

DIRECTORIO DE PROFESORES DEL CURSO:

EVALUACION DE PROYECTOS Y ANALISIS DE RIESGO 1981.

1. Dr. José María Montes Villalón  
Subdirector de Investigaciones de la  
Escuela Técnica Superior de Ingenieros  
de Minas de la  
Universidad Politécnica de Madrid,  
Ríos Rosas No. 21  
Madrid 3, España.  
441 7921
  
2. Ing. Víctor Manuel López Aburto (Coordinador)  
División de Ingeniería en Ciencias de la Tierra  
Facultad de Ingeniería  
UNAM  
México 20, D.F.  
550 00 40



## EVALUACION DE PROYECTOS Y ANALISIS DE RIESGO 1981.

Fecha	Tema	Horario	Profesor
19 al 22 de Octubre. 23 de octubre	<p>Conceptos fundamentales.</p> <p>Revisión de conceptos económicos y financieros</p> <p>Flujo y generación de fondos</p> <p>Análisis de series de flujos de fondos</p> <p>Métodos de análisis de inversiones</p> <p>Revisión crítica de los diversos métodos</p> <p>Costos de oportunidad y valor del capital</p> <p>Clasificación y análisis sistemático de inversiones</p> <p>Presupuesto de capital. Inversiones no excluyentes</p> <p>Análisis crítico de los conceptos aplicados.</p> <p>Casos singulares</p> <p>Tratamiento de los efectos inflacionarios.</p> <p>Incidencia de las amortizaciones y de los aspectos fiscales</p> <p>Consideración de la incertidumbre y el riesgo</p> <p>Revisión de conceptos de Cálculo de Probabilidades y Análisis de Decisiones.</p> <p>Análisis de sensibilidad.</p> <p>Utilización de árboles de decisión. Estrategia bayesiana.</p> <p>Análisis de riesgo. Método de Montecarlo.</p> <p>Aplicación a los proyectos mineros. Estudios de viabilidad.</p>	9 a 18 h	Dr. José María Montes Villalón
		9 a 11 a. m.	



# EVALUACION DEL PERSONAL DOCENTE

1

**CURSO:** EVALUACION DE PROYECTOS Y ANALISIS DE RIESGO.

**FECHA:** DEL 19 al 23 de Octubre de 1981.

		DOMINIO DEL TEMA	EFICIENCIA EN EL USO DE AYUDAS AUDIO VISUALES	MANTENIMIENTO DEL INTERES. (COMUNICACION CON LOS ASISTENTES, AMENIDAD, FACILIDAD DE EXPRESION).	PUNTUALIDAD
<b>CONFERENCISTA</b>					
1.	Dr. José María Montes Villalón.				
2.					
3.					
4.					
5.					
6.					
7.					
8.					
9.					

ESCALA DE EVALUACION : 1 a 10

SU EVALUACION SINCERA NOS AYUDARA A MEJORAR LOS PROGRAMAS POSTERIORES QUE DISEÑAREMOS PARA USTED.

TEMA	ORGANIZACION Y DESARROLLO DEL TEMA	GRADO DE PROFUNDIDAD LOGRADO EN EL TEMA	GRADO DE ACTUALIZACION LOGRADO EN EL TEMA	UTILIDAD PRACTICA DEL TEMA	
Conceptos fundamentales					
Revisión de conceptos económicos y financieros.					
Ahorro y generación de fondos.					
Análisis de series de flujos de fondos.					
Métodos de análisis de inversiones.					
Revisión crítica de los diversos métodos.					
Costos de oportunidad y valor del capital.					
Clasificación y análisis sistemático de.					
Presupuesto de capital. Inversiones no excluyentes.					
Análisis crítico de los conceptos aplicados. Casos singulares.					

EVALUACION DE LA ENSEÑANZA

(2)  
(b)

SU EVALUACION SINCERA NOS AYUDARA A MEJORAR LOS PROGRAMAS POSTERIORES QUE DISEÑAREMOS PARA USTED.

TEMA	ORGANIZACION Y DESARROLLO DEL TEMA	GRADO DE PROFUNDIDAD LOGRADO EN EL TEMA	GRADO DE ACTUALIZACION LOGRADO EN EL TEMA	UTILIDAD PRACTICA DEL TEMA	
Tratamiento de los efectos inflacionarios.					
Incidencia de las amortizaciones y de los aspectos fiscales.					
Consideración de la incertidumbre y el riesgo					
Revisión de conceptos de Cálculo y Probabilidades y Análisis de Decisiones.					
Análisis sensibilidad.					
Utilización de árboles de decisión. Estrategia bayesiana.					
Análisis riesgo. Método de Montecarlo					
Aplicación a los proyectos mineros. Estudios de viabilidad.					

## EVALUACION DEL CURSO

3

CONCEPTO		EVALUACION
1.	APLICACION INMEDIATA DE LOS CONCEPTOS EXPUESTOS	
2.	CLARIDAD CON QUE SE EXPUSIERON LOS TEMAS	
3.	GRADO DE ACTUALIZACION LOGRADO CON EL CURSO	
4.	CUMPLIMIENTO DE LOS OBJETIVOS DEL CURSO	
5.	CONTINUIDAD EN LOS TEMAS DEL CURSO	
6.	CALIDAD DE LAS NOTAS DEL CURSO	
7.	GRADO DE MOTIVACION LOGRADO CON EL CURSO	

ESCALA DE EVALUACION DE 1 A 10



1. ¿Qué le pareció el ambiente en la División de Educación Continua?

MUY AGRADABLE	AGRADABLE	DESAGRADABLE

2. Medio de comunicación por el que se enteró del curso:

PERIODICO EXCELSIOR ANUNCIO TITULADO DI VISION DE EDUCACION CONTINUA	PERIODICO NOVEDADES ANUNCIO TITULADO DI VISION DE EDUCACION CONTINUA	FOLLETO DEL CURSO

CARTEL MENSUAL	RADIO UNIVERSIDAD	COMUNICACION CARTA, TELEFONO, VERBAL, ETC.

REVISTAS TECNICAS	FOLLETO ANUAL	CARTELERA UNAM "LOS UNIVERSITARIOS HOY"	GACETA UNAM

3. Medio de transporte utilizado para venir al Palacio de Minería:

AUTOMOVIL PARTICULAR	METRO	OTRO MEDIO

4. ¿Qué cambios haría usted en el programa para tratar de perfeccionar el curso?

---



---



---

5. ¿Recomendaría el curso a otras personas?

SI	NO

6. ¿Qué cursos le gustaría que ofreciera la División de Educación Continua?

---



---

7. La coordinación académica fue:

EXCELENTE	BUENA	REGULAR	MALA

8. Si está interesado en tomar algún curso intensivo ¿Cuál es el horario más conveniente para usted?

LUNES A VIERNES DE 9 A 13 H. Y DE 14 A 18 H. (CON COMIDAS)	LUNES A VIERNES DE 17 A 21 H.	LUNES, MIÉRCOLES Y VIERNES DE 18 A 21 H.	MARTES Y JUEVES DE 18 A 21 H.

VIERNES DE 17 A 21 H. SABADOS DE 9 A 14 H.	VIERNES DE 17 A 21 H. SABADOS DE 9 A 13 Y DE 14 a 18 H.	OTRO

9. ¿Qué servicios adicionales desearía que tuviese la División de Educación Continua, para los asistentes?

---



---

10. Otras sugerencias:

---



---



---





**DIVISION DE EDUCACION CONTINUA  
FACULTAD DE INGENIERIA U.N.A.M.**

**EVALUACION DE PROYECTOS Y ANALISIS DE  
RIESGO**

**Dr José María Montes Villalón**

**Octubre, 1981**

# CONCEPTOS FUNDAMENTALES

①

## OBJETIVOS DE LA EMPRESA

②

### - ECONOMICOS

- SUPERVIVENCIA
- DESARROLLO
- RENTABILIDAD

} A cada uno de ellos corresponde una parte del CASH-FLOW

### - NO ECONOMICOS

- ESTABILIDAD : Capacidad para superar los ciclos económicos.
- FLEXIBILIDAD : Frente a los cambios tecnológicos.
- AUTONOMIA : Permanencia como centro independiente de decisión.

## EL ARTE MILITAR Y LA EMPRESA

③

### - ESTRATEGIA

Determina el lugar y el momento de la batalla y las fuerzas necesarias para librarla.  
(DONDE, CUANDO y CON QUE)

OBJETIVOS DE LA EMPRESA

### - TACTICA

Define la forma correcta de llevar a cabo el combate.  
(COMO)

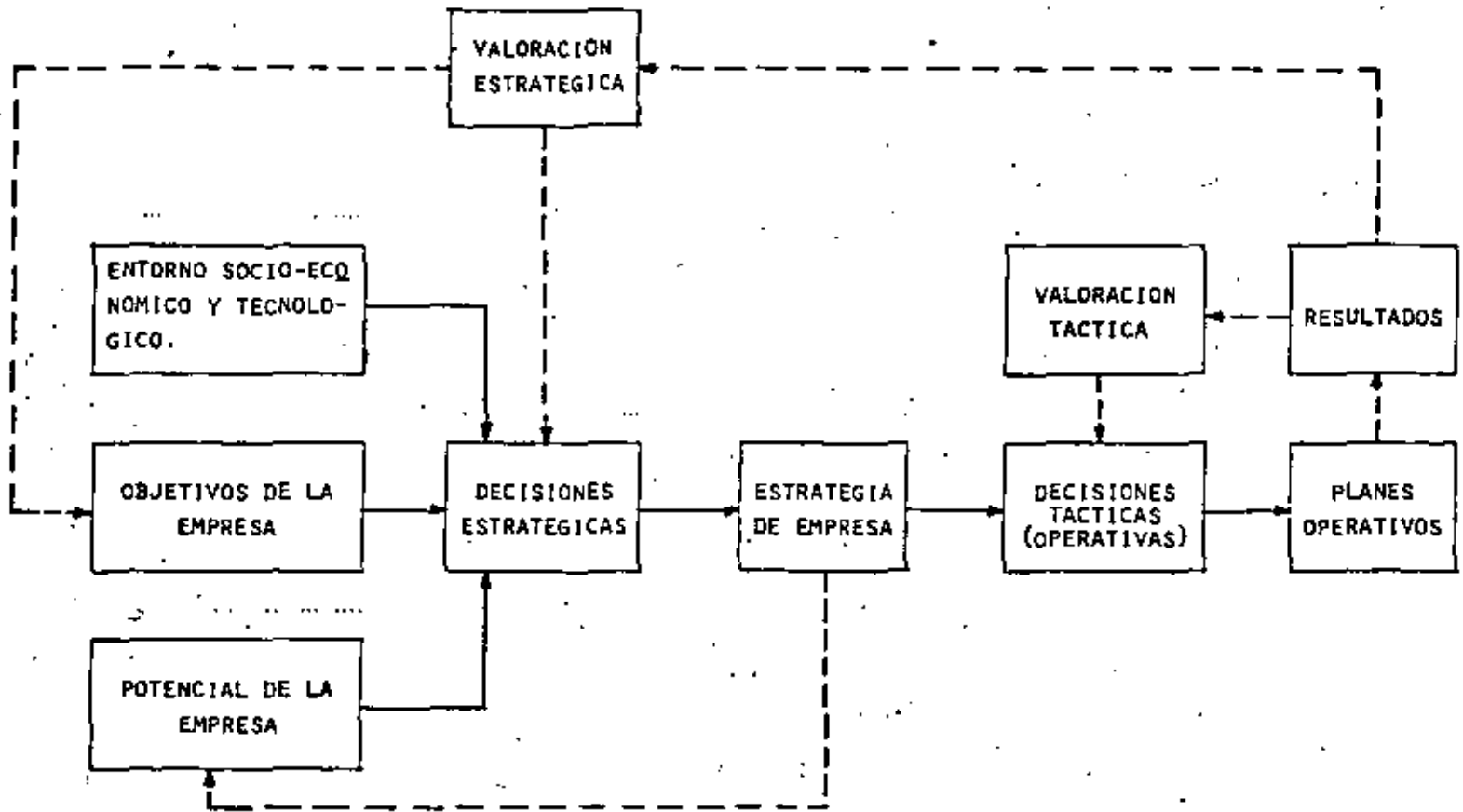
PLANES OPERATIVOS

### - LOGISTICA

Determina la forma de situar en el lugar y en el momento adecuados las fuerzas y los recursos necesarios para librar la batalla.  
(COMO)

# EL CICLO ESTRATEGICO

②



## PRIORIDAD DE LA ESTRATEGIA

⑤

ES PREFERIBLE DESARROLLAR MAL LA BUENA  
ESTRATEGIA QUE DESARROLLAR BIEN LA MALA

"IT'S BETTER TO DO THE RIGHT THING  
WRONG THAN THE WRONG THING RIGHT"

## INVERSION

### - DEFINICION (MAYER)

" DESEMBOLOSO CUYO EFECTO SE EXTIENDE MAS ALLA DEL EJERCICIO "

### - POR TANTO:

- AUMENTA EL ACTIVO
- AFECTA A LOS RESULTADOS

## CLASES DE INVERSIONES

### CLASIFICACION BASICA

- 1.- INVERSIONES QUE PRODUCEN RENTA
- 2.- INVERSIONES QUE PRODUCEN SERVICIO

### CLASIFICACION DESCRIPTIVA

- INELUDIBLE
- AUMENTO DE CAPACIDAD
- NUEVO PRODUCTO O MAYOR INTEGRACION
- REDUCCION DE COSTES
- REPOSICION O GRAN REPARACION
- INVESTIGACION Y DESARROLLO
- .....

## POLITICA DE INVERSIONES

8

### ELEMENTOS FUNDAMENTALES (DEAM)

- 1.- BUSQUEDA CREADORA DE OPORTUNIDADES
- 2.- PLANES DE CAPITAL A LARGO PLAZO
- 3.- PRESUPUESTO FINANCIERO A CORTO PLAZO
- 4.- EVALUACION DE LOS PROYECTOS
- 5.- FILTRADO Y SELECCION DE LOS PROYECTOS
- 6.- CONTROL DE LOS DESEMBOLSOS AUTORIZADOS
- 7.- ANALISIS DE INVERSIONES LIQUIDADAS
- 8.- RETIRADA Y ELIMINACION
- 9.- PROCEDIMIENTOS Y FORMULARIOS
- 10.- ECONOMIA PRESUPUESTARIA DE CAPITAL

### ANALISIS DE INVERSIONES

(9)

#### COMPONENTES

- 1.- ANALISIS ECONOMICO
  - Rentabilidad
- 2.- ANALISIS FINANCIERO
  - Fuentes de fondos
- 3.- ANALISIS DE INTANGIBLES
  - Factores no cuantificables

- CUALQUIERA DE ELLOS PUEDE SER PRIORITARIO EN UN CASO DADO



- GENERALMENTE, PROBLEMA DE DECISION ENTRE VARIOS CURSOS DE ACCION.

- PREGUNTA FUNDAMENTAL:

¿ ES PREFERIBLE INVERTIR EN ESTE PROYECTO, O SERIA MAS PROVECHOSO INVERTIR EN OTRO ?

- NO SE DEBE DECIDIR POR SIMPLE INTUICION ...

- PERO TAMPOCO SE DEBE CUANTIFICAR EL PROBLEMA CON CRITERIOS SIMPLISTAS, CONFUSOS O AMBIGUOS.

- POR TANTO:

ES NECESARIO UTILIZAR METODOS Y CRITERIOS CUANTITATIVOS, OBJETIVOS Y COHERENTES, QUE PERMITAN UNA VALORACION RIGUROSA DE LOS PROYECTOS Y UNA COMUNICACION INEQUIVOCA ENTRE - LOS IMPLICADOS EN EL PROCESO DE LA TOMA DE DECISION.

OBJETO DE ESTE SEMINARIO

El análisis de las inversiones tiene por objeto fundamental la valoración sistemática de la rentabilidad comparada de las diversas opciones que se consideren. Por ejemplo, las opciones posibles pueden presentar diferencias en los siguientes aspectos, entre otros:

- Costes, beneficios o ahorros, o su escalona-  
miento en el tiempo.
- Vida útil.
- Efectos fiscales.
- Efectos inflacionarios.
- Factores de incertidumbre y riesgo

Si no se utiliza un procedimiento sistemático, que permita cuantificar los efectos económicos y financieros de los diversos factores, es muy difícil valorar correctamente las opciones y seleccionar la más favorable.

El objeto de este Seminario es discutir los fundamentos y la aplicación de las técnicas adecuadas para la valoración económica de los proyectos, de modo que la toma de decisiones se realice correctamente.

CINCO FASES BIEN DEFINIDAS:

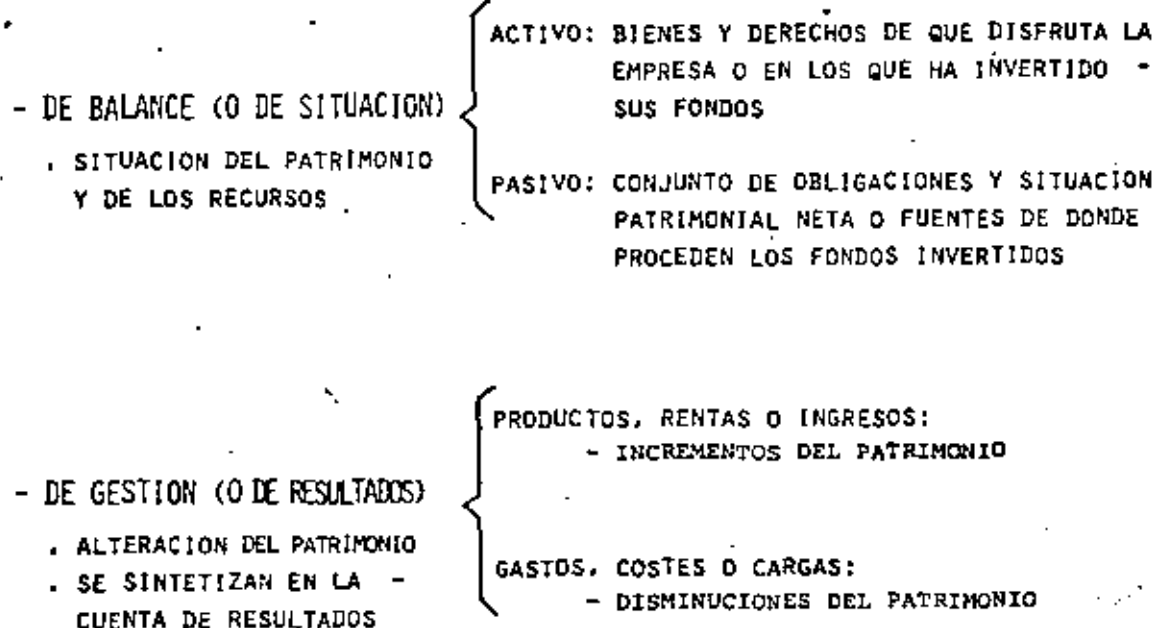
- 1.- PLANTEAR EL PROBLEMA (DEFINICION)
- 2.- ANALIZAR EL PROBLEMA (MODELO)
- 3.- DESARROLLAR SOLUCIONES ALTERNATIVAS ( FUNDAMENTAL: RIESGO DE RIGIDEZ O )  
POBREZA DE IDEAS.
- 4.- SELECCIONAR LA MEJOR SOLUCION (MODELO + REGLAS DE DECISION)
- 5.- CONVERTIR LA DECISION EN ACCIONES EFECTIVAS (IMPLANTACION)

FALLOS EN EL PLANTEAMIENTO DE OPCIONES

- NO PLANTEAR TODAS LAS POSIBLES  
Se pasan por alto opciones aceptables.
- PREJUICIOS  
Hay una opción "favorita". Sólo se le plantean alternativas triviales.
- AFAN DE NOVEDAD  
No se consideran alternativas de mejora de lo existente.
- PERFECCIONISMO TECNICO  
Muchas veces son preferibles sistemas más sencillos, que aplican técnicas más elementales.
- FALTA DE VISION DE CONJUNTO  
Dificultades para integrar el proyecto con otros sistemas del mismo nivel o superior.
- PARCIALIDAD  
No se presentan ni se consideran objetivamente los pros y contras de cada opción.

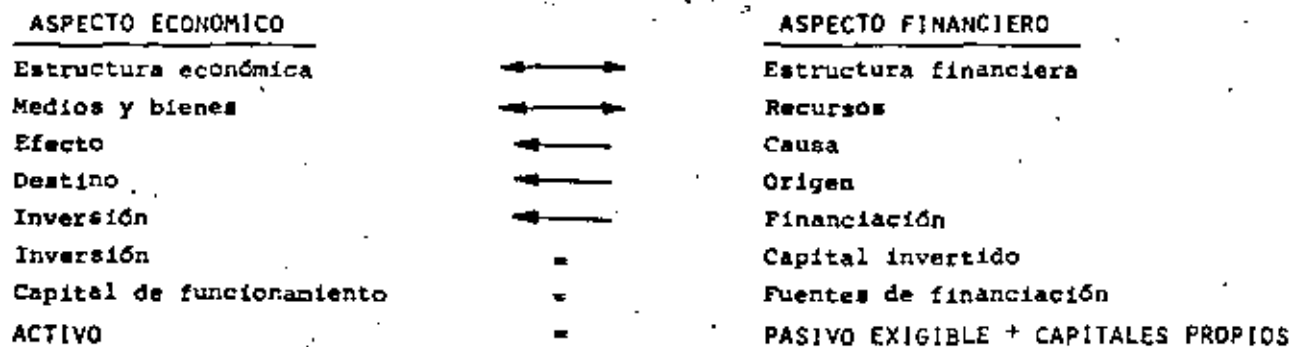
# TIPOS BASICOS DE CUENTAS

102



## LA DUALIDAD ECONOMICO-FINANCIERA

103



I.- DE ACTIVO (PATRIMONIO)

ACTIVO FIJO

- INMOVILIZADO
  - . TERRENOS
  - . EDIFICIOS
  - . MAQUINARIA
  - . INSTALACIONES
  - . MOBILIARIO
  - . MATERIAL MOVIL
  - . INMOVILIZADO EN CURSO
- A DEDUCIR: AMORTIZACIONES
- OTRAS INMOVILIZACIONES
  - . CARTERA DE VALORES (PARTICIPACIONES)
  - . DEPOSITOS Y FIANZAS
  - . GASTOS DE PRIMER ESTABLECIMIENTO

ACTIVO FIJO

- BIENES Y DERECHOS ADQUIRIDOS POR LA EMPRESA Y DESTINADOS A PERMANECER EN ELLA BAJO LA MISMA FORMA Y DE UNA MANERA DURADERA

I.- DE ACTIVO (PATRIMONIO)

ACTIVO CIRCULANTE

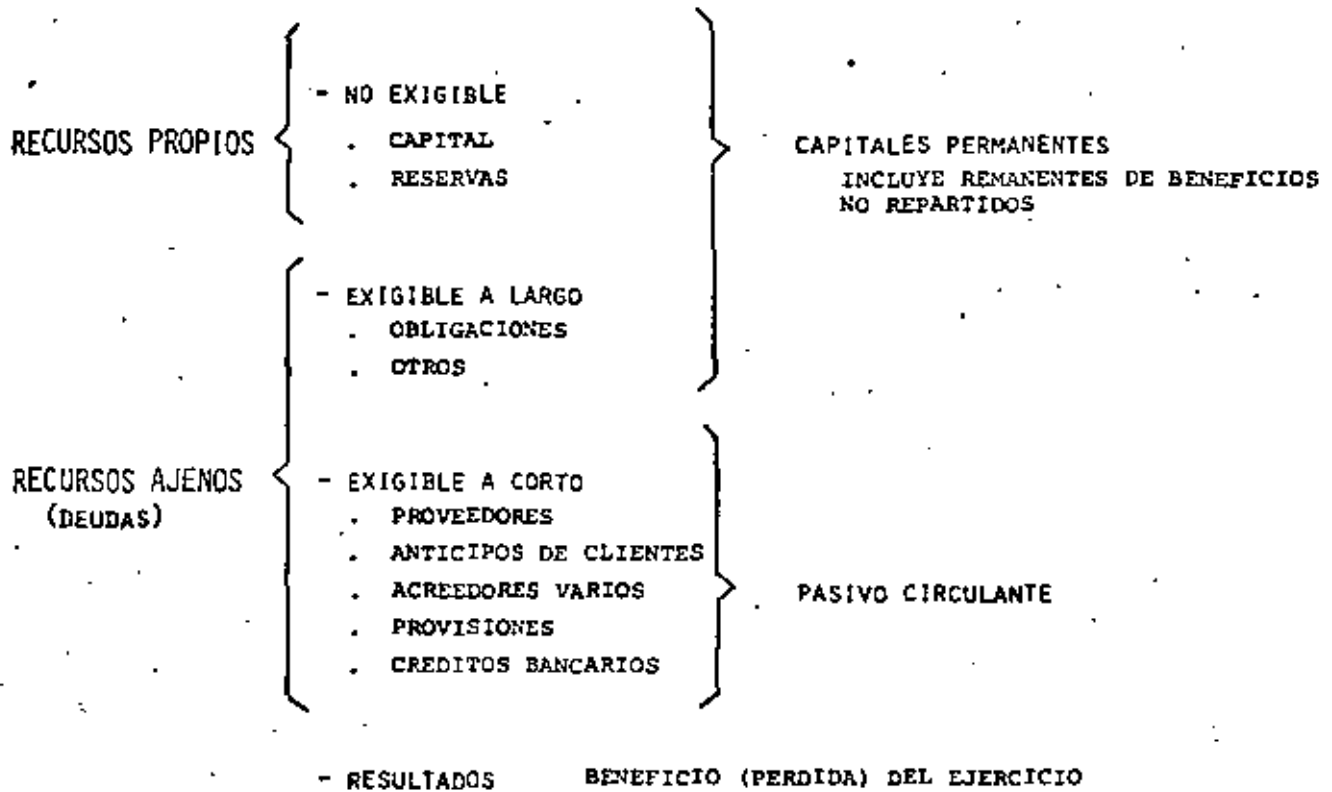
- REALIZABLE DE EXPLOTACION
  - . MATERIAS PRIMAS
  - . FABRICACION EN CURSO
  - . PRODUCTOS TERMINADOS
- REALIZABLE A CORTO
  - . CLIENTES
  - . EFECTOS A COBRAR
  - . DEUDORES VARIOS
  - . CARTERA FINANCIERA

- REALIZABLE: CONJUNTO DE VALORES RELACIONADOS DIRECTAMENTE CON LA ACTIVIDAD DE LA EMPRESA Y SUJETOS A UN CONTINUO PROCESO DE RENOVACION, LIGADO CON SU CICLO PRODUCTIVO Y COMERCIAL

- DISPONIBLE
  - . CAJA
  - . BANCOS

- DISPONIBLE: FONDOS LIQUIDOS DE QUE DISPONE LA EMPRESA.

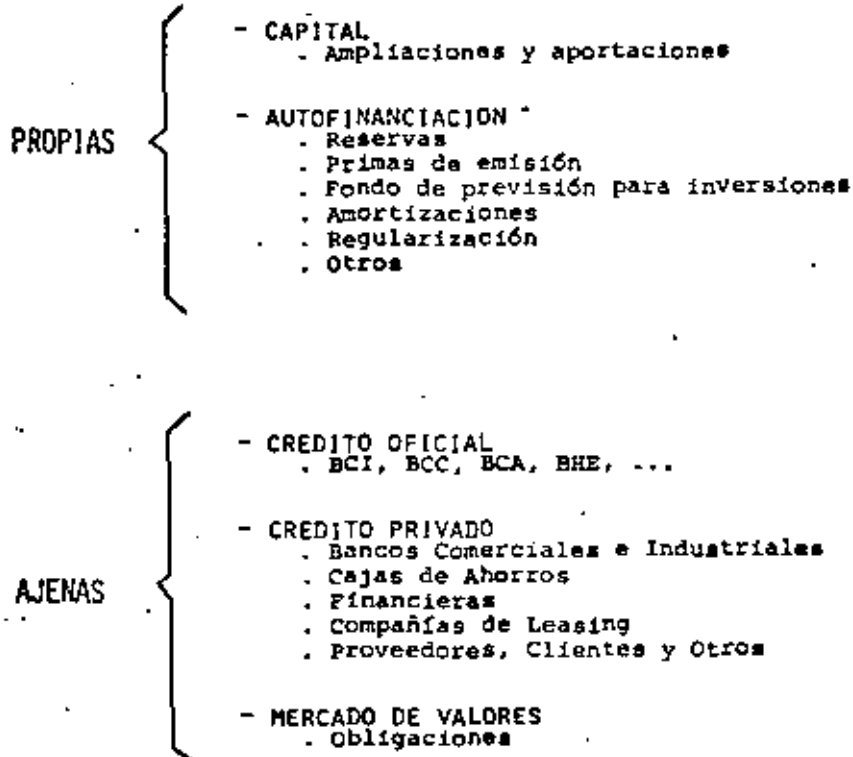
II.- DE PASIVO (RECURSOS)



LA CUENTA DE RESULTADOS

EJEMPLO

VENTAS	.....
Coste de las Ventas	- .....
	<hr/>
BENEFICIO BRUTO EN VENTAS	.....
	<hr/>
Gastos Generales	- .....
Amortizaciones	- .....
Gastos Financieros	- .....
	<hr/>
RESULTADO DE EXPLOTACION	.....
RESULTADOS EXTRAORDINARIOS	± .....
	<hr/>
BENEFICIO BRUTO ANTES DE IMPUESTOS	.....
Impuesto de Sociedades	- .....
	<hr/>
BENEFICIO NETO DE EJERCICIO	.....
Remanente del Año Anterior	.....
	<hr/>
SALDO TOTAL DISPONIBLE	.....

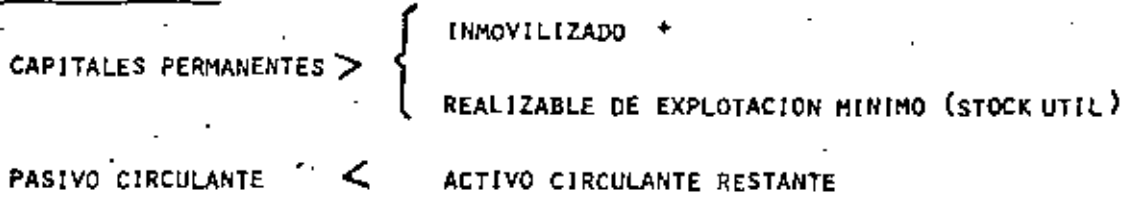


EQUILIBRIO FINANCIERO

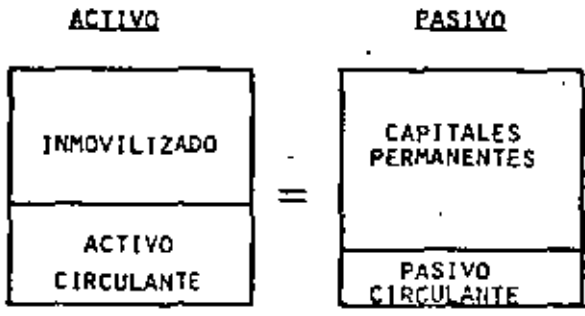
ANALISIS

Mediante comparación de la estructura Económica y la Financiera

SITUACION ESTABLE



REPRESENTACION GRAFICA



FONDO DE MANIOBRA

CONCEPTO DINAMICO:

ACTIVO CIRCULANTE - PASIVO CIRCULANTE

CONCEPTO ESTATICO:

CAPITALES PERMANENTES - INMOVILIZADO

ACTIVO	PASIVO
INMOVILIZADO	CAPITALES PERMANENTES
ACTIVO CIRCULANTE	PASIVO CIRCULANTE

EN EMPRESA ESTABILIZADA:

FONDO DE MANIOBRA > 0

(DEBE CUBRIR EL STOCK UTIL)

CAUSAS DE VARIACIONES DEL FONDO DE MANIOBRA

INCREMENTOS

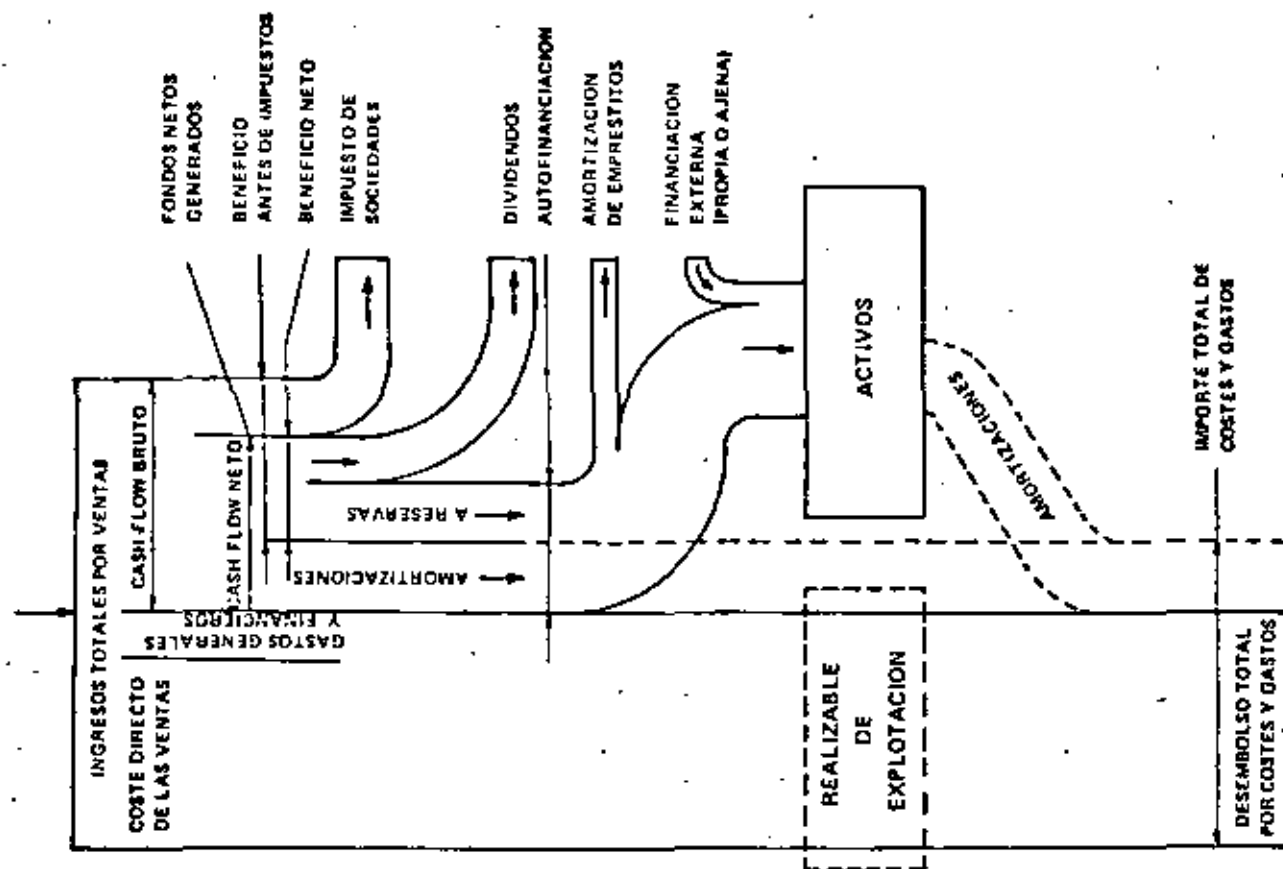
- APORTACIONES DE CAPITALES PROPIOS
- AUTOFINANCIACION
- EMISIONES DE OBLIGACIONES (EXIGIBLE A LARGO)
- CESIONES DE INMOVILIZADO (DESMOVILIZACIONES)

REDUCCIONES

- INVERSIONES EN INMOVILIZADO
- REEMBOLSO (AMORTIZACION) DE OBLIGACIONES
- DIVIDENDOS

¡ ESENCIAL ! : TODAS LAS OPERACIONES DE GESTION A LARGO PLAZO, O QUE MODIFICAN LA ESTRUCTURA FINANCIERA DE LA EMPRESA, "PASAN" POR EL FONDO DE MANIOBRA

## EL FLUJO DE FONDOS A TRAVES DE LA EMPRESA



112

### EL "CASH-FLOW" O FLUJO DE FONDOS

#### DEFINICIONES BASICAS

- ENTRADAS DE FONDOS = FLUJO POSITIVO
- SALIDAS DE FONDOS = FLUJO NEGATIVO
- ENTRADAS - SALIDAS = FLUJO NETO

#### AUTOGENERACION DE FONDOS

##### • CONCEPTO MAS UTILIZADO:

CASH-FLOW NETO = AMORTIZACIONES + BENEFICIO NETO (DESPUES DE IMPUESTOS)

- REPRESENTA LOS FONDOS GENERADOS POR LA PROPIA EMPRESA DURANTE EL EJERCICIO, UNA VEZ ATENDIDOS TODOS SUS COSTES, GASTOS E IMPUESTOS.
- POR TANTO, ES UTILIZABLE PARA EL PAGO DE SUS DEUDAS Y PARA INVERTIR EN NUEVOS PROYECTOS.

##### • OTROS CONCEPTOS:

CASH-FLOW BRUTO = AMORTIZACIONES + BENEFICIO (ANTES DE IMPUESTOS)

AUTOFINANCIACION = CASH-FLOW NETO - DIVIDENDOS



## EL FLUJO DE FONDOS A TRAVES DE LA EMPRESA

¿ DE DONDE SALE Y A DONDE VA EL DINERO ? - Es éste un tema que no suele estar suficientemente claro para los que ocupan puestos fuera del área financiera. Hay una serie de preguntas que precisan una respuesta clara y perfectamente comprensible para el no financiero:

- ¿De dónde proceden los fondos?
- ¿Cómo evolucionan los activos con el progreso de las operaciones?
- ¿Cómo se controla el flujo de los fondos procedentes de la venta de bienes o servicios?

En la ilustración anexa se representa esquemáticamente el flujo de fondos en la empresa. Los fondos proceden de la venta de bienes o servicios y de las fuentes de financiación propia o ajena. Todos estos fondos se utilizan en la compra de activos fijos, en la compra de materiales para su transformación y en el pago de remuneraciones de personal y otros gastos.

Los fondos salen de la empresa, pero dejan tras ellos unos valores equivalentes en instalaciones, equipos y productos. Cuando se venden estos últimos, se produce el retorno de fondos a la empresa. Estos han de ser mayores que los costes originales, ya que los precios de venta han de superar a aquéllos.

Veamos todo esto con más detalle.

FUENTES DE FONDOS. - La primera fuente de fondos para una

empresa son sus accionistas. Otra fuente de fondos la constituyen todos los que prestan dinero a la empresa. Las aportaciones de los accionistas y los préstamos a largo plazo se destinan a la inversión en activos fijos y en realizable de explotación. Los créditos a corto plazo ayudan a la empresa a cubrir las demandas estacionales y otras necesidades transitorias. Los créditos a corto plazo suelen ser proporcionados por los bancos comerciales. Los proveedores de la empresa también suelen constituir una fuente de fondos a corto plazo, ya que suministran artículos cuyo pago se dilata en plazos convenidos.

La tercera fuente de fondos es la venta de bienes o servicios. En una empresa en operación normal, es éste el origen de la mayor parte de los fondos que fluyen por ella. Cuando se produce un beneficio, no sólo se atienden los costes y gastos, sino que pueden autofinanciarse activos y mejorar la solvencia de la empresa ante sus inversoras y acreedores.

USOS DE LOS FONDOS. - El funcionamiento de la empresa hace circular los fondos. El coste directo de los bienes o servicios producidos suele ser el principal consumidor de fondos, tanto en concepto de remuneraciones y cargas sociales, como para el pago de materiales, energía, otros suministros y servicios, a impuestos indirectos.

También se consumirán fondos para la remuneración del personal no productivo directamente, otros gastos generales y las cargas financieras por los capitales ajenos utilizados.

Finalmente, se producen salidas de fondos para su inversión en activos fijos.

**AMORTIZACIONES.** - Los activos fijos van experimentando -- una degradación progresiva y su valor económico disminuye. Esto se refleja como un coste y ha de incluirse en el coste total de la producción, junto con los de materiales y mano de obra. En el gráfico anexo se representa la incidencia de las amortizaciones mediante una línea de trazos, ya que constituyen un coste pero no producen desembolsos.

En rigor, las amortizaciones han de ser consideradas como fuentes de fondos, ya que, cuando se produce la venta de un producto, la parte de su precio que corresponde a la amortización no ha de ser desembolsada inmediatamente. Mientras que, por ejemplo, las remuneraciones del personal han de ser pagadas ineludiblemente, los fondos representados por la amortización se invertirán en activos fijos cuando lo decida la dirección. Mientras no se inviertan, dichos fondos pueden ser aplicados a otros fines. No obstante, habrá que ir renovando en su momento los diversos elementos del inmovilizado y es responsabilidad de la dirección tener disponibles los recursos necesarios en el momento oportuno. Aquí aparece, una vez más, la primordial importancia de la gestión del fondo de manobra.

**BENEFICIO.** - Además del coste directo, los gastos generales y la amortización, los precios de venta incluyen un margen de beneficio bruto. Por tanto, los ingresos por

ventas han de ser mayores que el importe total de los costes y gastos, que a su vez excede a los desembolsos totales por dichos conceptos en el valor de las amortizaciones, tal como se aprecia en el gráfico anexo.

La diferencia entre los ingresos y desembolsos representa la autogeneración bruta de fondos o cash-flow bruto. Al detracer las amortizaciones, resulta el beneficio antes de impuestos. De dicho beneficio hay que restar el impuesto de sociedades, que ha de ser desembolsado. El cash-flow bruto menos el impuesto de sociedades representa la autogeneración neta de fondos, o cash-flow neto.

En el gráfico se ve que el cash-flow neto es igual al beneficio neto después de impuestos más las amortizaciones. Una parte del beneficio neto se destina al pago de dividendos. El resto pasa a engrosar la autofinanciación, en forma de reservas.

Cuando el beneficio disminuye, ocurre lo propio con los dividendos, el impuesto de sociedades y la dotación a reservas. La situación límite se presenta cuando se anula el beneficio antes de impuestos, de forma que el cash-flow iguale a las amortizaciones. En tales circunstancias la autofinanciación se reduce al mínimo estricto y se debilita la posición de la empresa ante sus fuentes de financiación.

Si el beneficio se hace negativo, en tanto que el cash-flow permanezca positivo, se inicia una descapitalización de la empresa y son probables dificultades de tesorería. Si el cash-flow llega a ser negativo, se agravan rápidamente las dificultades de tesorería y puede llegar-

# RENTABILIDAD

## RENTABILIDAD ECONOMICA (DE LOS CAPITALES TOTALES)

TASA CON LA QUE SE REMUNERAN LOS CAPITALES TOTALES UTILIZADOS:

$$\frac{\text{BENEFICIO NETO} + \text{COSTE TOTAL DE CAPITALES AJENOS}}{\text{CAPITALES TOTALES}} \times 100$$

DEPENDE ESENCIALMENTE DE LA ESTRUCTURA TECNOLÓGICA Y ECONOMICA DE LA EMPRESA Y DE LA CALIDAD DE SU GESTIÓN

## RENTABILIDAD FINANCIERA (DE LOS CAPITALES PROPIOS)

TASA CON LA QUE SE REMUNERAN LOS CAPITALES PROPIOS:

$$\frac{\text{BENEFICIO NETO}}{\text{CAPITALES PROPIOS}} \times 100$$

DEPENDE DE TODO LO ANTERIOR Y DE LA ESTRUCTURA FINANCIERA

se en corto plazo a la insolvencia definitiva o quiebra de la empresa.

El beneficio no es un fin en sí mismo para la empresa, pero es indispensable obtenerlo al nivel adecuado, como medio para asegurar su estabilidad y potencial de desarrollo. La empresa en pérdida sucumbe o es subvencionada. En este último caso puede convertirse en un parásito que subsiste empobreciendo a la comunidad en la que opera.

REALIZABLE DE EXPLOTACION. - El diagrama anexo se ha dibujado suponiendo iguales volúmenes de producción y ventas. En general, no existe siempre esa igualdad y las diferencias se traducen en aumentos o disminuciones de las existencias.

Si, por ejemplo, las ventas superan a la producción, las existencias disminuyen y se hace mayor el excedente de fondos producidos por ventas sobre los consumidos en la operación de la empresa. En caso contrario, se produce una pérdida de liquidez, ya que una parte de los fondos generados se invierte en aumentar las existencias. Este fenómeno puede ser particularmente dañino en épocas de recesión generalizada.

En todo caso es muy importante una buena gestión del realizable de explotación, procurando mantenerlo lo mejor posible, de modo que sus fluctuaciones sean las estrictamente indispensables para cubrir las estacionalidades de producción y de ventas.

# EL EFECTO DE PALANCA

## - EFECTO DE PALANCA POSITIVO:

PARA UN CIERTO NIVEL DE RENTABILIDAD ECONOMICA, UN AUMENTO DE LOS CAPITALES AJENOS PERMITE AUMENTAR LA RENTABILIDAD DE LOS CAPITALES PROPIOS (RENTABILIDAD FINANCIERA), SIEMPRE QUE EL COSTE DE LOS CAPITALES AJENOS SEA INFERIOR A LA RENTABILIDAD ECONOMICA.

### DEMOSTRACION

- Rentabilidad económica : RE =  $\frac{BN + I \cdot CA}{CP + CA}$  (1)

- BN: Beneficio neto
- CP: Capitales propios
- CA: Capitales ajenos
- I: Coste unitario de los capitales ajenos

- Rentabilidad financiera: RF =  $\frac{BN}{CP}$  (2)

- Coeficiente de palanca :  

$$L = \frac{RF}{RE} = \frac{CP+CA}{CP} \cdot \frac{BN}{BN+I \cdot CA} = \frac{1 + \frac{CA}{CP}}{1 + \frac{I}{BN} \cdot CA}$$
 (3)

RE es un parámetro característico del proceso o actividad, que interesa aparezca explícitamente en la expresión de L, luego hemos de eliminar BN entre (1) y (3). Para ello despejaremos BN en (1) y sustituiremos en el denominador de (3)

$BN = RE \cdot CP + (RE - I) \cdot CA$

$$1 + \frac{I}{BN} \cdot CA = 1 + \frac{I \cdot CA}{RE \cdot CP + (RE - I) \cdot CA} = \frac{RE \cdot CP + RE \cdot CA}{RE \cdot CP + (RE - I) \cdot CA} =$$

$$= \frac{RE (1 + \frac{CA}{CP})}{RE + (RE - I) \frac{CA}{CP}}$$

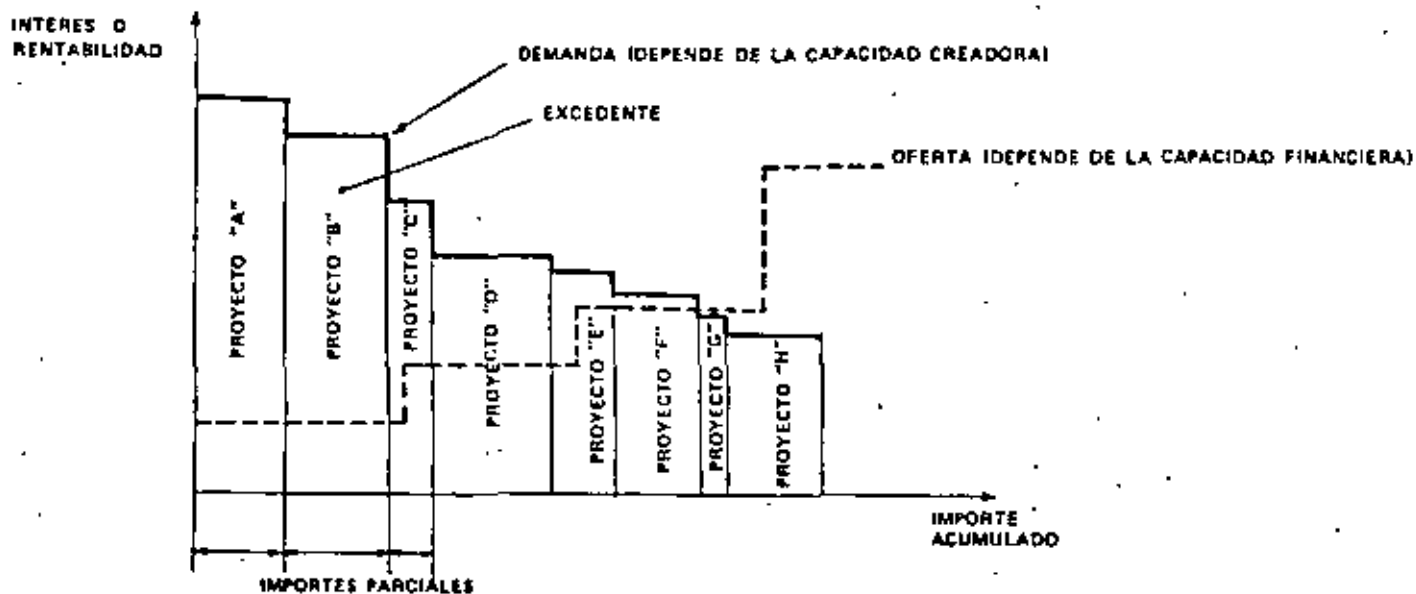
Al aplicar esto resultado a (3), resulta

$$L = \frac{1 + \frac{CA}{CP}}{RE (1 + \frac{CA}{CP})} = \frac{RE + (RE - I) \frac{CA}{CP}}{RE} = 1 + (1 - \frac{I}{RE}) \frac{CA}{CP}$$

Si RE > I, es L > 1 y aumenta con CA/CP

## CONCEPTOS GENERALES

70.06-1279-121



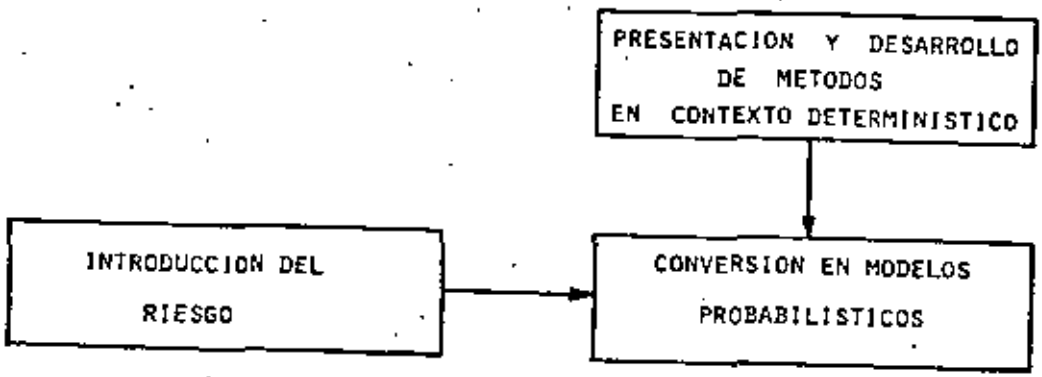
REGLAS FUNDAMENTALES

- 1.- LA EVALUACION ECONOMICA HA DE REALIZARSE NORMALMENTE CON UN MISMO METODO, UNICA GARANTIA DE UNA BASE COMUN PARA LA TOMA DE DECISIONES
  
- 2.- EL METODO UTILIZADO HA DE SER SUFICIENTEMENTE RIGUROSO, AUNQUE SU UTILIZACION NO SEA LA MAS FACIL

INCERTIDUMBRE Y RIESGO

- 1.- COMO EN TODA DECISION BASADA EN PROYECCIONES FUTURAS, HAN DE TOMARSE EN CONSIDERACION LA INCERTIDUMBRE Y EL RIESGO.
- 2.- ES POSIBLE CONVERTIR LA INCERTIDUMBRE EN RIESGO MEDIANTE LA ASIGNACION DE PROBABILIDADES SUBJETIVAS A LAS DIVERSAS POSIBILIDADES EXISTENTES.
- 3.- HAY QUE APLICAR UN METODO PROBABILISTICO UNICO Y LO SUFICIENTEMENTE RIGUROSO.

PROCESO



EL VALOR ECONOMICO DE UNA CANTIDAD MONETARIA DEPENDE DE SU IMPORTE Y DE LA FECHA DE SU VENCIMIENTO "

- EFECTO DEL TIEMPO SOBRE UNA CANTIDAD DE DINERO "P" :

$$\begin{array}{ccccccc} 0 & & 1 & & 2 & & \dots & & n & & \dots & & \text{AÑOS} \\ \hline P & & P(1+i) & & P(1+i)^2 & & \dots & & P(1+i)^n & & \dots & & \end{array}$$

Una suma P depositada el año 0, tomará el valor  $P + Pi = P(1+i)$  al final del año 1, - el valor  $P(1+i) + P(1+i)i = P(1+i)^2$  al final del año 2 y el  $P(1+i)^n$  al final del año n.

- VALOR FUTURO DE P :  $F = P(1+i)^n$

Razonando a la inversa, una cantidad F depositada dentro de n años tiene ahora el - valor actual  $F/(1+i)^n$

- VALOR ACTUAL DE F :  $P = F/(1+i)^n$

FACTORES DE ACTUALIZACION

1.- PARA CANTIDADES AISLADAS

- VALOR FUTURO F DE UNA SUMA ACTUAL P DENTRO DE n AÑOS AL TIPO i :

$$F = P(1+i)^n ; \quad \frac{F}{P} = (1+i)^n ; \quad \frac{F/P}{1, n} = (1+i)^n$$

Luego  $\underline{F = P \cdot F/P_{1, n}}$

- VALOR ACTUAL P DE UNA SUMA FUTURA F QUE VENCE DENTRO DE n AÑOS AL TIPO i :

$$P = F(1+i)^{-n} ; \quad \frac{P}{F} = (1+i)^{-n} ; \quad \frac{P/F}{1, n} = (1+i)^{-n}$$

Luego  $\underline{P = F \cdot P/F_{1, n}}$       y       $\underline{P/F_{1, n} = (F/P_{1, n})^{-1}}$

**TABLAS DE FACTORES DE ACTUALIZACION (I)**

Se tabulan a continuación los factores más utilizados, para valores de  $i$  comprendidos entre 1 y 15 años y tipos de interés  $i$  del 1 al 50%.

Además de los factores  $F/P$ ,  $P/F$ ,  $P/A$ ,  $F/A$  y  $P/A_{i,n}$  y  $F/A_{i,n}$  ya introducidos, se incluyen los siguientes:

$A/V_{i,n}$ : Factor de conversión de una cantidad futura en la anualidad uniforme equivalente.

$A/P_{i,n}$ : Factor de conversión de una cantidad presente en la anualidad uniforme equivalente.

Evidentemente

$$A/V_{i,n} = (F/A_{i,n})^{-1}$$

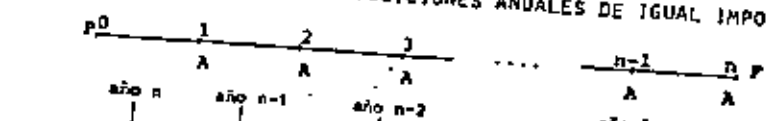
$$A/P_{i,n} = (P/A_{i,n})^{-1}$$

$n$	$F/P_{i,n}$	$P/F_{i,n}$	$F/A_{i,n}$	$A/V_{i,n}$	$A/P_{i,n}$	$F/A_{i,n}$
1	1,010	0,9901	1,000	1,0000	1,0100	0,990
2	1,020	0,9803	2,010	0,4975	0,5075	1,970
3	1,030	0,9706	3,030	0,3300	0,3400	2,941
4	1,041	0,9610	4,060	0,2463	0,2563	3,902
5	1,051	0,9515	5,101	0,1960	0,2060	4,853
6	1,062	0,9420	6,152	0,1626	0,1726	5,795
7	1,072	0,9327	7,214	0,1386	0,1486	6,728
8	1,083	0,9235	8,286	0,1207	0,1307	7,652
9	1,094	0,9143	9,369	0,1067	0,1167	8,566
10	1,105	0,9051	10,46	0,0958	0,1056	9,471
11	1,116	0,8963	11,57	0,08645	0,09645	10,37
12	1,127	0,8874	12,68	0,07885	0,08885	11,26
13	1,138	0,8787	13,81	0,07241	0,08241	12,13
14	1,149	0,8700	14,95	0,06690	0,07690	13,00
15	1,161	0,8613	16,10	0,06212	0,07212	13,87

**FACTORES DE ACTUALIZACION**

**2.- PARA SERIES**

VALOR FUTURO  $F$  DE UNA SERIE DE  $n$  IMPOSICIONES ANUALES DE IGUAL IMPORTE  $A$  AL TIPO  $i$ :



$$F = A [ 1 + (1+i)^1 + (1+i)^2 + \dots + (1+i)^{n-1} ]$$

$$F(1+i) = A [ (1+i)^1 + (1+i)^2 + (1+i)^3 + \dots + (1+i)^n ]$$

$$F(1+i) - F = A [ (1+i)^n - 1 ] \Rightarrow F = A [ \frac{(1+i)^n - 1}{i} ]$$

$$\frac{F}{A} = \frac{(1+i)^n - 1}{i}$$

$$P/A_{i,n} = \frac{(1+i)^n - 1}{i}$$

Luego  $F = A \cdot P/A_{i,n}$

VALOR ACTUAL  $P$  DE UNA SERIE DE  $n$  IMPOSICIONES ANUALES DE IGUAL IMPORTE  $A$  AL TIPO  $i$ :

$$P = \frac{F}{(1+i)^n} = A \left[ \frac{(1+i)^n - 1}{i(1+i)^n} \right]; \quad P/A_{i,n} = \frac{(1+i)^n - 1}{i(1+i)^n}$$

Luego  $P = A \cdot P/A_{i,n}$



## TABLAS DE FACTORES DE ACTUALIZACION (2)

<u>i = 21</u>						
n	F/P <sub>1,n</sub>	F/F <sub>1,n</sub>	F/A <sub>1,n</sub>	A/F <sub>1,n</sub>	A/P <sub>1,n</sub>	P/A <sub>1,n</sub>
1	1,020	0,9804	1,000	1,0000	1,0200	0,980
2	1,040	0,9612	2,020	0,4951	0,5151	1,942
3	1,061	0,9423	3,060	0,3268	0,3468	2,884
4	1,082	0,9238	4,122	0,2426	0,2626	3,808
5	1,104	0,9057	5,204	0,1922	0,2122	4,713
6	1,126	0,8880	6,308	0,1585	0,1785	5,601
7	1,149	0,8706	7,434	0,1345	0,1545	6,472
8	1,172	0,8535	8,583	0,1165	0,1365	7,325
9	1,195	0,8368	9,755	0,1025	0,1225	8,162
10	1,219	0,8203	10,95	0,09131	0,1113	8,983
11	1,243	0,8043	12,17	0,08218	0,1022	9,787
12	1,268	0,7885	13,41	0,07456	0,09456	10,58
13	1,294	0,7730	14,68	0,06812	0,08812	11,35
14	1,319	0,7579	15,97	0,06260	0,08260	12,11
15	1,346	0,7430	17,29	0,05783	0,07783	12,85

## TABLAS DE FACTORES DE ACTUALIZACION (3)

<u>i = 41</u>						
n	F/P <sub>1,n</sub>	F/F <sub>1,n</sub>	F/A <sub>1,n</sub>	A/F <sub>1,n</sub>	A/P <sub>1,n</sub>	P/A <sub>1,n</sub>
1	1,040	0,9615	1,000	1,0000	1,0400	0,962
2	1,082	0,9246	2,040	0,4902	0,5102	1,886
3	1,125	0,8890	3,122	0,3204	0,3604	2,775
4	1,170	0,8548	4,246	0,2355	0,2755	3,630
5	1,217	0,8219	5,416	0,1846	0,2246	4,452
6	1,265	0,7903	6,633	0,1508	0,1908	5,242
7	1,316	0,7599	7,898	0,1266	0,1666	6,002
8	1,369	0,7307	9,214	0,1085	0,1485	6,733
9	1,423	0,7026	10,58	0,09449	0,1345	7,435
10	1,480	0,6756	12,01	0,08329	0,1233	8,111
11	1,539	0,6496	13,49	0,07415	0,1142	8,760
12	1,601	0,6246	15,03	0,06655	0,1066	9,385
13	1,665	0,6006	16,63	0,06014	0,1001	9,986
14	1,732	0,5775	18,29	0,05467	0,09467	10,56
15	1,801	0,5553	20,02	0,04994	0,08994	11,12

<u>i = 31</u>						
n	F/P <sub>1,n</sub>	F/F <sub>1,n</sub>	F/A <sub>1,n</sub>	A/F <sub>1,n</sub>	A/P <sub>1,n</sub>	P/A <sub>1,n</sub>
1	1,030	0,9709	1,000	1,0000	1,0300	0,971
2	1,061	0,9426	2,030	0,4926	0,5226	1,913
3	1,093	0,9151	3,091	0,3235	0,3535	2,829
4	1,126	0,8885	4,184	0,2390	0,2690	3,717
5	1,159	0,8626	5,309	0,1884	0,2184	4,580
6	1,194	0,8375	6,468	0,1546	0,1846	5,417
7	1,230	0,8131	7,662	0,1305	0,1605	6,230
8	1,267	0,7894	8,892	0,1125	0,1425	7,020
9	1,305	0,7664	10,16	0,09843	0,1284	7,786
10	1,344	0,7441	11,46	0,08723	0,1172	8,530
11	1,384	0,7224	12,81	0,07808	0,1081	9,253
12	1,426	0,7014	14,19	0,07046	0,1005	9,954
13	1,469	0,6810	15,62	0,06403	0,09403	10,64
14	1,513	0,6611	17,09	0,05853	0,08853	11,30
15	1,558	0,6419	18,60	0,05377	0,08377	11,94

<u>i = 51</u>						
n	F/P <sub>1,n</sub>	F/F <sub>1,n</sub>	F/A <sub>1,n</sub>	A/F <sub>1,n</sub>	A/P <sub>1,n</sub>	P/A <sub>1,n</sub>
1	1,050	0,9524	1,000	1,0000	1,0500	0,952
2	1,103	0,9070	2,050	0,4878	0,5378	1,859
3	1,158	0,8638	3,153	0,3172	0,3672	2,723
4	1,216	0,8227	4,310	0,2320	0,2820	3,546
5	1,276	0,7835	5,526	0,1810	0,2310	4,329
6	1,340	0,7462	6,802	0,1470	0,1970	5,076
7	1,407	0,7107	8,142	0,1228	0,1728	5,786
8	1,477	0,6768	9,549	0,1047	0,1547	6,463
9	1,551	0,6446	11,03	0,09069	0,1407	7,108
10	1,629	0,6139	12,58	0,07950	0,1295	7,722
11	1,710	0,5847	14,21	0,07039	0,1204	8,306
12	1,796	0,5568	15,92	0,06283	0,1128	8,863
13	1,886	0,5303	17,71	0,05646	0,1065	9,394
14	1,980	0,5051	19,60	0,05102	0,1010	9,899
15	2,079	0,4810	21,58	0,04634	0,09634	10,38

## TABLAS DE FACTORES DE ACTUALIZACION (4)

i = 6%

n	F/P <sub>i,n</sub>	P/F <sub>i,n</sub>	F/A <sub>i,n</sub>	A/F <sub>i,n</sub>	A/P <sub>i,n</sub>	P/A <sub>i,n</sub>
1	1,060	0,9434	1,000	1,0000	1,0600	0,943
2	1,124	0,8900	2,060	0,4854	0,5454	1,833
3	1,191	0,8396	3,184	0,3141	0,3741	2,673
4	1,262	0,7921	4,375	0,2286	0,2886	3,465
5	1,338	0,7473	5,637	0,1774	0,2374	4,212
6	1,419	0,7050	6,975	0,1434	0,2034	4,917
7	1,504	0,6651	8,394	0,1191	0,1791	5,582
8	1,594	0,6274	9,897	0,1010	0,1610	6,210
9	1,689	0,5919	11,49	0,08702	0,1470	6,802
10	1,791	0,5584	13,18	0,07587	0,1359	7,360
11	1,898	0,5268	14,97	0,06679	0,1268	7,887
12	2,012	0,4970	16,87	0,05928	0,1193	8,384
13	2,133	0,4688	18,88	0,05296	0,1130	8,853
14	2,261	0,4423	21,02	0,04758	0,1076	9,295
15	2,397	0,4173	23,28	0,04296	0,1030	9,712

i = 8%

n	F/P <sub>i,n</sub>	P/F <sub>i,n</sub>	F/A <sub>i,n</sub>	A/F <sub>i,n</sub>	A/P <sub>i,n</sub>	P/A <sub>i,n</sub>
1	1,080	0,9259	1,000	1,0000	1,0800	0,926
2	1,166	0,8573	2,080	0,4808	0,5608	1,783
3	1,260	0,7938	3,246	0,3080	0,3880	2,577
4	1,360	0,7350	4,506	0,2219	0,3019	3,312
5	1,469	0,6806	5,867	0,1705	0,2505	3,993
6	1,587	0,6302	7,336	0,1363	0,2163	4,623
7	1,714	0,5835	8,923	0,1121	0,1921	5,206
8	1,851	0,5403	10,64	0,09401	0,1740	5,747
9	1,999	0,5002	12,48	0,08008	0,1601	6,247
10	2,159	0,4632	14,49	0,06903	0,1490	6,710
11	2,332	0,4289	16,65	0,06008	0,1401	7,139
12	2,518	0,3971	18,98	0,05270	0,1327	7,536
13	2,720	0,3677	21,50	0,04652	0,1265	7,904
14	2,937	0,3405	24,22	0,04130	0,1213	8,244
15	3,172	0,3152	27,15	0,03683	0,1168	8,559

## TABLAS DE FACTORES DE ACTUALIZACION (5)

i = 10%

n	F/P <sub>i,n</sub>	P/F <sub>i,n</sub>	F/A <sub>i,n</sub>	A/F <sub>i,n</sub>	A/P <sub>i,n</sub>	P/A <sub>i,n</sub>
1	1,100	0,9091	1,000	1,0000	1,1000	0,909
2	1,210	0,8264	2,100	0,4762	0,5762	1,736
3	1,331	0,7513	3,310	0,3021	0,4021	2,487
4	1,464	0,6830	4,641	0,2155	0,3155	3,170
5	1,611	0,6209	6,105	0,1638	0,2638	3,791
6	1,772	0,5645	7,716	0,1296	0,2296	4,355
7	1,949	0,5132	9,487	0,1054	0,2054	4,868
8	2,144	0,4665	11,44	0,08744	0,1874	5,335
9	2,358	0,4241	13,58	0,07364	0,1736	5,759
10	2,594	0,3855	15,94	0,06275	0,1628	6,144
11	2,853	0,3505	18,53	0,05396	0,1540	6,495
12	3,138	0,3186	21,38	0,04676	0,1468	6,814
13	3,452	0,2897	24,52	0,04078	0,1408	7,103
14	3,797	0,2633	27,98	0,03575	0,1358	7,367
15	4,177	0,2394	31,77	0,03147	0,1315	7,606

i = 12%

n	F/P <sub>i,n</sub>	P/F <sub>i,n</sub>	F/A <sub>i,n</sub>	A/F <sub>i,n</sub>	A/P <sub>i,n</sub>	P/A <sub>i,n</sub>
1	1,120	0,8929	1,000	1,0000	1,1200	0,893
2	1,254	0,7972	2,120	0,4717	0,5917	1,690
3	1,405	0,7118	3,374	0,2964	0,4164	2,402
4	1,574	0,6355	4,779	0,2092	0,3292	3,037
5	1,762	0,5674	6,353	0,1574	0,2774	3,605
6	1,974	0,5066	8,115	0,1232	0,2432	4,111
7	2,211	0,4523	10,09	0,09912	0,2191	4,564
8	2,476	0,4039	12,30	0,08130	0,2013	4,968
9	2,773	0,3606	14,78	0,06768	0,1877	5,328
10	3,106	0,3220	17,55	0,05698	0,1770	5,650
11	3,479	0,2875	20,66	0,04842	0,1684	5,938
12	3,896	0,2567	24,13	0,04144	0,1614	6,194
13	4,363	0,2292	28,03	0,03568	0,1557	6,424
14	4,887	0,2046	32,39	0,03087	0,1509	6,628
15	5,474	0,1827	37,28	0,02682	0,1468	6,811

## TABLAS DE FACTORES DE ACTUALIZACION (6)

i = 15%

n	F/P <sub>1,n</sub>	P/F <sub>1,n</sub>	F/A <sub>1,n</sub>	A/F <sub>1,n</sub>	A/P <sub>1,n</sub>	P/A <sub>1,n</sub>
1	1,150	0,8696	1,000	1,0000	1,1500	0,870
2	1,322	0,7561	2,150	0,4651	0,6151	1,626
3	1,521	0,6575	3,472	0,2880	0,4380	2,283
4	1,749	0,5718	4,993	0,2003	0,3502	2,855
5	2,011	0,4972	6,742	0,1483	0,2983	3,352
6	2,313	0,4323	8,754	0,1142	0,2642	3,784
7	2,660	0,3759	11,07	0,09036	0,2404	4,160
8	3,059	0,3269	13,73	0,07285	0,2229	4,487
9	3,518	0,2843	16,79	0,05957	0,2096	4,772
10	4,046	0,2472	20,30	0,04925	0,1993	5,019
11	4,652	0,2149	24,35	0,04107	0,1911	5,234
12	5,350	0,1869	29,00	0,03448	0,1845	5,421
13	6,153	0,1625	34,35	0,02911	0,1791	5,583
14	7,076	0,1413	40,51	0,02469	0,1747	5,724
15	8,137	0,1229	47,58	0,02102	0,1710	5,847

i = 20%

n	F/P <sub>1,n</sub>	P/F <sub>1,n</sub>	F/A <sub>1,n</sub>	A/F <sub>1,n</sub>	A/P <sub>1,n</sub>	P/A <sub>1,n</sub>
1	1,200	0,8333	1,000	1,0000	1,2000	0,833
2	1,440	0,6944	2,200	0,4546	0,6546	1,528
3	1,728	0,5787	3,640	0,2747	0,4747	2,106
4	2,074	0,4823	5,360	0,1863	0,3863	2,589
5	2,488	0,4019	7,442	0,1344	0,3344	2,991
6	2,986	0,3349	9,930	0,1007	0,3007	3,326
7	3,583	0,2791	12,91	0,07742	0,2774	3,605
8	4,300	0,2326	16,50	0,06061	0,2606	3,817
9	5,160	0,1938	20,80	0,04808	0,2481	4,031
10	6,192	0,1615	25,96	0,03852	0,2385	4,192
11	7,430	0,1346	32,15	0,03110	0,2311	4,327
12	8,916	0,1122	39,58	0,02526	0,2253	4,439
13	10,699	0,0935	48,50	0,02062	0,2206	4,533
14	12,839	0,0779	59,20	0,01689	0,2169	4,611
15	15,407	0,0649	72,04	0,01388	0,2139	4,675

## TABLAS DE FACTORES DE ACTUALIZACION (7)

i = 25%

n	F/P <sub>1,n</sub>	P/F <sub>1,n</sub>	F/A <sub>1,n</sub>	A/F <sub>1,n</sub>	A/P <sub>1,n</sub>	P/A <sub>1,n</sub>
1	1,250	0,8000	1,000	1,0000	1,2500	0,800
2	1,562	0,6400	2,250	0,4444	0,6944	1,440
3	1,953	0,5120	3,812	0,2623	0,5123	1,952
4	2,441	0,4096	5,766	0,1734	0,4234	2,362
5	3,052	0,3277	8,207	0,1219	0,3719	2,689
6	3,815	0,2621	11,26	0,08882	0,3388	2,951
7	4,768	0,2097	15,07	0,06634	0,3163	3,161
8	5,960	0,1678	19,84	0,05040	0,3004	3,329
9	7,451	0,1342	25,80	0,03876	0,2886	3,463
10	9,313	0,1074	33,25	0,03007	0,2801	3,571
11	11,64	0,0859	42,57	0,02349	0,2735	3,656
12	14,55	0,0687	54,21	0,01845	0,2685	3,725
13	18,19	0,0550	68,76	0,01454	0,2645	3,780
14	22,73	0,0440	86,95	0,01150	0,2615	3,824
15	28,42	0,0352	109,7	0,00912	0,2591	3,859

i = 30%

n	F/P <sub>1,n</sub>	P/F <sub>1,n</sub>	F/A <sub>1,n</sub>	A/F <sub>1,n</sub>	A/P <sub>1,n</sub>	P/A <sub>1,n</sub>
1	1,300	0,7682	1,000	1,0000	1,3000	0,769
2	1,690	0,5917	2,300	0,4348	0,7348	1,361
3	2,197	0,4552	3,990	0,2506	0,5506	1,816
4	2,856	0,3501	6,187	0,1616	0,4616	2,166
5	3,713	0,2693	9,043	0,1106	0,4106	2,436
6	4,827	0,2072	12,76	0,07839	0,3784	2,643
7	6,275	0,1594	17,58	0,05687	0,3569	2,802
8	8,157	0,1226	23,86	0,04192	0,3419	2,925
9	10,60	0,0943	32,02	0,03124	0,3312	3,019
10	13,79	0,0725	42,62	0,02346	0,3235	3,092
11	17,92	0,0558	56,41	0,01773	0,3177	3,147
12	23,30	0,0429	74,33	0,01345	0,3135	3,190
13	30,29	0,0330	97,63	0,01024	0,3102	3,223
14	39,37	0,0254	127,9	0,00782	0,3078	3,249
15	51,19	0,0195	167,3	0,00598	0,3060	3,268

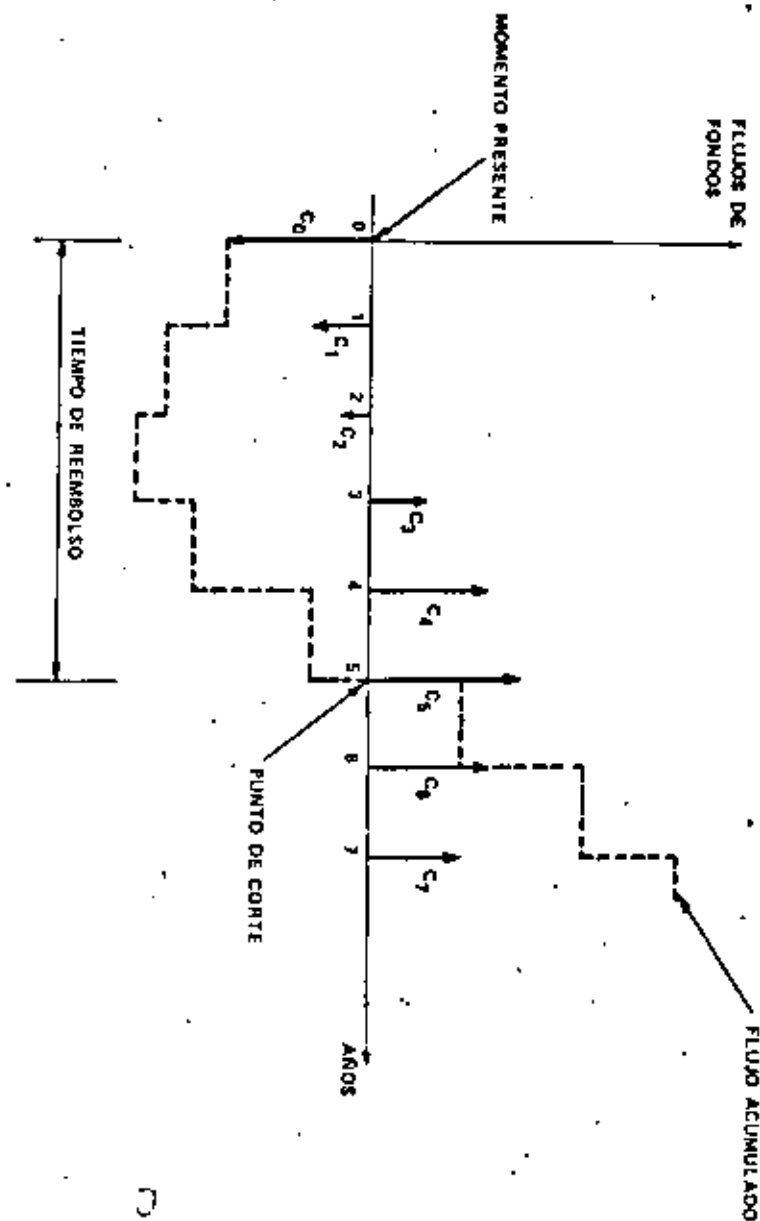
## TABLAS DE FACTORES DE ACTUALIZACION (8)

 $i = 40\%$ 

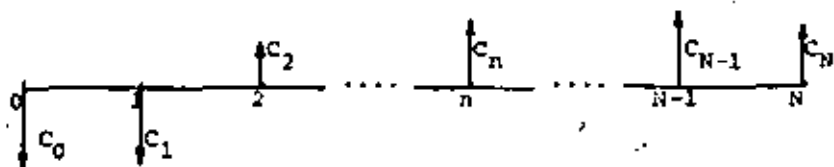
n	$F/P_{i,n}$	$P/F_{i,n}$	$F/A_{i,n}$	$A/F_{i,n}$	$A/P_{i,n}$	$P/A_{i,n}$
1	1,400	0,7143	1,000	1,0000	1,4000	0,714
2	1,960	0,5102	2,400	0,4167	0,8167	1,224
3	2,744	0,3644	4,360	0,2294	0,6294	1,589
4	3,842	0,2603	7,104	0,1408	0,5408	1,849
5	5,378	0,1859	10,95	0,0913	0,4914	2,035
6	7,530	0,1328	16,32	0,06126	0,4613	2,168
7	10,54	0,0949	23,85	0,04192	0,4419	2,263
8	14,76	0,0678	34,40	0,02907	0,4291	2,331
9	20,66	0,0484	49,15	0,02034	0,4203	2,379
10	28,93	0,0346	69,81	0,01432	0,4143	2,414
11	40,50	0,0247	98,74	0,01013	0,4101	2,438
12	56,69	0,0176	139,2	0,00718	0,4071	2,456
13	79,37	0,0126	195,9	0,00510	0,4051	2,469
14	111,1	0,0090	275,3	0,00363	0,4036	2,478
15	155,6	0,0064	386,4	0,00259	0,4026	2,484

 $i = 50\%$ 

n	$F/P_{i,n}$	$P/F_{i,n}$	$F/A_{i,n}$	$A/F_{i,n}$	$A/P_{i,n}$	$P/A_{i,n}$
1	1,500	0,6667	1,000	1,0000	1,5000	0,667
2	2,250	0,4444	2,500	0,4000	0,9000	1,111
3	3,375	0,2963	4,750	0,2105	0,7105	1,407
4	5,062	0,1975	8,125	0,1230	0,6230	1,605
5	7,594	0,1317	13,18	0,0758	0,5758	1,737
6	11,39	0,0878	20,78	0,04812	0,5481	1,824
7	17,08	0,0585	32,17	0,03108	0,5310	1,883
8	25,62	0,0390	49,25	0,02030	0,5203	1,922
9	38,44	0,0260	74,88	0,01335	0,5133	1,948
10	57,66	0,0173	113,3	0,00882	0,5088	1,965
11	86,49	0,0116	170,9	0,00585	0,5058	1,977
12	129,7	0,0077	257,4	0,00388	0,5038	1,985
13	194,6	0,0051	387,2	0,00258	0,5025	1,990
14	291,9	0,0034	581,8	0,00172	0,5017	1,993
15	437,8	0,0023	873,7	0,00114	0,5011	1,995



## ACTUALIZACION DE FLUJOS DE FONDOS



$C_n$  = F.F. del año genérico "n"

ACTUALIZACION DE  $C_n$  :

Valor actual (año 0) :  $C_{na} = C_n / (1+i)^n$

Valor futuro (año N) :  $C_{nf} = C_n (1+i)^{N-n}$

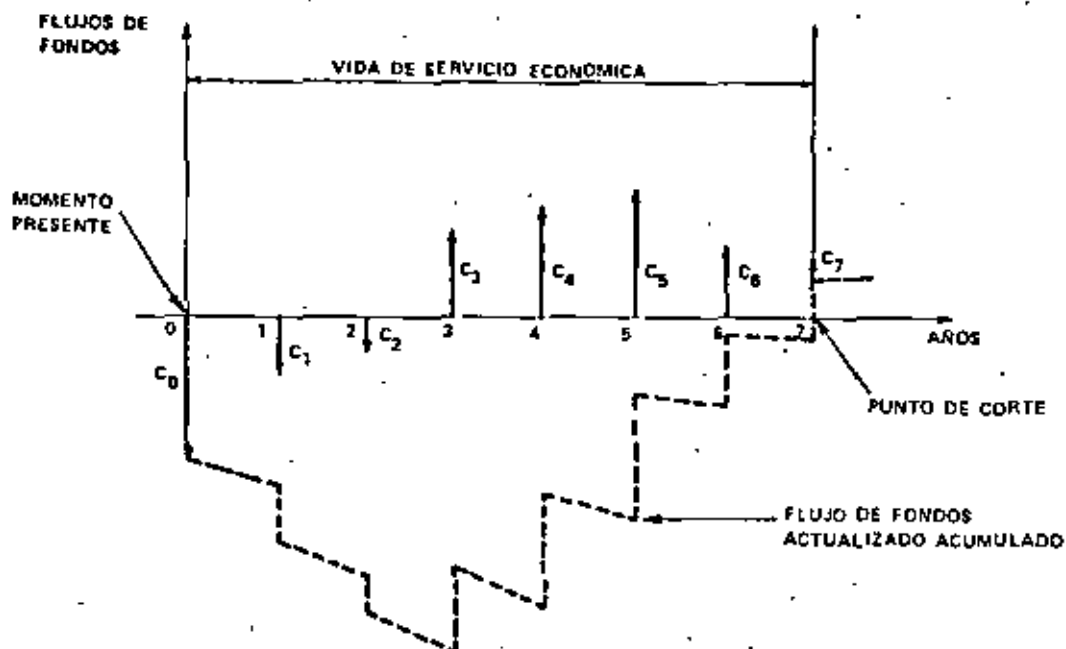
ACTUALIZACION DEL FLUJO DE FONDOS ACUMULADO TOTAL :

Valor actual :  $F_p = \sum_{n=0}^{n=N} C_n / (1+i)^n$

Valor futuro :  $F_f = \sum_{n=0}^{n=N} C_n (1+i)^{N-n} = F_p (1+i)^N$

### DIAGRAMA DE FLUJO DE FONDOS ACTUALIZADO

219



CONSTRUCCION DEL DIAGRAMA DE FLUJO DE FONDOS ACTUALIZADO

Al final de cada año se suma algebraicamente el interés devengado por el capital pendiente de amortizar (si es negativo) o por el capital acumulado (si es positivo). Se obtiene así una cantidad  $B_n$ , que no es otra cosa que el flujo de fondos acumulado al final del año genérico  $n$ , incluyendo los intereses devengados:

$$B_0 = C_0$$

$$B_1 = B_0 (1+i) + C_1 = C_0 (1+i) + C_1$$

$$B_2 = B_1 (1+i) + C_2 = C_0 (1+i)^2 + C_1 (1+i) + C_2$$

$$B_n = C_0 (1+i)^n + C_1 (1+i)^{n-1} + \dots + C_n$$

$$B_N = C_0 (1+i)^N + C_1 (1+i)^{N-1} + \dots + C_n (1+i)^{N-n} + \dots + C_N$$

O sea:

$$B_N = \sum_{n=0}^{n=N} C_n (1+i)^{N-n} = P_F$$

Por tanto, con el diagrama se realiza una actualización gráfica al año  $N$ .

PROBLEMAS USUALES CON SERIES DE FLUJOS DE FONDOSPROBLEMA DIRECTO (Ya resuelto)

- Datos  $C_n = f(n)$ ,  $N$  e  $i$ , determinar  $P$ .

Se utiliza en el Método del Valor Actual Neto (VAN)

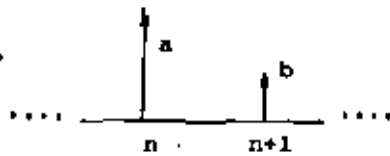
PROBLEMAS INVERSOS (Se suelen resolver por tanteos e interpolación)

1) Datos  $C_n = f(n)$ ,  $N$  y  $P$ , determinar  $i$

Se utiliza en el Método de la Tasa de Rentabilidad Interna (TRI)

2) Datos  $C_n = f(n)$ ,  $i$  y  $P$ , determinar  $N$

Se utiliza en el Método de la Vida de Servicio Económica (VSE)



VAN de a y b el año n :  $P_n = a + \frac{b}{1+i}$



VAN de b y a el año n :  $P'_n = b + \frac{a}{1+i}$

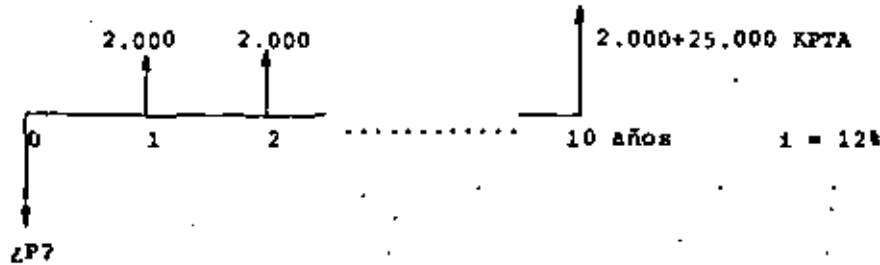
$$P_n - P'_n = a - b - \frac{a-b}{1+i} = \frac{a-b}{1+i} \cdot i > 0 \quad \text{si } a > b$$

- EL VALOR ACTUAL AUMENTA SIEMPRE QUE LOS FLUJOS MAYORES SE ADELANTAN EN EL TIEMPO.
- POR TANTO INTERESA OBTENER LOS FLUJOS DE FONDOS MAYORES LO ANTES POSIBLE.

INFLUENCIA DE LA VIDA DE LA INVERSION

- CON LAS TASAS DE ACTUALIZACION NORMALES, LOS FLUJOS DE FONDOS PASADOS 10 AÑOS TIENEN MUCHA MENOS IMPORTANCIA QUE LOS QUE SE PRODUCEN LOS PRIMEROS 5 AÑOS DE LA VIDA DE LA INVERSION.
- SI LA VIDA DE UNA INVERSION ES  $\geq 10$  AÑOS Y SU RENTABILIDAD ES  $\geq 20\%$ , AÑADIRLE AÑOS DE VIDA MEJORARIA MUY POCO SU RENTABILIDAD.
- SI LA VIDA DE UNA INVERSION ES  $\approx 10$  AÑOS Y SU RENTABILIDAD ES  $\approx 10\%$ , ESTA MEJORARIA CONSIDERABLEMENTE AL PROLONGAR SU VIDA.
- PARA CUALQUIER RENTABILIDAD  $\geq 10\%$ , UNA REDUCCION DE LA VIDA POR DEBAJO DE 10 AÑOS DISMINUYE FUERTEMENTE LA RENTABILIDAD.

La inversión en una nave industrial para su alquiler produciría una renta anual neta de 2.000.000 PTA durante 10 años y tendría un valor en venta de 25.000.000 PTA al fin de los 10 años. ¿Cuánto se podría pagar por ella para obtener una rentabilidad del 12%?



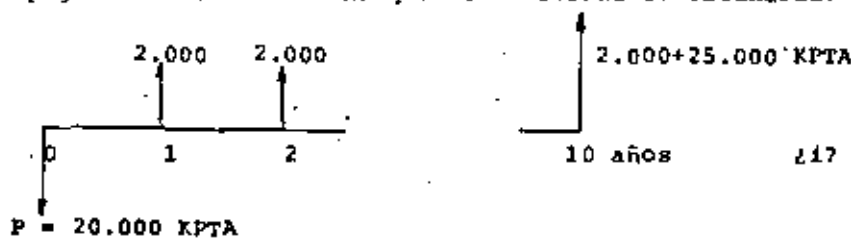
VAN en el tiempo 0 :

$$P = 2.000 P/A_{12,10} + 25.000 P/F_{12,10} = 2.000 \times 5,650 + 25.000 \times 0,3220 = 19.350 \text{ KPTA}$$

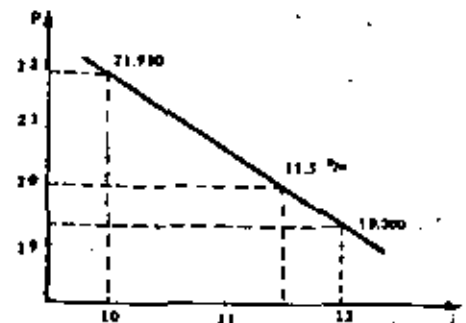
Este es el precio que puede pagarse el año 0 para obtener una rentabilidad del 12%

EJEMPLO DESARROLLADO (2)

¿Si se pagasen 20.000.000 PTA, qué rentabilidad se obtendría?



$$20.000 = 2.000 P/A_{i,10} + 25.000 P/F_{i,10}$$



Procedamos por tanteos, para interpolar después.

Para  $i = 12\%$  :  $P = 2.000 \times 5,650 + 25.000 \times 0,3220 = 19.350 \text{ KPTA}$

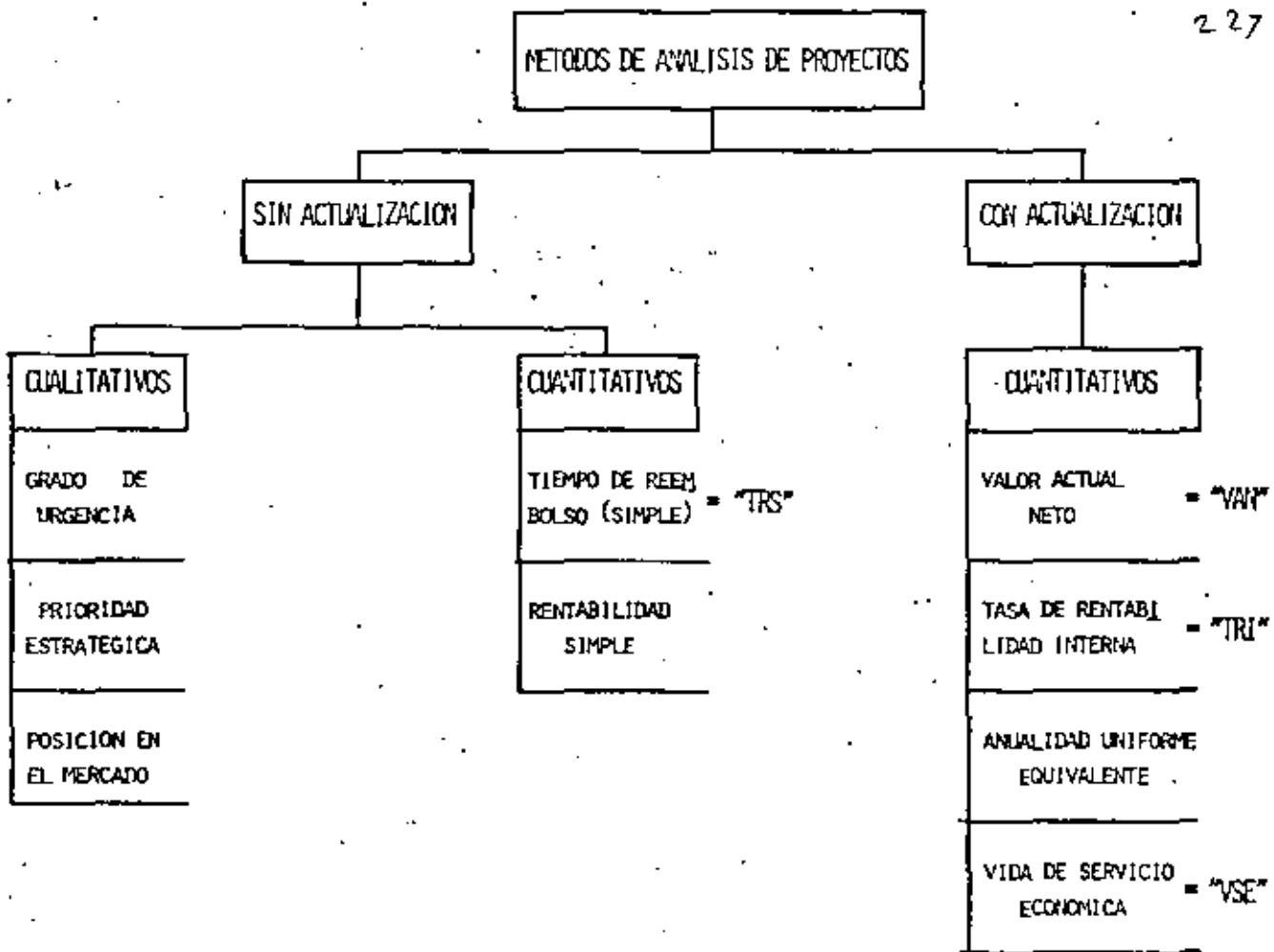
$i = ?$  :  $P = 20.000 \text{ KPTA}$

Para  $i = 10\%$  :  $P = 2.000 \times 6,145 + 25.000 \times 0,3855 = 21.930 \text{ KPTA}$

Interpolemos finalmente

$$i = 10\% + (12-10) \frac{21.930 - 20.000}{21.930 - 19.350} = 11,5\%$$





GRADO DE URGENCIA Y SIMILARES. - Su objeto es establecer criterios para determinar la prioridad de los diversos proyectos de inversión.

La prioridad puede definirse como el grado en que un proyecto no puede ser demorado para años sucesivos.

La prioridad aparece clara e inequívoca en las inversiones ineludibles. Tal es el caso de la reposición de un puente ferroviario destruido por una avenida, o la instalación de equipos de descontaminación impuestos por la ley. En tales casos no suele existir otra opción, ya que se produciría un daño importante a la empresa de no invertir.

El problema se presenta cuando hay que ordenar, según su prioridad, proyectos no ineludibles. En tales casos, que son los más frecuentes, la prioridad asignada a cada proyecto es más la medida del poder de persuasión de quienes lo presentan que los requerimientos reales de la empresa.

Por otra parte, estos métodos no miden la rentabilidad de los proyectos.

El dominio de aplicación de estos métodos se limita, por tanto, a los casos en que prevalezcan factores intangibles.

TIEMPO DE REEMBOLSO O DE RECUPERACION. - Se define como el período de tiempo necesario para que el proyecto reintente -

## MÉTODOS SIMPLES (SIN ACTUALIZACIÓN)

### CUALITATIVOS

- GRADO DE URGENCIA Y SIMILARES
  - . Adecuados cuando prevalecen factores intangibles.
  - . No valoran la rentabilidad.
  - . No permiten una ordenación racional de los proyectos.

### CUANTITATIVOS

- TIEMPO DE REEMBOLSO (SIMPLE)
  - . Muy fácil de aplicar.
  - . Adecuado en situaciones de incertidumbre o de limitaciones financieras.
  - . No considera la vida del proyecto ni lo que ocurre - pasado el tiempo de reembolso.
  - . No valora rigurosamente la rentabilidad.
  - . No valora adecuadamente la influencia del tiempo.
- RENTABILIDAD SIMPLE
  - . Fáciles de aplicar.
  - . Demasiadas variantes e interpretaciones (equivocas).
  - . No tienen en cuenta la influencia del tiempo.

que la inversión realizada, esto es el tiempo necesario para que los ingresos acumulados se hagan iguales a los desembolsados acumulados.

El empleo de este método está muy extendido y es muy fácil de comprender y aplicar. La regla de decisión es muy simple: Entre varios proyectos mutuamente excluyentes, se elige el de menor tiempo de reembolso.

Hay que notar que los flujos de fondos posteriores al punto de corte no juegan papel alguno. Esto es razonable, ya que las estimaciones de flujos de fondos del futuro próximo son generalmente más precisas y fiables que las del futuro lejano.

En el aspecto financiero, este método proporciona una excelente herramienta de análisis. Muchas empresas, sobre todo las medianas y pequeñas, no tienen capacidad financiera suficiente para superar un periodo de reembolso largo de sus proyectos, aunque éstos sean intrínsecamente muy rentables. Desde el punto de vista financiero se prefieren los proyectos que se reembolsan en un máximo de tres o cuatro años. Si una parte importante de los proyectos de una empresa se reembolsan en más de cinco años, la carga financiera es muy fuerte y puede darse la paradoja de que quiebre una empresa implicada en proyectos de gran interés económico antes de llevarlos a buen fin.

No obstante esto, este método tiene muy serias limitaciones. No valora adecuadamente la rentabilidad de la

inversión ni la influencia del tiempo sobre los flujos de fondos, llegando al extremo de no considerar lo que ocurre pasado el punto de corte. Su aplicación indiscriminada puede conducir a decisiones erróneas, ya que un proyecto de larga vida y tiempo de reembolso relativamente elevado puede ser mucho más rentable que otro de vida más corta y menor tiempo de reembolso. En general, no sirve para ordenar adecuadamente los proyectos, pero debe ser aplicado con los siguientes fines:

- 1) Como criterio de valoración preliminar para eliminar proyectos que no merecen un análisis más detallado, sobre todo en situaciones de incertidumbre.
- 2) Como recurso de análisis financiero, que permite un filtrado de los proyectos en función de las previsiones financieras del momento.

MÉTODOS DE RENTABILIDAD SIMPLE. - Se suelen caracterizar porque son de aplicación bastante simple, pero tienen el primer inconveniente de que cada una de sus numerosas variantes proporciona un valor diferente de la rentabilidad a un mismo proyecto. Las principales divergencias se producen en los siguientes aspectos:

- 1) Según que se considere como inversión el desembolso inicial o el total a lo largo de la vida del proyecto.
- 2) Según que el beneficio considerado sea con o -

# MÉTODOS CON ACTUALIZACIÓN

## CARACTERÍSTICAS COMUNES

- 1.- VALORAN EL PROYECTO UTILIZANDO EL CONJUNTO COMPLETO DE FLUJOS DE FONDOS Y NO DATOS CONTABLES SUJETOS A CONVENCIONES.
- 2.- TOMAN EN CONSIDERACION LA VIDA COMPLETA DEL PROYECTO.
- 3.- TIENEN EN CUENTA EL EFECTO DEL TIEMPO SOBRE LOS VALORES MONETARIOS.
  - Los flujos de fondos de los primeros años pesan más que los posteriores.
- 4.- NO SUELEN DAR LUGAR A RESULTADOS CONTRADICTORIOS
  - Una vez fijada la Rentabilidad Mínima Aceptable (RMA), el Análisis Económico con cualquiera de los métodos conduce a la misma decisión, si se razona correctamente.

sin amortización, antes o después de impuestos, -  
en valor medio o del primer año, ...

3) Según que se considere o no el coste del capital  
utilizado.

Por otra parte, todos estos métodos tienen la limitación básica de su insensibilidad a la influencia del tiempo en el valor del dinero, ya que aplican el interés simple.

CLASIFICACION Y REGLAS DE DECISION BASICAS

1.- VALOR ACTUAL NETO ("VAN")

- SE DETERMINA EL VALOR ACTUAL (O EL FUTURO) DEL CONJUNTO DE FLUJOS DE FONDOS APLICANDO UN TIPO DE DESCUENTO MINIMO ACEPTABLE (RMA).
- SE PREFIERE EL PROYECTO DE MAYOR "VAN".

2.- TASA DE RENTABILIDAD INTERNA ("TRI")

- SE DETERMINA EL TIPO DE DESCUENTO (TRI) QUE HACE NULO EL VALOR ACTUAL NETO DEL CONJUNTO DE FLUJOS DE FONDOS.
- SE PREFIERE EL PROYECTO DE MAYOR "TRI".

3.- ANUALIDAD UNIFORME EQUIVALENTE

- SE DETERMINA LA ANUALIDAD UNIFORME EQUIVALENTE AL CONJUNTO DE FLUJOS DE FONDOS, APLICANDO UN TIPO DE DESCUENTO IGUAL A LA "RMA".
- SE PREFIERE EL PROYECTO CON EL MAYOR VALOR.

4.- VIDA DE SERVICIO ECONOMICA ("VSE")

- SE DETERMINA LA VIDA MINIMA QUE DEBERA TENER EL PROYECTO PARA QUE RESULTE NULO EL VALOR ACTUAL NETO DEL CONJUNTO DE FLUJOS DE FONDOS APLICANDO UN TIPO DE DESCUENTO IGUAL A LA "RMA".
- SE PREFIERE EL PROYECTO DE MENOR VIDA DE SERVICIO.

PECULIARIDADES BASICAS DE LOS METODOS

1.- VALOR ACTUAL NETO

- DOS DIFICULTADES BASICAS:
  - . DETERMINACION DE LA RMA.
  - . ORDENACION DE LOS PROYECTOS SEGUN SU RENTABILIDAD.

2.- TASA DE RENTABILIDAD INTERNA

- DOS CUALIDADES BASICAS:
  - . PROPORCIONA UNA TASA DE RENTABILIDAD FACIL DE COMPRENDER Y JUZGAR (MARGEN DE RIESGO).
  - . PERMITE ORDENAR LOS PROYECTOS SEGUN SU RENTABILIDAD.
    - Rentabilidad de corte (RMA)
    - Capital limitado

3.- ANUALIDAD UNIFORME EQUIVALENTE

- TIENE LAS MISMAS DIFICULTADES QUE EL "VAN".
- UTIL EN INVERSIONES QUE PRODUCEN SERVICIO : COSTE ANUAL EQUIVALENTE.

4.- VIDA DE SERVICIO ECONOMICA

- TIENE LAS MISMAS DIFICULTADES QUE EL "VAN".
- UTIL EN CIERTAS APLICACIONES (P.E. REPOSICION DE EQUIPOS)

## LOS COSTES DE OPORTUNIDAD EN LAS INVERSIONES

236

### LOS COSTES DE OPORTUNIDAD

237

- La elección de un curso de acción implica el sacrificio de los ingresos que se hubieran podido obtener con otras aplicaciones de los mismos recursos. EL COSTE DE OPORTUNIDAD ES EL MAYOR BENEFICIO SACRIFICADO.
- Los bienes que carecen de valor para la empresa tienen un coste de oportunidad nulo. En general, el coste de oportunidad representa el valor del bien para la empresa.
- Cuando se puede adquirir un bien en un mercado abierto, el coste de oportunidad coincide con el precio pagado. El dinero sirve de patrón común para la medida del valor de bienes y servicios disponibles de esa forma.
- Cuando la oferta es limitada, el coste de oportunidad puede no tener nada que ver con el precio de mercado.

### UTILIZACION DE LOS COSTES DE OPORTUNIDAD

238

- LOS UNICOS COSTES APLICABLES EN EL ANALISIS ECONOMICO SON LOS COSTES DE OPORTUNIDAD.
- LOS COSTES CONTABLES Y LOS COSTES HISTORICOS NO SON LOS APROPIADOS PARA EL ANALISIS ECONOMICO.
- LOS COSTES IRRECUPERABLES NO TIENEN SIGNIFICACION ALGUNA EN EL ANALISIS ECONOMICO.
- LOS COSTES DE OPORTUNIDAD ESTAN ORIENTADOS HACIA EL FUTURO. POR ELLO SON UN ELEMENTO DE LA TOMA DE DECISIONES.

EJEMPLOS

- **EL COSTE DEL CAPITAL.**- Como veremos, la determinación del coste del capital que debe considerarse en el análisis de inversiones se basa en el concepto de coste de oportunidad.

- **APROVECHAMIENTO DE BIENES EXISTENTES.**- Cuando en un proyecto se aprovechan bienes o instalaciones procedentes de otros sistemas, su coste debe estimarse considerando los ingresos que produciría su venta o aprovechamiento de cualquier otra forma.

Si no existieran usos alternativos capaces de proporcionar beneficio, el coste de oportunidad sería nulo...

En principio sería impropio utilizar el valor contable de tales bienes.

- **PERSONAL CUALIFICADO ESCASO.**- Si la ejecución de un proyecto requiere personal técnico o directivo muy escaso, habrá que considerar el coste de oportunidad de las actividades o proyectos que deban suspenderse o posponerse.

RENTABILIDAD MINIMA ACEPTABLE

240

DEFINICION

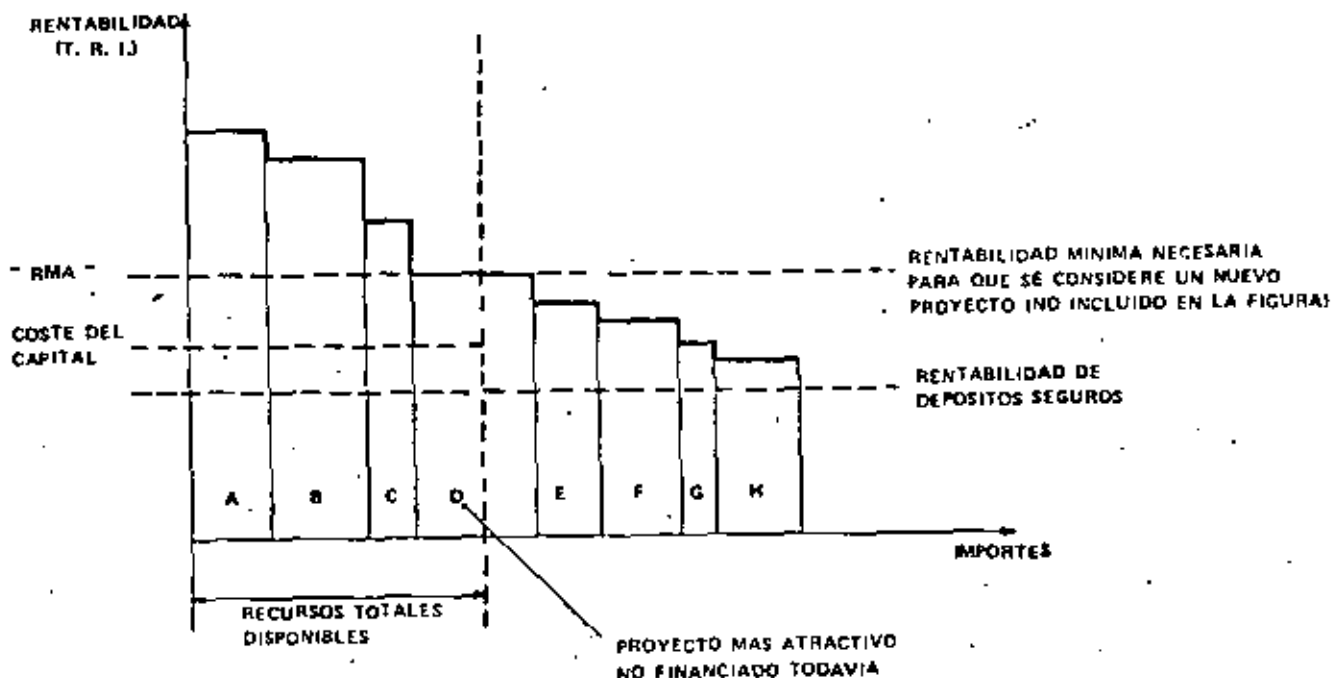
ES LA RENTABILIDAD MINIMA QUE PUEDE ESPERARSE OBTENER DE LAS OPORTUNIDADES DE INVERSION DEL CAPITAL DISPONIBLE CON UN RIESGO RAZONABLE.

EN CONDICIONES DE CAPITAL DISPONIBLE LIMITADO : LA R.M.A. EQUIVALE A LA RENTABILIDAD DEL PROYECTO MAS ATRACTIVO NO FINANCIADO TODAVIA.

LA R.M.A. EQUIVALE AL COSTE DE OPORTUNIDAD DEL CAPITAL : RENTABILIDAD DE OTRAS OPORTUNIDADES DE INVERSION CON RIESGO COMPARABLE, EXISTENTES Y NO APROVECHADAS.

EN CONDICIONES DE CAPITAL DISPONIBLE ILIMITADO: LA R.M.A. SE APROXIMA AL COSTE DEL CAPITAL PARA LA EMPRESA (HAY QUE AÑADIR EVENTUALMENTE UN MARGEN DE RIESGO)

INVERSIONES QUE NO SE EXCLUYEN MUTUAMENTE



RMA Y VALOR DEL CAPITAL

- LA RMA REPRESENTA EL VALOR DEL CAPITAL PARA LA EMPRESA Y NO SU COSTE.
  - EL COSTE DEL CAPITAL ES UN FACTOR OBJETIVO, DETERMINADO POR EL MERCADO DE CAPITAL Y EL CREDITO.
  - EL VALOR DEL CAPITAL ES UN FACTOR SUBJETIVO, QUE DEPENDE FUERTEMENTE DE LA EMPRESA (CREATIVIDAD Y ACCESO AL CREDITO).
- 
- EL VALOR DEL CAPITAL ES IGUAL A SU COSTE DE OPORTUNIDAD MARGINAL, O SEA LA RENTABILIDAD OBTENIBLE DE CADA PTA ADICIONAL.



**ANÁLISIS DETERMINÍSTICO:** Es el seguido en la primera parte de este Seminario. Se supone que las diversas variables pueden estimarse con un margen de incertidumbre tan reducido que sus variaciones no -- afectarían sensiblemente a los resultados del análisis.

**ANÁLISIS PROBABILÍSTICO:** Se desarrollará en la segunda parte de este Seminario. Considera formalmente el carácter aleatorio de las variables aplicadas y valora el riesgo de que no se alcancen los objetivos económicos del proyecto.

**CRITERIO USUAL:** Es frecuente limitarse a un análisis determinístico, señalando una RMA tanto más elevada cuanto mayor sea el riesgo asociado con el proyecto ... Sin embargo:

LA FIJACION DE UNA RMA ELEVADA NO ES LA FORMA RACIONAL NI APROPIADA DE TOMAR EN CONSIDERACION EL RIESGO DE UNA INVERSION.

Porque:

- 1) Si el riesgo implicado puede llevar la empresa a la quiebra, en modo alguno se cubre ese riesgo con una tasa de rentabilidad elevada.
- 2) Los riesgos de una inversión casi nunca dependen del tiempo como las cantidades monetarias. - Es frecuente que los riesgos elevados se concentren en las etapas iniciales del proyecto. - Una vez superados dichos riesgos, la incertidumbre disminuye fuertemente y sería absurdo descontar fuertemente los ingresos de los años subsiguientes mediante tasas elevadas.

## ANÁLISIS SISTEMÁTICO DE INVERSIONES

301

### CLASIFICACION DE LAS INVERSIONES PARA SU ANALISIS

302

- QUE PRODUCEN UN MISMO SERVICIO (MUTUAMENTE EXCLUYENTES)

- VIDAS IGUALES
- VIDAS DIFERENTES

- QUE PRODUCEN RENTA

- MUTUAMENTE EXCLUYENTES: Seleccionar la preferible económicamente
- NO EXCLUYENTES: Clasificar por orden de atractivo económico para seleccionar los mejores proyectos en que invertir el capital disponible.

## INVERSIONES QUE PRODUCEN SERVICIO

303

## INVERSIONES QUE PRODUCEN UN MISMO SERVICIO Y TIENEN VIDAS IGUALES

304

### METODOS DE ANALISIS

- RENTABILIDAD INCREMENTAL (TRI)
- VIDA DE SERVICIO ECONOMICA (VSE)
- COSTE ACTUALIZADO TOTAL (VAN)

## INVERSIONES QUE PRODUCEN SERVICIO (1)

305

### ANALISIS DE RENTABILIDAD INCREMENTAL (TRI)

Al comparar formas alternativas de proporcionar un mismo servicio, es frecuente que sólo se manejen costes y, eventualmente, valores residuales para cada opción. Un análisis de TRI directo de cada opción conducirá a valores negativos, de poca utilidad para la toma de decisión económica.

Desde un punto de vista económico, se trata simplemente de proporcionar un cierto servicio al menor coste posible.

PARA INVESTIGAR LAS OPCIONES QUE PROPORCIONAN UN MISMO SERVICIO, HAY QUE ANALIZAR SISTEMATICAMENTE LAS DIFERENCIAS ENTRE LAS DIVERSAS OPCIONES PARA DETERMINAR SI LA INVERSION ADICIONAL DE LOS PROYECTOS QUE REQUIEREN MAYOR INVERSION ESTA JUSTIFICADA POR LOS MENORES COSTES DE EXPLOTACION.

SI LA TRI DE LA INVERSION INCREMENTAL ES MAYOR QUE LA RVA, DICHA INVERSION INCREMENTAL ESTA JUSTIFICADA ECONOMICAMENTE.

ANALISIS DE VIDA DE SERVICIO ECONOMICA (VSE)

Se aplica a las diversas opciones que se consideren para proporcionar un mismo servicio. Para comparar las opciones se procede de la forma siguiente, una vez determinada la RMA:

SE DETERMINA LA VIDA DE SERVICIO REQUERIDA PARA QUE EL COSTE ANUAL EQUIVALENTE DE UNA OPCION SEA IGUAL AL DE LA ALTERNATIVA.

SI LA VIDA DE SERVICIO CALCULADA (VSE) RESULTA MENOR QUE LA DE LA ALTERNATIVA, LA OPCION ANALIZADA ES PREFERIBLE ECONOMICAMENTE A LA ALTERNATIVA.

CONDICION PREVIA :

LA VSE NO PUEDE SER SUPERIOR A LA VIDA REAL ESPERADA.

ANALISIS DE COSTE ACTUALIZADO TOTAL (VAN)

Una vez fijada la RMA, se determina el VAN de la serie de flujos de fondos (casi exclusivamente costes) de cada opción, que resulta negativo. Su valor absoluto representa su coste actualizado total.

LA OPCION CON MENOR COSTE ACTUALIZADO TOTAL ES LA PREFERIBLE DESDE EL PUNTO DE VISTA ECONOMICO.

---

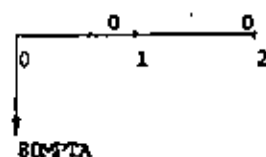
SI SE APLICAN CORRECTAMENTE, SE LLEGA A UNA MISMA DECISION ECONOMICA CON CUALQUIERA DE ESTOS METODOS.

## ANALISIS DE UN MISMO PROBLEMA CON LOS DIVERSOS METODOS (1)

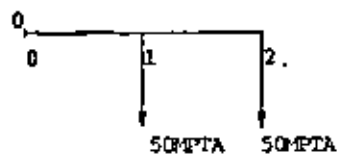
Se considera la inversión de 80.000.000 PTA en un equipo automatizado, con una duración de 2 años y valor residual nulo al final de los dos años. Esta opción intensiva de capital se compara con una alternativa intensiva de mano de obra, no automatizada, con un coste anual de 50.000.000 PTA durante 2 años. ¿Cuál de estas opciones es económicamente preferible, sabiendo que existen otras oportunidades de inversión del capital disponible con una rentabilidad del 10%?

$$RMA = 10\%$$

A) Opción intensiva de capital:



B) Opción intensiva de mano de obra:



### 1) VAN

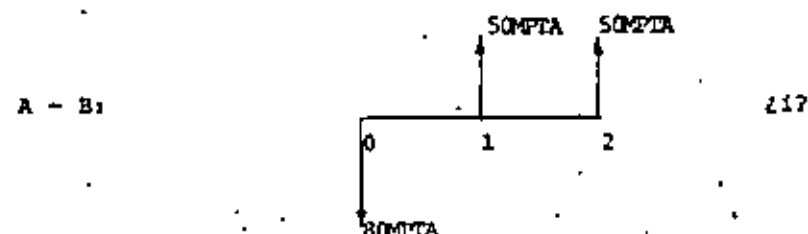
$$\text{Coste actualizado de la opción A: } P_A = 80 \text{ MPTA}$$

$$\text{Coste actualizado de la opción B: } P_B = 50P/A_{10,2} = 50 \times 1,736 = 86,80 \text{ MPTA}$$

**Decisión:** Seleccionar la opción A, de menor coste actualizado total.

## ANALISIS DE UN MISMO PROBLEMA CON LOS DIVERSOS MET( (2)

2) TRI INCREMENTAL.- ¿Son suficientes los ahorros anuales para justificar económicamente la inversión A?



$$80 = 50P/A_{1,2} \quad ; \quad P/A_{1,2} = 80/50 = 1,600$$

$$i = 15\% : P/A_{15,2} = 1,626$$

$$i = 7\% : P/A_{7,2} = 1,600$$

$$i = 20\% : P/A_{20,2} = 1,528$$

$$i = 15 + 5 \times \frac{1,626 - 1,600}{1,626 - 1,528} = 16,3\%$$

**Decisión:** Aceptar la inversión incremental debida a la opción A, porque su TRI es superior a la RMA y es preferible invertir en ella que en cualquier otra oportunidad disponible.

### 3) Coste anual uniforme equivalente.-

$$\text{Coste anual de la opción A: } C_A = 80A/P_{10,2} = 80 \times 0,5762 = 46,10 \text{ MPTA}$$

$$\text{Coste anual de la opción B: } C_B = 50 \text{ MPTA}$$

**Decisión:** Seleccionar la opción A, de menor coste anual equivalente.

4) VSE.- ¿Qué vida deberá tener la opción A para que su coste anual equivalente sea igual al de la B?

$$80 = A/P_{10,n} = 50 \quad ; \quad A/P_{10,n} = 50/80 = 0,625$$

$$n = 1 \text{ año} : A/P_{10,1} = 1,1000$$

$$n = 2 \text{ años} : A/P_{10,2} = 0,625$$

$$n = 2 \text{ años} : A/P_{10,2} = 0,5762$$

$$n = 1 + 1 \times \frac{1,1000 - 0,625}{1,1000 - 0,5762} = 1,91 \text{ años}$$

**Decisión:** Aceptar la opción A, ya que sólo tendría que durar 1,91 años < 2 años para que su coste anual igualase al de B.

→ LA COMPARACION HA DE REFERIRSE A UN MISMO PERIODO DE TIEMPO PARA QUE EL SERVICIO TOTAL SEA EL MISMO.

- ARTIFICIOS APLICABLES

- 1) REPOSICION IDENTICA.- Se utiliza un periodo de estudio igual al mínimo como múltiplo de las vidas, suponiendo los mismos costes iniciales y de explotación y los mismos valores residuales en las sucesivas reposiciones de cada opción.- NO ACONSEJABLE.
- 2) DESPRECIAR LA VIDA ADICIONAL DE LAS OPCIONES MAS DURADERAS.- El más adecuado cuando el servicio se necesita por un tiempo que no supera a la duración de la opción de vida más breve. Los valores residuales reflejarán la incidencia económica de la vida adicional.
- 3) EXTENSION DE LAS VIDAS HASTA UN PERIODO COMUN.- Se estiman los desembolsos requeridos por cada opción para extender su vida mediante reposición o gran reparación.- A veces es el más realista.

- UNA VEZ OBTENIDO UN PERIODO COMUN DE ESTUDIO, SE APLICAN LOS METODOS DE ANALISIS PARA VIDAS IGUALES.

INVERSIONES QUE PRODUCEN RENTA

311

INVERSIONES MUTUAMENTE EXCLUYENTES QUE PRODUCEN RENTA

312

- SOLO PUEDE SELECCIONARSE UNA

- Ejemplos:
- . Hallar el mejor proyecto para el desarrollo de un nuevo proceso, producto, explotación minera o petrolífera.
  - . Determinar el nivel óptimo de producción, o la altura óptima de un edificio.

- MÉTODOS DE ANALISIS

. TRI INCREMENTAL .

. VAN

ANALISIS TRI

- CADA NIVEL SATISFACTORIO DE INVERSION HA DE SATISFACER LAS DOS CONDICIONES SIGUIENTES:

1 - LA TRI DE LA INVERSION TOTAL HA DE SER  $\geq RMA$ .

2 - LA TRI DE LA INVERSION INCREMENTAL DESDE EL NIVEL INMEDIATO INFERIOR HA DE SER TAMBIEN  $\geq RMA$ .

- EL NIVEL SATISFACTORIO MAS ELEVADO ES EL PREFERIBLE ECONOMICAMENTE.

INVERSIONES MUTUAMENTE EXCLUYENTES QUE PRODUCEN RENTA (2)

ANALISIS VAN

- CADA NIVEL SATISFACTORIO DE INVERSION HA DE SATISFACER LAS DOS CONDICIONES SIGUIENTES:

1 - PARA LA INVERSION TOTAL HA DE SER  $VAN > 0$ .

2 - PARA LA INVERSION INCREMENTAL DESDE EL NIVEL INMEDIATO INFERIOR HA DE SER TAMBIEN  $VAN > 0$ .

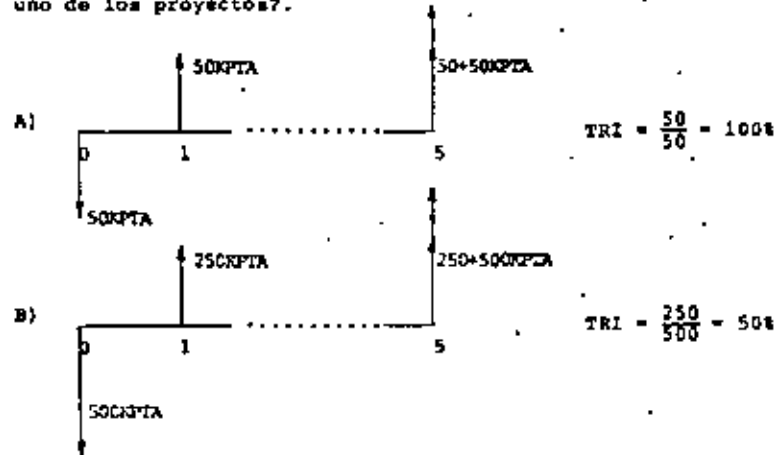
- EL NIVEL SATISFACTORIO MAS ELEVADO ES EL PREFERIBLE ECONOMICAMENTE.

. EVIDENTEMENTE EL NIVEL DE MAYOR VAN TOTAL SATISFACE AUTOMATICAMENTE AMBAS CONDI  
CIONES.

- LUEGO EL ANALISIS VAN ES MAS SIMPLE QUE EL TRI EN ESTE CASO.

## EJEMPLO DE ANALISIS (1)

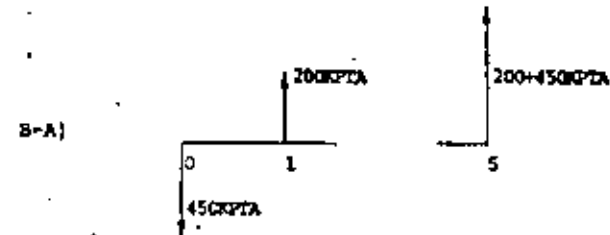
Se han seleccionado dos proyectos de mejora de un cierto proceso industrial, ambos con una vida de 5 años. El primero proporciona un ahorro anual de 50.000 PTA y requiere una inversión inicial de 50.000 PTA, que se espera recuperar íntegramente por reventa al cabo de los cinco años. El segundo, mucho más importante, proporciona un ahorro anual de 250.000 PTA, pero requiere una inversión inicial de 500.000 PTA, que también se espera recuperar sin pérdida. Podemos invertir hasta 500.000 PTA y existen otras oportunidades de inversión de esta suma, en todo o en parte, con una rentabilidad del 15%. ¿Es económicamente aconsejable ejecutar uno de los proyectos?



1) La TRI se determina inmediatamente, dado que se recupera íntegramente la inversión inicial. Basta dividir los ahorros anuales por la inversión.

A primera vista podría pensarse que es preferible el proyecto A, que es el de mayor TRI. Pero esto no basta. Hay que hacer un análisis incremental para investigar si las 450 KPTA adicionales que requiere el B producirían un ahorro mayor que si se invirtieran en otras oportunidades a la RMA del 15%.

## EJEMPLO DE ANALISIS (2)



$$i = 40\% : P = 200 P/A_{40,5} + 450 P/P_{40,5} = 200 \times 2,035 + 450 \times 0,1859 = 491 \text{ KPTA}$$

$$i = ? : P = \dots = 450 \text{ KPTA}$$

$$i = 50\% : P = 200 P/A_{50,5} + 450 P/P_{50,5} = 200 \times 1,737 + 450 \times 0,1317 = 407 \text{ KPTA}$$

$$i = 40 + 10 \frac{491 - 450}{491 - 407} = 44,9\%$$

Luego es preferible invertir las 500 KPTA disponibles en el proyecto B, con una rentabilidad total del 44,9%. Si se elige el A, se obtendrá el 100% de 50.000 PTA y sólo el 15% sobre las 450.000 PTA restantes.

El proceso sistemático sería:

1<sup>er</sup> nivel.- A : TRI = 100% > RMA = satisfactorio

2<sup>a</sup> nivel.- B : TRI = 50% > RMA

B-A : TRI = 44,9% > RMA

} satisfactorio y el más elevado: Es el preferible

EJEMPLO DE ANALISIS (3)

2). Apliquemos el análisis VAN.

$$\begin{aligned} \text{Proyecto A : } VAN_A &= -50 + 50 P/A_{15,5} + 50 P/F_{15,5} = -50 + \dots \\ &\dots + 50 \times 3,352 + 50 \times 0,4972 = +142,5 \text{ KPTA} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Proyecto B : } VAN_B &= -500 + 250 P/A_{15,5} + 500 P/F_{15,5} = -500 + \dots \\ &\dots + 250 \times 3,352 + 500 \times 0,4972 = +586,6 \text{ KPTA} \end{aligned}$$

Resulta preferible el proyecto B.

El análisis VAN es, pues, mucho más rápido que el de TRI.

Si deseamos realizar análisis incremental, es evidente que el -- VAN incremental se puede obtener por actualización de las cantidades incrementales o simplemente por diferencia entre los VAN de A y B.

Veamos:

$$\begin{aligned} B-A : \Delta VAN &= -450 + 200 P/A_{15,5} + 450 P/F_{15,5} = -450 + 200 \times 3,352 + \dots \\ &\dots + 450 \times 0,4972 = +444,1 \text{ KPTA} \end{aligned}$$

Y en efecto resulta  $\Delta VAN = VAN_B - VAN_A = 586,6 - 142,5 = 444,1 \text{ KPTA}$

El análisis de VAN incremental es, pues, innecesario.

INVERSIONES QUE PRODUCEN RENTA Y NO SE EXCLUYEN MUTUAMENTE



EL PROBLEMA DEL PRESUPUESTO DE CAPITAL

1) - CARACTERISTICAS FUNDAMENTALES:

- HAY VARIOS PROYECTOS DISPONIBLES, TALES QUE LA SELECCION DE CUALQUIERA DE ELLOS NO IMPIDE LA DE NINGUNO DE LOS DEMAS.
- EXISTE UN CAPITAL LIMITADO DISPONIBLE PARA INVERTIR.
- EL OBJETIVO ECONOMICO DE LA INVERSION DEL CAPITAL DISPONIBLE ES MAXIMIZAR EL BENEFICIO TOTAL PRODUCIDO.

- CRITERIOS DE SELECCION APPLICABLES:

- SELECCIONAR EL CONJUNTO DE PROYECTOS QUE TENGA EL MAYOR VAN TOTAL, SIN REBASAR EL CAPITAL DISPONIBLE.
- DETERMINAR LA RENTABILIDAD DE CADA PROYECTO, ORDENAR LOS PROYECTOS SEGUN RENTABILIDADES DECRECIENTES Y SELECCIONARLOS EN ESE ORDEN HASTA DONDE PERMITA EL CAPITAL DISPONIBLE.

- HIPOTESIS:

- SE SUPONE QUE EL RIESGO DE LOS PROYECTOS CONSIDERADOS ES EL MISMO.

70.06-1279-320

EJEMPLO DE APLICACION DEL ANALISIS VAN

Considrense los siguientes proyectos posibles, para introducir diversas mejoras en los procesos de una fabrica, todos con una misma vida de 5 años y valor residual nulo. La RMA es el 20%.

Proyecto	Inversión, MPTA	Mejora de coste de explotación anual, KPTA
1	10.000	6.000
2	25.000	10.000
3	35.000	15.000
4	50.000	17.000

- a) Si se dispone de 50 MPTA para invertir y los proyectos son mutuamente excluyentes (sólo se puede seleccionar una opción), ¿qué opción deberá seleccionarse?
- b) Si se dispone sólo de 15 MPTA y las opciones no son mutuamente excluyentes, no es posible seleccionar el proyecto 4. En tal caso, ¿deberemos elegir el proyecto 3, o los proyectos 1 y 2 conjuntamente?

a) Aplicaremos el análisis VAN de la forma estudiada, que es el procedimiento más simple.

$$\begin{aligned}
 VAN_1 &= 6.000 P/A_{20,5} - 10.000 = + 7.946 \\
 VAN_2 &= 10.000 P/A_{20,5} - 25.000 = + 4.910 \\
 VAN_3 &= 15.000 P/A_{20,5} - 35.000 = + 9.865 \\
 VAN_4 &= 17.000 P/A_{20,5} - 50.000 = + 847
 \end{aligned}$$

La opción 3 es la de mayor VAN, luego será la preferible económicamente si las diversas opciones son mutuamente excluyentes.

## - METODO MAS FRECUENTE

- SE DETERMINA LA TRI DE CADA PROYECTO Y SE ORDENAN SEGUN VALORES DECRECIENTES DE LA TRI.
- PERO... EL OBJETIVO ES LOGRAR EL MAXIMO BENEFICIO TOTAL Y ES, POR TAN - TO, NECESARIO CONSIDERAR EL RENDIMIENTO DE LA REINVERSION DE - LOS FONDOS PRODUCIDOS POR CADA UNA DE LAS INVERSIONES SELECCIO - NADAS.
- POR TANTO, SE DETERMINA LA TRI DE CADA PROYECTO, SUPONIENDO QUE LOS FON - DOS PRODUCIDOS SE INVIERTEN A LA RMA HASTA IGUALAR LA VIDA DEL QUE LA - TENGA MAYOR. A CONTINUACION SE ORDENAN SEGUN RENTABILIDADES DECRECIEN - TES Y SE SELECCIONAN EN ESE MISMO ORDEN SIN REBASAR EL CAPITAL TOTAL - DISPONIBLE.

b) En este caso, como  $VAN_1 + VAN_2 > VAN_3$ , se deberán se - leccionar los proyectos 1 y 2. También puede llegarse a esta conclusión directamente con los datos de la tabla del enunciado, ya que, con una misma inversión de 35 - MPTA, se tiene un ahorro anual de 16 MPTA con el conjun - to de los proyectos 1 y 2, mientras que sólo se obten - drían 15 MPTA con el 3.

Este método de análisis es aplicable cuando se consi - deren relativamente pocos proyectos y conduce, en general, a un problema de programación con el objetivo de maximizar el VAN total.

Cuando se trate de pocos proyectos, este método es el más sencillo. En cambio, cuando haya que manejar muchos, - es preferible recurrir a la ordenación según rentabilida - des individuales.

## LA TRI CON REINVERSION

Ya hemos visto que, en el caso más frecuente en que el F.F.A.A. permanece negativo durante toda la vida del proyecto, la TRI nada tiene que ver con una posible reinversión de los fondos obtenidos los años de F.F. positivos.

Una vez más insistiremos en recordar que la TRI representa el tipo de interés producido por el capital pendiente de amortizar al comienzo de cada año, sin implicarse en lo que haga la empresa con los ingresos obtenidos.

En consecuencia, la TRI no proporciona información en cuanto a la tasa de crecimiento del capital invertido, excepto en el caso excepcional en que todas las rentas se acumulen hasta el final de la vida del proyecto. Esto último es lo que ocurre normalmente con las cuentas bancarias, pero no pasa casi nunca en inversiones industriales.

Para determinar la tasa real de crecimiento anual del capital invertido, es preciso conocer qué se hace con las rentas que se van obteniendo. En otras palabras, hay que saber qué proyectos se desarrollarán utilizando los ingresos proporcionados por el primero. Entonces, combinando los ingresos y desembolsos del primer proyecto y los de reinversión, se puede calcular una TRI global, que representa realmente la tasa de crecimiento del capital.

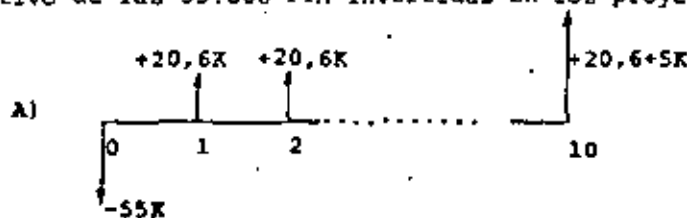
En los presupuestos de capital se considera que los fondos obtenidos en los proyectos analizados se reinvierten con un tipo de interés igual a la RMA, ya que ésta representa la rentabilidad de las otras oportunidades de inversión existentes. Por otra parte, es evidente que el cálculo ha de realizarse sobre un mismo período de tiempo,

que suele ser la vida de la inversión más duradera.

El presupuesto anual ordinario de inversiones de una empresa suele estar constituido por muchos proyectos cuyos importes individuales son pequeños comparados con el capital total destinado a ese fin. En tal caso basta con una ordenación y selección basadas en la TRI ordinaria, determinada para la vida prevista de cada proyecto.



Determinese la TRI de una inversión de 55.000 PTA en un proyecto A, que produce una renta anual de 20.600 PTA durante 10 años y tiene un valor residual de 5.000 PTA. Supóngase a continuación que las rentas y el valor residual se reinvierten en una cuenta bancaria (proyecto B) cuyos intereses se dejan acumular hasta el fin del año 10. Determinese la tasa de crecimiento acumulativo de las 55.000 PTA invertidas en los proyectos A y B combinados. Interés bancario 8%.



Determinemos el valor actual de los ingresos:

$$VA_1 = 20,6.P/A_{i,10} + 5.P/F_{i,10}$$

$$i = 30\% \quad VA_{30} = 20,6 \times 3,092 + 5 \times 0,0725 = 64,058 \text{ K}$$

$$i = \text{TRI} \quad VA_1 = 20,6.P/A_{i,10} + 5.P/F_{i,10} = 55,000 \text{ K}$$

$$i = 40\% \quad VA_{40} = 20,6 \times 2,414 + 5 \times 0,0346 = 49,901 \text{ K}$$

Interpolamos linealmente :

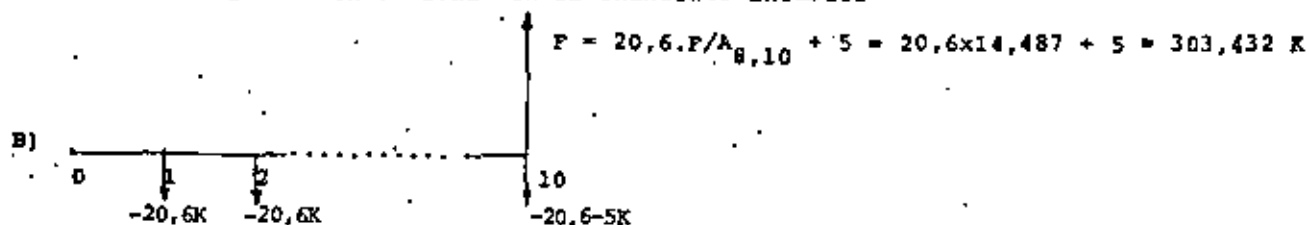
$$\text{TRI} = 30 + 10 \frac{64,058 - 55,000}{64,058 - 49,901} = 36,4\%$$

En la obtención de este resultado no se ha implicado hipótesis de reinversión alguna.

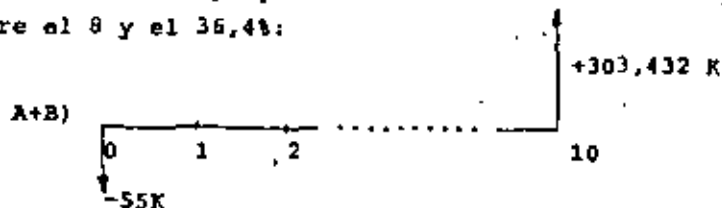
### REINVERSION

326

Consideremos la reinversión indicada en el enunciado anterior



La tasa de crecimiento acumulativo de las 55 KPTA invertidas inicialmente se determinará al calcular la TRI del proyecto resultante de combinar A y B, tasa que estará comprendida evidentemente entre el 8 y el 36,4%:



A la TRI buscada se verificará:  $55 = 303,432.P/F_{i,10} \Rightarrow P/F_{i,10} = 0,1813$

$$F_{20,10} = 0,1615$$

$$P/F_{i,10} = 0,1813$$

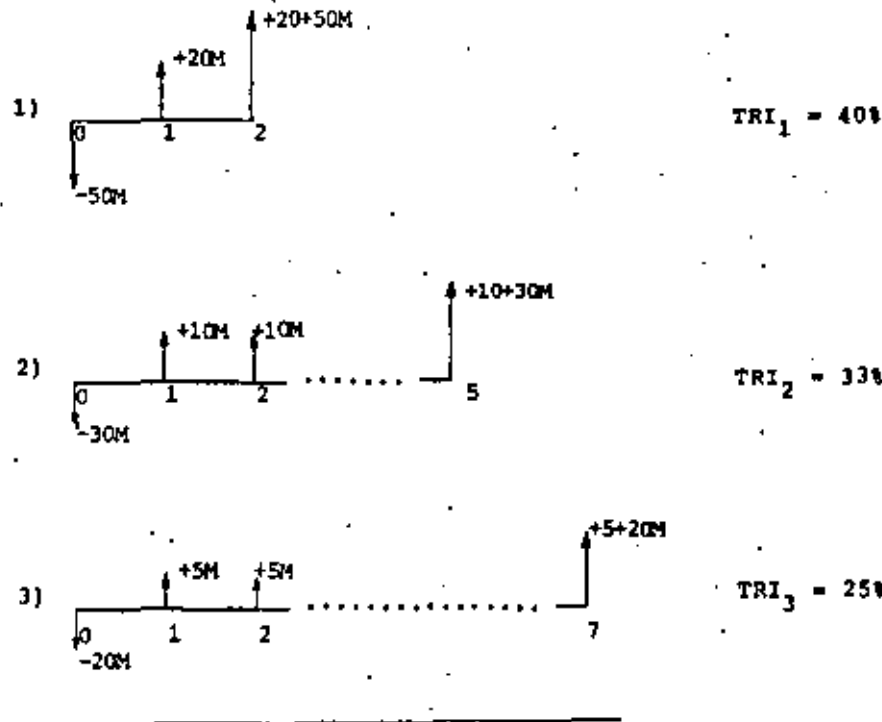
$$P/F_{15,10} = 0,2472$$

$$\text{TRI} = 15 + 5 \frac{0,2472 - 0,1813}{0,2472 - 0,1615} = 18,4\%$$

Esta es la tasa de crecimiento acumulativo buscada.

APLICACION COMPARADA DEL ANALISIS VAN  
Y DEL TRI CON REINVERSION.

Hay que decidir si se invierten 50 MPTA en el proyecto 1 o en los proyectos 2 y 3, cuyas TRI respectivas se han determinado. Se sabe que RMA = 10% y que en todos los proyectos se recupera totalmente la inversión inicial.



Aplicaremos primero el criterio de maximización del VAN total.

$$VAN_1 = 20.P/A_{10,2} + 50.P/F_{10,2} - 50 = +26,033MPTA$$

$$VAN_2 = 10.P/A_{10,5} + 30.P/F_{10,5} - 30 = +26,535MPTA$$

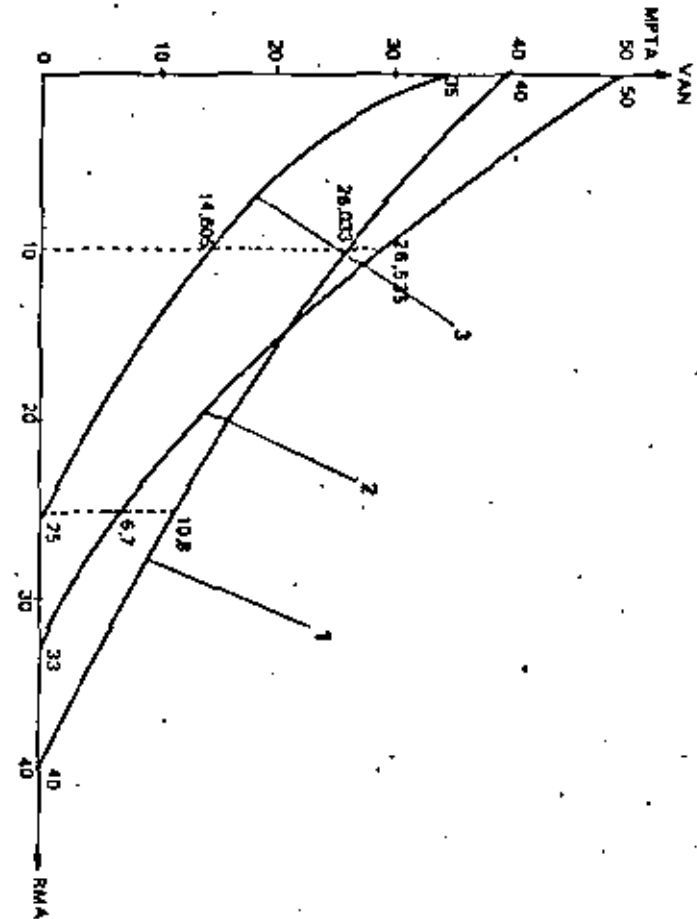
$$VAN_3 = 5.P/A_{10,7} + 20.P/F_{10,7} - 20 = +14,605MPTA$$

Se obtiene el mayor VAN en los proyectos 2 y 3:

$$VAN = VAN_2 + VAN_3 = 41,140 MPTA > VAN_1$$

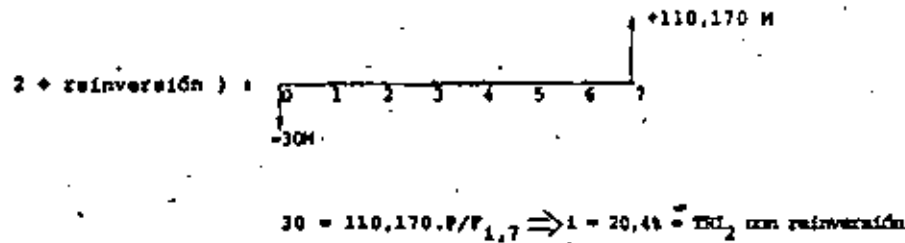
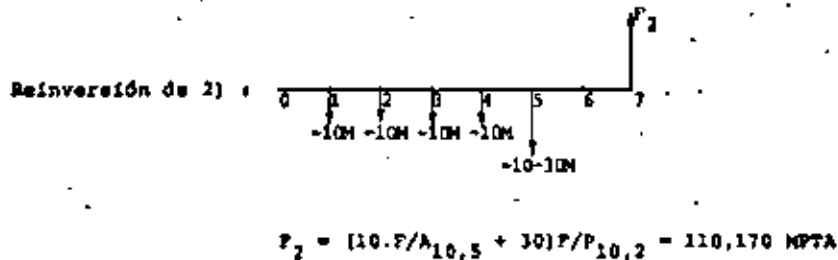
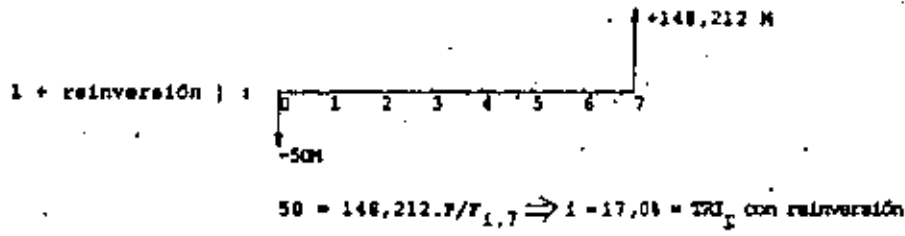
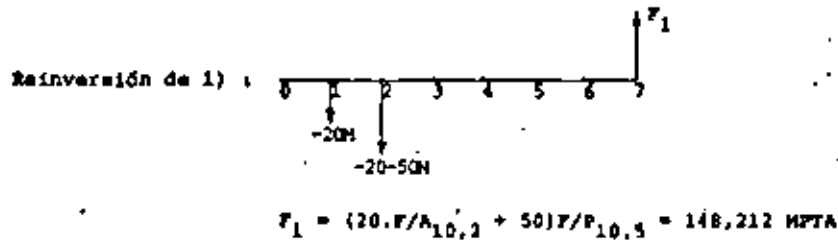
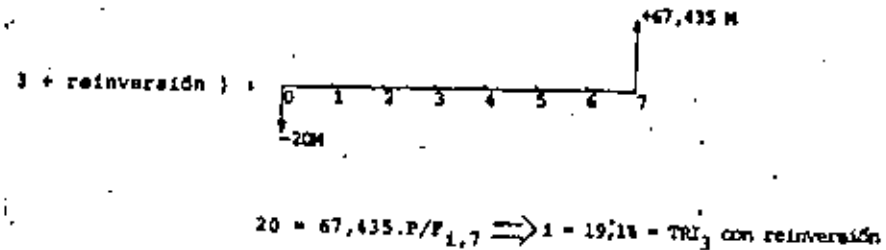
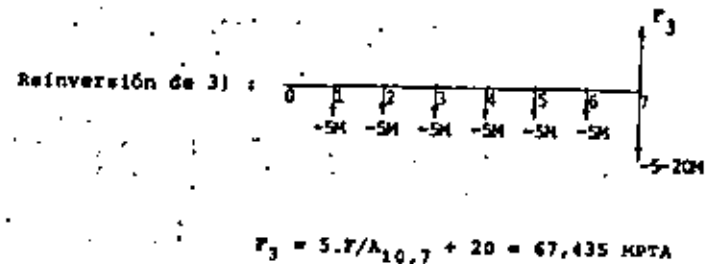
Conviene notar que, si se hubieran utilizado las TRI no se habría tomado la decisión más correcta económicamente, ya que el proyecto 1 es el de mayor TRI.

Si la RMA se elevase del 10% hasta, por ejemplo, el 24%, es fácil comprobar que  $VAN_1 = +10,8 MPTA$ ,  $VAN_2 = +6,7 MPTA$  y  $VAN_3 = 0$ , con lo que resultaría preferible el proyecto 1. Puede afirmarse que, cuando existen buenas oportunidades de inversión, el proyecto 1, de vida corta y TRI elevada, es más deseable que en caso contrario. En el diagrama se aprecia que  $VAN_2$  es más sensible a la RMA que  $VAN_1$ ; si RMA > 12%, es  $VAN_1 > VAN_2$  y pasa a ser preferible el proyecto 1.



ANALISIS TRI CON REINVERSION (1)

Utilizaremos una vida común de 7 años para cada proyecto.

ANALISIS TRI CON REINVERSION (2)

El orden de preferencia es, pues, 2, 3, 1. Por tanto, con el capital disponible procede invertir en los proyectos 2 y 3, como hemos deducido antes con el análisis VAN.

UTILIZACION DEL RATIO DE VALOR ACTUAL

DEFINICION

- RATIO DE VALOR ACTUAL "RVA" =  $\frac{VAN}{\text{VALOR ACTUAL DE LA INVERSION TOTAL}}$  (APLICANDO LA RMA)
- REPRESENTA LA APORTACION RELATIVA AL VALOR ACTUAL POR UNIDAD DE CAPITAL INVERTIDO

UTILIZACION

- PARA MAXIMIZAR EL VAN TOTAL, SE CLASIFICAN PREVIAMENTE LOS PROYECTOS POR ORDEN DE RVA DECRECIENTES Y SE SELECCIONAN LOS PRIMEROS CLASIFICADOS HASTA COMPLETAR EL CAPITAL MAXIMO POSIBLE SIN REBASAR EL DISPONIBLE.

CONDUCE A LA MISMA DECISION QUE EL ANALISIS DE TRI CON REINVERSION, PERO CON CALCULOS MAS BREVES.

APLICACION DEL RVA

Con RMA = 104 :

$$RVA_1 = \frac{26,013}{50} = 0,52$$

$$RVA_2 = \frac{25,535}{30} = 0,88$$

$$RVA_3 = \frac{14,605}{20} = 0,73$$

Resulta el orden de preferencia 2, 3, 1, como con el analisis de TRI con reinversión.

Por tanto, se logra el mayor VAN total aplicando el presupuesto de 50 MPTA a los proyectos 2 y 3.

Con RMA = 254 :

$$RVA_1 = \frac{10,8}{50} = 0,22$$

$$RVA_2 = \frac{5,7}{30} = 0,22$$

$$RVA_3 = \frac{0}{20} = 0$$

Se obtiene el mismo RVA para 1 y 2

¿qué es preferible, invertir sólo en 1, o en 2 y 3? Para contestarlo, basta calcular la RVA de 2 y 3:

$$RVA_{2+3} = \frac{6,7 + 0}{50} = 0,13 < 0,22, \text{ luego es preferible el proyecto 1.}$$



RECAPITULACION DE METODOS DE ANALISIS Y REGLAS DE DECISION 333

INVERSIONES MUTUAMENTE EXCLUYENTES 334

METODOS DE ANALISIS Y REGLAS DE DECISION

- ANALISIS TRI

SELECCIONAR LA INVERSION MAYOR CON TRI TOTAL E INCREMENTAL  $\Rightarrow$  RMA.

- ANALISIS VAN

SELECCIONAR LA INVERSION DE MAYOR VAN CON LA RMA.

INVERSIONES NO EXCLUYENTES MUTUAMENTE 335

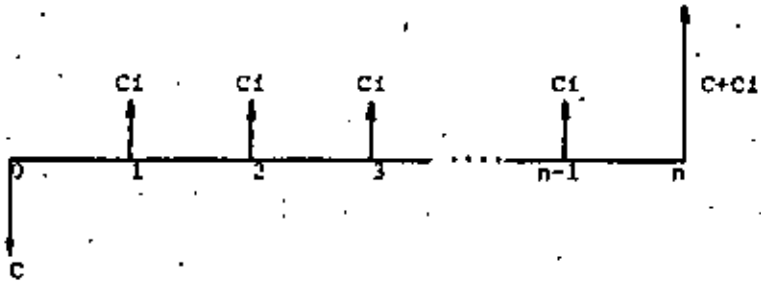
METODOS DE ANALISIS Y REGLAS DE DECISION

- ANALISIS TRI

SELECCIONAR POR ORDEN DECRECIENTE DE TRI CON REINVERSION A LA RMA, REALIZANDO EL CALCULO SOBRE UN PERIODO COMUN, SIN REBASAR EL CAPITAL TOTAL DISPONIBLE.

- ANALISIS VAN

SELECCIONAR EL CONJUNTO DE INVERSIONES DE MAYOR VAN TOTAL CON LA RMA, SIN REBASAR EL CAPITAL TOTAL DISPONIBLE. SE LOGRA FACILMENTE SELECCIONANDO LOS PROYECTOS POR ORDEN DE RVA DECRECIENTE.

ANALISIS

$$-C + Ci.P/A_{1,n} + \frac{C}{(1+i)^n} = -C + Ci \frac{(1+i)^n - 1}{1(1+i)^n} + \frac{C}{(1+i)^n} = \dots$$

$$\dots = -C + C - \frac{C}{(1+i)^n} + \frac{C}{(1+i)^n} = 0$$

$$\underline{TRI = i}$$

SI, PERO ..... ¿ POR QUE ?

¿ POR QUE ?

¿ CUAL ES LA T.R.I. DE UNA INVERSION EN TITULOS DE LA DEUDA AL 12% ANUAL ? 337

- EN TANTO QUE EL FLUJO DE FONDOS ACUMULADO ACTUALIZADO NO SE HACE POSITIVO, LA TRI REPRESENTA LA TASA DE INTERÉS PRODUCIDA POR EL CAPITAL PENDIENTE DE AMORTIZAR AL COMIENZO DE CADA AÑO, A LO LARGO DE TODA LA VIDA DEL PROYECTO, DE MODO QUE SE ANULE EL FLUJO DE FONDOS ACUMULADO AL FINAL DE ELLA.
- CUANDO EL FLUJO DE FONDOS ACUMULADO ACTUALIZADO ES POSITIVO, LA TRI REPRESENTA LA TASA DE INTERÉS QUE HABRÍA QUE OBTENER MEDIANTE REINVERSIÓN DEL CAPITAL ACUMULADO AL COMIENZO DE CADA AÑO, DE MODO QUE SE ANULE EL FLUJO DE FONDOS ACUMULADO AL FINAL DE LA VIDA DEL PROYECTO.
- NI SE SUPONE NI SE REQUIERE REINVERSIÓN MIENTRAS EL FLUJO DE FONDOS ACUMULADO ACTUALIZADO ES NEGATIVO (CASO MÁS FRECUENTE)

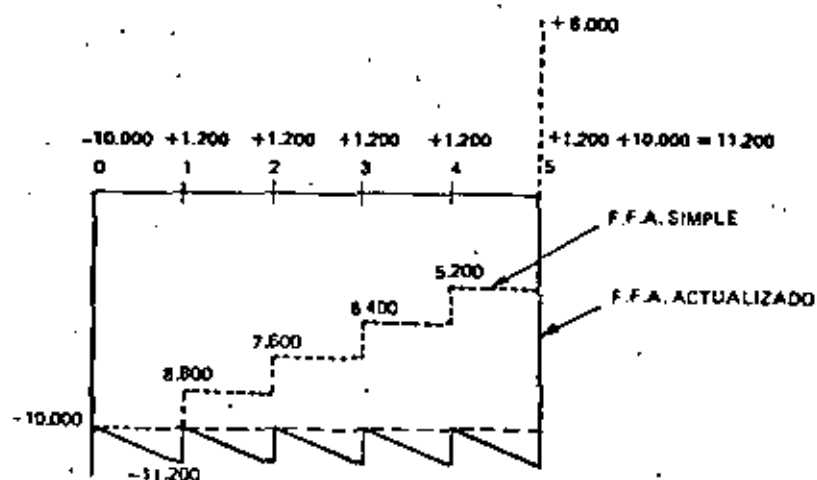
## CASOS SENCILLOS DE F.F.A.A. NEGATIVO (1)

340

INVERSIÓN QUE PRODUCE RENTA UNIFORME, CON VALOR RESIDUAL IGUAL A LA INVERSIÓN INICIAL

Corresponde al caso considerado de inversión en títulos de renta fija.

Consideremos el depósito de 10.000 PTA al 12% durante 5 años.



$$-10.000 + 1.200P/A_{1,5} + 10.000P/F_{1,5} = 0$$

$$TRI = 12\%$$

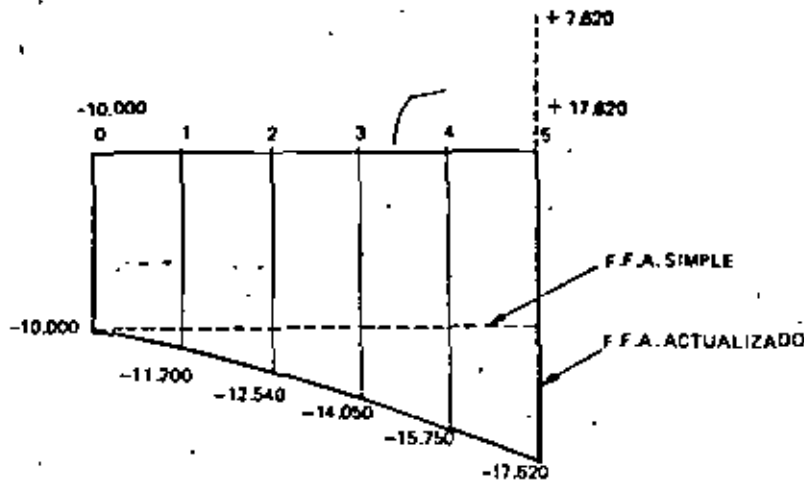
Conviene observar el "diente de sierra" que presenta la curva de flujo de fondos acumulado actualizado, debido a la retirada de la renta anual.

CASOS PARTICULARES DE F.F.A.A. NEGATIVO (2)

341

INVERSION QUE PRODUCE UNA RENTA UNICA AL FINAL DEL PERIODO

Investiguemos la TRI que se obtiene con una inversión inicial de 10.000 PTA, que produce un único ingreso de 17.620 PTA al cabo de 5 años.



$$-10.000 + 17.620P/F_{1,5} = 0$$

$$P/F_{1,5} = 1,762 \Rightarrow TRI = 12\%$$

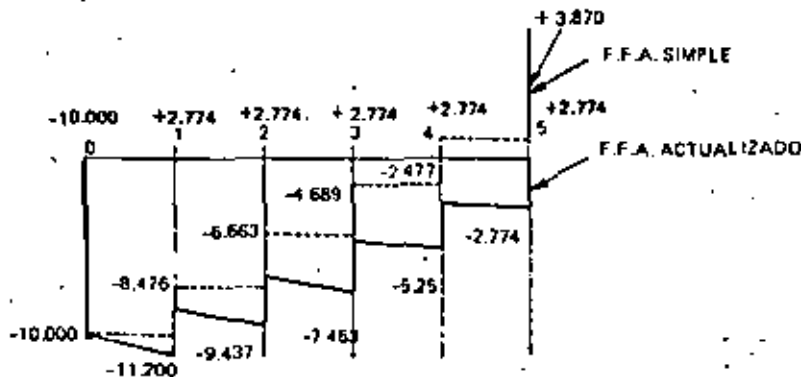
Los capitales pendientes de amortizar aumentan monótonamente debido a la retención de los intereses devengados.

CASOS PARTICULARES DE F.F.A.A. NEGATIVO (3)

342

INVERSION QUE PRODUCE UNA RENTA UNIFORME, CON VALOR RESIDUAL NULO

Estudiaremos una misma inversión inicial de 10.000 PTA, que produce un ingreso anual constante de 2.774 PTA durante 5 años, sin ningún ingreso adicional al final del periodo.



$$-10.000 + 2.774P/A_{1,5} = 0$$

$$P/A_{1,5} = 0,2774 \Rightarrow TRI = 12\%$$

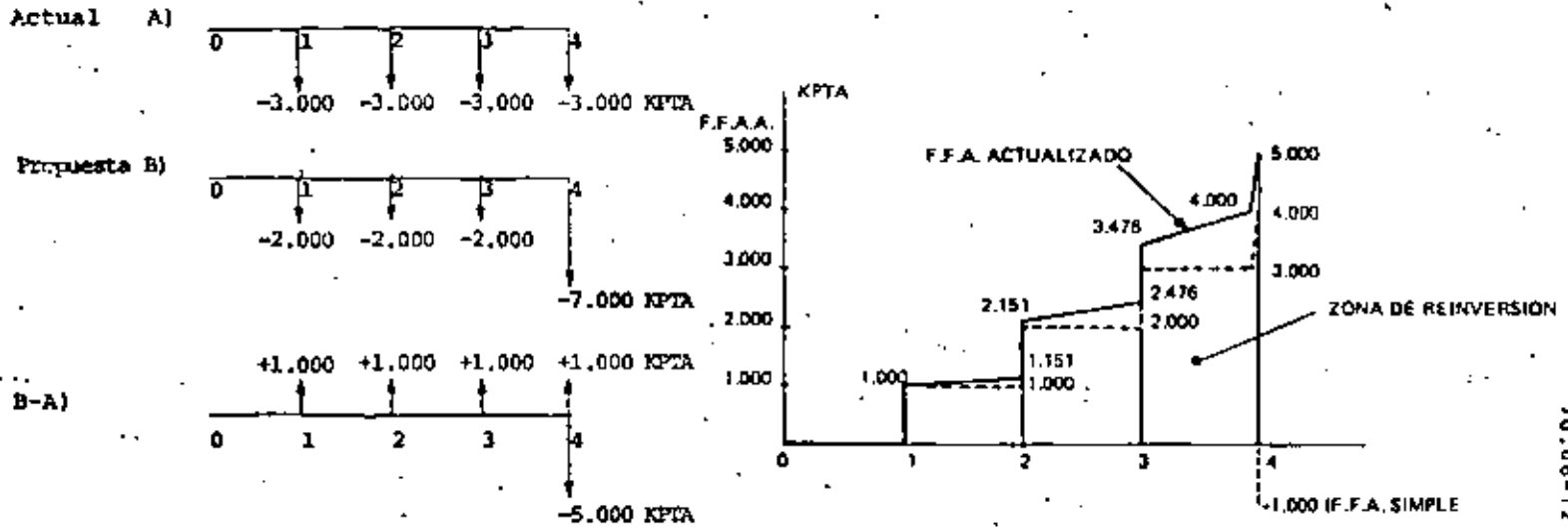
Una vez más, la TRI del 12% se aplica al capital pendiente de amortizar al comienzo de cada año. La renta anual producida supera a los intereses devengados y va reduciendo progresivamente el principal.

# FLUJO DE FONDOS ACUMULADO POSITIVO

LOS INGRESOS O LOS AHORROS PRECEDEN A LOS DESEMBOLSOS

343

**EJEMPLO:** Se gastan anualmente 3.000.000 PTA en el mantenimiento de una instalación industrial. Se propone reducir este coste de mantenimiento anual a 2.000.000 PTA durante los primeros 4 años, lo cual - obligará a una gran reparación que costará 5.000.000 PTA al final del año 4. La R.M.A. es el 10%. - - ¿Conviene permanecer en la situación actual o introducir la reducción propuesta?



1  $F/A_{1,4} = 5.000$        $F/A_{1,4} = 5 \Rightarrow TRI = 15,1\%$

## DECISION

344

El F.F.A.A. no es nunca negativo, luego la TRI representa el tipo de interés a que habría que reinvertirlo. En este caso habría que reinvertir - al 15,1% para poder cubrir el coste de la reparación; pero el valor de la R.M.A. indica que no tenemos otras oportunidades de invertir a más del - 10%, luego NO SE DEBE ACEPTAR LA PROPUESTA.

La regla de decisión es, pues, ACEPTAR SI  $TRI \leq RMA$ , justo al revés que cuando el desembolso precede a los ingresos, que es el caso más frecuente.

En estos casos es preferible al análisis VAN. Actualicemos al año - 4, aplicando la RMA del 10%:

$$VFN = 1.000 F/A_{10,4} - 5.000 = 1.000 \times 4,641 - 5.000 = -359 \text{ KPTA} < 0$$

luego se debe rechazar la propuesta.

## FLUJO DE FONDOS ACUMULADO NEGATIVO/POSITIVO

Existen casos en que el análisis conduce a un diagrama de F.F. en que aparecen sucesivamente una zona de desembolsos, otra de ingresos y finalmente otra de desembolsos. En estos casos, la curva de FFAA, después de una primera zona negativa, puede presentar otra positiva. Si ocurre esto, la TRI tiene la doble significación de tipo de interés obtenido en la zona negativa y de tipo de interés a que hay que reinvertir en la positiva.

En tales circunstancias el análisis TRI presenta dificultades y puede conducir a decisiones erróneas si no se procede cuidadosamente. ES PREFERIBLE UTILIZAR EL ANÁLISIS VAN.

Aunque, en general, esta situación no es frecuente, tenemos que considerarla porque puede presentarse en el análisis de proyectos de desarrollo de explotaciones mineras y petroleras. En efecto, el caso más común de FFAA negativo/positivo se presenta al realizar análisis incremental de opciones de vidas diferentes, en que la que requiere mayor inversión es la de menor vida. Este es el problema clásico de la "aceleración", que se presenta siempre que un yacimiento puede ser agotado más rápidamente mediante una mayor inversión.

También puede presentarse esta situación en los siguientes casos, que se citan a título de ejemplo:

- 1) Instalación industrial que requiere un desembolso importante (por modificación, por ejemplo), después de unos años de producir ingresos.
- 2) Explotaciones mineras a cielo abierto, que pueden -

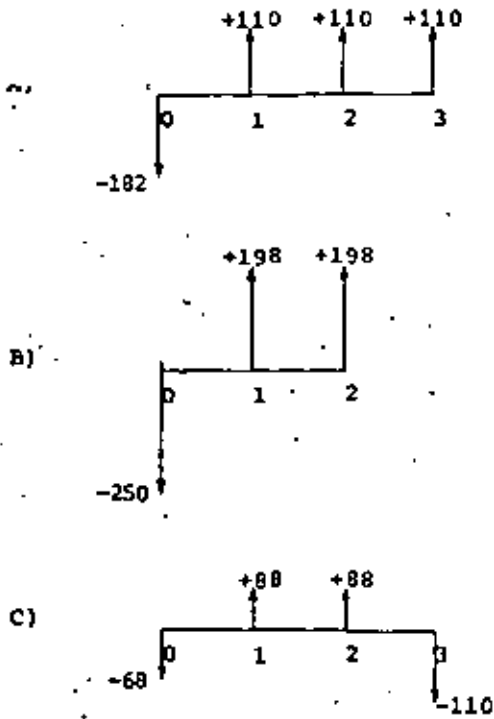
requerir fuertes desembolsos para restituir el terreno en sus últimas fases.

- 3) Explotaciones forestales, que pueden requerir grandes desembolsos de repoblación después de un período productivo.

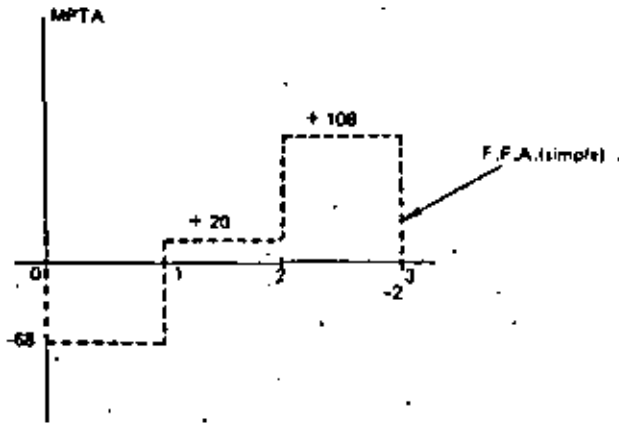
La equívoca significación de la TRI aconseja no utilizarla en el análisis. Para complicar más las cosas, con estos diagramas de F.F. pueden obtenerse dos valores de  $i$  que anulen el F.F.A.A. (caso de la doble TRI). A veces uno de los dos valores es negativo. Finalmente, puede darse el caso de que no existan valores reales de  $i$  que anulen el F.F.A.A.

Aunque no merece la pena que realicemos un estudio exhaustivo de todos los casos que pueden presentarse, vamos a ver un ejemplo que ilustre este tipo de situaciones y facilite su comprensión. Además resumiremos las condiciones en que se dan las diversas variantes.

EJEMPLO DE ANALISIS CON DOBLE TRI



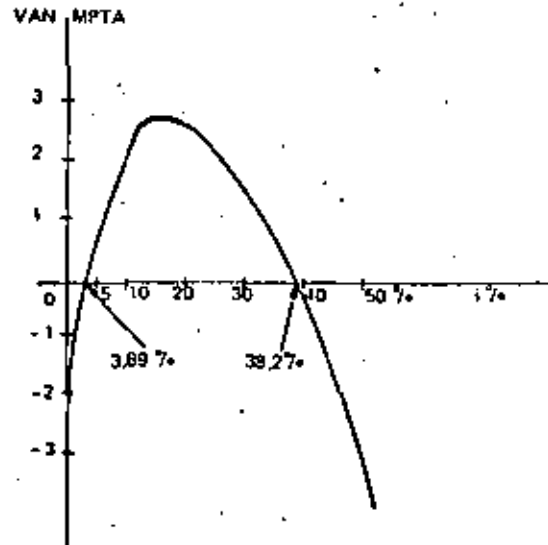
Para explotar una cantera de roca ornamental se han prepara do dos proyectos. El primero, que requiere una inversión de 182 MPTA, llega al agotamiento de la cantera en 3 años, pro duciendo una renta anual neta de 110 MPTA, con valor resi dual nulo al fin de la explotación. El segundo, con una in versión de 250 MPTA, produce el agotamiento en 2 años, con una renta neta anual de 198 MPTA y valor residual también nulo. Sabiendo que  $RMA = 20\%$ , ¿cuál es el proyecto de explo tación preferible económicamente?



VAN INCREMENTALES

$$VAN = 88.P/A_{1,2} - 110.P/F_{1,3} - 68$$

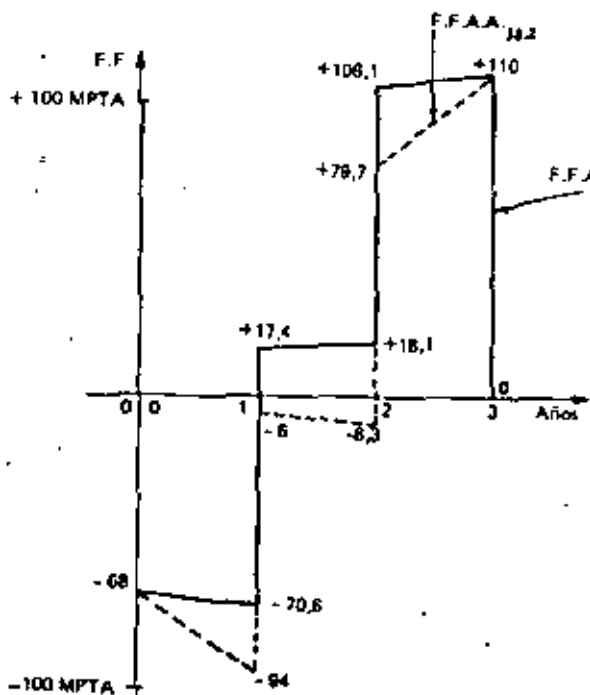
$i = 0$	$VAN_0 = 88 \times 2 - 110 - 68 = \dots\dots\dots = -2,00$
$i = 5\%$	$VAN_5 = 88 \times 1,859 - 110 \times 0,8638 - 68 = +0,57$
$i = 10\%$	$VAN_{10} = 88 \times 1,736 - 110 \times 0,7513 - 68 = +2,13$
$i = 20\%$	$VAN_{20} = 88 \times 1,528 - 110 \times 0,5787 - 68 = +2,80$
$i = 30\%$	$VAN_{30} = 88 \times 1,361 - 110 \times 0,4552 - 68 = +1,70$
$i = 40\%$	$VAN_{40} = 88 \times 1,224 - 110 \times 0,3644 - 68 = -0,36$
$i = 50\%$	$VAN_{50} = 88 \times 1,111 - 110 \times 0,2963 - 68 = -2,83$



Existen, por tanto, dos valores de  $i$  que anulan el VAN, el primero comprendido entre 0 y 5% y el segundo entre 30 y 40%. Por interpolación lineal obtenemos 3,89% y 38,2%.

El VAN es positivo para cualquier valor de  $i$  comprendido entre estos valores. En particular, así ocurre con la RMA del 20%, luego es preferible la opción B.

348



Cualquiera de los dos valores de  $i$  obtenidos tiene la significación de tasa de interés en los intervalos de F.F.A.A. negativo y de tasa de reinversión en los de F.F.A.A. positivo. Por tanto, ninguno de los valores de  $i$  puede ser considerado como una verdadera TRI.

Por tanto, no puede aplicarse el análisis de TRI incremental. El análisis VAN directo resuelve el problema inmediatamente.

$$i = 20\% \begin{cases} VAN_A = -182 + 110.F/A_{20,3} = -182 + 110 \times 2,106 = 49,7 \text{ MPTA} \\ VAN_B = -250 + 198.F/A_{20,2} = -250 + 198 \times 1,528 = 52,5 \text{ MPTA} \end{cases}$$

$VAN_B > VAN_A$ , luego se debe seleccionar B.

CASOS POSIBLES 350.

Evidentemente :  $i = 0 \Rightarrow VAN = \text{F.F. acumulado (simple) final} = VAN_0$   
 $i = \infty \Rightarrow VAN = \text{F.F. del año 0} = VAN_{\infty}$

Flujo de fondos anuales	F.F. acumulado simple	Curvas de VAN en función de $i$	Comentarios
- +	+		- Es el caso más frecuente. - Se obtiene una TRI.
- + -	-		- Puede haber dos raíces, que son TRI. - $VAN > 0$ en el intervalo $(i_1, i_2)$ .
- + -	-		- Sólo una de las raíces es positiva.



DEFINICIONES 352

- **INFLACION** : ELEVACION PERSISTENTE DEL NIVEL GENERAL DE PRECIOS DE UN SISTEMA ECONOMICO.
  
- **ESCALADA** : ELEVACION PERSISTENTE DEL PRECIO DE UN BIEN CONCRETO, DE BIDO AL EFECTO CONJUNTO DE LA INFLACION Y OTROS FACTORES TALES COMO OFERTA/DEMANDA, EVOLUCION TECNOLOGICA, LEGISLACION Y NORMAS APLICABLES, ...

MODALIDADES DE ANALISIS 353

SE APLICAN LOS METODOS DE ANALISIS YA ESTUDIADOS, CON LAS MISMAS REGLAS DE DECISION, DE UNA DE LAS DOS FORMAS SIGUIENTES:

- CON TODOS LOS INGRESOS Y DESEMBOLSOS EXPRESADOS EN PESETAS CORRIENTES, ESTO ES APLICANDO LOS PRECIOS ESCALADOS A CADA PRODUCTO O SERVICIO (ANALISIS NOMINAL).
- UTILIZANDO PESETAS CONSTANTES EN TODOS LOS CALCULOS, ESTO ES DEFLACTANDO LOS PRECIOS ESCALADOS DE CADA PRODUCTO O SERVICIO, MEDIANTE UNA MISMA TASA DE INFLACION GLOBAL (ANALISIS DEFLACTADO).

DEFINICION: PESETA CONSTANTE ES UNA UNIDAD MONETARIA HIPOTETICA, DE PODER ADQUISITIVO CONSTANTE, REFERIDO NORMALMENTE AL AÑO 0 DEL PROYECTO ANALIZADO.

## ESTIMACION DE LOS FLUJOS DE FONDOS

Generalmente se empieza por estimar los ingresos y desembolsos a los precios de hoy, como si todo el proyecto se desarrollase hoy, en un instante. Dado que el proyecto se desarrolla progresivamente en el tiempo, de acuerdo con un programa conocido, es preciso escalar el precio de cada uno de los productos y servicios que originan los diversos componentes de los flujos de fondos. De esta forma se realiza el análisis en pesetas corrientes, o nominal.

Si se desea realizar el análisis en pesetas constantes, o deflactado, no se pueden utilizar los precios de hoy, sino los precios deflactados, aplicando en sentido inverso la tasa de inflación global. Los precios que resultan quedan así corregidos del efecto de la inflación y sólo reflejan la influencia de otros factores, como las relaciones oferta/demanda, o los reglamentos aplicables.

Hay que observar que, a no ser que estos últimos factores no tengan efecto alguno, en cuyas circunstancias serían iguales las tasas de inflación y de escalada, no es lo mismo una estimación en pesetas constantes que en pesetas de hoy.

NO HAY QUE CONFUNDIR PESETAS CONSTANTES CON PESETAS DE HOY.

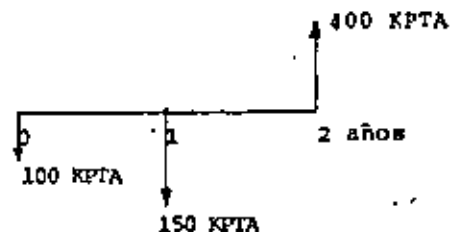
Para realizar un análisis concreto hay que utilizar pesetas corrientes o pesetas constantes, pero no pesetas de hoy.

Cuando se realiza el análisis en pesetas constantes, se suele cometer el error de comparar la TRI (deflactada) calculada, con las rentabilidades (infladas o nominales) de otras oportunidades, como intereses de depósitos bancarios o costes de fuentes de financiación.

Ilustraremos todo esto con un ejemplo.

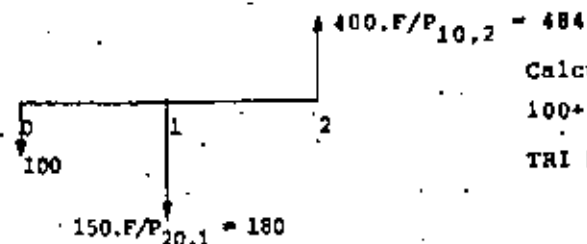
## EJEMPLO DE APLICACION

Se trata de analizar un proyecto con el siguiente diagrama de F.F. en pesetas de hoy (esto es con los precios vigentes en el año 0).



Los desembolsos experimentan una escalada de costes del -- 20% anual y los ingresos sólo del 10% anual. La tasa de inflación anual es el 15%.

1) En pesetas corrientes (Nominal)

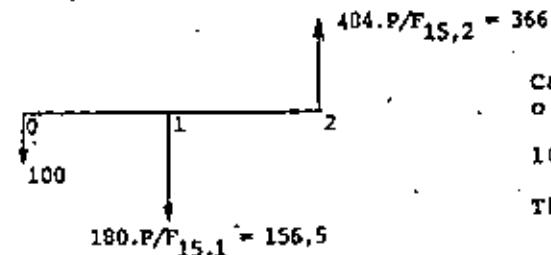


Calculemos la TRI:

$$100 + 180 P/F_{1,1} = 484 P/F_{1,2}$$

$$\text{TRI NOMINAL} = 47,7\% = \text{"TRIN"}$$

2) En pesetas constantes



Calculemos la TRI deflactada, o en pesetas constantes:

$$100 + 156,5 P/F_{1,1} = 366 P/F_{1,2}$$

$$\text{TRI DEFLACTADA} = 28,5\% = \text{"TRI"}$$

Para realizar correctamente la toma de decisión, la TRI calculada debe ser comparada sólo con tipos de interés y rentabilidad análogos (bien nominales, bien deflactados). Si la RMA (nominal) es el 35%, el proyecto es económicamente aceptable, porque su TRIN es superior. Sería incorrecto utilizar en este caso la TRID del -- 28,5%, que hubiera conducido a una decisión errónea. Habría que deflactar la RMA antes de realizar la comparación.

- $i$  = Tipo de interés nominal
- $i'$  = Tipo de interés deflactado
- $f$  = Tasa de inflación

Valor futuro en pesetas corrientes :  $F = P(1+i)^n$

Valor futuro en pesetas constantes :  $F' = P \cdot \frac{1}{(1+f)^n} = P \frac{(1+i)^n}{(1+f)^n}$

El tipo de interés deflactado  $i'$  ha de verificarse:  $F' = P(1+i')^n$

$$\begin{aligned} 1+i' &= \frac{1+i}{1+f} \\ i' &= \frac{1+i}{1+f} - 1 \end{aligned}$$

## APLICACION

En el último ejemplo podemos aplicar la fórmula acabada - de obtener para deflactar la RMA.

Resulta  $\frac{1+0,35}{1+0,15} - 1 = 0,174$ , o el 17,4%

Al comparar la TRID, que es el 28,5%, con la RMA deflactada, nos resulta de nuevo aceptable el proyecto, igual que ocurrió con el análisis en pesetas corrientes.

Si las otras oportunidades de inversión estuvieran sólo - constituidas por la adquisición de títulos al 10% nominal, al deflactar esta nueva RMA resulta  $\frac{1+0,10}{1+0,15} - 1 = -0,043$ , o sea un 4,3% negativo. El capital invertido al 10% en una economía con un 15% de inflación pierde poder adquisitivo al 4,3% anual. - Pero si ésta fuera la única oportunidad, sería preferible a no invertir, ya que en este último caso se perdería poder adquisitivo al 15% anual.

COMO CONDUCE A LAS MISMAS DECISIONES Y REQUIERE MENOS CALCULOS, ES PREFERIBLE EL ANALISIS NOMINAL AL DEFLACTADO,

## EL FONDO DE MANIOBRA EN EL ANALISIS DE PROYECTOS

Muchos proyectos requieren una inversión no sólo en elementos de inmovilizado, sino también en activos circulantes. La explotación de una instalación industrial suele precisar recursos para financiar las existencias de materias primas y productos terminados, la fabricación o proceso en curso, el crédito a clientes y un cierto margen de liquidez inmediata en caja o bancos.

Como hemos visto, parte del activo circulante se financia con pasivo circulante (crédito de proveedores, por ejemplo), pero lo normal y deseable es que el primero exceda al segundo, dando lugar a un fondo de manobra o capital circulante positivo, que ha de ser financiado con capitales a largo plazo.

Más de una empresa de nueva creación ha sucumbido por no haber previsto correctamente los capitales precisos para financiar el fondo de manobra que habría sido necesario para que una buena idea se pudiera convertir en una unidad económica estable.

La creación del fondo de manobra puede precisar desembolsos importantes, con una incidencia muy sensible en los flujos de fondos.

En el análisis de proyectos se suele suponer que el capital circulante se desembolsa al empezar la explotación y se recupera íntegramente al final de la vida del proyecto. Esto no implica en absoluto que goce de liquidez inmediata, de modo que sea posible recuperarlo rápidamente si falla el proyecto. Por el contrario una parte importante se encuentra en forma de existencias, o realizable de explotación, que muchas veces sólo puede liquidarse con pérdidas importantes.

Todo esto nos indica que es muy importante realizar una es

timación realista de las necesidades de capital circulante para que el análisis del proyecto conduzca a una decisión correcta. Igual puede pecarse por defecto que por exceso, ya que una estimación excesiva puede hacer que se descarte un proyecto perfectamente válido.

INCIDENCIA DE LA AMORTIZACION EN EL ANALISIS DE PROYECTOS

Como sabemos la amortización es un elemento de coste o - gasto que no produce desembolso alguno.

En buena práctica contable, las amortizaciones pretenden representar la depreciación de los activos fijos e inciden negativamente en la cuenta de resultados.

Ahora bien, en el análisis de inversiones, como hemos visto, sólo interesan los flujos de fondos, o flujos monetarios, lo que podría llevarnos a la equivocada conclusión de que las amortizaciones contables no juegan papel alguno en tales estudios.

El Impuesto de Sociedades da lugar a desembolsos que, evidentemente han de ser tenidos en cuenta en la determinación de los flujos de fondos. Ahora bien, como la amortización interviene como gasto en la determinación del beneficio neto imponible, es absolutamente necesario tomarla en consideración en los cálculos.

DETERMINACION DEL FLUJO DE FONDOS NETO

INGRESOS .....	1	
COSTES Y GASTOS MONETARIOS .....	CM	
CASH-FLOW BRUTO .....	CFB = 1 - CM	
AMORTIZACION .....	A	(GASTO DEDUCIBLE NO MONETARIO)
BENEFICIO ANTES DE IMPUESTOS .....	CFB-A	
IMPUESTO DE SOCIEDADES .....	R.(CFB-A) = R.CFB-R.A	(MENOS IMPUESTO A PAGAR)
BENEFICIO NETO	BN = (1-R).CFB-A+R.A	
AMORTIZACION	A	
CASH-FLOW NETO	CFN = BN+A = (1-R).CFB+R.A	(CONTRIBUCION POSITIVA AL CASH-FLOW)

## EFFECTO DE LOS GASTOS DEDUCIBLES

Nemos visto que las amortizaciones se consideran, desde el punto de vista fiscal, como gastos deducibles. La política de amortizaciones no puede ser arbitraria, ya que está limitada por las leyes, de acuerdo con la naturaleza de los bienes y conceptos. Ciertos desembolsos, tales como los de investigación y desarrollo, exploración y otros, pueden ser considerados como gastos del año en que se produzcan, o ser capitalizados en forma de activos intangibles para amortizarlos gradualmente.

Toda reducción de impuestos equivale a un ingreso, con su consiguiente efecto favorable en el flujo de fondos. Por otra parte sabemos que, debido a la actualización, interesa que los ingresos mayores se produzcan lo antes posible. Debido a esto, en general es favorable económicamente obtener las mayores deducciones fiscales lo antes posible.

Evidentemente, si el proyecto no produce todavía beneficio imponible, lo aconsejable sería retrasar las deducciones en lo posible hasta que exista un beneficio que las absorba. Corrientemente es posible combinar las deducciones originadas por un proyecto con los ingresos debidos a otras actividades.

ECONOMICO DE PROYECTOS

INCERTIDUMBRE Y RIESGO EN EL ANALISIS

101

## CONSIDERACIONES PREVIAS

En los análisis realizados en la primera parte de este Seminario se suponía que los valores de todas las variables se conocían con certeza. Los factores de riesgo e incertidumbre quedaban, pues, fuera del estudio.

Evidentemente, nunca existe certeza y es frecuente que la incertidumbre sea bastante considerable, especialmente en proyectos de I + D y de exploración minera. Es frecuente que el análisis cuantitativo sea exclusivamente determinístico (esto es en condiciones de certeza supuestas) y que el riesgo y la incertidumbre sean tomados en consideración de una forma intuitiva, no cuantificada. Esta forma de proceder confía en la experiencia, la formación y el criterio del decisor.

Existe otra forma más rigurosa de proceder, consistente en cuantificar los factores de incertidumbre y riesgo e introducirlos en el análisis formal, que se convierte así en un análisis probabilístico. Esto no excluye una influencia decisiva de la visión personal del decisor, pero hace actuar a éste a un nivel superior, proporcionándole una información tan completa como es posible acerca de los aspectos probabilísticos del problema.

La aplicación de modelos probabilísticos proporciona, en consecuencia, una base mucho más segura para la toma de decisiones. Algunos ejemplos simples contribuirán a ilustrarlo.

EJEMPLO 1

Tenemos que decidir entre la opción de inversión A, que tiene una TRI = 20%, y la B cuya TRI = 15%.

Sobre una base determinística preferiríamos la inversión A, de mayor TRI.

¿Estaría justificada esta decisión si supiéramos que la probabilidad de éxito de la opción A es el 60% y la de B el 90%?

ES ESENCIAL PARA LA DECISION CONOCER NO SOLO LA RENTABILIDAD DE LAS DIVERSAS OPCIONES SINO TAMBIEN EL RIESGO ASOCIADO CON CADA UNA DE ELLAS.

Se conocen las estimaciones de los valores más probables de los 6 parámetros básicos para el análisis de un proyecto de inversión. Realizado el análisis correspondiente, basado en dichos valores, resulta una atractiva TRI del 35%.

Sin embargo esa TRI se alcanzará sólo si los 6 parámetros tienen efectivamente los valores considerados más probables. Si cada una de dichas estimaciones tiene una probabilidad del 70% de ser correcta, la probabilidad de que la TRI sea el 35% es  $(0,7)^6 = 0,12$ , es decir sólo el 12%.

Por tanto, la TRI calculada depende en realidad de una coincidencia bastante poco probable. Hay otras muchas combinaciones de valores de los parámetros dignas de consideración.

UNA CIFRA UNICA DE RENTABILIDAD NO ES INFORMACION SUFICIENTE.

MÉTODOS PARA INTRODUCIR LA INCERTIDUMBRE Y EL RIESGO

405

- ANALISIS DE SENSIBILIDAD  
MARGENES DE INCERTIDUMBRE

- ANALISIS DE VALOR ESPERADO  
ESTRATEGIA BAYESIANA  
ARBOLES DE DECISION

- ANALISIS DE RIESGO  
MÉTODO DE MONTECARLO: PERFIL DE RIESGO

REVISION DE CONCEPTOS DE ANALISIS DE DECISIONES

406



VOCABULARIO BASICODE ANALISIS DE DECISIONES

**ANALISIS DE DECISIONES:** Metodología sistemática para estructurar un problema, valorar los cursos de acción alternativos y cuantificar sus resultados según los objetivos, cuando existe incertidumbre en cuanto a los acontecimientos que puedan afectar a los resultados.

**OPCION (O ALTERNATIVA):** Curso de acción potencial para la asignación de recursos en una situación dada para alcanzar los objetivos deseados. Las opciones se estructuran de modo que sean mutuamente excluyentes y colectivamente exhaustivas.

**ESTRATEGIA:** Opción completamente definida, de modo que pueda llevarse a la práctica.

**OBJETIVOS:** Fines del decisor, expresados cuantitativamente.

**ESTADOS DE NATURALEZA (O ACONTECIMIENTOS):** Sucesos futuros sobre los que el decisor ejerce un control nulo o pequeño.

**INCERTIDUMBRE:** Grado en que no puede predecirse un acontecimiento.

**RIESGO:** Probabilidad de que un objetivo no se logre.

**MODELO:** Representación matemática de la situación, que relaciona los resultados con las estrategias y los estados de naturaleza.

**MATRIZ DE PAGOS:** Representación de los resultados de cada estrategia para cada estado de naturaleza.

**DECISION CONDICIONAL:** Decisión futura, que dependerá del estado de naturaleza que se produzca.

ELEMENTOS DEL ANALISIS DE DECISIONES

- UN DECISOR CON UNA ESCALA DE VALORES BIEN ORDENADA: CRITERIOS
- UN CONJUNTO DE OPCIONES: ESTRATEGIAS
- FACTORES FUERA DEL CONTROL DEL DECISOR: ESTADOS DE NATURALEZA
- UN MODELO DE LA RELACION ENTRE EL RESULTADO O PAGO DE CADA ESTRATEGIA Y LOS ESTADOS DE NATURALEZA: MATRIZ DE PAGOS
- UN ELEMENTO DE INCERTIDUMBRE EN LA ELECCION DE LA ESTRATEGIA OPTIMA: RIESGO
- UNA METODOLOGIA PARA LA COMUNICACION DE LAS CREENCIAS DEL DECISOR A LOS DEMAS IMPLICADOS EN EL PROCESO: PROBABILIDAD SUBJETIVA

- DE CERTIDUMBRE

A CADA ESTRATEGIA CORRESPONDE SOLO UN PAGO.

- DE CONFLICTO

EXISTE UN COMPETIDOR QUE ELIGE LA ESTRATEGIA QUE MAS PERJUDIQUE AL DECISOR.

- DE INCERTIDUMBRE (TOTAL)

A CADA ESTRATEGIA LE PUEDEN CORRESPONDER DIVERSOS PAGOS, SEGUN EL ESTADO DE NATURALEZA QUE SE PRODUZCA. NADA SE SABE EN CUANTO A LA PROBABILIDAD DE APARICION DE CADA ESTADO.

- DE RIESGO

A CADA ESTRATEGIA LE PUEDEN CORRESPONDER DIVERSOS PAGOS, SEGUN EL ESTADO DE NATURALEZA QUE SE PRODUZCA. SE CONOCE LA PROBABILIDAD DE CADA UNO DE LOS POSIBLES ESTADOS.

DECISIONES EN SITUACION DE RIESGO

410

MATRIZ DE PAGOS

Estado de naturaleza	1	2
Probabilidad	$P_1$	$P_2$
Estrategia A	$R_{A1}$	$R_{A2}$
Estrategia B	$R_{B1}$	$R_{B2}$

En donde, por ejemplo,  $R_{A1}$  es el pago de la estrategia A si se presenta el estado de naturaleza 1.

VALORES ESPERADOS

(O ESPERANZAS)

$$VE_A = P_1 R_{A1} + P_2 R_{A2}$$

$$VE_B = P_1 R_{B1} + P_2 R_{B2}$$

ESTRATEGIA DE BAYES, O BAYESIANA

LA DE MAYOR VALOR ESPERADO

(NO SIEMPRE LA PREFERIDA POR EL DECISOR)

FALTA INCORPORAR LA ESCALA DE VALORES DEL DECISOR (FUNCION DE UTILIDAD)

411

## EJEMPLO ELEMENTAL (1)

### PLANTEAMIENTO:

EN UNA SITUACION EN LA QUE LA OFERTA MAS BAJA SE LLEVARA EL PEDIDO, SE CONSIDERAN LAS DOS ESTRATEGIAS SIGUIENTES:

- A) OFRECER UN PRECIO DE VENTA DE 100 MPTA POR UN EQUIPO QUE CUESTA 80 MPTA.
- B) OFRECER UN PRECIO DE VENTA DE 90 MPTA POR EL MISMO EQUIPO.

SE ESTIMA QUE EXISTE UNA PROBABILIDAD DEL 60% DE QUE EL UNICO COMPETIDOR COTICE A MAS DE 100 MPTA Y UNA PROBABILIDAD DEL 40% DE QUE LO HAGA A UN PRECIO MAYOR QUE 90 - - MPTA Y MENOR QUE 100 MPTA.

412

## EJEMPLO ELEMENTAL (2)

### MODELOS NECESARIOS (EN GENERAL):

- 1) PARA OBTENER EL COSTE.
- 2) PARA ESTIMAR LAS PROBABILIDADES DE LAS DIVERSAS OFERTAS DE LA COMPETENCIA.
- 3) PARA CALCULAR LOS PAGOS DE CADA ESTRATEGIA.
- 4) PARA PRONOSTICAR LA CONDUCTA DEL CLIENTE.

APLICACION DEL CRITERIO DE BAYESMATRIZ DE PAGOS

Estado de naturaleza Probabilidad	Oferta del competidor	
	>100 MPTA 0,6	>90 MPTA y <100 MPTA 0,4
Estrategia A: Cotizar a 100 MPTA	100-80 = 20	0 (Gana el competidor)
" B: " " 90 "	90-80 = 10	90-80 = 10

VALORES ESPERADOS

$$VE_A = 0,6 \times 20 + 0,4 \times 0 = 12 \quad \leftarrow \text{ESTRATEGIA BAYESIANA}$$

$$VE_B = 0,6 \times 10 + 0,4 \times 10 = 10$$

DECISION

Aunque el valor esperado de la estrategia A sea el mayor, también lo es el riesgo: hay una probabilidad del 40% de que la estrategia A obtenga un pago 0, mientras que la B siempre obtiene un pago de 10 MPTA.

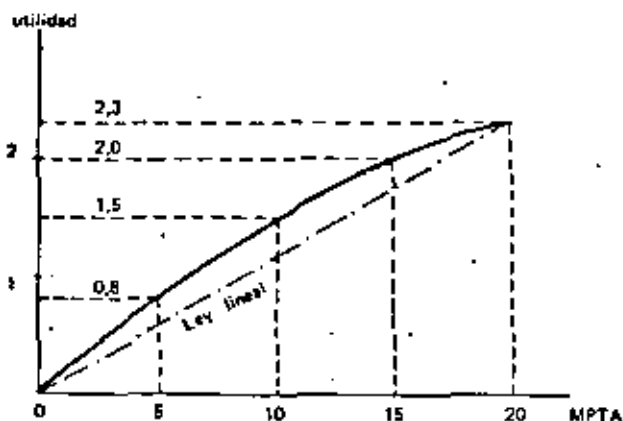
El decisor tiene que valorar estos resultados en sus circunstancias y requerimientos concretos. Una forma de cuantificar estos factores es obtener por la función de utilidad del decisor.

LA FUNCION DE UTILIDAD

- PRETENDE REPRESENTAR LA SATISFACCION O UTILIDAD PROPORCIONADA POR EL DINERO.

- 1) La satisfacción aumenta con la riqueza ( $y' > 0$ )
- 2) La satisfacción marginal proporcionada por una peseta adicional decrece al aumentar la riqueza ( $y'' < 0$ )

- EJEMPLO



- La escala de utilidad es arbitraria.
- La curva puede extenderse a valores negativos.

ACTITUDES ANTE EL RIESGO

- $y'' < 0$  : DE AVERSION AL RIESGO (la más frecuente): Concavidad hacia abajo
- $y'' = 0$  : NEUTRA (se rige por el valor esperado) : Ley lineal
- $y'' > 0$  : DE PROPENSION AL RIESGO (jugador) : Concavidad hacia arriba

## EJEMPLO ELEMENTAL (4)

### APLICACION DE LA FUNCION DE UTILIDAD

415

#### MATRIZ DE UTILIDADES

	Estado de naturaleza	Oferta del competidor	
		>100 MPTA	>90 MPTA y <100 MPTA
0 MPTA = 0,0 u	Probabilidad	0,6	0,4
10 " = 1,5 u			
20 " = 2,3 u			
	Estrategia A: Cotizar a 100 MPTA	20 MPTA = 2,3u	0 MPTA = 0,0u
	B: " " 90 "	10 MPTA = 1,5u	10 MPTA = 1,5u

#### UTILIDADES ESPERADAS

$$UE_A = 0,6 \times 2,3 + 0,4 \times 0 = 1,38u$$

$$UE_B = 0,6 \times 1,5 + 0,4 \times 1,5 = 1,50u \text{ ————— ESTRATEGIA BAYESIANA}$$

#### DECISION

Se aplica el criterio de Bayes con utilidades en vez de valores monetarios. En este caso resulta preferible la estrategia B, que es la de mayor utilidad esperada. La estrategia B, además, es la de menor riesgo (riesgo nulo). En rigor, la Estrategia Bayesiana es la de mayor utilidad esperada.

Ahora bien, si se hubiera elegido la estrategia A, existiría una probabilidad del 60% de obtener una utilidad mayor. La elección de una estrategia implica un coste condicional de oportunidad, que es la diferencia entre el pago obtenido realmente y el que se habría obtenido si se hubiera elegido la estrategia más adecuada al estado de naturaleza producido.

### METODOS DE ANALISIS DE SENSIBILIDAD

416

### ANALISIS DE SENSIBILIDAD

417

- INVESTIGA EL EFECTO DE CAMBIOS EN VARIABLES COMO:

- INVERSION INICIAL
- F.F. ANUAL
- VIDA DEL PROYECTO
- VALOR RESIDUAL
- ...

SOBRE EL PARAMETRO UTILIZADO PARA LA EVALUACION ECONOMICA DEL PROYECTO.

- GENERALMENTE SE APLICA PARA DETERMINAR EL CAMBIO QUE TENDRIA QUE SUFRIR UNA VARIABLE PARA INVERTIR LA DECISION.
- LA RELACION ENTRE LOS % DE CAMBIO DEL PARAMETRO DE EVALUACION Y DE LA VARIABLE EXPLORADA MIDE LA SENSIBILIDAD A DICHA VARIABLE.
- PERMITE IDENTIFICAR LAS VARIABLES CRITICAS. EN LAS QUE DEBERA CONCENTRAR SU ATENCION EL DECISOR.
- NO TOMA EN CONSIDERACION LAS PROBABILIDADES DE VARIACION DE LAS VARIABLES

EJEMPLO DE ANALISIS DE SENSIBILIDAD (1)

Una inversión de 240 MPTA proporciona un F.F. neto anual de 67 MPTA durante 5 años, con un valor residual de 70 MPTA al fin del 5º año. Se pretende analizar la sensibilidad de la TRI a variaciones de  $\pm 20\%$  y  $\pm 40\%$  en la inversión inicial, F.F. neto anual y valor residual.



$$\text{Determinación de la TRI: } 240 = 67.P/A_{1,5} + 70.P/F_{1,5} \Rightarrow \text{TRI}=18\%$$

a) Sensibilidad a la inversión inicial.

Inversión inicial, MPTA	Variación %	TRI	Variación de TRI %
144	-40	42,0	+133,3
192	-20	27,5	+ 52,9
240	0	18,0	0
288	+20	11,2	- 37,9
336	+40	5,8	- 67,7

Resultan variaciones importantes en la TRI. En general, la TRI es mucho más sensible a los cambios en parámetros próximos al tiempo 0 (tales como la inversión inicial) que en los muy alejados (como el valor residual).

ANALISIS DE TRES NIVELES

- VARIANTE DEL ANALISIS DE SENSIBILIDAD, APLICANDO EL VALOR MAS PROBABLE, EL OPTIMISTA Y EL PESIMISTA ESTIMADOS PARA CADA VARIABLE.
- SE OBTIENEN ASI TRES NIVELES PARA EL PARAMETRO UTILIZADO EN LA EVALUACION ECONOMICA.
- DECISION ECONOMICA OBVIA CUANDO LA INVERSION RESULTA ACEPTABLE AUN EN EL CASO PESIMISTA, O RECHAZABLE AUN EN EL CASO OPTIMISTA.
- RESULTADO UTIL SIEMPRE, AL MENOS COMO PASO PREVIO A OTRO METODO.

EJEMPLO DE ANALISIS DE SENSIBILIDAD (2)

b) Sensibilidad al F.F. neto anual.

F.F. anual MPTA	Variación %	TRI	Variación de TRI %
40,2	-40	3,6	-80,2
53,6	-20	11,0	-39,0
67,0	0	18,0	0
80,4	+20	24,8	+37,9
93,8	+40	31,5	+74,8

c) Sensibilidad al valor residual.

Valor residual MPTA	Variación %	TRI	Variación de TRI %
42	-40	15,9	-11,9
56	-20	16,9	-6,0
70	0	18,0	0
84	+20	19,0	+5,4
98	+40	20,0	+10,8

Se observa la poca sensibilidad al valor residual, debido al efecto del tiempo y de su pequeño valor comparado con el F.F. acumulado.

EJEMPLO DE ANALISIS DE TRES NIVELES

Aplicaremos este método a la misma inversión considerada en el ejemplo precedente. Supondremos que los valores del enunciado son los más probables y que los casos optimista y pesimista corresponden a desviaciones del 20% en más o en menos, según el caso, con una vida de 5 años y una RMA del 15%.

	<u>Optimista</u>	<u>Probable</u>	<u>Pesimista</u>
Inversión, MPTA	192	240	288
F.F. neto anual, MPTA	80,4	67	53,6
Valor residual, MPTA	84	70	56
Vida, años	5	5	5
TRI, %	36,4	18,0	3,7

Estos resultados indican que el proyecto es satisfactorio económicamente en las condiciones más probables y optimistas, pero no lo es en las pesimistas. Para tomar una decisión bien fundada, sería conveniente disponer de más información acerca de la probabilidad de ocurrencia de las circunstancias pesimistas.

En cualquier caso, este análisis proporciona una información muy útil, ya que acota los valores de rentabilidad que pueden esperarse razonablemente.

DEFINICIONES

423

EXPERIMENTO ALEATORIO ( $\mathcal{E}$ )

- PUEDE REPETIRSE INDEFINIDAMENTE EN LAS MISMAS CIRCUNSTANCIAS.
- AUNQUE NO ES POSIBLE DETERMINAR QUÉ RESULTADO CONCRETO SE VA A OBTENER, SE PUEDE DESCRIBIR EL CONJUNTO  $S$  DE TODOS LOS RESULTADOS POSIBLES.
- SI SE REPITE MUCHAS VECES EL EXPERIMENTO, SE OBSERVA UNA CIERTA REGULARIDAD EN LOS RESULTADOS (REGULARIDAD ESTADÍSTICA).

ESPACIO MUESTRAL

- ES EL CONJUNTO UNIVERSAL  $S$  DE TODOS LOS POSIBLES RESULTADOS DEL EXPERIMENTO  $\mathcal{E}$ .

SUCESO ALEATORIO

- ES UN SUBCONJUNTO  $E$  DE  $S$ . CONSTITUIDO POR UN CONJUNTO DE RESULTADOS POSIBLES DE  $\mathcal{E}$ .
- SE DICE QUE SE HA PRODUCIDO EL SUCESO CUANDO EL RESULTADO OBTENIDO PERTENECE A  $E$ .

EJEMPLOS

424

$\mathcal{E}$ : Lanzar un dado y observar el número que resulta.

$S$ :  $\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$

Suceso aleatorio: "Sale par"  $E = \{2, 4, 6\}$

---

$\mathcal{E}$ : Observar la facturación total del año próximo.

$S$ :  $\{f \mid f \geq 0\}$ , en donde  $f$  es el número real positivo que representa la medida de la facturación en unidades monetarias.

Suceso aleatorio: "La facturación es superior a  $F$ ".

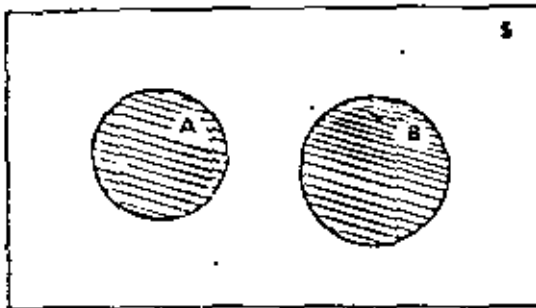
$E$ :  $\{f \mid f > F\}$



DEFINICION

DOS SUCESOS A Y B SON MUTUAMENTE EXCLUYENTES CUANDO NO TIENEN NINGUN ELEMENTO EN COMUN.

DIAGRAMA DE VENN



En notación de conjuntos:

$$A \cap B = \emptyset$$

FRECUENCIA RELATIVA

Supongamos que se repite  $n$  veces el experimento  $\mathcal{E}$  y que se produce  $n_E$  veces el suceso E.

DEFINICION

$f_E = n_E/n$  es la frecuencia relativa del suceso E en las  $n$  repeticiones de  $\mathcal{E}$ .

PROPIEDADES

- 1)  $0 \leq f_E \leq 1$ .
- 2)  $f_E = 1$  si y sólo si E se produce en todas las  $n$  repeticiones.
- 3)  $f_E = 0$  si y sólo si E no se produce en ninguna de las  $n$  repeticiones.
- 4) Si A y B son dos sucesos mutuamente excluyentes,  $f_{A \cup B} = f_A + f_B$ .
- 5)  $f_E(n)$  tiene un límite en el intervalo  $[0,1]$  cuando  $n \rightarrow \infty$ .

# PROBABILIDAD

## DEFINICION

Sea  $S$  el espacio muestral del experimento aleatorio  $\mathcal{E}$ . Se denomina probabilidad  $P(E)$  de un suceso aleatorio  $E$  a un número real asociado con  $A$  y que satisface las siguientes condiciones:

- 1)  $0 \leq P(E) \leq 1$
- 2)  $P(S) = 1$
- 3)  $P(\emptyset) = 0$
- 4) Si  $A$  y  $B$  son dos sucesos mutuamente excluyentes,  $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$

1.- CLASICA (A PRIORI O DEDUCTIVA): SI UN FENOMENO PUEDE OCURRIR DE  $N$  FORMAS Y  $N_E$  POSEEN UN ATRIBUTO  $E$ , LA PROBABILIDAD  $P(E)$  SE DEFINE COMO  $N_E/N$ .

- Adecuada en situaciones tales como el manejo de naipes.- Por ejemplo: la probabilidad de extraer un as de un naipé de 40 cartas es  $4/40 = 0,10$ .

2.- EMPIRICA (INDUCTIVA O DE FRECUENCIA): SI UN EXPERIMENTO SE REALIZA  $N$  VECES Y CONDUCE  $N_E$  VECES A UN TIPO DE RESULTADO  $E$ , SE DEFINE  $P(E) = \lim_{N \rightarrow \infty} (N_E/N)$ .

- Adecuada cuando se dispone de información suficiente.- Por ejemplo: probabilidad de que nieve en Soria en Navidades.

3.- SUBJETIVA (O PROYECTIVA):  $P(E)$  ES UNA MEDIDA DEL "GRADO DE CREENCIA" EN UNA CIERTA PROPOSICION  $E$ .

- La única utilizable cuando no se dispone de información suficiente.

429

VARIABLES ALEATORIAS

DEFINICION

SEA  $\mathcal{E}$  UN EXPERIMENTO Y  $\mathcal{S}$  SU ESPACIO MUESTRAL, SE LLAMA VARIABLE ALEATORIA A UNA FUNCION  $X$  QUE ASIGNA UN NUMERO REAL A CADA ELEMENTO DE  $\mathcal{S}$ .

VARIABLE ALEATORIA DISCRETA ES AQUELLA EN QUE EL CONJUNTO DE VALORES DE  $X$  ES FINITO O NUMERABLE INFINITO.

- Ejemplo: En el lanzamiento de un dado, tanto el resultado ( $x = 1, 2, \dots, 6$ ) como su cuadrado ( $y = x^2 = 1, 4, \dots, 36$ ) son variables aleatorias, cada uno de cuyos resultados tiene la probabilidad  $1/6$ .

VARIABLE ALEATORIA CONTINUA ES AQUELLA QUE PUEDE TOMAR CUALQUIER VALOR REAL DE UN CIERTO INTERVALO.

- Ejemplo: El valor residual de una inversión.

DIAGRAMA O HISTOGRAMA DE PROBABILIDADES

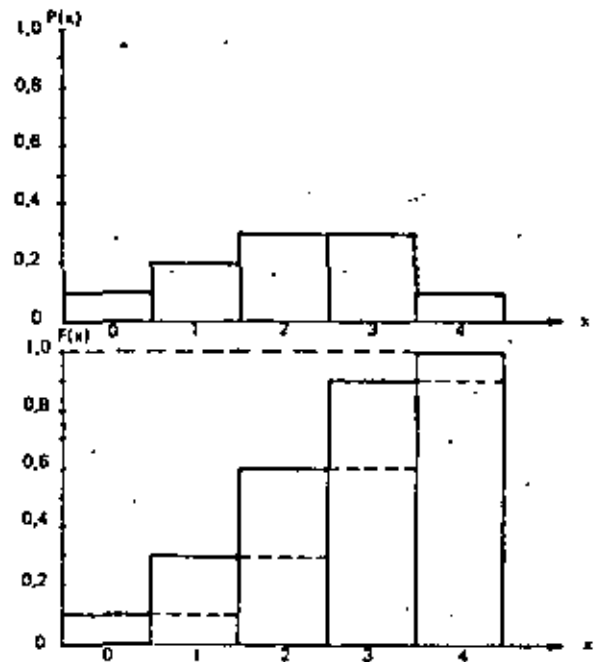


DIAGRAMA DE PROBABILIDADES ACUMULADAS O  
DIAGRAMA DE DISTRIBUCION.

$$F(x) = \sum_{i=1}^x P(x_i)$$

REPRESENTACIONES GRAFICAS DE  
VARIABLES ALEATORIAS CONTINUAS

FUNCION DE DENSIDAD DE PROBABILIDAD

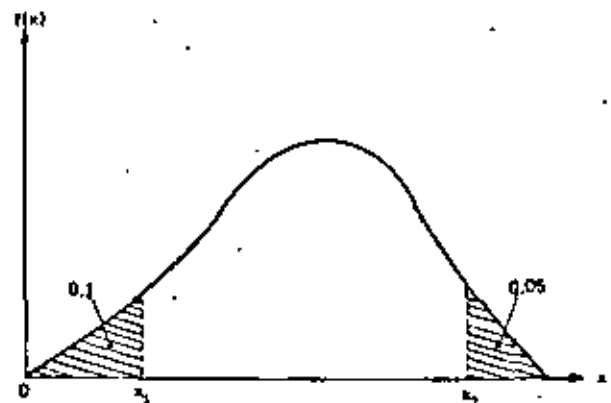
Se define como una  $f(x) \geq 0$ , tal que la probabilidad de que el valor de  $x$  observado se encuentre en el intervalo  $(x, x+dx)$  es  $f(x)dx$ .

Propiedades:

1)  $\int_{-\infty}^{+\infty} f(x)dx = 1$

2) Para todo intervalo  $(a,b)$ :

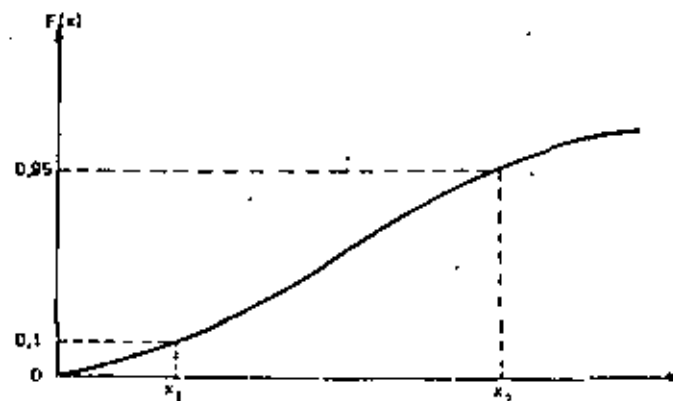
$$P(a \leq x \leq b) = \int_a^b f(x)dx$$



FUNCION DE DISTRIBUCION

Se define como una función  $F(K)$  que representa la probabilidad de la variable aleatoria  $x$  sea igual o menor que  $K$ .

Se verifica:  $F(K) = \int_{-\infty}^K f(x)dx$



VARIABLE ALEATORIA DISCRETA

DEFINICION:  $E(X) = \sum_1 x_1 P(x_1)$

ES LA MEDIA PONDERADA (O SIMPLEMENTE, VALOR MEDIO, O MEDIA) DE X.

VARIABLE ALEATORIA CONTINUA

DEFINICION:  $E(X) = \int_{-\infty}^{\infty} x f(x) dx$

REPRESENTA EL VALOR MEDIO (O TENDENCIA CENTRAL) DE X.

VARIANZA Y DESVIACION NORMAL

433

DEFINICION:

$$V(X) = E[X - E(X)]^2$$

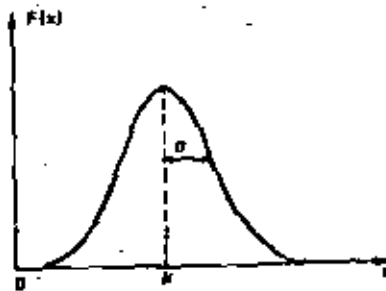
VERIFICA

$$\begin{aligned}
 V(X) &= E[X - E(X)]^2 = E[X^2 - 2XE(X) + E^2(X)] = \dots \\
 &\dots = E(X^2) - 2E(X)E(X) + E^2(X) = \underline{E(X^2) - E^2(X)}
 \end{aligned}$$

DESVIACION NORMAL:  $\sigma = v^{1/2}$

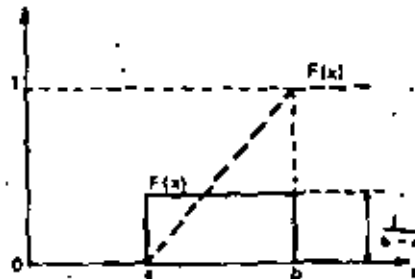
- TANTO V COMO  $\sigma$  REPRESENTAN LA DISPERSION DE LA DISTRIBUCION

NORMAL O DE GAUSS.



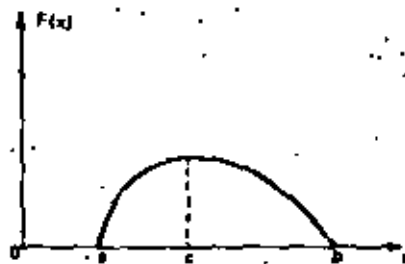
$$E(X) = \mu, \quad \sigma^2(X) = \sigma^2$$

UNIFORME O EQUIPROBABLE.



$$E(X) = \frac{a+b}{2}, \quad \sigma^2 = \frac{(b-a)^2}{12}$$

BETA



$$E(X) = \frac{a+b+4c}{6}, \quad \sigma^2 = \frac{(b-a)^2}{6}$$

MÉTODOS DE ANÁLISIS DE VALOR ESPERADO 435

ANÁLISIS DE VALOR ESPERADO 436

- LAS ESTIMACIONES DE F.F. SON, EN RIGOR, VARIABLES ALEATORIAS.
- SI SE UTILIZAN SUS VALORES ESPERADOS, SE PUEDE CALCULAR EL F.F. ACUMULADO (SIMPLE O ACTUALIZADO): ANÁLISIS DE VALOR ESPERADO.
- SIGNIFICADO: EL VALOR ESPERADO DE UNA OPCIÓN DE INVERSIÓN ES EL VALOR MEDIO DEL BENEFICIO O PERDIDA ACUMULADOS QUE SE PRODUCIRÍAN SI SE REALIZASEN MUCHAS INVERSIONES IDENTICAS.
- POR TANTO, SI SE APLICA SISTEMÁTICAMENTE LA ESTRATEGIA DE SELECCIONAR PROYECTOS DE VALOR ESPERADO POSITIVO, LOS INGRESOS A LARGO PLAZO SUPERARÁN A LOS DESEMBOLSOS.
- POR EL CONTRARIO, SI SE INVIERTE SISTEMÁTICAMENTE EN PROYECTOS DE VALOR ESPERADO NEGATIVO, SE PERDERÁ TODO EL CAPITAL A LARGO PLAZO (ESTRATEGIA DE "LA RUINA DEL JUGADOR").
- CONCLUSIÓN: VALOR ESPERADO POSITIVO ES UNA CONDICIÓN NECESARIA, PERO NO SUFICIENTE DE INTERESES ECONÓMICOS DE UNA INVERSIÓN.

### EJEMPLO DE ANALISIS DE VALOR ESPERADO

Se considera la inversión de 500 MPTA en un pequeño campo petrolífero que se estima tiene una probabilidad 0,6 de ser improductivo, una probabilidad 0,3 de tener una producción tal que pueda venderse inmediatamente en 2.000 MPTA y una probabilidad 0,1 de que tenga una producción menor y pueda venderse en 1.000 MPTA. ¿Cuál es el valor esperado de este proyecto?

$$\begin{aligned} VE &= 0,3(2.000-500) + 0,1(1.000-500) + 0,6(-500) = \dots \\ &= 0,3 \times 2.000 + 0,1 \times 1.000 - 1 \times 500 = +200 \text{ MPTA} \end{aligned}$$

Por tanto, a la larga, la repetición de proyectos como éste puede resultar interesante económicamente, si se dispone de capital suficiente para realizar muchos proyectos. Hay que notar que existe la probabilidad 0,6 de que el proyecto sea improductivo, con una pérdida de 500 MPTA, que puede ser funesta para la empresa.

### EJEMPLO DE ANALISIS DE VAN Y TRI ESPERADOS

Un proyecto de I + D requiere una inversión inicial de 90 MPTA y tiene una probabilidad 0,4 de producir un F.F. neto anual de 50 MPTA durante 5 años. Su valor residual es nulo. La RMA es al 10%. ¿Es económicamente aconsejable este proyecto?



a) VAN esperado al 10%:

$$VANE = 0,4 \times 50P/A_{10,5} - 90 = -14,18 \text{ MPTA} < 0, \text{ luego no interesa.}$$

b) TRI esperado:

$$90 = 0,4 \times 50P/A_{i,5} \Rightarrow P/A_{i,5} = 4,5$$

$$i = 3\% \quad P/A_{3,5} = 4,580$$

$$i = \text{TRIE} \quad P/A_{i,5} = 4,500$$

$$i = 4\% \quad P/A_{4,5} = 4,452$$

$$\text{TRIE} = 3 + \frac{0,080}{0,128} = 3,63\% < \text{RMA,}$$

luego no interesa.

## PROBABILIDAD DE SUPERVIVENCIA EN

### PROYECTOS DE EXPLORACION

El director de exploración de una empresa mediana tiene que decidir acerca de la conveniencia de invertir 100 MPTA en 10 proyectos de exploración minera, a un coste unitario medio de 10 MPTA y con una probabilidad del 10% de lograr un beneficio de 500 MPTA en cada uno de ellos. La empresa quebraría si no se tuviese éxito por lo menos en un proyecto. Hay que investigar la probabilidad de supervivencia.

Para cada proyecto se verifica

$$VE = 0,10 \times 500 + 0,9 \times 10 = + 41 \text{ MPTA} > 0$$

Se satisface, pues, la condición necesaria de interés económico.

Queda por investigar cuál es la probabilidad de tener por lo menos 1 éxito entre los 10 proyectos. Evidentemente:

$$P(21 \text{ éxitos}) = 1 - P(0 \text{ éxitos})$$

$$Y \quad P(0 \text{ éxitos}) = (0,9)^{10} = 0,35$$

luego la probabilidad de supervivencia es  $1 - 0,35 = 0,65$ , o sea el 65%, que es bastante elevada, pero sensiblemente inferior a la certeza de éxito.

Aunque parezca trivial la advertencia, hay que notar que 10 proyectos con una probabilidad de éxito del 10% no dan una probabilidad conjunta de éxito de  $10 \times 10 = 100\%$  (¡!).

439

## LA PROBABILIDAD DE SUPERVIVENCIA

Como ya hemos advertido, el valor esperado positivo es una condición necesaria, pero no suficiente, para que una inversión sea satisfactoria.

Hay que tener presente que muchas veces existe una pérdida con una probabilidad más o menos pequeña, pero siempre posible. Si la cuantía de la pérdida es suficiente para hundir la empresa, sería una temeridad afrontar ese riesgo. Por este motivo, es preciso valorar ese riesgo para determinar la probabilidad de supervivencia, como veremos en algunos ejemplos.

PROBABILIDAD DE SUPERVIVENCIA ES LA PROBABILIDAD DE QUE NO SE PRODUZCA LA QUIEBRA CUANDO SE DISPONE DE UN CIERTO CAPITAL PARA INVERTIR EN PROYECTOS CON PROBABILIDADES DE ÉXITO CONOCIDAS.



Varias empresas pueden tener interés en actuaciones conjuntas en proyectos de exploración petrolera o minera para tener más capital disponible, de modo que se pueda abordar un número de proyectos suficiente para lograr una probabilidad de supervivencia conjunta mayor que cada una de las empresas por separado.

En el ejemplo precedente, si se dispusiera de 200 MPTA para invertir en 20 proyectos, la probabilidad de supervivencia se eleva a 1-(0,9)<sup>20</sup> = 0,88. Con 100 MPTA se llegaría a 0,96. Las actuaciones conjuntas pueden llevar la probabilidad de supervivencia a niveles aceptables cuando existe información geológica y geofísica previa suficiente para permitir la estimación de probabilidades de éxito fiables para cada proyecto.

Esta misma política puede aplicarse en proyectos de investigación y desarrollo. De este estilo es la política seguida tradicionalmente por las compañías de seguros.

## UTILIZACION DE ARBOLES DE DECISION 442

EL ARBOL DE DECISION

Muchas situaciones plantean un problema de decisiones secuenciales o decisiones condicionales, que vendrán determinadas por la aparición de estados de naturaleza en el futuro.

Tales situaciones no se prestan a una representación clara mediante una matriz de pagos. Su representación, análisis y solución se realizan cómodamente con la ayuda de un árbol de decisión.

El árbol de decisión está constituido por una sucesión arborescente de ramificaciones. Cada una de éstas puede deberse a una de las siguientes causas:

- a) Elección de estrategia entre varias opciones. Se distingue mediante un cuadrado  (Punto de decisión).
- b) Aparición de un estado de naturaleza entre varios posibles. Se representa mediante un círculo  (Punto de incertidumbre).

El árbol de decisión es una herramienta de análisis de decisiones de inversión en condiciones de riesgo, muy adecuada cuando se hayan de tomar decisiones escalonadas en el tiempo, conforme se produzcan unos u otros estados de naturaleza. Con su ayuda se logra representar:

- La estructura global del problema.
- La sucesión de decisiones necesarias.
- Las situaciones de incertidumbre a que éstas conducen.

## PLANTEAMIENTO

Esta representación gráfica constituye, además, un excelente medio de comunicación entre los diversos implicados en el proceso de la toma de decisión, al facilitar la percepción y comprensión de la estructura lógica del problema y el acuerdo sobre su alcance y significado.

Por otra parte, gracias a un sencillo algoritmo de cálculo de valores esperados, permite determinar la estrategia óptima.

Con este modelo se pueden emplear indistintamente valores esperados actualizados o sin actualizar, y utilidades, según se considere conveniente en cada problema.

Para facilitar la comprensión de este método, lo desarrollaremos sobre un caso típico sencillo, debido a J.F. Magee.

La dirección de una empresa química tiene que decidir si utiliza una planta pequeña o grande para un nuevo producto cuya vida comercial se estima en 10 años. La decisión depende esencialmente del volumen que vaya a tener el mercado de dicho nuevo producto.

Es posible que la demanda sea elevada durante los dos primeros años y, si los usuarios iniciales no quedan satisfechos, descienda a un nivel bajo a partir de entonces. Una demanda inicial elevada podría también indicar una buena aceptación del producto y que el volumen del mercado se mantendrá elevado. Si la demanda es fuerte y la empresa no amplía su capacidad dentro de los dos primeros años, es segura la aparición de productos similares en el mercado.

La decisión de construir una planta grande es irreversible, cualquiera que sea la demanda. Por el contrario, si se construye una planta pequeña, existe la posibilidad de ampliarla en dos años en el caso en que la demanda sea elevada en el período inicial; mientras que si la demanda fuese baja en el período inicial, se mantendría la planta pequeña y se obtendría un beneficio discreto con pequeño volumen.

La dirección se encuentra indecisa. La empresa ha experimentado un desarrollo rápido en los últimos 15 años y se mantiene competitiva en el sector. El nuevo producto, si el mercado resulta grande, ofrece la oportunidad de iniciar un nuevo período de expansión. El depa

ETAPAS DEL PROCESO DE ANALISIS (MAGEE)

- 1.- IDENTIFICAR LOS PUNTOS DE DECISION Y LAS OPCIONES DISPONIBLES EN CADA UNO DE ELLOS.
- 2.- IDENTIFICAR LOS PUNTOS DE INCERTIDUMBRE Y LOS ESTADOS DE NATURALEZA QUE PUEDEN DAR SE EN CADA UNO DE ELLOS.
- 3.- ESTIMAR LOS DATOS NECESARIOS, ESPECIALMENTE LAS PROBABILIDADES DE LOS DIVERSOS ESTADOS DE NATURALEZA Y LOS FLUJOS DE FONDOS MOTIVADOS POR LAS DECISIONES Y ESTADOS DE NATURALEZA.
- 4.- VALORAR LOS CURSOS DE ACCION POSIBLES Y SELECCIONAR EL OPTIMO.

tamento técnico es partidario de la planta grande para explotar suficientemente el nuevo producto, que constituye el desarrollo más importante de la empresa en los próximos años.

El consejo de administración teme que se cree una capacidad de producción excesiva y prefiere invertir en la planta pequeña; pero reconoce que una ampliación ulterior requeriría una inversión total mayor y sería menos eficaz. También es consciente el consejo de que si la empresa no atiende rápidamente la demanda que se produzca, sus competidores experimentarán la tentación de introducir productos equivalentes.

DATOS PARA EL ARBOL DE DECISION

En la figura anexa se desarrolla el árbol de decisión representativo de la situación planteada. En el punto 1 tenemos que decidir entre una planta grande o pequeña. Esto es todo lo que hay que decidir ahora. Pero si decidimos construir una planta pequeña y se produce una demanda elevada durante el periodo inicial, nos encontraremos al cabo de dos años en el punto 2, en el que podremos decidir si ampliamos o no la planta.

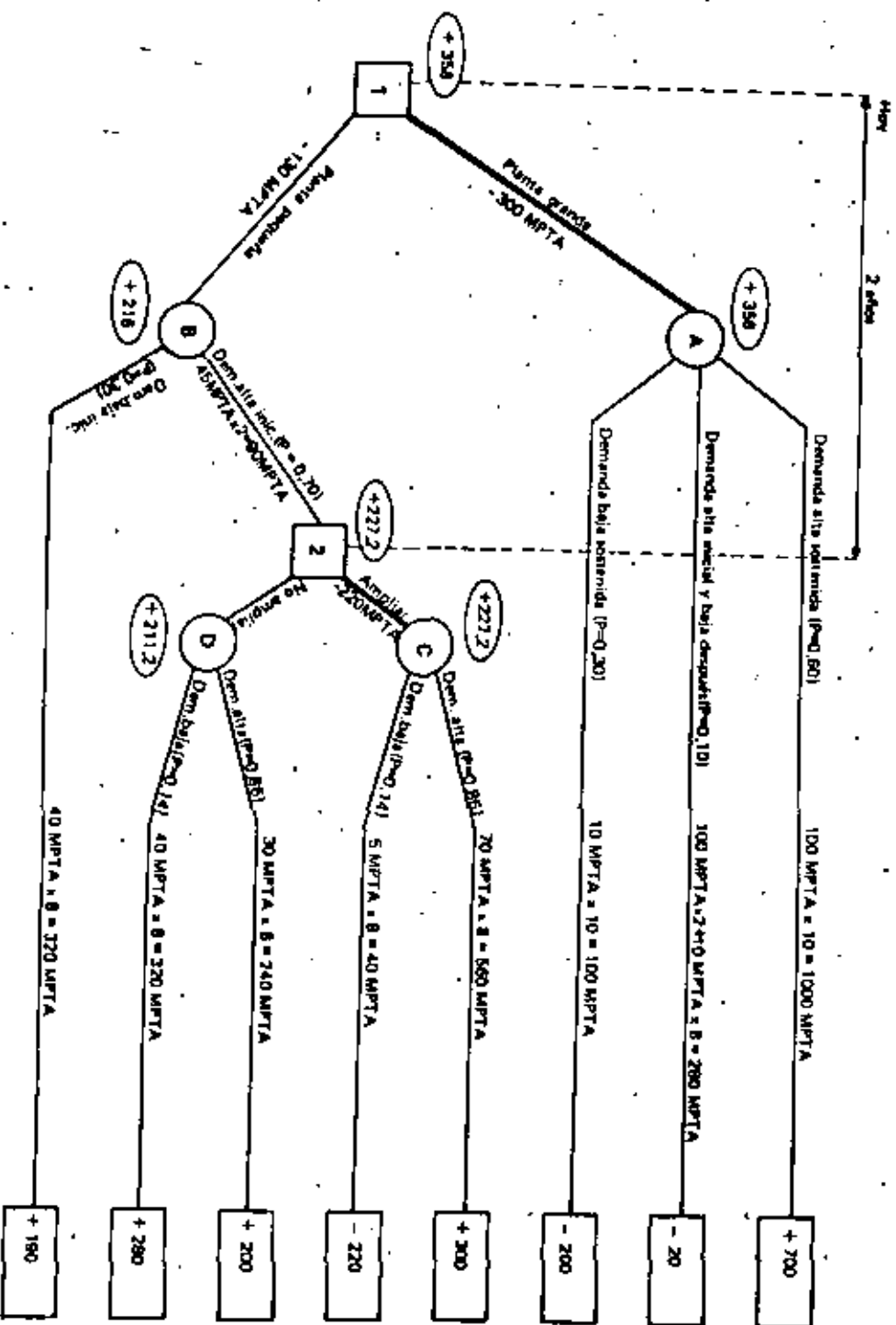
Una vez obtenida la estructura de decisiones y estos datos de naturaleza (que no es poco), tenemos que cumplimentarla con datos cuantitativos, de carácter financiero y probabilístico, proporcionados por las personas adecuadas.

El departamento comercial asigna una probabilidad del 60% a una demanda elevada a la larga y una probabilidad del 40% a una demanda baja, con el siguiente desarrollo inicial:

- Demanda alta inicial que se mantiene ..... 60%
  - Demanda alta inicial y baja después ..... 10%
  - Demanda baja inicial que se mantiene ..... 30%
  - Demanda baja inicial y alta después ..... 0%
- } Baja: 40%

Por tanto, la probabilidad de que la demanda inicial sea alta es  $60 + 10 = 70\%$ . Si la demanda inicial es alta, la probabilidad de que lo siga siendo es  $60/(60+10) = 86\%$ .

CONSTRUCCION DEL ARBOL DE DECISION



448

## SELECCION DE LA ESTRATEGIA OPTIMA

Análogamente, si la demanda inicial es baja, la probabilidad de que lo siga siendo es  $30/(30+0) = 100\%$ . Así pues, la demanda de los dos primeros años constituye un indicador bastante bueno de la demanda subsiguiente.

El departamento financiero ha analizado las siguientes estimaciones de P.F. netos:

- Planta grande y gran volumen:.....	100 MPTA/año
- Planta grande y pequeño volumen:...	10 MPTA/año
(Costes fijos elevados e ineficiencia).	
- Planta pequeña y pequeño volumen:.....	40 MPTA/año
- Planta pequeña durante el período inicial de alta demanda:.....	45 MPTA/año
- Planta pequeña durante años subsiguientes de alta demanda:.....	30 MPTA/año
(Efecto de la competencia)	
- Planta ampliada y gran volumen:....	70 MPTA/año
(Menos eficaz que la planta grande)	
- Planta ampliada y pequeño volumen:.....	5 MPTA/año

Se estiman, además, las siguientes inversiones:

- Planta grande:.....	300 MPTA
- Planta pequeña:.....	130 MPTA
- Ampliación de la planta pequeña:...	220 MPTA

Se empieza por calcular el P.F. acumulado producido entre el punto 1 y cada uno de los ocho terminales del árbol. Los resultados obtenidos se han representado por cifras encerradas en rectángulos. Vemos que una misma estrategia "construir planta grande", por ejemplo, pueda proporcionar un P.F. acumulado máximo de 700 MPTA y mínimo de -200 MPTA.

Ahora tenemos que realizar los cálculos necesarios para determinar cuál es la estrategia de mayor valor esperado en el punto de decisión 1.

El valor esperado de la estrategia "construir planta grande" se determina inmediatamente:

$$VE_A = +700 \times 0,60 - 200 \times 0,40 = +358$$

que se ha representado junto al punto A, dentro de un óvalo.

El cálculo del valor esperado de la estrategia "construir planta pequeña" es más complicado, por causa de la decisión que ha de tomarse en el punto 2. Para realizar el cálculo, se procede de derecha a izquierda, a partir de los cinco terminales a que puede conducir la estrategia considerada. El algoritmo aplicado se denomina "marcha atrás" o "rollback". Veamos como se procede.

Es inmediato llegar a los puntos C y D:

$$VE_C = +300 \times 0,86 - 220 \times 0,14 = +227,2$$

## LIMITACIONES DEL ARBOL DE DECISION

- LOS CALCULOS PUEDEN COMPLICARSE EXCESIVAMENTE AL AUMENTAR EL NUMERO DE PUNTOS DE DECISION Y DE INCERTIDUMBRE. EL NUMERO DE TERMINALES SE ELEVA EXTRAORDINARIAMENTE.
- POR TANTO, SUELE SER NECESARIO LIMITAR EL NUMERO DE RAMAS ORIGINADAS EN CADA PUNTO DE INCERTIDUMBRE, LO QUE RESULTA EN UNA REPRESENTACION DEFICIENTE DE LA DISTRIBUCION DE PROBABILIDADES.
- LOS RESULTADOS SE DETERMINAN EN FORMA DE VALORES ESPERADOS, SIN SUMINISTRAR INFORMACION SUFICIENTE EN CUANTO A OTROS VALORES Y SUS PROBABILIDADES.
- POR TANTO, PUEDE PREFERIRSE UNA ESTRATEGIA DE ELEVADO RIESGO (Y ALTO VALOR ESPERADO) FRENTE A OTRA DE MENOR RIESGO (PERO MENOR VALOR ESPERADO).

$$VE_D = +200 \times 0,86 + 280 \times 0,14 = +211,2.$$

Estos resultados nos indican que, en el punto 2, es preferible adoptar la estrategia "ampliar", que es la de mayor valor esperado.

Hay que destacar que, en el momento de tomar la decisión 1, no tenemos que anticipar la decisión 2, ni tan siquiera sabemos si tendremos la ocasión de plantearnosla. Pero si tuviéramos que tomar la decisión 2, elegiríamos la estrategia de ampliar, que es la óptima a la vista de la información existente.

Una vez descartada la opción "no ampliar", trasladamos al punto 2 el valor esperado  $VE_C$  a la estrategia óptima.

Volvamos al punto 1. La determinación del valor esperado de la estrategia "construir planta pequeña" es ahora muy fácil:

$$VE_B = +227,2 \times 0,70 + 190 \times 0,30 = 216.$$

Al comparar con  $VE_A$ , concluimos que la estrategia óptima en el punto 1 es construir la planta grande.

Como vemos, el algoritmo de "marcha atrás" es conceptualmente muy simple e intuitivo. Hemos visto que tiene la propiedad de que, cualquiera que sea el punto de decisión analizado, la serie de decisiones desde ese punto hasta el fin es la óptima. Esta característica es común a muchos algoritmos de toma de decisiones secuenciales, como la programación dinámica, por ejemplo.

## EJEMPLO DE DETERMINACION DE VAN Y TRI

Se considera la decisión de lanzar un proyecto de reducción de costes de un artículo especial, que se está fabricando para atender un contrato de venta de 3 años, al que le queda un año para expirar. El proyecto supondría un desembolso de 10 MPTA y se estima que existe una probabilidad del 60% de que el contrato se renueve por 3 años más, sin posibilidad de ventas ulteriores debido a la evolución tecnológica. La producción contratada es de 50.000 unidades/año, a un precio de venta unitario de 1.000 MPTA. El coste unitario actual es 800 PTA y el proyecto considerado lo reduciría en 150 PTA.

### 1) Análisis de Valor Esperado.-

En la figura anexa se ha representado y resuelto el árbol de decisión. El valor esperado de la estrategia "reducir costes" es  $VE_A = 39$  MPTA y el de la "no reducir" es  $VE_B = 35,5$  MPTA, luego la decisión preferible ahora es la primera.

Conviene observar que, sin embargo, el F.F. neto mínimo de la primera estrategia sería 7,5 MPTA, mientras que el de la segunda sería 10 MPTA. En cambio, si el contrato se renovase, la primera proporcionaría 60 MPTA y la segunda sólo 52,5 MPTA.

### 2) Análisis de VAN.-

Para el cálculo de los valores actuales, hay que preparar previamente una tabla de los F.F. incrementales

Estrategia "Reducir costes"	Años				
	0	1	2	3	4
- Contrato renovado (P = 60%)					
Unidades vendidas	—	50.000	50.000	50.000	50.000
Reducción de coste unitario, KPTA	—	0,15	0,15	0,15	0,15
Desembolso, KPTA	10.000	—	—	—	—
F.F. neto, KPTA (1)	-10.000	+ 7.500	+ 7.500	+ 7.500	+ 7.500
- Contrato no renovado (P = 40%)					
Unidades vendidas	—	50.000	0	0	0
Reducción de coste unitario, KPTA	—	0,15	—	—	—
Desembolso, KPTA	10.000	—	—	—	—
F.F. neto, KPTA (2)	-10.000	+ 7.500	0	0	0
F.F. neto esperado, KPTA (3)	-10.000	+ 7.500	+ 4.500	+ 4.500	+ 4.500

### Estrategia "No reducir costes"

- Contrato renovado (P = 60%)					
Unidades vendidas	—	50.000	50.000	50.000	50.000
Reducción de coste unitario, KPTA	—	0	0,15	0,15	0,15
Desembolso, KPTA	0	10.000	—	—	—
F.F. neto, KPTA (1)	0	-10.000	+ 7.500	+ 7.500	+ 7.500
- Contrato no renovado (P = 40%)					
Unidades vendidas	—	50.000	0	0	0
Reducción de coste unitario, KPTA	—	0	—	—	—
Desembolso, KPTA	0	0	—	—	—
F.F. neto, KPTA (2)	0	0	0	0	0
F.F. neto esperado, KPTA (3)	0	- 6.000	+ 4.500	+ 4.500	+ 4.500

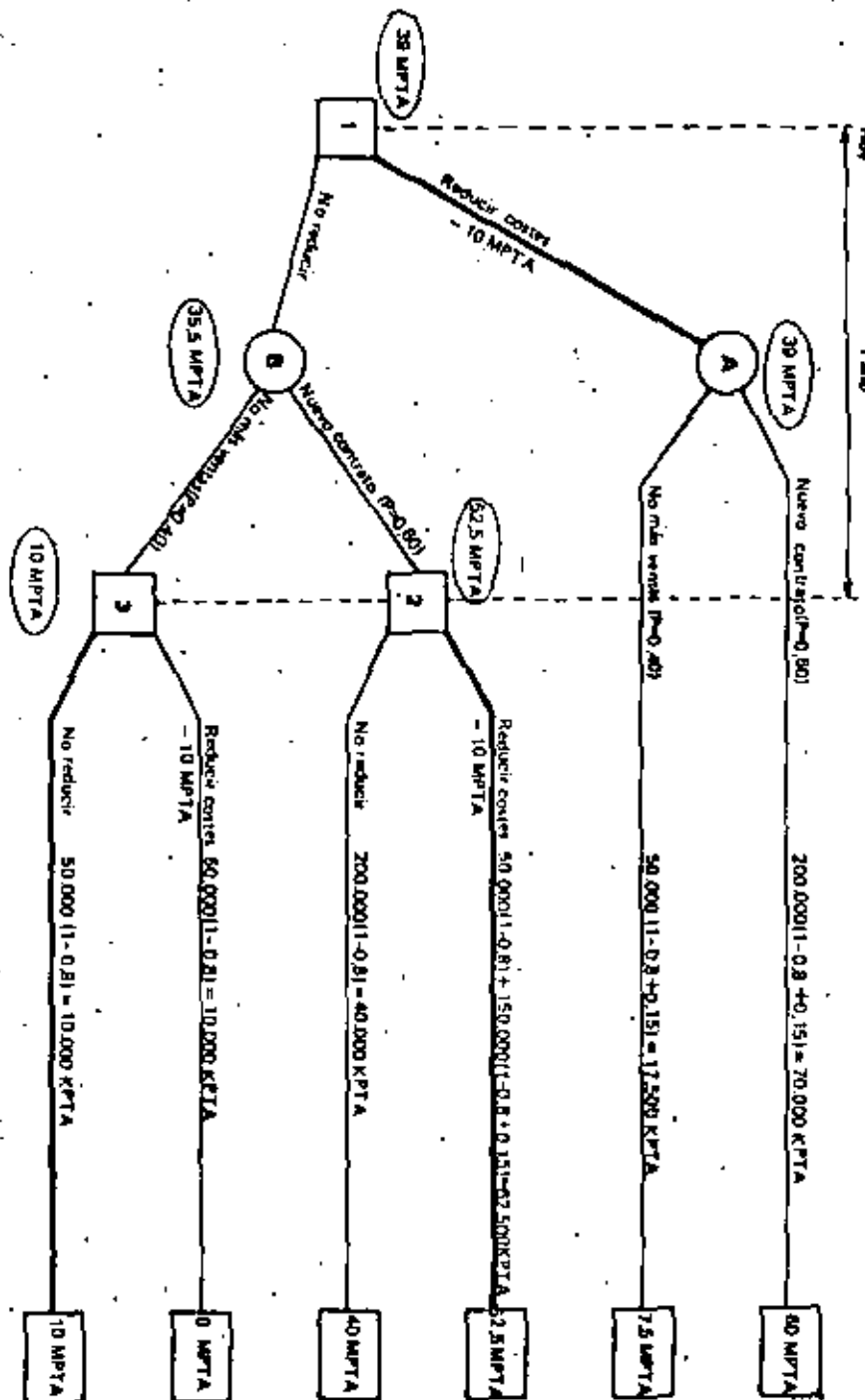
Nota: (3) =  $0,6x(1) + 0,4x(2)$

anuales esperados de cada estrategia.

Seguidamente se realiza la actualización, aplicando los coeficientes correspondientes a tasas de descuento del 0, 10; 20, 30, ... %, hasta lograr el "cruce" o cambio de signo del F.F. acumulado actualizado. En la tabla y figura anexas se representan los resultados obtenidos. En ellas se observa que, mientras que la RMA sea inferior al 34%, sigue siendo preferible la estrategia "reducir costes". Si la RMA excediera del 34%, pasaría a ser preferible la de "no reducir costes".

3) Análisis TRI.-

Por interpolación a partir de los resultados anteriores, se determinan las TRI, que resultan ser  $TRI_A = 43,5\%$  y  $TRI_B = 55\%$ . Por lo tanto, desde este punto de vista resulta preferible la estrategia "no reducir costes".



456



FLUJOS DE FONDOS ACTUALIZADOS

Estrategia "Reducir costes"

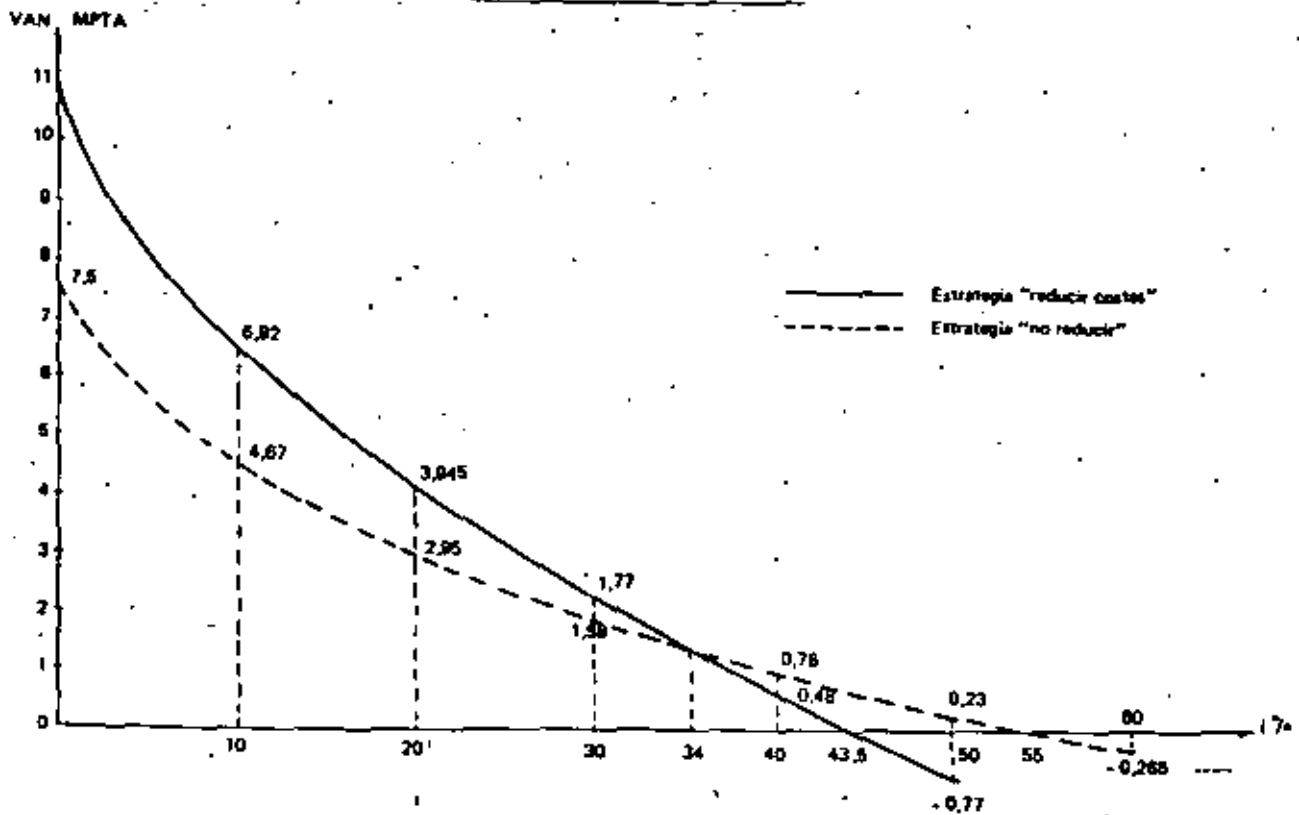
Año	F.P.	P/F <sub>10,n</sub>	F.F.act.	P/F <sub>20,n</sub>	F.F.act.	P/F <sub>30,n</sub>	F.F.act.	P/F <sub>40,n</sub>	F.F.act.	P/F <sub>50,n</sub>	F.F.act.	P/F <sub>60,n</sub>	F.F.act.
0	-10.000	1,00	-10.000	1,00	-10.000	1,00	-10.000	1,00	-10.000	1,00	-10.000		
1	+ 7.500	0,91	6.820	0,83	6.220	0,77	5.570	0,71	5.400	0,67	5.000		
2	+ 4.500	0,83	3.680	0,69	3.100	0,59	2.610	0,51	2.290	0,44	1.980		
3	+ 4.500	0,75	3.370	0,58	2.610	0,45	2.020	0,36	1.620	0,30	1.350		
4	+ 4.500	0,68	3.050	0,48	2.115	0,35	1.570	0,26	1.170	0,20	900		
<b>VAN:</b>	<b>11.000</b>		<b>6.920</b>		<b>3.945</b>		<b>1.170</b>		<b>480</b>		<b>770</b>		

MPTA

Estrategia "No reducir costes"

Año	F.P.	P/F <sub>10,n</sub>	F.F.act.	P/F <sub>20,n</sub>	F.F.act.	P/F <sub>30,n</sub>	F.F.act.	P/F <sub>40,n</sub>	F.F.act.	P/F <sub>50,n</sub>	F.F.act.	P/F <sub>60,n</sub>	F.F.act.
0	0	1,00	0	1,00	0	1,00	0	1,00	0	1,00	0	1,00	0
1	- 6.000	0,91	- 5.450	0,83	- 4.870	0,77	- 4.620	0,71	- 4.320	0,67	- 4.000	0,63	- 3.780
2	+ 4.500	0,83	3.690	0,69	3.100	0,59	2.610	0,51	2.290	0,44	1.980	0,39	1.760
3	+ 4.500	0,75	3.370	0,58	2.610	0,45	2.020	0,36	1.620	0,30	1.350	0,24	1.080
4	+ 4.500	0,68	3.060	0,48	2.110	0,35	1.570	0,26	1.170	0,20	900	0,15	675
<b>VAN:</b>	<b>7.500</b>		<b>4.670</b>		<b>2.950</b>		<b>1.580</b>		<b>760</b>		<b>230</b>		<b>- 265</b>

REPRESENTACION GRAFICA



INCERTIDUMBRE Y RIESGO

502

- LAS SITUACIONES DE INCERTIDUMBRE SON MUY RARAS EN LA EMPRESA, SE SUELE SABER BASTANTE MAS QUE LO QUE SE CREE.
- TODA PERSONA SUELE TENER UNA IDEA BASTANTE CLARA DEL SIGNIFICADO QUE ATRIBUYE A "SEGURO", "CASI SEGURO", "MUY PROBABLE", "PROBABLE", ETC ..., AUNQUE LE RESULTE SUMAMENTE DIFICIL TRANSMITIRLA CON RIGOR A LOS DEMAS.
- EL DECISOR PUEDE ACTUAR BASTANTE BIEN EN SITUACIONES SIMPLAS CON SOLO LA AYUDA DE LA INTUICION, PERO ESTA ES INSUFICIENTE EN LAS COMPLEJAS.
- EN LA EMPRESA ES INDISPENSABLE LA TRANSMISION Y COMPRESION DE LAS IDEAS ACERCA DE LA PROBABILIDAD ESTIMADA DE LOS ACONTECIMIENTOS FUTUROS.

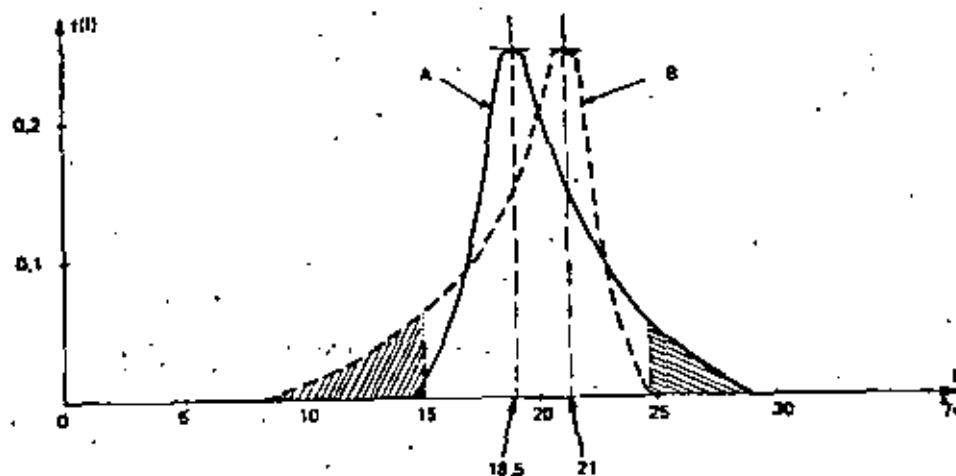
PROBABILIDADES SUBJETIVAS

503

- ES POSIBLE CONVERTIR LAS IMPRESIONES PERSONALES, BASADAS EN LA EXPERIENCIA Y LA FORMACION, EN PROBABILIDADES SUBJETIVAS, NO DEDUCIBLES MATEMATICAMENTE.
- ANTE UN MISMO SUCESO ALEATORIO, LAS PERSONAS CON MADUREZ, EXPERIENCIA Y FORMACION SIMILARES SUELEN ASIGNAR PROBABILIDADES SUBJETIVAS MUY PARECIDAS.
- EN LOS CASOS SUSCEPTIBLES DE UN ANALISIS ESTADISTICO, SUELE SER NOTABLE LA CONCORDANCIA ENTRE LOS RESULTADOS DE DICHO ANALISIS Y DE LA ASIGNACION DE PROBABILIDADES SUBJETIVAS.
- LA CAPACIDAD PERSONAL DE ASIGNACION DE PROBABILIDADES SE PERFECCIONA Y HACE COHERENTE AL EJERCITARSE SISTEMATICAMENTE EN SU UTILIZACION.
- MEDIANTE LA COMBINACION DE LAS PROBABILIDADES SUBJETIVAS Y LA TEORIA DE PROBABILIDADES SE LOGRA UN AUXILIAR VALIDISIMO PARA LA TOMA DE DECISIONES.

MUCHOS DE LOS PARAMETROS QUE DETERMINAN LA RENTABILIDAD DE UNA INVERSIÓN TIENEN REALMENTE EL CARÁCTER DE VARIABLES ALEATORIAS. CONOCIDAS LAS FUNCIONES DE DISTRIBUCIÓN DE DICHAS VARIABLES, EL ANÁLISIS DE RIESGO DETERMINA LA FUNCIÓN DE DISTRIBUCIÓN DE LA RENTABILIDAD.

EJEMPLO : PROYECTOS A Y B MUTUAMENTE EXCLUYENTES



$$TRI_{A,MAX} = 18,5\%$$

$$TRI_{B,MAX} = 21,0\%$$

¿LUEGO B ES MEJOR QUE A?

DATOS PROBABILÍSTICOS:

$$P(TRI_A < 14,5\%) = 0 \quad P(TRI_A < 15\%) = 1\% \quad P(TRI_A > 24\%) = 8\% \quad P(TRI_A > 28\%) = 0$$

$$P(TRI_B < 8\%) = 0 \quad P(TRI_B < 15\%) = 20\% \quad P(TRI_B > 24\%) = 0 \quad P(TRI_B > 24\%) = 0$$

CON ESTA INFORMACIÓN ESTADÍSTICA ADICIONAL, ES POSIBLE QUE SE PREFIERA A

### APLICACION DEL METODO DE MONTECARLO 505.

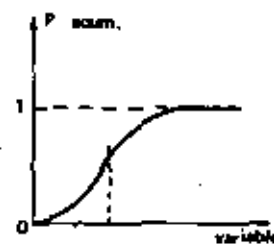
1.- SE OBTIENE LA FUNCIÓN DE DISTRIBUCIÓN DE CADA UNA DE LAS VARIABLES ALEATORIAS QUE INTERVIENEN EN EL CÁLCULO DE LA RENTABILIDAD DEL PROYECTO.

2.- PARA CADA VARIABLE ALEATORIA SE SELECCIONA UN VALOR AL AZAR, REALIZANDO ASÍ LA PRIMERA SIMULACIÓN DE MONTECARLO.

3.- CON EL CONJUNTO DE VALORES ASÍ OBTENIDOS, SE REALIZA EL CÁLCULO DE LA TRI Y SE REGISTRA.

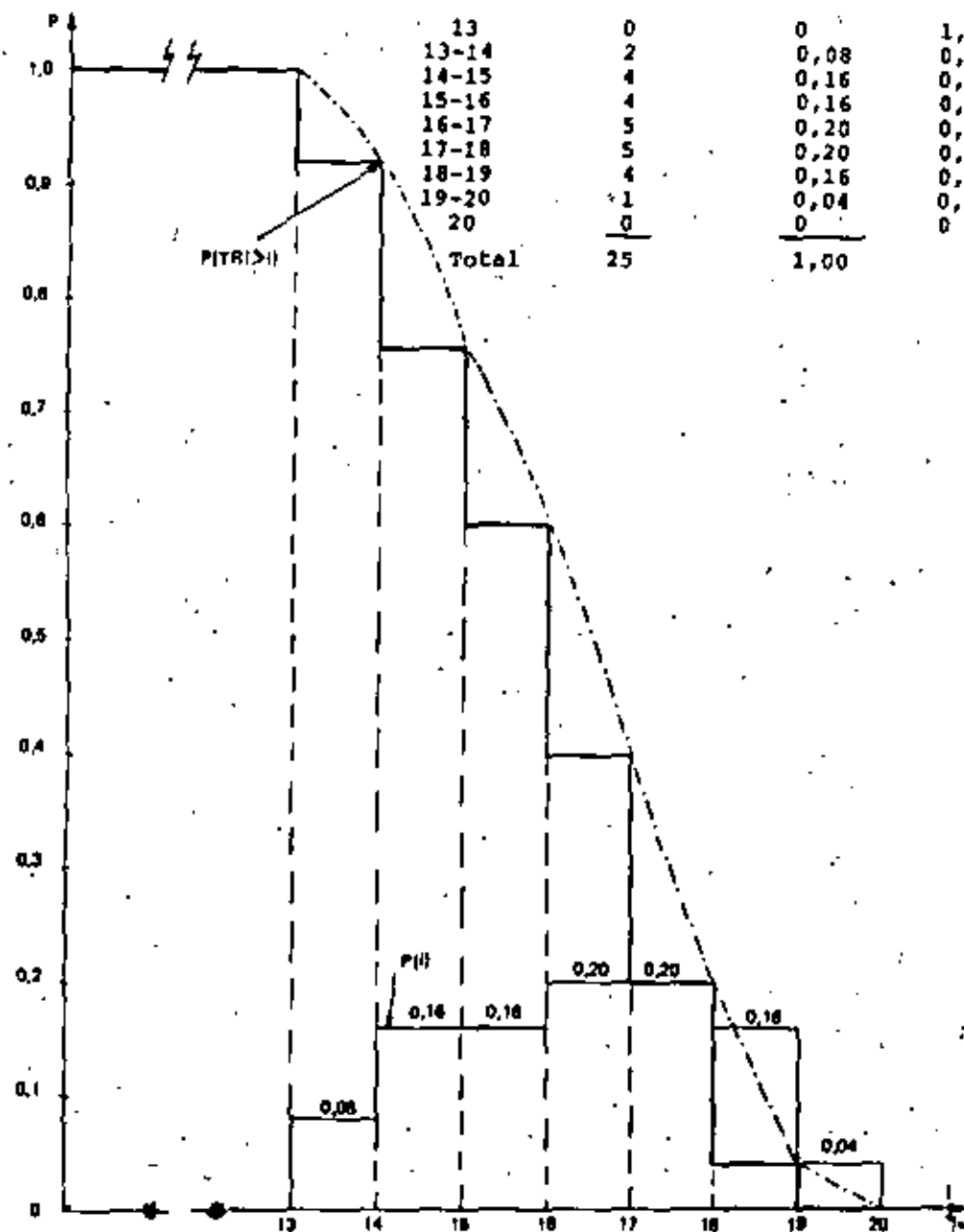
4.- SE REPITEN LOS PASOS 2 Y 3 HASTA REALIZAR EL NÚMERO DE SIMULACIONES DESEADO.

5.- SE TABULAN POR INTERVALOS LOS VALORES DE TRI Y SE CALCULAN Y REPRESENTAN GRÁFICAMENTE LAS FRECUENCIAS RELATIVAS DE CADA INTERVALO Y LAS PROBABILIDADES ACUMULADAS. SE DETERMINA TAMBIÉN EL VALOR MEDIO Y LA VARIANZA, ASÍ COMO OTROS PARÁMETROS ESTADÍSTICOS DE INTERÉS.



·EJEMPLO CON 25 SIMULACIONES·

Intervalo i	Frecuencia absoluta	Frecuencia relativa	Perfil de riesgo
13	0	0	1,00
13-14	2	0,08	0,92
14-15	4	0,16	0,76
15-16	4	0,16	0,60
16-17	5	0,20	0,40
17-18	5	0,20	0,20
18-19	4	0,16	0,04
19-20	1	0,04	0,00
20	0	0	0
Total	25	1,00	



ESTIMACION DE LAS FUNCIONES DE DISTRIBUCION

Muchos de los datos precisos para el análisis económico de un proyecto tienen el carácter de variables aleatorias. Tales son, por ejemplo,

- Volumen del mercado
- Precio de venta
- Inversión total
- Valor residual de la inversión
- Costes fijos
- Vida de la inversión

Se trata de obtener la información necesaria para determinar las respectivas distribuciones de probabilidades subjetivas. Ya hemos visto que lo primero que hay que hacer es hallar el intervalo en que estará contenida cada variable. Mediante consultas a los expertos implicados en el proyecto, suele ser fácil determinar dichos intervalos. Muchas veces, incluso, es más fácil dar un intervalo que un valor concreto. Por supuesto, cuanto mayor sea la amplitud del intervalo, tanto menor es la confianza del experto en el valor estimado correspondiente

En cada circunstancia hay preguntas que el experto afectado suele contestar sin grandes dificultades. Por ejemplo, si nos referimos al precio de ventas:

- Dado que hemos estimado que el precio de venta es - 51.000 PTA, ¿cuál es la probabilidad de que pase de 55.000 PTA?

UN METODO

- 1.- Se pregunta al decisor cuáles son los valores máximo y mínimo que puede tomar la variable.
- 2.- Se divide en cinco partes iguales el intervalo entre dichos dos valores.
- 3.- Se pide al decisor que exprese en forma de apuesta su creencia de que la variable caiga en cada uno de los cinco intervalos formados.
- 4.- Se convierten las apuestas en probabilidades mediante normalización.
- 5.- Se calculan las probabilidades acumuladas.

- ¿Hay alguna posibilidad de que supere las 65.000 PTA?
- ¿Qué probabilidad existe de que caiga por debajo de 47.500 PTA?

Vamos a estudiar inmediatamente uno de los procedimientos sistemáticos que pueden seguirse para la construcción de la función de distribución.

Combinando datos históricos con el resultado de los cálculos y estimaciones de los expertos, se llega a completar la información necesaria y quedan determinadas las funciones de distribución de todas las variables aleatorias implicadas.

Nunca se insistirá bastante en que es mucho mejor conocer las posibilidades de variación de un dato, por subjetivo que sea su fundamento, que limitarse a manejar un único valor estimado.

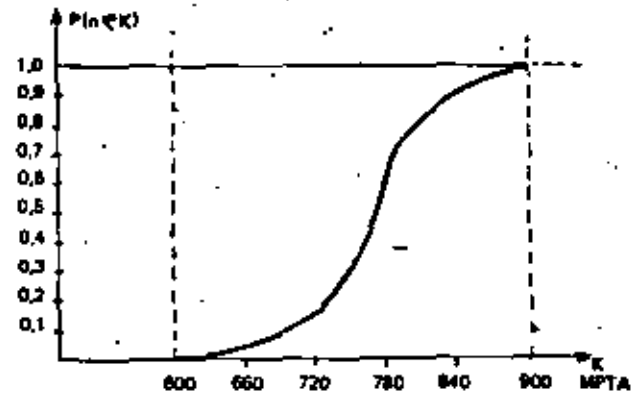
# CONSTRUCCION DE LA FUNCION DE DISTRIBUCION

## UN EJEMPLO

### Ventas en MPTA

Mínimo : 600 } Amplitud de intervalos:  $\frac{900-600}{5} = 60$   
 Máximo : 900 }

Intervalo	Apuesta	Probabilidad	Probabilidad acumulada
600-660	$1/20 = 0,05$	0,053	0,053
660-720	$1/10 = 0,10$	0,105	0,158
720-780	$1/2 = 0,50$	0,526	0,684
780-840	$1/5 = 0,20$	0,211	0,895
840-900	$1/10 = 0,10$	0,105	1,000
Totales	0,95	1,000	



## GENERACION DE UNA VARIABLE ALEATORIA

### DADA SU FUNCION DE DISTRIBUCION

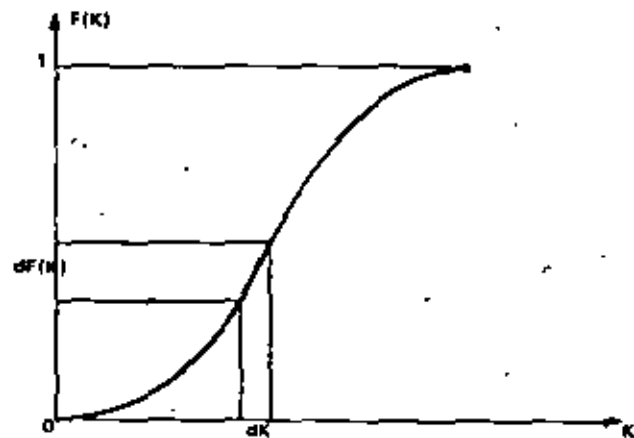
Se entra con números aleatorios equiprobables en el intervalo  $\{0,1\}$ , sobre el eje F. Se verificará:

$$P[F(K) \leq F \leq F(K+dK)] = dF(K)$$

Pero

$$dF(K) = F'(K)dK = f(K)dK = P[K \leq x \leq K + dK]$$

Luego las  $x$  que resultan siguen la distribución determinada por  $F(K)$



## SIMULACIONES

Dada la función de distribución de una variable aleatoria, sabemos cómo se pueden generar valores de dicha variable entrando con números aleatorios (equiprobables) en el eje de ordenadas. Esta labor puede hacerse manualmente, con la ayuda de una tabla de números aleatorios. Ahora bien, dado el elevado número de simulaciones que se han de realizar, es preferible hacerlo mediante ordenador. Este genera los números aleatorios, toma los valores correspondientes de las variables y realiza la determinación de la TRI.

La velocidad de cálculo de los ordenadores permite llevar a cabo varios miles de simulaciones en unos pocos minutos.

Normalmente se considera conveniente realizar de 1.000 a 3.000 simulaciones. Con estos números tan elevados se obtienen unos resultados gráficos "suaves", prácticamente continuos.

Sin embargo, es frecuente que 100 ó 200 simulaciones proporcionen unos resultados satisfactorios. Si se baja demasiado, pueden hacerse muy acusadas las fluctuaciones aleatorias. En la figura anexa, que corresponde a un caso real y 25 simulaciones, se aprecia este tipo de fenómenos.

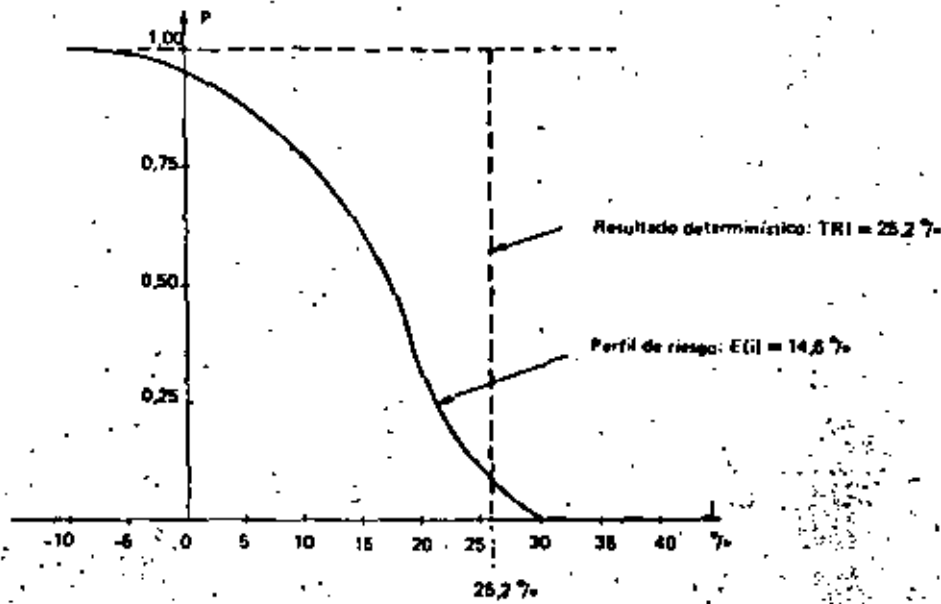
Las combinaciones de valores de las variables no pueden ser enteramente arbitrarias en todos los casos. Por ejemplo, el mercado no puede experimentar de un año a otro una variación que exceda de un cierto valor. Este tipo

de limitaciones es muy fácil de introducir en el programa.

Por otra parte, hay variables que están relacionadas entre sí; por ejemplo, si el precio determina el mercado total, primero se selecciona el precio y a continuación se utiliza para el mercado total la función de distribución que corresponda al precio seleccionado.

También es fácil explorar el efecto del cambio de la función de distribución de una variable sobre los resultados, de una forma que recuerda el análisis de sensibilidad.

Al comparar los resultados del análisis de riesgo con los proporcionados por un análisis determinístico previo se observa que la TRI esperada por el primero es inferior - a veces bastante - a la calculada por el segundo. Esto se debe a que la aparición simultánea de los valores más probables de las variables es relativamente poco frecuente.



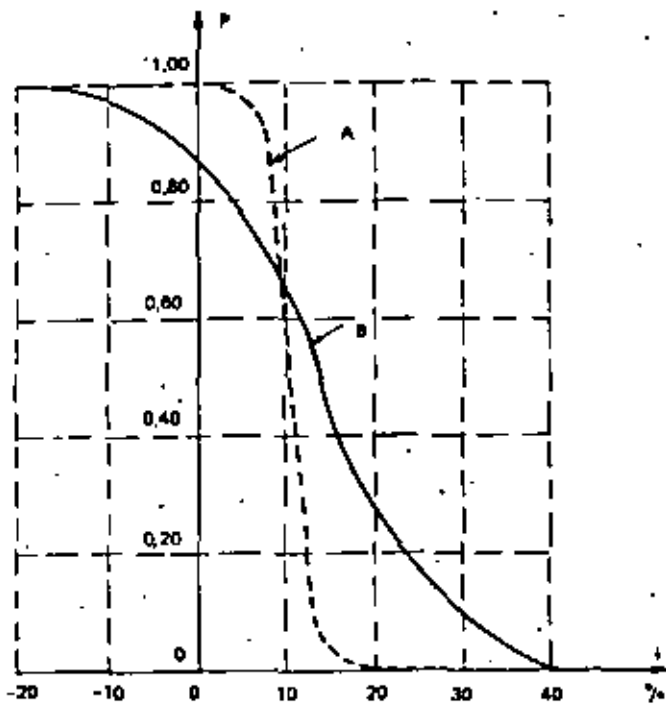
EFFECTO DEL NUMERO DE SIMULACIONES



70.06-1279-514



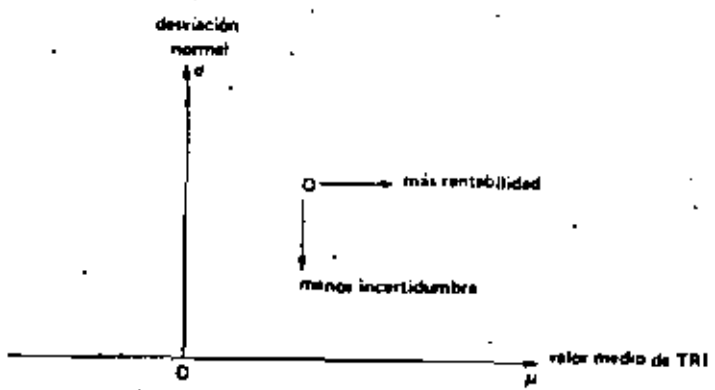
RESULTADO DEL ANALISIS DE RIESGO  
DE DOS PROYECTOS MUTUAMENTE EXCLUYENTES



	A	B
TRI esperada	10%	13,6%
$P(TRI > i) = 0,02$	$i = 14%$	31,0%
$P(TRI < i) = 0,02$	$i = 6%$	-8,0%
$P(TRI < 0)$	0	0,1

DIAGRAMA P,σ

517

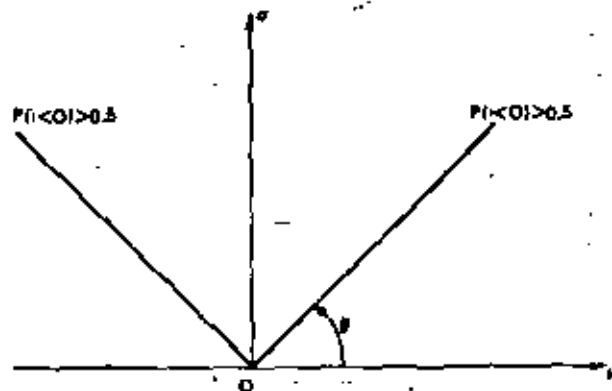
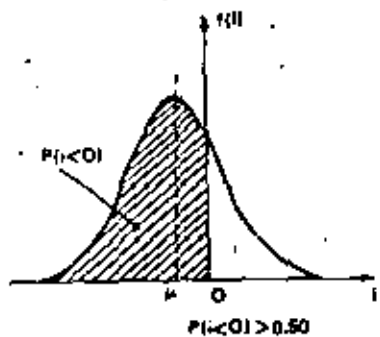
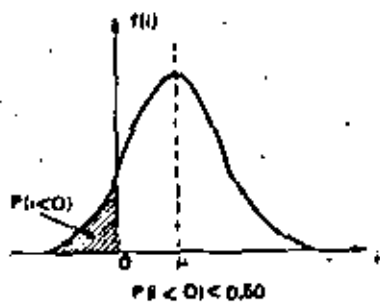


- MUY UTIL PARA LA CLASIFICACION PROBABILISTICA DE PROYECTOS.
- APLICABLE TANTO CON ANALISIS TRI COMO VAN.

Suponiendo distribución normal  $N(\mu, \sigma^2)$  y  $a = \frac{I-\mu}{\sigma}$  :

$$P(i < 0) = \int_{-\infty}^a f(i) di = \int_{-\infty}^{-u/\sigma} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-s^2/2} ds = \Phi\left(\frac{u}{\sigma}\right)$$

$$P(i < 0) = cte \Rightarrow \frac{\mu}{\sigma} = cte$$



$P = \Phi(-u/\sigma)$	$u/\sigma$	$\sigma/u = \text{tge}$	$\theta$
0,05	1,65	0,606	31°
0,10	1,28	0,781	38°
0,50	0,00	"	90°
0,67	-0,44	-2,273	114°
0,90	-1,28	-0,781	142°

## PECULIARIDADES DE LA INVERSION MINERA

### 1.- RIESGO

Existe una incertidumbre considerable acerca de las características reales del yacimiento y el precio al que se venderán los concentrados.

El tiempo de reembolso de las inversiones mineras suele ser superior a los habituales en otros sectores industriales.

### 2.- VOLUMEN

La inversión minera es pesada. Para ella se suele verificar la siguiente relación:

$$\text{Inversión (I)} \approx 3 \times \text{Facturación anual (V)}, \quad (1)$$

mientras que para la industria transformadora esta relación es del orden de la unidad, esto es 100 PTA de inversión producen una facturación del orden de 100 PTA/año.

### 3.- CASH-FLOW

A consecuencia de lo anterior, para lograr una rentabilidad suficiente de sus inversiones, la industria minera ha de producir un cash-flow importante respecto de la facturación. Se acepta frecuentemente que una explotación minera alcanza el umbral de rentabilidad cuando:

$$\text{Cash-Flow} = \text{Gasto monetario anual}, \quad (2)$$

o también ("regla del 50%")

$$\text{Cash-Flow} = 0,5 \times \text{facturación anual}. \quad (3)$$

Si se verifican las condiciones (1) y (3), con una inversión de 100 PTA se producirá una facturación anual de 33,3 PTA, con un cash-flow de 16,7 PTA. Supuesto nulo el valor residual de la inversión, con una vida útil de 15 años, se comprueba fácilmente que las cifras anteriores corresponden a una TRI aproximada del 15%, que puede ser considerada como la mínima aceptable.

Como acabamos de ver, es necesario un cash-flow del orden del 50% (elevado a primera vista) para lograr una TRI del 15% (en el límite inferior de lo razonable).

### 4.- INFLACION

Las inversiones mineras vienen sufriendo últimamente una escalada de costes que supera con mucho a las tasas de inflación globales. Esto se debe principalmente a las razones siguientes:

- Tendencia a una mecanización y automatización crecientes.
- Incidencia cada vez más intensa de los factores ambientales.
- Cada explotación minera es un caso específico. Por ello, las instalaciones mineras se benefician en menor grado que otros sectores industriales de las economías de escala motivadas por la producción de equipos en serie. El coste de los equipos mineros tiende a crecer como el de la mano de obra.

### 5.- RELACION "INVERSION/PRECIO"

Antes hemos visto que una relación (1)  $I/V \approx 3$  requiere

un cash-flow del 50% para lograr una rentabilidad aceptable. Si dicha relación es mayor que 3, será muy difícil alcanzar la rentabilidad mínima.

Pues bien, en la tabla anexa se aprecia que la relación I/V es fácil que se encuentre por encima de 3. Esto indica que existe actualmente una discordancia entre el nivel de las inversiones mineras y la cotización de sus productos. El nivel de precios de muchas materias primas minerales importantes puede ser insuficiente para remunerar las nuevas inversiones necesarias.

Los precios de muchas materias primas minerales deberían crecer con tasas superiores a la de inflación total para lograr la adecuación con las inversiones requeridas para su producción. Esta adecuación podría producirse progresivamente, pero es de temer que se produzca bruscamente en el próximo decenio, al menos para aquellas en las que se llegue a situaciones de penuria más o menos prolongadas.

**6.- FINANCIACION**

De todo lo que antecede se desprende que la capacidad financiera de una empresa minera no es suficiente, en general, para abordar un gran proyecto minero.

Suele ser preciso recurrir a la financiación ajena en cuantías importantes (60 a 80%), con una proporción cada vez menor de los recursos propios de la empresa minera. Esta aporta, en cambio, su experiencia y su capacidad industrial para asegurar la viabilidad técnica y económica de los proyectos, haciendo así posible el montaje de operaciones financieras importantes y complejas.

(1) - Metal  
(2) - Mineral

Producto	Inversión específica (I <sub>a</sub> )	Precio de venta (V <sub>a</sub> )	Relación I <sub>a</sub> /V <sub>a</sub>
Cobre (1)	5 a 8 \$/kg	1,5 \$/kg	3,5 a 5
Níquel (1)	15 a 25 \$/kg	5 \$/kg	3 a 5
Hierro (2)	40 \$/t de Fe	12 \$/t	>3
Aluminio (1)	3 a 3,5 \$/kg	1 \$/kg	3 a 3,5
Cinc (1)	2 a 2,5 \$/kg	0,65 \$/kg	3 a 3,8
Plomo (1)	1,2 a 1,5 \$/kg	0,45 \$/kg	~3
Estañó (1)	20 a 25 \$/kg	7,5 \$/kg	~3

## ESTUDIO DE VIABILIDAD DE UN PROYECTO MINERO (ENSMP)

### 1.- DEFINICION

Estudio de viabilidad es el conjunto de análisis que -  
permiten reconocer si un proyecto es factible desde los pun-  
tos de vista técnico, económico y financiero.

Generalmente este conjunto de análisis se resume en un  
documento de síntesis llamado informe de viabilidad.

### 2.- CONTENIDO

Habida cuenta de que se ha de considerar el proyecto mi-  
nero en todos sus aspectos, el estudio de viabilidad tiene -  
que basarse en el conocimiento de los siguientes elementos:

- El yacimiento.
- La mena.
- El mercado que deberá absorber el mineral.
- El ambiente político, social, económico y finan-  
ciéro en que se desarrollará el proyecto.

### 3.- MOMENTO DE EJECUCION

El estudio de viabilidad sólo puede completarse cuando  
el conocimiento del yacimiento es suficientemente amplio y -  
profundo. A falta de esta condición, los análisis conducen a  
estudios previos, que son necesarios frecuentemente, pero -  
que no son suficientes para la decisión definitiva.

Cuando se dispone del estudio de viabilidad, se tienen todos los elementos requeridos para la toma de decisión.

#### 4.- DURACION

El tiempo necesario para realizar un estudio de viabilidad depende, evidentemente, de la importancia del proyecto, de sus dificultades específicas y de la complejidad del ambiente general. Puede estimarse una duración comprendida entre uno y dos años para los diversos análisis. El informe final requiere unos pocos meses y se establece por síntesis de los análisis detallados de cada aspecto del problema.

#### 5.- ANALISIS ECONOMICOS

Desde las primeras fases de la investigación minera, se van realizando análisis económicos preliminares con los datos disponibles en cada instante. Se obtienen así estimaciones de la rentabilidad, que condicionan el desarrollo de las etapas sucesivas.

Los cálculos definitivos de rentabilidad no pueden realizarse hasta que no se dispone de una previsión de ingresos y gastos suficientemente segura.

#### 6.- ELEMENTOS DEL ESTUDIO

En el cuadro anexo se esquematizan las principales relaciones existentes entre los diversos análisis parciales. Estas relaciones son de tipo cronológico u orgánico.

- El conocimiento del yacimiento ha de superar la fase de las interpretaciones geológicas y llegar has

ta la definición de sus límites, forma y dimensiones, y la distribución de la mineralización en su interior. Se deberán haber realizado las labores mineras exploratorias conducentes a la estimación de las reservas explotables y a la definición del método de explotación.

- El conocimiento de la mena ha de llegar hasta la definición del procedimiento mineralúrgico de concentración más adecuado. Para ello será necesaria una experimentación más o menos amplia, incluso en planta piloto, si fuera preciso.
- El conocimiento del mercado ha de permitir la definición de la naturaleza del producto o los productos que se comercializarán, sus volúmenes de producción posibles y los precios de venta probables.

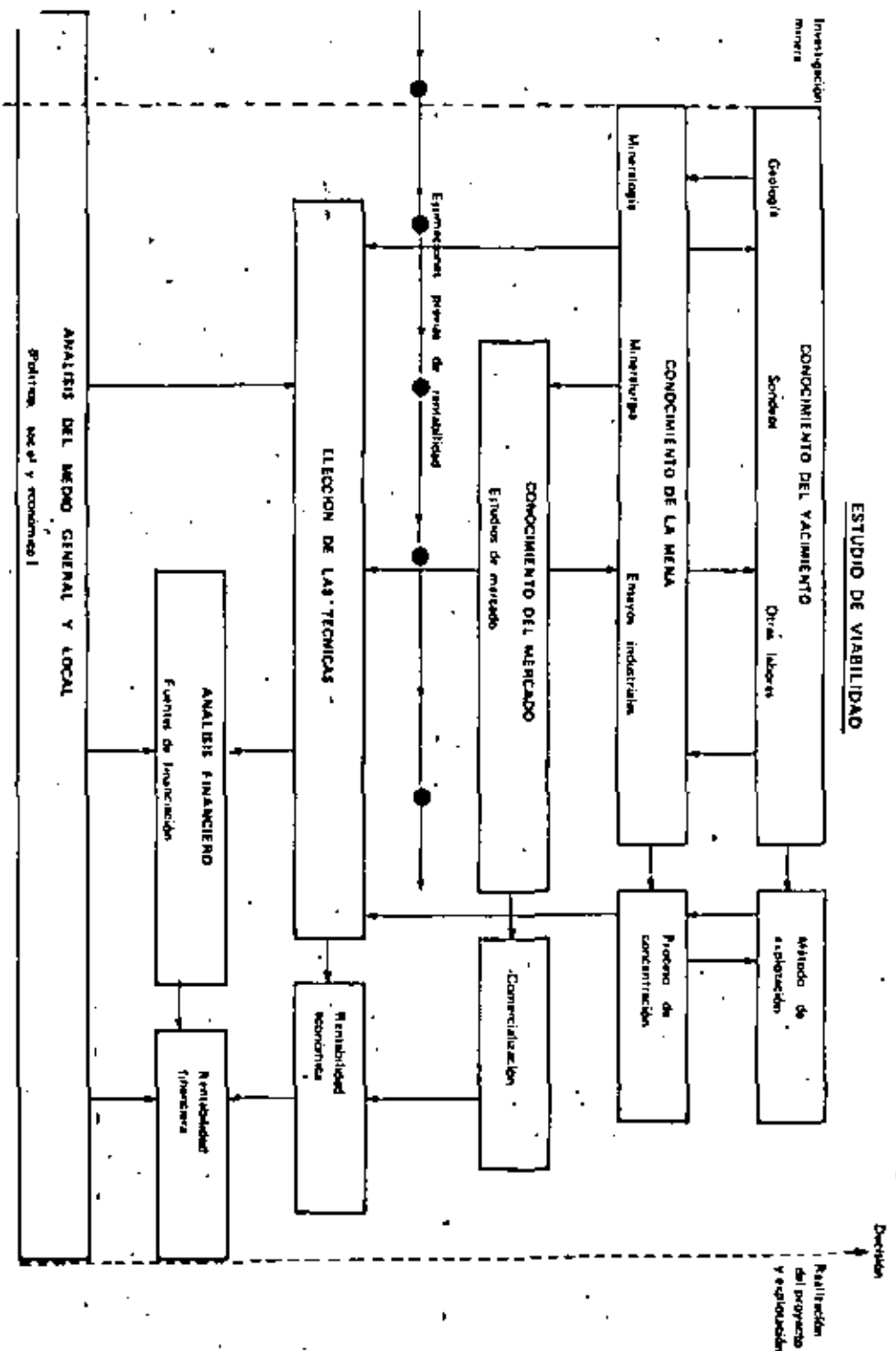
Estos tres estudios se suelen desarrollar en paralelo, con numerosas interacciones mutuas, sobre todo entre el método de explotación, el procedimiento de concentración y el valor del producto final.

- La elección de los procedimientos de extracción y tratamiento del mineral se va perfilando conforme progresan los estudios precedentes. Los costes resultantes puedan combinarse con los ingresos por ventas para determinar los flujos de fondos. Pueden considerarse diversos volúmenes de producción, que conducen a combinaciones distintas de desembolsos por inversión y por explotación. El cálculo de la rentabilidad de las diversas variantes -

del proyecto permitirá fijar definitivamente las dimensiones de la explotación minera y de la planta de tratamiento, así como la vida prevista.

- El análisis financiero no se inicia normalmente hasta que los estudios precedentes no están suficientemente avanzados, ya que el capital total necesario (inmovilizado y fondo de maniobra) no queda determinado hasta que no se define la capacidad de producción. Una vez definidas las fuentes de financiación, se conocen los costes financieros y puede completarse el estudio económico-financiero.
- El conocimiento del medio general y local en el que habrá de desenvolverse el proyecto interfiere continuamente con todos los demás estudios, contribuyendo a la elección de las técnicas, la determinación del volumen de producción óptimo, el ajuste de la estructura financiera, la estimación de las inversiones y el régimen fiscal.

El estudio de viabilidad se completa al llegar a las cuentas de explotación y de tesorería previstas y a la determinación de la rentabilidad del proyecto. Si el resultado no es satisfactorio, pueden ser posibles otras combinaciones de tamaño, financiación y régimen fiscal, que se tantearán en busca de un resultado aceptable.



ESTIMACIONES DE RENTABILIDAD

612

ESTIMACIONES DE RENTABILIDAD

613

- 1.- ESTIMACIONES PREVIAS
  - Valor mínimo y ley mínima
- 2.- RENTABILIDAD OPTIMA
  - Reservas/Leyes
- 3.- ANALISIS ECONOMICO DETALLADO
  - Capacidad de producción y ley de corte
- 4.- ANALISIS FINANCIERO
  - Rentabilidad de los capitales propios
- 5.- ANALISIS DE RIESGO
  - Aplicable en diversas fases del proyecto



## 1.- ESTIMACIONES PREVIAS

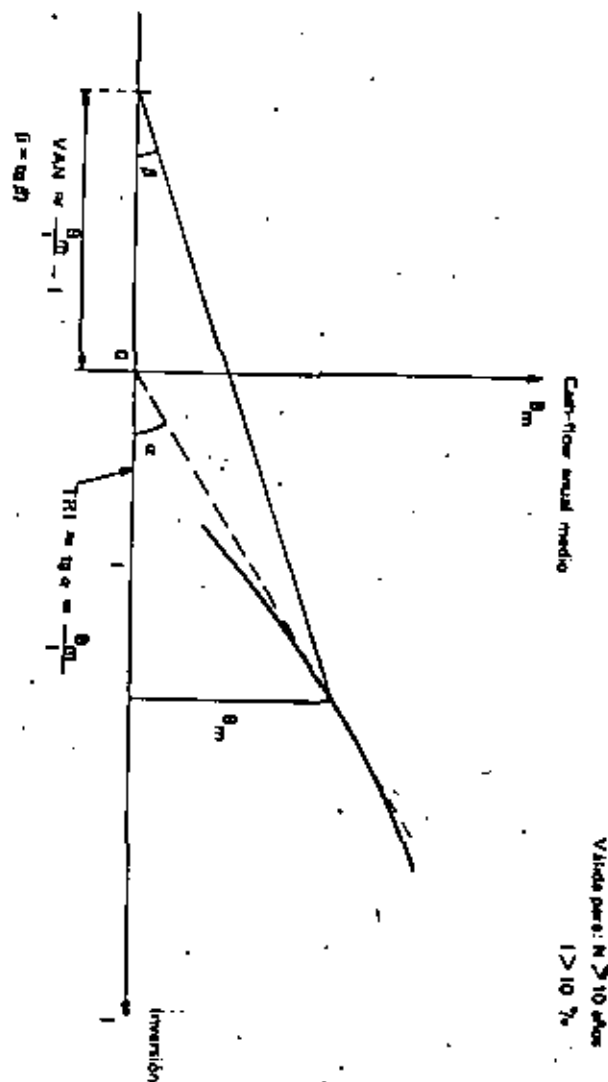
**1.1.- DATOS PREVIOS.** - La estimación más rápida y simplista reposa en el conocimiento de las condiciones típicas de explotación de yacimientos análogos en el momento considerado. Tales condiciones vienen determinadas esencialmente por la cotización de los minerales y metales en el mercado.

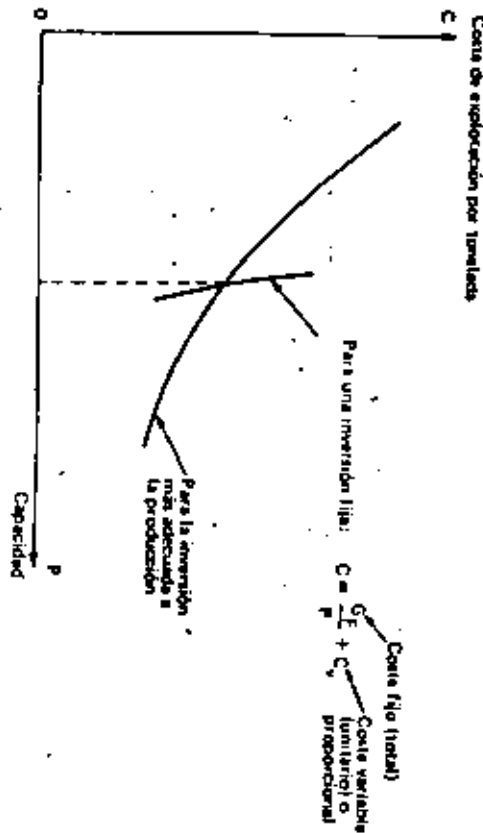
Por ejemplo, si el cinc se cotiza a 25 cts/lb ó 500\$/t, se estima que un yacimiento del 10% puede soportar un coste de 4000 PTA/t. Por tanto, un mineral rico puede ser explotado en condiciones difíciles. Si la ley no pasa del 6%, sólo será rentable una explotación en condiciones medias o fáciles, que ocasionen costes menores.

**1.2.- VALOR MINIMO Y LEY MINIMA.** - Puede realizarse una apreciación más ajustada utilizando el concepto de valor mínimo, que puede determinarse para los principales tipos de yacimientos de una sustancia dada.

Su forma de proceder es bastante sencilla. Para cada tipo de yacimiento, se conoce el valor aproximado del coste de explotación (en dólares/tonelada) y de la inversión específica (en dólares/tonelada de capacidad anual). Se fija una vida útil mínima de 15 años. Entonces, el tonelaje de las reservas (cuyo orden de magnitud puede fijarse para cada tipo de yacimiento) permite calcular la producción anual (o diaria) y, por tanto, la inversión total.

Se impone una TRI del 20%. Supuesto un P.F. anual uniforme B, es fácil calcular su valor aproximado en función de la inversión total I:





COSTE DE EXPLOTACION Y CAPACIDAD

6/16

$$I = B \cdot \frac{1}{1} \left[ 1 - \frac{1}{(1+i)^n} \right] = \frac{B}{0,20} \left( 1 - \frac{1}{1,2^{15}} \right) \approx \frac{B}{0,20}$$

luego  
 $B \approx 0,20 \cdot I.$

Al sumar a los gastos anuales el cash-flow mínimo así determinado, se obtienen los ingresos anuales mínimos. Esta cifra, dividida por la producción, determina el ingreso -- anual mínimo por tonelada de mineral, que se denomina valor mínimo que ha de tener en el mercado la tonelada de mine -- ral, para que la explotación sea rentable.

Este valor mínimo, establecido de una vez para siem -- pre, puede ser utilizado para determinar la ley mínima que ha de tener un yacimiento concreto, de composición conoci -- da, para que su explotación sea rentable.

No hay que confundir la ley mínima con la ley de cor -- te. La primera es el valor mínimo aceptable de la ley media desde el punto de vista económico. La segunda es aquella -- por debajo de la cual no debe arrancarse mineral.

La sencillez de los cálculos permite la modificación -- de cualquiera de las hipótesis para ajustarse a las circuns -- tancias concretas de cada situación. El orden de magnitud -- de los valores mínimos obtenidos permite un juicio de valor rápido basado en una información tan sumaria como el tipo -- de yacimiento y la composición del mineral.

1.3.- EJEMPLO.- Investiguemos el valor mínimo del mineral

de yacimientos de galena de los tres tipos siguientes:

- A.- Yacimiento filoniano pequeño  
 Coste de explotación:  $C = 16$  \$/t  
 Inversión específica:  $I_a = 60$  \$/(t/año)
- B.- Yacimiento estratiforme de tamaño mediano  
 Coste de explotación:  $C = 8$  \$/t  
 Inversión específica:  $I_a = 45$  \$/(t/año)
- C.- Yacimiento grande explotable a cielo abierto  
 Coste de explotación:  $C = 4$  \$/t  
 Inversión específica:  $I_a = 30$  \$/(t/año)

Con estos datos podemos realizar el cálculo de los valores mínimos como se indica en el cuadro anexo.

Para determinar las leyes mínimas es preciso conocer el valor de mercado del Pb contenido. El valor de la tonelada de concentrado viene dado por la fórmula

$$V = \alpha Q / 100 - F, \quad (1.1)$$

en donde V es el valor de la tonelada de concentrado,  $\alpha$  es el rendimiento metalúrgico, Q la cotización del Pb, l la ley de Pb en el concentrado (en%) y F los gastos de transporte y fusión por tonelada de concentrado.

El valor por punto porcentual de Pb contenido en el concentrado será

$$\gamma_c = V/l = \alpha Q / 100 - F/l. \quad (1.2)$$

Si representamos por  $\rho$  el rendimiento del lavadero, el valor por punto contenido en el mineral será:

$$\gamma_m = \rho \gamma_c = \rho (\alpha Q / 100 - F/l). \quad (1.3)$$

Supongamos, por ejemplo, los siguientes valores:

$$\begin{aligned} Q &= 700\$/t \\ l &= 70\% \\ F &= 70\$/t \\ \alpha &= 0,95 \\ \rho &= 0,90 \end{aligned}$$

Entonces, con la ayuda de (1.3) se obtiene  $\gamma_m = 5\%$ . Al dividir por  $\gamma_m$  el valor mínimo  $V_c$  del mineral, resulta la ley mínima, o valor mínimo que ha de tener la ley media del mineral.

La limitación fundamental de este análisis radica en la fijación de la vida del yacimiento, imponiendo en consecuencia una producción anual. En estudios previos y como primera aproximación esto no supone un problema, pero para un análisis más preciso hay que prescindir de la fijación previa de vida de la explotación, para poder optimizar el nivel de producción anual.

VALOR MINIMO Y LEY MINIMA

	Yacimientos		
	A	B	C
- Reservas : T (Mt)	2,5	15	50
- Producción anual : P (Mt/año) Recuperación 90%, duración 15 años $P = R \times 0,90/15$	0,15	0,90	3,00
- Inversión total : I (M\$) $I = I_a \times P$	9	40	90
- Cash-Flow anual mínimo: $B_0$ (M\$) $B_0 = I \times 0,20$	1,8	8	18
- Gasto anual: G (M\$) $G = C \times P$	2,4	7,2	12
- Ingreso anual mínimo : $R_0$ (M\$) $R_0 = G + B_0$	4,2	15,2	30
- Valor mínimo del mineral: $V_0$ (\$/t) $V_0 = R_0/P$	28	17	10
- Ley de Pb mínima, $l_0$ (%) $l_0 = V_0/\gamma_m$	5,6	3,4	2,0

2.- RENTABILIDAD OPTIMA

Cuando se estudia un yacimiento concreto, de reservas y ley conocidas, interesa hallar el nivel óptimo de producción anual y la TRI obtenida con dicha producción. En otras palabras, conocido el par "ley-reservas", hallar la producción anual que maximiza la TRI.

Se ha de disponer a priori de información detallada acerca de inversiones y costes de explotación para el tipo de yacimiento y método de explotación considerados. Esta información se traduce en curvas  $I(P)$  y  $C(P)$ . También se ha de establecer una previsión de precio de venta para el mineral.

A continuación se elige un par ley-reservas y se calcula la TRI para una sucesión de valores posibles de la producción. La función  $TRI(P)$  así obtenida suele presentar un máximo aplastado para una producción óptima  $P^*$ , que suele corresponder a una duración de las reservas comprendida entre 4 y 7 años.

Los valores ( $P^*$ ,  $TRI^*$ ) se llevan a un plano (l,T), en el que se pueden dibujar las curvas "TRI\* constante" y "P\* constante". Se obtiene así un abaco en el que se entra con el par ley-reservas y nos proporciona la producción óptima y la rentabilidad que se obtendría con dicha producción. En la figura anexa se esquematiza el proceso seguido para establecer el abaco.

El número de operaciones que se han de realizar requiere el cálculo automático, pero hay que observar que,

igual que en el caso anterior, el desarrollo completo ha de hacerse sólo una vez para cada tipo de yacimiento y método de explotación.

Cuando las condiciones del proyecto considerado se apartan de las supuestas para construir el ábaco, se pueden aplicar unos coeficientes correctores adecuados, que pueden tabularse o representarse gráficamente de una forma adecuada para su empleo.

El ábaco puede utilizarse de dos modos:

- a) Se dispone de una estimación de las reservas y su ley.- En tal caso se entra con dichos datos y se obtiene el volumen de producción óptimo y la TRI correspondiente. Si la TRI resultase baja, habría que considerar la conveniencia de profundizar en el conocimiento del criadero, para ver si se mejoran las reservas y/o la ley.
- b) Se conoce sólo uno de los parámetros T, l.- Se impone entonces un umbral de TRI y se entra en el ábaco con este valor y con el parámetro conocido (T, l), con lo cual se obtiene el valor mínimo que deberá tener el otro parámetro. (l, T).

Como se indicó anteriormente, el máximo de la TRI en función P es muy aplastado. Por ello, pueden producirse desviaciones importantes respecto de  $P^*$  con una disminución muy pequeña de la TRI. La capacidad de producción que se elige finalmente suele ser inferior a  $P^*$ , debido a las siguientes causas:

- Capacidad del mercado.
- Limitaciones operativas impuestas por el yacimiento.
- Insuficiente conocimiento del criadero, que aconseja prolongar su explotación para dar tiempo a conocerlo mejor.
- Alargar la explotación a 10-15 años para alcanzar al menos un ciclo completo de la cotización del mineral.

### 3.- ANALISIS ECONOMICO DETALLADO

**3.1.- PLANTEAMIENTO GENERAL.-** Los dos modelos considerados hasta ahora no son más que instrumentos de apreciación preliminar, que son aplicables en las primeras etapas de un estudio minero, o en un filtrado previo.

El cálculo de la rentabilidad de un proyecto no se podrá llevar a cabo hasta que el proyecto esté suficientemente definido y se disponga de todos los elementos reseñados en el esquema anexo. Dichos elementos permiten establecer un calendario de ingresos y desembolsos en moneda corriente durante toda la vida útil del proyecto.

Se aplicarán las expresiones habituales:

$$VAN = - \sum_{n=0}^{n=N} I_n \cdot \frac{1}{(1+i)^n} + \sum_{n=0}^{n=N} (R_n - G_n) \cdot \frac{1}{(1+i)^n}, \quad (3.1)$$

que determina el VAN del proyecto a la tasa  $i$  de interés. - Los símbolos que aparecen en ella son:

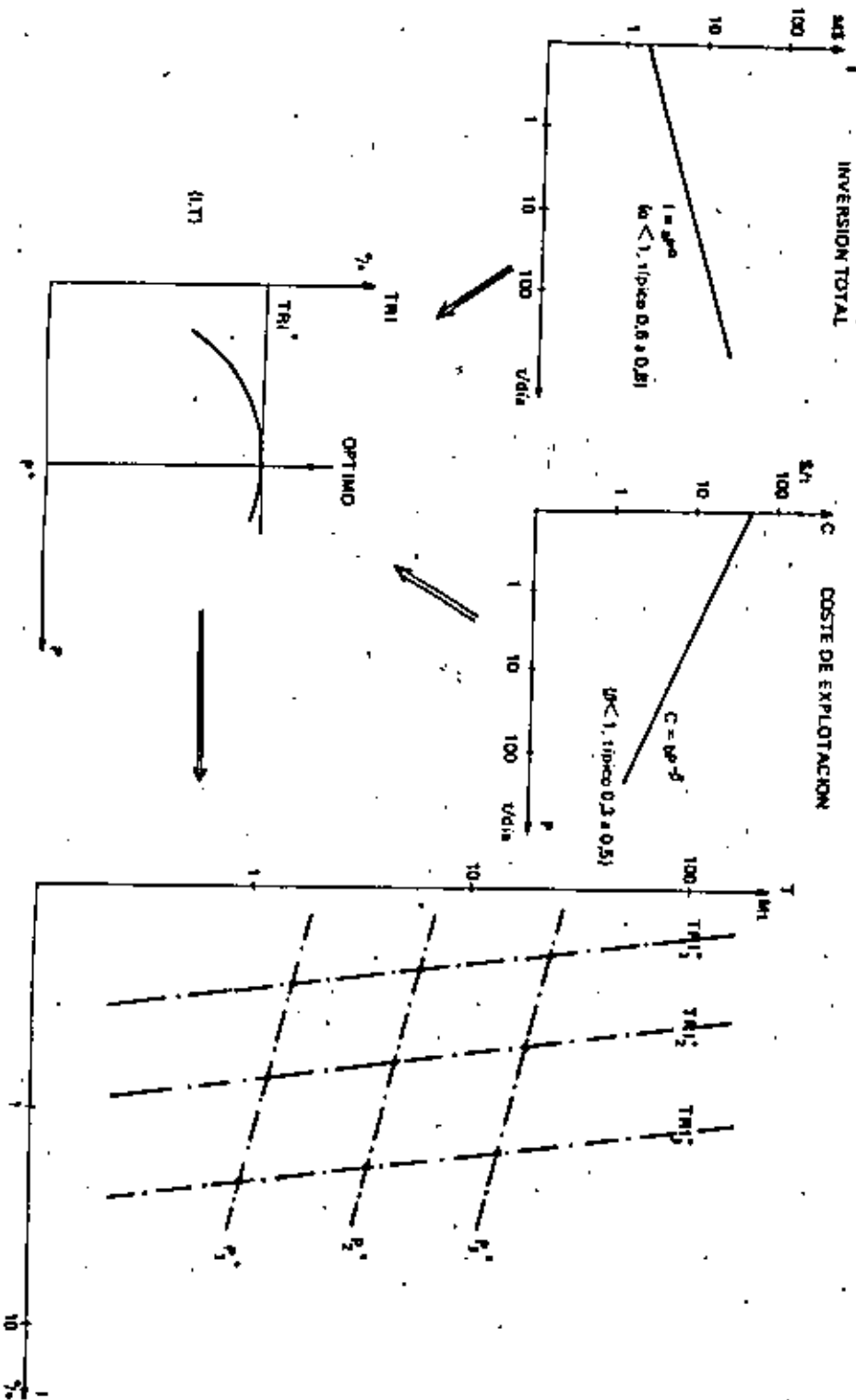
$I_n$  = Inversión realizada cada año (inicial y de reposición), que depende de la capacidad de producción  $P$ , o volumen del proyecto.

$R_n$  = Ingreso anual, que depende de la ley  $i_n$  y de la producción  $P_n$  del año.

$G_n$  = Gasto total anual, que depende de la capacidad  $P$  y de la producción  $P_n$  del año.

$N$  = vida útil total del proyecto.

#### ABACOS DE RENTABILIDAD



Entonces la condición (3.2) toma la forma simplificada

$$NP = T(1) \quad (3.3)$$

y (3.1) se convierte en

$$VAN = -I(P) + P[V(1) - C(P)] \sum_{n=1}^{n=N} \frac{1}{(1+i)^n} \quad (3.4)$$

en donde N es una función de I y P según (3.3). Entonces VAN resulta en función de P y I. Por tanto es teóricamente posible hallar el par (I,P) que haga máximo el VAN.

Por este procedimiento se obtiene una indicación del par óptimo (I,P), aunque aproximada, más ajustada al proyecto concreto estudiado que la que se obtendría con el método anterior. En cualquier caso y como vimos anteriormente, el tamaño real del proyecto suele ser inferior al óptimo económico, sin que ello suponga un menoscabo sensible de la rentabilidad.

3.3.- LEY MEDIA Y LEY DE CORTE. - La ley media de explotación  $l_m$  es un concepto perfectamente definido sobre un cierto período de tiempo, por ejemplo un año: es la ley media del todo-uno que entra en el lavadero.

El problema es completamente diferente para la ley de corte, que es la única guía del minero. En efecto, la ley hay que definirla sobre una base concreta. Un frente de un criadero es explotado si su ley media es superior a una cierta ley de corte  $l_c$ . Dentro de dicho frente, al diseñar una voladura, por ejemplo, se señala una ley de corte  $l'_c$

que puede ser diferente de  $l_c$ , como en el caso en que la voladura se practique en una parte de ley más elevada que la media del frente.

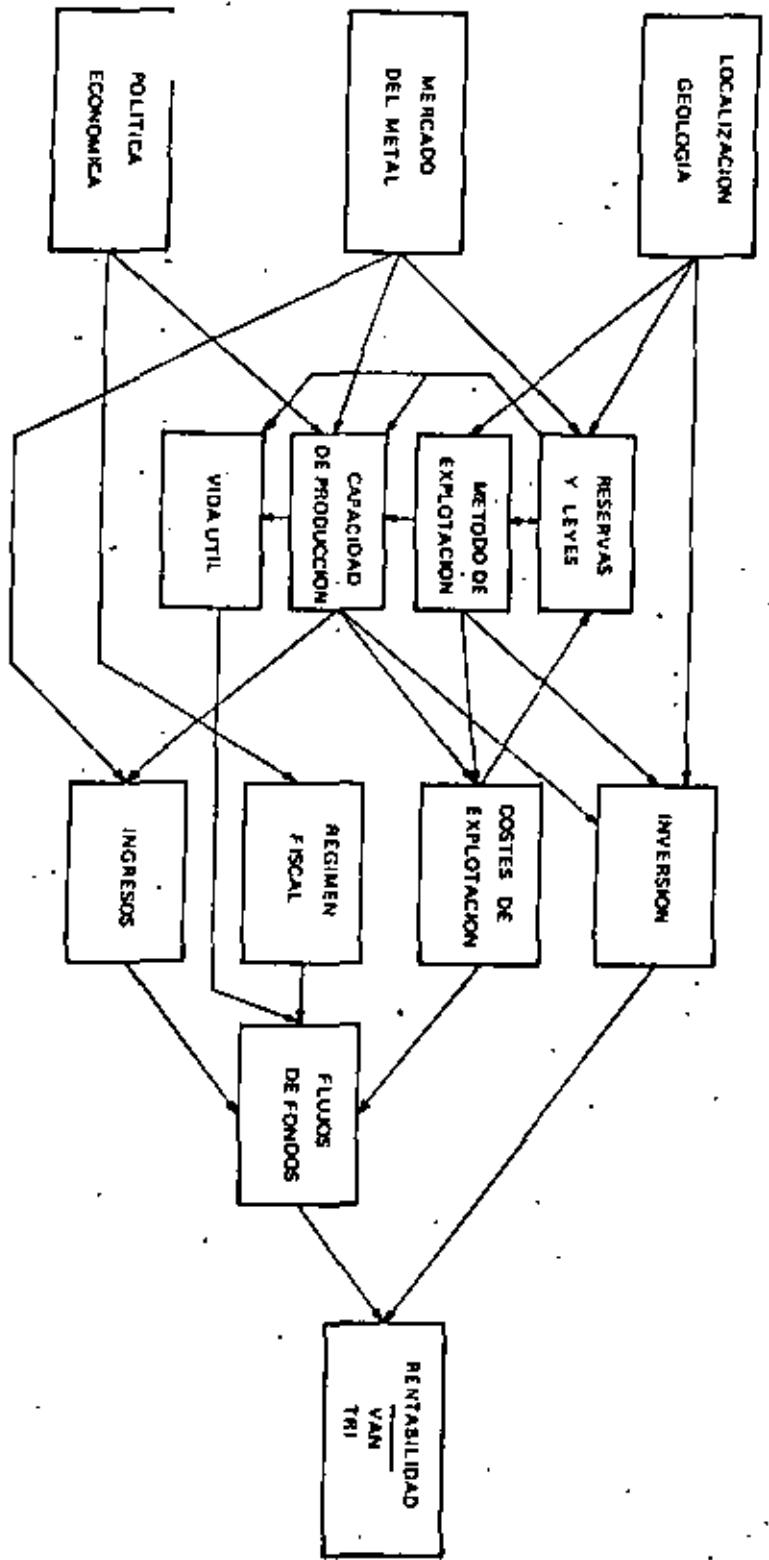
Por otra parte, la explotación de una zona rica puede hacer necesario el arranque previo de otra más pobre. En cualquier caso, no existe en general una ley de corte única, aplicable a toda la explotación. En cambio, la única que cuenta desde el punto de vista económico es la ley media obtenida durante un cierto período de tiempo.

3.4.- CRONOLOGIA DE LA EXPLOTACION. - Como sabemos, para lograr la máxima rentabilidad hay que obtener los mayores flujos de fondos lo antes posible. Esto conduce a explotar primero las zonas más ricas y retrasar lo más posible la explotación de las más pobres.

La rentabilidad máxima es inaccesible por dos razones fundamentales:

- En general, es materialmente imposible llevar la explotación en ese orden, ya que la distribución espacial de las leyes no suele permitirlo.
- La planta de concentración requiere que la ley de alimentación permanezca lo más constante posible.

Por tanto, en el cálculo de la rentabilidad real hay que tener en cuenta esta doble limitación, que conduce a un plan de labores que no es el óptimo económico ideal. De todo modos, se intentará seguir en lo posible el criterio económico, mediante una programación de las labores con ten



ELEMENTOS QUE DETERMINAN LA RENTABILIDAD

Los parámetros  $P$ ,  $P_n$ ,  $l_n$  y  $N$  han de ser fijados antes de iniciar el cálculo. Hay que tener presente que no son independientes, ya que las reservas  $T$  dependen de las leyes explotadas y la producción total será igual a dichas reservas.

$$\sum_{n=1}^{n=N} P_n = T(l_1, l_2 \dots l_n \dots l_N) \quad (3.2)$$

Es evidente que estos parámetros, de los que depende la rentabilidad de la explotación han de ser elegidos de forma que dicha rentabilidad sea la mayor posible.

Para el cálculo de la TRI se utilizará, como sabemos, la expresión (3.1) igualada a cero y se determinará el valor de  $i$  que satisface la ecuación.

**3.2.- DETERMINACION DEL TAMAÑO OPTIMO ECONOMICO.** - Tanto si se utiliza el VAN como la TRI, el problema teórico consiste en hallar el máximo de VAN o de TRI, sujeto a la condición (3.2). Para realizar el cálculo se deberán introducir algunas simplificaciones:

$P_n = P$  : La producción anual es constante e igual a la capacidad de las instalaciones.

$l_n = l_N = l$  : La ley anual es constante e igual a la ley media de las reservas.

$R_n$  y  $G_n$  siguen modelos muy simples:  $R_n = VP$  y  $G_n = CP$

La inversión se concentra en un valor único  $I(P)$ .



dencia de leyes decrecientes a largo plazo.

No hay que confundir esta política con una explotación de rapiña. Se realiza una labor de rapiña siempre que se abandona una parte del criadero cuya extracción sería rentable, sin esperanza de poder reexplotarla ulteriormente. Por el contrario, dejar para una fecha posterior el arranque de un sector más pobre que la media del yacimiento que resta por explotar es un comportamiento estrictamente económico, que nada tiene que ver con la rapiña.

Se plantea ahora el problema de la determinación de la ley de corte aplicable a las labores en curso a lo largo de la explotación. La ley de corte económica depende del momento en que nos encontremos. El criterio básico es aplicar leyes de corte en general decrecientes a lo largo de la vida de la explotación. Aquellas partes cuya ley sea tal que el valor del mineral extraído cubra exactamente el coste directo de explotación ( $l_{co}$ ) deberían ser arrancadas justamente al final de la vida de la explotación. Si se adelanta su arranque, se perjudica a la rentabilidad del proyecto.

Para que una zona de riqueza inferior a la media del yacimiento sea explotable económicamente en un momento dado, el valor del mineral contenido ha de exceder al coste directo de su explotación en una cuantía tanto más importante cuanto más tiempo falte para la terminación de la explotación. Por tanto, la ley de corte va decreciendo a lo largo de la vida de la explotación, desde la ley media del yacimiento (el primer año) hasta la ley de corte marginal, que produce un cash-flow nulo (el último año).

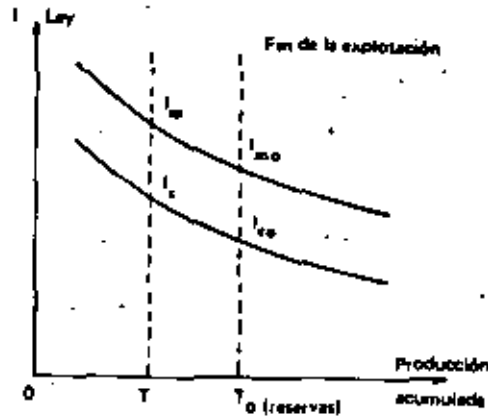
3.5.- DETERMINACION PRACTICA DE LOS PARAMETROS DE EXPLOTACION. - Esta determinación sólo puede hacerse por aproximaciones sucesivas.

Se define una ley de corte razonable, con lo que se determinan los bloques de explotación, las reservas y la ley media de cada uno. Las dimensiones de éstos permiten establecer la producción anual. Con esta base se desarrollan las estimaciones de los costes. La duración de la vida queda también determinada al fijar la producción anual.

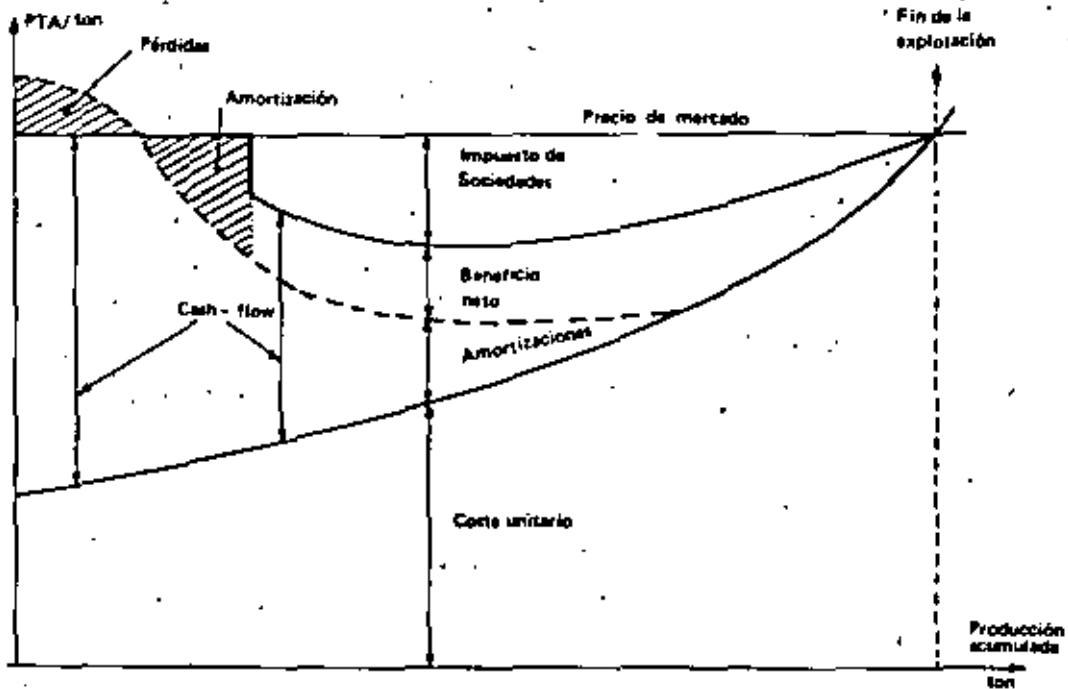
Con todos los datos anteriores y establecida una cronología de la explotación, se pueda realizar el estudio completo de rentabilidad. Lo más frecuente es utilizar el análisis de TRI, aunque puede aplicarse igualmente el de VAN.

Conviene tantear variaciones de las leyes de corte y niveles de producción con vistas a optimizar la rentabilidad calculada.

EVOLUCION ECONOMICA DE LAS LEYES



CRONOLOGIA DE LA EXPLOTACION



#### 4.- ANALISIS FINANCIERO

Aunque el análisis financiero de proyectos no forme parte de este Seminario, es conveniente referirse brevemente a él, dado el elevado peso que suelen tener los recursos ajenos en la financiación de grandes proyectos mineros.

Una vez terminado el análisis económico, se dispone de los datos necesarios para el planteamiento del problema financiero.

Se dispone de un calendario completo de inversiones, ingresos y gastos, con el que se definen las necesidades de financiación.

A la vista de las fuentes de financiación disponibles, se establecen los esquemas que parezcan convenientes.

Para cada posible plan de financiación, se determinan los gastos financieros y se incorporan a los calendarios de flujos de fondos. Puede así calcularse la rentabilidad de los capitales propios, o rentabilidad financiera, que puede ser tanto más diferente de la rentabilidad económica cuanto más importantes sean los recursos ajenos utilizados. Finalmente se selecciona el plan de financiación que resulte más favorable.

#### ASPECTOS FISCALES

##### - DOS MODOS DE ACTUAR SOBRE EL BENEFICIO:

- Impuesto de Sociedades progresivo  
(El superbeneficio revierte en gran parte al Estado)
- Dotación obligatoria de Factor de Agotamiento  
(La mayor parte se invierte por la propia Empresa en algo que interesa al Estado)

##### - LOS IMPUESTOS INDIRECTOS TIENDEN A ACELERAR EL CIERRE DE EXPLOTACIONES MARGINALES. (Aumentan el coste por tonelada)

- Para mejorar la rentabilidad del proyecto, conviene amortizar los gastos y pérdidas de las primeras fases de modo que las mayores cuotas del Impuesto de Sociedades se produzcan lo más tarde posible.

## 5.- ANALISIS DE RIESGO

En los proyectos mineros se acusa aún más que en otro la incertidumbre de los elementos que determinan la rentabilidad. Concretamente hay dos factores singularmente difíciles: las características reales del yacimiento y el precio de venta de los concentrados.

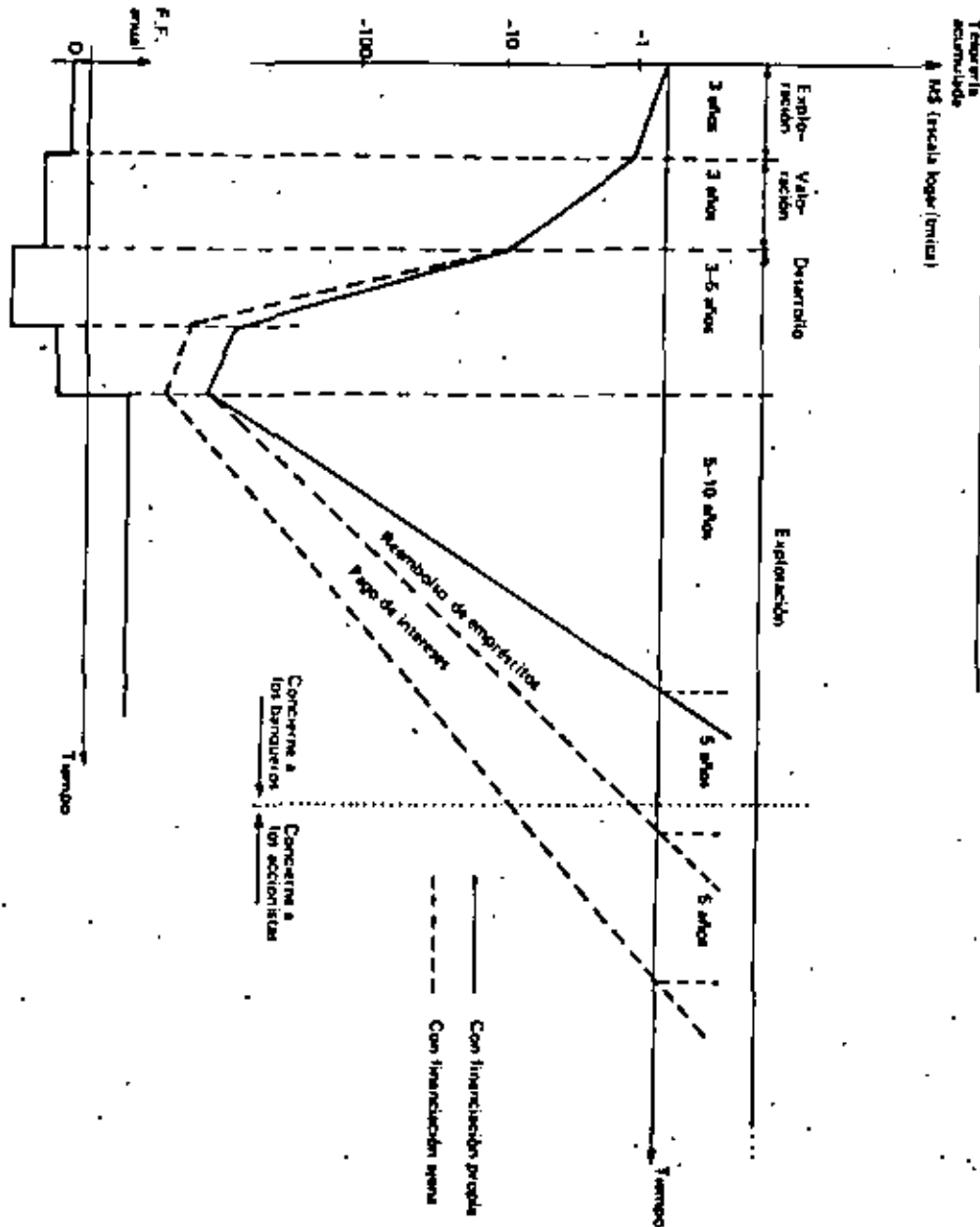
El análisis de riesgo constituye un tratamiento adecuado, ya que permite utilizar toda la información disponible y proporciona una presentación muy valiosa de los factores de incertidumbre y riesgo.

A título de ejemplo, señalaremos las leyes de distribución que pueden utilizarse para algunas variables:

- Leyes: Normal.
- Inversiones: Normal.
- Cotización de metales: Uniforme o equiprobable, con límites inferior y superior prefijados. Puede imponerse una tendencia anual y un límite a las fluctuaciones de un año a otro.
- Rendimiento del lavadero: Normal.
- Días trabajados al año: Triangular, con vértices prefijados (también puede utilizarse una distribución beta).
- Producción anual: triangular, como la anterior.

A partir del momento en que se dispone de la función de distribución del VAN de un proyecto, se pueden calcular la probabilidad de pérdida  $P(VAN < 0)$  y la esperanza de pérdida o valor esperado del VAN en el intervalo  $(-\infty, 0)$ . Estos

### GRAFICOS DE TESORERIA TÍPICOS



dos parámetros contribuyen a facilitar la decisión y puedan ser representados fácilmente sobre un diagrama  $\mu, \sigma$ .

En el diagrama anexo se ha representado la recta - -  $P(VAN < 0) = 10\%$ . Si el punto  $(\mu, \sigma)$  representativo del proyecto queda por debajo de ella, la probabilidad de que se produzca pérdida es inferior al 10%. También se ha representado la curva correspondiente a una esperanza de pérdida - prefijada (igual al segmento OB). Todo punto  $(\mu, \sigma)$  situado debajo de ella indica que, de producirse pérdida, su valor esperado sería inferior a OB.

Las dos curvas precedentes delimitan una zona en la - que la probabilidad de pérdida no exceda del 10% y si se - produjera pérdida, su valor esperado no superaría un cierto límite OB prefijado. El yacimiento puede ser considerado -- explotable.

En los dos demás casos puede ser conveniente realizar un desembolso adicional para conocer mejor el yacimiento. - Puede ocurrir que la probabilidad de pérdida supere un cierto valor, aun después de la nueva campaña de investigación. En el diagrama hemos trazado la recta correspondiente a una probabilidad de pérdida del 90% y un costo OC de la campaña adicional. Evidentemente, por debajo de esa recta existe ca si la certeza de perder, luego cuando el punto  $(\mu, \sigma)$  se encuentre en esa zona, deberá abandonarse el proyecto.

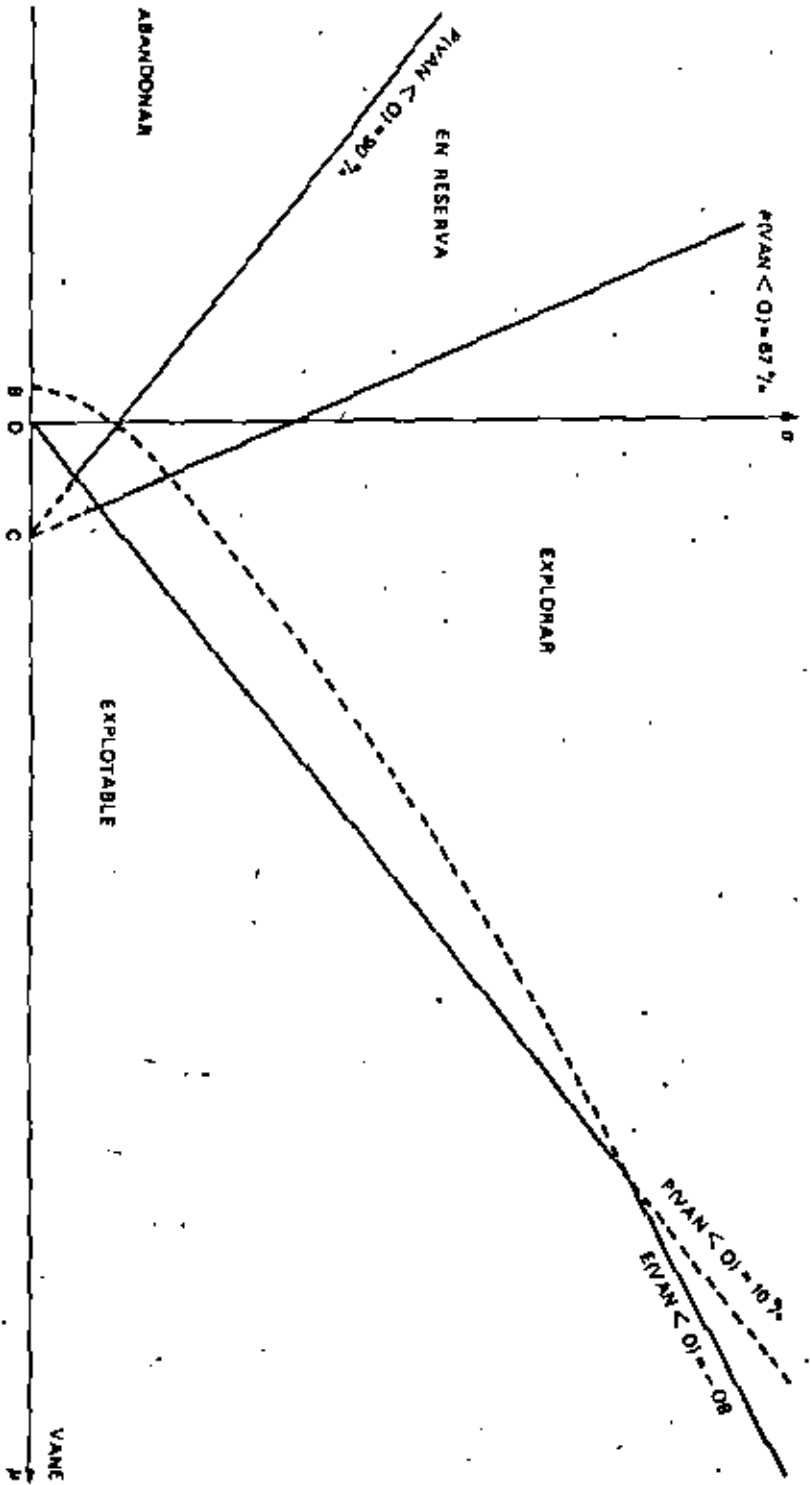
Por el contrario, si se señala una probabilidad de pérdida más moderada, por ejemplo 2/3, entre la recta - -  $P(VAN < 0) = 67\%$  y la  $P(VAN < 0) = 10\%$  se delimita una zona en que puede merecer la pena realizar una campaña de reconocimiento adicional.

Finalmente, entre las rectas  $P(VAN < 0) = 67\%$  y  $P(VAN < 0) = 90\%$  queda una zona que corresponde a yacimientos que conviene - conservar en espera de una decisión ulterior, sin ninguna - investigación suplementaria por el momento.

Este tipo de análisis probabilístico es muy adecuado - en los estudios de viabilidad, que constituyen la última -- etapa de las investigaciones mineras, pero lo es aún más en los estudios previos, en los que sustituye con ventaja a - los ábacos ley-reservas antes estudiados.

Nada impide aplicar el método de Montecarlo en cuanto se puedan estimar las funciones de distribución de las diversas variables, cualquiera que sea la imprecisión con que se conozcan. El resultado obtenido también lo será; tendrá por tanto una fuerte varianza y se situará en la parte superior del diagrama  $\mu, \sigma$ . Las campañas de reconocimiento sucesivas tendrán el objeto de desplazarlo hacia abajo y la - derecha, a la región "Explotable", por no importa qué camino. Si, por el contrario, el punto  $(\mu, \sigma)$  se desplazase hacia la zona "En Reserva", la empresa deberá canalizar sus - recursos, forzosamente limitados, a la actuación sobre - - otros indicios más prometedores.

Naturalmente, los límites que separan las diversas regiones del diagrama pueden ser modificados en cada empresa y coyuntura, según los riesgos que se considere adecuado - afrontar.



DECISIONES EN UN DIAGRAMA N.O

6/9

CALCULO DE LA ESPERANZA DE PERDIDA

$$z = E[VAN < 0] = \int_{-\infty}^0 x f(x) dx = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{-u/\sigma} (\sigma s + u) e^{-s^2/2} ds$$

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma}} e^{-\frac{1}{2} \left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^2}$$

$$x = \sigma s + u \quad dx = \sigma ds$$

$$z = \frac{\sigma}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{-u/\sigma} s e^{-s^2/2} ds + \frac{u}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{-u/\sigma} e^{-s^2/2} ds - \dots$$

$$\dots = -\frac{\sigma}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{-u/\sigma} ds e^{-s^2/2} + u \phi\left(-\frac{u}{\sigma}\right)$$

$$z = -\frac{\sigma}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2} \left(\frac{u}{\sigma}\right)^2} + u \phi\left(-\frac{u}{\sigma}\right) = -\sigma \psi\left(\frac{u}{\sigma}\right) + u \phi\left(-\frac{u}{\sigma}\right)$$

$\psi(s)$ : función de densidad normal reducida.  
 $\phi(s)$ : función de distribución normal reducida.

Para dibujar el lugar geométrico de los puntos  $(\mu, \sigma)$  de igual  $Z$ , se puede investigar su intersección con las rectas  $\mu/\sigma = \text{cte}$ , de igual probabilidad de pérdida. Por ejemplo, para  $P(Z < 0) = 0,10$  se verifica

$$\Phi\left(-\frac{Z}{\sigma}\right) = 0,10 ; \quad \frac{Z}{\sigma} = 1,28 ; \quad \sigma = 0,781 \mu .$$

al sustituir en (1) obtenemos

$$Z = -0,781\mu\phi(1,28) + \mu\phi(-1,28) = \mu(-0,1391 + 0,1003) = -\mu \cdot 0,0388 .$$

Luego la intersección de la recta  $\sigma = 0,781\mu$  con la curva de igual  $Z$  se produce para  $\mu = \frac{-Z}{0,0388} = -25,8 Z$ .

Por otra parte, se comprueba fácilmente que para  $\sigma = 0$  resulta  $\mu = Z$  y para  $\mu = 0$  se obtiene  $Z = -\sigma\phi(0) = -0,399\sigma$  y  $\sigma = -2,51Z$ . También, cuando  $\sigma = \mu$ , se verifica  $Z = -\mu\phi(1) + \dots + \mu\phi(-1) = \mu(-0,242 + 0,159) = -0,083\mu$ , luego  $\mu = -12Z$ .



**DIVISION DE EDUCACION CONTINUA  
FACULTAD DE INGENIERIA U.N.A.M.**

**EVALUACION DE PROYECTOS Y ANALISIS DE RIESGO**

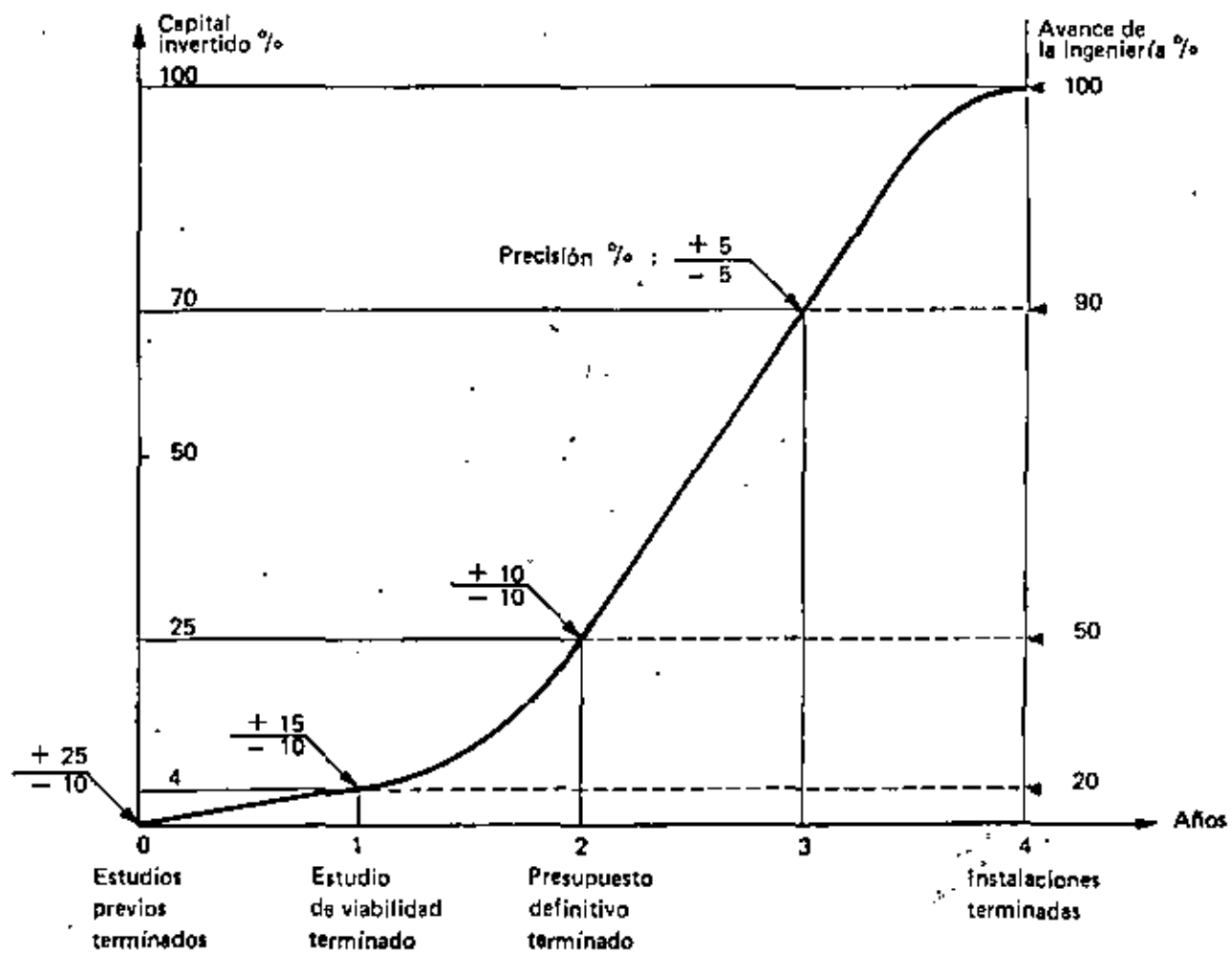
**A N E X O**

**DR. JOSE MARIA MONTES VILLALON**

**OCTUBRE, 1981**



## PRECISION DE LAS ESTIMACIONES DE INVERSION



## PROBABILIDAD DE SUPERVIVENCIA

### MODELO BINOMIAL (ARPS)

$$P_{n,x} = \binom{n}{x} p^x q^{n-x} = \frac{n!}{x!(n-x)!} p^x (1-p)^{n-x}$$

$P_{n,x}$  = Probabilidad de  $x$  éxitos en  $n$  intentos

$p$  = Probabilidad de éxito de cada intento

$q$  = Probabilidad de fracaso de cada intento =  $(1-p)$

MODELO BINOMIAL

Aplicación a n=5 y p=0,2

<u>x</u>		<u>P<sub>n,x</sub></u>
0	$P_{5,0} = 1 \cdot (0,2)^0 \cdot (0,8)^5 =$	32,768
1	$P_{5,1} = 5 \cdot (0,2)^1 \cdot (0,8)^4 =$	40,960
2	$P_{5,2} = \frac{5 \cdot 4}{2} \cdot (0,2)^2 \cdot (0,8)^3 =$	20,480
3	$P_{5,3} = \frac{5 \cdot 4 \cdot 3}{3 \cdot 2} \cdot (0,2)^3 \cdot (0,8)^2 =$	5,120
4	$P_{5,4} = \frac{5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2}{4 \cdot 3 \cdot 2} \cdot (0,2)^4 \cdot (0,8)^1 =$	0,640
5	$P_{5,5} = 1 \cdot (0,2)^5 \cdot (0,8)^0 =$	0,032
		<u>Total: 100,000%</u>

MODELO BINOMIAL.

Número de intentos necesarios para reducir  
el riesgo de ruina (ARPS)

Probabilidad de no obtener ningún éxito :  $P_{n,0} = q^n = (1-p)^n$

P%	$P_{n,0}$		
	10%	5%	1%
1	229	298	461
2	114	148	228
5	45	58	90
10	22	28	44
20	11	14	21
50	4	5	7

## BIBLIOGRAFIA

### 1.- GENERAL Y BASICA

- ALCAIDE: Matemática moderna para economistas (Aguilar, Madrid, 1973).
- ALVAREZ LOPEZ: Contabilidad general (Editorial Donostiarra, San Sebastián, 1968).
- CHERNOFF & MOSES: Elementary Decision Theory (Wiley, Nueva York, 1959).
- ESCANCIANO: Influencia de la inflación en la financiación y estructura del capital de la empresa (Tecniterrae, Octubre-Noviembre, 1979).
- FERNANDEZ PIRLA: Economía y gestión de la Empresa (6<sup>a</sup> edición, Ediciones ICE, Madrid, 1974).
- LANFORD & TWISS: Previsión tecnológica y planificación a largo plazo (Deusto, Bilbao, 1978).
- LEFTWICH: Sistema de Precios y asignación de recursos (Interamericana, México, 1972).
- MAIRE: Eléments de calcul économique (Institut Français du Pétrole, - 1968).
- MONTES: Utilización de los conceptos contables y financieros en la Empresa (Fundación Gómez-Pardo, Madrid, 1975).
- RAMEAU: La prise de décision: Acte de management (Les Editions d'Organisation, Paris, 1974).
- RIVELINE: Evaluation des coûts (Ecole Nationale Supérieure des Mines de Paris, 1975).
- SCHLAIFER: Introduction to Statistics for Business Decisions (McGraw-Hill, Nueva York, 1961).

VINADER: Teoría de la decisión empresarial (Deusto, Bilbao, 1978).

2.- ANALISIS ECONOMICO DE PROYECTOS

GARCIA-DURAN: Estudios sobre aplicaciones del Análisis coste-beneficio (Confederación Española de Cajas de Ahorros, Madrid, 1973).

HARBERGER: Evaluación de proyectos (Instituto de Estudios Fiscales, - Ministerio de Hacienda, Madrid, 1973).

IMPERIAL CHEMICAL INDUSTRIES: Assessing Projects (Methuen, Londres, - 1970).

LEONATO: Planificación y evaluación de inversiones ( Ibérico Europea de Ediciones, Madrid, 1977).

PEARCE: Análisis coste-beneficio (Vicens-Vives, Barcelona, 1973).

RUDD & WATSON: Estrategia en Ingeniería de Procesos (Alhambra, Ma- - drid, 1976).

SCHNEIDER: Teoría de la inversión (El Ateneo, Buenos Aires, 1978) -- Wirtschaftlichkeitsrechnung (Siebeck, Tübingen, 1968).

STERMOLE: Economic Evaluation and Investment Decision Methods (2<sup>a</sup> edi- ción, Investment Evaluation Corp. Golden, Colorado, 1974).

TARQUIN & BLANK: Ingeniería económica (McGraw-Hill, Bogotá, 1978) Engineering Economics (McGraw-Hill, Nueva York, 1976).

URIEGAS: Análisis económico de proyectos de Ingeniería (Centro de Edu- cación Continua, Facultad de Ingeniería, UNAM, México, 1976).

### 3.- APLICACIONES MINERAS Y PETROLERAS

- AGUILERA: Economic Analyses of Acceleration Projects (Paper No. SPE - 6086, Society of Petroleum Engineers, AIME, Octubre 1976).
- BARRERA: Investigación operativa aplicada a proyectos mineros (Tesis doctoral, E.T.S. de Ingenieros de Minas, Madrid, 1979).
- ESCANCIANO: Análisis de los beneficios fiscales concedidos por la Ley de Fomento de la Minería (Industria Minera, Enero-Febrero, - 1980).
- HALLS, BELLUM & LEWIS: The Determination of Optimum Ore Reserves and Plant Size by Incremental Financial Analysis (AIME, Febrero 1969).
- HARRIS: Risk Analysis in Mineral Investment Decisions (AIME Transactions, Septiembre 1970).
- HOSKINS & GREEN: Mineral Industry Costs (2<sup>a</sup> edición, Northwest Mining Association, Spokane, Washington, 1978).
- HUGHES: Oil Property Valuation (Wiley, Nueva York, 1967).
- KENNEDY & WADE: Feasibility Studies for Large Open Pit Mines, World Mining, Agosto 1972.
- LILLICO: How to Maximize Return on Capital when Planning Open Pit Mines, World Mining, Junio 1973.
- MACKENZIE: A Decision-Making Theory of the Mining Firm (AIME, Febrero 1969).
- MIGUEZ & CHACON: Métodos Estadísticos en la exploración minera (E.T.S. de Ingenieros de Minas, Madrid, 1979).
- MONTES: El análisis de riesgo en los proyectos mineros (Jornadas Minero-metalúrgicas, Huelva, 1980).

STERMOLE: Economic Evaluation of Mineral Investment Alternatives, Mineral Industries Bulletin, Vol.15 Nº 3, Mayo 1972 (Colorado School of Mines, Golden, Colorado)..

VOGELY: Economics of the Mineral Industries (3<sup>a</sup> edición, AIME, Nueva York, 1976).

WHITNEY & WHITNEY: Investment and Risk Analysis in the Minerals Industry (Whitney & Whitney, Inc., Reno, Nevada, 1979).



## EL ANALISIS DE RIESGO EN LOS PROYECTOS MINEROS

por J.M. MONTES VILLALON

Dr. Ingeniero de Minas

No es frecuente la aplicación de métodos probabilísticos en el análisis económico de proyectos mineros. El análisis cuantitativo formal suele ser exclusivamente determinístico, lo que equivale a decir que se realiza en condiciones de certeza supuesta. El riesgo y la incertidumbre son tomados en consideración por el decisor de una forma intuitiva, no cuantificada, y al margen del estudio económico. Esta conducta prejuzga que los factores de incertidumbre y riesgo no pueden ser tratados con un rigor formal semejante al aplicado en la valoración económica; por ello confía su apreciación a la experiencia, la formación y el criterio del decisor.

Parece paradójico que sea, con mucho, la incertidumbre el factor que se considere y trate con menos rigor. En general, la valoración económica de proyectos es una tarea basada en proyecciones futuras, que tienen una carga considerable de incertidumbre. Por ello, parece poco racional basar las decisiones en un análisis económico esencialmente determinístico, como si los datos se conocieran con total certeza. El problema resulta más agudo —si cabe— en el caso de los proyectos mineros. En ellos suele existir una incertidumbre considerable en ciertos datos específicos, tales como las características reales del yacimiento y las condiciones futuras del mercado. Por otra parte, el tiempo de reembolso de las inversiones mineras suele ser bastante elevado y este hecho hace particularmente crítica la incidencia del riesgo.

Muchas veces se limita la consideración cuantitativa del riesgo a la aplicación de un "margen de riesgo" a la rentabilidad mínima aceptable de

1. The first part of the document is a list of names and addresses of the members of the committee.

un proyecto o a la tasa de actualización utilizada en los cálculos; dicho margen se hace tanto mayor cuanto mayor sea el riesgo implicado (1). Esta práctica es adecuada para grandes entidades financieras, que aporten recursos a numerosos proyectos en cuantías unitarias relativamente pequeñas, comparadas con sus recursos totales. En cambio, no es la forma racional ni apropiada de proceder dentro de la propia empresa, por los siguientes motivos (2):

— Si el riesgo implicado puede llevar la empresa a la quiebra, en modo alguno se cubre ese riesgo con una tasa de descuento elevada. Volveremos sobre esto más adelante, al considerar el problema de la supervivencia.

— Los riesgos de una inversión casi nunca dependen del tiempo como el valor económico de las cantidades monetarias. Es frecuente que los riesgos elevados se concentren en las primeras fases. Una vez superadas dichas fases, el riesgo suele disminuir considerablemente y sería absurdo descontar fuertemente los ingresos subsiguientes con tasas elevadas.

Para proceder con rigor habría que utilizar adecuadamente toda la información de que se pueda disponer. Por tanto, es preciso cuantificar los factores de incertidumbre y riesgo e introducirlos en el análisis formal, para el que se utilizaría un modelo probabilístico. No se pretende automatizar la decisión, ya que no se excluye una influencia decisiva de las apreciaciones personales del decisor. Lo que se logra es una actuación más racional, al presentarle cuantitativamente la dimensión probabilística del problema.

Hay dos errores bastante extendidos al enjuiciar los modelos probabilísticos de valoración de proyectos. Por una parte se suele creer que constituyen refinamientos cuya aplicación sólo está justificada en las últimas etapas del análisis de grandes proyectos; también es frecuente suponer que su aplicación e interpretación requieren una formación especializada, fuera del marco habitual del técnico o directivo de empresa. Como vamos a ver, los métodos probabilísticos adecuados no son más difíciles de aplicar que los determinísticos de uso habitual en el análisis económico de proyectos. Dado que los datos probabilísticos constituyen un elemento importante —a veces esencial— en la toma de decisiones, su utilización puede ser necesaria desde los primeros estudios previos. En los proyectos mineros es fundamental disponer en cada fase de la información necesaria para enfrentarse con la decisión de seguir o no seguir adelante. Al avanzar un proyecto se van conociendo mejor sus diversos aspectos económicos y la incertidumbre disminuye, pero también se va incurriendo en mayores

costes irre recuperables. Los datos probabilísticos permiten asegurar todo el apoyo cuantitativo posible en el momento oportuno, de modo que se pueda tomar a tiempo la mejor decisión.

## ASPECTOS PROBABILÍSTICOS DEL ANÁLISIS DE PROYECTOS

Existen varios aspectos fundamentales del análisis, que sólo pueden ser dilucidados mediante la aplicación de los modelos probabilísticos adecuados. Vamos a examinar brevemente dichos aspectos a continuación, ilustrándolos con situaciones típicas.

1) Para el desarrollo de un yacimiento dado se presentan dos opciones A y B, cuyas tasas de rentabilidad interna respectivas son el 28 y el 22 por ciento. Sobre una base estrictamente determinística se preferiría la opción A, de mayor rentabilidad. ¿Pero estaría justificada esta decisión si se supiera que la probabilidad de éxito de la opción A es el 70 por ciento y la de la B el 90 por ciento?

Por tanto, para la toma de decisión es esencial conocer no sólo la rentabilidad de las diversas opciones, sino también el riesgo inherente a cada una de ellas.

2) La rentabilidad de un cierto proyecto queda determinada por seis parámetros, cuyos valores más probables se conocen. El análisis económico basado en dichos valores conduce a una tasa de rentabilidad interna del 27 por ciento.

Sin embargo, esa rentabilidad se alcanzará sólo en el caso en que los seis parámetros tomen respectivamente los valores considerados más probables. Si cada una de dichas estimaciones tuviera una probabilidad del 70 por ciento de ser acertada, la probabilidad de alcanzar la rentabilidad del 27 por ciento sería  $(0,7)^6 = 0,12$ , es decir sólo el 12 por ciento. Por tanto, la tasa de rentabilidad calculada sólo se obtendría si se produjera una coincidencia de circunstancias bastante poco probable. Hay otras muchas combinaciones de valores de los parámetros dignas de ser tomadas en consideración.

Queda, pues, de manifiesto que una cifra única de rentabilidad no es información suficiente.

3) Todo proyecto puede dar lugar a una pérdida, de cuantía variable y probabilidad más o menos pequeña. En rigor, esta situación quedaría comprendida en el primer caso considerado, pero pueden darse unas

THE UNIVERSITY OF CHICAGO  
DEPARTMENT OF CHEMISTRY  
5708 SOUTH CAMPUS DRIVE  
CHICAGO, ILLINOIS 60637

PHYSICAL CHEMISTRY  
PHYSICS

PHYSICAL CHEMISTRY  
PHYSICS

circunstancias que hagan crítica la consideración de la pérdida posible. Si la cuantía de la pérdida es comparable con los recursos propios de la empresa, podría ser temerario afrontar ese riesgo, ya que implicaría probablemente su insolvencia.

Si una empresa minera ha de sobrevivir a los yacimientos que está explotando en un momento dado, tiene que invertir en la búsqueda de nuevos criaderos. En cada proyecto de investigación se arriesgan unos recursos de la empresa. Dado que estos recursos son limitados, el problema teórico de la supervivencia consiste en determinar la probabilidad de que se agoten.

Existen varios modelos desarrollados para la determinación de la probabilidad de supervivencia (o de su complementaria, que es la de ruina). El más simplista es el de Arps (3), basado en la ley binomial, que puede servir como orientación (4). Entre los más elaborados destaca el de Uspensky (5), que permite una modelización clara de las condiciones de supervivencia de la empresa y el análisis de una serie de aspectos conexos interesantes, tales como la sensibilidad de la probabilidad de ruina al tamaño de la empresa, a la incertidumbre externa y a la esperanza de beneficio. El modelo de Uspensky puede ayudar al establecimiento de una estrategia de supervivencia y la definición de políticas de asignación de recursos a la investigación, o de creación de estructuras financieras adecuadas (6).

Aunque son importantes las limitaciones de los modelos de supervivencia (7), su utilidad es grande para la empresa minera. Su empleo permite cuantificar, siquiera sea a grandes rasgos, la dependencia existente entre los recursos de la empresa —siempre limitados— y la incertidumbre del entorno en que se desenvuelve su actividad de investigación, que en el caso de la minería es elevada. Por ello debería ser obligada su utilización como ayuda a la toma de decisiones en la empresa minera, dentro de un tratamiento más amplio del problema (8, 9). A pesar de su importancia, no volveremos sobre este tema, ya que rebasa el marco de este trabajo.

#### INCERTIDUMBRE, RIESGO Y PROBABILIDADES SUBJETIVAS

Históricamente, la contabilidad ha constituido el primer modelo cuantitativo utilizado sistemáticamente por la empresa. Actualmente son numerosos los métodos cuantitativos de gestión aplicados (10, 11), pero existe una tendencia al empleo preferente de los basados en datos determinísticos. Es apreciable la reticencia a la cuantificación de la

incertidumbre. En contra de esta actitud hemos de resaltar los siguientes hechos (2):

— Las situaciones de incertidumbre total son muy raras en la empresa. Se suele saber bastante más que lo que se cree.

— Toda persona suele tener una idea bastante clara del significado que atribuye a "seguro", "casi seguro", "muy probable", "probable", etc. . . ., aunque le resulte sumamente difícil transmitirla con rigor a los demás.

— El decisor puede actuar bastante bien en situaciones simples con sólo la ayuda de su intuición, pero ésta es insuficiente en las complejas.

— En la empresa es indispensable la transmisión y comprensión de las ideas acerca de la probabilidad estimada de los acontecimientos futuros.

El problema se centra primordialmente en la determinación de probabilidades subjetivas y en la utilización de la estadística bayesiana (12, 13, 14). Aunque sea éste un tema muy debatido desde puntos de vista teóricos, el empleo de las probabilidades subjetivas en el análisis de decisiones queda fuera de toda reserva. A este respecto, están ampliamente comprobados los puntos siguientes (2):

— Es posible convertir las impresiones personales, basadas en la experiencia y la formación individuales, en probabilidades subjetivas, no deducibles matemáticamente.

— Ante un mismo suceso aleatorio, las personas con madurez, experiencia y formación similares suelen asignar probabilidades subjetivas muy parecidas.

— En los casos susceptibles de un análisis estadístico basado en el Cálculo de Probabilidades, suele ser notable la concordancia entre los resultados de dicho análisis y de la asignación de probabilidades subjetivas (15).

— La capacidad personal de asignación de probabilidades se perfecciona y hace coherente al ejercitarse sistemáticamente en su utilización.

— Mediante la combinación de las probabilidades subjetivas y el Cálculo de Probabilidades se logra un auxiliar valiosísimo para la toma de decisiones.

Es muy amplia la bibliografía existente acerca de la utilización de las probabilidades subjetivas en la toma de decisiones (15). Entre las apli-



caciones más extendidas, quizás sea el árbol de decisión-la muestra más elocuente [17, 18]. El árbol de decisión puede ser utilizado en el análisis de proyectos (19), pero existen dos factores que limitan su aplicación indiscriminada:

- Para no complicarlo innecesariamente, suele ser necesario limitar el número de ramas originadas en cada punto de incertidumbre, lo que resulta en una representación deficiente de las distribuciones de probabilidades.

- Los resultados del análisis se obtienen en forma de valores esperados, por lo que pueden preferirse estrategias de riesgo elevado y alto valor esperado frente a otras de menor riesgo, aunque también menor valor esperado.

El árbol de decisión es un modelo muy conveniente para el análisis de proyectos de inversión que requieran la toma de decisiones secuenciales o condicionadas. Fuera de tales casos, no es aconsejable como método de uso general.

## SIMULACION DE MONTECARLO

Muchos de los parámetros que determinan el valor económico de un proyecto de inversión tienen realmente el carácter de variables aleatorias. Conocidas las funciones de distribución de dichas variables, puede aplicarse el método de Montecarlo para determinar la función de densidad de probabilidad del indicador que se utilice para representar el valor económico del proyecto (usualmente la tasa de rentabilidad interna, TRI, o el valor actualizado neto, VAN). En esto consiste básicamente el fundamento del Análisis de Riesgo. No vamos a describir la aplicación del método de Montecarlo, que está suficientemente tratada en la bibliografía (20, 21, 22, 23). Vamos a concentrar más bien la atención en la forma de aplicar el método e interpretar los resultados en proyectos mineros.

Para la aplicación del método es indispensable determinar previamente las distribuciones de las probabilidades subjetivas de las diversas variables. Lo primero que ha de hallarse es el intervalo en que estará comprendida cada variable. Mediante consultas a los expertos implicados en el proyecto, suele ser fácil establecer dichos intervalos. Conviene resaltar que es más fácil y realista dar un intervalo que el valor concreto requerido por los análisis determinísticos. A continuación, combinando datos históricos con los resultados de los cálculos y estimaciones de los expertos, se llega a

completar la información necesaria y se construye la función de distribución de cada variable (18). Nunca se insistirá bastante en que es mucho mejor conocer las probabilidades de variación de un dato, por subjetivo que sea su fundamento, que limitarse a manejar un valor único estimado, como si se le conociera con total certeza.

A título de ejemplo, señalaremos las leyes de distribución que pueden utilizarse para algunas variables:

- Ley del yacimiento: normal.
- Inversiones: Normal.
- Cotización de metales: uniforme o equiprobable, con límites inferior y superior prefijados. Puede imponerse una tendencia anual y un límite a las fluctuaciones de un año a otro.
- Rendimiento de la planta de concentración: normal.
- Días trabajados en el año: triangular, con vértices prefijados. También puede utilizarse una distribución beta.
- Producción anual: triangular o beta, como en el caso anterior.

Una vez obtenida la función de distribución de una variable aleatoria, es fácil generar valores de dicha variable (24, 25). Esta labor puede hacerse manualmente, con la ayuda de una tabla de números aleatorios. Ahora bien, dado el elevado número de simulaciones que se han de realizar, es preferible hacerlo mediante ordenador. Este genera los números aleatorios, toma los valores correspondientes de las variables y realiza la determinación de la rentabilidad. Se han desarrollado bastantes programas para realizar estos cálculos (26) y su preparación no presenta ningún problema especial.

La velocidad de cálculo de los ordenadores permite llevar a cabo varios miles de simulaciones en tiempos brevísimos. Normalmente se considera conveniente realizar de 1.000 a 3.000 simulaciones. Con estos números tan elevados se obtienen unos resultados gráficos prácticamente continuos. Sin embargo, es frecuente que se obtengan resultados satisfactorios con unas 100 simulaciones. En tal caso no sería indispensable el ordenador y podría utilizarse calculadora programable, generando manualmente los números aleatorios.

Los resultados finales pueden tabularse por intervalos, aunque no siempre se haga. En todo caso se calculan, lista y representan gráficamente sus frecuencias relativas y probabilidades acumuladas. También se suelen

determinar el valor medio y la varianza, así como cualquier otro parámetro estadístico que pueda interesar como representativo de la distribución obtenida para el indicador del valor económico del proyecto. Una representación típica es el perfil de riesgo (22, 23) que consiste en la curva cuyas ordenadas son la probabilidad de que la tasa de rentabilidad interese sea igual o mayor que el valor correspondiente a la abscisa. En la figura 1, que corresponde a un caso real (22), se ha representado también el perfil que se habría obtenido mediante un análisis puramente determinístico. Al comparar ambos resultados, se observa que la esperanza de TRI es sensiblemente inferior a la calculada determinísticamente. Esto se debe a que la aparición simultánea de los valores más probables de las diversas variables aleatorias es relativamente poco frecuente. Aquí encontramos una excelente ilustración del mayor realismo inherente al análisis de riesgo, comparado con cualquier resultado determinístico.

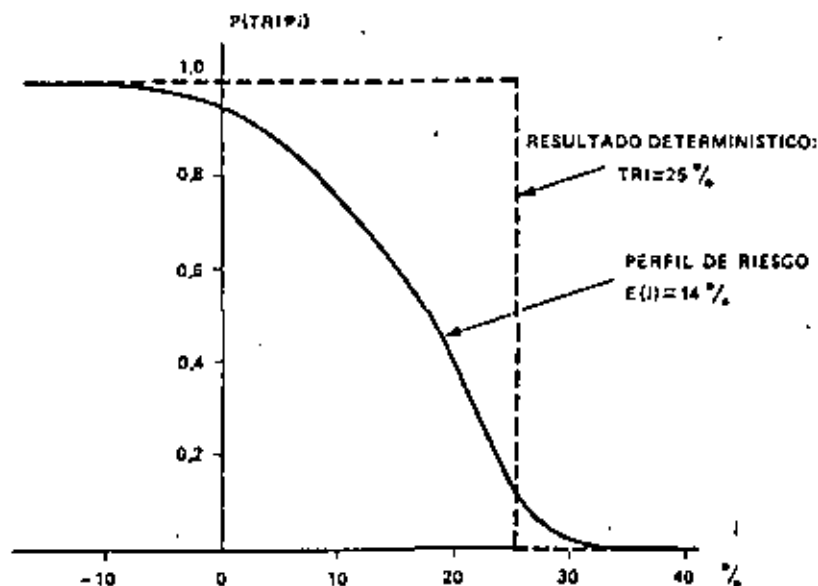


Fig. 1.— Perfil de riesgo (Herz).

#### DIAGRAMA $(\mu, \sigma)$

Para el manejo y la interpretación de los resultados del Análisis de Riesgo es muy útil el diagrama  $(\mu, \sigma)$ , en el que se representan el valor medio  $\mu$  y la desviación típica  $\sigma$  del parámetro utilizado para caracterizar el

valor económico del proyecto. Con la ayuda de este diagrama es fácil apreciar, en una visión sintética, el valor económico de un proyecto y el riesgo implicado (2). Sobre el mismo diagrama se pueden realizar interesantes comparaciones entre proyectos y detectar tendencias en sucesivos análisis de un mismo proyecto (figura 2). Los desplazamientos del punto  $(\mu, \sigma)$  hacia la derecha significan mayor valor económico y los desplazamientos hacia abajo, menor incertidumbre. Se dispone así de una herramienta muy valiosa para la toma de decisiones en las sucesivas etapas de un mismo proyecto, o para decidir entre varios distintos.

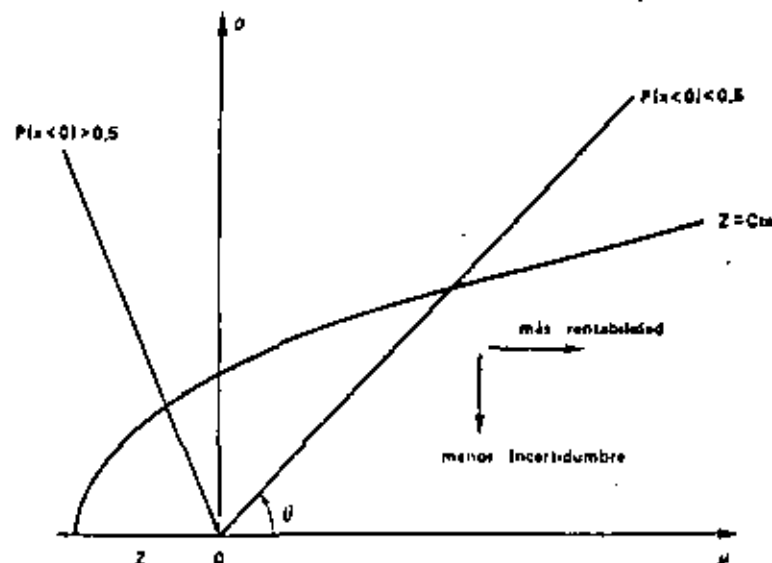


Fig. 2.— Diagrama  $(\mu, \sigma)$ .

Sobre este diagrama se pueden trazar líneas auxiliares que facilitan su manejo y la interpretación y comparación de resultados. Supondremos que se ha realizado análisis de valor actualizado neto (VAN). En tal caso, el valor medio  $\mu$  es precisamente el Valor Actualizado Neto Esperado (VANE), o esperanza de VAN del proyecto. Por otra parte, como el número total de variables que determinan el VAN suele ser bastante elevado, la distribución del VAN seguirá aproximadamente una ley normal o de Gauss (24, 25). Los cálculos que siguen se realizan, pues, sobre esa hipótesis.

Una información estadística de interés para el análisis del proyecto es la





- 11.— LAUFFER, A.C.: *Operations Management* (South-Western, Cincinnati, Ohio, 1975).
- 12.— RAIFFA, H.: *Decision Analysis, Introductory Lectures on Choices under Uncertainty* (Addison-Wesley, Reading, Mass., 1970).
- 13.— TRIBUS, M.: *Décisions rationnelles dans l'incertain* (Masson, Paris, 1972).
- 14.— WANG, E.D.: *Statistics . . . Experience . . . Intuition, the Ingredients of New-Product Decision Making, Machine Design, Agosto 1964, págs. 112-115.*
- 15.— HAHN, G.J.: *An Objective Evaluation of Some Subjective Probability Estimates, General Electric TIS Report 69-C-354, Septiembre 1960.*
- 16.— HAHN, G.J.: *A Categorized Bibliography on Decision and Risk Analysis, General Electric TIS Report 69-C-189, Abril 1969.*
- 17.— MAGEE, J.F.: *Decision Trees for Decision Making, Harvard Business Review, Vol. 42, núm. 4, págs. 126-138, Julio-Agosto 1964.*
- 18.— VINADER, R.: *Teoría de la Decisión Empresarial* (Deusto, Bilbao, 1978).
- 19.— MAGEE, J.F.: *How to Use Decision Trees in Capital Investment, Harvard Business Review, Vol. 42, Núm. 5, págs. 79-96, Septiembre-Octubre 1964.*
- 20.— HESS, S.N. y QUIGLEY, H.A.: *Analysis of Risk in Investments Using Monte Carlo Techniques, Chemical Engineering Progress Symposium, Vol. 59, Núm. 42, 1963, págs. 55-63.*
- 21.— HAWKINS, H.M. y MARTIN, O.E.: *How to Evaluate Projects, Chemical Engineering Progress, Vol. 60, Núm. 12, Diciembre 1964.*
- 22.— HERTZ, D.B.: *Risk Analysis in Capital Investment, Harvard Business Review, Vol. 42, Núm. 1, págs. 95-106, Enero-Febrero 1964.*
- 23.— HERTZ, D.B.: *Investment Policies that Pay off, Harvard Business Review, Vol. 46, Núm. 1, págs. 96-103, Enero-Febrero 1968.*
- 24.— MEYER, P.L.: *Introductory Probability and Statistical Applications* (Addison-Wesley, Reading, Mass., 1970).

- 25.— JAFFARD, P.: *Initiation aux méthodes de la Statistique et du Calcul des Probabilités* (Masson, Paris, 1973).
- 26.— CHPRA, R.: *A Model for the Analysis of Capital Investment in a Job Shop under Conditions of Uncertainty, Tesis presentada en el Institute of Industrial Administration, Union College, Schenectady, N.Y., 1969.*
- 27.— DUCHENE, M.: *Estimations de la rentabilité prévisionnelle aux différents stades d'un projet minier, Séminaire d'Economie et de Stratégie Minières (École Nationale Supérieure des Mines de Paris, 1978).*

1  
2  
3  
4  
5  
6  
7  
8  
9  
10  
11  
12  
13  
14  
15  
16  
17  
18  
19  
20  
21  
22  
23  
24  
25  
26  
27  
28  
29  
30  
31  
32  
33  
34  
35  
36  
37  
38  
39  
40  
41  
42  
43  
44  
45  
46  
47  
48  
49  
50  
51  
52  
53  
54  
55  
56  
57  
58  
59  
60  
61  
62  
63  
64  
65  
66  
67  
68  
69  
70  
71  
72  
73  
74  
75  
76  
77  
78  
79  
80  
81  
82  
83  
84  
85  
86  
87  
88  
89  
90  
91  
92  
93  
94  
95  
96  
97  
98  
99  
100

1  
2  
3  
4  
5  
6  
7  
8  
9  
10  
11  
12  
13  
14  
15  
16  
17  
18  
19  
20  
21  
22  
23  
24  
25  
26  
27  
28  
29  
30  
31  
32  
33  
34  
35  
36  
37  
38  
39  
40  
41  
42  
43  
44  
45  
46  
47  
48  
49  
50  
51  
52  
53  
54  
55  
56  
57  
58  
59  
60  
61  
62  
63  
64  
65  
66  
67  
68  
69  
70  
71  
72  
73  
74  
75  
76  
77  
78  
79  
80  
81  
82  
83  
84  
85  
86  
87  
88  
89  
90  
91  
92  
93  
94  
95  
96  
97  
98  
99  
100

1  
2  
3  
4  
5  
6  
7  
8  
9  
10  
11  
12  
13  
14  
15  
16  
17  
18  
19  
20  
21  
22  
23  
24  
25  
26  
27  
28  
29  
30  
31  
32  
33  
34  
35  
36  
37  
38  
39  
40  
41  
42  
43  
44  
45  
46  
47  
48  
49  
50  
51  
52  
53  
54  
55  
56  
57  
58  
59  
60  
61  
62  
63  
64  
65  
66  
67  
68  
69  
70  
71  
72  
73  
74  
75  
76  
77  
78  
79  
80  
81  
82  
83  
84  
85  
86  
87  
88  
89  
90  
91  
92  
93  
94  
95  
96  
97  
98  
99  
100

1. Carlos Capdevielle  
S A H O P
2. Osvaldo Sánchez Zamora  
Facultad de Ingeniería  
Coordinador de la Carrera de Ingeniero Geofísico  
Ciudad Universitaria  
México 20, D.F.  
José Morán 74-12  
Tacubaya  
México 18, D.F.  
516 11 29
3. Tawn Albinson  
Industrias Mineras MSL, S.A. de C.V.  
Gerente Regional  
P. de la Reforma No. 300 - 15° Piso  
México 6, D.F.  
525 66 80
4. Jorge Alberto Aguilar López  
I M P  
Asistente  
Av. Lázaro Cárdenas 152  
México, D.F.  
567 66 00 Ext. 2684  
Río Lerma 94-8  
Col. Cuauhtémoc  
México 5, D.F.  
525 37 94
5. Martín Alonso González Tracy  
S A R H  
Jefe de la Oficina de Estudios  
Económicos y Tarifarios  
Ignacio Ramírez 20  
México 4, D.F.  
5 66 38 48  
Av. Hacienda 28 B 104  
México 22, D.F.  
594 37 40
6. Rafael G. Garibar Escamilla  
Minerales No Metálicos de Gro.  
Jefe de Mina  
Parque Industrial Valle de Iguala  
Iguala, Gro.  
2 32 88 y 2 11 29  
Río Cutzamala 14  
I M S S  
Iguala, Gro.
7. Javier Ortega Nájera  
C A M M S A  
Reforma 51-804  
México 1, D.F.  
535 93 33
8. Ulises Pego Moscoso  
I B M de Mexico, S.A.  
Gerente  
Mariano Escobedo, México, D.F.  
Miguel Laurent 101 B - 801 B  
Col. del Valle  
México 12, D.F.



9. José Antonio Rodríguez López  
S A R H  
Auxiliar de Analista  
Reforma 35-10.  
México 1, D.F.  
592 50 22
- Agrupamiento D 28 casa 1  
V. Ermita Zaragoza  
México 13, D.F.
10. Raúl Rossell Vázquez  
Comisión de Fomento Minero  
Evaluación de Proyectos  
Av. Pte. Tecamachalco No. 26  
México 10, D.F.  
540 34 00
- Calle 19 # 134-2  
Pro-Hogar  
México 15, D.F.  
556 39 04
11. José Adrián Ruiz Argüelles  
Comisión de Fomento Minero  
Asistente Director  
Dr. Paliza y Campodonico  
Col. Centenario  
Hermosillo, Sonora  
3 79 71
- Padua Sur 37  
Las Granjas  
Hermosillo, Son.  
2 13 85
12. Víctor M. Salcedo Bravo  
Mexicana de Cobre, S.A.  
Administrador de Contratos  
Insurgentes Sur 432  
México 7, D.F.  
584 93 99
- San Miguel el Alto L 20 Manzana  
No. 273  
San Felipe de Jesús  
México 14, D.F.
13. Hugo Vázquez y de la Vega  
Siderúrgica Lázaro Cárdenas Las Truchas, S.A.  
Ingeniero de Servicios  
Planta Reducción Directa  
Av. Yucatán 15  
México 11, D.F.  
528 50 57
- Retorno 12 de G. García No. 16  
Jardín Balbuena  
México 9, D.F.  
552 65 82

