



**UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO**  
PROGRAMA DE MAESTRÍA Y DOCTORADO EN INGENIERÍA  
MAESTRIA EN INGENIERIA – INGENIERIA CIVIL

**INVESTIGACION DE LA DEFORMABILIDAD DEL SUELO CUANDO EXISTE  
ABATIMIENTO E INCREMENTO CONTINUO DE LOS NIVELES  
PIEZOMETRICOS**

TESIS  
QUE PARA OPTAR POR EL GRADO DE:  
MAESTRO EN INGENIERÍA

PRESENTA:  
VALENTIN MORALES CEBADA

TUTOR PRINCIPAL  
M EN I GERMAN LOPEZ RINCON  
FACULTAD DE INGENIERIA

MÉXICO, D. F. JUNIO DE 2013

**INVESTIGACIÓN DE LA DEFORMABILIDAD DEL SUELO CUANDO  
EXISTE ABATIMIENTO E INCREMENTO CONTINUO DE LOS NIVELES  
PIEZOMÉTRICOS**

---



**JURADO ASIGNADO:**

Presidente: Dr. Jaime Paredes Alberto  
Secretario: Dr. Rivera Constantino Rigoberto  
Vocal: M. I. López Rincón Germán  
1<sup>er.</sup> Suplente: M. I. Deméneghi Colina Agustín  
2<sup>d o.</sup> Suplente: M. I. Magaña del Toro Roberto

Lugar o lugares donde se realizó la tesis: México D. F.

**TUTOR DE TESIS:**

M EN I GERMAN LOPEZ RINCON

-----  
**FIRMA**

# INVESTIGACIÓN DE LA DEFORMABILIDAD DEL SUELO CUANDO EXISTE ABATIMIENTO E INCREMENTO CONTINUO DE LOS NIVELES PIEZOMÉTRICOS

---



## ÍNDICE

<b>I ANTECEDENTES</b>	7
I.1 PLANTEAMIENTO	7
I.2 OBJETIVOS	8
I.3 ALCANCES	9
I.4 DEFINICIÓN DE ESFUERZO EFECTIVO	9
<b>II FLUJO DE AGUA EN SUELOS</b>	11
II.1 PROPIEDADES HIDRÁULICAS DEL SUELO	11
II.1.1 CARGA HIDRÁULICA	11
II.1.2 LEY DE DARCY	12
II.1.3 COEFICIENTE DE PERMEABILIDAD	13
II.1.3.1 Determinación del coeficiente de permeabilidad	14
II.1.3.1.1 Pruebas de laboratorio	14
II.1.3.1.2 Pruebas de campo	18
II.1.3.2 Coeficiente medio de permeabilidad	23
II.1.3.2.1 En flujo horizontal	23
II.1.3.2.2 En flujo vertical	24
II.2 ECUACIÓN DE FLUJO	26
II.3 RED DE FLUJO	29
II.3.1 FLUJO CONFINADO	33
II.3.2 FLUJO NO CONFINADO	34
II.3.2.1 Teoría de Dupuit	35

# INVESTIGACIÓN DE LA DEFORMABILIDAD DEL SUELO CUANDO EXISTE ABATIMIENTO E INCREMENTO CONTINUO DE LOS NIVELES PIEZOMÉTRICOS

---



II.4 FLUJO DE AGUA EN POZOS DE BOMBEO	38
II.4.1 CÁLCULO DE GASTO EXTRAÍDO EN POZOS DE BOMBEO. FLUJO HORIZONTAL	38
II.4.1.1 Pozos en conjunto	42
II.4.2 ABATIMIENTO DE NIVELES PIEZOMÉTRICOS POR BOMBEO. FLUJO VERTICAL	45
<b>III CONSOLIDACIÓN UNIDIMENSIONAL</b>	49
III.1 COMPRESIBILIDAD DE LOS SUELOS	49
III.1.1 CURVA DE COMPRESIBILIDAD	49
III.1.1.1 Prueba de consolidación unidimensional	50
III.1.1.2 Carga de preconsolidación o esfuerzo crítico	53
III.2 CONSOLIDACIÓN PRIMARIA	56
III.2.1 ANALOGÍA MECÁNICA DE TERZAGHI	56
III.2.2 ECUACIÓN DIFERENCIAL DE CONSOLIDACIÓN UNIDIMENSIONAL	59
III.2.2.1 Solución de la ecuación diferencial de consolidación unidimensional	65
III.2.3 GRADO DE CONSOLIDACIÓN	66
III.2.3.1 Cálculo de asentamientos con la función de Terzaghi	68
III.3 CONSOLIDACIÓN SECUNDARIA	70
III.3.1 AJUSTES TEÓRICOS A CURVAS DE CONSOLIDACIÓN DE LABORATORIO	71
III.3.1.1 Modelo de Kelvin	73
III.3.1.2 Unidad Z	75
III.3.1.1 Métodos de ajuste	81
III.4 DETERMINACIÓN DEL COEFICIENTE DE PERMEABILIDAD A PARTIR DE UNA PRUEBA DE CONSOLIDACIÓN	85
<b>IV HUNDIMIENTO REGIONAL</b>	87
IV.1 CONDICIONES DE HUNDIMIENTO REGIONAL EN LA CIUDAD DE MÉXICO	87

# INVESTIGACIÓN DE LA DEFORMABILIDAD DEL SUELO CUANDO EXISTE ABATIMIENTO E INCREMENTO CONTINUO DE LOS NIVELES PIEZOMÉTRICOS

---



IV.1.1 DATOS HISTÓRICOS	87
IV.1.2 ESTRATIGRAFÍA DE LA CIUDAD DE MÉXICO	87
IV.1.3 ORIGEN DEL HUNDIMIENTO REGIONAL	89
IV.2 MECÁNICA DEL HUNDIMIENTO REGIONAL	89
IV. 3 PRINCIPALES PROBLEMAS OCASIONADOS EN CIMENTACIONES	96
<b>V CÁLCULO DE LAS DEFORMACIONES INDUCIDAS CON SISTEMAS DE POZOS DE BOMBEO E INYECCIÓN</b>	99
V.1 SISTEMAS DE POZOS DE BOMBEO	99
V.1.1 CONDICIONES HIDRÁULICAS	99
V.1.2 DEFORMABILIDAD DE LOS ESTRATOS COMPRESIBLES	100
V.2 SISTEMAS DE POZOS DE INYECCION	102
V.2.1 CONDICIONES HIDRAULICAS	103
V.2.2 DEFORMABILIDAD DE LOS ESTRATOS COMPRESIBLES	110
<b>VI CASO DE ANÁLISIS</b>	145
VI.1 PLANTEAMIENTO	145
VI.1.1 ESTRATIGRAFÍA	145
VI.1.2 CONDICIONES HIDRÁULICAS	146
VI.1.3 ESFUERZOS TRANSMITIDOS	147
VI.1.3 COMPORTAMIENTO DE LA CIMENTACIÓN	148
VI.2 RENIVELACIÓN DE LA ESTRUCTURA MEDIANTE SISTEMAS DE POZOS	152
V.2.1 HIPÓTESIS DE TRABAJO	152

# INVESTIGACIÓN DE LA DEFORMABILIDAD DEL SUELO CUANDO EXISTE ABATIMIENTO E INCREMENTO CONTINUO DE LOS NIVELES PIEZOMÉTRICOS

---



V.2.2 DISTRIBUCIÓN DE POZOS	153
V.2.3 VARIACIONES EN LOS NIVELES PIEZOMÉTRICOS	155
V.2.4 CÁLCULOS DE DEFORMACIONES	160
VI.3 OBSERVACIONES	167
<b>VII CONCLUSIONES</b>	169
<b>BIBLIOGRAFÍA</b>	173

# INVESTIGACIÓN DE LA DEFORMABILIDAD DEL SUELO CUANDO EXISTE ABATIMIENTO E INCREMENTO CONTINUO DE LOS NIVELES PIEZOMÉTRICOS

---



## I ANTECEDENTES

### I.1 PLANTEAMIENTO

El suelo de la Ciudad de México se caracteriza por sus gruesos depósitos de arcillas muy deformables de origen lacustre, estos suelos son muy sensibles ante cambios en su estado de esfuerzos.

Un claro ejemplo de esto son las deformaciones debidas al hundimiento regional mismas que han ocasionado deformaciones en las estructuras más antiguas del Centro Histórico y de otros sitios dentro de la ciudad.

Algunas estructuras del valle de México han sufrido deformaciones diferenciales importantes, el problema de desplomes excesivos es común entre los edificios de edad mayor a aproximadamente 50 años, y en muchas ocasiones estas inclinaciones son superiores a las permitidas por el Reglamento de Construcciones del Distrito Federal.

Cuando se corrigen estas estructuras generalmente se recomiendan refuerzos estructurales acompañados de una renivelación; algunos de los métodos más comunes para efectuarlos son los siguientes:

- Aplicación de lastres
- Sub excavación
- Y cambios en el estado de esfuerzos mediante pozos de bombeo e inyección

Es este último método el objeto de análisis de este trabajo. Como se explica en los primeros capítulos las deformaciones estarán directamente en función del nivel de esfuerzos en la masa de suelo y de los cambios provocados en él.

Algunos de los antecedentes de este tipo de solución aplicada en problemas en la Ciudad de México son:

- El primero fue desarrollado por el Dr. Leonardo Zeevaert durante la construcción de la Torre Latinoamericana ( Referencia 19) y lo efectuó construyendo un tablestacado para aislar las condiciones hidráulicas dentro y fuera de la excavación,  
  
Instaló un sistema de pozos de bombeo dentro de la excavación para controlar las expansiones generadas por el alivio de esfuerzos y un sistema de pozos de inyección fuera de la excavación para controlar las deformaciones en las estructuras colindantes, para lograr que los pozos de inyección funcionaran se les aplicó presión.
- Posteriormente a finales de la década de los 70's, el Ing. Moreno Pecero desarrolló un sistema de pozos de inyección con la finalidad de renivelar algunas zonas del Palacio

# INVESTIGACIÓN DE LA DEFORMABILIDAD DEL SUELO CUANDO EXISTE ABATIMIENTO E INCREMENTO CONTINUO DE LOS NIVELES PIEZOMÉTRICOS

---



Nacional de la Ciudad de México. Los pozos de inyección de este sistema funcionaba con un incremento de carga por gravedad (Referencia 8).

- Por último se instaló un sistema de pozos de bombeo e inyección dispuestos en todo lo largo del predio que ocupa el Conjunto Hidalgo a un costado de la Alameda Central en el Centro Histórico de la Ciudad de México, éste sistema comenzó a operar en 1999 y de acuerdo con lo reportado por la empresa que lo instaló su diseño se efectuó en base a las teorías del Dr. Leonardo Zeevaert. (Referencia 9).

Los métodos de análisis aplicados en esta tesis se basan, principalmente en las teorías del Dr. Leonardo Zeevaert, y han sido escogidas porque desde el punto de vista del autor representan fielmente el comportamiento de las arcillas lacustres del Valle de México, además de que existen trabajos que lo respaldan (Referencias 4, 19 y 20).

A continuación se definirán los objetivos que se pretenden alcanzar con este trabajo y los alcances del mismo.

Posteriormente, se definirá el concepto de esfuerzo efectivo mismo que debe ser comprendido para entender los planteamientos que esta tesis presenta.

## I.2 OBJETIVOS

El objetivo principal de esta tesis es el de establecer una metodología de análisis para predecir las deformaciones inducidas por la instalación de sistemas de pozos de bombeo e inyección para renivelar estructuras existentes

Considerando esto, los objetivos particulares que se pretenden conseguir son los siguientes:

- Investigar los planteamientos teóricos actuales que sirvan para representar los fenómenos físicos que intervienen en el problema.
- En caso de no obtener un fundamento teórico suficiente en las teorías actuales, plantear métodos alternos de evaluación de los fenómenos presentados, apoyados en los principios de la Mecánica de Suelos Clásica.
- De ser necesario respaldar estos nuevos planteamientos teóricos mediante pruebas de laboratorio.
- Plantear un problema hipotético basado en condiciones de proyectos típicos de la Ciudad de México.
- Definir las condiciones de esfuerzos que imperan en el Valle de México y que rigen los estados de esfuerzo de nuestro caso.

# INVESTIGACIÓN DE LA DEFORMABILIDAD DEL SUELO CUANDO EXISTE ABATIMIENTO E INCREMENTO CONTINUO DE LOS NIVELES PIEZOMÉTRICOS

---



- Evaluar las deformaciones que los sistemas de bombeo e inyección de agua puedan provocar a una estructura mediante los fundamentos teóricos investigados y los nuevos planteamientos.
- Analizar en base a los resultados si estos sistemas representan una solución viable o no, y describir las razones de la conclusión.

## I.3 ALCANCES

Se obtendrá un método de análisis fundamentado en las teorías del Dr Leonardo Zeevaert que sirva para calcular las deformaciones inducidas por sistemas de pozos de bombeo e inyección.

Como parte de los antecedentes se explicará el concepto de esfuerzo efectivo.

Además, se revisarán las teorías actuales que puedan emplearse como bases para plantear el método mencionado, estas teorías se explican en los Capítulos II a IV.

No todos los fenómenos físicos que intervienen en este problema tienen bases teóricas suficientes para este análisis, en particular, esto se refiere al comportamiento de los pozos de inyección y el cálculo de las deformaciones inducidas por éstos.

Para analizar el comportamiento de los pozos de inyección y los incrementos de niveles piezométricos que éstos provocan en la masa de suelo, se plantearán nuevos análisis basados en los ya existentes para los pozos de bombeo.

Para analizar las deformaciones debidas a los cambios de esfuerzo inducidos por los sistemas de pozos de bombeo e inyección se montarán tres pruebas de consolidación unidimensional modificando la secuencia tradicional de incrementos de esfuerzo para simular las cargas y descargas que un sistema de pozos de bombeo e inyección de agua provoca en la masa del suelo.

Estos nuevos planteamientos y el desarrollo de las pruebas de laboratorio se describen en el Capítulo V.

Para evaluar el comportamiento de los sistemas de pozos de bombeo e inyección se planteará un problema hipotético con condiciones típicas de estructuras construidas en el Valle de México sujetas a asentamientos diferenciales importantes, en estos cálculos se emplearán las expresiones definidas en los Capítulos II a V. Los resultados de este análisis se desarrollan en el Capítulo VI.

Finalmente, en el Capítulo VII se presentan las conclusiones a las que se llega a partir de los análisis mencionados y en el Capítulo VIII la bibliografía consultada.

## I.4 DEFINICIÓN DE ESFUERZOS EFECTIVOS

Como es sabido de la Mecánica de Suelos básica, el suelo está formado por partículas sólidas, agua y aire. Las dos primeras fracciones transmiten un peso al suelo que se encuentra debajo de él.

Este peso equivale a la suma del volumen de la columna de suelo multiplicado por su peso específico. Expresándolo en términos de esfuerzos se define a esta presión como presión total y se calcula con la expresión I.1

# INVESTIGACIÓN DE LA DEFORMABILIDAD DEL SUELO CUANDO EXISTE ABATIMIENTO E INCREMENTO CONTINUO DE LOS NIVELES PIEZOMÉTRICOS

---



$$\sigma = \gamma \cdot z \quad 1.1$$

Por otro lado el agua que forma parte del suelo transmite un esfuerzo hidrostático que estará en función de la columna de agua sobre el punto en estudio, a este esfuerzo se le conoce como presión de poro y se calcula con:

$$u = \gamma_w \cdot z_w \quad 1.2$$

Estos dos esfuerzos son fáciles de comprender; sin embargo, el término de esfuerzos efectivos correspondiente al esfuerzo que actúa sobre las partículas del suelo no es tan claro.

En algún tiempo se llegó a decir que el esfuerzo efectivo es la presión promedio obtenida a partir de la presión intergranular entre cada partícula que constituye el suelo, o que era el promedio de las fuerzas intergranulares divididas entre sus áreas de contacto.

De acuerdo con lo anterior el esfuerzo efectivo tendería a infinito por las dimensiones tan pequeñas que tiene el área de contacto entre las partículas que constituyen el suelo.

Fue hasta 1936 cuando Terzaghi definió el esfuerzo efectivo como la diferencia entre la presión total y la presión de poro:

$$\sigma = u + \sigma' \quad 1.3$$

Donde

$\sigma$	presión total
$u$	presión de poro
$\sigma'$	esfuerzo efectivo

Esta definición de esfuerzo efectivo es de gran importancia, no sólo para el cálculo de deformaciones en la masa del suelo, también es necesario para conocer la resistencia al esfuerzo cortante del suelo, característica indispensable para una infinidad de problemas en la Mecánica de Suelos como: diseño de cimentaciones, estabilidad de taludes, cálculos de empujes horizontales, entre otros.

Finalmente, cabe aclarar que tanto la presión total como el esfuerzo efectivo son presiones anisotrópicas y para el cálculo de los esfuerzos horizontales se requieren otro tipo de teorías; no así la presión de poro que como esfuerzo hidrostático es isotrópico. (Referencia 11).



## II FLUJO DE AGUA EN SUELOS

El problema de flujo agua en suelos es muy común en ingeniería civil, se puede encontrar en situaciones tan variadas que van desde obras de gran tamaño como presas hasta obras menores como bordillos, además de otros ejemplos como el flujo ocasionado al colocar ataguías para estabilizar excavaciones o, como es el caso de esta tesis, el flujo inducido por el bombeo del agua subterránea y por inyección de la misma.

### II.1 PROPIEDADES HIDRÁULICAS DEL SUELO

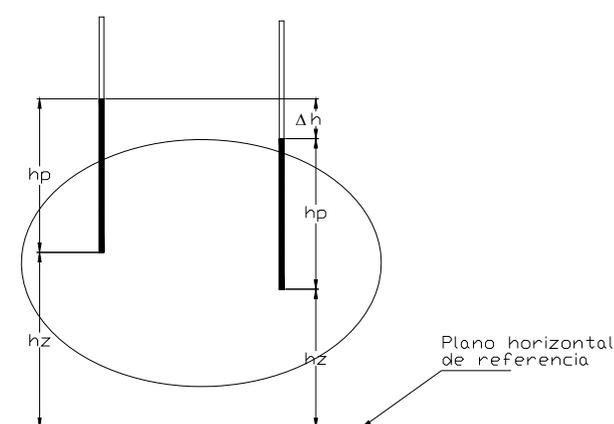
El fenómeno del flujo de agua en suelos se origina debido a una diferencia de potencial hidráulico entre dos puntos dentro del medio. Para poder explicar lo anterior y el fenómeno en sí, es necesario definir algunos conceptos básicos.

#### II.1.1 CARGA HIDRÁULICA

En primer lugar se referirá la energía en cada punto del medio sumergido en términos de energía específica o columna de agua. Dichas columnas de agua se denominan cargas y en materia de hidrodinámica se reconocen tres tipos

- Carga de posición. Debida a la energía potencial referida respecto a un plano horizontal de referencia.
- Carga de velocidad. Debida a la energía cinética implicada en el movimiento del fluido.
- Carga de presión. Debida a la presión hidrostática del mismo fluido.

En la figura II.1 se presentan las cargas consideradas en el flujo de agua en suelos, la carga de velocidad no se toma en cuenta en este análisis, esto no se debe a que no exista, sino que por los valores tan pequeños de velocidad de flujo dentro del suelo ésta se considera despreciable.



**Fig. II.1. Cargas actuando dentro un medio sujeto a flujo de agua.**

# INVESTIGACIÓN DE LA DEFORMABILIDAD DEL SUELO CUANDO EXISTE ABATIMIENTO E INCREMENTO CONTINUO DE LOS NIVELES PIEZOMÉTRICOS



En la figura II.1 se observan las cargas de energía en dos puntos diferentes, a partir de esto se podrán definir las siguientes cargas:

$$\text{Carga de presión: } h_p = \frac{P}{\gamma_w}$$

$$\text{Carga de elevación: } h_z = z$$

En cada punto analizado es posible obtener la energía total, la cual, también es conocida como carga total y resulta de la suma de las demás cargas. Por lo anterior, la carga total se puede expresar como:

$$h = h_z + h_p \quad \text{II.1}$$

## II.1.2 LEY DE DARCY

Para el estudio del flujo de agua en suelos, es importante aclarar algunas definiciones, pero más importante aún, aclarar cómo es posible calcular el gasto que atraviesa a un medio poroso.

Para lo anterior, se explicará primero la Ley de Darcy, quien estudió un medio poroso constituido por arena en un dispositivo como el que se muestra en la figura II.2.

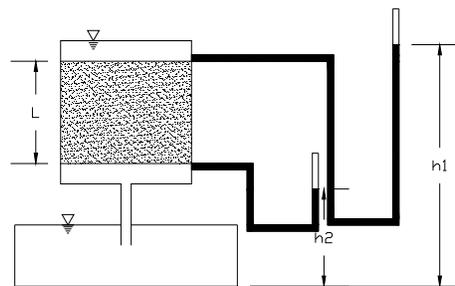


Figura II.2. Experimento de Darcy.

En la figura II.2 se muestra un dispositivo en el que se introduce agua en la parte superior con un gasto  $Q$  que provoca el flujo a través de la arena con longitud  $L$ , el gasto sale en la base del dispositivo.

Por medio de dos tubos piezométricos es posible medir la carga en términos de columna de agua, tanto a la salida como a la entrada de la muestra y referidas a un mismo plano; como se puede observar, la energía en los dos puntos de análisis no es igual, lo que Darcy consideró como una prueba de la existencia de flujo en el medio.

A partir de esta diferencia de energías se define el gradiente hidráulico como la relación entre la pérdida de carga y la longitud del medio poroso.

# INVESTIGACIÓN DE LA DEFORMABILIDAD DEL SUELO CUANDO EXISTE ABATIMIENTO E INCREMENTO CONTINUO DE LOS NIVELES PIEZOMÉTRICOS



$$i = \frac{h_1 - h_2}{L} = \frac{\Delta h}{L} \quad \text{II.2}$$

Con este experimento Darcy se dio cuenta que la velocidad del flujo es directamente proporcional al gradiente hidráulico y definió a la constante de proporcionalidad como el coeficiente de permeabilidad del medio poroso o, como en este caso la permeabilidad del suelo.

$$v = k i \quad \text{II.3}$$

Por continuidad

$$Q = k i A \quad \text{II.4}$$

## II.1.3 COEFICIENTE DE PERMEABILIDAD

Como se dijo, la constante de proporcionalidad de la Ley de Darcy es el coeficiente de permeabilidad, éste es un parámetro que sirve para medir la capacidad de un medio para permitir el flujo a través de él.

En los suelos la permeabilidad depende de su porosidad y ésta, a su vez, del tamaño, forma y acomodo de los granos que lo constituyen; es decir, de su estructura. Por lo anterior, existen rangos típicos del valor de la permeabilidad en función del tipo de suelo, la tabla II.1 presenta algunos valores típicos de permeabilidad según el tipo de suelo.

**Tabla II.1. Valores típicos de permeabilidad en suelos.**

Tipo de suelo	Permeabilidad cm/seg
Grava gruesa	0.11
Grava arenosa	0.016
Grava fina	0.0071
Grava limosa	0.00046
Arena gruesa	0.00011
Arena media	0.000029
Arena fina	0.0000096
Limo	0.000015

# INVESTIGACIÓN DE LA DEFORMABILIDAD DEL SUELO CUANDO EXISTE ABATIMIENTO E INCREMENTO CONTINUO DE LOS NIVELES PIEZOMÉTRICOS

---



Los valores presentados en la tabla II.1 se presentan únicamente para dar una idea aproximada del valor de permeabilidad típico en cada tipo de suelo, y para denotar que este aumenta cuando son más gruesas las partículas del suelo.

## II.1.3.1 Determinación del coeficiente de permeabilidad

Para un problema de la vida práctica lo más conveniente es calcular la permeabilidad del suelo en estudio.

Existen dos modos para lograrlo que pueden ser:

- **Procedimientos indirectos** como es el uso de ecuaciones que relacionan la granulometría del suelo con su permeabilidad
- **Procedimientos directos** que son mediante pruebas in situ o de laboratorio.

Cabe aclarar que los métodos indirectos que consideran la granulometría del suelo son adecuados solo para cálculos preliminares, un ejemplo de estas ecuaciones es la presentada por Hazen:

$$k = 100 D_{10}^2 \quad \text{II.5}$$

Otra desventaja en este tipo de ecuaciones es que no toman en cuenta el acomodo de los granos, la estructura del suelo, ni el grado de saturación natural.

En los problemas ingenieriles relacionados con flujo de agua es necesario obtener un valor más real de la permeabilidad del suelo; para esto se aplican los métodos directos que pueden ser tanto pruebas de campo como de laboratorio.

Debido a que el objeto de esta tesis no es explicar a fondo el problema del flujo de agua en suelos, aquí solamente se mencionarán las pruebas más comunes.

### II.1.3.1.1 Pruebas de laboratorio

Los dispositivos empleados para determinar el coeficiente de permeabilidad en laboratorio son conocidos como permeámetros y, a grandes rasgos, se pueden mencionar dos tipos de éstos.

La elección del tipo más adecuado de permeámetro está regida por los rangos de permeabilidad del suelo, para un suelo con permeabilidad grande es más preciso utilizar un permeámetro de carga constante, mientras que en suelos más finos y de menor permeabilidad resulta más adecuado el uso de permeámetros de carga variable; en estas situaciones las tablas de correlaciones y las fórmulas que relacionan la permeabilidad con la granulometría del suelo pueden servir para definir el tipo de prueba.

# INVESTIGACIÓN DE LA DEFORMABILIDAD DEL SUELO CUANDO EXISTE ABATIMIENTO E INCREMENTO CONTINUO DE LOS NIVELES PIEZOMÉTRICOS



El mecanismo de funcionamiento es muy similar en los dos dispositivos, el manejo de los datos para obtener las propiedades hidráulicas se realiza con la aplicación de la Ley de Darcy.

Es conveniente aclarar que existen errores propios de la prueba tales como: despreciar los cambios del flujo en la frontera formada entre el suelo y la pared del permeámetro, y lo poco representativo que pueda ser la muestra respecto a las condiciones reales.

A continuación se hará una descripción del funcionamiento de cada permeámetro y su manejo de datos:

## - Permeámetro de carga constante

Este dispositivo funciona aplicando una gasto constante  $Q$  a una columna de suelo de longitud  $l$  y cuya área transversal  $A$  también es constante; la pérdida de carga hidráulica  $\Delta h$  se puede medir directamente. La configuración de este dispositivo se presenta en la figura II.3.

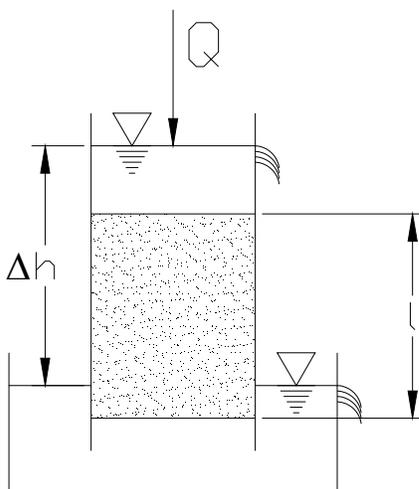


Figura II.3. Permeámetro de carga constante.

Aplicando la Ley de Darcy se puede llegar a:

$$Q = k i A$$

$$k = \frac{Q}{i A}$$

Y, como el gradiente hidráulico se calcula como:

$$i = \frac{\Delta h}{l}$$

# INVESTIGACIÓN DE LA DEFORMABILIDAD DEL SUELO CUANDO EXISTE ABATIMIENTO E INCREMENTO CONTINUO DE LOS NIVELES PIEZOMÉTRICOS



El coeficiente de permeabilidad se obtendrá finalmente como:

$$k = \frac{Q l}{\Delta h A} \quad \text{II.6}$$

## - Permeámetro de carga variable

El permeámetro de carga variable es muy preciso para calcular la permeabilidad en suelos finos, al igual que al de carga constante se hace fluir un gasto, la diferencia principal radica en que se toman lecturas de dos cargas diferentes en dos tiempos diferentes; un esquema básico de estos aparatos es como el que se muestra en la figura II.4.

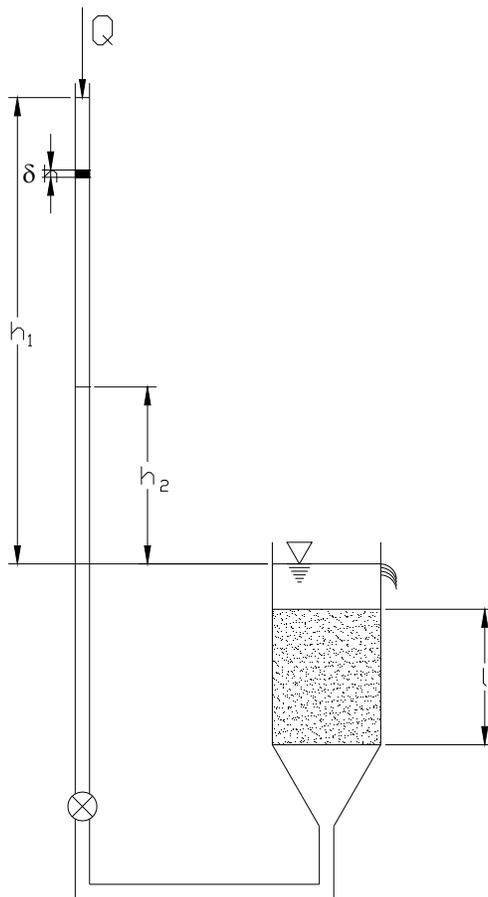


Figura II.4. Permeámetro de carga variable.

En la figura II.4 se indican dos alturas piezométricas  $h_1$  y  $h_2$  que corresponden a las lecturas tomadas para los tiempos  $t_1$  y  $t_2$ , ahora, considerando los siguientes parámetros:

A      área transversal de la probeta

# INVESTIGACIÓN DE LA DEFORMABILIDAD DEL SUELO CUANDO EXISTE ABATIMIENTO E INCREMENTO CONTINUO DE LOS NIVELES PIEZOMÉTRICOS



- a      área transversal del tubo piezométrico
- l      longitud de la probeta
- h<sub>1</sub>    carga hidráulica al inicio de la prueba
- h<sub>2</sub>    carga hidráulica al final de la prueba

Expresando al gasto como la variación del volumen filtrado respecto al tiempo en elementos diferenciales la Ley de Darcy se puede expresar como sigue:

$$Q = \frac{dV}{dt}$$

$$\frac{dV}{dt} = k i A = k \frac{h}{l} A$$

Pero considerando el tubo piezométrico por el que se toman las lecturas el diferencial del volumen se puede expresar como:

$$dV = - a dh$$

Por lo que la ecuación de Darcy quedará como

$$\frac{- a dh}{dt} = k \frac{h}{l} A$$

Desarrollando

$$- a \frac{dh}{h} = \frac{k A}{l} dt$$

Integrando de h<sub>1</sub> a h<sub>2</sub> y de t<sub>1</sub> a t<sub>2</sub>

$$- a \int_{h_1}^{h_2} \frac{dh}{h} = \frac{k A}{l} \int_{t_1}^{t_2} dt$$

$$a [ \ln (h_1) - \ln (h_2) ] = \frac{k A}{l} (t_2 - t_1)$$

Finalmente, arreglando términos y despejando a k

$$k = \frac{l a}{A t} \ln \left( \frac{h_1}{h_2} \right)$$

II.7

# INVESTIGACIÓN DE LA DEFORMABILIDAD DEL SUELO CUANDO EXISTE ABATIMIENTO E INCREMENTO CONTINUO DE LOS NIVELES PIEZOMÉTRICOS



Con la expresión II.7 es posible calcular la permeabilidad del suelo a partir de un permeámetro de carga variable.

## - Permeabilidad a través de pruebas de consolidación

En el caso de suelos muy finos ( arcillas), es posible obtener el coeficiente de permeabilidad a partir de parámetros de consolidación, es decir, a partir de una prueba de consolidación unidimensional; y con la expresión II.8.

$$k = C_v m_v \gamma_w \quad \text{II.8}$$

Donde

$C_v$	coeficiente de consolidación
$m_v$	coeficiente de compresibilidad volumétrica
$\gamma_w$	peso volumétrico del agua

Este procedimiento puede resultar de gran utilidad en suelos lacustres como es el caso del suelo de la Ciudad de México.

### II.1.3.1.2 Pruebas de campo

En ocasiones no es posible efectuar pruebas de laboratorio por la dificultad para obtener muestras inalteradas, en otros casos, donde los suelos son muy heterogéneos las muestras no son representativas del sitio. Para estos casos, lo más viable para conocer la permeabilidad de un sitio es mediante la ejecución de pruebas de campo.

Existen variados tipos de pruebas de permeabilidad in situ, la elección del método dependerá principalmente del tipo de suelo que se desea analizar, aquí se hará mención de los métodos más comunes y se dará una breve explicación de cada uno así como el manejo de los datos sin profundizar en la obtención de las expresiones de cálculo.

## - Pruebas Lefranc

Esta prueba sirve para medir la permeabilidad en suelos aluviales o rocas muy fisuradas y cuando el material a ensayar se encuentre debajo del nivel freático.

Para ejecutar la prueba se necesita una bomba, una tubería con válvula de tres pasos en la parte superior conectada en la salida a un sistema de medición de gasto, y una sonda eléctrica.

La prueba consiste en realizar una perforación hasta la profundidad que se va a ensayar, se instala la tubería al fondo de la perforación rodeada de un filtro de grava limpia, este filtro cubrirá toda la

# INVESTIGACIÓN DE LA DEFORMABILIDAD DEL SUELO CUANDO EXISTE ABATIMIENTO E INCREMENTO CONTINUO DE LOS NIVELES PIEZOMÉTRICOS



zona que se desee ensayar, el resto del barreno se protege con un ademe, estabilizando las paredes y confinando la zona en estudio.

Se registra la distancia  $H_0$  que va del nivel freático al extremo superior del ademe, esta lectura se repite hasta que el NAF se estabilice.

Una vez conocido el NAF se abren las válvulas y se inyecta agua a un gasto constante y conocido, se espera a que se estabilice el nivel del agua durante diez minutos, después, se registra la distancia  $H_i$  entre el nuevo nivel del agua y el extremo superior del ademe.

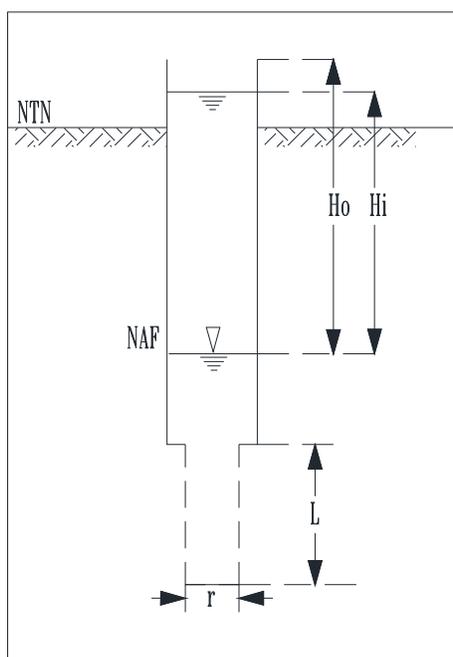


Figura II.5. Esquema básico de una prueba Lefranc.

El procedimiento se repite para diferentes gastos.

El valor de la permeabilidad se obtiene de aplicar la Ley de Darcy

$$Q = C k (H_i - H_0)$$

Despejando

$$k = \frac{Q}{C (H_i - H_0)} \quad \text{II.9}$$

El valor de  $C$  se obtiene en función de la geometría de la cavidad de ensaye

# INVESTIGACIÓN DE LA DEFORMABILIDAD DEL SUELO CUANDO EXISTE ABATIMIENTO E INCREMENTO CONTINUO DE LOS NIVELES PIEZOMÉTRICOS



Semiesférica de radio $r$	$C = 2 \pi r$
Esférica de radio $r$	$C = 4 \pi r$
Tubo perforado de longitud $L$ y radio $r$	$C = \frac{4 \pi}{\frac{2}{L} \text{Log} \frac{L}{r} - \frac{1}{2H}}$

En la figura II.5 se presenta un esquema típico de una prueba Lefranc con cámara de ensaye cilíndrica.

Nótese que en la expresión II.9 se está considerando en el gradiente hidráulico a la longitud  $L$  unitaria, esto es porque comúnmente el ensaye se realiza con un metro de longitud, sin embargo, esta longitud se puede ajustar.

## - Pruebas de bombeo

Otro método común para suelos que se encuentran debajo del nivel freático es con pruebas de bombeo mediante un pozo central rodeado de varios pozos en forma concéntrica o de piezómetros cuando se trata de materiales heterogéneos.

Para ejecutar la prueba se requiere que el pozo central tenga un ademe ranurado en toda su extensión, además, se requiere de una bomba de pozo profundo, un medidor de gasto, tuberías ranuradas y una sonda eléctrica para medir el nivel del agua.

Inicialmente se miden los niveles de los pozos de observación o de los piezómetros, hecho esto se comienza a bombear agua con un gasto previamente fijado.

Es necesario tomar lecturas continuas de los niveles en los pozos para los primeros minutos, teniendo así datos para la etapa de flujo transitorio, posteriormente se pueden tomar lecturas en lapsos de tiempo más grandes.

Una vez alcanzada la estabilización del flujo se suspende el bombeo y se toman datos continuos de la recuperación de niveles en los pozos teniendo así datos de flujo establecido.

Los datos obtenidos durante el flujo transitorio se manejan con el método de Thies – Lubin basado en suponer que el suelo permeable es homogéneo, isótropo e infinito, y que el pozo central atraviesa al depósito permeable en su totalidad y su radio es pequeño.

La expresión para calcular el coeficiente de permeabilidad es

$$k = \frac{q}{4 \pi \Delta H} \ln \frac{t}{t'} \quad \text{II.10}$$

# INVESTIGACIÓN DE LA DEFORMABILIDAD DEL SUELO CUANDO EXISTE ABATIMIENTO E INCREMENTO CONTINUO DE LOS NIVELES PIEZOMÉTRICOS



Donde

- H espesor del estrato permeable
- q gasto del bombeo
- t tiempo transcurrido desde el inicio del bombeo
- t' tiempo transcurrido desde la suspensión del bombeo
- $\Delta$  abatimiento residual en uno de los pozos de observación

En caso de analizar el flujo establecido se aplicarán las hipótesis de Dupuit que se explicarán más adelante.

Este caso tiene la gran desventaja que es necesario esperar a que se recuperen los niveles de los pozos después de suspender el bombeo, esto puede tomar mucho tiempo y en ocasiones no se logra.

A partir de las hipótesis de Dupuit se llega a la expresión II.11

$$k = \frac{q}{(h_2^2 - h_1^2)} \ln \frac{R_2}{R_1} \quad \text{II.11}$$

Donde

- q gasto del bombeo
- $h_1, h_2$  alturas del nivel del agua libre con respecto al extremo profundo del pozo de bombeo
- $R_1, R_2$  distancias de las líneas de los pozos 1 y 2 al pozo de bombeo

## - Pozos de absorción

Esta prueba se realiza en suelos no saturados y consiste en un pozo de diámetro  $d$  que se mantiene bajo un gasto  $q$  suficiente para mantener un tirante constante  $h$ , el coeficiente de permeabilidad se obtiene con la expresión de Terletska

$$k = \frac{0.423 q}{h^2} \ln \frac{4 h}{d} \quad \text{II.12}$$

## - Pozos de filtración

También se realiza para suelos no saturados. Consiste en excavar dos pozos iguales de planta rectangular, colocados simétricamente.

El procedimiento de la prueba consiste en colocar agua en los dos pozos dejando uno con un tirante mayor que el otro, se deja estabilizar durante 48 hrs añadiendo agua para mantener los niveles. Posteriormente se continúa con el proceso pero se toman lecturas del agua añadida en cada pozo durante cuatro horas.

# INVESTIGACIÓN DE LA DEFORMABILIDAD DEL SUELO CUANDO EXISTE ABATIMIENTO E INCREMENTO CONTINUO DE LOS NIVELES PIEZOMÉTRICOS



El coeficiente de permeabilidad se obtiene con la ayuda de la teoría de redes de flujo que más adelante se explicará con detalle, llegando a la expresión II.13

$$k = \frac{N_v F}{N_c H_m t l} \quad \text{II.13}$$

Donde

- N<sub>c</sub>    número de canales de flujo
- N<sub>v</sub>    número de caídas de potencial
- H<sub>m</sub>    desnivel medio entre los tirantes de los pozos
- t       tiempo de lectura de agua añadida en los pozos
- l       distancia entre pozos

El valor de F se obtiene con la expresión II.14

$$F = \frac{C_1 A_2 H_{2m} + C_2 A_1 H_{1m}}{A_2 H_{2m} + A_1 H_{1m}} \quad \text{II.14}$$

Donde

- A<sub>1</sub>    área media mojada del pozo 1
- A<sub>2</sub>    área media mojada del pozo 2
- C<sub>1</sub>    volumen de agua añadido al pozo 1
- C<sub>2</sub>    volumen de agua añadido al pozo 2
- H<sub>1m</sub>    tirante medio del pozo 1
- H<sub>2m</sub>    tirante medio del pozo 2

**Tabla II.2. Características de pruebas de permeabilidad in situ.**

NAF	Material	Prueba Lefranc	Bombeo con pozos de observación	Bombeo con pozos de observación	Absorción y filtración
Arriba de	Homogéneo				X
	Heterogéneo				X
Debajo de	Homogéneo	X	X		
	Heterogéneo	X		X	

# INVESTIGACIÓN DE LA DEFORMABILIDAD DEL SUELO CUANDO EXISTE ABATIMIENTO E INCREMENTO CONTINUO DE LOS NIVELES PIEZOMÉTRICOS



Estas son algunas de las pruebas de campo más comunes para determinar el valor del coeficiente de permeabilidad, y como se dijo, su elección dependerá del tipo de depósito permeable que se quiera estudiar, en la tabla II.2 se presenta en forma resumida la aplicación en función del NAF y del material.

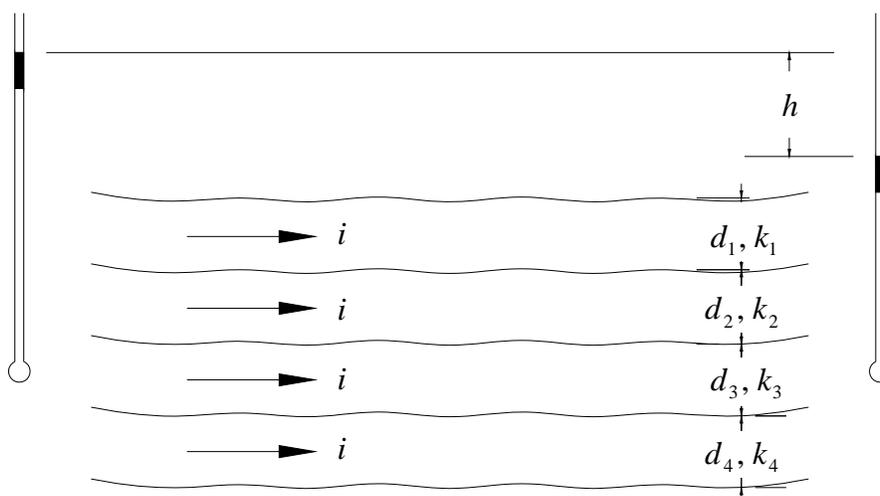
## II.1.3.2 Coeficiente medio de permeabilidad

Hasta ahora se ha hablado del coeficiente de permeabilidad tratando al suelo como un medio homogéneo, sin embargo, sabemos que es muy común en la práctica profesional encontrar suelos estratificados.

Para tratar con suelos estratificados es posible obtener coeficientes de permeabilidad medios, su obtención depende de la dirección que se esté analizando.

### II.1.3.2.1 En flujo horizontal

Considérese la figura II.6.



**Figura II.6. Permeabilidad horizontal.**

Donde se tiene que para cada uno de los  $n$  estratos corresponde una permeabilidad  $k_1, k_2, k_3, \dots, k_n$ , y espesores  $d_1, d_2, d_3, \dots, d_n$ , Aplicando la Ley de Darcy.

$$Q = \sum_1^n k_n i_n d_n$$

Si llamamos  $k_x$  a la permeabilidad media horizontal se debe cumplir

# INVESTIGACIÓN DE LA DEFORMABILIDAD DEL SUELO CUANDO EXISTE ABATIMIENTO E INCREMENTO CONTINUO DE LOS NIVELES PIEZOMÉTRICOS



$$Q = k_x i \sum_1^n d_n$$

Por lo tanto

$$\sum_1^n k_n i_n d_n = k_x i \sum_1^n d_n$$

Considerando que en todos los estratos se tiene el mismo gradiente

$$i \sum_1^n k_n d_n = k_x i \sum_1^n d_n$$

Despejando  $k_x$

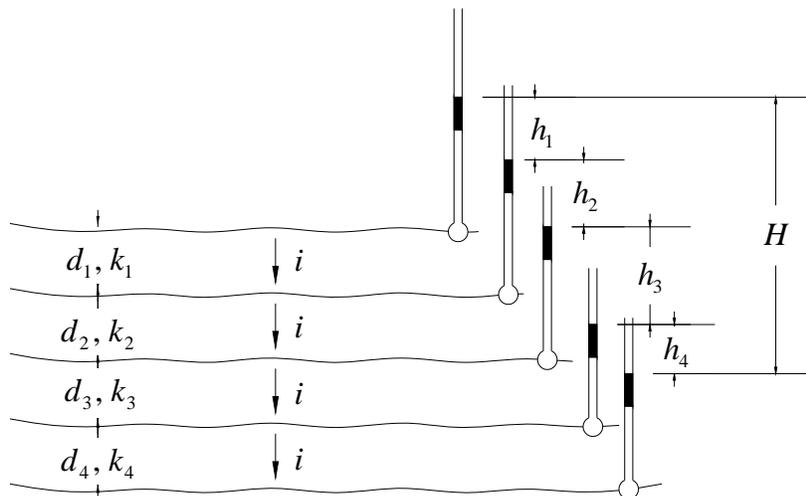
$$k_x = \frac{\sum_1^n k_n d_n}{\sum_1^n d_n}$$

II.15

Expresión con la cual se puede conocer el coeficiente de permeabilidad medio horizontal.

## II.1.3.2.2 En flujo vertical

Considérese la figura II.7.



**Figura II.7. Permeabilidad vertical.**

# INVESTIGACIÓN DE LA DEFORMABILIDAD DEL SUELO CUANDO EXISTE ABATIMIENTO E INCREMENTO CONTINUO DE LOS NIVELES PIEZOMÉTRICOS



Por continuidad debe cumplirse que el gasto filtrado por la región sea el mismo para cada uno de los estratos y también la velocidad de flujo, puesto que se consideran secciones iguales para todos los estratos, es decir

$$Q = q_1 = q_2 = q_3 = \dots = q_n$$

Y

$$v = v_1 = v_2 = v_3 = \dots = v_n$$

Definiendo el gradiente hidráulico para el n-ésimo estrato

$$i_n = \frac{h_n}{d_n}$$

Por lo tanto se cumple que

$$k_1 \frac{h_1}{d_1} = k_2 \frac{h_2}{d_2} = k_3 \frac{h_3}{d_3} = \dots = k_i \frac{h_i}{d_i} = \dots = k_n \frac{h_n}{d_n}$$

Si llamamos  $k_y$  a la permeabilidad media vertical se debe cumplir

$$Q = k_y \frac{H}{\sum_1^n d_n} = k_n \frac{h_n}{d_n}$$

Donde H es la caída total de potencial y  $\sum_1^n d_n$  es la suma de los espesores de los estratos de acuerdo a la figura II.6.

Despejando  $k_y$

$$k_y = k_n \frac{h_n}{d_n} \frac{\sum_1^n d_n}{H}$$

Por otro lado, de la ecuación de continuidad se obtiene que

# INVESTIGACIÓN DE LA DEFORMABILIDAD DEL SUELO CUANDO EXISTE ABATIMIENTO E INCREMENTO CONTINUO DE LOS NIVELES PIEZOMÉTRICOS



$$h_i = k_n \frac{h_n}{d_n} \cdot \frac{d_i}{k_i}$$

Como H equivale a la suma de las caídas de potencial de los i estratos

$$H = k_n \frac{h_n}{d_n} \cdot \sum_{i=1}^n \frac{d_i}{k_i}$$

Sustituyendo y resolviendo

$$k_y = k_n \frac{h_n}{d_n} \frac{\sum_1^n d_n}{k_n \frac{h_n}{d_n} \cdot \sum_{i=1}^n \frac{d_i}{k_i}}$$

Ó

$$k_y = \frac{\sum_1^n d_n}{\sum_{i=1}^n \frac{d_i}{k_i}} \tag{II.16}$$

Así la permeabilidad media vertical se puede obtener a partir de las condiciones de cada estrato.

## II.2 ECUACIÓN DE FLUJO

Una vez determinadas la propiedades hidráulicas del suelo el problema del ingeniero se centra en determinar el gasto filtrado y la carga piezométrica en diferentes puntos de interés, hasta ahora se ha hablado del flujo de agua como si se tratara de un problema unidimensional, sin embargo, esta condición rara vez pasará en la naturaleza.

En términos generales, el problema de flujo de agua en suelos es de condiciones tridimensionales; no obstante, en muchos problemas de ingeniería es posible simplificarlo a sólo dos dimensiones.

La solución de un problema de flujo de agua se puede hacer a partir de un elemento diferencial de dimensiones dx, dy y dz sujeto a flujo en tres direcciones como se muestra en la figura II.8.

Antes de desarrollar cualquier solución es conveniente aclarar las hipótesis simplificadoras utilizadas en el método, en este caso son:

- Régimen establecido
- Suelo saturado

# INVESTIGACIÓN DE LA DEFORMABILIDAD DEL SUELO CUANDO EXISTE ABATIMIENTO E INCREMENTO CONTINUO DE LOS NIVELES PIEZOMÉTRICOS



- El agua y las partículas del suelo son incompresibles entre sí
- El flujo no modifica la estructura del suelo.

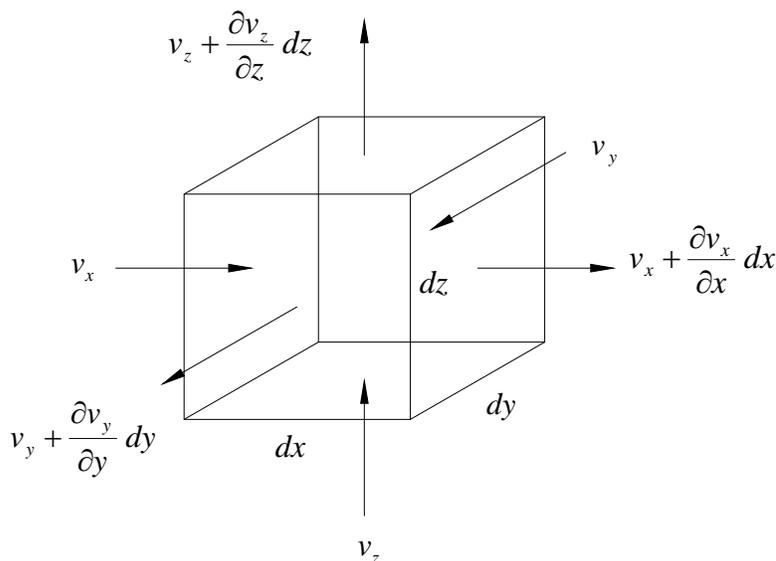
Considerando que existe un flujo establecido, es decir, que la velocidad no variará respecto al tiempo, y considerando que las velocidades de entrada son  $v_x$ ,  $v_y$ , y  $v_z$ , entonces las velocidades de salida serán:

$$v_x + \frac{\partial v_x}{\partial x} dx$$

$$v_y + \frac{\partial v_y}{\partial y} dy$$

$$v_z + \frac{\partial v_z}{\partial z} dz$$

Debido a que se ha considerado que tanto el agua como el suelo son incompresibles, es válida la ecuación de continuidad, es decir, es igual el gasto que entra al gasto que sale.



**Figura II.8. Elemento diferencial sujeto a flujo.**

Por otra parte, si expresamos el gasto en términos del producto de las velocidades por su respectiva área transversal tendremos para el elemento diferencial lo siguiente.

$$v_x dy dz + v_y dx dz + v_z dx dy = \left( v_x + \frac{\partial v_x}{\partial x} dx \right) dy dz + \left( v_y + \frac{\partial v_y}{\partial y} dy \right) dx dz + \left( v_z + \frac{\partial v_z}{\partial z} dz \right) dx dy$$

Reduciendo términos

# INVESTIGACIÓN DE LA DEFORMABILIDAD DEL SUELO CUANDO EXISTE ABATIMIENTO E INCREMENTO CONTINUO DE LOS NIVELES PIEZOMÉTRICOS



$$\frac{\partial v_x}{\partial x} dx dy dz + \frac{\partial v_y}{\partial y} dx dy dz + \frac{\partial v_z}{\partial z} dx dy dz = 0$$

$$\frac{\partial v_x}{\partial x} + \frac{\partial v_y}{\partial y} + \frac{\partial v_z}{\partial z} = 0$$

Si aplicamos la Ley de Darcy se tendrá

$$v = -k \frac{\partial h}{\partial l}$$

Para las condiciones del elemento diferencial mencionado

$$v_x = -k_x \frac{\partial h}{\partial x}$$

$$v_y = -k_y \frac{\partial h}{\partial y}$$

$$v_z = -k_z \frac{\partial h}{\partial z}$$

En las ecuaciones anteriores se puede observar que se está considerando un caso general en el que las permeabilidades del suelo no son precisamente las mismas en cada dirección, por lo anterior la ecuación de continuidad se puede escribir como

$$k_x \frac{\partial^2 h}{\partial x^2} + k_y \frac{\partial^2 h}{\partial y^2} + k_z \frac{\partial^2 h}{\partial z^2} = 0$$

Como antes se mencionó en muchos problemas de ingeniería es conveniente evaluar los problemas considerándolos en dos direcciones, lo que resulta en reducir la complejidad de su solución, en este caso al reducir el problema a dos dimensiones la ecuación de continuidad quedará.

$$k_x \frac{\partial^2 h}{\partial x^2} + k_y \frac{\partial^2 h}{\partial y^2} = 0$$

Otra simplificación que se hace a esta expresión es considerar que la permeabilidad es la misma en las diferentes direcciones, por lo que finalmente tenemos.

$$k_x = k_y = k$$

# INVESTIGACIÓN DE LA DEFORMABILIDAD DEL SUELO CUANDO EXISTE ABATIMIENTO E INCREMENTO CONTINUO DE LOS NIVELES PIEZOMÉTRICOS



$$\frac{\partial^2 h}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 h}{\partial y^2} = \nabla^2 h = 0 \quad \text{II.17}$$

La ecuación II.17 es una ecuación diferencial parcial del tipo Laplace y sus soluciones representan la configuración del flujo de agua en suelos.

En esta tesis no se profundizará en el desarrollo de la solución y se presentarán únicamente las condiciones y características de la solución que influyan en el desarrollo de este trabajo.

Dichas soluciones se dan por medio de dos familias de curvas.

Las dos familias de curvas son las funciones  $\phi(x, y)$  y  $\Psi(x, y)$  conocidas como función potencial y función de flujo respectivamente, ambas satisfacen la Ecuación diferencial de Laplace y tienen algunas características particulares que permiten al ingeniero de la práctica analizarlas de un modo sencillo.

Es conveniente aclarar que la función  $\Psi(x, y)$  se obtiene considerando flujo laminar a través del suelo, lo cual es válido debido a las velocidades pequeñas que se desarrollan en el flujo de agua en suelos.

También cabe aclarar que cada vez que se emplee esta expresión diferencial de Laplace se deben recordar las hipótesis simplificadoras que se consideraron en su desarrollo, así como, la condición de dos o tres dimensiones y la de tomar la misma permeabilidad en las dos direcciones ( para el caso bidimensional).

Esta última consideración se puede solucionar aplicando artificios matemáticos como el de la sección transformada, la cual se explica detalladamente en la literatura referente al tema, Esta tesis se limita a recalcar la importancia de revisar estos casos, en especial cuando se trata de un suelo compactado en capas, lo que impone una condición totalmente diferente para las permeabilidades en cada dirección.

Por otro lado, existen diferentes modos de dar solución al problema de flujo de agua en suelos como puede ser por analogías físicas, procedimientos matemáticos rigurosos o con métodos gráficos como la red de flujo, actualmente también se emplean métodos numéricos por medio del elemento finito para solucionar estos problemas.

En lo próximo se desarrollará el procedimiento de la red de flujo que ha sido durante años el más socorrido por los ingenieros de la práctica.

## II.3 RED DE FLUJO

La red de flujo, como se mencionó, es una solución gráfica sencilla, que sirve para obtener el gasto filtrado a través de una región, las caídas de potencial, el gradiente hidráulico y las fuerzas de filtración que se desarrollan a la salida de la red.

# INVESTIGACIÓN DE LA DEFORMABILIDAD DEL SUELO CUANDO EXISTE ABATIMIENTO E INCREMENTO CONTINUO DE LOS NIVELES PIEZOMÉTRICOS



La configuración de una red de flujo es un arreglo de las dos familias de curvas que dan solución a la Ecuación de Laplace y que son ortogonales entre sí, dicha configuración fue demostrada físicamente por Casagrande con el uso de modelos físicos.

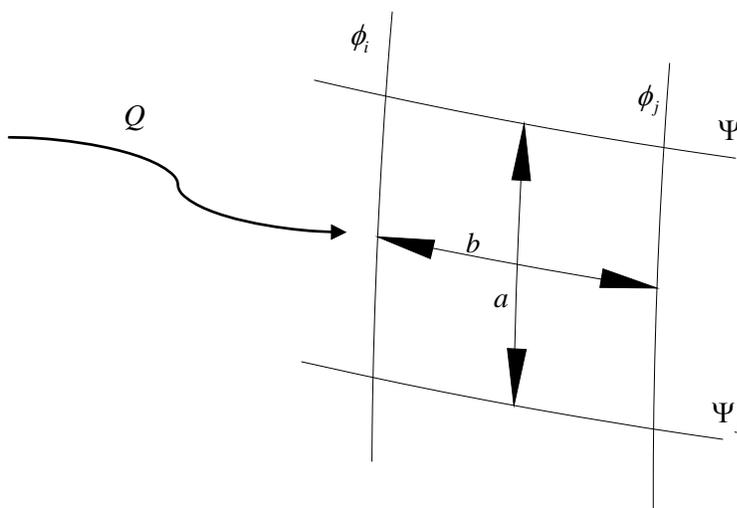
Para describir una red de flujo primero se deben definir algunos conceptos importantes:

**Línea equipotencial.** Siguiendo la función  $\phi(x, y)$  en una sola curva se observa que el valor de la carga hidráulica no varía a lo largo de ésta, es decir, el potencial es constante, esta curva define entonces a una línea equipotencial.

**Línea de flujo.** Como se mencionó la función  $\Psi(x, y)$  representa al flujo del agua, pero además, tiene un sentido físico, esto es, refleja físicamente las trayectorias del agua dentro del medio, a cada una de estas trayectorias se les llama línea de flujo.

**Canal de flujo.** Se definió como canal de flujo al espacio que queda entre dos líneas de flujo, estos tienen la característica de que todos conducen el mismo gasto.

Otro aspecto importante que conviene mencionar es que los espacios formados entre los cruces de las líneas equipotenciales y las líneas de flujo son cuadrados singulares, es decir, que las magnitudes  $a$  y  $b$  son iguales según la figura II.9.



**Figura II.9. Cuadrado singular formado entre líneas equipotenciales y líneas de flujo.**

Entre los cuadrados singulares se tienen los canales de flujo en el sentido del flujo, y la caída de potencial será constante en los cuadrados de una misma red de flujo.

Se define al número de líneas equipotenciales como  $n_e$ , y al número de líneas de flujo como  $n_f$ . Puede expresarse a la pérdida total y al gasto total en función de las pérdidas entre equipotenciales y del gasto filtrado por cada canal de flujo respectivamente.

# INVESTIGACIÓN DE LA DEFORMABILIDAD DEL SUELO CUANDO EXISTE ABATIMIENTO E INCREMENTO CONTINUO DE LOS NIVELES PIEZOMÉTRICOS



$$H = h n_e$$

$$Q = q n_f$$

ó

$$h = \frac{H}{n_e}$$

$$q = \frac{Q}{n_f}$$

Donde:

H	pérdida de carga total
h	pérdida de carga entre cada equipotencial
$n_e$	número de caídas de potencial
Q	gasto total filtrado
q	gasto filtrado en cada canal de flujo
$n_f$	número de canales de flujo

Aplicando la Ley de Darcy para un solo cuadrado

$$q = k i A = k \frac{h}{l} A$$

Pero, considerando la figura II.9, y además una sección de ancho unitario

$$q = k \frac{h}{b} a \cdot 1$$

Reescribiendo en términos de la carga total y gasto total

$$\frac{Q}{n_f} = k \frac{H}{n_e} \frac{a}{b}$$

Recordando que en la red de flujo las dimensiones a y b son iguales el gasto total estará dado por

$$Q = k H \frac{n_f}{n_e}$$

Como  $n_e$  y  $n_f$  son características de la red de flujo, se puede definir el factor de forma  $F_f$

# INVESTIGACIÓN DE LA DEFORMABILIDAD DEL SUELO CUANDO EXISTE ABATIMIENTO E INCREMENTO CONTINUO DE LOS NIVELES PIEZOMÉTRICOS

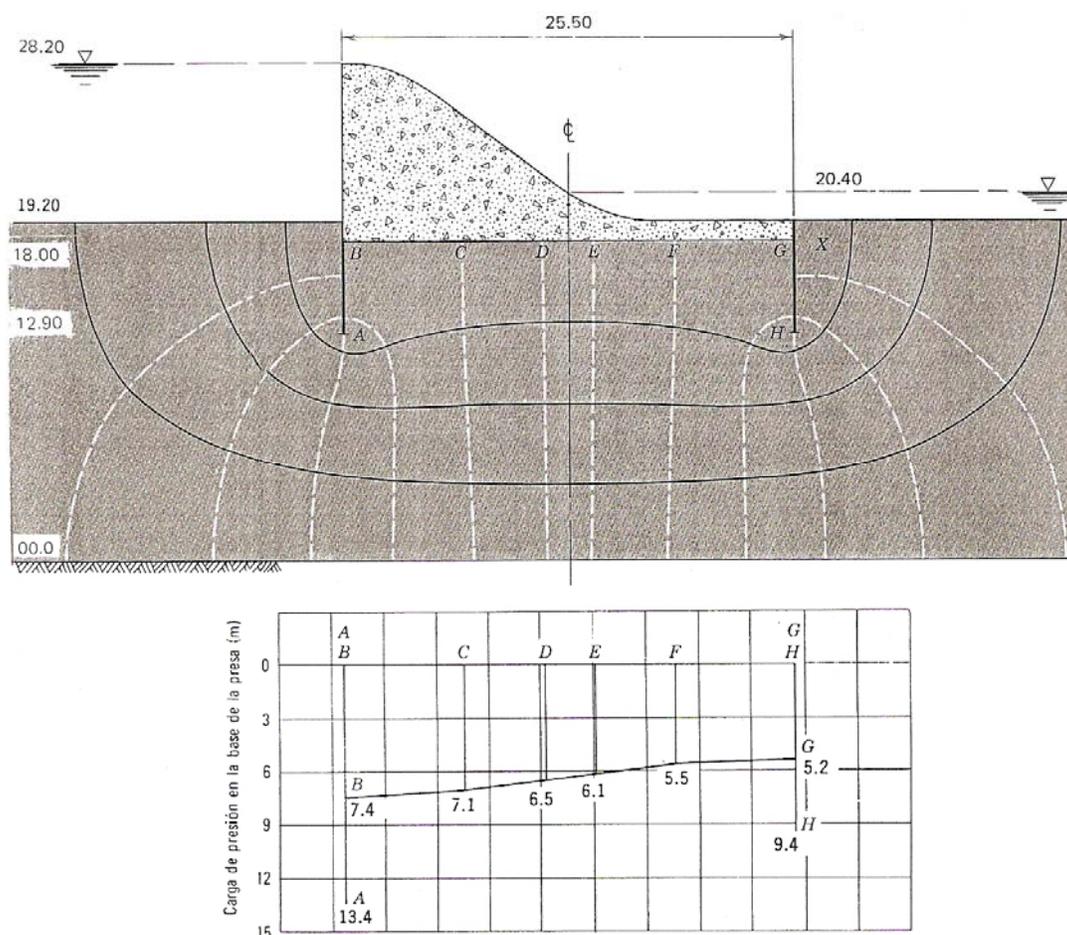


$$F_f = \frac{n_f}{n_e} \quad \text{II.18}$$

De tal modo que el gasto total filtrado por la región estudiada será

$$Q = k H F_f \quad \text{II.19}$$

Además del gasto filtrado, con la red de flujo también es posible conocer la distribución de la subpresión que actúa sobre elementos de retención como presas de gravedad o tablestacas, para conocer dichas subpresiones basta con restar aritméticamente el valor de la caída de potencial total acumulada en cada punto de interés. En la figura II.10, se presenta la configuración típica de la subpresión debajo de una presa de gravedad.



**Figura II.10. Subpresión actuando en una presa de gravedad.  
(Casagrande Figura obtenida de la referencia 5).**

# INVESTIGACIÓN DE LA DEFORMABILIDAD DEL SUELO CUANDO EXISTE ABATIMIENTO E INCREMENTO CONTINUO DE LOS NIVELES PIEZOMÉTRICOS



Otro tema importante es el referente a las fuerzas de filtración; en ocasiones, cuando sucede un flujo ascendente y el esfuerzo efectivo es nulo, sucede el fenómeno de ebullición que, a largo plazo, hace migrar el material y puede concluir en problemas mayores como tubificación.

Esta condición se evalúa a partir del gradiente crítico, el cual se define como

$$i_c = \frac{\gamma'}{\gamma_w} \quad \text{II.20}$$

Donde

$i_c$       gradiente crítico  
 $\gamma'$       peso volumétrico sumergido  
 $\gamma_w$       peso volumétrico del agua

Por medio de la red de flujo se puede conocer el gradiente hidráulico a la salida de la red de flujo y se evalúa respecto al gradiente crítico, cuando éste último es mayor existirá la condición de ebullición, es conveniente que al hacer estas revisiones se consideren factores de seguridad.

Hasta ahora se ha hablado de la solución al problema de flujo de agua en suelos como una solución gráfica de una familia de curvas ortogonales entre sí, pero aún no se ha descrito completamente su configuración, para esto se deben tomar las consideraciones y características ya mencionadas, y además, se debe hacer una diferencia entre el tipo de flujo en función de sus condiciones de frontera, para esto se desarrollarán a continuación dichas condiciones.

## II.3.1 FLUJO CONFINADO

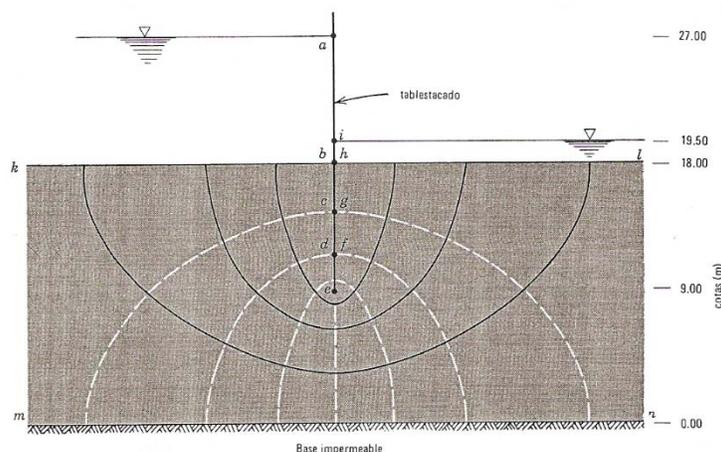
Como se dijo, para poder dibujar una red de flujo, es necesario primero definir las fronteras de la zona de flujo, es decir, definir las líneas de flujo y las líneas equipotenciales que confinan a la región.

En ocasiones, definir estas fronteras resulta un trabajo sencillo que se puede solucionar con una simple inspección de la geometría del problema, tal es el caso que se presenta en la figura II.11.

A este tipo de casos se les denomina flujo confinado y su característica principal, como se mencionó, es que es posible definir las fronteras de la región de flujo. En este caso la línea kb es línea equipotencial, a lo largo de ella la carga hidráulica es la altura del tirante aguas arriba, lo mismo sucede con la línea hl aguas abajo. También es posible definir algunas líneas de flujo, tal es el caso de la línea beh y la línea mn.

Con lo anterior, han quedado definidos los límites de la región de flujo y a partir de estos es posible trazar toda la red respetando sus características de ortogonalidad de las líneas y dimensiones de los cuadrados singulares.

# INVESTIGACIÓN DE LA DEFORMABILIDAD DEL SUELO CUANDO EXISTE ABATIMIENTO E INCREMENTO CONTINUO DE LOS NIVELES PIEZOMÉTRICOS

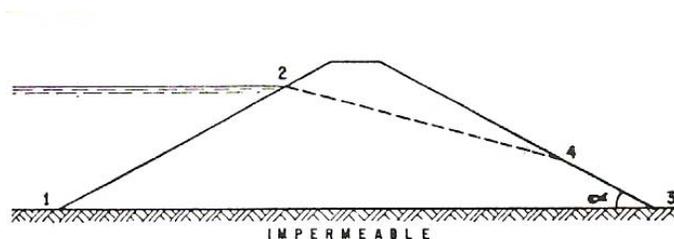


**Figura II.11. Red de flujo. Flujo confinado.  
(Casagrande Figura obtenida de la referencia 5).**

### II.3.2 FLUJO NO CONFINADO

Un problema común relacionado con el flujo de agua es el conocer el gasto que se filtra en estructuras térreas construidas para la retención de agua, tales como los bordes de los canales o presas de tierra.

Si observamos la figura II.12 podemos definir las siguientes fronteras. La línea 1-2 es equipotencial, la línea 1-3 es línea de flujo, estas dos fronteras se pudieron definir fácilmente, sin embargo, la línea 2-4 no queda completamente definida.



**Figura II.12. Red de flujo. Flujo no confinado. (Referencia 5).**

La línea 2-4 está libre ante la atmósfera y es un línea de flujo, este tipo de problemas con las características mencionadas se conocen como flujo no confinado, y a la línea 2-4 se le llama línea de corriente superior.

Para definir la línea de corriente superior se han desarrollado varias expresiones y ecuaciones, en términos generales se hace un ajuste a una parábola con correcciones a la entrada de la red y a la salida cuando se colocan filtros de arena.

# INVESTIGACIÓN DE LA DEFORMABILIDAD DEL SUELO CUANDO EXISTE ABATIMIENTO E INCREMENTO CONTINUO DE LOS NIVELES PIEZOMÉTRICOS



Un caso particular de flujo no confinado es precisamente el que se genera al bombear un acuífero, en éste se describe también una línea de corriente superior por lo que se trata de un flujo no confinado.

Desarrollar dichas soluciones es un trabajo muy extenso y no es el objeto de esta tesis, por lo que solamente se explicará la teoría de Dupuit que será usada para definir el comportamiento de los pozos.

## II.3.2.1 Teoría de Dupuit

La teoría de Dupuit fue la primera en desarrollarse y formó las bases para definir la línea de corriente superior.

En primer lugar es conveniente aclarar las hipótesis de trabajo en las que Dupuit se basó:

- 1 Para inclinaciones pequeñas de la línea de corriente superior se puede considerar horizontal, por lo cual las líneas equipotenciales son verticales.
- 2 El gradiente hidráulico es constante y equivale a la pendiente de la línea de corriente superior.

Ahora consideremos los dicho por Dupuit en la figura II.13.

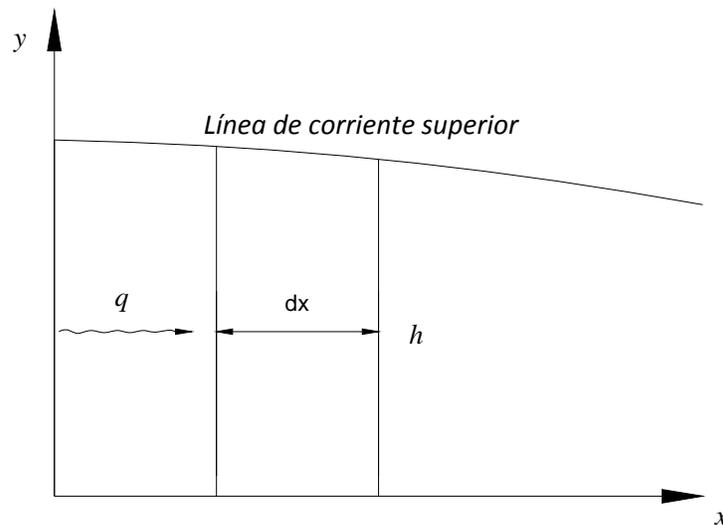


Figura II.13. Teoría de Dupuit.

Atendiendo la figura II.8 y usando la Ley de Darcy:

$$v_x = -k i = -k \frac{dh}{dx}$$

# INVESTIGACIÓN DE LA DEFORMABILIDAD DEL SUELO CUANDO EXISTE ABATIMIENTO E INCREMENTO CONTINUO DE LOS NIVELES PIEZOMÉTRICOS



Considerando una sección de ancho unitario el gasto filtrado por la región será

$$q_x = -k \left( h \frac{dh}{dx} \right)_x \text{ a la entrada, y}$$

$$q_{x+dx} = -k \left( h \frac{dh}{dx} \right)_{x+dx} \text{ a la salida}$$

Por continuidad

$$q_x = q_{x+dx} \quad \text{ó} \quad q_{x+dx} - q_x = 0$$

Lo que también puede escribirse como

$$k \left( h \frac{dh}{dx} \right) + k \left[ \frac{d}{dx} \left( h \frac{dh}{dx} \right) \right] - k \left( h \frac{dh}{dx} \right) = 0$$

Reduciendo

$$\frac{d}{dx} \left( h \frac{dh}{dx} \right) = 0$$

$$\frac{d^2}{dx^2} (h^2) = 0$$

Para conocer el valor de h se tendrá que integrar a  $h^2$  obteniendo la primer integral

$$\frac{dh^2}{dx} = A$$

Y la segunda integral

$$h^2 = A x + B$$

Se definen a  $h_1$  y  $h_2$  como el potencial a la entrada y a la salida de la región estudiada y L a la longitud de ésta pueden definirse las condiciones de frontera

$$\text{Para } x = 0 \quad h = h_1$$

$$\text{Para } x = L \quad h = h_2$$

# INVESTIGACIÓN DE LA DEFORMABILIDAD DEL SUELO CUANDO EXISTE ABATIMIENTO E INCREMENTO CONTINUO DE LOS NIVELES PIEZOMÉTRICOS



Definiendo así las constantes de integración A y B

$$A = \frac{h_2^2 - h_1^2}{L}$$
$$B = h_1^2$$

Sustituyendo

$$h^2 = \frac{h_2^2 - h_1^2}{L} x + h_1^2$$

Y finalmente

$$h = \sqrt{h_1^2 - \frac{h_1^2 - h_2^2}{L} x} \quad \text{II.21}$$

Por otro lado, el gasto filtrado estará dado por la Ley de Darcy

$$q = -k h \frac{dh}{dx}$$

Aplicando el mismo razonamiento

$$q dx = -k h dh$$

Integrando

$$q \int dx = -k \int h dh$$

$$q x = -k \frac{h^2}{2} + C$$

Aplicando las condiciones de frontera ya mencionadas

$$C = k \frac{h_1^2}{2}$$

Quedando el gasto como

# INVESTIGACIÓN DE LA DEFORMABILIDAD DEL SUELO CUANDO EXISTE ABATIMIENTO E INCREMENTO CONTINUO DE LOS NIVELES PIEZOMÉTRICOS



$$q = k \frac{h_1^2 - h_2^2}{2L}$$

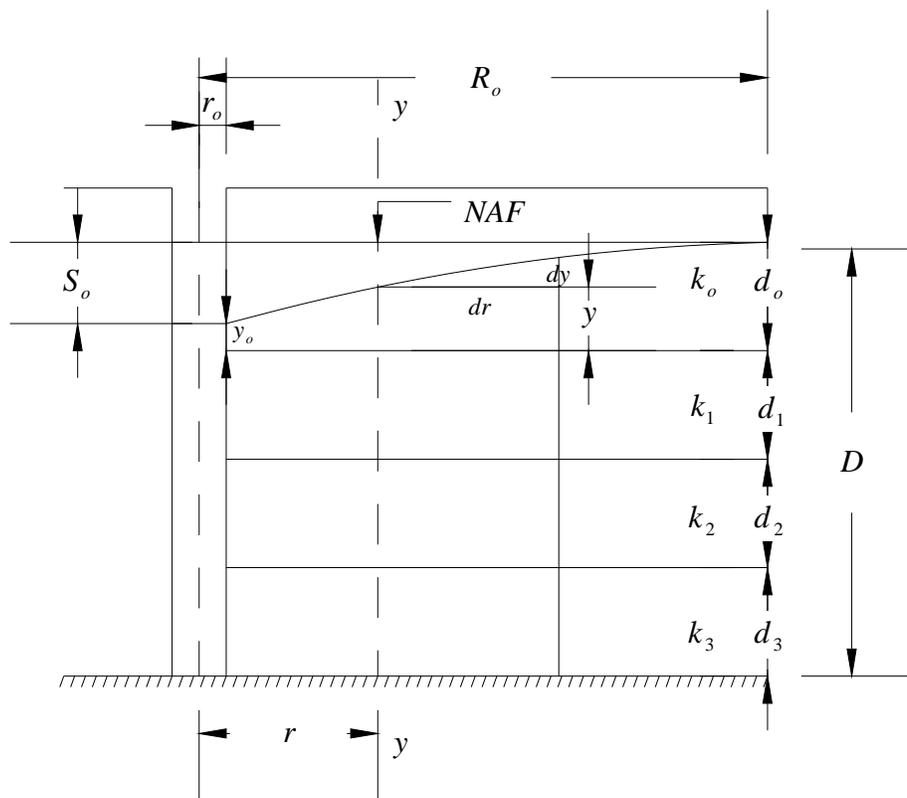
II.22

Con la expresión II.21 es posible conocer la línea de corriente superior en un flujo no confinado y calcular el gasto que pasa por la región de flujo. En adelante, en esta tesis, al mencionar el cálculo referente al flujo ocasionado por el bombeo, se hará aplicación de la teoría de Dupuit.

## II.4 FLUJO DE AGUA EN POZOS DE BOMBEO

### II.4.1 CÁLCULO DE GASTO EXTRAÍDO EN POZOS DE BOMBEO. FLUJO HORIZONTAL

Considerando la figura II.14.



**Figura II.14. Pozo de bombeo (Referencia 20).**

Donde se tiene un pozo de radio  $r_o$ , cortando a los estratos de espesor  $d_i$  y permeabilidad  $k_i$ , del pozo se extrae agua a razón de un gasto  $q$  ocasionando la depresión  $S_o$  en el nivel de aguas freáticas.

Para analizar el flujo ocasionado por el pozo se aplicarán las hipótesis de Dupuit que ya se mencionaron, se considera la sección  $y - y$ , y aplicando la Ley de Darcy, se tiene que el gasto será.

# INVESTIGACIÓN DE LA DEFORMABILIDAD DEL SUELO CUANDO EXISTE ABATIMIENTO E INCREMENTO CONTINUO DE LOS NIVELES PIEZOMÉTRICOS



$$q = 2 \pi r y k_o \frac{dy}{dr} + 2 \pi r d_1 k_1 \frac{dy}{dr} + \dots + 2 \pi r d_n k_n \frac{dy}{dr}$$

Arreglando e integrando.

$$q \int \frac{dr}{r} = \int 2 \pi y k_o dy + \sum_1^n 2 \pi d_i k_i dy$$

$$q \ln r = \pi k_o y^2 + \sum_1^n 2 \pi d_i k_i y + C$$

Considerando las condiciones de frontera: cuando  $r = r_o$ ,  $y = y_o$

$$q \ln \frac{r}{r_o} = \pi k_o (y^2 - y_o^2) + \sum_1^n 2 \pi d_i k_i (y - y_o)$$

Suponiendo que el flujo establecido se tiene para  $r = R_o$ ,  $y = d_o$

$$q = \frac{\pi k_o (d_o^2 - y_o^2) + 2 \pi \sum_1^n d_i k_i (d_o - y_o)}{\ln \frac{R_o}{r_o}} \quad \text{II.23}$$

Ó

$$q = \left( \frac{\pi k_o (d_o + y_o) + 2 \pi \sum_1^n d_i k_i}{\ln \frac{R_o}{r_o}} \right) S_o \quad \text{II.24}$$

Bajo estas condiciones se tienen dos casos.

### Caso 1.

La permeabilidad del estrato superior de espesor  $d_o$  es significativamente mayor que los estratos inferiores.

Tomando en cuenta la figura II.15.

# INVESTIGACIÓN DE LA DEFORMABILIDAD DEL SUELO CUANDO EXISTE ABATIMIENTO E INCREMENTO CONTINUO DE LOS NIVELES PIEZOMÉTRICOS

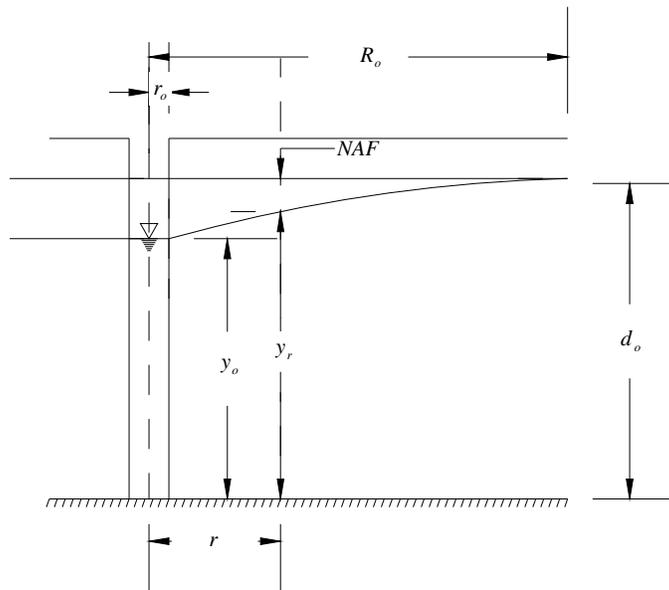


Se tiene que

$$\frac{k_n}{k_o} \cong 0$$

Por lo tanto el gasto estará dado por

$$q = \frac{\pi k_o (d_o + y_o)}{\ln \frac{R_o}{r_o}} \cdot S_o \quad \text{II.25}$$



**Figura II.15. Pozo de bombeo en acuíferos no confinados.**

## Caso 2.

El depósito superficial es impermeable, confinando a los estratos inferiores (acuíferos), atendiendo la figura II.16.

El gasto en este caso será

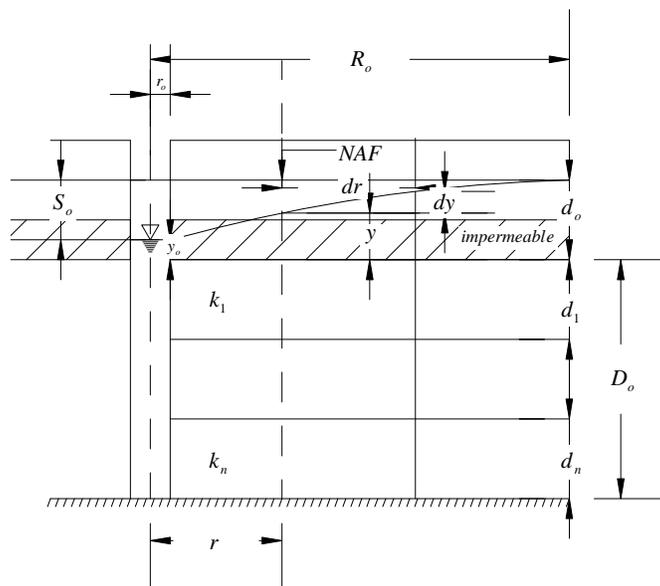
# INVESTIGACIÓN DE LA DEFORMABILIDAD DEL SUELO CUANDO EXISTE ABATIMIENTO E INCREMENTO CONTINUO DE LOS NIVELES PIEZOMÉTRICOS



$$q = \frac{2 \pi \sum_1^n d_n k_n}{\ln \frac{R_o}{r_o}} S_o \quad \text{II.26}$$

Otro modo de calcular el gasto en este caso es considerando un flujo horizontal en un medio estratificado, obteniendo la permeabilidad equivalente con los métodos mencionados anteriormente.

En los cálculos mencionados para flujo de agua debido al bombeo, casi todas las variables que intervienen en el problema se pueden obtener mediante exploración del subsuelo, pruebas de permeabilidad y la aplicación de las teorías de Dupuit, a excepción del valor  $R_o$ , que corresponde al radio de influencia del pozo y que va del centro del pozo al punto donde la línea de flujo superior coincide con el NAF del sitio.



**Figura II.16. Pozo de bombeo en acuíferos confinados.**

Para conocer este valor Zeevaert ( 1973 ) propone una fórmula empírica de Sichardt

$$R_o = C_s S_o \sqrt{k} \quad \text{II.27}$$

Donde  $R_o$ ,  $S_o$  y  $k$  son las mismas que se han tratado en este capítulo y el valor  $C_s$  se propone como 300 en pozos únicos y 200 (cm/s)<sup>1/2</sup> en líneas de pozos.

# INVESTIGACIÓN DE LA DEFORMABILIDAD DEL SUELO CUANDO EXISTE ABATIMIENTO E INCREMENTO CONTINUO DE LOS NIVELES PIEZOMÉTRICOS



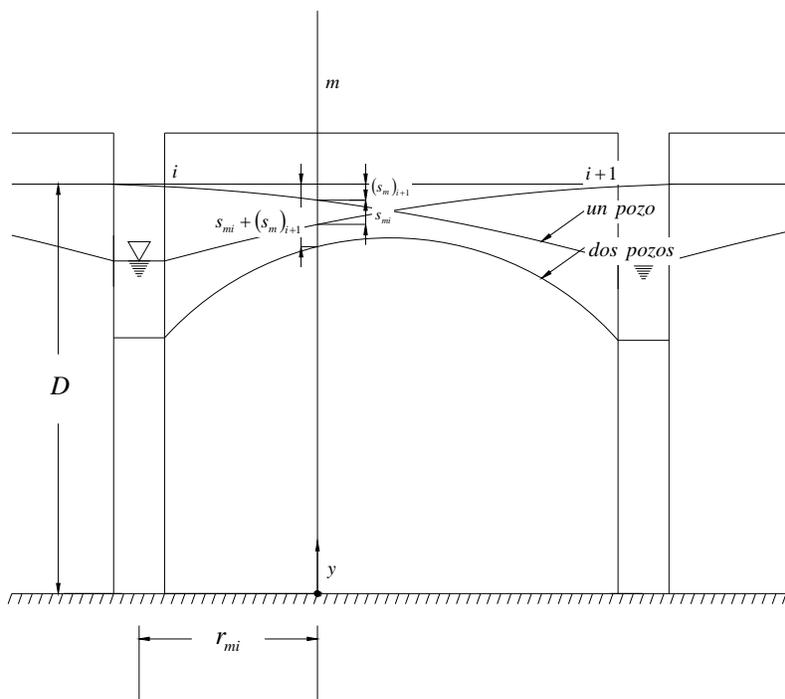
## II.4.1.1 Pozos en conjunto

Un uso común en la práctica profesional para los pozos de bombeo es cuando se necesita abatir el NAF por razones constructivas durante la excavación de alguna obra, o para regular las expansiones durante la misma etapa.

Comúnmente este abatimiento se da por medio del uso de un sistema de pozos dispuestos a lo largo del perímetro de la excavación, es decir, en líneas de pozos.

Existen dos maneras de obtener el gasto extraído por un conjunto de pozos.

El primero plantea las condiciones que se muestran en la figura II.17 donde se colocan dos pozos contiguos.



**Figura II.17. Abatimiento entre dos pozos de bombeo.**

Obsérvese de la figura que el abatimiento del NAF entre los dos pozos es igual a la suma de la aportación de cada uno de ellos.

Siguiendo la figura II.17 se puede plantear que el abatimiento  $S_{mi}$  a la distancia  $r_{mi}$  está dada por:

$$S_{mi} = D - y_{mi} = \frac{q_i}{2 \pi \sum_1^n d_i k_i} \ln \frac{R}{r_{mi}}$$

# INVESTIGACIÓN DE LA DEFORMABILIDAD DEL SUELO CUANDO EXISTE ABATIMIENTO E INCREMENTO CONTINUO DE LOS NIVELES PIEZOMÉTRICOS



Donde  $q_i$  es el gasto bombeado por el  $i$ -ésimo pozo. Por otro lado, definiendo la variable  $M$  como

$$M = 2 \pi \sum_1^n d_i k_i$$

Se supone que el abatimiento total el punto  $m$  será igual a la suma del abatimiento generado por cada pozo, es decir

$$S_m = S_{m1} + S_{m2} + \dots + S_{mn}$$

Se tendrá entonces

$$S_m = \frac{1}{M} \sum_1^n q_i \ln \frac{R}{r_{mi}}$$

Por lo tanto para conocer los valores de  $S_m$  en diferentes puntos será necesario primero conocer los gastos  $q_i$  de cada pozo; y para esto se debe calcular el abatimiento para pozo, así se tendrá.

Para el pozo  $i$

$$S_{oi} = \frac{1}{M} q_i \ln \frac{R}{r_{ii}} + \frac{1}{M} q_j \ln \frac{R}{r_{ji}} + \dots$$

Para el pozo  $j$

$$S_{oj} = \frac{1}{M} q_i \ln \frac{R}{r_{ji}} + \frac{1}{M} q_j \ln \frac{R}{r_{jj}} + \dots$$

Donde  $r_{ji}$  es la distancia del pozo  $j$  al pozo  $i$ .

Arreglando términos

$$\left( \ln \frac{R}{r_{ii}} \right) q_i + \left( \ln \frac{R}{r_{ij}} \right) q_j = S_{oi} M$$

$$\left( \ln \frac{R}{r_{ji}} \right) q_i + \left( \ln \frac{R}{r_{jj}} \right) q_j = S_{oj} M$$

Matricialmente

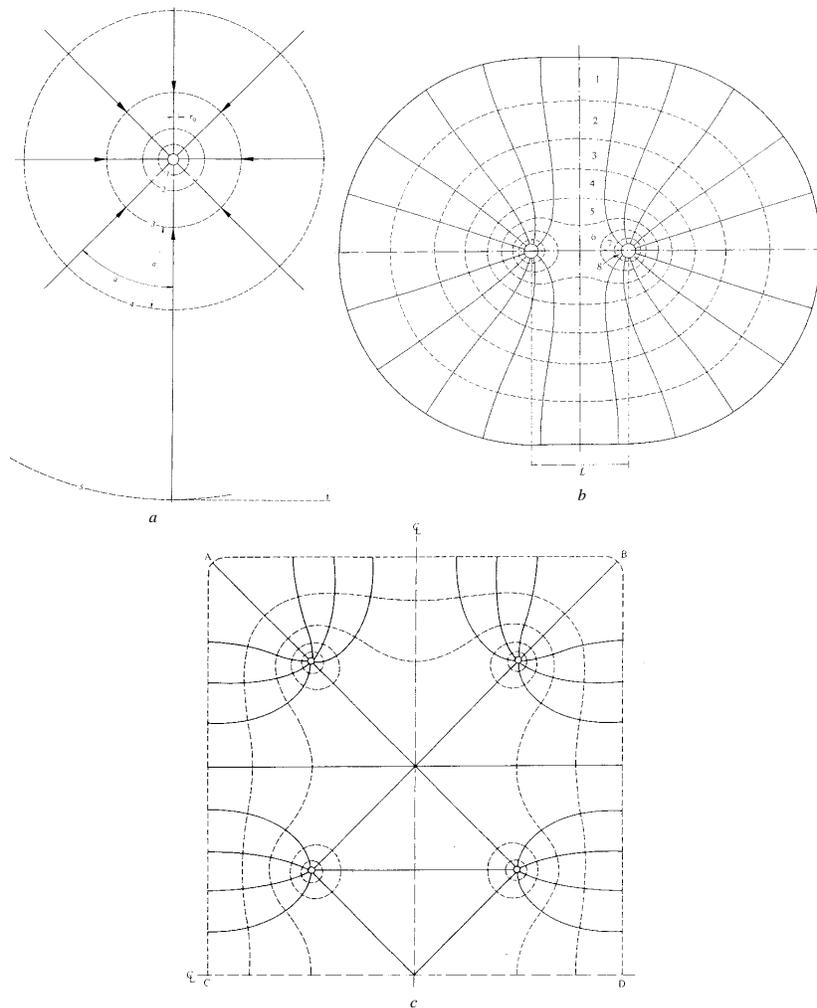
# INVESTIGACIÓN DE LA DEFORMABILIDAD DEL SUELO CUANDO EXISTE ABATIMIENTO E INCREMENTO CONTINUO DE LOS NIVELES PIEZOMÉTRICOS



$$\left[ \ln \frac{R}{r_{ij}} \right] \cdot |q_i| = |S_{oi} M| \quad \text{II.28}$$

El segundo método es empleando la teoría de redes de flujo, en este caso se usan redes de flujo horizontales.

En la figura II.18 se presentan las redes de flujo para diferentes acomodos de pozos.



**Figura II.18. Red de flujo en pozos de bombeo. (Referencia 20).**

De acuerdo a la teoría de redes de flujo el gasto filtrado se calcula como:

$$Q = k D S_o F_f \quad \text{II.29}$$

# INVESTIGACIÓN DE LA DEFORMABILIDAD DEL SUELO CUANDO EXISTE ABATIMIENTO E INCREMENTO CONTINUO DE LOS NIVELES PIEZOMÉTRICOS



Donde las variables son las mismas ya mencionadas.

Para estas redes de flujo el factor de forma se calcula como

$$F_f = \frac{1}{\ln \frac{R_o}{r_o}} \quad \text{II.30}$$

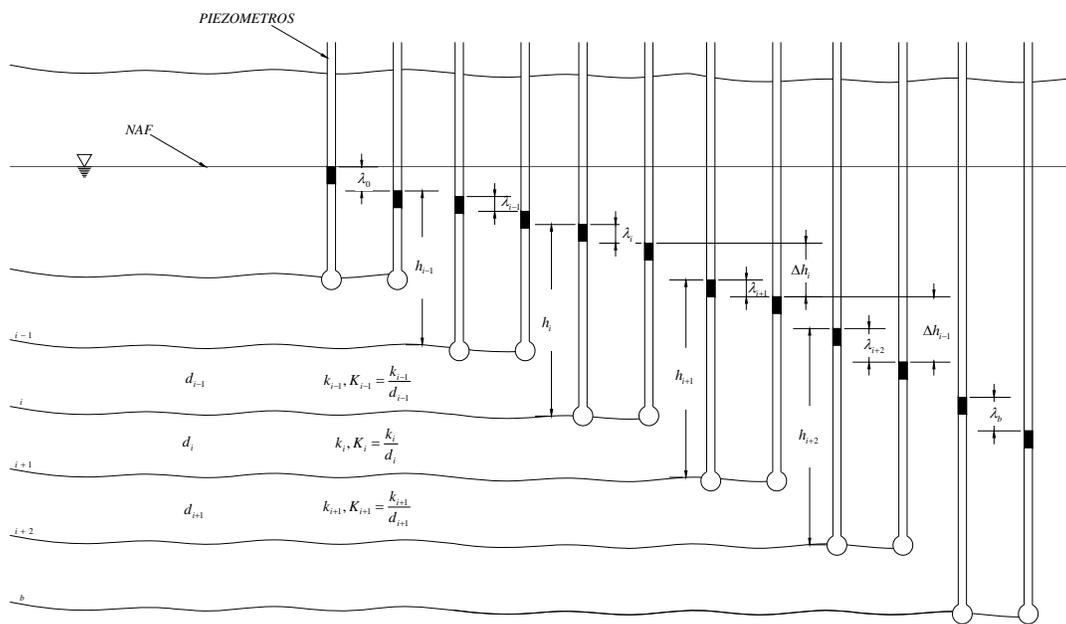
Para sustituir las variables  $k$ ,  $D$  y  $S$  se debe verificar si se trata de bombeo con acuífero libre o confinado.

## II.4.2 ABATIMIENTO DE NIVELES PIEZOMÉTRICOS POR BOMBEO. FLUJO VERTICAL

El abatimiento de los niveles piezométricos se genera por un flujo descendente el cual, a su vez, ocasiona un aumento en los esfuerzos efectivos, este cambio culmina en deformaciones de los estratos sujetos a flujo, más adelante se explicará la deformabilidad del suelo así como la influencia de los cambios en los niveles piezométricos.

En este capítulo se explicará únicamente el modo de obtener los abatimientos piezométricos. El método que aquí se presenta es el desarrollado por Zeevaert para suelos estratificados, y es aplicable para el suelo de la Ciudad de México.

Llamando  $\lambda_i$  al abatimiento entre los estratos  $i-1$  e  $i$  y de acuerdo a la figura II.19



**Figura II.19. Abatimiento de niveles piezométricos.**

# INVESTIGACIÓN DE LA DEFORMABILIDAD DEL SUELO CUANDO EXISTE ABATIMIENTO E INCREMENTO CONTINUO DE LOS NIVELES PIEZOMÉTRICOS



Se puede plantear por continuidad para una sección unitaria

$$k_1 \frac{\Delta h_1}{d_1} = k_2 \frac{\Delta h_2}{d_2} = \dots = \text{constante}$$

De la figura II.18

$$\begin{aligned} \Delta h_i &= (h_{i-1} + d_i + \lambda_{i-1}) - (h_i - \lambda_i) \\ \Delta h_{i+1} &= (h_i + d_{i+1} + \lambda_i) - (h_{i+1} - \lambda_{i+1}) \end{aligned}$$

Arreglando términos

$$\begin{aligned} \Delta h_i &= (h_{i-1} - h_i + d_i) - (\lambda_{i-1} - \lambda_i) \\ \Delta h_{i+1} &= (h_i - h_{i+1} + d_{i+1}) - (\lambda_i - \lambda_{i+1}) \end{aligned}$$

Por continuidad

$$\frac{k_i}{d_i} (h_{i-1} - h_i + d_i) - \frac{k_i}{d_i} (\lambda_{i-1} - \lambda_i) = \frac{k_{i+1}}{d_{i+1}} (h_i - h_{i+1} + d_{i+1}) - \frac{k_{i+1}}{d_{i+1}} (\lambda_i - \lambda_{i+1})$$

Se definen las variables

$$\Delta_i = (h_{i-1} - h_i + d_i)$$

$$K_i = \frac{k_i}{d_i}$$

Se tiene

$$K_i \lambda_{i-1} - (K_i + K_{i+1}) \lambda_i + K_{i+1} \lambda_{i+1} = K_i \Delta_i - K_{i+1} \Delta_{i+1}$$

La ecuación anterior sirve para conocer los abatimientos en cada estrato, para hacerlo se debe repetir el procedimiento para cada uno de tal modo que se tendrá un sistema de ecuaciones.

Es importante aclarar que, para aplicarla se parte del hecho de suponer conocidos los abatimientos  $\lambda_0$  (abatimiento del primer acuífero) y  $\lambda_b$  (abatimiento del acuífero más profundo).

Considerando un medio constituido por cuatro estratos se tendría el siguiente sistema

$$K_1 \lambda_0 - (K_1 + K_2) \lambda_1 + K_2 \lambda_2 = K_1 \Delta_1 - K_2 \Delta_2$$

# INVESTIGACIÓN DE LA DEFORMABILIDAD DEL SUELO CUANDO EXISTE ABATIMIENTO E INCREMENTO CONTINUO DE LOS NIVELES PIEZOMÉTRICOS



$$\begin{aligned}
 K_2 \lambda_1 - (K_2 + K_3) \lambda_2 + K_3 \lambda_3 &= K_2 \Delta_2 - K_3 \Delta_3 \\
 K_3 \lambda_2 - (K_3 + K_4) \lambda_3 + K_4 \lambda_4 &= K_3 \Delta_3 - K_4 \Delta_4
 \end{aligned}$$

Matricialmente se tendría

$$\begin{bmatrix}
 -(K_1 + K_2) & K_2 & 0 \\
 K_2 & -(K_2 + K_3) & K_3 \\
 0 & K_3 & -(K_3 + K_4)
 \end{bmatrix}
 \times \begin{bmatrix}
 \lambda_1 \\
 \lambda_2 \\
 \lambda_3
 \end{bmatrix}
 = \begin{bmatrix}
 K_1 \Delta_1 - K_2 \Delta_2 - K_1 \lambda_0 \\
 K_2 \Delta_2 - K_3 \Delta_3 \\
 K_3 \Delta_3 - K_4 \Delta_4 - K_4 \lambda_4
 \end{bmatrix}$$

Se define el vector de resultados T como

$$\begin{aligned}
 T_1 &= K_1 \Delta_1 - K_2 \Delta_2 - K_1 \lambda_0 \\
 T_2 &= K_2 \Delta_2 - K_3 \Delta_3 \\
 T_3 &= K_3 \Delta_3 - K_4 \Delta_4 - K_4 \lambda_4
 \end{aligned}$$

Se puede escribir como

$$[K_i] \times |\lambda_i| = |T_i|$$

$$|\lambda_i| = [K_i]^{-1} \times |T_i| \tag{II.31}$$

Expresión matricial con la que se puede conocer el abatimiento piezométrico de cada estrato.

Finalmente se mencionará únicamente que en la práctica profesional se han utilizado sistemas de pozos de bombeo empleando electrólisis, existen casos reportados donde se mencionan que estos sistemas tienen muchas bondades (Referencia 13), y también hay publicaciones que exhiben los efectos desfavorables que pueden ocasionar (Referencia 10).

**INVESTIGACIÓN DE LA DEFORMABILIDAD DEL SUELO CUANDO  
EXISTE ABATIMIENTO E INCREMENTO CONTINUO DE LOS NIVELES  
PIEZOMÉTRICOS**

---



# INVESTIGACIÓN DE LA DEFORMABILIDAD DEL SUELO CUANDO EXISTE ABATIMIENTO E INCREMENTO CONTINUO DE LOS NIVELES PIEZOMÉTRICOS

---



## III CONSOLIDACIÓN UNIDIMENSIONAL

Cuando se aplica una carga a la masa del suelo se provoca un cambio en el volumen de los vacíos originado por el reacomodo de los granos del suelo, a esta propiedad se le conoce como compresibilidad.

Por otra parte, se tiene a la consolidación del suelo, la cual es un proceso originado al aplicar un incremento de carga que genera un cambio en el volumen del suelo en un lapso de tiempo, es decir, el incremento de esfuerzos produce deformaciones que varían en función del tiempo; este proceso va acompañado por una expulsión de agua del suelo.

Cuando se habla de compresibilidad se refiere a una propiedad de los suelos que indica su capacidad para deformarse con la aplicación de un incremento de carga, mientras que cuando se habla de consolidación se refiere a un proceso que tiene que ver con el nivel de esfuerzos al que está sometido el suelo, con el tiempo de aplicación de la carga y con la variación de las deformaciones respecto a éste último.

Por lo anterior, es necesario comprender primero cómo se manifiesta la compresibilidad de los suelos, y una vez entendida esta propiedad se explicará el proceso de consolidación.

### III.1 COMPRESIBILIDAD DE LOS SUELOS

Como se mencionó al inicio de este capítulo cuando se aplica una carga al suelo, este responde con una deformación originada por el cambio en el volumen de los vacíos, el cual a su vez, es se debe al reacomodo de las partículas sólidas del suelo.

La compresibilidad del suelo se puede evaluar mediante gráficas conocidas como curvas de compresibilidad, ellas relacionan el nivel de esfuerzos al que se encuentra el suelo contra su relación de vacíos. A continuación se explicarán estas gráficas y se definirán algunos conceptos importantes relacionados con la compresibilidad de los suelos.

#### III.1.1 CURVA DE COMPRESIBILIDAD

La compresibilidad de un suelo se puede explicar a partir de la historia de esfuerzos que éste ha tenido en campo, un modo que se ha encontrado para intentar reproducir esta situación ha mediante la prueba de consolidación.

Como se verá, en la prueba de consolidación se varía el nivel de esfuerzos actuando sobre la probeta y se obtienen las deformaciones, si éstas se expresan en términos de su relación de vacíos y se grafican contra el logaritmo del esfuerzo actuante tendremos como resultado una curva de compresibilidad.

Para explicar lo anterior se describirá a grandes rasgos la prueba de consolidación unidimensional.

# INVESTIGACIÓN DE LA DEFORMABILIDAD DEL SUELO CUANDO EXISTE ABATIMIENTO E INCREMENTO CONTINUO DE LOS NIVELES PIEZOMÉTRICOS

---



## III.1.1.1 Prueba de consolidación unidimensional

Esta prueba fue diseñada por Terzaghi y también se conoce como prueba del odómetro (consolidómetro). Consiste en términos generales en someter a una pastilla cilíndrica de suelo comúnmente de altura de 2.5 cm y diámetro de 10 cm, a la cual se le permite drenar en sus caras inferior y superior, y se encuentra confinada por un anillo metálico, es decir, no se le permiten deformaciones horizontales, por lo que se dice se encuentra en condiciones  $k_0$  (confinamiento lateral).

Actualmente se pueden encontrar equipos modernos que permiten controlar la saturación del espécimen antes y durante la prueba, así como, medir la presión de poro durante la prueba (Referencia 5), no obstante los equipos utilizados para esta tesis son convencionales y con base en ello se hace la siguiente explicación.

Los consolidómetros pueden variar en apariencia de acuerdo a su diseño; sin embargo, tiene siempre los mismos elementos básicos.

Existen dos tipos de consolidómetros: el de anillo fijo y el de anillo flotante, aquí se presenta el esquema típico de un consolidómetro de anillo flotante en la figura III.1 y consiste en:

- Un brazo de carga conectado por una varilla en uno de sus extremos con una plataforma de carga que sirve para colocar pesos. En el otro extremo se coloca un contrapeso que sirve para equilibrarlo y estabilizarlo, también conectado a éste, en la zona cercana al contrapeso se encuentra conectado a un vástago que sirve para transmitir la carga a la probeta.
- Una cubeta con base firme para colocar la muestra y saturarla.
- Un sistema de piedras porosas y anillo, las primeras se usan para permitir el drenaje de la probeta, el segundo es para evitar deformaciones horizontales.
- Una placa metálica que se coloca sobre la piedra porosa superior y que sirve para distribuir la carga transmitida por el vástago, su área es conocida, lo que permite programar los esfuerzos aplicados a la probeta. Es común que esta placa tenga una hendidura al centro para trabajar con un vástago con balín o con una punta de bala.
- Un dispositivo para medir las deformaciones; comúnmente se coloca un micrómetro, aunque en la actualidad también es posible encontrar equipos provistos con transductores de deformación. En cualquiera de los casos el usuario se debe cerciorar que el dispositivo sea capaz de medir micras, ya que los desplazamientos en una prueba de consolidación tendrán ese rango.

El procedimiento consiste, en primer lugar, en labrar cuidadosamente la pastilla dentro del anillo que lo va a confinar.

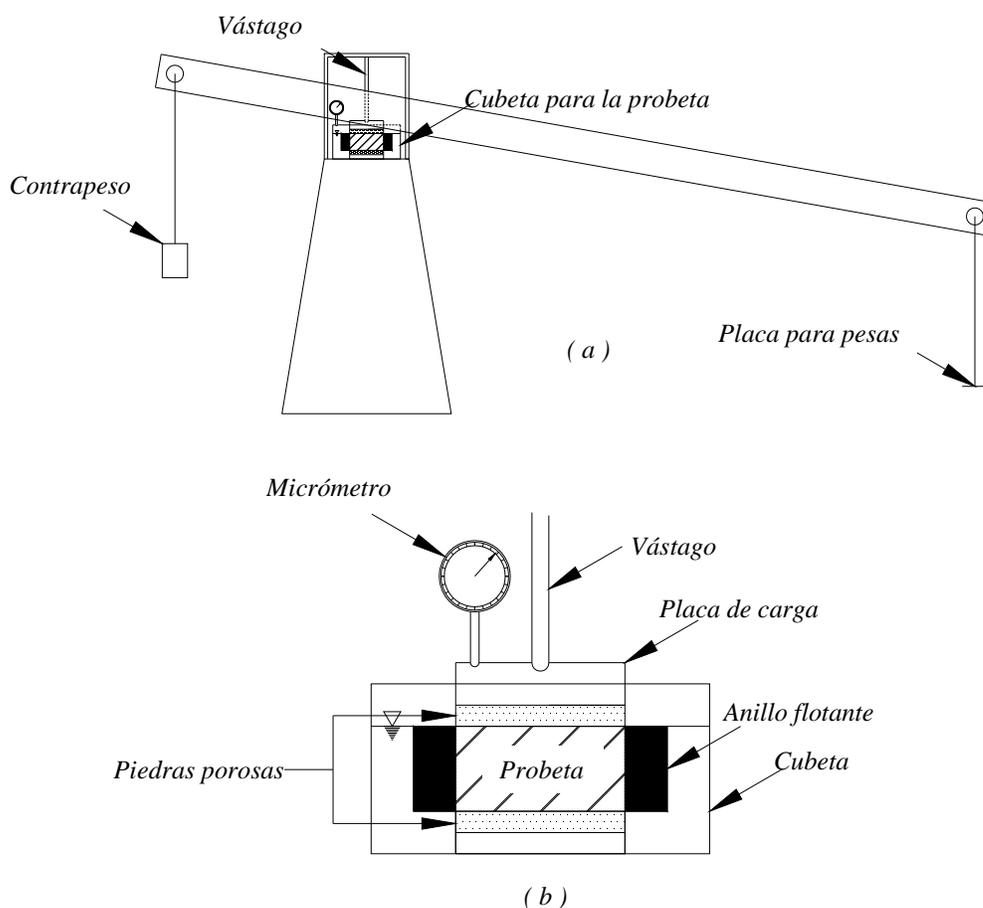
# INVESTIGACIÓN DE LA DEFORMABILIDAD DEL SUELO CUANDO EXISTE ABATIMIENTO E INCREMENTO CONTINUO DE LOS NIVELES PIEZOMÉTRICOS



Debido a que en esta prueba es de gran importancia la estructura natural del suelo, la probeta se debe labrar de muestras inalteradas, comúnmente obtenidas con tubos de pared delgada.

Al labrar la prueba, es importante tomar una pequeña muestra testigo o utilizar la misma pastilla para medir pesos y conocer las propiedades índice del material antes de la prueba ( $G_w$ ,  $w\%$ ,  $e$ ,  $S_s$ , entre otras).

Una vez labrada la probeta se procede a la etapa de montaje; en ésta se debe colocar la piedra porosa inferior, seguido de la probeta y finalmente la piedra porosa superior tal como se muestra en la figura III.1.b. Entre la pastilla y la piedra porosa debe colocarse papel filtro para evitar fuga de material fino durante la ejecución de la prueba.



**Fig. III.1. Esquema básico de un consolidómetro de anillo flotante.**

Como se explicará, una de las hipótesis empleadas en el desarrollo de la teoría de consolidación unidimensional es que el suelo se encuentra completamente saturado, por esto, es necesario que antes de montar la pastilla en la cubeta, tanto las piedras porosas como el papel filtro hayan sido saturados durante 24 horas.

## INVESTIGACIÓN DE LA DEFORMABILIDAD DEL SUELO CUANDO EXISTE ABATIMIENTO E INCREMENTO CONTINUO DE LOS NIVELES PIEZOMÉTRICOS

---



Por lo mismo, una vez que ha sido montada la muestra se debe mantener saturada llenando la cubeta con agua hasta un nivel adecuado de manera que esta no se seque.

Concluidos los pasos anteriores lo que sigue es terminar de montar el equipo, colocando la placa superior de metal y nivelando el brazo de carga de tal modo que el vástago quede haciendo contacto con la placa metálica sin transmitirle carga.

Finalmente, se coloca el micrómetro permitiéndole una carrera suficiente para todo el desarrollo de la prueba, con 10 mm debe ser más que suficiente, aunque es recomendable permitirle mayor carrera al micrómetro cuando se trate de materiales muy deformables.

Después de seguir estos pasos, el equipo y la muestra se encuentran listos para la prueba, la cual consiste en ir aplicando incrementos de carga cada día y midiendo las deformaciones del siguiente modo.

- Se programan los incrementos de carga, éstos deberán estar en función de las propiedades del suelo y de los fines que se tratan de alcanzar con esta prueba, normalmente, se busca tener suficientes datos para trazar tres zonas de la curva de compresibilidad: tramo preconsolidado, tramo normalmente consolidado y tramo de descarga. Esta curva se explicará ampliamente en los siguientes capítulos.
- De acuerdo a la longitud del brazo del consolidómetro, del área de la probeta y del esfuerzo programado; se calculan los pesos que se deberán colocar en cada incremento de carga y se alistan las pesas que se deberán cargar cada día.
- Se toma una lectura inicial del micrómetro que funcionará como lectura base para conocer las deformaciones.
- Se aplica el primer incremento de esfuerzo colocando las pesas correspondientes cuidadosamente en la placa de carga evitando aplicar otro tipo de fuerzas al dispositivo.
- Se leen las siguientes lecturas del micrómetro a lo largo del día. Como las deformaciones a los primeros instantes son mayores, las lecturas deberán ser más frecuentes en los primeros minutos, comúnmente se toman lecturas a los 2, 4, 8, 15, 30 y 60 segundos, 2, 4, 6, 8, 15, 30, 60 minutos 2, 4, 6, 8 y 24 horas.

Como se puede ver el periodo de lecturas dura todo el día y la lectura final de este incremento corresponderá a la inicial del incremento posterior, por lo anterior, es conveniente que la aplicación de la carga se haga en las primeras horas del día y se considere el tiempo disponible del laboratorista que esté a cargo de la toma de lecturas.

- El procedimiento de aplicación de carga se repite día a día tomando como lecturas iniciales las finales del incremento anterior. De tal modo que al final de la prueba se tendrán varios registros de laboratorio, uno para cada incremento de carga.

# INVESTIGACIÓN DE LA DEFORMABILIDAD DEL SUELO CUANDO EXISTE ABATIMIENTO E INCREMENTO CONTINUO DE LOS NIVELES PIEZOMÉTRICOS

---



- Al finalizar, es conveniente volver a pesar y secar la probeta para obtener propiedades índice al final de la prueba ( $G_w$ ,  $w\%$ ,  $e$ ).

Es importante mencionar que el equipo a utilizar deberá estar calibrado por dos conceptos:

- Se debe calibrar el sistema carga, brazo, contrapeso y vástago para conocer con exactitud la carga que se le debe colocar al aparato para obtener el esfuerzo programado en la prueba.
- También, se debe calibrar el sistema de piedras porosas, papel filtro y anillo de carga para considerar el error en las lecturas debido a la deformación del equipo.

En cuanto al manejo de los datos, a partir de estos se puede obtener lo siguiente.

Por un lado, se miden las deformaciones en el micrómetro para diferentes tiempos en cada incremento de carga, por lo que se obtendrá una variación de la deformación en función del tiempo para cada nivel de esfuerzo ensayado, si esta variación se grafica en un diagrama que relacione deformaciones contra el logaritmo del tiempo, lo que obtenemos es una gráfica conocida como curva de consolidación, la cual describe el proceso de consolidación para un nivel de esfuerzos en particular.

Por otro lado, si a cada incremento de carga aplicado se le relaciona con la deformación total que tuvo a lo largo del día que duró la aplicación de este nivel de esfuerzos, y dicha deformación se expresa en términos de la relación de vacíos, lo que vamos a obtener es la compresibilidad del suelo, graficando los esfuerzos en escala logarítmica contra la relación de vacíos, se tendrá la curva de compresibilidad para ese suelo.

### III.1.1.2 Carga de preconsolidación o esfuerzo crítico

Como ya se mencionó, uno de los resultados obtenidos de la prueba de consolidación es la curva de compresibilidad, una gráfica típica es como la que se presenta en la figura III.2 dibujada en escala aritmética y en escala semilogarítmica.

En la figura III.2.b se presenta la curva de compresibilidad en escala semilogarítmica, esta presentación es la más común en la práctica profesional ya que se pueden apreciar ciertas características del suelo en diferentes tramos de la curva.

Para explicar esto se usará la figura III.3, se tiene una muestra de suelo que jamás ha sido cargada en su historia y a ésta se le aplican incrementos de carga obteniendo el tramo A de la curva.

Si en un momento dado, se quita totalmente la carga al suelo se observa una pequeña recuperación de las deformaciones como se ve en el tramo B, teniendo un ciclo de carga y descarga.

Si ahora, se aplica otro ciclo de carga y descarga llegando a niveles de esfuerzos superiores al primero tendríamos un tramo inicial C en el que se observa que, para esfuerzos menores o similares a los aplicados en el primer ciclo, las deformaciones son pequeñas; esta tendencia termina al llegar

## INVESTIGACIÓN DE LA DEFORMABILIDAD DEL SUELO CUANDO EXISTE ABATIMIENTO E INCREMENTO CONTINUO DE LOS NIVELES PIEZOMÉTRICOS



aproximadamente el esfuerzo máximo alcanzado en el primer ciclo, después de este punto la curva cambia a un tramo A' que es paralelo al tramo A y en teoría es su continuación.

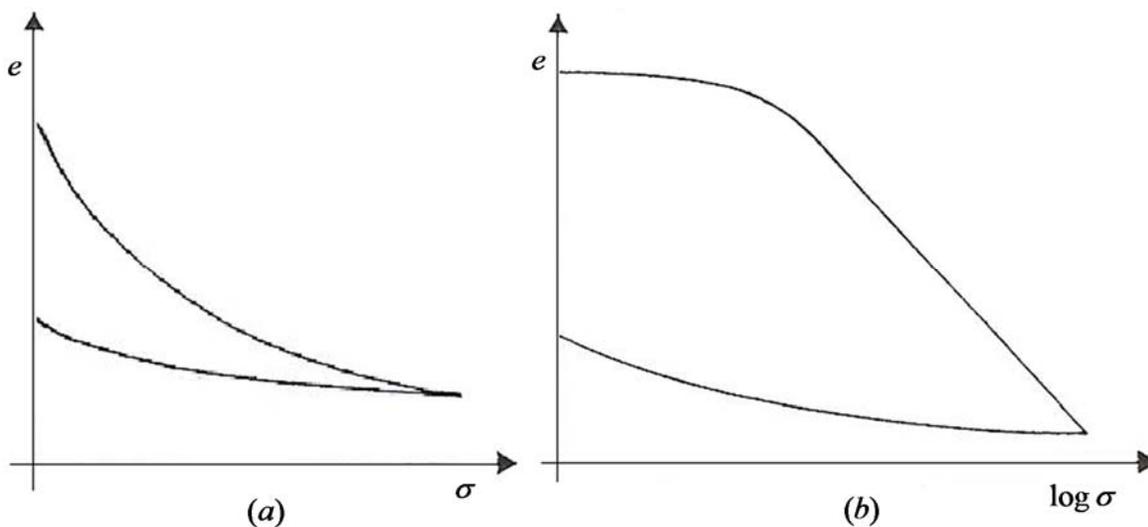


Fig. III.2. Curva de compresibilidad. (Referencia 14).

Finalmente, al llegar a un esfuerzo máximo, se descarga la probeta describiendo un tramo B' paralelo al tramo B, teniendo una recuperación parcial y quedando una deformación permanente.

De repetir otro ciclo de carga y descarga tendríamos una nueva curva con la misma configuración, sin embargo, el esfuerzo al que cambiaría la curvatura del tramo de carga sería aproximadamente igual al máximo esfuerzo alcanzado en el ciclo anterior.

Este punto de inflexión entre los tramos C y A' tiene un particular importancia, como se explicó con la figura III.3 este punto corresponde aproximadamente al valor del esfuerzo máximo alcanzado en el ciclo de carga y descarga anterior; en otras palabras, si se extrapola al estado natural de un suelo este punto equivaldría a la carga máxima soportada en la historia de éste y marca una frontera entre las deformaciones pequeñas ( en el tramo C ) y las deformaciones grandes ( en el tramo A' ).

A este esfuerzo se le han puesto varios nombres entre los más comunes se encuentra esfuerzo crítico o carga de preconsolidación, en esta tesis se respetará la nomenclatura de Zeevaert denotándolo como  $\sigma_b$ .

En función a lo ya descrito, se han nombrado a los diferentes tramos de la curva de compresibilidad, aquí se hará referencia únicamente a la porción de la curva correspondiente a la carga.

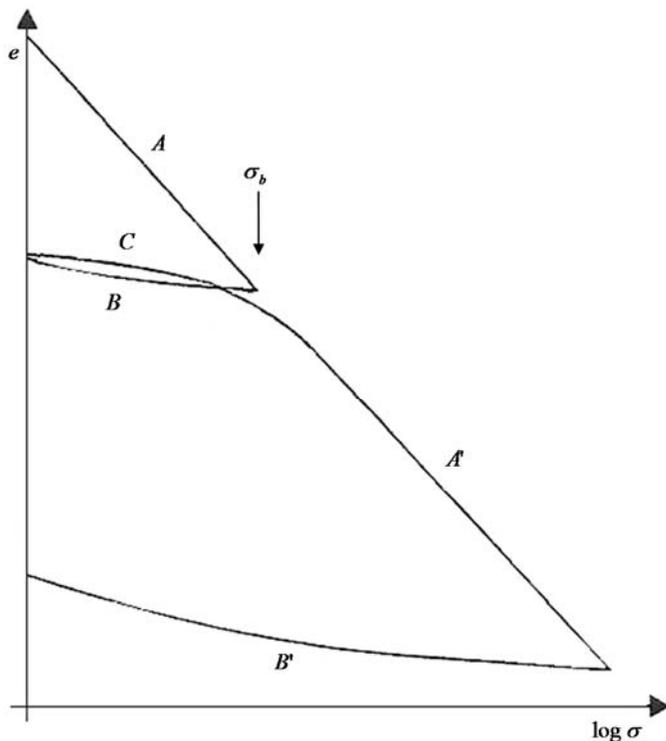
Observando únicamente el segundo ciclo de carga y descarga de la figura III.3, se tiene lo siguiente

**Tramo preconsolidado.** Corresponde al tramo C para los esfuerzos menores al crítico y en la zona donde las deformaciones son pequeñas.

# INVESTIGACIÓN DE LA DEFORMABILIDAD DEL SUELO CUANDO EXISTE ABATIMIENTO E INCREMENTO CONTINUO DE LOS NIVELES PIEZOMÉTRICOS



**Tramo normalmente consolidado.** Corresponde al tramo A' para esfuerzos superiores al crítico con deformaciones grandes.



**Fig. III.3. Curva de compresibilidad. (Referencia 14).**

A partir de esto, se puede hacer una distinción del estado de un suelo al realizar la prueba de consolidación y obtener su curva de compresibilidad, esto se logra comparando su esfuerzo crítico con el esfuerzo efectivo en campo.

Si de la curva de compresibilidad se obtiene que el esfuerzo efectivo es aproximadamente igual al esfuerzo crítico, se hablaría de un suelo el cual su carga actual es la máxima soportada en su historia por lo tanto se trata de un suelo *normalmente consolidado*.

Si en contraparte, el esfuerzo efectivo es menor al crítico, se tendría un suelo con una historia de deformaciones anterior, es decir anteriormente estuvo sujeto a un nivel de esfuerzos superior al actual, por lo que este suelo es *preconsolidado*.

Nótese que no es posible tener un suelo cuyo esfuerzo efectivo sea superior al crítico ya que por su definición el esfuerzo crítico es el máximo experimentado por este, si el esfuerzo efectivo aumentara hasta alcanzar al crítico y supera este nivel, el crítico también lo haría en la misma magnitud.

# INVESTIGACIÓN DE LA DEFORMABILIDAD DEL SUELO CUANDO EXISTE ABATIMIENTO E INCREMENTO CONTINUO DE LOS NIVELES PIEZOMÉTRICOS

---



De la curva de compresibilidad se pueden obtener algunas definiciones que estarán relacionadas a la pendiente de ésta, estas definiciones se irán mencionando a lo largo del capítulo refiriendo a que instancia de la curva pertenecen.

Finalmente, cabe recalcar que la importancia del esfuerzo efectivo en la práctica profesional es muy grande, toda vez, que el conocer la condición de suelos preconsolidados o normalmente consolidados ayuda a determinar la solución de cimentación de una estructura.

Esto porque, el tener un suelo normalmente consolidado implica tener un problema de grandes deformaciones que requiera de soluciones diferentes a las típicas, en cuanto a suelos preconsolidados, se pueden tener deformaciones pequeñas si definimos un rango de esfuerzos de trabajo comprendido entre el efectivo y el crítico.

## III.2 CONSOLIDACIÓN PRIMARIA

Como se dijo, el proceso de consolidación consiste en una transferencia de carga al suelo en función del tiempo.

En realidad el incremento de carga se transmite en primera instancia al agua y ésta la transmite a las partículas sólidas al ser expulsadas del suelo (efecto hidrodinámico), adicionalmente, se desarrolla un fenómeno de reacomodo de las partículas coloidales de suelo.

Al primer efecto se le ha conocido como consolidación primaria y comienza desde el momento de aplicación de la carga hasta un momento dado conocido como 100 % de consolidación (Referencia 14).

El segundo efecto comienza a desarrollarse también desde el momento de la aplicación de la carga, aunque para este tiempo su aportación a la deformación es mínima comparada con la deformación por el efecto hidrodinámico. Este proceso secundario va aumentando con el tiempo y continúa aún después del tiempo necesario para el 100 % de consolidación primaria.

Antes de continuar, es importante aclarar que la consolidación ocurre en todos los suelos, sin embargo, las teorías y los estudios están hechos únicamente para suelos finos, lo anterior, es porque en los suelos granulares la consolidación es inmediata, dicho de otro modo, las deformaciones son inmediatas y por lo tanto su estudio requiere de otras teorías, aunque para fines prácticos basta con conocer la deformación total.

### III.2.1 ANALOGÍA MECÁNICA DE TERZAGHI

El proceso de consolidación debido al efecto hidrodinámico fue desarrollado por Karl Terzaghi quien elaboró un método sencillo para explicarlo.

A grandes rasgos, el proceso de consolidación primaria se da cuando se aplica un incremento de carga al suelo, ésta es tomada inicialmente por el agua, pero al salir desalojada del suelo, la carga va pasando gradualmente al suelo ocasionando deformaciones en éste.

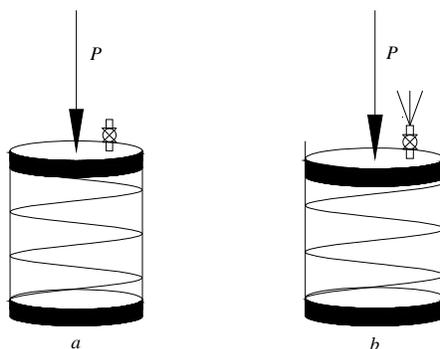
## INVESTIGACIÓN DE LA DEFORMABILIDAD DEL SUELO CUANDO EXISTE ABATIMIENTO E INCREMENTO CONTINUO DE LOS NIVELES PIEZOMÉTRICOS



La analogía de Terzaghi consiste en una variante del modelo de Kelvin con un resorte que se comporta de acuerdo a la Ley de Hooke y agua que tendrá el comportamiento de un amortiguador, ambos elementos se encuentran confinados en un cilindro con una válvula de salida como se muestra en la figura III.4 a.

La figura III.4 a muestra el proceso para un tiempo  $t = 0$ , momento para el inicio de la aplicación de la carga, en este instante la carga es tomada completamente por el agua, inmediatamente después de la aplicación de la carga se abre la válvula del dispositivo.

Para un instante  $t = t$  en el que ya se ha desalojado alguna cantidad de agua, el suelo ya ha tomado una porción de la carga total aplicada, esta situación se presenta en la figura III.4b. Este proceso continúa hasta que el suelo tome completamente la carga, en este momento, el fenómeno de consolidación concluye.



**Fig. III.4. Analogía de Terzaghi.**

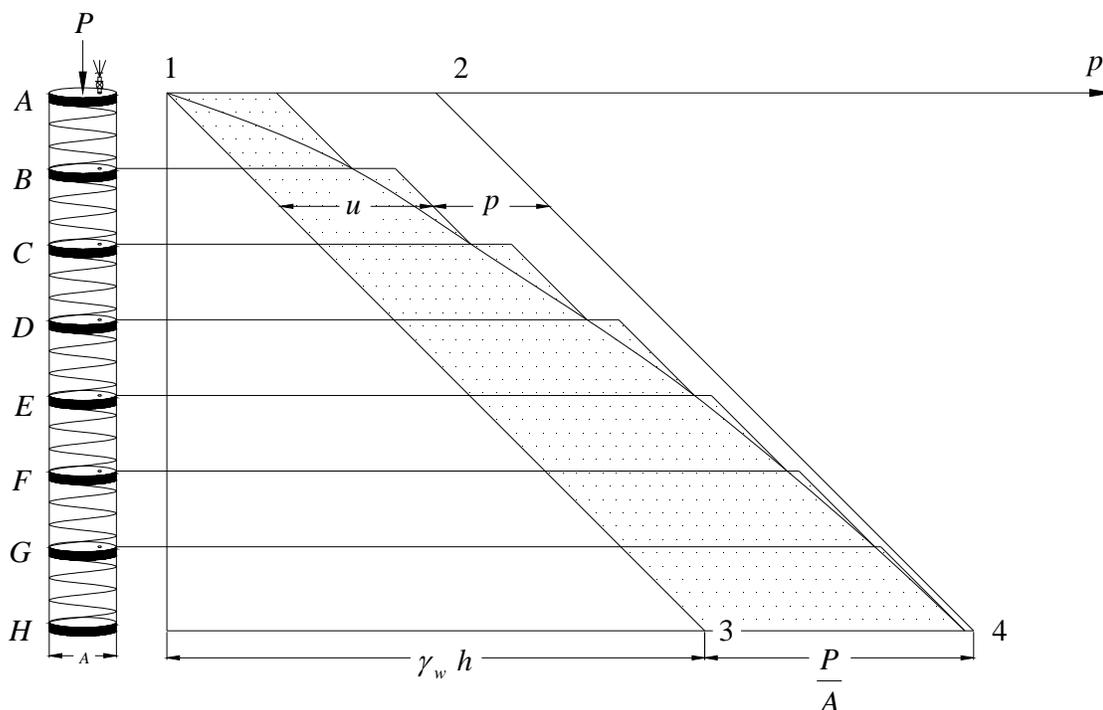
En el modelo de Terzaghi la válvula simboliza un estrato drenante, en el suelo de la Ciudad de México es común encontrar depósitos de arcilla confinados por delgados lentes de arena, los cuales permiten la evacuación del agua y el desarrollo del proceso de consolidación.

Por otra parte, se puede plantear un modelo más elaborado colocando estos dispositivos uno sobre otro tal como se muestra en la figura III.5.

En la figura III.5 se presentan elementos similares al considerado por Terzaghi en su analogía, pero esta vez conectados en serie, entre cada elemento hay una válvula que permitirá la disipación de la presión de poro, sin embargo, se puede ver que la válvula del elemento A se encuentra abierta a la atmósfera lo que provocará que el agua salga con mayor facilidad en esta frontera, de este modo, esta facilidad para drenar el agua (permeabilidad) va a disminuir en cuanto se vaya a un elemento más profundo, de tal modo que el elemento H será el último que disipe su presión de poro.

En el lado izquierdo de la figura III.5 se puede observar el fenómeno gráficamente por medio de un diagrama que muestra la presión de poro, en éste se presenta la línea 1 – 3 que representa la presión de poro antes de aplicar la carga, ésta equivale a la presión hidrostática.

# INVESTIGACIÓN DE LA DEFORMABILIDAD DEL SUELO CUANDO EXISTE ABATIMIENTO E INCREMENTO CONTINUO DE LOS NIVELES PIEZOMÉTRICOS



**Fig. III.5. Modelo de Terzaghi con varios elementos en serie.**

Para un tiempo  $t = 0$  en el que se comienza a aplicar la carga  $P$ , el aumento de la presión de poro en todos los elementos es la misma y su magnitud será  $P/A$  como se describe en la línea 2 – 4.

Cuando se deja pasar el tiempo se irá disipando la presión de poro como lo explica el modelo de Terzaghi, sin embargo, como ya se mencionó, esto irá sucediendo primero en los elementos superiores, de tal modo, que para un tiempo  $t = t$  se puede tener una distribución de presión de poro en exceso como la que se muestra en la curva  $u$  de la figura III.5.

En una situación real el sistema de elementos conectados en serie pueden representar un estrato de arcilla, la válvula superior abierta a la atmósfera puede representar su frontera con un estrato permeable, por lo cual, este modelo representa un estrato de arcilla con una cara drenante.

La importancia de este modelo es que demuestra que el fenómeno de consolidación depende también de la profundidad del estrato que se esté analizando y de sus condiciones de drenaje, así que, durante el proceso de consolidación se puede decir que la variación de la presión de poro está en función del tiempo y de la profundidad o dicho de otro modo

$$u = f(z, t) \tag{III.1}$$

La expresión III.1 define al proceso de consolidación y sus variables. Ahora, el problema del ingeniero reside en conocer cómo afecta la consolidación a la deformabilidad de los suelos y como se puede evaluar su magnitud a lo largo del tiempo, para diferentes profundidades y diferentes materiales.

# INVESTIGACIÓN DE LA DEFORMABILIDAD DEL SUELO CUANDO EXISTE ABATIMIENTO E INCREMENTO CONTINUO DE LOS NIVELES PIEZOMÉTRICOS

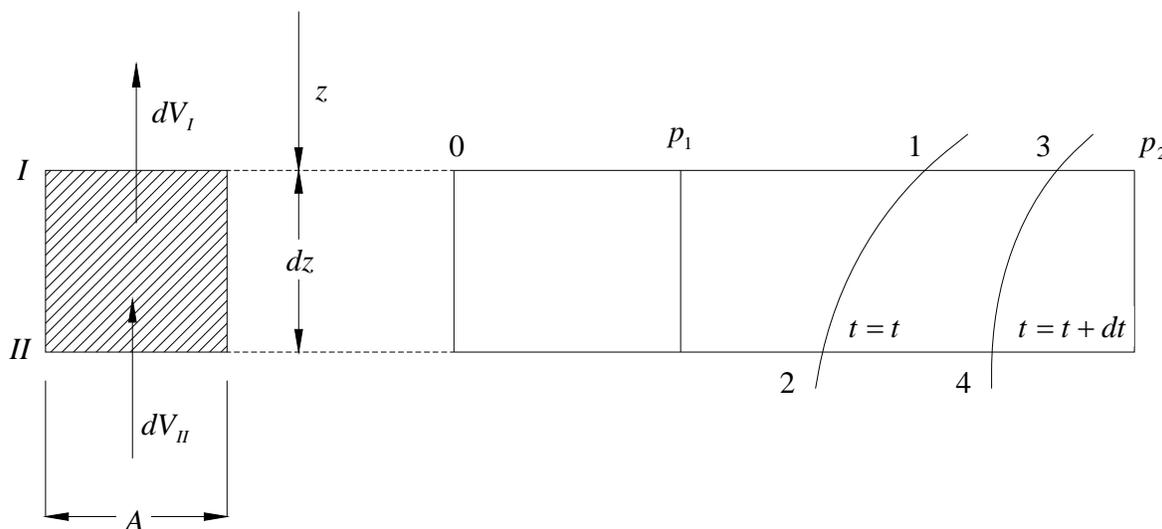


## III.2.2 ECUACIÓN DIFERENCIAL DE CONSOLIDACIÓN UNIDIMENSIONAL

Planteado lo anterior, el siguiente paso es determinar un modo de evaluar la disipación de la presión de poro durante el fenómeno de consolidación y finalmente conocer las deformaciones del suelo. Pero antes de esto, se deben plantear algunas hipótesis simplificadoras que permitan tener una solución adecuada a este problema, las hipótesis consideradas por Terzaghi son las siguientes

- El suelo es un material homogéneo
- El suelo se encuentra totalmente saturado
- Tanto el agua como las partículas sólidas que componen al suelo son incompresibles, aunque éstas últimas permiten un reacomodo de sus elementos
- Es válida la ley de Darcy

Una vez planteadas las hipótesis de trabajo se puede desarrollar una solución, para esto se considera un elemento diferencial de suelo sujeto a consolidación como el que se muestra en la figura III.6.



**Fig. III.6. Elemento diferencial sujeto al proceso de consolidación y su distribución de presiones para diferentes tiempos.**

Si para el tiempo  $t = t$ , se le llama  $u$  a la presión en exceso de la hidrostática, es decir, a la generada por la aplicación de un incremento de carga al elemento diferencial.

De tal modo que en la frontera superior I ubicada a una profundidad  $z$  y representada por el punto 1 se tendrá

# INVESTIGACIÓN DE LA DEFORMABILIDAD DEL SUELO CUANDO EXISTE ABATIMIENTO E INCREMENTO CONTINUO DE LOS NIVELES PIEZOMÉTRICOS



$$u_1 = u$$

Mientras que para la frontera inferior II ubicada a una profundidad  $z + dz$  y representada por el punto 2 se tendrá

$$u_2 = u + \frac{\partial u}{\partial z} dz$$

Una vez que ha transcurrido un tiempo  $dt$  en el que se ha disipado parte de la presión de poro se tendrá una distribución como la que se muestra en la curva 3 – 4, donde la presión en la frontera superior está indicada por el punto 3 y corresponde a

$$u_3 = u + \frac{\partial u}{\partial t} dt$$

Y para la frontera inferior representada por el punto 4 para una profundidad  $z + dz$  y un tiempo  $t + dt$  se tiene

$$u_4 = u + \frac{\partial u}{\partial t} dt + \frac{\partial \left[ \frac{\partial u}{\partial t} dt \right]}{\partial z} dz = u + \frac{\partial u}{\partial t} dt + \frac{\partial u}{\partial z} dz + \frac{\partial^2 u}{\partial t \partial z} dt dz$$

Por otro lado, si se considera al proceso de consolidación como un problema de flujo de agua y se toma en cuenta las hipótesis ya mencionadas, puede considerarse válido el principio de continuidad, es decir, el volumen que entra por la cara II de la figura III.6 será el mismo que sale por la cara I, de tal modo que también es posible plantear la Ley de Darcy.

Para usar la Ley de Darcy primero debe conocerse el gradiente hidráulico, de acuerdo a lo mencionado en el Capítulo II queda definido por

$$i = \frac{\Delta h}{l}$$

En este caso, y escribiendo en función de  $u$ , queda para el punto I

$$i_1 = \frac{1}{\gamma_w} \frac{\partial u}{\partial z}$$

Mientras que para el punto 2

# INVESTIGACIÓN DE LA DEFORMABILIDAD DEL SUELO CUANDO EXISTE ABATIMIENTO E INCREMENTO CONTINUO DE LOS NIVELES PIEZOMÉTRICOS



$$i_2 = \frac{1}{\gamma_w} \frac{\partial \left( u + \frac{\partial u}{\partial z} dz \right)}{\partial z}$$

Aplicando la Ley de Darcy (expresión II.4) en la cara I para un tiempo  $t = t$

$$Q = k \frac{1}{\gamma_w} \frac{\partial u}{\partial z} A$$

Donde  $k$  representa la permeabilidad del suelo y  $A$  es el área transversal del elemento diferencial. Por cuestiones de simplicidad, se tomará un elemento de ancho unitario, y el gasto se expresará en términos del volumen que pasa en un tiempo, quedando

$$dV_I = k \frac{1}{\gamma_w} \frac{\partial u}{\partial z} dt$$

Si se aplica la Ley de Darcy en la cara II y se sigue el mismo criterio se llega a

$$dV_{II} = k \frac{1}{\gamma_w} \frac{\partial \left( u + \frac{\partial u}{\partial z} \right)}{\partial z} dt$$

De tal modo que el volumen total que sale del elemento diferencial estará dado por la diferencia del que pasa por ambas caras, es decir

$$\Delta dV = dV_I - dV_{II} = k \frac{1}{\gamma_w} \frac{\partial u}{\partial z} dt - k \frac{1}{\gamma_w} \frac{\partial \left( u + \frac{\partial u}{\partial z} \right)}{\partial z} dt = -k \frac{1}{\gamma_w} \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} dz dt$$

Si se repite el proceso para un tiempo  $t = t + dt$ , se tendrán los gradientes hidráulicos para las caras I y II respectivamente

$$i_3 = \frac{1}{\gamma_w} \frac{\partial \left( u + \frac{\partial u}{\partial t} dt \right)}{\partial z}$$

# INVESTIGACIÓN DE LA DEFORMABILIDAD DEL SUELO CUANDO EXISTE ABATIMIENTO E INCREMENTO CONTINUO DE LOS NIVELES PIEZOMÉTRICOS



$$i_4 = \frac{1}{\gamma_w} \frac{\partial \left( u + \frac{\partial u}{\partial t} dt + \frac{\partial u}{\partial z} dz + \frac{\partial^2 u}{\partial t \partial z} dt dz \right)}{\partial z}$$

Siguiendo el procedimiento anterior y despreciando los términos de orden superior se llega a

$$\Delta dV = -k \frac{1}{\gamma_w} \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} dz dt \quad \text{III.2}$$

La cual corresponde a la misma expresión que se obtuvo para el tiempo  $t = t$ , por lo que puede decirse que la expresión III.2 representa el cambio de volumen de todo el elemento diferencial para un tiempo  $dt$ .

Por otro lado, representando a la variación del volumen en función de la relación de vacíos la expresión III.3 queda:

$$\Delta dV = \frac{de}{1+e} dz \quad \text{III.3}$$

En la expresión III.3 el cambio de volumen se obtiene en función del cambio de altura debido a que se está considerando un área unitaria.

Por otra parte, se define el coeficiente de compresibilidad  $a_v$  como la relación entre el cambio de la relación de vacíos y el cambio en la presión actuante en el suelo, en este caso, se toma la efectiva. Por lo que el coeficiente de compresibilidad queda expresado por

$$a_v = \frac{de}{d\sigma} \quad \text{III.4}$$

Cabe mencionar, que el coeficiente de compresibilidad equivale al valor de la pendiente de la curva de compresibilidad en escala aritmética.

Despejando la expresión III.4

$$de = a_v d\sigma$$

Sustituyendo en III.3

$$\Delta dV = \frac{a_v}{1+e} d\sigma dz \quad \text{III.5}$$

# INVESTIGACIÓN DE LA DEFORMABILIDAD DEL SUELO CUANDO EXISTE ABATIMIENTO E INCREMENTO CONTINUO DE LOS NIVELES PIEZOMÉTRICOS



Por otra parte, para las condiciones en la cara I puede expresarse a la variación de la presión de poro entre los tiempos  $t$  y  $t + dt$  (entre los puntos 1 y 3) como

$$du = \frac{\partial u}{\partial t} dt \quad \text{III.6}$$

Y, recordando la definición de esfuerzos efectivos, totales y presión de poro (expresión I.3)

$$P = \sigma + u \quad \text{I.3}$$

Diferenciando la ecuación anterior

$$0 = d\sigma + du$$

Ó

$$d\sigma = - du$$

Sustituyendo la expresión III.6

$$d\sigma = - \frac{\partial u}{\partial t} dt \quad \text{III.7}$$

Repitiendo el procedimiento para el tiempo comprendido entre  $t$  y  $t + dt$  en la cara II (puntos 2 y 4) se obtiene

$$du = \frac{\partial u}{\partial t} dt + \frac{\partial^2 u}{\partial t \partial z} dt dz \quad \text{III.8}$$

$$d\sigma = - \left( \frac{\partial u}{\partial t} dt + \frac{\partial^2 u}{\partial t \partial z} dt dz \right) \quad \text{III.9}$$

Si se desprecian los términos de orden superior se obtiene que las expresiones III.7 y III.9 son las mismas, si este resultado se sustituye en la expresión III.5 se tiene

$$\Delta dV = - \frac{a_v}{1+e} \frac{\partial u}{\partial t} dt dz \quad \text{III.10}$$

# INVESTIGACIÓN DE LA DEFORMABILIDAD DEL SUELO CUANDO EXISTE ABATIMIENTO E INCREMENTO CONTINUO DE LOS NIVELES PIEZOMÉTRICOS



Debido a que se supone que tanto el agua como el suelo son incompresibles, y que el suelo se encuentra totalmente saturado, puede decirse, que el volumen perdido de agua será igual al cambio de volumen del suelo, por lo que es posible igualar las expresiones III.2 y III.10

$$-k \frac{1}{\gamma_w} \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} dz dt = -\frac{a_v}{1+e} \frac{\partial u}{\partial t} dt dz$$

Arreglando términos

$$\frac{k(1+e)}{a_v \gamma_w} \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} = \frac{\partial u}{\partial t} \tag{III.11}$$

En términos generales, la ecuación III.11 se conoce como la ecuación diferencial de consolidación unidimensional y es la que establece una relación entre el incremento en la presión de poro, el tiempo y la profundidad, la forma más común de esta ecuación diferencial es haciendo unas simplificaciones y definiciones.

Se define el coeficiente de variación volumétrica como la compresibilidad del suelo relacionada con su volumen inicial como

$$m_v = \frac{a_v}{1+e} \tag{III.12}$$

La expresión III.11 quedará de la forma

$$\frac{k}{m_v \gamma_w} \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} = \frac{\partial u}{\partial t} \tag{III.13}$$

Si ahora se define el coeficiente de consolidación como la relación

$$C_v = \frac{k}{m_v \gamma_w} \tag{III.14}$$

Quedando finalmente la ecuación diferencial de consolidación unidimensional expresada por la expresión III.15.

$$C_v \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} = \frac{\partial u}{\partial t} \tag{III.15}$$

# INVESTIGACIÓN DE LA DEFORMABILIDAD DEL SUELO CUANDO EXISTE ABATIMIENTO E INCREMENTO CONTINUO DE LOS NIVELES PIEZOMÉTRICOS



## III.2.2.1 Solución de la ecuación diferencial de consolidación unidimensional

La ecuación III.15 expresa la relación que existe entre el incremento de la presión de poro, la profundidad del suelo y el tiempo transcurrido durante un proceso de consolidación, sin embargo, esta expresión es de la forma de una ecuación diferencial parcial del tipo Laplace y para obtener resultados prácticos es necesario resolverla.

El primer paso es plantear las hipótesis de trabajo, en este caso se consideran dos:

- La variación del espesor del estrato es muy pequeña durante el proceso por lo que se puede considerar al valor  $z$  constante
- Se toma el coeficiente de consolidación como un valor constante

Para dar solución a la ecuación III.15 es necesario definir las condiciones de frontera, si se considera un estrato de suelo impermeable de espesor  $2H$ , confinado en sus fronteras superior e inferior por estratos permeables, se tendrá que

Para  $z = 0$  y  $z = 2H$  el incremento en la presión será  $u = 0$

Y para un tiempo  $t = 0$  el incremento de la presión de poro será el mismo en todo el estrato y su valor será igual al incremento de carga al que estará sujeto el estrato, es decir:  $u = \Delta\sigma$ .

Debido a que la solución de la ecuación III.5 requiere de desarrollar todo el procedimiento para resolver ecuaciones diferenciales parciales del tipo Laplace y este no es el objetivo de este trabajo, en esta tesis solamente se mencionará la expresión final a la que se llega, la cual está dada por una serie, y que en términos del coeficiente de consolidación queda de la forma

$$u = \Delta\sigma \sum_{n=0}^{n=\infty} \left\{ \frac{4}{(2n+1)\pi} \operatorname{sen} \left[ \frac{(2n+1)\pi}{2} \frac{z}{H} \right] \right\} e^{-\left( \frac{(2n+1)^2 \pi^2 C_v t}{4 H^2} \right)} \quad \text{III.16}$$

Donde

- $u$  presión de poro en exceso para un tiempo  $t$  y a una profundidad  $z$
- $\Delta\sigma$  incremento de esfuerzos aplicado al estrato
- $H$  espesor efectivo del estrato
- $z$  profundidad media del estrato
- $C_v$  coeficiente de consolidación
- $e$  base del logaritmo neperiano

La expresión III.16 es una serie la cual se ha visto que converge a un valor cuando  $n = 3$ , por lo que no es necesario calcular muchos elementos de la serie para obtener un valor confiable.

# INVESTIGACIÓN DE LA DEFORMABILIDAD DEL SUELO CUANDO EXISTE ABATIMIENTO E INCREMENTO CONTINUO DE LOS NIVELES PIEZOMÉTRICOS



Por otra parte, en la expresión III.16 aparece el término espesor efectivo del estrato y este varía de acuerdo a las condiciones de drenaje, cuando el suelo en proceso de consolidación se encuentra confinado por dos estratos permeables se debe considerar que su espesor vale  $2H$  por lo que el espesor efectivo será la mitad del espesor real. En contraparte cuando el suelo en consolidación se encuentre confinado en una frontera por un estrato permeable y en la otra por un suelo impermeable el espesor efectivo deberá ser el mismo que el real.

Lo anterior se hace para considerar la diferencia que existe en el drenaje de los suelos en función de sus fronteras, queda claro que en el primer caso el estrato drenará mucho más rápido que en el segundo y el proceso de consolidación llevará menos tiempo.

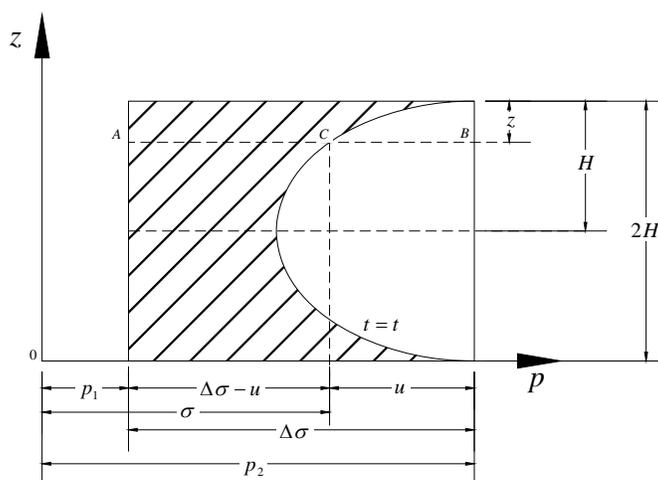
También, en la expresión III.16 se encuentra que el número  $e$ , está elevado a una potencia dada por una expresión en la que se incluye el término

$$\frac{C_v t}{H^2}$$

A este término se le ha denominado como factor tiempo (  $T$  ), es adimensional, y como se verá en el resto de este capítulo es de gran utilidad.

### III.2.3 GRADO DE CONSOLIDACIÓN

El grado de consolidación es un modo de evaluar la magnitud de la consolidación que se ha desarrollado en un suelo para un tiempo  $t$ , lo cual puede expresarse también para su factor tiempo  $T$  correspondiente, dicho de otro modo, es la relación en porcentaje entre la consolidación desarrollada para un tiempo dado con la consolidación total que ha de darse por la aplicación del incremento de carga. Para explicarlo se considera la figura III.7.



**Fig. III.7. Diagramas de presión efectiva y presión de poro para un tiempo  $t = t$  en un estrato de espesor  $2H$ .**

## INVESTIGACIÓN DE LA DEFORMABILIDAD DEL SUELO CUANDO EXISTE ABATIMIENTO E INCREMENTO CONTINUO DE LOS NIVELES PIEZOMÉTRICOS



En la figura III.7 se ha representado un estrato de espesor  $2H$  que se encuentra drenando por sus dos fronteras, se observan los puntos A, B y C que simbolizan diferentes condiciones del suelo a una profundidad  $z$ .

El punto A, representa el estado original del suelo antes de la aplicación del incremento de carga y donde su esfuerzo total inicial es  $p_1$ . El punto B, representa el momento de la aplicación del incremento de esfuerzo  $\Delta\sigma$ , resultando un esfuerzo total  $p_2$ .

Finalmente, el punto C representa el estado del suelo para un tiempo  $t = t$ , donde  $u$  es el exceso de presión de poro debido al incremento de esfuerzos  $\Delta\sigma$ , y donde se observa que ya existe una disipación de la presión de poro en la magnitud  $\Delta\sigma - u$ , obsérvese que para las fronteras del estrato ya se ha disipado completamente la presión de poro.

De acuerdo a lo anterior, para la profundidad  $z$ , la línea AC representa la porción del incremento de carga que ha tomado el suelo para el tiempo  $t = t$ , la línea CB representa la presión de poro en exceso que aún no se ha disipado para el mismo tiempo, y la línea AB tiene la magnitud del incremento total de esfuerzo, y de acuerdo a la definición que se dio del proceso de consolidación, éste concluirá cuando el total de la carga sea tomada por el suelo, es decir, cuando las líneas AC y AB sean iguales.

Ahora, se define al grado de consolidación con  $U_z$  ( %) y considerando lo que se dijo en el párrafo anterior puede ponerse al grado de consolidación como la relación entre el esfuerzo que ha tomado el suelo para el tiempo  $t = t$  y el esfuerzo que habrá tomado al final de la consolidación, o sea, el incremento de esfuerzos, de tal modo que

$$U_z (\%) = 100 \frac{\overline{AC}}{\overline{AB}}$$

O lo que es igual

$$U_z (\%) = 100 \frac{\Delta\sigma - u}{\Delta\sigma}$$

$$U_z (\%) = \left(1 - \frac{u}{\Delta\sigma}\right) 100 \quad \text{III.17}$$

Si se extrapola la solución de la expresión III.17 a todo el estrato se deberán considerar las áreas de la figura III.4 que representan la presión que ha tomado el suelo (área achurada), y la presión de poro en exceso (área sin achure) y, recordando que la presión de poro en exceso  $u$ , está dada por la ecuación III.16 el grado de consolidación en el estrato estará dado por la integral.

# INVESTIGACIÓN DE LA DEFORMABILIDAD DEL SUELO CUANDO EXISTE ABATIMIENTO E INCREMENTO CONTINUO DE LOS NIVELES PIEZOMÉTRICOS



$$U (\%) = \frac{\int_0^{2H} (\Delta\sigma - u) dz}{\Delta\sigma 2H} 100$$

$$U (\%) = 100 \left[ 1 - \frac{1}{\Delta\sigma 2H} \int_0^{2H} u dz \right] \quad \text{III.17}$$

La solución de la ecuación III.17 se debe hacer sustituyendo la III.16 y resolviendo la integral, la expresión final a la que se llega

$$U (\%) = 100 \left[ 1 - \sum_{n=0}^{n=\infty} \frac{8}{(2n+1)^2 \pi^2} e^{-\left(\frac{(2n+1)^2 \pi^2 T}{4}\right)} \right] \quad \text{III.18}$$

Donde U ( % ) está en función del factor tiempo T, a la expresión III.18 se le llamará función de Terzaghi y se expresará como

$$U (\%) = F (T)$$

Siendo esta expresión la que proporciona el valor en porcentaje del grado de consolidación para un factor tiempo dado.

### III.2.3.1 Cálculo de asentamientos con la función de Terzaghi

La aplicación práctica de la función de Terzaghi es propiamente el cálculo de asentamientos, obteniendo hundimientos para un tiempo determinado t y bajo la acción de un incremento de carga  $\Delta\sigma$ . Para plantear una expresión que sirva para calcular los asentamientos se utilizará la figura III.8 con una representación esquemática del suelo.

En la figura III.8 se presenta un estrato de suelo cuyo espesor, expresado en términos de la relación de vacíos, equivale a  $1 + e$ , a éste se le ha aplicado un incremento de carga y como consecuencia se ha deformado en la magnitud  $\Delta e$ , de tal modo que la deformación unitaria del estrato será

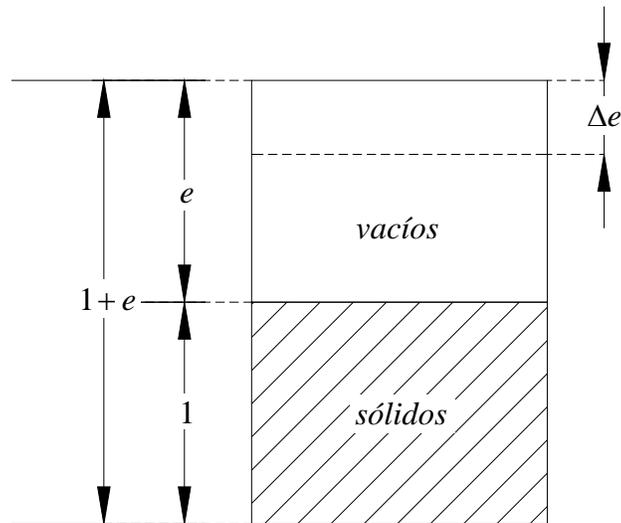
$$\frac{\Delta e}{1 + e}$$

Si ahora se aplica este concepto a un estrato de espesor H será

**INVESTIGACIÓN DE LA DEFORMABILIDAD DEL SUELO CUANDO EXISTE ABATIMIENTO E INCREMENTO CONTINUO DE LOS NIVELES PIEZOMÉTRICOS**



$$\Delta H = \frac{\Delta e}{1 + e} H$$



**Fig. III.8. Estrato de suelo de espesor  $1 + e$ , sujeto a cambios de volumen.**

Y sustituyendo las expresiones III.4 y III.12 se puede decir que la deformación del estrato de espesor  $H$  es

$$\Delta H = m_v \Delta \sigma H \tag{III.19}$$

Si se admite que las deformaciones del suelo debidas al proceso de consolidación son proporcionales al grado de consolidación, puede escribirse a este último como

$$U (\%) = \frac{\delta}{\Delta H} 100$$

Donde  $\delta$  representa el asentamiento debido a la consolidación, despejando  $\delta$  y sustituyéndolo las expresiones III.18 y III.19 quedará

$$\delta = \frac{U (\%)}{100} \Delta H$$

$$\delta = m_v \Delta \sigma H \left[ \frac{U (\%)}{100} \right]$$

# INVESTIGACIÓN DE LA DEFORMABILIDAD DEL SUELO CUANDO EXISTE ABATIMIENTO E INCREMENTO CONTINUO DE LOS NIVELES PIEZOMÉTRICOS



$$\delta = m_v \Delta\sigma H \left[ 1 - \sum_{n=0}^{n=\infty} \frac{8}{(2n+1)^2 \pi^2} e^{-\left(\frac{(2n+1)^2 \pi^2 T}{4}\right)} \right] \quad \text{III.20}$$

La expresión III.20 sirve para calcular el asentamiento de un estrato de espesor H para un tiempo t, bajo las hipótesis de Terzaghi.

### III.3 CONSOLIDACIÓN SECUNDARIA

De acuerdo a las hipótesis de Terzaghi el fenómeno de consolidación se debe a la expulsión de agua del suelo por el efecto de un incremento de esfuerzos; siguiendo lo anterior, sería de esperarse que el modelo de Terzaghi representara fielmente a la realidad, sin embargo, se ha encontrado que las curvas de laboratorio exhiben una deformación posterior a la teórica para un 100% de consolidación según Terzaghi.

A esta deformación adicional se le ha llamado consolidación secundaria. En algunos suelos es más notoria que en otros y su magnitud está asociada a la estructura del suelo.

Para explicar este fenómeno Zeevaert (1967) divide a la estructura del suelo en dos partes, la primera formada por los granos de arena muy fina y de limo; la segunda, formada por agrupaciones de granos de arcilla con coloides unidos por la floculación que existe en las partículas de este tamaño que constituyen a los depósitos lacustres.

Mientras que en los granos más grandes se da el fenómeno de consolidación definido por Terzaghi, que ahora se conoce como consolidación primaria y cuyo comportamiento refleja efectos plásticos y elastoplásticos; en los grupos de arcillas y coloides se presenta un fenómeno que Zeevaert ha llamado viscosidad intergranular y que está asociado a efectos viscosos debidos a la expulsión de agua en los poros formados entre las partículas que constituyen los grupos de arcilla y coloides y al reacomodo de estos granos, una idealización de la estructura que Zeevaert considera se presenta en la figura III.9.

Por otra parte, se han observado en curvas de laboratorio que después de alcanzar el 100% de consolidación primaria el efecto de la consolidación secundaria se hace más notorio, aunque el fenómeno secundario se empieza a desarrollar desde el momento que se aplica el incremento de carga, es decir, se desarrolla al mismo tiempo que la consolidación primaria pero su magnitud aún puede ser grande para tiempos posteriores al correspondiente al 100 % de consolidación primaria.

Debido a la gran magnitud de las deformaciones durante la consolidación secundaria que se observa en algunos tipos de suelos, en particular en el de la Ciudad de México, se hizo necesaria la obtención de un modelo matemático que complementara el modelo de Terzaghi y que diera resultados más acercados a la realidad. Para esto se han desarrollado varias teorías tratando de explicar el fenómeno.

# INVESTIGACIÓN DE LA DEFORMABILIDAD DEL SUELO CUANDO EXISTE ABATIMIENTO E INCREMENTO CONTINUO DE LOS NIVELES PIEZOMÉTRICOS



**Fig. III.9. Estructura de los suelos finos. (Referencia 20).**

Como se mencionó, una de las teorías es la de la Viscosidad Intergranular planteada por el Dr. Leonardo Zeevaert, la cual se utilizará en esta tesis por su validez en las arcillas del Valle de México, misma que se ha comprobado ampliamente en la práctica profesional.

### III.3.1 AJUSTES TEÓRICOS A CURVAS DE CONSOLIDACIÓN DE LABORATORIO

Para evaluar correctamente una prueba de laboratorio y utilizar los resultados a problemas prácticos es necesario tener un modelo matemático adecuado que reproduzca con una aproximación suficiente las condiciones reales en campo.

Con la ecuación III.20 obtenida por medio de las teorías de Terzaghi se ha conseguido obtener cálculos muy aproximados de los asentamientos esperados al aplicar un incremento de esfuerzos

# INVESTIGACIÓN DE LA DEFORMABILIDAD DEL SUELO CUANDO EXISTE ABATIMIENTO E INCREMENTO CONTINUO DE LOS NIVELES PIEZOMÉTRICOS

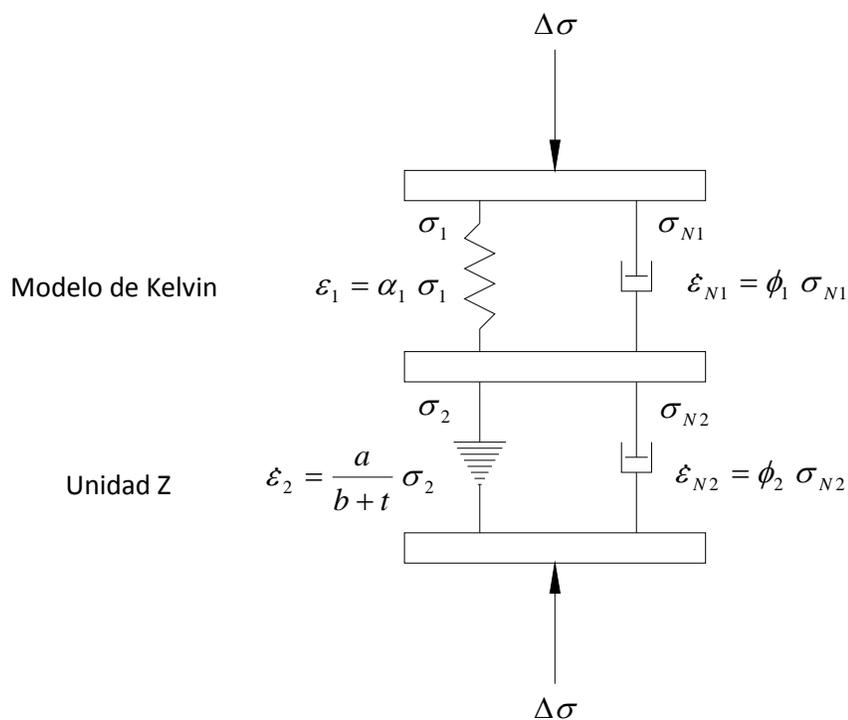


sobre la masa del suelo, sin embargo, como se mencionó en este capítulo la teoría de Terzaghi no considera la consolidación secundaria, por lo que se vuelve necesaria la obtención de otro modelo matemático que represente al fenómeno de consolidación completamente.

Para este fin, Zeevaert utilizó modelos reológicos simples, lo cual consiste en dos modelos conectados en serie.

El primero de ellos es un modelo de Kelvin constituido por un elemento elástico (análogo al resorte del modelo de Terzaghi) y un amortiguador que representa un fluido Newtoniano (análogo al agua del modelo de Terzaghi).

El segundo, llamado por Zeevaert la unidad Z, está constituido por un amortiguador representando a un fluido Newtoniano y un segundo elemento de gran viscosidad que se comporta como un fluido no Newtoniano (éste representa a las partículas de arcilla y los coloides que constituyen a los suelos finos). Un esquema del modelo usado por Zeevaert se presenta en la figura III.10.



**Fig. III.10. Modelos reológicos usados por Zeevaert para representar el proceso de consolidación.**

Para el desarrollo de esta solución Zeevaert planteó las siguientes hipótesis de trabajo.

- La deformación volumétrica total del suelo se compone por la suma de la deformación volumétrica debida a la consolidación primaria más la debida a la consolidación secundaria.

# INVESTIGACIÓN DE LA DEFORMABILIDAD DEL SUELO CUANDO EXISTE ABATIMIENTO E INCREMENTO CONTINUO DE LOS NIVELES PIEZOMÉTRICOS



$$\Delta\varepsilon_v = \Delta\varepsilon_{v1} + \Delta\varepsilon_{v2} \quad \text{III.21}$$

- La unidad de Kelvin contiene un elemento resistente que representa a las partículas sólidas del suelo y se comporta con la Ley de Hooke (las deformaciones son proporcionales al esfuerzo aplicado); y un elemento amortiguador que representa al agua en exceso en los poros de la fracción de suelos finos, expulsa el agua a lo largo del proceso de consolidación y se comporta como un fluido Newtoniano (la velocidad de deformación es proporcional al esfuerzo aplicado).
- La unidad Z contiene un elemento de alta viscosidad que representa al movimiento de los granos que constituyen los agrupamientos de arcillas y coloides y se comporta como un fluido no Newtoniano que aumenta su viscosidad con el tiempo; y un elemento amortiguador que representa el agua en exceso en los poros de la fracción de suelos muy finos que forman los agrupamientos de arcillas y coloides, expulsa el agua a lo largo del proceso de consolidación secundaria y se comporta como un fluido Newtoniano.
- De acuerdo a este modelo, para lograr el efecto de que las agrupaciones de arcillas y coloides expulsen agua durante la compresión primaria es necesario que el amortiguador de la unidad Z esté sujeto a un esfuerzo mayor o al menos similar al de la unidad de Kelvin, en los análisis se considera el mismo esfuerzo.

Bajo estas hipótesis se efectúa el análisis de los dos sistemas por separado.

## III.3.1.1 Modelo de Kelvin

De acuerdo con las hipótesis de la consolidación primaria y al modelo reológico presentado en la figura III.9 se pueden establecer las siguientes condiciones

Por equilibrio estático

$$\Delta\sigma = \Delta\sigma_1 + \Delta\sigma_{N1} \quad \text{III.22}$$

Para deformaciones volumétricas

$$\Delta\varepsilon_{v1} = \Delta\varepsilon_1 = \Delta\varepsilon_{N1} \quad \text{III.23}$$

Por la ley de Hooke en el elemento resistente

$$\Delta\varepsilon_1 = \alpha_1 \Delta\sigma_1 \quad \text{III.24}$$

Para el amortiguador que representa un fluido Newtoniano

**INVESTIGACIÓN DE LA DEFORMABILIDAD DEL SUELO CUANDO  
EXISTE ABATIMIENTO E INCREMENTO CONTINUO DE LOS NIVELES  
PIEZOMÉTRICOS**



$$\Delta \varepsilon_{N1} = \phi_1 \Delta \sigma_{N1} \quad \text{III.25}$$

Arreglando algebraicamente y sustituyendo las ecuaciones III.23, III.24 y III.25 en la expresión III.22 se obtiene la ecuación diferencial

$$\Delta \varepsilon_{v1} + \frac{\phi_1}{\alpha_1} \Delta \varepsilon_{v1} = \phi_1 \Delta \sigma$$

Integrando

$$\Delta \varepsilon_{v1} = \Delta \sigma \alpha_1 \left( 1 - e^{-\phi_1 \frac{t}{\alpha_1}} \right) \quad \text{III.26}$$

Considerando una serie de un gran número de unidades

$$\Delta \varepsilon_{v1} = \alpha \Delta \sigma \left( 1 - \sum \frac{\alpha_1}{\alpha} e^{-\phi_1 \frac{t}{\alpha_1}} \right) \quad \text{III.27}$$

Donde el término  $\alpha$  indica la compresibilidad del suelo y corresponde a la suma de la compresibilidad de cada elemento de Kelvin considerado.

Por otro lado, recordando el modelo de Terzaghi obtenido en la ecuación III.20

$$\delta = m_v \Delta \sigma H \left[ 1 - \sum_{n=0}^{\infty} \frac{8}{(2n+1)^2 \pi^2} e^{-\left( \frac{(2n+1)^2 \pi^2 T}{4} \right)} \right] \quad \text{III.20}$$

Y definiendo

$$M = (2n+1)^2 \frac{\pi^2}{4}$$

Puede reescribirse la expresión III.20 como

$$\delta = m_v \Delta \sigma H \left[ 1 - \sum_{n=0}^{\infty} \frac{2}{M} e^{-M T_v} \right] \quad \text{III.28}$$

# INVESTIGACIÓN DE LA DEFORMABILIDAD DEL SUELO CUANDO EXISTE ABATIMIENTO E INCREMENTO CONTINUO DE LOS NIVELES PIEZOMÉTRICOS



Nótese que se ha cambiado la nomenclatura del factor tiempo por la literal  $T_v$ , respetando la nomenclatura del Dr. Zeevaert.

Reescribiendo la expresión III.28 en términos de deformaciones volumétricas.

$$\Delta \varepsilon_{v1} = m_v \Delta \sigma \left[ 1 - \sum_{n=0}^{n=\infty} \frac{2}{M} e^{-M T_v} \right] \quad \text{III.28}$$

Si se comparan las expresiones III.27 y III.28 se obtienen las siguientes relaciones

$$\alpha = m_v$$

$$\frac{\alpha_1}{\alpha} = \frac{2}{M}$$

$$\frac{\phi_1}{\alpha_1} = M \frac{C_v}{H^2}$$

De tal modo que las expresiones III.20 y III.27 son equivalentes y representan la consolidación primaria, en lo siguiente de esta tesis se manejará de la siguiente forma

$$\Delta \varepsilon_{v1} = m_v \Delta \sigma F(T_v) \quad \text{III.29}$$

Donde  $F(T_v)$  es la función tiempo de Terzaghi obtenida en la expresión III.18.

### III.3.1.2 Unidad Z

Para esta unidad se establecerán las siguientes relaciones

Por equilibrio estático

$$\Delta \sigma = \Delta \sigma_2 + \Delta \sigma_{N2} \quad \text{III.30}$$

Para deformaciones volumétricas

$$\Delta \varepsilon_{v2} = \Delta \varepsilon_2 = \Delta \varepsilon_{N2} \quad \text{III.31}$$

Para representar el elemento de gran viscosidad

# INVESTIGACIÓN DE LA DEFORMABILIDAD DEL SUELO CUANDO EXISTE ABATIMIENTO E INCREMENTO CONTINUO DE LOS NIVELES PIEZOMÉTRICOS



$$\Delta \varepsilon_2 = \frac{a}{b+t} \Delta \sigma_2 \quad \text{III.32}$$

Donde a y b son parámetros constantes y t indica el tiempo.

Para el amortiguador que representa un fluido Newtoniano

$$\Delta \varepsilon_{N2} = \phi_2 \Delta \sigma_{N2} \quad \text{III.33}$$

Arreglando algebraicamente y sustituyendo las ecuaciones III.31, III.32 y III.33 en la expresión III.30 se obtiene la ecuación diferencial

$$\Delta \varepsilon_{v2} = \frac{a}{b + \frac{a}{\phi_2} + t} \Delta \sigma$$

Integrando

$$\Delta \varepsilon_{v2} = a \Delta \sigma \ln \left( \frac{b + \frac{a}{\phi_2} + t}{b + \frac{a}{\phi_2}} \right) \quad \text{III.34}$$

Considerando el esfuerzo tomado por el amortiguador

$$\Delta \sigma_{N2} = \frac{1}{\phi_2} \Delta \varepsilon_{v2}$$

Derivando III.34 y sustituyendo

$$\Delta \sigma_{N2} = \frac{\frac{a}{\phi_2}}{b + \frac{a}{\phi_2} + t} \Delta \sigma \quad \text{III.35}$$

Considerando que para  $t = 0$

$$\Delta \sigma_{N2} = \Delta \sigma$$

Se obtiene que

# INVESTIGACIÓN DE LA DEFORMABILIDAD DEL SUELO CUANDO EXISTE ABATIMIENTO E INCREMENTO CONTINUO DE LOS NIVELES PIEZOMÉTRICOS



$$b = 0$$

Por lo tanto la expresión III.34 se puede escribir como

$$\Delta \varepsilon_{v2} = 2.31 a \Delta \sigma \log \left( 1 + \frac{a}{\phi_2} t \right) \quad \text{III.36}$$

Si se considera la suma de un gran número de unidades Z

$$\varepsilon_{v2} = 2.31 \bar{a} \Delta \sigma \log \left\{ 1 + \frac{\bar{\phi}_2}{a} \frac{\alpha}{\phi_1} \left( \frac{\alpha}{\phi_1} t \right) \right\} \quad \text{III.37}$$

Recordando las relaciones entre el modelo de Kelvin y el de Terzaghi

$$\alpha = m_v$$

$$\frac{\phi_1}{\alpha_1} = M \frac{C_v}{H^2}$$

Y definiendo el parámetro

$$2.3 \bar{a} = m_t$$

Se tiene que

$$\Delta \varepsilon_{v2} = m_t \Delta \sigma \log \left( 1 + 4.61 \frac{m_v \bar{\phi}_2}{m_t \phi_1} \left( \frac{C_v t}{H^2} \right) \right) \quad \text{III.38}$$

Si se escribe la expresión III.38 en términos del factor tiempo y se define el parámetro  $\beta$

$$\beta = \frac{m_t}{m_v}$$

Se obtiene

$$\Delta \varepsilon_{v2} = m_t \Delta \sigma \log \left( 1 + \frac{4.61 \bar{\phi}_2}{\beta \phi_1} T_v \right) \quad \text{III.39}$$

# INVESTIGACIÓN DE LA DEFORMABILIDAD DEL SUELO CUANDO EXISTE ABATIMIENTO E INCREMENTO CONTINUO DE LOS NIVELES PIEZOMÉTRICOS



Si ahora se define el parámetro adimensional  $\xi$  como la relación

$$\frac{4.61 \bar{\phi}_2}{\beta \phi_1} = \xi$$

Finalmente, puede decirse a partir de lo anterior que, las deformaciones volumétricas se obtendrán sumando la ecuación de Terzaghi con la obtenida de la unidad Z y también puede definirse

$$\frac{\Delta \varepsilon_v}{m_v \Delta \sigma} = \Omega$$

O, dicho de otra forma

$$\Omega = F(T_v) + \beta \log(1 + \xi T_v) \quad \text{III.40}$$

La expresión III.40 expresa la relación deformación volumétrica – tiempo en condiciones  $k_o$ , es decir, sin deformaciones laterales, condición que en laboratorio se representa con la prueba del consolidómetro.

La expresión III.40 es muy útil para proporcionar un modelo matemático para cada prueba de consolidación y con ésta representar las condiciones reales en campo y conocer las deformaciones a lo largo del tiempo.

Pero, para utilizar el modelo de viscosidad intergranular de Zeevaert, se deben conocer con anterioridad los parámetros de consolidación ( $\beta$ ,  $\xi$ ,  $m_v$ ,  $m_t$  y  $C_v$ ) que definan el proceso de consolidación en campo para cada estrato y al nivel de esfuerzos que se tendrá después de aplicar el incremento de carga.

Para lograr lo anterior, se debe plantear un método de obtención de dichos parámetros, para lo cual, es conveniente, definir primero ciertas diferencias encontradas en las curvas de consolidación de acuerdo al nivel de esfuerzos al que fueron obtenidas.

Se ha observado en la práctica que las curvas de consolidación tienen diferentes características, y que estas varían en función del nivel de esfuerzos de consolidación y del esfuerzo crítico.

En términos generales se han encontrado cuatro tipos diferentes de curvas:

- Curvas tipo 1

Se llaman curvas tipo 1 a las obtenidas con bajos niveles de esfuerzos, la consolidación primaria es importante en estas curvas, una característica particular es que la zona posterior al final de la consolidación primaria se describe como una recta dibujada en escala semilográmica.

# INVESTIGACIÓN DE LA DEFORMABILIDAD DEL SUELO CUANDO EXISTE ABATIMIENTO E INCREMENTO CONTINUO DE LOS NIVELES PIEZOMÉTRICOS



En la figura III.11 se presenta una curva tipo 1.

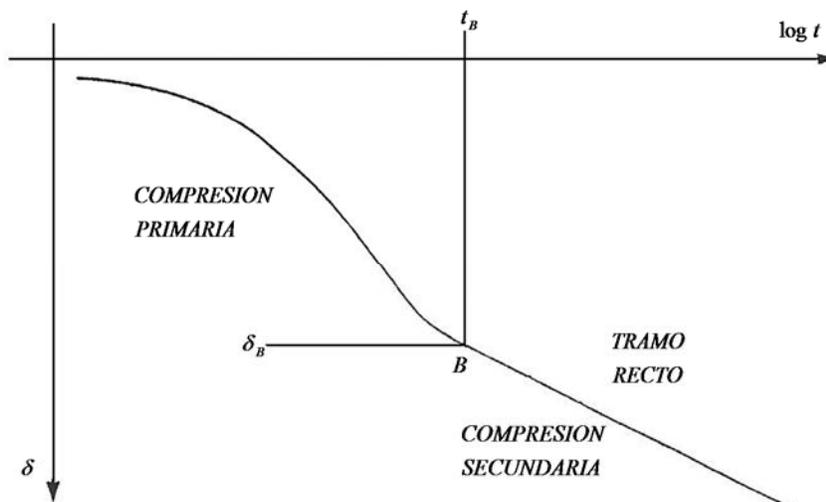


Fig. III.11. Curva de consolidación Tipo I. (Referencia 18).

- Curvas tipo 2

Las curvas tipo 2 corresponden a aquellas cuyo nivel de esfuerzos es inferior al valor del esfuerzo crítico. Su forma es muy similar a las curvas tipo 1, sin embargo la parte posterior al final de la consolidación primaria no es recta en la vecindad del punto  $t_b$ , y se hace recta para tiempos posteriores.

En la figura III.12 se presenta una curva tipo 2.

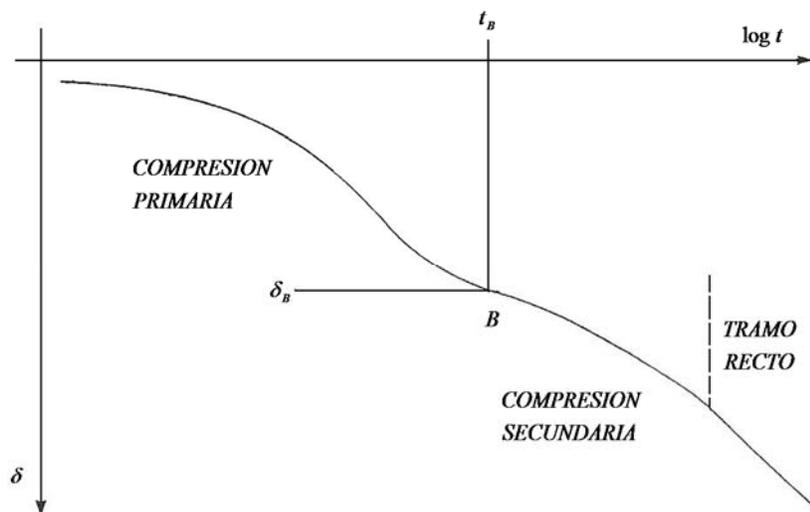


Fig. III.12. Curva de consolidación Tipo II. (Referencia 18).

# INVESTIGACIÓN DE LA DEFORMABILIDAD DEL SUELO CUANDO EXISTE ABATIMIENTO E INCREMENTO CONTINUO DE LOS NIVELES PIEZOMÉTRICOS



## - Curvas tipo 3

Las curvas tipo 3 son típicas para niveles de esfuerzos próximos al esfuerzo crítico, su principal característica es que no se distingue claramente el final de la consolidación primaria y esto es debido a que en estas condiciones el suelo se encuentra en un cambio de estructura, no obstante lo anterior, sí es posible encontrar una porción recta en las curvas de consolidación.

En la figura III.13 se presenta una curva tipo 3.

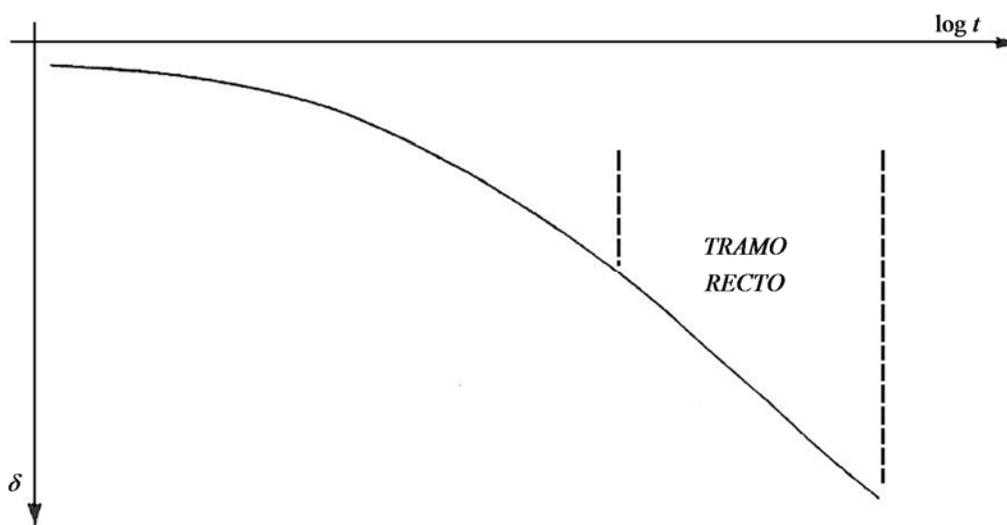


Fig. III.13. Curva de consolidación Tipo III. (Referencia 18).

## - Curvas tipo 4

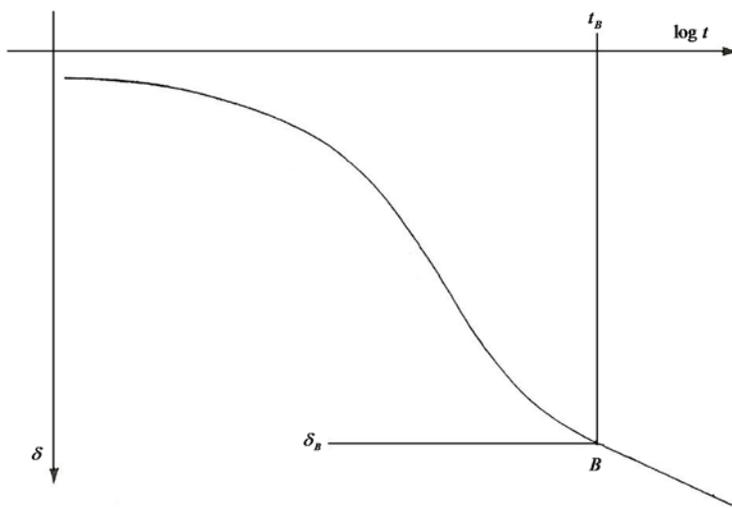


Fig. III.14. Curva de consolidación Tipo IV. (Referencia 18).

# INVESTIGACIÓN DE LA DEFORMABILIDAD DEL SUELO CUANDO EXISTE ABATIMIENTO E INCREMENTO CONTINUO DE LOS NIVELES PIEZOMÉTRICOS

---



Cuando se ha rebasado el esfuerzo crítico del suelo, su estructura ha cambiado, y como tal las propiedades de éste son diferentes, en las curvas de consolidación también se puede notar eso encontrando el final de la consolidación secundaria para tiempos mayores y niveles de deformación muy grandes.

En la figura III.14 se presenta una curva tipo 4.

### III.3.1.3 Métodos de ajuste

El método de ajuste que Zeevaert desarrolló, es un proceso gráfico y analítico que requiere la identificación previa del punto donde termina la consolidación primaria, con este dato y las características que de la curva se pueden obtener con una simple revisión cualitativa y cuantitativa, se inicia un proceso iterativo ajustando los parámetros de consolidación y ajustando también el punto al final de la consolidación primaria.

De acuerdo a lo mencionado acerca de los tipos de curvas de consolidación, queda claro que es más fácil distinguir el final de la consolidación primaria en las curvas tipo I, II y IV que en las tipo III.

Por otro lado, el hecho de que estos métodos sean empleados para calcular asentamientos en la práctica profesional, implica que la obtención de los parámetros de consolidación también sea de un modo práctico, es por esto, que se ha propuesto que la obtención de parámetros sea únicamente en los niveles de esfuerzos implicados en cada problema en particular.

Lo anterior se puede solucionar analizando los esfuerzos a los que estará sujeto el suelo antes y durante la construcción, así como, el nivel de esfuerzos final.

Si pensamos en cimentaciones parcial, total o sobre compensadas se tendrían las siguientes situaciones.

Inicialmente, el suelo se encuentra bajo el efecto de los esfuerzos efectivos, totales y presión de poro propios del sitio.

Al efectuar la excavación se da un alivio al suelo cambiando el nivel de esfuerzos a un valor menor al esfuerzo efectivo, posteriormente, al construir la estructura el nivel de esfuerzos aumenta nuevamente a valores que pueden ser menores, iguales o mayores que el esfuerzo efectivo inicial.

Lo anterior deja un rango de esfuerzos de análisis muy amplio al no especificar en qué magnitud pueden ser mayores los esfuerzos finales en el suelo respecto al esfuerzo efectivo inicial; esto se puede solucionar recordando la definición del esfuerzo crítico y las características mostradas en la curva de compresibilidad, donde queda claro que, rebasando el esfuerzo crítico de un suelo las deformaciones son de mayor magnitud Así puede delimitarse el incremento de esfuerzos al que deberá estar sujeto el suelo a valores inferiores al crítico.

El párrafo anterior sugiere que por razones de servicio, se debe trabajar únicamente con los esfuerzos inferiores al esfuerzo crítico, esto es, las curvas tipo I y II.

# INVESTIGACIÓN DE LA DEFORMABILIDAD DEL SUELO CUANDO EXISTE ABATIMIENTO E INCREMENTO CONTINUO DE LOS NIVELES PIEZOMÉTRICOS



Debido a que el ajuste de las curvas tipo I se puede tomar como un caso particular del ajuste de las curvas tipo II, en esta tesis se explicará el ajuste de las curvas tipo II y posteriormente se hará referencia a las curvas tipo I. (Referencia 18).

El proceso comienza leyendo gráficamente dos puntos: el primero (  $t_B, \delta_B$  ) que corresponde a un punto un poco después del quiebre que se alcanza a apreciar al final de la consolidación secundaria y el segundo (  $t_F, \delta_F$  ) que indica el tiempo final de la prueba y su correspondiente deformación.

También es necesario medir la pendiente del tramo recto de la consolidación secundaria denotado por  $C_t$  y definido por

$$C_t = \frac{\delta_2 - \delta_1}{\log\left(\frac{t_2}{t_1}\right)} \quad \text{III.41}$$

Donde los puntos 1 y 2 corresponden a dos puntos leídos de la curva de consolidación que pertenecen al tramo recto de la consolidación secundaria, si estos dos puntos se toman en los extremos de un ciclo logarítmico la expresión III.41 queda de la forma

$$C_t = \delta_2 - \delta_1 \quad \text{III.41}$$

Por otro lado si la expresión III.40 se reescribe en términos de deformaciones se tiene la expresión

$$\delta = \delta_v F(T_v) + C_t \log(1 + \xi T_v) \quad \text{III.42}$$

Donde  $\delta_v$  es la deformación total al final de la consolidación primaria y se puede leer gráficamente en una primera aproximación, y el parámetro  $\xi$  queda definido como

$$\xi = \frac{H^2}{\tau C_v} \quad \text{III.43}$$

Donde el tiempo  $\tau$  corresponde a la relación de la constante  $a$  y de la fluidez del amortiguador supuesto en la consolidación secundaria, es decir

$$\tau = \frac{\bar{a}}{\phi_2} = \frac{\beta H^2}{4.61 C_v}$$

Como el tiempo  $\tau$  representa un momento dentro de la consolidación secundaria también puede escribirse en términos de  $C_t$

# INVESTIGACIÓN DE LA DEFORMABILIDAD DEL SUELO CUANDO EXISTE ABATIMIENTO E INCREMENTO CONTINUO DE LOS NIVELES PIEZOMÉTRICOS



$$\delta_B - \delta_F = C_t \log \left( \frac{\tau + t_B}{\tau + t_F} \right)$$

Despejando

$$\tau = \frac{e^a t_F - t_B}{1 - e^a} \quad \text{III.44}$$

Donde

$$a = 2.303 \frac{\delta_B - \delta_F}{C_t} \quad \text{III.45}$$

Con las expresiones III.44 y III.45 se determina el valor  $\tau$ , por otra parte, sustituyendo la ecuación III.43 en la III.42 y considerando el punto B donde la consolidación primaria ha concluido, es decir  $F(T_v) = 1$ , se obtiene

$$\delta_v = \delta_B - C_t \log \left( 1 + \frac{t_B}{\tau} \right) \quad \text{III.46}$$

Con el valor de  $\delta_v$  conocido y recordando que

$$T_v = \frac{C_v t}{H^2}$$

Puede conocerse el coeficiente de consolidación, y a su vez el 50 % de consolidación modificando la expresión III.46, con lo que se obtiene

$$\delta_{50} = \frac{1}{2} \delta_v + C_t \log \left( 1 + 0.2 \frac{H^2}{\tau C_v} \right) \quad \text{III.47}$$

De tal manera que a partir de este nuevo valor de  $\delta_{50}$  es posible obtener un nuevo valor de  $\delta_v$ , éste proceso se repite ajustando el punto final de la consolidación primaria y obteniendo valores de  $\xi$  y  $C_v$  hasta que estos últimos no cambien sustancialmente.

Una vez que se han obtenido los valores correspondientes a  $\xi$  y  $C_v$  los demás parámetros se calculan con las expresiones siguientes

$$m_v = \frac{\delta_v}{2H \Delta\sigma}$$

# INVESTIGACIÓN DE LA DEFORMABILIDAD DEL SUELO CUANDO EXISTE ABATIMIENTO E INCREMENTO CONTINUO DE LOS NIVELES PIEZOMÉTRICOS



$$m_t = \frac{C_t}{2H \Delta\sigma}$$

$$\beta = \frac{m_t}{m_v}$$

Obteniendo así los valores de los parámetros de consolidación para el modelo propuesto por Zeevaert.

En el caso de las curvas tipo I, Zeevaert menciona que el tramo correspondiente a la consolidación secundaria es prácticamente recto en la escala semilogarítmica y le asigna el valor 5 al parámetro  $\xi$  por lo que el ajuste a este tipo de curvas se efectúa sin el proceso iterativo inicial para obtener  $\xi$  y  $C_v$ .

La aplicación práctica del modelo de Zeevaert es, como ya se mencionó, en el cálculo de asentamientos, una vez obtenidos los parámetros de consolidación en cada prueba de consolidación programada, en un medio dado los asentamientos se pueden calcular conociendo el incremento de esfuerzos al centro de cada estrato y aplicando la expresión. III.48.

$$\delta = \sum_{i=1}^n m_v \Delta\sigma H \{F(T_v) + \beta \log(1 + \xi T_v)\} \quad \text{III.48}$$

En la expresión III.48 los parámetros de consolidación deberán ser los correspondientes al nivel de esfuerzos  $\sigma + \Delta\sigma$  lo cual, no siempre coincide con los esfuerzos ensayados en la prueba de consolidación.

Esto se puede solucionar de dos maneras, la primera es simplemente interpolando entre dos valores de la prueba que delimiten al nivel de esfuerzos de análisis, y la segunda, es asignándole modelos matemáticos a la variación de los parámetros en función del nivel de esfuerzos.

Aparentemente la segunda opción podría ser poco práctica, sin embargo, Zeevaert encontró que a cada parámetro se le puede asignar una tendencia, en la figura III.15 se presentan variaciones típicas de los parámetros respecto al nivel de esfuerzos.

Observando la figura III.15 puede decirse que: el parámetro  $\beta$  aumenta con el nivel de esfuerzos, los parámetros  $m_v$  y  $C_v$  se mantienen casi constantes pero ambos decrecen al aumentar el esfuerzo, y el parámetro  $\xi$  describe aproximadamente una parábola con concavidad positiva.

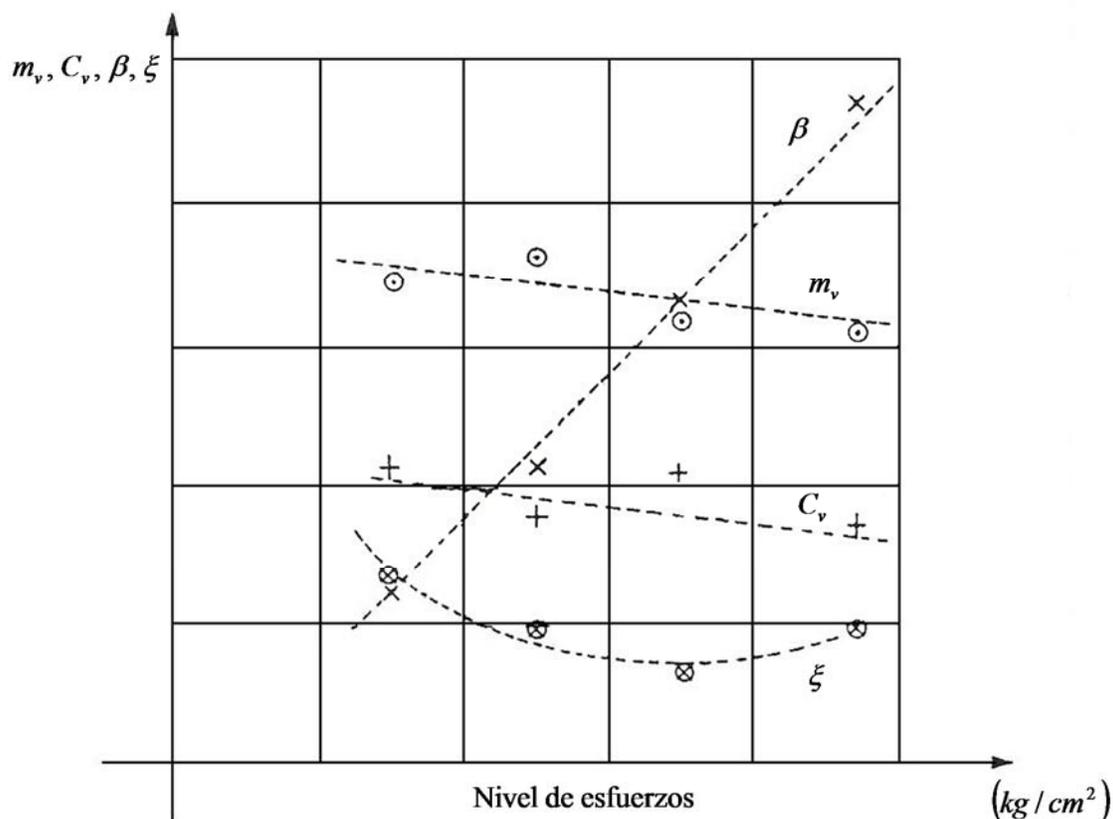


Fig. III.15. Variación de los parámetros de consolidación. (Referencia 18).

### III.4 DETERMINACIÓN DEL COEFICIENTE DE PERMEABILIDAD A PARTIR DE UNA PRUEBA DE CONSOLIDACIÓN

En el Capítulo II ya se habló de las propiedades hidráulicas de los suelos y de la importancia en esta tesis de conocer el valor de la permeabilidad de un suelo, también se presentaron los métodos de obtención de este parámetro.

De acuerdo a lo mencionado queda claro que realizar pruebas de permeabilidad en suelos finos requiere de gran tiempo de ejecución y cuidado al obtener la muestra y labrar las probetas, sin mencionar los errores que implica la misma metodología de la prueba seleccionada.

Por lo anterior, resulta más práctico obtener el valor de la permeabilidad de los suelos finos a partir de los resultados de las pruebas de consolidación y utilizando la relación III.14 definida por Terzaghi.

$$C_v = \frac{k}{m_v \gamma_w} \quad \text{III.14}$$

## INVESTIGACIÓN DE LA DEFORMABILIDAD DEL SUELO CUANDO EXISTE ABATIMIENTO E INCREMENTO CONTINUO DE LOS NIVELES PIEZOMÉTRICOS

---



Donde  $\gamma_w$  es el peso volumétrico del agua, y los parámetros  $C_v$  y  $m_v$  se pueden obtener a partir de los métodos de ajuste de Zeevaert para un nivel de esfuerzos deseado, ya sea interpolando entre dos incrementos de la prueba, asignándole una función ó simplemente aplicando durante la prueba el incremento deseado, de tal manera que, para conocer la permeabilidad con este método, basta con despejar  $k$  de la expresión III.14, obteniendo la ya mencionada expresión II.8.

$$k = C_v m_v \gamma_w \quad \text{II.8}$$

# INVESTIGACIÓN DE LA DEFORMABILIDAD DEL SUELO CUANDO EXISTE ABATIMIENTO E INCREMENTO CONTINUO DE LOS NIVELES PIEZOMÉTRICOS



## IV HUNDIMIENTO REGIONAL

### IV.1 CONDICIONES DE HUNDIMIENTO REGIONAL EN LA CIUDAD DE MÉXICO

#### IV.1.1 DATOS HISTÓRICOS

El hundimiento de la Ciudad de México se ha observado desde ya hace varias décadas, ejemplos claros de esto son los escalones que se han agregado al monumento del Ángel de la Independencia ubicado en una de las principales avenidas de esta ciudad.

Como dato histórico Zeevaert menciona que las primeras lecturas de niveles reconocidas oficialmente en la Ciudad de México fueron tomadas por el Profesor Cavallari en la década de los 1860's, posteriormente con nivelaciones efectuadas 50 años después se midieron asentamientos que variaron entre 7 y 40 cm.

Los primeros estudios sobre la velocidad del hundimiento regional fueron efectuados a finales del siglo XIX por A. T. Pizarro y en las primeras décadas del siglo XX por J A. Cuevas, sin embargo, el primer estudio que relaciona el hundimiento regional de la Ciudad de México con la explotación de los acuíferos del Valle de México fue efectuado por el Dr. Nabor Carrillo a mediados del siglo XX, y cuyos trabajos se han reforzado con las aportaciones de investigadores importantes como L. Zeevaert y R. J. Marsal, entre otros.

#### IV.1.2 ESTRATIGRAFÍA DE LA CIUDAD DE MÉXICO

La estratigrafía de la Ciudad de México es muy característica y prácticamente uniforme en la zona que estuvo cubierta por el lago.

Contiene depósitos que describen fielmente marcadas épocas geológicas en la historia del Valle de México.

La depositación de materiales en el lago se fue dando en diferentes etapas geológicas, la columna estratigráfica de la zona del lago de la Ciudad de México como se dijo, es prácticamente la misma tal como se presenta aquí en forma resumida, y en donde únicamente pueden variar las profundidades de los depósitos.

Depósito	Profundidad promedio m	Descripción
Rellenos	0.0 – 6.0	Arenas limosas con materiales producto de ruinas prehispánicas.

## INVESTIGACIÓN DE LA DEFORMABILIDAD DEL SUELO CUANDO EXISTE ABATIMIENTO E INCREMENTO CONTINUO DE LOS NIVELES PIEZOMÉTRICOS



Costra superficial	6.0 – 9.0	Limo arcilloso, con arena de mediana a alta compresibilidad, con contenidos de agua bajos y endurecimiento por secado
Arcillas lacustres superiores	9.0 – 33.0	Depósitos de arcilla limosa con altos contenidos de agua y consistencia que va desde muy blanda en los depósitos más superficiales hasta rígida en los más profundos. Su compresibilidad va de alta a muy alta. Estos depósitos son intercalados por finos lentes arenas generados por lluvias piroclásticas.
Primera capa dura	33.0 – 38.0	Arenas y limos de origen ígneo mezclados con carbonatos que les proporciona una cementación que puede ser muy variable.
Arcillas lacustres inferiores	38.0 – 48.0	Es una segunda capa de arcillas lacustres color verde olivo de alta deformabilidad y consistencia rígida, en toda la zona del lago de la Ciudad de México se ha encontrado que este depósito es cortado por un estrato delgado de vidrio volcánico, muy marcado en toda la zona del lago.
Segunda capa dura	48.0 – 62.0	Son series de depósitos de limo, arena y grava de origen aluvial cementados con carbonatos de calcio, estos forman depósitos de muy alta resistencia y muy baja deformabilidad.
Depósitos profundos	A partir de 48.0 m	Materiales formados principalmente por suelos granulares producto de la desintegración de rocas de origen volcánico y arcillas limosas residuales, su resistencia aumenta con la profundidad.

La estratigrafía tan regular de la Ciudad de México ha permitido la explotación de los mantos acuíferos, en particular se ha extraído agua aprovechando la permeabilidad de la primera capa dura, fenómeno que se ve reflejado en las lecturas piezométricas en toda la zona del lago que se han obtenido a lo largo del tiempo a través de diferentes estudios de Mecánica de Suelos.

Dicha explotación ha provocado una importante reducción en la presión de poro en la primera capa dura y en los estratos inferiores a ésta, también se ha visto que han sido afectadas las arcillas más profundas de la primera serie arcillosa.

# INVESTIGACIÓN DE LA DEFORMABILIDAD DEL SUELO CUANDO EXISTE ABATIMIENTO E INCREMENTO CONTINUO DE LOS NIVELES PIEZOMÉTRICOS



## IV.1.3 ORIGEN DEL HUNDIMIENTO REGIONAL

El abatimiento de los niveles piezométricos en los estratos inferiores han provocado un incremento de esfuerzos efectivos de acuerdo a la expresión I.3 (definición de esfuerzos efectivos).

$$\sigma = u + \sigma' \quad \text{I.3}$$

Analizando la expresión I.3 y considerando que el esfuerzo total no cambia y que la presión de poro disminuye, se tiene que el esfuerzo efectivo sufre un incremento de igual magnitud que el abatimiento del nivel piezométrico.

Este incremento de esfuerzos origina deformaciones y es el responsable del hundimiento regional. En el siguiente capítulo se explicará un análisis matemático desarrollado por Zeevaert para calcular las deformaciones esperadas a partir de conocer los niveles piezométricos.

Cabe mencionar que el fenómeno de hundimiento regional no es exclusivo de la Ciudad de México o de las ciudades con una importante explotación de los mantos acuíferos, esto se puede extrapolar a cualquier lugar donde se explote en grandes cantidades algún fluido que se encuentre en el subsuelo como pueden ser yacimientos de petróleo ó gas natural, entre otros, un ejemplo muy famoso es el problema al que se enfrentó el Dr. Nabor Carrillo en Long Beach, Cal.

## IV.2 MECÁNICA DEL HUNDIMIENTO REGIONAL

Como se dijo el hundimiento regional se origina por un incremento de esfuerzos creado al abatir los niveles piezométricos del suelo. Expresando a la variación del incremento de esfuerzos con la profundidad en función del gradiente hidráulico, como se presenta en la expresión IV.1.

$$\frac{\partial \Delta \sigma_z}{\partial z} = \gamma_w \cdot i_z \quad \text{IV.1}$$

Donde  $i_z$  es la componente vertical del gradiente hidráulico considerándolo positivo cuando el flujo del agua es descendente lo que incrementaría los esfuerzos efectivos.

De acuerdo con lo anterior, cuando no exista un flujo de agua el valor de esta componente del gradiente será nulo y las condiciones de presión de poro serán las hidrostáticas.

Para conocer el incremento de esfuerzos, de acuerdo a la expresión IV.1 solo se despeja y se integra:

$$\Delta \sigma_z = \int_0^z \gamma_w \cdot i_z \cdot dz$$

# INVESTIGACIÓN DE LA DEFORMABILIDAD DEL SUELO CUANDO EXISTE ABATIMIENTO E INCREMENTO CONTINUO DE LOS NIVELES PIEZOMÉTRICOS



Pero si la componente vertical del gradiente hidráulico corresponde a

$$i_z = \frac{\partial \lambda}{\partial z}$$

Reescribiendo la expresión IV.1 como

$$\frac{\partial \Delta \sigma_z}{\partial z} = \gamma_w \cdot \frac{\partial \lambda}{\partial z}$$

ó

$$\Delta \sigma_z = \gamma_w \cdot \lambda_z$$

Recordando que  $\lambda_z$  representa el abatimiento de los niveles piezométricos a la profundidad  $z$ .

Como se dijo, el incremento de esfuerzos provocado por la disminución de los niveles piezométricos genera deformaciones en aquellos estratos sujetos a abatimientos, estas deformaciones las podemos expresar como

$$\frac{\partial \delta}{\partial z} = \Delta \sigma_z \cdot m_{vz}$$

Donde  $\delta$  es la deformación total originada por el incremento de esfuerzos y  $m_{vz}$  es el coeficiente de compresibilidad volumétrica definido en el capítulo III.

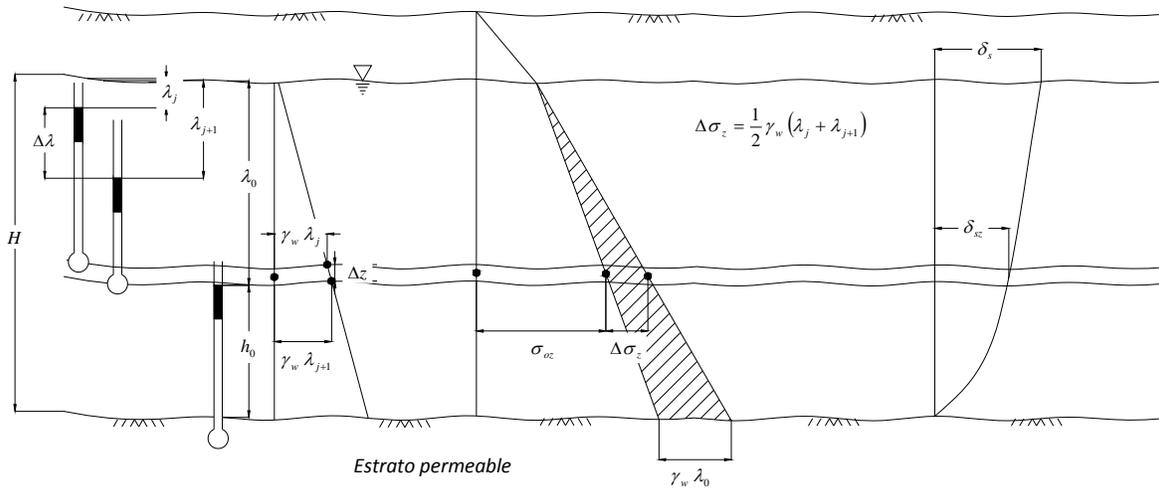
De tal modo que

$$\frac{\partial \delta}{\partial z} = m_{vz} \int_0^z \gamma_w \cdot i_z \cdot dz$$

Considerando un estrato de espesor  $H$  y despejamos la deformación total, se tiene que su valor estará dado por la doble integral

$$\delta_z = \int_z^H \left[ m_{vz} \int_0^z \gamma_w \cdot i_z \cdot dz \right] dz$$

# INVESTIGACIÓN DE LA DEFORMABILIDAD DEL SUELO CUANDO EXISTE ABATIMIENTO E INCREMENTO CONTINUO DE LOS NIVELES PIEZOMÉTRICOS



**Fig. IV.1. Diagramas de esfuerzos y de deformaciones de un estrato sujeto a abatimiento.**

La condición anterior se presenta gráficamente en la figura IV.1 indicando que la distribución de las deformaciones es parabólica, nula en la frontera inferior del estrato y máxima en la frontera superior.

Resolviendo la integral y considerando el parámetro  $m_{vz}$  constante respecto la profundidad se tiene

$$\delta_z = m_v \gamma_w \cdot \frac{1}{2} i_z \cdot (H^2 - z^2) \quad \text{IV.2}$$

Por otro lado, de acuerdo a la figura IV.1 el gradiente hidráulico debido al abatimiento de los niveles piezométricos al fondo del estrato se obtiene como

$$i_z = \frac{\lambda_0}{H}$$

De tal modo que

$$\delta_z = m_v \gamma_w \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{\lambda_0}{H} \cdot (H^2 - z^2) \quad \text{IV.2}$$

Para conocer el máximo desplazamiento, obtenido en la frontera superior del estrato, es decir, cuando  $z = 0$ , se tendrá

$$\delta_z = m_v \gamma_w \cdot \frac{1}{2} \cdot \lambda_0 \cdot H \quad \text{IV.3}$$

# INVESTIGACIÓN DE LA DEFORMABILIDAD DEL SUELO CUANDO EXISTE ABATIMIENTO E INCREMENTO CONTINUO DE LOS NIVELES PIEZOMÉTRICOS



No obstante lo anterior, se sabe que la caída de los niveles piezométricos se va desarrollando lentamente a lo largo del tiempo, por lo que es de gran importancia conocer la velocidad del hundimiento en función de la velocidad de la caída piezométrica, lo cual está dado por:

$$\frac{\partial \delta_z}{\partial t} = m_v \cdot H \cdot \frac{1}{2} \gamma_w \cdot \frac{\partial \lambda_0}{\partial t} \quad \text{IV.4}$$

Para la frontera superior del estrato, para cualquier profundidad z se tiene

$$\frac{\partial \delta_{sz}}{\partial t} = \frac{\partial \delta_s}{\partial t} \left[ 1 - \frac{z^2}{H^2} \right] \quad \text{IV.5}$$

El análisis de desplazamientos que se ha desarrollado hasta ahora es considerando un medio homogéneo, sin embargo, la mayoría de los depósitos son medios estratificados en particular el suelo de la Ciudad de México.

Para estos casos se debe considerar el incremento de esfuerzos en la frontera inferior de cada estrato como

$$\Delta(\Delta\sigma_{oz}) = \gamma_w \cdot i_i \cdot d_i \quad \text{IV.6}$$

Así, el incremento total de esfuerzos en la base del estrato inferior será

$$\Delta\sigma_z = \sum_1^n \gamma_w \cdot i_i \cdot d_i \quad \text{IV.7}$$

Y como

$$i_z = \gamma_w \cdot \lambda_z$$

entonces

$$\Delta\sigma_z = \gamma_w \sum_1^n \Delta\lambda_i = \gamma_w \cdot \lambda_z \quad \text{IV.8}$$

Donde  $\lambda_z$  es el abatimiento del nivel piezométrico al fondo del estrato más profundo.

Considerando la teoría de Terzaghi, el asentamiento del i-ésimo estrato estará dado por

## INVESTIGACIÓN DE LA DEFORMABILIDAD DEL SUELO CUANDO EXISTE ABATIMIENTO E INCREMENTO CONTINUO DE LOS NIVELES PIEZOMÉTRICOS



$$\Delta \delta_i = m_{vi} \cdot \frac{\Delta \sigma_i + \Delta \sigma_{i+1}}{2} d_i \quad \text{IV.9}$$

Poniendo la expresión IV.9 en función del abatimiento de niveles piezométricos se tiene que el desplazamiento total en la superficie del estrato superior será

$$\delta_s = \frac{1}{2} \gamma_w \sum_1^n m_{vi} \cdot (\lambda_i + \lambda_{i+1}) \cdot d_i \quad \text{IV.10}$$

De tal modo que la velocidad de deformación en la superficie estará en función de la velocidad del abatimiento piezométrico y se puede expresar como

$$\dot{\delta}_s = \frac{1}{2} \gamma_w \sum_1^n m_{vi} \cdot \left( \dot{\lambda}_i + \dot{\lambda}_{i+1} \right) \cdot d_i \quad \text{IV.11}$$

Es importante notar que en la expresión IV.11 la velocidad del abatimiento de niveles piezométricos considerado es el valor medio de cada estrato.

Como se puede observar en la expresión IV.11 para conocer la velocidad de deformación en la superficie debido al abatimiento de los niveles piezométricos, se necesita conocer la velocidad del abatimiento de dichos niveles, para lo cual, se debe contar con varias lecturas de los niveles piezométricos en cada estrato y a lo largo del tiempo.

Lo anterior es complicado pues requiere un tiempo de mediciones suficientes para poder asignar una velocidad de abatimiento, y en caso de asignarle un valor se estaría suponiendo que el abatimiento tiene un comportamiento lineal.

Adicionalmente a esto, se debe tomar en cuenta que las expresiones anteriores no están considerando la reacción del suelo a lo largo del tiempo, en otras palabras, al existir un bombeo en los acuíferos y al provocar un incremento de esfuerzos en la masa el suelo se propicia el proceso de consolidación en los suelos finos, razón por la cual los análisis de deformaciones deberán tomar en cuenta que algunos depósitos tendrán deformaciones a lo largo del tiempo y deberán utilizar algún modelo matemático que represente el proceso de consolidación.

Leonardo Zeevaert extendió su teoría de viscosidad intergranular para evaluar las deformaciones del suelo durante la aplicación de una carga con una distribución lineal respecto al tiempo, simulando la etapa de construcción de una estructura y también las deformaciones para tiempos posteriores a ésta, es decir, durante su operación.

Las expresiones que Zeevaert propone son:

# INVESTIGACIÓN DE LA DEFORMABILIDAD DEL SUELO CUANDO EXISTE ABATIMIENTO E INCREMENTO CONTINUO DE LOS NIVELES PIEZOMÉTRICOS



Para  $0 < t < t_c$

$$\Delta \varepsilon_1 = \left[ \left\{ 1 - \frac{1}{T_v} \sum_{m=0}^{m=\infty} \frac{32}{(2m+1)^4 \pi^4} \left( 1 - e^{-\frac{(2m+1)^2 \pi^2 T_v}{4}} \right) \right\} + \frac{\beta \cdot A_1}{2.3} \right] \frac{T_v}{T_{v_c}} \cdot m_{ep} \cdot \Delta \sigma \quad \text{IV.12}$$

Para  $t > t_c$

$$\Delta \varepsilon_2 = \left\{ F(T_v - T_{v_{01}}) + \beta \cdot \log[10^{A_{vc}} + \xi \cdot (T_v - T_{v_c})] \right\} \cdot m_{ep} \cdot \Delta \sigma \quad \text{IV.13}$$

En las expresiones IV.12 y IV.13 el tiempo  $t_c$  corresponde al final de la etapa de construcción, los parámetros  $\beta$  y  $m_{ep}$  corresponden a los desarrollados en el Capítulo III, los factores  $T_v$  y  $T_{v_c}$  son el factor tiempo de la teoría de Terzaghi para el tiempo  $t$  y  $t_c$  respectivamente, y los valores de  $A_1$ ,  $A_{vc}$  y  $T_{01}$  se obtienen de las expresiones IV.14, IV.15 y IV.16.

$$A_1 = 1 - \frac{\text{Ln}(1 + \xi \cdot T_v)}{\xi \cdot T_v} \quad \text{IV.14}$$

$$A_{vc} = 0.43 - \frac{\log(1 + \xi \cdot T_{v_c})}{\xi \cdot T_{v_c}} \quad \text{IV.15}$$

$$T_{01} = \frac{4}{\pi^2} \cdot \text{Ln} \frac{4 \left( e^{\frac{\pi^2 T_{v_c}}{4}} - 1 \right)}{\pi^2 \cdot T_{v_c}} \quad \text{IV.16}$$

Las expresiones IV.12 y IV.13 se presentan gráficamente en la figura IV.3.

Analizando análogamente el problema del abatimiento de niveles piezométricos, se tiene que considerar que existe un incremento de esfuerzos igual al abatimiento, el tiempo en el que este actúa correspondería al tiempo  $0 < t < t_c$ , suponiendo que en algún momento acaban los abatimientos de niveles piezométricos, para instantes posteriores a éste las deformaciones en función del tiempo corresponderán a un tiempo  $t > t_c$ .

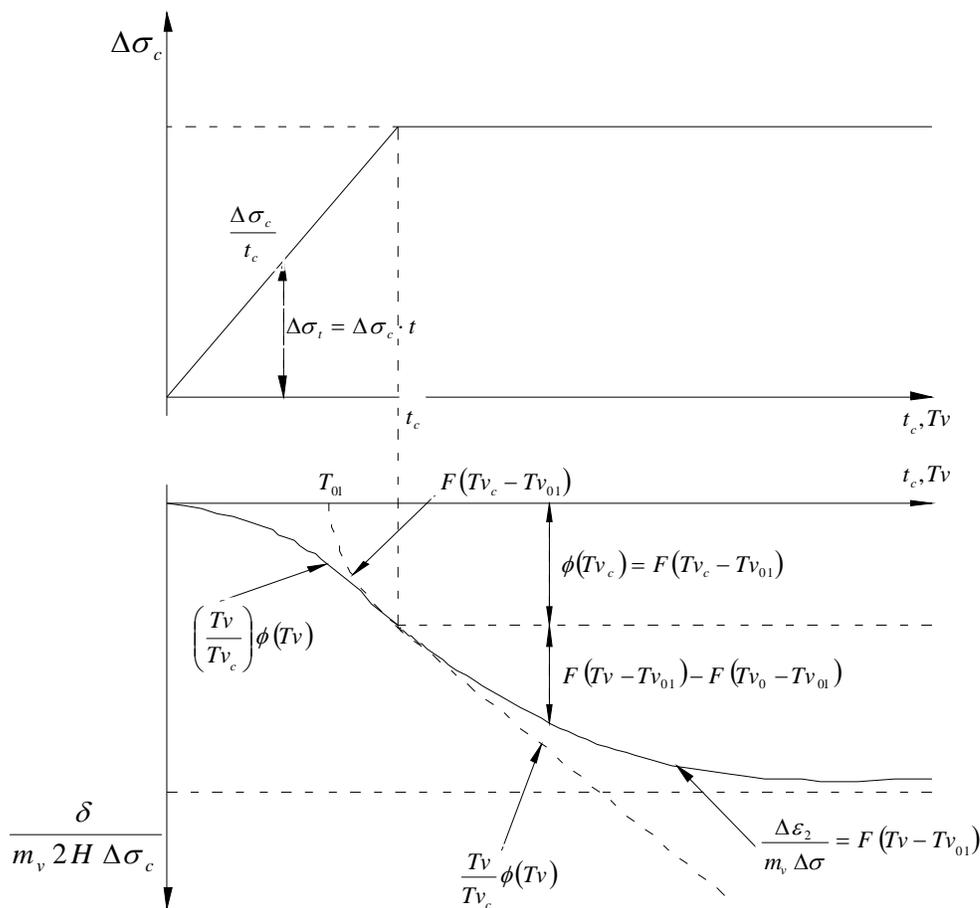
De tal modo que para un tiempo menor a  $t_c$  se usará la expresión IV.12 y para tiempos superiores se usará la IV.13.

Por otra parte, para conocer las deformaciones en cada estrato se deben escribir las expresiones IV.12 y IV.13 en términos de deformaciones totales, teniendo que para cada estrato

# INVESTIGACIÓN DE LA DEFORMABILIDAD DEL SUELO CUANDO EXISTE ABATIMIENTO E INCREMENTO CONTINUO DE LOS NIVELES PIEZOMÉTRICOS



$$\Delta \varepsilon_i = \frac{\Delta \delta_i}{d_i}$$



**Fig. IV.2. Deformaciones ocasionadas por la aplicación de una carga con distribución lineal respecto al tiempo.**

Sustituyendo en las expresiones IV.12 y IV.13 y poniéndolas en función del tiempo se tiene para cada estrato

Para  $0 < t < t_c$

$$\Delta \delta_1 = \left\{ \left[ 1 - \frac{1}{Tv} \sum_{m=0}^{m=\infty} \frac{32}{(2m+1)^4 \pi^4} \left( 1 - e^{-\frac{(2m+1)^2 \pi^2 Tv}{4}} \right) \right] + \frac{\beta \cdot A_1}{2.3} \left[ \frac{Tv}{Tv_c} \right] \right\} \cdot m_{ep} \cdot \left[ \frac{1}{2} \cdot \gamma_w \cdot \left( \dot{\lambda}_i + \dot{\lambda}_{i+1} \right) \right] \cdot d_i \cdot t$$

# INVESTIGACIÓN DE LA DEFORMABILIDAD DEL SUELO CUANDO EXISTE ABATIMIENTO E INCREMENTO CONTINUO DE LOS NIVELES PIEZOMÉTRICOS



ó

$$\Delta\delta_1 = \left\{ \left[ \phi(T_v) + \frac{\beta \cdot A_1}{2.3} \right] \frac{T_v}{T_{v_c}} \right\}_i \cdot m_{ep} \cdot \left[ \frac{1}{2} \cdot \gamma_w \cdot (\dot{\lambda}_i + \dot{\lambda}_{i+1}) \right] \cdot d_i \cdot t \quad \text{IV.17}$$

Para  $t > t_c$

$$\Delta\delta_2 = \left\{ F(T_v - T_{v_{01}}) + \beta \cdot \log[10^{A_{vc}} + \xi \cdot (T_v - T_{v_c})] \right\} \cdot m_{ep} \cdot \Delta\sigma \cdot d \quad \text{IV.18}$$

El desarrollo anterior tiene las siguientes suposiciones: el abatimiento durará hasta un tiempo  $t_c$  el cual se debe conocer para evaluar las deformaciones, además de suponer una distribución lineal con el tiempo.

No obstante lo anterior existen problemas en la ingeniería práctica involucrados con bombeo de los mantos acuíferos, en los que se conoce el gasto extraído de agua y la variación de los niveles piezométricos se puede investigar mediante la instalación de una estación piezométrica, para lo cual las expresiones IV.17 y IV.18 tienen una aplicación directa.

## IV. 3 PRINCIPALES PROBLEMAS OCASIONADOS EN CIMENTACIONES

Debido a que el objetivo de esta tesis no es explicar el fenómeno de hundimiento regional no se profundizará en este tema, sin embargo, si se mencionarán los cuatro principales problemas ocasionados por la sobre explotación de los acuíferos en la Ciudad de México (Referencias 3 y 20).

- El primero de ellos se generó en las zonas cercanas a los antiguos pozos de bombeo en el centro de la ciudad, cuando estos pozos no estaban debidamente sellados se extraía agua de los depósitos más superficiales generando un incremento de esfuerzos en estos y a su vez deformaciones, superficialmente se observó una depresión en la zona cercana a estos pozos, los daños fueron de tal magnitud que en algunos casos hubo que desalojar y demoler estructuras.
- El segundo caso ocurrió principalmente en los alrededores de la zona central de la Ciudad de México, donde el espesor del relleno, de la costra superficial, así como, de los depósitos de arcilla lacustre disminuye.

La extracción de agua en los depósitos profundos originó asentamientos en las zonas cercanas a los pozos, y esto a su vez, provocó hundimientos diferenciales que en la superficie se manifiestan con la formación de grietas.

Adicionalmente es común encontrar formación de grietas superficiales debidas a la desecación de los suelos superficiales debido a que se han construido un sistema de drenaje

## INVESTIGACIÓN DE LA DEFORMABILIDAD DEL SUELO CUANDO EXISTE ABATIMIENTO E INCREMENTO CONTINUO DE LOS NIVELES PIEZOMÉTRICOS

---



que impide que el agua se infiltre de manera similar a las épocas en que la cuenca del Valle de México se comportaba como una cuenca cerrada.

La aparición de estas grietas en zonas poco pobladas o sin población no representan un problema, sin embargo, en los últimos años se han generado varias grietas en zonas urbanas ocasionando colapsos en vialidades y rotura de obras hidráulicas, así como, problemas directos a cimentaciones de algunas estructuras.

- El tercer problema de estudio se dio con la construcción de estructuras pesadas resueltas con cimentaciones superficiales, el incremento de esfuerzos transmitido al suelo por el gran peso de las estructuras más el incremento originado con los abatimientos piezométricos provocó que el esfuerzo efectivo final en algunos depósitos fuera superior a su esfuerzo crítico, obteniendo deformaciones totales y diferenciales importantes que dañaron no sólo a las estructuras pesadas, sino también a las estructuras colindantes.

La solución a este problema es utilizando cimentaciones más profundas compensando el peso del suelo retirado para la construcción con el peso de la estructura y, obteniendo un incremento de esfuerzos tolerable.

En algunos casos hacer esto puede resultar económicamente difícil, en estas situaciones la solución podría estar dada por una cimentación profunda mediante pilotes de fricción o combinando cajones parcialmente compensados con pilotes de fricción.

- El último problema generado por el hundimiento regional se hizo evidente con las cimentaciones profundas resueltas con pilotes apoyados en la primera capa dura. Las deformaciones ocasionadas por el abatimiento de los niveles piezométricos manifestadas en los depósitos arcillosos más superficiales originó una diferencia importante entre el hundimiento de la arcilla que rodea al fuste de los pilotes y el de los pilotes generando fricción sobre el pilote y a su vez una carga adicional.

Esto disminuye directamente la capacidad de carga por punta de los pilotes a tal grado que en algunos casos ocasionó que la punta penetrara en el depósito de la primera capa dura; esta penetración no se dio de modo uniforme causando daños importantes a las estructuras debidos a asentamientos diferenciales.

En otros casos en que los pilotes no penetraron en la capa dura, las estas estructuras no se hundieron de modo uniforme con el suelo circundante dando la apariencia de estar emergiendo, en algunos casos esta deformación diferente a las construcciones colindantes ocasionó que éstas últimas sufrieran daños estructurales importantes.

Actualmente se han implementado cimentaciones que combinan cajones parcialmente compensados con pilotes que trabajan a fricción, controlando el fuste de estos de tal modo que se tenga una velocidad de deformación parecida a la del hundimiento regional y sin dañar estructuras colindantes.

**INVESTIGACIÓN DE LA DEFORMABILIDAD DEL SUELO CUANDO  
EXISTE ABATIMIENTO E INCREMENTO CONTINUO DE LOS NIVELES  
PIEZOMÉTRICOS**

---





## **V CÁLCULO DE LAS DEFORMACIONES INDUCIDAS CON SISTEMAS DE POZOS DE BOMBEO E INYECCIÓN**

Las condiciones estratigráficas de la Ciudad de México que se mencionaron en el Capítulo IV han provocado que algunas de las estructuras antiguas y de principio del Siglo XX sufran deformaciones diferenciales importantes, o que no cumplen con el reglamento.

Para mitigar esta situación se han empleado varios métodos de rectificación entre los que se encuentran: sub excavación, colocación de lastres, inyecciones y sistemas de pozos de bombeo e inyección.

Es en estos últimos en los que se ocupa esta tesis como tema de análisis, y el cual se desarrollará a continuación considerando por separado el bombeo y la inyección.

Se tratará de explicar el comportamiento del subsuelo en cada caso, basado en las teorías expuestas en los Capítulos anteriores y que hacen referencia principalmente a los trabajos de Terzaghi y de Zeevaert.

Es importante mencionar que para efectuar un análisis completo de las deformaciones no solamente se deben considerar las propiedades del subsuelo y los cambios mecánicos e hidráulicos sino que también se debe considerar la rigidez de la estructura que se desea rectificar.

### **V.1 SISTEMAS DE POZOS DE BOMBEO**

#### **V.1.1 CONDICIONES HIDRÁULICAS**

Las condiciones hidráulicas estarán regidas por el sistema de bombeo para lo cual se debe regresar a lo mencionado en el Punto II.4.1.1, donde se obtiene el gasto extraído con un sistema de pozos de bombeo

$$\left[ \ln \frac{R}{r_{ij}} \right] \cdot |q_i| = |S_{oi} M| \quad \text{II.28}$$

Para éste problema en particular se empleará la expresión II.28 de un modo inverso, es decir, se propone un gasto filtrado y se obtiene el abatimiento esperado para cualquier punto m, lo anterior lleva a reescribir la expresión II.28 de la siguiente manera

$$\left[ \ln \frac{R}{r_{mi}} \right] \cdot |q_i| = |S_{mi} M| \quad \text{II.28}$$

Donde m indica la posición del punto en estudio y  $r_{mi}$  y  $S_{mi}$ , indican la distancia al i-ésimo punto y el abatimiento en dicho punto respectivamente, lo anterior convierte al cálculo en un proceso iterativo

# INVESTIGACIÓN DE LA DEFORMABILIDAD DEL SUELO CUANDO EXISTE ABATIMIENTO E INCREMENTO CONTINUO DE LOS NIVELES PIEZOMÉTRICOS



que parte de suponer un gasto filtrado, obtener los abatimientos en varios puntos de interés y efectuar un análisis de deformaciones hasta llegar a un valor aceptable del asentamiento.

Una vez propuesto un gasto de bombeo para cada pozo y conocido el abatimiento del nivel superficial del agua, se debe aplicar la expresión II.31 para conocer los abatimientos piezométricos en cualquier estrato del punto m en estudio.

$$|\lambda_i| = [K_i]^{-1} \times |T_i| \quad \text{II.31}$$

A partir de los abatimientos de niveles piezométricos en cada estrato, para un punto en particular se puede conocer el incremento de esfuerzos debido a este abatimiento con la expresión IV.7

$$\Delta\sigma_z = \sum_1^n \gamma_w \cdot i_i \cdot d_i \quad \text{IV.7}$$

donde

$$i_z = \gamma_w \cdot \lambda_z$$

Queda claro, con lo visto en el capítulo II que el abatimiento del nivel superficial de agua no es constante a lo largo del terreno, en las zonas más cercanas a un pozo de bombeo se generan grandes abatimientos, mientras que en los puntos intermedios, el abatimiento es menor, si esto se traduce a términos del incremento de esfuerzos en la masa del suelo, se tiene que el incremento de esfuerzos será mayor en los sitios más cercanos a los pozos, lo cual generará que las deformaciones en estos sitios sea mayor.

## V.1.2 DEFORMABILIDAD DE LOS ESTRATOS COMPRESIBLES

De la expresión IV.7 se obtiene el cambio del nivel de esfuerzos debidos al abatimiento de los niveles piezométricos, lo anterior afectará principalmente a los depósitos deformables que forman la columna estratigráfica del sitio, en el caso de la Ciudad de México éstos están constituidos por las series arcillosas superior e inferior que se mencionan en el Capítulo IV.

De acuerdo al mismo capítulo IV, suponiendo que el abatimiento de niveles piezométricos tiene una distribución lineal respecto al tiempo, y éste se aplica durante un tiempo  $t_c$ , entonces se deben usar las expresiones IV.14 a IV.18 en las que el tiempo se expresa en términos del factor tiempo de Terzaghi.

$$A_1 = 1 - \frac{\text{Ln}(1 + \xi \cdot Tv)}{\xi \cdot Tv} \quad \text{IV.14}$$

**INVESTIGACIÓN DE LA DEFORMABILIDAD DEL SUELO CUANDO  
EXISTE ABATIMIENTO E INCREMENTO CONTINUO DE LOS NIVELES  
PIEZOMÉTRICOS**



$$A_{vc} = 0.43 - \frac{\log(1 + \xi \cdot Tv_c)}{\xi \cdot Tv_c} \quad \text{IV.15}$$

$$T_{01} = \frac{4}{\pi^2} \cdot Ln \frac{4 \left( e^{\frac{\pi^2 Tv_c}{4}} - 1 \right)}{\pi^2 \cdot Tv_c} \quad \text{IV.16}$$

Para  $0 < t < t_c$

$$\Delta \delta_1 = \left\{ \left[ \phi(Tv) + \frac{\beta \cdot A_1}{2.3} \right] \frac{Tv}{Tv_c} \right\}_i \cdot m_{ep} \cdot \left[ \frac{1}{2} \cdot \gamma_w \cdot \left( \dot{\lambda}_i + \dot{\lambda}_{i+1} \right) \right] \cdot d_i \cdot t \quad \text{IV.17}$$

Para  $t > t_c$

$$\Delta \delta_2 = \left\{ F(Tv - Tv_{01}) + \beta \cdot \log \left[ 10^{A_{vc}} + \xi \cdot (Tv - Tv_c) \right] \right\} \cdot m_{ep} \cdot \Delta \sigma \cdot d \quad \text{IV.18}$$

Si ahora se define a la compresibilidad en cada etapa del bombeo como:

Para  $0 < t < t_c$

$$\alpha_1 = \left\{ \left[ \phi(Tv) + \frac{\beta \cdot A_1}{2.3} \right] \frac{Tv}{Tv_c} \right\}_i \cdot m_{ep} \cdot d_i \quad \text{V.1}$$

Para  $t > t_c$

$$\alpha_2 = \left\{ F(Tv - Tv_{01}) + \beta \cdot \log \left[ 10^{A_{vc}} + \xi \cdot (Tv - Tv_c) \right] \right\} \cdot m_{ep} \cdot d \quad \text{V.2}$$

Se tendrá que las deformaciones para cada estrato en función del tiempo se pueden calcular con

Para  $0 < t < t_c$

$$\Delta \delta_1 = \alpha_1 \cdot \left[ \frac{1}{2} \cdot \gamma_w \cdot \left( \dot{\lambda}_i + \dot{\lambda}_{i+1} \right) \right] \cdot t \quad \text{V.3}$$

Para  $t > t_c$

$$\Delta \delta_2 = \alpha_2 \cdot \Delta \sigma \quad \text{V.4}$$

# INVESTIGACIÓN DE LA DEFORMABILIDAD DEL SUELO CUANDO EXISTE ABATIMIENTO E INCREMENTO CONTINUO DE LOS NIVELES PIEZOMÉTRICOS



Las expresiones V.3 y V.4 se pueden escribir de modo general como:

$$\Delta\delta_i = \alpha_i \cdot \Delta\sigma_i \quad \text{V.5}$$

La expresión V.5 indica la deformación total de cada estrato, queda claro que la compresibilidad está en función del tiempo y para el tiempo en el que se mantengan los abatimientos de los niveles piezométricos variando en función del tiempo, es decir para un tiempo  $t < t_c$ , el incremento de esfuerzos también será función del tiempo como lo indica la expresión V.3.

Finalmente, para calcular las deformaciones totales para un tiempo  $t$ , se deberán sumar las deformaciones de cada estrato deformable.

$$\delta_t = \sum_{i=1}^n \alpha_i \cdot \Delta\sigma_i \quad \text{V.6}$$

Como se dijo, la expresión V.6 está en función del tiempo, y éste puede ser durante la operación del sistema de bombeo o posterior.

Es importante recalcar que, dado que el incremento de esfuerzos está en función del abatimiento de los niveles piezométricos, y este a su vez depende de la distancia entre el punto en estudio y los pozos de bombeo como se mencionó, las deformaciones no serán uniformes.

Por otro lado, si el objetivo de implementar un sistema de bombeo es para renivelar una estructura, los análisis aquí mencionados deberán complementarse con un análisis de interacción suelo estructura en donde se involucre a la rigidez de la cimentación y se hagan compatibles las deformaciones de la cimentación con las deformaciones del suelo.

La determinación de las deformaciones esperadas en función de la rigidez de la estructura y de las deformaciones que ésta ha sufrido y que se desean corregir, definirá la posición, cantidad y condiciones de operación de los pozos de bombeo.

## V.2 SISTEMAS DE POZOS DE INYECCIÓN

En la actualidad también se han empleado los pozos de inyección para tratar de controlar las deformaciones que está sufriendo el suelo de apoyo de algunas estructuras, en especial cuando se encuentran sujetas a hundimientos regionales.

Para analizar el funcionamiento de un pozo de inyección no se cuenta actualmente con un respaldo teórico ni práctico tan amplio como existe para analizar los pozos de bombeo, por lo que se recurrirá a algunas hipótesis prácticas basadas principalmente en el método de análisis de los pozos de bombeo descrito anteriormente, así como en los métodos para calcular los abatimientos piezométricos propuestos por el Dr. Leonardo Zeevaert.

# INVESTIGACIÓN DE LA DEFORMABILIDAD DEL SUELO CUANDO EXISTE ABATIMIENTO E INCREMENTO CONTINUO DE LOS NIVELES PIEZOMÉTRICOS



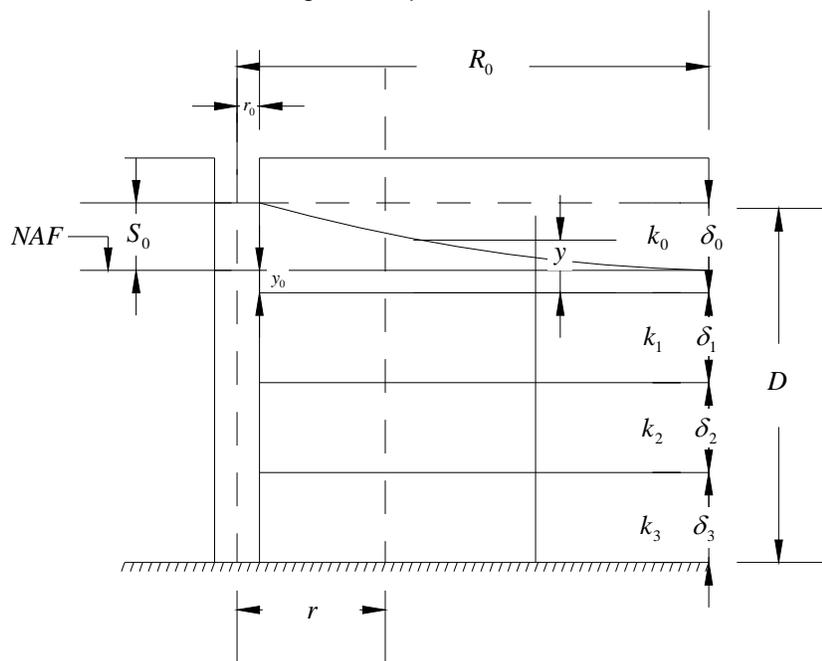
Finalmente la deformabilidad del subsuelo bajo estas condiciones se determinará empleando pruebas de consolidación unidimensional con secuencias de incrementos y alivios de carga que traten de simular las condiciones más cercanas a las que se presentan en campo.

## V.2.1 CONDICIONES HIDRÁULICAS

Para determinar las condiciones hidráulicas regidas por el sistema de pozos de inyección se hará un análisis análogo al presentado en el Capítulo II, es decir se revisará primero un solo pozo para determinar el gasto necesario para incrementar el nivel superficial del agua.

El análisis se efectuará considerando un medio estratificado en el que cada depósito se toma como un medio homogéneo e isótropo. También se considerará válida la Ley de Darcy, y como se trata de un flujo no confinado no se conoce la línea de corriente superior, por lo que se supondrá que ésta tiene un comportamiento similar al propuesto por Dupuit pero con una concavidad contraria.

De acuerdo a esto se considerará la figura V.1 para un medio estratificado



**Figura V.1. Pozo de inyección.**

Por lo anterior se tiene que el gasto inyectado está dado por

$$q = 2 \pi r y k_o \frac{dy}{dr} + 2 \pi r d_1 k_1 \frac{dy}{dr} + \dots + 2 \pi r d_n k_n \frac{dy}{dr}$$

Arreglando términos e integrando.

**INVESTIGACIÓN DE LA DEFORMABILIDAD DEL SUELO CUANDO  
EXISTE ABATIMIENTO E INCREMENTO CONTINUO DE LOS NIVELES  
PIEZOMÉTRICOS**



$$q \int \frac{dr}{r} = \int 2 \pi y k_o dy + \sum_1^n 2 \pi y d_i k_i dy$$

$$q \ln r = \pi k_o y^2 + \sum_1^n 2 \pi d_i k_i y + C$$

La constante de integración se obtiene cuando  $r = r_o$  y  $y = d_o$  teniendo que

$$C = q \ln r_o - \pi d_o^2 k_o - 2 \pi d_o \sum_1^n k_i d_i$$

Quedando

$$q \ln \frac{r}{r_o} = \pi k_o (y^2 - d_o^2) + \sum_1^n 2 \pi d_i k_i (y - d_o)$$

Suponiendo que el flujo se ha establecido para  $r = R_o$  y  $y = y_o$

$$q = \frac{\pi k_o (y_o^2 - d_o^2) + 2 \pi \sum_1^n d_i k_i (y_o - d_o)}{\ln \frac{R_o}{r_o}} \quad \text{V.7}$$

ó

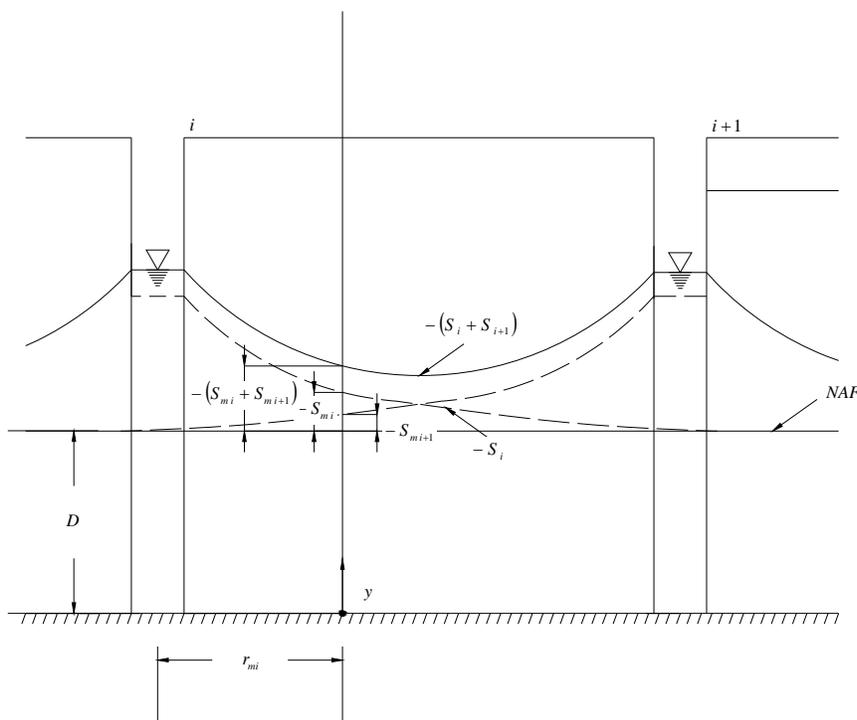
$$q = \left( \frac{\pi k_o (d_o + y_o) + 2 \pi \sum_1^n d_i k_i}{\ln \frac{R_o}{r_o}} \right) (-S_o) \quad \text{V.8}$$

En la expresión V.8 se factorizó el término -1 que hace que el valor del gasto sea negativo, esto únicamente indica el sentido del flujo y no se eliminará ya que mantiene la diferencia del término  $S_o$  que indica el incremento en el nivel del agua superficial con el término  $S_o$  de la expresión II.24 que indica el abatimiento de dicho nivel.

Ahora se extrapolará la expresión V.8 a un grupo de pozos de inyección. Para esto se hará un planteamiento análogo al de un sistema de pozos de bombeo presentado en Capítulo II.

Considerando la figura V.2.

# INVESTIGACIÓN DE LA DEFORMABILIDAD DEL SUELO CUANDO EXISTE ABATIMIENTO E INCREMENTO CONTINUO DE LOS NIVELES PIEZOMÉTRICOS



**Figura V.2. Incremento del nivel de agua superficial entre dos pozos de inyección.**

En primer lugar se considerará la expresión V.8 suponiendo que los acuíferos están confinados, para simular las condiciones de la Ciudad de México en donde los acuíferos están confinados por los depósitos de arcilla que tienen una permeabilidad significativamente menor a la de los acuíferos formado por arena.

Lo anterior lleva a simplificar la expresión V.8 suponiendo que la permeabilidad  $k_0$  es mucho menor a las demás y por lo tanto despreciable para fines del cálculo del gasto.

Por lo que el gasto será

$$q = \frac{2 \pi \sum_1^n d_i k_i}{\ln \frac{R_o}{r_o}} (-S_o)$$

Y despejando

$$-S_o = \frac{q_i}{2 \pi \sum_1^n d_i k_i} \ln \frac{R_o}{r_o}$$

# INVESTIGACIÓN DE LA DEFORMABILIDAD DEL SUELO CUANDO EXISTE ABATIMIENTO E INCREMENTO CONTINUO DE LOS NIVELES PIEZOMÉTRICOS



Donde  $q_i$  es el gasto inyectado por el  $i$ -ésimo pozo.

Definiendo la variable  $M$  como

$$M = 2 \pi \sum_1^n d_i k_i$$

Se tendrá entonces

$$-S_m = \frac{1}{M} \sum_1^n q_i \ln \frac{R}{r_{mi}}$$

Por otro lado, suponiendo que el incremento en el nivel del agua en un punto en particular debido a la acción de los dos pozos de inyección será la suma de la acción de cada uno trabajando individualmente, y extrapolando esto a  $n$  pozos de inyección, puede decirse que el incremento del nivel de agua superficial en un punto  $m$  será la suma de los efectos ocasionados por todos los pozos que influyen sobre este, es decir.

$$S_m = S_{m1} + S_{m2} + \dots + S_{mn}$$

Por lo tanto, para conocer los valores de  $S_m$  en diferentes puntos será necesario primero conocer los gastos  $q_i$  de cada pozo; y para esto se debe calcular el incremento de presión debido a cada pozo, así se tendrá:

El pozo  $i$

$$-S_{oi} = \frac{1}{M} q_i \ln \frac{R}{r_{ii}} + \frac{1}{M} q_j \ln \frac{R}{r_{ji}} + \dots$$

El pozo  $j$

$$-S_{oj} = \frac{1}{M} q_i \ln \frac{R}{r_{ji}} + \frac{1}{M} q_j \ln \frac{R}{r_{jj}} + \dots$$

Donde  $r_{ji}$  es la distancia del pozo  $j$  al pozo  $i$ .

Arreglando términos

# INVESTIGACIÓN DE LA DEFORMABILIDAD DEL SUELO CUANDO EXISTE ABATIMIENTO E INCREMENTO CONTINUO DE LOS NIVELES PIEZOMÉTRICOS



$$\left( \ln \frac{R}{r_{ii}} \right) q_i + \left( \ln \frac{R}{r_{ij}} \right) q_j = -S_{oi} M$$

$$\left( \ln \frac{R}{r_{ji}} \right) q_i + \left( \ln \frac{R}{r_{jj}} \right) q_j = -S_{oj} M$$

Matricialmente

$$\left[ \ln \frac{R}{r_{ij}} \right] \cdot |q_i| = |-S_{oi} M| \quad \text{V.9}$$

La expresión matricial V.9 se obtuvo relacionando las condiciones entre dos pozos de inyección, sin embargo se puede extrapolar planeando un sistema de más de dos pozos hasta un valor n.

De igual manera como se propuso para un sistema de pozos de bombeo, se planteará también la solución para pozos de inyección proponiendo un gasto inyectado inicial y siguiendo la secuencia:

- calcular los incrementos de niveles piezométricos
- calcular deformaciones y repetir el procedimiento mediante iteraciones hasta obtener un valor adecuado de los niveles de agua y de deformaciones

La expresión V.8 puede reescribirse como

$$\left[ \ln \frac{R}{r_{mi}} \right] \cdot |q_i| = |-S_{mi} M| \quad \text{V.8}$$

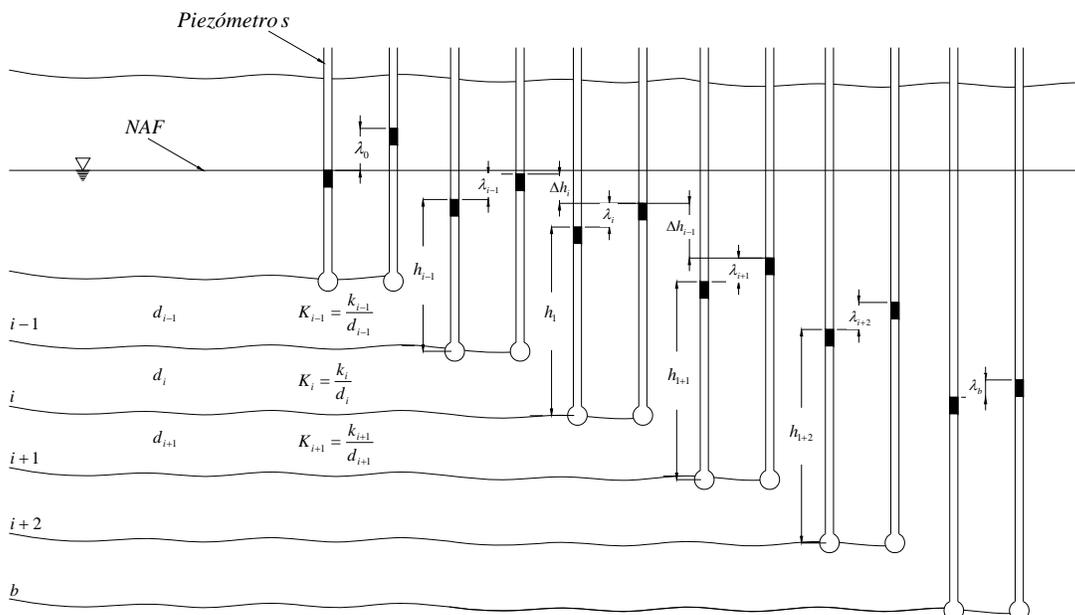
Obteniendo así el incremento del nivel del agua superficial para cualquier punto dentro del campo de pozos de inyección.

Finalmente, para determinar las condiciones hidráulicas en el subsuelo se deberán estimar los niveles piezométricos inducidos una vez que se ha puesto en marcha el sistema de pozos de inyección.

Para esto se empleará un análisis similar al que el Dr. Zeevaert efectuó para determinar los abatimientos de niveles y que se describe en el Capítulo II.

De este modo, y respetando la nomenclatura de Zeevaert llamaremos  $\lambda_i$  al incremento de niveles piezométricos entre los estratos  $i-1$  e  $i$  y considerando a la figura V.3.

# INVESTIGACIÓN DE LA DEFORMABILIDAD DEL SUELO CUANDO EXISTE ABATIMIENTO E INCREMENTO CONTINUO DE LOS NIVELES PIEZOMÉTRICOS



**Figura V.3. Incremento de niveles piezométricos.**

De acuerdo a la Ley de Darcy y por continuidad se puede plantear para una sección unitaria

$$k_1 \frac{\Delta h_1}{d_1} = k_2 \frac{\Delta h_2}{d_2} = \dots = \text{constante}$$

Por otro lado, de la figura V.3

$$\begin{aligned} \Delta h_i &= (h_{i-1} + d_{i-1} + \lambda_{i-1}) - (h_i + \lambda_i) \\ \Delta h_{i+1} &= (h_i + d_i + \lambda_i) - (h_{i+1} + \lambda_{i+1}) \end{aligned}$$

Arreglando términos

$$\begin{aligned} \Delta h_i &= (h_{i-1} - h_i + d_{i-1}) - (\lambda_{i-1} - \lambda_i) \\ \Delta h_{i+1} &= (h_i - h_{i+1} + d_i) - (\lambda_i - \lambda_{i+1}) \end{aligned}$$

Por continuidad

$$\frac{k_i}{d_i} (h_{i-1} - h_i + d_{i-1}) + \frac{k_i}{d_i} (\lambda_{i-1} - \lambda_i) = \frac{k_{i+1}}{d_{i+1}} (h_i - h_{i+1} + d_i) - \frac{k_{i+1}}{d_{i+1}} (\lambda_i - \lambda_{i+1})$$

Definiendo las variables

$$\Delta_i = (h_{i-1} - h_i + d_{i-1})$$

# INVESTIGACIÓN DE LA DEFORMABILIDAD DEL SUELO CUANDO EXISTE ABATIMIENTO E INCREMENTO CONTINUO DE LOS NIVELES PIEZOMÉTRICOS



$$K_i = \frac{k_i}{d_i}$$

Se tiene

$$K_i \lambda_{i-1} - (K_i + K_{i+1}) \lambda_i + K_{i+1} \lambda_{i+1} = -K_i \Delta_i + K_{i+1} \Delta_{i+1}$$

La ecuación anterior sirve para conocer los incrementos de niveles piezométricos en cada estrato repitiendo el procedimiento para cada uno de ellos, de tal modo que se obtendrá un sistema de ecuaciones.

Es importante aclarar que, para aplicar este procedimiento se parte de suponer que los incrementos  $\lambda_o$  (incremento del primer acuífero) y  $\lambda_b$  (incremento del acuífero más profundo) son conocidos.

Considerando un medio constituido por cuatro estratos se tendría el siguiente sistema

$$\begin{aligned} K_1 \lambda_o - (K_1 + K_2) \lambda_1 + K_2 \lambda_2 &= -K_1 \Delta_1 + K_2 \Delta_2 \\ K_2 \lambda_1 - (K_2 + K_3) \lambda_2 + K_3 \lambda_3 &= -K_2 \Delta_2 + K_3 \Delta_3 \\ K_3 \lambda_2 - (K_3 + K_4) \lambda_3 + K_4 \lambda_4 &= -K_3 \Delta_3 + K_4 \Delta_4 \end{aligned}$$

Matricialmente

$$\begin{bmatrix} -(K_1 + K_2) & K_2 & 0 \\ K_2 & -(K_2 + K_3) & K_3 \\ 0 & K_3 & -(K_3 + K_4) \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} \lambda_1 \\ \lambda_2 \\ \lambda_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -K_1 \Delta_1 + K_2 \Delta_2 - K_1 \lambda_o \\ -K_2 \Delta_2 + K_3 \Delta_3 \\ -K_3 \Delta_3 + K_4 \Delta_4 - K_4 \lambda_4 \end{bmatrix}$$

Definiendo el vector de resultados T como

$$\begin{aligned} T_1 &= -K_1 \Delta_1 + K_2 \Delta_2 - K_1 \lambda_o \\ T_2 &= -K_2 \Delta_2 + K_3 \Delta_3 \\ T_3 &= -K_3 \Delta_3 + K_4 \Delta_4 - K_4 \lambda_4 \end{aligned}$$

Se puede escribir como

$$[K_i] \times |\lambda_i| = |T_i|$$

$$|\lambda_i| = [K_i]^{-1} \times |T_i| \quad \text{V.9}$$

Expresión matricial con la que se puede conocer el incremento piezométrico de cada estrato debido a la inyección de agua, como se puede ver, su forma resulta similar a la expresión II.28, sin embargo, el vector T varía en sus términos.

# INVESTIGACIÓN DE LA DEFORMABILIDAD DEL SUELO CUANDO EXISTE ABATIMIENTO E INCREMENTO CONTINUO DE LOS NIVELES PIEZOMÉTRICOS



De igual modo a como se obtuvo el incremento de esfuerzos debidos al abatimiento de niveles piezométricos, se puede conocer el decremento de esfuerzos efectivos debidos al incremento en los niveles piezométricos, es decir, usando la expresión IV.7.

$$\Delta\sigma_z = \sum_1^n \gamma_w \cdot i_i \cdot d_i \quad \text{IV.7}$$

donde

$$i_z = \gamma_w \cdot \lambda_z$$

A partir de este alivio de esfuerzos se calculan las deformaciones esperadas.

## V.2.2 DEFORMABILIDAD DE LOS ESTRATOS COMPRESIBLES

Para evaluar las deformaciones debidas al alivio de esfuerzo efectivo, se deben representar las condiciones de campo mediante pruebas de laboratorio o de campo, actualmente, no existe un procedimiento que reproduzca dicha situación.

Por esto, para fines de esta tesis se planteó una modificación a la prueba de consolidación unidimensional convencional tratando de reproducir las condiciones de campo como se describe.

Suponiendo que se evalúa el comportamiento del suelo sobre el cual existe una estructura desplantada, misma que se desea renivelar y se hará mediante sistemas de pozos de inyección, se tendrían las siguientes etapas considerando el tiempo previo a la instalación del sistema de inyección, durante su operación y posterior a esta:

- 1 El suelo se encuentra en su estado natural antes de la construcción pero con algún grado de preconsolidación natural o debida al abatimiento de niveles piezométricos de la zona.
- 2 Se construye la estructura y el suelo sufre un incremento de esfuerzos debido a la sobrecarga que la estructura le transmite.
- 3 Durante la vida útil de la estructura sufre asentamientos diferenciales importantes obligando a que se implemente un sistema de inyección de agua, aumentando a su vez los niveles piezométricos y disminuyendo el esfuerzo efectivo.
- 4 Se ha renivelado la estructura y se deja de operar el sistema de inyección regresando al nivel de esfuerzos de la 2ª etapa.

Para representar las etapas anteriores se deberían hacer pruebas que reproduzcan los efectos del bombeo y de la inyección y que además permitan medir las deformaciones asociadas.

# INVESTIGACIÓN DE LA DEFORMABILIDAD DEL SUELO CUANDO EXISTE ABATIMIENTO E INCREMENTO CONTINUO DE LOS NIVELES PIEZOMÉTRICOS



Debido a los alcances de esta tesis y a la dificultad de montar una prueba como la mencionada, aquí se propone ejecutar pruebas de consolidación unidimensional convencionales.

Para representar los incrementos y alivios de esfuerzo se aplican ciclos de carga y descarga en una prueba de consolidación unidimensional controlando el nivel de esfuerzos en cada etapa:

- 1 Para representar el estado original del suelo únicamente se monta una probeta y se ensaya a niveles de esfuerzos predeterminados para obtener una curva de compresibilidad típica.

$$\sigma_1 = \sigma_{oi}$$

- 2 Esta condición se tendrá cuando en la probeta alcance el nivel de esfuerzos correspondiente al esfuerzo efectivo original más el incremento de esfuerzos debido a la construcción de la estructura el cual equivale a la carga transmitida al subsuelo multiplicada por el valor de la influencia correspondiente, es decir

$$\sigma_2 = \sigma_{oi} + \Delta\sigma_z = \sigma_{oi} + I \Delta\sigma_{od}$$

- 3 Esta etapa es posterior a las deformaciones debidas a la construcción de la estructura y después de haber implementado un sistema de pozos de inyección aumentando la presión de poro y disminuyendo el esfuerzo efectivo, para conocer este nuevo nivel de esfuerzos puede aplicarse la expresión IV.7.

$$\sigma_3 = \sigma_{oi} - \Delta\sigma_{iny}$$

- 4 Esta última etapa ocurre cuando se suspenden las inyecciones regresando al nivel de esfuerzos final para la etapa 2. Para representarlo en una prueba de odómetro se deberá cargar de nuevo a la probeta para conocer los parámetros de deformabilidad para el nivel de esfuerzos finales.

En esta etapa se recomienda llevar la prueba a niveles de esfuerzo superiores al esfuerzo crítico definiendo completamente la curva de compresibilidad.

De acuerdo con lo anterior para ensayar este tipo de prueba es necesario conocer los siguientes datos:

- El estado original del suelo y su esfuerzo efectivo; este se puede conocer mediante la exploración de la columna estratigráfica del sitio con sondeos de muestreo alterado para definir propiedades índice y con sondeos de muestro inalterado para efectuar las pruebas mecánicas y definir pesos volumétricos de cada depósito

## INVESTIGACIÓN DE LA DEFORMABILIDAD DEL SUELO CUANDO EXISTE ABATIMIENTO E INCREMENTO CONTINUO DE LOS NIVELES PIEZOMÉTRICOS

---



- El incremento de esfuerzos debido a la estructura; este dato se obtendrá con la ayuda de un ingeniero estructurista que evalúe las cargas que la estructura transmite al subsuelo, posteriormente el ingeniero geotecnista deberá obtener el incremento de esfuerzos correspondiente a cada estrato utilizando un valor de influencia con una teoría adecuada ( las más usuales Weestergard, Frölich y Bousinesq ), de ser el caso se deberá considerar la compensación del peso del suelo retirado durante la excavación efectuada para construir la cimentación.
- El alivio de esfuerzos debido a la acción del sistema de pozos de inyección; este dato solamente se conocerá si para el momento de montar las pruebas ya se ha definido un criterio de operación de los pozos de inyección, lo cual será muy difícil para esta etapa de proyecto.

Entre los datos necesarios algunos de ellos se pueden obtener con métodos tradicionales de exploración y muestreo, así como trabajo de laboratorio y gabinete rutinarios de un despacho de Mecánica de Suelos, sin embargo, es posible que no se tengan valores certeros sobre el esfuerzo transmitido por la estructura al subsuelo y el alivio originado por el sistema de pozos de inyección, para lo cual se propone los siguiente:

Suponiendo que el suelo ensayado se encuentra en todo momento debajo del nivel del agua superficial se planteará la hipótesis de que en todo momento se estará trabajando con suelos saturados, por lo que el montaje de la prueba de consolidación se efectuará de la manera tradicional, es decir, saturando el papel filtro y la piedra porosa antes de la prueba y manteniéndola sumergida durante su ejecución.

Se deberá obtener el esfuerzo efectivo a la profundidad media del estrato del que proviene la muestra y estimar el incremento de esfuerzo correspondiente, en caso de no contar con el valor numérico del incremento de esfuerzo transmitido al subsuelo, se deberá suponer uno, quedando claro que este valor dependerá de la experiencia y del criterio del ingeniero a cargo de la programación de la prueba.

Una vez conocidos estos datos, se deberán programar los incrementos de esfuerzos de la prueba, se recomienda usar una serie de incrementos tal que, incluya un nivel de esfuerzos aproximado al correspondiente al esfuerzo efectivo más la sobrecarga de la estructura (  $\sigma_3$  ). Como se dijo, para representar las etapas ya mencionadas se deberán aplicar ciclos de carga y descarga:

**1er ciclo de carga.** Este representará las etapas 1 y 2, y se desarrollarán como el montaje típico de una prueba de consolidación unidimensional. Concluirá cuando llegue a un nivel de esfuerzos aproximado a  $\sigma_3$ .

**1er ciclo de descarga.** Este representará la etapa 3, cuando se ha instalado el sistema de pozos de inyección, aumentando la presión de poro y disminuyendo el esfuerzo efectivo.

Como se dijo, es difícil conocer el alivio de esfuerzo real por lo que se propone descargar completamente la probeta en una secuencia inversa a la de la carga obteniendo características de deformabilidad para diferentes niveles de esfuerzos.

# INVESTIGACIÓN DE LA DEFORMABILIDAD DEL SUELO CUANDO EXISTE ABATIMIENTO E INCREMENTO CONTINUO DE LOS NIVELES PIEZOMÉTRICOS

---



Es importante que las descargas se efectúen en la misma secuencia de las cargas, permitiendo un día completo de recuperación como se hace para los incrementos de cargas en una prueba de consolidación típica.

Más adelante se justificará esta recomendación con los resultados de pruebas montadas para esta tesis que demuestran que las deformaciones ocasionadas por un alivio de carga también ocurren en función del tiempo.

**2o ciclo de carga.** Representa a la situación final en la que deja de funcionar el sistema de pozos de inyección y el nivel de esfuerzos regresa al esfuerzo  $\sigma_3$ , debido a que ya no existen etapas posteriores a ésta.

Es recomendable que se efectúe esta etapa de carga como si se tratara de una prueba convencional, es decir, aplicando todos los incrementos de carga programados hasta definir la carga de preconsolidación y llegar a un grado de esfuerzos dentro del tramo normalmente consolidado que permita dibujar la curva de compresibilidad de manera satisfactoria.

**2o ciclo de descarga.** Este ciclo es opcional y no representa ninguna situación práctica en particular, sin embargo, puede ser útil si se desea estudiar las características de expansión del suelo a partir de un estado normalmente consolidado.

Para explicar de manera clara lo anterior se montaron tres pruebas de consolidación unidimensional con estos ciclos de carga y descarga, la programación de los incrementos de esfuerzo se hizo tratando de llegar al esfuerzo crítico en al menos cinco cargas y aplicando la carga suficiente para describir completamente la curva de compresibilidad.

El grado de esfuerzos al que se decidió descargar las probetas para concluir con el primer ciclo de carga también se determinó en función del esfuerzo crítico: el criterio fue tener una prueba con la descarga antes de llegar al esfuerzo crítico, una a partir del esfuerzo crítico y una descargándola después de superar el esfuerzo crítico, para referirse a cada prueba se llamarán 1, 2 y 3 respectivamente.

Cabe mencionar que los incrementos de carga se efectuaron como se hace en la práctica rutinaria, es decir, aplicando un incremento de carga cada 24 hrs.

Así mismo, para las etapas de descarga se retiraron las cargas en la misma cantidad como se colocaron durante la carga y cada 24 hrs permitiendo que las probetas se expandieran en función del tiempo.

Las probetas fueron ensayadas en arcillas típicas de la zona del lago de la Ciudad de México.

Los resultados obtenidos son los siguientes:

# INVESTIGACIÓN DE LA DEFORMABILIDAD DEL SUELO CUANDO EXISTE ABATIMIENTO E INCREMENTO CONTINUO DE LOS NIVELES PIEZOMÉTRICOS



## Prueba 1.

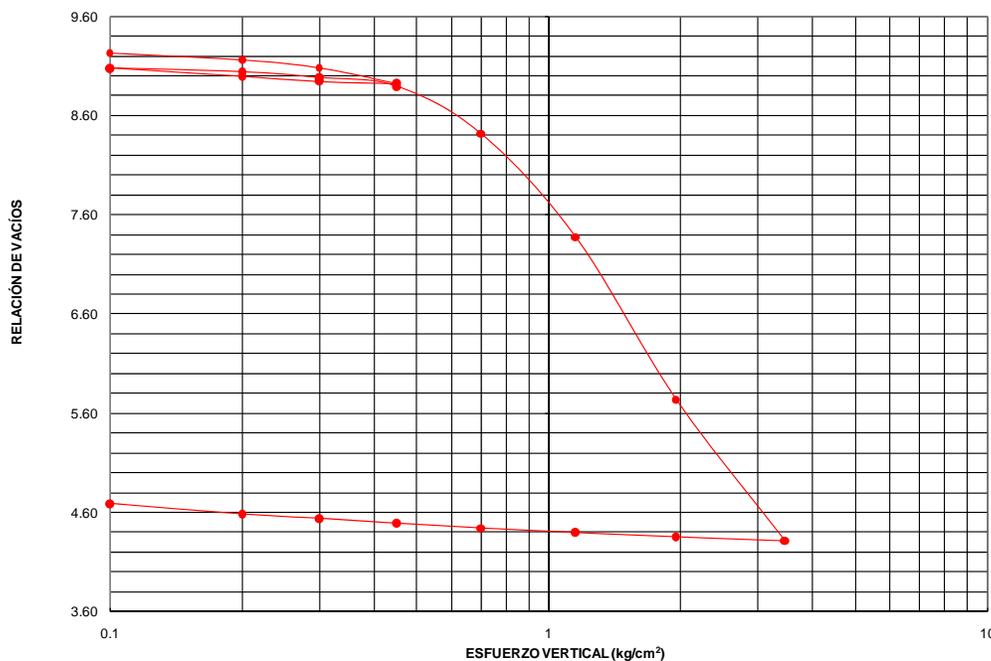
Como se dijo la prueba 1 se descargó a un nivel de esfuerzos menor que el esfuerzo crítico, su curva de compresibilidad se presenta en la figura V.4 y algunas propiedades índice importantes de la probeta antes y después de la prueba son las siguientes:

Propiedades índice iniciales:

$\gamma_m =$	1.131	( t/m <sup>3</sup> )
<b>Ss =</b>	2.41	
<b>e =</b>	9.28	
<b>Gw =</b>	99.30	%
$\omega =$	382.18	%

Propiedades índice finales:

$\gamma_m =$	1.27	( t/m <sup>3</sup> )
<b>Ss =</b>	2.41	
<b>e =</b>	4.78	
<b>Gw =</b>	100.0	%
$\omega =$	204.81	%



**Figura V.4. Curva de compresibilidad correspondiente a la Prueba 1.**

## INVESTIGACIÓN DE LA DEFORMABILIDAD DEL SUELO CUANDO EXISTE ABATIMIENTO E INCREMENTO CONTINUO DE LOS NIVELES PIEZOMÉTRICOS

---



En esta prueba, el primer ciclo de carga llegó hasta  $0.45 \text{ kg/cm}^2$ , posteriormente se descargó y se volvió a cargar hasta rebasar el esfuerzo crítico llegando a la carga máxima de  $3.5 \text{ kg/cm}^2$ ; finalmente se volvió a descargar totalmente.

En la curva de compresibilidad podemos leer que para el esfuerzo máximo del primer ciclo se tuvo una relación de vacíos de 8.92, posteriormente se descargó hasta llegar a  $0.1 \text{ kg/cm}^2$  llegando a una relación de vacíos de 9.08, lo que significa una recuperación del 43 % respecto a la deformación debida a la consolidación del primer ciclo de carga.

Posteriormente se volvieron a aplicar incrementos de carga siguiendo la secuencia de una prueba de consolidación ordinaria observando que al llegar al esfuerzo de  $0.45 \text{ kg/cm}^2$ , correspondiente al esfuerzo máximo del primer ciclo de cargas la deformación por consolidación fue aproximadamente del 50 % la obtenida con el primer ciclo de carga.

Para efectuar un análisis completo de las deformaciones inducidas con los ciclos de carga se obtuvieron los parámetros de consolidación de las Teorías de Terzaghi y Zeevaert  $C_v$ ,  $m_v$ ,  $\beta$  y  $\xi$ , utilizando los ajustes de las curvas de consolidación como se explicó en el Capítulo III.

Estos ajustes se efectuaron con la ayuda del programa de cómputo PARCOZ de la referencia 16.

Finalmente como se dijo, los ciclos de descarga se aplicaron con la misma secuencia que se aplican los incrementos de esfuerzo en una prueba de consolidación tradicional, es decir, cada decremento durante un día, permitiendo conocer la variación de la deformación respecto al tiempo.

Los resultados obtenidos fueron muy interesantes ya que no solamente se pudo verificar que sí existe una variación en función del tiempo, sino que al graficar las deformaciones en función del tiempo la curva obtenida tiene una configuración similar a la de una curva de consolidación.

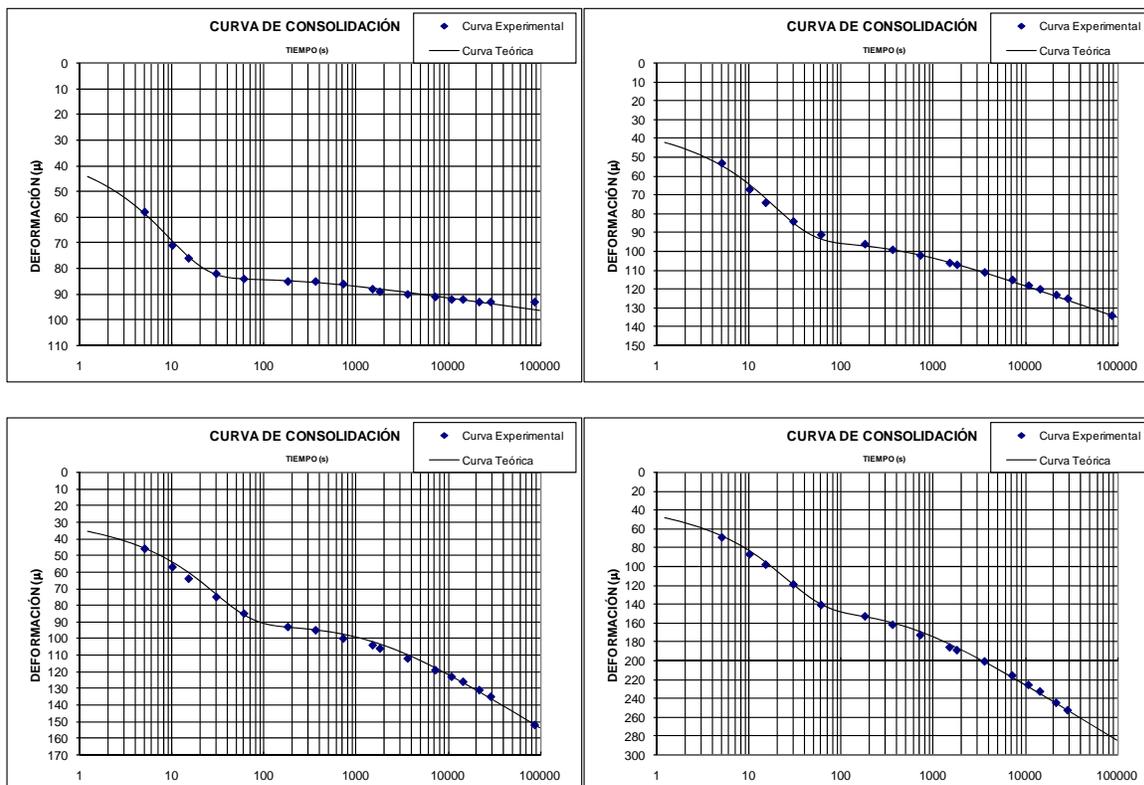
Considerando la observación anterior se planteó hacer el ajuste de estas curvas de expansión como Zeevaert lo hace para las curvas de consolidación.

Para aplicar los ajustes de acuerdo al procedimiento indicado en el Capítulo IV únicamente se debe considerar el valor absoluto del cambio de esfuerzos, obteniendo los parámetros  $C_e$ ,  $m_e$ ,  $\beta_e$  y  $\xi_e$ , definidos por las expresiones que se emplean en el ajuste de las curvas de consolidación del inciso III.3.1.3.

Los resultados obtenidos son los siguientes:

En la figura V.5 se presentan las curvas de consolidación correspondientes al primer ciclo de incrementos de carga, se presentan dispuestas desde el primer incremento de carga arriba a la izquierda correspondiente a  $0.1 \text{ kg/cm}^2$ , estas cuatro son del tipo II, antes del esfuerzo crítico.

# INVESTIGACIÓN DE LA DEFORMABILIDAD DEL SUELO CUANDO EXISTE ABATIMIENTO E INCREMENTO CONTINUO DE LOS NIVELES PIEZOMÉTRICOS



**Figura V.5. Curvas de consolidación. 1er ciclo de carga.  
Prueba 1.**

En la figura V.6 se presentan las curvas de expansión obtenidas al efectuar el primer ciclo de descarga.

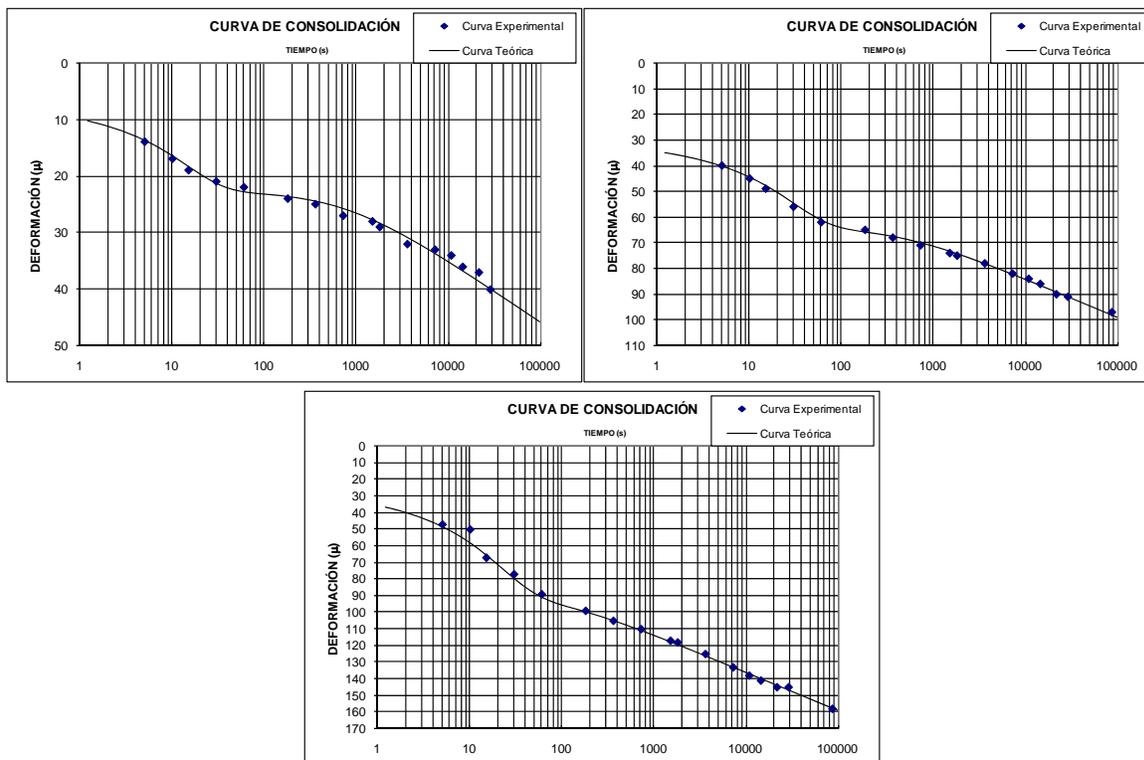
Lo primero que se observa es que las curvas de expansión tienen la misma configuración que una curva de consolidación, teniendo deformaciones importantes en los primeros instantes y de menor magnitud conforme pasa el tiempo.

Y como en la consolidación, existen dos efectos, uno primario y otro secundario que se puede representar con el modelo de consolidación secundaria de Zeevaert, por lo que puede representarse con el modelo matemático obtenido por Zeevaert en la teoría de la viscosidad intergranular.

Para este ciclo las curvas presentan un comportamiento similar al de una curva de consolidación tipo II, el tramo secundario en las tres curvas presenta curvatura disminuyendo conforme se retira la carga.

También se observa que la expansión durante los primeros alivios de esfuerzo es menor que en los subsiguientes, lo que nos lleva a pensar que las expansiones son mayores cuando el alivio de carga total es mayor.

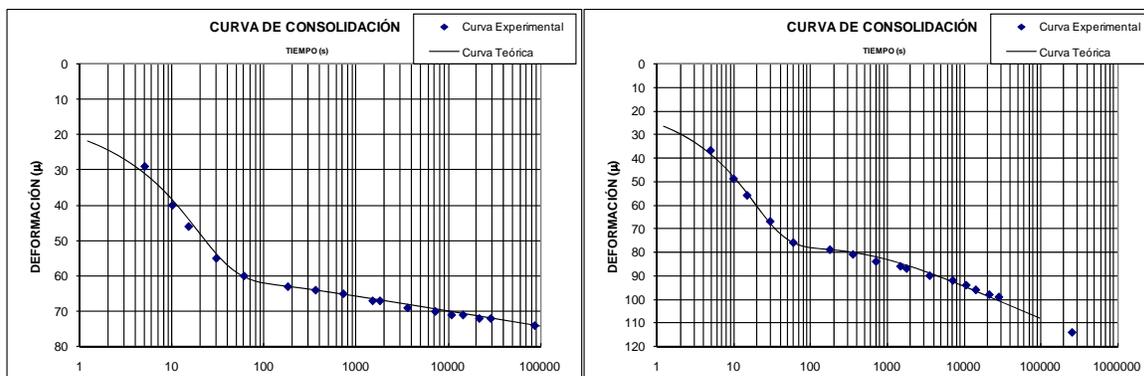
# INVESTIGACIÓN DE LA DEFORMABILIDAD DEL SUELO CUANDO EXISTE ABATIMIENTO E INCREMENTO CONTINUO DE LOS NIVELES PIEZOMÉTRICOS



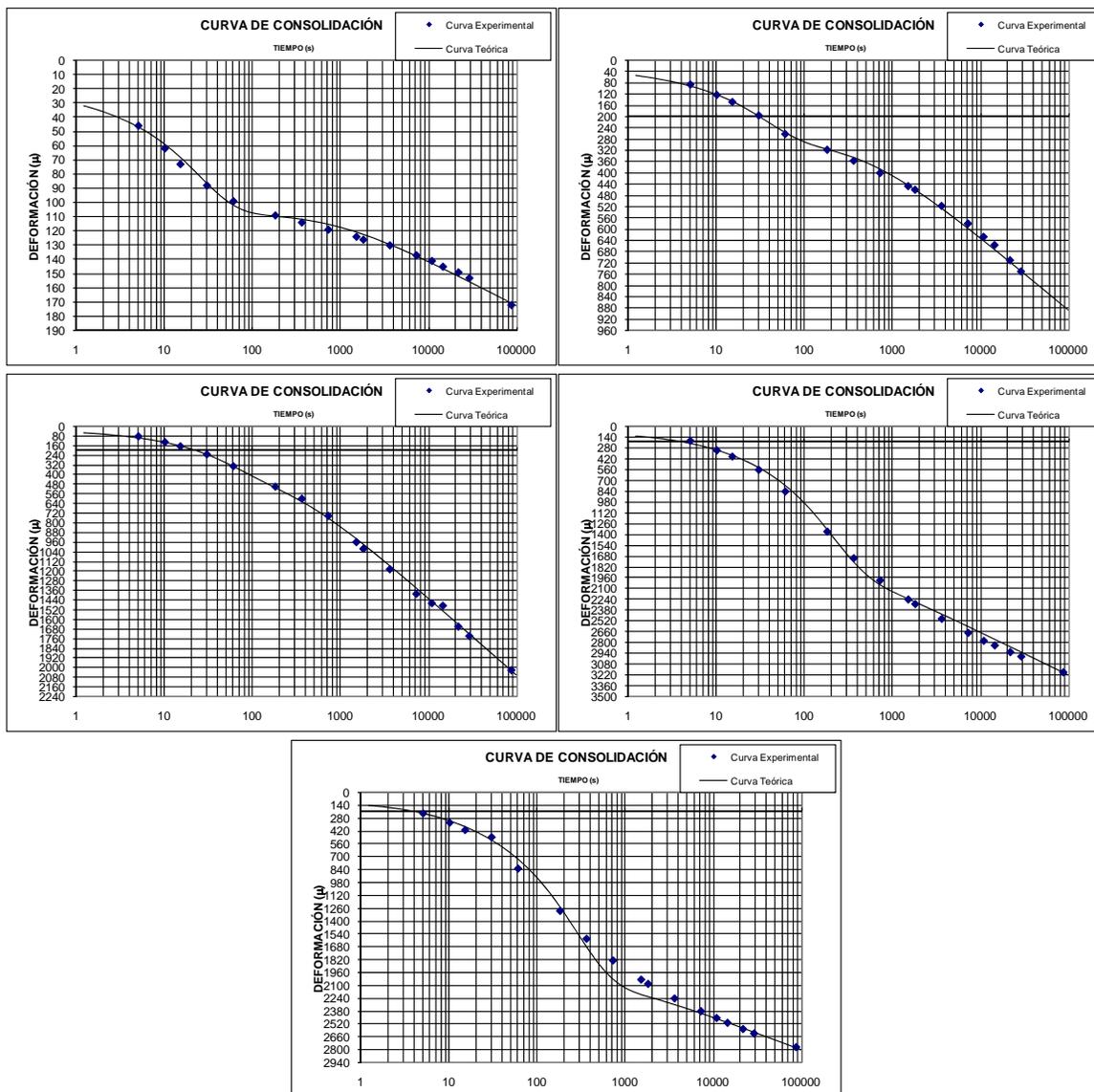
**Figura V.6. Curvas de expansión. 1er ciclo de descarga. Prueba 1.**

En la figura V.7 se presentan las curvas de consolidación obtenidas al aplicar el segundo ciclo de carga, las primeras cuatro curvas son de tipo II, la curva cinco es de tipo III, lo cual indica, como se dijo en el capítulo III, que el nivel de esfuerzos es cercano al esfuerzo crítico.

Las últimas dos curvas corresponden a curvas de tipo IV, es decir, que ya han rebasado el esfuerzo crítico y la estructura del suelo se ha modificado.



# INVESTIGACIÓN DE LA DEFORMABILIDAD DEL SUELO CUANDO EXISTE ABATIMIENTO E INCREMENTO CONTINUO DE LOS NIVELES PIEZOMÉTRICOS



**Figura V.7. Curvas de consolidación. 2o ciclo de carga. Prueba 1.**

En la figura V.8 se presentan las curvas de expansión obtenidas al descargar la probeta durante el segundo ciclo, las primeras cuatro curvas presentadas tienen una configuración similar a las curvas tipo II, mientras las últimas cuatro tienden a curvas tipo III. Es claro que en cada alivio de carga la proporción del efecto secundario va aumentando de manera importante respecto al efecto primario, siendo este efecto más evidente a partir del segundo alivio.

Otro efecto importante que ocurre a medida que es mayor el alivio de esfuerzos es que aumenta la pendiente del tramo secundario  $C_t$  así como la curvatura del tramo secundario.

# INVESTIGACIÓN DE LA DEFORMABILIDAD DEL SUELO CUANDO EXISTE ABATIMIENTO E INCREMENTO CONTINUO DE LOS NIVELES PIEZOMÉTRICOS



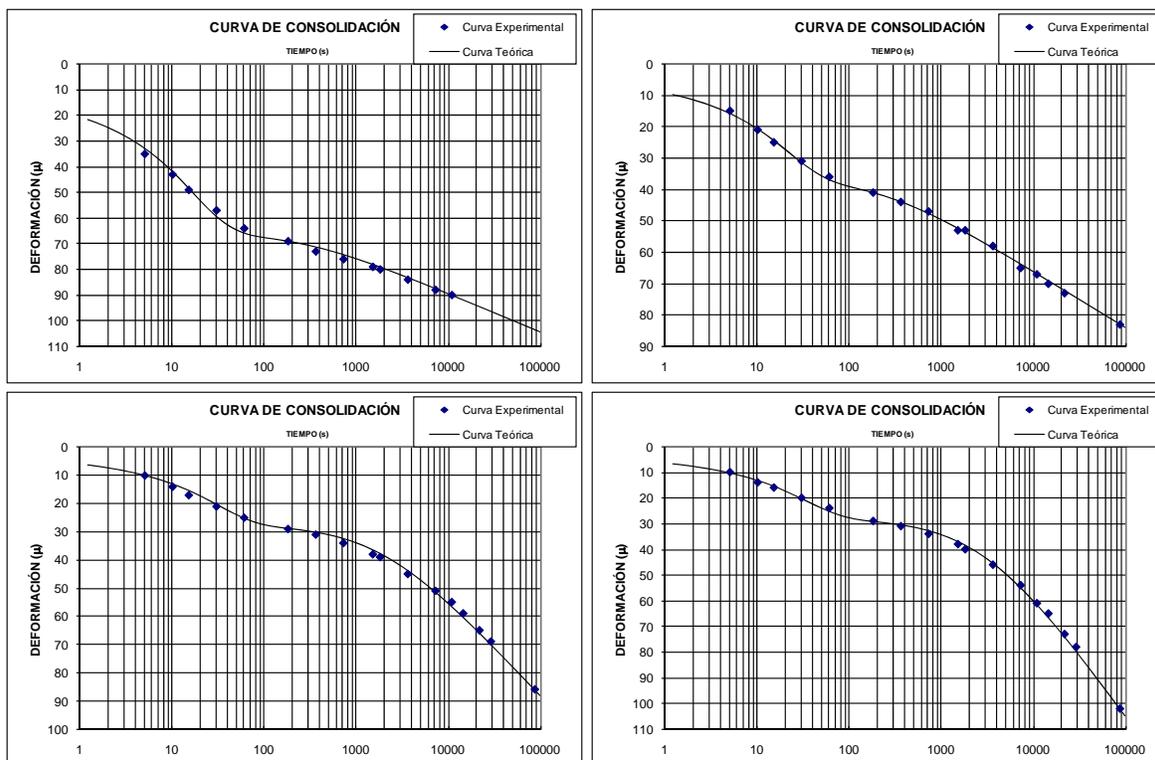
De las figuras V.6 y V.8 también puede verse que las dos primeras curvas son cualitativamente parecidas a las obtenidas durante el primer ciclo de descarga.

En cuanto a los valores de deformación total medidos en cada alivio de carga resultó que éste va aumentando gradualmente a medida que el alivio de esfuerzo acumulado es mayor.

Durante la obtención de los parámetros de consolidación se respetaron las tendencias que Zeevaert propone si se grafican contra el nivel de esfuerzos.

Para el análisis de los parámetros de expansión se graficaron sus valores numéricos contra el esfuerzo medio del alivio correspondiente, y se obtuvo el modelo matemático que mejor se ajustó.

El resultado de los ajustes de las curvas con los parámetros de consolidación de Zeevaert y los parámetros de expansión propuestos en esta tesis se presentan en las figuras V.9 a V.13.



# INVESTIGACIÓN DE LA DEFORMABILIDAD DEL SUELO CUANDO EXISTE ABATIMIENTO E INCREMENTO CONTINUO DE LOS NIVELES PIEZOMÉTRICOS

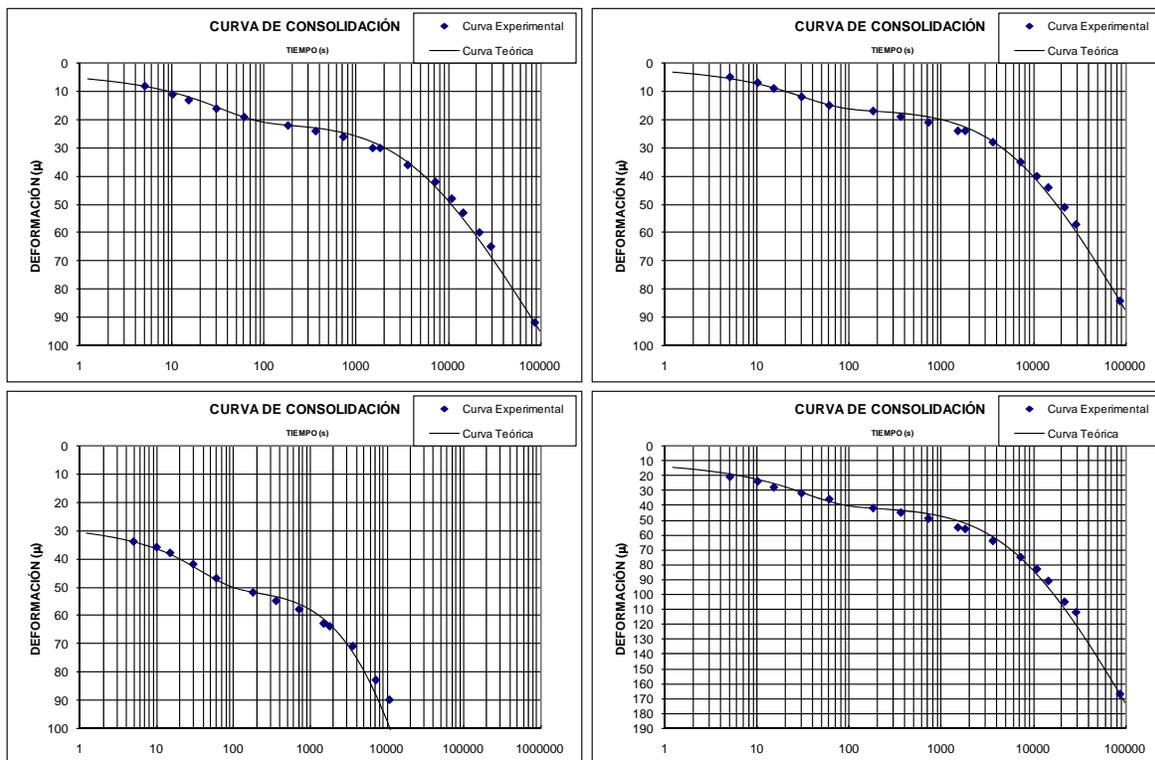


Figura V.8. Curvas de expansión. 2o ciclo descarga. Prueba 1.

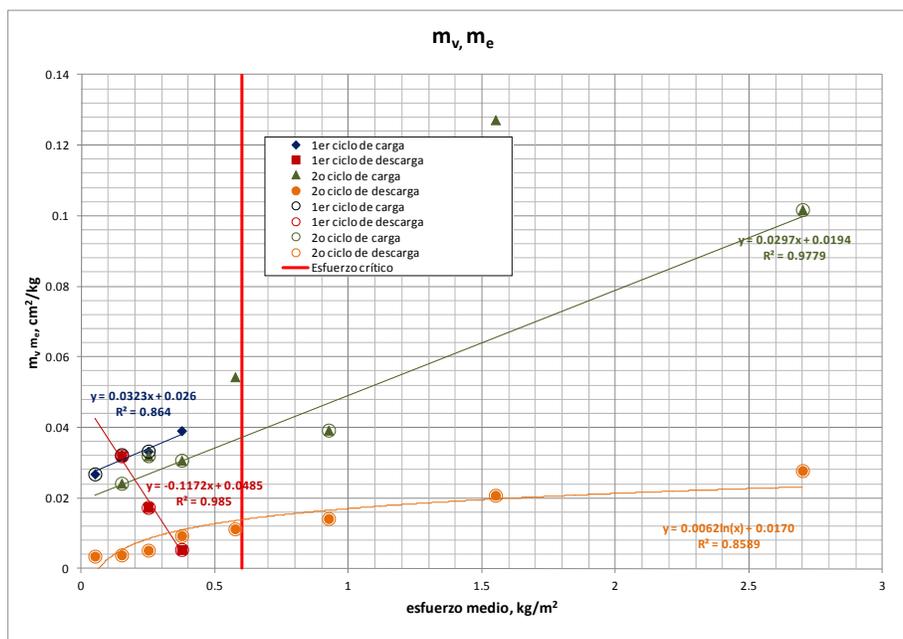
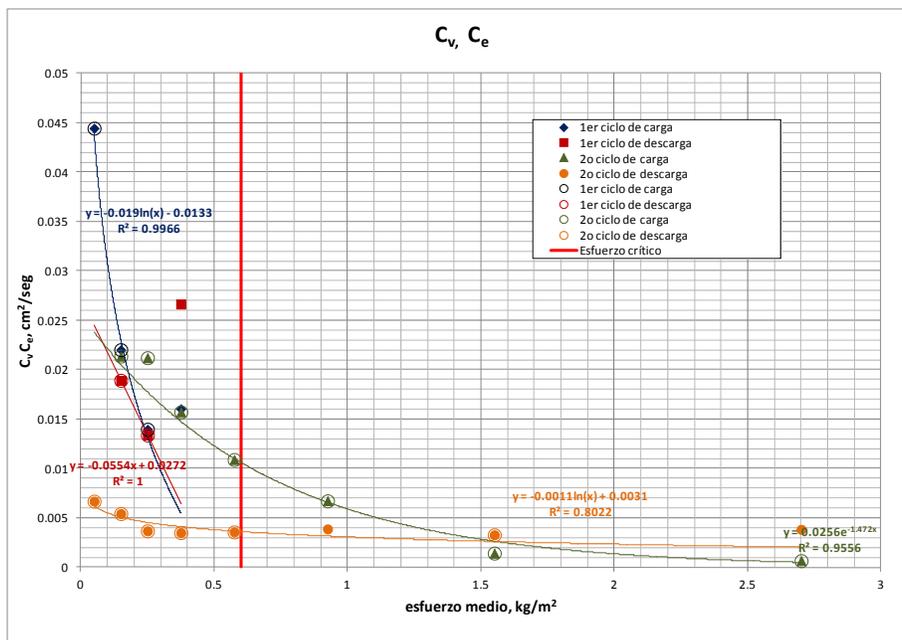
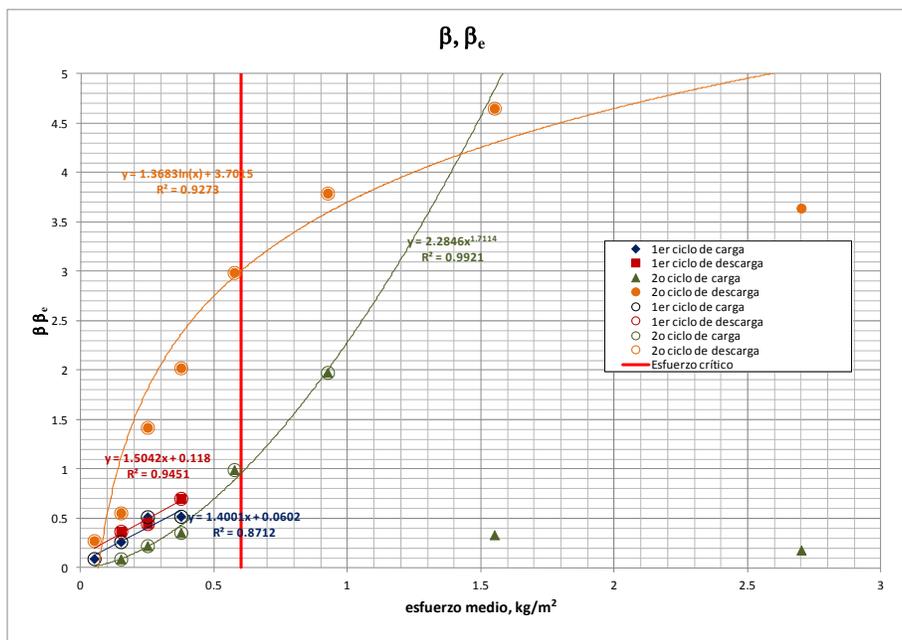


Figura V.9. Parámetros  $m_v$  y  $m_e$ . Prueba 1.

# INVESTIGACIÓN DE LA DEFORMABILIDAD DEL SUELO CUANDO EXISTE ABATIMIENTO E INCREMENTO CONTINUO DE LOS NIVELES PIEZOMÉTRICOS



**Figura V.10. Parámetros  $C_v$  y  $C_e$ .  
Prueba 1.**



**Figura V.11. Parámetros  $\beta$  y  $\beta_e$ .  
Prueba 1.**

# INVESTIGACIÓN DE LA DEFORMABILIDAD DEL SUELO CUANDO EXISTE ABATIMIENTO E INCREMENTO CONTINUO DE LOS NIVELES PIEZOMÉTRICOS

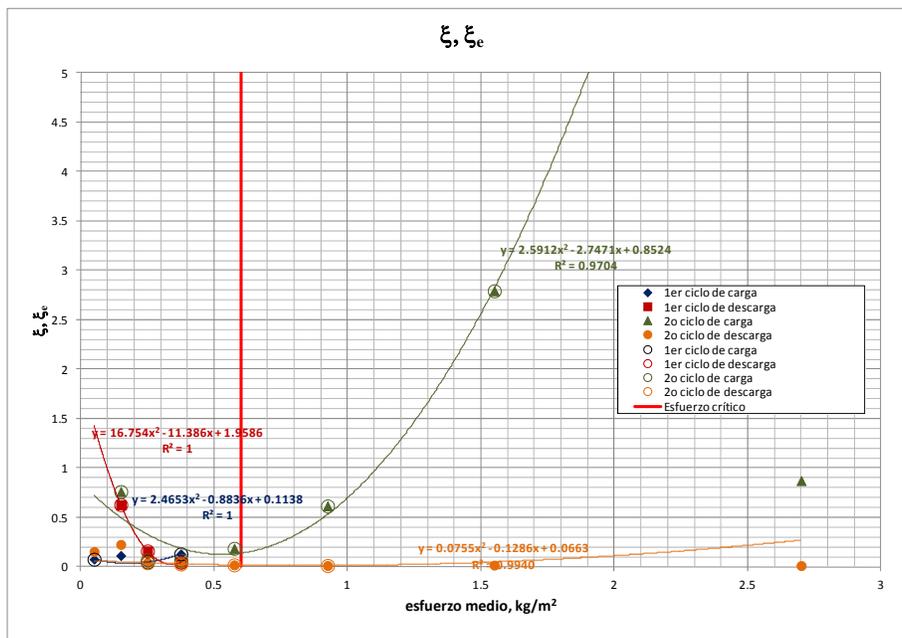


Figura V.12. Parámetros  $\xi$  y  $\xi_e$ .  
Prueba 1.

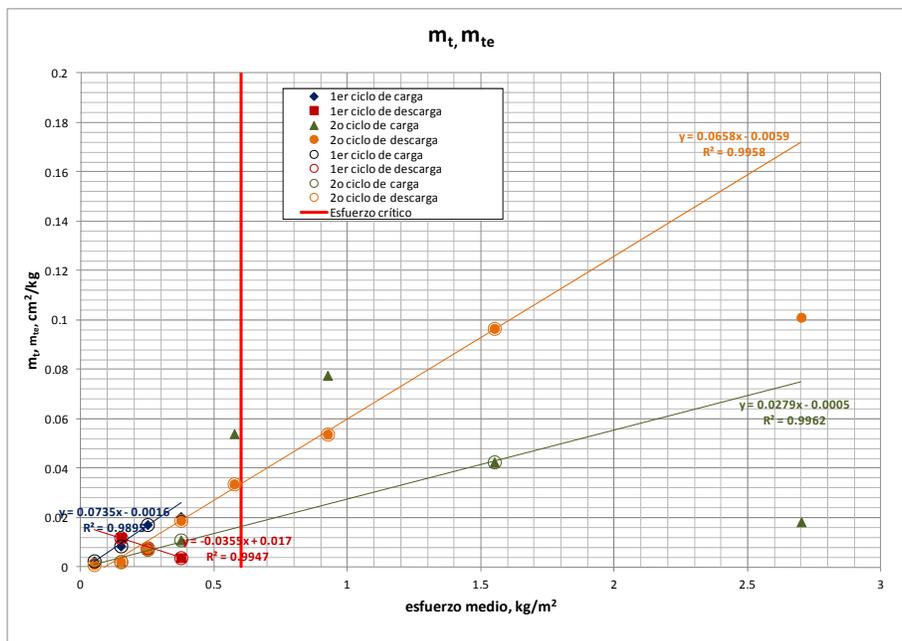


Figura V.13. Parámetros  $m_t$  y  $m_{te}$ .  
Prueba 1.

# INVESTIGACIÓN DE LA DEFORMABILIDAD DEL SUELO CUANDO EXISTE ABATIMIENTO E INCREMENTO CONTINUO DE LOS NIVELES PIEZOMÉTRICOS



## Prueba 2.

La prueba 2 se llevó con la siguiente secuencia de ciclos de carga y descarga.

Primer ciclo de carga hasta un nivel de esfuerzos aproximado al esfuerzo crítico.

Primer ciclo de descarga hasta el alivio total en probeta.

Segundo ciclo de carga hasta rebasar el esfuerzo crítico y alcanzar niveles en el tramo normalmente consolidado.

Segundo ciclo de descarga hasta el alivio total.

Como se dijo, esta prueba se cargó en el primer ciclo hasta un nivel de esfuerzos aproximadamente equivalente al esfuerzo crítico, que para este caso corresponde a  $0.55 \text{ kg/cm}^2$ .

Su curva de compresibilidad se presenta en la figura V.14 y algunas propiedades índice importantes de la probeta antes y después de la prueba son:

Propiedades índice antes de la prueba:

$\gamma_m =$	1.181	( $\text{t/m}^3$ )
<b>Ss =</b>	2.400	
<b>e =</b>	7.53	
<b>Gw =</b>	100.0	%
$\omega =$	319.88	%

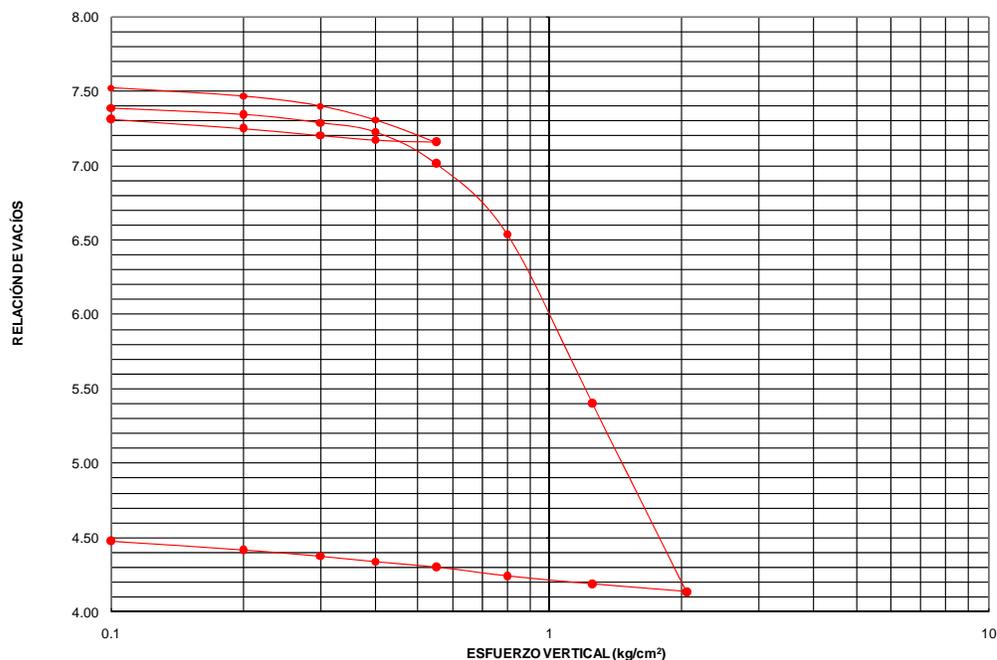
Propiedades índice después de la prueba:

$\gamma_m =$	1.336	( $\text{t/m}^3$ )
<b>Ss =</b>	2.4	
<b>e =</b>	4.618	
<b>Gw =</b>	100.0	%
$\omega =$	212.77	%

La relación de vacíos inicial fue de 7.53, al final del primer ciclo de carga la relación de vacíos fue de 7.16, después de la primer descarga la relación de vacíos se recuperó a 7.31, lo que equivale al 40 % de la deformación inicial.

El siguiente ciclo de carga llegó a  $2.0 \text{ kg/cm}^2$  rebasando el esfuerzo crítico correspondiente a  $0.55 \text{ kg/cm}^2$  en el que se obtuvo una relación de vacíos de 7.01 lo cual indica que la deformación del segundo ciclo de carga resultó menor a la obtenida con el primer ciclo de carga.

# INVESTIGACIÓN DE LA DEFORMABILIDAD DEL SUELO CUANDO EXISTE ABATIMIENTO E INCREMENTO CONTINUO DE LOS NIVELES PIEZOMÉTRICOS



**Figura V.14. Curva de compresibilidad correspondiente a la Prueba 2.**

Finalmente se descargó la probeta hasta llegar al alivio total.

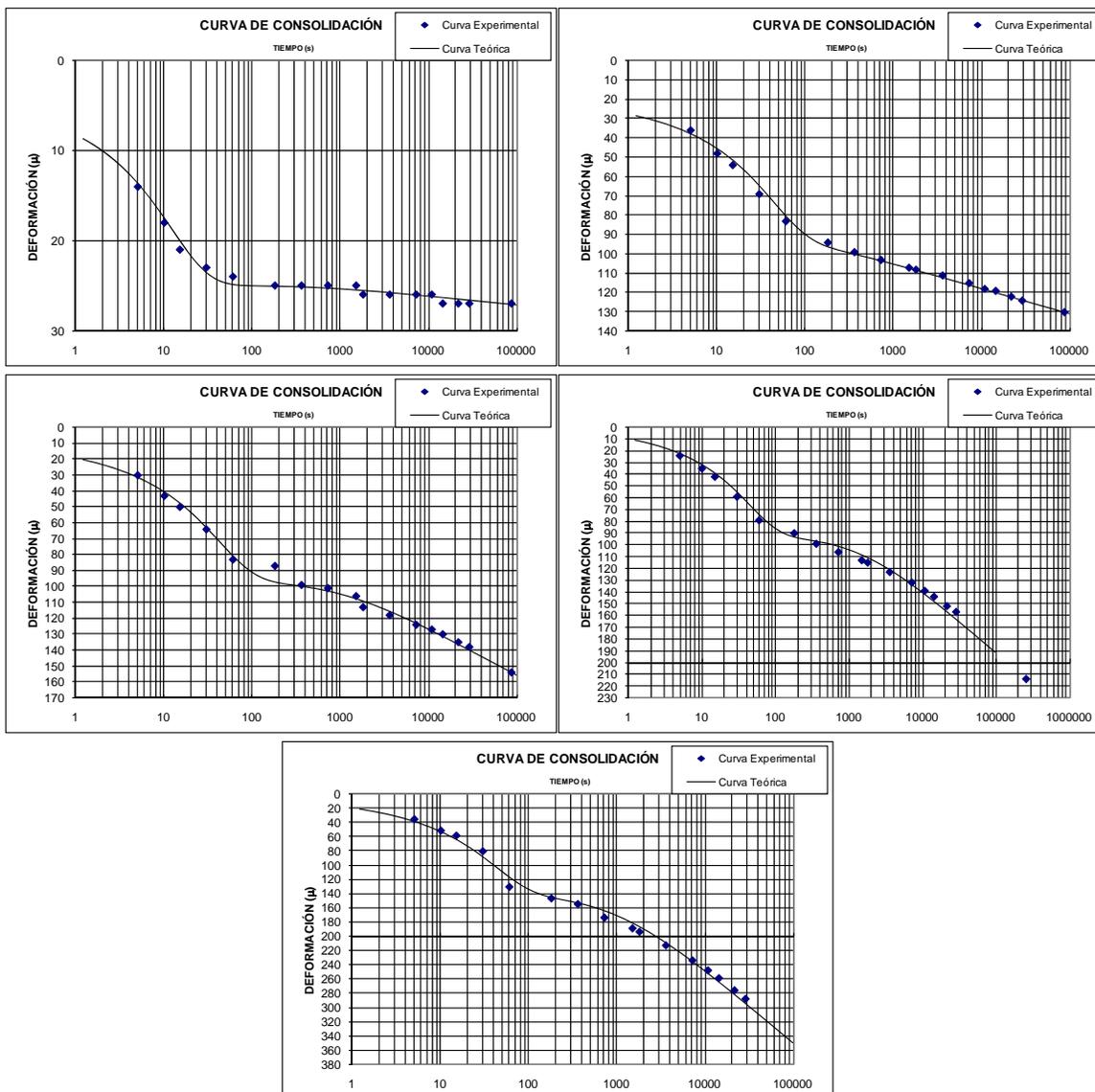
También se ajustaron las curvas de consolidación y las curvas de expansión correspondientes a cada incremento y a cada alivio de esfuerzo, a partir de estos ajustes se obtuvieron los parámetros de consolidación de las Teorías de Terzaghi y Zeevaert  $C_v$ ,  $m_v$ ,  $\beta$  y  $\xi$ , y los parámetros de expansión propuestos en esta tesis  $C_e$ ,  $m_e$ ,  $\beta_e$  y  $\xi_e$ .

Los resultados de los ajustes de las curvas de consolidación y de expansión se resumen a continuación.

En la figura V.15 se presentan las curvas de consolidación correspondientes al primer ciclo de carga.

Las cinco curvas obtenidas con el primer ciclo de incrementos resultaron del tipo I ó II que corresponden a niveles de esfuerzos menores al crítico.

# INVESTIGACIÓN DE LA DEFORMABILIDAD DEL SUELO CUANDO EXISTE ABATIMIENTO E INCREMENTO CONTINUO DE LOS NIVELES PIEZOMÉTRICOS

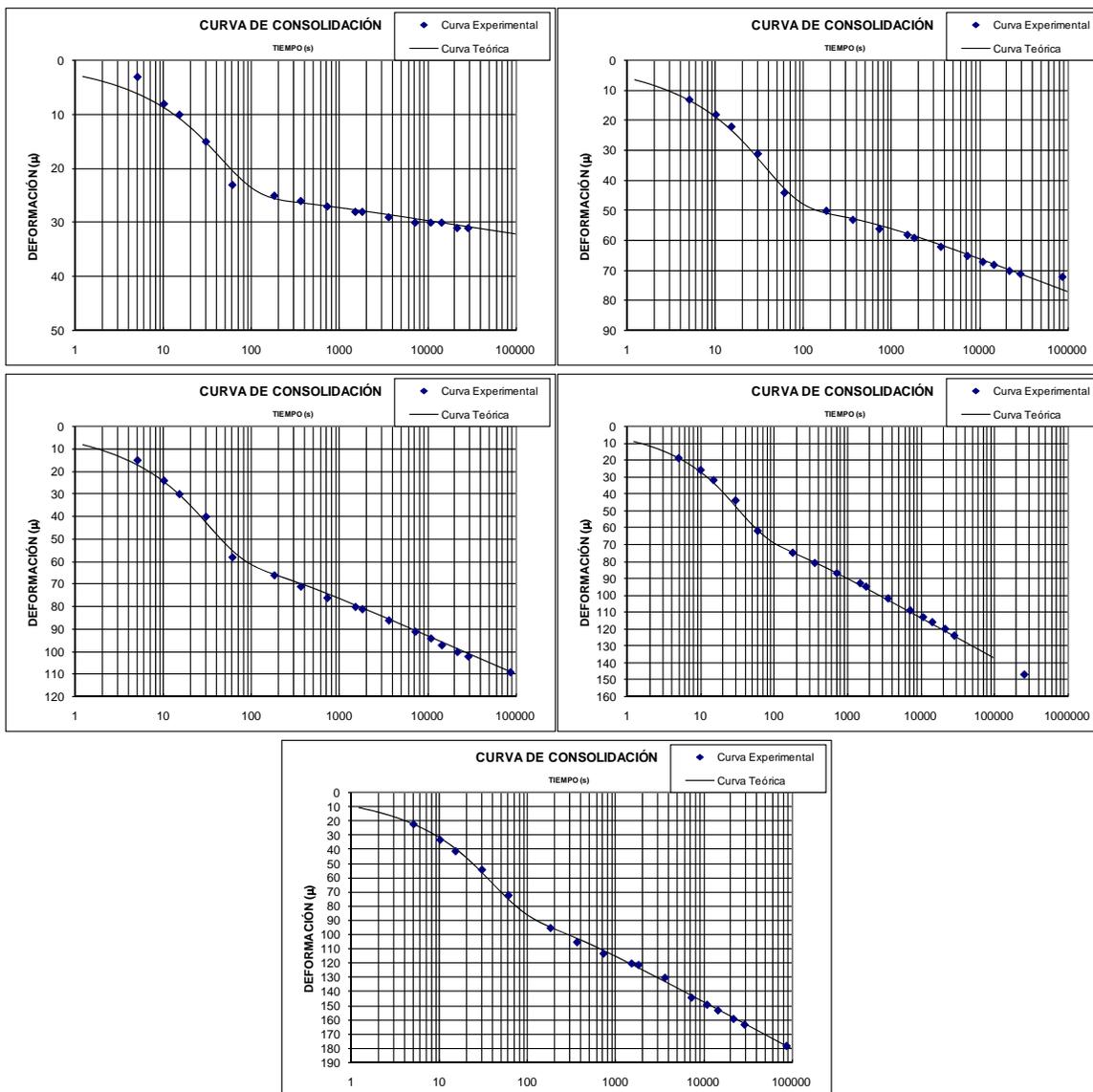


**Figura V.15. Curvas de consolidación. 1er ciclo de carga.  
Prueba 2.**

En la figura V.16 se presentan las curvas de expansión correspondientes al primer ciclo de descarga, observando que las curvas son del tipo II y el tramo secundario es prácticamente recto.

La magnitud de las deformaciones aumentó cuando el alivio fue mayor.

# INVESTIGACIÓN DE LA DEFORMABILIDAD DEL SUELO CUANDO EXISTE ABATIMIENTO E INCREMENTO CONTINUO DE LOS NIVELES PIEZOMÉTRICOS



**Figura V.16. Curvas de expansión. 1er ciclo descarga. Prueba 2.**

En la figura V.17 se presentan las curvas de consolidación correspondientes al segundo ciclo de carga, llevado hasta rebasar el esfuerzo crítico.

Las primeras cinco curvas presentan un comportamiento del tipo I o II, sin embargo, la curva correspondiente al quinto incremento presenta una tendencia hacia las curvas tipo II.

Observando la curva de compresibilidad de la figura V.14 podemos decir que el esfuerzo crítico se ubica cercano al quinto incremento aproximadamente a  $0.55 \text{ kg/cm}^2$ .

# INVESTIGACIÓN DE LA DEFORMABILIDAD DEL SUELO CUANDO EXISTE ABATIMIENTO E INCREMENTO CONTINUO DE LOS NIVELES PIEZOMÉTRICOS



La sexta curva es del tipo III correspondiente a la zona cercana al esfuerzo crítico. Finalmente, las últimas dos curvas presentan un comportamiento de curva tipo IV donde la estructura del suelo se ha modificado completamente.

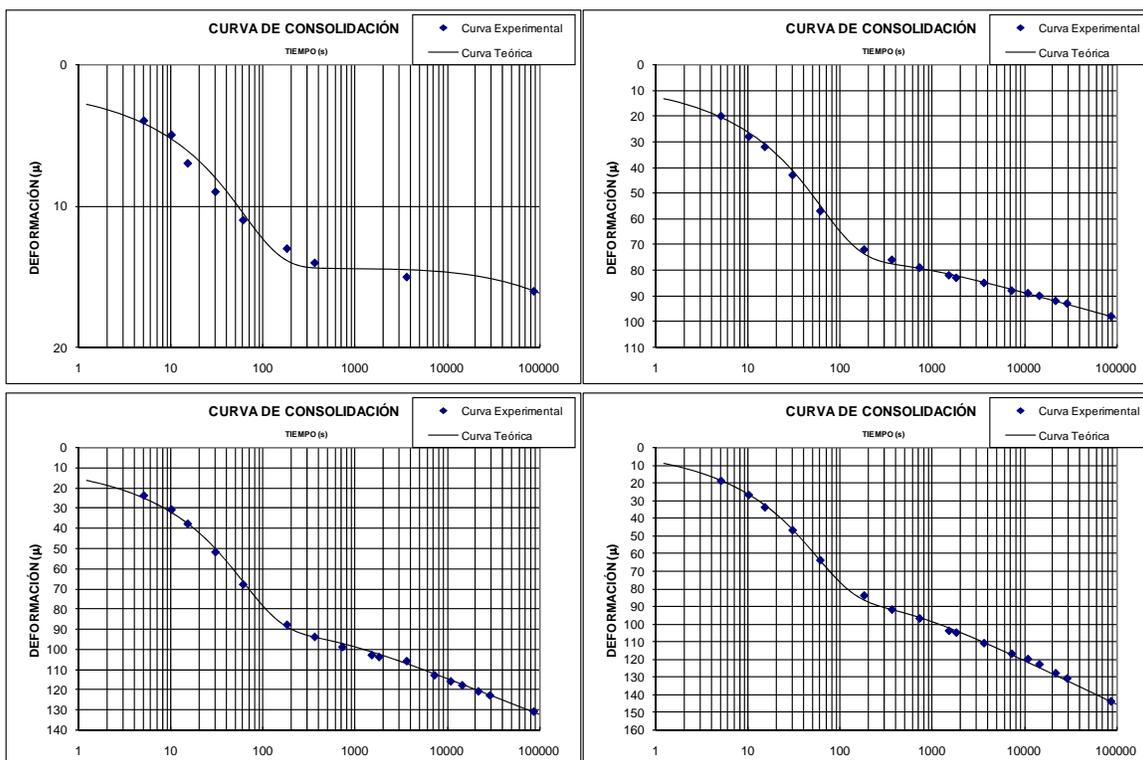
En la figura V.18 se presentan las curvas de expansión obtenidas durante el segundo ciclo de descarga. El comportamiento del suelo resultó similar al descrito en la prueba 1:

En las dos primeras curvas la zona correspondiente al comportamiento secundario es prácticamente una recta.

A partir de la tercer gráfica su curvatura va aumentando gradualmente.

En proporción, la deformación secundaria va aumentando en cada alivio de esfuerzo hasta llegar a valores máximos de aproximadamente el 90 % de la deformación total y que se presentan en los dos últimos alivios.

De igual modo que ocurrió en la prueba 1, la magnitud de las deformaciones va aumentando gradualmente a medida que el alivio de esfuerzos aumenta también.



# INVESTIGACIÓN DE LA DEFORMABILIDAD DEL SUELO CUANDO EXISTE ABATIMIENTO E INCREMENTO CONTINUO DE LOS NIVELES PIEZOMÉTRICOS

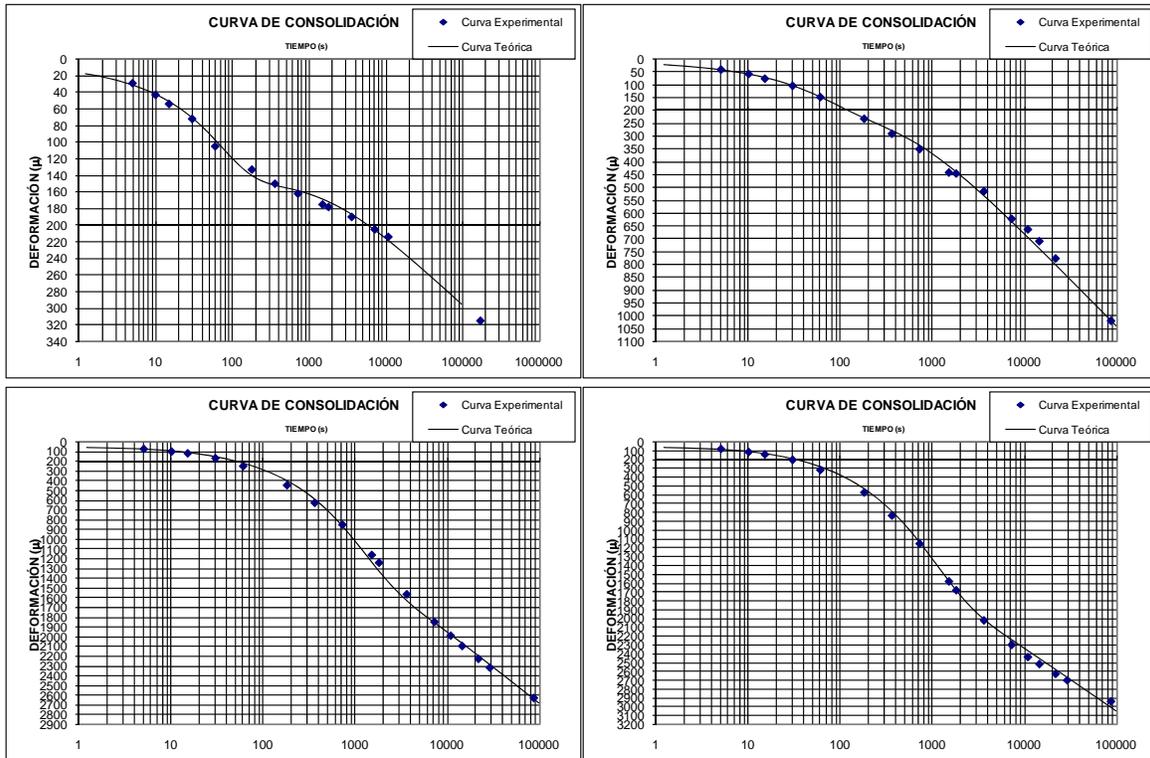
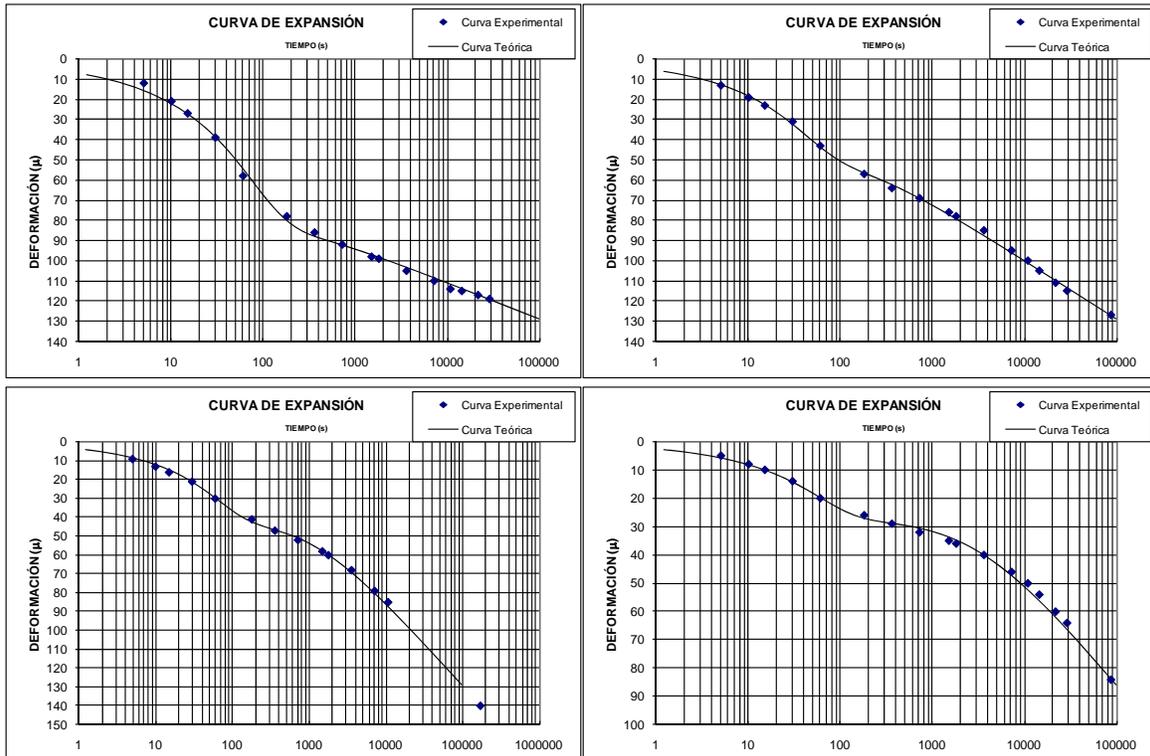
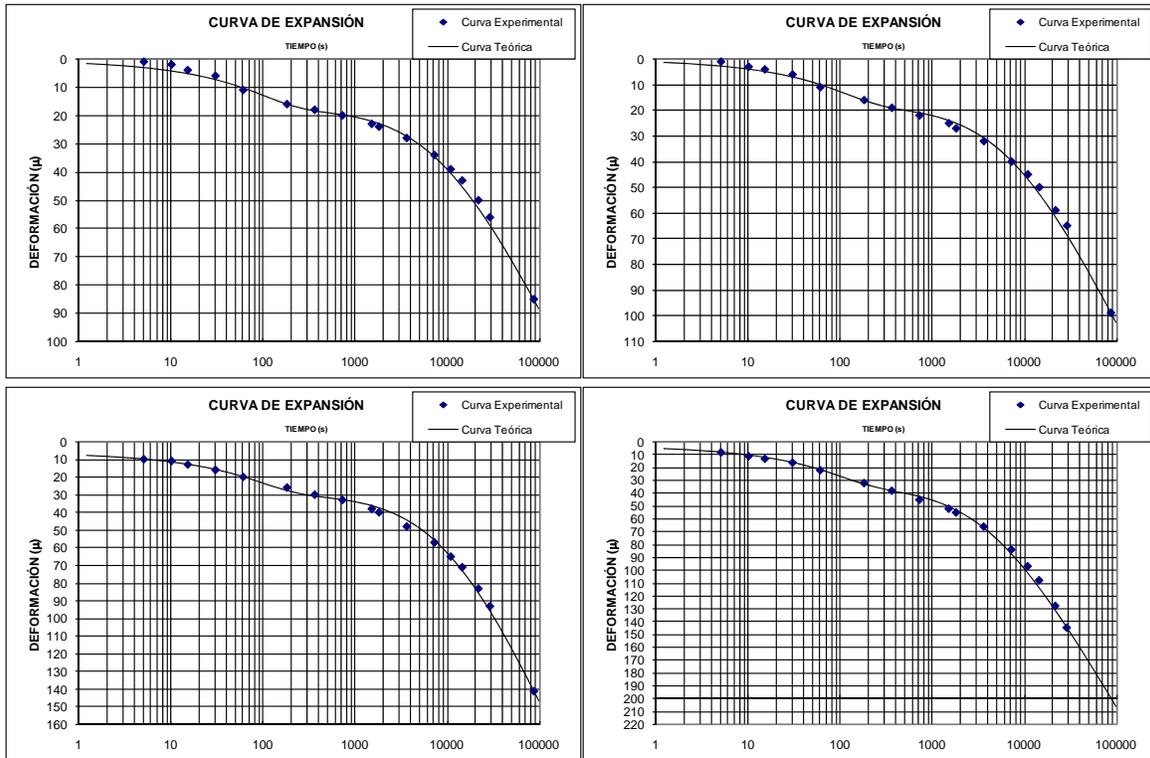


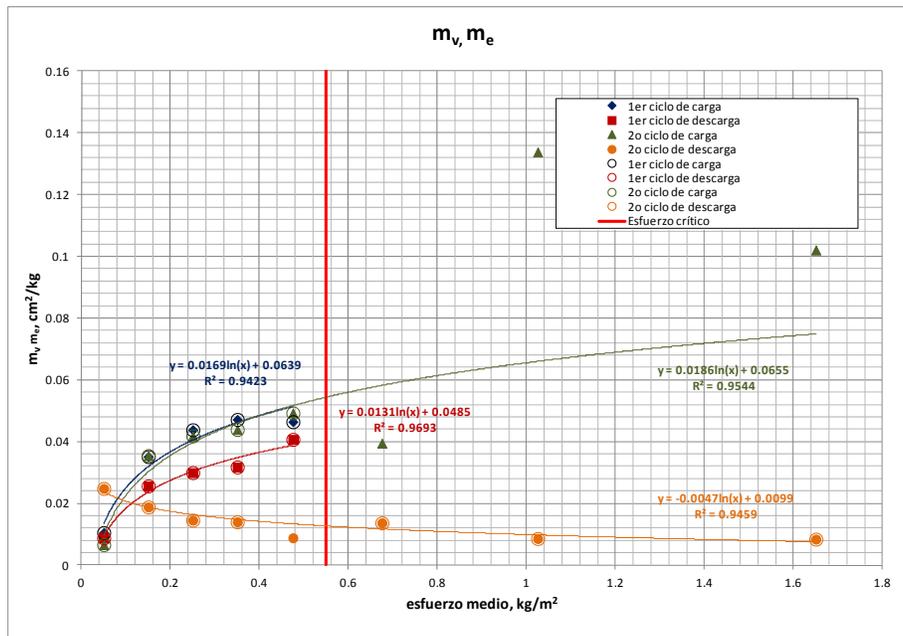
Figura V.17. Curvas de consolidación. 2o ciclo descarga.  
Prueba 2.



# INVESTIGACIÓN DE LA DEFORMABILIDAD DEL SUELO CUANDO EXISTE ABATIMIENTO E INCREMENTO CONTINUO DE LOS NIVELES PIEZOMÉTRICOS



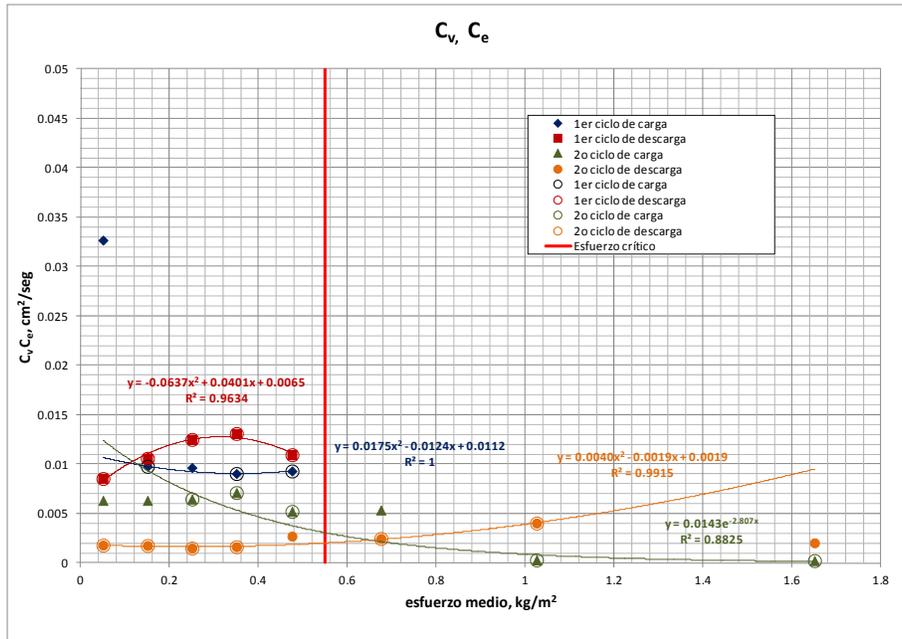
**Figura V.18. Curvas de expansión. 2o ciclo descarga. Prueba 2.**



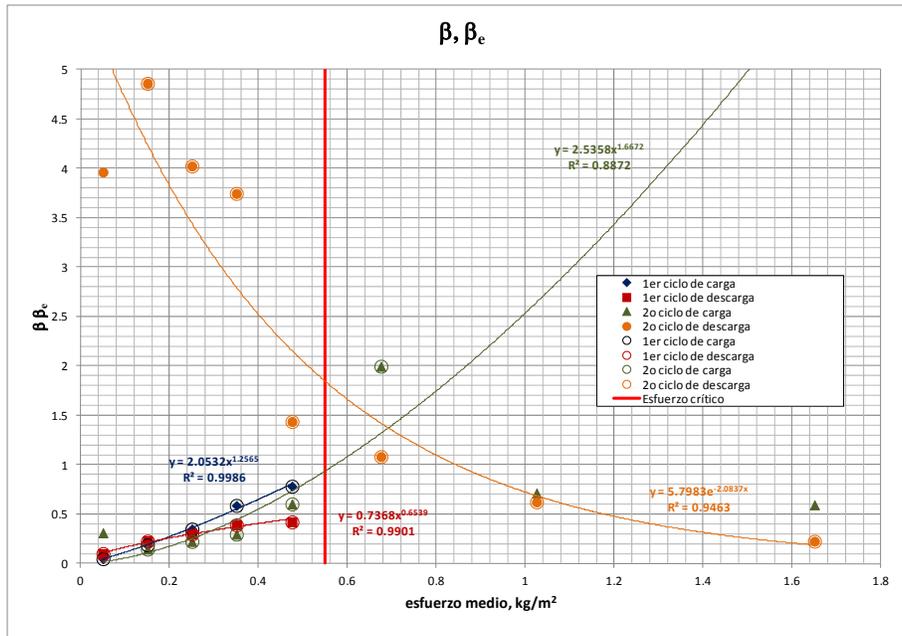
# INVESTIGACIÓN DE LA DEFORMABILIDAD DEL SUELO CUANDO EXISTE ABATIMIENTO E INCREMENTO CONTINUO DE LOS NIVELES PIEZOMÉTRICOS



El resultado de los ajustes de las curvas correspondientes a la prueba 2 con los parámetros de consolidación de Zeevaert y los parámetros de expansión propuestos en esta tesis se presentan en las figuras V.19 a V.23.

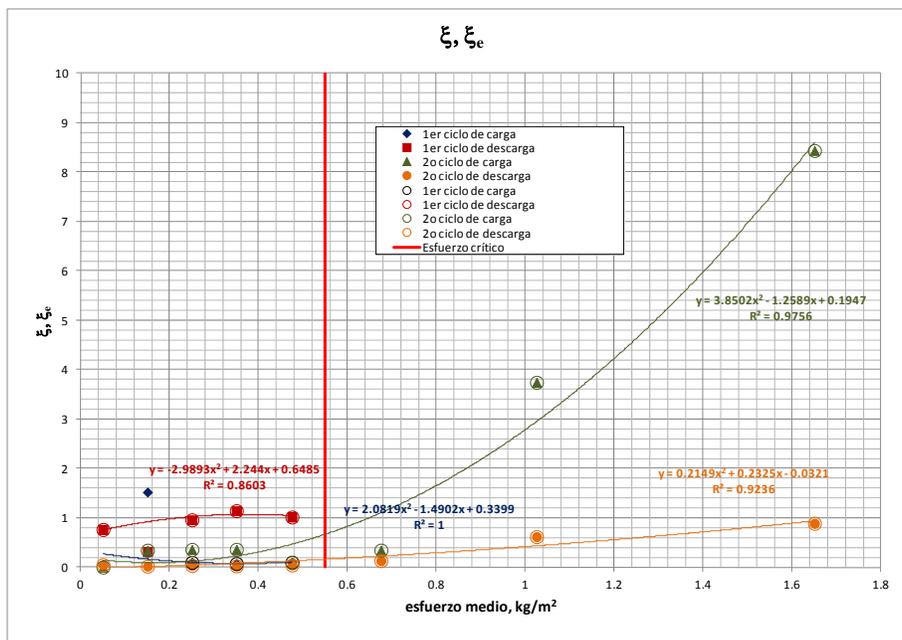


**Figura V.20. Parámetros  $C_v$  y  $C_e$ .  
Prueba 2.**

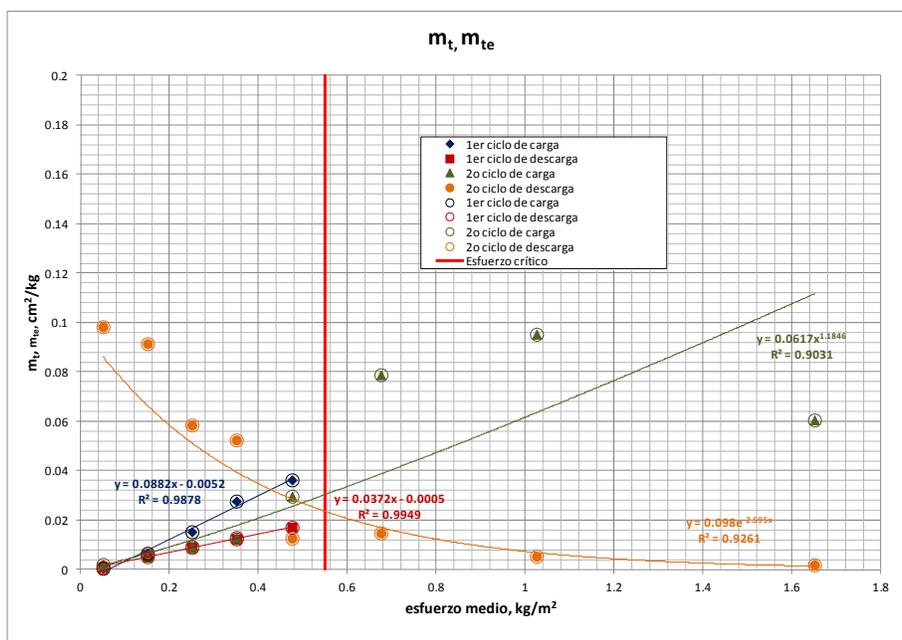


**Figura V.21. Parámetros  $\beta$  y  $\beta_e$ .  
Prueba 2.**

# INVESTIGACIÓN DE LA DEFORMABILIDAD DEL SUELO CUANDO EXISTE ABATIMIENTO E INCREMENTO CONTINUO DE LOS NIVELES PIEZOMÉTRICOS



**Figura V.22. Parámetros  $\xi$  y  $\xi_e$ .  
Prueba 2.**



**Figura V.23. Parámetros  $m_t$  y  $m_{te}$ .  
Prueba 2.**

# INVESTIGACIÓN DE LA DEFORMABILIDAD DEL SUELO CUANDO EXISTE ABATIMIENTO E INCREMENTO CONTINUO DE LOS NIVELES PIEZOMÉTRICOS

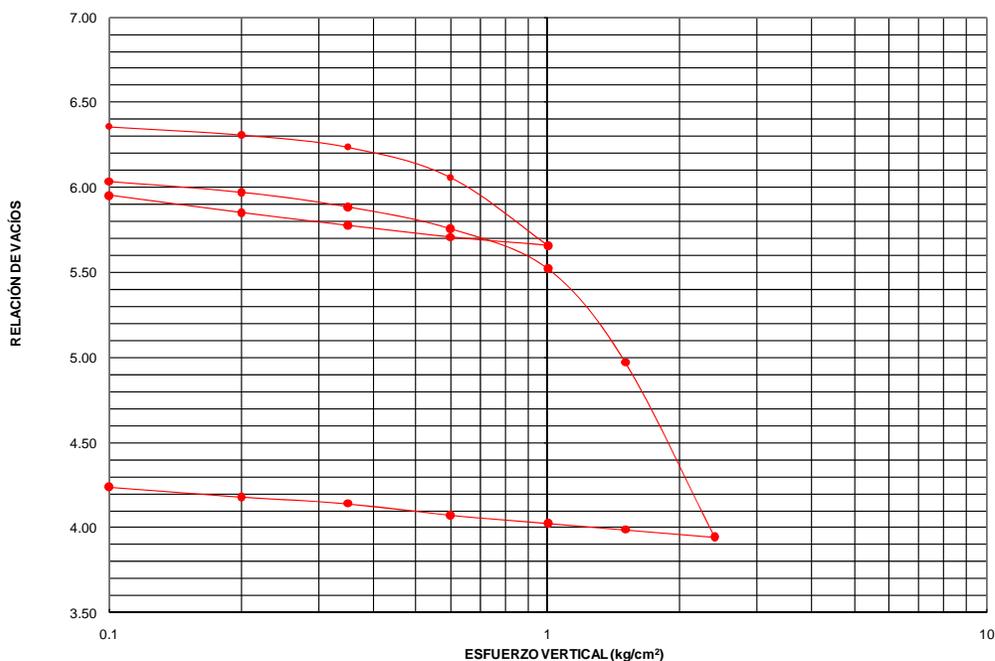


## Prueba 3.

La prueba 3 se efectuó con la siguiente secuencia:

El primer ciclo de carga se llevó hasta rebasar el esfuerzo crítico. El primer ciclo de descarga se efectuó hasta descargar totalmente la probeta. El segundo ciclo de carga se efectuó como una prueba de consolidación ordinaria. El segundo ciclo de descarga se llevó al alivio total.

La curva de compresibilidad correspondiente a esta prueba se presenta en la figura V.24, algunas propiedades índice importantes de la probeta antes y después de la prueba son:



**Figura V.24. Curva de compresibilidad correspondiente a la Prueba 3.**

Propiedades índice antes de la prueba:

$\gamma_m =$	1.218	( t/m <sup>3</sup> )
<b>Ss =</b>	2.490	
<b>e =</b>	6.40	
<b>Gw =</b>	100	%
$\omega =$	261.83	%

# INVESTIGACIÓN DE LA DEFORMABILIDAD DEL SUELO CUANDO EXISTE ABATIMIENTO E INCREMENTO CONTINUO DE LOS NIVELES PIEZOMÉTRICOS



Propiedades índice después de la prueba:

$\gamma_m =$	1.447	( t/m <sup>3</sup> )
<b>Ss =</b>	2.49	
<b>e =</b>	3.946	
<b>Gw =</b>	100.0	%
$\omega =$	187.40	%

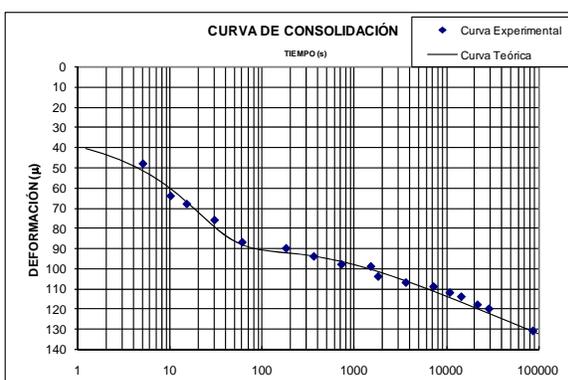
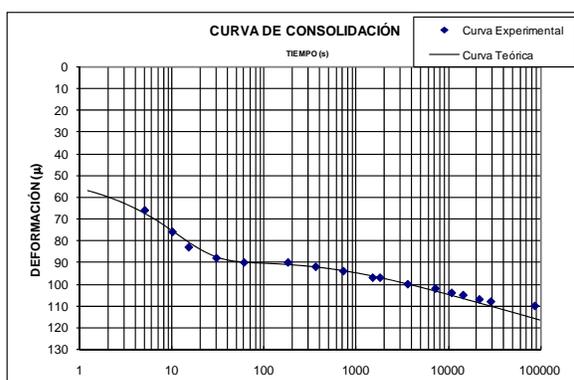
En el primer tramo de la curva de compresibilidad que se presenta en la figura V.24 y que representa el primer ciclo de carga, se obtuvo que el esfuerzo crítico para este suelo era de 0.6 kg/cm<sup>2</sup> aproximadamente, hasta antes de efectuar la prueba. Este primer ciclo se llevó hasta 1 kg/cm<sup>2</sup>.

La relación de vacíos inicial fue de 6.40, al final del primer ciclo de carga llevado a una carga de 1 kg/cm<sup>2</sup> la relación de vacíos fue de 5.66, después del primer ciclo de descarga la relación de vacíos se recuperó a 6.09, lo que equivale al 59 % de la deformación inicial,

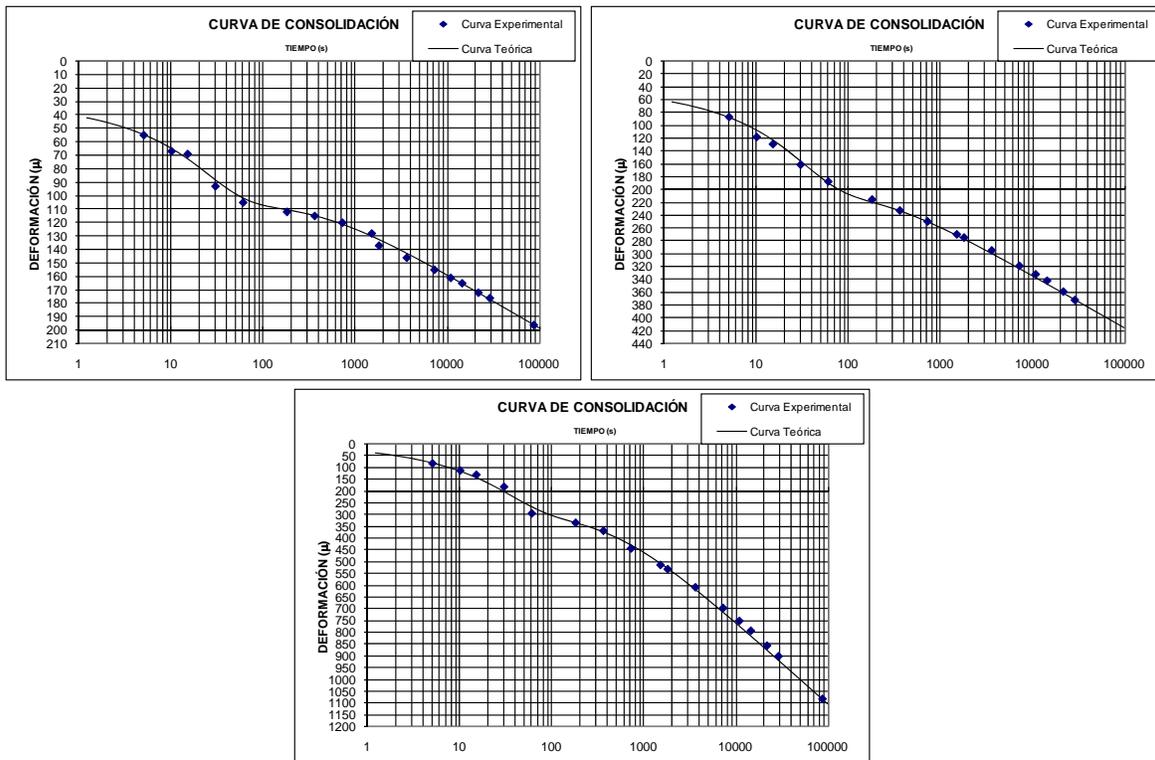
El segundo ciclo de carga llegó a 2.4 kg/cm<sup>2</sup> rebasando el nivel del esfuerzo crítico que para este ciclo de carga correspondió con la carga máxima del ciclo anterior, es decir, 1 kg/cm<sup>2</sup>, para este nivel de esfuerzo se obtuvo una relación de vacíos de 5.52 lo que indica que la deformación del segundo ciclo de carga resultó menor a la correspondiente al primer ciclo de carga.

Lo anterior se debe a que durante el primer ciclo de carga la probeta estuvo sujeta a esfuerzos dentro del tramo preconsolidado con deformaciones pequeñas y dentro del tramo normalmente consolidado con deformaciones considerables, mientras que en el segundo ciclo de carga los esfuerzos no rebasaron el valor de 1 kg/cm<sup>2</sup> quedando únicamente dentro del tramo preconsolidado.

Finalmente se descargó la probeta totalmente.



# INVESTIGACIÓN DE LA DEFORMABILIDAD DEL SUELO CUANDO EXISTE ABATIMIENTO E INCREMENTO CONTINUO DE LOS NIVELES PIEZOMÉTRICOS



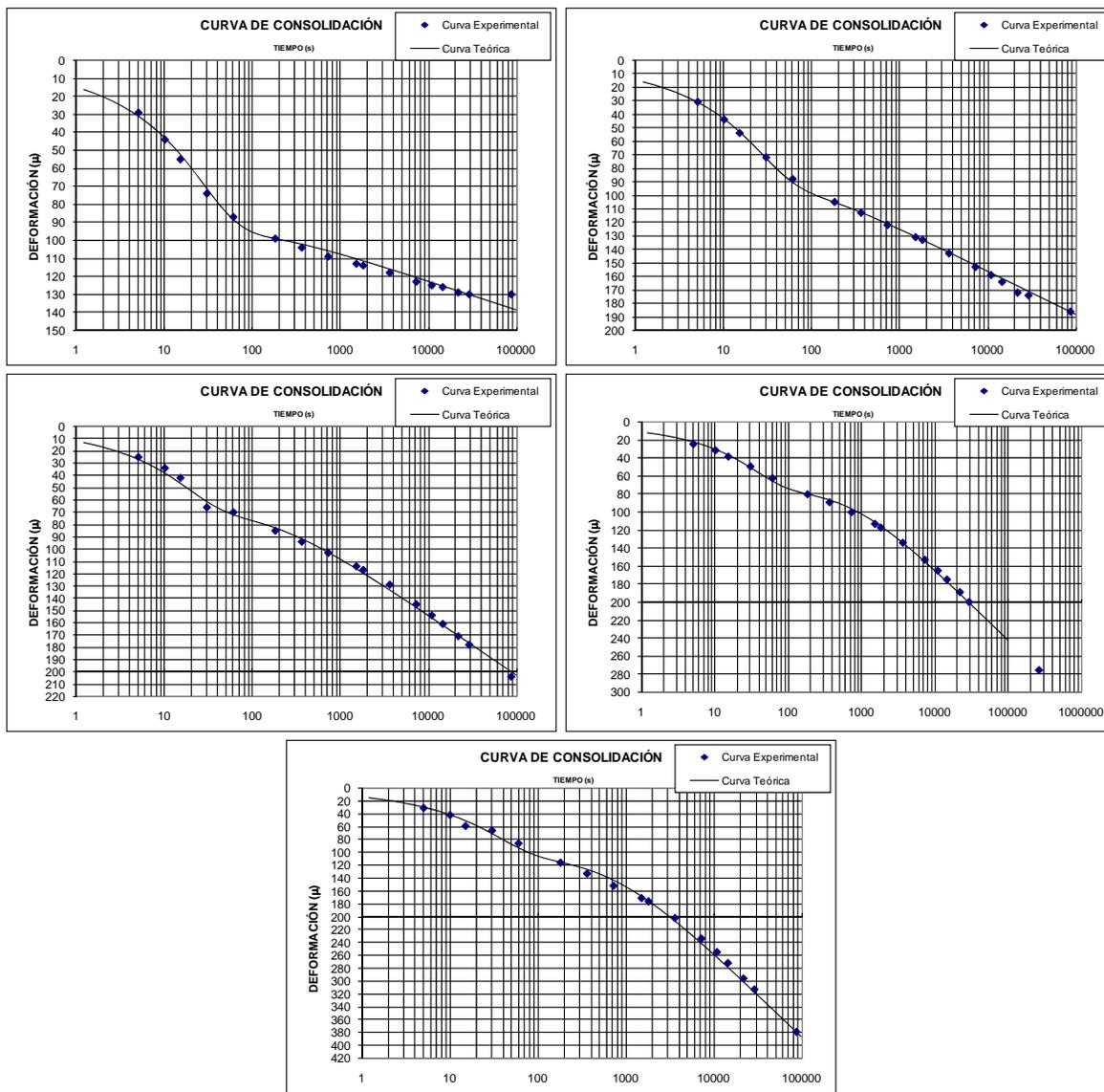
**Figura V.25. Curvas de consolidación. 1er ciclo de carga. Prueba 3.**

Al igual que en las dos primeras pruebas, en ésta también se ajustaron las curvas de consolidación y las de expansión correspondiente a cada incremento y a cada alivio de esfuerzo. A partir de estos ajustes se obtuvieron los parámetros de consolidación de las Teorías de Terzaghi y Zeevaert  $C_v$ ,  $m_v$ ,  $\beta$  y  $\xi$ , y los parámetros de expansión propuestos en esta tesis  $C_e$ ,  $m_e$ ,  $\beta_e$  y  $\xi_e$ .

Los resultados de los ajustes de las curvas de consolidación y de expansión se resumen a continuación.

En la figura V.25 se presentan las curvas de consolidación correspondientes al primer ciclo de carga.

# INVESTIGACIÓN DE LA DEFORMABILIDAD DEL SUELO CUANDO EXISTE ABATIMIENTO E INCREMENTO CONTINUO DE LOS NIVELES PIEZOMÉTRICOS



**Figura V.26. Curvas de expansión. 1er ciclo descarga.  
Prueba 3.**

Las primeras cuatro curvas obtenidas con el primer ciclo de incrementos resultaron del tipo I ó II que corresponden a niveles de esfuerzos menores al crítico, la quinta curva aunque también es del tipo II, las deformaciones por consolidación primaria son mucho menores a las asociadas a consolidación secundaria y su forma se aproxima a una curva tipo III para esfuerzos cercanos al crítico.

En la figura V.26 se presentan las curvas de expansión correspondientes al primer ciclo de descarga.

De éstas podemos observar lo siguiente:

# INVESTIGACIÓN DE LA DEFORMABILIDAD DEL SUELO CUANDO EXISTE ABATIMIENTO E INCREMENTO CONTINUO DE LOS NIVELES PIEZOMÉTRICOS



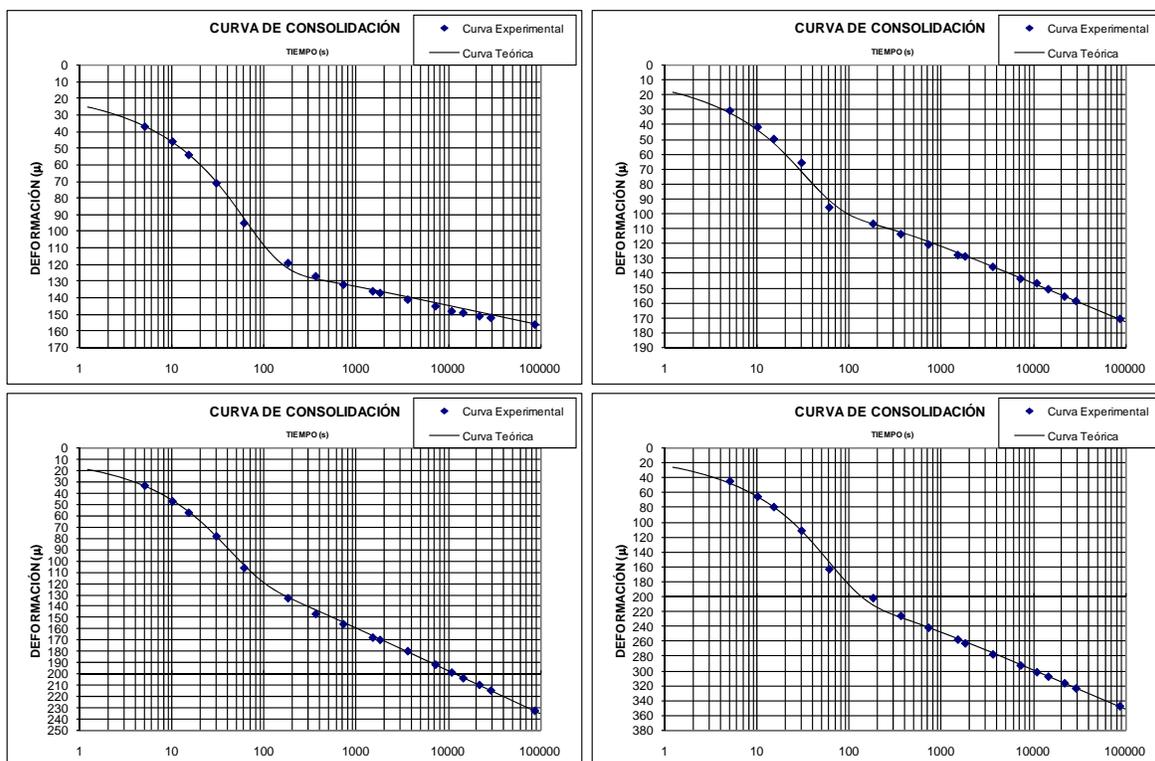
Las primeras cuatro curvas son similares a curvas del tipo I ó II, inclusive la última presenta un comportamiento entre una curva tipo II y una tipo III.

Al aumentar el alivio de carga, el efecto secundario va aumentando gradualmente respecto al primario. En la figura V.27 se presentan las curvas de consolidación correspondientes al segundo ciclo de carga.

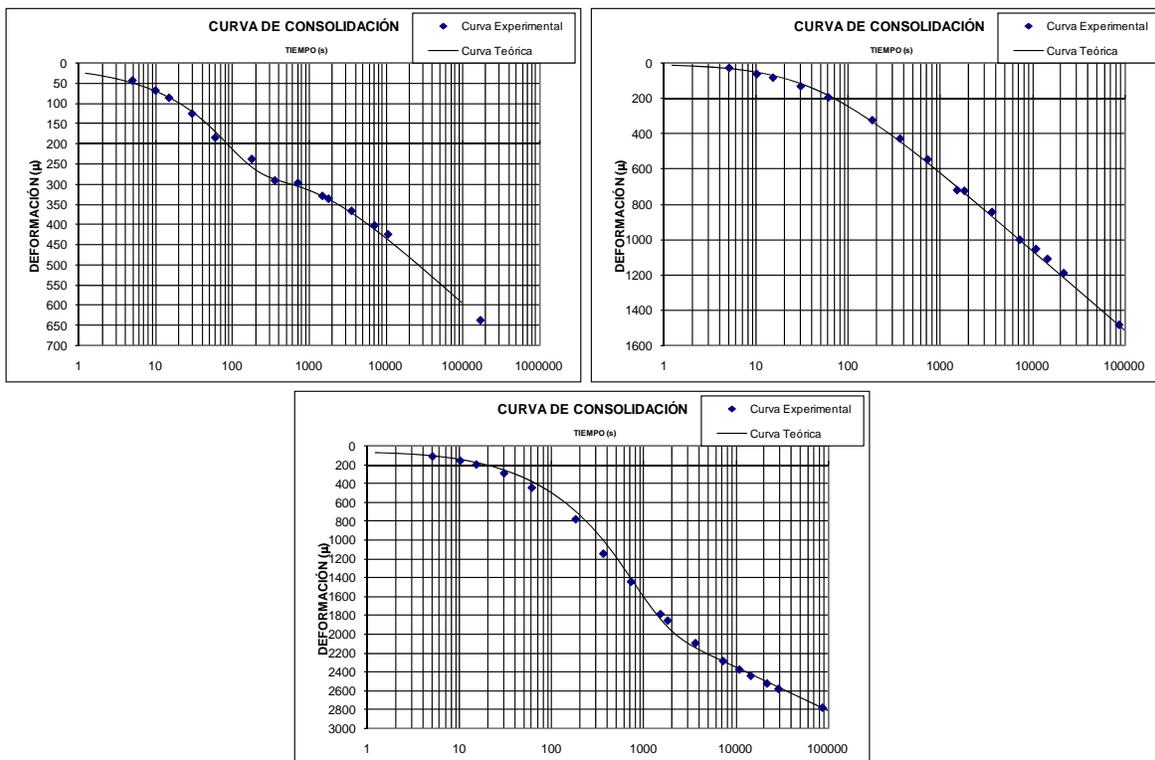
Las primeras cinco curvas son francamente del tipo I ó II que corresponden a niveles de esfuerzos menores al crítico.

Comparando la quinta curva del segundo ciclo de carga correspondiente al nuevo valor de esfuerzo crítico de  $1 \text{ kg/cm}^2$  con la quinta curva del primer ciclo de carga correspondiente al mismo nivel de esfuerzos puede observarse que, el primer ciclo de carga la curva presenta una tendencia entre tipo II y tipo III; y en el segundo ciclo es de tipo II.

La última curva es tipo IV, ya que se ha rebasado la carga de preconsolidación.



# INVESTIGACIÓN DE LA DEFORMABILIDAD DEL SUELO CUANDO EXISTE ABATIMIENTO E INCREMENTO CONTINUO DE LOS NIVELES PIEZOMÉTRICOS



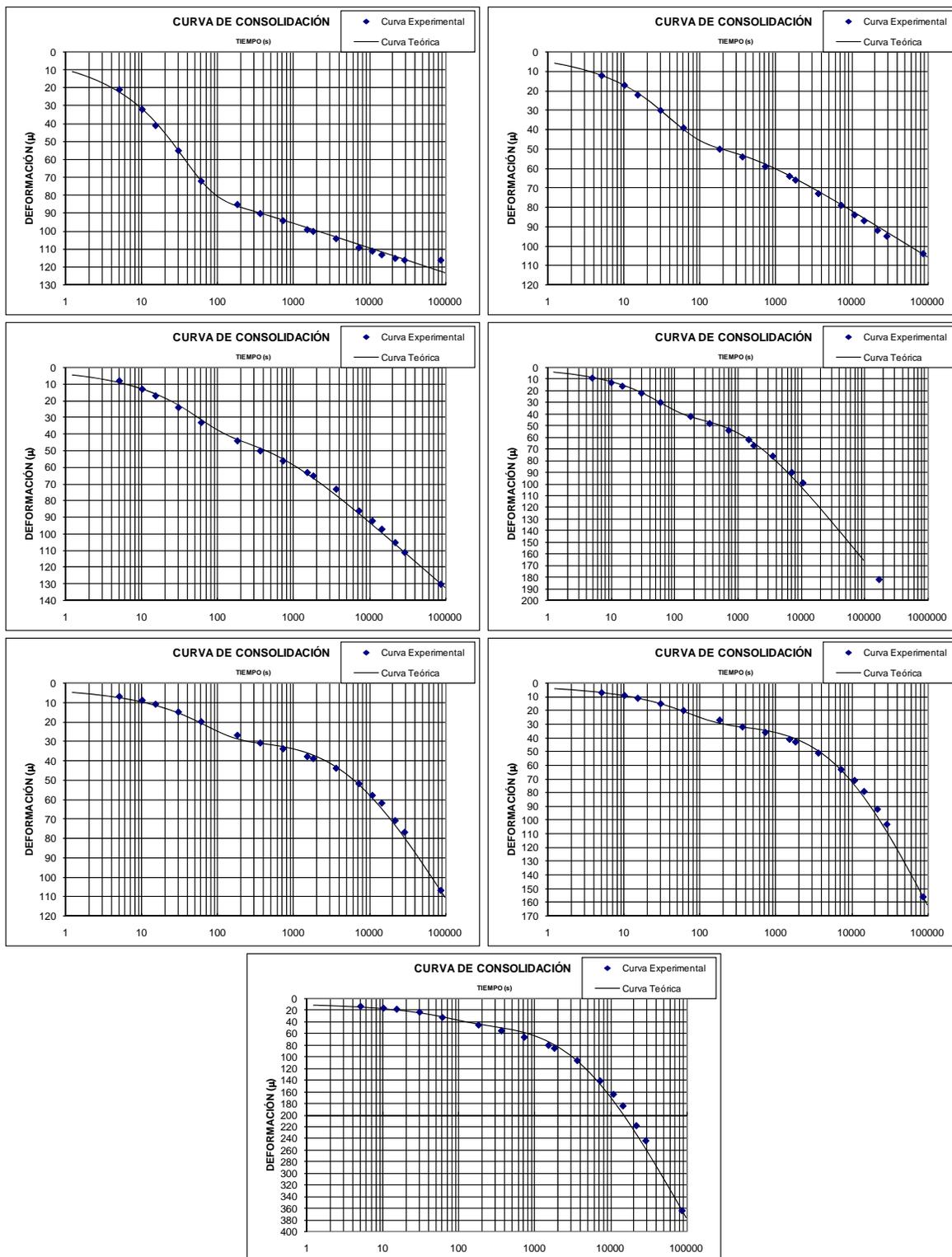
**Figura V.27. Curvas de consolidación. 2o ciclo de carga. Prueba 3.**

En la figura V.28 se presentan las curvas de expansión correspondientes al segundo ciclo de descarga.

Una vez más, como sucedió en las otras dos pruebas, las curvas de expansión tienen una configuración similar a una curva tipo II, y del mismo modo que ocurrió en las otras pruebas, el primer alivio presenta un tramo secundario con una pendiente prácticamente constante en la escala semilogarítmica, y conforme aumentan los alivios también va aumentando la pendiente y la curvatura, y también disminuyendo el efecto primario y aumentando el secundario en proporción a la deformación total.

Este aumento del efecto secundario llega a ser hasta del 90 % de la deformación total en la última descarga.

# INVESTIGACIÓN DE LA DEFORMABILIDAD DEL SUELO CUANDO EXISTE ABATIMIENTO E INCREMENTO CONTINUO DE LOS NIVELES PIEZOMÉTRICOS

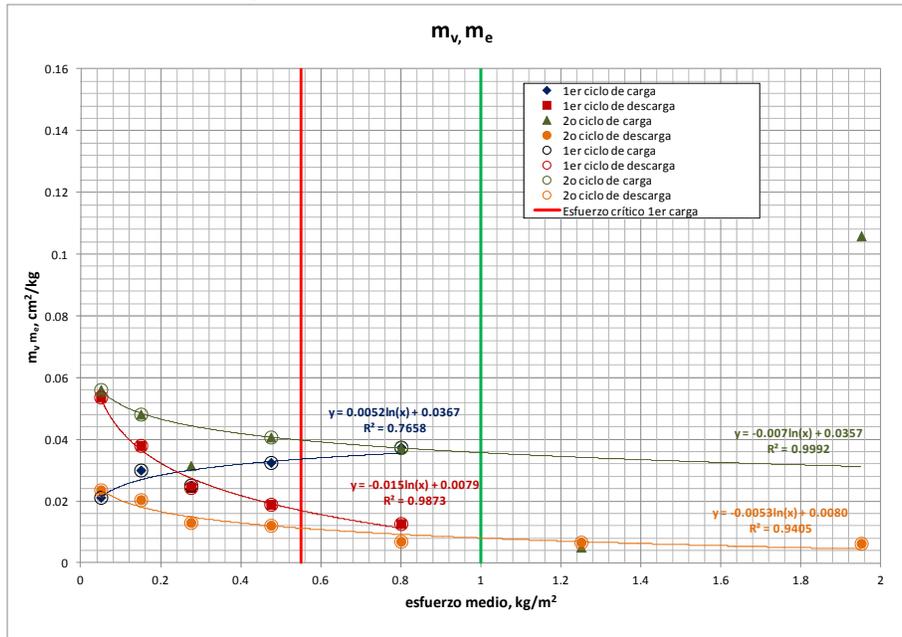


**Figura V.28. Curvas de expansión. 2o ciclo descarga. Prueba 3.**

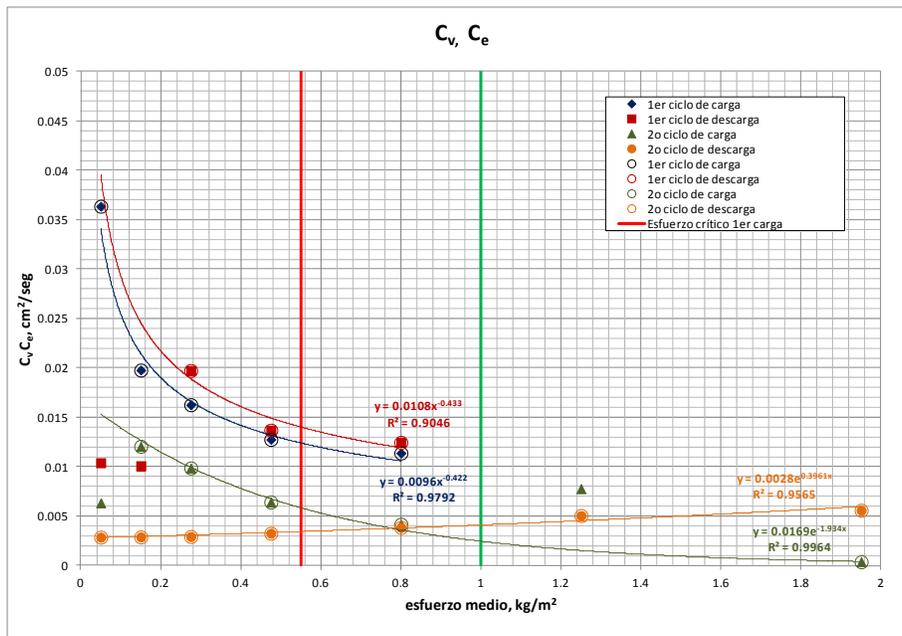
# INVESTIGACIÓN DE LA DEFORMABILIDAD DEL SUELO CUANDO EXISTE ABATIMIENTO E INCREMENTO CONTINUO DE LOS NIVELES PIEZOMÉTRICOS



El resultado de los ajustes de las curvas de consolidación y expansión correspondientes a la prueba 3 con los parámetros de consolidación de Zeevaert y los parámetros de expansión propuestos en esta tesis se presentan en las figuras V.29 a V.33.

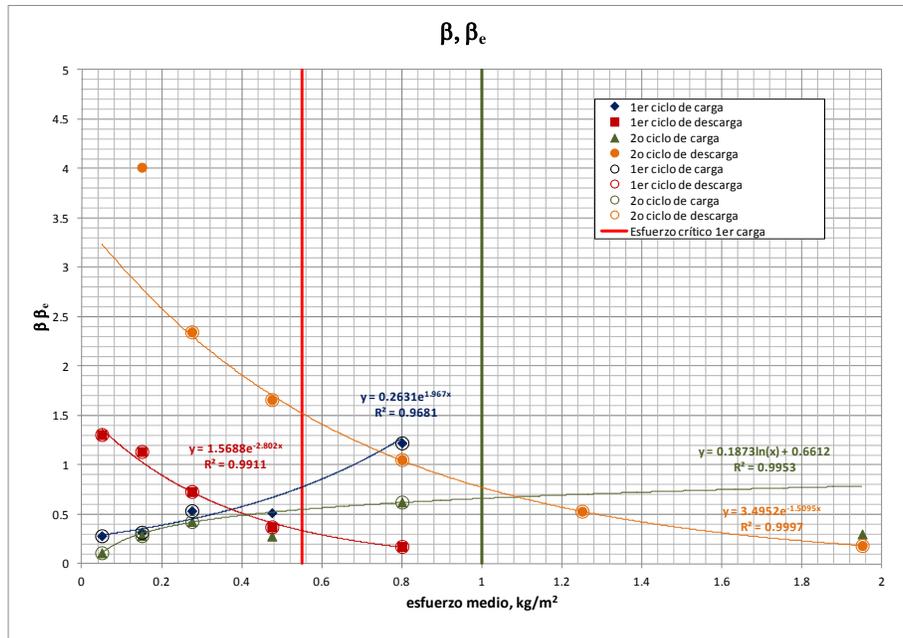


**Figura V.29. Parámetros  $m_v$  y  $m_e$ .  
Prueba 3.**

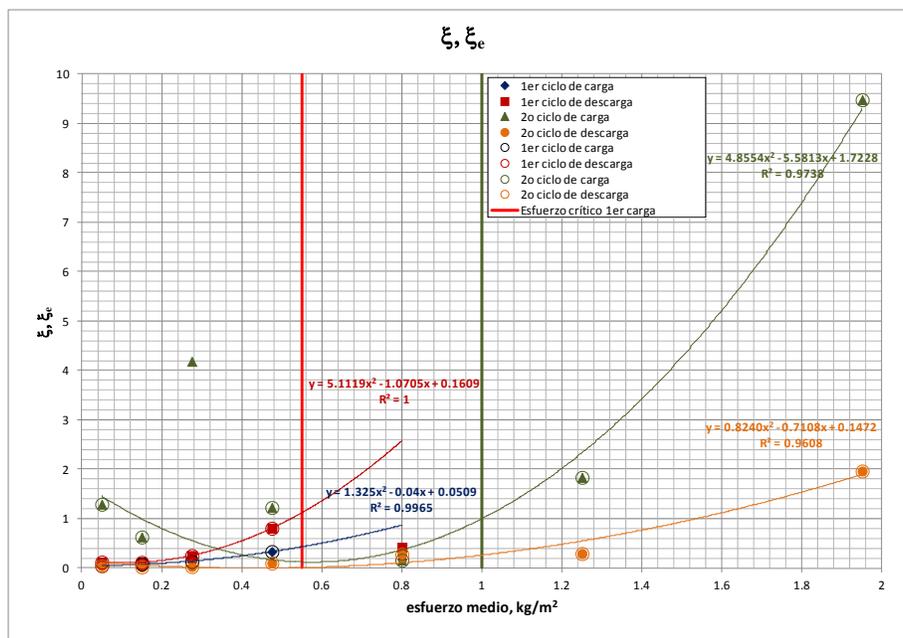


**Figura V.30. Parámetros  $C_v$  y  $C_e$ .  
Prueba 3.**

# INVESTIGACIÓN DE LA DEFORMABILIDAD DEL SUELO CUANDO EXISTE ABATIMIENTO E INCREMENTO CONTINUO DE LOS NIVELES PIEZOMÉTRICOS

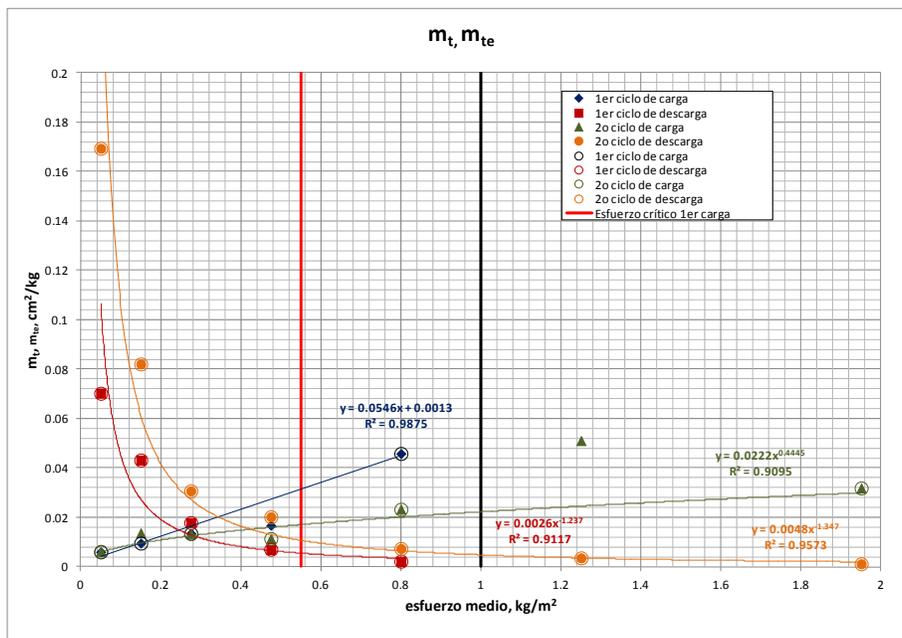


**Figura V.31. Parámetros  $\beta$  y  $\beta_e$ .  
Prueba 3.**



**Figura V.32. Parámetros  $\xi$  y  $\xi_e$ .  
Prueba 3.**

# INVESTIGACIÓN DE LA DEFORMABILIDAD DEL SUELO CUANDO EXISTE ABATIMIENTO E INCREMENTO CONTINUO DE LOS NIVELES PIEZOMÉTRICOS



**Figura V.33. Parámetros  $m_t$  y  $m_{te}$ .  
Prueba 3.**

Los resultados obtenidos con esta serie de pruebas son muy interesantes: el comportamiento obtenido en los procesos de consolidación inducidos en laboratorio se apegan a las teorías de Terzaghi y de Zeevaert que se presentan en el Capítulo III de esta tesis.

Sin embargo, los resultados obtenidos con las pruebas de expansión muestran varias situaciones curiosas y que seguramente no han sido estudiadas, los comentarios más destacados acerca de esto, desde el punto de vista del autor son los siguientes:

- Las deformaciones por expansión asociadas al alivio de esfuerzos ocurren en función del tiempo, por lo que puede decirse que es un fenómeno viscoso.
- El modelo matemático que obtuvo Zeevaert para representar numéricamente el proceso de consolidación es aplicable a las curvas de expansión, esto indica que es posible representar el fenómeno a través de modelos reológicos similares a los que él utilizó, con esto se puede dar una explicación física al fenómeno y plantear hipótesis de su mecánica.
- Aunque esta tesis no pretende encontrar la explicación del comportamiento de las expansiones asociadas al alivio de esfuerzos se puede sugerir que éstas tienen relación estrecha con las propiedades de tixotropía de las arcillas, así como de su mineralogía.

Por otro lado, manteniendo la hipótesis de que el suelo se encuentra en todo momento totalmente saturado se debe asumir que durante la expansión existe un proceso contrario a la consolidación y el suelo absorbe agua.

# INVESTIGACIÓN DE LA DEFORMABILIDAD DEL SUELO CUANDO EXISTE ABATIMIENTO E INCREMENTO CONTINUO DE LOS NIVELES PIEZOMÉTRICOS



- Observando las curvas de expansión se puede asegurar por simple inspección que el comportamiento de expansiones cuyo alivio se encontró dentro del tramo preconsolidado presenta características muy diferentes a aquellas descargadas a partir de un esfuerzo superior al crítico.

Si se pudieran distinguir las zonas de estas curvas como se hace con las consolidaciones podría decirse que, aquellas probetas que fueron descargadas antes de rebasar el esfuerzo crítico presentaron curvas de expansión en las que el efecto primario es casi de la misma magnitud que el secundario; mientras que en aquellas que fueron descargadas a partir de un esfuerzo posterior al crítico el efecto secundario es muchas veces mayor que el primario aumentando en función del nivel del alivio.

Dicho de otro modo:

De acuerdo a los resultados de estas pruebas se llega a la conclusión de que el fenómeno de expansión del suelo debido a un alivio de esfuerzos se puede representar con las mismas expresiones que Zeevaert obtuvo para representar los asentamientos por consolidación, obteniendo los parámetros de expansión calculados a partir de pruebas de consolidación en donde se sujeta una muestra de suelo en el consolidómetro a ciclos de carga y descarga.

Por lo anterior, es posible utilizar las expresiones IV.14 a IV.18 y V.1 a V.6 modificándolas con los parámetros de expansión.

$$A_1 = 1 - \frac{\text{Ln}(1 + \xi_e \cdot Tv)}{\xi_e \cdot Tv} \quad \text{IV.14}$$

$$A_{vc} = 0.43 - \frac{\log(1 + \xi_e \cdot Tv_c)}{\xi_e \cdot Tv_c} \quad \text{IV.15}$$

$$T_{01} = \frac{4}{\pi^2} \cdot \text{Ln} \left( \frac{4 \left( e^{\frac{\pi^2 Tv_c}{4}} - 1 \right)}{\pi^2 \cdot Tv_c} \right) \quad \text{IV.16}$$

Para  $0 < t < t_c$

$$\Delta \delta_1 = \left\{ \left[ \phi(Tv) + \frac{\beta \cdot A_1}{2.3} \right] \frac{Tv}{Tv_c} \right\}_i \cdot m_e \cdot \left[ \frac{1}{2} \cdot \gamma_w \cdot \left( \dot{\lambda}_i + \dot{\lambda}_{i+1} \right) \right] \cdot d_i \cdot t \quad \text{IV.17}$$

**INVESTIGACIÓN DE LA DEFORMABILIDAD DEL SUELO CUANDO  
EXISTE ABATIMIENTO E INCREMENTO CONTINUO DE LOS NIVELES  
PIEZOMÉTRICOS**



Para  $t > t_c$

$$\Delta\delta_2 = \left\{ F(T_V - T_{V_{01}}) + \beta_e \cdot \log[10^{A_{vc}} + \xi_e \cdot (T_V - T_{V_c})] \right\} \cdot m_e \cdot \Delta\sigma_e \cdot d \quad \text{IV.18}$$

Si ahora se define a la compresibilidad en cada etapa del bombeo como:

Para  $0 < t < t_c$

$$\alpha_1 = \left\{ \left[ \phi(T_V) + \frac{\beta \cdot A_1}{2.3} \right] \frac{T_V}{T_{V_c}} \right\}_i \cdot m_{ep} \cdot d_i \quad \text{V.1}$$

Para  $t > t_c$

$$\alpha_2 = \left\{ F(T_V - T_{V_{01}}) + \beta \cdot \log[10^{A_{vc}} + \xi \cdot (T_V - T_{V_c})] \right\} \cdot m_{ep} \cdot d \quad \text{V.2}$$

Se tendrá que las deformaciones para cada estrato en función del tiempo se pueden calcular con

Para  $0 < t < t_c$

$$\Delta\delta_1 = \alpha_1 \cdot \left[ \frac{1}{2} \cdot \gamma_w \cdot \left( \dot{\lambda}_i + \dot{\lambda}_{i+1} \right) \right] \cdot t \quad \text{V.3}$$

Para  $t > t_c$

$$\Delta\delta_2 = \alpha_2 \cdot \Delta\sigma \quad \text{V.4}$$

Las expresiones V.3 y V.4 se pueden expresar de modo general como:

$$\Delta\delta_i = \alpha_i \cdot \Delta\sigma_i \quad \text{V.5}$$

La expresión V.5 indica el deformación total del estrato  $i$ , queda claro que la compresibilidad está en función del tiempo y para el tiempo en el que se mantengan los abatimiento de los niveles piezométricos variando en función del tiempo, es decir para un tiempo  $t < t_c$ , el incremento de esfuerzos también será función del tiempo como lo indica la expresión V.3.

Finalmente, para calcular las deformaciones totales para un tiempo  $t$ , se deberán sumar las deformaciones de cada estrato deformable.

## INVESTIGACIÓN DE LA DEFORMABILIDAD DEL SUELO CUANDO EXISTE ABATIMIENTO E INCREMENTO CONTINUO DE LOS NIVELES PIEZOMÉTRICOS

---



$$\delta_t = \sum_{i=1}^n \alpha_i \cdot \Delta\sigma_i \quad \text{V.6}$$

Como se dijo la expresión V.6 está en función del tiempo, y éste puede ser durante la operación del sistema de bombeo o posterior.

Queda claro también que, dado que el incremento de esfuerzos está en función del abatimiento de los niveles piezométricos, y éste a su vez depende de la distancia entre el punto en estudio y los pozos de bombeo, por lo que las deformaciones no serán uniformes.

Por otro lado, es importante mencionar que si el objetivo de implementar un sistema de bombeo es para renivelar una estructura los análisis aquí mencionados deberán complementarse con un análisis de interacción suelo estructura en donde se involucre a la rigidez de la cimentación y se hagan compatibles las deformaciones de la cimentación con las deformaciones del suelo.

# INVESTIGACIÓN DE LA DEFORMABILIDAD DEL SUELO CUANDO EXISTE ABATIMIENTO E INCREMENTO CONTINUO DE LOS NIVELES PIEZOMÉTRICOS



## VI CASO DE ANÁLISIS

### VI.1 PLANTEAMIENTO

Para poder evaluar la utilidad de estos sistemas de pozos mediante la metodología explicada se planteará un caso hipotético de una estructura cimentada con un cajón parcialmente compensado y cuya cimentación transmite al subsuelo una distribución de esfuerzos no uniforme.

A continuación se desarrollan las condiciones de estudio.

#### VI.1.1 ESTRATIGRAFÍA

Para que este problema supuesto sea comparable con las condiciones estratigráficas de la Ciudad de México se supuso una estratigrafía similar a la que se puede encontrar en la zona del lago como se indica a continuación.

Formación	Depósito	Profundidad
		m
Relleno superficial	Relleno superficial	0.0 – 1.5
Costra superficial	Costra superficial	1.5 – 4.5
Formación arcillosa superior	Arcilla lacustre	4.5 – 8.5
	Lente de arena	8.5 – 8.8
	Arcilla lacustre	8.8 – 11.5
	Lente de arena	11.5 – 12.0
	Arcilla lacustre	12.0 – 14.1
	Lente de arena	14.1 – 14.3
	Arcilla lacustre	14.3 – 17.5
Primer capa dura	Primer capa dura	17.5 – 19.0
Formación arcillosa inferior	Arcilla lacustre	19.0 – 21.5
	Vidrio volcánico	21.5 – 21.9
	Arcilla lacustre	21.9 – 24.5
Segunda capa dura	Segunda capa dura	24.5 – en adelante

# INVESTIGACIÓN DE LA DEFORMABILIDAD DEL SUELO CUANDO EXISTE ABATIMIENTO E INCREMENTO CONTINUO DE LOS NIVELES PIEZOMÉTRICOS



El nivel de aguas superficiales se supuso a 4 m de profundidad.

## VI.1.2 CONDICIONES HIDRÁULICAS

Para que este problema resultara práctico al momento de efectuar los cálculos se supuso que la distribución de la presión de poro es la hidrostática, se calcularon los esfuerzos totales y también los efectivos de acuerdo con la expresión I.1.

En la figura VI.1 se presenta la variación de los esfuerzos total, efectivo y presión de poro con la profundidad.

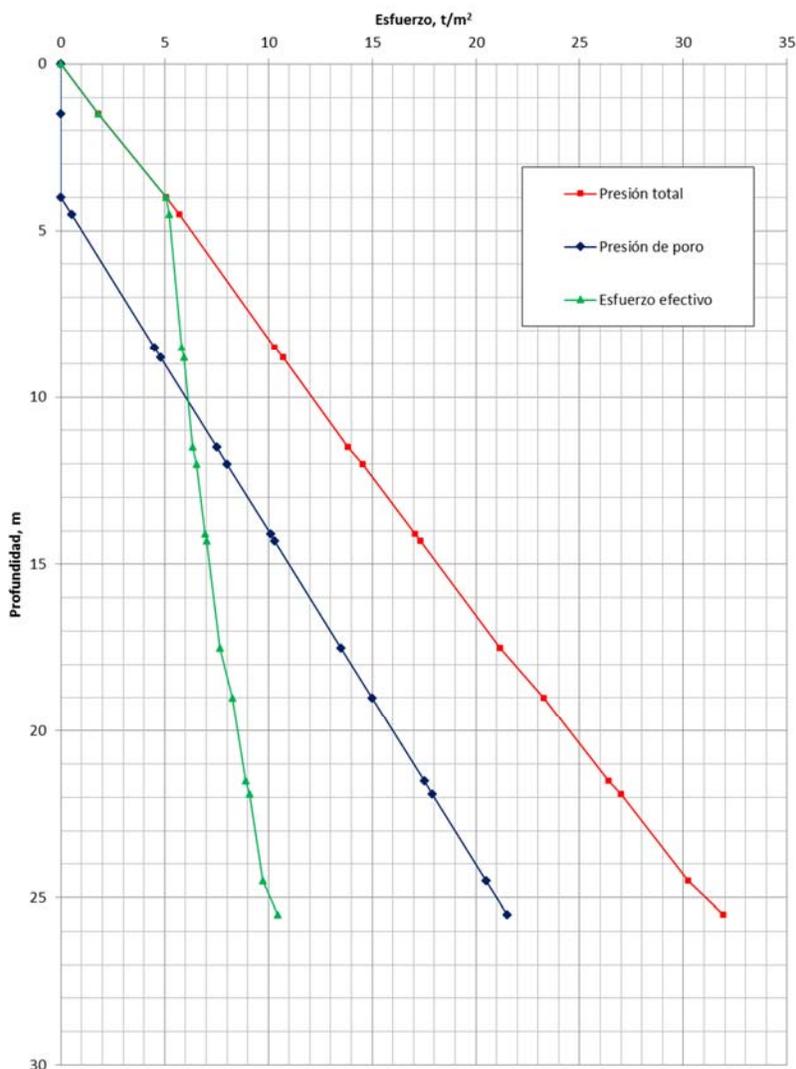


Figura VI.1. Perfiles de esfuerzos total, efectivo y presión de poro.

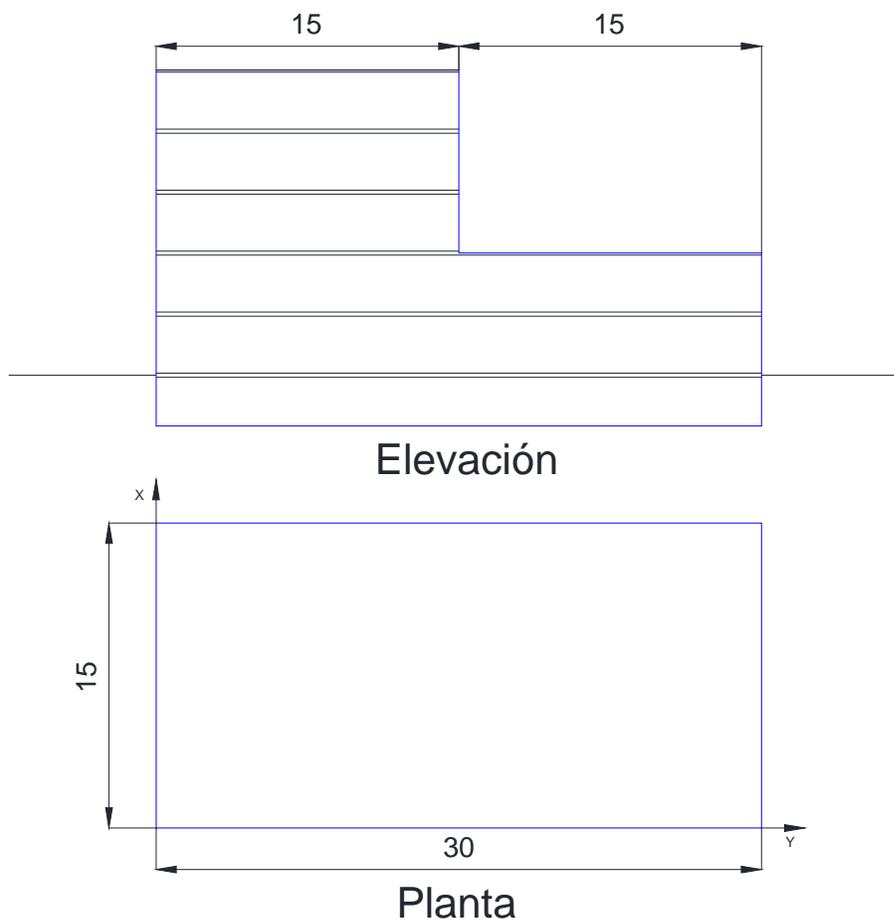
# INVESTIGACIÓN DE LA DEFORMABILIDAD DEL SUELO CUANDO EXISTE ABATIMIENTO E INCREMENTO CONTINUO DE LOS NIVELES PIEZOMÉTRICOS



## VI.1.3 ESFUERZOS TRANSMITIDOS

El ejemplo supuesto será un edificio con un área rectangular de 15 por 30 m, mismo que estará sujeto a importantes excentricidades de carga.

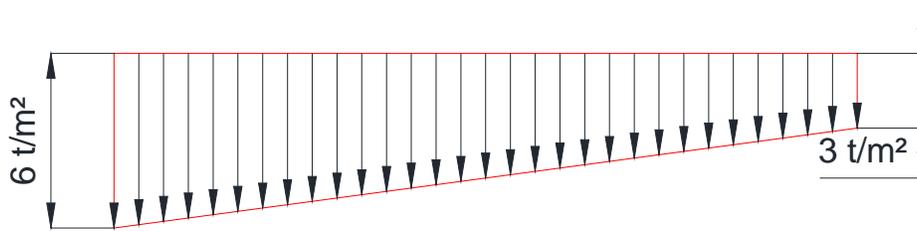
En la figura VI.2 se consigna un esquema de la estructura.



**Figura VI.2. Estructura de análisis.**

La distribución de esfuerzos para cargas excéntricas en la base la cimentación se pueden calcular con la fórmula de la escuadría empleada para el diseño de vigas, en nuestro caso se considerará que la estructura transmite un esfuerzo con la siguiente distribución:

# INVESTIGACIÓN DE LA DEFORMABILIDAD DEL SUELO CUANDO EXISTE ABATIMIENTO E INCREMENTO CONTINUO DE LOS NIVELES PIEZOMÉTRICOS



**Figura VI.3. Distribución de esfuerzos en la losa de fondo.**

Esta distribución es a lo largo del eje X según la figura VI.2, no se consideraron excentricidades en el eje Y por lo que en esta dirección el comportamiento será constante.

### VI.1.3 COMPORTAMIENTO DE LA CIMENTACIÓN

La solución supuesta para este edificio resultó un cajón semi – compensado, apoyado a 2.5 m de profundidad.

Para conocer el comportamiento del cajón se calcularon los asentamientos en un plazo de 30 años, este cálculo se efectuó considerando la expresión III.48, aunque en este caso se consideró también la parte de las deformaciones debidas a la recompresión de las expansiones ocasionadas por el alivio de esfuerzos durante la excavación.

De tal modo que los asentamientos se calcularon en dos partes:

Para conocer las deformaciones debidas a la recompresión de las expansiones se usó la expresión VI.1

$$\delta = \sum_{i=1}^n \rho_c m_v \Delta\sigma_{exc} H \{ F(T_v) + \beta \log(1 + \xi T_v) \} \quad \text{VI.1}$$

Donde:

$\rho_c$  factor de recompresión

$\Delta\sigma_{exc}$  alivio de esfuerzos debidos a la excavación

A su vez el factor de recompresión se puede calcular como, Zeevaert (1980)

$$\rho_c = \frac{1 + \frac{\Delta\sigma_{exc}}{\sigma_{oi}} k_{vpo}}{1 + k_{vpo}} \rho_e \quad \text{VI.2}$$

# INVESTIGACIÓN DE LA DEFORMABILIDAD DEL SUELO CUANDO EXISTE ABATIMIENTO E INCREMENTO CONTINUO DE LOS NIVELES PIEZOMÉTRICOS



$$\rho_e = \left( \frac{\Delta\sigma_{exc}}{\sigma_{oi}} \right)^{c-1} \quad \text{VI.3}$$

Y

$$k_{vpo} = \beta \log(1 + \xi T_v) \quad \text{VI.4}$$

Donde las expresiones VI.2 a VI.4 están en función de los parámetros de consolidación desarrollados en el capítulo III, y la expresión VI.3 calcula el factor de expansión que está en función de los cambios de esfuerzo durante la excavación y de la pendiente  $c$ , que para términos prácticos se toma como constante ( $c = 0.5$ , según datos estadísticos, Referencia 20).

Por otro lado para conocer la compresión debida al incremento de esfuerzos neto transmitido al subsuelo, es decir, el esfuerzo que transmite la estructura menos el esfuerzo de compensación, se usa la expresión III.48

$$\delta = \sum_{i=1}^n m_v \Delta\sigma H \{ F(T_v) + \beta \log(1 + \xi T_v) \} \quad \text{III.48}$$

Donde las literales ya fueron explicadas en el Capítulo III y únicamente se aclara que el incremento de esfuerzos se toma considerando la compensación del peso de suelo excavado, y para el caso de análisis los parámetros de consolidación considerados en los cálculos son los obtenidos en el Capítulo V.

Es importante mencionar que bajo las condiciones de excentricidad de cargas y de acuerdo con la figura VI.3 la distribución de esfuerzos en la losa de fondo del cajón es trapezoidal. Para facilitar los cálculos y utilizando el principio de superposición de causas y efectos se dividió el problema en una distribución uniforme de  $3 \text{ t/m}^2$  y otra triangular cuyo esfuerzo máximo también resultó de  $3 \text{ t/m}^2$ .

Lo anterior se logró variando la profundidad de apoyo del cajón para que el esfuerzo de compensación fuera aproximadamente de  $3 \text{ t/m}^2$ .

Así, se logra que las recompresiones de las expansiones tengan una distribución de esfuerzos uniforme que puede calcularse fácilmente con las expresiones de Fröhlich.

Y por otro lado, la carga neta transmitida al subsuelo tendrá una distribución triangular de esfuerzos, este problema fue resuelto por Hamilton Gray llegando a las siguientes expresiones

Para un punto en la esquina del área cargada donde el esfuerzo es máximo

# INVESTIGACIÓN DE LA DEFORMABILIDAD DEL SUELO CUANDO EXISTE ABATIMIENTO E INCREMENTO CONTINUO DE LOS NIVELES PIEZOMÉTRICOS



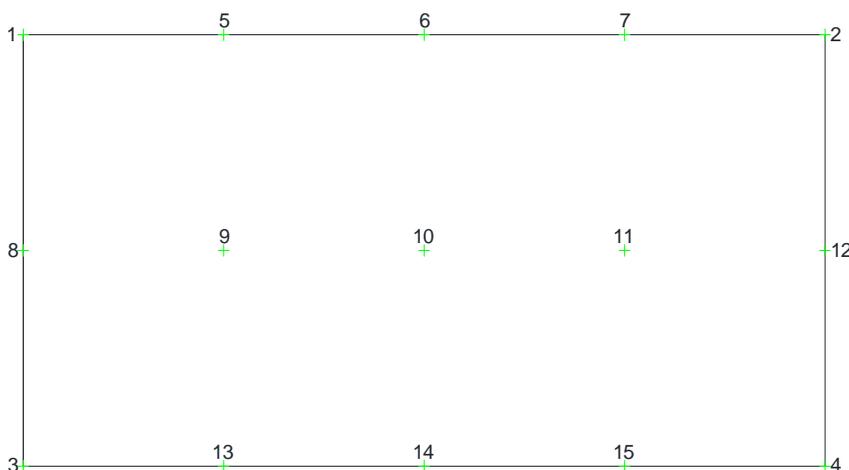
$$I_0 = \frac{1}{2\pi} \frac{L}{B} \left( \frac{z\sqrt{L^2 + B^2 + z^2}}{L^2 + z^2} - \frac{z}{\sqrt{L^2 + z^2}} + \frac{B}{L} \operatorname{ang} \operatorname{sen} \frac{BL}{\sqrt{B^2 L^2 + B^2 z^2 + L^2 z^2 + z^4}} \right) \quad \text{VI.5}$$

Para un punto en la esquina del área cargada donde el esfuerzo es mínimo

$$I_0 = \frac{1}{2\pi} \frac{L}{B} \left( \frac{z}{\sqrt{L^2 + z^2}} - \frac{z^3}{(B^2 + z^2)\sqrt{B^2 + L^2 + z^2}} \right) \quad \text{VI.6}$$

Es importante mencionar que la distribución de esfuerzos más adecuada para este problema es la que se obtiene de usar la expresión de Fröhlich con  $\chi = 2$ , sin embargo, las expresiones de Hamilton Gray se obtuvieron con las teorías de Boussinesq que corresponden a  $\chi = 3$ , por lo tanto para que los esfuerzos sean compatibles se calculó su distribución mediante las expresiones de Boussinesq.

De acuerdo con lo anterior, se obtuvieron los asentamientos para varios puntos como se indica en la figura VI.4, los resultados se presentan en la tabla VI.1 para un plazo a 30 años



**Figura VI.4. Puntos de análisis.**

**Tabla VI.1. Asentamientos a 30 años.**

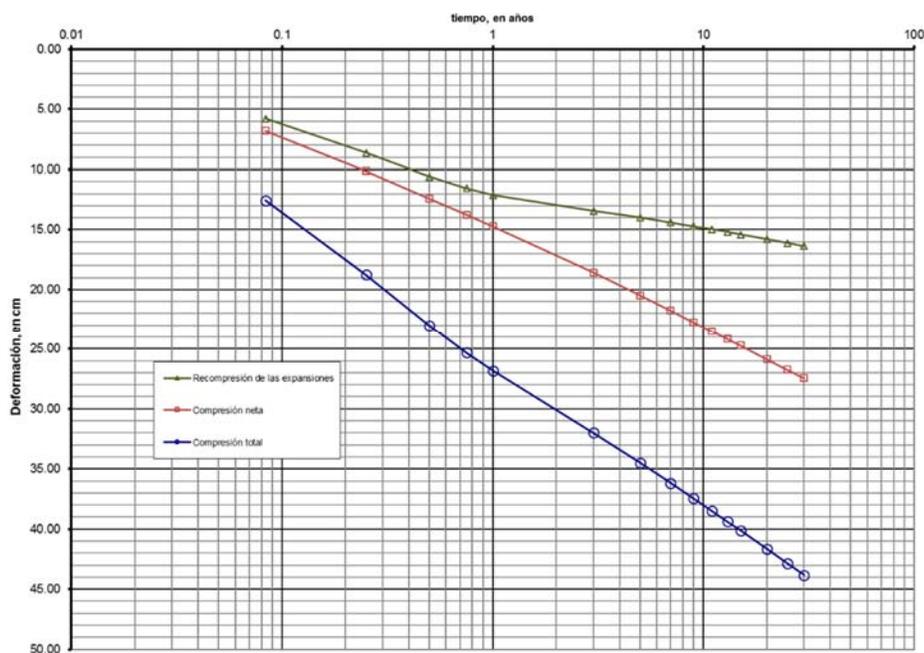
Punto	$\delta_{\text{exp}}$ cm	$\delta_{\text{Rec}}$ cm	$\delta_{\text{CN}}$ cm	$\delta_{\text{Total}}$ cm
1	0.81	2.82	11.96	14.78
2	0.81	2.82	3.00	5.82
3	0.81	2.82	11.96	14.78
4	0.81	2.82	3.00	5.82

# INVESTIGACIÓN DE LA DEFORMABILIDAD DEL SUELO CUANDO EXISTE ABATIMIENTO E INCREMENTO CONTINUO DE LOS NIVELES PIEZOMÉTRICOS



5	1.97	7.13	23.24	30.38
6	2.14	8.02	13.78	21.80
7	1.97	7.13	8.34	15.48
8	1.78	6.19	24.88	31.07
9	4.50	16.36	27.46	43.83
10	4.80	17.97	21.73	39.71
11	4.50	16.36	14.97	31.33
12	1.78	6.19	18.95	25.14
13	1.97	7.13	23.24	30.38
14	2.14	8.02	13.78	21.80
15	1.97	7.13	8.34	15.48

Y finalmente, en la figura VI.5 se presenta la variación del asentamiento respecto al tiempo en el punto 9, mismo que obtuvo la mayor deformación, y en la figura VI.6 la planta del edificio con los resultados de los asentamientos calculados a 30 años.



**Figura VI.5. Asentamiento en el punto 9.**

En esta última figura se presenta la problemática a la que están sujetas muchas estructuras, es decir, asentamientos diferenciales grandes, y este es el problema que se desea resolver mediante los pozos de bombeo y de inyección.

A continuación se desarrollarán los cálculos para estimar el comportamiento de estos sistemas.

# INVESTIGACIÓN DE LA DEFORMABILIDAD DEL SUELO CUANDO EXISTE ABATIMIENTO E INCREMENTO CONTINUO DE LOS NIVELES PIEZOMÉTRICOS

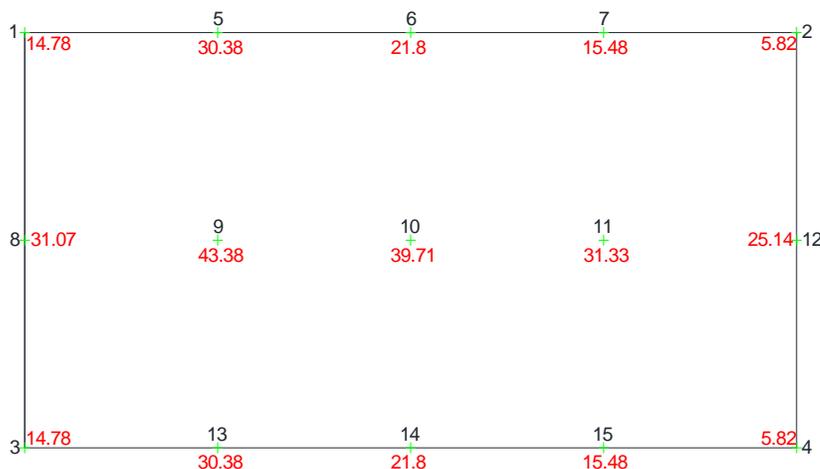


Figura VI.6. Asentamientos a 30 años, valores en cm.

## VI.2 RENIVELACIÓN DE LA ESTRUCTURA MEDIANTE SISTEMAS DE POZOS

### V.2.1 HIPÓTESIS DE TRABAJO

Antes de explicar los análisis efectuados se enlistarán las hipótesis de trabajo consideradas y que se deben tomar en cuenta en el momento de analizar los resultados obtenidos

- Los pozos tanto de bombeo como de inyección se instalarán en línea a todo el perímetro de las zonas donde se quiera abatir o incrementar los niveles piezométricos según sea el caso.

Este arreglo se propone suponiendo que los pozos en el perímetro confinan de manera eficiente a la zona de trabajo de tal modo que las variaciones de los esfuerzos son constantes en su interior.

- La separación entre pozos estará definida por su radio de influencia de acuerdo al cálculo que se define en el Capítulo II. Este número está en función del abatimiento propuesto y de la permeabilidad de los depósitos superficiales.
- Esta separación de pozos será válida tanto para pozos de bombeo como de inyección.
- El comportamiento de los niveles piezométricos en los pozos de bombeo se obtiene a partir de lo explicado en el Capítulo II.
- El comportamiento de los niveles piezométricos en los pozos de inyección se obtiene a partir de lo explicado en el Capítulo V.
- El análisis de deformaciones se calcularán en dos etapas:

- I Cuando los niveles piezométricos están variando en función del tiempo.

# INVESTIGACIÓN DE LA DEFORMABILIDAD DEL SUELO CUANDO EXISTE ABATIMIENTO E INCREMENTO CONTINUO DE LOS NIVELES PIEZOMÉTRICOS



- II Cuando se han alcanzado los niveles piezométricos de diseño y éstos permanecen constantes.
  - La velocidad de variación de los niveles piezométricos respecto al tiempo durante la etapa I es constante y está definida por el cambio de presión en cada depósito dividido por el tiempo que tardan en alcanzar los niveles deseados.
  - En los resultados presentados no se consideran los efectos de los pozos en las colindancias de la estructura, estas afectaciones se tendrán únicamente dentro del radio de influencia de cada pozo.

## V.2.2 DISTRIBUCIÓN DE POZOS

La primera parte del problema consiste en definir las zonas que se desea que disminuyan las deformaciones y las que se desea que éstas se incrementen para llegar a una condición de equilibrio.

Para este problema se definirán las zonas de bombeo e inyección considerando que un asentamiento menor a los 30 cm es adecuado, de acuerdo con esto la traza del edificio se dividirá como se indica en la figura VI.7.

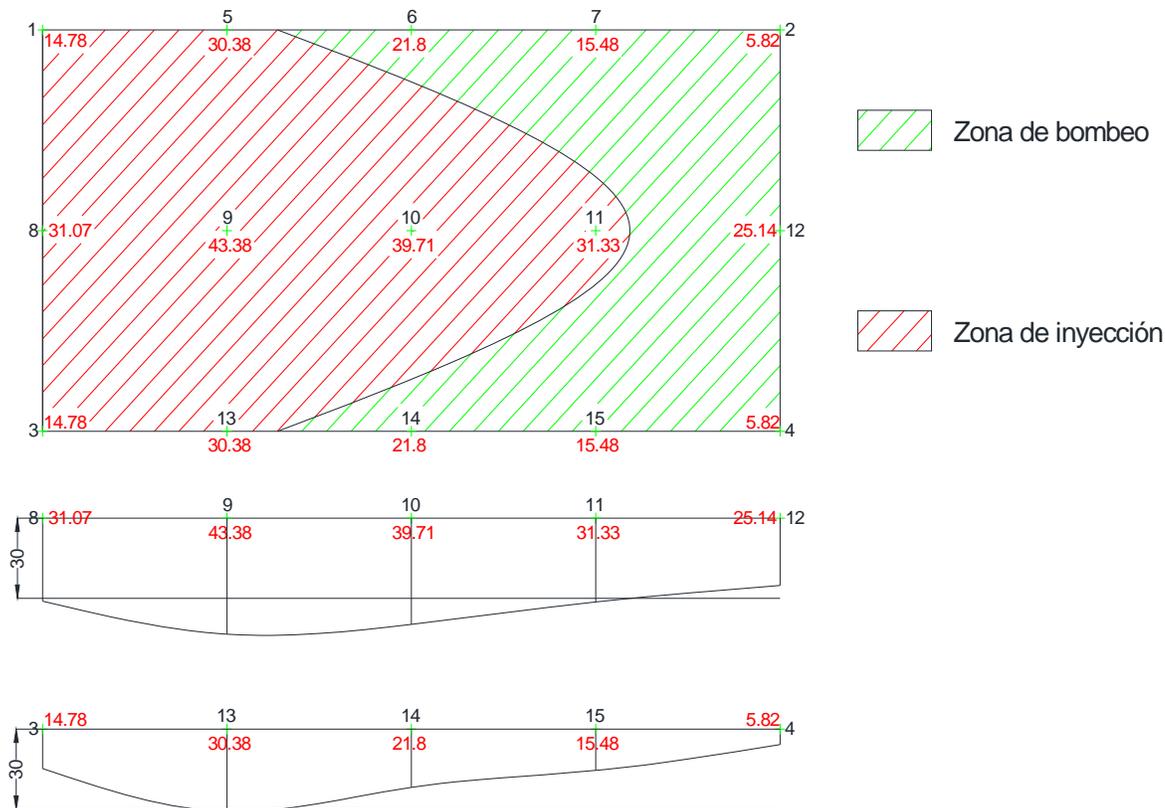
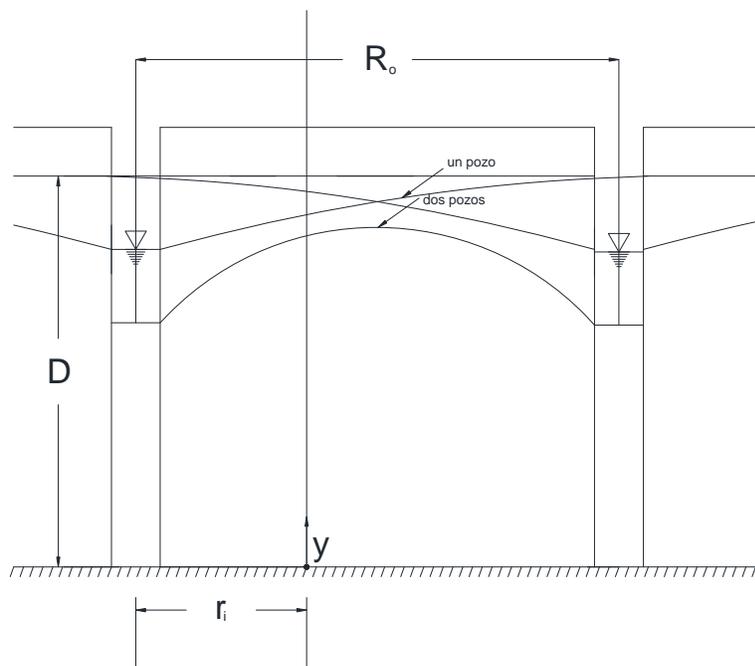


Figura VI.7. Zonas de bombeo e inyección.

# INVESTIGACIÓN DE LA DEFORMABILIDAD DEL SUELO CUANDO EXISTE ABATIMIENTO E INCREMENTO CONTINUO DE LOS NIVELES PIEZOMÉTRICOS



La separación de pozos se puede definir por medio del radio de influencia de cada uno y con el criterio de la figura VI.8



**Figura VI.8. Separación entre pozos (  $R_o$  ).**

El radio de influencia de un pozo se calcula con la expresión II.27

$$R_o = C_s S_o \sqrt{k} \quad \text{II.27}$$

Donde  $R_o$  es el radio de influencia,  $S_o$  y  $k$  se definieron en el capítulo II y el valor  $C_s$  se propone como 300 en pozos únicos y  $200 \text{ (cm/s)}^{-1/2}$  en líneas de pozos.

**Tabla VI.2. Radio de influencia de los pozos.**

$S_o$	$R_o$
Cm	Cm
100	63.25
200	126.49
300	189.74
400	252.98
500	316.23

# INVESTIGACIÓN DE LA DEFORMABILIDAD DEL SUELO CUANDO EXISTE ABATIMIENTO E INCREMENTO CONTINUO DE LOS NIVELES PIEZOMÉTRICOS



Suponiendo que el depósito superficial tiene una permeabilidad del orden de  $1 \times 10^{-5}$  cm/s y que es uniforme en toda el área, y sustituyendo en la expresión II.27 para diferentes valores de  $S_0$  posibles se obtuvieron los resultados que se presentan en la tabla VI.2

Hasta este momento no se ha hecho distinción entre los pozos de bombeo o de inyección.

Como se propuso analizar el comportamiento de los pozos de inyección con las mismas hipótesis usadas por Zeevaert para estudiar el comportamiento de los pozos de bombeo, los resultados obtenidos son de igual magnitud pero en dirección contraria (considerando que para un incremento en los niveles piezométricos el valor  $S_0$  se usará con signo negativo).

Para fines prácticos se usarán los mismos resultados para pozos de bombeo y de inyección.

## V.2.3 VARIACIONES EN LOS NIVELES PIEZOMÉTRICOS

Una vez definida la distancia entre pozos se calculan los abatimientos o incrementos de esfuerzos en cada acuífero proponiendo una variación conocida en el nivel de agua superficial, este cálculo se hace con las siguientes expresiones matriciales

### Para abatimientos

$$|\lambda_i| = [K_i]^{-1} \times |T_i| \quad \text{II.31}$$

Donde el vector de resultados T es

$$\begin{aligned} T_1 &= K_1 \Delta_1 - K_2 \Delta_2 - K_1 \lambda_o \\ T_2 &= K_2 \Delta_2 - K_3 \Delta_3 \\ T_3 &= K_3 \Delta_3 - K_4 \Delta_4 - K_4 \lambda_4 \end{aligned}$$

### Para incrementos

$$|\lambda_i| = [K_i]^{-1} \times |T_i| \quad \text{V.9}$$

Donde el vector de resultados T es

$$\begin{aligned} T_1 &= -K_1 \Delta_1 + K_2 \Delta_2 - K_1 \lambda_o \\ T_2 &= -K_2 \Delta_2 + K_3 \Delta_3 \\ T_3 &= -K_3 \Delta_3 + K_4 \Delta_4 - K_4 \lambda_4 \end{aligned}$$

Es importante mencionar que las expresiones II.31 y V.9 están en función de la permeabilidad de los depósitos que constituyen el subsuelo, en el caso de los lentes de arena ésta se supuso, y en los depósitos de arcilla se calculó de acuerdo con lo explicado en el Capítulo II utilizando la expresión

# INVESTIGACIÓN DE LA DEFORMABILIDAD DEL SUELO CUANDO EXISTE ABATIMIENTO E INCREMENTO CONTINUO DE LOS NIVELES PIEZOMÉTRICOS



$$k = C_v m_v \gamma_w$$

II.8

Donde los parámetros de consolidación se calcularon con los resultados desarrollados en el Capítulo V.

Los resultados de permeabilidad se presentan en la tabla VI.3

**Tabla VI.3. Coeficientes de permeabilidad.**

$z_i$	$z_{i+1}$	$\Delta z$	$z_m$	$\sigma_{oi}$	$\Delta\sigma$	$\sigma_m$	$m_v$	$C_v$	$k_v$
<b>m</b>	<b>m</b>	<b>cm</b>	<b>M</b>	<b>kg/cm<sup>2</sup></b>	<b>kg/cm<sup>2</sup></b>	<b>kg/cm<sup>2</sup></b>	<b>cm<sup>2</sup>/kg</b>	<b>cm<sup>2</sup>/seg</b>	<b>cm/seg</b>
4.5	8.5	400	6.5	0.598	0.091	0.643	0.0468	0.0034	0.0000001603
8.8	11.5	270	10.15	0.690	0.081	0.730	0.0496	0.0032	0.0000001598
12	14.1	210	13.05	0.766	0.073	0.802	0.0602	0.0125	0.0000007534
14.3	17.5	320	15.9	0.857	0.065	0.889	0.0619	0.0140	0.0000008676
19	21.5	250	20.25	1.130	0.053	1.157	0.0375	0.0090	0.0000003382
21.9	24.5	260	23.2	1.214	0.049	1.239	0.0378	0.0088	0.0000003317

Por otro lado, también en el capítulo V se indicó que el procedimiento de cálculo debía ser iterativo, proponiendo diferentes abatimientos y calculando las deformaciones hasta obtener una distribución adecuada de acuerdo con lo indicado en el Reglamento vigente.

Cabe mencionar que los resultados obtenidos con las expresiones II.37 y V.9 son similares pero con signo diferente, lo cual es lógico ya que el análisis nuevo efectuado para calcular los incrementos de niveles piezométricos se planteó de manera similar a como se solucionó para los abatimientos.

En esta tesis se calcularon los cambios en los niveles piezométricos para diferentes variaciones en el NAF y posteriormente se efectuaron los cálculos de asentamientos o expansiones correspondientes.

Las condiciones analizadas fueron suponiendo que se abatían o que se incrementaban los niveles superficiales a 1, 2 y 3 m; obteniendo las variaciones de niveles piezométricos que se presentan en las figuras VI.9, VI.10 y VI.11, respectivamente.

INVESTIGACIÓN DE LA DEFORMABILIDAD DEL SUELO CUANDO EXISTE ABATIMIENTO E INCREMENTO CONTINUO DE LOS NIVELES PIEZOMÉTRICOS

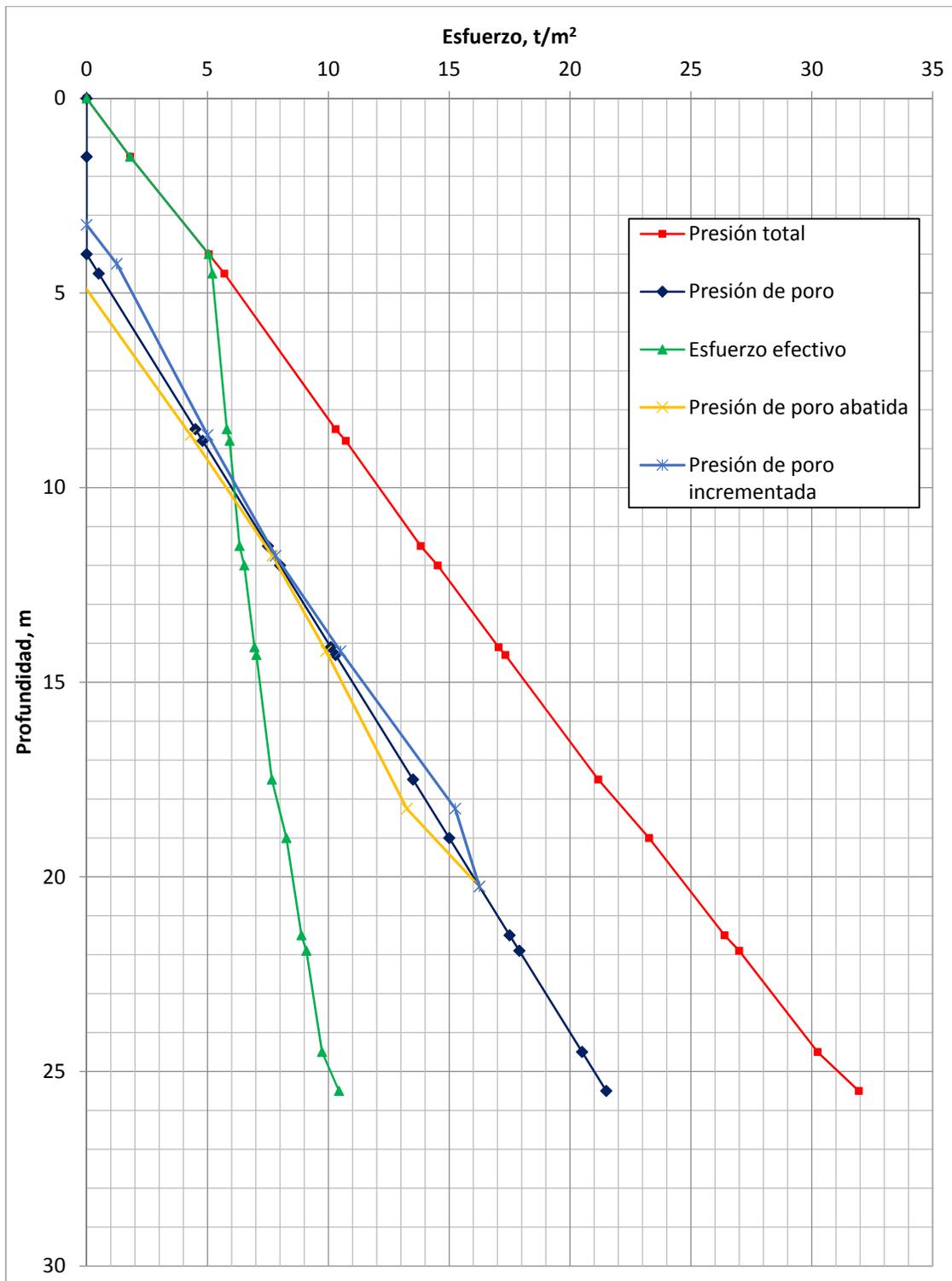


Figura VI.9. Presión de poro con abatimientos e incrementos de 1 m en el NAF.

INVESTIGACIÓN DE LA DEFORMABILIDAD DEL SUELO CUANDO EXISTE ABATIMIENTO E INCREMENTO CONTINUO DE LOS NIVELES PIEZOMÉTRICOS

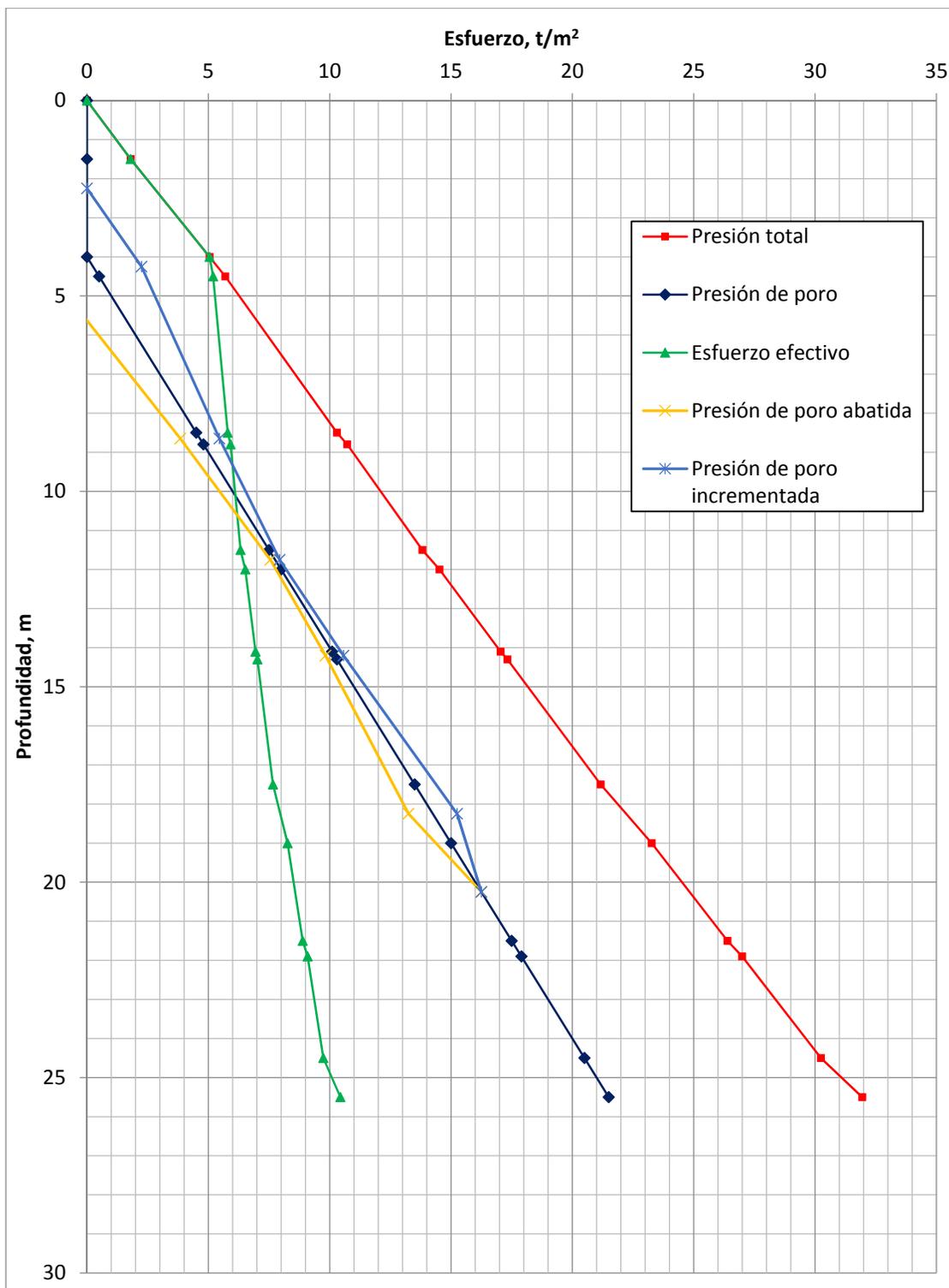


Figura VI.10. Presión de poro con abatimientos e incrementos de 2 m en el NAF.

INVESTIGACIÓN DE LA DEFORMABILIDAD DEL SUELO CUANDO EXISTE ABATIMIENTO E INCREMENTO CONTINUO DE LOS NIVELES PIEZOMÉTRICOS

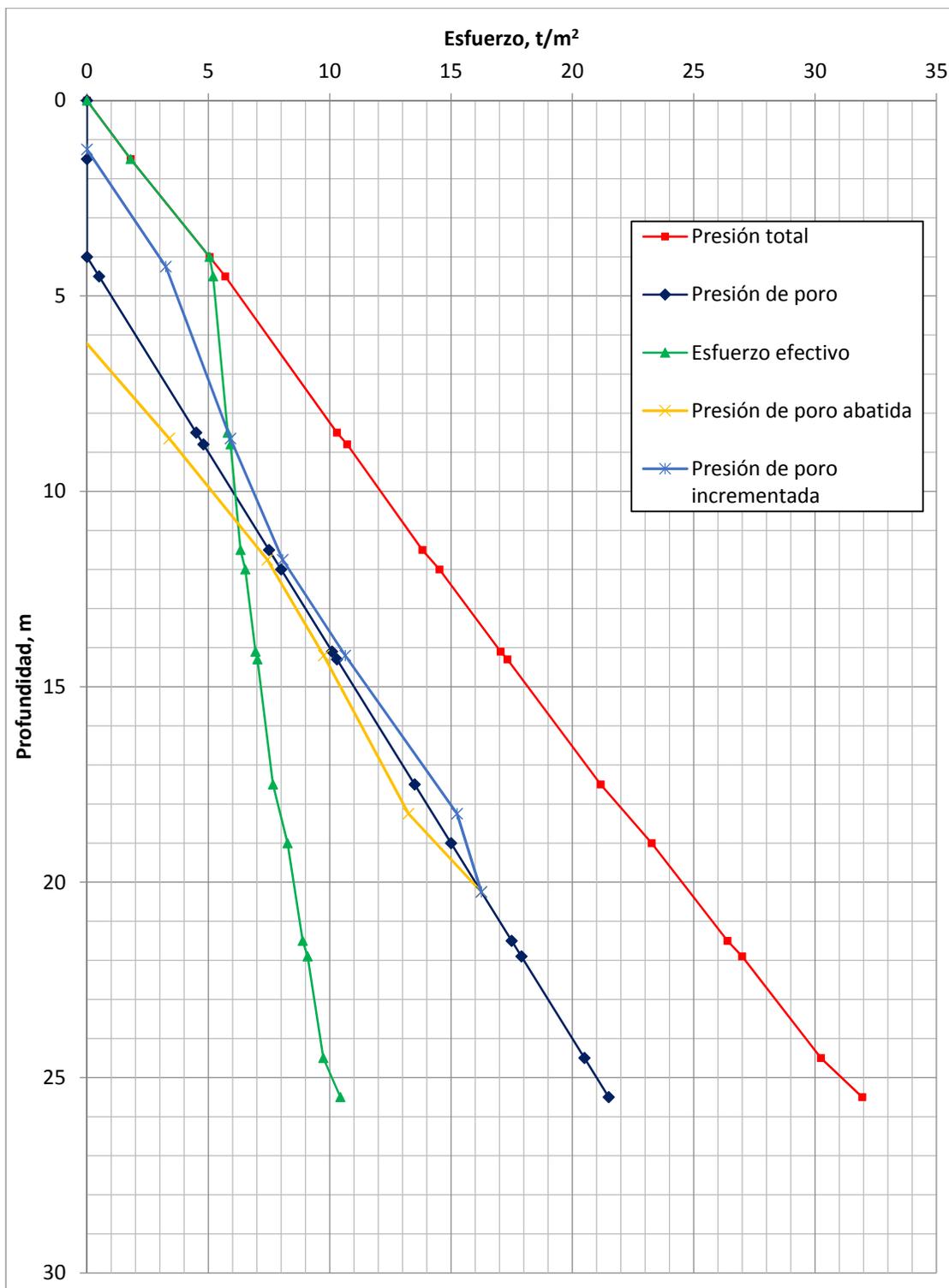


Figura VI.11. Presión de poro con abatimientos e incrementos de 3 m en el NAF.

# INVESTIGACIÓN DE LA DEFORMABILIDAD DEL SUELO CUANDO EXISTE ABATIMIENTO E INCREMENTO CONTINUO DE LOS NIVELES PIEZOMÉTRICOS



Estos resultados son los que definen el comportamiento de los estratos compresibles, la variación del esfuerzo efectivo se calcula a partir de estos resultados utilizando la expresión

$$\Delta\sigma_z = \sum_1^n \gamma_w \cdot i_i \cdot d_i \quad \text{IV.7}$$

donde

$$i_z = \gamma_w \cdot \lambda_z$$

La diferencia entre los abatimientos y los incrementos en los niveles piezométricos está dado por el signo  $\lambda_z$ , considerando positivos los abatimientos y negativos los alivios de esfuerzo.

## V.2.4 CÁLCULO DE DEFORMACIONES

Finalmente se calcularon las deformaciones utilizando las expresiones IV.14 a IV.18

$$A_1 = 1 - \frac{\text{Ln}(1 + \xi \cdot Tv)}{\xi \cdot Tv} \quad \text{IV.14}$$

$$A_{vc} = 0.43 - \frac{\log(1 + \xi \cdot Tv_c)}{\xi \cdot Tv_c} \quad \text{IV.15}$$

$$T_{01} = \frac{4}{\pi^2} \cdot \text{Ln} \left( \frac{4 \left( e^{\frac{\pi^2}{4} Tv_c} - 1 \right)}{\pi^2 \cdot Tv_c} \right) \quad \text{IV.16}$$

Para  $0 < t < t_c$

$$\Delta\delta_1 = \left\{ \left[ \phi(Tv) + \frac{\beta \cdot A_1}{2.3} \right] \frac{Tv}{Tv_c} \right\}_i \cdot m_{ep} \cdot \left[ \frac{1}{2} \cdot \gamma_w \cdot \left( \dot{\lambda}_i + \dot{\lambda}_{i+1} \right) \right] \cdot d_i \cdot t \quad \text{IV.17}$$

Para  $t > t_c$

$$\Delta\delta_2 = \left\{ F(Tv - Tv_{01}) + \beta \cdot \log \left[ 10^{A_{vc}} + \xi \cdot (Tv - Tv_c) \right] \right\} \cdot m_{ep} \cdot \Delta\sigma \cdot d \quad \text{IV.18}$$

## INVESTIGACIÓN DE LA DEFORMABILIDAD DEL SUELO CUANDO EXISTE ABATIMIENTO E INCREMENTO CONTINUO DE LOS NIVELES PIEZOMÉTRICOS

---



Utilizando para calcular asentamientos los parámetros obtenidos con las pruebas de consolidación en el Capítulo V, y para calcular expansiones los parámetros obtenidos con las pruebas de expansión obtenidos en el mismo capítulo.

Es importante aclarar que el tiempo  $t_c$  se tomó como el tiempo en el que un pozo tarda en estabilizar su flujo, es decir cuando existe una variación del nivel de esfuerzos con el tiempo, para lo que se aplica la expresión IV.17.

Una vez alcanzados los niveles piezométricos de diseño se mantiene el bombeo o la inyección según sea el caso dejándolos constantes, para esta etapa se utiliza la expresión IV.18.

Otro de los puntos importantes que se consideraron es que el nivel de esfuerzos inicial para cada punto en particular es el esfuerzo efectivo inicial menos el alivio debido a la excavación, más el incremento de esfuerzos neto transmitido por la estructura a la masa del suelo, más, en el caso de los abatimientos, ó menos, en los incrementos, la variación de los niveles piezométricos.

Como se mencionó, una de las hipótesis de análisis fue considerar que las condiciones de abatimiento o incremento de niveles piezométricos son constantes dentro del perímetro de un campo de pozos.

Bajo estas condiciones se efectuaron los cálculos tomando dos puntos de análisis:

**Punto 9** punto de asentamiento máximo en la zona donde se requiere disminuir las deformaciones (zona que estará sujeta a incrementos de niveles piezométricos mediante pozos de inyección)

**Punto 12** punto de asentamiento máximo en la zona donde se requiere aumentar las deformaciones (zona que estará sujeta a abatimientos de niveles piezométricos mediante pozos de bombeo).

Para el punto 9 los resultados obtenidos se resumen en la tabla VI.4 y la variación de las expansiones debidas al alivio de esfuerzos por incremento en los niveles piezométricos para los abatimientos y ya mencionados se presentan en las figuras VI.12, VI.13 y VI.14.

Las expansiones de la tabla VI.4 fueron las obtenidas considerando que transcurre medio año para estabilizar los niveles piezométricos que se indican en las figuras VI.9 a VI.11.

En las figuras VI.12 a VI.14 se muestran los resultados de los cálculos de expansiones para pozos de inyección con diferentes incrementos  $S_o$ , y por lo tanto con diferente distribución de pozos.

También en las mismas figuras se presentan las curvas deformación – tiempo para cada cálculo considerando diferentes tiempo de estabilización de los niveles piezométricos, notando que éste no es un factor importante que defina su comportamiento.

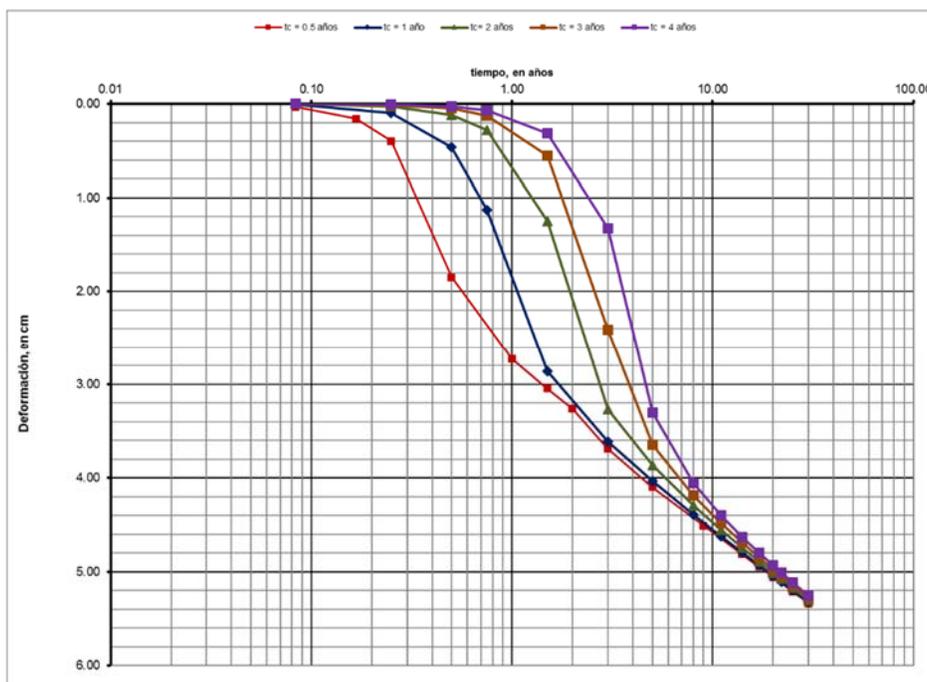
# INVESTIGACIÓN DE LA DEFORMABILIDAD DEL SUELO CUANDO EXISTE ABATIMIENTO E INCREMENTO CONTINUO DE LOS NIVELES PIEZOMÉTRICOS



**Tabla VI.4. Expansiones debidas al incremento de niveles piezométricos.**

$S_0$	$R_0$ ( calculado )	$R_0$ ( corregido )	$\delta_{exp}$
<b>cm</b>	<b>m</b>	<b>m</b>	<b>cm</b>
100	0.63	0.6	5.34
200	1.26	1.25	9.65
300	1.90	2.0	13.50

En estas figuras también se puede ver que los dos factores que más influyen en el comportamiento del suelo sujeto a incrementos de niveles piezométricos son, el nivel de esfuerzo y el tiempo de aplicación de este esfuerzo.



**Figura VI.12. Resultados de los análisis de expansiones considerando un incremento del nivel freático  $S_0 = 1$  m.**

# INVESTIGACIÓN DE LA DEFORMABILIDAD DEL SUELO CUANDO EXISTE ABATIMIENTO E INCREMENTO CONTINUO DE LOS NIVELES PIEZOMÉTRICOS

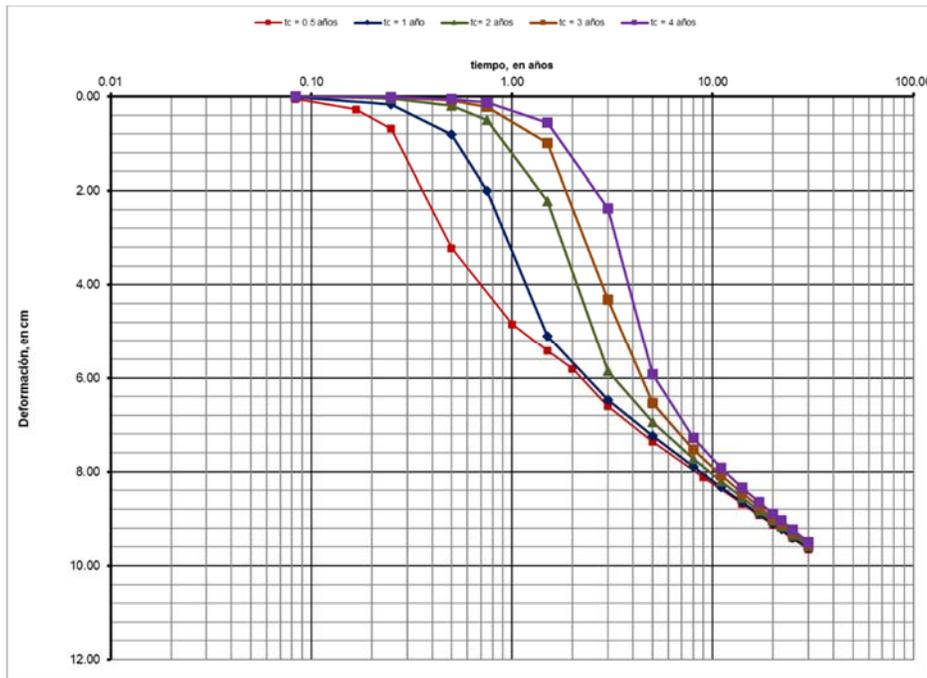


Figura VI.13. Resultados de los análisis de expansiones considerando un incremento del nivel freático  $S_0 = 2$  m.

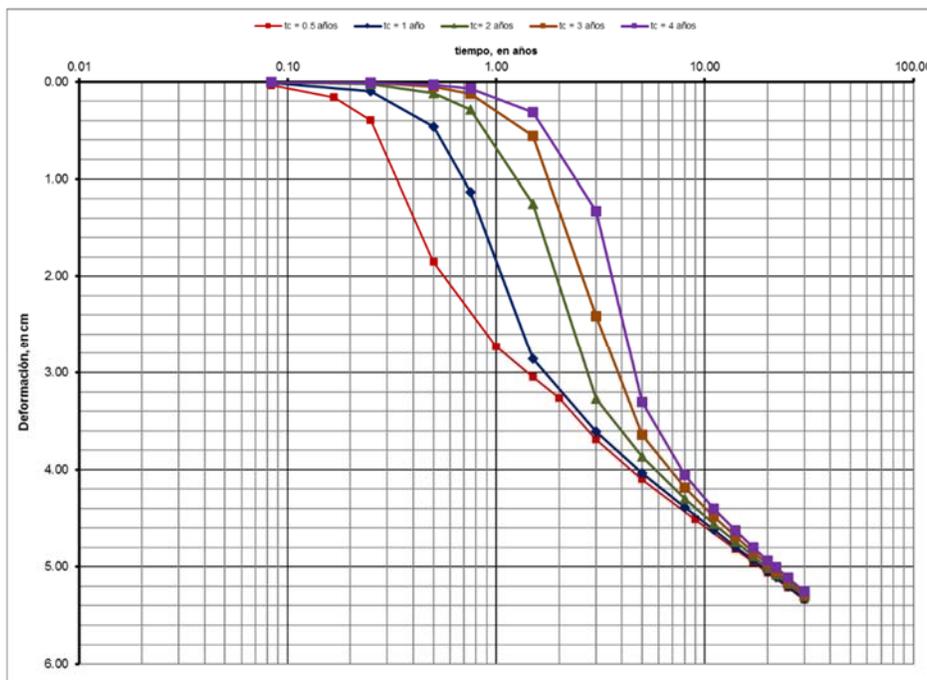


Figura VI.14. Resultados de los análisis de expansiones considerando un incremento del nivel freático  $S_0 = 3$  m.

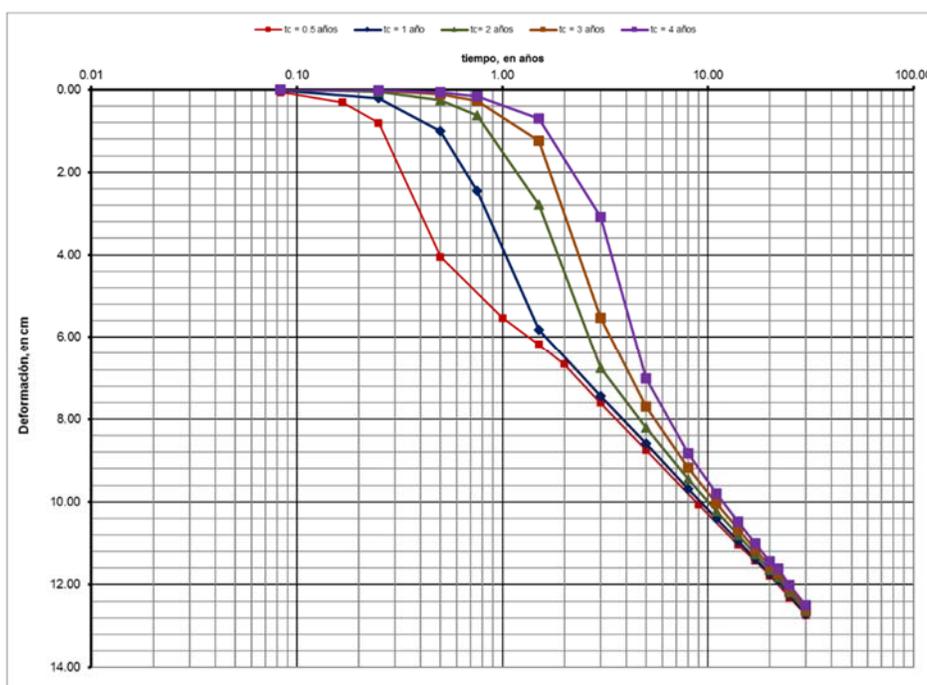
# INVESTIGACIÓN DE LA DEFORMABILIDAD DEL SUELO CUANDO EXISTE ABATIMIENTO E INCREMENTO CONTINUO DE LOS NIVELES PIEZOMÉTRICOS



Para el punto 12 los resultados obtenidos se resumen en la tabla VI.5 y la variación de las expansiones debidas al alivio de esfuerzos por incremento en los niveles piezométricos para los abatimientos ya mencionados se presentan en las figuras VI.15, VI.16 y VI.17.

**Tabla VI.5. Expansiones debidas al incremento de niveles piezométricos.**

$S_o$	$R_o$ ( calculado )	$R_o$ ( corregido )	$\delta$
<b>Cm</b>	<b>m</b>	<b>m</b>	<b>cm</b>
100	0.63	0.6	12.74
200	1.26	1.25	24.05
300	1.90	2.0	36.95



**Figura VI.15. Resultados de los análisis de asentamiento considerando un abatimiento del nivel freático  $S_o = 1$  m.**

Los asentamientos de la tabla VI.4 fueron los obtenidos considerando que transcurre medio año para estabilizar los niveles piezométricos que se indican en las figuras VI.9 a VI.11.

En las figuras VI.14 a VI.17 se muestran los resultados de los cálculos de asentamiento para pozos de bombeo con diferentes abatimientos  $S_o$ , y por lo tanto con diferente distribución de pozos.

# INVESTIGACIÓN DE LA DEFORMABILIDAD DEL SUELO CUANDO EXISTE ABATIMIENTO E INCREMENTO CONTINUO DE LOS NIVELES PIEZOMÉTRICOS

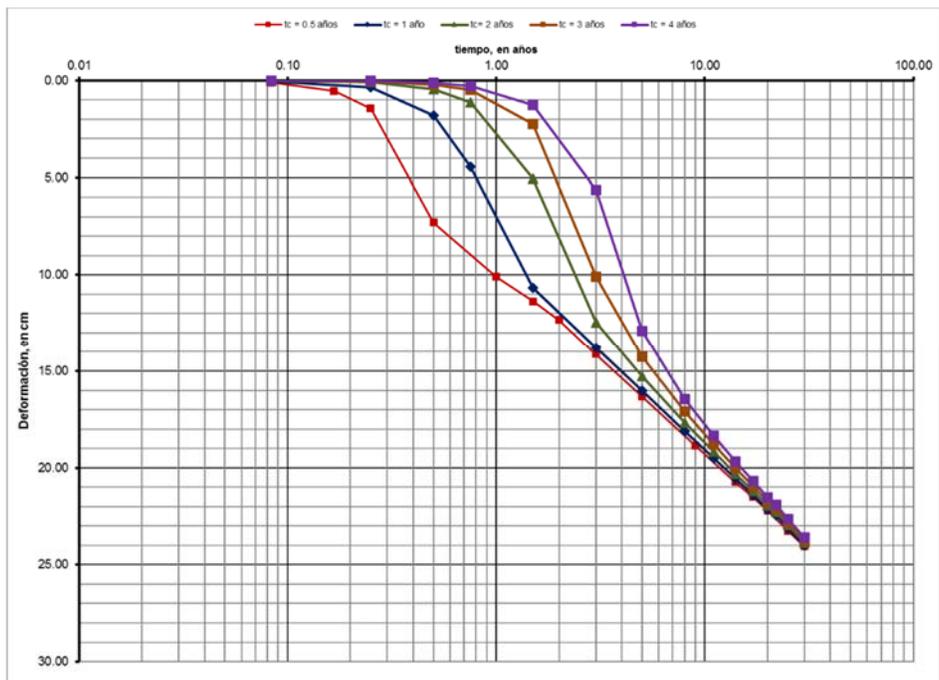


Figura VI.16. Resultados de los análisis de asentamiento considerando un abatimiento del nivel freático  $S_0 = 2$  m.

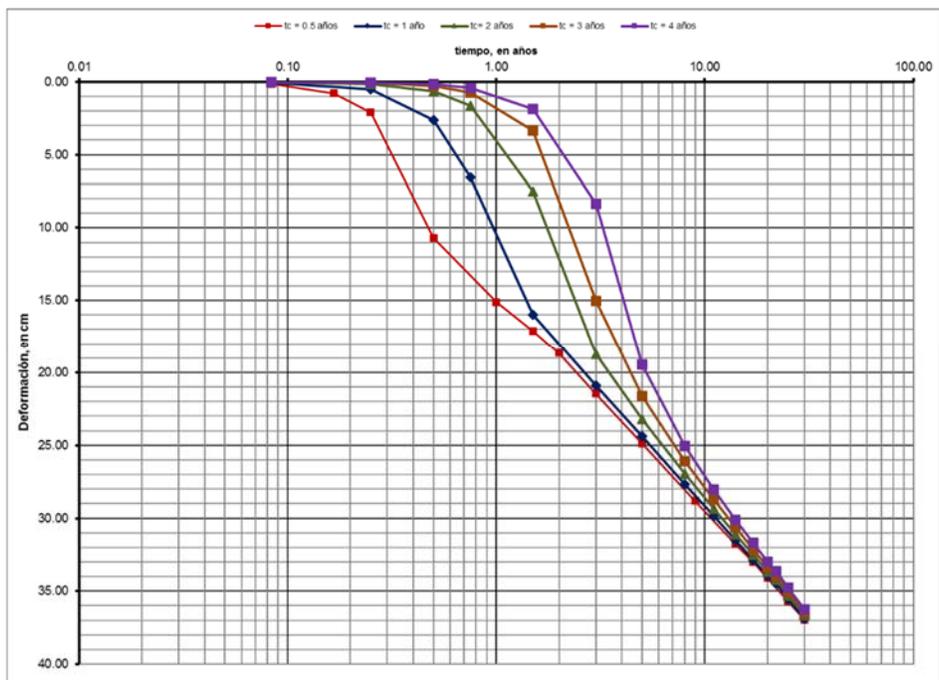


Figura VI.17. Resultados de los análisis de asentamiento considerando un abatimiento del nivel freático  $S_0 = 3$  m.

## INVESTIGACIÓN DE LA DEFORMABILIDAD DEL SUELO CUANDO EXISTE ABATIMIENTO E INCREMENTO CONTINUO DE LOS NIVELES PIEZOMÉTRICOS



También, en las mismas figuras, se presentan las curvas deformación tiempo para cada cálculo considerando diferentes tiempo de estabilización, de los niveles piezométricos notando que éste no es un factor importante que defina su comportamiento.

En estas figuras también se puede ver que los dos factores que más influyen en el comportamiento del suelo sujeto a abatimiento de niveles piezométricos son, el nivel de esfuerzo y el tiempo de aplicación de este esfuerzo.

En la tabla VI.6 se resumen los resultados de estos análisis

**Tabla VI.6. Resumen de resultados de los análisis de deformaciones.**

<b>Punto</b>	$\delta_1$	$S_0$	$R_0$	$\delta_2$	$\delta_f$
	<b>cm</b>	<b>cm</b>	<b>m</b>	<b>cm</b>	<b>cm</b>
9	43.83	- 100	0.6	- 5.34	38.49
		- 200	1.25	- 9.65	34.18
		- 300	2.0	- 13.50	<b>30.33</b>
12	25.14	100	0.6	12.74	<b>37.88</b>
		200	1.25	24.05	49.19
		300	2.0	36.95	62.09

De acuerdo con estos resultados la solución más conveniente será mediante pozos de inyección instalados a cada 2 m que deberán incrementar los niveles piezométricos 3 m en cada pozo y pozos de bombeo a cada 0.6 m abatiendo 1 m los niveles superficiales.

Los pozos deberán instalarse perimetralmente como se indica en la figura VI.18

# INVESTIGACIÓN DE LA DEFORMABILIDAD DEL SUELO CUANDO EXISTE ABATIMIENTO E INCREMENTO CONTINUO DE LOS NIVELES PIEZOMÉTRICOS

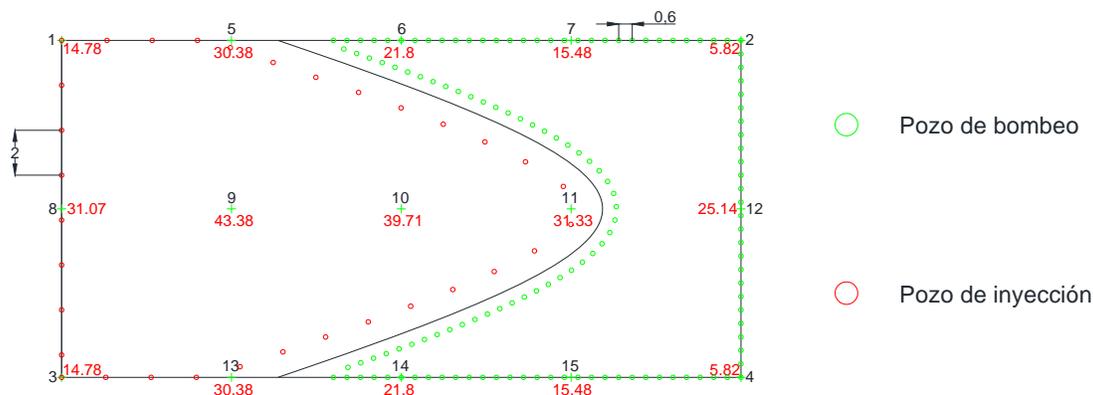


Figura VI.18. Distribución final de pozos.

## VI.3 OBSERVACIONES

De los resultados obtenidos se pueden hacer las siguientes observaciones

- El procedimiento planteado tiene la ventaja de usar pruebas de laboratorio, sin embargo, no se hacen pruebas de campo por lo que antes de aplicar este método se deben verificar algunas hipótesis de trabajo.
- Se debe comprobar que se cumplan los incrementos de los niveles piezométricos calculados en los depósitos que constituyen el subsuelo se comporten de acuerdo con la teoría presentada.
- Se debe verificar que no existan arrastres de las partículas de suelo en pozos de inyección, un modo de calcular teóricamente este arrastre puede ser mediante el gradiente crítico de cada depósito.
- Se tiene que revisar que los niveles piezométricos incrementados o abatidos en los campos de pozos de inyección o de bombeo, según sea el caso, se cumplan respecto al diseño, esto se logra mediante la instalación de estaciones piezométricas dispuestas en diferentes ubicaciones.
- Los resultados obtenidos con este procedimiento se pueden afinar si se calculan las deformaciones para una mayor cantidad de puntos.
- Este trabajo está orientado a medir las deformaciones en el subsuelo, sin embargo, si se utiliza para renivelar una estructura es indispensable que se considere la rigidez de la cimentación, lo mejor es utilizar teorías de interacción suelo estructura.
- Una vez que se tome en cuenta la rigidez de la estructura deberán de usarse, como criterio de diseño, los máximos permitidos por el reglamento vigente, estos máximos permitidos deben estar definidos como desplomos y se deben comparar con los calculados.

**INVESTIGACIÓN DE LA DEFORMABILIDAD DEL SUELO CUANDO  
EXISTE ABATIMIENTO E INCREMENTO CONTINUO DE LOS NIVELES  
PIEZOMÉTRICOS**

---



# INVESTIGACIÓN DE LA DEFORMABILIDAD DEL SUELO CUANDO EXISTE ABATIMIENTO E INCREMENTO CONTINUO DE LOS NIVELES PIEZOMÉTRICOS

---



## VII CONCLUSIONES

A continuación se enlistan las conclusiones obtenidas de este trabajo.

- Para poder plantear un método de análisis se revisaron las teorías existentes de los fenómenos que intervienen, tales como flujo de agua en los pozos de bombeo, obtención de abatimientos de niveles piezométricos por bombeo, cálculo de deformaciones en función del tiempo para depósitos sujetos a consolidación, y comportamiento de los depósitos deformables sujetos a abatimientos de niveles piezométricos.

En los Capítulos II a IV se desarrollan estas teorías basadas principalmente en los estudios desarrollados por el Dr Leonardo Zeevaert.

Así mismo, se consultaron los casos históricos reportados a la fecha, que han sido tres, de ellos solamente el referente a la Torre Latinoamericana que fue diseñada y supervisada por el Dr, Leonardo Zeevaert reporta mediciones y datos congruentes.

- Para analizar el comportamiento de los pozos de inyección se plantearon teorías y se hizo un desarrollo basado en las existentes para representar el comportamiento de pozos de bombeo, pero aplicadas de manera diferente para representar el comportamiento de los pozos de inyección.

Estos planteamientos se desarrollan en el Capítulo V, los resultados obtenidos son similares a los que se obtienen en pozos de bombeo pero con signo contrario.

- Para representar el comportamiento de los depósitos deformables sujetos a incrementos y alivios de esfuerzos efectivos, se montaron tres pruebas de consolidación sujetas a ciclos de carga y descarga intentando obtener un comportamiento parecido al supuesto en campo.

Estos resultados se desarrollan en el Capítulo V.

- De las pruebas de consolidación se observó que las compresiones ocasionadas por incrementos de esfuerzos se pueden representar mediante los parámetros de consolidación propuestos por Zeevaert y que se explican en el Capítulo III.

Las expansiones provocadas por el alivio de esfuerzos tienen un comportamiento en función del tiempo cuya curva es similar a las curvas de consolidación, por esta razón se decidió utilizar los mismos modelos de consolidación de Zeevaert con los cambios de signo correspondientes.

El análisis de estas pruebas se puede mejorar utilizando consolidómetros que permitan controlar la variación de la presión de poro durante la ejecución de la prueba, sin embargo, en la práctica profesional es difícil que un laboratorio particular cuente con este tipo de equipos.

- En el Capítulo V también se desarrolla un procedimiento para calcular las deformaciones inducidas por los sistemas de pozos de bombeo e inyección, este procedimiento se debe efectuar mediante iteraciones, variando los abatimientos o incrementos de niveles piezométricos hasta obtener las deformaciones que se requieren según el problema.

## INVESTIGACIÓN DE LA DEFORMABILIDAD DEL SUELO CUANDO EXISTE ABATIMIENTO E INCREMENTO CONTINUO DE LOS NIVELES PIEZOMÉTRICOS

---



- En el Capítulo VI se presenta un problema inventado de una estructura sujeta a asentamientos diferenciales importantes.
- En el Capítulo VI se desarrollan los cálculos propuestos a lo largo de esta tesis obteniendo un sistema de pozos de bombeo e inyección usando como criterio de diseño las deformaciones permisibles.
- En los cálculos del Capítulo VI se puede observar que los cambios ocasionados en los pozos de bombeo son mayores a los ocasionados en los pozos de inyección

Lo anterior resulta lógico pues las inyecciones provocan un alivio del suelo y una recuperación, y el suelo, al ser un material elastoplástico solo tendrá recuperaciones parciales.

Esto también se puede ver en las curvas de compresibilidad que se presentan en el Capítulo V.

- De los cálculos efectuados en el Capítulo VI se obtuvieron importantes observaciones que deben ponerse en práctica antes de utilizar este método, en particular se debe tomar en cuenta lo siguiente
  - a Comprobar que se cumplan los incrementos de los niveles piezométricos calculados en los depósitos que constituyen el subsuelo y se comporten de acuerdo con la teoría presentada.
  - b Verificar que no existan arrastres de las partículas de suelo en pozos de inyección.
  - c Revisar que los niveles piezométricos incrementados o abatidos en los campos de pozos de inyección o de bombeo según sea el caso se cumplan respecto al diseño.
- Estos cálculos se deben complementar con un análisis de la estructura y las deformaciones reales se deben calcular con un modelo de interacción suelo estructura.
- Los criterios de diseño deberán estar determinados por los límites permitidos por el reglamento vigente en el sitio en estudio, en particular se deben comparar los desplomos.
- Finalmente, la conveniencia en el empleo de estos sistemas se debe definir en función del costo beneficio, tomando en cuenta que este método requiere que el sistema de pozos esté operando por un determinado número de años, que depende de la magnitud de las deformaciones que se deseen alcanzar.
- Por lo dicho en el punto anterior es importante verificar que realmente se logren confinar las condiciones hidráulicas en el interior de los campos de pozos, ya que de no cumplirse está hipótesis se requeriría de una mayor cantidad de pozos impactando directamente en el costo del sistema

## INVESTIGACIÓN DE LA DEFORMABILIDAD DEL SUELO CUANDO EXISTE ABATIMIENTO E INCREMENTO CONTINUO DE LOS NIVELES PIEZOMÉTRICOS

---



- De resultar este método muy caro para un proyecto en particular existen otros métodos para nivelar estructuras como sub excavación ó aplicación de lastres, entre otros.
- Por último se debe tomar en cuenta que estos resultados incluyen el tiempo en el que se opera el sistema de pozos de bombeo, sin embargo, al terminar su operación los esfuerzos que registrarán serán los que la estructura transmite por lo que se tienen que recalcular los esfuerzos para esta condición.

En caso de volver a calcular asentamientos totales o diferenciales superiores a los máximos permitidos, el ingeniero estructurista deberá efectuar una propuesta de reestructuración para redistribuir los esfuerzos y con estos datos el responsable de Mecánica de Suelos deberá repetir los cálculos de asentamiento, verificando que estos queden dentro del reglamento actual, de no ser así se debe repetir la reestructuración hasta conseguir resultados dentro de los límites permitidos.

**INVESTIGACIÓN DE LA DEFORMABILIDAD DEL SUELO CUANDO  
EXISTE ABATIMIENTO E INCREMENTO CONTINUO DE LOS NIVELES  
PIEZOMÉTRICOS**

---



# INVESTIGACIÓN DE LA DEFORMABILIDAD DEL SUELO CUANDO EXISTE ABATIMIENTO E INCREMENTO CONTINUO DE LOS NIVELES PIEZOMÉTRICOS

---



## BIBLIOGRAFÍA

- 1 Carrillo, N. The settlement of the Mexico City. Texcoco Proyect. Mexico. 1969.
- 2 Especificaciones Generales para Proyectos de Obras. Petróleos Mexicanos. México 1974.
- 3 Jaime P, Alberto. Geotecnia y Sismicidad en el Valle de México. Publicación D 29. Instituto de Ingeniería. UNAM. México. Mayo 1988.
- 4 Jaime P, Alberto. Paniagua Z, Walter I. Compresibilidad de arcillas incluyendo Consolidación Secundaria. Volumen Conmemorativo L. Zeevaert. En prensa. 2012.
- 5 Juárez Badillo. Rico Rodríguez. Mecánica de Suelos. Tomos I y III. Limusa. México. 2003.
- 6 Lambe, T. Withman, R. Mecánica de Suelos. Limusa. 2006.
- 7 Manual de Mecánica de Suelos. Secretaría de Recursos Hidráulicos. Dirección de Proyectos. México. 1970.
- 8 Moreno Pecero. G. Refoundation Research of Mexico's National Palace. Proceedings of the International Conference Of Soil Mechanics and Foundation Engineering. Vol 3. Estocolmo, Swden. 1981. pp 133 – 137.
- 9 Pliego R, L. Vargas V, R. Experiencias sobre el control de hundimientos diferenciales en un conjunto de edificios en la zona lacustre de la Ciudad de México. Ingeniería Experimental S A de C V. México.
- 10 Reséndiz, Daniel. Efectos del bombeo electrosmótico en las arcillas del Valle de México. V Reunión Nacional de Mecánica de Suelos. México 1970, pp 163 – 169.
- 11 Simons, N. Menzies, B. A Short Course in Foundation Engineering. Thomas Telford. 2001
- 12 Tamez G, Enrique. Ingeniería de Cimentaciones. TGC Geotecnia. México 2001.
- 13 Tamez G, Enrique. Flamand R, Carlos. Excavaciones con el auxilio de electrósmosis en la Ciudad de México. 1er Congreso Panamericano de Mecánica de Suelos y Cimentaciones. Tomo 1. México, 1959, pp 235 – 252.
- 14 Terzaghi K. Theoretical soil Mechanics. John Wiley & Sons. New York. 1976.
- 15 Terzaghi K., Peck R. B., Mesri. G. Soil Mechanics in Engineering Practice. Third edition. John Wiley & Sons. New York. 1967.
- 16 Zea Constantino, Carmelino. Programa de cómputo PARCOZ, México.
- 17 Zeevaert, L. Compendio Elemental de Mecánica de Suelos. DEPFI. México 1998.

**INVESTIGACIÓN DE LA DEFORMABILIDAD DEL SUELO CUANDO  
EXISTE ABATIMIENTO E INCREMENTO CONTINUO DE LOS NIVELES  
PIEZOMÉTRICOS**

---



- 18 Zeevaert, L. Consolidation in the Intergranular Viscosity of Highly Compressible Soils, Consolodiation of Soils: Testing and Evaluation. ASTM STP 892. R. N. Young and F. C. Townsend. Eds. Amerycan Society of Testing and Materials. Philadelphia 1986. pp 257 – 281.
- 19 Zeevaert, L. Foundation Design and behavior of Tower Latino Americana in Mexico City. Geotechnique. Vol VII. London, September 1957, pp 115 – 133.
- 20 Zeevaert, L. Foundation Engineering for Dificult Subsoil Conditions. 2<sup>nd</sup> edition. Van Nostrand Reinhold Company. New York. 1983.