



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO
PROGRAMA DE MAESTRÍA Y DOCTORADO EN INGENIERÍA
INGENIERIA CIVIL– OBRAS HIDRAULICAS

ESTUDIO HIDROLÓGICO DEL RÍO PAPAGAYO

TESIS
QUE PARA OPTAR POR EL GRADO DE:
MAESTRO EN INGENIERÍA

PRESENTA:
SALVADOR FRANCISCO FERNANDEZ DEL CASTILLO GARCIA

TUTOR PRINCIPAL
DR. CARLOS AGUSTIN ESCALANTE SANDOVAL, FACULTAD DE INGENIERIA

MÉXICO, D. F. FEBRERO 2013

JURADO ASIGNADO:

Presidente: Dr. Rigoberto Rivera Constantino.

Secretario: Dra. Lilia Reyes Chávez.

Vocal: Dr. Carlos A. Escalante Sandoval.

1 er. Suplente: M.I. Alba Beatriz Vázquez González.

2 d o. Suplente: M.I. Marco Tulio Mendoza Rojas.

Lugar o lugares donde se realizó la tesis: MÉXICO DISTRITO FEDERAL

TUTOR DE TESIS:

DR. CARLOS AGUSTIN ESCALANE SANDOVAL



FIRMA

Agradecimientos:

A mi esposa Mariana, mi hija María, a mis Padres.

A la Comisión Federal de Electricidad, muy especialmente al Doctor Humberto Marengo Mogollón y a la Coordinación de Proyectos Hidroeléctricos.

A la Universidad Nacional Autónoma de México, a mi tutor el Doctor Carlos A. Escalante y la Doctora Lilia Reyes Chávez.

A mis maestros que se adelantaron, Doctor Gilberto Sotelo Ávila e Ingeniero Enrique Heredia Rubio.

Introducción	1
1 Análisis de frecuencias de eventos extremos	3
1.1 Estadísticos muestrales	3
1.2 Período de retorno	4
1.3 Pruebas de homogeneidad e independencia	5
1.4 Teoría distribucional	9
1.5 Prueba de bondad de ajuste	19
2 Análisis de series de tiempo	21
2.1 Modelo autorregresivo anual $AR(p)$	21
2.2 Modelo autorregresivo periódico $PAR(p)$	24
2.3 Modelo autorregresivo de promedios móviles integrados $ARIMA(p,d,q)$	26
3 Gasto ecológico	29
4 Zona de Estudio.	32
4.1 Análisis de frecuencias de eventos extremos máximos	35
4.2 Gasto Ecológico	42
4.3 Modelo de pronóstico estocástico	45
4.4 Análisis de la precipitación	50
4.5 Determinación del Hidrograma adimensional para la estación La Parota	55
5 Conclusiones	70
Bibliografía	75

Índice de Tablas

4.1.	Estaciones hidrométricas disponibles en la cuenca del río Papagayo	34
4.2.	Ubicación de las estaciones hidrométricas seleccionadas en este estudio.	35
4.3.	Gastos Máximos Anuales $Q(m^3/s)$ de las 3 estaciones analizadas.	36
4.4.	Eventos $Q(m^3/s)$ de diferente período de retorno en la estación hidrométrica La Parota.	37
4.5.	Eventos $Q(m^3/s)$ de diferente período de retorno en la estación hidrométrica Agua Salada.	39
4.6.	Eventos $Q(m^3/s)$ de diferente período de retorno en la estación hidrométrica El Puente.	41
4.7.	Eventos $7Q (m^3/s)$ de la estación La Parota.	43
4.8.	Eventos $7Q (m^3/s)$ de diferente período de retorno en la estación La Parota.	43
4.9.	Volúmenes mensuales y anuales ($Mlls m^3$) registrados en la estación La Parota.	46
4.10.	Volúmenes reales y pronosticados mediante el modelo ARIMA multiplicativo.	47
4.11.	Estaciones climatológicas empleadas para el análisis de la precipitación en el proyecto hidroeléctrico La Parota.	51
4.12.	Estadísticos de la lluvia mensual, anual y máxima en 24h en la cuenca La Parota.	51
4.13.	Estadísticos de la lluvia promedio y lámina de lluvia mínima anual esperada para diferentes períodos de retorno en la cuenca y subcuencas de La Parota.	54
4.14.	Características promedio de la sequía meteorológica en la cuenca y subcuencas de La Parota.	54
4.15.	Características máximas de la sequía meteorológica en la cuenca y subcuencas de La Parota	54
4.16.	Hidrograma adimensional en el sitio de la estación hidrométrica La Parota.	59
4.17.	Hidrograma adimensional en el sitio de la estación hidrométrica Agua Salada.	61
4.18.	Hidrograma adimensional en el sitio de la estación hidrométrica El Puente	64

Índice de Figuras

1.1	Correlograma de una serie de datos considerada como independiente.	9
4.1.	Esquema de ubicación de las estaciones hidrométricas dentro de la cuenca del río Papagayo	33
4.2.	Localización de las Estaciones Hidrométricas Agua Salada, El Puente y La Parota en relación al embalse del P.H. La Parota	35
4.3	Gráfica gasto período de retorno para las diferentes distribuciones de la Tabla 4.4 en la estación hidrométrica La Parota.	38
4.4	Gráfica gasto período de retorno para las diferentes distribuciones de la Tabla 4.5 en la estación hidrométrica Agua Salada.	40
4.5	Gráfica gasto período de retorno para las diferentes distribuciones de la Tabla 4.6 en la estación hidrométrica El Puente.	42
4.6.	Distribución empírica y ajustada por la mejor distribución de los eventos 7Q en la estación La Parota.	44
4.7.	Probabilidad empírica y ajustada por la mejor distribución a los eventos 7Q en la estación La Parota.	44
4.8.	Densidad empírica y ajustada por la mejor distribución a los eventos 7Q en la estación La Parota.	45
4.9.	Volúmenes reales y pronosticados mediante el modelo ARIMA multiplicativo	48
4.10.	Volúmenes reales y pronosticados mediante el modelo ARIMA multiplicativo.	48
4.11.	Volúmenes reales y pronosticados mediante el modelo ARIMA multiplicativo.	49
4.12.	Volúmenes reales y pronosticados mediante el modelo ARIMA multiplicativo.	49
4.13.	Tendencias de la serie promedio de lluvia en la cuenca La Parota.	52
4.14.	Características que definen una sequía meteorológica a través de una serie de tiempo.	53
4.15.	Hidrogramas anuales para cada año de registro estación hidrométrica La Parota.	55
4.16.	Hidrograma anual con gastos medios mensuales en el sitio de la estación hidrométrica La Parota.	56
4.17.	Hidrograma medio anual en el sitio de la estación hidrométrica La Parota.	57
4.18.	Hidrograma adimensional en el sitio de la estación hidrométrica La Parota.	58
4.19.	Hidrograma adimensional en el sitio de la estación hidrométrica Agua Salada.	60
4.20.	Hidrograma adimensional en el sitio de la estación hidrométrica El Puente.	63
4.21.	Hidrogramas asociados a diferentes períodos de retorno en el sitio de la estación hidrométrica La Parota.	67
4.22.	Hidrogramas asociados a diferentes períodos de retorno en el sitio de la estación hidrométrica Agua Salada.	68
4.23	Hidrogramas asociados a diferentes períodos de retorno en el sitio de la estación hidrométrica El Puente.	69

Introducción

El estudio y determinación del potencial hídrico del río Papagayo se ha venido estudiando desde el año de 1947 por la Comisión Federal de Electricidad y en su momento la Secretaría de Recursos Hidráulicos quienes han recabado información hidrométrica e hidrológica en la cuenca con la cual se determinó que en el sitio que ahora conocemos como La Parota era posible la construcción de una presa.

En estos años se construyeron dos centrales hidroeléctricas:

- *Colotlipa*. Construida en el año de 1947 sobre el río Azul y localizada en las coordenadas 17° 24' 30" Latitud Norte y 99° 10' 30" Longitud Oeste. Dispone de una potencia instalada de 8000 KW.
- *Ambrosio Figueroa (La Venta, Gro.)*. Inició su operación en 1964 y se ubica sobre el cauce principal del río Papagayo en las coordenadas 17°06'59" Latitud Norte y 99°33'50" Longitud Oeste. La potencia instalada de la central es 30 MW.

La Secretaría de Agricultura y Recursos Hidráulicos, identificó el potencial para abastecimiento de agua potable a la población de Acapulco, estudiando en el año 1968 la zona en la cual se ha definido el eje de La Parota, sin embargo debido al tamaño de la obra de excedencias el proyecto resultó inviable.

Por su parte la Comisión Federal de Electricidad, ha venido realizando desde hace más de 30 años diversos estudios tendientes a construir una tercera Central Hidroeléctrica, resultando ser el proyecto más rentable dentro de los analizados en el estudio de gran visión concluido en 1985 el sitio denominado La Parota. Posteriormente se realizaron los estudios de prefactibilidad y finalmente en 1993 se concluyó el estudio de factibilidad técnica y económica.

El proyecto aprovecha las aguas del cauce principal del Río Papagayo, 39 kilómetros aguas arriba de su descarga al océano Pacífico, considerando esta longitud por el desarrollo del cauce y a 27,5 Kilómetros en línea recta al norte de la misma. Las coordenadas de la boquilla son: 16°56'03" Latitud Norte; 99°37'32" Longitud Oeste. La boquilla se encuentra a 28 kilómetros al Noreste del Puerto de Acapulco.

La construcción de la presa se tenía programada originalmente para iniciar en 1994 al concluir la Central Hidroeléctrica Fernando Hiriart Balderrama, Zimapán pero debido a problemas económicos su construcción fue postergada, retomándose el proyecto en 2003 y nuevamente suspendiéndose en 2007 por problemas sociales. En 2010 y 2011 se realizó una actualización del proyecto que incluyó la integración de nuevos datos recopilados en las estaciones hidrométricas El Puente y Agua Salada, sin embargo, la estación La Parota dejó de operar en 2003 debido a la oposición social.

El objetivo de esta trabajo es el de realizar un estudio hidrológico de los escurrimientos superficiales que llegan hasta el sitio del proyecto La Parota, para lo cual se obtendrán los gastos máximos anuales para diferentes períodos de retorno y el gasto ecológico requerido por el río después de la construcción del embalse. También se analizará el patrón de precipitaciones en la cuenca y se modelarán los volúmenes de escurrimiento mensual mediante el empleo de los modelos Autorregresivos de promedios móviles integrados multiplicativos (ARIMA). Se obtendrán al final estimaciones de los eventos de diseño para la Obra de Desvío, Obra de Excedencias y el Gasto de Conservación Ecológica. Adicionalmente se contará con una herramienta para determinar los posibles ingresos a la presa permitiendo una simulación más precisa del funcionamiento.

En el presente trabajo, el Capítulo uno plantea los fundamentos para el análisis de frecuencias de eventos extremos que son discutidos en Capítulos posteriores. De igual forma en el capítulo dos, se explican brevemente los fundamentos para el análisis de series de tiempo las cuales también se aplicarán posteriormente.

En el capítulo tres se establecieron los fundamentos y criterios para el cálculo del gasto ecológico.

Finalmente en el Capítulo cuatro se aplicaron todos los fundamentos de los primeros tres Capítulos al caso específico del río Papagayo, obteniendo información con un alto grado de certidumbre que permitió realizar el diseño de las diferentes obras de forma tal que la presa resulte segura durante el período de construcción así como durante su vida útil, conservando además el ecosistema aguas abajo de la misma con el mínimo de afectaciones posibles.

1. Análisis de frecuencias de eventos extremos

En este Capítulo se presenta un repaso de las características estadísticas principales de las diferentes muestras que son empleadas en el presente trabajo.

Para la estimación de los eventos hidrológicos asociados a cierto período de retorno se requiere realizar un adecuado análisis de frecuencias de eventos extremos. Dicho análisis requiere de la determinación de las características estadísticas de la muestra, la aplicación de pruebas de homogeneidad e independencia, y la obtención de la distribución de probabilidad que mejor ajusta a la muestra analizada, para lo cual se han agrupado estos elementos en los siguientes grandes grupos:

- Estadísticos muestrales.
- Período de Retorno.
- Pruebas de homogeneidad e independencia.
- Teoría distribucional.
- Prueba de bondad de ajuste.

1.1 Estadísticos muestrales

Las técnicas de estimación de parámetros de las distribuciones de probabilidad hacen uso de las características estadísticas de las series de tiempo analizadas. Las características principales son:

Media

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i \quad (1.1)$$

Varianza no sesgada

$$S^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 \quad (1.2)$$

Dónde:

n es el tamaño de la muestra

x_i es la variable de estudio.

Coefficiente de asimetría no sesgado

$$g = \frac{\left\langle \frac{[n(n-1)]^{1/2}}{(n-2)} n^{1/2} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^3 \right\rangle}{\left(\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 \right)^{(3/2)}} \quad (1.3)$$

Coefficiente de curtosis no sesgado

$$k = 3 + \left\langle \frac{(n-1)}{(n-2)(n-3)} \{[(n-1)g_1] + 6\} \right\rangle \quad (1.4)$$

Donde

$$g_1 = \frac{\left\langle \frac{n \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^4}{\left(\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 \right)^2} \right\rangle}{-3} \quad (1.5)$$

Coefficiente de variación

$$Cv = \frac{S}{\bar{x}} \quad (1.6)$$

Debido a que las series hidrológicas se consideran relativamente cortas, se deben utilizar los estadísticos no sesgados.

1.2 Período de retorno

El período de retorno se define como el número de años que transcurren en promedio para que un evento de magnitud dada x sea igualado o excedido por lo menos una vez en ese período de tiempo. Es decir:

$$T = \frac{1}{P(X > x)} = \frac{1}{[1 - P(X \leq x)]} \quad (1.7)$$

Calculándose con la Ley empírica de Weibull:

$$T = \frac{n+1}{m} \quad (1.8)$$

Donde

n Tamaño de la muestra analizada en años.

m Número de orden del registro.

La Probabilidad de no excedencia se define como:

$$F(X \leq x) = 1 - \frac{1}{T} \quad (1.9)$$

1.3 Pruebas de homogeneidad e independencia

Las características estadísticas de las series hidrológicas, como la media, desviación estándar y los coeficientes de correlación serial, se afectan cuando la serie presenta tendencia en la media o en la varianza, o cuando ocurren saltos negativos o positivos; tales anomalías son producidas por la pérdida de homogeneidad o consistencia.

En general, la falta de homogeneidad de los datos es inducida por las actividades humanas como la deforestación, apertura de nuevas áreas al cultivo, rectificación de cauces, construcción de embalses y reforestación. También es producto de los procesos naturales súbitos, como incendios forestales, terremotos, deslizamiento de laderas y erupciones volcánicas.

Las pruebas estadísticas que miden la homogeneidad de una serie de datos presentan una hipótesis nula y una regla para aceptarla o rechazarla. En este trabajo se aplican las técnicas de Helmert, t de Student y Cramer (*Escalante et al 2000*).

Adicionalmente, se emplea la prueba de independencia de Anderson (*Salas et al., 1988*) para verificar si las muestras analizadas están formadas por variables aleatorias, requisito indispensable para aplicar el análisis de frecuencias.

Prueba estadística de Helmert

Esta prueba es sencilla y consiste en analizar el signo de las desviaciones de cada evento Q_i^j de la serie j para $i = 1, 2, \dots, n_j$, con respecto a su valor medio \bar{Q}^j . Si una desviación de un cierto signo es seguida de otra del mismo signo, entonces se dice que se forma una secuencia S , de lo contrario se considera como un cambio C .

La serie se considera homogénea si se cumple

$$-\sqrt{n_j - 1} \leq (S - C) \leq \sqrt{n_j - 1} \quad (1.10)$$

Prueba estadística t de Student

Cuando la causa probable de la pérdida de homogeneidad de la serie sea un cambio abrupto en la media, la prueba del estadístico t es muy útil.

Si se considera una serie Q_i^j para $i = 1, 2, \dots, n_j$, del sitio j , la cual se divide en dos conjuntos de tamaño $n_1 = n_2 = \frac{n_j}{2}$, entonces, el estadístico de prueba se define con la expresión

$$t_d = \frac{\bar{x}_1 - \bar{x}_2}{\left[\frac{n_1 s_1^2 + n_2 s_2^2}{n_1 + n_2 - 2} \left(\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2} \right) \right]^{1/2}} \quad (1.11)$$

Donde

\bar{x}_1, S_1^2 Media y varianza de la primera parte del registro de tamaño n_1 .

\bar{x}_2, S_2^2 Media y varianza de la segunda parte del registro de tamaño n_2 .

El valor absoluto de t_d se compara con el valor de la distribución t de Student de dos colas con $\nu = n_1 + n_2 - 2$ grados de libertad y para un nivel $\alpha = 0.05$. Sí y sólo si el valor absoluto de t_d es

mayor que el de la distribución t de Student, se concluye que la diferencia entre las medias es evidencia de inconsistencia y por lo tanto la serie Q_i^j se considera no homogénea.

Prueba estadística de Cramer

Esta prueba se utiliza con el propósito de verificar homogeneidad en el registro Q_i^j de la serie j para $i = 1, 2, \dots, n_j$, y también para determinar si el valor medio no varía significativamente de un período de tiempo a otro. Con este propósito se consideran tres bloques, el primero, del tamaño total de la muestra n_j ; el segundo de tamaño n_{60} (60% de los últimos valores de la muestra n_j); y el tercero de tamaño n_{30} (30% de los últimos valores de la muestra n_j). La prueba compara el valor de \bar{Q}^j del registro total con cada una de las medias de los bloques elegidos \bar{Q}_{60}^j y \bar{Q}_{30}^j . Para que se considere la serie analizada como estacionaria en la media, se deberá cumplir que no existe una diferencia significativa entre las medias de los bloques.

$$\bar{Q}^j = \sum_{i=1}^{n_j} \frac{Q_i^j}{n_j}, \text{ para una sola muestra analizada } j = 1 \quad (1.12)$$

$$S_Q^j = \left[\frac{1}{(n_j - 1)} \sum_{i=1}^{n_j} (Q_i^j - \bar{Q}^j)^2 \right]^{1/2} \quad (1.13)$$

$$\bar{Q}_{60}^j = \sum_{k=1}^{n_{60}} \frac{Q_k^j}{n_{60}} \quad (1.14)$$

$$\bar{Q}_{30}^j = \sum_{k=1}^{n_{30}} \frac{Q_k^j}{n_{30}} \quad (1.15)$$

$$\tau_{60}^j = \frac{\bar{Q}_{60}^j - \bar{Q}^j}{S_Q^j} \quad (1.16)$$

$$\tau_{30}^j = \frac{\bar{Q}_{30}^j - \bar{Q}^j}{S_Q^j} \quad (1.17)$$

$$t_w = \left\{ \frac{n_w (n_j - 2)}{n_j - n_w [1 + (\tau_w^j)^2]} \right\}^{1/2} |\tau_w^j| \quad \text{para } w = 60 \text{ y } w = 30 \quad (1.18)$$

El estadístico t_w tiene distribución t de Student de dos colas con $\nu = n_1 + n_2 - 2$ grados de libertad y para un nivel $\alpha = 0.05$. Sí y solo si el valor absoluto de t_w , para $w = 60$ y $w = 30$, es mayor que el de la distribución t de Student, se concluye que la diferencia entre las medias es evidencia de inconsistencia y por lo tanto la serie Q_i^j se considera no homogénea.

Prueba de independencia de eventos

Para probar que la muestra Q_i^j de la serie j para $i = 1, 2, \dots, n_j$ esta compuesta por variables aleatorias, se puede aplicar la prueba de independencia de Anderson (Salas *et al*, 1988), la cual hace uso del coeficiente de autocorrelación serial r_k^j para diferentes tiempos de retraso k . Si se analiza un solo registro, entonces $j = 1$.

La expresión para obtener el coeficiente de autocorrelación serial de retraso k es:

$$r_k^j = \frac{\sum_{i=1}^{n_j-k} (Q_i^j - \bar{Q}^j)(Q_{i+k}^j - \bar{Q}^j)}{\sum_{i=1}^{n_j} (Q_i^j - \bar{Q}^j)^2}; \text{ para } r_0^j = 1 \text{ y } k = 1, 2, \dots, \frac{n_j}{3} \quad (1.19)$$

Donde

$$\bar{Q}^j = \sum_{i=1}^{n_j} \frac{Q_i^j}{n_j} \quad (1.20)$$

Además, los límites al 95% de confianza para r_k^j se pueden obtener como

$$r_k^j(95\%) = \frac{-1 \pm 1.96\sqrt{(n_j - k - 1)}}{n_j - k} \quad (1.21)$$

La gráfica de los valores estimados para r_k^j (ordenadas) contra los tiempos de retraso k (abscisas), junto con sus correspondientes límites de confianza, se llama correlograma de la muestra (Figura 1.1).

Si solo el 10% de los valores r_k^j sobrepasan los límites de confianza se dice que la serie Q_i^j es independiente y por lo tanto es una variable que sigue las leyes de la probabilidad.

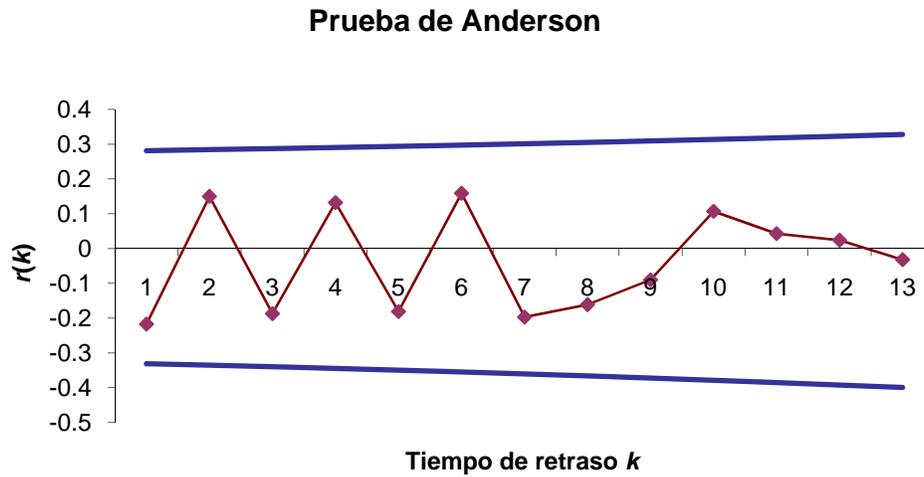


Figura 1.1 Correlograma de una serie de datos considerada como independiente.

1.4 Teoría distribucional

A continuación se presentan las principales distribuciones de probabilidad empleadas en la práctica hidrológica. Cada una de ellas muestra las diferentes técnicas de estimación de parámetros aplicadas en este trabajo.

Distribución Normal

$$F(x) = \int_{-\infty}^x \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^2} dx \quad (1.22)$$

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^2} \quad (1.23)$$

Estimadores por momentos y máxima verosimilitud

$$\hat{\mu} = \bar{x} \quad (1.24)$$

$$\hat{\sigma}^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n-1} \quad (1.25)$$

Estimadores por momentos-L

$$\hat{\mu} = \lambda_1 \quad (1.26)$$

$$\hat{\sigma} = 1.772 \lambda_2 \quad (1.27)$$

Distribución Log Normal con dos parámetros

$$f(x) = \frac{1}{x\sigma_y\sqrt{2\pi}} e^{-1/2\left[\frac{\ln(x)-\mu_y}{\sigma_y}\right]^2}, \quad x > 0 \quad (1.28)$$

Estimadores por momentos y máxima verosimilitud

$$\hat{\mu}_y = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \ln x_i \quad (1.29)$$

$$\hat{\sigma}_y^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (\ln x_i - \hat{\mu}_y)^2}{n} \quad (1.30)$$

Distribución Log Normal con tres parámetros

$$f(x) = \frac{1}{(x-x_0)\sigma_y\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}\left[\frac{\ln(x-x_0)-\mu_y}{\sigma_y}\right]^2} \quad x > x_0 \quad (1.31)$$

Estimadores por momentos

$$\hat{x}_0 = \bar{x} \left(1 - \frac{\hat{\eta}_x}{\hat{\eta}_z} \right) \quad (1.32)$$

Donde

$$\hat{\eta}_x = \frac{S}{x} \quad (1.33)$$

$$\hat{\eta}_z = \frac{1-w^{2/3}}{w^{1/3}} \quad (1.34)$$

$$w = \frac{(g^2 + 4)^{1/2} - g}{2} \quad (1.35)$$

$$\hat{\mu}_y = \ln\left(\frac{S}{\hat{\eta}_z}\right) - \frac{1}{2} \ln(\hat{\eta}_z^2 + 1) \quad (1.36)$$

$$\hat{\sigma}_y = [\ln(\hat{\eta}_z^2 + 1)]^{(1/2)} \quad (1.37)$$

Estimadores por máxima verosimilitud

$$\hat{\mu}_y = \frac{n}{\sum_{i=1}^n} \frac{\ln(x_i - \hat{x}_0)}{n} \quad (1.38)$$

$$\hat{\sigma}_y^2 = \sum_{i=1}^n [\ln(x_i - x_o) - \hat{\mu}_y]^2 / n \quad (1.39)$$

\hat{x}_0 Se obtiene al resolver

$$F(\hat{x}_0) = \sum_{i=1}^n \frac{1}{(x_i - \hat{x}_0)} (\hat{\mu}_y - \hat{\sigma}_y^2) - \sum_{i=1}^n \left\{ \left[\frac{1}{(x_i - \hat{x}_0)} \right] \ln(x_i - \hat{x}_0) \right\} = 0 \quad (1.40)$$

Distribución Gamma con dos parámetros

$$F(x) = \int_0^x \frac{x^{\beta-1} e^{-x/\alpha}}{\alpha^\beta \Gamma(\beta)} dx \quad (1.41)$$

Estimadores por momentos

$$\hat{\alpha} = \frac{s^2}{\bar{x}} \quad (1.42)$$

$$\hat{\beta} = \left(\frac{\bar{x}}{s} \right)^2 \quad (1.43)$$

Estimadores por máxima verosimilitud

$$\hat{\alpha} = \frac{\bar{x}}{\hat{\beta}}$$

(1.44)

El estimador $\hat{\beta}$ se obtiene al resolver

$$F(\hat{\beta}) = \hat{\mu}_y - \ln(\hat{\mu}_x) + \ln(\hat{\beta}) - \psi(\hat{\beta}) = 0 \quad (1.45)$$

Empleando como valor inicial del parámetro $\hat{\beta}$

$$\hat{\beta} = \frac{1 + \sqrt{1 + \frac{4}{3}C}}{4C} \quad (1.46)$$

$$C = \ln(\bar{x}) - \bar{y} \quad (1.47)$$

La aproximación de la función digamma de $\hat{\beta}$ es

$$\psi(\hat{\beta}) = \ln(\hat{\beta} + 2) - \frac{1}{2(\hat{\beta} + 2)} - \frac{1}{12(\hat{\beta} + 2)^2} + \frac{1}{120(\hat{\beta} + 2)^4} - \frac{1}{252(\hat{\beta} + 2)^6} - \frac{1}{(\hat{\beta} + 1)} - \frac{1}{\hat{\beta}} \quad (1.48)$$

Estimadores por momentos-L

$$\tau_2 = \frac{\lambda_2}{\lambda_1} \quad (1.49)$$

Para $0 \leq \tau_2 < 0.5$

$$\hat{\beta} = (1 - 0.308z) / (z - 0.05812z^2 + 0.01765z^3) \quad (1.50)$$

$$z = \pi \tau_2 = 3.1416 \tau_2 \quad (1.51)$$

Para $0.5 \leq \tau_2 < 1$

$$\hat{\beta} = (0.7213z - 0.5947z^2) / (1 - 2.1817z + 1.2113z^2) \quad (1.52)$$

$$z = 1 - \tau_2 \quad (1.53)$$

Distribución Gamma con tres parámetros

$$f(x) = \frac{1}{\alpha \Gamma(\beta)} \left(\frac{x-x_0}{\alpha} \right)^{\beta-1} e^{-\left(\frac{x-x_0}{\alpha}\right)} \quad \begin{array}{l} \alpha > 0 \\ x_0 \leq x < \infty \\ \gamma > 0 \end{array} \quad (1.54)$$

Estimadores por momentos

$$\hat{\beta} = \frac{4}{g^2} \quad (1.55)$$

$$\hat{\alpha} = \frac{S}{\sqrt{\hat{\beta}}} \quad (1.56)$$

$$\hat{x}_0 = \bar{x} - S\sqrt{\hat{\beta}} \quad (1.57)$$

Estimadores por momentos de probabilidad pesada

$$R = \frac{\hat{M}_{(2)} - (\hat{M}_{(0)}/3)}{\hat{M}_{(1)} - (\hat{M}_{(0)}/2)} \quad (1.58)$$

$$CS = -20.15278973 + 20.04052245 R \quad (1.59)$$

Si $R < 0$ entonces $CS = -CS$

$$H = -6.528013777 + 9.695774 R \quad (1.60)$$

$$CV = H \left[\left(\frac{\hat{M}_{(1)}}{\hat{M}_{(0)}} \right) - 0.5 \right] \quad (1.61)$$

$$SD = H \left[\hat{M}_{(1)} - \left(\frac{\hat{M}_{(0)}}{2} \right) \right] \quad (1.62)$$

$$\hat{\beta} = \frac{4}{(CS)^2} \quad (1.63)$$

$$\hat{\alpha} = \frac{[(CS/CS)SD]}{\sqrt{\hat{\beta}}} \quad (1.64)$$

$$\hat{x}_0 = \hat{M}_{(0)} - \hat{\alpha} \hat{\beta} \quad (1.65)$$

Distribución de valores extremos tipo I (Gumbel)

$$F(x) = e^{-e^{-\left[\frac{x-u}{\alpha}\right]}} \quad (1.66)$$

$$f(x) = \frac{1}{\alpha} e^{-\left(\frac{x-u}{\alpha}\right)} e^{-e^{-\left(\frac{x-u}{\alpha}\right)}} \quad -\infty < x < \infty, \quad \alpha > 0 \quad (1.67)$$

La variable reducida Gumbel es

$$y_i = \frac{x_i - u}{\alpha} \quad (1.68)$$

Estimadores por momentos

$$\hat{u} = \bar{x} - 0.45 S \quad (1.69)$$

$$\hat{\alpha} = \frac{\sqrt{6}}{\pi} S = 0.78 S \quad (1.70)$$

Estimadores por máxima verosimilitud

Considerando la variable reducida (1.68) se tiene el siguiente proceso iterativo

$$P = n - \sum_{i=1}^n e^{-y_i} \quad (1.71)$$

$$R = n - \sum_{i=1}^n y_i + \sum_{i=1}^n y_i e^{-y_i} \quad (1.72)$$

El criterio de convergencia es

$$\frac{P}{\hat{\alpha}} \approx 0 \quad \text{y} \quad \frac{-R}{\hat{\alpha}} \approx 0 \quad (1.73)$$

Incrementos

$$\delta_{v_j} = (1.11P_j - 0.26R_j) \frac{\alpha_i}{n}$$

$$\delta_{\alpha_j} = (0.26P_j - 0.61R_j) \frac{\alpha_i}{n} \quad (1.74)$$

Nuevos valores

$$\begin{aligned}\hat{\nu}_{j+1} &= \hat{\nu}_j + \delta_{\nu_j} \\ \hat{\alpha}_{j+1} &= \hat{\alpha}_j + \delta_{\alpha_j}\end{aligned}\quad (1.75)$$

Estimadores por momentos-L

$$\hat{\nu} = \lambda_1 - 0.577216 \hat{\alpha} \quad (1.76)$$

$$\hat{\alpha} = \frac{\lambda_2}{\ln(2)} \quad (1.77)$$

Estimadores por máxima entropía

Considerando la variable reducida (1.68) se tiene el siguiente proceso iterativo

$$P = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n y_i \quad (1.78)$$

$$R = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n e^{-y_i} \quad (1.79)$$

El criterio de convergencia es

$$|0.577216 - P| \approx 0 \text{ Y } |1 - R| \approx 0 \quad (1.80)$$

Incrementos

$$\begin{aligned}\delta_{\alpha_j} &= 0.4228 + P_j + \ln(R_j) \\ \delta_{\nu_j} &= P_j - 0.577216 \delta_{\alpha_j}\end{aligned}\quad (1.81)$$

Nuevos valores

$$\begin{aligned}\hat{\nu}_{j+1} &= \hat{\nu}_j + \hat{\alpha}_{j+1} \delta_{\nu_j} \\ \hat{\alpha}_{j+1} &= \hat{\alpha}_j \delta_{\alpha_j}\end{aligned}\quad (1.82)$$

Distribución general de valores extremos (GVE)

$$F(x) = e^{-\left[1 - \left(\frac{x-\nu}{\alpha}\right)^\beta\right]^{1/\beta}} \quad (1.83)$$

$$f(x) = \frac{1}{\alpha} e^{-\left[1 - \left(\frac{x-\nu}{\alpha}\right)^\beta\right]^{1/\beta}} \left(1 - \left(\frac{x-\nu}{\alpha}\right)^\beta\right)^{\frac{1}{\beta}-1} \quad (1.84)$$

La variable reducida GVE es:

$$y = -\ln\left(1 - \left(\frac{x - \nu}{\alpha}\right)^\beta\right)^{1/\beta} \quad (1.85)$$

Estimadores por momentos

Para $-11.35 < g < 1.1396$

$$\hat{\beta} = 0.279434 - 0.333535g + 0.048306g^2 + 0.023314g^3 + 0.00376g^4 + 0.000263g^5 \quad (1.86)$$

Para $1.14 < g < 18.95$

$$\hat{\beta} = 0.25031 - 0.29219g + 0.075357g^2 + 0.010883g^3 + 0.000904g^4 + 0.000043g^5 \quad (1.87)$$

$$\hat{A} = \mu_x + \hat{B}E[y] = \bar{x} + \hat{B}E[y] \quad (1.88)$$

$$\hat{B} = \left[\frac{\text{Var}(x)}{\text{Var}(y)} \right]^{(1/2)} \quad (1.89)$$

$$\text{Var}(x) = \sigma_x^2 = S_x^2 \quad (1.90)$$

$$E[y] = \Gamma(1 + \hat{\beta}) \quad (1.91)$$

$$\text{Var}(y) = \Gamma(1 + 2\hat{\beta}) + \Gamma^2(1 + \hat{\beta}) \quad (1.92)$$

Para $\hat{\beta} < 0$

$$\hat{\alpha} = -\hat{\beta} \hat{B} \quad (1.93)$$

$$\hat{\nu} = \hat{A} + \hat{B} \quad (1.94)$$

Para $\hat{\beta} > 0$

$$\hat{\alpha} = \hat{\beta} \hat{B} \quad (1.95)$$

$$\hat{\nu} = \hat{A} - \hat{B} \quad (1.96)$$

Para $\hat{\beta} = 0$

$$\hat{\nu} = \bar{x} - 0.45 S \quad (1.97)$$

$$\hat{\alpha} = \frac{\sqrt{6}}{\pi} S = 0.78 S \quad (1.98)$$

Estimadores por máxima verosimilitud

Considerando la variable reducida (1.85) se tiene el siguiente proceso iterativo

$$P = n - \sum_{i=1}^n e^{-y_i} \quad (1.99)$$

$$Q = \sum_{i=1}^n e^{-y_i + (\beta-1)y_i} - (1-\beta) \sum_{i=1}^n e^{\beta y_i} \quad (1.100)$$

$$R = n - \sum_{i=1}^n y_i + \sum_{i=1}^n y_i e^{-y_i} \quad (1.101)$$

El criterio de convergencia es

$$\frac{Q}{\hat{\alpha}} \approx 0; \quad \frac{1}{\hat{\alpha}} \left(\frac{P+Q}{\hat{\beta}} \right) \approx 0; \quad \frac{1}{\hat{\beta}} \left[R - \left(\frac{P+Q}{\hat{\beta}} \right) \right] \approx 0 \quad (1.102)$$

Incrementos

$$\begin{aligned} \delta_{\hat{\alpha}_j} &= -\frac{\hat{\alpha}_j}{n} \left\{ bQ_j + \frac{h(P_j+Q_j)}{\hat{\beta}_j} + \frac{f}{\hat{\beta}_j} \left[R_j - \frac{(P_j+Q_j)}{\hat{\beta}_j} \right] \right\} \\ \delta_{\hat{\alpha}_j} &= -\frac{\hat{\alpha}_j}{n} \left\{ hQ_j + a \frac{(P_j+Q_j)}{\hat{\beta}_j} + \frac{gs}{\hat{\beta}_j} \left[R_j - \frac{(P_j+Q_j)}{\hat{\beta}_j} \right] \right\} \\ \delta_{\hat{\beta}_j} &= -\frac{1}{n} \left\{ fQ_j + gs \left(\frac{(P_j+Q_j)}{\hat{\beta}_j} \right) + \frac{c}{\hat{\beta}_j} \left[R_j - \left(\frac{(P_j+Q_j)}{\hat{\beta}_j} \right) \right] \right\} \end{aligned} \quad (1.103)$$

Donde a, b, c, f, g, s, h son los elementos de la matriz de varianza- covarianza de los parámetros de la distribución GVE para $-1.5 < \hat{\beta} < 1.0$

$$a = 0.661437 - 0.562798\hat{\beta} + 0.985803\hat{\beta}^2 - 0.059011\hat{\beta}^3$$

$$b = 1.235356 - 0.162161\hat{\beta} - 0.115137\hat{\beta}^2 + 0.009577\hat{\beta}^3$$

$$c = 0.4711 - 0.77627\hat{\beta} + 0.295825\hat{\beta}^2 - 0.009645\hat{\beta}^3$$

$$\begin{aligned}
 f &= 0.244435 - 0.10287\hat{\beta} - 0.19583\hat{\beta}^2 - 0.016837\hat{\beta}^3 \\
 gs &= 0.15373 - 0.411923\hat{\beta} - 0.479209\hat{\beta}^2 - 0.075004\hat{\beta}^3 \\
 h &= 0.338937 - 1.209555\hat{\beta} - 0.109822\hat{\beta}^2 - 0.019801\hat{\beta}^3
 \end{aligned} \tag{1.104}$$

Nuevos valores

$$\begin{aligned}
 \hat{v}_{j+1} &= \hat{v}_j + \delta_{v_j} \\
 \hat{\alpha}_{j+1} &= \hat{\alpha}_j + \delta_{\alpha_j} \\
 \hat{\beta}_{j+1} &= \hat{\beta}_j + \delta_{\beta_j}
 \end{aligned} \tag{1.105}$$

Estimadores por momentos-L

$$E = \left\{ \frac{2\hat{M}_{(1)} - \hat{M}_{(0)}}{3\hat{M}_{(2)} - \hat{M}_{(0)}} \right\} - \left[\frac{\ln(2)}{\ln(3)} \right] \tag{1.106}$$

$$\hat{\beta} = 7.859 E + 2.9554 E^2 \tag{1.107}$$

$$A = \Gamma(1 + \hat{\beta}) \tag{1.108}$$

$$B = 1 - 2^{-\hat{\beta}} \tag{1.109}$$

$$C = (2\hat{M}_{(1)} - \hat{M}_{(0)})\hat{\beta} \tag{1.110}$$

$$D = (A - 1) / \hat{\beta} \tag{1.111}$$

$$\hat{\alpha} = \frac{C}{A B} \tag{1.112}$$

$$\hat{v} = \hat{M}_{(0)} + D \hat{\alpha} \tag{1.113}$$

Distribuciones Mezcladas

$$F(x) = pF_1(x) + (1-p)F_2(x) \quad (1.114)$$

Donde $F_1(x)$ y $F_2(x)$ son las distribuciones marginales de la primera y segunda población, las cuales pueden ser del tipo Gumbel.

Distribución Gumbel Mixta:

$$F(x) = pe^{-e^{-\left(\frac{x-\nu_1}{\alpha_1}\right)}} + (1-p)e^{-e^{-\left(\frac{x-\nu_2}{\alpha_2}\right)}} \quad (1.115)$$

$$f(x) = \frac{p}{\alpha_1} e^{-e^{-\left(\frac{x-\nu_1}{\alpha_1}\right)}} e^{-\left(\frac{x-\nu_1}{\alpha_1}\right)} + \frac{(1-p)}{\alpha_2} e^{-e^{-\left(\frac{x-\nu_2}{\alpha_2}\right)}} e^{-\left(\frac{x-\nu_2}{\alpha_2}\right)} \quad (1.116)$$

Estimadores por máxima verosimilitud distribuciones mezcladas

Los parámetros se calculan por la maximización (Kuester y Mize, 1973) de la función logarítmica de verosimilitud:

$$\ln L = \ln \prod_{i=1}^n f(x_i; \theta) \quad (1.117)$$

Sujeta a las restricciones:

$$x > 0; \alpha_i > 0; \quad 0 < p < 1 \quad (1.118)$$

1.5 Prueba de bondad de ajuste

Kite (1988) propuso un estadístico que permite seleccionar la mejor opción, entre diferentes modelos en competencia, para el ajuste de una muestra de datos Q_i^j con $i = 1, 2, \dots, n_j$, de un sitio j .

Este estadístico es conocido como el error estándar de ajuste, y tiene la forma

$$EEA = \left[\frac{\sum_{i=1}^{n_j} (\hat{Q}_T^j - Q_T^j)^2}{n_j - mp} \right]^{1/2} \quad (1.119)$$

Donde

Q_T^j Eventos registrados ordenados de mayor a menor con un período de retorno y una probabilidad de no excedencia.

\hat{Q}_T^j Eventos estimados por cierta distribución de probabilidad para cada período de retorno T asignado a la muestra ordenada Q_i^j de tamaño n_j .

mp	Número de parámetros de la distribución ajustada:
$mp = 2$	Para la Normal, Log Normal-2, Gamma-2, Gumbel
$mp = 3$	Para la Log Normal-3, Gamma-3, GVE
$mp = 5$	Para la Gumbel mixta

2. Análisis de series de tiempo

Una serie de tiempo es un conjunto de observaciones $\{x_t\}$ realizadas de forma secuencial, normalmente a intervalos iguales.

Las series de tiempo pueden ser anuales o periódicas. Estas últimas pueden ser estacionales, mensuales, semanales, diarias u horarias.

Las series de tiempo pueden ser univariadas, como la precipitación o escurrimiento anual o mensual en una estación de aforos, o multivariadas como la precipitación o escurrimiento anual o mensual en varias estaciones de aforos.

Las series univariadas se describen generalmente a través de sus características estadísticas como la media, desviación estándar, coeficiente de asimetría, coeficiente de Curtosis, distribución de probabilidad y de la estructura de dependencia en el tiempo (Salas et al, 1988.)

El modelado estocástico de las series de escurrimientos anuales o mensuales de un río, tiene como objetivo el generar muestras sintéticas con propósitos de planeación a largo plazo o el de operación de corto plazo. Para esto último se emplea el modelo matemático como una herramienta de pronóstico. A continuación se hará una presentación de las características de los modelos autorregresivos para series anuales y periódicos.

2.1 Modelo autorregresivo anual AR(p)

La forma general del modelo es (Box y Jenkins, 1970)

$$z_t = \sum_{j=1}^p \phi_j z_{t-j} + \varepsilon_t = \sum_{j=1}^p \phi_j z_{t-j} + \sigma_\varepsilon \xi_t \quad (2.1)$$

Donde

p Orden del modelo autorregresivo

z_t Variable estandarizada con $E[y_t] = \mu$ y $Var(y_t) = \sigma^2$

ε_t Serie de residuales que es independiente de y_t , con $E[\varepsilon_t]=0$ y $Var(\varepsilon_t)=\sigma_\varepsilon^2$

σ_ε Desviación estándar de la serie de residuales ε_t

ξ_t Serie con distribución Normal estándar $E[\xi_t]=0$ y $Var(\xi_t)=1$.

Modelo autorregresivoAR(1)

$$z_t = \phi_1 z_{t-1} + \varepsilon_t \quad (2.2)$$

Donde el parámetro autorregresivos:

$$\hat{\phi}_1 = r_1 \quad (2.3)$$

El modelo de generación de muestras sintéticas es:

$$z_t = \phi_1 z_{t-1} + \sigma_\varepsilon \xi_t \quad (2.4)$$

La varianza de los residuales se obtiene con:

$$\hat{\sigma}_\varepsilon^2 = \sigma^2 (1 - \hat{\phi}_1^2) \quad (2.5)$$

Donde σ^2 es la varianza de la serie normalizada y_t .

Modelo autorregresivoAR(2)

$$z_t = \phi_1 z_{t-1} + \phi_2 z_{t-2} + \varepsilon_t \quad (2.6)$$

Los parámetros se obtienen con:

$$\hat{\phi}_1 = \frac{r_1(1-r_2)}{1-r_1^2} \quad (2.7)$$

$$\hat{\phi}_2 = \frac{r_2 - r_1^2}{1-r_1^2} \quad (2.8)$$

El modelo de generación de muestras sintéticas es:

$$z_t = \phi_1 z_{t-1} + \phi_2 z_{t-2} + \sigma_\varepsilon \xi_t \quad (2.9)$$

La varianza de los residuales se obtiene con:

$$\hat{\sigma}_\varepsilon^2 = \sigma^2 \frac{(1 + \hat{\phi}_2)}{(1 - \hat{\phi}_2)} \left[(1 - \hat{\phi}_2)^2 - \hat{\phi}_1^2 \right] \quad (2.10)$$

Los parámetros autorregresivos se obtienen mediante el coeficiente de autocorrelación serial:

$$r_k = \frac{c_k}{c_0} = \frac{\sum_{t=1}^{n-k} (z_t - \bar{z})(z_{t+k} - \bar{z})}{\sum_{t=1}^n (z_t - \bar{z})^2} \quad (2.11)$$

La serie ξ_t de las ecuaciones de generación (2.4) y (2.9) se obtiene a través del procedimiento propuesto por Box y Müller (1958), el cual consiste en proponer números u_1 y u_2 con distribución uniforme en el intervalo (0,1) y sustituirlos en las expresiones (2.12) y (2.13). Este procedimiento calcula números aleatorios con distribución Normal estándar por parejas y se deberá realizar tantas veces como el tamaño de muestra deseado para el objetivo de generar muestras sintéticas.

$$\xi_1 = [2\ln(1/u_1)]^{1/2} \cos(2\pi u_2) \quad (2.12)$$

$$\xi_2 = [2\ln(1/u_1)]^{1/2} \text{sen}(2\pi u_2) \quad (2.13)$$

Para seleccionar el mejor modelo que describe el comportamiento de la serie de tiempo se utiliza el criterio de información de Akaike (Akaike, 1974)

$$\text{CIA}(p) = n \ln(\hat{\sigma}_\varepsilon^2) + 2p \quad (2.14)$$

Dentro de las opciones que se manejen en el modelado, la mejor opción será aquel que proporcione el mínimo valor de CIA.

2.2. Modelo autorregresivo periódico PAR(p)

La forma general del modelo es (Salas et al, 1988)

$$z_{v,\tau} = \phi_{1,\tau} z_{v,\tau-1} + \dots + \phi_{p,\tau} z_{v,\tau-p} + \sigma_{\varepsilon\tau} \xi_{v,\tau} \quad (2.15)$$

Donde

p Orden del modelo autorregresivo periódico

$\sigma_{\varepsilon\tau}$ Desviación estándar de la serie de residuales $\varepsilon_{v,\tau}$

$\xi_{v,\tau}$ Serie con distribución Normal estándar $E[\xi_{v,\tau}] = 0$ y $Var(\xi_{v,\tau}) = 1$

$z_{v,\tau}$ Serie estandarizada de acuerdo con (2.16) a (2.18) y $E[z_{v,\tau}] = 0$ y $Var(z_{v,\tau}) = 1$

$$z_{v,\tau} = \frac{y_{v,\tau} - \mu_{\tau}}{\sigma_{\tau}} \quad (2.16)$$

$$\mu_{\tau} = \frac{1}{n} \sum_{v=1}^n y_{v,\tau}, \quad \tau = 1, 2, \dots, \omega \quad (2.17)$$

$$\sigma_{\tau} = \left[\frac{1}{n-1} \sum_{v=1}^n (y_{v,\tau} - \mu_{\tau})^2 \right]^{1/2} \quad (2.18)$$

Donde

$y_{v,\tau}$ Registro normalizado de la serie $x_{v,\tau}$ para $v = 1, 2, \dots, n$ años y

$\tau = 1, 2, \dots, \omega$ periodos, y $E[y_{v,\tau}] = \mu_{\tau}$ y $Var(y_{v,\tau}) = \sigma_{\tau}^2$

Modelo autorregresivo periódico PAR(1)

La forma del modelo es

$$z_{v,\tau} = \phi_{1,\tau} z_{v,\tau-1} + \varepsilon_{v,\tau} \quad (2.19)$$

Los parámetros autorregresivos periódicos se estiman como:

$$\hat{\phi}_{1,\tau} = r_{1,\tau} \text{ Para } \tau = 1, 2, \dots, \omega \quad (2.20)$$

El modelo de generación es:

$$z_{v,\tau} = \phi_{1,\tau} z_{v,\tau-1} + \sigma_{\varepsilon\tau} \xi_{v,\tau} \quad (2.21)$$

La varianza de los residuales se obtiene con:

$$\hat{\sigma}_{\varepsilon\tau}^2 = 1 - \hat{\phi}_{1,\tau}^2 \quad (2.22)$$

Modelo autorregresivo periódico PAR(2)

La forma del modelo es

$$z_{v,\tau} = \phi_{1,\tau} z_{v,\tau-1} + \phi_{2,\tau} z_{v,\tau-2} + \varepsilon_{v,\tau} \quad (2.23)$$

Los parámetros autorregresivos periódicos se estiman como:

$$\hat{\phi}_{1,\tau} = \frac{r_{1,\tau} - r_{1,\tau-1} r_{2,\tau}}{1 - r_{1,\tau-1}^2}, \quad \tau = 1, 2, \dots, \omega \quad (2.24)$$

$$\hat{\phi}_{2,\tau} = \frac{r_{2,\tau} - r_{1,\tau-1} r_{1,\tau}}{1 - r_{1,\tau-1}^2}, \quad \tau = 1, 2, \dots, \omega \quad (2.25)$$

El modelo de generación es:

$$z_{v,\tau} = \phi_{1,\tau} z_{v,\tau-1} + \phi_{2,\tau} z_{v,\tau-2} + \sigma_{\varepsilon\tau} \xi_{v,\tau} \quad (2.26)$$

Las series $\xi_{v,\tau}$ se generan para cada período τ con las expresiones (2.12) y (2.13).

La varianza de los residuales es

$$\hat{\sigma}_{\varepsilon\tau}^2 = 1 - \hat{\phi}_{1,\tau} r_{1,\tau} - \hat{\phi}_{2,\tau} r_{2,\tau} \quad (2.27)$$

Los parámetros autorregresivos se obtienen mediante el coeficiente de autocorrelación serial:

$$r_{k,\tau} = \frac{\frac{1}{n} \sum_{\nu=1}^n (x_{\nu,\tau} - \bar{x}_{\tau})(x_{\nu,\tau-k} - \bar{x}_{\tau-k})}{S_{\tau} S_{\tau-k}} \quad (2.28)$$

Cuando $\tau - k < 1$ los términos $\frac{1}{n}, \nu = 1, x_{\nu,\tau-k}, \bar{x}_{\tau-k}$ y $S_{\tau-k}$ de la expresión (2.28) se reemplazan

por $\frac{1}{n-1}, \nu = 2, x_{\nu-1,\omega+\tau-k}, \bar{x}_{\omega+\tau-k}$ y $S_{\omega+\tau-k}$.

2.3. Modelo autorregresivo de promedios móviles integrados ARIMA(p,d,q)

Los primeros modelos ARIMA fueron desarrollados en 1970 por Box y Jenkin, mediante un cuerpo metodológico que estaba destinado a identificar, estimar y diagnosticar modelos dinámicos de series temporales en los cuales la variable tiempo juega un papel principal, permitiendo a los mismos datos temporales indicarnos las características de la estructura probabilística subyacente.

Modelo ARIMA Simple

Una serie diferenciada al ser ajustada a una modelo ARMA (p,q) da como resultado un modelo autorregresivo Integrado de Promedios Móviles Simple ARIMA (p,d,q).

$$\phi(B)\omega_t = \theta(B)a_t \quad (2.29)$$

Donde $\phi(B)$ y $\theta(B)$ representan polinomios, estos se escriben de la siguiente forma:

$$\begin{aligned} \phi(B) &= 1 - \phi_1 B - \phi_2 B^2 - \dots - \phi_p B^p \\ \theta(B) &= 1 - \theta_1 B - \theta_2 B^2 - \dots - \theta_q B^q \end{aligned} \quad (2.30)$$

Modelo ARIMA Estacional

Un modelo ARIMA ajustado a una serie con diferencias periódicas, originan un modelo ARIMA estacional (P,D,Q)s. La combinación del modelo estacional Autorregresivo con el modelo estacional de Promedios Móviles se puede escribir de la siguiente manera:

$$\Phi(B^s)\omega_t = \Theta(B^s)a_t \quad (2.31)$$

Donde $\Phi(B)$ y $\Theta(B)$ representan polinomios, esto se escriben de la siguiente forma:

$$\begin{aligned} \Phi(B^s) &= 1 - \Phi_1 B^s - \Phi_2 B^{2s} - \dots - \Phi_p B^{Ps} \\ \Theta(B^s) &= 1 - \Theta_1 B^s - \Theta_2 B^{2s} - \dots - \Theta_q B^{Qs} \end{aligned} \quad (2.32)$$

Modelo ARIMA Multiplicativo

Si mezclamos el proceso ARIMA (p,d,q) simple con el proceso ARIMA(P,D,Q) estacional, obtenemos el modelo denominado ARIMA(p,d,q) x (P,D,Q)s Multiplicativo.

Este se define como:

$$\phi(B)\Phi(B^s)\omega_t = \theta(B)\Theta(B^s)a_t \quad (2.33)$$

Desarrollando los polinomios se tiene:

$$\begin{aligned} (1 - \phi_1 B - \dots - \phi_p B^p)(1 - \Phi_1 B^s - \dots - \Phi_p B^{Ps})\omega_t = \\ (1 - \theta_1 B - \dots - \theta_q B^q)(1 - \Theta_1 B^s - \dots - \Theta_q B^{Qs})a_t \end{aligned} \quad (2.34)$$

donde $\phi(B)$, $\Phi(B)$, representan los polinomios del proceso Autorregresivos y $\theta(B)$, $\Theta(B)$ representan los polinomios del Proceso de Promedios Móviles

$$ARIMA(0,1,1)x(0,1,1)_{12}$$

$$(1 - B^{12})^1(1 - B)^1 Z_t = (1 - \Theta B^{12})(1 - \theta_1 B)a_t$$

$$(1 - B^{12})^1(Z_t - Z_{t-1}) = (1 - \theta_1 B - \Theta_1 B^{12} + \Theta_1 \theta_1 B B^{12})a_t$$

$$(1 - B^{12})Z_t - (1 - B^{12})^1 Z_{t-1} = (a_t - \theta_1 B a_t - \Theta_1 B^{12} a_t + \Theta_1 \theta_1 B B^{12} a_t)$$

(2.35)

$$(Z_t - Z_{t-1}) - (Z_{t-12} - Z_{t-13}) = (a_t - \theta_1 a_{t-1} - \Theta_1 a_{t-12} + \Theta_1 \theta_1 B a_{t-12})$$

$$Z_t - Z_{t-1} - Z_{t-12} + Z_{t-13} = a_t - \theta_1 a_{t-1} - \Theta_1 a_{t-12} + \Theta_1 \theta_1 a_{t-13}$$

$$\therefore Z_t = Z_{t-1} + Z_{t-12} - Z_{t-13} + a_t - \theta_1 a_{t-1} - \Theta_1 a_{t-12} + \Theta_1 \theta_1 a_{t-13}$$

Los parámetros de los modelos ARIMA se obtienen al minimizar la suma de los errores al cuadrado.

3. Gasto ecológico

El manejo adecuado de los recursos hidráulicos requiere de una serie de acciones que aseguren un balance razonable entre el uso del agua y la preservación de los ecosistemas.

El control de los caudales de los ríos mediante obras de infraestructura, independientemente de sus grandes beneficios, afecta adversamente a los ecosistemas fluviales. Esto ha ocasionado que se incluya tanto en la Ley General de Equilibrio Ecológico y Protección al Ambiente como en la Ley de Aguas Nacionales la obligación de mantener un caudal para la conservación física, hidráulica y ecológica de las corrientes.

La necesidad de aprovechar al máximo el agua para diversos usos obliga a pensar no en un gasto ecológico óptimo, sino más bien en un régimen ecológico tal que permita mantener las condiciones mínimas necesarias para el desarrollo de la flora y la fauna, así como de calidad del agua.

Existen dos grupos de metodologías para estimar el gasto ecológico, la primera de ellas, llamada hidrológica, se basa en el análisis de los registros históricos de caudales (USGS, 2000; EPA, 2003); en tanto que la segunda considera la relación entre las exigencias de la flora y fauna con las variaciones del flujo y la calidad del agua (Richter *et al.* 1999; King *et al.* 1999). Estas últimas son las más adecuadas, sin embargo requieren de un gran monitoreo para poder caracterizar de forma eficiente la relación hábitat-flujo del río.

El United States Geological Survey (USGS, 2000) define el gasto Q_{10} como la descarga que ha sido igualada o excedida el 10% de las veces para el período de tiempo analizado. El Q_{10} con frecuencia se asocia a los eventos de inundación. Similarmente, el gasto Q_{50} representa la mediana del escurrimiento, y puede emplearse junto el gasto medio para describir las condiciones más probables que pueden persistir en la corriente analizada.

El parámetro Q_{90} describe las condiciones límite del escurrimiento en el río y se usa como un indicador del flujo medio base. Finalmente, el parámetro Q_{95} se puede considerar como el flujo mínimo extremo de la corriente.

Es común que el análisis de mínimos no solo considere el valor registrado más pequeño para cada año, sino también para el promedio de un número determinado de días. La nomenclatura para este tipo de eventos es dQ_T , donde d representa las duraciones comúnmente utilizadas en hidrología de 1-, 7-, 14-, 30-, 60-, y 90-días, y T representa el período de retorno de 2, 5, 10, 20, 50 y 100 años.

En particular, el gasto promedio mínimo en siete días consecutivos a ocurrir una vez cada diez años $7Q_{10}$ es una condición de sequía y es considerada por la Agencia de Protección Ambiental de los Estados Unidos (EPA, 2011) como el valor del gasto mínimo que debe tener una corriente para mantener la calidad del agua en condiciones aceptables.

Existe una amplia literatura sobre la aplicación de distribuciones de probabilidad en el análisis de frecuencias de gastos máximos anuales, mientras que se puede considerar como limitada para el caso de flujos mínimos.

La distribución Gumbel(G) se utiliza frecuentemente en el análisis de frecuencias de flujos mínimos (Al-Mashidani *et al.* 1980):

$$F(x) = \exp^{-\exp^{-\left[\frac{v-x}{\alpha}\right]}} \quad (3.1)$$

$$f(x) = \frac{1}{\alpha} \exp^{-\exp^{-\left[\frac{v-x}{\alpha}\right]}} \exp^{-\left[\frac{v-x}{\alpha}\right]} \quad (3.2)$$

Donde v y α son los parámetros de ubicación y escala

Gumbel (1958) recomendó el empleo de la distribución Weibull con tres parámetros (W3) en el análisis de eventos extremos mínimos:

$$F(x) = \exp \left\{ - \left[\frac{x-\gamma}{\beta-\gamma} \right]^\alpha \right\} \quad (3.3)$$

$$f(x) = \frac{\alpha}{\beta-\gamma} \left[\frac{x-\gamma}{\beta-\gamma} \right]^{\alpha-1} e^{-\left[\frac{x-\gamma}{\beta-\gamma}\right]^\alpha} \quad (3.4)$$

Donde α , β y γ son los parámetros de forma, escala y ubicación.

Otras distribuciones unimodales empleadas en el análisis de flujos mínimos son la Lognormal con tres parámetros y la Gamma con tres parámetros.

Los flujos mínimos anuales se atribuyen a un continuo abatimiento del almacenamiento de agua de una cuenca hasta que se alcanza el mínimo nivel en la descarga. Los flujos mínimos anuales de algunos ríos están relacionados con un proceso que conduce al abatimiento de agua, por ejemplo debido a la evaporación. En otras cuencas este abatimiento puede ser causado por evaporación combinada, sin remplazo de flujo debido a la lluvia (Waylen and Woo, 1987). Los eventos de cada uno de los procesos de dos sub-poblaciones separadas pueden combinarse para seguir una distribución que refleje ambas sub-muestras. Tal distribución es llamada Mezclada (Mood *et al.*, 1974):

$$F(x) = pF_1(x) + (1 - p)F_2(x) \quad (3.5)$$

Donde p es la proporción de x en la mezcla, ($0 < p < 1$); $F(x)$ es la mezcla de las distribuciones $F_1(x)$ y $F_2(x)$.

Si en la distribución (3.5) la función $F_1(x)$ es del tipo de la función (3.1) y la $F_2(x)$ es una distribución tipo (3.3) se formaría la mezcla Gumbel-Weibull3 (MGW3). Similarmente, se podrán formar las combinaciones MGG, MW3G y MW3W3 (Escalante y Orsini, 2012).

Los parámetros de la distribución (3.5) se obtienen por el método de máxima verosimilitud. Para el caso de la función MGW3 se deberá maximizar la función de Log Verosimilitud:

$$\ln L = \ln \left\{ \prod_{i=1}^n \left[p \left(\frac{1}{\alpha_1} \exp^{-\exp^{-\left[\frac{v-x_i}{\alpha_1}\right]}} \exp^{-\left[\frac{v-x_i}{\alpha_1}\right]} \right) + (1-p) \left(\frac{\alpha_2}{\beta-\gamma} \left[\frac{x_i-\gamma}{\beta-\gamma} \right]^{\alpha_2-1} e^{-\left[\frac{x_i-\gamma}{\beta-\gamma}\right]^{\alpha_2}} \right) \right] \right\} \quad (3.6)$$

Dada la complejidad de la expresión (3.6) y de las derivadas parciales con respecto a los parámetros, se emplea el método de optimación multivariable restringido de Rosenbrock (Kuester y Mize, 1973) para su directa maximización.

Para cada estación hidrométrica se ajustaron las distribuciones mezcladas propuestas y se compararon con los ajustes tradicionales unimodales. La mejor distribución fue seleccionada con el criterio del mínimo error estándar, ya definido en el Capítulo 1.

Para encontrar los parámetros de las distribuciones mezcladas es importante iniciar el Procedimiento proponiendo sus valores iniciales. Por ejemplo, para el modelo MW3G, el 50% de los valores más grandes se ajustan a la distribución W3, en tanto que el resto a la G; en este caso el parámetro $p = 0.5$.

4. Zona de Estudio.

El área de la cuenca del Río Papagayo hasta la desembocadura es de 7 410 km². y un área de 7067 km² al eje de la cortina ubicada en su totalidad dentro del estado de Guerrero, forma parte del sistema hidrológico Costa de Guerrero, colindando la cuenca al Norte con el sistema hidrológico Balsas, al Este con pequeñas cuencas del mismo Sistema Hidrológico Costa de Guerrero que drenan al Océano Pacífico y dentro de las cuales podemos mencionar las de los ríos Nexpa, Copala, Marquelia y Quetzala; al Poniente está contigua la cuenca del río Coyuca, así como otras más pequeñas. Se encuentra contenida dentro de la poligonal delimitada entre los 16° 41' y 17° 37' de latitud Norte y 98°37' y 100° 05' de longitud Oeste, abarca los Municipios de Chilpancingo, Mochitlán, Quechultenango, Acapulco, San Marcos, Juan R. Escudero y Tecuanapa. La corriente formadora de mayor desarrollo se origina en la Sierra Madre del Sur, a 3 000 m de altitud (al Oriente del cerro Yohualatlaxco) y a unos 6 km al Oeste de Omiltemi, Gro., recibe el nombre de río Petaquillas. Corre de Oeste a Este hacia Chilpancingo y recibe la aportación de torrentes que son regulados en una pequeña presa llamada Cerrito Azul, situada 3 km al Norte de Chilpancingo, Gro. Posteriormente corre con rumbo Sureste que se conoce como río Huacapa, la cual cruza por las poblaciones de Chilpancingo, Petaquillas, Mochitlán, Quechultenango y Colotlipa. En donde la Comisión Federal de Electricidad construyó en 1946 una presa para derivar aguas a un canal alimenta a la central hidroeléctrica Colotlipa. Después de la presa, el río cambia su dirección hacia el Sur hasta la Villa de Xicuiltepec y, cambia el nombre a río Azul.

En Xicuiltepec, el río Azul recibe por la margen izquierda un afluente cuyo aporte es de consideración, llamado río Temixco o río Unión cuyo origen son montañas tlapanecas, donde se forman dos afluentes principales: uno que baja desde cerca de Zapotitlán Tablas hacia el Sur y otro que viene desde Malinaltepec hacia el Suroeste. Estos ríos se unen a la altura de Caxitepec y ya juntos, siguen al Oeste para unirse con el río Azul, en el mencionado poblado de Xicuiltepec. Las dos corrientes continúan hacia el Oeste a través de una garganta muy estrecha y sinuosa por unos 20 km más, al cabo de los cuales entra, por la margen derecha, el afluente llamado río Chapalapa que baja directamente de Norte a Sur, desde Mazatlán a Calpantepec, Gro. La corriente sigue aún hacia el Oeste por unos 35 km, conociéndose ya como río Omilán.

A esa altura y provenientes de la parte Noroccidental de la cuenca confluyen, por la margen derecha, las aportaciones del río San Miguel, del río Carrizal y del río Potrero que vienen desde el Oeste, Noroeste y Norte, respectivamente. Estas corrientes entran al río Omilán ya juntas como río Papagayo propiamente dicho, 6 km al Sureste de Papagayo o de Tierra Colorada, Gro. A partir de esta confluencia, el río Papagayo continúa hacia el Sur, recibiendo aportaciones secundarias, de poca importancia, por ambas márgenes. De la última confluencia mencionada hasta su desembocadura, el río corre hacia el Sur a lo largo de unos 70 km para desembocar en el Océano Pacífico.

1. Estudio Hidrológico Proyecto Hidroeléctrico La Parota, Informe final febrero 2011

Dentro de la cuenca del río Papagayo se han ubicado las estaciones hidrométricas (Figura4.1) enlistadas en la Tabla4.1 en donde además de su ubicación aparece el período de registro:

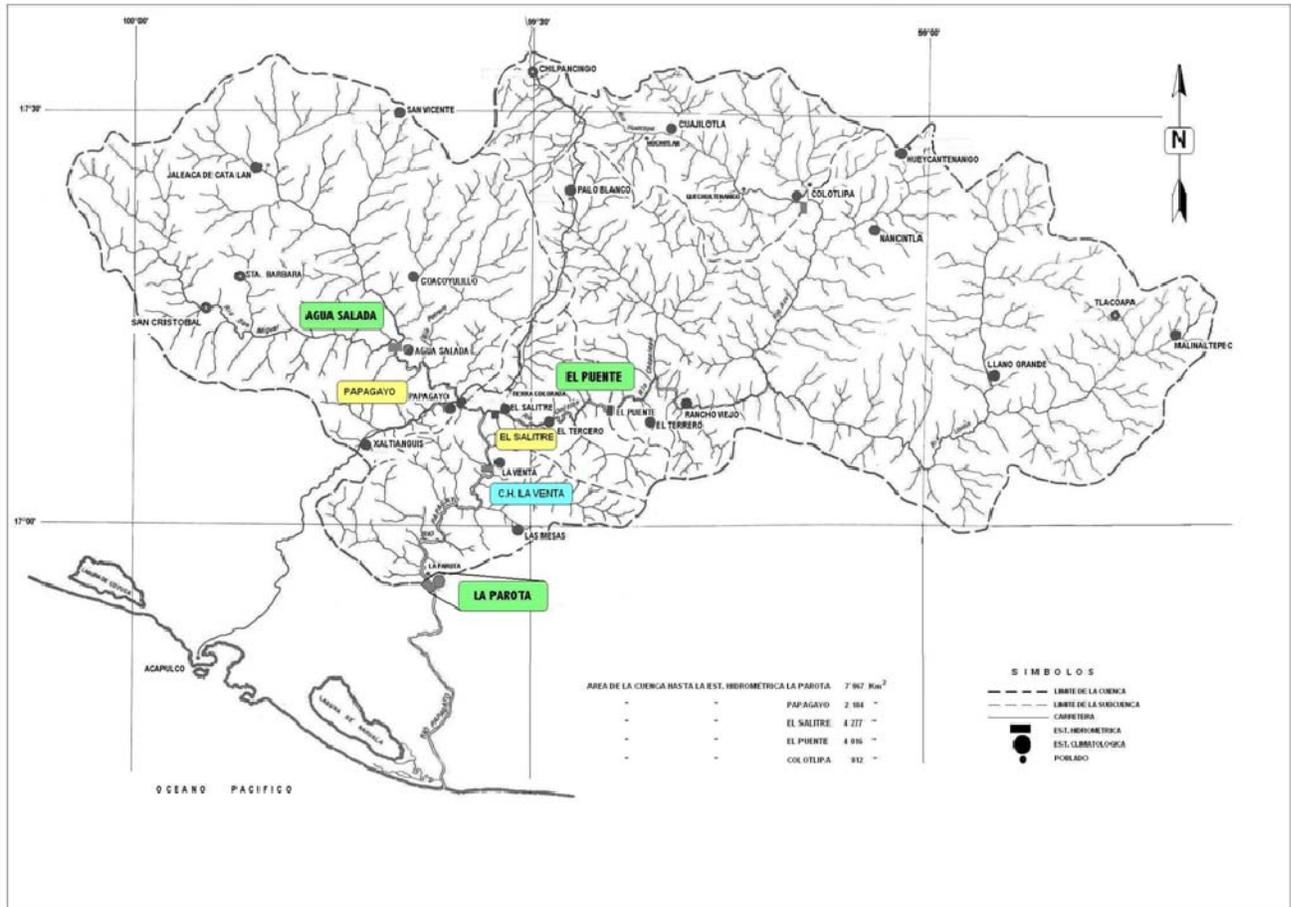


Figura4.1. Esquema de ubicación de las estaciones hidrométricas dentro de la cuenca del río Papagayo (Estudio Hidrológico Proyecto Hidroeléctrico La Parota, Informe final febrero 2011)

Nombre	Ubicación	Período de Registro	Observaciones o Comentarios
Colotlipa	Aguas debajo de la derivadora del mismo nombre	Enero 1947 a Octubre de 1970	Operada por CFE
El Puente	Sobre el río Omitlan 8 Km. Debajo de la confluencia con el río Chapalapa	Enero 1953 a la fecha	Operada por CFE
El Salitre	Sobre el río Omitlán, muy cerca de la confluencia con el Papagayo	Octubre de 1949 a Julio de 1963	Operada por CFE quedo inundada por el embalse de la presa La Venta.
San Cristóbal	Sobre el río San Miguel, a la altura de la cuadrilla San Cristóbal, en el Municipio de Chilpancingo	Mayo de 1966 a diciembre de 1968	Operada por la SARH
Agua Salada	Aguas arriba de la confluencia del río Papagayo con el Omitlán	Agosto de 1968 a la fecha	Operada por CFE
Papagayo	Aguas arriba de la confluencia del río Papagayo con el Omitlán	Junio de 1955 a Agosto de 1964	Operada por CFE
La Venta	Aguas abajo del desfogue de la CH General Ambrosio Figueroa (La Venta)	Octubre de 1963 a octubre de 1976	Operada por CFE para estudiar las extracciones.
La Parota	Sobre el río Papagayo, en el municipio de San Marcos, aproximadamente a 3 km del poblado denominado Pochotlaxco.	Abril de 1962 a diciembre de 2003	Operada por CFE prácticamente en el eje de la cortina del P.H. La Parota.

Tabla 4.1. Estaciones hidrométricas disponibles en la cuenca del río Papagayo

4.1 Análisis de frecuencias de eventos extremos máximos

Para determinar tanto los gastos máximos de diseño asociados a diferentes períodos de retorno como los posibles escurrimientos de entrada al futuro embalse es necesario procesar la información proveniente de las estaciones hidrométricas dentro del área de influencia del proyecto. En este caso se tomará en cuenta la información registrada en las estaciones Agua Salada, El Puente y La Parota, las cuales se encuentran en los afluentes del futuro embalse así como en el sitio de la futura cortina, según se puede apreciar en la Figura 4.2, en la cual también se ha marcado el embalse para una mejor ubicación de las mismas. Las coordenadas donde se localizan dichas estaciones se muestran en la Tabla 4.2.



Figura 4.2. Localización de las Estaciones Hidrométricas Agua Salada, El Puente y La Parota en relación al embalse del P.H. La Parota

Estación	Ubicación		
	N	W	Alt
La Parota	16°55' 59"	99°37'24"	25.86
Agua Salada	17°10'43"	99°37'52"	191.67
El Puente	17°08'53"	99°24'53"	191.89

Tabla 4.2. Ubicación de las estaciones hidrométricas seleccionadas en este estudio.

El período de registros en los cuales existe información de las tres estaciones comprende el período 1954-2009. En la Tabla3.3 se presentan los gastos máximos anuales $Q(m^3/s)$ para el período de estudio.

Año	La Parota	Agua Salada	El Puente	Año	La Parota	Agua Salada	El Puente
1954			817	1982	1324	456	204
1955			640	1983	1336	778	449
1956			595	1984	9238	2097	1148
1957			225	1985	1227	533	481
1958			436	1986	1580	563	467
1959			246	1987	1353	585	502
1960			637	1988	2133	1363	948
1961			1052	1989	2585	1120	1030
1962	1201		428	1990	1445	596	256
1963	2632		1086	1991	1885	446	786
1964	1888		521	1992	1507	1244	472
1965	921		430	1993	3149	2679	709
1966	659		531	1994	662	890	354
1967	11647		1325	1995	1079	1161	636
1968	767		477	1996	3001	2010	644
1969	2150	661	734	1997	3925	2461	1072
1970	2510	774	720	1998	1710	1083	688
1971	1034	691	339	1999	1511	612	590
1972	1591	1393	501	2000	2110	1143	756
1973	7333	1302	1151	2001	859	473	434
1974	7521	1232	1591	2002	3819	3008	971
1975	1998	619	639	2003	1004	584	465
1976	5419	2431	1231	2004		643	514
1977	1532	679	379	2005		860	472
1978	1460	698	475	2006		1621	512
1979	2140	661	682	2007		1156	475
1980	1760	497	425	2008		1053	587
1981	4447	1913	821	2009		473	247

Tabla4.3. Gastos Máximos Anuales $Q(m^3/s)$ de las 3 estaciones analizadas.

Al ajustar las distribuciones de probabilidad mostradas en el Capítulo 2 fue posible seleccionar aquella que mejor ajusta a cada una de las tres series de datos. En las Tablas 4.4 a 4.6 se presentan los resultados obtenidos, los cuales están ordenados de menor a mayor error estándar de ajuste.

Distribución	Método	Tr(años)										EEA
		2	5	10	20	50	100	500	1000	5000	10000	
Gumbel Mixta	(MV)	1747	3209	5798	7907	10331	12069	16006	17687	21579	23255	420
Gamma-3	(MPP)	1574	3543	5421	7525	10587	13081	19380	22285	29428	32661	511
Exponencial-1	(M)	1800	4179	5979	7779	10158	11958	16137	17937	22116	23916	650
Gamma-3	(M)	1823	3912	5572	7289	9640	11475	15907	17885	22625	24726	658
Gamma-2	(M)	1935	4093	5682	7269	9380	10992	14799	16469	20416	22147	742
LogNormal-3	(M)	2002	3987	5500	7087	9338	11176	15952	18249	24205	27057	772
GVE	(M)	2071	4008	5455	6981	9179	11009	15924	18373	24976	28270	828
Gamma-2	(M-L)	2077	3987	5339	6662	8392	9698	12742	14063	17160	18509	887
LogNormal-2	(M)	1981	3541	4799	6167	8178	9870	14444	16720	22804	25800	947
LogNormal-3	(MV)	1956	3495	4758	6148	8216	9973	14784	17203	23739	26986	958
Gumbel	(M)	2206	4309	5702	7038	8768	10064	13058	14346	17334	18621	978
Gamma-2	(MV)	2188	3875	5028	6137	7567	8634	11091	12147	14605	15667	1038
Gumbel	(M-L)	2266	4044	5221	6351	7812	8908	11439	12527	15052	16140	1042
Gumbel	(ME)	2293	3927	5010	6048	7391	8398	10725	11726	14047	15047	1102
LogPearson-3	(MD)	2011	3130	4229	5645	8184	10793	20391	26792	50536	66478	1130
Gumbel	(MV)	2171	3538	4444	5312	6436	7279	9225	10062	12004	12841	1272
Normal	(MV)	2597	4600	5648	6513	7487	8136	9449	9954	11024	11450	1382

Tabla 4.4. Eventos $Q(m^3/s)$ de diferente período de retorno en la estación hidrométrica La Parota.

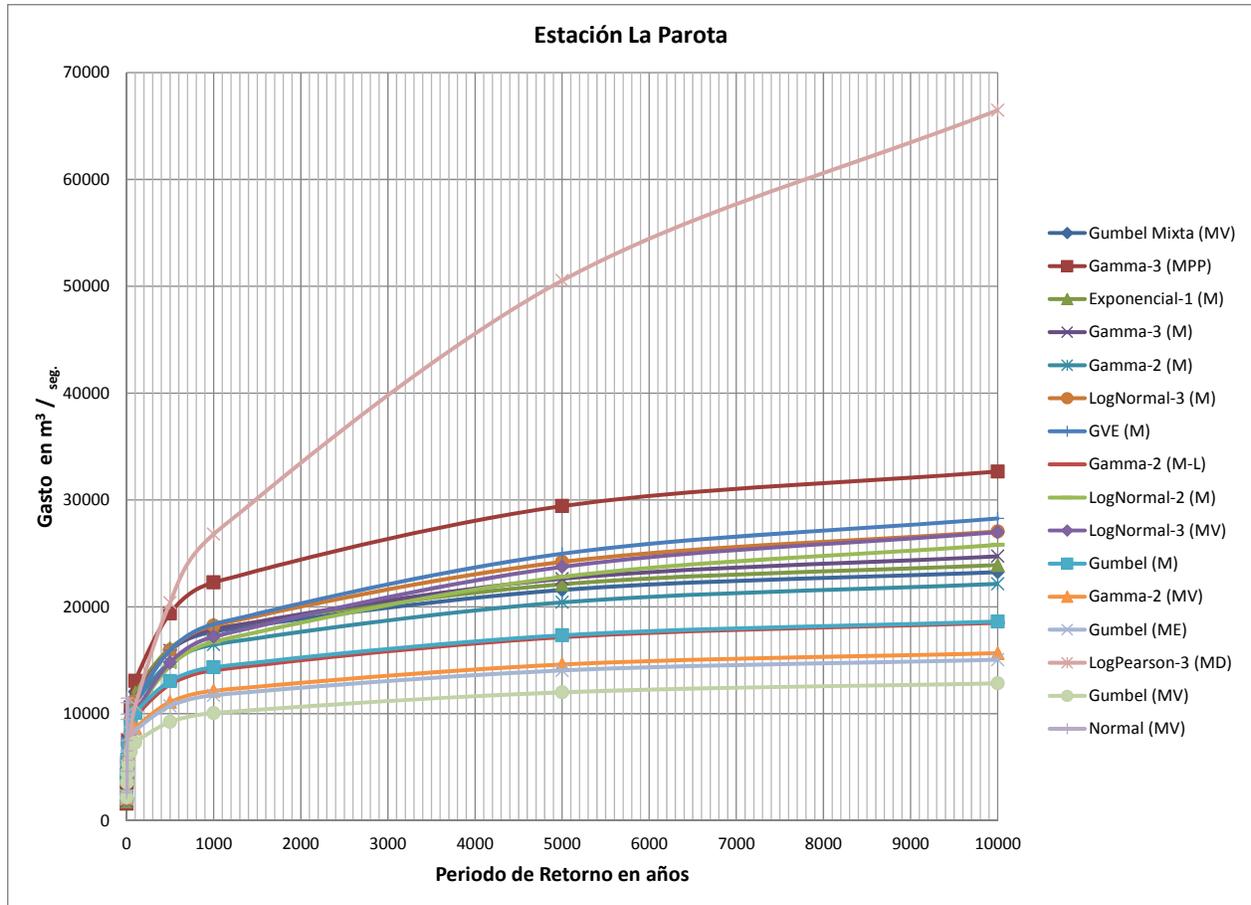


Figura 4.3 Gráfica gasto período de retorno para las diferentes distribuciones de la Tabla 4.4 en la estación hidrométrica La Parota.

Distribución	Método	Tr(años)										EEA
		2	5	10	20	50	100	500	1000	5000	10000	
Gamma-3	(MPP)	862	1531	2057	2598	3337	3911	5294	5909	7382	8034	102.9
Gumbel Mixta	(MV)	848	1640	2033	2390	2841	3176	3947	4278	5045	5375	127.8
Gamma-3	(M)	967	1584	1997	2388	2888	3257	4101	4461	5294	5652	149.3
Gamma-2	(M)	973	1590	1998	2383	2871	3232	4051	4399	5202	5547	151.7
Gamma-2	(M-L)	979	1581	1978	2351	2823	3171	3960	4295	5067	5398	158.5
LogNormal-2	(M)	946	1496	1900	2316	2893	3355	4530	5083	6492	7156	162.3
LogNormal-3	(M)	982	1579	1978	2363	2866	3249	4160	4566	5545	5984	163.1
GVE	(M)	986	1575	1972	2359	2869	3257	4175	4580	5540	5964	166.6
Gumbel	(M)	993	1586	1979	2356	2844	3209	4054	4417	5259	5622	169.1
LogNormal-3	(MV)	942	1484	1886	2300	2878	3342	4528	5089	6522	7198	169.2
Gumbel	(M-L)	996	1575	1958	2326	2802	3159	3983	4337	5160	5514	173.7
Gamma-2	(MV)	999	1547	1901	2230	2644	2946	3627	3915	4573	4855	191.0
Gumbel	(ME)	1004	1540	1896	2237	2678	3009	3773	4101	4864	5192	193.4
Gumbel	(MV)	978	1465	1788	2097	2498	2798	3491	3789	4481	4779	230.4
Normal	(MV)	1103	1668	1964	2208	2482	2665	3036	3178	3480	3600	273.1
Normal	(M-L)	1103	1631	1908	2136	2392	2564	2910	3043	3325	3437	274.4

Tabla4.5. Eventos $Q(m^3/s)$ de diferente período de retorno en la estación hidrométrica Agua Salada.

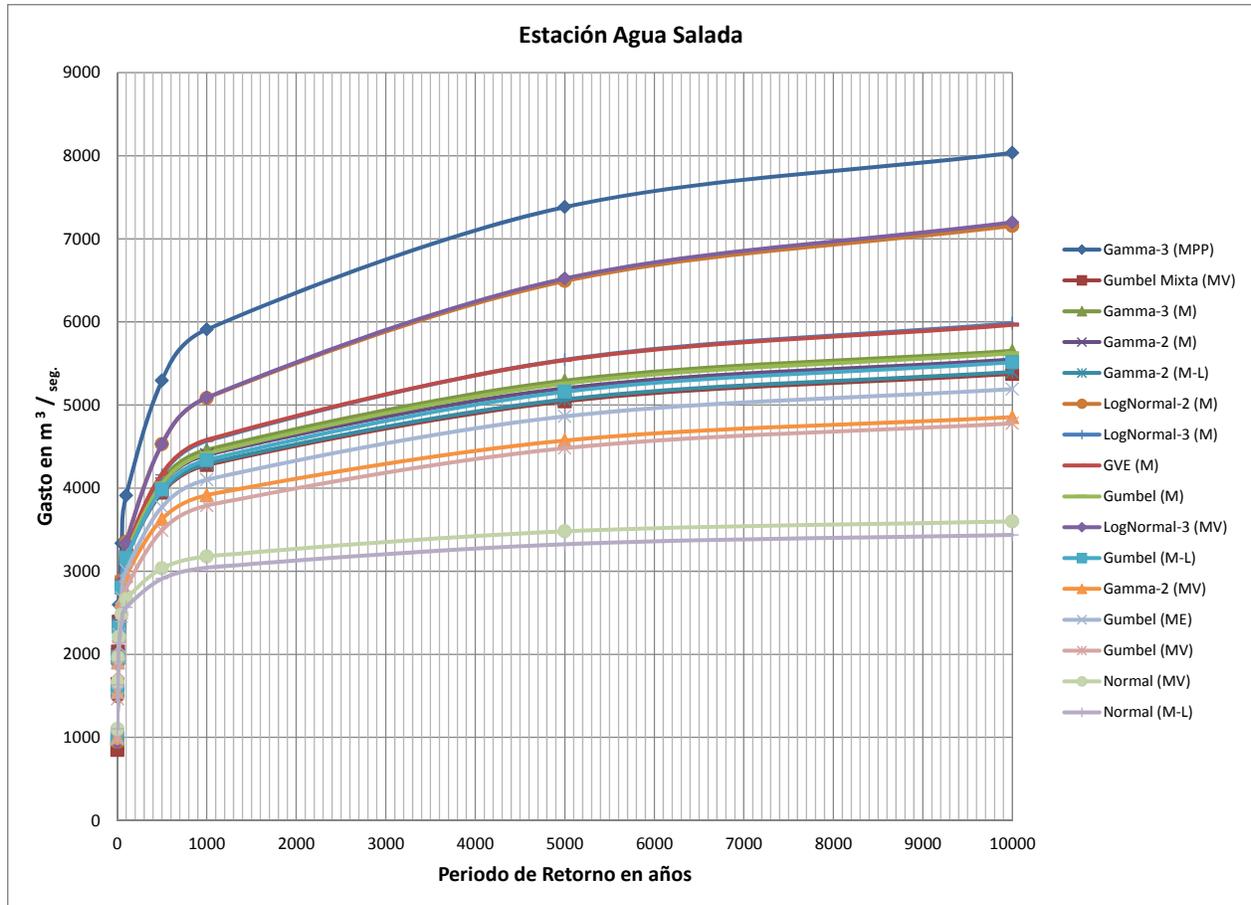


Figura 4.4 Gráfica gasto período de retorno para las diferentes distribuciones de la Tabla 4.5 en la estación hidrométrica Agua Salada.

Distribución	Método	Tr(años)										EEA
		2	5	10	20	50	100	500	1000	5000	10000	
Gamma-3	(MPP)	572	864	1064	1256	1504	1689	2115	2298	2725	2909	38.7
LogNormal-2	(M)	581	854	1046	1236	1491	1689	2176	2398	2948	3200	40.1
Gumbel Mixta	(MV)	567	899	1112	1228	1359	1454	1675	1772	2007	2112	40.4
LogNormal-3	(MV)	581	851	1040	1227	1478	1674	2151	2369	2907	3154	41.9
GVE	(M-L)	578	843	1033	1228	1501	1720	2284	2552	3245	3575	42.7
GVE	(MV)	583	844	1028	1213	1465	1665	2162	2393	2969	3237	45.2
Gumbel	(M-L)	593	859	1035	1204	1423	1587	1965	2128	2506	2669	46.8
GVE	(M)	589	850	1028	1203	1435	1613	2041	2231	2690	2895	47.1
Gumbel	(M)	594	858	1033	1201	1418	1581	1957	2119	2494	2656	47.5
Gamma-3	(M)	594	868	1042	1204	1406	1553	1883	2022	2339	2474	48.0
Gamma-2	(M)	598	871	1042	1199	1395	1536	1850	1981	2280	2406	49.8
LogNormal-3	(M)	597	865	1036	1197	1402	1554	1906	2058	2418	2577	50.0
Gamma-2	(M-L)	599	869	1038	1193	1386	1525	1834	1963	2257	2381	51.0
Gumbel	(ME)	595	852	1023	1186	1398	1556	1922	2080	2445	2602	51.2
Gumbel	(MV)	592	843	1010	1170	1377	1532	1890	2044	2402	2556	55.4
Gamma-2	(MV)	602	862	1024	1172	1355	1486	1779	1901	2178	2295	56.3
Normal	(MV)	643	895	1026	1135	1257	1339	1504	1567	1702	1755	88.7
Normal	(M-L)	643	885	1012	1117	1235	1313	1472	1534	1663	1715	89.6
LogPearson-3	(MD)	558	705	855	1048	1388	1733	2975	3794	6815	8847	146.4
Exponencial-1	(M)	446	1035	1480	1926	2515	2961	3995	4441	5476	5921	286.3

Tabla 4.6. Eventos $Q(m^3/s)$ de diferente período de retorno en la estación hidrométrica El Puente.

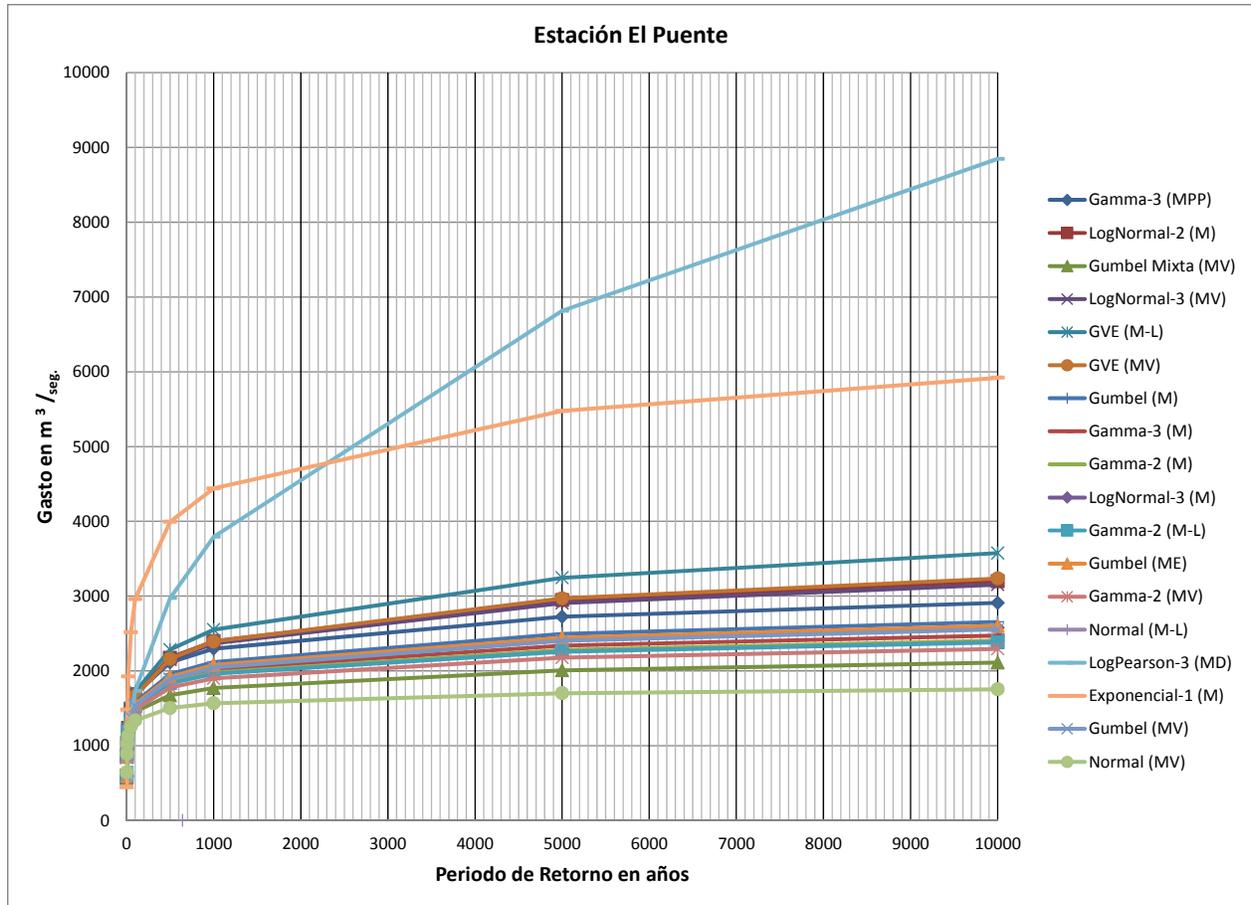


Figura 4.5 Gráfica gasto período de retorno para las diferentes distribuciones de la Tabla 4.6 en la estación hidrométrica El Puente.

4.2 Gasto Ecológico

En la Tabla 4.7 se presentan los valores de la serie de mínimos promedio 7Q obtenidos del registro de gastos medio diarios durante el período 1962-2003.

A esta serie se le ajustaron las distribuciones propuestas para mínimos del Capítulo 3 de acuerdo a la Tabla 4.8 y de acuerdo con el criterio del error estándar de ajuste se seleccionó a la distribución mezclada MGW3, la cual proporcionaría el valor de gasto ecológico desde el punto de vista hidrológico de $12.466 \text{ m}^3/\text{s}$. Las comparaciones gráficas del ajuste se presentan en las Figuras 4.3 a 4.5.

Año	$Q(m^3/s)$								
1962	18.0	1972	16.5	1982	23.2	1992	21.1	2002	15.5
1963	19.8	1973	15.3	1983	13.1	1993	18.7	2003	17.8
1964	15.1	1974	19.3	1984	14.2	1994	15.0		
1965	9.3	1975	19.1	1985	17.1	1995	15.2		
1966	19.1	1976	13.0	1986	15.8	1996	9.8		
1967	19.0	1977	16.4	1987	15.7	1997	21.1		
1968	14.4	1978	15.3	1988	13.4	1998	15.7		
1969	17.5	1979	22.3	1989	17.7	1999	11.9		
1970	15.4	1980	17.4	1990	21.5	2000	21.5		
1971	18.9	1981	16.9	1991	9.8	2001	15.7		

Tabla4.7. Eventos 7Q (m^3/s) de la estación La Parota.

Distribución	Tr(años)						
	2	5	10	20	50	100	EEA
Lognormal-3	16.301	13.660	12.442	11.513	10.543	9.939	0.686
Gamma-3	16.507	13.800	12.449	11.366	10.183	9.415	0.564
Gumbel	17.237	13.829	11.572	9.408	6.606	4.507	0.709
Weibull-3	16.748	13.864	12.323	11.072	9.727	8.889	0.527
MGG	16.812	13.795	11.864	10.030	7.661	5.907	0.492
MGW3	16.350	14.737	12.466	10.251	7.407	5.245	0.470
MW3G	16.664	13.971	12.396	11.006	9.363	8.259	0.510
MW3W3	16.119	14.576	12.798	11.324	9.712	9.300	0.567

Tabla 4.8. Eventos 7Q (m^3/s) de diferente período de retorno en la estación La Parota.

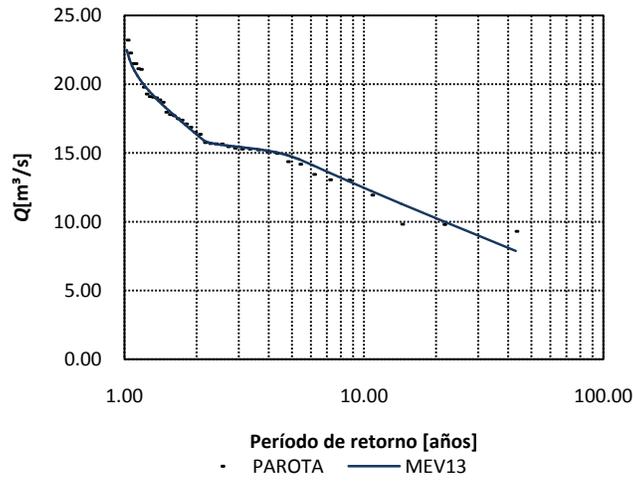


Figura 4.6. Distribución empírica y ajustada por la mejor distribución de los eventos 7Q en la estación La Parota.

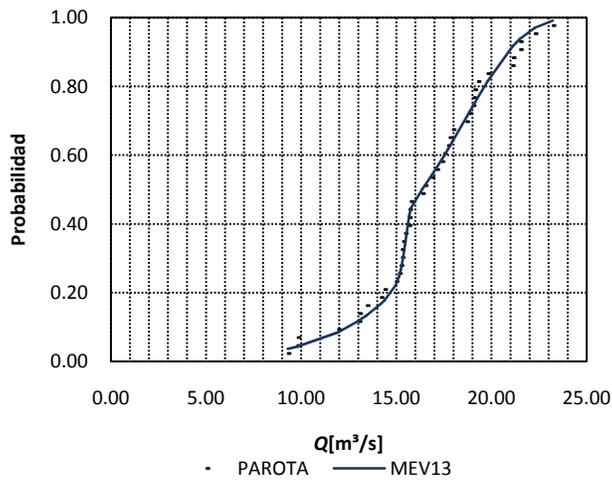


Figura 4.7. Probabilidad empírica y ajustada por la mejor distribución a los eventos 7Q en la estación La Parota.

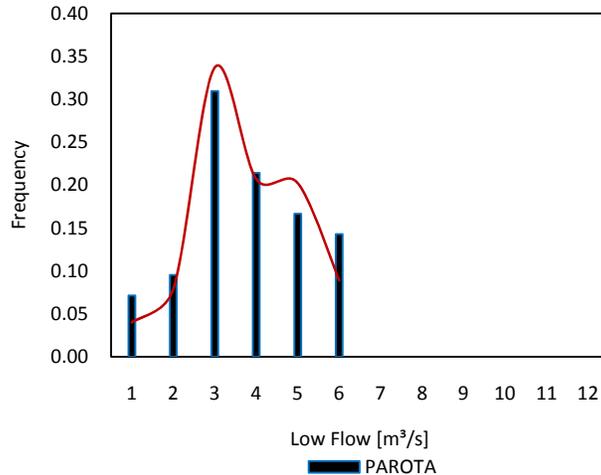


Figura 4.8. Densidad empírica y ajustada por la mejor distribución a los eventos 7Q en la estación La Parota.

4.3 Modelo de pronóstico estocástico

El uso o aprovechamiento del agua es un elemento esencial para el desarrollo de la sociedad, pero cada vez es más difícil satisfacer el incremento de la demanda.

Ante la irregular distribución espacial y temporal de las precipitaciones se ha tenido la necesidad de construir grandes presas que permiten regular los escurrimientos y satisfacer de alguna forma las demandas urbanas, industriales, agrícolas, ganaderas y de generación de energía hidroeléctrica.

Para propósitos de operación de corto plazo es necesario aplicar un modelo de pronóstico que permita conocer el escurrimiento esperado de ingreso al embalse y que junto con el nivel de agua se determine si se puede o no atenderla demanda. En este último caso se puede optar por llevar a cabo un racionamiento del recurso. También esta herramienta permite decidir si es necesario vaciar gradualmente un almacenamiento ante las condiciones de presa llena y un volumen pronosticado de ingreso alto, ya que permitiría evitar los daños por la inundación no controlada aguas abajo del embalse.

En este trabajo se aplica el modelo ARIMA multiplicativo como una herramienta de pronóstico de los posibles escurrimientos mensuales que puede generar la cuenca del río Papagayo. En la Tabla 4.9 se muestran los valores de los escurrimientos mensuales registrados durante el período 1962-2003 en la estación hidrométrica La Parota. Empleando las técnicas del Capítulo 2, es posible generar un modelo de pronóstico de posibles ingresos a la presa. En la Tabla 4.10 se realiza una comparación entre los valores reales y los pronosticados de los últimos 5 años. En las Figuras 4.6 a 4.9 se realiza la comparación gráfica. Los resultados muestran que este modelo es

una herramienta valiosa para la toma de decisiones en la operación de un aprovechamiento hidráulico.

Año	ENE	FEB	MAR	ABR	MAY	JUN	JUL	AGO	SEP	OCT	NOV	DIC	ANUAL
1962	129.98	83.79	73.01	91.41	96.53	187.43	397.71	430.02	1148.77	978.91	325.26	203.71	4146.54
1963	138.24	85.58	77.09	60.82	73.41	109.13	483.16	707.18	1066.87	936.32	313.51	177.08	4228.38
1964	127.66	84.30	70.76	52.14	66.34	166.62	643.25	657.68	1269.30	636.16	258.58	181.83	4214.63
1965	124.04	81.49	71.18	56.76	61.63	156.31	264.76	437.03	754.79	657.85	212.48	137.63	3015.93
1966	101.94	79.00	76.21	70.93	76.76	169.86	396.76	656.90	908.84	735.00	253.62	145.13	3670.95
1967	123.15	87.29	71.83	63.18	80.44	283.04	487.73	577.84	3009.05	1416.18	381.66	169.58	6750.98
1968	139.95	89.29	56.45	51.11	99.44	229.92	669.60	665.02	848.10	675.22	304.82	203.17	4032.09
1969	134.52	76.77	68.30	56.42	50.93	99.32	307.41	1048.03	1486.25	689.13	257.26	168.09	4442.43
1970	120.10	83.25	63.07	51.85	45.84	208.95	576.46	1240.70	2105.22	941.50	364.11	209.91	6010.95
1971	145.33	93.82	81.73	69.18	63.17	187.63	378.16	560.39	1198.11	856.40	270.05	172.38	4076.35
1972	113.02	76.96	65.16	48.86	54.22	256.78	535.98	497.32	605.40	360.63	214.62	137.98	2966.93
1973	92.84	62.42	54.86	57.59	55.90	386.81	542.94	706.49	1877.04	1036.71	388.20	220.23	5482.04
1974	148.69	93.14	75.12	57.50	61.99	602.21	548.99	530.06	1847.92	547.00	258.84	150.84	4922.30
1975	103.77	72.52	63.62	52.15	80.21	286.73	478.92	825.81	1411.86	460.43	275.49	149.77	4261.26
1976	93.48	60.46	51.75	40.38	38.07	153.38	269.35	294.71	415.24	1426.38	322.14	173.62	3338.97
1977	102.56	70.55	112.02	51.96	72.73	183.34	300.02	397.79	572.31	484.19	206.00	143.10	2696.57
1978	98.67	65.23	57.70	46.06	58.86	250.60	701.48	559.53	839.55	656.81	271.77	176.59	3782.86
1979	121.78	104.95	93.05	68.48	88.32	128.74	321.29	695.95	1455.67	386.06	213.58	151.27	3829.14
1980	163.98	95.17	80.03	64.63	69.01	125.63	310.39	832.20	909.79	590.63	298.48	182.61	3720.56
1981	127.33	80.55	78.02	63.97	50.49	271.84	587.52	1416.61	1641.17	1544.66	442.11	244.16	6548.43
1982	158.86	91.94	81.80	66.17	79.57	113.18	280.58	270.63	387.18	333.72	146.48	94.92	2105.02
1983	68.01	55.90	52.72	36.60	38.27	94.17	411.61	345.31	745.80	453.69	221.50	137.51	2661.09
1984	108.47	66.99	52.22	44.17	54.87	245.53	740.97	999.73	3594.59	620.01	288.65	173.69	6989.87
1985	124.34	76.90	64.35	51.85	57.79	245.51	514.16	942.88	703.73	502.93	252.23	146.02	3682.68
1986	103.90	68.74	58.03	47.91	76.32	306.99	518.37	423.66	645.49	412.76	182.81	123.59	2968.56
1987	86.05	55.13	52.30	45.17	51.22	254.40	567.22	700.44	664.07	400.57	165.84	108.32	3150.72
1988	75.64	52.48	46.34	40.67	38.26	311.95	647.14	1227.40	1538.44	494.04	239.08	135.63	4847.05
1989	106.35	67.39	60.14	50.16	52.06	354.32	443.84	724.98	1920.76	973.90	281.88	132.11	5167.88
1990	132.03	86.71	71.84	62.75	78.79	194.49	554.77	583.63	600.83	612.84	324.10	177.82	3480.59
1991	123.85	78.84	64.84	59.58	42.99	202.46	395.94	451.34	585.36	890.18	275.77	163.08	3334.24
1992	122.35	106.75	72.60	60.42	78.33	130.41	380.37	712.45	1056.76	954.55	344.70	190.94	4210.63
1993	136.71	93.47	72.35	57.72	59.61	312.98	1180.74	794.45	1416.70	686.45	308.67	196.37	5316.22
1994	122.46	80.65	70.17	63.27	49.06	136.98	213.86	419.90	495.68	558.06	229.10	130.68	2569.87
1995	84.16	63.13	54.83	45.61	66.16	214.34	483.87	1277.60	1082.33	604.80	241.01	153.65	4371.50
1996	106.92	64.20	46.22	39.35	49.75	333.92	573.18	1095.26	906.42	1314.40	279.50	187.80	4996.90
1997	104.96	76.14	69.06	58.23	77.47	138.55	283.33	245.75	550.97	1249.08	213.79	127.66	3195.00
1998	104.84	67.89	60.71	47.94	45.77	119.12	335.59	566.18	1439.34	1172.28	396.60	210.49	4566.75
1999	142.60	83.85	64.48	43.66	36.85	229.11	589.83	886.64	1383.35	1167.44	307.17	163.18	5098.15
2000	116.76	76.95	71.39	59.17	89.51	369.90	335.34	708.22	1141.95	619.66	213.04	136.09	3937.97
2001	96.62	64.80	63.34	44.94	53.40	173.36	451.82	596.68	793.76	476.29	199.52	128.10	3142.62
2002	104.84	68.10	60.86	48.38	59.53	196.83	378.94	315.82	707.11	637.20	967.08	212.30	3756.99
2003	124.50	78.11	64.94	50.54	71.30	223.59	484.25	548.29	959.39	873.59	269.75	148.72	3896.97

Tabla 4.9. Volúmenes mensuales y anuales (Mlls m³) registrados en la estación La Parota.

Año	Mes	phi1	phi2	teta1	Volúmenes (Mills m3)		Año	Mes	phi1	phi2	teta1	Volúmenes (Mills m3)	
					Real	Pronosticado						Real	Pronosticado
1999	1	0.4881	0.0596	0.8565	142.600	129.858	2002	1	0.4907	0.0543	0.8658	104.840	98.714
	2	0.4883	0.0603	0.8566	83.850	85.639		2	0.4906	0.0540	0.8658	68.100	70.927
	3	0.4882	0.0602	0.8566	64.480	67.182		3	0.4906	0.0542	0.8658	60.860	60.935
	4	0.4883	0.0600	0.8566	43.660	53.152		4	0.4906	0.0542	0.8658	48.380	49.491
	5	0.4884	0.0594	0.8564	36.850	53.066		5	0.4906	0.0542	0.8658	59.530	55.932
	6	0.4902	0.0582	0.8562	229.110	152.549		6	0.4906	0.0542	0.8658	196.830	211.869
	7	0.4864	0.0586	0.8579	589.830	456.071		7	0.4905	0.0543	0.8658	378.940	423.626
	8	0.4892	0.0549	0.8585	886.640	731.167		8	0.4907	0.0542	0.8656	315.820	605.815
	9	0.4904	0.0549	0.8585	1383.350	1122.056		9	0.4925	0.0538	0.8665	707.110	673.540
	10	0.4914	0.0557	0.8585	1167.440	1015.743		10	0.4917	0.0541	0.8665	637.200	623.961
	11	0.4922	0.0565	0.8569	307.170	332.099		11	0.4917	0.0538	0.8665	967.080	231.872
	12	0.4919	0.0561	0.8567	163.180	174.607		12	0.4916	0.0450	0.8706	212.300	292.297
2000	1	0.4920	0.0555	0.8567	116.760	114.427	2003	1	0.4808	0.0516	0.8702	124.500	137.994
	2	0.4920	0.0556	0.8567	76.950	76.265		2	0.4816	0.0487	0.8703	78.110	78.695
	3	0.4920	0.0556	0.8567	71.390	63.277		3	0.4817	0.0487	0.8703	64.940	65.685
	4	0.4920	0.0556	0.8569	59.170	54.054		4	0.4817	0.0487	0.8703	50.540	51.350
	5	0.4923	0.0555	0.8571	89.510	58.794		5	0.4817	0.0486	0.8703	71.300	57.803
	6	0.4933	0.0559	0.8583	369.900	254.696		6	0.4816	0.0488	0.8702	223.590	229.267
	7	0.4974	0.0548	0.8584	335.340	632.199		7	0.4815	0.0489	0.8702	484.250	448.648
	8	0.4914	0.0518	0.8589	708.220	583.665		8	0.4814	0.0491	0.8704	548.290	630.685
	9	0.4883	0.0558	0.8585	1141.950	1003.177		9	0.4811	0.0491	0.8701	959.390	901.494
	10	0.4891	0.0547	0.8584	619.660	930.832		10	0.4809	0.0494	0.8700	873.590	747.941
	11	0.4880	0.0540	0.8625	213.040	238.666		11	0.4813	0.0490	0.8698	269.750	331.331
	12	0.4892	0.0531	0.8622	136.090	139.681		12	0.4805	0.0491	0.8709	148.720	152.183
2001	1	0.4892	0.0533	0.8622	96.620	102.965							
	2	0.4893	0.0536	0.8622	64.800	68.944							
	3	0.4894	0.0537	0.8622	63.340	58.594							
	4	0.4892	0.0535	0.8622	44.940	51.199							
	5	0.4890	0.0541	0.8620	53.400	54.182							
	6	0.4891	0.0540	0.8620	173.360	204.840							
	7	0.4891	0.0544	0.8624	451.820	386.976							
	8	0.4884	0.0544	0.8630	596.680	666.202							
	9	0.4880	0.0550	0.8632	793.760	954.321							
	10	0.4886	0.0545	0.8635	476.290	725.291							
	11	0.4906	0.0539	0.8659	199.520	202.685							
	12	0.4907	0.0539	0.8658	128.100	132.840							

Tabla 4.10. Volúmenes reales y pronosticados mediante el modelo ARIMA multiplicativo.

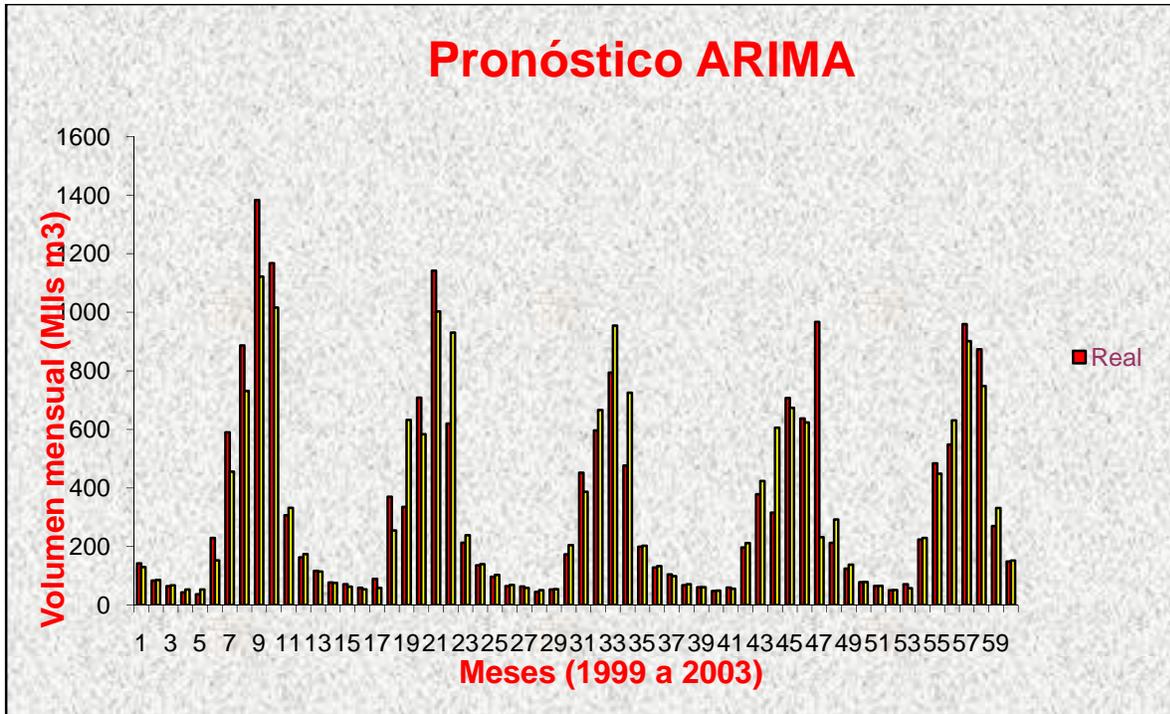


Figura 4.9. Volúmenes reales y pronosticados mediante el modelo ARIMA multiplicativo

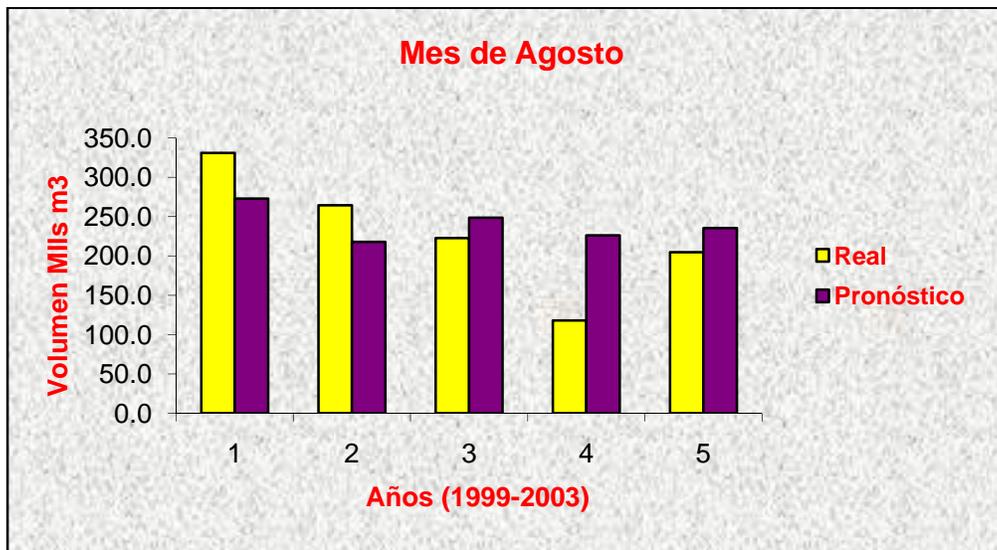


Figura 4.10. Volúmenes reales y pronosticados mediante el modelo ARIMA multiplicativo.

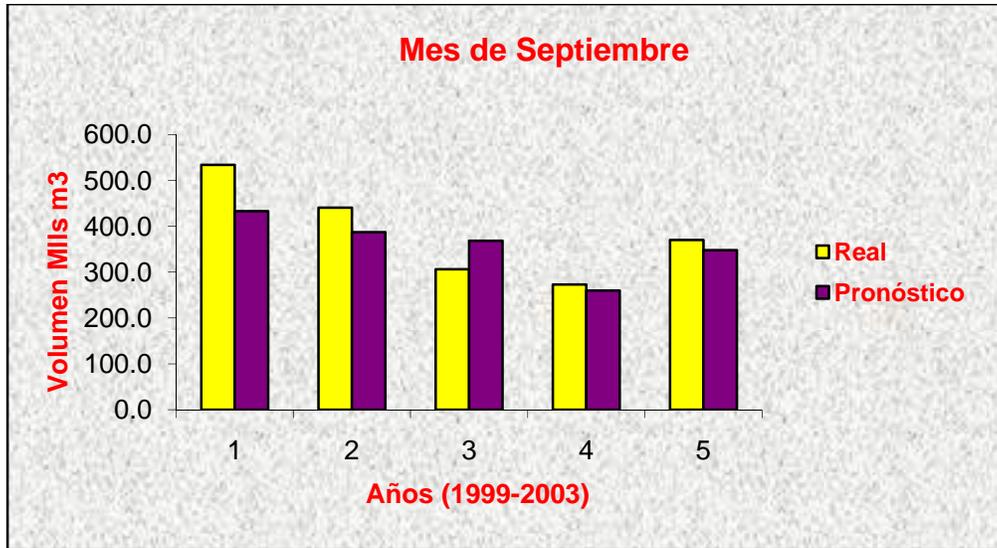


Figura 4.11. Volúmenes reales y pronosticados mediante el modelo ARIMA multiplicativo.

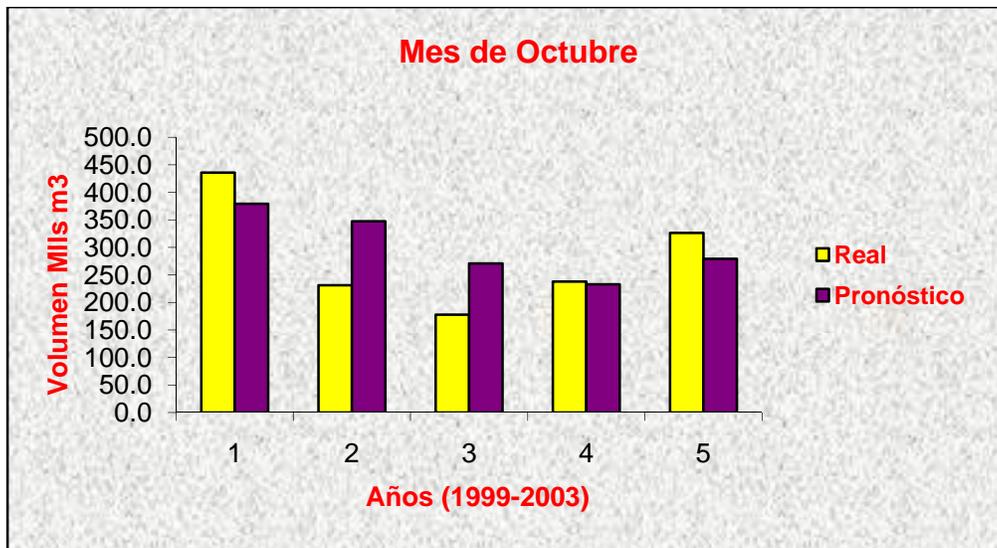


Figura 4.12. Volúmenes reales y pronosticados mediante el modelo ARIMA multiplicativo.

4.4 Análisis de la precipitación

Dentro de las fases de planeación, diseño, construcción y operación de un aprovechamiento hidráulico, como es el caso del proyecto Hidroeléctrico La Parota, es importante determinar las tendencias que presentan tanto el patrón de lluvias como el de escurrimiento, por ejemplo, si el patrón de lluvias máximas en 24 horas presentara una tendencia a crecer, el impacto directo se ve reflejado en un incremento significativo del aporte de sedimentos, lo cual genera dentro del almacenamiento una reducción en su capacidad útil. También, esta tendencia puede generar un incremento en el gasto máximo esperado, lo cual puede a su vez traducirse en problemas de inundaciones aguas arriba de la cortina, con todos los problemas económicos, sociales y ambientales que esto conlleva. Otro aspecto importante en cuanto a la precipitación, es el hecho de ser un factor vital dentro del proceso lluvia-escurrimiento. Por ello es adecuado realizar un análisis que determine las características de los períodos en déficit que se pueden presentar, los cuales pueden afectar la operación de La Parota.

Las características estadísticas de las series hidrológicas, como la media, desviación estándar y los coeficientes de correlación serial, se afectan cuando la serie presenta tendencia en la media o en la varianza, o cuando ocurren saltos negativos o positivos; tales anomalías son producidas por la pérdida de homogeneidad o consistencia. En general, la falta de homogeneidad de los datos es inducida por las actividades humanas como la deforestación, apertura de nuevas áreas al cultivo, rectificación de cauces, construcción de embalses y reforestación. También es producto de los procesos naturales súbitos, como incendios forestales, terremotos, deslizamiento de laderas y erupciones volcánicas. Las pruebas estadísticas que miden la homogeneidad de una serie de datos presentan una hipótesis nula y una regla para aceptarla o rechazarla. En este trabajo se aplicaron las técnicas de Helmert, t de Student y Cramer vistas en el Capítulo 1.

El área de estudio de la Presa Hidroeléctrica La Parota se encuentra ubicada en la región hidrológica N° 20. Dentro de su área de influencia se cuenta con información de la lámina de lluvia acumulada mensual y anual, así como las máximas en 24 horas de 26 estaciones climatológicas, cuyas características generales se presentan en la Tabla 4.11.

Con la información recolectada en cada estación climatológica se procedió a obtener la lluvia media mensual, anual y máxima en 24 h dentro de la cuenca, y cuyas características estadísticas son presentadas en la Tabla 4.12. En la Figura 4.10 se presentan gráficamente las tendencias de las series, las cuales resultaron ser no significativas desde el punto de vista estadístico al aplicarles las pruebas de homogeneidad de Helmert, t de Student y Cramer.

No.	Clave	Nombre	Longitud	Latitud
1	12003	Agua Salada	99°38'	17°11'
2	12020	Coacoyulillo	99°38'	17°18'
3	12039	El Terrero	99°21'	17°08'
4	12045	Hueycatenango	99°02'	17°27'
5	12049	Jaleaca de Catalán	99°51'	17°24'
6	12050	La Parota	99°37'	16°56'
7	12051	La Venta	99°34'	17°07'
8	12056	Llano Grande	98°55'	17°09'
9	12057	Malinaltepec	98°40'	17°14'
10	12059	Nancintla	99°04'	17°19'
11	12062	Palo Blanco	99°27'	17°24'
12	12075	San Vicente	99°40'	17°30'
13	12076	Santa Barbara	99°52'	17°18'
14	12088	Tlacoapa	98°45'	17°16'
15	12095	Xialtianguis	99°43'	17°06'
16	12096	Colotlipa	99°09'	17°25'
17	12097	Rancho Viejo	99°18'	17°11'
18	12111	Chilpancingo	99°30'	17°33'
19	12120	San Cristobal	99°28'	18°09'
20	12134	Chilpancingo Los Bravos	99°30'	17°35'
21	12156	El Ocotito	99°31'	17°14'
22	12188	Nexpa	99°29'	17°00'
23	12192	Coapango	99°41'	17°29'
24	12198	Petaquillas	99°26'	17°30'
25	12450	El Puente	99°25'	17°08'
26	12500	Coaxtlahuacan	99°19'	17°19'

Tabla4.11. Estaciones climatológicas empleadas para el análisis de la precipitación en el proyecto hidroeléctrico La Parota.

Estadísticos	Ene	Feb	Mar	Abr	May	Jun	Jul	Ago	Sep	Oct	Nov	Dic	Anual	24h
Tamaño(años)	58	58	58	58	58	58	58	58	58	58	58	58	58	58
Media (mm)	13	5.1	3.5	11	59.9	241	291	276	295	135	29	11	1370	84
Desv. Std.(mm)	25	8.4	6.6	16	40.2	74.3	76.6	71.2	94.1	71	40	13	242.8	26
C. asimetría	3.3	2.7	2.7	2.5	1	0.1	1.2	0.5	1.2	1	4.2	2.2	0.1	1.8
C. curtosis	16	12	11.1	11	4.8	2.8	7.5	4.8	5.7	5	23	9.3	3.2	7.7
C. variación	1.9	16	1.9	1.4	0.7	0.3	0.3	0.2	0.3	0.5	1.3	1.2	0.2	0.3

Tabla4.12. Estadísticos de la lluvia mensual, anual y máxima en24h en la cuenca La Parota.

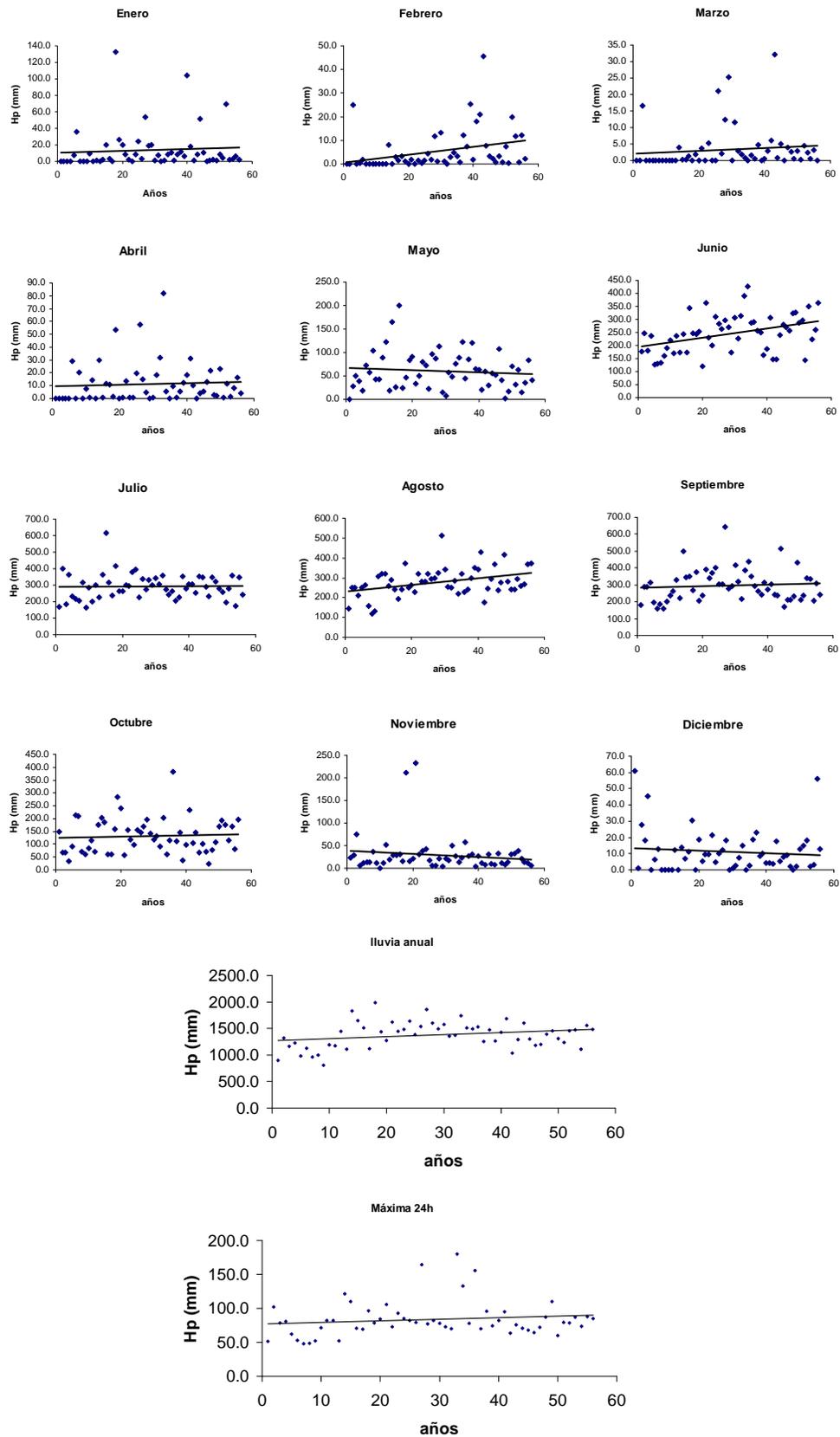


Figura 4.13. Tendencias de la serie promedio de lluvia en la cuenca La Parota.

El ciclo hidrológico produce variaciones importantes en la disponibilidad del agua, uno de esos efectos es la disminución temporal de la lluvia con respecto a las condiciones medias o normales. Este déficit es considerado como un período de sequía.

Para determinar la lámina de lluvia anual disponible descontando el posible déficit se puede emplear la técnica de las secuencias de una serie de tiempo (Salas *et al*, 1988, Escalante y Reyes, 2004).

Se considera que una sequía meteorológica se presenta cuando la lámina de lluvia en cualquier año es menor que el promedio a largo plazo (X_o). Bajo esta definición, es posible determinar las componentes que caracterizan a una sequía: duración (D), severidad o déficit (S) e intensidad o valor promedio del déficit (I) (Figura4.14).

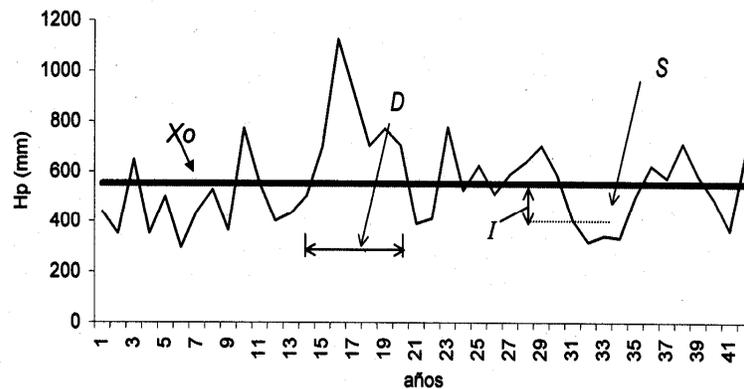


Figura4.14. Características que definen una sequía meteorológica a través de una serie de tiempo.

Para el análisis de las sequías meteorológicas de la región, se procedió a dividir a la cuenca dentro de subcuencas, cada una de ellas definidas por el área drenada hasta cierta estación hidrométrica (El Puente, Agua Salada, La Parota). La denominada Parota Parcial, representa el área delimitada por las estaciones El Puente y Agua Salada hasta La Parota. Los resultados generales del análisis se presentan en las Tablas 4.13 a 4.15.

Subcuenca	Estadísticos de la lluvia promedio						Lluvia mínima anual para diferentes períodos de retorno (Tr)					
	Media X_o (mm)	Mediana (mm)	DesvStd S (mm)	Coeficientes			2 años H_p (mm)	5 años H_p (mm)	10 años H_p (mm)	20 años H_p (mm)	50 años H_p (mm)	100 años H_p (mm)
				g	k	C_v						
EL PUENTE	1372.4	1393.8	243.1	0.1	3.8	0.2	1390.0	1221.0	1107.0	992.0	833.0	701.0
AGUA SALADA	1492.7	1514.7	242.4	0.1	2.8	0.2	1490.0	1298.0	1171.0	1044.0	869.0	730.0
PAROTA PARCIAL	1214.7	1192.3	223.2	0.1	2.2	0.2	1192.0	1013.0	940.0	874.0	790.0	726.0
CUENCA LA												
PAROTA	1369.7	1385.3	242.9	0.1	3.2	0.2	1376.0	1156.0	1049.0	931.0	750.0	602.0

Tabla4.13. Estadísticos de la lluvia promedio y lámina de lluvia mínima anual esperada para diferentes períodos de retorno en la cuenca y subcuencas de La Parota.

Subcuenca	Características promedio de la sequía meteorológica								
	Periodicidad	DesvStdPe	Duración	DesvStdD	Severidad	DesvStdS	Intensidad	% de IS	lluvia
	$PerS$ (años)	rS (años)	DS (años)	S (años)	SS (mm)	S (mm)	IS (mm/año)	respecto a X_o	disponible $H_p disp S$ (mm)
EL PUENTE	4.6	2.8	2.1	2.6	421.2	825.8	200.5	14	1171.9
AGUA SALADA	4	1.4	1.8	0.7	397.3	227.9	220.7	14	1272
PAROTA PARCIAL	4.3	1.3	2	1	384	229.2	192	15	1022.7
CUENCA LA									
PAROTA	5	3.2	2.3	2.6	474	837.9	206	15	1163.7

Tabla 4.14 Características promedio de la sequía meteorológica en la cuenca y subcuencas de La Parota.

Subcuenca	Características máximas de la sequía meteorológica						
	Severidad	Duración	$I^*=Smáx/Dmáx$	% de I^*	Intensidad	Duración I	% de I
	$S máx$ (mm)	$D máx$ (años)	I^* (mm/año)	respecto a X_o	$I máx$ (mm/año)	$D I máx$ (años)	respecto a X_o
EL PUENTE	3253.7	11	295.7	21	295.7	11	21
AGUA SALADA	862.8	3	287.6	19	442.6	1	29
PAROTA PARCIAL	766.9	4	191.7	15	403.3	1	33
CUENCA LA							
PAROTA	3224.2	11	293.1	21	293.1	11	21

Tabla4.15. Características máximas de la sequía meteorológica en la cuenca y subcuencas de La Parota

4.5 Determinación del Hidrograma adimensional para la estación La Parota

En este apartado se definirá un hidrograma adimensional que describa el comportamiento de los escurrimientos registrados en la estación hidrométrica La Parota.

En primer lugar se tiene que definir el escurrimiento base para el río Papagayo en la estación La Parota, para esto es necesario analizar los hidrogramas anuales considerando el gasto medio diario para cada día y cada año, obteniendo de esta forma los hidrogramas anuales para cada año de registro los cuales de forma general se muestran en la Figura 4.15

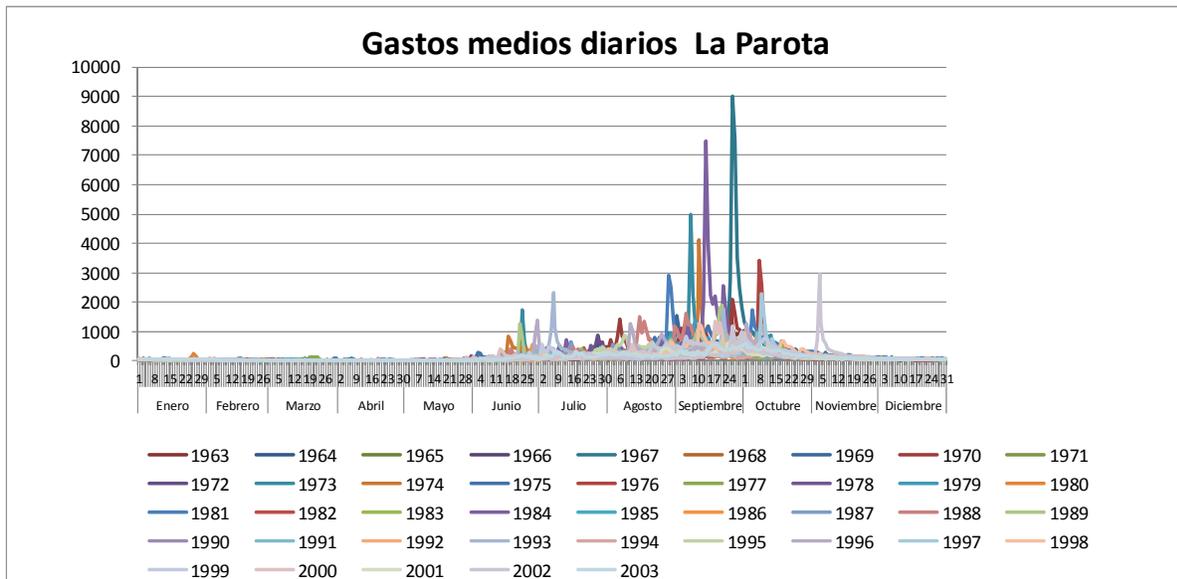


Figura 4.15. Hidrogramas anuales para cada año de registro estación hidrométrica La Parota.

Con la información de los gastos medios diarios registrados en el período 1962-2003 es posible definir las características promedio anual, mensual y diario. Su representación gráfica se muestra en las Figuras 4.16 y 4.17. En ellas se define una temporada de lluvias entre junio y noviembre así como una temporada de estiaje entre diciembre y mayo. El gasto mínimo para año promedio se presenta el 28 de abril $Q = 19 \text{ m}^3/\text{seg}$. Siendo el punto final de la curva de vaciado de la cuenca.

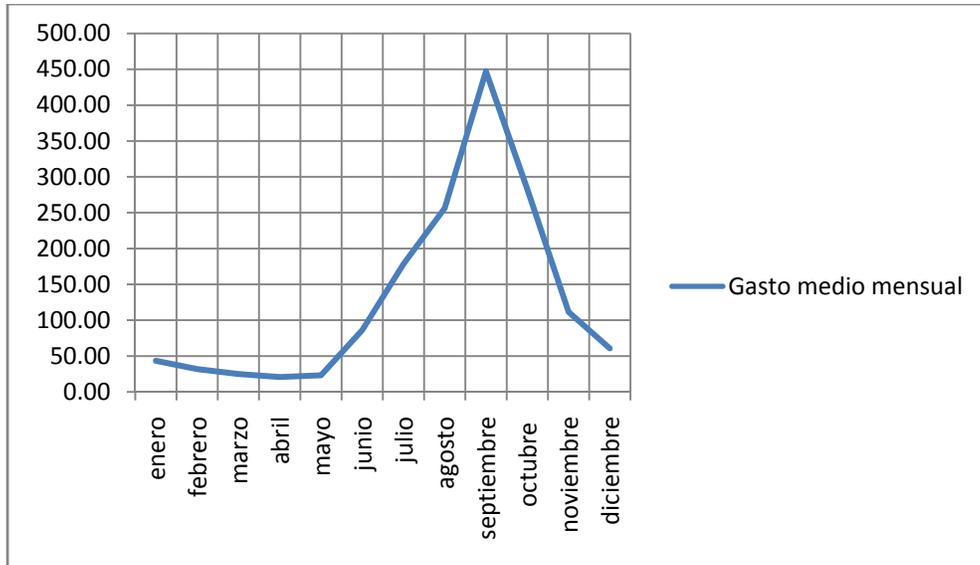


Figura4.16. Hidrograma anual con gastos medios mensuales en el sitio de la estación hidrométrica La Parota.

Para obtener el escurrimiento base del río aplicamos el criterio del percentil 90, considerando la totalidad de los gastos medios diarios de todos los años de registro teniendo en este caso el valor de $Q = 19.7 \text{ m}^3/\text{seg}$. Valor que de aquí en adelante se considerará como el escurrimiento base para la estación hidrométrica La Parota.

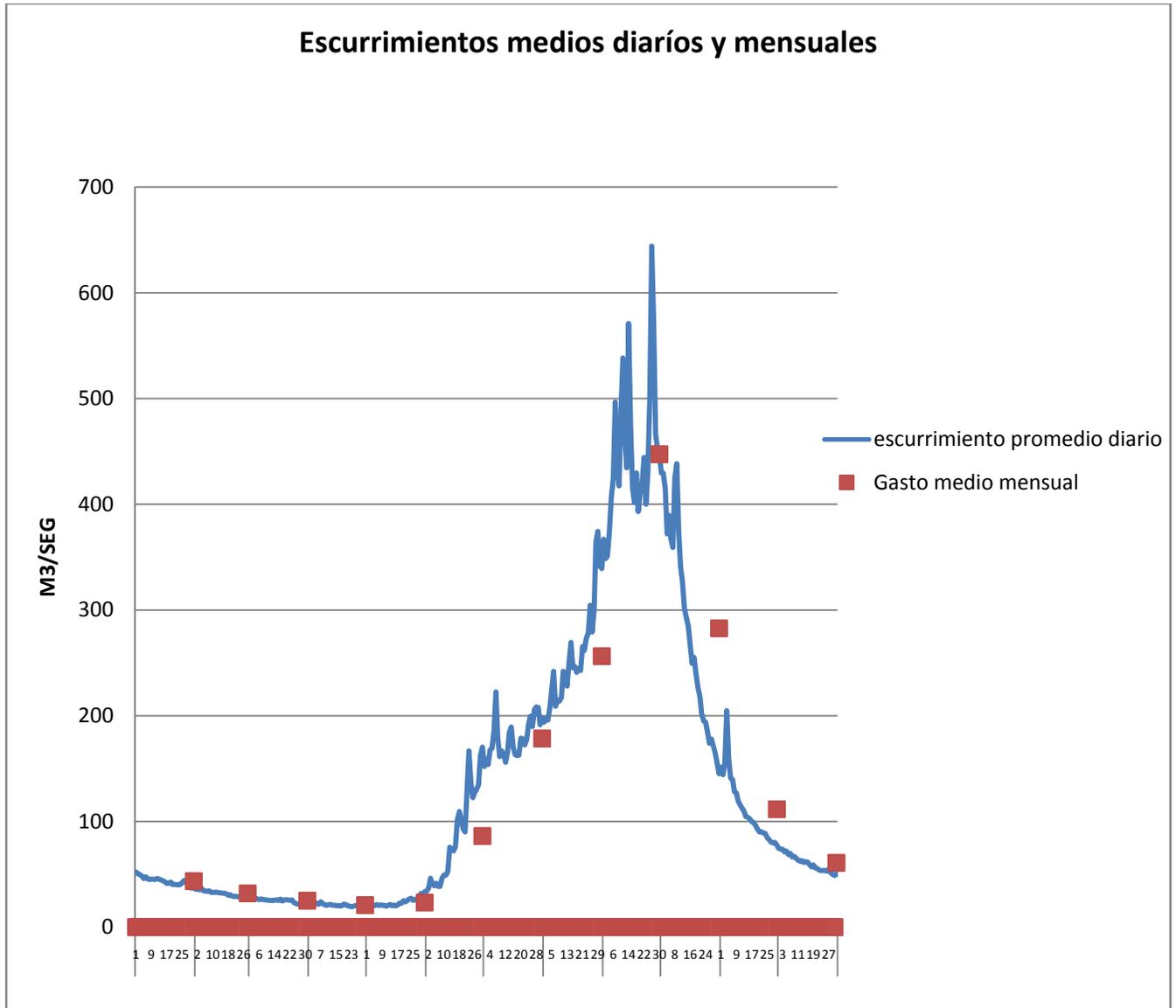


Figura4.17. Hidrograma medio anual en el sitio de la estación hidrométrica La Parota.

La construcción de hidrogramas para diferentes períodos de retorno se basará en la técnica de mayoración de avenidas. Para el caso de la estación hidrométrica de La Parota se empleará el hidrograma de la avenida registrada en 1967. En la Figura 4.18 se presenta el hidrograma adimensional resultante. Los valores discretizados para cada hora se muestran en la Tabla 4.16.

Para los casos de las cuencas Aguas Salada y el Puente se procedió de la misma manera, los resultados se muestran en las Figuras 4.19 y 4.20, además de las Tablas 4.17 y 4.18.

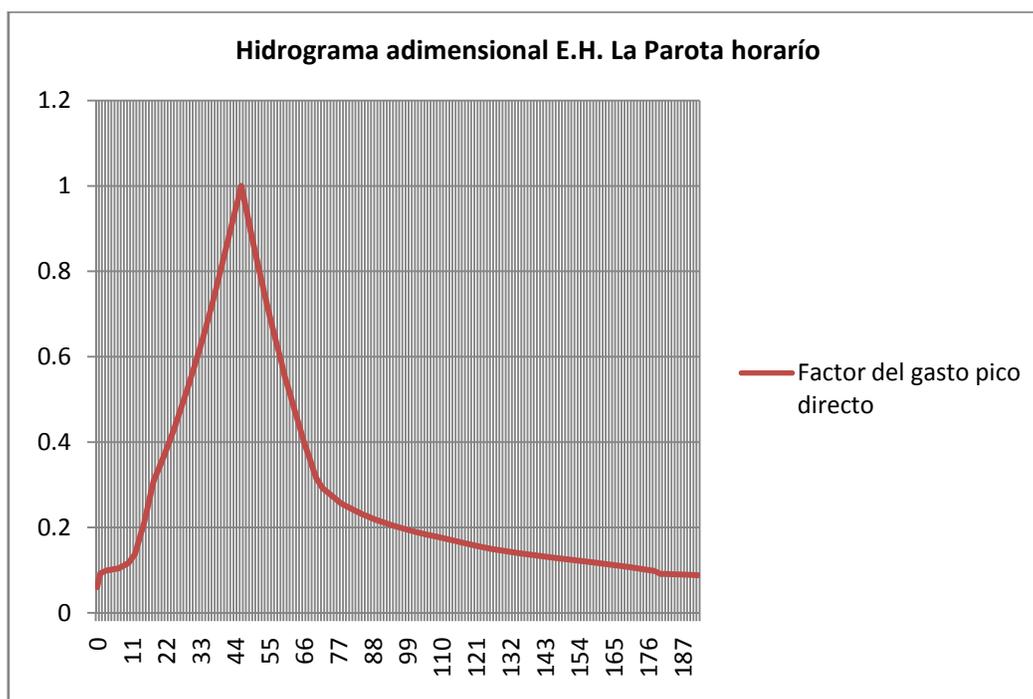


Figura 4.18. Hidrograma adimensional en el sitio de la estación hidrométrica La Parota.

hora	QE	hora	QE	hora	QE
0	0.06013434	65	0.42668261	130	0.14515264
1	0.09266984	66	0.40150336	131	0.14404175
2	0.0957488	67	0.37992698	132	0.14293086
3	0.09926638	68	0.35835061	133	0.14184577
4	0.1005629	69	0.33677423	134	0.14076068
5	0.10185942	70	0.31519785	135	0.13967559
6	0.10315593	71	0.30362595	136	0.1385905
7	0.10445245	72	0.29205405	137	0.13750541
8	0.10860647	73	0.28601796	138	0.13642032
9	0.11276049	74	0.27998188	139	0.13543414
10	0.1169145	75	0.2739458	140	0.13444795
11	0.12666741	76	0.26790972	141	0.13346177
12	0.13642032	77	0.26187364	142	0.13247558
13	0.16147916	78	0.25583755	143	0.1314894
14	0.186538	79	0.25206482	144	0.13050321
15	0.21159685	80	0.24829209	145	0.12968617
16	0.24383133	81	0.24451936	146	0.12886913
17	0.27606581	82	0.24074663	147	0.12805208
18	0.30830029	83	0.2369739	148	0.12723504
19	0.32601292	84	0.23320117	149	0.126418
20	0.34372554	85	0.23017238	150	0.12560096
21	0.36143817	86	0.22714359	151	0.12465491
22	0.37915079	87	0.2241148	152	0.12370886
23	0.39941345	88	0.22108601	153	0.12276281
24	0.41967611	89	0.21805722	154	0.12181676
25	0.4405408	90	0.21502842	155	0.12087071
26	0.46140549	91	0.21267477	156	0.11992466
27	0.48397091	92	0.21032111	157	0.11913915
28	0.50653634	93	0.20796746	158	0.11835364
29	0.52910177	94	0.2056138	159	0.11756814
30	0.5516672	95	0.20326014	160	0.11678263
31	0.57598067	96	0.20090649	161	0.11599712
32	0.60029414	97	0.19889972	162	0.11521161
33	0.6246076	98	0.19689294	163	0.11416666
34	0.64892107	99	0.19488617	164	0.1131217
35	0.67522125	100	0.1928794	165	0.11207675
36	0.70152142	101	0.19087263	166	0.1110318
37	0.73100949	102	0.18886586	167	0.10998684
38	0.76049756	103	0.1871816	168	0.10894189
39	0.78998564	104	0.18549735	169	0.1079256
40	0.81947371	105	0.1838131	170	0.10690931
41	0.84896178	106	0.18212884	171	0.10589303
42	0.87844986	107	0.18044459	172	0.10487674
43	0.90883739	108	0.17876033	173	0.10386045
44	0.93922493	109	0.17720652	174	0.10284417
45	0.96961246	110	0.1756527	175	0.10165301
46	1	111	0.17409889	176	0.10046184
47	0.96614863	112	0.17254507	177	0.09927068
48	0.93229727	113	0.17099126	178	0.09807952
49	0.89619688	114	0.16943744	179	0.09461354
50	0.8600965	115	0.16759408	180	0.09114756
51	0.82721913	116	0.16575072	181	0.09095835
52	0.79434176	117	0.16390736	182	0.09076914
53	0.7614644	118	0.16206399	183	0.09057993
54	0.72858703	119	0.16022063	184	0.09039072
55	0.69925233	120	0.15837727	186	0.0900123
56	0.66991764	121	0.15691376	186	0.0900123
57	0.64058294	122	0.15545025	187	0.08970125
58	0.61124824	123	0.15398674	188	0.0893902
59	0.58191354	124	0.15252323	189	0.08907915
60	0.55257884	125	0.15105972	190	0.0887681
61	0.5273996	126	0.14959621	191	0.08845705
62	0.50222035	127	0.14848532	192	0.088146
63	0.4770411	128	0.14737443		
64	0.45186185	129	0.14626353		

Tabla4.16. Hidrograma adimensional en la estación hidrométrica La Parota.

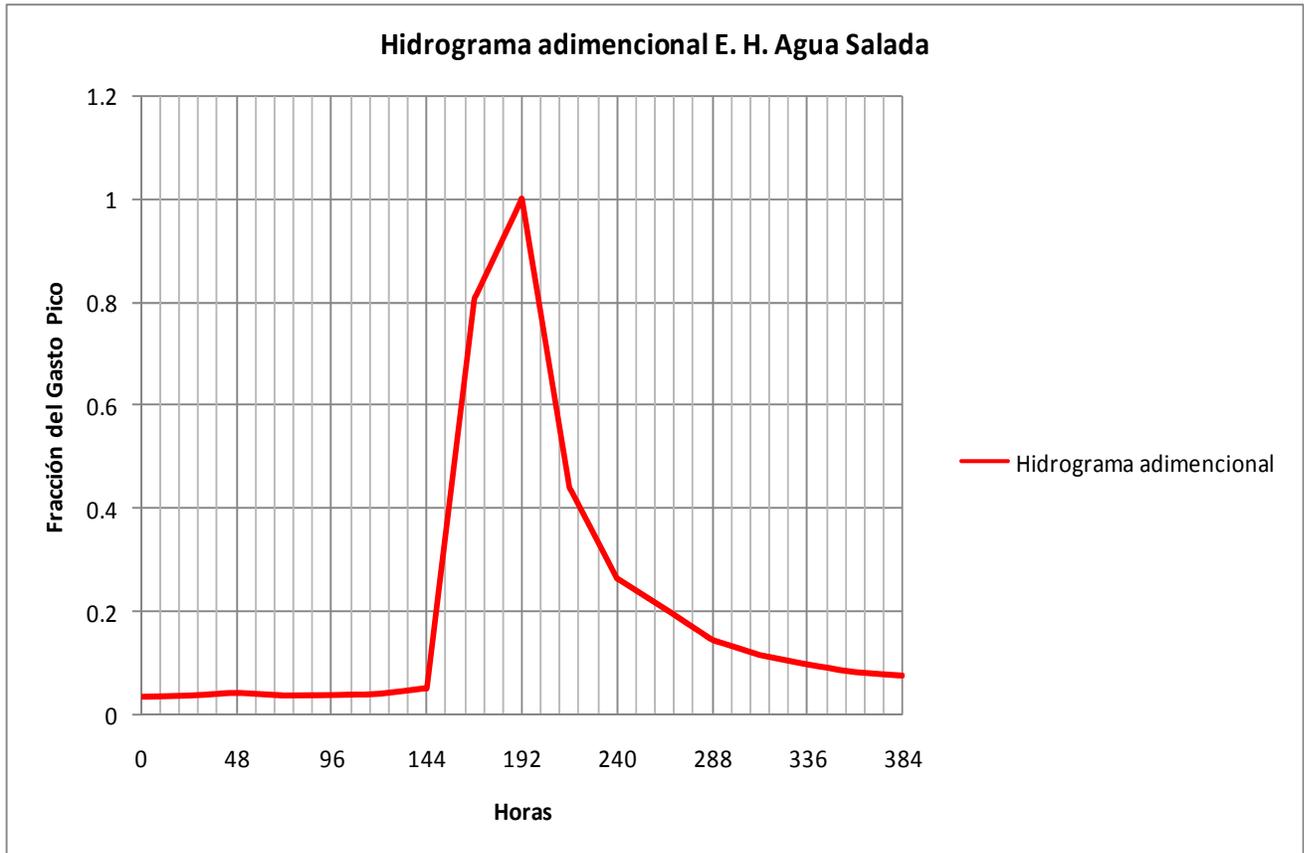


Figura 4.19. Hidrograma adimensional en el sitio de la estación hidrométrica Agua Salada.

Hora	Q Adim.						
0	0.03425016	25	0.03671415	49	0.04194772	73	0.03677145
1	0.03434294	26	0.03695154	50	0.04172124	74	0.03680419
2	0.03443571	27	0.03718893	51	0.04149476	75	0.03683694
3	0.03452849	28	0.03742633	52	0.04126828	76	0.03686968
4	0.03462126	29	0.03766372	53	0.04104418	77	0.03690242
5	0.03471404	30	0.03790111	54	0.04081532	78	0.03693517
6	0.03480681	31	0.03813851	55	0.04058885	79	0.03696791
7	0.03489959	32	0.0383759	56	0.04036237	80	0.03700065
8	0.03499236	33	0.03861329	57	0.04013589	81	0.03703334
9	0.03508513	34	0.03885069	58	0.03990941	82	0.03706614
10	0.03517791	35	0.03908808	59	0.03968293	83	0.03709889
11	0.03527068	36	0.03932547	60	0.03945645	84	0.03713163
12	0.03536346	37	0.03956287	61	0.03922997	85	0.03716437
13	0.03545623	38	0.03980026	62	0.03900349	86	0.03719712
14	0.03554901	39	0.04003766	63	0.03877701	87	0.03722986
15	0.03564178	40	0.04027505	64	0.03855053	88	0.03726261
16	0.03573456	41	0.04051244	65	0.03832406	89	0.03729535
17	0.03582733	42	0.04074984	66	0.03809758	90	0.03732809
18	0.0359201	43	0.04098723	67	0.0378711	91	0.03736084
19	0.03601288	44	0.04122462	68	0.03764462	92	0.03739358
20	0.03610565	45	0.04146202	69	0.03741814	93	0.03742633
21	0.03619843	46	0.04169941	70	0.03719166	94	0.03745907
22	0.0362912	47	0.0419368	71	0.03696518	95	0.03749181
23	0.03638398	48	0.0421742	72	0.0367387	96	0.03752456
24	0.03647675						

Hora	Q Adim.						
97	0.0376146	121	0.04016317	145	0.08257749	169	0.81360511
98	0.03770465	122	0.04064069	146	0.11400895	170	0.82170923
99	0.0377947	123	0.04111821	147	0.14544041	171	0.82981336
100	0.03788474	124	0.04159572	148	0.17687186	172	0.83791749
101	0.03797479	125	0.04207324	149	0.20830332	173	0.84602161
102	0.03806483	126	0.04255075	150	0.23973477	174	0.85412574
103	0.03815488	127	0.04302827	151	0.27116623	175	0.86222986
104	0.03824492	128	0.04350578	152	0.30259769	176	0.87033399
105	0.03833497	129	0.0439833	153	0.33402914	177	0.87843811
106	0.03842502	130	0.04446082	154	0.3654606	178	0.88654224
107	0.03851506	131	0.04493833	155	0.39689205	179	0.89464637
108	0.03860511	132	0.04541585	156	0.42832351	180	0.90275049
109	0.03869515	133	0.04589336	157	0.45975497	181	0.91085462
110	0.0387852	134	0.04637088	158	0.49118642	182	0.91895874
111	0.03887525	135	0.0468484	159	0.52261788	183	0.92706287
112	0.03896529	136	0.04732591	160	0.55404933	184	0.93516699
113	0.03905534	137	0.04780343	161	0.58548079	185	0.94327112
114	0.03914538	138	0.04828094	162	0.61691225	186	0.95137525
115	0.03923543	139	0.04875846	163	0.6483437	187	0.95947937
116	0.03932547	140	0.04923597	164	0.67977516	188	0.9675835
117	0.03941552	141	0.04971349	165	0.71120661	189	0.97568762
118	0.03950557	142	0.05019101	166	0.74263807	190	0.98379175
119	0.03959561	143	0.05066852	167	0.77406953	191	0.99189587
120	0.03968566	144	0.05114604	168	0.80550098	192	1

Tabla4.17. Hidrograma adimensional en el sitio de la estación hidrométrica Agua Salada.

Hora	Q Adim.						
193	0.97669723	217	0.43336608	241	0.26148767	265	0.2030943
194	0.95339446	218	0.42599869	242	0.25905916	266	0.20055665
195	0.93009168	219	0.4186313	243	0.25663065	267	0.19801899
196	0.90678891	220	0.41126392	244	0.25420214	268	0.19548134
197	0.88348614	221	0.40389653	245	0.25177363	269	0.19294368
198	0.86018337	222	0.39652914	246	0.24934512	270	0.19040602
199	0.83688059	223	0.38916176	247	0.24691661	271	0.18786837
200	0.81357782	224	0.38179437	248	0.2444881	272	0.18533071
201	0.79027505	225	0.37442698	249	0.24205959	273	0.18279306
202	0.76697228	226	0.36705959	250	0.23963108	274	0.1802554
203	0.7436695	227	0.35969221	251	0.23720258	275	0.17771775
204	0.72036673	228	0.35232482	252	0.23477407	276	0.17518009
205	0.69706396	229	0.34495743	253	0.23234556	277	0.17264244
206	0.67376119	230	0.33759005	254	0.22991705	278	0.17010478
207	0.65045842	231	0.33022266	255	0.22748854	279	0.16756713
208	0.62715564	232	0.32285527	256	0.22506003	280	0.16502947
209	0.60385287	233	0.31548788	257	0.22263152	281	0.16249181
210	0.5805501	234	0.3081205	258	0.22020301	282	0.15995416
211	0.55724733	235	0.30075311	259	0.2177745	283	0.1574165
212	0.53394455	236	0.29338572	260	0.21534599	284	0.15487885
213	0.51064178	237	0.28601834	261	0.21291749	285	0.15234119
214	0.48733901	238	0.27865095	262	0.21048898	286	0.14980354
215	0.46403624	239	0.27128356	263	0.20806047	287	0.14726588
216	0.44073346	240	0.26391618	264	0.20563196	288	0.14472823

Hora	Q Adim.						
289	0.14350033	313	0.11449465	337	0.09629448	361	0.08158699
290	0.14227243	314	0.11373063	338	0.09566688	362	0.08131412
291	0.14104453	315	0.1129666	339	0.09503929	363	0.08104126
292	0.13981663	316	0.11220258	340	0.0944117	364	0.08076839
293	0.13858874	317	0.11143855	341	0.09378411	365	0.08049552
294	0.13736084	318	0.11067453	342	0.09315652	366	0.08022266
295	0.13613294	319	0.1099105	343	0.09252892	367	0.07994979
296	0.13490504	320	0.10914647	344	0.09190133	368	0.07967693
297	0.13367714	321	0.10838245	345	0.09127374	369	0.07940406
298	0.13244925	322	0.10761842	346	0.09064615	370	0.07913119
299	0.13122135	323	0.1068544	347	0.09001855	371	0.07885833
300	0.12999345	324	0.10609037	348	0.08939096	372	0.07858546
301	0.12876555	325	0.10532635	349	0.08876337	373	0.0783126
302	0.12753766	326	0.10456232	350	0.08813578	374	0.07803973
303	0.12630976	327	0.1037983	351	0.08750819	375	0.07776686
304	0.12508186	328	0.10303427	352	0.08688059	376	0.077494
305	0.12385396	329	0.10227025	353	0.086253	377	0.07722113
306	0.12262606	330	0.10150622	354	0.08562541	378	0.07694826
307	0.12139817	331	0.1007422	355	0.08499782	379	0.0766754
308	0.12017027	332	0.09997817	356	0.08437022	380	0.07640253
309	0.11894237	333	0.09921415	357	0.08374263	381	0.07612967
310	0.11771447	334	0.09845012	358	0.08311504	382	0.0758568
311	0.11648657	335	0.09768609	359	0.08248745	383	0.07558393
312	0.11525868	336	0.09692207	360	0.08185986	384	0.07531107

Tabla4.17. Hidrograma adimensional en el sitio de la estación hidrométrica Agua Salada(Continuación).

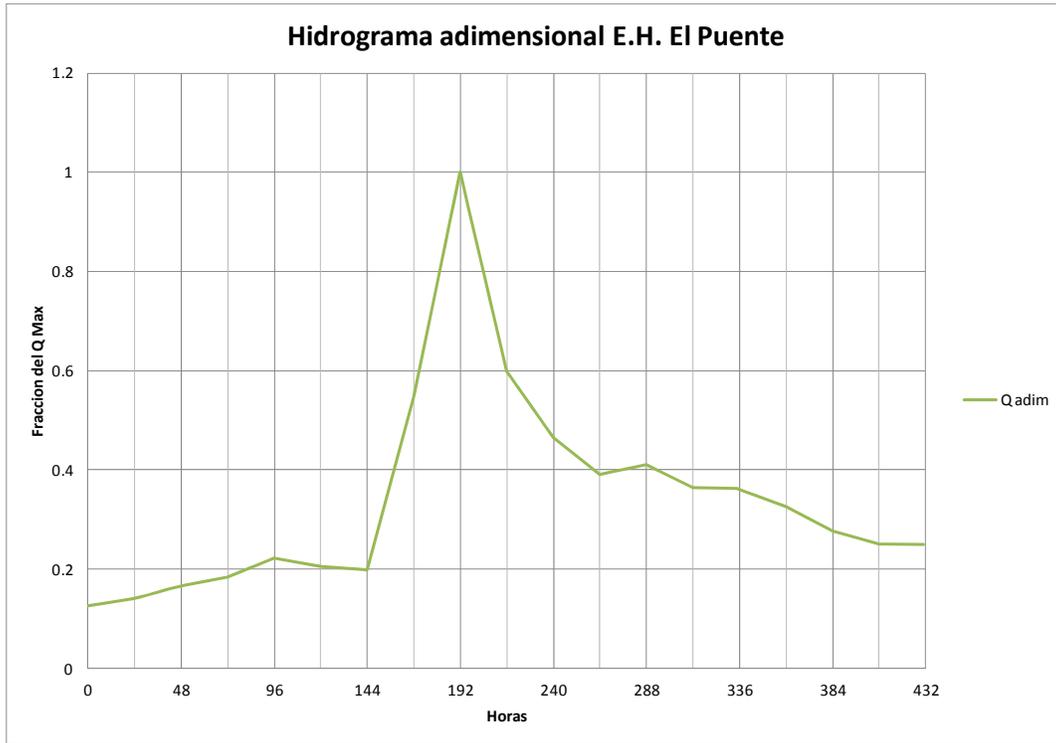


Figura 4.20. Hidrograma adimensional en el sitio de la estación hidrométrica El Puente.

Completando la serie como se explicó en los párrafos anteriores, se obtuvo el hidrograma instantáneo directo asociado a la tormenta con el gasto máximo histórico en la Estación Hidrométrica El Puente, la Tabla 4.18 muestra los valores discretizados para cada hora:

Hora	Adim	Hora	Adim	Hora	Adim	Hora	Adim
0	0.12668186	25	0.14244602	49	0.03118675	73	0.04646189
1	0.12729445	26	0.14350785	50	0.03182322	74	0.04709836
2	0.12790705	27	0.14456969	51	0.03245968	75	0.04773482
3	0.12851965	28	0.14563152	52	0.03309614	76	0.04837129
4	0.12913224	29	0.14669336	53	0.03373261	77	0.04900775
5	0.12974484	30	0.14775519	54	0.03436907	78	0.04964422
6	0.13035744	31	0.14881702	55	0.03500554	79	0.05028068
7	0.13097004	32	0.14987886	56	0.035642	80	0.05091715
8	0.13158263	33	0.15094069	57	0.03627847	81	0.05155361
9	0.13219523	34	0.15200253	58	0.03691493	82	0.05219007
10	0.13280783	35	0.15306436	59	0.03755139	83	0.05282654
11	0.13342042	36	0.1541262	60	0.03818786	84	0.053463
12	0.13403302	37	0.15518803	61	0.03882432	85	0.05409947
13	0.13464562	38	0.15624987	62	0.03946079	86	0.05473593
14	0.13525821	39	0.1573117	63	0.04009725	87	0.0553724
15	0.13587081	40	0.15837354	64	0.04073372	88	0.05600886
16	0.13648341	41	0.15943537	65	0.04137018	89	0.05664532
17	0.137096	42	0.16049721	66	0.04200664	90	0.05728179
18	0.1377086	43	0.16155904	67	0.04264311	91	0.05791825
19	0.1383212	44	0.16262088	68	0.04327957	92	0.05855472
20	0.13893379	45	0.16368271	69	0.04391604	93	0.05919118
21	0.13954639	46	0.16474454	70	0.0445525	94	0.05982765
22	0.14015899	47	0.16580638	71	0.04518897	95	0.06046411
23	0.14077159	48	0.16686821	72	0.04582543	96	0.06110057
24	0.14138418						

Hora	Adim	Hora	Adim	Hora	Adim	Hora	Adim
97	0.22204277	121	0.07701218	145	0.21367062	169	0.56509704
98	0.2213485	122	0.07764865	146	0.2281279	170	0.58400586
99	0.22065422	123	0.07828511	147	0.24258519	171	0.60291469
100	0.21995995	124	0.07892157	148	0.25704248	172	0.62182351
101	0.21926567	125	0.07955804	149	0.27149976	173	0.64073234
102	0.21857139	126	0.0801945	150	0.28595705	174	0.65964116
103	0.21787712	127	0.08083097	151	0.30041434	175	0.67854999
104	0.21718284	128	0.08146743	152	0.31487163	176	0.69745881
105	0.21648856	129	0.0821039	153	0.32932891	177	0.71636763
106	0.21579429	130	0.08274036	154	0.3437862	178	0.73527646
107	0.21510001	131	0.08337683	155	0.35824349	179	0.75418528
108	0.21440573	132	0.08401329	156	0.37270077	180	0.77309411
109	0.21371146	133	0.08464975	157	0.38715806	181	0.79200293
110	0.21301718	134	0.08528622	158	0.40161535	182	0.81091176
111	0.2123229	135	0.08592268	159	0.41607263	183	0.82982058
112	0.21162863	136	0.08655915	160	0.43052992	184	0.84872941
113	0.21093435	137	0.08719561	161	0.44498721	185	0.86763823
114	0.21024007	138	0.08783208	162	0.45944449	186	0.88654705
115	0.2095458	139	0.08846854	163	0.47390178	187	0.90545588
116	0.20885152	140	0.089105	164	0.48835907	188	0.9243647
117	0.20815724	141	0.08974147	165	0.50281635	189	0.94327353
118	0.20746297	142	0.09037793	166	0.51727364	190	0.96218235
119	0.20676869	143	0.0910144	167	0.53173093	191	0.98109118
120	0.20607442	144	0.09165086	168	0.54618822	192	1

Tabla4.18. Hidrograma adimensional en el sitio de la estación hidrométrica El Puente

Hora	Adim	Hora	Adim	Hora	Adim	Hora	Adim
193	0.98329652	217	0.59356238	241	0.46271168	265	0.39214051
194	0.96659305	218	0.58800816	242	0.45960785	266	0.39295731
195	0.94988957	219	0.58245395	243	0.45650403	267	0.39377411
196	0.9331861	220	0.57689974	244	0.4534002	268	0.3945909
197	0.91648262	221	0.57134553	245	0.45029638	269	0.3954077
198	0.89977915	222	0.56579132	246	0.44719256	270	0.39622449
199	0.88307567	223	0.5602371	247	0.44408873	271	0.39704129
200	0.8663722	224	0.55468289	248	0.44098491	272	0.39785809
201	0.84966872	225	0.54912868	249	0.43788108	273	0.39867488
202	0.83296524	226	0.54357447	250	0.43477726	274	0.39949168
203	0.81626177	227	0.53802026	251	0.43167343	275	0.40030847
204	0.79955829	228	0.53246604	252	0.42856961	276	0.40112527
205	0.78285482	229	0.52691183	253	0.42546579	277	0.40194206
206	0.76615134	230	0.52135762	254	0.42236196	278	0.40275886
207	0.74944787	231	0.51580341	255	0.41925814	279	0.40357566
208	0.73274439	232	0.5102492	256	0.41615431	280	0.40439245
209	0.71604092	233	0.50469499	257	0.41305049	281	0.40520925
210	0.69933744	234	0.49914077	258	0.40994666	282	0.40602604
211	0.68263397	235	0.49358656	259	0.40684284	283	0.40684284
212	0.66593049	236	0.48803235	260	0.40373902	284	0.40765964
213	0.64922701	237	0.48247814	261	0.40063519	285	0.40847643
214	0.63252354	238	0.47692393	262	0.39753137	286	0.40929323
215	0.61582006	239	0.47136971	263	0.39442754	287	0.41011002
216	0.59911659	240	0.4658155	264	0.39132372	288	0.41092682
289	0.40900735	313	0.36477785	337	0.35950952	361	0.3245915
290	0.40708788	314	0.36469617	338	0.35808013	362	0.32254951
291	0.40516841	315	0.36461449	339	0.35665073	363	0.32050752
292	0.40324894	316	0.36453281	340	0.35522134	364	0.31846553
293	0.40132947	317	0.36445113	341	0.35379195	365	0.31642354
294	0.39941	318	0.36436945	342	0.35236256	366	0.31438155
295	0.39749053	319	0.36428778	343	0.35093316	367	0.31233956
296	0.39557106	320	0.3642061	344	0.34950377	368	0.31029757
297	0.39365159	321	0.36412442	345	0.34807438	369	0.30825558
298	0.39173212	322	0.36404274	346	0.34664498	370	0.30621359
299	0.38981265	323	0.36396106	347	0.34521559	371	0.3041716
300	0.38789318	324	0.36387938	348	0.3437862	372	0.30212961
301	0.38597371	325	0.3637977	349	0.34235681	373	0.30008762
302	0.38405424	326	0.36371602	350	0.34092741	374	0.29804563
303	0.38213476	327	0.36363434	351	0.33949802	375	0.29600364
304	0.38021529	328	0.36355266	352	0.33806863	376	0.29396165
305	0.37829582	329	0.36347098	353	0.33663924	377	0.29191966
306	0.37637635	330	0.3633893	354	0.33520984	378	0.28987767
307	0.37445688	331	0.36330762	355	0.33378045	379	0.28783568
308	0.37253741	332	0.36322594	356	0.33235106	380	0.28579369
309	0.37061794	333	0.36314426	357	0.33092166	381	0.2837517
310	0.36869847	334	0.36306258	358	0.32949227	382	0.28170971
311	0.366779	335	0.3629809	359	0.32806288	383	0.27966772
312	0.36485953	336	0.36093891	360	0.32663349	384	0.27762573

Tabla 4.18. Hidrograma adimensional en el sitio de la estación hidrométrica El Puente (continuación).

Hora	Adim		Hora	Adim
385	0.27652306		409	0.25112071
386	0.27542038		410	0.25107987
387	0.27431771		411	0.25103903
388	0.27321504		412	0.25099819
389	0.27211236		413	0.25095735
390	0.27100969		414	0.25091651
391	0.26990701		415	0.25087567
392	0.26880434		416	0.25083483
393	0.26770166		417	0.25079399
394	0.26659899		418	0.25075315
395	0.26549631		419	0.25071231
396	0.26439364		420	0.25067147
397	0.26329097		421	0.25063063
398	0.26218829		422	0.25058979
399	0.26108562		423	0.25054895
400	0.25998294		424	0.25050811
401	0.25888027		425	0.25046727
402	0.25777759		426	0.25042643
403	0.25667492		427	0.25038559
404	0.25557225		428	0.25034475
405	0.25446957		429	0.25030391
406	0.2533669		430	0.25026307
407	0.25226422		431	0.25022223
408	0.25116155		432	0.25018139

Tabla4.18. Hidrograma adimensional en el sitio de la estación hidrométrica El Puente (continuación).

Con los gastos máximos asociados a diferentes períodos de retorno para el mejor ajuste de las Tablas 4.4, 4.5 y 4.6 en las estaciones hidrométricas La Parota, Agua Salada y El Puente, utilizando los hidrogramas adimensionales de las Tablas 4.16, 4.17 y 4.18 se obtienen los hidrogramas para diferentes períodos de retorno en base al gasto máximo asociado en cada una de las estaciones estudiadas los cuales se graficaron en las Figuras 4.21, 4.22 y 4.23 respectivamente:

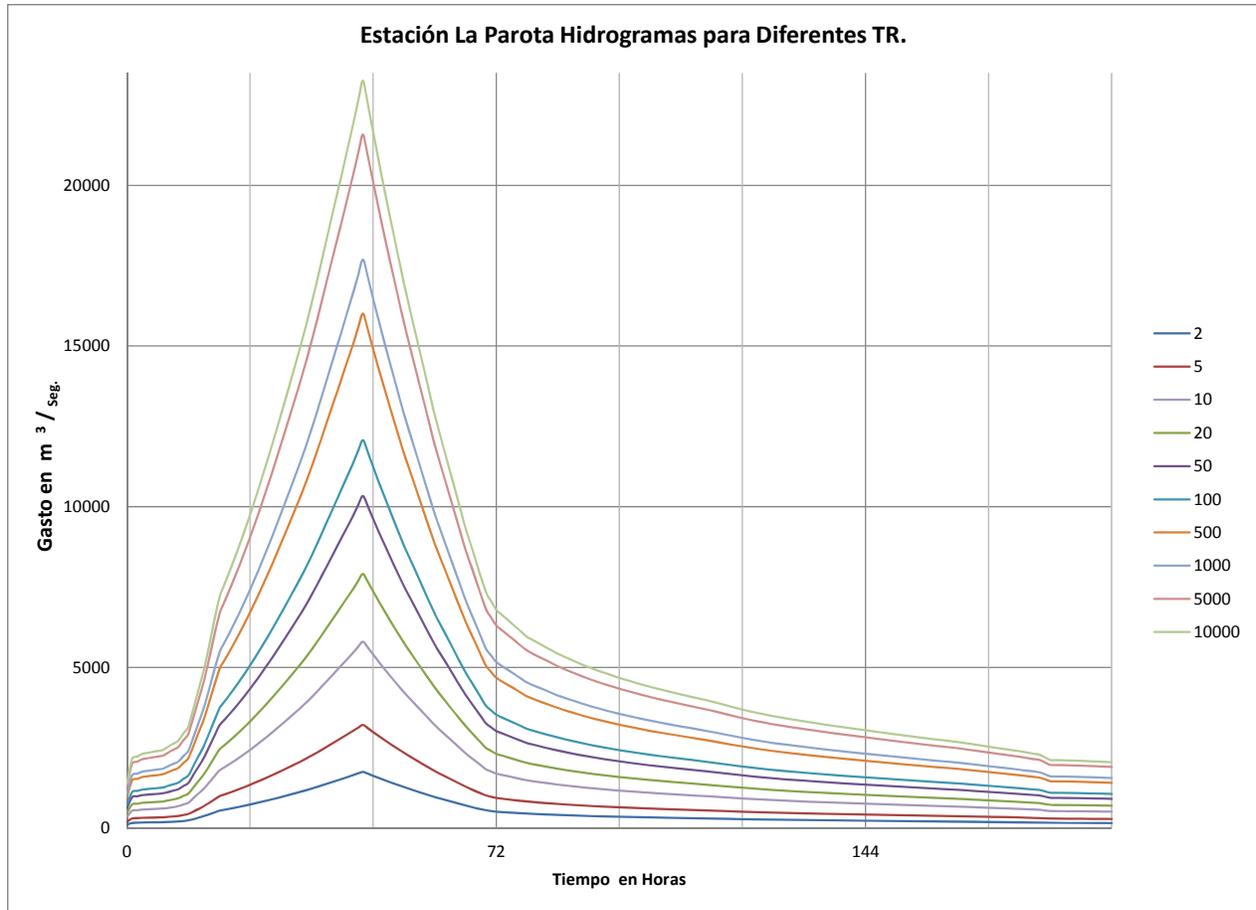


Figura 4.21. Hidrogramas asociados a diferentes períodos de retorno en el sitio de la estación hidrométrica La Parota.

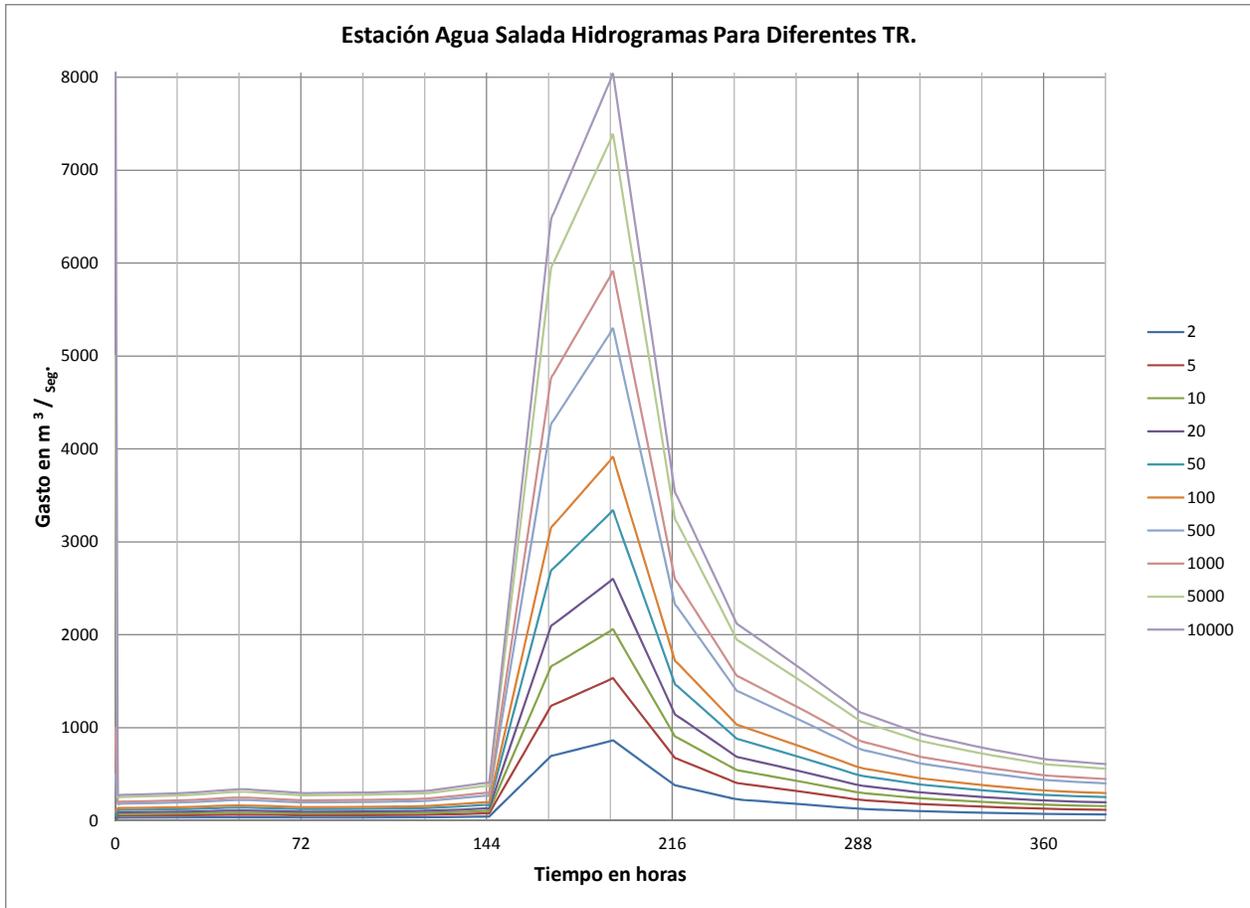


Figura 4.22. Hidrogramas asociados a diferentes períodos de retorno en el sitio de la estación hidrométrica Agua Salada.

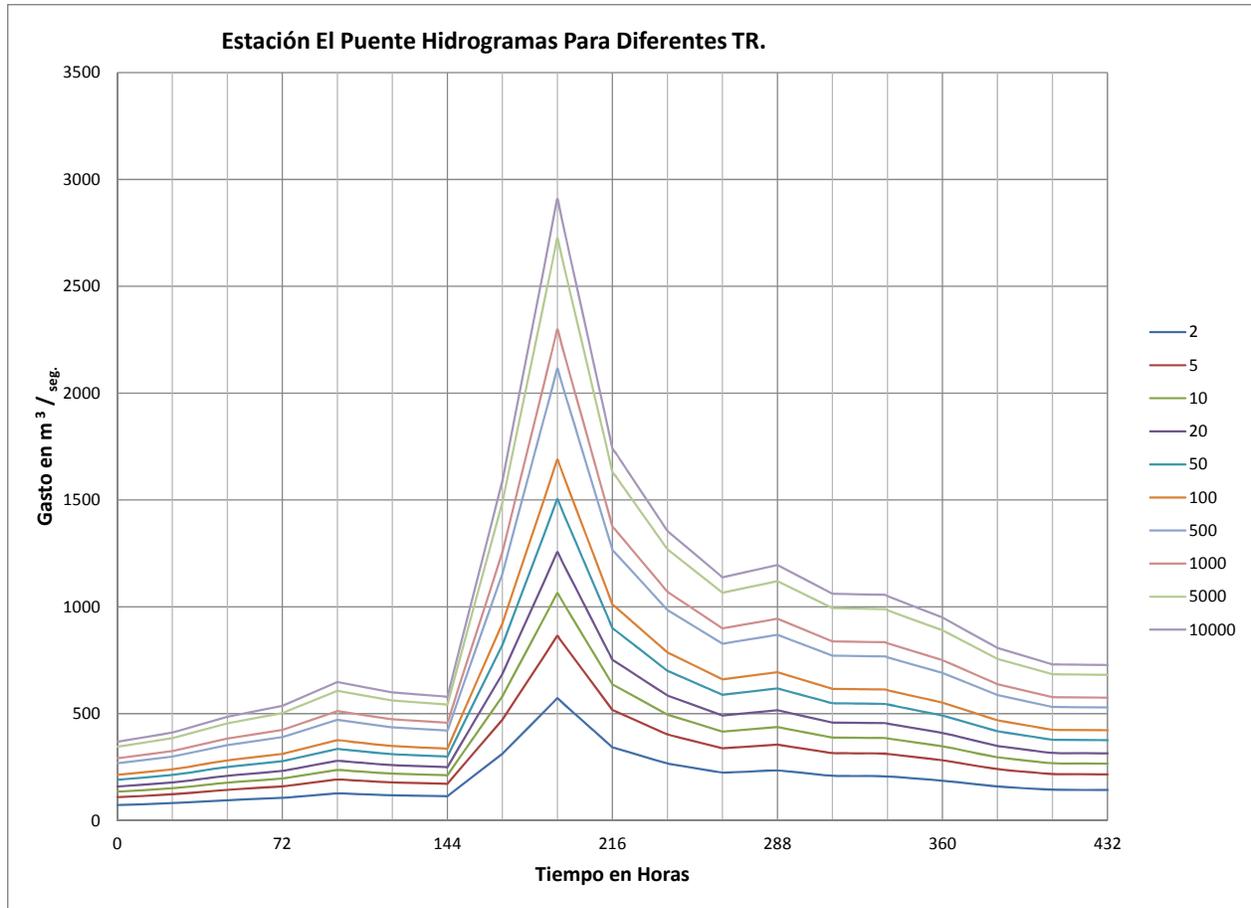


Figura 4.23. Hidrogramas asociados a diferentes períodos de retorno en el sitio de la estación hidrométrica El Puente.

5. Conclusiones

El conocimiento del comportamiento de un río es indispensable para su aprovechamiento de una forma eficiente segura y sustentable, mediante el análisis de los registros de precipitación y escurrimiento. Para que cualquier técnica sea eficiente, el tamaño de la muestra debe ser lo suficientemente grande de forma tal que los rangos de incertidumbre sean mínimos y la información que arroje su análisis sea confiable.

En el caso del río Papagayo, se cuenta con registros desde el año 1947 en algunos casos y propiamente en la zona del proyecto desde 1963 y hasta 2003 año en que la estación hidrométrica La Parota dejó de operar. Durante este tiempo se presentó una avenida máxima histórica con gasto máximo equivalente a un período de retorno de 5000 años misma que debido a una falla en la operación del vertedor ocasionó el desbordamiento de la presa Ambrosio Figueroa y durante una buena parte de la avenida se tuvieron registros directos hasta que el limnógrafo fue arrastrado por la corriente.

La combinación de un gran período de registros, la ocurrencia de una avenida máxima histórica como la que se presentó en el año de 1967, el interés por parte de varias dependencias del gobierno por aprovechar los escurrimientos del río Papagayo para generación de energía hidroeléctrica, abastecimiento de agua potable, control de avenidas y riego de zonas agrícolas, hace en conjunto un caso de estudio interesante para la aplicación del análisis planteado en el objetivo del presente trabajo.

El análisis de frecuencias permite ajustar un registro histórico a una serie de funciones de distribución estadística asociando cada gasto registrado (en este caso gastos máximos anuales) a la probabilidad de ocurrencia o período de retorno, con estos datos aplicando una función de distribución estadística determinada se obtienen los gastos para diferentes períodos de retorno, sin embargo entre la gran variedad de funciones, se debe elegir aquella que mejor se ajuste a los datos existentes, antiguamente no se aplicaban los programas de cómputo para la aplicación de funciones de distribución complejas, pero con el incremento en la capacidad y velocidad de los equipos más modernos ha sido posible aplicar funciones de distribución más complejas que se ajustan de una mejor manera a los registros. Por otra parte, el avance en las técnicas y metodologías aplicadas en hidrología permiten definir de una manera más precisa las capacidades de las diferentes estructuras como son obra de desvío y muy especialmente la obra de excedencias.

Es importante mencionar que debido a que los registros se van incrementando conforme pasa el tiempo, aun después de construida la presa, resulta conveniente de manera periódica revisar el ajuste a las diferentes funciones de distribución, incluso en su caso aplicar el ajuste a

más funciones así como las nuevas metodologías y criterios de análisis para tener una mayor confiabilidad en la curva de gastos período de retorno que es a final de cuentas la información que servirá de punto de inicio para otros estudios así como en un momento dado definir o redefinir la política de operación de una obra de excedencias o bien de manejo de niveles máximos en un embalse.

Otro análisis que se realizó fue la definición de un modelo matemático de pronósticos de comportamiento a largo plazo basado en el análisis del comportamiento de los registros para períodos de tiempo iguales, en este caso escurrimientos mensuales, mediante un modelo de tipo ARIMA Multiplicativo. Este fue comparado con registros obtenidos en la estación La Parota logrando un nivel de certidumbre lo suficientemente alto para estar en condiciones de generar series de datos confiables que permitan establecer las políticas de operación de la presa con la suficiente anticipación para satisfacer las demandas para cada una de los aprovechamientos para los que se ha planeado la presa que en este caso particular son: generación de energía hidroeléctrica, abastecimiento de agua potable, riego y control de avenidas. Conociendo las demandas específicas para cada uso y los escurrimientos es posible manejar el almacenamiento de una forma muy eficiente evitando en lo posible la operación de la obra de excedencias y por otro lado, evitando llegar a niveles de almacenamiento inferiores al NAMINO. Mediante la simulación de operaciones de la presa empleando las series de datos generadas empleando modelos ARIMA es posible generar suficientes series anuales para en conjunto con los datos recabados en la estación hidrométrica La Parota abarcando inclusive un lapso mayor de tiempo al correspondiente a la vida útil de la presa, definiendo de forma más precisa los niveles de operación de la presa haciendo su funcionamiento más eficiente. La Parota tiene como función principal la generación de energía eléctrica por lo que lo recomendable es para un gasto de extracción dado conservar en la medida de lo posible y dentro del rango de la seguridad el nivel máximo posible en el embalse de forma tal que se logre la mayor carga posible.

Cualquier análisis de escurrimientos que se realice en una cuenca invariablemente tendrá su origen en la precipitación pluvial dentro de la cuenca por lo que el análisis del comportamiento de las precipitaciones permite conocer cómo, cuándo, y en qué cantidad se presenta la precipitación pluvial en la cuenca. En el caso particular de La Parota la cuenca esta a su vez integrada por tres subcuencas con comportamientos diferentes y que como se ha mencionado son Agua Salada, El Puente y Parota Parcial, cada una cuenta con una cobertura importante de estaciones climatológicas que en combinación con las tres estaciones hidrométricas aportan información importante sobre la relación lluvia escurrimiento que en base a la información recabada y correctamente analizada nos permitirá tomar las medidas preventivas con la oportunidad suficiente para evitar daños e inundaciones, y en la medida de lo posible la operación de la obra de excedencias.

Un factor muy importante en ríos como el Papagayo es conocer el volumen y tipo de acarreo de sólidos que aportan las diferentes subcuencas, y que finalmente serán depositadas dentro del

embalse de la presa, o en su caso y dependiendo de la naturaleza de estos pasarán por las turbinas y continuarán su transporte hacia aguas abajo.

Debido a que las condiciones ecológicas se deben mantener aguas abajo de sitio de la presa, es necesario tanto durante el llenado como durante la operación de la misma mantener un gasto mínimo en el río que garantice la sobrevivencia de las especies animales y vegetales de las cuales algunas se encuentran protegidas, otras en peligro de extinción o bien son especies endémicas, en un primer paso sin embargo la preocupación de grupos ambientalistas a nivel mundial, va encaminada no solo a conservar un gasto mínimo que garantice la supervivencia de la biodiversidad, adicionalmente y en la medida de lo posible se requiere que el comportamiento del río se vea afectado de la menor forma posible, conservando sus periodos de estiaje y avenidas además de que el agua continúe transportando tanto el arrastre de fondo como los sólidos y materia orgánica en suspensión, parte de esto último pasa por las turbinas y parte se deposita en el fondo del embalse sin que hasta el momento de elaborar el presente trabajo se tenga experiencia a nivel mundial de algún dispositivo que permita de forma eficiente y económica transportar los sólidos de arrastre de fondo y aquellos que se depositan en embalses grandes aguas abajo de la cortina, con lo que es importante estudiar el aporte de estos sólidos aguas abajo de nuestro aprovechamiento.

El mantenimiento de las condiciones del río aguas abajo depende no solo de garantizar la supervivencia de la biodiversidad sino también de evitar la erosión debida a la operación de la central la cual descarga gastos altos en periodos de tiempo cortos ya que se rige por las necesidades de energía del sistema, mientras que el régimen original del río depende de otros factores climatológicos, haciendo necesario el cálculo de un gasto medio diario. La construcción de una presa de cambio de régimen permite desligar la operación de la central hidroeléctrica de las condiciones del río aguas abajo atenuando los posibles daños por cambios bruscos en los escurrimientos. La metodología de cálculo del gasto ecológico también es aplicable para la determinación del gasto medio y conociendo las extracciones medias de la presa es posible dimensionar la estructura conocida como Presa de Cambio de Régimen. Hago especial énfasis en el diseño y conceptualización de esta presa pequeña aguas debajo de nuestro aprovechamiento principal ya que su dimensionamiento dependerá del grado de daño ecológico que pretendamos evitar aguas abajo, es decir, un concepto inicial de PCR restituye al río el gasto medio durante las horas que la Central Hidroeléctrica no genera, cuando esta última se encuentra en operación regula el volumen escurrido hasta un punto en que el gasto excedente sea extraído por la obra de excedencias. Un concepto más adelantado permitirá que los sólidos que se encuentran por arrastre del río además de los que se encuentran en suspensión que fueron aportados aguas abajo de la Presa principal, sean extraídos mediante el empleo de estructuras desarenadoras que operarán en épocas de avenidas cuando los gastos del río tienden a ser altos. Un tercer concepto es aquel que además de manejar las condiciones de operación de los dos anteriores permite que el río aguas abajo se comporte de una forma muy similar a como se

comportaba antes de la construcción de la presa, tomando en consideración las pulsaciones del gasto medio diario del río de acuerdo a la temporada del año.

Por último es muy importante conocer el comportamiento del río durante la ocurrencia de una avenida ya que no solo basta con definir el gasto máximo si no también el volumen que va a escurrir. La respuesta de la cuenca está definida por un hidrograma que únicamente varía en escala dependiendo del gasto pico y que es conocido como hidrograma adimensional, con el cual para toda la gama de gastos posibles es factible calcular el volumen escurrido y su relación con el tiempo lo que es de mucha utilidad para el dimensionamiento de obras de desvío y de excedencias.

El presente estudio ha sido un estudio estadístico de los registros levantados en las estaciones tanto climatológicas como hidrométricas que se encuentran en la cuenca y subcuencas del río Papagayo hasta el sitio del proyecto.

Resultado del presente análisis aplicando diferentes técnicas y procedimientos es posible tener un conocimiento lo suficientemente preciso del comportamiento del río no solo para el dimensionamiento de las estructuras como son obras de desvío, obra de excedencias, capacidad de almacenamiento de azolves, definición de gasto ecológico y gasto medio para dimensionar la presa de cambio de régimen. Si no además, permite realizar pronósticos de escurrimientos de entradas al vaso así como de precipitaciones en la zona con lo cual es posible manejar los niveles de almacenamiento de la presa, controlando las extracciones a fin de garantizar la disponibilidad de carga y de agua, que para el caso de la generación de energía eléctrica permite tener una operación más eficiente de la central. Para el caso de consumos más estables como son el abastecimiento de agua potable o la agricultura permite manejar los niveles en el embalse de forma tal que no se tenga la necesidad de racionar el agua o en caso contrario operar la obra de excedencias.

En todos los casos se han usado datos estadísticos reales y el análisis se ha enfocado en el comportamiento de las series de datos exclusivamente sin tomar en cuenta los motivos geológicos y climatológicos que dan origen al comportamiento observado. La información obtenida con estas metodologías es lo suficientemente confiable para que los resultados de las simulaciones sean acordes con lo observado. La calibración de los modelos deberá ser una actividad periódica y el registro diario de los diferentes eventos a mediano y largo plazo dará mayor certidumbre a los resultados.

Los resultados obtenidos de los diferentes análisis y estudios realizados constituyen el punto de partida para el diseño conceptual de la central encontrando las mejores soluciones para cada estructura que cumplan con las condiciones de seguridad eficiencia y ambientales dentro del rango de costos al que está condicionado cualquier proyecto.

Debido a que el entorno de una presa o de una cuenca está inmerso en un proceso de cambios muy dinámico, tanto por la misma naturaleza como por la actividad humana, es importante

realizar estudios periódicos que consideren los cambios en los criterios y metodologías de análisis para integrar de una mejor forma las presas ya construidas en los nuevos entornos.

Bibliografía:

1. Proyecto Hidroeléctrico 133 CH La Parota, Bases de Licitación Sección 8, publicadas en el portal de CFE en 2006.
2. Estudio Hidrológico Proyecto Hidroeléctrico La Parota, Informe final febrero 2011
3. La Utilización de Modelos en Hidrología. Miguel Fernández Mejuto, Alicia Vela Mayorga, Santiago Castaño Fernández- Sección de Teledetección y Sistemas de Información Geográfica. Instituto de Desarrollo Regional, Universidad de Castilla La Mancha.
4. Modelos ARIMA- Prof. Rafael e Arce, Prof. Ramón Mahía Departamento de Economía Aplicada U.D.I. Econometría e Informática.
5. Salas, J.D., J.W. Delleur, V. Yevjevich y W.L. Lane., 1988 Applied modeling of Hydrological time series. Water Resources Publications. USA 484 p.
6. Escalante, C y L. Reyes., 2000 Estimación de avenidas de diseño. Ingeniería Hidráulica en México.
7. Kuester, J. Ly J.H. Mize., 1973. Optimization techniques with fortran. McGraw- Hill Book Co.
8. Kite, G.W. 1988 Frecuency and Risk analyses in Hidrology. Water Resources Publications. USA. 257 P.
9. Box, G. E. P. y G. M. Jenkins., 1970 Time series analysis forecasting and control. Holden day series in time series analysis, San Francisco. USA.
10. Box, G.E.P. y M. E. Müller., 1958 A note on the generation of normal deviates. Annals of Mathematics Statistics.
11. Akaike, H., 1974. A new look at the statisticalmodel identification. IEEE transactions on automatic control.