



CAPÍTULO IV

LA REVERSIÓN TEMPORAL ELECTROMAGNÉTICA.

Este capítulo tiene como objetivo mostrar el fenómeno de la reversión temporal electromagnética haciendo uso del método FDTD. Se explicarán conceptos como el espejo de reversión temporal (“TRM” por sus siglas en inglés) y la súper resolución. Posteriormente se presentan una serie de experimentos electrodinámicos cuyos resultados dan luz al entendimiento del fenómeno de reversión temporal electromagnética (TR). La invariancia por reversión temporal la conocen los físicos desde hace mucho tiempo, pero no fue si no hasta después del trabajo seminal “Acústica Revertida en el Tiempo” del físico francés Fink en 1999, que se ha observado un interés creciente en la invariancia ante la reversión temporal. Él llevo a cabo experimentos que mostraron que la teoría de reversión temporal puede ser extendida a los campos electromagnéticos. En años recientes, físicos, ingenieros y matemáticos han teorizado y calculado numéricamente el problema de la reversión temporal [18].

IV.1. Validación del Método.

Antes de empezar a estudiar el fenómeno de la Reversión Temporal por medio de la herramienta FDTD para la solución del campo electromagnético, se necesita determinar qué tan confiable es el método FDTD que en este trabajo se programó en Matlab para resolver los experimentos. Se le llama validación al proceso de comparar los resultados analíticos contra los resultados numéricos obtenidos por la herramienta para un problema clásico del electromagnetismo.

El problema que se usa como referencia es una cavidad con paredes perfectamente conductoras (PEC) y que puede estudiarse en la bibliografía comprendida en [4] y [5]. La cavidad resonante se construye a partir de una sección

cerrada de guía de onda, un tipo de línea de transmisión. Las cavidades resonantes presentan frecuencias de resonancia características para cada modo de campo electromagnético, entonces se compararán los valores de estas frecuencias de resonancia calculadas numéricamente y analíticamente.

En la figura 4.1 se pueden observar las dimensiones para la cavidad que se usará en el presente experimento.

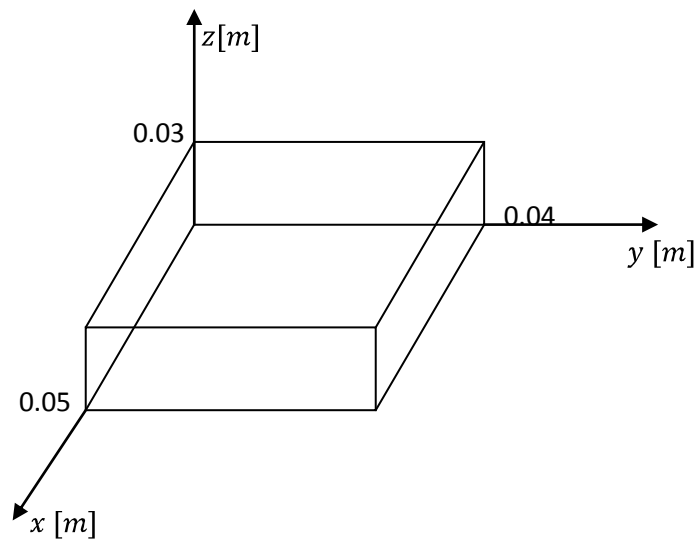


Figura 4.1. Dimensiones de la cavidad.

Se inicia el experimento discretizando la cavidad con $N_x \times N_y \times N_z$ celdas, con $N_x = 25$, $N_y = 20$ y $N_z = 15$ respectivamente. Para guardar los valores de los campos dentro de la cavidad se necesita guardar los valores en arreglos numéricos con las siguientes dimensiones [2]:

$$E_x = N_x \times (N_y + 1) \times (N_z + 1) \quad (4.1)$$

$$E_y = (N_x + 1) \times N_y \times (N_z + 1) \quad (4.2)$$

$$E_z = (N_x + 1) \times (N_y + 1) \times N_z \quad (4.3)$$

$$H_x = (N_x + 1) \times N_y \times N_z \quad (4.4)$$



$$H_y = N_x \times (N_y + 1) \times N_z \quad (4.5)$$

$$H_z = N_x \times N_y \times (N_z + 1) \quad (4.6)$$

Los incrementos por medio de los cuales se discretiza el espacio en estudio se representan como Δx , Δy y Δz , cuyo valor se obtiene a partir de la siguiente ecuación:

$$\Delta = \frac{\text{Longitud física}}{\text{Número de celdas}} \quad (4.7)$$

De lo anterior y lo presentado en el capítulo tres, se tiene que la rejilla de FDTD mide $25 \times 20 \times 15$ celdas, $\Delta x = 3[\text{mm}]$, $\Delta y = 2[\text{mm}]$ y $\Delta z = 4[\text{mm}]$, $\Delta t = 4.44 [\text{ps}]$, un Courant factor de uno $Cf=1$ y $Nt=8192$ time-steps. La cavidad estará vacía por lo que $\mu = \mu_0$ y $\varepsilon = \varepsilon_0$.

Cuando se utilizan frecuencias en el rango de las microondas, las superficies metálicas tienen una buena aproximación a conductores eléctricos perfectos (PEC), por esta razón en el programa se hará que las componentes tangenciales del campo eléctrico sean cero en la frontera del metal.

Para poder observar las frecuencias principales en el espectro de frecuencias, se deben de excitar los modos principales, por lo tanto como condición inicial el campo \vec{E} será inicializado con ruido blanco, así se asegura que la mayoría de los modos sean excitados.

Para el muestreo es importante que la mayoría de los modos sean detectados, sería difícil elegir un punto en el cual alguno de los modos tenga un nodo cero, pero para evadir este problema se elegirán tres puntos del campo que serán $\vec{E}(4,4,4)=(E_x(4,4,4), E_y(4,4,4), E_z(4,4,4))$, similarmente para $\vec{E}(7,7,7)$ y $\vec{E}(10,10,10)$.

Enseguida se pueden obtener las frecuencias de resonancia aplicando la transformada de Fourier de la suma de E_x , E_y y E_z en el punto de interés.



FACULTAD DE INGENIERÍA

Por otra parte se tiene que las frecuencias de resonancia teórica en una cavidad se obtienen a partir de $f_{mnp} = \frac{c}{2} \left[\sqrt{(m/L_x)^2 + (n/L_y)^2 + (p/L_z)^2} \right]$ donde m, n y p son los índices de los modos, de manera que para obtener un modo TM_{mnp} , se sustituye $m \neq 0$, $n \neq 0$ y para los modos TE_{mnp} , $p \neq 0$ y m o $n \neq 0$, donde L_x, L_y y L_z , son las longitudes de la cavidad en metros. Los resultados numéricos y analíticos se comparan en la tabla 4.1, y pueden ser observados en la figura 4.2 para los diversos modos. En el lado izquierdo de la figura se representan de manera continua y en la derecha de manera discreta usando el comando de Matlab *stem*.

Modo	Frecuencias resonantes teóricas [GHz]	Frecuencias resonantes experimentales E(4,4,4) [GHz]	%EE porcentaje de error de exactitud
TE012	6.2500	6.2350	2.40E-01
TE021	7.9057	7.9650	7.50E-01
TE201	6.5000	6.4820	2.77E-01
TE102	5.8310	5.7950	6.18E-01
TM111	5.4141	5.4110	5.73E-02
TE111	5.4141	5.4110	5.73E-02
TM110	4.8023	4.8070	9.79E-02
TE011	4.5069	4.5040	6.43E-02
TE101	3.9051	3.9000	1.31E-01

Tabla 4.1. Frecuencias Resonantes para los modos TM_{mnp} y TE_{mnp} en tres puntos diferentes.

Modo	Frecuencias resonantes teóricas [GHz]	Frecuencias resonantes experimentales E(7,7,7) [GHz]	%EE porcentaje de error de exactitud
TE012	6.2500	6.2070	6.88E-01
TE021	7.9057	7.9650	7.50E-01
TE201	6.5000	6.4820	2.77E-01
TE102	5.8310	5.7950	6.18E-01
TM111	5.4141	5.4110	5.73E-02
TE111	5.4141	5.4110	5.73E-02
TM110	4.8023	4.8070	9.79E-02
TE011	4.5069	4.5040	6.43E-02
TE101	3.9051	3.9000	1.31E-01

Modo	Frecuencias resonantes teóricas [GHz]	Frecuencias resonantes experimentales E(10,10,10) [GHz]	%EE porcentaje de error de exactitud
TE012	6.2500	6.2350	2.40E-01
TE021	7.9057	7.8830	2.87E-01
TE201	6.5000	6.4820	2.77E-01
TE102	5.8310	5.7950	6.18E-01
TM111	5.4141	5.4110	5.73E-02
TE111	5.4141	5.4110	5.73E-02
TM110	4.8023	4.8070	9.79E-02
TE011	4.5069	4.5040	6.43E-02
TE101	3.9051	3.9000	1.31E-01

Continuación de tabla 4.1. Frecuencias Resonantes para los modos TM_{mnp} y TE_{mnp} en tres puntos diferentes.

De las tablas se observa que el valor más alto del porcentaje de error de exactitud no supera el 1%. Apoyándose además en las gráficas de la figura 4.2 se observa que los picos entre las gráficas de los tres puntos muestreados no coinciden en amplitud, esto es debido a que para cada una de las muestras se inicializó la cavidad con ruido blanco, sin embargo las frecuencias de resonancia se conservan aun para diferentes puntos de muestreo. Con las distinciones hechas anteriormente se puede concluir que el método de FDTD es una herramienta exacta, además de robusta,

por lo que será la herramienta ideal para el análisis en el dominio del tiempo de los subsecuentes problemas que se abordarán en el presente capítulo.

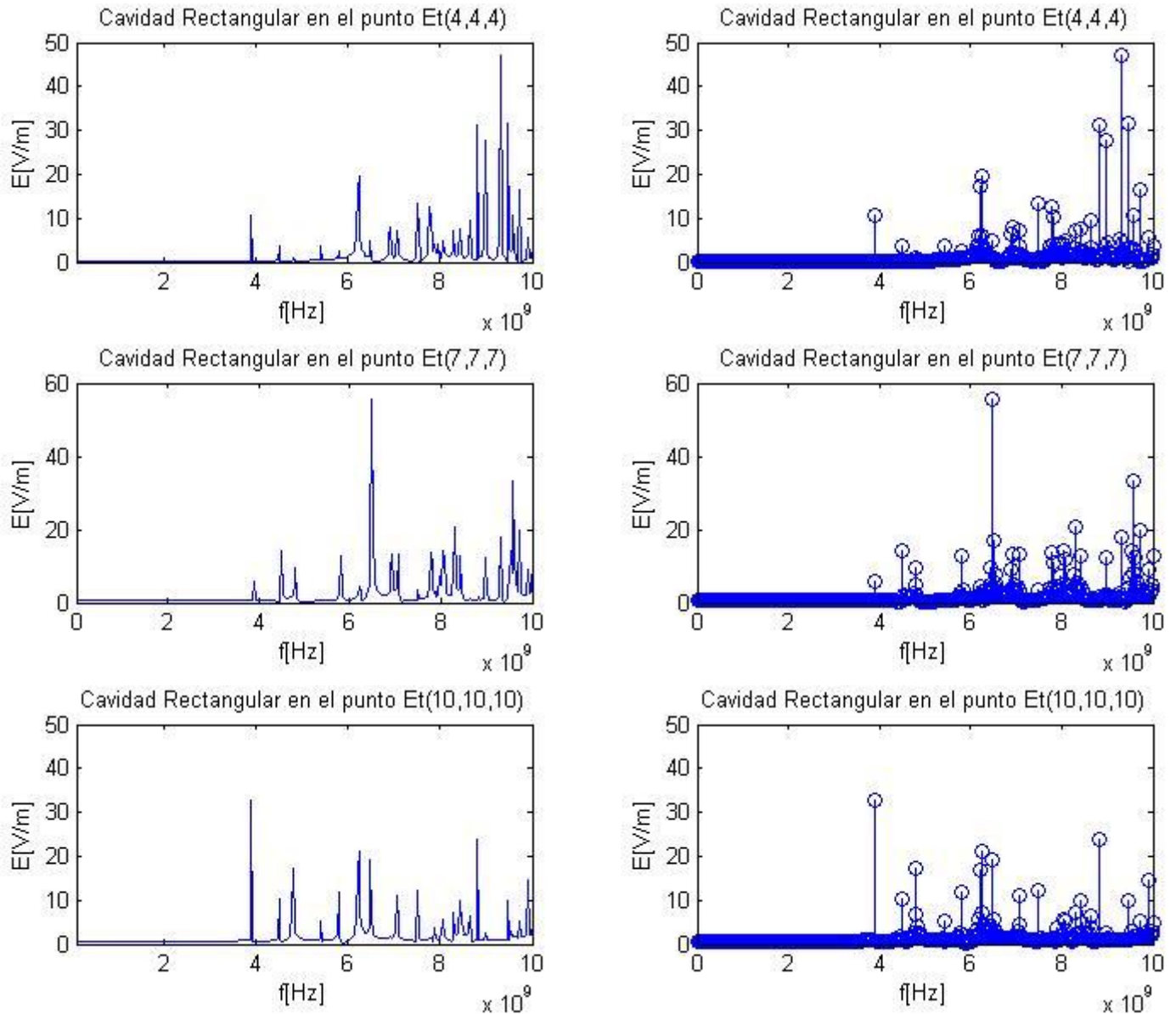


Figura 4.2. Frecuencias resonantes en la cavidad para diferentes puntos de muestreo.



IV.2. La reversión Temporal (“TR”).

Transformación por Reversión Temporal [16].

Las leyes básicas de la física son invariantes, al menos a nivel clásico, al sentido del transcurso del tiempo. Esto no significa que las ecuaciones sean simétricas con respecto a t , pero que ante la transformación por reversión del tiempo $t \rightarrow t' = -t$, las cantidades físicas se transforman consistentemente de manera que las ecuaciones quedan con la misma forma que tenían antes de la transformación, es decir son invariantes.

Reversión Temporal Electromagnética [16].

De las ecuaciones de Maxwell (2.1)-(2.4) considérese la carga como una cantidad escalar, por lo que no se ve afectada por la variación del tiempo, consecuentemente si le aplicamos la transformación $t \rightarrow t' = -t$ a (2.3), el lado derecho permanece sin cambio, y se infiere que el lado izquierdo debe permanecer sin cambio también para mantener la invariancia, diciendo entonces que el campo eléctrico \vec{E} se transforma de manera par (que no tiene cambio) ante la reversión temporal. Ahora aplicando la transformación a la ecuación de Faraday (2.1), el miembro derecho sufre un cambio de signo por la presencia del operador $\frac{\partial}{\partial t}$, aunado a que \vec{E} se transforma de manera par, y para mantener la invariancia de la ecuación, hace que sea necesario que \vec{B} sea impar (que cambie de signo) ante la transformación.

Para la ecuación de Ampere (2.2) conocemos que \vec{E} transforma par y \vec{B} impar, y considerando que el operador $\frac{\partial}{\partial t}$ sufre cambio, se deduce que \vec{J} es impar ante la reversión temporal. Con todo lo anterior se demuestra que las ecuaciones de Maxwell son invariantes ante la reversión temporal.

En el contexto numérico, la reversión temporal es una técnica de procesamiento digital de señales, basada en la invariancia ante la reversión temporal, la cual permite



el enfoque de ondas en espacio y tiempo. Para entender la reversión temporal se explica lo que es el sistema espejo de reversión temporal (TRM), dicho sistema consta de uno o varios elementos que reciben, procesan y transmiten señales que proceden de la reversión temporal, y que se observa en la figura 4.3 y 4.4. En el caso de señales electromagnéticas, el sistema de antenas TRM puede ser una antena o un conjunto de antenas llamado también arreglo de reversión temporal (“TR array”). Es importante hacer la diferencia con un conjunto de antenas en arreglo de fase, ya que el “TR array” o “TRM” más bien se considera que es un conjunto de antenas radiadoras que trabajan independientemente.

El TRM puede ser operado y diseñado en el dominio del tiempo o de la frecuencia, de cualquier forma la mayoría de los experimentos que implican la reversión temporal han sido desarrollados en el dominio de la frecuencia, y después transformado por medio de Fourier al dominio del tiempo. Considerando que la reversión temporal es un proceso en el tiempo, existen muchas ventajas de desarrollar este sistema en el dominio del tiempo, como se hará en este trabajo.

Proceso de Reversión Temporal Electromagnética.

A continuación se describe el proceso de reversión temporal electromagnética:

1. El espejo reversión temporal (TRM) emite una señal, la cual fue esparcida por el objetivo, dicha señal actúa como un débil emisor de la fuente hacia el TRM.
2. El TRM capta y graba señales débiles y esparcidas que son emitidas por el objetivo

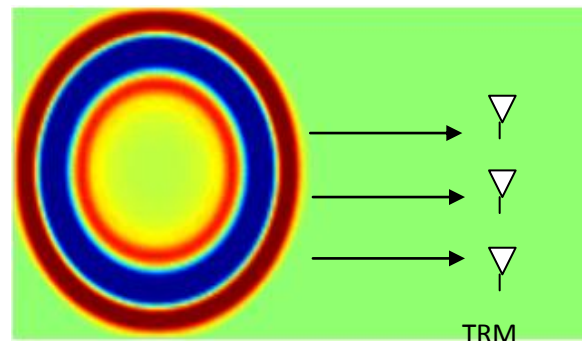


Figura 4.3. Proceso de la Reversión Temporal Electromagnética pasos 1 y 2.

3. La información grabada es transformada usando el concepto de la reversión temporal.
4. La información transformada es re-radiada. El proceso puede ser ejecutado iterativamente.

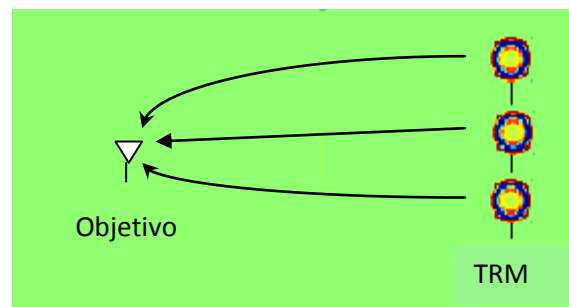


Figura 4.4. Proceso de la Reversión Temporal pasos 3 y 4.

Conceptos importantes de la reversión temporal.

Propagación multitrayectoria. En algunos medios la propagación ocurre con múltiples reflexiones ocasionando una propagación a través de múltiples trayectorias. Esto ocasiona en el proceso de reversión temporal electromagnética que las ondas que originalmente se estarían alejando del TRM ahora sean capturadas, causando que la apertura a_e del TRM aparezca más grande que su longitud física a .

$$a_e > a$$



Cavidad Ergódica.

En esta cavidad una onda generada en cualquier punto de ella, eventualmente alcanzará cualquier otro punto de la cavidad. Esto ocasiona que la señal experimente un ambiente rico en multitrayectorias de propagación, lo que beneficia el proceso TR como se mencionó arriba. Para propósitos prácticos en electromagnetismo (EM) una cavidad de paredes perfectamente conductoras PEC emulan este efecto. Es posible deducir que cualquier condición de frontera absorbente, por ejemplo PML, degradará el proceso de reversión temporal.

Super-resolución.

Una consecuencia directa del incremento en la apertura a por multitrayectorias es el fenómeno de la súper resolución. Esto es la capacidad de un sistema de resolver características de forma más fina que las predichas por el criterio de Raleigh. Este fenómeno es atribuido por el efecto de múltiples reflexiones.

Una de las más importantes ventajas de usar TR, es la de obtener enfoques espaciales d más allá del límite clásico o de difracción (difracción de Raleigh), por ejemplo:

$$d \approx \frac{\lambda L}{a} \quad (4.8a)$$

Para super resolución se tiene:

$$d_e = \frac{\lambda L}{a_e} \quad (4.8b)$$

Donde $a_e > a$ y L =distancia del objetivo al espejo.

Lo anterior se verificará más adelante en un experimento de reversión temporal (IV.2.8).

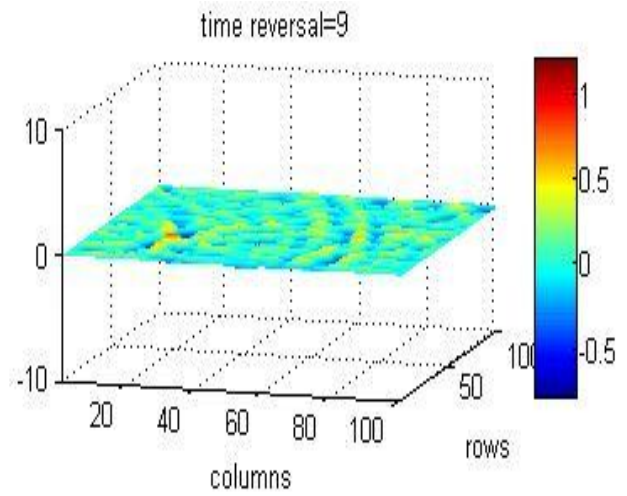
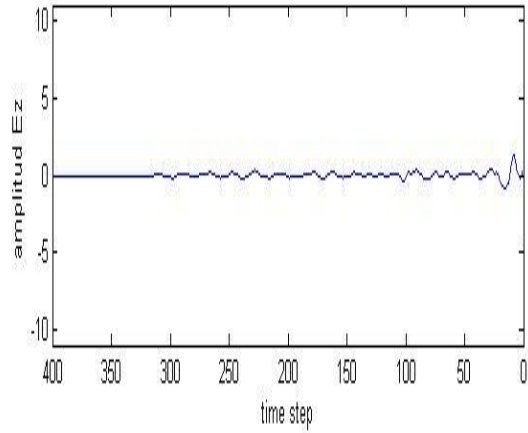


De esta manera se presentan a continuación una serie de experimentos de reversión temporal hechos en el dominio del tiempo usando el método FDTD.

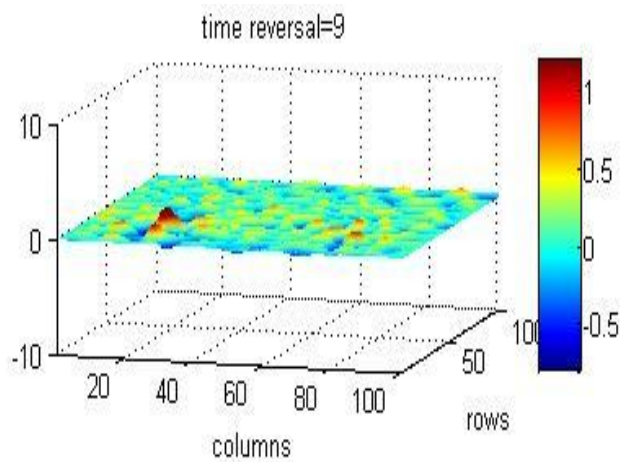
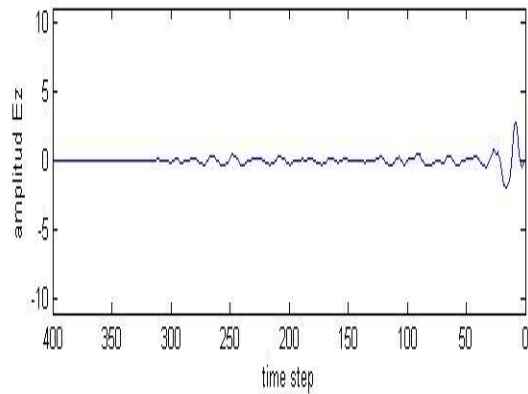
IV.2.1. Variación del número de elementos del espejo de Reversión Temporal.

Se presentan a continuación los resultados calculados para una cavidad metálica en dos dimensiones de 30[cm] por 30[cm], dicha cavidad se dividirá en 100 celdas por lado, es decir 100 X 100 y $\Delta x = \Delta y = 3[mm]$. Como paso siguiente se emitirá un pulso de amplitud 10, con frecuencia central de 10[GHz], situada en el punto ($i_s=25$, $j_s=25$), un factor de Courant punto nueve ($C_f=0.9$), $\epsilon = \epsilon_0$, $\mu = \mu_0$ y cuatrocientos time-steps ($N_t=400$). Después de excitar el pulso en la cavidad, este se propaga hasta llegar a las paredes y ocasionar múltiples reflexiones, posteriormente estas señales reflejadas se graban en el espejo de reversión temporal ubicado en la columna $j=75$ y las filas $i=10,20,30,40,50,60,70$ y 80, elementos que se aumentaron subsecuentemente en cada realización. Las señales grabadas son invertidas en el tiempo y re-radiadas al sistema, a esta segunda fase se le llama la fase de reversa. En esta fase se muestrea en el punto donde se situaba la fuente original ($i_s=25$, $j_s=25$) para observar si las señales en reversa se enfocan en dicho punto. Este experimento busca determinar qué ocurre en el punto original conforme se aumenta el número de elementos del espejo. En las gráficas siguientes se muestra la amplitud de la señal en fase reversa recibida en su punto original, variando el número de antenas que conforman el espejo de uno a ocho elementos.

Señal recibida en fase reversa en el punto de la fuente original is=25 js=25 #Elementos del espejo=1



Señal recibida en fase reversa en el punto de la fuente original is=25 js=25 #Elementos del espejo=2



Señal recibida en fase reversa en el punto de la fuente original is=25 js=25 #Elementos del espejo=3

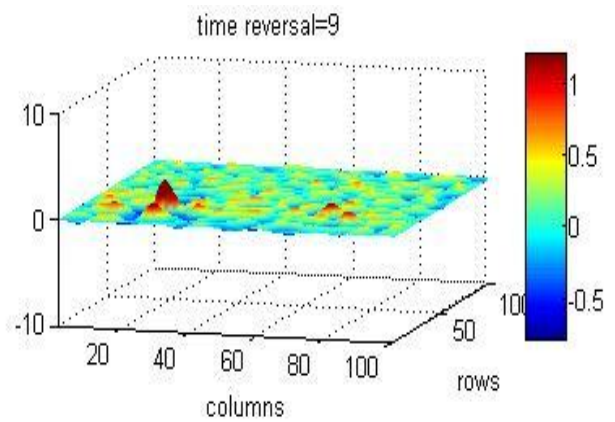
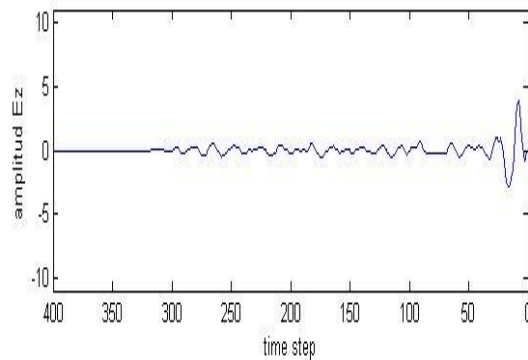
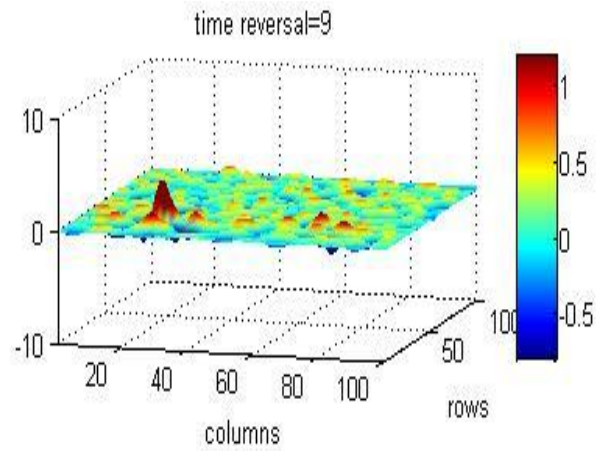
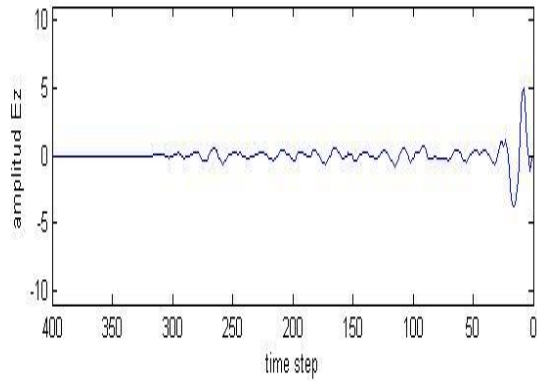
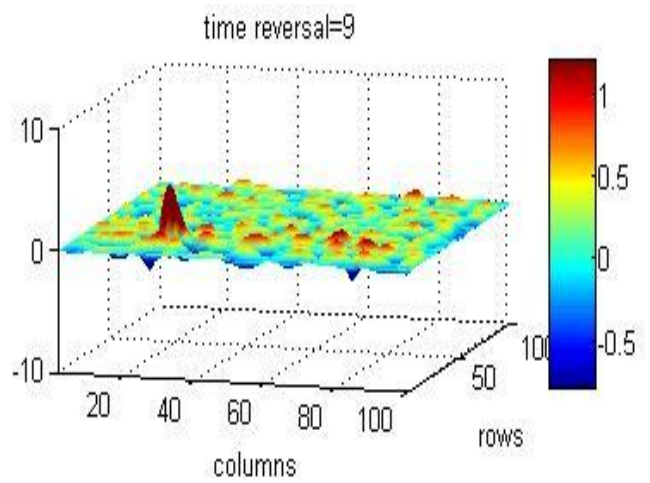
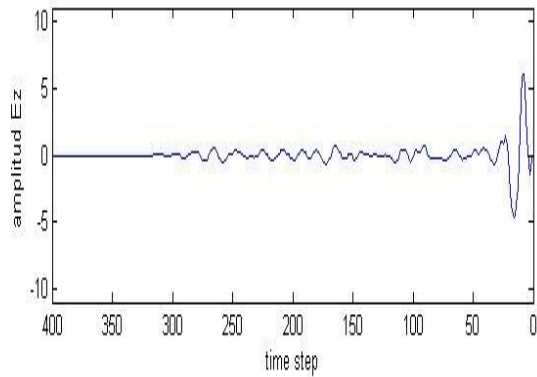


Figura 4.5.1. Señal recibida en fase de reversa en el punto de la fuente original usando 1,2 y 3 elementos en el espejo “TRM” no usando PML.

Señal recibida en fase reversa en el punto de la fuente original $i_s=25$ $j_s=25$ #Elementos del espejo=4



Señal recibida en fase reversa en el punto de la fuente original $i_s=25$ $j_s=25$ #Elementos del espejo=5



Señal recibida en fase reversa en el punto de la fuente original $i_s=25$ $j_s=25$ #Elementos del espejo=6

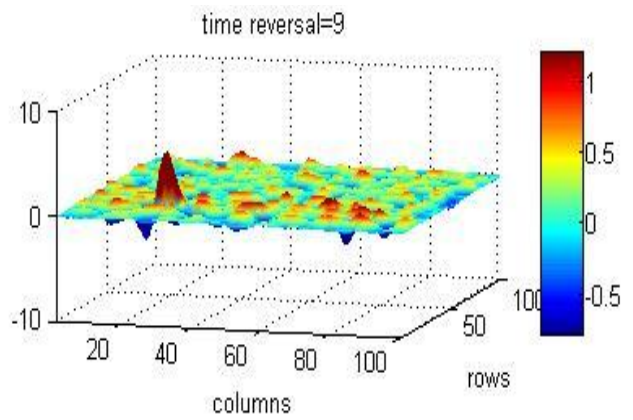
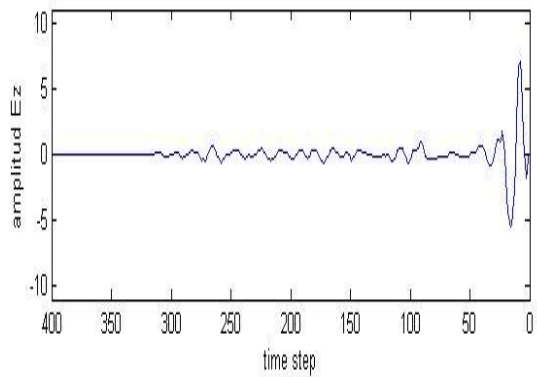
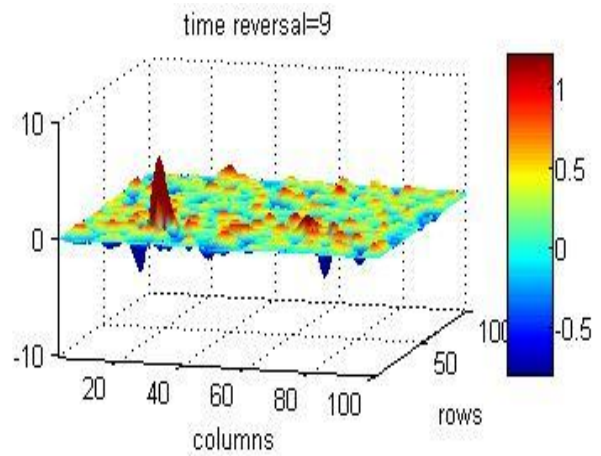
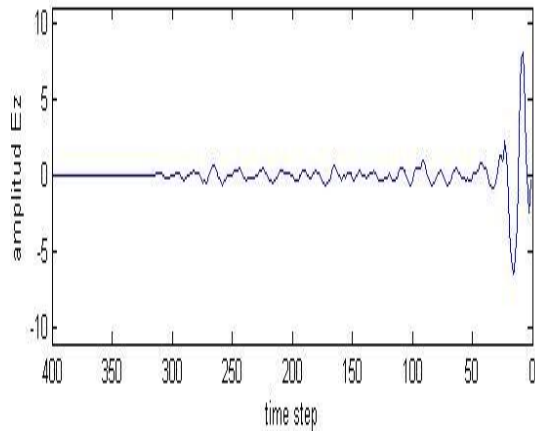


Figura 4.5.2. Señal recibida en fase de reversa en el punto de la fuente original usando 4,5 y 6 elementos en el espejo “TRM” no usando PML.

Señal recibida en fase reversa en el punto de la fuente original $i_s=25$ $j_s=25$ #Elementos del espejo=7



Señal recibida en fase reversa en el punto de la fuente original $i_s=25$ $j_s=25$ #Elementos del espejo=8

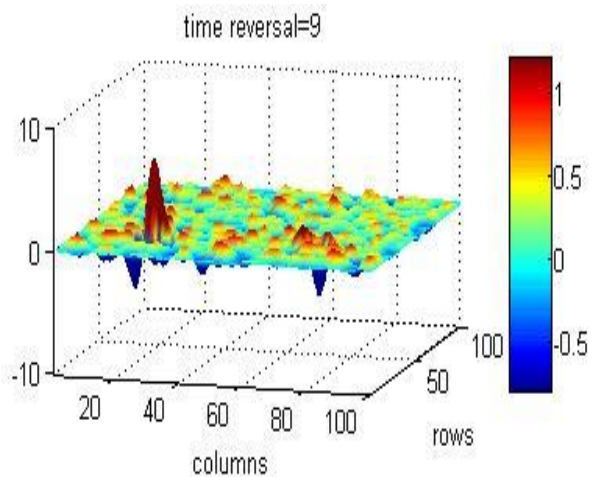
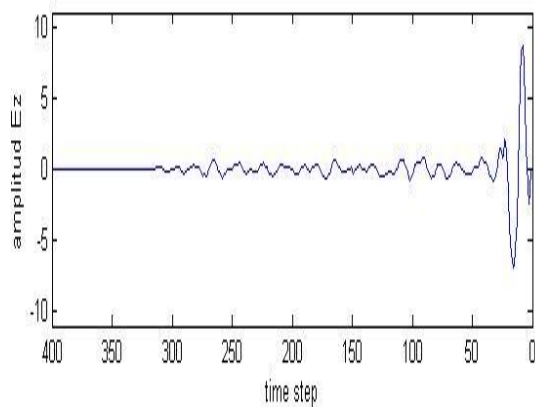


Figura 4.5.3. Señal recibida en fase de reversa en el punto de la fuente original usando 7 y 8 elementos en el espejo TRM, sin PML.

En las gráficas anteriores se observa del lado izquierdo la evolución de la señal en el tiempo, mientras que del lado derecho se observa la distribución espacial para el tiempo de reversa donde ocurre el máximo, en este caso $TR=9$. Por su parte la figura 4.6 muestra una vista alternativa en el plano xy de la distribución espacial mencionada.

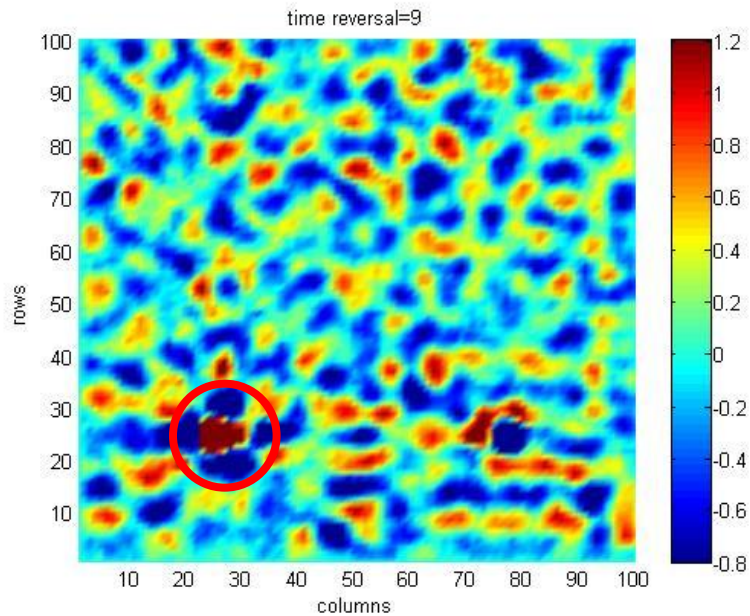


Figura 4.6. Señal recibida en fase reversa en el punto de la fuente original usando 8 elementos en el espejo TRM sin PML visto en el plano xy .

Se observa que al usar un mayor número de elementos en el espejo TRM se incrementa la amplitud de enfoque en el punto de la fuente original, pasando de 1.3 para un elemento hasta 8.7 para 8 elementos en el espejo, representando una ganancia de 16.5 [dB]. Esto es debido a que al aumentar el número de elementos del TRM se graba más información de las múltiples reflexiones, lo que en la fase de reversa favorece el enfoque, hecho que se ve mejor en la gráfica 4.7.

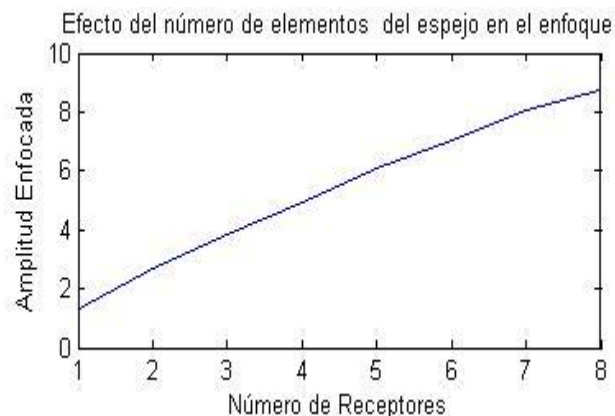


Figura 4.7. Efecto del número de elementos del espejo en el enfoque.

IV.2.2. Presencia de condiciones absorbentes de frontera (PML).

Para el presente experimento se conservan las mismas condiciones que en el anterior debido a que la cavidad es la misma. Fijando el número de elementos del espejo en ocho, se analizará qué efecto tiene la presencia de un material absorbente PML en el perímetro interno de la cavidad, buscándose el enfoque en el punto original de la fuente. Los resultados se observan en las gráficas 4.8 y 4.9.

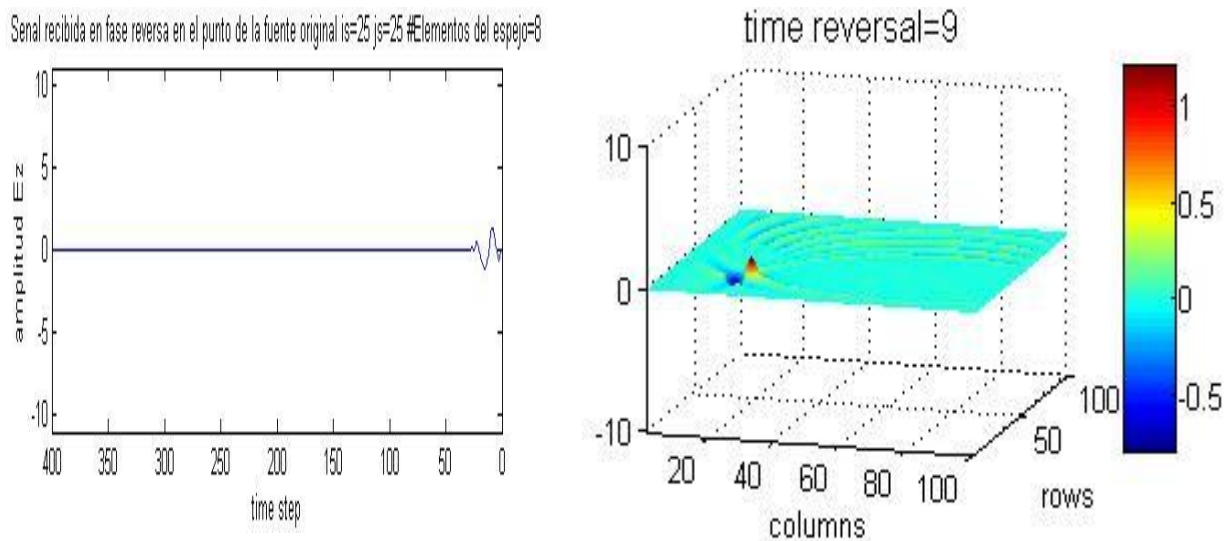


Figura 4.8. Señal recibida en fase de reversa en el punto de la fuente original usando 8 elementos en el espejo “TRM” usando PML.

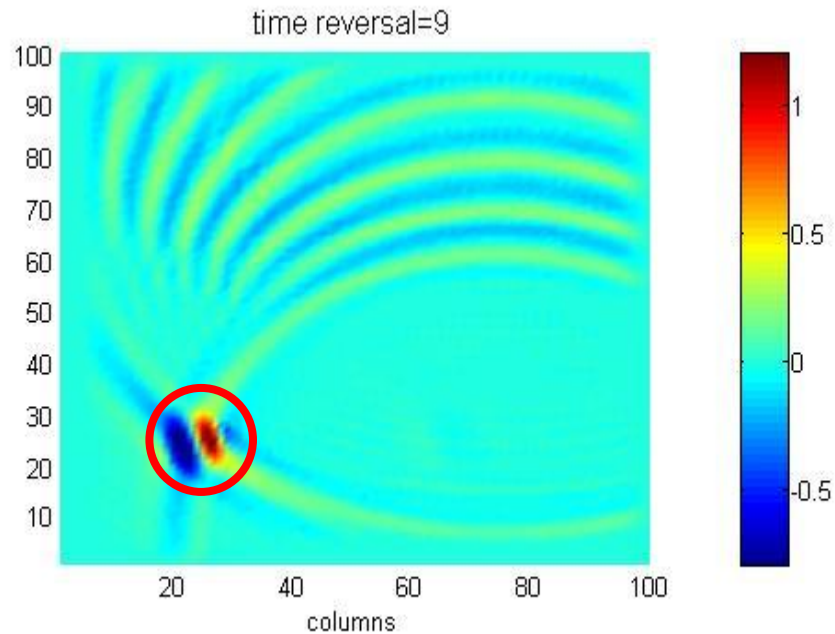


Figura 4.9. Señal recibida en fase de reversa en el punto de la fuente original usando 8 elementos en el espejo “TRM” usando PML visto en el plano xy .

Puede observarse que a diferencia de la cavidad que no contiene condiciones de frontera absorbente, la amplitud en el enfoque se reduce considerablemente, siendo las múltiples reflexiones un factor primordial en la obtención de una mayor amplitud en el enfoque cuando se aplica la reversión temporal.

Para el presente experimento en el cual se utilizó el material absorbente se puede concluir que al no haber reflexiones del campo, la amplitud del enfoque se ve disminuida a pesar de tener el mismo número de receptores y estar posicionados de igual manera que en el experimento anterior. Adicionalmente se agrega la gráfica 4.10 en la cual se varía el número de elementos en el espejo en presencia de una PML y que refuerza la afirmación anterior. Se sugiere contrastar esta figura con la 4.7, donde es posible observar que para un elemento del espejo la amplitud pasa de 1.3 a 0.17 al colocar la PML, similarmente para ocho elementos pasa de 8.7 a 1.3, representando

una degradación de 17.7 [dB] y 16.5 [dB] respectivamente en presencia del material absorbente. Se puede afirmar que un medio rico en reflexiones múltiples es más favorable para la reversión temporal que uno terminado en material absorbente.

Al contrastar la figura 4.8 con la 4.5, así como la 4.9 con la 4.6 se puede observar de manera cualitativa lo expresado anteriormente.

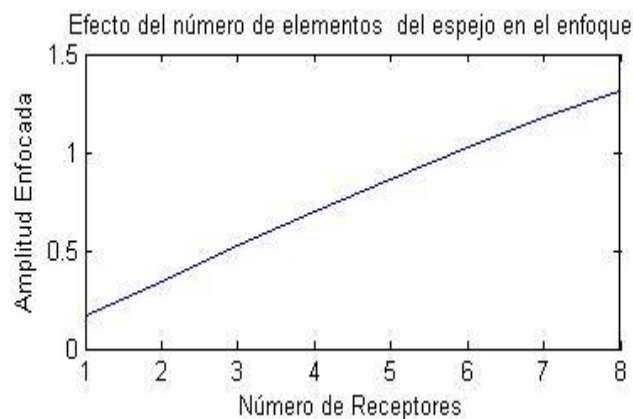


Figura 4.10. Efecto del número de elementos del espejo usando el material PML.

IV.2.3. Variación del número de “Time-Steps”.

De igual manera se manejan los mismos parámetros que en el experimento anterior, amplitud de la fuente igual a 10, frecuencia central del pulso de 10 [GHz], rejilla de 100 X 100, $\Delta x = \Delta y = 3[mm]$ y $Cf=0.9$. Sin embargo, ahora se mantiene fijo en uno el número de elementos del espejo, ubicando un punto de prueba para la recepción del pulso en la posición (75,75), además de no incluirse las condiciones absorbentes y de variar el número de “time-steps” con $Nt= 200, 300, 400, 600, 800, 1000, 1200$ y 1500 en la simulación. Se pretende determinar qué efecto tiene prolongar el tiempo de grabación en la amplitud del enfoque.

Se observa en la gráfica 4.11 el incremento de los “time-steps” y el impacto que tiene en el incremento de la amplitud en el enfoque.

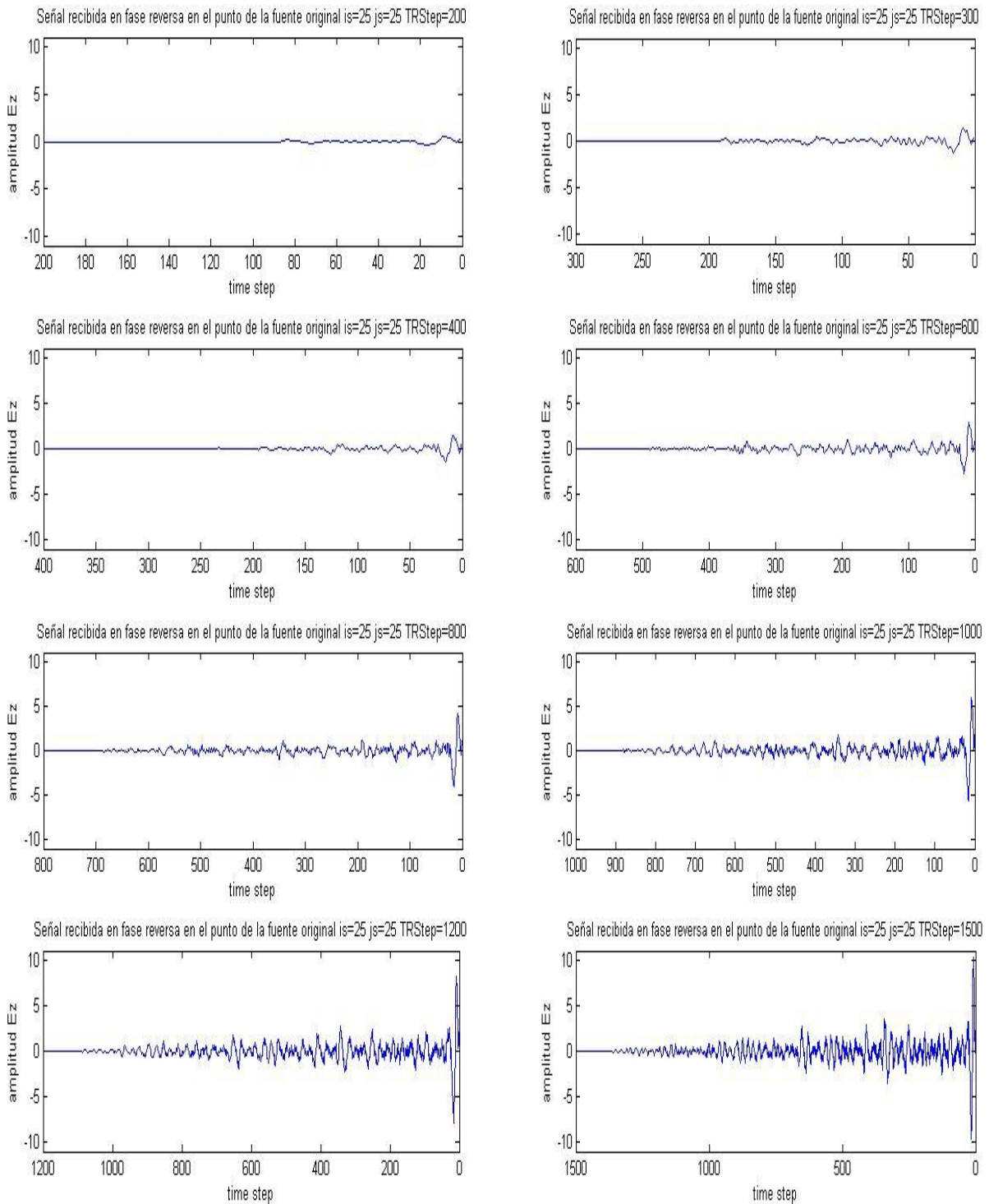


Figura 4.11. Señal recibida en fase de reversa en el punto de la fuente original usando 200, 300, 400, 600, 800, 1000, 1200 y 1500 “time-steps”.

Se aprecia que el incremento del número de time-steps de cálculo, da como resultado una mayor amplitud de enfoque, resultado que puede verse más claramente en la gráfica 4.12. En este experimento se observa para 800 time-steps una amplitud de 4.2, mientras que para 1500 time-steps una amplitud de 10.2, teniéndose una ganancia de 12.4 [dB] y 20.2 [dB] correspondientemente. La razón por la que al aumentar el tiempo de simulación aumenta el enfoque, es debido una vez más a que se cuenta con mayor información en el tiempo acerca de las múltiples reflexiones que fueron grabadas por un lapso mayor. Por otra parte, al aumentar el tiempo de simulación se tiene como desventaja el incremento en el tiempo de cómputo o procesamiento.

Adicionalmente puede observarse en la figura 4.13 que al no existir condiciones de frontera absorbente se obtiene o recibe mayor información en los elementos del espejo para diferentes time-steps, en comparación con 4.14 lo cual se convierte en un mayor enfoque en el punto de la fuente original al usarse la reversión temporal.

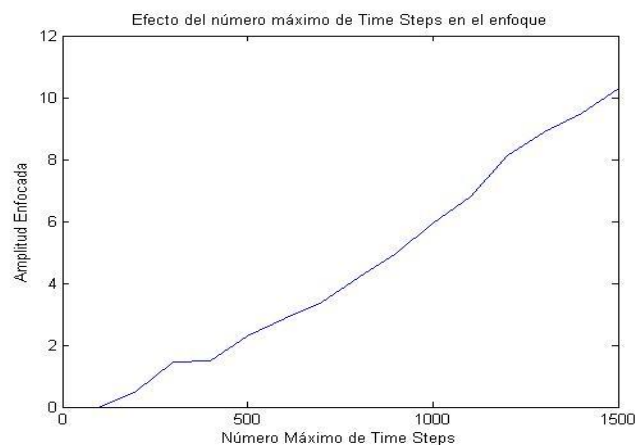


Figura 4.12. Amplitud enfocada en función del número de Time-steps

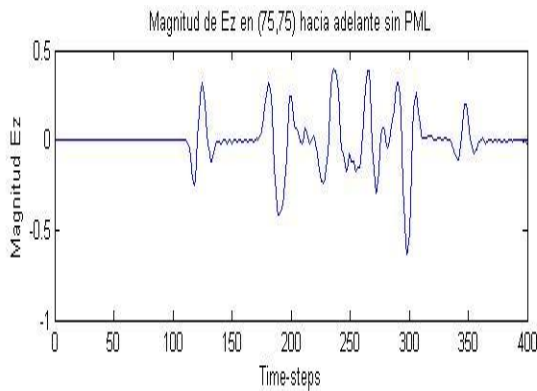


Figura 4.13. Magnitud recibida en el punto de prueba para diferentes time-steps sin PML. La señal muestra un mayor contenido de información.

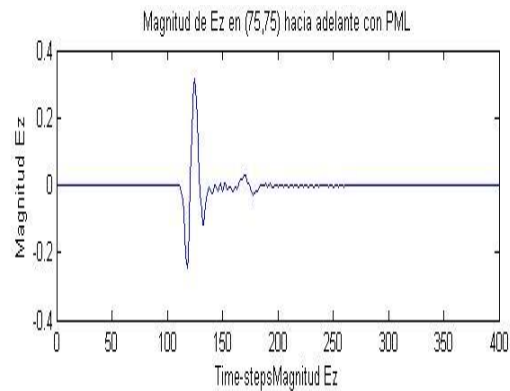


Figura 4.14. Magnitud recibida en el punto de prueba para diferentes time-steps con PML. La señal muestra un menor contenido de información.

IV.2.4. Variación de una apertura.

Para el presente experimento se dividió de forma transversal la cavidad en dos regiones por medio de una pared metálica, colocando cuatro elementos del espejo en el lado opuesto al del origen de la fuente en los puntos (85,10), (85,20), (85,60) y (85,70), conservando la amplitud de la fuente igual a 10 con frecuencia central de 10 [GHz], rejilla de 100 X 100, $\Delta x = \Delta y = 3 [mm]$, $C_f=0.9$, $N_t=400$, $\varepsilon = \varepsilon_0$ y $\mu = \mu_0$. En este experimento se busca determinar qué efecto tiene variar gradualmente una apertura, medida en celdas, en el centro de la pared divisora del medio. Cabe mencionar que en este experimento el término apertura no se refiere al tamaño del espejo TRM. Los resultados se observan a continuación en las gráficas 4.15.1, 2, 3 y 4.

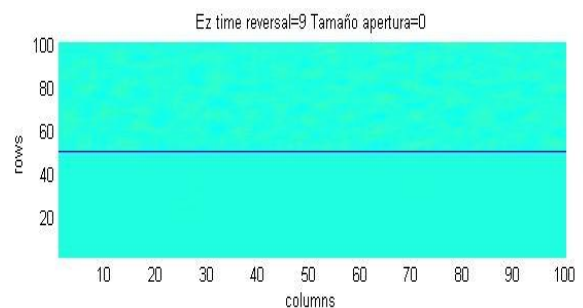
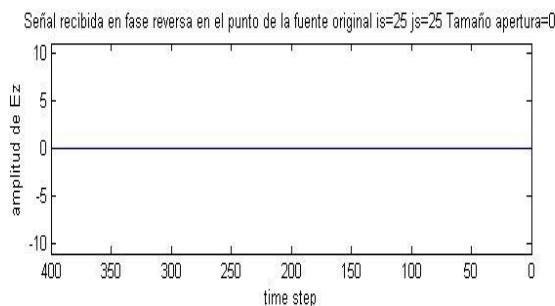


Figura 4.15.1. Señal recibida en fase de reversa en el punto de la fuente original variando el tamaño de la apertura en 0 celdas.

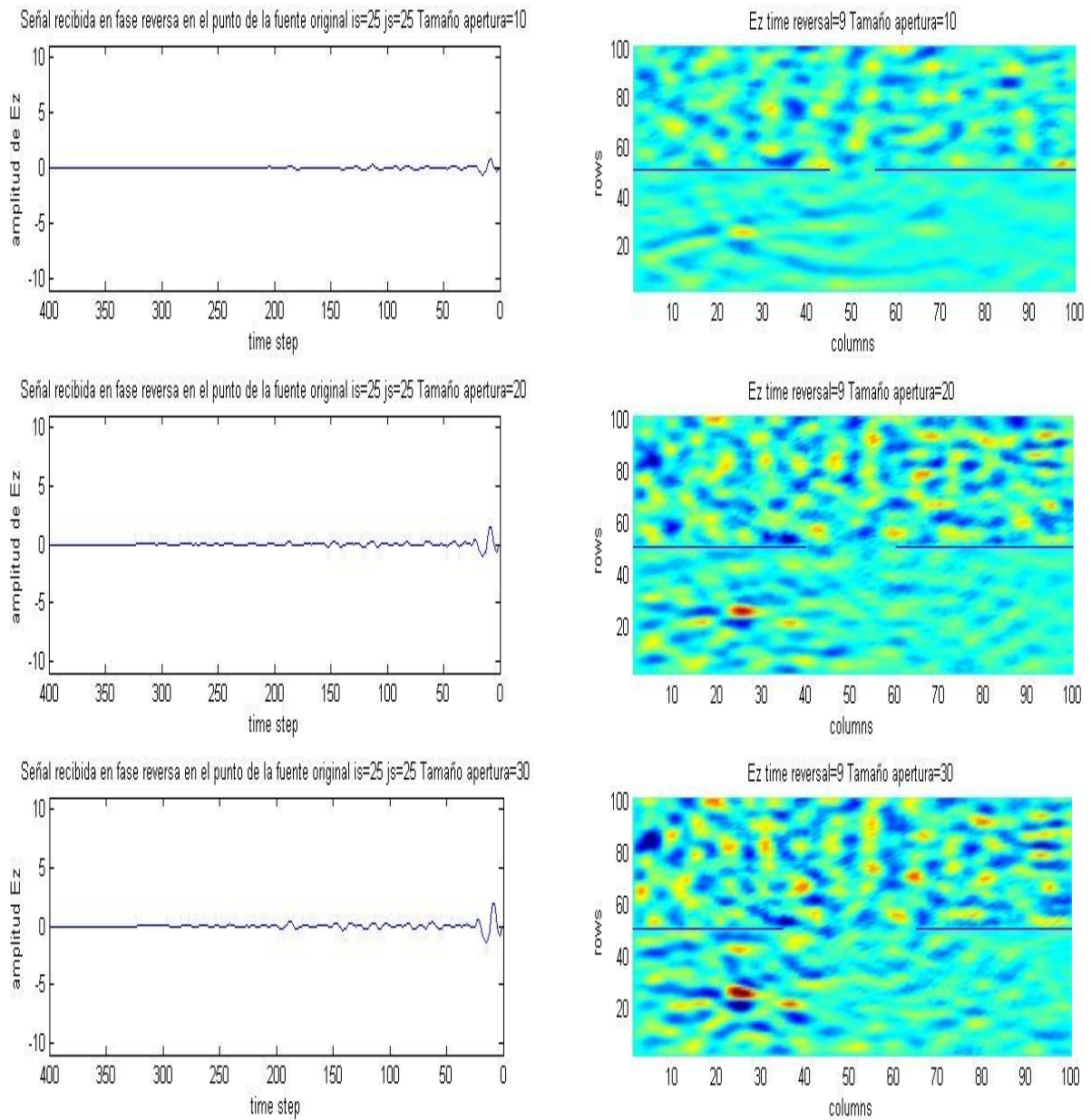


Figura 4.15.2. Señal recibida en fase de reversa en el punto de la fuente original variando el tamaño de la apertura en 0,20 y 30 celdas.

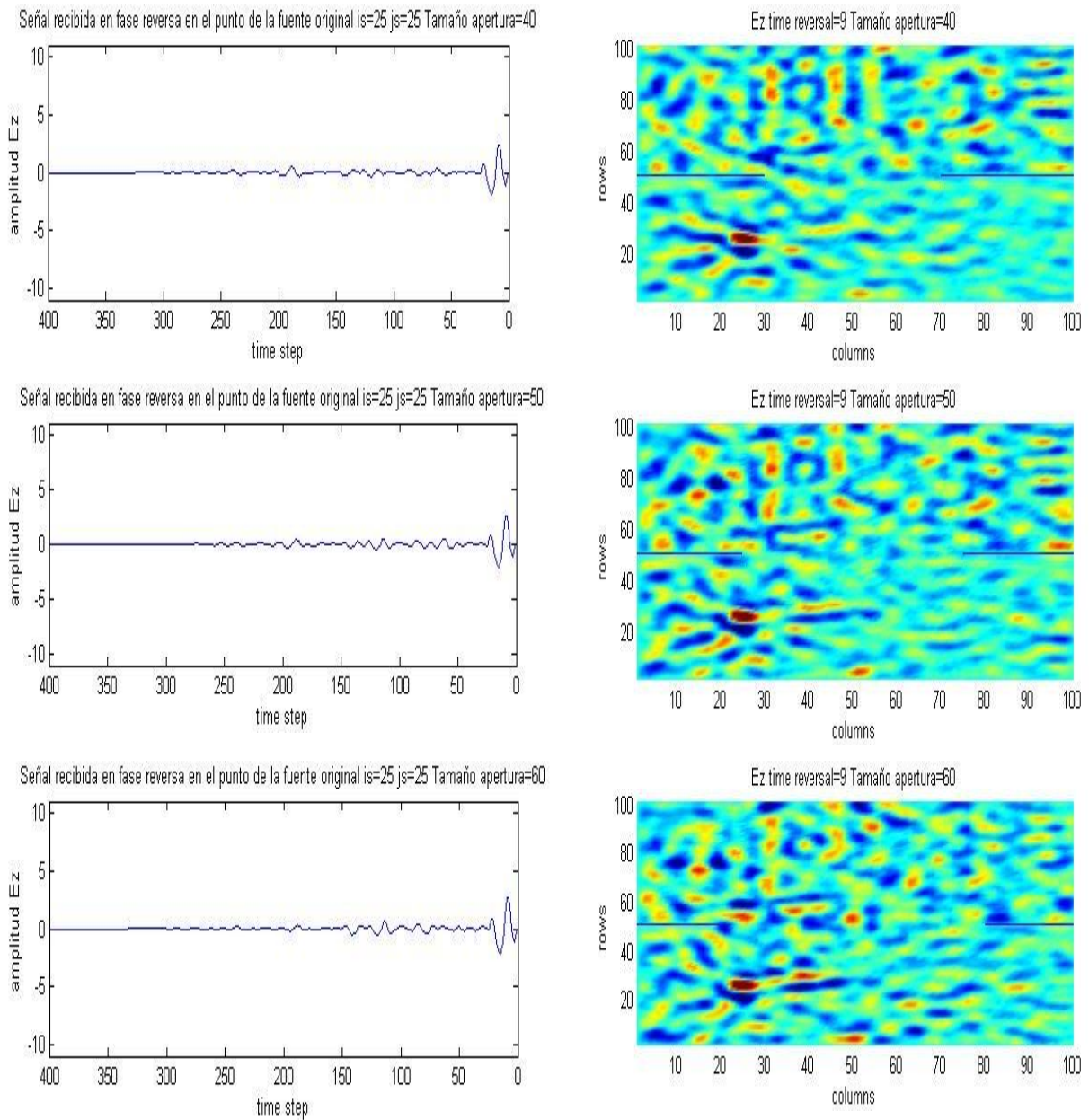


Figura 4.15.3. Señal recibida en fase de reversa en el punto de la fuente original variando el tamaño de la apertura en 40,50 y 60 celdas.

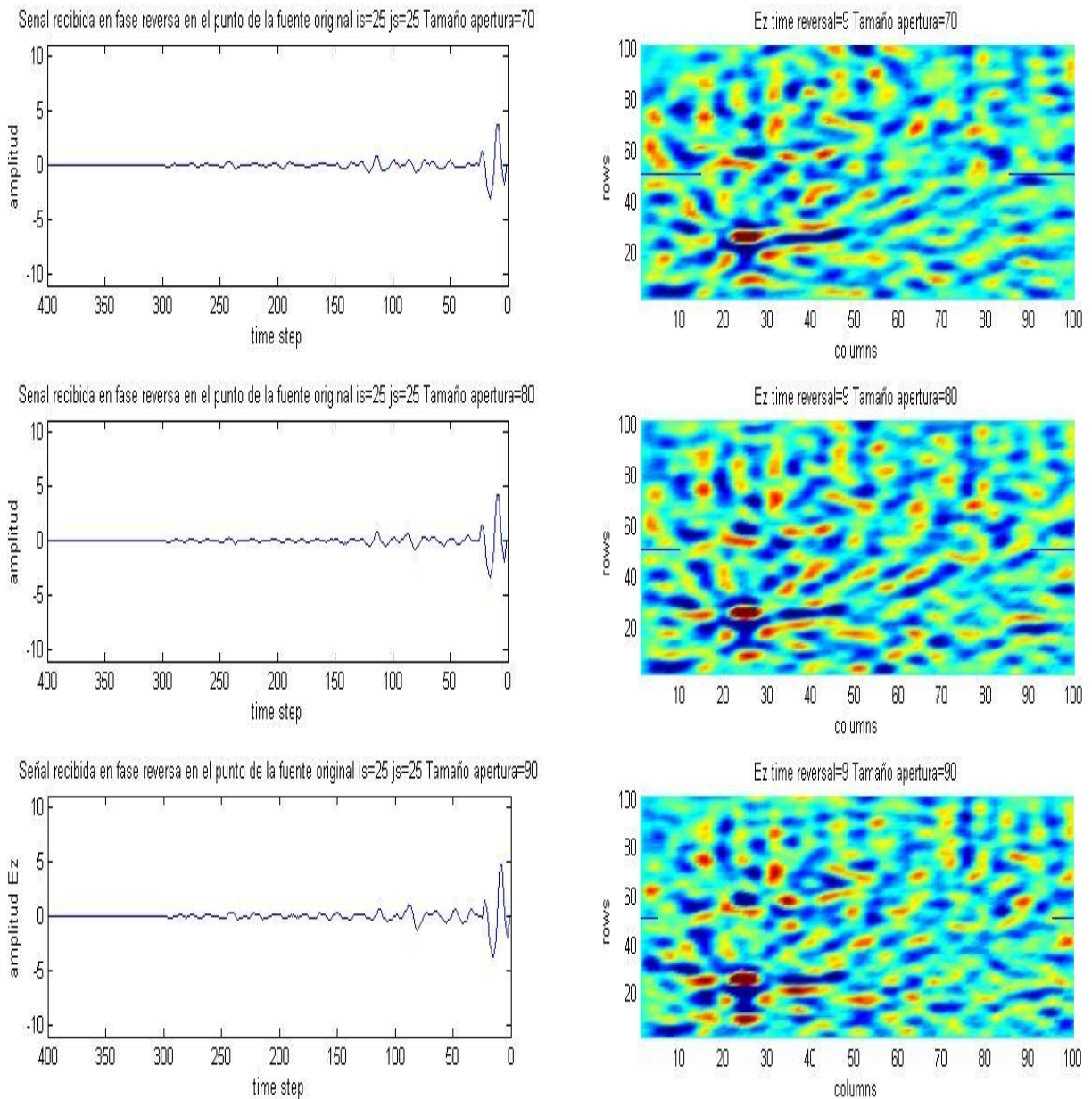


Figura 4.15.4. Señal recibida en fase de reversa en el punto de la fuente original variando el tamaño de la apertura en 70, 80 y 90 celdas.

En las gráficas 4.15.1, 2, 3 y 4, en la izquierda, se puede ver que el incremento del enfoque o de la amplitud se va aumentando a medida que la apertura se

incrementa también. Similarmente en la derecha se puede observar la localización y el incremento en el enfoque en el medio dividido por la pared metálica.

A partir de las gráficas anteriores y de la figura 4.16, se observa que mientras mayor sea la apertura se obtiene una mayor amplitud en el enfoque. Se observa que cuando la apertura es mínima 0, no ocurre enfoque alguno, pero a medida que se va incrementando su tamaño, la amplitud de enfoque aumenta hasta llegar a 4.7 cuando la apertura comprende 90 celdas, lo cual se traduce en una mejora de 13.4 [dB] con respecto al caso en el que no hay apertura. Esto es debido a que al incrementar el tamaño de la apertura las múltiples reflexiones alcanzan los elementos del espejo lo cual resulta en un mayor enfoque en la fase de reversa, el peor caso ocurre en cero celdas por que se aísla de las múltiples reflexiones a los elementos del espejo.

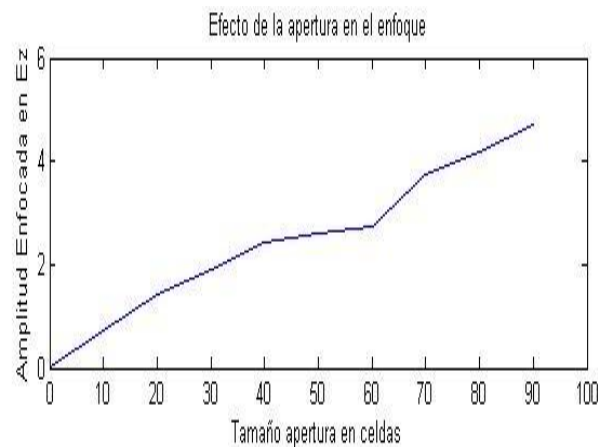


Figura 4.16. Amplitud enfocada en función del tamaño de la apertura.



IV.2.5. Variación de la posición de los elementos del espejo.

Para este experimento se fija una apertura de 30 celdas y se posicionan tres elementos del espejo en tres diferentes ubicaciones que se observan en la figura 4.17 en el lado izquierdo. Conservando del experimento anterior la amplitud de la fuente igual a 10 con frecuencia central de 10 [GHz], rejilla de 100 X 100, $\Delta x = \Delta y = 3[mm]$, $C_f=0.9$, $\varepsilon = \varepsilon_0$ y $\mu = \mu_0$. La primera posición de los elementos coincidirá en sus dos componentes espaciales, es decir (51,51) para los tres elementos del espejo. Para la segunda posición se fijará la componente en x , mientras que se varía la componente y , cuyas coordenadas son (51,51), (51,30) y (51,70). Para la posición número tres se varían ambas componentes espaciales con coordenadas (25,60), (51,51) y (60,25) de los elementos del espejo, y se fiján 1000 “time-steps” para todos los casos. A continuación se observa el efecto de la posición de los elementos del espejo en el enfoque.

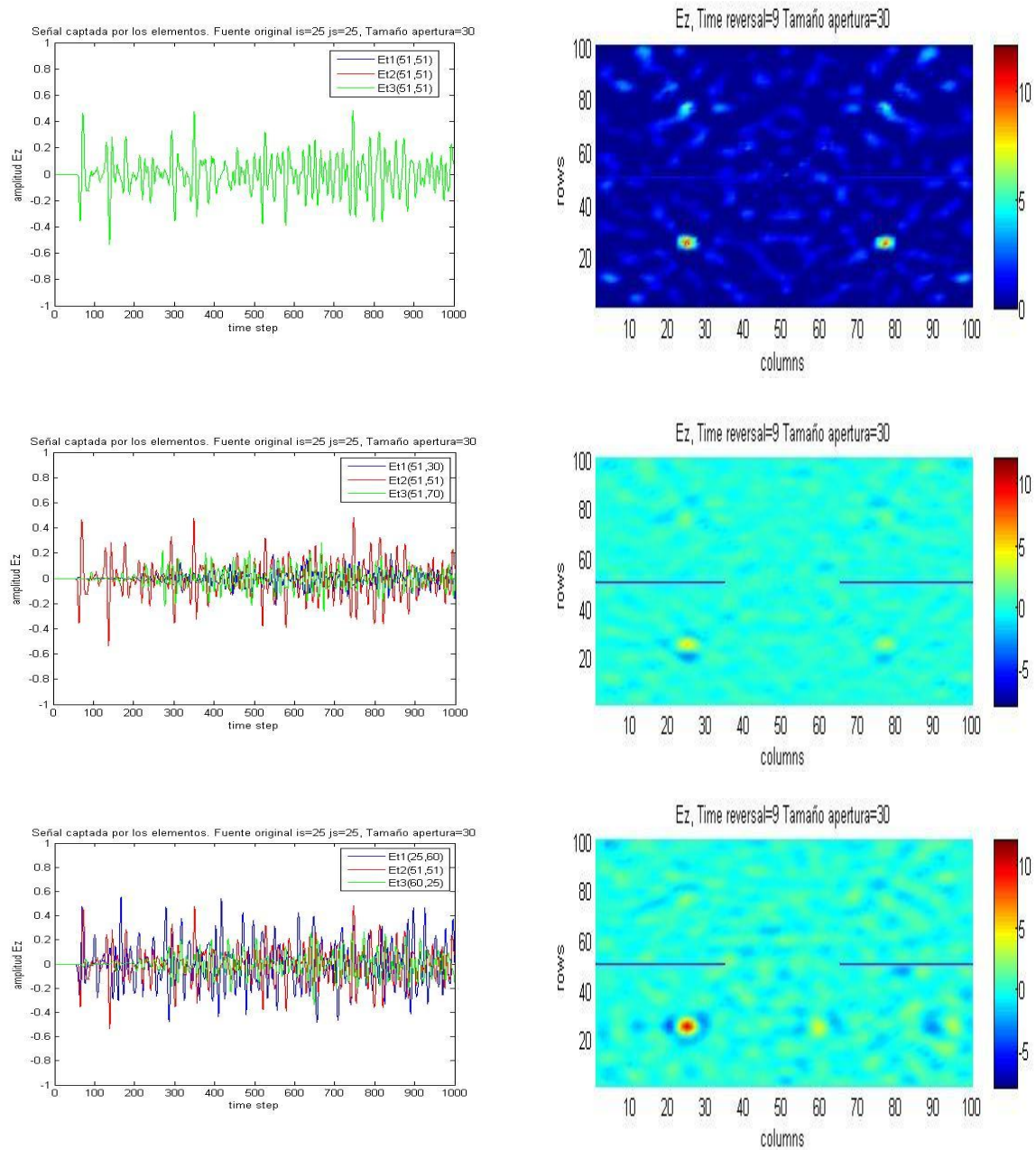


Figura 4.17. Izquierda señal captada por los elementos del espejo. Derecha señal recibida en fase de reversa variando la posición de los elementos del espejo.

En la gráfica 4.17 se observa del lado izquierdo la magnitud captada por cada uno de los elementos del espejo para diferentes “time-steps”, así como sus respectivas

posiciones que al irse variando modifican la señal captada. La columna derecha muestra la localización de las amplitudes máximas enfocadas.

Puede observarse que para la posición en la que coinciden los tres elementos del espejo, se genera un fenómeno en la simulación numérica, el cual consiste en la creación de cuatro enfoques que se posicionan de forma simétrica y que pueden observarse mejor en la figura 4.18. Conforme la localización de los elementos del espejo es más diversa, la ambigüedad de la solución disminuye, como se ilustra en la columna derecha de 4.17, donde en el primer caso se observan cuatro puntos de enfoque predominantes. En el segundo caso se observan sólo dos, y en el último caso uno sólo predominante, en el punto real de la fuente original.

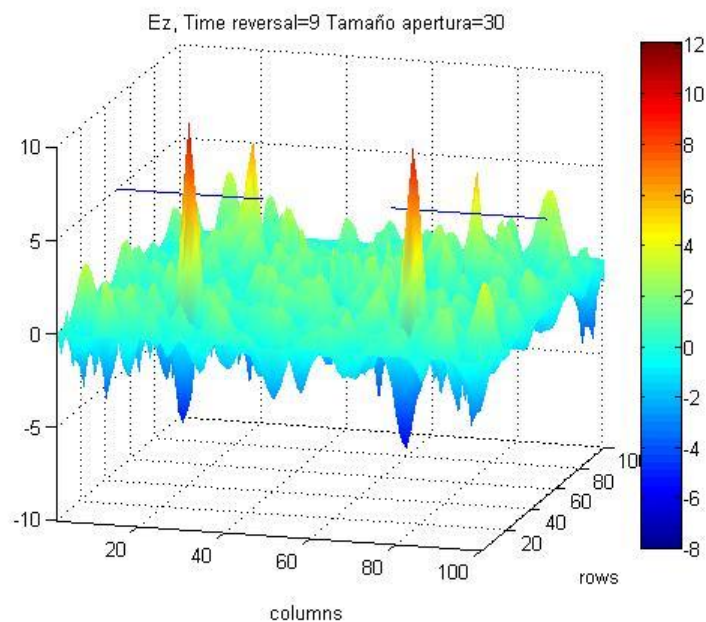


Figura 4.18. Amplitud enfocada con 3 elementos del espejo en la misma posición.

De esta manera, y con base a la gráfica anterior y a la figura 4.17 se concluye que cuando se busca obtener la posición de la fuente, se debe evitar posicionar los elementos del espejo de manera tan cercana en ambas de sus componentes espaciales. Esto por que los elementos del espejo recibirán señales muy parecidas y proporcionarán menor información al ser revertidas en el tiempo. Debe hacerse notar



también, que la posición de los elementos del espejo influirá en el incremento del enfoque, hecho que se observa en las gráficas del lado izquierdo de la figura 4.17 y se verá reforzado en un experimento subsecuente a este.

IV.2.6. Variación de la posición de los elementos del espejo de la Reversión Temporal en una oficina.

Para este experimento se considera una oficina de 5×5 [m], usando una escala 1:50, y una rejilla para el código de 100 X 100 y $\Delta x = \Delta y = 5$ [mm]. En dicha oficina se usará un plano acimutal para obtener un plano xy de visión, y en el cual se encuentran varios objetos distribuidos que son: dos escritorios de madera y sus dos sillas, dos estantes de metal, dos personas, tres paredes hechas de mármol, un ventanal de vidrio, y el marco de metal de la puerta de entrada. Para que la simulación se acerque lo más posible a la realidad, se pone un material absorbente PML en el perímetro de dicho espacio, para simular un dominio infinito y evitar reflexiones que no sean debidas a los objetos del medio. A continuación se colocaron cuatro elementos del espejo alineados en la posición (40,50), (50,50), (60, 50) y (70,50). Usándose un pulso de amplitud 10 de 10 [GHz] de frecuencia central, cuatrocientos time-steps y un $C_f=0.9$, se procede a emitir el pulso en el punto (60,65) para que los elementos del espejo reciban, graben y apliquen la reversión temporal, encontrando así después la posición original del pulso.

En la figura 4.19 se observa la distribución inicial de la oficina que arroja los resultados que se muestran en la gráfica 4.20, donde puede apreciarse la amplitud del enfoque en su punto original amplificado debido a las múltiples reflexiones obtenidas por los objetos del medio.

El experimento se repite usando una nueva distribución para los elementos del espejo y de la fuente, siendo sus posiciones: (85,50), (50,70), (50,20) y (20,50) para los elementos del espejo y (50,50) para el pulso. Para esta nueva distribución pueden observarse los resultados en la figura 4.21.

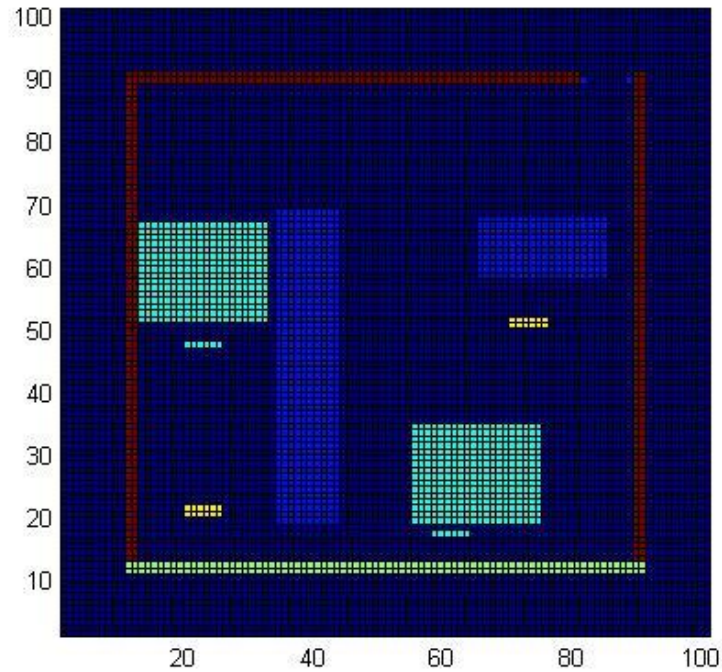


Figura 4.19. Distribución de los objetos de la oficina en la posición uno del experimento.

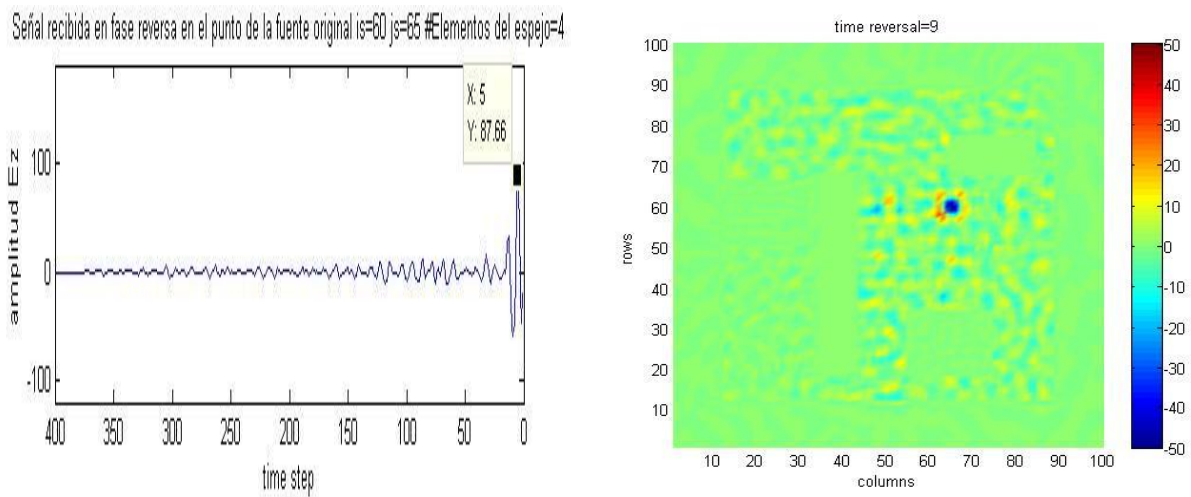


Figura 4.20. Señal recibida en fase de reversa en el punto de la fuente original posición de los elementos del espejo (40,50), (50,50), (60,50) y (70,50).

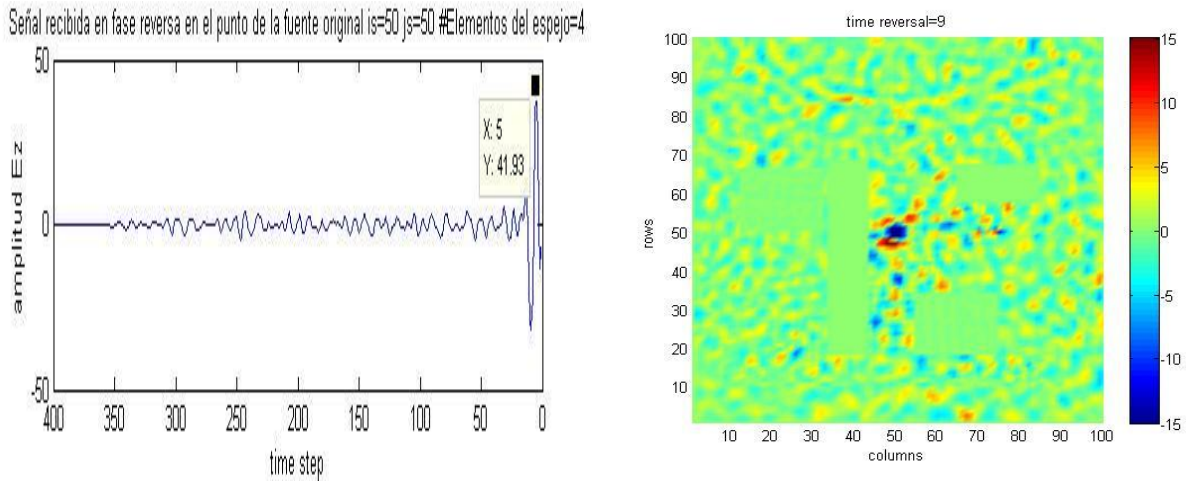


Figura 4.21. Señal recibida en fase de reversa en el punto de la fuente original posición de los elementos del espejo (85,50), (50,70), (50,20) y (20,50).

En la figura 4.21 puede observarse que la amplitud máxima que se alcanza es de 41.93, mientras que en la figura 4.20 la amplitud máxima para E_z que se alcanza es de 87.66, lo que se traduce en una diferencia de 6.3 [dB] con respecto de a una posición de la otra.

Con base a los resultados anteriores se concluye que la posición de los elementos del espejo, pueden aumentar o disminuir la amplitud del enfoque.

IV.2.7. Variación de la posición de los objetos en una oficina aplicando la Reversión Temporal.

Para este experimento se conservaron las características de la amplitud de la fuente igual a 10 con frecuencia central de 10 [GHz], rejilla de 100 X 100, $\Delta x = \Delta y = 5[mm]$ y un $C_f=0.9$. Se conserva la posición de la fuente y de los elementos del espejo del primer experimento del subtema anterior, (60,65) para la fuente (40,50), (50,50), (60, 50) y (70,50) para los elementos del espejo, esta vez distribuyéndose de manera diferente los objetos del medio, como puede observarse en la figura 4.22. De esta nueva distribución de los objetos del medio se puede observar en la figura 4.23 la amplitud máxima del enfoque la cual es 73.87 y que al compararse con la figura 4.20 se

observa es menor en amplitud 1.5 [dB], conservándose la misma posición de los elementos del espejo del experimento anterior.

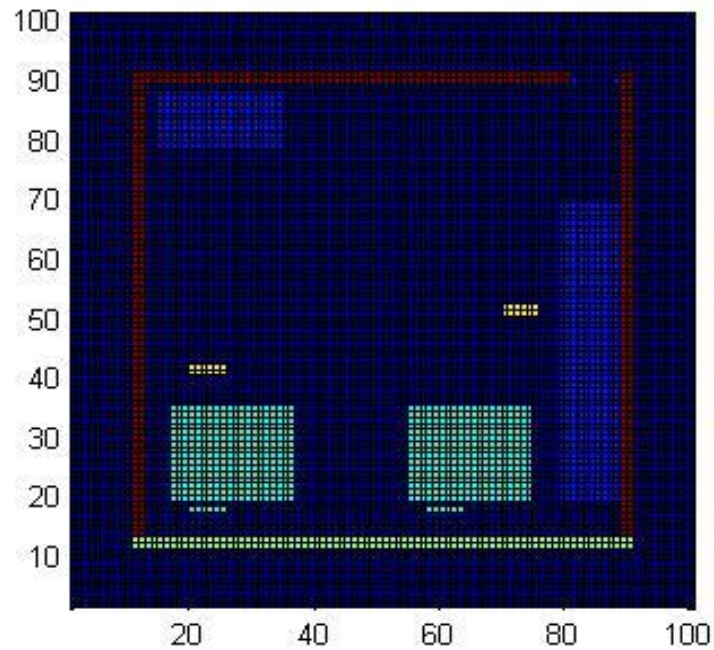


Figura 4.22. Distribución de los objetos de la oficina en la posición dos del experimento.

Señal recibida en fase reversa en el punto de la fuente original $i_s=60$ $j_s=65$ #Elementos del espejo=4

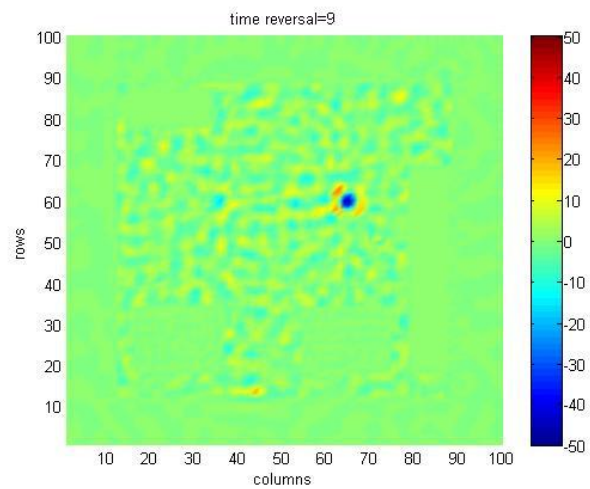
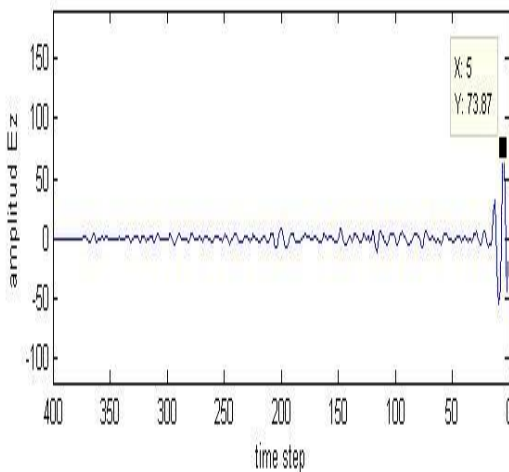


Figura 4.23. Señal recibida en fase de reversa en el punto de la fuente original posición de los elementos del espejo (40,50), (50,50), (60,50) y (70,50).



Observando las gráficas de la figura 4.23 y comparándola con las gráficas de la figura 4.20 que conserva las mismas condiciones para los elementos del espejo y de la fuente, puede concluirse que algunas distribuciones de los objetos del medio pueden generar mayor número de reflexiones que otras y que se traduce en una amplificación de la amplitud del enfoque, cualidad que puede ser utilizada en la reversión temporal en la búsqueda del mayor enfoque.

IV.2.8. Verificación de la super-resolución.

En el estudio que se presenta a continuación se busca demostrar el fenómeno de la super resolución, es decir alcanzar una resolución por arriba del límite clásico (difracción de Raleigh). Con este propósito se colocaran dos fuentes de forma muy cercana ($5 \text{ celdas} = 25[\text{mm}]$), de esta manera al acortar más la distancia que hay entre ellas se determinará la distancia mínima en la cual todavía es posible distinguir las dos fuentes. De acuerdo a la teoría se espera que esta distancia mínima (d), que se llamará resolución, sea menor que la que provee el límite clásico en (4.8a). Para el experimento se conservaron la posición de los objetos del experimento 4.2.6, teniendo un $C_f = 0.9$, $\Delta x = \Delta y = 5[\text{mm}]$, una rejilla de 100×100 , una escala $1:50$, dos pulsos de amplitud 10 y frecuencia central de $10[\text{GHz}]$ ubicados en las posiciones $(47,50)$ y $(53,50)$. Dichas posiciones se reducirán consecutivamente en una celda en su componente y durante las tres repeticiones del experimento, tómese en cuenta por favor que matlab guarda y grafica los arreglos en términos de renglones y columnas lo que ocasiona que los renglones generalmente asignados como x , aparezcan en el eje vertical, sin embargo esto no afecta el resultado si se mantiene la convención usada en este trabajo (renglones, columnas).

Con la ayuda de los cuatro elementos del espejo de la reversión temporal ubicados en (20,90), (40,90), (60,90) y (80,90) se medirá la resolución que se alcanza por medio del límite clásico, utilizando la formula $d \approx \frac{\lambda L}{a}$, donde λ es la longitud de onda de los pulsos de igual frecuencia, L es la distancia que hay medida de la componente x del espejo a la componente x de ambas fuentes y a es la apertura física comprendida por la longitud que se obtiene de la diferencia de la componente y del primer elemento del espejo con la componente y del ultimo elemento del espejo.

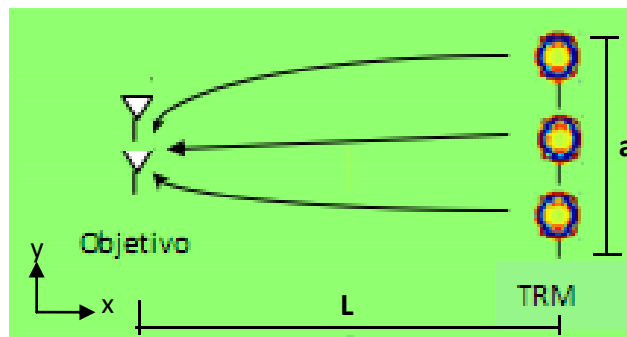


Figura 4.24. Variables del límite clásico de resolución.

De la posición de los elementos del espejo y de la posición de las fuentes se obtiene el valor de $L = 40 \text{ celdas}$, $\Delta = 20 \text{ [cm]}$ y $a = 30 \text{ [cm]}$. Del valor de la frecuencia central se tiene que $\lambda = 3 \text{ [cm]}$. Usando los valores anteriores, se obtiene una resolución clásica $d = 2 \text{ [cm]}$.

A continuación se muestran las gráficas en las cuales se varía la distancia entre ambas fuentes de donde se obtiene una resolución virtual d_e , que es el espacio mínimo en el cual es posible distinguir claramente los dos pulsos. Se usa como referencia un umbral de 3[dB] por debajo de la amplitud máxima del enfoque 50.46 figura 4.25 para distinguir los dos pulsos.

Enfoque espacial de Ez, corte en $y=50$, para el time-step=5 y con las fuentes en (47, 50) y (53, 50) separación=5 celdas

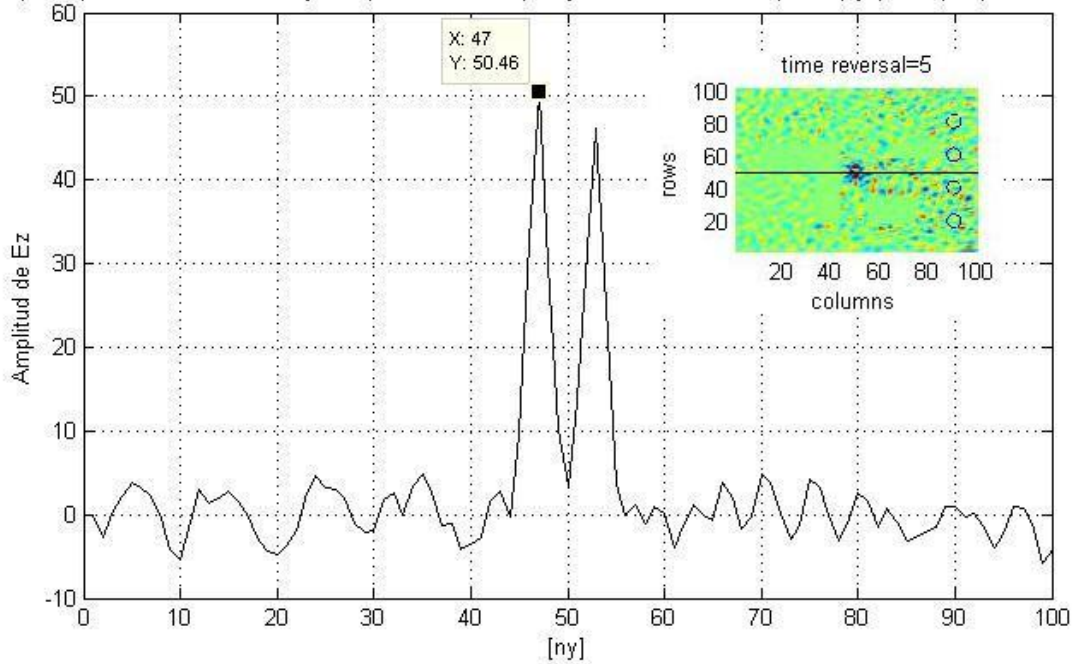


Figura 4.25. Corte en $y=50$ de las amplitudes de Ez de dos fuentes separadas 5 celdas.

Enfoque espacial de Ez, corte en $y=50$, para el time-step=5 y con las fuentes en (48, 50) y (52, 50) separación=3 celdas

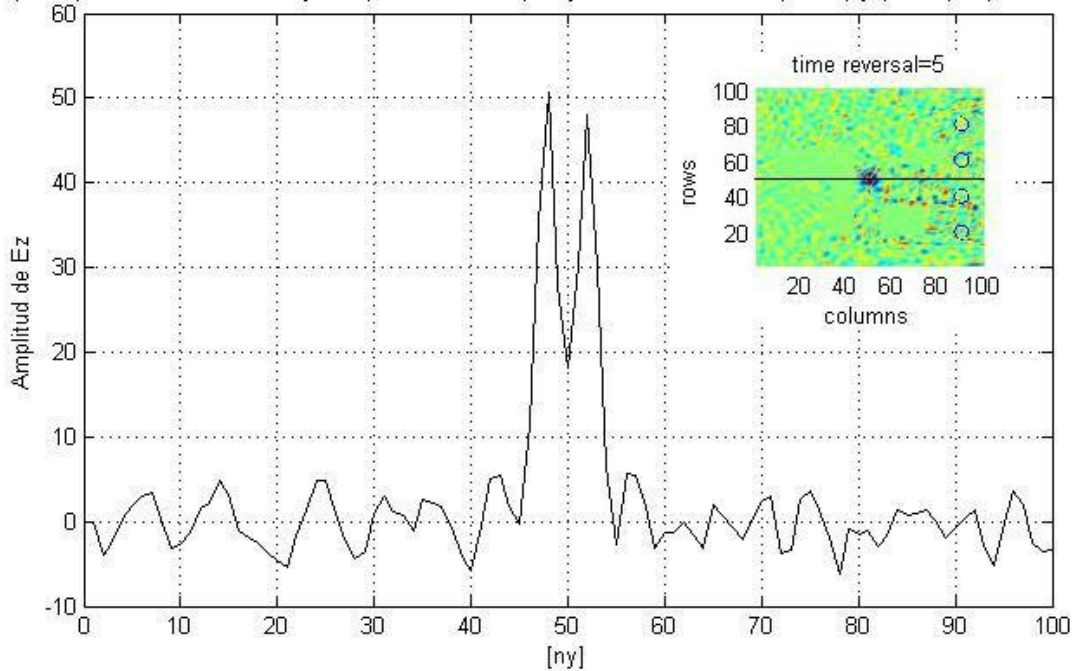


Figura 4.26. Corte en $y=50$ de las amplitudes de Ez de dos fuentes separadas 3 celdas.

Para la figura 4.26, con una separación de 3 celdas, siguen siendo distinguibles los dos pulsos aun por debajo del umbral de 3 [dB], pero aun no se determina si ya se ha alcanzado la resolución mínima para este experimento.

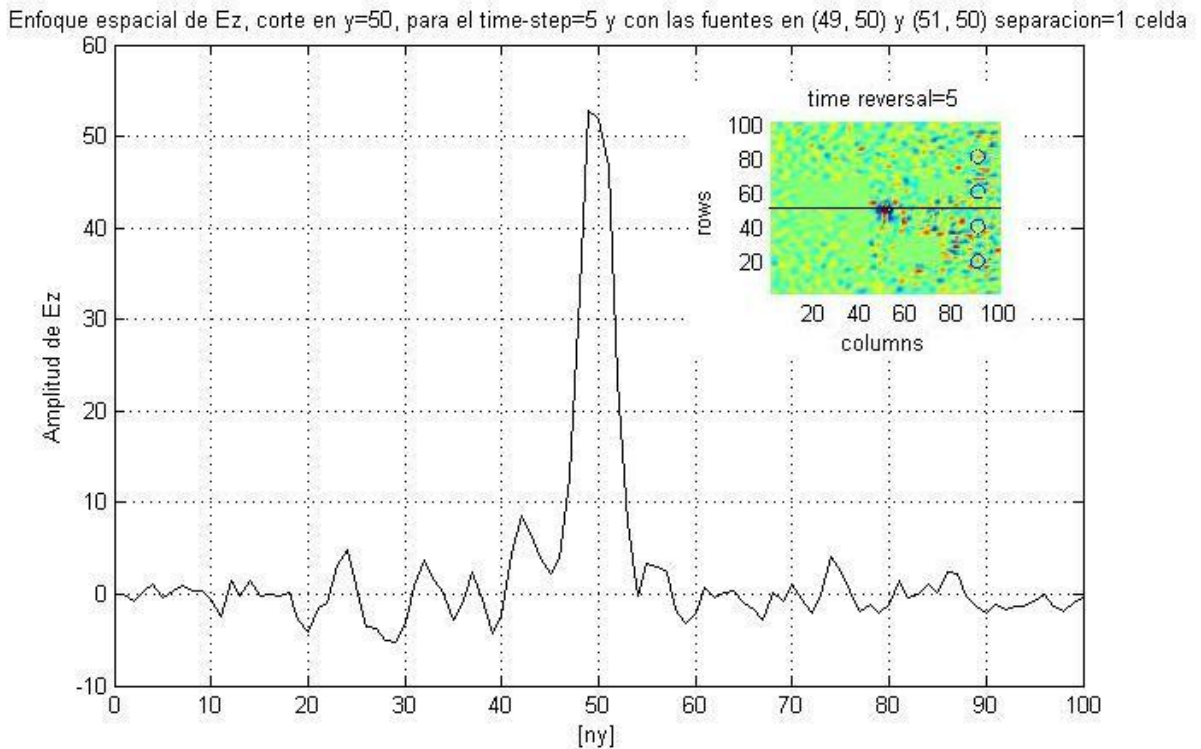


Figura 4.27. Corte en $y=50$ de las amplitudes de E_z de dos fuentes separadas 1 celda.

Para el siguiente caso mostrado en la figura 4.27 con una celda de separación, resulta imposible hacer la distinción de cada uno de los pulsos, por lo que se toma como la resolución máxima experimental la anterior de 3 celdas, es decir $d_e = 1.5[\text{cm}]$, obteniéndose una apertura virtual $a_e = 40[\text{cm}]$ la cual es mayor a la apertura obtenida por el limite clásico, lo que significa $a_e > a$, lo que implica que es posible alcanzar resoluciones por arriba del limite clásico.

Usando un mallado más fino puede ser posible determinar con certidumbre una resolución mayor.