



**UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO**  
PROGRAMA DE MAESTRÍA Y DOCTORADO EN INGENIERÍA  
MAESTRIA EN INGENIERIA-ESTRUCUTAS

INESTABILIDAD DE CUBIERTAS

TESIS  
QUE PARA OPTAR POR EL GRADO DE:  
MAESTRO EN INGENIERÍA

PRESENTA:  
ROCHA GASPARRI JESÚS

TUTOR  
NEFTALÍ RODRIGUEZ CUEVAS

MÉXICO, D. F. ABRIL DEL 2013

**JURADO ASIGNADO:**

Presidente: Dr. Alcocer Martínez De Castro Sergio M.

Secretario: Dr. Muria Vila David

Vocal: Ing. Rodríguez Cuevas Neftalí

1<sup>er</sup>. Suplente: M. I. García Domínguez Octavio

2<sup>do</sup>. Suplente: M. I. Vázquez Martínez Ismael

Lugar donde se realizó la tesis:

Facultad de Ingeniería

**TUTOR DE TESIS:**

Ing. Rodríguez Cuevas Neftalí

---

**FIRMA**

*A Laura y Jesús :*

*Gracias por todo, su cariño, amor y comprensión.*

*A ustedes mis padres, les dedico este trabajo*

*A mis hermanas, Laura y Giovanna, gracias por todo.*

*Con un Infinito Agradecimiento:*

*Here the continuing trend towards lighter and thinner structures associated with the use of high strength material is bringing problems of elastic stability increasingly to the fore. This has long been the case in the aerospace field, but it is now rapidly extending to ships and to high-rise buildings. And as designs become even more efficient the engineer will be faced even more instabilities demanding sophisticated treatments”*

*(A general theory of elastic stability, 1971, London p.48  
J. M. T. Thompson and G. W. Hunt)*

## Agradecimientos

A mis padres y hermanas por su comprensión y apoyo

A la Universidad Nacional Autónoma de México, sin ella no sería gran parte de lo que soy

Al Instituto de Ingeniería, por el apoyo económico y el espacio brindado

Al Profesor Neftalí Rodríguez Cuevas, por darme la oportunidad de trabajar con él, por compartir sus conocimientos y todas las asesorías brindadas para este trabajo.

A cada uno de los sinodales, por su tiempo y observaciones que ayudaron a nutrir este trabajo

## RESUMEN

EN ESTE TRABAJO ESCRITO, EN PRIMERA INSTANCIA SE HACE UNA RESEÑA HISTÓRICA DE LAS CUBIERTAS, CON ÉNFASIS EN LAS TENSO-ESTRUCTURAS Y CASCARONES, ACTUALMENTE, DE AMPLIO USO PARA ESTE PROPÓSITO. ADICIONALMENTE SE ENUMERAN ALGUNOS DE LOS TRABAJOS E INVESTIGACIONES DE FREI OTTO, PARA RESOLVER UN PROBLEMA ESPECÍFICO: CUBRIR UN CLARO CON UNA CÚPULA EN FORMA HIPERBOLOIDE CON EL MENOR MATERIAL POSIBLE. FINALMENTE, COMO SE VERÁ MÁS EN LA ÚLTIMA PARTE, SE ANALIZARAN LAS CAUSAS DE INESTABILIDAD, PARA ESTA SOLUCIÓN Y SU ESTRECHA RELACIÓN CON LA FORMA. AL EMPLEAR PROGRAMAS DE CÓMPUTO PARA GENERAR LA GEOMETRÍA Y ANALIZAR SU INESTABILIDAD SE PRETENDE DAR UN ENFOQUE ACTUAL A ESTA SOLUCIÓN DE FREI OTTO, CON MÁS DE CINCUENTA AÑOS. EL USO DE ESTAS HERRAMIENTAS PERMITE GENERAR UNA GEOMETRÍA BASADA EN DICHAS HIPÓTESIS, ADEMÁS DE LOCALIZAR Y ANALIZAR LOS PUNTOS DE INESTABILIDAD DE LA CUBIERTA SE CONSIDERAN TAMBIÉN ALGUNAS DE LAS EXPERIENCIAS DURANTE LA CONSTRUCCIÓN DE UNA CUBIERTA SIMILAR PARA LAS FESTIVIDADES DEL CENTENARIO DE LA UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO.

## ABSTRACT

IN THIS WORK, ON FIRST INSTANCE, A BRIEF HISTORICAL SKETCH ABOUT ROOFS WITH EMPHASIS ON TENSILE, TENTS AND SHELLS STRUCTURES IS MADE, HIGHLY USED NOWADAYS. LATER, AN ACCOUNT ON THE WORKS AND INVESTIGATIONS OF FREI OTTO, TO SOLVE A SPECIFIC PROBLEM: TO COVER A SPAN WITH A ROOF OF HIPERBOLIC FORM, WITH THE LESS AMOUNT OF MATERIAL POSIBLE IS MADE . A SOLUTION PROPOSED MORE THAN FIFTY YEARS BACK. THESE HYPOTHESIS ARE CONSIDERED IN ORDER TO ELABORATE A MATHEMATICAL MODEL OF A ROOF OF THIS KIND. FINALLY, IN THE LAST PART, THE SEARCH FOR THE CAUSES OF INESTABILITY OF THIS ROOF WITH PARABOLIC FORM SUPPORTED IN FOUR POINTS FORM IS MADE. THE SEARCH FOR THE CAUSES OF STRUCTURAL INESTABILITIES ARE ACCENTUATED TO THE RELATION OF FORM AND GEOMETRY, BASED ON THE HYPOTHESIS OF FREI OTTO, WITH THE AID AND ADVANTAGE OF MODERN SOFTWARE AND CLASSICAL CRITERIA OF INESTABILITY OF STRUCTURES. EXPERIENCIES FORM THE CONSTRUCTION OF A SIMILAR ROOF FOR THE CENTENNIAL FESTIVITIES OF THE UNIVERSIDAD NACIONAL WERE ALSO CONSIDERED FOR THE MAIN PURPOSE.

<b>ÍNDICE</b>	
Índice de figuras y tablas	7
Introducción	11
<b>1. Antecedentes</b>	<b>16</b>
1.1. Reseña histórica	16
1.1.1. La catenaria y la línea de empuje ascendente	19
1.2. Tenso-estructuras	20
1.2.1. Balance de cincuenta años en tenso-estructuras	21
1.3. Cascarones	22
1.4. Tendencias actuales para cubrir grandes claros.	23
1.4.1. Tendencias en cascarones	24
1.4.2. Optimización y búsqueda de la forma por computadora	25
1.5. Definición de estabilidad	27
1.5.1. Condición de estabilidad para sistemas autónomos	28
1.5.2. Condición de estabilidad para sistemas heterónomos.	29
1.6. Criterios básicos para juzgar la inestabilidad de estructuras	29
1.6.1. Métodos básicos de análisis de estabilidad	30
1.7. Clasificación elemental de inestabilidades de estructuras elásticas	31
1.8. Contexto histórico sobre la estabilidad de cascarones	31
<b>2. Descripción y generación de una cubierta apoyada en cuatro puntos</b>	<b>33</b>
2.1. Cubierta apoyada en cuatro puntos.	33
2.2. Expresión matemática aproximada que representa la geometría del problema	35
2.3. Selección y descripción de las propiedades de los materiales.	37
2.3.1. Bambú	37
2.3.2. Pernos	40
2.3.3. Placa de acero	41
2.3.4. Concreto	42
2.4. Análisis preliminar	42
2.4.1. Análisis considerando su peso propio	42
2.4.2. Análisis no-lineal considerando el peso propio y efectos $P - \Delta$	43

---

3.	Condiciones que provocan inestabilidad	46
3.1.	<i>Evaluación de los apoyos</i>	46
3.1.1.	Apoyo metálico	47
3.1.2.	Cubierta con apoyos flexibles (rigideces equivalentes)	48
3.1.3.	Cubierta sobre los apoyos metálicos	49
3.1.4.	Rigideces equivalentes de apoyo metálico y cimentación	49
3.1.5.	Cubierta sobre apoyos metálicos y cimentación	55
3.2.	Cubierta con diagonales en los bordes	57
3.3.	Cubierta con cables de refuerzo	58
3.3.1.	<i>Cubierta con cables pre-esforzados</i>	60
3.4.	<i>Cargas por granizo</i>	61
3.4.1.	<i>Cubierta con carga de granizo</i>	64
3.4.2.	<i>Cubierta con carga por granizo y cables de refuerzo</i>	65
3.5.	<i>Cuadro resumen</i>	66
	Conclusiones	69
	Referencias	72
	Anexo	75

**ÍNDICE DE FIGURAS**

1.1 Sitio arqueológico de Terra Mata, en Niza Francia	16
1.2 Tiendas de la cultura Tipi en Norteamérica.	17
1.3 Coliseo Romano	17
1.4 Arco de Labná	18
1.5 Propiedades de las catenarias”, David Gregory	20
1.6 Tenso-estructura	21
1.7 “Pabellón de rayos cósmicos”, Ciudad Universitaria Ciudad de México, 1951	21
1.8 Pista de baile en Colonia de 1957 por Frei Otto	21
1.9 Pabellón de música de Kasel en 1952 por Frei Otto.	22
1.10.1 Planetario Zeiss en Jena Alemania. Forjado de acero	25
1.10.2 Planetario Zeiss en Jena Alemania. Domo después de aplicar el concreto lanzado.	25
1.11 Optimización y búsqueda de la forma por computadora	26
1.12 Crematorio Kakamigahara en Gifu, en Japón	27
1.13 Entorno de estabilidad para un sistema autónomo	28
1.14 Entorno de estabilidad para un sistema heteronómo	29
1.15 Características de las posiciones de equilibrio	30
2.1 Modelo de cascarón de rejillas con el cual Frei Otto experimentó	33
2.2.1 Optimización de la forma con rejillas de cadena.	34
2.2.2 Optimización de la forma con rejillas de cadena.	35
2.3 Superficie que asemeja la cubierta generada en Matlab	36
2.4 Superficie que asemeja la cubierta generada en Mathematica	36
2.5 Aspecto de la cubierta en SAP2000.	37
2.6 Resultados del laboratorio de Materiales de la FI UNAM para el bambú	38
2.7 Propiedades asignadas para el material bambú	31
2.8 Sección transversal de la sección tipo frame doble_bambu	39
2.9 Propiedades geométricas de la sección tipo frame doble_bambu	39
2.10 Valores máximos de tensión y compresión de la sección tipo frame doble_bambu.	39
2.11 Propiedades asignadas para el material acero A7	40
2.12 Propiedades geométricas de la sección tipo frame pernos	40
2.13 Vista extruida de los arcos perimetrales en capas de bambú unidas por el perno equivalente	41
2.14 Propiedades asignadas para el material acero A36.	41
2.15 Propiedades asignadas para el material concreto	42
2.16 Resultado del análisis no-lineal considerando el peso propio.	42
2.17 Caso no-lineal con efectos P-delta.	43
2.18 Resultados del caso no-lineal para el peso propio	43
3.1.1 Apoyo metálico	46
3.1.2 Simulación de los pernos de anclaje	46
3.2 Sistema de referencia en la placa base	47
3.3.1 Se aplicó 1 tonelada en sentido negativo a x	47

3.3.1 Se aplicó 1 tonelada en sentido negativo a y	47
3.3.3 Se aplicó 1 tonelada en sentido negativo a z	47
3.4 Análisis no-lineal tomando el peso propio y efectos p-delta con apoyos flexibles	48
3.5.1 Cubierta sobre apoyos metálicos	49
3.5.2 Apoyo metálico	49
3.6 Apoyo metálico sobre cimentación reforzada	50
3.7.1 Rigideces equivalentes para $H_s = 1.4 m$	52
3.7.2 Rigideces equivalentes para $H_s = 4 m$	52
3.8.1 Apoyo con rigideces equivalentes distribuidas en la base	52
3.8.2 Rigideces distribuidas en la base dividida entre 81 puntos. (PlanoXY, Z=-1.0 metros)	52
3.9.1 Se aplicó 1 tonelada en sentido negativo a X	53
3.9.2 Se aplicó 1 tonelada en sentido negativo a Y	53
3.9.3 Se aplicó 1 tonelada en sentido negativo a Z	53
3.10.1 Se aplicó 1 tonelada en sentido negativo a x	54
3.10.2 Se aplicó 1 tonelada en sentido negativo a y	54
3.10.3 Se aplicó 1 tonelada en sentido negativo a z	54
3.11 Resultado del análisis con rigideces equivalentes del apoyo y cimentación en el análisis no-lineal con efectos P-delta.	55
3.12. Resultado del análisis de la cubierta sobre apoyos metálicos y cimentación con rigideces equivalentes del suelo	55
3.13.1 Suelo rígido	56
3.13.2 Resultado no-lineal con suelo rígido	56
3.14 Diagonales de refuerzo	57
3.15 Resultado del análisis no lineal de la cubierta con diagonales de refuerzo sobre apoyos metálicos y cimentación	57
3.16 Resultado del análisis no-lineal de la cubierta con cables.	58
3.17.1 Desplazamientos Placa base del apoyo C1	59
3.17.2 Desplazamientos cimentación C1	59
3.18.1 Desplazamientos Placa base del apoyo C1 (cubierta sin cables)	59
3.18.2 Desplazamientos cimentación C1 (cubierta sin cables)	59
3.18 Resultado del análisis no-lineal de la cubierta con cables con refuerzo de una tonelada.	60
3.19.1 Desplazamientos Placa base del apoyo C1 con cables pre-esforzados.	61
3.19.2 Desplazamientos de la cimentación con el apoyo C1 con cables pre-esforzados	61
3.20 Cargas para hielo y granizo, según varios reglamentos	62
3.21 Canadá, NBC, 1970 y USA, ANSI A 581-1972	62
3.22 Cubierta cargada puntualmente para hielo de granizo	64
3.23 Resultado del caso no-lineal para el granizo y carga muerta	64
3.24 Mensaje de análisis incompleto	65
3.27 Grafica caso-desplazamiento nodo 522	67
A.1.1 capas de bambú I	75
A.1.2 capas de bambú II	75
A.1.3 capas de bambú III	75
A.1.4 capas de bambú IV	75
A.2.1 Apoyo metálico sobre placa base	76

A.3.1 Apoyo metálico. Conexión apoyo con cubierta	76
A.3.2 Apoyo metálico. Perspectiva	76
A.3 Cubierta de bambú I	77
A.4 Cubierta de bambú II	77
A.5 Borde distorsionado, donde se observa las diagonales de refuerzo	78
A.6 Propiedades de los cables de refuerzo	79
A.7 Cubierta de bambú apoyada en cuatro puntos. Vista lateral	80
A.8 Cubierta de bambú apoyada en cuatro puntos. Vista superior	81
A.10 Resultado del laboratorio de Materiales I	82
A.11 Resultado del laboratorio de Materiales II	83

### **ÍNDICE DE TABLAS**

2.1 Resultados del análisis preliminar	43
3.1 Desplazamientos para el apoyo metálico	47
3.2 Resultados del caso lineal y no-lineal con apoyos flexibles equivalentes	48
3.3 Resultados del caso lineal y no-lineal de la cubierta sobre apoyos metálicos	49
3.4 Desplazamientos para el apoyo metálico sobre cimentación para $H_s = 1.4 \text{ m}$	53
3.5 Desplazamientos para el apoyo metálico sobre cimentación para $H_s = 4 \text{ m}$	54
3.6 Resultados del caso lineal y no-lineal de la cubierta sobre apoyos móviles equivalentes (apoyo sobre cimentación)	55
3.7 Resultados del caso lineal y no-lineal de la cubierta sobre apoyo y cimentación	56
3.8 Resultados del caso lineal y no-lineal de la cubierta sobre apoyo y cimentación con suelo totalmente rígido	56
3.9 Resultados del caso lineal y no-lineal de la cubierta con diagonales de refuerzo	57
3.10 Resultado numérico del análisis de la cubierta con cables	58
3.11 Desplazamientos del nodo de contacto entre el apoyo metálico y la cubierta de mayor cota de elevación	58
3.12 Resultados de los diferentes casos para la cubierta con cables	60
3.13 Distorsiones de la cimentación para el caso de cables con pre-esfuerzo	61
3.14.1 Cargas de granizo por pendiente en sentido x	63
3.14.2 Cargas de granizo por pendiente en sentido y	63
3.15 Resultado de los diferentes casos para la carga de granizo	65
3.16 Resultados numéricos del análisis de la cubierta con carga por granizo y cables.	65
3.17 Cuadro resumen	66

# *Introducción*

## INTRODUCCIÓN

El uso de cubiertas ha sido constante a lo largo de la historia. Se han usado para proteger algún claro de los elementos del clima, principalmente de la lluvia y el sol. Este problema por ser de carácter esencial y básico ha visto a lo largo del tiempo, diversas formas y materiales para resolverlo. En tiempos recientes se ha recurrido a formas no convencionales para la Ingeniería Estructural, involucrando además, el uso de diversos materiales con propiedades diversas, desde acero y cristal hasta textiles. Esta versatilidad implica en muchos casos un esfuerzo mayor en el cálculo y diseño.

La actualidad ha impuesto una nueva necesidad: la construcción ligera. Esto obedece a problemas de diversa índole y magnitud. Rapidez en la construcción, principalmente, así como motivaciones ambientales y económicas. En el caso de las cubiertas y extensivamente hacia las tenso-estructuras esta necesidad es evidente, por lo que la ligereza conforma su versatilidad y ventaja sobre otras estructuras convencionales, inclusive su identidad misma, diferenciándose de las estructuras convencionales, esto en la búsqueda constante por la forma óptima.

En este trabajo escrito, en primera instancia se hace una reseña histórica de las cubiertas, con énfasis en las tenso-estructuras y cascarones, actualmente, de amplio uso para este propósito. Adicionalmente se enumeran algunos de los trabajos e investigaciones de Frei Otto, para resolver un problema específico: cubrir un claro con una cúpula en forma hiperboloide con el menor material posible. Finalmente, como se verá más en la última parte, se analizarán las causas de inestabilidad, para esta solución y su estrecha relación con la forma. Al emplear programas de cómputo para generar la geometría y analizar su inestabilidad se pretende dar un enfoque actual a esta solución de Frei Otto, con más de cincuenta años. El uso de estas herramientas permite generar una geometría basada en dichas hipótesis, además de localizar y analizar los puntos de inestabilidad de la cubierta. Se consideran también algunas de las experiencias durante la construcción de una cubierta similar para las festividades del centenario de la Universidad Nacional Autónoma de México.

En la actualidad existen programas de cómputo que abordan el problema de la optimización de la forma, pero son costosos y de aplicaciones específicas. Pero ya que el objetivo principal de esta tesis no es abordar enteramente esta problemática, pero si considerar la forma como una condición de inestabilidad, se opta por un programa de análisis estructural y la generación de la forma mediante otros medios. En virtud de esto se consideran las propiedades y resistencia de los materiales, por eso el uso extensivo del programa SAP2000 en varias de sus versiones., esto entonces, obedece a problemas prácticos principalmente no de diseño, ni de optimización de la forma, por este motivo se dedica un capítulo a la generación del modelo analítico de la cubierta apoyada en cuatro puntos. Al definir una ecuación que describe la geometría, basada en la hipótesis de la catenaria invertida y al asociar cada una de las partes de la cubierta con las propiedades mecánicas de los materiales empleados se pudo iniciar los análisis que llevaron a la identificación de las causas de inestabilidad.

Durante la década de los cincuentas tanto Otto Frei en Alemania y Félix Candela, en México abordaron problemas como este tema por separado y propusieron diversas soluciones desde un punto enfoque arquitectónico y empírico, considerando ante todo la geometría y el espacio, así como un uso restringido de materiales comunes en la industria de la construcción de esa época. Este problema no fue en si resuelto del todo, puesto que muchas de esas cubiertas resultaron ser inestables y tuvieron una corta existencia, dejando una precedente negativo y su experiencia (aunque negativa) no se transmitió a los códigos de construcción.

*Antecedentes*

## 1. ANTECEDENTES

Dentro de las necesidades más elementales –entre otras- del ser humano ha sido siempre, la de un techo para protegerse de las inclemencias del clima. Así entonces, cada cultura apriorísticamente (en su espacio y tiempo) ha resuelto esta necesidad con los recursos propios del lugar y de acuerdo a su desarrollo tecnológico. Desde las tiendas de campaña de las tribus nómadas en la era paleolítica hechas de pieles curtidas hasta los rascacielos de acero y vidrio, dentro de los conceptos arquitectónicos más elaborados y sofisticados que la modernidad ha impuesto, bajo la apremiante necesidad de economizar materiales, recursos y tiempo en la construcción.

La historia de las estructuras de la humanidad se ha orientado a la búsqueda de sistemas y materiales cada vez más ligeros. Grandes estructuras de piedras han sido erguidas a lo largo de la historia, pesando toneladas por metro cuadrado en el siglo XIX. La utilización del acero permitió reducir drásticamente el peso de las estructuras a unos pocos kilogramos por metro cuadrado en los techos. Tal como ocurrió en la década de 1920 con la aparición de membranas de concreto armado. Finalmente, el desarrollo de la ingeniería estructural permitió la creación de estructuras muy ligeras, llegando a pesar hasta menos de diez kilogramos por metro cuadrado.

En este capítulo se hace una breve reseña de las cubiertas en general; así como también se hace una revisión de las tenso-estructuras que han sido de mayor uso y predilección en la actualidad, por su facilidad de montaje y desmontaje, además por estar estrechamente ligadas con las cúpulas y en general estructuras para cubrir grandes claros. Se mencionan también, algunos conceptos de inestabilidad que serán útiles en capítulos subsecuentes.

### 1.1 Reseña histórica.

Es difícil precisar cuando el ser humano empezó a construir estructuras, pero, lo más lógico es pensar que fue en la era paleolítica cuando el *homo sapiens* abandonó la seguridad de las cuevas, para explorar las llanuras y tierras nuevas, en busca de mejores tierras y más recursos, a medida en que el planeta se volvía más cálido y los glaciares retrocedían. Estas primeras estructuras trataban ante todo emular la naturaleza y rendirle tributo, como lo es Stonehenge y otros centros ceremoniales que marcaban el inicio de las estaciones.

En el sitio arqueológico de Terra Amata (al parecer de los más antiguos), en Niza Francia, se encontraron restos de campamentos de primavera de hace 400,000 años, en la que se utilizaron huesos de mamut y pieles de animales que se confeccionaban de modo rudimentario, para protegerse de clima, convirtiéndolas en el primer recurso para procurar cobijo [1]. Fabricado por el hombre, la construcción de las tiendas de forma rápida que tradicionalmente se realizaba con materiales naturales, así como su fácil desmontaje o transporte, han relacionado este tipo de arquitectura con las culturas nómadas.



Figura 1.1- Sitio arqueológico de Terra Amata, en Niza Francia  
(Wikipedia, [http://en.wikipedia.org/wiki/Terra\\_Amata\\_\(archaeological\\_site\)](http://en.wikipedia.org/wiki/Terra_Amata_(archaeological_site)) [Consulta: 16 de marzo de 2013])

La cultura Tipi en Norteamérica desarrolló tiendas de campaña para adaptarse al modo de vida nómada en las praderas norteamericanas; ellos usaban una estructura basada en mástiles de madera y huesos de animales que se ataban en uno de los extremos para luego formar una cubierta cónica, formada por la corteza de árboles, piel de caribú u otros materiales. La facilidad para transportarlas atando el extremo superior de la estructura a los caballos permitía su rápido transporte.

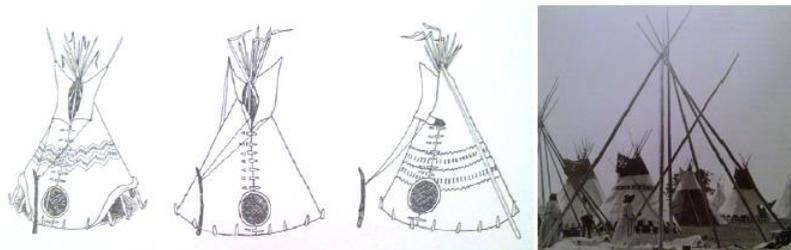


Figura 1.2- Tiendas de la cultura Tipi en Norteamérica (Escrig, Félix, (2005), "Balance de 50 años de tenso-estructuras". Escuela de Arquitectura de Sevilla).

Las primeras bóvedas y cúpulas de que se tenga evidencia alguna están, en el medio oriente, concretamente en la civilización Asiria. El palacio de Nabucodonosor contaba ya, en las salas principales, con un techo de 17 m de claro. También Tiglat-Pilaser I de la dinastía de los Sasánidas, mandó construir en el palacio real de Ctesifon en el 220 A.C., una bóveda parabólica de piedra de 22 m de ancho. 35 m de largo y 25 m de alto.

Pero es hasta el imperio Romano en que la construcción de cubiertas y estructuras en general tuvo un auge mayor, muchas de las cuales siguen en pie hasta nuestros días. Se tiene, por ejemplo mucha información acerca El Coliseo de Roma, figura emblemática del Imperio Romano. Este contaba con una cubierta de tela desplegable, accionada mediante poleas. Esta cubierta, hecha primero con tela de vela y luego sustituida por lino (más ligero), se apoyaba en un entramado de cuerdas del que poco se sabe. Cada sector de tela podía moverse por separado de los contiguos. En la parte superior de la fachada se han identificado los huecos en los que se colocaban los 250 mástiles de madera que soportaban los cables. Al parecer las cuerdas se anclaban en el suelo.

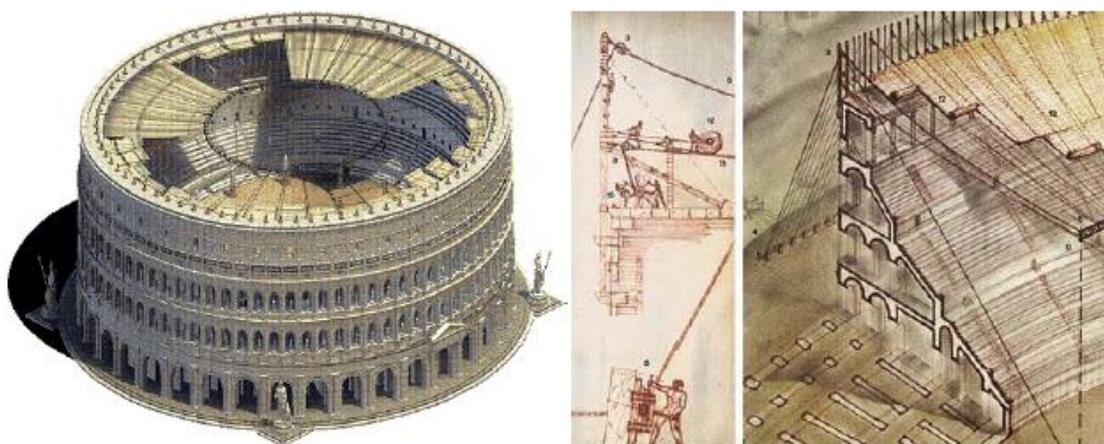


Figura 1.3- Coliseo Romano (Drew, Philip ,New Tent Architecture, Thomas & Hodson Ed, New York 2004)

También en el imperio romano, se contruyeron grandes cúpulas, bóvedas de cañon y semicupulas en sus templos, termas y cloacas; en los años de 27 a 25 A.C., bajo el dominio de Marcos Agripa, en el campo Marte, se construyeron la cúpula del Panteón de Roma, con un diámetro de 42 m, aporximadamente, con un agujero central de 10 m de diámetro, cuyo ojetivo era darle iluminación.

La mampostería es una invención Romana (en Mesoamérica se tienen registros de su uso desde siglos antes) que durante años permaneció en la oscuridad. Las estructuras de los Romanos lograron salvar grandes claros usando este método constructivo, similar al concreto, y que no fue igualado hasta varios cientos de años después [3].

Por otro lado, en Mesoamérica existe evidencia del uso de morteros y mampostería desde la civilización Totonaca concretamente en la ciudad de El Tajín, con el empleo extensivo en casi en todas las culturas de la zona; pilares de mampostería y en ocasionalmente reforzados con madera, están presentes en la ruinas de casi todas las culturas de esta región. Su objetivo era salvar grandes claros, sobre todo en palacios y edificios religiosos. En cambio en la cultura Maya existen vestigios del uso del arco y bóvedas en muchos de sus edificaciones, tanto civiles como religiosas, además de observatorios astronómicos.

Por mencionar sólo algunos ejemplos de la característica a arquitectura maya esta el observatorio Uaxactún, el más antiguo, del cual se tenga registro. Era parte importante de la planeación de las ciudades, ya que con base a sus observaciones, se regía el tiempo de cosechas. Estos observatorios de sección transversal cilíndrica rematada por una cúpula, como se observa en Chichen-Itzá, tienen una forma muy parecida a los actuales. Estas construcciones cumplieron muy bien su función, pues sus resultados mostraron la exactitud del calendario Maya y el cálculo del tiempo de cada lunación, así como el ciclo de Venus, del cual conocieron perfectamente su período de su revolución sinódica.

Otra estructura emblemática de la cultura Maya es el arco-bóveda de Labná, el cual conectaba dos edificios ahora en ruinas, conocido el Palacio de Labná, además de servir como su entrada principal [4].



Figura 1.4- Arco de Labná

(Wikipedia: <http://es.wikipedia.org/wiki/Labná> [Consulta: 16 de marzo de 2013],)

Entre los años de 532 a 537 de nuestra era, bajo el Imperio de Justiniano, se construyó en Constantinopla, la Catedral de Santa. Sofía, cuya cúpula principal tiene 32.6 m de diámetro, construida de ladrillo unido con cal. Los arquitectos fueron Artemo de Tralles e Isidoro de Mileto, dicha cúpula se derrumbó en el años de 555, siendo reconstruida posteriormente [3].

Un prerrequisito para conseguir salvar grandes claros es la reducción de la carga muerta de la bóveda. En domos masivos, esto se logró usando materiales cada vez más ligeros en las partes superiores (la preparación de la mampostería romana consistía en toba calcárea o cantaros de barro, cambiando la piedra natural por ladrillos cocidos, como se observa en las mezquitas de Sinan o el domo de Florencia). La reducción del peso aparece en los llamados domos de cascarón, al dividir la construcción en dos cascarones que se ataban para unirse (El domo de Florencia o el de San Pedro en Roma).

Por el año de 1590, ya en pleno Renacimiento, Miguel Angel diseñó la cúpula de la Basílica de San Pedro, cuyo diámetro es de 42 m, aproximadamente; que es una cúpula construida en ladrillo con nervios de piedra.

Desde el siglo XVI, hasta nuestros días, se han construido grandes bóvedas y cúpula, pero desde los años de 1695 De la Hire y Parent examinaron teóricamente las condiciones de equilibrio de las bóvedas y en los años de 1748 Poleni y Newton realizaron estudios sobre la cúpula de San Pedro.

Fue hasta el año de 1826 en que Lamé y Clayperón desarrollaron la idea de la membrana y pusieron los cimientos de lo que en nuestro tiempos es la construcción de bóvedas en cascarón, las cuales se consideraba capaces de resistir cargas externas por la tensión directa, sin la presencia de flexión alguna [3] y [8].

A finales del siglo XIX, G. B. Airy en Londres y A. E. H. Love en Cambridge, desarrollaron un enfoque matemático que permitió un análisis más preciso que el de la membranas.

A partir de este desarrollo conceptual, Carl Zeiss al trabajar en óptica en Jena, Alemania, produjo ecuaciones matemáticas que luego sirvieron de base para los experimentos de Dischinger, quien en 1923, trató de diseñar un cascarón para cubrir un área rectangular. Este intento fue infructuoso por la dificultad que imponía análisis matemático, pero al año siguiente apareció una versión simplificada del diseño que fue exitosa. A esto siguió un gran número de experimentos en cascarones, con los cuales se experimentaron diversos tipos de carga.

El primer gran sistema que Dyckerhoff y Widmann diseñaron y construyeron fue el Planetario de Dusseldorf, Alemania en 1925 y debido a su éxito le siguieron muchas más estructuras de cascarón en Europa. Este sistema de construcción fue patentado en Inglaterra como el sistema Shell-D y en Estados Unidos como el sistema Z-D [5].

### **1.1.1 La catenaria y la línea de empuje ascendente.**

El problema de formar una bóveda en la cual no aparezcan fuerzas que se intersecten y que las resultantes sean compresivas axiales, tuvo una solución a finales del siglo XVII.

En 1690 Jacob Bernoulli se propuso la tarea de encontrar la ecuación para una catenaria. Esta ecuación fue resuelta en años posteriores por su hermano, Johan y así mismo por Leibnitz y Huygens. Philippe de la Hire (1640-1718) y Parent (1666-1716) fueron los primeros físicos en investigar las condiciones de equilibrio de las bóvedas como un problema de estática, con un análisis de tipo matemático. Ambos consideraron que la fricción de cada una de las dovelas (voussoirs) y las uniones era cero de acuerdo con las leyes que gobiernan las acciones y las fuerzas en los cuerpos.

En la obra "Traité de Mécanique" publicado en 1695, de la Hire sostenía que la forma de la cúpula debía ser seleccionada de manera que cada pieza de mampostería transmitiera su propio peso muerto y la fuerza hacia la pieza inferior de manera vertical. Así la estabilidad de la estructura estaría asegurada, solo si cada una de las piezas deslizara una contra otra en las articulaciones sin fricción alguna.

En 1697, David Gregory, un matemático escocés publicó "Propiedades de las catenarias" en la cual combinaba esta percepción con el principio teórico de que el eje correcto de un arco debe ser supuesto como la forma de una catenaria inversa. La hipótesis de la fricción nula se puede entender mejor si mentalmente se reemplaza las dovelas en forma de cuña con esferas, las cuales están arregladas en la forma de una catenaria o de arco mutuamente soportado que mantenga su precario equilibrio. La naturaleza mecánica de la bóveda fue demostrada de ese modo por el matemático e ingeniero italiano Poleni, en su obra sobre el domo de la catedral de San Pedro en Roma publicado en 1748.

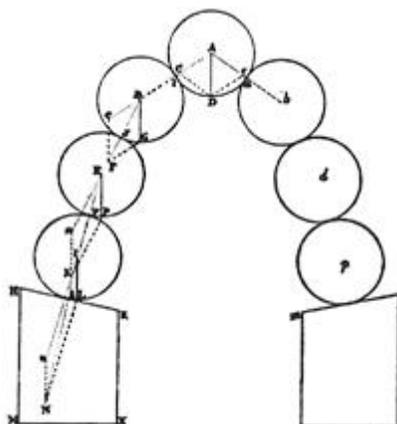


Figura 1.5 "Propiedades de las catenarias", David Gregory (Otto, Frei, (1979), "Tensile Structures", The MIT Press)

Para esto, Poleni se basó en Newton y en el diagrama de fuerzas, el cual formuló para acciones dinámicas y después aplicó para el campo de la estática. Al mismo tiempo, llegó a la explicación de la línea de empuje como una catenaria inversa, con la cual pudo determinar la sección correcta de arcos y domos. También estableció experimentalmente la forma descrita por una cadena con carga no uniformemente, con pesos proporcionales a los segmentos individuales de la bóveda.

La forma más evidente del uso de la catenaria invertida que incorpora el principio de la línea de empuje, se encuentra en la estructuras del arquitecto español Antonio Gaudí (1852-1926). Gaudí vislumbró formas estructurales que estaban libres de momentos y de fuerzas cortantes. Más allá de eso su interés estaba centrado en el aspecto formal de dichas estructuras (el hecho de que uno visualmente pudiera seguir el flujo de las fuerzas en la estructura) probablemente fue el primero en hacer esto. Gaudí empezó a diseñar experimentos con modelos suspendidos con cuerdas. Encontró que la parábola, la cual es comparativamente fácil de determinar, se aproxima a una línea de empuje.

De 1946 a 1949 Frei Otto condujo experimentos técnicos con modelos suspendidos hechos de telas. El intento era descubrir formas posibles para techos abovedados producidos de una forma económica a partir de escombros de ladrillos [6] y [7].

## 1.2 Tenso-estructuras

Una tenso-estructura es una superficie delgada y flexible que soporta las cargas únicamente a través del desarrollo de esfuerzos de tracción.

Las tenso-estructuras abarcan diversas categorías que van desde las membranas textiles, las redes de cables pretensada, cables en forma de celosías o vigas, estructuras neumáticas soportadas por aire y algunas membranas de concreto armado. Estas han sido usadas de manera diversa, como en cerramientos y techos, estructuras suspendidas (puentes), en elementos decorativos y otros, mostrando una eficiencia estructural y formas artísticamente estéticas.

La capacidad y facilidad de cubrir grandes espacios le da una característica adicional que contrasta inmediatamente con otros sistemas tradicionales. Esto permitió desarrollar tenso-estructuras de grandes dimensiones, que cubren grandes estadios y pabellones de exhibición, hasta pequeñas cubiertas y marquesinas cuya función no va más allá de proteger del sol y la lluvia.

La regla fundamental para su estabilidad reside en que la tela tensionada genere dos curvas en direcciones opuestas, lo que produce su estabilidad tridimensional. Esto se refiere a menudo como "doble curvatura" o una forma "anticlástica", y matemáticamente se conoce como un paraboloides hiperbólico. Ellas se componen principalmente por elementos totalmente flexibles, como son, la membrana textil y los cables. Además de ellos se requieren elementos rígidos como lo son el mástil y los puntos de anclaje que soportan y mantienen la tensión de los otros elementos. Así, se forma un sistema flexible en tensión [6], [7] y [8].

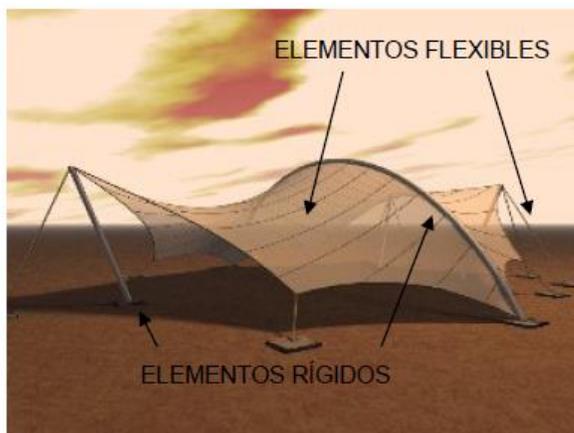


Figura 1.6 Tenso-estructura

(Escrig, Félix, (2005), "Balance de 50 años de tenso-estructuras". Escuela de Arquitectura de Sevilla).

### 1.2.1 Balance de cincuenta años en tenso-estructuras

En 1955 Frei Otto resolvió un pequeño pabellón de música al aire libre con una superficie sencilla. Tenía planta cuadrada y sus características resistentes venían determinadas porque sus cuatro vértices no eran coplanares. Pese a ser una superficie muy elemental, conocida como paraboloides hiperbólico, había sido escasamente utilizada hasta ese momento y especialmente por el arquitecto español Félix Candela, y aunque hubiera precedentes conocidos, como la cubiertas de Antonio Gaudí o de M. Aïmond, Frei Otto y Félix Candela desarrollaron su trabajo en paralelo sin conocerse entre sí y con formas parecidas, casi en coincidencia temporal, por ejemplo la pista de baile en Colonia (1957) y el restaurante Los Manantiales (1957) de Félix Candela.



Figura 1.7 "Pabellón de rayos cósmicos", Ciudad Universitaria ciudad de México, 1951  
(Escrig, Félix, (2005), "Balance de 50 años de tenso-estructuras". Escuela de Arquitectura de Sevilla)

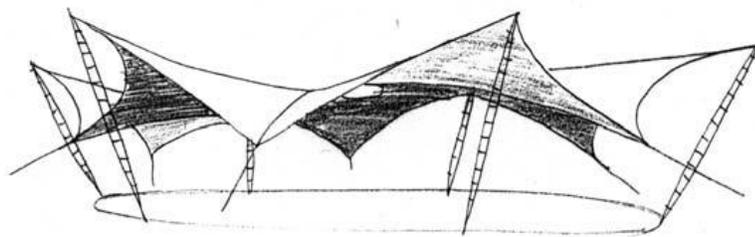


Figura 1.8 Pista de baile en Colonia de 1957 por Frei Otto  
(Escrig, Félix, (2005), "Balance de 50 años de tenso-estructuras". Escuela de Arquitectura de Sevilla)

El pabellón de música de Kassel, marcó el inicio de un nuevo tipo constructivo y sus pequeñas dimensiones, no restaron valor a la propuesta.

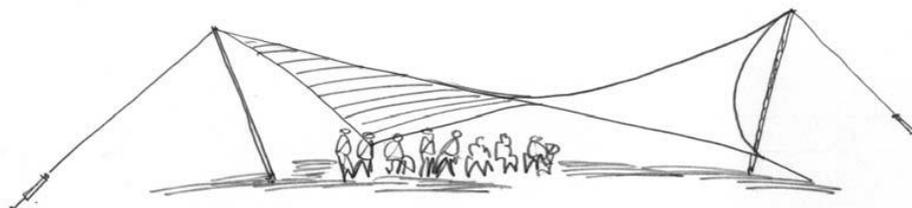


Figura 1.9 Pabellón de música de Kassel en 1952 por Frei Otto.  
(Escrib, Félix, (2005), "Balance de 50 años de tenso-estructuras". Escuela de Arquitectura de Sevilla).

Desde entonces muchos de los grandes diseñadores se dedicaron a explorar las posibilidades del nuevo sistema. Campbell en el Colegio La Verne, Geiger y Berger en los almacenes Bulloks, Taillibert en Montreal y muchos otros. Pero Otto Frei el que aportó más tanto en formas estructurales y métodos constructivos, el pabellón de Alemania en Montreal o las primeras ideas del estadio olímpico de Múnich son muestras de ello.

Luego, a partir de los ochenta, fueron muchos los que hallaron en las tenso-estructuras una vía de expresión novedosa que aprovecharon, Renzo Piano, Bodo Rash, José Miguel Prada, Muhlberguer y Schalaich. Se podría pensar, por todo ello, que las tenso-estructuras son formas exitosas y que ocupan un lugar importante en la historia de la arquitectura. Nada más lejos de la realidad. Ninguno de los arquitectos actuales de los denominados de primera magnitud ha incorporado estas formas a su repertorio. Ningún premio Pritzker ha hecho jamás un diseño con estas formas, a excepción de Renzo Piano gracias a la colaboración con Massimo Majowiecki, gran especialista en tenso-estructuras, ningún texto general de arquitectura habla apenas de ellas, con excepción de las mallas de cables pretensadas, que no entran en consideración para esta discusión. Por ende en la actualidad pocos códigos se construcción incluyen lineamientos para su construcción y/o montaje [2].

Los años setenta fueron de pugna entre construcciones de concreto reforzado y de acero para adquirir preminencia en la construcción. Fue el acero quien ganó en esta contienda; el espacio y las láminas de concreto pasaron al olvido. No importó que en ambos terrenos Pier Luigi Nervi hubiera llegado a soluciones de máxima belleza y de una inspiración clásica solo superada por Mies en acero. Las tenso-estructuras encontraron en el acero como su complemento ideal y también fueron desplazadas en beneficios de otros materiales ligeros, como chapas, paneles sándwich y vidrio. Su empleo resultó efímero. Eso a pesar de sus múltiples cualidades, de las tenso-estructuras [9].

1. Geometrías distintas y con posibilidades de generar más formas que cualquier otro tipo estructural
2. Ligereza y durabilidad
3. Gran espacialidad interior
4. Precio asequible.

### 1.3 Cascarones

Se puede definir un cascarón como una estructura tridimensional, delgada y rígida que envuelve un volumen mediante una superficie tridimensional. Dicha superficie puede virtualmente tomar cualquier forma. Formas comunes pueden incluir superficies de rotación que se obtienen al rotar una curva alrededor de un eje (por ejemplo, esférica, elíptica, cónica y superficies parabólicas); superficies de traslación generados por el deslizamiento de un plano curvo sobre otro igualmente plano y curvo (cilíndrico, paraboloide elíptico); superficies regladas generadas por el deslizamiento de dos extremos de un segmento de línea sobre dos planos curvos individuales. (Conoides y superficies hiperbólicas parabólicas); y una gran variedad de superficies complejas que se obtienen al combinar superficies rotacionales, traslacionales y regladas.

La forma del cascarón no necesariamente depende de las consideraciones matemáticas, también pueden tomar formas libres y que pueden constituir un solución a problemas tanto estructural y constructivos, viable para muchos ejemplos.

Las cargas aplicadas a un cascarón son transmitidas a nivel de suelo mediante el desarrollo de fuerzas compresivas, de tensión, y esfuerzos de cortante actuantes en la dirección del plano. El reducido espesor de la superficie impide que se desarrollen resistencia a la flexión apreciable. Los cascarones delgados son únicos para transmitir carga uniformemente distribuida y por lo tanto tiene muchas aplicaciones en techos de estructuras. Pero por el contrario no son adecuadas para transmitir cargas concentradas [10] y [11].

#### **1.4 Tendencias actuales para cubrir grandes claros.**

Durante la segunda mitad del siglo XX, el aligeramiento en los materiales de las cubiertas fue la regla. Esto trajo consigo nuevos retos y problemas tanto para arquitectos como para ingenieros estructurales. Dado que la estabilidad que se logra en elementos de concreto es debida a la robustez, así como también en los elementos de mampostería, no se incluye en su estudio y análisis. El acero, como material estructural desde sus inicio represento una innovación, por ende su cálculo distaba de lo tradicional en su época, y en muchos casos el análisis de estabilidad estaba incluido en su cálculo. A diferencia de los puentes, que tan sólo intentan salvar un claro, las cubiertas aíslan un claro de alguno o todos los elementos climatológicos de su medio, por ello, se han construido grandes cúpulas, domos y diversas estructuras de este tipo, en donde el problema fundamental era disminuir el peso con objeto de cubrir cada vez más área. Esto en si representa un problema que no se tiene en las estructuras convencionales, ya que acarrea problemas de inestabilidad. Para esta problemática se intentaron diversas soluciones, algunas se descartaron y otras permanecen en estudio y experimentación. Actualmente se intentan soluciones, desde las más empíricas hasta los análisis matemáticos más rigurosos, pero todas tienen algo en común el modelado asistido por computadora.

De años atrás al presente ha prevalecido la construcción de cubiertas sobre áreas rectangulares o circulares, aunque han aparecido formas novedosas que van desde las irregulares limitadas por líneas rectas o parabólicas, hasta las de formas completamente irregular que conducen a configuraciones celulares.

De mayor uso son las que se enumeran a continuación; en parte por tener un proceso constructivo simple y eficaz, además de su asequibilidad. El material más popular en cubiertas es el acero, por el aligeramiento que implica en comparación del concreto o la mampostería. Con base en su funcionamiento estructural, se pueden establecer cinco tipos de las cubiertas.

- a) Sistemas reticulares formados por estructuras planas, en los cuales no se considera el trabajo tridimensional de la estructura, como las armaduras comúnmente usadas en grandes claros.
- b) Estructuras reticulares formadas por barras rectas, conectadas en el espacio en cualquier dirección, recubiertas por elementos laminares que no participan del trabajo estructural de la cubierta; en este tipo pueden considerarse las estructuras espaciales.
- c) Sistemas mixtos de estructuras reticulares unidas al recubrimiento, en las que el funcionamiento estructural depende de la interacción entre los miembros reticulares y placas exteriores
- d) Cubiertas colgantes en donde se emplean cables de alta resistencia y revestimientos que generalmente tienen forma de curvatura gaussiana negativa. En este tipo de cubiertas, la interacción entre los mantos de revestimiento y los cables de soporte resulta fundamental para transmitir las cargas a los apoyos [9].

En la actualidad han aparecido diversas tecnologías experimentales, tanto en procesos constructivos como en innovación de materiales, muchas de estas propuestas realizadas por arquitectos, meramente desde (como ellos las llaman) un enfoque intuitivo, con una supervisión técnica mínima o nula. Muchas han quedado relegadas a meros proyectos y no han pasado las fases experimentales por lo que no han trascendido a la vida cotidiana. Sin embargo, en el campo de las tenso-estructuras existen casos exitosos, muchos de los cuales, gracias a la cooperación interdisciplinaria entre arquitectos e ingenieros estructurales. Dentro de este enfoque multidisciplinario podemos citar el trabajo del Instituto de tecnologías de membranas y cascarones de la Universidad de Ciencias Aplicadas en Anhalt Alemania, en el cual se han desarrollado textiles para cubiertas, entre otras tecnologías. Se pueden mencionar entre sus innovaciones el cinturón de almohadones (cushion belt), que consiste en textiles aislantes, a base de pequeños cojinetes, que generalmente se usan en invernaderos. También está la de cojinetes de espuma (foam cushion) que además de aislar térmicamente, también impide que la luz escape o penetre el área que está cubriendo. Cabe mencionar esta en especial que además de tener las características de los textiles tradicionales, también puede desarrollar esfuerzos de compresión y de flexión. Para fabricarla se inyecta espuma en una membrana de capa doble anticlástica. Otra innovación de este Instituto es la velaría tipo murciélago, que consiste en una membrana hecha de un textil reforzado por un esqueleto flexible, hecho de barras de fibra de carbono que asemeja las alas de

un murciélago. La primera de estas estructuras fue hecha en el 2005 en el monasterio de Hülfsberg en Alemania y diseñada por intuición y ningún cálculo estructural se hizo para corroborar su comportamiento.

En el campo de las tenso-estructuras es común el uso de textiles a manera de membranas flexibles. Las membranas de peso ligero se caracterizan por tener relativamente poca masa respecto a la carga aplicada. La estabilidad se alcanza al pretensar la forma y no la masa del material. Se utilizan para cubrir grandes claros con relativamente poco material. En la actualidad, los elementos que se utilizan para construirlas son, cables, acero o vidrio, postes, anclajes de tensión y textiles. Muchas de los textiles arquitectónicos son de alrededor un milímetro de espesor, pero son capaces de soportar grandes fuerzas además de ser durables ante las condiciones climatológicas, tanto como viento y cargas por nieve y granizo. Dichas membranas usualmente se pre-estresan haciéndolas capaces de soportar fuerzas laterales. En la actualidad el proceso de diseño incluye diversas etapas; diseño conceptual, modelado físico, modelado por computadora y análisis de búsqueda de forma lo que conduce a una estructura balanceada adecuadamente.

Por ser estructuras flexibles, el proceso de búsqueda de forma que implique una configuración deformada estable es trascendental en el diseño de las tenso-estructuras. El uso de líquidos a base de jabón y plástico son algunas de las técnicas que se usan frecuentemente para analizar las posibilidades de formas de las membranas, ya que las membranas que se crean a partir de estos, presentan grandes resistencia a la tensión y poca al cortante, que es lo que se busca en una membrana flexible. Esto se hace tomando en cuenta sus formas básicas, clásicas y anticlástica, dependiendo de los casos y la forma en que se carga la estructura. El proceso que se sigue en la actualidad para diseñar las membranas es complejo, ya que incluye un diseño conceptual, generación de la forma, análisis de la carga, patrón de cortado del textil y fabricación de la geometría. Los diseñadores por ende, están obligados a satisfacer los propósitos funcionales y estéticos de la estructura. Un aspecto fundamental de las tenso-estructuras son las condiciones de frontera, ya que diferentes tipos de soportes del sistema se deben considerarse de acuerdo a las solicitaciones y en función del espacio del que se disponga. Se puede elegir entre varias opciones como son, mástiles, apoyos articulados, soportados por arcos, entre otras.

Otro aspecto significativo es el material con el que este hecho los textiles, que generalmente consisten en telas de lana con un recubrimiento resinoso hecho de polímeros. Desde el punto de vista técnico las telas de lanas esta hiladas de forma cuadrículada, lo que le da en parte su resistencia.

La característica principal de la tenso-estructuras, como se mencionó, es su peso ligero, pero otra de sus características resaltable, es su flexibilidad, que resulta de la sustitución de la masa del material por una forma apropiada, todo esto para conseguir la estabilidad. En este enfoque estructural, la forma se origina por el flujo mismo de las fuerzas, entonces, el balance del sistema y su eficiencia son el resultado de la geometría. En este sistema integrado la forma y las fuerzas son dependientes una de la otra, por lo que todas las decisiones tienen un efecto en la geometría y en la estabilidad de la estructura. Esto en sí, representa un reto tanto para ingenieros como para arquitectos, es por eso que su proceso de diseño difiere del tradicional y requiere de la participación de ambos en sus etapas de diseño y construcción. En conclusión, el proceso que se sigue en la actualidad para encontrar la forma óptima y diseñar este tipo de estructuras, es interdisciplinario, ya que comprende un modelado tanto físico como por computadora, esto permite considerar diferentes alternativas de forma con lo cual se puede llegar a la configuración deformada estable. En una primera etapa, se usan modelos flexibles de los modelos físicos, lo cual permite posteriormente hacer análisis cuantitativos más minuciosos asistidos por computadora. En este proceso la búsqueda del equilibrio de la membrana se integra con la elección del sistema apoyos, con lo cual se puede cumplir con los requerimientos de simplicidad, ligereza, calidad y eficiencia de todo el sistema.

#### **1.4.1 Tendencias en cascarones**

Los cascarones, han representado siempre un reto conceptual en la historia de la construcción tanto para arquitectos como para ingenieros, desde las bóvedas de mampostería reforzada hasta los techos de concreto reforzado, su comportamiento intrínsecamente tridimensional, en términos de esfuerzos y mecanismos de falla intuitivamente difíciles de predecir, ya que su comportamiento implica complejas interacciones entre sus propiedades geométricas y mecánicas, además de su gran sensibilidad a las condiciones de frontera. En el pasado dicha concepción se regía principalmente por el enfoque geométrico o tratando de aplicar el conocimiento de la mecánica de arcos. La difusión del concreto reforzado en el siglo XX, trajo consigo la época dorada de Tedesko, Torroja, Candela e Isler. La complejidad parcialmente derivada de los problemas relacionados con cascarones interpuso una brecha entre la teoría y la práctica, hasta los años sesenta, cuando el desarrollo de tecnologías computacionales y métodos numéricos no revolucionaron inmediatamente este campo como podría suponerse. Estos métodos se centraban en el análisis y la predicción del comportamiento más que en la concepción del problema. Recientemente el desarrollo de técnicas de optimización, búsqueda de forma asistida por computadora y enfoques generatrices abrieron un nuevo enfoque y posibilidades para los diseñadores.

Dentro de estos nuevos enfoques de diseño esta el morfogenético, que es un proceso de realimentación, en el cual la forma final se obtiene mediante variaciones y correcciones de la propuesta inicial. En el pasado la forma final y más estable se obtenía mediante un proceso topológico; la forma de domos y bóvedas se limitaba a formas bien definidas que seguían una tradición arquitectónica, en la cual, el papel del arquitecto consistía en seleccionar una forma de varias de probada eficacia. El comportamiento unilateral de la mampostería restringió casi por completo a una curvatura gaussiana nula o positiva. El proceso constructivo de estas bóvedas y arcos se centraba generalmente en la elaboración y montaje de los andamios (cimbras) con la notable excepción del domo de Santa María del Fiore por Brunelleschi. Al aparecer el concreto reforzado a principios del siglo veinte, fue que se tuvo un nuevo enfoque en la definición de la forma de los cascarones, pero involucraba casi los mismos procedimientos constructivos así como la estabilidad y la estética de la mampostería, pero se disminuyó el material de construcción drásticamente. Esto se ve reflejado en los diseños de Emil Mörsch. La innovación más significativa fue la del planetario Zeiss en Alemania, diseñado por Walter Bausersfeld, cuyo máximo reto fue el de reducir la cantidad de material del cascarón. La forma geodésica se alcanzó mediante el acero de refuerzo, mientras que la rigidez por el concreto lanzado para completar todo el cascarón. El concreto lanzado fue considerado después, ya que la estructura sería provisional, pero dado el aceptable comportamiento se decidió rigidizarlo con concreto lanzado. La solución matemática para superficies de revolución cargadas por su peso propio y cargas vivas verticales, era para la época era bastante conocida, además la curvatura gaussiana constante reducía la posibilidad de pandeo, con lo que fue posible darle un espesor de apenas tres centímetros de grosor al cascarón, todo un logro para la época.



Figura 1.10.1 Planetario Zeiss en Jena Alemania.  
Forjado de acero. (Fuente: ver referencia [8])



Figura 1.10.2 Planetario Zeiss en Jena Alemania.  
Domo después de aplicar el concreto lanzado.  
(Fuente: ver referencia [8])

Dado el éxito del sistema del refuerzo geodésico es que se decidió patentarlo, sentando el precedente para el desarrollo cascarones de rejilla en la década de los sesenta del siglo pasado.

#### 1.4.2. Optimización y búsqueda de la forma por computadora

El precursor de la teoría moderna de la búsqueda de forma es la catenaria inversa: el comportamiento de estructuras simétricas elásticas respecto al signo del esfuerzo (si se desprecia el pandeo), un arco delgado es el dual de una cuerda suspendida, una bóveda delgada es el dual de una membrana suspendida. Después de los primeros trabajos de Gaudí, muchos ingenieros como Franz Isler, Frei Otto y Sergio Musmeci, aplicaron sistemáticamente esta teoría a través de la construcción de modelos físicos hechos de alambres, pequeñas bolsas llenas de arena, telas u hojas de goma, todos esto para buscar la forma estructural óptima de cascarones bajo condiciones de carga bien conocidas. La búsqueda de la forma óptima está estrechamente vinculada con la no linealidad geométrica y es necesaria en la teoría de las estructuras de tenso-membranas, en donde el estado sin carga –llamado estado cero-, toma la forma de diseño bajo un estado de esfuerzos propios que no puede ser analizado bajo el marco de un análisis lineal. Por lo tanto, el desarrollo de la búsqueda de formas óptimas puede ser considerado como un punto de transición entre una concepción estructural basada meramente en la intuición y una concepción basada y/o asistida por computadora. El concepto de búsqueda de forma reside en la suposición de que, dado un sistema estructural con varios grados de indeterminación cinemática, como una malla de cables y con un estado de carga definido, existe un configuración geométrica capaz de garantizar el equilibrio.

La búsqueda de tal configuración requiere procesos iterativos, conocidos como “Relajación Dinámica”. El empleo de este proceso permitió el desarrollo de cascarones de rejillas y continuos, así como de otro tipo de estructuras. La baja redundancia de estas estructuras con respecto a los cascarones continuos y su sensibilidad al pandeo requirió refinamientos de diseño complejos. El nacimiento de los nuevos cascarones de rejilla y su desarrollo por parte de ingenieros como Frei Otto y Jorge Schlaich abrió el camino hacia nuevas formas de diseño de formas libres, que se hizo posible gracias a la versatilidad de estos sistemas estructurales.

El Mannheim Multihalle por otro lado, ha sido innovador en el proceso constructivo, el uso de listones de madera en doble capa flexibles y continuos permitió la construcción de un cascaron a partir de un enrejado plano, apoyado enteramente en el suelo, elevado poco a poco con la ayuda de andamios hasta la forma óptima final. Este proceso corresponde puntualmente para rejillas inversas –que es el dual de las rejillas colgantes.

La forma final se obtiene a través de un proceso meramente morfogenético, no sólo desde su proceso de diseño, sino también en su proceso de montaje y edificación. Esta técnica fue recientemente desarrollada por la firma Buro Happold, en el Museo de Bath Download, construido en el año de 2002.



*Figura 1.11 Optimización y búsqueda de la forma por computadora  
(Fuente: ver referencia [8])*

La teoría matemática de los cascarones data desde los primeros trabajos de Sophie Germain, a principios del siglo 20, y fue desarrollado casi en su totalidad, al menos en lo que se refiere a las aplicaciones de ingeniería. La complejidad de las formulaciones en derivadas parciales hizo que los problemas fueran casi imposibles de resolver a mano, excepto cuando la forma o las condiciones de frontera son particularmente simples. Debido a esto una brecha se produjo entre matemáticos e ingenieros, y hasta los años 70 la experimentación en modelos físicos y análisis simplificados fueron las herramientas que el diseñador tan sólo podía utilizar en su trabajo. Las cosas cambiaron en los años 70, cuando los métodos numéricos como FEM pudieron ser ampliamente utilizados gracias a la invención de la computadora. Los análisis de cascarones pudieron entonces extenderse a problemas donde la forma de las condiciones de contorno complejas. La brecha cultural original entre los matemáticos y diseñadores pasó entonces a una brecha entre arquitectos e ingenieros, siendo los últimos los dueños de una tecnología en el momento necesario, igual y más allá del alcance del arquitecto. Fue hasta a la segunda etapa de la revolución digital, cuando aparecieron las interfaces gráficas más amigables que los arquitectos mostraron un interés en la tecnología digital. Las tecnologías CAD 3D actúan como expansiones de la creatividad, permitiendo a los diseñadores explorar un amplio mundo de posibilidades formales.

Al comienzo de la difusión de las herramientas digitales entre los arquitectos aumentó la distancia entre ellos, (interesados en la creatividad), y el mundo de los ingenieros y constructores. Esto se debió principalmente al desarrollo de nuevas técnicas de cómputo, orientado a la optimización en lugar del propio análisis. Además de los tradicionales métodos basados en el concepto del gradiente, cuyo uso se limita a los problemas descritos por las funciones relativamente suaves y regulares, las técnicas innovadoras que se han propuesto y aplicado con éxito, desde las redes neuronales y algoritmos genéticos, hasta los algoritmos más recientes basados en la simulación de otros fenómenos naturales, como el Método de Colonia de Hormigas o el método por enjambre de partículas. El hecho de que todos estos nuevos métodos de cálculo se inician desde un análisis y simulación de algún fenómeno natural, en lugar de una representación matemática del problema, los hace de interés por sí mismos, pero en muchos casos muestran buen desempeño, incluso en aplicaciones prácticas.

El diseño de cascarones continuos y de rejilla es uno de los campos más prometedores en la aplicación de estas tecnologías de diseño. En 2006, Toyo Ito y Sasaki Mutsuro, arquitecto e ingeniero respectivamente, diseñaron conjuntamente el Crematorio Kakamigahara en Gifu, en Japón, un edificio cubierto por un techo de cascaron de forma libre. El objetivo del proyecto era diseñar un cascarón delgado de forma libre proporcionándole la resistencia adecuada. La evolución de la forma fue revisada por el arquitecto, que participó activamente en un proceso de morfogénesis que se puede llamar "optimización de la forma" en lugar de "búsqueda de la forma".

El análisis de sensibilidad permitió localizar las partes más débiles de la estructura, pero también proporciona información sobre la forma en que se debe fortalecer, implementándose un proceso de auto mejora. Sin embargo, el proceso de optimización puede ser automatizado. En una investigación desarrollada en Pugnale y Sassone (2007), el techo de cascaron de Toyo Ito se tomó como caso de estudio para la aplicación de un Algoritmo Genético, con el fin de modificar la forma tentativa además de mejorar su comportamiento estructural [9].



Figura 1.12 Crematorio Kakamigahara en Gifu, en Japón  
(Fuente: ver referencia [8])

### 1.5. Definición de estabilidad

El concepto cinético de estabilidad para cualquier sistema con un número finito de grados de libertad fue primeramente descrito por Lagrange en *Mecánica Analytique* (1788). En esta obra se introduce por primera vez los términos de “espacio de configuración del sistema” y restricciones holonómicas y anholonómicas, conocidas también como “grados de libertad”. Dentro de las constricciones holonómicas están las escleromanas o rígidas independientes del tiempo y las reonómas (asociadas a algún tipo de modelo reológico), variables en el tiempo.

Un criterio más estricto fue establecido por Liapunov, como un caso particular del movimiento. Y aunque en muchos casos la definición positiva de la función de energía es suficiente para garantizar la estabilidad. Liapunov hace un recuento de las condiciones para que una función de potencial describa algún sistema.

Asumiendo que la posición de un sistema depende de las  $n$  coordenadas generalizadas  $q_i (i = 1, 2, 3, \dots, n)$  y que algún estado de equilibrio estático está definido por  $q_i = 0$ . Sea entonces el sistema en algún estado en equilibrio en el instante  $t = 0$  y se introducen ciertas perturbaciones limitadas tales que  $|q_i^0| < \delta$  y  $|\dot{q}_i^0| < \delta$ . La respuesta del sistema en cualquier instante  $t > 0$ , esta dada por  $q_i(t)$  y  $\dot{q}_i(t)$ . Si la respuesta esta también limitada

$$|q_i(t)| < \varepsilon \text{ y } |\dot{q}_i(t)| < \varepsilon$$

Se dice entonces que la posición  $q_i = 0$ , de equilibrio estático del sistema es estable. En otras palabras en el caso de las posiciones (infinitesimales) del equilibrio estático, se pueden elegir siempre tales condiciones iniciales en las que la posición y la velocidad en el sistema generalizado estarán siempre limitadas.

Este criterio energético se basa en el teorema de Lagrange-Dirichlet, que es la base de todos los métodos energéticos y establece que: “Si la energía potencial total tiene un relativo mínimo (valor estacionario) en la posición de equilibrio, entonces es estable” [12].

Se pueden introducir las siguientes definiciones.

- i. Se aceptara que un sistema es “autónomo”, cuando al transformar la ecuación que controla la trayectoria en el espacio de configuraciones, el “sistema afín” resulta:

$$\{\dot{x}\} = \{x(x)\}$$

Donde no aparece la variable tiempo.

- ii. Se aceptara que el sistema estructural es heterónimo, cuando el “sistema afín” resulta [13]:

$$\{\dot{x}\} = \{x(x, t)\}$$

Por transformación afín se entiende aquella función de valor único en la cual la transformación inversa es biunívoca, esto es:

$$x'_i = x'_i(x_1, x_2, x_3) = x'_i(x_i) \quad \text{y} \quad x_i = x_i(x'_1, x'_2, x'_3) \quad \text{en donde} \quad (i = 1, 2, 3)$$

Entonces para una transformación lineal general de puntos en el espacio se tiene que:

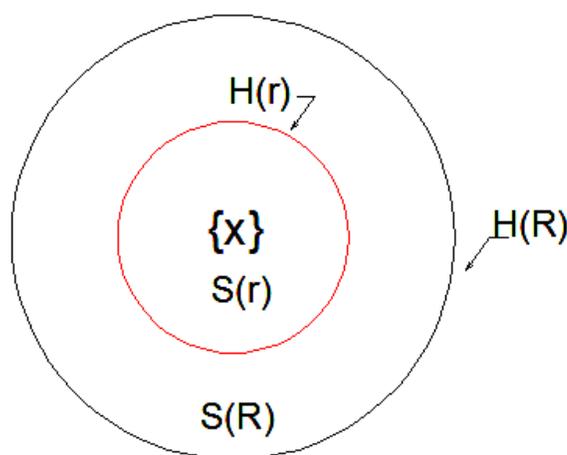
$$x'_i = \alpha_{i0} + (\delta_{ij} + \alpha_{ij})x_j, \quad \text{para} \quad (i = 1, 2, 3)$$

Donde  $\delta_{ij}$  es la delta de Kronecker.

La transformación ultima en donde los coeficientes son tan pequeños que su producto puedes ser despreciado en comparación con los términos lineales se llama “Transformación infinitesimal afín” [14].

### 1.5.1. Condición de estabilidad para sistemas autónomos

Considérese que en el espacio de configuraciones existen las regiones  $S(r)$  y  $S(R)$ , en la vecindad, limitadas por  $H(r)$  y  $H(R)$



Se define

$S(r)$ : entorno de estabilidad

$H(r)$ : límite de entorno de estabilidad

$S(R)$ : entorno más amplio que contiene a  $S(r)$

$H(R)$ : límite de  $S(R)$

Figura 1.13 Entorno de estabilidad para un sistema autónomo

Se aceptará que la configuración  $\{x\}$  de un sistema autónomo es estable, cuando al perturbar la configuración y provocar un movimiento descrito por:

$$\{\dot{x}\} = \{x(x)\}$$

Se obtiene que:

$$0 \leq \{x\} \leq H(r)$$

En cualquier instante  $t$ . La estabilidad será asintótica  $\{x\} \rightarrow \{x_0\}$  cuando  $t \rightarrow \infty$

Se aceptará que la configuración  $\{x\}$  es inestable en el intervalo  $0 \leq t \leq t_1$ , si al menos existe una perturbación que genere un movimiento tal que

$$\{x\} > H(r)$$

en algún instante  $t$ .

### 1.5.2. Condición de estabilidad para sistemas heterónomos.

Se define como un sistema heterónimo a un sistema en el cual las ecuaciones de movimiento están expresadas por el sistema afín.

$$\{\dot{x}\} = \{x, t\}$$

Para este tipo de sistemas, es posible demostrar para la función de energía  $V(x) = \text{energía de deformación} + \text{energía cinética}$ :

$$V = V(x, t)$$

Que vista en el espacio de configuraciones resulta:

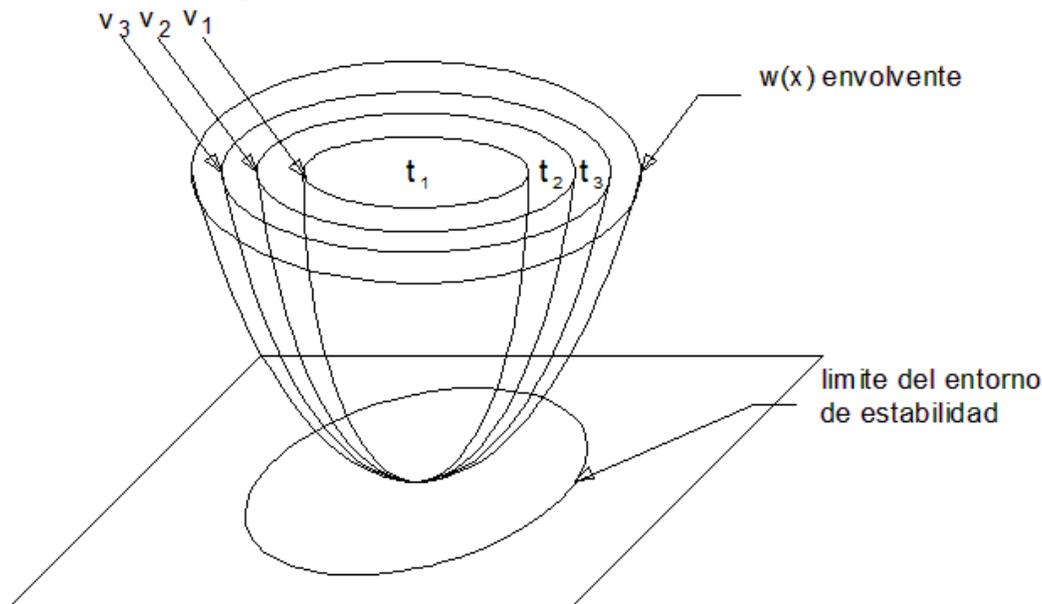


Figura 1.14 Entorno de estabilidad para un sistema heterónimo

Si en el espacio de configuraciones existe:

- $V = V(x, t)$  definida positivamente en el entorno de configuraciones estables.
- $V(0,0) = 0$  existe
- $V = V(x, t)$  queda definido por funciones continuas y derivables en diversos instantes.
- Existe  $W = W(x)$  que acota interiormente a todas las funciones  $v = v(x, t)$  y está definida positivamente
- $W(0) = 0$
- Existe  $\dot{V} = \frac{dv}{dt} + x * gradW$  y  $\dot{V} \leq 0$  [13]

### 1.6. Criterios básicos para juzgar la inestabilidad de estructuras

A medida que se aplican fuerzas cuasi-estáticamente a una estructura elástica esta se deforma y el equilibrio estático se mantiene. Si a cualquier nivel de deformación se aplican “pequeñas perturbaciones” y la estructura reacciona simplemente oscilando alrededor del estado de equilibrio, se puede decir que el equilibrio es estable. Dichas perturbaciones pueden tomar forma de deformaciones o velocidades y por “pequeñas” se refiere a las que queden dentro del entorno de estabilidad. Cabe mencionar que cuando se aplican las perturbaciones el nivel de deformación se mantiene constante. Por otro lado si la estructura elástica al aplicarse el nivel de deformaciones y las perturbaciones tiende a no permanecer en la posición alterada o tiende a alejarse del estado de equilibrio de la deformada, se dice entonces que el equilibrio es inestable. Algunos autores prefieren distinguir entre estos dos equilibrios y llamarlos *neutral* para el primero e *inestable* para el segundo. Cuando ocurre cualquiera de los dos, el nivel de estados de deformaciones y perturbaciones se les conoce como *crítico*.

Lo anterior se puede demostrar con el siguiente sistema que se muestra en la siguiente figura, que consiste en una bola de peso  $W$  descansando en una superficie con o sin curvatura. Puntos con nula pendiente representan condiciones de equilibrio estático (A, B, y C).

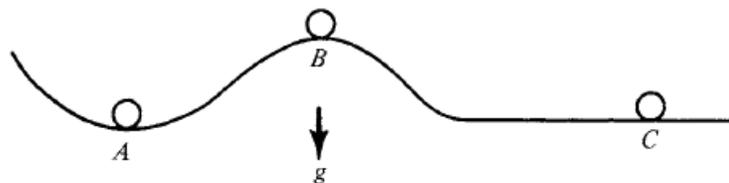


Figura 1.15 Características de las posiciones de equilibrio

Además el carácter del equilibrio en estos tres puntos son sustancialmente distintos. En A, si el sistema es perturbado mediante perturbaciones infinitesimales (pequeños desplazamientos o pequeñas velocidades), el sistema simplemente oscilará alrededor de la condición de equilibrio estático. En el punto B si el sistema es perturbado, éste tiende a moverse lejos de la condición de equilibrio estático: Dicho equilibrio se conoce como inestable. Finalmente en C, el sistema al ser perturbado tiende a permanecer en la condición perturbada. A esta última condición se le conoce como neutralmente estable o indiferente.

En la mayoría de las estructuras o en los elementos estructurales, la pérdida de estabilidad está asociada con la tendencia de pasar de una configuración deformada a otra. Por ejemplo, una columna larga y esbelta, bajo la condición crítica, pasa de una configuración recta (compresión pura), a la provocada por los esfuerzos combinados de compresión y momentos flexionantes. Esta característica ha sido reconocida y fue inicialmente usada para resolver problemas de inestabilidad. Esto permite al analista reducir el problema a uno de valores característicos, que se le ha dado varios nombres, el método clásico, el método de bifurcación, el método del equilibrio, el método estático, etc.

### 1.6.1. Métodos básicos de análisis de estabilidad.

Un número de análisis han sido utilizados para determinar las condiciones críticas para una estructura elástica sujeta a inestabilidad. El enfoque más antiguo, que sigue siendo aplicable a muchos problemas, se encarga del siguiente cuestionamiento. Si alguna causa es aplicada cuasi-estáticamente a una estructura elástica, ¿Existe algún nivel de la causa externa en la que dos o más estados de equilibrio, diferentes pero infinitesimalmente próximos pueden existir? Por diferentes estados de equilibrio se refiere a que la respuesta de la estructura es tal que el estado de equilibrio se puede mantener configuraciones de deformación. Como ejemplo de esto es la columna perfecta cargada axialmente en compresión. A medida que la columna se carga cuasi-estáticamente desde cero la columna se comprime pero permanece recta. En algún valor de la carga, sin embargo, una configuración de la amplitud infinitesimal también representa la posición de equilibrio. Dado que para ese particular nivel de la carga existen dos configuraciones infinitesimalmente cercanas, existe un punto de bifurcación (adyacente a las posiciones de equilibrio). Matemáticamente en este enfoque, el problema se reduce a un problema de valores característicos en la frontera y las condiciones críticas son representadas por los valores característicos

A este método se le conoce como el método clásico, el método de equilibrio o el método de bifurcación. Otro enfoque es escribir las ecuaciones que gobiernan las pequeñas vibraciones de la estructura elástica a un nivel dado de causas externas (consideradas como constantes) y encontrar a qué nivel de las causas externas el movimiento para. Al escribir las ecuaciones se debe tomar en cuenta las formas (modos) de deformación. Se dice entonces que la configuración deformada es estable si pequeñas perturbaciones (en la forma de desplazamientos o velocidades) causan una ligera desviación del sistema de la configuración de equilibrio considerada dentro del entorno de estabilidad. Este método se conoce como Cinético o Dinámico.

Si un sistema es conservativo, las fuerzas pueden ser calculadas del potencial y el potencial puede ser expresado en términos de las coordenadas generalizadas y de las causas externas. Las coordenadas generalizadas son los parámetros necesarios para expresar las configuraciones deformadas, las cuales, posiblemente la estructura elástica podría tomar. En este caso el equilibrio es estable si el total del potencial es un relativo mínimo. Este método es completamente equivalente al cinemático, para sistemas conservativos y es conocido como el método energético. Finalmente existe un cuarto método de estabilidad para estructuras elásticas, este método es el de las imperfecciones. El cuestionamiento que este método hace es, ¿Cuál es el valor de la carga (nivel de las causas externas) para el cual las deformaciones de un sistema imperfecto se incrementan más allá de un límite permisible dentro del entorno de estabilidad? [12].

### 1.7. Clasificación elemental de inestabilidades de estructuras elásticas

Para sistemas afines con deformaciones infinitesimales afines se tienen las siguientes posibles inestabilidades

- I. Dinámica (las aproximaciones energéticas son insuficientes).
- II. Estática (la función de energía potencial  $\Pi$ , existe y la aproximación energética es suficiente)
  - A. Chasquido
  - B. Bifurcación
    1. Bifurcación asimétrica
    2. Bifurcación simétrica
      - a. Estable (no sensible a imperfecciones)
      - b. Inestable (sensible a imperfecciones) [15]

### 1.8. Contexto histórico sobre la estabilidad de cascarones

En 1888, Bryan ofreció la primera discusión sobre estabilidad de cascarones asumiendo la existencia de un valor estacionario de la energía potencial en el momento de ocurrir el pandeo.

Southwell, en 1914 se preocupó por el problema de estabilidad de cascarones cilíndricos. En 1915 Zoelly trató el problema de la esfera completa. Estos fueron los primeros intentos para resolver la estabilidad de cascarones de forma sencilla bajo las condiciones simples de carga. Sin embargo, los análisis de cascarones de forma sencilla bajo condiciones cilíndricas bajo carga axial y de cascarones esféricos bajo presión exterior uniforme tendrían una discrepancia notable respecto a los valores experimentales. En base a la teoría de Love, estos problemas fueron tratados por Flügge y por Timoshenko.

Esta discrepancia ha sido notada junto con una gran dispersión de los resultados experimentales. Han sido propuestas dos explicaciones a esta dispersión. La primera ofrecida por von Karman y Tsien, quienes atribuían la dispersión a pequeñas perturbaciones propias de cada experimento. La segunda ofrecida por Flüge y por Donell, atribuye la discrepancia a imperfecciones iniciales propias de cada espécimen probado. Para cascarones cilíndricos bajo compresión axial, y en atención a los resultados de Almoth, Holmes y Brush, la segunda explicación resulta ser la más adecuada. Este último estudio experimental es el único que trata de evaluar el efecto de imperfecciones.

Los resultados analíticos han sido refinados considerando efectos no lineales y/o formas no simétricas de pandeo. Los efectos no lineales fueron discutidos por von Karman y Tsien. Efectos no lineales y formas no simétricas de pandeo fueron estudiados por Weinitschke con diferentes resultados. En general puede afirmarse que estos efectos permiten obtener cargas de pandeo más bajas respecto a las obtenidas con estudios tradicionales. Los efectos de imperfecciones simétricas fueron estudiados por Koiter para cascarones cilíndricos sometidos a compresión axial [16]

*Descripción y generación de una  
cubierta apoyada en cuatro puntos*

## 2. DESCRIPCIÓN Y GENERACIÓN DE UNA CUBIERTA APOYADA EN CUATRO PUNTOS

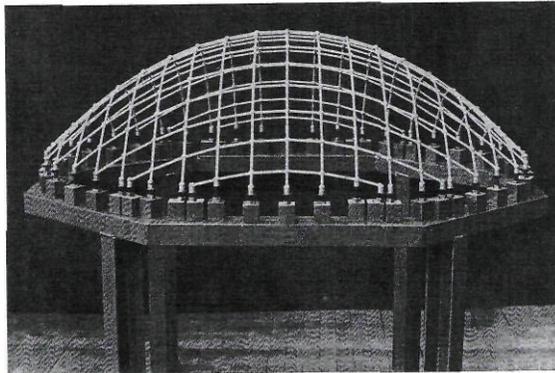
En el marco de las celebraciones por el centenario de la Universidad Autónoma Nacional de México, se construyó una cubierta apoyada en cuatro puntos, en donde se citaron autoridades universitarias, estudiantes y público en general en un acto público para depositar la “Capsula del Tiempo conmemorativa”, que será abierta hasta el 2060. La cubierta consistía en un cascarón en celosía hecho de bambú que protegía al estrado y los asientos dispuestos para el público asistente. En esta cubierta se pueden ver claramente muchas de las ideas de Frei Otto, además del principio de construcción ligera. Y aunque Frei Otto experimentó un sinfín de formas y materiales, fueron las rejillas las utilizadas en el caso de cascarones y abovedamientos, esto principalmente, para cumplir con el principio de construcción mínima, una de las directrices principales en su trabajo. Respecto a la forma en el uso de las estructuras, fue la catenaria invertida la óptima para este tipo de estructuras, por ser eficiente y emplear menos recursos.

Dicha cubierta se construyó como una estructural provisional, además de ser experimental, puesto que el material con el que se construyó, el bambú, es poco común en la industria de la construcción en nuestro país y también por tenerse pocos registros de experiencias al respecto. Así mismo no se tenía la certeza del comportamiento de la forma propuesta para cubrir el claro.

En este capítulo se hace una descripción de una cubierta apoyada en cuatro puntos hecha de bambú, también se enumeran las características y consideraciones que se hicieron para realizar un modelo analítico a fin de establecer las causas de inestabilidad, esto mediante el programa SAP2000 v14 y v15.

### 2.1. Cubierta apoyada en cuatro puntos.

La cubierta que se considera en esta tesis es entonces un cascarón de rejilla hiperbólico-parabólico que describe una catenaria inversa y esta inspirada en trabajos experimentales de Frei Otto. Los experimentos iniciales con esta forma (con los cuales Otto trabajó), fueron con cascarones de rejilla apoyadas perimetralmente en toda su base y para las cuales ensayo diferentes cargas en modelos a escala.



*Fig. 2.1 Modelo de cascarón de rejillas con el cual Frei Otto experimentó.  
(Otto, Frei, (1979), “Tensile Structures”, The MIT Press)*

En la labor experimental de Frei Otto existe una interrogante que ha de ser resuelta cada vez que se aborda un problema de manera diferente y esta es: ¿Cómo se puede resolver un problema constructivo con el mínimo empleo de energía constructiva? Esto lo hizo mediante el planteo renovado y constante de esta pregunta y siempre desde un punto de partida diferente, con el cual intentó acercarse a su meta: la formulación de una teoría de minimalización de las estructuras, siendo así uno de los pioneros en la construcción ligera. Dentro de este enfoque mínimo el estudio de los cascarones, mallas rígidas y estructuras colgantes corresponden a una tercera etapa de su trabajo teórico y experimental, de 1962 a 1963 y gran parte de este quedó condensado en el segundo volumen de Zugbeanspruchte Konstruktionen [7].

El precedente de estos trabajos se remite al modelo construido en 1952, conocido como la “cadena que trabaja a compresión” de elementos articulados, con el cual pretendía demostrar el principio fundamental de la catenaria inversa y que es la forma idónea de la curva de presiones. Este modelo en particular sirvió de base para encontrar la forma de las bóvedas y cascarones de rejilla en las que experimentó sus ideas. A partir de esto Frei Otto concluyó que cualquier estructura funicular hecha a base de hilos, cuerdas, cadenas, cables o una combinación de todos los anteriores, que describiera una catenaria y que trabajara esencialmente a tracción, podría trabajar a compresión siempre y cuando se rigidizaran sus articulaciones y fuera puesta al revés apropiadamente.

Se entiende por catenaria, como todo aquel elemento estructural no rígido (ej. Cadenas, cables, membranas delgadas), que se desplaza al ser suspendido por sus extremos bajo la carga uniformemente repartida de su propio peso y que es función del coseno

hiperbólico (Frei Otto, en sus apuntes). La proyección horizontal de las cargas que actúan sobre la catenaria no es uniforme y su forma es independiente de la magnitud de las cargas. De acuerdo a lo anterior es evidente que en el proceso de inversión de la catenaria, se debe rigidizar no sólo las uniones, si no también los elementos que constituyen la catenaria, por dicha razón, el empleo de cadenas fue mayormente usado en sus experimentos de búsqueda de forma. Al utilizar rejillas hechas de cadenas propuso un sinnúmero de formas y sistemas, de los cuales pocos llegaron a construirse.

Para validar sus ideas, Frei Otto realizó diversos experimentos con modelos a escala y en algunos casos en tamaño real. El primero de estos modelos en tamaño real fue la cúpula en celosía en Essen, que se construyó para la feria de la construcción de 1962 y que cubría una superficie cuadrada de vértices redondeados de 15 metros de claro, con una altura máxima de 5 metros y 0.48 metros de separación de celosía.

Para analizar su comportamiento se practicaron diversos patrones de cargas (ver figura 2.2.1) en el modelo a escala, aplicadas en los nodos rigidizados de la malla, alternando patrones y puntos de aplicación en los nodos rigidizados.

Dado que la cúpula estaba apoyada perimetralmente y el acceso hacia el área delimitada por la cubierta no era posible y tan solo se podía acceder a ella de manera subterránea o elevando la cubierta. Después de esta experiencia nuevas formas y patrones se generaron para resolver este inconveniente.

Una de las propuestas fue apoyarla de manera puntual en lugar de perimetralmente. Para apoyar la cubierta de esta manera, se crearon arcos perimetrales para el acceso hacia el interior, los cuales debían reforzarse para que transmitieran adecuadamente los esfuerzos. Un antecedente de esta forma fueron los experimentos con rejillas y celosías de 1958, dentro de un seminario impartido por Otto en la Universidad de Washington en San Luis Missouri en Estados Unidos. Ahí se experimentó con un modelo a partir de una membrana suspendida por cuatro puntos con arcos perimetrales formado con cuerdas curvadas. Esta membrana se cargó uniformemente, la cual previamente se sumergió en una solución de yeso, para posteriormente ser congelada y rigidizada con resinas sintéticas y finalmente ser invertida y puesta en un espacio exterior para evaluar su desempeño.

En 1962 Frei Otto ensayó varias formas de cubiertas bajo una serie de estudios sistemáticos sobre la forma de las catenarias. Dentro de estos estudios y como consecuencia de los resultados con la cúpula de Essen, construyó la cúpula experimental de Berkeley, en dicha Universidad. Previamente realizó pruebas con cadenas y a fin de encontrar la forma óptima. Ésta labor consistió en suspender una red de cadenas por sus extremos en distintas posiciones para determinar la forma de una cúpula no apoyada en la totalidad de su perímetro, sino apoyada en cuatro puntos y reforzada con cuatro arcos perimetrales. En la figura 4.2 se puede ver como las mallas orientadas en la dirección de las diagonales de la red se van aproximando y deformando a medida que aumenta la altura de la cúpula. En esta cubierta se estudió principalmente su proceso constructivo poniendo énfasis en el alcance de la forma más estable. Este proceso de montaje y desmontaje trajo consigo mejoras en su comportamiento ya que la definición de la curva de presiones se lograba lentamente con lo cual los esfuerzos en los materiales eran graduales [6].

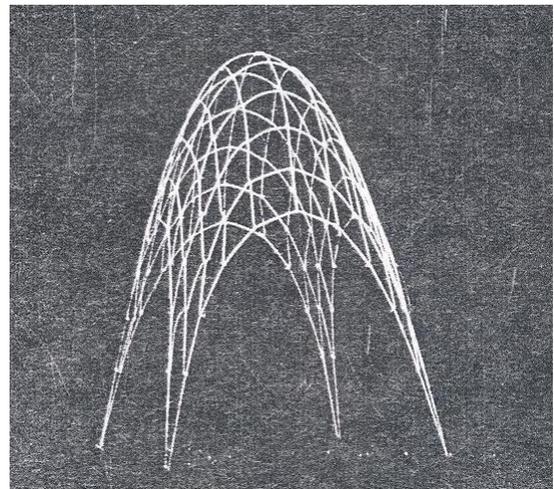
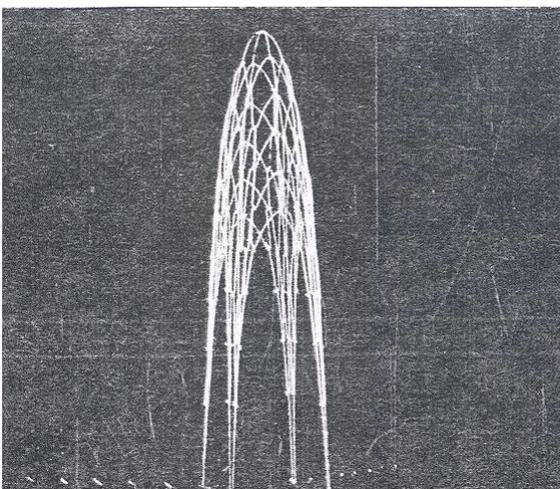


Fig. 2.2.1 Optimización de la forma con rejillas de cadena.  
(Otto, Frei, (1979), "Tensile Structures", The MIT Press)

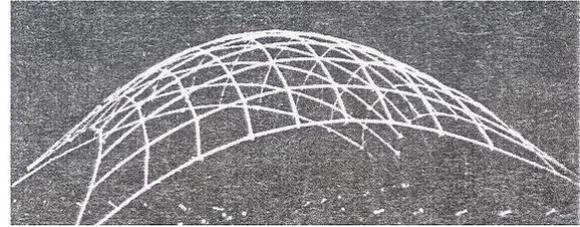
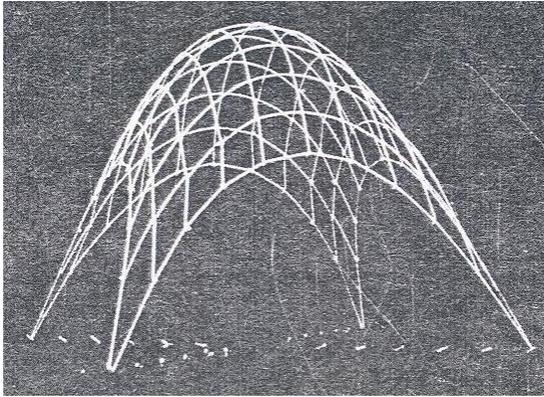


Fig. 2.2.2 Optimización de la forma con rejillas de cadena.  
(Otto, Frei, (1979), "Tensile Structures", The MIT Press)

## 2.2. Expresión matemática aproximada que representa la geometría del problema

La forma propuesta en este trabajo es una catenaria tridimensional o la superficie que genera una catenaria tridimensional invertida y por lo tanto, en lugar de trabajar a tensión, trabaja a compresión.

Se puede plantear la ecuación de la superficie media con el fin de generar la geometría de la cubierta. Esta ecuación se obtuvo aproximando la geometría. Se seleccionó la superficie descrita a continuación

$$z = h + \left\{ a \left[ \cosh\left(\frac{x}{a}\right) - 1 \right] + b \left[ \cosh\left(\frac{y}{b}\right) - 1 \right] \right\}$$

La forma geométrica de la superficie media se logró mediante el programa Matlab. Al variar los valores de los coeficientes a y b de la ecuación se obtuvo los valores de -15.5 y 8.85 respectivamente, con lo cual se obtiene la ecuación que mejor describe la geometría de la cubierta.

$$z = 7.5 + \left\{ -15.5 \left[ \cosh\left(\frac{x}{-15.5}\right) - 1 \right] - 8.85 \left[ \cosh\left(\frac{y}{8.85}\right) - 1 \right] \right\} \quad (1)$$

Hecho esto, se pudo generar una matriz de puntos que describiera la superficie, mediante el uso del código. Con los puntos suficientes se logró dibujar la superficie en AutoCAD y finalmente importar al programa de análisis estructural SAP2000 v.14. El código para generar la matriz de puntos que describe la superficie media es el siguiente.

```
clc;clear;
a=-15.49;b=-8.846;
da=((9.305*2)/10);
db=((7.6+8.67)/10);
x=[-9.305:da:9.305];
y=[-7.6:db:8.67];
[X,Y]=meshgrid(x,y);
Z=7.479808078444540+(a*(cosh(X./a)-1)+b*(cosh(Y./b)-1));
surfc(X,Y,Z)
title('Ecuación z=7.5+[-15.49*(cosh(x/-15.49)-1)+(-8.85(cosh(y/8.85)-1)]');
xlabel('eje x');
ylabel('eje y');
zlabel('eje z');
```

Se obtuvo así la siguiente superficie.

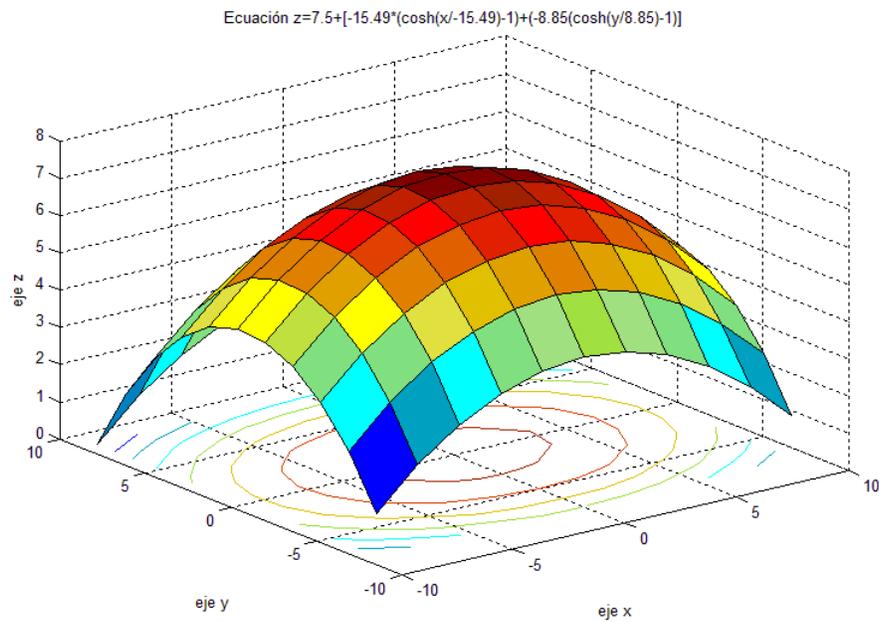


Figura 2.3 Superficie que asemeja la cubierta generada en Matlab

La misma superficie puede ser generada para su visualización en el programa Mathematica, el cual genera una mejor perspectiva de la imagen de la que resulta en Matlab.

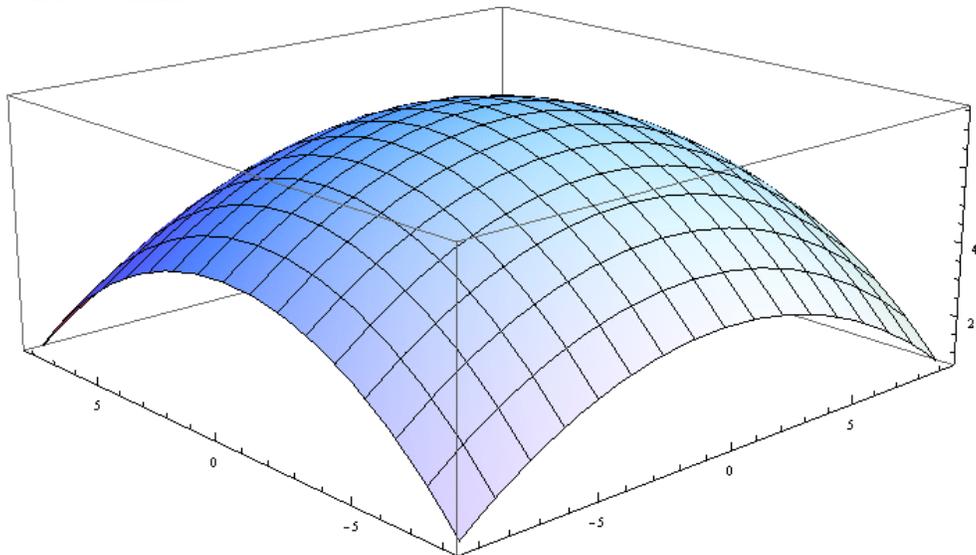


Figura 2.4 Superficie que asemeja la cubierta generada en Mathematica

Una vez dibujada en AutoCAD se importó al programa de análisis estructural SAP2000 cuyo aspecto se muestra en la figura 2.5.

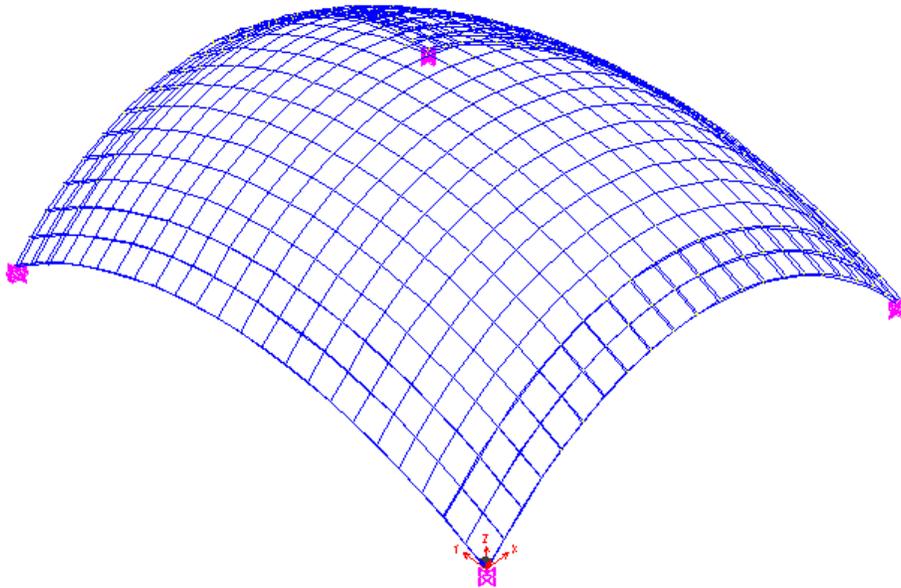


Figura 2.5 Aspecto de la cubierta en SAP2000.

Los nodos A, B C y D representan los puntos de apoyo de la cubierta, para los cuales se seleccionaron las coordenadas  $A(0,0,0)$ ,  $B(0,18.5,0)$ ,  $C(16.17,18.42,0)$  y  $D(16.17,0,0)$ . Así también se definieron las coordenadas de un quinto punto  $E(7.93,9.29,5.71)$ , que representa el punto más alto, asociado al nodo 522 del modelo en SAP2000. Las unidades de las coordenadas están en metros.

Una vez definida la geometría apropiada se procedió a asignar las propiedades de los elementos y materiales de la cubierta.

### 2.3. Selección y descripción de las propiedades de los materiales.

En esta sección se muestran las características de los materiales seleccionados para la cubierta y que se consideraron para realizar los análisis del modelo analítico, y se proporcionan los datos de entrada al programa de análisis SAP2000.

#### 2.3.1. Bambú

Previamente, se realizaron pruebas con muestras de bambú Mandake en el laboratorio de Materiales de la Facultad de Ingeniería de la UNAM. Se ensayaron varios especímenes y se obtuvieron los resultados que a continuación se resumen.

Los especímenes que se probaron fueron de Bambú Mandake (*Phyllostachys babusoide*), para los cuales se realizaron pruebas de tensión y compresión. Se muestran en esta sección tablas con resultados obtenidos en las pruebas. Copias de los resultados oficiales se presentan en el anexo.

- Prueba de compresión

Muestra	Area $cm^2$	Carga máxima $kg_f$	Esfuerzo máximo $kg_f/cm^2$
Recto	6.7	3,150	472.21
curvo1	5.3	2,565	483.96
Curvo 2	5.8	4,320	744.83
		Promedio	567.00

Tabla 2.1 Resultados de la prueba de compresión

- Una densidad del material de  $0.62 \text{ g/cm}^3$ , además de una resistencia al esuerzo cortante de  $v^* = 200 \text{ kg/cm}^2$  y un módulo de Poissón de  $\nu = 0.4$ .
- Prueba de tensión

Muestra	Area $\text{cm}^2$	Carga máxima $\text{kg}_f$	Esfuerzo máximo $\text{kg}_f/\text{cm}^2$
Recto	0.7412	350	472.21
curvo1	0.7772	285	366.70
Curvo 2	0.8176	480	587.08
Promedio			475.33

Tabla 2.2 Resultados de la prueba de tensión

Para esta prueba se genero la curva deformaciones con lo cual se obtuvo el módulo tangente inicial que tuvo un valor de  $E_b = 80,000 \text{ kg/cm}^2$ .

Se presenta un extracto del la curva esfuerzo-deformación con la que se obtuvo el módulo de tangente inicial, de las pruebas, los cuales se incluyen en el anexo.

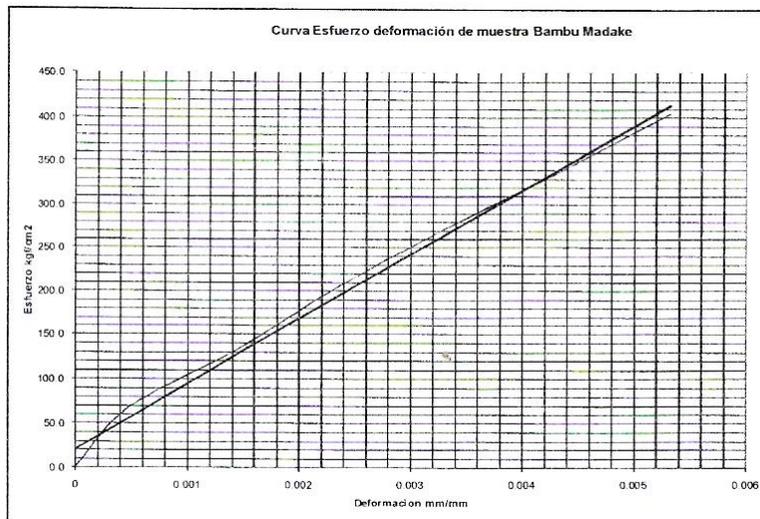


Figura 2.6 Resultados del laboratorio de Mecánica de Materiales de la FI UNAM para especímenes de bambú

Con base en toda la información anterior, se asigno valores y propiedades para el material Bambú al programa SAP200.

General Data	
Material Name and Display Color	Bambu
Material Type	Other
Material Notes	Modify/Show Notes...
Weight and Mass	
Weight per Unit Volume	620
Mass per Unit Volume	63.2224
Units	
	kg, m, C
Isotropic Property Data	
Modulus of Elasticity, E	8.000E+08
Poisson's Ratio, U	0.4
Coefficient of Thermal Expansion, A	1.170E-05
Shear Modulus, G	2.857E+08

Figura 2.7 Propiedades asignadas para el material bambú

Para el modelo se definió una sección tipo frame que se denominó como “doble\_bambu”. Esta sección consiste en dos tramos tubulares unidos, de diámetro de 50 mm y un espesor de 5 mm. Esto se hizo para representar el arreglo que se creó para construir la cubierta, además de considerar sus propiedades geométricas.

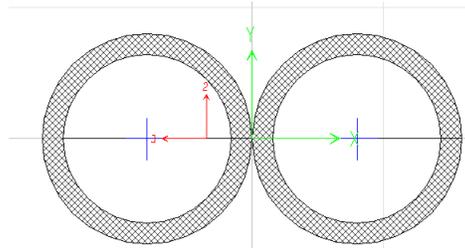


Figura 2.8 Sección transversal de la sección tipo frame doble\_bambu

Las propiedades geométricas de esta sección son las siguientes y están expresadas en kilogramo-centímetros.

Section Name		Doble_bamboo	
Properties			
Cross-section (axial) area	25.0935	Section modulus about 3 axis	25.7208
Torsional constant	126.9372	Section modulus about 2 axis	31.394
Moment of Inertia about 3 axis	64.302	Plastic modulus about 3 axis	62.3947
Moment of Inertia about 2 axis	191.2379	Plastic modulus about 2 axis	159.9741
Shear area in 2 direction	17.0558	Radius of Gyration about 3 axis	1.6008
Shear area in 3 direction	15.0596	Radius of Gyration about 2 axis	2.7606

Figura 2.9 Propiedades geométricas de la sección tipo frame doble\_bambu

Con base en las tablas de resultados del laboratorio de Materiales y a la figura anterior se asignaron valores máximos de tensión y compresión para el bambú, considerando el área transversal de elemento “frame” doble\_bambu

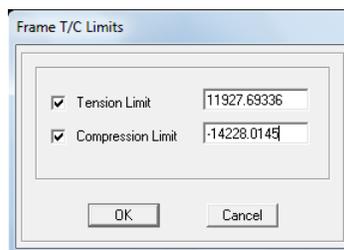


Figura 2.10 Valores máximos de tensión y compresión de la sección tipo frame doble\_bambu

### 2.3.2. Pernos

Para los pernos de union del elemento de bambú, se tomó en cuenta las propiedades correspondientes al acero A7 con las siguientes características. Estos valores se tomaron de catálogos comerciales.

Material Property Data	
General Data	
Material Name and Display Color	A7
Material Type	Steel
Material Notes	Modify/Show Notes...
Weight and Mass	
Weight per Unit Volume	7849.0476
Mass per Unit Volume	800.3801
Units	
	Kgf., m., C
Isotropic Property Data	
Modulus of Elasticity, E	20389.019
Poisson's Ratio, U	0.3
Coefficient of Thermal Expansion, A	1.170E-05
Shear Modulus, G	7841.9304
Other Properties for Steel Materials	
Minimum Yield Stress, Fy	23201.298
Minimum Tensile Stress, Fu	40778038
Effective Yield Stress, Fye	37965760
Effective Tensile Stress, Fue	44855842

Figura 2.11 Propiedades asignadas para el material acero A7

Para los pernos se considero una sola unión equivalente formado por cuatro pernos de 3/8". Así, para este perno sustituto, se tiene las siguientes dimensiones (kg-m).

Property Data			
Section Name		pernos	
Properties			
Cross-section (axial) area	2.642E-04	Section modulus about 3 axis	6.038E-07
Torsional constant	1.111E-08	Section modulus about 2 axis	6.038E-07
Moment of Inertia about 3 axis	5.555E-09	Plastic modulus about 3 axis	1.028E-06
Moment of Inertia about 2 axis	5.555E-09	Plastic modulus about 2 axis	1.028E-06
Shear area in 2 direction	2.385E-04	Radius of Gyration about 3 axis	4.585E-03
Shear area in 3 direction	2.385E-04	Radius of Gyration about 2 axis	4.585E-03
OK			

Figura 2.12 Propiedades geométricas de la sección tipo frame pernos

Por todo lo anterior, ya con estos datos se presenta la configuración seleccionada de cuatro capas conectadas entre si.

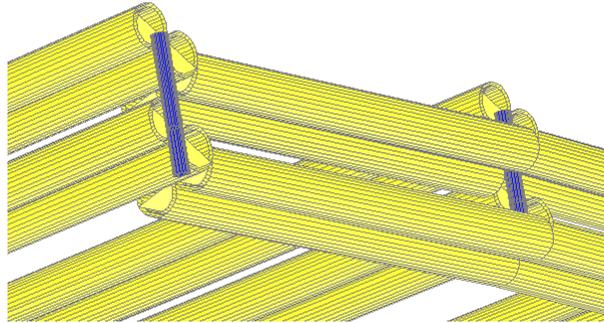


Figura 2.13 Vista extruida de los arcos perimetrales en capas de bambú unidas por el perno equivalente

En el anexo, en las figuras A.1.1, A.1.2, A.1.3 y A.1.4, se presenta el perfil medio de la cubierta, consistente en dos capas de bambú. Los arcos perimetrales se hicieron de capa doble como la que se presentan en dicha figuras.

### 2.3.3. Placa de acero

Para modelar los apoyos se consideró placa con media pulgada de espesor de acero A36

Material Property Data	
General Data	
Material Name and Display Color	A36
Material Type	Steel
Material Notes	Modify/Show Notes...
Weight and Mass	
Weight per Unit Volume	7849.0476
Mass per Unit Volume	800.3801
Units	
	Kgf. m. C
Isotropic Property Data	
Modulus of Elasticity, E	2.039E+10
Poisson's Ratio, U	0.3
Coefficient of Thermal Expansion, A	1.170E-05
Shear Modulus, G	7.842E+09
Other Properties for Steel Materials	
Minimum Yield Stress, Fy	25310507
Minimum Tensile Stress, Fu	40778038
Effective Yield Stress, Fye	37965760
Effective Tensile Stress, Fue	44855842

Figura 2.14 Propiedades asignadas para el material acero A36

### 2.3.4. Concreto

Para la cimentación se consideró un concreto tipo  $f'_c = 210 \text{ kg/cm}^2$  con un módulo tangente inicial de  $E_c = 2.04 \times 10^7 \text{ t/m}^2$

Figura 2.15 Propiedades asignadas para el material concreto

## 2.4. Análisis preliminar

Asignados los valores numéricos de las propiedades a la geometría que se definió previamente se realizó un análisis inicial tan solo considerando el peso propio en un análisis lineal y no lineal, este último considerando los efectos P-delta. Los apoyos son completamente rígidos y empotrados. En base a este análisis se generaron otros, para hallar las causas de inestabilidad, como se vera en el siguiente capítulo.

### 2.4.1. Análisis para soportar peso propio.

Este análisis esta pre-definido en SAP y el peso propio no se factorizó. Para analizar el efecto de la carga muerta se obtuvo el desplazamiento vertical del punto más alto de la cubierta correspondiente al nodo 522 que resulto igual a -4.15 centímetros.

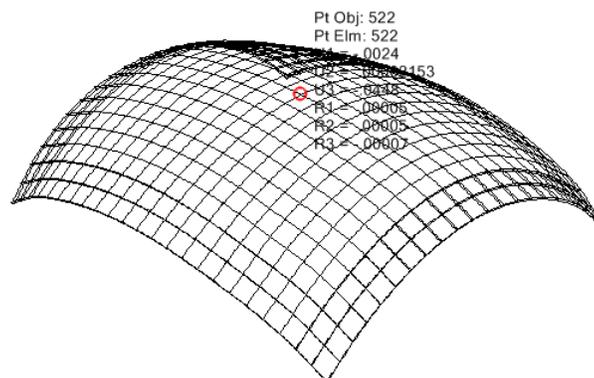


Figura 2.16 Resultado del análisis lineal considerando el peso propio.

**2.4.2. Análisis no-lineal considerando el peso propio con efectos P-delta.**

Se recurrió a las siguientes instrucciones para iniciar el análisis no lineal mediante el programa SAP2000

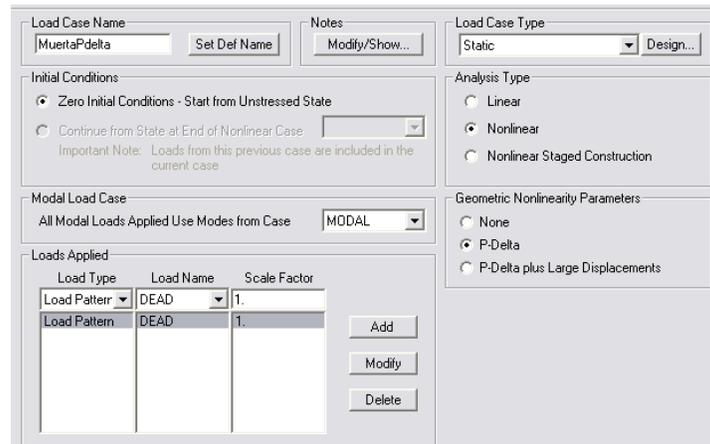


Figura 2.17 Caso no-lineal con efectos P-delta.

Como resultado del análisis no lineal, el desplazamiento vertical del nodo 522 fue igual a -4.24 cm.

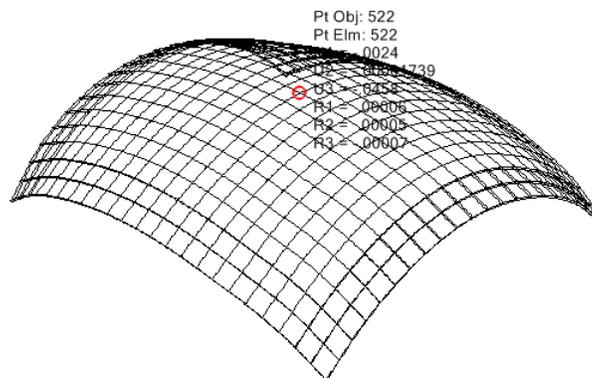


Figura 2.18 Resultados del análisis no-lineal bajo acción del peso propio

Los resultados condensados para el nodo 522 son.

TABLE: Joint Displacements				U1	U2	U3	R1	R2	R3
Joint	OutputCase	CaseType	StepType	m	m	m	Radians	Radians	Radians
522	DEAD	LinStatic		-0.00237	0.000022	-0.044814	0.000053	0.000047	-0.000066
522	MuertaPdelta	NonStatic	Max	-0.002415	-0.000017	-0.045796	0.000064	0.000045	-0.000068

Tabla 2.1 Resultados del análisis preliminar

Se observa que la diferencia entre ambos casos es muy pequeñas cuando se considera que los cuatro puntos de apoyo no experimentaban ningún desplazamiento.

Según establece en artículo 149 de la normatividad local (Notas Técnicas complementarias del RCDF): “Se considerará como estado límite de servicio la ocurrencia de desplazamientos, agrietamientos, vibraciones o daños que afecten el correcto funcionamiento de la edificación, pero que no perjudiquen su capacidad para soportar cargas. Los valores específicos de estos estados límite se definen en las Normas” [19].

Las NTC del RCDF establecen entonces para “miembros que soportan cubiertas de techo rígidas” un valor de  $L/240$  en donde  $L$  es la longitud del claro.

De acuerdo a lo anterior y si se toma el entorno de estabilidad como  $L/300$  por tratarse de una estructura especial

$$\frac{0.045796}{16.5} = \frac{1}{360} > \frac{1}{300}$$

Entonces, al relacionar el desplazamiento vertical máximo con el claro paralelo al eje  $x$ , igual a 16.5 m, se obtiene  $1/360$ , que es un valor cercano a condiciones de estabilidad de la cubierta, esto es, como se apuntó en el capítulo primero, el entorno de estabilidad para una estructura elástica para el caso estático.

*Condiciones que producen  
inestabilidad*

### 3. CONDICIONES QUE GENERAN INESTABILIDAD

En los capítulos anteriores se hizo una revisión de las tenso-estructuras y estructuras especiales para salvar claros intermedios, así como un recuento las tendencias y desarrollos actuales. Después se pormenorizo sobre la generación de un modelo de una cubierta apoyada en cuatro puntos, así como de las consideraciones sobre los materiales empleados y sus propiedades mecánicas. Finalmente se realizó un primer análisis el cual sirvió de base para establecer condiciones de equilibrio.

En este tercer y último capítulo se enumeran las consideraciones tomadas para analizar la inestabilidad de la cubierta apoyada en cuatro puntos. El propósito original de la investigación, que es el tema principal de esta tesis, buscó explorar sobre las causas del mal comportamiento del pabellón.

#### 3.1. Evaluación de los apoyos

Intuitivamente se puede predecir la influencia que los apoyos tienen en el comportamiento de la cubierta, dado que se trata una estructura ligera de bambú, empleada para cubrir un área de dimensiones intermedias en sus claros. Adicionalmente al considerar las hipótesis de Frei Otto, que en este caso resulto en celosía y cuya forma es una catenaria invertida que trabaja meramente a compresión, es factible la posible inestabilidad de la cubierta. Con estas premisas se variaron las condiciones de los apoyos, generando varios análisis.

##### 3.1.1. Apoyo metálico

En el análisis preliminar (del capítulo anterior), se consideró la cubierta apoyada en empotramientos en los cuatro puntos. Para evaluar la sensibilidad que los apoyos tienen en el comportamiento general de la cubierta se crearon varios tipos de apoyos flexibles, como si se tratasen de resortes con una rigidez equivalente al arreglo en cuestión. Para este propósito se hizo un modelo del apoyo en SAP2000. El apoyo asemeja un tripié rigidizado, por un arreglo de atiesadores dispuestos en diferentes elevaciones.

En las páginas del anexo se presenta el dimensionamiento del este apoyo, además de las fotografías que se consideraron para recrearlo. En las figuras siguientes se muestra el apoyo generado en SAP2000. El material que previamente se estableció para el apoyo fue acero A36, con placas de media pulgada. Al igual que la cubierta, él apoyo se dibujó en AutoCAD y después se exportó al entorno SAP2000.

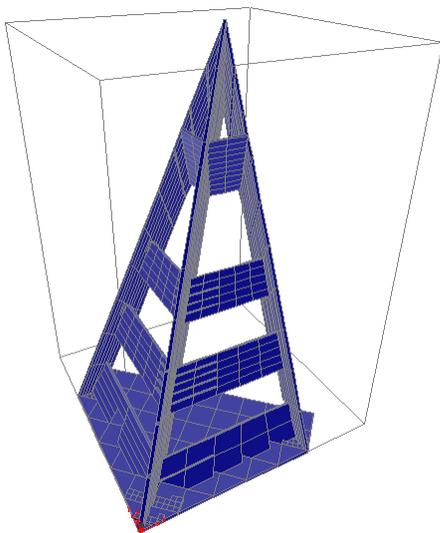


Figura 3.1.1 Apoyo metálico

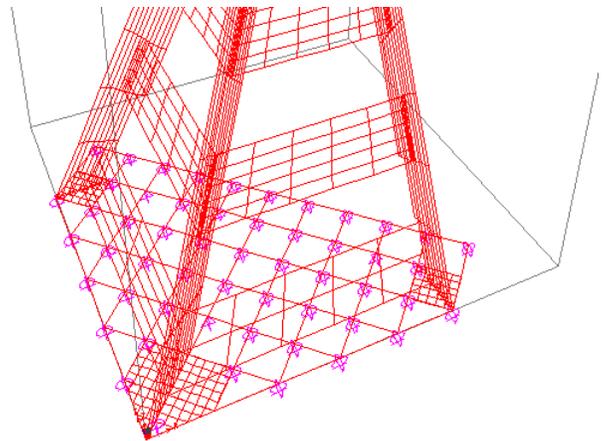


Figura 3.1.2 Simulación de los pernos de anclaje

En la figura 3.1.2 se aprecia la forma en la que se simularon los pernos de sujeción a la losa de cimentación. En todos los puntos del mallado de la placa base, se asignaron apoyos simples y solamente se asignó a tres articulaciones (como se observa en la figura del anexo A.2), el efecto de los pernos de sujeción. El tipo de elemento asignado para el apoyo fue tipo Shell

Definido el apoyo se analizaron tres tipos de carga; la carga muerta del mismo apoyo más una tonelada en sentido contrario al eje X, la carga muerta más una tonelada en sentido contrario al eje Y y la carga muerta y una tonelada en sentido contrario a Z. Estas casos de cargas se nombraron  $D_x$ ,  $D_y$  y  $D_z$  respectivamente. Se usa el sistema de referencia "derecho" definido por SAP200, en donde el borde de la placa ala derecha coincide con el eje x y el borde izquierdo de la placa base coincide con el eje Y. El sentido positivo del eje Z es ascendente. Esto último se puede apreciar en la siguiente figura

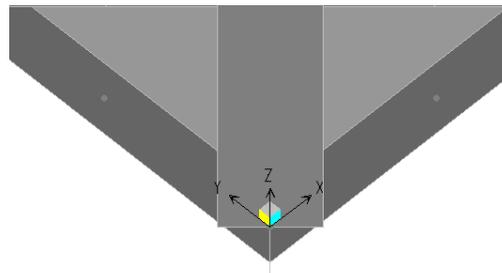


Figura 3.2 Sistema de referencia en la placa base

Realizado el análisis se obtuvieron los siguientes desplazamientos, en metros.

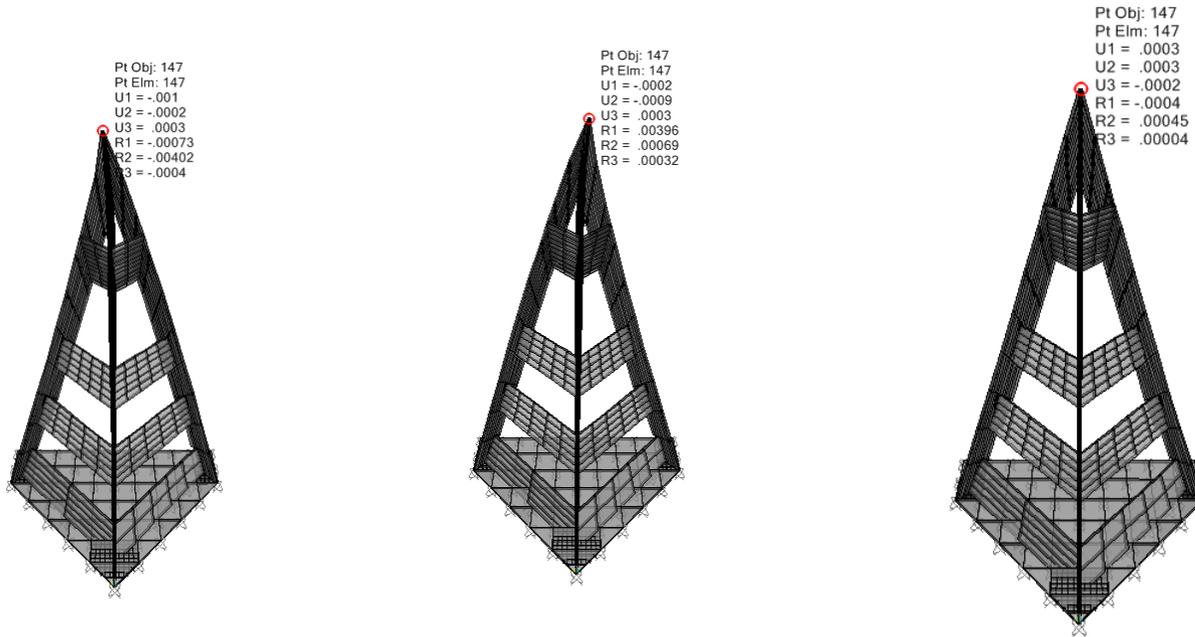


Figura 3.3.1 Se aplicó 1 tonelada en sentido negativo a x

Figura 3.3.1 Se aplicó 1 tonelada en sentido negativo a y

Figura 3.3.3 Se aplicó 1 tonelada en sentido negativo a z

TABLE: Joint Displacements								
Joint	OutputCase	CaseType	U1	U2	U3	R1	R2	R3
Text	Text	Text	m	m	m	Radians	Radians	Radians
147	DEAD	LinStatic	0.000009699	0.000008411	-0.00000715	2.317E-07	0.00000311	0.000002674
147	Dx	Combination	-0.000959	-0.000166	0.000286	-0.000733	-0.004018	-0.000401
147	Dy	Combination	-0.000165	-0.000937	0.000267	0.003961	0.000687	0.000324
147	Dz	Combination	0.000303	0.000283	-0.000192	-0.000402	0.000451	0.000038

Tabla 3.1 Desplazamientos para el apoyo metálico

En la parte superior de la figura y tabla anteriores se lee  $U1=-0.000959$  metros, cuando se aplicó 1 tonelada en dirección X. Un desplazamiento  $U2=-0.000915$  m metros cuando se aplicó 1 tonelada en dirección de Y. Si se consideran ambas equivalentes, siendo  $k_x = k_y$ , se selecciona un valor promedio de  $U= -0.000937$ metros. En sentido Z se tomo el valor de  $U3=-0.000192$  metros

La rigidez de cada resorte equivalente en cada sentido resultó ser

$$k_x = k_y = 1/0.000937 = -1067.2 \text{ t/m}$$

$$k_z = 1/-0.000192 = -5208.3 \text{ t/m}$$

### 3.1.2. Cubierta con apoyos flexibles (rigideces equivalentes)

Al considerar las rigideces equivalentes en los apoyos, se realizó el análisis de la cubierta bajo esta nueva condición de apoyos flexibles y carga muerta se obtuvo el siguiente desplazamiento para el nodo de control 522.

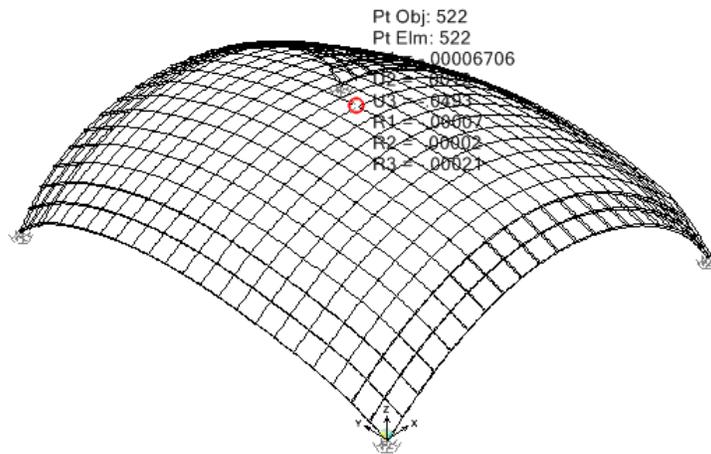


Figura 3.4 Análisis no-lineal tomando el peso propio y efectos p-delta con apoyos flexibles

TABLE: Joint Displacements									
Joint	OutputCase	CaseType	StepType	U1	U2	U3	R1	R2	R3
Text	Text	Text	Text	m	m	m	Radians	Radians	Radians
522	DEAD	LinStatic		-0.000482	0.001091	-0.048001	-0.000053	0.000035	-0.000176
522	MuertaPdelta	NonStatic	Max	-0.000067	0.001209	-0.049274	-0.000073	0.000016	-0.000212

Tabla 3.2 Resultados del análisis lineal y no-lineal, con apoyos flexibles equivalentes

El resultado de este análisis para el nodo 522, que como se mencionó, está situado a mayor altura, sufre un desplazamiento negativo (hacia abajo) de U3=-0.0482 metros. Comparándolo con el resultado del análisis previo, es decir con empotramientos, es de 0.045796 metros. Hay una variación de los resultados en 0.002404 metros, es decir 2.4 milímetros.

### 3.1.3. Cubierta sobre los apoyos metálicos.

De acuerdo a los resultados obtenidos en los análisis anteriores, no resulta apreciable el efecto de los apoyos flexibles considerados a partir de las rigideces equivalentes del apoyo metálico. El paso siguiente en la búsqueda de la posible inestabilidad fue considerar la cubierta apoyada sobre las estructuras metálicas sobre las cuales se apoyó la cubierta. En las siguientes figuras se presentan los resultados que se obtuvieron en los análisis.

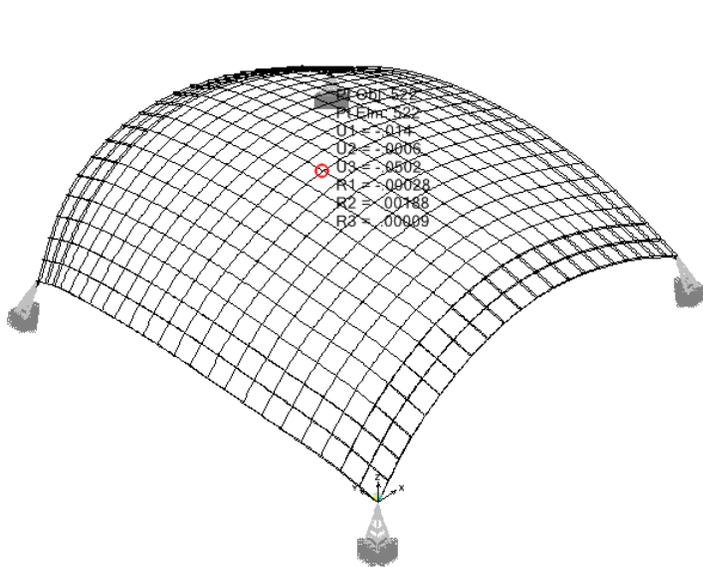


Figura 3.5.1 Cubierta sobre apoyos metálicos

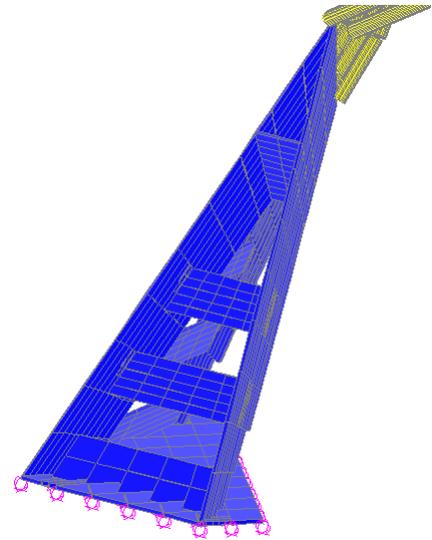


Figura 3.5.2 Apoyo metálico

En la figura 4.4.1 se lee para el nodo 522 un desplazamiento de 5.02 centímetros en sentido negativo a la dirección de Z, esto si se considera, al igual con los dos anteriores, el peso propio de la cubierta en un análisis no lineal con efectos P-delta. La diferencia entre el caso precedente es escasamente -0.004 centímetros, lo cual no resulta significativo incluyendo todos los análisis que se han hecho hasta el momento.

TABLE: Joint Displacements									
Joint	OutputCase	CaseType	StepType	U1	U2	U3	R1	R2	R3
Text	Text	Text	Text	m	m	m	Radians	Radians	Radians
522	DEAD	LinStatic		-0.013432	-0.000556	-0.049136	-0.00028	0.001779	0.000076
522	CM-Pdelta	NonStatic	Max	-0.013966	-0.000602	-0.050231	-0.00028	0.001876	0.000086

Tabla 3.3 Resultados del caso lineal y no-lineal de la cubierta sobre apoyos metálicos

### 3.1.4. Rigideces equivalentes de apoyo metálico y de la cimentación

Los datos obtenidos de las últimas condiciones, no muestran una gran disparidad con los análisis anteriores, por lo que no se puede afirmar que los apoyos metálicos tengan un efecto significativo sobre el comportamiento general de la cubierta. Como paso siguiente se considero el efecto de la cimentación apoyada sobre el terreno natural.

La cubierta se apoyó sobre una cimentación formada por un cubo de un metro de cada arista, colocado en cada esquina de la cubierta, sobre los cuales se colocaron cada uno de los apoyos metálicos y sobre estos se construyó la cubierta. Esta cimentación se reforzó con una rejilla de varillas de 3/8 de pulgada de acero a cada 15 centímetros y se dio cinco centímetros de recubrimiento.

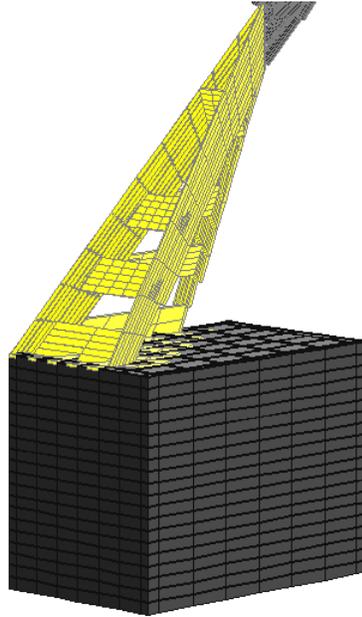


Figura 3.6. Apoyo metálico sobre cimentación reforzada

Las rigideces equivalentes de la interacción suelo-estructura se calcularon según se establece en las tablas A.2 del apéndice A.6 de las Notas Técnicas Complementarias para Sismo del Reglamento de Construcciones del Distrito Federal en su versión 2003 (NTCS-RCDF 2003), que se muestran a continuación.

- Rigidez horizontal

$$K_x^o = \frac{8GR_x}{(2-\nu)} \left(1 + \frac{R_x}{2H_s}\right) \left(1 + \frac{2D}{3R_x}\right) \left(1 + \frac{5D}{4H_s}\right)$$

- Rigidez vertical

$$K_v^o = \frac{4GR_v}{(1-\nu)} \left(1 + 1.28 \frac{R_v}{H_s}\right) \left(1 + 1.05 \frac{D}{R_v}\right) \left[1 + \left(0.85 - 0.25 \frac{D}{R_v}\right) \frac{D/H_s}{1 - D/H_s}\right]$$

- Rigidez angular (cabeceo)

$$K_r^o = \frac{8GR_r^3}{3(1-\nu)} \left(1 + \frac{R_r}{6H_s}\right) \left(1 + \frac{2D}{R_r}\right) \left(1 + 0.71 \frac{D}{H_s}\right)$$

En donde  $R_r = \sqrt[4]{\frac{4I}{\pi}}$  es radio de giro del círculo equivalente, y el momento de inercia queda definido por  $I = \frac{1}{12}bh^3$ . Para  $b = 1.0 \text{ m}$ ,  $h = 1.0 \text{ m}$ , del cubo de cimentación. Se consideró,  $I_x = 0.083 \text{ m}^4$ ;  $I_y = 0.083 \text{ m}^4$ .

El radio de giro resultante fue

$$R_{rx} = R_{ry} = \sqrt[4]{\frac{4 * 0.083 \text{ m}^4}{\pi}} = 0.571 \text{ m}$$

El módulo de Young al cortante medio del suelo  $G$  se evaluó mediante

$$G = \frac{16\gamma}{g} \left( \frac{H_s}{T_s} \right)^2$$

De acuerdo a Google Maps El sitio donde se construyó el pabellón se encuentra localizado en el punto con coordenadas en paralelo N 19.33 latitud W99.19. Según la zonificación de la figura 1.1 del apéndice de las NTCS-RCDF 2003, esto corresponde a la Zona I. En ese sitio el periodo dominante del suelo es de  $T_s = 0.5$  s, y por observaciones el estrato compresible se consideró  $H_s = 6$  m.

Del análisis preliminar (sobre apoyos rígidos) se obtiene un periodo fundamental de la estructura de  $T_e = 0.88$  s y esta tiene una altura de  $H_e = 5.64$  m. Al tomar la ecuación A.13 del apéndice A.6 de las NTCS-RCDF 2003, se obtiene:

$$\frac{T_e H_e}{T_s H_s} = \left( \frac{0.88}{1.0} \right) \left( \frac{5.64}{6} \right) = 1.65 \neq 2.5$$

Puesto que esta relación no se cumple, se consideró que los efectos de interacción suelo-estructura son considerables. Sin embargo por carecer de estudios de mecánica de suelos se tiene incertidumbre al respecto de los valores anteriores. Dado que el objetivo es resaltar la susceptibilidad de la cubierta por los apoyos y dado que la interacción suelo-estructura es el último peldaño en la trayectoria de las cargas hacia el suelo se optaron por condiciones menos favorables.

Se consideró un terreno irregular con un desnivel de 3.15 metros. Los apoyos con cimentaciones (que ahora se nombraran) C1 y C2, se consideró entonces un estrato compresible de  $H_s = 1.4$  m, por estar en un nivel menor y con un suelo con una compactación mayor. Mientras que los restantes C3 a y C4 se consideraron en un nivel elevado en donde se consideró un estrato de suelo con algo contenido orgánico y por ende altamente compresible con  $H_s = 4.0$  m. El periodo característico del suelo se tomo como  $T_s = 1.0$  s.

El peso volumétrico del estrato se consideró igual a  $\gamma = 1.25$  t/m<sup>3</sup> y la aceleración de la gravedad,  $g = 9.78$  m/seg<sup>2</sup>

Sustituyendo valores queda  $G = 6.263$  t/m<sup>2</sup>. Para las otras condiciones de apoyo  $H_s = 4$  con  $T_s = 1.0$  queda  $G = 32.72$  t/m<sup>2</sup>

Al sustituir los valores en la ecuación de  $K_r^o$ , donde  $D = 1.0$  m y  $\nu = 0.45$ , para un estrato de  $H_s = 1.4$  m.

$$K_r^o = \frac{8 * 32.72 \frac{t}{m^2} * (0.571m)^3}{3(1 - 0.45)} \left( 1 + \frac{0.571m}{6 * 1.4m} \right) \left( 1 + \frac{2 * 1.0 m}{0.571 m} \right) \left( 1 + 0.71 \frac{1.0 m}{1.4 m} \right) = 26.193 t * m$$

Para  $H_s = 4$  m,  $K_r^o = 160.142$  t \* m

Para la rigidez horizontal se procedió de manera similar. Cabe notar que  $K_H^o = K_x^o = K_y^o$ , por tratarse de un cubo como cimentación.

$$K_H^o = \frac{8 * 32.72 \frac{t}{m^2} * 0.571 m}{(2 - 0.45)} \left( 1 + \frac{0.571 m}{2 * 1.4 m} \right) \left( 1 + \frac{2 * 1.0}{3 * 1.0} \right) \left( 1 + \frac{5 * 1.0}{4 * 1.4 m} \right) = 58.331 t * m$$

Para  $H_s = 4$  m,  $K_H^o = 293.837$  t \* m

En el caso de la rigidez vertical

$$K_v^o = \frac{4 * 32.72 \frac{t}{m^2} * 0.571 m}{(1 - 0.45)} \left( 1 + 1.28 \frac{0.57 m}{2 * 1.4 m} \right) \left( 1 + 0.5 \frac{2 * 1.0 m}{3 * 0.5711 m} \right) \left[ 1 + \left( 0.85 - 0.28 \frac{1.0 m}{0.571 m} \right) \frac{1.0 m / 1.4 m}{1 - 1.4 m / 6 m} \right] = 90.177 t * m$$

Para  $H_s = 4$  m,  $K_v^o = 337.427$  t \* m

Se dividieron las rigideces angulares, vertical y horizontal entre 81, de acuerdo al mallado en la base de la cimentación. Así para el programa SAP2000 las rigideces seleccionadas que se consideraron en el análisis de la estructura al considerar el efecto de interacción suelo-estructura, aparecen en las figuras 5.6.1 y 5.6.2

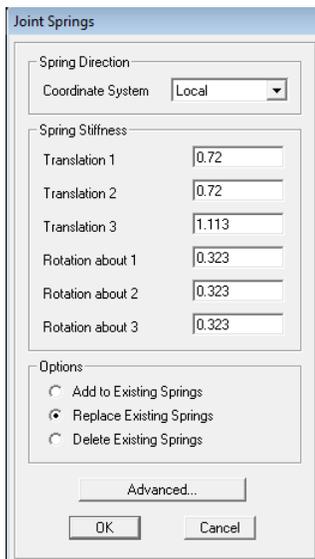


Figura 3.7.1 Rigideces equivalentes para  $H_s = 1.4\text{ m}$

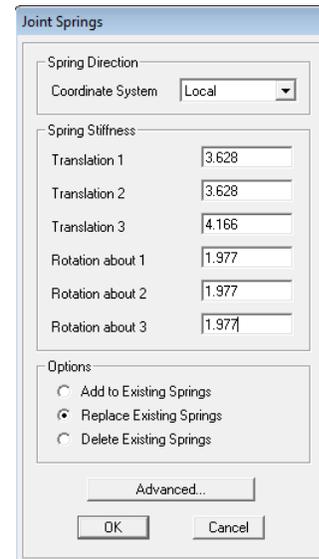


Figura 3.7.2 Rigideces equivalentes para  $H_s = 4\text{ m}$

El arreglo del apoyo con la cimentación y las rigideces de interacción suelo-estructura en SAP2000.

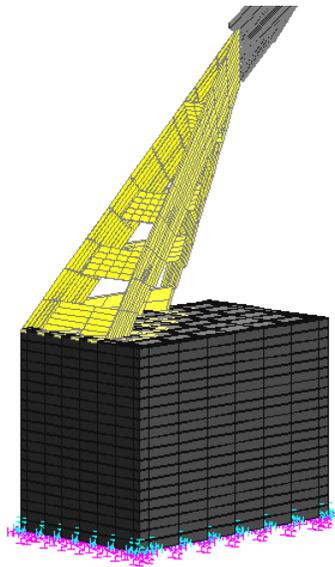


Figura 3.8.1 Apoyo con rigideces equivalentes distribuidas en la base

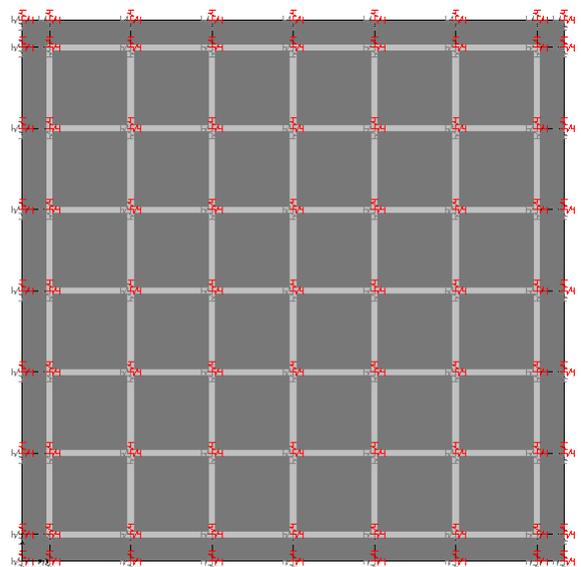


Figura 3.8.2 Rigideces distribuidas en la base dividida Entre 81 puntos. (PlanoXY, Z=-1.0 metros)

Al igual que en el inciso anterior se aplica una tonelada en sentido X, Y y Z respectivamente, se tiene, para  $H_s = 1.4\text{ m}$ , los siguientes resultados.

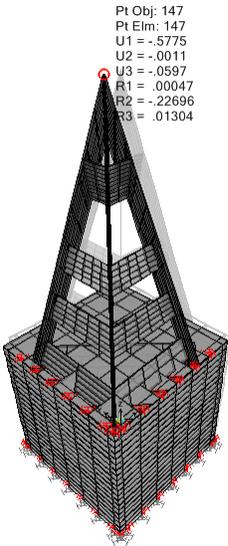


Figura 3.9.1 Se aplicó 1 tonelada en sentido negativo a X

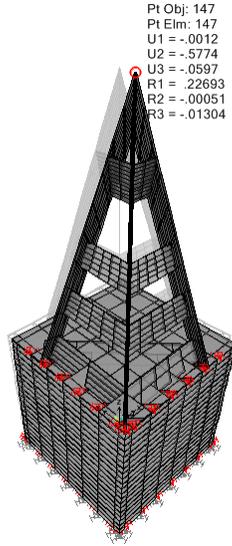


Figura 3.9.2 Se aplicó 1 tonelada en sentido negativo a Y

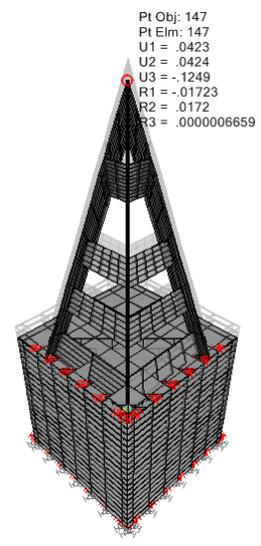


Figura 3.9.3 Se aplicó 1 tonelada en sentido negativo a Z

TABLE: Joint Displacements								
Joint	OutputCase	CaseType	U1	U2	U3	R1	R2	R3
Text	Text	Text	m	m	m	Radians	Radians	Radians
147	DEAD	LinStatic	-0.003896	-0.003798	-0.105911	0.001528	-0.001567	-1.986E-07
147	Dx	Combination	-0.577498	-0.00109	-0.05972	0.000468	-0.226963	0.013039
147	Dy	Combination	-0.001188	-0.577401	-0.059721	0.226933	-0.000505	-0.013035
147	Dz	Combination	0.042295	0.042391	-0.124898	-0.017234	0.017195	6.659E-07

Tabla 3.4 Desplazamientos para el apoyo metálico sobre cimentación para  $H_s = 1.4 \text{ m}$

En la parte superior de la figura anterior se observa  $U1 = -0.573602$  metros cuando se aplicó una tonelada en dirección X y  $U2 = 0.573603$  metros cuando se aplicó una tonelada en dirección Y. Al considerar un promedio se obtuvo  $0.5736025$  metros. Para el caso

$$k_x = k_y = 1/0.5736025 = 1.743 \text{ t/m}$$

$$k_z = 1/0.124898 = 8.00 \text{ t/m}$$

Para las cimentaciones C3 y C4 con  $H_s = 4\text{ m}$  se obtuvieron los siguientes resultados

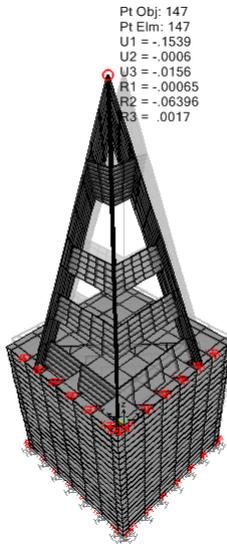


Figura 3.10.1 Se aplicó 1 tonelada en sentido negativo a x

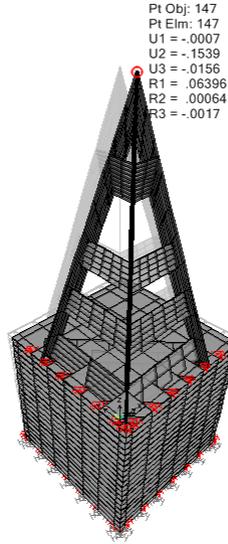


Figura 3.10.2 Se aplicó 1 tonelada en sentido negativo a y

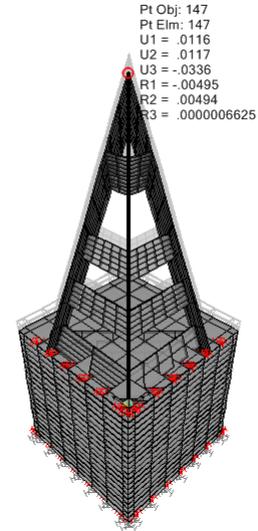


Figura 3.10.3 Se aplicó 1 tonelada en sentido negativo a z

Resultados condensados en una tabla.

TABLE: Joint Displacements								
Joint	OutputCase	CaseType	U1	U2	U3	R1	R2	R3
Text	Text	Text	m	m	m	Radians	Radians	Radians
147	DEAD	LinStatic	-0.001023	-0.000997	-0.028312	0.000408	-0.000418	-1.981E-07
147	Dx	Combination	-0.153892	-0.000637	-0.015643	-0.000652	-0.063957	0.001704
147	Dy	Combination	-0.000663	-0.153868	-0.015644	0.063957	0.000644	-0.0017
147	Dz	Combination	0.011646	0.011671	-0.033617	-0.004946	0.004935	6.625E-07

Tabla 3.5 Desplazamientos para el apoyo metálico sobre cimentación para  $H_s = 4\text{ m}$

En la parte superior de la figura anterior se lee para  $U1 = -0.153892$  metros cuando se aplicó una tonelada en dirección x y  $U2 = -0.153868$  metros cuando se aplicó una tonelada en dirección y. Tomando el promedio de desplazamientos de los dos casos, se tiene que es de 0.15388

$$k_x = k_y = 1/0.15388 = 6.5\text{ t/m}$$

$$k_z = 1/0.033617 = 29.75\text{ t/m}$$

Al aplicar las rigideces equivalentes en los apoyos, se obtuvieron los siguientes resultados (Análisis no-lineal con efectos P-delta).

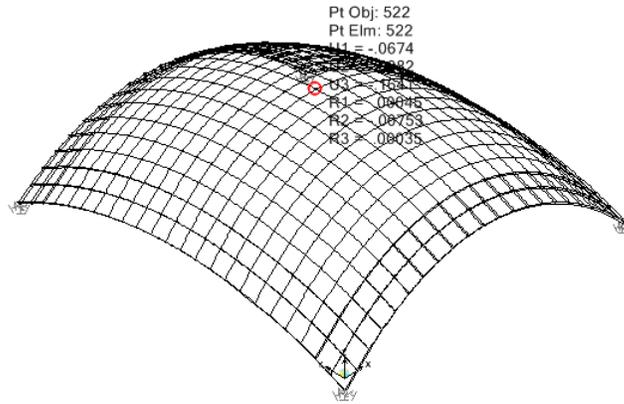


Figura 3.11 Resultado del análisis con rigideces equivalentes del apoyo y cimentación, en el análisis no-lineal con efectos P-delta.

De este último análisis se obtuvo para el nodo 522  $U_3 = -0.1315$  metros, que al compararlo con el inciso anterior, se obtuvo una diferencia. Por lo que se puede evaluar el efecto de la cimentación integrada al modelo entero.

TABLE: Joint Displacements									
Joint	OutputCase	CaseType	StepType	U1	U2	U3	R1	R2	R3
Text	Text	Text	Text	m	m	m	Radians	Radians	Radians
522	DEAD	LinStatic		-0.065347	-0.007656	-0.161101	0.00045	-0.007185	0.0003
522	MuertaPdelta	NonStatic	Max	-0.067354	-0.008189	-0.164071	0.000445	-0.00753	0.000346

Tabla 3.6 Resultados del caso lineal y no-lineal de la cubierta sobre apoyos móviles equivalentes (apoyo sobre cimentación)

### 3.1.5. Cubierta sobre apoyos metálicos y cimentación

Dados los resultados previamente mencionados, resulta necesario considerar el efecto del suelo en toda la cubierta. Se analizó la cubierta sobre los apoyos metálicos, la cimentación y la rigidez equivalente del suelo además de considerar los efectos P-delta. Como resultado de este análisis se obtuvieron los valores que aparecen en la figura 5.11 y la tabla 5.6.

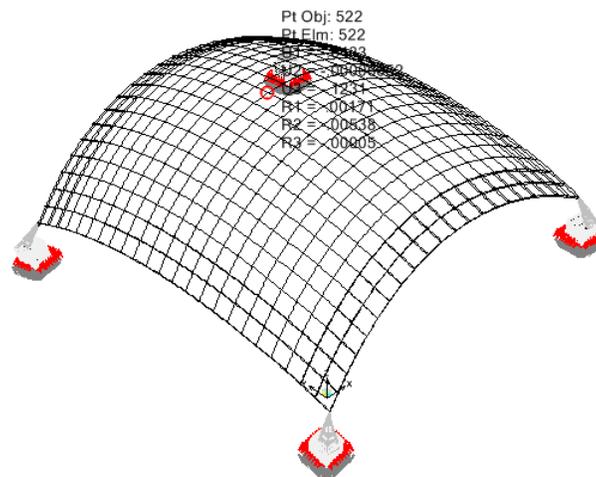


Figura 3.12. Resultado del análisis de la cubierta sobre apoyos metálicos y cimentación con rigideces equivalentes del suelo

TABLE: Joint Displacements									
Joint	OutputCase	CaseType	StepType	U1	U2	U3	R1	R2	R3
Text	Text	Text	Text	m	m	m	Radians	Radians	Radians
522	DEAD	LinStatic		-0.043282	-0.000067	-0.123122	0.001707	-0.005382	-0.000046
522	CM-Pdelta	NonStatic	Max	-0.046942	0.000479	-0.132975	0.001888	-0.006737	-0.000047

Tabla 3.7 Resultados del caso lineal y no-lineal de la cubierta sobre apoyo y cimentación

Cuando se eliminó el efecto del suelo, se tuvo el siguiente resultado.

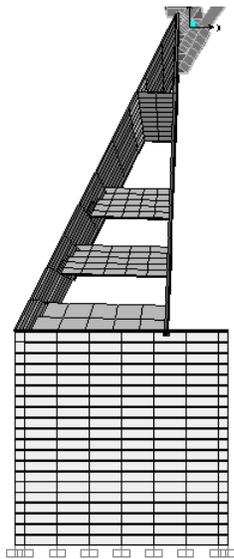


Figura 3.13.1 Suelo rígido

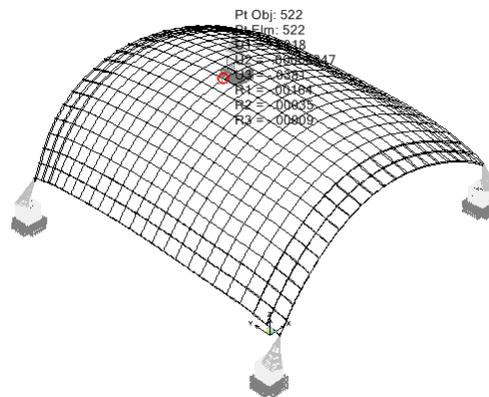


Figura 3.13.2 Resultado no-lineal con suelo rígido

TABLE: Joint Displacements									
Joint	OutputCase	CaseType	StepType	U1	U2	U3	R1	R2	R3
Text	Text	Text	Text	m	m	m	Radians	Radians	Radians
522	DEAD	LinStatic		-0.001793	0.000063	-0.038129	0.001639	-0.000354	-0.000093
522	CM-Pdelta	NonStatic	Max	0.002129	0.000774	-0.039066	0.001798	-0.000863	-0.00014

Tabla 3.8 Resultados del análisis lineal y no-lineal de la cubierta sobre apoyo y cimentación con suelo rígido.

Al considerar suelo totalmente rígido se obtiene un desplazamiento en el punto 522 menor que en la condición de apoyos empotrados. Es evidente entonces que las propiedades del suelo son cruciales para la estabilidad general de la cubierta.

### 3.2. Cubierta con diagonales en los bordes.

Una de las consideraciones de Frei Otto para la cubierta apoyada en cuatro puntos establece la necesidad de reforzar con traveses de borde. Con ese propósito se colocaron diagonales para unir los puntos de la cuadrícula en segmentos de la cubierta próximos a los bordes. Las diagonales de refuerzo se consideraron como elementos frame y que tan sólo trabajan a tensión. El diámetro nominal de las diagonales de refuerzo fue de 0.4763 milímetros.

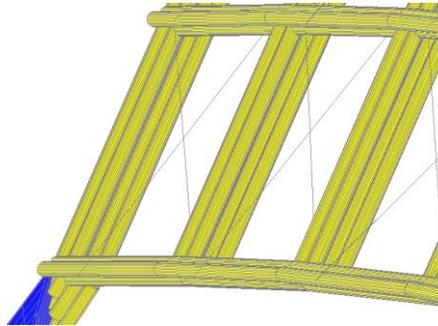


Figura 3.14 Diagonales de refuerzo

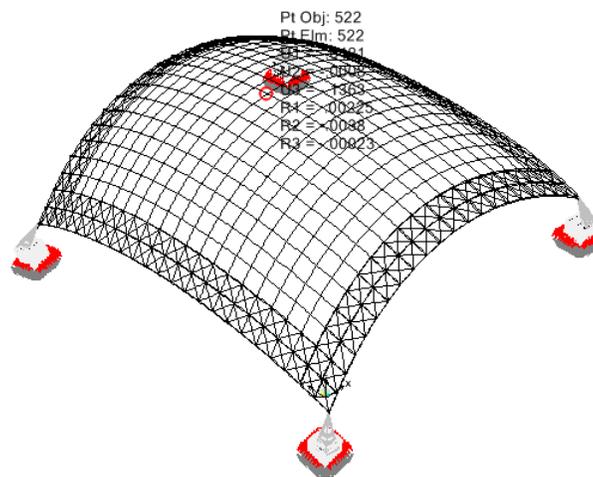


Figura 3.15 Resultado del análisis no lineal de la cubierta con diagonales de refuerzo, sobre apoyos metálicos y cimentación

TABLE: Joint Displacements									
Joint	OutputCase	CaseType	StepType	U1	U2	U3	R1	R2	R3
Text	Text	Text	Text	m	m	m	Radians	Radians	Radians
522	DEAD	LinStatic		-0.044648	-0.000625	-0.129897	0.002028	-0.003535	-0.000202
522	CM-Pdelta	NonStatic	Max	-0.042072	-0.000797	-0.136278	0.002251	-0.003802	-0.000232

Tabla 3.9 Resultados del caso lineal y no-lineal de la cubierta con diagonales de refuerzo

Las diagonales de refuerzo reducen el abatimiento de la cubierta casi 3 milímetros, por lo que su aportación para mejorar las condiciones de estabilidad es importante

### 3.3. Cubierta con cables de refuerzo.

Las diagonales de refuerzo tienen un efecto positivo en el comportamiento general de la cubierta, pero fueron insuficientes en el momento de descimbrar la cubierta, puesto que se observó un abatimiento considerable de la cubierta. Por lo cual decidió reforzarse con cables para controlar y mejorar las condiciones de estabilidad de la cubierta.

Se consideró necesario colocar tirantes horizontales pre-tensados, para controlar el desplazamiento vertical de la cubierta, en los bordes, como se muestra en la figura 5.16. Se seleccionaron cables de acero 316 y un diámetro nominal de 8 mm (3/8 pulgada) y área transversal de 54.2 mm<sup>2</sup>, de Ronstan Structural (ver anexos).

Realizado el análisis se obtuvo el siguiente valor.

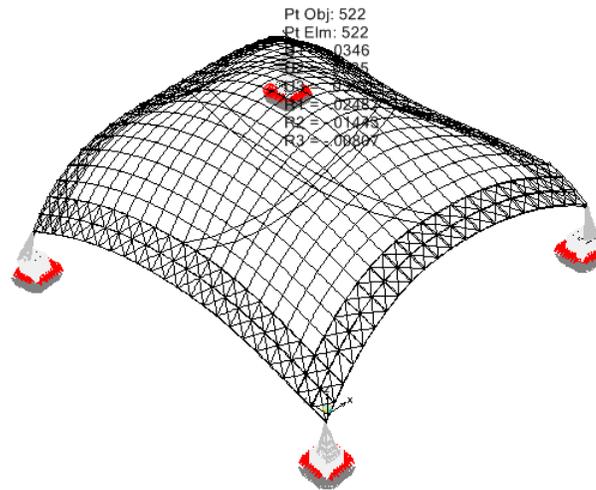


Figura 3.16 Resultado del análisis no-lineal de la cubierta con cables.

Resulta importante hacer ver la diferencia de valores entre el caso Lineal y el no-lineal.

TABLE: Joint Displacements									
Joint	OutputCase	CaseType	StepType	U1	U2	U3	R1	R2	R3
Text	Text	Text	Text	m	m	m	Radians	Radians	Radians
522	DEAD	LinStatic		-30.684865	-10.53002	74.476408	-13.05578	-159.365618	12.375927
522	CM-Pdelta	NonStatic	Max	-0.034616	0.003532	0.039703	-0.024868	-0.014426	-0.008067

Tabla 3.10 Resultado numérico del análisis de la cubierta con cables

La tabla 5.8 y 5.9 muestran que el efecto de los cables en la cubierta reduce notablemente los desplazamientos de la cubierta. Los cables en los apoyos, con objeto de saber si efectivamente se trata de un efecto positivo tanto en la estructura como en la sub-estructura. Se eligen los nodos de mayor cota de cada uno de los apoyos como puntos de control. Se observó la siguiente tabla al efectuar un análisis no lineal.

TABLE: Joint Displacements									
Joint	OutputCase	CaseType	StepType	U1	U2	U3	R1	R2	R3
Text	Text	Text	Text	m	m	m	Radians	Radians	Radians
368	CM-Pdelta	NonStatic	Max	-0.044489	-0.148673	-0.113978	-0.016804	-0.024887	-0.057915
1452	CM-Pdelta	NonStatic	Max	0.012784	0.186343	-0.134987	0.007782	0.005341	0.050958
801	CM-Pdelta	NonStatic	Max	0.225807	0.131314	0.12636	0.014338	0.216513	-0.161202
778	CM-Pdelta	NonStatic	Max	0.089733	-0.137803	0.061692	0.074011	0.03874	-0.015885

Tabla 3.11 Desplazamientos del nodo de contacto entre el apoyo metálico y la cubierta de mayor cota de elevación

Para analizar el arreglo de la cimentación con apoyo menos rígido se revisaron los desplazamientos y rotaciones que se produjeron en la cimentación.

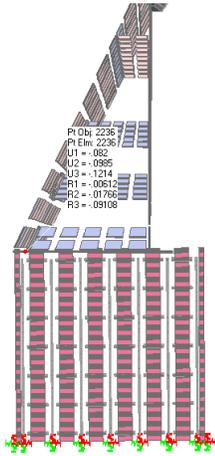


Figura 3.17.1 Desplazamientos Placa base del apoyo C1

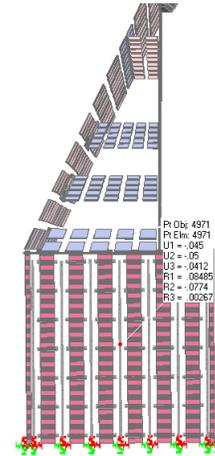


Figura 3.17.2 Desplazamientos cimentación C1

Al compararlos con el caso anterior, cuando no se usan cables, tan solo las diagonales de refuerzo

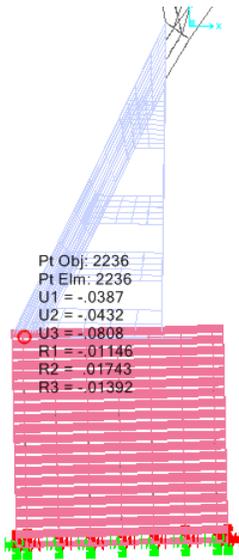


Figura 3.18.1 Desplazamientos Placa base del apoyo C1 (cubierta sin cables)

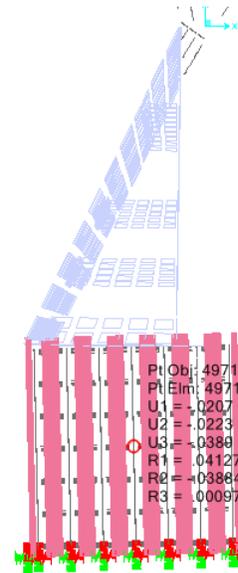


Figura 3.18.2 Desplazamientos cimentación C1 (cubierta sin cables)

Después de este estudio comparativo, se observa que los cables mejoran el comportamiento de la cubierta pero le producen desplazamientos adicionales a la cimentación.

### 3.3.1. Cubierta con cables pre-esforzados

El efecto que los cables tienen en la cubierta es evidente. A partir de esto se desea saber que efecto tienen el pretensado de los cables en la cimentación. Se considero para este efecto un pretensado de una tonelada en forma de deformación, a través de la ley de Hooke, esto es:

$$\Delta L = \frac{PL}{EA}$$

Considerando la carga de pretensado  $P = 1 \text{ ton}$  y las características del material del cable  $E_s = 20,389,019 \text{ t/m}^2$ . Para los cables en sentido X tienen una longitud de,  $L = 13.723 \text{ m}$  y para los que están en sentido del eje Y  $L = 15.672 \text{ m}$

Entonces el acortamiento para obtener la tracción en cada para de cables debe ser:

$$\Delta L = \frac{(-1 \text{ t})(13.723 \text{ m})}{(20,389,019)(20,389,019 \text{ Ton/m}^2)(2.307 \times 10^{-3} \text{ m}^2)} = -2.917 \times 10^{-4} \text{ m}$$

$$\Delta L = \frac{(-1 \text{ t})(15.672 \text{ m})}{(20,389,019 \text{ Ton/m}^2)(2.307 \times 10^{-3} \text{ m}^2)} = -3.33 \times 10^{-4} \text{ m}$$

Debido al consumo de recursos de cómputo se decidió en los análisis subsecuentes primeramente analizar el comportamiento de la cubierta y después del de la cimentación.

Se analizó el desplazamiento inducido por el pretensado de los cables, los apoyos móviles y se obtuvieron los siguientes resultados

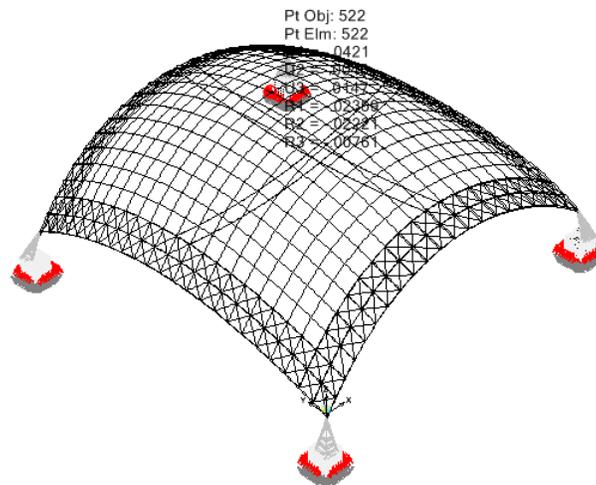


Figura 3.19 Resultado del análisis no-lineal de la cubierta con cables con refuerzo de una tonelada.

TABLE: Joint Displacements									
Joint	OutputCase	CaseType	StepType	U1	U2	U3	R1	R2	R3
Text	Text	Text	Text	m	m	m	Radians	Radians	Radians
522	DEAD	LinStatic		5.779107	-8.279716	4.883057	-0.775034	-0.611639	-0.09522
522	CM-Pdelta	NonStatic	Max	-0.042183	0.004593	0.01322	-0.023448	-0.02208	-0.007575
522	Presfuerzo	LinStatic		5.646982	-7.146395	4.012487	-0.629155	-0.480277	-0.087493
522	No Lineal	NonStatic	Max	-0.042064	0.004561	0.01473	-0.023589	-0.022205	-0.007607

Tabla 3.12 Resultados de los diferentes casos para la cubierta con cables

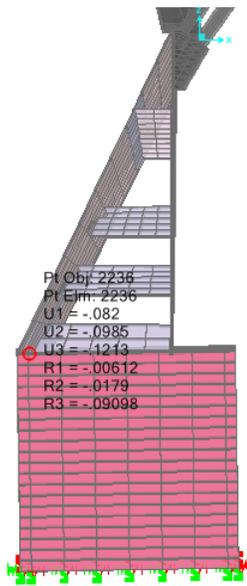


Figura 3.20.1 Desplazamientos Placa base del apoyo C1 con cables pre-esforzados.

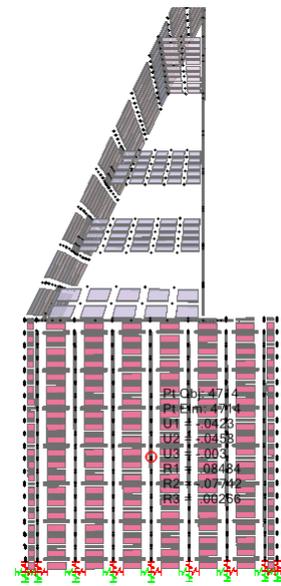


Figura 3.20.2 Desplazamientos de la cimentación con el apoyo C1 con cables pre-esforzados

TABLE: Joint Displacements									
Joint	OutputCase	CaseType	StepType	U1	U2	U3	R1	R2	R3
Text	Text	Text	Text	m	m	m	Radians	Radians	Radians
2236	No Lineal	NonStatic	Max	-0.082002	-0.098489	-0.121349	-0.006116	-0.017897	-0.090984
4971	No Lineal	NonStatic	Max	-0.045005	-0.050013	-0.041212	0.084837	-0.077422	0.002661

Tabla 3.13 Distorsiones de la cimentación para el caso de cables con pre-esfuerzo

El pre-esfuerzo en los cables tiene un efecto positivo en el comportamiento de la cubierta, casi imperceptible, y no se observó un efecto aparente en la cimentación.

### 3.4. Cargas generadas por granizo

Sólo se ha considerado el efecto del peso propio, sin ningún factor de carga. Las condiciones de apoyo resultaron ser determinantes para la estabilidad en general de la cubierta, además se encontró que el uso de cables mejora el comportamiento de la cubierta.

Para considerar una carga estática de servicio: se evaluaron las cargas por acumulación de hielo (granizo), para la cual se consideró la relación.

$$w_{granizo} = 100C_s \text{ kg/m}^2$$

Para el coeficiente  $C_s$  se seleccionó el diagrama propuesto en las normas NBC, 1970 y USA, ANSI A 581-1972, para considerar la pendiente de los planos tangentes a la cubierta, aparece en la figura 5,20

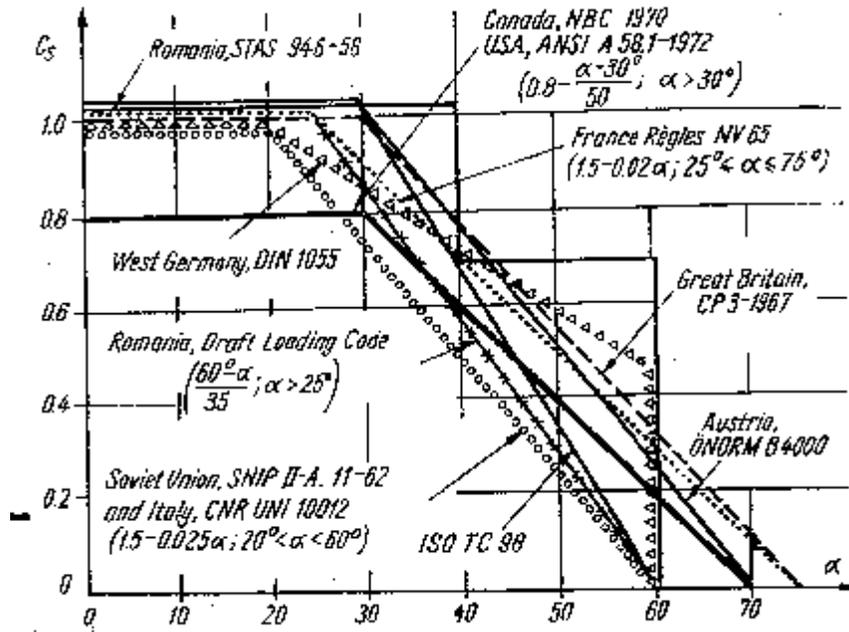


Figura 3.21 Cargas para hielo y granizo, según varios reglamentos

Se optó por seleccionar la especificación que relaciona la pendiente en grados sexagesimales con el coeficiente  $C_s$ .

$$C_s = \begin{cases} 1; & 0 \leq x \leq 20 \\ 0.8 - \frac{x-20}{50}; & 20 < x \leq 60 \\ 0; & x > 60 \end{cases}$$

Cuya representación se muestra en la figura 5.21

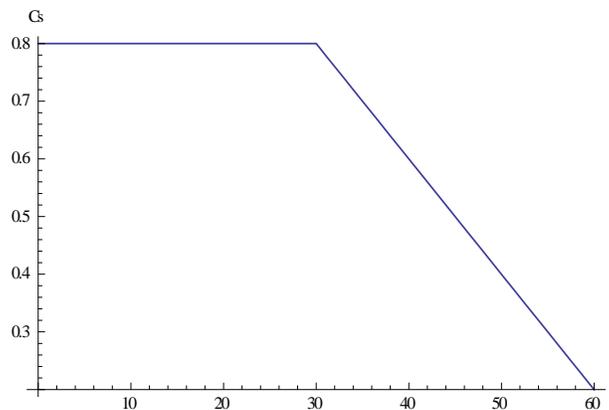


Figura 3.22 Canadá, NBC, 1970 y USA, ANSI A 581-1972

Para calcular las cargas puntuales producidas por la acumulación de hielo en la cubierta se calculó la pendiente de planos tangentes a la cubierta. Para ello se obtuvieron las derivadas de la función respecto a las coordenadas  $x$ ,  $y$ .

$$z = -15.49 \left[ \cosh \left( \frac{x}{-15.49} \right) - 1 \right] - 8.45 \left[ \cosh \left( \frac{x}{-8.45} \right) - 1 \right] + 7.5$$

La derivada de la función respecto a x que representa la pendiente en el sentido x o el de menor longitud.

$$\frac{\partial z}{\partial x} = -\operatorname{senh} \left( \frac{x}{-15.49} \right)$$

Mientras que en el sentido y,.

$$\frac{\partial z}{\partial y} = -\operatorname{senh} \left( \frac{y}{-8.85} \right)$$

Por simplicidad se considera la cubierta como simétrica tanto en x como y, para poder comparar las respectivas pendientes, tanto en dirección x e y, para obtener la zona donde resbalaría el hielo.

$$\frac{\partial z}{\partial x} = \operatorname{senh} \left( \frac{x}{-15.49} \right)$$

Se muestran dos tablas en las cuales se evalúa la carga producida en los nodos de la cubierta

x	Pendiente	$\alpha(^{\circ})$	Cs	w(kg/m <sup>2</sup> )	P(kg)
0	0	0	0.8	80	49.36
0.695	0.045	2.57	0.8	80	49.36
1.378	0.089	5.1	0.8	80	49.36
2.098	0.136	7.78	0.8	80	49.36
2.876	0.187	10.7	0.8	80	49.36
3.665	0.239	13.68	0.8	80	49.36
4.483	0.293	16.81	0.8	80	49.36
5.328	0.351	20.1	0.8	80	49.36
6.196	0.411	23.53	0.8	80	49.36
7.074	0.473	27.08	0.8	80	49.36
7.96	0.537	30.76	0.78	78	48.126

Tabla 3.14.1 Cargas de granizo por pendiente en sentido x

y	Pendiente	$\alpha(^{\circ})$	Cs	w(kg/m <sup>2</sup> )	P(kg)
0	0	0	0.8	80	49.36
0.767	0.087	4.97	0.8	80	49.36
1.542	0.175	10.03	0.8	80	49.36
2.639	0.303	17.34	0.8	80	49.36
3.14	0.362	20.76	0.8	80	49.36
3.961	0.463	26.51	0.8	80	49.36
4.792	0.568	32.56	0.75	75	46.275
5.633	0.68	38.98	0.62	62	38.254
6.482	0.8	45.82	0.48	48	29.616
7.377	0.933	53.49	0.33	33	20.361
8.195	1.064	60.97	0.18	18	11.106

Tabla 3.14.2 Cargas de granizo por pendiente en sentido y

Se realizaron análisis en donde se compararon las pendientes punto por punto para decidir cual es la mayor pendiente y con en base a ello, se determinó la carga por hielo acumulado. Esto se hizo para un valor para x constante e y variable.

La pendiente mayor se presentó en y. Por existir en y la mayor longitud. Con esos datos se obtuvieron cargas puntuales a partir un valor de la carga por unidad de área w, multiplicada por el área tributaria ( $A_t = 0.617 m$ ).

### 3.4.1. Cubierta con carga de granizo.

Las cargas se asignaron puntualmente en cada uno de los nodos y se creó un estado de carga tipo ICE identificado por el nombre de Granizo para la sobrecarga de la cubierta, de acuerdo a su ubicación y a su pendiente dominante

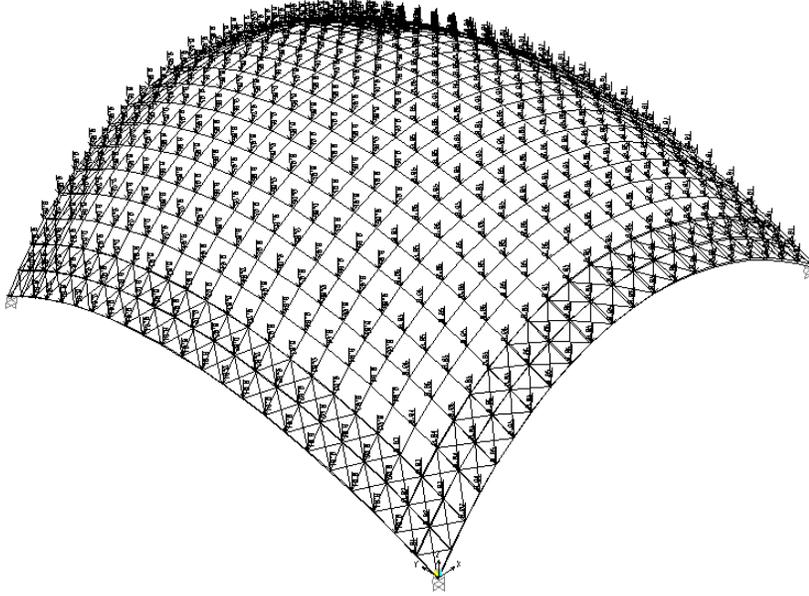


Figura 3.23 Cubierta cargada puntualmente para hielo de granizo

Cargada la cubierta con el granizo de manera puntual, se definen dos casos de análisis y/o combinaciones. Comb1, que es la superposición lineal de los casos de carga muerta y la de granizo y el caso de CMPd+Granizo que el caso de análisis no lineal con efecto P-delta.

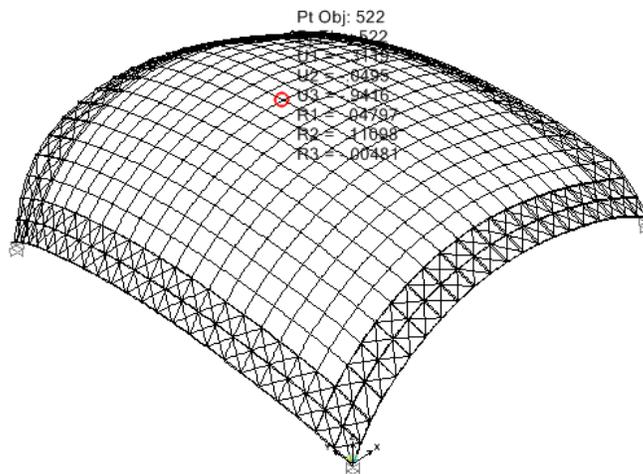


Figura 3.24 Resultado del análisis no-lineal para el granizo y carga muerta

Al realizar el análisis se observaron diferentes resultados para los casos de análisis, para verlo mejor se presenta la siguiente tabla.

TABLE: Joint Displacements									
Joint	OutputCase	CaseType	StepType	U1	U2	U3	R1	R2	R3
Text	Text	Text	Text	m	m	m	Radians	Radians	Radians
522	DEAD	LinStatic		-0.012886	-0.000223	-0.041723	0.001295	0.001423	-0.000273
522	Granizo	LinStatic		-0.226773	0.000279	-1.218044	0.038453	0.035043	-0.006079
522	CMPd+Granizo	NonStatic	Max	-0.311894	-0.049514	-0.9416	0.047968	0.110977	-0.004807
522	COMB1	Combination		-0.239659	0.000055	-1.259767	0.039748	0.036466	-0.006351

Tabla 3.15 Resultado de los diferentes casos para la carga de granizo

Se detectan resultados significativos. Primeramente el desplazamiento por granizo definido bajo análisis lineal es excesivo, mientras que el análisis no-lineal, donde se consideró tanto la carga muerta como la del granizo. En lo que respecta a la combinación lineal de carga muerta y granizo se notó poca variación con respecto a la no-lineal. De todo esto, se concluye que, una sobre carga por granizo excede la capacidad de la cubierta, inclusive en óptimas condiciones de apoyo.

### 3.4.2. Cubierta con carga por granizo y cables de refuerzo.

Para finalizar, se intentó analizar la respuesta de la cubierta con carga por granizo y con cables de refuerzo sin pre-esfuerzo. Obteniendo los siguientes resultados.

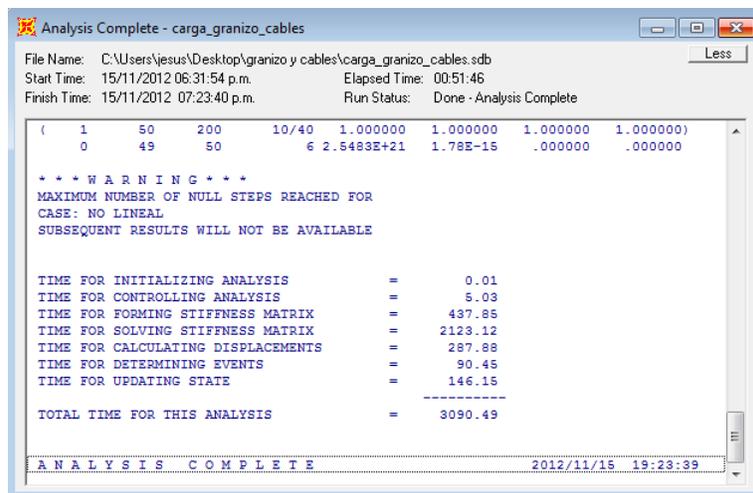


Figura 3.26 Mensaje de análisis incompleto

Los resultados numéricos son los siguientes

TABLE: Joint Displacements									
Joint	OutputCase	CaseType	StepType	U1	U2	U3	R1	R2	R3
Text	Text	Text	Text	m	m	m	Radians	Radians	Radians
522	DEAD	LinStatic		21.498552	-47.374482	95.618501	-4.575335	-3.077382	0.967494
522	Granizo	LinStatic		-0.107552	0.00303	-0.915038	0.00705	0.031775	-0.001937
522	No Lineal	NonStatic	Max	0	0	0	0	0	0
522	Lineal	Combination		21.390999	-47.371451	94.703463	-4.568285	-3.045606	0.965557

Tabla 3.16 Resultados numéricos del análisis de la cubierta con carga por granizo y cables

Los valores que se presentan en esta tabla y con el mensaje que aparece la figura 5.23, indican que los efectos no-lineales impiden al programa obtener única, indicativo de la inestabilidad de la estructura.

Previamente se había intentado con otras opciones de estructuración para la cubierta, y de la cimentación y los apoyos, pero el tiempo de análisis era excesivo y no convergía. Esto sucedió con versiones anteriores a la 15.0, con la 14.2.4 y la 15.0 en su modalidad compacta. Finalmente cuando se optó por la edición de SAP2000 15.0 Ultimate, fue que se redujo el tiempo de análisis y se obtuvo esta incongruencia.

Así, al considerar los cables en la estructuración como una opción para lograr la estabilidad de la cubierta, se presenta un fenómeno altamente no lineal. Se puede afirmar que dado los grandes desplazamientos debidos a la carga de granizo indican la pérdida de estabilidad de la cubierta y los cables no pueden revertir esta situación.

### 3.5. Cuadro resumen de las diferentes condiciones para la cubierta

En la siguiente tabla se condensan los desplazamientos verticales en el punto más alto del domo (en metros), al considerar las diversas condiciones de análisis que se llevaron a cabo:

Caso	Tipo de apoyo y condición de apoyo	Análisis lineal	Análisis no-lineal (efectos P-delta)	Descripción
1	Análisis de peso propio con apoyos fijos	-0.044814	-0.045796	Análisis bajo el peso propio con apoyos fijos empotrados
2	Cubierta con apoyos flexibles (rigideces equivalentes)	-0.048001	-0.049274	Análisis de la acción del peso propio de la cubierta sobre apoyos flexibles equivalente al arreglo metálico
3	Cubierta sobre los apoyos metálicos.	-0.049136	-0.050231	Análisis bajo el peso propio de la cubierta sobre arreglo metálico
4	Rigideces equivalentes de apoyo metálico y cimentación	-0.161101	-0.164071	Análisis del efecto del peso propio de la cubierta sobre apoyos flexibles equivalentes al arreglo metálico sobre cimentación
5	Cubierta sobre apoyos metálicos y cimentación	-0.123122	-0.132975	Análisis al considerar el peso propio de la cubierta sobre arreglo metálico y cimentación.
6	Cubierta sobre apoyo y cimentación en suelo rígido.	-0.038129	-0.039066	Análisis de la acción el peso propio de la cubierta sobre arreglo metálico y cimentación en suelo totalmente rigidizado.
7	Cubierta sobre apoyo y cimentación considerando las NTC	-0.042117	-0.043032	Repuesta ante el peso propio de la cubierta sobre arreglo metálico y cimentación con propiedades de suelo de acuerdo a las NTC
8	Cubierta con diagonales en los bordes.	-0.129897	-0.136278	Análisis bajo el peso propio de la cubierta sobre arreglo metálico y cimentación con suelo desfavorable y diagonales de refuerzo.
9	Cubierta con cables de refuerzo.	74.476408	0.039703	Análisis considerando el peso propio de la cubierta sobre arreglo metálico y cimentación con suelo desfavorable, diagonales de refuerzo y cables de refuerzo.
10	Cubierta con cables pre-esforzados	4.883057	0.01473	Análisis que considera el peso propio de la cubierta sobre arreglo metálico y cimentación con suelo desfavorable, diagonales de refuerzo y cables pre-esforzados una tonelada
11	Cubierta con carga de granizo.	-1.259767	-0.9416	Análisis que considera el peso propio de la cubierta y sobre carga por granizo
12	Cubierta con carga por granizo y cables de refuerzo	94.703463	No disponible	Análisis del efecto del peso propio de la cubierta y una sobre carga por granizo y con cables de refuerzo.

Tabla 3.17 Cuadro resumen

Estos resultados numéricos reflejan una situación parcial del fenómeno total, pero muestran desplazamientos excesivos del nodo 522 provocados por la interacción suelo-estructura

Se hace notar que se requirió una cantidad considerable de análisis con tiempos de análisis grandes al usar el programa que se eligió para esta tesis, el SAP2000, para observar las causas que inducen la inestabilidad en la cubierta.

Para el último análisis, el de la cubierta con carga por granizo con fue posible realizar el análisis lineal que mostró de las desplazamientos excesivos. Por otra parte el análisis no-lineal no convergió y el programa de análisis muestra el siguiente mensaje.

RUNNING ANALYSIS WITHIN THE GUI PROCESS  
USING THE ADVANCED SOLVER (PROVIDES LIMITED INSTABILITY INFORMATION)

En condiciones extremas de análisis que arriba se mencionan el programa no pudo completar indicativo de inestabilidad.

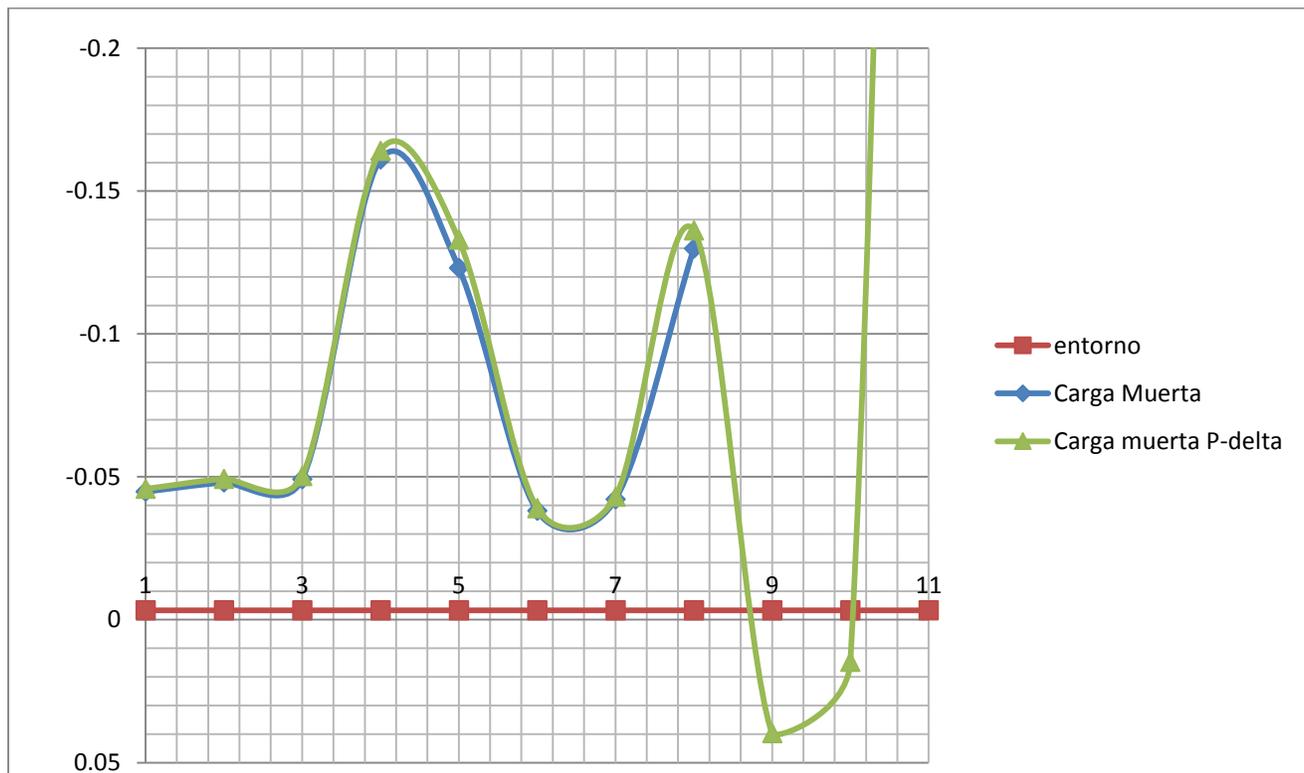


Figura 3.27 Grafica caso-desplazamiento nodo 522

De la última figura se observa que para los tres primeros casos (1,2 y 3); apoyo empotrado, apoyo metálico equivalente y sobre apoyo metálico, respectivamente se aprecia que no hay una diferencia significativa, sino es hasta cuando se considera la cimentación y un escenario desfavorable (casos 4 y 5) para las propiedades del suelo, dada la incertidumbre por la ausencia de estudios. Se observa también que al considerar la cimentación y la rigidez del suelo de acuerdo a las NTC (casos 6 y 7), disminuye considerablemente. Finalmente para sobre el arreglo metálico y cimentación con suelo desfavorable y diagonales de refuerzo, el desplazamiento se incrementa nuevamente (caso 9).

Cuando se agregan los cables de refuerzo se obtienen primeramente valores positivos, para los casos 9 y 10. Finalmente al agregar la carga por granizo el valor del desplazamiento es totalmente desproporcional e imposible de graficar. Para los casos 9,10 y 11 no se grafican en la tabla por ser excesivos y fuera de toda escala. Cabe señalar que a partir del caso 9 el tiempo de análisis por parte del programa SAP2000 en las diferentes versiones usadas para esta tesis, se incrementó desproporcionalmente a tal grado que el 11 le fue imposible finalizarlo.

# *Conclusiones*

## CONCLUSIONES

La problemática en esta tesis se abordó desde los conceptos tradicionales de estabilidad estructural así como el enfoque y ventaja que implica el uso de las computadoras y software comercial que economiza el tiempo de cálculo. Se hizo énfasis sobre los puntos débiles de la cubierta, al enfatizar en la optimización de la forma siguiendo específicamente las hipótesis de Frei Otto, para resolver este problema básico.

El uso de cubiertas es una práctica cada vez más frecuente, dado su facilidad y rapidez de construcción, además de su asequibilidad. Como se vio en esta tesis la generación de la forma es crucial para lograr su estabilidad. Esto ha generado una nueva brecha entre los campos de arquitectura e ingeniería estructural. Se han creado nuevos algoritmos de análisis para optimizar la forma de las cubiertas con lo que nuevos programas de cómputo existen en el mercado, pero su alto costo los hace inaccesibles para la mayoría de los profesionales. Algunos programas de análisis estructural aunque expresamente no fueron diseñados para ese propósito cubren muchas de las necesidades al respecto. Queda al criterio del profesional y quien hace uso de estos programas interpretar juiciosamente los resultados que el programa proporciona.

La construcción de un domo de bambú se basó en varias de las hipótesis de Frei Otto, sobre la optimización de la forma a base de la catenaria inversa y el uso de mallas de rejillas para cubiertas. En esta tesis se analizó este caso particular, cubierta apoyada en cuatro puntos. Desde las hipótesis se puede intuir que la estabilidad de la cubierta depende en gran medida de las consideraciones que se tengan sobre los apoyos. Aun así la carga por peso propio resultó estar por fuera del entorno de estabilidad establecido. Pero de acuerdo a lo analizado la estructura metálica que se asignó para el apoyo resultó adecuada, siempre y cuando se sujetara apropiadamente en su base al suelo, y este, proporcionara la suficiente fricción para reducir desplazamientos. La cimentación que se diseñó para este caso no fue la adecuada, puesto que no distribuía correctamente los desplazamientos impuestos por la estructura metálica de apoyo al suelo. La forma cubica de la cimentación transmitía desplazamientos con seis grados de libertad, cuando una cimentación típica debe transmitir meramente esfuerzos y desplazamientos en sentido vertical. Al considerar varios escenarios de propiedades de suelo se observó, que en el menos favorable se presentaban rotaciones excesivas que ponían en riesgo la estabilidad de toda la cubierta. Esto debido principalmente a la forma de la cimentación.

Al construir el domo de bambú, las diferentes capas se unieron mediante pernos de sujeción, como se ve en las figuras del anexo (A.1.1 a A.1.4) y por una limitación al perforar los cilindros, el diámetro se limitó a  $3/8$ . Un diámetro menor en los pernos de unión entre estos elementos, variaba en menor grado el abatimiento de la cubierta. Restringir, entonces las rotaciones de las uniones entre las capas de bambú mediante conexiones especiales influiría positivamente en el desempeño general del domo, pero por elevaría el costo total, lo cual contradice la filosofía de la construcción ligera.

Al realizar los diferentes análisis se encontraron discrepancias y absurdos en los valores, por lo que la eficiencia del programa comercial SAP2000 en este caso particular debe ser cuestionada. De cualquier forma, se pudo demostrar la inestabilidad de la cubierta, ya que los resultados del análisis por peso propio fueron cercanos al entorno de estabilidad. Aunque no se tienen mucha información sobre la inestabilidad de la cubierta, es bastante evidente que la cubierta lo es. Para obtener las características de la inestabilidad se debe plantear la ecuación de potencial y a través, manipulándola matemáticamente, obtener las cargas críticas y comprobarlo mediante un programa de mayor capacidad como el ANSYS y con esto plantear soluciones prácticas para esta cubierta en particular.

De cualquier forma esto hubiera consumido mayores recursos de cómputo y a su vez profundizar en la teoría de los cascrones en el medio elástico, lo cual esta fuera de los objetivos de esta tesis.

En las conclusiones de tipo personal, se puede mencionar la profundización del programa de análisis estructural SAP2000, tanto en su aspecto práctico como analítico. Por otro lado, el problema que se abordó es poco convencional y por lo tanto su análisis resultó ser en las etapas finales, muy elaborado y poco efectivo. La aproximación del problema de Frei Otto es meramente intuitiva en una búsqueda de la forma y el espacio como muchas de las soluciones propuestas por la arquitectura moderna, con poca tolerancia hacia los cuestionamientos de la ingeniería estructural, para lo cual se debe enfatizar una solución, modificación o la refutación del proyecto con base a las formulaciones que los generan. Esto es común en la práctica profesional, ya que en ciertos ámbitos la ingeniería estructural permite analizar proyectos de arquitectura.

En el aspecto práctico y constructivo se pueden considerar las siguientes recomendaciones producto del análisis de inestabilidad y la experiencia constructiva de la cubierta apoyada en cuatro puntos que se muestra en el anexo.

- a) En el proceso de selección de la forma estable de una cubierta espacial reticulada, no se debe considerar únicamente la acción de la gravedad, sobre el material que forma la estructura. Se considera necesario aceptar que la estructura estará sometida a diversas acciones durante su vida útil, como son viento, temperatura, granizo, entre otros, que influyen significativamente en el análisis de estabilidad de la cubierta.
- b) Se juzga que resulta necesario considerar el sistema de apoyo de la cubierta, para considerar los efectos de interacción suelo-estructura. En el domo descrito en este trabajo, al considerar los movimientos que se generar en las articulaciones de la estructura reticular, por el movimiento de la cimentación inducido por los empujes generados por la cubierta, se observó la posibilidad de inestabilidad del domo.
- c) Se debe tener en especial cuidado en la sección del material que forme la estructura. Al usar bambú como material estructural, se debe verificar que la edad del bambú sea superior a 5 años, y que haya sido tratado térmicamente, para evitar contenidos de humedad que afecten las propiedades mecánicas de la estructura espacial.
- d) Se deben realizar estudios e investigaciones sobre el tipo de conexión entre los elementos de la cubierta y sus apoyos. En la cubierta descrita, fue necesario confinar algunas porciones de bambú para evitar su agrietamiento longitudinal que se genera al romperse la membrana nodal. El esfuerzo mediante bandas adhesivas o abrazaderas metálicas, permite confinar los tubos, y evitar así el inicio del agrietamiento longitudinal del bambú.
- e) La selección y dimensionamiento de la cubierta textil, se debe tener entramado de hilos por lo menos en cuatro direcciones de  $45^\circ$ , con el fin de evitar la aparición de rasgaduras producidas por esfuerzos de membrana de cortante. Se juzga necesario evitar que en los bordes de unión con la estructura reticular, se presenten concentraciones importantes de esfuerzos, que conduzcan a la ruptura y rasgado del material textil.
- f) Con el fin de evitar la aparición de grandes desplazamientos en la cubierta, que puedan contribuir a la inestabilidad, se recomienda el empleo de tirantes con tensión controlada, unidos a las hileras perimetrales de la estructura reticulada, que rigidicen los bordes y restrinjan movimientos horizontales importantes de los bordes, durante el proceso de construcción y durante la vida útil de la estructura.
- g) Se requiere que la cubierta textil se conecte a nudos de la estructura espacial y se deben emplear programas especializados, para definir los lienzos con los que se forma, y lograr así coincidencia con los bordes, ya que la superficie no es desarrollable y no se puede formar con lienzos sin curvatura.

# *Referencias*

**REFERENCIAS**

- [1] Wikipedia, [http://en.wikipedia.org/wiki/Terra\\_Amata\\_\(archaeological\\_site\)](http://en.wikipedia.org/wiki/Terra_Amata_(archaeological_site)) [Consulta, 16 de marzo de 2013]
- [2] Escrig, Félix, (2005), "Balance de 50 años de tenso-estructuras". Escuela de Arquitectura de Sevilla.
- [3] Olvera López, Alfonso, (1969), "Análisis, calculo y diseño de las bóvedas de cascara", México: Compañía Editorial Continental.
- [4] Gendrop Paul, (2000), "A guide to architecture in ancient Mexico", Minutiae Mexicana, México
- [5] Ramaswamy, G., (1968), "Design and construction of concrete shell roofs", New York: McGraw-Hill.
- [6] Otto, Frei, (1979), "Tensile Structures", The MIT Press
- [7] Roland, Conrad, (1973) "Frei Otto, estructuras: estudios y trabajos sobre la construcción ligera ", Barcelona: Gustavo Gili
- [8] Advances and trends in structural engineering, mechanics, and computation": Proceedings of the Fourth International Conference on Structural Engineering, Mechanics and Computation, September, 6,7 and 8 of 2010, Cape Town, South Africa. Zingoni, Alphonse, editor. Leiden, The Netherlands: CRC Press Balkema, 2010.
- [9] Rodríguez Cuevas, Neftalí (1976), "Estructuras para grandes claros", UNAM, Instituto de Ingeniería.
- [10] Schodek, Daniel I, (1992), "Structures", Englewood cliffs, New Jersey, Prentice and Hall.
- [11] Ambrose, James, (1998), "Análisis y diseño de estructuras", México: Limusa.
- [12] Simitses, George, J., (2006), Amsterdam, NL., Fundamental of structural stability, Elsevier/Butterworth-Heinemann
- [13] Rodríguez Cuevas, Neftalí (2011), Inestabilidad de estructuras (Apuntes del curso, Semestre 2011-2), Maestría en estructuras, Programa de Maestría y Doctorado en Ingeniería, Facultad de Ingeniería. UNAM, México
- [14] Sokolnikoff, I. S., (1956), Mathematical theory of elasticity, New York, Mc Graw Hill.
- [15] Bazant, Zdenek, (2010), "Stability of structures", New York, The oxford engineering science series, Oxford University press.
- [16] Vargas Saavedra, Guillermo Teófilo, (1965), "Estabilidad de placas curvas y cascarones con imperfecciones estocásticas", Doctorado en Ingeniería UNAM, Facultad de Ingeniería
- [17] Rodríguez Cuevas, Neftalí (1976), "Estructuras para grandes claros", UNAM, Instituto de Ingeniería.
- [18] Meli, Roberto, (1985), "Diseño Estructural", México: Limusa.
- [19] "Reglamento de construcciones para el Distrito Federal", Gobierno del Distrito Federal, Gaceta Oficial del Distrito Federal. México D. F., octubre, 2004.
- [20] "Normas Técnicas Complementarias para Diseño por Sismo", Reglamento de Construcciones para el Distrito Federal, Gobierno del Distrito Federal, Gaceta Oficial del Distrito Federal. México D. F., octubre, 2004.
- [21] "CSI Analysis Reference Manual for SAP2000, ETABS, SAFE and CSI Bridge" Computers and Structures Inc. Berkley California, 2011
- [22] García Legl, Hildrun Francisca "Reproducción de vibraciones en arcillas mediante modelos viscoelásticos", Tesis de maestría, División de Estudios de Posgrado de la Facultad de Ingeniería, UNAM, p. 109-134
- [23] Marsal, R. J y Mazari, Marcos (1969), "EL subsuelo de la ciudad de México", Facultad de Ingeniería de la Universidad Nacional Autónoma de México, p. 170-205, vol.2
- [24] Mitchell, James K., (1993), "Fundamentals of soil behavior", Second edition, John Wiley & Sons, Inc., p. 383
- [25] Muki R., (1995), "On the Sneddon's method by Hankel transforms for the three dimensional problem of elasticity theory", Proceedings of the 5<sup>th</sup> Japan National Congress for App. Mech., 1995 I-25, p.119-124.
- [26] Poulos, H. G., and Davis, E. H., (1974), "Elastic solutions for soil and rock mechanics", Wiley, New York, p. 166 167
- [27] Rodríguez Cuevas, Neftalí, (1971), "Viscoelastic constants for a model representing behavior of materials", Procs, Southampton 1969 Civil Engineering.
- [28] Santoyo Villa, Enrique (2005), "Síntesis geotécnica de la Cuenca del valle de México", México, TGC, Geotécnia

- [29] Santoyo Villa, Enrique, (2006), "Datos recientes sobre el hundimiento regional". Revista "Ingeniería Civil", Número 442, Febrero 2006, p. 4-9.

*Anexo*



Figura A.1.1 capas de bambú I



Figura A.1.2 capas de bambú II



Figura A.1.3 capas de bambú III



Figura A.1.4 capas de bambú IV



Figura A.2 Apoyo metálico sobre placa base



Figura A.3.1 Apoyo metálico. Conexión apoyo con cubierta



Figura A.3.2 Apoyo metálico. Perspectiva



Figura A.4 Cubierta de bambú I



Figura A.5 Cubierta de bambú II



Figura A.6 Borde distorsionado, donde se observa las diagonales de refuerzo

**SS Stainless Steel - Open Strands**

Material: Grade 316



1x19



1x61



1x91

NOMINAL CABLE DIAMETER		CABLE CONSTRUCTION	METALLIC CROSS SECTION AREA mm <sup>2</sup>	MINIMUM BREAKING LOAD			WEIGHT APPROX kg/m
mm	in.			kN	kg	lb	
2.5	-	1 x 19	3.7	4.9	500	1100	0.031
3.0	1/8	1 x 19	5.4	7.0	720	1580	0.045
4.0	5/32	1 x 19	9.6	12.6	1280	2830	0.079
-	3/16	1 x 19	13.5	18.9	1930	4255	0.113
5.0	-	1 x 19	15.0	19.6	2000	4410	0.124
-	7/32	1 x 19	18.0	24.2	2470	5440	0.145
6.0	-	1 x 19	21.5	28.0	2870	6340	0.178
-	1/4	1 x 19	24.1	34.0	3440	7584	0.198
7.0	9/32	1 x 19	29.2	35.0	3540	7800	0.243
8.0	5/16	1 x 19	38.2	45.4	4640	10220	0.317
-	3/8	1 x 19	54.2	64.0	6546	14434	0.446
10.0	-	1 x 19	59.7	71.0	7250	15980	0.495

Figura A.7 Propiedades de los cables de refuerzo

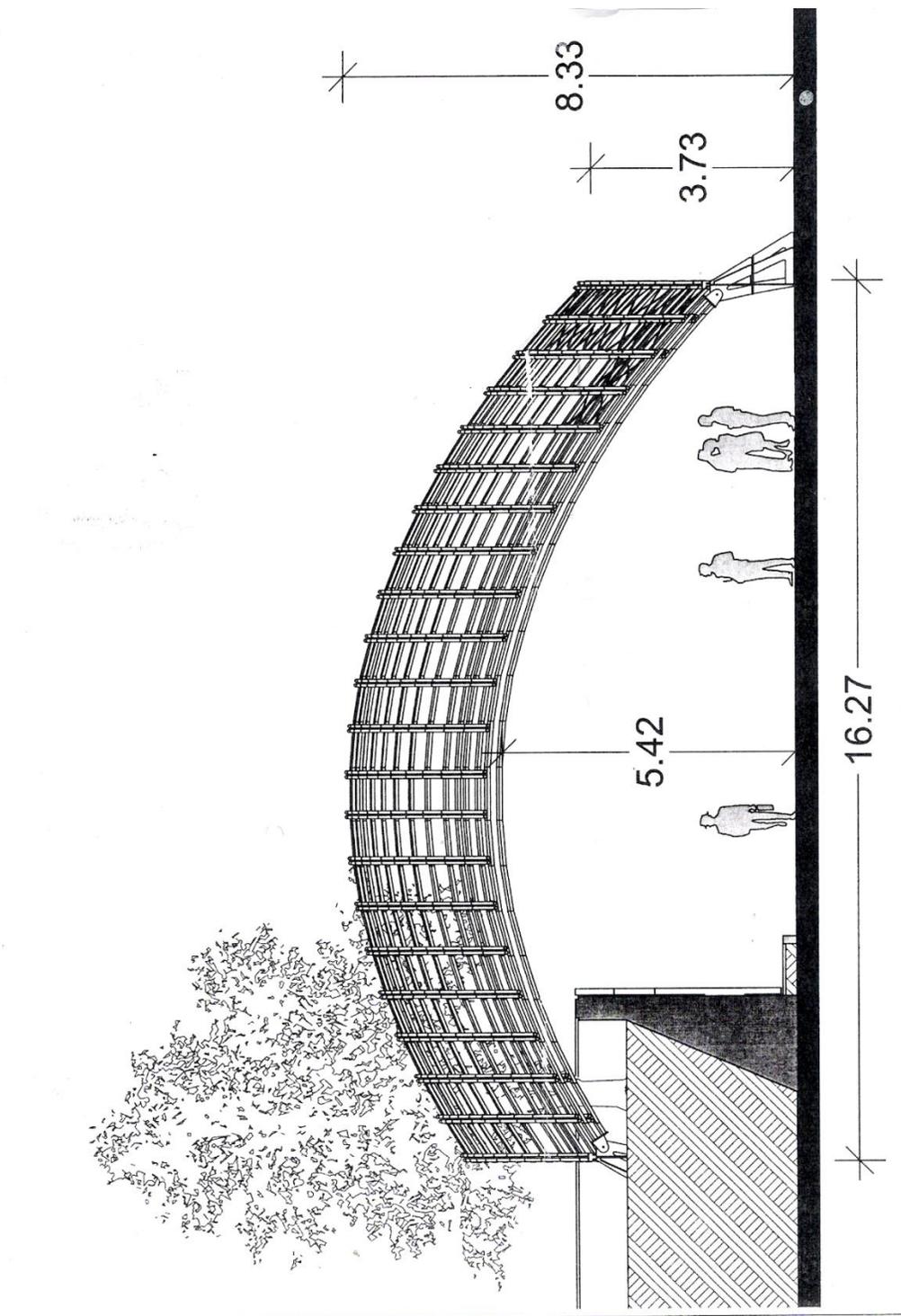


Figura A.8Cubierta de bambú apoyada en cuatro puntos. Vista lateral

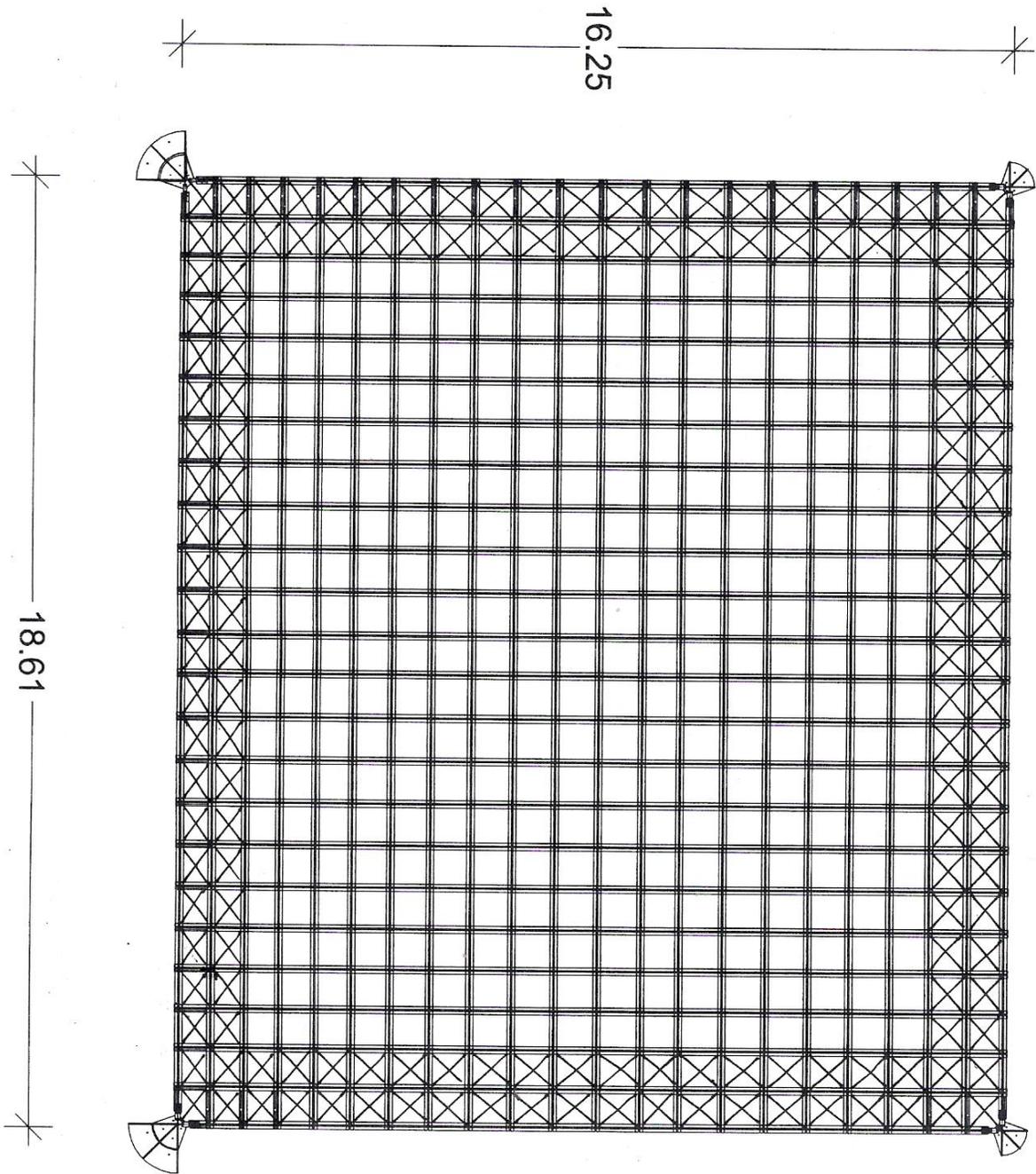


Figura A.9 Cubierta de bambú apoyada en cuatro puntos. Vista superior



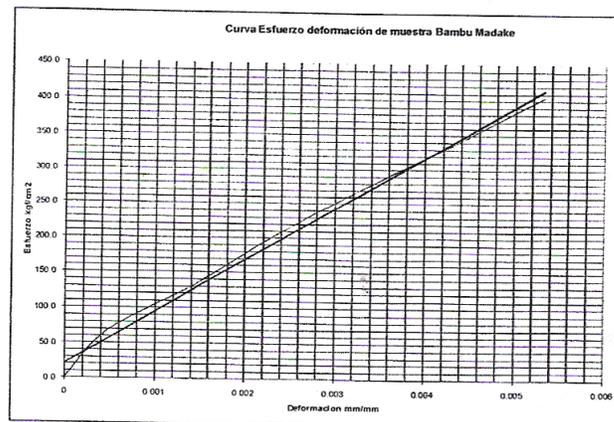
FACULTAD DE INGENIERIA  
 DIVISIÓN DE INGENIERIAS  
 CIVIL Y GEOMATICA  
 DEPARTAMENTO DE ESTRUCTURAS  
 LABORATORIO DE MATERIALES

**Dr. Xavier Cortés Rocha**  
 Investigador de la Facultad de Arquitectura  
 Presente.

Con motivo de haber realizado una serie de ensayos de inspección mecánica y de resistencia al **Bambú Madake** (*Phylostachys babusoide*), me permito darle a conocer los resultados obtenidos en los ensayos realizados en el **Laboratorio de Materiales**, del **Departamento de Estructuras**, de esta facultad:

Pruebas de Tension			
Muestra	area	Carga max	Esfuerzo max
	cm2	kgf	kgf/cm2
Recto	0.7412	350	472.21
curvo 1	0.7772	285	366.70
curvo 2	0.8176	480	587.08
		Promedio	<b>475.33</b>

Modulo elástico	80000
-----------------	-------



c.c.p.: M.I. Octavio García Domínguez; Jefe del Depto. de Estructuras; DICyG; F.I.

Figura A.10 Resultado del laboratorio de Materiales I



FACULTAD DE INGENIERIA  
DIVISIÓN DE INGENIERIAS  
CIVIL Y GEOMATICA  
DEPARTAMENTO DE ESTRUCTURAS  
LABORATORIO DE MATERIALES

Pruebas de Compresión

Muestra	area cm <sup>2</sup>	Carga max kgf	Esfuerzo max kgf/cm <sup>2</sup>
Recto	6.7	3150	472.21
curvo 1	5.3	2565	483.96
curvo 2	5.8	4320	744.83
		Promedio	<b>567.00</b>

Densidad del material = 0.62 g/cm<sup>3</sup>

Valores propuestos

Esfuerzo cortante  $v^* = 200 \text{ kg/cm}^2$

Modulo de Poissón  $\nu = 0.4$

En espera de que los resultados que le presento sean de utilidad, quedo a su disposición para cualquier consulta y aprovecho para enviarle mis saludos

Atentamente.

“Por mi raza Hablara el espíritu”

Cd. Universitaria a 30 de junio de 2008

El Jefe del Laboratorio.

Ing. Héctor Javier Guzmán Olgún

c.c.p.: M.I. Octavio García Domínguez; Jefe del Depto. de Estructuras; DICyG; F.I.

Figura A.11 Resultado del laboratorio de Materiales II