



**UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO**  
**PROGRAMA DE MAESTRÍA Y DOCTORADO EN INGENIERÍA**  
**INGENIERÍA CIVIL – HIDRÁULICA**

**“ANÁLISIS HIDRÁULICO EN MODELO FÍSICO Y NUMÉRICO, DEL  
COMPORTAMIENTO DE UN VERTEDOR LATERAL”**

**TESIS**  
**QUE PARA OPTAR POR EL GRADO DE:**  
**MAESTRO EN INGENIERÍA**

**PRESENTA:**  
**JUAN CARLOS CENTENO ÁLVAREZ**

**TUTOR (ES) PRINCIPAL(ES)**  
**DR. JESÚS GRACIA SÁNCHEZ**

**MÉXICO, D. F. (MAYO) 2013**

JURADO ASIGNADO:

**Presidente:** **Dr. Domínguez Mora Ramón**  
**Secretario:** **Dr. Escalante Sandoval Carlos A.**  
**Vocal:** **Dr. Gracia Sánchez Jesús**  
**1 er. Suplente:** **Dr. Fuentes Mariles Oscar**  
**2 d o. Suplente:** **M. I. Franco Víctor**

**Lugar o lugares donde se realizó la tesis: POSGRADO E INSTITUTO DE INGENIERÍA, UNAM.**

TUTOR DE TESIS:

**Dr. Jesús Gracia Sánchez**

-----  
FIRMA

## **RESUMEN**

Se presentan los resultados del análisis en modelo físico y numérico del comportamiento del vertedor lateral del portal de salida del Túnel Emisor Oriente, para mejorar su funcionamiento. Se propone la sobreelevación de la cresta vertedora; de esta forma se realizan mediciones de elevaciones hidráulicas en el canal de aproximación, para ambas condiciones: la original y con la sobreelevación de la estructura. Además, se modelan dichas condiciones numéricamente y se comparan con las mediciones físicas, encontrando concordancia en los resultados. De la misma forma, se trata numéricamente una versión anterior del vertedor en estudio, cuyo funcionamiento era adecuado y se definen parámetros hidráulicos para explicar su buen comportamiento. Finalmente se modelan diferentes condiciones geométricas, variando la altura de la cresta, el ancho del canal de aproximación y la longitud de la cresta, para así conocer, mediante sus principales parámetros; las condiciones que hacen que el vertedor funcione de mejor forma. Se presentan conclusiones y recomendaciones de los resultados obtenidos.

## **ABSTRACT**

The results of the physical and numerical analysis of the side weir of the exit portal of Túnel Emisor Oriente are presented, to improve its operation. It is proposed a super elevation of the weir crest; thereby performing measurements of hydraulic levels, in the main channel, for both conditions: the original level and the super elevation of the structure. Besides, these conditions are numerically modeled and compared with physical measurements, finding agreement with the results. In the same way, it is numerically treated a previous version of the weir under study, which presented an adequate behavior and hydraulic parameters are defined in order to explain its good operation. Finally, different geometric conditions are modeled, by changing the height of the crest, the main channel width and the length of the crest. And thus, by its parameters, it is known which conditions produce the behavior improvement. Conclusions and recommendations of the results are presented.

## **AGRADECIMIENTOS**

A la Universidad Nacional Autónoma de México, por permitirme realizar mis estudios de maestría.

Al Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología, por el apoyo económico otorgado.

Al Instituto de Ingeniería, lugar donde realicé la mayor parte del presente trabajo.

A mi tutor y director de tesis, Dr. Jesús Gracia Sánchez, por su enseñanza y apoyo.

A mi familia, mi mamá, mi papá y mi hermana, el apoyo más importante en mi vida.

A mis compañeros, su constancia y dedicación me permitieron esforzarme para ser mejor cada día.

A mis amigos, su comprensión y motivación me permitieron siempre seguir adelante.

## **DEDICATORIA**

Le dedico este trabajo a mi familia, por estar conmigo en todo momento y creer en mí. En especial se lo dedico a mi madre, su esfuerzo, sacrificio y ejemplo han sido fundamentales en mi formación humana y profesional.

## ÍNDICE

<b>1</b>	<b>PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA</b>	<b>1</b>
1.1	ANTECEDENTES DEL TÚNEL EMISOR ORIENTE	1
1.1.1	Generalidades	1
1.1.2	Características	1
1.2	PROBLEMÁTICA	2
1.2.1	Observaciones en el modelo físico	4
1.2.2	Hipótesis	5
1.3	OBJETIVO GENERAL Y ESPECÍFICOS	5
1.3.1	Objetivo general	5
1.3.2	Objetivos específicos	5
<b>2</b>	<b>MEDICIONES EN EL MODELO FÍSICO</b>	<b>5</b>
2.1	MEDICIÓN DE PERFILES HIDRÁULICOS	6
2.2	DISCUSIÓN DE LOS RESULTADOS	8
<b>3</b>	<b>MARCO TEÓRICO</b>	<b>8</b>
3.1	DEFINICIONES	8
3.2	APLICACIONES	9
3.3	MODELO NUMÉRICO DE SOTELO	10
3.3.1	Ecuaciones básicas	10
3.3.2	Perfiles del flujo	11
3.3.3	Integración numérica general	12
3.3.4	Canal con vertedor lateral	13
3.3.5	Canales rectangulares	18
3.4	MODELO NUMÉRICO DE HAGER	19
<b>4</b>	<b>APLICACIÓN MODELO NUMÉRICO</b>	<b>21</b>
4.1	MODELACIÓN NUMÉRICA DEL VERTEDOR ACTUAL ( $V_A$ )	21
4.1.1	Cálculo del perfil hidráulico	26
4.1.2	Alternativa para cálculo del perfil	29
4.1.3	Resultados de la primera metodología	29
4.1.4	Aplicación del modelo de Hager	31
4.1.5	Discusión de los resultados	32
4.1.6	Modelación numérico elevando la cresta un centímetro ( $V_{c1}$ )	32
4.1.7	Resultados vertedor $V_{c1}$	34
<b>5</b>	<b>COMPARACIÓN DE RESULTADOS ENTRE MEDICIONES Y CÁLCULOS</b>	<b>34</b>
5.1	COMPARACIÓN DE VALORES MEDIDOS CON LOS CALCULADOS DEL VERTEDOR $V_A$	34
5.2	PROPUESTA DE FACTOR DE AJUSTE	36
5.2.1	Resultados del factor de ajuste	37
5.3	COMPARACIÓN DE VALORES MEDIDOS CON LOS CALCULADOS VERTEDOR $V_{c1}$	38
5.4	DISCUSIÓN DE RESULTADOS	39
<b>6</b>	<b>APLICACIÓN DEL MODELO NUMÉRICO A DIFERENTES CONDICIONES</b>	<b>40</b>

6.1	APLICACIÓN DEL MODELO NUMÉRICO A LA PRIMERA VERSIÓN DEL VERTEDOR LATERAL ( $V_B$ ).....	40
6.1.1	<i>Resultados vertedor <math>V_b</math></i> .....	41
6.2	COMPARACIÓN DE RESULTADOS DEL VERTEDOR ( $V_A$ ) CON EL VERTEDOR ( $V_B$ ).....	41
6.2.1	<i>Pendiente promedio del perfil hidráulico</i> .....	42
6.2.2	<i>Gasto descargado</i> .....	42
6.2.3	<i>Ángulo de desviación del flujo</i> .....	44
6.2.4	<i>Discusión de resultados</i> .....	44
6.3	MODELACIÓN NUMÉRICA PARA DIFERENTES ELEVACIONES DE CRESTA .....	45
6.3.1	<i>Discusión de los resultados</i> .....	49
6.4	MODELACIÓN NUMÉRICA PARA DIFERENTES ANCHOS DE CANAL DE APROXIMACIÓN 50	
6.4.1	<i>Discusión de los resultados</i> .....	54
6.5	MODELACIÓN NUMÉRICA PARA DIFERENTES LONGITUDES DE VERTEDOR.....	55
6.5.1	<i>Discusión de los resultados</i> .....	58
<b>7</b>	<b>CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES</b> .....	<b>59</b>
7.1	CONCLUSIONES .....	59
7.1.1	<i>Conclusiones generales</i> .....	59
7.1.2	<i>Conclusiones específicas</i> .....	60
7.2	RECOMENDACIONES .....	61
<b>8</b>	<b>REFERENCIAS</b> .....	<b>63</b>
<b>9</b>	<b>ANEXOS</b> .....	<b>64</b>

# 1 PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

## 1.1 ANTECEDENTES DEL TÚNEL EMISOR ORIENTE

### 1.1.1 Generalidades

Hoy la capacidad del sistema de drenaje profundo de la Zona Metropolitana es insuficiente y presenta serios problemas. Basta comparar la capacidad que tenía en 1975 con la que posee actualmente que es 30% menor. Esta disminución se debe principalmente al constante hundimiento de la ciudad, provocando que algunas partes del sistema trabajen a contrapendiente.

Para aumentar la capacidad, se decidió construir el Túnel Emisor Oriente (TEO), el cual tiene por objetivo:

- Evitar inundaciones en el Valle de México.
- Implementar un procedimiento que permita inspeccionar el drenaje sin suspender su funcionamiento.
- Mejoramiento ambiental.

En la construcción del Túnel Emisor Oriente participan diversas instancias del ámbito federal y local, a fin de sumar esfuerzos en beneficio de los habitantes del Valle de México (Comisión Nacional del Agua (CONAGUA), 2012).

### 1.1.2 Características

El túnel tendrá una longitud aproximada de 62 kilómetros, siete metros de diámetro y una capacidad de desalojo de hasta 150 metros cúbicos de aguas residuales por segundo. El TEO estará compuesto por 24 Lumbreras con profundidades que van de 26 hasta 150 metros; esta última cifra es equivalente a un edificio de 50 pisos. La construcción de los 62 kilómetros de longitud se dividió en seis frentes o secciones, los cuales miden aproximadamente 10 kilómetros cada uno.

El túnel iniciará en la segunda lumbrera del túnel interceptor del Río de los Remedios, y terminará en el municipio de Atotonilco de Tula, en Hidalgo, cerca del actual portal de salida del Túnel Emisor Central (TEC), en su confluencia con el río El Salto (CONAGUA, 2012).

El sistema de descarga del Túnel Emisor Oriente estará compuesto por:

Portal de salida

- El túnel pasa a un canal de sección rectangular.

Vertedor

- Cuenta con un tanque amortiguador





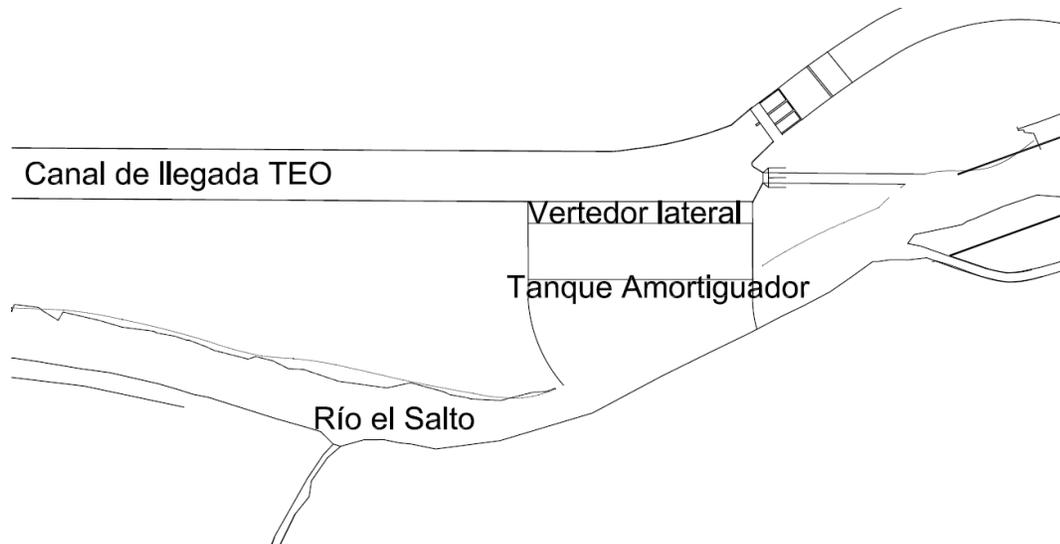
**Figura 1.2. Vertedor lateral del modelo físico del portal de salida oriente.**

Para considerar un correcto funcionamiento, dicha estructura debe trabajar lo más parecido un vertedor frontal. Sin embargo al observar su comportamiento en el modelo, se aprecia que no manifiesta las características de un vertedor de este tipo.

Previo a esta versión del modelo físico existía un vertedor, nombrado en este trabajo  $V_b$ , el cuál presentaba la siguiente geometría:

- Perfil Creager
- Ancho del canal de llegada 0.45m.
- Pendiente del canal de llegada en la zona del vertedor 0.
- Altura de la cresta vertedora 0.1903 m.
- Longitud de cresta 2.0 m. (recta).
- Cuenta con un tanque amortiguador.

Es evidente que las dimensiones son distintas, y en las observaciones de su comportamiento en el modelo físico no se percibían los efectos del vertedor actual, dichos fenómenos enumeran en el siguiente apartado.

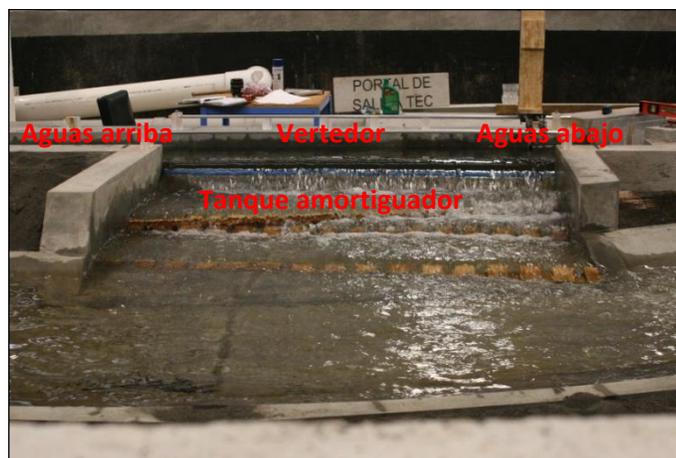


**Figura 1.3. Vista en planta modelo físico portal de salida oriente ( $V_b$ ).**

### 1.2.1 Observaciones en el modelo físico

El perfil hidráulico que se produce en el canal de aproximación, sobre el vertedor ( $V_a$ ), no es uniforme; lo que provoca que exista mayor descarga aguas abajo que aguas arriba de la estructura, esta manifestación es producto del comportamiento del flujo espacialmente variado. El fenómeno origina un mal funcionamiento en el tanque amortiguador existente aguas abajo, ya que se presenta la formación de vórtices en una de sus márgenes.

En un vertedor frontal la descarga de agua que se tiene a lo largo de la estructura es uniforme. Por ello se pretende reducir el efecto del flujo espacialmente variado, de forma tal, que el vertedor en estudio se acerque a este tipo de funcionamiento.



**Figura 1.4. Vertedor lateral.**

### 1.2.2 Hipótesis

Se propone como solución, en el modelo físico, elevar la cresta del vertedor y observar si la descarga y el perfil que se presentan en éste, tienen características similares a un vertedor frontal. Esto se hará realizando mediciones y cálculos para la primera condición y para la sobre elevación, con la finalidad de comparar los resultados.



Figura 1.5. Elevación de la cresta del vertedor.

## 1.3 OBJETIVO GENERAL Y ESPECÍFICOS

### 1.3.1 Objetivo general

Realizar un análisis hidráulico, tanto en modelo físico como numérico, a fin de establecer el funcionamiento del vertedor lateral en estudio y compararlo con uno de mejor comportamiento. Y de esta manera entender la representación del flujo espacialmente variado.

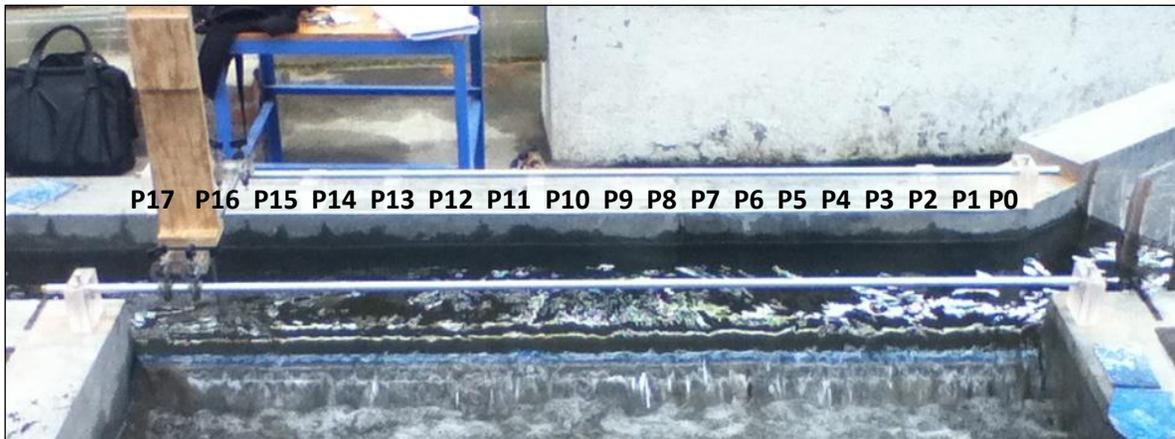
### 1.3.2 Objetivos específicos

1. Aplicar varias metodologías para el análisis de vertedores laterales, mediante la adaptación y complementación de distintos procedimientos a la problemática existente.
2. Determinar parámetros de funcionamiento hidráulico en vertedores laterales.
3. Comparar los resultados de las mediciones en el modelo físico con los cálculos del modelo numérico.
4. Analizar distintas condiciones geométricas, para las que se muestra una mejora en el comportamiento hidráulico de la estructura.

## 2 MEDICIONES EN EL MODELO FÍSICO

Ya que el objetivo de este estudio es el análisis del vertedor lateral, se realizan las mediciones correspondientes en el modelo físico del Túnel Emisor Oriente.

Dichas mediciones se efectúan en el canal de aproximación del vertedor. La pared opuesta a la cresta de la estructura se divide en 17 puntos, cada uno separado por 0.1 metros, de la siguiente forma:



**Figura 2.1. Puntos de referencia para medición.**

El punto P17 se ubica en el extremo aguas arriba del vertedor, mientras que P0 se encuentra aguas abajo del mismo.

## 2.1 MEDICIÓN DE PERFILES HIDRÁULICOS

El trabajo se lleva a cabo con la ayuda de un limnómetro y se propone el siguiente esquema de medición, a fin de tener una representación adecuada del comportamiento:

- Se realizan mediciones para el gasto de diseño, y así conocer el comportamiento del vertedor. Dicho gasto tiene un valor de  $Q = 0.0325 \text{ m}^3/\text{s}$  en el modelo físico.
- Los datos se toman con la altura actual de la cresta y con una altura mayor (sobrellevándola 1cm) esto se logra colocando una lámina de metal fijada con tornillos sobre la pared del vertedor, la cual es ajustable al nivel que se desee.

Estas pruebas, tienen como objetivo la observación del comportamiento del perfil que se crea en dicha parte del canal. Ya que representa el comportamiento del flujo espacialmente variado.

A continuación se muestran los datos obtenidos para la medición del perfil hidráulico sobre el canal de aproximación, sin aumentar la altura de la cresta del vertedor.

**Tabla 2.1. Mediciones en el canal de aproximación en el modelo físico (sobreelevación 0 cm).**

Mediciones para una sobreelevación de 0 cm				
Punto	Distancia (m)	Ns (m)	Nf(m)	y(m)
0	0.0	0.3895	0.1745	0.2150
1	0.1	0.3891	0.1745	0.2146
2	0.2	0.3897	0.1738	0.2159
3	0.3	0.3900	0.1739	0.2161
4	0.4	0.3896	0.1740	0.2156

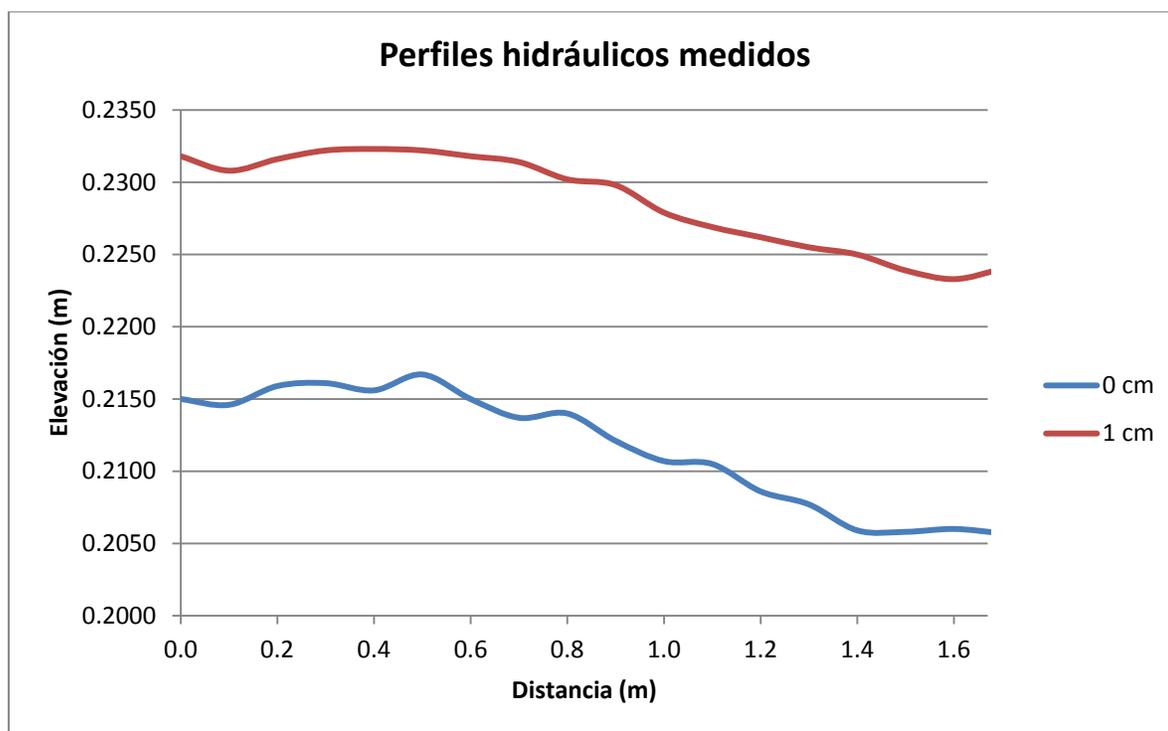
5	0.5	0.3906	0.1739	0.2167
6	0.6	0.3905	0.1755	0.2150
7	0.7	0.3902	0.1765	0.2137
8	0.8	0.3899	0.1759	0.2140
9	0.9	0.3892	0.1771	0.2121
10	1.0	0.3877	0.1770	0.2107
11	1.1	0.3874	0.1769	0.2105
12	1.2	0.3854	0.1768	0.2086
13	1.3	0.3851	0.1774	0.2077
14	1.4	0.3832	0.1773	0.2059
15	1.5	0.3831	0.1773	0.2058
16	1.6	0.3834	0.1774	0.2060
17	1.7	0.3830	0.1773	0.2057

Las mediciones para el perfil hidráulico con sobreelevación de cresta de un centímetro son las siguientes:

**Tabla 2.2. Mediciones en el canal de aproximación en el modelo físico (sobre elevación 1cm)**

<b>Mediciones para una sobre elevación de 1cm</b>				
<b>Punto</b>	<b>Distancia (m)</b>	<b>Ns (m)</b>	<b>Nf(m)</b>	<b>y(m)</b>
0	0.0	0.4053	0.1735	0.2318
1	0.1	0.4052	0.1744	0.2308
2	0.2	0.4055	0.1739	0.2316
3	0.3	0.4062	0.1740	0.2322
4	0.4	0.4064	0.1741	0.2323
5	0.5	0.4061	0.1739	0.2322
6	0.6	0.4078	0.1760	0.2318
7	0.7	0.4079	0.1765	0.2314
8	0.8	0.4069	0.1767	0.2302
9	0.9	0.4068	0.1770	0.2298
10	1.0	0.4058	0.1779	0.2279
11	1.1	0.4044	0.1775	0.2269
12	1.2	0.4035	0.1773	0.2262
13	1.3	0.4027	0.1772	0.2255
14	1.4	0.4015	0.1765	0.2250
15	1.5	0.4009	0.1770	0.2239
16	1.6	0.4006	0.1773	0.2233
17	1.7	0.4011	0.1771	0.2240

Graficando los datos, se generan las siguientes curvas.



**Figura 2.2 Perfiles hidráulicos medidos.**

## 2.2 DISCUSIÓN DE LOS RESULTADOS

Las mediciones muestran que el perfil efectivamente se comporta conforme a las observaciones: presenta mayores elevaciones hidráulicas aguas abajo de la estructura, lo que provoca una descarga irregular a lo largo del vertedor.

Se observa que existe mayor fluctuación de los niveles hidráulicos sin elevar la cresta. Al darle una sobreelevación el flujo parece corregir su comportamiento, así se reduce dicho efecto y el perfil obtenido es más estable.

## 3 MARCO TEÓRICO

A continuación se presentan algunas definiciones generales de vertedores laterales, a fin de comprender como funcionan y la aplicación de dichas estructuras.

### 3.1 DEFINICIONES

Según Naudascher (2001), los vertedores laterales se usan como protección contra inundaciones de canales para caudales de crecida extremos, para evacuar los gastos de lluvia en las canalizaciones o controlar el caudal en un canal. Se requiere, por lo general, desviar una parte del flujo cuando éste sobrepasa una determinada elevación. En todos estos problemas

disminuye el caudal  $Q(x)$  en dirección del flujo principal, en una forma que inicialmente se desconoce, debido a que el gasto captado lateralmente depende la profundidad local  $y(x)$  en el canal.

Para Sotelo (2002) un ejemplo tradicional del flujo en canales de gasto decreciente es el vertedor lateral que se construye sobre el bordo de un canal o de un conducto colector o alcantarilla, paralelo al flujo principal. Se ha usado ampliamente para controlar los niveles de agua en irrigación y en sistemas de canales de drenaje, como un medio de desviar el exceso del gasto a canales de alivio en las obras de protección contra avenidas. Se utiliza con frecuencia para desalojar el gasto excedente al de diseño. Dicho gasto se acumula en un canal de conducción por el ingreso del agua de lluvia sobre la superficie o por entradas accidentales en su curso.

También se usa en sistemas urbanos de alcantarillado, donde es costumbre desviar el gasto que excede de 6 veces el de la época de estiaje hacia un río o corriente y tratar el resto en plantas de tratamiento. En algunos casos, el vertedor ha caído en desuso por la eficacia de otras estructuras, como los sifones de cebado automático.

Hager (1987) manifiesta que los vertedores laterales son estructuras utilizadas en irrigación, drenaje y protección contra inundaciones. El enfoque habitual asume condiciones de flujo unidimensional, ignorando las variaciones transversales del perfil de la superficie así como la distribución de velocidades. La predicción de las características del flujo unidimensional está basada en la ecuación dinámica de flujo. La aplicación de la teoría longitudinal de cantidad de movimiento produce una relación generalizada para el remanso. La ecuación dinámica de flujo debe ser completada para por las leyes de flujo lateral y las expresiones relacionadas con el coeficiente de corrección de cantidad de movimiento, el componente de la velocidad de flujo lateral en la dirección longitudinal y la pendiente de fricción.

Como menciona Urgell (2011) en su tesis, un vertedor lateral es una estructura hidráulica de control usada para desviar líquido de un canal principal a un canal lateral, cuando el nivel de agua en el canal principal sobrepasa un límite especificado. Como su nombre lo dice la estructura está normalmente localizada a un costado del canal, y el agua descarga libremente sobre él por gravedad de la misma forma que los vertedores convencionales. La función más común de un vertedor lateral es retirar agua de un canal, para prever que la capacidad del canal aguas abajo sea excedida.

### **3.2 APLICACIONES**

El vertedor lateral se utiliza para:

- Proteger poblaciones, localizadas aguas debajo de un canal o río, contra inundaciones.
- Originar el desbordamiento de aguas pluviales de una alcantarilla combinada, diseñada para desviar exceso de flujo que de otra manera sobrecarga el alcantarillado aguas abajo.
- Provocar el desbordamiento de aguas pluviales de un canal de tratamiento de aguas residuales.

El concepto de vertedor lateral puede ser considerado simple. Pero existen muchos factores que deben ser tomados en cuenta para proponer una solución satisfactoria en cada problema en particular (Urgell, 2011).

En el siguiente subcapítulo se desarrolla la metodología propuesta por Sotelo (2002) para el análisis del flujo espacialmente variado en vertedores laterales, de manera conjunta se plantean algunas ecuaciones presentadas por Hager (1987) para establecer un análisis más completo.

### 3.3 MODELO NUMÉRICO DE SOTELO

#### 3.3.1 Ecuaciones básicas

La ecuación de la energía es la más adecuada para analizar el flujo espacialmente variado, donde el caudal decrece por una salida lateral. La energía total del flujo en una sección transversal del canal de llegada, medida en un nivel de referencia, es:

$$H = z + y \cos \theta + \frac{\alpha Q^2}{2gA} \dots\dots\dots(3.1)$$

Donde  $y$  es el tirante en la sección perpendicular a la plantilla del canal. Al derivar esta ecuación con respecto a  $x$  con variaciones de  $Q$ , se obtiene:

$$\frac{dH}{dx} = \frac{dz}{dx} + \frac{dy}{dx} \cos \theta + \frac{\alpha}{2g} \cdot \left( \frac{2Q}{A^2} \frac{dQ}{dx} - \frac{2Q^2}{A^2} \frac{dA}{dx} \right) \dots\dots\dots(3.2)$$

Pero también:

$$\frac{dH}{dx} = -S_f \dots\dots\dots(3.3)$$

$$\frac{dz}{dx} = -\text{sen } \theta = -S_o \dots\dots\dots(3.4)$$

$$\frac{dA}{dx} = \frac{dA}{dy} \frac{dy}{dx} + \frac{\delta A}{\delta x} = T \cdot \frac{dy}{dx} + \frac{\delta A}{\delta x} \dots\dots\dots(3.5)$$

En la que T es el ancho de la superficie libre de la sección. Con F el número de Froude, resulta:

$$\frac{dy}{dx} = \frac{S_o - S_f - \frac{\alpha Q^2}{gA^3} \frac{\delta A}{\delta x} - \frac{\alpha Q}{gA^2} \frac{dQ}{dx}}{(1 - F^2) \cos \theta} \dots\dots\dots(3.6a)$$

Para un canal prismático,  $\frac{\partial A}{\partial x} = 0$  y con el ángulo  $\theta$  de inclinación de su plantilla es pequeño,  $\cos \theta \approx 1$ , la ecuación anterior se convierte a:

$$\frac{dy}{dx} = \frac{S_o - S_f - \frac{\alpha Q}{gA^2} \frac{dQ}{dx}}{1 - F^2} \dots\dots\dots(3.6b)$$

Ambas ecuaciones representan la ecuación dinámica de flujo espacialmente variado. La última difiere sólo en el factor del tercer término del numerador (Sotelo, 2002).

### 3.3.2 Perfiles del flujo

De Marchi y Schmidt analizaron los perfiles del flujo espacialmente variado. En dicho flujo ocurre que  $dQ/dx < 0$  y, en ausencia de fricción, el numerador de la ecuación 3.6a es siempre positivo. El signo de  $dy/dx$  es el mismo que posee el denominador, dependiendo que F sea menor o mayor a 1.

En la figura 3.1 se representan los tres tipos principales de perfil de flujo que ocurren en el canal cuando hay desviación hacia un vertedor lateral.

a) Subcrítico. El régimen que se presenta antes y después del flujo hacia el vertedor es subcrítico y el tirante  $y_o$  en el inicio es mayor que el crítico. El tirante aumenta de forma gradual hacia aguas abajo, manteniendo el tipo de régimen, se aproxima asintóticamente al tirante normal correspondiente al gasto  $Q_L$  (figura 3.1a). En efecto, siendo  $F < 1$ , de la ecuación 3.6a,  $dy/dx > 0$ . El perfil del flujo afecta sólo en la dirección aguas arriba del vertedor, aproximándose asintóticamente al tirante normal asociado a  $Q_o$  mediante un perfil M2.

b) Supercrítico. El flujo uniforme después del vertedor es supercrítico. El tirante del canal en la sección inicial es igual o menor que el crítico para el gasto aguas arriba y disminuye gradualmente hacia aguas abajo, con la presencia de régimen supercrítico en el tramo L. Ambos perfiles se muestran en la figura 3.1b. En efecto siendo  $F > 1$ , de la ecuación 3.6a resulta que  $dy/dx < 0$ .

El perfil 1 ocurre en canales de pendiente pequeña, altura del vertedor menor que  $y_c$  y  $L$  suficientemente grande. Se genera también un perfil del tipo M2, aguas arriba del vertedor, que se inicia en  $y_c$  para el gasto  $Q_0$ , ya que el régimen es subcrítico.

El perfil 2 ocurre en canales de pendiente supercrítica (donde hay flujo uniforme y supercrítico aguas arriba) y tiene influencia sólo hacia aguas abajo. En ambos perfiles el tirante disminuye gradualmente a lo largo del tramo  $L$  manteniendo el régimen supercrítico, para después alcanzar el tirante normal que corresponde a  $Q_L$ . Esto ocurre de manera gradual en el perfil 2 si se mantiene aguas abajo la pendiente supercrítica. Los perfiles están controlados desde aguas arriba.

c) Mixto. El flujo aguas arriba es supercrítico y aguas abajo subcrítico. El tirante del canal en la primer sección es menor que el crítico, disminuye hasta formar un resalto dentro del tramo  $L$ , después aumenta gradualmente. El perfil es supercrítico antes y subcrítico después del resalto (Sotelo, 2002).

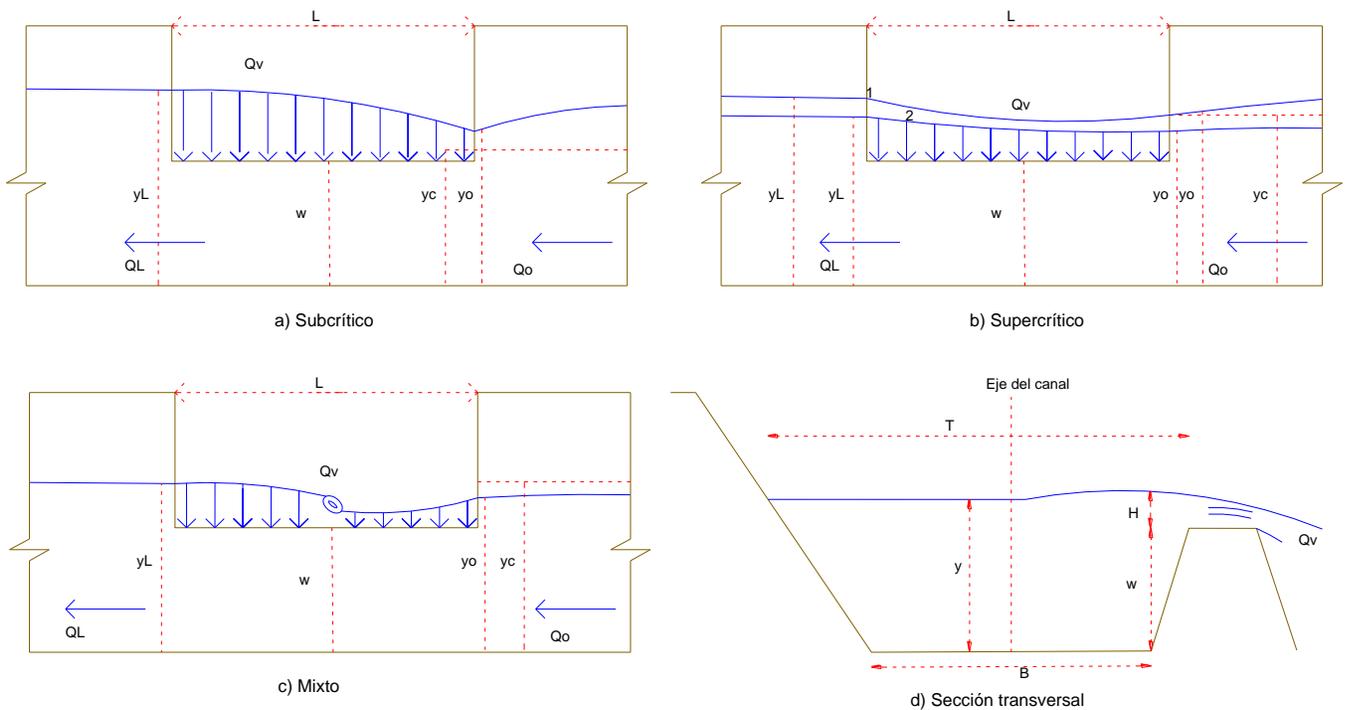


Figura 3.1 Perfiles hidráulicos más comunes en vertedores laterales.

### 3.3.3 Integración numérica general

Las soluciones directas de las ecuación de flujo espacialmente variado son en ocasiones imposibles, ya que se desconoce cómo varía  $Q$  con respecto a  $x$ . A esto hay que añadir la variabilidad con que el agua se desvía hacia un vertedor lateral.

La solución numérica basada en diferencias finitas, se obtiene fácilmente si se considera que el decremento  $\Delta Q$  del gasto en un tramo  $\Delta x$  no produce cambio en la cantidad de movimiento. Se aplica la ecuación de la energía entre las secciones 1 y 2. De la siguiente manera:

$$S_o \Delta x + y_L \cos \theta + \alpha \cdot \frac{(V_1)^2}{2g} = y_2 \cdot \cos \theta + \alpha \cdot \frac{(V_2)^2}{2g} + \left( \frac{S_{f1} + S_{f2}}{2} \right) \Delta x \dots\dots\dots(3.7)$$

O bien

$$\Delta y \cdot \cos \theta = (y_2 - y_1) \cdot \cos \theta = -\alpha \cdot \left[ \frac{(V_2)^2 - (V_1)^2}{2g} \right] + S_o \Delta x - \left( \frac{S_{f1} + S_{f2}}{2} \right) \cdot \Delta x \dots(3.8)$$

Al sustituir  $\Delta y \cos \theta$  en la ecuación:  $\Delta y' = -\Delta y \cos \theta + S_o \Delta x$ , se obtiene el desnivel de la superficie del agua entre las dos secciones (Sotelo, 2002).

$$\Delta y' = \alpha \cdot \left[ \frac{(V_2)^2 - (V_1)^2}{2g} \right] + \left( \frac{S_{f1} + S_{f2}}{2} \right) \cdot \Delta x \dots\dots\dots(3.9)$$

### 3.3.4 Canal con vertedor lateral

Sotelo (2002) menciona que el vertedor lateral en canales con sección rectangular ha sido probado en diversas ocasiones. Se ha confirmado que no es posible una solución analítica completa de las ecuaciones que gobiernan el flujo en canales de cualquier sección con vertedor lateral. Por ello, aún en tiempos recientes, se han utilizado métodos aproximados, basados en experimentos hechos en un intervalo limitado de las muchas variables que intervienen. En la mayoría de los casos, se han producido errores importantes en el cálculo del gasto vertido.

De Marchi obtuvo por primera vez la solución analítica de la ecuación 3.6a para determinar el perfil del flujo en canales rectangulares. Consideró que el canal era de pendiente pequeña y el vertedor no demasiado largo, lo que significó igualar dicha pendiente a la de fricción,  $S_o = S_f$ . Esto equivale a considerar constante la energía específica en el tramo del canal donde se aloja el vertedor. Los perfiles del flujo obtenidos con la solución de de Marchi han sido plenamente comprobados experimentalmente cuando se sustituye el valor adecuado del coeficiente de vertido; al grado que se acepta que los perfiles analíticos del flujo son más preciso que los experimentales, por las dificultades en la medición.

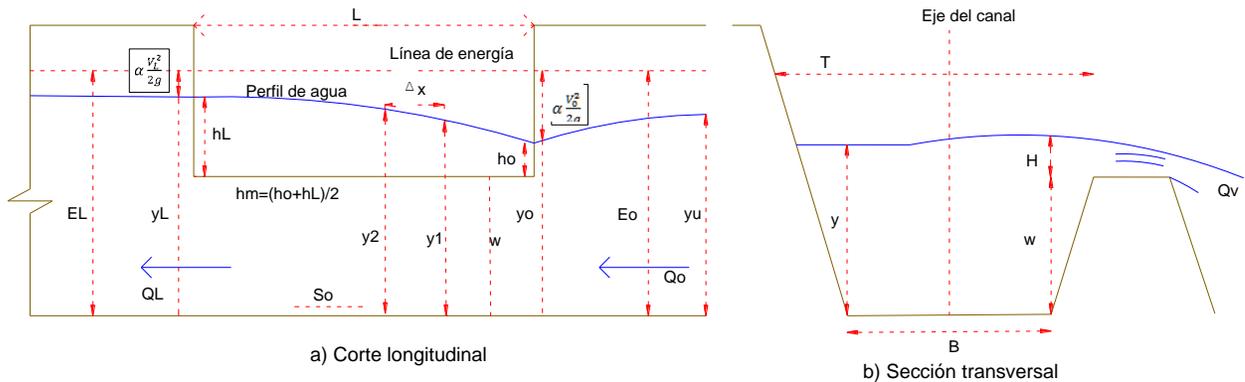
Para analizar el perfil de flujo en un canal con gasto decreciente con cualquier forma de sección se efectúa con las siguientes consideraciones:

1. El flujo en el canal es aproximadamente bidimensional y la presión casi hidrostática, si se desprecia la curvatura e irregularidades de la superficie libre.

2. La pendiente del canal es pequeña ( $\cos\theta = 1$ ) e igual a la pendiente de fricción ( $S_o = S_f$ ). Por tanto, la energía específica  $E$  en el tramo del canal que contiene al vertedor y el coeficiente  $\alpha$  permanecen constantes. De la ecuación de energía específica, el gasto en cualquier sección vale:

$$Q = A \cdot \sqrt{2 \frac{g}{\alpha} (E - y)} \dots\dots\dots(3.10)$$

Donde  $A$  es el área hidráulica en la sección a la distancia  $x$  y función del tirante y en la misma, como se muestra en la siguiente figura.



**Figura 3.2 Flujo subcrítico en un canal con vertedor lateral.**

3. El tirante varía sólo con la distancia  $x$  sobre el eje del canal, ya que se desprecia la variación en la dirección lateral, debido al comportamiento extremadamente complejo en esa dirección. El flujo sobre el vertedor lateral forma un ángulo próximo a  $\pi/2$  con la cresta y se asume la ecuación convencional del gasto por unidad de longitud.

$$\frac{-dQ}{dx} = \frac{2}{3} \cdot \mu \cdot \sqrt{2g} \cdot (y - w)^{\frac{3}{2}} \dots\dots\dots(3.11)$$

Donde  $w$  es la altura de la cresta respecto al fondo del canal y  $\mu$  es el coeficiente de descarga (adimensional) que permanece constante, ya que depende de las condiciones del flujo en la sección del canal donde inicia el vertedor.

El gasto total desviado por un vertedor lateral de longitud  $L$  se obtiene al integrar la ecuación anterior en la forma:

$$Q_v = \frac{2}{3} \cdot \mu \cdot \sqrt{2g} \cdot \int_0^L (y - w)^{\frac{3}{2}} dx = \frac{2}{3} \cdot \mu \cdot \sqrt{2g} \cdot L \cdot h^{\frac{3}{2}} \dots\dots\dots (3.12)$$

Dónde  $h$  es la carga media en la distancia  $L$  y se define por la expresión:

$$h = \frac{1}{L} \cdot \int_0^L (y - w) dx = \frac{1}{L} \cdot \Sigma (y_m - w) \cdot \Delta x \dots\dots\dots (3.13)$$

Ya que  $y$  varía con  $x$  y debe conocerse previamente;  $y_m$  es el tirante medio en el tramo  $\Delta x$ .

Cuando el cálculo del perfil hidráulico se realiza por el método numérico de integración, la expresión 3.11 se expresa en diferencias finitas y el decremento entre dos secciones contiguas es:

$$-\Delta Q = \frac{2}{3} \cdot \mu \cdot \sqrt{2g} \cdot (y_m - w)^{\frac{3}{2}} \Delta x \dots\dots\dots (3.14)$$

Donde  $y_m = 0.5(y_1 + y_2)$  es el tirante medio en el tramo  $\Delta x$ .

4. La longitud del vertedor no debe ser muy grande. Se debe cumplir que la proporción del gasto total vertido al gasto en el canal de aproximación (antes del vertedor) sea igual o menor a 0.75.

Con las ecuaciones 3.10 y 3.11, el numerador y denominador de la ecuación 3.6b, dicha ecuación se convierte en:

$$\frac{dy}{dx} = \frac{4}{3} \cdot \frac{\sqrt{\alpha} \cdot \mu \cdot \sqrt{E - y} \cdot (y - w)^{\frac{3}{2}}}{A - 2T \cdot (E - y)} \dots\dots\dots (3.15)$$

Es válida para régimen subcrítico y supercrítico.

La función de de Marchi, estructurada para canales rectangulares tiene la siguiente forma:

$$\phi_M\left(\frac{y}{E}\right) = \frac{2 - 3 \cdot \left(\frac{w}{E}\right)}{1 - \frac{w}{E}} \cdot \sqrt{\frac{1 - \frac{y}{E}}{\frac{y}{E} - \frac{w}{E}}} - 3 \text{arc sen} \cdot \sqrt{\frac{1 - \frac{y}{E}}{1 - \frac{w}{E}}} \dots\dots\dots(3.16)$$

La función de Sotelo para canales trapeziales se presenta a continuación:

$$\phi_S\left(\frac{y}{E}\right) = \left[ \frac{\left(13 - 15 \frac{w}{E}\right) \frac{w}{E} - 5 \frac{y}{E}}{1 - \frac{w}{E}} \right] \cdot \sqrt{\frac{1 - \frac{y}{E}}{\frac{y}{E} - \frac{w}{E}}} + \frac{3}{2} \cdot \left(5 \cdot \frac{w}{E} - 1\right) \text{arc sen} \cdot \left[ \frac{2 \cdot \frac{y}{E} - \left(1 + \frac{w}{E}\right)}{1 - \frac{w}{E}} \right] \dots\dots\dots(3.17)$$

La ecuación para el cálculo del perfil de flujo sobre el eje del canal, ya sea régimen subcrítico o supercrítico es la siguiente:

$$x = \frac{3b}{2 \cdot \sqrt{\alpha \cdot \mu}} \cdot \left[ \phi_M \cdot \left(\frac{y}{E}\right) - \phi_M \cdot \left(\frac{y_0}{E}\right) \right] + \frac{3 \cdot k \cdot E}{4 \cdot \sqrt{\alpha \cdot \mu}} \cdot \left[ \phi_S \cdot \left(\frac{y}{E}\right) - \phi_S \cdot \left(\frac{y_0}{E}\right) \right] \dots\dots\dots(3.18)$$

Con estas funciones la longitud del vertedor se obtiene con la condición de que  $y = y_L$

$$L = \frac{3b}{2 \cdot \sqrt{\alpha \cdot \mu}} \cdot \left[ \phi_M \cdot \left(\frac{y_L}{E}\right) - \phi_M \cdot \left(\frac{y_0}{E}\right) \right] + \frac{3k \cdot E}{4 \cdot \sqrt{\alpha \cdot \mu}} \cdot \left[ \phi_S \cdot \left(\frac{y_L}{E}\right) - \phi_S \cdot \left(\frac{y_0}{E}\right) \right] \dots\dots\dots(3.19)$$

En la práctica se conoce o se calcula el tirante normal para el gasto que habrá en los tramos anterior y posterior al vertedor, al igual que la energía específica en flujo uniforme, las condiciones críticas  $y_c$  y  $E_c$  correspondientes al gasto en cada tramo. El gasto vertido es  $Q_v = Q_L - Q_u$ .

1. Cuando el flujo uniforme es subcrítico antes y después del vertedor se puede presentar alguno de los siguientes casos.

a)  $E_L > E_{cu}$ . La energía específica que se mantiene constante en el tramo del vertedor es  $E = E_L$ , correspondiente al flujo uniforme aguas abajo, y se forma el perfil de flujo que se muestra en la figura 3.1a. De la ecuación 3.10 se obtiene  $y_0$  el cual debe ser menor que el

crítico para  $Q_0$  en dicha sección. La longitud necesaria del vertedor se determina con la ecuación 3.19.

b)  $E_L < E_{cu}$ . No existe solución para el tirante  $y_0$ , ya que el gasto que se pretende extraer por el vertedor es muy grande. El gasto en el canal antes del vertedor debe ser menor que el dado por la ecuación 3.10, para  $E = E_L$  y  $y = y_{cu}$ , es decir

$$Q_0 < A \cdot \sqrt{\frac{2g}{\alpha} \cdot (E_L - y_{cu})} \dots\dots\dots(3.20)$$

De acuerdo con los resultados experimentales,  $Q_0$  debe alcanzar cuando más un valor que produzca un número de Froude al inicio del vertedor tal que:

$$F_0 = \frac{\frac{Q_0}{A_0}}{\sqrt{\frac{g \cdot A_0}{\alpha \Gamma_0}}} \leq 0.8 \dots\dots\dots(3.21)$$

2. Cuando se presenta régimen subcrítico en el flujo antes del vertedor, pero después del mismo es supercrítico, la energía específica  $E_L$  del último debe ser mayor o igual que la mínima  $E_{cu}$  del primero. Esta última es la que se mantiene constante ( $E = E_{cu}$ ) en el tramo en que se aloja el vertedor, el cual inicia con tirante  $y_0 = y_{cu}$  y termina con  $y = y_L$ , calculado de la ecuación 3.10 con  $Q = Q_L$ . Después, el tirante varía hasta adaptarse al tirante normal aguas abajo.

3. Cuando se presenta, en el flujo uniforme, el régimen supercrítico antes y después del vertedor,  $E_u$  es la energía específica  $E$  que se mantiene constante en el tramo intermedio. El tirante normal aguas arriba del vertedor es  $y_0$  y de la ecuación 3.10 se obtiene  $y_L$ , el cual después varía hasta ajustarse al valor del tirante normal aguas abajo.

4. El perfil mixto es poco frecuente en la práctica. Ocurre cuando existe régimen supercrítico con energía específica  $E_u$  antes del vertedor y subcrítico con energía específica  $E_L$  después del mismo. La primera es la que se mantiene constante en la parte supercrítica del perfil y la segunda constante en la parte subcrítica, existiendo un salto hidráulico de transición entre ambas.

Para cualquier caso, cuando se conoce la longitud  $L$  del vertedor y  $Q_0$  o  $Q_L$ , se desconocen  $y_0$  y  $Q_L$  o  $y_L$  y  $Q_L$ . Entonces se iteran valores de  $y_0$  o de  $y_L$  con la ecuación 3.19 de forma tal que se satisfaga el valor de  $L$  (Sotelo, 2002).

### 3.3.5 Canales rectangulares

Hay resultados experimentales del coeficiente  $\mu$  de descarga, sólo para canales rectangulares, se presentan a continuación.

Zschiesche, en 1954, encontró los valores experimentales:

$\mu = 0.6976$  con cresta de pared delgada.

$\mu = 0.7365$  con cresta redondeada.

$\mu = 0.5581$  con cresta de forma trapecial y estrechamiento en el canal aguas abajo.

Los experimentos de Frazer, 1957, indican que  $\mu$  varía según la ecuación:

$$\mu = 0.7759 - 0.3384 \frac{y_c}{y} - 0.0262 \frac{y_c}{L} \dots\dots\dots(3.22)$$

Dónde  $L$  es la longitud del vertedor y  $y$  el tirante local.

Ranja Raju y coautores en 1979, hicieron pruebas en modelo con vertedores laterales de cresta delgada en canales rectangulares; del ajuste de puntos experimentales se obtuvo:

$$\mu = 0.81 - 0.6F_0 \dots\dots\dots(3.23)$$

Válida para  $F_0 < 0.5$  y cantos redondeados en los extremos del vertedor.

Los mismos autores probaron vertedores de cresta ancha y encontraron que el coeficiente  $\mu$  de los de cresta delgada debe reducirse por el factor  $K$  dependiente del parámetro  $(y_0 - w)/l$  para obtener el de cresta ancha, dónde  $l$  es el espesor de la cresta, es decir

$$\mu = K \cdot (0.81 - 0.6F_0) \dots\dots\dots(3.24)$$

Válida para  $F_0 < 0.5$ . El factor  $K$  se obtiene de la ecuación

$$K = 0.8 + 0.1 \left( \frac{y_0 - w}{l} \right) \dots\dots\dots(3.25)$$

Hasta valores  $(y_0 - w/l) < 2$  (Sotelo, 2002).

### 3.4 MODELO NUMÉRICO DE HAGER

Al obtener la energía específica, los tirantes aguas arriba y aguas abajo del vertedor, el coeficiente de descarga del mismo, el perfil hidráulico a lo largo de la estructura y el gasto descargado por unidad de longitud. Se propone en forma complementaria utilizar algunas de las ecuaciones propuestas por Hager (1987) en su artículo, para determinar como un parámetro de funcionamiento: el ángulo con el que el flujo del canal se desvía de su eje hacia el vertedor.

Para ello se requieren las siguientes expresiones:

La carga de energía “H” con respecto al fondo del canal en una ubicación en particular es:

$$H = h + \frac{Q^2}{2g \cdot A^2} \dots\dots\dots(3.26)$$

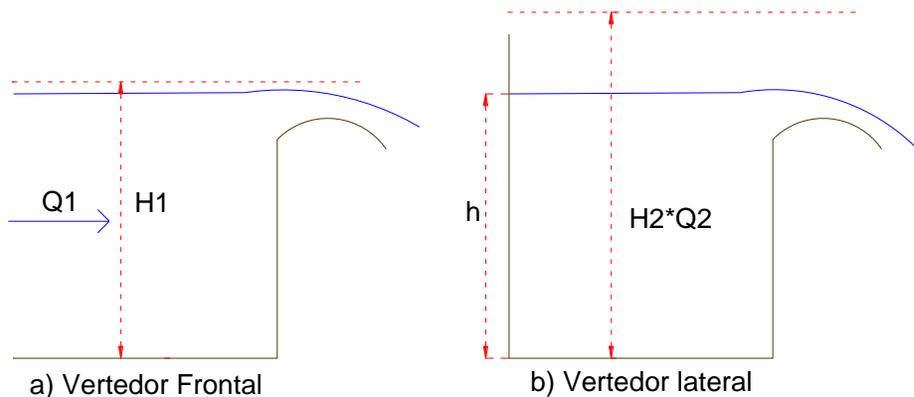
h: es el tirante en una ubicación particular (m).

Q: es el gasto en dicha ubicación (m<sup>3</sup>/s).

g: aceleración de la gravedad (m/s<sup>2</sup>).

A: es el área hidráulica en esa sección (m<sup>2</sup>).

En un vertedor frontal la carga sobre el mismo posee prácticamente el valor que corresponde al tirante *h*, sin embargo en el vertedor lateral la carga aumenta, siendo dicho tirante más la carga de velocidad (Ec. 3.26), tal como se muestra en la siguiente figura.



**Figura 3.3. a) Corte longitudinal de un vertedor frontal, b) Corte transversal de un vertedor lateral.**

La relación entre el tirante y la carga, así como la altura del vertedor y la misma, son:

$$Y = \frac{h}{H} \quad W = \frac{w}{H} \dots\dots\dots(3.27)$$

Donde:

h: es el tirante en un punto (m).

w: es la altura de la cresta (m).

H: es la carga sobre el vertedor (m)

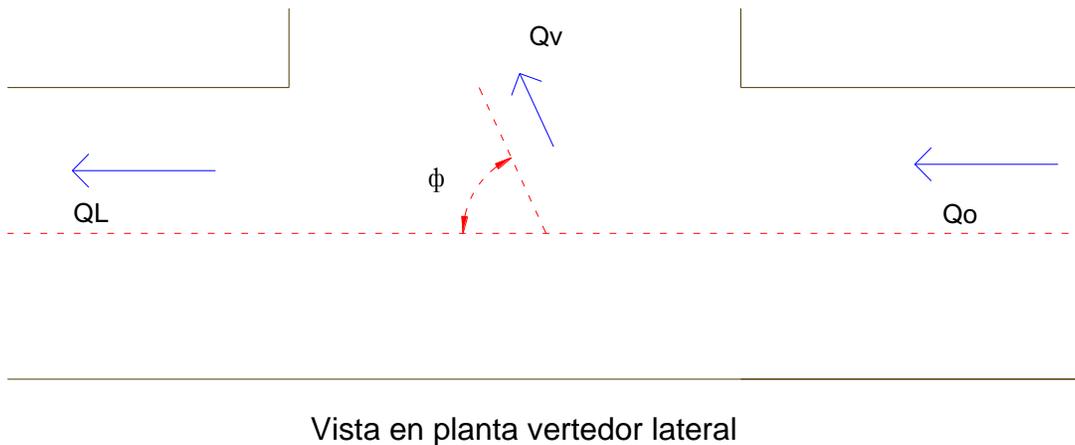
Finalmente para calcular el ángulo de desviación del flujo (Hager, 1987).

$$\sin\phi = \left[ \frac{(Y - W) \cdot (1 - \rho)}{1 - \rho Y - W \cdot (1 - \rho)} \right]^{\left(\frac{1}{2}\right)} \dots\dots\dots(3.28)$$

En la que:

$\rho$ : es igual a 2/3.

Y y W: son los términos definidos anteriormente.



**Figura 3.4 Ángulo de desviación del flujo en un vertedor lateral.**

## 4 APLICACIÓN MODELO NUMÉRICO

### 4.1 MODELACIÓN NUMÉRICA DEL VERTEDEDOR ACTUAL ( $V_a$ )

A continuación se plantea la aplicación de las ecuaciones anteriormente mostradas, a la geometría del canal de aproximación y el vertedor lateral, del modelo físico del portal de salida del Túnel Emisor Oriente.

Las dimensiones requeridas son las siguientes:

**Tabla 4.1. Dimensiones del canal y vertedor ( $V_a$ ).**

<b>Q</b> =	0.0325	$m^3/s$
<b>B</b> =	0.3667	m
<b>w</b> =	0.1680	m
<b>L</b> =	1.6700	m
<b>S</b> =	0.0015	
<b>n</b> =	0.0150	$s/m^{1/3}$

Dónde:

Q: es el gasto de diseño.

B: es el ancho del canal de aproximación.

w: es la altura de la cresta del vertedor.

L: es la longitud de la cresta.

S: es la pendiente de fondo del canal de aproximación.

n: es el coeficiente de rugosidad de Manning.

Se calcula el tirante normal para  $Q$  en el canal de aproximación, con la siguiente expresión:

$$\frac{Q_n}{\sqrt{S}} = A \cdot R^{\frac{2}{3}} \dots\dots\dots(4.1)$$

Mediante un proceso iterativo se obtienen los siguientes valores:

**Tabla 4.2. Cálculo del tirante normal.**

<b>yn</b>	<b>A</b>	<b>P</b>	<b>R</b>
0.1716	0.0629	0.7099	0.0886

Donde:

yn: es el tirante normal (m).

A: es el área correspondiente al tirante (m<sup>2</sup>).

P: es el perímetro de la sección (m).

R: es el radio hidráulico (m).

Teóricamente el valor mínimo para la altura de la cresta corresponde al del tirante normal (Sotelo, 2002).

Posteriormente se obtiene el tirante crítico, con la ecuación:

$$y_c = \left( \frac{Q^2}{g \cdot b^2} \right)^{\frac{1}{3}} \dots\dots\dots(4.2)$$

Con el resultado siguiente:

<b>yc</b>	<b>Ac</b>
0.0928	0.0340

Donde:

$y_c$ : es el tirante crítico (m).

$A_c$ : es el área correspondiente a dicho tirante ( $m^2$ ).

Calculando el número de Froude, para el canal de aproximación se tiene:

<b>Fo</b>
0.3975

$Fo < 1$ , por lo tanto se presenta flujo subcrítico.

La expresión de la energía específica es:

$$E = y + \frac{V^2}{2g} \dots\dots\dots(4.3)$$

Mientras que la energía mínima:

$$E_c = y_c + \frac{(V_c)^2}{2g} \dots\dots\dots(4.4)$$

<b>E</b>	<b>Ec</b>
0.1852	0.1392

Ambos valores se expresan en metros.

Para calcular la energía específica aguas abajo del vertedor, se requiere obtener el gasto existente en dicha zona. En este caso están cerradas las compuertas aguas abajo del canal, por lo que el vertedor tiene que conducir el cien por ciento del gasto que entra en dicha estructura. Por ello se utiliza una pendiente muy pequeña a lo largo del canal en la zona del vertedor, con la intención de que el gasto aguas abajo tenga un valor cercano a cero.

De esta forma, proponiendo un tirante  $y_L$  y con la pendiente antes mencionada, se calcula el gasto:

**Tabla 4.3. Cálculo de la energía específica mínima.**

<b>yL</b>	<b>n</b>	<b>S</b>	<b>VL</b>	<b>A</b>	<b>Q</b>	<b>2g</b>	<b>VL<sup>2</sup>/2g</b>	<b>EL</b>
0.2211	0.0150	0.0000	0.0021	0.0811	0.0002	19.6200	0.0000	0.2211

Donde:

$y_L$ : tirante propuesto, existente aguas abajo del vertedor (m).

$n$ : coeficiente de rugosidad de Manning ( $s/m^{1/3}$ ).

$S$ : pendiente de fondo del canal en la zona del vertedor.

$V_L$ : velocidad correspondiente al tirante previamente mostrado (m/s).

$A$ : área hidráulica de dicha sección (m<sup>2</sup>).

$Q$ : gasto existente aguas abajo del vertedor (m<sup>3</sup>/s).

$g$ : aceleración de la gravedad (m/s<sup>2</sup>).

$V_L^2/2g$ : carga de velocidad (m).

$E_L$ : energía específica aguas abajo del vertedor (m).

La energía específica es igual al tirante supuesto, ya que la carga de velocidad es prácticamente cero.

Debido a que  $E_L > E_{cu}$ , la energía específica constante en el tramo del vertedor es:

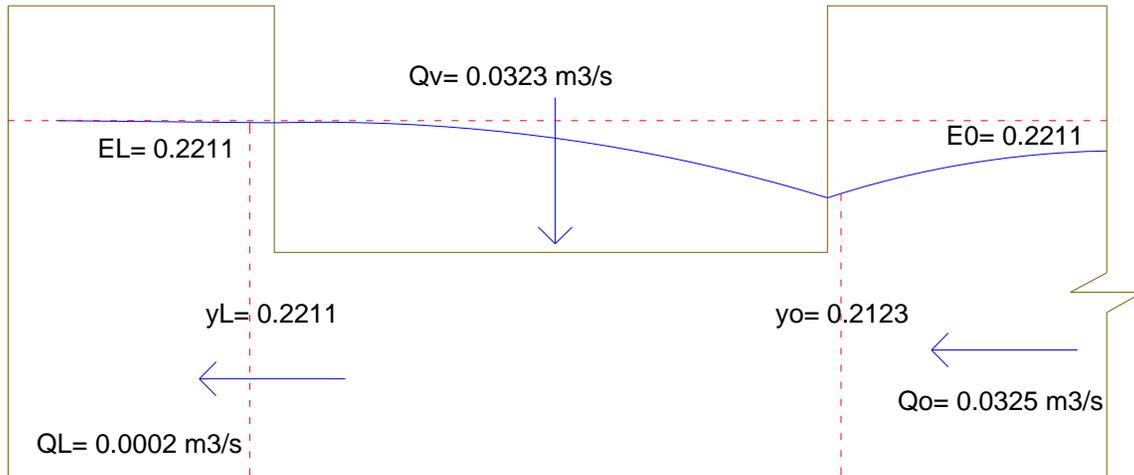
<b>EL</b>	<b>Eo</b>
0.2211	0.2211

Se iteran valores de  $y_0$  a fin de que la igualdad se cumpla y así obtener dicho tirante. El valor que cumple con esta igualdad es:  $y_0 = 0.2123$  m.

Por otra parte haciendo la diferencia del gasto inicial menos el que existe aguas abajo, se obtiene el gasto vertido (m<sup>3</sup>/s):

<b>Qvertido</b>
0.0323

En esta parte del cálculo se tiene un perfil como el mostrado en la siguiente figura.



**Figura 4.1. Corte longitudinal del vertedor, con los tirantes calculados.**

Aplicando la ecuación 3.16 se obtienen las funciones de Marchi:

$\phi M(y_L / E)$	$\phi M(y_o / E)$
-0.0086	-1.7818

Se utilizan las ecuaciones propuestas por Ranja Raju y coautores para determinar el coeficiente  $\mu$ .

Al no existir una ecuación o un parámetro, en dichas expresiones, para definir el coeficiente de descarga  $\mu$  en vertedores con cresta redondeada, se obtiene un promedio del cociente entre un vertedor de cresta delgada y uno de cresta ancha; mediante las ecuaciones 3.23, 3.24 y 3.25.

Se calculan los valores:

$\mu_a$	$\mu_d$	$\mu_p$
0.5310	0.6366	0.5838

$\mu_a$ : coeficiente de descarga para cresta ancha.

$\mu_d$ : coeficiente de descarga para cresta delgada.

$\mu_p$ : coeficiente de descarga promedio.

Con los parámetros previamente calculados y con  $\alpha = 1$ , la longitud del vertedor es la siguiente:

<b>L (m)</b>
1.6705

Cabe resaltar que al desconocer el tirante  $y_L$ , este se propone y se itera hasta obtener el valor de la longitud total del vertedor, mediante la ecuación 3.19. De esta manera se asegura que la magnitud de dicho tirante es la adecuada.

#### 4.1.1 Cálculo del perfil hidráulico

Una vez que se cuenta con todos estos datos, se calcula el perfil hidráulico sobre el canal de aproximación, a cada 0.1 m, en la longitud del vertedor lateral. Para ello se comienza el proceso con el valor del tirante  $y_L = 0.2211$  m.

**Tabla 4.4. Cálculo del perfil hidráulico en el canal de aproximación.**

L-x	$\Delta x$	y	A	P	Rh	$\Delta Q$	Q	V	$\frac{\alpha V^2}{2g}$	Sf	SF	$\Delta y'$	$\Delta y$
0.0000	0.0000	0.2211	0.0811	0.8089	0.1002	0.0002	0.0002	0.0021	0.0000	0.0000			
											0.0000	0.0000	0.0000
0.1000	0.1000	0.2210	0.0810	0.8087	0.1002	0.0021	0.0023	0.0281	0.0000	0.0000			
											0.0000	- 0.0001	0.0001
0.2000	0.1000	0.2210	0.0810	0.8087	0.1002	0.0021	0.0044	0.0541	0.0001	0.0000			
											0.0000	- 0.0002	0.0002
0.3000	0.1000	0.2209	0.0810	0.8085	0.1002	0.0021	0.0065	0.0801	0.0003	0.0000			
											0.0000 43	- 0.0002	0.0002
0.4000	0.1000	0.2207	0.0809	0.8081	0.1001	0.0021	0.0086	0.1060	0.0006	0.0001			
											0.0001	- 0.0003	0.0003
0.5000	0.1000	0.2205	0.0808	0.8076	0.1001	0.0021	0.0107	0.1318	0.0009	0.0001			
											0.0001	- 0.0004	0.0004
0.6000	0.1000	0.2202	0.0807	0.8070	0.1000	0.0021	0.0127	0.1576	0.0013	0.0001			
											0.0001	- 0.0004	0.0004
0.7000	0.1000	0.2198	0.0806	0.8062	0.1000	0.0020	0.0148	0.1832	0.0017	0.0002			
											0.0002	-	0.0005

												0.0005	
0.8000	0.1000	0.2193	0.0804	0.8053	0.0999	0.0020	0.0168	0.2086	0.0022	0.0002			
											0.0002	- 0.0005	0.0006
0.9000	0.1000	0.2188	0.0802	0.8043	0.0998	0.0020	0.0188	0.2339	0.0028	0.0003			
											0.0003	- 0.0006	0.0006
1.0000	0.1000	0.2183	0.0800	0.8032	0.0996	0.0020	0.0207	0.2590	0.0034	0.0003			
											0.0004	- 0.0007	0.0007
1.1000	0.1000	0.2176	0.0798	0.8019	0.0995	0.0019	0.0227	0.2839	0.0041	0.0004			
											0.0004	- 0.0007	0.0007
1.2000	0.1000	0.2170	0.0795	0.8006	0.0994	0.0019	0.0245	0.3085	0.0049	0.0005			
											0.0005	- 0.0007	0.0008
1.3000	0.1000	0.2162	0.0793	0.7991	0.0992	0.0018	0.0264	0.3328	0.0056	0.0005			
											0.0006	- 0.0008	0.0008
1.4000	0.1000	0.2154	0.0790	0.7975	0.0990	0.0018	0.0282	0.3569	0.0065	0.0006			
											0.0007	- 0.0008	0.0009
1.5000	0.1000	0.2146	0.0787	0.7958	0.0989	0.0018	0.0299	0.3806	0.0074	0.0007			
											0.0008	- 0.0009	0.0009
1.6000	0.1000	0.2137	0.0784	0.7941	0.0987	0.0017	0.0317	0.4040	0.0083	0.0008			
											0.0008	- 0.0006	0.0007
1.6700	0.0700	0.2128	0.0780	0.7922	0.0985	0.0012	0.0328	0.4206	0.0090	0.0009			

Se obtiene:

Área hidráulica (m<sup>2</sup>)

Perímetro (m)

Radio hidráulico (m)

Gasto por unidad de longitud (m<sup>3</sup>/s) (Ec. 3.14).

Gasto acumulado (m<sup>3</sup>/s)

Velocidad (m/s)

Pendiente de fricción

Promedio de la pendiente de fricción entre dos secciones

Diferencial de tirante (m)

$\Delta y'$  (Ec. 3.9).

Las ecuaciones para obtener dichos parámetros se muestran en el Anexo 1.

En la ecuación 3.9 al requerir dos tirantes para obtener el valor del incremento o decremento en el tirante  $y$ , se propone un tirante consecutivo a  $y_L$ , y se calcula todo el perfil hasta alcanzar la longitud del vertedor. Si el último tirante coincide con el valor de  $y_0$ , entonces el valor propuesto es correcto, si no se modifica hasta obtener el requerido.

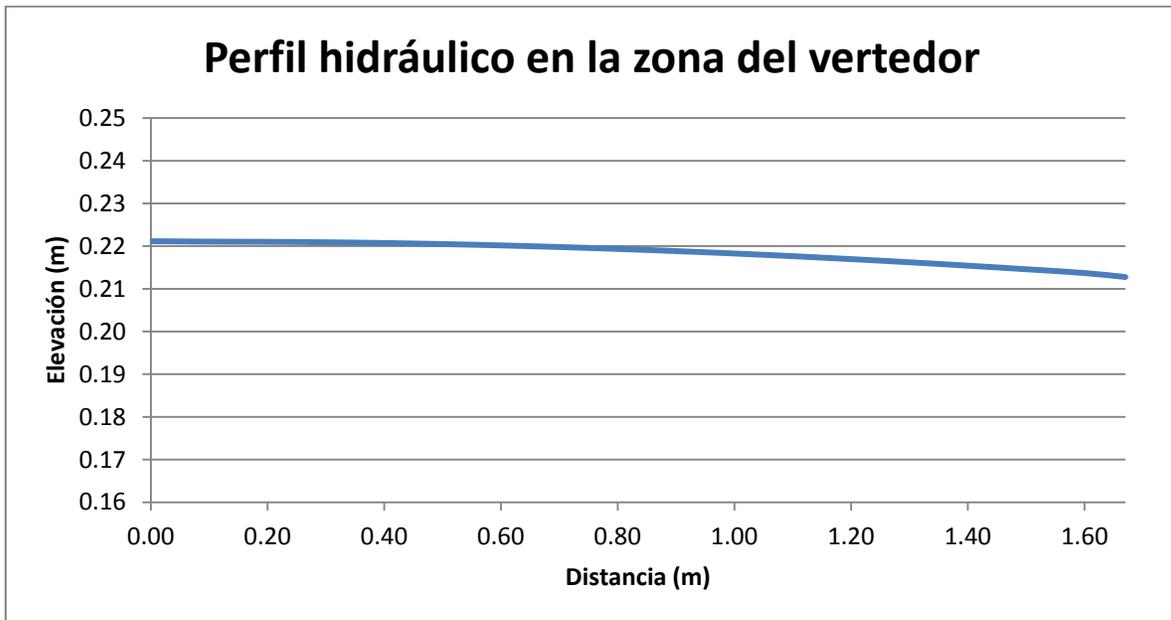
En este caso se obtuvieron los siguientes valores:

**Tabla 4.5. Cálculo del tirante aguas arriba del vertedor.**

L-x	$\Delta x$	y	A	P	Rh	$\Delta Q$	Q	V	$\alpha V^2/2g$	Sf	SF	$\Delta y'$	$\Delta y$
1.6700	0.0700	0.2128	0.0780	0.7922	0.0985	0.0012	0.0328	0.4206	0.0090	0.0009			

El tirante  $y$  que se presenta a la longitud 1.67 m, es un valor muy cercano al tirante  $y_0 = 0.2123$  m, previamente calculado; para el que se tiene un gasto  $Q$ , acumulado de 0.0328 m<sup>3</sup>/s que es muy cercano al inicial. Por lo que se infiere que el tirante propuesto, consecutivo a  $y_L$ , es correcto.

De esta forma se obtiene un perfil con las siguientes características.



**Figura 4.2. Perfil hidráulico sobre el canal de aproximación en la zona del vertedor.**

Para el valor de  $X= 0$  m es el punto aguas abajo de la estructura, donde se presenta el tirante  $y_L$ . Mientras que  $X=1.67$  m es aguas arriba, donde se muestra el tirante  $y_0$ .

### 4.1.2 Alternativa para cálculo del perfil

Existe otro procedimiento para calcular el perfil anteriormente mencionado, mediante la aplicación de la ecuación 3.18. Una vez obtenido el tirante  $y_L$ , se pueden considerar variaciones longitudinales en todo el vertedor, y de esta forma iterando con los distintos valores de  $X$ , obtener el tirante en dicha ubicación.

Procediendo con dicha ecuación y haciendo una comparativa entre ambos perfiles, a fin de conocer la diferencia existente entre ambos, se tiene:

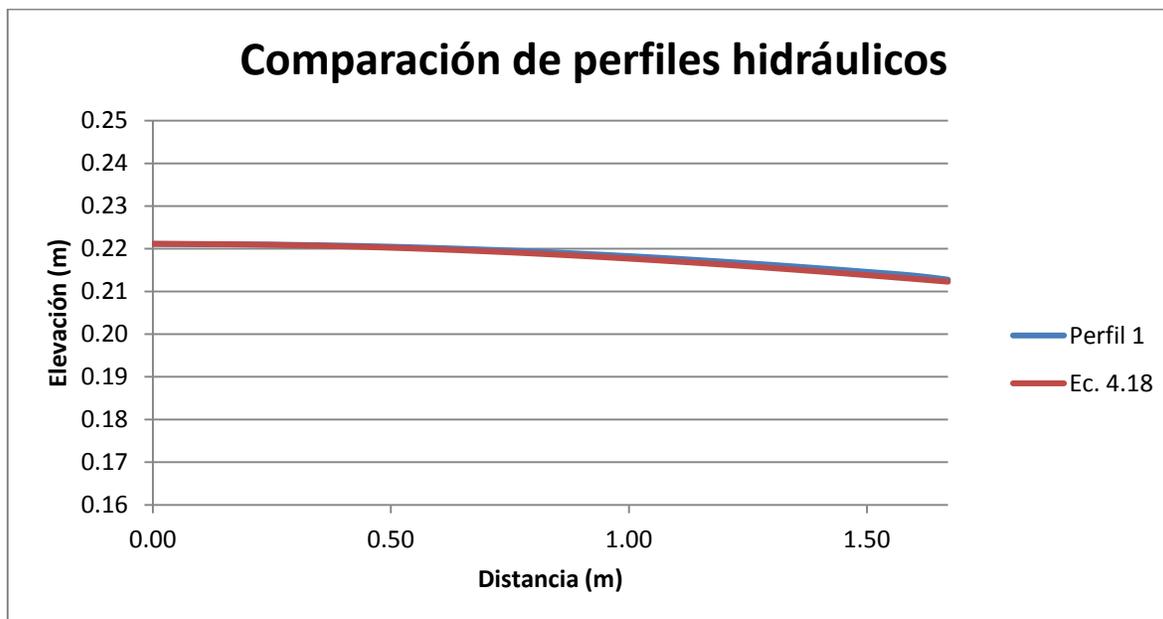


Figura 4.3. Comparación de perfiles hidráulicos.

El porcentaje de error promedio entre los dos perfiles es el siguiente:

%Error prom:	0.2087
--------------	--------

El error no es significativo, con lo que se comprueba que el procedimiento, inicialmente presentado es correcto. Por lo tanto se aplicará en los siguientes casos.

### 4.1.3 Resultados de la primera metodología

El cálculo de los gastos y las velocidades obtenidos en dicho procedimiento validado son:

**Tabla 4.6. Valores del gasto de descarga y velocidades por unidad de longitud.**

X	V	Q	$\Delta Q$
0.0000	0.0021	0.0002	0.0002
0.1000	0.0281	0.0023	0.0021
0.2000	0.0541	0.0044	0.0021
0.3000	0.0801	0.0065	0.0021
0.4000	0.1060	0.0086	0.0021
0.5000	0.1318	0.0107	0.0021
0.6000	0.1576	0.0127	0.0021
0.7000	0.1832	0.0148	0.0020
0.8000	0.2086	0.0168	0.0020
0.9000	0.2339	0.0188	0.0020
1.0000	0.2590	0.0207	0.0020
1.1000	0.2839	0.0227	0.0019
1.2000	0.3085	0.0245	0.0019
1.3000	0.3328	0.0264	0.0018
1.4000	0.3569	0.0282	0.0018
1.5000	0.3806	0.0299	0.0018
1.6000	0.4040	0.0317	0.0017
1.6700	0.4206	0.0328	0.0012

Donde:

X: es la distancia horizontal a cada 0.1m.

V: es la velocidad en cada punto (m/s).

Q: es el gasto acumulado (m<sup>3</sup>/s).

$\Delta Q$ : es la variación de la descarga del gasto por unidad de longitud (m<sup>3</sup>/s).

El cálculo completo de esta metodología se presenta en el Anexo 2.

Como se puede observar el gasto que se descarga no es constante a lo largo de la estructura (flujo espacialmente variado), debido a la variación del tirante.

En este trabajo se busca conocer el funcionamiento del vertedor con el cambio de las condiciones geométricas, tanto del canal como de la estructura de descarga. Y así adquirir el criterio necesario para lograr que el efecto, del fenómeno antes mencionado, se reduzca.

#### 4.1.4 Aplicación del modelo de Hager

Complementariamente, se propone la aplicación de ecuaciones del modelo de Hager (1987), a fin de calcular los ángulos de desviación del flujo con respecto al eje del canal de aproximación.

Con las ecuaciones 3.26, 3.27 y 3.28, se evalúan dichos parámetros para cada iteración del cálculo del perfil, obteniendo lo siguiente para el primer tirante.

**Tabla 4.7. Cálculo del ángulo de desviación del flujo.**

H2	Y	W	sin $\phi$	$\phi$
0.2211	1.0000	0.7597	1.0000	89.7951

$\phi$ : es el ángulo de desviación del flujo en grados.

Este resultado es coherente con las observaciones, ya que aguas abajo del vertedor se presenta una descarga prácticamente frontal, acercándose asintóticamente a 90° (Figura 4.4).

Se ejecuta el mismo procedimiento para los demás tirantes del perfil y se genera:

**Tabla 4.8. Ángulos de desviación del flujo a lo largo del vertedor.**

X	$\phi$
0.0000	89.7951
0.1000	87.2657
0.2000	84.7492
0.3000	82.2480
0.4000	79.7690
0.5000	77.3188
0.6000	74.9034
0.7000	72.5283
0.8000	70.1981
0.9000	67.9172
1.0000	65.6888
1.1000	63.5158
1.2000	61.4003
1.3000	59.3438
1.4000	57.3471
1.5000	55.4109
1.6000	53.5352
1.6700	52.1379

X: son los incrementos de longitud de aguas abajo hacia aguas arriba, en metros.

$\phi$ : es el ángulo de desviación del flujo en grados.

#### 4.1.5 Discusión de los resultados

Los perfiles hidráulicos calculados, ya sean por iteraciones o con el uso de la ecuación 3.18. Muestran resultados coherentes con las observaciones hechas en el modelo físico, más adelante se presentará una comparativa entre estos resultados y las mediciones.

Con esta metodología se obtienen los valores de la elevación del agua en un punto dado, el gasto unitario en dicho punto, el gasto acumulado hasta esa ubicación y su velocidad media. Datos que son necesarios para conformar un estudio hidráulico.

En lo referente a los resultados de los ángulos de desviación, se observa que estos disminuyen conforme se acerca hacia aguas arriba del vertedor, obteniendo el valor más alto para 0 metros de distancia  $\phi = 89.79^\circ$  (aguas abajo) y el más bajo a los 1.67 metros, con  $\phi = 52.13^\circ$  (aguas arriba). Dicho resultado también es congruente con las observaciones en el modelo.



**Figura 4.4. Observación en el modelo físico de los ángulos de desviación.**

Esta metodología proporciona otra herramienta importante, para el análisis del comportamiento del flujo sobre el vertedor lateral.

#### 4.1.6 Modelación numérico elevando la cresta un centímetro ( $V_{c1}$ )

Debido a que se tienen mediciones, hechas en el modelo físico, para dos condiciones: el vertedor con la altura de cresta original y la misma estructura sobre-elevando la cresta un centímetro; se requieren validar los resultados del modelo numérico. Por ello en este apartado se muestran los resultados obtenidos para el análisis numérico del vertedor, con incremento en la altura de la cresta de un centímetro.

Las condiciones geométricas para este vertedor llamado  $V_{c1}$ , son iguales que las del vertedor  $V_a$ , excepto en la altura del vertedor. Por lo tanto presenta las siguientes dimensiones:

**Tabla 4.9. Dimensiones del canal y vertedor ( $V_{ct}$ ).**

<b>Q =</b>	0.0325	$m^3/s$
<b>B =</b>	0.3667	m
<b>w =</b>	0.1780	m
<b>L =</b>	1.6700	m
<b>S =</b>	0.0015	
<b>n =</b>	0.0150	$s/m^{1/3}$

El cálculo arroja los siguientes valores:

**Tabla 4.10. Cálculo de los tirantes  $y_0$  y  $y_L$  y sus respectivos gastos, así como la energía específica ( $V_{ct}$ ).**

<b><math>y_0</math></b>	<b><math>Q_0</math></b>
0.2222	0.0325
<b><math>y_L</math></b>	<b><math>Q_L</math></b>
0.2303	0.0002
<b>EL</b>	<b><math>E_0</math></b>
0.2303	0.2303

<b><math>Q_{vertido}</math></b>
0.0323

#### 4.1.7 Resultados vertedor $V_{c1}$

Los tirantes, velocidades, gastos acumulados, gastos unitarios y ángulos de desviación son:

**Tabla 4.11. Resumen de resultados del cálculo del perfil ( $V_{c1}$ ).**

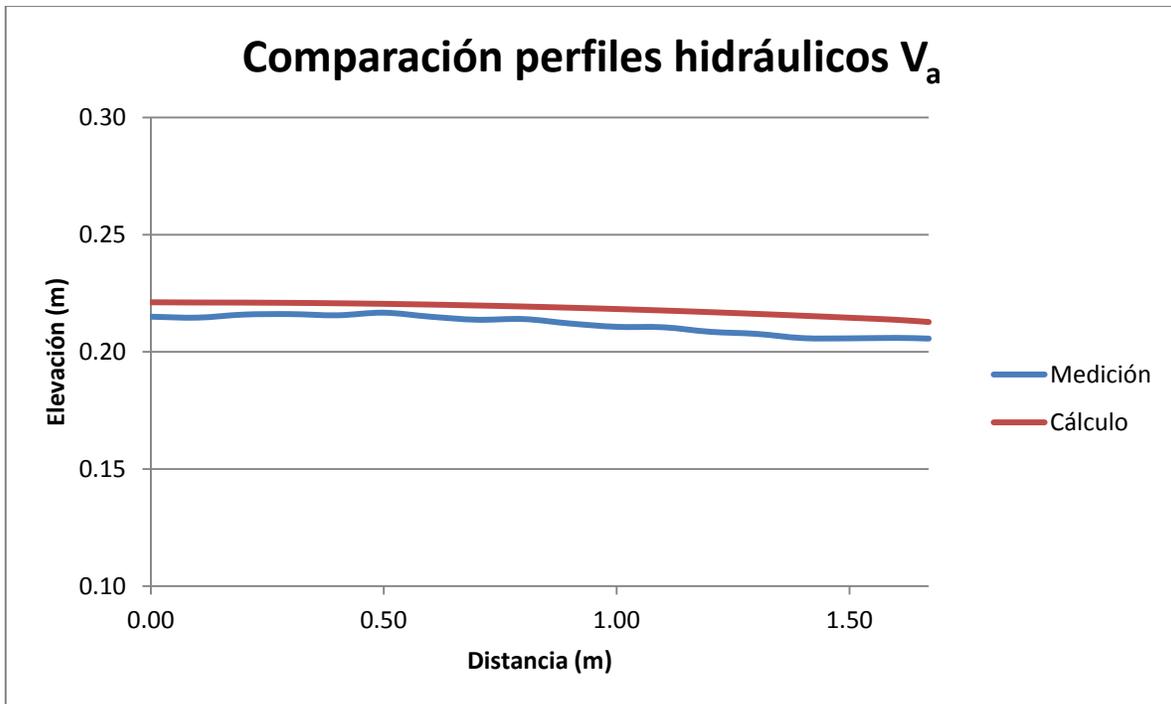
X (m)	y(m)	V(m/s)	Q(m <sup>3</sup> /s)	$\Delta Q$ (m <sup>3</sup> /s)	$\Phi$ (grados)
0.0000	0.2303	0.0021	0.0002	0.0002	89.7934
0.1000	0.2302	0.0269	0.0023	0.0021	87.3602
0.2000	0.2301	0.0517	0.0044	0.0021	84.9390
0.3000	0.2300	0.0765	0.0065	0.0021	82.5315
0.4000	0.2299	0.1012	0.0085	0.0021	80.1442
0.5000	0.2297	0.1259	0.0106	0.0021	77.7830
0.6000	0.2294	0.1504	0.0127	0.0021	75.4534
0.7000	0.2290	0.1749	0.0147	0.0020	73.1605
0.8000	0.2286	0.1992	0.0167	0.0020	70.9088
0.9000	0.2282	0.2233	0.0187	0.0020	68.7022
1.0000	0.2277	0.2473	0.0206	0.0020	66.5439
1.1000	0.2271	0.2710	0.0226	0.0019	64.4367
1.2000	0.2265	0.2945	0.0245	0.0019	62.3828
1.3000	0.2258	0.3178	0.0263	0.0019	60.3837
1.4000	0.2251	0.3408	0.0281	0.0018	58.4404
1.5000	0.2243	0.3634	0.0299	0.0018	56.5537
1.6000	0.2235	0.3858	0.0316	0.0017	54.7237
1.6700	0.2226	0.4017	0.0328	0.0012	53.3694

## 5 COMPARACIÓN DE RESULTADOS ENTRE MEDICIONES Y CÁLCULOS

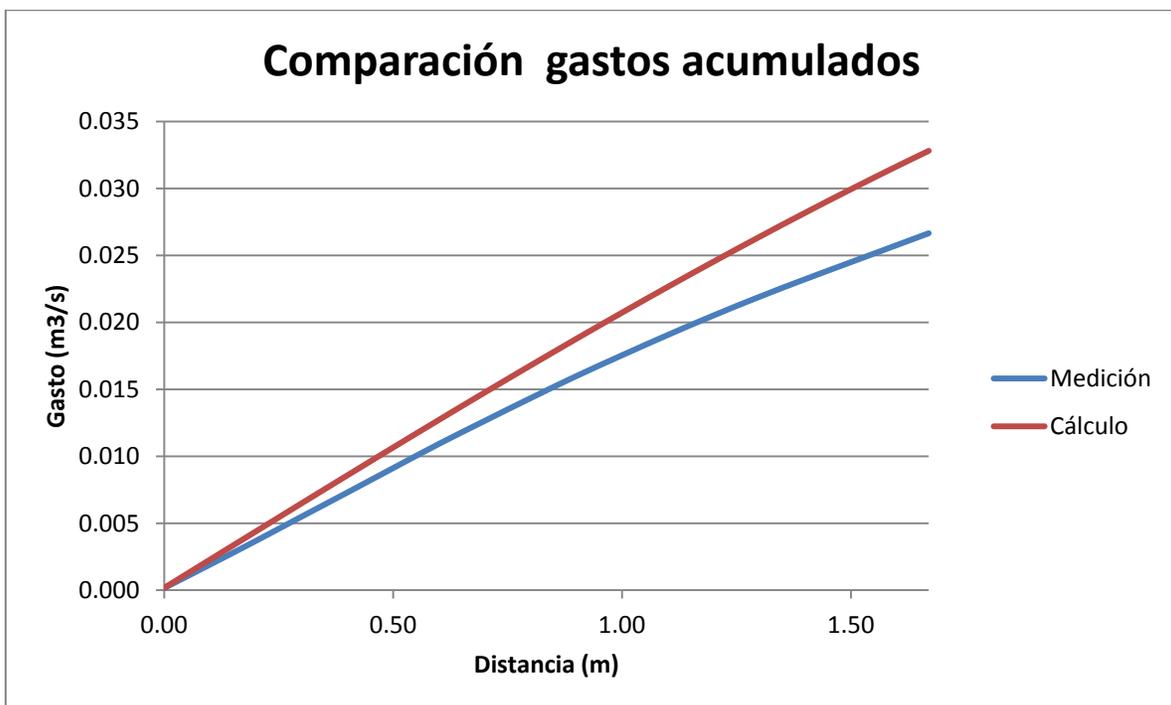
A fin de darle validez a la metodología aquí presentada, se realiza una comparación entre los resultados obtenidos por las mediciones en el modelo físico y los calculados en el capítulo anterior. Los parámetros comparados son: perfiles hidráulicos y gastos acumulados. Cabe resaltar que en ambos casos, tanto para las mediciones como para los cálculos, el gasto se obtiene a partir del perfil.

### 5.1 COMPARACIÓN DE VALORES MEDIDOS CON LOS CALCULADOS DEL VERTEDOR $V_a$

La comparación de los resultados calculados y las mediciones para el vertedor con altura de cresta sin sobreelevación son:



**Figura 5.1. Comparación del perfil medido vs calculado ( $V_a$ ).**



**Figura 5.2. Comparación de gastos acumulados medido vs calculado ( $V_a$ ).**

Al observar el último gráfico de comparación, se percibe que el gasto final vertido no alcanza a ser el valor total. Sin embargo la línea trazada, que une los puntos, presenta una tendencia similar.

El porcentaje de error promedio, en los tirantes y el gasto vertido, es el siguiente:

<b>% Error Y</b>	<b>% Error Q</b>
3.0433	15.2799

Se presenta un error en el gasto descargado, mayor al 10%. Por lo tanto se propone un ajuste.

## **5.2 PROPUESTA DE FACTOR DE AJUSTE**

Una razón por la que las mediciones no muestran un resultado preciso, es por la inestabilidad en el flujo, provocado por la presencia del efecto de desviación lateral; haciendo más complejo el proceso de medición. Pero al existir una tendencia, se propone multiplicar las mediciones por un factor, el cual haga obtener un resultado satisfactorio.

Dicho factor de ajuste se obtiene al promediar la división de los tirantes calculados entre los medidos.

<b>F.A.</b>
1.0314

### 5.2.1 Resultados del factor de ajuste

Una vez hecha la multiplicación de los tirantes por el factor propuesto, se obtiene el siguiente resultado:

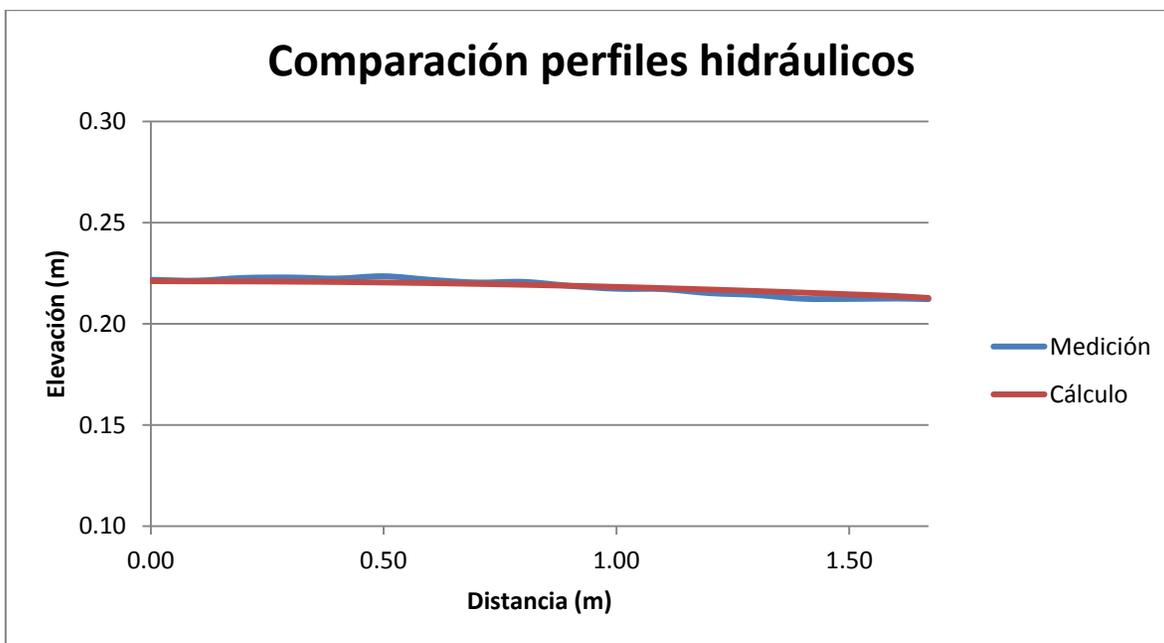


Figura 5.3. Comparación de perfil medido (F.A.) vs calculado ( $V_a$ ).

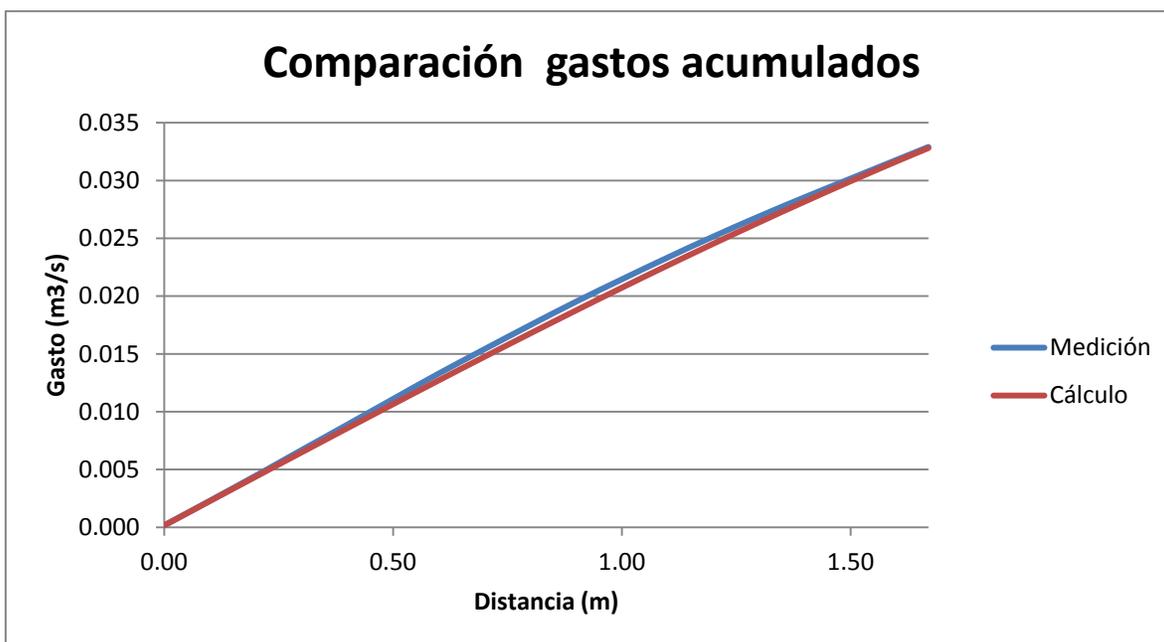


Figura 5.4. Comparación gastos acumulados medido (F.A.) vs calculado ( $V_a$ ).

Disminuyendo los errores a:

% Error Y	% Error Q
0.6476	2.5256

### 5.3 COMPARACIÓN DE VALORES MEDIDOS CON LOS CALCULADOS VERTEDOR $V_{c1}$

En el vertedor con sobreelevación de cresta de un centímetro. Se obtiene la siguiente comparación:

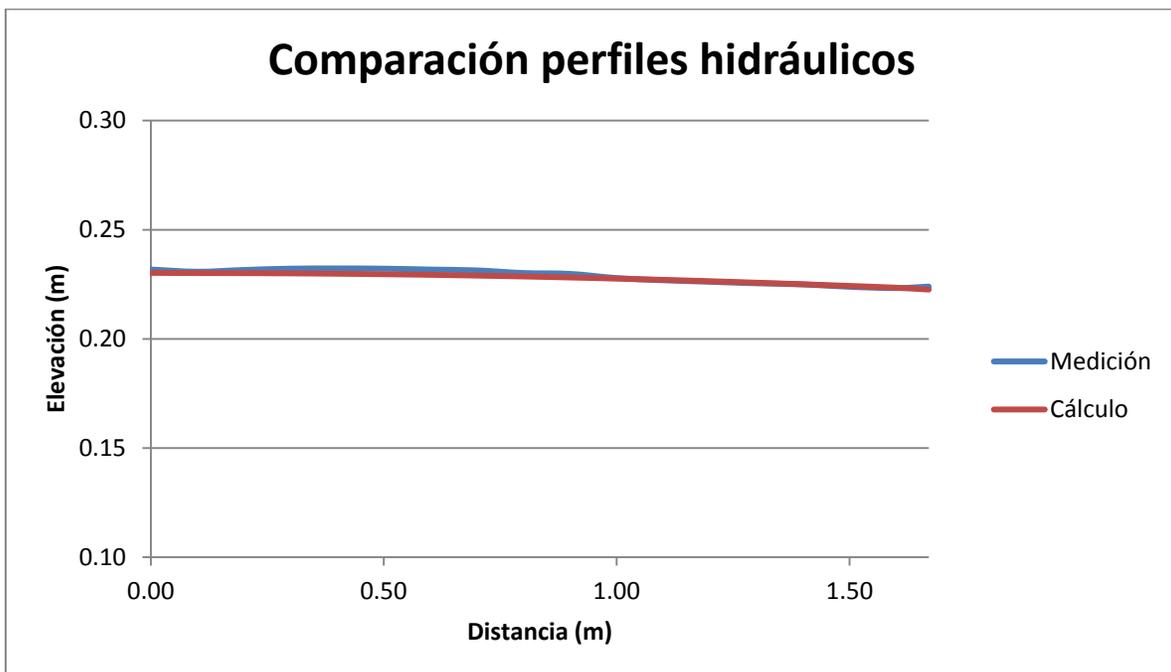
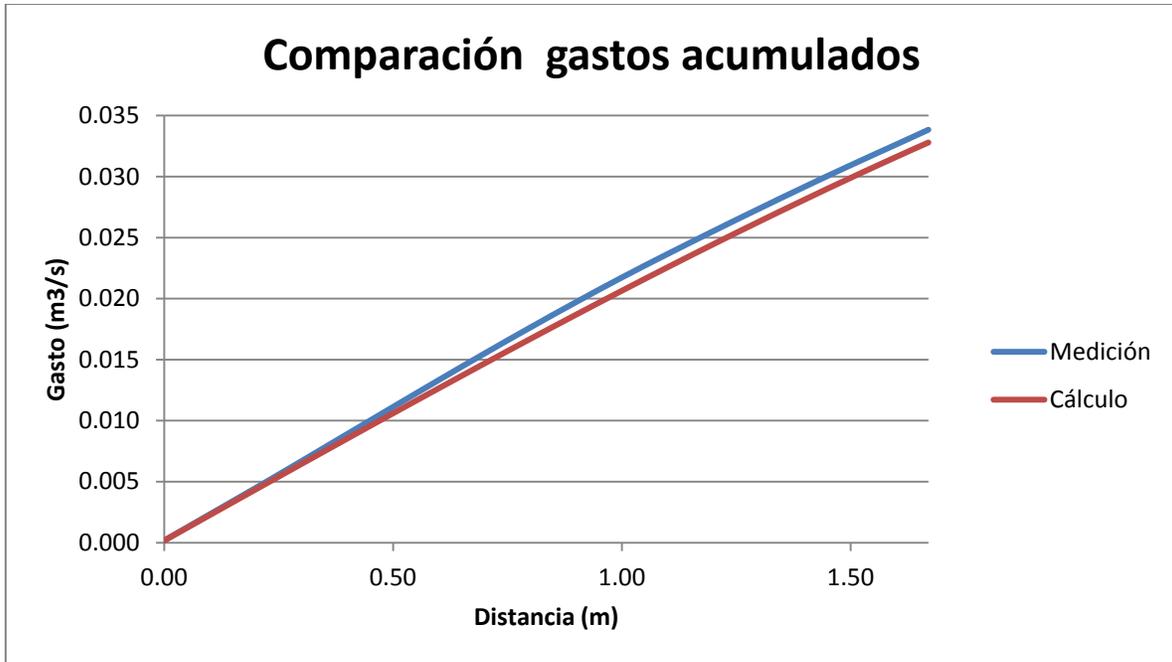


Figura 5.5. Comparación perfil medido vs calculado ( $V_{c1}$ )



**Figura 5.6. Comparación gastos acumulados medido vs calculado ( $V_{c1}$ ).**

Los errores presentados entre ambos son:

%Error Y	%Error Q
0.5261	4.1094

#### 5.4 DISCUSIÓN DE RESULTADOS

En la primer comparativa del vertedor con la altura de cresta de diseño ( $V_a$ ), se presentaron diferencias representativas entre los cálculos y las mediciones. Una explicación coherente a este fenómeno, es que el flujo sobre ese vertedor es inestable, por lo que fluctúa el nivel del agua en el canal, haciendo más complicado el proceso de medición con limnómetro.

Sin embargo, se observa que sigue existiendo la misma tendencia presentada en el cálculo. Por ello al multiplicar las mediciones por un coeficiente de corrección promedio, los errores existentes en el gasto vertido se reducen a 2.5%. Con este resultado se considera que existe un buen ajuste entre las medidas y los cálculos.

En la segunda comparativa del vertedor con aumento de cresta de un centímetro ( $V_{c1}$ ), los tirantes medidos y los gastos descargados, en ambos casos tienen un valor de 4% de error. Por ello se considera que los datos calculados son congruentes con las mediciones.

Con esta revisión se concluye que el modelo numérico arroja resultados confiables, para representar el flujo sobre un vertedor lateral.

## 6 APLICACIÓN DEL MODELO NUMÉRICO A DIFERENTES CONDICIONES

### 6.1 APLICACIÓN DEL MODELO NUMÉRICO A LA PRIMERA VERSIÓN DEL VERTEDOR LATERAL ( $V_b$ )

Una vez validado el procedimiento, éste se rehace con las mismas consideraciones, en la primera versión del modelo físico del vertedor lateral. El cual posee las siguientes dimensiones:

**Tabla 6.1. Dimensiones del canal y el vertedor ( $V_b$ ).**

<b>Q =</b>	0.0325	$m^3/s$
<b>B =</b>	0.4500	m
<b>w =</b>	0.1903	m
<b>L =</b>	2.0000	m
<b>S =</b>	0.0015	
<b>n =</b>	0.0150	$s/m^{1/3}$

Dónde:

Q: es el gasto de diseño.

B: es el ancho del canal de aproximación.

w: es la altura de la cresta del vertedor.

L: es la longitud de la cresta.

S: es la pendiente de fondo del canal de aproximación.

n: es el coeficiente de rugosidad de Manning ( $s/m^{1/3}$ ).

Se obtienen los siguientes resultados:

**Tabla 6.2. Cálculo de los tirantes  $y_o$  y  $y_L$  y sus respectivos gastos, así como la energía específica ( $V_b$ ).**

<b><math>y_o</math></b>	<b>Q</b>
0.2293	0.0325
<b><math>y_L</math></b>	<b>QL</b>
0.2343	0.0002
<b>EL</b>	<b><math>E_o</math></b>
0.2343	0.2343

<b>Qvertido</b>
0.0322

### 6.1.1 Resultados vertedor $V_b$

Los tirantes calculados, las velocidades, los gastos acumulados, el gasto unitario y los ángulos de desviación resultan:

**Tabla 6.3. Resumen de resultados del cálculo del perfil ( $V_b$ ).**

<b>X(m)</b>	<b>y(m)</b>	<b>V(m/s)</b>	<b>Q(m<sup>3</sup>/s)</b>	<b><math>\Delta Q</math>(m<sup>3</sup>/s)</b>	<b><math>\Phi</math>(grados)</b>
0.0000	0.2343	0.0021	0.0002	0.0002	89.7750
0.1000	0.2342	0.0183	0.0019	0.0017	88.0447
0.2000	0.2342	0.0345	0.0036	0.0017	86.3207
0.3000	0.2342	0.0506	0.0053	0.0017	84.6021
0.4000	0.2341	0.0668	0.0070	0.0017	82.8911
0.5000	0.2340	0.0829	0.0087	0.0017	81.1903
0.6000	0.2339	0.0990	0.0104	0.0017	79.5019
0.7000	0.2337	0.1150	0.0121	0.0017	77.8282
0.8000	0.2336	0.1310	0.0138	0.0017	76.1711
0.9000	0.2334	0.1469	0.0154	0.0017	74.5327
1.0000	0.2331	0.1628	0.0171	0.0016	72.9147
1.1000	0.2329	0.1785	0.0187	0.0016	71.3187
1.2000	0.2326	0.1942	0.0203	0.0016	69.7462
1.3000	0.2323	0.2098	0.0219	0.0016	68.1986
1.4000	0.2320	0.2253	0.0235	0.0016	66.6769
1.5000	0.2317	0.2406	0.0251	0.0016	65.1821
1.6000	0.2313	0.2559	0.0266	0.0015	63.7151
1.7000	0.2309	0.2710	0.0282	0.0015	62.2765
1.8000	0.2305	0.2859	0.0297	0.0015	60.8669
1.9000	0.2301	0.3008	0.0311	0.0015	59.4867
2.0000	0.2296	0.3154	0.0326	0.0015	58.1361

## 6.2 COMPARACIÓN DE RESULTADOS DEL VERTEDOR ( $V_a$ ) CON EL VERTEDOR ( $V_b$ )

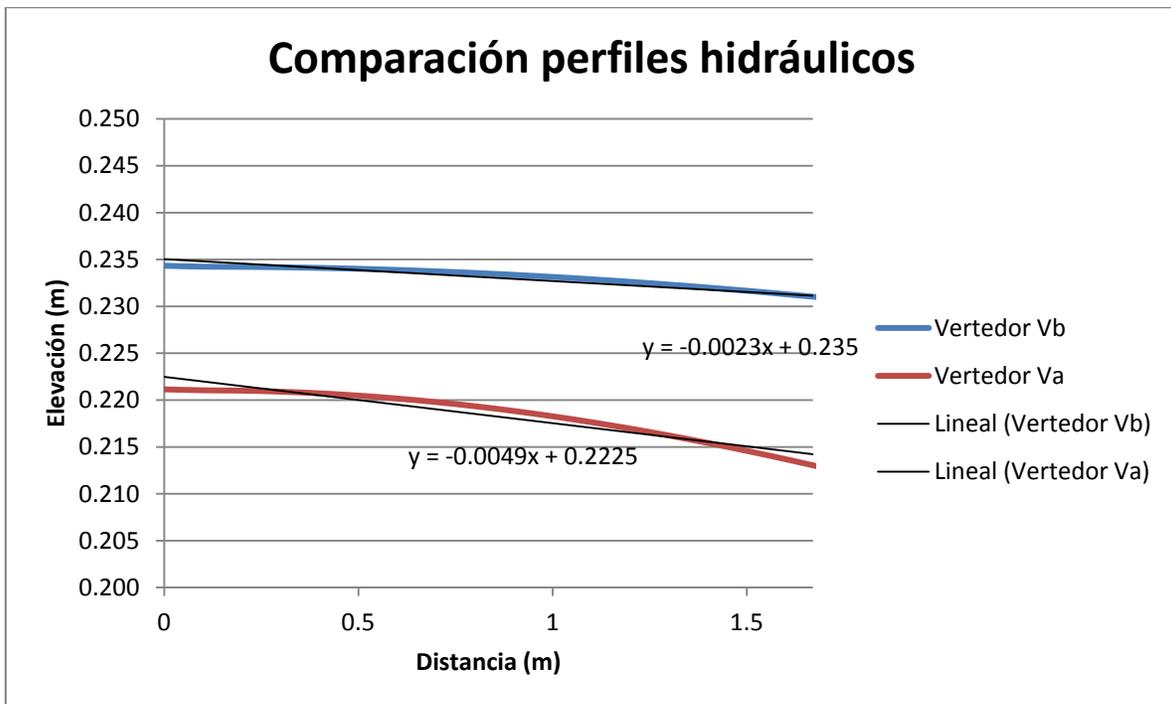
El vertedor de la primera versión del modelo físico funcionaba correctamente a simple vista. Por ello se requiere hacer una comparación del análisis numérico entre ambas versiones, para observar que parámetros son los que difieren entre sí.

### 6.2.1 Pendiente promedio del perfil hidráulico

Se requiere que el perfil hidráulico se comporte de manera lineal, tendiendo a ser una recta horizontal. Por tanto el primer parámetro que se propone para hacer una comparativa de funcionamiento, es ajustar una recta a la serie de puntos que conforman dicho perfil y obtener una pendiente media.

Para los dos vertedores comparados tenemos:

m (Va)	m (Vb)
-0.0049	-0.0023



**Figura 6.1. Comparativa perfiles hidráulicos  $V_a$  vs  $V_b$ .**

Se observa que la pendiente del vertedor  $V_b$ , tiene un valor del orden de la mitad del correspondiente al vertedor  $V_a$ . Ello representa que el comportamiento hidráulico del perfil de elevaciones ( $V_b$ ) tiene una mayor proximidad a una recta horizontal.

### 6.2.2 Gasto descargado

En cuanto al gasto descargado por el vertedor, se infiere que para que se presente un funcionamiento correcto, la estructura debe descargar una cantidad uniforme de agua a lo

largo de esta. Esto se presentaría en el caso ideal que los valores del gasto por unidad de longitud  $\Delta Q$  fueran iguales en cualquier punto del vertedor.

Se analizan los  $\Delta Q$  del vertedor  $V_a$ , y calculado el porcentaje de gasto derivado por unidad de longitud con respecto al total, se divide el vertedor en dos tramos: la primera mitad aguas abajo, mientras que la segunda aguas arriba. La suma de los porcentajes unitarios da como resultado:

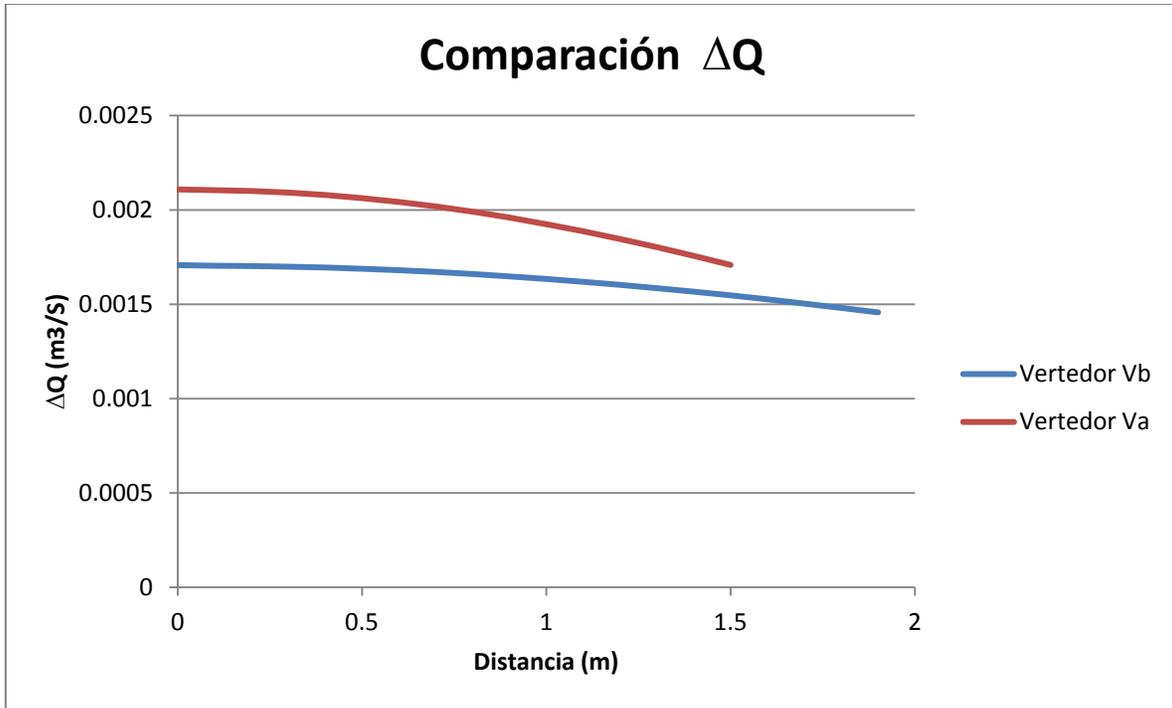
<b>% 1a parte (aguas abajo)</b>	<b>% 2a parte (aguas arriba)</b>	<b>Diferencia</b>
51.1333	48.8667	2.2666

Haciendo el análisis para el vertedor  $V_b$  se tiene:

<b>% 1a parte (aguas abajo)</b>	<b>% 2a parte (aguas arriba)</b>	<b>Diferencia</b>
49.8556	50.1444	-0.2888

El vertedor  $V_a$  descarga mayor cantidad de agua en la mitad aguas abajo, mientras que el vertedor  $V_b$  lo hace de manera contraria en la mitad aguas arriba. Este último lo efectúa de manera más uniforme en toda su longitud.

Se expone una comparación entre las descargas que presentan ambos vertedores.



**Figura 6.2. Comparación de gastos unitarios  $V_a$  vs  $V_b$ .**

Se observa que para el vertedor  $V_b$ , existe una descarga con una tendencia más lineal y con valores más pequeños por unidad de longitud. Esto se da porque la cresta de dicha estructura tiene una longitud mayor, y por ello presenta menor carga hidráulica.

### 6.2.3 Ángulo de desviación del flujo

Los valores del ángulo de desviación al inicio del vertedor muestran que el  $V_b$ , presenta un mejor comportamiento hidráulico, acercándose más a  $90^\circ$  (comportamiento de vertedor frontal). Tal como se manifiesta en la siguiente tabla:

**Tabla 6.4. Ángulos de desviación aguas arriba de los vertedores  $V_a$  y  $V_b$ .**

$X (V_a)$	$\phi (V_a)$
1.6700	52.1379
$X (V_b)$	$\phi (V_b)$
2.0000	58.1361

### 6.2.4 Discusión de resultados

Al observar una mejora significativa en los resultados, tanto para la pendiente, el gasto vertido y el ángulo de desviación; se concluye que el vertedor  $V_b$  presenta un comportamiento más parecido a un vertedor frontal que el  $V_a$ . Por ello la estructura en estudio debería cambiar

alguna de sus condiciones geométricas, para asemejarse al vertedor  $V_b$  y de esta forma asegurar un buen funcionamiento.

Los cambios que se proponen para el vertedor  $V_a$  son: aumentar la altura de la cresta, el ancho del canal de aproximación y revisar la longitud de la cresta vertedora.

Con la finalidad de conocer por cuál de las tres condiciones se presenta la mejora. Se harán distintos cálculos del modelo, variando todos los parámetros propuestos anteriormente y así inferir la forma de optimizar el diseño.

### 6.3 MODELACIÓN NUMÉRICA PARA DIFERENTES ELEVACIONES DE CRESTA

Con el objetivo de ilustrar de forma numérica, el comportamiento del vertedor para diferentes elevaciones de cresta. Se realizan cálculos incrementando dicha dimensión en intervalos de un centímetro, hasta alcanzar 10 cm de sobreelevación de cresta.

La gráfica de comparación que se presenta a continuación, muestra la variación de los perfiles hidráulicos para cada caso.

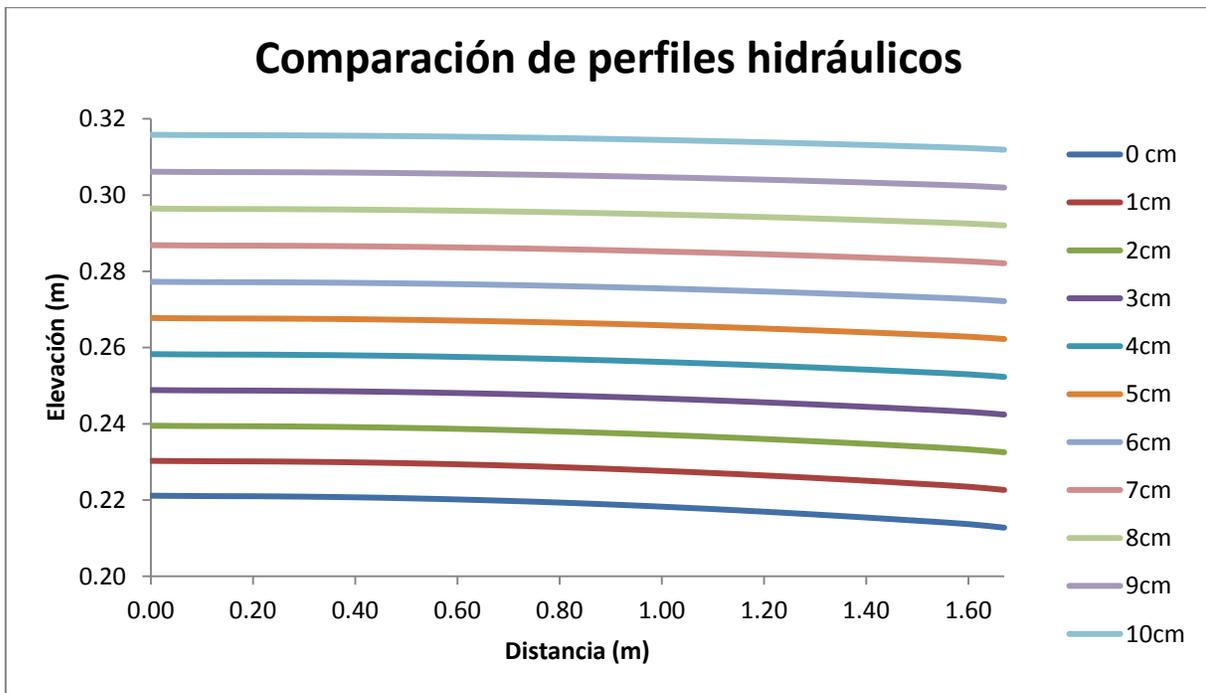


Figura 6.3. Comparación perfiles hidráulicos para diferentes elevaciones de cresta.

Se puede observar que al elevar la cresta vertedora, cada uno de los perfiles correspondientes aumenta proporcionalmente su altura. La pendiente promedio de cada uno de ellos tiene la siguiente forma.

**Tabla 6.5. Pendiente promedio para los perfiles obtenidos con diferentes elevaciones de cresta.**

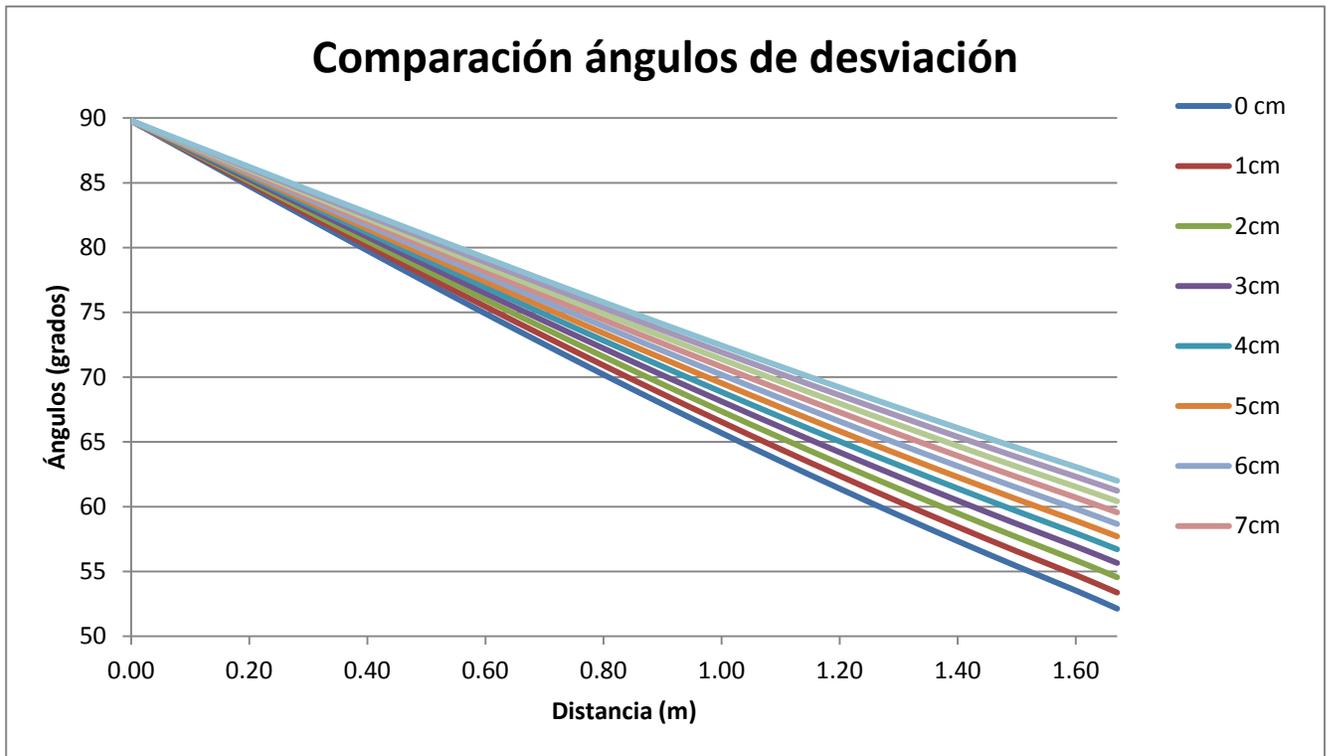
$\Delta w$	<b>m</b>
0	-0.0049
1	-0.0045
2	-0.0041
3	-0.0038
4	-0.0035
5	-0.0032
6	-0.0030
7	-0.0028
8	-0.0026
9	-0.0024
10	-0.0023

Donde:

$\Delta w$ : es el incremento en la altura de la cresta vertedora, en centímetros.

m: es la pendiente promedio del perfil hidráulico.

Comparando los ángulos de desviación del flujo se tiene:



**Figura 6.4. Comparación ángulos de desviación para diferentes elevaciones de cresta.**

Los valores de los ángulos de desviación, para el primer punto aguas arriba del vertedor son los siguientes:

**Tabla 6.6. Ángulos de desviación obtenidos para diferentes elevaciones de cresta.**

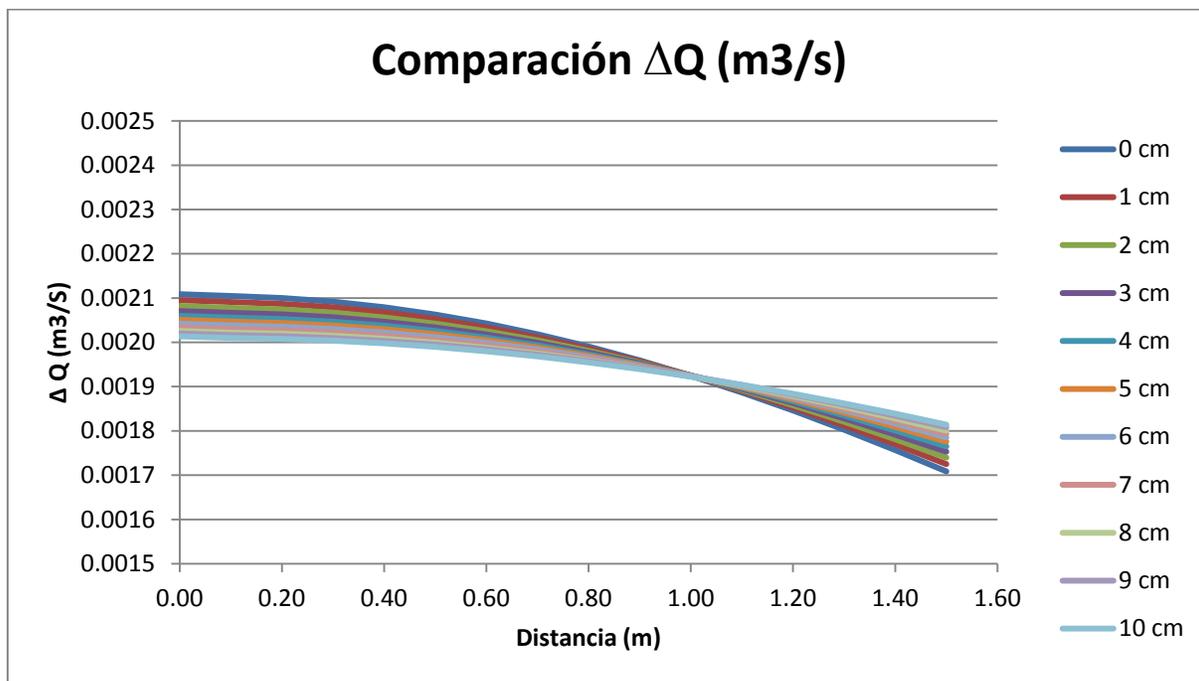
$\Delta w$	$\phi$
0	52.1317
1	53.3694
2	54.5463
3	55.6570
4	56.7127
5	57.7103
6	58.6585
7	59.5627
8	60.4212
9	61.2259
10	62.0006

Donde:

$\Phi$ : es el ángulo de desviación del flujo, en grados.

Conforme se incrementa la altura del vertedor, los ángulos de desviación aumentan en la zona aguas arriba de la estructura.

Los gastos descargados por unidad de longitud son:



**Figura 6.5. Comparación de gastos unitarios para diferentes elevaciones de cresta.**

Con el aumento en la elevación de la cresta, la tendencia que presenta el gasto que se descarga, pasa de tener una variación no lineal a ser prácticamente una línea recta horizontal con una pendiente pequeña. Esto se da para la condición de 10 cm de sobreelevación.

Dividiendo la longitud total del vertedor en dos partes: la primera aguas abajo y la segunda aguas arriba. Y haciendo la diferencia del primer valor menos el segundo, se presentan los siguientes porcentajes de descarga con respecto al total.

**Tabla 6.7. Porcentajes de gastos descargados en la primera y segunda mitad del vertedor, para diferentes elevaciones de cresta.**

$\Delta w$	% (1a mitad)	% (2a mitad)	Diferencia
0 cm	51.1333	48.8667	2.2666
1 cm	50.9183	49.0817	1.8367
2 cm	50.7250	49.2750	1.4500
3 cm	50.5531	49.4469	1.1063
4 cm	50.3992	49.6008	0.7984
5 cm	50.2619	49.7381	0.5238
6 cm	50.1387	49.8613	0.2773
7 cm	50.0276	49.9724	0.0552
8 cm	49.9279	50.0721	-0.1442
9 cm	49.8393	50.1607	-0.3213
10 cm	49.7586	50.2414	-0.4827

Se aprecia que en el incremento de altura entre siete y ocho centímetros, hay un cambio de signo en la diferencia de porcentajes. Esto indica, que en dicho punto es dónde el vertedor trabaja de la forma más correcta para los cálculos realizados. Las tablas resumen para cada condición se muestran en los Anexos 3-12.

### 6.3.1 Discusión de los resultados

Para alturas de cresta mayores a la existente, el vertedor lateral presenta una mejora significativa en los tres parámetros, que describen el comportamiento hidráulico en este trabajo.

Las pendientes promedio que se dan en los perfiles, disminuyen de -0.0049 hasta -0.0023, este último para la condición de 10 cm. de incremento. Lo que indica que a mayor elevación en la estructura, existe una mayor similitud del perfil hidráulico con una línea recta horizontal.

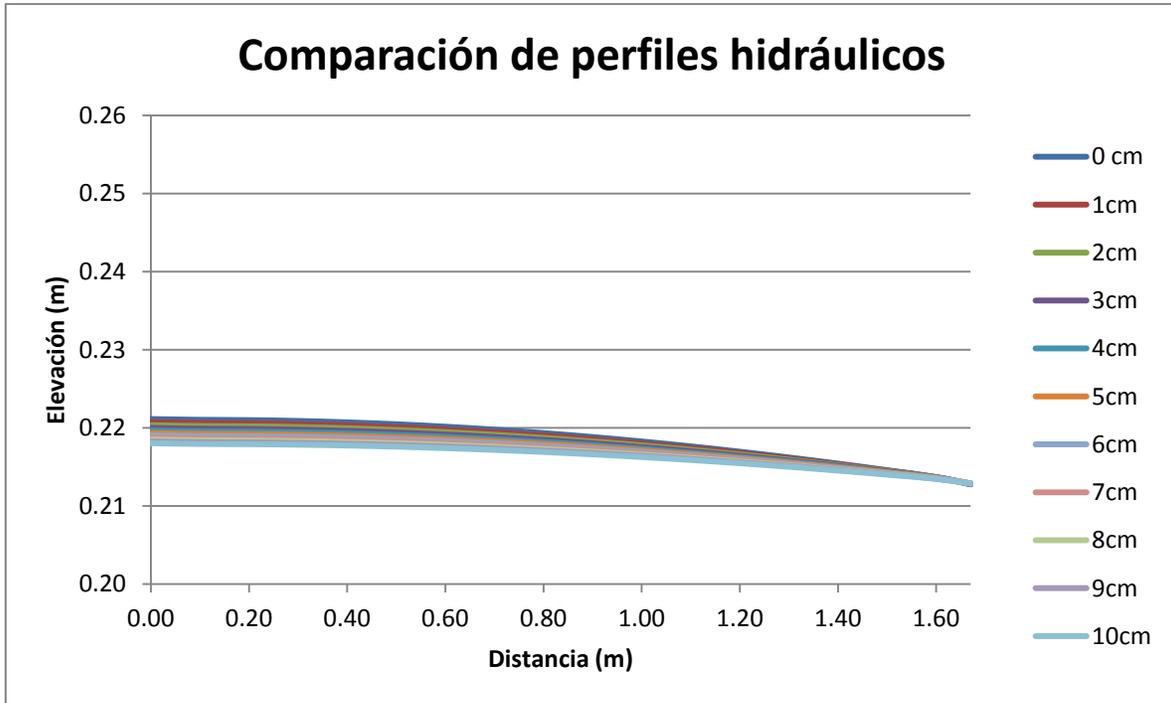
Los valores que se presentan aguas arriba, para el ángulo de desviación, se incrementan de 52 a 62° en los diferentes escenarios. Esto manifiesta que para elevaciones más grandes de cresta, el ángulo crece tendiendo a ser más cercano a 90°. Tal valor se presenta en los vertedores frontales. Por lo tanto este parámetro también comprueba la mejora en el flujo.

Observando los valores de las diferencias de descarga unitaria. Se percibe que el vertedor presenta un comportamiento aceptable, para un valor de sobreelevación entre siete y ocho cm. En estos puntos la diferencia de gastos vertidos en la primera y segunda mitad es mínima.

#### 6.4 MODELACIÓN NUMÉRICA PARA DIFERENTES ANCHOS DE CANAL DE APROXIMACIÓN

El modelo se aplica para diferentes valores del ancho del canal de aproximación. Variando dicho ancho de uno hasta 10 cm, sobrepasando el valor original.

Se obtienen los siguientes resultados para los perfiles hidráulicos:



**Figura 6.6. Comparación de perfiles hidráulicos para diferentes anchos de canal.**

En este caso como solamente cambia el ancho del canal, y no así la elevación de cresta vertedora, los perfiles no fluctúan significativamente en altura.

Obteniendo las pendientes promedio para dichos perfiles, se tiene:

**Tabla 6.8. Pendiente promedio para los perfiles obtenidos con diferentes anchos de canal.**

$\Delta B$	m
0	-0.0049
1	-0.0047
2	-0.0044
3	-0.0042
4	-0.0040
5	-0.0038
6	-0.0036
7	-0.0035

8	-0.0033
9	-0.0032
10	-0.0030

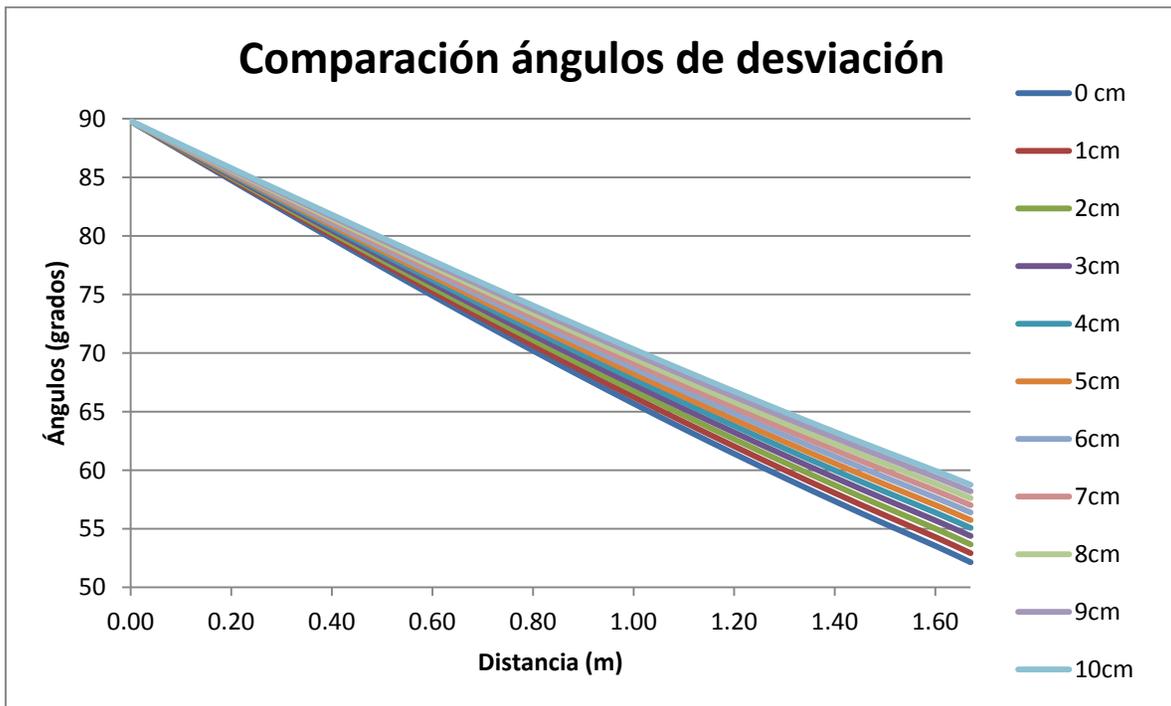
Donde:

$\Delta B$ : es el incremento en el ancho del canal de aproximación, en centímetros.

m: es la pendiente promedio del perfil hidráulico.

A pesar de la observación hecha anteriormente, se puede apreciar que en los valores de las pendientes existe una diferencia notoria. Sin embargo, no se alcanza a corregir la pendiente tanto como lo hace con la variación de altura de vertedor.

Los resultados para los ángulos de desviación son:



**Figura 6.7. Comparación de ángulos de desviación para diferentes anchos de canal.**

Los valores de dichos ángulos aguas arriba de la estructura son:

**Tabla 6.9. Ángulos de desviación obtenidos para diferentes anchos de canal.**

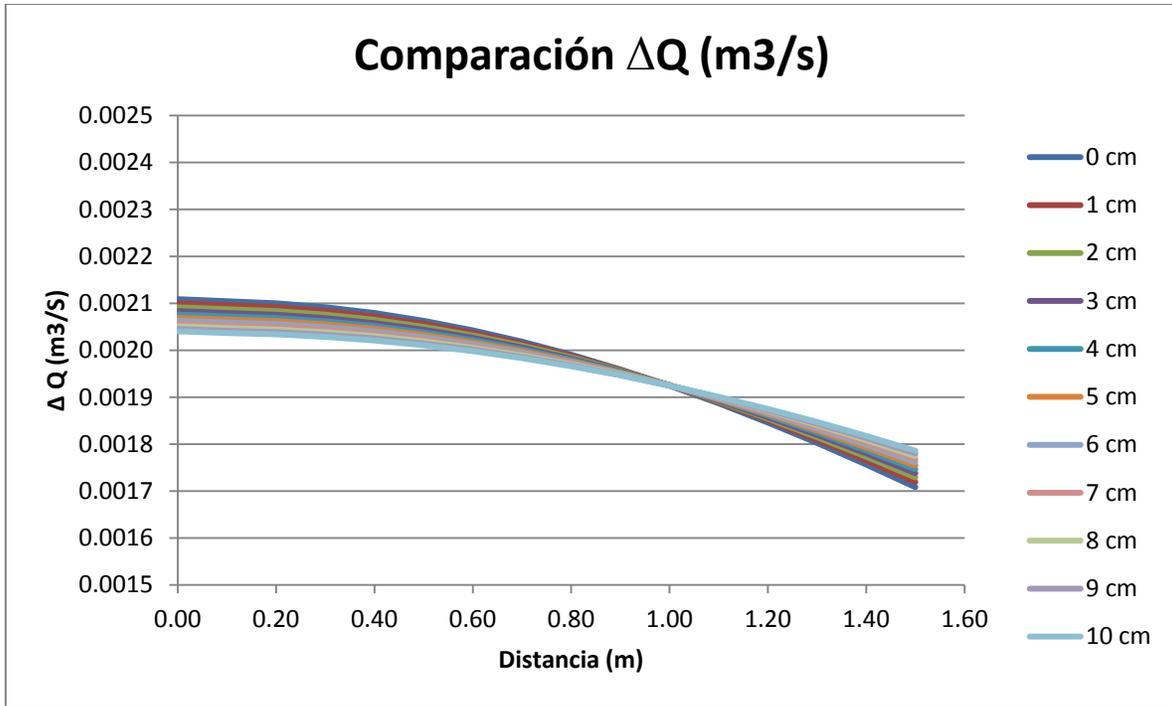
$\Delta B$	$\phi$
0	52.1379
1	52.9137
2	53.6587
3	54.3797
4	55.0731
5	55.7417
6	56.3873
7	57.0121
8	57.6106
9	58.1949
10	58.7547

Donde:

$\Phi$ : es el ángulo de desviación del flujo, en grados.

Con el aumento del ancho del canal ( $\Delta B$ ), aumenta el valor de los ángulos de desviación. Sin embargo, el valor para 10cm de variación, no alcanza el resultado presentado en la misma variación pero de elevación de cresta.

La comparación de los gastos descargados por unidad de longitud es:



**Figura 6.8. Comparación de gastos unitarios para diferentes anchos de canal.**

Los porcentajes de descarga en las dos mitades del vertedor son:

**Tabla 6.10. Porcentajes de gastos descargados en la primera y segunda mitad del vertedor, para diferentes anchos de canal.**

$\Delta B$	% (1a mitad)	% ( 2a mitad)	Diferencia
0 cm	51.1333	48.8667	2.2666
1 cm	50.9947	49.0053	1.9894
2 cm	50.8650	49.1350	1.7300
3 cm	50.7454	49.2546	1.4909
4 cm	50.6349	49.3651	1.2698
5 cm	50.5324	49.4676	1.0648
6 cm	50.4371	49.5629	0.8741
7 cm	50.3482	49.6518	0.6964
8 cm	50.2661	49.7339	0.5321
9 cm	50.1887	49.8113	0.3775
10 cm	50.1172	49.8828	0.2344

La diferencia de gastos vertidos no llega a reducirse tanto como en el caso anterior. Las tablas resumen para cada condición se muestran en los Anexos 13-22.

#### **6.4.1 Discusión de los resultados**

Como era de esperarse el vertedor presenta un mejor funcionamiento para los anchos de canal más grandes.

Al comparar las distintas elevaciones, los perfiles hidráulicos no muestran grandes cambios en elevaciones. Sin embargo, al calcular las pendientes promedio de dichos perfiles, hay variaciones en las magnitudes, tendiendo a ser una pendiente más pequeña conforme más ancho es el canal de aproximación.

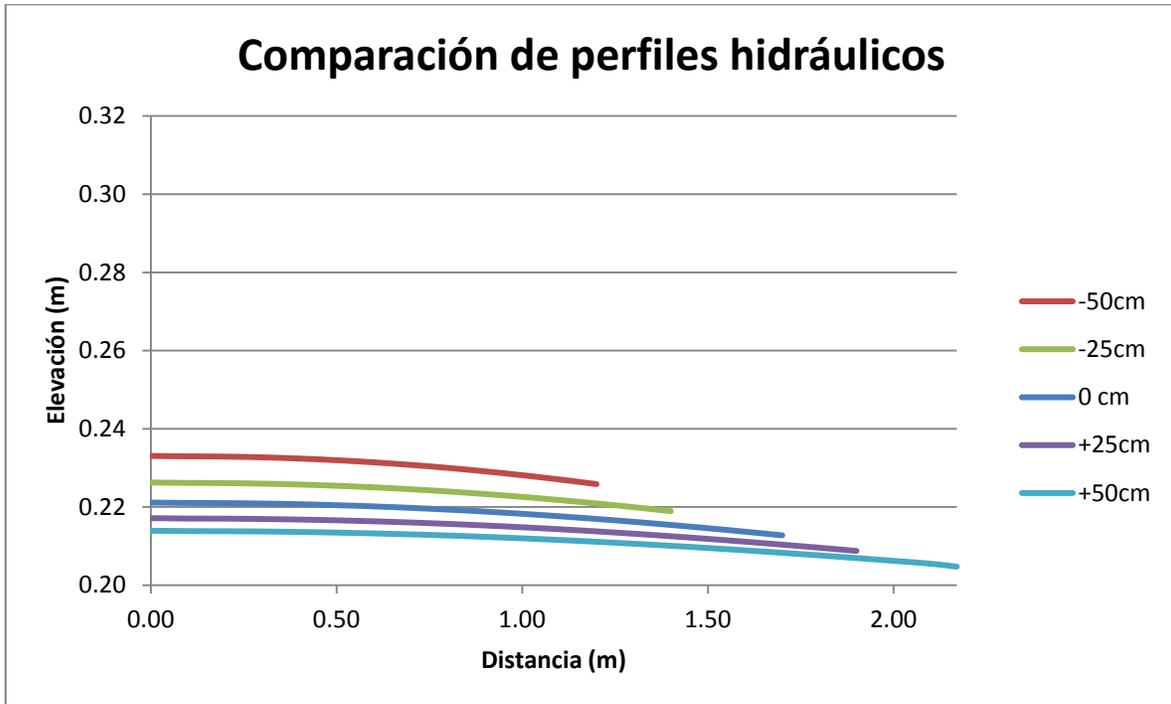
Los resultados de los ángulos de desviación que arroja el modelo, muestran una tendencia parecida a la que se manifestó en la comparativa de elevaciones de cresta. Esto es: para mayor magnitud en el ancho del canal, los ángulos de desviación aguas arriba se incrementan y de esta forma son más cercanos a  $90^\circ$ , lo cual significa que el flujo corrige su comportamiento en esta zona del vertedor.

Los valores de los parámetros obtenidos en este apartado, indican una mejoría notoria en el funcionamiento. Pero a pesar de ser incrementos iguales al caso de la elevación de la cresta, el flujo no logra alcanzar el mismo comportamiento. Por ello se concluye que la elevación de la cresta tiene un impacto mayor en la corrección del funcionamiento, y para que la variación del ancho del canal permitiera obtener los mismos resultados, se requerirían mayores incrementos en su magnitud.

## 6.5 MODELACIÓN NUMÉRICA PARA DIFERENTES LONGITUDES DE VERTEDOR

En este subcapítulo se presenta la modelación, para diferentes longitudes de cresta, las cuales son: -50, -25, +25,+50cm con respecto a la longitud original.

Los resultados para la variación de longitud de cresta son los siguientes:



**Figura 6.9. Comparación de perfiles hidráulicos para diferentes longitudes de cresta.**

Los perfiles hidráulicos muestran que entre menor sea la longitud del vertedor, más carga hidráulica toman los valores del perfil.

Los valores de las pendientes promedio son:

**Tabla 6.11. Pendiente promedio para los perfiles obtenidos con diferentes longitudes de cresta.**

$\Delta L$	m
-50	-0.0060
-25	-0.0052
0	-0.0049
25	-0.0040
50	-0.0033

Donde:

$\Delta L$ : es la variación de la longitud con respecto a la original, en centímetros.

m: es la pendiente promedio del perfil.

Contrariamente a lo esperado, para longitudes menores, la pendiente del perfil da un valor más grande. Por ello, se obtienen las diferencias entre el primer y último tirante, para observar si dicho comportamiento es similar.

**Tabla 6.12. Diferencia entre tirantes aguas arriba y aguas abajo del vertedor para diferentes longitudes de cresta.**

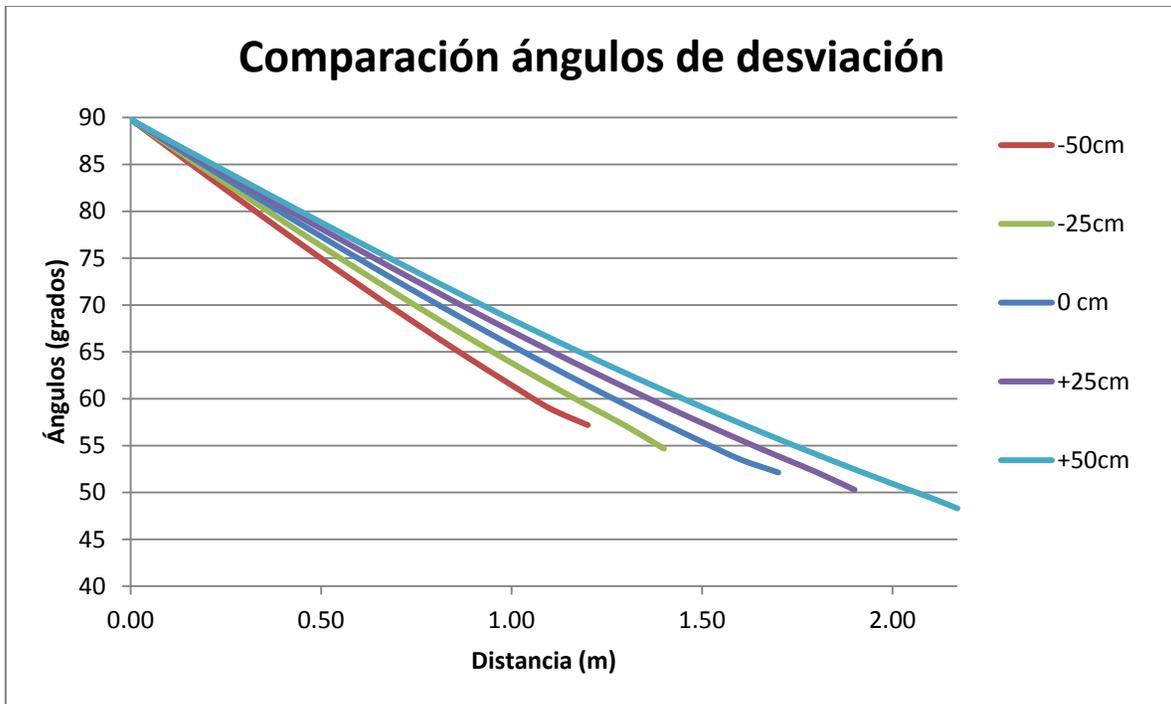
$\Delta L$	$\Delta y$
-50	0.0072
-25	0.0073
0	0.0084
25	0.0084
50	0.0092

Donde:

$\Delta y$ : es la diferencia de tirante existente entre el tirante aguas abajo y el de aguas arriba, en metros.

Conforme menos longitud tiene la cresta vertedora, menores son las diferencias entre los tirantes extremos.

Comparando los ángulos de desviación del flujo:



**Figura 6.10. Comparación de ángulos de desviación para diferentes longitudes de cresta.**

Los valores para el punto extremo aguas arriba del vertedor son:

**Tabla 6.13. Ángulos de desviación obtenidos para diferentes longitudes de cresta.**

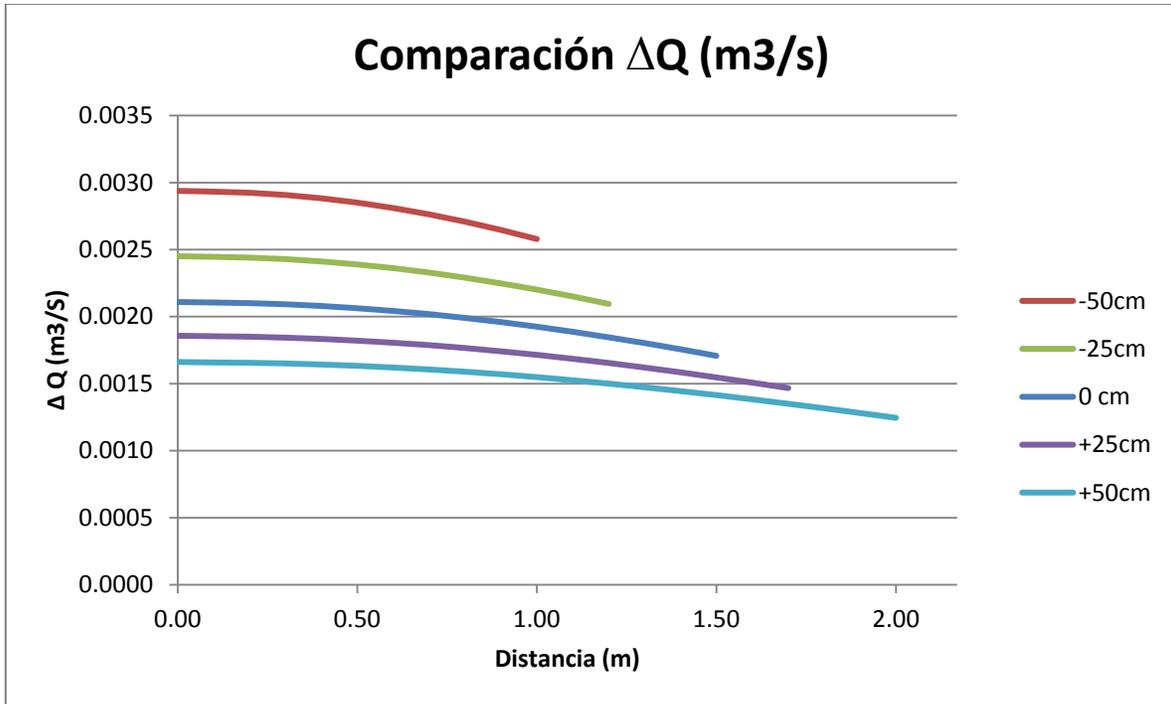
$\Delta L$	$\phi$
-50	57.1831
-25	54.6585
0	52.1317
25	50.2906
50	48.2956

Donde:

$\Phi$ : es el ángulo de desviación del flujo, en grados.

Se aprecia que los ángulos de desviación, son de mayor orden en los vertedores de menor longitud.

Los gastos descargados muestran el siguiente comportamiento:



**Figura 6.11. Comparación de gastos unitarios para diferentes longitudes de cresta.**

Los porcentajes de gastos descargados en el vertedor son:

**Tabla 6.14. Porcentajes de gastos descargados en la primera y segunda mitad del vertedor, para diferentes longitudes de cresta.**

$\Delta L$	% (1a mitad)	% (2a mitad)	Diferencia
-50	49.2856	50.7144	-1.4288
-25	48.4692	51.5308	-3.0617
0	51.1345	48.8655	2.2689
25	50.5362	49.4638	1.0723
50	52.5554	47.4446	5.1108

Las tablas resumen para cada condición se muestran en los Anexos 23-26.

### 6.5.1 Discusión de los resultados

Las pendientes promedio calculadas para los perfiles, muestran que para valores menores de la longitud del vertedor, la pendiente aumenta. Mientras que para mayor longitud de vertedor la pendiente disminuye.

Al observar la gráfica, se aprecia la razón de este comportamiento, el perfil tiene mayor pendiente porque se curva más en la parte media del vertedor que en los otros casos. Por ello, para tener un parámetro más confiable que muestre el comportamiento de las elevaciones, se

propone obtener la diferencia entre el primer y el último tirante, y así saber si la descarga al inicio y al final del vertedor es similar.

Los resultados expresan que para menores longitudes, el perfil tiene menor diferencia entre el primer y el último valor de los tirantes, mientras que para longitudes mayores la diferencia se incrementa. Lo cual significa que para menores longitudes el vertedor se comporta de mejor manera.

La evaluación de los ángulos de desviación arroja que para vertedores con menor longitud, los valores son superiores que para los de mayor longitud. Por lo que este resultado sustenta al anterior, a menor longitud existe un mejor funcionamiento.

Los gastos descargados muestran que para longitudes menores del vertedor, descarga más agua la 2ª mitad (aguas arriba) y para longitudes mayores cambia la tendencia, descargando mayor volumen la 1ª mitad (aguas abajo).

En síntesis, parece existir cierta inclinación para inferir que para menor longitud el vertedor trabaja mejor. Pero se requiere hacer un análisis más profundo de los gastos descargados, ya que los resultados no muestran una tendencia clara de su comportamiento.

Sin embargo, observando los números aquí calculados, es probable que exista un mejor funcionamiento para un valor intermedio entre 0 y -25 cm de disminución de longitud. Ya que en este punto existe un cambio de signo en el valor de la diferencia.

Los resultados para las distintas variaciones de la longitud del vertedor se muestran en los anexos 23- 26.

## **7 CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES**

### **7.1 CONCLUSIONES**

#### **7.1.1 Conclusiones generales**

El análisis en el modelo físico arrojó los resultados esperados para un perfil hidráulico de flujo espacialmente variado. Según las mediciones, se produce en el canal un perfil tipo subcrítico el cual disminuye gradualmente hacia aguas abajo (Sotelo, 2002).

El modelo numérico genera valores coherentes con las mediciones, ya que existe mayor descarga aguas abajo de la estructura. Por lo que los gastos descargados y el perfil hidráulico en el vertedor, no presentan un comportamiento lineal.

La versión del vertedor lateral  $V_b$  (primera versión) mostró mejores resultados al efectuar el análisis numérico, que el vertedor  $V_a$  (actual). Esto que sustenta las observaciones hechas en el modelo físico, que dicho vertedor ( $V_b$ ) trabaja mejor que el actual.

El flujo espacialmente variado es un fenómeno complejo de representar, tanto por un modelo unidimensional como uno bidimensional. Ya que el flujo se desplaza y se deforma, a través de la estructura en tres dimensiones.

### **7.1.2 Conclusiones específicas**

El modelo numérico aquí presentado, a pesar de ser unidimensional, arrojó resultados coherentes con las mediciones de los perfiles. Por esta razón, se utilizó para el análisis completo del vertedor.

De acuerdo con la metodología presentada, se aprecia en el cálculo del tirante normal que la altura de la cresta vertedora no es suficiente, ya que ésta debe por lo menos tener el mismo valor que dicho tirante. Aunque la diferencia es pequeña, este hecho sustenta la hipótesis de elevar la altura de la estructura, para mejorar el funcionamiento.

Existen dos métodos para calcular el perfil hidráulico, el propuesto en este trabajo a través de iteraciones, con un método de prueba y error, o bien con la ecuación 3.18. Con el análisis hecho en el subcapítulo 4.1.2 se muestra la validación.

En este escrito, se proponen los siguientes parámetros para evaluar el funcionamiento del vertedor: la pendiente media de los perfiles hidráulicos, los porcentajes de gasto descargado por unidad de longitud y en forma complementaria las ecuaciones de Hager (1987), para obtener el ángulo de desviación del flujo. Este último parámetro parece no representar por completo el fenómeno al elevar la cresta del vertedor, ya que el modelo físico mostró mayor corrección en el flujo a simple vista; sin embargo, genera variaciones coherentes con los otros resultados. Por lo que se considera una herramienta útil.

En la comparación de resultados de mediciones con cálculos, se aprecia que para el vertedor  $V_a$  con altura de cresta de 0.168 cm, los valores no se asemejan de manera importante al perfil calculado. Al obtener los gastos para el perfil medido se observa que no alcanzan el valor de gasto total vertido, lo cual indica que las mediciones no son precisas.

Esto se debe a que se presenta una alta fluctuación de niveles en el canal para esta elevación del vertedor, por lo que existe mayor posibilidad de error en la medición con limnómetro. Esta hipótesis es apoyada por las mediciones hechas para la condición de aumentar la altura de la cresta un centímetro, ya que en este caso no son tan grandes las fluctuaciones, de esta forma el perfil medido se asemeja más al calculado y además presenta el valor del gasto total vertido con un error no significativo.

Conforme a los resultados obtenidos, el vertedor muestra un mejor funcionamiento para mayores elevaciones de cresta y anchos de canal, de forma opuesta, parece comportarse mejor para menores longitudes de vertedor. Esto ocurre por la variación en la carga de velocidad transversal, entre más pequeña es, el vertedor lateral se comporta de forma más parecida a uno frontal.

El vertedor parece trabajar de forma correcta para una sobreelevación de cresta entre siete y ocho cm, ya que en estos valores el gasto descargado parece ser suficientemente uniforme a lo largo de la estructura.

Los resultados obtenidos, para la variación del ancho del canal, muestran una mejoría notoria en el funcionamiento, pero a pesar de ser incrementos iguales al caso de la elevación de la cresta; el flujo no logra alcanzar el mismo comportamiento. Por lo que se concluye que la elevación de la cresta tiene un impacto mayor en la corrección del funcionamiento y para que la variación del ancho del canal pudiera llegar a obtener los mismos resultados, se requerirían mayores incrementos.

Al variar la longitud del vertedor se presentó un resultado no coherente con lo esperado: las pendientes de los perfiles se hacían más grandes conforme se disminuía la longitud. Por lo que al revisar los gráficos se observa que el perfil se curva más, pero la diferencia entre el primer y último tirante tiende a disminuir, lo que supone un mejor comportamiento del flujo. Los resultados de los ángulos de desviación apoyan dicha conclusión, mientras que los gastos descargados deben ser analizados para mayores variaciones que las mostradas en este trabajo, ya que no presentan una tendencia clara.

El modelo físico es la representación más cercana al fenómeno que ocurre en el prototipo, ya que muestra prácticamente en su totalidad el comportamiento, el cual puede ser complejo o difícil de emular por un modelo numérico. Por esta razón las observaciones en el laboratorio, mostraron una gran mejoría al elevar el vertedor un centímetro de altura, dicha mejoría resultó no ser tan evidente en el modelo numérico.

## **7.2 RECOMENDACIONES**

El mal comportamiento del vertedor del modelo físico, provoca la formación de vórtices en el tanque amortiguador aguas abajo. Por ello, es conveniente no sólo analizar la primera estructura, sino hacer un estudio con diferentes escenarios, como los propuestos en este trabajo; para el sistema de estructuras completo.

Se recomienda, por la importancia y la magnitud de la obra, analizar el funcionamiento del vertedor lateral y demás estructuras en un modelo físico; o en su defecto, con una herramienta que simule el flujo en tres dimensiones. Ya que una aproximación unidimensional o bidimensional no muestra a plenitud y con exactitud, las variaciones del comportamiento con el cambio de la geometría de las estructuras. Esto provoca que exista mayor incertidumbre en los resultados.

Un análisis más completo y representativo, del comportamiento del flujo en tres dimensiones, es obtener una malla con la distribución de velocidades sobre el vertedor; lo cual permitirá disponer de una mejor representación gráfica del funcionamiento. Al hacerlo mediante un modelo numérico, se tiene la necesidad de validar los resultados con mediciones, estas se deben realizar con un equipo extremadamente preciso y con condiciones favorables para la medición en el modelo. Nótese que la medición de velocidades en un modelo, puede ser difícil por lo pequeño de las dimensiones, pues no siempre es posible acomodar los instrumentos de medición en el interior del canal.

Debido a las observaciones realizadas en el modelo físico, el vertedor  $V_b$  (primera versión) presentó un comportamiento correcto; por esta razón al calcular el funcionamiento de un caso similar, se pueden tomar los resultados aquí obtenidos como parámetros para diseño de un nuevo vertedor lateral.

Se recomienda hacer un estudio hidráulico más profundo para la variación de longitud de la cresta, ya que los resultados aquí presentados no muestran una tendencia clara.

Un correcto diseño para el vertedor lateral en estudio, implica encontrar una relación óptima entre el ancho del canal, la altura de la cresta vertedora y la longitud de la misma, hasta satisfacer los parámetros presentados en el vertedor  $V_b$  (pendientes medias, % de gastos vertidos y ángulos de desviación).

## 8 REFERENCIAS

1. Chow Ven Te “*Open- Channel Hydraulics*”, McGraw-Hill, Singapore 1996.
2. Fuentes Silva Eduardo Aaron, “*Análisis numérico y en modelo físico del comportamiento del sistema de descarga del Túnel Emisor Oriente*” Tesis de maestría, Posgrado en Ingeniería hidráulica UNAM, México 2011.
3. Hager Willi H. “*Lateral Outflow Over Side Weirs*” ASCE, 1987
4. Luna Bahena Juan César, “*Estudio en modelo físico del diseño y políticas de operación de las obras de captación de la planta de tratamiento de aguas residuales (PTAR) Atotonilco*” Tesis de maestría, Posgrado en Ingeniería hidráulica UNAM, México 2011.
5. Naudascher Eduard, “*Hidráulica de Canales*”, Limusa, México 2001.
6. Sotelo Ávila Gilberto, “*Hidráulica de Canales*”, Facultad de Ingeniería, México 2002.
7. Urgell Gutiérrez Yadira., “*Estudio hidráulico del comportamiento de una estructura de derivación lateral sobre el Río la Sierra para reducir el riesgo de inundación en la ciudad de Villahermosa, Tabasco*”, Tesis de maestría, Posgrado en Ingeniería hidráulica UNAM, México 2011.
8. [http://archivohistoricodelagua.info/mx/index2.php?option=com\\_content&do\\_pdf=1&id=33](http://archivohistoricodelagua.info/mx/index2.php?option=com_content&do_pdf=1&id=33), 2012.
9. <http://www.conagua.gob.mx/sustentabilidadhidricadelValledemexico/proyectedrenajes.aspx>, 2012.
10. <http://www.conagua.gob.mx/sustentabilidadhidricadelvalledemexico/tunelemisororiente.aspx>, 2012.

## 9 ANEXOS

### Anexo 1

#### Fórmulas complementarias para el cálculo del perfil

Área hidráulica (m<sup>2</sup>)

$$A = b \cdot y$$

Carga de velocidad

$$\alpha \cdot \frac{V^2}{2g}$$

Perímetro (m)

$$P = b + 2y$$

Pendiente de fricción (S<sub>f</sub>)

Radio hidráulico (m)

$$R_h = \frac{A}{P}$$

$$S_f = \left[ \frac{n \cdot Q}{A \cdot (R_h)^{\left(\frac{2}{3}\right)}} \right]^2$$

Promedio de la pendiente de fricción entre dos secciones

Gasto acumulado (m<sup>3</sup>/s)

$$Q = Q_{i-1} + Q_i$$

$$S_F = \frac{S_{(f_{i-1})} + S_{(f_i)}}{2}$$

Velocidad (m/s)

$$V = \frac{Q}{A}$$

Diferencial de tirante (m)

$$\Delta y = \frac{S_0 \cdot \Delta x - \Delta y^c}{\cos \theta}$$

**Anexo 2**

**Modelo numérico para 0 cm de sobreelevación de cresta.**

B	n	Q	S	w
0.3667	0.0150	0.0325	0.0015	0.1680

Tirante normal

Q	n	S	B	yn	A	P	R	$\frac{Q \cdot n}{S^{5/3}}$	$\frac{AR^{2/3}}{3}$
0.0325	0.0150	0.0015	0.3667	<b>0.1716</b>	0.0629	0.7099	0.0886	<b>0.0125</b>	<b>0.0125</b>

Tirante crítico

Q	g	B	yc	Ac
0.0325	9.8100	0.3667	<b>0.0928</b>	0.0340

Número de Froude

Q	A	V	y	Fo
0.0325	0.0629	0.5158	0.1716	<b>0.3975</b>

Flujo subcrítico

Energía específica

V	2g	y	E
0.5158	19.6200	0.1716	<b>0.1852</b>

m

Energía mínima

Q	Ac	Vc	2g	yc	Ec
0.0325	0.0340	0.9541	19.6200	0.0928	<b>0.1392</b>

m

Aguas abajo del vertedor el tirante y la energía específica se consideran iguales

<b>yn=yL=</b>	<b>0.2211</b>
---------------	---------------

yL	n	S	VL	A	Q	2g	$\frac{VL^2}{2g}$	EL	yL/EL
0.2211	0.0150	0.0000	0.0021	0.0811	<b>0.0002</b>	19.6200	0.0000	<b>0.2211</b>	1.0000

Prueba lógica

EL	Eo	$\alpha$
0.2211	0.2211	1.0000

Número de Froude

Eo

Qo	2g	b	yo	EL	$y_o + Q_o^2 / (2g \cdot y_o^2 \cdot b)$
0.0325	19.6200	0.3667	<b>0.2123</b>	0.2211	0.2211

Q	A	V	yo	Fo
0.0325	0.0778	0.4170	0.2123	<b>0.2890</b>

Flujo subcrítico

Energía específica

V	2g	yo	Eo	y/E
0.4170	19.6200	0.2123	<b>0.2211</b>	0.9599

Tipo de vertedor: cresta ancha

Tipo de vertedor: cresta delgada Promedio

y	w	l	k	Fo	$\mu$	
0.2123	0.1680	0.1300	0.8341	0.2890	0.5838	
				$\mu_a$	$\mu_d$	$\mu_p$
				0.5310	0.6366	0.5838

Función de de Marchi

w/E	y/E	1er término	2o término	3er término	$\phi M(yL / E)$
0.7597	1.0000	-1.1614	0.0021	0.0062	<b>-0.0086</b>
w/E	y/E	1er término	2o término	3er término	$\phi M(y_o / E)$
0.7597	0.9599	-1.1614	0.4474	1.2621	<b>-1.7818</b>

Ecuación 6.42

B	$\mu$	$\alpha$	$\phi M(yL / E)$	$\phi M(y_o / E)$	K	L (m)
0.3667	0.5838	1.0000	-0.0086	-1.7818	0.0000	<b>1.6705</b>

Función de Sotelo

w/E	y/E	1er término	2o término	3er término	$\phi S(yL / E)$
0.7597	1.0000	0.0726	0.0021	6.5765	<b>6.5766</b>
w/E	y/E	1er término	2o término	3er término	$\phi S(y_o / E)$
0.7597	0.9599	0.2730	0.4474	3.0618	<b>3.1839</b>

Qvertido

Perfil hidráulico

Qfinal	yfinal	Qo	$\alpha$	Sf	B	$\mu$	2g	w	n
0.0002	0.2211	0.0325	1.0000	0.0000	0.3667	0.5838	19.6200	0.1680	0.0150

L-x	$\Delta x$	y	A	P	Rh	$\Delta Q$	Q	V	$\alpha V^2 / 2g$	Sf	SF	$\Delta y'$	$\Delta y$
0.0000	0.0000	<b>0.2211</b>	0.0811	0.8089	0.1002	0.0002	0.0002	0.0021	0.0000	0.0000			
											0.0000	0.0000	0.0000
0.1000	0.1000	0.2210	0.0810	0.8087	0.1002	0.0021	0.0023	0.0281	0.0000	0.0000			



**Ángulo de desviación del flujo**

r
0.6667

H2	Y	W	sin $\phi$	$\phi$	U2	U1
0.2211	1.0000	0.7597	1.0000	89.7951	1.0211	1.0211
0.2211	0.9998	0.7599	0.9989	87.2657	1.0205	1.0201
0.2211	0.9993	0.7597	0.9958	84.7492	1.0212	1.0197
0.2212	0.9985	0.7594	0.9909	82.2480	1.0218	1.0187
0.2213	0.9974	0.7592	0.9841	79.7690	1.0225	1.0170
0.2214	0.9960	0.7590	0.9756	77.3188	1.0232	1.0146
0.2214	0.9943	0.7587	0.9655	74.9034	1.0238	1.0116
0.2215	0.9923	0.7585	0.9539	72.5283	1.0244	1.0079
0.2216	0.9900	0.7583	0.9409	70.1981	1.0251	1.0036
0.2216	0.9874	0.7581	0.9266	67.9172	1.0257	0.9987
0.2217	0.9846	0.7578	0.9113	65.6888	1.0263	0.9931
0.2217	0.9815	0.7576	0.8951	63.5158	1.0269	0.9869
0.2218	0.9781	0.7574	0.8780	61.4003	1.0274	0.9800
0.2219	0.9746	0.7572	0.8602	59.3438	1.0280	0.9726
0.2219	0.9707	0.7571	0.8420	57.3471	1.0285	0.9646
0.2220	0.9667	0.7569	0.8232	55.4109	1.0290	0.9560
0.2220	0.9625	0.7567	0.8042	53.5352	1.0294	0.9468
0.2218	0.9593	0.7575	0.7895	52.1379	1.0272	0.9371

### Anexo 3

#### Resumen de resultados del modelo numérico, sobreelevación de cresta 1cm.

X(m)	y(m)	V(m/s)	Q(m <sup>3</sup> /s)	ΔQ(m <sup>3</sup> /s)	%
0.0000	0.2303	0.0021	0.0002	0.0002	0.5429
0.1000	0.2302	0.0269	0.0023	0.0021	6.3897
0.2000	0.2301	0.0517	0.0044	0.0021	6.3772
0.3000	0.2300	0.0765	0.0065	0.0021	6.3648
0.4000	0.2299	0.1012	0.0085	0.0021	6.3410
0.5000	0.2297	0.1259	0.0106	0.0021	6.3059
0.6000	0.2294	0.1504	0.0127	0.0021	6.2596
0.7000	0.2290	0.1749	0.0147	0.0020	6.2025
0.8000	0.2286	0.1992	0.0167	0.0020	6.1347
0.9000	0.2282	0.2233	0.0187	0.0020	6.0566
1.0000	0.2277	0.2473	0.0206	0.0020	5.9686
1.1000	0.2271	0.2710	0.0226	0.0019	5.8712
1.2000	0.2265	0.2945	0.0245	0.0019	5.7649
1.3000	0.2258	0.3178	0.0263	0.0019	5.6501
1.4000	0.2251	0.3408	0.0281	0.0018	5.5275
1.5000	0.2243	0.3634	0.0299	0.0018	5.3978
1.6000	0.2235	0.3858	0.0316	0.0017	5.2615
1.6700	0.2226	0.4017	0.0328	0.0012	3.5835

#### Anexo 4

##### Resumen de resultados del modelo numérico, sobreelevación de cresta 2cm.

X(m)	y(m)	V(m/s)	Q(m <sup>3</sup> /s)	ΔQ(m <sup>3</sup> /s)	%
0.0000	0.2395	0.0021	0.0002	0.0002	0.5653
0.1000	0.2394	0.0258	0.0023	0.0021	6.3563
0.2000	0.2394	0.0495	0.0043	0.0021	6.3440
0.3000	0.2393	0.0732	0.0064	0.0021	6.3325
0.4000	0.2391	0.0968	0.0085	0.0021	6.3105
0.5000	0.2389	0.1203	0.0105	0.0021	6.2781
0.6000	0.2387	0.1438	0.0126	0.0020	6.2355
0.7000	0.2384	0.1672	0.0146	0.0020	6.1827
0.8000	0.2380	0.1904	0.0166	0.0020	6.1201
0.9000	0.2376	0.2135	0.0186	0.0020	6.0480
1.0000	0.2371	0.2364	0.0205	0.0020	5.9667
1.1000	0.2366	0.2591	0.0225	0.0019	5.8767
1.2000	0.2360	0.2816	0.0244	0.0019	5.7783
1.3000	0.2354	0.3038	0.0262	0.0019	5.6720
1.4000	0.2347	0.3258	0.0280	0.0018	5.5584
1.5000	0.2340	0.3476	0.0298	0.0018	5.4380
1.6000	0.2333	0.3690	0.0316	0.0017	5.3114
1.6700	0.2325	0.3842	0.0328	0.0012	3.6254

## Anexo 5

### Resumen de resultados del modelo numérico, sobre elevación de cresta 3cm.

X(m)	y(m)	V(m/s)	Q(m <sup>3</sup> /s)	ΔQ(m <sup>3</sup> /s)	%
0.0000	0.2489	0.0021	0.0002	0.0002	0.5877
0.1000	0.2488	0.0248	0.0023	0.0021	6.3263
0.2000	0.2487	0.0475	0.0043	0.0021	6.3141
0.3000	0.2486	0.0701	0.0064	0.0021	6.3034
0.4000	0.2485	0.0927	0.0084	0.0021	6.2831
0.5000	0.2483	0.1153	0.0105	0.0020	6.2531
0.6000	0.2481	0.1377	0.0125	0.0020	6.2136
0.7000	0.2478	0.1601	0.0145	0.0020	6.1648
0.8000	0.2475	0.1824	0.0165	0.0020	6.1069
0.9000	0.2471	0.2045	0.0185	0.0020	6.0402
1.0000	0.2466	0.2264	0.0205	0.0020	5.9649
1.1000	0.2462	0.2482	0.0224	0.0019	5.8814
1.2000	0.2456	0.2698	0.0243	0.0019	5.7901
1.3000	0.2451	0.2911	0.0262	0.0019	5.6915
1.4000	0.2445	0.3122	0.0280	0.0018	5.5859
1.5000	0.2438	0.3331	0.0298	0.0018	5.4739
1.6000	0.2431	0.3537	0.0315	0.0018	5.3560
1.6700	0.2424	0.3682	0.0327	0.0012	3.6629

## Anexo 6

### Resumen de resultados del modelo numérico, sobreelevación de cresta 4cm.

X(m)	y(m)	V(m/s)	Q(m <sup>3</sup> /s)	ΔQ(m <sup>3</sup> /s)	%
0.0000	0.2583	0.0021	0.0002	0.0002	0.6105
0.1000	0.2582	0.0239	0.0023	0.0021	6.2990
0.2000	0.2581	0.0456	0.0043	0.0021	6.2869
0.3000	0.2581	0.0673	0.0064	0.0021	6.2770
0.4000	0.2579	0.0890	0.0084	0.0020	6.2582
0.5000	0.2578	0.1106	0.0105	0.0020	6.2304
0.6000	0.2575	0.1321	0.0125	0.0020	6.1938
0.7000	0.2573	0.1536	0.0145	0.0020	6.1485
0.8000	0.2570	0.1749	0.0165	0.0020	6.0948
0.9000	0.2566	0.1961	0.0185	0.0020	6.0329
1.0000	0.2562	0.2172	0.0204	0.0020	5.9630
1.1000	0.2558	0.2381	0.0223	0.0019	5.8855
1.2000	0.2553	0.2588	0.0242	0.0019	5.8006
1.3000	0.2548	0.2793	0.0261	0.0019	5.7089
1.4000	0.2542	0.2996	0.0279	0.0018	5.6106
1.5000	0.2536	0.3197	0.0297	0.0018	5.5063
1.6000	0.2530	0.3395	0.0315	0.0018	5.3962
1.6700	0.2523	0.3535	0.0327	0.0012	3.6968

## Anexo 7

### Resumen de resultados del modelo numérico, sobreelevación de cresta 5cm.

X(m)	y(m)	V(m/s)	Q(m <sup>3</sup> /s)	ΔQ(m <sup>3</sup> /s)	%
0.0000	0.2678	0.0021	0.0002	0.0002	0.6332
0.1000	0.2677	0.0230	0.0023	0.0021	6.2744
0.2000	0.2676	0.0439	0.0043	0.0020	6.2624
0.3000	0.2676	0.0647	0.0063	0.0020	6.2532
0.4000	0.2674	0.0855	0.0084	0.0020	6.2356
0.5000	0.2673	0.1063	0.0104	0.0020	6.2098
0.6000	0.2671	0.1270	0.0124	0.0020	6.1758
0.7000	0.2668	0.1476	0.0144	0.0020	6.1337
0.8000	0.2665	0.1681	0.0164	0.0020	6.0838
0.9000	0.2662	0.1885	0.0184	0.0020	6.0262
1.0000	0.2658	0.2087	0.0203	0.0019	5.9612
1.1000	0.2654	0.2288	0.0223	0.0019	5.8890
1.2000	0.2650	0.2487	0.0242	0.0019	5.8099
1.3000	0.2645	0.2685	0.0260	0.0019	5.7244
1.4000	0.2640	0.2880	0.0279	0.0018	5.6327
1.5000	0.2634	0.3074	0.0297	0.0018	5.5352
1.6000	0.2629	0.3265	0.0315	0.0018	5.4324
1.6700	0.2622	0.3399	0.0327	0.0012	3.7272

## Anexo 8

### Resumen de resultados del modelo numérico, sobreelevación de cresta 6cm.

X(m)	y(m)	V(m/s)	Q(m <sup>3</sup> /s)	ΔQ(m <sup>3</sup> /s)	%
0.0000	0.2773	0.0021	0.0002	0.0002	0.6562
0.1000	0.2772	0.0222	0.0023	0.0020	6.2519
0.2000	0.2772	0.0423	0.0043	0.0020	6.2400
0.3000	0.2771	0.0623	0.0063	0.0020	6.2314
0.4000	0.2770	0.0823	0.0084	0.0020	6.2151
0.5000	0.2768	0.1023	0.0104	0.0020	6.1910
0.6000	0.2767	0.1222	0.0124	0.0020	6.1593
0.7000	0.2764	0.1420	0.0144	0.0020	6.1201
0.8000	0.2762	0.1617	0.0164	0.0020	6.0736
0.9000	0.2759	0.1814	0.0183	0.0020	6.0199
1.0000	0.2755	0.2008	0.0203	0.0019	5.9593
1.1000	0.2751	0.2202	0.0222	0.0019	5.8920
1.2000	0.2747	0.2394	0.0241	0.0019	5.8182
1.3000	0.2743	0.2584	0.0260	0.0019	5.7383
1.4000	0.2738	0.2773	0.0278	0.0018	5.6526
1.5000	0.2733	0.2959	0.0297	0.0018	5.5613
1.6000	0.2727	0.3144	0.0314	0.0018	5.4650
1.6700	0.2722	0.3273	0.0327	0.0012	3.7547

**Anexo 9****Resumen de resultados del modelo numérico, sobre elevación de cresta 7cm.**

<b>X(m)</b>	<b>y(m)</b>	<b>V(m/s)</b>	<b>Q(m<sup>3</sup>/s)</b>	<b>ΔQ(m<sup>3</sup>/s)</b>	<b>%</b>
0.0000	0.2869	0.0021	0.0002	0.0002	0.6795
0.1000	0.2868	0.0214	0.0023	0.0020	6.2313
0.2000	0.2867	0.0408	0.0043	0.0020	6.2195
0.3000	0.2867	0.0601	0.0063	0.0020	6.2115
0.4000	0.2866	0.0793	0.0083	0.0020	6.1962
0.5000	0.2864	0.0985	0.0103	0.0020	6.1737
0.6000	0.2863	0.1177	0.0124	0.0020	6.1442
0.7000	0.2860	0.1368	0.0143	0.0020	6.1076
0.8000	0.2858	0.1558	0.0163	0.0020	6.0642
0.9000	0.2855	0.1747	0.0183	0.0020	6.0141
1.0000	0.2852	0.1935	0.0202	0.0019	5.9575
1.1000	0.2849	0.2121	0.0222	0.0019	5.8945
1.2000	0.2845	0.2307	0.0241	0.0019	5.8256
1.3000	0.2840	0.2490	0.0259	0.0019	5.7508
1.4000	0.2836	0.2672	0.0278	0.0019	5.6705
1.5000	0.2831	0.2852	0.0296	0.0018	5.5850
1.6000	0.2826	0.3030	0.0314	0.0018	5.4946
1.6700	0.2821	0.3155	0.0326	0.0012	3.7798

Anexo 10

Resumen de resultados del modelo numérico, sobreelevación de cresta 8cm.

X(m)	y(m)	V(m/s)	Q(m <sup>3</sup> /s)	ΔQ(m <sup>3</sup> /s)	%
0.0000	0.2965	0.0021	0.0002	0.0002	0.7028
0.1000	0.2964	0.0208	0.0023	0.0020	6.2124
0.2000	0.2963	0.0394	0.0043	0.0020	6.2007
0.3000	0.2963	0.0580	0.0063	0.0020	6.1932
0.4000	0.2962	0.0765	0.0083	0.0020	6.1789
0.5000	0.2961	0.0951	0.0103	0.0020	6.1579
0.6000	0.2959	0.1135	0.0123	0.0020	6.1303
0.7000	0.2957	0.1319	0.0143	0.0020	6.0961
0.8000	0.2955	0.1503	0.0163	0.0020	6.0555
0.9000	0.2952	0.1685	0.0182	0.0020	6.0086
1.0000	0.2949	0.1866	0.0202	0.0019	5.9556
1.1000	0.2946	0.2046	0.0221	0.0019	5.8967
1.2000	0.2942	0.2225	0.0240	0.0019	5.8321
1.3000	0.2938	0.2402	0.0259	0.0019	5.7620
1.4000	0.2934	0.2578	0.0277	0.0019	5.6867
1.5000	0.2930	0.2752	0.0296	0.0018	5.6064
1.6000	0.2925	0.2925	0.0314	0.0018	5.5215
1.6700	0.2920	0.3045	0.0326	0.0012	3.8025

## Anexo 11

### Resumen de resultados del modelo numérico, sobreelevación de cresta 9cm.

X(m)	y(m)	V(m/s)	Q(m <sup>3</sup> /s)	ΔQ(m <sup>3</sup> /s)	%
0.0000	0.3061	0.0021	0.0002	0.0002	0.7257
0.1000	0.3060	0.0201	0.0023	0.0020	6.1954
0.2000	0.3060	0.0381	0.0043	0.0020	6.1838
0.3000	0.3060	0.0560	0.0063	0.0020	6.1767
0.4000	0.3059	0.0740	0.0083	0.0020	6.1633
0.5000	0.3058	0.0919	0.0103	0.0020	6.1436
0.6000	0.3056	0.1097	0.0123	0.0020	6.1177
0.7000	0.3054	0.1275	0.0143	0.0020	6.0856
0.8000	0.3052	0.1452	0.0163	0.0020	6.0475
0.9000	0.3050	0.1628	0.0182	0.0020	6.0036
1.0000	0.3047	0.1804	0.0201	0.0019	5.9538
1.1000	0.3044	0.1978	0.0221	0.0019	5.8985
1.2000	0.3040	0.2151	0.0240	0.0019	5.8378
1.3000	0.3037	0.2322	0.0259	0.0019	5.7719
1.4000	0.3033	0.2492	0.0277	0.0019	5.7011
1.5000	0.3029	0.2661	0.0296	0.0018	5.6255
1.6000	0.3024	0.2828	0.0314	0.0018	5.5455
1.6700	0.3020	0.2945	0.0326	0.0012	3.8229

Anexo 12

**Resumen de resultados del modelo numérico, sobreelevación de cresta 10cm.**

<b>X(m)</b>	<b>y(m)</b>	<b>V(m/s)</b>	<b>Q(m<sup>3</sup>/s)</b>	<b>ΔQ(m<sup>3</sup>/s)</b>	<b>%</b>
0.0000	0.3158	0.0021	0.0002	0.0002	0.7492
0.1000	0.3157	0.0195	0.0023	0.0020	6.1795
0.2000	0.3157	0.0369	0.0043	0.0020	6.1680
0.3000	0.3156	0.0542	0.0063	0.0020	6.1613
0.4000	0.3156	0.0716	0.0083	0.0020	6.1487
0.5000	0.3155	0.0888	0.0103	0.0020	6.1302
0.6000	0.3153	0.1061	0.0123	0.0020	6.1059
0.7000	0.3151	0.1233	0.0142	0.0020	6.0758
0.8000	0.3149	0.1404	0.0162	0.0020	6.0400
0.9000	0.3147	0.1575	0.0182	0.0020	5.9987
1.0000	0.3145	0.1744	0.0201	0.0019	5.9520
1.1000	0.3142	0.1913	0.0220	0.0019	5.9000
1.2000	0.3139	0.2080	0.0239	0.0019	5.8429
1.3000	0.3135	0.2246	0.0258	0.0019	5.7809
1.4000	0.3131	0.2411	0.0277	0.0019	5.7143
1.5000	0.3128	0.2574	0.0295	0.0018	5.6431
1.6000	0.3123	0.2736	0.0313	0.0018	5.5676
1.6700	0.3119	0.2849	0.0326	0.0013	3.8417

**Anexo 13****Resumen de resultados del modelo numérico, aumento de ancho de canal 1cm.**

<b>X(m)</b>	<b>y(m)</b>	<b>V(m/s)</b>	<b>Q(m<sup>3</sup>/s)</b>	<b>ΔQ(m<sup>3</sup>/s)</b>	<b>%</b>
0.0000	0.2207	0.0021	0.0002	0.0002	0.5344
0.1000	0.2206	0.0274	0.0023	0.0021	6.4028
0.2000	0.2206	0.0526	0.0044	0.0021	6.3902
0.3000	0.2205	0.0778	0.0065	0.0021	6.3774
0.4000	0.2203	0.1030	0.0085	0.0021	6.3529
0.5000	0.2201	0.1281	0.0106	0.0021	6.3168
0.6000	0.2198	0.1531	0.0127	0.0021	6.2692
0.7000	0.2194	0.1780	0.0147	0.0020	6.2104
0.8000	0.2190	0.2028	0.0167	0.0020	6.1406
0.9000	0.2185	0.2273	0.0187	0.0020	6.0602
1.0000	0.2180	0.2518	0.0207	0.0020	5.9696
1.1000	0.2174	0.2759	0.0226	0.0019	5.8693
1.2000	0.2168	0.2999	0.0245	0.0019	5.7598
1.3000	0.2161	0.3236	0.0263	0.0019	5.6416
1.4000	0.2153	0.3471	0.0281	0.0018	5.5154
1.5000	0.2145	0.3702	0.0299	0.0018	5.3817
1.6000	0.2137	0.3930	0.0316	0.0017	5.2413
1.6700	0.2128	0.4092	0.0328	0.0012	3.5665

Anexo 14

**Resumen de resultados del modelo numérico, aumento de ancho de canal 2cm.**

<b>X(m)</b>	<b>y(m)</b>	<b>V(m/s)</b>	<b>Q(m<sup>3</sup>/s)</b>	<b>ΔQ(m<sup>3</sup>/s)</b>	<b>%</b>
0.0000	0.2204	0.0021	0.0002	0.0002	0.5479
0.1000	0.2203	0.0267	0.0023	0.0021	6.3806
0.2000	0.2202	0.0512	0.0044	0.0021	6.3682
0.3000	0.2201	0.0757	0.0064	0.0021	6.3561
0.4000	0.2200	0.1002	0.0085	0.0021	6.3328
0.5000	0.2197	0.1246	0.0106	0.0021	6.2985
0.6000	0.2195	0.1489	0.0126	0.0021	6.2533
0.7000	0.2191	0.1731	0.0147	0.0020	6.1974
0.8000	0.2187	0.1972	0.0167	0.0020	6.1312
0.9000	0.2183	0.2211	0.0187	0.0020	6.0548
1.0000	0.2178	0.2449	0.0206	0.0020	5.9686
1.1000	0.2172	0.2684	0.0225	0.0019	5.8732
1.2000	0.2166	0.2918	0.0244	0.0019	5.7689
1.3000	0.2159	0.3149	0.0263	0.0019	5.6563
1.4000	0.2152	0.3377	0.0281	0.0018	5.5359
1.5000	0.2145	0.3603	0.0299	0.0018	5.4083
1.6000	0.2137	0.3826	0.0316	0.0017	5.2742
1.6700	0.2128	0.3984	0.0328	0.0012	3.5938

Anexo 15

Resumen de resultados del modelo numérico, aumento de ancho de canal 3cm.

X(m)	y(m)	V(m/s)	Q(m <sup>3</sup> /s)	ΔQ(m <sup>3</sup> /s)	%
0.0000	0.2200	0.0021	0.0002	0.0002	0.5614
0.1000	0.2199	0.0260	0.0023	0.0021	6.3599
0.2000	0.2199	0.0499	0.0043	0.0021	6.3476
0.3000	0.2198	0.0737	0.0064	0.0021	6.3361
0.4000	0.2196	0.0975	0.0085	0.0021	6.3139
0.5000	0.2194	0.1212	0.0106	0.0021	6.2814
0.6000	0.2191	0.1449	0.0126	0.0020	6.2384
0.7000	0.2188	0.1685	0.0146	0.0020	6.1853
0.8000	0.2185	0.1919	0.0166	0.0020	6.1223
0.9000	0.2180	0.2152	0.0186	0.0020	6.0496
1.0000	0.2175	0.2383	0.0206	0.0020	5.9676
1.1000	0.2170	0.2613	0.0225	0.0019	5.8767
1.2000	0.2164	0.2840	0.0244	0.0019	5.7773
1.3000	0.2158	0.3066	0.0262	0.0019	5.6700
1.4000	0.2151	0.3289	0.0281	0.0018	5.5550
1.5000	0.2144	0.3509	0.0298	0.0018	5.4331
1.6000	0.2136	0.3726	0.0316	0.0017	5.3048
1.6700	0.2128	0.3881	0.0328	0.0012	3.6195

Anexo 16

Resumen de resultados del modelo numérico, aumento de ancho de canal 4cm.

X(m)	y(m)	V(m/s)	Q(m <sup>3</sup> /s)	ΔQ(m <sup>3</sup> /s)	%
0.0000	0.2197	0.0021	0.0002	0.0002	0.5750
0.1000	0.2196	0.0254	0.0023	0.0021	6.3407
0.2000	0.2195	0.0486	0.0043	0.0021	6.3285
0.3000	0.2194	0.0718	0.0064	0.0021	6.3174
0.4000	0.2193	0.0950	0.0085	0.0021	6.2964
0.5000	0.2191	0.1181	0.0105	0.0021	6.2654
0.6000	0.2189	0.1411	0.0126	0.0020	6.2245
0.7000	0.2185	0.1641	0.0146	0.0020	6.1739
0.8000	0.2182	0.1869	0.0166	0.0020	6.1139
0.9000	0.2178	0.2096	0.0186	0.0020	6.0447
1.0000	0.2173	0.2321	0.0205	0.0020	5.9666
1.1000	0.2168	0.2545	0.0224	0.0019	5.8799
1.2000	0.2163	0.2767	0.0243	0.0019	5.7851
1.3000	0.2157	0.2987	0.0262	0.0019	5.6825
1.4000	0.2150	0.3205	0.0280	0.0018	5.5727
1.5000	0.2143	0.3420	0.0298	0.0018	5.4562
1.6000	0.2136	0.3632	0.0316	0.0017	5.3333
1.6700	0.2129	0.3783	0.0328	0.0012	3.6433

Anexo 17

**Resumen de resultados del modelo numérico, aumento de ancho de canal 5cm.**

X(m)	y(m)	V(m/s)	Q(m <sup>3</sup> /s)	ΔQ(m <sup>3</sup> /s)	%
0.0000	0.2193	0.0021	0.0002	0.0002	0.5886
0.1000	0.2192	0.0248	0.0023	0.0021	6.3227
0.2000	0.2192	0.0474	0.0043	0.0021	6.3106
0.3000	0.2191	0.0700	0.0064	0.0021	6.3001
0.4000	0.2190	0.0926	0.0084	0.0021	6.2800
0.5000	0.2188	0.1151	0.0105	0.0020	6.2504
0.6000	0.2186	0.1375	0.0125	0.0020	6.2115
0.7000	0.2183	0.1599	0.0145	0.0020	6.1633
0.8000	0.2180	0.1822	0.0165	0.0020	6.1061
0.9000	0.2176	0.2043	0.0185	0.0020	6.0400
1.0000	0.2171	0.2263	0.0205	0.0020	5.9655
1.1000	0.2166	0.2481	0.0224	0.0019	5.8828
1.2000	0.2161	0.2698	0.0243	0.0019	5.7922
1.3000	0.2156	0.2912	0.0262	0.0019	5.6942
1.4000	0.2149	0.3125	0.0280	0.0018	5.5892
1.5000	0.2143	0.3335	0.0298	0.0018	5.4776
1.6000	0.2136	0.3543	0.0315	0.0018	5.3599
1.6700	0.2129	0.3690	0.0327	0.0012	3.6656

**Anexo 18****Resumen de resultados del modelo numérico, aumento de ancho de canal 6cm.**

<b>X(m)</b>	<b>y(m)</b>	<b>V(m/s)</b>	<b>Q(m<sup>3</sup>/s)</b>	<b>ΔQ(m<sup>3</sup>/s)</b>	<b>%</b>
0.0000	0.2191	0.0021	0.0002	0.0002	0.6022
0.1000	0.2190	0.0242	0.0023	0.0021	6.3058
0.2000	0.2189	0.0462	0.0043	0.0021	6.2938
0.3000	0.2188	0.0683	0.0064	0.0021	6.2838
0.4000	0.2187	0.0903	0.0084	0.0020	6.2646
0.5000	0.2185	0.1122	0.0105	0.0020	6.2364
0.6000	0.2183	0.1341	0.0125	0.0020	6.1992
0.7000	0.2180	0.1559	0.0145	0.0020	6.1533
0.8000	0.2177	0.1776	0.0165	0.0020	6.0986
0.9000	0.2174	0.1992	0.0185	0.0020	6.0356
1.0000	0.2169	0.2207	0.0204	0.0020	5.9644
1.1000	0.2165	0.2420	0.0224	0.0019	5.8854
1.2000	0.2160	0.2632	0.0243	0.0019	5.7988
1.3000	0.2154	0.2841	0.0261	0.0019	5.7050
1.4000	0.2149	0.3049	0.0280	0.0018	5.6045
1.5000	0.2142	0.3255	0.0298	0.0018	5.4975
1.6000	0.2136	0.3458	0.0315	0.0018	5.3847
1.6700	0.2129	0.3602	0.0327	0.0012	3.6864

**Anexo 19****Resumen de resultados del modelo numérico, aumento de ancho de canal 7cm.**

<b>X(m)</b>	<b>y(m)</b>	<b>V(m/s)</b>	<b>Q(m<sup>3</sup>/s)</b>	<b>ΔQ(m<sup>3</sup>/s)</b>	<b>%</b>
0.0000	0.2188	0.0021	0.0002	0.0002	0.6159
0.1000	0.2187	0.0236	0.0023	0.0021	6.2899
0.2000	0.2186	0.0452	0.0043	0.0021	6.2780
0.3000	0.2186	0.0666	0.0064	0.0020	6.2684
0.4000	0.2184	0.0881	0.0084	0.0020	6.2501
0.5000	0.2183	0.1095	0.0104	0.0020	6.2232
0.6000	0.2181	0.1309	0.0125	0.0020	6.1877
0.7000	0.2178	0.1522	0.0145	0.0020	6.1438
0.8000	0.2175	0.1733	0.0165	0.0020	6.0916
0.9000	0.2171	0.1944	0.0184	0.0020	6.0314
1.0000	0.2168	0.2154	0.0204	0.0019	5.9633
1.1000	0.2163	0.2362	0.0223	0.0019	5.8877
1.2000	0.2158	0.2569	0.0242	0.0019	5.8049
1.3000	0.2153	0.2774	0.0261	0.0019	5.7151
1.4000	0.2148	0.2977	0.0279	0.0018	5.6188
1.5000	0.2142	0.3178	0.0297	0.0018	5.5162
1.6000	0.2135	0.3377	0.0315	0.0018	5.4079
1.6700	0.2129	0.3518	0.0327	0.0012	3.7060

Anexo 20

Resumen de resultados del modelo numérico, aumento de ancho de canal 8cm.

X(m)	y(m)	V(m/s)	Q(m <sup>3</sup> /s)	ΔQ(m <sup>3</sup> /s)	%
0.0000	0.2185	0.0021	0.0002	0.0002	0.6294
0.1000	0.2184	0.0231	0.0023	0.0021	6.2752
0.2000	0.2184	0.0441	0.0043	0.0020	6.2634
0.3000	0.2183	0.0651	0.0063	0.0020	6.2542
0.4000	0.2182	0.0861	0.0084	0.0020	6.2367
0.5000	0.2180	0.1070	0.0104	0.0020	6.2109
0.6000	0.2178	0.1278	0.0124	0.0020	6.1769
0.7000	0.2176	0.1486	0.0144	0.0020	6.1349
0.8000	0.2173	0.1693	0.0164	0.0020	6.0850
0.9000	0.2170	0.1899	0.0184	0.0020	6.0274
1.0000	0.2166	0.2104	0.0204	0.0019	5.9622
1.1000	0.2162	0.2307	0.0223	0.0019	5.8898
1.2000	0.2157	0.2509	0.0242	0.0019	5.8104
1.3000	0.2152	0.2710	0.0260	0.0019	5.7244
1.4000	0.2147	0.2908	0.0279	0.0018	5.6320
1.5000	0.2141	0.3105	0.0297	0.0018	5.5335
1.6000	0.2135	0.3300	0.0315	0.0018	5.4295
1.6700	0.2129	0.3438	0.0327	0.0012	3.7242

Anexo 21

**Resumen de resultados del modelo numérico, aumento de ancho de canal 9cm.**

<b>X(m)</b>	<b>y(m)</b>	<b>V(m/s)</b>	<b>Q(m<sup>3</sup>/s)</b>	<b>ΔQ(m<sup>3</sup>/s)</b>	<b>%</b>
0.0000	0.2183	0.0021	0.0002	0.0002	0.6432
0.1000	0.2182	0.0226	0.0023	0.0020	6.2612
0.2000	0.2181	0.0431	0.0043	0.0020	6.2494
0.3000	0.2181	0.0636	0.0063	0.0020	6.2406
0.4000	0.2180	0.0841	0.0084	0.0020	6.2238
0.5000	0.2178	0.1045	0.0104	0.0020	6.1992
0.6000	0.2176	0.1249	0.0124	0.0020	6.1667
0.7000	0.2174	0.1452	0.0144	0.0020	6.1265
0.8000	0.2171	0.1654	0.0164	0.0020	6.0787
0.9000	0.2168	0.1855	0.0184	0.0020	6.0235
1.0000	0.2164	0.2055	0.0203	0.0019	5.9611
1.1000	0.2160	0.2254	0.0222	0.0019	5.8917
1.2000	0.2156	0.2452	0.0241	0.0019	5.8156
1.3000	0.2151	0.2648	0.0260	0.0019	5.7331
1.4000	0.2146	0.2842	0.0279	0.0018	5.6444
1.5000	0.2141	0.3035	0.0297	0.0018	5.5499
1.6000	0.2135	0.3226	0.0314	0.0018	5.4499
1.6700	0.2129	0.3361	0.0327	0.0012	3.7414

Anexo 22

**Resumen de resultados del modelo numérico, aumento de ancho de canal 10cm.**

X(m)	y(m)	V(m/s)	Q(m <sup>3</sup> /s)	ΔQ(m <sup>3</sup> /s)	%
0.0000	0.2180	0.0021	0.0002	0.0002	0.6568
0.1000	0.2179	0.0222	0.0023	0.0020	6.2481
0.2000	0.2179	0.0422	0.0043	0.0020	6.2364
0.3000	0.2178	0.0622	0.0063	0.0020	6.2279
0.4000	0.2177	0.0822	0.0084	0.0020	6.2119
0.5000	0.2176	0.1022	0.0104	0.0020	6.1882
0.6000	0.2174	0.1221	0.0124	0.0020	6.1571
0.7000	0.2172	0.1419	0.0144	0.0020	6.1186
0.8000	0.2169	0.1617	0.0164	0.0020	6.0728
0.9000	0.2166	0.1814	0.0183	0.0020	6.0199
1.0000	0.2163	0.2010	0.0203	0.0019	5.9600
1.1000	0.2159	0.2204	0.0222	0.0019	5.8935
1.2000	0.2155	0.2397	0.0241	0.0019	5.8204
1.3000	0.2150	0.2589	0.0260	0.0019	5.7412
1.4000	0.2145	0.2780	0.0278	0.0018	5.6560
1.5000	0.2140	0.2968	0.0296	0.0018	5.5651
1.6000	0.2135	0.3155	0.0314	0.0018	5.4689
1.6700	0.2129	0.3288	0.0327	0.0012	3.7574

**Anexo 23****Resumen de resultados del modelo numérico, disminución de longitud 50cm**

<b>X(m)</b>	<b>y(m)</b>	<b>V(m/s)</b>	<b>Q(m<sup>3</sup>/s)</b>	<b>ΔQ(m<sup>3</sup>/s)</b>	<b>%</b>
0.0000	0.2331	0.0021	0.0002	0.0002	0.5484
0.1000	0.2330	0.0365	0.0031	0.0029	8.9448
0.2000	0.2329	0.0709	0.0061	0.0029	8.9275
0.3000	0.2327	0.1052	0.0090	0.0029	8.9012
0.4000	0.2324	0.1395	0.0119	0.0029	8.8504
0.5000	0.2320	0.1736	0.0148	0.0029	8.7752
0.6000	0.2314	0.2076	0.0176	0.0029	8.6762
0.7000	0.2308	0.2414	0.0204	0.0028	8.5539
0.8000	0.2300	0.2750	0.0232	0.0028	8.4091
0.9000	0.2291	0.3083	0.0259	0.0027	8.2429
1.0000	0.2281	0.3412	0.0285	0.0026	8.0564
1.1000	0.2270	0.3739	0.0311	0.0026	7.8508
1.2000	0.2259	0.3967	0.0329	0.0017	5.2631

**Anexo 24****Resumen de resultados del modelo numérico, disminución de longitud 25cm**

<b>X(m)</b>	<b>y(m)</b>	<b>V(m/s)</b>	<b>Q(m<sup>3</sup>/s)</b>	<b>ΔQ(m<sup>3</sup>/s)</b>	<b>%</b>
0.0000	0.2263	0.0021	0.0002	0.0002	0.5323
0.1000	0.2262	0.0317	0.0026	0.0025	7.4609
0.2000	0.2261	0.0612	0.0051	0.0024	7.4464
0.3000	0.2260	0.0907	0.0075	0.0024	7.4282
0.4000	0.2257	0.1201	0.0099	0.0024	7.3931
0.5000	0.2254	0.1495	0.0124	0.0024	7.3412
0.6000	0.2250	0.1787	0.0147	0.0024	7.2728
0.7000	0.2245	0.2078	0.0171	0.0024	7.1883
0.8000	0.2240	0.2367	0.0194	0.0023	7.0882
0.9000	0.2233	0.2653	0.0217	0.0023	6.9731
1.0000	0.2226	0.2937	0.0240	0.0022	6.8437
1.1000	0.2218	0.3219	0.0262	0.0022	6.7007
1.2000	0.2209	0.3497	0.0283	0.0022	6.5450
1.3000	0.2199	0.3772	0.0304	0.0021	6.3776
1.4000	0.2189	0.4093	0.0329	0.0024	7.4083

Anexo 25

Resumen de resultados del modelo numérico, aumento de longitud 25cm

X(m)	y(m)	V(m/s)	Q(m <sup>3</sup> /s)	ΔQ(m <sup>3</sup> /s)	%
0.0000	0.2172	0.0021	0.0002	0.0002	0.5115
0.1000	0.2171	0.0254	0.0020	0.0019	5.6588
0.2000	0.2170	0.0487	0.0039	0.0019	5.6474
0.3000	0.2169	0.0720	0.0057	0.0019	5.6370
0.4000	0.2168	0.0953	0.0076	0.0018	5.6172
0.5000	0.2166	0.1184	0.0094	0.0018	5.5879
0.6000	0.2164	0.1415	0.0112	0.0018	5.5494
0.7000	0.2161	0.1645	0.0130	0.0018	5.5017
0.8000	0.2157	0.1874	0.0148	0.0018	5.4452
0.9000	0.2153	0.2101	0.0166	0.0018	5.3801
1.0000	0.2148	0.2327	0.0183	0.0017	5.3066
1.1000	0.2143	0.2550	0.0200	0.0017	5.2252
1.2000	0.2138	0.2772	0.0217	0.0017	5.1363
1.3000	0.2132	0.2992	0.0234	0.0017	5.0403
1.4000	0.2125	0.3209	0.0250	0.0016	4.9375
1.5000	0.2118	0.3423	0.0266	0.0016	4.8286
1.6000	0.2111	0.3634	0.0281	0.0015	4.7141
1.7000	0.2104	0.3843	0.0296	0.0015	4.5945
1.8000	0.2096	0.4048	0.0311	0.0015	4.4702
1.9200	0.2088	0.4288	0.0328	0.0017	5.2104

Anexo 26

Resumen de resultados del modelo numérico, aumento de longitud 50cm

X(m)	y(m)	V(m/s)	Q(m <sup>3</sup> /s)	ΔQ(m <sup>3</sup> /s)	%
0.0000	0.2139	0.0021	0.0002	0.0002	0.5044
0.1000	0.2138	0.0233	0.0018	0.0017	5.0701
0.2000	0.2138	0.0445	0.0035	0.0017	5.0595
0.3000	0.2137	0.0656	0.0051	0.0017	5.0513
0.4000	0.2136	0.0867	0.0068	0.0017	5.0355
0.5000	0.2135	0.1078	0.0084	0.0016	5.0122
0.6000	0.2133	0.1288	0.0101	0.0016	4.9817
0.7000	0.2130	0.1497	0.0117	0.0016	4.9438
0.8000	0.2127	0.1705	0.0133	0.0016	4.8989
0.9000	0.2124	0.1912	0.0149	0.0016	4.8472
1.0000	0.2120	0.2117	0.0165	0.0016	4.7888
1.1000	0.2116	0.2321	0.0180	0.0015	4.7240
1.2000	0.2111	0.2523	0.0195	0.0015	4.6530
1.3000	0.2106	0.2723	0.0210	0.0015	4.5763
1.4000	0.2101	0.2921	0.0225	0.0015	4.4941
1.5000	0.2095	0.3117	0.0239	0.0014	4.4069
1.6000	0.2089	0.3311	0.0254	0.0014	4.3149
1.7000	0.2083	0.3502	0.0267	0.0014	4.2185
1.8000	0.2076	0.3691	0.0281	0.0014	4.1183
1.9000	0.2069	0.3876	0.0294	0.0013	4.0145
2.0000	0.2062	0.4059	0.0307	0.0013	3.9076
2.1000	0.2055	0.4239	0.0319	0.0012	3.7981
2.1700	0.2047	0.4367	0.0328	0.0008	2.5805