



**UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO**  
PROGRAMA DE MAESTRÍA Y DOCTORADO EN INGENIERÍA  
INGENIERÍA CIVIL – ESTRUCTURAS

EFFECTOS DE LA ESBELTEZ Y DEL PRESFUERZO EN EL DESEMPEÑO SÍSMICO DE  
COLUMNAS DE CONCRETO PARA PUENTES

TESIS  
QUE PARA OPTAR POR EL GRADO DE:  
MAESTRO EN INGENIERÍA

PRESENTA:  
EMILIO DANIEL VÁZQUEZ DÍAZ

TUTORES  
MARIO E. RODRÍGUEZ RODRÍGUEZ, INSTITUTO DE INGENIERÍA  
MIGUEL A. TORRES MATOS, INSTITUTO DE INGENIERÍA

MÉXICO, D. F. JUNIO 2013



**JURADO ASIGNADO:**

Presidente: DR. ROBERTO MELI PIRALLA  
Secretario: DR. OSCAR ALBERTO LÓPEZ BÁTIZ  
Vocal: DR. MARIO E. RODRÍGUEZ RODRÍGUEZ  
1<sup>er</sup> Suplente: DR. AMADOR TERÁN GILMORE  
2<sup>do</sup> Suplente: M.I. JOSÉ CARLOS ARCE RIOBÓO

Lugar o lugares donde se realizó la tesis: INSTITUTO DE INGENIERÍA, UNAM

**TUTOR DE TESIS:**

DR. MARIO E. RODRÍGUEZ RODRÍGUEZ

-----  
**FIRMA**

*A Dios, por darme la existencia y ser mi guía  
A mi adorada esposa, Claudia Bolado  
A mi hijo, Emilio Vázquez  
A mi padre, Emilio Vázquez  
A mi madre, Esthela Díaz  
A mis queridos hermanos: Leslie Vázquez y David Vázquez  
A mis amigos, por ser la extensión de mis hermanos  
A mis maestros, por sus enseñanzas*

## **RECONOCIMIENTOS**

Este estudio fue realizado en el Instituto de Ingeniería de la UNAM bajo la estricta supervisión del Dr. Mario E. Rodríguez, quien dirigió y realizó sugerencias importantes en la elaboración de esta tesis y al cual se agradece todo el apoyo brindado en este trabajo.

Se agradece al Dr. Miguel Ángel Torres Matos, por sus aportaciones y recomendaciones en la elaboración de esta tesis.

Se agradece a los profesores S. Saidi y J. Restrepo, de las Universidades de Reno, Nevada y la Universidad de California, San Diego, por proporcionar datos de estudio experimental de columnas con presfuerzo sometidas a cargas laterales.

Esta investigación fue patrocinada por DGAPA, mediante el programa de apoyo a proyectos de investigación e innovación tecnológica (PAPIIT), con No. de proyecto IN104412.

# CONTENIDO

<b>DEDICATORIA.....</b>	<b>i</b>
<b>RECONOCIMIENTO.....</b>	<b>ii</b>
<b>CONTENIDO.....</b>	<b>1</b>
<b>LISTA DE FIGURAS.....</b>	<b>3</b>
<b>LISTA DE TABLAS.....</b>	<b>5</b>
<b>RESUMEN.....</b>	<b>6</b>
<b>ABSTRACT.....</b>	<b>7</b>
<b>1. INTRODUCCIÓN.....</b>	<b>8</b>
1.1 Objetivos y Alcances.....	9
<b>2. ANTECEDENTES.....</b>	<b>10</b>
2.1 Conceptos de desempeño sísmico de puentes de concreto reforzado y presforzado.....	10
2.2 Información obtenida de la base de datos del PEER Column Data Base de ensayos ante cargas laterales de columnas circulares de concreto reforzado.....	12
<b>3. ANÁLISIS DE SECCIONES TÍPICAS DE COLUMNAS DE CONCRETO REFORZADO Y CON PRESFUERZO PARA PUENTES.....</b>	<b>17</b>
3.1 Modelos típicos del acero de refuerzo convencional, del acero de presfuerzo, modelo para el concreto confinado (Mander et al 1988) y sin confinar.....	17
3.2 Capacidad de curvatura última: modelo de Restrepo y Rodríguez (2013b).....	29
<b>4. ESTUDIO PARAMETRICO DE RELACIONES MOMENTO - CURVATURA EN COLUMNAS DE CONCRETO REFORZADO.....</b>	<b>33</b>
4.1 Capacidad a flexo-compresión de columnas de concreto reforzado.....	33
4.2 Estudio paramétrico de la influencia de la carga axial actuante, el refuerzo longitudinal y la resistencia del concreto en la curvatura de fluencia y la curvatura ultima.....	36

<b>5.</b>	<b>ESTUDIO PARAMETRICO DE RELACIONES MOMENTO – CURVATURA EN COLUMNAS PRESFORZADAS.....</b>	<b>52</b>
5.1	Capacidad a flexo-compresión de columnas de concreto presforzado.....	52
5.2	Estudio paramétrico de la influencia en la curvatura de fluencia y curvatura última de: (1) la carga axial actuante, (2) la relación entre acero de presfuerzo y acero de refuerzo convencional y (3) resistencia del concreto.....	59
5.3	Validación experimental de relaciones momento-curvatura en columnas presforzadas para puentes, ensayadas en la Universidad de Nevada, USA y la Universidad de Canterbury de Nueva Zelanda.....	68
<b>6.</b>	<b>CAPACIDAD DE DISTORSION LATERAL ULTIMA EN COLUMNAS DE CONCRETO REFORZADO Y CON PRESFUERZO SUJETAS A ACCIONES SÍSMICAS.....</b>	<b>78</b>
6.1	Propuesta de capacidad de distorsión ultima: modelo de Torres (2013).....	78
6.2	Estudio paramétrico de la distorsión ultima de columnas circulares de concreto reforzado.....	81
6.3	Procedimiento propuesto para obtener distorsión última en columnas de concreto reforzado y comparativa empleando resultados experimentales de la base de datos del PEER <i>Column Data Base</i> .....	88
6.4	Estudio paramétrico de la distorsión ultima de columnas circulares de concreto presforzado.....	90
6.5	Procedimiento propuesto para obtener distorsión última y comparativa con la respuesta cortante-distorsión empleando dos columnas circulares de concreto presforzado ensayadas ante cargas laterales en la Universidad de Reno, Nevada y la Universidad de Canterbury de Nueva Zelanda.....	95
<b>7.</b>	<b>RECOMENDACIONES DE DISEÑO SÍSMICO PARA COLUMNAS DE CONCRETO REFORZADO Y CON PRESFUERZO PARA PUENTES.....</b>	<b>97</b>
<b>8.</b>	<b>CONCLUSIONES.....</b>	<b>98</b>
<b>9.</b>	<b>REFERENCIAS.....</b>	<b>100</b>
	<b>APENCIDE A.....</b>	<b>101</b>

## LISTA DE FIGURAS

<b>2. ANTECEDENTES.....</b>	<b>10</b>
Figura 2.1 casos de corrección del efecto P- $\Delta$ (Berry et al, 2004).....	14
<b>3. ANÁLISIS DE SECCIONES TÍPICAS DE COLUMNAS DE CONCRETO REFORZADO Y CON PRESFUERZO PARA PUNTES.....</b>	<b>17</b>
Figura 3.1 Modelo Elastoplástico Perfecto.....	17
Figura 3.2 Modelo Trilineal.....	18
Figura 3.3 Modelo Elastoplástico con endurecimiento curvo.....	18
Figura 3.4 Relación esfuerzo-deformación del acero de alta resistencia y presfuerzo por Ramberg Osgood.....	20
Figura 3.5 Relación esfuerzo-deformación del acero presfuerzo por Ramberg Osgood Modificado.....	23
Figura 3.6 Curvas de esfuerzo-deformación para el concreto confinado y sin confinar.....	24
Figura 3.7 Modelo modificado de Hognestad.....	25
Figura 3.8 Modelo de Mander.....	26
Figura 3.9 Relación de esfuerzos para concreto confinado y sin confinar [Mander J.B, Priestley M. y Park R. 1988].....	28
Figura 3.10a Acumulación de la deformación del acero de refuerzo principal.....	29
Figura 3.10b Curva esfuerzo- deformación que ilustran los parámetros que definen el pandeo de una barra de acero sometida a carga cíclica reversible (Rodríguez y Botero, 1996).....	30
Figura 3.11 Relación de la deformación de falla del acero de refuerzo principal vs $S_h/d_b$ .....	31
<b>4. ESTUDIO PARAMETRICO DE RELACIONES MOMENTO - CURVATURA EN COLUMNAS DE CONCRETO REFORZADO.....</b>	<b>33</b>
Figura 4.1 Fuerzas actuantes externas y resistentes internas para una columna de concreto reforzada simétricamente .....	34
Figura 4.1a Esquema del modelo empleado en el análisis paramétrico.....	37
Figura 4.1b Esquema de los puntos de la curva Bi-lineal.....	39
Figura 4.2 Grafica momento-curvatura de columnas de grupo I, CASO A.....	39
Figura 4.3 Grafica momento-curvatura de columnas de grupo I, CASO B.....	40
Figura 4.4 Grafica momento-curvatura de columnas de grupo I, CASO C.....	40
Figura 4.5 Grafica momento-curvatura de columnas de grupo II, CASO A.....	41
Figura 4.6 Grafica momento-curvatura de columnas de grupo II, CASO B.....	41
Figura 4.7 Grafica momento-curvatura de columnas de grupo II, CASO C.....	42
Figura 4.8 Curvatura de fluencia vs $P/A_g f'_{cr}$ , GRUPO I, CASO A y C.....	44
Figura 4.9 Curvatura de fluencia vs $P/A_g f'_{cr}$ , GRUPO II, CASO A y C.....	44
Figura 4.10 Columnas de los grupos I y II, sometidas a la carga axial $P_1$ y $P_2$ .....	46
Figura 4.11 $M_{cd}$ Restrepo y Rodríguez (2013a) vs $M_{cd}$ GRUPO I, CASO A.....	48
Figura 4.12 $M_{cd}$ Restrepo y Rodríguez (2013a) vs $M_{cd}$ GRUPO I, CASO C.....	49
Figura 4.13 $M_{cd}$ Restrepo y Rodríguez (2013a) vs $M_{cd}$ GRUPO II, CASO A.....	49
Figura 4.14 $M_{cd}$ Restrepo y Rodríguez (2013a) vs $M_{cd}$ GRUPO II, CASO C.....	50

Figura 4.15 $M_{cd}$ Restrepo y Rodríguez (2013a) vs Ensaye Experimental Kowalsky et al 1996, FL3.....	51
Figura 4.15 $M_{cd}$ Restrepo y Rodríguez (2013a) vs Ensaye Experimental Kowalsky y Moyer, 2001, 1.....	51
<b>5. ESTUDIO PARAMETRICO DE RELACIONES MOMENTO - CURVATURA EN COLUMNAS PRESFORZADAS.....</b>	<b>52</b>
Figura 5.1a Fuerzas actuantes externas y resistentes internas para una columna de concreto con presfuerzo fuera de su eje centroidal .....	52
Figura 5.1b Fuerzas actuantes externas y resistentes internas para una columna de concreto con presfuerzo en su eje centroidal.....	53
Figura 5.2 Curva esfuerzo-deformación experimental vs analítico (Ramberg Osgood Modificado), para cable de presfuerzo.....	55
Figura 5.3 Columna presforzada. A) Estado inicial. B) Estado deformado.....	57
Figura 5.4 Diagrama de incremento de deformación en cable de presfuerzo.....	57
Figura 5.5 Esquema del modelo empleado en el análisis paramétrico.....	59
Figura 5.6 Momento-curvatura de columnas de grupo I, CASO A, B y C.....	62
Figura 5.7 Momento-curvatura de columnas de grupo II, CASO A, B y C.....	62
Figura 5.8 Momento-curvatura de columnas de grupo I y II, CASO A.....	64
Figura 5.9 Momento-curvatura de columnas de grupo I y II, CASO B.....	64
Figura 5.10 Momento-curvatura de columnas de grupo I y II, CASO C.....	65
Figura 5.11 Secciones de especímenes ensayados en la Universidad de Reno Nevada (Saiidi et al, 2012).....	69
Figura 5.12 Especímenes ensayados en la Universidad de Canterbury, Nueva Zelanda (Pam et al, 1988).....	70
Figura 5.13 Momento-curvatura calculado vs experimental, PT-HL vs expresiones teóricas $M_{cd}$ .....	73
Figura 5.14 Momento-curvatura calculado vs experimental, PT-LL vs expresiones teóricas $M_{cd}$ .....	74
Figura 5.15 Graficas momento-curvatura calculado vs experimental, PC-2 vs expresiones teóricas $M_{cd}$ .....	75
Figura 5.16 Graficas momento-curvatura calculado vs experimental, PC-4 vs expresiones teóricas $M_{cd}$ .....	76
<b>6. CAPACIDAD DE DISTORSION LATERAL ULTIMA EN COLUMNAS DE CONCRETO REFORZADO Y CON PRESFUERZO SUJETAS A ACCIONES SÍSMICAS.....</b>	<b>78</b>
Figura 6.1 Diagrama de deformaciones de la sección de una columna para el estado último (Torres et al, 2013).....	80
Figura 6.2 Distorsión última versus relación de esbeltez de columnas circulares de concreto reforzado, grupo I ( $f'c=600$ kg/cm <sup>2</sup> ).....	81
Figura 6.3 Distorsión última versus relación de esbeltez de columnas circulares de concreto reforzado, grupo II ( $f'c=300$ kg/cm <sup>2</sup> ).....	82
Figura 6.4 Distorsión versus cuantía de refuerzo longitudinal $\rho_l$ , de acuerdo al método de Torres y Rodríguez (2013) para columnas con $M/VD=3, 6$ y $10$ .....	84
Figura 6.5 Ductilidad de desplazamiento versus cuantía de refuerzo	

longitudinal $\rho_L$ , para columnas con M/VD=3.....	85
Figura 6.6 Ductilidad de desplazamiento versus cuantía de refuerzo longitudinal $\rho_L$ , para columnas con M/VD=6.....	86
Figura 6.7 Ductilidad de desplazamiento versus cuantía de refuerzo longitudinal $\rho_L$ , para columnas con M/VD=10.....	87
Figura 6.8 Cociente de la distorsión ultima calculada y la distorsión última medida versus la relación de carga axial P/Agf'c.....	88
Figura 6.9 Distorsión versus relación de esbeltez de columnas circulares de concreto presforzado.....	90
Figura 6.10 Distorsión versus relación de esbeltez, CASO A, de acuerdo al método de Torres (2013), entre columnas del grupo I y II.....	91
Figura 6.11 Distorsión versus relación de esbeltez, CASO B, de acuerdo al método de Torres (2013), entre columnas del grupo I y II.....	92
Figura 6.12 Distorsión versus relación de esbeltez, CASO C, de acuerdo al método de Torres (2013), entre columnas del grupo I y II.....	92
Figura 6.13 Distorsión versus relación de la carga axial total P/Agf'c, para los casos A, B y C, de las columnas del grupo I y II.....	93
Figura 6.14 Comparativa de la respuesta cortante-distorsión del ensaye de la columna PT-HL (Saiidi et al, 2012) vs Torres (2013).....	95
Figura 6.15 Comparativa de la respuesta cortante-distorsión del ensaye de la columna PT-LL (Saiidi et al, 2012) vs Torres (2013).....	96
Figura 6.16 Comparativa de la respuesta cortante-distorsión del ensaye de la columna PC-2 (PAM et al, 1988) vs Torres (2013).....	97
Figura 6.17 Comparativa de la respuesta cortante-distorsión del ensaye de la columna PC-4 (PAM et al, 1988) vs Torres (2013).....	98

## LISTA DE TABLAS

Tabla 2.1 Información de columnas circulares del PEER Column Data Base.....	12
Tabla 2.2 Código de modo de falla del espécimen (Berry et al, 2004).....	15
Tabla 4.1. Datos del estudio paramétrico de columnas de concreto reforzado.....	37
Tabla 4.2a. Deformaciones en el concreto y el acero de refuerzo bajo la acción de una carga axial P <sub>1</sub> .....	47
Tabla 4.2b. Deformaciones en el concreto y el acero de refuerzo bajo la acción de una carga axial P <sub>2</sub> .....	47
Tabla 5.1. Datos del estudio paramétrico de columnas de concreto presforzado.....	61
Tabla 5.2. Deformaciones obtenidas en el concreto, el acero de refuerzo y el acero de presfuerzo.....	66
Tabla 5.3. Parámetros y características geométricas de especímenes ensayados en la Universidad de Reno Nevada.....	67
Tabla 5.4. Parámetros y características geométricas de especímenes ensayados en la Universidad de Canterbury, Nueva Zelanda.....	68

## RESUMEN

En este estudio se analiza los efectos debidos a la esbeltez y el presfuerzo en el desempeño sísmico de columnas de concreto para puentes, mediante el análisis paramétrico de la respuesta no lineal de columnas de concreto armado y presforzado. Se incluyó la variación de parámetros tales como el nivel de carga axial actuante, la relación de esbeltez y la relación entre acero presfuerzo y acero refuerzo convencional y la resistencia del concreto.

Para el cálculo de la distorsión última en columnas de puentes, se empleó el procedimiento propuesto por Torres (2013), además se validó este método mediante la comparación de la distorsión última obtenida en ensayos de laboratorio, de columnas de concreto reforzado y presforzado, los cuales fueron seleccionados de la base de datos del PEER, Berry et al. (2004) y de ensayos realizados en la Universidad de Reno, Nevada, Saiidi et al (2012) y el Departamento de Ingeniería Civil de la Universidad de Canterbury de Nueva Zelanda (Pam et al, 1988).

Se propone una expresión para el cálculo del momento máximo probable  $M_{cd}$  para columnas de concreto presforzado, con base en un modelo propuesto por Restrepo y Rodríguez (2013) dado para columnas de concreto reforzado, al cual se le modificó agregando la contribución del acero de presfuerzo para tomar en cuenta el incremento de momento resistente debido a la deformación de los cables cuando la columna es sometida a flexión y carga axial.

Cabe destacar que actualmente las expresiones propuestas por reglamentos como *ACI 318-11* y *AASTHO LRFD* (2004) para el cálculo del momento resistente en elementos presforzados para puentes, fueron desarrolladas para el diseño de elementos tipo trabe o viga.

Actualmente el Reglamento de Construcción del Distrito Federal (2004), no cuenta con algún apartado específico para el análisis y diseño de este tipo de elementos estructurales.

## **ABSTRACT**

This study analyzes the effects due to the slenderness and prestressed in the seismic performance of concrete columns for bridges, by parametric analysis of nonlinear response of reinforced concrete columns and prestressed. Included varying parameters such as the axial load acting level, the slenderness ratio and the ratio of prestressed steel and conventional reinforcing steel and concrete strength.

For calculating final distortion on bridge columns was used the procedure proposed by Torres and Rodriguez (2013), and this method was validated by comparison of the last distortion obtained in laboratory assays of reinforced concrete columns and prestressed, which were selected from the database PEER, Berry et al. (2004) and tests performed at the University of Reno, Nevada, Saiidi et al (2012) and Civil Engineering Department of the University of Canterbury in New Zealand (Pam et al, 1988).

Expression is proposed to calculate the probable maximum moment  $M_{cd}$  for prestressed concrete columns, based on a model proposed by Restrepo and Rodriguez (2013) given for reinforced concrete columns, which is modified by adding the contribution of prestressed steel to take into account the increased resistance moment due to deformation of the cables when the column is subjected to bending and axial loading.

Note that currently proposed regulations expressions as ACI 318-11 and AASHTO LRFD (2004) to calculate the moment resistance presforzados elements for bridges, were developed for the design of lock type or beam elements.

Currently the Building Regulations Federal District (2004), does not have a specific section for the analysis and design of such structural elements.

## **1. INTRODUCCIÓN.**

La construcción de puentes en zonas sísmicas ha tenido una creciente demanda debido a la necesidad de resolver los problemas del tránsito vehicular; hoy en día es común que el ingeniero de la práctica se incline por la aplicación de sistemas estructurales prefabricados presforzados en este tipo de infraestructuras, esto debido a las ventajas constructivas y a la progresiva investigación de su comportamiento sísmico, lo cual permite mejorar los procedimientos aplicados en el diseño de estas estructuras.

En la mayoría de los casos, se ha observado que la falla por sismos en puentes de concreto se ha atribuido al bajo desempeño en la capacidad de distorsión de sus columnas para absorber las demandas sísmicas. Esta limitación en la capacidad de distorsión de las columnas de concreto, comúnmente es atribuida a una escasa cuantía de acero de refuerzo transversal, el cual debe proporcionar un adecuado confinamiento al núcleo del concreto.

Actualmente algunos países han elaborado reglamentos de construcción con requisitos más estrictos en el refuerzo de confinamiento para las columnas de concreto, sin embargo estas disposiciones resultan ser poco conservadoras en algunos casos al pretender proporcionarles siempre el máximo confinamiento a las columnas, sin tomar en cuenta otros factores que garanticen una adecuada respuesta.

En la ciudad de México es común realizar el análisis y diseño de puentes urbanos utilizando el Reglamento de Construcciones para el Distrito Federal y sus Normas Técnicas Complementarias; sin embargo, éste fue elaborado solo para el diseño de edificios, por lo que al extrapolarlo a los puentes crea incertidumbre en la respuesta ante acción sísmica, ya que tampoco toma en cuenta la influencia que pueda tener en las columnas de concreto, la relación de esbeltez, el nivel de carga axial actuante y para el caso de columnas presforzadas la relación entre la cantidad de acero presfuerzo y acero refuerzo convencional.

## 1.1 Objetivos y Alcances.

El objetivo de esta investigación es el de proporcionar una herramienta confiable para la estimación de la respuesta última en columnas de concreto para puentes y además proponer recomendaciones para el diseño de éstas en zonas sísmicas, proporcionando un nivel adecuado de desempeño.

En esta investigación, se emplean análisis paramétricos de la respuesta no lineal en columnas de concreto armado y presforzado que incluyen la variación de parámetros como el nivel de carga axial actuante, la relación de esbeltez, la relación entre la cantidad de acero presfuerzo y acero refuerzo convencional y la resistencia del concreto, con la finalidad de realizar una revisión de los aspectos importantes en el diseño sísmico de columnas en puentes de concreto armado y presforzado, haciendo énfasis en la capacidad de deformación lateral.

Se aplica un procedimiento propuesto por Torres (2013) para el cálculo de la distorsión última en columnas de puentes, el cual se validó mediante la comparación de los resultados obtenidos con este procedimiento y los resultados obtenidos en ensayos de laboratorio de columnas de concreto reforzado y presforzado.

Por último, se propone una expresión para el cálculo del momento máximo probable  $M_{cd}$  para columnas de concreto presforzado, con base en un modelo propuesto por Restrepo y Rodríguez (2013), dado para columnas de concreto reforzado, al cual se le adiciona la contribución del acero de presfuerzo para tomar en cuenta el incremento de momento resistente debido a la deformación de los cables cuando la columna es sometida a flexión y carga axial.

## **2. ANTECEDENTES**

### **2.1 Conceptos de desempeño sísmico de puentes de concreto reforzado y presforzado.**

En los últimos años se han planteado criterios de diseño para puentes basados en desempeño y en el control del desplazamiento del sistema estructural; por lo que de acuerdo con estos criterios, un factor importante para el diseño sísmo-resistente de estructuras para puentes, es el de proveer a los elementos de concreto reforzado y presforzado, de una adecuada capacidad de deformación y resistencia a fin de evitar que se presente una falla frágil ante acciones laterales intensas debido a sismo.

El motivo del porqué se ha decidido adoptar el criterio anteriormente mencionado, obedece a que los estados límites de daño pueden relacionarse con los límites de deformación, que a su vez se pueden ser traducidos en desplazamientos haciendo que el daño estructural pueda ser controlado de una manera más adecuada y eficiente que con el criterio de límites de resistencia, del cual se ha observado por experiencias pasadas, que ha provocado la subestimación de desplazamientos por la demanda sísmica que en ocasiones han llevado a la pérdida de los apoyos en los puentes o al colapso de la estructura.

Esta filosofía nos conduce a hacer énfasis en las columnas de concreto reforzado y presforzado, ya que la mayoría de las fallas debido a sismos en puentes, se le han atribuido a estos elementos estructurales, los cuales de acuerdo al criterio por desempeño y control del desplazamiento, deben ser diseñados para desarrollar comportamientos adecuados basados en un mecanismo de deformación inelástica y niveles de ductilidad o curvatura última aceptables, parámetros muy importantes en el diseño sísmico para puentes.

La incorporación de niveles adecuados de ductilidad en las columnas para puentes, entendiendo esta última como la capacidad de alcanzar deformaciones ante ciclos de desplazamientos más grandes que los desplazamientos de fluencia sin una degradación significativa de la resistencia, se puede lograr mediante el empleo de arreglos apropiados en el acero de refuerzo transversal, ésto con la finalidad de brindar confinamiento al núcleo del concreto y soporte al acero de refuerzo longitudinal, a fin de evitar el agrietamiento diagonal en las columnas el cual tiende a extenderse rápidamente hasta llegar al núcleo del concreto, y a su vez el efecto del pandeo en el refuerzo longitudinal por la falta de contención, haciendo que la resistencia pueda llegar a disminuirse significativamente llegando incluso a perderse la capacidad de soportar carga gravitacional.

Aunque el correcto confinamiento en el concreto de una columna, produce un incremento en la resistencia a compresión y la deformación última, es decir incrementa la ductilidad, existen otros parámetros poco estudiados que intervienen en el desempeño adecuado de una columna como el nivel de carga axial actuante, la relación de esbeltez, la relación entre la cantidad de acero prefuerzo y acero refuerzo convencional y la resistencia del concreto.

## 2.2 Información obtenida de la base de datos del PEER *Column Data Base* de ensayos ante cargas laterales de columnas circulares de concreto reforzado.

La tabla 2.1, muestra información obtenida del PEER *Column Data Base* (Berry et al, 2004) sobre las características y propiedades de 22 columnas circulares de concreto armado. El propósito de la recopilación de esta información producto de ensayos experimentales de laboratorio, es el de validar los procedimientos empleados en el estudio paramétrico que se presenta en el capítulo 6; ésto se logra haciendo una comparativa entre la distorsión última obtenida de los ensayos y la distorsión calculada con los métodos propuestos y empleados en este trabajo.

**Tabla 2.1 Información de columnas circulares del PEER *Column Data Base*.**

N°	Designación	País de origen	P- $\Delta$	$f'_c$ (MPa)	$f_y$ (MPa)	$f_{su}$ (MPa)	$f_{yt}$ (MPa)	L (mm)	D' (to ctr hoop) (mm)	D (mm)	P (kN)	$\rho_L$
(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)	(9)	(10)	(11)	(12)	(13)
1	KOWALSKIU2	USA	I	34.2	565.0	696.4	434.0	2438	432	457	231	0.021
2	KOWALSKIU1	USA	I	32.7	565.0	696.4	434.0	2438	432	457	231	0.021
3	RES_U1	USA	IV	64.1	426.0	711.6	413.7	2896	798	914	2669	0.025
4	NIST-F	USA	II	35.8	475.0	NR	493	9140	1403	1,520	4,450	0.020
5	NIST-S	USA	II	34.3	475.0	NR	435	4570	1399	1,520	4,450	0.020
6	LEH1015	USA	IV	31.0	462.0	630.0	607.0	6096	566	610	654	0.015
7	LEH407	USA	IV	31.0	462.0	630.0	607.0	2438	566	610	654	0.008
8	LEH415	USA	IV	31.0	462.0	630.0	607.0	2438	566	610	654	0.015
9	LEH430	USA	IV	31.0	462.0	630.0	607.0	2438	566	610	654	0.030
10	LEH815	USA	IV	31.0	462.0	630.0	607.0	4877	566	610	654	0.015
11	KUN97A7	USA	II	32.8	448.0	690.0	434.0	1372	276	305	222	0.020
12	KUN97A8	USA	II	32.8	448.0	690.0	434.0	1372	276	305	222	0.020
13	KUN97A9	USA	II	32.5	448.0	690.0	434.0	1372	276	305	222	0.020
14	KUN97A10	USA	II	27.0	448.0	690.0	434.0	1372	276	305	220	0.020
15	KUN97A11	USA	II	27.0	448.0	690.0	434.0	1372	276	305	220	0.020
16	KUN97A12	USA	II	27.0	448.0	690.0	434.0	1372	276	305	220	0.020
17	VU98NH4	USA	I	35.0	468.2	NR	434.4	910	404	457	850	0.052
18	VU98NH3	USA	I	39.4	427.5	NR	430.2	910	407	457	970	0.024
19	WONG90U1	NZ	II	38.0	423.0	577.0	300.0	800	360	400	907	0.032
20	KOW96FL3	USA	I	38.6	477.0	NR	445.0	3656	397	457	1780	0.036
21	VU98NH1	USA	I	38.3	427.5	NR	430.2	910	407	457	1928	0.024
22	VU98NH6	USA	I	35.0	486.2	NR	434.4	910	407	457	1914	0.052

**Continuación de Tabla 2.1 .....**

N°	Designación	$d_b$ (mm)	$d_{bt}$ (mm)	$s$ (mm)	$C_c$ (to ctr hoop) (mm)	$\frac{M}{VD}$	Tipo de falla	$\Delta_u$ (mm)	Drift %	$\rho_s$	$\frac{P}{A_g f'_c}$	$s/$ $db$
(1)	(2)	(14)	(15)	(16)	(17)	(18)	(19)	(20)	(21)	(22)	(23)	(24)
1	KOWALSKIU2	19	9.5	76	12.7	5.3	1	254.0	10.42%	0.009	0.041	4.0
2	KOWALSKIU1	19	9.5	76	12.7	5.3	1	184.0	7.55%	0.009	0.043	4.0
3	RES_U1	16	9.7	40	58.0	3.2	1	165.1	5.70%	0.019	0.063	2.5
4	NIST-F	43	15.9	89	58.7	6.0	-	550.00	6.02%	0.013	0.069	2.1
5	NIST-S	43	19.1	54	60.3	3.0	-	346.2	7.57%	0.030	0.072	1.3
6	LEH1015	16	6.4	32	22.2	10.0	1	630.0	10.33%	0.007	0.072	2.0
7	LEH407	16	6.4	32	22.2	4.0	1	123.0	5.05%	0.007	0.072	2.0
8	LEH415	16	6.4	32	22.2	4.0	1	175.0	7.18%	0.007	0.072	2.0
9	LEH430	16	6.4	32	22.2	4.0	1	178.0	7.30%	0.007	0.072	2.0
10	LEH815	16	6.4	32	22.2	8.0	1	430.0	8.82%	0.007	0.072	2.0
11	KUN97A7	10	4.0	19	14.5	4.5	1	81.1	5.91%	0.010	0.093	2.0
12	KUN97A8	10	4.0	19	14.5	4.5	1	80.5	5.86%	0.010	0.093	2.0
13	KUN97A9	10	4.0	19	14.5	4.5	1	90.5	6.60%	0.010	0.094	2.0
14	KUN97A10	10	4.0	19	14.5	4.5	1	90.7	6.61%	0.010	0.112	2.0
15	KUN97A11	10	4.0	19	14.5	4.5	1	102.2	7.45%	0.010	0.112	2.0
16	KUN97A12	10	4.0	19	14.5	4.5	1	102.4	7.47%	0.010	0.112	2.0
17	VU98NH4	19	12.7	45	26.4	2.0	-	84.2	9.25%	0.028	0.148	2.4
18	VU98NH3	15.9	9.5	60	24.8	2.0	-	50.3	5.53%	0.012	0.150	3.8
19	WONG90U1	16	10.0	60	20.0	2.0	1	41.427	5.18%	0.015	0.190	3.8
20	KOW96FL3	16	9.5	76	30.2	8.0	1	340.3	9.31%	0.009	0.281	4.8
21	VU98NH1	16	9.5	60	24.8	2.0	1	45.1	4.95%	0.012	0.307	3.8
22	VU98NH6	19	12.7	40	24.8	2.0	3	85.6	9.41%	0.031	0.334	2.1

En la tabla 2.1, columna No.1, se hace referencia al número designado en este estudio para cada espécimen, la columna No.2 muestra los nombres de cada uno de los especímenes dados por el laboratorio de pruebas donde se llevaron a cabo sus ensayos, la columna No.3 muestra el país donde se llevaron a cabo estas pruebas experimentales, la columna No.4, hace referencia al tipo de ensaye según el efecto provocado por la carga axial en los especímenes de acuerdo a las características de aplicación de la misma durante el ensaye (ver figura 2.1); esto con la finalidad de tomar en cuenta el efecto P- $\Delta$  en la fuerza cortante proporcionada en la base de datos del PEER Column Data Base de cada espécimen.

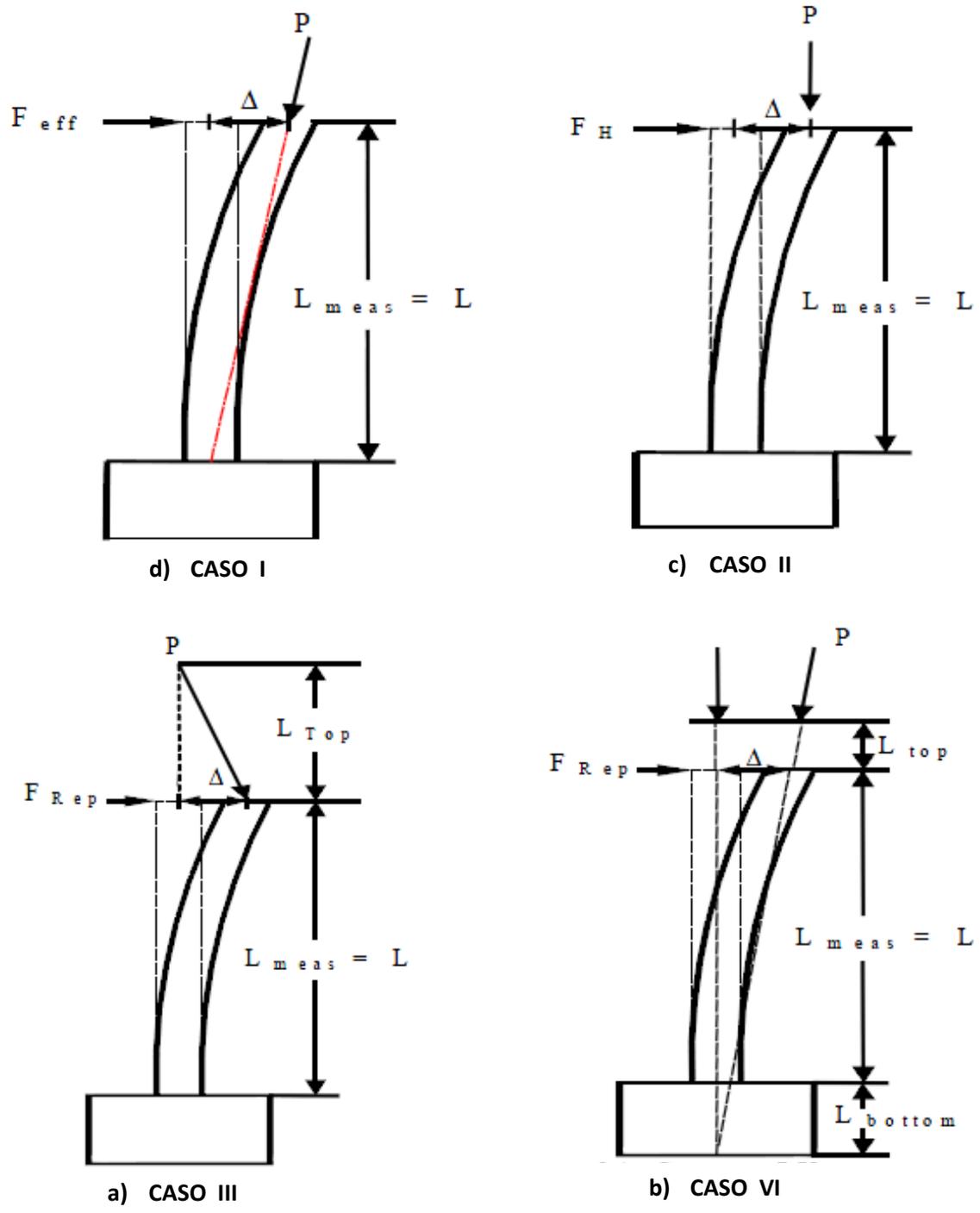


Figura 2.1 casos de corrección del efecto P- $\Delta$  (Berry et al, 2004).

La columna No.5 de la tabla 2.1 indica resistencia especificada del concreto empleado, la cual varía entre 27 y 64.1 MPa, en la columna No.6 se especifica la resistencia de fluencia del acero de refuerzo longitudinal empleado, la cual varía entre 423 y 565 MPa, en la columna No.7 se especifica la resistencia ultima obtenida de ensayos del acero de refuerzo longitudinal de cada espécimen, en la columna No.8 se especifica la resistencia de fluencia del acero de refuerzo transversal empleado.

En la columna No.9 se hace referencia a la altura del espécimen ensayado, en la columna No.10 se hace referencia al diámetro o peralte efectivo del espécimen ensayado, en la columna No.11 se especifica el diámetro total del espécimen, en la columna No.12 se especifica la carga axial aplicada durante el ensaye, en la columna No.13 se hace referencia a la cuantía total del acero de refuerzo longitudinal empleado, el cual varía entre 0.7% y 3.1%. La columna No.14 de la tabla 2.1 indica el diámetro de la varilla longitudinal empleada, en la columna No.15 se especifica el diámetro de la varilla transversal empleada, en la columna No.16 se muestra el espaciamiento dado entre los aceros de refuerzo transversal, en la columna No.17 se especifica el recubrimiento empleado en el espécimen, en la columna No.18 se especifica la relación de esbeltez de cada uno de los especímenes, la cual varía entre 2 y 10, en la columna No.19 se especifica el tipo de falla que se presentó en el ensaye en cada espécimen, esto de acuerdo a la tabla 2.2.

**Tabla 2.2 Código de modo de falla del espécimen (Berry et al, 2004).**

<b>TIPO DE FALLA</b>	<b>CODIGO</b>
FLEXIÓN	1
CORTANTE	2
FLEXIÓN Y CORTANTE	3

Las columnas No.20 y No.21, las cuales se refieren al desplazamiento y a la distorsión última, fueron obtenidas directamente de las curvas histeréticas de cortante – desplazamiento obtenidas del PEER Column Data Base. El criterio utilizado en este trabajo para la determinación del desplazamiento y distorsión última, se basa en ubicar un punto en las curvas histeréticas donde se registre una degradación del 80% de la resistencia máxima observada en el ensaye y a su vez el desplazamiento asociado a este punto.

En la columna No.22 se especifica la cuantía de acero transversal empleada en cada espécimen, en la columna No.23 muestra las relaciones entre carga axial y el área bruta de la sección por la resistencia del concreto y por último en la columna No.24, muestra la relación entre el espaciamiento del acero de refuerzo transversal y el diámetro de la varilla longitudinal empleados en cada espécimen.

### 3. Análisis de secciones típicas de columnas de concreto reforzado y con presfuerzo para puentes.

#### 3.1 Modelos típicos del acero de refuerzo convencional, del acero de presfuerzo, modelo para el concreto confinado (Mander et al 1988) y sin confinar.

Para el análisis y evaluación de estructuras de concreto armado se emplean relaciones esfuerzo-deformación simplificadas, tanto para el concreto como para el acero, las cuales fueron desarrolladas a partir de los resultados experimentales. A continuación se presentan algunos modelos constitutivos para el acero de refuerzo, para el acero de presfuerzo y para el concreto.

Con el fin de lograr una representación sencilla de las propiedades inelásticas en el acero de refuerzo, las curvas esfuerzo-deformación experimental se simplifican usando alguno de los siguientes modelos:

#### Modelo Elastoplástico Perfecto

Es el modelo bilineal más sencillo (Figura 3.1). Se ignora la resistencia superior de fluencia y el aumento en el esfuerzo debido al endurecimiento por deformación. El empleo de este modelo no es adecuado para la evaluación del desempeño sísmico ya que no estima adecuadamente los esfuerzos del acero más allá de la fluencia.

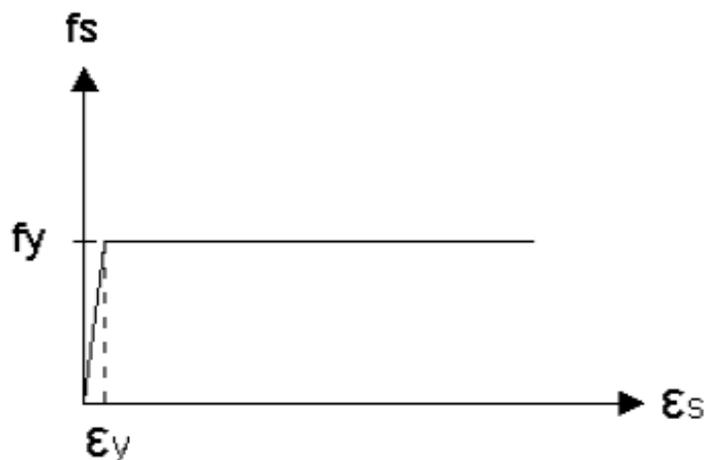


Figura 3.1 Modelo Elastoplástico Perfecto

### Modelo Trilineal

Se emplea para aceros que además del fenómeno de fluencia presentan endurecimiento y por tanto pueden someterse a esfuerzos mayores al de fluencia (Figura 3.2).

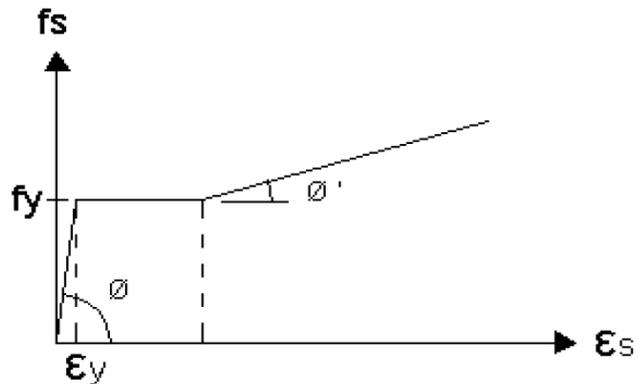


Figura 3.2 Modelo Trilineal

### Modelo elastoplástico con endurecimiento curvo

En este modelo el intervalo elástico y la fluencia se representan por tramos rectos y el endurecimiento por una parábola normalmente de 2do o 3er grado. Si bien este modelo representa mejor el comportamiento del acero, no es de uso frecuente (Figura 3.3).

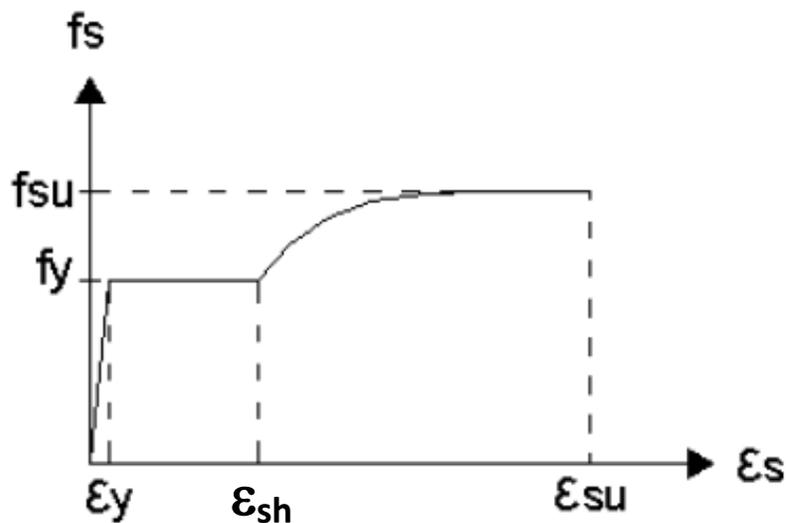


Figura 3.3 Modelo Elastoplástico con endurecimiento curvo

Las zonas de la curva anteriormente presentada, son las siguientes:

- 1) Zona elástica: ocurre en el intervalo  $0 \leq \varepsilon_s \leq \varepsilon_y$ , donde  $\varepsilon_s$  es la deformación de la barra de refuerzo. Si el módulo de elasticidad del acero es  $E_s$ , el esfuerzo en este intervalo de deformaciones es

$$f_s = E_s \varepsilon_s \dots\dots\dots(3.1)$$

- 2) Zona de fluencia: ocurre en el intervalo  $\varepsilon_y \leq \varepsilon_s \leq \varepsilon_{sh}$ , en el que  $\varepsilon_{sh}$  es la deformación del acero correspondiente al inicio de la zona de endurecimiento por deformación (Fig 3.3). El esfuerzo en esta zona se evalúa como

$$f_s = f_y \dots\dots\dots (3.2)$$

- 3) Zona de endurecimiento por deformación: en el modelo que aquí se emplea se considera que la deformación última,  $\varepsilon_{su}$ , es la correspondiente a la ruptura de la barra, y en modelo simplista que aquí se emplea se considera que corresponde al esfuerzo máximo alcanzado en la barra,  $f_{su}$ . Esta zona se ubica en el intervalo  $\varepsilon_{sh} \leq \varepsilon_s \leq \varepsilon_{su}$ . En realidad a partir de  $f_{su}$  hay una zona descendente de la curva esfuerzo-deformación; sin embargo, aquí se considera que esta zona no es de importancia. La zona de endurecimiento por deformación se define mediante la expresión (Mander, 1984):

$$f_s = f_y + (f_y - f_{su}) \left( \frac{\varepsilon_{su} - \varepsilon_s}{\varepsilon_{su} - \varepsilon_{sh}} \right)^P \dots\dots\dots(3.3)$$

El parámetro  $P$  propuesto por Mander (1984) se define diferenciando la Ec. 3.3 respecto a  $\varepsilon_s$  y haciendo  $\varepsilon_s = \varepsilon_{sh}$ , con lo que se obtiene:

$$E_{sh} = \frac{df_s}{d\varepsilon_s} \dots\dots\dots(3.4)$$

Donde  $E_{sh}$  representa la pendiente de la curva al inicio de la zona de endurecimiento por deformación. Con las Ecs. (3.3) y (3.4) se obtiene:

$$P = E_{sh} \frac{\varepsilon_{su} - \varepsilon_{sh}}{f_{su} - f_y} \dots\dots\dots(3.5)$$

Aun cuando la Ec. 3.5, lleva a una buena correlación entre resultados experimentales y analíticos (Mander, 1984), un inconveniente del empleo de  $E_{sh}$  es que variaciones pequeñas de valores experimentales que se empleen pueden llevar a cambios importantes en los valores de P, por lo que es más sencillo y con mejor precisión emplear los datos de un punto de la curva esfuerzo-deformación en la zona de endurecimiento por deformación  $(\varepsilon_{sh1}, f_{sh1})$ , con lo cual empleando la Ec 3.3 se obtiene:

$$P = \frac{\lg \frac{f_{su} - f_{sh1}}{f_{su} - f_y}}{\lg \frac{\varepsilon_{su} - \varepsilon_{sh1}}{\varepsilon_{su} - \varepsilon_{sh}}} \dots\dots\dots(3.5a)$$

Generalmente se considera que la curva esfuerzo-deformación de una barra corta en compresión es igual y con signo opuesto a la curva en tensión. Dodd y Restrepo (1995) mostraron que en realidad las curvas monotónicas esfuerzo-deformación en tracción y compresión son, en realidad, prácticamente iguales si el esfuerzo y deformación se consideran en las llamadas coordenadas naturales, las cuales toman en cuenta la geometría instantánea de la barra bajo cargas axiales. Estas coordenadas son diferentes a las comúnmente empleadas, las que comúnmente son denominadas coordenadas ingenieriles. En este trabajo se empleó el modelo propuesto por Dodd y Restrepo (1995).

## Modelo esfuerzo-deformación para el cable de presfuerzo

### El modelo de Ramberg – Osgood

Las relaciones esfuerzo deformación del acero de alta resistencia tipo Grado100 tiene semejanza con el correspondiente al de las barras de pretensado de alta resistencia fabricado con los requisitos de la norma ASTM A722. Las relaciones esfuerzo – deformación de este tipo de acero está representado por la función modificada Ramberg Osgood descrita a continuación.

La ecuación Ramberg-Osgood describe la relación no lineal entre el esfuerzo y la deformación, esto es la curva esfuerzo-deformación y es especialmente útil para representar la curva del acero debido a que presenta endurecimiento por deformación plástica con una suave transición elasto-plástica. La forma original de la ecuación para la deformación es la siguiente (ver figura 3.4).

$$\varepsilon = \frac{\sigma}{E} + K \left( \frac{\sigma}{E} \right)^n \dots\dots\dots (3.6)$$

Donde

$\varepsilon$  : es la deformación

$\sigma$  : es el esfuerzo

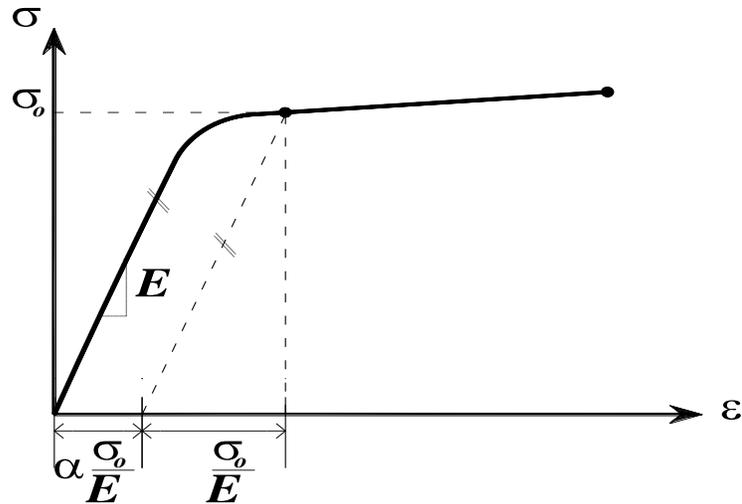
$E$  : es el módulo de Young

$K$  y  $n$  : Son constantes que dependen del tipo de material y describen el endurecimiento del material

La expresión anterior presenta una modificación introduciendo un nuevo parámetro  $\alpha$  que relaciona  $K, n$  y el esfuerzo de fluencia  $\sigma_o$ .

$$\varepsilon = \frac{\sigma}{E} + \alpha \frac{\sigma_o}{E} \left( \frac{\sigma}{\sigma_o} \right)^n \dots\dots\dots (3.7)$$

Usualmente en materiales como el acero de alta resistencia el factor  $\alpha \frac{\sigma_o}{E}$  se considera igual a 0.002.



**Figura 3.4 Relación esfuerzo-deformación del acero de alta resistencia y presfuerzo por Ramberg Osgood**

**La función modificada Ramberg Osgood**

Mattock (1979) encontró que la función propuesta por Ramberg y Osgood (1943) describe satisfactoriamente la relación no-lineal del esfuerzo-deformación del acero de alta resistencia empleado en el concreto presforzado.

La ecuación modificada de Ramberg Osgood es:

$$f_p = E_s \varepsilon_s \left[ \frac{E_p}{E_s} + \frac{1 - \frac{E_p}{E_s}}{(1 + (C_1 \varepsilon_s)^p)^{\frac{1}{p}}} \right] \dots\dots\dots (3.8)$$

Donde:

$$C_1 = (1 - E_p/E_s) E_s / f_0$$

$E_s$  = Modulo de elasticidad, tomado como 29,000 ksi (200,000 Mpa)

$E_p$  = Modulo post - elástico, igual a cero para aceros grado 100

$f_0$  = esfuerzo en deformación cero de la línea con pendiente  $E_p$  que pasa por el punto

(  $\varepsilon_{su}$  ,  $f_{su}$  )

$f_s$  = esfuerzo (ksi ó Mpa)

$f_{su}$  = esfuerzo último en tensión del refuerzo, con un rango esperado de  $1.15f_{ym}$  a  $1.25f_{ym}$

$f_y$  = esfuerzo de fluencia especificada a un desplazamiento del 2%,  $f_y=100$  ksi (690Mpa)

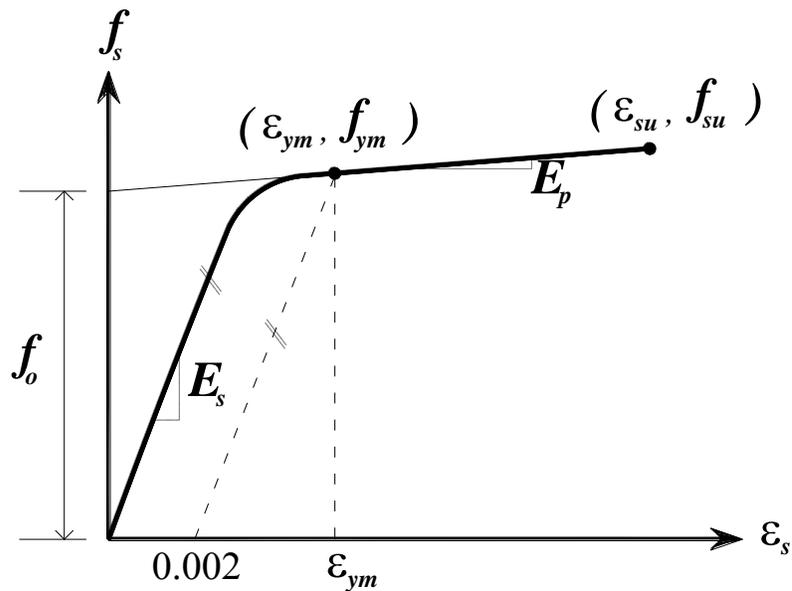
$f_{ym}$  = esfuerzo de fluencia medido a un desplazamiento del 2%, esperado entre un rango de 100 a 115 ksi (690 a 794 Mpa)

P = Exponente (Ramberg Osgood), determinado a través de iteraciones u otros medios

$\epsilon_s$  = deformación

$\epsilon_{su}$  = deformación asociada a  $f_{su}$  ( $\epsilon_{su}>0.06$ )

$\epsilon_{ym}$  = esfuerzo asociada a  $f_{ym}$



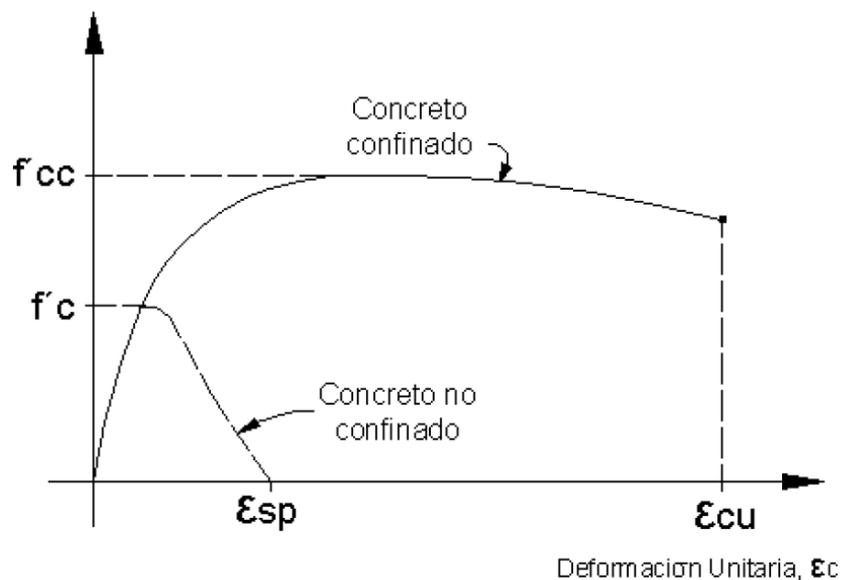
**Figura 3.5 Relación esfuerzo-deformación del acero presfuerzo por Ramberg Osgood Modificado**

La Figura 3.5 muestra la relación entre el esfuerzo y la deformación resultado de la función de Ramberg Osgood modificado para el presfuerzo empleado en elementos presfuerzados.

## Modelo esfuerzo-deformación para el concreto

En los elementos de concreto armado parte del concreto está confinado por el acero de refuerzo transversal, mientras que la zona de recubrimiento se encuentra sin confinar.

El comportamiento del concreto confinado es significativamente mejor que el del concreto sin confinar, no sólo en lo que respecta al esfuerzo máximo sino fundamentalmente a que la deformación de falla o rotura aumenta significativamente (figura 3.6).



**Figura 3.6 Curvas de esfuerzo-deformación para el concreto confinado y sin confinar**

## Modelos para concreto no confinado

Con el fin de lograr una representación sencilla de las propiedades inelásticas del concreto, las curvas esfuerzo-deformación experimentales se simplifican en modelos teóricos como los mostrados a continuación.

### Modelo de Hognestad

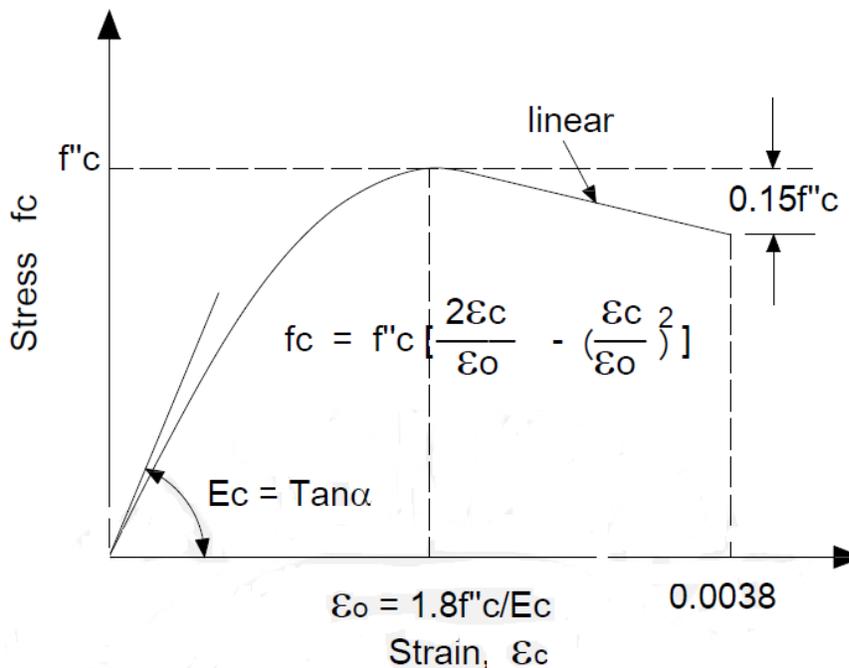
Este modelo se compone de un tramo parabólico de segundo grado y otro lineal (Figura 3.7). La ecuación de la parábola viene dada por la siguiente expresión:

$$f'c = f''c \left[ \frac{2\varepsilon_c}{\varepsilon_o} - \left( \frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_o} \right)^2 \right] \dots\dots\dots (3.9)$$

El esfuerzo máximo del concreto en la estructura real ( $f''c$ ) está asociado a una deformación unitaria  $\varepsilon_o$  que se calcula por la expresión:

$$Ec \varepsilon_o = 1.8 f''c / Ec \dots\dots\dots (3.10)$$

El tramo recto parte el punto más alto de la curva, se extiende hasta una deformación unitaria de 0.0038 al cual corresponde un esfuerzo de  $0.85 f''c$ .

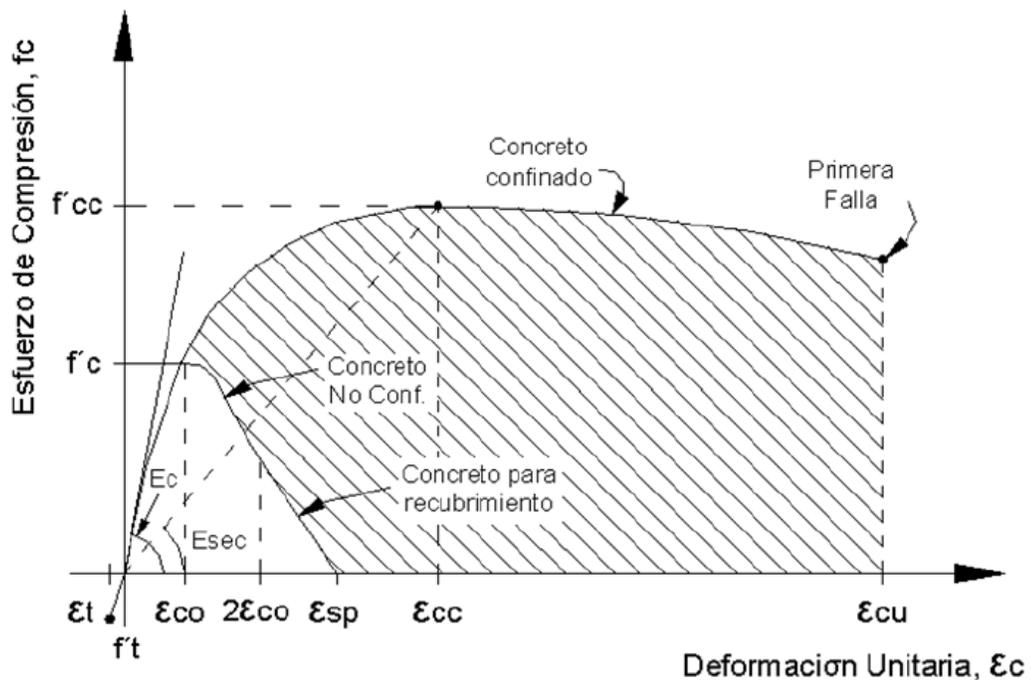


**Figura 3.7 Modelo modificado de Hognestad**

## Modelos para el concreto confinado

### Modelo de Mander

El modelo propuesto por *Mander (1988)* para el concreto confinado se basa en resultados experimentales de columnas de concreto reforzado, y en una expresión sugerida por *Popovics (1973)*, este modelo es aplicable para elementos de distintas secciones transversales y de diferente nivel de confinamiento. Por esta razón este es el modelo más empleado en el análisis sísmico de edificaciones y el que se utilizó en el presente trabajo.



**Figura 3.8 Modelo de Mander**

Las relaciones esfuerzo deformación se describen por una sola curva (Figura 3.8) expresada por la siguiente ecuación: (Paulay y Priestley, 1992):

$$f'_c = \frac{f'_{cc} \cdot x \cdot r}{r - 1 + x^r} \dots\dots\dots (3.11)$$

donde:

$$f'_{cc} = f'_{c} \left( 2.254 \cdot \sqrt{1 + \frac{7.94 \cdot f'_{l}}{f'_{c}}} - \frac{2f'_{l}}{f'_{c}} - 1.254 \right) \dots\dots\dots(3.12)$$

$$x = \frac{\epsilon_c}{\epsilon_{cc}} \dots\dots\dots(3.13)$$

$$r = \frac{E_c}{E_c - E_{sec}} \dots\dots\dots(3.14)$$

$$\epsilon_{cc} = 0.002 \left[ 1 + 5 \left( \frac{f'_{cc}}{f'_{c}} - 1 \right) \right] \dots\dots\dots(3.15)$$

$$E_c = 5000 \sqrt{f'_{c}} \text{ (Mpa)} \dots\dots\dots (3.16)$$

$f'_{cc}$  = Resistencia a la compresión máxima del concreto confinado.

$f'_{c}$  = Resistencia a la compresión máxima del concreto sin confinar.

$\epsilon_{cc}$  = Deformación unitaria en el punto de mayor esfuerzo a la compresión.

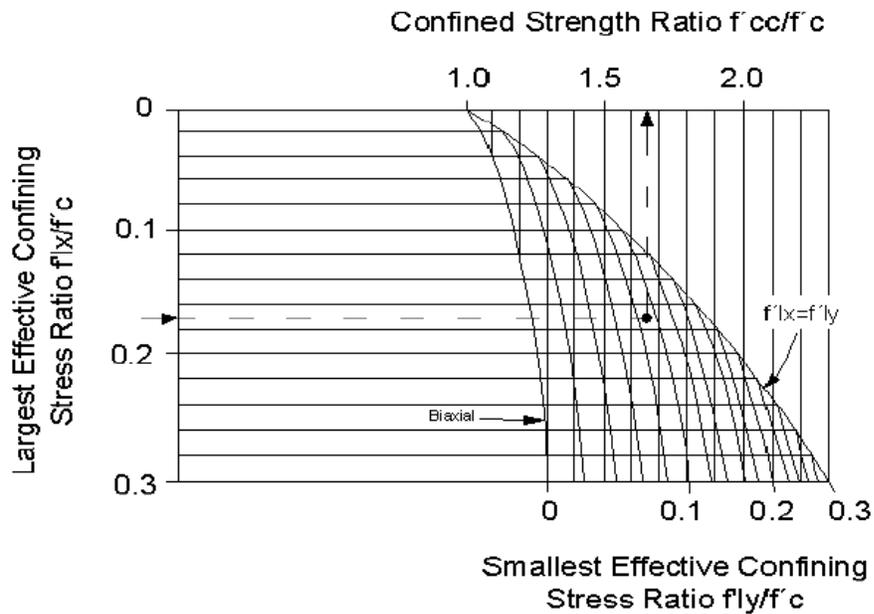
$f'_{l}$  = Esfuerzo de confinamiento efectivo lateral.

Para secciones rectangulares el esfuerzo de confinamiento efectivo lateral ( $f'_{l}$ ) está en función del coeficiente de confinamiento efectivo  $k_e$ , que relaciona el área mínima del núcleo efectivamente confinado y el área del núcleo rodeado del centro de línea del estribo ( $k_e = 0.75$  para secciones rectangulares), del área transversal  $\rho$  y del esfuerzo de fluencia del acero de confinamiento  $f_{yh}$ . Cuando las secciones cuentan con diferentes cuantías de refuerzo transversal  $\rho_x$  y  $\rho_y$  en las direcciones principales, los esfuerzos de confinamiento lateral se calculan como:

$$f'_{ly} = K_e \rho_x f_{yh} \dots\dots\dots (3.17)$$

$$f'_{lx} = K_e \rho_y f_{yh} \dots\dots\dots (3.18)$$

A partir del esfuerzo lateral de confinamiento en cada dirección ( $f'_{lx}$  y  $f'_{ly}$ ) se determina la relación entre los esfuerzos máximos del concreto confinado y sin confinar ( $f'_{cc} / f'_{c}$ ), utilizando el diagrama de la figura 3.9, con  $f'_{lx} > f'_{ly}$ .



**Figura 3.9 Relación de esfuerzos para concreto confinado y sin confinar [Mander J.B, Priestley M. y Park R. 1988]**

En caso que  $f'_{lx} = f'_{ly}$  (columnas cuadradas con igual refuerzo en ambas direcciones) para el cálculo de  $f'_{cc}/f'_c$  se utiliza la siguiente expresión:

$$\frac{f'_{cc}}{f'_c} = \left( -1.254 + 2.254 \sqrt{1 + \frac{7.94 \cdot f'_{lx}}{f'_c}} - \frac{2f'_{lx}}{f'_c} \right) \dots\dots\dots(3.19)$$

La deformación última ocurre cuando se fractura el acero transversal de confinamiento y puede ser estimada igualando la capacidad de energía de deformación del acero transversal en la fractura con el incremento de energía absorbido por el concreto, una estimación conservadora está dada por la siguiente ecuación (Paulay y Priestley, 1992):

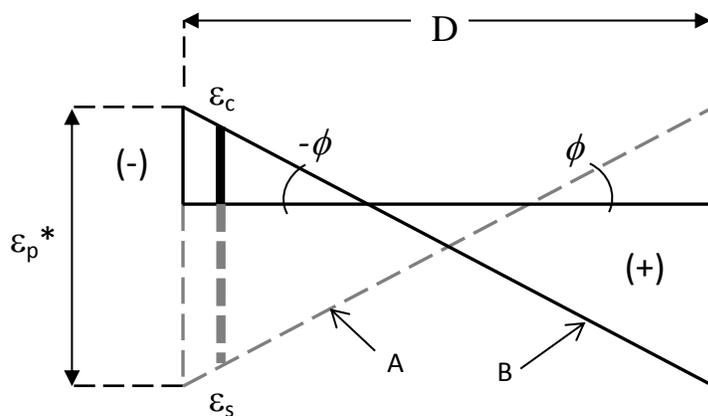
$$\varepsilon_{cu} = 0.004 + 1.4 \frac{\rho_s f_y h \varepsilon_{sm}}{f'_{cc}} \dots\dots\dots(3.20)$$

Este modelo se distingue de otros modelos propuestos en la literatura, por haber sido calibrado mediante ensayos de columnas de tamaño real.

### 3.2 Capacidad de curvatura última: modelo de Restrepo y Rodríguez (2013b).

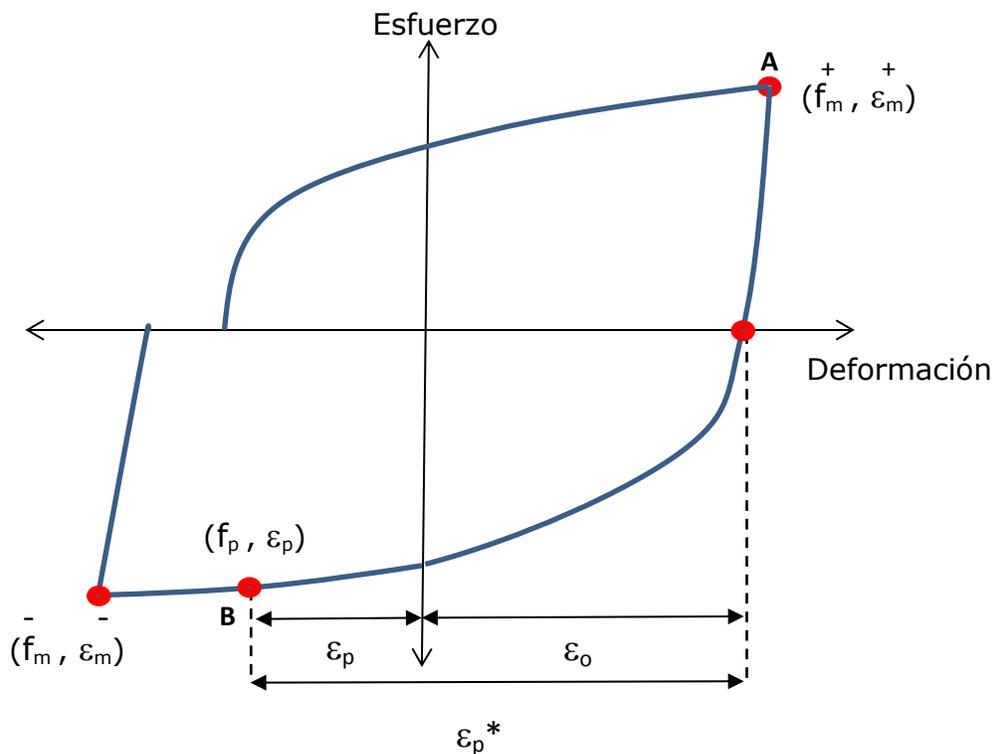
Para evaluar el desempeño de las relaciones momento-curvatura de una sección es necesario definir parámetros como las propiedades de los materiales sujetos a compresión y tracción que la componen, su relación  $P/A_g f'_c$  debido a la carga axial actuante y definir el momento y la curvatura última de la sección, el cual normalmente es asociado a la fractura de la barra de acero de refuerzo longitudinal o al aplastamiento del concreto del bloque de compresión, cuando este es sometido ante cargas monotónicas o cíclicas laterales. En este trabajo se considera que la falla, o fractura de la barra de acero principal es provocada por el efecto de pandeo, esto debido al acumulamiento de las deformaciones en tracción y compresión de las barras cuando el elemento de concreto es sujeto a flexión por las cargas laterales debido a un sismo intenso.

Restrepo y Rodríguez (2013b), propusieron un criterio para definir la curvatura última en columnas de concreto, basados en el comportamiento de barras de acero de refuerzo ensayadas en laboratorio, sometidas ante cargas cíclicas reversibles para diferentes relaciones de esbeltez, donde observaron que la falla por pandeo de la barra, está ligada a la acumulación de la deformación en la barra debido a los esfuerzos en compresión y tracción actuantes (ver figura 3.10a y 3.10b) y a la relación  $s_h/d_b$  de la sección, donde  $s_h$  es el espaciamiento entre los estribos de una sección y  $d_b$  es el diámetro de la barra empleada.



**Figura 3.10a Acumulación de la deformación del acero de refuerzo principal**

Se admite la hipótesis de que las deformaciones en los materiales de una sección de una columna de concreto, son simétricas bajo la acción de cargas cíclicas reversibles laterales, además se supone que las deformaciones generadas en compresión en las barras de refuerzo, se acumulan con las deformaciones, generadas en tracción en las mismas, esto de acuerdo al esquema de la figura 3.10a. De acuerdo a esta hipótesis, la curvatura en la sección pasa de ser negativa a positiva, ver figura 3.10a, cuando la fibra extrema de la sección de la columna pasa de la compresión a la tracción, debido a la acción de la carga cíclica reversible lateral. Estas deformaciones en las barras de refuerzo, debido a los esfuerzos en compresión y tracción, se aprecian en la curva esfuerzo-deformación de las mismas, figura 3.10b.



**Figura 3.10b** Curva esfuerzo- deformación que ilustran los parámetros que definen el pandeo de una barra de acero sometida a carga cíclica reversible (Rodríguez y Botero, 1996).

La deformación  $\varepsilon_s$  de la figura 3.10a, equivale a la deformación  $\varepsilon_m^+$  de la figura 3.10b, empleando la hipótesis de que  $\varepsilon_o \approx \varepsilon_m^+$ , y la deformación  $\varepsilon_c$  de la figura 3.10a, equivale a la deformación  $\varepsilon_p$  de la figura 3.10b, y  $\varepsilon_p^*$  es la suma de ambas deformaciones y representa a la deformación acumulada de falla por pandeo. Rodríguez y Botero (1988) emplearon de que  $\varepsilon_p^* = \varepsilon_p + \varepsilon_o$ , además supusieron  $\varepsilon_o \approx \varepsilon_m^+$ . En este trabajo se considera  $\varepsilon_p^* = \varepsilon_p + \varepsilon_m^+$ .

La ec. 3.21 propuesta por Restrepo y Rodríguez (2013b), determina la deformación de falla asociada al punto final de la curva momento-curvatura, donde las barras ubicadas en los extremos sufren el efecto del pandeo. La figura 3.11 muestra la relación de la deformación de falla en la barra de refuerzo principal para diferentes casos de la relación  $s_h/d_b$ .

$$\varepsilon_s - \varepsilon_c = \left[ \frac{14 - \frac{4s_h}{3d_b}}{100} \right] \leq \left[ \frac{\varepsilon_{su}}{2} \right] \text{ y } \varepsilon_{cc} \leq -0.004 \dots \dots \dots (3.21)$$

Donde:

$\varepsilon_c$  = deformación unitaria debido a la compresión en el concreto (con signo negativo)

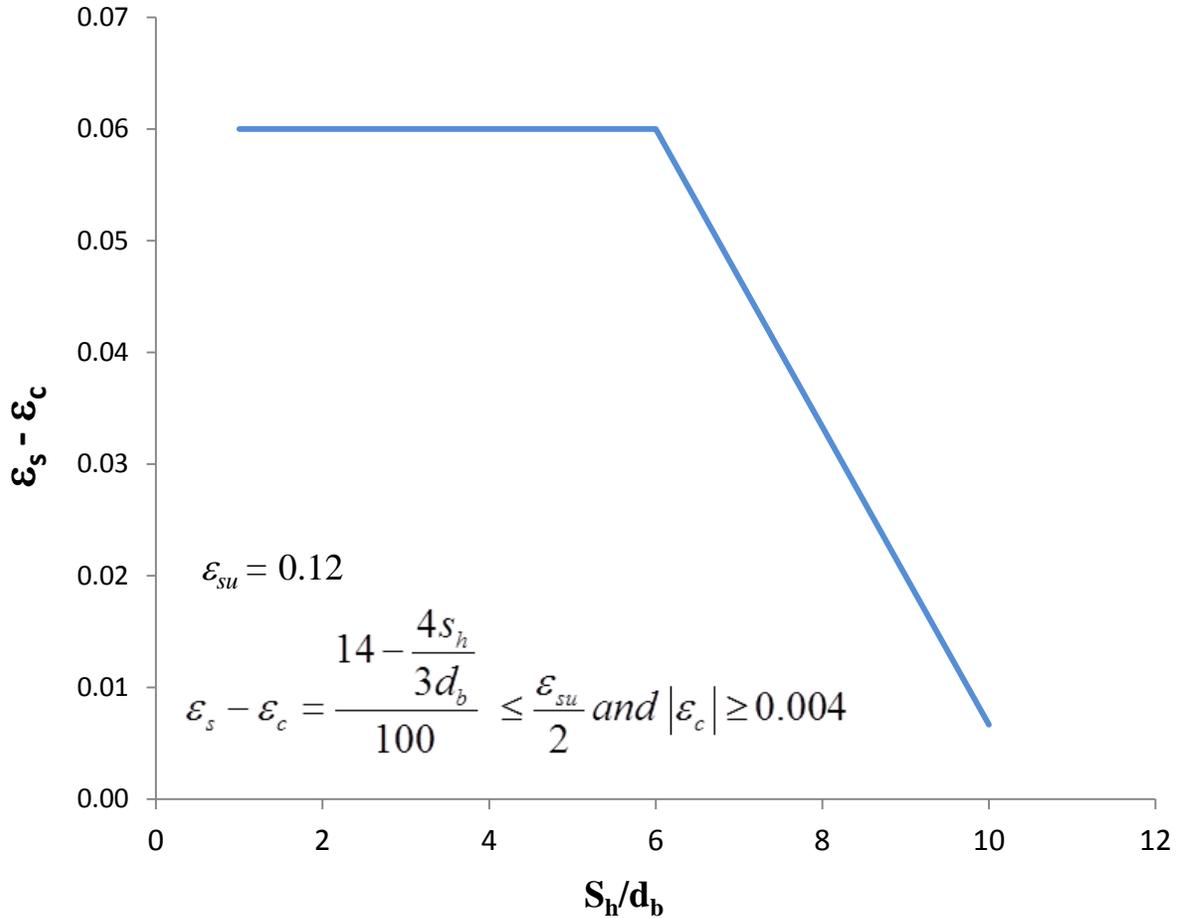
$\varepsilon_s$  = deformación unitaria debido a la tracción en la barra de refuerzo

$\varepsilon_{su}$  = deformación unitaria debido a la compresión en la barra de refuerzo

$s_h$  = separación entre estribos

$d_b$  = diámetro de la barra de refuerzo principal

$\varepsilon_{su} = 0.12$  (deformación última en el acero de refuerzo)



**Figura 3.11 Relación de la deformación de falla del acero de refuerzo principal vs  $S_h/d_b$**

Este criterio fue empleado para definir la curvatura última en los análisis paramétricos realizados en el capítulo 4 y 5 de este trabajo, obteniendo resultados favorables entre las comparaciones de estos y los resultados obtenidos de ensayos de laboratorio. Las relaciones  $S_h/d_b$ , empleadas en los modelos de columnas consideradas en estos estudio paramétricos, resultaron menores que 6, por lo que la deformación de falla en el acero de refuerzo utilizada como criterio para la obtención de la curvatura última se igualó a  $\frac{1}{2} \epsilon_{su}$ .

## **4. ESTUDIO PARAMETRICO DE RELACIONES MOMENTO - CURVATURA EN COLUMNAS DE CONCRETO REFORZADO.**

### **4.1 Capacidad a flexo-compresión de columnas de concreto reforzado**

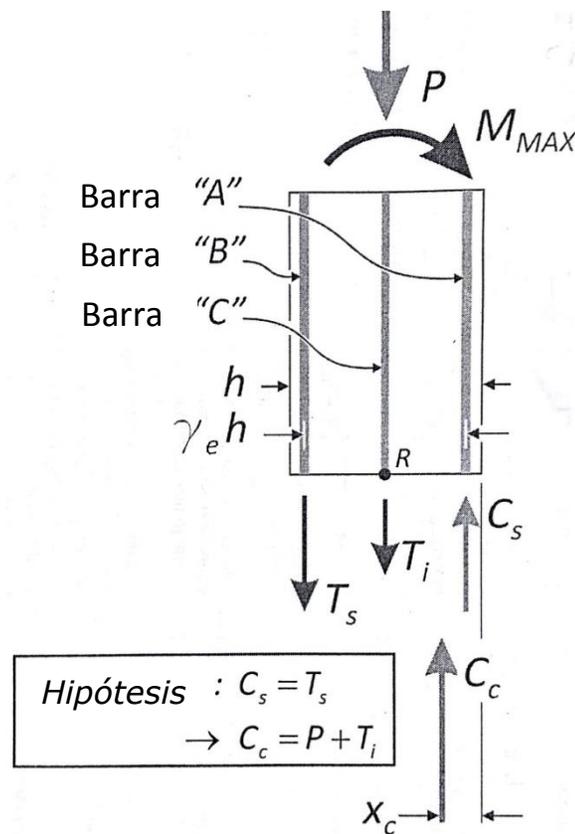
En el diseño sismoresistente de estructuras es necesario evitar modos de falla debido a fuerza cortante. Para ello, en elementos de concreto reforzado en flexocompresión, como el caso de las columnas para puentes, es indispensable conocer su momento máximo probable resistente (*Rodríguez et al, 2013a*).

El momento máximo probable de un elemento de concreto o la resistencia última a flexión, se define como el momento máximo calculado para la zona crítica de la sección de un elemento, cuando éste es sometido a flexión en una dirección bajo la acción de carga axial o sin ésta (*Restrepo y Rodríguez, 2013a*).

En algunos reglamentos como *ACI 318-11*, el momento máximo probable es necesario para el diseño por capacidad de vigas y columnas empleadas como parte de marcos dúctiles para sistemas estructurales de edificios, esto con la finalidad de proteger las zonas donde se desarrollarán las articulaciones plásticas de una falla frágil debido al esfuerzo por cortante durante la acción intensa de un sismo. De acuerdo con *ACI 318-11*, la fuerza cortante asociada a este momento máximo probable es el que se debe utilizar en el diseño de los elementos sismoresistentes de concreto, esto independientemente de las fuerzas cortantes obtenidas del análisis del sistema estructural.

El momento máximo probable puede ser calculado mediante requisitos dados por el capítulo 21 del *ACI 318-11*, en el que el esfuerzo resistente del acero de refuerzo se toma como  $1.25 f_y$ , donde  $f_y$  es el esfuerzo especificado de fluencia del acero empleado. Cabe destacar, que estas especificaciones no toman en cuenta el incremento de la resistencia del concreto debido al paso del tiempo. Otro factor ignorado de incremento de la resistencia del concreto, es el efecto de la presencia de elementos estructurales que confinan a la columna, como el caso de conexiones viga-columna (*Restrepo y Rodríguez, 2013a*).

Restrepo y Rodríguez (2013a), emplearon una base de datos de columnas ensayadas en laboratorio, que demostraron que el método actual del ACI 318-11 para calcular el momento máximo probable, resulta ser no conservador para relaciones de  $P/Agf'_c$  mayores que 0.10. Estos autores proponen un procedimiento sencillo para determinar el momento máximo probable  $M_{cd}$  con la ayuda de un modelo estadísticamente calibrado, el cual se encuentra representado por la figura 4.1, y mediante el cual obtuvieron las expresiones 4.1 y 4.2, para el cálculo del momento máximo probable en columnas circulares y rectangular respectivamente.



**Figura 4.1 Fuerzas actuantes externas y resistentes internas para una columna de concreto reforzada simétricamente**

La ecuación 4.1 (Restrepo y Rodríguez, 2013) se aplica para el caso de columnas circulares,

$$\frac{M_{cd}}{h^3 \widehat{f}'_c} = 1.15 \frac{\pi}{4} \rho_L \frac{\widehat{f}_y}{\widehat{f}'_c} \left( 0.23 + \frac{1}{3} \left( \frac{1}{2} - \frac{x_c}{h} \right) \right) + \frac{\pi}{4} \frac{P}{A_g \widehat{f}'_c} \left( \frac{1}{2} - \frac{x_c}{h} \right) \dots \dots \dots (4.1)$$

Y la ecuación 4.2 (Restrepo y Rodríguez, 2013) se aplica para el caso de columnas rectangulares,

$$\frac{M_{cd}}{bh^2 \widehat{f}'_c} = 1.15 \rho_L \frac{\widehat{f}_y}{\widehat{f}'_c} \left( 0.3 + \frac{1}{4} \left( \frac{1}{2} - \frac{x_c}{h} \right) \right) + \frac{P}{A_g \widehat{f}'_c} \left( \frac{1}{2} - \frac{x_c}{h} \right) \dots \dots \dots (4.2)$$

Donde:

$$\frac{x_c}{h} = 0.34 \frac{P}{A_g \widehat{f}'_c} + 0.07 \quad \text{para el caso de columnas rectangulares y,}$$

$$\frac{x_c}{h} = 0.32 \frac{P}{A_g \widehat{f}'_c} + 0.10 \quad \text{para el caso de columnas circulares,}$$

$M_{cd}$  = momento máximo probable

$P$  = carga axial actuante

$\widehat{f}_y$  = esfuerzo de fluencia medido del acero de refuerzo empleado

$\widehat{f}'_c$  = esfuerzo en compresión medido del concreto empleado

$\rho_L$  = cuantía del acero de refuerzo principal empleado

$A_g$  = área bruta de la sección

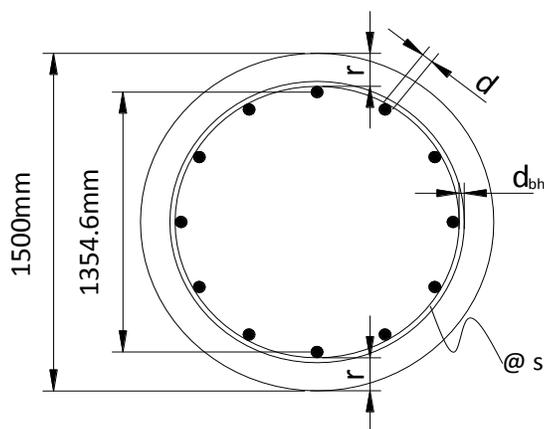
Para este estudio se empleó la ecuación 4.1 para hacer una comparativa del momento máximo probable obtenido con esta propuesta y los resultados obtenidos del desarrollo de las curvas momento-curvatura de columnas circulares estudiadas en el capítulo 4.2.

#### **4.2 Estudio paramétrico de la influencia de la carga axial actuante, el refuerzo longitudinal y la resistencia del concreto en la curvatura de fluencia y la curvatura última.**

Para evaluar las relaciones momento-curvatura en secciones de concreto reforzado sometidas a flexión y carga axial, en este trabajo se empleó la hipótesis de que las secciones permanecen planas después de la flexión, y que las relaciones esfuerzo-deformación para el concreto y el acero son conocidas. La primera hipótesis implica que la deformación longitudinal en el concreto y el acero en los distintos puntos a través de una sección es proporcional a la distancia al punto donde se ubica el eje neutro; se ha demostrado en numerosos ensayos de laboratorio que esta hipótesis es correcta siempre y cuando exista una buena adherencia entre el concreto y el acero, y para relaciones claro de cortante a peralte mayor que aproximadamente dos. La segunda hipótesis implica que las propiedades esfuerzo-deformación del acero están bien definidas, tanto de tensión como de compresión, y que igualmente, el perfil de la curva esfuerzo-deformación para el concreto y acero es conocido.

Con estas hipótesis y los requisitos de compatibilidad de deformación y equilibrio de fuerzas, es posible obtener las curvaturas asociadas a un momento y nivel de carga axial. Como se mencionó en el capítulo 3 de este trabajo, los modelos que han sido empleados para definir las curvas esfuerzo-deformación para el concreto, son los propuestos por *Mander et al (1988)* y para el caso del acero de refuerzo las propuestas de Restrepo y Rodríguez (2013a).

A continuación se muestran los resultados de los estudios paramétricos realizados para columnas de concreto reforzado, empleando como modelo tipo una sección circular típica de columnas para puentes de diámetro  $D$  igual a  $1500\text{ mm}$  (ver figura 4.1a), para las cuales se variaron distintos parámetros como la relación de carga axial, refuerzo longitudinal, y la resistencia del concreto, con la finalidad de poder observar la influencia de estos parámetros en la curvatura de fluencia y la curvatura última.



**Figura 4.1a Esquema del modelo empleado en el análisis paramétrico.**

La tabla 4.1 muestra los parámetros empleados en este estudio, los cuales se dividen en dos grupos. En el primer bloque, denominado grupo I, se empleó un concreto de alta resistencia con  $f'_c = 600 \text{ kg/cm}^2$ , y en el segundo bloque, denominado grupo II, se empleó un concreto convencional con  $f'_c = 300 \text{ kg/cm}^2$ . Cada bloque contiene 3 casos correspondientes a las cuantías de acero longitudinal  $\rho_L$  de 1%, 2% y 3%, y para cada caso se hizo variar la relación de carga axial  $P/A_g f'_c$  entre 0.0 y 0.20. La cuantía de acero transversal  $\rho_s$  empleada en todas las columnas analizadas en este capítulo es la mínima especificada por las normas *AASHTO LRFD* (2004) y *ACI 318-11*.

**TABLA 4.1. Datos del estudio paramétrico de columnas de concreto reforzado.**

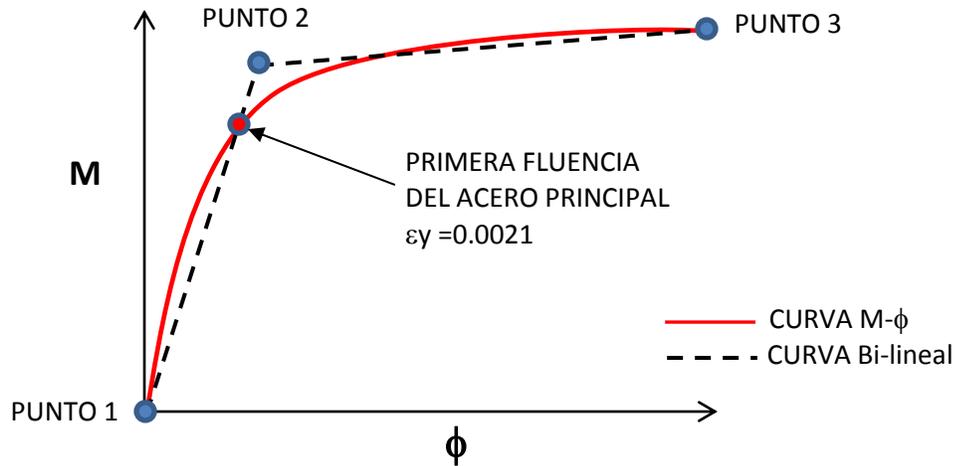
GRUPO	$D$ (cms)	$\rho_L$	$\rho_s$ (ACI <sub>MIN</sub> )	$f'_c$ (kg/cm <sup>2</sup> )	$f_y$ (kg/cm <sup>2</sup> )	$f_{y_s}$ (kg/cm <sup>2</sup> )	$s_h$ $/d_b$	$P/A_g f'_c$	CASO
I	150.0	1.0%	1.57%	600	4600	4600	4.33	0.0 - 0.20	A
	150.0	2.0%	1.57%	600	4600	4600	4.33	0.0 - 0.20	B
	150.0	3.0%	1.57%	600	4600	4600	4.33	0.0 - 0.20	C
II	150.0	1.0%	0.78%	300	4600	4600	3.93	0.0 - 0.20	A
	150.0	2.0%	0.78%	300	4600	4600	3.93	0.0 - 0.20	B
	150.0	3.0%	0.78%	300	4600	4600	3.93	0.0 - 0.20	C

Para obtener las relaciones momento-curvatura de las columnas de concreto armado analizadas en este capítulo, se empleó el programa de análisis *CIRC-2013* (Torres et al, 2013), el cual fue compilado en el programa *Visual para Excel* por los autores de este trabajo, con base en el software de análisis elaborado por Presland et al (1999).

Para definir el punto asociado a la curvatura de fluencia de las relaciones momento-curvatura generadas con *CIRC-2013* (Torres et al, 2013) en este estudio, se optó por utilizar una curva momento-curvatura Bi-lineal (ver figura 4.1b), la cual consiste en definir 3 puntos unidos por 2 líneas secantes, que tienen como objeto igualar el área bajo la curva de la relación momento-curvatura generada con *CIRC-2013* (Torres et al, 2013).

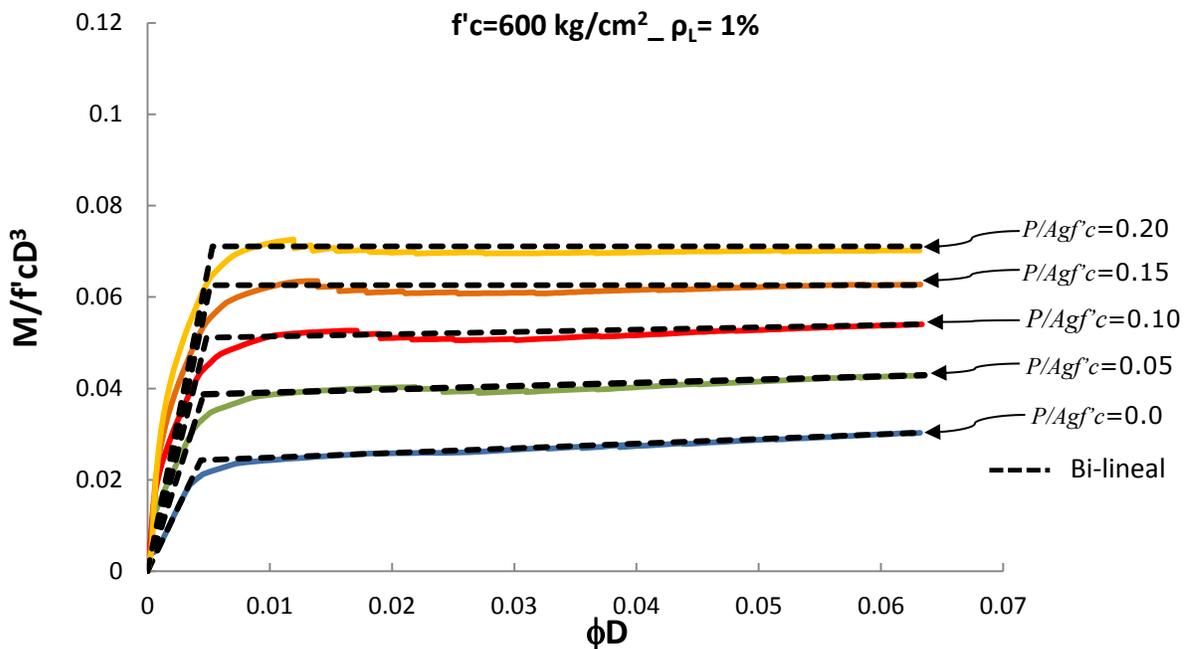
El primer punto o punto de origen de la primer línea secante se obtiene ubicando el punto (0,0) de la gráfica; posteriormente se identificó en la curva obtenida con *CIRC-2013* (Torres et al, 2013), el punto asociado a la primera fluencia del acero de refuerzo, esto con la finalidad de trazar la primer secante desde este punto al punto de origen, definiendo de esta manera la pendiente de la misma; con base a esta pendiente se ubicó el segundo punto obtenido de la igualación de las áreas bajo ambas curvas; este segundo punto es el que define al momento y curvatura de fluencia.

El tercer punto se obtiene identificando en la curva generada con *CIRC-2013* (Torres et al, 2013), la curvatura y momento, asociados a las deformaciones últimas en el concreto y el acero de refuerzo basados en la propuesta de Restrepo y Rodríguez (2013b) mencionadas en el capítulo 3.2, o se tomó la curvatura y momento asociados a la deformación última del concreto propuesta por Mander et al (1988).

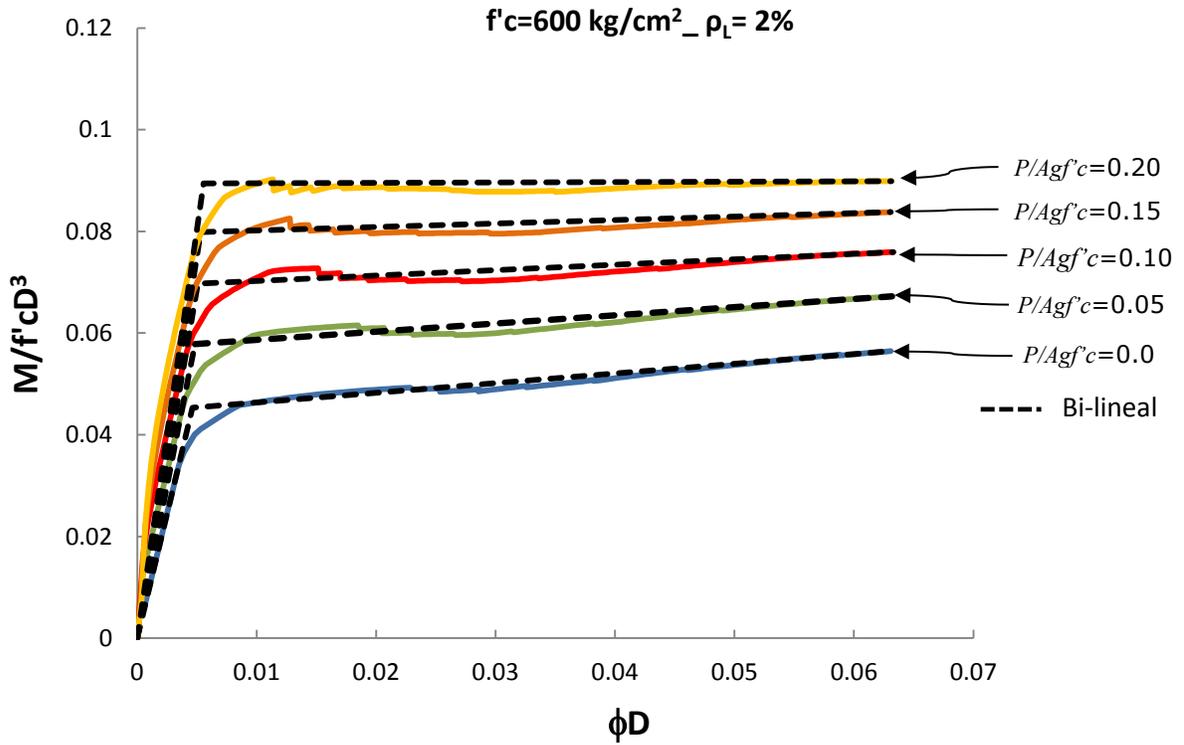


**Figura 4.1b Esquema de los puntos de la curva Bi-lineal.**

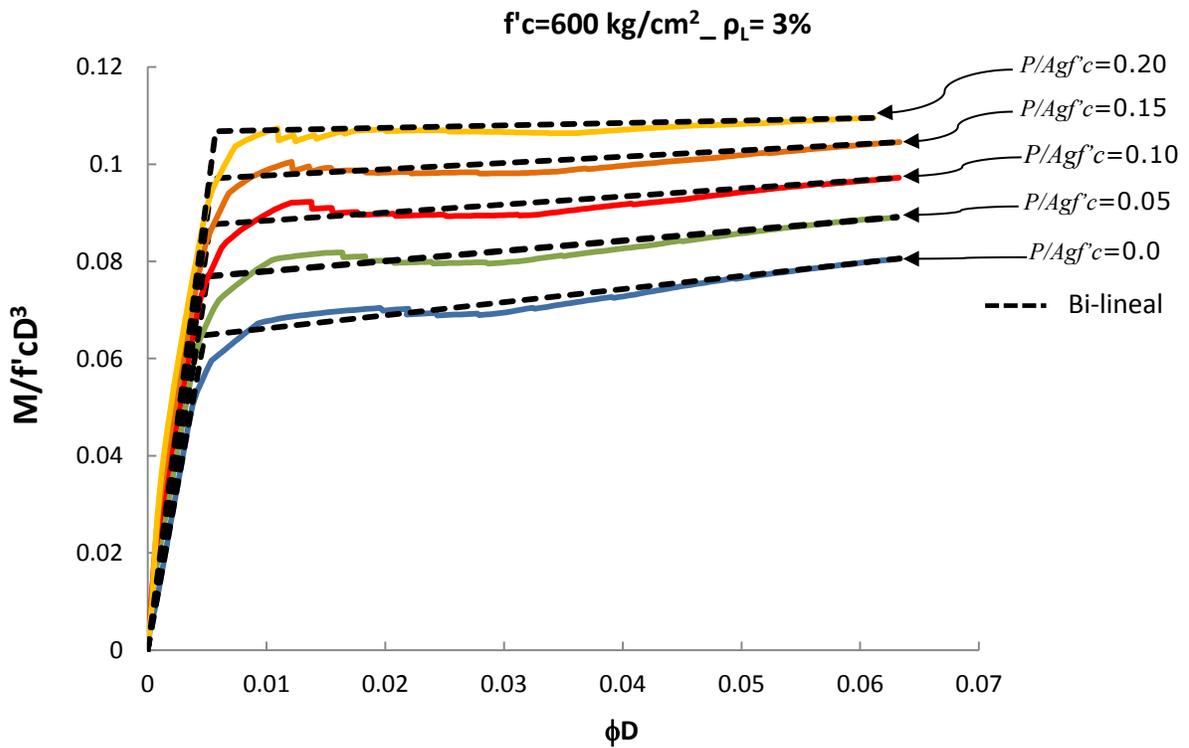
A continuación se muestran las gráficas de las relaciones momento-curvatura obtenidas con el programa de análisis *CIRC-2013* (Torres et al) para los casos A, B y C, con cuantías longitudinales de  $\rho_L=1\%$ ,  $\rho_L=2\%$  y  $\rho_L=3\%$  respectivamente, para los grupos I y I. Además se muestra las curvas Bi-lineales de cada caso obtenidas de acuerdo con la metodología anteriormente descrita.



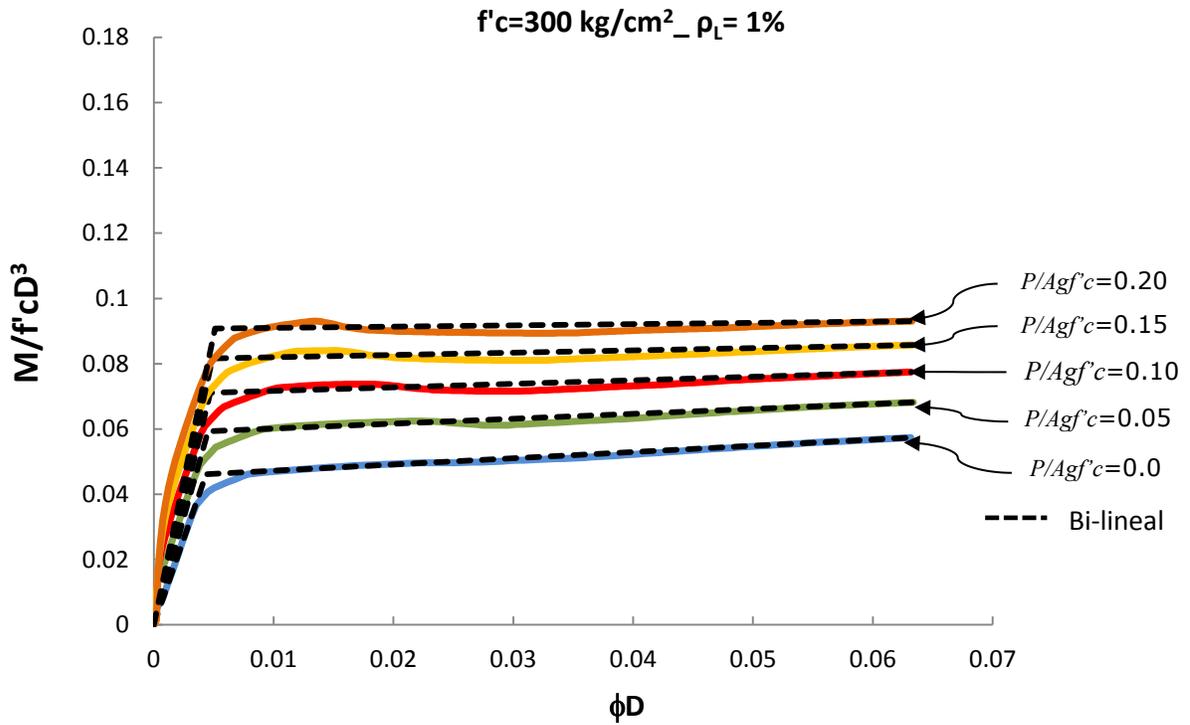
**Figura 4.2 Grafica momento-curvatura de columnas de grupo I, CASO A**



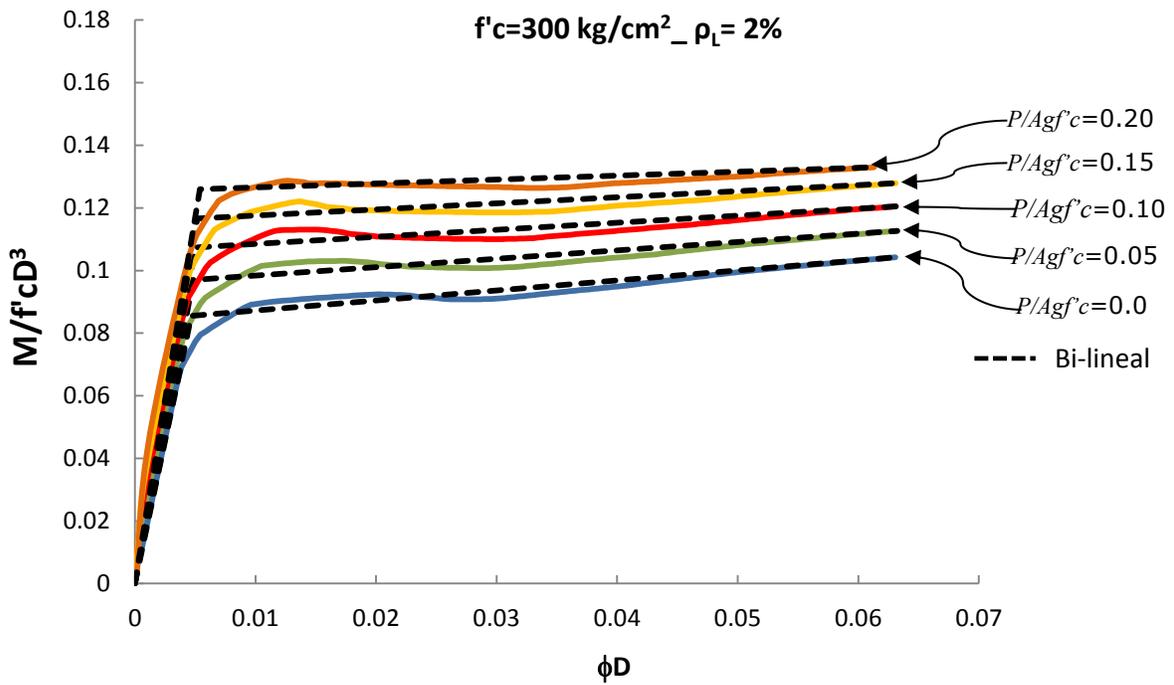
**Figura 4.3 Grafica momento-curvatura de columnas de grupo I, CASO B**



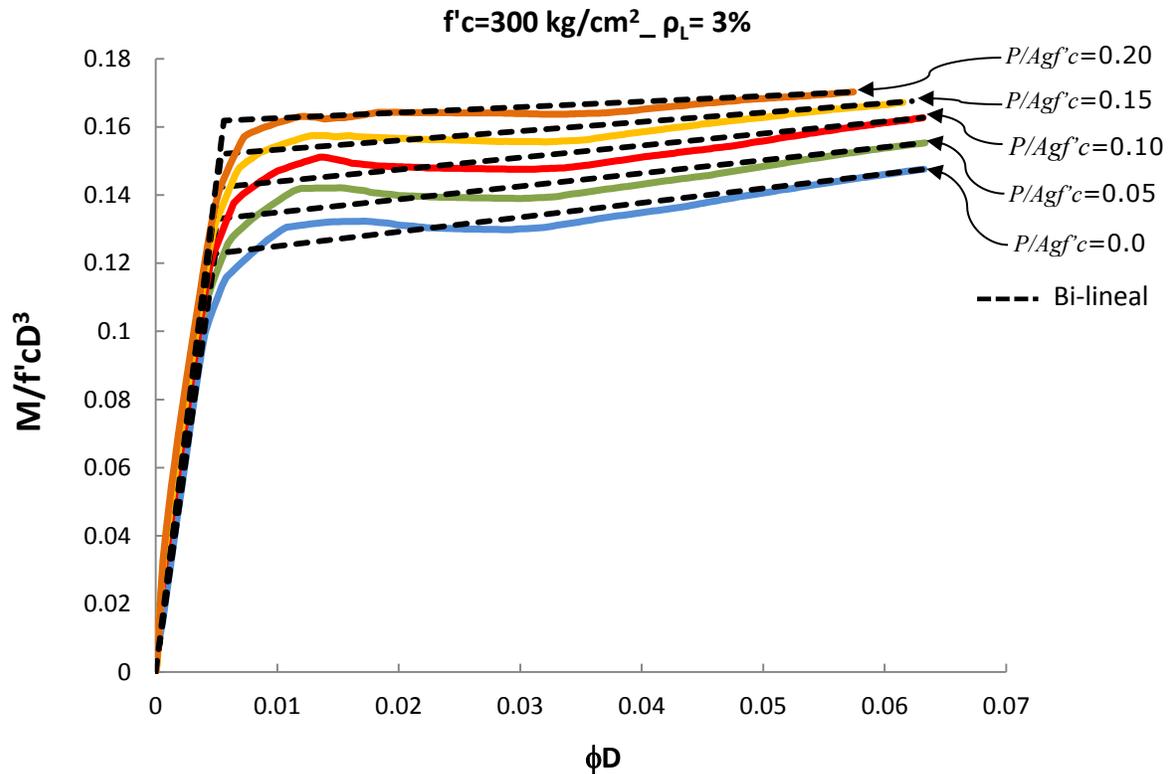
**Figura 4.4 Grafica momento-curvatura de columnas de grupo I, CASO C**



**Figura 4.5 Grafica momento-curvatura de columnas de grupo II, CASO A**



**Figura 4.6 Grafica momento-curvatura de columnas de grupo II, CASO B**



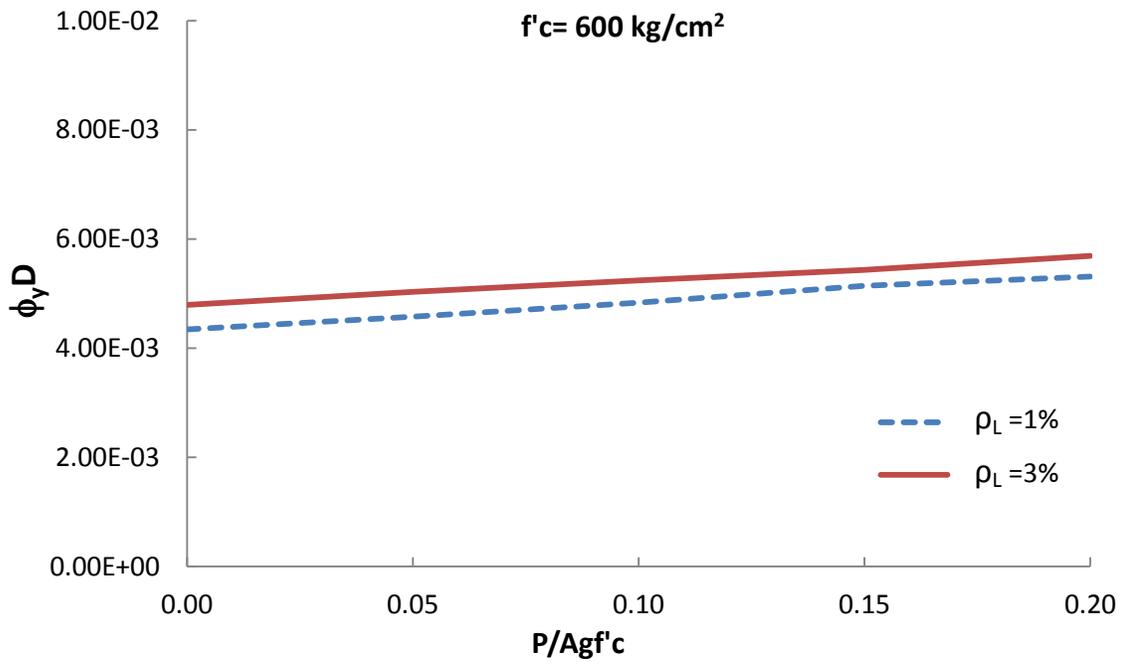
**Figura 4.7 Grafica momento-curvatura de columnas de grupo II, CASO C**

De las gráficas anteriores se observa que para relaciones de  $P/A_g f'_c$  mayores que 0.10, y para una misma cuantía de acero de refuerzo longitudinal  $\rho_L$ , en ambos grupos, el momento resistente calculado para las columnas del grupo I ( $f'_c=600 \text{ kg/cm}^2$ ) es aproximadamente 45% mayor que el calculado para las columnas del grupo II ( $f'_c=300 \text{ kg/cm}^2$ ), para una cuantía de  $\rho_L=1\%$ . Este aumento es de 35% para una cuantía de  $\rho_L=2\%$  y de 25% para una cuantía de  $\rho_L=3\%$ . Se compara los resultados obtenidos de los casos A, B y C, de las columnas del grupo I y II, para una misma carga axial  $P$  aplicada, es decir los resultados obtenidos de las columnas del grupo I con relación  $P/A_g f'_c=0.05$  y las del grupo II con relación  $P/A_g f'_c=0.10$ , el momento resistente calculado para las columnas del grupo I es en promedio 10% mayor que el calculado para las columnas del grupo II, de acuerdo con los casos observados en las figuras anteriores.

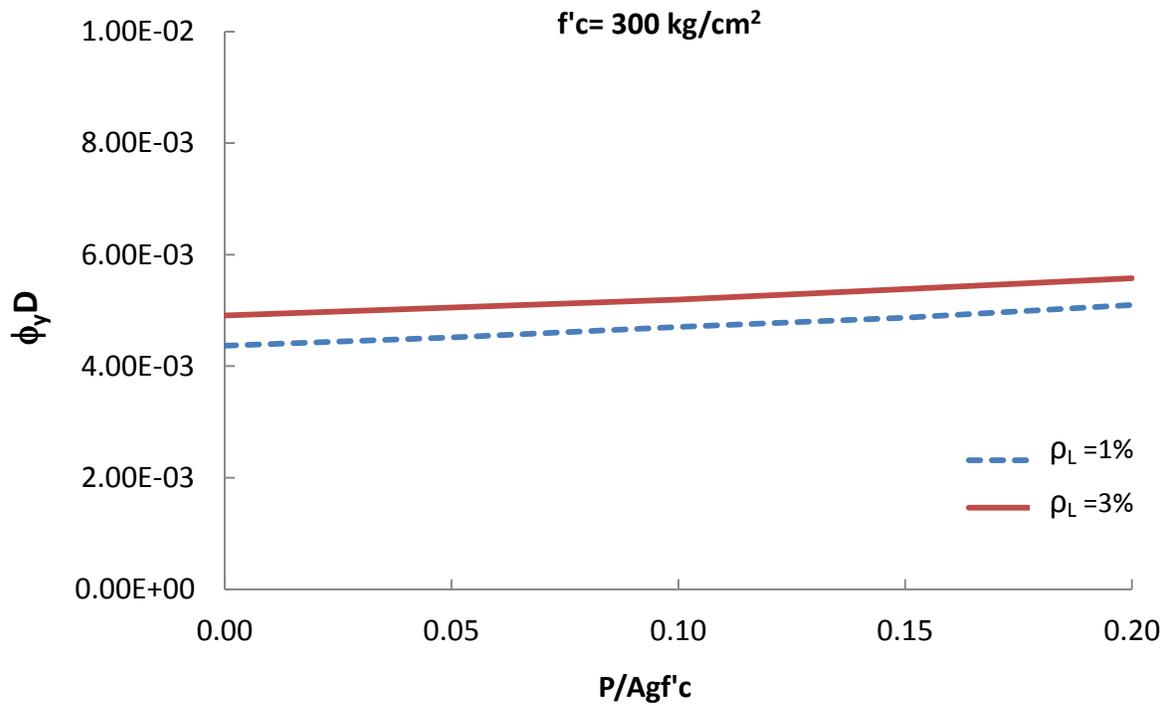
Se observa que para una relación de  $P/A_g f'_c$  mayor que 0.10, si realizamos una comparativa entre la columna del caso A del grupo I (figura 4.2) donde se empleó una cuantía  $\rho_L=1\%$ , y la columna del caso B del grupo II (figura 4.5) donde se empleó una cuantía  $\rho_L=2\%$ , los momentos resistentes calculados son aproximadamente iguales, aunque de acuerdo a la curvatura última calculada, la condición de falla asociada a cada grupo resulta ser distinto, por ejemplo para el caso de las columnas del grupo II, la falla presentada se debe a la fractura del acero de refuerzo transversal (Mander et al), esto aun cuando la cantidad de acero de refuerzo transversal empleada es la mínima especificada por las normas como ACI 318-11 y AASTHO (2004), mientras que para el caso de las columnas del grupo I la falla asociada se debe a la fractura en la barra de refuerzo longitudinal (Restrepo y Rodríguez, 2013). Esto significa que la columna del grupo I es más dúctil que la del grupo II, ya que la barra de acero longitudinal de las columnas del grupo I, alcanzan mayores deformaciones, antes de ocurrir el pandeo. En el apéndice A de este trabajo, se realiza una comparativa de costos de estos casos, donde se muestra que el costo de fabricar una columna del grupo I, caso A, es aproximadamente 20% menor que el de fabricar la columna del grupo II, caso B.

De acuerdo con los resultados observados anteriormente, se concluye que para relaciones de  $P/A_g f'_c$  mayor que 0.10, es recomendable el uso de concretos de alta resistencia como por ejemplo,  $f'_c=600 \text{ kg/cm}^2$ , ya que para efectos de diseño por desempeño, además de garantizar que el elemento falle de manera dúctil cuando se presente un sismo intenso, se obtienen grandes capacidades de resistencia con bajas cuantías de acero de refuerzo, obteniendo ahorros de hasta un 50% en el acero de refuerzo longitudinal (ver apéndice A), que con el empleo de concretos convencionales, como por ejemplo  $f'_c=300 \text{ kg/cm}^2$ .

A continuación se muestran las figuras 4.8 y 4.9, donde se observa la influencia de la carga axial y la resistencia del concreto, en la curvatura de fluencia de los casos A y C de las columnas analizadas en este estudio paramétrico.



**Figura 4.8** Curvatura de fluencia vs  $P/Agf'c$ , GRUPO I, CASO A y C.



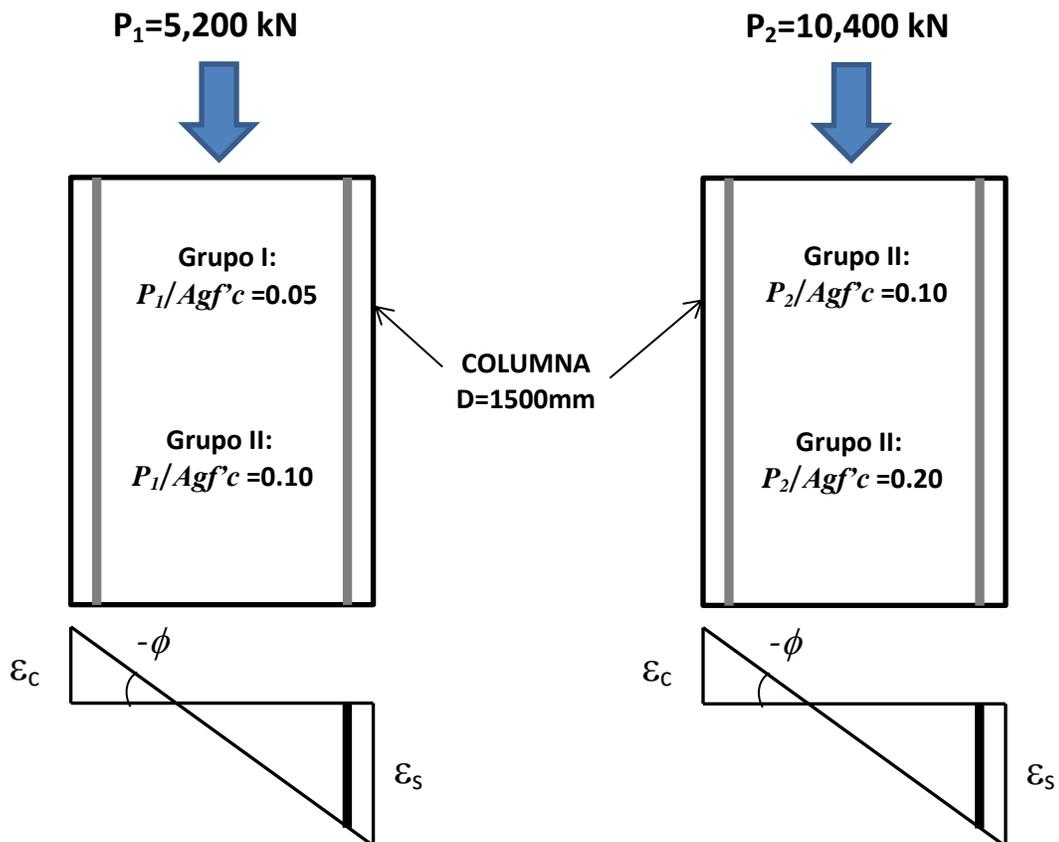
**Figura 4.9** Curvatura de fluencia vs  $P/Agf'c$ , GRUPO II, CASO A y C.

De las figuras 4.8 y 4.9, observamos que la curvatura de fluencia tiende a ser mayor a medida que la relación de carga axial aumenta para cada caso, por ejemplo para el caso A y C del grupo I donde se emplearon concretos de alta resistencia, la variación de la curvatura de fluencia para las relaciones de  $P/Agf'_c$  de 0.0 a 0.20, es 34% para una cuantía de acero de  $\rho_L=1\%$  y 24% para una cuantía de acero de  $\rho_L=3\%$ ; y para el mismo caso A y C pero del grupo II donde se emplearon concretos convencionales, la variación de la curvatura de fluencia, para las relaciones de  $P/Agf'_c$  de 0.0 a 0.20, es de hasta 17% para una cuantía de acero de  $\rho_L=1\%$  y de 14% para una cuantía de acero de  $\rho_L=3\%$ .

De acuerdo con estos resultados, para relaciones de  $P/Agf'_c$  menores que 0.10, la curvatura de fluencia es aproximadamente constante, y se ve afectada principalmente por el crecimiento de la relación  $P/Agf'_c$ , ya que entre mayor sea la carga axial aplicada, la variación de los resultados tienden a ser importantes.

En el contexto de capacidad de deformación, de acuerdo a los resultados observados en la curvatura ultima, se concluye que para relaciones de  $P/Agf'_c$  mayores que 0.10, y el empleo de cuantías altas de acero de refuerzo, como por ejemplo  $\rho_L=3\%$ , es recomendable el uso de concretos de alta resistencia en columnas para puentes, ya que ofrecen mayor capacidad de deformación, debido a que se encontró que el modo de falla asociado en estas, se debe a la fractura de la barra de refuerzo longitudinal debido al pandeo de esta (Restrepo y Rodríguez, 2013b), este caso es diferente al de las columnas donde se empleó un concreto convencional, como  $f'_c=300 \text{ kg/cm}^2$ , donde se encontró que la falla asociada se debe a la fractura de la barra de acero de refuerzo transversal (Mander et al, 1988), dando origen a una falla menos dúctil que para los casos donde se alcanza el pandeo de la barra.

La tabla 4.2a y 4.2b, muestran los resultados obtenidos de las deformaciones en el concreto  $\epsilon_c$  ubicado en la fibra extrema a compresión y en el acero de refuerzo principal  $\epsilon_s$  ubicado en la fibra extrema en tensión, ambas asociadas a la curvatura última bajo la acción de dos carga axiales denominadas  $P_1$  y  $P_2$  en esta comparativa, y representadas en la figura 4.10.  $P_1$  y  $P_2$ , fueron definidas de manera que al ser divididas entre el producto de las áreas y resistencias a compresión del concreto empleado en cada grupo (ver tabla 4.1), se llega a los valores indicados en la columna 3 de la tabla 4.2a y 4.2b. Los valores de la columna 3 de la tabla 4.2a y 4.2b, corresponden a una secuencia de datos para el estudio paramétrico, que representa la variación de la relación carga axial,  $P/Agf'_c$ , la cual varía entre 0 y 0.20, definido en la tabla 4.1 de este trabajo.



**Figura 4.10** Columnas de los grupos I y II, sometidas a la carga axial  $P_1$  y  $P_2$ .

**TABLA 4.2a. Deformaciones en el concreto y el acero de refuerzo bajo la acción de una carga axial  $P_1$  en ambos grupos.**

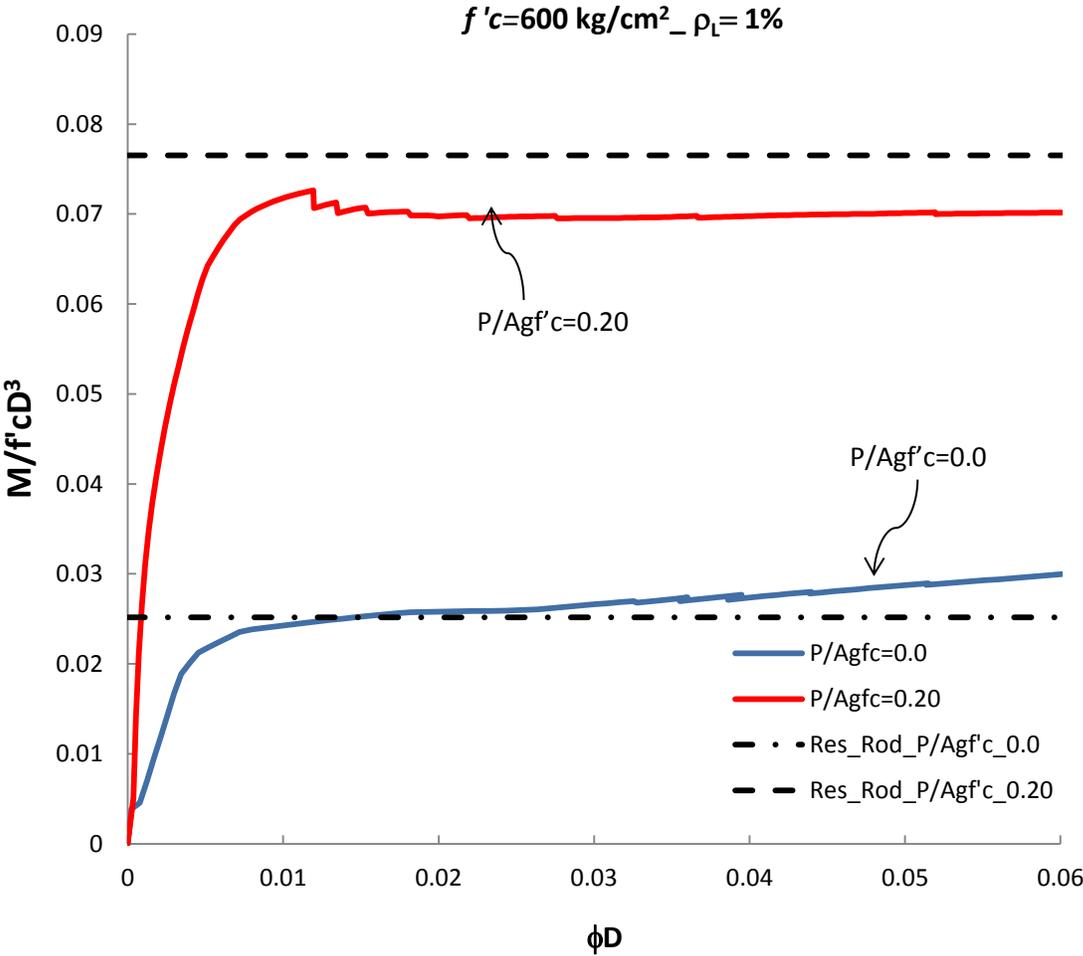
(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)	(9)	(10)	(11)	(12)
CARGA	GRUPO	P/ Agf'c	$M_y$ (kN.m)	$\phi_y$ ( $m^{-1}$ )	$M_u$ (kN.m)	$\phi_u$ ( $m^{-1}$ )	$\epsilon_s$ ( $\mu\epsilon$ )	$\epsilon_c$ ( $\mu\epsilon$ )	$\epsilon_s - \epsilon_c$ ( $\mu\epsilon$ ) RES&ROD	$\epsilon_{cu}$ ( $\mu\epsilon$ ) MANDER	CASO
$P_1 = 5,200$ kN	I $f'_c=600$ kg/cm <sup>2</sup>	0.05	7681	0.0030	8515	0.0423	4797	-12500	60473	-21284	A ; $\rho=1\%$
		0.05	11490	0.0032	13354	0.0421	4501	-15100	60119	-21284	B ; $\rho=2\%$
		0.05	15379	0.0033	15280	0.0420	4352	-16500	60029	-21284	C ; $\rho=3\%$
	II $f'_c=300$ kg/cm <sup>2</sup>	0.10	7061	0.00314	7690	0.0421	43832	-16300	60132	-20890	A ; $\rho=1\%$
		0.10	10657	0.00334	11964	0.0420	41877	-18200	60077	-20890	B ; $\rho=2\%$
		0.10	14129	0.00346	16152	0.0421	40794	-19300	60094	-20890	C ; $\rho=3\%$

**TABLA 4.2b. Deformaciones en el concreto y el acero de refuerzo bajo la acción de una carga axial  $P_2$  en ambos grupos.**

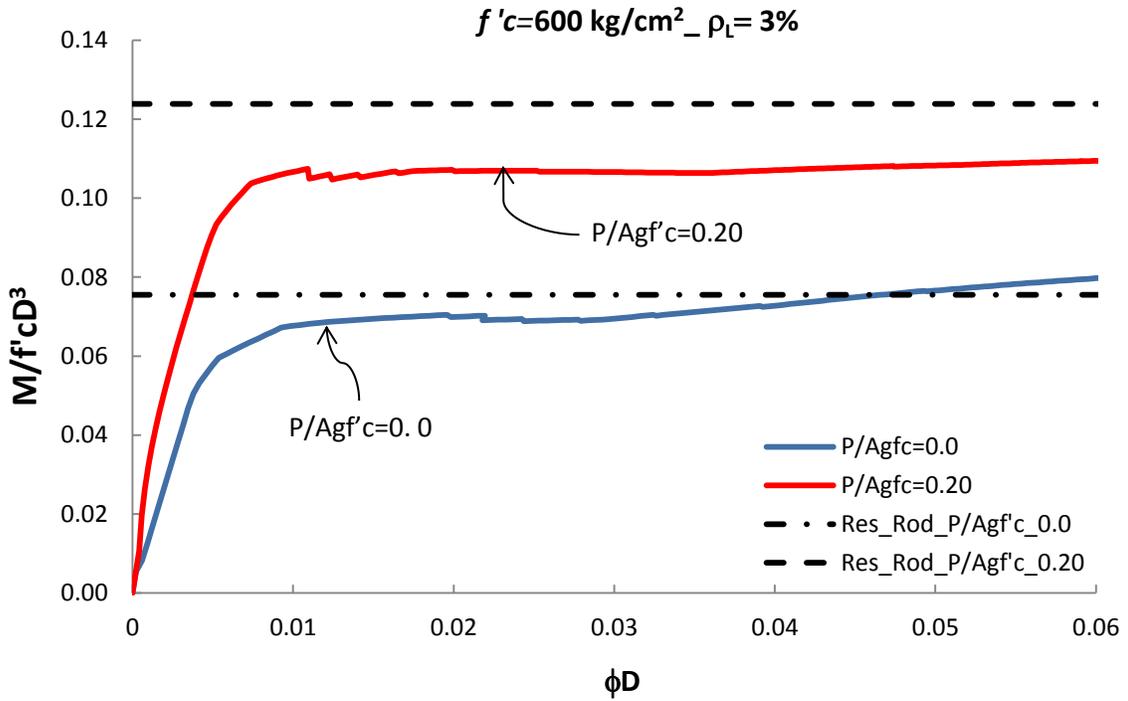
(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)	(9)	(10)	(11)	(12)
CARGA	GRUPO	P/ Agf'c	$M_y$ (kN.m)	$\phi_y$ ( $m^{-1}$ )	$M_u$ (kN.m)	$\phi_u$ ( $m^{-1}$ )	$\epsilon_s$ ( $\mu\epsilon$ )	$\epsilon_c$ ( $\mu\epsilon$ )	$\epsilon_s - \epsilon_c$ ( $\mu\epsilon$ ) RES&ROD	$\epsilon_{cu}$ ( $\mu\epsilon$ ) MANDER	CASO
$P_2 = 10,400$ kN	I $f'_c=600$ kg/cm <sup>2</sup>	0.10	10143	0.00322	10723	0.0422	45073	-15200	60273	-21284	A ; $\rho=1\%$
		0.10	13845	0.00339	15082	0.0422	43328	-16900	60228	-21284	B ; $\rho=2\%$
		0.10	17401	0.00349	19305	0.0421	42202	-18000	60202	-21284	C ; $\rho=3\%$
	II $f'_c=300$ kg/cm <sup>2</sup>	0.20	9018	0.00340	9237	0.0422	40496	-19700	60196	-20890	A ; $\rho=1\%$
		0.20	12503	0.00358	13204	0.0409	37443	<b>-20900</b>	58343	<b>-20890</b>	B ; $\rho=2\%$
		0.20	16072	0.00373	16908	0.0383	33731	<b>-20900</b>	54631	<b>-20890</b>	C ; $\rho=3\%$

De acuerdo con las deformaciones en el acero de refuerzo y en el concreto mostradas en la tabla 4.2a y 4.2b, se encontró que las columnas de los grupos I y II, sometidas a la carga  $P_1$ , y las columnas del grupo I sometidas a la carga  $P_2$ , la falla en éstas se encuentra asociada a la fractura de la barra de refuerzo longitudinal debido al efecto del pandeo (*ver columna No.10*), ésto de acuerdo a la propuesta de Restrepo y Rodríguez (2013b). Pero para los casos B y C de las columnas del grupo II sometidas a la carga  $P_2$ , la falla se encuentra asociada a la fractura del acero de refuerzo transversal (*ver columna No.11*), ya que la deformación del concreto alcanza primeramente su capacidad (*Mander et al, 1988*), antes de alcanzar la capacidad de deformación de la barra de refuerzo principal.

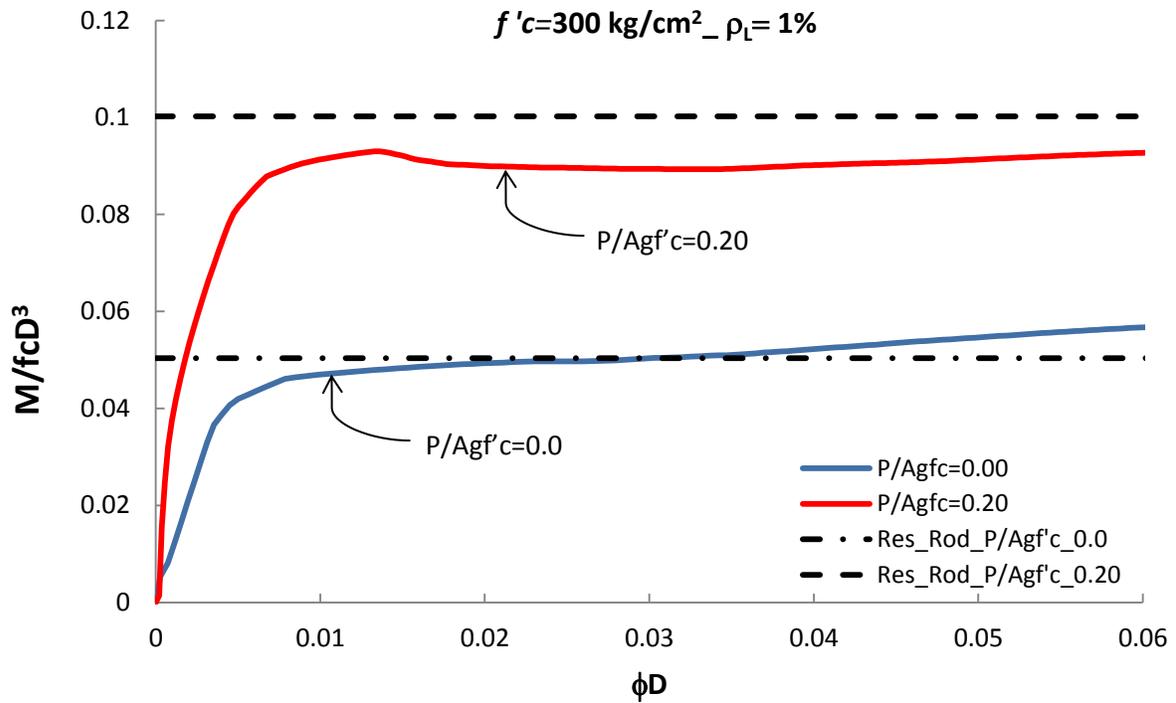
A continuación se presenta una comparativa de los valores de momento máximo obtenidos de las relaciones momento-curvatura de los casos A y C para las columnas del grupo I y II, y los valores calculados con la expresión 4.1, propuesta por Restrepo y Rodríguez (2013a), para obtener el momento máximo probable.



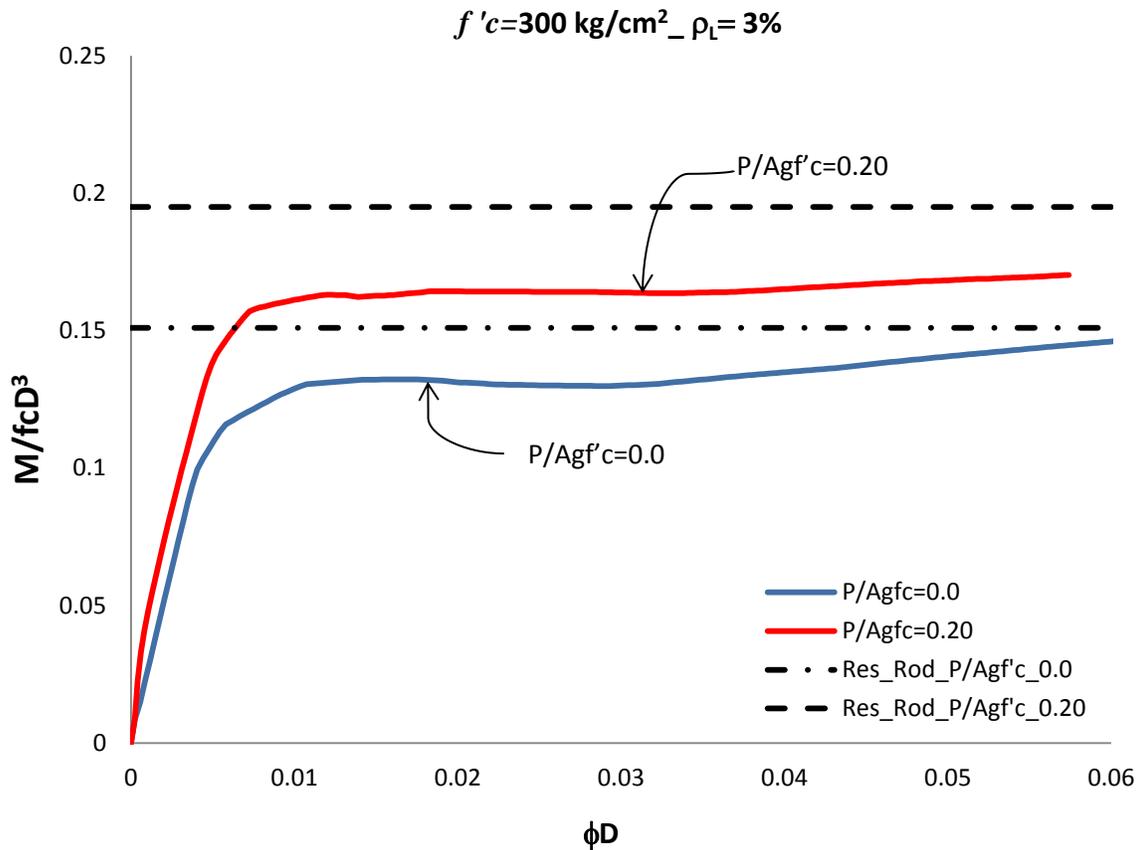
**Figura 4.11  $M_{cd}$  Restrepo y Rodríguez (2013a) vs  $M_{cd}$  GRUPO I, CASO A**



**Figura 4.12  $M_{cd}$  Restrepo y Rodríguez (2013a) vs  $M_{cd}$  GRUPO I, CASO C**



**Figura 4.13  $M_{cd}$  Restrepo y Rodríguez (2013a) vs  $M_{cd}$  GRUPO II, CASO A**



**Figura 4.14  $M_{cd}$  Restrepo y Rodríguez (2013a) vs  $M_{cd}$  GRUPO II, CASO C**

De lo anterior se observa, que con el empleo de la expresión de Restrepo y Rodríguez (2013a), se obtiene resultados que tienden a ser razonablemente conservadores.

A continuación se presenta una comparación entre los resultados obtenidos en 2 ensayos de laboratorio, y los valores de momento máximo calculado con la expresión 4.1 propuesta de Restrepo y Rodríguez (2013a), empleando los datos de los especímenes 2 y 20 de la tabla 2.1 de este trabajo. Las curvas histeréticas momento-desplazamiento, se obtuvieron de la base de datos del PEER (Berry et al, 2004). Los figuras que se presentan a continuación, demuestran que con el procedimiento propuesto por Restrepo y Rodríguez (2013a), se obtienen predicciones aceptables respecto a los resultados medidos.

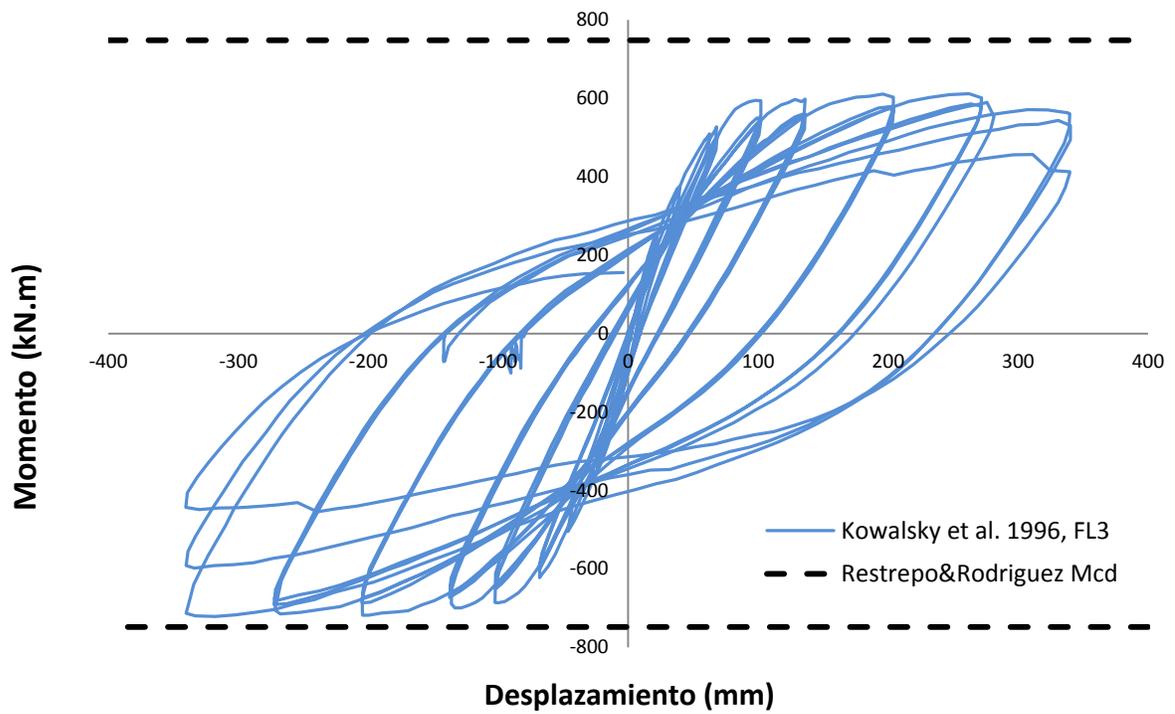


Figura 4.15  $M_{cd}$  Restrepo y Rodríguez (2013a) vs Ensaye Experimental Kowalsky et al 1996, FL3

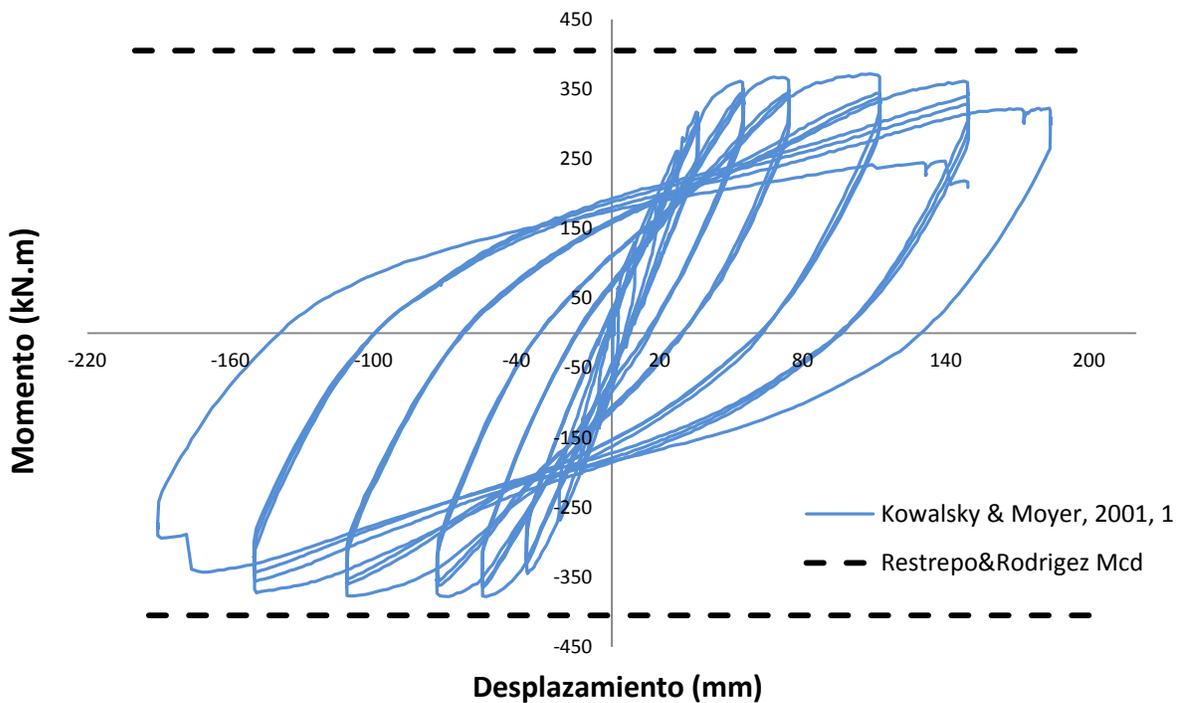


Figura 4.15  $M_{cd}$  Restrepo y Rodríguez (2013a) vs Ensaye Experimental Kowalsky y Moyer, 2001, 1

## 5. ESTUDIO PARAMÉTRICO DE RELACIONES MOMENTO – CURVATURA EN COLUMNAS PRESFORZADAS.

### 5.1 Capacidad a flexo-compresión de columnas de concreto Presforzado

En este capítulo, se propone una expresión para el cálculo del momento máximo probable  $M_{cd}$  para columnas de concreto presforzado, con base en el criterio propuesto por Restrepo y Rodríguez (2013a) para columnas de concreto reforzado mostrado en el capítulo 4.1. Para el uso de este criterio, se emplea la alternativa de tomar en cuenta el acero de presfuerzo en la participación del incremento de momento resistente, debido a la deformación de los cables cuando la columna es sometida a flexión y carga axial.

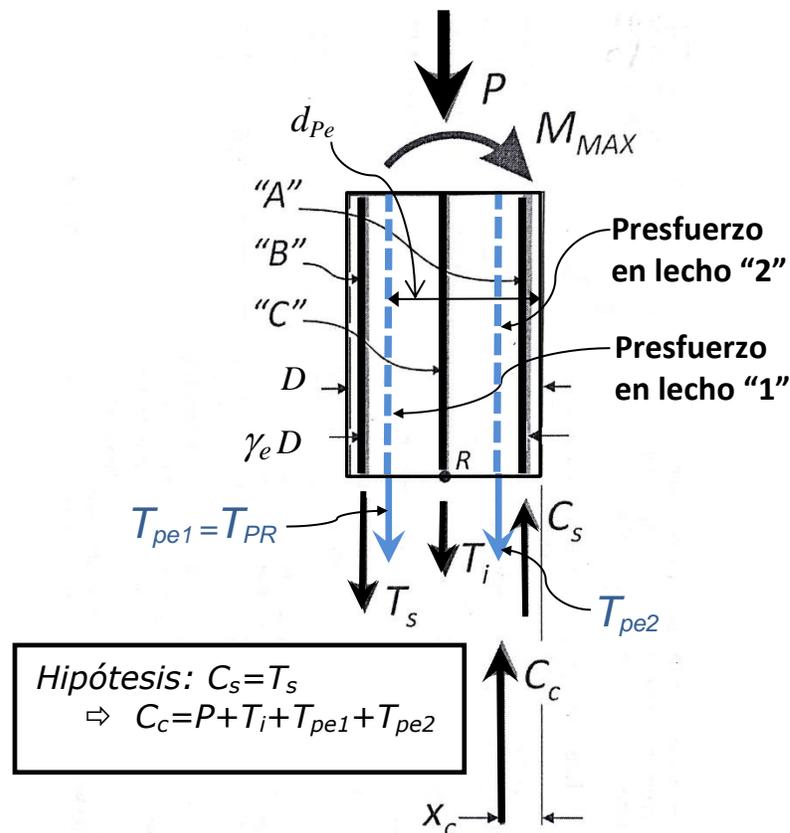


Figura 5.1a Fuerzas actuantes externas y resistentes internas para una columna de concreto con presfuerzo fuera del eje centrodal.

La figura 5.1a muestra el modelo de Restrepo y Rodríguez (2013a) modificado para el caso donde el presfuerzo se ubica distribuido simétricamente fuera del eje centroidal de la columna. Con base a este modelo se desarrolló la expresión 5.1a, que resulta de emplear la ecuación general del momento máximo probable propuesta por Restrepo y Rodríguez (2013a), adicionándole la fuerza final  $T_{PR}$  debido a las deformaciones del presfuerzo en tensión por su brazo de palanca respectivo. Inicialmente, la fuerza  $T_{PR}$  es igual a la fuerza  $T_{Pe1}$ , por lo que resolviendo el equilibrio de las fuerzas actuantes e internas de acuerdo al esquema mostrado en la figura 5.1a tenemos que el momento máximo probable es igual a:

$$M_{cd-UB} = T_S \gamma_e D + (P + T_i)(D/2 - x_c) + (T_{PR})(d_{Pe} - x_c) \dots \dots \dots (5.1a)$$

Donde:

$$T_S = \frac{1}{3} \rho_L \widehat{f}_y \quad ; \quad \gamma_e = \zeta (1 - 1/D (d_{be} + 2(d_{bh} + c_c))) \quad ; \quad T_i = \frac{1}{3} \rho_L \widehat{f}_y \quad ; \quad d_{be} = 2 \sqrt{\frac{\rho_L A_g}{\pi n_b}} \quad ;$$

$$\zeta = \cos(\pi/n_b) \quad ; \quad P_T = P + T_{Pe1} + T_{Pe2} \quad y \quad \frac{x_c}{h} = 0.32 \frac{P_T}{A_g \widehat{f}'_c} + 0.10 \quad (\text{para circulares}) \quad ;$$

$P_T$  = carga actuante total, que surge como resultado de la suma de la carga axial P actuante, la carga debido  $T_{Pe1}$  y la carga debido  $T_{Pe2}$ .

$T_S$  = fuerza en tracción debido a las barras B del acero de refuerzo (ver figura 5.1a).

$T_i$  = fuerza en tracción debido a las barras C del acero de refuerzo (ver figura 5.1a).

$T_{Pe1}$  = fuerza de tensado inicial en los tendones del acero de presfuerzo del lecho 1.

$T_{Pe2}$  = fuerza de tensado inicial en los tendones del acero de presfuerzo del lecho 2.

$T_{PR}$  = fuerza en tracción final debido al incremento de la deformación en el presfuerzo.

$D$  = diámetro total de la sección circular empleada.

$d_{Pe}$  = brazo de palanca de la fuerza resultante en tracción del presfuerzo.

$\widehat{f}_y$  = esfuerzo de fluencia medido del acero de refuerzo empleado.

$\widehat{f}'_c$  = esfuerzo en compresión medido del concreto empleado.

$A_g$  = área bruta de la sección.

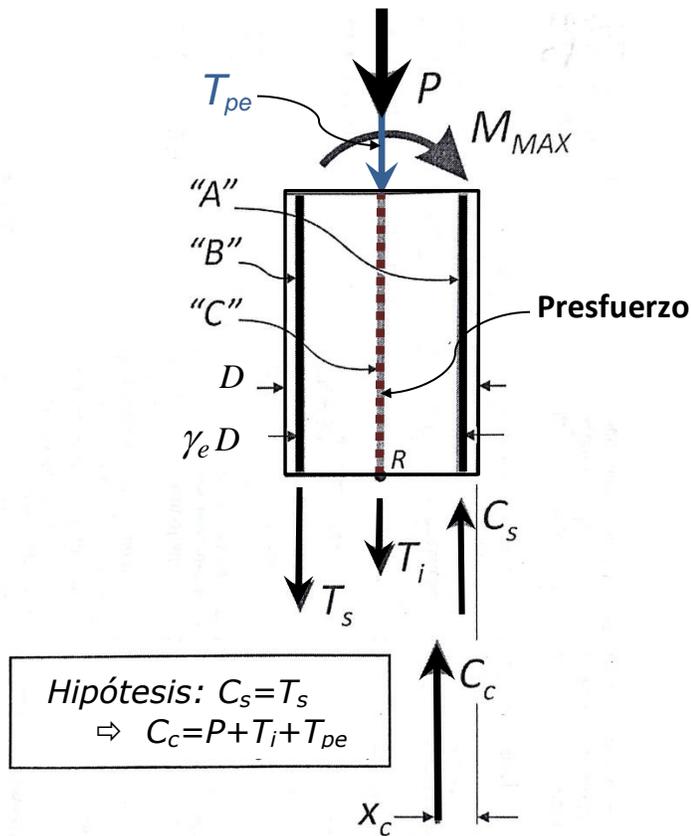
$\rho_L$  = cuantía total del acero de refuerzo principal empleado.

$n_b$  = número de barras del acero de refuerzo empleadas en la sección.

$d_{be}$  = diámetro del acero de refuerzo principal.

$d_{bh}$  = diámetro del acero de refuerzo transversal.

$c_c$  = recubrimiento empleado en la sección.



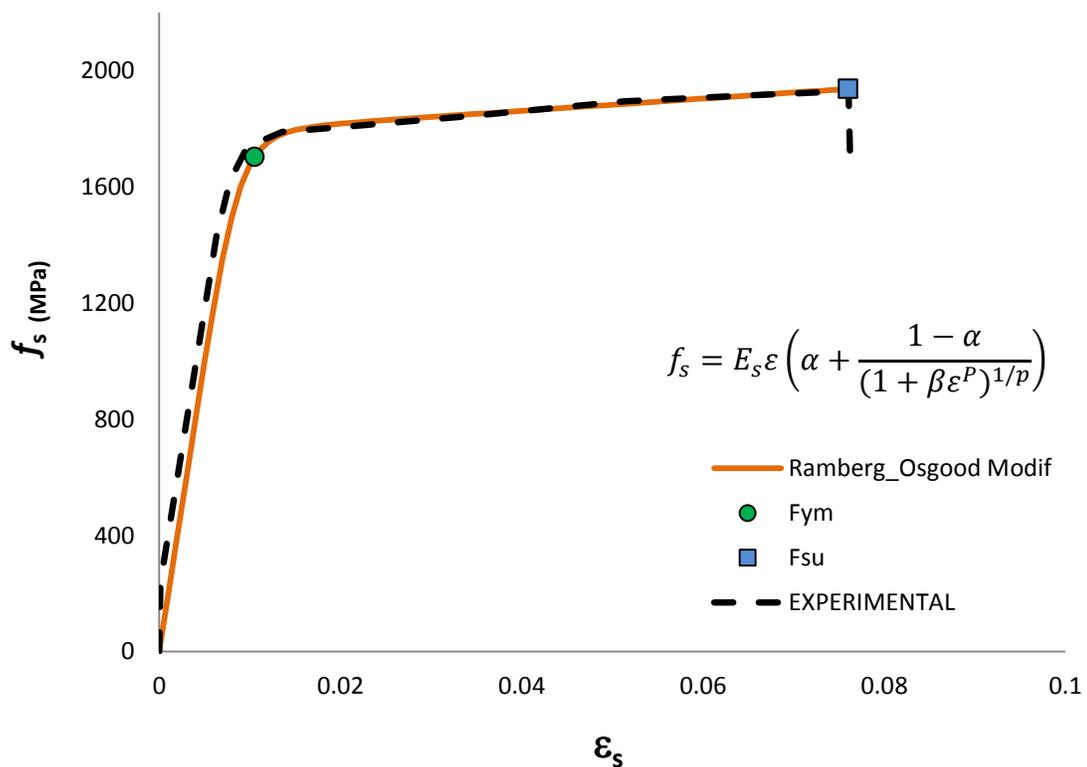
**Figura 5.1b Fuerzas actuantes externas y resistentes internas para una columna de concreto con presfuerzo en su eje centroidal.**

La figura 5.1b muestra el modelo de *Restrepo y Rodríguez modificado* para el caso donde el presfuerzo se ubica en el eje centroidal de la columna. Con base en este modelo se desarrolló la expresión 5.1b, que resulta de emplear la ecuación general del momento máximo probable propuesta por *Restrepo y Rodríguez (2013a)*, adicionándole de manera simplificada la fuerza  $T_{pe}$ , debido al presfuerzo, y sin tomar en cuenta el incremento de los esfuerzos debido a las deformaciones en el cable. Por equilibrio de las fuerzas actuantes externas e internas, de acuerdo al esquema mostrado en la figura 5.1b, el momento máximo probable es igual a:

$$M_{cd-LB} = T_S \gamma_e D + (P + T_i + T_{pe})(D/2 - x_c) \dots \dots \dots (5.1b)$$

Donde:  $T_{pe}$  = fuerza efectiva de tensado de los cables de presfuerzo.

Para obtener la fuerza resultante  $T_{PR}$ , mostrada en el modelo de la figura 5.1a, la cual resulta del incremento de la deformación en tracción del acero de presfuerzo, es necesario emplear la función *modificada Ramberg Osgood* (Mattock, 1979). De esta manera es posible evaluar el esfuerzo asociado a la deformación inicial del tendón,  $\varepsilon_0$ , y el esfuerzo asociado a la suma de la deformación inicial más el incremento de la deformación del cable  $\varepsilon_{si}$ . La figura 5.2, muestra la curva esfuerzo-deformación resultado de la prueba experimental realizada a un cable de presfuerzo empleado en el ensaye de columnas de concreto presforzado en la Universidad de Reno Nevada (Saiidi et al, 2012), y además se muestra la reproducción de la curva esfuerzo-deformación para el mismo cable de presfuerzo calculada con la función *modificada Ramberg Osgood*.



**Figura 5.2 Curva esfuerzo-deformación experimental vs analítico (Ramberg Osgood Modificado), para cable de presfuerzo.**

Para el cálculo teórico del incremento de la deformación en el cable de presfuerzo,  $\varepsilon_{si}$ , se empleó la ecuación 5.2 (Torres, 2013), el cual se basa en la hipótesis simplificada que considera que en la etapa última, la distorsión y el giro de la sección en la base de la columna son iguales. La deformación,  $\varepsilon_{si}$ , está relacionada con el brazo de palanca del cable de presfuerzo,  $d_p$ , con el giro,  $\theta$ , de la sección y la longitud total del cable de presfuerzo,  $L+a$ . Las figuras 5.3 y 5.4 muestran de forma esquemática la hipótesis descrita, con base en las cuales se desarrolló la ec. 5.2.

$$\varepsilon_{si} = \left(\frac{\Delta}{L}\right) \left(\frac{d_{pe} - 2x_c}{L+a}\right) \dots\dots\dots (5.2)$$

Donde:  $d_p = (D/2 + y_p)$  ;  $x_c = (0.32 \frac{P_T}{A_g f'_c} + 0.10) D$  (para circulares) ;

$f_{ps}$  = esfuerzo final calculado en el cable de presfuerzo.

$D$  = diámetro total de la sección circular empleada.

$\Delta$  = desplazamiento total medido en el extremo superior de la columna.

$L$  = Longitud total de la columna medida a cara superior de la cimentación.

$y_p$  = distancia medida del centro de la sección al centro del cable de presfuerzo.

$a$  = Altura de la cimentación (cuando el anclaje del cable de presfuerzo no inicia del extremo inferior de la cimentación, este valor es igual a cero)

$d_{pe}$  = brazo de palanca de la fuerza resultante en tracción del presfuerzo, medido desde el centro del cable hasta la fibra extrema en compresión.

$\varepsilon_0$  = Deformación inicial en el acero de presfuerzo.

$\rho_p$  = cuantía del acero de presfuerzo empleado en el lecho en tensión.

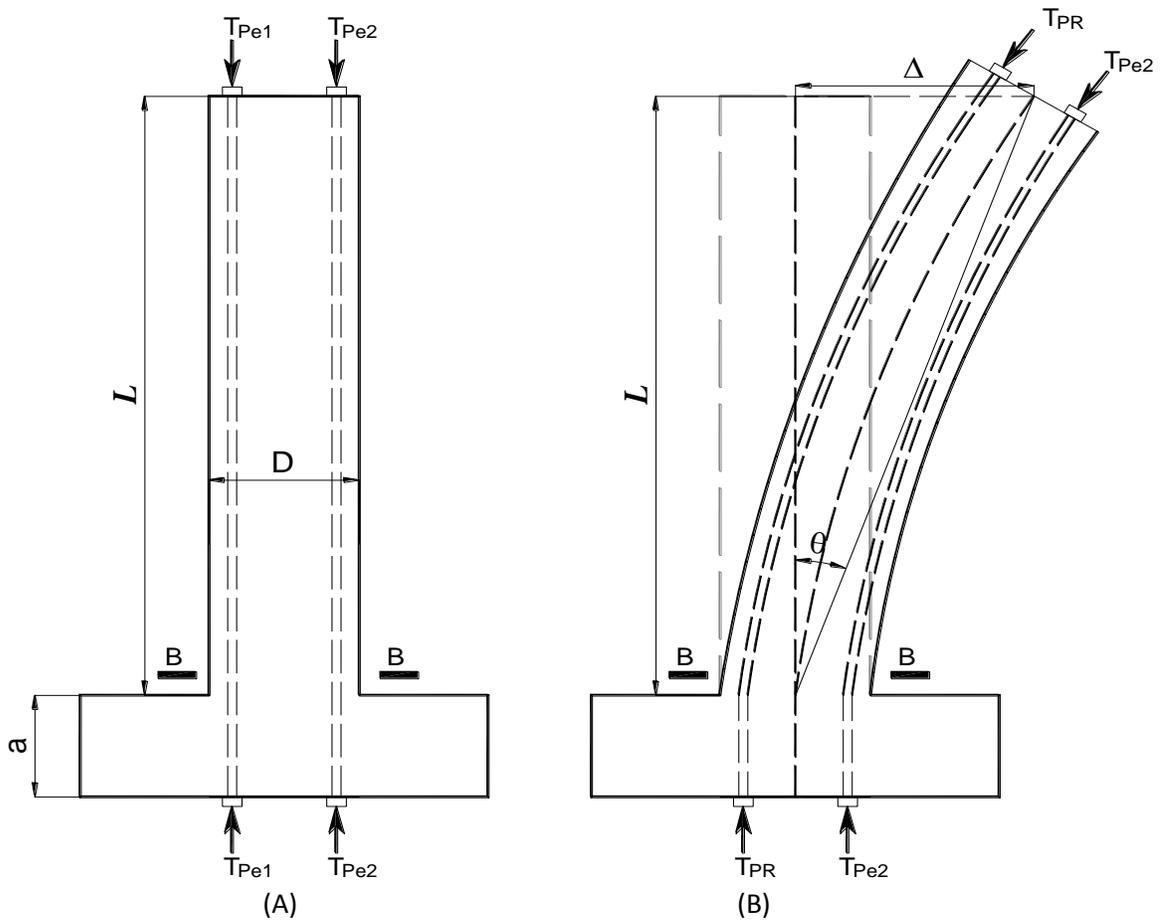


Figura 5.3 Columna presforzada. A) Estado inicial. B) Estado deformado

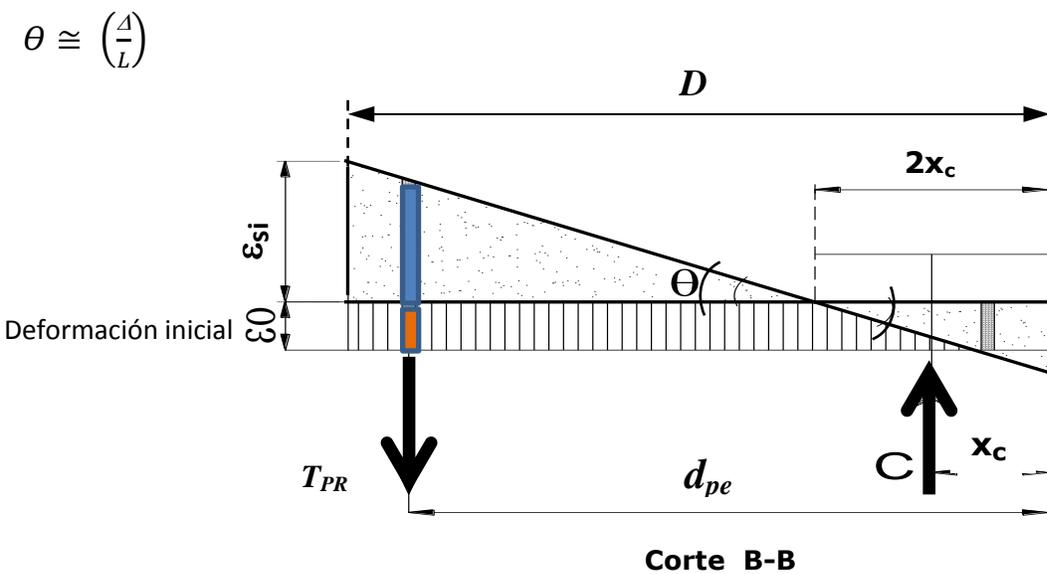


Figura 5.4 Diagrama de incremento de deformación en cable de presfuerzo.

Obtenidos los esfuerzos asociados a las deformaciones anteriormente mencionadas,  $\varepsilon_o$  y  $\varepsilon_{si}$ , se calcula la fuerza  $T_{PR}$  con las siguientes expresiones:

$$T_{PR} = (f_{ps}(\varepsilon_o + \varepsilon_{si}) - f_{ps}(\varepsilon_o)) A_g \rho_p \dots\dots\dots (5.3)$$

La ecuación 5.3 se emplea para un cable de presfuerzo sin adherir a la sección,

$$T_{PR} = f_{ps}(\varepsilon_o + \varepsilon_{si}) A_g \rho_p \dots\dots\dots (5.4)$$

La ecuación 5.4 se emplea cuando el cable de presfuerzo está adherido a la sección.

Se observa que en la ecuación 5.3, la cual aplica al caso de las columnas con presfuerzo sin adherir a la sección, propio de las columnas postensadas, la diferencia de esfuerzos,  $f_{ps}(\varepsilon_o + \varepsilon_{si})$  generado por los cables del lecho 1 ( $T_{Pe1}$ ), menos  $f_{ps}(\varepsilon_o)$  generados por los cables del lecho 2, del equilibrio del par externo que se origina en la sección de la columna, (ver figura 5.3 y 5.4). De manera simplificada se consideró que el cable de presfuerzo ubicado en el lecho 2 ( $T_{Pe2}$ ), mantiene su deformación inicial,  $\varepsilon_o$ , por el hecho de encontrarse no adherido, aun cuando este se encuentra en la zona en compresión del elemento.

En el caso de las columnas con presfuerzo adherido a la sección (ec. 5.4), propio de las columnas pretensadas, esta deformación inicial,  $\varepsilon_o$ , de los cables del lecho 2 ubicado en la zona del bloque de compresión, disminuye debido a la compatibilidad de deformación con la sección de concreto y no interviene en el cálculo de  $T_{PR}$ .

## 5.2 Estudio paramétrico de la influencia en la curvatura de fluencia y curvatura última de: (1) la carga axial actuante, (2) la relación entre acero de presfuerzo y acero de refuerzo convencional y (3) resistencia del concreto.

El objetivo de este capítulo es mostrar resultados del análisis paramétrico realizado con columnas de concreto presforzado, empleando como modelo prototipo la sección circular de columnas para puentes empleada en el capítulo 4, con diámetro  $D=1500\text{mm}$ , y con la distribución en el acero de refuerzo y presfuerzo de acuerdo con la figura 5.5. Este análisis incluye la variación de parámetros tales como la carga axial, la resistencia del concreto, la relación entre las cantidades relativas del acero de refuerzo longitudinal y del acero de presfuerzo, con la finalidad de poder observar la influencia de estos parámetros en la curvatura de fluencia y la curvatura última cuando la columna es sometida a flexión. Para evaluar las relaciones momento-curvatura en secciones de concreto presforzado sometidas a flexión y carga axial, se empleó la hipótesis de que las secciones permanecen planas después de la flexión, y que las relaciones esfuerzo-deformación para el concreto, el acero convencional y de presfuerzo son conocidas. Los modelos que han sido empleados para definir las curvas esfuerzo-deformación para el concreto y el acero de refuerzo son los propuestos por Mander et al (1988) y Dodd y Restrepo (1995), respectivamente, para definir el pandeo de la barra de refuerzo en la relación momento-curvatura, la propuesta de Restrepo y Rodríguez (2013b), y para el caso de la curva esfuerzo-deformación del acero de presfuerzo, el modelo de Ramberg-Osgood modificado et al (1979).

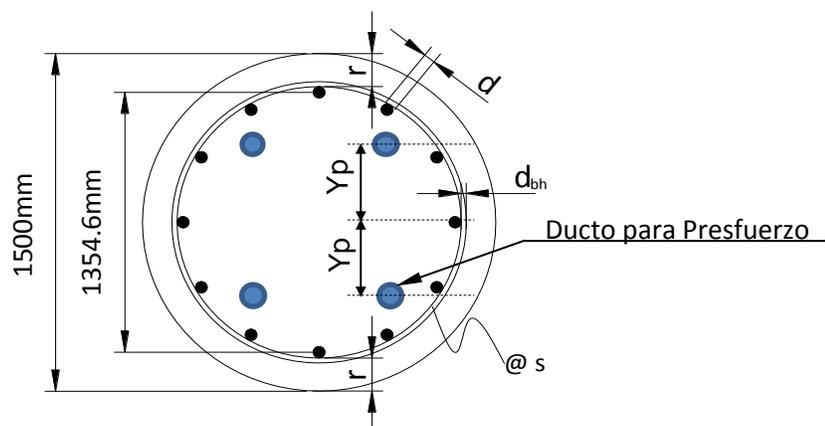


Figura 5.5 Esquema del modelo empleado en el análisis paramétrico.

La tabla 5.1, muestran los parámetros empleados en este estudio, el cual se divide en dos grupos. En el primer bloque, denominado, grupo I, se empleó un concreto de alta resistencia con  $f'_c=600 \text{ kg/cm}^2$ , y en el segundo bloque, denominado grupo II, se empleó concreto convencional  $f'_c =300 \text{ kg/cm}^2$ . Cada bloque contiene 3 casos, donde se hizo variar la relación entre el coeficiente de participación mecánica,  $\eta_1$ , del acero de refuerzo convencional empleado, definido por la expresión 5.5, y el coeficiente de participación mecánica,  $\eta_2$ , del acero de presfuerzo empleado, definido por la expresión 5.6.

$$\eta_1 = (\rho_L A_g f_y) / [(\rho_L A_g f_y) + (\rho_P A_g f_{ps})] \dots\dots\dots (5.5)$$

$$\eta_2 = (\rho_P A_g f_{ps}) / [(\rho_L A_g f_y) + (\rho_P A_g f_{ps})] \dots\dots\dots (5.6)$$

Donde:

$f_{ps}$  = esfuerzo de tensado en el cable.

$f_y$  = esfuerzo de fluencia medido del acero de refuerzo empleado.

$A_g$  = área bruta de la sección.

$\rho_L$  = cuantía total del acero de refuerzo principal empleado.

$\rho_P$  = cuantía total del acero de refuerzo principal empleado.

La relación de  $P_T/A_g f'_c$  aplicada a la sección, depende de la relación entre  $\eta_1$  y  $\eta_2$ .

Por ejemplo, el caso A de la tabla 5.1, el cual se refiere a la relación  $\eta_1/\eta_2=1$ , nos muestra que la tracción resultante del acero de refuerzo convencional, es dos veces la tracción resultante del acero de presfuerzo empleado.

La cuantía de acero de refuerzo transversal  $\rho_s$  empleada en las columnas analizadas de los grupos I y II de este estudio, fue la mínima especificada por las normas *AASHTO LRFD (2004)* y *ACI 318-11*.

**TABLA 5.1. Datos del estudio paramétrico de columnas de concreto presforzado.**

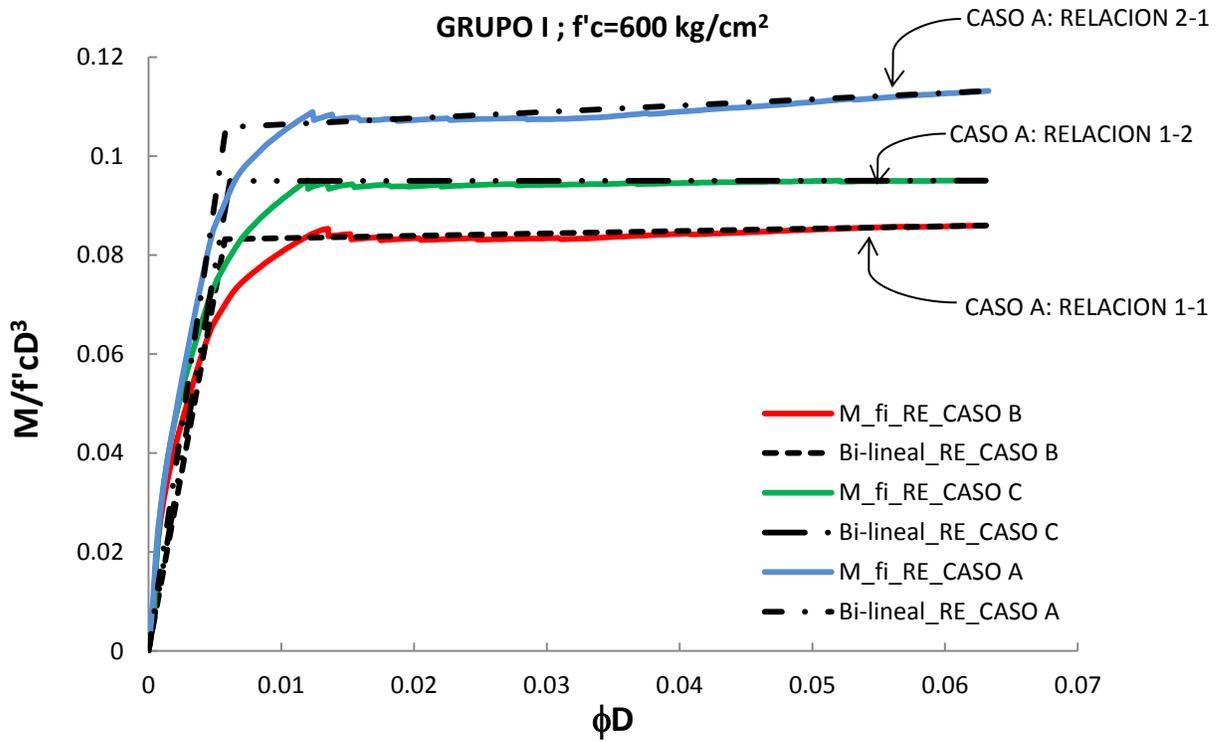
GRUPO	$\eta_1$ (ACERO G42)	$\eta_2$ (ACERO PRES FUERZO)	$\rho_L$ (ACERO G42)	$\rho_P$ (ACERO PRES FUERZO)	$f_Y$ (kg/cm <sup>2</sup> ) (ACERO G42)	$f_{ps}$ (kg/cm <sup>2</sup> ) (ACERO PRES FUERZO)	$Y_p$ =0.3D (mm)	$S_h /$ $d_b$	$P_{PRES}$ FUERZO / $A_g f'_c$	$P_{AXIAL}$ / $A_g f'_c$	$P_{TOTAL}$ / $A_g f'_c$	CASO
I $f'_c=600$ kg/cm <sup>2</sup>	2	1	2.60%	0.43%	4600	13831	450	4.33	0.10	0.05	0.15	A
	1	1	1.30%	0.43%	4600	13831	450	4.33	0.10	0.05	0.15	B
	1	2	1.00%	0.43%	4600	13831	450	4.33	0.15	0.05	0.20	C
II $f'_c=300$ kg/cm <sup>2</sup>	2	1	2.60%	0.43%	4600	13831	450	3.94	0.20	0.10	0.30	A
	1	1	1.30%	0.43%	4600	13831	450	3.94	0.20	0.10	0.30	B
	1	2	1.00%	0.43%	4600	13831	450	3.94	0.30	0.10	0.40	C

El caso A se puede considerar representativo de columnas para puentes construidas en el estado de Nevada, en Estados Unidos, y el caso C se puede considerar representativo de columnas para puentes construidas en México.

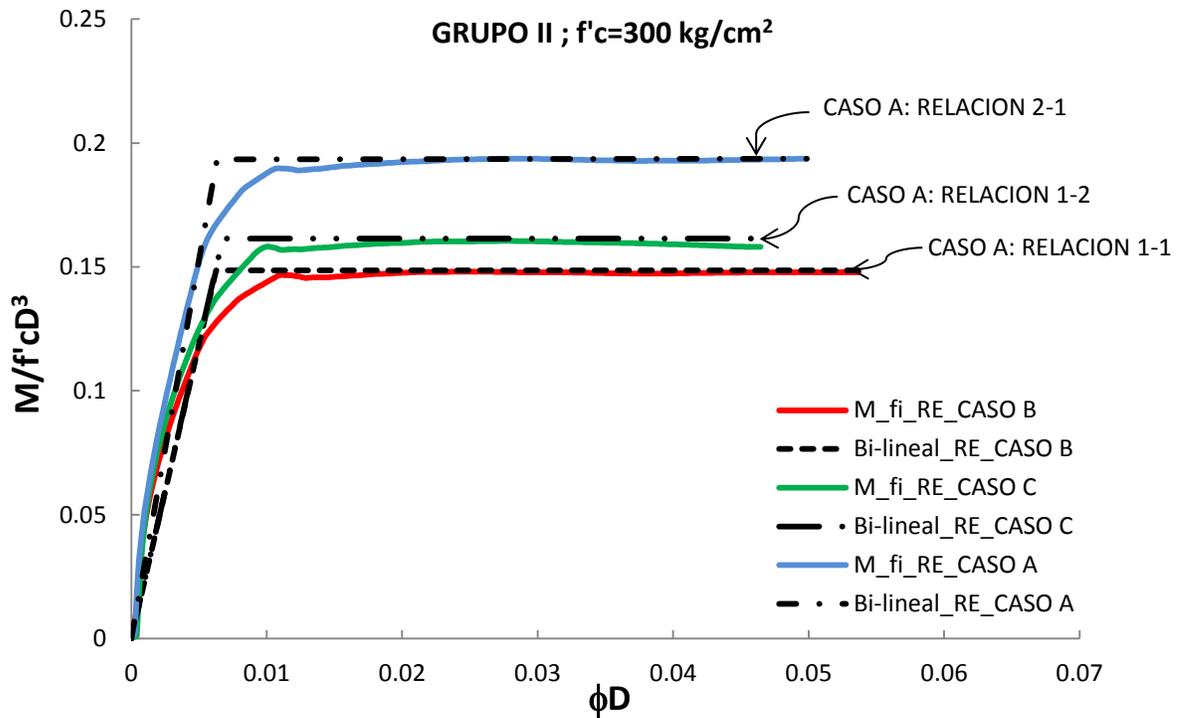
Para la construcción y análisis de las relaciones momento-curvatura de las columnas de concreto presforzado analizadas en este capítulo, también se empleó el programa de análisis *CIRC-2013* (Torres et al, 2013).

Para definir la curvatura de fluencia en las relaciones momento-curvatura construidas con *CIRC-2013* (Torres et al, 2013) en este capítulo, se empleó la metodología propuesta en el capítulo 4.2, utilizando curvas momento-curvatura *Bi-lineales*, y para la definición de la curvatura ultima, se empleó el criterio propuesto por Restrepo y Rodríguez (2013b) y la propuesta por Mander et al (1988).

A continuación se muestran las gráficas obtenidas de las relaciones momento-curvatura de los grupos I y II para los casos A, B y C, de acuerdo a la tabla 5.1, donde se integran sus respectivas curvas *Bi-lineales*, con las que se definieron las curvaturas de fluencia respectivas.



**Figura 5.6 Momento-curvatura de columnas de grupo I, CASO A, B y C**



**Figura 5.7 Momento-curvatura de columnas de grupo II, CASO A, B y C**

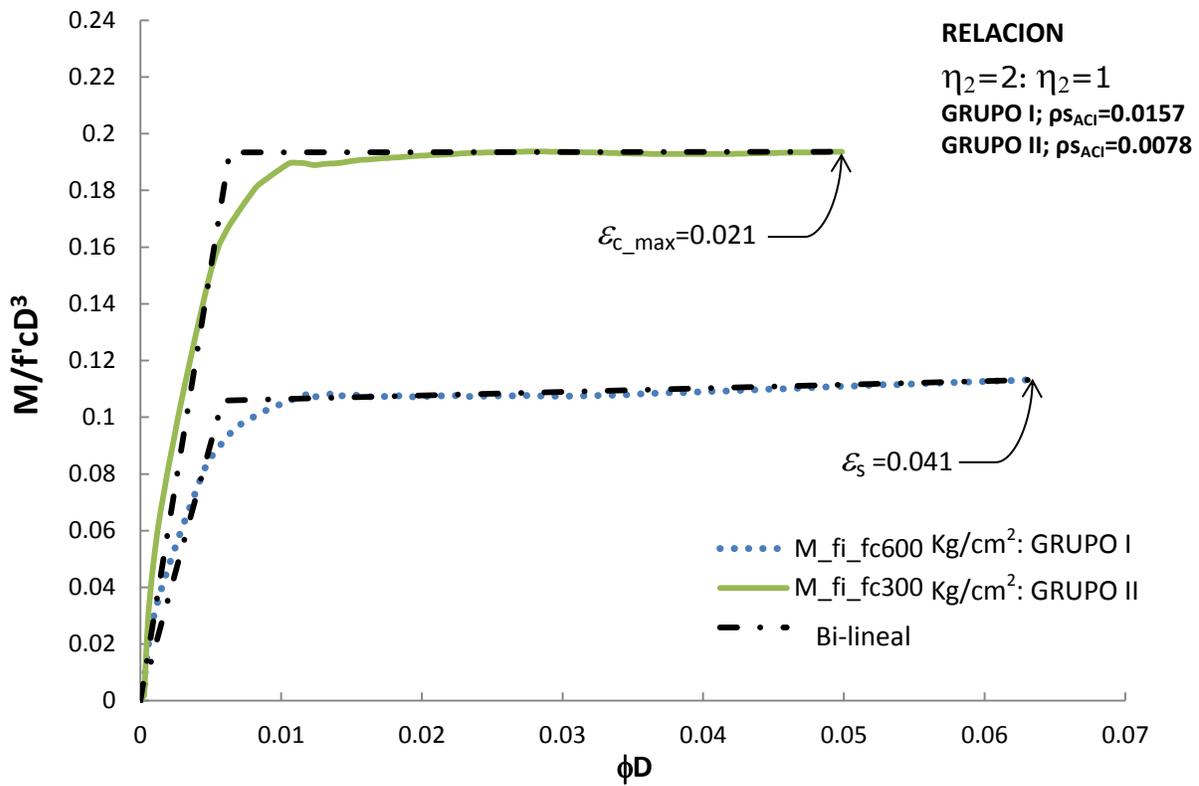
De acuerdo con las figuras 5.6 y 5.7, se observa que la capacidad resistente máxima a flexión del CASO A, es 20% mayor que el CASO C y 22% mayor que el CASO B, tanto para las columnas del grupo I, como las del grupo II.

Se compararon estas mismas relaciones de los casos A, B y C entre las columnas del grupo I y II, y se observó que el momento máximo resistente calculado para las columnas del grupo I es en promedio 18% mayor que el calculado en las columnas del grupo II.

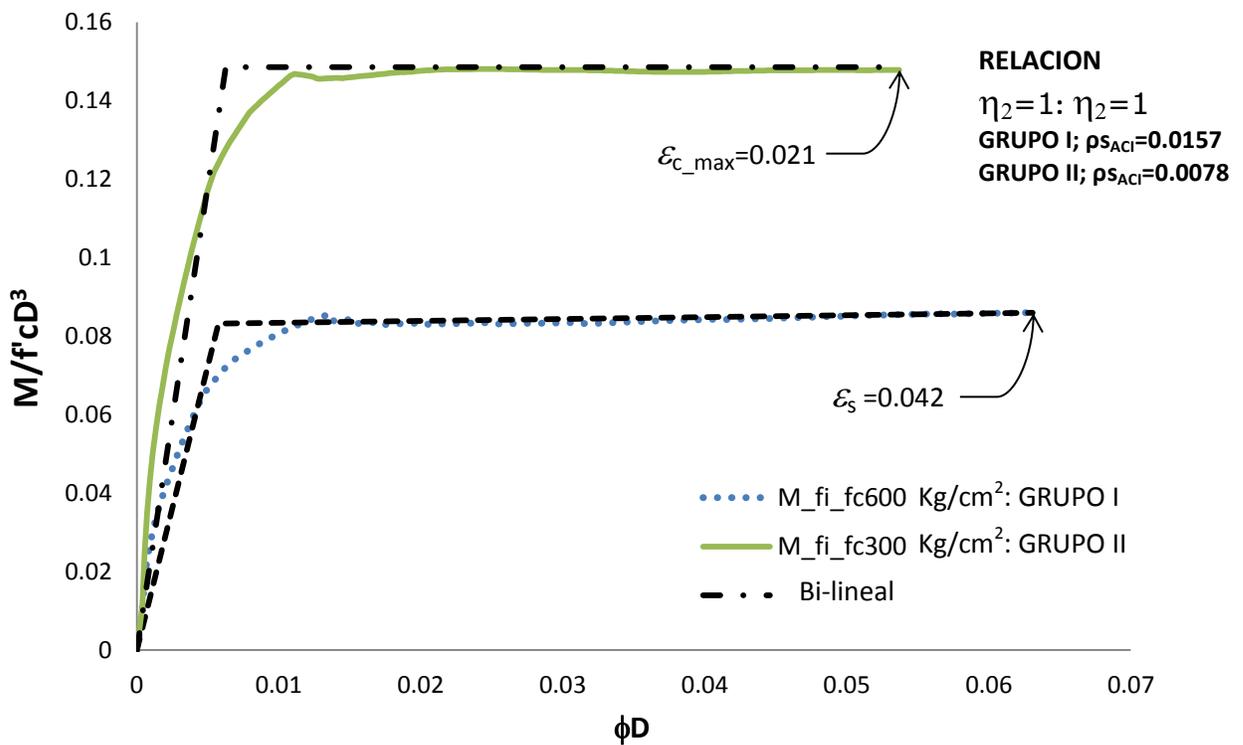
De lo anterior se concluye que el uso de concretos de alta resistencia  $f'_c=600$  kg/cm<sup>2</sup>, en columnas de concreto presforzado, no aumenta de manera significativa el momento máximo probable resistente.

De acuerdo con las figuras 5.6 y 5.7, se observó que la curvatura de fluencia tiende a ser aproximadamente constante para los casos A, B y C en ambos grupos de columnas, ya que la variación entre curvaturas de fluencia es 6% para el caso del grupo I, y 5% para el caso del grupo II. De lo anterior se concluye que la curvatura de fluencia de una sección presforzada, es independiente de la resistencia del concreto y de las relaciones entre la cantidad del acero de refuerzo y presfuerzo, ya que el efecto que causan estos parámetros en su comportamiento es despreciable.

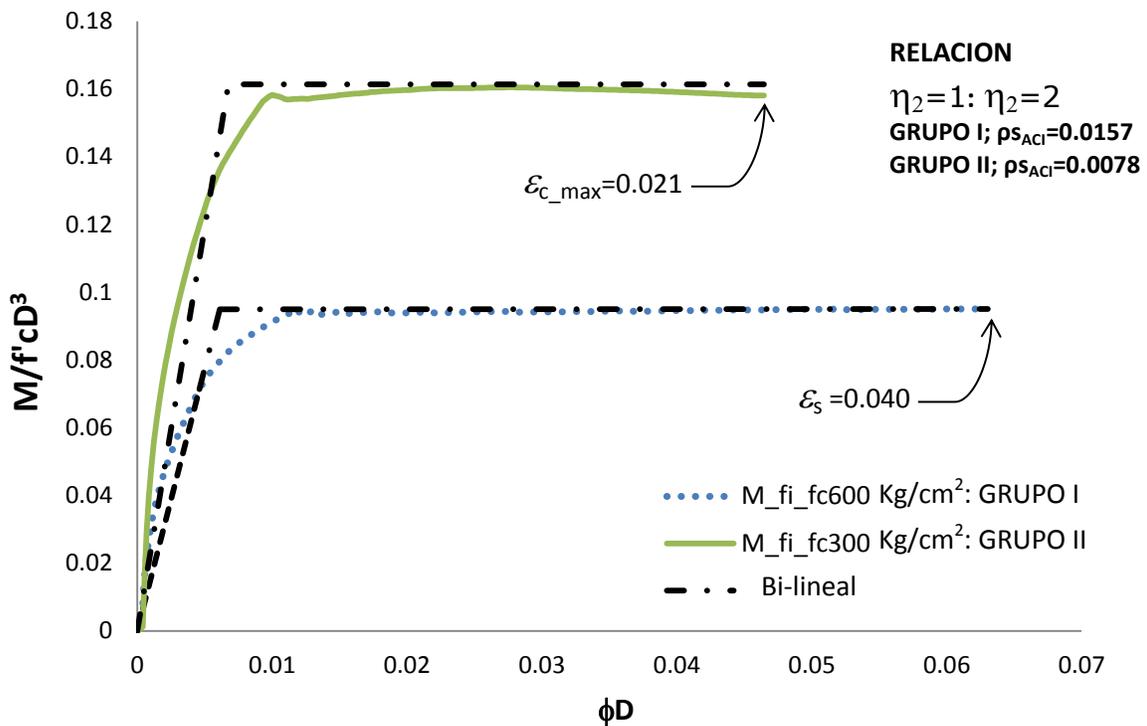
A continuación se muestra una comparativa de las relaciones momento-curvatura para los casos A, B y C de los grupos I ( $f'_c=600$  kg/cm<sup>2</sup>) y II ( $f'_c=300$  kg/cm<sup>2</sup>), donde se observa el efecto que provocan los parámetros anteriormente mencionados en la curvatura última.



**Figura 5.8 Momento-curvatura de columnas de grupo I y II, CASO A**



**Figura 5.9 Momento-curvatura de columnas de grupo I y II, CASO B**



**Figura 5.10 Momento-curvatura de columnas de grupo I y II, CASO C**

Para el caso A (figura 5.8), B (figura 5.9) y C (figura 5.10) de las columnas del grupo I donde se empleó un concreto de alta resistencia de  $f'_c=600 \text{ kg/cm}^2$ , se encontró que la curvatura última obtenida de la relación momento-curvatura, se encuentra asociada a la deformación última,  $\epsilon_s$ , en el acero de refuerzo debido a la fractura de la barra principal debido al pandeo (Restrepo y Rodríguez, 2013b), obteniéndose valores aproximadamente constantes, entre 0.0420 y 0.0421, alcanzando una variación entre estos menor a 2%. Sin embargo en los casos A (figura 5.8), B (figura 5.9) y C (figura 5.10) de las columnas del grupo II, en las cuales se empleó un concreto convencional de  $f'_c=300 \text{ kg/cm}^2$ , se encontró que la curvatura última está asociada a la deformación última en el concreto,  $\epsilon_c$ , debido a la fractura del acero de refuerzo transversal (Mander et al, 1988), obteniéndose valores entre 0.0309 y 0.0358, alcanzando variaciones del orden de 15%. Esto significa que el acero de refuerzo longitudinal de las columnas del grupo II, no alcanzó a desarrollar toda su capacidad de deformación, haciéndola menos dúctil que las columnas del grupo I.

De acuerdo con los resultados observados en la curvatura última de las columnas de ambos grupos, se recomienda que para los casos de diseño de columnas presforzadas para puentes donde las relaciones  $P_T/Agf'_c$  sean mayores que 0.15, emplear concretos de alta resistencia, a fin de proveer de mayor ductilidad en estos elementos cuando se presente un sismo intenso.

En la tabla 5.2 se muestran los resultados de las deformaciones obtenidas del concreto  $\epsilon_c$  ubicado en la fibra extrema a compresión y en el acero de refuerzo principal  $\epsilon_s$  que se ubica en la fibra extrema en tensión, así como las deformaciones obtenidas en el cable de presfuerzo  $\epsilon_{spe}$  ubicado en la fibra extrema en tensión.  $\phi_y$  es la curvatura de fluencia obtenida de la curva Bi-lineal calculada de acuerdo a la metodología anteriormente descrita,  $M_y$  es el momento de fluencia asociado a la curvatura de fluencia calculada,  $\phi_u$  es la curvatura de fluencia ultima calculada asociada al procedimiento de Restrepo y Rodríguez (2013b) o en su defecto de acuerdo al método de Mander et al (1988), y  $M_u$  es el momento ultimo resistente, asociado a la curvatura última encontrada para los diferentes casos de ambos grupos de columnas.

**TABLA 5.2. Deformaciones obtenidas en el concreto, el acero de refuerzo y el acero de presfuerzo.**

GRUPO	$\eta_1$ (ACERO CONVENCIONAL)	$\eta_2$ (ACERO PRESFUERZO)	$M_y$ (kN.m)	$\phi_y$ ( $m^{-1}$ )	$M_u$ (kN.m)	$\phi_u$ ( $m^{-1}$ )	$\epsilon_s$ ( $\mu\epsilon$ )	$\epsilon_c$ ( $\mu\epsilon$ )	$\epsilon_s - \epsilon_c$ ( $\mu\epsilon$ ) RES& ROD	$\epsilon_{spe}$ ( $\mu\epsilon$ )	CASO
I $f'_c=600$ $kg/cm^2$	2	1	21025	0.0038	22472	0.0421	41014	-19200	60214	38206	A
	1	1	16525	0.0038	17080	0.0420	42232	-17800	60032	39454	B
	1	2	18862	0.0040	18876	0.0420	40501	-19500	60001	37727	C
II $f'_c=300$ $kg/cm^2$	2	1	19204	0.0042	19232	0.0332	26544	-20900	47444	25770	A
	1	1	14756	0.0041	14680	0.0358	30192	-20900	51092	28838	B
	1	2	16028	0.0045	15693	0.0309	23309	-20900	44209	23050	C

Los resultados mostrados en la tabla 5.2, se encuentran asociados a las curvaturas últimas obtenidas de los análisis de los casos *A*, *B* y *C* de los grupos I y II, donde se encontró que la condición de falla de las columnas del grupo I se deben a la fractura de la barra de refuerzo longitudinal debido al pandeo (*Restrepo y Rodríguez, 2013b*); y para los casos de las columnas del grupo II, la falla está asociada a la fractura de la barra de acero de refuerzo transversal (*Mander et al, 1988*), ya que la deformación del concreto alcanza primeramente su deformación última,  $\epsilon_{cu}$ , igual a  $.20890 \mu\epsilon$ , antes de que el acero de refuerzo desarrolle su capacidad de deformación última, aun cuando estas cumplen con los requisitos de cuantía mínima transversal dictado por ACI 318-11 y AASTHO (2004).

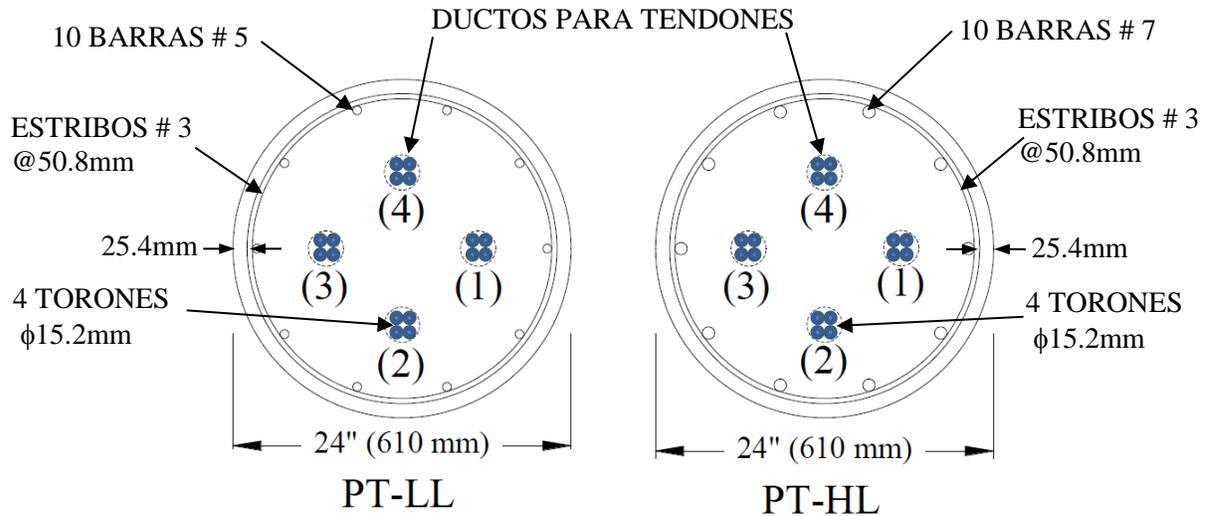
### 5.3 Validación experimental de relaciones momento-curvatura en columnas presforzadas para puentes, ensayadas en la Universidad de Nevada y la Universidad de Canterbury de Nueva Zelanda.

El objetivo de este capítulo, es el realizar una comparativa entre los resultados de las relaciones momento-curvatura envolventes obtenidos de 4 ensayos experimentales en columnas de concreto presforzado, con los resultados obtenidos de emplear el programa de análisis CIRC-2013 (Torres et al, 2013), y además validar la metodología propuesta en el capítulo 5.1, para el cálculo del momento máximo probable en columnas de concreto presforzado. Para obtener el esfuerzo final,  $f_{ps}$ , debido a la deformación del acero de presfuerzo, se utilizaron las expresiones propuesta por ACI 318-11, AASTHO LRFD (2004) y las expresiones propuestas en el capítulo 5.1 de este trabajo.

Los especímenes uno y dos, denominados PT-HL y PT-LL, con los que se llevó a cabo esta comparativa, son las columnas de concreto postensado ensayadas en el Departamento de Ingeniería Civil de la Universidad de Reno Nevada (Saiidi et al, 2012), las cuales se pueden considerar características de las columnas empleadas en puentes urbanos de esa región. Las características geométricas y parámetros de cada una de estas columnas de concreto presforzado se muestran en la tabla 5.3. La figura 5.11 muestra un esquema del arreglo geométrico de cada una de ellas. Estas columnas cuentan con una relación de esbeltez  $M/VD$  igual a 4.5.

**TABLA 5.3. Parámetros y características geométricas de especímenes ensayados en la Universidad de Reno Nevada (Saiidi et al, 2012).**

COLUMNA	$\rho_L$	$\rho_s$	$f'_c$ (Mpa)	$f_y$ (Mpa)	Presfuerzo inicial (kN)	Carga Axial (kN)	Altura (mm)	Diámetro (mm)	$\frac{M}{VD}$	Recubri miento (mm)
PT-LL	0.685% (10#5)	1.00% (#3@ 51mm)	31.50	481.3	9.5% $f'_cAg$ (864)	6% $f'_cAg$ (543)	2743	610	4.5	25.4
PT-HL	1.330% (10#7)	1.00% (#3@ 51mm)	31.10	495.1	9.6% $f'_cAg$ (868)	6% $f'_cAg$ (543)	2743	610	4.5	25.4



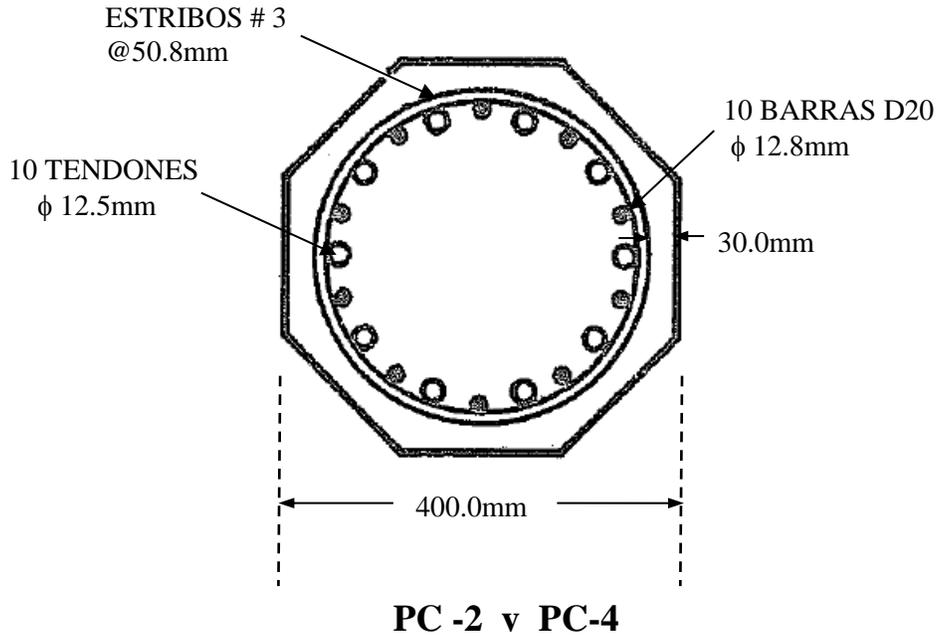
**Figura 5.11 Secciones de especímenes ensayados en la Universidad de Reno Nevada (Saidi et al, 2012).**

Los especímenes tres y cuatro, denominados PC-2 y PC-4, son columnas de concreto pretensado ensayadas en la Universidad de Canterbury de Nueva Zelanda (Pam et al, 1988).

Las características geométricas y parámetros de cada una de estas columnas de concreto presforzado se muestran en la tabla 5.4. La figura 5.12 muestra un esquema del arreglo geométrico de cada una de ellas. Estas columnas cuentan con una relación de esbeltez  $M/VD$  igual a 7.0.

**TABLA 5.4. Parámetros y características geométricas de especímenes ensayados en la Universidad de Canterbury, Nueva Zelanda (Pam et al, 1988)**

COLUMNA	$\rho_L$	$\rho_s$	$f'_c$ (Mpa)	$f_y$ (Mpa)	Presfuerzo inicial (kN)	Carga Axial (kN)	Altura (mm)	Diám etro (mm)	$\frac{M}{VD}$	Recubri miento (mm)
PC-2	1.02% (10 $\phi$ 12.8mm)	2.65% ( $\phi$ 12mm @ 52mm)	43.6	318.0	21% $f'_cAg$ (1148.4)	21% $f'_cAg$ (1156)	2800	400	7.0	30.0
PC-4	1.02% (10 $\phi$ 12.8mm)	3.02% ( $\phi$ 12mm @ 45mm)	51.4	318.0	20% $f'_cAg$ (1175.9)	20% $f'_cAg$ (1363)	2800	400	7.0	30.0



**Figura 5.12 Especímenes ensayados en la Universidad de Canterbury, Nueva Zelanda (Pam et al, 1988)**

De acuerdo con el ACI 318-11, para determinar el esfuerzo final calculado  $f_{ps}$ , debido al incremento de la deformación en el acero de presfuerzo, se emplean las siguientes expresiones.

$$f_{ps} = f_{pu} \left[ 1 - \frac{\gamma_p}{\beta_1} \left\{ \rho_p \frac{f_{pu}}{f'_c} + \frac{d}{d_p} (\omega_s - \omega') \right\} \right] \dots\dots\dots (5.5)$$

Donde:

$f_{pu}$  = esfuerzo último en el cable de presfuerzo,

$\omega = \rho_L f_y / f'_c$

$\omega' = \rho'_L f_y / f'_c$

$\rho_L$  = cuantía total del acero de refuerzo principal empleado, lecho inferior.

$\rho'_L$  = cuantía total del acero de refuerzo principal empleado, lecho superior.

$\rho_p$  = cuantía total del acero de refuerzo principal empleado.

$d$  = peralte total de la sección empleada.

$d_p$  = peralte efectivo de la sección empleada.

$\gamma_p$  es 0.55 para  $f_{py}/f_{pu}$  no menor a 0.80; 0.40 para  $f_{py}/f_{pu}$  no menor a 0.85; y 0.28 para  $f_{py}/f_{pu}$  no menor a 0.90.

La ecuación 5.5 se debe emplear cuando el cable de presfuerzo es adherido a la sección de concreto, y para el caso en donde el cable de presfuerzo no es adherido a la sección de concreto se debe emplear la ecuación 5.6.

$$f_{ps} = f_{pe} + 69 + \frac{f'_c}{K\rho_p} \text{ MPa} \dots\dots\dots (5.6)$$

donde:

$f_{pe}$  = esfuerzo de tensado en el cable de presfuerzo.

$L$  = Longitud total del elemento a analizar.

$K=100$  :  $L/d_p \leq 35$

$K=300$  :  $L/d_p > 35$

En *AASTHO LRFD (2004)*, para determinar el esfuerzo resultante calculado  $f_{ps}$ , debido al incremento de la deformación en el acero de presfuerzo, se emplean las siguientes expresiones.

$$f_{ps} = f_{pu} \left( 1 + K \frac{c}{d_p} \right) \dots\dots\dots (5.7)$$

donde:

$c$  = es la distancia al eje neutro medido desde la fibra extrema en compresión.

$f_{py}$  = esfuerzo de fluencia del cable de presfuerzo.

$$K = 2 \left( 1.04 - \frac{f_{py}}{f_{pu}} \right)$$

La ecuación 5.7 se aplica cuando el cable de presfuerzo es adherido a la sección de concreto, y para el caso en donde el cable de presfuerzo no es adherido a la sección de concreto se aplica la ecuación 5.8.

$$f_{ps} = f_{pe} + 6300 \left( \frac{d_p - c}{L_e} \right) \leq f_{py} \text{ MPa} \quad \dots\dots\dots (5.8)$$

$L_e$  es la distancia efectiva del tendón, la cual se encuentra definida por:

$$L_e = \frac{2L_i}{2+N_s} \quad \dots\dots\dots (5.9)$$

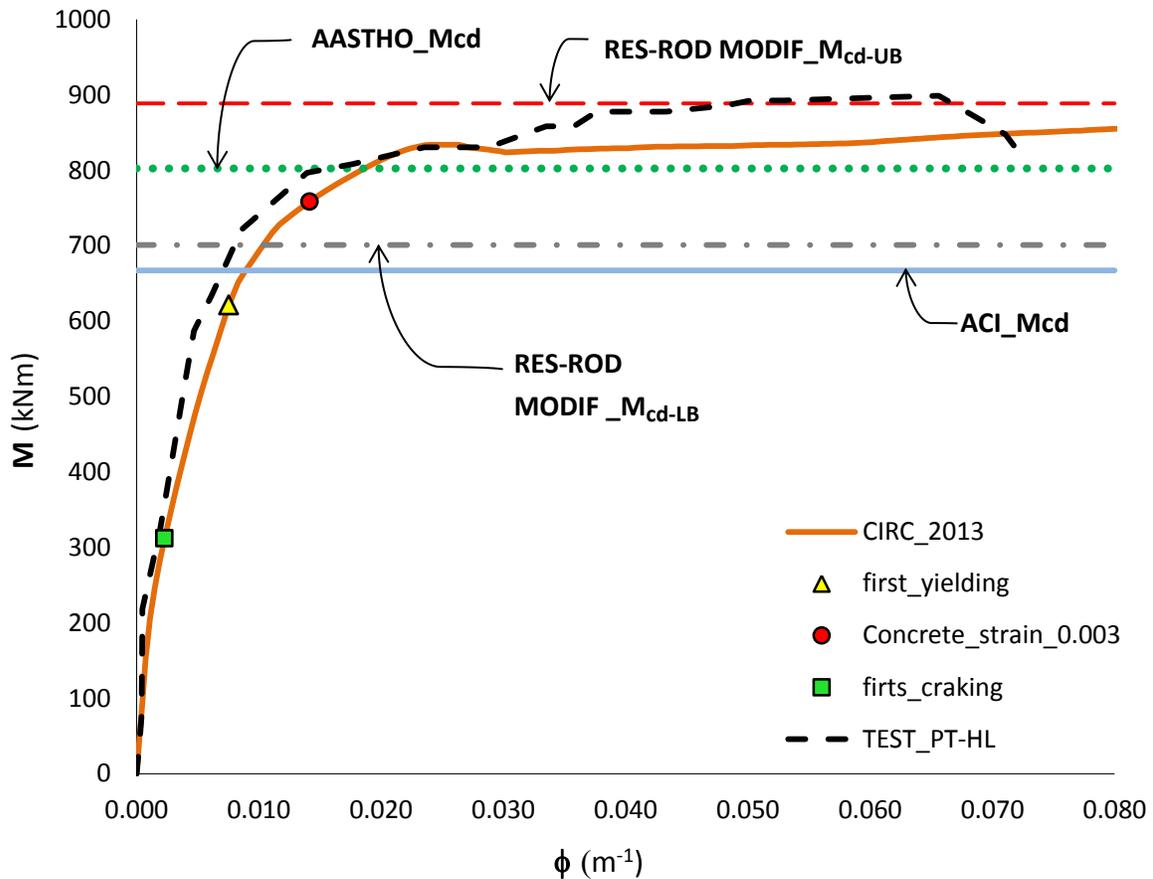
donde:

$L_i$  = distancia del tendón entre anclajes

$N_s$  = número de soportes intermedios entre anclajes.

En este trabajo se emplearon para  $f_{ps}$  las expresiones de las normas antes mencionadas, en el cálculo del momento máximo probable  $M_{cd}$ , tomando en cuenta su participación en la formula modificada de Restrepo y Rodríguez (2013a), para el cálculo de la fuerza resultante  $T_{PR}$ , debido al incremento de la deformación en los cables de presfuerzo.

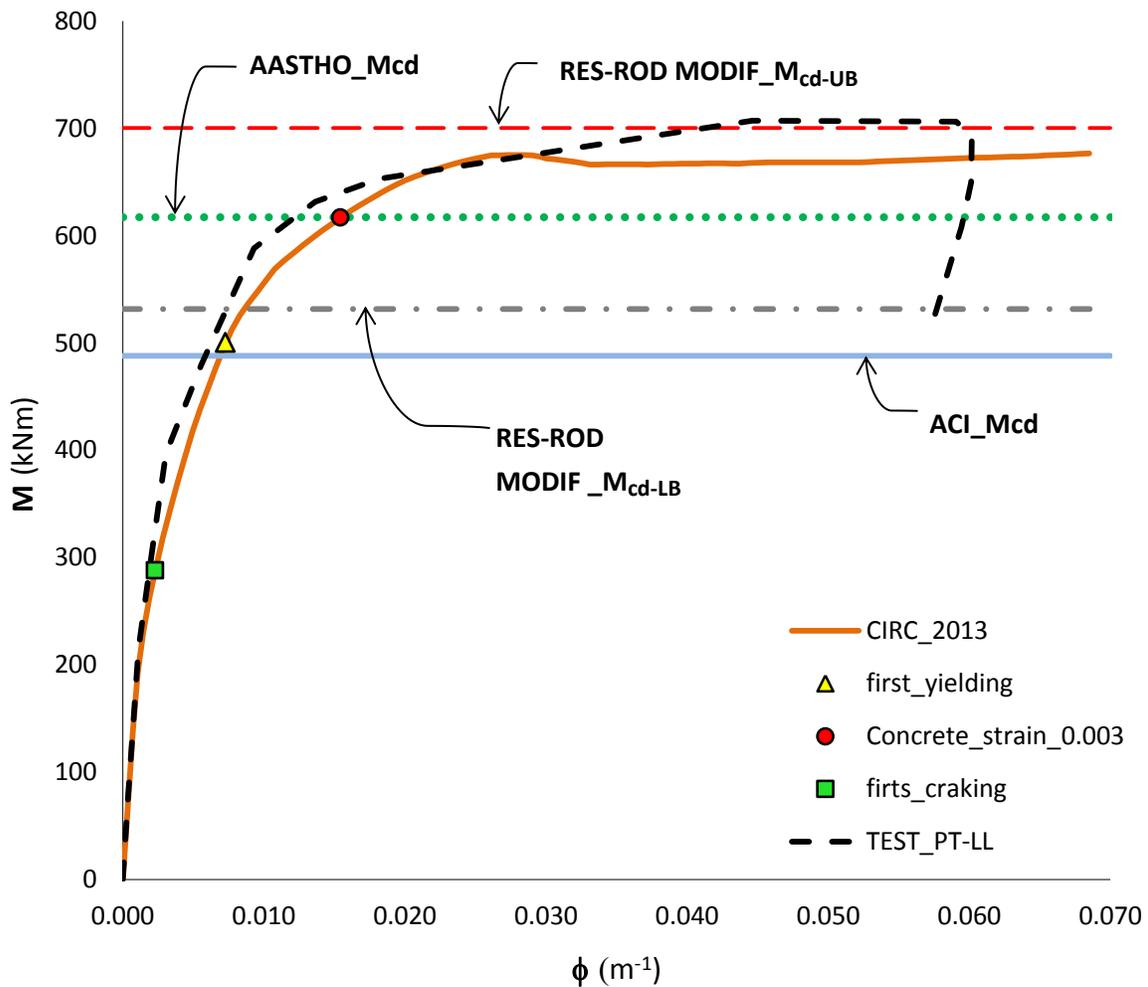
A continuación se muestran las gráficas de las relaciones momento-curvatura envolventes obtenidas de los ensayos experimentales de los 4 especímenes anteriormente presentados, versus las curvas obtenidas con el programa de análisis *CIRC-2013* (Torres et al, 2013) y los resultados obtenidos de las expresiones modificadas de Restrepo y Rodríguez (2013a) para el cálculo del momento máximo probable, incluyendo en ésta, la participación de las expresiones para el cálculo del esfuerzo resultante  $f_{ps}$  con las expresiones de *ACI 318-11* y *AASTHO LRFD (2004)*.



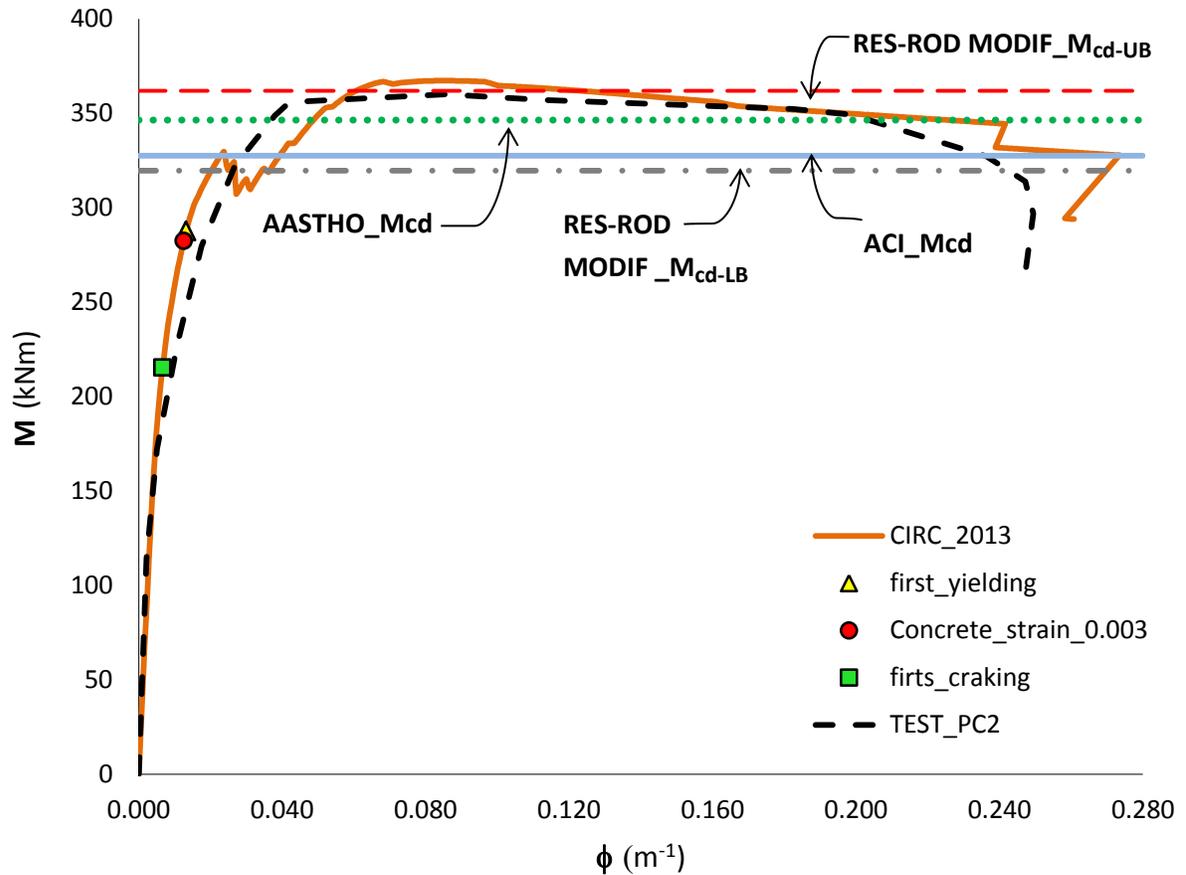
**Figura 5.13 Momento-curvatura calculado vs experimental, PT-HL vs expresiones teóricas  $M_{cd}$**

Las figuras 5.13 y 5.14, muestran las relaciones momento-curvatura envolventes obtenidas de los ensayos de las columnas postensadas denominadas como *PT-HL* y *PT-LL* (Saiidi et al, 2012), respectivamente, las cuales se representan en la gráfica por una línea discontinua. También se muestran las relaciones momento-curvatura obtenidas con el programa de análisis *CIRC-2013* (Torres et al, 2013), representadas en las gráficas por una línea continua, así como los puntos notables generados por el programa, como el punto donde ocurre el primer agrietamiento del concreto representado por el marcador cuadrado, el punto de primera fluencia del acero representado por el marcador triangular y el punto donde ocurre la deformación de  $3000 \mu\epsilon$  del concreto, asociado al despostillamiento del recubrimiento de la columna, representado por el marcador circular.

Se muestran además los resultados obtenidos con la ec.5.1b para el cálculo del momento máximo probable  $M_{cd-LB}$ , obtenida de la fórmula original de Restrepo y Rodríguez (2013a), modificada para acero de presfuerzo ubicado en el eje centroidal, y la ec. 5.1a para el momento máximo probable  $M_{cd-UB}$ , obtenida de la misma expresión pero considerando el efecto del incremento de momento debido a los esfuerzos generados por las deformaciones en tracción en el acero de presfuerzo. También se incluye los valores del momento máximo probable  $M_{cd}$ , empleando las expresiones de ACI 318-11, AASTHO LRFD (2004), para el cálculo de  $f_{ps}$ , empleando la ec. 5.1a.



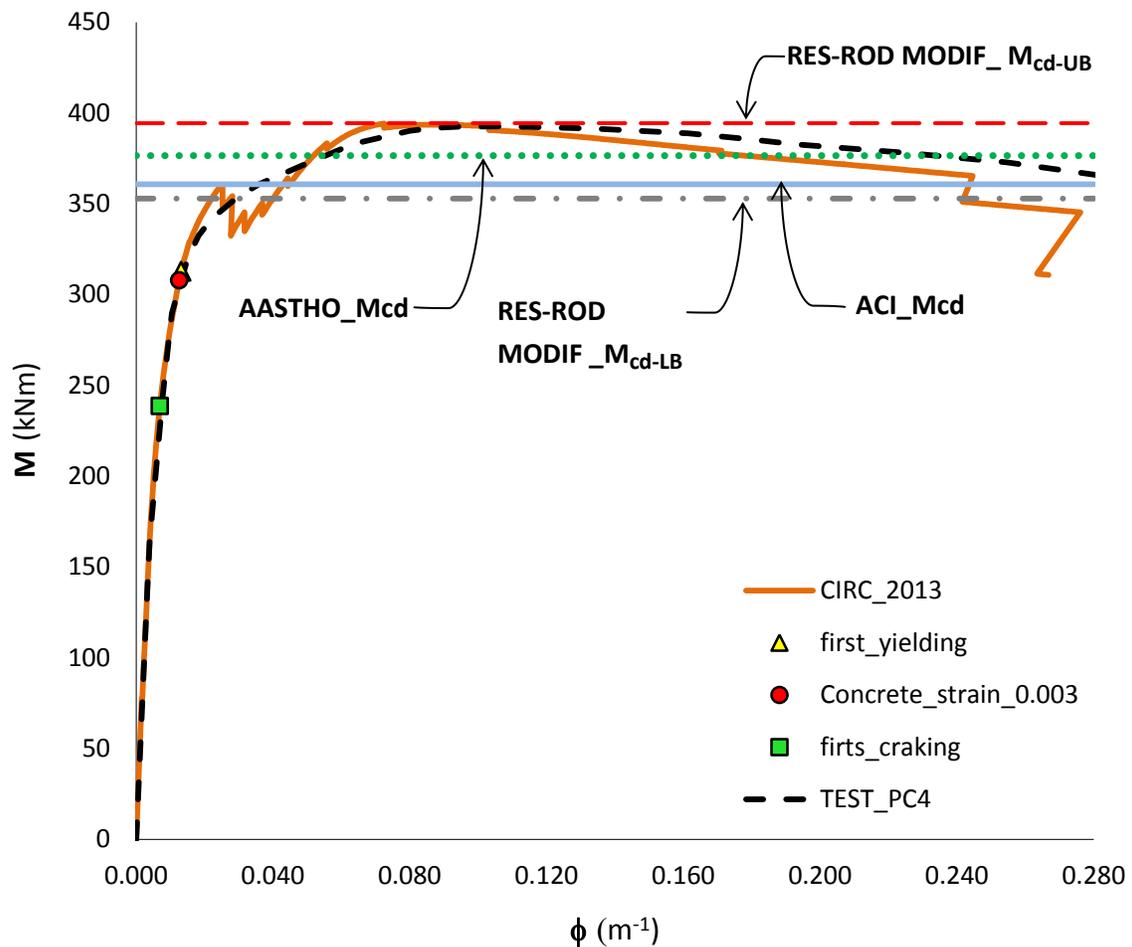
**Figura 5.14 Momento-curvatura calculado vs experimental, PT-LL vs expresiones teóricas  $M_{cd}$**



**Figura 5.15 Graficas momento-curvatura calculado vs experimental, PC-2 vs expresiones teóricas  $M_{cd}$**

Las figura 5.15 y 5.16, muestran las relaciones momento-curvatura envolventes obtenidas de los ensayos de las columnas pretensadas denominadas *PC-2* y *PC-4* (*PAM et al, 1988*), respectivamente, las cuales se encuentran representadas en la gráfica por una línea discontinua. También se muestran las relaciones momento-curvatura obtenidas con el programa de análisis *CIRC-2013* (*Torres et al*) , representadas en las gráficas por una línea continua, así como los puntos notables generados por el programa, como el punto donde ocurre el primer agrietamiento del concreto representado por el marcador cuadrado, el punto de primera fluencia del acero representado por el marcador triangular y el punto donde ocurre la deformación de  $3000 \mu\epsilon$  del concreto, asociado al despostillamiento del recubrimiento de la columna, representado por el marcador circular.

Se muestran además los resultados obtenidos con las ecuaciones 5.1a, 5.1b para el momento máximo probable  $M_{cd-UB}$  y  $M_{cd-LB}$ , respectivamente, las cuales se basan en la expresión modificada de Restrepo y Rodríguez (2013a), tomando en cuenta la contribución de las fuerzas ejercidas por el acero de presfuerzo empleado. También se incluye los valores del momento máximo probable  $M_{cd}$  empleando las expresiones de ACI 318-11, AASTHO LRFD (2004), para el cálculo de  $f_{psr}$  empleando la ec. 5.1a.



**Figura 5.16 Graficas momento-curvatura calculado vs experimental, PC-4 vs expresiones teóricas  $M_{cd}$**

De acuerdo con lo observado anteriormente, el programa de análisis *CIRC-2013* (Torres et al, 2013a), logra reproducir adecuadamente las relaciones momento-curvatura envolventes de los ensayos experimentales presentados en este trabajo. Además, se observó que la expresión modificada de Restrepo y Rodríguez (2013a),  $M_{cd-UB}$ , que toma en cuenta el efecto del incremento de momento debido a las deformaciones en el acero de presfuerzo, logra obtener resultados adecuados para la obtención del momento máximo probable, empleando la propuesta para el cálculo de la fuerza  $T_{PR}$ , presentada en el capítulo 5.1 de este trabajo.

En el caso de los resultados obtenidos con la ec. 5.1b, para el cálculo de  $M_{cd-LB}$ , se observa que, al no tomar en cuenta el incremento de momento resistente debido a los esfuerzos generados por las deformaciones en los cables de presfuerzo, cuando éstos se encuentran fuera de su eje centroidal, se subestima la capacidad resistente de los especímenes, teniendo diferencias de hasta 30% para el caso postensado (Saidii et al, 2012) y 15% para el caso pretensado (Pam et al, 1988).

De acuerdo con los resultados obtenidos con las expresiones dadas por AASTHO (2004) y ACI 318-11, para el esfuerzo final,  $f_{ps}$ , en el presfuerzo, se observa que éstos subestiman al momento máximo medido en los ensayos, debido a que este último, resulta mayor en ambos casos que el momento máximo probable calculado.

En el contexto del diseño por capacidad, subestimar el momento máximo probable puede implicar la reducción de la capacidad de deformación de una columna (Restrepo y Rodríguez, 2013a).

**6. Capacidad de distorsión lateral última en columnas de concreto reforzado y con presfuerzo sujetas a acciones sísmicas.**

**6.1 Propuesta de capacidad de distorsión última: modelo de Torres (2013).**

Para la evaluación de la capacidad de deformación lateral de las columnas analizadas en los capítulo 4 y 5, en este estudio se empleó el criterio propuesto por Torres (2013), el cual consiste en calcular la deformación elástica lateral total máxima  $\Delta_{ty}$  y la deformación lateral inelástica máxima  $\Delta_{tp}$  de las columnas. Con este criterio se obtiene el desplazamiento máximo en columnas con cimentación monolítica, con la siguiente expresión:

$$\Delta_{Cd} = \Delta_{ty} + \Delta_{tp} \dots\dots\dots (5.10)$$

Donde:

a) Parámetros  $\Delta_{tp}$  :

$$\Delta_{tp} = \left( \frac{M_{cd}}{M_{sy}} - 1 \right) \Delta_{ty} + L_p (\phi_{\max} - \phi_{sy}) (L - 0.5L_p) \dots\dots\dots (5.11)$$

$$\phi_{cd} = \frac{\frac{1}{2} \epsilon_{su}}{\frac{1}{2} (1 + \gamma_e) D - 2x_c} = \phi_{\max} \dots\dots\dots (5.12)$$

$$\phi_i = \frac{M_i}{EI_e} = \phi_{sy} \dots\dots\dots (5.13)$$

$$L_p = 0.08L + 0.022 f_{ye} d_{bl} \geq 0.044 f_{ye} d_{bl} \dots\dots\dots (5.14)$$

$$\frac{x_c}{D} = \lambda_{cp} \frac{P}{A_g \hat{f}'_c} + \lambda_{cD} \text{ (Restrepo y Rodríguez 2013a)} \dots\dots\dots (5.15)$$

b) Parámetros  $\Delta_{ty}$  :

$$\Delta_{ty} = \Delta_{sef} + \Delta_{py} \dots\dots\dots (5.16)$$

$$\Delta_{sef} = \frac{\phi_{sy}}{3} L^2 \dots\dots\dots (5.17)$$

$$\Delta_{py} = \rho_L \varepsilon_y n_c \lambda_D \left( \frac{D}{\pi \gamma_e} \right) \left( \frac{\hat{f}_y}{1.1 \lambda \sqrt{\hat{f}'_c}} \right) \left( \frac{L}{D} \right) \dots\dots\dots (5.18)$$

$$\lambda_D = \left( \pi + 4 \left( \frac{D_x}{D} - 1 \right) \right) / \left( \pi + \frac{2}{\gamma_e} \left( \frac{D_x}{D} - 1 \right) \right) \dots\dots\dots (5.19)$$

$M_{cd}$  : Momento máximo probable calculado (Mpa).

$M_{sy}$  : Momento de fluencia igual a  $M_i$ , donde esta es la resistencia ideal a flexión calculada con las especificaciones ACI, para una deformación del concreto a compresión igual a 0.003 (Mpa).

$\phi_{máx.}$  : curvatura máxima calculada igual a  $\phi_{cd}$

$\phi_{sy}$  : curvatura de fluencia calculada igual a  $\phi_i$ , asociada a  $M_i$ .

$L$ : longitud total de la columna.

$D$ : diámetro de la columna.

$\hat{f}_y$ : esfuerzo de fluencia medido en el acero de refuerzo.

$\hat{f}'_c$ : esfuerzo en compresión medido en el concreto.

$d_{bl}$  : diámetro de la barra longitudinal empleada.

$x_c$  : profundidad del eje neutro desde la fibra en compresión.

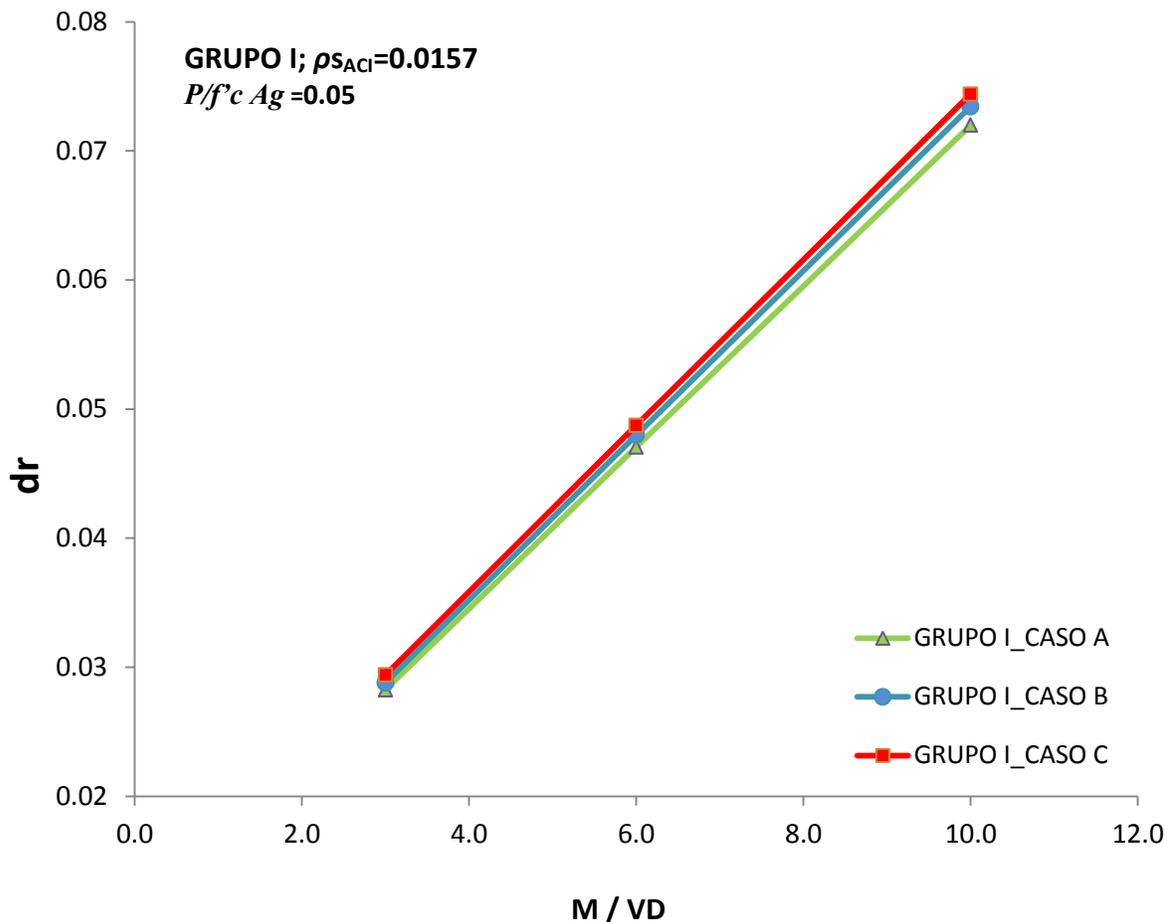
$\lambda_{cp}$ : es el factor de la relación de carga axial igual 0.32 para columnas circulares.

$\lambda_{cd}$  : es igual a 0.10 para columnas circulares.

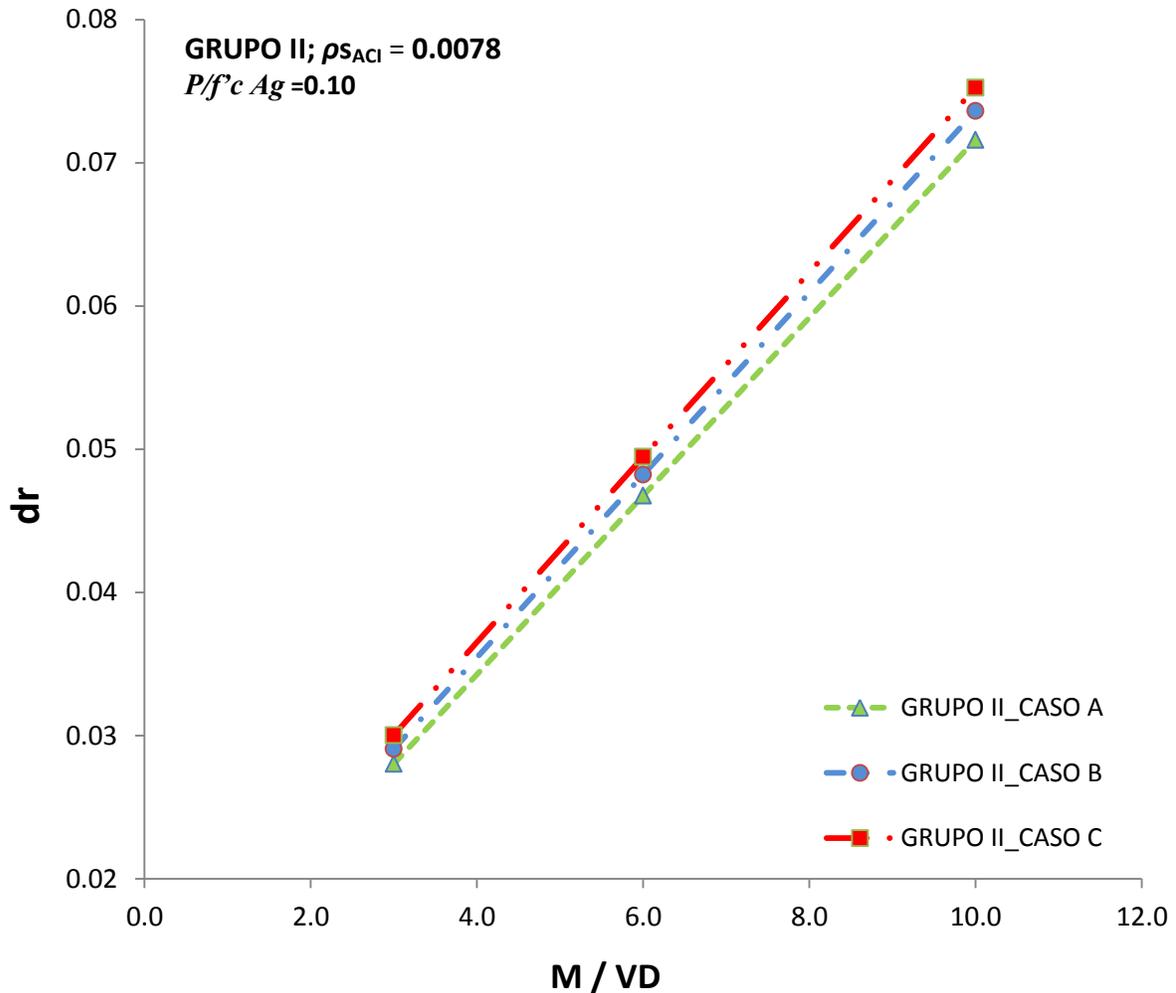


## 6.2 Estudio paramétrico de la distorsión última de columnas circulares de concreto reforzado.

En este capítulo se emplea la metodología descrita en el capítulo 6.1, para el cálculo de los desplazamientos máximos en columnas de concreto reforzado, a las columnas de los grupos I y II, con relación  $P/Agf'c=0.05$  y  $P/Agf'c=0.10$ , respectivamente, analizadas en el capítulo 4 de este trabajo. A continuación se presentan las figuras 6.2 y 6.3, donde se muestran las distorsiones máximas calculadas,  $dr$ , para cada uno de los casos estudiados en dicho capítulo.



**Figura 6.2 Distorsión última versus relación de esbeltez de columnas circulares de concreto reforzado, grupo I ( $f'c=600$  kg/cm<sup>2</sup>).**



**Figura 6.3 Distorsión última versus relación de esbeltez de columnas circulares de concreto reforzado, grupo II ( $f'c=300 \text{ kg/cm}^2$ ).**

La figura 6.2 muestra la relación entre la distorsión máxima previa al colapso y la razón de esbeltez ( $M/VD$ ), de las columnas del grupo I con resistencia a compresión del concreto,  $f'c$ , de  $600 \text{ kg/cm}^2$  y cuantías de refuerzo principal,  $\rho_L$  de 1%, 2% y 3% en cada caso respectivo.

Con línea continua clara y marcador triangular el caso con  $f'c$  igual a  $600 \text{ kg/cm}^2$  y  $\rho_L$  de 1%, con línea continua oscura y marcador circular el caso con  $f'c$  igual a  $600 \text{ kg/cm}^2$  y  $\rho_L$  de 2%, finalmente con línea continua oscura y marcador rectangular, el caso con  $f'c$  igual a  $600 \text{ kg/cm}^2$  y  $\rho_L$  de 3%.

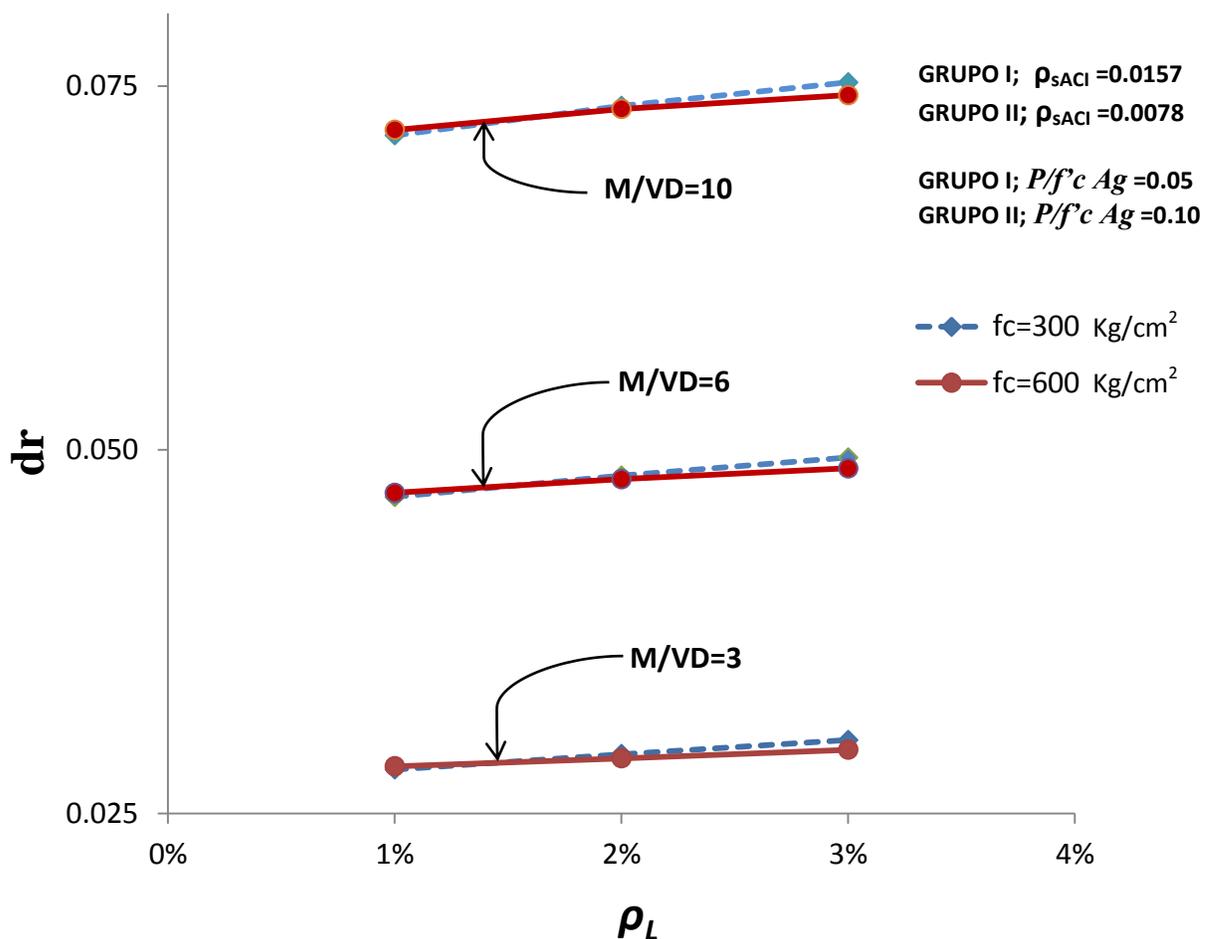
La figura 6.3 muestra la relación entre la distorsión máxima previa al colapso y la razón de esbeltez ( $M/VD$ ), de las columnas del grupo II con resistencia a compresión del concreto resistencias de concreto,  $f'_c$ , de  $300 \text{ kg/cm}^2$  y cuantías de refuerzo principal,  $\rho_L$  de 1%, 2% y 3%.

Con línea discontinua clara y marcador triangular se muestra el caso con resistencia a compresión del concreto  $f'_c$  igual a  $300 \text{ kg/cm}^2$  y una cuantía de refuerzo principal  $\rho_L$  igual a 1%. Con línea discontinua oscura seguida de un punto y marcador circular se muestra el caso con  $f'_c$  igual a  $300 \text{ kg/cm}^2$  y  $\rho_L$  de 2%. De forma similar, con línea discontinua oscura seguido de dos puntos y con marcador cuadrado el caso de  $f'_c$  igual a  $300 \text{ kg/cm}^2$  y  $\rho_L$  igual a 3%.

Se observa que el aumento de la relación de esbeltez ( $M/VD$ ), incrementa la capacidad de distorsión máxima en forma lineal. No se observan diferencias importantes en la distorsión para las distintas cuantías de refuerzo en ambos grupos, ya que estas resultan menores que 4%. De lo anterior, se concluye que la resistencia a compresión del concreto no influye en la capacidad de distorsión de estas columnas para relaciones de  $P/Agf'_c \leq 0.10$ .

De acuerdo con las figura 6.2 y 6.3, se recomienda emplear columnas para puentes con relaciones de esbeltez similares, de forma que las columnas alcancen distorsiones del mismo orden.

A continuación se muestra una gráfica con las relaciones distorsión última  $dr$  vs las cuantías de acero de refuerzo longitudinal  $\rho_L$  empleadas, donde se observa la variación para las relaciones de esbeltez  $M/VD$  de 3, 6 y 10, para los casos A, B y C de los grupos de columnas I y II, analizadas en el capítulo 4 de este trabajo. Cabe destacar que en todos los casos se mantuvo la relación de  $P/Agf'_c = 0.05$ , además de que la cuantía de acero de refuerzo transversal empleada fue la mínima especificada por *ACI 318-11*.



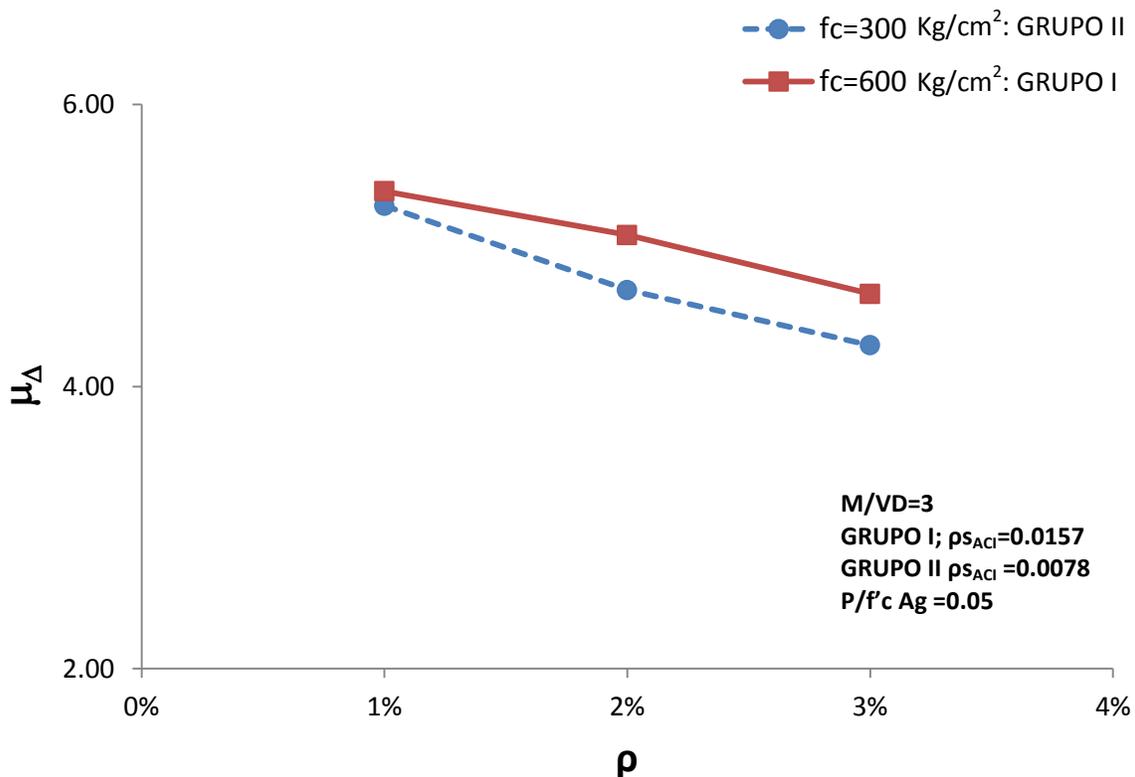
**Figura 6.4 Distorsión versus cuantía de refuerzo longitudinal  $\rho_L$ , de acuerdo al método de Torres y Rodríguez (2013) para columnas con  $M/VD=3, 6$  y  $10$ .**

Con línea continua y marcador cuadrado se indica los resultados calculados para las columnas del grupo I con  $f'c$  igual a  $600 \text{ kg/cm}^2$  y con línea discontinua y marcador circular para las columnas del grupo II con  $f'c$  igual a  $300 \text{ kg/cm}^2$ . La figura 6.4 muestra la variación de la distorsión última, para relaciones de esbeltez  $M/VD$ , iguales a 3, 6 y 10. La cuantía de acero de refuerzo principal,  $\rho_L$ , varía entre 1 y 3 % de acuerdo con los casos observados en el capítulo 4.

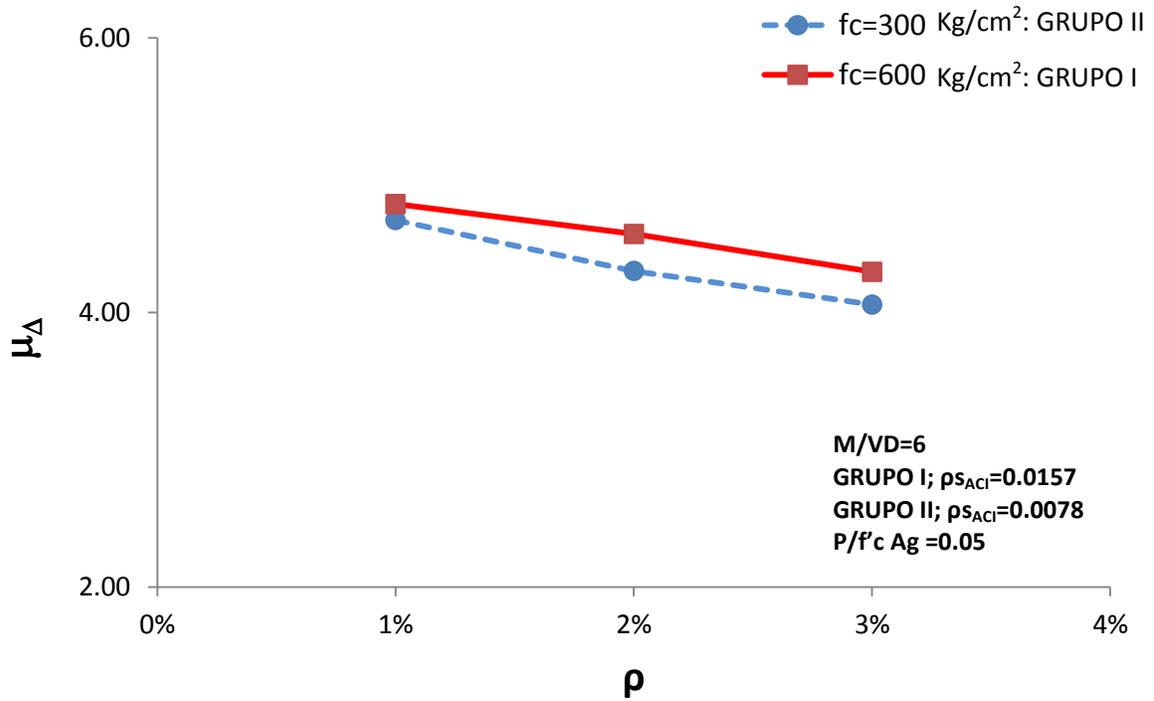
Se observa que la distorsión última,  $dr$ , no varía de forma importante para distintos valores de la resistencia del concreto, la distorsión última para las columnas con relación de esbeltez  $M/VD=3$  es del orden de 0.03.

Para las columnas con una relación de esbeltez  $M/VD$ , igual a 6, la distorsión última,  $dr$ , está en un intervalo del orden de 0.045 a 0.05. Y por último para las columnas con una relación de esbeltez,  $M/VD$ , igual a 10, la distorsión última se encuentra en un intervalo del orden de 0.070 a 0.075.

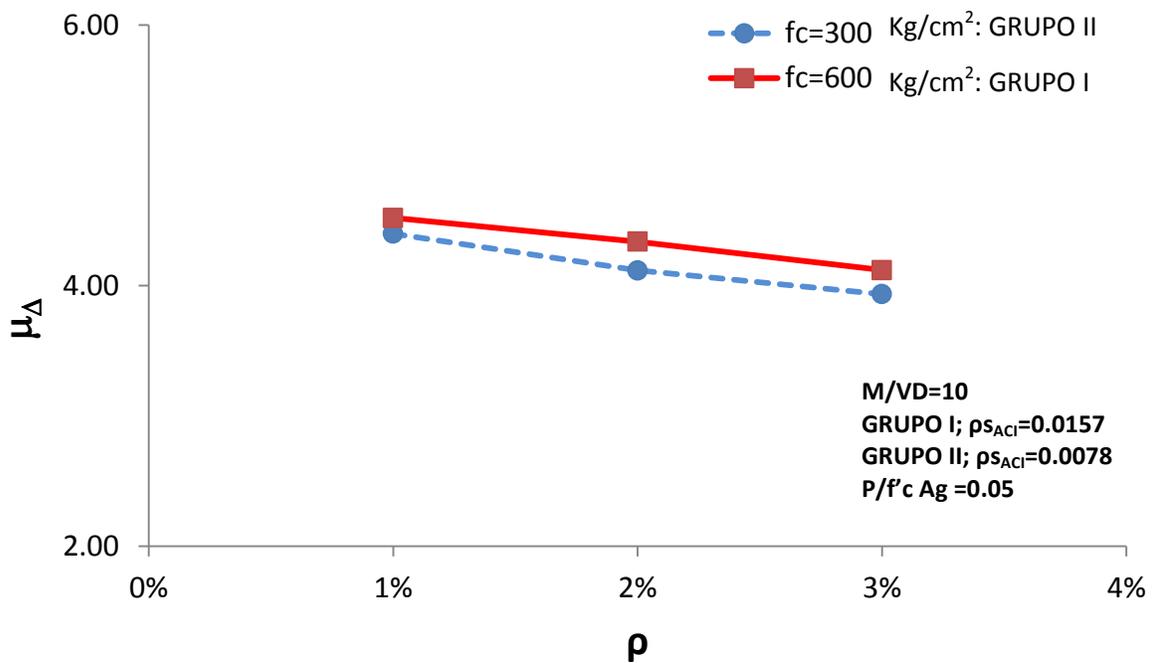
Las figuras 6.5, 6.6 y 6.7, muestran la variación de la ductilidad de desplazamiento,  $\mu_{\Delta}$ , versus la cuantía de acero de refuerzo longitudinal,  $\rho_L$ , para los casos A, B y C, los cuales varían entre 1% y 3%, para los grupos I y II donde se emplean concretos con  $f'_c=600 \text{ kg/cm}^2$  y  $f'_c=300 \text{ kg/cm}^2$  respectivamente. En cada caso se emplean distintas relaciones de esbeltez,  $M/VD$ , igual a 3, 6 y 10. En cada caso se mantuvo constante la relación  $P/Agf'_c = 0.05$  y la cuantía transversal,  $\rho_s$ , empleada, fue la mínima especificada por ACI 318-11 y AASTHO (2004) de acuerdo a cada grupo.



**Figura 6.5 Ductilidad de desplazamiento versus cuantía de refuerzo longitudinal  $\rho_L$ , para columnas con  $M/VD=3$ .**



**Figura 6.6 Ductilidad de desplazamiento versus cuantía de refuerzo longitudinal  $\rho_L$ , para columnas con M/VD=6.**



**Figura 6.7 Ductilidad de desplazamiento versus cuantía de refuerzo longitudinal  $\rho_L$ , para columnas con M/VD=10.**

Con línea discontinua y marcador cuadrado se indican los resultados calculados para las columnas con  $f'c$  igual a  $600 \text{ kg/cm}^2$  y con línea discontinua y marcador circular para las columnas con  $f'c$  igual a  $300 \text{ kg/cm}^2$ .

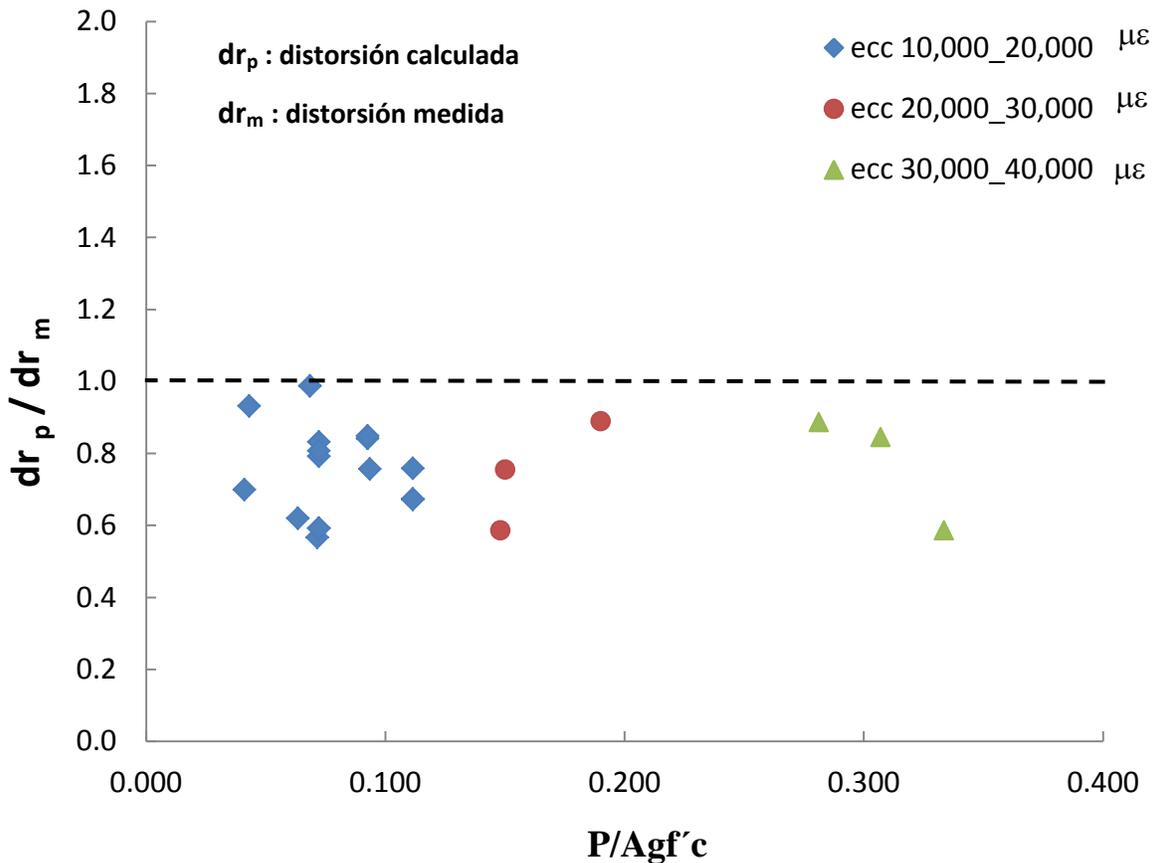
La figura 6.5 muestra la variación de la ductilidad de desplazamiento versus la cuantía de refuerzo principal,  $\rho_L$ , entre 1% y 3% y con relación de esbeltez,  $M/VD$ , igual a 3. La ductilidad de desplazamiento varía en un intervalo del orden de 5.5 a 4.5. La figura 6.6 muestra la variación de la ductilidad de desplazamiento versus la cuantía de refuerzo principal,  $\rho_L$ , entre 1% y 3% y con relación de esbeltez,  $M/VD$ , igual a 6, en el que la ductilidad de desplazamiento varía en un intervalo entre 4 y 4.8. De forma similar, la figura 6.7 muestra dicha relación entre la ductilidad y la cuantía de refuerzo principal para una relación de esbeltez,  $M/VD$ , igual a 10. Estas relaciones muestran una variación de la ductilidad de desplazamiento en un intervalo de 4 a 4.5.

En todas los casos la ductilidad de desplazamiento,  $\mu_{\Delta}$ , de las columnas del grupo I, con resistencia a la compresión del concreto,  $f'c$ , igual a  $600 \text{ kg/cm}^2$ , fue mayor que el de las columnas del grupo II con resistencia a la compresión del concreto,  $f'c$ , igual a  $300 \text{ kg/cm}^2$ .

Los resultados encontrados muestran que a mayor relación de esbeltez,  $M/VD$ , se obtienen capacidades de ductilidad de desplazamiento,  $\mu_{\Delta}$ , menores. De forma similar, a mayor cuantía de refuerzo principal, menor es la capacidad de ductilidad de desplazamiento.

### 6.3 Procedimiento propuesto para obtener distorsión última en columnas de concreto reforzado y comparativa empleando resultados experimentales de la base de datos del PEER *Column Data Base*.

En este capítulo, se muestran los resultados obtenidos de la relación de la distorsión máxima calculada con el procedimiento de Torres (2013), para las columnas de la tabla 2.1 (Berry et al, 2004) de este trabajo, y la distorsión máxima medida en cada uno de estos especímenes, obtenidas sus respectivas curvas histeréticas fuerza-desplazamiento (Berry et al, 2004), versus la relación  $P/Agf'c$  de cada una de estas (ver figura 6.8).



**Figura 6.8** Cociente de la distorsión última calculada y la distorsión última medida versus la relación de carga axial  $P/Agf'c$

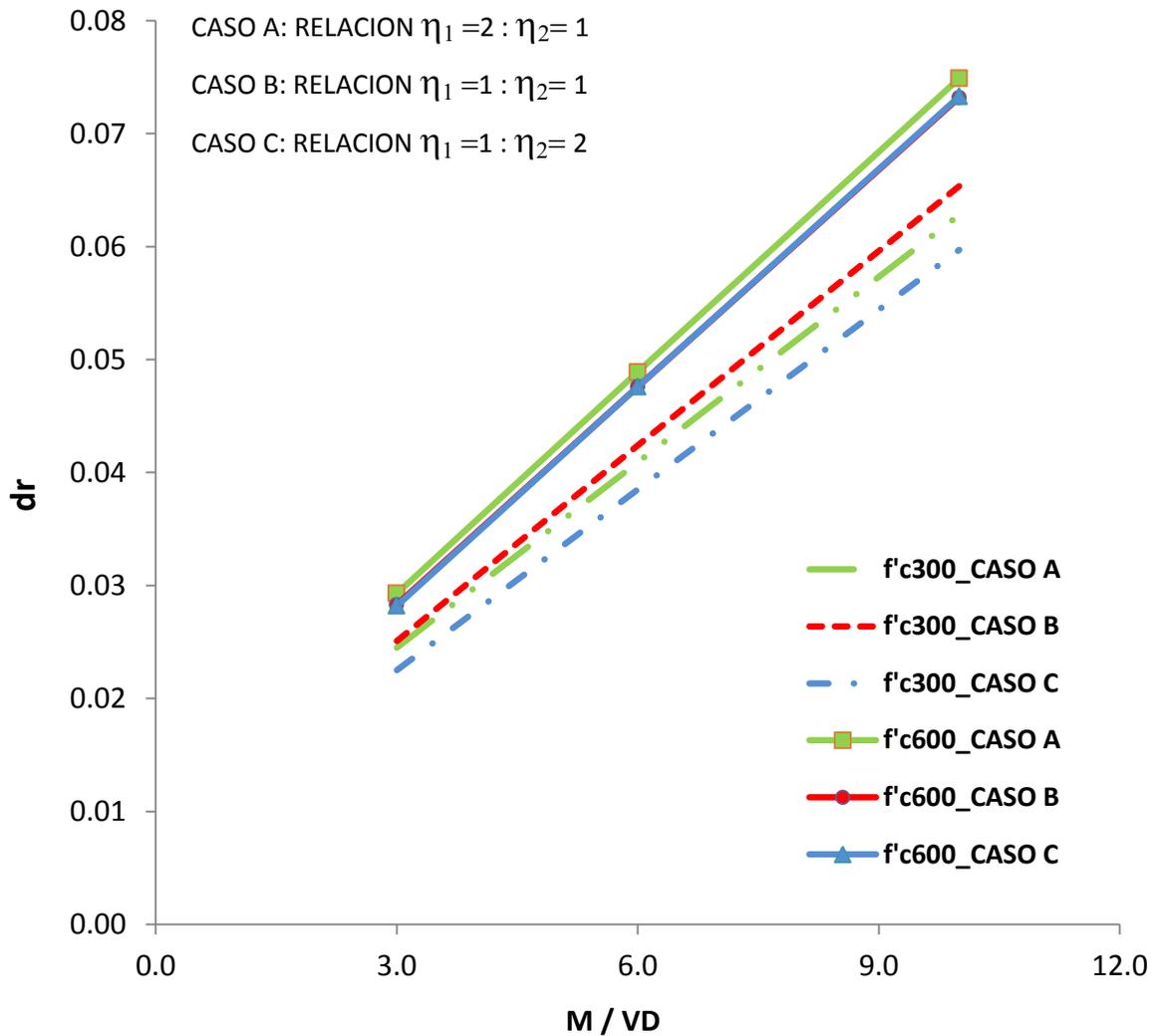
El criterio que se tomó para obtener del desplazamiento último a partir de las curvas histeréticas fuerza-desplazamiento, de estos especímenes, consiste en encontrar el punto donde el desplazamiento se encuentra asociado al momento resistente que presenta una degradación del 80% del momento máximo registrado. Dividiendo este desplazamiento entre la altura del espécimen, se obtuvo la distorsión última experimental.

La figura 6.8 muestra el cociente de la distorsión última calculada y la distorsión última medida,  $dr_p/dr_m$ , versus la relación de carga axial,  $P/Agf'c$ , para distintas micro deformaciones,  $\epsilon_c$ , de la fibra extrema en compresión de la sección para las columnas de concreto armado analizadas.

Con marcadores tipo rombo se indican las relaciones  $dr_p/dr_m$ , para las columnas con deformaciones del concreto,  $\epsilon_c$ , entre -10,000 y -20,000  $\mu\epsilon$ , y relaciones de carga axial,  $P/Agf'c$ , entre 0 y 0.11. Con marcadores de forma circular se indican las relaciones  $dr_p/dr_m$ , para las columnas con deformaciones del concreto,  $\epsilon_c$ , del concreto confinado, entre -20,000 y -30,000  $\mu\epsilon$ , para relaciones de carga axial,  $P/Agf'c$ , entre 0.14 y 0.20. Finalmente con marcador de forma triangular se indican las relaciones  $dr_p/dr_m$ , para las columnas con deformaciones unitarias,  $\epsilon_c$ , entre -30,000 y -40,000  $\mu\epsilon$ , para relaciones de carga axial,  $P/Agf'c$ , entre 0.28 y 0.35. De acuerdo a lo anterior se observa que en la medida en que la relación de carga axial,  $P/Agf'c$ , aumenta, las deformaciones en el concreto,  $\epsilon_c$ , también aumentan.

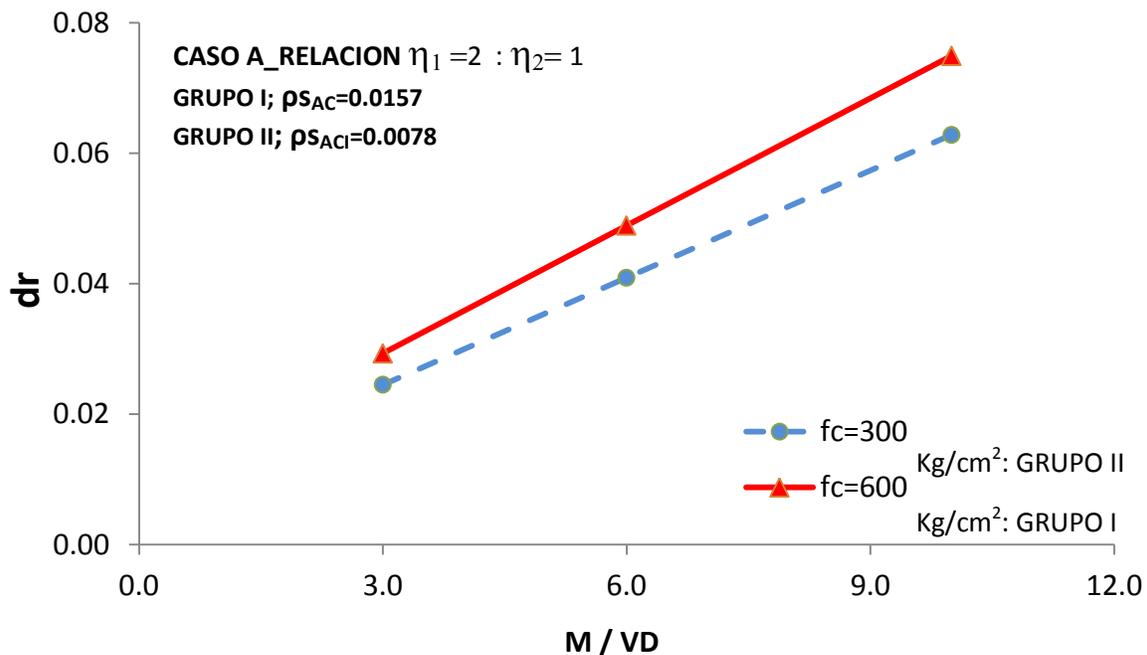
## 6.4 Estudio paramétrico de la distorsión última de columnas circulares de concreto presforzado.

En este capítulo se emplea el procedimiento descrito en el capítulo 6.1, para el cálculo de los desplazamientos máximos en columnas de concreto reforzado, a las columnas de los grupos I y II analizadas en el capítulo 5 de este trabajo.



**Figura 6.9 Distorsión versus relación de esbeltez de columnas circulares de concreto presforzado**

La figura 6.9 muestra la relación entre la distorsión máxima previa al colapso y la razón de esbeltez ( $M/VD$ ), para los casos A, B y C presentados en la tabla 5.1. Con línea discontinua se muestra los casos de las columnas del grupo II con resistencia a compresión del concreto  $f'_c$  igual a  $300 \text{ kg/cm}^2$  y con línea continua y marcadores los casos de las columnas del grupo I con  $f'_c$  igual a  $600 \text{ kg/cm}^2$ . De acuerdo con la figura 6.9, se observa que, el aumento de la relación de esbeltez ( $M/VD$ ), incrementa la distorsión máxima en forma lineal. Además se observa, que no existen diferencias importantes en la distorsión última entre los casos A, B y C de las columnas del grupo I. También se observa que, para relaciones  $P_1/Agf'_c > 0.15$ , la resistencia a compresión del concreto, influye en la capacidad de distorsión de las columnas analizadas, ya que las columnas de grupo I presentan mayor capacidad de distorsión que las columnas del grupo II. A continuación se muestran las gráficas obtenidas de las relaciones distorsión última  $dr$  vs las relaciones de esbeltez  $M/VD$  de 3, 6 y 10, de ambos grupos de columnas, para los casos A, B y C. La cuantía de acero de refuerzo transversal empleada fue la mínima especificada por ACI 318-11 y AASTHO 2004.



**Figura 6.10 Distorsión versus relación de esbeltez, CASO A, de acuerdo al método de Torres y Rodríguez (2013), entre columnas del grupo I y II.**

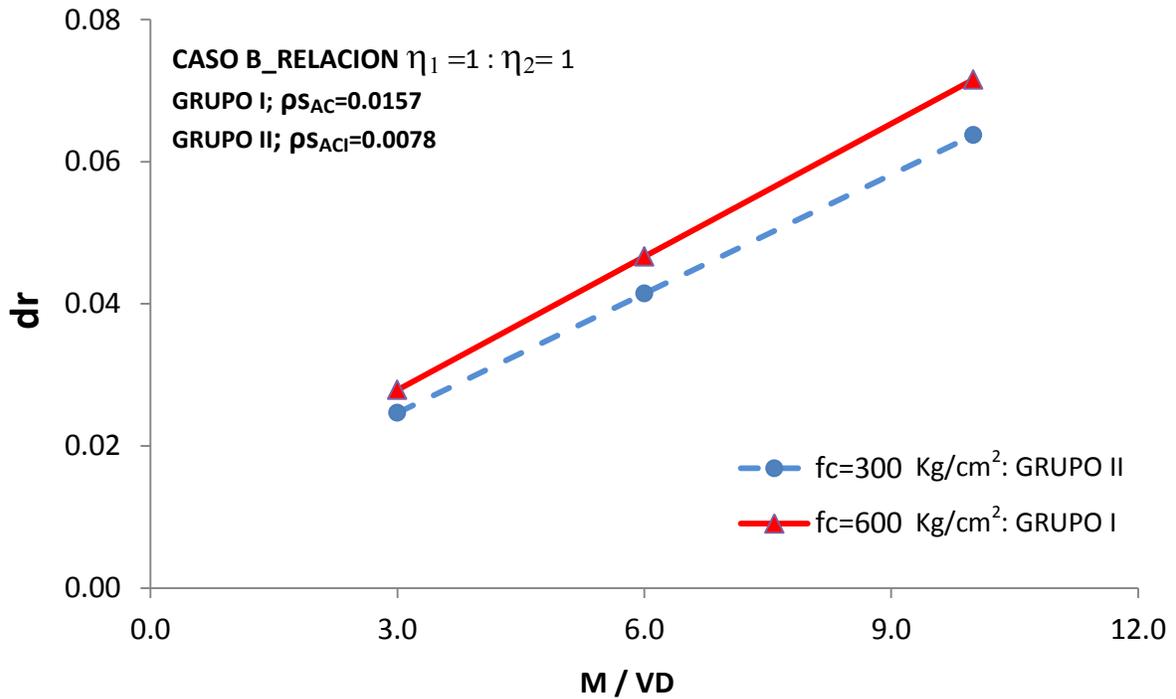


Figura 6.11 Distorsión versus relación de esbeltez, CASO B, de acuerdo al método de Torres y Rodríguez (2013), entre columnas del grupo I y II.

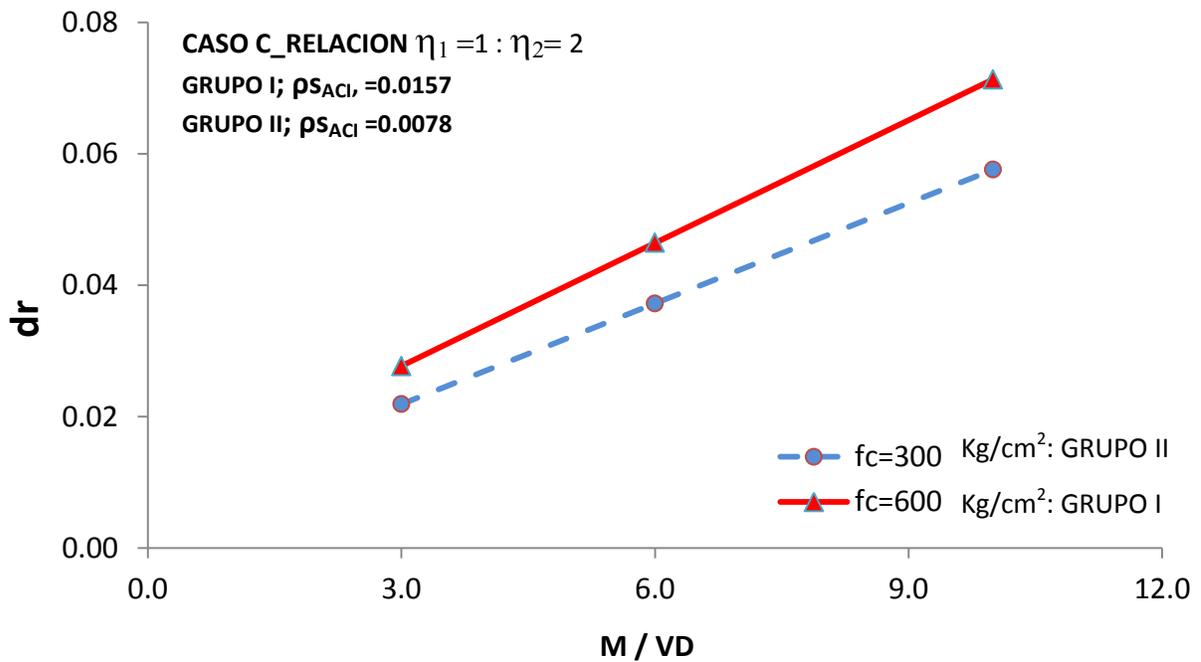
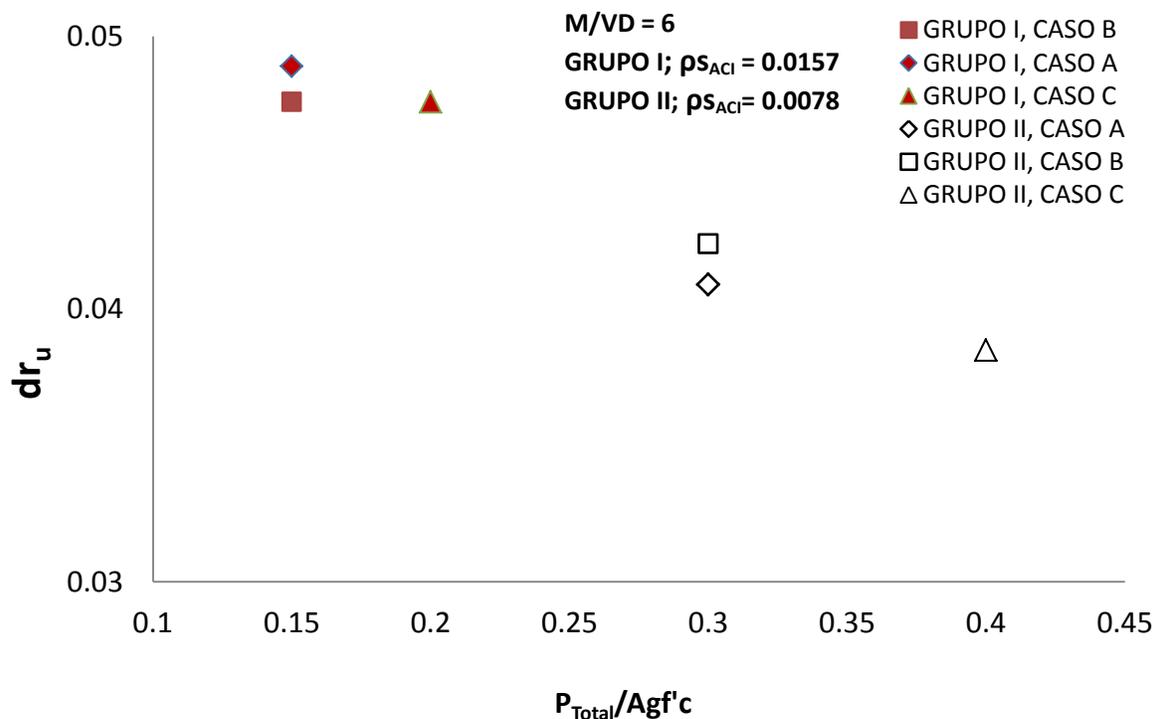


Figura 6.12 Distorsión versus relación de esbeltez, CASO C, de acuerdo al método de Torres y Rodríguez (2013), entre columnas del grupo I y II.

Las figuras 6.10, 6.11 y 6.12, muestran la variación de la distorsión última, para relaciones de esbeltez  $M/VD$  igual a 3, 6 y 10, de acuerdo a los casos A, B y C, propuestos en el capítulo 5 de este trabajo.

En la figura 6.10, se observa que la distorsión última,  $dr$ , varía de forma importante entre ambos grupos de columnas, teniendo diferencias de 20% aproximadamente. En la figura 6.11, se observa que para las distintas relaciones de esbeltez ( $M/VD$ ), la variación de la distorsión última,  $dr$ , es de 13% aproximadamente. Y por último en la figura 6.12, se observa que la distorsión última,  $dr$ , varía de manera importante entre ambos grupos de columnas, teniendo diferencias de 24%.

La figura 6.13, muestra la variación de la distorsión última,  $dr$ , versus la relación de carga axial,  $P/Agf'c$ , resultado de los análisis de los casos A, B y C, para los grupos I y II. En cada caso se mantiene constante la relación de esbeltez,  $M/VD$ , igual a 6; y se cumple con la cuantía mínima transversal,  $\rho_s$ , especificada por ACI 318-11.



**Figura 6.13 Distorsión versus relación de la carga axial total  $P/Agf'c$ , para los casos A, B y C, de las columnas del grupo I y II.**

Con marcadores oscuros se indica los resultados calculados para las columnas del grupo I con  $f'_c$  igual a 600 kg/cm<sup>2</sup> y con marcadores claros para las columnas del grupo II con  $f'_c$  igual a 300 kg/cm<sup>2</sup>.

La figura 6.13 muestra que, para los casos de las columnas del grupo II, donde las relaciones de carga axial,  $P/Agf'_c$ , son mayores que 0.30, la resistencia del concreto es un factor importante, ya que la falla asociada encontrada en estas columnas se debe a la ruptura del acero de refuerzo transversal (Mander et al, 1988), provocando a su vez el pandeo de la barra acero de refuerzo longitudinal de manera inmediata, haciendo que estas sean poco dúctiles.

De manera contraria, las columnas del grupo I (con concreto de alta resistencia), las cuales tienen relaciones de carga axial,  $P/Agf'_c$ , menores que 0.20, resultan tener mayor capacidad de desplazamiento debido a que la falla asociada, encontrada en éstas, se debe al pandeo de la barra de acero de refuerzo longitudinal (Restrepo y Rodríguez, 2013b), por lo que resultan ser más dúctiles que las columnas del grupo II.

Con base a lo observado en las figuras anteriores, se concluye además que, es recomendable emplear columnas presforzadas para puentes con relaciones de esbeltez similares, de forma que las columnas alcancen durante un sismo distorsiones del mismo orden.

## 6.5 Procedimiento propuesto para obtener distorsión última y comparativa de la respuesta cortante-distorsión empleando dos columnas circulares de concreto presforzado ensayadas ante cargas laterales en la Universidad de Reno, Nevada y en la Universidad de Canterbury, Nueva Zelanda.

En este capítulo, se muestra una comparación entre las relaciones cortante-distorsión envolventes medidas de las columnas presforzadas analizadas en el capítulo 5.2 de este trabajo e indicadas con línea continua oscura, versus las relaciones cortante-distorsión calculadas con la propuesta de Torres (2013), empleada en este estudio paramétrico e indicadas con línea discontinua con marcadores circulares. Las figuras 6.14 y 6.15, muestran la relación cortante vs distorsión, medida y calculada para el caso de las columnas ensayadas en la Universidad de Reno, Nevada (Saiidi et al, 2012).

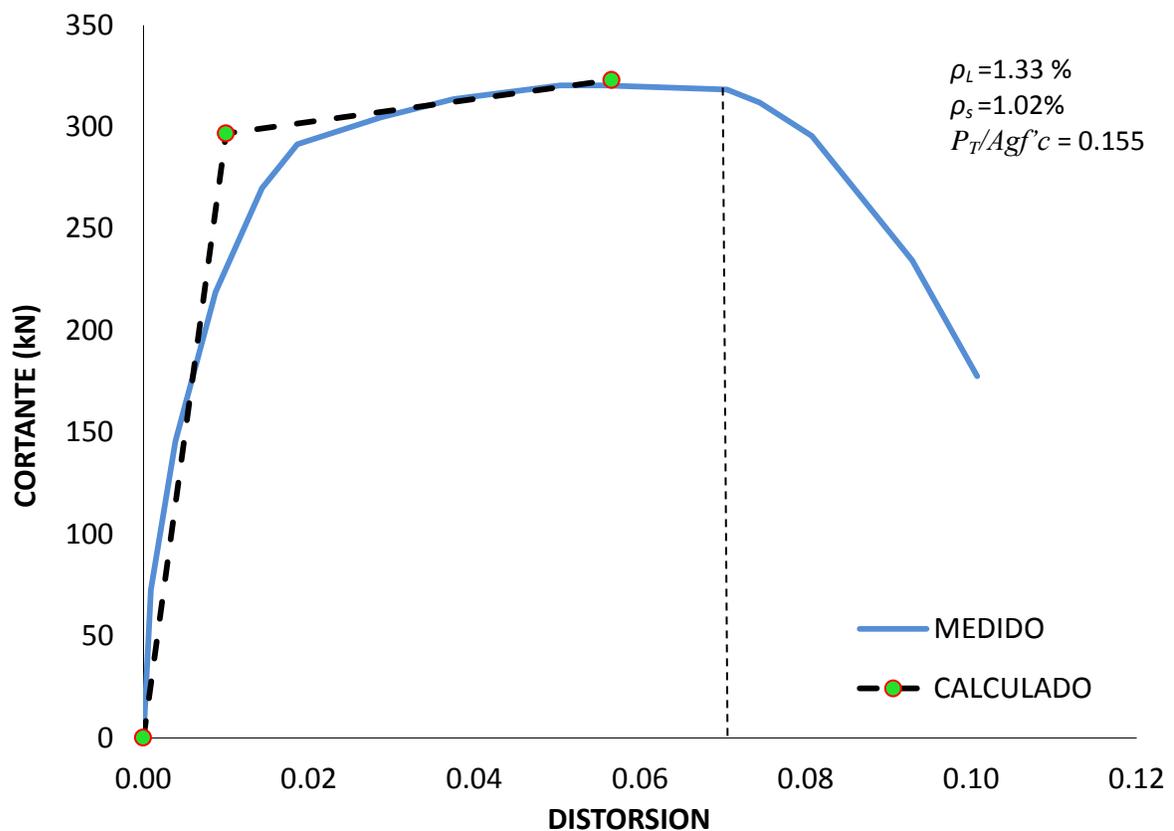
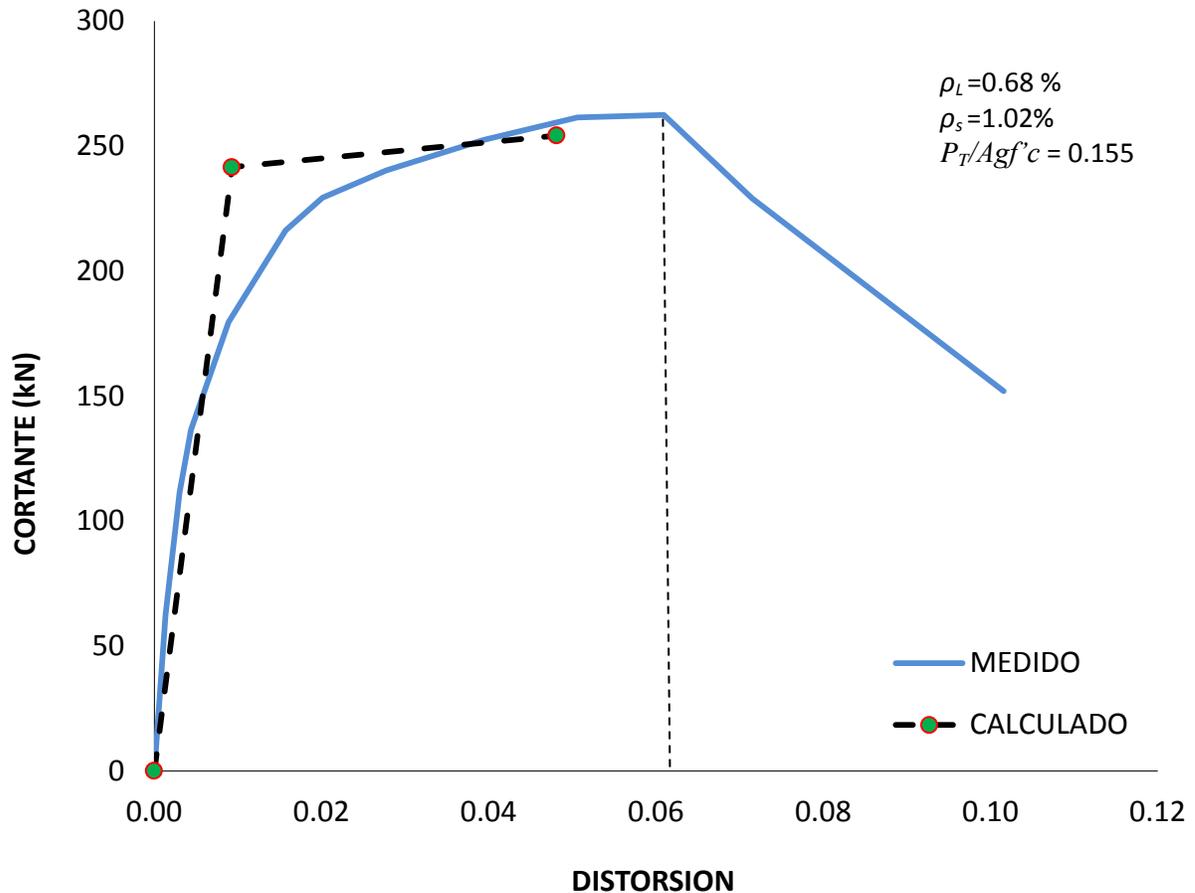


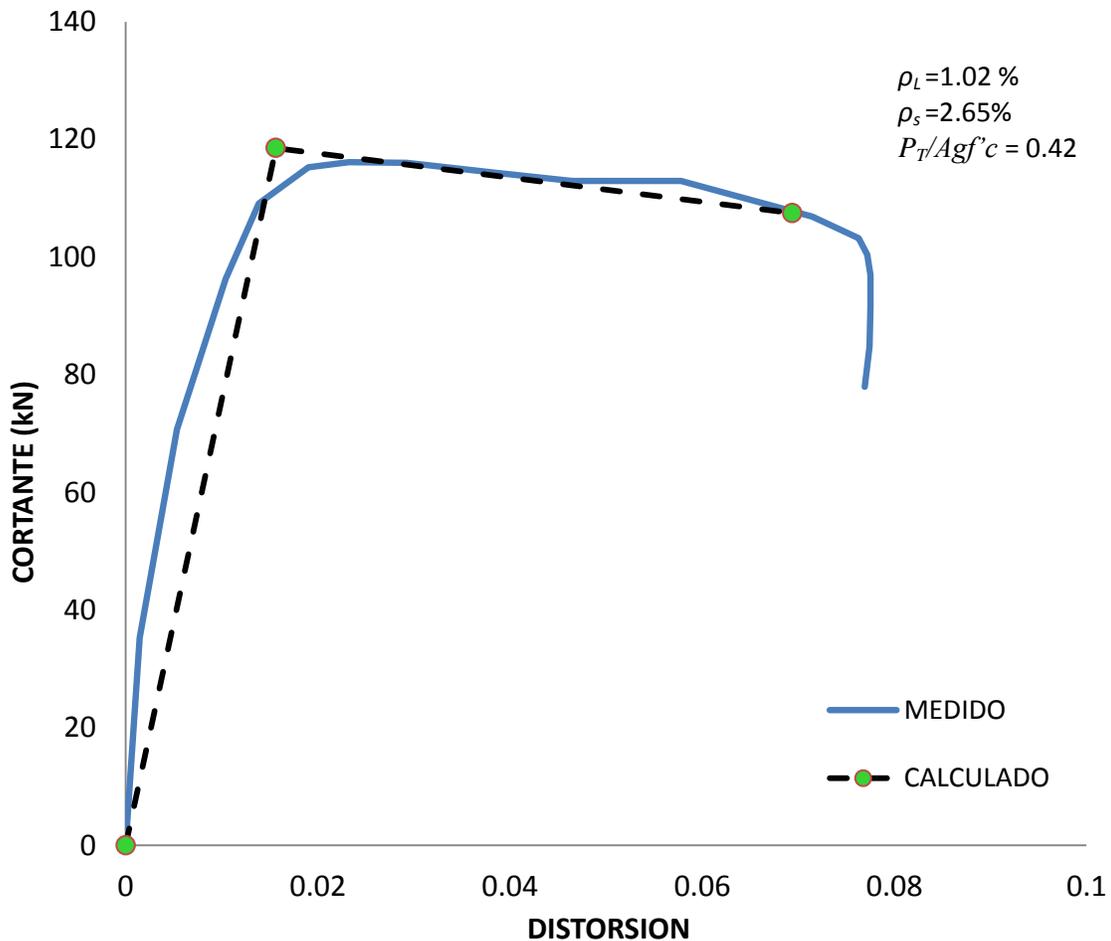
Figura 6.14 Comparativa de la respuesta cortante-distorsión del ensaye de la columna PT-HL (Saiidi et al, 2012) vs Torres (2013)



**Figura 6.15 Comparativa de la respuesta cortante-distorsión del ensayo de la columna PT-LL (Saiidi et al, 2012) vs Torres (2013)**

La línea discontinua vertical en la figura 6.14 y 6.15, indica el inicio de la degradación de la resistencia en las columnas ensayadas. De acuerdo con la figura 6.14, para el caso de la propuesta de Torres (2013), la distorsión de falla calculada es 0.057 y de acuerdo a los resultados experimentales la distorsión de falla medida es de 0.07, por lo que el error entre estos es 22 %. En cuanto a la resistencia lateral, los resultados medidos versus los calculados, son aproximadamente iguales, ya que la resistencia calculada es igual a 254 kN y la resistencia medida es 262 kN, obteniendo un error de 3%. La figura 6.15, nos muestra que la distorsión calculada es de 0.048 y la distorsión medida es de 0.06, obteniendo un error del orden de 25%. La resistencia calculada es aproximadamente 254 kN y la resistencia medida es de 263 kN, obteniendo un error de 3.4 %.

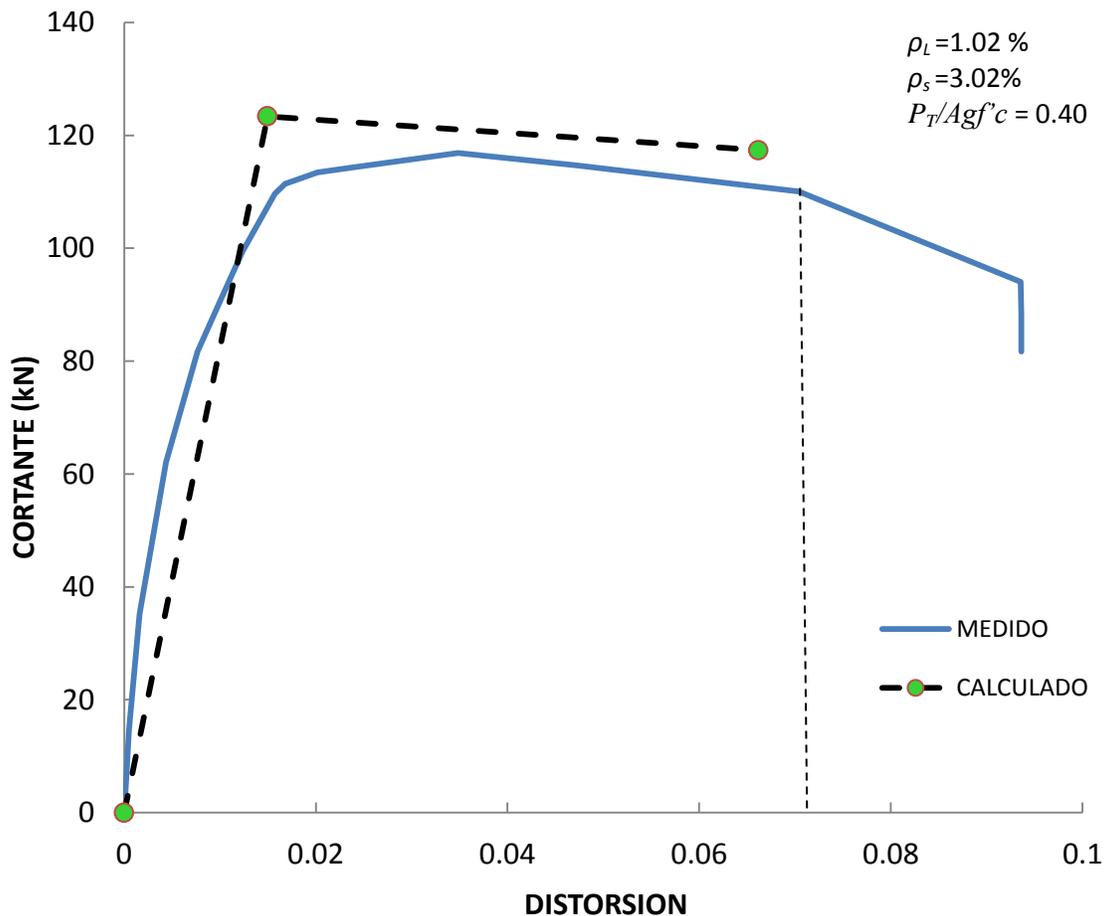
Las figuras 6.16 y 6.17, muestran la relación cortante vs distorsión, medida y calculada para el caso de las columnas ensayadas en la Universidad de Canterbury, Nueva Zelanda (Pam et al, 1988). El tipo de ensaye realizado en estas columnas, introduce el efecto P- $\Delta$ , el cual se analiza con detalle en Pam et al. (1988). Las predicciones calculadas con el procedimiento propuesto tienen en cuenta dicho efecto, tal como se observa en las siguientes figuras.



**Figura 6.16 Comparativa de la respuesta cortante-distorsión del ensaye de la columna PC2 (PAM et al, 1988) vs Torres (2013)**

De acuerdo con la figura 6.16, para el caso de la propuesta de Torres (2013), la distorsión de falla calculada es 0.07, y la distorsión máxima medida es de 0.078, por lo que el error entre estos es 11%. La resistencia lateral calculada es igual a 118.5 kN y la resistencia medida es 107.5 kN, obteniendo un error de 10%.

La figura 6.17, nos muestra que la distorsión calculada es 0.07 y la distorsión máxima medida es 0.09, obteniendo un error del orden de 28%. Sin embargo, el inicio de la pérdida de resistencia lateral en el modelo experimental (ver línea vertical discontinua) concuerda con la deformación calculada a una distorsión de 0.07, ésto indica que la predicción de distorsión última es adecuada. La resistencia calculada es aproximadamente 123.3 kN y la resistencia medida es de 116.9 kN, obteniendo un error de 5.4 %.



**Figura 6.17 Comparativa de la respuesta cortante-distorsión del ensayo de la columna PC4 (PAM et al, 1988) vs Torres (2013)**

Los resultados comentados anteriormente muestran que con el procedimiento propuesto por Torres (2013) para el cálculo de las distorsiones y con las expresiones Restrepo y Rodríguez (2013b), se obtienen predicciones aceptables respecto a los resultados medidos.

## **7. Recomendaciones de diseño sísmico para columnas de concreto reforzado y con presfuerzo para puentes.**

En el diseño de columnas para puentes de concreto reforzado, con relaciones de carga axial,  $P/A_g f'_c$ , mayores que 0.10, es recomendable el uso de concreto de alta resistencia, como el mostrado en esta investigación,  $f'_c=600 \text{ kg/cm}^2$ , debido a que se obtienen mayores capacidades de deformación y de resistencia a flexión que las diseñadas con concreto de resistencia a compresión convencional. Con concreto de alta resistencia se emplean cuantías de acero de refuerzo longitudinal del orden de 50% menores que los requeridos para concreto de resistencia convencional. Esto lleva a ahorros en la fabricación de las columnas (ver apéndice A). Además garantiza una mayor ductilidad en el modo de falla cuando se presente un sismo intenso.

Para el caso de diseño de columnas para puentes de concreto presforzado, con relaciones de carga axial total,  $P_T/A_g f'_c$ , mayores que 0.10, es recomendable el uso de concreto de alta resistencia, ya que resultan más dúctiles que las columnas con concreto convencional, debido a que el modo de falla asociado a estas últimas se debe a la fractura de la barra de acero de refuerzo transversal, limitando su capacidad de deformación lateral. En el caso de columnas postensadas, se recomienda que la cantidad de acero de refuerzo longitudinal a emplear sea mayor que la cantidad del acero de presfuerzo, esto debido a que se obtiene mayor capacidad de deformación y resistencia a la flexión, de acuerdo con los resultados mostrados en este trabajo.

Tanto para el caso de diseño de columnas para puentes de concreto reforzado, como presforzado, se recomienda emplear relaciones de esbeltez similares, de forma que las columnas alcancen distorsiones del mismo orden, durante un sismo intenso. Además, como se ha mostrado en este trabajo, columnas con relaciones de esbeltez menores tienen capacidad de deformación lateral menores que las columnas esbeltas, lo que sugiere que, durante un sismo fuerte, éstas fallaran antes que las más esbeltas. Sin embargo, la capacidad de ductilidad de desplazamiento de las primeras son mayores que la de las segundas.

## 8. Conclusiones.

Generalmente se acepta que para incrementos de la relación de carga axial,  $P/Agf^c$ , la capacidad de deformación de la sección de una columna de concreto reforzado disminuye y la resistencia a flexión se incrementa; sin embargo, en este estudio se muestra que para columnas de concreto reforzado, la capacidad de deformación de la sección no se ve afectada por el incremento de dicha relación, debido a que la falla en las columnas está asociada al pandeo de las barras de acero de refuerzo longitudinal, y no a la capacidad de deformación del concreto. Sin embargo, para columnas presforzadas, en este estudio se encontró que la relación,  $P/Agf^c$ , sí afecta la capacidad de deformación de la sección, ya que se encontró que aumentos de esta relación, debido al presfuerzo, llevó a reducir la capacidad de distorsión última.

En columnas de concreto reforzado, con relaciones  $P/Agf^c > 0.10$ , con el empleo de concretos de alta resistencia, se puede obtener la misma resistencia a flexión con la mitad de la cuantía de acero de refuerzo longitudinal que la empleada en una de concreto convencional, obteniéndose ahorros del orden de 20% en los costos de este tipo de elementos (ver APENDICE A), además de proporcionar mayor capacidad de deformación, debido a que se encontró que el modo de falla asociado a las columnas de concreto de alta resistencia se debe al pandeo de la barra de acero de refuerzo principal (Restrepo y Rodríguez, 2013b).

En las columnas de concreto reforzado, del grupo I y II, con misma cuantía de acero de refuerzo longitudinal,  $\rho_L$ , sometidas a una misma carga axial  $P$ , la resistencia a flexión de las columnas del grupo I ( $f^c=600 \text{ kg/cm}^2$ ) fueron aproximadamente entre 10% y 16% mayores que la resistencia de las columnas del grupo II ( $f^c=300 \text{ kg/cm}^2$ ). Para las columnas de concreto presforzado del grupo I y II, con misma relación  $\eta_1/\eta_2$ , sometidas a una misma carga axial  $P_T$ , la resistencia a flexión de las columnas del grupo I ( $f^c=600 \text{ kg/cm}^2$ ) fueron aproximadamente entre 16% y 18% mayores que la resistencia de las columnas del grupo II ( $f^c=300 \text{ kg/cm}^2$ ).

Por lo anterior se concluye que la resistencia del concreto influye en el incremento de la capacidad resistente a flexión de una columna.

De acuerdo con los resultados observados en las columnas postensadas analizadas en el capítulo 5, es favorable emplear mayor cantidad de acero de refuerzo convencional y menor cantidad de presfuerzo (CASO A), la cual es característica de las columnas empleadas en Reno, Nevada en E.U. Esta ventaja se debe a que para la columna del grupo I, del CASO A (relación 2-1), se obtiene la misma capacidad de deformación que la columna del CASO C (relación 1-2), pero con mayor capacidad resistente a flexión, del orden de 19%, respecto a la del CASO C. Para la columna del grupo II, del CASO A, su resistencia a la flexión, es 21% mayor que de la columna del CASO C.

El postensado, introduce un incremento en la resistencia a flexión en las columnas, debido a la compatibilidad de deformación que ocurre en el extremo libre de la columna, por medio de los accesorios de anclaje. Teóricamente el postensado no debería introducir un incremento de la resistencia a flexión importante, si no únicamente carga axial, sin embargo, en este estudio se demuestra que el postensado también contribuye a la resistencia a flexión debido a las deformaciones que se originan en los cables de presfuerzo durante la flexión de la columna, y las cuales a su vez se convierten en fuerzas que son transmitidas por medio de los anclajes adheridos en los extremos de la columna.

El uso de acero de presfuerzo en columnas para puentes es favorable para incrementar la capacidad de deformación, cuando se emplea concreto de alta resistencia, como es el caso de las columnas del grupo I ( $f'_c=600 \text{ kg/cm}^2$ ). Sin embargo, para concreto convencional como por ejemplo el empleado en las columnas del grupo II ( $f'_c=300 \text{ kg/cm}^2$ ), el presfuerzo disminuye la capacidad de deformación de la columna debido a que el incremento en la relación de carga axial total, aumenta el esfuerzo en compresión en el concreto confinado y ocurre la fractura de las barras de refuerzo transversal antes del pandeo de las barras de refuerzo longitudinal.

En el contexto de capacidad de deformación para columnas presforzadas para puentes, entre el postensado y el pretensado, no se ve una clara ventaja entre ellos, debido a que la falla en ambos tipos de columnas presforzadas, está asociada a la falla por pandeo de la barra de acero de refuerzo longitudinal convencional.

## Referencias.

1. AASHTO (2004), "LRFD Bridge Design Specifications", American Association of State Highway and Transportation Officials, Third edition. Washington, D.C.
2. ACI Committee 318 (2011), Building Code Requirements for Reinforced concrete (ACI318-11), American Concrete Institute, Farmington Hills, MI
3. Antoine E. Naaman, (2004), "Prestressed Concrete Analysis and Design ". Second Edition
4. Berry, M and Parrish, M., (2004) "PEER Structural Performance Data base", Pacific Earthquake Engineering Research Center University of California, Berkeley, junio 2004.
5. Dodd, L. y Restrepo-Posada, J. (1995). "Model for Predicting Cyclic Behavior of Reinforcing Steel" J. Struct. Eng., 121(3), 433-445.
6. NTC-DF (2004), "Normas técnicas complementarias para diseño y construcción de estructuras de concreto", Reglamento de Construcciones para el Distrito Federal, México.
7. Mander, J.B., Priestley, M.J.N. y Park R. (1984), "Seismic Design of Bridge Piers", Research Report 84-2, Department of Civil Engineering, University of Canterbury, Christchurch New Zealand.
8. Mander, J.B., Priestley, M.J.N. y Park R. (1988), "Theoretical Stress-Strain Model for Confined Concrete", Journal of the Structural Division , ASCE, Vol.114, No8, agosto 1988, pp.1804-1826
9. Mattock, A.H., (1979) "Flexural Strength of Prestressed Concrete Section by Programmable Calculator," PCI Journal, V. 24, No 1, pp. 32-54.
10. Saiidi Saiid M. y Larkin Alexander S. y Sanders David H., (2012) "Unbonded Prestressed Columns for Earthquake Resistance", 2012 Structures Congress, Chicago, IL, March 29-31, 2012.
11. Pam Hoat Joen y Park R. y Priestley M.J.N., (1988) "Seismic Performance of Prestressed Concrete Piles and Pile- Pile Cap Connections". University of Canterbury, Department of Civil Engineering, PAM Hoat Joen PhD dissertation, 1988-03
12. Presland, R. y Restrepo-Posada, J. (2001). "Seismic Performance of Retrofitted Reinforced Concrete Bridge Piers", Research Rep. 2001-03, Dept. of Civil Engineering, Univ. of Canterbury, Christchurch, New Zealand, 513.
13. Ramberg, W. y Osgood, W. R., (1943) "Description of stress-strain curves by three parameters " Technical Note No.902, National Advisory Committee for Aeronautics, Washington DC.

14. Restrepo, J.I., y Rodríguez, M.E. (2013a), "On the Probable Moment Strength of Reinforced Concrete Columns", ACI Structural Journal, Julio-Agosto.
15. Restrepo, J. I., y Rodríguez, M.E. (2013b), "Comunicación personal"
16. Rodríguez, M. E., Botero J. C. (1996), "Aspectos del comportamiento sísmico de estructuras de concreto reforzado considerando las propiedades mecánicas de aceros de refuerzo producidos en México", Publicación Series del Instituto de Ingeniería, UNAM, N° 575, enero 1996.
17. Rodríguez, M. E., Botero J. C. (1998), "Comportamiento de barras de refuerzo sometidas a cargas monotónicas y cíclicas reversibles incluyendo pandeo", Publicación Series del Instituto de Ingeniería, UNAM, N° 610, noviembre 1998.
18. Rodríguez, M.E., Torres, M.A. (2006), "Estudio analítico experimental de una cimentación prefabricada de concreto para el distribuidor vial San Antonio 2º etapa", Informe final del proyecto de investigación para el GDF, Instituto de Ingeniería, UNAM.
19. Torres, M.A., Rodríguez, M.E. (2005), "Estudio de la respuesta sísmica de puentes de la ciudad de México, implicaciones de diferentes condiciones de análisis". XV congreso nacional de ingeniería sísmica, México D.F.
20. Torres, M.A., Rodríguez, M.E. (2013), "Comportamiento sísmico de columnas para puentes de concreto reforzado prefabricados y convencionales", Instituto de Ingeniería de la UNAM, mayo 2013.
21. Torres, M.A., (2013), "Comunicación personal".
22. Torres, M.A., Rodríguez, M. E., Vázquez, E. D. (2013), "CIRC-2013". Instituto de Ingeniería de la UNAM, Enero 2013.

## APENDICE A

En este apéndice, se muestra una comparativa de costo entre el costo de fabricación de una columna hecha con un concreto con resistencia a la compresión,  $f'c$ , igual 600 kg/cm<sup>2</sup>, y con una cuantía de acero de refuerzo longitudinal,  $\rho_L$ , igual a 1%, versus una columna hecha con un concreto con resistencia a la compresión,  $f'c$ , igual 300 kg/cm<sup>2</sup>, y con una cuantía de acero de refuerzo,  $\rho_L$ , igual a 2%.

La sección empleada en esta comparativa, es el de una columna circular típica de puentes urbanos, con un diámetro, D, igual a 1500 mm y una relación de esbeltez, M/VD igual a 6.

Los datos de los precios unitarios de los materiales fueron obtenidos de proveedores ubicados en la ciudad de México D.F., en el mes de mayo del 2013.

### DATOS DE LA SECCION

D=1.50 mts

H= 9.0 mts

$A_g=1.77 \text{ m}^2$

Peso volumétrico del acero,  $Pv_s= 7.833 \text{ t/m}^3$

Volumen de concreto=  $(A_g) (H) =15.93\text{m}^3$

Costo x kilo del acero de refuerzo G42 \$ 19.66

Costo por m<sup>3</sup> de concreto  $f'c=600 \text{ kg/cm}^2$  \$ 1,995.20 (**CASO A**)

Costo por m<sup>3</sup> de concreto  $f'c=300 \text{ kg/cm}^2$  \$ 1,340.50 (**CASO B**)

$\rho_{L1}= 1\%$ ;  $A_{S1}= (A_g)(\rho_{L1})=0.0177$  (**CASO A**)

$\rho_{L2}= 2\%$ ;  $A_{S1}= (A_g)(\rho_{L2})=0.0353$  (**CASO B**)

Cantidad de acero en **CASO A**=  $(A_{S1})(H)(Pv_s)= 1245.79 \text{ kg}$

Cantidad de acero en **CASO B**=  $(A_{S2})(H)(Pv_s)= 2491.58 \text{ kg}$

COSTO DEL CONCRETO			
COLUMNA	VOLUMEN (m <sup>3</sup> )	\$ COSTO/m <sup>3</sup>	TOTAL
CASO A : f' <sub>c</sub> =600 kg/cm <sup>2</sup>	15.93	\$1,995.20	\$31,732.36
CASO B f' <sub>c</sub> =300 kg/cm <sup>2</sup>	15.93	\$1,340.50	\$21,319.72

COSTO DEL ACERO			
COLUMNA	CANTIDAD (kg)	COSTO KILO/\$	TOTAL
CASO A	1245.79	\$19.66	\$24,494.68
CASO B	2491.58	\$19.66	\$48,989.36

El costo total de fabricación de la columna del caso A es igual a **\$56,227.04**

El costo total de fabricación de la columna del caso B es igual a **\$70,309.07**

$$\text{AHORRO CASO A} = \frac{70,309.7 - 56,227.04}{70,309.07} = 0.20$$

De acuerdo con los resultados anteriores, se observa que el costo para el caso A es aproximadamente 20% menor que el costo para el caso B.