



**UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE
MÉXICO**

**PROGRAMA DE MAESTRIA Y DOCTORADO EN
INGENIERIA**

FACULTAD DE INGENIERÍA

**RIGIDEZ EFECTIVA DE ELEMENTOS DE CONCRETO
PARA EL ANÁLISIS DE MARCOS ANTE CARGAS
LATERALES**

T E S I S

QUE PARA OPTAR POR EL GRADO DE:

MAESTRO EN INGENIERÍA

INGENIERIA CIVIL – ESTRUCTURAS

P R E S E N T A :

PAVEL ELÍAS MORA MATOS

TUTOR:

DR. ROBERTO MELI PIRALLA

JURADO ASIGNADO:

PRESIDENTE: *Dr. Oscar López Bátiz*

SECRETARIO: *Dr. Amador Terán Gilmore*

VOCAL: *Dr. Roberto Meli Piralla*

1^{er.} SUPLENTE: *Dr. Eduardo Reinoso Angulo*

2^{do.} SUPLENTE: *M. en I. Octavio García Domínguez*

Lugar o lugares donde se realizo la tesis:

Instituto de ingeniería de la UNAM

TUTOR DE TESIS:

Dr. Roberto Meli Piralla

FIRMA

DEDICATORIA

A Dios

*A mis padres,
Rubén Elías Mora y Emilia Margarita Matos
Por toda la atención, dedicación y amor que me han brindado*

*A mi hermano,
Rubén
Por su compañía en cada momento*

AGRADECIMIENTOS

Al Dr. Roberto Meli Piralla por su paciencia, apoyo y la valiosa asesoría que me brindo a lo largo de esta investigación.

A mis sinodales, Dr. Roberto Meli Piralla, Dr. Oscar López Bátiz, Dr. Amador Terán Gilmore, Dr. Eduardo Reinoso Angulo y M. en I. Octavio García Domínguez, por sus comentarios y sugerencias sobre esta tesis.

A mis profesores.

A mis compañeros de maestría y amigos, que siempre estuvieron conmigo a lo largo de este tiempo.

Al Instituto de Ingeniería por las facilidades y el material brindado para el desarrollo de esta tesis y por su acogida en sus instalaciones.

CONTENIDO

DEDICATORIA	III
AGRADECIMIENTOS	IV
CONTENIDO	V
CAPÍTULO 1: INTRODUCCIÓN.....	7
1.1. INTRODUCCIÓN	7
1.2. PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA.....	8
1.3. ANTECEDENTES.....	9
1.4. OBJETIVO Y ALCANCE.....	10
CAPÍTULO 2: DESCRIPCIÓN DE LOS MARCOS DE ESTUDIO Y DEL PROGRAMA DE ANÁLISIS NO LINEAL EMPLEADO	12
2.1. MARCOS DE ESTUDIO.....	12
2.1.1. CONSIDERACIONES GENERALES.....	12
2.1.2. MARCO DE 3 NIVELES (3NIV).....	12
2.1.3. MARCO DE 9 NIVELES (9NIV).....	15
2.1.4. MARCO DE 25 NIVELES (25NIV).....	16
2.2. PROGRAMA DE ANÁLISIS NO LINEAL.....	18
2.2.1. METODOLOGÍAS PARA EL ANÁLISIS NO LINEAL DE ESTRUCTURAS DE CONCRETO	18
2.2.2. PROGRAMA EMPLEADO.....	20
2.2.3. CALIBRACIÓN DEL PROGRAMA EMPLEADO.....	20
2.3. ANÁLISIS NO LINEAL DE LOS MARCOS DE ESTUDIO	25
CAPÍTULO 3: ESTUDIO DE LAS REGLAS DE RIGIDEZ EFECTIVA DE ELEMENTOS DE CONCRETO REFORZADO PARA EL ANÁLISIS DE ESTRUCTURAS	32
3.1. ASPECTOS GENERALES DE LAS REGLAS PARA EL CÁLCULO DE LA RIGIDEZ EFECTIVA DE ELEMENTOS DE CONCRETO REFORZADO PARA ANÁLISIS LINEALES DE ESTRUCTURAS.....	32
3.1.1. FILOSOFÍA DE LAS REGLAS DE RIGIDEZ EFECTIVA DE ELEMENTOS CONCRETO	32
3.1.2. DESCRIPCIÓN DE LAS REGLAS	33
3.1.2.1. Reglamento de Construcciones del Distrito Federal y sus Normas Técnicas Complementarias (RCDF-NTC)	33
3.1.2.2. Reglamento para las Construcciones de Concreto Estructural (ACI-318-02)	33
3.1.2.3. Pre-estándar y Comentarios para la Rehabilitación Sísmica de Edificios (FEMA-356) ..	34
3.1.2.4. Reglamento de Nueva Zelanda (NUEVA ZELANDA).....	34

3.2. COMPARACIÓN DE LAS REGLAS PARA EL CÁLCULO DE LA RIGIDEZ EFECTIVA DE ELEMENTOS DE CONCRETO REFORZADO PARA ANÁLISIS LINEALES DE ESTRUCTURAS CON LOS RESULTADOS OBTENIDOS DE ANÁLISIS NO-LINEALES DEL TIPO PUSH-OVER	35
3.2.1. CONSIDERACIONES GENERALES.....	35
3.2.1.1. Análisis lineales	36
3.2.2. ANÁLISIS LINEAL CON RIGIDEZ EFECTIVA VS. ANÁLISIS NO LINEAL, COMPARACIÓN Y CONCLUSIONES.....	36
 CAPÍTULO 4: ESTUDIO DE LAS VARIABLES QUE INCIDEN EN LA RIGIDEZ A FLEXIÓN DE LOS ELEMENTOS DE CONCRETO	39
 4.1. MODELO PARA EL ESTUDIO DE LAS VARIABLES QUE INFLUYEN EN LA RIGIDEZ EFECTIVA DE ELEMENTOS DE CONCRETO	39
4.2. ESTUDIO DE LAS VARIABLES QUE INFLUYEN EN LA RIGIDEZ EFECTIVA DE ELEMENTOS DE CONCRETO	40
4.2.1. PROCEDIMIENTO	40
4.2.2. PROPIEDADES DE LOS MODELOS	40
4.2.2.1. Geometría.....	40
4.2.2.2. Cargas	42
4.2.2.3. Acero de refuerzo longitudinal y transversal	43
4.2.3. ANÁLISIS DE RESULTADOS REPRESENTATIVOS.....	45
4.2.4. ANÁLISIS DEL EFECTO DE LAS VARIABLES EN LA RIGIDEZ EFECTIVA DEL SUB-MODELO	51
 CAPÍTULO 5: PROPUESTA DE RIGIDEZ EFECTIVA DE ELEMENTOS DE CONCRETO PARA EL ANÁLISIS DE MARCOS SUJETOS A CARGAS LATERALES... 65	
 5.1. DETERMINACIÓN DE LA RIGIDEZ EFECTIVA DE LOS ELEMENTOS DE CONCRETO.....	65
5.2. PROPUESTA DE INERCIA EFECTIVA DE ELEMENTOS DE CONCRETO.....	72
 CAPÍTULO 6: CONCLUSIONES	75
 REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS	77

CAPÍTULO 1: INTRODUCCIÓN

1.1. INTRODUCCIÓN

En la práctica profesional se recurre comúnmente al uso de análisis lineales con rigideces equivalentes que pretenden tomar en cuenta la no linealidad debido al agrietamiento de las secciones. La rigidez a flexión de los elementos que integran un conjunto juega un papel fundamental para predecir el comportamiento del mismo. Dentro de las simplificaciones a las que se recurre para el análisis de marcos resistentes a cargas laterales, está el uso de factores que permitan determinar un momento de inercia equivalente de la sección de concreto con el fin de determinar la rigidez efectiva a flexión de la sección; todo esto bajo el supuesto de que un marco sujeto a acciones sísmicas tendrá que experimentar grandes deformaciones en los elementos que lo componen y que la deformación en elementos de concreto se traduce en agrietamiento de los mismos.

El trabajo que a continuación se presenta estudia la rigidez a flexión de elementos de concreto reforzado que componen un marco. En el mismo se analiza la influencia de las variables que constituyen un elemento de concreto.

En este estudio se utilizaron como herramientas básicas programas de computadora para análisis lineales y no lineales. Para análisis lineales fue utilizado el Sap 2000 y los análisis no lineales fueron hechos con ayuda del Seismostruct.

El capítulo 1 trata la recopilación bibliográfica del estudio. También se hace un breve planteamiento de la problemática que se intenta descifrar en los capítulos siguientes y termina planteando los objetivos y el alcance que se espera tenga el estudio.

El capítulo 2 se enfoca en explicar las principales consideraciones y modelos de comportamiento de los materiales que se utilizaron para efectuar los análisis. También en este capítulo se trata de mostrar el grado de precisión del programa de computadora utilizado en el análisis no lineal con la calibración de un ejemplo.

El capítulo 3 describe y estudia la precisión de las reglas existentes de degradación de rigidez en elementos de concreto e intuye conclusiones acerca de las mismas.

El capítulo 4 se dedica al estudio de la influencia de las variables que componen un elemento de concreto, y de como la variación de rigidez en un elemento influye la del conjunto del cual forma parte.

En el capítulo 5 se introduce una nueva regla para degradación de la rigidez a flexión de elementos de concreto y se analizan los resultados que pueden obtenerse con la aplicación de la misma.

En el capítulo 6 se interpretan los resultados y se exponen las conclusiones del estudio, además se comentan las posibles líneas de investigación que podrían ampliar lo tratado en este estudio y arrojar luz en algunos puntos que esta investigación no alcanzará a dilucidar.

1.2. PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

Como se ha señalado anteriormente en el análisis de edificios de concreto es importante la correcta estimación de las propiedades de rigidez de los elementos que componen una estructura. Actualmente esta estimación se deja a reglas cuya exactitud en la estimación del comportamiento de una estructura no conocemos con certeza. Por ejemplo, se usan reglas tan sencillas como tomar el 50% del momento de inercia de la sección bruta para las vigas y el 100% del momento de inercia de la sección bruta para las columnas.

Las propiedades de rigidez asumidas pueden afectar de manera considerable los resultados del análisis y del diseño estructural de los marcos de concreto que componen un conjunto. Estas dos actividades (análisis y diseño estructural) pueden verse perturbadas ya que la incorrecta determinación de las propiedades anteriormente mencionadas influye significativamente en tres parámetros básicos y necesarios para realizar estas tareas:

- 1. Deformaciones o deflexiones.** Las suposiciones para el modelado de la rigidez efectiva de elementos de concreto impacta directamente en los controles de deflexiones y en los controles de los efectos de segundo orden, que se inducen sobre todo en las columnas esbeltas. Además cabe señalar que en zonas sísmicas el diseño de una estructura está controlado por las distorsiones de entrepiso que puede experimentar la misma; una mala estimación de las propiedades de rigidez de los elementos puede contribuir a un inadecuado cálculo de los desplazamiento de los pisos y de sus distorsiones.
- 2. Distribución de fuerzas internas.** La distribución de las fuerzas internas es sensible a los coeficientes de rigidez asumidos en los análisis lineales. Estas fuerzas internas son las que se utilizan para diseñar el elemento, por lo que una mala estimación de las mismas provocaría un diseño inadecuado de los miembros que componen una estructura. Cabe señalar, que siempre que se mantenga igual la rigidez relativa el impacto de estos coeficientes no es significativo.
- 3. Respuesta dinámica.** Dado que los periodos de vibración de una estructura son proporcionales a la raíz cuadrada de la rigidez de la misma, el comportamiento dinámico puede verse comprometido por una mala estimación de la rigidez de los elementos de concreto que componen un marco. La rigidez global de la estructura es función de la rigidez individual a nivel elemento y es por ello que una inadecuada estimación de la rigidez a nivel elemento hace difícil lidiar con los efectos dinámicos inducidos por terremotos, viento y otras cargas, como vibraciones de maquinarias.

1.3. ANTECEDENTES

Existen numerosas reglas que tratan de predecir el factor de reducción de la inercia a usar en la determinación de la rigidez efectiva a flexión de la sección de concreto. A pesar de eso existen pocos estudios que demuestren la exactitud que proveen las mismas al momento de comparar sus resultados con el comportamiento real de la estructura. Aunque estas propuestas reglamentarias varían en los valores a utilizar para agrietar las secciones de concreto, su aplicación es similar. El agrietamiento es un fenómeno inevitable en edificios de concreto. Aún dentro de un nivel de carga de servicio sería inapropiada la presunción de considerar que se mantiene la rigidez inicial de los miembros de concreto, ya que es posible esperar una reducción significativa de la rigidez lateral de una estructura debido a que el agrietamiento inicial de sus miembros suele aparecer a niveles de carga lateral muy bajos (Chan et al., 2000).

El problema se vuelve más complicado cuando se considera que la pérdida de rigidez de los elementos que componen un marco varía considerablemente con el tipo y la posición del elemento en el conjunto estructural. En un estudio del análisis no lineal de un edificio de 40 pisos sometido a carga lateral incremental pudo observarse como las vigas de niveles intermedios resultaron experimentar mayor pérdida de rigidez que las de pisos superiores. Las columnas de niveles inferiores fueron las que sufrieron menor pérdida de rigidez (Chan et al. 2000).

Otros estudios hacen depender la inercia efectiva de la condición de carga del elemento (Al-Zaid et al., 1991); esta propuesta ha sido acogida por el ACI-318-02 (2004) y planteada como herramienta para el cálculo de las deflexiones inmediatas.

Partiendo del hecho de que las características de resistencia de una estructura están íntimamente relacionadas con la capacidad de deformación de los elementos de concreto (Panagiotakos y Fardis, 2001), se podría suponer que con un mejor estudio de los factores que inciden en la deformación de los miembros de concreto sería suficiente para conocer la rigidez a flexión de estos miembros y, partiendo de aquí, identificar la rigidez lateral de estructuras de concreto; ahora bien, las variables que controlan la capacidad de deformación de los elementos de concreto son muy diversas (Corley, 1966) y resulta difícil una correcta inclusión de todas estas variables en la determinación de la rigidez a flexión de un elemento de concreto.

Algunos trabajos prefieren hacer uso de las relaciones momento-curvatura de las secciones de concreto para determinar la rigidez a flexión del elemento de concreto, basados en que la rigidez a flexión de una sección es la relación por cociente entre el momento de fluencia y la curvatura de fluencia. Por el hecho de que resulta complicado determinar el momento de fluencia, se prefiere usar el momento resistente de la sección e introducir un factor de corrección para que la relación antes mencionada pueda usarse para distintos niveles de momento (Duan et al., 1989).

Otros estudios más refinados han decidido estudiar todas las variables que inciden en el problema. Se analizan la influencia del refuerzo longitudinal, relación de excentricidad en las columnas, carga axial en las columnas, resistencia del bloque de compresión del concreto, concreto de recubrimiento, distribución del acero y forma de la sección (Khuntia y Ghosh, 2004). Los resultados de este estudio indican que cuando es

incrementado el acero de refuerzo longitudinal en los elementos de concreto también se incrementa la rigidez del elemento, mientras que al aumentarse la relación de excentricidad en las columnas (e/h), donde e representa la relación por cociente entre el momento actuante y la carga, h la dimensión de la columna, la rigidez del elemento, en este caso columna, disminuye. La carga axial y el esfuerzo de compresión del concreto hacen aumentar también la rigidez a flexión de las columnas. Además se señala como variables de influencia menor: el concreto de recubrimiento, la distribución del acero y la forma de la sección, ya que las mismas solo ejercen una influencia de 12%, 8% y algo más de 10% respectivamente.

Algunas investigaciones acerca de la rigidez de miembros de concreto basan sus resultados en el estudio de elementos sometidos a ciclos de histéresis (Mehanny et al., 2001) y coinciden con otros al indicar como parámetros de influencia significativa en este problema al acero de refuerzo longitudinal y la carga axial. El estudio de Rivera V. (2005) hace uso de este procedimiento para determinar la rigidez a flexión de columnas de concreto reforzado de puentes. El uso de este procedimiento puede ser justificado para elementos que puedan considerarse con base empotrada y el otro extremo libre, como es el caso de las columnas de puentes; en el caso de marcos de concreto en donde la influencia de la interacción de los elementos puede ser significativa este planteamiento puede resultar cuestionable porque el desplazamiento de un marco en sus nudos libres de apoyo depende de las restricciones que le confieren los elementos que llegan a él.

Con base en ensayos de laboratorio de elementos bajo carga lateral incremental puede determinarse la rigidez a flexión del elemento partiendo del hecho de que el elemento no ingresa en el rango inelástico hasta no sobrepasar el 75% de la carga de fluencia del mismo, afirma Paulay (1996). Esta propuesta presenta valores para determinar la rigidez a flexión de los elementos de concreto en función del estado límite de diseño de la estructura y de la demanda de ductilidad de la estructura que se analiza. En cuanto a los estados límite esta propuesta hace distinción entre dos de ellos, estado límite de servicio y estado límite último. El estado límite último es definido como aquel que corresponde a una demanda de ductilidad de seis o aquel en donde las fuerzas de diseño obtenidas del espectro elástico son reducidas en un sexto de su magnitud.

Los reglamentos que se ocupan del análisis y diseño de estructuras de concreto abordan también el tema de la rigidez a flexión a usar en los análisis lineales de las mismas. Lo hacen modificando la inercia bruta de la sección para considerar una inercia efectiva (I_e). Este tema se aborda después cuando se describan las reglas que existen para determinar la rigidez efectiva de elementos de concreto.

1.4. OBJETIVO Y ALCANCE

El objetivo principal de este estudio radicó en proponer factores de reducción de la rigidez a flexión para elementos de concreto, tanto vigas como columnas. Estos valores de rigidez deben ser tales que permitan aproximar, a través de un análisis lineal, el comportamiento real de la estructura hasta la fluencia y que su sencillez permita su uso de manera rutinaria en la práctica profesional. Además estos factores deben tratar de estimar las propiedades dinámicas de las estructuras.

En la búsqueda de nuestro objetivo principal, se irán alcanzando objetivos secundarios que servirán para comprender mejor el problema y, además, permitirán sacar conclusiones útiles para lograr nuestro objetivo fundamental.

Como parte de los objetivos secundarios se analizarán las reglas normativas que existen para determinar la rigidez a flexión de elementos de concreto, se explicarán sus fundamentos y se evaluará su grado de aproximación al comparar los resultados que se obtienen con las mismas en análisis lineales, con el comportamiento obtenido de análisis no lineales. En función de estos resultados se sacarán conclusiones sobre su exactitud.

También se propondrá un modelo estructural simplificado para analizar la influencia de las variables representativas en la rigidez a flexión de los elementos de concreto. Con esto se tratarán de identificar las variables con un peso importante en la determinación de la rigidez a nivel elemento.

Para marcos de varios pisos se examinará la importancia que tiene el cambio de una u otra variable en un elemento de concreto a nivel global, partiendo primero del análisis de un modelo simplificado propuesto y extrapolarlo los resultados al conjunto.

CAPÍTULO 2: DESCRIPCIÓN DE LOS MARCOS DE ESTUDIO Y DEL PROGRAMA DE ANÁLISIS NO LINEAL EMPLEADO

2.1. MARCOS DE ESTUDIO

2.1.1. Consideraciones generales

Los marcos utilizados en este estudio corresponden a edificios de concreto reforzado diseñados para uso de oficinas en la zona compresible de la ciudad de México, específicamente en la zona III_b. Los edificios son construcciones del grupo B y su diseño se hizo satisfaciendo los requerimientos del Reglamento de Construcciones para el Distrito Federal y sus Normas Técnicas Complementarias para Diseño y Construcción de Estructuras de Concreto (Rivera B., 2005).

Las propiedades de los materiales utilizados son:

1. Concreto clase 1, con resistencia a la compresión de $f'_c=250 \text{ kg/cm}^2$, módulo de elasticidad $E_c=14000(f'_c)^{1/2}$, peso volumétrico de $\gamma=2400 \text{ kg/cm}^3$ y relación de Poisson $\nu=0.2$.
2. Acero de refuerzo con esfuerzo de fluencia $f_y=4200 \text{ kg/cm}^2$.

El sistema de piso está formado por losas macizas de 10 cm de espesor, coladas monolíticamente con las vigas. Las cargas verticales de los sistemas de piso (cargas muertas y cargas vivas) se obtuvieron de acuerdo al RCDF-NTC (2004). La masa en cada nivel está uniformemente distribuida, por lo que los centros de masa coinciden siempre con los centros geométricos en planta.

2.1.2. Marco de 3 niveles (3NIV)

El marco 3NIV fue obtenido de un edificio de 3 niveles cimentado sobre zapatas corridas. La planta del edificio es rectangular con 5 claros de 8 m en la dirección longitudinal (X) y un claro de 8 m en la dirección transversal (Y). Tiene volados como se indican en la Figura 2-1.

Tiene vigas secundarias en la dirección longitudinal colocadas en los tercios del claro, incluyendo el volado de 2.5 m. La altura del edificio a partir del nivel de terreno (PB) y hasta el nivel de azotea (N-3) es de 11.25 m. Las alturas de entrepiso son: 4.25 m de PB a N-1, y de 3.5 m para los entrepisos restantes.

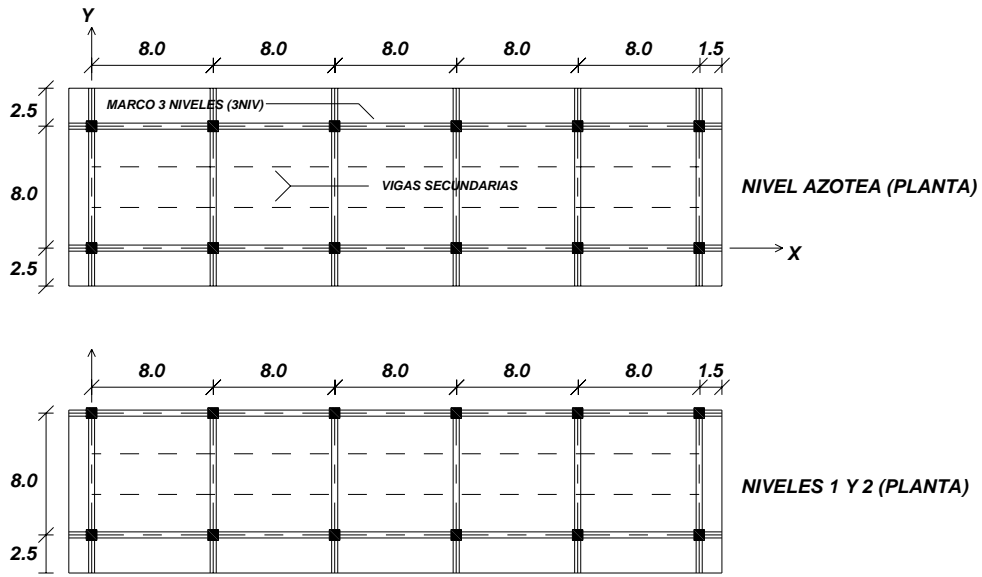


Figura 2-1: Planta del edificio de 3 niveles de donde se extrajo el marco de estudio 3NIV

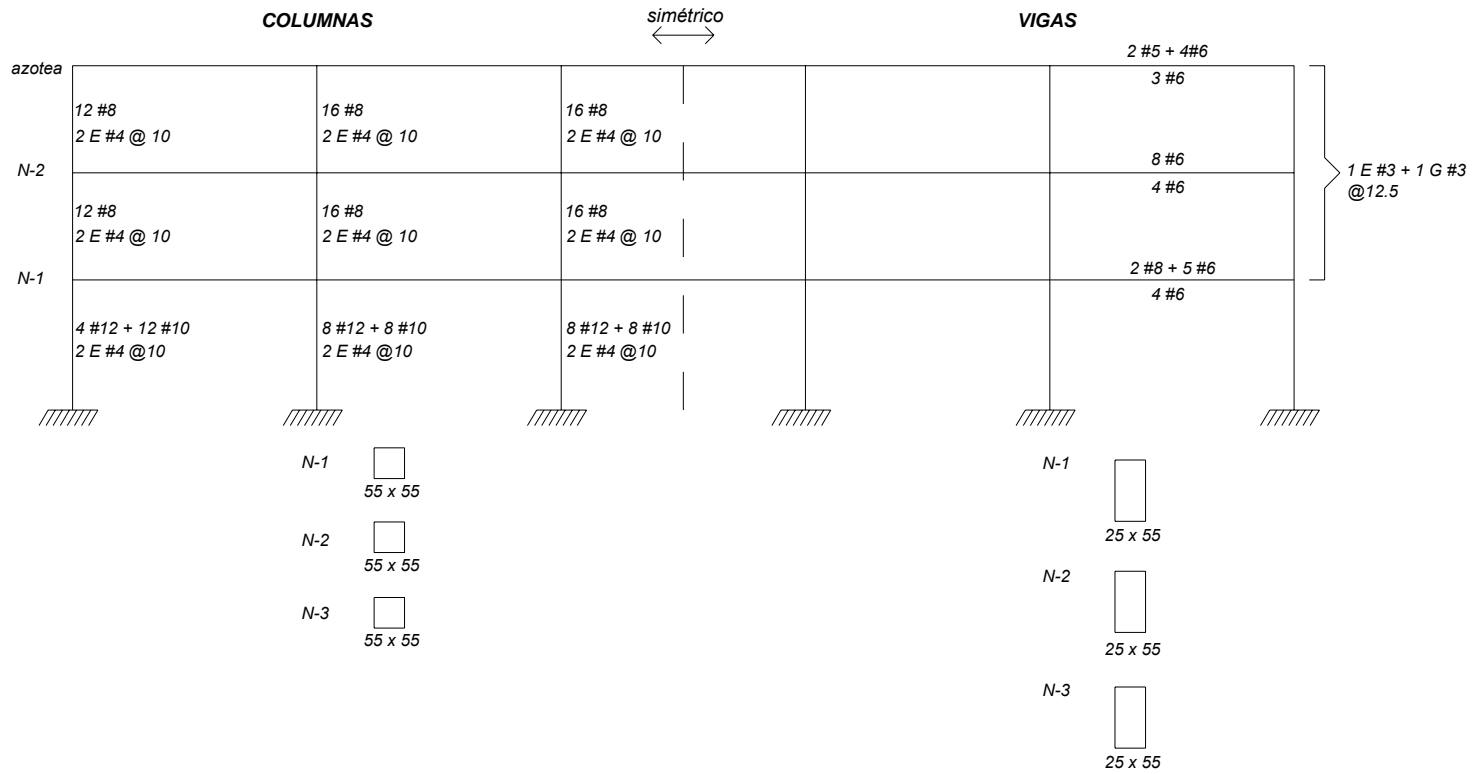


Figura 2-2: Armado y dimensiones de los elementos del marco 3NIV

2.1.3. Marco de 9 niveles (9NIV)

El marco 9NIV fue extraído de un edificio de 9 niveles con cajón de cimentación y pilotes de fricción. La planta del edificio es rectangular; en la dirección longitudinal (X) tiene 3 claros de 8 m y en la dirección transversal (Y) hay 4 claros de igual dimensión (ver Figura 2-3).

Posee vigas secundarias a la mitad de los claros en ambas direcciones. La altura del edificio es 35.5 m, medida a partir del nivel PB hasta el nivel N-9 (azotea). El primer nivel PB tiene una altura de 7.5 m y los demás de 3.5 m.

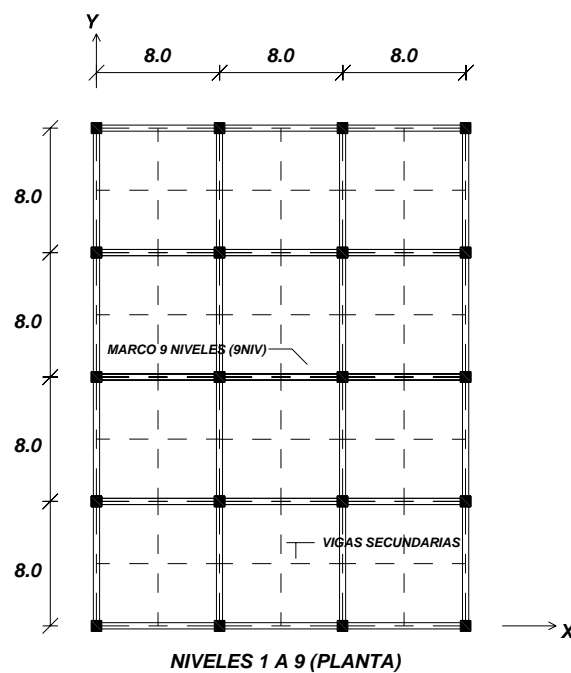


Figura 2-3: Planta del edificio de 9 niveles de donde se extrajo el marco de estudio 9NIV

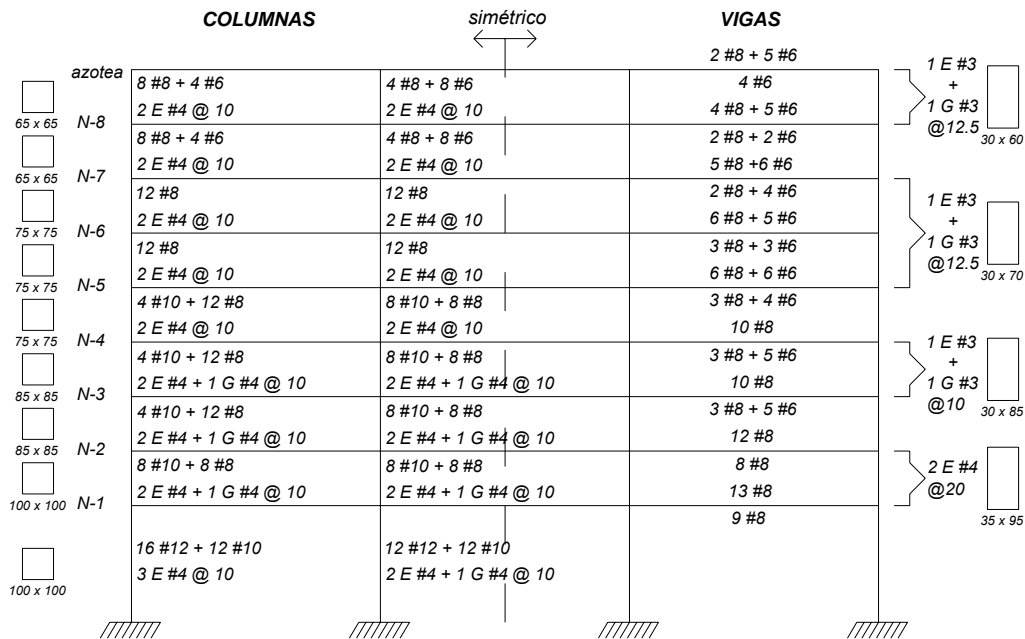


Figura 2-4: Armado y dimensiones de los elementos del marco 9NIV

2.1.4. Marco de 25 niveles (25NIV)

Este marco fue extraído de una estructura de 25 niveles. Se trata de un edificio con cimentación de cajón y pilotes de punta. En planta el edificio es cuadrado con tres claros de 8 m en ambas direcciones, X y Y (ver Figura 2-5).

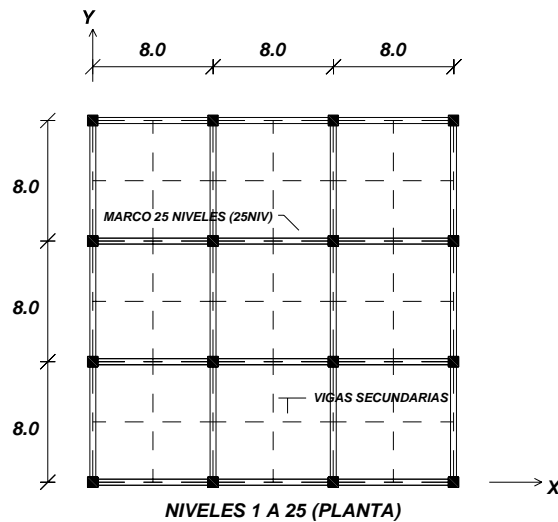


Figura 2-5: Planta del edificio de 25 niveles de donde se extrajo el marco de estudio 25NIV

Posee vigas secundarias a la mitad de los claros y en ambas direcciones. La altura a partir del nivel PB hasta el nivel 25 (azotea) es 88.45 m; esta altura se encuentra repartida en un entrepiso de 4.45 m y los restantes de 3.5 m.

	COLUMNAS		simétrico ← →	VIGAS	
azotea				2 #8 + 5 #6	
90 x 90 N-24	16 #8 2 E #4 + 1 G #4 @ 10	16 #8 2 E #4 + 1 G #4 @ 10		4 #6 4 #8 + 5 #6	2 E #4 @ 15 45 x 85
90 x 90 N-23	16 #8 2 E #4 + 1 G #4 @ 10	16 #8 2 E #4 + 1 G #4 @ 10		6 #6 9 #8	
90 x 90 N-22	4 #10 + 12 #8 2 E #4 + 1 G #4 @ 10	16 #8 2 E #4 + 1 G #4 @ 10		2 #8 + 5 #6 11 #8	
90 x 90 N-21	8 #10 + 8 #8 2 E #4 + 1 G #4 @ 10	4 #10 + 12 #8 2 E #4 + 1 G #4 @ 10		6 #8 6 #10 + 4 #8	
90 x 90 N-20	4 #12 + 8 #10 2 E #5 @ 10	4 #12 + 8 #10 2 E #5 @ 10		8 #8 6 #10 + 6 #8	2 E #4 @ 15 50 x 95
105 x 105 N-19	4 #12 + 8 #10 2 E #5 @ 10	4 #12 + 8 #10 2 E #5 @ 10		12 #8 8 #10 + 4 #8	
105 x 105 N-18	4 #12 + 8 #10 2 E #5 @ 10	4 #12 + 8 #10 2 E #5 @ 10		6 #10 + 3 #8 8 #10 + 5 #8	
105 x 105 N-17	8 #12 + 4 #10 2 E #5 @ 10	4 #12 + 8 #10 2 E #5 @ 10		6 #10 + 4 #8 8 #10 + 5 #8	
105 x 105 N-16	8 #12 + 4 #10 2 E #5 @ 10	8 #12 + 4 #10 2 E #5 @ 10		6 #10 + 5 #8 6 #12 + 4 #10	2 E #4 @ 12.5 50 x 100
120 x 120 N-15	8 #12 + 8 #10 2 E #5 + 1 G #5 @ 10	8 #12 + 8 #10 2 E #5 + 1 G #5 @ 10		8 #10 + 5 #8 6 #12 + 4 #10	
120 x 120 N-14	8 #12 + 8 #10 2 E #5 + 1 G #5 @ 10	8 #12 + 8 #10 2 E #5 + 1 G #5 @ 10		8 #10 + 5 #8 6 #12 + 5 #10	
120 x 120 N-13	8 #12 + 8 #10 2 E #5 + 1 G #5 @ 10	8 #12 + 8 #10 2 E #5 + 1 G #5 @ 10		8 #10 + 5 #8 6 #12 + 5 #10	
120 x 120 N-12	8 #12 + 8 #10 2 E #5 + 1 G #5 @ 10	8 #12 + 8 #10 2 E #5 + 1 G #5 @ 10		8 #10 + 6 #8 6 #12 + 6 #10	2 E #4 @ 10 50 x 105
130 x 130 N-11	12 #12 + 4 #10 3 E #5 @ 10	12 #12 + 4 #10 3 E #5 @ 10		8 #10 + 7 #8 6 #12 + 6 #10	
130 x 130 N-10	12 #12 + 4 #10 3 E #5 @ 10	12 #12 + 4 #10 3 E #5 @ 10		8 #10 + 7 #8 6 #12 + 6 #10	
130 x 130 N-9	12 #12 + 4 #10 3 E #5 @ 10	12 #12 + 4 #10 3 E #5 @ 10		8 #10 + 7 #8 6 #12 + 6 #10	
130 x 130 N-8	12 #12 + 16 #10 4 E #5 @ 10	12 #12 + 8 #10 3 E #5 @ 10		8 #10 + 7 #8 11 #12	2 E #5 @ 15 55 x 110
140 x 140 N-7	12 #12 + 16 #10 4 E #5 @ 10	12 #12 + 8 #10 3 E #5 @ 10		6 #12 + 6 #10 11 #12	
140 x 140 N-6	12 #12 + 16 #10 4 E #5 @ 10	12 #12 + 8 #10 3 E #5 @ 10		6 #12 + 6 #10 11 #12	
140 x 140 N-5	32 #12 4 E #5 @ 10	12 #12 + 8 #10 3 E #5 @ 10		6 #12 + 6 #10 8 #12 + 4 #10	
140 x 140 N-4	40 #12 4 E #5 @ 10	12 #12 + 8 #10 3 E #5 @ 10		6 #12 + 6 #10 11 #12	2 E #5 @ 15 55 x 115
150 x 150 N-3	40 #12 4 E #5 @ 10	12 #12 + 12 #10 3 E #5 + 1 G #5 @ 10		6 #12 + 6 #10 8 #12 + 4 #10	
150 x 150 N-2	44 #12 4 E #5 @ 10	12 #12 + 12 #10 3 E #5 + 1 G #5 @ 10		6 #12 + 6 #10 6 #12 + 6 #10	
150 x 150 N-1	56 #12 4 E #5 @ 10	12 #12 + 12 #10 3 E #5 + 1 G #5 @ 10		6 #12 + 5 #10 6 #12 + 5 #10	
150 x 150	72 #12 4 E #5 @ 10	40 #12 4 E #5 @ 10		8 #10 + 5 #8	

Figura 2-6: Armado y dimensiones de los elementos del marco 9NIV

2.2. PROGRAMA DE ANÁLISIS NO LINEAL

2.2.1. Metodologías para el análisis no lineal de estructuras de concreto

En el análisis no lineal de estructuras de concreto reforzado, por lo general se emplea la formulación de plasticidad concentrada, en la cual el comportamiento no lineal se concentra en los extremos de vigas y columnas, que son zonas en donde comúnmente se presenta la formación de articulaciones plásticas. Dicho comportamiento se representa mediante resortes no lineales a los cuales se les asigna un modelo constitutivo de plasticidad concentrada, en el que se busca reproducir la degradación de rigidez y resistencia, así como el estrangulamiento de la curva histerética por efecto del deslizamiento relativo entre el refuerzo longitudinal y el concreto que lo rodea, y los efectos de corte.

Para describir el comportamiento inelástico a todo lo largo de miembros de concreto reforzado se recurre a formulaciones de plasticidad distribuida, la cual no ha sido tan ampliamente usada como la de plasticidad concentrada. El comportamiento constitutivo del material se basa en la modelación de elementos finitos de fibra tipo viga o columna, según sea el caso, que es conocida como teoría de fibras, en la que a cada fibra se le asigna un modelo constitutivo del material en estudio para de esta manera evaluar el comportamiento no lineal del miembro (Spacone et al., 1996).

Esta formulación consiste en subdividir la sección de un elemento en fibras, para posteriormente, mediante una integración numérica de la misma estimar las deformaciones y esfuerzos resultantes de la sección. El comportamiento constitutivo de las fibras se plantea en función del comportamiento esfuerzo-deformación del material; así, para las estructuras de concreto reforzado se requieren los modelos correspondientes del concreto simple y confinado, y del acero de refuerzo. El comportamiento no lineal a lo largo del miembro se obtiene a partir de dos puntos de integración de Gauss para cada uno de los elementos que discretizan el miembro estructural. Para un elemento de extremos A y B, los puntos de integración de Gauss o las secciones que usa el programa para definir el comportamiento del elemento, se encuentran a una distancia de $L/2\sqrt{3}$ del centro del elemento.

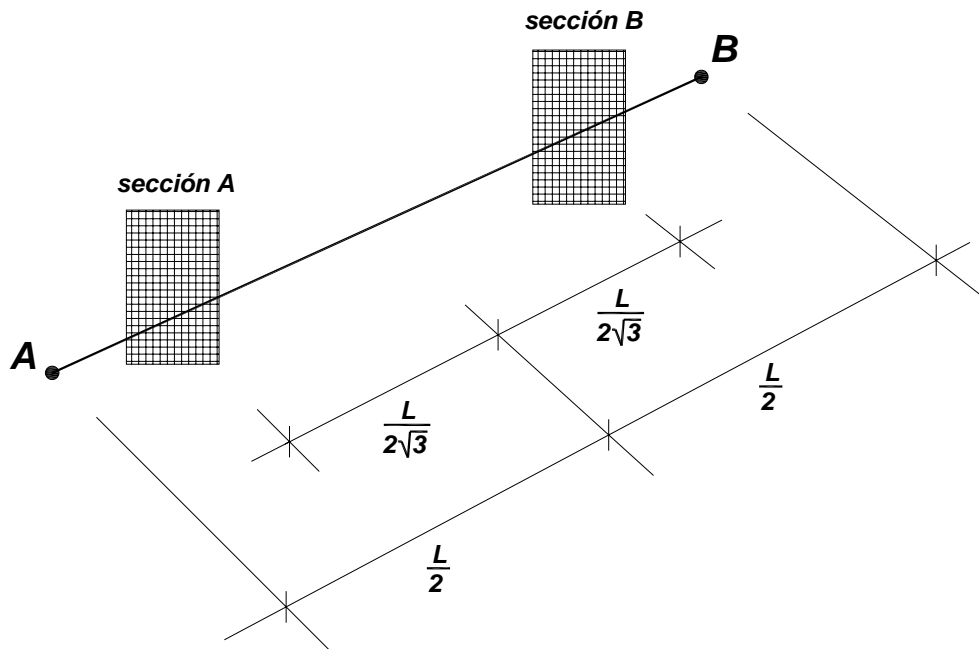
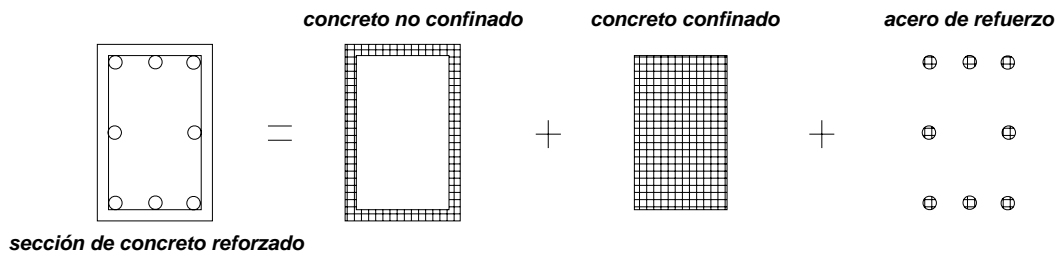


Figura 2-7: Modelación de elemento finito de fibra o viga

La modelación por fibras presenta dos inconvenientes. El primero tiene que ver con la modelación de las deformaciones debidas a cortante, ya que se ha comprobado que el elemento fibra no reproduce la deformación por cortante, por lo que este tipo de análisis no son recomendados para el estudio de elementos cortos, en donde la influencia de la deformación por cortante no es despreciable (Spacone et al., 1996).

La segunda limitación de esta formulación esta relacionada con el hecho de que la misma es incapaz de reproducir el deslizamiento relativo entre el concreto y la barra de acero, por lo que la respuesta analítica tiende a sobrestimar la capacidad de disipación de energía de la estructura. Sin embargo cabe señalar que el uso de una formulación que permita considerar la plasticidad distribuida a lo largo del elemento, y no concentrada, hacen más reales los resultados analíticos que pudiesen obtenerse con la misma, ya que es como sucede en las estructuras de concreto, la concentración de la plasticidad es una simplificación del problema.

2.2.2. Programa empleado

Para los análisis no lineales llevados a cabo en este estudio se utilizó el programa Seismostruct (2002). Este programa está basado en la teoría de fibras para predecir el comportamiento de marcos tridimensionales bajo carga estática y dinámica tomando en consideración la no linealidad tanto de la geometría como de los materiales. Además, contiene algoritmos de estabilidad numérica para los casos en los que se tiene que evaluar altos niveles de deformación, lo que permite una buena estimación de la respuesta inelástica, así como la capacidad de carga última.

Para evaluar la inelasticidad del material, el programa contempla varios modelos constitutivos del material:

- 1. Modelo de acero bi-lineal con endurecimiento por deformación. Comportamiento bajo carga monotónica.*
- 2. Modelo de acero con endurecimiento por deformación. Comportamiento bajo carga cíclica.*
- 3. Modelo de acero con endurecimiento por deformación. Comportamiento bajo carga cíclica y pandeo del refuerzo longitudinal.*
- 4. Modelo del concreto tri-lineal. Comportamiento bajo carga monotónica.*
- 5. Modelo de concreto con confinamiento constante. Comportamiento bajo carga cíclica.*
- 6. Modelo de concreto con confinamiento variable. Comportamiento bajo carga cíclica.*
- 7. Modelo de confinamiento constante para concreto de alta resistencia. Comportamiento bajo carga cíclica.*

En este programa los análisis no lineales implican procedimientos de solución iterativos ante cargas que son aplicadas en incrementos predefinidos. El algoritmo de solución que se maneja es el método de Newton-Raphson Modificado. El programa tiene la virtud de que si la solución no converge para el número de iteraciones especificado, de manera automática se reduce el incremento de carga (análisis bajo carga monotónica) o el incremento del tiempo (análisis de historia en el tiempo), entonces el análisis se restablece a partir del último punto de equilibrio, para poder alcanzar la convergencia.

2.2.3. Calibración del programa empleado

Para verificar la validez de los resultados obtenidos por el programa de análisis no lineal se decidió buscar en la literatura resultados de marcos de concreto que se hubiesen sometido a ensayos de carga lateral incremental y cuyos resultados pudieran reproducirse con el programa.

La validez del programa frente al análisis de elementos de concreto sometidos a carga cíclica, específicamente columnas de puentes, fue verificada por Rivera V. (2005).

Por eso en esta tesis nos interesa estudiar la confiabilidad de los resultados cuando se trata de analizar un conjunto.

Para la calibración del programa se utilizaron los resultados de Chan et al. (2000) donde se estudia la rigidez lateral de edificios de concreto. El estudio contiene los resultados de un marco doblemente articulado en sus apoyos que fue sometido a carga lateral incremental. Los valores de los desplazamientos para cada incremento de carga fueron computados y son los que se utilizaron en esta tesis para verificar los resultados que arroja un modelo analítico de iguales características al del estudio y sometido a iguales condiciones de carga.

En el modelo analítico, las secciones de viga y columna se consideraron divididas en 200 fibras. Los miembros estructurales fueron divididos en 5 elementos cada uno. Después de varias pruebas se determinó que esta discretización arrojaba resultados satisfactorios.

Las propiedades de los materiales que componen los elementos del marco son acero de refuerzo de $f_y=414$ MPa y concreto de $f'_c=29$ MPa.

Para el acero de refuerzo longitudinal se utilizó un modelo bi-lineal con endurecimiento por deformación. Para considerar el endurecimiento por deformación se utilizó 0.05 de relación entre la pendiente después de la fluencia y la pendiente antes de la fluencia.

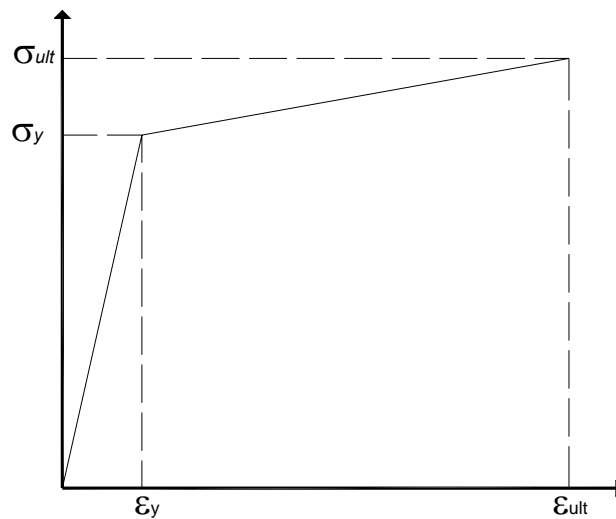


Figura 2-8: Modelo acero de refuerzo longitudinal

Para el concreto confinado y no confinado se utilizó la propuesta de Mander et al. (1988), la cual hace uso de un coeficiente de confinamiento efectivo (k_e) para tomar en cuenta el incremento en la resistencia del concreto confinado que producen los estribos. Para el concreto no confinado $k_e=1$.

$$k_e = \frac{\left(1 - \sum_{i=1}^n \frac{(w'_i)^2}{6b_c d_c}\right) \left(1 - \frac{s'}{2b_c}\right) \left(1 - \frac{s'}{2d_c}\right)}{1 - \rho_{cc}}$$

$$f'_l = k_e \rho_s f_{yh}$$

Cuando el concreto esta sometido a compresión triaxial con igual esfuerzo de confinamiento lateral efectivo, la relación por cociente entre el esfuerzo de compresión del concreto confinado y el no confinado está dada por:

$$\frac{f'_{cc}}{f'_{co}} = -1.254 + 2.254 \sqrt{1 + \frac{7.94 f'_l}{f'_{co}}} - 2 \frac{f'_l}{f'_{co}}$$

En estas expresiones ρ_{cc} es la relación entre el área de refuerzo longitudinal y el área de concreto confinado por los estribos, f'_l es el esfuerzo de confinamiento lateral efectivo, ρ_s es la cuantía de refuerzo transversal en la dirección considerada y f_{yh} es el esfuerzo de fluencia del estribo. El significado de las demás variables se describe en la figura que se muestra a continuación.

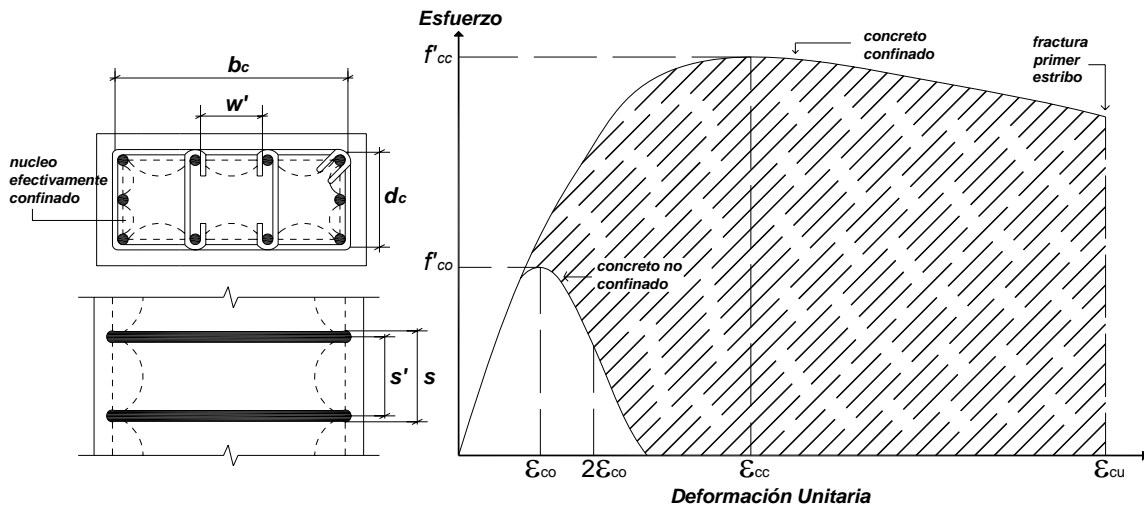


Figura 2-9: Modelo de concreto confinado Mander et al. (1988)

Para calcular la resistencia a tensión del concreto se empleó la propuesta de Priestley et al. (1996), que puede resumirse con la expresión que se muestra a continuación, donde f'_c es el esfuerzo de compresión del concreto en MPa.

$$f_t = 0.5 \sqrt{f'_c}$$

Las propiedades geométricas, así como las cargas que actuaron sobre el modelo son las que se indican en la Figura 2-10.

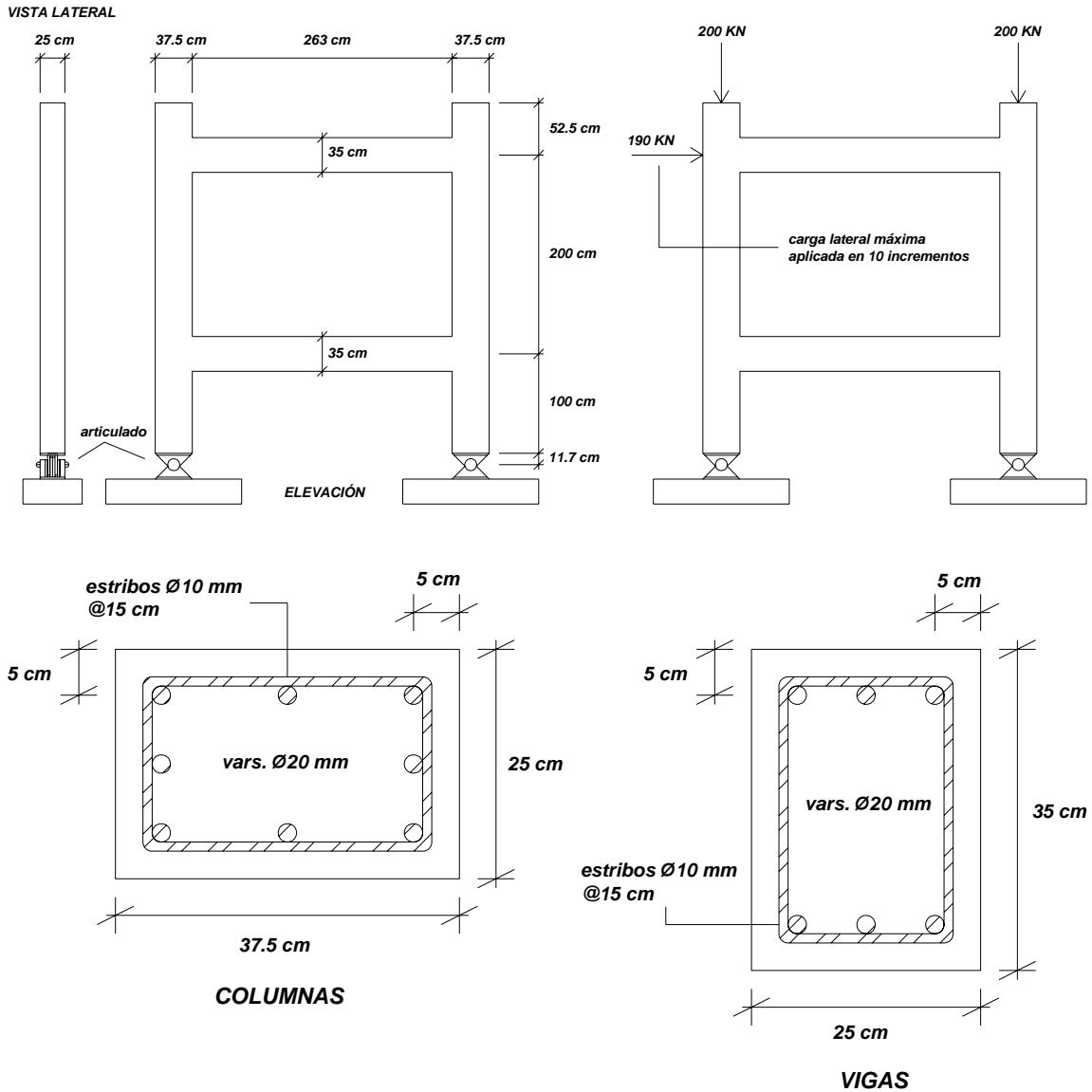


Figura 2-10: Geometría y armado del modelo

El marco fue sometido a 10 incrementos de carga lateral hasta llegar a 190 kN. Los resultados de la respuesta medida en laboratorio y los obtenidos con el modelo analítico se muestran a continuación.

En el modelo analítico del marco se consideraron las uniones viga-columna como 100% rígidas.

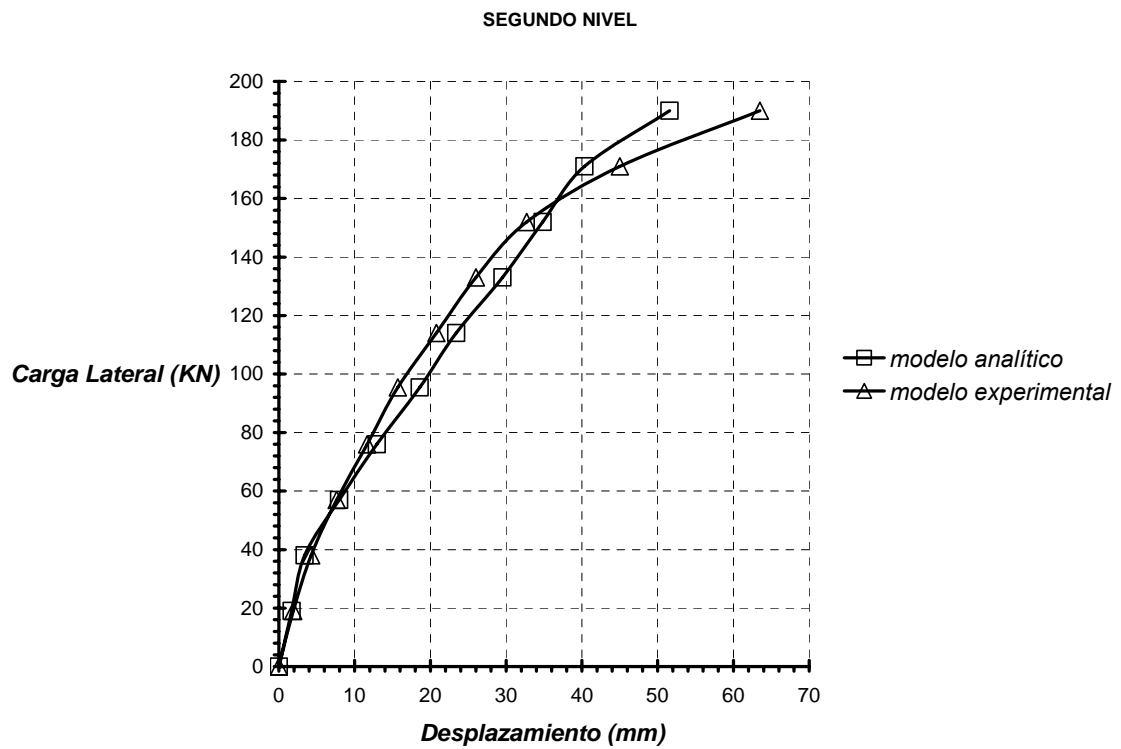
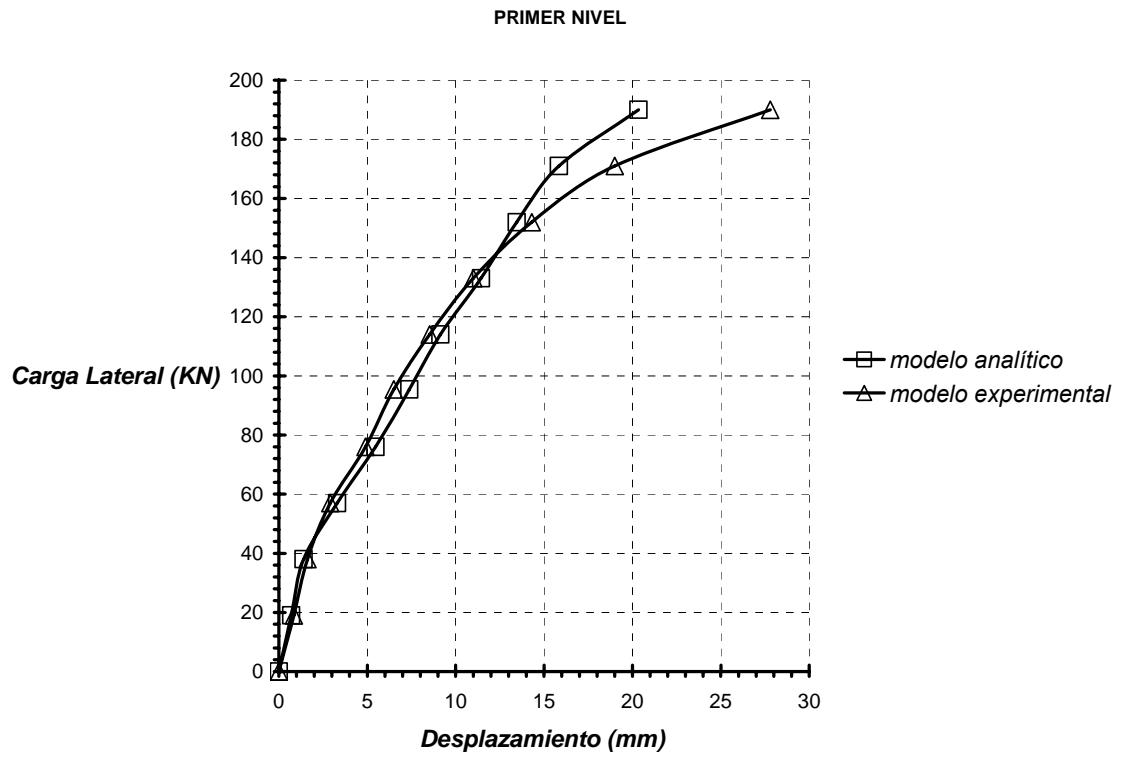


Figura 2-11: Comparación de los resultados

El programa logra reproducir con buena precisión el comportamiento medido del modelo ensayado (ver Figura 2-11). Sobretodo puede observarse que el Seismostruct puede predecir la rigidez lateral del marco con cierta fidelidad, que es uno de los objetivos de este trabajo. La precisión lograda con el modelo de computadora parece perderse conforme la carga lateral excede la de fluencia, y este fenómeno parece ser lógico ya que el programa es incapaz de reproducir el deslizamiento de la barra.

2.3. ANÁLISIS NO LINEAL DE LOS MARCOS DE ESTUDIO

Los análisis no lineales de los marcos de estudio fueron hechos bajo un patrón de cargas gravitacionales producto de la bajada de cargas por área de losa tributaria que le corresponde a cada marco. Las cargas laterales iniciales a la que fue sometido el marco se determinaron con el método de análisis sísmico estático (RCDF-NTC, 2004). Este tipo de distribución de carga en altura se corresponde con lo que establece el FEMA 356 (2000) para este tipo de análisis.

En el modelado de las vigas se consideró la contribución de la losa a la rigidez a flexión del elemento a través de un ancho efectivo, definido como el menor de los siguientes tres valores:

1. La octava parte del claro menos la mitad del ancho del alma;
2. La mitad de la distancia al paño del alma del miembro más cercano; y
3. Ocho veces el espesor del patín.

Para determinar la rigidez lateral de los marcos se utilizó la propuesta del FEMA 356 (2000). Esta propuesta contempla que la idealización bi-lineal que mejor representa la rigidez lateral de una estructura antes de la fluencia (K_e) es aquella que logra el balance de las áreas entre la curva obtenida con el análisis no-lineal y la representación bi-lineal, y además intercepta la curva real (curva del análisis no-lineal) en el punto en el que la fuerza cortante total es 60% de la fuerza cortante de fluencia de la estructura (ver Figura 2-12).

La zona de la unión viga-columna fue modelada como 100% rígida ignorando las deformaciones que ocurren en la misma.

La evaluación de los resultados de un análisis no-lineal del tipo Push-Over usualmente se hace hasta el desplazamiento de azotea que se espera que la estructura experimente en el sismo de diseño. Para estimar ese desplazamiento se utilizó la propuesta de Lawson et al. (1994). La misma se basa en la respuesta máxima esperada que se deriva del espectro de respuesta elástico de un sistema de un grado de libertad vibrando en su modo fundamental:

$$X_R = \frac{PF_1}{4\pi^2} \times T_1^2 \times (S_a)_{T_1}$$

En esta ecuación X_R es el desplazamiento de azotea estimado, T_1 es el periodo fundamental de la estructura, PF_1 es el factor de participación modal del primer modo y S_a es la aceleración espectral.

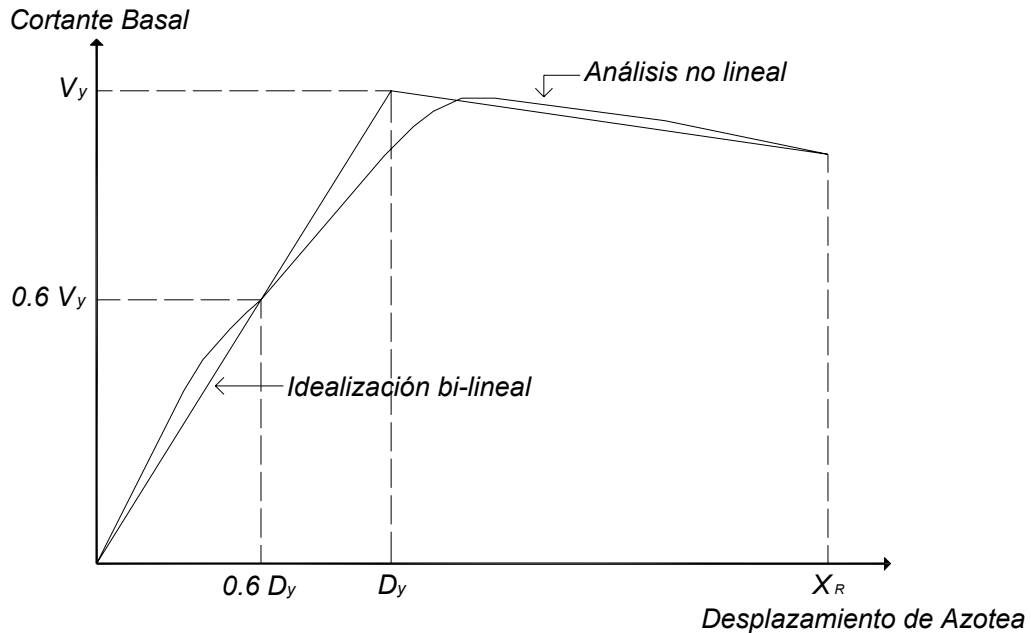


Figura 2-12: Idealización bi-lineal curva Push-Over

Los resultados del análisis no lineal de los marcos se presentan a continuación con la idealización bi-lineal de la curva. Para el caso del marco de tres nives (3NIV) se muestra la secuencia de agrietamiento y fluencia de los elementos que lo componen. El número debajo de la figura del marco indica el punto de la curva al que corresponde el mismo.

Cuando por lo menos dos secciones de las que componen el elemento alcanzan un esfuerzo en el concreto de recubrimiento igual al módulo de rotura del material se considera que el elemento está agrietado. En tanto, que la fluencia del acero de refuerzo en por lo menos dos secciones del elemento fue el criterio que se utilizó para definir la fluencia del mismo. Los miembros estructurales fueron divididos en 10 elementos cada uno, logrando con esta discretización una buena precisión en los resultados. Con esta división, el estado de un sub-elemento puede definirse con certeza a partir del estado de dos de sus secciones transversales.

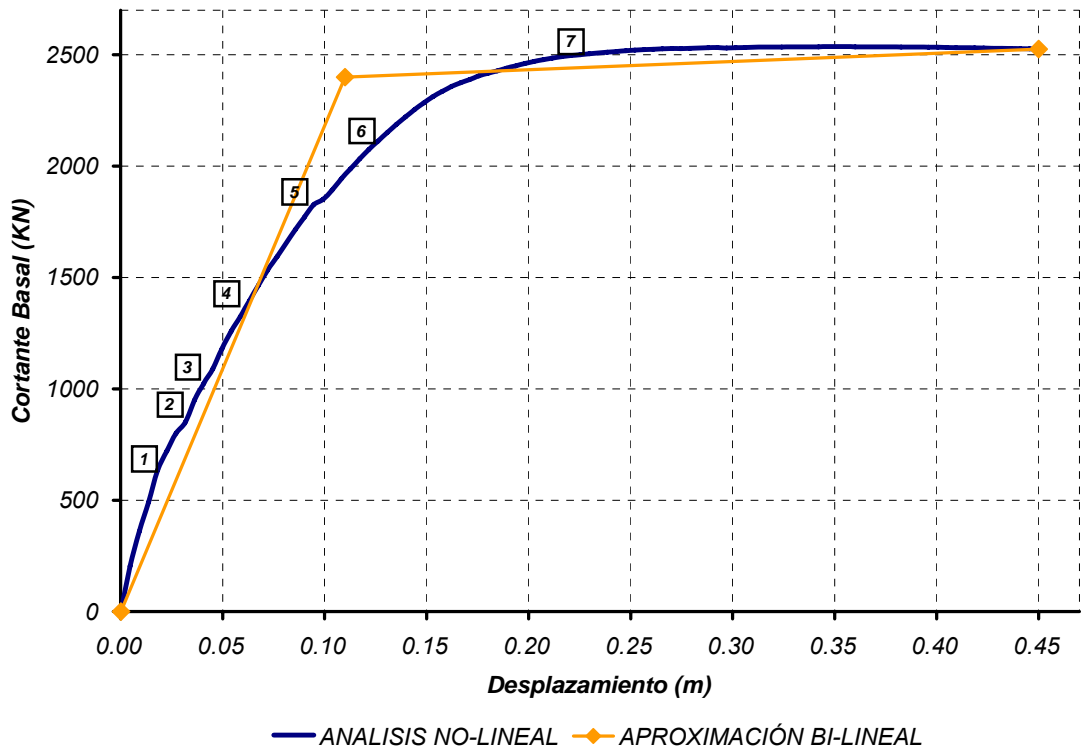
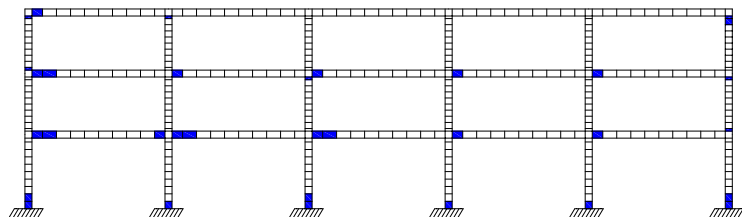
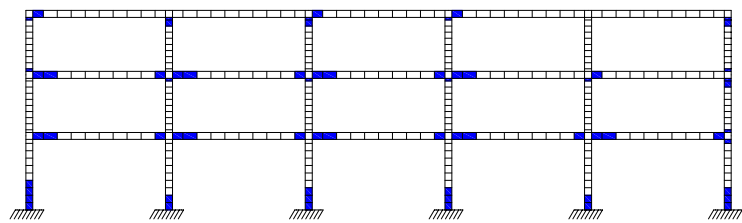


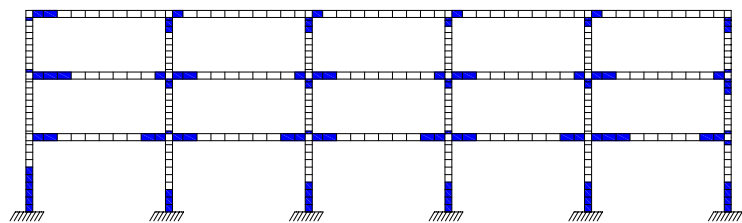
Figura 2-13: Curva carga-desplazamiento e idealización bi-lineal marco 3NIV con secuencia de agrietamiento de los elementos



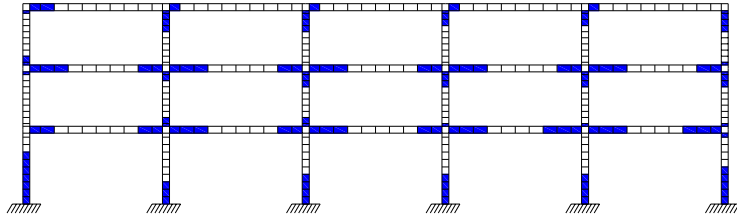
agrietamiento - 1



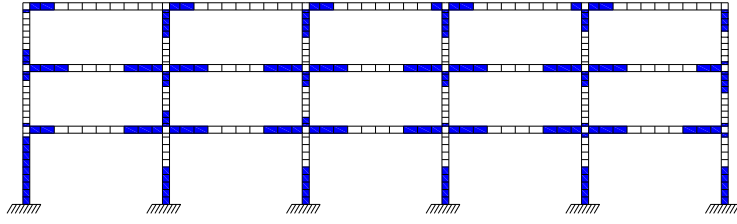
agrietamiento - 2



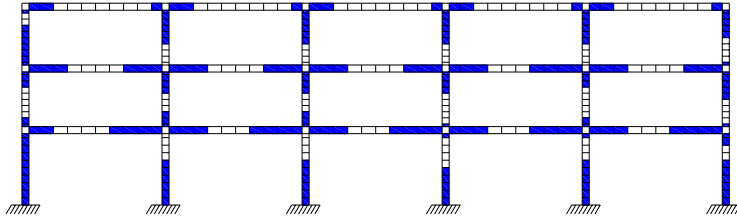
agrietamiento - 3



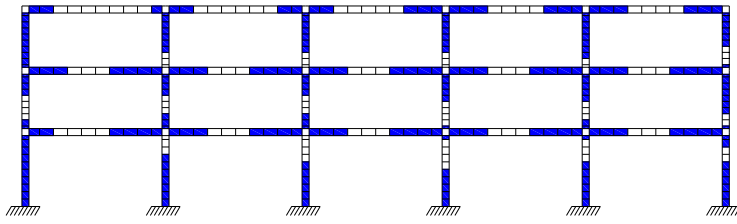
agrietamiento - 4



agrietamiento - 5



agrietamiento - 6



agrietamiento - 7

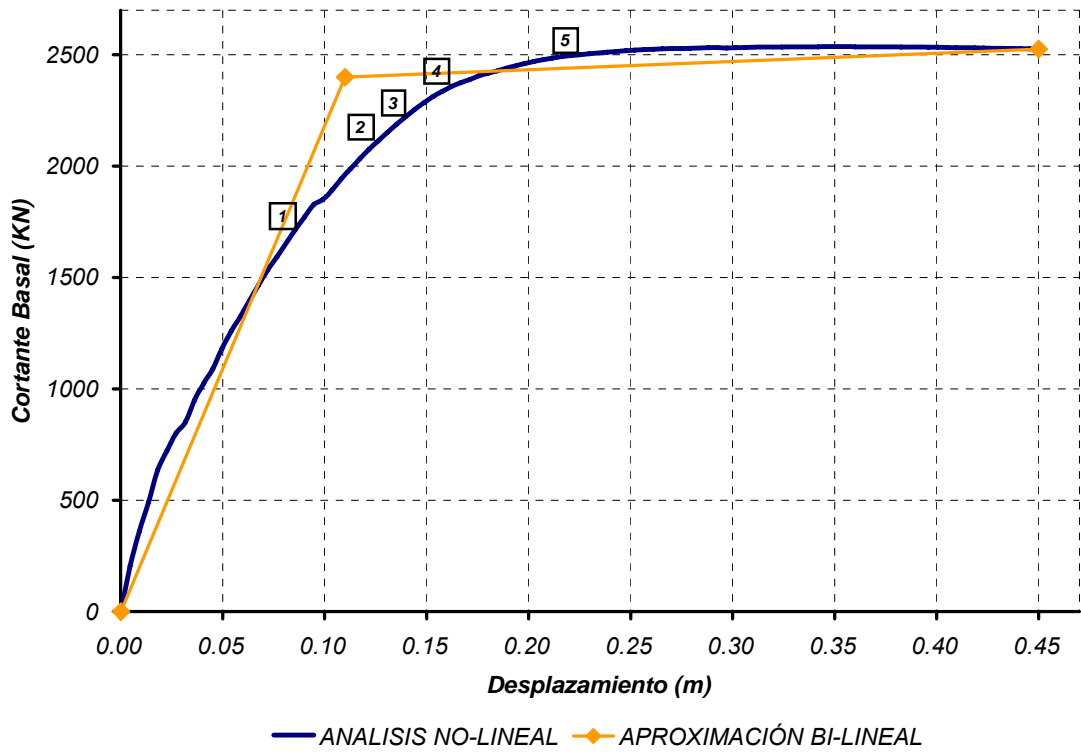
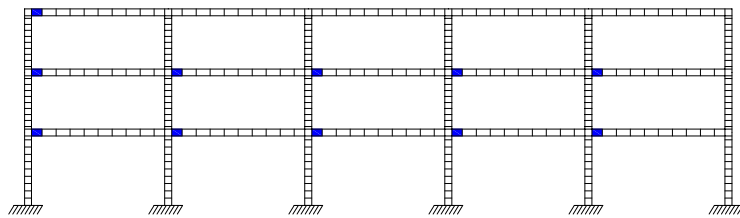
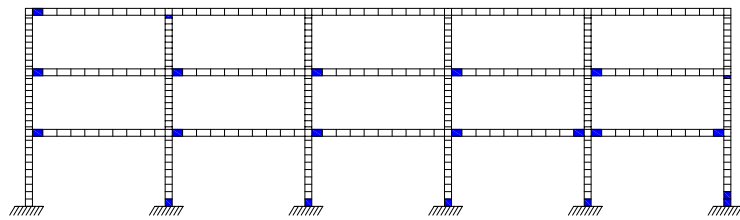


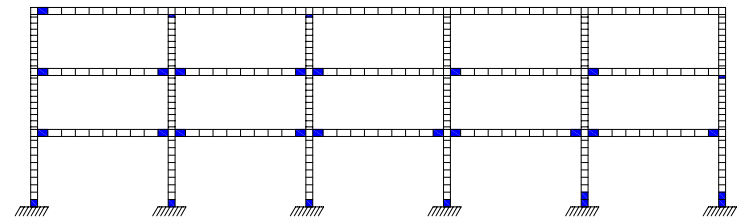
Figura 2-14: Curva carga-desplazamiento e idealización bi-lineal marco 3NIV con secuencia de fluencia de los elementos



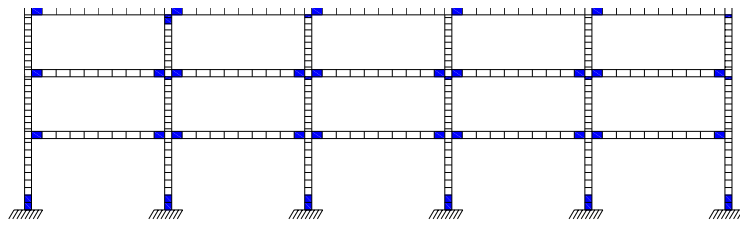
fluencia - 1



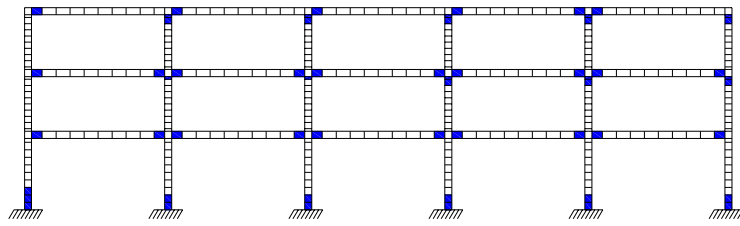
fluencia - 2



fluencia - 3



fluencia - 4



fluencia - 5

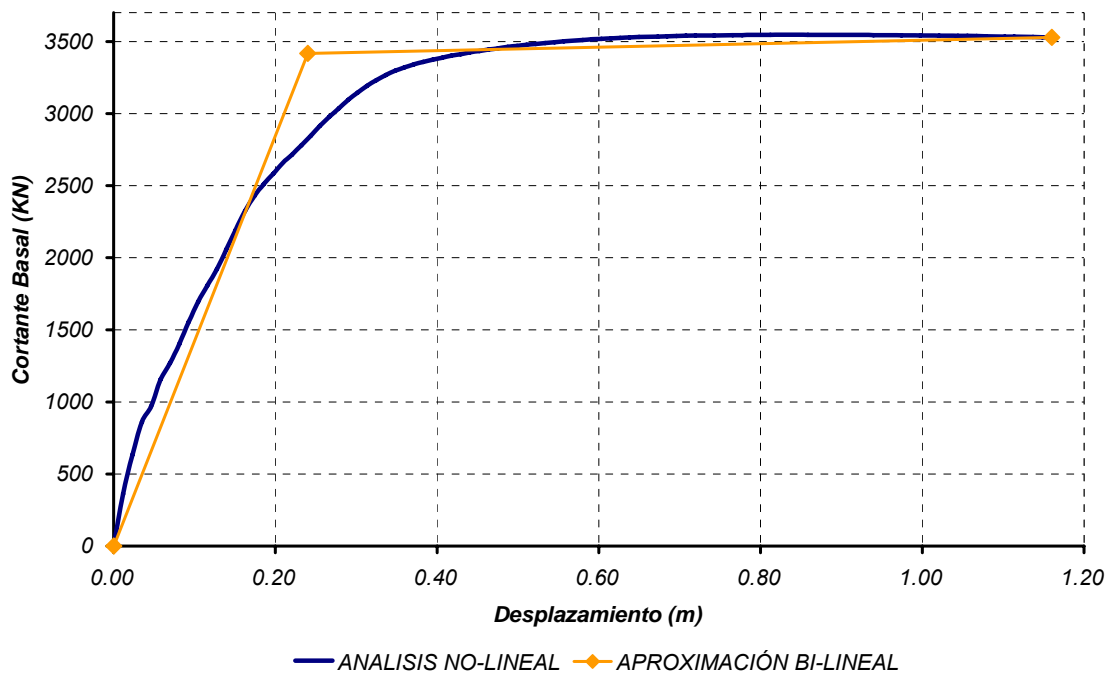


Figura 2-15: Curva carga-desplazamiento e idealización bi-lineal marco 9NIV

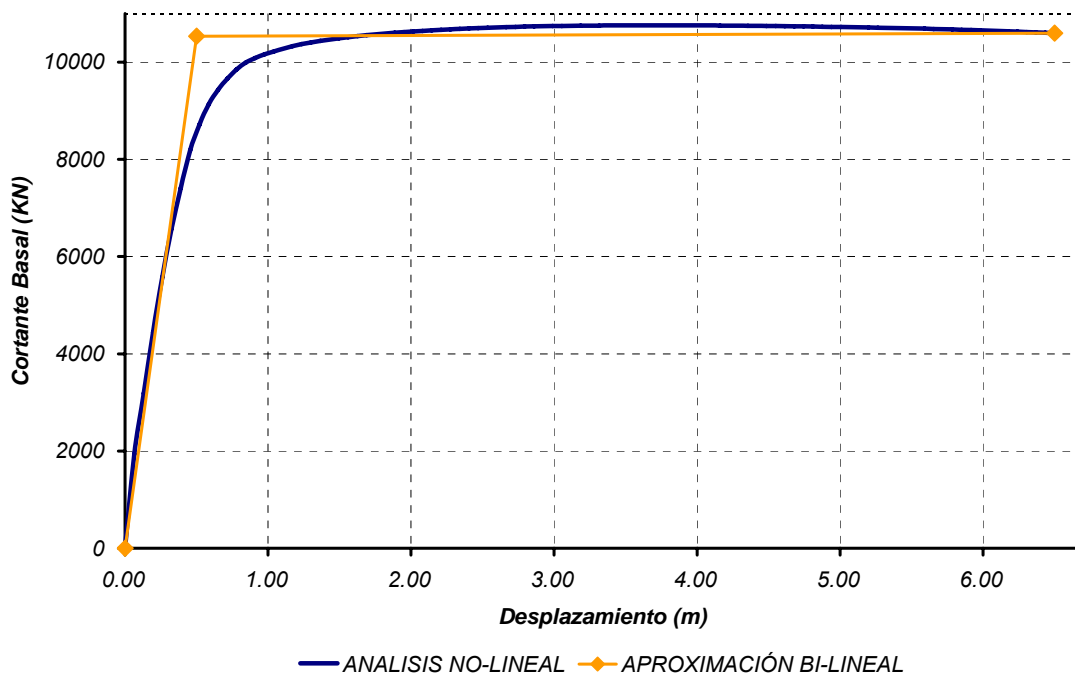


Figura 2-16: Curva carga-desplazamiento e idealización bi-lineal marco 25NIV

De los resultados del análisis no lineal de los marcos de estudio puede concluirse que el agrietamiento y la fluencia de los elementos que componen los marcos inicia por los extremos de los mismos, como era de esperarse por el hecho de que son las zonas más esforzadas de los elementos y por tanto las que tienen la mayor demanda de rotación.

Se observa que el agrietamiento de las vigas es mayor en los pisos intermedios que en el nivel de azotea lo que conlleva a que aparezca más rápido la fluencia en estos niveles intermedios. El agrietamiento y la fluencia aparecen primero en las vigas de crujías intermedias que en las de crujías de extremo.

De las columnas del primer nivel podemos indicar que las colocadas en el extremo contrario al que es aplicada la carga lateral parecen agrietarse mucho menos que las que se encuentra en el extremo que es aplicada la carga; este comportamiento es debido a que la carga axial de compresión que actúa en las columnas del lado opuesto al que es aplicada la carga es mayor que en las demás. Al comparar las columnas de crujías intermedias con las de la azotea podemos darnos cuenta de que el agrietamiento es mayor en las de azotea, fenómeno que se debe también a que la incidencia de la carga axial de compresión es mayor en las crujías intermedias.

Queda demostrado que el patrón de grietas de los elementos que componen una estructura de concreto no es uniforme a lo largo de su altura y depende del nivel de deformación de la estructura, así lo señalan también otras investigaciones (Chan et al., 2000 y Melchor, 2004).

CAPÍTULO 3: ESTUDIO DE LAS REGLAS DE RIGIDEZ EFECTIVA DE ELEMENTOS DE CONCRETO REFORZADO PARA EL ANÁLISIS DE ESTRUCTURAS

3.1. ASPECTOS GENERALES DE LAS REGLAS PARA EL CÁLCULO DE LA RIGIDEZ EFECTIVA DE ELEMENTOS DE CONCRETO REFORZADO PARA ANÁLISIS LINEALES DE ESTRUCTURAS

3.1.1. Filosofía de las reglas de rigidez efectiva de elementos concreto

Existen varias propuestas que tratan de tomar en cuenta el efecto que sobre los elementos de concreto induce el agrietamiento de los materiales que componen la sección.

La rigidez a flexión utilizada en un análisis elástico debe representar la rigidez real de los elementos inmediatamente antes de la falla (ACI-318R-02) y no la rigidez del elemento considerado sin agrietar y bajo un comportamiento elástico de los materiales que lo integran.

Es poco práctico evaluar las propiedades de varias secciones transversales en cada miembro de una estructura para definir la rigidez efectiva del elemento, es por ello que un valor razonable para definirla debe ser adoptado. Este valor puede considerarse como el promedio de la rigidez a flexión de las secciones que integran el elemento y no como simplemente la pendiente del diagrama momento-curvatura de una sección.

Las propuestas que intentan hacer este tipo de consideraciones han decidido atacar el problema desde el punto de vista geométrico de la sección del elemento, ya que las mismas proponen un factor que modifica el momento de inercia de la sección dejando sin modificar la otra variable que compone el conjunto que llamamos "rigidez a flexión", el módulo de elasticidad. Es probable, que la razón para abordar el problema de esta manera radique en la facilidad que supone para los fines de la práctica profesional.

En este estudio se han elegido cuatro de las principales reglas normativas que existen para determinar la rigidez a flexión de un elemento de concreto para examinar el grado de exactitud de las mismas.

Las propuestas a las que hace referencia este ensayo son las que están contenidas en los reglamentos, en algunos casos y propuestas, en otros casos, que se enlistan a continuación:

1. *Reglamento de Construcciones del Distrito Federal y sus Normas Técnicas Complementarias para Diseño y Construcción de Estructuras de Concreto, el cual cuando vuelva a ser mencionado se hará con sus iniciales RCDF-NTC.*
2. *Reglamento para las Construcciones de Concreto Estructural (ACI-318-02) que publica el Instituto Americano del Concreto (ACI). De aquí en adelante esta propuesta se conocerá simplemente como ACI-318-02, haciendo referencia al reglamento del cual fue extraída la regla.*
3. *Pre-estándar y Comentarios para la Rehabilitación Sísmica de Edificios preparado por la Sociedad Americana de Ingenieros Civiles (ASCE) para la Agencia Federal de Manejo de Emergencias (FEMA) y el cual se conocerá de aquí en adelante con el nombre de FEMA-356.*
4. *Reglamento de Nueva Zelanda. Se conocerá como Nueva Zelanda, haciendo referencia al país al que pertenece el reglamento.*

3.1.2. Descripción de las reglas

3.1.2.1. Reglamento de Construcciones del Distrito Federal y sus Normas Técnicas Complementarias (RCDF-NTC)

El RCDF-NTC establece que cuando se apliquen métodos de análisis elásticos deberá tomarse en cuenta el efecto del agrietamiento en el cálculo de las rigideces de los elementos estructurales. Para ello recomienda calcular la rigidez de la viga con la mitad del momento de inercia de la sección bruta ($0.5I_g$) y la rigidez de las columnas y muros deberá calcularse con el momento de inercia total de la sección bruta de concreto (I_g).

3.1.2.2. Reglamento para las Construcciones de Concreto Estructural (ACI-318-02)

El ACI-318-02 al igual que el RCDF-NTC sólo discrimina entre el tipo de elemento estructural a la hora de ofrecer los factores con los cuales deberá tomarse en cuenta el efecto del agrietamiento en los miembros estructurales que componen un marco de concreto. Para vigas de concreto recomienda utilizar el 35% de la inercia de la sección bruta de concreto ($0.35I_g$) a la hora de efectuar el cálculo de la rigidez del elemento, mientras que para columnas de concreto y muros sin agrietar recomienda usar el 70% de la inercia de la sección bruta ($0.70I_g$) para los mismos fines. Agrega además que en el caso de muros de concreto agrietados deberá usarse el 35% de la inercia de la sección bruta ($0.35I_g$).

3.1.2.3. Pre-estándar y Comentarios para la Rehabilitación Sísmica de Edificios (FEMA-356)

El FEMA-356 propone usar el 50% de la inercia de la sección bruta de concreto ($0.50I_g$) para calcular la rigidez a flexión de las vigas. Mientras que para las columnas propone una discriminación basada en el nivel de carga axial de las mismas. Es decir, para columnas con carga axial mayor o igual a $0.50A_gf'_c$ el cálculo de la rigidez a flexión deberá hacerse con el 70% de la inercia de la sección bruta de concreto ($0.70I_g$), mientras que para columnas con carga axial menor o igual a $0.30A_gf'_c$, o en tensión, se recomienda utilizar el 50% de la inercia de la sección bruta ($0.50I_g$). Para muros sin agrietar y muros agrietados se recomienda usar el 80% y el 50% de la inercia de la sección bruta ($0.80I_g$ y $0.50I_g$) respectivamente.

Hay que señalar que esta propuesta deja un intervalo de carga axial para el cual no define el factor de rigidez a usar para las columnas. Es decir para valores de carga axial entre $0.30A_gf'_c$ y $0.50A_gf'_c$ no se especifica ningún valor que modifique la inercia de la sección bruta del elemento.

Una condición que introduce esta propuesta y que las demás no lo hacían tiene que ver con la forma como debe ser calculada la carga axial que actúa sobre las columnas. Ya que indica que el cálculo de la misma debe hacerse con las cargas gravitacionales de diseño, a pesar de que es muy probable que la estructura sea también diseñada para soportar cargas laterales debidas a efectos sísmicos. Estas cargas laterales podrían modificar los niveles de fuerzas internas que resultan de un análisis para solamente carga gravitacional, sobre todo en lo que tiene que ver con la fuerza axial que actúa sobre las columnas.

3.1.2.4. Reglamento de Nueva Zelanda (NUEVA ZELANDA)

El Reglamento de Nueva Zelanda recomiendan usar el 40% de la inercia de la sección bruta de concreto ($0.40I_g$) para calcular la rigidez a flexión de las vigas rectangulares, mientras que para vigas "T" y "L" proponen usar el 35% de la inercia de la sección bruta de concreto ($0.35I_g$). Al igual que la propuesta anterior, en el caso de las columnas hace discriminación entre aquellas cuya carga axial es mayor a $0.50A_gf'_c$, igual a $0.20A_gf'_c$ e igual a $-0.05A_gf'_c$, para las cuales el cálculo de la rigidez a flexión deberá hacerse con el 80%, 60% y 40% de la inercia de la sección bruta de concreto ($0.80I_g$, $0.60I_g$ y $0.40I_g$) respectivamente.

Esta propuesta al igual que la anterior tiene intervalos de carga axial en los cuales no se cuenta con una definición del factor de rigidez a usar en la columna. Los intervalos en los cuales se carece de este valor son entre $-0.05A_gf'_c$ y $0.20A_gf'_c$, y entre $0.20A_gf'_c$ y $0.50A_gf'_c$. Adelante se explicará como se hizo para definir que valor utilizar.

La determinación de la carga axial que actúa en las columnas deberá hacerse tomando en cuenta la carga gravitacional y los efectos que sobre la misma (carga axial) producen las carga laterales.

En la Tabla 3-1 se presentan de manera resumida los factores de degradación de rigidez que utiliza cada propuesta reglamentaria.

REGLAS DE RIGIDEZ EFECTIVA DE ELEMENTOS DE CONCRETO			
RCDF-NTC	ACI-318-02	FEMA 356	NUEVA ZELANDA
EI_c $0.50EI_v$	$0.70EI_c$ $0.35EI_v$	VIGAS RECT., COLS. $P/f_c A_g \geq 0.50$ $0.70EI_c$ $0.50EI_v$	VIGAS RECT., COLS. $P/f_c A_g > 0.50$ $0.80EI_c$ $0.40EI_v$
		VIGAS RECT., COLS. $P/f_c A_g \leq 0.30$ O EN TENSIÓN $0.50EI_c$ $0.50EI_v$	VIGAS RECT., COLS. $P/f_c A_g = 0.20$ $0.60EI_c$ $0.40EI_v$
			VIGAS RECT., COLS. $P/f_c A_g = -0.05$ $0.40EI_c$ $0.40EI_v$
			VIGAS "T" o "L" $0.35EI_v$

Tabla 3-1: Resumen de propuestas reglamentarias de rigidez efectiva de elementos de concreto

3.2. COMPARACIÓN DE LAS REGLAS PARA EL CÁLCULO DE LA RIGIDEZ EFECTIVA DE ELEMENTOS DE CONCRETO REFORZADO PARA ANÁLISIS LINEALES DE ESTRUCTURAS CON LOS RESULTADOS OBTENIDOS DE ANÁLISIS NO-LINEALES DEL TIPO PUSH-OVER

3.2.1. Consideraciones generales

Para verificar la certeza de las reglas de rigidez de elementos de concreto reforzado se compararon los resultados obtenidos de análisis lineales de rigidez degradada, como los de las normas, de los marcos elegidos (3NIV, 9NIV, 25NIV) con los obtenidos de análisis no lineales del tipo Push-Over.

Como se sabe, el análisis Push-Over consiste en someter a una estructura con un patrón de cargas gravitacionales definido, al efecto de cargas laterales incrementales, en donde la rigidez de los elementos estructurales depende del estado en la curva esfuerzo-deformación que se encuentre el material para cada incremento de carga. En este caso las estructuras están formadas por elementos de concreto reforzado, en las que se tiene una curva esfuerzo-deformación para el concreto y otra para el acero.

El resultado de un análisis lineal es una línea recta cuya pendiente, en el caso de una estructura sometida a cargas laterales, debería representar la rigidez lateral elástica de la misma. En el caso del análisis no lineal se obtiene un desplazamiento para cada

incremento de carga que no variará necesariamente en línea recta, ya que a diferencia del análisis lineal, en éste las propiedades de rigidez de los elementos que integran la estructura van variando en función del nivel de esfuerzo de los materiales.

La comparación de los resultados se hizo en términos de la rigidez lateral de los marcos de estudio. Se comparó la rigidez lateral obtenida de la aproximación bi-lineal de la curva del Push-Over, cuyos resultados se comentaron en el Capítulo anterior, con la rigidez lateral que se desprende de un análisis lineal de rigideces degradadas.

3.2.1.1. Análisis lineales

Los análisis lineales de los marcos de estudio (3NIV, 9NIV, 25NIV) se hicieron con el mismo patrón de cargas utilizado en los análisis no lineales. Se aplicaron cargas gravitacionales obtenidas de la bajada de cargas por área tributaria de losa que soporta cada marco y cargas laterales obtenidas con el método sísmico estático según la zona en que se encuentra ubicada la estructura (RCDF-NTC, 2004). También se consideró la contribución de la losa a la resistencia a flexión de las vigas tal como se hizo para los análisis no lineales. Las uniones viga-columna fueron modeladas 100% rígidas.

Se hicieron cuatro análisis lineales por marco, los cuales representan cada una de las reglas para degradar la rigidez de elementos de concreto reforzado que se describieron anteriormente, RCDF-NTC, ACI-318-02, FEMA 356 y NUEVA ZELANDA.

Para identificar el factor de degradación de rigidez a usar en los elementos tipo columna cuyo nivel de carga axial se localizaba en el intervalo para el cual no fue definido un valor, se decidió adoptar dos supuestos, uno que hace uso de la interpolación de los valores del extremo del intervalo y otro que utiliza el valor del extremo superior del intervalo. Esto fue necesario para las propuestas del FEMA 356 y la de NUEVA ZELANDA, que como se había indicado en el momento de su descripción, contaban con valores de carga axial para los cuales no fue definido el valor a usar.

3.2.2. Análisis lineal con rigidez efectiva vs. análisis no lineal, comparación y conclusiones

A continuación se presenta y se comparan los resultados obtenidos de análisis lineales con rigideces degradadas de cada una de las propuestas que se describieron anteriormente, con los del análisis no lineal. Como se desea examinar la rigidez lateral a la fluencia, sólo se muestran los resultados hasta ésta.

Donde existía incertidumbre acerca del factor a usar para modificar la inercia de la sección bruta de la columna, se utilizaron como se indicó antes dos supuestos. En la comparación solo se presenta el análisis lineal que corresponde al supuesto que mejor acierto tuvo con el análisis no-lineal.

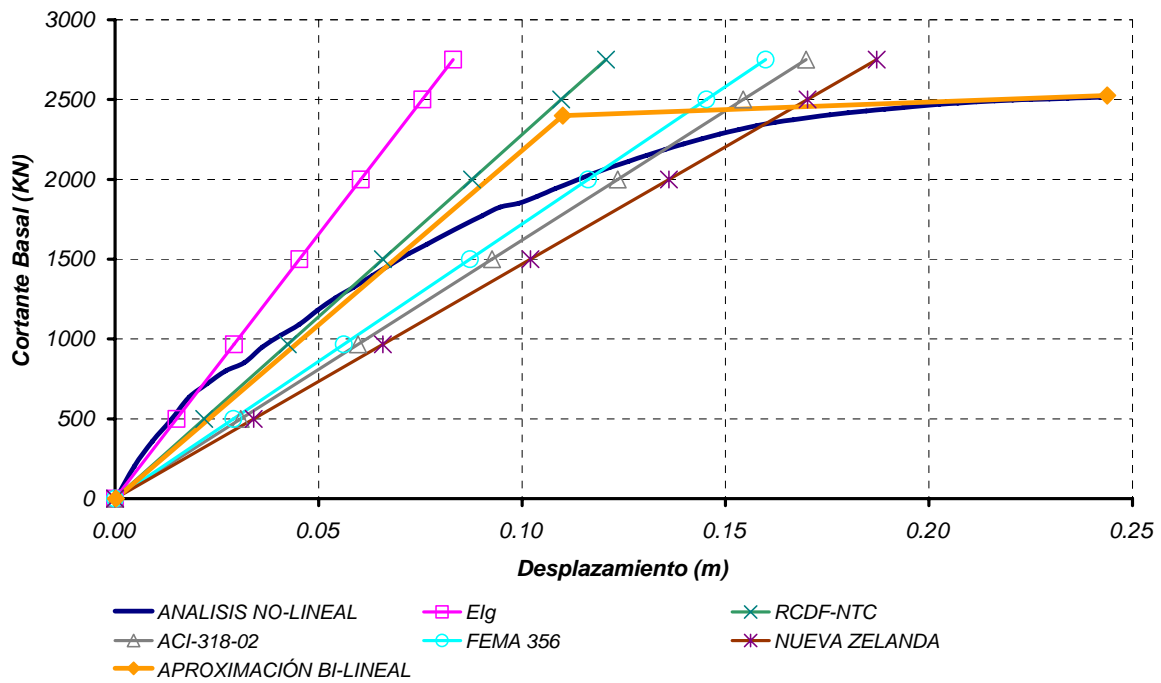


Figura 3-1: Comparación de los resultados marco 3NIV

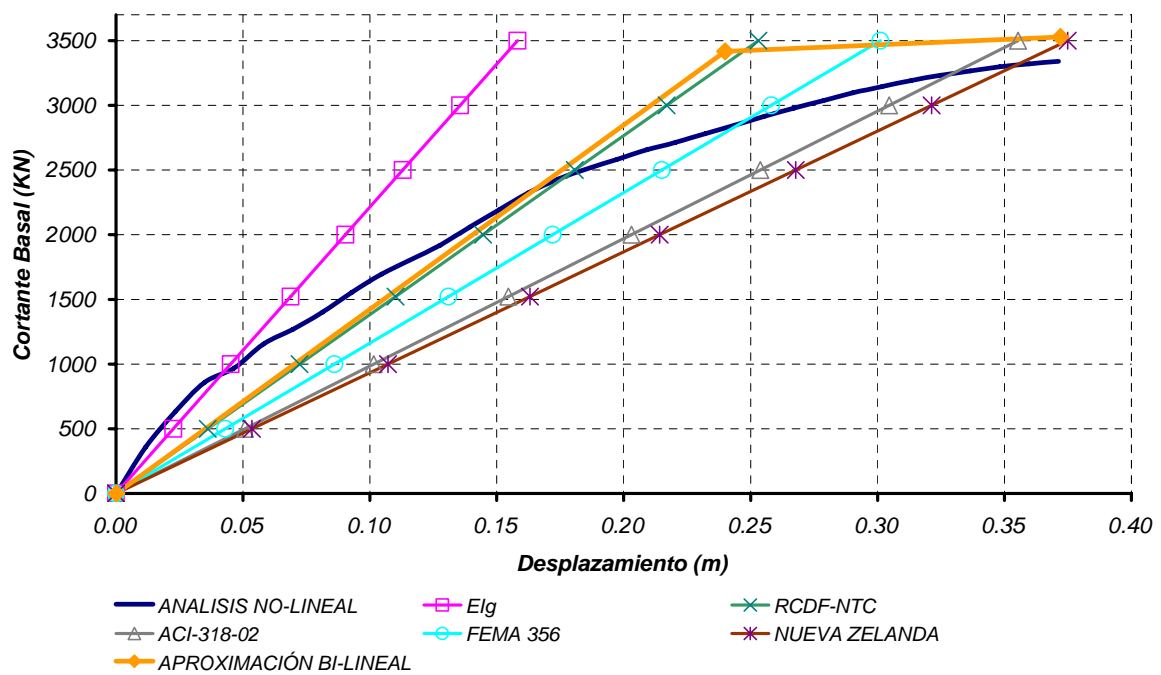


Figura 3-2: Comparación de los resultados marco 9NIV

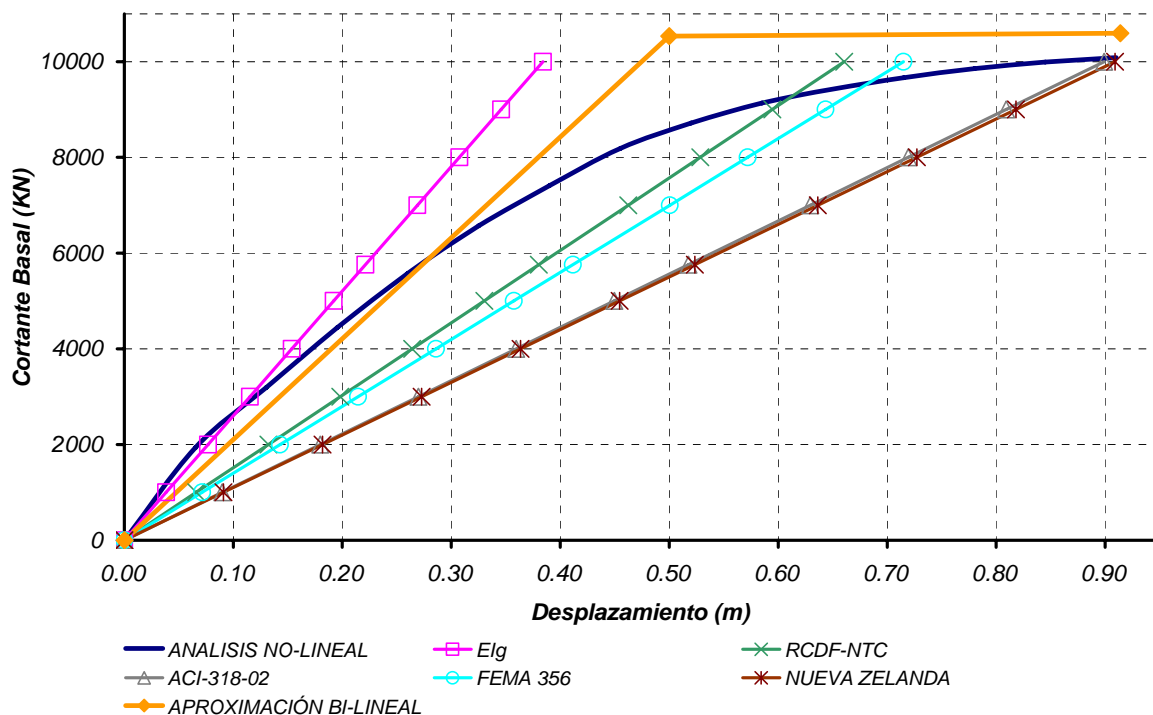


Figura 3-3: Comparación de resultados marco 25NIV

En sentido general, podemos concluir que todas las reglas de degradación de rigidez para análisis lineal de estructuras de concreto que se han revisado subestiman la rigidez y sobreestiman los desplazamientos que pueden experimentar las mismas. Este hecho puede resultar conservador cuando se quiere medir los desplazamientos y las distorsiones de entrepiso que experimenta un marco, pero si se desea calcular el periodo para fines de análisis dinámico de la estructura las reglas pueden arrojar resultados no conservadores.

De todas las propuestas reglamentarias la que mejor reproduce el comportamiento no lineal de los marcos de concreto analizados es la propuesta RCDF-NTC mientras que la regla menos acertada fue la de NUEVA ZELANDA. La mayor discrepancia de las reglas con el comportamiento real de la estructura fue para el marco 25NIV.

Por los resultados obtenidos, podemos afirmar que la propuesta reglamentaria de NUEVA ZELANDA trata de reproducir la rigidez secante al desplazamiento máximo que puede experimentar la estructura; la forma como ha sido planteada esta propuesta, en función de la ductilidad de la estructura parece confirmar esta condición.

Las demás propuestas parecen intentar estimar la rigidez tangente a la fluencia de los marcos; lo cual parece ser lógico en vista de que las propuestas para estimar los desplazamientos inelásticos de una estructura intentan primero calcular la ductilidad de la misma, y en función de ella y del desplazamiento elástico, intentan predecir el desplazamiento que experimenta el sistema.

CAPÍTULO 4: ESTUDIO DE LAS VARIABLES QUE INCIDEN EN LA RIGIDEZ A FLEXIÓN DE LOS ELEMENTOS DE CONCRETO

4.1. MODELO PARA EL ESTUDIO DE LAS VARIABLES QUE INFLUYEN EN LA RIGIDEZ EFECTIVA DE ELEMENTOS DE CONCRETO

Como se comentó anteriormente, resultaría poco práctico estimar la rigidez a flexión de un elemento de concreto reforzado evaluando la inercia efectiva de cada una de las secciones transversales que lo componen. El problema se hace un poco más complicado cuando se piensa en que una estructura está compuesta por varios miembros estructurales y que por lo tanto la rigidez global de la misma va a depender de la rigidez individual de cada elemento.

Para poder hacer un estudio de cómo varía la rigidez a flexión de un elemento de concreto reforzado será necesario introducir un modelo que logre reproducir las condiciones reales a las cuales se encuentra sometida una estructura y que permita controlar las variables que influyen en la rigidez a flexión de los componentes estructurales.

El uso de modelos que sólo permitan representar una viga o una columna no sería del todo real, ya que su interacción ejerce una influencia considerable en la rigidez de los mismos.

Hemos decidido afrontar el problema como lo han hecho otros estudios que tratan de evaluar la rigidez lateral de edificios de concreto. Los mismos han decidido usar un modelo simplificado que permita investigar el comportamiento y la rigidez de las estructuras de concreto reforzado bajo carga lateral (Chan et al., 2000).

El modelo mecánico que se propone en este estudio es el arreglo estructural más sencillo que puede formarse con la combinación de vigas y columnas, se trata de un marco doblemente articulado en sus apoyos. Este modelo pretende considerar la interacción que existe entre los distintos componentes estructurales (viga y columna) que integran un marco de concreto reforzado y además permite controlar las variables cuya influencia en la rigidez efectiva del modelo pretende analizarse en esta tesis. Para poder inducir en las columnas la carga axial deseada no fueron utilizados apoyos en el extremo de la viga como regularmente se hace en este tipo de estudio. El modelo mecánico propuesto se conocerá de ahora en adelante como sub-modelo, ya que el mismo es una forma simplificada de un marco hipotético (ver Figura 4-1).

El sub-modelo será sometido a una carga vertical constante sobre las columnas, que busca reproducir el efecto que producen las cargas gravitacionales sobre las mismas, y a carga lateral incremental. Las uniones viga-columna del sub-modelo propuesto fueron consideradas rígidas.

4.2. ESTUDIO DE LAS VARIABLES QUE INFLUYEN EN LA RIGIDEZ EFECTIVA DE ELEMENTOS DE CONCRETO

Antes de proponer un factor que permita determinar la rigidez efectiva de un elemento de concreto reforzado es necesario saber que influencia ejercen las distintas variables que actúan en el problema.

En este estudio se analizaron como variables el nivel de carga axial en las columnas, la cuantía de acero de refuerzo en las columnas y la cuantía de acero de refuerzo en las vigas para varias geometrías del modelo propuesto.

4.2.1. Procedimiento

Para el análisis de estas variables se crearon varios sub-modelos de estudio, cuyas características se especificaron previamente bajo ciertos criterios que se comentarán más adelante.

Se hizo un análisis no lineal de carga lateral incremental del tipo Push-Over a cada uno de los sub-modelos. Los resultados de estos análisis fueron los desplazamientos del modelo para cada incremento de carga especificado. Una vez obtenida la curva del análisis no lineal se procedió a determinar el arreglo bi-lineal que más se ajustara a la curva obtenida (FEMA 356, 2000). Con los resultados de la idealización bi-lineal se determinó la rigidez efectiva (K_e) de cada modelo y se utilizó para examinar como influían las variables de estudio en la misma.

4.2.2. Propiedades de los modelos

4.2.2.1. Geometría

Antes de definir la geometría de las secciones se eligieron la longitud de los claros y las alturas de entrepiso para las cuales se iba a efectuar este estudio. En función de estas alturas de entrepiso los modelos fueron agrupados en tres grandes grupos: uno de longitud de claro y altura de entrepiso pequeños, y otro de claro y altura de entrepiso grandes. Al grupo de longitud de claro y altura de entrepiso grandes se le modificó el esfuerzo de compresión del concreto en sus columnas (f'_c); con este grupo se completan los tres grandes grupos.

A continuación se muestra la relación que existe entre el hipotético entrepiso de claro (L) y altura (H), de donde se extrajo el modelo, y las dimensiones del mismo.

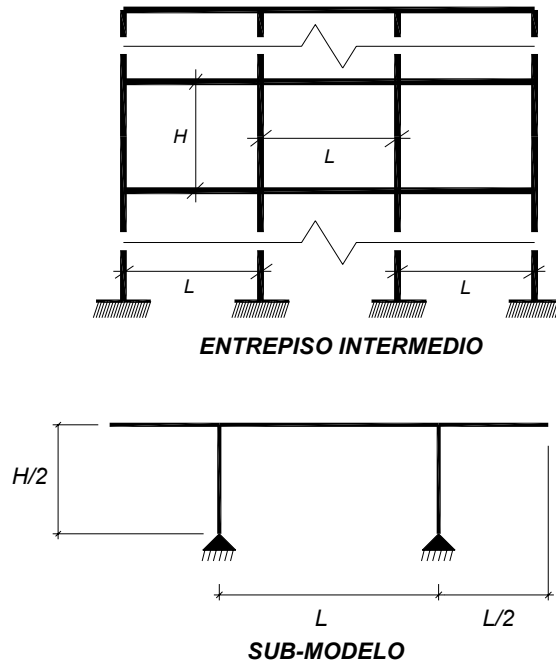


Figura 4-1: Relación dimensiones del entrepiso y dimensiones del sub-modelo

El peralte de las vigas (h) se especificó como un décimo de la longitud del claro. De comparar el peralte de secciones de vigas y claros que cubrían las mismas, obtenidos de estudios donde se diseñaron marcos de concreto conforme al Reglamento de Construcciones del Distrito Federal y sus Normas Técnicas Complementarias (Chipol, 2001; Luaces, 1995; Rivera B., 2005; Soto, 1998; Varela, 1996) se observó que esta relación (peralte-longitud del claro) variaba entre un octavo y un doceavo, por lo tanto se decidió usar el valor promedio de los resultados obtenidos. Además, la bibliografía referente al tema de diseño de elementos de concreto revisada señala como peralte típico aquel que corresponde a un décimo del claro (Meyer, 1996). Habiendo definido el peralte, se decidió definir el ancho de la sección de la viga (b) como la mitad del peralte de la misma.

Fue considerado en los modelos de estudio el aporte de la losa en el patín de compresión de la sección de concreto (b_f). El espesor de la losa fue tomado igual a 10 cm, mientras que el ancho efectivo de la losa en la sección de concreto de la viga fue determinado considerando la existencia de un marco hipotético análogo a aquel del cual se extrajo el modelo a ambos lados y en la misma dirección que el original. Este ancho efectivo se definió de la misma forma en que se había hecho anteriormente cuando se analizaron los marcos de estudio.

Las columnas fueron consideradas cuadradas y de dimensiones (c) iguales a 2 veces el ancho de la viga. Esta relación fue extraída de estadísticas de marcos de concreto diseñados según el Reglamento de Construcciones del Distrito Federal y sus Normas Técnicas Complementarias (Chipol, 2001; Luaces, 1995; Rivera B., 2005; Soto, 1998; Varela, 1996).

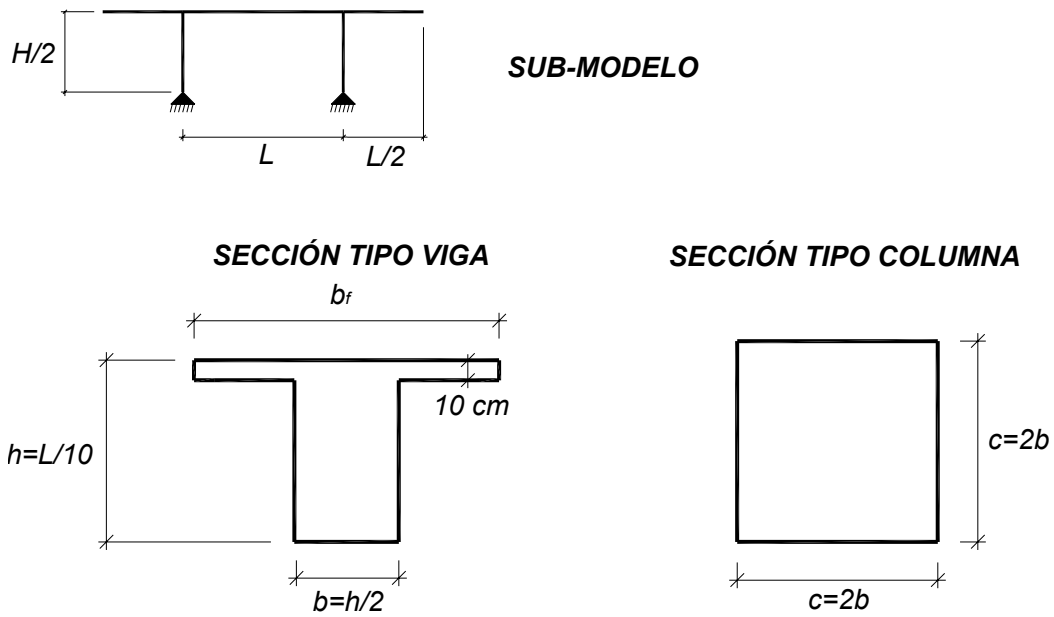


Figura 4-2: Secciones tipo de viga y columna del sub-modelo

4.2.2.2. Cargas

Sobre el sub-modelo se aplicaron cargas puntuales en las columnas para representar los niveles de carga axial deseados en el estudio. Se consideró razonable usar niveles de carga axial iguales a $0.1A_gf'_c$, $0.2A_gf'_c$, $0.3A_gf'_c$, $0.4A_gf'_c$ y $0.5A_gf'_c$. La viga fue sometida a flexión por el efecto de carga distribuida uniformemente en toda su longitud correspondiente al peso propio de la misma y a la bajada de cargas gravitacionales por área tributaria de losa.

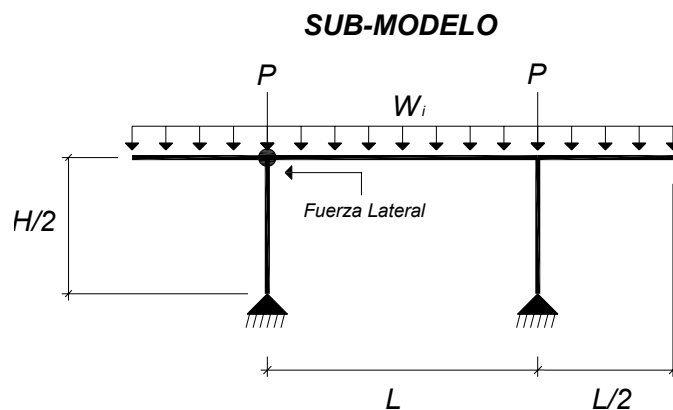


Figura 4-3: Cargas que actúan en el sub-modelo

Los vuelos que se incluyen a ambos lados del sub-modelo tienen la intención de facilitar la aplicación de la carga de tal forma que en la viga se generen momento positivo y negativo de la misma forma como sucede en claros intermedios de marcos estructurales.

Se decidió controlar el análisis no lineal (Push-Over) a través de pequeños incrementos de la carga lateral antes de la fluencia de la estructura y a través de los desplazamientos del modelo una vez alcanzado el cortante de fluencia. En los marcos de claros y alturas de entrepiso pequeños se utilizó una carga lateral inicial igual a 1 KN, mientras que para los marcos con claros y alturas de entrepiso grandes se utilizó 2 KN.

4.2.2.3. Acero de refuerzo longitudinal y transversal

El acero de refuerzo longitudinal se hizo variar entre 1% y 2% del área de la sección de concreto, tanto para las vigas como para las columnas. En las vigas el acero de refuerzo longitudinal se dispuso un tercio del porcentaje anterior como acero del lecho inferior y dos tercios como acero del lecho superior. Estos límites fueron elegidos basándonos en la comparación de secciones de concreto reforzado con sus cuantías de refuerzo, para marcos diseñados según Reglamento de Construcciones del Distrito Federal y sus Normas Técnicas Complementarias (Chipol, 2001; Luaces, 1995; Rivera B., 2005; Soto, 1998; Varela, 1996).

En cuanto al refuerzo transversal de las columnas se utilizó el mínimo que establece el reglamento anteriormente mencionado para el caso de marcos dúctiles de concreto y una separación de los estribos de 10 cm.

Para las vigas, el refuerzo transversal suministrado fue aquel que correspondía al mínimo que establece RCDF-NTC (2004). La separación de los estribos se hizo variar entre 10 cm, 12.5 cm y 15 cm; de tal forma que la separación menor del refuerzo transversal corresponda con los sub-modelos para los cuales los niveles de carga axial en las columnas son mayores. Se quiso hacer así bajo el supuesto de que los sub-modelos cuyas columnas se encontraran sometidas a fuerzas axiales grandes serían aquellos de entrepisos inferiores dentro de un marco y por lo tanto las exigencias de flexión en las vigas de esos entrepisos serían mayores, lo que provocaría la necesidad de usar el refuerzo transversal menos espaciado.

En la Tabla 4-1, Tabla 4-2 y Tabla 4-3 se muestra de manera más detallada las propiedades de los sub-modelos objeto de estudio en esta tesis. Se indica el nivel de carga axial de las columnas ($P/A_g f'_c$) y el acero de refuerzo longitudinal de las mismas (ρ), el acero de refuerzo de las vigas (ρ) y la separación del estribo (s).

SUB-MODELOS 1:	COLUMNA		VIGA	
	$P/A_g f'_c$	ρ (%)	ρ (%)	s (cm)
1-1	0.1	1	1	15
1-2			2	
1-3		2	1	
1-4			2	
1-5	0.2	1	1	12.5
1-6			2	
1-7		2	1	
1-8			2	
1-9	0.3	1	1	12.5
1-10		2		
1-11	0.4	1	1	10
1-12		2		
1-13	0.5	1	1	10
1-14			2	
1-15		2	1	
1-16			2	

Tabla 4-1: Propiedades sub-modelos 1, L=6 m, H=3.5 m, $f'_c=250$ kg/cm², $f_y=4200$ kg/cm², $\rho_{trans\ viga}$ = mínimo, $\rho_{trans\ columna}$ = mínimo

SUB-MODELOS 2:	COLUMNA		VIGA	
	$P/A_g f'_c$	ρ (%)	ρ (%)	s (cm)
2-1	0.1	1	1	15
2-2			2	
2-3		2	1	
2-4			2	
2-5	0.2	1	1	12.5
2-6			2	
2-7		2	1	
2-8			2	
2-9	0.3	1	1	12.5
2-10		2		
2-11	0.4	1	1	10
2-12		2		
2-13	0.5	1	1	10
2-14			2	
2-15		2	1	
2-16			2	

Tabla 4-2: Propiedades sub-modelos 2, L=9 m, H=7 m, $f'_c=250$ kg/cm², $f_y=4200$ kg/cm², $\rho_{trans\ viga}$ = mínimo, $\rho_{trans\ columna}$ = mínimo

SUB-MODELOS 3:	COLUMNA		VIGA	
	$P/A_g f'_c$	ρ (%)	ρ (%)	s (cm)
3-1	0.1	1	1	15
3-2			2	
3-3		2	1	
3-4			2	
3-5	0.2	1	1	12.5
3-6			2	
3-7		2	1	
3-8			2	
3-9	0.5	1	1	10
3-10			2	
3-11		2	1	
3-12			2	

Tabla 4-3: Propiedades sub-modelos 3, L=9 m, H=7 m, f'_c columna=400 kg/cm², f'_c vigas=250 kg/cm², $f_y=4200$ kg/cm², ρ_{trans} viga= mínimo, ρ_{trans} columna= mínimo

4.2.3. Análisis de resultados representativos

En esta sección nos limitaremos a hacer las comparaciones de la rigidez lateral de cada uno de los sub-modelos. A modo de ejemplificación se muestran los resultados de las curvas carga-desplazamiento obtenidas mediante análisis no-lineales de cuatro sub-modelos representativos de los restantes 40 que fueron analizados. En estos sub-modelos elegidos puede tenerse una primera idea del efecto del cambio de las variables en la rigidez global de los mismos.

A continuación se muestra la curva obtenida con el análisis no lineal y la idealización bi-lineal que más se ajusta a la misma de cuatro sub-modelos. También se incluye los valores del cortante de fluencia (V_y), el desplazamiento de fluencia (D_y) y la rigidez antes de la fluencia o rigidez lateral efectiva (K_e); además la secuencia de agrietamiento y fluencia de los elementos que componen el sub-modelo.

En cada uno de estos sub-modelos se modifican algunas de las variables de estudio con relación al primero mostrado (sub-modelo 1-1). En el sub-modelo 1-2 se cambia la cuantía de acero de refuerzo longitudinal de la viga, en el sub-modelo 1-3 se hace variar la cuantía de acero de refuerzo de las columnas y en el sub-modelo 1-9 se modifica la carga axial que actúa sobre las columnas. La geometría del sub-modelo, tanto desde el punto de vista de los claros y las alturas de entrepiso como de las secciones transversales, permanece invariable. La cuantía de refuerzo longitudinal en la viga se modifica de 1% en el sub-modelo 1-1 a 2% en el sub-modelo 1-2, la cuantía de refuerzo longitudinal en la columna se modifica de 1% en el sub-modelo 1-1 a 2% en el sub-modelo 1-2 y la carga axial pasa de 0.1 $A_g f'_c$ en el sub-modelo 1-1 a 0.3 $A_g f'_c$ en el sub-modelo 1-9.

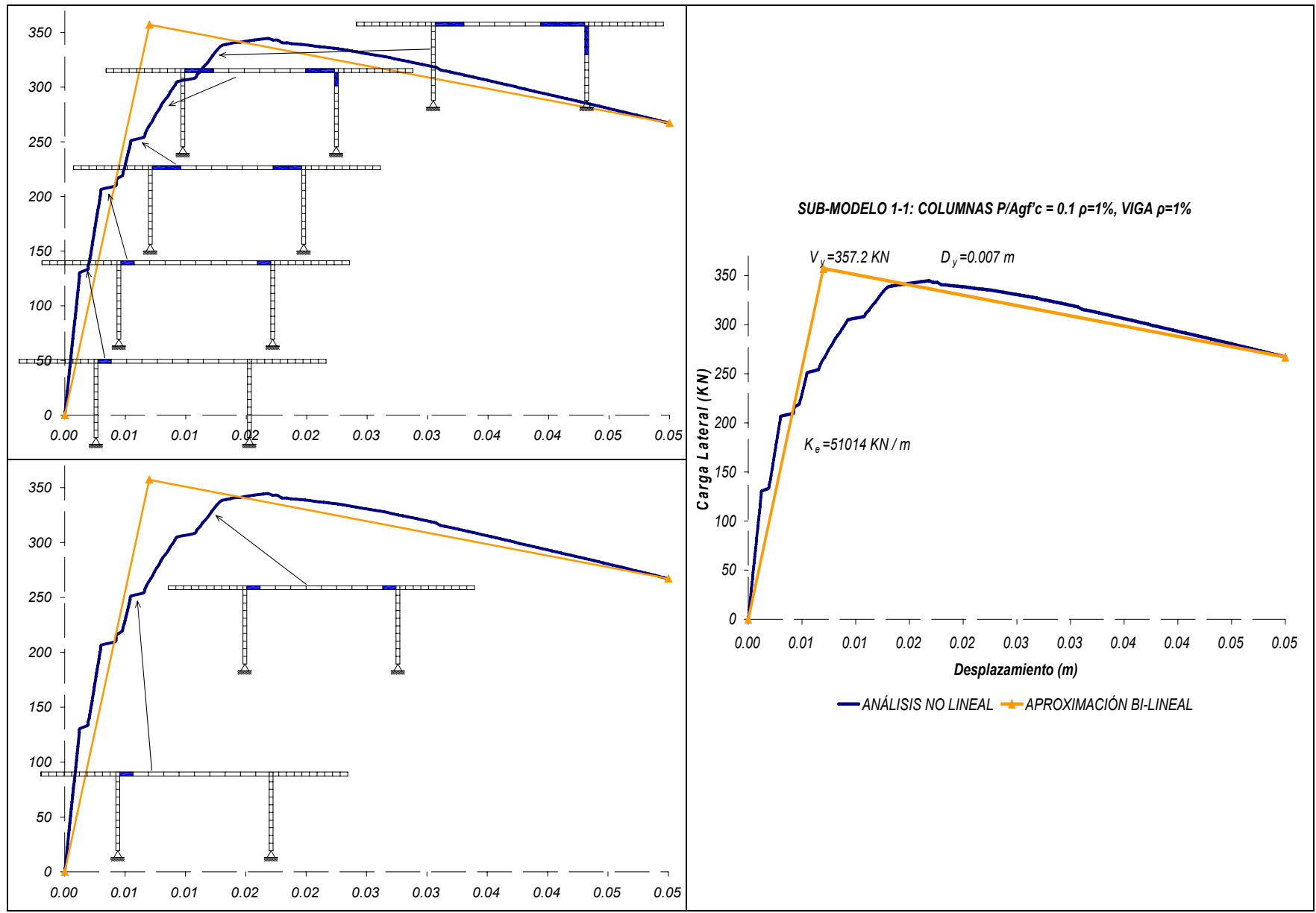


Figura 4-4: Curva carga-desplazamiento sub-modelo 1-1 (derecha), agrietamiento (superior izquierda) y fluencia (inferior izquierda)

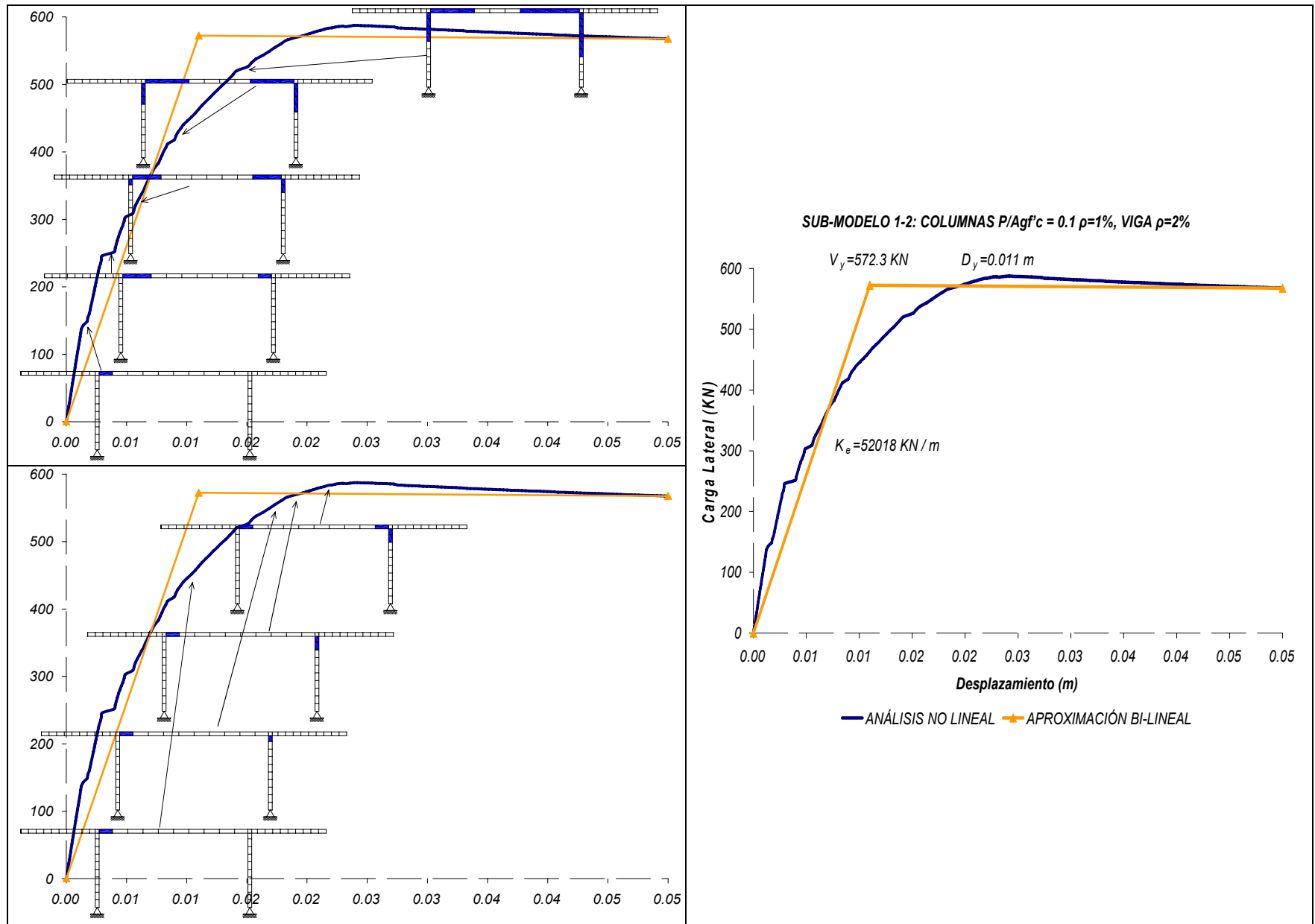


Figura 4-5: Curva carga-desplazamiento sub-modelo 1-2 (derecha), agrietamiento (superior izquierda) y fluencia (inferior izquierda)

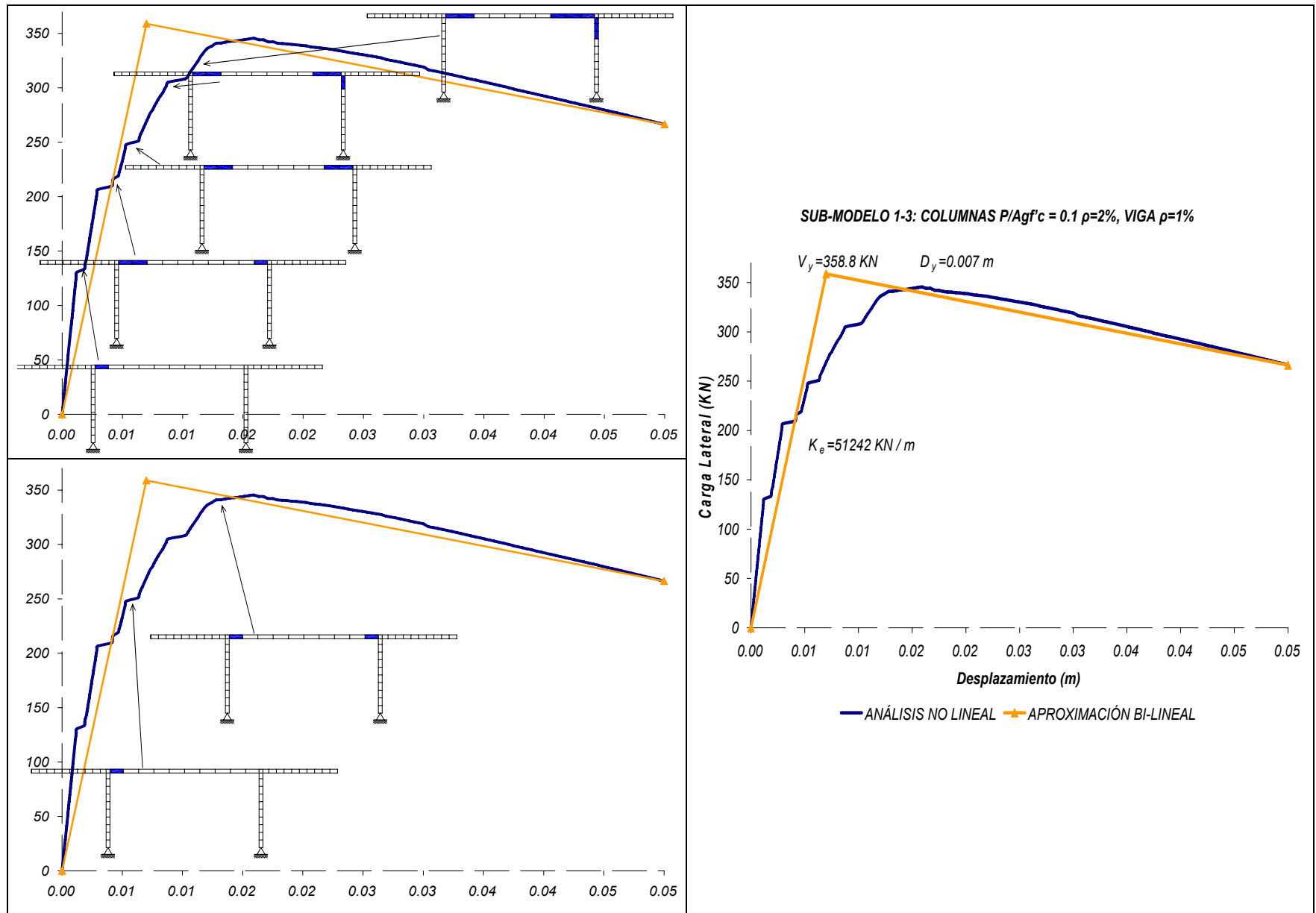


Figura 4-6: Curva carga-desplazamiento sub-modelo 1-3 (derecha), agrietamiento (superior izquierda) y fluencia (inferior izquierda)

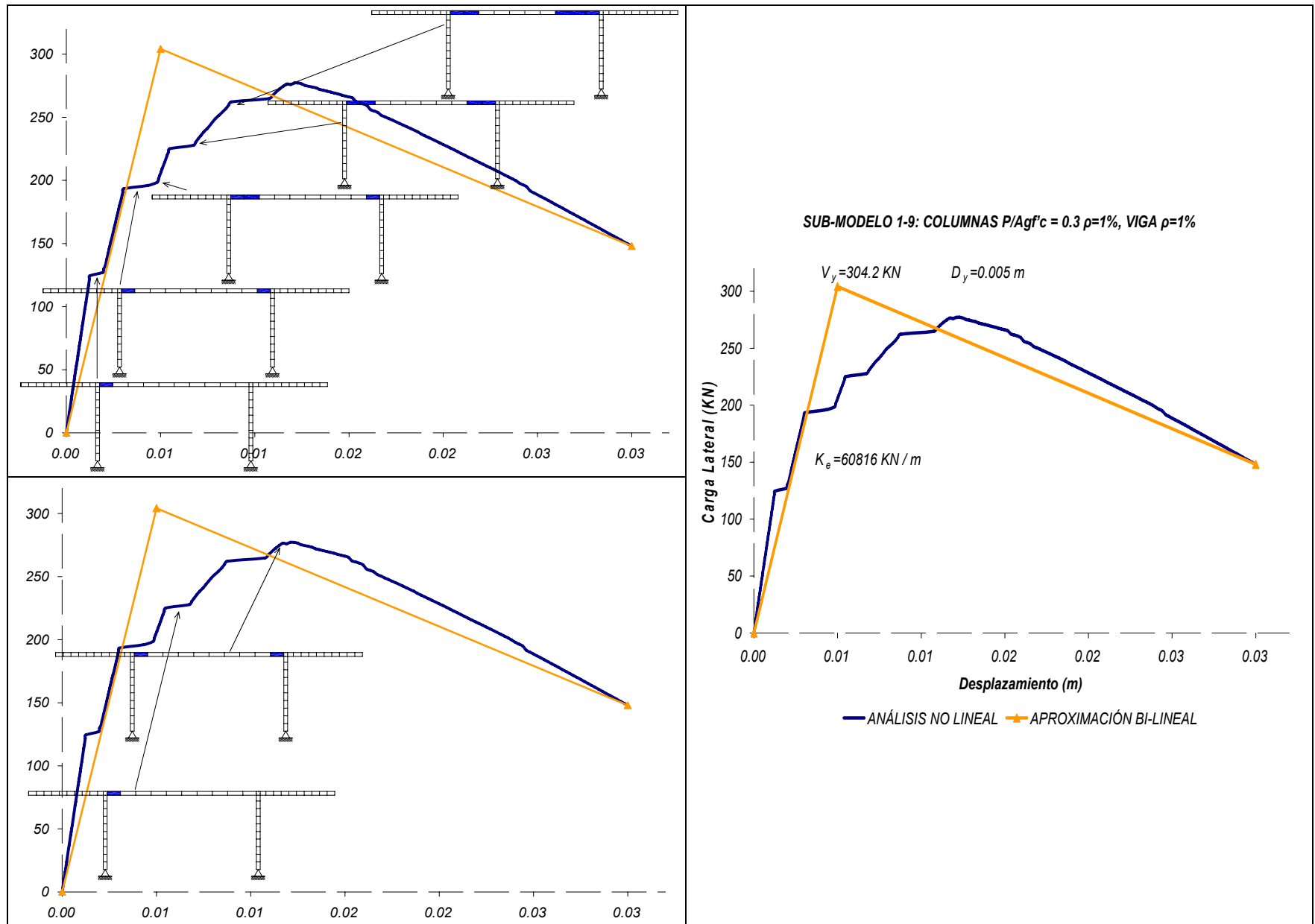


Figura 4-7: Curva carga-desplazamiento sub-modelo 1-9 (derecha), agrietamiento (superior izquierda) y fluencia (inferior izquierda)

Como se puede ver en la Figura 4-5 hay un ligero incremento (2%) en la rigidez efectiva (K_e) del sub-modelo 1-2 cuando se compara con la del sub-modelo 1-1. Este pequeño incremento se debe al aumento del acero de refuerzo longitudinal en la viga del sub-arreglo. Cabe indicar que aunque hubo un incremento considerable en el cortante de fluencia, lo hubo también en el desplazamiento de fluencia, de tal forma que a la hora de determinar la rigidez efectiva (K_e) del sub-modelo como la rigidez tangente de la aproximación bi-lineal sus valores resultaron ser muy similares como se muestra en las figuras correspondientes.

Comparando los resultados del agrietamiento entre el sub-modelo 1-1 y 1-2 puede observarse claramente que para niveles de carga lateral similares el patrón de agrietamiento de los elementos es también muy parecido.

A medida que la carga lateral se va acercando a la de fluencia las grietas en el sub-modelo 1-2, en el que fue incrementado el refuerzo longitudinal de la viga, se extienden más en los elementos que lo componen en comparación con el sub-modelo 1-1, sobre todo en las columnas del sub-arreglo. El aumento del acero de refuerzo longitudinal de la viga en sub-modelo 1-2 supone un aumento en la resistencia del elemento y también en su rigidez, lo que provoca el retraso de la fluencia del sub-modelo y la extensión del agrietamiento a las columnas conforme aumenta la carga lateral.

La fluencia de los elementos del sub-modelo 1-2 guarda una estrecha relación con la forma como se habían agrietados los mismos. A diferencia de lo que sucede en el sub-modelo 1-1, en donde solo puede apreciarse fluyendo los extremos de la viga, en el sub-arreglo 1-2 la fluencia se extiende también al extremo de una de las columnas.

Al igual que cuando se incrementó el acero de refuerzo longitudinal en la viga al incrementar el acero de refuerzo en las columnas (Figura 4-6) hubo un incremento despreciable (0.5%) en la rigidez efectiva del sub-modelo. Este incremento fue todavía mucho menor que el obtenido en la curva del sub-modelo 1-2, la que corresponde a un aumento en la cuantía de refuerzo de la viga. A diferencia del anterior (sub-modelo 1-2), la variación en el cortante y el desplazamiento de fluencia es insignificante.

En cuanto al patrón de agrietamiento se puede decir que no existen diferencias significativas con relación al sub-arreglo 1-1. Es decir, los niveles de carga lateral a los cuales se agrietan los elementos y la extensión del agrietamiento son muy similares a los del primer sub-modelo. Esto confirma lo planteado anteriormente acerca de la poca influencia del acero de refuerzo longitudinal de las columnas en la curva carga-deformación del sub-modelo. En este sub-modelo al igual que en el 1-1, el agrietamiento inicial ocurre en los extremos de la viga y luego se extiende hacia las columnas.

Como se puede ver en la Figura 4-6 el patrón de fluencia de los elementos que componen el sub-modelo 1-3, al cual le ha sido incrementado el acero de refuerzo longitudinal en las columnas, es similar al obtenido para el sub-modelo 1-1. Las zonas que fluyen en el sub-arreglo y los niveles de carga lateral en los que sucede son casi idénticos a los observados en el sub-modelo 1-1. En este sub-modelo se puede observar fluencia en los extremos de la viga como ha venido presentándose pero no aparece fluencia en los elementos que componen las columnas, al igual que en el sub-arreglo 1-1.

El sub-modelo 1-9 (Figura 4-7) corresponde a uno al cual le ha sido incrementada la carga axial que actúa en sus columnas de $0.1 A_g f_c$ (sub-modelo 1-1) a $0.3 A_g f_c$ en el sub-modelo 1-9.

Puede verse al comparar los resultados del sub-modelo 1-1 con los obtenidos con el 1-9 hay un incremento considerable (20%) en la rigidez efectiva del sub-modelo conforme se incremento la carga axial en las columnas del mismo.

Cabe destacar lo pronunciada que es la pendiente de la segunda rama del arreglo bi-lineal, situación que no se había presentado en los demás sub-modelos y que seguramente se debe a la disminución de la ductilidad de las columnas con el aumento de la carga axial. El valor de la carga lateral de fluencia y el desplazamiento de fluencia difieren del obtenido para el sub-modelo 1-1.

Como puede verificarse en la Figura 4-7 el agrietamiento del sub-modelo inicia por los extremos de la viga, como había sucedido en los demás, pero se puede ver que las columnas no alcanzan a agrietarse antes de la fluencia del sub-arreglo.

De forma general se puede indicar que los patrones de agrietamiento y fluencia de los sub-modelos mostrados corresponden con lo observado en los marcos de estudios, en cuanto a que el agrietamiento y fluencia de los elementos inician por las zonas más esforzadas, que corresponden a los extremos de los elementos estructurales.

4.2.4. Análisis del efecto de las variables en la rigidez efectiva del sub-modelo

Los resultados de los restantes sub-modelos que se utilizaron en este estudio se muestran de manera numérica y gráfica a continuación, indicando para cada grupo cual será la variable cuyos efectos se pretende estudiar. También se hacen comparaciones acerca de la variación de la rigidez efectiva debida al cambio de las variables de análisis. Dichas comparaciones serán necesarias para en lo que sigue poder identificar cuáles son las variables que tienen un peso importante en la rigidez efectiva de elementos de concreto y cómo este efecto puede incluirse en expresiones que permitan determinar la rigidez efectiva de los miembros de concreto reforzado que componen un marco.

Inicialmente se cuantifican las variaciones de rigidez y se califican con la intención de ver cual de ellas puede resultar significativa a la hora de evaluar la rigidez del sub-modelo. Luego se muestra gráficamente cuál es la tendencia que sigue la variación de la rigidez de cada uno de los sub-modelos que componen un grupo.

A continuación se muestran tabulados los valores correspondientes a la rigidez efectiva de todos los sub-modelos. En estas tablas se hacen comparaciones de la influencia de las variables en la rigidez antes de la fluencia de los sub-modelos y se muestra en términos porcentuales absolutos la magnitud de esta variación. Dicha variación es calificada atendiendo a un criterio simplista que se basa en que, siempre que la variación de la rigidez efectiva entre los sub-modelos que se comparan sobrepase el 10% será calificada como “considerable”, con la intención de poder definir cuáles variables inciden significativamente en la rigidez de un elemento de concreto. El valor que

indica la variación de la rigidez entre dos sub-modelos se hace siempre en función del menor de la lista.

VARIACIÓN ACERO DE REFUERZO LONGITUDINAL EN VIGAS				
SUB-MODELOS 1: L=6.0 m, H=3.5 m				
$f'_c = 250 \text{ kg/cm}^2$, $f_y = 4200 \text{ kg/cm}^2$				
PROPIEDADES INVARIABLES: COLUMNAS: $\rho = 1\%$, $\rho_{trans} = \text{mín}$, $P/A_g f'_c = 0.1$ VIGA: $\rho_{trans} = \text{mín}$				
sub-modelo	ρ VIGAS	(K_e)	Variación (%)	Calificación
1-1	1%	51013.77	-	-
1-2	2%	52018.14	1.97%	despreciable
PROPIEDADES INVARIABLES: COLUMNAS: $\rho = 2\%$, $\rho_{trans} = \text{mín}$, $P/A_g f'_c = 0.1$ VIGA: $\rho_{trans} = \text{mín}$				
sub-modelo	ρ VIGAS	(K_e)	Variación (%)	Calificación
1-3	1%	51242.03	-	-
1-4	2%	56217.24	9.71%	despreciable
PROPIEDADES INVARIABLES: COLUMNAS: $\rho = 1\%$, $\rho_{trans} = \text{mín}$, $P/A_g f'_c = 0.2$ VIGA: $\rho_{trans} = \text{mín}$				
sub-modelo	ρ VIGAS	(K_e)	Variación (%)	Calificación
1-5	1%	48300.35	-	-
1-6	2%	53836.06	11.46%	considerable
PROPIEDADES INVARIABLES: COLUMNAS: $\rho = 2\%$, $\rho_{trans} = \text{mín}$, $P/A_g f'_c = 0.2$ VIGA: $\rho_{trans} = \text{mín}$				
sub-modelo	ρ VIGAS	(K_e)	Variación (%)	Calificación
1-7	1%	49142.70	-	-
1-8	2%	54399.42	10.70%	considerable
PROPIEDADES INVARIABLES: COLUMNAS: $\rho = 1\%$, $\rho_{trans} = \text{mín}$, $P/A_g f'_c = 0.5$ VIGA: $\rho_{trans} = \text{mín}$				
sub-modelo	ρ VIGAS	(K_e)	Variación (%)	Calificación
1-13	1%	63768.74	-	-
1-14	2%	64268.61	0.78%	despreciable
PROPIEDADES INVARIABLES: COLUMNAS: $\rho = 2\%$, $\rho_{trans} = \text{mín}$, $P/A_g f'_c = 0.5$ VIGA: $\rho_{trans} = \text{mín}$				
sub-modelo	ρ VIGAS	(K_e)	Variación (%)	Calificación
1-15	1%	64142.59	-	-
1-16	2%	66167.56	3.16%	despreciable

Tabla 4-4: Variación de la rigidez efectiva en función del acero de refuerzo en las vigas para los sub-modelos 1

VARIACIÓN ACERO DE REFUERZO LONGITUDINAL EN VIGAS				
SUB-MODELOS 2: L=9.0 m, H=7.0 m				
$f'_c=250 \text{ kg/cm}^2$, $f_y=4200 \text{ kg/cm}^2$				
PROPIEDADES INVARIABLES: COLUMNAS: $\rho=1\%$, $\rho_{trans}=\text{mín}$, $P/A_g f'_c=0.1$ VIGA: $\rho_{trans}=\text{mín}$				
sub-modelo	ρ VIGAS	(K_e)	Variación (%)	Calificación
2-1	1%	38555.45	-	-
2-2	2%	40507.89	5.06%	despreciable
PROPIEDADES INVARIABLES: COLUMNAS: $\rho=2\%$, $\rho_{trans}=\text{mín}$, $P/A_g f'_c=0.1$ VIGA: $\rho_{trans}=\text{mín}$				
sub-modelo	ρ VIGAS	(K_e)	Variación (%)	Calificación
2-3	1%	38769.47	-	-
2-4	2%	43312.48	11.72%	considerable
PROPIEDADES INVARIABLES: COLUMNAS: $\rho=1\%$, $\rho_{trans}=\text{mín}$, $P/A_g f'_c=0.2$ VIGA: $\rho_{trans}=\text{mín}$				
sub-modelo	ρ VIGAS	(K_e)	Variación (%)	Calificación
2-5	1%	36206.05	-	-
2-6	2%	39403.54	8.83%	despreciable
PROPIEDADES INVARIABLES: COLUMNAS: $\rho=2\%$, $\rho_{trans}=\text{mín}$, $P/A_g f'_c=0.2$ VIGA: $\rho_{trans}=\text{mín}$				
sub-modelo	ρ VIGAS	(K_e)	Variación (%)	Calificación
2-7	1%	36298.66	-	-
2-8	2%	39735.18	9.47%	despreciable
PROPIEDADES INVARIABLES: COLUMNAS: $\rho=1\%$, $\rho_{trans}=\text{mín}$, $P/A_g f'_c=0.5$ VIGA: $\rho_{trans}=\text{mín}$				
sub-modelo	ρ VIGAS	(K_e)	Variación (%)	Calificación
2-13	1%	47079.40	-	-
2-14	2%	47850.72	1.64%	despreciable
PROPIEDADES INVARIABLES: COLUMNAS: $\rho=2\%$, $\rho_{trans}=\text{mín}$, $P/A_g f'_c=0.5$ VIGA: $\rho_{trans}=\text{mín}$				
sub-modelo	ρ VIGAS	(K_e)	Variación (%)	Calificación
2-15	1%	47078.44	-	-
2-16	2%	52415.15	11.34%	considerable

Tabla 4-5: Variación de la rigidez efectiva en función del acero de refuerzo en las vigas para los sub-modelos 2

VARIACIÓN ACERO DE REFUERZO LONGITUDINAL EN VIGAS				
SUB-MODELOS 3: L=9.0 m, H=7.0 m				
$f'_{c \text{ vigas}}=250 \text{ kg/cm}^2$, $f'_{c \text{ columnas}}=400 \text{ kg/cm}^2$, $f_y=4200 \text{ kg/cm}^2$				
PROPIEDADES INVARIABLES: COLUMNAS: $\rho=1\%$, $\rho_{\text{trans}}=\text{mín}$, $P/A_g f'_c=0.1$ VIGA: $\rho_{\text{trans}}=\text{mín}$				
sub-modelo	ρ VIGAS	(K_e)	Variación (%)	Calificación
3-1	1%	37412.45	-	-
3-2	2%	42460.09	13.49%	considerable
PROPIEDADES INVARIABLES: COLUMNAS: $\rho=2\%$, $\rho_{\text{trans}}=\text{mín}$, $P/A_g f'_c=0.1$ VIGA: $\rho_{\text{trans}}=\text{mín}$				
sub-modelo	ρ VIGAS	(K_e)	Variación (%)	Calificación
3-3	1%	40197.14	-	-
3-4	2%	42774.23	6.41%	despreciable
PROPIEDADES INVARIABLES: COLUMNAS: $\rho=1\%$, $\rho_{\text{trans}}=\text{mín}$, $P/A_g f'_c=0.2$ VIGA: $\rho_{\text{trans}}=\text{mín}$				
sub-modelo	ρ VIGAS	(K_e)	Variación (%)	Calificación
3-5	1%	33837.42	-	-
3-6	2%	38370.25	13.40%	considerable
PROPIEDADES INVARIABLES: COLUMNAS: $\rho=2\%$, $\rho_{\text{trans}}=\text{mín}$, $P/A_g f'_c=0.2$ VIGA: $\rho_{\text{trans}}=\text{mín}$				
sub-modelo	ρ VIGAS	(K_e)	Variación (%)	Calificación
3-7	1%	36747.88	-	-
3-8	2%	38903.41	5.87%	despreciable
PROPIEDADES INVARIABLES: COLUMNAS: $\rho=1\%$, $\rho_{\text{trans}}=\text{mín}$, $P/A_g f'_c=0.5$ VIGA: $\rho_{\text{trans}}=\text{mín}$				
sub-modelo	ρ VIGAS	(K_e)	Variación (%)	Calificación
3-9	1%	51704.08	-	-
3-10	2%	56259.81	8.81%	despreciable
PROPIEDADES INVARIABLES: COLUMNAS: $\rho=2\%$, $\rho_{\text{trans}}=\text{mín}$, $P/A_g f'_c=0.5$ VIGA: $\rho_{\text{trans}}=\text{mín}$				
sub-modelo	ρ VIGAS	(K_e)	Variación (%)	Calificación
3-11	1%	51246.54	-	-
3-12	2%	57016.02	11.26%	considerable

Tabla 4-6: Variación de la rigidez efectiva en función del acero de refuerzo en las vigas para los sub-modelos 3

La variación de la rigidez efectiva de los sub-modelos conforme se cambiaba el acero de refuerzo en las vigas resultó en algunos casos no ser significativa, pero en otros sobrepasó el 10% que se había establecido como límite. Lo que indica que no debe descartarse la influencia del acero de refuerzo longitudinal en las vigas a la hora de cuantificar la inercia útil de la sección de concreto.

VARIACIÓN ACERO DE REFUERZO LONGITUDINAL EN COLUMNAS				
SUB-MODELOS 1: L=6.0 m, H=3.5 m				
$f'_c = 250 \text{ kg/cm}^2$, $f_y = 4200 \text{ kg/cm}^2$				
PROPIEDADES INVARIABLES: COLUMNAS: $\rho_{trans} = \text{mín}$, $P/A_g f'_c = 0.1$ VIGA: $\rho = 1\%$, $\rho_{trans} = \text{mín}$				
sub-modelo	ρ COLUMNAS	(K_e)	Variación (%)	Calificación
1-1	1%	51013.77	-	-
1-3	2%	51242.03	0.45%	despreciable
PROPIEDADES INVARIABLES: COLUMNAS: $\rho_{trans} = \text{mín}$, $P/A_g f'_c = 0.1$ VIGA: $\rho = 2\%$, $\rho_{trans} = \text{mín}$				
sub-modelo	ρ COLUMNAS	(K_e)	Variación (%)	Calificación
1-2	1%	52018.14	-	-
1-4	2%	56217.24	8.07%	despreciable
PROPIEDADES INVARIABLES: COLUMNAS: $\rho_{trans} = \text{mín}$, $P/A_g f'_c = 0.2$ VIGA: $\rho = 1\%$, $\rho_{trans} = \text{mín}$				
sub-modelo	ρ COLUMNAS	(K_e)	Variación (%)	Calificación
1-5	1%	48300.35	-	-
1-7	2%	49142.70	1.74%	despreciable
PROPIEDADES INVARIABLES: COLUMNAS: $\rho_{trans} = \text{mín}$, $P/A_g f'_c = 0.2$ VIGA: $\rho = 2\%$, $\rho_{trans} = \text{mín}$				
sub-modelo	ρ COLUMNAS	(K_e)	Variación (%)	Calificación
1-6	1%	53836.06	-	-
1-8	2%	54399.42	1.05%	despreciable
PROPIEDADES INVARIABLES: COLUMNAS: $\rho_{trans} = \text{mín}$, $P/A_g f'_c = 0.3$ VIGA: $\rho = 1\%$, $\rho_{trans} = \text{mín}$				
sub-modelo	ρ COLUMNAS	(K_e)	Variación (%)	Calificación
1-9	1%	60815.63	-	-
1-10	2%	62374.46	2.56%	despreciable
PROPIEDADES INVARIABLES: COLUMNAS: $\rho_{trans} = \text{mín}$, $P/A_g f'_c = 0.4$ VIGA: $\rho = 1\%$, $\rho_{trans} = \text{mín}$				
sub-modelo	ρ COLUMNAS	(K_e)	Variación (%)	Calificación
1-11	1%	59356.44	-	-
1-12	2%	61135.11	3.00%	despreciable
PROPIEDADES INVARIABLES: COLUMNAS: $\rho_{trans} = \text{mín}$, $P/A_g f'_c = 0.5$ VIGA: $\rho = 1\%$, $\rho_{trans} = \text{mín}$				
sub-modelo	ρ COLUMNAS	(K_e)	Variación (%)	Calificación
1-13	1%	63768.74	-	-
1-15	2%	64142.59	0.59%	despreciable
PROPIEDADES INVARIABLES: COLUMNAS: $\rho_{trans} = \text{mín}$, $P/A_g f'_c = 0.5$ VIGA: $\rho = 2\%$, $\rho_{trans} = \text{mín}$				
sub-modelo	ρ COLUMNAS	(K_e)	Variación (%)	Calificación
1-14	1%	64268.61	-	-
1-16	2%	66167.56	2.95%	despreciable

Tabla 4-7: Variación de la rigidez efectiva en función del acero de refuerzo en las columnas para los sub-modelos 1

VARIACIÓN ACERO DE REFUERZO LONGITUDINAL EN COLUMNAS				
SUB-MODELOS 2: L=9.0 m, H=7.0 m				
$f'_c = 250 \text{ kg/cm}^2$, $f_y = 4200 \text{ kg/cm}^2$				
PROPIEDADES INVARIABLES: COLUMNAS: $\rho_{trans} = \text{mín}$, $P/A_g f'_c = 0.1$ VIGA: $\rho = 1\%$, $\rho_{trans} = \text{mín}$				
sub-modelo	ρ COLUMNAS	(K_e)	Variación (%)	Calificación
2-1	1%	38555.45	-	-
2-3	2%	38769.47	0.56%	despreciable
PROPIEDADES INVARIABLES: COLUMNAS: $\rho_{trans} = \text{mín}$, $P/A_g f'_c = 0.1$ VIGA: $\rho = 2\%$, $\rho_{trans} = \text{mín}$				
sub-modelo	ρ COLUMNAS	(K_e)	Variación (%)	Calificación
2-2	1%	40507.89	-	-
2-4	2%	43312.48	6.92%	despreciable
PROPIEDADES INVARIABLES: COLUMNAS: $\rho_{trans} = \text{mín}$, $P/A_g f'_c = 0.2$ VIGA: $\rho = 1\%$, $\rho_{trans} = \text{mín}$				
sub-modelo	ρ COLUMNAS	(K_e)	Variación (%)	Calificación
2-5	1%	36206.05	-	-
2-7	2%	36298.66	0.26%	despreciable
PROPIEDADES INVARIABLES: COLUMNAS: $\rho_{trans} = \text{mín}$, $P/A_g f'_c = 0.2$ VIGA: $\rho = 2\%$, $\rho_{trans} = \text{mín}$				
sub-modelo	ρ COLUMNAS	(K_e)	Variación (%)	Calificación
2-6	1%	39403.54	-	-
2-8	2%	39735.18	0.84%	despreciable
PROPIEDADES INVARIABLES: COLUMNAS: $\rho_{trans} = \text{mín}$, $P/A_g f'_c = 0.3$ VIGA: $\rho = 1\%$, $\rho_{trans} = \text{mín}$				
sub-modelo	ρ COLUMNAS	(K_e)	Variación (%)	Calificación
2-9	1%	47516.68	-	-
2-10	2%	47882.70	0.77%	despreciable
PROPIEDADES INVARIABLES: COLUMNAS: $\rho_{trans} = \text{mín}$, $P/A_g f'_c = 0.4$ VIGA: $\rho = 1\%$, $\rho_{trans} = \text{mín}$				
sub-modelo	ρ COLUMNAS	(K_e)	Variación (%)	Calificación
2-11	1%	47431.52	-	-
2-12	2%	47930.64	1.05%	despreciable
PROPIEDADES INVARIABLES: COLUMNAS: $\rho_{trans} = \text{mín}$, $P/A_g f'_c = 0.5$ VIGA: $\rho = 1\%$, $\rho_{trans} = \text{mín}$				
sub-modelo	ρ COLUMNAS	(K_e)	Variación (%)	Calificación
2-13	1%	47079.40	-	-
2-15	2%	47078.44	0.00%	despreciable
PROPIEDADES INVARIABLES: COLUMNAS: $\rho_{trans} = \text{mín}$, $P/A_g f'_c = 0.5$ VIGA: $\rho = 2\%$, $\rho_{trans} = \text{mín}$				
sub-modelo	ρ COLUMNAS	(K_e)	Variación (%)	Calificación
2-14	1%	47850.72	-	-
2-16	2%	52415.15	9.54%	despreciable

Tabla 4-8: Variación de la rigidez efectiva en función del acero de refuerzo en las columnas para los sub-modelos 2

VARIACIÓN ACERO DE REFUERZO LONGITUDINAL EN COLUMNAS				
SUB-MODELOS 3: L=9.0 m, H=7.0 m				
$f'_{c \text{ vigas}}=250 \text{ kg/cm}^2$, $f'_{c \text{ columnas}}=400 \text{ kg/cm}^2$, $f_y=4200 \text{ kg/cm}^2$				
PROPIEDADES INVARIABLES: COLUMNAS: $\rho_{\text{trans}}=\text{mín}$, $P/A_g f'_c=0.1$ VIGA: $\rho=1\%$, $\rho_{\text{trans}}=\text{mín}$				
sub-modelo	ρ COLUMNAS	(K_e)	Variación (%)	Calificación
3-1	1%	37412.45	-	-
3-3	2%	40197.14	7.44%	despreciable
PROPIEDADES INVARIABLES: COLUMNAS: $\rho_{\text{trans}}=\text{mín}$, $P/A_g f'_c=0.1$ VIGA: $\rho=2\%$, $\rho_{\text{trans}}=\text{mín}$				
sub-modelo	ρ COLUMNAS	(K_e)	Variación (%)	Calificación
3-2	1%	42460.09	-	-
3-4	2%	42774.23	0.74%	despreciable
PROPIEDADES INVARIABLES: COLUMNAS: $\rho_{\text{trans}}=\text{mín}$, $P/A_g f'_c=0.2$ VIGA: $\rho=1\%$, $\rho_{\text{trans}}=\text{mín}$				
sub-modelo	ρ COLUMNAS	(K_e)	Variación (%)	Calificación
3-5	1%	33837.42	-	-
3-7	2%	36747.88	8.60%	despreciable
PROPIEDADES INVARIABLES: COLUMNAS: $\rho_{\text{trans}}=\text{mín}$, $P/A_g f'_c=0.2$ VIGA: $\rho=2\%$, $\rho_{\text{trans}}=\text{mín}$				
sub-modelo	ρ COLUMNAS	(K_e)	Variación (%)	Calificación
3-6	1%	38370.25	-	-
3-8	2%	38903.41	1.39%	despreciable
PROPIEDADES INVARIABLES: COLUMNAS: $\rho_{\text{trans}}=\text{mín}$, $P/A_g f'_c=0.5$ VIGA: $\rho=1\%$, $\rho_{\text{trans}}=\text{mín}$				
sub-modelo	ρ COLUMNAS	(K_e)	Variación (%)	Calificación
3-9	1%	51704.08	-	-
3-11	2%	51246.54	0.88%	despreciable
PROPIEDADES INVARIABLES: COLUMNAS: $\rho_{\text{trans}}=\text{mín}$, $P/A_g f'_c=0.5$ VIGA: $\rho=2\%$, $\rho_{\text{trans}}=\text{mín}$				
sub-modelo	ρ COLUMNAS	(K_e)	Variación (%)	Calificación
3-10	1%	56259.81	-	-
3-12	2%	57016.02	1.34%	despreciable

Tabla 4-9: Variación de la rigidez efectiva en función del acero de refuerzo en las columnas para los sub-modelos 3

Como se mostró en las tablas anteriores, la variación de la rigidez de los sub-modelos en función del acero de refuerzo de las columnas nunca excedió el 10% prescrito en este estudio para considerar a una variable como influyente en la rigidez efectiva de un sub-modelo.

VARIACIÓN CARGA AXIAL EN COLUMNAS				
SUB-MODELOS 1: L=6.0 m, H=3.5 m				
$f'_c=250 \text{ kg/cm}^2$, $f_y=4200 \text{ kg/cm}^2$				
PROPIEDADES INVARIABLES: COLUMNAS: $\rho=1\%$, $\rho_{trans}=mín$ VIGA: $\rho=1\%$, $\rho_{trans}=mín$				
sub-modelo	$P/A_g f'_c$	(K_e)	Variación (%)	Calificación
1-1	=0.1	51013.77	-	-
1-5	=0.2	48300.35	5.32%	despreciable
1-9	=0.3	60815.63	19.21%	considerable
1-11	=0.4	59356.44	16.35%	considerable
1-13	=0.5	63768.74	25.00%	considerable
PROPIEDADES INVARIABLES: COLUMNAS: $\rho=1\%$, $\rho_{trans}=mín$ VIGA: $\rho=2\%$, $\rho_{trans}=mín$				
sub-modelo	$P/A_g f'_c$	(K_e)	Variación (%)	Calificación
1-2	=0.1	52018.14	-	-
1-6	=0.2	53836.06	3.49%	despreciable
1-14	=0.5	64268.61	23.55%	considerable
PROPIEDADES INVARIABLES: COLUMNAS: $\rho=2\%$, $\rho_{trans}=mín$ VIGA: $\rho=1\%$, $\rho_{trans}=mín$				
sub-modelo	$P/A_g f'_c$	(K_e)	Variación (%)	Calificación
1-3	=0.1	51242.03	-	-
1-7	=0.2	49142.70	4.10%	despreciable
1-10	=0.3	62374.46	21.73%	considerable
1-12	=0.4	61135.11	19.31%	considerable
1-15	=0.5	64142.59	25.18%	considerable
PROPIEDADES INVARIABLES: COLUMNAS: $\rho=2\%$, $\rho_{trans}=mín$ VIGA: $\rho=2\%$, $\rho_{trans}=mín$				
sub-modelo	$P/A_g f'_c$	(K_e)	Variación (%)	Calificación
1-4	=0.1	56217.24	-	-
1-8	=0.2	54399.42	3.23%	despreciable
1-16	=0.5	66167.56	17.70%	considerable

Tabla 4-10: Variación de la rigidez efectiva en función de la carga axial en las columnas para sub-modelos 1

VARIACIÓN CARGA AXIAL EN COLUMNAS				
SUB-MODELOS 2: L=9.0 m, H=7.0 m				
$f'_c=250 \text{ kg/cm}^2$, $f_y=4200 \text{ kg/cm}^2$				
PROPIEDADES INVARIABLES: COLUMNAS: $\rho=1\%$, $\rho_{trans}=\text{mín}$ VIGA: $\rho=1\%$, $\rho_{trans}=\text{mín}$				
sub-modelo	$P/A_g f'_c$	(K_e)	Variación (%)	Calificación
2-1	=0.1	38555.45	-	-
2-5	=0.2	36206.05	6.09%	despreciable
2-9	=0.3	47516.68	23.24%	considerable
2-11	=0.4	47431.52	23.02%	considerable
2-13	=0.5	47079.40	22.11%	considerable
PROPIEDADES INVARIABLES: COLUMNAS: $\rho=1\%$, $\rho_{trans}=\text{mín}$ VIGA: $\rho=2\%$, $\rho_{trans}=\text{mín}$				
sub-modelo	$P/A_g f'_c$	(K_e)	Variación (%)	Calificación
2-2	=0.1	40507.89	-	-
2-6	=0.2	39403.54	2.73%	despreciable
2-14	=0.5	47850.72	18.13%	considerable
PROPIEDADES INVARIABLES: COLUMNAS: $\rho=2\%$, $\rho_{trans}=\text{mín}$ VIGA: $\rho=1\%$, $\rho_{trans}=\text{mín}$				
sub-modelo	$P/A_g f'_c$	(K_e)	Variación (%)	Calificación
2-3	=0.1	38769.47	-	-
2-7	=0.2	36298.66	6.37%	despreciable
2-10	=0.3	47882.70	23.51%	considerable
2-12	=0.4	47930.64	23.63%	considerable
2-15	=0.5	47078.44	21.43%	considerable
PROPIEDADES INVARIABLES: COLUMNAS: $\rho=2\%$, $\rho_{trans}=\text{mín}$ VIGA: $\rho=2\%$, $\rho_{trans}=\text{mín}$				
sub-modelo	$P/A_g f'_c$	(K_e)	Variación (%)	Calificación
2-4	=0.1	43312.48	-	-
2-8	=0.2	39735.18	8.26%	despreciable
2-16	=0.5	52415.15	21.02%	considerable

Tabla 4-11: Variación de la rigidez efectiva en función de la carga axial en las columnas para sub-modelos 2

VARIACIÓN CARGA AXIAL EN COLUMNAS				
SUB-MODELOS 3: L=9.0 m, H=7.0 m				
$f'_{c \text{ vigas}}=250 \text{ kg/cm}^2$, $f'_{c \text{ columnas}}=400 \text{ kg/cm}^2$, $f_y=4200 \text{ kg/cm}^2$				
PROPIEDADES INVARIABLES: COLUMNAS: $\rho=1\%$, $\rho_{trans}=\text{mín}$ VIGA: $\rho=1\%$, $\rho_{trans}=\text{mín}$				
sub-modelo	$P/A_g f'_c$	(K_e)	Variación (%)	Calificación
3-1	=0.1	37412.45	-	-
3-5	=0.2	33837.42	9.56%	despreciable
3-9	=0.5	51704.08	38.20%	considerable
PROPIEDADES INVARIABLES: COLUMNAS: $\rho=1\%$, $\rho_{trans}=\text{mín}$ VIGA: $\rho=2\%$, $\rho_{trans}=\text{mín}$				
sub-modelo	$P/A_g f'_c$	(K_e)	Variación (%)	Calificación
3-2	=0.1	42460.09	-	-
3-6	=0.2	38370.25	9.63%	despreciable
3-10	=0.5	56259.81	32.50%	considerable
PROPIEDADES INVARIABLES: COLUMNAS: $\rho=2\%$, $\rho_{trans}=\text{mín}$ VIGA: $\rho=1\%$, $\rho_{trans}=\text{mín}$				
sub-modelo	$P/A_g f'_c$	(K_e)	Variación (%)	Calificación
3-3	=0.1	40197.14	-	-
3-7	=0.2	36747.88	8.58%	despreciable
3-11	=0.5	51246.54	27.49%	considerable
PROPIEDADES INVARIABLES: COLUMNAS: $\rho=2\%$, $\rho_{trans}=\text{mín}$ VIGA: $\rho=2\%$, $\rho_{trans}=\text{mín}$				
sub-modelo	$P/A_g f'_c$	(K_e)	Variación (%)	Calificación
3-4	=0.1	42774.23	-	-
3-8	=0.2	38903.41	9.05%	despreciable
3-12	=0.5	57016.02	33.30%	considerable

Tabla 4-12: Variación de la rigidez efectiva en función de la carga axial en las columnas para sub-modelos 3

Como se puede ver en las tablas que se acaban de mostrar, para valores de carga axial entre 0.1 y 0.2 de $A_g f'_c$, la variación de la rigidez efectiva del sub-modelo es despreciable. Sin embargo, cuando los niveles de carga axial se hacen variar entre 0.3 y 0.5 de $A_g f'_c$, el aumento en la rigidez es significativo cuando se compara con los valores que corresponden a carga axial igual a 0.1 y 0.2 de $A_g f'_c$. Este aumento fue del orden de 20%, llegando incluso a ser del orden de 30% para los sub-modelos 3.

La tendencia de la influencia de las variables en la rigidez efectiva del sub-modelo se analiza a continuación.

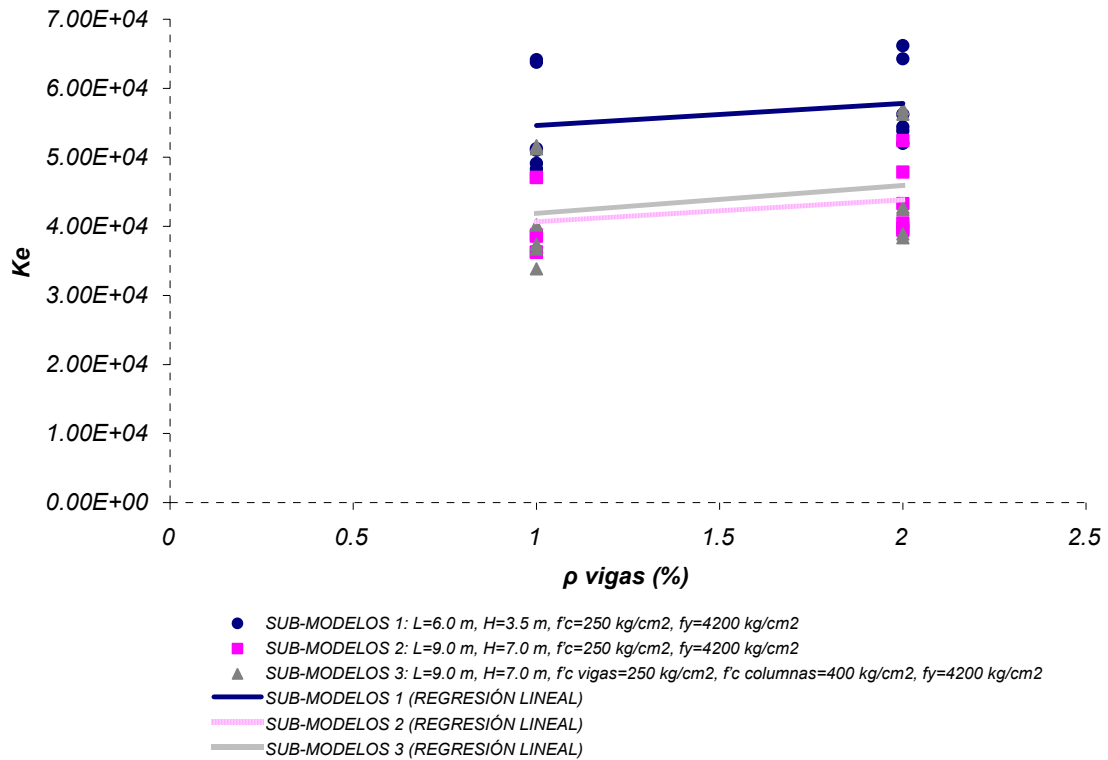


Figura 4-8: Tendencia de la variación de la rigidez efectiva en función del acero de refuerzo longitudinal en las vigas para cada grupo de sub-modelos

El aumento del acero de refuerzo longitudinal en las vigas provoca un incremento en la rigidez efectiva calculada del sub-modelo; así lo establece la Figura 4-8. Sin embargo, ninguna de las propuestas considera la influencia del acero de refuerzo en sus expresiones para determinar el factor de degradación de rigidez a usar en las vigas de concreto reforzado. Quizás esto se deba a la facilidad que supone el usar un valor único para degradar la rigidez de los elementos vigas que componen una estructura, ya que el uso de factores de rigidez en función del acero de refuerzo haría iterativo el proceso análisis-diseño de marcos de concreto.

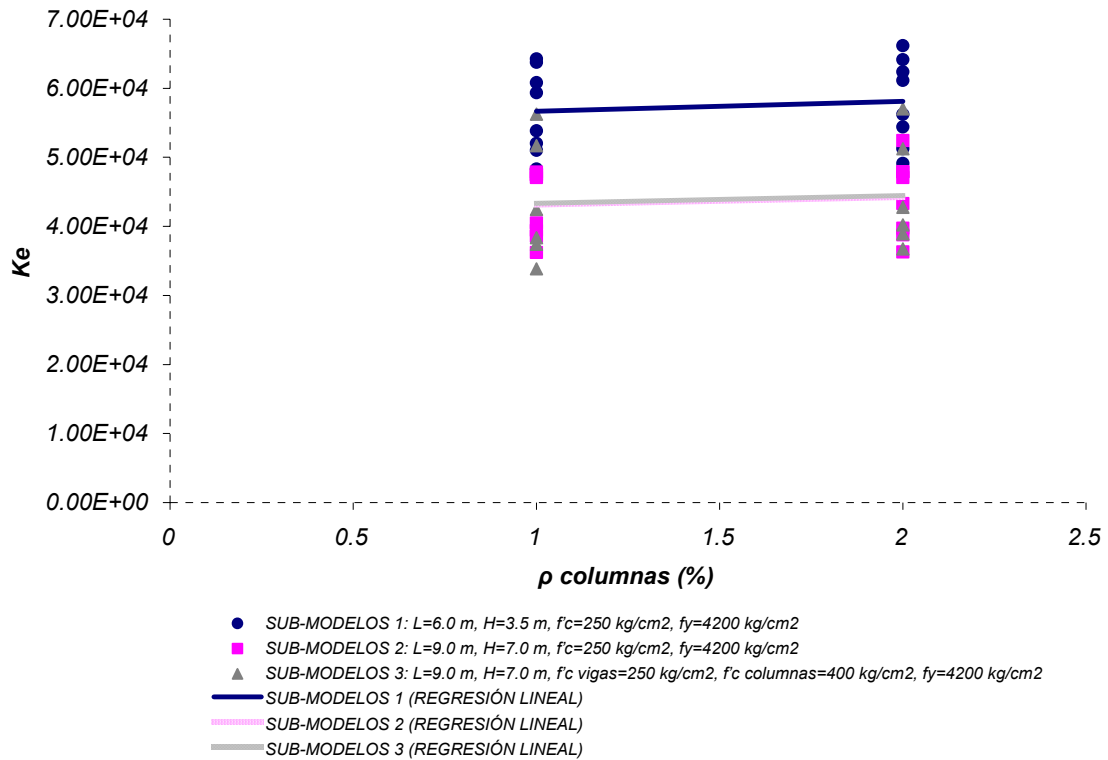


Figura 4-9: Tendencia de la variación de la rigidez efectiva en función del acero de refuerzo longitudinal en las columnas para cada grupo de sub-modelos

La Figura 4-9 indica que existe un aumento en la rigidez de los sub-modelos conforme es incrementado el acero de refuerzo longitudinal en las columnas, pero a diferencia del análisis de la pasada variable, este aumento es poco significativo, llegando a dar la sensación que la línea de tendencia de la Figura 4-9 es horizontal, lo que indicaría que para distintos valores del acero de refuerzo la rigidez efectiva del sub-modelo se mantiene igual.

Estos resultados tienen relación con lo que proponen las reglas para degradar rigidez de elementos de concreto que fueron estudiadas anteriormente, ya que no contemplan variación en el valor a usar para determinar la inercia efectiva de la sección por efecto del acero de refuerzo longitudinal en las columnas.

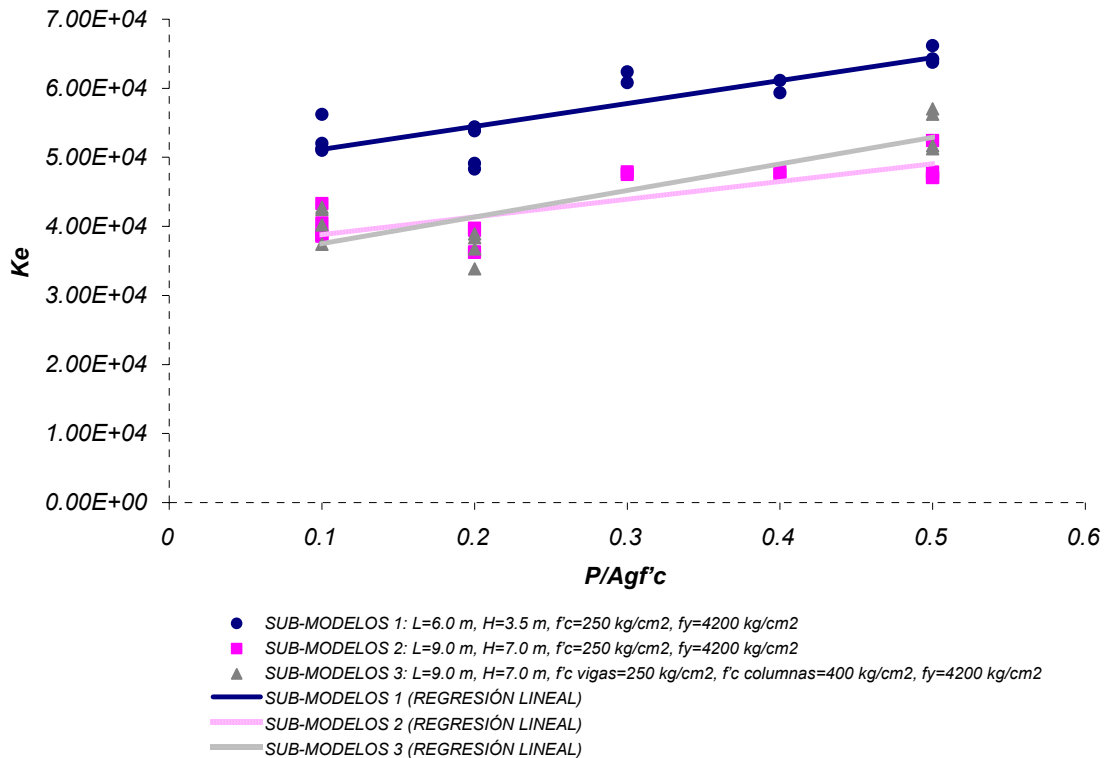


Figura 4-10: Tendencia de la variación de la rigidez efectiva en función de la carga axial en las columnas para cada grupo de sub-modelos

Puede verse claramente según la Figura 4-10 que la rigidez del sub-modelo tiende a incrementarse conforme se aumente la carga axial que actúan en las columnas del mismo.

Este fenómeno de aumento de la rigidez efectiva con el aumento de la carga axial en las columnas parece ser lógico y además guarda una estrecha relación con lo que proponen las reglas para degradar la rigidez de los elementos. Tal y como se había expuesto anteriormente, a nivel sección, el aumento en la carga axial que actúa sobre la misma retrasa su fluencia. Además todas las propuestas excepto una la RCDF-NTC, entienden que para un incremento de la carga axial el factor de degradación de la rigidez a flexión del elemento debe ser mayor, suponiendo claro está, que la inercia útil de la sección será mayor.

Lo que parece realmente extraño es el hecho de que a pesar de que la propuesta RCDF-NTC no hace distinción entre los niveles de carga axial a la hora de usar un factor de degradación de la rigidez para las columnas, logre mayor precisión que las demás propuestas a la hora de predecir el comportamiento real. Las razones del porqué de esta situación se darán más adelante conforme se muestren otros resultados que son necesarios para entender lo que sucede. Sin embargo, cabe señalar que el uso de factores de rigidez no apropiados puede ocasionar un mal cálculo de las fuerzas internas a nivel elemento, partiendo del principio fundamental de que cada miembro que compone una estructura toma fuerzas en función de su rigidez.

Puede llamar la atención el hecho de que para algunos incrementos de la carga axial existe un decremento en la rigidez del sub-modelo; esto es debido a que el método para fijar la rigidez efectiva del sub-modelo no es del todo exacto y sólo proporciona un estimado de la misma. La rigidez del sub-modelo es muy sensible al cortante de fluencia y al desplazamiento de fluencia elegido, por lo que lograr la convergencia del método puede resultar muy difícil, y algunas veces es necesario permitir cierto margen de error en la estimación del desplazamiento que corresponde al 60% del cortante de fluencia. Para valores de carga axial similares, la rigidez del sub-modelo resulta ser muy parecida también y pudieran existir incongruencias en cuanto a la rigidez calculada. A pesar de ello la misma cumple con no sobrepasar el límite del 10% de variación puesto como condición.

CAPÍTULO 5: PROPUESTA DE RIGIDEZ EFECTIVA DE ELEMENTOS DE CONCRETO PARA EL ANÁLISIS DE MARCOS SUJETOS A CARGAS LATERALES

Luego de haber completado el estudio de la influencia de los parámetros que inciden en la rigidez a flexión de los miembros estructurales que componen un marco, en lo que sigue se tratará de determinar cuáles son los factores por los cuales deben multiplicarse las inercias brutas de las secciones de vigas y columnas que integran un marco, de tal forma que se logre estimar con cierta exactitud la inercia efectiva de la sección de concreto para análisis lineal. Además debe cumplirse que estos nuevos valores de inercia de la sección de concreto, permitan representar con cierta exactitud el comportamiento real no lineal de las estructuras de concreto reforzado.

Del análisis de las variables de la sección pasada podemos concluir que:

1. El acero de refuerzo longitudinal no incide de manera trascendente en la rigidez a flexión de las columnas, pero puede ser un factor significativo a la hora de determinar la rigidez efectiva de las vigas que componen un marco.
2. El factor de rigidez de las columnas cuando su carga axial varía entre 0.1 y 0.2 de $A_g f'_c$ debe ser el mismo o muy parecido, ya que la variación de la rigidez efectiva del sub-modelo cuando los niveles de carga axial fueron variados entre estos dos límites fue muy pequeña.
3. El factor de rigidez de las columnas cuando su carga axial varía entre 0.3 y 0.5 de $A_g f'_c$ debe ser similar, ya que al igual que en el punto anterior, la variación de la rigidez efectiva entre los sub-modelos que se encuentran entre estos dos límites de carga axial fue insignificante.

Basados en esta información, extraída de nuestro anterior análisis, obtuvimos las pautas para hacer depender los factores de rigidez de los elementos de concreto de una u otra variable. Estas pautas pueden resumirse así: primero el valor para determinar la inercia efectiva de las vigas debe ser sensible a la cuantía de refuerzo longitudinal de la misma y segundo, en el caso de las columnas la inercia efectiva de la sección de concreto debe depender de la carga axial que actúa sobre las mismas.

5.1. DETERMINACIÓN DE LA RIGIDEZ EFECTIVA DE LOS ELEMENTOS DE CONCRETO

Para determinar la inercia efectiva de las vigas y columnas se trató de reproducir la rigidez del sub-modelo a partir de estimar factores de degradación de la rigidez para los elementos. Para comenzar la iteración se usaron los valores de rigidez efectiva obtenidos de los diagramas momento-curvatura de la sección más esforzada del elemento.

El procedimiento para establecer la rigidez efectiva de los elementos de concreto consistió en:

- primero, a través de las relaciones momento curvatura de la sección de viga y de columna más esforzada del sub-modelo, y con ayuda de una idealización bi-lineal se obtuvo la rigidez efectiva de la sección. El arreglo bi-lineal que mejor representa la rigidez a flexión de la sección es aquel que iguala el área debajo de la curva del diagrama momento-curvatura ($M-\varphi$) y cumple con la condición de que la gráfica real y la curva idealizada se intercepten en el 75% del momento de fluencia (Paulay y Priestley, 1992).

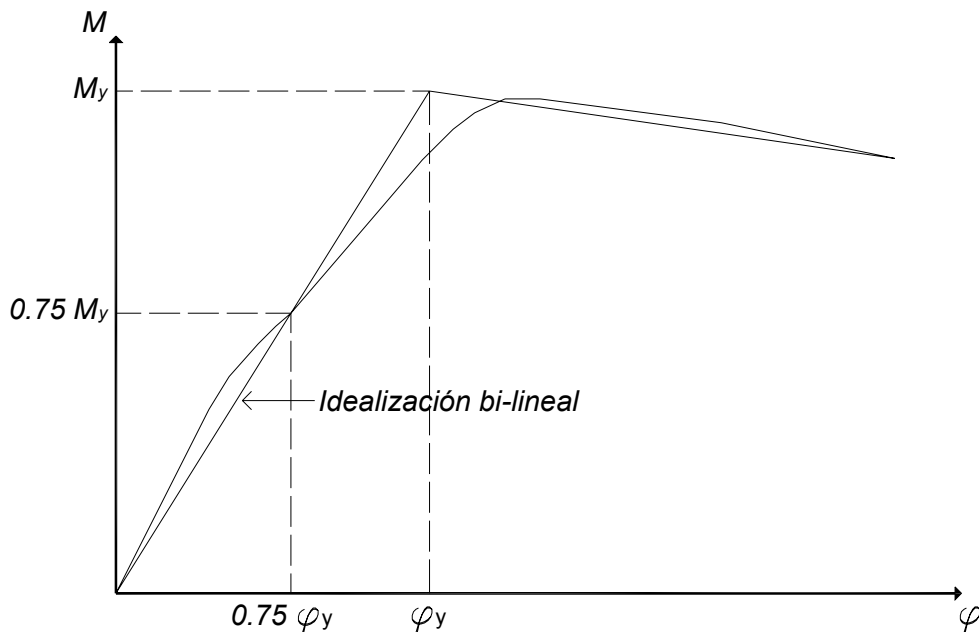


Figura 5-1: Idealización elasto-plástica relación momento curvatura de la sección

La rigidez efectiva de la sección (K_s) puede considerarse a partir de la Figura 5-1 como:

$$K_s = \frac{M_y - M_0}{\varphi_y - \varphi_0}$$

- segundo, una vez obtenida la rigidez efectiva de la sección de viga y de columna se determinó el factor de rigidez de la sección (FK_s), función de la relación por cociente de la rigidez efectiva obtenida de la bi-linealización de la curva momento-curvatura ($M-\varphi$) de la sección, y la rigidez elástica (EI).

$$FK_{sviga} = \frac{K_{sviga}}{EI_{viga}}$$

$$FK_{s\text{columna}} = \frac{K_{s\text{columna}}}{EI_{\text{columna}}}$$

Visualizando a K_s como el producto del modulo de elasticidad del material por una inercia efectiva (I_e) que depende del agrietamiento sufrido por la sección de concreto, puede considerarse este factor de rigidez de la sección como un factor de inercia, similar a los utilizados al momento de efectuar análisis lineales con inercias efectivas de vigas y columnas de concreto. Ahora hay que entender que el uso de este factor como factor de inercia de elementos de concreto no esta apegado a la realidad, ya que el mismo solo refleja el estado de una sección del elemento.

$$K_s = EI_e$$

$$FK_s = \frac{EI_e}{EI_g} = \frac{I_e}{I_g}$$

- *tercero, se obtuvo la relación entre el factor de rigidez de la sección de viga y la sección de columna más esforzada de un mismo sub-modelo ($FK_{sviga} / FK_{s\text{columna}}$), de aquí en adelante este cociente se conocerá como RFK_s .*
- *cuarto, a través de tanteos se encontraron los factores de degradación de la rigidez de los elementos de concreto que cumplían con la relación de factores de rigidez de la sección de viga y de columna más esforzada (RFK_s), y que además garantizaban que a través de un análisis lineal se conseguía acertar al comportamiento no lineal del sub-modelo. Los valores para calcular la inercia efectiva que cumplían con las dos condiciones eran considerados como válidos para ese sub-modelo. El proceso para reproducir la rigidez del sub-modelo inició con el uso de los factores de rigidez (FK_s) obtenidos a partir de la sección más esforzada.*

Este procedimiento se hizo en todos los sub-modelos hasta obtener el valor para determinar la inercia efectiva de cada uno de los elementos en función de las propiedades y de las acciones que actúan sobre los mismos.

En las tablas que se muestran a continuación se indican los resultados de este procedimiento para cada uno de los grupos de sub-modelos de estudio. Puede observarse las propiedades principales de los sub-modelos, la rigidez efectiva (K_e) obtenida del análisis no lineal, la relación entre los factores de rigidez de la sección viga y de la sección columna (RFK_s), la rigidez efectiva (K_e) obtenida con un análisis lineal de inercias agrietadas, los factores de rigidez (I_e/I_g) con lo cuales se cumplieron los requisitos del procedimiento anteriormente explicado y el grado de exactitud que se logra con estos análisis lineales de inercias agrietadas, el cual se expresa en función de la relación de rigidez efectiva entre el análisis no lineal y el lineal.

SUB-MODELO 1:	K_e (Kn/m) análisis no lineal	RFK _s	K_e (Kn/m) análisis lineal	I_e/I_g		$K_{e \text{ no lineal}}/K_{e \text{ lineal}}$
				vigas	columnas	
COLUMNAS $P/A_g f'_c = 0.1 \rho = 1\%$, VIGA $\rho = 1\%$	51013.77	0.91	50830.13	0.50	0.55	1.0036
COLUMNAS $P/A_g f'_c = 0.1 \rho = 1\%$, VIGA $\rho = 2\%$	52018.14	0.95	52233.73	0.52	0.55	0.9959
COLUMNAS $P/A_g f'_c = 0.1 \rho = 2\%$, VIGA $\rho = 1\%$	51242.03	0.89	51149.20	0.50	0.56	1.0018
COLUMNAS $P/A_g f'_c = 0.1 \rho = 2\%$, VIGA $\rho = 2\%$	56217.24	1.02	55988.37	0.57	0.56	1.0041
COLUMNAS $P/A_g f'_c = 0.2 \rho = 1\%$, VIGA $\rho = 1\%$	48300.35	0.98	48347.79	0.49	0.50	0.9990
COLUMNAS $P/A_g f'_c = 0.2 \rho = 1\%$, VIGA $\rho = 2\%$	53836.06	0.98	53581.18	0.54	0.55	1.0048
COLUMNAS $P/A_g f'_c = 0.2 \rho = 2\%$, VIGA $\rho = 1\%$	49142.70	1.00	49018.97	0.50	0.50	1.0025
COLUMNAS $P/A_g f'_c = 0.2 \rho = 2\%$, VIGA $\rho = 2\%$	54399.42	1.00	54267.42	0.55	0.55	1.0024
COLUMNAS $P/A_g f'_c = 0.3 \rho = 1\%$, VIGA $\rho = 1\%$	60815.63	0.57	60290.27	0.51	0.90	1.0087
COLUMNAS $P/A_g f'_c = 0.3 \rho = 2\%$, VIGA $\rho = 1\%$	62374.46	0.56	61802.80	0.52	0.93	1.0092
COLUMNAS $P/A_g f'_c = 0.4 \rho = 1\%$, VIGA $\rho = 1\%$	59356.44	0.55	59511.24	0.50	0.91	0.9974
COLUMNAS $P/A_g f'_c = 0.4 \rho = 2\%$, VIGA $\rho = 1\%$	61135.11	0.58	61266.63	0.52	0.90	0.9979
COLUMNAS $P/A_g f'_c = 0.5 \rho = 1\%$, VIGA $\rho = 1\%$	63768.74	0.53	64006.04	0.53	1.00	0.9963
COLUMNAS $P/A_g f'_c = 0.5 \rho = 1\%$, VIGA $\rho = 2\%$	64268.61	0.53	64006.04	0.53	1.00	1.0041
COLUMNAS $P/A_g f'_c = 0.5 \rho = 2\%$, VIGA $\rho = 1\%$	64142.59	0.52	64006.04	0.52	1.00	1.0021
COLUMNAS $P/A_g f'_c = 0.5 \rho = 2\%$, VIGA $\rho = 2\%$	66167.56	0.55	66000.00	0.55	1.00	1.0025

Tabla 5-1: Factores de inercia para los elementos sub-modelos 1

SUB-MODELO 2:	K_e (Kn/m) análisis no lineal	RFK _s	K_e (Kn/m) análisis lineal	I_e/I_g		$K_{e \text{ no lineal}}/K_{e \text{ lineal}}$
				vigas	columnas	
COLUMNAS $P/A_g f'_c = 0.1 \rho = 1\%$, VIGA $\rho = 1\%$	38555.45	1.04	38291.75	0.57	0.55	1.0069
COLUMNAS $P/A_g f'_c = 0.1 \rho = 1\%$, VIGA $\rho = 2\%$	40507.89	1.05	40108.56	0.60	0.57	1.0100
COLUMNAS $P/A_g f'_c = 0.1 \rho = 2\%$, VIGA $\rho = 1\%$	38769.47	1.04	38291.75	0.57	0.55	1.0125
COLUMNAS $P/A_g f'_c = 0.1 \rho = 2\%$, VIGA $\rho = 2\%$	43312.48	1.05	41536.54	0.62	0.59	1.0428
COLUMNAS $P/A_g f'_c = 0.2 \rho = 1\%$, VIGA $\rho = 1\%$	36206.05	1.00	36049.87	0.53	0.53	1.0043
COLUMNAS $P/A_g f'_c = 0.2 \rho = 1\%$, VIGA $\rho = 2\%$	39403.54	1.02	39294.86	0.58	0.57	1.0028
COLUMNAS $P/A_g f'_c = 0.2 \rho = 2\%$, VIGA $\rho = 1\%$	36298.66	0.95	36180.63	0.52	0.55	1.0033
COLUMNAS $P/A_g f'_c = 0.2 \rho = 2\%$, VIGA $\rho = 2\%$	39735.18	1.00	39591.19	0.58	0.58	1.0036
COLUMNAS $P/A_g f'_c = 0.3 \rho = 1\%$, VIGA $\rho = 1\%$	47516.68	0.61	46688.51	0.57	0.94	1.0177
COLUMNAS $P/A_g f'_c = 0.3 \rho = 2\%$, VIGA $\rho = 1\%$	47882.70	0.62	47297.30	0.58	0.94	1.0124
COLUMNAS $P/A_g f'_c = 0.4 \rho = 1\%$, VIGA $\rho = 1\%$	47431.52	0.61	46688.51	0.57	0.94	1.0159
COLUMNAS $P/A_g f'_c = 0.4 \rho = 2\%$, VIGA $\rho = 1\%$	47930.64	0.62	47297.30	0.58	0.94	1.0134
COLUMNAS $P/A_g f'_c = 0.5 \rho = 1\%$, VIGA $\rho = 1\%$	47079.40	0.56	46941.18	0.56	1.00	1.0029
COLUMNAS $P/A_g f'_c = 0.5 \rho = 1\%$, VIGA $\rho = 2\%$	47850.72	0.57	47567.95	0.57	1.00	1.0059
COLUMNAS $P/A_g f'_c = 0.5 \rho = 2\%$, VIGA $\rho = 1\%$	47078.44	0.56	46941.18	0.56	1.00	1.0029
COLUMNAS $P/A_g f'_c = 0.5 \rho = 2\%$, VIGA $\rho = 2\%$	52415.15	0.61	50062.74	0.61	1.00	1.0470

Tabla 5-2: Factores de inercia para los sub-modelos 2

SUB-MODELO 3:	K_e (Kn/m) análisis no lineal	RFK_s	K_e (Kn/m) análisis lineal	I_e/I_g		$K_{e \text{ no lineal}}/K_{e \text{ lineal}}$
				vigas	columnas	
COLUMNAS $P/A_g f'_c=0.1 \rho=1\%$, VIGA $\rho=1\%$	37412.45	0.98	37591.86	0.50	0.51	0.9952
COLUMNAS $P/A_g f'_c=0.1 \rho=1\%$, VIGA $\rho=2\%$	42460.09	1.04	42240.10	0.57	0.55	1.0052
COLUMNAS $P/A_g f'_c=0.1 \rho=2\%$, VIGA $\rho=1\%$	40197.14	0.96	40205.56	0.53	0.55	0.9998
COLUMNAS $P/A_g f'_c=0.1 \rho=2\%$, VIGA $\rho=2\%$	42774.23	1.05	42737.79	0.58	0.55	1.0009
COLUMNAS $P/A_g f'_c=0.2 \rho=1\%$, VIGA $\rho=1\%$	33837.42	0.94	34225.42	0.45	0.48	0.9887
COLUMNAS $P/A_g f'_c=0.2 \rho=1\%$, VIGA $\rho=2\%$	38370.25	1.04	38321.17	0.52	0.50	1.0013
COLUMNAS $P/A_g f'_c=0.2 \rho=2\%$, VIGA $\rho=1\%$	36747.88	0.92	36801.33	0.48	0.52	0.9985
COLUMNAS $P/A_g f'_c=0.2 \rho=2\%$, VIGA $\rho=2\%$	38903.41	0.96	38640.33	0.51	0.53	1.0068
COLUMNAS $P/Agf'_c=0.5 \rho=1\%$, VIGA $\rho=1\%$	51704.08	0.57	50931.84	0.57	1.00	1.0152
COLUMNAS $P/Agf'_c=0.5 \rho=1\%$, VIGA $\rho=2\%$	56259.81	0.62	54493.31	0.62	1.00	1.0324
COLUMNAS $P/Agf'_c=0.5 \rho=2\%$, VIGA $\rho=1\%$	51246.54	0.57	50931.84	0.57	1.00	1.0062
COLUMNAS $P/Agf'_c=0.5 \rho=2\%$, VIGA $\rho=2\%$	57016.02	0.62	54493.31	0.62	1.00	1.0463

Tabla 5-3: Factores de inercia para los sub-modelos 3

Con los resultados de los factores de rigidez para elementos de concreto que se mostraron en las pasadas tablas y el estudio previo de la influencia de las distintas variables de estudio en la rigidez de estructuras de concreto, se procedió a clasificar los resultados agrupándolos por tipo de elemento, y otros grupos cuya existencia dependería de la influencia o no de los parámetros de estudio, es decir carga axial en las columnas y acero de refuerzo longitudinal en los elementos.

De estos grupos pudieron extraerse expresiones que permitieron analizar la tendencia de los factores de inercia (I_e/I_g) en cada caso, los resultados son los que se muestran a continuación.

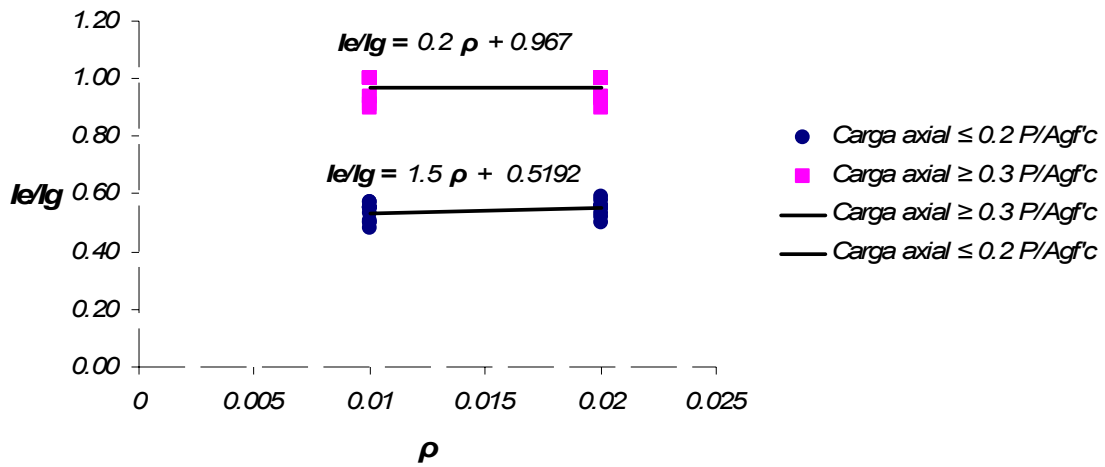


Figura 5-2: Variación factor de inercia en función del acero de refuerzo longitudinal de las columnas

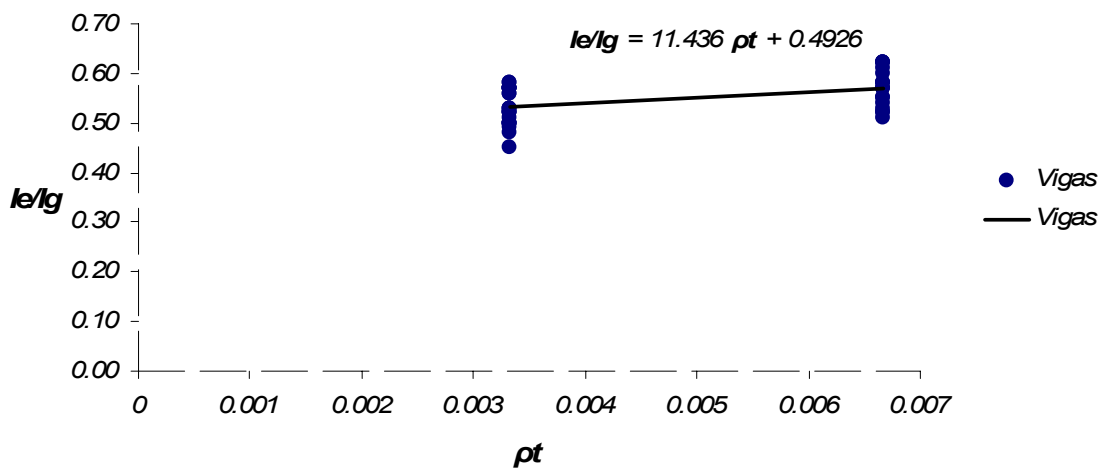


Figura 5-3: Variación factor de inercia en función del acero de refuerzo longitudinal a tensión de las vigas

Las regresiones lineales que se mostraron anteriormente fueron obtenidas con el método de mínimos cuadrados y las mismas indican la tendencia del comportamiento del factor de inercia en cada grupo de elementos de concreto. Como puede verse la influencia del acero de refuerzo longitudinal en las columnas es menor cuanto mayor es la carga axial que actúa sobre ellas, y en sentido general la influencia de esta variable en las columnas podría considerarse como despreciable. En las vigas, la influencia de la cuantía de refuerzo longitudinal en el elemento es mayor, coincidiendo con lo encontrado cuando se analizó el comportamiento de los sub-modelos.

5.2. PROPUESTA DE INERCIA EFECTIVA DE ELEMENTOS DE CONCRETO

Basados en las expresiones que relacionan el factor de rigidez de elementos de concreto con su cuantía de acero longitudinal, en el estudio de la influencia de las variables en la rigidez efectiva de los sub-modelos y en el análisis de las estadísticas de secciones de concreto diseñadas con el Reglamento de Construcciones del Distrito Federal y sus Normas Técnicas Complementarias, se proponen a continuación factores de inercia que faciliten la determinación de la rigidez efectiva del elemento de concreto a usar en los análisis lineales.

Para el caso de las columnas los factores de inercia que se muestran a continuación fueron determinados considerando que no existe variación alguna en función del acero de refuerzo longitudinal de las mismas, ya que se demostró anteriormente que la influencia de esta variable en su rigidez es despreciable. Solamente se hizo distinción de los niveles de carga axial, y conforme a estos niveles y a una cuantía de refuerzo longitudinal promedio de 2% se determinó el factor de rigidez para cada uno de los niveles de carga axial en función de las expresiones anteriormente mostradas.

En el caso de las vigas se establecieron intervalos de cuantía de refuerzo longitudinal debido a la importancia que tiene esta variable en la rigidez de las mismas. Especificados estos intervalos de acero de refuerzo longitudinal y con ayuda de la expresión que relaciona el acero de refuerzo con la rigidez del elemento se determinó el valor para calcular la inercia efectiva de las vigas.

Cuando fuese necesario el uso de un factor de degradación de la rigidez fuera del intervalo se recomienda que, en el caso las vigas se use el valor interpolado entre los valores límites del intervalo.

COLUMNAS	I_e/I_g
Carga axial $< 0.3 P/A_g f'_c$	0.55
Carga axial $\geq 0.3 P/A_g f'_c$	1.00
VIGAS	I_e/I_g
$\rho < 1.5\%$	0.55
$\rho \geq 1.5\%$	0.65

Tabla 5-4: Propuesta de factores de inercia para elementos de concreto

Los resultados obtenidos en el análisis lineal con inercias efectivas de los marcos con los valores propuestos se muestran a continuación.

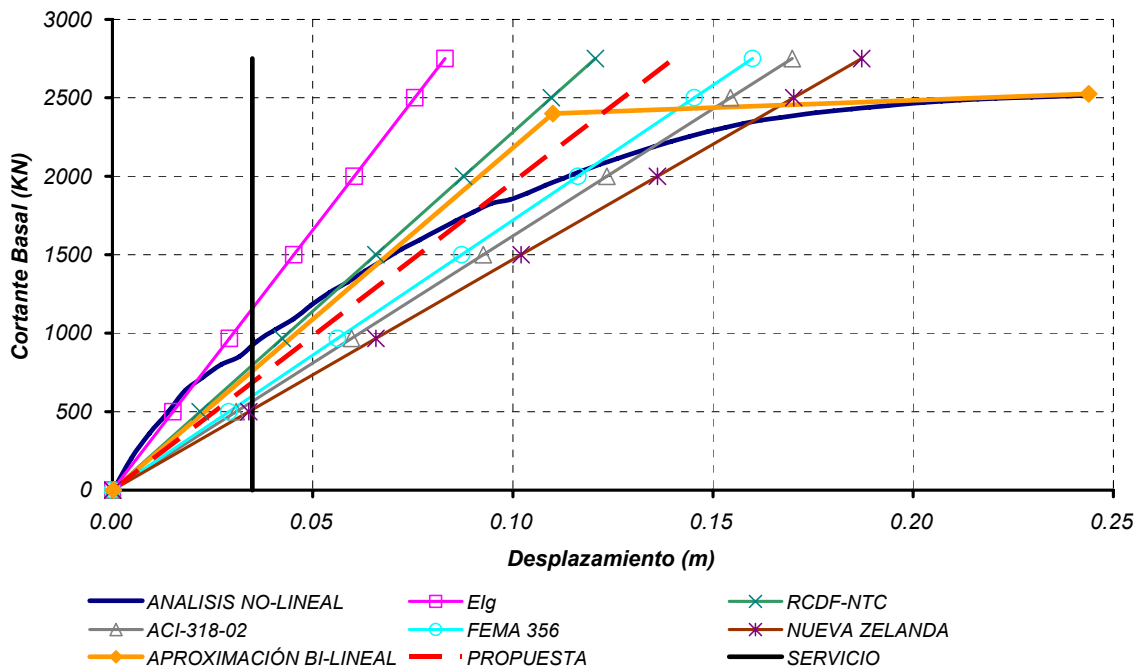


Figura 5-4: Resultados propuesta rigidez efectiva de elementos de concreto en marco de estudio 3NIV

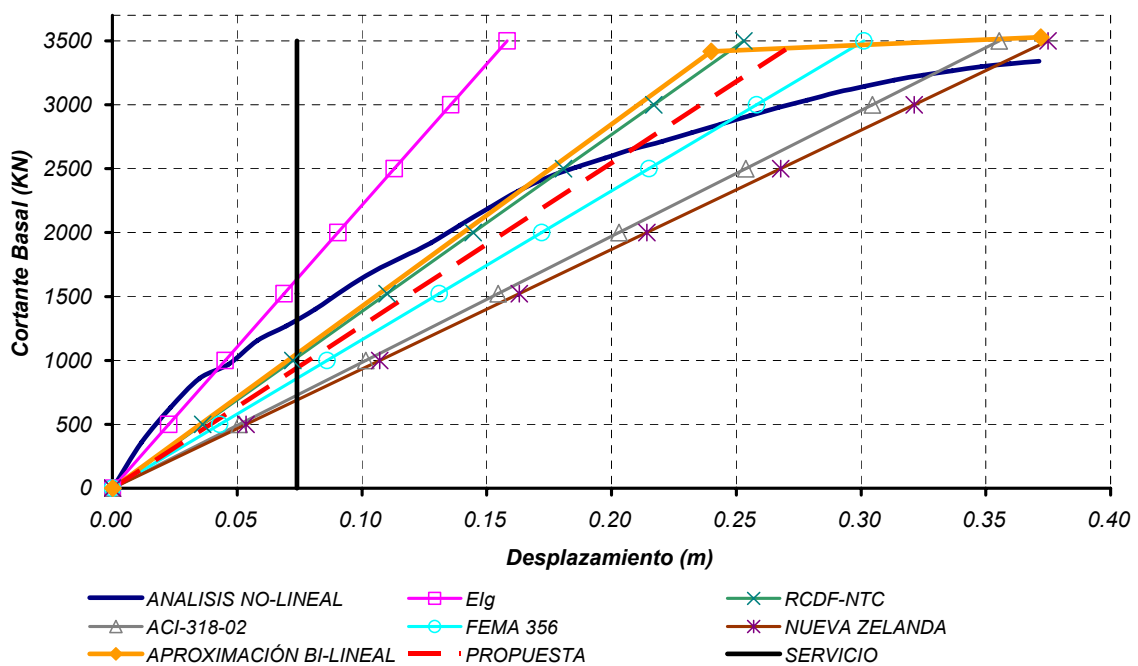


Figura 5-5: Resultados propuesta de rigidez efectiva de elementos de concreto en marco de estudio 9NIV

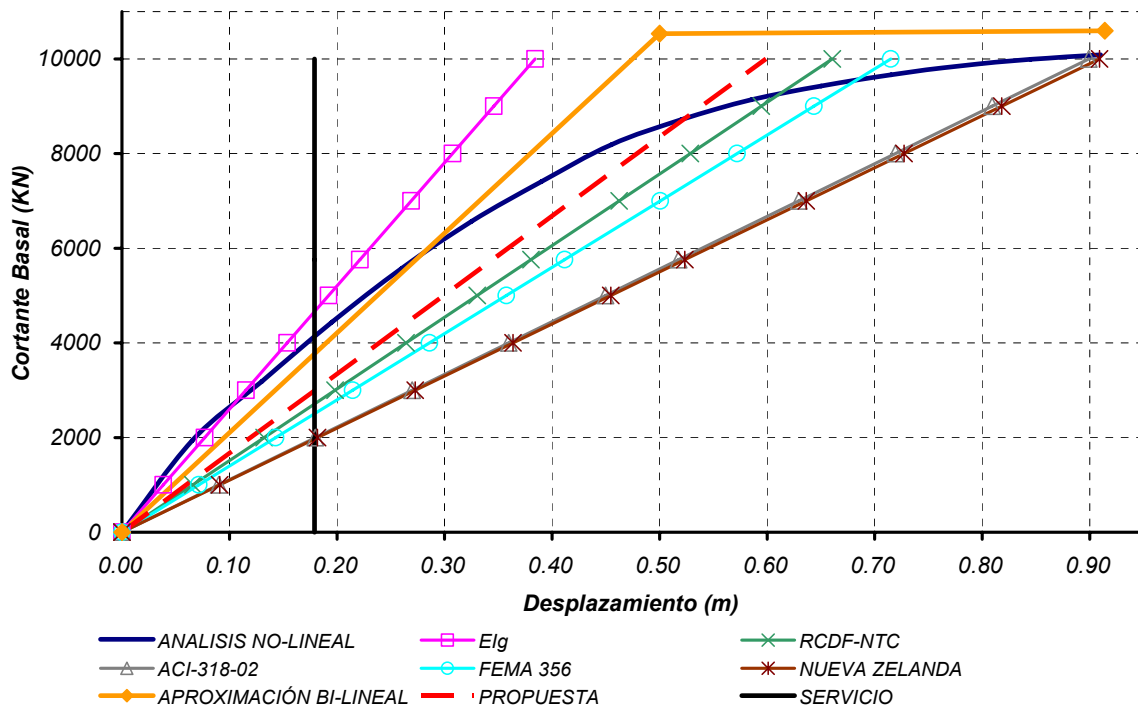


Figura 5-6: Resultados propuesta de rigidez efectiva de elementos de concreto en marco de estudio 25NIV

Como puede verse en las figuras anteriormente mostradas, la propuesta de rigidez efectiva de elementos de concreto para el análisis de marcos logra reproducir con buena precisión el comportamiento real de la estructura hasta la fluencia.

A pesar de que la propuesta reglamentaria RCDF-NTC parece ser la más certera en el análisis lineal de los marcos 3NIV y 9NIV el uso del 100% de la inercia de las columnas para determinar la rigidez a flexión de las mismas no es aplicable a todos los casos, como quedo demostrado en este estudio. Esto puede conducir a estimaciones inapropiadas de las fuerzas internas que actúan en el elemento. Esta propuesta tiende a sobreestimar la rigidez a flexión de las columnas en algunos casos y a subestimar la de las vigas según los resultados obtenidos en este estudio.

Las demás reglas (ACI-318-02, FEMA-356 y NUEVA ZELANDA) sobrestiman los desplazamientos de la estructura de la estructura utilizando factores de degradación de la rigidez menores a los necesarios.

CAPÍTULO 6: CONCLUSIONES

Se comprueba en este estudio que el patrón de agrietamiento a todo lo alto de un marco de concreto no es igual en elementos similares y que depende de la posición del elemento en la estructura, o lo que es lo mismo, de las condiciones de carga y de las características de los elementos que se sujetan a él. También se verifica que la rigidez del elemento es sensible a la posición de la crujía en la que se encuentra. El agrietamiento en las vigas de crujías intermedias es mayor que en la de los extremos. Todo esto había sido señalado por otros estudios (Chan et al., 2000 y Melchor, 2004).

En este estudio se propone un modelo sencillo viga-columna para el cual la relación de rigidez de los elementos es similar a la que existe en un marco de concreto reforzado. Con ayuda de este modelo se traza un procedimiento para determinar la rigidez efectiva de elementos de concreto, basado en las relaciones momento-curvatura ($M-\phi$) de una sección del elemento. Este modelo además permite analizar la influencia del acero de refuerzo en los elementos y de la carga axial en las columnas y extrapolar los resultados que de aquí se desprenden al análisis de marcos.

Del estudio de las reglas que proporcionaron las principales normas actuales para degradar la rigidez de elementos de concreto, se puede concluir en sentido general que las mismas tienden a sobreestimar los desplazamientos y a subestimar la rigidez de las estructuras. Esto para fines de análisis estático es conservador, sin embargo para fines de análisis dinámico cuando se requiera determinar el periodo de una estructura para calcular las fuerzas inerciales a la que la misma pudiera verse sometida, estos resultados pudieran no ser conservadores. Las reglas de degradación de la rigidez tienden a subestimar la rigidez de las columnas y de las vigas a excepción de la propuesta RCDF-NTC que en algunos casos sobreestima la rigidez efectiva de las columnas y subestima la rigidez de las vigas. El grado de acierto de esta propuesta con la rigidez global del marco se debe a que hay una compensación en la rigidez calculada de las columnas y la de las vigas. Estas conclusiones se hacen teniendo como base los resultados obtenidos en esta tesis.

Por otro lado se comprueba que la carga axial en las columnas es un factor determinante para definir el valor que modifica la inercia bruta de la sección y calcular la rigidez efectiva del elemento. Conforme aumenta la carga axial que actúa sobre una columna se incrementa la rigidez a flexión de la misma. El factor de degradación de la rigidez del elemento es aproximadamente constante para las columnas con carga axial menor a $0.2 A_g f_c$, y para columnas en las que la carga axial varía entre $0.3 A_g f_c$ y $0.5 A_g f_c$.

Además se concluye que es necesario incluir la cuantía de acero de refuerzo en la determinación de la rigidez efectiva a flexión de las vigas porque su influencia resulta ser considerable. En este estudio se recomienda como límites para determinar la inercia efectiva de vigas de concreto cuando el acero de refuerzo longitudinal a tensión es menor al 1.5% e igual o mayor al 1.5%.

En ambos casos, tanto de columnas como de vigas, se dan las expresiones que sirvieron de base para la obtención de los valores de inercia efectiva de elementos de concreto de tal forma que puedan ser usados por aquellos que necesiten un análisis refinado.

Como aporte de este estudio, se proponen valores prácticos para determinar la inercia efectiva de elementos de concreto a usar en los análisis lineales de rigideces degradadas. Estos nuevos valores permiten obtener resultados satisfactorios en cuanto a precisión cuando son comparados con los del análisis no lineal. Además garantizan que los elementos mecánicos obtenidos corresponden con en el estado de esfuerzo de los elementos estructurales de marcos de concreto.

Cuando se analiza marcos en los cuales la carga axial que actúa sobre las columnas y el acero de refuerzo de las vigas se desconocen, se recomienda iniciar con un primer análisis en donde la inercia efectiva de las columnas sea el 100% de la inercia bruta de las mismas y la de la vigas sea el 50% de la inercia de la sección bruta. Con los elementos mecánicos obtenidos de este primer análisis se pueden fijar los valores de rigidez en función de las reglas y argumentos dados en este estudio. Con un segundo análisis se verificaría la validez o no de los valores de inercia agrietada utilizados y en caso de no ser apropiado podrían rectificarse. El análisis quedaría satisfecho cuando los valores para determinar la inercia efectiva de los elementos usados correspondan con los recomendados para cada caso en este estudio.

Este estudio es un intento de estimar las propiedades de rigidez de los elementos que componen un marco de concreto. Aún así existen limitaciones que deben ser mencionadas con la intención que las mismas puedan ser superadas en intentos futuros.

Los modelos considerados en este estudio fueron sometidos a carga lateral incremental, que no es más que una simplificación del estado de carga al que en realidad se ve sometido un edificio sujeto a sismos. Este tipo de carga no considera la velocidad de carga y el efecto de reversibilidad que existe debido a la variación en el sentido de la aceleración del terreno. Otra limitación de este estudio tiene que ver con el modelado de las uniones viga-columna, ya que las mismas se consideraron rígidas. Existen estudios que indican que considerarla rígida en un 50% produce resultados más precisos (Horvilleur y Cheema, 1994).

Es necesario también ampliar más sobre la forma en que se agrietan los elementos de azotea y los que pertenecen a crujías de extremo de un marco. Por lo verificado en este estudio, su nivel de agrietamiento deja de ser similar al de crujías intermedias analizado en esta tesis. Deberían proponerse valores que permitiesen tomar en cuenta este efecto para ese tipo de elementos con la intención de lograr mayor precisión a la hora de efectuar análisis lineales de rigideces degradadas.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

1. **ACI-318-02 y ACI-318R-02 (2004)**, "Reglamento para las construcciones del concreto estructural y comentarios", Instituto Mexicano del Cemento y del Concreto, A. C., pp. 172 y 384.
2. **Al-Zaid R. Z., Al-Shaikh A. H., Abud-Hussein M. M. (1991)**, "Effect of loading type on the effective moment of inertia of reinforced concrete beams", *ACI Structural Journal*, Vol. 88, No. 2, marzo-abril, pp. 184-190.
3. **Chan C., Ning F. Mickleborough N. C. (2000)**, "Lateral stiffness characteristics of tall reinforced concrete buildings under service loads", *The Structural Design of Tall Buildings*, Vol. 9, pp. 365-383.
4. **Chipol A. (2001)**, "Estudio de la respuesta sísmica de modelos tridimensionales de edificios torsionalmente acoplados", Tesis de Maestría, Coordinación del Programa de Maestría y Doctorado en Ingeniería, UNAM.
5. **Corley G. (1966)**, "Rotational capacity of reinforced concrete beams", *Journal of the Structural Division Proceedings of the American Society of Civil Engineers*, Vol. 92, No. ST5, octubre, pp. 121-146.
6. **Duan L., Wang F., Chen W. (1989)**, "Flexural rigidity of reinforced concrete members", *ACI Structural Journal*, Vol. 86, No. 4, julio-agosto, pp. 419-427.
7. **FEMA 356 (2000)**, "Prestandard and commentary for the seismic rehabilitation of buildings", Federal Emergency Management Agency, noviembre.
8. **Horvilleur J., Cheema M. (1994)**, "Análisis lateral de marcos de concreto reforzado sometidos a cargas laterales sísmicas", *Walter P. Moore and Associates, Inc. Structural, Civil and Traffic Engineers*, pp. 244-259.
9. **Huerta P. (2005)**, "Revisión de los métodos para determinar los desplazamientos laterales de estructuras de concreto reforzado ante diferentes condiciones de desempeño", Tesis de Maestría, Coordinación del Programa de Maestría y Doctorado en Ingeniería, UNAM.
10. **Khuntia M., Ghosh S. K. (2004)**, "Flexural stiffness of reinforced concrete columns and beams: analytical approach", *ACI Structural Journal*, Vol. 101, No. 3, mayo-junio, pp. 351-363.
11. **Khuntia M., Ghosh S. K. (2004)**, "Flexural stiffness of reinforced concrete columns and beams: experimental verification", *ACI Structural Journal*, Vol. 101, No. 3, mayo-junio, pp. 364-374.

12. **Lawson S., Vance V., Krawinkler H. (1994)**, "Nonlinear static push-over analysis – why, when and how?", *Proceedings of 5th U.S. Conference on Earthquake Engineering*, Vol. 1, pp. 283-292.
13. **Luaces F. (1995)**, "Sobrerresistencia en estructuras a base de marcos de concreto reforzado", *Tesis de Maestría, Coordinación del Programa de Maestría y Doctorado en Ingeniería, UNAM*.
14. **Mander J. B., Priestley M. N. J., Park R. (1988)**, "Observed stress-strain behavior of confined concrete", *Journal of Structural Engineering ASCE*, Vol. 114, No. 8, agosto, pp. 1827-1849.
15. **Mander J. B., Priestley M. N. J., Park R. (1988)**, "Theoretical stress-strain model for confined concrete", *Journal of Structural Engineering ASCE*, Vol. 114, No. 8, agosto, pp. 1804-1826.
16. **Mehanny S. S. F., Kuramoto H., Deierlein G. G. (2001)**, "Stiffness modeling of reinforced concrete beam-columns for frame analysis", *ACI Structural Journal*, Vol. 98, No.2, marzo-abril, pp. 215-225.
17. **Melchor J. (2004)**, "Efectos del agrietamiento en la rigidez lateral de marcos de concreto", *Tesis de Maestría, Coordinación del Programa de Maestría y Doctorado en Ingeniería, UNAM*.
18. **Meyer C. (1996)**, "Design of concrete structures", *Prentice Hall, New Jersey*, pp. 576.
19. **Mirza S.A. (1990)**, "Flexural stiffness of rectangular reinforced concrete columns", *ACI Structural Journal*, Vol. 87, No. 4, julio-agosto, pp. 425-435.
20. **Panagiotakos T. B., Fardis M. N. (2001)**, "Deformations of reinforced concrete members at yielding and ultimate", *ACI Structural Journal*, Vol. 98, No.2, marzo-abril, pp. 135-148.
21. **Park R., Paulay T. (1978)**, "Estructuras de concreto reforzado", *Limusa Noriega, México*, pp. 796.
22. **Paulay T. (1996)**, "Seismic design of concrete structures the present needs of societies", *Proceedings of 11th World Conference on Earthquake Engineering*, No. 2001.
23. **Paulay T., Priestley M. N. J. (1992)**, "Seismic design of reinforced concrete and masonry buildings", *John Wiley & Sons, Inc., New York*, pp. 744.
24. **Priestley M. N. J., Seible F., Calvi G. M. (1996)**, "Seismic design and retrofit of bridges", *John Wiley & Sons, Inc., New York*, pp. 686.
25. **RCDF-NTC (2004)**, "Reglamento de construcciones para el Distrito Federal y sus normas técnicas complementarias", *Editorial Trillas*, pp. 1296.

26. **Rivera B. D. (2005)**, "Comparación del comportamiento sísmico inelástico de edificios de 3, 9 17, 25 niveles diseñados con el RDF-93 con concretos de resistencia normal y con el RDF-04 con concretos de alta resistencia", Tesis de Maestría, Coordinación del Programa de Maestría y Doctorado en Ingeniería, UNAM.
27. **Rivera V. D. (2004)**, "Modelo analítico e historia de carga", CENAPRED Informe Interno.
28. **Rivera V. D. (2005)**, "Diseño sísmico de columnas de puentes urbanos de concreto reforzado en la ciudad de México", Tesis de Doctorado, Coordinación del Programa de Maestría y Doctorado en Ingeniería, UNAM.
29. **Sap 2000 (2004)**, "User Manual", Computers and Structures Inc., University of California, Berkeley, agosto.
30. **Seismostruct (2002)**, "User Manual of computer program for static and dynamic nonlinear analysis of framed structures", Seismosoft.
31. **Scapone E., Filippou F. C., Taucer F. F. (1996)**, "Fibre beam-column model for non-linear analysis of R/C frames: part I. Formulation", *Earthquake engineering and structural dynamics*, Vol. 25, pp. 711-725.
32. **Scapone E., Filippou F. C., Taucer F. F. (1996)**, "Fibre beam-column model for non-linear analysis of R/C frames: part II. Applications", *Earthquake engineering and structural dynamics*, Vol. 25, pp. 727-742.
33. **Sigmon G. R., Ahmad S. H. (1990)**, "Flexural rigidity of circular reinforced concrete sections", *ACI Structural Journal*, Vol. 87, No.5, septiembre-octubre, pp. 548-556.
34. **Soto G. (1998)**, "Relación entre el coeficiente de diseño sísmico y la confiabilidad de marcos de edificios", Tesis de Maestría, Coordinación del Programa de Maestría y Doctorado en Ingeniería, UNAM.
35. **Varela J. (1996)**, "Evaluación del comportamiento de un edificio alto de concreto reforzado, diseñado con los reglamentos de México y el Japón", Tesis de Maestría, Coordinación del Programa de Maestría y Doctorado en Ingeniería, UNAM.
36. **Zeng J., Duan L., Wang F., Chen W. (1992)**, "Flexural rigidity of reinforced concrete columns", *ACI Structural Journal*, Vol. 89, No. 2, marzo-abril, pp. 419-427.