



**UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO**  
PROGRAMA DE MAESTRÍA Y DOCTORADO EN INGENIERÍA  
INGENIERÍA DE SISTEMA

“PROPUESTA DE UNA METODOLOGÍA GENERAL DE  
ANÁLISIS PARA LA INVESTIGACIÓN DE OPERACIONES,  
OPTIMIZACIÓN COLABORATIVA

TESIS  
QUE PARA OPTAR POR EL GRADO DE:  
MAESTRIA EN INVESTIGACIÓN DE OPERACIONES

PRESENTA:  
RICARDO CALVO FLORES

TUTOR: DR. RICARDO ACEVES GARCÍA  
FACULTAD DE INGENIERÍA

MÉXICO, D. F. JUNIO 2013

# ÍNDICE

	Página
Índice	2
Antecedentes	4
<b>Capítulo 1 Consideraciones Generales</b>	
<b>1 Introducción</b>	<b>7</b>
<b>1.1 Consideraciones sobre la Optimización Multidisciplinaria</b>	<b>8</b>
1.1.1 Modelado matemático de un sistema	8
1.1.2 Diseño Orientado al Análisis	9
1.1.3 Conceptos de aproximación	9
1.1.4 Sistema de Análisis de Sensibilidad	10
1.1.5 Procedimiento de optimización con aproximación y descomposición	11
1.1.6 Interacción Humana	13
<b>1.2 Consideraciones sobre las Familias de Productos</b>	<b>14</b>
1.2.1 Centrándose en los Productos Individuales	14
1.2.2 Renovación de la cartera de productos en Black & Decker	16
1.2.3 Estrategia desarrollada por Black & Decker	17
<b>1.3 Consideraciones Económicas</b>	<b>19</b>
<b>Capítulo 2 Métodos de Optimización Multinivel</b>	
<b>2 Introducción</b>	<b>21</b>
<b>2.1 Técnicas de “diseño de productos” en la optimización multinivel (multidisciplinario)</b>	<b>22</b>
2.1.1 Esquemas de Descomposición	23
2.1.2 Esquemas de Asociación	25
2.1.3 Optimización Colaborativa (CO)	29
<b>2.2 Conformación de la Optimización Colaborativa</b>	<b>31</b>
2.2.1 Arquitectura de la Optimización Colaborativa (OC)	32
2.2.2 Formulación Matemática de la Optimización Colaborativa (OC)	38
<b>2.3 Optimización Colaborativa Mejorada</b>	<b>41</b>
2.3.1 Descripción Nivel del Sistema de la Optimización Colaborativa Mejorada	42
2.3.2 Descripción Nivel del Subespacio de la Optimización Colaborativa Mejorada	42

**Capítulo 3 Propuesta de una Metodología General de Análisis en Optimización**

<b>3</b>	<b>Introducción</b>	<b>44</b>
3.1	Definiciones	46
3.2	Propuesta de una Metodología General de Análisis	48
3.2.1	Fase 1: Inicio del proceso - definición del problema a resolver	49
3.2.2	Fase 2: Desarrollo expectativas – Modelo Simbólico	50
3.2.3	Fase 3: Presentación del Modelo	51

**Capítulo 4 Caso de estudio para el “Diseño de una familia aeronaves”**

<b>4</b>	<b>Introducción</b>	<b>52</b>
4.1	Paso 1: Desarrollo de la segmentación de Mercado	52
4.2	Paso 2: Clasificación de los factores de las aeronaves	59
4.3	Paso 3: Construir y validar meta modelos	62
4.4	Paso 4: Especificaciones del producto, agregados y formulación de la Plataforma de naves y restricciones	64
4.5	Paso 5: Desarrollar la cartera de productos de la Familia de naves para la aviación general	68
4.6	Resultados de la familia naves para la aviación general	69
4.7	Corroborar el Caso de Estudio para el diseño de una familia de aeronaves	70
4.8	Conclusiones y Trabajos Futuros	75
<b>5</b>	<b>Lista de Tablas</b>	<b>77</b>
<b>6</b>	<b>Lista de Figuras</b>	<b>78</b>
<b>7</b>	<b>Bibliografía</b>	<b>79</b>
<b>8</b>	<b>Anexos</b>	<b>80</b>
	Anexo 1.A Identificación de opciones o alternativas	80
	Anexo 1.B Desarrollo de las Expectativas sobre los resultados de cada elección.	82
	Anexo 1.C Familia de Productos y estrategias de desarrollo.	85
	Anexo 4.A Código del Modelo de Optimización Colaborativa	89
	Anexo 4.B Prueba Shankar: Caso didáctico	97
	Anexo 4.C Código de la Prueba Shankar	105

## Antecedentes

El presente trabajo de investigación referido al campo de la Investigación de Operaciones, tiene como objetivo, presentar el avance y desarrollo obtenidos por los esquemas de optimización, a partir de la última década del siglo pasado, para ello se consideran las aportaciones realizadas por George A. Hazelrigg, Marc H. Meyer, Sobieszczanski, provenientes de diferentes campos del conocimiento. De esta manera, dichas aportaciones y otros esfuerzos han permitido que los esquemas o procesos de optimización, sean cada vez más integrales o estén más completos, con lo que se pueden resolver problemas de mayor escala o dimensión.

Actualmente, los procesos de optimización son más completos o consideran una visión integral, ya que además de proporcionar un marco más adecuado y flexible para el análisis del problema, permiten llevar a cabo, la comparación y la valuación de alternativas identificadas para la solución. En este sentido, la perspectiva integral de los procesos de optimización, considera todas las fases del ciclo de vida de un producto, servicio o sistema, a fin de optimizar el proceso de “toma de decisiones”, incluso en el caso, en que la incertidumbre y el riesgo son de importancia.

De esta manera, al iniciar la presente investigación, correspondiente a la elaboración de una Metodología General de Análisis para la Investigación de Operaciones, específicamente con el caso de la Optimización Colaborativa, su realización se planteó de acuerdo con la siguiente pregunta como eje para su desarrollo:

¿Puede una Metodología General de Análisis, sintetizar los avances alcanzados en campo de la optimización, considerando acciones como la identificación y valoración de alternativas (opciones), a fin de mejorar la utilización de los recursos escasos, y con ello, optimizar el proceso de “toma de decisiones”, con lo que seguramente se ampliarán las perspectivas de la optimización, en la solución de problemas, derivados de la globalización de los mercados, los constantes avances tecnológicos y la reconfiguración de economía mundial?

En este sentido, el propósito u objetivo del presente trabajo de investigación, se centra en preparar y proponer una “Metodología General de Análisis”, en el campo de la Investigación de Operaciones o de la Ingeniería de Sistemas, considerando el procedimiento de la Optimización Colaborativa, como uno de los casos, con mayor desarrollo a partir de la década de los años noventa.

Con la metodología propuesta deberá establecerse un procedimiento que facilite, de principio a fin, los pasos o etapas que deberán realizarse, para que los profesionistas del área y de otras especialidades, los académicos, estudiantes, y personas interesadas en dicho campo del conocimiento, puedan llevar a cabo el planteamiento del problema a resolver, la formulación, desarrollo y análisis de los posibles cursos de acción o alternativas por considerar.

Además de que una vez establecidas o determinadas la función objetivo del sistema integral, y las funciones objetivo de los subespacios involucrados, así como de la definición de las variables independientes, las variables compartidas y las restricciones, se proceda a la evaluación de todas las alternativas y con ello, a la “toma de decisiones”, a través de identificar la opción factible, evaluada con la mejor relación costo beneficio.

Adicionalmente, y como parte de los procesos involucrados en la Metodología General de Análisis se deberá tener en cuenta los siguientes aspectos:

- 1. Como parte del proceso de identificación de alternativas o soluciones, se deben considerar acciones encaminadas a la estandarización y homologación de tareas, identificar los elementos comunes o características tecnológicas, compartidos por las propuestas o alternativas de solución, a fin de que las mismas, sean incorporadas en el proceso de diseño y optimización. Dichas acciones, posibilitarán identificar plataformas o familias de productos a desarrollar.**
- 2. En problemas complejos o de grandes dimensiones los procesos de optimización proponen realizar o aplicar métodos de descomposición, principalmente por especialidad, disciplina o subespacio, base para el desarrollo de la Optimización Colaborativa, que generalmente involucra la participación de diferentes especialistas, disciplinas o profesionistas, para buscar la solución del problema.**
- 3. Un aspecto fundamental dentro de la optimización, está referido a la reducción de los tiempos de procesamiento de la información o tiempo utilizado en la interacción del algoritmo para encontrar la solución final. Toda vez que dicho aspecto es importante para el proceso de “toma de decisiones” en cuanto la oportunidad de las mismas.**
- 4. De esta manera, la contribución de la Metodología General de Análisis propuesta para el campo de la Investigación de Operación, sería cambiar la perspectiva y alcance de los procesos de optimización, en cuanto a establecer una visión integral y multidisciplinaria para la solución de los problemas, derivados de la globalización de los mercados, los avances tecnológicos y la reconfiguración de la economía mundial y en específico en la optimización de la “toma de decisiones” para asegurar la mejor utilización de los recursos escasos.**

Con ello, se ampliarán las alternativas de uso y aplicación de los procesos de optimización, ya sea para la solución de problemas tradicionales a través de nuevos enfoques, o bien, la solución de problemas complejos o de dimensión mundial, como sería la fabricación de aviones comerciales, o la reconfiguración del proceso productivo de automóviles, maquinas herramientas, equipo de impresión o desarrollo de software.

En otras palabras, el potencial de los procesos de optimización, dependerá de la habilidad de los ingenieros de sistemas, y otras profesiones, en cuando a identificar productos o servicios que comparten tecnología, refacciones, y herramientas y los cuales son susceptibles de homologar, estandarizar para impactar en sus procesos de producción.

Por otra parte, el trabajo de investigación realizado, se conformó en cuatro apartados específicos, en el Capítulo 1 se presentan consideraciones sobre los conceptos de “Optimización Multidisciplinaria” y “Plataforma o Familia de Productos” fundamentales para la investigación. En el Capítulo 2, se analizan los métodos de optimización multinivel, específicamente para el “diseño de productos”, incluyendo esquemas de descomposición y asociación, para terminar con la arquitectura y formulación de la Optimización Colaborativa;

En el Capítulo 3 se presenta la “Metodología General de Análisis para la Investigación de Operaciones”, partiendo de la definición del problema, el desarrollo de las alternativas de solución y llegar a la presentación del modelo a optimizar. El Capítulo 4 consiste en presentar el Caso de Estudio relativo al “Diseño de una familia de aeronaves”, a partir de un problema específico de la Aviación General, referente a una familia de aviones con 2, 4, y 6 plazas o pasajeros.

Finalmente, y cómo parte del desarrollo didáctico se presenta un caso didáctico, referido a la Prueba Shankar, donde se analiza particularmente el proceso de optimización por descomposición, aplicando el método correspondiente a la Optimización Colaborativa.

# Capítulo 1 Consideraciones Generales

## 1. Introducción

Los ingenieros, economistas, financieros y otros profesionistas, en forma intuitiva han buscado incidir y mejorar sobre las cuestiones referentes al diseño de productos. En este sentido, en el presente trabajo de investigación, el concepto “diseño de productos” se entenderá como: “una actividad creativa cuyo propósito es establecer las cualidades multifacéticas de objetos, procesos, servicios y sistemas, en su ciclo de vida, que va desde la concepción de una idea hasta la venta del producto final con los consumidores.

Por lo que, el concepto de “diseño de productos”, se refiere al factor humano inherente a la innovación tecnológica, y no meramente al que se refiere a las características externas de los productos finales.

Los hermanos Wilbur y Orville Wright, pasaron varios años en forma sistematizada refinando el diseño de un vehículo aéreo, más pesado que el aire, el cual pudiera volar por sus propios medios. Sus esfuerzos culminaron hasta el vuelo histórico realizado el 17 de diciembre de 1903. Sin embargo y a pesar de su éxito los hermanos Wright tuvieron un acercamiento informal a la optimización del “diseño de productos”, pues avanzaron con base en la experimentación, de prueba y error.

Por otra parte, el “diseño de productos” en ingeniería involucra la participación de trabajo de distintas disciplinas o especialidades, donde cada grupo es responsable del diseño de un subsistema del proyecto integral o completo.

Sin embargo, el desarrollo de las industrias aérea y espacial ha implicado que la simplicidad de las primeras naves, haya pasado a tener retos más complejos y de mayor esfuerzo para su elaboración y diseño de los productos finales. Es así como con el aumento en el tamaño de los aviones crecieron los problemas y la complejidad en la búsqueda de soluciones. Lo que ha derivado en el empleo de un enfoque de análisis, más riguroso, como es lo es la optimización de “diseño de productos”.

En un artículo titulado “Haciendo las mejores cosas”, Ashley H<sup>1</sup>, analizó la utilización de mecanismos de optimización en ingeniería aeroespacial, principalmente la ingeniería de “diseño de productos”. Asimismo, el autor destacó...“Existen situaciones... en la operación de las líneas aéreas, en las que, una reducción de costos en un porcentaje pequeño, significa millones... en los beneficios.

---

<sup>1</sup> Ashley, H., "On Making Things Best - Aeronautical Uses of Optimization." *Journal of Aircraft*, Vol. 19, 1982, pp. 5-28.

Es así como desde mediados de los años 90's del siglo pasado y hasta nuestros días, se ha generalizado, el uso de algoritmos de optimización en la industria aérea y espacial, y otras más como la automotriz, electrodomésticos, computación, software, etc. Se han aplicado con éxito en muchas empresas y en una amplia gama de productos, como lo comentan Tarzanin F y Young D.<sup>2</sup>.

### **1.1. Consideraciones sobre la Optimización Multidisciplinaria.**

Esta sección se conforma por una serie de consideraciones conceptuales sobre los componentes de la optimización multidisciplinaria de diseño (MDO).

#### **1.1.1 Modelado matemático de un sistema**

Generalmente, la elaboración de software o aplicaciones de modelos matemáticos para sistemas de ingeniería, se realiza mediante módulos (rutina de códigos), en los que, cada módulo representa un fenómeno físico, una parte física, o algún otro aspecto del sistema integral.

Las transferencias de datos entre módulos corresponden a los acoplamientos internos del sistema, ya sean secuenciales o no secuenciales. Asimismo, estos intercambios de información pueden necesitar un procesamiento adicional o adecuación específica, respecto de la información base, lo que generalmente derivará gastos adicionales del proceso de cómputo.

En este sentido, el volumen de datos o información involucrado en las iteraciones de la optimización (rutinas), afectará la eficiencia del modelo en términos de costo. Muchos procedimientos de solución necesitan procesos matemáticos adicionales, como son la obtención de derivadas, respecto de las variables de diseño, por lo que al manejarse un volumen considerable de información, se incrementarán los costos por concepto de procesamiento de información.

De esta forma, al considerarse la utilización de un procedimiento de optimización multidisciplinario, debe hacerse hincapié en el equilibrio que debe tener la precisión de los resultados y los costos asociados con modelos alternativos de los mismos fenómenos. Para atender este aspecto se debe considerar:

- **Los modelos de optimización pueden utilizar la misma teoría, pero con un nivel menor de detalle. Por ejemplo, los modelos finitos utilizados para el análisis combinado de la aéreo-elasticidad en transporte civil de alta velocidad, son mucho más detallados que los modelos empleados para el proceso de optimización aerodinámico-estructural.**

---

<sup>2</sup> Tarzanin, F. and Young D. "Boeing Rotorcraft Experience With Rotor Design And Optimization". 1998, AIAA paper 98-4733.



- Los modelos utilizados para la optimización multidisciplinaria resultan menos complejos y precisos que los modelos utilizados para la optimización de una disciplina o especialidad. Por ejemplo, los modelos estructurales para optimizar la estructura del avión son más refinados que los utilizados para optimizar a los aviones, como los programas FLOPS y ACSYNT.
- Los modelos de complejidad distinta se usan en forma simultánea en la misma disciplina. Por ejemplo, en empresas de aeronáutica, las cargas estructurales son calculadas por un modelo aerodinámico simple, diferente al utilizado para el cálculo de la resistencia aerodinámica.

### 1.1.2 Diseño Orientado al Análisis

El proceso de ingeniería de diseño ha avanzado al contestar la siguiente pregunta "¿Qué pasa?, Sí", los diseñadores necesitan herramientas de análisis con una serie de atributos como son: a) la posibilidad de seccionar diferentes niveles de análisis, las cuales podrían ir de aproximaciones baratas, hasta información precisa y más costosa; b) re-análisis "inteligente" a través del cual, solo se repite una parte del análisis original, resultado de los cambios en el diseño; c) cálculo de sensibilidad de los datos de salida respecto de la información de entrada, y d) gestión de información e infraestructura adecuadas para manejar grandes volúmenes de información generados por el proceso de diseño. El término "Diseño orientado al Análisis", se refiere a los procedimientos de análisis que poseen los atributos anteriores.

Un ejemplo de diseño orientado al análisis, lo constituye el código del programa LS-CLASS desarrollado para la optimización de las estructuras-control-aerodinámica para alas flexibles, con controles activos. El programa permite el cálculo de la respuesta aéreo-elástica a diferentes niveles de precisión.

Es importante destacar que el re-análisis inteligente es un estándar de la industria de software, específicamente del sector de las hojas de cálculo, cuyo uso se ha generalizado como paquetería de las computadoras personales, siendo una de las herramientas de cálculo, más utilizada por los usuarios finales.

### 1.1.3 Conceptos de aproximación

El acoplamiento directo de un código de diseño espacial de búsqueda (Design Space Search DSS) a un análisis multidisciplinario puede resultar poco práctico debido a varias razones, entre las que destacan:

- 1) Sin importar el número de variables de diseño, ya sea una cantidad moderada o una cantidad considerable, el número de evaluaciones requeridas para evaluar la función objetivo y las restricciones requeridas por DSS resultará ser elevado;

- 2) Dado que los análisis de disciplinas diferentes se ejecutan en máquinas diferentes, y posiblemente éstas se ubican en diferentes sitios, la comunicación con el sistema DSS central, puede llegar a ser difícil de manejar; y
- 3) Algunas disciplinas pueden producir respuesta ruidosa o irregular como función de las variables de diseño. En este debe utilizarse una aproximación suave a la respuesta, pues estas disciplinas degradan el DSS.

Por lo anterior, en la mayoría de los procesos de optimización compleja, la ingeniería de sistemas acoplada a un DSS, facilita el cálculo de la función objetivo y restricciones, a través de aproximaciones. La solución óptima inicial al problema se halla por aproximación, a continuación, la solución óptima encontrada es actualizada, por análisis exhaustivo ejecutado en dicho óptimo y el procedimiento se repite. El proceso de optimización secuencial aproximado es popular también en la optimización de una sola disciplina, pero su utilización es más crítica para la optimización multidisciplinaria, como medida principal de control de costos.

#### **1.1.4 Sistema de Análisis de Sensibilidad**

En principio, el análisis de sensibilidad de un sistema global, podría ser realizado con las mismas técnicas adecuadas, de las establecidas en el análisis de sensibilidad por disciplina. En los casos prácticos, la pura dimensionalidad del análisis del sistema global, evidencia que una simple extensión de las técnicas de análisis de sensibilidad a nivel disciplina, resulte poco práctica, en su aplicación para el análisis de sensibilidad del sistema global.

Sin embargo, la utilidad de la información obtenida a nivel integral, del análisis de sensibilidad, es mayor que la utilidad de la información, generada a partir de un análisis similar a nivel disciplina.

Por otra parte, el diseño de un sistema integral, involucra equipos de expertos de disciplinas, que al interrelacionarse compartiendo información de sus áreas, establecen un lenguaje común que asegura la comunicación interdisciplinaria, destacando la influencia de sus disciplinas entre sí, y con el sistema global.

De esta manera, un algoritmo que emplea técnicas de análisis de sensibilidad de disciplina, para solucionar el problema y la sensibilización del sistema global, a partir de derivadas de orden superior, fue propuesto por Sobieszcanski-Sobieski. De dicho algoritmo existen dos variantes: i) el primero, basado en las derivadas de los residuos de las ecuaciones rectoras de cada disciplina, representado en un módulo del modelo, y ii) el segundo, que emplea derivadas de salida respecto de las de entrada para cada módulo.

Debido a que el análisis de sensibilidad a través de módulos, son independientes unos de otros, éstos pueden ejecutarse de manera simultánea,

a fin de que la sensibilización del sistema global, se realice mediante tareas más pequeñas. De esta manera, las derivadas resultantes se incorporan como coeficientes para el sistema simultáneo, y se denominan “ecuaciones de sensibilidad globales” (GSE), cuyo vector de solución, comprenden las derivadas del sistema total, respecto de una variable de diseño.

### **1.1.5 Procedimiento de optimización con aproximación y descomposición**

#### **APROXIMACIONES**

Los procedimientos de optimización en los que se ensamblan las operaciones numéricas, en secuencias ejecutables, correspondientes a los elementos de la propia optimización multidisciplinaria, frecuentemente incluyen análisis de: sensibilización, aproximaciones, algoritmos de diseño para espacio de búsqueda, descomposición, etc. De estos elementos las aproximaciones y la descomposición a menudo determinan el procedimiento y organización de la secuencia del análisis.

Sin embargo y cómo ya se mencionó, la aplicación de procedimientos de optimización multidisciplinaria se encuentra limitada, por los costos computacionales y por la dificultad para integrar diversas aplicaciones de software provenientes de diferentes organizaciones o fuentes. De esta manera, el trabajo computacional se dirigirá a la utilización de aproximaciones, por lo que, el optimizador se aplicará a problemas aproximados.

Con las aproximaciones generalmente se superan límites organizacionales, ya que la aproximación utilizada para cada una de las disciplinas, puede generarse por especialistas de la misma área, los cuales adecuan la aproximación, a las características y necesidades de la propia disciplina, incluyendo los detalles de su aplicación en el proceso de optimización multidisciplinaria.

Por ejemplo, cuando las técnicas de superficie de respuesta son empleadas, la aplicación de aproximaciones disciplinarias, se realiza en forma anticipada, lo que minimizará las interacciones del procedimiento de optimización, específicamente en el empleo de aplicaciones de software de otras disciplinas involucradas.

Además del procedimiento de aproximación, conviene tener cierta flexibilidad de selección, respecto de las distintas técnicas de búsqueda existentes, para las disciplinas y para la fase de optimización correspondiente. Asimismo, se debe poder escoger entre los distintos métodos de análisis de sensibilidad, ya que para ciertas disciplinas éstos se encuentran disponibles, para otras disciplinas no están disponibles, o incluso pueden no existir para ninguna disciplina.

## DESCOMPOSICIÓN

Respecto de los esquemas de descomposición asociados con los procedimientos de optimización, éstos han evolucionado como un elemento primordial en la optimización multidisciplinaria. Un aspecto para ello, es que con la descomposición, se posibilita que el proceso de optimización pueda dividir la tarea de síntesis y análisis de la ingeniería, en subsistemas o tareas más simples o pequeñas.

Es importante señalar que la suma del procesamiento computacional de estas pequeñas tareas no es necesariamente menor al del procesamiento original. Sin embargo, las ventajas de la descomposición, es que estas pequeñas tareas tienden a estar alineadas respecto de las especialidades de ingeniería involucradas, teniéndose así un frente amplio de oportunidades para las operaciones concurrentes. Inherentes al proceso de optimización multidisciplinario, y compatibles con la tendencia de tecnología de hardware y software multiproceso.

La teoría de la descomposición tiene su origen en el campo de la investigación de operaciones, de las décadas de los 70's y 90's. Paralelamente varios enfoques han surgido de la investigación aplicada y la práctica de la ingeniería de optimización aplicada a problemas complejos como es el caso de naves espaciales y aviones, tanto dentro de las disciplinas de la ingeniería, como en la optimización del sistema.

Por otra parte, la mayoría de los esquemas de descomposición son posibles, pero todos ellos tienen en común las siguientes acciones, que de manera conjunta constituyen un sistema de síntesis: Entre las acciones generales, se destacan:

- a) **Sistema de análisis incluidos los análisis disciplinarios,**
- b) **Análisis de sensibilidad disciplinario y del sistema,**
- c) **Optimización a nivel disciplinario y nivel de sistema (que analiza el problema de coordinación).**

No obstante, que el problema de coordinación es ahora considerado como un elemento clave en la descomposición, éste se encontraba ausente en algunos de los primeros procedimientos de optimización. Sin embargo, en la actualidad la optimización multidisciplinaria presupone aprovechar las interacciones interdisciplinarias, de ahí la necesidad de una coordinación de los procedimientos de optimización, que aplicados en la descomposición.

Independientemente de su uso para la optimización, la descomposición se ha utilizado también como un medio predominante en el enfoque de gráfico dirigido, para desarrollar un frente amplio en la organización de personal, en una planta de producción y en el diseño para repartir las funciones entre los componentes de sistemas complejos.

### 1.1.6 Interacción Humana

La optimización multidisciplinaria no debe considerarse como un sistema acabado y de resultados a través de sólo oprimir una tecla o botón. Toda vez que la interacción humana es de vital importancia para permitir a los ingenieros controlar el proceso de diseño, aportando su criterio y creatividad en él mismo.

Por lo tanto, los distintos niveles de capacidad de interacción que son importantes en los sistemas informáticos que incorporan la tecnología de optimización multidisciplinaria, operados por compañías industriales. Adicionalmente, dichos sistemas son exclusivos en la propiedad de la información procesada y no están disponibles para su referencia. Sin embargo, existen algunos principios de unificación para su interacción por la tecnología como actualmente son operados.

En este sentido y partir del conocimiento general de algunos de estos sistemas podemos señalar, las características comunes de muchos de ellos, como son:

- a) **Flexibilidad en la selección de las variables dependientes e independientes, para la generación de pantallas gráficas,**
- b) **Empleo de colores, contornos y superficies de trazado, y**
- c) **Proyecciones ortográficas o sistema de representación gráfica, que permiten representar elementos geométricos o volúmenes, para grandes volúmenes de información.**

Este último se utiliza para mostrar comportamientos dinámicos como la vibración o los cambios en el diseño introducidos por proceso de optimización, con base en la secuencia de las iteraciones.

El desarrollo comenzó ya hace más de una década con la tecnología de “visualización” con base en conceptos de realidad virtual. Además de la visualización de los datos primordiales, hay pantallas que muestran el flujo de la información en las diferentes fases del proyecto, la situación del proyecto real respecto de los planes iniciales, etc.

Con un objetivo en común, que es el deseo de apoyar la continuidad del proceso ingenieril, pues es bien sabido, que la continuidad en los trabajos y tareas promueve y estimula la creatividad. Dicho denominador es el soporte para que los sistemas aseguren la comunicación entre miembros del equipo de diseño.

Un código de optimización, que puedan utilizarse en los procesos de optimización multidisciplinaria y que esté a disposición del público general se ha comenzado a desarrollar. Este código le informa al usuario el progreso de la optimización mostrando los valores de las variables de diseño, las restricciones y la función objetivo continuamente de iteración a iteración..

Un código representativo de este tipo de códigos fue desarrollado por General Electric en la década de los 90's. desarrollado para el diseño de motores de aviones. La característica distintiva del código nombrado "Engineous" es entrelazar técnicas numéricas y técnicas de inteligencia artificial, en una operación intrínsecamente interactiva que involucra activamente al usuario en el proceso.

## **1.2 Consideraciones sobre las Familias de Productos**

En la actualidad aquellas empresas que enfrentan y subsisten dentro del proceso de la globalización de las economías y de los mercados, son denominadas "corporaciones evolutivas" las cuales adecuan la cartera de sus productos, a través de la mejora continua de dichos productos. Asimismo, buscan mejorar las sus tecnologías de fabricación, en algunas ocasiones los cambios instrumentados, corresponden a verdaderos avances tecnológicos, pero en otras son el resultado de adecuaciones o cambios menores.

No obstante el éxito de largo plazo de una "corporación evolutiva" dependerá del flujo de nuevos productos que sustituyan la demanda de productos antiguos, pero se desarrollarán nuevos productos, pioneros para la generación de nuevos mercados, como es el caso de las computadoras personales y ahora de las denominadas "Tabletas".

En este sentido se destaca que a medida que la economía mundial se integra más, día con día, muchos productos tienen a globalizarse, con el propósito de satisfacer las necesidades de sus clientes en todo el mundo.

Con este flujo constante de productos nuevos a nivel mundial, resultado de avances tecnológicos en los mismos o el empleo de tecnologías más eficientes para fabricar, distribuir y dar servicio a éstos mismos, generan el impulso para propiciar el crecimiento empresarial y la renovación constante de los productos.

### **1.2.1 Centrándose en los Productos Individuales**

Independientemente de la importancia de la creación de nuevos productos, los métodos tradicionales para la gestión de los mismos, es una función de gran importancia en la actualidad, para las empresas, la cual generalmente no puede realizarse a largo plazo. Esto es así, porque en las empresas los nuevos productos o el único producto que se fabrica, compiten generalmente, por los recursos escasos, que también pueden ser asignados a otros proyectos en la cartera de la misma corporación o empresa.

De esta manera, cada equipo de producto tiene que justificar su existencia frecuentemente, durante todo el desarrollo del proceso productivo y la fase de comercialización. La posibilidad de contar con la aprobación correspondiente, garantizará o cerrará el acceso a los recursos escasos, para continuar con el

desarrollo del producto, de acuerdo con las disponibilidades presupuestarias, las expectativas del mercado, y el ciclo de producción, los cuales están determinados, por la producción individual.

El resultado del enfoque de la producción individual, es una limitante para adoptar la idea de productos comunes, compatibles, normalizados o modulares, tanto en los productos individuales, como en las líneas de producción correspondientes.

La falta de coincidencia sobre dichos conceptos se puede evidenciar en los propios productos, así como en los componentes de éstos. Por ejemplo, para aquellos productos, como taladros, los cuales utilizan materiales diferentes para los mismos fines, como los mangos de sujeción, que ahora se fabrican en plástico. Además, los componentes con especificaciones técnicas similares y tamaños diferentes no pueden ser intercambiados, fácilmente en el proceso de producción.



Desde esta perspectiva, un portafolio de productos similares, puede ser desechado sin problema, si la administración de la producción conserva una perspectiva de producción individual.

Es así como surgen nuevos planteamientos sobre: ¿No sería mejor construir una familia completa de productos que aprovechen la globalización de los mercados (homologación de la demanda), las tecnologías de productos comunes (estandarización de la producción), y un conjunto común, de procesos de producción altamente automatizadas? (optimización del uso de los recursos escasos)

Posición contraria a la de mantener equipos únicos de producción para cada trabajo, en un sólo producto. La experiencia de Black & Decker, se presenta en el siguiente apartado.

### 1.2.2 Renovación de la cartera de productos en Black & Decker

Al inicio de la década de los 70's, los consumidores herramientas eléctricas de Black & Decker, contaban con una cartera de productos amplia y grande, conformada por dieciocho grupos de herramientas eléctricas. Ocho de estos grupos representaron el 73% de las ventas realizadas, y el 91% del total, de unidades vendidas: taladros, sierras caladoras, corta arbustos y setos, martillos, sierras circulares, rectificadoras, pulidoras, lijadoras, y canteadoras.

En total 122 modelos diferentes, como con la mayoría de las empresas establecidas, la cartera de productos de Black & Decker ha evolucionado a lo largo de los años.

Así, Black & Decker en los años 70's tenía una colección de diseños, materiales, escasa coordinación y diversas tecnologías de producción, sus herramientas eléctricas, dependían de treinta motores diferentes, cada uno fabricado, por un conjunto de herramientas diferentes, y sesenta carcasas diferentes para los motores, lo que requería de adaptaciones, para aplicar variaciones de potencia o de aplicación (por ejemplo, un taladro en comparación con la sierra o la lijadora).

Además, la compañía elaboró 104 armaduras diferentes, para ensamblar el motor con la herramienta final, que podría ser una broca o una hoja para la sierra. Adicionalmente, cada una de las armaduras, requería de herramientas propias, así como de docenas de interruptores diferentes y botones de control, que implicaba tener contenedores llenos de repuestos y materiales.

Esta situación implicaba que cada diseño de producto, fuese único y requiriese una línea de producción dedicada, la cual consumen tiempo para realizar los cambios en la línea de producción, con un diseño poco desarrollado, que generalmente implicaba en insumos laborales altos.

A pesar de las limitantes mencionadas, Black & Decker era un competidor importante en el mercado de herramientas, en específico en el segmento de las eléctricas, debido a que competidores como Bosch, Craftsman, Skill también enfrentaban dicha situación.

En los 70's Black & Decker controlaba cerca del 20 por ciento del mercado estadounidense, con ventas de alrededor de \$200 millones de dólares por año. Sin embargo, a pesar de esta situación, la administración previó una nueva estrategia, debido a los siguientes aspectos:

- **Incremento en la inflación y aumento en los costos laborales, materiales, servicios y bienes de capital, redujeron los beneficios de Black & Decker. Para mantener costo laboral de sus productos, la administración estimó que casi un tercio de dicho costo debía reducirse, a mediano plazo.**



Lo anterior habría sido difícil para cualquier producto único, e imposible para una sola línea de herramientas, sin hacer uso de la normalización del diseño, automatización del proceso productivo, un mejor uso de materiales y espacios físicos, además de la planeación de los requerimientos de capital.

- Los consumidores y los reguladores requerían elevar los niveles de seguridad específicamente: añadiendo una barrera de seguridad de aislamiento alrededor de los motores eléctricos, para las herramientas, a fin de proteger a los usuarios, de una descarga, cuando en el sistema de aislamiento fallará. La regulación de doble aislamiento había comenzado a operar en Europa y se esperaba surgirían en el mercado norteamericano. Esto habría creado un caos en el proceso productivo de Black & Decker. La administración estimó que el rediseño de todas sus herramientas eléctricas, ahora con doble aislamiento para el producto, sería una situación a desarrollar en una década.

La Junta Directiva de B&D y el equipo administración entendieron que esas amenazas no podrían resolverse con paliativos. También entendieron que sus competidores enfrentarían la misma situación, y destacaron "Si podemos responder más rápido y eficazmente," entonces, "las amenazas que enfrentamos como empresa, podrían transformarse en oportunidades para dominar nuestra industria".

### **1.2.3 Estrategia desarrollada por Black & Decker**

La necesidad de adoptar el doble aislamiento fue el detonante para renovar la cartera de herramientas eléctricas de Black & Decker. En este sentido, se desarrolló el programa "Doble Aislamiento" con el propósito de: (1) rediseñar todas las herramientas eléctricas, al mismo tiempo; (2) reestructurar el proceso de fabricación, simultáneamente para que los nuevos productos se fabricarán con diferencial en sus costos; (3) ofrecer el doble aislamiento, sin aumento en el precio final a los clientes.

Dichos objetivos implicaban que las líneas de producción de las herramientas eléctricas en operación tendrían que ser abandonadas. Adicionalmente, la administración estableció cinco objetivos poderosos para su renovación de las herramientas eléctricas:

1. **Desarrollar un concepto claro y distintivo de "familia de productos" en los productos para que el cliente pudiera tomar cualquier producto y sin leer la etiqueta, saber que se trataba de un "Black & Decker".**
2. **Simplificar la oferta de productos, sustitución de aparatos personalizados con la estandarización de partes como: conexiones, interfaces, acoplamientos.**
3. **Reducir significativamente por unidad los costos de producción, mediante la automatización y uso de nuevos materiales. Mientras que un número de herramientas eléctricas, de otras empresas, ya se había introducido productos con doble aislamiento, lo habían hecho con un costo adicional, del 20 por ciento (materiales y mano de obra). Black & Decker determinó introducir el doble aislamiento a un costo menor del aislamiento único, de su actual línea de productos.**

4. Utilizar el diseño para mejorar el rendimiento de la herramienta eléctrica y añadiendo nuevas funciones (como más potencia o velocidad variable) con costes mínimos,
5. Hacer productos globales, productos que satisfagan las necesidades del cliente en todo el mundo y los requerimientos regulatorios de diversas regiones.

### **Construcción de una “Familia de Productos” o “Plataforma de Productos”**

Black & Decker tuvo el acierto de generar un interés para desarrollar el mejor funcionamiento de sus productos, a precio bajo para el usuario de herramientas eléctricas. El programa de “Doble Aislamiento” impulso el interés, que se tradujo en disponibilidad de recursos y una estrategia directiva específica. Su objetivo se centró en desarrollar una “Familia de Productos” para el diseño y desarrollo de una nueva generación de herramientas eléctricas.

Una “Familia de Productos” o “Plataforma de Productos” es un conjunto de componentes comunes, módulos o partes de un flujo de productos derivados, que pueden crearse eficientemente y lanzarse para su comercialización. La parte más común de todas las herramientas eléctricas es el motor, pieza clave del producto. Asimismo, el motor de una herramienta eléctrica, representan un subsistema de la familia o plataforma de los productos finales.

A través de los principales grupos de productos, la compañía fabricaba treinta motores diferentes, los cuales no son sino variaciones de un único diseño, con características específicas establecidas para diferentes requerimientos de potencia dentro y entre los grupos de herramientas eléctricas.

Para resolver este problema, se conformó un equipo trabajo, cuya responsabilidad fue diseñar un motor universal, que pudiese servir a una amplia gama de productos: taladros, lijadoras, sierras, rectificadoras, etc.

El equipo se guio por los principios de estandarización y modularización, así como del principio de escalabilidad. El objetivo era crear un diseño único de motor básico, que pudiera ser adaptado para una amplia variedad de cargas, y servir así a los usuarios poco habituados y a los frecuentes del hogar, los clientes comerciales y los profesionales en el uso de herramientas eléctricas.

Los resultados obtenidos por Black & Decker fueron crear una nueva interfaz más simple para el nuevo diseño del motor del tipo "plug-in", así las conexiones pueden insertarse directamente a la carcasa de la herramienta eléctrica.

El diseño del nuevo motor se fijó a un diámetro axial, permitiendo una única variación de longitud. La estandarización ofreció ventajas importantes entre las que se destacan: los diseñadores pueden crear una carcasa común para los

motores; con el diámetro fijo del motor completo, los ingenieros pueden establecer, un diámetro estandarizado, para todas las herramientas eléctricas, de la familia de producto; así la carcasa para las herramientas eléctricas sería idéntica para un taladro, un lijadora, una sierra de vaivén, o un triturador.

Con el nuevo diseño del motor se posibilitó que la potencia pudiese aumentar simplemente, aumentando la longitud del cable de cobre y acero, en los laminados del motor a partir de: 0,8 " a 1,75", se logró incrementar la potencia en un intervalo de 60 a 650 vatios.

La estandarización y la modularización logradas en el rediseño de la plataforma básica del motor, hizo posible para los ingenieros de Black & Decker obtener avances importantes en la producción automatizada. El equipo diseñó un proceso en el que variaciones (en longitud) o del motor básico, podría realizarse sin el contacto de las manos humanas. Los laminados (la columna vertebral del motor) pueden ser colocados, a la cabeza de una línea de producción mecanizada y luego apilados, soldados, aislados, barnizados, terminados y probados en forma automática.

### **1.3 Consideraciones Económicas**

En su libro titulado "Sistemas de Ingeniería: Una aproximación al diseño con base en la Información" George A. Hazelrigg, señala que los sistemas de ingeniería, vistos como un proceso de toma de decisiones, para que loguen un buen diseño del sistema, debe considerar el propósito del mismo, y para ello, debe establecer los valores específicos para evaluar el sistema.

Generalmente estos valores corresponden a consideraciones económicas, por lo que es necesario incorporar y entender algunos aspectos de la teoría económica, específicamente de la microeconomía, con el propósito de comparar y evaluar las alternativas del sistema, siendo la microeconomía una herramienta para la ingeniería de sistemas, con aplicaciones muy específicas.

George A. Hazelrigg, destacó que con base en la definición de Paul Samuelson, de economía, entendida ésta como la ciencia que estudia, cómo los hombres o la sociedad terminan eligiendo, con o sin el uso del dinero, cómo emplear los recursos productivos escasos, los cuales podrían tener usos alternativos sobre la decisión tomada. Para producir diversos bienes y distribuirlos para su consumo, ahora o en el futuro, entre las personas o grupos de la sociedad. Adicionalmente analiza las alternativas y los beneficios obtenidos, de mejorar los patrones para la asignación de los recursos, que no siempre son abundantes.

Así, desde la perspectiva de Hazelrigg, los al ser los sistemas de ingeniería un proceso de toma de decisiones, y considerando el punto de vista económico, dicha toma de decisiones, debe incorporar en su definición la asignación de los recursos escasos, la producción de materias primas y finalmente su

distribución para el consumo, lo que influirá en la propia eficiencia de dicho proceso, refiriendo lo anterior a la ingeniería de sistemas.

Al destacar que la ingeniería de sistemas la toma de decisiones se refiere a la asignación de los recursos escasos de la naturaleza en beneficio de al menos algún segmento de la humanidad, la noción de beneficios incluidos en esta definición, es porque, dichas decisiones proporcionan productos o cosas que son o tienen valor para la sociedad. En este sentido las cosas tienen valor o se les asigna un valor, porque la gente las necesita o las desea.

Por lo que en la toma de decisiones se deberá considerar la satisfacción de necesidades humanas básicas y los deseos humanos.

### **Lista de necesidades humanas básicas y deseos humanos**

#### **NECESIDADES HUMANAS BÁSICAS**

Aire, agua, alimentos  
Protección de los elementos, calidez sueño  
Seguridad  
Capacidad reproductiva  
Ponerse en contacto con otros humanos

#### **DESEOS HUMANOS**

Prendas de vestir  
Atención de la salud  
Luz  
Educación  
Entretenimiento  
Transporte  
Comercio  
Comunicación  
Confort

Por otra parte, el valor es un atributo asignado a algo, sea esto un objeto material o no, determina que ese algo tiene un valor para un individuo, y si, en alguna circunstancia, este individuo elige consumirlo, es decir, si el individuo elige este algo sobre otras cosas o alternativas. El valor asignado a ese hecho está implícito en la propia elección.

Por lo tanto, si en un momento determinado, a un individuo se le presenta dos opciones, A y B, y elige a A, diremos que, para este individuo A tiene más valor que B, deduciendo que el valor se expresa en los individuos a través de sus preferencias. Sin embargo, considerando que el valor es subjetivo y difícil de cuantificar, los economistas se refieren al valor de las cosas, como utilidad y otorgan a las cosas unidades de utilidad, con lo que con esta utilidad podrán valorarse las preferencias de los individuos.

# Capítulo 2 Métodos de Optimización Multinivel

## 2.1 Introducción

Para problemas complejos de ingeniería a partir de la década de los 90's se comenzó a utilizar con mayor frecuencia la optimización a gran escala, que frecuentemente involucra disciplinas o especialidades distintas. En estos problemas, un procedimiento adoptado para alcanzar una posible solución, consiste en la descomposición del problema, en partes, o mejor dicho, en subproblemas o subsistemas. Con este procedimiento se reduce la complejidad y el tiempo procesamiento en sistemas, para alcanzar la solución del problema.

No obstante, al descomponer el problema en otros subproblemas o subsistemas, se puede afectar la precisión de la solución final.

En este sentido, la estrategia de "descomposición lineal", como se la ha llegado a conocer, se ha venido utilizando en la solución de problemas complejos, con buenos resultados. Destacándose que esta estrategia funciona mejor en sistemas susceptibles de descomposición, es decir, cuando los subsistemas pueden jerarquizarse u ordenar sus prioridades.

Por otra parte, para sistemas caracterizados por la interdependencia de los subproblemas o subsistemas posibles, al aplicar esta estrategia de "descomposición lineal" implica elegir o seleccionar un subproblema o subsistema antes de algún otro, estableciéndose así una jerarquía artificial, por lo que el orden establecido, afectará o impactará la solución final. Concluyéndose que la estrategia de "descomposición lineal" es poco recomendable y no convergente, para su aplicación en problemas no jerarquizados.

Estas consideraciones llevaron Sobieski<sup>3</sup> a proponer una estrategia alternativa de descomposición no jerárquica, ya que la optimización no lineal puede ejemplificarse a través de un conjunto de programas cuadráticos. Una serie de experimentos muestra que las modificaciones del algoritmo, como propuso inicialmente Sobieski [28] son necesarias para la convergencia en general. Este algoritmo modificado se usa para resolver los problemas con cierto número de subsistemas, cada uno de ellos incluye un cierto número de las variables de diseño, establecidas para el sistema integral.

En esta parte de la investigación se presentará en forma general los métodos y técnicas empleados en la Optimización Multinivel.

---

<sup>3</sup> Barthelemy, J.-F.M. and Sobieszczanski-Sobieski, J. "Extrapolation of Optimum Design Based on Sensitivity Derivatives", AIAA J., Vol. 21, No. 5, pp. 797-799, May 1983.

## **2.1 Técnicas de “diseño de productos” en la optimización multidisciplinario**

El proceso de optimización multinivel (multidisciplinario) para el “diseño de un producto” en ingeniería implica la posibilidad de descomponer o dividir un sistema integrado, en distintas partes o disciplinas o subsistemas que lo conforman, con el propósito de que posteriormente conjuntar o agrupar las contribuciones de cada una de ellas a la solución integral o final del problema.

En esta parte, se presenta de manera general los esquemas de descomposición (jerárquica y no jerárquica) antes mencionados y los esquemas de agrupación o asociación (formulación en un solo nivel o formulación en múltiples niveles) generalmente empleados e instrumentados en procesos de optimización multinivel (multidisciplinario).

En este sentido, podemos comentar que el diseño preliminar del Boeing 777 fue desarrollado por cerca de 3,000 especialistas que instrumentando un proceso de optimización multinivel (multidisciplinario) alcanzaron y lograron el desarrollo de un producto final.

El proyecto integral fue coordinado por 25 ingenieros líderes, los cuales a través de reuniones semanales definieron las especificaciones para el diseño. Cada ingeniero líder representaba a más de cien ingenieros de diversas especialidades como: aerodinámica, materiales, estructuras, etc., quienes debían presentar informes de trabajo, cada dos meses y medio.

El enfoque propuesto fue exitoso, pues la empresa Boeing contaba con más de 40 años de experiencia en el diseño de aviones similares, principalmente en el diseño del fuselaje (tubo) y las alas. Adicionalmente, se aprovechó la interacción existente entre las diferentes áreas o departamentos de la empresa, así como, el conocimiento relativo que cada área tenía sobre las restantes. Finalmente, se contó con información y datos estadísticos, para establecer consideraciones preliminares, sin necesidad de modelos muy detallados sobre la aeronave propuesta.

El desarrollo del Boeing 777, en la etapa preliminar, se llevó a cabo en un entorno distribuido, los equipos se conformaron por disciplina, y éstos fueron responsables de establecer la lista de atributos (variables) deseados para considerar dentro del proceso de “optimización multinivel” (multidisciplinario) u “optimización multidisciplinaria de diseño”. (MDO)

En el “diseño de productos” en ingeniería participan grupos de trabajo de distintas disciplinas o especialización, responsables cada una de ellos, del subsistema que les corresponde y que forma parte del sistema (proyecto) integral final.

Esos mismos grupos de especialistas son responsables de asegurar la optimización a nivel integral del sistema, como a nivel de los subsistemas que lo conforman. Toda vez que durante el proceso de diseño de los objetivos de cada subsistema, debe satisfacerse los objetivos y restricciones del sistema propuesto a nivel integral, situación que generalmente evidencia los conflictos con los objetivos de un subsistema con los de otras áreas..

Para posibilitar la alineación de la función objetivo de cada subsistemas y la del proyecto integral, establecido en proyectos multidisciplinarios, se comenzó a emplear la “optimización multidisciplinaria de diseño” (MDO), concepto existente desde los 50’s en estudios realizados por Kron, pero que han sido formalizados en los años 80’s por la AIAA y Lewis 1996.

Así, el proceso de optimización multinivel (multidisciplinario) debe asegurar:

- a) **La coordinación entre los equipos de diseño, los cuales están separados por disciplinaria;**
- b) **Distribuir la mayor parte de las decisiones de diseño entre los grupos de especialistas (subsistemas); y**
- c) **Orientar a cada disciplina para trabajar en equipo, determinando las decisiones "locales" de diseño, y cumpliendo con las restricciones propias de cada disciplina (subsistema).**

Así el “Equipo de Estructuras” podría esperar el diseño de la estructura interna del “ala”, sin que deba preocuparse, por las características aerodinámicas de la misma, o bien, el “Equipo de Aerodinámica” y el “Equipo de Estructuras” sólo tendrían que coordinar las decisiones respecto de la forma de la plataforma del “ala”.

### **2.1.1 Esquemas de Descomposición**

En la actualidad es poco probable encontrar profesionistas que dominen todo el conocimiento necesario para el desarrollo de un proyecto complejo, multidisciplinario y de gran escala en ingeniería, ya que se requiere del conocimiento de diversas especialidades y de distintas áreas de la ingeniería.

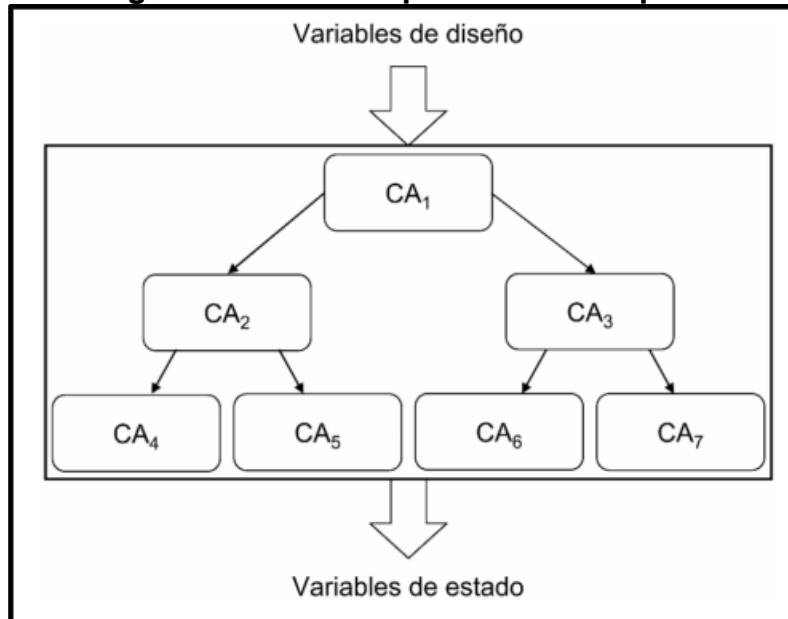
Sin embargo, con base en la forma en la que se interrelacionan las distintas áreas de especialización o subsistemas, un proyecto se puede descomponer de múltiples formas, siendo los más utilizados los métodos de descomposición jerárquica y los de descomposición no jerárquica, que dentro de esta sección se presentan de manera general.

#### **Descomposición jerárquica**

El esquema de descomposición jerárquica presentado en la figura 2.1, fue introducido por Sobieszcznanski-Sobieski cómo un método donde la información para su análisis fluye de arriba hacia abajo, o sea la información se transmite

del “padre” al “hijo”. Así, un análisis de esfuerzo sobre las estructuras de un automóvil (“padre”) se transmiten directamente a los ejes del mismo, (“hijo”) y a los alerones de estabilidad, que representan otro posible “hijo”.

**Figura 2.1: Descomposición Jerárquica**



**Descomposición de un sistema complejo utilizando una estructura jerárquica.** Con esta descomposición, el Análisis de Contribución (CA) en cada subsistema se hace en forma secuencial.

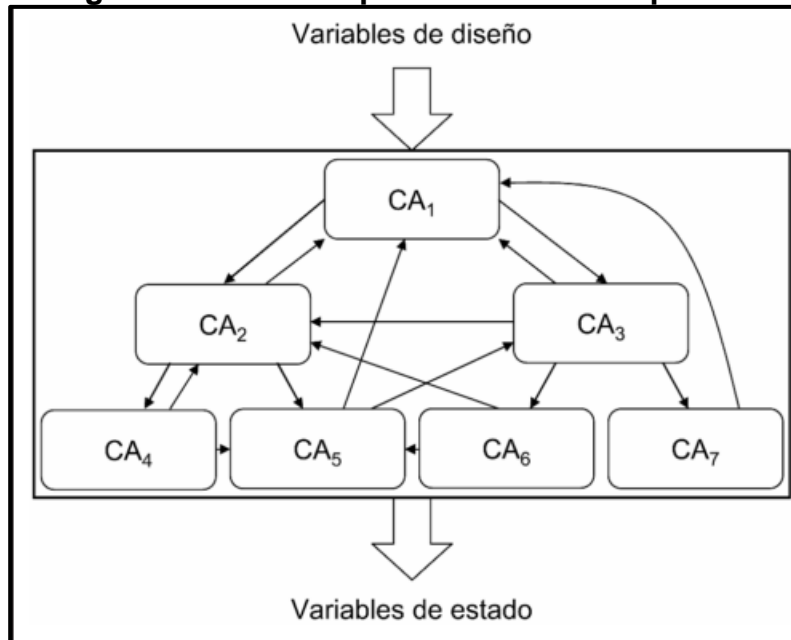
Con la utilización de este esquema el modelamiento y simulación resultan simples, ya que el análisis en cada subsistema se realiza en forma secuencial, pues toda la información requerida por un subsistema está disponible, una vez ejecutado el análisis en el subsistema previo o anterior, y no se requiere que la información sea devuelta o que haya un flujo doble de información entre los subsistemas. En este sentido, al final el proceso de optimización se transmitirá de abajo hacia arriba, donde se encuentra el sistema a nivel integral.

### **Descomposición no jerárquica**

Un sistema no jerárquico, como el que se presenta en la figura 2.2, es aquel en el que no hay una secuencia predeterminada para el análisis de cada subsistema, permitiéndose la transmisión de la información en forma multidireccional. Este tipo de esquema no puede organizarse en forma piramidal “padre-hijo”, ya que la interacción compleja entre las distintas disciplinas o subsistemas obliga a usar una gran cantidad de ciclos (iteraciones) para obtener información para el “diseño de productos” confiable. Y considerándose esta complejidad, el proceso de optimización se ejecuta como una operación integral para todo el sistema en su conjunto.



**Figura 2.2: Descomposición No Jerarquizada**



Descomposición de un sistema complejo utilizando una estructura no jerárquica. Con esta descomposición, el Análisis de Contribución (CA) en cada subsistema no está predeterminado.

De esta manera, la descomposición de un sistema es la base de la optimización multinivel (multidisciplinaria) de diseño, pero cuando no hay suficiente información disponible sobre el sistema, su descomposición se facilita con el empleo de programas computacionales, los cuales tienen como objetivo convertir un conjunto de subespacios, aleatoriamente ordenados, en un conjunto ordenado jerárquicamente o no jerárquicamente o de forma híbrida combinando estos dos esquemas

### 2.1.2 Esquemas de Asociación

La representación matemática básica empleada en la solución de un problema de optimización multinivel (multidisciplinaria) de diseño (MDO) es consistente con la nomenclatura de un problema de optimización no lineal, del tipo:

$$\begin{aligned} \min \quad & f(x) \\ \text{sujeto a} \quad & g(x) \leq 0 \\ & h(x) = \mathbf{0}, \end{aligned}$$

Donde las variables de diseño,  $x$ , minimizan la función objetivo  $f(x)$ , además de satisfacer las restricciones de desigualdad,  $g(x)$ , y de igualdad  $h(x)$ . Para solucionar este tipo de problema de optimización, para ciertos casos, es necesario un análisis de alta fidelidad, como es el de los "Elementos Finitos"<sup>4</sup>.

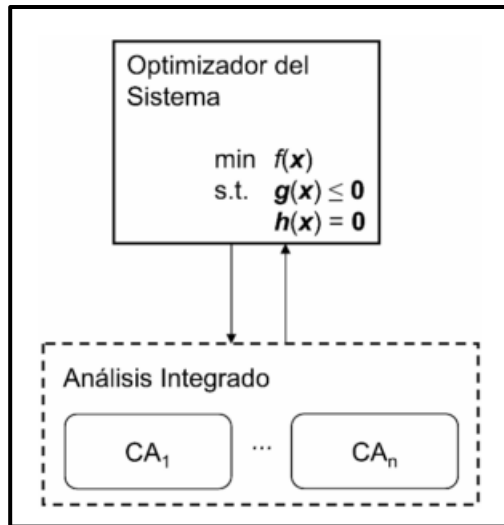
<sup>4</sup> Elementos Finitos.- corresponden a un modelo matemático de cálculo, o emulador del sistema real, el cual es más fácil y económico de modificar que un prototipo. Sin embargo no deja de ser un método aproximado de cálculo debido a las hipótesis básicas del método

Estos procedimientos o rutinas reciben el nombre de Análisis de Contribución (Contributing Analysis CA), los cuales generalmente se ejecutan a nivel de subsistema, destacándose que las técnicas más utilizadas en la formulación y solución de problemas de optimización multinivel son: **a)** Las formulaciones de un solo nivel; y **b)** Las formulaciones de múltiples niveles.

### Formulaciones de un solo nivel

La formulación de un sólo nivel es la más simple, caracterizada por que el análisis o función, se encuentran en un único nivel (a nivel sistema), en la parte superior del sistema. Su expresión más tradicional y común se denomina optimización integral (All-At-Once Optimization AAO), la cual se presenta en la figura 2.3.

**Figura 2.3: Formulación de un solo nivel All – At Once Optimization**



Formulación de un solo nivel con una estructura tradicional de optimización integrada- All – At – Once Optimization (AAO)

Bajo este esquema se pretende encontrar los valores de las variables de diseño  $x$  que minimizan la función  $f(x)$  y satisfacen las restricciones  $g(x)$  y  $h(x)$ . Las relaciones entre los subsistemas o subconjuntos componentes, se encuentran implícitas dentro del análisis integrado. Sin embargo, para ciertos valores de variables de diseño el análisis integrado le transmite a la rutina de optimización los valores de la función objetivo y las restricciones.

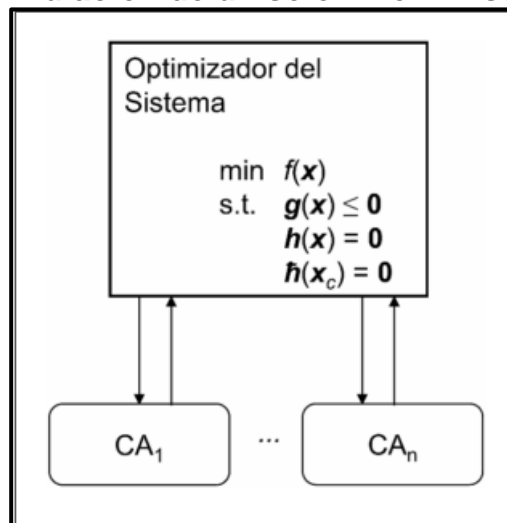
Por ejemplo, el acoplamiento aéreo-estructural en el que las cargas aerodinámicas del avión dependen del tipo de estructural del avión, a su vez, la forma estructural del avión, dependerá de las cargas aerodinámicas que se establezcan.

Así, para ambas disciplinas el análisis integrado podrá determinar la "compatibilidad interdisciplinaria".

Sin embargo, para sistemas complejos de gran escala, el análisis integrado de todos los subsistemas puede resultar demasiado complejo tanto conceptualmente como computacionalmente.

Una formulación alternativa a la All-At-Once Optimization AAO, es el análisis de diseño simultáneos (Simultaneous Analysis and Design SAND), presentado en la figura 2.4, el cual fue propuesto por Balling y Sobieszczanski-Sobieski en 1994, y cuya diferencia primordial con la formulación AAO, es que el análisis en los subsistemas se realiza independientemente, el optimizador debe incorporar una serie de restricciones de compatibilidad ( $X_c$ ), en términos de las variables de acoplamiento  $X_c^i$  las cuales son comunes a varios subsistemas.

**Figura 2.4: Formulación de un solo nivel - Diseño Simultáneo**



Formulación de un solo nivel con una estructura con una estructura para análisis y diseño simultáneos – Simultaneous Analysis and Design (SAND).

Los valores de estas variables son calculados por las rutinas de optimización y transmitidos a los subsistemas, en los cuales se ejecutan los respectivos análisis de contribución (CA) y sus resultados son devueltos al optimizador. A través de las restricciones de compatibilidad, el optimizador verifica que los valores iniciales de las variables de acoplamiento no hayan cambiado y de esta forma se asegura la compatibilidad entre los subsistemas.

## Formulación de múltiples niveles

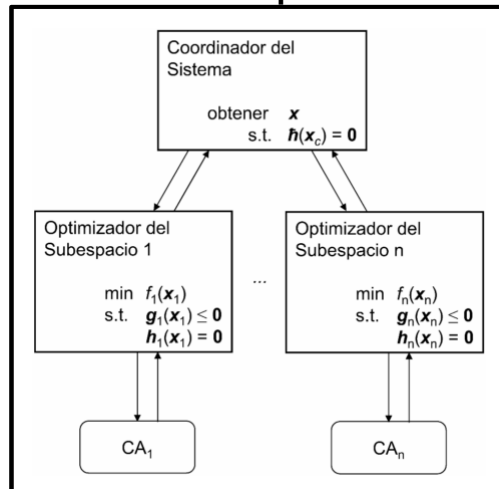
### Optimización de subespacios concurrentes

Esta técnica de optimización presentada en 1988, por Sobieszczanski-Sobieski, J.<sup>5</sup> el problema integral de diseño es dividido por disciplinas o subespacios, como se presenta en la figura 2.5.

<sup>5</sup> Sobieszczanski-Sobieski, J., "Optimization by Decomposition: A Step from Hierarchic to Non-Hierarchic Systems," Recent Advances in Multidisciplinary Analysis and Optimization, NASA CP-3031, Hampton, VA 1988.

Cada uno de los subespacios tiene la responsabilidad de establecer sus propias restricciones, para su optimización, las cuales, además deben ser consideradas para alcanzar el objetivo integral del sistema.

**Figura 2.5: Formulación de múltiples niveles  
Optimización de subespacios concurrentes**



Formulación de múltiples niveles con una estructura tradicional de optimización de espacios concurrentes Concurrent Subspace Optimization (CSSO)

En este tipo de optimización, generalmente se define un coordinador (optimizador) a nivel integral del sistema, el cual sólo evalúa las restricciones de compatibilidad, obteniendo los valores de diseño que satisfacen esta condición.

Además, el coordinador asegura la factibilidad de los resultados en los subsistemas o subespacios. No obstante, este esquema ha evidenciado que tiene limitantes para su aplicación en problemas en los que no se requieren variables de diseño, ni función objetivo a nivel integral del sistema. Sin embargo, cuenta con ventajas organizativas y computacionales.

Las ventajas organizativas son:

- a) **Ajuste natural tanto a la experiencia de las disciplinas, como a la propia estructura de las organizaciones, en cuanto al diseño de sus productos y procesos productivos;**
- b) **Empoderamiento de los especialistas (expertos) de cada disciplina en la toma de decisiones del diseño (a través de los subespacios de optimización); y**
- c) **Flexibilidad para modificar eficazmente el análisis de diseño.**

Las ventajas computacionales son:

- 1) **Reducción en los requisitos de integración y comunicación,**
- 2) **Arquitectura de optimización paralela que es fácilmente operable en plataformas heterogéneas,**
- 3) **Eliminación de lazos de iteración innecesarios (resultando un diseño simple) y**
- 4) **Reducción en el nivel de secuenciación por disciplinas o especialidades.**

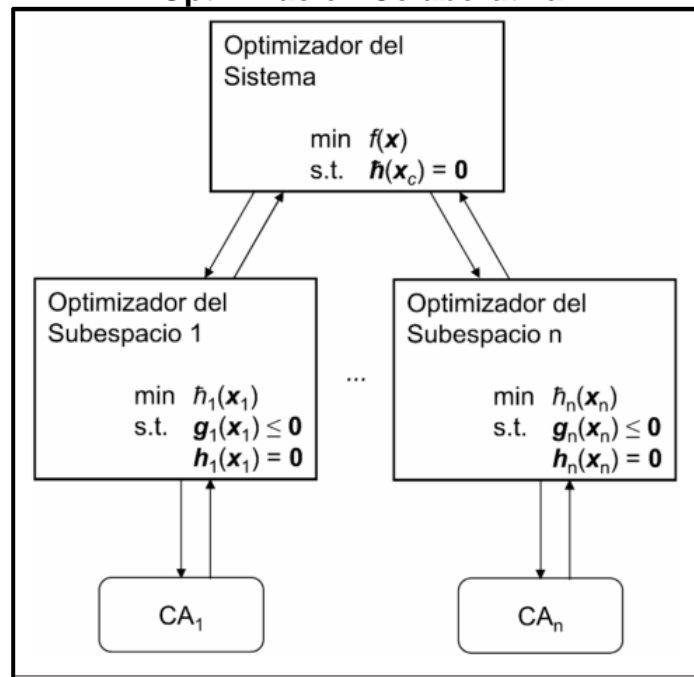
La técnica de redes neuronales se ha utilizado para solucionar problemas de este tipo, aunque la complejidad del proceso, que implica la optimización de las disciplinas o subespacios, la coordinación y análisis del sistema integral y el modelado de los subespacios, han hecho difícil su instrumentación en procesos productivos, lo que ha limitado su aplicación en los sectores industriales, de acuerdo con lo propuesto por Kroo<sup>6</sup>.

### 2.1.3 Optimización Colaborativa (CO)

La optimización colaborativa (Collaborative Optimization OC) propuesta por Kroo et al, en 1994 y Braun y Kroo en 1996, se presenta en la figura 2.6. En este tipo de optimización, cada subespacio tiene un optimizador cuya función es minimizar la violación de las restricciones de compatibilidad, satisfaciendo las restricciones propias del subsistema.

La metodología de la Optimización Colaborativa también considera un optimizador que actúa sobre la función objetivo a nivel del sistema.

**Figura 2.6: Formulación de múltiples niveles Optimización Colaborativa**



Formulación de múltiples niveles con una estructura tradicional de optimización colaborativa Collaborative Optimization (CO)

<sup>6</sup> Kroo, 1., "Distributed Multidisciplinary Design and Collaborative Optimization," VKI Lecture Series on Optimization Methods Tools for Multicriteria/Multidisciplinary Optimization, November 15-19, 2008.

Por otra parte, una característica de la Optimización de Colaborativa (CO) es que proporciona a cada subespacio o especialidad un alto grado de autonomía y control sobre las decisiones de diseño propias (locales), en otras palabras, la disciplina alinea sus propias variables del diseño, necesarias para el sistema integral.

De esta manera las especialidades pueden manejar sus códigos y lenguajes propios, generalmente empleados en sus procesos de optimización. Sin embargo, los subespacios mantienen una visión limitada del diseño integral. Por lo que, los problemas de los subespacios dependerán del problema a nivel de sistema, en cuanto a las directrices para el diseño final.

Adicionalmente, los subespacios sólo tendrán conocimiento de las acciones establecidas en otros subespacios, de manera indirecta, toda vez que la información disponible sólo puede ser inferida, mediante los objetivos de las variables compartidas, por los subespacios, los cuales son proporcionados a nivel del sistema integral.

Asimismo, los subespacios no tienen conocimiento del objetivo global (es decir, el objetivo de diseño integral). Toda vez que la función objetivo del subespacio se centra exclusivamente en la satisfacción de la compatibilidad, en lugar de cumplir directamente con el objetivo global.

En el diseño de un sistema complejo aeroespacial, el grupo aerodinámica esperaría trabajar para minimizar la resistencia en lugar de intentar igualar mejor algún conjunto de metas. Por lo tanto, parecería preferible permitir que los subespacios trabajen directamente sobre las partes que les corresponden, en lugar de cumplir el objetivo global del sistema.

La instrumentación y realización de procesos de Optimización Colaborativa, es computacionalmente costosa, debido al elevado número de iteraciones requeridas para satisfacer las condiciones de compatibilidad a nivel de sistema, las cuales aseguran la igualdad de las variables compartidas (comunes) en los subsistemas.

La metodología de Optimización Colaborativa ha sido aplicada para el diseño de vehículos espaciales; diseño de alas de avión, vehículos subacuáticos, y para el diseño de automóviles de fórmula uno.

## 2.2. Conformación de la Optimización Colaborativa

Muchas técnicas utilizadas para la optimización de problemas multidisciplinarios han sido propuestas y su desarrollo es materia propicia para la investigación y el conocimiento científico. Dichas técnicas de optimización están fuertemente relacionadas con los procedimientos de descomposición, como lo propone I. Kroo<sup>7</sup>, específicamente en la arquitectura de análisis y planteamiento del problema.

En este sentido, la selección de una arquitectura de optimización adecuada al problema a resolver es muy importante, ya que una configuración acertada puede propiciar la solución de manera rápida, mientras que, una arquitectura poco consistente, derivará en un resultado lento o aún más, puede llegar a ser no convergente, como lo analizaron en 1992, R.T. Haftka, J. Sobieszczanski-Sobieski<sup>8</sup>.

La Optimización Colaborativa (CO) es una técnica de diseño con una arquitectura tradicional, la cual se sustenta en especialidades o subsistemas disciplinarios, a través de la cual se posibilita el desarrollo paralelo del análisis del diseño del producto y la optimización en el uso de los recursos, para el sistema integral.

Mediante la utilización de esta técnica, un problema complejo debe descomponerse jerárquicamente, de acuerdo a los límites de las disciplinas que convergen o se encuentran involucradas, con el fin de establecer o definir una serie de subproblemas o subespacios. Con el empleo de optimizadores locales para cada subespacio, cada disciplina involucrada tiene el control sobre su propio sistema de variables de diseño locales y responsable de satisfacer sus propias restricciones de disciplina.

El objetivo de cada optimización local (subespacio), está dirigido a establecer acuerdos con los subespacios restantes, en cuanto a los valores de las variables multinivel (multidisciplinarias), mientras que la optimización a nivel del sistema, coordina y optimiza el objetivo integral del sistema.

Una analogía a esta estrategia de diseño se encuentra en la mayoría de los equipos de diseño, en los que el jefe de equipo a nivel de sistema (optimizador) es responsable de optimizar el objetivo integral, mientras guía a un grupo de expertos disciplinarios (optimizaciones subespaciales) en un acuerdo específico.

---

<sup>7</sup> I. Kroo. Decomposition and collaborative optimization for large-scale aerospace design, In *Multidisciplinary Design Optimization: State of the Art*, SIAM Publications, 1995.

<sup>8</sup> R.T. Haftka, J. Sobieszczanski-Sobieski, and S.L. Padula. On options for interdisciplinary analysis and design, 4:65–74, 1992.

Las características del enfoque de diseño óptimo, a partir de la Optimización Colaborativa, son muy distintas de las características del procedimiento de optimización estándar en uso actualmente; dentro de las cuales se destacan:

- (1) **Un complemento natural para la estructura actual de conocimientos técnicos por disciplina o especialidad, que se encuentran en la mayoría de las organizaciones de diseño;**
- (2) **No hay requerimientos de análisis de integración;**
- (3) **La selección propia de cada subespacio optimizador para adecuarse mejor al modelo disciplinario (grande/pequeño, disperso/completo, sin restricciones/con restricciones);**
- (4) **Un marco de análisis fácil de paralelizar y que puede ser operado por equipo heterogéneo; y**
- (5) **Sincronización del proceso de diseño.**

Por ejemplo, el grupo de estructuras no tiene que esperar una semana para el grupo aerodinámica proporcionar una solución de inicio, en su lugar cada disciplina puede comenzar a trabajar en su diseño local simultáneamente, con el propósito de converger a una solución integral, que se consigue mediante la colaboración de todos los subsistemas.

### 2.2.1 Arquitectura de le Optimización Colaborativa (OC)

Considérese el enfoque de “Optimización Estándar” de la figura 2.7, correspondiente a un problema de  $n$  variables, y con  $m$  restricciones.

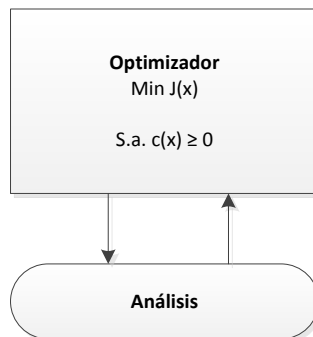


Figura 2.7 Enfoque Optimización Estándar

Aquí:

$$\begin{aligned}
 x &\in \mathcal{R}^n \\
 \mathcal{J} &: \mathcal{R}^n \rightarrow \mathcal{R} \\
 c &: \mathcal{R}^n \rightarrow \mathcal{R}^m, \quad m \leq n
 \end{aligned}$$

Este esquema denominado “Enfoque de Optimización Estándar”, en la actualidad, tiene mucha aplicación dentro de la ingeniería de diseño. Sin embargo, para su aplicación en sistemas multinivel, es necesario definir un conjunto de análisis integral (modelos asociados). Con el propósito, de que



para un conjunto de variables de diseño ( $x$ ), el análisis devuelva los valores específicos para cada restricción ( $c$ ), y para la función objetivo ( $J$ ). Por lo que, cada disciplina estará supeditada a la función de evaluación única, es decir, al análisis de bloque (integral), sin poder influir en la toma de decisiones, del proceso de optimización.

Sin embargo, al optar por la descomposición del problema a optimizar, con el propósito de lograr un "análisis más conveniente", se debe partir, de analizar el "Enfoque de Optimización Estándar".

Observe que en lugar del análisis de un único bloque considerado por el "Enfoque de Optimización Estándar", el análisis multidisciplinario se comportará, como el esquema de "Análisis de Bloque Multidisciplinario" ejemplificado en la figura, 2.8, en donde, debe considerarse:

$$\begin{aligned} x_1 &\in \mathfrak{R}^{n_1} & c_1 &: \mathfrak{R}^{n_1} \rightarrow \mathfrak{R}^{m_1} \\ x_2 &\in \mathfrak{R}^{n_2} & c_2 &: \mathfrak{R}^{n_2} \rightarrow \mathfrak{R}^{m_2} \\ &\vdots & & \\ x_N &\in \mathfrak{R}^{n_N} & c_N &: \mathfrak{R}^{n_N} \rightarrow \mathfrak{R}^{m_N} \end{aligned}$$

$$\sum_{i=1}^N n_i \geq n \quad \sum_{i=1}^N m_i = m$$

Los elementos de análisis individual son considerados, como subrutinas múltiples en un único programa o múltiples programas en un sólo análisis.

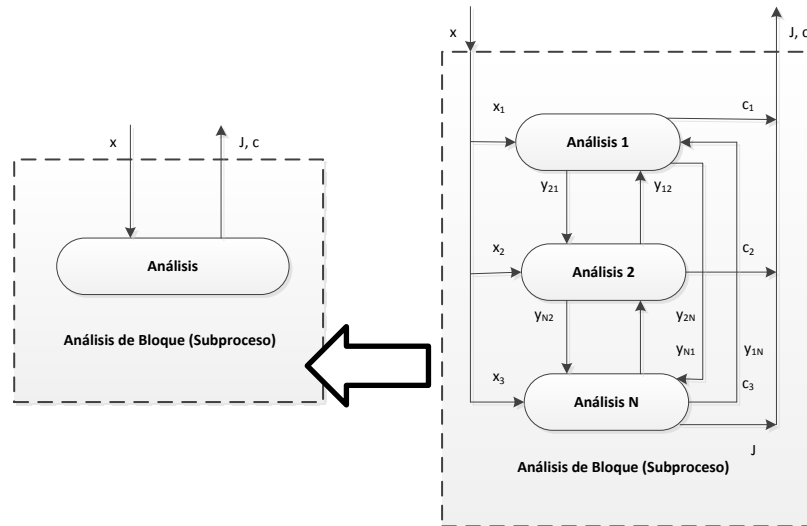


Figura 2.8 Esquema detallado del Análisis de Bloque Multidisciplinario

De acuerdo con los requerimientos del análisis individual del bloque único, el diseño del vector de la variable  $x$ , se divide en  $N$  subconjuntos  $x_i$ , los cuales no son mutuamente disjuntos, ya que tienen algunos elementos comunes. Sin embargo, el conjunto de restricciones iniciales, que también es dividido en  $N$  tramos  $c_i$ , estos vectores  $c_i$  resultarán mutuamente disjuntos, pues no tienen elementos comunes.

En cambio para el “Análisis de Bloque Multidisciplinario” es evidente la vinculación existente entre los bloques de análisis, los cuales se presenta como variables de acoplamiento ( $y_{ij}$ ). Estas variables de acoplamiento, se obtienen del análisis del bloque  $j$ , necesarias para llevar a cabo, el análisis del bloque  $i$ .

Investigaciones en análisis de descomposición, de la década de los 80’s, Sobieszczanski-Sobieski<sup>9</sup>, condujeron a formulaciones alternativas (enfoques de análisis), conocidas como: a) análisis y diseño simultáneos, y b) análisis de “All-At-Once”, presentados en la figura. 2.9. Para este tipo de enfoques, el análisis de los  $N$  enésimos bloques se resuelve en forma paralela o simultánea, destacándose que cada bloque de análisis, es responsable de calcular y determinar sus propias restricciones iniciales particionadas, o sea los  $c_i$ , correspondientes.

Adicionalmente, para cada variable de acoplamiento  $y_{ij}$  con base en el “Análisis de Bloque Multidisciplinario”, se definen, adicionalmente, variables de diseño  $y_{ij}$ , y restricciones de igualdad  $d_{ij}$ , que son añadidas al problema de optimización.

Estas restricciones de igualdad se denominan “restricciones de compatibilidad”, cuyo objetivo es asegurar la viabilidad multidisciplinaria, a través del análisis en paralelo, para la solución del problema. Una vez satisfechas, las restricciones de igualdad  $d_{ij}$ , es necesario que el valor de la variable calculada, en el análisis de bloque  $j$ , coincida con el valor de la variable de entrada equivalente a análisis bloque  $i$ .

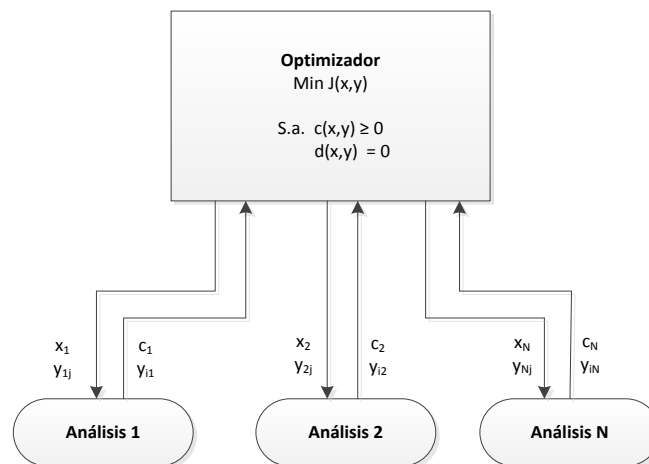


Figura 2.9 Formulación del enfoque de Optimización “Análisis y Diseño Simultáneo” o “All-At-Once”

<sup>9</sup> Sobieszczanski-Sobieski, J., Optimization by Decomposition: A Step from Hierarchic to Non-Hierarchic Systems, NASA CP-3031, Sept. 1989.

En comparación a la formulación estándar, la estrategia de solución representada en el análisis y diseño simultáneos, y en el análisis de “All-At-Once”, presentados en la figura. 2.9, el posible problema de secuenciación disciplinaria, se evita mediante el uso de una estrategia de análisis en paralelo. Así la necesidad de establecer un modelo compatible multidisciplinario (generalmente llamada “factibilidad multidisciplinaria”) es eliminada del análisis de bloque. Sin embargo, esta exigencia de factibilidad es añadida al optimizador.

De esta manera, la coherencia entre los modelos disciplinarios (análisis de bloques en paralelo) sólo se requiere en la solución, donde  $d_{ij} = 0$ . En algunos casos, estos cambios de formulación han demostrado producir ahorros en los tiempos de procesamiento de información, a través de la eliminación de loops de iteración implícitas, desde el análisis de bloque original.

Si bien los enfoques de la figura. 2.9 pueden ser computacionalmente más rápidos, que el empleo del enfoque de optimización estándar, los grupos de análisis, son excluidos de la toma de decisiones del proceso de diseño, actuando solo como evaluadores de funciones simples.

Adicionalmente, en problemas para grandes aplicaciones, donde seguramente habrá miles de variables de diseño y restricciones, el uso de un optimizador único puede conducir a dos problemas:

- (1) Solución ineficiente donde se gasta mucho tiempo manejo y organización de información y**
- (2) Problema de optimización sobredimensionado, ya que todas las decisiones de diseño (no importando su tamaño) son evaluadas por la rutina de optimización.**

En la arquitectura de la optimización colaborativa cada uno de estos aspectos es resuelto, a través de la dependencia, entre los optimizadores subespaciales, donde se manejan las decisiones locales (análisis de bloque individual).

Como se presenta en la figura. 2.10, el problema a resolver es descompuesto jerárquicamente, a lo largo de los límites del análisis de bloque, en N-subproblemas. Las restricciones del problema originales y las variables de diseño son repartidas entre estos subproblemas, tal como se presentó en la figura. 2.8.

Debido a que la división o partición de las variables de diseño no son mutuamente disjuntos, este enfoque de descomposición permite construir problemas de optimización subespaciales, en el que se garantiza la existencia de un punto factible, al suponer un punto factible existente, dentro del planteamiento del problema original.

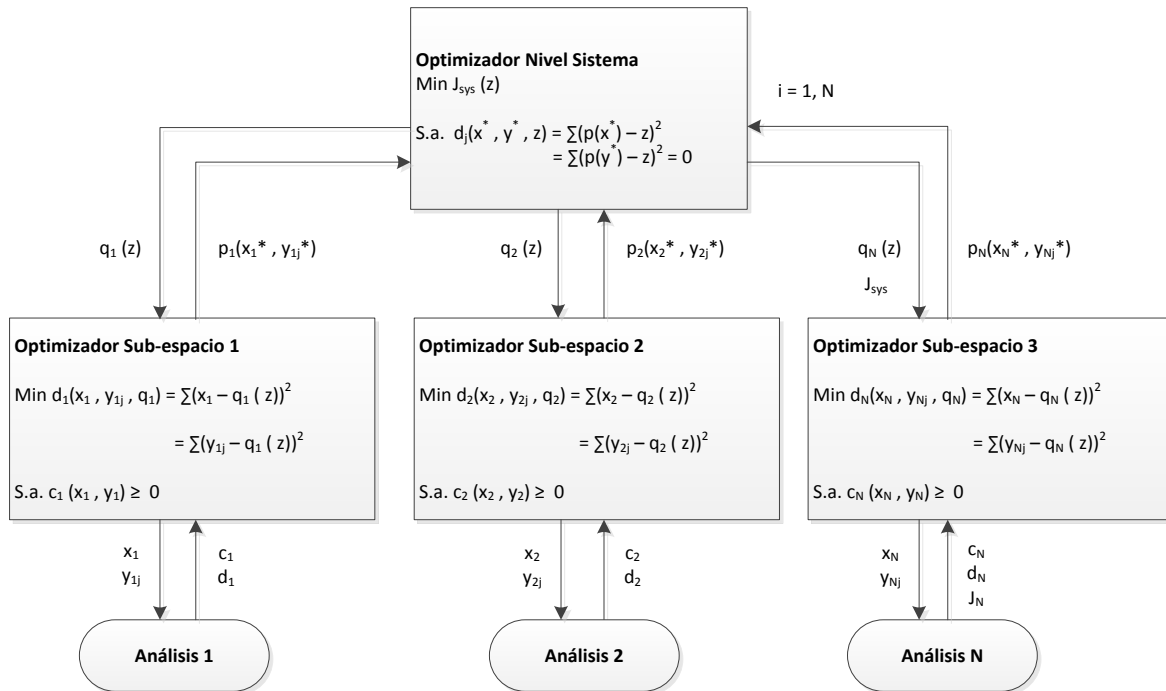


Figura 2.10 Arquitectura de la Optimización Colaborativa

Muchos métodos de optimización multinivel se han documentado en la literatura como por ejemplo, los autores Sobieszczanski-Sobieski<sup>10</sup>. Sin embargo, las diferencias más importantes entre los métodos multidisciplinares, son: (1) la forma en que las restricciones disciplinarias se manejan y (2) la forma y el alcance de la coordinación entre los distintos niveles.

En el método de la optimización colaborativa las restricciones disciplinarias se tratan en el nivel de subespacio. Adicionalmente, los problemas de los subespacios no están ligados a contribuir y satisfacer, el conjunto de restricciones de los demás análisis de bloque o subespacios complementarios.

En este sentido, en la optimización colaborativa se observa que: (a) los requerimientos procesamiento de datos y comunicación, dentro del proceso de coordinación de nivel de sistema, son reducidos significativamente y (b) la carga computacional y la responsabilidad de diseño local, permanecen dentro de los subespacios (donde los análisis disciplinarios, se encuentran ubicados).

Lo anterior contrasta con otros métodos multidisciplinares que mantienen la mayoría de la responsabilidad de decisión de diseño a nivel del sistema. El costo de proporcionar optimizadores a nivel del subespacio, con libertad para tomar decisiones locales de diseño, en la arquitectura colaborativa, deriva en

<sup>10</sup> Sobieszczanski-Sobieski, J., Two Alternative Ways for Solving the Coordination Problem in Multilevel Optimization, Structural Optimization, Vol. 6, pp. 205-215, Dec. 1993.

un aumento en el tamaño del problema general, resultado de la necesidad de adicionar un conjunto de variables auxiliares (conocidos como: objetivos a nivel de sistema,  $Z$ , y los parámetros subespaciales,  $q$ ).

A diferencia de otros métodos multidisciplinarios, la arquitectura de la optimización colaborativa permite que subespacios estén en desacuerdo en los valores correspondientes las variables multidisciplinarias ( $z$ ).

El resultado es un espacio de diseño menos restringido a nivel subespacio, lo que elimina la necesidad de restricciones de igualdad múltiples, utilizado frecuentemente en métodos multidisciplinarios. En la solución, las variables multidisciplinarias se emplean para asegurar la compatibilidad en el análisis de bloques.

Un elemento del vector objetivo a nivel de sistema,  $z_{ij}$ , es creado para: a) cada variable como la entrada a un análisis de bloque, calculado en otro bloque, y b) cada variable que requiere una entrada para el análisis de bloques múltiples.

En cada problema de optimización colaborativa los subespacios son formulados para asegurar la existencia de un punto factible en el subespacio, esto se alcanza dando libertad de diseño en los subprocesos de optimización, además de cumplir con la compatibilidad multidisciplinaria a nivel de sistema.

Así, las restricciones de los subespacios se aumentan en la función objetivo del mismo y se resuelven de forma acumulativa a nivel de sistema. Esto origina problemas más pequeños optimización, ya que no hay necesidad de que las variables locales se agreguen al objetivo del nivel de sistema, sino un conjunto más complejo de restricciones a nivel de sistema.

Como se indica en la figura. 2,10, el objetivo de cada optimización en los subespacios es minimizar la discrepancia entre el subconjunto de variables subespaciales (multidisciplinario, ambas entradas y salidas,  $x$ ,  $y$ ) y los valores objetivo de estas variables calculadas por el optimizador a nivel del sistema,  $q = z$ , así como, satisfacer el conjunto de restricciones subespaciales.

El conocimiento de un conjunto particular de restricciones del subespacio, no se requiere fuera del subproblema correspondiente. Para hacer cumplir factibilidad multidisciplinario en la solución, los objetivos de los subespacios,  $d_i$ , se tratan como restricciones la optimización a nivel de sistema. Los detalles de la formulación matemática se presentan en la siguiente sección.

## 2.2.2 Formulación Matemática de la Optimización Colaborativa (OC)

La optimización colaborativa es un proceso conjunto para el diseño y solución, de problemas de sistemas complejos, con carácter multidisciplinario. La optimización colaborativa fue propuesta en 1994, por Kroo, Altus, Braun, Gage, y Sobieski.<sup>11</sup> Esta alternativa de optimización se ubica dentro de los procedimientos de descomposición o segmentación del problema integral, y considerando los límites o restricciones del propio sistema integral.

La descomposición del problema se realiza a partir de las disciplinas o especialidades involucradas en la solución del problema, en ciertas ocasiones, se emplea alguna otra segmentación conveniente,

La idea o propósito principal es considerar e incorporar todas las divisiones naturales o especialidades involucradas en la industria objeto del análisis. Generalmente, los ingenieros o especialistas se encuentran divididos, por grupos de diseño, de acuerdo con su especialidad y experiencia dentro de la disciplina que los agrupa. Evidenciándose una gran variedad de herramientas de análisis por especialidad, las cuales resultan, poco prácticas para integrar códigos homogéneos de análisis, como parte de la optimización multidisciplinaria.

La optimización colaborativa propicia el poder trabajar con subespacios disciplinarios (especialidades) con un alto grado de autonomía, situación poco frecuente en los procesos de optimización tradicionales. Lo que mejora la toma de decisiones de diseño, independientemente de la disciplina o especialidad involucrada o establecida como subespacio.

La optimización colaborativa ha sido aplicada exitosamente en pruebas de problemas matemáticos, y problemas prácticos de diseño de ingeniería, como son el diseño conceptual de vehículos de lanzamiento como el transbordador espacial, transporte de personas a alta velocidad trenes eléctricos, y vehículos aéreos no tripulados, empleados en actividades de vigilancia.

No obstante, la optimización colaborativa también tiene problemas de operación, como lo plantean Alexandrov, DeMiguel y Murray<sup>12</sup>.

---

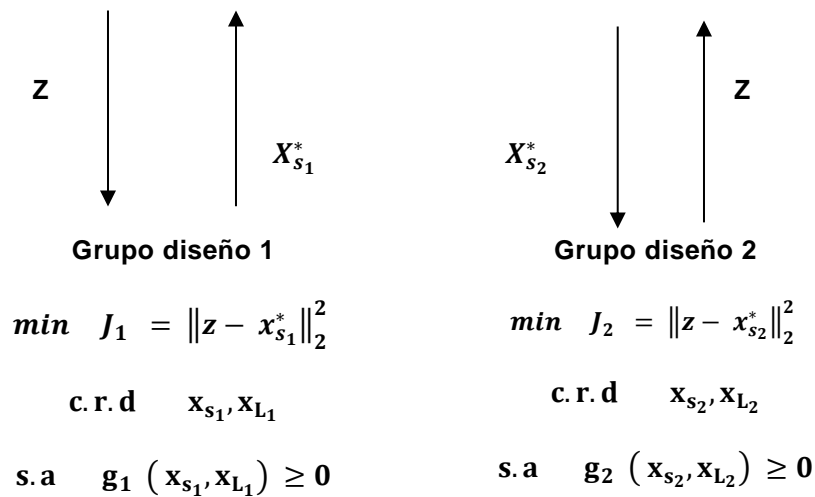
<sup>11</sup> Kroo, 1., Altus, S., Braun, R., Gage, P., and Sobieski, 1., "Multidisciplinary Optimization Methods for Aircraft Preliminary Design," 1994, AIAA paper 944325.

<sup>12</sup> DeMiguel, A. and Murray, W., "An Analysis of Collaborative Optimization Methods," 8th AIAA/USAF/NASA/ISSMO Symposium on Multidisciplinary Analysis and Optimization, Long Beach, CA, Sept. 6-8, 2000.

La formulación matemática básica en la optimización colaborativa se establece en dos niveles, como se presenta en la siguiente ecuación 2.1.

**Ecuación 2.1. Formulación matemática básica de la Optimización Colaborativa Proyecto Integral**

$$\begin{aligned} & \min \quad f(z) \\ & \text{c. r. d} \quad z \\ & \text{s. a.} \quad J_1 = \|z - x_{s_1}^*\|_2^2 \leq 0 \\ & \text{s. a.} \quad J_2 = \|z - x_{s_2}^*\|_2^2 \leq 0 \end{aligned}$$



**Notas:**  
c.r.d: Con respecto de:  
s.a. : Sujeto a:

A nivel del sistema integral (nivel máximo) que se presenta en la ecuación 2.2, que corresponde al nivel superior de la ecuación 2.1. Nótese que la variable (z) incluye, variables compartidas establecidas en cada uno de las disciplinas o subespacios identificados.

Las  $x_s^*$  corresponden a los resultados (objetivos) en cada subespacio, el cual provee la solución óptima para el mismo subespacio, al cumplir con el objetivo máximo del sistema (z).

Las  $x_s^*$  son tratadas como variables dependientes, lo que significa que los subespacios deben volverse a optimizar cada vez que el nivel del sistema evalúa sus restricciones.

**Ecuación 2.2. Nivel Integral de la Optimización Colaborativa**

$$\begin{aligned} & \min_z F \\ \text{s. a. } & J_1 = \|z - x_s^*\|_2^2 \leq 0, \\ & \text{s. a. } i = 1, \dots, n \end{aligned}$$

**z son variables (p. e. objetivos del sistema de las variables compartidas**

**$x_s^*$  son variable dependientes (p. e. subespacio respuestas objetivo)**

**n son los números de subespacios**

En cuanto al nivel del subespacio o nivel inferior en la ecuación 2.1, que se presenta en la ecuación 2.3. El objetivo del subespacio se centrará en lograr la compatibilidad, a través de cumplir con las metas globales, para las variables compartidas, definidas a nivel del sistema integral (nivel superior).

El conjunto independiente incluye las variables "compartidas" (x) y variables "locales" ( $x_L$ ). El conjunto de variables compartidas incluye las independientes (x) y las dependiente (y).

A las variables dependientes también se les conoce como "variables de acoplamiento".

**Ecuación 2.3 Nivel Subespacio de la Optimización Colaborativa**

$$\begin{aligned} \min_{x, x_L} & J_i = \|x_s - z\|_2^2 \\ \text{s. a} & g(x, x_L) \geq 0 \\ \text{análisis} & y = y(x, x_L) \end{aligned}$$

**Donde:**

**X son las variables independientes compartidas.**

**$x_L$  variables locales (relevantes solo para el subespacio)**

**y son las variables dependientes (o variables de acoplamiento)**

**$x_s = [x, y]$  son las variables compartidas (copias locales del sistema superior)**

**z son los parámetros ( objetivos del sistema superior)**

**$g(x, x_L)$  son las restricciones locales**



Hay que mantener en mente que los problemas deben resolverse en el nivel del subespacio al final, cada vez que el nivel superior del sistema evalúa sus restricciones. Lo que destaca la importancia de la estimación de los gradientes de nivel superior del sistema, que se obtiene a través de diferencias finitas.

Adicionalmente, el análisis de sensibilidad posterior a la optimización de las soluciones subespaciales, puede emplearse para calcular los gradientes analíticos, necesarios para el sistema Jacobiano.

Por otra parte, y dado que las restricciones a nivel integral del sistema son equivalentes a las funciones objetivo de los subespacios, los gradientes son similares. La variación de las funciones objetivo de los subespacios respecto de un cambio en el parámetro  $z$ , se presenta en la ecuación 2.4.

$\frac{dF^*}{dz_j} = \frac{\partial F^*}{\partial z_j} - \lambda^T \frac{\partial g(x^*, z, r)}{\partial z_j}$	<b>Ecuación 2.4</b>
--	---------------------

Sin embargo, al considerar que las restricciones de los subespacios no son funciones del sistema integral, en específico de sus metas  $z$ , el gradiente se reduce a la expresión que se muestra en la ecuación 2.5.

$\frac{dF^*}{dz_j} = \frac{\partial F^*}{\partial z_j} -$	<b>Ecuación 2.5</b>
---	---------------------

Esto proporciona un método simple, exacto, y eficaz para construir u obtener la Jacobiana del sistema.

### 2.3. Optimización Colaborativa Mejorada

En la Optimización Colaborativa Mejorada el problema de diseño es descompuesto en dos niveles. El primero de ellos, correspondiente al nivel superior, denominado "nivel del sistema", tiene el propósito de coordinar el proceso de optimización en forma integral. Mientras que para el segundo, correspondiente al nivel inferior, que está compuesto los "subespacios", que representan a cada disciplina de ingeniería, involucrada en el problema.

### 2.3.1 Descripción Nivel del Sistema de la Optimización Colaborativa Mejorada

En la Optimización Colaborativa Mejorada a nivel del sistema del problema, éste se resuelve como un proceso de minimización sin restricciones, como se presenta en la ecuación 2.6. El conjunto de variables del nivel del sistema incluye un objetivo (z) para cada una de las variables compartidas.

Las respuestas objetivo del subespacio ( $x_s^*$ ) son tratados como parámetros en el problema a nivel del sistema. La función objetivo busca minimizar la diferencia entre los objetivos a nivel del sistema (z) y las respuestas objetivo del subespacio ( $x_s^*$ ).

Nótese que el objetivo global (p.e., el objetivo de diseño global) no está presente en el objetivo de nivel de sistema. El objetivo de todo el nivel del sistema es lograr la compatibilidad entre los subespacios. Debido a que las respuestas objetivo subespacio ( $x_s^*$ ) se tratan como parámetros, la solución al problema de optimización del sistema es simplemente un nivel promedio de respuestas de destino, establecidas en la ecuación. (2.6)

#### Ecuación 2.6 Problema de Optimización a nivel del Sistema mediante la Optimización Colaborativa Mejorada (ECO)

$$\min_x \quad J_{\text{sys}} = \|z - x_s^*\|_2^2$$

s. a      Sin restricciones

Donde:

**z son los objetivos a nivel del sistema (sugeridos) por las variables compartidas**

**$x_s^*$  son parámetros que representan la mejor aproximación de cada subespacio para converger con los objetivos a nivel sistema.**

### 2.3.2 Descripción Nivel del Subespacio de la Optimización Colaborativa Mejorada

Una versión simple del problema a nivel del subespacio, se presenta para el subespacio i-ésimo, en la ecuación 2.7. El problema incluye tanto variables locales ( $x_L, s$ ) como variables compartidas ( $x_s$ ). El nivel de sistema proporciona objetivos (z) para las variables compartidas. Estos objetivos se consideran dentro de los parámetros del problema del subespacio. La función objetivo incluye tres componentes:

- 1) Un modelo de segundo grado del objetivo global,
- 2) Una medida cuadrática de la compatibilidad, y
- 3) Una serie de variables de holgura.

El conjunto de restricciones incluye las restricciones locales y los modelos de restricciones de otros subespacios. Las variables de holgura se añaden a los modelos de restricción para asegurar que el problema a nivel del subespacio es factible.

**Ecuación 2.7 Problema de Optimización a nivel del Subespacio mediante la Optimización Colaborativa Mejorada (ECO)**

$$\min_{\tilde{x}=[x,x_L,s]} J_i = \check{F} + \lambda_c \|x_s - z\|_2^2 + \lambda_F \sum s$$

**s. a**

$$g^{(i)}(x, x_L) \geq 0$$

$$\check{g}^{(j)}(x_s) + s^{(j)} \geq 0, \quad j = 1 \dots n, \quad j \neq i$$

$$s \geq 0$$

**Donde:**

**x** son las variables independientes compartidas.

**x<sub>L</sub>** son las variables locales (relevantes solo para los subespacios).

**y** son las variables dependientes compartidas (variables de acoplamiento)

**x<sub>x</sub> = [x, y]** son variables compartidas (relevantes en múltiples subespacios)

**s** son las variables de holgura, que aseguran la factibilidad del problema de los subespacios.

**z** son parámetros provistos a nivel del sistema, para desempeñarse como objetivos.

**λ<sub>c</sub>** es el parámetro de penalización de compatibilidad.

**λ<sub>F</sub>** es el parámetro de penalización de factibilidad.

**Ḟ** es el modelo cuadrático del objetivo global.

**g<sup>i</sup>** son las restricciones locales en el espacio i.

**g<sup>j</sup>** son las restricciones del modelo lineal en el subespacio j.

# Capítulo 3 Propuesta de una Metodología General de Análisis en Optimización

## 3. Introducción

¿Para qué servirá la Metodología General de Análisis en Optimización?

Si se logra colocar la metodología general de análisis en optimización, como una herramienta adicional a las técnicas actuales en la Investigación de Operaciones (optimización), será posible ampliar el campo profesional de los ingenieros de sistemas en el sector productivo de México, ya que su aplicación es posible en sectores, como la industria, los servicios y recientemente el desarrollo de sistemas computacionales.

Para el sector educativo la metodología general de análisis sería una herramienta básica para la realización de trabajos de académicos de diversas asignaturas. Siendo lo más importante, preparar profesionales acordes a los retos de la economía mundial, la globalización de los mercados, que presuponen una nueva actitud y visión respecto de las tareas multidisciplinarias.

Para los profesionales que deseen ampliar su horizonte laboral, podrán contar con una herramienta adicional, que les permite mejorar la toma de decisiones, optimizando el uso de los recursos escasos, ascender a mejores puestos en la empresa y sobre todo a destacar, mejorando su calidad de vida.

Adicionalmente, la metodología general de análisis en optimización, posibilita plantear los problemas en forma integral, estableciendo en forma conjunta las perspectivas de diseño y los requerimientos de optimización. Para ello, la metodología también considera el punto de vista de los subprocesos, los cuales también forman parte del problema integral.

Con lo anterior, se mejora la capacidad analítica y de respuesta ante problemas reales, por parte de los usuarios de la metodología, ya que ésta, posibilita el contacto y la comunicación de información, entre distintos subprocesos o especializadas involucradas, lo que seguramente, complementa nuestra perspectiva inicial, respecto del problema integral.

La idea que sustenta el desarrollo y planteamiento de una metodología general de análisis en optimización, se sustenta en los conceptos y las propuestas establecidas en tres libros independientes, que son:

a. **“Sistemas de Ingeniería: una aproximación al Diseño basado en Información”, de George A. Halzelrigg, publicado en 1996.**

Su autor establece que el “diseño de ingeniería” es un proceso vinculado a la toma de decisiones, pues un buen diseño implica, una buena toma de decisiones, y una buena toma de decisiones requiere de opciones de diseño factibles. Adicionalmente, requiere información suficiente, para realizar la comparación de las distintas opciones.

Por otra parte, el autor asocia al propósito u objetivo del “diseño de ingeniería” con la búsqueda u obtención de un cierto beneficio, generalmente de tipo económico. Por lo que, al desarrollar un mejor “diseño”, se optimiza el uso de los recursos limitados y con ello, se maximizan ingresos o reducen gastos, lo que mejorará la rentabilidad del proceso, y con ello, las perspectivas de ganancia.

b. **“El poder de las Plataformas de Producción”, de Marc H. Meyer y Alvin O. Lehnerd, editado en 1997; y**

Los autores señalan que las empresas están conscientes de que su éxito a largo plazo, dentro de las tendencias actuales de los mercados, no puede basarse en un único producto, sino en varios productos, con valor agregado, los cuales buscan ser incluidos en los mercados en expansión, resultado de la globalización de los mismos.

No obstante, la forma en que estas empresas generan y desarrollan sus productos, se realiza en la forma uno por uno. Situación, que las hace fracasar, ya que no apuestan a lo que es común, lo que es compatible, o la estandarización y armonía, aprovechable entre diversos productos o líneas de producción.

En este sentido, los autores, proponen el concepto “Plataforma de Familia de Productos”, a través del cual, las empresas concentran esfuerzos, en el desarrollo de familias de productos en forma simultánea, en productos que compartan entre sí componentes, herramientas, refacciones y líneas de producción (tecnología), lo que seguramente se traducirá en economías en el proceso de producción.

c. **“Diseño de Familia de Aviones, usando la Optimización Colaborativa Mejorada”, de Brain Douglas Roth. Impreso en el año de 2008.**

En esta tesis, el autor establece que el campo de la ingeniería de sistemas, se han logrado importantes avances en el desarrollo del proceso de optimización, principalmente en el área del diseño multidisciplinario (MDO), empleados a problemas de diseño de gran complejidad.

No obstante, el autor afirma, que aún existen oportunidades para continuar avanzando en el desarrollo de los procesos de optimización. Por lo que, en el trabajo desarrollado presenta el proceso de Optimización Colaborativa Mejorada (OCM), el cual corresponde a método de optimización alternativo, basado en la descomposición multidisciplinaria del problema.

Es así, como desde la perspectiva del autor, el proceso de Optimización Colaborativa Mejorada (OCM) tiene contribuciones específicas, en la Investigación de Operación, entre las que se destacan:

- a) **Mejor comunicación entre los equipos de diseño disciplinarios, manteniendo el acoplamiento de orden entre ellos;**
- b) **Establece equipos multidisciplinarios de diseño con más autoridad sobre el proceso de diseño; y**
- c) **Reduce ineficiencias computacionales que están asociadas a procesos de optimización anteriores.**

Es así, como con la metodología general de análisis en optimización y su difusión, aceptación y posterior consolidación, incidirán en mejorar la toma de decisiones y la optimización de procesos productivos, servicios o sistemas computacionales, en problemas complejos, desde una perspectiva integral, incluyente de las áreas, subprocesos o espacialidades que la conforman.

### **3.1 Definiciones**

En primera instancia la palabra “metodología” es un vocablo proveniente de tres palabras de origen griego: metà (“más allá”), odòs (“camino”) y logos (“estudio”).

Este concepto se hace referencia a un plan de investigación que permite cumplir ciertos objetivos en el marco de una ciencia específica. Sin embargo, la metodología también puede aplicarse en el ámbito artístico, cuando se realiza una observación rigurosa. En este sentido, puede entenderse a la “metodología” como el conjunto de procedimientos que determinan una investigación de tipo científico o marcan el rumbo de una exposición doctrinal.

En el ámbito de las ciencias sociales, el concepto de “metodología” se enfoca en la realidad de una determinada sociedad para obtener una conclusión válida y contundente acerca de un episodio, con base en la observación y el trabajo típico de toda ciencia.

Sin embargo, resulta importante hacer la distinción entre la “metodología”, rama que estudia el método, y el método, nombre que recibe cada plan seleccionado para alcanzar un objetivo. En este sentido, el metodólogo no se ocupa de analizar ni a verificar conocimiento ya obtenido y aceptado por la ciencia; su trabajo se centra en rastrear y adoptar estrategias válidas para incrementar dicho conocimiento.

La metodología como elemento esencial de toda investigación efectuada a partir del método científico, sigue a la “propedéutica”, la cual permite sistematizar los procedimientos y técnicas que se requieren para concretar un objetivo. Con la propedéutica, se posibilita la acumulación del conocimiento y de las disciplinas necesarias para abordar y entender cualquier materia del conocimiento humano.

La metodología es un recurso concreto que deriva de una posición teórica y epistemológica, para la selección de técnicas específicas de investigación. La metodología depende de los postulados que el investigador cree que son válidos, ya que la acción metodológica será su herramienta para analizar la realidad estudiada, y para ser eficiente debe ser disciplinada y sistemática y permitir un enfoque integral, a través del cual se posibilite analizar un problema en su totalidad.

Dentro de una investigación pueden desarrollarse muchas metodologías, pero todas ellas pueden encasillarse en dos grandes grupos, la metodología de investigación cualitativa y cuantitativa.

**La investigación cuantitativa permite,** acceder a la información a través de la recopilación de datos sobre variables, llegando a determinadas conclusiones al comparar estadísticas.

**La investigación cualitativa,** realiza registros narrativos sobre fenómenos investigados, dejando a un lado la cuantificación de datos y obteniéndolos a través de entrevistas o técnicas no-numéricas, estudiando la relación entre las variables que se obtuvieron a partir de la observación, teniendo en cuenta por sobre todo los contextos y las situaciones que giran en torno al problema estudiado. Adicionalmente, la metodología también puede ser comparativa (si analiza), descriptiva (cuando expone) o normativa (cuando valora).

Para saber qué tipo de metodología se va emplear, el científico o investigador tiene que tener en cuenta un conjunto de aspectos importantes. Respondiéndose ciertas preguntas que deben hacerse como son: ¿qué resultados espera conseguir? ¿Quiénes son los interesados en conocer los resultados? ¿Cuál es la naturaleza o propósito del proyecto?

Es muy importante que la metodología empleada y la teoría, que ofrece el marco teórico, donde se insertan los conocimientos, estén unidos por la coherencia (el cómo y el qué deben ser congruentes entre sí); esto significa que la metodología debe ser utilizada dentro de un marco ideológico, un sistema de ideas coherentes que sean las encargadas de explicar el para qué de la investigación.

Como ya se expuso método y metodología son conceptos diferentes y es importante no considerarlos como sinónimos. El término método, también conocido como técnicas de investigación, puede definirse como el camino para alcanzar a un fin.

Por su parte, la metodología consiste en los procedimientos que deben llevarse a cabo para cumplir con lo estipulado por ella y obtener conclusiones verídicas sobre el fenómeno o problema que se analiza. En otras palabras, mientras que la metodología es lo que une al sujeto con el objeto del conocimiento y es imprescindible para conseguir el conocimiento científico, el método es el camino o instrumento que nos lleva a él.

### **3.2 Propuesta de una Metodología General de Análisis**

Para desarrollar la metodología general de análisis, primero se analizó y evaluó la posibilidad de conformar un procedimiento integral, desde la perspectiva de un diagrama de flujo, a través del cual se presente en forma integral, las principales actividades, fases o subprocesos, que deben ejecutarse para llevar a cabo el planteamiento del problema, la identificación de alternativas de solución, la selección del procedimiento de optimización a aplicar y la presentación de la solución al problema. Finalmente, se evaluarán las alternativas, con el propósito de elegir la de mejor costo beneficio.

Esta metodología, busca ir más allá, del planteamiento básico de la optimización estándar, no sólo centrándose en identificar posibles soluciones factibles del sistema o proceso principal, sino de llegar, a la presentación de alternativas de solución, efectivamente evaluadas de manera integral, para la toma de decisiones por parte de áreas administrativas, incluyendo los requerimientos de los subprocesos involucrados.

El cambio de perspectiva, deriva de la visión de George A. Hazelrigg, quien incorpora dentro del desarrollo de alternativas, la asignación de los recursos escasos, perspectiva económica de Samuelson, que implica valorarlas, para decidir sobre ellas, así como de asegurar la mejor relación costo-beneficio.

Dicha situación, implica avanzar en la estandarización del proceso productivo, a partir de la flexibilización de la tecnología empleada y de las perspectivas de su desarrollo a futuro, lo que también involucra a proveedores de equipo complementario, herramientas y refacciones.

Adicionalmente, se deberá avanzar en la identificación de familia de productos, dentro de los productos o servicios ofrecidos, ya que a partir de la estandarización de los mismos, se podrá determinar los requerimientos específicos para los proveedores de maquinaria, equipo complementario, herramientas y refacciones.

Una vez establecidas las necesidades para cada producto o familia de productos, se contará con información para determinar la función objetivo de cada subsistema, así como de sus restricciones, incluyendo las variables compartidas por todos los subsistemas, necesarias para el proceso de optimización colaborativa.

Es importante destacar que todas estas acciones, deberán realizarse en el marco de una estrategia corporativa, conducida por la alta dirección o propietarios, así como liderazgo y trabajo en equipo, para posibilitar los trabajos y obtener los resultados deseados.



### 3.2.1 Fase 1: Inicio del proceso - definición del problema a resolver

La metodología general de análisis presentada en el **Diagrama 1**, inicia con la necesidad de atender una situación específica o un problema dado en la industrial, los servicios, o sistemas de cómputo, los cuales en ocasiones necesitan dimensionarse o diagnosticarse, con el fin de establecer el tipo de problema a resolver y las alternativas posibles de solución, para la toma de decisiones. Por parte de la empresa o corporación.

Deberán considerarse las posibles respuestas de las áreas involucradas.

Los problemas pueden deberse a cambios en la tecnología con nuevos competidores, cambios de ley, el establecimiento de normas de salud o seguridad (Black & Decker), o la apertura comercial derivada de la firma de acuerdos internacionales de comercio, etc. Las causas pueden ser muchas y muy variadas.

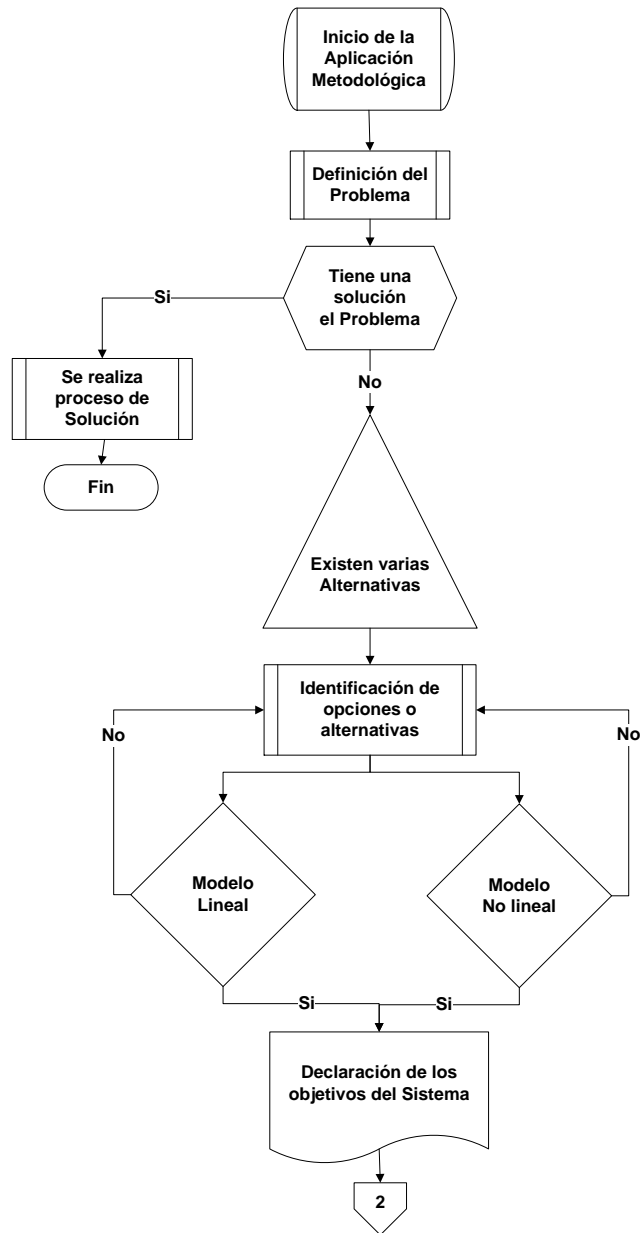
De acuerdo al diagnóstico realizado y la dimensión del problema por resolver, se debe inferir si el problema tiene solución, o no la tiene, si la solución es inmediata o debido a su complejidad y tamaño, requiere identificar las alternativas factibles de solución.

Si para el problema analizado existen varias alternativas de solución, se deben obtener las expectativas de cada una de ellas y formular el sistema de valores para su valoración, desde la perspectiva de la mejor relación costo beneficio.

Con base en lo anterior se determinará el modelo, lineal o no lineal, para la presentación de los objetivos del sistema.

**Información más detallada se presenta en el anexo 1.A.**

**Diagrama 1: Metodología General de Análisis en Optimización**



### 3.2.2 Fase 2: Desarrollo expectativas – Modelo Simbólico

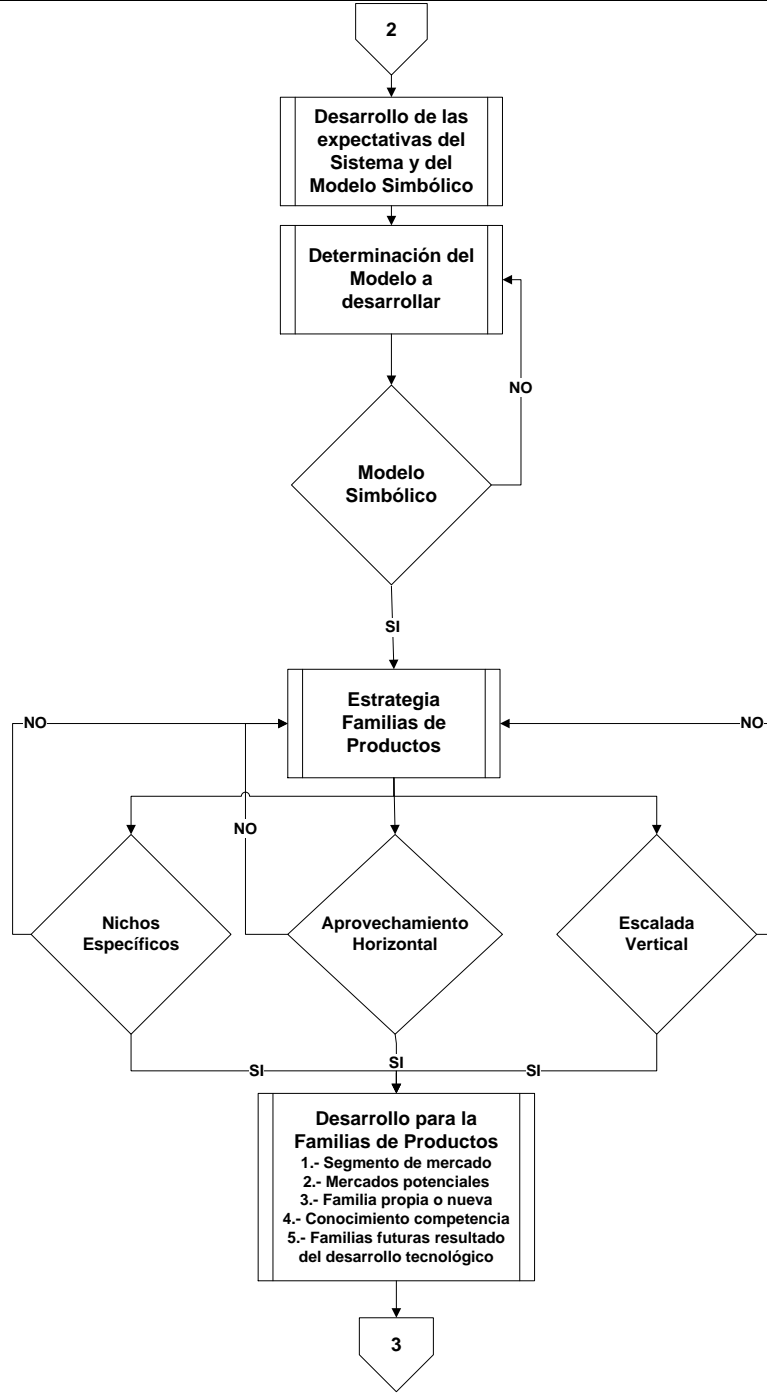
Lla fase 2 de la metodología general de análisis, corresponde al desarrollo de las expectativas y al modelo simbólico, donde son identificadas las alternativas de solución, y el modelo a aplicar para el desarrollo de las expectativas de las mismas, debe proceder a elaborar el sistema que representa la situación, así como el modelo simbólico para representar las propiedades del sistema.

Dentro del proceso de construcción del modelo simbólico, se debe incluir la estrategia a implementar en el desarrollo de la "Familia de Productos" que puede ser del tipo:

- a) Nichos Específicos, existen pocas cosas compartidas en los subsistemas y procesos de producción (FORD);
- b) Aprovechamiento horizontal entre subsistemas y procesos de producción, principalmente por factores claves (motor B&D)
- c) Escalada clave de factores entre subsistemas y procesos de producción, se busca cubrir una amplia gama de consumidores.

Con base en la estrategia definida se procederá a establecer la forma para el desarrollo de la "Familia de Productos" de acuerdo con las cinco líneas de acción definidas

**Información más detallada se presenta en el anexo 1.B.**



### 3.2.3 Fase 3: Presentación del Modelo

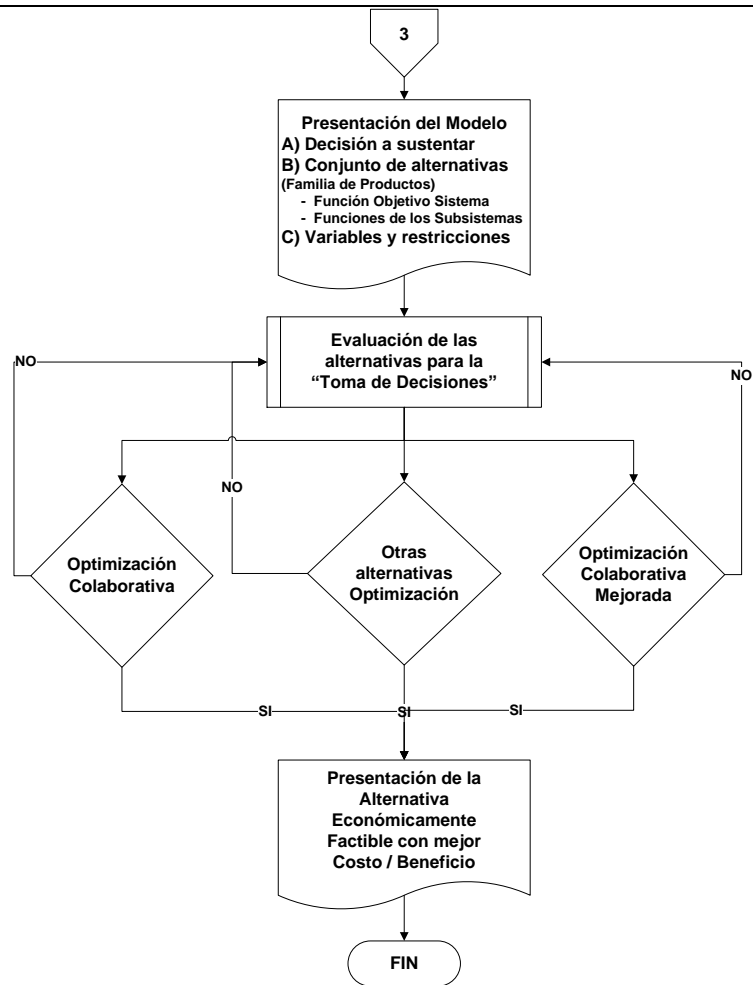
En la fase 3 de la metodología se realiza la presentación del modelo, donde se deberán establecer las decisiones a sustentar, el conjunto de alternativas, dentro de las cuales se definirá la función objetivo del Sistema y la de los subsistemas, además de las variables compartidas y restricciones.

El desarrollo de "Familias de Productos" involucra a cada subsistema del proceso productivo, así como, a los proveedores de tecnología, equipo complementario, herramientas y refacciones.

Dentro de esta fase se debe definir el proceso de optimización a aplicar al sistema, ya sea el proceso estándar a un solo nivel, o bien la optimización multiniveles, dentro de otras alternativas se podrá considerar la optimización con base en la descomposición del problema, así como la opción de análisis jerarquizado y no jerarquizado.

Con base en la definición y establecimiento de todos estos factores, se realiza la evaluación del modelo propuesto, y se toma la decisión mejor evaluada, o la que tiene una mejor relación costo-beneficio.

**Información más detallada se presenta en el anexo 1.C.**



# Capítulo 4 Caso de estudio para el “Diseño de una familia aeronaves”<sup>13</sup>

## 4. Introducción

Este capítulo de la investigación se realiza la aplicación de la metodología propuesta, en la sección anterior aplicado al problema de diseño de una familia de Aeronaves para la Aviación General (AAG), la cual sólo se pretende corroborar, en la fase final de la metodología referente a la optimización del problema, a través de la optimización colaborativa mejorada.

La estrategia propuesta se sustenta en la determinación de un factor de escalamiento para resolver el problema, donde se deberá considerar el número total de pasajeros a transportar (2, 4 y 6 pasajeros), la velocidad promedio de crucero, la distancia promedio de alcance del vuelo de la aeronave, el nivel de ruido generado y los costos de producción, de acuerdo con las características propias del mercado de este tipo de aviones. Este caso corresponde a la situación que enfrentaba la Aviación General en el año de 1994.

En este sentido, y con el problema antes mencionado, se buscará avanzar en la aplicación de la metodología propuesta, así como de corroborar los resultados obtenidos del caso de estudio, tomado de la tesis “Diseño de Familia de Aviones, usando la Optimización Colaborativa Mejorada”, de Brain Douglas Roth. 2008.

### 4.1 PASO 1: Desarrollo de la segmentación de Mercado

#### Descripción del Caso de Estudio: Familia de Aeronaves para la Aviación General (AAG)

El término Aviación General comprende los tipos de vuelo, que no sean parte de las operaciones militares y de los vuelos comerciales. Dentro de este segmento de mercado los consumidores potenciales, incluyen a los pilotos de viajes recreativos (fin de semana); pilotos e instructores de vuelo; empresas de transporte de ejecutivos, así como: pequeños operadores comerciales.

Satisfacer a este segmento del mercado, con necesidades diversas y con poder económico, plantea un desafío constante a la industria de la Aviación General, pues resulta imposible cubrir todas las necesidades del mercado, a través de la fabricación de una sola aeronave.

Adicionalmente, presiones financieras y legales que enfrenta el sector de la Aviación General, ocasionaron que la producción a pequeña escala, de modelos

---

<sup>13</sup> En el Anexo 4.B se desarrolla el caso didáctico de la Prueba Shankar, a través de la cual se podrá tener un mayor acercamiento con el procedimiento de optimización por descomposición, específicamente a través del método de Optimización Colaborativa.

especializados, sea poco rentable. En este sentido, aeronaves fabricadas para la Aviación General, ya no se producen más, pues resultaban ser demasiado caras, incluso para los clientes con mayor poder adquisitivo.

En 1994, el Gobierno de los Estados Unidos de América, realizó un esfuerzo para rescatar al sector de la Aviación General, donde la Administración Nacional de Aeronáutica y del Espacio (NASA) y la Administración Federal de Aviación (FAA) de los EUA patrocinaron un concurso general de diseño de aeronaves. Para este trabajo, se establecieron una serie de condiciones específicas para el desarrollo de una familia de Aeronaves para la Aviación General (AAG), las cuales se enlistan a continuación:

- **Avión con un ala fija, un solo motor, un solo piloto, y hélice acondicionada la aeronave;**
- **Capacidad total para transportar de 2 a 6 pasajeros;**
- **Velocidad durante la travesías de entre 150 y 300 nudos; y**
- **Distancia promedio de alcance entre las 800 y 1,000 millas náuticas.**

De esta manera, se estableció que para lograr una solución a la crisis que enfrentaba las Aeronaves para la Aviación General (AAG) se debería desarrollar una familia aeronaves. La cual pudiera adaptarse, con facilidad, a las distintas necesidades de los clientes potenciales. Por lo tanto, el propósito de este caso de estudio, se centra en confirmar la metodología propuesta para la Optimización Colaborativa Mejorada, a través del desarrollo de una familia de aeronaves con dos, cuatro y seis asientos.

Debe destacarse que la familia de aeronaves propuesta debe satisfacer los requerimientos de los clientes potenciales de la Aviación General, a un precio accesible y costo directos de operación razonables, además de adaptarse, a las especificaciones técnicas y económicas establecidas para cada una de las aeronaves propuestas.

### **Descripción del proceso para el Diseño de Aviones**

El diseño de aeronaves o aviones, tradicionalmente, se compone de tres fases: a) el concepto (idea inicial); b) el desarrollo preliminar, de la idea; y c) el diseño detallado de la aeronave. Si el diseño de producción se considera como una parte del proceso de diseño de la aeronave, dicho diseño, puede añadirse como una cuarta fase.

Es importante señalar que las dos primeras fases o etapas del diseño de aviones, la conceptual y la preliminar, a veces son combinadas y se les denomina, “diseño avanzado” o “síntesis” en la industria aeroespacial, mientras que el proceso de seguimiento de las fases del diseño, se denominan “diseño del proyecto” o “análisis”.

En la fase conceptual, se define el tamaño y configuración general de las aeronaves, con base en estudios paramétricos y comerciales, se establecen las estimaciones preliminares en aerodinámica y peso, a fin de determinar la carga óptima del “ala”, el barrido para el “ala”, la relaciones de aspecto, grosor y configuración general del “ala”, y además, el tipo de cuerpo y cola, que deberá asignarse a cada aeronave.

Diferentes motores son considerados para definir el empuje de carga y obtener la mejor combinación de fuselaje y motor (potencia). En este momento, se podrá tener un primer vistazo sobre los costos y las posibilidades de fabricación. La viabilidad del diseño para cubrir un conjunto de requisitos base está definida, pero los detalles de la configuración final, depende de cambios o ajustes de última hora.

Las primeras etapas de diseño de aeronaves, corresponden al “avión concepto” y se sintetiza en el sistema basado en requisitos de las travesías a realizar, así como de las oportunidades de mercado. Como resultado, la línea de diseño, base conceptual, se desarrolla y se representa por un conjunto de especificaciones de diseño a nivel superior. En el nivel superior las especificaciones de diseño son las descripciones de los conceptos del sistema / subsistemas o de las definiciones totales para el sistema integral, sistema superior / niveles de los subsistemas.

Las especificaciones a nivel superior de diseño se utilizan como punto de partida para el diseño preliminar a nivel de los subsistemas, y constituyen la base de las especificaciones (características funcionales) que se desarrollan durante la fase de diseño preliminar.

Estas especificaciones de diseño (a nivel superior) incluyen variables como las relaciones de aspecto, de espesor y configuración de la cola del avión. Las especificaciones de diseño de alto nivel puede ser continuas (por ejemplo, la relación de aspecto= 7-11) o pueden ser conceptos diferenciados de diseño (por ejemplo, el número de motores (uno o dos), número de palas de la hélice, ala alta o baja, y/o tren de aterrizaje retráctil o fijo).

Varios programas de síntesis y análisis se han creado para facilitar el diseño conceptual y preliminar de aviones y por lo tanto el desarrollo de las especificaciones de diseño de alto nivel. Uno de esos programas se llama FLOPS, (sistema de optimización de vuelos, McCullers, 1993) es un sistema informático multidisciplinario, empleado para el diseño conceptual o preliminar de aeronaves y la evaluación de modelos de aviones avanzados.

Otro programa se llama GASP (Programa General de Aviación de síntesis (NASA, 1978)), es un programa informático que realiza tareas específicamente asociados con el diseño conceptual de aeronaves de aviación general, en otras palabras es un programa informático de análisis y síntesis que facilita estudios paramétricos de las aeronaves pequeñas. GASP se especializa en pequeños aviones de ala fija los sistemas de propulsión de aeronaves que emplean varían de un motor de un solo

pistón con hélice de paso fijo a través de un doble turbohélice / turboventilador empresa accionado o tipo de aeronave de transporte.

GASP tiene un módulo de control global y seis submódulos tecnológicos que llevan a cabo diversos estudios independientes necesarios para el diseño de pequeños aviones de transporte tipo. Dichos submódulos son:

- **Módulo de Geometría:** Al introducir parámetros como el número de pasajeros, proporción de aspectos, relación de conicidad, ángulos de barrido y grosor de las superficies del ala y cola del avión, se calculan las dimensiones de los componentes del avión.
- **Módulo de Aerodinámica:** Los coeficientes de sustentación y resistencia, curva de elevación cálculo la pendiente debido a relación de aspecto, ángulo de barrido, velocidad en número Mach, y la resistencia inducida, son determinados.
- **Módulo de Propulsión:** el turborreactor alternativo, la rotación de motores de combustión, el turbohélice, y el turboventilador, son simulados. De la información obtenida, se determina el empuje requerido para el motor, el flujo de combustible, suficiente, para cualquier condición de vuelo, con base en los datos de desempeño, del motor a emplear.
- **Módulo de Peso y Balance:** los coeficientes de ponderación del peso bruto de la aeronave, la carga útil a transportar, y la geometría base de los aviones, son utilizados para determinar el centro de gravedad, las expectativas de recorrido del avión, las dimensiones del tanque de combustible, y peso del mismo.
- **Módulo de rendimiento (misión):** La tarea de los segmentos, como en un recorrido por taxi, despegar ascender, cruzar y aterrizar se analizan incluyendo el rango total. El programa también determina: el mejor régimen de ascenso, subida de alta velocidad, y otras características.
- **Módulo Económico:** Los costes de fabricación y de funcionamiento se estima en base a la fecha de inicio del programa (es decir, en 1970 dólares).

Las variables de entrada para GASP son indicadores generales, como: tipo de los aviones, su tamaño y rendimiento de los mismos. La salida numérica del GASP incluye, muchas características del diseño avión, tales como: el rango o tamaño del avión, costos directos de operación, velocidad de crucero máxima, y proporción de elevación de arrastre.

Para el diseño conceptual de un avión, el GASP se emplea para encontrar o identificar la configuración, más adecuada para las especificaciones de diseño de nivel superior que satisfagan los requisitos de diseño.

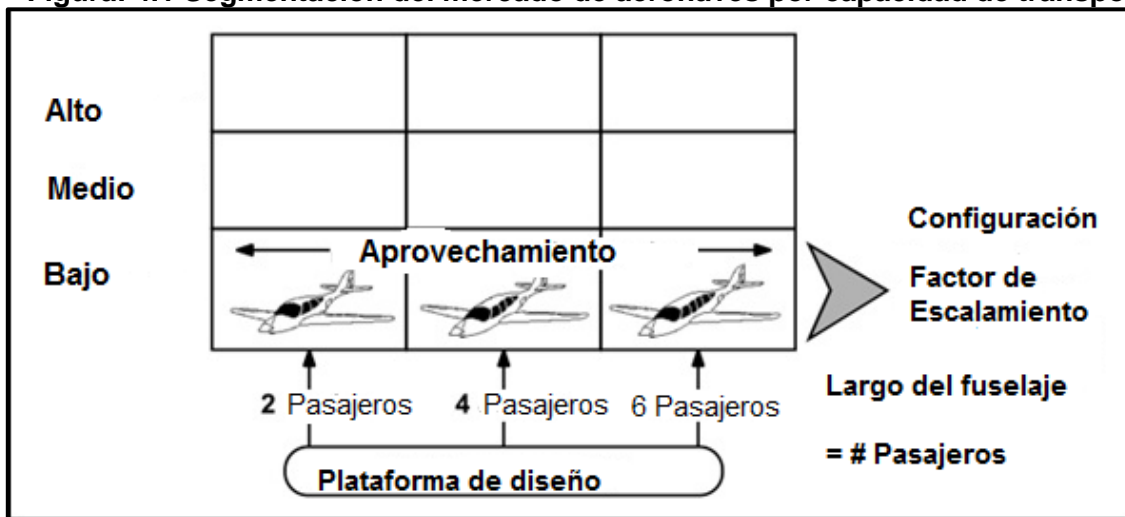
### La segmentación del mercado un ejemplo para el problema de las aeronaves

Considerando que el objetivo del caso de estudio es diseñar una familia de aviones, para la aviación general, con dos, cuatro y seis asientos, base para su configuración. La segmentación del mercado se muestra en la Figura 4.1 la cual presenta una posible estrategia para desarrollar el caso de estudio para las aeronaves (GAA).

El objetivo es diseñar una plataforma final de aeronaves, en la que se puedan aprovechar tres diferentes segmentos del mercado, definidos por la capacidad de transporte de la aeronave (es decir, dos personas, cuatro personas, y seis personas).

Cada avión podría ser escalado en forma vertical a través de la adición y eliminación de características para aumentar su rendimiento y el atractivo de una base de clientes dispuestos a pagar un precio más alto. En esta etapa, sin embargo, sólo una plataforma de gama baja se desarrollará.

**Figura: 4.1 Segmentación del mercado de aeronaves por capacidad de transporte**



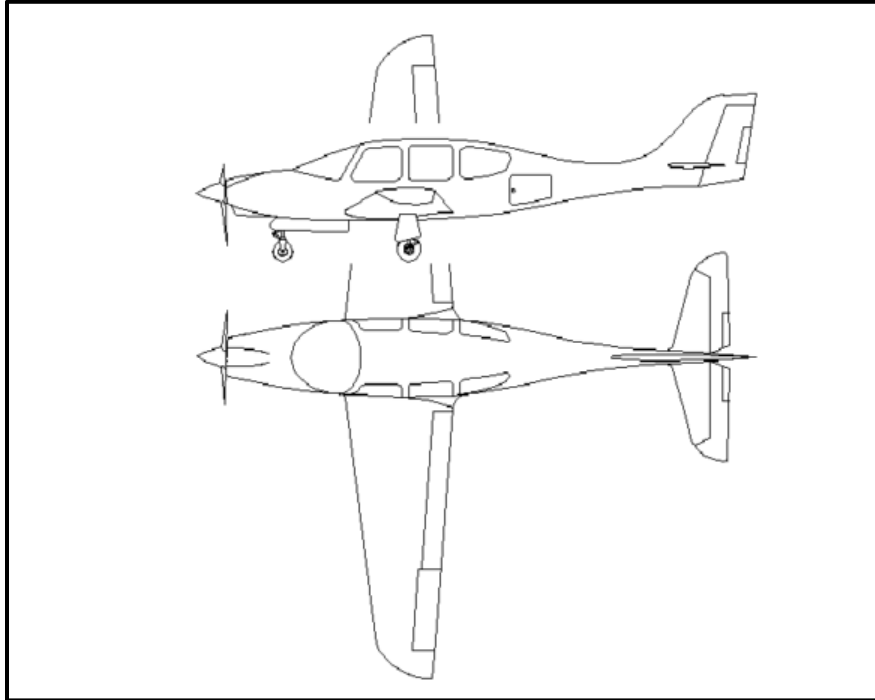
La configuración básica deriva de una aeronave existente, el Beechcraft Bonanza B36TC, para cuatro o seis personas, de un solo motor y como se ilustra en la figura 4.2 y es uno de los aviones pequeños más vendidos en los últimos años.

Está impulsado por un motor de 300 caballos de fuerza, turbo y es capaz de crucero de 25.000 pies con una velocidad de 200 nudos y una autonomía mínima de 956 millas náuticas (en el 79% de potencia). Por otra parte, la misión de Bonanza y las características de rendimiento están cerca de los especificados en el concurso GAA (NASA y la FAA, 1994).



Tomando la Bonanza como punto de partida, varios cálculos se pueden realizar para determinar los datos de entrada GASP, específicamente para la aerodinámica, rendimiento del motor, y los parámetros de control de la estabilidad, de acuerdo con el perfil de la misión.

**Figura 4.2 Representación de la línea base de las aeronaves**



Las características de funcionamiento de la aeronave Beechcraft Bonanza B36TC, cuando se utilizan en GASP se resumen en la Tabla 4.1, y los de nivel superior correspondientes especificaciones de diseño para este avión de referencia se enumeran en la Tabla 4.2, donde las dimensiones en negrita son las variables de diseño.

**Tabla 4.1 Desempeño estimado para la familia de aeronaves del caso de estudio**

Velocidad máxima de crucero	210 kg 25.000 ft
Alcance máximo con máximo de combustible	2423 n.m.
Alcance máximo con carga máxima	715 n.m.
Distancia de elevación con carga útil máxima	1,310 ft
Distancia del motor a 50 pies con carga máxima	2,183 ft
Distancia de aterrizaje desde 50 pies	1 120 ft

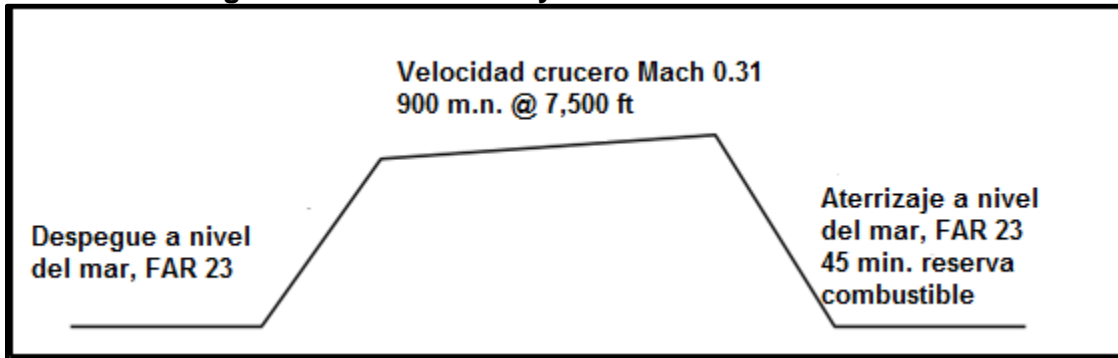
**Tabla 4.2 Especificaciones base del modelo para el caso de estudio**

<b>Grupo</b>	<b>Características principales</b>	<b>Dimensión</b>
Fuselaje	Longitud	311.62 ft
	Ancho	4.33 t1
	<b>Ancho del asiento</b>	<b>20 in.</b>
	Cola de longitud a diámetro	3.09
Ala	Área de contacto con el medio	325 ft <sup>2</sup>
	<b>Relación de Aspecto</b>	<b>7.88</b>
	Área	186.5 ft <sup>2</sup>
	Envergadura	38.3 ft
	Cuerda media	5.09 ft
	1/4 Acorde de barrido	4.0°
	Relación Cónica	0.46
	Referencia grosor	0.15
	<b>Carga de Ala</b>	<b>20.5 lb/ft<sup>2</sup></b>
	Ala volumen de combustible	180 gal
	Cola Horizontal	Relación de Aspecto
Área		45.2 ft <sup>2</sup>
Envergadura		15.15 ft
Cuerda media		3.09 ft
Cola Vertical	Grosor	0.09
	Relación de Aspecto	1.107
	Área	20.8 ft <sup>2</sup>
	Envergadura	4.71 ft
	Cuerda media	4.61 ft
Motor	Grosor	0.07
	Potencia	350 HP
	Empuje estático / Ps	0.339
Hélice	Factor de actividad	110
	<b>diámetro</b>	<b>6.311 ft</b>
	<b>N ° de cuchillas</b>	<b>3</b>

La misión de vuelo para la familia de aeronaves en el caso de estudio se presenta en la figura 4.3. Tal como se especifica en las bases del concurso (GAA NASA y la FAA, 1994), una nave de aviación general, está obligado a volar entre 150 y 300 nudos (Mach 0.24 a 0.48) para una serie de 8,001,000 millas náuticas.

El perfil considera una velocidad de crucero (línea de base) de Mach 0,31 (≈ 200 nudos) y una gama de 900 Mn (millas náuticas).

**Figura 4.3 Perfil de la trayectoria base de la aeronave**



Sobre la base de la segmentación del mercado de la figura 4.1, el factor de escalamiento, que debe considerarse para el desarrollo de la plataforma de aeronaves para la aviación general, es de naturaleza conceptual y de configuración, y ésta debe ser "escalada", con base a la cantidad de personas a transportar por la aeronave, por lo que el número de pasajeros es el factor de escalamiento en este problema.

#### **4.2 Paso 2: Clasificación de los factores de las aeronaves**

Con base en la segmentación del mercado, la identificación de un adecuado factor de aprovechamiento y estrategia de escalamiento, el siguiente paso en la metodología propuesta, es clasificar los factores en el problema de las aeronaves para la aviación general.

La configuración general de cada aeronave se sustenta en tres aspectos: i) las aspas de la hélice, ii) la posición de la "ala alta" y iii) el tren de aterrizaje retráctil. Las variables de diseño o factores de control, y los rangos de interés para el caso de estudio son los siguientes:

1. Velocidad de crucero, CSPD  $\in$  [0,24 Mach, Mach 0,48]; línea de base es de Mach 0,31
2. Relación de aspecto, AR  $\in$  [7, 11]; línea de base es de 7.88
3. Diámetro de la hélice, DPRP  $\in$  [5,0 pies, 5,96 m]; línea de base es de 6,3 pies
4. Carga alar, WL  $\in$  [19,0 lb/ft<sup>2</sup>, 25,0 lb/ft<sup>2</sup>]; línea de base es de 20,5
5. Factor de actividad del motor, AF  $\in$  [85, 110]; línea de base es 100
6. Anchura del asiento, WS  $\in$  [14,0 in, 20,0 en]; línea de base es de 20 cm

Hay un total de nueve aspectos (requisitos y objetivos), que deben cubrirse para cada aeronave: **1)** ruido al despegar, **2)** costos directos de operación, **3)** rugosidad, **4)** peso vacío, **5)** peso del combustible, **6)** precio de compra, **7)** velocidad de crucero máxima, **8)** el rango de vuelo y **9)** relación sustentación / resistencia.

Adicionalmente, se desea encontrar los valores de las variables de diseño siguientes:

- Bajo costo directo de operación, precio de compra, el peso vacío y el peso de combustible de acuerdo al desempeño esperado;
- Incrementar la velocidad máxima de crucero, radio de vuelo, y relación levante / arrastrar en su funcionamiento, y
- Cumplir restricciones sobre ruido máximo al despegar, montar rugosidad, los costos operativos directos, el peso vacío y el peso de combustible y autonomía de vuelo mínimo.

Los valores de restricción y los valores objetivos para los objetivos empleados en este ejemplo se muestran en la Tabla 4.3 y la Tabla 4.4, respectivamente. Como tales, estas limitaciones y objetivos están definidos para cada nicho de mercado y las tres aeronaves.

Como se muestra en la Tabla 4.3 los valores de restricción para el despegue ruido, los costes operativos directos, rugosidad de vuelo, peso del avión vacío, y el rango son los mismos para cada aeronave dentro de la familia, y sólo la restricción de peso del combustible varía para cada aeronave, lo que permite a un avión más grande llevar más combustible.

**Tabla 4.3 Restricciones para las aeronaves de 2, 4 y 6 Pasajeros**

Restricciones	Acrónimo	2 Pasajeros	4 Pasajeros	6 Pasajeros
Máximo ruido de despegue	NOISE	75 db	75 db	75 db
Máximo costo directo de operación	DOC	\$80/hr	\$80/hr	\$80/hr
Máximo coeficiente de rugosidad	ROUGH	2.0	2.0	2.0
Máximo peso vacío del avión	WEMP	2200 lbs	2200 lbs	2200 lbs
Máximo peso de combustible	WFUEL	450 lbs	450 lbs	450 lbs
Máximo rango de vuelo	RANGE	2000 mn	2000 mn	2000 mn

Los resultados esperados que definen cada segmento de mercado se indican en la Tabla 4.4. La configuración de las seis variables de diseño que reducen el peso del combustible, el peso vacío, los costos directos de operación, y el precio de compra a los niveles esperados o inferiores. Mientras que se maximiza la elevación / el arrastre, la velocidad de crucero y el rango correspondiente.

**Tabla 4.4 Metas para las aeronaves de 2, 4 y 6 asientos**

Metas	Acrónimo	2 Pasajeros	4 Pasajeros	6 Pasajeros
Peso del combustible del avión [libras]	WPUEL	450	400	350
Peso vacío del avión [libras]	WEMP	1900	1950	2000
Costo directo de operación [\$ / hr]	DOC	60	60	60
Precio de compra [\$]	PURCH	41000	42000	43000
Máxima relación de arrastre / elevación	LDMAX	17	17	17
Máxima velocidad crucero [kts]	VC'RMX	200	200	200
Máximo rango [mn]	RANGE	2500	2500	2500

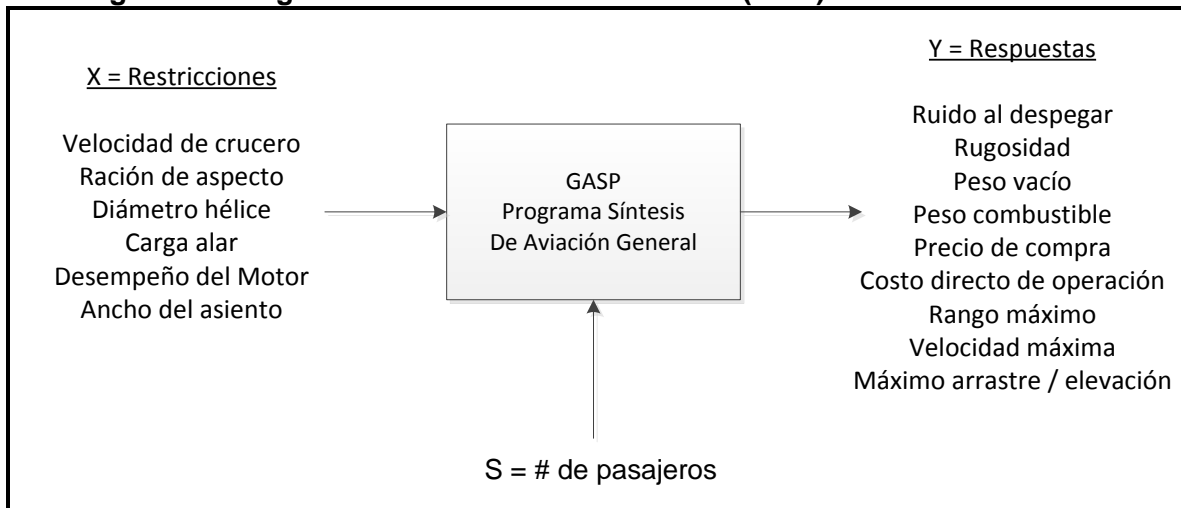
Basándose en la estrategia mostrada en la figura 4.1, el número de personas que transporta la aeronave, es considerado como el factor de escalamiento para el proceso de diseño, el cual va de un mínimo de 2 pasajeros a un máximo de 6 pasajeros.

Además, si suponemos que la demanda de la aeronave es uniforme, entonces, un factor de escalamiento "el número de pasajeros" teóricamente se distribuirá uniformemente, al igual que los resultados correspondientes.

Tomando el número de pasajeros como un factor de escalamiento, la longitud de la parte central del fuselaje de la aeronave se escala en forma automática, utilizando el General Aviation Synthesis Program (GASP), con el fin de optimizar el número necesario de pasajeros (además de un piloto). Debido a que la longitud de la aeronave una vez que se fija el número de personas que se especifica, la media y la varianza del factor de escalamiento se conoce para el caso de estudio.

Basándose en el esquema de clasificación factor, el diagrama del problema que se analiza, como caso de estudio se ilustra en la figura 4.4.

**Figura 4.4 Diagrama del Proceso de aeronaves (GAA) del caso de estudio**



Como se observa en la figura anterior, hay seis factores de control (variables de diseño), un factor de escalamiento (el número de pasajeros), y nueve respuestas (restricciones y los objetivos).

Para resolver el problema, el proceso de optimización colaborativa mejorada, requiere se construya un meta modelo Kriging, a través del cual se relacionan el control y el factor de escalamiento para cada una de las respuestas y que se expone en la siguiente sección.

### 4.3 PASO 3: Construir y validar meta modelos

El paso siguiente se centra en construir y validar los meta modelos para la rutina de análisis / simulación, es decir, los modelos de robustez para cada una de las nueve respuestas, dando un total de 18 meta modelos, ya que se requiere un meta modelo para la media y otro para la varianza, de cada respuesta.

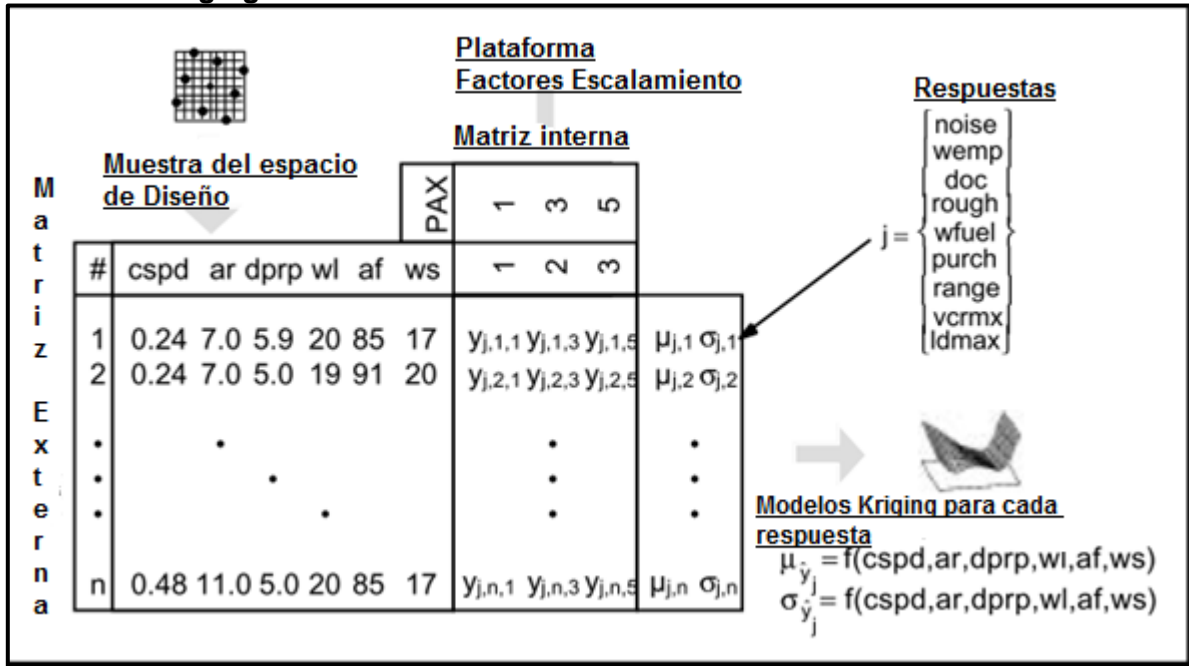
¿Por qué emplear los metamodelos? Al utilizar el General Aviation Synthesis Program (GASP) para determinar el tamaño de las naves, se efectúa un análisis de tipo "caja negra" para determinar el tamaño de un avión. El tiempo de cálculo involucrado por el GASP, es de unos 45 segundos, lo que no necesariamente justifica el uso de los meta modelos.

Sin embargo, después de multiplicar este número por tres, el número de aviones de la familia, y teniendo en cuenta el número de escenarios de diseño que deben ser considerados, el gasto computacional se acumula rápidamente. Además, es difícil estimar la media y la varianza de cada respuesta para la familia de aeronaves sin los meta modelos.

El enfoque de matriz producto se emplea para construir meta modelos Kriging de la desviación media de cada respuesta a las variaciones en el número de pasajeros en cada avión. Este enfoque se ilustra en la figura 4.5.

El uso de la matriz ortogonal aleatorio se basa, principalmente, en la facilidad de generación y tamaños de muestra disponibles, sino que también se basa, en parte, de su rendimiento en el kriging / DOE. Los modelos Kriging emplean la función de correlación de Gauss, ya que esta función de correlación dado el menor RMSE y máx. error, en promedio, en el Kriging.

Figura 4.5 Método de producto matriz para la construcción aeronaves modelo Kriging



Debido a que sólo hay un factor de escalamiento que tiene tres valores posibles, la matriz interna presentada en la Figura 4.5 simplemente contiene tres iteraciones, una por cada valor posible del factor de escalamiento. Así, el GASP se ejecuta tres veces con el propósito de obtener los meta modelos Kriging, necesarios para la media y la desviación estándar de las respuestas.

En cuanto a la variable PAX, correspondiente al número de pasajeros, que varía de 1 a 5 en la misma figura. Esto es debido al número total de personas transportadas por la aeronave, es igual al número de pasajeros más el piloto (1); variando PAX de uno hasta cinco más uno, permitiendo una familia de aeronaves en torno a dos, cuatro y seis asientos posibles.

Después de adecuar el número de pasajeros para cada combinación del diseño, las variables como se especifica en la matriz externa, la media y la desviación estándar de cada respuesta, se calculan para cada ejecución, utilizando las ecuaciones 4.1 y 4.2 siguientes:

$$\text{Media: } \mu_{y_{j,i}} = \frac{y_{j,i,1} + y_{j,i,3} + y_{j,i,5}}{3}, j = \{\text{noise}, \text{wemp}, \dots, \text{ldmax}\}. i = \{1, 2, \dots, n\} \quad \text{Ecuación 4.1}$$

$$\text{Des. Estandar: } \sigma_{y_{j,i}} = \frac{|y_{j,i,1} - y_{j,i,5}|}{\sqrt{12}}, j = \{\text{noise}, \text{wemp}, \dots, \text{ldmax}\}. i = \{1, 2, \dots, n\} \quad \text{Ecuación 4.2}$$

Por otra parte, el cálculo de la desviación estándar, supone una distribución uniforme de respuesta, derivado de que el número de pasajeros varía uniformemente sobre el espacio de diseño.

Como ejemplo, la media y desviación estándar del costo directo de operación para el diseño DOC experimental se calcula como sigue:

$$\mu_{y_{DOC,3}} = \frac{y_{DOC,3,1} + y_{DOC,3,3} + y_{DOC,3,5}}{3} \quad \text{Ecuación 4.3}$$

$$\sigma_{y_{DOC,3}} = \frac{|y_{DOC,3,1} - y_{DOC,3,5}|}{\sqrt{12}} \quad \text{Ecuación 4.4}$$

De este modo las medias y desviaciones de cada respuesta para cada interacción experimental en la matriz externa, se calculan para un diseño determinado.

Adicionalmente, en un conjunto de 1,000 puntos de validación del hipercubo aleatorio se emplean para evaluar la exactitud de los modelos Kriging. El error máximo y la raíz del error cuadrático medio (RMSE) basado en el conjunto de puntos de validación para dichos modelos Kriging (derivados de la matriz ortogonal de 64 puntos).

Con la excepción del error máximo para  $\mu$ DOC, los meta modelos Kriging parecen bastante precisos para el caso de estudio; errores máximos son aproximadamente 4% o menos, y son RMSEs 1% o menos. A pesar del gran error máximo para  $\mu$ DOC, el RMSE de  $\mu$ DOC es suficientemente bajo, para proporcionar una aproximación razonable.

#### **4.4 PASO 4: Especificaciones del producto, agregados y formulación de la Plataforma de naves y restricciones**

En el caso de estudio, la decisión soporte para la familia naves para la aviación general, utiliza los índices de capacidad de diseño ( $C_{dk}$ ) para evaluar la capacidad de una familia de diseños, para satisfacer una variación, sobre el conjunto de requisitos de diseño establecidos.

Los índices de capacidad de diseño se formulan tanto para las restricciones y para las metas de la familia de naves propuestas, según la definición establecidas para las restricciones y los valores objetivo que figuran en la Tabla 4.3 y la Tabla 4.4., respectivamente.



Los compromisos para la familia de naves deriva de la siguiente forma:

$C_{dk}$  formulaciones de restricción

- En el caso de que "Más pequeño es mejor", la restricción es  $\leq$  máximo:

○ <b>NOISE <math>\leq</math> 75 = URL</b>	$C_{dk,noise} = C_{du,noise} = \frac{(75 - \mu_{noise})}{\sqrt{3\sigma_{noise}}} \quad 4.5$
○ <b>DOC <math>&lt;</math> 80 = URL</b>	$C_{dk,doc} = C_{du,doc} = \frac{(80 - \mu_{doc})}{\sqrt{3\sigma_{doc}}} \quad 4.6$
○ <b>ROUGH <math>\leq</math> 2 = URL</b>	$C_{dk,rough} = C_{du,rough} = \frac{(2.0 - \mu_{rough})}{\sqrt{3\sigma_{rough}}} \quad 4.7$
○ <b>WEMP <math>\leq</math> 2200 = URL</b>	$C_{dk,wemp} = C_{du,wemp} = \frac{(2200 - \mu_{wemp})}{\sqrt{3\sigma_{wemp}}} \quad 4.8$
○ <b>WFUEL <math>\leq</math> 450 = URL</b>	$C_{dk,wfuel} = C_{du,wfuel} = \frac{(450 - \mu_{wfuel})}{\sqrt{3\sigma_{wfuel}}} \quad 4.9$

- En el caso de que lo "más grande es mejor", la restricción será  $\geq$  mínimo:

○ <b>RANGE <math>\geq</math> 2000 = LRL</b>	$C_{dk,range} = C_{du,range} = \frac{(2000 - \mu_{range})}{\sqrt{3\sigma_{range}}} \quad 4.10$
---	--

$C_{dk}$  formulaciones para las Metas

- En el caso de que lo "nominal es el mejor" para una meta:

**WFUEL:**

$$C_{du,wfuel} = \frac{(450 - \mu_{wfuel})}{\sqrt{3\sigma_{wfuel}}}, C_{dl,wfuel} = \frac{(\mu_{wfuel} - 350)}{\sqrt{3\sigma_{wfuel}}}$$

$$C_{du,wfuel} = \min \{C_{du,wfuel}, C_{dl,wfuel}\} \quad 4.11$$

**WEMP:**

$$C_{du,wemp} = \frac{(2000 - \mu_{wemp})}{\sqrt{3\sigma_{wemp}}}, C_{dl,wemp} = \frac{(\mu_{wemp} - 1900)}{\sqrt{3\sigma_{wemp}}}$$

$$C_{du,wemp} = \min \{C_{du,wemp}, C_{dl,wemp}\} \quad 4.12$$

### PURCH:

$$C_{du,purch} = \frac{(4300 - \mu_{purch})}{\sqrt{3\sigma_{purch}}}, C_{dl,purch} = \frac{(\mu_{purch} - 4100)}{\sqrt{3\sigma_{purch}}}$$

$$C_{du,purch} = \min \{C_{du,purch}, C_{dl,purch}\} \quad 4.13$$

- En el caso para las metas donde la "Más pequeña es mejor":

### DOC:

$$C_{dk,doc} = C_{du,doc} = \frac{(60 - \mu_{doc})}{\sqrt{3\sigma_{doc}}} \quad 4.14$$

- En el caso en que las "más grande son mejores" para un objetivo:

### LDMAX:

$$C_{dk,ldmax} = C_{dl,ldmax} = \frac{(\mu_{ldmax} - 17)}{\sqrt{3\sigma_{ldmax}}} \quad 4.15$$

### VCRMX:

$$C_{dk,vcrmx} = C_{dl,vcrmx} = \frac{(\mu_{vcrmx} - 200)}{\sqrt{3\sigma_{vcrmx}}} \quad 4.16$$

### RANGE:

$$C_{dk,range} = C_{dl,range} = \frac{(\mu_{range} - 2500)}{\sqrt{3\sigma_{range}}} \quad 4.17$$

El planteamiento resultante de la plataforma de naves propuestas con base en las formulaciones Cdk, se presentan en la Figura 4.6. El modelo establece que hay seis variables de diseño, seis restricciones y siete metas.

De las siete metas, tres están relacionados con el desempeño económico del peso de la aeronave vacía (WEMP), precio de compra (PURCH), y los costos directos operación (DOC), mientras que los cuatro restantes están relacionados con el rendimiento técnico de la aeronave: combustible peso (WFUEL), máxima elevación / arrastre (LDMAX), máxima velocidad de crucero (VCRMX), y el rango máximo de vuelo (RANGE).

**Figura 4.6 Producto de la familia de naves propuesta, plataforma de desarrollo y Formulación**

<p><b>Dados los siguientes parámetros:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>▪ Línea base de configuración de las aeronaves y perfil de desempeño</li> <li>▪ Configuración del factor de escalamiento = # total de pasajeros (número asientos = # pasajeros + 1 piloto)</li> <li>▪ Modelo Kriging para obtener media y desviación estándar de cada respuesta o iteración.</li> </ul>	
<p><b>Encontrar las variables:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>▪ <b>Las variables del sistema, x:</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>❖ Velocidad crucero, CSPD</li> <li>❖ Proporción del ala, AR</li> <li>❖ Diámetro de la hélice, DPRP</li> </ul> </li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>❖ Carga del ala, WL</li> <li>❖ Factor de potencia del motor, AF</li> <li>❖ Ancho de asiento, WS</li> </ul>
<p><b>Satisfaga las siguientes condiciones:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>▪ <b>Las limitaciones del sistema, C(x), con base en el modelo Kriging:</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>❖ Ruido <math>C_{dk}</math> mayor que 1: <math>C_{dk, ruido}(x) \geq 1</math> [4.5]</li> <li>❖ CDO <math>C_{dk}</math> mayor que 1: <math>C_{dk, doc}(x) \geq 1</math> [4.6]</li> <li>❖ Dureza <math>C_{dk}</math> mayor que 1: <math>C_{dk, dureza}(x) \geq 1</math> [4.7]</li> <li>❖ WEMP <math>C_{dk}</math> mayor que 1: <math>C_{dk, wemp}(x) \geq 1</math> [4,8]</li> <li>❖ WFUEL <math>C_{dk}</math> mayor que 1: <math>C_{dk, wfuel}(x) \geq 1</math> [4,9]</li> <li>❖ Rango <math>C_{dk}</math> mayor de 1: <math>C_{dk, rango}(x) \geq 1</math> [4.10]</li> </ul> </li> </ul>	
<ul style="list-style-type: none"> <li>▪ <b>Los objetivos del sistema, G(x), con base en los modelos kriging:</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>❖ WFUEL <math>C_{dk}</math> mayor que 1: <math>C_{dk, wfuel}(x) + d_1^- - d_1^+ = 1.0</math> [4.11]</li> <li>❖ WEMP <math>C_{dk}</math> mayor que 1: <math>C_{dk, wemp}(x) + d_2^- - d_2^+ = 1.0</math> [4.12]</li> <li>❖ DOC <math>C_{dk}</math> mayor que 1: <math>C_{dk, doc}(x) + d_3^- - d_3^+ = 1.0</math> [4.13]</li> <li>❖ PURCH <math>C_{dk}</math> mayor que 1: <math>C_{dk, purch}(x) + d_4^- - d_4^+ = 1.0</math> [4.14]</li> <li>❖ LDMAX <math>C_{dk}</math> mayor que 1: <math>C_{dk, ldmax}(x) + d_5^- - d_5^+ = 1.0</math> [4.15]</li> <li>❖ VCRMX <math>C_{dk}</math> mayor que 1: <math>C_{dk, vcrmx}(x) + d_6^- - d_6^+ = 1.0</math> [4.16]</li> <li>❖ RANGO <math>C_{dk}</math> mayor que 1: <math>C_{dk, rango}(x) + d_7^- - d_7^+ = 1.0</math> [4.17]</li> </ul> </li> </ul>	
<ul style="list-style-type: none"> <li>▪ <b>Las restricciones sobre las variables de desviación: <math>d_i^- * d_i^+ = 0</math> y <math>d_i^-, d_i^+ \geq 0</math>.</b></li> </ul>	
<ul style="list-style-type: none"> <li>▪ <b>Los límites en las variables del sistema:</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>❖ <math>0.24 M \leq CSPD \leq 0.48 M</math> <span style="margin-left: 100px;"><math>19 \text{ lb/ft}^2 \leq WL \leq 25 \text{ lb/ft}^2</math></span></li> <li>❖ <math>7 \leq AR \leq 11</math> <span style="margin-left: 100px;"><math>85 \leq FA \leq 110</math></span></li> <li>❖ <math>5.0 \text{ pies} \leq DPRP \leq 5.96 \text{ pies}</math> <span style="margin-left: 100px;"><math>14.0 \text{ in} \leq WS \leq 20.0 \text{ in}</math></span></li> </ul> </li> </ul>	
<p><b>Minimizar:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>▪ <b>La suma de las variables de desviación asociados con:</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>❖ Peso del combustible <math>C_{dk}, d_1^-</math></li> <li>❖ Máxima sustentación / resistencia <math>C_{dk}, d_5^-</math></li> <li>❖ Peso vacío <math>C_{dk}, d_2^-</math></li> <li>❖ Melocidad máxima <math>C_{dk}, d_6^-</math></li> <li>❖ Costos directos operación <math>C_{dk}, d_3^-</math></li> <li>❖ Alcance máximo <math>C_{dk}, d_7^-</math></li> <li>❖ Precio de compra <math>C_{dk}, d_4^-</math></li> </ul> </li> </ul> <p style="text-align: center;"><b><math>Z = \{f_1(d_1^-), f_2(d_2^-), f_3(d_3^-), f_4(d_4^-), f_5(d_5^-), f_6(d_6^-), f_7(d_7^-)\}</math></b></p>	

De acuerdo con los resultados obtenidos, para el diseño base, la familia de aeronaves, no es factible debido a dos aspectos.

En primer lugar, el diámetro determinado para la hélice resulta demasiado grande, y la velocidad de la punta de la hélice es superior a la velocidad sónica, violándose una restricción de velocidad que no está explícitamente modelada en los supuestos base. En este sentido, el rango para el diámetro de la hélice se fija en 5.0 - 5.96 pies, con el fin de cumplir con esta restricción siempre.

En segundo lugar, el costo directo de operación (DOC) es mayor a la restricción de \$ 80/hr establecida. El diseño base de la familia de naves, es un buen diseño, para desarrollar la cartera de productos en la siguiente sección.

#### 4.5 Paso 5: Desarrollar la cartera de productos de la Familia de naves para la aviación general

Para el desarrollo de la cartera de productos de la Familia de y para cumplir con las restricciones y objetivos establecidos anteriormente, se determinó para el caso de estudio el establecer tres escenarios de diseño, que se presentan en la Tabla 4.5.

##### Estudio general de las relaciones de intercambio:

Las funciones objetivos en su totalidad se ponderan por igual en un esfuerzo para identificar una plataforma de productos, que satisface tanto los aspectos económicos, así como las condiciones de rendimiento o desempeño de la mejor manera posible.

##### Estudio económico de las relaciones de intercambio:

Los objetivos económicos relacionados ( $C_{dk}$  como peso en vacío, precio de compra y el costo directo de operación) se les da la máxima prioridad, para definir la plataforma de productos que cumpla con todos los requisitos económicos. Los objetivos relacionados con la satisfacción del rendimiento o desempeño se les asigna como segunda prioridad.

**Tabla 4.5. Escenarios alternativos para la familia de naves de la aviación general**

Escenario	Función de desviación		Notas:
	PLEV1	PLEV2	
1. Equilibrio General	$(d_1^- + d_2^- + d_3^- + d_4^- + d_5^- + d_6^- + d_7^-)/7$		$d_1^-$ drives $C_{dk-wfuel}$ to 1 $d_2^-$ drives $C_{dk-wemp}$ to 1 $d_3^-$ drives $C_{dk-purch}$ to 1
2. Equilibrio Económico	$(d_2^- + d_3^- + d_4^-)/3$	$(d_1^- + d_5^- + d_6^- + d_7^-)/4$	$d_4^-$ drives $C_{dk-doc}$ to 1 $d_5^-$ drives $C_{dk-ldmax}$ to 1
3. Equilibrio Funcionamiento	$(d_1^- + d_5^- + d_6^- + d_7^-)/4$	$(d_2^- + d_3^- + d_4^-)/3$	$d_6^-$ drives $C_{dk-vcmax}$ to 1 $d_7^-$ drives $C_{dk-range}$ to 1

Tres puntos de partida se utilizan en la solución de la familia de naves y metas, en cada escenario: los límites inferiores, medias, límites superiores de las variables de diseño son analizados. En caso de que los tres puntos de partida no converjan a la misma solución, el diseño con menor valor en la función de desviación se considera como el mejor diseño.

#### 4.6 Resultados de la familia naves para la aviación general

Los productos resultantes de la familia de naves para cada escenario de diseño, se presentan en la Tabla 4.6. Cabe señalar que el valor objetivo de cada  $C_{dk}$  es 1. En este sentido para valores superiores a uno, implican que la familia de naves, se ha concentrado en el límite superior requerido. Mientras que valores por debajo de la unidad, refieren que los objetivos no se han cumplido para ese requisito particular, por lo que se encuentran en el límite inferior requerido.

Es importante destacar que todas las soluciones son factibles, y los valores para  $C_{dk}$ , aspereza y  $C_{dk}$ , el ruido se excluyeron, ya que no están relacionadas, con la función de desviación, no son útiles para la factibilidad de la solución final.

La familia de productos propuesta, tiene cierta ventaja, pues la aeronave de referencia (el Beechcraft Bonanza B36TC) es un avión de seis asientos y, como tal, no es de esperarse que funcione mejor cuando se adapta a un menor número de pasajeros.

En comparación con el diseño de referencia inicial, los diseños derivados del caso de estudio, presentan una velocidad de crucero inferior, el diámetro de la hélice menor, el factor de desempeño del motor más bajo, y una anchura menor del asiento.

Mientras que la carga del ala es ligeramente más grande, y la relación de aspecto fluctúan alrededor del valor de referencia. Comparando las variables de diseño del Escenario 1 y 2, la diferencia es insignificante.

**Tabla 4.6 Resumen de los resultados de la familia de aeronaves (GAA) y compromisos del Problema de Decisión Soporte**

		Diseño Base	Escenarios		
			1	2	3
<b>Variabes Diseño</b>					
CSPD [Mach]		0.31	0.244	0.242	0.291
AR		7.88	8.00	8.09	7.62
DPRP [ft]		6.3	5.13	5.19	5.55
WL [lb/ft <sup>2</sup> ]		20.5	22.45	22.63	22.48
AF		110	89.60	89.40	85.63
WS [in]		20	18.60	18.72	18.70
<b>Metas</b>					
$C_{dk-wfuel}$	P*	-0.640	1.164	1.236	1.156
$C_{dk-wemp}$	E	0.074	0.810	0.903	0.806
$C_{dk-doc}$	E	-670.476	-1.588	-1.312	-26.270
$C_{dk-purch}$	E	-2.557	0.733	0.449	0.070
$C_{dk-ldmax}$	P	-3.230	-4.474	-4.427	-4.964
$C_{dk-vcrmx}$	P	-4.397	-4.303	-3.702	-2.017
$C_{dk-range}$	P	-4.157	0.577	-0.672	0.429
<b>Función Desviación</b>					
PLEV1			2.036	0.986	2.388
PLEV2				2.950	9.4556

\* P indica que el  $C_{dk}$  está relacionado con el desempeño (performance), E con la economía, estos objetivos son la prioridad en el escenario 2, y los objetivos de desempeño son prioritarios, en el escenario 3.

Esto evidencia que los objetivos económicos tienden a predominar en la solución a pesar de los otros objetivos, que son igualmente ponderados. En un intento de lograr un mejor rendimiento en el Escenario 3 (con el sacrificio de la consecución de objetivos económicos), la velocidad de crucero es ligeramente superior, el diámetro de la hélice es ligeramente más grande, y la relación de aspecto y el factor de actividad del motor son un poco más baja para este escenario, que para los escenarios 1 o 2.

Por lo tanto, con el fin de mantener la flexibilidad suficiente para alcanzar todas las consideraciones de diseño en los tres escenarios, la plataforma de producto resultante se toma como sigue:

- **Velocidad de crucero Mach = 0,242 o 0,291 Mach (si el rendimiento es la primera prioridad)**
- **Relación de aspecto =  $7,85 \pm 0,24$**
- **Diámetro de la hélice diámetro =  $5,34 \pm 0,2$  m**
- **Carga alar =  $22,54 \pm 0,09$  lb/ft<sup>2</sup>**
- **Factor de desempeño del motor de la actividad del factor =  $87,61 \pm 2,0$**
- **Ancho del asiento =  $18,66 \pm 0,06$  en**

Estos valores incluyen el rango de valores que la velocidad de crucero, relación de aspecto, etc., y deben ser autorizados para ser aceptados a fin de alcanzar los objetivos de la mejor manera, para cualquiera de los escenarios de diseño planteados. Son estos los valores que definen la plataforma de producto de las aeronaves (GAA) alrededor de la cual se creó la familia de aviones.

#### **4.7 Corroborar el Caso de Estudio para el diseño de una familia de aeronaves**

En esta parte de la investigación, se busca corroborar los resultados del Caso de Estudio para el desarrollo de una Familia de Aeronaves, resuelta a través del proceso de Optimización Colaborativa, realizado por Brain Douglas Roth, en sus tesis de doctorado, denominada “Diseño de Familia de Aviones, usando la Optimización Colaborativa Mejorada”, impreso en 2008.

#### **DATOS GENERALES DEL PROBLEMA**

En el año de 1994, el gobierno de los Estados Unidos de América, llevó a cabo una estrategia para impulsar el sector de la Aviación General, la cual enfrentaba una crisis derivado del incremento en los costos de producción y la falta de sistematización de sus procesos productivos.

En este sentido, la Administración Nacional de Aeronáutica y del Espacio (NASA) y la Administración Federal de Aviación (FAA) convocaron un concurso para el diseño de aeronaves. Para este trabajo, se establecieron una serie de condiciones específicas para el desarrollo de una familia de Aeronaves para la Aviación General, entre las que se destacan:

- I. Avión con un ala fija, un solo motor, un solo piloto, y hélice acondicionada la aeronave;
- II. Capacidad total para transportar de 2 a 6 pasajeros;
- III. Velocidad durante la travesías de entre 150 y 300 nudos; y
- IV. Distancia promedio de alcance entre las 800 y 1,000 millas náuticas.

Para lograr una solución factible se debería desarrollar una familia aeronaves, la cual pudiera adaptarse, con facilidad, a las distintas necesidades de los clientes potenciales, del desarrollo de una familia de aeronaves con dos, cuatro y seis pasajeros (asientos).

Finalmente, la familia de aeronaves propuesta debe satisfacer los requerimientos de los clientes potenciales de la Aviación General, a un precio accesible y costo directos de operación razonables, además de adaptarse, a las especificaciones técnicas y económicas establecidas para cada una de las aeronaves propuestas.

Por otra parte, la estrategia propuesta se sustenta en la determinación de un factor de escalamiento para resolver el problema, donde se deberá considerar el número total de pasajeros a transportar (2, 4 y 6 pasajeros), la velocidad promedio de crucero, la distancia promedio de alcance del vuelo de la aeronave, el nivel de ruido generado y los costos de producción, de acuerdo con las características propias del mercado de este tipo de aviones.

### **Consideraciones generales**

El propósito de esta sección de la investigación se centra en dos aspectos, el primero de ellos corroborar los resultados obtenidos en el caso de estudio, referente al desarrollo de una familia de aeronaves para la aviación general, el segundo, de acuerdo con la metodología general de análisis en optimización, utilizar procesos de optimización alternativos para corroborar los resultados obtenidos en el caso de estudio.

En este sentido, la formulación del problema para su solución, como fue establecida en este mismo capítulo, no tiene cambios y se sintetiza en la siguiente figura.

**Figura 4.7 Producto de la familia de naves propuesta, plataforma de desarrollo y Formulación**

<p><b><u>Dados los siguientes parámetros:</u></b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>▪ Línea base de configuración de las aeronaves y perfil de desempeño</li> <li>▪ Configuración del factor de escalamiento = # total de pasajeros (número asientos = # pasajeros + 1 piloto)</li> <li>▪ Modelo Kriging para obtener media y desviación estándar de cada respuesta o iteración.</li> </ul>
--

<b>Encontrar las variables:</b>	
<ul style="list-style-type: none"> <li>▪ <b>Las variables del sistema, x:</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>❖ Velocidad crucero, CSPD</li> <li>❖ Proporción del ala, AR</li> <li>❖ Diámetro de la hélice, DPRP</li> </ul> </li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>❖ Carga del ala, WL</li> <li>❖ Factor de potencia del motor, AF</li> <li>❖ Ancho de asiento, WS</li> </ul>
<b>Satisfaga las siguientes condiciones:</b>	
<ul style="list-style-type: none"> <li>▪ <b>Las limitaciones del sistema, C(x), con base en el modelo Kriging:</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>❖ Ruido <math>C_{dk}</math> mayor que 1: <math>C_{dk, ruido}(x) \geq 1</math></li> <li>❖ CDO <math>C_{dk}</math> mayor que 1: <math>C_{dk, doc}(x) \geq 1</math></li> <li>❖ Dureza <math>C_{dk}</math> mayor que 1: <math>C_{dk, dureza}(x) \geq 1</math></li> <li>❖ WEMP <math>C_{dk}</math> mayor que 1: <math>C_{dk, wemp}(x) \geq 1</math></li> <li>❖ WFUEL <math>C_{dk}</math> mayor que 1: <math>C_{dk, wfuel}(x) \geq 1</math></li> <li>❖ Rango <math>C_{dk}</math> mayor de 1: <math>C_{dk, rango}(x) \geq 1</math></li> </ul> </li> </ul>	
<ul style="list-style-type: none"> <li>▪ <b>Los objetivos del sistema, G(x), con base en los modelos kriging:</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>❖ WFUEL <math>C_{dk}</math> mayor que 1: <math>C_{dk, wfuel}(x) + d_1^- - d_1^+ = 1.0</math></li> <li>❖ WEMP <math>C_{dk}</math> mayor que 1: <math>C_{dk, wemp}(x) + d_2^- - d_2^+ = 1.0</math></li> <li>❖ DOC <math>C_{dk}</math> mayor que 1: <math>C_{dk, doc}(x) + d_3^- - d_3^+ = 1.0</math></li> <li>❖ PURCH <math>C_{dk}</math> mayor que 1: <math>C_{dk, purch}(x) + d_4^- - d_4^+ = 1.0</math></li> <li>❖ LDMAX <math>C_{dk}</math> mayor que 1: <math>C_{dk, ldmax}(x) + d_5^- - d_5^+ = 1.0</math></li> <li>❖ VCRMX <math>C_{dk}</math> mayor que 1: <math>C_{dk, vcrmx}(x) + d_6^- - d_6^+ = 1.0</math></li> <li>❖ RANGO <math>C_{dk}</math> mayor que 1: <math>C_{dk, rango}(x) + d_7^- - d_7^+ = 1.0</math></li> </ul> </li> </ul>	
<ul style="list-style-type: none"> <li>▪ <b>Las restricciones sobre las variables de desviación: <math>d_i^- * d_i^+ = 0</math> y <math>d_i^-, d_i^+ \geq 0</math>.</b></li> </ul>	
<ul style="list-style-type: none"> <li>▪ <b>Los límites en las variables del sistema:</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>❖ <math>0.24 M \leq CSPD \leq 0.48 M</math> <span style="margin-left: 150px;"><math>19 \text{ lb/ft}^2 \leq WL \leq 25 \text{ lb/ft}^2</math></span></li> <li>❖ <math>7 \leq AR \leq 11</math> <span style="margin-left: 150px;"><math>85 \leq FA \leq 110</math></span></li> <li>❖ <math>5.0 \text{ pies} \leq DPRP \leq 5.96 \text{ pies}</math> <span style="margin-left: 150px;"><math>14.0 \text{ in} \leq WS \leq 20.0 \text{ in}</math></span></li> </ul> </li> </ul>	
<b>Minimizar:</b>	
<ul style="list-style-type: none"> <li>▪ <b>La suma de las variables de desviación asociados con:</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>❖ Peso del combustible <math>C_{dk}, d_1^-</math></li> <li>❖ Máxima sustentación / resistencia <math>C_{dk}, d_5^-</math></li> <li>❖ Peso vacío <math>C_{dk}, d_2^-</math></li> <li>❖ Melocidad máxima <math>C_{dk}, d_6^-</math></li> <li>❖ Costos directos operación <math>C_{dk}, d_3^-</math></li> <li>❖ Alcance máximo <math>C_{dk}, d_7^-</math></li> <li>❖ Precio de compra <math>C_{dk}, d_4^-</math></li> </ul> </li> </ul> <p style="text-align: center;"><b><math>Z = \{f_1(d_1^-), f_2(d_2^-), f_3(d_3^-), f_4(d_4^-), f_5(d_5^-), f_6(d_6^-), f_7(d_7^-)\}</math></b></p>	

Para resolver el problema se utilizó el proceso de optimización colaborativa con dos opciones análisis: a) integrado en un solo nivel y b) análisis multinivel jerarquizado, a través del programa desarrollado en la plataforma de optimización: General Algebraic Modeling System (GAMS), el código del programa desarrollado se presenta en el Anexo 4 A.

Los resultados obtenidos del análisis integral son presentados en la Tabla 4.7, mientras que los resultados del análisis multinivel, se presentan en la Tabla 4.8.



Tabla 4.7 Resultados obtenidos del análisis integral del problema del Caso de estudio, para el desarrollo de una familia de aeronaves

Resultados del Modelo análisis integral				
Funcion objetivo = 0.0400				
Doc	74.99	d1_menos = 0.0000	d1_mas = 1.0000	Pesos(1) = 0.0100
Wemp	1,903.00	d2_menos = 0.0000	d2_mas = 1.0000	Pesos(2) = 0.0100
Wfuel	352.93	d3_menos = 0.0000	d3_mas = 1.0000	Pesos(3) = 0.0100
Range	2,069.00	d4_menos = 0.0000	d4_mas = 0.0000	Pesos(4) = 0.3200
Purch	41,000.00	d5_menos = 0.0000	d5_mas = 0.0000	Pesos(5) = 0.3200
Ldmax	17.00	d6_menos = 0.0000	d6_mas = 0.0000	Pesos(6) = 0.3200
Vcrmx	200.00	d7_menos = 0.0000	d7_mas = 1.0000	Pesos(7) = 0.0100

Tabla 4.8 Resultados obtenidos del análisis multinivel del problema del Caso de estudio, para el desarrollo de una familia de aeronaves

Resultado de los Modelos análisis individuales							
Modelo WFUEL		Modelo WEMP		Modelo DOC		Modelo PURCH	
Funcion objetivo	0.00	Funcion objetivo	0.00	Funcion objetivo	0.00	Funcion objetivo	0.00
Wfuel	352.93	WEMP	1,903.00	DOC	74.99	PURCH	41,000.00
d1_menos	0.00	d2_menos	0.00	d3_menos	0.00	d4_menos	0.00
d1_mas	1.00	d2_mas	1.00	d3_mas	1.00	d4_mas	0.00
cdk_wfuel	1.00	cdk_wemp	1.00	cdk_doc	1.00	cdk_purch	0.00
cdu_wfuel	33.18	cdu_wemp	101.85	cdu_doc	1.00	cdu_purch	23.09
Modelo LDMAX		Modelo VCRMX		Modelo RANGE			
Funcion objetivo	0.00	Funcion objetivo	0.00	Funcion objetivo	0.00		
LDMAX	17.00	VCRMX	200.00	RANGE	2,069.00		
d5_menos	0.00	d6_menos	0.00	d7_menos	0.00		
d5_mas	0.00	d6_mas	0.00	d7_mas	1.00		
cdk_ldmax	0.00	cdk_vcrmx	0.00	cdk_range	1.00		

En este sentido, al comparar el análisis del Caso de Estudio, a nivel Integral y Multinivel se evidencia que los resultados son iguales, lo anterior a la inclusión de un elemento de jerarquización natural, a través del cual se pondera el peso de cada elemento para llegar a la solución final.

Asimismo, el análisis de optimización integral y el análisis multinivel resultan factibles, resultado de la convergencia de los datos y a la obtención de resultados dentro de los rangos de las metas establecidas en el Caso de Estudio, para el desarrollo de una Familia de Aeronaves para la Aviación General.

#### Metas para las aeronaves de 2, 4 y 6 asientos

Metas	Acrónimo	2 Pasajeros	4 Pasajeros	6 Pasajeros
Peso del combustible del avión [libras]	WPUEL	450	400	350
Peso vacío del avión [libras]	WEMP	1900	1950	2000
<b>Costo directo de operación [\$/hr]</b>	<b>DOC</b>	<b>60</b>	<b>60</b>	<b>60</b>
Precio de compra [\$]	PURCH	41000	42000	43000
Máxima relación de arrastre / elevación	LDMAX	17	17	17
Máxima velocidad crucero [kts]	VC'RMX	200	200	200
Máximo rango [mn]	RANGE	2500	2500	2500

Por otra parte, al comparar las metas propuestas del Caso de Estudio, que se presentan en la Tabla 4.4, de este capítulo, con el análisis de corroboración de las Tablas 4.7 y 4.8, se evidencia que las metas propuestas para el costo directo de operación, no son cumplidas, existiendo un sobre costo del casi 14.99 unidades monetarias (dólares americanos), que representan el 24.98%. Situación común para los tres tipos de aeronaves de 2, 4, y 6 pasajeros.

Asimismo, en el componente de peso del combustible, los resultados obtenidos para el caso de la aeronave de 6 plazas, se evidencia un excedente de 2.93 libras.

De esta manera, se deben realizar ajustes al modelo de análisis integral y multinivel, con el fin de determinar, si la jerarquización incluida, es el origen de estas desviaciones.

## 4.8 Conclusiones y Trabajos Futuros

La pregunta principal de esta investigación se centra en la viabilidad de la Metodología General de Análisis en Optimización, a través de la cual se busca establecer un procedimiento general que facilite el planteamiento, formulación, desarrollo y análisis de las alternativas de solución, así como la evaluación de cada una de ellas, en problemas de ingeniería complejos, a los que adicionalmente pueda aplicarse o no el concepto de “familia de productos”.

La metodología general de análisis consiste en una guía de pasos a considerar y de ser el caso, aplicar cuando estos sean necesarios, de acuerdo con el problema y su propio desarrollo, lo anterior con el fin de resolverlo, por medio de la opción factible evaluada con la mejor relación costo beneficio.

Evidenciándose la importancia de la perspectiva de asignación de valor (económica) en las alternativas de solución, propuesta por George A. Halzerigg, con lo que se reduce y orienta la búsqueda de soluciones factibles, hacia la toma de decisiones, para empresas y organizaciones, los que amplía las perspectivas de aplicación de la ingeniería de sistemas u optimización.

Con la aplicación de la metodología general de análisis, mediante el Caso de Estudio, relativo al diseño de una familia de aeronaves para la aviación general, cuya especificación técnica debe cumplir con diversos requerimientos de rendimiento y económicos, de acuerdo con las necesidades del mercado.

La identificación de las características de la “familia de producto” a desarrollar, se sustenta en la identificación del elemento común escalable, que para el caso de estudio es número de pasajeros a transportar en este tipo de aviones, o sea la capacidad de transportar dos, cuatro o seis pasajeros.

Adicionalmente, la segmentación del mercado, posibilita identificar una estrategia de aprovechando de la “familia de productos” (aviones) con base en el problema inicial, con el propósito de satisfacer los requerimientos de aviones para viajes ejecutivos, instructores de vuelo, turismo privado, que corresponden a nichos de mercado inferiores.

Con este elemento, se avanza aún más en el acercamiento de la optimización, hacia le mejor toma de decisiones para las empresas y organizaciones que desean permanecer dentro de un mercado en proceso de globalización, mayor competencia y diferenciación de los productos finales.

Respecto del modelo de optimización y evaluación de las alternativas identificadas es importante señalar, que si bien no es posible obtener los mismos resultados que el caso inicial, los resultados deben ser muy similares o aproximados, ya que los planteamientos e información base es la misma. En este sentido, se destaca la idea de que un buen diseño de ingeniería podrá derivar al alternativas de solución factible y con ello, en una mejor toma de decisiones para las empresas y

organizaciones. Asimismo, otros factores que podrían afectar los resultados de la optimización y evaluación de alternativas, corresponden a la jerarquización o no jerarquización de las variables comunes, pues estas tendrán injerencia directa sobre los resultados finales. Como se observó en los resultados iniciados del análisis donde se estableció en el algoritmo de solución, un procedimiento de jerarquización interna de las variables, lo que impacto sobre los costos directos de operación,, resultado estos más elevados.

¿Cuál es el valor de este cambio de perspectiva?

La contribución principal se centra en adecuar a los nuevos tiempos, la perspectiva de los esquemas de optimización, los cuales cada día están más ligados a la valuación de alternativas y la toma de decisiones, para optimizar el uso de los recursos escasos y mejorar la relación costo beneficio de las empresas.

En este sentido, la optimización debe avanzar en la aplicación del concepto de “familia de productos” aplicable al diseño de ingeniero, y que corresponde el proceso productivo en su conjunto, y no solo a un producto o línea de producción de las empresas que piensa sobrevivir en los mercados globalizados, no sólo a través de un producto, sino mediante la diversificación de sus productos finales, los cuales comparten características de diseño, utilizan las mismas refacciones, las mismas herramientas y comparten tecnología de producción, con lo que obtienen ahorros en el proceso de producción.

Respecto de la forma en que podrán resolverse los problemas de optimización y análisis de sensibilidad, es evidente que estos estarán sujetos a algoritmos más eficientes que además de obtener los resultados correspondientes deberán optimizar el tiempo de proceso de los mismos, pues este aspecto, es una de las variables a optimizar en el campo de la investigación de operaciones y de la ingeniería de sistemas.

Finalmente, con la metodología se avanza en el concepto de solución integral y trabajo interdisciplinario o de especializado, el trabajo en equipo y la división de problema en subprocesos por divisiones y espacialidades que conforman las empresas y corporaciones en nuestros días, donde cada asunto es multidisciplinario o interdisciplinario.

## 5 Lista de Tablas

Tabla 4.1 Desempeño estimado para la familia de aeronaves del caso de estudio	53
Tabla 4.2 Especificaciones base del modelo para el caso de estudio	54
Tabla 4.3 Restricciones para las aeronaves de 2, 4 y 6 Pasajeros	56
Tabla 4.4 Metas para las aeronaves de 2, 4 y 6 asientos	56
Tabla 4.5. Escenarios alternativos para la familia de naves de la aviación general	64
Tabla 4.6 Resumen de los resultados de la familia de aeronaves (GAA) y compromisos del Problema de Decisión Soporte	65
Tabla 4.7 Resultados obtenidos del análisis integral del problema del Caso de estudio	69
Tabla 4.8 Resultados obtenidos del análisis multinivel del problema del Caso de estudio, para el desarrollo de una familia de aeronaves	69

## 6 Lista de Figuras

Figura 1.1 Taladros de mano	11
Figura 2.1: Descomposición Jerárquica	20
Figura 2.2: Descomposición No Jerarquizada	21
Figura 2.3: Formulación de un solo nivel All – At Once Optimization	22
Figura 2.4: Formulación de un solo nivel - Diseño Simultáneo	23
Figura 2.5: Formulación de múltiples niveles Optimización de subespacios concurrentes	24
Figura 2.6: Formulación de múltiples niveles Optimización Colaborativa	25
Figura 2.7 Enfoque Optimizador Estándar	28
Figura 2.8 Enfoque detallado del Análisis de Bloque Multidisciplinario	29
Figura 2.9 Formulación del enfoque de Optimización “Análisis y Diseño Simultáneo” o “All.At-Once”	30
Figura 2.10 Arquitectura de la Optimización Colaborativa	32
Figura 4.1 Segmentación del mercado de aeronaves por capacidad de transporte	52
Figura 4.2 Representación de la línea base de las aeronaves	53
Figura 4.3 Perfil de la trayectoria base de la aeronave	55
Figura 4.4 Diagrama del Proceso de aeronaves (GAA) del caso de estudio	57
Figura 4.5 Método de producto matriz para la construcción aeronaves modelo Kriging	59
Figura 4.6 Producto de la familia de naves propuesta, plataforma de desarrollo y Formulación	63

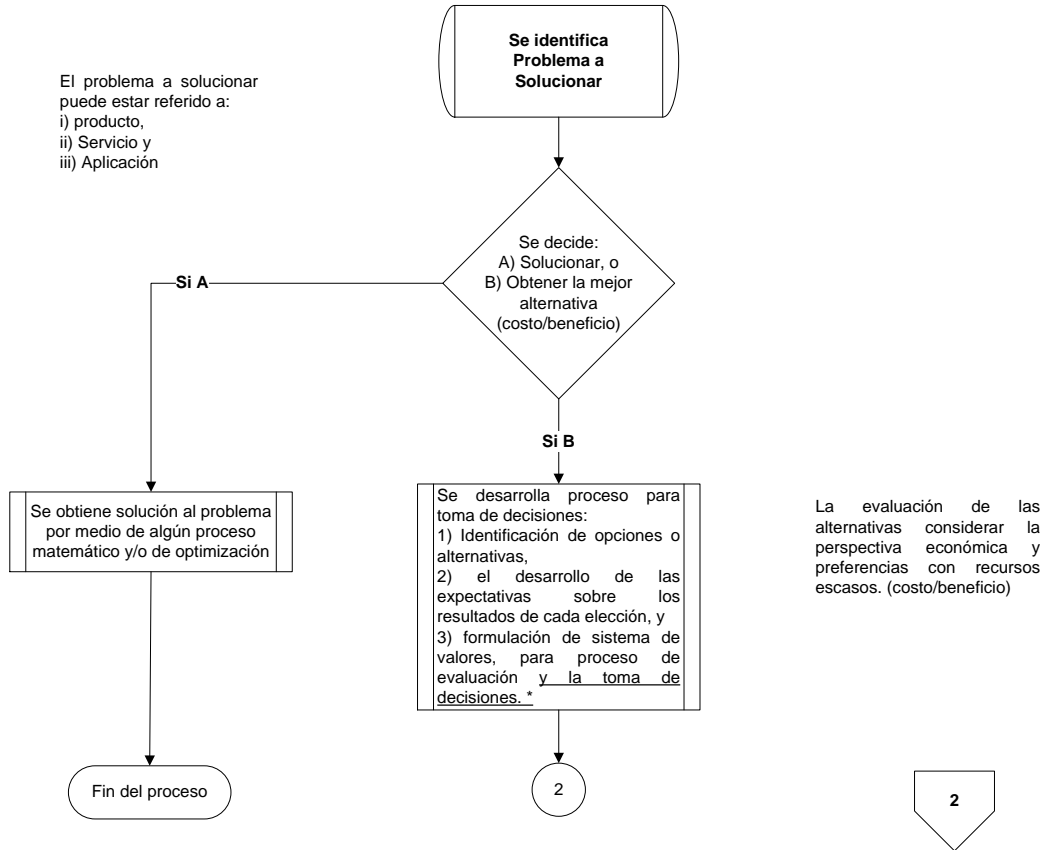
## 7 Bibliografía

1. Ashley, H., "On Making Things Best - Aeronautical Uses of Optimization." *Journal of Aircraft*, Vol. 19, 1982, pp. 5-28.
2. Barthelemy, J.-F.M. and Sobieszczanski-Sobieski, J. "Extrapolation of Optimum Design Based on Sensitivity Derivatives", *AIAA J.*, Vol. 21, No. 5, pp. 797-799, May 1983.
3. Brain Douglas Roth . "Diseño de Familia de Aviones, usando la Optimización Colaborativa Mejorada", Tesis de Doctorado 2008.
4. De Miguel, A. and Murray, W., "An Analysis of Collaborative Optimization Methods," 8th AIAA/USAF/NASA/ISSMO Symposium on Multidisciplinary Analysis and Optimization, Long Beach, CA, Sept. 6-8, 2000.
5. George A. Hazelrigg ,*Systems Engineering: An Approach to Information-Based Design*: Prentice Hall International. 1996.
6. I. Kroo. *Decomposition and collaborative optimization for large-scale aerospace design*, In *Multidisciplinary Design Optimization: State of the Art*, SIAM Publications, 1995.
7. Kroo, 1., "Distributed Multidisciplinary Design and Collaborative Optimization," VKI Lecture Series on Optimization Methods Tools for Multicriteria/Multidisciplinary Optimization, November 15-19, 2008.
8. Kroo, 1., Altus, S., Braun, R., Gage, P., and Sobieski, 1., "Multidisciplinary Optimization Methods for Aircraft Preliminary Design," 1994, AIAA paper 944325.
9. Marc H. Meyer, Alvin P. Lehnerd. *The Power of Product Platforms*, ebook.
10. R.T. Haftka, J. Sobieszczanski-Sobieski, and S.L. Padula. *On options for interdisciplinary analysis and design*, 4:65–74, 1992.
11. Sobieszczanski-Sobieski, J., "Optimization by Decomposition: A Step from Hierarchic to Non-Hierarchic Systems," *Recent Advances in Multidisciplinary Analysis and Optimization*, NASA CP-3031, Hampton, VA 1988.
12. Sobieszczanski-Sobieski, J., *Two Alternative Ways for Solving the Coordination Problem in Multilevel Optimization*, *Structural Optimization*, Vol. 6, pp. 205-215, Dec. 1993.
13. Tarzanin, F. and Young D. "Boeing Rotorcraft Experience With Rotor Design And Optimization". 1998, AIAA paper 98-4733.

# 8 Anexos

## Anexo 1.A

### Propuesta para el inicio de la Metodología aplicable a la Optimización Colaborativa



\* Sin embargo, existen dos elementos que se deberán considerar para la "Toma de Decisiones", el primero de ellos es la incertidumbre existente o inherente sobre los posibles resultados y valores a considerar, en segundo lugar, los elementos que deberán considerarse en la determinación de los productos para cada alternativa posible.

Paul Samuelson, economista premio Nobel define a la economía como: La ciencia que estudia cómo los hombres y la sociedad eligen, con o sin el uso del dinero, cómo emplear los recursos productivos escasos, los cuales pueden tener usos alternativos, sobre la decisión final tomada. A fin de producir bienes y distribuirlos para su consumo, ahora o en el futuro, entre las personas o grupos de la sociedad.

Adicionalmente, la economía analiza las alternativas y los beneficios obtenidos, al mejorar los patrones para la asignación de los recursos escasos.

Destacándose la importancia de la economía para ingeniería y la necesidad para los ingenieros de sistemas para entender e incorporar principios básicos de la misma, como parte de sus aplicaciones en ingeniería.

Al establecer que para la ingeniería la "Toma de Decisiones" involucra la asignación de recursos escasos de la naturaleza en beneficio de algún segmento de la humanidad, la noción de beneficios incluidos en esta definición, es porque, dichas decisiones proporcionan productos o cosas que son o tienen valor para alguien. En este sentido las cosas tienen valor o se les asigna un valor, porque la gente las necesita o las desea\*\*.

\*\* Haselrigg Goerge A. *Sistems Engineering: An Aproach to Information-Based Design.*- Prentive Hall International Series in Industrial and Sistems Engineering. 1996. Páginas 124 y 125.

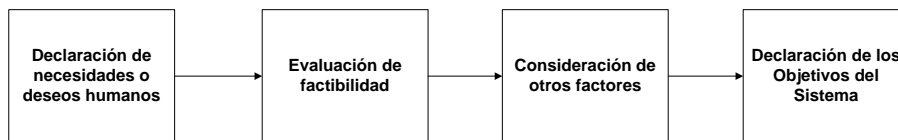


## Anexo 1.A

2

### 1) Identificación de opciones o alternativas,

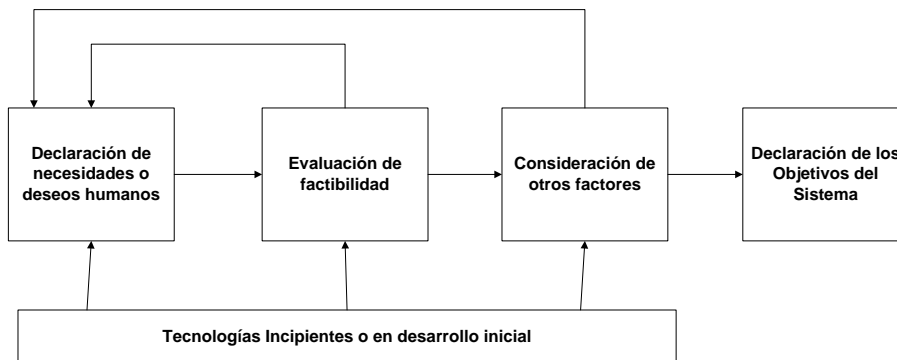
#### I.- Modelo lineal para determinar los Objetivos del Sistema



Este modelo puede considerarse como un modelo de filtrado y un conjunto muy amplio de necesidades o deseos pueden identificadas. Dicho conjunto se reducirá de acuerdo con la factibilidad de realizar las necesidades o deseos, los cuales dependen del potencial de la tecnología existente y proyectada, en el futuro inmediato.

El conjunto se reducirá aún más por otros factores, tales como problemas de medio ambiente. En este modelo, los Objetivos del sistema buscan satisfacer un conjunto de necesidades o deseos ajustados.

#### II.- Modelo No-lineal para determinar los Objetivos del Sistema



En este modelo no-lineal, se incluye la retroalimentación, las necesidades y deseos son modificados, tanto por las tecnologías emergentes y como por su propia perspectiva de desarrollo.

Al comparar la ingeniería de sistemas con la planificación estratégica:

Un plan estratégico consta de tres partes: (1) una evaluación honesta de donde se encuentra ahora, (2) una declaración sobre el lugar donde se quiere estar en algún momento en el futuro, y (3) una ruta de cómo llegar de la situación actual a la situación deseada.

En la ingeniería de sistemas, la tecnología existente es donde estamos ahora; los objetivos del sistema son nuestra declaración de donde queremos estar en el futuro; y el proceso de la ingeniería de sistema es como pasar del punto actual al punto deseado.

3

## Anexo 1.B

3

### 2) Desarrollo de las Expectativas sobre los Resultados de cada Elección

#### A.- Sistema

La esencia de la ingeniería es la "Toma de Decisiones" y la posibilidad de tomar buenas decisiones, prácticas y técnicamente viables, radica en contar con buena información. A veces, la ingeniería tiene el lujo de construir y probar sistemas reales, pero con mayor frecuencia la información que requiere debe obtenerse de modelos.

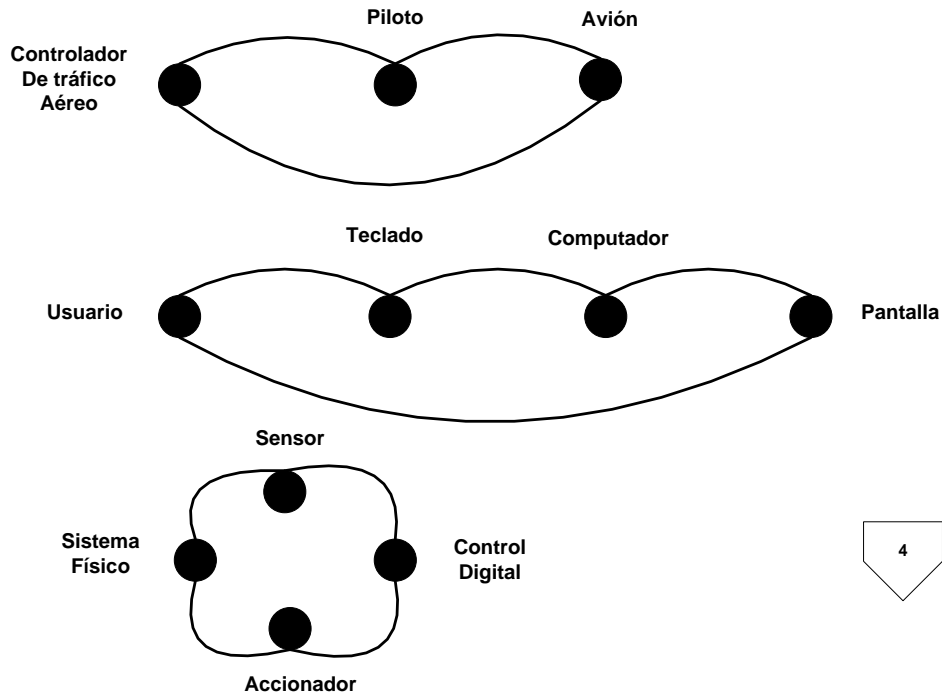
Particularmente, los modelos informáticos, proporcionan una alternativa relativamente fácil y de bajo costo en lugar de realizar la rectificación de muchos diseños u obtener cada uno de los resultados de los diferentes diseños, para su evaluación final. Los modelos formales proporcionan, esencialmente, tres cosas: exactitud, resoluciones, y la identificación de los casos no intuitivos.

Adicionalmente, los modelos son el eje de la ingeniería de sistemas, y ellos son, la herramienta de la ingeniería de sistemas para integrar insumos (información) de especialistas para el proceso de toma de decisiones. Con los modelos, un ingeniero de sistemas puede aprovechar la experiencia de los físicos, químicos, científicos de materiales, ingenieros de diferentes disciplinas, economistas, investigadores de operaciones, abogados y contadores, e integrar sus conocimientos para lograr un diseño inteligente.

Un sistema es un conjunto de entidades con tres propiedades:

- Cada entidad en el conjunto afecta a por lo menos otra entidad en el conjunto.
- Cada entidad en el conjunto está afectado por al menos otra entidad en el conjunto.
- El conjunto no se puede dividir en dos subconjuntos tales que ninguno de los miembros de un subconjunto afectado al menos un miembro del otro subconjunto o que ningún miembro de un subconjunto está afectado por al menos un miembro del otro subconjunto.

Algunos sistemas típicos



4

## Anexo 1.B

4

### B.- Modelos

Cuando le pedimos especialmente que incluir un sistema entidades, vemos que podemos dibujar un límite en torno a las entidades del sistema de manera que las entidades dentro de los límites comprende el sistema. La determinación de los límites del sistema es un paso importante en el desarrollo de un modelo de sistema.

Podemos definir un modelo muy simplemente de la siguiente manera:

Un modelo es una abstracción de la realidad.

La clave es que el modelo no es la realidad. Sin embargo, un modelo intenta capturar algunos elementos de la realidad. Podríamos decir que el modelo es una copia, una imagen, una representación, un sistema de postulados, datos e inferencia. La clave, sin embargo, sigue siendo: un modelo no es la realidad. Por lo tanto, un modelo no se comportará exactamente la misma que la realidad que intenta modelar.

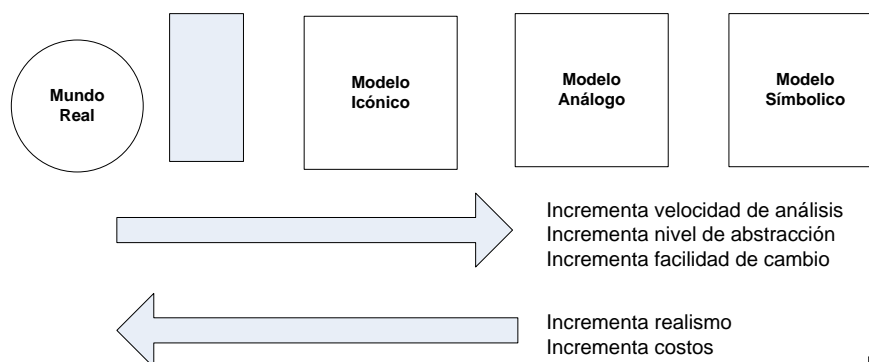
Existen tres tipos de modelos:

A) Los modelos icónicos (representativos) son representaciones a escala ya sea grandes o pequeñas, de las cosas físicas o real. Los ejemplos incluyen modelos de túnel de viento de aviones, cohetes, edificios y puentes, los planes piloto, trenes y automóviles; modelo y modelos de barcos.

B) Los modelos análogos, son los modelos, que utilizan una propiedad para representar a otra. Por ejemplo los colores en un mapa en relieve puede ser utilizado para representar la elevación. Otros ejemplos incluyen la ingeniería relevante a la utilización de modelos de una disciplina a representar sistemas de otra disciplina. Podríamos, por ejemplo, utilizar un circuito eléctrico como un análogo a la transferencia de calor a través de una pared aislada. El voltaje es el análogo de la temperatura, la corriente es el análogo del flujo de calor, y la resistencia es el análogo de la resistividad térmica.

C) Los modelos simbólicos, son modelos matemáticos, que utilizan símbolos para designar las propiedades del sistema real, son más abstractos que los modelos icónicos o análogos, considerando que los símbolos no se asemejan al sistema real o a los elementos del sistema, de ninguna manera. Los modelos simbólicos son objeto de manipulaciones por las matemáticas y, en muchos casos, pueden reducirse a una forma que es compatible las computadoras.

A menudo pueden utilizar el modelo para examinar alternativas del sistema de una manera muy económica.



5

## Anexo 1.B

5

El concepto “buen modelo” puede quedar sustentado en las siguientes afirmaciones:

- En el desarrollo de un modelo simbólico, desagregar una variable en otras variables que elegimos, las cuales podemos estimar con suficiente precisión, para mejorar nuestra exactitud de cálculo, respecto de la variable original.
- Con el uso de un modelo simbólico, unificamos variables estimadas que son las entradas al modelo para obtener una estimación de la variable de interés.
- Un buen modelo es aquel que mejora nuestra capacidad de estimar una variable.
- Un mal modelo es aquel que no mejora nuestra capacidad para estimar una variable.

### C.- Proceso de construcción del modelo

1 -. Establecer una declaración clara del propósito. ¿Cuál es el objetivo a llevar a cabo? ¿Qué decisión debe el modelo sustentar? ¿Cuál debe ser el resultado del modelo?

2 -. Definir el espacio de ingeniería diseño (opciones) o conjunto de alternativas que el ingeniero de sistemas desea examinar.

### FAMILIA DE PRODUCTOS

6

3 -. Seleccione las opciones de conforman el espacio (opciones) que se desean analizar a través del modelo.

4 -. Determinar qué debe modelarse. Defina el sistema a modelar en términos de sus límites y entidades (variables). Enumerar las fases del ciclo de vida del sistema que se van a modelar. Enumerar los parámetros que el modelo debe estimar.

5 - Para cada opción del sistema que va a modelarse, identificar la interacción entre las entidades del sistema, es decir, las entidades que actúan sobre por otras entidades y estas últimas cómo actúan en las otras entidades.

6 -. Identificar los datos disponibles para el proceso de modelado.

7 -. Desarrollar un modelo simbólico del sistema compatible con los datos disponibles.

8 -. Diagrama de flujo de la lógica del modelo del sistema.

9 -. Convierta el diagrama de flujo de un código informático.

10 -. Validar el modelo.

9

## Anexo 1.C

### FAMILIA DE PRODUCTOS

6

#### Consideraciones iniciales

A medida que la economía mundial se globaliza, algunos productos y procesos productivos tienen a globalizarse, con el fin de satisfacer las necesidades de los clientes en todo el mundo.

Adicionalmente, el desarrollo de nuevos productos a nivel mundial, debido a los avances tecnológicos, a las adecuaciones a los procesos productivos, distribuir y dar servicio a los mismos, proporcionan el combustible para el crecimiento empresarial y la renovación de los productos.

Sin embargo, los métodos tradicionales de gestión de nuevos productos, a pesar de ser importantes en los negocios, no pueden realizarse a largo plazo. Esto es así, porque en las empresas los nuevos productos o el único producto que se fabrica, compiten generalmente, por los recursos escasos, los cuales pueden ser asignados a otros proyectos en la corporación.

De esta manera, el enfoque de la producción individual, es una limitante para adoptar la idea sobre productos comunes, compatibles, estandarizados, normalizados o modularizados, tanto en la estructura y características de los propios productos, como en sus propias líneas de producción.

¿No sería mejor construir una familia completa de productos que aprovechen la globalización de los mercados, las tecnologías de productos comunes, y un conjunto común, de procesos de producción altamente automatizadas? (Caso de Black & Decker)

Emplear el concepto de familia de producto, (plataforma) el cual está referido a un conjunto de componentes comunes, módulos o partes de un flujo de productos derivados, que se pueden crear eficientemente y lanzarse para su comercialización. Por ejemplo, la parte más común en las herramientas eléctricas, es el motor.

Se tiene que avanzar hacia un nuevo paradigma de análisis: una "arquitectura de pensamiento" para la gestión de gran alcance y largo plazo, la cual es generalizable a cualquier producto o servicio que produzcan las empresas. Dicha arquitectura de pensamiento tiene cinco principios básicos.

#### Principio 1: Planificación de la familia de productos (plataforma)

Las empresas deben planificar y gestionar sobre la base de la familia de productos, que se define, como un conjunto de productos o aquellos productos que comparten una tecnología común y/o están dirigidos a un conjunto de aplicaciones en el mercado.

#### Principio 2: Diseño simultáneo para la producción

El diseño de nuevos productos suele estar limitado por las capacidades existentes en planta productiva y por el equipo de producción. Es frecuente encontrar máquinas muy complejas, intrincadas que no cuentan con la flexibilidad necesaria para adaptarse a las variaciones en el diseño del producto existente. Además, los ingenieros de fabricación guían las decisiones de diseño para que coincida con las capacidades de sus fábricas existentes y la de los subcontratistas; y los gerentes de producción examinan los nuevos productos, bajo la perspectiva de "Ya tenemos millones de dólares invertidos en este equipo para diseñar algo que es igual a los productos existentes."

#### Principio 3: Diseño global de productos y desarrollo de mercados

Los equipos de desarrollo deben asumir una visión global para el aprovisionamiento de tecnología de nuevos productos. Dichos equipos deben estar familiarizados con la investigación de mercado, las necesidades de los clientes y las preferencias en los canales de distribución, las necesidades técnicas y de apoyo, y los requisitos de seguridad del producto más allá del mercado local o nacional. El incumplimiento de estos aspectos, a través del diseño bloqueará las posibilidades para que los productos compitan en mercados más importantes (externos).

#### Principio 4: Lugares latentes, la necesita desapercibida del cliente

Desarrollo de nuevos productos es la prueba para intuir, y en última instancia cubrir las necesidades latentes, no percibidas del cliente. Un buen estudio de mercado puede identificar las necesidades percibidas y las preferencias de los clientes. La mayoría de las empresas comprenden bien cómo hacer este tipo de estudios. Mucho más difícil, pero con mucho mayor poder como fuente de ventaja competitiva, es la capacidad de identificar las necesidades que los clientes todavía no han aprendido de expresar (necesidades latentes).

#### Principio 5: Elegancia en el diseño

La norma de la industria es agregar funcionalidad a diseños existentes. Si está vendiendo un producto, puede apostar que una versión de "nueva y mejorada" será anunciada con bombo y platillos. Por ejemplo, un paquete de software popular podría contener decenas de miles de líneas de código de programación y de comandos, que seguramente los clientes no desearán entender para aplicar. La simplicidad, por otro lado, es una virtud, y la simplicidad en el diseño de productos a menudo se puede lograr a través de la construcción modular.

7

## Anexo 1.C

7

### ESTRATEGIAS PARA DESARROLLAR FAMILIAS DE PRODUCTOS (PLATAFORMAS)

La construcción de Familias de Productos (plataformas) robustas puede conformarse como una ventaja estratégica, para el dominio del mercado y/o puede asegurar el acceso a nuevos mercados.

#### **ESTRATEGIA 1: Nichos específicos, familias de productos (plataformas) con poco uso compartido de subsistemas y procesos de producción.**

Dos años después de una importante reorganización la Ford Motor Company, en marzo de 1996, anunció sus planes para cambiar radicalmente sus actividades de desarrollo de productos, a través de reducir el número de familias de vehículos de veinticuatro a dieciséis.

Esta estrategia puede utilizarse para simplificar la cartera de productos. Al igual que Ford, muchas empresas sufren de tener muchas familias de productos, sin compartir tecnología. Cada segmento de mercado es atendido por una arquitectura diferente. El resultado es una gran variedad de familias de productos con pocos subsistemas y tecnologías de fabricación, compartidos, lo que se traduce en mayores costos y menores márgenes de beneficio para las empresas.

Esta estrategia suele crear productos que se ven y se sienten muy diferentes para el cliente final.

#### **ESTRATEGIA 2 Aprovechamiento horizontal de subsistemas clave de la Familia y Procesos de Producción**

Una estrategia alternativa es aquella en la que se aprovecha una familia de producto, o uno de sus elementos "clave", de un segmento de mercado a otro, dentro de un nivel dado de comportamiento de precios. Muchas empresas han aprovechado con éxito plataformas de productos de un segmento premium del mercado a otro. Por ejemplo, Cross Company aprovecha componentes comunes y procesos de fabricación, de su alta gama de líneas de productos de bolígrafos y plumas fuente. En contraste con estos jugadores de alto nivel, otras empresas han aprovechado con éxito sus plataformas a través de un conjunto relacionado de los segmentos del mercado de gama baja. Pentel es el contraejemplo de la Cruz, ramificándose a través de los diferentes segmentos de la gama baja del mercado de instrumentos de escritura con las plataformas de productos comunes y procesos de fabricación.

#### **ESTRATEGIA 3: Escalada vertical de factores claves en subsistemas de la familia de productos**

La empresa trata de cubrir una amplia gama de niveles de precio y desempeño dentro de un segmento de mercado con familias de productos comunes. En su forma más simple, ciertas funciones se eliminan del producto lujoso, a fin de lograr puntos inferiores de precio para los clientes, en otras palabras, Los factores principales del subsistema suntuario de la familia de productos son usadas en un diseño de familia de nivel inferior.

Una segunda variante básica de la escalada vertical se evidencia cuando la familia de producto, de nivel inferior, se escala hacia arriba en un aumento de los niveles de precio y desempeño, a través de la incorporación de tecnologías de componentes más potentes o módulos nuevos para satisfacer las exigencias de funcionalidad y rendimiento para niveles más altos del mercado.

La ventaja de este enfoque, es que la empresa es capaz de aprovechar su conocimiento de cualquier segmento de mercado en particular, y de hacerlo a través de desarrollo de un producto que será menos costoso, en lugar de desarrollar una familia de productos totalmente nueva, teniendo que desarrollar para cada nivel. La relación precio-rendimiento. Una vez más, el riesgo es que tener una familia común débil o contar con débiles subsistemas comunes, en ambos casos se pondrá en peligro la competitividad de la línea de productos.

8

## Anexo 1.C

### PROCESO PARA DEFINIR LA ESTRATEGIA DE LA FAMILIA DE PRODUCTOS

8

Ahora se presentan los pasos de acción que los gerentes definan su propia estrategia de una familia de productos.

El primer paso es reunir a un equipo multidisciplinado compuesto de ingeniería, marketing, fabricación y talento, a menudo es difícil y también se requiere la intervención de la alta dirección. El equipo deberá guiarse por los siguientes pasos.

#### **Paso 1: Segmento de Mercado**

Identificar los segmentos más importantes del mercado y los niveles de desempeño de los precios, dentro de ellos, para construir una red de segmentación del mercado, de nichos mercado individual. Se graficará, los principales segmentos del mercado (grupos de clientes) en el eje horizontal, mientras que los niveles de precios (desempeño) se graficará en el eje vertical. Es importante, incluir una perspectiva a futuro, incorporando segmentos emergentes, además de los ya existentes. Es importante considerar que una definición del "negocio" demasiado estrecha, limitará el potencial comercial de las iniciativas para la nueva plataforma de productos.

#### **Paso 2: Identificar áreas de crecimiento**

Identificar las oportunidades de crecimiento en los segmentos y nichos individuales del mercado. Para ello se requiere que los gerentes reúnan información sobre los siguientes datos, lo anterior para cada uno de los nicho de mercado: (1) volumen de ventas actuales, (2) tasa de participación o cuota del nicho individual en el mercado, (3) tasa de crecimiento de los últimos cinco años (una perspectiva de cinco años a futuro no es suficiente para planificar nuevos desarrollos para la plataforma y sus productos derivados). (4) identificar a los principales competidores por nicho, y (5) el cliente debe considerarse en cada nicho, como la voz a seguir. La información debe presentarse en forma resumida a fin de identificar dónde se encuentran las oportunidades en los mercados o el mayor potencial de desarrollo.

#### **Paso 3: Definir la familia de productos o plataforma actual**

Definir las plataformas de productos (familias) para una empresa en particular, no siempre es fácil las líneas de productos diferentes pueden estar basadas sobre una plataforma de un solo producto, o por el contrario, una sola línea de productos, puede utilizar numerosas plataformas de productos. En tales casos, la definición de plataformas de productos, es facilitada con diagramas de bloques, de alto nivel, que muestran los subsistemas comunes e interfaces para una gama de productos derivados. una vez que los subsistemas principales son identificados, el grado en el que los subsistemas y los procesos de fabricación son compartidos entre diferentes plataformas en la cartera de productos, debe ser más clara. **Esta información es la base para determinar las ecuaciones objetivo de cada subsistema, en el proceso de optimización colaborativa.**

#### **Paso 4: Analizar los productos de la competencia**

Entender, cómo las familias de productos y sus plataformas existentes y los productos derivados, pueden compararse con los de la competencia. Dentro de cada nicho de mercado, debe indexar la funcionalidad, costo y calidad de los productos de la competencia en relación con los nuestros. El objetivo es identificar el mayor rendimiento y determinar los costos que identifican a los productos significativamente superiores o inferiores de los competidores.

#### **Paso 5: Considerar iniciativas futuras para el desarrollo de Familias de Productos o Plataformas**

¿Qué nuevas iniciativas podrían desarrollarse en la empresa en términos de sus plataformas de productos? ¿Una nueva plataforma que sea competitiva en los más bajos niveles de precio y desempeño de los segmentos de mercado, como en el reloj Swatch?, o bien, ¿Existen oportunidades para aplicar los conceptos de escalada?

## Anexo 1.C

9

### Método para la evaluación de alternativas en la "Toma de Decisiones"

El análisis de la ingeniería de sistemas para este trabajo se sustenta en la premisa de que el diseño de ingeniería es un proceso de toma de decisiones. En este contexto, es una asignación irrevocable de recursos. Adicionalmente, en el contexto de la ingeniería de sistemas, la elección de los parámetros de diseño constituye una asignación de recursos para el diseño.

No podemos especificar un diseño con base en aspectos como: "según" o "considerando", se requiere tener opciones específicas por hacer, es necesario elegir o determinar un número específico, y para nuestro caso, deben determinarse los parámetros específicos, que serán evaluados. Cuando se realiza una elección, asignamos recursos a esa elección. En el caso de una ingeniería de sistemas, tenemos que pagar el costo del diseño del sistema, prueba, Fabricar, una todos los costos asociados con el negocio de ese sistema.

#### El método de "Inducción hacia atrás"

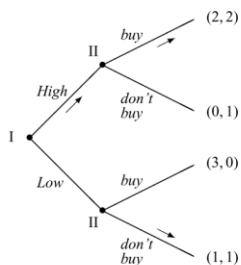
El primer enfoque para el análisis de decisión que vamos a examinar se conoce como el método de inducción hacia atrás. Este método es, quizás, la más rigurosa desde el punto de vista matemático y, aunque es conceptualmente simple, puede ser computacionalmente abrumadora.

El método propuesto es un árbol de decisión (teoría de juego) con información perfecta. Donde cada punto de ramificación, o nodo, se asocia con un jugador que hace un movimiento seleccionando el siguiente nodo. Las líneas de conexión están etiquetados con las elecciones del jugador.

El juego comienza en el nodo inicial, la raíz del árbol, y termina en un nodo terminal, el cual establece el resultado y determina los pagos de los jugadores. En la figura el árbol crece de izquierda a derecha, los árboles de juego también se pueden extraer de arriba hacia abajo o de abajo hacia arriba. El proveedor de servicios, el jugador I, da el primer paso, la elección de alta o baja calidad y de servicio. A continuación, el cliente, el jugador II, se informa acerca de esa elección. Jugador II puede decidir por separado entre comprar y no comprar en cada caso.

Juegos extensivos con información perfecta pueden ser analizada por inducción hacia atrás, con esta técnica se resuelve el juego primero, considerando las últimas opciones posibles en el juego, por lo que el jugador II mueve al final.

Ya que conoce el juego, éste finalizarán tras el último movimiento, con seguridad se podrá seleccionar la mejor acción para este jugador. Si el jugador que ha optado por ofrecer un servicio de calidad superior, el cliente prefiere comprarle, ya que su rentabilidad resultante de 2 es mayor que 1 cuando no se compra. Si el proveedor ha decidido bajo, entonces el cliente prefiere no comprar. Estas elecciones por Jugador II son flechas indicadas en la figura.



**Juego de elección de Calidad, donde el jugador I se compromete con la calidad alta o baja, y jugador II puede reaccionar en consecuencia. Las flechas indican los movimientos óptimos determinados por inducción hacia atrás.**



## Anexo 4.A: Código del Modelo de Optimización Colaborativa

Los datos presentados a continuación, pertenecen al código utilizado en la plataforma General Algebraic Modeling System (GAMS), para obtener la solución al modelo de programación no- lineal, con dos alternativas de análisis y evaluación a) uno solo nivel y b) multinivel con jerarquización.

Primera versión GAMS 2.5  
29-03-2013  
Version simplificada

\$offtext

### PARAMETROS

```
parameter  s_noise;  
s_noise = 0.002;  
parameter  s_wemp;  
s_wemp = 1.684;  
parameter  s_doc;  
s_doc = 2.895;  
parameter  s_rough;  
s_rough = 0.002;  
parameter  s_wfuel;  
s_wfuel = 1.689;  
parameter  s_purch;  
s_purch = 49.998;  
parameter  s_range;  
s_range = 39.702;  
parameter  s_vcrmx;  
s_vcrmx= 0.298;  
parameter  s_ldmax;  
s_ldmax= 0.024;
```

### VARIABLES

```
set  i  /1*7/;  
Positive variables  doc, wemp, wfuel, range, purch, ldmax, vcrmx,  
                    d1_menos, d2_menos, d3_menos, d4_menos, d5_menos, d6_menos, d7_menos,  
                    d1_mas, d2_mas, d3_mas, d4_mas, d5_mas, d6_mas, d7_mas  
                    pesos(i);
```

```
Variables  z,  
           cdk_doc, cdk_wemp, cdk_wfuel, cdk_range, cdk_purch, cdk_ldmax, cdk_vcrmx,  
           cdu_doc, cdu_wemp, cdu_wfuel, cdu_purch,  
           cdl_wfuel, cdl_wemp, cdl_purch, cdl_ldmax, cdl_vcrmx, cdl_range  
           d1_menos, d2_menos, d3_menos, d4_menos, d5_menos, d6_menos, d7_menos,  
           d1_mas, d2_mas, d3_mas, d4_mas, d5_mas, d6_mas, d7_mas,  
           OBJ_WFUEL,  
           OBJ_WEMP  
           OBJ_DOC  
           OBJ_PURCH  
           OBJ_LDMAX  
           OBJ_VCRMX  
           OBJ_RANGE
```

## ECUACIONES

Equations    objetivo

DOC\_CDK  
WEMP\_CDK  
WFUEL\_CDK  
RANGE\_CDK  
Pondera  
P\_min(i)  
DOC\_CDU  
WEMP\_CDU  
WFUEL\_CDU  
PURCH\_CDU  
RANGE\_CDL  
WFUEL\_CDL  
WEMP\_CDL  
PURCH\_CDL  
LDMAX\_CDL  
VCRMX\_CDL

WFUEL\_G  
WEMP\_G  
PURCH\_G  
DOC\_G  
LDMAX\_G  
VCRMX\_G  
RANGE\_G

WFUEL\_SM  
WEMP\_SM  
DOC\_SM  
PURCH\_SM  
LDMAX\_SM  
VCRMX\_SM  
RANGE\_SM

DD1  
DD2  
DD3  
DD4  
DD5  
DD6  
DD7  
Fd1\_menos  
Fd2\_menos  
Fd3\_menos  
Fd4\_menos  
Fd5\_menos  
Fd6\_menos  
Fd7\_menos  
Fd1\_mas  
Fd2\_mas  
Fd3\_mas  
Fd4\_mas  
Fd5\_mas  
Fd6\_mas  
Fd7\_mas

ECOBJWFUEL  
ECOBJWEMP  
ECOBJDOC  
ECOBJPURCH  
ECOBJLDMAX  
ECOBJVCRMX  
ECOBJRANGE

DOC\_CDK.. cdk\_doc =g= 1.0;  
WEMP\_CDK.. cdk\_wemp =g= 1.0;  
WFUEL\_CDK.. cdk\_wfuel =g= 1.0;  
RANGE\_CDK.. cdk\_range =g= 1.0;

## RESTRICCIONES

\*\* Restricciones

DOC\_CDU.. cdu\_doc =e= (80 - doc)/(sqrt(3)\*s\_doc);  
WEMP\_CDU.. cdu\_wemp =e= (2200 - wemp)/(sqrt(3)\*s\_wemp);  
WFUEL\_CDU.. cdu\_wfuel =e= (450 - wfuel)/(sqrt(3)\*s\_wfuel);  
RANGE\_CDL.. cdl\_range =e= (range - 2000)/(sqrt(3)\*s\_range);  
PURCH\_CDU.. cdu\_purch =e= (43000 - purch)/(sqrt(3)\*s\_purch);

WFUEL\_CDL.. cdl\_wfuel =e= (wfuel - 350)/(sqrt(3)\*s\_wfuel);  
WEMP\_CDL.. cdl\_wemp =e= (wemp - 1900)/(sqrt(3)\*s\_wemp);  
PURCH\_CDL.. cdl\_purch =e= (purch - 41000)/(sqrt(3)\*s\_purch);

LDMAX\_CDL.. cdl\_ldmax =e= (ldmax - 17)/(sqrt(3)\*s\_ldmax);  
VCRMX\_CDL.. cdl\_vcrmx =e= (vcrmx - 200)/(sqrt(3)\*s\_vcrmx);

\*\* Metas

WFUEL\_G.. cdk\_wfuel =e= min(cdu\_wfuel,cdl\_wfuel);  
WEMP\_G.. cdk\_wemp =e= min(cdu\_wemp,cdl\_wemp);  
PURCH\_G.. cdk\_purch =e= min(cdu\_purch,cdl\_purch);  
DOC\_G.. cdk\_doc =e= cdu\_doc;

LDMAX\_G.. cdk\_ldmax =e= cdl\_ldmax;  
VCRMX\_G.. cdk\_vcrmx =e= cdl\_vcrmx;  
RANGE\_G.. cdk\_range =e= cdl\_range;

## METAS

\*\* Sistema de metas

WFUEL\_SM.. cdk\_wfuel + d1\_menos - d1\_mas =e= 1.0;  
WEMP\_SM.. cdk\_wemp + d2\_menos - d2\_mas =e= 1.0;  
DOC\_SM.. cdk\_doc + d3\_menos - d3\_mas =e= 1.0;  
PURCH\_SM.. cdk\_purch + d4\_menos - d4\_mas =e= 1.0;  
LDMAX\_SM.. cdk\_ldmax + d5\_menos - d5\_mas =e= 1.0;  
VCRMX\_SM.. cdk\_vcrmx + d6\_menos - d6\_mas =e= 1.0;  
RANGE\_SM.. cdk\_range + d7\_menos - d7\_mas =e= 1.0;

\*\* Restriccion sobre las variables d- y d+

DD1.. d1\_menos\*d1\_mas =e= 0;  
DD2.. d2\_menos\*d2\_mas =e= 0;  
DD3.. d3\_menos\*d3\_mas =e= 0;  
DD4.. d4\_menos\*d4\_mas =e= 0;  
DD5.. d5\_menos\*d5\_mas =e= 0;  
DD6.. d6\_menos\*d6\_mas =e= 0;  
DD7.. d7\_menos\*d7\_mas =e= 0;

```

** Definicion de las variables d-
Fd1_menos.. d1_menos =e= min(0,cdk_wfuel);
Fd2_menos.. d2_menos =e= min(0,cdk_wemp);
Fd3_menos.. d3_menos =e= min(0,cdk_doc);
Fd4_menos.. d4_menos =e= min(0,cdk_purch);
Fd5_menos.. d5_menos =e= min(0,cdk_ldmax);
Fd6_menos.. d6_menos =e= min(0,cdk_vcrmx);
Fd7_menos.. d7_menos =e= min(0,cdk_range);

```

```

** Definicion de las variables d+
Fd1_mas.. d1_mas =e= max(0,cdk_wfuel);
Fd2_mas.. d2_mas =e= max(0,cdk_wemp);
Fd3_mas.. d3_mas =e= max(0,cdk_doc);
Fd4_mas.. d4_mas =e= max(0,cdk_purch);
Fd5_mas.. d5_mas =e= max(0,cdk_ldmax);
Fd6_mas.. d6_mas =e= max(0,cdk_vcrmx);
Fd7_mas.. d7_mas =e= max(0,cdk_range);

```

### FUNCIÓN OBJETIVO

```

** Funcion objetivo

```

```

Objetivo.. z =e= pesos("1")*sqr(d1_menos) + pesos("2")*sqr(d2_menos) +
pesos("3")*sqr(d3_menos) + pesos("4")*sqr(d4_menos) + pesos("5")*sqr(d5_menos) +
pesos("6")*sqr(d6_menos) + pesos("7")*sqr(d7_menos) +
pesos("1")*sqr(d1_mas) + pesos("2")*sqr(d2_mas) + pesos("3")*sqr(d3_mas) +
pesos("4")*sqr(d4_mas) + pesos("5")*sqr(d5_mas) + pesos("6")*sqr(d6_mas) +
pesos("7")*sqr(d7_mas);

```

```

Pondera.. sum(i,pesos(i)) =e= 1.0;
p_min(i).. pesos(i) =g= 0.01;

```

```

ECOBJWFUEL.. OBJ_WFUEL =e= sqr(d1_menos) + sqr(d2_mas);
ECOBJWEMP.. OBJ_WEMP =e= sqr(d2_menos);
ECOBJDOC.. OBJ_DOC =e= sqr(d3_menos);
ECOBJPURCH.. OBJ_PURCH =e= sqr(d4_menos);
ECOBJLDMAX.. OBJ_LDMAX =e= sqr(d5_menos);
ECOBJVCRMX.. OBJ_VCRMX =e= sqr(d6_menos);
ECOBJRANGE.. OBJ_RANGE =e= sqr(d7_menos);

```

```

model GAA /objetivo, DOC_CDK, WEMP_CDK, WFUEL_CDK, RANGE_CDK,
DOC_CDU, WEMP_CDU, WFUEL_CDU, PURCH_CDU, RANGE_CDL, WFUEL_CDL,
WEMP_CDL, PURCH_CDL, LDMAX_CDL, VCRMX_CDL,
WFUEL_G, WEMP_G, PURCH_G, DOC_G, LDMAX_G, VCRMX_G, RANGE_G,
DD1, DD2, DD3, DD4, DD5, DD6, DD7,
Fd1_menos, Fd2_menos, Fd3_menos, Fd4_menos, Fd5_menos, Fd6_menos,
Fd7_menos,
Fd1_mas, Fd2_mas, Fd3_mas, Fd4_mas, Fd5_mas, Fd6_mas, Fd7_mas,
pondera, p_min
/;
pesos.L(i) = 1.0/7.0;

```

```

option dnlp = snopt;
Solve GAA minimizing z using dnlp;

```

## MODELO INTEGRADO

```
Display '***** Modelo integrado *****';

Display cdk_doc.l, cdk_wemp.l, cdk_wfuel.l, cdk_range.l, cdk_purch.l, cdk_ldmax.l, cdk_vcvmx.l,
      d1_menos.l, d2_menos.l, d3_menos.l, d4_menos.l, d5_menos.l, d6_menos.l, d7_menos.l,
      d1_mas.l, d2_mas.l, d3_mas.l, d4_mas.l, d5_mas.l, d6_mas.l, d7_mas.l;

Display z.l;
$ontext
***** WFUEL *****
$offtext

MODEL WFUEL_MOD
/FD1_MAS,FD1_MENOS,DD1,WFUEL_G,WFUEL_CDL,WFUEL_CDU,ECOBJWFUEL/;

option dnlp = MINOS;
SOLVE WFUEL_MOD MINIMIZNG OBJ_WFUEL USING DNLP;

Display '***** WFUEL *****';
Display OBJ_WFUEL.L, d1_menos.l, d1_mas.l, cdk_wfuel.l, cdu_wfuel.l, cdl_wfuel.l, wfuel.l;

$ontext
***** WEMP *****
$offtext

MODEL WEMP_MOD
/FD2_MAS,FD2_MENOS,DD2,WEMP_G,WEMP_CDL,WEMP_CDU,WEMP_CDK,ECOBJWEMP/;

option dnlp = MINOS;
SOLVE WEMP_MOD MINIMIZNG OBJ_WEMP USING DNLP;

Display '***** WFUEL *****';
Display OBJ_WEMP.L, d2_menos.l, d2_mas.l, cdk_wemp.l;

$ontext
***** DOC *****
$offtext

MODEL DOC_MOD /FD3_MAS,FD3_MENOS,DD3,DOC_G,DOC_CDU,DOC_CDK,ECOBJDOC/;

option dnlp = MINOS;
SOLVE DOC_MOD MINIMIZNG OBJ_DOC USING DNLP;

Display '***** DOC *****';
Display OBJ_DOC.L, d3_menos.l, d3_mas.l, cdk_doc.l;

$ontext
***** PURCH *****
$offtext

MODEL PURCH_MOD /FD4_MAS,FD4_MENOS,DD4,PURCH_G,PURCH_CDL,ECOBJPURCH/;

option dnlp = MINOS;
SOLVE PURCH_MOD MINIMIZNG OBJ_PURCH USING DNLP;
```

```
Display '***** PURCH *****'.  
Display OBJ_PURCH.L, d4_menos.l, d4_mas.l, cdl_purch.l;
```

```
$ontext  
***** LDMAX *****  
$offtext
```

```
MODEL LDMAX_MOD /FD5_MAS,FD5_MENOS,DD5,LDMAX_G,LDMAX_CD,ECOBJLDMAX/;
```

```
option dnlp = MINOS;  
SOLVE LDMAX_MOD MINIMIZNG OBJ_LDMAX USING DNLP;
```

```
Display '***** LDMAX *****'.  
Display OBJ_LDMAX.L, d5_menos.l, d5_mas.l, cdl_ldmax.l;
```

```
$ontext  
***** VCRMX *****  
$offtext
```

```
MODEL VCRMX_MOD /FD6_MAS,FD6_MENOS,DD6,VCRMX_G,VCRMX_CD,ECOBJVCRMX/;
```

```
option dnlp = MINOS;  
SOLVE VCRMX_MOD MINIMIZNG OBJ_VCRMX USING DNLP;
```

```
Display '***** VCRMX *****'.  
Display OBJ_VCRMX.L, d6_menos.l, d6_mas.l, cdk_VCRMX.l;
```

```
$ontext  
***** RANGE *****  
$offtext
```

```
MODEL RANGE_MOD  
/FD7_MAS,FD7_MENOS,DD7,RANGE_G,RANGE_CD,RANGE_CDK,ECOBJRANGE/;
```

```
option dnlp = MINOS;  
SOLVE RANGE_MOD MINIMIZNG OBJ_RANGE USING DNLP;
```

```
Display '***** RANGE *****'.  
Display OBJ_RANGE.L, d7_menos.l, d7_mas.l, cdk_RANGE.l;
```

```
file salida /c:\\Documents and Settings\\Alejandro\\Mis documentos\\RCF\\salida.prn/;  
put salida;  
put 'Modelo acoplado';  
put //;
```

```
put 'Funcion objetivo = ',z.l:>8:4;  
put /;  
put 'Doc = ',Doc.l:>8:4;  
put /;  
put 'Wemp = ',Wemp.l:>8:4;  
put /;  
put 'Wfuel = ',Wfuel.l:>8:4;  
put /;  
put 'Range = ',Range.l:>8:4;  
put /;
```

```

put 'Purch          = ',Purch.l:>8:4;
put /;
put 'Ldmax          = ',Ldmax.l:>8:4;
put /;
put 'Vcrmx          = ',Vcrmx.l:>8:4;
put /;
put 'd1_menos       = ',d1_menos.l:>8:4;
put /;
put 'd2_menos       = ',d2_menos.l:>8:4;
put /;
put 'd3_menos       = ',d3_menos.l:>8:4;
put /;
put 'd4_menos       = ',d4_menos.l:>8:4;
put /;
put 'd5_menos       = ',d5_menos.l:>8:4;
put /;
put 'd6_menos       = ',d6_menos.l:>8:4;
put /;
put 'd7_menos       = ',d7_menos.l:>8:4;
put /;
put 'd1_mas         = ',d1_mas.l:>8:4;
put /;
put 'd2_mas         = ',d2_mas.l:>8:4;
put /;
put 'd3_mas         = ',d3_mas.l:>8:4;
put /;
put 'd4_mas         = ',d4_mas.l:>8:4;
put /;
put 'd5_mas         = ',d5_mas.l:>8:4;
put /;
put 'd6_mas         = ',d6_mas.l:>8:4;
put /;
put 'd7_mas         = ',d7_mas.l:>8:4;
put /;
loop (i, put 'Pesos(' ,i.tl:>1,') = ',pesos.l(i):>8:4; put /;);
put /;
put /;

```

#### MODELO MULTINIVEL

```

put 'Modelos individuales';
put //;
put 'Modelo WFUEL';
put //;
put 'Funcion objetivo = ',OBJ_WFUEL.l:>8:4; put /;
put 'Wfuel          = ', wfuel.l:>8:4; put /;
put 'd1_menos       = ', d1_menos.l:>8:4; put /;
put 'd1_mas         = ',d1_mas.l:>8:4; put /;
put 'cdk_wfuel      = ',cdk_wfuel.l:>8:4; put /;
put 'cdu_wfuel      = ',cdu_wfuel.l:>8:4; put /;
put //;
put 'Modelo WEMP';
put //;

```

```

put 'Funcion objetivo = ',OBJ_WEMP.l:>8:4;    put  /;
put 'Wfuel          = ', wemp.l:>8:4;        put  /;
put 'd2_menos      = ', d2_menos.l:>8:4;    put  /;
put 'd2_mas        = ',d2_mas.l:>8:4;      put  /;
put 'cdk_wemp      = ',cdk_wemp.l:>8:4;    put  /;
put 'cdu_wemp      = ',cdu_wemp.l:>8:4;    put  /;
put //;

put 'Modelo DOC';
put //;

put 'Funcion objetivo = ',OBJ_DOC.l:>8:4;    put  /;
put 'DOC           = ', doc.l:>8:4;        put  /;
put 'd3_menos      = ', d3_menos.l:>8:4;    put  /;
put 'd3_mas        = ',d3_mas.l:>8:4;      put  /;
put 'cdk_doc       = ',cdk_doc.l:>8:4;    put  /;
put 'cdu_doc       = ',cdu_doc.l:>8:4;    put  /;
put //;
put 'Modelo PURCH';
put //;
put 'Funcion objetivo = ',OBJ_PURCH.l:>8:4;    put  /;
put 'PURCH         = ',purch.l:>8:4;        put  /;
put 'd4_menos      = ',d4_menos.l:>8:4;    put  /;
put 'd4_mas        = ',d4_mas.l:>8:4;      put  /;
put 'cdk_purch     = ',cdk_purch.l:>8:4;    put  /;
put 'cdu_purch     = ',cdu_purch.l:>8:4;    put  /;
put //;
put 'Modelo LDMAX';
put //;
put 'Funcion objetivo = ',OBJ_LDMAX.l:>8:4;    put  /;
put 'LDMAX         = ',ldmax.l:>8:4;        put  /;
put 'd5_menos      = ',d5_menos.l:>8:4;    put  /;
put 'd5_mas        = ',d5_mas.l:>8:4;      put  /;
put 'cdk_ldmax     = ',cdk_ldmax.l:>8:4;    put  /;
put //;
put 'Modelo VCRMX';
put //;
put 'Funcion objetivo = ',OBJ_VCRMX.l:>8:4;    put  /;
put 'VCRMX         = ',vcrmx.l:>8:4;        put  /;
put 'd6_menos      = ',d6_menos.l:>8:4;    put  /;
put 'd6_mas        = ',d6_mas.l:>8:4;      put  /;
put 'cdk_vcrmx     = ',cdk_vcrmx.l:>8:4;    put  /;
put //;
put 'Modelo RANGE';
put //;
put 'Funcion objetivo = ',OBJ_RANGE.l:>8:4;    put  /;
put 'RANGE         = ',range.l:>8:4;        put  /;
put 'd7_menos      = ',d7_menos.l:>8:4;    put  /;
put 'd7_mas        = ',d7_mas.l:>8:4;      put  /;
put 'cdk_range     = ',cdk_range.l:>8:4;    put  /;
put //;
putclose salida;

```



## **ANEXO 4.B PRUEBA SHANKAR Caso didáctico.**

En esta parte de la investigación se busca presentar en forma muy esquemática y con propósitos educativos la forma de operación de la metodología Optimización Colaborativa, propuesta.

Para ello, se propone llevar a cabo la corroboración de la denominada prueba Shankar, que es un ejemplo numérico desarrollado por Shankar y Haftka, en agosto de 1992, para el Instituto Tecnológico de la Universidad de Virginia<sup>14</sup> y que servirá de base, para su solución, con el programa General Algebraic Modeling System (GAMS).

### **ANTECEDENTES**

Muchos problemas complejos de ingeniería involucran o requieren un proceso de optimización integral o de gran escala, donde se involucran diversas disciplinas o especialidades del conocimiento. Por ejemplo, la optimización del diseño de automóviles y aeronaves como el transbordador espacial y los grandes aviones. Su elaboración y fabricación involucra a múltiples disciplinas (mecánica estructural, aerodinámica, termodinámica, teoría de control, desarrollo de materiales, etc.), así como el contar con programas informáticos diversos, y definir cientos o miles de variables.

Por otra parte, resolver un problema complejo en forma integral, además de complicar el manejo de todas las variables y restricciones, seguramente complicará el tiempo de procesamiento de datos para encontrar su solución.

En este sentido, teóricamente se recomienda emplear el proceso de descomposición del problema, obteniendo varios subproblemas, con el fin reducir el tiempo y la complejidad de la solución. No obstante, el proceso de descomposición de un problema complejo puede afectar directamente la facilidad y la precisión de la solución, ya que la descomposición, funciona bien en un sistema, susceptible de dividirse, y los subsistemas tienen un nivel jerárquico.

Asimismo, un sistema con numerosas interdependencias entre sus subsistemas, la descomposición supone elegir un subsistema antes de que otro, estableciendo una jerarquía artificial. Lo que, afectará la solución final. Así, la descomposición es poco adecuada y no convergente, en problemas no jerarquizables.

---

<sup>14</sup> Shankar, J., Ribbons, C., Haftka, R., and Watson, L., "Computational Study of Nonhierarchical Decomposition Algorithm," *Computational Optimization and Applications*, 1993, pp. 2:273-293

Todas estas consideraciones, llevaron Sobieski<sup>15</sup> a proponer una estrategia para la descomposición no jerárquica, considerando que la optimización no lineal, puede reducirse a una serie de programas cuadráticos apropiados para estudiar la propuesta antes mencionada.

## PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA.

Considere el siguiente problema de programación no lineal (NLP):

$$\begin{aligned} & \min_x \Theta(x) \\ & \text{sujeto a: } g(x, y) \leq 0, \\ & \quad h(x, y) = 0, \end{aligned}$$

Donde  $x \in E^n$ ,  $y \in E^p$ ,  $g$  es una función del vector  $m$ -dimensional y  $h$  es una función vectorial  $p$ -dimensional.  $x$  es el conjunto de variables de diseño, mientras que  $y$  es el conjunto de variables de comportamiento, que son las incógnitas para cada subsistema.

La solución al problema descrito es conocida como la optimización de los subespacios, que busca resolver el problema integral, a través de resolver un conjunto de subproblemas, que lo conforman. Para diferenciar el proceso de optimización clásico y la optimización por medio de la descomposición simple, presenta la siguiente nomenclatura:

$$\begin{aligned} x &= (X^1, X^2, \dots, X^N), X^i \in E^{n_i}, & n_1 + n_2 + \dots + n_N &= n, \\ y &= (Y^1, Y^2, \dots, Y^N), Y^i \in E^{p_i}, & p_1 + p_2 + \dots + p_N &= p, \end{aligned}$$

$$g = \begin{pmatrix} g^1 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ g^N \end{pmatrix}, \quad h = \begin{pmatrix} h^1 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ h^N \end{pmatrix}$$

$$\begin{aligned} h^i(x, y) &\in E^{p_i}, g^i(x, y) \in E^{m_i}, & m_1 + \dots + m_N &= m, \\ h^i(x, y) &= Y^i - \tilde{h}^i(x, Y^1, \dots, Y^{i-1}, Y^{i+1}, \dots, Y^N). \end{aligned}$$

El sub vector  $X^i$  es el conjunto de variables de diseño correspondientes al subsistema  $i$ -ésimo. Del mismo modo el sub vector  $Y^i$  es el conjunto de variables de comportamiento del subsistema  $i$ -ésimo. Para cualquier función vectorial  $f(x, y)$  pasa a  $\tilde{f}(X^i, Y^i)$  denotando a  $f$  con todos los componentes:

$$X^1, \dots, X^{i-1}, X^{i+1}, \dots, X^N, Y^1, \dots, Y^{i-1}, Y^{i+1}, \dots, Y^N \text{ fijo.}$$

Cabe destacar el supuesto de que cada  $Y^i$  puede determinarse en términos de  $x$  y del otro subvectores  $Y^j$ .

<sup>15</sup> Sobieszcanski-Sobieski, "Optimization by decomposition: a step from hierarchic to nonhierarchic systems", in Second NASA/Air Force Symposium on Recent Advances in Multidisciplinary Analysis and Optimization, Hampton, VA, Sept., 1988.

## LA DESCOMPOSICIÓN SIMPLE.

El método consiste en dividir primero el problema integral propuesto, en una serie de subproblemas independientes, estos deberán corresponder naturalmente a los subsistemas que constituyen el sistema integral. El subsistema  $i$ -ésimo estaría representado por:

$$\begin{aligned} \min_x \tilde{\Theta}(X^i) \\ \text{suje}to \ a: \tilde{g}^i(X^i, Y^i) \leq 0, \\ \tilde{h}^i(X^i, Y^i) = 0, \end{aligned}$$

Donde el sistema de igualdades  $\tilde{h}^i = 0$  se utiliza para eliminar  $Y^i$  provenientes de  $\tilde{g}^i$ .

Los subproblemas se resuelven de forma secuencial para  $i = 1, \dots, N$ , con un paso adicional, a través de todos los subsistemas, lo que constituye una iteración externa (integral).

Las iteraciones externas se realizan hasta que el mismo punto  $(\tilde{x}, \tilde{y})$  resuelve a los  $N$  subproblemas. Mientras que para la solución del  $i$ -ésimo subsistema los valores de  $X^1, \dots, X^{i-1}, X^{i+1}, \dots, X^N, Y^1, \dots, Y^{i-1}, Y^{i+1}, \dots, Y^N$  son fijos. Pueden ser seleccionados por el método Gauss-Seidel, en el que la primera  $i - 1$ , los subvectores  $X$  y  $Y$  utilizados, tienen los valores más recientes que solucionan la primer  $i - 1$  de los subproblemas.

Un algoritmo paralelo, soluciona los subproblemas al mismo tiempo, pero podría emplearse un esquema de Jacobiano donde los valores de los vectores  $X^j$  y  $Y^j$  son actualizados solamente al final de cada iteración principal exterior. En álgebra lineal numérica, el método de Gauss-Seidel, también conocido como el método de Liebmann o el método de desplazamiento sucesivo, es un método iterativo utilizado para resolver un sistema lineal de ecuaciones. Lleva el nombre de los matemáticos alemanes Carl Friedrich Gauss y Philipp Ludwig von Seidel, y es similar al método Jacobino.

A pesar de que se puede aplicar a cualquier matriz con elementos distintos de cero en las diagonales, la convergencia sólo se garantiza si la matriz es diagonalmente dominante o simétrica y es además, definida positiva.

## PRUEBA SHANKAR

Es un caso ideal, donde el ejemplo es simple y fácil de entender, ya que para los métodos de descomposición, tiene el beneficio de acoplamiento ajustable entre subespacios, pero se evidencia limitaciones para el proceso de iteración. En muchos métodos de optimización por descomposición, el conjunto de variables se divide o separa, en dos tipos diferentes: (1) las variables compartidas y (2) las variables locales.

Para la ejemplificación de la descomposición de la prueba Shankar, el problema es tratado sólo con variables compartidas. Donde los resultados, ofrecen información para el desarrollo de nuevos procedimientos de optimización. Este problema resulta de particular interés, en la Investigación de Operaciones en la actualidad, debido a que nos ayuda a examinar la propuesta original para el desarrollo de la optimización colaborativa (CO) <sup>16</sup>.

### PRUEBA SHANKAR EN UN SOLO NIVEL

Para este caso se emplea el procedimiento de optimización "Todo-en-uno" (un solo nivel) y el planteamiento matemático es presentado en la ecuación "Prueba Shankar", conformada por una función objetivo de tipo cuadrática, con dos variables y dos restricciones lineales, y el parámetro  $\beta$ , empleado, para ajustar el grado de acoplamiento entre las restricciones.

#### Ecuación Prueba Shankar

$$\begin{aligned} \min_{x=[x_1, x_2]} f &= x_1^2 + x_2^2 \\ \text{suje}to \ a: \quad x_1 + \beta x_2 &\leq 4 \\ \beta x_1 + x_2 &\geq 2 \end{aligned}$$

La solución óptima del problema anterior para varios valores de  $\beta$ , obtenidos por Sobieski en su trabajo de investigación, se presenta a continuación.

<b>Resultados Prueba Shankar, solución en un solo nivel, con varios valores de Beta.</b>			
Beta	f ( x* )	X* <sub>1</sub>	x* <sub>2</sub>
0.00	4.0000	0.0000	2.0000
0.10	3.9604	0.1980	1.9802
0.30	3.6697	0.5505	1.8349
0.50	3.2000	0.8000	1.6000
1.00	2.0000	1.0000	1.0000

Aquí cada restricción es llevada a estar en un subsistema considerando:  
 $X^1 = (x_1)$  y  $X^2 = (x_2)$ .

<sup>16</sup> Braun, R., Gage, P., Kroo, I., and Sobieski, I. "Implementation and Performance Issues in Collaborative Optimization", 1996., AIAA paper 96-4017.

Los resultados obtenidos a partir del General Algebraic Modeling System (GAMS), cuyo programa computacional forma parte de este anexo, se presentan en la en el siguiente cuadro.

Prueba Shankar un solo nivel, GAMS para varios valores de Beta					
Beta	F	x1	x2	iter	Estado
0.0000	4.0000	0.0000	2.0000	0	2
0.1000	3.9604	0.1980	1.9802	2	2
0.2000	3.8462	0.3846	1.9231	2	2
0.3000	3.6697	0.5505	1.8349	2	2
0.4000	3.4483	0.6897	1.7241	2	2
0.5000	3.2000	0.8000	1.6000	2	2
0.6000	2.9412	0.8824	1.4706	2	2
0.7000	2.6846	0.9396	1.3423	2	2
0.8000	2.4390	0.9756	1.2195	2	2
0.9000	2.2099	0.9945	1.1050	2	2
1.0000	2.0000	1.0000	1.0000	2	2

Nota: Columna Estado, mensaje 2 (Óptimo Local), del GAMS indica que se ha encontrado un óptimo local. El mensaje debe buscarse si el problema es no lineal, ya que lo único que podemos garantizar a problemas no lineales generales es un óptimo local.

Como se observa los resultados obtenidos son iguales a los originalmente propuestos por el autor. Sin embargo, para avanzar en la presentación del método de descomposición, ahora se desarrollará el mismo problema, con base en el procedimiento de optimización por descomposición, específicamente se utilizará el esquema de Optimización Colaborativa.

## PRUEBA SHANKAR MEDIANTE LA OPTIMIZACIÓN COLABORATIVA

En este sentido, se procede a descomponer la prueba Shankar en la función a nivel del sistema y en dos funciones a nivel subespacios, donde cada uno debe de cumplir con una restricción. El sistema de ecuaciones se ejemplifica en las ecuaciones siguientes:

Función objetivo a **NIVEL DEL SISTEMA**

$$\min_{\vec{z} = [z_1, z_2]} F = J_1 + J_2$$

s. a. Sin restricciones

Función objetivo para el problema del **SUBESPACIO 1.**

$$\min_{\vec{x} = \{x_1, x_2\}} J_1 = (x_1 - z_1)^2 + (x_2 + z_2)^2$$

s. a.  $x_1 + \beta x_2 \leq 4$

Función objetivo para el problema del **SUBESPACIO 2.**

$$\min_{\vec{x} = \{x_1, x_2\}} J_2 = (x_1 - z_1)^2 + (x_2 + z_2)^2$$

s. a.  $\beta x_1 + x_2 \geq 2$

En el cuadro siguiente se muestran los resultados obtenidos a partir de la Optimización Colaborativa (CO), por parte del Sobieski, con base en varios puntos de partida y valores distintos para la optimización. Así, como la solución a nivel sistema, la cual es igual a la obtenido en la optimización a un solo nivel.

Solución Prueba Shankar solución por descomposición, GAMS para varios valores de Beta						
$\beta$	$z_0 = [ 2,3 ]$	$z_0 = [ 4,-1 ]$	$z_0 = [ 1,-1 ]$	$z_0 = [ 0.8, 1.5 ]$	$z_0 = [ 10,3 ]$	Solución
$\beta = 0.0$	C6	C6	C6	C6	C6	<b>(0.0,2.0)</b>
$\beta = 0.1$	C71	EC	C71	C71	C71	<b>(0.198,1.98)</b>
$\beta = 0.3$	C67	EC	C64	C67	C67	<b>(0.55,1.835)</b>
$\beta = 0.5$	C66	EC	C66	C65	C64	<b>(0.8.1.6)</b>
$\beta = 1.0$	C71	C8	C71	C62	C8	<b>(1.0,1.0)</b>

Nota: EC se refiere a un error de convergencia en el proceso.

Sin embargo, en la información presentada se incluye información sobre si la solución es convergente para el óptimo global, a través de la letra “C”, se han enfrentado errores de convergencia “EC”. Asimismo, se presenta el número total de iteraciones necesarias para llegar a la convergencia del sistema.

Es importante destacar que cada iteración del sistema implica varias evaluaciones del subespacio, como parte del algoritmo de búsqueda de la solución. De la información presentada por Sobieski, se pueden inferir los siguientes aspectos :

1. La convergencia es consistente y se alcanza de cualquier punto de partida;
2. La velocidad de convergencia no está dada o depende del acoplamiento alcanzado entre los subespacios;
3. La convergencia resulta ser lenta para un problema simple.

## RESULTADOS OBTENIDOS DE LA PRUEBA SHANKAR MEDIANTE EL GAMS

Con base en las ecuaciones antes definidas, el programa de optimización desarrollado, así como de los resultados obtenidos, que serán incluidos al final de este anexo. Podemos observar, que los resultados obtenidos son iguales, pero adicionalmente se presentan los diversos valores obtenidos por el GAMS para los  $Z_1$ ,  $Z_2$  y los  $J_1$  y  $J_2$ , con base en los datos determinados para las betas y las  $x_1$  y  $x_2$ .

Es importante señalar que al igual que la experiencia de la prueba de Shankar, en el proceso de iteraciones, se evidencian problemas de convergencia, tanto en las  $J_1$ , como en la  $J_2$ , por lo que habrá de emplearse un proceso adicional de ajuste, a fin de mejorar el proceso de convergencia.

Adicionalmente, se destaca que todas las soluciones identificadas, al menos corresponden a un óptimo local y el número de iteraciones se ha podido reducir, lo que mejorará indudablemente los tiempo de procesamiento de información, ya que se cuenta con un software específico para ejecutar los modelos de optimización más actualizados, como lo es la Optimización Colaborativa.

Solución Prueba Shankar solución por descomposición, GAMS para varios valores de Beta															
Modelo de Shankar (J1)							Modelo de Shankar (J2)								
Beta	Z1	Z2	J1	x1	x2	iter	Estado	Beta	Z1	Z2	J2	x1	x2	iter	Estado
0.00	1	-1	0.0000	1.0000	1.0000	3	2	0.00	1	-1	1.0000	1.0000	2.0000	2	2
0.10	1	-1	0.0000	1.0000	1.0000	3	2	0.10	1	-1	0.8020	1.0891	1.8911	2	2
0.20	1	-1	0.0000	1.0000	1.0000	3	2	0.20	1	-1	0.6154	1.1538	1.7692	0	2
0.30	1	-1	0.0000	1.0000	1.0000	3	2	0.30	1	-1	0.4495	1.1927	1.6422	2	2
0.40	1	-1	0.0000	1.0000	1.0000	3	2	0.40	1	-1	0.3103	1.2069	1.5172	2	2
0.50	1	-1	0.0000	1.0000	1.0000	3	2	0.50	1	-1	0.2000	1.2000	1.4000	2	2
0.60	1	-1	0.0000	1.0000	1.0000	3	2	0.60	1	-1	0.1176	1.1765	1.2941	2	2
0.70	1	-1	0.0000	1.0000	1.0000	4	2	0.70	1	-1	0.0604	1.1409	1.2013	2	2
0.80	1	-1	0.0000	1.0000	1.0000	4	2	0.80	1	-1	0.0244	1.0976	1.1220	2	2
0.90	1	-1	0.0000	1.0000	1.0000	4	2	0.90	1	-1	0.0055	1.0497	1.0522	2	2
1.00	1	-1	0.0000	1.0000	1.0000	3	2	1.00	1	-1	0.0000	1.0000	1.0000	2	2
Beta	Z1	Z2	J1	x1	x2	iter	Estado	Beta	Z1	Z2	J2	x1	x2	iter	Estado
0.00	2	3	9.0000	2.0000	0.0000	0	2	0.00	2	3	25.0000	2.0000	2.0000	0	2
0.10	2	3	9.0000	2.0000	0.0000	0	2	0.10	2	3	22.8119	2.4752	1.7525	2	2
0.20	2	3	9.0000	2.0000	0.0000	0	2	0.20	2	3	20.3462	2.8846	1.4231	2	2
0.30	2	3	9.0000	2.0000	0.0000	3	2	0.30	2	3	17.7615	3.2110	1.0367	2	2
0.40	2	3	9.0000	2.0000	0.0000	0	2	0.40	2	3	15.2069	3.4483	0.6207	2	2
0.50	2	3	9.0000	2.0000	0.0000	0	2	0.50	2	3	12.8000	3.6000	0.2000	2	2
0.60	2	3	9.0000	2.0000	0.0000	0	2	0.60	2	3	10.7778	3.3333	0.0000	0	2
0.70	2	3	9.0000	2.0000	0.0000	0	2	0.70	2	3	9.7347	2.8571	0.0000	0	2
0.80	2	3	9.0000	2.0000	0.0000	0	2	0.80	2	3	9.2500	25.0000	0.0000	0	2
0.90	2	3	9.0000	2.0000	0.0000	0	2	0.90	2	3	9.0494	2.2222	0.0000	0	2
1.00	2	3	9.0000	2.0000	0.0000	0	2	1.00	2	3	9.0000	2.0000	0.0000	0	2
Beta	Z1	Z2	J1	x1	x2	iter	Estado	Beta	Z1	Z2	J2	x1	x2	iter	Estado
0.00	4	-1	0.0000	4.0000	1.0000	3	2	0.00	4	-1	1.0000	4.0000	2.0000	2	2
0.10	4	-1	0.0099	3.9010	0.9901	3	2	0.10	4	-1	0.3564	4.0594	1.5941	2	2
0.20	4	-1	0.0385	3.8077	0.9615	3	2	0.20	4	-1	0.0385	4.0385	1.1923	0	2
0.30	4	-1	0.0826	3.7248	0.9174	3	2	0.30	4	-1	0.0000	4.0000	1.0000	4	2
0.40	4	-1	0.1379	3.6552	0.8621	3	2	0.40	4	-1	0.0000	4.0000	1.0000	4	2
0.50	4	-1	0.2647	3.5588	0.7353	3	2	0.50	4	-1	0.0000	4.0000	1.0000	4	2
0.60	4	-1	0.2674	3.5588	0.7353	3	2	0.60	4	-1	0.0000	4.0000	1.0000	4	2
0.70	4	-1	0.3289	3.5302	0.6711	3	2	0.70	4	-1	0.0000	4.0000	1.0000	5	2
0.80	4	-1	0.3902	3.5122	0.6098	3	2	0.80	4	-1	0.0000	4.0000	1.0000	5	2
0.90	4	-1	0.4475	3.5028	0.5525	0	2	0.90	4	-1	0.0000	4.0000	1.0000	5	2
1.00	4	-1	0.5000	3.5000	0.5000	3	2	1.00	4	-1	0.0000	4.0000	1.0000	5	2
Beta	Z1	Z2	J1	x1	x2	iter	Estado	Beta	Z1	Z2	J2	x1	x2	iter	Estado
0.00	10	3	45.0000	4.0000	0.0000	0	2	0.00	10	3	25.0000	10.0000	2.0000	0	2
0.10	10	3	45.0000	4.0000	0.0000	0	2	0.10	10	3	15.8416	10.3960	0.9604	2	2
0.20	10	3	45.0000	4.0000	0.0000	0	2	0.20	10	3	9.0000	10.0000	0.0000	0	2
0.30	10	3	45.0000	4.0000	0.0000	0	2	0.30	10	3	9.0000	10.0000	0.0000	3	2
0.40	10	3	45.0000	4.0000	0.0000	0	2	0.40	10	3	9.0000	10.0000	0.0000	3	2
0.50	10	3	45.0000	4.0000	0.0000	0	2	0.50	10	3	9.0000	10.0000	0.0000	3	2
0.60	10	3	45.0000	4.0000	0.0000	0	2	0.60	10	3	9.0000	10.0000	0.0000	3	2
0.70	10	3	45.0000	4.0000	0.0000	0	2	0.70	10	3	9.0000	10.0000	0.0000	3	2
0.80	10	3	45.0000	4.0000	0.0000	0	2	0.80	10	3	9.0000	10.0000	0.0000	3	2
0.90	10	3	45.0000	4.0000	0.0000	0	2	0.90	10	3	9.0000	10.0000	0.0000	3	2
1.00	10	3	45.0000	4.0000	0.0000	0	2	1.00	10	3	9.0000	10.0000	0.0000	3	2

Nota: Columna Estado, mensaje 2 (Óptimo Local), del GAMS indica que se ha encontrado un óptimo local. El mensaje debe buscarse si el problema es no lineal, ya que lo único que podemos garantizar a problemas no lineales generales es un óptimo local.

Cabe destacar que dentro de los factores que afectan la convergencia del sistema se encuentran: el optimizador empleado, la tolerancia de viabilidad, y la tolerancia de búsqueda, así como, la necesidad de realizar ajustes a la información manejada, ya sea por el la penalización en variaciones, o ajustes de tendencia. Adicionalmente, se destaca que el programa de optimización empleado en el estudio analizado, fue el software SNOPT (ver sección 5.3), mientras que el análisis de esta tesis, se realizará en el programa GAMS y el optimizador MINOS.

Con base en el análisis presentado, se listan varios aspectos que deben tomarse en cuenta, que fueron propuestos por DeMiguel y Murray <sup>17</sup> y que están, asociados a la Optimización de Colaborativa (CO), en específico cuando se analiza o explica la lenta convergencia de los resultados obtenidos y el propósito de identificar métodos más eficientes para llevar a cabo el proceso de optimización.

- Los subespacios respuesta ( $J_i$ ) en general, son funciones no suaves de los objetivos  $z$ . Como resultado, las restricciones a nivel superior del sistema no son suaves, lo que dificulta las pruebas de convergencia para los subespacios y global, para el problema a nivel superior del sistema.
- Al tratar con problemas de optimización multidisciplinaria (MDO) no convexos, pueden existir minimizadores locales diferentes para cada subproblema o subespacio, de cada  $z$ . En otras palabras, los  $J_i$  pueden ser un conjunto con valores en función de  $z$ , en los que una sola  $z$  puede producir varios valores para  $J_i$ . Esto podría tener un efecto negativo sobre la convergencia del proceso a nivel superior del sistema.
- Para el conjunto de restricciones propuestas a nivel superior del sistema resulta ambiguo, ya que no se puede diferenciar entre una restricción activa y otra que se satisface fácilmente. Asimismo, se desconoce qué restricciones restringen activamente la solución al problema.

---

<sup>17</sup> DeMiguel, A. and Murray, W., "An Analysis of Collaborative Optimization Methods," 8th AIAA/USAF/NASA/ISSMO Symposium on Multidisciplinary Analysis and Optimization, Long Beach, CA, Sept. 6-8, 2000.



## Anexo 4.C Código de la Prueba Shankar.

### A.- OPTIMIZACIÓN A UN SOLO NIVEL

#### PRUEBA SHANKAR: CÓDIGO DE PROGRAMACIÓN GAMS

```
Primera versión GAMS 2.5
06-05-2013
Version inicial
parameter    beta(i);
beta(i) = 0.1*(ord(i) - 1);

parameter b;
parameter x1_(i);
parameter x2_(i);
parameter f_(i);

Positive variables    x1, x2;
variables    F;

Equations    Objetivo
            Ec01
            Ec02
** Funcion objetivo
Objetivo..    F =e= x1*x1 + x2*x2;

Ec01..    x1 + b*x2 =l= 4;

Ec02..    b*x1 + x2 =g= 2;

model shankar1 /objetivo, Ec01, Ec02/;

loop (i,
b = beta(i);
option nlp = minos;
Solve shankar1 minimizing F using nlp;

x1_(i) = x1.l;
x2_(i) = x2.l;
f_(i) = F.l;

file    salida                                /c:\\Documents and Settings\\Alejandro\\Mis
documentos\\RCF\\shankar1.prn/;
put    salida;
put    'Modelo de Shankar (simple)';
put    //;
put    'Beta':>12:4, 'F':>12:4, 'x1':>12:4, 'x2':>12:4;
put    /;
loop (i,
    put    beta(i):>12:4, f_(i):>12:4, x1_(i):>12:4, x2_(i):>12:4;
    put    putclose salida;
```

## PRUEBA SHANKAR: RESULTADOS OBTENIDOS

### OPTIMIZACIÓN EN UN SOLO NIVEL

Beta	F	x1	x2
0.0000	4.0000	0.0000	2.0000
0.1000	3.9604	0.1980	1.9802
0.2000	3.8462	0.3846	1.9231
0.3000	3.6697	0.5505	1.8349
0.4000	3.4483	0.6897	1.7241
0.5000	3.2000	0.8000	1.6000
0.6000	2.9412	0.8824	1.4706
0.7000	2.6846	0.9396	1.3423
0.8000	2.4390	0.9756	1.2195
0.9000	2.2099	0.9945	1.1050
1.0	2.0000	1.0000	1.0000

## B. OPTIMIZACIÓN POR DESCOMPOSICIÓN (OPTIMIZACIÓN COLABORATIVA)

### PRUEBA SHANKAR: CÓDIGO DE PROGRAMACIÓN GAMS

```
Prueba Shankar
Primera versión GAMS 2.5
06-05-2013
Version inicial
set i /1*11/;
alias(i,j);
alias(k,i);

parameter beta(i);
beta(i) = 0.1*(ord(i) - 1);

parameter b;

parameter x1_(i);
parameter x2_(i);
parameter f_(i);
parameter iter_F(i);
parameter estado_F(i);

parameter z1;
parameter z2;

parameter z1_J(j);
z1_J(j) = 1.0*(ord(j) - 1);

parameter z2_J(k);
z2_J(k) = -1.0 + 0.5*(ord(k) - 1);

parameter x1_J1(i,j,k);
parameter x2_J1(i,j,k);
parameter J1_(i,j,k);
parameter iter_J1(i,j,k);
parameter estado_J1(i,j,k);

parameter x1_J2(i,j,k);
parameter x2_J2(i,j,k);
parameter J2_(i,j,k);
parameter iter_J2(i,j,k);
parameter estado_J2(i,j,k);
```

```

Positive variables    x1, x2;
variables            F, J1, J2;

```

```

Equations            Objetivo
                    Ec01
                    Ec02
                    Obj_J1
                    Obj_J2
                    Ec03
                    Ec04

```

```

** Funcion objetivo

```

```

Objetivo..          F =e= x1*x1 + x2*x2;

```

```

Ec01..              x1 + b*x2 =l= 4;

```

```

Ec02..              b*x1 + x2 =g= 2;

```

```

Obj_J1..            (x1 - z1)*(x1 - z1) + (x2 + z2)*(x2 + z2) =e= J1;

```

```

Ec03..              x1 + b*x2 =l= 4;

```

```

Obj_J2..            (x1 - z1)*(x1 - z1) + (x2 + z2)*(x2 + z2) =e= J2;

```

```

Ec04..              b*x1 + x2 =g= 2;

```

```

model shankar_F /Objetivo, Ec01, Ec02/;

```

```

model shankar_J1 /Obj_J1, Ec03/;

```

```

model shankar_J2 /Obj_J2, Ec04/;

```

```

** Skankar F

```

```

loop (i,

```

```

b = beta(i);

```

```

option nlp = minos;

```

```

Solve shankar_F minimizing F using nlp;

```

```

iter_F(i) = shankar_F.iterusd;

```

```

estado_F(i) = shankar_F.modelstat;

```

```

x1_(i) = x1.l;

```

```

x2_(i) = x2.l;

```

```

f_(i) = F.l;

```

```

);

```

```

** Skankar J1

```

```

loop (i,

```

```

b = beta(i);

```

```

    loop(j,

```

```

        z1 = z1_J(j);

```

```

        loop(k,

```

```

            z2 = z2_J(k);

```

```

            option nlp = minos;

```

```

            Solve shankar_J1 minimizing J1 using nlp;

```

```

            iter_J1(i,j,k) = shankar_J1.iterusd;

```

```

            estado_J1(i,j,k) = shankar_J1.modelstat;

```

```

        x1_J1(i,j,k) = x1.l;
        x2_J1(i,j,k) = x2.l;
        J1_(i,j,k) = J1.l;
    );
);

** Shankar J2
loop (i,
b = beta(i);

    loop(j,
z1 = z1_J(j);

        loop(k,
z2 = z2_J(k);

            option nlp = minos;
            Solve shankar_J2 minimizing J2 using nlp;

            iter_J2(i,j,k) = shankar_J2.iterusd;
            estado_J2(i,j,k) = shankar_J2.modelstat;

            x1_J2(i,j,k) = x1.l;
            x2_J2(i,j,k) = x2.l;
            J2_(i,j,k) = J2.l;
        );
    );
);

```

```

file salida /c:\\Documents and Settings\\Alejandro\\Mis
documentos\\RCF\\shankar.prn/;
put salida;

```

```

put 'Modelo de Shankar (F)';
put //;

```

```

put 'Beta':>12:4, 'F':>12:4, 'x1':>12:4, 'x2':>12:4, 'iter':>12:4, 'Estado':>12:4;
put /;

```

```

loop (i,
    put beta(i):>12:4, f_(i):>12:4, x1_(i):>12:4, x2_(i):>12:4,
iter_F(i):>12:0, estado_F(i):>12:0;
    put /;
);
put //;

```

```

put 'Modelo de Shankar (J1)';

```

```

put //;
put      'Beta':>12:4, 'Z1':>12:4, 'Z2':>12:4, 'J1':>12:4, 'x1':>12:4,
'x2':>12:4,'iter':>12:4,'Estado':>12:4;
put /;

loop (i,
      loop(j,
            loop(k,
                  put  beta(i):>12:4, z1_J(j):>12:4, z2_J(k):>12:4,J1_(i,j,k):>12:4,
x1_J1(i,j,k):>12:4, x2_J1(i,j,k):>12:4, iter_J1(i,j,k):>12:0,estado_J1(i,j,k):>12:0;
                  put /;
            );
      );
);
put //;

```

```

put  'Modelo de Shankar (J2)';
put //;
put      'Beta':>12:4, 'Z1':>12:4, 'Z2':>12:4, 'J2':>12:4, 'x1':>12:4,
'x2':>12:4,'iter':>12:4,'Estado':>12:4;
put /;

loop (i,
      loop(j,
            loop(k,
                  put  beta(i):>12:4, z1_J(j):>12:4, z2_J(k):>12:4,J2_(i,j,k):>12:4,
x1_J2(i,j,k):>12:4, x2_J2(i,j,k):>12:4, iter_J2(i,j,k):>12:0,estado_J2(i,j,k):>12:0;
                  put /;
            );
      );
);
put //;

```

putclose salida;

## PRUEBA SHANKAR: RESULTADOS OBTENIDOS

De los resultados obtenidos sólo se presentan algunos de ellos, considerando el volumen de la información obtenida y se presenta la información analizada para el caso didáctico.

### MODELO DE SHANKAR (F) Solución nivel sistema

Beta	F	x1	x2	iter	Estado
0.0000	4.0000	0.0000	2.0000	0	2
0.1000	3.9604	0.1980	1.9802	2	2
0.2000	3.8462	0.3846	1.9231	2	2
0.3000	3.6697	0.5505	1.8349	2	2
0.4000	3.4483	0.6897	1.7241	2	2
0.5000	3.2000	0.8000	1.6000	2	2
0.6000	2.9412	0.8824	1.4706	2	2
0.7000	2.6846	0.9396	1.3423	2	2
0.8000	2.4390	0.9756	1.2195	2	2
0.9000	2.2099	0.9945	1.1050	2	2
1.0000	2.0000	1.0000	1.0000	2	2

### MODELO DE SHANKAR (J1) Solución Subespacio 1

Beta	Z1	Z2	J1	x1	x2	iter	Estado
0.0000	0.0000	-1.0000	0.0000	0.0000	1.0000	1	2
0.0000	0.0000	-0.5000	0.0000	0.0000	0.5000	2	2
0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	1	2
0.0000	0.0000	0.5000	0.2500	0.0000	0.0000	0	2
0.0000	0.0000	1.0000	1.0000	0.0000	0.0000	0	2
0.0000	0.0000	1.5000	2.2500	0.0000	0.0000	0	2
0.0000	0.0000	2.0000	4.0000	0.0000	0.0000	0	2
0.0000	0.0000	2.5000	6.2500	0.0000	0.0000	0	2
0.0000	0.0000	3.0000	9.0000	0.0000	0.0000	0	2
0.0000	0.0000	3.5000	12.2500	0.0000	0.0000	0	2
0.0000	0.0000	4.0000	16.0000	0.0000	0.0000	0	2
0.0000	1.0000	-1.0000	0.0000	1.0000	1.0000	3	2
0.0000	1.0000	-0.5000	0.0000	1.0000	0.5000	2	2
0.0000	1.0000	0.0000	0.0000	1.0000	0.0000	1	2
0.0000	1.0000	0.5000	0.2500	1.0000	0.0000	0	2
0.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.0000	0	2
0.0000	1.0000	1.5000	2.2500	1.0000	0.0000	0	2
0.0000	1.0000	2.0000	4.0000	1.0000	0.0000	0	2
0.0000	1.0000	2.5000	6.2500	1.0000	0.0000	0	2
0.0000	1.0000	3.0000	9.0000	1.0000	0.0000	0	2
0.0000	1.0000	3.5000	12.2500	1.0000	0.0000	0	2
0.0000	1.0000	4.0000	16.0000	1.0000	0.0000	0	2
0.0000	2.0000	-1.0000	0.0000	2.0000	1.0000	3	2
0.0000	2.0000	-0.5000	0.0000	2.0000	0.5000	2	2
0.0000	2.0000	0.0000	0.0000	2.0000	0.0000	1	2
0.0000	2.0000	0.5000	0.2500	2.0000	0.0000	0	2
0.0000	2.0000	1.0000	1.0000	2.0000	0.0000	0	2
0.0000	2.0000	1.5000	2.2500	2.0000	0.0000	0	2
0.0000	2.0000	2.0000	4.0000	2.0000	0.0000	0	2
0.0000	2.0000	2.5000	6.2500	2.0000	0.0000	0	2

0.0000	2.0000	3.0000	9.0000	2.0000	0.0000	0	2
0.0000	2.0000	3.5000	12.2500	2.0000	0.0000	0	2
0.0000	2.0000	4.0000	16.0000	2.0000	0.0000	0	2
0.0000	3.0000	-1.0000	0.0000	3.0000	1.0000	3	2
0.0000	3.0000	-0.5000	0.0000	3.0000	0.5000	2	2
0.0000	3.0000	0.0000	0.0000	3.0000	0.0000	1	2
0.0000	3.0000	0.5000	0.2500	3.0000	0.0000	0	2
0.0000	3.0000	1.0000	1.0000	3.0000	0.0000	0	2
0.0000	3.0000	1.5000	2.2500	3.0000	0.0000	0	2
0.0000	3.0000	2.0000	4.0000	3.0000	0.0000	0	2
0.0000	3.0000	2.5000	6.2500	3.0000	0.0000	0	2
0.0000	3.0000	3.0000	9.0000	3.0000	0.0000	0	2
0.0000	3.0000	3.5000	12.2500	3.0000	0.0000	0	2
0.0000	3.0000	4.0000	16.0000	3.0000	0.0000	0	2
0.0000	4.0000	-1.0000	0.0000	4.0000	1.0000	3	2
0.0000	4.0000	-0.5000	0.0000	4.0000	0.5000	2	2
0.0000	4.0000	0.0000	0.0000	4.0000	0.0000	1	2
0.0000	4.0000	0.5000	0.2500	4.0000	0.0000	0	2
0.0000	4.0000	1.0000	1.0000	4.0000	0.0000	0	2
0.0000	4.0000	1.5000	2.2500	4.0000	0.0000	0	2
0.0000	4.0000	2.0000	4.0000	4.0000	0.0000	0	2
0.0000	4.0000	2.5000	6.2500	4.0000	0.0000	0	2
0.0000	4.0000	3.0000	9.0000	4.0000	0.0000	0	2
0.0000	4.0000	3.5000	12.2500	4.0000	0.0000	0	2
0.0000	4.0000	4.0000	16.0000	4.0000	0.0000	0	2
0.0000	5.0000	-1.0000	1.0000	4.0000	1.0000	2	2
0.0000	5.0000	-0.5000	1.0000	4.0000	0.5000	2	2
0.0000	5.0000	0.0000	1.0000	4.0000	0.0000	1	2
0.0000	5.0000	0.5000	1.2500	4.0000	0.0000	0	2
0.0000	5.0000	1.0000	2.0000	4.0000	0.0000	0	2
0.0000	5.0000	1.5000	3.2500	4.0000	0.0000	0	2
0.0000	5.0000	2.0000	5.0000	4.0000	0.0000	0	2
0.0000	5.0000	2.5000	7.2500	4.0000	0.0000	0	2
0.0000	5.0000	3.0000	10.0000	4.0000	0.0000	0	2
0.0000	5.0000	3.5000	13.2500	4.0000	0.0000	0	2
0.0000	5.0000	4.0000	17.0000	4.0000	0.0000	0	2

### MODELO DE SHANKAR (J2) Solución Subespacio 2

Beta	Z1	Z2	J2	x1	x2	iter	Estado	
0.0000	0.0000	-1.0000	1.0000	0.0000	2.0000	2.0000	1	2
0.0000	0.0000	-0.5000	2.2500	0.0000	2.0000	2.0000	0	2
0.0000	0.0000	0.0000	4.0000	0.0000	2.0000	2.0000	0	2
0.0000	0.0000	0.5000	6.2500	0.0000	2.0000	2.0000	0	2
0.0000	0.0000	1.0000	9.0000	0.0000	2.0000	2.0000	0	2
0.0000	0.0000	1.5000	12.2500	0.0000	2.0000	2.0000	0	2
0.0000	0.0000	2.0000	16.0000	0.0000	2.0000	2.0000	0	2
0.0000	0.0000	2.5000	20.2500	0.0000	2.0000	2.0000	0	2
0.0000	0.0000	3.0000	25.0000	0.0000	2.0000	2.0000	0	2
0.0000	0.0000	3.5000	30.2500	0.0000	2.0000	2.0000	0	2
0.0000	0.0000	4.0000	36.0000	0.0000	2.0000	2.0000	0	2
0.0000	1.0000	-1.0000	1.0000	1.0000	2.0000	2.0000	2	2
0.0000	1.0000	-0.5000	2.2500	1.0000	2.0000	2.0000	0	2
0.0000	1.0000	0.0000	4.0000	1.0000	2.0000	2.0000	0	2
0.0000	1.0000	0.5000	6.2500	1.0000	2.0000	2.0000	0	2
0.0000	1.0000	1.0000	9.0000	1.0000	2.0000	2.0000	0	2



0.0000	1.0000	1.5000	12.2500	1.0000	2.0000	0	2
0.0000	1.0000	2.0000	16.0000	1.0000	2.0000	0	2
0.0000	1.0000	2.5000	20.2500	1.0000	2.0000	0	2
0.0000	1.0000	3.0000	25.0000	1.0000	2.0000	0	2
0.0000	1.0000	3.5000	30.2500	1.0000	2.0000	0	2
0.0000	1.0000	4.0000	36.0000	1.0000	2.0000	0	2
0.0000	2.0000	-1.0000	1.0000	2.0000	2.0000	2	2
0.0000	2.0000	-0.5000	2.2500	2.0000	2.0000	0	2
0.0000	2.0000	0.0000	4.0000	2.0000	2.0000	0	2
0.0000	2.0000	0.5000	6.2500	2.0000	2.0000	0	2
0.0000	2.0000	1.0000	9.0000	2.0000	2.0000	0	2
0.0000	2.0000	1.5000	12.2500	2.0000	2.0000	0	2
0.0000	2.0000	2.0000	16.0000	2.0000	2.0000	0	2
0.0000	2.0000	2.5000	20.2500	2.0000	2.0000	0	2
0.0000	2.0000	3.0000	25.0000	2.0000	2.0000	0	2
0.0000	2.0000	3.5000	30.2500	2.0000	2.0000	0	2
0.0000	2.0000	4.0000	36.0000	2.0000	2.0000	0	2
0.0000	3.0000	-1.0000	1.0000	3.0000	2.0000	2	2
0.0000	3.0000	-0.5000	2.2500	3.0000	2.0000	0	2
0.0000	3.0000	0.0000	4.0000	3.0000	2.0000	0	2
0.0000	3.0000	0.5000	6.2500	3.0000	2.0000	0	2
0.0000	3.0000	1.0000	9.0000	3.0000	2.0000	0	2
0.0000	3.0000	1.5000	12.2500	3.0000	2.0000	0	2
0.0000	3.0000	2.0000	16.0000	3.0000	2.0000	0	2
0.0000	3.0000	2.5000	20.2500	3.0000	2.0000	0	2
0.0000	3.0000	3.0000	25.0000	3.0000	2.0000	0	2
0.0000	3.0000	3.5000	30.2500	3.0000	2.0000	0	2
0.0000	3.0000	4.0000	36.0000	3.0000	2.0000	0	2
0.0000	4.0000	-1.0000	1.0000	4.0000	2.0000	2	2
0.0000	4.0000	-0.5000	2.2500	4.0000	2.0000	0	2
0.0000	4.0000	0.0000	4.0000	4.0000	2.0000	0	2
0.0000	4.0000	0.5000	6.2500	4.0000	2.0000	0	2
0.0000	4.0000	1.0000	9.0000	4.0000	2.0000	0	2
0.0000	4.0000	1.5000	12.2500	4.0000	2.0000	0	2
0.0000	4.0000	2.0000	16.0000	4.0000	2.0000	0	2
0.0000	4.0000	2.5000	20.2500	4.0000	2.0000	0	2
0.0000	4.0000	3.0000	25.0000	4.0000	2.0000	0	2
0.0000	4.0000	3.5000	30.2500	4.0000	2.0000	0	2
0.0000	4.0000	4.0000	36.0000	4.0000	2.0000	0	2
0.0000	5.0000	-1.0000	1.0000	5.0000	2.0000	2	2
0.0000	5.0000	-0.5000	2.2500	5.0000	2.0000	0	2
0.0000	5.0000	0.0000	4.0000	5.0000	2.0000	0	2
0.0000	5.0000	0.5000	6.2500	5.0000	2.0000	0	2
0.0000	5.0000	1.0000	9.0000	5.0000	2.0000	0	2
0.0000	5.0000	1.5000	12.2500	5.0000	2.0000	0	2
0.0000	5.0000	2.0000	16.0000	5.0000	2.0000	0	2
0.0000	5.0000	2.5000	20.2500	5.0000	2.0000	0	2
0.0000	5.0000	3.0000	25.0000	5.0000	2.0000	0	2
0.0000	5.0000	3.5000	30.2500	5.0000	2.0000	0	2
0.0000	5.0000	4.0000	36.0000	5.0000	2.0000	0	2

## DATOS CONSIDERADOS PARA EL ANÁLISIS DEL CASO DIDÁCTICO

Prueba Shankar (J1)							
Beta	Z1	Z2	J1	x1	x2	iter	Estado
0.0000	1.0000	-1.0000	0.0000	1.0000	1.0000	3	2
0.0000	2.0000	3.0000	9.0000	2.0000	0.0000	0	2
0.0000	4.0000	-1.0000	0.0000	4.0000	1.0000	3	2
0.0000	10.0000	3.0000	45.0000	4.0000	0.0000	0	2
0.1000	1.0000	-1.0000	0.0000	1.0000	1.0000	3	2
0.1000	2.0000	3.0000	9.0000	2.0000	0.0000	0	2
0.1000	4.0000	-1.0000	0.0099	3.9010	0.9901	3	2
0.1000	10.0000	3.0000	45.0000	4.0000	0.0000	0	2
0.2000	1.0000	-1.0000	0.0000	1.0000	1.0000	3	2
0.2000	2.0000	3.0000	9.0000	2.0000	0.0000	0	2
0.2000	4.0000	-1.0000	0.0385	3.8077	0.9615	3	2
0.2000	10.0000	3.0000	45.0000	4.0000	0.0000	0	2
0.3000	1.0000	-1.0000	0.0000	1.0000	1.0000	3	2
0.3000	2.0000	3.0000	9.0000	2.0000	0.0000	3	2
0.3000	4.0000	-1.0000	0.0826	3.7248	0.9174	3	2
0.3000	10.0000	3.0000	45.0000	4.0000	0.0000	0	2
0.4000	1.0000	-1.0000	0.0000	1.0000	1.0000	3	2
0.4000	2.0000	3.0000	9.0000	2.0000	0.0000	0	2
0.4000	4.0000	-1.0000	0.1379	3.6552	0.8621	3	2
0.4000	10.0000	3.0000	45.0000	4.0000	0.0000	0	2
0.5000	1.0000	-1.0000	0.0000	1.0000	1.0000	3	2
0.5000	2.0000	3.0000	9.0000	2.0000	0.0000	0	2
0.5000	4.0000	-1.0000	0.2647	3.5588	0.7353	3	2
0.5000	10.0000	3.0000	45.0000	4.0000	0.0000	0	2
0.6000	1.0000	-1.0000	0.0000	1.0000	1.0000	3	2
0.6000	2.0000	3.0000	9.0000	2.0000	0.0000	0	2
0.6000	4.0000	-1.0000	0.2674	3.5588	0.7353	3	2
0.6000	10.0000	3.0000	45.0000	4.0000	0.0000	0	2
0.7000	1.0000	-1.0000	0.0000	1.0000	1.0000	4	2
0.7000	2.0000	3.0000	9.0000	2.0000	0.0000	0	2
0.7000	4.0000	-1.0000	0.3289	3.5302	0.6711	3	2
0.7000	10.0000	3.0000	45.0000	4.0000	0.0000	0	2
0.8000	1.0000	-1.0000	0.0000	1.0000	1.0000	4	2
0.8000	2.0000	3.0000	9.0000	2.0000	0.0000	0	2
0.8000	4.0000	-1.0000	0.3902	3.5122	0.6098	3	2
0.8000	10.0000	3.0000	45.0000	4.0000	0.0000	0	2
0.9000	1.0000	-1.0000	0.0000	1.0000	1.0000	4	2
0.9000	2.0000	3.0000	9.0000	2.0000	0.0000	0	2
0.9000	4.0000	-1.0000	0.4475	3.5028	0.5525	0	2
0.9000	10.0000	3.0000	45.0000	4.0000	0.0000	0	2
1.0000	1.0000	-1.0000	0.0000	1.0000	1.0000	3	2
1.0000	2.0000	3.0000	9.0000	2.0000	0.0000	0	2
1.0000	4.0000	-1.0000	0.5000	3.5000	0.5000	3	2
1.0000	10.0000	3.0000	45.0000	4.0000	0.0000	0	2

Prueba Shankar (J2)							
Beta	Z1	Z2	J2	x1	x2	iter	Estado
0.0000	1.0000	-1.0000	1.0000	1.0000	2.0000	2	2
0.0000	2.0000	3.0000	25.0000	2.0000	2.0000	0	2
0.0000	4.0000	-1.0000	1.0000	4.0000	2.0000	2	2
0.0000	10.0000	3.0000	25.0000	10.0000	2.0000	0	2
0.1000	1.0000	-1.0000	0.8020	1.0891	1.8911	2	2
0.1000	2.0000	3.0000	22.8119	2.4752	1.7525	2	2
0.1000	4.0000	-1.0000	0.3564	4.0594	1.5941	2	2
0.1000	10.0000	3.0000	15.8416	10.3960	0.9604	2	2
0.2000	1.0000	-1.0000	0.6154	1.1538	1.7692	0	2
0.2000	2.0000	3.0000	20.3462	2.8846	1.4231	2	2
0.2000	4.0000	-1.0000	0.0385	4.0385	1.1923	0	2
0.2000	10.0000	3.0000	9.0000	10.0000	0.0000	0	2
0.3000	1.0000	-1.0000	0.4495	1.1927	1.6422	2	2
0.3000	2.0000	3.0000	17.7615	3.2110	1.0367	2	2
0.3000	4.0000	-1.0000	0.0000	4.0000	1.0000	4	2
0.3000	10.0000	3.0000	9.0000	10.0000	0.0000	3	2
0.4000	1.0000	-1.0000	0.3103	1.2069	1.5172	2	2
0.4000	2.0000	3.0000	15.2069	3.4483	0.6207	2	2
0.4000	4.0000	-1.0000	0.0000	4.0000	1.0000	4	2
0.4000	10.0000	3.0000	9.0000	10.0000	0.0000	3	2
0.5000	1.0000	-1.0000	0.2000	1.2000	1.4000	2	2
0.5000	2.0000	3.0000	12.8000	3.6000	0.2000	2	2
0.5000	4.0000	-1.0000	0.0000	4.0000	1.0000	4	2
0.5000	10.0000	3.0000	9.0000	10.0000	0.0000	3	2
0.6000	1.0000	-1.0000	0.1176	1.1765	1.2941	2	2
0.6000	2.0000	3.0000	10.7778	3.3333	0.0000	0	2
0.6000	4.0000	-1.0000	0.0000	4.0000	1.0000	4	2
0.6000	10.0000	3.0000	9.0000	10.0000	0.0000	3	2
0.7000	1.0000	-1.0000	0.0604	1.1409	1.2013	2	2
0.7000	2.0000	3.0000	9.7347	2.8571	0.0000	0	2
0.7000	4.0000	-1.0000	0.0000	4.0000	1.0000	5	2
0.7000	10.0000	3.0000	9.0000	10.0000	0.0000	3	2
0.8000	1.0000	-1.0000	0.0244	1.0976	1.1220	2	2
0.8000	2.0000	3.0000	9.2500	25.0000	0.0000	0	2
0.8000	4.0000	-1.0000	0.0000	4.0000	1.0000	5	2
0.8000	10.0000	3.0000	9.0000	10.0000	0.0000	3	2
0.9000	1.0000	-1.0000	0.0055	1.0497	1.0522	2	2
0.9000	2.0000	3.0000	9.0494	2.2222	0.0000	0	2
0.9000	4.0000	-1.0000	0.0000	4.0000	1.0000	5	2
0.9000	10.0000	3.0000	9.0000	10.0000	0.0000	3	2
1.0000	1.0000	-1.0000	0.0000	1.0000	1.0000	2	2
1.0000	2.0000	3.0000	9.0000	2.0000	0.0000	0	2
1.0000	4.0000	-1.0000	0.0000	4.0000	1.0000	5	2
1.0000	10.0000	3.0000	9.0000	10.0000	0.0000	3	2