



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO
PROGRAMA DE MAESTRÍA Y DOCTORADO EN INGENIERÍA

CONTROL TOLERANTE A FALLAS EN ACTUADORES

T E S I S

QUE PARA OPTAR POR EL GRADO DE :

MAESTRO EN INGENIERÍA

P R E S E N T A :

ING. CÉSAR CASTRO RENDÓN

TUTOR:

DRA. MARÍA CRISTINA VERDE RODARTE

FACULTAD DE INGENIERÍA

MÉXICO, D.F., ENERO 2013

JURADO ASIGNADO

Presidente: Dr. Álvarez Icaza Longoria Luis A.

Secretario: Dr. Maya Ortíz Paul Rolando

Vocal: Dra. Verde Rodarte María Cristina

1er. Suplente: Dr. Alcorta García Efraín

2o. Suplente: Dr. Moreno Pérez Jaime Alberto

Lugar donde se realizó la tesis

Instituto de Ingeniería, UNAM
Coordinación de Eléctrica y Computación

TUTOR DE TESIS

Dra. María Cristina Verde Rodarte

FIRMA

Agradecimientos

A mis padres, por el gran ejemplo que siempre han representado. Por haberme inculcado buenos valores, darme constantes alegrías y por estar a mi lado a cada paso que doy.

A mis hermanos que han sido mis compañeros de vida, los amo infinitamente.

A mi familia y amigos que siempre me han brindado su cariño y amor.

A la Dra. Cristina por haberme compartido su experiencia y conocimiento. Una persona admirable no tan solo por ser una experta en su área de trabajo sino por su entereza humana. Sin duda alguna completamente entregada a su trabajo; es una persona con visión, con dedicación y comprometida en cada uno de los aspectos de su vida.

A los sinodales por su atención y apoyo. Por su compromiso en la formación de profesionales.

Al Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología (CONACyT) por el apoyo que me brindó para seguir con mi formación académica.

Al Instituto de Ingeniería de la UNAM por sus servicios brindados durante la realización de éste trabajo.

Contenido

Contenido	VII
Lista de figuras	IX
Lista de tablas	XI
1. Introducción	1
1.1. Motivación	3
1.2. Estado del arte	5
1.3. Contribución	7
1.4. Presentación	8
2. Diagnóstico y detección de fallas (DDF)	9
2.1. Análisis genérico de la estructura	9
2.2. Modelo del caso de estudio (modelo de referencia)	14
2.2.1. Análisis del sistema de 3 tanques	15
2.3. Generador de residuos con un modelo linealizado	17
2.4. Generador de residuos para el modelo no lineal	19
2.5. Efecto del control en el generador de residuos	22
2.6. Umbral adaptable	24
3. Control tolerante a fallas (CTF)	27
3.1. Introducción	27
3.1.1. Redundancia física para el CTF	31
3.2. Reconfiguración del control	31
3.3. Esquema de Desactivación	34
3.3.1. Control tolerante a fallas PID	34
3.3.2. Control tolerante a fallas MPC	36
4. Resultados para el caso de estudio	43
4.1. Generador de residuos lineal y genérico	43
4.2. Esquema de CTF PID	46
4.3. Esquema de CTF MPC	47

5. Conclusiones	51
Referencias	53
A. Familia de controladores PID estabilizantes	57
B. Funciones de Laguerre	61

Lista de figuras

1.1. Campos de investigación del control tolerante a fallas	2
1.2. Esquema básico del control tolerante a fallas	3
1.3. Esquema general del control tolerante a fallas	5
1.4. Esquema de control tolerante a fallas con evaluación de residuos	7
2.1. Grafo bipartita del sistema (c_1, c_2, c_3)	10
2.2. Grafo bipartita del sistema $(c_1, c_2, c_3, c_4, c_5)$	11
2.3. Gráfica bipartita orientada	13
2.4. Sistema Benchmark de tres tanques	15
2.5. Gráfica bipartita para el sistema de tres tanques	16
2.6. Grafo desacoplado	20
2.7. Gráfica redundante para u_1	20
2.8. Gráfica redundante para u_2	21
2.9. Construcción de umbrales adaptables	25
2.10. Umbral adaptable y residuos no lineales	25
3.1. Clasificación del CTF	27
3.2. Capacidad de reconfiguración del control	33
3.3. Esquema de dos controladores con la función de desactivación	35
3.4. Esquema de control para el sistema de tres tanques	35
3.5. Diagrama de bloques reducido para un sistema de tres tanques	35
3.6. Región estabilizante para el controlador C_1	36
3.7. Esquema de control MPC con evaluación de residuos	37
3.8. Control Predictivo	38
3.9. Esquema de control predictivo discreto	42
4.1. Evolución de residuos (caso lineal) en lazo abierto con falla en el actuador 1 (Simulación)	44
4.2. Evolución de residuos (caso lineal) en lazo abierto con falla en el actuador 2 (Simulación)	44
4.3. Evolución de residuos (caso lineal) en lazo cerrado con falla en el actuador 2 (Simulación)	45
4.4. Evolución de residuos (caso no lineal) en lazo cerrado con falla en el actuador 1 (en prototipo piloto)	45

4.5. Evolución de residuos (caso no lineal) en lazo cerrado con falla en el actuador 2 (en prototipo piloto)	45
4.6. Evolución de la salida h_3 trabajando con uno y dos controles PID (simulación) . . .	46
4.7. Comportamiento de la salida h_3 y señal de control con falla en el actuador 1 (simulación) 46	
4.8. Evolución de la salida h_3 y señal de control con falla en el actuador 2 (simulación) .	47
4.9. Comportamiento del sistema con una falla en el actuador 1 (en prototipo piloto) . . .	48
4.10. Comportamiento del sistema con una falla en el actuador 2 (en prototipo piloto) . . .	49
4.11. Señales del CTF con el modelo predictivo en simulación	49
4.12. MPC tolerante a fallas aplicado al prototipo piloto	50
A.1. Sistema retroalimentado	58
B.1. Red de Laguerre Discreta	62

Lista de tablas

2.1. Matriz de incidencia 1	11
2.2. Matriz de Incidencia 2	17
2.3. Matriz de firmas de fallas	21

1

Introducción

Debido a las necesidades para controlar procesos complejos se han desarrollado dispositivos basados en la retroalimentación que permiten mejorar su desempeño y apoyan a los operadores humanos evitándoles tareas monótonas y de alto riesgo. Dado que las partes de la tarea de control se llevan a cabo de manera autónoma, se habla en este caso de procesos automatizados. La automatización de un proceso se compone principalmente de tres elementos: sensores, actuadores y un sistema de control. Los sensores se utilizan para obtener datos del proceso, los actuadores modifican algunas variables de la planta para cambiar su comportamiento y el sistema de control utiliza la información proveniente de los sensores, la procesa y ordena a los actuadores ejecutar una acción (Åström *et al.*, 2001).

Algunas características requeridas al automatizar un proceso son: tener un buen desempeño, confiabilidad en la operación y estabilidad en el sistema. Sin embargo, los sistemas de control convencionales no contemplan en su diseño malfuncionamiento en actuadores, sensores u otros componentes de una planta. Este hecho podría provocar un desempeño no deseado, inestabilidad o propiciar desastres (Frank, 1990). Para subsanar dicha incompetencia del sistema automatizado, se han planteado varias propuestas para el diseño de sistemas de control con el propósito de tolerar fallas y mantener las propiedades de estabilidad y desempeño deseadas.

La tolerancia a fallas es extremadamente relevante para sistemas donde la seguridad es crítica, por ejemplo: en aeronaves, plantas químicas, plantas nucleares y cualquier otro tipo de industria donde se trabaja con materiales peligrosos. Por esta razón es necesario demandar alta fiabilidad, seguridad y tolerancia a fallas en un esquema de control.

Los sistemas de control tolerantes a fallas, conocidos por sus siglas como SCTF, son sistemas que tienen la facultad de tomar en cuenta a las fallas en la estrategia de control. Son capaces de conservar la estabilidad del sistema y mantienen un desempeño aceptable durante la presencia de anomalías.

En la literatura, la mayoría de la motivación y del trabajo de investigación en el control tolerante a fallas aborda los problemas relacionados con los sistemas donde la seguridad es crítica, tales como aeronaves. Sin embargo, sus aplicaciones no solo se limitan a este tipo de sistemas, sino que también a robots (Liu, 2001), sistemas espaciales (Tournes C., 1998) y vehículos marinos operados remotamente (Remote Operated Vehicles) (Ni L., 2003).

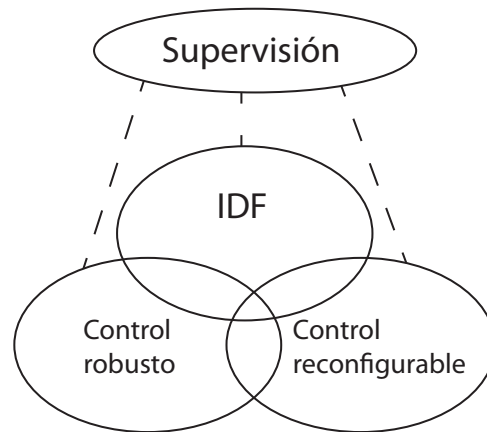


Figura 1.1: Campos de investigación del control tolerante a fallas

Los SCTF han sido definidos como aquellos sistemas de control que poseen la habilidad de mantener automáticamente la estabilidad del sistema y de conservar un desempeño aceptable cuando se presentan fallas. Los SCTF también son conocidos como sistemas de autorreparación, reconfigurables o sistemas de control autodiseñados (Patton R.J., 1999).

El control tolerante a fallas es una combinación compleja de tres campos de investigación: la identificación y detección de fallas (IDF), el control robusto y el control reconfigurable. En Patton (1997) se discuten las relaciones entre cada uno de estos campos de investigación. Para la mayoría de los esquemas CTF, cuando una falla ocurre en actuadores o sensores, la etapa IDF detecta y localiza la falla presentada. Esta información es enviada a un mecanismo para iniciar una reconfiguración. El control reconfigurable intenta adaptarse a la falla y mitiga sus efectos sobre el sistema conservando su estabilidad y desempeño. Tanto el esquema IDF como el controlador deben ser robustos a incertidumbres y perturbaciones.

La reconfiguración del controlador, en el control tolerante a fallas, considera el problema de cambiar la acción de control modificando su estructura cuando ocurre una falla en la planta. La meta es cumplir con los objetivos de control cuando el sistema opera en lazo cerrado a pesar de las fallas que se presenten. Para lograr dicha meta se hace uso del esquema básico de control tolerante a fallas que se muestra en la Fig. 1.2. Como se puede observar, el esquema se encuentra dividido en dos niveles: el de ejecución que es donde se calculan las acciones de control aplicables a la planta y el de supervisión que es donde se encuentran los algoritmos diseñados para detectar fallas y reconfigurar las estrategias de control.

En el nivel de ejecución se encuentra el esquema de control convencional que se compone de un controlador en retroalimentación para asegurar que la salida de la planta siga la señal de referencia y_{REF} y atenuar las perturbaciones d . En el nivel de supervisión se encuentra la etapa de diagnóstico que hace uso de la información disponible de la planta para detectar fallas en el sistema. En este nivel también se encuentra la etapa de reconfiguración, la cual ejecuta alguna acción cuando una falla cambia severamente la disponibilidad de los actuadores y sensores o cambia la dinámica de la planta.

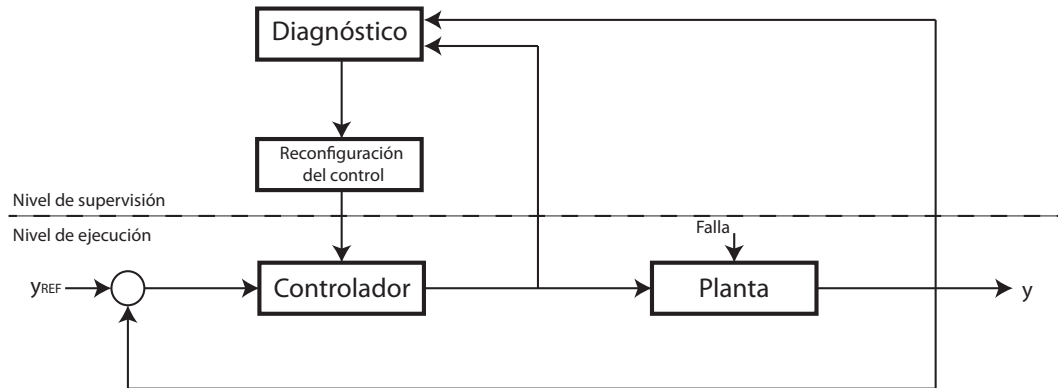


Figura 1.2: Esquema básico del control tolerante a fallas

Hasta la fecha, el problema de reconfiguración ha sido abordado utilizando metodologías como el control robusto, control adaptable o por control diseñado con base en multimodelos (Patton, 1997). La tolerancia a fallas se asegura diseñando un controlador lo suficientemente robusto, con una ley de control que cambie según las variaciones de la dinámica del proceso provocadas por la falla, o conmutando entre diferentes leyes de control diseñadas previamente para distintos puntos de operación del sistema. Una situación que en todos estos casos salta a la vista es que la estrategia de control tolerante a fallas es aplicada utilizando los actuadores en los que se considera posible mal funcionamiento. Bajo estas suposiciones, cuando una falla ocurre, el comportamiento de la planta depende de la aplicabilidad de la ley de control a los dispositivos con falla. Por esta razón, se deben considerar los casos en que las fallas provocan severos deterioros en el comportamiento de sus elementos o actuadores.

1.1. Motivación

Históricamente, desde una perspectiva de aplicación práctica, el motivo de investigación sobre el control tolerante a fallas surgió con la necesidad de diseñar sistemas de control de vuelo seguros para aeronaves. La meta era crear un control en aeronaves con la capacidad de reaccionar adecuadamente frente a fallas para garantizar un aterrizaje seguro. La investigación sobre el tema fue alentada debido a dos accidentes de aeronaves comerciales ocurridas en los años 70's.

En el caso del vuelo Delta 1080 (abril 12, 1977) el timón de profundidad estaba atascado y el piloto no había sido informado de dicho malfuncionamiento. Afortunadamente, el piloto aprovechó los elementos de control disponibles, y con ayuda de su experiencia y conocimiento sobre la redundancia en actuadores del avión L-1011, aterrizó exitosamente.

El otro accidente, sin la misma fortuna que el anterior, ocurrió en Chicago con la compañía American Airlines en el vuelo 191 (mayo 25, 1979), el piloto contaba con 15 segundos para poder maniobrar antes del colapso; sin embargo, sus habilidades de reacción ante dicha situación no fueron suficientes. Investigaciones posteriores demostraron que el accidente pudo haberse evitado (Montoya, 1983).

Estudios realizados recientemente concluyen que la necesidad de un control tolerante a fallas es evidente (Maciejowski J.M., 2003). El control tolerante a fallas (CTF) en aeronaves es fundamental tanto en el ámbito civil como en el militar. También se pueden enunciar algunos ejemplos para el caso industrial, tales como el de la planta nuclear de *Three Mile Island* (marzo 28, 1979) y la tragedia ocurrida en Chernobyl (abril 26, 1986).

A continuación se describen los eventos que provocaron el accidente nuclear de la central *Three Mile Island* que, de haber tenido un sistema de detección de fallas y control tolerante a ellas, se pudo haber evitado. El accidente aconteció el 28 de marzo de 1979, cuando se produjo una falla en el circuito secundario de la planta. Las bombas primarias de alimentación del circuito secundario dejaron de funcionar, esto impidió que se llevara a cabo el enfriamiento del sistema primario en los generadores de vapor. Consecuentemente se apagaron automáticamente la turbina y el reactor de la central.

La presión y la temperatura en el circuito primario (sección nuclear de la planta) empezó a aumentar inmediatamente, debido a que el circuito secundario no pudo expulsar el calor residual del circuito primario. Para evitar que esa presión llegase a ser excesiva, la válvula de descarga de presión (situada en la tapa del presurizador) se abrió. La válvula debía cerrarse al disminuir la presión, aunque por una falla no lo hizo. Las señales que llegaban al operador no indicaron que la válvula seguía abierta, aunque debía de haberlo mostrado. Como consecuencia, la válvula fallida causó que la presión continuara disminuyendo en el sistema.

Simultáneamente, otro problema surgió en otra parte de la planta, el sistema del agua de emergencia (reserva del sistema secundario) había sido probado 42 horas antes del accidente. Como parte de la prueba, las válvulas se cierran y se vuelven a abrir al final de las pruebas. Sin embargo, esa vez por error administrativo o humano, la válvula no se abrió nuevamente, lo que evitó que el sistema de emergencia funcionara. Ocho minutos después del comienzo del accidente se descubre que la válvula estaba cerrada.

Una vez que se abrió, el sistema de agua de emergencia comenzó a trabajar correctamente, permitiendo que el agua fría fluyera por los generadores de vapor. A medida que la presión en el sistema primario continuaba disminuyendo, comenzaron a formarse huecos en varios lugares del sistema con excepción del presurizador. Debido a estos huecos, el agua del sistema fue redistribuida y el presurizador se llenó por completo de agua.

El instrumento que indica al operador la cantidad de líquido refrigerante capaz de eliminar el calor indicó incorrectamente que el sistema estaba lleno de agua. Así, el operador dejó de introducir agua, sin saber que debido a la válvula obturada el indicador puede, y en ese caso lo hizo, proporcionar una información falsa. Después de ochenta minutos desde el momento de la subida de temperatura, las bombas del lazo primario comenzaron a vibrar por cavitación. Las bombas se cerraron, y se creyó que la convección natural continuaría el movimiento del agua.

El vapor del sistema bloqueó la circulación en el lazo primario y, como el agua dejó de circular, se convirtió en grandes cantidades de vapor. Estos eventos y síntomas no detectados a tiempo y el

no haberlos atendido oportunamente provocó que después de una serie de eventos desencadenados, el núcleo del reactor se derritiera y evaporara, provocando liberación de material radiactivo que paulativamente pasó a la atmósfera.

Actualmente, el control tolerante a fallas (CTF) es un tema importante de investigación no solo para la industria, sino también para las comunidades académicas, esto debido al incremento en la demanda de seguridad, buen desempeño, productividad y eficiencia operativa en un sin fin de aplicaciones de ingeniería.

Cuando una falla ocurre en un sistema debe existir una señal que alerte su presencia, el problema de detectar fallas consiste en encontrar el lugar donde se originan, indicar cuando se presentan y tomar acciones convenientes con base a sus características para decidir como manejarlas.

1.2. Estado del arte

Normalmente cuando se habla del control tolerante a fallas se asocia a diversos niveles de ejecución, el primero de ellos es el nivel de control que es la etapa en donde se calcula la acción de control y sus señales producidas se aplican a la planta. El otro nivel de ejecución es el nivel de supervisión, en él se llevan a cabo las tareas de monitoreo, protección y diagnóstico. Estas tareas son las encargadas de procesar la información obtenida de la planta, se detectan síntomas, se diagnostican fallas, se evalúan peligros y con base en ellos se determina alguna acción correctiva para el controlador. Dependiendo de la gravedad del asunto, el control puede detenerse, mantenerse o reconfigurarse.

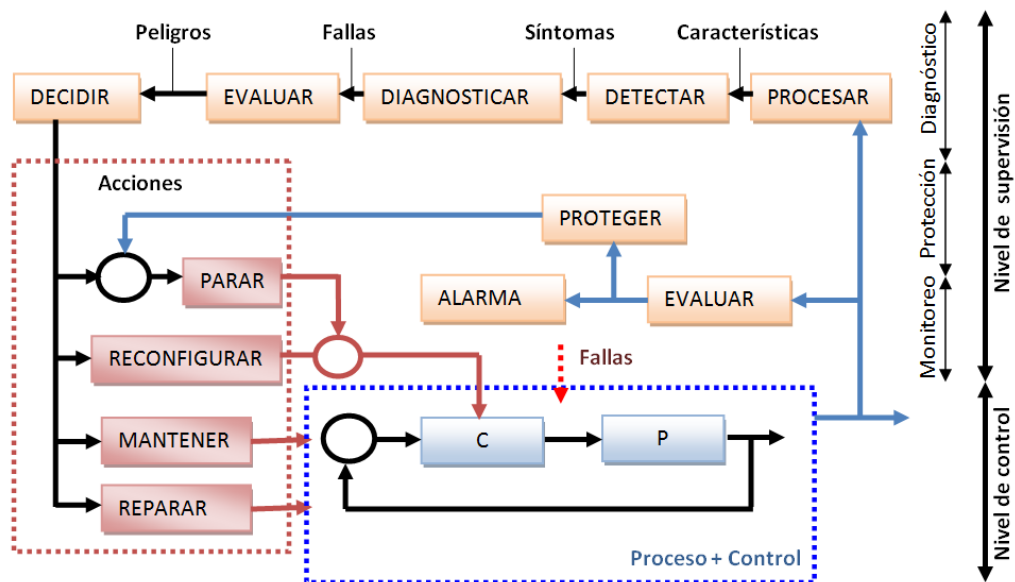


Figura 1.3: Esquema general del control tolerante a fallas

En la mayoría de los esquemas de CTF, cuando una falla ocurre en un actuador o sensor, la etapa de detección de fallas detecta y localiza la fuente de la anomalía, después se procesa dicha información para iniciar una reconfiguración. La función del controlador reconfigurable es contrarrestar el efecto de la falla; y por tanto, proveer estabilidad y un cierto nivel de desempeño. Tanto el IDF como el control reconfigurable, necesitan ser robustos frente a incertidumbres o perturbaciones.

El control robusto está muy relacionado con los sistemas de control tolerante a fallas pasivos (SCTFP). El controlador es diseñado para ser robusto frente a perturbaciones e incertidumbres durante la etapa de diseño, lo que le permite disminuir los efectos de una falla sin requerir reconfiguraciones o IDF. Sin embargo, para algunas herramientas de control robusto, la capacidad de tolerar fallas es limitada y las fallas en actuadores no pueden ser manejadas.

Generalmente los esquemas de CTF se clasifican en dos grupos: Sistemas de control tolerante a fallas pasivos (SCTFP) y sistemas de control tolerante a fallas activos (SCTFA). En los SCTFP, el controlador es diseñado para ser robusto contra fallas e incertidumbres, entonces cuando una falla ocurre, el controlador es capaz de mantener la estabilidad del sistema con una degradación aceptable en su desempeño.

Los SCTFP no requieren de un bloque de IDF y tampoco de una reconfiguración o adaptación en el controlador. Por otro lado, los SCTFA responden a fallas en los componentes del sistema de manera activa mediante una reconfiguración. De esta manera, se conserva la estabilidad y también un desempeño aceptable del sistema. Los SCTFA requieren de una etapa de IDF para obtener información de la falla y conforme a ésta reconfigurar el control.

Es importante aclarar que no solo los parámetros del controlador necesitan ser recalculados, sino que también la estructura de los nuevos controladores. Los SCTFA son conocidos en la literatura como sistemas de control reconfigurables (Patton, 1997; Zhang Y., 2001) hacen énfasis en el cambio de la estructura del controlador.

El CTF activo puede ser considerado como un sistema en retroalimentación en el cual el sistema de diagnóstico y el sistema de control en lazo cerrado son acoplados con propiedades antagónicas; el primero es diseñado para ser tan sensible como sea posible y el segundo es hecho con el propósito de ser insensible en tanto sea permisible para evitar falsas alarmas.

Los SCTFA son de gran importancia en la actualidad, una particularidad importante de los sistemas de CTF es que se diseñan a medida para cada aplicación en función de las especificaciones toleradas.

Actualmente se realizan trabajos con diversas estrategias de control, por ejemplo en la categoría de SCTFA se han propuesto controles para sistemas conectados en red con fallas parciales en actuadores (Xiao He, 2012), con modos deslizantes (Yueyang Li, 2012), sistemas tolerantes a fallas basados en datos (Steven Ding, 2012), CTF usando modelos predictivos (Maciejowski J.M., 2012; Evangelista Charles, 2011) y CTF utilizando leyes de control adaptables (Quin Joe, 2008), entre otros. En

dichos trabajos se considera la pérdida parcial de la eficacia de los actuadores del sistema, se requiere construir una etapa de diagnóstico e identificación para poder ejecutar alguna acción de reconfiguración o adaptación. En general, buscan utilizar la información del IDF para compensar la influencia de las fallas presentadas.

Sin embargo, también es importante considerar el caso en el que las fallas imposibilitan el uso de los actuadores dañados y es necesario pensar en alguna acción diferente a la compensación. Se requiere evaluar si la estrategia de control es capaz de cumplir con su objetivo y se debe diseñar un esquema de control que pueda ser reconfigurado para operar sin los actuadores dañados. Bajo este contexto se realiza el presente trabajo, donde se consideran fallas que imposibilitan el uso de actuadores, se propone integrar una función deshabilitadora en el sistema de control ante dichas condiciones de falla.

1.3. Contribución

Si existe más de una entrada de control disponible, una idea dentro del contexto de esquemas conmutados es el diseño de una ley de control tal que, en condiciones normales, todas las señales de control u_i trabajen en conjunto para lograr un buen desempeño y, en condiciones de falla, la señal de control asociada al actuador con falla sea desactivada. Esta filosofía de configuración es la que se usa en el presente trabajo.

El esquema de control propuesto se aplicará al sistema de tres tanques, Fig. 1.4, y se considera el nivel en el tercer depósito como salida. En dicho sistema se dispone de dos actuadores y un sensor de nivel para cada uno de los tanques, cuando se presenta una falla en alguno de los actuadores, el generador de residuos envía una señal al deshabilitador y éste ejerce una acción sobre el control que actúa en la planta. El control elegido genera las acciones de control u_1 y u_2 para el actuador 1 y 2 respectivamente.

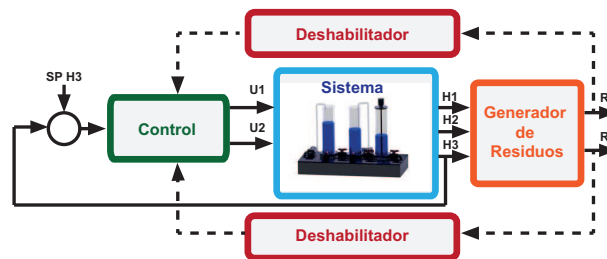


Figura 1.4: Esquema de control tolerante a fallas con evaluación de residuos

En el presente trabajo se elaboraron dos esquemas de control tolerantes a fallas, uno utilizando controladores PID estabilizantes para la planta y otro con un control predictivo. Se consideraron estos controles por ser los más utilizados en la industria y se presentan los resultados que se obtienen con cada uno de ellos. La tarea de reconfiguración depende del generador de residuos y del módulo de desactivación. Hay que tener presente que las fallas en actuadores afectan la posibilidad de manipular el comportamiento de la planta y por ende se debe hacer uso de los actuadores remanentes. Con estos esquemas se busca cumplir con los objetivos de control aún con la desactivación de los actuadores con falla.

Cuando se diseña y construye un control tolerante a fallas para un proceso es indispensable conocerlo a detalle. Esto, con el propósito de identificar las posibles fallas que se pudieran presentar, realizar un estudio sobre las que se pueden detectar y verificar que tan factible es poder modificar las acciones de control y utilizar sus dispositivos sin falla para conservar el comportamiento deseado del sistema.

Se realizaron dos publicaciones referentes al trabajo que se describe a continuación. El primero titulado "Controladores PID tolerantes a fallas en actuadores" publicado en el *IFAC Conference on advances in PID Control* en Brescia, Italia (Castro C. y A., 2012). El segundo trabajo lleva por título "Control predictivo tolerante a fallas en actuadores" publicado en el *Congreso Nacional AMCA* en Campeche, México (Castro C., 2012).

1.4. Presentación

El presente trabajo se encuentra distribuido en 5 capítulos, en cada uno de ellos se discuten los pasos realizados para la construcción del sistema de control tolerante a fallas. En el Capítulo 1 se da una introducción y se plantea el estado del arte de los sistemas de CTF. Se describen sus componentes principales y se mencionan diversos enfoques bajo los cuales se ha abordado el problema de la tolerancia a fallas. Se expone, mediante ejemplos, la importancia del diseño de un control capaz de operar bajo condiciones anormales y se propone el uso de un esquema de deshabilitación de actuadores fallidos sin comprometer la estabilidad del sistema.

En el Capítulo 2 se describe el proceso de diagnóstico y detección de fallas, se plantea un análisis de la estructura del sistema mediante la teoría de grafos para estudiar la aislabilidad de fallas en un sistema y se aplica al modelo del caso de estudio. Con base en la teoría de gráficas bipartitas y a los grafos redundantes se plantea el diseño de residuos basados en modelos lineales y residuos genéricos. También se plantea la relevancia y el impacto que tiene cada uno de ellos sobre el sistema cuando éste opera en lazo cerrado.

En el Capítulo 3 se aborda el diseño del control tolerante a fallas. Se hace una revisión de las propuestas de esquemas de CTF bajo diferentes enfoques y se plantea el uso de un esquema de deshabilitación y reconfiguración bajo dos técnicas de control. Primero se construye un esquema utilizando controladores PID que pertenecen a la familia de controladores estabilizantes para una planta y después se explica el esquema utilizando un control predictivo. El módulo de deshabilitación se rige por las señales obtenidas en la etapa de generación de residuos discutida en el capítulo dos.

En el Capítulo 4 se presentan los resultados obtenidos del módulo de generación de residuos basados en modelos lineales y de los residuos genéricos. También se observan las diferencias del comportamiento del sistema trabajando bajo los dos diferentes esquemas de CTF diseñados en el capítulo tres: el esquema con controladores PIDs estabilizantes y con el control predictivo.

En el Capítulo 5 se discuten los resultados obtenidos de cada una de las etapas del CTF diseñadas en el presente trabajo. Se abordan los resultados obtenidos de la etapa de generación de residuos, del estudio de reconfiguración del sistema y se concluye sobre los esquemas de desactivación trabajando con los controles PID y MPC.

2

Diagnóstico y detección de fallas (DDF)

Los objetivos principales de la supervisión y monitoreo automático de procesos complejos son: generar señales que identifiquen las condiciones anormales y aislar cada posible falla del sistema dinámico cuando existen incertidumbres y perturbaciones. La viabilidad de encontrar una solución para un conjunto específico de datos depende de las propiedades estructurales del sistema y de sus transformaciones. Se han propuesto diversas herramientas para estudiar la detectabilidad y el aislamiento de sistemas, por ejemplo, la teoría Geométrica (Massoumnia *et al.*, 1989) y el Análisis Estructural (Blanke *et al.*, 2006).

Para diseñar generadores de residuos se han utilizado observadores con entradas desconocidas en su versión lineal y no lineal. Para crear un observador robusto ante la presencia de perturbaciones es posible utilizar la estructura del modelo y transformarlo con un vector de inyección de la salida, de tal manera que el espacio de estados sea dividido en dos subespacios, uno sensible y otro insensible a las entradas desconocidas. Este último es la base para estimar el estado o parte de él. En el caso de diagnóstico, el objetivo es determinar subespacios que sean insensibles a perturbaciones y sensibles a fallas, con la propiedad de observabilidad usando mediciones, con esto se busca que las perturbaciones y las fallas que no interesan no tengan efecto en el residuo.

No solo se utiliza un sistema en lazo abierto para generar residuos, sino que también se considera que el lazo de control puede modificar el patrón de comportamiento de dichos síntomas. En el presente trabajo se hace uso de un sistema en lazo cerrado y un generador de residuos basado en un sistema no lineal para evitar los efectos indeseados en los sistemas linealizados.

2.1. Análisis genérico de la estructura

Desde los años cincuentas la teoría de grafos ha sido utilizada para estudiar las propiedades estructurales de un sistema. Se ha propuesto hacer uso de la teoría de grafos para analizar condiciones de aislabilidad de fallas de sistemas dinámicos genéricos (Seliger y Frank, 2000). Una ventaja de la teoría de grafos es poder estudiar la capacidad de diagnóstico de fallas sin modelos numéricos en un sistema y con esto poder identificar las variables medibles necesarias para detectar y aislar ciertas fallas.

La herramienta utilizada en este caso para realizar el análisis de aislabilidad es la gráfica bipartita, la cual es una descripción que vincula dos conjuntos. Un conjunto se asocia a las variables del modelo

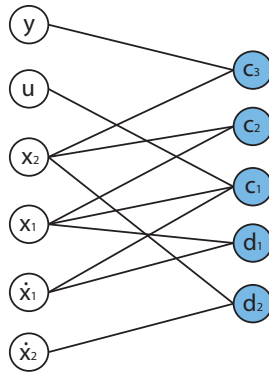


Figura 2.1: Grafo bipartita del sistema (c_1, c_2, c_3)

de un sistema y el otro a las restricciones, que son leyes de comportamiento descritas por ecuaciones.

Hay dos formas de presentar la conexión entre ambos conjuntos. La primera es mediante un diagrama en donde cada variable v_f y cada restricción c_i son representadas con círculos y las relaciones entre ambas ligan a ambos conjuntos a través de arcos o aristas sin dirección. La segunda es mediante una matriz binaria o matriz de incidencia MI , donde cada fila denota una restricción y cada columna una variable. El elemento $MI(i, j) = \bullet$ indica que la variable asociada a la columna j se involucra en la restricción i ; en caso contrario se usa un espacio. Por ejemplo para el siguiente modelo

$$\dot{x}_1 = f_m(x_1, f_\theta, u) \quad (c1)$$

$$\dot{x}_2 = g(x_1, x_2, f_\theta) \quad (c2)$$

$$y = h(x_2, f_\theta) \quad (c3)$$

considerando el vector de parámetros de falla $f_\theta = [f_{\theta_1}, \dots, f_{\theta_f}]'$. Se forman el conjunto de nodos variables $V = \{x_1, x_2, u, y, \dot{x}_1, \dot{x}_2\}$ y el conjunto de restricciones $C = \{c_1, c_2, c_3, d_1, d_2\}$ en donde d_i es la restricción $\dot{x}_i = \frac{dx_i}{dx}$.

En función de estos dos conjuntos y con base en el modelo de dicho sistema, se construye el grafo bipartita mostrado en la Fig.2.1. Los círculos del costado izquierdo corresponden al conjunto de nodos variables v y los círculos sombreados corresponden al conjunto de restricciones. Los arcos o aristas relacionan los elementos de los conjuntos de restricciones y variables en función de la estructura del modelo del sistema. Por ejemplo, la restricción C_1 se asocia con las variables x_1, \dot{x}_1 y u , por esta razón se trazan arcos que unen a dichos elementos.

La descripción en forma de matriz de incidencia MI se muestra en la tabla 2.1. En la representación de la matriz de incidencia se colocó cada elemento del conjunto v en columnas y a los elementos del conjunto de restricciones c en filas. De esta forma, las relaciones entre ambos conjuntos se representa con el símbolo \bullet . Por ejemplo, c_2 se asocia con x_1 y x_2 , es por esto que se coloca el signo \bullet en la fila c_2 para las columnas x_1 y x_2 respectivamente. En este caso el conjunto de fallas es muy general y no se requiere distinguir entre fallas aditivas y multiplicativas. La falla se interpreta en la restricción como una ecuación errónea sin especificarse el tipo de error.

Tabla 2.1: Matriz de incidencia 1

	x_1	x_2	\dot{x}_1	\dot{x}_2	u	y
c_1	•		•		•	
c_2	•	•				
c_3		•				•
d_1	•		•			
d_2				•		

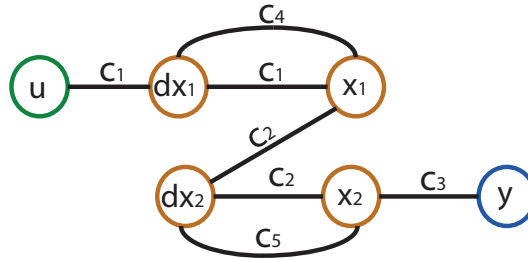


Figura 2.2: Grafo bipartita del sistema $(c_1, c_2, c_3, c_4, c_5)$

Existe otra variante de la representación de la gráfica bipartita, para dicho caso se conservan ambos conjuntos de variables V y restricciones C . Sin embargo, las restricciones son representadas por medio de aristas que relacionan a cada una de las variables. Para el ejemplo anterior, se agregan dos nuevas restricciones

$$x_3 = dx_1/dt \quad (c_4)$$

$$x_4 = dx_2/dt \quad (c_5)$$

De esta manera, el conjunto de restricciones queda definido como $C = \{c_1, c_2, c_3, c_4, c_5\}$ y sus elementos son representados en forma de arcos en la gráfica bipartita como se muestra en la Fig. 2.2.

Para formalizar el concepto de la gráfica bipartita, se hace referencia a su definición.

El tipo de modelos analíticos normalmente estudiados se describen por medio de tres conjuntos de ecuaciones; las de estado, las de mediciones o salidas y las relaciones estáticas que dependen de las variables dinámicas x y estáticas \tilde{x} . Para el caso de variables continuas se considera el conjunto

$$\dot{x} = f_m(x, \tilde{x}, u, \theta, f, \bar{f})$$

$$y = h(x, \tilde{x}, u, \theta, f, \bar{f})$$

$$0_s = g(x, \tilde{x}, u, \theta, f, \bar{f})$$

Se suponen condiciones iniciales conocidas, las cuales corresponden a los estados en condiciones normales. Se supone que el vector de estado $x \in R^n$, el de las variables estáticas $\tilde{x} \in R^s$, el de las entradas $u \in R^m$, el de las mediciones $y \in R^p$ y el vector de parámetros del proceso θ . El vector de fallas $f \in R^f$ se selecciona de acuerdo al conjunto de fallas de interés, el vector $\bar{f} \in R^d$ está asociado a las perturbaciones o fallas no importantes que no se desean detectar. Tomando en cuenta que en el

contexto de diagnóstico las variables conocidas juegan un papel fundamental, es común agruparlas en un conjunto K que involucra componentes del vector de entradas u , y del vector de variable medibles y .

Definición. Sea k el conjunto de variables conocidas (entradas y salidas del modelo). Un sistema dinámico estable que puede ser no lineal, con vector de entrada $v_k(t)$ formado con elementos del conjunto de variables conocidas k y su salida $r(t)$ vista como un residuo,

$$\begin{aligned}\dot{x}_r(t) &= f_r(x_r(t), v_k(t)) \\ r(t) &= h_r(x_r(t), v_k(t), t)\end{aligned}$$

se define como un generador de residuos, RG , si

- las mediciones $v_k(t)$ con el modelo libre de falla implica $r(t) = 0$.
- las mediciones $v_k(t)$ con el sistema en condición de falla, implica $r(t) \neq 0$ al menos en un intervalo de tiempo $[t_0, t_f]$.

Definición. (Blanke et al., 2003) Sea v_k un vector formado por un subconjunto de señales conocidas $k_k \subset k = U \cup Y$ provenientes del modelo sin distinción entre entradas y salidas, entonces

$$ARR(v_k, \dot{v}_k, \ddot{v}_k \dots) = 0$$

se define como relación redundante analítica (ARR) si establece la evolución del vector de variables v_k cuando el sistema opera de acuerdo con su modelo nominal de operación y además satisface las siguientes condiciones ante un conjunto de fallas detectables F .

- Si, para todo vector v_k consistente con el proceso libre de fallas, la evaluación del lado izquierdo de ARR es cero
- Si, cuando ocurre una falla $f_i \in F$, la evaluación del lado izquierdo de ARR es diferente de cero al menos en un intervalo de tiempo $[t_0, t_f]$.

Es decir, la evaluación de una ARR o la combinación de éstas permite generar una señal residuo, cuando se calcula el lado izquierdo de ella.

Definición. Sea un sistema dinámico nominal sin fallas, el grafo bipartita correspondiente se define por $\zeta = \{C \cup V \cup \varepsilon\}$. Donde C es el conjunto de nodos o vértices asociados con cada ecuación o relación del modelo. El conjunto de nodos o vértices asociado a las variables del sistema $V = X_g \cup K$ se forma con:

- las variables desconocidas de los estados junto con sus derivadas y variables de las relaciones estáticas, i.e. $X_g = X \cup \dot{X} \cup \ddot{X} = 2n + s$;
- las variables conocidas, i.e. el conjunto $K = U \cup Y$ se forma con las variables exógenas o entradas U con $m = |U|$ y el conjunto de las mediciones Y con $p = |Y|$; $n_k = m + p$;
- el conjunto de aristas ε o vínculos entre los vértices satisface

$$e_{i,j} = (c_i, v_j) \text{ si y solo si } v_j \text{ está presente en } c_i, \text{ de lo contrario } e_{i,j} = 0.$$

En donde se incluye para cada variable de estado x_i una restricción del tipo

$$x_j = qx_i, i = 1, \dots, n; j = n + 1, \dots, 2n \quad (2.1)$$

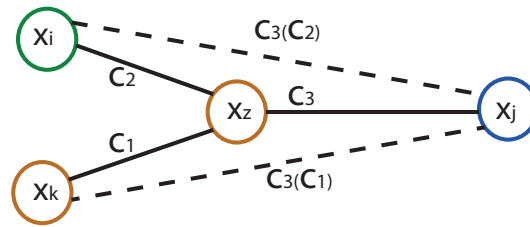


Figura 2.3: Gráfica bipartita orientada

q es el operador derivada si se trata de un sistema continuo y en el caso de modelos de tiempo discreto representa al operador adelanto.

Cuando se determina la dependencia de un vértice variable en términos de restricciones de C y otras variables, se debe orientar el conjunto de arcos ε , de esta manera se establecen causas y efectos, lo que equivale a definir trayectorias uniendo vértices de V con vértices de C , sin pasar dos veces por el mismo vértice. Este proceso se conoce como *aparejamiento* de los vértices de V , con los de C en el grafo. Una propiedad del conjunto de arcos orientados entrantes de V es la unicidad. Pueden existir diversos tipos de aparejamientos en donde de cada nodo del conjunto de restricción puede salir un arco hacia un vértice de V . De esta forma se puede determinar cada nodo variable v_i en función de las trayectorias del grafo. Un ejemplo de esto se explica utilizando la gráfica bipartita mostrada en la Fig. 2.3, donde x_i , x_j y x_k son medibles. Se pueden encontrar dos relaciones redundantes para expresar la variable interna x_z de la siguiente forma:

- Expresar x_z en términos de las mediciones $\{x_i, x_j\}$ usando $\{c_1, c_2\}$ y después expresar la medición x_j a través de c_3 .
- Expresar x_z en términos de x_j usando c_3 y después expresar las dos mediciones $\{x_i, x_j\}$ a través de c_1 y c_2 respectivamente.

Cabe hacer notar que dependiendo del grafo ζ hay aparejamientos que no son viables dado que no toda función involucrada en una relación c_i es invertible.

Desde un punto de vista de diagnóstico, un grafo bipartita ζ permite representar las fallas de dos formas: como alteraciones en las restricciones de C , o como conjuntos de nodos variables desconocidos F adicionados al grafo. Así, una alteración en una restricción c_i corresponde a una falla multiplicativa y un nodo variable adicional desconocido representa una falla aditiva.

La trayectoria de un grafo en donde los vértices iniciales y finales están en $K = U \cup Y$ sin distinción entre entradas y salidas y se han eliminado los nodos de X_g , es equivalente a una *ARR* teniendo la ventaja de no requerir de un modelo numérico. Así, de manera similar al concepto de relación de redundancia analítica, Verde y Mina (2008) proponen usar un grafo redundante buscando trayectorias orientadas entre combinaciones de vértices medibles en donde se puede determinar las fallas que las afectan.

Definición. Sea $K_i := U_{si} \cup y_i$ un subconjunto de variables conocidas aparejadas con el subconjunto de restricciones C_i , el conjunto de nodos iniciales U_{si} y el nodo final o meta y_i , entonces

$$\mathcal{GR}_i(C_i, U_{si}, \epsilon) \quad (2.2)$$

se define como **grafo redundante** \mathcal{GR}_i , si éste establece una consistencia entre los nodos vértices de U_{si} y el meta y_i a través de las trayectorias concatenadas con C_i en ausencia de fallas y en casos de fallas hay inconsistencia entre U_{si} e y_i . El tipo de trayectoria descrita por \mathcal{GR}_i empieza en los nodos de U_{si} y termina en y_i pasando por los nodos del conjunto C_i , los cuales se ven afectados por las fallas.

El concepto de grafo redundante lleva implícito que las variables del conjunto U_{si} son independientes para cada grafo i . Este manejo de los nodos conocidos simplifica la búsqueda de los \mathcal{GR}_i ya que nodos iniciales U_{si} se ven como variables exógenas, sin importar si corresponden a una entrada o salida del proceso.

El concepto de grafo redundante ayuda a subdividir el estudio de diagnóstico, simplificando el análisis de las propiedades de manera independiente de la función generadora del residuo. La separación de cada grafo permite diseñar un sistema de diagnóstico de forma distribuida. Otra ventaja es que una vez determinados los conjuntos que forman los grafos redundantes, se puede construir la matriz de firma de fallas, a pesar de no tener explícitamente la concatenación de las restricciones. Dicha construcción requiere únicamente conocer qué restricciones se ven afectadas para cada falla.

2.2. Modelo del caso de estudio (modelo de referencia)

Cuando se diseña y construye un control tolerante a fallas para un proceso es indispensable conocerlo a detalle. Esto con el propósito de identificar las posibles fallas que se pudieran presentar, realizar un estudio sobre las que se pueden detectar y verificar que tan factible es poder modificar las acciones de control y utilizar sus dispositivos sin falla para conservar el comportamiento deseado del sistema. A continuación se describe el sistema considerado como caso de estudio.

El sistema de tanques consiste en tres depósitos acoplados como se muestra en la Fig. 2.4. Los tanques están interconectados mediante tuberías cuya apertura puede ser modificada utilizando válvulas. El agua es transportada a los tanques de los extremos (T_1, T_2) usando dos bombas con las mismas características eléctricas y mecánicas. Las mediciones que se toman del sistema son los niveles de los tanques h_1, h_2 y h_3 . En condiciones normales las dos bombas operan funcionando como actuadores redundantes. El objetivo de control es mantener un flujo tal que se conserve un nivel de altura determinado en el tanque tres T_3 . El tanque uno T_1 es llenado con la bomba P_1 y el tanque dos con la bomba P_2 . El flujo de agua entre tanques puede ser regulado por las válvulas de interconexión que se encuentran al fondo de cada tanque (v_{13}, v_{32}, v_2). Para el caso nominal v_{13}, v_{32} y v_2 permanecen abiertas al cien por ciento. v_{13} y v_{32} permiten el flujo entre cada uno de los tanques y v_2 drena el agua contenida en T_2 .

Desde el punto de vista teórico, el sistema de tanques acoplados representa un sistema hidráulico y es un ejemplo de un sistema no lineal multivariable que se compone de dos entradas y tres salidas. Q_1 y Q_2 son caudales controlados por las bombas P_1 y P_2 , respectivamente. Q_{13} y Q_{32} son los caudales que circulan por los conductos que unen al tanque 1 con el 3 y al tanque 3 con el 2. Q_{20} es el caudal que fluye por el desagüe que une el tanque 2 con el depósito de agua ubicado en la parte inferior de la planta. Q_{a1}, Q_{a2} y Q_{a3} son los caudales que representan posibles fugas existentes

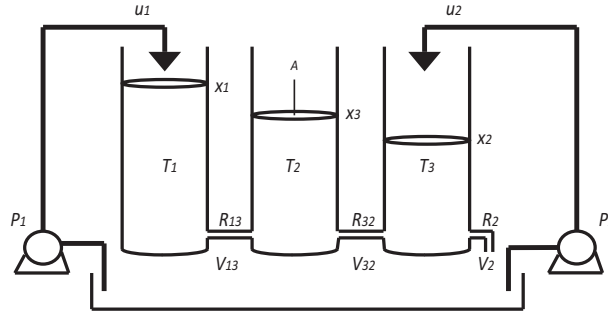


Figura 2.4: Sistema Benchmark de tres tanques

en los depósitos 1,2 y 3 respectivamente; sin embargo, en el caso de estudio éstas no son consideradas.

Realizando un balance de masas a cada uno de los tanques en función de sus flujos de entrada y salida, se obtiene una expresión que permite modelar la variación de su altura. Estas expresiones son:

$$a \frac{dh_1}{dt} = Q_1 - Q_{13} - Q_{a1} \quad (2.3)$$

$$a \frac{dh_3}{dt} = Q_{13} - Q_{32} - Q_{a3} \quad (2.4)$$

$$a \frac{dh_2}{dt} = Q_2 + Q_{32} - Q_2 - Q_{a2} \quad (2.5)$$

Teniendo en cuenta que el área de las tuberías entre los tanques i y j es S y que los coeficientes R_{ij} están asociados a su geometría y la viscosidad del fluido, el flujo de agua Q_{ij} del tanque T_i al tanque T_j puede ser calculado en función de la altura de los tanques mediante la ley de Torricelli.

$$Q_{ij} = R_{ij} * S * \text{sgn}(h_i - h_j) * \sqrt{2 * g * |h_i - h_j|} \quad (2.6)$$

$$a \dot{x}_1 = u_1 + R_{13} \rho(x_1, x_3) + \Delta Q_1 \quad (2.7)$$

$$a \dot{x}_2 = u_2 + R_2 \rho(x_2, 0) + R_{32} \rho(x_3, x_2) + \Delta Q_2 \quad (2.8)$$

$$a \dot{x}_3 = R_{13} \rho(x_1, x_3) + R_{32} \rho(x_3, x_2) \quad (2.9)$$

donde $x_i = h_i$ son los niveles de los tanques, $u_i = Q_i$ los flujos de entrada, la función $\rho(x_i, x_j) = \text{sgn}(x_i - x_j) \sqrt{2g(x_i - x_j)}$ y los coeficientes R_{13} , R_2 y R_{32} son función de las válvulas que se encuentran entre los tanques V_1 , V_2 y V_3 , respectivamente. Los estados medibles corresponden a los tres niveles (x_1, x_2, x_3) . Las fallas consideradas son desviaciones constantes en el flujo de las bombas y se definen en el modelo como ΔQ_1 y ΔQ_2 .

2.2.1. Análisis del sistema de 3 tanques

Para realizar el análisis del sistema Benchmark de 3 tanques, se debe de construir su grafo bipartita (GB) con base en el sistema (1.5) – (1.7). El GB es creado en función del modelo estructural

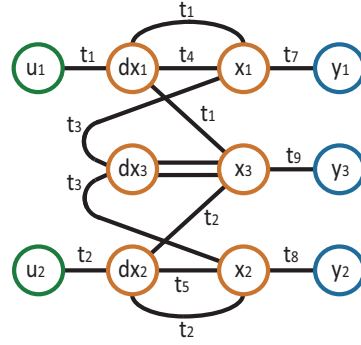


Figura 2.5: Gráfica bipartita para el sistema de tres tanques

representado por

$$\begin{aligned}
 \dot{x}_1 &= f_1(x_1, x_3, u_1, R_{13}, \Delta Q_1) & (t_1) \\
 \dot{x}_2 &= f_2(x_3, x_2, u_2, R_{20}, R_{32}, \Delta Q_2) & (t_2) \\
 \dot{x}_3 &= f_3(x_1, x_2, x_3, R_{13}, R_{32}) & (t_3) \\
 x_4 &= dx_1/dt & (t_4) \\
 x_5 &= dx_2/dt & (t_5) \\
 x_6 &= dx_3/dt & (t_6) \\
 y_1 &= x_1 & (t_7) \\
 y_2 &= x_2 & (t_8) \\
 y_3 &= x_3 & (t_9)
 \end{aligned}$$

donde t_1 , t_2 y t_3 son las restricciones obtenidas directamente de las ecuaciones del modelo del sistema. t_4 , t_5 y t_6 corresponden a las derivadas de los estados de la planta. t_7 , t_8 y t_9 son las alturas de los tanques, en este caso las variables medidas.

Bajo estas suposiciones se considera el conjunto de restricciones $C = \{t_1, t_2, t_3, t_4, t_5, t_6, t_7, t_8, t_9\}$ y el conjunto de nodos variables $V = \{\dot{x}_1, \dot{x}_2, \dot{x}_3, x_4, x_5, x_6, u_1, u_2, y_1, y_2, y_3\}$. Haciendo uso de los conjuntos de variables y restricciones definidos, se construye la gráfica bipartita del sistema de tres tanques mostrada en la Fig. 2.5 con su respectiva matriz de incidencia (Tabla 2.2).

La matriz se construyó colocando los elementos del conjunto de restricciones en las filas de la matriz y los elementos del conjunto de las variables en las columnas. De la tabla 2.2 se puede observar que las variables u_2 , x_2 y x_3 están contenidas en la restricción t_2 . De igual manera, es sencillo advertir que la variable x_3 está relacionada con las restricciones t_1 , t_2 , t_3 , t_6 y t_9 .

De la matriz de incidencia 2, se observa también que las variables u_1 y u_2 no se encuentran relacionadas simultáneamente en una sola restricción. Este hecho resulta favorable para establecer una independencia entre ambas entradas del sistema, lo que puede representar la efectiva aislabilidad de sus fallas asociadas. Con base en el modelo del sistema y al grafo bipartita construido, se procede a construir generadores de residuos bajo dos metodologías diferentes, una con un enfoque lineal y otra respetando al sistema no lineal.

Tabla 2.2: Matriz de Incidencia 2

	u_1	u_2	x_1	x_2	x_3	\dot{x}_1	\dot{x}_2	\dot{x}_3	y_1	y_2	y_3
t_1	•		•		•						
t_2		•		•	•						
t_3			•	•	•						
t_4			•			•					
t_5				•			•				
t_6					•			•			
t_7			•						•		
t_8				•						•	
t_9					•						•

2.3. Generador de residuos con un modelo linealizado

Para el control tolerante a fallas activo, la etapa de generación de residuos es fundamental. En ella se evalúa la información disponible de la planta para detectar fallas en el sistema. Se verifica la inconsistencia entre las variables reales del sistema y algunas señales obtenidas de un modelo matemático. Se debe asegurar que los residuos repondan a las fallas de manera específica ya que en base a ellos se ejecuta alguna tarea de reconfiguración del controlador previamente programada.

El principio básico de los observadores de estado de un sistema dinámico fueron propuestos por Luenberger en 1964 para el caso determinístico y por Kalman-Bucy para sistemas estocásticos. Desde entonces diversas técnicas han surgido para crear observadores, en el contexto de detección de fallas han sido de mucha utilidad para poder detectarlas y en algunos casos reconstruirlas. A continuación se utilizan algoritmos de observación para generar residuos y así diagnosticar fallas en tiempo real. Un aspecto importante al considerar un observador en el diagnóstico de fallas, es que las suposiciones de observabilidad, linealidad y tipo de incertidumbres pueden alterarse debido a las fallas y como consecuencia dificultar el objetivo de diagnóstico. Considerando el caso de un modelo lineal continuo y el vector de fallas que se desean detectar $f(t)$ dado por

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t) + E_1\bar{f}(t) + F_1f(t) \quad (2.10)$$

$$y(t) = Cx(t) + Du(t) + E_2\bar{f}(t) + F_2f(t) \quad (2.11)$$

donde E_i es el vector asociado a fallas de no interés y F_i corresponde al vector asociado a las fallas de interés, el primer paso a seguir para diseñar un residuo insensible a \bar{f} es considerar la estructura del observador

$$\dot{z}(t) = Fz(t) + TBu(t) + Ly(t) \quad (2.12)$$

$$\hat{x}(t) = z(t) + Hy(t) \quad (2.13)$$

La condición necesaria y suficiente de la existencia de dicho observador se reduce a

1. El rango $(CE_1) = \text{rango}(E_1)$;
2. La pareja (C, A_1) es detectable con

$$A_1 = A - E_1((CE_1)'(CE_1))^{-1}(CE_1)'CA$$

o equivalentemente, los ceros de transmisión de la entrada \bar{f} al vector de mediciones $y(t)$ deben estar en el semiplano izquierdo del plano complejo (Chen, 1984)

Para el diseño del observador (2.12)(2.13) hay algunos grados de libertad en las matrices (F, T, L, H) las cuales son ajustadas con el propósito de tener un sistema dinámico estable y un residuo

$$R(t) = (I - CH)y(t) - Cz(t) = y(t) - C\hat{x}(t) \quad (2.14)$$

que se desvía de cero cuando el vector de fallas $f(t) \neq 0$.

Para fallas en actuadores, la condición

$$TF_1 \neq 0 \quad (2.15)$$

debe ser cumplida. Esta condición debe ser más específica si no se permiten fallas simultáneas. Para analizar el comportamiento del generador de residuos dado por (2.12) y (2.13) se considera el modelo no lineal del sistema de tres tanques y dos bombas.

Linealizando el modelo no lineal del sistema hidráulico, en el punto de operación (x^*, u^*) , el conjunto de matrices (A, B, C, D) es tomado para diseñar dos residuos usando observadores lineales. Uno tiene que ser sensible a fallas en la bomba 1 e insensible a la bomba 2. Por el contrario, el otro residuo es insensible a fallas en la bomba 1 y sensible a la 2.

Siguiendo la metodología reportada en Hou y Mueller (1994) que se basa en estos resultados para construir observadores insensibles a $\bar{f}(t)$ y sensibles a $f(t)$, para el conjunto

$$(A, B, C, D, E_1, F_1), \quad E_1 = F_2$$

se obtienen dos subsistemas. Cada uno de ellos permite diseñar un observador sensible a fallas en cada actuador. El observador que corresponde al subsistema insensible a las fallas en el actuador uno es

$$\dot{\hat{z}}_1 = -0.0118z_1 + 64.97u_1 + 0.0118y_3 + .0003(y_1 - \hat{z}_1) \quad (2.16)$$

$$\hat{y}_1 = \hat{z}_1 \quad (2.17)$$

considerando el error de estimación $R_1(t)$ como residuo.

$$R_1(t) = y_1(t) - \hat{y}_1(t) \quad (2.18)$$

Para detectar fallas en el actuador 2, el residuo debe ser insensible a fallas en el actuador 1. Entonces, de manera similar al caso antes mencionado, se obtiene el observador

$$\dot{\hat{z}}_2 = -0.0239z_2 + 64.97u_2 + 0.0123y_3 + .0003(y_2 - \hat{z}_2) \quad (2.19)$$

$$\hat{y}_2 = \hat{z}_2 \quad (2.20)$$

que no es afectado por la señal u_1 . Entonces, se puede obtener el residuo con base en el error de estimación

$$R_2(t) = y_2(t) - \hat{y}_2(t) \quad (2.21)$$

funciona como un residuo para la bomba 2.

Los resultados de dichos generadores lineales se muestran en el capítulo de resultados en las Figs. 4.1 y 4.2. Donde se simula una falla en cada actuador y se muestra la respuesta del residuo generado

en cada caso. Los residuos $R1$ y $R2$ obtenidos con el modelo linealizado tienen la desventaja de ser incrementales alrededor del punto de funcionamiento, por lo que en condiciones de fallas que alteren este punto de operación se generan falsas alarmas o falta de detección de las mismas. Esto puede ocurrir si el control es robusto a dichas fallas. Por tal motivo, a continuación se diseñan residuos a partir de modelos no lineales.

2.4. Generador de residuos para el modelo no lineal

El generador de residuos no lineal se puede obtener utilizando herramientas de análisis estructural. Existe un gran número de esquemas de generación de residuos para sistemas no lineales, en ellos es posible escoger la ganancia del error de observación de las variables medidas usando diversas técnicas, por mencionar algunas: el enfoque geométrico para sistemas lineales y no lineales (De-Persis y Isidori, 2000; Hashtrudi y Massoumnia, 1999), el enfoque algebraico (Alcorta García, 1999) y observadores usando modos deslizantes para sistemas lineales (Edwards *et al.*, 2000).

El objetivo principal del análisis estructural es analizar parcialmente la estructura del sistema con todas las combinaciones posibles de las variables medibles y de acuerdo con las posibilidades de aislabilidad de fallas. Se deben seleccionar los subconjuntos de variables que intervengan en relaciones redundantes útiles para construir los residuos no lineales.

Existen diversos algoritmos de aparejamiento para obtener a partir de los grafos G las relaciones redundantes RR en función de variables medibles (Lorentzen *et al.*, 2003; Gentil *et al.*, 2004). La ventaja de esta técnica es la posibilidad de definir nuevas variables exógenas llamadas pseudoexógenas, como en el caso del ejemplo donde un estado puede ser visto como una entrada. Esto se debe a la bidireccionalidad del grafo que permite separar aisladamente subestructuras simplificando la tarea de aislamiento de fallas (Verde y Mina, 2007).

Siguiendo la propuesta para obtener relaciones redundantes de gráficas bipartitas (Verde y Sánchez-Parra, 2010), se obtiene la gráfica mostrada en Fig. 2.5 de un conjunto de restricciones (t1-t9) para el modelo de tres tanques (Sección 2.2.1). Usando el enfoque de control, U_1 y U_2 son vistas como variables exógenas, y y_1, y_2, y_3 son señales endógenas. Bajo estas condiciones y con base en el grafo mostrado en la Fig. 2.5, se pueden obtener varias trayectorias entre variables medibles que caracterizan las RRs entre U_1, U_2 y el conjunto y_1, y_2, y_3 .

Habiendo establecido que el interés es detectar fallas en los actuadores, se hace uso de la gráfica bipartita mostrada en la Fig.2.5 del sistema de tres tanques para verificar la factibilidad de construir residuos que adviertan la presencia de mal funcionamiento en las bombas de la planta. Se requiere formar dos GRs que sean sensibles a la presencia de fallas en las bombas P_1 y P_2 , respectivamente. De antemano se sabe que las variables medibles son la altura de los tres tanques $\{x_1, x_2, x_3\}$ y se conoce el flujo que entrega cada una de las bombas. Con esta información y utilizando el grafo bipartita de la planta, se requiere encontrar una combinación adecuada entre el uso de las variables medibles y de los arcos orientados.

Haciendo uso de x_3 , u_1 y u_2 como variables de entrada para la gráfica bipartita y a y_1 y y_2 como

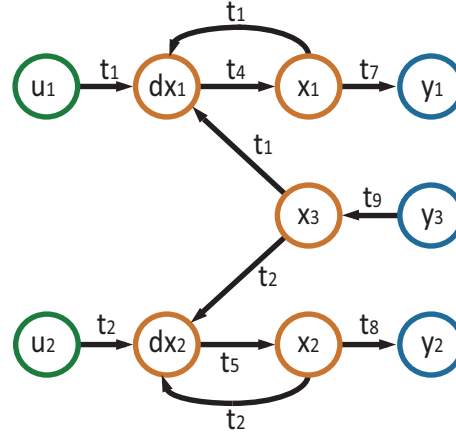
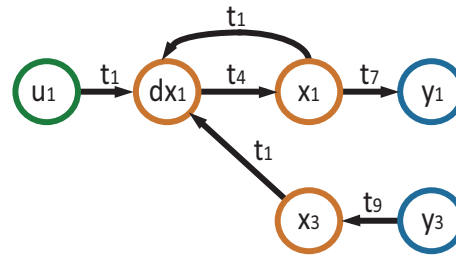


Figura 2.6: Grafo desacoplado

Figura 2.7: Gráfica redundante para u_1

variables de salida, se elabora el grafo mostrado en la Fig. 2.6. De ahí se observa que la estructura del sistema puede desacoplarse en dos partes, es decir, se obtienen dos grafos redundantes, uno que involucra al actuador uno para identificar a f_{u1} y otro al actuador dos para identificar a f_{u2} .

La primera gráfica redundante se muestra en la Fig.2.7 y está dada por

$$\mathcal{GR}_1(t_1, t_4, t_7, t_9, u_1, y_1, y_3) \quad (2.22)$$

que corresponde al subsistema

$$\dot{y}_1 = (1/a) \cdot (u_1 + R_{13}\rho(y_1, y_3)) \quad (2.23)$$

donde se asumen u_1 y y_3 como entradas, y_1 como salida y se involucra al conjunto de restricciones (t_1, t_4, t_7, t_9) y la función $\rho(x_i, x_j) = \text{sgn}(x_i - x_j)\sqrt{2g(x_i - x_j)}$ contiene la no linealidad del sistema. Se observa que \mathcal{GR}_1 es sensible a la presencia de fallas en el actuador 1. Esto significa que se tiene un subsistema que solamente requiere a u_1 y y_3 como entradas y se obtiene a y_1 como salida, sin ser afectado por las fallas en u_2 . Cualquier observador no lineal para este subsistema permite construir un residuo. La segunda gráfica, por simetría, se muestra en la Fig. 2.8, está dada por el grafo redundante

$$\mathcal{GR}_2(t_2, t_5, t_8, t_9, u_2, y_2, y_3) \quad (2.24)$$

que corresponde al subsistema

$$\dot{y}_2 = (1/a) \cdot (u_2 + R_2\rho(y_2, 0) + R_{32}\rho(y_3, y_2)) \quad (2.25)$$

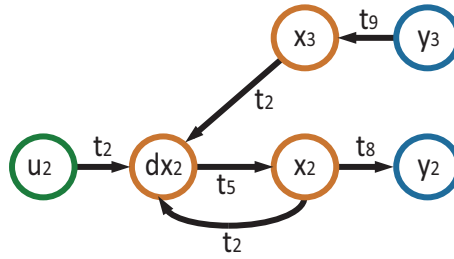


Figura 2.8: Gráfica redundante para u_2

donde intervienen las variables u_2 , y_3 y y_2 . Dado el conjunto de restricciones involucradas en \mathcal{GR}_2 , se observa que existe un subsistema que considera u_2 y y_3 como entradas y y_2 como una salida. Un observador para este subsistema permite la generación de un residuo para detectar fallas en el actuador dos sin que las que se presenten en u_1 lo afecten. El proceso para obtener todas las gráficas para todas las fallas del sistema está reportado en (Mina, 2008).

Entonces, la matriz de firma de fallas se reduce a la Tabla 2.3, los grafos encontrados se colocan en las filas y las fallas consideradas en las columnas de la tabla.

Tabla 2.3: Matriz de firmas de fallas

	f_{u1}	f_{u2}
\mathcal{GR}_1	•	
\mathcal{GR}_2		•

Así, queda claramente establecido que el \mathcal{GR}_1 indica las fallas en u_1 y el \mathcal{GR}_2 las que se manifiestan en u_2 . En un caso más complejo, una falla puede afectar a más de un grafo redundante. En el mejor de los escenarios, dicha falla es detectada haciendo uso de la información de todos los GRs involucrados. En el peor de los casos, los síntomas detectados podrían ser insuficientes para identificar la falla presentada.

Debido a que las relaciones redundantes \mathcal{GR}_1 y \mathcal{GR}_2 obtenidas de la gráfica bipartita no suponen linealidad, los residuos no lineales se pueden obtener directamente de ellas. Además, ya que la dinámica de los subsistemas (2.23) y (2.25) tienen la forma genérica

$$\dot{\xi}(t) = f(\xi(t), u(t)) \quad (2.26)$$

$$y(t) = h(\xi(t), u(t)) \quad (2.27)$$

sus respectivos residuos pueden ser generados estimando el estado con un observador aproximado de la forma

$$\dot{z}(t) = f(z(t), u(t)) + H[y(t) - \hat{y}(t)] \quad (2.28)$$

$$\hat{y}(t) = h(z(t)) \quad (2.29)$$

donde H debe ser diseñada para que el error sea asintóticamente estable en cero en condiciones normales de operación (Sundarapandian, 2002). En dicho artículo se propone una clase de entradas $u(\cdot)$ de la forma

$$u = r(\omega) \quad (2.30)$$

donde ω satisface al sistema

$$\dot{\omega} = s(\omega) \quad (2.31)$$

El sistema anterior (2.30)-(2.31) también podría ser visto como un generador de entradas. Entonces, se considera una clase de sistemas no lineales de la forma

$$\dot{x} = F(x, r(w)) \quad (2.32)$$

$$\dot{\omega} = s(\omega) \quad (2.33)$$

$$y = h(x) \quad (2.34)$$

donde x es el estado e y la salida de la planta. Se hace la suposición que F, r, s y h pertenecen a C^1 , y también que $F(0,0) = 0, r(0) = 0, s(0) = 0$ y $h(0) = 0$. Se asume que la dinámica de (2.30)-(2.31) es estable según el criterio de Lyapunov. Entonces, la clase de entradas consideradas incluyen a las entradas constantes y las periódicas.

Teorema. (Sundarapandian, 2002) *Suponga que la dinámica de la planta (2.30) – (2.31) es estable en el sentido de Lyapunov en $(x, w) = (0, 0)$. Si la planta (2.30) – (2.31) tiene un observador exponencial, entonces la pareja (C, A) de su sistema lineal no forzado es detectable. Inversamente, si la pareja (C, A) del sistema no forzado es detectable, entonces K es una matriz tal que $A - KC$ es Hurwitz, entonces la dinámica del sistema definida por*

$$\dot{z} = G(z, y, r(w)) \equiv F(z, r(w)) + K[y - h(z)] \quad (2.35)$$

es un observador local exponencial para la planta.

En la Fig. 4.5 y en la Fig. 4.4 se muestra el comportamiento de los residuos genéricos simulando una falla en cada uno de los actuadores.

2.5. Efecto del control en el generador de residuos

La tarea de control es asegurar un buen desempeño, confiabilidad de operación y estabilidad en el sistema. Para asegurar dichos objetivos es de suma importancia verificar que la generación de residuos sea diseñada correctamente para evitar falsas alarmas y asegurar que los síntomas no pasen desapercibidos. Bajo esta premisa y a manera de ejemplo de un sistema de control sencillo, se describe la acción de control integral que asegura una regulación asintótica de la salida de un sistema aún con perturbaciones en parámetros y sin destruir su estabilidad en lazo cerrado, de manera similar a como se presenta en (Khalil, 2002). Se considera un sistema no lineal de la forma

$$\dot{x} = f(x, \theta, u, w) \quad (2.36)$$

$$y = h(x, w) \quad (2.37)$$

$$y_m = h_m(x, w) \quad (2.38)$$

donde $x \in R^n$ es el estado, $u \in R^p$ es la entrada de control, $\theta \in R^q$ es un vector de parámetros asociado a las fallas en actuadores, $y \in R^p$ es la salida controlada, $y_m \in R^m$ es la salida medida, y $w \in R^l$ es un vector de parámetros desconocidos y perturbaciones. Cuando los elementos de θ son igual a 1, se dice que no hay fallas en el sistema, en caso contrario, cuando alguno de los elementos de θ es diferente de uno, se denota la presencia de fallas. Las funciones f , h y h_m son continuamente diferenciables en (x, u) y continuas en w en un dominio $D_x \times D_u \times D_\theta \times D_w \subset R^n \times R^p \times R^q \times R^l$. Sea $r \in D_r \subset R^p$ una referencia constante que está disponible en línea y el conjunto v definido como

$$v = \begin{bmatrix} r \\ w \\ \theta \end{bmatrix} \quad (2.39)$$

Se requiere diseñar un control en retroalimentación tal que $y(t) \rightarrow r$ cuando $t \rightarrow \infty$. Se asume que y puede ser medible; esto es, y es un subconjunto de y_m . La tarea de regulación se alcanzará estabilizando el sistema en el punto de equilibrio donde $y = r$. Para dicho propósito, se asume que para cada $v \in D_v$, hay una única pareja (x_{ss}, u_{ss}) que depende continuamente de v y satisface las ecuaciones

$$0 = f(x_{ss}, \theta, u_{ss}, w) \quad (2.40)$$

$$r = h(x_{ss}, w) \quad (2.41)$$

tal que x_{ss} es el punto de equilibrio deseado y u_{ss} es el control en estado estacionario que se necesita para mantener el punto de equilibrio en x_{ss} . Para introducir la acción integral, se integra el error de regulación $e = y - r$:

$$\dot{\sigma} = e \quad (2.42)$$

entonces, se aumenta el integrador con la ecuación de estado para obtener:

$$\dot{x} = f(x, \theta, u, w) \quad (2.43)$$

$$\dot{\sigma} = h(x, w) - r \quad (2.44)$$

Para sistemas de múltiples salidas ($p > 1$), la ecuación del integrador representa un conjunto de p integradores donde cada componente de e es integrada. Es claro que para integrar e se necesitan los valores de y y r en línea. La tarea de control ahora es diseñar un controlador en retroalimentación estabilizante que estabilice el modelo de estado aumentado en el punto de equilibrio (x_{ss}, σ_{ss}) donde σ_{ss} produce la u_{ss} deseada.

El control integral se compone de dos partes: Un integrador y un controlador estabilizante. El integrador algunas veces es conocido como el modelo interno, debido a que duplica el modelo de la ecuación $\dot{v} = 0$, el cual genera la señal constante exógena v . La estructura del controlador estabilizante depende de las señales medidas. Por ejemplo, en el caso de retroalimentación de estados; esto es, cuando $y_m = x$, el control estabilizante es de la forma

$$u = \gamma(x, \sigma, e) \quad (2.45)$$

donde γ es diseñada de tal manera que solo exista una única σ_{ss} que satisface la ecuación

$$\gamma(x_{ss}, \sigma_{ss}, 0) = u_{ss} \quad (2.46)$$

y el sistema en lazo cerrado

$$\dot{x} = f(x, \theta, \gamma(x, \sigma, h(x, w) - r), w) \quad (2.47)$$

$$\dot{\sigma} = h(x, w) - r \quad (2.48)$$

tiene un punto de equilibrio asintóticamente estable en (x_{ss}, σ_{ss}) . En dicho punto de equilibrio, se cumple que $y = r$, independientemente del valor de w y θ . Entonces, la regulación se alcanza asintóticamente para todo estado inicial en la región de atracción (x_{ss}, σ_{ss}) . El control en retroalimentación crea un punto de equilibrio asintóticamente estable. Para que el integrador $\dot{\sigma} = e$ tenga una salida σ constante, su entrada e debe ser cero. Entonces el integrador hace que el error de regulación sea cero en el punto de equilibrio.

Bajo el enfoque del esquema de control tolerante a fallas es importante recalcar que tanto las perturbaciones en los parámetros como algunas fallas presentadas en el sistema cuando se trabaja en lazo cerrado, se reflejan en un cambio en el punto de operación; sin embargo, se seguirá cumpliendo que $e = 0$. De las ecuaciones (2.34) y (2.35), cuando se presenta una falla en los actuadores, esto es que alguno de los elementos de θ sean diferente de uno, hay una pareja (x_{ss}^*, u_{ss}^*) que satisface las ecuaciones

$$0 = f(x_{ss}^*, \theta, u_{ss}^*, w) \quad (2.49)$$

$$r = h(x_{ss}^*, w) \quad (2.50)$$

Teniendo en cuenta esta información, se entiende que el comportamiento del generador de residuos lineal se vería afectado por el cambio de punto de operación; es decir, el conjunto supuesto en la sección 2.3.1

$$(A, B, C, D, E_1, F_1), \quad E_1 = F_2$$

cambiaría a

$$(A^*, B^*, C, D, E_1, F_1), \quad E_1 = F_2$$

y por ende los dos subsistemas, (2.16) y (2.19), creados para detectar las fallas en los actuadores también se verían afectados. El hecho de que el generador de residuos lineal esté diseñado para trabajar en un punto de operación específico y que la acción de control ocasione un cambio en esa condición de operación normal debido a la presencia de una falla, implica que se generarían residuos con información errónea.

Un ejemplo del efecto de la señal de control en el generador de residuos se muestra en la Fig. 4.3, donde el residuo lineal genera falsas alarmas debido a cambios en el punto de operación del sistema.

2.6. Umbral adaptable

En un proceso real los residuos generados no permanecen exactamente en cero como sucede en el caso ideal, esto es debido a errores en el modelo o incertidumbres en los parámetros del sistema. Dicho hecho no debe confundirse con la presencia de fallas en el sistema, la evaluación de los residuos no resulta ser tan trivial como una simple comparación de un valor igual o diferente de cero. La solución que se propone es el uso de umbrales adaptables Isermann (2006) los cuales, correctamente diseñados, hacen robusto al sistema tolerante a fallas ante cualquiera de estos problemas.

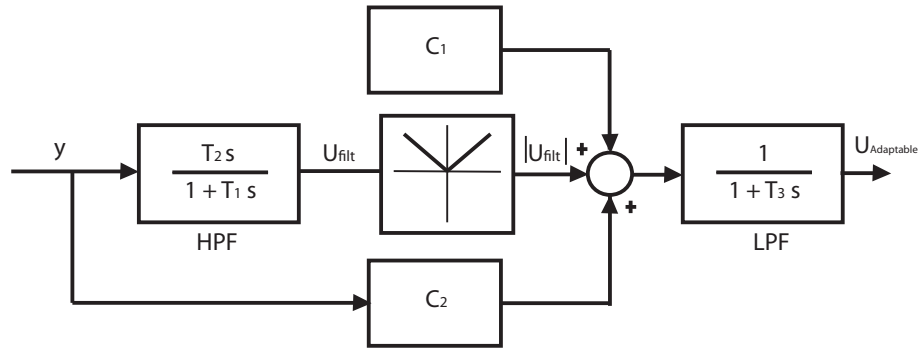


Figura 2.9: Construcción de umbrales adaptables

En el presente caso de estudio los umbrales adaptables se construyen con un filtro paso altas (HPF) de primer orden para tener un umbral más amplio, también se usa un amplificador proporcional con la constante C_2 , un filtro paso bajas (LPF) para suavizar el umbral considerando las constantes de tiempo T_1 y T_3 de acuerdo con la constante de tiempo dominante durante el proceso.

Se considera la constante de tiempo T_2 del filtro paso altas, que considera el efecto de incertidumbres en el modelo dinámico. En la Fig. 2.9 se muestra el esquema de construcción del umbral adaptable, donde HPF es el filtro pasa altas, LPF es el filtro paso bajas, U_{filt} es el residuo filtrado por el filtro HPF, $|U_{filt}|$ es el valor absoluto del residuo filtrado.

En la Fig. 2.10 se muestra el residuo no lineal, el cual fue construido en base a un modelo con incertidumbres. Bajo estas condiciones la función de desactivación detiene a la bomba que falla cuando el valor del residuo es mayor que el valor del umbral. Esto solo sucede cuando se presenta una falla en el actuador.

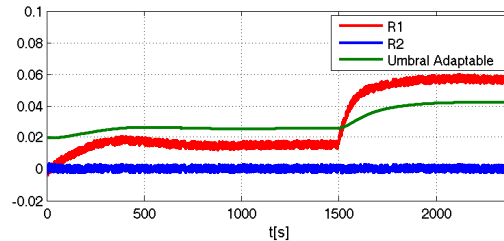


Figura 2.10: Umbral adaptable y residuos no lineales

3

Control tolerante a fallas (CTF)

3.1. Introducción

En la Fig.3.1 se muestra un esquema general de cómo se clasifica el CTF (Halim Alwi y Tan, 2011). El control tolerante a fallas se divide en el primer nivel entre pasivo y activo. El primero se basa usualmente en las ideas de control robusto, y reacciona ante fallas sin requerir información de un esquema IDF. El segundo requiere información de las fallas que se presentan, por lo que se necesita de una etapa de identificación y detección de fallas (IDF). El CTFA se divide en dos grupos: un CTF basado en pronóstico y un CTF reconfigurado y adaptado en línea. En el grupo de pronóstico los controladores son diseñados para todos los tipos de fallas que puedan ocurrir en el sistema. El controlador pronosticado estará activo solo cuando una falla ocurra. El CTF basado en pronóstico se subdivide a su vez en tres categorías, las cuales son, el modelo conmutado o mezclado, el programado y el de predicción. CTFA se basa generalmente en la reconfiguración o en la adaptación en línea. En este campo, se plantean dos sub componentes: CTF que es construido mediante control adaptable y un CTF que se construye redistribuyendo las señales de control (control distribuido).

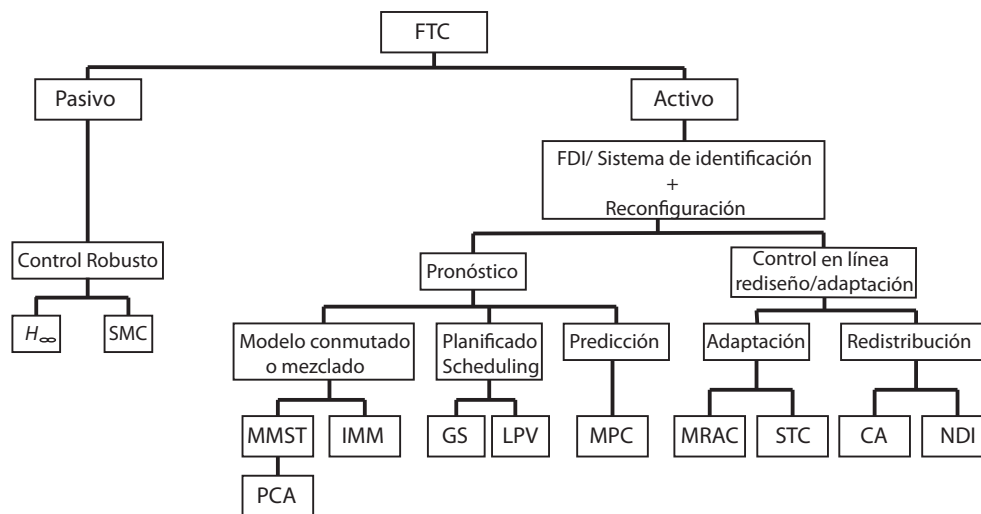


Figura 3.1: Clasificación del CTF

Control Robusto

El control tolerante a fallas pasivo depende de la robustez del controlador utilizado. Una de las metodologías más populares desarrolladas durante 1980 fue el control H_∞ que se ha convertido en una de las herramientas de control multivariantes más utilizadas, tanto en la industria de procesos como en los problemas de control de aeronaves (Magni J.F., 1997). La mayoría de los controladores robustos no requieren información de las fallas y aún así tienen un buen desempeño tanto en su punto de operación nominal como en condiciones de falla. La habilidad para lidiar con fallas depende del control prediseñado, el cual se construye para minimizar los efectos de incertidumbres y perturbaciones en el sistema. Una desventaja del control H_∞ es que en algunos casos, el controlador es muy conservador en condición nominal con el propósito de garantizar estabilidad en el caso de presentarse alguna falla y el desempeño en su condición nominal a veces se sacrifica por su robustez. Otra desventaja es que el controlador final usualmente es de mayor orden que el propio sistema.

Modelo conmutado o mezclado

La idea de utilizar modelos múltiples para diseñar el control reconfigurable fue propuesto a principios del año de 1990 (Narendra, 2003). Los esquemas de modelos múltiples surgieron como solución al problema que provocaban las fallas al cambiar las condiciones de operación de un sistema. La mayoría de los métodos de control clásicos se basaron en métodos lineales, y los esquemas de modelos múltiples parecían ser una extensión ideal para resolver el problema de cambios en los puntos de operación. Cuando son implementados en un sistema real, usualmente los controladores lineales necesitan adaptarse a los cambios en las condiciones de operación debido a que solo se tiene garantía de que el controlador es estable cuando el sistema opera cerca de la condición de linealización. Por tanto, al utilizar un esquema de múltiples modelos se asegura que el controlador puede ser diseñado para que la estabilidad y el comportamiento estén garantizados dentro de un amplio rango de operación.

Desde el punto de vista de CTF, el banco de controladores actúa como un respaldo y los controladores inactivos son activados únicamente cuando alguna falla, para la que fueron diseñados, ocurre. Este método depende del esquema de IDF, el cual provee información acerca del tipo y ubicación de la falla, para determinar el controlador que será activado. El diseño del banco de modelos debe considerar todas las posibles fallas que se puedan presentar. Un esquema de IDF se crea comparando los estados actuales de la planta con las salidas de los modelos del banco. Esencialmente el modelo con el error más pequeño, es decir, el modelo con el comportamiento más semejante al real es elegido y su controlador asociado es encendido.

La conmutación entre modelos y controladores algunas veces provoca transitorios indeseables. Por esta razón, algunas veces se requiere usar métodos que eviten acciones bruscas de control al cambiar de un controlador a otro (bumpless transfer methods). Otra desventaja aparece cuando no todas las posibles fallas son consideradas al momento de diseñar los controladores. Una desventaja más de este método es su dependencia de la robustez en el esquema de IDF para identificar el modelo y el controlador adecuados para ser activados.

A pesar de que los múltiples modelos, la conmutación y la sintonización (MMST) puedan ser usados para atacar el problema que conlleva la variación de los puntos de operación, en algunos casos, obtener un modelo lineal que sea exactamente igual a la planta real es una tarea difícil de alcanzar. Se necesitan cientos de modelos lineales con sus respectivos controladores para cubrir cada posible

condición causada por las fallas.

En el enfoque del modelo múltiple interactuante (IMM), la idea es obtener un conjunto de modelos lineales calculados con base en algunas condiciones de operación cuidadosamente elegidas. Cuando las condiciones de operación cambian, una salida estimada de la planta o una entrada de control es obtenida mezclando los modelos predeterminados.

La principal suposición usada en IMM es que cada posible condición de operación, incluyendo fallas, puede ser modelada como una combinación de los modelos lineales predeterminados. En concreto, se busca obtener una señal de control calculada a partir de una mezcla de controladores predeterminados u obtenerla en línea usando los pesos de probabilidad provenientes del estimador de IMM.

Como primer paso del esquema de IMM, se propone utilizar un banco de filtros de Kalman para calcular la probabilidad de las fallas individualmente (Zhang Y., 2001). Esto también es usado para asignar un peso promedio a cada modelo lineal predefinido para estimar el estado de la planta. Como segundo paso, un banco de controladores es prediseñado anticipando el efecto de las fallas que pueden ocurrir. La idea es que durante las fallas, los valores propios del sistema en lazo cerrado necesitan ser lo suficientemente parecidos a aquellos de la planta operando en condiciones nominales, es decir, cuando no hay fallas presentes. La reconfiguración del controlador está dada por los pesos de probabilidad promedio calculados en línea para determinar la razón de mezcla y así calcular la entrada de control a partir de los controladores predefinidos en los casos cuando una falla ocurre.

A comparación del MMST, el IMM tiene la habilidad de lidiar con fallas no previstas. Un problema del esquema de IMM es encontrar el balance adecuado para mezclar, esto es, obtener los pesos de probabilidad adecuados para calcular la mejor aproximación al modelo real. El método IMM también depende del esquema de IDF para identificar correctamente las fallas.

Predicción

La aplicación del control predictivo basado en un modelo MPC se inició en la industria de procesos. Esto debido a que el concepto y la descripción matemática es fácil de entender por la mayoría de los ingenieros de control. Siendo así no es de sorprenderse que aparte del clásico controlador PID, el MPC sea uno de los métodos más usados e implementados en la industria de control de procesos.

La idea original del MPC es permitir que el proceso de producción trabaje tan cerca como sea posible de los límites de operación sin violarlos, con el propósito de maximizar la producción y por lo tanto las ganancias. La aportación principal del MPC es su habilidad para manejar dichos límites y restricciones, esta es una de las principales motivaciones de su estudio en CTF. Durante las fallas, específicamente en los actuadores, la mayoría de las veces los actuadores sin fallas serán obligados a trabajar en el límite. El MPC tiene la habilidad para manejar esta situación incluyendo dichos límites en su proceso de optimización, el cual es usado para obtener las señales de control. Un daño estructural también puede ser manejado en el MPC modificando el modelo de referencia (Maciejowski J.M., 2003).

MPC es un algoritmo de control iterativo basado en el control óptimo. El objetivo es obtener trayectorias predichas de los estados en un futuro usando los estados actuales y las señales de control calculadas. Sin embargo, solo la primer señal de control de la optimización es aplicada a los actuadores reales. Después los estados son muestreados nuevamente y los cálculos son repetidos. El MPC también es conocido como control de horizonte recesivo.

El MPC en su forma mas poderosa requiere el cálculo de una solución en línea al problema de optimización. Aún con los avances tecnológicos la optimización en línea es difícil de realizar para sistemas que requieren respuestas rápidas (Maciejowski, 2000). El MPC depende de un IDF fiable para actuar correctamente sobre el sistema. En el caso de fallas en actuadores, es necesario que el esquema de IDF conozca el comportamiento del actuador fallido para que una nueva restricción sea incluida en la optimización del proceso.

Adaptación

En el año de 1950, motivado por el diseño de pilotos automáticos para obtener un alto desempeño en el vuelo de aeronaves, el control adaptable se propuso como una manera de lidiar con un amplio rango de condiciones de vuelo (Slotine, 1991). El control adaptable se utiliza con el propósito de ajustar automáticamente los parámetros del controlador para alcanzar el comportamiento deseado. Existen dos enfoques en el control adaptable: la adaptación directa y la indirecta. En la adaptación indirecta, hay dos escenarios para diseñar un controlador. Primero, los parámetros del sistema necesitan ser estimados, en el caso de sistemas lineales, la pareja de matrices (A,B) modificada por cambios en el punto de operación. El segundo paso es usar esta información para diseñar el controlador. En el enfoque de adaptación directa, el controlador es diseñado sin estimar los parámetros del sistema.

El control adaptable con modelo de referencia (*MRAC*) y autosintonización (*STC*) son dos metodologías muy populares. En el control autosintonizable, solo se requiere la estimación de parámetros en línea para adaptar al controlador. Mientras tanto en el MRAC, los parámetros desconocidos no son estimados perfectamente, sin embargo el controlador es sintonizado y ajustado de tal manera que la salida de la planta sigue perfectamente la trayectoria deseada (la salida del modelo de referencia) haciendo que el error de seguimiento tienda a cero.

Redistribución de la señal

La idea del método pseudo-inverso (PIM) es diseñar un controlador tal que los polos del sistema sometidos a una condición de falla sean tan parecidos en cuanto sea posible a los polos nominales de lazo cerrado. Las siguientes ecuaciones son involucradas en el método PIM. Considere el sistema lineal dado por

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t) \quad (3.1)$$

Asuma que la ganancia de retroalimentación de estados F ha sido diseñada, y que la ley de control es

$$u(t) = Fx(t) \quad (3.2)$$

entonces el sistema en lazo cerrado es

$$\dot{x}(t) = (A + BF)x(t) \quad (3.3)$$

Durante la presencia de fallas, el sistema fallido en lazo cerrado puede ser representado por

$$\dot{x}_f(t) = (A_f + B_f F_f)x_f(t) \quad (3.4)$$

La idea es obtener una ganancia F_f tal que el comportamiento del sistema fallido sea lo más parecido como sea posible al comportamiento del sistema nominal. Las matrices de la planta A y B y la ganancia F se asumen conocidas previamente. El sistema con falla (A_f, B_f) se puede obtener de un sistema de identificación en línea o de un esquema IDF, de esta manera se podría obtener una F_f en línea (McLean D., 1991). Para una matriz B_f no cuadrada, su pseudo-inversa aporta algunos grados de libertad, los cuales pueden ser utilizados para redistribuir las señales de control con el propósito de conservar la estabilidad del sistema en lazo cerrado (Patton, 1997).

Cuando surgió la idea del control redistribuido aplicado a los actuadores funcionales remanentes también fue conocido como control de "reestructuración". A pesar de algunos trabajos realizados en los años noventas, actualmente esta teoría ha resurgido con el nombre de asignación de control (*CA Control Allocation*). *CA* tiene la capacidad de redistribuir las señales de control especialmente durante la presencia de fallas. Una gran diferencia entre el *CA* y el *PIM* es que en el *CA*, el controlador es diseñado con base en una señal de control virtual, el elemento del *CA* mapea el control virtual a la demanda de control actual y la aplica sobre los actuadores. Uno de sus beneficios es que el diseño del controlador es diseñado independientemente de la unidad de *CA*. Entonces, el *CA* puede ser utilizado con cualquier otro controlador.

3.1.1. Redundancia física para el CTF

Para tener un buen diseño de Control Tolerante a Fallas, es necesario tener redundancia. La redundancia puede ser categorizada en dos tipos: directa y analítica. En la redundancia directa, se dispone de varios dispositivos físicos. En el contexto de sensores, dos o tres sensores que miden la misma variable recibe el nombre de doble o triple redundancia. En operaciones normales sólo un sensor es suficiente, sin embargo, dos o tres sensores son necesarios para asegurar mediciones confiables en el caso de fallas. Un sistema de votos es una forma típica de identificar si los canales están funcionando correctamente o cuáles están en estado de falla. Este concepto de redundancia también puede ser aplicado en actuadores.

En términos de redundancia analítica, en lugar de tener múltiples sensores que midan las mismas señales, un observador es usado para generar un estimado de la señal de interés, y obtener redundancia analítica. No se necesita implementar dispositivos adicionales, en su lugar, es necesario utilizar un algoritmo o un modelo matemático o un observador ejecutándose en la computadora de control. La redundancia analítica elimina la necesidad de utilizar dispositivos adicionales y de esta manera se reduce material y costos, de igual manera, puede ser utilizada para identificar fallas en actuadores. Incluso teniendo redundancia en actuadores, es decir, disponer de más de un actuador para alcanzar un objetivo de control es benéfico para el diseño del sistema.

3.2. Reconfiguración del control

Con el propósito de controlar un proceso es necesario evaluar su nivel de redundancia y de reconfiguración del control. Para probar dicha propiedad se necesitan evaluar los niveles de observabilidad

y controlabilidad del modelo en cuestión, asumiendo que el modelo simula razonablemente las pequeñas variaciones de la entrada y la salida del proceso (Wu Eva N., 2000). Suponga un modelo de la siguiente forma

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t), y(t) = Cx(t), x(0) = x_0$$

donde x , u y y son los vectores de estados, entradas y salidas respectivamente. A , B y C son matrices conocidas de dimensiones apropiadas. Adicionalmente se asume que el modelo representa a un sistema estable.

Una medida para la propiedad de observabilidad y controlabilidad ha sido propuesta por Moore (1981) para modelos lineales estables. Un conjunto de n valores $(\sigma_i, i = 1, \dots, n)$ con $\sigma_i \geq \sigma_{i+1}$ pueden ser calculados mediante los siguientes pasos:

- Obener el gramiano de controlabilidad W_c , y el gramiano de observabilidad W_o dados por

$$AW_c + W_cA' + BB' = 0, \quad A'W_o + W_oA + C'C = 0 \quad (3.5)$$

- Obtener los eigenvalores $\sigma_1^2, \sigma_2^2, \dots, \sigma_n^2$ del producto W_cW_o .

Para una planta estable, estos valores también son conocidos como valores singulares Hankel. El interés sobre estos valores recae en la interpretación que se les puede dar. Por ejemplo, si todos los valores singulares asociados a W_c son lo suficientemente grandes, el esfuerzo necesario en términos de energía para controlar los estados del modelo no será excesivo. Si todos los valores singulares asociados a W_o son lo suficientemente grandes, el esfuerzo necesario en términos de energía para observar los estados del modelo no será excesivo.

Por otro lado, un modelo con una fuerte controlabilidad (grandes valores de $\sigma_i(W_c)$) no implica que también tiene una observabilidad adecuada. Un modelo con poca controlabilidad no implica que tiene un valor grande de observabilidad (grandes valores de $\sigma_i(W_o)$). Entonces, una correcta evaluación de la propiedad del modelo para producir un buen comportamiento, cuando un controlador es diseñado, se basa en la combinación de su observabilidad y controlabilidad. También puede ser demostrado que ante un cambio de coordenadas de los estados del sistema ($\hat{x} = Mx$), el producto de los gramianos es $MW_cW_oM^{-1}$. Siendo así, los valores singulares del producto de los gramianos son independiente a la transformación de estados.

El valor singular σ_i menor será utilizado para definir la reconfigurabilidad de un sistema en condiciones de falla. La redundancia necesaria en un modelo respecto a un escenario de falla en particular puede ser evaluada midiendo su degradamiento. Dicha medida es indicada por la disminución del valor de σ_i comparando el caso con y sin falla.

Se supone un modelo adecuado para diseñar un control tolerante a fallas, esto significa que las fallas se representan en el modelo de manera apropiada y que existe redundancia en él. El objetivo es investigar si el modelo cumple con la redundancia necesaria para alcanzar los objetivos del control tolerante a fallas.

Comúnmente se asumen fallas considerándolas como cambios en los parámetros del sistema. Algunas entran al sistema como factores de escalamiento adimensionales para indicar un grado de anormalidad en algunos de sus componentes.

Se define un espacio de parámetros deficientes formado por todos los parámetros que cambian su valor como resultado de la presencia de una falla. El rango de variación de dichos parámetros forma un conjunto en el espacio de parámetros deficientes. Sea θ el vector en el espacio de parámetros deficientes de dimensión N , y Ω sea el conjunto sobre el cual reside θ cuando las fallas ocurren. Sin pérdida de generalidad, sea $\theta = 0$ el vector de parámetros cuando no existen fallas.

Suponga un modelo lineal de un proceso de la forma

$$\dot{x} = A(\theta)x(t) + B(\theta)u(t), y(t) = C(\theta)x(t) \quad (3.6)$$

Aplicando los dos pasos del procedimiento se encuentran los valores singulares y posteriormente el valor más pequeño σ_{min} . Entonces la reconfigurabilidad del control está dada por

$$\rho_s = \min \sigma_{min}(\theta) \quad (3.7)$$

ρ_s indica que tanto se mantiene controlable el sistema mientras varía θ . Para una aplicación en particular se define el valor mínimo σ_{min} aceptable. También se observa que además de ofrecer una medida que determina si es posible diseñar un control tolerante a fallas, la reconfigurabilidad del control también ayuda a tomar decisiones para mejorar el nivel de redundancia ubicando sensores y actuadores en lugares estratégicos. En este caso, el conjunto dentro de Ω para el cual dicho requisito se cumple es

$$R = \{ \theta \in \Omega \mid \sigma_{min}(\theta) \geq \rho_{min} \} \quad (3.8)$$

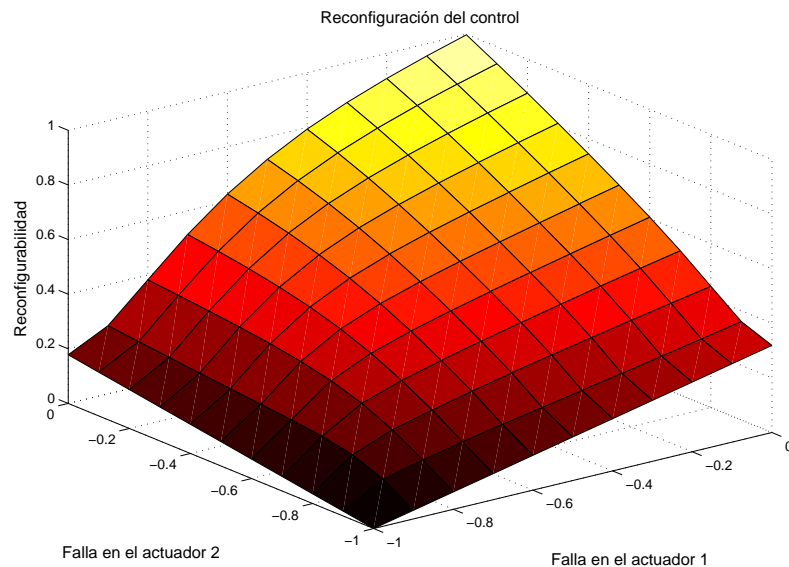


Figura 3.2: Capacidad de reconfiguración del control

Para el caso de estudio se utiliza el sistema Benchmark de tres tanques con un modelo linealizado. Al realizar un estudio basado en las fallas de actuadores, B es la matriz en la que interviene el factor de degradamiento θ . Los actuadores considerados en la evaluación son la bomba 1 y la bomba 2. Como salida de interés se utiliza la altura del tanque 3. La funcionalidad de los actuadores se modifica mediante los factores θ_1 y θ_2 , y entran en el modelo de la planta mediante

$$B(\theta) = B + \begin{pmatrix} b_1\theta_1 \\ b_2\theta_2 \\ 0 \end{pmatrix} \quad (3.9)$$

Cada factor θ_i varía de -1 a 0. En este caso las matrices A y C se consideran constantes. Considerando el subconjunto de interés $S = \{-1 < \theta_i < 0, i = 1, 2\}$. Los valores para medir la reconfigurabilidad σ_{min} se calculan y se grafica en el plano $\theta_1 - \theta_2$ como se muestra en la Fig.3.2. Es fácil notar que la reconfigurabilidad del control es cero ρ_s cuando se incluye el escenario en el que se pierde totalmente la funcionalidad ($\theta = -1$) de ambos actuadores.

3.3. Esquema de Desactivación

3.3.1. Control tolerante a fallas PID

Diversos esquemas han sido propuestos para atacar el problema que conlleva diseñar un control tolerante a fallas. Técnicas de control adaptable y de auto aprendizaje han sido propuestas por Zhang y Jiang (2008) incluyendo controladores PID auto sintonizados reportados en Ding-Li *et al.* (2005). Otra propuesta en el contexto de control conmutado es utilizar un conjunto de modelos con falla para controladores PID específicos, esto discute en Sánchez-Parra *et al.* (2010).

Si más de un actuador se encuentra disponible, una idea dentro del contexto de los esquemas de control conmutado es diseñar una ley de control de tal manera que en condiciones normales todas las señales u_i trabajen al mismo tiempo para obtener un buen desempeño y en condiciones de falla, la señal asociada a esta sea desactivada. Esto requiere garantizar la estabilidad de subconjuntos de los lazos de retroalimentación, los cuales pueden ser probados fuera de línea de una manera relativamente simple usando un software reportado en (Mora, 2011) para controladores PID. El algoritmo está diseñado con base en la familia de PIDs estabilizantes para una planta dada, si el grado relativo de la planta y el número de polos y ceros que se encuentran en el plano derecho son conocidos (Bhattacharyya *et al.*, 2000).

Diseño del CTF PID

El nuevo esquema de control conmutado para el sistema de tres tanques utilizando como salida variable el nivel x_3 , es mostrada en la Fig. 3.3. Un control PID genera la acción u_1 y la segunda señal de control, calculada por el otro PID, es aplicada al actuador 2. La función de desactivación corresponde a la evaluación de cada uno de los residuos.

Para sintonizar los PIDs tal que en todas las configuraciones se obtenga un buen desempeño, se considera la matriz de transferencia nominal

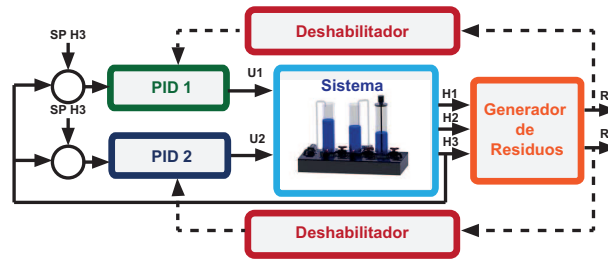


Figura 3.3: Esquema de dos controladores con la función de desactivación

$$G(s) = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} (sI - A)^{-1} B = \begin{bmatrix} G_1(s) & G_2(s) \end{bmatrix}$$

con las matrices mostradas en el Apéndice A y la estructura de cada controlador

$$C_m(s) = \frac{K_{Dm}s^2 + K_{Pm}s + K_{Im}}{s} \quad \text{for } m = 1, 2$$

Este esquema es equivalente al diagrama de bloques de la Fig. 3.4. Dos lazos son identificados: el lazo azul con la trayectoria directa $C_2(s)G_2(s)$; y el lazo verde con la trayectoria directa $C_1(s)G_1(s)$. Este diagrama también es equivalente al mostrado en la Fig. 3.5.

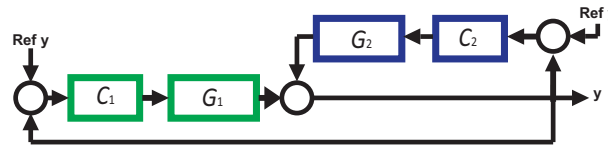


Figura 3.4: Esquema de control para el sistema de tres tanques

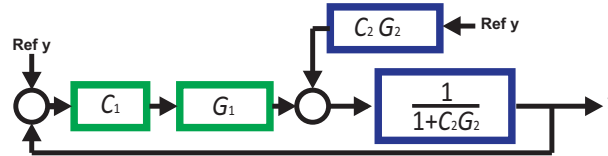


Figura 3.5: Diagrama de bloques reducido para un sistema de tres tanques

Como primer paso, un controlador $C_2(s)$ se elige para estabilizar la función de transferencia

$$\frac{C_2(s)G_2(s)}{1 + C_2(s)G_2(s)}$$

Este controlador asegura la estabilidad del sistema si el actuador 1 falla y $C_1(s)$ es desconectado. Por simetría de los canales, similarmente se elige el control estabilizante $C_1(s)$, lo que asegura la estabilidad de la función de transferencia

$$\frac{C_1(s)G_1(s)}{1 + C_1(s)G_1(s)}$$

Entonces, la presencia de una falla en el actuador 2 y la desactivación de $C_2(s)$ no afecta la estabilidad del lazo cerrado.

Finalmente, asumiendo conocidos a los controladores $C_1(s)$ y $C_2(s)$, se puede verificar la estabilidad de la función de transferencia completa

$$\frac{C_1(s)G_1(s) + C_2(s)G_2(s)}{1 + C_1(s)G_1(s) + C_2(s)G_2(s)}$$

la cual está asociada con el sistema en lazo cerrado nominal sin fallas.

En el presente estudio, los controladores $C_1(s)$ y $C_2(s)$ son diseñados usando un software que implementa las condiciones de estabilidad mostradas en (Bhattacharyya *et al.*, 2000), las cuales establecen que para una planta dada de orden n es posible reducir el problema de determinar toda la familia de controladores PID estabilizantes al problema de resolver un conjunto de desigualdades lineales en términos de las constantes K_P , K_I y K_D del controlador. El conjunto de desigualdades es resuelto usando programación lineal (Mora, 2011).

Las regiones estabilizantes para C_1 , formando un volumen, se muestran en la Fig. 3.6 donde los valores de las ganancias estabilizantes son los puntos de la región sombreada. Regiones similares para

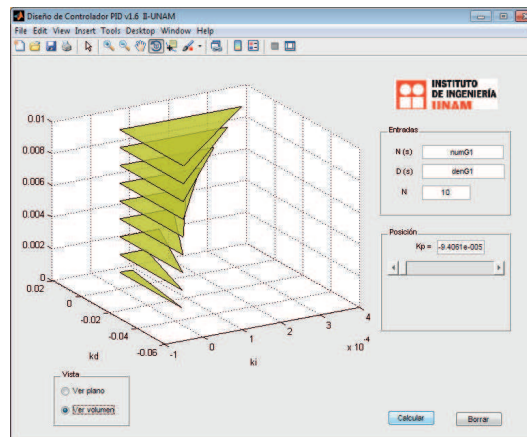


Figura 3.6: Región estabilizante para el controlador C_1

K_P , K_I y K_D se obtienen para C_2 . De acuerdo con la planta considerada y usando el SISOTOOL de Matlab, las constantes elegidas para C_1 son

$$K_{P1} = 1.5 \times 10^{-4}, \quad K_{I1} = 2.5 \times 10^{-6}, \quad K_{D1} = 5 \times 10^{-4}$$

y para C_2

$$K_{P2} = 9 \times 10^{-5}, \quad K_{I2} = 1.1 \times 10^{-6}, \quad K_{D2} = 5 \times 10^{-4}$$

Los resultados en simulación con estos PID y su reconfiguración en condiciones de fallas se presentan en la Fig.4.7 y en la Fig.4.8

3.3.2. Control tolerante a fallas MPC

Diversos esquemas han sido propuestos para atacar el problema de control tolerante a fallas. Desde técnicas de control adaptables, conmutadas o predictivas.

La aplicación del modelo predictivo de control MPC se inició en la industria de procesos y se ha mantenido vigente en ella debido a que su descripción matemática es fácil de entender para la mayoría de los ingenieros de control.

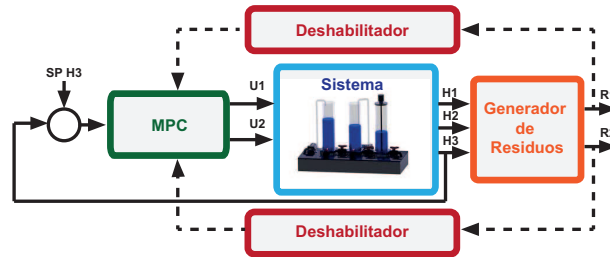


Figura 3.7: Esquema de control MPC con evaluación de residuos

El MPC es un algoritmo iterativo basado en el control óptimo. Su objetivo general es calcular la trayectoria futura de la variable de control u optimizando el comportamiento futuro de la salida y de la planta. Durante su ejecución utiliza los estados actuales y las señales de control óptimas para predecir el comportamiento futuro de los estados. Sin embargo, solo la señal de control calculada al tiempo corriente en la optimización es aplicada a los actuadores reales. Después los estados son muestreados nuevamente y los cálculos son repetidos. El diseño de control predictivo se realiza mediante los siguientes pasos:

Modelo en espacio de estados extendido

Los sistemas de control predictivos son diseñados con un modelo matemático de la planta. El modelo en espacio de estados utilizado en el diseño del sistema de control es

$$x_m(k+1) = A_m x_m(k) + B_m u(k) \quad (3.10)$$

$$y(k) = C_m x_m(k) \quad (3.11)$$

donde u es el vector de entradas del sistema, x_m es el vector de estados y y es la salida del proceso.

Para realizar el diseño del MPC se cambia el modelo anterior a un modelo de espacio de estados incremental o de velocidad. Tomando la diferencia $\Delta x_m(k+1) = x_m(k+1) - x_m(k)$ se obtiene

$$\Delta x_m(k+1) = A_m \Delta x_m(k) + B_m \Delta u(k) \quad (3.12)$$

donde $\Delta \tilde{u}(k) = u(k) - u(k-1)$ y $\Delta x_m(k) = x_m(k) - x_m(k-1)$. Se observa que la entrada del modelo en espacio de estados es $\Delta u(k)$, para conectar $\Delta x_m(k)$ con la salida del sistema $y(k)$, se define el vector

$$\tilde{x}(k) = [\Delta x_m(k)^T y(k)^T]^T \quad (3.13)$$

Finalmente se obtiene un modelo en espacio de estados extendido (A, B, C) de la forma

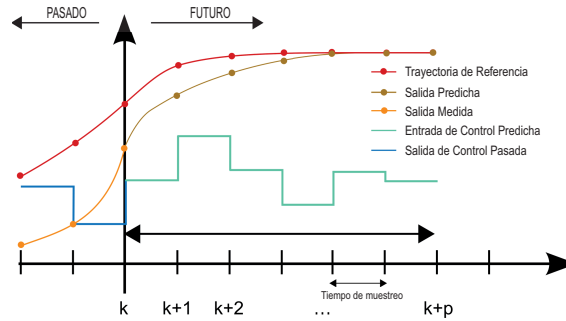


Figura 3.8: Control Predictivo

$$\begin{aligned}\tilde{x}(k+1) &= \begin{bmatrix} \Delta x_m(k+1) \\ y(k+1) \end{bmatrix} \\ \tilde{x}(k+1) &= A_a \tilde{x}(k) + B_a \Delta \tilde{u}(k) \\ y(k) &= C_a \tilde{x}(k)\end{aligned}$$

donde

$$A_a = \begin{bmatrix} A_m & O_m^T \\ C_m A_m & I \end{bmatrix}, \quad B_a = \begin{bmatrix} B_m \\ C_m B_m \end{bmatrix}$$

$$C_a = [O_m \quad I]$$

Eigenvalores del modelo extendido

El polinomio característico del modelo extendido es

$$\rho(\lambda) = \det \begin{pmatrix} \lambda I - A_m & o_m^T \\ -C_m A_m & (\lambda - 1) I_{q \times q} \end{pmatrix} \quad (3.14)$$

$$\rho(\lambda) = (\lambda - 1)^q \det(\lambda I - A_m) = 0 \quad (3.15)$$

Donde se utiliza la propiedad que el determinante del bloque inferior de una matriz triangular es igual al producto de determinantes de las matrices en la diagonal. Entonces, los eigenvalores del modelo aumentado son la unión de los eigenvalores del modelo de la planta y los q eigenvalores $\lambda = 1$. Esto significa que hay q integradores incluidos en el diseño del modelo aumentado. Así es como se obtiene una acción integral en los sistemas de control predictivo.

Controlabilidad y observabilidad del modelo extendido

Debido a que el modelo original de la planta es aumentado con integradores y que el diseño del MPC se basa en un modelo en espacio de estados aumentado, es importante para el diseño del sistema

de control que dicho modelo sea controlable o observable, particularmente con respecto a las dinámicas inestables del sistema. La controlabilidad es un prerrequisito en el control predictivo para alcanzar un desempeño deseado en lazo cerrado y en dado caso la observabilidad es necesaria para diseñar un observador exitosamente.

Aun así las condiciones podrían cambiar a tan solo cumplir con los requerimientos de estabilidad y detectabilidad, si solo interesa la estabilidad en lazo cerrado. Ya que el modelo extendido involucra la adición de integradores, se necesita examinar las condiciones bajo las cuales éstos son controlables. La forma mas simple de investigarlo es basándose en la realización mínima del modelo de la planta. Una discusión mas detalla en relación a la mínima realización, controlabilidad y observabilidad se puede encontrar en Kailath (1980), Bay (1999).

Función de costo

El control predictivo minimiza la función de costo J en un tiempo k_i , resolviendo para una trayectoria de control óptima $\Delta u(\cdot)$. La función J es descrita por un conjunto de coeficientes y funciones de Laguerre y se define como

$$J = \sum_{j=1}^{N_p} x(\cdot)^T Q x(\cdot) + \sum_{j=0}^{N_u} \Delta u(k_i + j)^T R \Delta u(k_i + j) \quad (3.16)$$

donde $x(\cdot) = x(k_i + j|k_i)$ y $Q \geq 0$ y $R \geq 0$ son las matrices de peso para las variables de estado y las variables de entrada respectivamente. El uso de R ayuda a evitar cambios bruscos en la señal $u(k_i)$ y Q pondera la señal de error del control. $(k_i + j|k_i)$ denota el valor predicho para el tiempo $(k_i + j)$ a partir de la información disponible en el momento k_i y N_p denota el horizonte de predicción para el control predictivo.

En la construcción del MPC MIMO, Wang (2009), cada señal de entrada es diseñada para colocar un polo de Laguerre independientemente, de esta manera su polo puede ser usado para modificar el comportamiento de la señal de control. Por ejemplo, si se desea un control rápido, se elige un polo igual a cero, de otra manera, se elige con algún valor mayor a cero. Teniendo esto en mente, se tiene gran flexibilidad para modificar el comportamiento de la señal de control seleccionando los polos de Laguerre y el horizonte de predicción. Sea

$$\Delta u(k) = [\Delta u_1(k) \quad \Delta u_2(k) \quad \dots \quad \Delta u_m(k)]^T \quad (3.17)$$

y la matriz de entrada puede ser dividida y representada en

$$B = [B_1 \quad B_2 \quad \dots \quad B_m] \quad (3.18)$$

donde m es el número de entradas y B_i es la i -ésima columna de la matriz B . Se elige la i -ésima señal de control $\Delta u_i(k)$ eligiendo a_i y N_i .

$$\Delta u_i(k) = L_i(k)^T \eta_i \quad (3.19)$$

donde η_i y $L_i(k)$ describen la red de Laguerre del i -ésimo control, (ver Apéndice B) específicamente

$$L_i(k)^T = [l_1^i(k) \quad l_2^i(k) \quad \dots \quad l_{N_i}^i(k)] \quad (3.20)$$

Con base en la división de la matriz de entrada y dada la información de las variables de estado $x(k_i)$, la predicción del estado futuro en el tiempo m es escrita como

$$x(k_i + m|k_i) = A_a^m x(k_i) + \sum_{j=0}^{m-1} A_a^{m-j-1} [B_1 L_1(j)' \quad B_2 L_2(j)' \quad \dots \quad B_m L_m(j)'] \eta \quad (3.21)$$

$$= A_a^m x(k_i) + \phi(m)' \eta \quad (3.22)$$

donde el vector η y la matriz de datos $\phi(m)'$ son los coeficientes dados por

$$\eta' = [\eta'_1 \quad \eta'_2 \quad \dots \quad \eta'_m] \quad (3.23)$$

$$\phi(m)' = \sum_{j=0}^{m-1} A_a^{m-j-1} [B_1 L_1(j)' \quad B_2 L_2(j)' \quad \dots \quad B_m L_m(j)'] \quad (3.24)$$

Cabe resaltar que la matriz

$$\phi(m)'_k = \sum_{j=0}^{m-1} A_a^{m-j-1} B_k L_k(j)' \quad (3.25)$$

tiene la misma estructura para el caso de una sola entrada. De aquí en adelante la suma de convolución en un sistema de múltiples entradas se puede descomponer en subsistemas para tratar a cada entrada individualmente, después cada resultado se acomoda en un vector para formar una estructura de múltiples entradas. La función de costo puede ser definida también como

$$J = \eta' (\sum_{m=1}^{N_p} \phi_m Q \phi(m)' + R_L) \eta + 2\eta' (\sum_{m=1}^{N_p} \phi(m) Q) x(k_i) \quad (3.26)$$

$$= \eta' \Omega \eta + 2\eta' \Psi x(k_i) \quad (3.27)$$

Para el MPC, en el espacio de estados extendido (A_a, B_a, C_a) se agregan integradores para lograr un error igual a cero en estado permanente y en la predicción de variables de estado se involucra a la matriz A elevada a la potencia m , A^m , junto con la suma de convolución $\Phi(m)$, que permiten formar las matrices Ω y Ψ como

$$\Omega = \sum_{m=1}^{N_p} \Phi(m) Q \Phi(m) + R_L$$

$$\Psi = \sum_{m=1}^{N_p} \Phi(m) Q A^m$$

Cálculo de Δu óptima

La solución óptima para la función de costo (3.27) es

$$\eta = -(\Omega^{-1} \Psi) x_{k_i} \quad (3.28)$$

Asumiendo que la información $x(k_i)$ está disponible en el tiempo de muestreo k_i , y que los límites inferiores y superiores de Δu son Δu^{\min} y Δu^{\max} , el procedimiento de optimización minimizando la función de costo J_η también debe asegurar

$$\Delta u^{\min} < \Delta u(k_i + m) < \Delta u^{\max} \quad (3.29)$$

con $m = 0, 1, 2, \dots$

Cuando se usan funciones de Laguerre en el diseño, el incremento de la señal de control $\Delta u(k_i + m)$ se obtiene con

$$\Delta u(k_i + m) = \begin{bmatrix} L_1(m)^T & o_2^T & \dots & o_2^T \\ o_1^T & L_2(m)^T & \dots & o_2^T \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ o_1^T & o_2^T & \dots & L_m(m)^T \end{bmatrix} \eta$$

donde m denota el conjunto de instantes futuros en los cuales se desean imponer los límites para Δu , y o_k es el vector de ceros que tiene las mismas dimensiones de $L_k(m)$.

La acción del sistema de control predictivo se calcula de la siguiente forma. Primero se construye el vector x_f que contiene información de los estados actuales x_m del sistema, los estados anteriores x_{mold} , la salida del proceso y y la señal de referencia y_{ref} .

$$x_f = \begin{bmatrix} x_m - x_{mold} \\ y - y_{ref} \end{bmatrix} \quad (3.30)$$

con la η obtenida se calcula el valor de $\Delta u(k_i)$ por medio de

$$\Delta u(k_i) = L(0)^T \eta \quad (3.31)$$

donde

$$L(0) = \begin{bmatrix} L_1(0)^T & o_2^T & \dots & o_2^T \\ o_1^T & L_2(0)^T & \dots & o_2^T \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ o_1^T & o_2^T & \dots & L_m(0)^T \end{bmatrix}$$

para utilizar en el MPC solo la primera señal $\Delta u(k)$ calculada en el proceso de optimización. El cálculo de $\Delta u(k)$ puede reescribirse en la forma de un control lineal con retroalimentación de estados, nombrando a $\Delta u(k)$ como

$$\Delta u(k) = -k_{mpc} x(k) \quad (3.32)$$

donde la matriz de ganancia se define como

$$k_{mpc} = L(0)^T \Omega^{-1} \Psi = [k_x \quad k_y] \quad (3.33)$$

k_x es la ganancia de retroalimentación asociada a $\Delta x_m(k)$ y k_y corresponde a la ganancia de retroalimentación relacionada a

Finalmente la señal de control enviada a la planta es

$$u(k_i) = u(k_i - 1) + \Delta u(k_i) \quad (3.34)$$

La señal de control debe estar sujeta a las restricciones

$$u_{min} \leq u(k_i + j|k_i) \leq u_{max} \quad (3.35)$$

que establecen los límites entre los que se mueven las acciones de control. Para el esquema de control tolerante a fallas, cuando el generador de residuos indica la presencia de una falla en alguno de los actuadores, el control predictivo es reconfigurado. La matriz B_m del modelo en espacio de estados cambia a $B_{m,fi}$ y se recalculan los valores de la matriz B para el sistema en espacio de estados extendido

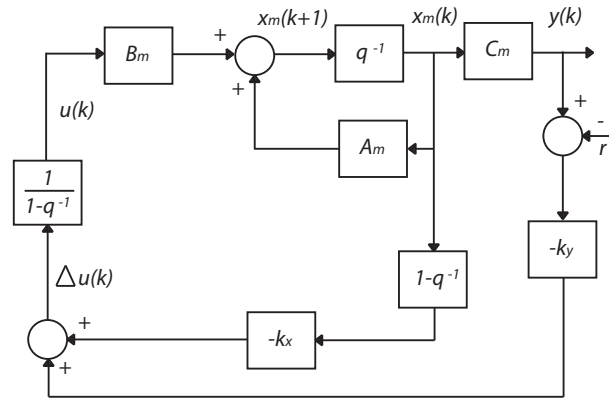


Figura 3.9: Esquema de control predictivo discreto

y los valores de Ω y Ψ para la función de costo J_η . Las matrices para la reconfiguración cuando el sistema se encuentra con fallas actuadores son

$$B_{m,f1} = \begin{bmatrix} 0 \\ 64.97 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$B_{m,f2} = \begin{bmatrix} 64.97 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Otra alternativa de reconfiguración es cambiar los límites u_{max} y u_{min} de la señal de control asociada a la falla. Con ambas estrategias se logra desactivar la señal de control asociada al actuador que presenta la falla. De esta manera el objetivo de control se lleva a cabo por los actuadores sin falla remanentes.

4

Resultados para el caso de estudio

4.1. Generador de residuos lineal y genérico

Dentro de los objetivos de control están el hacer que la salida del proceso siga cierta referencia, que la velocidad de respuesta sea mas rápida que en lazo abierto, que exista cierta compensación en las variables controladas frente a perturbaciones externas, estabilización de sistemas inestables, reducción del impacto de la variación de parámetros de una planta en su comportamiento, compensación parcial de las no linealidades de actuadores o de procesos y el reemplazo del control manual realizado por operadores humanos, entre otros.

Es evidente que la ley de control calculada con base en el comportamiento de un sistema en lazo cerrado depende de diversos cambios en parámetros, fallas en actuadores, fallas en sensores, incertidumbres de modelado y otros agentes externos al proceso, sin embargo, usualmente solo se toman en cuenta la señal de error de control $e(t)$ y la salida del sistema $y(t)$.

En lazo cerrado, las fallas pequeñas son compensadas por el control en retroalimentación (con la acción integral) y estas pueden ser no detectables si se considera solo a $y(t)$ y $e(t)$ mientras el valor de la desviación de control sea aproximadamente cero. Este hecho provoca que solo con información redundante obtenida del sistema (generación de residuos) sea posible detectar fallas y resulta fundamental estudiar el impacto del lazo de control sobre ella.

En concreto, se busca evidenciar la importancia de diseñar un generador de residuos adecuado para trabajar en conjunto con un controlador, esto debido a que la mayoría de los métodos propuestos para generar residuos asumen la operación de la planta en lazo abierto y no se consideran los efectos de los objetivos de control en lazo cerrado.

Para validar tanto los residuos generados con base en un modelo lineal como los obtenidos para un modelo no lineal, se realizan pruebas en lazo abierto y lazo cerrado para cada caso.

Primero se considera a la planta operando *en lazo abierto* con el *generador de residuos lineal*. Se consideran fallas en la bomba 1 y en la bomba 2. La Fig. 4.1 muestra la evolución del residuos R_1 cuando una falla es simulada en el actuador 1. Se observa que R_1 alerta la presencia de la falla en

la bomba 1 mientras que R_2 permanece en cero. El resultado de la prueba simulando una falla en el actuador 2 se muestra en la Fig. 4.2 La evolución de $R_2(t)$ detecta una falla en la bomba 2 mientras el residuo $R_1(t)$ permanece en cero.

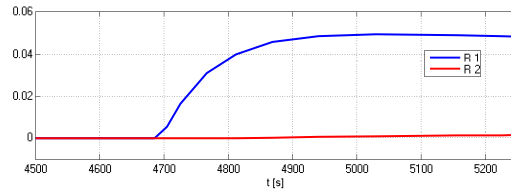


Figura 4.1: Evolución de residuos (caso lineal) en lazo abierto con falla en el actuador 1 (Simulación)

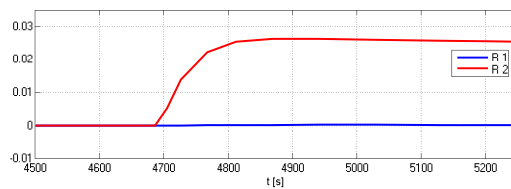


Figura 4.2: Evolución de residuos (caso lineal) en lazo abierto con falla en el actuador 2 (Simulación)

Una ventaja de utilizar un modelo lineal para obtener un residuo es su simplicidad para generar submodelos y el diseño de observadores, incluso para sistemas de orden mayor. Sin embargo, como se trabaja con un modelo linealizado, el residuo no es el adecuado para trabajar en cualquier otro punto de operación.

A continuación se presenta el comportamiento de los residuos en *lazo cerrado* utilizando un controlador PID. Del sistema de tres tanques Benchmark se considera como salida el nivel del tanque 3 (y_3) y como entrada de control a la bomba 1 (u_1). El prototipo de laboratorio permite simular fallas en los actuadores. Se considera una falla en el actuador 2 y se muestra el comportamiento de ambos residuos en la Fig. 4.3 Como ambos residuos cambian significativamente su valor, se concluye que ambos actuadores están fallando, lo cual es falso.

La desviación del residuo R_1 se produce por el cambio del punto de operación de la planta. Esto se justifica porque el PID incrementa la acción de control para llevar al error asintóticamente a cero.

De estos resultados se concluye que el generador de residuos basado en un modelo lineal funciona solo cuando el sistema trabaja alrededor de un punto de operación específico. Con la planta trabajando en lazo cerrado, la presencia de una falla en cualquiera de los actuadores hace que la ley de control cambie el punto de operación a otro; esto deteriora la respuesta del residuo.

En la Fig.4.5 se presenta el comportamiento de los residuos diseñados con base a un *modelo no*

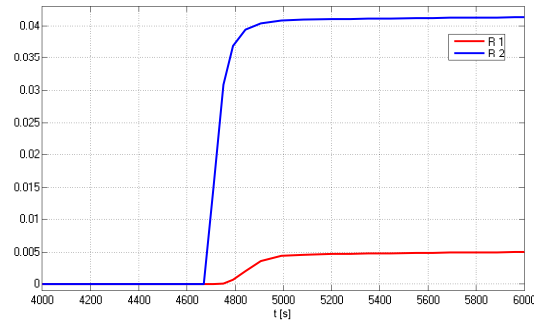


Figura 4.3: Evolución de residuos (caso lineal) en lazo cerrado con falla en el actuador 2 (Simulación)

lineal y se realiza la prueba con la planta en *lazo cerrado*. Se simula una falla en el actuador 2 y se observa su presencia en la evolución del residuo R_2 mientras que el residuo R_1 permanece en cero. En la Fig.4.4 se grafica la respuesta del residuo cuando hay una falla en el actuador 1. En este caso el residuo detecta la falla en la bomba 1 mientras el residuo 2 permanece en cero.

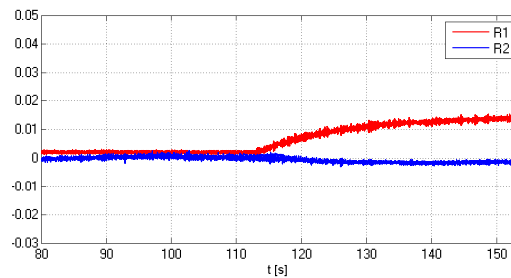


Figura 4.4: Evolución de residuos (caso no lineal) en lazo cerrado con falla en el actuador 1 (en prototipo piloto)

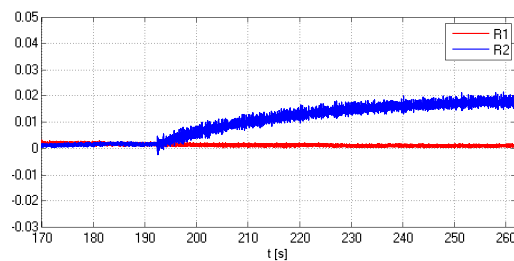


Figura 4.5: Evolución de residuos (caso no lineal) en lazo cerrado con falla en el actuador 2 (en prototipo piloto)

Con esto se concluye que la etapa de generador de residuos no tan solo debe ser sensible ante las fallas de interés sino que también debe de asegurarse que su funcionamiento sea el correcto aun trabajando en lazo cerrado, es decir, sensible a fallas pero robusto ante las acciones de control ejercidas sobre el proceso.

4.2. Esquema de CTF PID

Se diseñó un esquema de control tolerante a fallas PID, utilizando dos controladores C_1 y C_2 sintonizados utilizando las condiciones de estabilidad mostradas en (Bhattacharyya *et al.*, 2000), que establecen que para una planta de orden n , es posible reducir el problema de determinar todos los controladores de PID estabilizantes a resolver desigualdades lineales en términos de las constantes K_P , K_I y K_D para un controlador. El conjunto de desigualdades es resuelto usando programación lineal (Mora, 2011).

En la Fig.4.6 se muestra el comportamiento del sistema operando con un esquema de control estándar utilizando un PID y con un esquema con 2 PIDs. Se observa que el objetivo de control se alcanza en menor tiempo y con un valor de error menor.

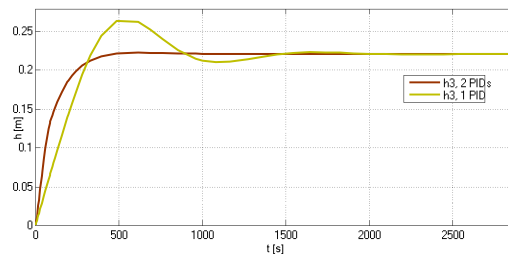


Figura 4.6: Evolución de la salida h_3 trabajando con uno y dos controles PID (simulación)

En la Fig.4.7 se muestra el comportamiento del sistema con una falla en el actuador uno. A pesar de que la señal de control para el actuador fallido es desactivada, el sistema es capaz de recuperar su punto de operación. La acción de control u_1 se desactiva en cuanto se detecta la falla y la acción de control u_2 calculada por el C_2 continua controlando al sistema.

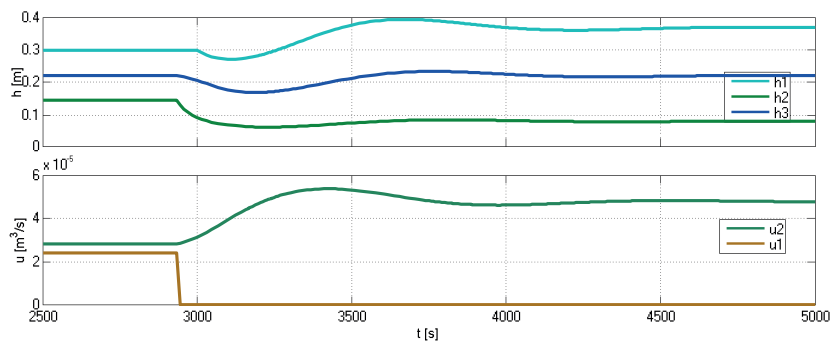


Figura 4.7: Comportamiento de la salida h_3 y señal de control con falla en el actuador 1 (simulación)

En la Fig.4.8 se muestra el comportamiento del sistema con una falla en el actuador dos. Aún con la señal de control del actuador fallido desactivada, el sistema es capaz de recuperar su punto de operación. La acción de control u_2 se desactiva en cuanto se detecta la falla y la acción de control u_1 calculada por el C_1 continua controlando al sistema.

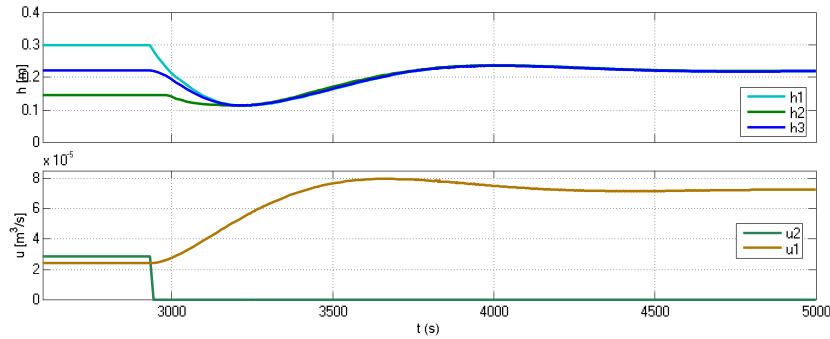


Figura 4.8: Evolución de la salida h_3 y señal de control con falla en el actuador 2 (simulación)

4.3. Esquema de CTF MPC

El esquema de control tolerante a fallas predictivo se diseñó de tal manera que cuando el generador de residuos detecta alguna anomalía, el MPC es reconfigurado. En este caso se consideró la deshabilitación del actuador fallido y el cambio del modelo interno modificando los valores de la matriz de entradas de control B . De esta manera el MPC sigue calculando las entradas de control solo para los actuadores remanentes.

Para probar experimentalmente el diseño del MPC en el prototipo piloto, se utilizó un tiempo de muestreo de 0.05 segundos y un horizonte de predicción de 10 pasos. Estos valores pueden ser modificados dependiendo de la planta utilizada y de los propósitos de control. Debido a que el sistema de tres tanques tiene una respuesta lenta, el periodo de muestreo puede ser mas grande, por ejemplo 1 segundo. Sin embargo, en un sistema cuya respuesta sea rápida, el periodo de muestreo tiene que ser mucho mas pequeño.

De esta manera, considerando el control predictivo y evaluando la respuesta de los residuos, a continuación se muestran algunos resultados donde una falla es emulada en ambas bombas de la planta piloto. El generador de residuos detecta la falla ocurrida e indica cual actuador está fallando y cual trabaja correctamente, mientras el bloque de desactivación apaga el actuador fallido.

En la parte superior de la Fig. 4.9 se observa la salida del sistema de tres tanques cuando ocurre una falla en el actuador 1. A pesar de la desactivación de una acción de control, el sistema propuesto es capaz de reducir el efecto de la falla sobre la planta.

En la parte inferior de la Fig. 4.9 se muestra la acción de las señales de control cuando se presenta una falla en el actuador 1. La entrada de control u_1 es desactivada cuando su actuador falla y la acción u_2 se encarga de disminuir el deterioro del desempeño del sistema. Cada línea de la gráfica es la altura de cada uno de los tanques, de arriba hacia abajo h_1 , h_3 y h_2 . h_3 se mantiene en su punto de operación mientras h_1 y h_2 se modifican para contrarrestar el efecto de la falla.

En esta prueba, se colocó una falla en el segundo 352 (indicada con la línea roja vertical) y la ac-

ción de control del actuador fallido fue desactivada aproximadamente en el segundo 354.5. El tiempo de respuesta desde la presencia de la falla hasta la ejecución del CTF fue de aproximadamente 2.5 segundos.

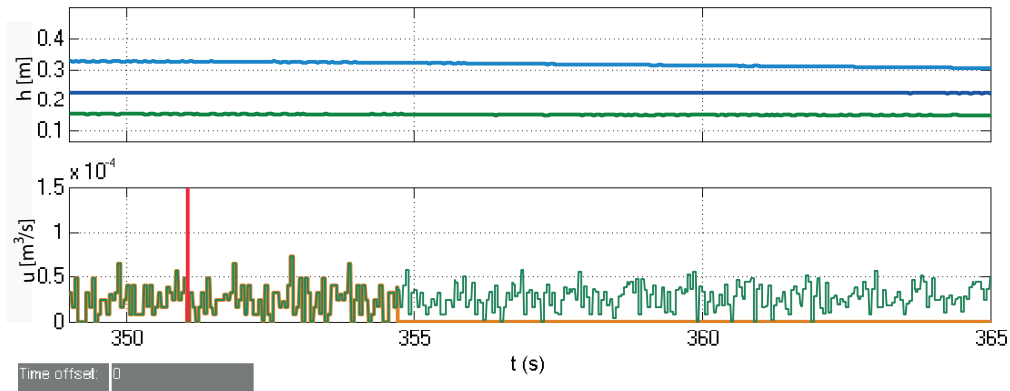


Figura 4.9: Comportamiento del sistema con una falla en el actuador 1 (en prototipo piloto)

En la gráfica superior de la Fig. 4.10 se muestra la salida de la planta cuando hay una falla en el actuador 2. La acción de control activa contrarresta el efecto de la falla en el sistema. Cada línea de la gráfica corresponde a la altura de cada uno de los tanques, de arriba hacia abajo h_1 , h_3 y h_2 . h_3 se mantiene en su punto de operación mientras h_1 y h_2 son modificados para contrarrestar el efecto de la falla.

En la parte inferior de la Fig. 4.10 se observan las señales de control cuando existe una falla en el actuador 2. La señal de control u_2 es desactivada y la acción de control u_1 se modifica para evitar que la falla afecte el desempeño del sistema.

En esta prueba, se colocó una falla en el segundo 301 (indicada con la línea roja vertical) y la acción de control del actuador fallido fue desactivada aproximadamente en el segundo 304.2. El tiempo de respuesta desde la presencia de la falla hasta la ejecución del CTF fue de aproximadamente 3.2 segundos.

El tiempo transcurrido entre la presencia de la falla, su detección, la reconfiguración del control y la acción de corrección aplicada a la planta es un factor que debe considerarse para realizar la tarea de tolerancia a fallas.

Finalmente se presentan las gráficas de la Fig. 4.11 y la Fig. 4.12, en ellas se muestra el mismo experimento, solo que uno es realizado en simulación y otro es aplicado al prototipo piloto.

En la Fig. 4.11 se observan cuatro gráficas que muestran el comportamiento de varias etapas del CTF bajo la misma escala de tiempo. En la parte superior se presenta el comportamiento de la altura de los tanques de la planta piloto en simulación cuando ocurre una falla en el actuador 2, se observa que la altura del tanque tres se mantiene en su punto de referencia durante y después de la falla.

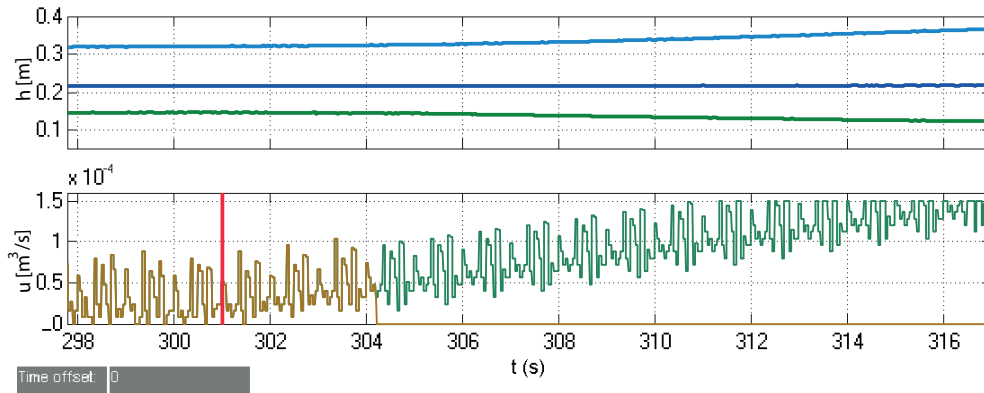


Figura 4.10: Comportamiento del sistema con una falla en el actuador 2 (en prototipo piloto)

En la segunda posición se muestran las entradas de control, aproximadamente un segundo y medio después de la presencia de la falla, el actuador fallido se deshabilita y todo el peso del objetivo de control recae sobre la acción de control remanente. En la tercera posición aparecen los residuos de la etapa de detección de fallas. En este caso se observa que el actuador que presenta la falla es la bomba dos, se observa que el residuo regresa a cero a medida que el tiempo crece, esto es debido a que al deshabilitar el actuador fallido la falla también desaparece del sistema.

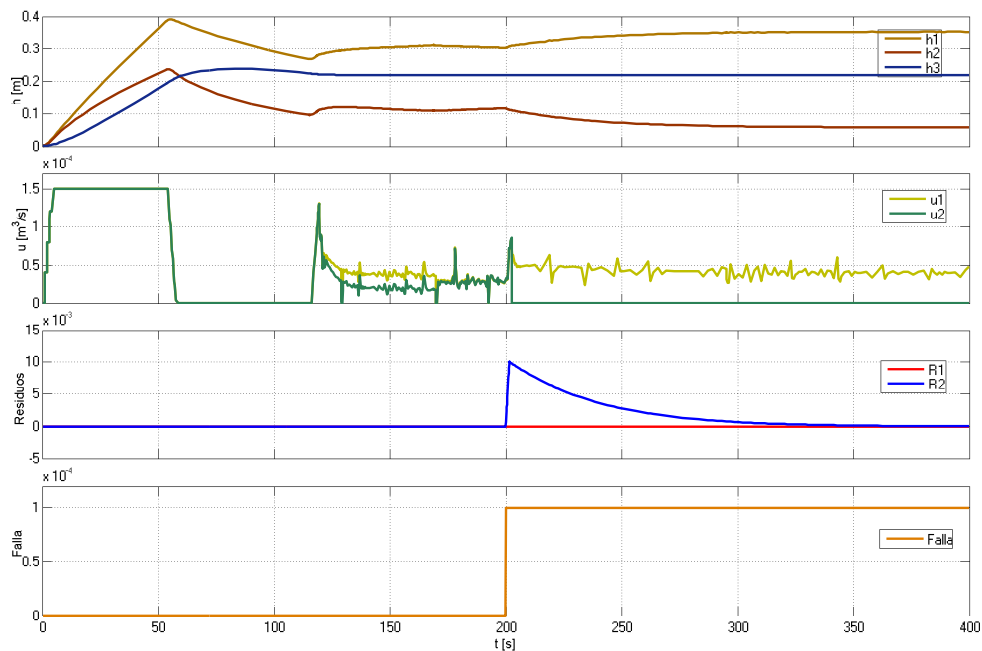


Figura 4.11: Señales del CTF con el modelo predictivo en simulación

En la Fig. 4.12 se presenta una gráfica con la altura de los respectivos tanques de la planta piloto

cuando ocurre una falla en el actuador dos(indicada con la línea roja vertical), como en el caso anterior, a diferencia que este comportamiento corresponde a la planta real. De igual manera y como era de esperarse el control tolerante a fallas utilizando el control predictivo resulta tan eficaz que el efecto de la falla y la deshabilitación del actuador fallido es casi imperceptible.

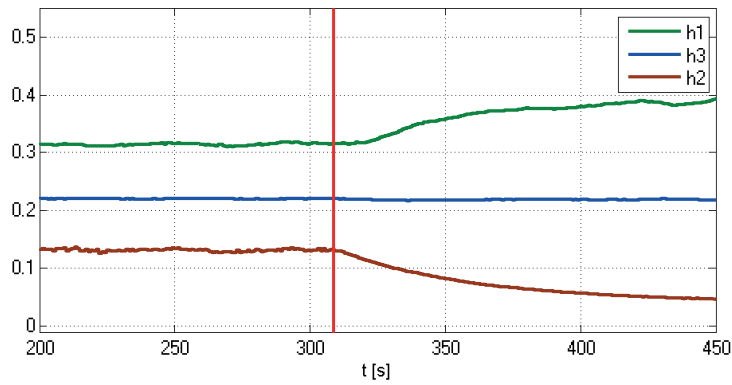


Figura 4.12: MPC tolerante a fallas aplicado al prototipo piloto

5

Conclusiones

A continuación se presentan las conclusiones derivadas de los resultados obtenidos en el presente trabajo que por si mismos muestran su importancia en el contexto del control tolerante a fallas y de sistemas automatizados.

- Se propone y se expone la relevancia de un esquema de control tolerante a fallas construido mediante una etapa de deshabilitación de actuadores fallidos. El fundamento principal es conservar la estabilidad del sistema tanto en condiciones normales como en las anormales.
- Es importante realizar un estudio de controlabilidad y observabilidad para determinar la factibilidad del diseño de un control tolerante a fallas, en general se busca asegurar que aun deshabilitando las señales de control de los actuadores fallidos se logre preservar la observabilidad y controlabilidad del sistema. Esto se presentó en la sección 3.2 con base en el trabajo de Wu Eva.
- Se muestra que el uso de un generador de residuos basado en un modelo lineal presenta falsas alarmas cuando el sistema en lazo cerrado modifica las entradas necesarias para mantener el punto de operación en condiciones de falla igual al normal.
- Se presenta el diseño de un generador de residuos genérico obtenido mediante un análisis estructural, que junto con la teoría de gráficas bipartitas y grafos redundantes se prueba que es posible construir señales que alerten la presencia de fallas sin depender de un punto de operación en específico y así evitar falsas alarmas.
- Se realizó un estudio de reconfiguración del sistema con el propósito de determinar la factibilidad de controlar a la planta aún con actuadores fallidos deshabilitados. Se determinó que el sistema usado en el caso de estudio presenta el suficiente grado de redundancia para ser controlado con el CTF propuesto.
- Se diseñó un control tolerante a fallas utilizando controladores PID que pertenecen a la familia de controles estabilizantes de la planta. Se estudió el problema del efecto de las propiedades robustas del PID sobre la generación de residuos basada en un modelo lineal.
- La interconexión de los controladores PID con la planta se realizó de tal manera que su estabilidad se mantiene aún en condiciones de falla en actuadores. Estos resultados fueron presentados en el trabajo "Actuator fault tolerant PID controllers" durante el congreso del IFAC Conference on Advances in PID Control Castro C. y A. (2012).
- Se planteó el uso de un control predictivo utilizando el mismo esquema de desactivación del control con los PIDs estabilizantes. A diferencia del esquema de CTF PID, el CTF mediante el

MPC muestra una eficiencia superior, esto en el sentido de que al presentarse una falla, el MPC hace que sus efectos sean imperceptibles en el comportamiento del sistema aun cuando uno de los actuadores ha sido deshabilitado. Estos resultados se presentaron en el trabajo "Control predictivo tolerante a fallas en actuadores" presentado en el Congreso Nacional AMCA Castro C. (2012).

- Durante el trabajo realizado también se propuso el uso del esquema de MPC incluido en las librerías del Toolbox de MATLAB, sin embargo, no fue posible adecuarlo al esquema de deshabilitación y a los propósitos del CTF debido a la poca manipulación que se le puede dar a dicha herramienta. Dado este problema, se dispuso a construir un MPC bajo el diseño que es descrito en el presente trabajo.
- En base a los resultados observados se concluye que se alcanzó el objetivo planteado para el diseño del control tolerante a fallas. Se diseñó una etapa de aislamiento y detección y un control tolerante a fallas, cada uno con propiedades antagónicas, es decir, la primera con la suficiente sensibilidad para detectar fallas sin ocasionar falsas alarmas y el control lo suficientemente robusto para reducir al máximo los efectos que las fallas pudieran ocasionar.

Referencias

- Alcorta García, E. (1999). Modellgestuetzte Residuengenerierung fuer die diagnose von additiven and multiplikativen Fehlen in dynamischen Systemen. Tesis de doctorado. Fortschritt-Berichte VDI Reihe 8. Nr. 781. Germany.
- Åström, Karl, P. Albertos, M. Blanke, A. Isidori, W. Schaufelbergar y R. Sanz (2001). *Control of Complex Systems*. Cap. Three-tank Control Reconfigion, pp. 241–283. Springer.
- Bhattacharyya, S.P., A. Datta y M.T. Ho (2000). *Structure and synthesis of PID controllers*. Springer Verlag.
- Blanke, M., M. Kinnaert, J. Lunze y M. Staroswiecki (2003). *Diagnosis and Fault Tolerant Control*. Springer. Berlin.
- Blanke, M., M. Kinnaert, J. Lunze y M. Staroswiecki (2006). *Diagnosis and Fault Tolerant Control*. 2nd. Ed. Springer. Berlin.
- Castro C., Verde C. (2012). Control predictivo tolerante a fallas en actuadores. *Congreso Nacional AMCA*.
- Castro C., Verde C. y Mora A. (2012). Actuator fault tolerant pid controllers. *IFAC Conference on Advances in PID Control, Brescia, Italia*.
- Chen, C. T. (1984). *Linear System Theory and Design*. Holt, Rinehart ans Einston Inc.
- De-Persis, C. y A. Isidori (2000). A geometric approach to nonlinear fault detection and isolation. En: *SAFEPROCESS'2000 IFAC*. pp. 209–214. Elsevier.
- Ding-Li, T. K. Chang y Ding-Wen Yu (2005). Fault tolerant control of multivariable processes using auto-tuning pid controller. *IEEE TRANS ON SYSTEMS, MAN, AND CYBERNETICS PART B: CYBERNETICS* **35**(1), 32–43.
- Edwards, Ch., S. K. Spurgeon y R. J. Patton (2000). Sliding mode observers for fault detection and isolation. *Automatica* **36**, 541–553.
- Evangelista Charles, Alcorta García, Cantú Garza (2011). Tolerancia activa a fallas mediante control predictivo. *Congreso nacional de la asociación de México de control automático, AMCA. Saltillo, Coahuila*.
- Frank, P. M. (1990). Fault diagnosis in dynamic systems using analytical and knowledge-based redundancy - a survey. *Automatica* **26**, 459–474.
- Gentil, S., J. Montmain y C. Combastel (2004). Combining FDI and AI approaches within causal model based diagnosis. *IEEE Trans on Systems Man and Cybernetics* **34**(5), 2207–2221.

- Halim Alwi, C. Edwards y C. Pin Tan (2011). *Fault Detection and Fault-Tolerant Control Using Sliding Modes*. Springer.
- Hashtrudi, S. y M. Massoumnia (1999). Generic solvability of the failure detection and identification problem. *Automatica* **35**, 887–893.
- Hou, M. y P. Mueller (1994). Fault detection and isolation observers. *Int. Journal of Control* **60(5)**, 827–846.
- Isermann, R. (2006). *Fault Diagnosis System*. Springer.
- Khalil, Hassan (2002). *Nonlinear Systems*. Prentice Hall. New Jersey.
- Liu, G. (2001). Control of robots manipulators with consideration of actuators degradation and failures. *IEEE Int. Conf. Robotics and Automation, Seoul, Korea* pp. 2256–2571.
- Lorentzen, T., M. Blanke y H. Niemann (2003). Structural analysis. A case study of the Romer satellite. En: *IFAC Safeprocess* (M. Staroswiecki, Ed.). Vol. 1. IFAC. Washington. pp. 187–192.
- Maciejowski, J.M. (2000). *Predictive Control with constraints*. Prentice Hall.
- Maciejowski J.M., Jones C.N. (2003). Mpc fault-tolerant control case study: flight 1862. *Proceedings of the IFAC Symposium SAFEPROCESS, USA* pp. 119–124.
- Maciejowski J.M., Yang X. (2012). Fault tolerant model predictive control of a wind turbine benchmark. *IFAC International Symposium on Fault Detection, Supervision and Safety for Technical Processes, SAFEPROCESS*.
- Magni J.F., Bennis S., Terlouw J. (1997). *Robust Flight Control: A Design Challenge*. Springer. Berlin.
- Massoumnia, M., G. Verghese y A. Willsky (1989). Fault detection and identification. *IEEE Transactions on Automatic Control* **34**, 316–321.
- McLean D., Aslam-Mir S. (1991). Reconfigurable flight control systems. *International Conference on Control* pp. 234–242.
- Mina, J. D. (2008). Supervisión Distribuida de Sensores y Actuadores para Procesos. Tesis de doctorado. Posgrado en Ingeniería UNAM, Mexico.
- Mora, Alejandro (2011). Familia de controladores pid tolerantes a fallas. Tesis de maestría. Universidad Nacional Autónoma de México. México D.F.
- Narendra, K.S. Driollet, O.A. Feiler George K. (2003). Adaptive control using multiple models. *Int. J. Adapt. Control Signal Process* **17** pp. 87–102.
- Ni L., Fuller C.R. (2003). Control reconfiguration based on hierarchical fault detection and identification for unmanned underwater vehicle. *J. Vid. Control* **9**.
- Patton, R.J. (1997). Fault tolerant control: the 1997 situation. *Proceedings of the IFAC Symposium* pp. 1035–1055.
- Patton R.J., Korbicz J. (1999). Advances in computational intelligence for fault diagnosis systems. *Special issue of international journal of applied mathematics and computer science*.

- Quin Joe, Zhang Yingwei (2008). Actuator fault compensation control for nonlinear systems. *Proceedings of the 17th world congress IFAC, Seoul Korea*.
- Sánchez-Parra, M., C. Verde y D. Suárez (2010). Proportional integral derivative based fault tolerant control for a gas turbine.. *Journal of Engineering for Gas Turbine and Power*.
- Seliger, R. y P. Frank (2000). Robust observer-based fault diagnosis in non-linear uncertain systems. En: *Issues of Fault Diagnosis for Dynamic Systems* (P. M. Frank R. Patton y B. Clarke, Eds.). pp. 145–187. Springer, London.
- Slotine, J.J.E., Li W. (1991). *Applied Nonlinear Control*. Prentice Hall. Englewood Cliffs.
- Steven Ding, Yulei Wang, Shen Yin (2012). Data-driven design of fault tolerant control systems. *IFAC International Symposium on Fault Detection, Supervision and Safety for Technical Processes, SAFEPROCESS*.
- Sundarapandian, V. (2002). Local observer design for nonlinear systems. *Mathematical and Computer Modelling* **35**, 25–36.
- Tournes C., Landrum D.B., Shtessel (1998). Ramjet-powered re-usable vehicle control by sliding modes. *Guid. Control Dyn.* pp. 409–415.
- Verde, C. y J. Mina (2007). Aislamiento de fallas con modelos estructurados de componentes principales. En: *Congreso Nacional de Control Automático 2007, AMCA , October 24-26*. Monterrey, Mexico,.
- Verde, C. y Marino Sánchez-Parra (2010). *Gas Turbine*. Cap. Application of Structural Analysis to Improve Fault Diagnosis in a Gas Turbine, Chapter 10, pp. 1–26. Sycom.
- Wang, Liuping (2009). *Model Predictive Control System Design and Implementation using MATLAB*. Springer.
- Wu Eva N., Kemin Zhou, Gregory Salomon (2000). Control reconfigurability of linear time-invariant systems. *Automatica* pp. 1767–1771.
- Xiao He, Wang Zidong, Ji Yindong (2012). Active fault tolerant control for a class of networked systems with partial actuator failures. *IFAC International Symposium on Fault Detection, Supervision and Safety for Technical Processes, SAFEPROCESS*.
- Yueyang Li, Maiying Zhong (2012). Active fault tolerant control for a class of discrete-time switched linear systems. *IFAC International Symposium on Fault Detection, Supervision and Safety for Technical Processes, SAFEPROCESS*.
- Zhang Y., Jiang J. (2001). Integrated active fault-tolerant control using imm approach. *IEEE Trans. Aersp. Electron Syst.* **37** pp. 1221–1235.
- Zhang, Youmin y Jin Jiang (2008). Bibliographical review on reconfigible faults tolerant control systems. *Annual Review in Control* **32**, 229–252.

Apéndice A

Familia de controladores PID estabilizantes

Bhattacharyya ha mostrado que es posible encontrar todos los controladores PID estabilizantes asociados a una planta SISO de orden n en el espacio de parámetros del controlador a través de una generalización del Teorema de Hermite-Biehler. Esta técnica consiste en resolver un sistema de desigualdades lineales en el plano (k_i, k_d) para un valor fijo de k_p .

Bhattacharyya mostró que basándose en una generalización del teorema de Hermite-Biehler es posible obtener un método que permite realizar el cálculo de todos los controladores PID estabilizantes para un sistema SISO de orden n .

Teorema 1. Hermite-Biehler. Sea $\delta(s) = \delta_o + \delta_1 s + \delta_2 s^2 + \dots + \delta_n s^n$ un polinomio real de orden n . Entonces $\delta(s)$ es estable en el sentido Hurwitz, si y solo si, todos los ceros de $\delta_e(s^2)$ y $\delta_o(s^2)$ son reales y distintos, donde $\delta(s) = \delta_e(s^2) + s\delta_o(s^2)$, δ_n y δ_{n-1} son del mismo signo, y los ceros reales no negativos satisfacen la siguiente propiedad:

$$0 < \omega_{e1} < \omega_{o1} < \omega_{e2} < \omega_{o2} < \dots$$

donde para cada frecuencia $\omega \in \mathfrak{R}$ se denota:

$$d(j\omega) = p(\omega) + jq(\omega)$$

con $p(\omega) = \delta_e(-\omega^2)$, $q(\omega) = \omega\delta_o(-\omega^2)$.

Es decir, el criterio de estabilidad se basa en que las raíces de $\delta_e(s^2)$ y $\delta_o(s^2)$ deben cumplir con una propiedad de enlazamiento. Por otro lado, en *cite(3)* se muestra que esto es equivalente a:

Teorema 2. Generalización del teorema H-B Sea $\delta(s)$ un polinomio real de grado n como se definió anteriormente. Entonces, para que el polinomio sea estable, es necesario y suficiente que:

$$l(\delta) - r(\delta) = \sigma_i(\delta)$$

donde, la firma imaginaria σ_i de $\delta(s)$ está definida como:

$$\sigma_i(\delta) = \begin{pmatrix} \operatorname{sgn}[p_f^{(k)}(w_o)] + 2\sum_{r=1}^{m-1} (-1)^r \operatorname{sgn}(p_f(w_r)) + (-1)^m \operatorname{sgn}[p_f(w_o)] \times (-1)^{m-1} \operatorname{sgn}[q(\infty)] & n = \text{par} \\ \operatorname{sgn}[p_f^{(k)}(w_o)] + 2\sum_{r=1}^{m-1} (-1)^r \operatorname{sgn}(p_f(w_r)) \times (-1)^{m-1} \operatorname{sgn}[q(\infty)] & n = \text{impar} \end{pmatrix} \quad (\text{A.1})$$

$l(\cdot)$ es el número de raíces reales de (\cdot) en el lado izquierdo del plano complejo (*LHP*) y $r(\cdot)$ es el número de raíces reales de (\cdot) en el lado derecho del plano complejo (*RHP*). Para aplicar estos resultados al caso de un controlador de tipo PID, considérese el sistema retroalimentado:

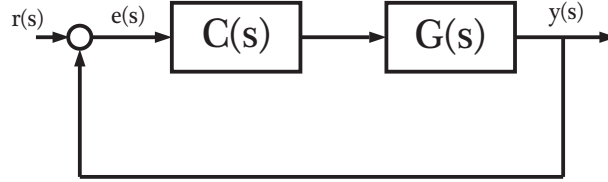


Figura A.1: Sistema retroalimentado

donde

$$G(s) = \frac{N(s)}{D(s)} \quad (\text{A.2})$$

$$C(s) = k_p + \frac{k_i}{s} + sk_d = \frac{s^2 k_d + sk_p + k_i}{s} \quad (\text{A.3})$$

$N(s)$ es de grado m y $D(s)$ es de grado p . El polinomio característico de lazo cerrado es:

$$\delta(s, k_p, k_i, k_d) = sD(s) + (k_i + k_p s + k_d s^2)N(s)$$

Y $\delta(s, k_p, k_i, k_d)$ es de grado n . Multiplicando por el polinomio auxiliar $N^*(s)$ y desarrollando se obtiene:

$$\delta(jw, k_p, k_i, k_d)N^*(jw) = p(w, k_i, k_d) + jq(w, k_p)$$

donde

$$N^*(s) := N(-s) = N_e(s^2) - sN_o(s^2)$$

$$p(w, k_i, k_d) = p_1(w) + (k_i - k_d w^2)p_2(w) \quad (\text{A.4})$$

$$q(w, k_i, k_d) = q_1(w) + k_p q_2(w) \quad (\text{A.5})$$

$$p_1(w) = -w^2(N_e(-w^2)D_o(-w^2) - D_e(-w^2)N_o(-w^2)) \quad (\text{A.6})$$

$$p_2(w) = N_e(-w^2)N_e(-w^2) + w^2 N_o(-w^2)N_o(-w^2) \quad (\text{A.7})$$

$$q_1(w) = w(D_e(-w^2)N_e(-w^2) + w^2 D_o(-w^2)N_o(-w^2)) \quad (\text{A.8})$$

$$q_2(w) = w(N_e(-w^2)N_e(-w^2) + w^2 N_o(-w^2)N_o(-w^2)) \quad (\text{A.9})$$

Para exponer el resultado de una manera formal, se utilizan las siguientes definiciones:

Definición 1. Para una k_p fija, sean $0 < w_o < w_1 < w_2 < \dots < w_{l-1}$ los ceros reales, finitos, distintos y no negativos de $q(w, k_p)$. Se define una secuencia de números $i_0, i_1, i_2, \dots, i_l$ tales que $i_l \varepsilon -1, 0, 1$. A partir de ellos se define A_{k_p} :

$$A_{k_p} = \begin{pmatrix} i_o, i_1, i_2, \dots, i_l & n+m = \text{par} \\ i_o, i_1, i_2, \dots, i_{l-1} & n+m = \text{impar} \end{pmatrix} \quad (\text{A.10})$$

De las cadenas de números del conjunto A_{k_p} se seleccionan las cadenas que cumplen con la restricción

$$A(\gamma) = A(n - (l(N(s)) - r(N(s)))) \quad (\text{A.11})$$

donde

$$\gamma(\Gamma) := \begin{pmatrix} i_o - 2i_1 + 2i_2 + \dots + (-1)^{l-1} 2i_{l-1} + (-1)^l i_l \times (-1)^{l-1} \text{sgn}[q(\infty, k_p)] & m+n = \text{par} \\ i_o - 2i_1 + 2i_2 + \dots + (-1)^{l-1} 2i_{l-1} \times (-1)^{l-1} \text{sgn}[q(\infty, k_p)] & m+n = \text{impar} \end{pmatrix} \quad (\text{A.12})$$

Definición 2. El conjunto de cadenas en A_{K_p} que satisfacen la restricción anterior para una k_p dada, definen el conjunto de cadenas factibles:

$$F^*_{K_p} = A_{K_p}(n - (l(N(s)) - r(N(s))))$$

Teorema 3. El problema de estabilización PID, con k_p fija, se puede resolver para una planta dada con función de transferencia $G(s)$ si y solo si, las siguientes condiciones se mantienen:

- $F^*_{k_p}$ no es un conjunto vacío.
- Existe al menos una cadena $\Gamma = i_o, i_1 \in F^*_{k_p}$, y valores de k_i y k_d tales que $\forall t = 0, 1, 2, \dots$ para los cuales $N^*(j\omega) \neq 0$

$$p(w_t, k_i, k_d) i_t > 0 \quad (\text{A.13})$$

Nótese que cada ecuación representa un semiplano en el espacio (k_i, k_d) por lo tanto, la solución será una intersección de semiplanos, lo cual implica que el resultado, de existir, es un conjunto convexo. La ecuación implica que para un valor determinado de k_p el correspondiente conjunto de valores (k_i, k_d) se obtiene al resolver un sistema de desigualdades lineales. En el trabajo de de Mora, Verde 2011 se propone un procedimiento para determinar el conjunto convexo (k_i, k_d) en \mathfrak{R}^2 reformulado como un problema de programación lineal.

Apéndice B

Funciones de Laguerre

La idea fundamental del MPC se basa en optimizar la trayectoria futura de control, esto es mediante el cálculo de $\Delta u(k)$. Se asume un horizonte finito de control N_c , la diferencia de la señal de control $\Delta u(k)$ para $k = 0, 1, 2, \dots, N_c - 1$ se captura en el vector ΔU , mientras el resto de los elementos de $\Delta u(k)$ para $k = N_c, N_c + 1, \dots, N_p$ se asume que valen cero.

Para facilitar la explicación primero se considera el caso SISO. El vector de control que es optimizado en el diseño del control predictivo es ΔU , definido por

$$\Delta U = [\Delta u(k_i) \quad \Delta u(k_i + 1) \quad \dots \quad \Delta u(k_i + N_c - 1)]' \quad (\text{B.1})$$

donde la dimensión del vector de control es N_c , también llamado horizonte de predicción. En el tiempo k_i , cualquier elemento de ΔU puede ser representado usando la función discreta δ en unión con ΔU

$$\Delta u(k_i + i) = [\delta(i) \quad \delta(i - 1) \quad \dots \quad \delta(i - N_c + 1)] \Delta U \quad (\text{B.2})$$

donde $\delta(i) = 1$ si $i = 0$; y $\delta(i) = 0$ si $i \neq 0$. La función δ funciona como un pulso (y por esta razón es conocida como operador pulso), y la función $\delta(i - d)$ hace un corrimiento del centro del pulso mediante el incremento del índice d . De esta expresión, es claro que el operador pulso es usado para representar la trayectoria de control teniendo el vector ΔU como un vector de coeficientes. Se entiende que $\Delta u(k_i + i)$, con $i = 0, 1, \dots, N_c - 1$ puede ser aproximado mediante una función polinomial discreta. Para este propósito se utilizan las funciones de Laguerre, que hacen una aproximación de la secuencia $\Delta u(k_i), \Delta u(k_i + 1), \dots, \Delta u(k_i + N_c - 1)$.

La red de Laguerre en tiempo discreto fue generada de la discretización de la red de Laguerre continua. La transformada Z de la red de Laguerre en tiempo discreto puede ser escrita como

$$\Gamma_1(z) = \frac{\sqrt{1 - a^2}}{1 - az^{-1}} \quad (\text{B.3})$$

$$\Gamma_2(z) = \frac{\sqrt{1 - a^2}}{1 - az^{-1}} \frac{z^{-1} - a}{1 - az^{-1}} \quad (\text{B.4})$$

$$\vdots \quad (\text{B.5})$$

$$\Gamma_N(z) = \frac{\sqrt{1 - a^2}}{1 - az^{-1}} \left(\frac{z^{-1} - a}{1 - az^{-1}} \right)^{N-1} \quad (\text{B.6})$$

donde a es el polo de la red de Laguerre en tiempo discreto, y $0 \leq a < 1$ para la estabilidad de la red. El parámetro a lo define el usuario y recibe el nombre de factor de escalamiento. Las redes de

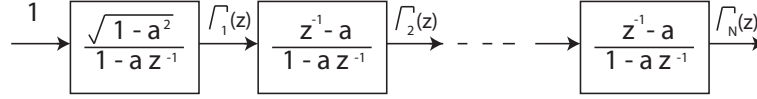


Figura B.1: Red de Laguerre Discreta

Laguerre son conocidas por su ortonormalidad. En el dominio de la frecuencia, esta ortonormalidad se representa en términos de ecuaciones ortonormales para $\Gamma_m, m = 1, 2, \dots$, como

$$\frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} \Gamma_m(e^{jw}) \Gamma_m(e^{jw})^* dw = 1 \quad (\text{B.7})$$

$$\frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} \Gamma_m(e^{jw}) \Gamma_n(e^{jw})^* dw = 0 \quad m \neq n, \quad (\text{B.8})$$

donde A^* representa el complejo conjugado de A . En el diseño del control predictivo, se utilizan las funciones de Laguerre en el dominio del tiempo. Las funciones de Laguerre en tiempo discreto se obtienen mediante la transformada z de la red de Laguerre. Sin embargo, con la transformada Z inversa de la red de Laguerre no se obtiene una expresión compacta de las funciones de Laguerre en el dominio del tiempo. Una manera más directa para encontrar estas funciones en tiempo discreto es mediante su representación en espacio de estados. Observe que

$$\Gamma_k(z) = \Gamma_{k-1}(z) \frac{z^{-1} - a}{1 - az^{-1}} \quad (\text{B.9})$$

con $\Gamma_1 = \frac{\sqrt{1-a^2}}{1-az^{-1}}$. De esta manera se ilustra la red de laguerre Fig. B.1

Siendo $l_1(k)$ la transformada Z inversa de $\Gamma_1(z-a)$, l_2 es la transformada Z inversa de $\Gamma_2(z-a)$, y así sucesivamente l_N es la transformada Z inversa de $\Gamma_N(z-a)$. Este conjunto de funciones discretas de Laguerre se pueden expresar en forma vectorial

$$L(k) = [l_1(k) \quad l_2(k) \quad \dots \quad l_N(k)]' \quad (\text{B.10})$$

Tomando en cuenta esta representación, el conjunto de funciones de Laguerre discretizadas satisfacen la siguiente ecuación diferencial

$$L(k+1) = A_l L(k) \quad (\text{B.11})$$

donde la matriz A_l es de dimensión $n \times n$ y es función de los parámetros a y $\beta = (1-a^2)$, y la condición inicial esta dada por

$$L(0)' = \sqrt{\beta} [1 \quad -a \quad a^2 \quad -a^3 \quad \dots \quad (-1)^{N-1} a^{N-1}] \quad (\text{B.12})$$

La ortonormalidad también puede ser representada en el dominio del tiempo mediante

$$\sum_{k=0}^{\infty} l_i(k) l_j(k) = 0 \quad \text{para } i \neq j. \quad (\text{B.13})$$

$$\sum_{k=0}^{\infty} l_i(k) l_j(k) = 1 \quad \text{para } i = j. \quad (\text{B.14})$$