



**UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO**  
PROGRAMA DE MAESTRÍA Y DOCTORADO EN INGENIERÍA  
INGENIERÍA CIVIL – GEOTECNIA

DETERMINACIÓN DE ASENTAMIENTOS CONSIDERANDO LA VARIACIÓN  
HORIZONTAL DE LOS PARÁMETROS MECÁNICOS DEL SUELO

TESIS  
QUE PARA OPTAR POR EL GRADO DE:  
MAESTRO EN INGENIERÍA

PRESENTA:  
JOSÉ LEÓN GONZÁLEZ ACOSTA

TUTOR (ES) PRINCIPAL(ES)  
M.I. CARMELINO ZEA CONSTANTINO, FACULTAD DE INGENIERÍA UNAM  
M.I. GERMÁN LÓPEZ RINCÓN, FACULTAD DE INGENIERÍA UNAM

MÉXICO, D. F. AGOSTO DEL 2013

**JURADO ASIGNADO:**

Presidente: DR. RIGOBERTO RIVERA CONSTANTINO

Secretario: M.I. GERMÁN LÓPEZ RINCÓN

Vocal: M.I. CARMELINO ZEA CONSTANTINO

1<sup>er</sup> Suplente: M.I. AGUSTÍN DEMÉNEGHI COLINA

2<sup>do</sup> Suplente: M.I. ROBERTO MAGAÑA DEL TORO

Lugar o lugares donde se realizó la tesis: FACULTAD DE INGENIERÍA

**TUTOR DE TESIS:**

NOMBRE

M.I. CARMELINO ZEA CONSTANTINO

-----  
**FIRMA**

# ÍNDICE

<i>Capítulo 1</i> .....	1
1.1 Introducción.....	1
1.2 Objetivo.....	2
1.3 Alcances.....	2
<i>Capítulo 2. Esfuerzos en el suelo</i> .....	3
2.1. Solución para fuerzas concentrada en la superficie.....	4
2.1.1. Solución de Boussinesq (1885).....	4
2.1.2. Solución de Mindlin (1936.).....	8
2.1.3. Solución de Westergaard (1938).....	11
2.1.4. Solución de Fröhlich (1942).....	13
2.2. Solución para el caso de áreas rectangulares uniformemente cargadas.....	16
2.3. Solución para el caso de áreas circulares uniformemente cargadas.....	18
2.4. Solución de Damy para el caso de áreas poligonales uniformemente cargadas.....	20
<i>Capítulo 3. Consolidación</i> .....	25
3.1. Teoría de consolidación de Terzaghi.....	26
3.1.1. Solución a la teoría de consolidación.....	30
3.1.2. Exceso de presión de poro durante la consolidación.....	32
3.1.3. Asentamientos debidos a consolidación primaria.....	34
3.2. Teoría de consolidación de Zeevaert.....	36
3.2.1. Consideraciones teóricas de la consolidación secundaria.....	39
3.2.2. Asentamientos debidos a consolidación primaria y secundaria.....	43
3.3. Asentamientos.....	43
3.3.1. Asentamientos por recompreión.....	44
3.3.2. Compresión neta por aplicación lineal de la carga.....	46
3.3.3. Determinación de parámetros para la consolidación secundaria.....	50

<i>Capítulo 4 Interacción suelo-estructura</i> .....	52
4.1. Ecuación matricial de asentamientos EMA.....	53
4.2. Método riguroso para el cálculo de asentamientos (tridimensional).....	56
4.3. Ejemplo numérico. ....	60
4.3.1. Solución I Método unidimensional. ....	67
4.3.2. Solución II. Método matricial (Bidimensional). ....	69
4.3.3. Solución III Método riguroso (tridimensional). ....	71
4.4.4. Resultados. ....	82
5. Conclusiones. ....	88
6. Bibliografía. ....	89
7. Anexo. Algoritmo del programa VOLUMETRIC. ....	90

## TABLA DE FIGURAS.

FIG. 2. 1. Carga aplicada a la superficie de un medio isótropo, homogéneo y elástico.....	4
FIG. 2. 2. Distribución del esfuerzo debido a una carga concentrada en la superficie.....	5
FIG. 2. 3. Distribución de esfuerzos con la profundidad. ....	6
FIG. 2. 4. Distribución de esfuerzos mediante la solución de Boussinesq.....	7
FIG. 2. 5. Variables para la solución de Mindlin. ....	8
FIG. 2. 6. Distribución de esfuerzos debido a una carga vertical $P_v$ . ....	9
FIG. 2. 7. Distribución de esfuerzos debido a una carga horizontal $P_H$ .....	10
FIG. 2. 8. Isobáricas para una presión unitaria concentrada en la superficie.....	14
FIG. 2. 9. Valores de influencia debido a una carga concentrada en la superficie . ....	15
FIG. 2. 10. Esfuerzo vertical producido por un área rectangular uniformemente cargada . ....	16
FIG. 2. 11. Esfuerzos en un punto debidos a un sector uniformemente cargado . ....	18
FIG. 2. 12. Área poligonal uniformemente cargada.....	20
FIG. 2. 13. Área triangular uniformemente cargada.....	20
FIG. 3. 1. Presión de poro y en los esfuerzos efectivos durante la consolidación .	25
FIG. 3. 2. Analogía del pistón y el resorte. ....	26
FIG. 3. 3. Curva de compresibilidad. ....	28
FIG. 3. 4. Intercambio de presión entre el agua y el suelo.....	29
FIG. 3. 5. Elemento en un estrato en proceso de consolidación.....	30
FIG. 3. 6. Distribución de presiones en un estrato de suelo sujeto a consolidación, drenado por ambos lados, en un tiempo $t$ . ....	33
FIG. 3. 7. Grado de consolidación de Terzaghi.....	35
FIG. 3. 8. Curva de consolidación Tipo I.....	37
FIG. 3. 9. Curva de consolidación Tipo II.....	37
FIG. 3. 10. Curva de consolidación Tipo III. ....	38
FIG. 3. 11. Curva de consolidación después del esfuerzo crítico, curva Tipo IV. ....	38
FIG. 3. 12. Concepto artístico de una estructura arcillosa. ....	39
FIG. 3. 13. (a) Unidad Kelvin y (b) Unidad Z.....	40
FIG. 3. 14. Funciones de consolidación. ....	47
FIG. 3. 15. Corrección de los asentamientos suponiendo el incremento lineal de la carga.....	48

FIG. 3. 16. Factor retardante en la teoría de la consolidación primaria. ....	49
Fig. 4.1. Esfuerzo vertical en un punto. ....	53
Fig. 4. 2. Factores de influencia para la carga unitaria.....	54
Fig. 4. 3. Planta del cajón de cimentación a) real y b) subdividida.....	59
Fig. 4. 4. Incremento de presión en los 8 sectores por efectos de la presión que ejerce el área 1.....	59
Fig. 4. 5. Geometría del cajón de cimentación.....	61
Fig. 4. 6. Distribución de los esfuerzos efectivos.....	62
Fig. 4. 7. Sección longitudinal de la cimentación. ....	69
Fig. 4. 8. Archivo de entrada que contiene la información de las cargas sobre el cajón de cimentación. ....	72
Fig. 4. 9. Archivo de entrada con la presión total a nivel de desplante.....	72
Fig. 4. 10. Número y geometría de los estratos del problema en cuestión.....	73
Fig. 4. 11. Número de estratos por debajo del desplante de la cimentación.....	73
Fig. 4. 12. Archivo de entrada con el valor del asentamiento por recompresión debido a la excavación.....	75
Fig. 4. 13. Archivo de entrada con el valor del asentamiento por recompresión debido al abatimiento piezométrico.....	76
Fig. 4. 14. Archivo de entrada con las coordenadas de las áreas tributarias de la cimentación. ....	77
Fig. 4. 15. Interfaz del programa VOLUMETRIC.....	78
Fig. 4. 16. Notificación del programa por la creación de archivos de salida. ....	79
Fig. 4. 17. Archivo de salida ASENTAMIENTOS.txt con el asentamiento individual de cada uno de los estratos bajo cada una de las áreas tributarias. ....	80
Fig. 4. 18. Archivo de salida ATOTALES.txt con los asentamientos totales por recompresión y compresión neta bajo cada una de las áreas tributarias. ....	81
Fig. 4. 19. Incremento de esfuerzos para el caso del análisis unidimensional. ....	82
Fig. 4. 20. Incremento de esfuerzos para el caso del análisis bidimensional. ....	82
Fig. 4. 21. Distribución de esfuerzos para el caso del análisis riguroso (tridimensional). ....	83
Fig. 4. 22. Deformación de la cimentación flexible suponiendo la variación horizontal de los parámetros.....	83

Fig. 4. 23. Deformación de la cimentación suponiendo los parámetros máximos del suelo.....	84
Fig. 4. 24. Deformación de la cimentación sobre el corte A-Á para cada uno de los análisis. ....	85
Fig. 4. 25. Reacciones bajo la cimentación para cada uno de los análisis de asentamientos. ....	86
Fig. 4. 26. Deformación de la cimentación para cada uno de los análisis.....	87
Fig. 4. 27. Reacciones bajo la cimentación. ....	87

### **1.1 Introducción.**

En la Mecánica de Suelos ocurren dos fenómenos que son de gran importancia para el ingeniero especialista en geotecnia, estos fenómenos son la distribución de los esfuerzos en la masa de suelo por una sobrecarga en la superficie, y la deformación que sufre el suelo con el transcurso del tiempo por efectos de esta sobrecarga (consolidación).

En un inicio, cuando la mecánica de suelos no estaba desarrollada en lo absoluto, estos dos fenómenos no se tomaban en consideración para el diseño correcto de las cimentaciones, lo que trajo como resultado que grandes obras fueran erigidas con una cimentación inadecuada para la zona en cuestión, lo que daba como resultado una falla inminente. La Ciudad de México, famosa por sus suelos arcillosos de alta compresibilidad, cuenta con una gran cantidad de ejemplos de construcciones inadecuadas para la zona de desplante. Por ejemplo, en la zona centro de la ciudad donde los estratos compresibles se extienden a gran profundidad, se construyeron numerosos inmuebles, que debido a su inadecuada cimentación, el suelo ha ido cediendo poco a poco, lo que ha ocasionado que las estructuras se inclinen y se hundan en el suelo. El Palacio de Bellas Artes es un claro ejemplo, su cimentación inadecuada para esta estructura tan pesada ha causado que se hunda en el suelo varios metros en el transcurso de un siglo.

Durante el desarrollo de la mecánica de suelos, se han ido empleado diversas soluciones de la literatura para poder evaluar y simular los diferentes fenómenos que gobiernan el comportamiento de los suelos, tal es el caso de la solución de Boussinesq que, aunque las hipótesis en las que se basa dicha teoría no concuerdan con las características del suelo, no hubo otro remedio más que emplearla. Con el transcurso del tiempo se fueron creando diversas soluciones en las que poco a poco se iban considerando las características del suelo, como en el caso de la teoría de la consolidación propuesta por Terzaghi para poder determinar las deformaciones volumétricas del suelo.

Hoy en día el estudio sobre el comportamiento de los suelos ha evolucionado mucho, se han creado diferentes modelos para simular su comportamiento y se han ido dejado de lado las soluciones analíticas y simplificadas para pasar a soluciones empleando herramientas más poderosas como sucede con el uso de programas de elementos finitos. Estos programas tienen la enorme ventaja de poder simular el comportamiento del suelo de forma muy aproximada, pero su uso puede no resultar sencillo, ya que es necesario contar con mucha experiencia para poder utilizarlos, además de que el precio de estos programas es demasiado elevado para que cualquier persona pueda adquirirlos.

Es por esto que es necesario que el ingeniero se familiarice con la programación, de esta forma no es necesario que tenga que dejar de lado problemas complejos, sino que podrá tener la capacidad de desarrollar sus propios algoritmos con los cuales pueda resolver problemas complejos sin la necesidad de que tenga que hacerse de un programa comercial que resulte costoso y complicado, sino que solo bastará con que pueda entender el problema para poder desarrollar su solución.



## **1.2 Objetivo.**

El objetivo de esta tesis es desarrollar una metodología mediante la cual se puedan determinar los hundimientos sufridos bajo un cajón de cimentación parcialmente compensado teniendo en cuenta lo más íntegramente posible las características de la estructura y las propiedades mecánicas del suelo. Además, esta metodología estará enfocada a la solución de asentamientos para suelos donde exista tanto consolidación primaria como secundaria, al igual y como sucede con los suelos de la Ciudad de México. Para lograr dicho objetivo se empleará la solución propuesta por el M.I. Julio Damy, con la cual se puede determinar el incremento de esfuerzos en el suelo por efectos de una carga uniformemente repartida que actúa en la superficie de un área poligonal. También se considerará la deformación de los suelos por consolidación secundaria empleando la teoría del Dr. Leonardo Zeevaert la cual toma en cuenta la deformación por efectos del fenómeno viscoplástico característico de las arcillas de la Ciudad de México.

Sin embargo, una solución de este tipo no resulta factible debido a que es necesario emplear una cantidad exorbitante de tiempo. Es por esto que con el apoyo de la programación, se podrá crear un algoritmo el cual, de forma sistemática, resuelva el problema empleando solo una mínima cantidad de tiempo, sin importar que tan complejo sea el problema.

## **1.3 Alcances.**

Se desarrollará un algoritmo en lenguaje FORTRAN mediante el cual, generando unos sencillos archivos externos que servirán como datos de entrada para el programa, se podrán calcular las deformaciones verticales bajo un cajón de cimentación. El algoritmo estará desarrollado para generar una distribución de esfuerzos mediante la teoría de Fröhlich aplicando un factor de  $\chi = 2$  el cual es el más utilizado para los suelos estratificados como los de la Ciudad de México, además se empleará la teoría desarrollada por el Dr. Zeevaert para calcular los asentamientos considerando la consolidación secundaria y la aplicación de la carga al suelo linealmente con el tiempo para después permanecer constante durante toda su vida útil. Para generar la distribución de esfuerzos en el suelo lo más precisamente posible se aplicará el método del M.I. Julio Damy, con el cual se puede calcular el incremento de esfuerzos debido a un área uniformemente cargada de forma irregular, de esta forma se podrá discretizar el cajón de cimentación a placer y de esta forma el cálculo de los asentamientos podrá ser tan exactos como así lo requiera el usuario.

## *Capítulo 2. Esfuerzos en el suelo.*

El poder determinar los cambios en el estado de esfuerzos en un suelo ha sido uno de los principales objetivos en la mecánica de suelos. El principal interés de conocer la distribución de los esfuerzos en el suelo es conocer cuáles son los estratos que resultan afectados por efectos de una estructura que es desplantada sobre y en el medio.

Poder conocer la distribución de las fuerzas a través de un medio ha sido motivo de estudio desde hace ya más de un siglo. Las primeras teorías para estimar tanto los esfuerzos como las deformaciones en un medio fueron aplicadas considerando únicamente la teoría de la elasticidad en la cual se considera que las fuerzas se propagan a través de un medio continuo, homogéneo e isótropo. En el caso de estructuras metálicas, aplicar la teoría de la elasticidad se puede considerar bastante apropiado, ya que el comportamiento de estos materiales es prácticamente elástico. En el caso de los suelos la situación es diferente ya que tiene una estructura compleja la cual difiere mucho de las hipótesis realizadas considerando la teoría de la elasticidad. Aunque el suelo no se ajustaba en lo absoluto a estas hipótesis, no se tenía ninguna otra alternativa más que utilizar los resultados aplicando esta teoría.

Al inicio, Boussinesq dio a conocer la solución para la distribución de los esfuerzos en un medio continuo, elástico, homogéneo e isótropo por efectos de una carga puntual. Esta solución indudablemente fue y es una de las más empleadas por los ingenieros con resultados medianamente adecuados para los fines de ingeniería. Con el paso del tiempo se fueron desarrollando nuevas soluciones por el hecho evidente de que la solución de Boussinesq era insuficiente para la gran variante de problemas ingenieriles. Hoy se cuenta con las soluciones para obtener los esfuerzos en el suelo por efectos de un área cargada uniformemente, sin importar si el área es regular o irregular. También se tienen soluciones para fuerzas aplicadas dentro del medio (Mindlin 1936), pero no sólo para fuerzas que actúan en dirección vertical, sino también en dirección horizontal.

No solo se ha tenido una evolución en obtener soluciones para las diferentes tipos de áreas, sino también para los diferentes medios en los que se distribuyen las fuerzas. Es por esto que se cuenta con la solución de Westergaard (1938), donde se considera que el suelo está fuertemente estratificado, y reforzado por estratos horizontales múltiples e indeformables, y también la solución de Fröhlich (1942) la cual proporciona diferentes soluciones dependiendo de las características del suelo.

A continuación se mostrará un resumen de las soluciones de los diferentes métodos antes mencionados antes de comenzar con el siguiente capítulo, en el cual es de gran importancia que el ingeniero ya pueda manejar todas las soluciones con destreza.

## 2.1. Solución para fuerzas concentrada en la superficie.

### 2.1.1. Solución de Boussinesq (1885).

Como se mencionó anteriormente, la primera solución que apareció para determinar la distribución de esfuerzos en un medio elástico e isotrópico fue la propuesta por Boussinesq en 1885. Boussinesq encontró la solución para la distribución suponiendo una carga puntual en la superficie de un medio semi-infinito, isotrópico, homogéneo, elástico y sin peso propio. En la figura 2.1 se tiene una representación de la solución, en donde se muestran cuáles son los esfuerzos a los que se somete una partícula  $A$  que se encuentra a una profundidad  $Z$  y una distancia horizontal  $r$  cuando se aplica una carga puntual  $P$  en la superficie del medio.

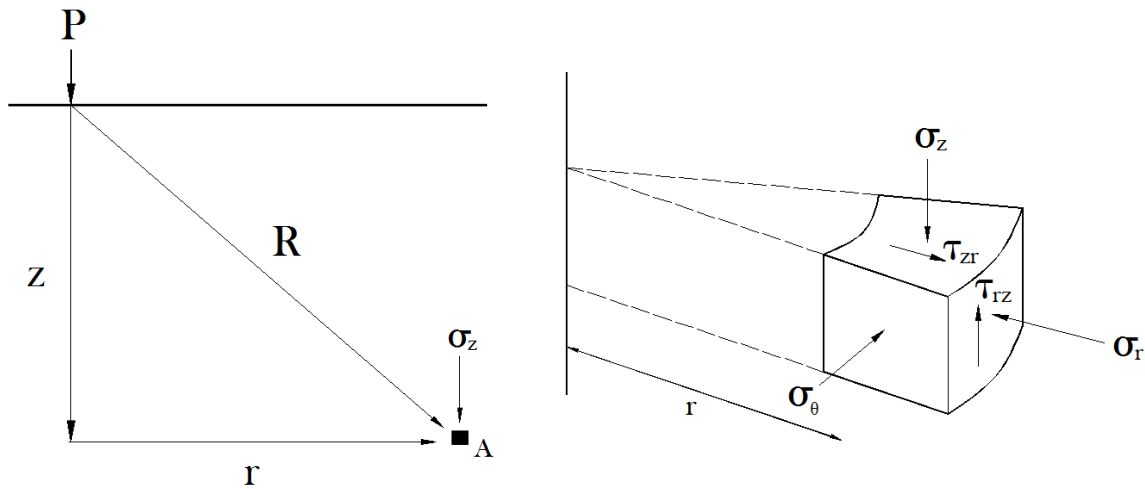


FIG. 2. 1. Carga aplicada a la superficie de un medio isotrópico, homogéneo y elástico.

Según la geometría que se muestra, los esfuerzos tanto normales como cortantes en la partícula  $A$  son los siguientes:

$$\sigma_z = \frac{3P_z^3}{2\pi R^5} \quad \text{ec.2.1}$$

$$\sigma_r = \frac{P}{2\pi R^2} \left[ \frac{-3r^2 z}{R^3} + \frac{(1-2\nu)R}{R+z} \right] \quad \text{ec.2.2}$$

$$\sigma_\theta = \frac{(1-2\nu)P}{2\pi R^2} \left[ \frac{z}{R} - \frac{R}{R+z} \right] \quad \text{ec.2.3}$$

$$\tau_{rz} = \frac{3P_{rz}^2}{2\pi R^5} \quad \text{ec.2.4}$$

Si de la ecuación 2.1 se supone que la carga concentrada es unitaria, y además sabemos que

$R^2 = z^2 + r^2$  entonces se tiene que:

$$I_{Bq} = \frac{3}{2\pi} \left[ \frac{1}{1 + \left(\frac{r}{z}\right)^2} \right]^{5/2} \quad \text{ec.2.5}$$

El valor  $I_{Bq}$  es conocido como el factor de influencia de Boussinesq, por lo cual el esfuerzo  $\sigma_z$  en la partícula A se puede obtener mediante

$$\sigma_z = \frac{P_z}{z^2} [I_{Bq}] \quad \text{ec.2.6}$$

$$\tau_{rz} = \frac{P_z}{z^2} \left[ \frac{r}{z} I_{Bq} \right] \quad \text{ec.2.7}$$

Es claro, según se muestra en las soluciones anteriores, que el esfuerzo en cualquier punto del medio no depende del material, sino que depende únicamente de la geometría del problema. En la figura 2.2 está representado gráficamente el valor de  $I_{Bq}$ , el cual varía tanto con la profundidad como con el radio respecto al punto de aplicación de la carga.

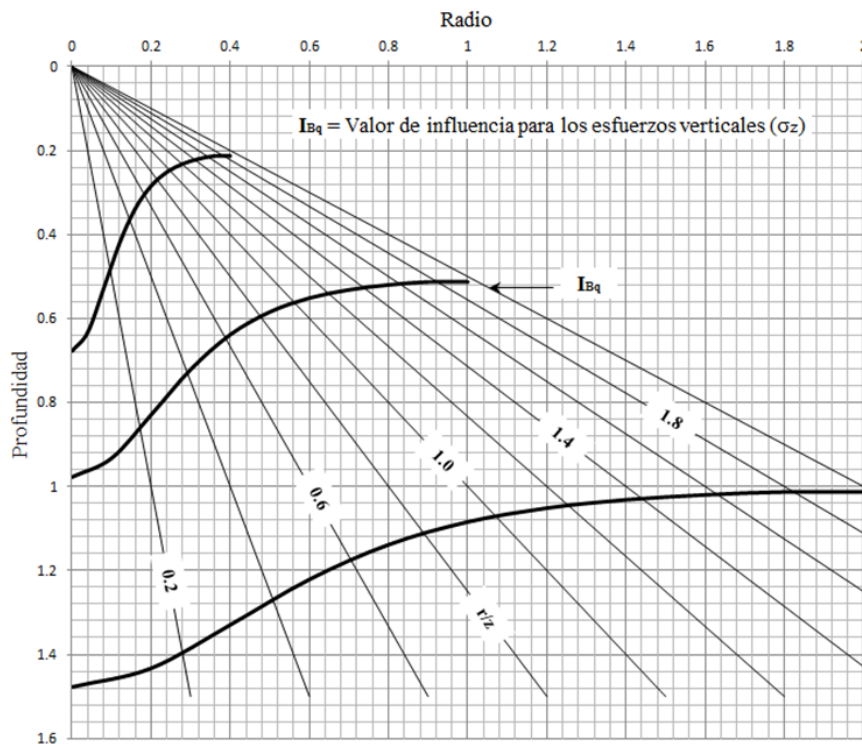
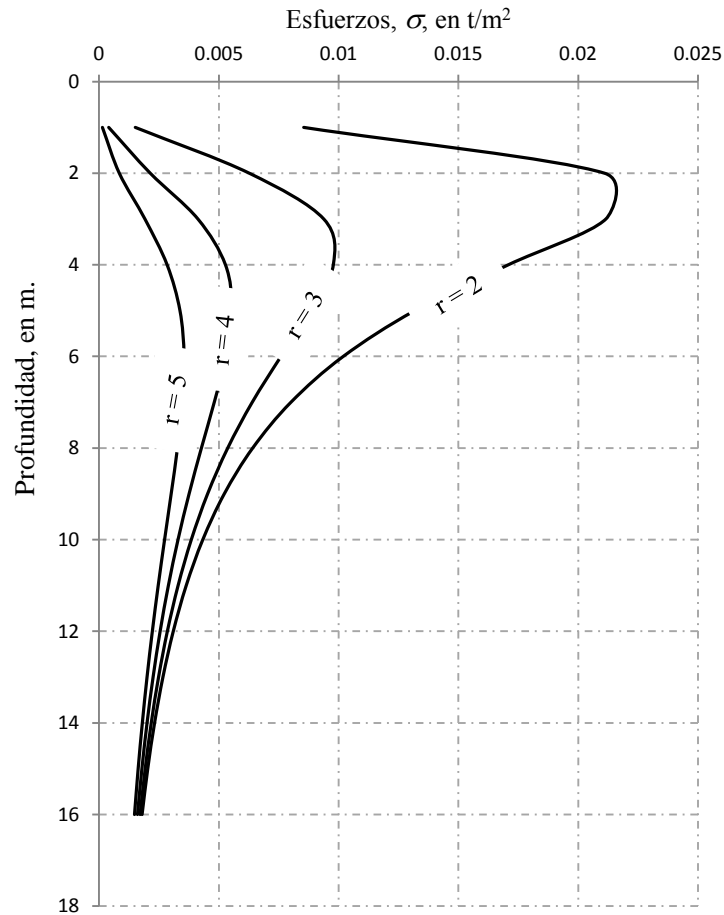


FIG. 2. 2. Distribución del esfuerzo debido a una carga concentrada en la superficie (Zeevaert 1973).

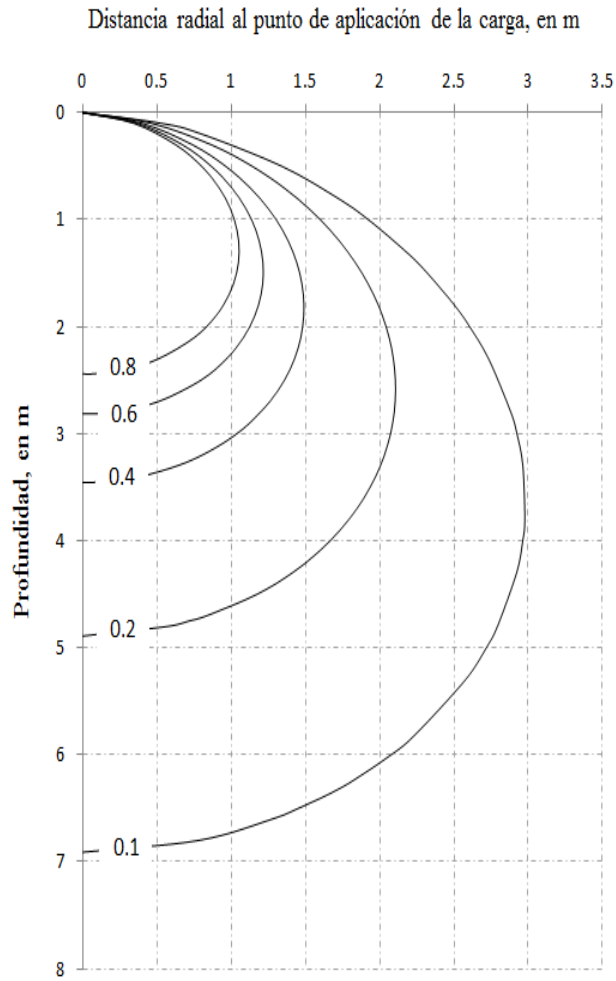
En la figura 2.3 se muestra cómo el esfuerzo decrece si se considera que el radio es constante. Es evidente que mientras el radio es menor, el esfuerzo es mayor, pero a una cierta profundidad tienden a normalizarse todos los esfuerzos.



**FIG. 2. 3.** Distribución de esfuerzos con la profundidad (Jumikis, 1969).

Se analiza la ecuación 2.6 y se compara con la ecuación 2.7 se puede concluir con que el esfuerzo cortante se disipa aún más rápido con la profundidad como en dirección horizontal si se compara con el esfuerzo vertical.

La figura 2.4 muestra un diagrama de isobáricas para una carga puntual de 10 toneladas. Las isobaras muestran las zonas geométricas donde los esfuerzos son constantes.



**FIG. 2. 4.** Distribución de esfuerzos mediante la solución de Boussinesq (Jumikis, 1969).

### 2.1.2. Solución de Mindlin (1936.)

Mindlin desarrolló en 1936 la solución para determinar los esfuerzos que actúan sobre una partícula A por efectos de una carga ya sea vertical u horizontal dentro de un medio semi-infinito y elástico. Considerando la figura 2.5 entonces se pueden escribir ambas soluciones de la siguiente forma.

#### 1. Solución para determinar el esfuerzo vertical producido por una carga vertical $P_V$ .

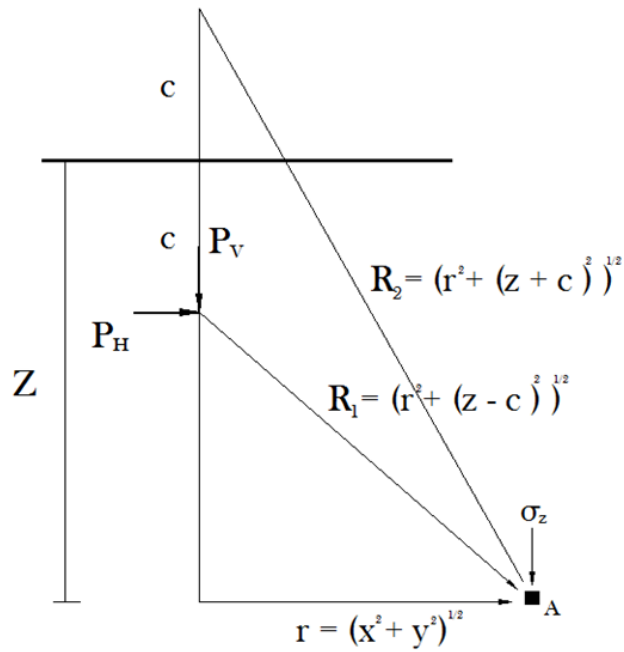


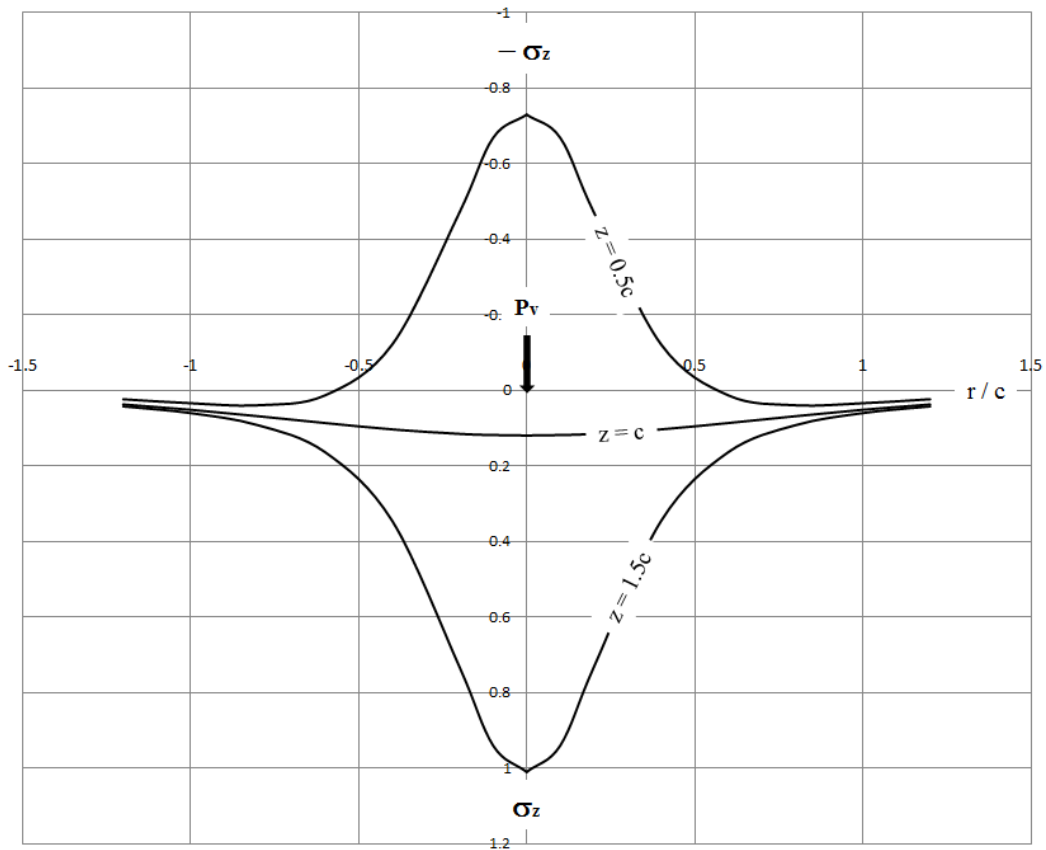
FIG. 2. 5. Variables para la solución de Mindlin.

$$\sigma_z = \frac{-P_V}{8\pi(1-\nu)} \left[ -\frac{(1-2\nu)(z-c)}{R_1^3} + \frac{(1-2\nu)(z-c)}{R_2^3} - \frac{3(z-c)^3}{R_1^5} - \frac{3(3-4\nu)z(z+c)^2 - 3c(z+c)(5z-c)}{R_2^5} - \frac{30cz(z+c)^3}{R_2^7} \right] \quad \text{ec.2.8}$$

**2. Solución para determinar el esfuerzo vertical producido por una carga horizontal  $P_H$ .**

$$\sigma_z = \frac{-P_H}{8\pi(1-\nu)} \left[ \frac{(1-2\nu)}{R_1^3} - \frac{(1-2\nu)}{R_2^3} - \frac{3(z-c)^2}{R_1^5} - \frac{3(3-4\nu)(z+c)^2}{R_2^5} + \frac{6c}{R_2^5} \left( c + (1-2\nu)(z+c) + \frac{5z(z+c)^2}{R_2^2} \right) \right] \quad \text{ec2.9}$$

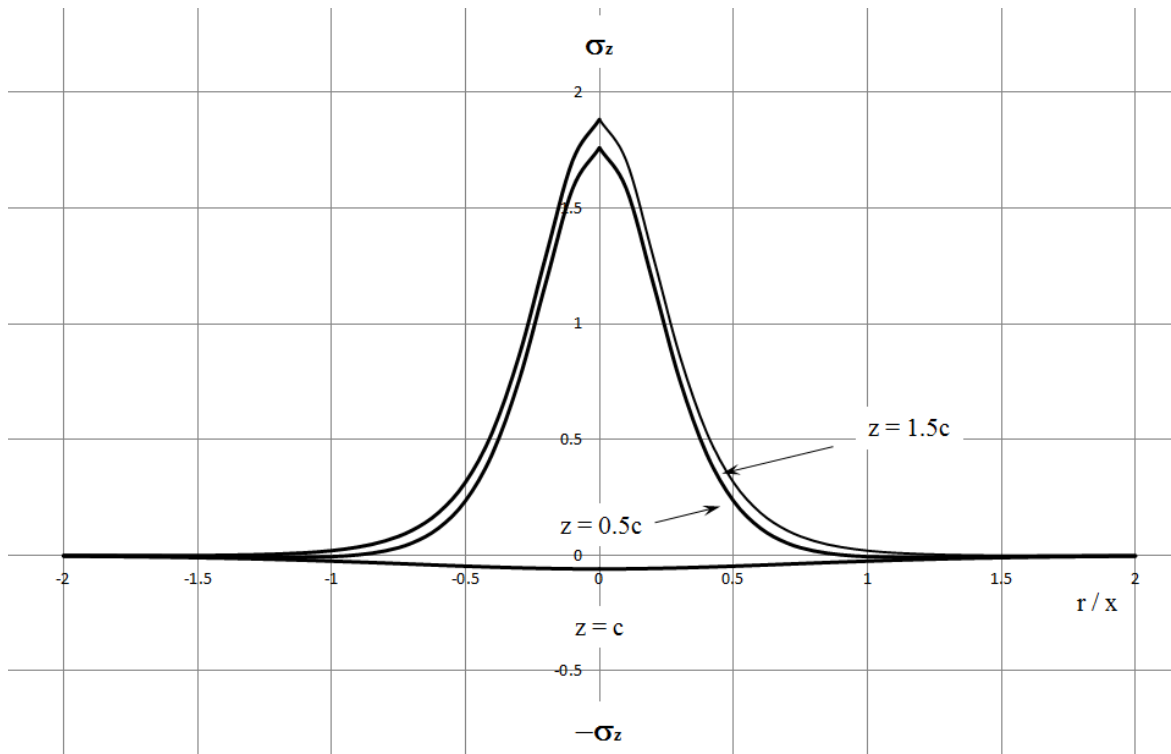
En la figura 2.6 se tiene la distribución de esfuerzos suponiendo una carga concentrada vertical unitaria dentro del medio. En la figura se puede apreciar claramente que inmediatamente debajo de la carga aplicada los esfuerzos son máximos, y con el incremento del radio los esfuerzos se van disipando poco a poco. Lo interesante de la solución es que se puede ver que, por encima de la carga aplicada, los esfuerzos son negativos, lo que indica que el medio se encuentra a tensión.



**FIG. 2. 6.** Distribución de esfuerzos debido a una carga vertical  $P_v$  (Díaz Rodríguez, A.).



En la figura 2.7 se tiene la distribución de esfuerzos debido a una carga puntual unitaria en dirección horizontal. En la figura se puede ver como la zona localizada a la misma altura en donde se encuentra aplica la carga horizontal, es la única zona donde los esfuerzos provocados generan tensión; en todas las demás zonas el suelo se encuentra a compresión.



**FIG. 2. 7.** Distribución de esfuerzos debido a una carga horizontal  $P_H$  (Díaz Rodríguez, A.).

### 2.1.3. Solución de Westergaard (1938).

A diferencia de la solución de Boussinesq, donde se considera un medio homogéneo e isotrópico, Westergaard desarrolló la solución para determinar la distribución de los esfuerzos cuando el medio se encuentra estratificado por pequeñas capas horizontales, las cuales se encuentran muy cercanas las unas con las otras con una rigidez considerable. Para este caso se toma la hipótesis de que el suelo está restringido en su deformación horizontal, pero es libre para deformarse verticalmente.

Según la solución de Westergaard, el esfuerzo vertical se puede obtener mediante la siguiente ecuación:

$$\sigma_z = \frac{P}{z_t^2} \left\{ \frac{1}{2\pi} \left[ \frac{1}{1 + \left(\frac{r}{z_t}\right)^2} \right]^{3/2} \right\} \quad \text{ec.2.10}$$

Para esta ecuación, la coordenada vertical se modifica por la siguiente transformación lineal

$$z_t = k_w \cdot z$$

Dónde

$$k_w = \sqrt{\frac{1-2\nu}{2(1-\nu)}} \quad \text{ec.2.11}$$

La relación de Poisson de la ecuación anterior está referido a la capa de suelo que se encuentra entre las capas rígidas horizontales.

Si se sustituye la ecuación 2.11 en la ecuación 2.10 se tiene que:

$$\sigma_z = \frac{P}{z^2} \left\{ \frac{1}{2k_w^2\pi} \left[ \frac{1}{1 + \left(\frac{r}{k_w \cdot z}\right)^2} \right]^{3/2} \right\} \quad \text{ec.2.12}$$

Por lo cual, se tiene que el coeficiente de influencia de la solución de Westergaard es:

$$I_{Wd} = \frac{1}{2k_w^2\pi} \left[ \frac{1}{1 + \frac{1}{k_w^2} \left(\frac{r}{z}\right)^2} \right]^{3/2} \quad \text{ec.2.13}$$

Si suponemos que las capas rígidas están demasiado cercanas las unas de las otras, y además el  $\nu = 0$ , entonces  $k_w^2 = 1/2$ , y el valor de influencia quedará como:

$$I_{wd} = \frac{1}{\pi} \left[ \frac{1}{1 + 2\left(\frac{r}{z}\right)^2} \right]^{3/2} \quad \text{ec.2.14}$$

Para la ecuación 2.14 el valor de  $z$  representa el verdadero valor de la profundidad, sin la necesidad de tener que realizar la transformación antes mencionada. Para este caso, el valor del esfuerzo queda como:

$$\sigma_z = \frac{P}{z^2} I_{wd} \quad \text{ec.2.15}$$

#### 2.1.4. Solución de Fröhlich (1942).

A partir de las soluciones donde se consideraba un medio ideal elástico Fröhlich en 1942 desarrolló las soluciones para diferentes casos de isotropía introduciendo el parámetro  $\chi$  con el cual se toma en cuenta el incremento en el módulo de elasticidad del suelo con la profundidad. El parámetro  $\chi$ , es una cantidad estáticamente indeterminada y es conocida como el *factor de concentración* la cual determina la intensidad del esfuerzo vertical,  $\sigma_z$ , en un plano horizontal debajo de una carga concentrada.

Según A. Jumikis, las ecuaciones para determinar el incremento de esfuerzo vertical, radial y al corte son las siguientes:

Para el esfuerzo vertical tenemos que:

$$\sigma_z = \frac{\chi P}{2\pi z^2} \cos^{\chi+2} \beta \quad \text{ec.2.16}$$

El esfuerzo horizontal normal radial está dado por:

$$\sigma_r = \frac{\chi P}{2\pi z^2} \cos \beta \sin^2 \beta \quad \text{ec.2.17}$$

El esfuerzo cortante vertical y horizontal está dado por:

$$\tau = \frac{\chi P}{2\pi z^2} \cos^{\chi+1} \beta \cdot \sin \beta \quad \text{ec.2.18}$$

Debido a que  $\cos^2 \beta = z^2 / (r^2 + z^2)$ , entonces el valor de influencia de Fröhlich se puede describir de la siguiente forma:

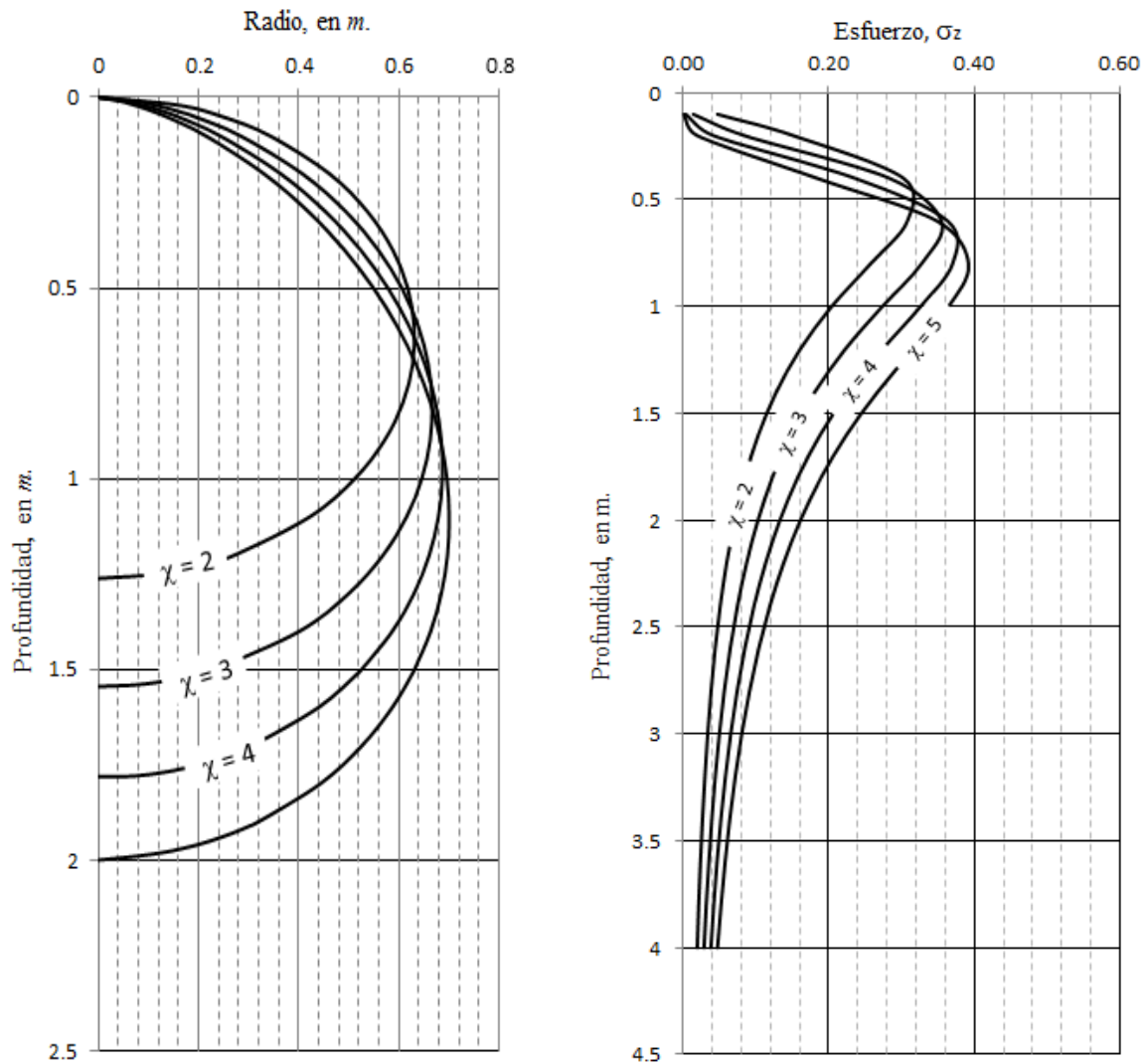
$$I_{Fh} = \frac{\chi}{2\pi} \left[ \frac{1}{1 + \left(\frac{r}{z}\right)^2} \right]^{\frac{\chi+2}{2}} \quad \text{ec.2.19}$$

Mientras mayor sea el factor de concentración,  $\chi$ , la influencia del esfuerzo es mucho mayor, tanto en la profundidad como en la zona vecina. De acuerdo con Fröhlich, la magnitud de  $\chi$  depende de la naturaleza del suelo y del tamaño del área cargada.

Un valor de  $\chi = 1.5$ , es aproximadamente la misma solución propuesta por Westergaard, donde el suelo está fuertemente estratificado, y reforzado por estratos horizontales múltiples e indeformables. Con  $\chi = 2$  se considera que el suelo es estratificado, con estratos de diferentes módulos de deformación; este caso es el que se presenta más comúnmente en los suelos de la Ciudad de México, y es por eso que para los análisis de distribución de esfuerzos se utiliza esta solución. Para  $\chi = 3$  consideramos que el medio es un material elástico, homogéneo e isotrópico que obedece la ley de Hook; cuando se utiliza  $\chi = 3$  se obtiene la solución de Boussinesq.

La Distribución de esfuerzos que se obtiene utilizando  $\chi = 4$  sólo es posible cuando el medio semi-infinito tiene un módulo de elasticidad que se incrementa linealmente con la profundidad como en el caso de las arenas.

En la figura 2.8 se puede apreciar cómo, dependiendo del valor que se le dé a  $\chi$ , el esfuerzo por efecto de una carga puntual unitaria puede alcanzar una mayor profundidad.



**FIG. 2. 8.** Isobáricas para una presión unitaria concentrada en la superficie (Jumikis, 1969).

En la figura 2.9 se graficaron las influencias de las diferentes soluciones, variando la relación  $r/z$  y el valor de  $\chi$ . Es evidente que la solución de Westergaard entrega los valores de influencia más pequeños, mientras que la solución de Fröhlich los más grandes. En la naturaleza, los depósitos de suelo tienen las características que manejan Westergaard y Fröhlich en sus soluciones, esto es, que los depósitos suelen estar estratificados y que el módulo de deformación decrece con la profundidad; es por esto, que la solución de Boussinesq representa una mejor aproximación a las condiciones reales del subsuelo.

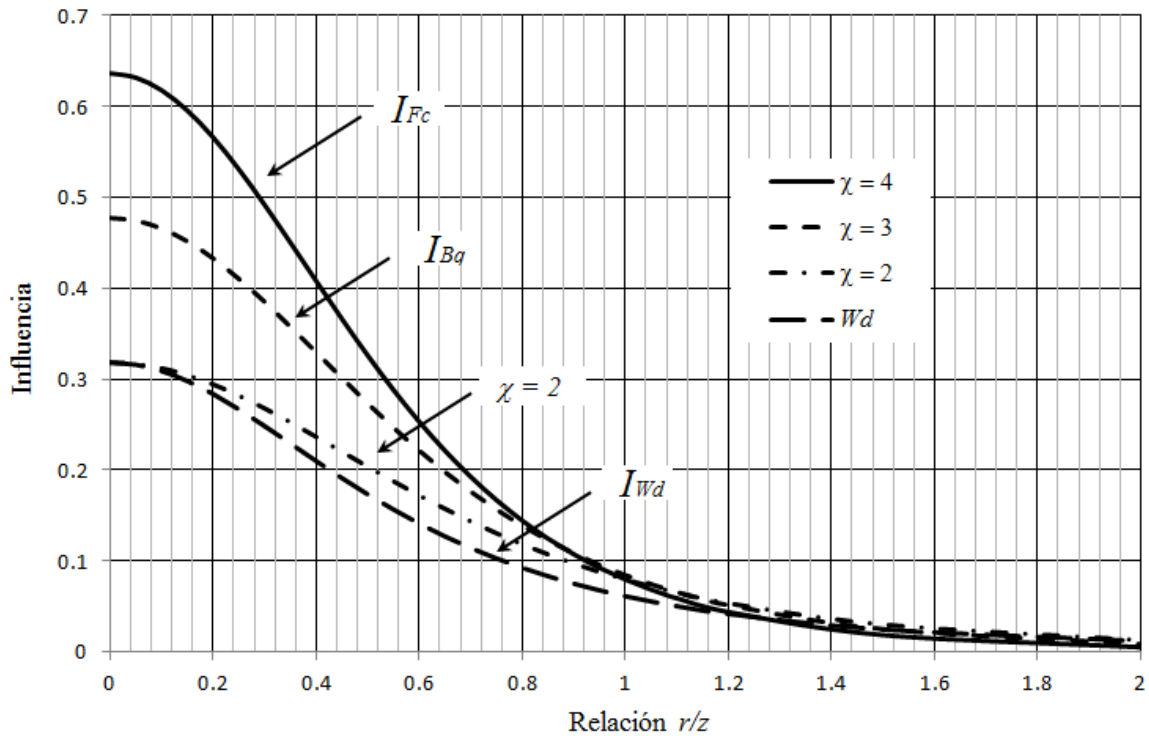


FIG. 2. 9. Valores de influencia debido a una carga concentrada en la superficie.

## 2.2. Solución de Zeevaert para el caso de áreas rectangulares uniformemente cargadas (1973).

Jurgenson (1934) había desarrollado la solución para el cálculo de los esfuerzos debidos a una banda cargada de longitud infinita en la superficie, pero esta solución no era práctica debido a que toda cimentación tiene dimensiones finitas. Tiempo después, Newmark obtuvo la solución para el esfuerzo causado en un punto localizado bajo la esquina de un área con una carga uniformemente repartida. El problema de la solución de Newmark es que cuando se necesita la solución bajo un área poligonal, el procedimiento puede ser demasiado tedioso y por lo tanto este método es un tanto inadecuado.

Con la intención de evitar distintas soluciones que hoy en día no resultan prácticas, en adelante sólo se mencionaran dos de los métodos más prácticos para el ingeniero. La primera solución de estas dos es donde se obtienen los esfuerzos al centro de un área rectangular o cuadrada. Tomando como base la figura 2.10 se puede determinar el esfuerzo producido en un punto  $I_{ji}$  por un área rectangular uniformemente cargada. Supongamos que se tiene un elemento pequeño de dimensiones  $dx \cdot dy$  cargado uniformemente en la superficie por una carga  $q$ . El esfuerzo producido en el punto  $I_{ji}$  con coordenadas  $y, x$  y  $z$  debido a esta área es:

$$\Delta\sigma_z = \chi \frac{q \cdot dx \cdot dy}{2\pi z^2} \cos^{\chi+2} \bar{\psi} \text{ ec.} \quad 2.20$$

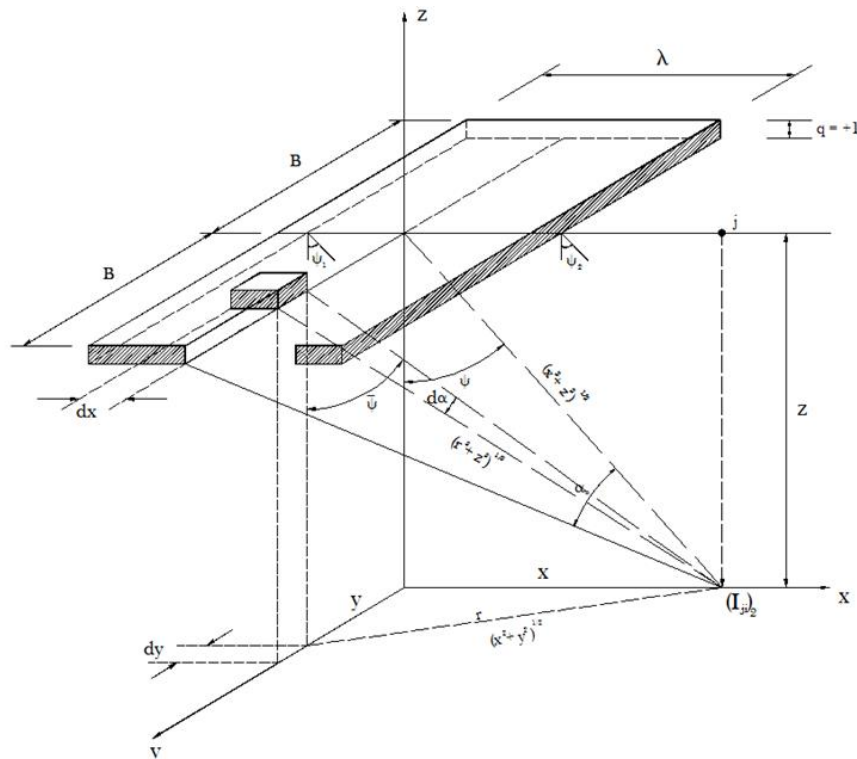


FIG. 2. 10. Esfuerzo vertical producido por un área rectangular uniformemente cargada (Zeevaert 1973).

De la figura 2.8 se puede deducir que:

$$y = z \frac{\tan \alpha}{\cos \psi}, \quad y \quad dy = \frac{z}{\cos \psi} \sec^2 \alpha d\alpha$$

y también

$$x = z \tan \psi, \quad y \quad dx = z \sec^2 \psi d\psi$$

aplicando la identidad  $\overline{\cos \psi} = \cos \psi \cos \alpha$  y substituyendo en la ecuación 2.14, se llega a la solución general para obtener el esfuerzo vertical a una profundidad  $z$  debajo del centro de un área rectangular uniformemente cargada.

$$\Delta \sigma_z = \frac{\lambda q}{2\pi} \int_{-\alpha_0}^{\alpha_0} \cos^\chi \alpha d\alpha \int_{\psi_1}^{\psi_2} \cos^{\chi-1} \psi d\psi \quad \text{ec.2.21}$$

La ecuación 2.15 se puede integrar para diferentes factores de concentración, por lo cual se obtienen las siguientes soluciones:

**Caso I:**  $\chi = 2$

$$I_{\chi^2} = \frac{1}{\pi} \left( \alpha_0 + \frac{1}{2} \text{sen} \alpha_0 \right) (\text{sen} \psi_1 - \text{sen} \psi_2) \quad \text{ec.2.22}$$

**Caso II:**  $\chi = 3$

$$I_{\chi^3} = \frac{3}{2\pi} \left( \text{sen} \alpha_0 - \frac{\text{sen}^3 \alpha_0}{3} \right) \left[ \psi_1 - \psi_2 + \text{sen}(\psi_1 - \psi_2) \cos(\psi_1 + \psi_2) \right] \quad \text{ec.2.23}$$

**Caso III:**  $\chi = 4$

$$I_{\chi^4} = \frac{1}{\pi} \left( \frac{3}{2} \alpha_0 + \frac{3}{4} \text{sen} 2\alpha_0 + \text{sen} \alpha_0 \cos^3 \alpha_0 \right) \left[ (\text{sen} \psi_1 - \text{sen} \psi_2) - \frac{1}{3} (\text{sen}^3 \psi_1 - \text{sen}^3 \psi_2) \right] \quad \text{ec.2.24}$$

Los argumentos angulares que se deben utilizar en las ecuaciones 2.16, 2.17 y 2.18 tienen los siguientes valores

$$\alpha_0 = \tan^{-1} \frac{B}{\sqrt{x^2 + z^2}}, \quad \psi_1 = \tan^{-1} \frac{x + \frac{\lambda}{2}}{z}, \quad \psi_2 = \tan^{-1} \frac{x - \frac{\lambda}{2}}{z}$$



### 2.3. Solución para el caso de áreas circulares uniformemente cargadas.

Para encontrar el esfuerzo debajo de un área circular uniformemente cargada se utilizara como apoyo la figura 2.11

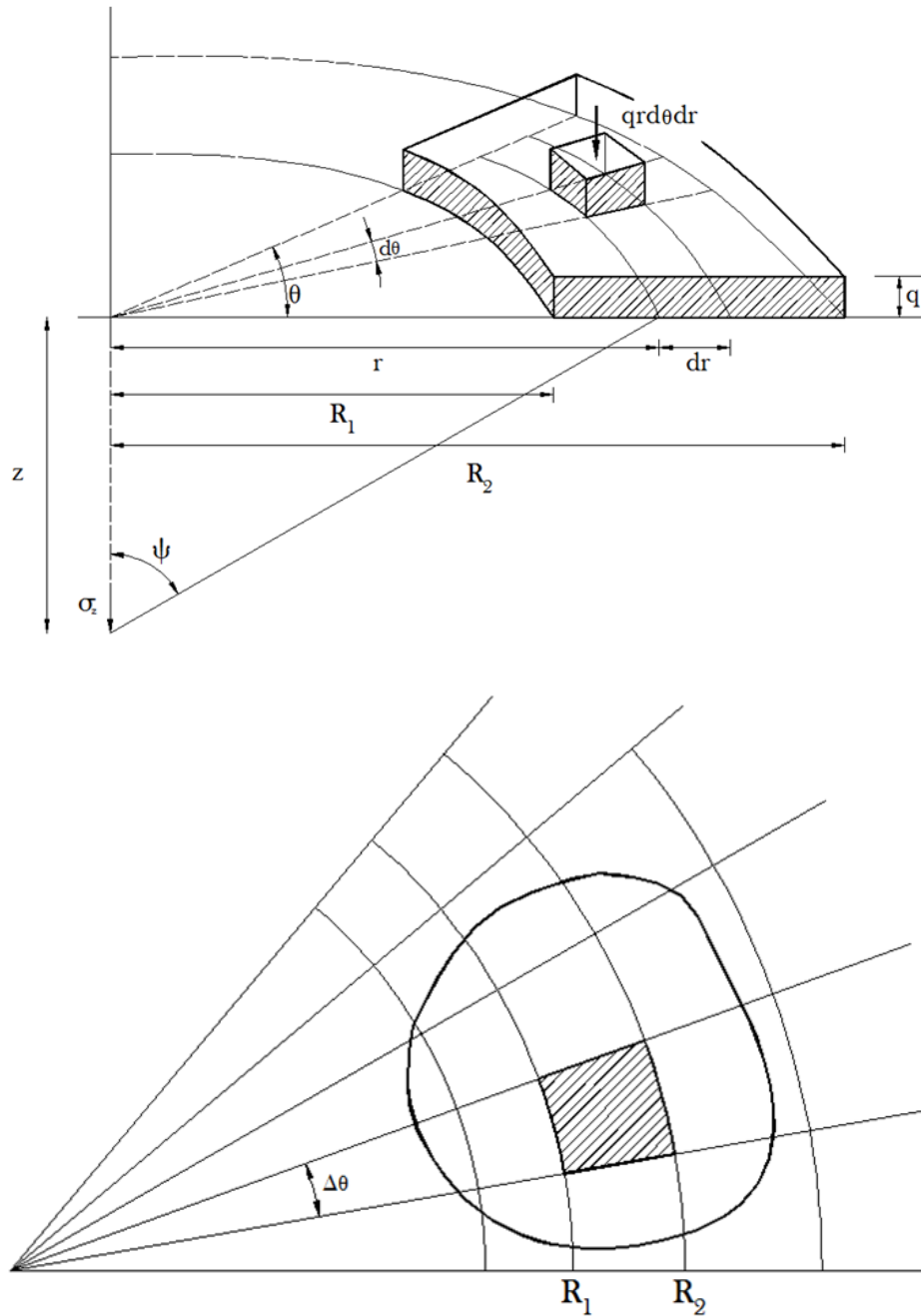


FIG. 2. 11. Esfuerzos en un punto debidos a un sector uniformemente cargado (Zeevaert 1973).

Supóngase un sector que se encuentra uniformemente cargado. De acuerdo con la figura 2.9 el esfuerzo vertical es:

$$\Delta\sigma_z = \frac{q}{z^2} \int I_\chi da \quad \text{ec.2.25}$$

Por lo tanto:

$$\Delta\sigma_z = \frac{\chi q}{2\pi z^2} \int_0^\theta d\theta \int_{R_1}^{R_2} \left[ \frac{1}{1 + \frac{r^2}{z^2}} \right]^{(\chi+2)/2} \quad \text{ec.2.26}$$

después de realizar la integración se tiene que:

$$\Delta\sigma_z = q \frac{\theta}{2\pi} \left\{ \left[ 1 + \left( \frac{R_1}{z} \right)^2 \right]^{-\chi/2} - \left[ 1 + \left( \frac{R_2}{z} \right)^2 \right]^{-\chi/2} \right\} \quad \text{ec.2.27}$$

Cuando  $R_1 = 0$  y  $R = R_2$ , el sector uniformemente cargado de ángulo  $\theta$  y de radio  $R$  se obtiene que

$$\Delta\sigma_z = q \frac{\theta}{2\pi} \left\{ 1 - \left[ 1 + \left( \frac{R}{z} \right)^2 \right]^{-\chi/2} \right\} \quad \text{ec.2.28}$$

Cuando  $\theta = 2\pi$  entonces el esfuerzo debajo de un área circular uniformemente cargada de radio  $R_a$  es:

$$\Delta\sigma_z = q \left\{ 1 - \left[ 1 + \left( \frac{R_a}{z} \right)^2 \right]^{-\chi/2} \right\} \quad \text{ec.2.29}$$

Y el valor de influencia será

$$I_{R\chi} = \left\{ 1 - \left[ 1 + \left( \frac{R_a}{z} \right)^2 \right]^{-\chi/2} \right\} \quad \text{ec.2.30}$$

## 2.4. Solución de Damy para el caso de áreas poligonales uniformemente cargadas.

Para el caso de áreas poligonales se puede aplicar el método de Damy R. (1975) donde se integra el esfuerzo debajo de un vértice de un área triangular uniformemente cargada. En la figura 2.12 se muestra un área cualquiera, donde cada uno de sus vértices fueron localizados con coordenadas  $X$  e  $Y$ ; es necesario que los vértices se enumeren en sentido anti horario.

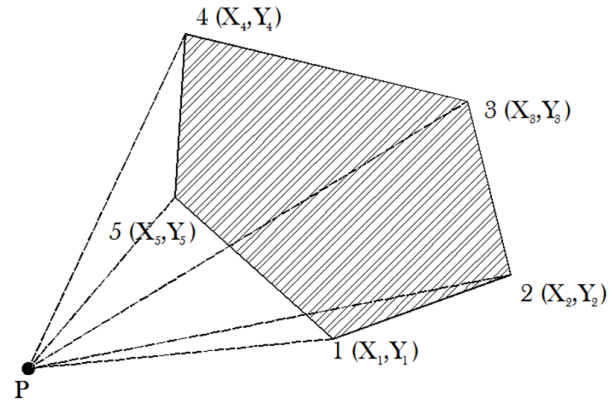


FIG. 2. 12. Área poligonal uniformemente cargada (Damy 1975).

El punto  $P$  muestra la ubicación de donde se desea conocer los esfuerzos. Para conocer la integral del polígono, se sumará algebraicamente cada uno de los triángulos que forman el punto  $P$  con cada uno de los vértices del polígono. Se puede apreciar que los triángulos  $P-1-2$ ,  $P-2-3$ ,  $P-3-4$  son los únicos que tienen una influencia sobre el punto  $P$ , mientras que los triángulos  $P-4-5$  y  $P-5-1$  no tienen ninguna influencia.

Las etapas para la contribución de cada uno de los triángulos es la siguiente (ver figura 2.13):

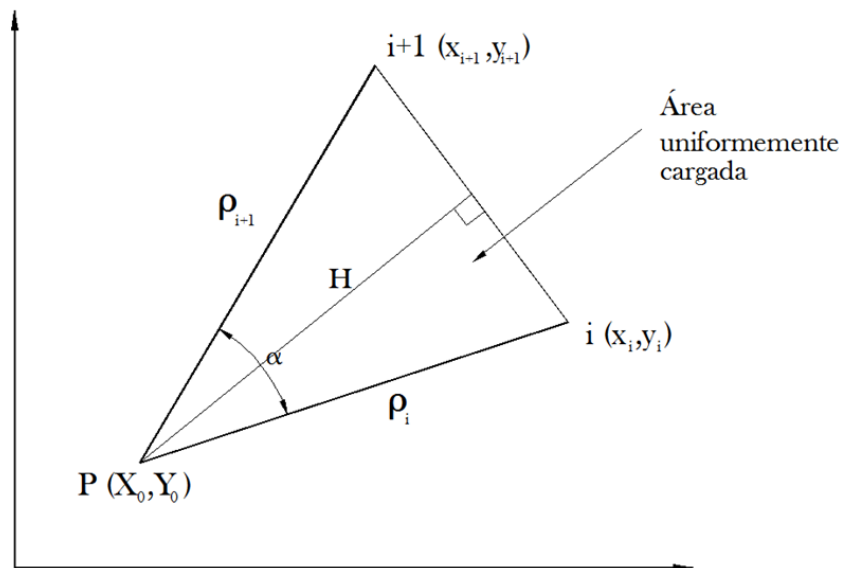


FIG. 2. 13. Área triangular uniformemente cargada.

$$1. X'_j = X_j - X_0; \quad Y'_j = Y_j - Y_0, \quad (j=i, i+1)$$

$$2. F = X'_i Y'_{i+1} - X'_{i+1} Y'_i$$

Si  $F = 0$  se trata de un triángulo de área nula que no contribuye a la integración, si  $F > 0$  entonces  $S = +I$  (el triángulo contribuye positivamente a la integral) y si  $F < 0$  entonces  $S = -I$  (el triángulo contribuye negativamente a la integral).

$$3. C = X'_i X'_{i+1} + Y'_i Y'_{i+1}$$

$$4. \alpha = \tan^{-1}\left(\frac{|F|}{C}\right)$$

Si  $C = 0$  entonces  $\alpha = \pi/2$ , si  $C > 0$  entonces  $0 < \alpha < \pi/2$ , si  $C < 0$  entonces  $\pi/2 < \alpha < \pi$ .

$$5. \rho_j = \sqrt{X'^2_j - Y'^2_j}, \quad (j=i, i+1)$$

$$6. L = \sqrt{(X'_{i+1} - X'_i)^2 + (Y'_{i+1} - Y'_i)^2}$$

$$7. H = \frac{(\rho_i)(\rho_{i+1})\text{sen}\alpha}{L}$$

$$8. A = z / H$$

$$9. D = R_1 - R_2 \cos \alpha$$

$R_1$  será igual al menor de los valores de  $\rho_i$  y  $\rho_{i+1}$ , mientras que  $R_2$  será igual al mayor. Si  $D > 0$  entonces  $S' = +I$  (contribución positiva de  $R_1$ ), si  $D < 0$  entonces  $S' = -I$  (contribución negativa de  $R_1$ ) y si  $D = 0$  entonces  $S' = 0$  ( $R_1 = H$ ).

Una vez concluidos los 9 pasos anteriores se aplicarán las siguientes ecuaciones para resolver las diferentes soluciones.

$$r_i = R_i / z, \quad (i=1, 2)$$

$$q_i = R_i / H, \quad (i=1, 2)$$

Las ecuaciones para determinar la distribución de esfuerzos son:

### Solución de Boussinesq

$$\sigma_z = \sum_0^N \frac{Sq}{2\pi} \left\{ \alpha - S' \text{Tan}^{-1}(B_1) - \text{Tan}^{-1}(B_2) + \frac{(S' B_1 + B_2)}{(A^2 + 1)} \right\} \quad \text{ec.2.31}$$

donde:

$$B_i = \sqrt{\frac{q_i^2 - 1}{r_i^2 + 1}}, \quad (i=1, 2)$$

### Solución de Westergaard

$$\sigma_z = \sum_0^N \frac{Sq}{2\pi} \left\{ \alpha - S' \text{Tan}^{-1}(W_1) - \text{Tan}^{-1}(W_2) \right\} \quad \text{ec.2.32}$$

donde:

$$W_i = k \sqrt{\frac{q_i^2 - 1}{k^2 + r_i^2}}, \quad (i=1, 2)$$

k = constante.

### Solución de Fröhlich.

$\chi = 2$

$$\sigma_z = \sum_0^N \frac{Sq}{2\pi} \left( \frac{1}{\sqrt{A^2 + 1}} \right) \left\{ S' \text{Tan}^{-1} \left( \frac{E_1}{\sqrt{A^2 + 1}} \right) + \text{Tan}^{-1} \left( \frac{E_2}{\sqrt{A^2 + 1}} \right) \right\} \quad \text{ec.2.33}$$

donde:

$$E_i = \sqrt{q_i^2 - 1}, \quad (i=1, 2)$$

$\chi = 4$

$$\sigma_z = \sum_0^N \frac{Sq}{2\pi} \left( \frac{1}{A^2 + 1} \right) \{ S' G_1 + G_2 \} \quad \text{ec.2.34}$$

donde:

$$G_i = \left( \frac{3A^2 + 2}{\sqrt{A^2 + 1}} \right) \text{Tan}^{-1} \left( \frac{\sqrt{q_i^2 - 1}}{\sqrt{A^2 + 1}} \right) + \frac{\sqrt{q_i^2 - 1}}{r_i^2 + 1}, \quad (i=1, 2)$$

Las soluciones anteriores si bien son correctas, se puede realizar una simplificación a las fórmulas de integración sobre un rectángulo como se muestra a continuación:

Cálculos preliminares:

$$1. X'_j = X_j - X_0; \quad Y'_j = Y_j - Y_0, \quad (j=i, i+1)$$

$$2. F = X'_i Y'_{i+1} - X'_{i+1} Y'_i$$

$$3. L = \sqrt{(X'_{i+1} - X'_i)^2 + (Y'_{i+1} - Y'_i)^2}$$

$$4. C_1 = (x'_i(x'_{i+1} - x'_i) + y'_i(y'_{i+1} - y'_i)) / F$$

$$5. C_2 = (x'_{i+1}(x'_{i+1} - x'_i) + y'_{i+1}(y'_{i+1} - y'_i)) / F$$

$$6. A = \frac{zL}{|F|}$$

$$7. G = A^2 + 1$$

Las ecuaciones para determinar la distribución de esfuerzos son:

#### Solución de Boussinesq

$$\sigma_z = \frac{q}{2\pi} \left[ \tan^{-1} C_2 - \tan^{-1} C_1 - \tan^{-1} B_2 + \tan^{-1} B_1 + \frac{(B_2 - B_1)}{G} \right] \quad \text{ec. 2.35}$$

donde

$$B_i = \frac{AC_i}{\sqrt{G + C_i^2}}, \quad (i=1,2)$$

#### Solución de Westergaard

$$\sigma_z = \frac{q}{2\pi} \left[ \tan^{-1} C_2 - \tan^{-1} C_1 - \tan^{-1} W_2 + \tan^{-1} W_1 \right]$$

donde

$$W_i = \frac{KAC_i}{\sqrt{K^2 A^2 + 1 + C_i^2}}, \quad (i=1,2)$$

**Solución de Fröhlich.**

$$\chi = 2$$

$$\sigma_z = \frac{q}{2\pi\sqrt{G}} \left[ \tan^{-1} J_2 - \tan^{-1} J_1 \right]$$

donde

$$J_i = \frac{C_i}{\sqrt{G}}, \quad (i=1,2)$$

$$\chi = 4$$

$$\sigma_z = \frac{q}{4\pi G} \left[ M \left( \tan^{-1} J_2 \right) - \tan^{-1} J_1 + N_2 - N_1 \right]$$

donde

$$M = \frac{2G+A^2}{\sqrt{G}}; \quad N_i = \frac{A^2 C_i}{G+C_i^2}, \quad (i=1, 2)$$

$$M = \frac{2G+A^2}{\sqrt{G}}; \quad N_i = \frac{A^2 C_i}{G+C_i^2}, \quad (i=1, 2)$$

### Capítulo 3. Consolidación.

Sin duda alguna el poder predecir la magnitud de las deformaciones que presentará una estructura durante toda la etapa de su vida útil es una cuestión de las más importantes y una de las más complicadas para predecir por el ingeniero geotecnista.

La teoría de la consolidación de los suelos fue propuesta inicialmente por *Karl Terzaghi* en 1923. Esta teoría está referida principalmente a todos aquellos suelos que tienen como características principales su alta compresibilidad (arcillas, arcillas limosas, etc), y que al estar sus vacíos saturados por agua sufren un incremento de presión de poro  $\Delta u$  por una sobrecarga aplicada en la superficie. Este incremento en la presión de poro se produce principalmente por un cambio en el estado de esfuerzos en el suelo provocado por una sobrecarga en la superficie. Esta presión se reduce con el paso del tiempo, y con la reducción de la presión de poro se viene un incremento en los esfuerzos efectivos y un decremento volumétrico del suelo. La reducción en la presión de poro en los suelos de alta compresibilidad, a diferencia de los suelos granulares tal como las arenas, es dependiente principalmente de su permeabilidad, es por esto que un suelo poco permeable tiende a reducir la presión de poro por medio de la expulsión del agua entre sus partículas más lentamente. Es por este fenómeno que el cambio volumétrico del suelo no ocurre al mismo tiempo en que se modifica el estado de esfuerzos en el suelo, sino que va evolucionando poco a poco, pudiendo tomar muchos años hasta que alcance su deformación final.

En las figuras 3.1 se muestra gráficamente el proceso de la consolidación de los suelos compresibles.

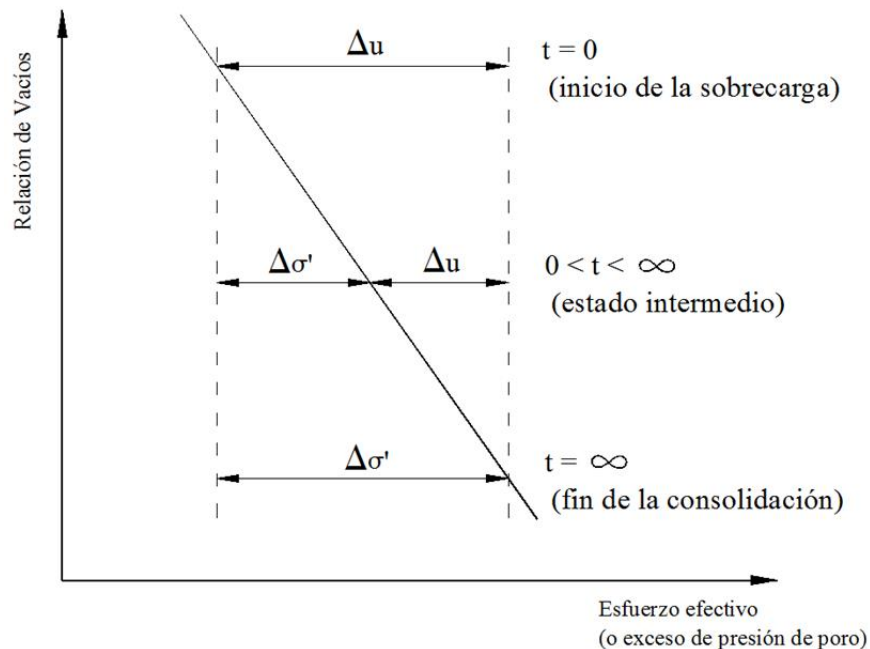


FIG. 3. 1. Presión de poro y en los esfuerzos efectivos durante la consolidación (Barnes 1995).



La teoría de la consolidación propuesta por Terzaghi, la cual solo es una solución con una cierta aproximación a la realidad debido a la gran cantidad de simplificaciones que se suponen para poder aplicarla, se puede considerar adecuada para la ingeniería práctica, pero existen ciertos casos en que, además de la consolidación descrita por la teoría de Terzaghi, los suelos siguen presentando un cambio volumétrico debido a un fenómeno más complejo que la simple expulsión del agua gravitacional de las cavidades del suelo. A este fenómeno se le conoce como **consolidación secundaria** y se debe a un proceso *visco-plástico* entre las partículas finas del suelo. En ocasiones este fenómeno suele tener un impacto mucho mayor que en el causado por la consolidación primaria, tal es el caso de las arcillas de la Ciudad de México, que la consolidación secundaria es capaz de duplicar la consolidación primaria.

Por lo anterior es necesario que el ingeniero tenga la habilidad necesaria para poder determinar las propiedades mecánicas del suelo, de esta forma podrá calcular con mucha más precisión las deformaciones que provocará una estructura al ser desplantada.

### 3.1. Teoría de consolidación de Terzaghi.

La teoría de la consolidación primaria de Terzaghi puede ser representada gráficamente por un pistón lleno de agua y un resorte como los mostrados en la figura 3.2. Se puede considerar que la consolidación primaria está dividida en tres etapas, la primera **a)** en un tiempo  $t = 0$  donde es aplicada la sobrecarga, y donde toda la presión esta soportada únicamente por el agua gravitacional convirtiéndose en presión de poro, la segunda **b)** donde el agua gravitacional empieza a fluir lentamente hacia el exterior, la presión de poro comienza a disminuir y el esfuerzo efectivo comienza a aumentar, y la tercera **c)** donde la presión de poro ha desaparecido por completo y la presión inicial es soportada completamente por la estructura sólida, en este momento se considera que el sistema se encuentra en equilibrio y la consolidación ha terminado.

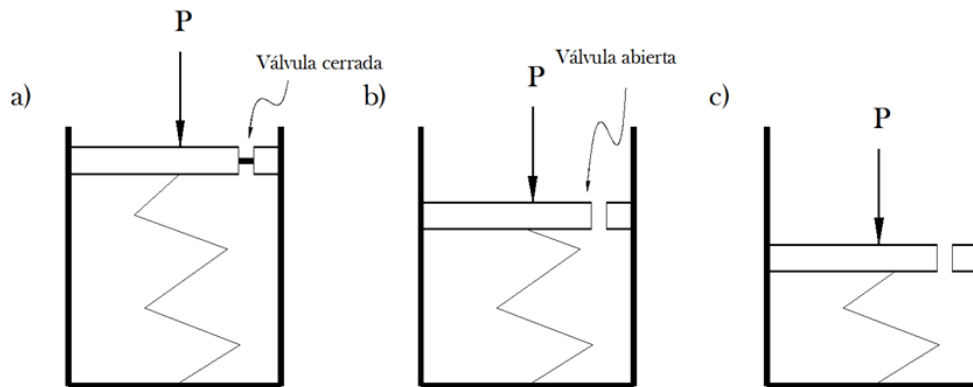


FIG. 3. 2. Analogía del pistón y el resorte.

La teoría de consolidación de Terzaghi está apegada a las siguientes hipótesis:

- La masa de suelo se encuentra totalmente saturada.
- Tanto el agua como las partículas de suelo son completamente incompresibles.
- La ley de Darcy es válida.
- Un cambio en la relación de vacíos corresponde a un incremento en los esfuerzos efectivos.
- La permeabilidad  $k$ , y el coeficiente de compresión volumétrica  $m_v$ , permanecen constantes durante todo el proceso. Sin embargo, ambos decrecen durante el proceso de consolidación.
- El tiempo que toma el suelo para consolidarse depende solo de su permeabilidad.
- La arcilla esta confinada lateralmente y la deformación es únicamente vertical.
- El flujo del agua es únicamente en una dirección (vertical).
- Tanto el esfuerzo efectivo como el total se distribuyen uniformemente en cualquier sección horizontal del suelo
- No existe consolidación secundaria..

La ecuación fundamental que expresa el esfuerzo vertical en un punto durante el proceso de consolidación es:

$$\sigma = \sigma' + u \quad \text{ec.3.1}$$

Donde  $\sigma$  es la presión total aplicada al suelo,  $\sigma'$  es el esfuerzo efectivo o esfuerzo intergranular, y  $u$  es la presión de poro generada.

El incremento del esfuerzo efectivo, de un valor inicial  $\sigma'_0$  a uno final  $\sigma'$ , produce un cambio en la relación de vacíos, de un valor inicial  $e_0$  a uno final  $e$ . A la relación entre el cambio de esfuerzo y el cambio de volumen se le conoce como el **coeficiente de compresibilidad ( $a_v$ )**. Se puede considerar al coeficiente de compresibilidad como la pendiente entre dos puntos de la curva de compresibilidad. Este coeficiente queda definido entonces por:

$$a_v = \frac{e_0 - e}{\sigma' - \sigma'_0} \quad \text{ec.3.2}$$

En la figura 3.3 se tiene una típica curva de compresibilidad que se obtiene como resultado de una prueba de consolidación. Como se puede apreciar, resulta que el coeficiente de compresibilidad es la pendiente de la curva de compresibilidad en el tramo preconsolidado.

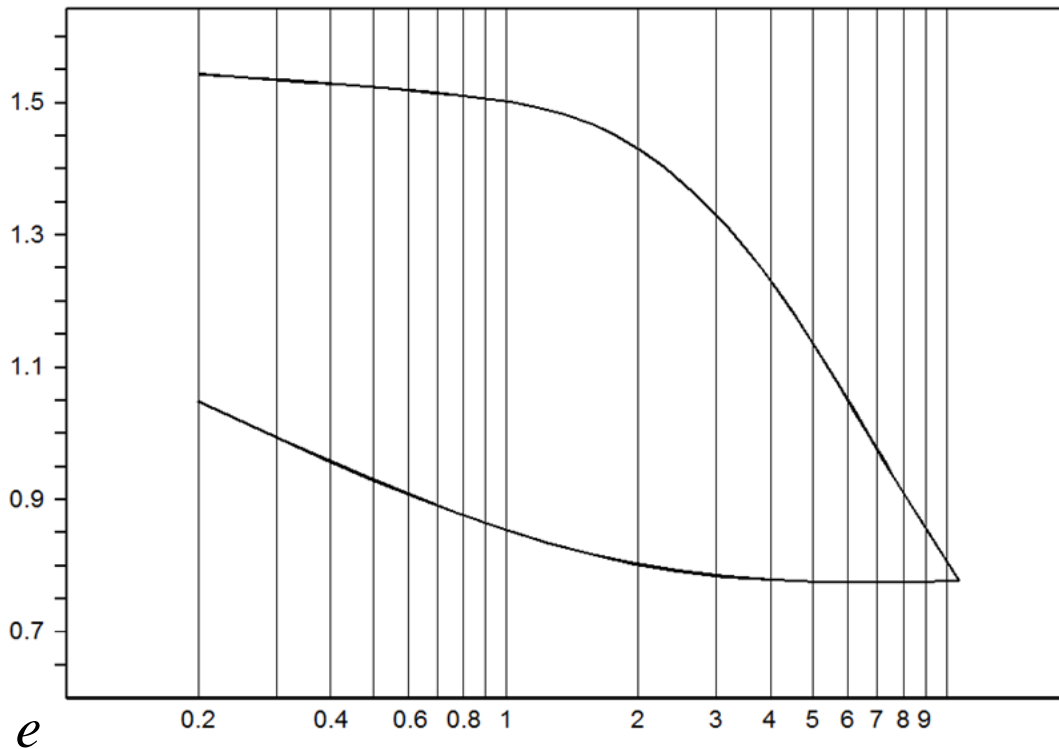


FIG. 3. 3. Curva de compresibilidad.

El coeficiente de compresibilidad es constante para cada uno de los incrementos de presión en la prueba del odómetro. De la ecuación 3.2 se tiene que:

$$(\sigma' - \sigma'_0) a_v = e_0 - e \tag{ec.3.3}$$

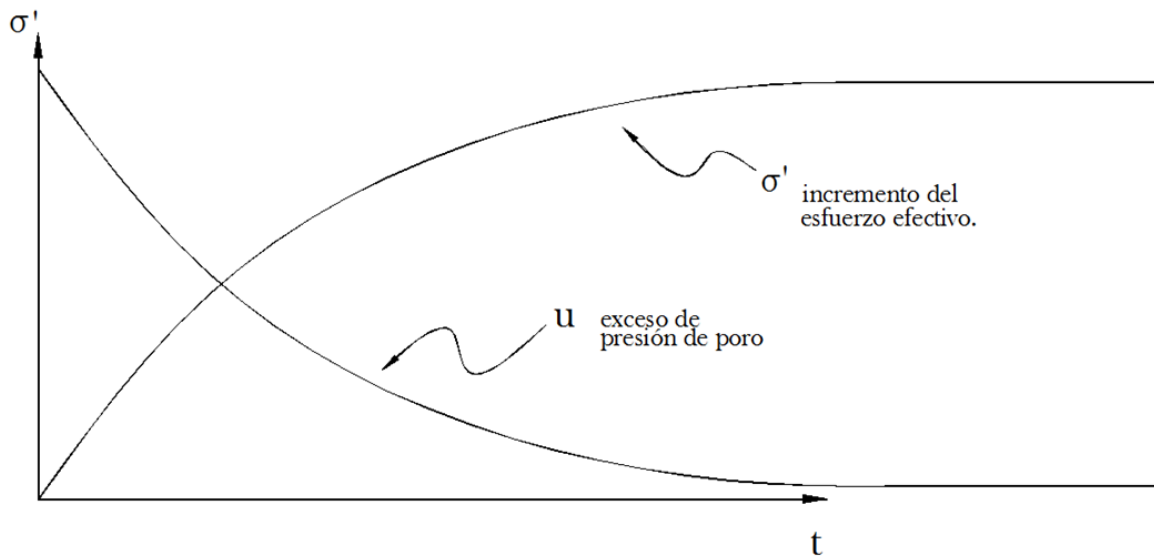
El segundo término de la ecuación 3.3 representa el decremento en el volumen de vacíos en un bloque de suelo de volumen inicial  $I + e_0$ . La relación de vacíos inicial  $e_0$  corresponde al volumen de vacíos por unidad de suelo  $n_0 = e_0 / (1 + e_0)$  y la relación de vacíos final  $e$  a  $n_{01} = e / (1 + e_0)$ . Es por esto que el decremento del volumen de vacíos  $\Delta n$  por unidad del volumen inicial de suelo es:

$$\Delta n = n_0 - n_{01} = (\sigma' - \sigma'_0) \frac{a_v}{1 + e_0} = m_v (\sigma - \sigma'_0) = m_v \Delta \sigma'$$

dónde  $\Delta \sigma'$  es el incremento del esfuerzo efectivo. A la expresión  $m_v$  se le conoce como el **coeficiente de compresibilidad volumétrica**, y mediante un arreglo de términos de la ecuación 3.4 este coeficiente se puede expresar como:

$$m_v = \frac{a_v}{1 + e_0} \tag{ec.3.4}$$

Debido a que el proceso de consolidación transcurre lentamente por el efecto de la baja permeabilidad, inmediatamente después de que a un estrato de suelo se le aplica un incremento de presión  $\Delta\sigma$ , la relación de vacíos del suelo permanece igual a  $e_0$ , y el incremento en los esfuerzos efectivos es igual con cero ( $\Delta\sigma'_0 = 0$ ). Es por esto que al principio del proceso de consolidación, la presión de poro se incrementa de su valor inicial  $u_0$  a  $u_0 + \Delta\sigma$ . La teoría de la consolidación supone que en el momento en que la presión se aplica, el exceso de presión hidrostática en cualquier sección horizontal dentro del estrato impermeable es igual a  $\Delta\sigma$ . Con el transcurso del tiempo, el exceso de presión de poro decrece, pero la presión total en el estrato compresible permanece igual, esto quiere decir que durante todo el proceso de consolidación se presentará un intercambio de esfuerzos entre el esfuerzo efectivo y el exceso de presión de poro (según la ecuación 3.1). La figura 3.4 muestra como ocurre este intercambio de presión. En el instante  $t_0$  cuando ocurre el incremento de presión  $\Delta\sigma$ , todo el incremento es soportado por el agua entre las partículas. Con el transcurso del tiempo la presión que era soportada por el agua comienza a transmitirse a las partículas sólidas por el hecho de que el agua es expulsada del suelo, hasta el instante  $t_f$  cuando ya no ocurre este intercambio, lo que indica que el incremento de presión es asimilado completamente por las partículas sólidas y el exceso de presión de poro ha desaparecido.



**FIG. 3. 4.** Intercambio de presión entre el agua y el suelo.

### 3.1.1. Solución a la teoría de consolidación.

Considérese un elemento de suelo en una capa de suelo compresible (figura 3.5).

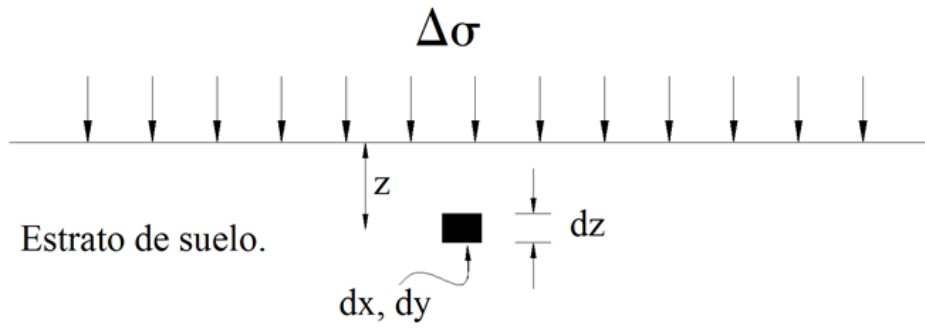


FIG. 3. 5. Elemento en un estrato en proceso de consolidación (Barnes 1995).

El gradiente hidráulico a través del elemento es:

$$-\frac{\partial h}{\partial z} = -\frac{1}{\gamma_w} \frac{\partial u}{\partial z} \quad \text{ec.3.5}$$

Donde  $u$  es el exceso de presión de poro generado por una sobrecarga en la superficie. La velocidad promedio del agua que pasa a través del elemento es (según la ley de Darcy)

$$v = -\frac{k}{\gamma_w} \frac{\partial u}{\partial z} \quad \text{ec.3.6}$$

El gradiente de velocidad a través del elemento es

$$\frac{\partial v}{\partial z} = -\frac{k}{\gamma_w} \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \quad \text{ec.3.7}$$

Suponiendo continuidad en el elemento, si el volumen del elemento cambia, este cambio por unidad de tiempo se puede expresar de la siguiente manera

$$\frac{\partial V}{\partial t} = -\frac{\partial v}{\partial z} dx dy dz \quad \text{ec.3.8}$$

Sustituyendo la ecuación 3.7 en la ecuación 3.8 tenemos que:

$$\frac{\partial V}{\partial t} = -\frac{k}{\gamma_w} \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} dx dy dz \quad \text{ec.3.9}$$

La ecuación anterior puede igualarse al cambio volumétrico del volumen de vacíos del elemento. Si se tiene que el volumen total del elemento es  $dx dy dz$ , entonces la proporción de vacíos en el elemento es:

$$\frac{e}{1+e_0} dx dy dz$$

Por lo tanto, la relación del cambio del volumen de vacíos con respecto al tiempo es:

$$\frac{e}{1+e_0} \frac{\partial e}{\partial t} dx dy dz = \frac{e}{1+e_0} \frac{\partial e}{\partial \sigma'} \frac{\partial \sigma'}{\partial t} dx dy dz = -m_v \frac{\partial u}{\partial t} dx dy dz$$

Dónde:

$$m_v = \frac{\partial e}{1+e_0} \frac{1}{\partial \sigma'} \quad \text{ec.3.10}$$

y

$$\frac{\partial \sigma'}{\partial t} = -\frac{\partial u}{\partial t} \quad \text{ec.3.11}$$

La ecuación 3.11 considera que la relación del cambio en los esfuerzos efectivos es igual a la relación de la disipación de la presión de poro  $u$ , como se muestra en la figura 3.4.

Tomando en cuenta las deducciones mostradas anteriormente, se puede concluir a partir de la ecuación 3.11 que:

$$\frac{\partial u}{\partial t} = \frac{k \partial^2 u}{m_v \gamma_w \partial z^2} = c_v \frac{\partial^2 u}{\partial z^2}$$

o

$$c_v = \frac{k}{m_v \gamma_w} \quad \text{ec. 3.12}$$

Donde el parámetro  $c_v$  se le conoce como el *coeficiente de consolidación*.

### 3.1.2. Exceso de presión de poro durante la consolidación.

El exceso de la presión de poro  $u$  en el agua gravitacional de los estratos de suelo compresible se determina con la ecuación 3.13. Resolviendo esta ecuación para  $u$  se tiene que  $u$  es función del tiempo  $t$  y de la elevación  $z$ , esto quiere decir que:

$$u = f(t, z) \quad \text{ec.3.13}$$

El carácter de esta función depende de la relación con que cambia el esfuerzo causante de la consolidación y de la localización de la superficie o superficies por donde el agua puede ser drenada. Como se ha mostrado anteriormente, la consolidación de un estrato compresible de espesor  $H$  debido a la aplicación de una presión repentina  $\Delta\sigma$  por unidad de área, causa en todo el espesor del estrato un esfuerzo de consolidación igual a  $\Delta\sigma$ . En esta situación el agua solo puede ser expulsada por la superficie superior permeable formada por arena. El instante  $t = 0$  en que es aplicada la presión, la relación de vacíos permanece igual, pero la presión normal en toda la sección horizontal del estrato compresible se incrementa a  $\Delta\sigma$ . Por esto, en el tiempo  $t = 0$  el exceso de presión de poro es igual a  $u = \Delta\sigma$ . A cualquier tiempo, tal que  $0 < t < \infty$ , el exceso de presión hidrostática en la superficie ( $z = H$ ) es igual a cero por que no existe ninguna obstrucción que impida que el agua pueda escapar. En el fondo del estrato compresible ( $z = 0$ ) la velocidad de descarga  $v$  es igual a cero porque el agua no puede escapar por el estrato impermeable.

Debido a que:

$$v = -\frac{k}{\gamma_w} \frac{\partial u}{\partial z} \quad \text{ec.3.14}$$

podemos obtener para el fondo del estrato compresible ( $z = 0$ ):

$$\frac{\partial u}{\partial z} = 0$$

Después de transcurrido una cantidad de tiempo considerable ( $t = \infty$  para fines prácticos), el exceso de presión hidrostática en cualquier sección del estrato compresible será igual a cero.

Las condiciones comentadas con anterioridad se pueden resumir de la siguiente forma:

$$\text{Para } t = 0 \text{ y } 0 \leq z \leq H, \quad u = \Delta\sigma$$

$$\text{Para } 0 \leq t \leq \infty \text{ y } z = 0, \quad \frac{\partial u}{\partial z} = 0$$

$$\text{Para } 0 \leq t \leq \infty \text{ y } z = H, \quad u = 0$$

$$\text{Para } t = 0 \text{ y } 0 \leq z \leq H, \quad u = 0$$

Con base en las condiciones anteriores, la solución al problema del exceso de presión de poro es:

$$u = \frac{4}{\pi} \Delta\sigma \sum_{N=0}^{N=\infty} \frac{1}{2N+1} \operatorname{sen} \left[ \frac{(2N+1)\pi z}{2H} \right] e^{-(2N+1)^2 \pi^2 T_v / 4} \quad \text{ec.3.15}$$

donde  $e$  es la base de los logaritmos naturales y

$$T_v = \frac{c_v t}{H^2} = \frac{k}{\gamma_w m_v} \frac{t}{H^2} \quad \text{ec.3.16}$$

representa una variable independiente llamada *factor tiempo*.

La figura 3.6 muestra la solución gráfica a la ecuación 3.16 para un estrato compresible de espesor  $2H$ , drenado por ambas caras. Cada una de las isócronas representa el exceso de presión hidrostática para diferentes tiempos  $t$ .

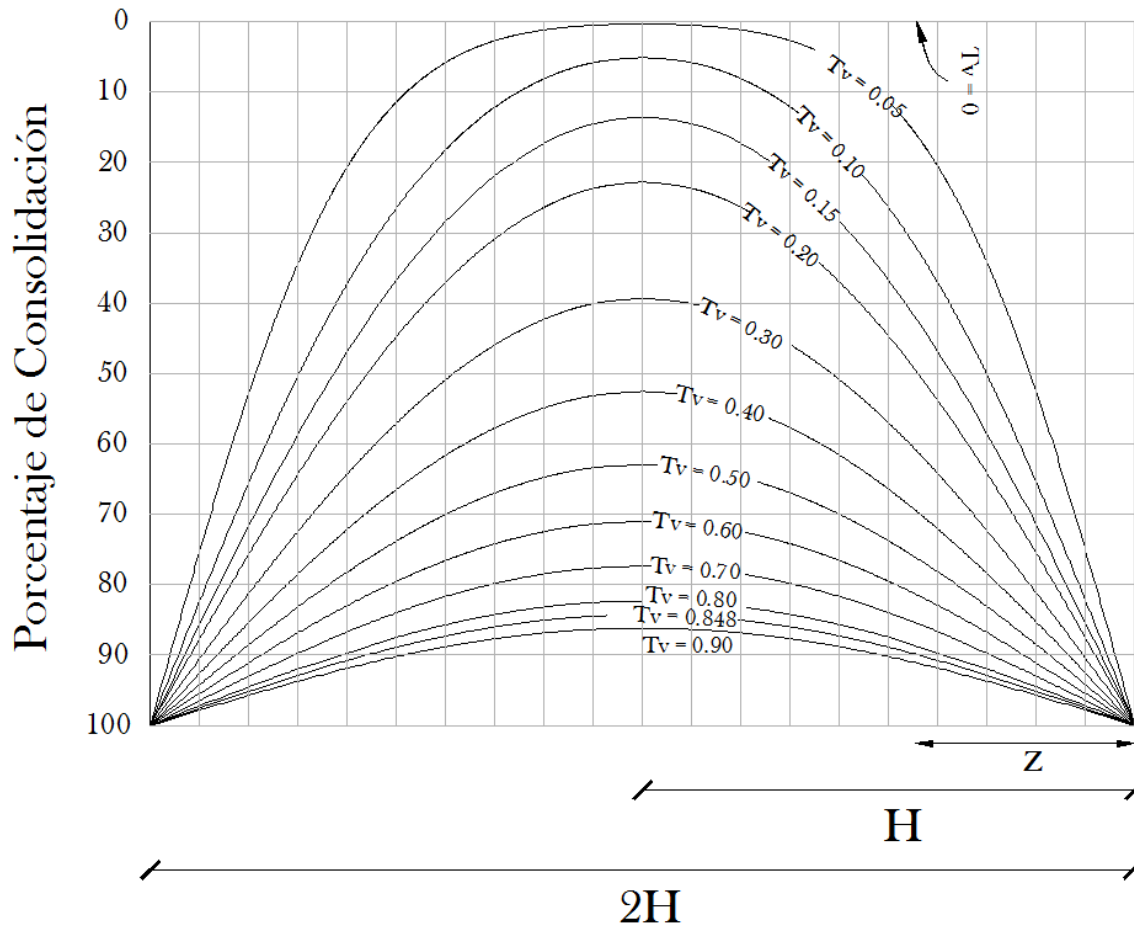


FIG. 3. 6. Distribución de presiones en un estrato de suelo sujeto a consolidación, drenado por ambos lados, en un tiempo  $t$  (Lambe 1969)



### 3.1.3. Asentamientos debidos a consolidación primaria.

Durante el proceso de consolidación el espesor del estrato disminuye debido a la reducción del volumen de los vacíos del suelo. Al decremento en el nivel de la superficie del suelo compresible se le conoce como *asentamiento por consolidación*. El volumen final después del proceso de consolidación  $\Delta n_1$ , se determina de la siguiente forma:

$$\Delta n_1 = \frac{a_v}{1+e_0} \Delta \sigma_1 = m_v \Delta \sigma_1 \quad \text{ec.3.17}$$

donde  $\Delta \sigma_1$  representa al esfuerzo de consolidación (incremento de esfuerzo al centro del estrato compresible). El asentamiento final del estrato compresible debido a consolidación será:

$$\delta = H \Delta n_1 = H m_v \Delta \sigma_1 \quad \text{ec.3.18}$$

Si el esfuerzo de consolidación cambia con la profundidad siguiendo una tendencia lineal, el asentamiento final será:

$$\delta = H m_v \frac{\sigma_1 + \sigma_2}{2} \quad \text{ec.3.19}$$

donde  $\sigma_1$  es el esfuerzo de consolidación en la parte superior del estrato compresible, y  $\sigma_2$  es el esfuerzo de consolidación en la parte inferior del estrato compresible. La disminución  $\Delta n$  de la porosidad del estrato debido al incremento del esfuerzo efectivo  $\sigma'$  se obtiene mediante:

$$\Delta n = m_v \Delta \sigma' \quad \text{ec. 3.20}$$

Suponiendo que  $\Delta \sigma' = \sigma'$  y sustituyendo en 3.2 tenemos que:

$$\Delta n = m_v \sigma' = m_v (\sigma - u)$$

La disminución  $d\delta$  del espesor del estrato compresible con respecto al espesor original  $dz$  es:

$$d\delta = \Delta n dz = m_v (\sigma - u) dz$$

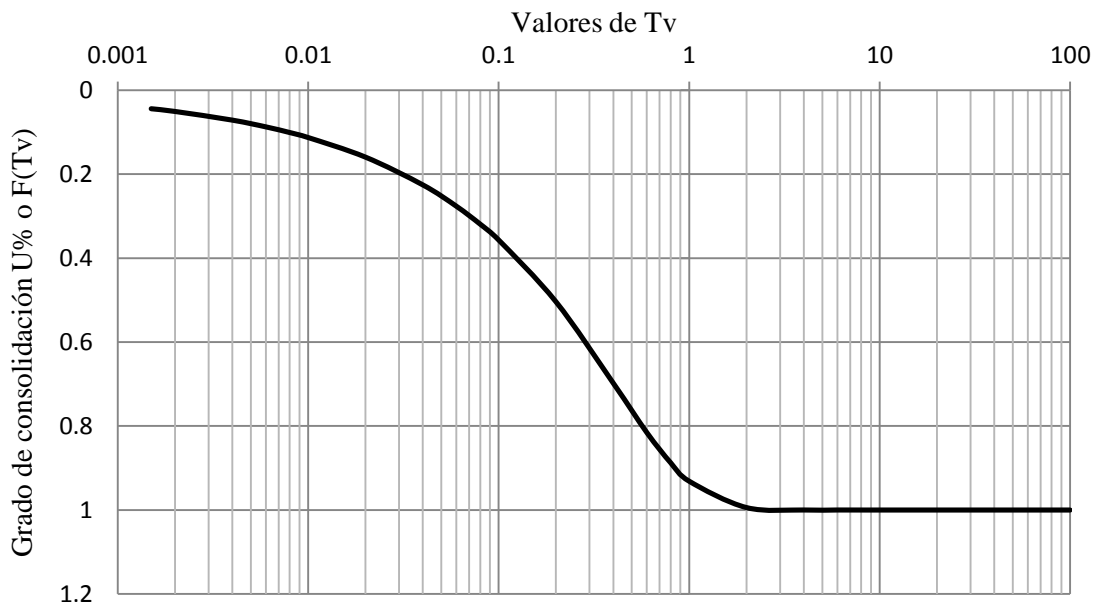
y el asentamiento  $\delta$  para un tiempo  $t$  es:

$$\delta = \int_0^H \Delta n dz = m_v \left( \sigma H - \int_0^H u dz \right) \quad \text{ec.3.21}$$

Para el estrato de suelo, el exceso de presión de poro  $u$  se determina mediante la ecuación 3.15. Substituyendo este valor en la ecuación 3.21 e integrando se tiene que:

$$\delta = m_v \sigma H \left[ 1 - \frac{8}{\pi^2} \sum_{N=0}^{N=\infty} \frac{1}{(2N+1)^2} e^{-(2N+1)^2 \pi^2 Tv/4} \right] \quad \text{ec.3.22}$$

Donde la expresión que se encuentra dentro de los corchetes se le conoce como el grado de consolidación  $U$ . En la figura 3.7 se muestra la solución gráfica del grado de consolidación para diferentes valores de  $Tv$ .



**FIG. 3. 7.** Grado de consolidación de Terzaghi.

### 3.2. Teoría de consolidación de Zeevaert.

En ocasiones el suelo de cimentación suele presentar una compresibilidad que va más allá a la debida solamente al efecto de la consolidación propuesta por Terzaghi, esto se debe principalmente a la estructura que forma el suelo y al tipo de partículas que la componen. En suelos arcillosos altamente compresibles esta deformación puede ser aún más grande que la consolidación primaria. Este es el caso que se tiene en las arcillas de la Ciudad de México donde, además de la consolidación primaria, se presenta un fenómeno de alta viscosidad intergranular conocido generalmente como *consolidación secundaria*.

Las formas típicas de las curvas de consolidación que se tienen en los suelos arcillosos de la Ciudad de México son las siguientes:

**Curva Tipo I:** mostrada en la figura 3.8, este tipo de curva suele ser la más común, en este caso se deberán de aplicar tanto la teoría de la consolidación primaria como la de la consolidación secundaria. Esta condición requiere del supuesto de que se tiene un material homogéneo.

**Curva Tipo II:** mostrada en la figura 3.9, este tipo de curva se presenta cuando la consolidación primaria ocurre rápidamente debido a la alta permeabilidad del suelo. La deformación *elasto-plástica* ocurre en el momento en que se genera el incremento de esfuerzo. Pero debido a que el material se encuentra completamente saturado, el fenómeno *visco-plástico* se ve retardado.

**Curva Tipo III:** mostrada en la figura 3.10, este de tipo curva se presenta cuando la muestra de suelo se encuentra parcialmente saturada. En este caso al igual que en la curva Tipo II, la deformación *elasto-plástica* tiene lugar en el instante que se aplica el incremento de carga. Pero con el tiempo se puede apreciar que la deformación vertical continúa si se mantiene la carga.

**Curva Tipo IV:** esta curva es similar a la curva tipo I (figura 3.11) y se obtiene cuando a la muestra de suelo se le ha aplicado una presión mucho mayor a la que ha soportado en toda su vida geológica y debido a esto su estructura se colapsa adquiriendo una nueva.

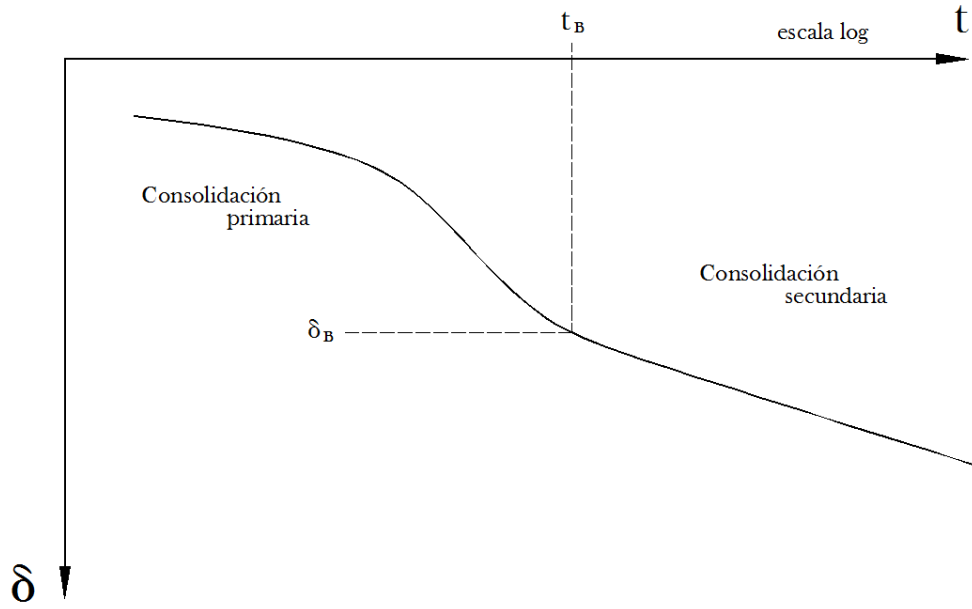


FIG. 3. 8. Curva de consolidación Tipo I (Zeevaert 1973).

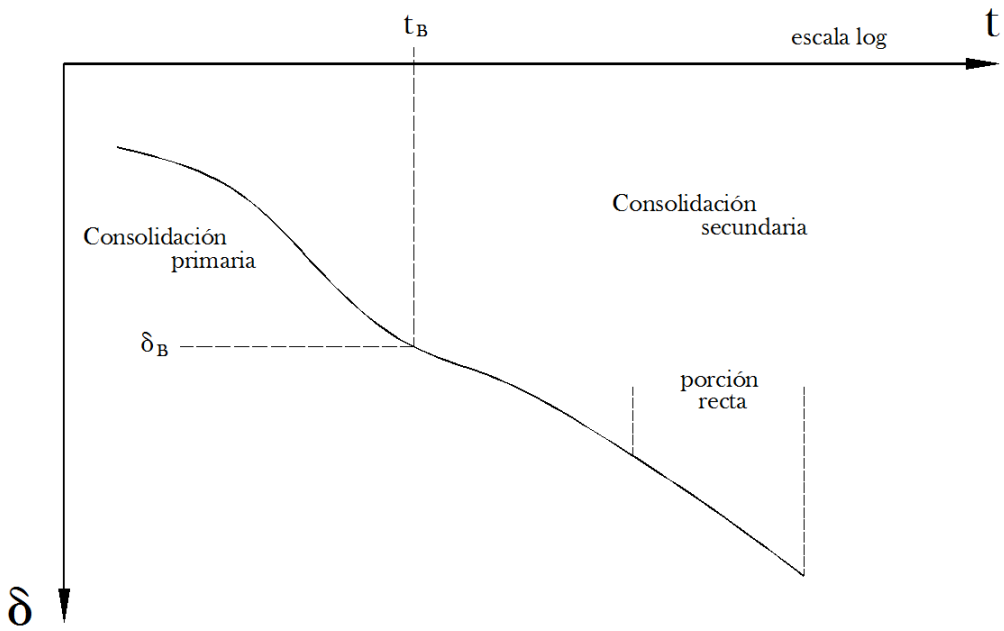


FIG. 3. 9. Curva de consolidación Tipo II (Zeevaert 1973).

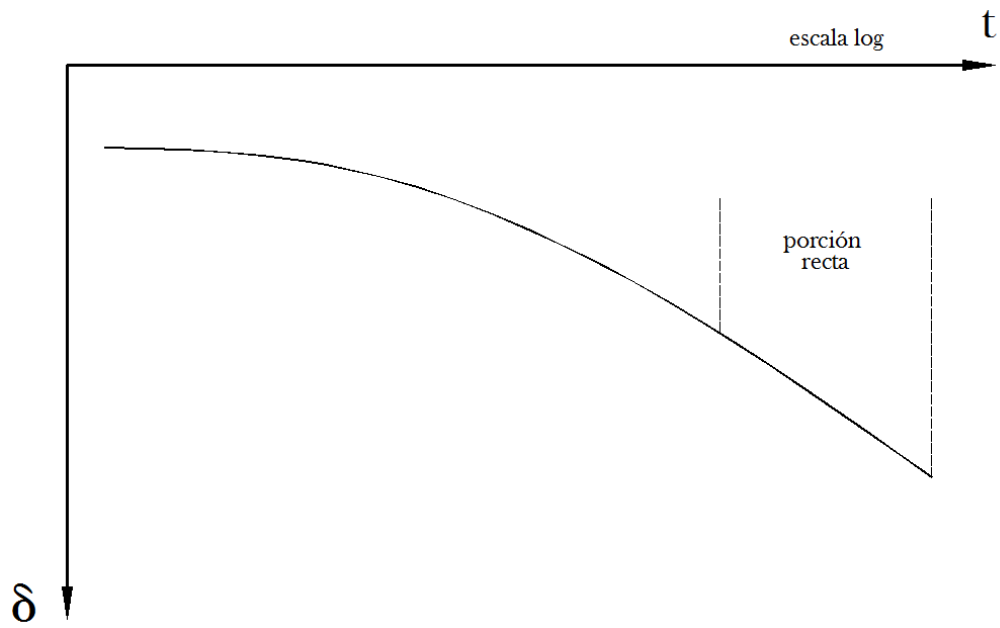


FIG. 3. 10. Curva de consolidación Tipo III (Zeevaert 1973).

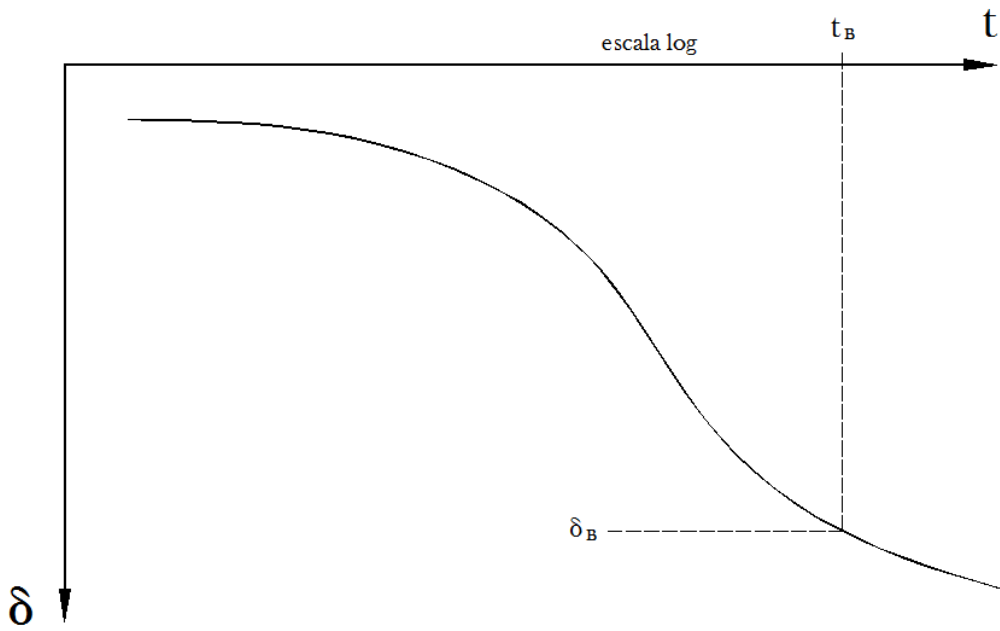
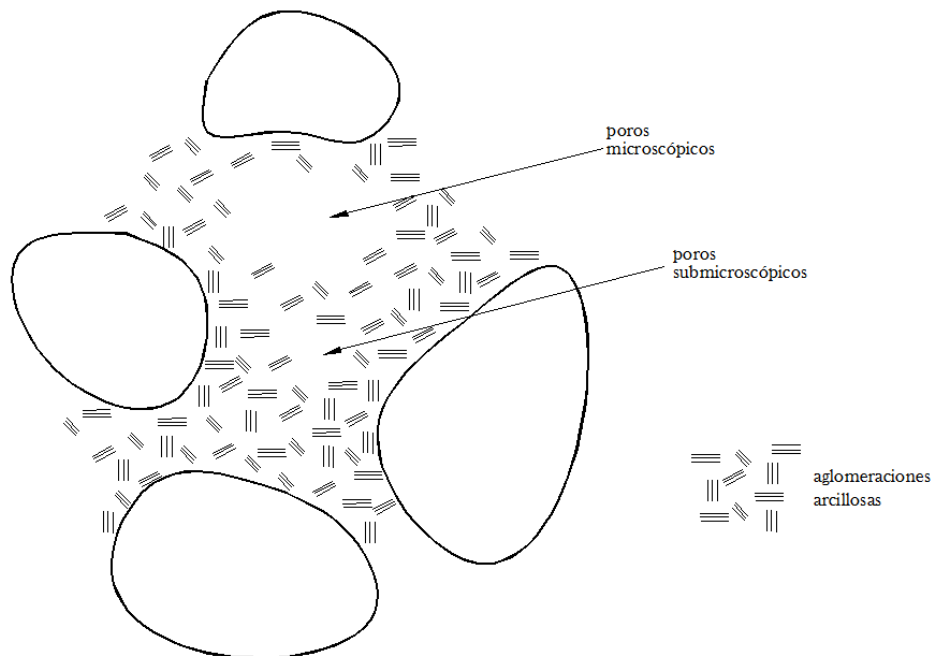


FIG. 3. 11. Curva de consolidación después del esfuerzo crítico, curva Tipo IV (Zeevaert 1973).

### 3.2.1. Consideraciones teóricas de la consolidación secundaria.

El modelo desarrollado por el Dr. Zeevaert para simular el comportamiento visco-plástico del suelo funciona bajo las siguientes condiciones:

1. El suelo está formado por dos estructuras diferentes con propiedades reológicas diferentes, una que representa la estructura primaria y otra que representa la estructura secundaria.
2. La estructura primaria está formada de granos gruesos, que forman la estructura del suelo, capaz de tomar los esfuerzos efectivos. Los poros de esta estructura están completamente llenos de agua gravitacional, y el cambio volumétrico es *elasto-plástico*. La deformación volumétrica de la estructura termina hasta que se disipa completamente la presión de poro. En este caso se aplica el modelo propuesto inicialmente por Terzaghi.
3. La estructura secundaria está formada por suelo muy fino, el cual forma aglomeraciones entre las partículas gruesas y las envuelve a lo largo de toda su estructura (figura 3.12). La estructura secundaria se puede visualizar rodeada de poros llenos de agua de diferente viscosidad. Al igual que en la estructura primaria, el agua de la estructura secundaria debe ser drenada de los poros microscópicos y submicroscópicos debido al esfuerzo de consolidación que se aplica sobre el suelo. Debido a que la estructura secundaria está compuesta principalmente por arcillas, el desplazamiento relativo entre ellas se considera como un fenómeno de características altamente viscosas debido al agua adsorbida que rodea a las partículas arcillosas.



**FIG. 3. 12.** Concepto artístico de una estructura arcillosa.

Con estos conceptos podemos concluir que la deformación volumétrica del suelo es la suma de la deformación primaria propuesta por Terzaghi, y una deformación secundaria:

$$\Delta \epsilon_v = \Delta \epsilon_{v1} + \Delta \epsilon_{v2} \quad \text{ec.3.23}$$

La deformación primaria que se puede representar por la *Unidad Kelvin* (fig. 3.13a), que está formada por un elemento resistente en paralelo con un amortiguador con un fluido Newtoniano  $\phi_1$  que representa el agua gravitacional de los poros. La deformación secundaria estará representada por la *Unidad Z* (fig. 3.13b) que se forma de un elemento altamente viscoso el cual incrementa su viscosidad con el tiempo, en paralelo con un amortiguador con un fluido de viscosidad lineal  $\phi_2$ . El elemento de alta viscosidad representa la compresión de las láminas arcillosas que forman las aglomeraciones que rodean a las partículas gruesas, debido al esfuerzo aplicado. El amortiguador representa el retardo hidrodinámico de la deformación volumétrica  $\Delta \epsilon_{v2}$  debido al fluido de viscosidad lineal  $\phi_2$  del agua en los poros de la estructura secundaria.

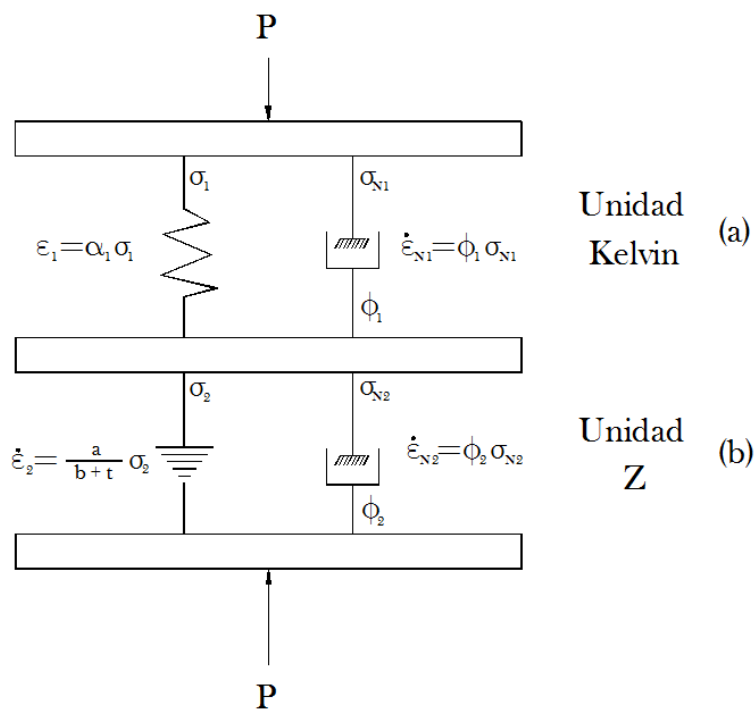


FIG. 3. 13. (a) Unidad Kelvin y (b) Unidad Z.

La **unidad Kelvin** es la utilizada por Terzaghi para resolver el fenómeno de la consolidación primaria, mientras que la **unidad Z** es la utilizada por Zeevaert para resolver la consolidación secundaria. Anteriormente se trató el tema de la consolidación primaria, por lo que a continuación se tratará la consolidación secundaria mediante la unidad Z.

Considerando la figura 3.13b, la unidad Z consta de dos elementos como se mencionó anteriormente. El primero que representa un amortiguador de líquido viscoso lineal, y el segundo que está relacionado con la viscosidad no lineal. En el amortiguador se cumple la ley de Newton

$$\dot{\epsilon}_{N2} = \frac{1}{\eta} \sigma_N \quad \text{ec.3.24}$$

donde  $\eta$  es la viscosidad y es constante. Para trabajar en términos de la fluidez, se puede realizar la siguiente transformación:

$$\dot{\epsilon}_{N2} = \phi_N \sigma_N \quad \text{ec.3.25}$$

donde  $\phi_n$  es la **fluidez del líquido**, que es inversa a la viscosidad. En el otro amortiguador, donde la viscosidad no es lineal tenemos que:

$$\dot{\epsilon}_2 = \frac{a}{b+t} \sigma_2 \quad \text{ec.3.26}$$

Es evidente que con el aumento del tiempo, la viscosidad aumenta, y por lo tanto, la fluidez disminuye. Si ponemos el sistema en equilibrio tenemos que:

$$P = \sigma_2 + \sigma_{N2} \quad \text{y} \quad \Delta \epsilon_{v2} = \dot{\epsilon}_2 = \dot{\epsilon}_{N2}$$

Si relacionamos la presión externa con las deformaciones volumétricas internas tenemos que:

$$P = \frac{1}{\phi_N} \dot{\epsilon}_{N2} + \frac{b+t}{a} \dot{\epsilon}_2 \quad \text{ec.3.27}$$

despejando el término de la deformación de cada uno de los elementos tenemos que:

$$P = \left( \frac{1}{\phi_N} + \frac{b+t}{a} \right) \dot{\epsilon}_{st} \quad \text{ec.3.28}$$

mediante un arreglo algebraico tenemos que:

$$\dot{\epsilon}_{st} = P \left( \frac{a}{\phi_N + b + t} \right) \quad \text{ec.3.29}$$



aplicando un diferencial en ambos lados de la ecuación se tiene que:

$$d\dot{\varepsilon}_{st} = P \left( \frac{a}{\frac{a}{\phi_N} + b + t} \right) dt \quad \text{ec.3.30}$$

Si se integra en ambos lados con respecto al tiempo se tiene que:

$$\dot{\varepsilon}_{st} = Pa \log \left( \frac{a}{\phi_N} + b + t \right) \Big|_0^t$$

Si se resuelve la integral se tiene:

$$\dot{\varepsilon}_{st} = Pa \log \left( \frac{\frac{a}{\phi_N} + b + t}{\frac{a}{\phi_N} + b} \right) \quad \text{ec.3.31}$$

en el modelo de Newton se tiene que:

$$\sigma_{N2} = \frac{1}{\phi_N} \dot{\varepsilon}_N = \frac{1}{\phi_N} \dot{\varepsilon}_{st} = P \left( \frac{\frac{a}{\phi_N}}{\frac{a}{\phi_N} + b + t} \right)$$

Para valores muy pequeños de  $t$  el agua gravitacional toma toda la sobrecarga  $P$ ; entonces  $b = 0$ . Lo que lleva a tener que:

$$\dot{\varepsilon}_{st} = aP \log \left( \frac{\frac{a}{\phi_N} + t}{\frac{a}{\phi_N}} \right) \quad \text{ec.3.32}$$

Considerando un gran número de unidades  $Z$  en serie se llega a la siguiente expresión:

$$\dot{\varepsilon}_{st} = P\bar{a} \log \left( 1 + \frac{\bar{\phi}_N}{a} t \right) \quad \text{ec.3.33}$$

donde la testa denota el promedio de muchas unidades  $Z$ .

### 3.3. Asentamientos.

#### 3.3.1. Asentamientos debidos a consolidación primaria y secundaria.

Si se tiene que la deformación unitaria del estrato compresible está dada por:

$$\frac{\Delta\delta_{st}}{\Delta z_0} = \varepsilon_{st} \quad \text{ec.3.34}$$

entonces la deformación total será:

$$\Delta\delta_{st} = \varepsilon_{st} \Delta z_0 \quad \text{ec.3.35}$$

sustituyendo la ecuación 3.33 en la ecuación 3.35 tenemos que:

$$\Delta\delta_{st} = \Delta z_0 P \bar{a} \ln \left( 1 + \frac{\bar{\phi}_N}{a} t \right) = m_t \Delta z_0 P \log \left( 1 + \frac{\bar{\phi}_N}{a} t \right) \quad \text{ec.3.36}$$

donde  $m_t$  es el coeficiente unitario de compresibilidad volumétrica viscosa intergranular que se obtiene a partir de la pendiente de la consolidación secundaria en escala logarítmica  $m_t = C_t/H\Delta\sigma$

Si llamamos a  $C_t = m_t H \Delta\sigma$  y a  $\tau = a/\bar{\phi}_N$  entonces podemos reescribir la ecuación 3.36 como:

$$\Delta\delta_{st} = c_t \log \left( 1 + \frac{t}{\tau} \right) \quad \text{ec.3.37}$$

Dónde  $H = \Delta z_0$  y  $\Delta\sigma = P$

Si tenemos que  $T = C_v t / H^2$  y multiplicamos por  $c_v / H^2$  dos veces entonces:

$$\Delta\delta_{st} = c_t \log \left( 1 + \frac{\bar{\phi}_N}{a} \frac{c_v}{H^2} \frac{c_v}{H^2} t \right) = c_t \log(1 + \xi T v)$$

El valor de  $\xi$  es un parámetro adimensional que se determina a partir de las pruebas de consolidación. Nótese que  $c_v \xi / H^2 = 1/\tau$  es el inverso de un tiempo, que representa el tiempo de relajamiento de la compresión secundaria, así pues:

$$\xi = \frac{H^2}{\tau c_v} \quad \text{ec. 3.38}$$

Con las consideraciones anteriores, podemos calcular la deformación de un estrato por efectos de la consolidación primaria y secundaria con la siguiente ecuación:

$$\Delta\delta = \Delta\delta_{pt} + \Delta\delta_{st} \quad \text{ec.3.39}$$

donde  $\Delta\delta_{pt}$  es la deformación por consolidación primaria, y  $\Delta\delta_{st}$  es la deformación por consolidación secundaria. Relacionando la ecuación 3.39 con los elementos de las teorías de Terzaghi y Zeevaert tenemos que:

$$\Delta\delta_t = \Delta\delta_p U + C_t \log(1 + \xi T v) \quad \text{ec.3.40}$$

o

$$\Delta\delta_t = \Delta\delta_p U + C_t \log\left(1 + \frac{t}{\tau}\right) \quad \text{ec.3.41}$$

### 3.3.2. Asentamientos por recompresión.

Cuando se realiza una cimentación compensada o semicompensada, es necesario realizar una excavación en el suelo en donde va a ser desplantada la cimentación. Además, es común que en los pequeños estratos permeables, localizados entre los estratos arcillosos, se tenga una presión de poro alta que puede provocar una falla de fondo debido a que la presión es mayor al peso de la masa de suelo que queda por encima después de realizada la excavación. Es por esto que antes de realizar la excavación es necesario realizar un bombeo para abatir la presión del estrato o los estratos permeables que puedan causar la falla de fondo. Tanto el abatimiento de los estratos permeables como la excavación para desplantar la cimentación provocarán indiscutiblemente un cambio en el estado de esfuerzos en el suelo, lo que provocará que se generen asentamientos por recompresión y asentamientos por el cambio en las presiones de los diferentes estratos permeables. Los cálculos para determinar los asentamientos por recompresión se muestran a continuación.

Antes de realizar la excavación, al centro de un estrato  $N$  la presión total será:

$$\sigma_{0i} = \sigma'_{0i} - u_{0i} \quad \text{ec.3.42}$$

Después de realizada la excavación, la presión total al centro del mismo estrato  $N$  será:

$$\sigma_i = \sigma'_i - u_i \quad \text{ec.3.43}$$

de tal forma que el cambio de presiones al centro del estrato  $N$  será:

$$\sigma_{0i} - \sigma_i = (\sigma'_{0i} - \sigma'_i) + (u_{0i} - u_i) \quad \text{ec.3.44}$$

por lo mismo, el cambio en el estado de esfuerzos efectivos será:

$$(\sigma'_{0i} - \sigma'_i) = \Delta\sigma_{exc} = (\sigma_{0i} - \sigma_i) - (u_{0i} - u_i) \quad \text{ec.3.45}$$

de la ecuación anterior  $u_{0i} - u_i$  es el cambio en la presión hidráulica. Este cambio se presenta cuando se someten a bombeo los lentes permeables para mantener la estabilidad en la excavación. El cambio en la presión hidráulica puede ser representada por:

$$(u_{0i} - u_i) = \lambda \gamma_w \quad \text{ec.3.46}$$

en donde  $\lambda$  representa el cambio medio en los niveles piezométricos producidos por el bombeo.

Entonces la deformación por recompresión  $\delta_{rc}$  está dado por (Zeevaert, 1973):

$$\delta_{rc} = \rho_c m_v d \Delta \sigma_{exc} \{F(Tv) + \beta \log(1 + \xi Tv)\} \quad \text{ec.3.47}$$

dónde:

$\rho_c$  está dado en forma aproximada por la expresión:  $\rho_c = (\Delta \sigma_{exc} / \sigma_c)^c$ ,

$m_v$  es el módulo de compresibilidad volumétrica de la teoría de consolidación de Terzaghi,

$F(Tv)$  es la función de Terzaghi,

$\beta$  es la relación entre el módulo de compresibilidad volumétrica de la teoría de viscosidad intergranular de Zeevaert y el módulo  $m_v$ ,

$\xi$  es el factor tiempo de retardamiento de la teoría de viscosidad intergranular.

Si consideramos que

$$\alpha_{rc} = \rho_c m_v d \{F(Tv) + \beta \log(1 + \xi Tv)\}$$

entonces podemos decir que

$$\delta_{rc} = \alpha_{rc} \Delta \sigma_{exc} \quad \text{ec.3.48}$$

y si  $\Delta \sigma_{exc} = (\sigma_{0i} - \sigma_i) - \lambda \gamma_w$  entonces el asentamiento por recompresión será:

$$\delta_{rc} = \alpha_{rc} (\sigma_{0i} - \sigma_i) - \alpha_{rc} \lambda \gamma_w \quad \text{ec.3.49}$$

### 3.3.3. Compresión neta por aplicación lineal de la carga

Es evidente que en el caso de la construcción de estructuras la carga no es aplicada instantáneamente, sino que el incremento de la carga es lineal con el tiempo. Las fórmulas que se manejaron anteriormente solo sirven para el caso en que las cargas se apliquen instantáneamente, como es el caso de las pruebas de laboratorio.

Para la práctica, uno puede suponer que el incremento de esfuerzos se aplica linealmente con el tiempo hasta un cierto valor  $\Delta\sigma_c$ , para un tiempo  $t_c$ ; por esto:

$$\Delta\sigma_t = \left( \frac{\Delta\sigma_c}{t_c} \right) t \quad \text{ec.3.50}$$

donde  $\Delta\sigma_t$  es el incremento de esfuerzo para el tiempo  $t$ , para  $0 < t < t_c$ . El valor de  $t_c$  representa el momento en el cual el total de la carga es aplicada completamente. Entonces tenemos que:

$$\Delta\tilde{\sigma}_c = \frac{\Delta\sigma_c}{t_c}, \quad y \quad \Delta\sigma_t = \Delta\tilde{\sigma}_c \cdot t$$

De la teoría de la consolidación se tiene que el comportamiento *elasto-plástico* se puede calcular como (Zeevaert, 1973):

para  $0 < t < t_c$  ó  $0 < Tv < T_{vc}$ :

$$\delta_t = m_v \cdot d \cdot \Delta\sigma_c \cdot \frac{T_v}{T_{vc}} \left[ \phi(Tv) + \frac{\beta \cdot A_1}{2.3} \right] \quad \text{ec.3.51}$$

dónde:

$$A_1 = 1 - \frac{L_N(1 + \xi T_v)}{\xi T_v} \quad \text{ec.3.52}$$

$$\beta = \frac{m_t}{m_v}$$

$$m_t = \frac{C_t}{2H \Delta\sigma} \quad \text{ec.3.54}$$

dónde:

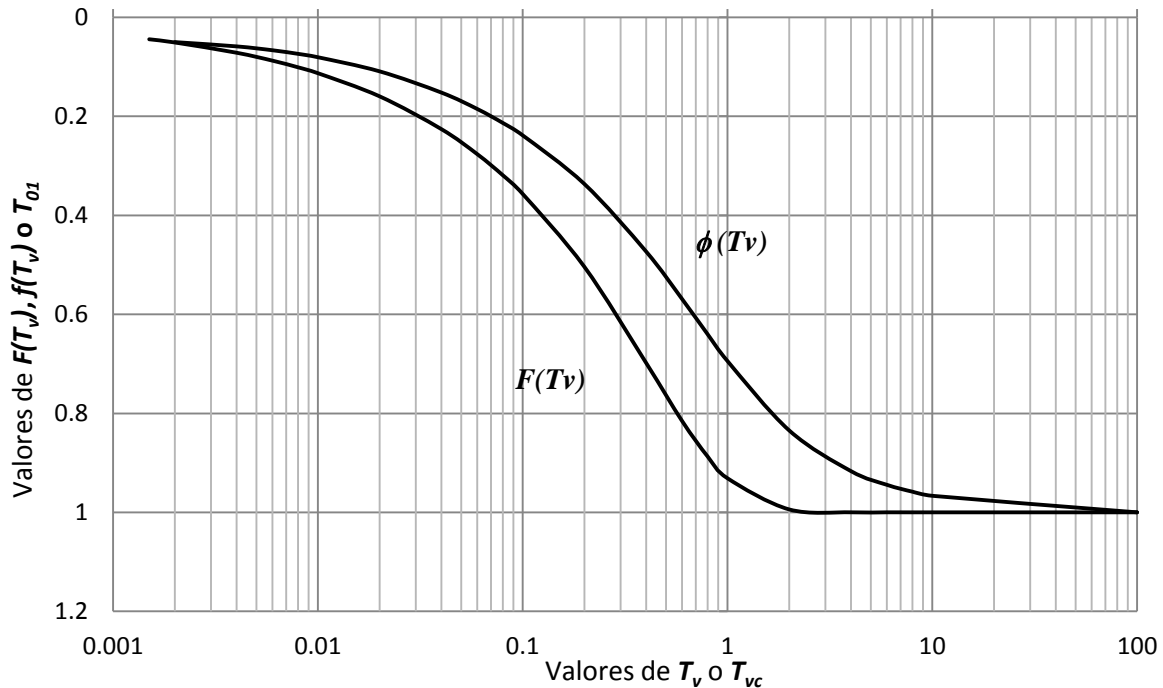
$m_t$  es el coeficiente de compresibilidad volumétrica viscosa intergranular,

$\beta$  factor que mide la magnitud relativa del fenómeno viscoso intergranular.

La ecuación que define el valor de  $\phi(T_{vc})$  es :

$$\phi(T_v) = 1 - \frac{1}{T_v} \sum_{m=0}^{m=\infty} \frac{32}{(2m+1)^4 \pi^4} \left( 1 - e^{-\frac{(2m+1)^2 \pi^2}{4} T_v} \right) \quad \text{ec.3.55}$$

La solución gráfica a la ecuación 3.55 se tiene en la figura 3.14 donde se compara con la solución a la ecuación de Terzaghi.



**FIG. 3. 14.** Funciones de consolidación (Zeevaert 1973).

La tabla 3.1 da una idea de los diferentes valores de  $\beta$  para diferentes suelos saturados.

**Tabla 3.1.** Valores de  $\beta$  para diferentes suelos saturados.

Viscosidad intergranular	Valores de $\beta$	Material
Muy alta	$> 0.8$	Arcillas marinas y lacustres y limos de minerales activos de compresibilidad muy alta
Alta	$0.8 - 0.5$	Arcillas y limos lacustres de compresibilidad media
Media	$0.5 - 0.3$	
Baja	$0.3 - 0.1$	En general, materiales de baja compresibilidad
Muy baja	$< 0.1$	

Zeevaert (1973).

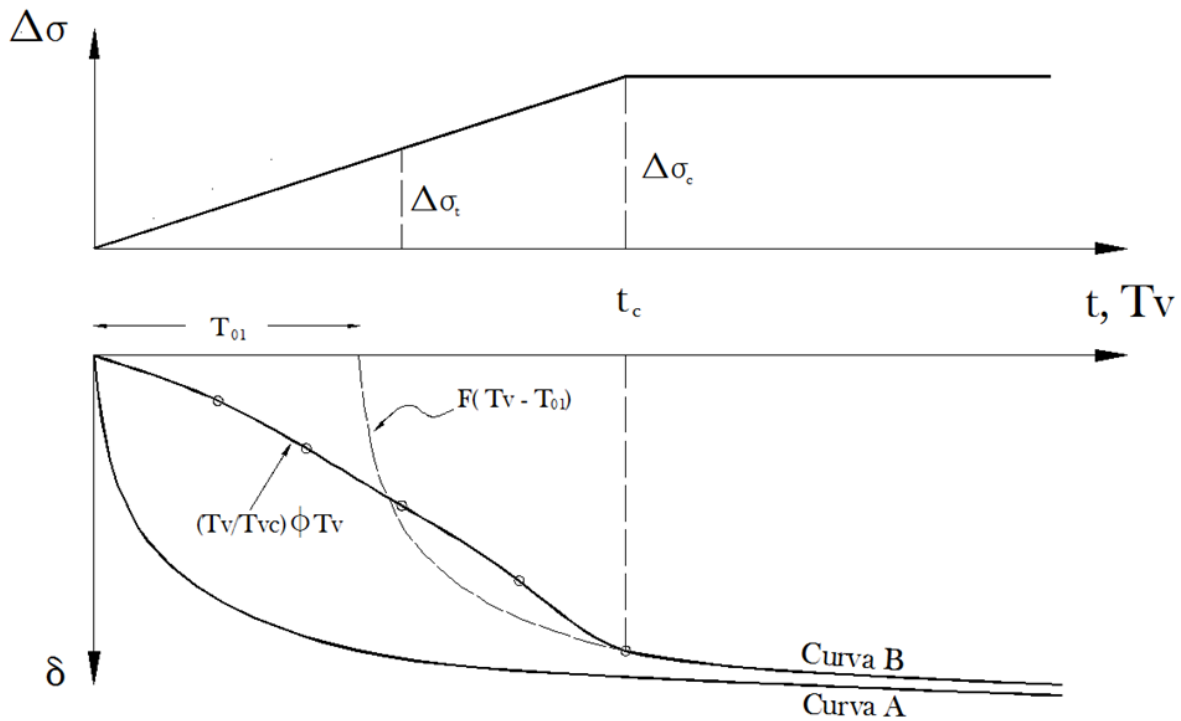
y para valores de  $t > t_c$ :

$$\delta_t = m_v \cdot d \cdot \Delta\sigma_c \cdot \left\{ F(T_v - T_{01}) + \beta \log \left[ 10^{A_{vc}} + \xi(T_v - T_{vc}) \right] \right\} \quad \text{ec.3.56}$$

donde:

$$A_{vc} = 0.43 - \log \frac{(1 + \xi T_v)}{\xi T_v} \quad \text{ec.3.57}$$

Para la ecuación 3.56 donde  $t > t_c$  es necesario determinar el valor de  $T_{01}$ . El factor  $T_{01}$  se le puede considerar como un retardo en el tiempo, y aplicándolo a la función de Terzaghi entonces estamos considerando que la carga no es aplicada instantáneamente, sino que se fue aplicando gradualmente con el tiempo. En la figura 3.15 se muestran dos curvas, la curva A en la que no se considera el incremento gradual de presión en el suelo, y la curva B que si considera este factor.



**FIG. 3. 15.** Corrección de los asentamientos suponiendo el incremento lineal de la carga.

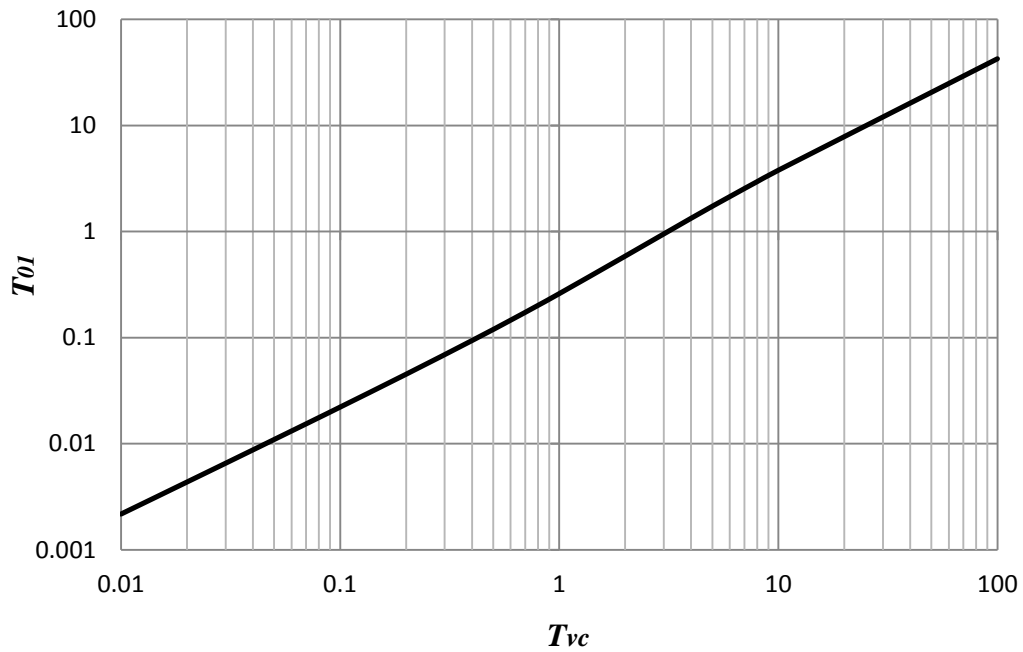
El término  $T_{01}$  podrá ser determinado a partir de la siguiente condición:

$$\phi(T_{vc}) = F(T_{vc} - T_{01}) \quad \text{ec.3.58}$$

Si se despeja  $T_{01}$  entonces:

$$T_{01} = \frac{4}{\pi^2} \cdot L_N \frac{4 \left( e^{\frac{\pi^2}{4} T_{vc}} - 1 \right)}{\pi^2 \cdot T_{vc}} \quad \text{ec.3.59}$$

La solución gráfica a la ecuación 3.59 se presenta en la figura 3.16.



**FIG. 3. 16.** Factor retardante en la teoría de la consolidación primaria.



### 3.3.4. Determinación de parámetros para la consolidación secundaria.

Los parámetros para calcular la consolidación secundaria se deberán determinar a partir de las curvas de consolidación obtenidas en la prueba del odómetro para cada uno de los incrementos de presión en la muestra. Para determinar y analizar los parámetros que intervienen en la ecuación 3.40 se prosigue de la siguiente forma.

Se deberá designar por **B** al lugar en donde la curva de consolidación del suelo sufre una inflexión en su curvatura, que es el mismo lugar en donde queda indicado que ha ocurrido el 100% de la consolidación primaria. Este punto B tendrá coordenadas  $\delta_B$  y  $t_B$ . Después se deberá escoger otro punto sobre la curva de consolidación, este punto deberá estar a la derecha del primer punto y lo más alejado posible del quiebre de la curva de consolidación, esto es, al final de la zona recta de la escala semi-log de la compresión secundaria; este nuevo punto lo llamaremos **F** y, al igual que el primero, tendrá coordenadas  $\delta_F$  y  $t_F$ . Si restamos la deformación  $\delta_B$  y  $\delta_F$  entonces tenemos que la ecuación 3.41 se puede reescribir de la siguiente forma:

$$\delta_B - \delta_F = C_t \ln \frac{1 + \frac{t_B}{\tau}}{1 + \frac{t_F}{\tau}} \quad \text{ec.3.60}$$

En donde el valor de  $\tau$  se obtiene a partir de la siguiente ecuación:

$$\tau = \frac{e^a t_F - t_B}{1 - e^a} \quad \text{ec.3.61}$$

en donde:

$$a = 2.31 \frac{(\delta_B - \delta_F)}{C_t}$$

El valor de  $C_t$  se determina a partir de la pendiente de la curva de consolidación en la zona recta de la ley logarítmica para dos puntos sobre esta (los dos puntos deben estar localizados en el tramo recto de la deformación por consolidación secundaria). Por lo tanto:

$$C_t = \frac{\delta_F - \delta_B}{\log\left(\frac{t_F}{t_B}\right)} \quad \text{ec.3.62}$$

Conociendo el valor de  $\tau$  se calcula  $\delta_v$  por medio de:

$$\delta_v = \delta_B - C_t \log\left(1 + \frac{t_B}{\tau}\right) \quad \text{ec.3.63}$$

Enseguida es necesario determinar el valor de  $C_v$  de la curva de consolidación. Como primera aproximación se utiliza  $\delta/2$  encontrando en la curva un valor para  $t_{50}$ , que corresponde al 50% de la compresión primaria, esto es para un  $T_v = 0.2$  y  $F(T_v) = 0.5$ . Para estos valores tenemos que:

$$c_v = \frac{0.2H^2}{t_{50}} \quad \text{ec.3.64}$$

Enseguida se calcula  $\xi$  y resolvemos la ecuación 3.62 para el 50% de la consolidación:

$$\delta_{50} = \frac{\delta_v}{2} + C_i \log(1+0.2\xi) \quad \text{ec.3.65}$$

donde:

$\xi$  es un factor adimensional que modifica el valor de  $T_v$  en el fenómeno viscoso intergranular.

Con un valor de  $\delta_{50}$  calculando de la ecuación 3.64, se encuentran nuevos valores de  $t_{50}$ ,  $c_v$  y  $\xi$  respectivamente. Se repite el cálculo, y usando la ecuación 3.64 nuevamente se encuentra un valor mejorado de  $\delta_{50}$ . Se prosigue con la iteración hasta que los valores de  $c_v$  y  $\xi$  no cambien.

Los parámetros definidos anteriormente podrán ser calculados para un determinado nivel de esfuerzo medio correspondiente a cada una de las curvas de consolidación obtenidas en la prueba de consolidación.

## Capítulo 4 Interacción suelo-estructura

En el capítulo II se desarrolló el tema de la distribución de esfuerzos en el suelo y en el capítulo III se explicó como el incremento de esfuerzos en el suelo provocan una deformación de los estratos compresibles. Aplicando estos procedimientos se podrá entonces realizar lo que se conoce como una *interacción suelo-estructura*.

Cuando una cimentación se desplanta sobre un suelo, es inevitable que en el suelo se originen deformaciones, tanto totales como diferenciales, especialmente si el suelo de cimentación es altamente compresible. Las deformaciones que se generen en el suelo tendrán la misma configuración que la deformación que sufra la cimentación por las cargas que gravitan sobre ella. Si consideramos que la cimentación es infinitamente flexible, las reacciones que se generen bajo la cimentación deberán ser las mismas que las acciones que actúan sobre la cimentación debidas a la estructura que soporta para pueda existir equilibrio. Debido a que las reacciones generadas dependen de la deformación de la cimentación, entonces la configuración que tomen las reacciones estará condicionada por la rigidez de la cimentación.

Para poder encontrar el equilibrio del sistema (igualdad entre los desplazamientos producidos en la estructura y en el suelo) es necesario recurrir a un procedimiento iterativo con el cual se propondrán diferentes configuraciones de reacciones hasta que se obtenga la igualdad de desplazamientos. Al final ya obtenidas las reacciones se podrán calcular todos los elementos mecánicos que actúan en la cimentación, y con ellos, se podrá realizar el diseño de la misma.

Los métodos para determinar estos asentamientos son variados, algunos de ellos son demasiado simplistas y los resultados que se obtienen al emplearlos son bastante inadecuados ya que no ofrecen la información correcta para el diseño de una cimentación. Como ejemplo de este caso se tiene el método *unidimensional*, en el cual se considera al cajón de cimentación como una gran placa la cual somete al suelo a un incremento de esfuerzos solo en dirección vertical y al centro de la misma, este proceso evita que se pueda conocer la verdadera distribución de esfuerzos en toda la masa de suelo, y por lo tanto la verdadera deformación que sufre la cimentación. Otros métodos un poco más completos toman en cuenta hasta cierto punto la distribución de las cargas aplicadas sobre la estructura y la deformación de los estratos considerando la repartición de las cargas antes mencionadas. Entre estos métodos se encuentra el método matricial de asentamientos EMA propuesto por el doctor Zeevaert y podrá considerársele como un método *bidimensional*.

Los dos métodos anteriormente mencionados carecen de dos detalles de gran importancia que afectan en la precisión de los asentamientos que se generan realmente. El primero de estos es que ninguno de los dos métodos considera correctamente la ubicación exacta de las fuerzas que actúan sobre la cimentación, lo que llevará a obtener asentamientos distintos a los que en realidad se puedan generar. El segundo es que se considera que cada uno de los estratos compresibles mantienen los mismos parámetros mecánicos independientemente del nivel de esfuerzos al que estén sometidos, lo que también resulta incorrecto, ya que se debería de considerar la variación horizontal de los parámetros para obtener resultados más reales. Para evitar las simplificaciones anteriores será necesario recurrir a un método de asentamientos donde se tomen en cuenta estos dos factores, y podrá considerársele como un método *tridimensional*.

#### 4.1. Ecuación matricial de asentamientos EMA.

Para aplicar el método matricial de asentamientos, antes que nada se deberá de determinar el coeficiente de compresibilidad volumétrica de cada uno de los estratos obtenido por el incremento máximo de presión al centro de cada uno de los estratos. Si multiplicamos el espesor de cada estrato por su correspondiente módulo de compresibilidad entonces obtendremos  $\alpha^N$  que es la deformación volumétrica de un estrato  $N$  para un tiempo determinado  $t$ . En la figura 4.1 se tiene la representación más elemental del método matricial. Para crear la matriz de rigideces del suelo se deberán determinar las deformaciones  $\Delta\delta$  bajo cada punto deseado que se encuentre bajo  $j$ , por efectos de una presión unitaria que actúa en  $i$  en una superficie con área  $\bar{a}$ .

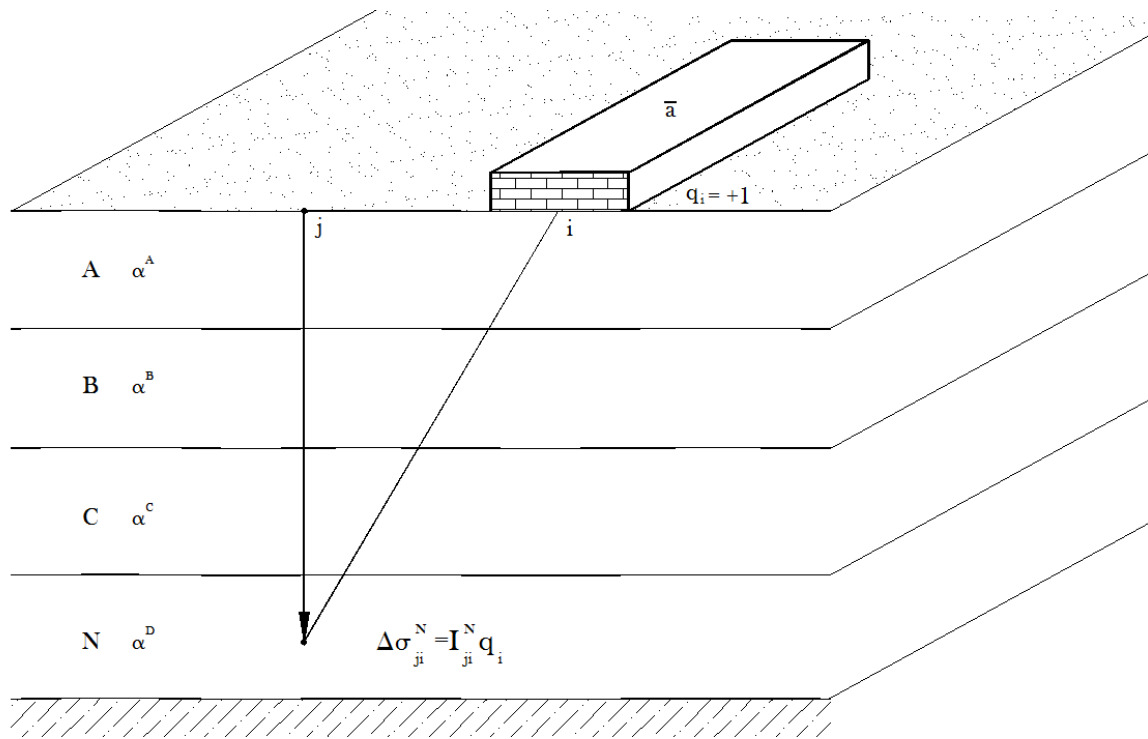


Fig. 4.1. Esfuerzo vertical en un punto.

Si se determina el incremento de presión medio en cada uno de los puntos deseados, entonces la deformación en cada punto se podrá obtener mediante la siguiente ecuación:

$$\Delta\delta_{ji}^N = \alpha^N \cdot \Delta\sigma_{ji}^N \quad \text{ec.4.1}$$

Y el desplazamiento vertical de la superficie en el punto  $j$  será la suma de las deformaciones de todos los estratos:

$$\delta_{ji} = \sum_A^N \alpha^N \cdot \sigma_{ji}^N \quad \text{ec.4.2}$$

Si tenemos que  $\Delta\sigma_{ji}^N = I_{ji}^N \cdot q_i$  entonces la deformación total bajo el punto  $j$  podrá ser expresada de la siguiente forma:

$$\delta_{ji} = \sum_A^N \alpha^N \cdot I_{ji}^N \cdot q_i \quad \text{ec.4.3}$$

Como se supuso que el área está cargada con una carga unitaria uniformemente ( $q_i = +1$ ), entonces se podrá obtener el desplazamiento unitario vertical en  $j$  debido a la carga unitaria en  $i$  mediante la siguiente ecuación:

$$\bar{\delta}_{ji} = \sum_A^N \alpha^N \cdot I_{ji}^N \quad \text{ec.4.4}$$

Si subdividimos el suelo de cimentación en franjas con un ancho igual al ancho del área cargada, entonces se podrá obtener la matriz de influencias al igual y como se muestra en la figura 4.2. Con la matriz de influencias se podrán calcular los desplazamiento verticales unitarios de la superficie debido a la carga  $q_i = +1$  aplicada en el área tributaria del punto 1.

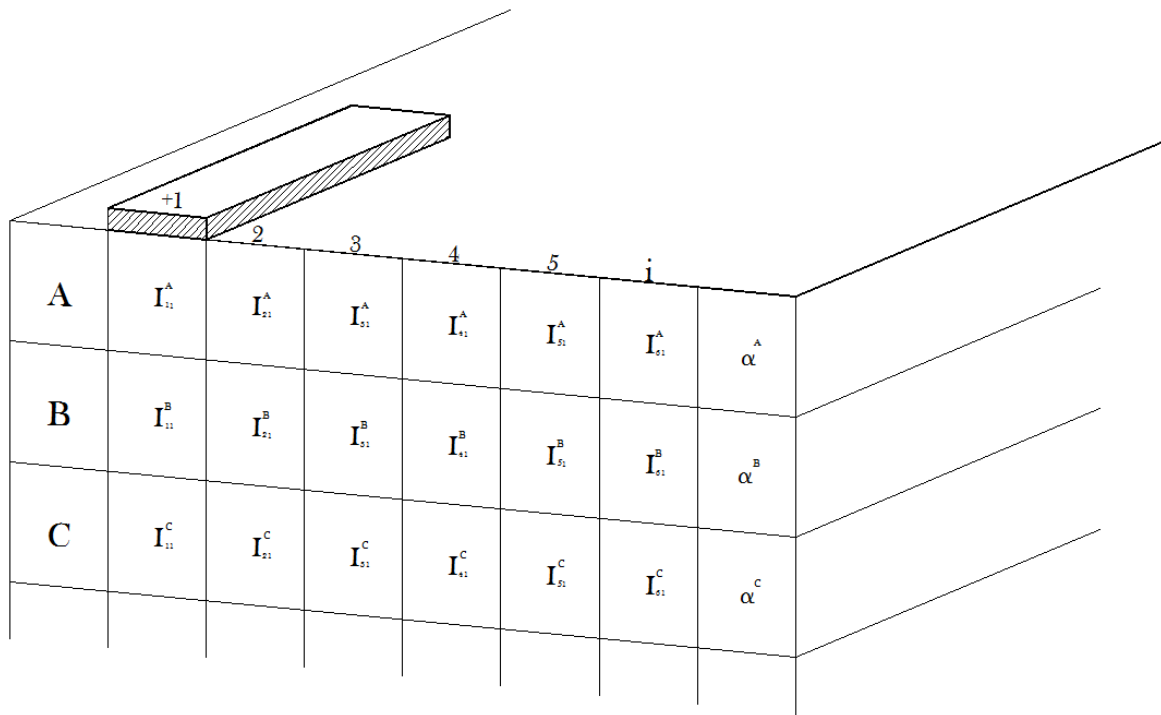


Fig. 4. 2. Factores de influencia para la carga unitaria.

Debido a la forma en que se dispuso la división de los estratos será posible obtener la siguiente ecuación matricial:

$$\left[ \bar{\delta}_{ji} \right] = \left| \alpha^N \right| \cdot \left| I_{ji}^N \right|^T \quad \text{ec. 4.5a}$$

o escrito de otra forma:

$$\begin{bmatrix} \bar{\delta}_{11} \\ \bar{\delta}_{21} \\ \bar{\delta}_{31} \\ \bar{\delta}_{41} \\ \bar{\delta}_{51} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \alpha^A \\ \alpha^B \\ \alpha^C \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} I_{11}^A & I_{21}^A & I_{31}^A & I_{41}^A & I_{51}^A \\ I_{11}^B & I_{21}^B & I_{31}^B & I_{41}^B & I_{51}^B \\ I_{11}^C & I_{21}^C & I_{31}^C & I_{41}^C & I_{51}^C \end{bmatrix}^T \quad \text{ec.4.5b}$$

esto es:

$$\begin{bmatrix} \bar{\delta}_{11} \\ \bar{\delta}_{21} \\ \bar{\delta}_{31} \\ \bar{\delta}_{41} \\ \bar{\delta}_{51} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \alpha^A \\ \alpha^B \\ \alpha^C \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} I_{11}^A & I_{11}^B & I_{11}^C \\ I_{21}^A & I_{21}^B & I_{21}^C \\ I_{31}^A & I_{31}^B & I_{31}^C \\ I_{41}^A & I_{41}^B & I_{41}^C \\ I_{51}^A & I_{51}^B & I_{51}^C \end{bmatrix} \quad \text{ec.4.6}$$

Aplicando la ecuación 4.5a para todos los puntos en la superficie (1, 2, 3, ..., i), se puede formar la matriz general para todos los puntos deseados como se muestra a continuación:

$$\left[ \bar{\delta}_{ji} \right] = \begin{bmatrix} \left| \bar{\delta}_{j1} \right|^T \\ \left| \bar{\delta}_{j2} \right|^T \\ \left| \bar{\delta}_{j3} \right|^T \\ \left| \bar{\delta}_{j4} \right|^T \\ \left| \bar{\delta}_{j5} \right|^T \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{\delta}_{11} & \bar{\delta}_{21} & \bar{\delta}_{31} & \bar{\delta}_{41} & \bar{\delta}_{51} \\ \bar{\delta}_{12} & \bar{\delta}_{22} & \bar{\delta}_{32} & \bar{\delta}_{42} & \bar{\delta}_{52} \\ \bar{\delta}_{13} & \bar{\delta}_{23} & \bar{\delta}_{33} & \bar{\delta}_{43} & \bar{\delta}_{53} \\ \bar{\delta}_{14} & \bar{\delta}_{24} & \bar{\delta}_{34} & \bar{\delta}_{44} & \bar{\delta}_{54} \\ \bar{\delta}_{15} & \bar{\delta}_{25} & \bar{\delta}_{35} & \bar{\delta}_{45} & \bar{\delta}_{55} \end{bmatrix} \quad \text{ec.4.7}$$

La matriz expresada en la ecuación 4.7 transpuesta y multiplicada por la matriz columnar de las cargas unitarias aplicadas en las áreas tributarias  $\bar{a}$  proporciona la matriz columnar de los desplazamientos verticales de la superficie cargada. Por lo tanto, se obtiene finalmente:

$$[\delta_i] = |\bar{\delta}_{ji}|^T \cdot |q_i| \quad \text{ec.4.8}$$

o bien:

$$\begin{bmatrix} \delta_1 \\ \delta_2 \\ \delta_3 \\ \delta_4 \\ \delta_5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{\delta}_{11} & \bar{\delta}_{12} & \bar{\delta}_{13} & \bar{\delta}_{14} & \bar{\delta}_{15} \\ \bar{\delta}_{21} & \bar{\delta}_{22} & \bar{\delta}_{23} & \bar{\delta}_{24} & \bar{\delta}_{25} \\ \bar{\delta}_{31} & \bar{\delta}_{32} & \bar{\delta}_{33} & \bar{\delta}_{34} & \bar{\delta}_{35} \\ \bar{\delta}_{41} & \bar{\delta}_{42} & \bar{\delta}_{43} & \bar{\delta}_{44} & \bar{\delta}_{45} \\ \bar{\delta}_{51} & \bar{\delta}_{52} & \bar{\delta}_{53} & \bar{\delta}_{54} & \bar{\delta}_{55} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} q_1 \\ q_2 \\ q_3 \\ q_4 \\ q_5 \end{bmatrix} \quad \text{ec.4.9}$$

Si la cimentación de la estructura se divide en áreas tributarias iguales, entonces se obtendrá una matriz simétrica de desplazamientos unitarios, esto es  $\bar{\delta}_{ji} = \bar{\delta}_{ij}$ . A la ecuación 4.8 se le conoce como la *ecuación matricial de asentamientos EMA*.

## 4.2. Método riguroso para el cálculo de asentamientos (tridimensional).

El *método riguroso para el cálculo de asentamientos (MRCA)* es un método mediante el cual se trata de mantener las características del problema intactas, con el fin de no realizar demasiadas simplificaciones que puedan modificar fuertemente los resultados. En principio se conserva la repartición de las cargas que actúan sobre la cimentación tal y como se tiene en el problema real con el fin de obtener el cambio de esfuerzos en el suelo real. Ya con la modificación en el estado de esfuerzos en el suelo se determinarán los parámetros mecánicos del suelo en cada punto deseado bajo la cimentación para obtener finalmente la deformación real que sufrirá el sistema suelo-estructura. El método riguroso de asentamientos tomará como base para los cálculos el procedimiento del método matricial de asentamientos pero será necesario realizar unos ajustes para poder aplicarlo correctamente. Para poder aplicar el método riguroso se deberán de emplear los siguientes pasos:

1. Se deberá realizar una subdivisión de la cimentación repartiéndola en áreas tributarias. En la figura 4.3a se muestra la planta de una cimentación cualquiera, la cual contiene 4 columnas principales, mientras que en la figura 4.3b se tiene la misma planta pero dividida convenientemente en 4 secciones (se recomienda que las columnas sean los centros de área porque es donde se presentan las deformaciones máximas). Debido a la subdivisión propuesta es evidente que cada una de estas áreas transmitirá al suelo una presión de diferente magnitud debido a que cada columna puede transmitir un peso diferente a cada área.

2. Se deberá realizar un método iterativo en el cual se obtendrá el incremento de presión en el centro de cada uno de los estratos bajo cada una de las áreas tributarias. Para esto se tomará al inicio solo la primer área tributaria considerando también la carga uniformemente repartida que actúa sobre ella y se calculará el incremento de presión que esta única area ejerce para cada punto de interés. Para este primer paso solo esta primer área es la que interviene en el problema, mientras que a las demás áreas no las consideramos por el momento.

En la figura 4.4 se muestra la planta del cajón de cimentación el cual tiene una carga uniformemente distribuida, carga que depende del peso mismo de la cimentación y de la presión que ejerce la columna apoyada en el área en cuestión. Todos los estratos bajo la cimentación están subdivididos al igual y como lo está la cimentación, por eso el número de incrementos de presión que debemos de encontrar será igual al número de estratos por el número de subdivisiones en que se dividió la cimentación.

3. Una vez obtenidos los incrementos de presión en cada punto deseado bajo la cimentación por efectos de la primer área cargada se supondrá que el área 1 dejará de estar actuando para dejar actuar al área 2. Enseguida se calcularán los incrementos de presión que ejerce la segunda área en los mismos sectores y estos incrementos se sumaran algebraicamente con los incrementos ya causados por el área 1.
4. Se deberá repetir el mismo proceso pasando de un área a otra y sumando las presiones que ejercen cada una de las áreas hasta terminar con todas. Al final se obtendrá el incremento de presión en toda la masa de suelo debido a la suma de las presiones que ejercen cada una de las áreas tributarias.
5. Los incrementos de presión de todas las áreas deseadas se podrán acomodar convenientemente en una matriz, de esta forma se obtendrá la matriz general tridimensional de incrementos de presión la cual tendrá dimensiones  $M \times L \times N$  donde:

$M$  número de divisiones a lo largo de la cimentación,  
 $L$  número de divisiones a lo ancho de la cimentación, y  
 $N$  número de estratos.

6. Ya con la matriz espacial de incrementos de presión en todo el subsuelo, se deberá recurrir nuevamente a un método iterativo en donde se deberá de calcular el valor de  $\alpha_{cn}$ , utilizando las curvas de consolidación obtenidas de las pruebas de laboratorio.
7. Una vez que se tengan los valores de  $\alpha$ , se podrán calcular las deformaciones unitarias bajo cada una de las áreas tributarias para finalmente obtener la deformación de toda la cimentación (suponiendo que la cimentación es infinitamente flexible).



Para considerar la rigidez de la cimentación, además de los procedimientos antes descrito se deberán de incluir los siguientes pasos:

1. Se deberá de resolver la ecuación 4.5a, multiplicando la matriz con los valores de  $\alpha$  que se obtuvo con anterioridad por la matriz transpuesta de influencias considerando que solo la primer área está actuando con una carga unitaria, como resultado se obtendrá una matriz de dimensiones  $m \times m$ , donde  $m$  es el número de áreas en las que se subdividió la cimentación.
2. Se deberá de armar el vector con el valor de cada uno de los hundimientos bajo cada una de las áreas por el efecto del área que está actuando. Estos hundimientos  $\{\bar{\delta}_{11}, \bar{\delta}_{21}, \bar{\delta}_{31}, \dots, \bar{\delta}_{m1}\} = \{\bar{\delta}\}$  quedarán definidos por la diagonal principal de la matriz  $m \times m$ .
3. Con el vector de hundimientos unitarios  $\{\bar{\delta}\}$  se deberá de formar la matriz de flexibilidades del suelo con dimensiones  $m \times m$  y después obtener su inversa. La matriz inversa que se obtuvo deberá ser multiplicada por el vector con el hundimiento medio obtenido en el caso de la cimentación flexible, de esta forma se obtendrá una nueva familia de cargas  $q_i$  las cuales actúan sobre la cimentación.
4. Difícilmente en una sola iteración, las cargas  $q_i$  obtenidas, serán las correctas. Debido a esto se deberá de obtener el factor de peso, esto es:

$$f = \frac{\sum_{i=1}^m q_i}{W_T}$$

Donde  $W_T$  es el peso total de la estructura. Después de obtener el factor, este deberá ser multiplicado por cada una de las cargas que se obtuvieron como resultado en el paso 3.

5. Finalmente, con la nueva familia de cargas, se deberá de realizar el cálculo para obtener los asentamientos de la cimentación ya con todas las cargas y de esta forma se obtendrá una nueva matriz con valores de  $\alpha$  y se deberán repetir los pasos del 1 al 5 hasta que los valores de las cargas y de los parámetros del suelo permanezcan constantes, es ahí cuando se tendrá la suposición de que la cimentación es completamente rígida.

Para que los pasos anteriores se puedan considerar correctos se toman las siguientes hipótesis:

1. Cada estrato es homogéneo, por lo que dos zonas del mismo estrato sometidas al mismo nivel de esfuerzos presentarán los mismos parámetros mecánicos.
2. Los incrementos de presión a los que se somete el suelo por efectos de las áreas cargadas se podrán sumar algebraicamente para poder formar la matriz espacial de incrementos de presión.

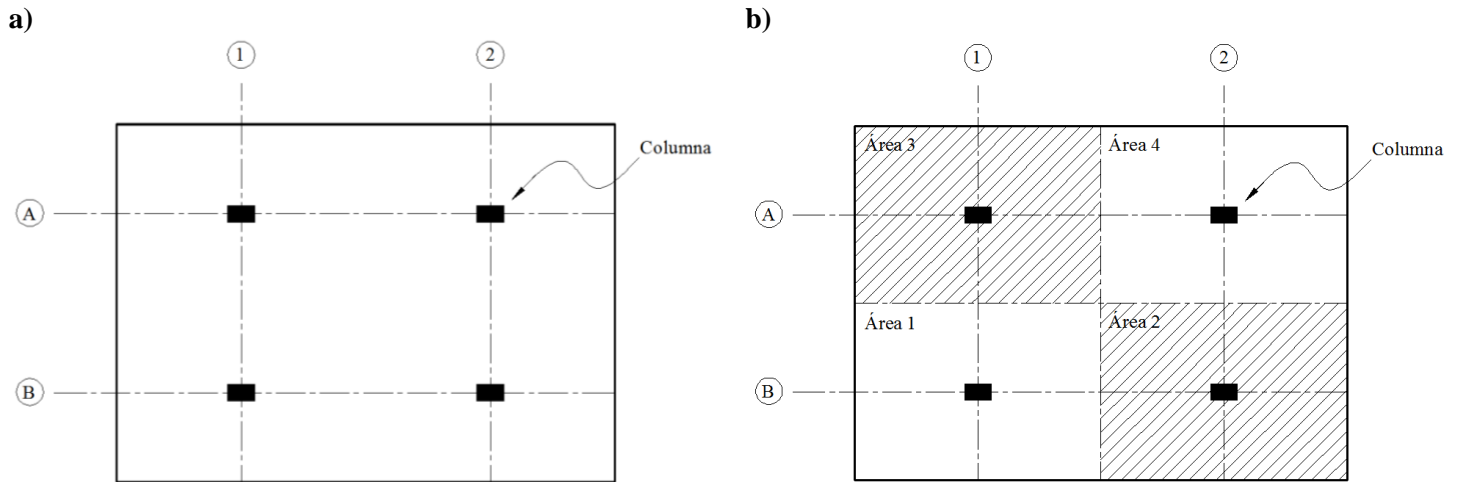


Fig. 4. 3. Planta del cajón de cimentación a) real y b) subdividida.

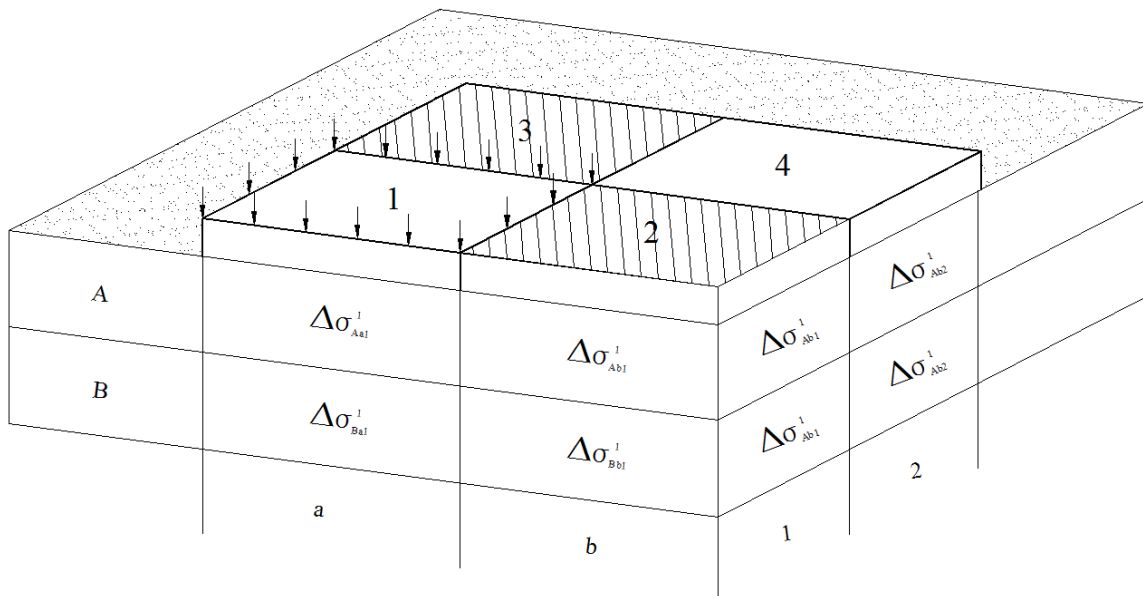


Fig. 4. 4. Incrementos de presión por efectos de la presión que ejerce el área 1.

### 4.3. Ejemplo numérico.

Se desea realizar el análisis de asentamientos para una estructura que se desplantará sobre un suelo conformado por un grupo de estratos arcillosos de alta compresibilidad (figura 4.6). El NAF se encuentra a 3 m de profundidad a partir de la superficie, con una distribución de la presión de poro hidrostática. En la tabla 4.1 se muestra la distribución de presiones en la masa de suelo antes de la excavación.

**Tabla 4.1.** Distribución de las presiones en la masa de suelo.

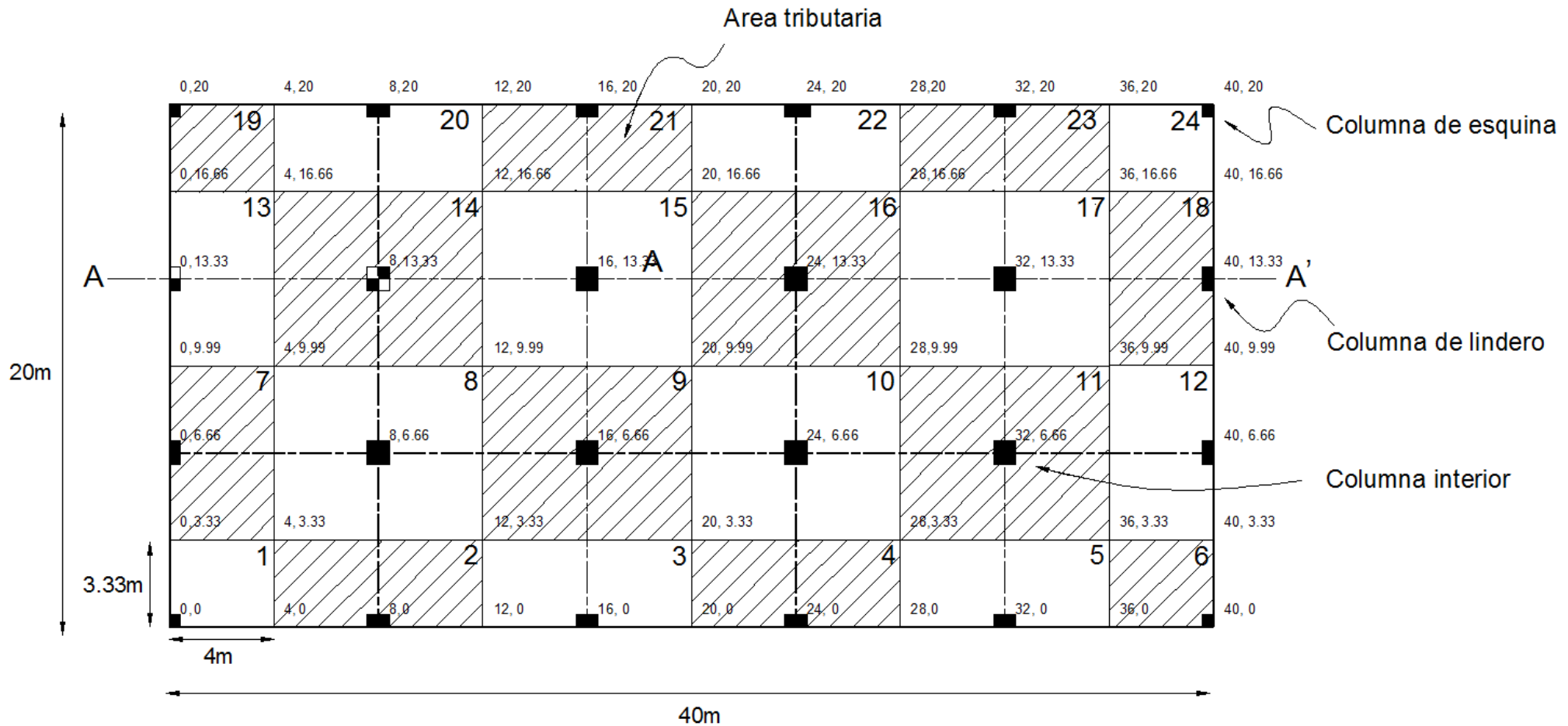
Espesor	z	$\gamma$	P	U	$\sigma_0$
m	m	t/m <sup>3</sup>	t/m <sup>2</sup>	t/m <sup>2</sup>	t/m <sup>2</sup>
0	0	1.3	0	0	0
3	3	1.3	3.9	0	3.9
1	4	1.3	5.2	1	4.2
1	5	1.25	6.45	2	4.45
2	7	1.25	8.95	4	4.95
4.5	11.5	1.1	13.9	8.5	5.4
5	16.5	1.2	19.9	13.5	6.4
2.5	19	1.15	22.775	16	6.775
3.5	22.5	1.25	27.15	19.5	7.65

En la tabla 4.2 se muestran las cargas que se transmiten al cajón por parte de la estructura y la presión que el mismo cajón ejerce al suelo de cimentación.

**Tabla 4.2.** Sistema de cargas actuantes en la cimentación y de la cimentación.

Elemento	Carga	Unidades
Columna (esquina)	80	t
Columna (lindero)	150	t
Columna (central)	350	t
Cajón de cimentación	2.12	t/m <sup>2</sup>

En la figura 4.5 se muestra el detalle en planta del cajón de cimentación. En la figura 4.6 se tiene la distribución de los esfuerzos efectivos antes de realizar la excavación.



**Fig. 4. 5.** Geometría del cajón de cimentación.

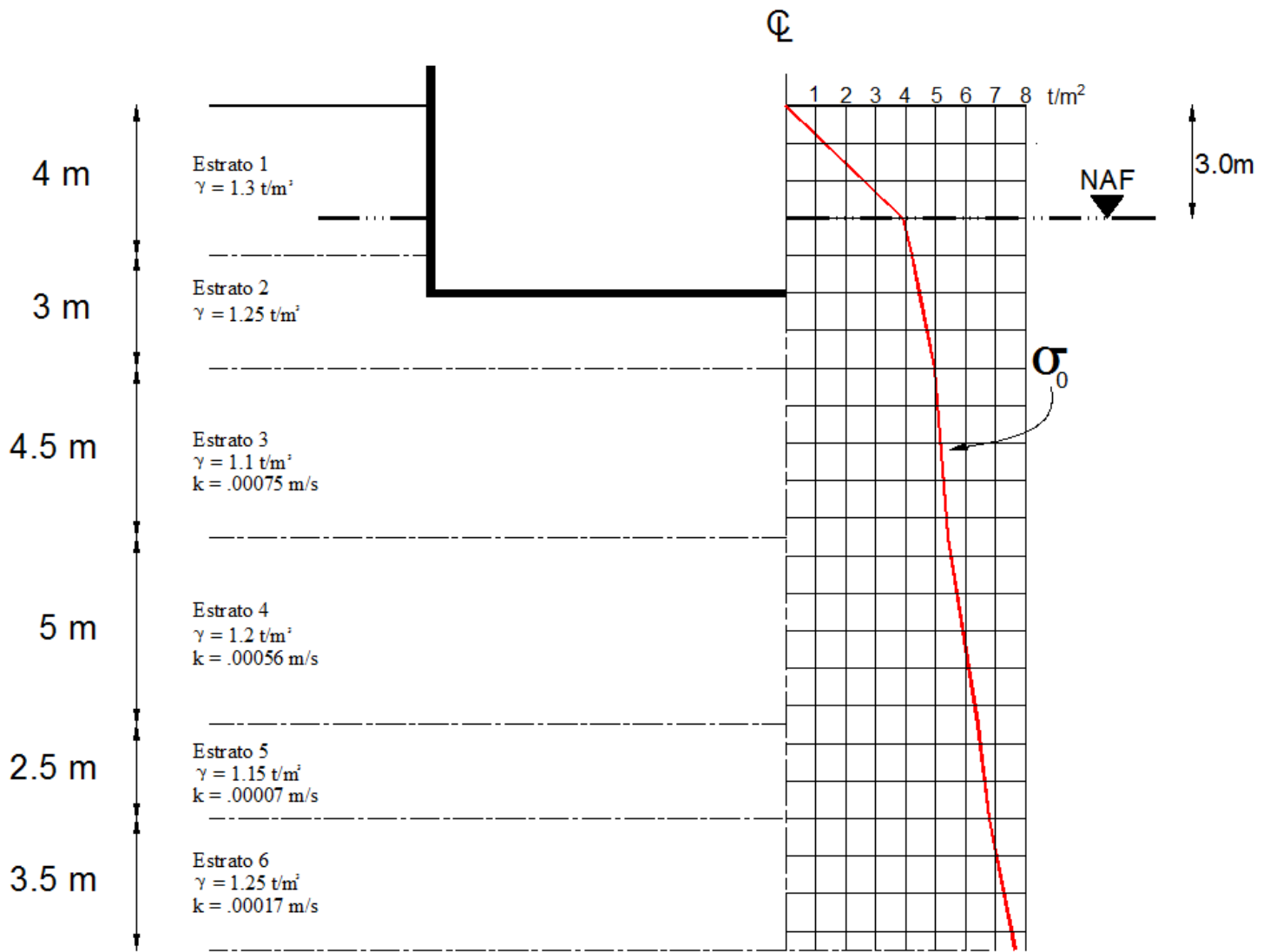


Fig. 4. 6. Distribución de los esfuerzos efectivos.

Antes de realizada la excavación se aplicó un bombeo al segundo estrato permeable para evitar la falla de fondo. Si se desea trabajar en seco se recomienda que el abatimiento sea por lo menos de medio metro por debajo del suelo de cimentación. Siendo así, el abatimiento del segundo estrato permeable será de  $\lambda_0 = 2.5m$ . y como condición final se supondrá que el último estrato permeable sufrirá una caída piezométrica de  $\lambda_b = 1.5m$ . Considerando que la condición inicial es hidrostática se tiene lo siguiente:

Estrato	Espesor $d$ m	$k$ m/s	$K$ 1/s	$\lambda$ m	$D$ m
				4	
1	4.5	0.0008	1.6667	8.5	0
2	5	0.0006	1.12	13.5	0
3	2.5	7E-05	0.28	16	0
4	3.5	0.0002	0.4857	19.5	0

Donde  $K$  es la relación entre la permeabilidad de cada estrato y su espesor  $k/d$ , para este problema, como la relación  $K$  da valores muy pequeños es multiplico por 10,000 (valor aleatorio que no afecta en los resultados). El valor de  $\lambda$  corresponde a la presión de poro de cada estrato altamente permeable que queda por debajo de la excavación. Finalmente  $D$  se obtiene a partir de la siguiente ecuación:

$$D = (\lambda_{i-1} + d_i - \lambda_i)$$

Como la presión es hidrostática, los valores de  $D$  son igual a cero. A continuación se forma la matriz de valores  $K$  colocados en la banda diagonal.

Matriz K		
-2.787	1.12	0
1.12	-1.4	0.28
0	0.28	-0.766

Se obtiene la inversa de la matriz  $K$  y se multiplica por los valores de  $T$  los cuales están definidos por:

$$T_1 = (K_1 D_1 - K_2 D_2) - K_1 \lambda_0$$

$$T_2 = (K_2 D_2 - K_3 D_3)$$

$$T_1 = (K_3 D_3 - K_4 D_4) - K_4 \lambda_b$$

Matriz $k^{-1}$			T
-0.549	-0.474	-0.173	-4.16
-0.474	-1.18	-0.431	0
-0.173	-0.431	-1.464	-0.73

Finalmente se obtienen las caídas piezométricas  $\lambda$  en cada uno de los estratos altamente permeables.

$\lambda$
2.41
2.29
1.78

Si la deformación de un estrato por caída piezométrica es

$$\delta = \alpha_{rc} \frac{\lambda_{i-1} + \lambda_i}{2}$$

Entonces el hundimiento total a nivel de desplante por caídas piezométrica es:

$$\begin{aligned} \delta_{\lambda} &= 0.012 \frac{1+2.5}{2} + 0.013 \frac{2.5+2.41}{2} + .0049 \frac{2.41+2.29}{2} \\ &+ 0.0036 \frac{2.29+1.79}{2} + .0026 \frac{1.79+1.5}{2} = 0.076m \end{aligned}$$

Además de los asentamientos por caída piezométrica es necesario calcular los asentamientos por recompresión, ya que el asentamiento total ( $\delta_t$ ) de una estructura está dado por los asentamientos por recompresión ( $\delta_{rc}$ ) más los asentamientos por compresión neta ( $\delta_c$ ). Suponiendo un tiempo de vida de la obra de 50 años, entonces el asentamiento en cada uno de los estratos es:

Estrato 1		Espesor :		2	m						
I	$\sigma_0$	$I\Delta\sigma_{exc}$	$\rho_c$	$m_v$	$\beta$	$\xi$	$c_v$	Tv	F(Tv)	$\delta_{rc}$	
0.99	4.7	4.4055	0.9075	0.0022	0.38	0.854	2.5E-06	3942	1	0.0412	
Estrato 2		Espesor :		4.5	m						
I	$\sigma_0$	$I\Delta\sigma_{exc}$	$\rho_c$	$m_v$	$\beta$	$\xi$	$c_v$	Tv	F(Tv)	$\delta_{rc}$	
0.91	5.1	4.0495	0.7075	0.0006	1.58	0.088	0.00001	3114.7	1	0.0376	
Estrato 3		Espesor :		5	m						
I	$\sigma_0$	$I\Delta\sigma_{exc}$	$\rho_c$	$m_v$	$\beta$	$\xi$	$c_v$	Tv	F(Tv)	$\delta_{rc}$	
0.72	5.9	3.204	0.4002	0.001	0.643	0.113	5.4E-06	1362.4	1	0.015	
Estrato 4		Espesor :		2.5							
I	$\sigma_0$	$I\Delta\sigma_{exc}$	$\rho_c$	$m_v$	$\beta$	$\xi$	$c_v$	Tv	F(Tv)	$\delta_{rc}$	
0.57	6.58	2.5365	0.2393	0.0004	0.914	0.0063	4.6E-06	4642.1	1	0.0014	
Estrato 5		Espesor :		3.5							
I	$\sigma_0$	$I\Delta\sigma_{exc}$	$\rho_c$	$m_v$	$\beta$	$\xi$	$c_v$	Tv	F(Tv)	$\delta_{rc}$	
0.47	7.21	2.0915	0.1562	0.0005	0.974	0.689	3.8E-06	1956.5	1	0.0024	
										<b><math>\delta_{rc} = 0.0975cm</math></b>	

Aplicando la ecuación 3.49, el asentamiento por recompresión es:

$$\delta_{rc} = 0.0975cm - 0.076cm = 0.0215cm$$



Con los datos de la tabla 4.2 se tiene que en promedio la presión que transmite la cimentación al suelo es de 8.27 t/m<sup>2</sup>. Si el nivel de desplante es a los 5m de profundidad, y el esfuerzo efectivo a esta profundidad es de 4.45 t/m<sup>2</sup>, entonces el incremento neto de presión será de 1.82 t/m<sup>2</sup>. Debido al máximo incremento medio de presión sufrido en los estratos, las propiedades mecánicas de cada uno de los estratos son las siguientes:

Estrato 2		Unidades	
$\Delta\sigma = 1.8 \text{ t/m}^2$	$m_v$	0.00220	m <sup>2</sup> /t
	$c_v$	0.00000229	m <sup>2</sup> /s
	$\beta$	0.369	-
	$\xi$	0.86	-
Estrato 3		Unidades	
$\Delta\sigma = 1.65 \text{ t/m}^2$	$m_v$	0.000688	m <sup>2</sup> /t
	$c_v$	0.0000109	m <sup>2</sup> /s
	$\beta$	1.69	-
	$\xi$	0.0613	-
Estrato 4		Unidades	
$\Delta\sigma = 1.31 \text{ t/m}^2$	$m_v$	0.000933	m <sup>2</sup> /t
	$c_v$	0.00000598	m <sup>2</sup> /s
	$\beta$	0.565	-
	$\xi$	0.0686	-
Estrato 5		Unidades	
$\Delta\sigma = 1.03 \text{ t/m}^2$	$m_v$	0.00025	m <sup>2</sup> /t
	$c_v$	0.0000028	m <sup>2</sup> /s
	$\beta$	0.568	-
	$\xi$	0.039	-
Estrato 6		Unidades	
$\Delta\sigma = 0.855 \text{ t/m}^2$	$m_v$	0.0005	m <sup>2</sup> /t
	$c_v$	0.0000034	m <sup>2</sup> /s
	$\beta$	0.885	-
	$\xi$	0.977	-

### 4.3.1. Solución I Método unidimensional.

Como se comentó al inicio de este tema, para obtener la solución mediante el método unidimensional solo se realiza la distribución de esfuerzos considerando todo el peso de la estructura repartido y considerando toda el área de la cimentación como si fuera un área tributaria. En la Tabla 4.3 se muestra dicha solución.

**Tabla 4.3.** Asentamiento de la estructura por el método unidimensional.

Área de cimentación:	800	m <sup>2</sup>	Presión total :	6.45	t/m <sup>2</sup>
Presión total :	8.27	t/m <sup>2</sup>	Incremento neto :	1.82	t/m <sup>2</sup>
Desplante:	5	m2	NAF:	3	m
$\chi$ :	2				

Estrato	De	A	d	P. media	$\sigma_0$	z	$\Delta\sigma$
No.	m	m	cm	m	kg/cm <sup>2</sup>		kg/cm <sup>2</sup>
1	0	4	400	2	0.21	-	
2	4	5	100	4.5	0.32	-	-
3	5	7	200	6	0.37	1	0.180
4	7	11.5	450	9.25	0.51	4.25	0.166
5	11.5	16.5	500	14	0.75	9	0.131
6	16.5	19	250	17.75	0.963	12.75	0.104
7	19	22.5	350	20.75	1.13	15.75	0.086

Estrato 2	t	50	años	$t_c$	1	años
-----------	---	----	------	-------	---	------

mv	d	$\Delta\sigma$	$\xi$	$c_v$	$T_v$	$F(T_v-T_{01})$	$A_{vc}$	$10^{A_{vc}}$	$T_{vc}$
0.022	200	0.18018	0.86	0.00229	361.087	1	0.429	2.68	7.22
		$\beta$	$\xi(T_v-T_{vc})$	F	G	$\delta t$			
		0.369	304.324	0.92	1.9178	1.52			

Estrato 3									
mv	d	$\Delta\sigma$	$\xi$	$c_v$	$T_v$	$F(T_v-T_{01})$	$A_{vc}$	$10^{A_{vc}}$	$T_{vc}$
0.00688	450	0.16562	0.061	0.0109	339.499	1	0.410	2.57	6.79
		$\beta$	$\xi(T_v-T_{vc})$	F	G	$\delta t$			
		1.69	20.29	2.30	3.297	1.69			

---

Estrato 3

mv	d	$\Delta\sigma$	$\xi$	$c_v$	$T_v$	$F(T_v-T_{01})$	$A_{vc}$	$10^{A_{vc}}$	$T_{vc}$
0.00933	500	0.13104	0.0686	0.00598	150.868	1	0.390	2.45	3.02
		$\beta$	$\xi(T_v-T_{vc})$	F	G	$\delta t$			
		0.565	10.1426	0.62	1.622	0.991			

Estrato 4

mv	d	$\Delta\sigma$	$\xi$	$c_v$	$T_v$	$F(T_v-T_{01})$	$A_{vc}$	$10^{A_{vc}}$	$T_{vc}$
0.0025	250	0.10374	0.039	0.0028	282.563	1	0.392	2.47	5.65
		$\beta$	$\xi(T_v-T_{vc})$	F	G	$\delta t$			
		0.568	10.7995	0.64	1.64	0.106			

Estrato 5

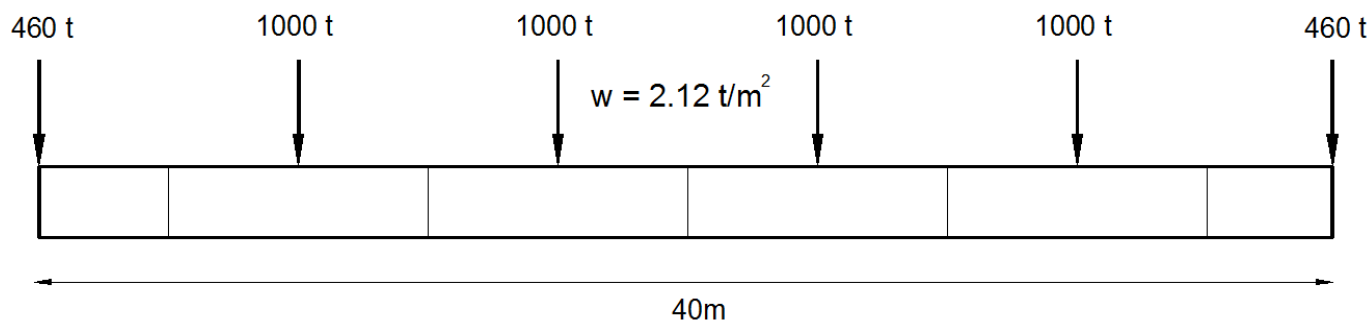
mv	d	$\Delta\sigma$	$\xi$	$c_v$	$T_v$	$F(T_v-T_{01})$	$A_{vc}$	$10^{A_{vc}}$	$T_{vc}$
0.005	350	0.08554	0.977	0.0034	175.057	1	0.427	2.68	3.50
		$\beta$	$\xi(T_v-T_{vc})$	F	G	$\delta t$			
		0.885	167.61	1.97	2.975	0.445			

---

A partir de los resultados obtenidos en la tabla 4.3, se determinó que el asentamiento por compresión para una vida útil de 50 años es de  $\delta = 4.75 \text{ cm}$ , si a los asentamientos por compresión neta le sumamos los asentamientos por recompresión, entonces el máximo asentamiento es de **6.9 cm**.

### 4.3.2. Solución II. Método matricial (Bidimensional).

En esta solución se consideraron que cada uno de los estratos mantiene las mismas propiedades mecánicas que en la solución anterior. En la figura 4.6 se muestra la sección longitudinal de la cimentación con las cargas que se aplican en cada una de las franjas seleccionadas.



**Fig. 4. 7.** Sección longitudinal de la cimentación.

En la tabla 4.4 se muestran los incrementos de esfuerzo en cada estrato producidos por las fuerzas que actúan sobre cada una de las franjas y los valores de  $\alpha$  de cada estrato correspondientes al máximo incremento de esfuerzo.

**Tabla 4.4.** Incrementos de esfuerzos.

Incrementos $t/m^2$							$\alpha$
0.9	1.81	1.81	1.8	1.81	1.81	0.9	8.44
0.90	1.80	1.80	1.80	1.80	1.80	0.90	10.21
0.88	1.67	1.74	1.75	1.74	1.67	0.88	7.56
0.816	1.39	1.54	1.55	1.54	1.39	0.81	1.03
0.74	1.18	1.34	1.36	1.34	1.18	0.74	5.21

A partir de los datos de la tabla 4.4 se tiene que la deformación de cada estrato bajo cada una de las franjas es:

Deformación por compresión neta $\delta c$ y deformación total $\delta t$ en cm.							
	0.76	1.53	1.53	1.52	1.53	1.53	0.76
	0.92	1.84	1.85	1.85	1.85	1.84	0.92
	0.67	1.27	1.32	1.32	1.32	1.27	0.67
	0.08	0.14	0.16	0.16	0.16	0.14	0.08
	0.39	0.62	0.70	0.71	0.70	0.62	0.39
<b><math>\Sigma</math></b>	<b>2.82</b>	<b>5.4</b>	<b>5.55</b>	<b>5.56</b>	<b>5.55</b>	<b>5.4</b>	<b>2.82</b>
$\delta_{rc}$	2.15	2.15	2.15	2.15	2.15	2.15	2.15
<b><math>\delta t</math></b>	<b>4.97</b>	<b>7.55</b>	<b>7.7</b>	<b>7.71</b>	<b>7.7</b>	<b>7.55</b>	<b>4.97</b>

### **4.3.3. Solución III Método riguroso (tridimensional).**

El *MRCA* (Método Riguroso para el Cálculo de Asentamientos) es un método con el cual se calculan los asentamientos de la estructura procurando estar lo más apegado al fenómeno de la interacción entre el suelo y la estructura debido a que se evita realizar simplificaciones en el problema en general, el detalle de aplicar este método es que el tiempo necesario a emplear para aplicar el método puede ser exorbitante, lo que no sería nada práctico para el ingeniero. Es por esto que se creó el programa *VOLUMETRIC* el cual resuelve el problema en cuestión de segundos, y solo es necesario crear una serie de archivos de entrada con los cuales el programa podrá ejecutarse correctamente.

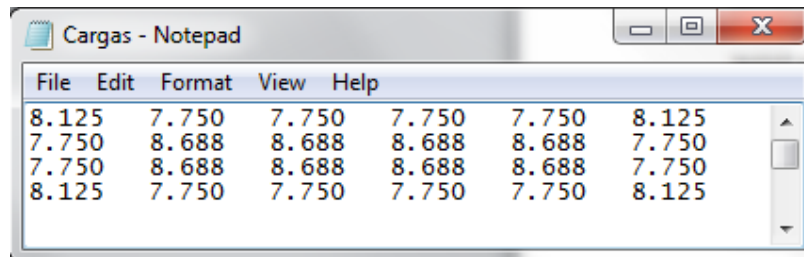
El programa *VOLUMETRIC* está realizado para calcular los asentamientos bajo una cimentación aplicando las Teorías de consolidación primaria y secundaria propuestas por el Dr. Karl Terzaghi y el Dr. Leonardo Zeevaert, además se toma en consideración el tiempo de construcción de la obra para evitar suponer que la aplicación de la carga es instantánea. Para la determinación de los incrementos de presión en el suelo, se le agregó al algoritmo del programa la metodología desarrollada por el Ing. Julio Damy Ríos para calcular la distribución de esfuerzos en el suelo por áreas poligonales, es por esto que es posible subdividir la cimentación en tantas partes como el usuario crea conveniente. A continuación se hace una breve descripción de cómo ejecutar el programa.

**NOTA:** es necesario que tanto el programa como todos los archivos auxiliares se encuentren en la misma carpeta, de lo contrario el programa no se ejecutará correctamente.

## Archivos de entrada.

### CARGAS.txt

En este archivo se colocarán las cargas uniformemente repartidas que se generan sobre cada una de las áreas tributarias en las que se dividió el cajón de cimentación. En la figura 4.8 se encuentra como se debe de llenar este formato de entrada.



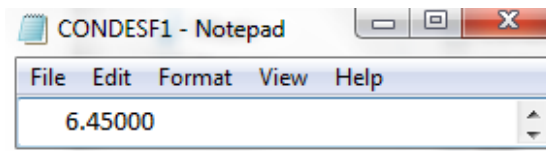
File	Edit	Format	View	Help		
8.125	7.750	7.750	7.750	7.750	7.750	8.125
7.750	8.688	8.688	8.688	8.688	8.688	7.750
7.750	8.688	8.688	8.688	8.688	8.688	7.750
8.125	7.750	7.750	7.750	7.750	7.750	8.125

**Fig. 4. 8.** Archivo de entrada que contiene la información de las cargas sobre el cajón de cimentación.

Como se ve, en la primera posición se tiene la carga uniformemente repartida de la primer área tributaria de la cimentación, en seguida, de izquierda a derecha, se tiene la carga repartida de la segunda área, y así sucesivamente hasta completar todas las áreas.

### CONDESF1.txt

Archivo que contiene la presión total a nivel de desplante de la cimentación. Con este archivo el programa determinará el incremento neto de esfuerzos.



File	Edit	Format	View	Help
6.45000				

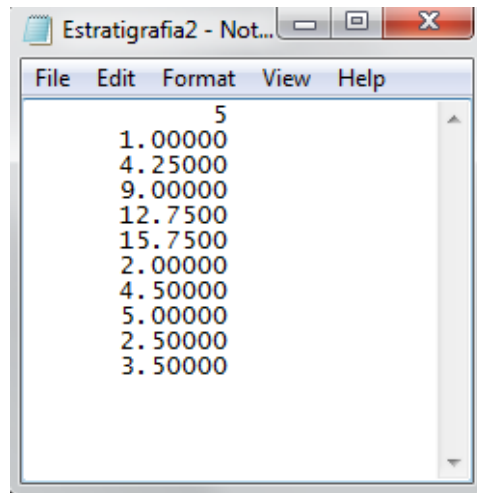
**Fig. 4. 9.** Archivo de entrada con la presión total a nivel de desplante.

## ESTRATIGRAFÍA2.txt

Archivo que contiene la geometría de la estratigrafía después de desplantada la cimentación. Los datos deberán ser colocados en el siguiente orden:

- 1) Número de estratos debajo del nivel de desplante. Esto quiere decir que no se incluirán los estratos que queden por encima del nivel de desplante de la cimentación.
- 2) Distancia entre el centro de cada uno de los estratos y el nivel de desplante de la cimentación de arriba hacia abajo.
- 3) Espesor de cada uno de los estratos de arriba hacia abajo.

En la figura 4.10 se muestra el archivo de entrada para este problema.

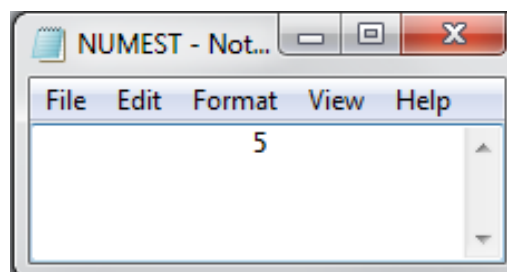


**Fig. 4. 10.** Número y geometría de los estratos del problema en cuestión.

**NOTA:** El programa solo está diseñado para aceptar como máximo solo 10 estratos. En el anexo se colocará el código fuente con el cual se programó y si el usuario lo desea se podrá modificar para que se acepte un mayor número de estratos.

## NUMEST.txt

Archivo que solo contiene el número de estratos por debajo del nivel de desplante de la cimentación. En la fig. 4.11 se muestra el archivo de entrada.



**Fig. 4. 11.** Número de estratos por debajo del desplante de la cimentación.



Los últimos archivos que faltan por mencionar son aquellos donde se contiene la información de los parámetros mecánicos del suelo. Como se utilizan las metodologías desarrolladas por Terzaghi y Zeevaert para determinar los asentamientos, los archivos de entrada contendrán las curvas de consolidación que se generaron en cada uno de los estratos durante las pruebas de odómetro realizadas. Para cada uno de los estratos en cuestión se le creará un archivo con el nombre EST# donde # indica el número de estrato. Dentro del archivo se contendrán los siguientes parámetros:

- 1) Renglón 1: Incrementos de presión de las pruebas de compresibilidad realizadas.
- 2) Renglón 2: Coeficiente de compresibilidad volumétrica de cada uno de los incrementos de presión.
- 3) Renglón 3: Coeficiente de consolidación para cada uno de los incrementos de presión.
- 4) Renglón 4: Parámetro  $\beta$  de Zeevaert.
- 5) Renglón 5: Parámetro  $\xi$  de Zeevaert.

A continuación se presentan los archivos de entrada para el problema en cuestión.

### EST1.txt

File	Edit	Format	View	Help
0	0.5	1.5	2.75	4.5
0	0.001865	0.001407	0.002448	0.002968
0	0.000025	0.00000347	0.00000354	0.000002733
0	0.294906166	0.803837953	0.455065359	0.4393531
0	2.0059	1.8955	1.7443	1.1754
				7.25
				0.002608
				0.0000266
				0.539378834
				2.66999

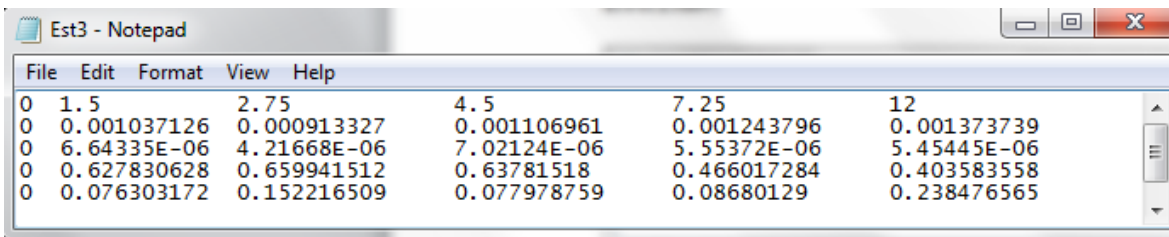
### EST1.txt

File	Edit	Format	View	Help
0	0.5	1.5	2.75	4.5
0	0.0018163	0.0022116	0.00220362	0.00234649
0	0.00000196	1.9381E-06	2.5645E-06	2.5293E-06
0	0.417111711	0.367462471	0.370204482	0.481348738
0	3.16786	0.817423	0.900199	0.42568
				7.250
				0.0018219
				2.4797E-06
				0.520407267
				3.748829

### EST3.txt

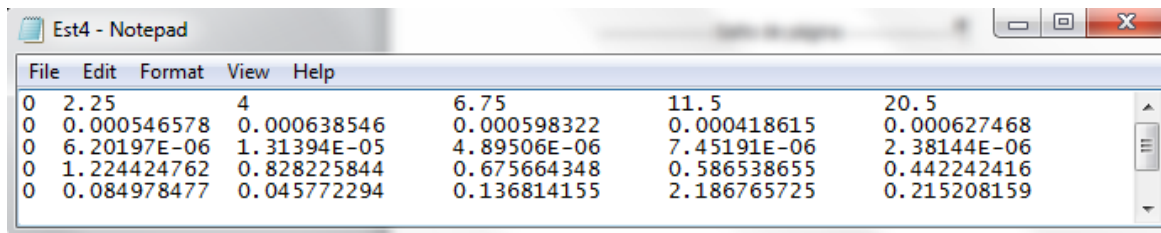
File	Edit	Format	View	Help
0	1.5	2.75	4.5	7.25
0	0.000725385	0.000598439	0.000617506	0.000771211
0	1.09407E-05	1.08175E-05	6.40528E-06	6.29791E-06
0	1.736593802	1.580636859	1.652130554	0.952916786
0	0.049034719	0.091238952	0.11620969	0.132369513
				12
				0.000614715
				7.37203E-06
				0.988539631
				0.167861805

### EST4.txt



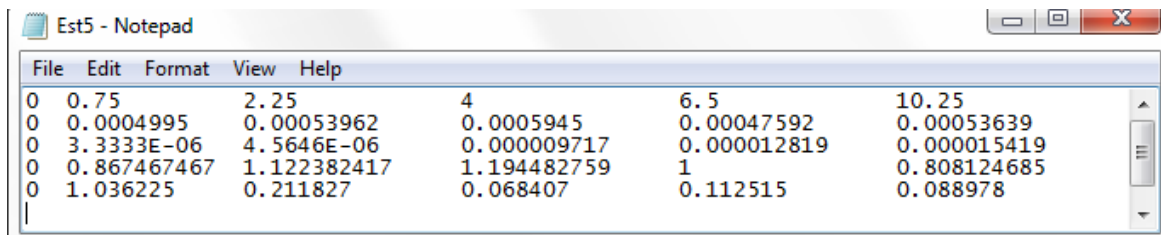
	File	Edit	Format	View	Help	
0	1.5		2.75	4.5	7.25	12
0	0.001037126	0.000913327	0.001106961	0.001243796	0.001373739	
0	6.64335E-06	4.21668E-06	7.02124E-06	5.55372E-06	5.45445E-06	
0	0.627830628	0.659941512	0.63781518	0.466017284	0.403583558	
0	0.076303172	0.152216509	0.077978759	0.08680129	0.238476565	

### EST5.txt



	File	Edit	Format	View	Help	
0	2.25	4	6.75	11.5	20.5	
0	0.000546578	0.000638546	0.000598322	0.000418615	0.000627468	
0	6.20197E-06	1.31394E-05	4.89506E-06	7.45191E-06	2.38144E-06	
0	1.224424762	0.828225844	0.675664348	0.586538655	0.442242416	
0	0.084978477	0.045772294	0.136814155	2.186765725	0.215208159	

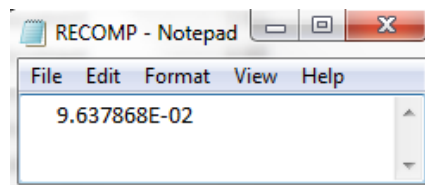
### EST6.txt



	File	Edit	Format	View	Help	
0	0.75	2.25	4	6.5	10.25	
0	0.0004995	0.00053962	0.0005945	0.00047592	0.00053639	
0	3.3333E-06	4.5646E-06	0.00009717	0.000012819	0.000015419	
0	0.867467467	1.122382417	1.194482759	1	0.808124685	
0	1.036225	0.211827	0.068407	0.112515	0.088978	

### RECOMP.txt

Archivo que tiene el valor de la recompresión del suelo por excavación. En la figura 4.12 se muestra el archivo de entrada para el ejemplo.

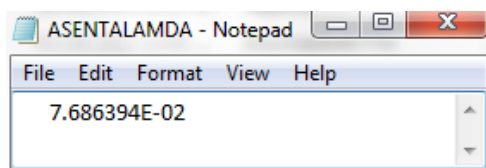


File	Edit	Format	View	Help
9.637868E-02				

**Fig. 4. 12.** Archivo de entrada con el valor del asentamiento por recompresión debido a la excavación.

### **ASENTALAMDA.txt**

Archivo que tiene el valor de la recompresión del suelo por el abatimiento de la presión de poro de los estratos permeables. En la figura 4.13 se muestra el archivo de entrada para el ejemplo.



**Fig. 4. 13.** Archivo de entrada con el valor del asentamiento por recompresión debido al abatimiento piezométrico.

### **COORDENADAS.txt**

El archivo COORDENADAS.txt contiene las coordenadas de cada una de las áreas tributarias de la cimentación. El formato para llenar este archivo es el siguiente:

- 1) Las áreas tributarias de la cimentación deberán ser rectangulares o cuadradas, y deberán de considerarse tal y como se muestra en la figura 4.5, donde la primera área es la que se localiza en la parte inferior izquierda, y la última en la parte superior derecha.
- 2) En la primera fila del archivo se colocarán las coordenadas en X de los 4 vértices de la primer área. En la segunda fila se colocarán las coordenadas en Y de los 4 vértices de la primer área. En la tercer fila se colocara la coordenada en X y Y del centro del área. Para esto se considerará que el vértice inferior izquierdo de la cimentación tiene coordenadas  $X = 0$  y  $Y = 0$ .
- 3) Se proseguirá llenando de la misma forma el archivo con las coordenadas de todas las áreas, teniendo en cuenta el orden ascendente en el que se consideraron las áreas.



## Ejecución del programa.

En la figura 4.15 se presenta la interfaz que aparece durante la ejecución del programa VOLUMETRIC.

```
***VOLUMETRIC***
VOLUMETRIC ES UN PROGRAMA PARA DETERMINAR ASENTAMIENTOS
MEDIANTE LA METODOLOGIA DESARROLLADAS POR EL DR. ZEEUAERT
CONSIDERANDO EL CAMBIO DE LAS PROPIEDADES MECANICAS DEL
SUELO EN EL SENTIDO HORIZONTAL

PROGRAMADO POR: Ing. Jose Leon Gonzalez Acosta

ADVERTENCIA
EL AUTOR DE ESTE PROGRAMA NO SE HACE
RESPONSABLE POR EL USO INDEBIDO DEL MISMO
NI POR LOS RESULTADOS QUE ARROJE

INICIO:
SELECCIONA UNA OPCION
1: CIMENTACION ASIMETRICA
2: SALIR
1
NUMRO DE FRANJAS A LO LARGO DE LA CIMENTACION
6
NUMERO DE FRANJAS A LO ANCHO DE LA CIMENTACION
4
CUANTOS ESTRATOS QUEDAN POR ENCIMA DEL NIVEL DE DESPLANTE
1
NUMERO DE INCREMENTOS DE LA PRUEBA DE COMPRESIBILIDAD
6
TIEMPO DE CONSTRUCCION DE LA OBRA <anios>
1
TIEMPO DE UIDA DE LA OBRA <anios>?
50
```

**Fig. 4. 15.** Interfaz del programa VOLUMETRIC.

Como se puede apreciar en la figura 4.15, los datos de entrada del programa son los siguientes:

- 1) Número de franjas a lo largo de la cimentación: este dato se refiere a la cantidad de partes en las que se dividió lo largo de la cimentación. Para el problema se tiene que lo largo está dividido en 6 áreas tributarias. No importa si las áreas tributarias no tienen las mismas dimensiones.
- 2) Número de franjas a lo ancho de la cimentación: al igual que el dato anterior se debe colocar en cuantas partes se dividió lo ancho de la cimentación.
- 3) Estratos encima del nivel de desplante: en esta ocasión se coloca el valor de 1 ya que la cimentación está desplantada en el segundo estrato y por encima solo se tiene un estrato. La función de este dato es que en los archivos de entrada se tienen las tablas de las curvas de consolidación de los 6 estratos, entonces es necesario colocar que se tiene un estrato por encima del desplante para que el programa haga caso omiso a la información del primer estrato.

- 4) Numero de incrementos de las pruebas de consolidación: este dato indica cuantos incrementos de presión tiene la prueba de compresibilidad. Para este dato se deberá incluir el 0 como un incremento de presión. En los archivos EST#.txt se puede apreciar como todos tienen 6 columnas los cuales representan los 6 incrementos de presión.
- 5) Tiempo de construcción de la obra.
- 6) Tiempo de vida de la obra.

### Archivos de salida.

Después de ingresados los datos el programa creará dos archivos de salida automáticamente (fig. 4.16). El primero (fig. 4.17) muestra la deformación de cada uno de los estratos bajo cada una de las áreas de la cimentación, y la suma de las deformaciones de los estratos bajo cada una de las áreas. El segundo (fig. 4.18) muestra los asentamientos totales bajo cada una de las áreas.

```

Plato IDE
**VOLUMETRIC**
VOLUMETRIC ES UN PROGRAMA PARA DETERMINAR ASENTAMIENTOS
MEDIANTE LA METODOLOGIA DESARROLLADAS POR EL DR. ZEEUAERT
CONSIDERANDO EL CAMBIO DE LAS PROPIEDAES MECANICAS DEL
SUELO EN EL SENTIDO HORIZONTAL
PROGRAMADO POR: Ing. Jose Leon Gonzalez Acosta
ADVERTENCIA
EL AUTOR DE ESTE PROGRAMA NO SE HACE
RESPONSABLE POR EL USO INDEBIDO DEL MISMO
NI POR LOS RESULTADOS QUE ARROJE
INICIO:
SELECCIONA UNA OPCION
1: CIMENTACION ASIMETRICA
2: SALIR
1
NUMRO DE FRANJAS A LO LARGO DE LA CIMENTACION
6
NUMERO DE FRANJAS A LO ANCHO DE LA CIMENTACION
4
CUANTOS ESTRATOS QUEDAN POR ENCIMA DEL NIVEL DE DESPLANTE
1
NUMERO DE INCREMENTOS DE LA PRUEBA DE COMPRESIBILIDAD
6
TIEMPO DE CONSTRUCCION DE LA OBRA <anios>
1
TIEMPO DE UIDA DE LA OBRA <anios>?
50
SE HA CREADO EL ARCHIVO ASENTAMIENTOS.txt QUE CONTIENE
LA DEFORMACION DE CADA UNO DE LOS ESTRATOS BAJO CADA
UNA DE LAS AREAS TRIBUTARIAS DE LA CIMENTACION
SE HA CREADO EL ARCHIVO ATOTALES.txt CON LOS
ASENTAMIENTOS TOTALES DEBAJO DE CADA UNA DE
LAS AREAS TRIBUTARIAS DE LA CIMENTACION
CONSIDERANDO LOS ASENTAMIENTOS POR RECOMPRESION
Y LOS ASENTAMIENTOS POR COMPRESION NETA
Press RETURN to close window . . .

```

Fig. 4. 16. Notificación del programa por la creación de archivos de salida.

	AREA 1	AREA 7	AREA 13	AREA 19
EST 1	4.87E-03	7.12E-03	7.12E-03	4.87E-03
EST 2	5.90E-04	2.53E-03	2.53E-03	5.90E-04
EST 3	6.23E-04	1.77E-03	1.77E-03	6.23E-04
EST 4	1.02E-04	2.35E-04	2.35E-04	1.02E-04
EST 5	5.52E-04	1.20E-03	1.20E-03	5.52E-04
SUMA	6.74E-03	1.29E-02	1.29E-02	6.74E-03
	AREA 2	AREA 8	AREA 14	AREA 20
	7.19E-03	2.21E-02	2.21E-02	7.19E-03
	3.08E-03	2.70E-02	2.70E-02	3.08E-03
	2.33E-03	9.29E-03	9.29E-03	2.33E-03
	3.27E-04	9.22E-04	9.22E-04	3.27E-04
	1.79E-03	4.49E-03	4.49E-03	1.79E-03
	1.47E-02	6.38E-02	6.38E-02	1.47E-02
	AREA 3	AREA 9	AREA 15	AREA 21
	7.22E-03	2.23E-02	2.23E-02	7.22E-03
	3.61E-03	2.84E-02	2.84E-02	3.61E-03
	3.22E-03	1.35E-02	1.35E-02	3.22E-03
	4.88E-04	1.44E-03	1.44E-03	4.88E-04
	2.85E-03	5.81E-03	5.81E-03	2.85E-03
	1.74E-02	7.14E-02	7.14E-02	1.74E-02
	AREA 4	AREA 10	AREA 16	AREA 22
	7.22E-03	2.23E-02	2.23E-02	7.22E-03
	3.61E-03	2.84E-02	2.84E-02	3.61E-03
	3.22E-03	1.35E-02	1.35E-02	3.22E-03
	4.88E-04	1.44E-03	1.44E-03	4.88E-04
	2.85E-03	5.81E-03	5.81E-03	2.85E-03
	1.74E-02	7.14E-02	7.14E-02	1.74E-02
	AREA 5	AREA 11	AREA 17	AREA 23
	7.19E-03	2.21E-02	2.21E-02	7.19E-03
	3.08E-03	2.70E-02	2.70E-02	3.08E-03
	2.33E-03	9.29E-03	9.29E-03	2.33E-03
	3.27E-04	9.22E-04	9.22E-04	3.27E-04
	1.79E-03	4.49E-03	4.49E-03	1.79E-03
	1.47E-02	6.38E-02	6.38E-02	1.47E-02
	AREA 6	AREA 12	AREA 18	AREA 24
	4.87E-03	7.12E-03	7.12E-03	4.87E-03
	5.90E-04	2.53E-03	2.53E-03	5.90E-04
	6.23E-04	1.77E-03	1.77E-03	6.23E-04
	1.02E-04	2.35E-04	2.35E-04	1.02E-04
	5.52E-04	1.20E-03	1.20E-03	5.52E-04
	6.74E-03	1.29E-02	1.29E-02	6.74E-03

**Fig. 4. 17.** Archivo de salida ASENTAMIENTOS.txt con el asentamiento individual de cada uno de los estratos bajo cada una de las áreas tributarias.

Área	Valor
Área 1	2.625326E-02
Área 2	3.423255E-02
Área 3	3.690256E-02
Área 4	3.690256E-02
Área 5	3.423255E-02
Área 6	3.259283E-02
Área 7	3.236569E-02
Área 8	8.336248E-02
Área 9	9.090564E-02
Área 10	9.090565E-02
Área 11	8.336248E-02
Área 12	3.236568E-02
Área 13	3.236599E-02
Área 14	8.336346E-02
Área 15	9.090672E-02
Área 16	9.090672E-02
Área 17	8.336347E-02
Área 18	3.236597E-02
Área 19	2.625323E-02
Área 20	3.423157E-02
Área 21	3.690114E-02
Área 23	3.690114E-02
Área 23	3.423157E-02
Área 24	2.625322E-02

**Fig. 4. 18.** Archivo de salida ATOTALES.txt con los asentamientos totales por recompresión y compresión neta bajo cada una de las áreas tributarias.



#### 4.4.4. Resultados.

Antes de presentar gráficamente las deformaciones que sufre el suelo con cada uno de los métodos para poder realizar una comparación, se mostrará el nivel de esfuerzos al que se somete al suelo aplicando cada uno de los métodos de análisis. En las figura 4.19 se muestra el incremento de esfuerzos en el suelo aplicando el método unidimensional, en la 4.20 aplicando el método bidimensional, y en la 4.21 el método tridimensional.

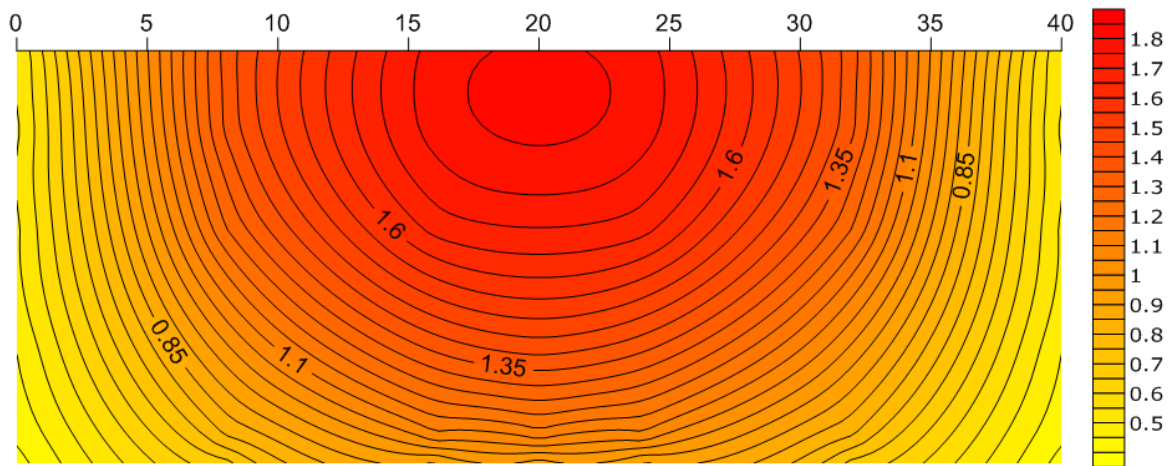


Fig. 4. 19. Incremento de esfuerzos para el caso del análisis unidimensional.

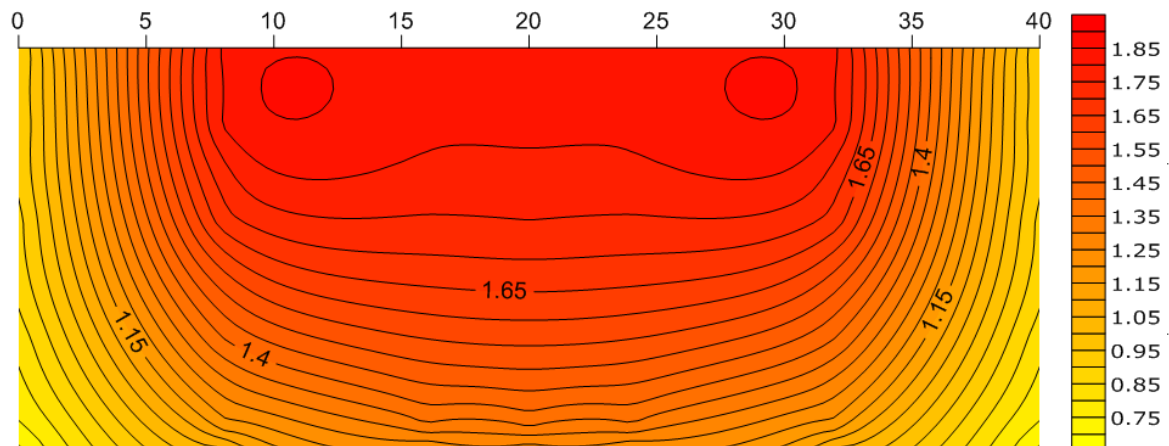
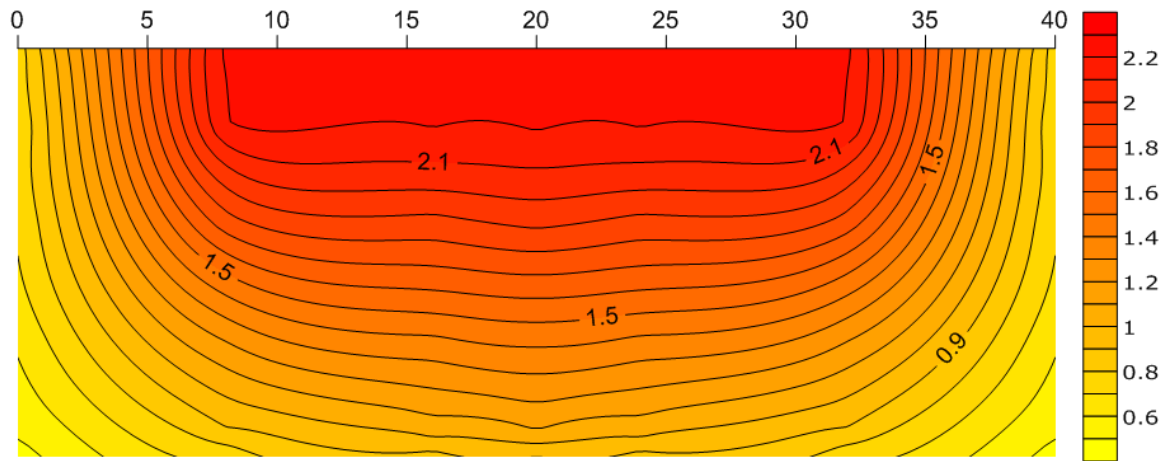
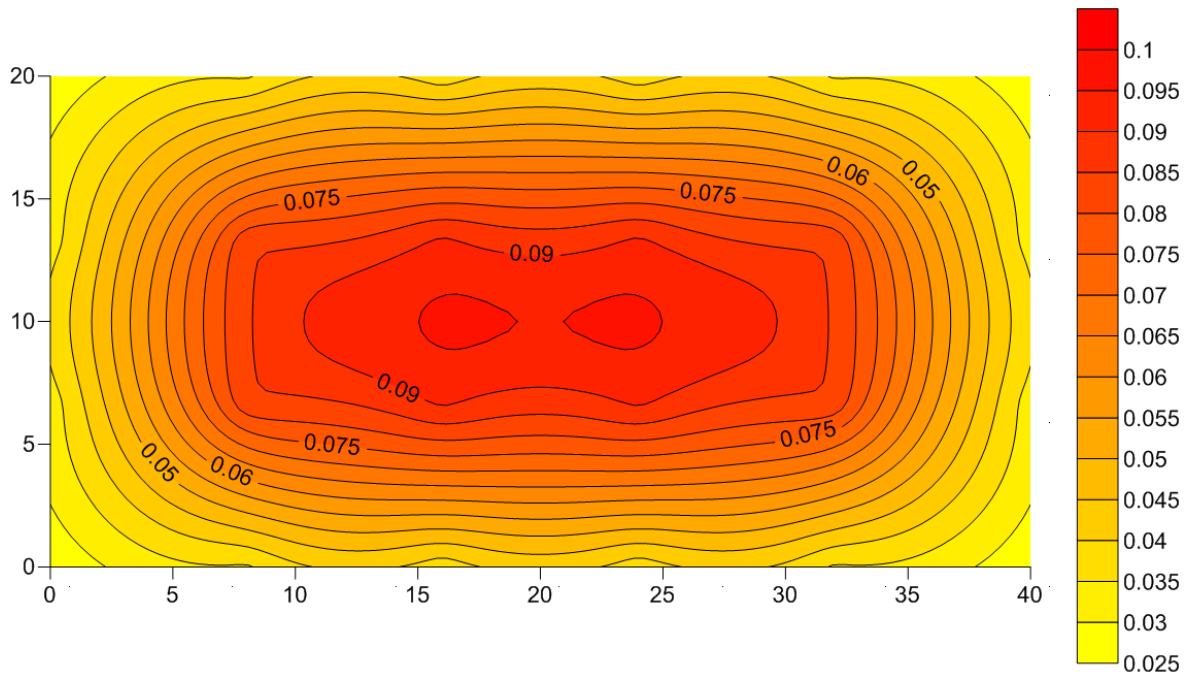


Fig. 4. 20. Incremento de esfuerzos para el caso del análisis bidimensional.



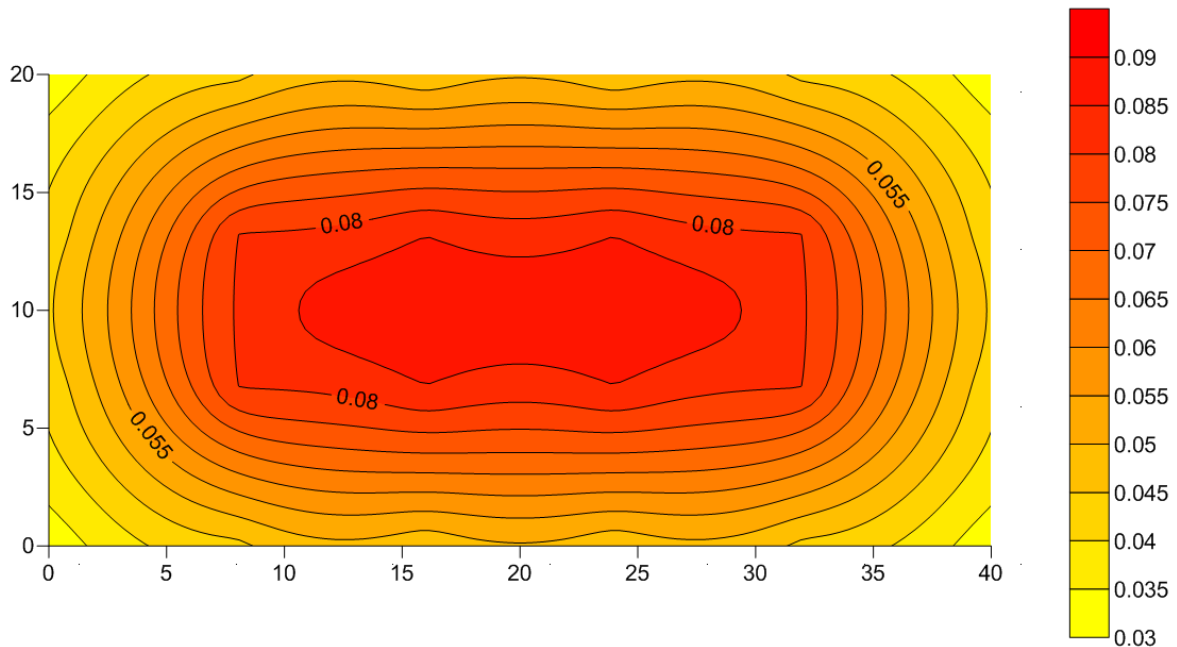
**Fig. 4. 21.** Distribución de esfuerzos para el caso del análisis riguroso (tridimensional).

En la figura 4.22 se muestran las deformaciones del cajón de cimentación suponiendo que es infinitamente flexible. Las deformaciones se obtuvieron aplicando el programa VOLUMETRIC para considerar la variación horizontal de los parámetros mecánicos del suelo y los asentamientos por recompresión.



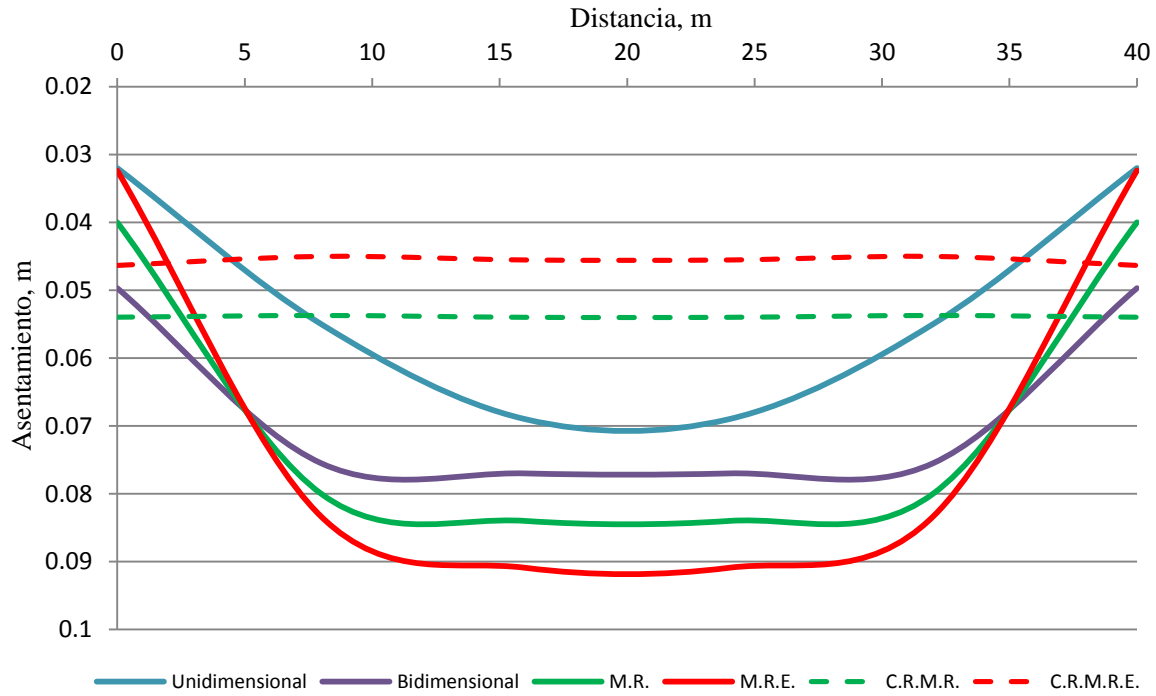
**Fig. 4. 22.** Deformación de la cimentación flexible suponiendo la variación horizontal de los parámetros.

En la figura 4.23 se muestra la configuración deformada del cajón de cimentación realizando el análisis de asentamientos sin considerar la variación horizontal de los parámetros del suelo. Para obtener los asentamientos se aplicó el programa VOLUMETRIC pero fue necesario realizar un pequeño cambio en el código, con el fin de tener el mismo nivel de esfuerzos en el suelo y los parámetros máximos correspondientes a este nivel de esfuerzos.



**Fig. 4. 23.** Deformación de la cimentación suponiendo los parámetros máximos del suelo.

En la figura 4.24 se muestran los resultados de todos los análisis de asentamientos. Estos asentamientos son los correspondientes a las deformaciones que sufre la cimentación al centro de cada una de las áreas tributarias que se encuentran bajo el corte A-A' de la figura 4.5. Es conveniente comentar que las soluciones mostradas son tanto para una cimentación infinitamente flexible y una cimentación rígida, además en el caso de la solución unidimensional solo se obtuvo la deformación máxima al centro de la cimentación, por lo que la configuración completa que se muestra en la figura es aproximada



**Fig. 4. 24.** Deformación de la cimentación sobre el corte A-Á para cada uno de los análisis.

donde:

**M.R.** Método riguroso (Sin variación horizontal de parámetros),

**M.R.E.** Método Riguroso Exhaustivo (con variación horizontal de parámetros),

**C.R.M.R.** Solución rígida para el método riguroso,

**C.R.M.R.E.** Solución rígida para el método riguroso exhaustivo.

A partir de las deformaciones al centro de la cimentación es posible obtener las reacciones bajo las áreas tributarias. En la figura 4.25 se muestra la distribución de reacciones dependiendo de las deformaciones ejercidas en la cimentación. Debido a que con el análisis unidimensional no se puede obtener la configuración deformada de la cimentación, no es posible obtener las reacciones y es por esto que solo se presentan los resultados para el método bidimensional y el tridimensional.

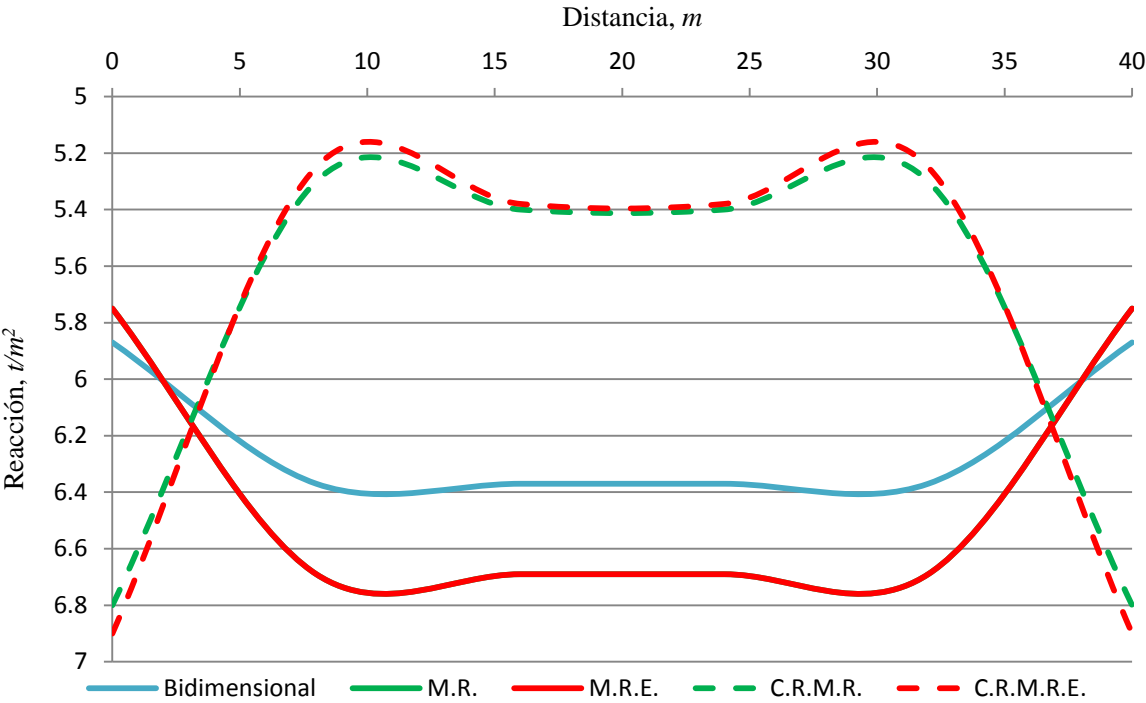


Fig. 4. 25. Reacciones bajo la cimentación para cada uno de los análisis de asentamientos.

Enseguida se muestran los resultados del mismo ejemplo pero modificando la profundidad de desplante a 3.5m de profundidad.

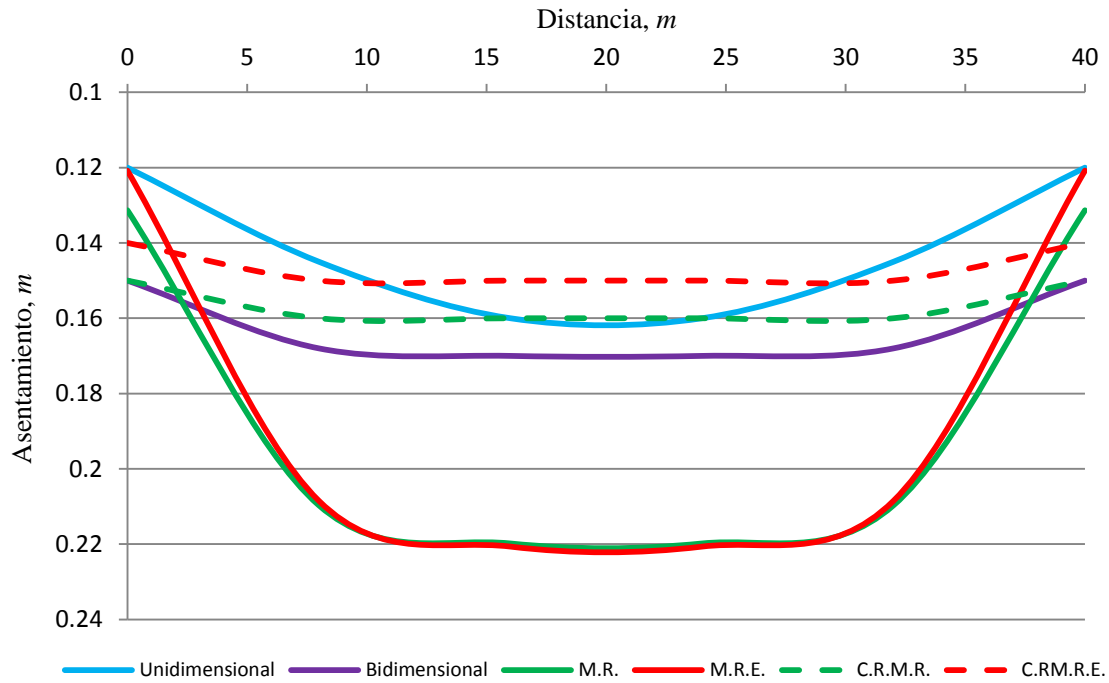


Fig. 4. 26. Deformación de la cimentación para cada uno de los análisis.

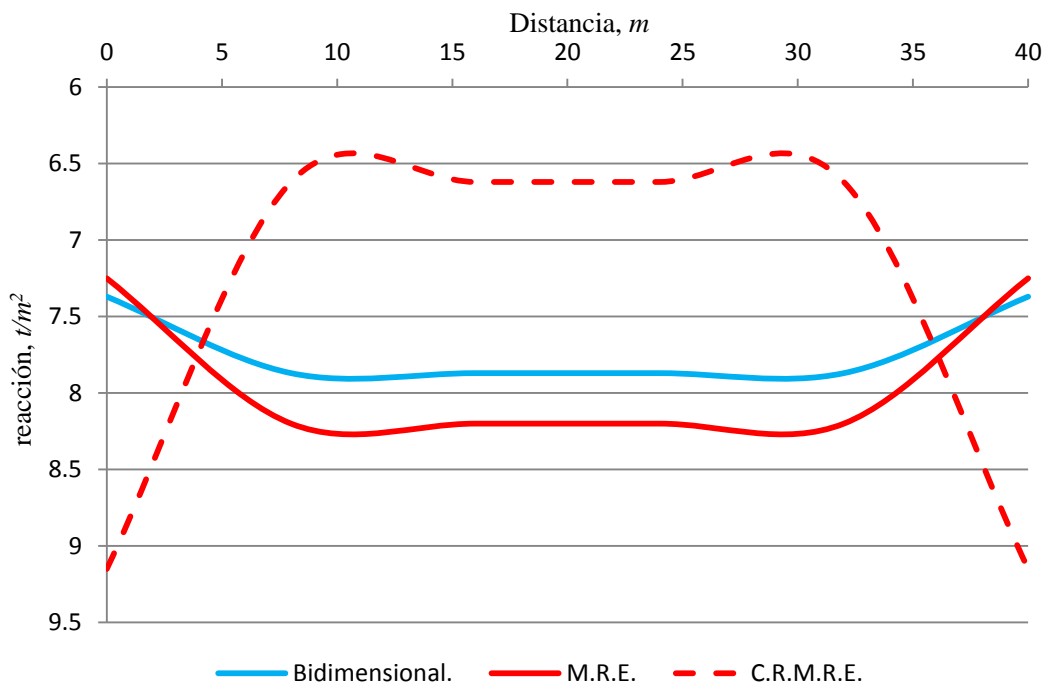


Fig. 4. 27. Reacciones bajo la cimentación.

## **5. Conclusiones.**

En conclusión se determinó que los resultados de un análisis de asentamientos y la interacción con la estructura serán dependientes de los siguientes factores:

### **Método de análisis.**

Aun y cuando las características de la estructura sean las mismas, utilicemos las mismas ecuaciones para calcular los asentamientos y utilicemos los mismos parámetros mecánicos del suelo, los resultados podrán variar dependiendo del método de análisis, esto se debe a que los análisis más completos, en donde se considera el efecto tridimensional de la repartición de las cargas, generarán un estado de esfuerzos en el suelo más real y completo del que se genera con un análisis unidimensional. Debido a esta diferencia en el estado de esfuerzos, los asentamientos obtenidos entre los diferentes métodos variarán considerablemente.

### **Variación de los parámetros.**

La diferencia de utilizar para cada estrato un valor constante de los parámetros (valores correspondientes al máximo incremento de esfuerzos) o considerar su variación horizontal, es que tanto al centro de la cimentación como en las orillas se puede apreciar que existe una pequeña diferencia en el nivel de los asentamientos, esto considerando que la cimentación es completamente flexible y teniendo al suelo sometido a un mismo estado de esfuerzos. Debido a esta pequeña diferencia, cuando se considera la rigidez de la cimentación resulta que con el análisis con variación de parámetros el asentamiento total es un poco menor que cuando no se considera la variación de los parámetros.

### **Reacciones del suelo.**

Debido a que la diferencia entre los asentamientos considerando o no la variación de los parámetros no difiere notablemente, la reacción del suelo es prácticamente la misma para ambos casos. Pero comparando los métodos rigurosos con el método bidimensional se puede apreciar que sí existen diferencias en las reacciones, siendo mayores éstas en los métodos rigurosos.

## **6. Bibliografía.**

Barnes, Graham “Soil Mechanics, principles and practice” Palgrave Macmillan, New York, 1995. pp 157 – 170.

Damy R. “Integración de las superficies de Boussinesq, Westergaard y Fröhlich, sobre superficies poligonales de cualquier forma, cargadas con fuerzas verticales uniformemente repartidas” Revista de Ingeniería, Vol. XV, No. 1, UNAM.

Diaz Rodriguez, A. Apuntes de clase “Mecánica de Suelos Teórica”.

Jumikis A. “Theoretical Soil Mechanics” Van Nostrand Company, Canada, 1969. pp 76-87.

López Rincón, G. Apuntes de clase “Diseño de cimentaciones compensadas”.

Poulos H.G., Davis E.H. “Elastic Solutions for Soil and Rock Mechanics” John Wiley & Sons, Canada, 1974. pp 16-19.

Terzaghi, K. “Theoretical Soil Mechanics” John Wiley and Sons, New York, 1943. pp 265 – 275.

Zeevaert, L. “Compendio Elemental de Mecánica de Suelos” Material no editado (apuntes de clases).

Zeevaert, L. “Foundation Engineering for Difficult Subsoil Conditions” Van Nostrand Reinhold Co. New York, 1983. pp 151-160.

Zeevaert, L. “Interacción suelo-estructura de cimentaciones’ LIMUSA, México D.F.



## 7. Anexo. Algoritmo del programa VOLUMETRIC.

```
PROGRAM VOLUMETRIC
```

```
INTEGER A,B,W1,W2,O,U,FILA,REGLON,COLUMNA,SUMAL,PROF,LOOP,A2,B2
```

```
INTEGER CONTAREAS,CONTABLEROS,CONTAL,Areas,SUMAQ,SUMAREAS
```

```
INTEGER ParZ,ContEst,OPCION,SS,ESTRA
```

```
REAL t1,t2
```

```
REAL x,y,J1,J2,Xj,Xj1,Yj,Yj1,F,L,C1,C2,D,G,INCREMENTO
```

```
REAL:: Xi(100),Yi(100),PX(1:4),PY(1:4),INF(4)
```

```
REAL,ALLOCATABLE,DIMENSION(:)::cargas,ASENTAMIENTO,COORDENADAS
```

```
REAL,ALLOCATABLE,DIMENSION (:)::est2,CONDESF1,SUMAASENTA
```

```
REAL,ALLOCATABLE,DIMENSION (:,:,)::MINF
```

```
REAL,ALLOCATABLE,DIMENSION (:)::NUMEST
```

```
PRINT*,'SELECCIONA UNA OPCION'
```

```
PRINT*,"
```

```
PRINT*,'1: CIMENTACION ASIMETRICA'
```

```
PRINT*,'2: SALIR'
```

```
PRINT*,"
```

```
READ*,OPCION
```

```
PRINT*,"
```

SELECT CASE(OPCION)

CASE(1)

PRINT\*, 'NUMRO DE FRANJAS A LO LARGO DE LA CIMENTACION'

PRINT\*, "

READ\*, NLargo

PRINT\*, "

PRINT\*, 'NUMERO DE FRANJAS A LO ANCHO DE LA CIMENTACION'

PRINT\*, "

READ\*, NAncho

PRINT\*, "

PRINT\*, 'NUMERO DE INCREMENTOS DE LA PRUEBA DE COMPRESIBILIDAD'

PRINT\*, "

READ\*, ParZ

PRINT\*, "

PRINT\*, 'TIEMPO DE CONSTRUCCION DE LA OBRA (anios)'

PRINT\*, "

READ\*, t1

PRINT\*, "

PRINT\*, 'TIEMPO DE VIDA DE LA OBRA (anios)?'

PRINT\*, "

READ\*, t2

PRINT\*, "

t1=t1\*365\*24\*60\*60

t2=t2\*365\*24\*60\*60

```
ALLOCATE(NUMEST(1))
```

```
OPEN(unit=42,file='NUMEST.txt',status='OLD')
```

```
READ(42,*)NUMEST
```

```
CLOSE(42)
```

```
ALLOCATE(COORDENADAS((NLargo*NAncho*4*2)+(NLargo*NAncho*2)))
```

```
ALLOCATE(est2((NUMEST(1)*2)+1),CONDESF1(1))
```

```
ALLOCATE(MINF(NLargo,NAncho,NUMEST(1)))
```

```
DO m=1,NUMEST(1)
```

```
  DO n=1,NAncho
```

```
    DO j=1,NLargo
```

```
MINF(j,n,m)=0
```

```
    END DO
```

```
  END DO
```

```
END DO
```

```
OPEN(unit=40,file='ESTRATIGRAFIA2.txt',status='OLD')
```

```
READ(40,*)est2
```

```
CLOSE(40)
```

```
OPEN(unit=41,file='CONDESF1.txt',status='OLD')
```

```
READ(41,*)CONDESF1
```

```
CLOSE(41)
```

Areas=NAncho\*NLargo

COLUMNA=1

CONTAREAS=0

CONTABLEROS=1

SUMAQ=1

PROF=2

SUMAREAS=0

ALLOCATE(cargas(Areas),ASENTAMIENTO(NLargo\*NAncho\*est2(1)))

OPEN(unit=11,file='CARGAS.txt',status='OLD')

READ(11,\*)Cargas

CLOSE(11)

DO i=1,Areas

    Cargas(i)=Cargas(i)-CONDESF1(1)

END DO

OPEN(unit=13,file='COORDENADAS.txt',status='OLD')

READ(13,\*)COORDENADAS

CLOSE(13)

A=1

B=5

A2=9

B2=10

5 IF(SUMAREAS==Areas\*Areas)then

GOTO 6

END IF

DO i=1,4

PX(i)=COORDENADAS(A)

PY(i)=COORDENADAS(B)

A=A+1

B=B+1

END DO

FILA=1

REGLON=1

CONTAL=1

!INICIO DE LA DETERMINACION DE LAS INFLUENCIAS POR

!EL METODO DE DAMY

DO U=1,NLargo\*NAncho

CX=COORDENADAS(A2)

CY=COORDENADAS(B2)

W1 = 1

W2 = 2

DO i=1,4

Xj=PX(W1)-CX

Xj1=PX(W2)-CX

Yj=PY(W1)-CY

Yj1=PY(W2)-CY

F=Xj\*Yj1-Xj1\*Yj

L=sqrt(((Xj1-Xj)\*\*2)+((Yj1-Yj)\*\*2))

C1=((Xj\*(Xj1-Xj))+(Yj\*(Yj1-Yj)))/F

C2=((Xj1\*(Xj1-Xj))+(Yj1\*(Yj1-Yj)))/F

D=(est2(PROF)\*L)/ABS(F)

G=(D\*\*2)+1

J1=C1/sqrt(G)

J2=C2/sqrt(G)

INF(i)=(Cargas(SUMAQ)/(3.1416\*2\*sqrt(G)))\*(atan(J2)-atan(J1))

W1=W1+1

W2=W2+1

```
IF(W2>4)THEN
```

```
    W2=1
```

```
END IF
```

```
IF(i==4)THEN
```

```
    do O=1,4
```

```
    MINF(FILA,REGLON,COLUMNA)=MINF(FILA,REGLON,COLUMNA)+INF(O)
```

```
        IF(O==4)THEN
```

```
            FILA=FILA+1
```

```
        END IF
```

```
    END DO
```

```
END IF
```

```
END DO
```

```
A2=A2+10
```

```
B2=B2+10
```

```
IF(CONTAL==NLargo)THEN
```

```
    CONTAL=0
```

```
    FILA=1
```

```
    REGLON=REGLON+1
```

```
END IF
```

CONTAREAS=CONTAREAS+1

SUMAREAS =SUMAREAS+1

IF(CONTAREAS==Areas)THEN

CONTAREAS=0

SUMAQ=SUMAQ+1

A=A+6

B=B+6

A2=9

B2=10

GOTO 5

END IF

CONTAL=CONTAL+1

END DO

6 SUMAREAS=0

PROF=PROF+1

COLUMNA=COLUMNA + 1

SUMAQ=1

CONTAREAS=0



```

A=1
B=5
A2=9
B2=10
IF(COLUMNA<=est2(1))THEN
    GOTO 5
END IF
ContEst=est2(1)+2
k=1
DO m=1,est2(1)
    DO i=1,NAncho
        DO j=1,NLargo
            INCREMENTO=MINF(j,i,m)
            IF(INCREMENTO>0)THEN
                CALL INTER(ParZ,INCREMENTO,est2(ContEst),m,t1,t2,DEF)
                ASENTAMIENTO(k)=DEF
                k=k+1
            ELSE
                ASENTAMIENTO(k)=0
                k=k+1
            END IF
        END DO
    END DO
    ContEst= ContEst+1
END DO

```

```

SS=1

A=1

m=0

n=0

x=0

OPEN(unit=12,file='ASENTAMIENTOS.txt')

DO WHILE(n<=est2(1))

WRITE(12,*)(ASENTAMIENTO(SS))

x=x+ASENTAMIENTO(SS)

SS=SS+Areas

n=n+1

m=m+1

IF(m==est2(1))THEN

WRITE(12,*)x

x=0

A=A+1

SS=A

n=0

m=0

WRITE(12,*)

END IF

IF(A>Areas)THEN

CLOSE(12)

GOTO 10

END IF

END DO

```

```

10 PRINT*, "
PRINT*, 'SE HA CREADO EL ARCHIVO ASENTAMIENTOS.txt QUE CONTIENE'
PRINT*, 'LA DEFORMACION DE CADA UNO DE LOS ESTRATOS BAJO CADA '
PRINT*, 'UNA DE LAS AREAS TRIBUTARIAS DE LA CIMENTACION'
PRINT*, "

ALLOCATE(SUMAASENTA((NUMEST(1)+1)*Areas))

OPEN(unit=18,file='ASENTAMIENTOS.txt',status='OLD')
READ(18,*)SUMAASENTA
CLOSE(18)

b=NUMEST(1)

OPEN(unit=19,file='ATOTALES.txt')
DO i=1,Areas
WRITE(19,*)(SUMAASENTA(b+i))
b=b+NUMEST(1)
END DO
CLOSE(18)
PRINT*, "
PRINT*, 'SE HA CREADO EL ARCHIVO ATOTALES.txt CON LOS'
PRINT*, 'ASENTAMIENTOS TOTALES DEBAJO DE CADA UNA DE '
PRINT*, 'LAS AREAS TRIBUTARIAS DE LA CIMENTACION'
PRINT*, "

```

GOTO 4

CASE(2)

GOTO 4

END SELECT

4 END PROGRAM VOLUMETRIC

!\*\*\*\*\*

!SUBROUTINA PARA LA INTERPOLACION DE LAS PROPIEDADES MECANICAS DE  
LOS ESTRATOS

!\*\*\*\*\*

SUBROUTINE INTER (a1,a2,esp,f,ta,tb,a3)

INTEGER a1,b,i,a,f

REAL ta,tb

REAL T01,Tvc,Tv,T2,Avc,FTv

REAL a2,a3,esp

REAL::v(a1),w(a1\*4),m(a1\*5),n(4)

```
IF(f==1)THEN  
OPEN(unit=20,file='Est1.txt',status='OLD')  
READ(20,*)m  
CLOSE(20)  
END IF
```

```
IF(f==2)THEN  
OPEN(unit=21,file='Est2.txt',status='OLD')  
READ(21,*)m  
CLOSE(21)  
END IF
```

```
IF(f==3)THEN  
OPEN(unit=22,file='Est3.txt',status='OLD')  
READ(22,*)m  
CLOSE(22)  
END IF
```

```
IF(f==4)THEN  
OPEN(unit=23,file='Est4.txt',status='OLD')  
READ(23,*)m  
CLOSE(23)  
END IF
```

```
IF(f==5)THEN
OPEN(unit=24,file='Est5.txt',status='OLD')
READ(24,*)m
CLOSE(24)
END IF
```

```
IF(f==6)THEN
OPEN(unit=25,file='Est6.txt',status='OLD')
READ(25,*)m
CLOSE(25)
END IF
```

```
IF(f==7)THEN
OPEN(unit=26,file='Est7.txt',status='OLD')
READ(26,*)m
CLOSE(26)
END IF
```

```
IF(f==8)THEN
OPEN(unit=27,file='Est8.txt',status='OLD')
READ(27,*)m
CLOSE(27)
END IF
```

```
IF(f==9)THEN
OPEN(unit=28,file='Est9.txt',status='OLD')
READ(28,*)m
CLOSE(28)
END IF
```

```
IF(f==10)THEN
OPEN(unit=29,file='Est10.txt',status='OLD')
READ(29,*)m
CLOSE(29)
END IF
```

```
DO i=1,a1
  v(i)=m(i)!Se leen todos los incrementos de esfuerzos

  w(i)=m(i+a1)!Se lee mv

  w(i+a1)=m(i+(2*a1))!Se lee cv

  w(i+(2*a1))=m(i+(3*a1))!Se lee parametro beta

  w(i+(3*a1))=m(i+(4*a1))!Se lee parametro Xi
END DO
```

a=0

b=1

j=1

DO WHILE(j<=4) !Se le coloca 4 por que se necesitan encontrar los 4 parámetros de Zeevaert

DO i=1,a1

IF((v(i)<a2).and.(v(i+1)>a2))THEN

h = w(i+a)+((w((i+a)+1)-w(i+a))/((v(i+1)-v(i))))\*(a2-v(i))

n(b)= h

a=a+a1

b=b+1

j=j+1

ELSE

END IF

END DO

END DO

Tvc=ta\*n(2)/(esp/2)\*\*2

Tv=tb\*n(2)/(esp/2)\*\*2

T01= .2824\*(Tvc\*\*1.0865)

Avc=0.43-alog10((1+n(4)\*Tv)/(n(4)\*Tv))

T2=Tv-T01

i=0

funcion=0



```
DO WHILE(i<6)
```

```
  pi=3.1416**2
```

```
  FTv=((1/(2*i+1)**2))*exp((((-1)*(2*i+1)**2))*pi*(T2/4))
```

```
  Funcion=Funcion+FTv
```

```
  i=i+1
```

```
END DO
```

```
Ftv=1-(8/3.1416**2)*Funcion
```

```
a3=(Ftv+n(3)*alog10((10**Avc)+n(4)*(Tv-Tvc)))*a2*n(1)*esp
```

```
END SUBROUTINE INTER
```