejadas del conjunto de rectas, quedando para nuestro análisis únicamente 6 pozos.

Para este caso, primero calculamos la pendiente de cada subconjunto, usando regresión lineal con mínimos cuadrados, obtenemos la pendiente **b** de cada pozo y posteriormente obtuvimos la pendiente general promedio como se muestra en la **tabla 5.11**

Pozo	Pendiente de cada pozo (b)
G3C	0.229785167
G3E	0.238088947
G3F	0.32865148
G3G	0.262070258
G3H	0.321642346
G3I	0.292126484
$\sum = 1.67236468$	
Pendiente general	<b>B = 0.278727447</b>

**Tabla 5.11.** Valor de la pendiente de cada pozo y pendiente promedio.

Una vez que obtenemos la pendiente general **B**, vamos a encontrar el valor de  $f^{(k)}$  donde:

$$f^{(k)} = \langle y_i^{(k)} \rangle - B \langle x_i^{(k)} \rangle \dots \dots \dots (19)$$

Para cada uno de los pozos empleando las ecuaciones (8) y (9), obtenemos los valores  $\langle x_i^{(k)} y_i^{(k)} \rangle$  para cada subconjunto como se muestra en la **tabla 5.12**. (En esta tabla solo se muestra a manera de resumen los cálculos de 3 pozos.)

G3G					
P(psia)	$\mu_o$ (cP)	P/ $\mu_o$	$1/N(\sum y_i)$	$B(1/N\sum x_i)$	$f^{(k)}$
1976.580	3.77	524.292	185.826	256.967	-71.141
1422	4.99	284.970			-71.141
1066.5	6.03	176.866			-71.141
711	7.67	92.699			-71.141
355.5	9.84	36.128			-71.141
0	14	0.000			-71.141
5531.58	46.3	1114.95426			

G3I					
P(psia)	$\mu_o$ (cP)	P/ $\mu_o$	$1/N(\sum y_i)$	$B(1/N\sum x_i)$	$f^{(k)}$
1777.500	3.12	569.712	248.703	266.121	-17.418
1564.2	3.43	456.035			-17.418
1279.8	3.94	324.822			-17.418
995.4	4.63	214.989			-17.418
711	5.54	128.339			-17.418
355.5	7.56	47.024			-17.418
0	14.2	0.000			-17.418
6683.4	42.42	1740.92122			

G3F					
P(Psia)	$\mu_o$ (cP)	P/ $\mu_o$	$1/N(\sum y_i)$	$B(1/N\sum x_i)$	$f^{(k)}$
1592.640	3.01	529.116	251.107255	250.266985	0.8403
1422	3.34	425.749			0.8403
1208.7	3.76	321.463			0.8403
995.4	4.31	230.951			0.8403
711	5.14	138.327			0.8403
355.5	6.34	56.073			0.8403
0	10.7	56.073			0.8403
6285.24	36.6	1757.75078			

Tabla 5.12. Resultados del cálculo de  $f^{(k)}$  para cada subconjunto.

Una vez obtenidos los valores de  $f^{(k)}$ , se procedió a hacer el siguiente cálculo  $\frac{p}{\mu} - f^{(k)}$

Como se observa en la **tabla 5.13**, en ésta solo se muestra como ejemplo el cálculo para dos pozos.

G3F					G3I				
P(Psia)	$\mu$ (cP)	P/ $\mu$	$f^{(k)}$	$\frac{p}{\mu} - f^{(k)}$	P(PSIA)	$\mu$ (cP)	P/ $\mu$	$f^{(k)}$	$\frac{p}{\mu} - f^{(k)}$
1592.640	3.01	529.116	0.8403	528.2760	1777.500	3.12	569.712	-17.418	587.130
1422	3.34	425.749	0.8403	424.9082	1564.2	3.43	456.035	-17.418	473.453
1208.7	3.76	321.463	0.8403	320.6225	1279.8	3.94	324.822	-17.418	342.240
995.4	4.31	230.951	0.8403	230.1110	995.4	4.63	214.989	-17.418	232.407
711	5.14	138.327	0.8403	137.4866	711	5.54	128.339	-17.418	145.757
355.5	6.34	56.073	0.8403	55.2323	355.5	7.56	47.024	-17.418	64.442
0	10.7	56.073	0.8403	55.2323	0	14.2	0.000	-17.418	17.418

Tabla 5.13. Resultados del cálculo de  $\frac{p}{\mu} - f^{(k)}$  para cada subconjunto.

Siguiendo el mismo procedimiento que el caso anterior, si los valores experimentales de  $\frac{p}{\mu} - f^{(k)}$  vs  $p$  para cada aceite de cada pozo se grafican para todo el conjunto de los 6 pozos ver figura 5.19, se puede observar cómo se tiene una buena tendencia, por lo que podríamos decir que se tiene un comportamiento funcional de una línea recta.

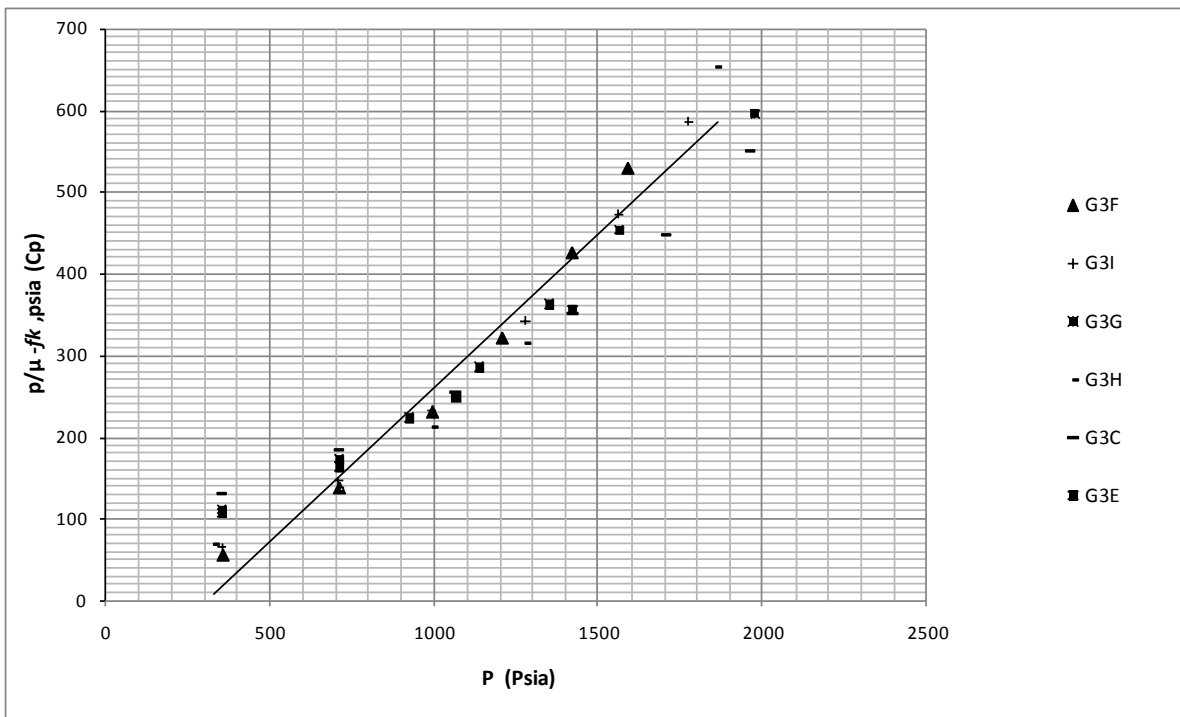


Figura 5.19. Correlación de línea recta  $\frac{p}{\mu} - f^{(k)}$  para 6 pozos como una función de la presión.

Los valores de  $f^{(k)}$  que se obtuvieron para cada pozo se muestran en la **tabla 5.14**

Pozo	$f^{(k)}$
G3C	-95.307
G3E	-76.7104
G3F	0.84027
G3G	-71.141
G3H	-34.877
G3I	-17.418

**Tabla 5.14.** Valores del intercepto  $f^{(k)}$  para cada pozo.

Una vez obtenidos estos valores y encontrado una línea recta funcional para este conjunto de pozos, realizaremos la siguiente parte, que es encontrar la ecuación de la línea recta que nos permita llevar a cabo predicciones de la viscosidad. Haciendo el desarrollo como en el caso anterior tenemos que:

$$f(comp) = f_{H_2S} \times H_2S + f_{N_2} \times N_2 + f_{CO_2} \times CO_2 + f_{C_{1-5}} \times C_{1-5} + f_{C_{6+}} \times C_{6+} \dots \dots \dots (22)$$

Entonces, resolviendo el sistema de ecuaciones en forma matricial tenemos la composición de cada uno de los pozos como se muestra en la **tabla 5.15**.

Pozo	H2S (% mol)	N2(% mol)	CO2(% mol)	C1 - C5(% mol)	C6+(% mol)
G3C	0.659	1.228	1.605	50.181	46.327
G3E	4.354	0.277	6.055	46.527	42.787
G3F	2.079	0.501	1.663	56.626	39.131
G3G	0.387	0.249	0.518	35.783	63.063
G3H	1.18	0.223	2.111	54.001	42.485
G3I	1.037	0.189	1.405	50.507	46.862

**Tabla 5.15.** (Matriz X) Composición en fracción (% Mol) de los pozos.

Resolviendo éste sistema, tenemos que la matriz transpuesta es la que se indica en la **tabla 5.16**.

		G3C	G3E	G3F	G3G	G3H	G3I
		1	1	1	1	1	1
x1	H2S	0.659	4.354	2.079	0.387	1.18	1.037
x2	N2	1.228	0.277	0.501	0.249	0.223	0.189
x3	CO2	1.605	6.055	1.663	0.518	2.111	1.405
x4	C1-C5	50.181	46.527	56.626	35.783	54.001	50.507
x5	C6+	46.327	42.787	39.131	63.063	42.485	46.862

**Tabla 5.16.** Matriz transpuesta (X').

Haciendo la multiplicación de las matrices tenemos que:

MULTIPLICACIÓN (X'X)							
		H2S (% mol)	N2(% mol)	CO2(% mol)	C1 - C5(% mol)	C6+(% mol)	
1	6	9.696	2.667	13.357	293.625	280.655	
	H2S	9.696	26.3314	3.6124	35.0270	483.3183	421.3110
	N2	2.667	3.6124	1.9832	5.3466	133.3779	122.3799
	CO2	13.357	35.0270	5.3466	48.7033	659.9246	586.6986
	C1-C5	293.625	483.3183	133.3779	659.9246	14636.8865	13448.9928
	C6+	280.655	421.3110	122.3799	586.6986	13448.9928	13486.1177

Obtenemos la inversa

INVERSA (X'X)-1							
		3.32983E+15	-3.32983E+13	-3.32983E+13	-3.32983E+13	-3.32983E+13	-3.32983E+13
1	H2S	-3.3298E+13	3.32983E+11	3.32983E+11	3.32983E+11	3.32983E+11	3.32983E+11
	N2	-3.3298E+13	3.32983E+11	3.32983E+11	3.32983E+11	3.32983E+11	3.32983E+11
	CO2	-3.3298E+13	3.32983E+11	3.32983E+11	3.32983E+11	3.32983E+11	3.32983E+11
	C1-C5	-3.3298E+13	3.32983E+11	3.32983E+11	3.32983E+11	3.32983E+11	3.32983E+11
	C6+	-3.3298E+13	3.32983E+11	3.32983E+11	3.32983E+11	3.32983E+11	3.32983E+11

Multiplicando la matriz transpuesta por el vector (intercepto):

$f(k)$
-95.307
-76.7104
0.84027
-71.141
-34.877
-17.418

Tenemos que:

$X'f^{(k)}$
-294.6131
-481.8064
-166.6485
-751.0005
-13612.8864
-14448.9712

Finalmente multiplicando la matriz inversa por el vector  $X'f^{(k)}$  tenemos la siguiente solución.

Valor	$f(comp)$
64	término individual
27	$fH_2S$
-147	$fN_2$
-21	$fCO_2$
-1	$fC_{1-5}$
-3	$fC_{6+}$

Una vez obtenidos los coeficientes  $fH_2S, fN_2, fCO_2, fC_{1-5}, fC_{6+}$ , con la composición de cada pozo y con la pendiente general  $B$  procedemos a sustituir esta información en la siguiente ecuación.

$$\mu_{calc} = \frac{p}{f(comp) + Bp} \dots \dots \dots (23)$$

Con esta ecuación, llevaremos a cabo las predicciones de la viscosidad del aceite a condiciones de yacimiento para cada pozo, y analizaremos los resultados para determinar que tan confiable es el modelo y así poder emplearlo en predicciones futuras.

### 5.3.4 Análisis de Resultados

En esta sección analizaremos los cálculos que se obtuvieron para cada pozo.

**G3C**

$$f(comp) = ti + fH_2SxH_2S + fN_2xN_2 + fCO_2xCO_2 + fC_{1-5}xC_{1-5} + fC_{6+}xC_{6+} \dots \dots (24)$$

término ind	$fH_2S$	H <sub>2</sub> S (% mol)	$fN_2$	N <sub>2</sub> (% mol)	$fCO_2$	CO <sub>2</sub> (% mol)	$fC_{1-5}$	C <sub>1</sub> - C <sub>5</sub> (% mol)	$fC_{6+}$	C <sub>6</sub> +(% mol)	$f(comp)$
64	27	0.659	-147	1.228	-21	1.605	-1	50.181	-3	46.327	-321.59

Sustituyendo los datos de la composición y los coeficientes ( $fH_2S, fN_2, fCO_2, fC_{1-5}, fC_{6+}$ ) en la ecuación (24) encontramos el valor de  $f(comp) = -321.59$  ; sí  $B = 0.278727$

Tenemos que:

P(psia)	$\mu$ (cP)	B	$f(comp)$	$f(comp) + B*P$	$\mu_{calc} = P / f(comp) + B*P$	% Error
1962.36	4.32	0.278727	-321.59	225.374	8.707	101.55
1706.4	4.86	0.278727	-321.59	154.031	11.078	127.95
1422	5.55	0.278727	-321.59	74.760	19.021	242.72
1066.5	6.67	0.278727				
711	7.96	0.278727				
355.5	10.01	0.278727				
0	18.52	0.278727				

Los datos de viscosidad calculados a partir de la presión (1066.5 psia), se omitieron debido a que presentaban mucha inconsistencia, así que graficando los datos medidos de viscosidad y los datos calculados contra la presión obtenemos los resultados mostrados en la figura de la figura 5.20.

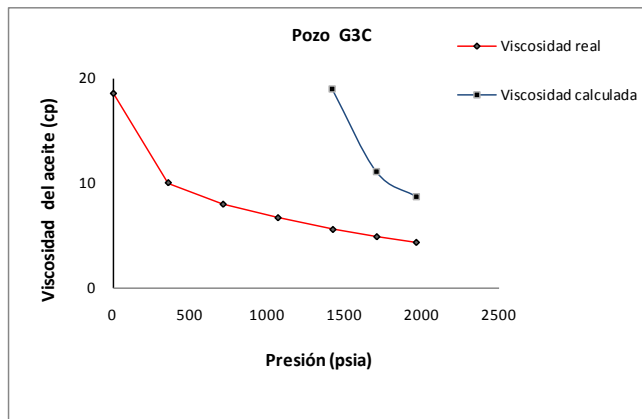


Figura 5.20. Comparación de  $\mu$ medida contra  $\mu$ calculada.

Como se puede observar el modelo no hace buenas predicciones de la viscosidad ya que las curvas están bastante alejadas teniendo errores arriba del 100%.

**G3E**

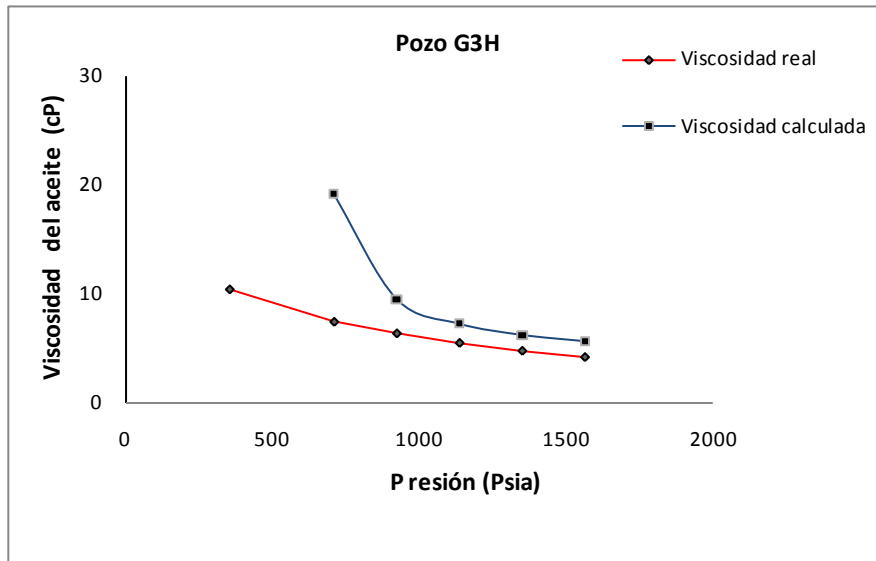
término individual	$fH_2S$	H <sub>2</sub> S (% mol)	$fN_2$	N <sub>2</sub> (% mol)	$fCO_2$	CO <sub>2</sub> (% mol)	$fC_{1-5}$	C1 - C <sub>5</sub> (% mol)	$fC_{6+}$	C <sub>6+</sub> (% mol)	$f(comp)$
64	27	4.354	-147	0.277	-21	6.055	-1	46.527	-3	42.787	-161.204

Sustituyendo los datos de la composición y los coeficientes ( $fH_2S, fN_2, fCO_2, fC_{1-5}, fC_{6+}$ ) en la ecuación (24) encontramos el valor de  $f(comp) = -161.204$  ; si  $B = 0.278727$

Tenemos los siguientes resultados:

P(PSIA)	$\mu$ (cP)	B	$f(comp)$	$f(comp) + B*P$	$\mu_{calc} = P / f(comp) + B*P$	% Error
1564.2	4.16	0.278727	-161.204	274.781	5.693	36.8
1350.9	4.73	0.278727	-161.204	215.329	6.274	32.6
1137.6	5.45	0.278727	-161.204	155.876	7.298	33.9
924.3	6.32	0.278727	-161.204	96.424	9.586	51.7
711	7.37	0.278727	-161.204	36.971	19.231	160.9

Graficando los datos de viscosidad medidos y calculados contra la presión, obtenemos los resultados mostrados en la **figura 5.21**.



**Figura 5.21.** Comparación de  $\mu$  medida contra  $\mu$  calculada.

Para este caso, podemos observar que al inicio (a la presión de burbujeo) aunque el error es mayor al 30 %, tenemos una tendencia parecida entre las dos curvas, pero a medida que nos acercamos a la presión atmosférica, las curvas se separan, aumentando considerablemente el error, el modelo no hace buenas predicciones de la viscosidad.



**G3G**

término individual	$fH_2S$	H <sub>2</sub> S (% mol)	$fN_2$	N <sub>2</sub> (% mol)	$fCO_2$	CO <sub>2</sub> (% mol)	$fC_{1-5}$	C <sub>1</sub> - C <sub>5</sub> (% mol)	$fC_{6+}$	C <sub>6+</sub> (% mol)	$f(comp)$
64	27	0.387	-147	0.249	-21	0.518	-1	35.783	-3	63.063	-198.004

Sustituyendo los datos de la composición y los coeficientes ( $fH_2S, fN_2, fCO_2, fC_{1-5}, fC_{6+}$ ) en la ecuación (24) encontramos el valor de  $f(comp) = -198.004$ ; si  $B = 0.278727$

Tenemos los siguientes resultados:

P(psia)	$\mu$ (cP)	B	$f(comp)$	$\mu' f(comp) + B * P$	$\mu'_{calc} = P / f(comp) + B * P$	$(ABS(\mu_{real} - \mu_{calc}) / \mu_{real}) * 100$
1976.58	3.77	0.278727	-198.004	352.923	5.601	48.6
1422	4.99	0.278727	-198.004	198.346	7.169	43.7
1066.5	6.03	0.278727	-198.004	99.259	10.745	78.2
711	7.67					
355.5	9.84					
0	14					

Los datos de viscosidad calculados a partir de la presión (711 psia), se omitieron debido a que presentaban mucha inconsistencia, así que graficando los datos medidos de viscosidad y los datos calculados contra la presión obtenemos los resultados mostrados en la figura de la figura 5.22.

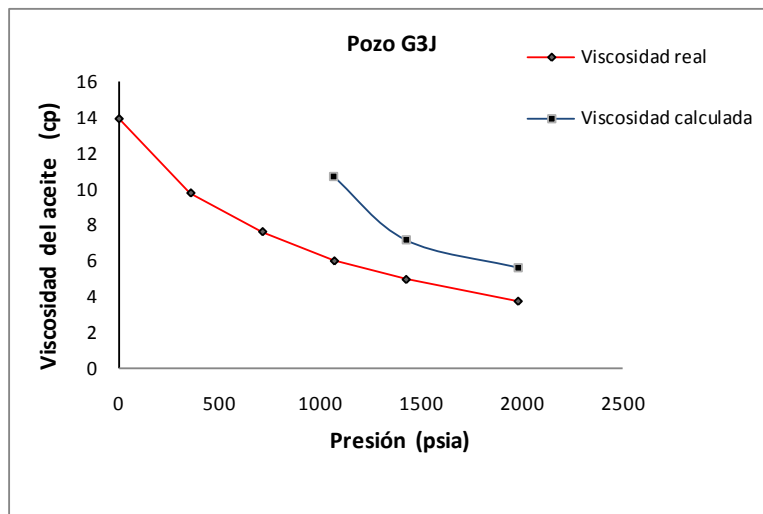


Figura 5.22. Comparación de  $\mu$  medida contra  $\mu$  calculada.

Para este caso podemos observar que al inicio (a la presión de burbujeo), aunque el error es mayor al 40 %, tenemos una tendencia parecida entre las dos curvas, pero a medida que nos acercamos a la presión atmosférica, las curvas se separan aumentando considerablemente el error, el modelo no hace buenas predicciones de la viscosidad.

**G3H**

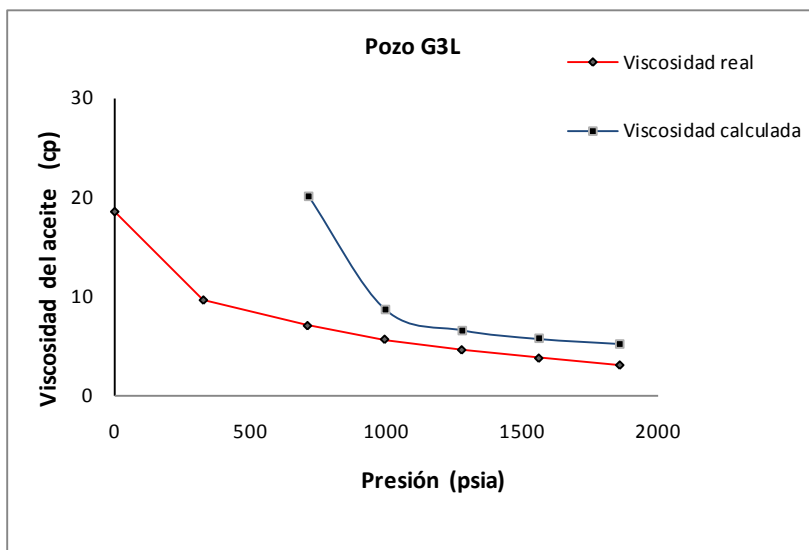
término individual	$f_{H_2S}$	H <sub>2</sub> S (% mol)	$f_{N_2}$	N <sub>2</sub> (% mol)	$f_{CO_2}$	CO <sub>2</sub> (% mol)	$f_{C_{1-5}}$	C <sub>1</sub> - C <sub>5</sub> (% mol)	$f_{C_{6+}}$	C <sub>6+</sub> (% mol)	$f(comp)$
64	27	1.18	-147	0.223	-21	2.111	-1	54.001	-3	42.485	-162.708

Sustituyendo los datos de la composición y los coeficientes ( $f_{H_2S}, f_{N_2}, f_{CO_2}, f_{C_{1-5}}, f_{C_{6+}}$ ) en la ecuación (24) encontramos el valor de  $f(comp) = -162.708$ ; si  $B = 0.278727$

Se tiene que:

P(psia)	$\mu_o(cP)$	B	$f(comp)$	$\mu' f(comp) + B * P$	$\mu_{calc} = P / f(comp) + B * P$	% Error
1862.82	3.01	0.278727	-162.708	356.511	5.225	73.59
1564.2	3.71	0.278727	-162.708	273.277	5.724	54.28
1279.8	4.55	0.278727	-162.708	194.007	6.597	44.98
995.4	5.62	0.278727	-162.708	114.737	8.675	54.37
711	7	0.278727	-162.708	35.467	20.047	186.38

Graficando los datos medidos y calculados de viscosidad contra la presión, obtenemos los resultados mostrados en la **figura 5.23**.



**Figura 5.23.** Comparación de  $\mu$  medida contra  $\mu$  calculada.

Para este caso, también podemos observar que al inicio (a la presión de burbujeo) aunque el error es grande, tenemos una buena tendencia hasta la presión de 995.4 psia, entre las dos curvas, pero a medida que nos acercamos a la presión atmosférica, las curvas se separan aumentando considerablemente el error, lo que indica que es muy difícil que el modelo pueda reproducir la viscosidad medida y más aun la viscosidad a la presión atmosférica.

**G3I**

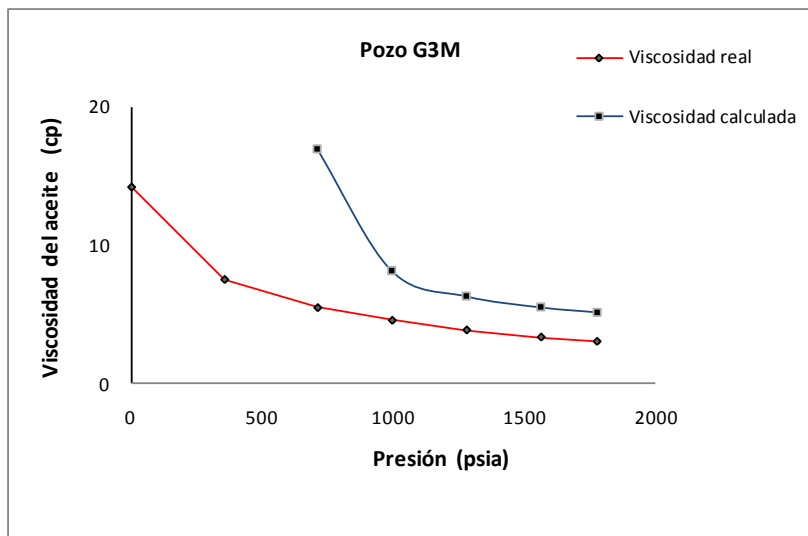
término individual	$f_{H_2S}$	H <sub>2</sub> S (% mol)	$f_{N_2}$	N <sub>2</sub> (% mol)	$f_{CO_2}$	CO <sub>2</sub> (% mol)	$f_{C_{1-5}}$	C <sub>1 - C<sub>5</sub></sub> (% mol)	$f_{C_{6+}}$	C <sub>6+</sub> (% mol)	$f(comp)$
64	27	1.037	-147	0.189	-21	1.405	-1	50.507	-3	46.862	-156.382

Sustituyendo los datos de la composición y los coeficientes ( $f_{H_2S}, f_{N_2}, f_{CO_2}, f_{C_{1-5}}, f_{C_{6+}}$ ) en la ecuación (24), encontramos que el valor de  $f(comp) = -156.382$ ; si  $B = 0.278727$

Tenemos los siguientes resultados:

P(psia)	$\mu_o$ (cP)	B	$f(comp)$	$f(comp) + B*P$	$\mu_{calc} = P / f(comp) + B*P$	% Error
1777.5	3.12	0.278727	-156.382	339.056	5.242	68.0
1564.2	3.43	0.278727	-156.382	279.603	5.594	63.1
1279.8	3.94	0.278727	-156.382	200.333	6.388	62.1
995.4	4.63	0.278727	-156.382	121.063	8.222	77.6
711	5.54	0.278727	-156.382	41.793	17.012	207.1

Si graficamos los datos de viscosidad medidos y calculados respecto a la presión, tenemos los resultados mostrados en la **figura 5.24**.



**Figura 5.24.** Comparación de  $\mu$  medida contra  $\mu$  calculada.

Para este caso, podemos observar que al inicio, aunque el error es grande tenemos una buena tendencia hasta la presión de 995.4 psia, entre las dos curvas, pero a medida que nos acercamos a la presión atmosférica, las curvas se separan demasiado aumentando considerablemente el error, lo que indica, que es muy difícil que el modelo pueda reproducir la viscosidad medida y más aun la viscosidad a la presión atmosférica.

**G3F**

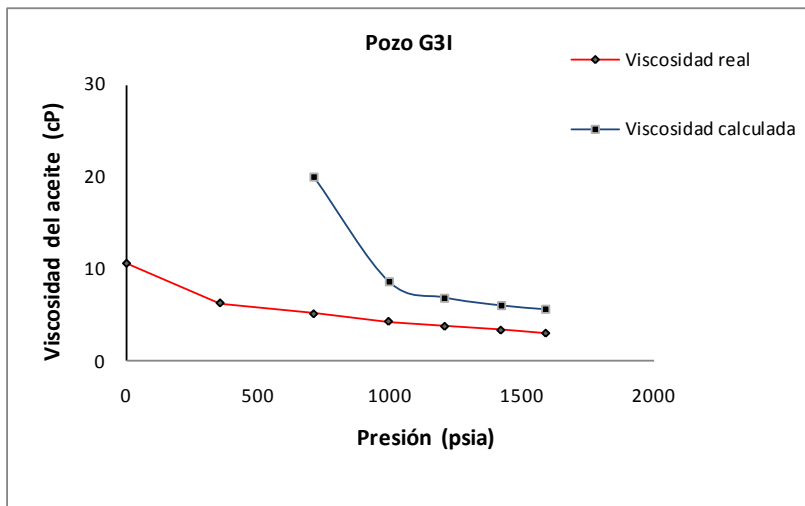
término individual	$f_{H_2S}$	H <sub>2</sub> S (% mol)	$f_{N_2}$	N <sub>2</sub> (% mol)	$f_{CO_2}$	CO <sub>2</sub> (% mol)	$f_{C_{1-5}}$	C <sub>1</sub> - C <sub>5</sub> (% mol)	$f_{C_{6+}}$	C <sub>6+</sub> (% mol)	$f(comp)$
64	27	2.079	-147	0.501	-21	1.663	-1	56.626	-3	39.131	-162.456

Si sustituimos los datos de la composición y los coeficientes ( $f_{H_2S}, f_{N_2}, f_{CO_2}, f_{C_{1-5}}, f_{C_{6+}}$ ) en la ecuación (24) encontramos que el valor de  $f(comp) = -162.456$ ; si  $B = 0.278727$

Tenemos los siguientes resultados:

P(psia)	$\mu_o(cP)$	B	$f(comp)$	$f(comp) + B*P$	$\mu_{calc} = P / f(comp) + B*P$	% Error
1592.64	3.01	0.278727	-162.456	281.456	5.659	87.99
1422	3.34	0.278727	-162.456	233.894	6.080	82.03
1208.7	3.76	0.278727	-162.456	174.442	6.929	84.28
995.4	4.31	0.278727	-162.456	114.989	8.656	100.85
711	5.14	0.278727	-162.456	35.719	19.905	287.26

Graficando los valores de viscosidad medidos y calculados, obtenemos los resultados mostrados en la **figura 5.25**.



**Figura 5.25.** Comparación de  $\mu$  medida contra  $\mu$  calculada.

Podemos observar, que al igual que en los casos anteriores, a partir de cierta presión las curvas se separan considerablemente teniendo errores demasiado grandes, por lo que el modelo no lleva acabo buenas predicciones de la viscosidad tampoco para este pozo.

Como se pudo observar para esta segunda parte, el modelo obtenido no logro reproducir la viscosidad para ninguno de los pozos, incluso se encontraron tendencias bastante alejadas de los datos medidos, reportando errores muy elevados, como se menciono anteriormente, este proceso al ser dinámico es más complejo, por lo que determinar el comportamiento real que presenta la viscosidad de Pb a Patm resulta difícil.

Aunado a esto, es necesario tener un control de calidad en la toma de muestras, así como en las mediciones en laboratorio, para contar con bases de datos confiables que nos permitan aplicar estos modelos o algún otro que se llegue a plantear de manera eficaz, y de esta forma contar con ecuaciones robustas para la predicción de propiedades de los aceites producidos en México. También es importante señalar, que este estudio solo se desarrollo únicamente para este grupo de pozos, faltando 4 grupos, de los cuales dos de ellos son más pesados y los otros dos son más ligeros, por lo que será necesario aplicar esta metodología a los grupos restantes como parte de un trabajo futuro, tal vez los resultados sean más favorables, o en su caso, hacer algunas adecuaciones a la metodología o inclusive proponer una nueva, para que de esta manera logremos obtener modelos matemáticos que sean útiles para el cálculo de esta propiedad y sean aplicables tanto nacional como internacionalmente .

## Conclusiones y Recomendaciones

Los aceites que se producen en México, están dentro un rango de densidad muy amplio que va desde 7 hasta 50 °API, razón por la cual, para el análisis desarrollado en este trabajo, los aceites se organizaron en 5 grupos de diferentes intervalos de densidad, tratando de tener así grupos con características homogéneas que facilitaran su análisis.

Para el desarrollo de este trabajo, se utilizó una extensa base de datos, la cual consta de más de 100 estudios PVT, los cuales fueron recopilados a lo largo de muchos años y proporcionados por varias empresas nacionales e internacionales. El hecho de que dichos estudios se hayan realizado en períodos de tiempo distintos (algunos hasta con más de 15 años de diferencia) y que estos, se hayan elaborado por varias empresas, ocasionó que las mediciones de los datos experimentales presentaran inconsistencias.

Tomando en cuenta que, el comportamiento de fluidos muy viscosos es complejo y que en condiciones reales muchas veces los fluidos se encuentran interactuando dinámicamente conforme varía la presión del yacimiento, el reproducir estas condiciones en el laboratorio resulta bastante difícil, ya que no hay viscosímetros que puedan medir la viscosidad del aceite para esas condiciones y considerando que si los aceites en estudio contienen una gran cantidad de gas en solución, el tiempo que se requiere para quitar todo ese gas es alto y muchas veces por fines prácticos y económicos estos tiempos se acortan. Esto implica un error en las mediciones y se tiene que aplicar alguna técnica o hacer suposiciones basadas en la experiencia del ingeniero de campo para reproducir de manera confiable los datos.

De acuerdo a los factores antes señalados, la información proporcionada presenta inconsistencias y para el desarrollo de los modelos obtenidos en el capítulo 3, se produjeron errores importantes en sus predicciones.

Para contar con información de calidad es necesario llevar a cabo una serie de procedimientos basados en normas estandarizadas, desde la selección adecuada del fluido a analizar, la toma de la muestra y el manejo de la misma, aplicación adecuada de las metodologías óptimas para la obtención de las propiedades del fluido en el laboratorio y personal altamente calificado para la aplicación de las mismas, así como el análisis detallado de los resultados.

La metodología basada en la ecuación de la línea recta, empleada en el trabajo del capítulo 5, fue aplicada exitosamente en trabajos anteriores, para el cálculo de otras propiedades, como la presión de precipitación de asfaltenos. Para este trabajo, a pesar de la alta dispersión de los datos experimentales analizados, fue posible obtener modelos de regresión lineal, que si bien en algunos casos arroja incertidumbres altas, en otros se lograron buenos ajustes. Por lo que se recomienda seguir probando esta metodología, partiendo de bases de datos confiables, para que en trabajos futuros se pueda mostrar la bondad de la misma, realizando exitosamente cálculos de otras propiedades de los fluidos, contando así con una herramienta valiosa para el estudio de los aceites producidos en nuestro país.

El manejo de grandes bases de datos requiere de un estudio estadístico detallado que nos permita analizar, clasificar y procesar la información de manera confiable y funcional, contando así con datos robustos que puedan ser utilizados en la aplicación de metodologías o desarrollo de modelos matemáticos que puedan ser utilizados para el cálculo de alguna propiedad del fluido, optimizar y asegurar la producción de hidrocarburos, reducir costos de operación-producción, etc.

Se recomienda en un trabajo futuro aplicar esta metodología (de la línea recta) a los 4 grupos restantes, para determinar en base a los resultados obtenidos, si los modelos obtenidos proporcionan mejores predicciones de la viscosidad del aceite.

## Referencias

1. **Bird Byron, R; Stewart Warren, E. y Lightfoot Edwin, N.**(2002).*Transport Phenomena*, (2ª ed): John Wiley & Sons, Inc.
2. **Canavos, George C.**(1999). *Probabilidad y Estadística - Aplicaciones y Métodos*,(1ª ed). McGraw-Hill.
3. **Carl F, C.** (1979). *Modelos y Métodos Econométricos*,(1ª ed). México.
4. **Dake L, P.** (1998). *Fundamentals of Reservoir Engineering: Developments in Petroleum Science* 8, Shell.
5. **Damodar, Gujarti.** (1997). *Econometría*, (3ª ed). McGraw-Hill.
6. **Danesh, Ali.** (1998). *PVT and Phase Behavior of Petroleum Reservoir Fluids*: Elsevier Science B. V.
7. **De Ghetto G, Paone F. y Villa, M.** (1995). *Pressure-Volume-Temperature Correlations for Heavy and Extra Heavy Oils*. SPE 30316
8. **De Ghetto G, Paone F y Villa, M.** (1995). *Reliability Analysis on pVT Correlations*. SPE 28904.
9. **Del Rio, Jaime.** (2009). *Equations to Predict Precipitation Onset and Bubblepoint Pressures of Asphaltenic Reservoir Fluids*. México.



10. **Elsharkawy Adel, M; Hassan Suad, A; Hashim Yousef, S. Kh. y Fahim Mohamed, A.** (2003). *Compositional Model for Calculating the Viscosity of Crude Oils*. Kuwait University :Petroleum Engineering and Chemical Engineering Departments.
11. **Garaicochea, Francisco. y Bernal, Cesar.** (1991). *Transporte de Hidrocarburos por Ductos*. México: Colegio de Ingenieros Petroleros de México, A.C.
12. **Johnson, Kuby.** (2008). *Estadística Elemental*, (10ª ed): CENGAGE Learning.
13. **McCain, William D. Jr.** (1990). *The Propierties of Petroleum Fluids*. Tulsa: Penn Well Books.
14. **Mendenhall, W.** (2004). *Estadística Matemática con Aplicaciones*, (2ª ed). Florida: Iberoamericana.
15. **Pierre C, Barré L. y Pina A, Moan M.** (2004). *Composition and Heavy Oil Rheology*. Oil & Gas Science and Technology-Rev. IFP, Vol. 59, No. 5, pp 489-501.
16. **Reyes, Marlene.** (2010). *Análisis del Comportamiento de la Viscosidad de Aceites Producidos en México*. México.
17. **Scheaffer, Richard. y McClave, James.** (1990). *Probabilidad y Estadística para Ingeniería*, (3ª ed): Iberoamérica.

## A. Regresión Múltiple Lineal

En un modelo de regresión lineal simple se expresa la idea de que la media de una variable de respuesta  $Y$  depende del valor de una variable de predicción única  $X$ . En un modelo de regresión lineal múltiple, pueden usarse dos o más variable de predicción distinta. Las técnicas empleadas en ambos casos son similares y sencillas. Sin embargo, más adelante se demostrará que salvo en casos muy sencillos, el análisis es complicado cuando se involucran muchas variables y muchas mediciones (Mendenhall W. 2002).

El modelo de regresión lineal múltiple expresa la media de la variable de respuesta  $Y$  como función de una o más variables de predicción distintas  $X_1, X_2, \dots, X_k$ . Asume la forma siguiente:

$$\mu_{Y|x_1, x_2, \dots, x_k} = \alpha_0 + \alpha_1 x_1 + \alpha_2 x_2 + \dots + \alpha_k x_k \dots\dots\dots (A.1)$$

En este modelo se trata de  $k$  variables de predicción distintas, cada una de primer grado.

La aplicación del método de mínimos cuadrados a la estimación de los parámetros  $\alpha_0, \alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_k$  se efectúa al rescribir el modelo en la siguiente forma:

$$Y|x_1, x_2, \dots, x_k = \alpha_0 + \alpha_1 x_1 + \alpha_2 x_2 + \dots + \alpha_k x_k + \varepsilon \dots\dots\dots (A.2)$$

Donde  $Y|x_1, x_2, \dots, x_k$ , denota la variable de repuesta cuando las variables de predicción  $X_1, X_2, \dots, X_k$  asumen los valores  $x_1, x_2, \dots, x_k$ , y  $\varepsilon$  denota la diferencia aleatoria entre  $Y|x_1, x_2, \dots, x_k$  y su valor medio. Una muestra aleatoria de tamaño  $n$  consiste en un conjunto de  $n(k+1)$ -tuplos y tiene la forma:

$$\{(x_{1i}, x_{2i}, \dots, x_{ki}, Y|x_{1i}, x_{2i}, \dots, x_{ki}) : i = 1, 2, 3, \dots, n\} \dots\dots\dots (A.3)$$

Donde cada uno de los primeros  $k$  miembros de cada  $n(k+1)$ -tuplo denota un número real, y el último, una variable aleatoria. Al omitir la notación condicional, se expresa la muestra como:

$$\{(x_{1i}, x_{2i}, \dots, x_{ki}, Y_i) : i = 1, 2, 3, \dots, n\} \dots \dots \dots \text{(A.4)}$$

Donde: 
$$Y_i = \alpha_0 + \alpha_1 x_{1i} + \alpha_2 x_{2i} + \dots + \alpha_k x_{ki} + \varepsilon_i \dots \dots \dots \text{(A.5)}$$

Se parte del supuesto de que los errores aleatorios  $\varepsilon_1, \varepsilon_2, \dots, \varepsilon_n$ , son independientes, con media 0 y varianza común  $\sigma^2$ .

La curva de regresión estimada de  $Y$  sobre  $X_1, X_2, \dots, X_k$  es:

$$\hat{y} = \hat{\mu}_{Y|x_1, x_2, \dots, x_k} = b_0 + b_1 x_1 + b_2 x_2 + \dots + b_k x_k \dots \dots \dots \text{(A.6)}$$

Donde  $b_0, b_1, b_2, \dots, b_k$  son los estimadores de mínimos cuadrados de  $\alpha_0, \alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_k$ , respectivamente. Minimizar la suma de los cuadrados de los residuos requiere hacerlo con:

$$SEE = \sum_{i=1}^n e_i^2 + \sum_{i=1}^n [y_i - (b_0 + b_1 x_{1i} + b_2 x_{2i} + \dots + b_k x_{ki})]^2 \dots \dots \dots \text{(A.7)}$$

Al tomar las  $k+1$  derivadas parciales, se tiene:

$$\frac{\partial SEE}{\partial b_0}, \frac{\partial SEE}{\partial b_1}, \frac{\partial SEE}{\partial b_2}, \dots, \frac{\partial SEE}{\partial b_k}$$

Y al igualarlas cada una a 0, se obtienen las ecuaciones normales que siguen:

$$\begin{aligned}
 & b_0 n + b_1 \sum_{i=1}^n x_{1i} + b_2 \sum_{i=1}^n x_{2i} + \dots + b_k \sum_{i=1}^n x_{ki} = \sum_{i=1}^n y_i \\
 & b_0 \sum_{i=1}^n x_{1i} + b_1 \sum_{i=1}^n x_{1i}^2 + b_2 \sum_{i=1}^n x_{1i} x_{2i} + \dots + b_k \sum_{i=1}^n x_{1i} x_{ki} = \sum_{i=1}^n x_{1i} y_i \dots \dots \dots \text{(A.8)} \\
 & \vdots \\
 & b_0 \sum_{i=1}^n x_{ki} + b_1 \sum_{i=1}^n x_{ki}^2 + b_2 \sum_{i=1}^n x_{ki} x_{2i} + \dots + b_k \sum_{i=1}^n x_{ki} x_{ki} = \sum_{i=1}^n x_{ki} y_i
 \end{aligned}$$

(A.8). **Ecuaciones normales de modelo de regresión lineal múltiple.**

Estas ecuaciones se resuelven simultáneamente para  $b_0, b_1, b_2, \dots, b_k$ .

En lo conceptual, es relativamente sencilla la idea de estimar un modelo de regresión lineal múltiple con el método de mínimos cuadrados. Sólo se amplían los conceptos de regresión lineal simple a un modelo más complejo.

A continuación se explica cómo expresar este modelo en una forma matricial general. Esto reduce considerablemente las dificultades de notación existentes, además de simplificar las ecuaciones relacionadas con el estudio del modelo.

**Enfoque Matricial de Mínimos Cuadrados**

Con lo observado en la sección anterior, es difícil la identificación de fórmulas para los estimadores de mínimos cuadrados en modelos complejos. Para evitar estos problemas se hace uso del álgebra matricial. En resumen se hace lo siguiente:

- 1) Expresar el modelo lineal general en forma matricial.
- 2) Encontrar una expresión matricial de las ecuaciones normales de ese modelo.
- 3) Encontrar una expresión matricial de las estimaciones de mínimos cuadrados al despejar las ecuaciones normales.
- 4) Aplicar los resultados obtenidos a los modelos de regresión lineal múltiple.

El modelo de regresión general tiene la forma:

$$\mu_{Y|x_1, x_2, \dots, x_k} = \alpha_0 + \alpha_1 x_1 + \alpha_2 x_2 + \dots + \alpha_k x_k \quad \dots\dots (A.9)$$

Y también puede escribirse como:

$$Y_i = \alpha_0 + \alpha_1 x_{1i} + \alpha_2 x_{2i} + \dots + \alpha_k x_{ki} + \varepsilon_i \quad i = 1, 2, \dots, n \quad \dots\dots (A.10)$$

La formulación matricial del modelo se aprecia al escribir esas ecuaciones en forma expandida, como se muestra:

$$\begin{aligned} Y_1 &= \alpha_0 + \alpha_1 x_{11} + \alpha_2 x_{21} + \dots + \alpha_k x_{k1} + \varepsilon_1 \\ Y_2 &= \alpha_0 + \alpha_1 x_{12} + \alpha_2 x_{22} + \dots + \alpha_k x_{k2} + \varepsilon_2 \\ Y_3 &= \alpha_0 + \alpha_1 x_{13} + \alpha_2 x_{23} + \dots + \alpha_k x_{k3} + \varepsilon_3 \\ &\vdots \\ Y_n &= \alpha_0 + \alpha_1 x_{1n} + \alpha_2 x_{2n} + \dots + \alpha_k x_{kn} + \varepsilon_n \end{aligned} \quad \dots\dots (A.11)$$

Definiendo los vectores columna:

$$Y = \begin{bmatrix} Y_1 \\ Y_2 \\ \vdots \\ Y_n \end{bmatrix} \quad \alpha = \begin{bmatrix} \alpha_0 \\ \alpha_1 \\ \alpha_3 \\ \vdots \\ \alpha_k \end{bmatrix} \quad \varepsilon = \begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \vdots \\ \varepsilon_n \end{bmatrix} \quad \dots\dots\dots (A.12)$$

Y es el vector de respuestas,  $\alpha$  es el vector de parámetros del modelo y  $\varepsilon$  es el vector de errores aleatorios. También es necesario definir una matriz  $n \times (k+1)$ , denotada con X. El primer miembro de cada fila de la matriz es 1. Los elementos restantes de la  $i$ -ésima fila, para cada  $i$ , consisten en valores que asumen las  $k$  variables de predicción que originan la respuesta  $Y_i$ . En otras palabras la  $i$ -ésima fila tiene la forma:

$$1 \quad x_{1i} \quad x_{2i} \quad x_{3i} \quad \dots \quad x_{ki}$$

La matriz X está dada por:

$$X = \begin{bmatrix} 1 & x_{11} & x_{21} & x_{31} & \dots & x_{k1} \\ 1 & x_{12} & x_{22} & x_{32} & \dots & x_{k2} \\ 1 & x_{13} & x_{23} & x_{33} & \dots & x_{k3} \\ & & & \vdots & & \\ 1 & x_{1n} & x_{2n} & x_{3n} & \dots & x_{kn} \end{bmatrix} \quad \dots\dots\dots (A.13)$$

Se hace referencia a ésta como la *matriz de especificación del modelo*. La razón del nombre es que para cambiar de un modelo a otro basta cambiar X. En este sentido, X determina o especifica la forma precisa del modelo de estudio.

X es de dimensión  $n \times (k+1)$ , y  $\alpha$ , de dimensión  $(k+1) \times 1$ , de modo que X y  $\alpha$  son conformables. Su producto  $X\beta$  es un vector  $n \times 1$ . Haciendo un cálculo sencillo el sistema de ecuaciones (B.3) puede expresarse en forma matricial como:

$$Y = X\alpha + \varepsilon \quad \dots\dots\dots (A.14)$$

**Forma matricial del modelo de regresión múltiple.**

**Ecuaciones Normales**

Para encontrar la formulación matricial de las ecuaciones normales, la matriz  $X'X$ , donde  $X'$  denota la transpuesta de la matriz de especificación del modelo:

$$X'X = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & \cdots & 1 \\ x_{11} & x_{12} & x_{13} & \cdots & x_{1n} \\ x_{21} & x_{22} & x_{23} & \cdots & x_{2n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ x_{k1} & x_{k2} & x_{k3} & \cdots & x_{kn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & x_{11} & x_{21} & \cdots & x_{k1} \\ 1 & x_{12} & x_{22} & \cdots & x_{k2} \\ 1 & x_{13} & x_{23} & \cdots & x_{k3} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 1 & x_{1n} & x_{2n} & \cdots & x_{kn} \end{bmatrix} \dots\dots\dots (A.15)$$

$$X'X = \begin{bmatrix} n & \sum_{i=1}^n x_{1i} & \sum_{i=1}^n x_{2i} & \cdots & \sum_{i=1}^n x_{ki} \\ \sum_{i=1}^n x_{1i} & \sum_{i=1}^n x_{1i}^2 & \sum_{i=1}^n x_{1i} x_{2i} & \cdots & \sum_{i=1}^n x_{1i} x_{ki} \\ \sum_{i=1}^n x_{2i} & \sum_{i=1}^n x_{1i} x_{2i} & \sum_{i=1}^n x_{2i}^2 & \cdots & \sum_{i=1}^n x_{ki} x_{2i} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \sum_{i=1}^n x_{ki} & \sum_{i=1}^n x_{ki} x_{1i} & \sum_{i=1}^n x_{ki} x_{2i} & \cdots & \sum_{i=1}^n x_{ki}^2 \end{bmatrix} \dots\dots\dots (A.16)$$

Considerando también el vector  $X'y$ , de la forma:

$$X'y = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & \cdots & 1 \\ x_{11} & x_{12} & x_{13} & \cdots & x_{1n} \\ x_{21} & x_{22} & x_{23} & \cdots & x_{2n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ x_{k1} & x_{k2} & x_{k3} & \cdots & x_{kn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \\ \vdots \\ y_n \end{bmatrix} \dots\dots\dots (A.17)$$

Podemos expresar que:

$$X'y = \begin{bmatrix} \sum_{i=1}^n y_i \\ \sum_{i=1}^n x_{1i} y_i \\ \sum_{i=1}^n x_{2i} y_i \\ \vdots \\ \sum_{i=1}^n x_{ki} y_i \end{bmatrix} \dots\dots\dots (A.18)$$

Y dado que  $b$  denota el vector de los parámetros del modelo estimado, entonces:

$$b = \begin{bmatrix} b_0 \\ b_1 \\ b_2 \\ \vdots \\ b_k \end{bmatrix} \dots\dots\dots (A.19)$$

Haciendo un cálculo matricial rápido, es posible que las ecuaciones del sistema (A.8), correspondientes al modelo lineal general, estén dadas en notación matricial por:

$$(X'X)b = X'y \dots\dots\dots (A.20)$$

**Forma matricial de las ecuaciones normales.**

**Solución de las Ecuaciones Normales**

Para encontrar la formulación matricial de las estimaciones de mínimos cuadrados de  $\alpha_0, \alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_k$ , se resuelve el sistema:

$$(X'X)b = X'y \dots\dots\dots (A.20)$$

Se sabe que si las columnas de  $X$  son linealmente independientes, es decir, que ninguna de esas columnas puede expresarse como una combinación lineal de las demás, entonces  $X'X$  tiene inversa, que se denota con  $(X'X)^{-1}$ . Resolver las ecuaciones normales para  $b$  requiere multiplicar ambos miembros de la ecuación (A.20) por  $(X'X)^{-1}$

Para obtener

$$b = (X'X)^{-1} X'y \dots\dots\dots (A.21)$$

En teoría, para encontrar las estimaciones de mínimos cuadrados de los parámetros del modelo basta calcular:

$$\hat{\alpha} = b = (X'X)^{-1} X'y \dots\dots\dots (A.22)$$

## B. Cálculo de los Modelos

Los cálculos que se desarrollaron para la obtención de los 15 modelos para la viscosidad del aceite a presión de yacimiento, a presión de burbujeo y a presión atmosférica se muestran a continuación.

Para determinar los coeficientes de la ecuación que nos permitirá hacer predicciones de la viscosidad del aceite, llevaremos a cabo el procedimiento mostrado en la ecuación (A.22), la cual se desarrollo en el apéndice A y se muestra a continuación.

$$\hat{\alpha} = b = (X'X)^{-1} X'y \dots \dots (A22)$$

**Grupo 1. Rango de densidad < 10 °API.** Se presenta la matriz, con las variables que se consideraron para el cálculo del modelo de la viscosidad a presión de yacimiento.

Pozo		Pb [lb/pg2]	° API	H2S (% mol)	N2 (% mol)	CO2 (% mol)	C1 - C5 (% mol)	C6+ (% mol)	Viscosidad/cp	
									mo @Pb	mo @Patm
G1A	1	260.950	6.7	7.95	0.91	0.63	12.17	78.34	938	1897
G1B	1	3199.500	7.66	2.81	0.619	6.132	56.59	33.857	11.59	106.74
G1C	1	2165.564	8	2.88	0.620	4.65	43.07	48.780	49.41	523.26
G1D	1	529.837	8.1	2.55	1.640	0.99	19.47	75.350	312.33	1170.73
G1C	1	2034.522	8.2	3.70	0.670	1.82	43.59	50.220	70.89	523.26
G1F	1	712.849	8.5	0.30	1.000	1.65	22.34	74.710	80.63	222.25
G1G	1	517.892	8.7	1.84	1.760	1.05	20.18	75.170	673.00	1037.00
G1H	1	126.558	8.7	0.55	0.780	0.02	6.35	92.300	1999.30	2254.70
G1I	1	462.150	8.8	1.18	1.450	0.853	16.17	80.346	774.53	1276.09
G1J	1	644.863	8.8	0.24	0.590	1.66	31.89	65.620	65.95	176.10
G1K	1	483.886	9.1	0.12	0.610	0.22	26.85	72.200	176.00	781.33
G1L	1	478.787	9.2	1.83	1.550	0.78	20.55	75.290	1049.82	2788.96
G1M	1	682.560	9.4	0.86	0.850	1.02	25.61	71.660	324.60	799.40
G1N	1	594.993	9.6	1.47	0.590	1.57	31.09	66.750	162.11	737.89
G1O	1	776.839	9.8	8.31	2.060	6.46	23.62	59.550	27.88	147.11
G1P	1	706.734	9.83	0.12	11.410	6.41	81.67	0.390	104.90	246.30
G1Q	1	782.811	9.9	8.28	2.140	6.378	22.41	60.787	28.73	148.02
G1R	1	701.188	10	7.04	1.130	7.23	18.07	66.530	37.98	162.46

Matriz (X)



Como primer paso, obtenemos la matriz transpuesta (X')

	Pozo	G1A	G1B	G1C	G1D	G1E	G1F	G1G	G1H	G1I	G1J	G1K	G1L	G1M	G1N	G1O	G1P	G1Q	G1R
		1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
x1	Pb	260.950	3199.500	2165.564	529.837	2034.522	712.849	517.892	126.558	462.150	644.863	483.886	478.787	682.560	594.993	776.839	706.734	782.811	701.188
x2	°API	6.7	7.66	8	8.1	8.2	8.5	8.7	8.7	8.8	8.8	9.1	9.2	9.4	9.6	9.8	9.83	9.9	10
x3	H2S	7.95	2.805	2.88	2.55	3.7	0.3	1.84	0.55	1.183	0.24	0.12	1.83	0.86	1.47	8.31	0.12	8.283	7.04
x4	N2	0.91	0.619	0.62	1.64	0.67	1	1.76	0.78	1.45	0.59	0.61	1.55	0.85	0.59	2.06	11.41	2.14	1.13
x5	CO2	0.63	6.132	4.65	0.99	1.82	1.65	1.05	0.02	0.853	1.66	0.22	0.78	1.02	1.57	6.46	6.41	6.378	7.23
x6	C1-C5	12.17	56.587	43.07	19.47	43.59	22.34	20.18	6.35	16.168	31.89	26.85	20.55	25.61	31.09	23.62	81.67	22.412	18.07
x7	C6+	78.34	33.857	48.78	75.35	50.22	74.71	75.17	92.3	80.346	65.62	72.2	75.29	71.66	66.75	59.55	0.39	60.787	66.53
x8	μ @ Pb	938	11.59	49.41	312.33	70.89	80.63	673	1999.3	774.53	65.95	176	1049.82	324.6	162.11	27.884	104.9	28.73	37.98
x9	μ @ Patm	1897	106.74	523.26	1170.733	523.26	222.25	1037	2254.7	1276.09	176.1	781.33	2788.96	799.4	737.89	147.11	246.3	148.02	162.46

**Matriz transpuesta (x')**

Una vez obtenida la transpuesta de la matriz (X), se lleva a cabo la multiplicación de las matrices (X'X) obteniéndose el siguiente resultado.

	MULTIPLICACIÓN (X'X)									
	1	Pb	° API	H2S	N2	CO2	C1-C5	C6+	μ @ Pb	μ @ Patm
1	18	15862.48352	158.99	52.031	30.379	49.523	521.687	1147.85	6887.654	14998.6
Pb	15862.48352	24327080.53	136221.584	48459.27752	22666.502	58989.33915	596806.771	860201.102	2808825.627	8554920
° API	158.99	136221.5843	1417.5745	459.795	281.42584	452.38202	4627.77572	10091.7334	59046.5166	129112.9
H2S	52.031	48459.27752	459.795	298.296603	71.918365	211.523633	1292.04658	3331.47572	15194.26837	37167.24
N2	30.379	22666.50205	281.42584	71.918365	156.024161	127.225878	1376.24533	1307.35356	8902.53445	19675.63
CO2	49.523	58989.33915	452.38202	211.523633	127.225878	251.155517	1824.99812	2539.70475	5733.37875	18244.57
C1-C5	521.687	596806.7709	4627.77572	1292.046575	1376.24533	1824.998124	20531.7993	27189.3129	116282.6733	315271.8
C6+	1147.85	860201.1022	10091.7334	3331.475724	1307.35356	2539.704748	27189.3129	80515.2755	542890.8468	1110586
μ @ Pb	6887.654	2808825.627	59046.5166	15194.26837	8902.53445	5733.37875	116282.673	542890.847	7324664.173	11917739
μ @ Patm	14998.603	8554919.8	129112.909	37167.24098	19675.6317	18244.57248	315271.8	1110585.75	11917739.23	23098978

Posteriormente obtenemos la matriz inversa de (X'X)

	INVERSA (X'X) <sup>-1</sup>									
1	7499.762956	-0.045608949	6.4442782	-73.6863305	-93.6920923	-74.71070016	-72.8055851	-75.8442009	0.008994396	0.004124
Pb	-0.04560895	1.60294E-06	0.0002566	0.000451249	0.00092477	0.000208718	0.00036478	0.0004414	-3.0616E-07	-1.3E-07
° API	6.444278202	0.000256604	0.24535356	-0.04089732	-0.05670428	-0.192450611	-0.08741853	-0.08699654	0.000115496	-6.8E-05
H2S	-73.6863305	0.000451249	-0.04089732	0.746164669	0.91569939	0.70138528	0.7158375	0.74257192	-1.8646E-05	-9E-05
N2	-93.6920923	0.000924765	-0.05670428	0.915699394	1.30560404	0.88463633	0.8894477	0.94841098	-0.00026883	-7.4E-05
CO2	-74.7107002	0.000208718	-0.19245061	0.70138528	0.88463633	0.86313013	0.74019202	0.76648473	-0.00017189	7.95E-05
C1-C5	-72.8055851	0.000364782	-0.08741853	0.715837501	0.8894477	0.740192019	0.71213719	0.73809131	-6.8679E-05	-3.8E-05
C6+	-75.8442009	0.000441396	-0.08699654	0.742571923	0.94841098	0.76648473	0.73809131	0.7691374	-0.00010582	-3.7E-05
μ @ Pb	0.008994396	-3.06158E-07	0.0001155	-1.8646E-05	-0.00026883	-0.000171887	-6.8679E-05	-0.00010582	1.37861E-06	-6.6E-07
μ @ Patm	0.004123632	-1.34781E-07	-6.8424E-05	-9.0276E-05	-7.3926E-05	7.95042E-05	-3.7853E-05	-3.732E-05	-6.6367E-07	5.97E-07

Ahora, llevamos a cabo el producto de la matriz transpuesta ( $X'$ ) por el vector  $y$ , obteniendo la matriz  $X'y$ , como se muestra a continuación. Una vez obtenida la matriz inversa  $(X'X)^{-1}$  y la matriz  $X'y$ , llevamos a cabo la multiplicación de ambas y finalmente obtenemos la matriz  $(X'X)^{-1} X'y$  de donde obtenemos los coeficientes con los cuales elaboramos el primer modelo mostrado en el recuadro azul.

Vector Y	X'Y	$(X'X)^{-1} X'Y$
$\mu_0 @Py$	15389.59	9334.09207
1660	5590914.09	-0.2068675
14.3	132704.562	130.895026
58.99	29291.6522	-131.59649
714.7	18683.4806	-254.64277
82.48	10482.0164	-47.366011
134.3	238976.033	-89.67049
1280	1242005.07	-109.23353
5850.4	18254804.5	3.25930873
1219.21	28216882.2	-0.2340476
129.65		
473.7		
2437.31		
695.6		
326.02		
38.07		
177.4		
41.82		
55.64		

$$\mu_0 @Py = 9334.09207 - 0.206867Pb + 130.895026PI - 131.596495H2S - 254.642771N2 - 47.3660108CO2 - 89.6704901C1-C5 - 109.233535C6 + 3.25930873\mu_{ob} - 0.23404759\mu_{od}$$

**Modelo para la viscosidad del aceite a presión de yacimiento**

Siguiendo el procedimiento anterior, el cálculo de los modelos restantes de este grupo, se muestran a continuación, de manera simplificada. Es importante mencionar que la matriz (X) que se utilizó, es la misma para los tres casos, con la única variante de que las columnas de viscosidad ( $\mu$ ) cambian, de acuerdo a las condiciones de presión a las cuales vayamos a obtener el modelo para la predicción de la viscosidad del aceite. Lo mismo se llevara a cabo para los 4 grupos restantes.

**Cálculos para la obtención del modelo de viscosidad a la presión de burbujeo,** obtenemos el producto de  $(X^T)(X)$ , dando como resultado la siguiente matriz.

	MULTIPLICACIÓN (X'X)									
	1	Pb	° API	H2S	N2	CO2	C1-C5	C6+	$\mu$ @ Py	$\mu$ @ Patm
1	18	15862.48352	158.99	52.031	30.379	49.523	518.821	1150.716	15389.59	14998.6
Pb	15862.48352	24327080.53	136221.584	48459.27752	22666.502	58989.33915	594184.759	862823.114	5590914.086	8554920
° API	158.99	136221.5843	1417.5745	459.795	281.42584	452.38202	4598.42262	10121.0865	132704.562	129112.9
H2S	52.031	48459.27752	459.795	298.296603	71.918365	211.523633	1255.44376	3368.07854	29291.65219	37167.24
N2	30.379	22666.50205	281.42584	71.918365	156.024161	127.225878	1367.52816	1316.07073	18683.4806	19675.63
CO2	49.523	58989.33915	452.38202	211.523633	127.225878	251.155517	1797.52251	2567.18036	10482.01639	18244.57
C1-C5	518.821	594184.7588	4598.42262	1255.443753	1367.52816	1797.522511	20451.8484	27057.5763	240092.2654	316126.9
C6+	1150.716	862823.1143	10121.0865	3368.078542	1316.07073	2567.180361	27057.5763	80858.6998	1240888.835	1109731
$\mu$ @ Py	15389.59	5590914.086	132704.562	29291.65219	18683.4806	10482.01639	240092.265	1240888.83	47456567.08	28216882
$\mu$ @ Patm	14998.603	8554919.8	129112.909	37167.24098	19675.6317	18244.57248	316126.912	1109730.64	28216882.18	23098978

Obtenemos la matriz inversa de  $(X^T X)$

	INVERSA (X'X) <sup>-1</sup>									
1	7885.241632	-0.044984785	7.68505039	-76.9767013	-97.3379294	-79.09114328	-76.7952654	-79.8042433	0.002058338	0.005384
Pb	-0.04498479	1.3756E-06	0.00023	0.000442633	0.00083407	0.000226022	0.00037361	0.00043547	-5.1562E-08	-1.6E-07
° API	7.685050385	0.000229997	0.23681189	-0.05373718	-0.07407744	-0.199395248	-0.09830026	-0.09869801	2.13663E-05	-3.1E-05
H2S	-76.9767013	0.000442633	-0.05373718	0.775881162	0.94695621	0.73740007	0.75032129	0.77657387	4.82912E-06	-0.0001
N2	-97.3379294	0.000834068	-0.07407744	0.946956211	1.30587279	0.932424175	0.93286715	0.98549474	-4.8853E-05	-0.00012
CO2	-79.0911433	0.000226022	-0.19939525	0.73740007	0.93242417	0.91163487	0.7836264	0.81099427	-5.0861E-05	6.09E-05
C1-C5	-76.7952654	0.000373612	-0.09830026	0.750321292	0.93286715	0.783626401	0.75242556	0.77903929	-1.5915E-05	-5E-05
C6+	-79.8042433	0.000435469	-0.09869801	0.776573866	0.98549474	0.810994268	0.77903929	0.80970988	-2.3491E-05	-5.4E-05
$\mu$ @ Py	0.002058338	-5.15615E-08	2.1366E-05	4.82912E-06	-4.8853E-05	-5.08613E-05	-1.5915E-05	-2.3491E-05	1.16691E-07	-1.6E-07
$\mu$ @ Patm	0.005383722	-1.57901E-07	-3.0943E-05	-0.0001017	-0.00011685	6.08935E-05	-5.0149E-05	-5.4199E-05	-1.5901E-07	4.78E-07

Haciendo los cálculos correspondientes obtenemos que:

Vector Y	X'Y	(X'X)-1 X'Y
μo @Pb	6887.654	-3273.6902
938	2808825.63	0.05758182
11.59	59046.5166	-49.702166
49.41	15194.2684	37.1963594
312.33	8902.53445	83.4613276
70.89	5733.37875	29.5241162
80.63	116722.436	31.6514149
673	542451.084	38.5909355
1999.3	18254804.5	0.27557273
774.53	11917739.2	0.12003112
65.95		
176		
1049.82		
324.6		
162.11		
27.884		
104.9		
28.73		
37.98		

Una vez obtenidos los coeficientes, el modelo de viscosidad queda de la siguiente manera.

$$\mu_o @ P_b = - 3273.6902 + 0.05758182P_b - 49.7021658API + 37.1963594H2S + 83.4613276N2 + 29.5241162CO2 + 31.6514149C1-C5 + 38.5909355C6 + 0.27557273\mu_{ob} + 0.12003112\mu_{od}$$

**Modelo para la viscosidad del aceite a presión de burbujeo**

Cálculos para la obtención del modelo de viscosidad a la presión atmosférica, obtenemos el producto de (X') (X), dando como resultado la siguiente matriz.

	MULTIPLICACIÓN (X'X)									
	1	Pb	° API	H2S	N2	CO2	C1-C5	C6+	μo @ Pb	μo @ Py
1	18	15862.48352	158.99	52.031	30.379	49.523	518.821	1150.716	6887.654	15389.59
Pb	15862.48352	24327080.53	136221.584	48459.27752	22666.502	58989.33915	594184.759	862823.114	2808825.627	5590914
° API	158.99	136221.5843	1417.5745	459.795	281.42584	452.38202	4598.42262	10121.0865	59046.5166	132704.6
H2S	52.031	48459.27752	459.795	298.296603	71.918365	211.523633	1255.44376	3368.07854	15194.26837	29291.65
N2	30.379	22666.50205	281.42584	71.918365	156.024161	127.225878	1367.52816	1316.07073	8902.53445	18683.48
CO2	49.523	58989.33915	452.38202	211.523633	127.225878	251.155517	1797.52251	2567.18036	5733.37875	10482.02
C1-C5	518.821	594184.7588	4598.42262	1255.443757	1367.52816	1797.522511	20451.8484	27057.5763	116722.4365	240092.3
C6+	1150.716	862823.1143	10121.0865	3368.078542	1316.07073	2567.180361	27057.5763	80858.6998	542451.0837	1240889
μo @ Pb	6887.654	2808825.627	59046.5166	15194.26837	8902.53445	5733.37875	116722.436	542451.084	7324664.173	18254805
μo @ Py	15389.59	5590914.086	132704.562	29291.65219	18683.4806	10482.01639	240092.265	1240888.83	18254804.5	47456567

Obtenemos la matriz inversa de (X'X)

	INVERSA (X'X) <sup>-1</sup>									
1	8020.468009	-0.047323519	9.80905133	-78.4876496	-100.79832	-80.37961309	-78.103889	-81.4041538	0.042342551	-0.00951
Pb	-0.04732352	1.40999E-06	0.00018246	0.000464879	0.00089587	0.000258797	0.00039643	0.00046403	-8.8996E-07	1.77E-07
° API	9.809051331	0.000182461	0.25091716	-0.08439636	-0.12494178	-0.200929413	-0.11852965	-0.12224444	0.000384033	-0.00011
H2S	-78.4876496	0.000464879	-0.08439636	0.790272096	0.98687546	0.758524699	0.76506012	0.79501998	-0.00057421	0.000152
N2	-100.79832	0.000895872	-0.12494178	0.986875463	1.39379104	0.962007697	0.96629542	1.02614903	-0.00103262	0.000238
CO2	-80.3796131	0.000258797	-0.20092941	0.758524699	0.9620077	0.905744623	0.79577946	0.82470067	-0.00013047	1.05E-05
C1-C5	-78.103889	0.000396427	-0.11852965	0.765060124	0.96629542	0.795779461	0.76508399	0.79449534	-0.00040502	9.52E-05
C6+	-81.4041538	0.000464027	-0.12224444	0.795019976	1.02614903	0.824700673	0.79449534	0.82850879	-0.00047786	0.000109
μo @ Pb	0.042342551	-8.89957E-07	0.00038403	-0.00057421	-0.00103262	-0.000130473	-0.00040502	-0.00047786	9.15672E-06	-2.9E-06
μo @ Py	-0.00950999	1.76712E-07	-0.00011006	0.000152171	0.00023807	1.05341E-05	9.5186E-05	0.00010924	-2.8886E-06	9.75E-07

Haciendo los cálculos correspondientes obtenemos que:

Vector Y	X'Y	(X'X) <sup>-1</sup> X'Y
μo @ Patm	14998.603	-629.6795
1897	8554919.8	0.10674926
106.74	129112.909	161.003299
523.26	37167.241	68.5077861
1170.733	19675.6317	-14.841586
523.26	18244.5725	-159.9899
222.25	316126.912	3.20794838
1037	1109730.64	-6.6018524
2254.7	11917739.2	2.29697601
1276.09	28216882.2	-0.3922869
176.1		
781.33		
2788.96		
799.4		
737.89		
147.11		
246.3		
148.02		
162.46		

Una vez obtenidos los coeficientes, el modelo de viscosidad queda de la siguiente manera.

$$\mu_o @ Patm = - 629.679499 + 0.10674926Pb + 161.003299API + 68.5077861(H2S) - 14.841586 (N2) - 159.989902(CO2) + 3.20794838 (C1-C5) - 6.60185244C6 + 2.29697601\mu_{ob} - 0.39228691\mu_{od}$$

**Modelo para la viscosidad del aceite a presión atmosférica**

**Grupo 2. Rango de densidad 10.1 – 15 °API.** Se presenta la matriz, con las variables que se consideraron para el cálculo del modelo de la viscosidad a presión de yacimiento.

Pozo		Pb [lb/pg2]	° API	H2S (% mol)	N2 (% mol)	CO2 (% mol)	C1 - C5 (% mol)	C6+(% mol)	Viscosidad/cp	
									μo @Pb	μo @Patm
G2A	1	721.807	10.30	7.078	0.538	7.373	19.007	66.004	38.718	162.465
G2B	1	1172.723	10.80	1.079	1.717	1.9	32.12	63.184	28.29	133.82
G2C	1	1169.737	10.80	1.08	1.72	1.9	32.1	63.2	28.54	133.79
G2D	1	1050.716	10.90	0.79	1.99	1.44	31.42	64.36	28.21	119.11
G2C	1	1056.119	10.90	0.794	1.994	1.438	31.42	64.354	28.11	119.01
G2F	1	1820.160	11.24	1.667	0.7	3.915	48.49	45.228	20.12	119.19
G2G	1	1933.920	11.24	1.655	0.312	2.322	49.117	46.594	14.47	84.02
G2H	1	4095.360	11.29	1.359	0.986	4.473	41.116	52.066	3.04	12.8
G2I	1	1222.920	11.29	1.59	0.373	2.381	42.482	53.174	36.529	83.78
G2J	1	1919.700	11.84	2.185	0.735	3.66	50.633	42.787	9.56	52.69
G2K	1	1312.000	12.00	4.59	1.62	3.39	35.66	54.74	26.57	273.57
G2L	1	1905.480	12.21	1.138	0.737	2.659	49.229	46.237	13.18	66.78
G2M	1	593.969	12.30	3.8	0.67	3.98	12.85	78.7	21.876	79.62
G2N	1	2054.506	12.40	0.35	0.04	0.49	93.14	5.98	11.1	63.7
G2O	1	2260.980	12.48	1.972	1.708	3.244	53.441	39.635	7.72	60.76
G2P	1	682.987	12.50	5.6	0.58	5.08	16.79	71.95	19.8	46.28
G2Q	1	598.520	12.70	7.504	0.407	5.204	17.063	69.822	15.185	57.24
G2R	1	1848.600	12.90	1.96	0.31	2.41	41.8	53.52	10.57	68.2
G2S	1	2199.834	13.05	1.234	0.708	2.519	41.012	54.527	12.872	59.172
G2T	1	1962.360	13.15	7.6	0.52	7	83.03	1.85	2.5382	6
G2U	1	2218.320	13.40	2.583	0.358	3.013	50.912	43.134	24.42	69.97
G2V	1	2074.556	13.50	1.9	1.3	2.28	40.68	53.84	7.69	35.34
G2W	1	1889.980	14.08	1.53	0.1	4.57	93.79	0.01	16.055	52.52

**Matriz (X)**

Obtenemos la matriz transpuesta de (X)

Pozo	G2B	G2C	G2D	G2E	G2F	G2G	G2H	G2I	G2J	G2K	G2L	G2M	G2N	G2O	G2P	G2Q	G2R	G2S	G2T	G2U	G2V	G2W	
x1	Pb	721.807	1172.723	1169.737	1050.716	1056.119	1820.160	1933.920	1222.920	1919.700	1312.000	1905.480	593.969	2054.506	2260.980	682.987	598.520	1848.600	2199.834	1962.360	2218.320	2074.556	1889.980
x2	°API	10.30	10.80	10.80	10.90	10.90	11.24	11.24	11.29	11.84	12.00	12.21	12.30	12.40	12.48	12.50	12.70	12.90	13.05	13.15	13.40	13.50	14.08
x3	H2S	7.078	1.079	1.08	0.79	0.794	1.667	1.655	1.59	2.185	4.59	1.138	3.8	0.35	1.972	5.6	7.504	1.96	1.234	7.6	2.583	1.9	1.53
x4	N2	0.538	1.717	1.72	1.99	1.994	0.7	0.312	0.373	0.735	1.62	0.737	0.67	0.04	1.708	0.58	0.407	0.31	0.708	0.52	0.358	1.3	0.1
x5	CO2	7.373	1.9	1.9	1.44	1.438	3.915	2.322	2.381	3.66	3.39	2.659	3.98	0.49	3.244	5.08	5.204	2.41	2.519	7	3.013	2.28	4.57
x6	C1-C5	19.007	32.12	32.1	31.42	31.42	48.49	49.117	42.482	50.633	35.66	49.229	12.85	93.14	53.441	16.79	17.063	41.8	41.012	83.03	50.912	40.68	93.79
x7	C6+	66.004	63.184	63.2	64.36	64.354	45.228	46.594	53.174	42.787	54.74	46.237	78.7	5.98	39.635	71.95	69.822	53.52	54.527	1.85	43.134	53.84	0.01
x8	μo @Pb	38.718	28.29	28.54	28.21	28.11	20.12	14.47	36.529	9.56	26.57	13.18	21.876	11.1	7.72	19.8	15.185	10.57	12.872	2.5382	24.42	7.69	16.055
x9	μo @Patm	162.465	133.82	133.79	119.11	119.01	119.19	84.02	83.78	52.69	273.57	66.78	79.62	63.7	60.76	46.28	57.24	68.2	59.172	6	69.97	35.34	52.52

**Matriz transpuesta (x')**

**Cálculos para el modelo de viscosidad a presión de yacimiento,** obtenemos el producto de (X') (X), dando como resultado la siguiente matriz.

	MULTIPLICACIÓN (X'X)									
	1	Pb	° API	H2S	N2	CO2	C1-C5	C6+	μ @ Pb	μ @ Patm
1	22	33669.89417	265.979577	59.679	19.137	72.168	966.186	1082.83	422.1232	1947.027
Pb	33669.89417	58484689.65	413278.901	79436.47139	27697.75309	104946.6206	1674640.72	1480267.85	570609.9416	2727969.27
° API	265.9795768	413278.9015	3238.4125	727.765884	225.1185646	878.4423675	11904.1975	12862.4334	4958.773479	22828.916
H2S	59.679	79436.47139	727.765884	270.735089	44.041644	268.635922	2338.36987	3046.11748	1138.621552	5259.05675
N2	19.137	27697.75309	225.118565	44.041644	25.132077	54.686192	728.099365	1061.74072	402.695646	2045.86294
CO2	72.168	104946.6206	878.442368	268.635922	54.686192	299.875606	3098.98417	3494.61811	1371.245181	6173.00029
C1-C5	966.186	1674640.725	11904.1975	2338.369866	728.099365	3098.984168	52860.95	37592.1966	16210.28557	75997.4412
C6+	1082.83	1480267.847	12862.4334	3046.117479	1061.740722	3494.618112	37592.1966	63088.3271	23089.47205	105227.339
μ @ Pb	422.1232	570609.9416	4958.77348	1138.621552	402.695646	1371.245181	16210.2856	23089.4721	10100.63273	44951.6655
μ @ Patm	1947.027	2727969.269	22828.916	5259.056748	2045.862936	6173.000293	75997.4412	105227.339	44951.66549	237512.76

Obtenemos la matriz inversa de (X'X)

	INVERSA (X'X) <sup>-1</sup>									
1	1.90006E+14	-0.000224191	-1.00730389	-1.9001E+12	-1.90006E+12	-1.90006E+12	-1.9001E+12	-1.9001E+12	-0.09397391	0.00291949
Pb	4.83192E-05	5.89677E-07	-4.5417E-05	9.01489E-05	2.08857E-05	-6.11652E-05	-9.8412E-06	-4.7499E-06	1.75135E-05	-1.2597E-06
° API	-1.18190915	-4.54169E-05	0.10242169	-0.017574	0.026784435	0.009614846	-0.00100005	-0.00100533	0.003449729	0.00037416
H2S	-1.9001E+12	9.25259E-05	-0.01906541	19000605961	19000605961	19000605961	1.9001E+10	1.9001E+10	0.004801338	-0.00061503
N2	-1.9001E+12	2.32029E-05	0.02523108	19000605961	19000605962	19000605961	1.9001E+10	1.9001E+10	0.005872676	-0.0011688
CO2	-1.9001E+12	-5.88583E-05	0.00801331	19000605961	19000605961	19000605961	1.9001E+10	1.9001E+10	-0.00377701	0.00041182
C1-C5	-1.9001E+12	-7.21725E-06	-0.00292061	19000605961	19000605961	19000605961	1.9001E+10	1.9001E+10	-1.0152E-05	-5.3979E-05
C6+	-1.9001E+12	-2.33399E-06	-0.0026213	19000605961	19000605961	19000605961	1.9001E+10	1.9001E+10	-7.3885E-05	-4.5776E-05
μ @ Pb	-0.08114204	1.75135E-05	0.00344973	0.004673019	0.005744358	-0.003905324	-0.00013847	-0.0002022	0.001963205	-0.00015668
μ @ Patm	-0.0004807	-1.25973E-06	0.00037416	-0.00058103	-0.001134796	0.000445822	-1.9977E-05	-1.1774E-05	-0.00015668	3.8971E-05

Haciendo los cálculos correspondientes obtenemos que:

Vector Y	X'Y	(X'X) <sup>-1</sup> X'Y
μ @ Py	559.8289	-43.377999
49.776	746874.673	0.01192905
46.59	6539.96056	-0.4500375
46.74	1433.55295	1.1200115
45.97	578.13599	6.86346684
45.93	1755.73963	-2.4900835
21.06	21275.4828	-0.2056925
17.18	30939.9786	-0.0798804
43.261	13777.3952	1.60040458
9.81	61427.8156	-0.0232568
35.05		
17.39		
28.8		
11.3		
9.57		
20.7		
15.805		
10.91		
12.992		
3.0149		
37.16		
8.16		
22.66		

Una vez obtenidos los coeficientes, el modelo de viscosidad queda de la siguiente manera.

$$\mu_o @ P_y = - 43.3779985 + 0.01192905P_b - 0.45003754API + 1.1200115(H2S) + 6.86346684(N2) - 2.49008353(CO2) - 0.20569247(C1-C5) - 0.07988044C6 + 1.60040458 \mu_{ob} - 0.02325679\mu_{od}$$

**Modelo para la viscosidad del aceite a presión de yacimiento.**

Cálculos para el modelo de la viscosidad a presión de burbujeo, obtenemos el producto de (X') (X), dando como resultado la siguiente matriz.

	MULTIPLICACIÓN (X'X)									
	1	Pb	° API	H2S	N2	CO2	C1-C5	C6+	μo @ Py	μo @ Patm
1	22	33669.89417	265.979577	59.679	19.137	72.168	961.975	1087.041	559.8289	1947.027
Pb	33669.89417	58484689.65	413278.901	79436.47139	27697.75309	104946.6206	1665135.15	1489773.43	746874.6729	2727969.27
° API	265.9795768	413278.9015	3238.4125	727.7658843	225.1185646	878.4423675	11850.3445	12916.2864	6539.960556	22828.916
H2S	59.679	79436.47139	727.765884	270.735089	44.041644	268.635922	2337.93175	3046.55559	1433.552946	5259.05675
N2	19.137	27697.75309	225.118565	44.041644	25.132077	54.686192	729.533923	1060.30616	578.13599	2045.86294
CO2	72.168	104946.6206	878.442368	268.635922	54.686192	299.875606	3098.24761	3495.35468	1755.739627	6173.00029
C1-C5	961.975	1665135.145	11850.3445	2337.931751	729.533923	3098.247605	51984.6048	38047.1819	21260.01416	75795.4447
C6+	1087.041	1489773.427	12916.2864	3046.555594	1060.306164	3495.354675	38047.1819	63054.7017	30955.44728	105429.335
μo @ Py	559.8289	746874.6729	6539.96056	1433.552946	578.13599	1755.739627	21260.0142	30955.4473	19277.89201	61427.8156
μo @ Patm	1947.027	2727969.269	22828.916	5259.056748	2045.862936	6173.000293	75795.4447	105429.335	61427.81564	237512.76

Obtenemos la matriz inversa de (X'X)

	INVERSA (X'X) <sup>-1</sup>									
1	2.43364E+14	0.002167978	-1.07365497	-2.4336E+12	-2.43364E+12	-2.43364E+12	-2.4336E+12	-2.4336E+12	0.006517464	-0.00622118
Pb	0.001508558	6.0646E-07	-5.0889E-05	7.16669E-05	-5.76263E-05	-6.41733E-05	-2.3781E-05	-1.8054E-05	1.06497E-05	-9.7299E-07
° API	-0.86248003	-5.0889E-05	0.09995637	-0.02290417	0.012384825	0.010171361	-0.00448508	-0.00318268	0.001518495	0.00049158
H2S	-2.4336E+12	6.51748E-05	-0.02070755	24336415071	24336415071	24336415071	2.4336E+10	2.4336E+10	0.002082455	-0.00044086
N2	-2.4336E+12	-6.36513E-05	0.01402462	24336415071	24336415071	24336415071	2.4336E+10	2.4336E+10	-0.00144853	-0.00053691
CO2	-2.4336E+12	-7.07318E-05	0.01253523	24336415071	24336415071	24336415071	2.4336E+10	2.4336E+10	-0.00224594	0.00035651
C1-C5	-2.4336E+12	-3.08087E-05	-0.00176109	24336415071	24336415071	24336415071	2.4336E+10	2.4336E+10	-0.00054741	1.1759E-05
C6+	-2.4336E+12	-2.44487E-05	-0.00119851	24336415071	24336415071	24336415071	2.4336E+10	2.4336E+10	-0.00051048	1.1097E-05
μo @ Py	-0.00634055	1.06497E-05	0.00151849	0.002211035	-0.00131995	-0.002117365	-0.00041883	-0.0003819	0.000676311	-7.0587E-05
μo @ Patm	-0.00413388	-9.7299E-07	0.00049158	-0.00046173	-0.000557782	0.000335639	-9.1138E-06	-9.7757E-06	-7.0587E-05	3.3833E-05

Haciendo los cálculos correspondientes obtenemos que:



Vector Y	X'Y	(X'X) <sup>-1</sup> X'Y
μ <sub>0</sub> @ Pb	422.1232	98.1412185
38.718	570609.942	0.00172449
28.29	4958.77348	-7.7262785
28.54	1138.62155	1.87348917
28.21	402.695646	-19.216925
28.11	1371.24518	-0.9799398
20.12	16179.2961	0.17417891
14.47	23120.4615	0.27831461
36.529	13777.3952	0.55158468
9.56	44951.6655	0.02219029
26.57		
13.18		
21.876		
11.1		
7.72		
19.8		
15.185		
10.57		
12.872		
2.5382		
24.42		
7.69		
16.055		

Una vez obtenidos los coeficientes, el modelo de viscosidad queda de la siguiente manera.

$$\mu_0 @ Pb = 98.1412185 + 0.00172449Pb - 7.72627849API + 1.87348917(H2S) - 19.2169249(N2) - 0.97993976(CO2) + 0.17417891(C1-C5) + 0.27831461C6 + 0.55158468\mu_{ob} + 0.02219029\mu_{od}$$

### Modelo para la viscosidad del aceite a presión de burbujeo

Cálculos para el modelo de viscosidad a presión atmosférica, obtenemos el producto de (X') (X), dando como resultado la siguiente matriz.

	MULTIPLICACIÓN (X'X)									
	1	Pb	° API	H2S	N2	CO2	C1-C5	C6+	μ <sub>0</sub> @ Pb	μ <sub>0</sub> @ Py
1	22	33669.89417	265.979577	59.679	19.137	72.168	961.975	1087.041	422.1232	559.8289
Pb	33669.89417	58484689.65	413278.901	79436.47139	27697.75309	104946.6206	1665135.15	1489773.43	570609.9416	746874.673
° API	265.9795768	413278.9015	3238.4125	727.7658843	225.1185646	878.4423675	11850.3445	12916.2864	4958.773479	6539.96056
H2S	59.679	79436.47139	727.765884	270.735089	44.041644	268.635922	2337.93175	3046.55559	1138.621552	1433.55295
N2	19.137	27697.75309	225.118565	44.041644	25.132077	54.686192	729.533923	1060.30616	402.695646	578.13599
CO2	72.168	104946.6206	878.442368	268.635922	54.686192	299.875606	3098.24761	3495.35468	1371.245181	1755.73963
C1-C5	961.975	1665135.145	11850.3445	2337.931751	729.533923	3098.247605	51984.6048	38047.1819	16179.2961	21260.0142
C6+	1087.041	1489773.427	12916.2864	3046.555594	1060.306164	3495.354675	38047.1819	63054.7017	23120.46152	30955.4473
μ <sub>0</sub> @ Pb	422.1232	570609.9416	4958.77348	1138.621552	402.695646	1371.245181	16179.2961	23120.4615	10100.63273	13777.3952
μ <sub>0</sub> @ Py	559.8289	746874.6729	6539.96056	1433.552946	578.13599	1755.739627	21260.0142	30955.4473	13777.39521	19277.892

Obtenemos la matriz inversa de  $(X'X)$

	INVERSA $(X'X)^{-1}$									
1	2.59927E+14	0.002399035	-1.41887271	-2.5993E+12	-2.59927E+12	-2.59927E+12	-2.5993E+12	-2.5993E+12	-0.51713086	0.30577389
Pb	0.00160739	5.80039E-07	-4.0589E-05	5.67473E-05	-8.94517E-05	-5.44681E-05	-2.6308E-05	-1.925E-05	-4.565E-06	1.1349E-05
° API	-1.21740347	-4.05892E-05	0.10224543	-0.01315543	0.059804877	0.004676825	-0.00087869	-0.0012492	0.01122034	-0.00416434
H2S	-2.5993E+12	4.88994E-05	-0.01118157	25992702624	25992702624	25992702624	2.5993E+10	2.5993E+10	0.003701452	-0.00108087
N2	-2.5993E+12	-9.7808E-05	0.06210716	25992702624	25992702624	25992702624	2.5993E+10	2.5993E+10	0.047911224	-0.03124441
CO2	-2.5993E+12	-6.25547E-05	0.00673633	25992702624	25992702624	25992702624	2.5993E+10	2.5993E+10	-0.00074743	-0.0010858
C1-C5	-2.5993E+12	-3.39999E-05	0.00102228	25992702624	25992702624	25992702624	2.5993E+10	2.5993E+10	0.003503556	-0.00264812
C6+	-2.5993E+12	-2.7381E-05	0.00091146	25992702624	25992702624	25992702624	2.5993E+10	2.5993E+10	0.002690972	-0.00212674
$\mu_o @ P_b$	-0.39430027	-4.56502E-06	0.01122034	0.002473146	0.046682919	-0.001975739	0.00227525	0.00146267	0.013348634	-0.00798089
$\mu_o @ P_y$	0.21701525	1.13491E-05	-0.00416434	-0.00019329	-0.030356828	-0.000198218	-0.00176053	-0.00123915	-0.00798089	0.00530066

Haciendo los cálculos correspondientes obtenemos que:

Vector Y	X'Y	$(X'X)^{-1} X'Y$
$\mu_o @ Patm$	1947.027	-14.870968
162.465	2727969.27	0.03297229
133.82	22828.916	-14.590778
133.79	5259.05675	3.99076702
119.11	2045.86294	11.413189
119.01	6173.00029	2.70302263
119.19	75795.4447	-0.6775371
84.02	105429.335	0.82292943
83.78	44951.6655	8.75499445
52.69	61427.8156	-3.1481271
273.57		
66.78		
79.62		
63.7		
60.76		
46.28		
57.24		
68.2		
59.172		
6		
69.97		
35.34		
52.52		

Una vez obtenidos los coeficientes, el modelo de viscosidad queda de la siguiente manera.

$$\mu_o @ Patm = -14.8709679 + 0.03297229Pb - 14.5907777API + 3.99076702(H2S) + 11.413189(N2) + 2.70302263(CO2) - 0.67753712(C1-C5) + 0.82292943C6 + 8.75499445\mu_{ob} - 3.14812714\mu_{od}$$

**Modelo para la viscosidad del aceite a presión atmosférica**

**Grupo 3. Rango de densidad 15.1 – 20 °API.** Se presenta la matriz, con las variables que se consideraron para el cálculo del modelo de la viscosidad a presión de yacimiento.

Pozo		Pb [lb/pg2]	° API	H2S (% mol)	N2(% mol)	CO2(% mol)	C1 - C5(% mol)	C6+(% mol)	Viscosidad/cp	
									μo @Pb	μo @Patm
G3A	1	1265.58	15.12	0.358	0.489	0.86	39.27	59.023	8.86	25.65
G3B	1	1962.36	15.97	1.502	0.453	2.13	45.58	50.335	19.19	85
G3C	1	1962.36	16.11	0.659	1.228	1.605	50.181	46.327	4.32	18.52
G3D	1	1862.82	16.3	0.02	0.01	2.08	97.14	0.75	4.165	17.395
G3E	1	1862.82	17.21	1.58	8.08	6.48	83.6	0.26	4.087	16.83
G3F	1	2161.44	17.26	1.551	0.353	2.298	47.678	48.120	4.01	16.27
G3G	1	3071.52	17.26	0.01	0.335	0.447	47.396	51.812	8.39	45
G3H	1	1564.2	17.64	4.354	0.277	6.055	46.527	42.787	4.16	23.4
G3I	1	1592.64	18.33	2.079	0.501	1.663	56.626	39.131	3.01	10.7
G3J	1	1976.58	18.35	0.387	0.249	0.518	35.783	63.063	3.77	14
G3K	1	3147.38	18.61	0.01	0.76	0.1	54.19	44.94	3.392	16.27
G3L	1	1862.82	18.67	1.18	0.223	2.111	54.001	42.485	3.014	18.54
G3M	1	1777.50	19.29	1.037	0.189	1.405	50.507	46.862	3.12	14.2
G3N	1	2440.44	19.69	0.0337	2.28	0.67	43.5903	53.426	1.0178	3.5885

**Matriz (X)**

Obtenemos la matriz transpuesta de (X)

Pozo	G3A	G3B	G3C	G3D	G3E	G3F	G3G	G3H	G3I	G3J	G3K	G3L	G3M	G3N	
x1	Pb	1265.58	1962.36	1962.36	1862.82	1862.82	2161.44	3071.52	1564.2	1592.64	1976.58	3147.38	1862.82	1777.50	2440.44
x2	°API	15.12	15.97	16.11	16.3	17.21	17.26	17.26	17.64	18.33	18.35	18.61	18.67	19.29	19.69
x3	H2S	0.358	1.502	0.659	0.02	1.58	1.551	0.01	4.354	2.079	0.387	0.01	1.18	1.037	0.0337
x4	N2	0.489	0.453	1.228	0.01	8.08	0.353	0.335	0.277	0.501	0.249	0.76	0.223	0.189	2.28
x5	CO2	0.86	2.13	1.605	2.08	6.48	2.298	0.447	6.055	1.663	0.518	0.1	2.111	1.405	0.67
x6	C1-C5	39.27	45.58	50.181	97.14	83.6	47.678	47.396	46.527	56.626	35.783	54.19	54.001	50.507	43.5903
x7	C6+	59.023	50.335	46.327	0.75	0.26	48.120	51.812	42.787	39.131	63.063	44.94	42.485	46.862	53.426
x8	μo @Pb	8.86	19.19	4.32	4.165	4.087	4.01	8.39	4.16	3.01	3.77	3.392	3.014	3.12	1.0178
x9	μo @Patm	25.65	85	18.52	17.395	16.83	16.27	45	23.4	10.7	14	16.27	18.54	14.2	3.5885

**Matriz transpuesta (X')**

Cálculos para el modelo de la viscosidad a presión de yacimiento, obtenemos el producto de (X') (X), dando como resultado la siguiente matriz.

	MULTIPLICACIÓN (X'X)									
	1	Pb	° API	H2S	N2	CO2	C1-C5	C6+	μo @ Pb	μo @ Patm
1	14	28510.4601	245.81	14.7607	15.427	28.422	752.0693	589.321	74.5058	325.3635
Pb	28510.4601	61731111.85	503579.716	26099.0317	31210.6845	52226.8022	1523930.61	1217578.88	150230.3064	673803.9
° API	245.81	503579.7162	4339.4589	259.375113	270.99063	494.04576	13157.7627	10398.8258	1259.630452	5533.647
H2S	14.7607	26099.0317	259.375113	33.61928069	17.869742	52.40636	776.302302	595.872315	80.37590986	368.1146
N2	15.427	31210.68452	270.99063	17.869742	73.726829	61.675787	1022.96633	366.461308	65.380726	273.4628
CO2	28.422	52226.8022	494.04576	52.40636	61.675787	106.236102	1699.93593	921.945826	147.45474	665.4304
C1-C5	752.0693	1523930.609	13157.7627	776.3023021	1022.96633	1699.935925	44037.9383	27669.7872	3821.914871	16768.27
C6+	589.321	1217578.883	10398.8258	595.8723152	366.461308	921.945826	27669.7872	29378.0334	3335.453753	14461.07
μo @ Pb	74.5058	150230.3064	1259.63045	80.37590986	65.380726	147.45474	3821.91487	3335.45375	657.8798708	2863.797
μo @ Patm	325.3635	673803.9471	5533.64727	368.1145825	273.46277	665.430395	16768.272	14461.0702	2863.79726	12782.47

Obteniendo la inversa de la matriz (X'X), queda lo siguiente.

	INVERSA (X'X) <sup>-1</sup>									
1	3.11776E+14	-0.001497831	-0.61982346	-3.1178E+12	-3.1178E+12	-3.11776E+12	-3.1178E+12	-3.1178E+12	-0.71736584	0.154744
Pb	-0.00173802	1.09051E-06	8.5933E-05	-3.1163E-05	-0.00019468	0.000254765	-2.367E-05	-2.6851E-05	0.000430151	-9.5E-05
° API	0.459223808	8.59329E-05	0.16363304	-0.192635	-0.11784492	0.124543114	-0.03733173	-0.03802559	0.145206598	-0.02676
H2S	-3.1178E+12	-3.31376E-05	-0.1817219	31177567515	3.1178E+10	31177567513	3.1178E+10	3.1178E+10	-0.13391073	0.025371
N2	-3.1178E+12	-0.000196437	-0.10695972	31177567514	3.1178E+10	31177567514	3.1178E+10	3.1178E+10	-0.15277868	0.031436
CO2	-3.1178E+12	0.000253311	0.13575361	31177567513	3.1178E+10	31177567514	3.1178E+10	3.1178E+10	0.183922215	-0.0389
C1-C5	-3.1178E+12	-2.60252E-05	-0.02650858	31177567514	3.1178E+10	31177567514	3.1178E+10	3.1178E+10	-0.02988309	0.005648
C6+	-3.1178E+12	-2.77433E-05	-0.02663352	31177567514	3.1178E+10	31177567514	3.1178E+10	3.1178E+10	-0.03125	0.005859
μo @ Pb	0.005391756	0.000430151	0.1452066	-0.14113831	-0.16000626	0.176694639	-0.03711066	-0.03847758	0.31743735	-0.06629
μo @ Patm	0.026633363	-9.54346E-05	-0.02676337	0.026652451	0.03271717	-0.037614152	0.00692925	0.00714049	-0.06628987	0.014191

Haciendo los cálculos correspondientes obtenemos que:

Vector Y	X'Y	(X'X) <sup>-1</sup> X'Y
μo @Py	118.72	292.555846
12.94	238342.064	-0.0052793
24.84	2015.89505	-3.216092
5.36	135.327905	-11.695775
5.785	170.4385	-0.9105397
15.31	280.79843	-3.9837227
12.82	6394.41492	-2.1170161
10.34	4891.02025	-2.2322441
5.64	943.288205	2.65623242
3.79	4079.2341	-0.3234391
4.92		
5.565		
6.21		
3.65		
1.55		
1.55		

Una vez obtenidos los coeficientes, el modelo de viscosidad queda de la siguiente manera.

$$\mu_o @ P_y = 292.555846 - 0.00527925 P_b - 3.21609196 API - 11.6957747 (H2S) - 0.91053966 (N2) - 3.98372266 (CO2) - 2.11701614 (C1-C5) - 2.2322441 C6 + 2.65623242 \mu_{ob} - 0.32343909 \mu_{od}$$

**Modelo para la viscosidad del aceite a presión de yacimiento.**

Cálculos para el modelo de viscosidad a presión de burbujeo, obtenemos el producto de  $(X^T)(X)$ , dando como resultado la siguiente matriz.

	MULTIPLICACIÓN $(X^T)(X)$									
	1	Pb	° API	H2S	N2	CO2	C1-C5	C6+	$\mu$ @ Py	$\mu$ @ Patm
1	14	28510.4601	245.81	14.7607	15.427	28.422	752.0693	589.321	118.72	325.3635
Pb	28510.4601	61731111.85	503579.716	26099.0317	31210.6845	52226.8022	1523930.61	1217578.88	238342.0638	673803.9
° API	245.81	503579.7162	4339.4589	259.375113	270.99063	494.04576	13157.7627	10398.8258	2015.89505	5533.647
H2S	14.7607	26099.0317	259.375113	33.61928069	17.869742	52.40636	776.302302	595.872315	135.327905	368.1146
N2	15.427	31210.68452	270.99063	17.869742	73.726829	61.675787	1022.96633	366.461308	170.4385	273.4628
CO2	28.422	52226.8022	494.04576	52.40636	61.675787	106.236102	1699.93593	921.945826	280.79843	665.4304
C1-C5	752.0693	1523930.609	13157.7627	776.3023021	1022.96633	1699.935925	44037.9383	27669.7872	6394.414915	16768.27
C6+	589.321	1217578.883	10398.8258	595.8723152	366.461308	921.945826	27669.7872	29378.0334	4891.02025	14461.07
$\mu$ @ Py	118.72	238342.0638	2015.89505	135.327905	170.4385	280.79843	6394.41492	4891.02025	1507.96755	4079.234
$\mu$ @ Patm	325.3635	673803.9471	5533.64727	368.1145825	273.46277	665.430395	16768.272	14461.0702	4079.2341	12782.47

Obteniendo la inversa de la matriz  $(X^T)(X)$ , queda lo siguiente.

	INVERSA $(X^T)(X)^{-1}$									
1	3.10962E+14	-0.00071363	-0.4786363	-3.1096E+12	-3.1096E+12	-3.10962E+12	-3.1096E+12	-3.1096E+12	-0.17676468	0.034825
Pb	-0.00176466	5.15659E-07	-9.8948E-05	0.000157618	7.3208E-06	1.57074E-05	2.5386E-05	2.4683E-05	1.05263E-05	-8E-06
° API	0.394358184	-9.89478E-05	0.11480153	-0.13202355	-0.0662454	0.042376527	-0.02293395	-0.02301294	0.015579952	-4.3E-05
H2S	-3.1096E+12	0.000147	-0.1233328	31096194296	3.1096E+10	31096194295	3.1096E+10	3.1096E+10	-0.00242677	-0.00192
N2	-3.1096E+12	-2.44629E-06	-0.05727816	31096194295	3.1096E+10	31096194295	3.1096E+10	3.1096E+10	-0.01778305	0.003754
CO2	-3.1096E+12	4.19495E-06	0.05087569	31096194295	3.1096E+10	31096194295	3.1096E+10	3.1096E+10	-0.00054865	-0.00025
C1-C5	-3.1096E+12	1.4017E-05	-0.01441866	31096194295	3.1096E+10	31096194295	3.1096E+10	3.1096E+10	-0.00128726	-0.00018
C6+	-3.1096E+12	1.3889E-05	-0.01430644	31096194295	3.1096E+10	31096194295	3.1096E+10	3.1096E+10	-0.001631	-0.00018
$\mu$ @ Py	-0.06577743	1.05263E-05	0.01557995	-0.00353665	-0.01889292	-0.001658526	-0.00239714	-0.00274087	0.013798878	-0.00319
$\mu$ @ Patm	0.043025271	-8.04123E-06	-4.3109E-05	-0.00200388	0.00367193	-0.000332327	-0.00026669	-0.00026142	-0.00319109	0.001086

Haciendo los cálculos correspondientes obtenemos que:

Vector Y	X <sup>T</sup> Y	(X <sup>T</sup> X) <sup>-1</sup> X <sup>T</sup> Y
$\mu$ @ Pb	74.5058	-35.0089961
8.86	150230.306	0.00307043
19.19	1259.63045	0.59318358
4.32	80.3759099	4.1601255
4.165	65.380726	-0.08653789
4.087	147.45474	0.32809051
4.01	3821.91487	0.10059089
8.39	3335.45375	0.08832544
4.16	943.288205	0.11546539
3.01	2863.79726	0.182126
3.77		
3.392		
3.014		
3.12		
1.0178		

Una vez obtenidos los coeficientes, el modelo de viscosidad queda de la siguiente manera.

$$\mu_o @ P_b = -35.0089961 + 0.00307043P_b + 0.59318358API + 4.1601255(H2S) - 0.08653789(N2) + 0.32809051(CO2) + 0.10059089(C1-C5) + 0.08832544C6 + 0.11546539\mu_o b + 0.182126\mu_o d$$

### Modelo para la viscosidad del aceite a presión de burbujeo

Cálculos para el modelo de viscosidad a presión atmosférica, obtenemos el producto de  $(X^T)(X)$ , dando como resultado la siguiente matriz.

	MULTIPLICACIÓN $(X^T)(X)$									
	1	Pb	° API	H2S	N2	CO2	C1-C5	C6+	$\mu_o @ P_b$	$\mu_o @ P_y$
1	14	28510.4601	245.81	14.7607	15.427	28.422	752.0693	589.321	74.5058	118.72
Pb	28510.4601	61731111.85	503579.716	26099.0317	31210.6845	52226.8022	1523930.61	1217578.88	150230.3064	238342.1
° API	245.81	503579.7162	4339.4589	259.375113	270.99063	494.04576	13157.7627	10398.8258	1259.630452	2015.895
H2S	14.7607	26099.0317	259.375113	33.61928069	17.869742	52.40636	776.302302	595.872315	80.37590986	135.3279
N2	15.427	31210.68452	270.99063	17.869742	73.726829	61.675787	1022.96633	366.461308	65.380726	170.4385
CO2	28.422	52226.8022	494.04576	52.40636	61.675787	106.236102	1699.93593	921.945826	147.45474	280.7984
C1-C5	752.0693	1523930.609	13157.7627	776.3023021	1022.96633	1699.935925	44037.9383	27669.7872	3821.914871	6394.415
C6+	589.321	1217578.883	10398.8258	595.8723152	366.461308	921.945826	27669.7872	29378.0334	3335.453753	4891.02
$\mu_o @ P_b$	74.5058	150230.3064	1259.63045	80.37590986	65.380726	147.45474	3821.91487	3335.45375	657.8798708	943.2882
$\mu_o @ P_y$	118.72	238342.0638	2015.89505	135.327905	170.4385	280.79843	6394.41492	4891.02025	943.288205	1507.968

Obteniendo la inversa de la matriz  $(X^T)(X)$ , queda lo siguiente.

	INVERSA $(X^T)(X)^{-1}$										
1	3.1156E+14	-0.00044344	-0.46344606	-3.1156E+12	-3.1156E+12	-3.1156E+12	-3.1156E+12	-3.1156E+12	-3.1156E+12	0.166925877	-0.19878
Pb	-0.00110259	4.56322E-07	-0.00010006	0.000141669	3.1174E-05	8.52455E-06	2.0755E-05	2.0152E-05	-2.4911E-06	-1.1E-05	
° API	0.159231294	-0.000100064	0.11792556	-0.13687964	-0.06023169	0.049303846	-0.02263388	-0.02201355	0.009772944	0.009095	
H2S	-3.1156E+12	0.000134324	-0.13012678	31155998806	3.1156E+10	31155998805	3.1156E+10	3.1156E+10	-0.02224112	0.006554	
N2	-3.1156E+12	2.43596E-05	-0.0538697	31155998806	3.1156E+10	31155998806	3.1156E+10	3.1156E+10	0.008953459	-0.01242	
CO2	-3.1156E+12	7.41913E-07	0.05651914	31155998805	3.1156E+10	31155998806	3.1156E+10	3.1156E+10	0.016438402	-0.01182	
C1-C5	-3.1156E+12	1.2685E-05	-0.01518705	31155998806	3.1156E+10	31155998806	3.1156E+10	3.1156E+10	-0.00361706	0.000681	
C6+	-3.1156E+12	1.25974E-05	-0.01507994	31155998806	3.1156E+10	31155998806	3.1156E+10	3.1156E+10	-0.00363372	0.000363	
$\mu_o @ P_b$	0.067986397	-2.49105E-06	0.00977294	-0.02125172	0.00994285	0.017427797	-0.00262766	-0.00264433	0.030556162	-0.01988	
$\mu_o @ P_y$	-0.01481219	-1.14808E-05	0.00909489	0.004714166	-0.01426028	-0.0136615	-0.00115893	-0.00147632	-0.0198802	0.017357	

Haciendo los cálculos correspondientes obtenemos que:

Vector Y	X'Y	(X'X) <sup>-1</sup> X'Y
$\mu_o @ Patm$	325.3635	307.164174
25.65	673803.947	0.04684103
85	5533.64727	-29.8897949
18.52	368.114582	6.29069352
17.395	273.46277	0.84944033
16.83	665.430395	-0.02265348
16.27	16768.272	1.04350924
45	14461.0702	0.82603979
23.4	2863.79726	5.12427657
10.7	4079.2341	-0.39558414
14		
16.27		
18.54		
14.2		
3.5885		
3.5885		

Una vez obtenidos los coeficientes, el modelo de viscosidad queda de la siguiente manera.

$$\mu_o @ Patm = 307.164174 + 0.04684103P_b - 29.8897949API + 6.29069352(H_2S) + 0.84944033(N_2) - 0.02265348(CO_2) + 1.04350924(C_1-C_5) + 0.82603979C_6 + 5.12427657\mu_{ob} - 0.39558414\mu_{od}$$

**Modelo para la viscosidad del aceite a presión atmosférica**

**Grupo 4. Rango de densidad 20.1 – 30 °API.** Se presenta la matriz, con las variables que se consideraron para el cálculo del modelo de la viscosidad a presión de yacimiento.

Pozo		Pb [lb/pg2]	° API	H2S (% mol)	N2(% mol)	CO2(% mol)	C1 - C5(% mol)	C6+(% mol)	Viscosidad/cp	
									μo @Pb	μo @Patm
G4A	1	3128.40	20.87	2.641	0.409	6.112	58.564	32.274	1.11	6.74
G4B	1	2965.42	21.47	0.01	0.098	0.2542	60.29	39.3478	1.004	16.386
G4C	1	2653.45	21.6	1.41	0.37	2.68	54.7	40.84	1.78	7.08
G4D	1	2090.00	22.5	1.32	0.26	1.64	52.6	44.18	2.78	15
G4E	1	2388.96	22.6	0.26	0.18	0.52	55.92	43.12	3.07	19.47
G4F	1	2573.82	22.9	1.93	0.01	4.31	92.85	0.9	2.796	12.45
G4G	1	941.93	23	0.01	8.87	1.506	89.25	0.364	2.522	5.4277
G4H	1	1635.30	23.1	0.01	0.37	2.014	44.906	52.7	1.201	2.1
G4I	1	2664.40	23.5	0.196	1.948	0.045	56.425	41.386	1.214	8.513
G4J	1	3199.39	24.69	0.01	0.2986	7.2673	58.34	34.0841	1.4375	5.9174
G4K	1	3071.52	24.75	1.052	0.567	6.674	30.261	61.446	2.675	4.8
G4L	1	4228.03	24.91	0.852	5.55	45.925	47.356	0.317	1.492	3.21
G4M	1	5076.54	25.02	3.04	0.01	2.86	93.9	0.19	0.31	1.62
G4N	1	2915.10	25.19	2.764	0.254	8.364	48.063	40.555	1.23	4
G4O	1	2444.99	25.51	1.98	2.253	9.79	85.955	0.022	1.0564	4.6281
G4P	1	3349.24	26.07	0.1278	0.4377	1.3465	60.45	37.638	1.148	2.7654
G4Q	1	1976.58	26.69	9.387	0.251	12.049	40.005	38.308	0.607	2.705
G4R	1	2995.30	26.83	0.01	0.3039	5.1842	56.36	38.1419	1.1051	3.6732
G4S	1	1894.10	27.6	0.01	0.41	0.86	48.19	50.53	0.329	1.06
G4T	1	4173.57	28.31	0.06	0.01	2.83	95.93	1.17	0.6698	3.0001
G4U	1	2549.65	28.59	0.01	0.01	0.01	98.79	1.18	1.8138	32.4664
G4V	1	5289.84	29	2.88	0.01	2.93	92.19	1.99	0.2	1.08
G4W	1	2329.52	29.4	1.48	0.566	4.78	49.173	44.001	0.3033	0.7613
G4X	1	4607.28	29.46	0.04	0.01	3.06	95.61	1.28	1.26	10.68
G4Y	1	4391.14	29.5	1.6	0.71	2.06	67.8	27.83	0.349	1.64
G4Z	1	2199.83	29.64	0.01	0.405	2.779	95.726	1.08	2.0672	17.6211
G4AA	1	4408.20	29.7	2.98	0.01	3.498	92.523	0.989	0.17	0.43
G4AB	1	2235.38	29.8	0.01	0.3	3.269	95.3	1.121	1.2118	3.051
G4AC	1	1909.75	29.8	0.01	0.5	3.154	95.336	1	0.5624	1.11
G4AD	1	1731.43	29.81	0.01	0.29	3.04	48.24	48.42	0.499	0.856
G4AD	1	1274.823	30	0.01	0.4	0.01	98.15	1.43	1.127	2.2289

**Matriz (X)**

Obtenemos la matriz transpuesta de (X)

	Pozo	G4A	G4B	G4C	G4D	G4E	G4F	G4G	G4H	G4I	G4J	G4K	G4L	G4M	G4N	G4O	G4P	G4Q	G4R	G4S	G4T	G4U	G4V	G4W	G4X	G4Y	G4Z	G4AA	G4AB	G4AC	G4AD	
x1	Pb	3128.40	2965.42	2653.45	2090.00	2388.96	2573.82	941.93	1635.30	2664.40	3199.39	3071.52	4228.03	5076.54	2915.10	2444.99	3349.24	1976.58	2995.30	1894.10	4173.57	2549.65	5289.84	2329.52	4607.28	4391.14	2199.83	4408.20	2235.38	1909.75	1731.43	1274.823
x2	°API	20.87	21.47	21.6	22.5	22.6	22.9	23	23.1	23.5	24.69	24.75	24.91	25.02	25.19	25.51	26.07	26.69	26.83	27.6	28.31	28.59	29	29.4	29.46	29.5	29.64	29.7	29.8	29.8	29.81	30
x3	H2S	2.641	0.01	1.41	1.32	0.26	1.93	0.01	0.01	0.196	0.01	1.052	0.852	3.04	2.764	1.98	0.1278	9.387	0.01	0.01	0.06	0.01	2.88	1.48	0.04	1.6	0.01	2.98	0.01	0.01	0.01	0.01
x4	N2	0.409	0.098	0.37	0.26	0.18	0.01	8.87	0.37	1.948	0.2986	0.567	5.55	0.01	0.254	2.253	0.4377	0.251	0.3039	0.41	0.01	0.01	0.01	0.566	0.01	0.71	0.405	0.01	0.3	0.5	0.29	0.4
x5	CO2	6.112	0.2542	2.68	1.64	0.52	4.31	1.506	2.014	0.045	7.2673	6.674	45.925	2.86	8.364	9.79	1.3465	12.049	5.1842	0.86	2.83	0.01	2.93	4.78	3.06	2.06	2.779	3.498	3.269	3.154	3.04	0.01
x6	C1-C5	58.564	60.29	54.7	52.6	55.92	92.85	89.25	44.906	58.425	58.34	30.261	47.356	93.9	48.063	85.955	60.45	40.005	56.36	48.19	95.93	98.79	92.19	49.173	95.61	67.8	95.726	92.523	95.3	95.336	48.24	98.15
x7	C6+	32.274	39.3478	40.84	44.18	43.12	0.9	0.364	52.7	41.386	34.0841	61.446	0.317	0.19	40.555	0.022	37.638	38.308	38.1419	50.53	1.17	1.18	1.99	44.001	1.28	27.83	1.08	0.989	1.121	1	48.42	1.43
x8	μo @Pb	1.11	1.004	1.78	2.78	3.07	2.796	2.522	1.201	1.214	1.4375	2.675	1.492	0.31	1.23	1.0564	1.148	0.607	1.1051	0.329	0.6698	1.8138	0.2	0.3033	1.26	0.349	2.0672	0.17	1.2118	0.5624	0.499	1.127
x9	μo @Patm	6.74	16.386	7.08	15	19.47	12.45	5.4277	2.1	8.513	5.9174	4.8	3.21	1.62	4	4.6281	2.7654	2.705	3.6732	1.06	3.0001	32.4664	1.08	0.7613	10.68	1.64	17.6211	0.43	3.051	1.11	0.856	2.2289

**Matriz transpuesta (x')**

**Cálculos para el modelo de viscosidad a presión de yacimiento** obtenemos el producto de (X') (X), dando como resultado la siguiente matriz.



	MULTIPLICACIÓN (X'X)									
	1	Pb	° API	H2S	N2	CO2	C1-C5	C6+	μo @ Pb	μo @ Patm
1	31	89292.88456	811.81	36.1198	26.0712	150.8212	2159.153	727.8348	39.1002	202.4706
Pb	89292.88456	293835140.5	2351863.63	114554.6118	61987.4414	495578.7536	6360768.67	1896398.98	102834.1936	548780.4
° API	811.81	2351863.627	21534.6125	936.137826	643.99733	3885.995072	57420.3473	18294.5225	983.64557	5139.049
H2S	36.1198	114554.6118	936.137826	147.2343028	17.4793671	270.9881187	2290.90365	885.374566	34.2363024	146.6853
N2	26.0712	61987.44143	643.99733	17.47936706	121.464283	317.7202248	1819.53945	330.916679	44.27861499	129.0373
CO2	150.8212	495578.7536	3885.99507	270.9881187	317.720225	2730.39878	9032.02765	2730.98523	191.622325	645.8817
C1-C5	2159.153	6360768.67	57420.3473	2290.903645	1819.53945	9032.027647	165040.92	37731.9088	2672.564042	14928.56
C6+	727.8348	1896398.979	18294.5225	885.3745664	330.916679	2730.98523	37731.9088	31104.2947	967.3187161	4396.893
μo @ Pb	39.1002	102834.1936	983.64557	34.2363024	44.278615	191.622325	2672.56404	967.318716	70.03051804	364.1681
μo @ Patm	202.4706	548780.4163	5139.04893	146.6853061	129.037318	645.8816579	14928.5632	4396.89255	364.1680611	2875.959

Obteniendo la inversa de la matriz (X'X), queda lo siguiente.

	INVERSA (X'X) <sup>-1</sup>									
1	2.3224E+14	0.000147682	0.13372059	-2.3224E+12	-2.3224E+12	-2.3224E+12	-2.3224E+12	-2.3224E+12	0.340832921	-0.00522
Pb	0.00012356	4.38226E-08	5.0636E-06	-2.6828E-06	7.7855E-06	-6.3441E-06	-4.3928E-06	-3.414E-06	2.17575E-05	1.67E-07
° API	0.147734814	5.06356E-06	0.00760881	-0.00154315	0.00041758	-0.004214668	-0.00396964	-0.00347718	0.013171667	0.000322
H2S	-2.3224E+12	-3.06446E-06	-0.00141985	23224007979	2.3224E+10	23224007979	2.3224E+10	2.3224E+10	-0.00145684	0.000347
N2	-2.3224E+12	7.46053E-06	0.00056696	23224007979	2.3224E+10	23224007979	2.3224E+10	2.3224E+10	-0.01435292	0.001611
CO2	-2.3224E+12	-6.60254E-06	-0.00403366	23224007979	2.3224E+10	23224007979	2.3224E+10	2.3224E+10	-0.00991375	1.07E-05
C1-C5	-2.3224E+12	-4.59549E-06	-0.00384093	23224007979	2.3224E+10	23224007979	2.3224E+10	2.3224E+10	-0.00865754	-8.4E-05
C6+	-2.3224E+12	-3.64383E-06	-0.00332031	23224007979	2.3224E+10	23224007979	2.3224E+10	2.3224E+10	-0.00846354	3.26E-05
μo @ Pb	0.369345034	2.17575E-05	0.01317167	-0.00174196	-0.01463804	-0.010198874	-0.00894267	-0.00874866	0.127973198	-0.00706
μo @ Patm	-0.00525639	1.67329E-07	0.00032233	0.000347886	0.00161182	1.10683E-05	-8.3119E-05	3.294E-05	-0.00706389	0.001293

Haciendo los cálculos correspondientes obtenemos que:

Vector Y	X'Y	(X'X) <sup>-1</sup> X'Y
μo @Py	49.1877	-2.01412567
1.2	127253.912	-0.00020512
1.281	1236.70618	0.02424122
1.95	59.148665	0.12509844
3.16	57.8489244	-0.36126454
3.62	254.641133	0.07889994
3.56	3285.7772	0.00873032
3.5	1261.35408	-0.00176989
1.3813	85.8979185	1.15074972
1.596	439.087838	0.00736096
2.1900		
3.155		
1.751		
0.347		
1.57		
1.2628		
1.6800		
2.7		
1.56		
0.466		
0.7000		
2.0798		
0.219		
0.41		
1.27		
0.369		
2.3944		
0.189		
1.0492		
0.671		
0.639		
1.2672		

Una vez obtenidos los coeficientes, el modelo de viscosidad queda de la siguiente manera

$$\mu_o = -2.0141257 - 0.0002051P_b + 0.0242412API + 0.125098(H_2S) - 0.361265(N_2) + 0.078899(CO_2) + 0.008730(C1-C5) - 0.0017699C_6 + 1.15075\mu_o @ P_y + 0.00736096\mu_o @ P_{atm}$$

**Modelo para la viscosidad del aceite a presión de yacimiento**

**Cálculos para el modelo de viscosidad a presión de burbujeo**, obtenemos el producto de (X') (X), dando como resultado la siguiente matriz.

	MULTIPLICACIÓN (X'X)									
	1	Pb	° API	H2S	N2	CO2	C1-C5	C6+	μo @ Py	μo @ Patm
1	31	89292.88456	811.81	36.1198	26.7442	153.6912	2159.153	727.8348	49.1877	202.4706
Pb	89292.88456	293835140.5	2351863.63	114554.6118	65088.1409	502896.2376	6360768.67	1896398.98	127253.9123	548780.4
° API	811.81	2351863.627	21534.6125	936.137826	663.82391	3968.048372	57420.3473	18294.5225	1236.706176	5139.049
H2S	36.9298	116238.7403	957.639726	147.2424028	18.5450311	273.1897337	2348.10567	905.952787	60.370136	151.5029
N2	27.1942	67025.11817	675.96761	18.48638706	121.935172	321.2868248	1925.95035	332.249629	59.1549844	137.8972
CO2	153.6912	502896.2376	3968.04837	271.0168187	319.808305	2738.69308	9315.55495	2734.37183	260.6101588	739.0602
C1-C5	2159.153	6360768.67	57420.3473	2290.903645	1883.88498	9315.554947	165040.92	37731.9088	3285.777202	14928.56
C6+	727.8348	1896398.979	18294.5225	885.3745664	331.778119	2734.37183	37731.9088	31104.2947	1261.354076	4396.893
μo @ Py	49.1877	127253.9123	1236.70618	59.148665	58.7036344	260.6101588	3285.7772	1261.35408	110.2262624	439.0878
μo @ Patm	202.4706	548780.4163	5139.04893	146.6853061	136.224958	739.0602259	14928.5632	4396.89255	439.0878375	2875.959

Obteniendo la inversa de la matriz (X'X), queda lo siguiente.

	INVERSA (X'X) <sup>-1</sup>									
1	3647.153411	-0.000608791	1.85511555	-35.7912119	-35.0122838	-36.90616488	-36.9824044	-36.9544813	-7.29088031	2.665564
Pb	-0.00038566	4.52547E-08	4.913E-06	-1.4408E-06	9.9394E-06	-1.09991E-06	7.6345E-07	1.5918E-06	2.29114E-05	-2.8E-07
° API	1.968332836	4.71387E-06	0.00828642	-0.02075937	-0.01724332	-0.022437849	-0.02233132	-0.02183004	0.00419329	0.002059
H2S	-35.7128983	9.64996E-07	-0.01957996	0.36315476	0.3472777	0.361284867	0.36260761	0.36231279	0.059405742	-0.02481
N2	-34.9581076	1.18449E-05	-0.01608399	0.34748702	0.35515908	0.351279035	0.3536437	0.35402632	0.055384262	-0.02344
CO2	-36.9282438	1.18705E-06	-0.02131242	0.362310501	0.3520253	0.375461726	0.37539046	0.37489303	0.069835514	-0.0272
C1-C5	-37.0539356	3.05785E-06	-0.02122218	0.364126973	0.3548956	0.375887539	0.37657336	0.37609359	0.070668535	-0.02732
C6+	-36.9895198	3.86356E-06	-0.0207029	0.363466417	0.35491138	0.375023642	0.37572436	0.37537625	0.0702627	-0.02711
μo @ Py	-7.15509226	2.33889E-05	0.00446845	0.058109812	0.05424088	0.068408571	0.06916455	0.06882227	0.096299017	-0.0109
μo @ Patm	2.743621326	-4.64774E-07	0.00202038	-0.02564833	-0.02426225	-0.027972488	-0.02805891	-0.02787892	-0.01112889	0.003345

Haciendo los cálculos correspondientes obtenemos que:

Vector Y	X'Y	(X'X) <sup>-1</sup> X'Y
μ <sub>o</sub> @P <sub>b</sub>	37.9732	7.46327202
1.11	101397.468	0.00011972
1.004	949.83557	-0.0251865
1.78	35.2000744	-0.1838228
2.78	45.048917	-0.0754689
3.07	196.816661	-0.0686408
2.796	2561.94899	-0.0704109
2.522	965.707106	-0.0699084
1.201	84.4697841	0.71604104
1.214	361.656091	0.01612781
1.4375		
2.675		
1.492		
0.31		
1.23		
1.0564		
1.148		
0.607		
1.1051		
0.329		
0.6698		
1.8138		
0.2		
0.3033		
1.26		
0.349		
2.0672		
0.17		
1.2118		
0.5624		
0.499		
1.127		

Una vez obtenidos los coeficientes, el modelo de viscosidad queda de la siguiente manera.

$$\mu_{o@P_b} = 7.46327202 + 0.00011972P_b - 0.02518649API - 0.18382283(H_2S) - 0.07546891(N_2) - 0.06864082(CO_2) - 0.07041093(C_1 - C_5) - 0.06990839C_6 + 0.71604104\mu_{ob} + 0.01612781\mu_{od}$$

**Modelo para la viscosidad del aceite a presión de burbujeo**

Cálculos para el modelo de viscosidad a presión atmosférica, obtenemos el producto de  $(X') (X)$ , dando como resultado la siguiente matriz.

	MULTIPLICACIÓN $(X'X)$									
	1	Pb	° API	H2S	N2	CO2	C1-C5	C6+	$\mu @ Pb$	$\mu @ Py$
1	31	89292.88456	811.81	36.1198	26.7442	153.6912	2159.153	727.8348	39.1002	49.1877
Pb	89292.88456	293835140.5	2351863.63	114554.6118	65088.1409	502896.2376	6360768.67	1896398.98	102834.1936	127253.9
° API	811.81	2351863.627	21534.6125	936.137826	663.82391	3968.048372	57420.3473	18294.5225	983.64557	1236.706
H2S	36.9298	116238.7403	957.639726	147.2424028	18.5450311	273.1897337	2348.10567	905.952787	35.2113444	60.37014
N2	27.1942	67025.11817	675.96761	18.48638706	121.935172	321.2868248	1925.95035	332.249629	45.49971699	59.15498
CO2	153.6912	502896.2376	3968.04837	271.0168187	319.808305	2738.69308	9315.55495	2734.37183	196.827931	260.6102
C1-C5	2173.3029	6400937.547	57840.6396	2294.069834	1890.04528	9360.549082	166392.311	37743.2811	2689.24042	3303.195
C6+	728.1494	1894255.117	18296.106	880.6268235	331.831493	2729.10301	37731.3878	31146.325	968.1832005	1262.809
$\mu @ Pb$	39.1002	102834.1936	983.64557	34.2363024	45.126595	196.827931	2672.56404	967.318716	70.03051804	85.89792
$\mu @ Py$	49.1877	127253.9123	1236.70618	59.148665	58.7036344	260.6101588	3285.7772	1261.35408	85.8979185	110.2263

Obteniendo la inversa de la matriz  $(X'X)$ , queda lo siguiente.

	INVERSA $(X'X)^{-1}$									
1	2777.473685	-0.006942222	3.11450153	-34.799461	-35.0942819	-27.73386755	-27.9691321	-28.820561	-5.7081606	9.90152
Pb	6.93578E-05	4.58259E-08	4.4636E-06	-1.1169E-05	3.4365E-06	-5.27301E-06	-3.5237E-06	-2.9109E-06	-3.6889E-05	5.05E-05
° API	0.672137769	1.81833E-06	0.00874961	-0.00765143	-0.00725275	-0.00945233	-0.00930689	-0.00906003	0.024426735	-0.00611
H2S	-29.5468268	6.437E-05	-0.03186894	0.39598115	0.38014733	0.293764979	0.29712746	0.30642623	0.175654121	-0.19873
N2	-29.9536006	7.93513E-05	-0.03175114	0.382129372	0.39603804	0.296514839	0.30080919	0.31050809	0.09783699	-0.13973
CO2	-27.8443386	6.52572E-05	-0.03407049	0.347787832	0.34942697	0.279913734	0.28140647	0.28973428	0.046297353	-0.09599
C1-C5	-27.900637	6.71389E-05	-0.0338947	0.349350259	0.35190098	0.279599782	0.28185536	0.29022726	0.048583361	-0.09734
C6+	-28.0910019	6.8264E-05	-0.03357354	0.351954633	0.35479407	0.281269957	0.28356806	0.29211906	0.052406401	-0.1002
$\mu @ Pb$	-2.21008309	-3.1545E-05	0.02431776	0.141059888	0.06182398	0.011105252	0.01329604	0.01716712	0.921815863	-0.70036
$\mu @ Py$	5.468487797	3.55678E-05	-0.00295868	-0.16189513	-0.10123518	-0.051187981	-0.05271748	-0.05652477	-0.70637405	0.602805

Haciendo los cálculos correspondientes obtenemos que:

Vector Y	X'Y	(X'X) <sup>-1</sup> X'Y
$\mu_o @ Patm$	200.2417	-1871.9006
6.74	545938.963	5.0434E-05
16.386	5072.18193	-0.9255996
7.08	151.480645	19.0679605
15	137.005607	18.684637
19.47	739.037937	18.9166344
12.45	14814.3933	18.9749794
5.4277	4419.72174	18.9936205
2.1	361.656091	2.30195056
8.513	436.263375	-0.0772275
5.9174		
4.8		
3.21		
1.62		
4		
4.6281		
2.7654		
2.705		
3.6732		
1.06		
3.0001		
32.4664		
1.08		
0.7613		
10.68		
1.64		
17.6211		
0.43		
3.051		
1.11		
0.856		
2.2289		

Una vez obtenidos los coeficientes, el modelo de viscosidad queda de la siguiente manera.

$$\mu_o @ Patm = -1871.90056 + 5.0434E-05Pb - 0.92559965API + 19.0679605(H2S) + 18.684637(N2) + 18.9166344(CO2) + 18.9749794(C1-C5) + 18.9936205C6 + 2.30195056\mu_{ob} - 0.07722753\mu_{od}$$

### Modelo para la viscosidad del aceite a presión atmosférica

**Grupo 5. Rango de densidad > 30 °API.** Se presenta la matriz, con las variables que se consideraron para el cálculo del modelo de la viscosidad a presión de yacimiento.

Pozo		Pb [lb/pg2]	° API	H2S (% mol)	N2(% mol)	CO2(% mol)	C1 - C5(% mol)	C6+(% mol)	Viscosidad/cp	
									μo @Pb	μo @Patm
G5A	1	1459.68	30.16	0.01	0.01	0.01	99.16	0.81	1.0464	2.4494
G5B	1	4574.01	30.25	0.1	1.25	2.75	66.35	29.55	0.25	0.76
G5C	1	2680.47	30.50	0.01	0.01	0.8	98.32	0.86	0.7	2.5
G5D	1	2199.83	31.01	0.01	0.01	0.01	99.47	0.5	1.3998	3.4497
G5E	1	2673.36	31.18	0.01	0.01	0.01	98.49	1.48	0.855	3.985
G5F	1	1919.98	31.29	0.01	1.238	0.041	98.598	0.113	0.59	2.69
G5G	1	2999.42	31.48	0.01	0.01	0.01	98.86	1.11	0.8693	3.2605
G5H	1	3597.66	31.80	0.01	0.01	0.01	98.32	1.65	0.49	1.9
G5I	1	4484.99	31.80	0.53	0.01	2.18	96.89	0.39	0.33	1.3
G5J	1	4459.39	32.00	2.55	0.01	2.12	94.73	0.59	0.34	1.18
G5K	1	4989.80	32.00	1.02	0.01	3.65	94.54	0.78	0.1935	0.7893
G5L	1	5376.97	32.60	0.87	1.42	1.84	73.31	22.560	0.189	1.086
G5M	1	4024.26	32.60	1.752	0.01	2.751	95.477	0.01	0.26	1.06
G5N	1	5368.96	32.90	0.43	1.83	1.98	73.74	22.02	0.159	1.044
G5O	1	4550.40	33.00	2.15	0.01	1.34	96.14	0.36	0.2909	1.12
G5P	1	2094.46	33.12	0.01	0.02	1.05	56.57	42.35	0.342	0.613
G5Q	1	5318.28	33.13	0.66	0.01	0.58	98.75	0	0.239	1.06
G5R	1	2814.42	33.27	0.2007	0.1196	1.6411	58.7686	39.27	0.4555	1.0284
G5S	1	4048.15	33.40	1.45	0.48	1.96	67.73	28.38	0.286	1.31
G5T	1	4329.99	33.60	1.32	0.01	1.882	96.778	0.01	0.13	0.35
G5U	1	4260.17	34.00	1.24	0.56	2.38	69.16	26.66	0.1439	0.4350
G5V	1	2799.92	34.60	0.01	0.01	1.45	98.39	0.14	0.1508	0.4775
G5W	1	5048.10	34.69	3.01	0.453	2.785	72.251	21.501	0.1578	0.52
G5X	1	4519.12	34.80	2.36	0.01	0.63	96.7	0.3	0.2104	0.8232
G5Y	1	3111.34	34.89	0.01	0.8054	2.0068	96.7246	0.4532	0.2368	0.8445
G5Z	1	4560.35	35.00	2.37	0.01	1.02	95.36	1.24	0.2655	8.485
G5AA	1	4289.04	35.30	1.26	0.82	2.33	69.65	25.94	0.315	1.18
G5AB	1	4450.86	35.38	3.77	0.01	2.88	93.31	0.03	0.21	1.03
G5AC	1	449.92	35.46	2.7	1.887	2.326	93.059	0.028	1.9809	3.8715
G5AD	1	4806.36	35.79	2.251	0.537	3.32	72.002	21.89	0.152	0.48
G5AE	1	4290.17	35.80	2.43	0.01	2.02	94.95	0.59	0.1991	0.7577
G5AF	1	3384.36	35.80	0.2	0.01	0.77	97.48	1.54	0.43	1.4
G5AG	1	4429.53	35.94	0.26	0.01	4.03	94.74	0.96	0.3208	0.9
G5AH	1	4159.35	35.98	2.46	0.01	2.38	93.87	1.28	0.2093	0.757
G5AI	1	449.35	36.09	0.86	5.1	2.665	91.145	0.23	2.144	3.5571
G5AJ	1	5403.60	36.09	2.68	0.407	3.055	76.117	17.741	0.2117	1.17
G5AK	1	2897.89	36.40	0.01	0.9135	0.04	64.6965	34.34	0.4	2.9
G5AL	1	2995.30	36.60	0.01	1.167	0.09	64.713	34.02	0.378	2.841
G5AM	1	2555.33	36.70	0.01	1.42	2.42	95.88	0.27	0.248	1.8175
G5AN	1	4765.98	36.80	1.02	0.19	3.25	74.19	21.35	0.118	0.794
G5AO	1	4692.60	37.05	0.838	1.487	2.173	74.292	21.21	0.1149	0.255
G5AP	1	5261.40	37.05	2.569	0.419	3.004	77.705	16.303	0.3113	2.43
G5AQ	1	2746.61	37.20	0.01	0.494	0.6	65.856	33.04	0.17	1.284
G5AR	1	2166.56	37.22	0.01	0.0065	0.0091	99.953	0.0214	0.516	1.891
G5AS	1	3012.86	37.30	0.01	0.57	0.23	62.23	36.96	0.336	1.1705
G5AT	1	4834.80	37.57	0.138	1.762	0.953	72.896	24.251	0.156	0.45
G5AU	1	2883.74	37.60	0.01	0.77	0.21	67.97	31.04	0.227	1.406
G5AV	1	4578.84	38.10	1.664	0.01	3.122	93.887	1.317	0.142	0.42
G5AX	1	2804.34	38.30	0.01	0.01	0.14	65.47	34.37	0.415	1.25
G5AY	1	2075.97	38.50	0.01	1.31	0.21	58.54	39.93	0.267	1.387
G5AZ	1	3249.27	39.08	0.01	0.01	0.01	99.52	0.45	0.5113	6.1627
G5BA	1	3161.25	39.10	0.11	0.01	0.09	70	29.79	0.532	1.46
G5BB	1	4343.50	42.60	0.054	0.641	0.605	88.527	10.173	0.311	1.184
G5BC	1	5525.75	43.54	0.01	0.04	0.82	98.38	0.75	0.09	0.908
G5BD	1	3086.31	48.46	0.48	0.06	55.9	36.85	6.71	0.058	0.64
G5BD	1	1023.84	49.70	0.01	0.01	2.89	96.51	0.58	0.25	0.76

**Matriz (X)**



Haciendo los cálculos correspondientes obtenemos que:

Vector Y	X*Y	(X*X)-1 X*Y
$\mu_0 @ P_N$	26.7051	-0.8232212
1.2473	74597.7996	8.6496E-05
0.28	931.286596	-0.00892695
0.77	18.2877526	-0.23660613
1.7526	21.4171655	-0.03827121
1.014	34.7381315	0.01015548
0.68	2368.41122	0.00732759
0.9594	227.655726	0.00989487
0.53	20.6513528	1.03375368
0.34	68.9829038	0.07642188
0.375		
0.2		
0.205		
0.298		
0.173		
0.3064		
0.496		
0.274		
0.609		
0.364		
0.146		
0.1564		
0.1617		
0.1669		
0.2302		
0.2873		
0.2908		
0.328		
0.23		
2.0263		
0.1691		
0.206		
0.466		
0.345		
0.224		
2.2496		
0.2231		
0.424		
0.395		
0.277		
0.159		
0.1261		
0.3214		
0.176		
0.73		
0.45		
0.1681		
0.349		
0.163		
0.394		
0.276		
2.2254		
0.539		
0.32		
0.093		
0.063		
0.28		

Una vez obtenidos los coeficientes, el modelo de viscosidad queda de la siguiente manera.

$$\mu_0 @ P_N = -0.8232212 + 8.6496E-05P_b - 0.008927API - 0.23660613H_2S - 0.03827N_2 + 0.01015548CO_2 + 0.007328C_1 - C_5 + 0.00989487C_6 + 1.033754\mu_{ob} + 0.07642188\mu_{od}$$

**Modelo para la viscosidad del aceite a presión de yacimiento.**



**Cálculos para el modelo de viscosidad a presión de burbujeo**, obtenemos el producto de  $(X') (X)$ , dando como resultado la siguiente matriz.

MULTIPLICACIÓN $(X'X)$										
	1	Pb	° API	H2S	N2	CO2	C1-C5	C6+	μo @ Py	μo @ Patm
1	56	203038.1612	1991.56691	47.9767	28.437	139.429	4689.1081	695.0492	26.7051	91.0365
Pb	203038.1612	826164956.5	7193509.91	205553.4994	87041.4883	508315.24	16956167.4	2546738.49	74597.79962	296412.2
° API	1991.566913	7193509.913	71655.0194	1681.69149	1012.53083	5668.503248	165829.391	24964.5747	931.2865958	3197.321
H2S	47.9767	205553.4994	1681.69149	102.0941465	20.9063717	137.1654418	4105.47175	432.032286	18.2877526	73.99626
N2	28.437	87041.48827	1012.53083	20.90637172	53.6071178	53.38209943	2245.96233	469.842084	21.41716552	53.23145
CO2	139.429	508315.24	5668.50325	137.1654418	53.3820994	3328.675858	9125.09328	1298.58332	34.73813154	137.0608
C1-C5	4666.063314	16932573.22	164684.065	4105.241307	2245.73188	9058.493845	403672.805	47524.0598	2359.797635	7960.869
C6+	695.0492	2546738.491	24964.5747	432.0322856	469.842084	1298.583324	47536.9649	19767.4974	229.8167752	860.9788
μo @ Py	26.7051	74597.79962	931.286596	18.2877526	21.4171655	34.73813154	2366.25018	229.816775	26.68528201	68.9829
μo @ Patm	91.0365	296412.2311	3197.32064	73.99626388	53.2314519	137.0608434	7978.3826	860.978845	68.98290377	266.6743

Obteniendo la inversa de la matriz  $(X'X)$ , queda lo siguiente.

INVERSA $(X'X)^{-1}$										
1	-6.1304E+13	-604365155.7	2.5206E+11	6.59519E+11	3.9237E+11	4.83079E+11	5.5872E+11	5.3081E+11	-8.8268E+11	-9.7E+10
Pb	-0.00014149	2.41128E-08	1.2105E-06	-8.7496E-06	9.5274E-07	1.75176E-07	2.1083E-08	1.27E-07	4.04167E-05	-1.4E-06
° API	-0.08126261	1.02452E-06	0.00172752	0.000564855	-0.00027547	-0.00022283	0.00015726	0.00013688	0.003637447	-0.00024
H2S	6.13042E+11	6043651.556	-2520614656	-6595186750	-3923703202	-4830785658	-5587222041	-5308104240	8826827922	9.67E+08
N2	6.13042E+11	6043651.557	-2520614656	-6595186750	-3923703202	-4830785658	-5587222041	-5308104240	8826827922	9.67E+08
CO2	6.13042E+11	6043651.557	-2520614656	-6595186750	-3923703202	-4830785658	-5587222041	-5308104240	8826827922	9.67E+08
C1-C5	6.13042E+11	6043651.557	-2520614656	-6595186750	-3923703202	-4830785658	-5587222041	-5308104240	8826827922	9.67E+08
C6+	6.13042E+11	6043651.557	-2520614656	-6595186750	-3923703202	-4830785658	-5587222041	-5308104240	8826827922	9.67E+08
μo @ Py	-0.40975789	3.98041E-05	0.00415706	-0.00195147	-0.0263246	0.001069349	0.00059322	0.00194346	0.220681107	-0.03002
μo @ Patm	0.026014923	-1.18663E-06	-0.00031101	-0.00065821	0.00254527	-2.02571E-06	-0.00022757	-0.00015761	-0.02956258	0.014542

Haciendo los cálculos correspondientes obtenemos que:

Vector Y	X*Y	(X*X)-1 X*Y
$\mu_o @Pb$	22.3024	4.3228E+11
1.0464	61613.4482	-3.369E-05
0.25	773.375178	-0.01862896
0.7	17.1333588	-4322755767
1.3998	20.1160181	-4322755766
0.855	31.9336272	-4322755767
0.59	1956.87849	-4322755767
0.8693	198.41731	-4322755767
0.49	20.6513528	0.52051702
0.33	52.7342054	-0.01383197
0.34		
0.1935		
0.189		
0.26		
0.159		
0.2909		
0.342		
0.239		
0.4555		
0.286		
0.13		
0.1439		
0.1508		
0.1578		
0.2104		
0.2368		
0.2655		
0.315		
0.21		
1.9809		
0.152		
0.1991		
0.43		
0.3208		
0.2093		
2.144		
0.2117		
0.4		
0.378		
0.248		
0.118		
0.1149		
0.3113		
0.17		
0.516		
0.336		
0.156		
0.227		
0.142		
0.415		
0.267		
0.5113		
0.532		
0.311		
0.09		
0.058		
0.25		

Una vez obtenidos los coeficientes, el modelo de viscosidad queda de la siguiente manera.

$$\mu_o @Pb = 4.32276E+11 - 3.369E-05Pb - 0.01862896API - 4322755767(H2S) - 4322755766(N2) - 4322755767(CO2) - 4322755767(C1-C5) - 4322755767C6 + 0.520517018\mu_{ob} - 0.01383197\mu_{od}$$

**Modelo para la viscosidad del aceite a presión de burbujeo**

Cálculos para el modelo de viscosidad a presión atmosférica, obtenemos el producto de  $(X') (X)$ , dando como resultado la siguiente matriz.

	MULTIPLICACIÓN $(X'X)$									
	1	Pb	° API	H2S	N2	CO2	C1-C5	C6+	μo @ Pb	μo @ Py
1	56	203038.1612	1991.56691	47.9767	28.437	139.429	4693.9657	690.8516	22.3024	26.7051
Pb	203038.1612	826164956.5	7193509.91	205553.4994	87041.4883	508315.24	16976602.5	2529813.43	61613.4482	74597.8
° API	1991.566913	7193509.913	71655.0194	1681.69149	1012.53083	5668.503248	166004.217	24811.615	773.3751777	931.2866
H2S	47.9767	205553.4994	1681.69149	102.0941465	20.9063717	137.1654418	4119.68382	418.25582	17.13335875	18.28775
N2	28.437	87041.48827	1012.53083	20.90637172	53.6071178	53.38209943	2242.74803	473.06298	20.11601812	21.41717
CO2	139.429	508315.24	5668.50325	137.1654418	53.3820994	3328.675858	9132.24886	1291.81054	31.93362719	34.73813
C1-C5	4693.9657	16976602.53	166004.217	4119.68382	2242.74803	9132.248862	407061.141	46905.9228	1964.133152	2368.411
C6+	690.1916	2526303.361	24789.7488	417.82022	473.05638	1291.427739	46840.7478	19996.1078	196.9238443	227.6557
μo @ Pb	22.3024	61613.4482	773.375178	17.13335875	20.1160181	31.93362719	1964.13315	197.081584	17.92782642	20.65135
μo @ Py	26.7051	74597.79962	931.286596	18.2877526	21.4171655	34.73813154	2368.41122	227.836566	20.65135281	26.68528

Obteniendo la inversa de la matriz  $(X'X)$ , queda lo siguiente.

	INVERSA $(X'X)^{-1}$									
1	-5.721E+13	-0.000299052	-0.13622987	5.72104E+11	5.721E+11	5.72104E+11	5.721E+11	5.721E+11	-1.81775992	0.538268
Pb	-0.0002777	3.24857E-08	2.5235E-06	-1.2466E-05	-7.1141E-06	5.76418E-07	5.0441E-07	8.06E-07	8.96147E-05	-6.7E-06
° API	-0.12715729	2.5235E-06	0.00186259	0.000203967	-0.00125984	0.000121584	0.00049621	0.00052188	0.014125347	-0.00347
H2S	5.72104E+11	-1.22853E-05	0.00029282	-5721036112	-5721036112	-5721036112	-5721036112	-5721036112	-0.03526555	0.014261
N2	5.72104E+11	-6.91255E-06	-0.00116693	-5721036112	-5721036112	-5721036112	-5721036112	-5721036112	-0.08403389	0.020287
CO2	5.72104E+11	7.8339E-07	0.00021037	-5721036112	-5721036112	-5721036112	-5721036112	-5721036112	0.008068254	-0.00289
C1-C5	5.72104E+11	6.99429E-07	0.00058698	-5721036112	-5721036112	-5721036112	-5721036112	-5721036112	0.008980453	-0.00428
C6+	5.72104E+11	1.01496E-06	0.00060759	-5721036112	-5721036112	-5721036112	-5721036112	-5721036112	0.011078743	-0.00384
μo @ Pb	-1.70910762	8.96147E-05	0.01412535	-0.03635207	-0.08512041	0.006981731	0.00789393	0.00999222	0.942858411	-0.46448
μo @ Py	0.496765391	-6.74608E-06	-0.0034745	0.014676411	0.02070184	-0.002471468	-0.00386197	-0.00342502	-0.46447985	0.388435

Haciendo los cálculos correspondientes obtenemos que:

Vector Y	X'Y	(X'X) <sup>-1</sup> X'Y
$\mu_0 @ Patm$	91.0365	-1.41434333
2.4494	296412.231	0.00017261
0.76	3197.32064	0.00539622
2.5	73.9962639	-0.4530574
3.4497	53.2314519	-0.24979077
3.985	137.060843	-0.00216134
2.69	7981.96607	0.0076394
3.2605	857.395372	0.02538612
1.9	52.7342054	-0.87300154
1.3	68.9829038	2.50303199
1.18		
0.7893		
1.086		
1.06		
1.044		
1.12		
0.613		
1.06		
1.0284		
1.31		
0.35		
0.4350		
0.4775		
0.52		
0.8232		
0.8445		
8.485		
1.18		
1.03		
3.8715		
0.48		
0.7577		
1.4		
0.9		
0.757		
3.5571		
1.17		
2.9		
2.841		
1.8175		
0.794		
0.255		
2.43		
1.284		
1.891		
1.1705		
0.45		
1.406		
0.42		
1.25		
1.387		
6.1627		
1.46		
1.184		
0.908		
0.64		
0.76		

Una vez obtenidos los coeficientes, el modelo de viscosidad queda de la siguiente manera.

$$\mu_0 @ Patm = -1.41434333 + 0.00017261 P_b + 0.005396219 A_{PI} - 0.4530574 (H_2S) - 0.24979077 (N_2) - 0.00216134 (CO_2) + 0.007639403 (C_1 - C_5) + 0.02538612 C_6 - 0.87300154 \mu_{ob} + 2.503031987 \mu_{od}$$

**Modelo para la viscosidad del aceite a presión atmosférica.**