



**UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA  
DE MÉXICO**

---

---

**FACULTAD DE INGENIERÍA**

**DISEÑO DE UN REDUCTOR CICLOIDAL  
PARA UN VEHÍCULO ELÉCTRICO.**

**T E S I S**

**QUE PARA OBTENER EL TÍTULO DE  
INGENIERO MECÁNICO**

**PRESENTAN:**

**GERARDO REGALADO MARTÍNEZ**

**DIRECTOR DE TESIS:  
M.I. ANTONIO ZEPEDA SÁNCHEZ**



**MÉXICO, D.F.      NOVIEMBRE 2013**

*A mis padres: **Gerardo Regalado y Beatriz Martínez.***

*Porque sin ustedes esto no hubiera sido posible. Gracias por su apoyo, cuidados y confianza.*

*No tengo palabras para describir lo importantes que han sido y serán siempre.*

*Por ustedes soy lo que soy, y este logro es suyo también.*

*A **Maribel***

*Mi gran amor y mejor amiga, por el cariño, apoyo, por sus consejos y su paciencia, porque me inspiras para ser mejor y por estar siempre conmigo.*

*Al ingeniero **Antonio Zepeda***

*Porque más que mi asesor, mi amigo, por su apoyo, confianza y consejos.*

*Agradezco a la **Dirección General de Apoyo al Personal Académico (DGAPA)**, al Programa de Apoyo a Proyectos de Investigación e Innovación Tecnológica (PAPIIT) y al proyecto IT103512 denominado "Diseño de un Reductor de Velocidad, de Alta Relación de Reducción, Mediante Cadenas", por el apoyo brindado para el desarrollo de éste trabajo de tesis.*

*A la **UNAM***

*Porque es un orgullo formar parte de ella.*

## Índice.

<i>i.</i>	Introducción.....	1
<i>i.1</i>	Introducción al tema de trabajo.....	1
<i>i.2</i>	Planteamiento del problema. ....	1
<i>i.3</i>	Objetivo. ....	2
<i>i.4</i>	Breve descripción de la estructura del trabajo.....	2
<i>ii.</i>	Antecedentes.....	4
<i>ii.1</i>	Descripción del vehículo.....	4
<i>ii.1.1</i>	Especificaciones del vehículo eléctrico de reparto.....	4
<i>ii.1.2</i>	Sistema de Tracción.....	6
<i>ii.1.3</i>	Sistema de estructura de chasis.....	10
<i>ii.2</i>	Requerimientos del vehículo eléctrico.....	12
<i>ii.2.1</i>	Eje trasero y diferencial mecánico.....	13
<i>ii.2.2</i>	Características del Motor eléctrico de 9''.....	14
	Capítulo 1.....	18
1.	Los reductores de velocidad.....	18
1.1	Clasificación de los reductores.....	18
1.1.1	Reductores de velocidad sin fin- corona.....	18
1.1.2	Reductores de velocidad de engranajes.....	19
1.1.3	Reductores de velocidad planetarios.....	23
1.2	El reductor cicloidal.....	25
1.3	Ecuaciones para el cálculo de reductores cicloidales.....	31
1.3.1	Relación de transmisión.....	31
1.3.2	Generación del disco cicloidal.....	32
1.3.3	Fuerzas y su distribución.....	43
1.3.4	Par.....	47
	Capítulo 2.....	48
2.	Diseño de configuración.....	48
2.1	Propuesta de configuración del reductor.....	48
2.1.1	Configuración dentro del vehículo.....	51
2.2	Disposición dentro del vehículo.....	53
	Capítulo 3.....	55
3.	Diseño de detalle.....	55
3.1	Determinación de la geometría del reductor.....	55
3.2	Cálculo de cargas y esfuerzos en el reductor cicloidal.....	61
3.2.1	Cálculo de cargas.....	61

3.2.1	Diseño de las flechas de transmisión.....	63
3.2.2	Cálculo de esfuerzos.....	88
3.3	Elaboración de planos de detalle.....	98
Capítulo 4.	.....	101
4.	Resultados.....	101
4.1	Comparativo entre la propuesta y el reductor original del vehículo.....	101
5.	Conclusiones.....	106
6.	Bibliografía.....	107
7.	Apéndice.....	109

## ***i.* Introducción.**

El presente trabajo reporta el diseño de un reductor de velocidad cicloidal con aplicación en el área automotriz, este tipo de reductores es utilizado en la industria para reducir la velocidad angular de motores eléctricos de forma segura y eficiente. Las velocidades de salida de dichos motores son elevadas y no es posible conectarlos directamente a una aplicación, es por eso que se necesita un reductor para reducir la velocidad y aumentar el par de torsión. El reductor de velocidad cicloidal presenta características deseables como: mayor precisión, más compacto, larga vida útil, relaciones de reducción mayores, etcétera. Muchas veces al hacer un diseño se tienen algunas limitantes como poco espacio de trabajo o la limitante del peso. Para el diseño propuesto se consideró la limitante del peso, ya que el diseño se hará para un vehículo eléctrico el cual cuenta con un reductor de velocidad compuesto con engranes, cadenas y catarinas, por lo que aumenta bastante el peso del vehículo. Lo que se busca al cambiar el diseño es reducir el peso del vehículo, para mejorar o en el peor de los casos mantener la eficiencia.

El proyecto tuvo como propósito desarrollar el diseño y el cálculo de los parámetros más importantes del reductor de velocidad cicloidal, con lo que se sentaron las bases para su desarrollo.

### ***i.2* Planteamiento del problema.**

Actualmente el vehículo cuenta con un reductor de velocidad compuesto con engranes, cadenas y catarinas, que lo hacen muy robusto y por lo tanto, con un peso elevado, surge la necesidad de contar con un reductor de velocidad alternativo que sustituya al actual y que tenga una alta relación de transmisión, que ocupe un menor espacio, un peso menor y soporte las cargas de operación del vehículo.

### ***i.3* Objetivo.**

Diseñar un reductor cicloidal para un vehículo eléctrico de reparto (VER).

Objetivos particulares

Determinar los parámetros de diseño importantes para un reductor cicloidal.

Desarrollar el diseño de configuración del reductor cicloidal.

Desarrollar el diseño de detalle del reductor cicloidal.

### ***i.4* Breve descripción de la estructura del trabajo.**

El trabajo siguiente se estructura de la siguiente manera:

En el apartado *ii*, se muestra información necesaria para el entendimiento de este trabajo, como son las especificaciones de componentes o mecanismos del vehículo eléctrico (Ver), los cuales actúan directa con el reductor de velocidad.

En el capítulo uno se presenta una clasificación de los tipos de reductores de velocidad utilizados en la actualidad, así como una descripción general de los reductores de velocidad cicloidal, es decir, su funcionamiento, ecuaciones que generan las geometrías y cálculos necesarios para su diseño.

En el capítulo dos se presenta las propuestas de las posibles configuraciones del reductor sobre el vehículo, tomándose en cuenta ventajas y desventajas, para así seleccionar la más adecuada que no modifique en gran medida el espacio dispuesto en el vehículo.

En el capítulo tres, se determina la geometría del reductor cicloidal en base a las ecuaciones expuestas en el capítulo uno, además del cálculo de las cargas y esfuerzos que actúan sobre los componentes del reductor.

En el capítulo cuatro, se hace un análisis de resultados con lo cual se hace un comparativo entre la propuesta y el reductor que actualmente está montado sobre el vehículo eléctrico de reparto (Ver).

## ***ii.* Antecedentes.**

### ***ii.1* Descripción del vehículo.**

A continuación se describe algunos de los sistemas relevantes que componen el vehículo eléctrico (VER).

#### ***ii.1.1* Especificaciones del vehículo eléctrico de reparto.**

#### ***ii.1.2* Sistema de tracción.**

- 1 Motores eléctricos de C.D.
- 1 Reductor de velocidad.
- 4 Catarinas.
- 2 Cadenas.
- 2 Flechas de tracción (Juntas homocinéticas).

#### ***ii.1.3* Sistema de estructura de chasis.**

- Tubular galvanizado 3"x 2" calibre 20.
- PTR de 2"x 2".
- Lámina galvanizada.

#### ***ii.1.1* Especificaciones del vehículo eléctrico de reparto.**

En cualquier vehículo de transporte, dependiendo de la necesidad para la cual será utilizado, es fundamental definir las características que requiere el automóvil.

En la tabla *ii.1* se muestran las características del vehículo eléctrico de reparto.

CARACTERISTICA	ESPECIFICACION	VALOR	UNIDADES
<b>Dimensiones:</b>			
Ancho.	Distancia entre los costados del vehículo.	1.6	m
Largo.	Distancia entre la defensa delantera y trasera.	4.20	m
Altura.	Distancia entre el piso y el techo del vehículo.	2.03	m
Tamaño de la cama.	Área efectiva de carga.	1.30 x 1.76	m <sup>2</sup>
Distancia entre ejes.	Distancia entre las ruedas delanteras y traseras.	2.3	m
Entre vías.	Distancia entre las ruedas de cada eje.	1.4	m
Diámetro de las ruedas motrices.	Define la dimensión del diámetro de las ruedas.	0.72	m
<b>Capacidad:</b>			
Capacidad efectiva.	Contempla la máxima carga a desplazar.	1.5	Ton
Peso vehicular proyectado.	Es el peso del vehículo sin carga y conductores.	1.0	Ton
Peso vehicular actual.	Es el peso del vehículo actual.	1.6	Ton
Peso bruto vehicular.	Contempla la capacidad efectiva y el peso vehicular.	3.1	Ton
Autonomía.	Es la distancia máxima por recorrer del vehículo con la energía contenida en un banco de baterías.	60	km
Velocidad máxima.	Máxima velocidad que puede tomar el vehículo.	60	Km/hr
Velocidad de crucero.	Velocidad promedio a la cual trabaja el vehículo.	40	Km/hr

Tabla *ii.1* Características del vehículo eléctrico (VER).

## ii.1.2 Sistema de Tracción.

### ii.1.2.1 Cadenas y catarinas.

Las cadenas y catarinas proporcionan un método accesible y eficiente para transmitir potencia entre ejes paralelos; aunque la cualidad más importante de estos elementos es la capacidad de ser empleados entre espaciamentos relativamente grandes donde el uso de engranes es inadecuado.

Podemos decir que se cuenta con cuatro catarinas para cadena #60 con doble hilera, dos de ellas son de 16 dientes y las otras dos de 36 con un paso circular de  $V_i$  que están montadas a una distancia de 66.4 cm (96 pasos).

No. De clientes	Diámetro exterior [in]	Barreno [in]		Masa [in]	
		Piloto	Max. Recomen.	Diámetro	Largo total
16	4.220	1	2	3	2 1/8
36	9.020	1 VA	3	4 1/2	2 3/8

Tabla ii.2 Parámetros de las catarinas.

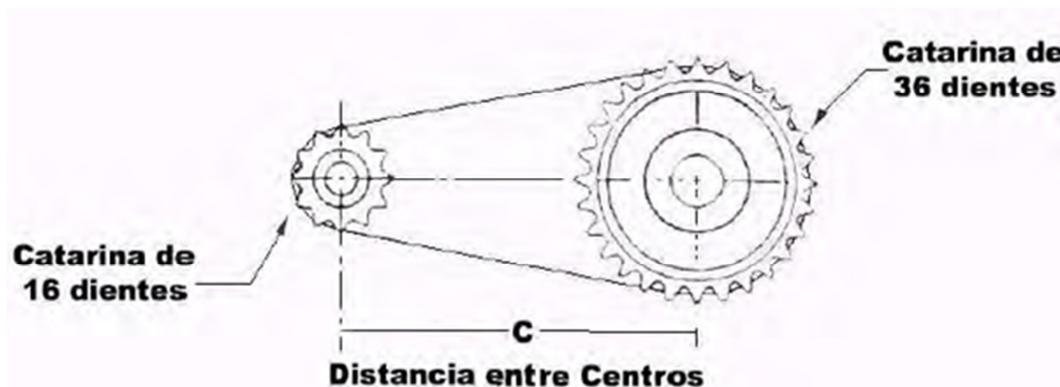


Figura ii.1 Diagrama del sistema por cadena.

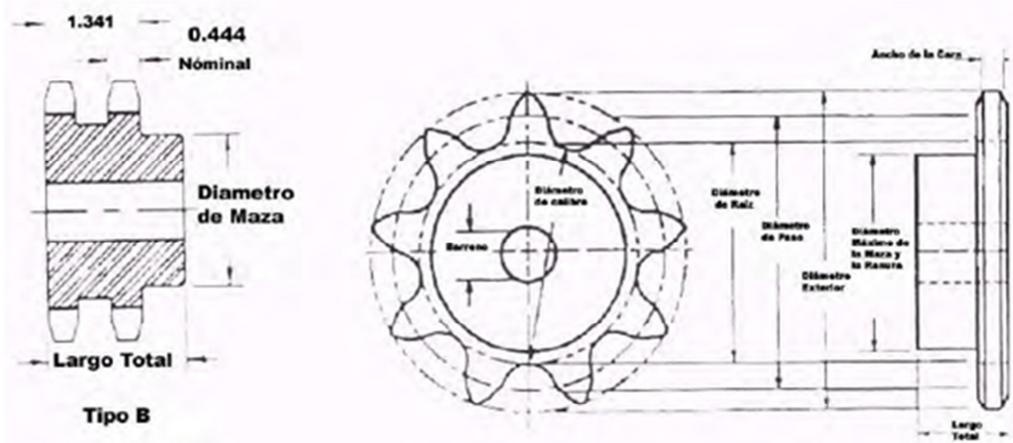


Figura ii.2 Nomenclatura de las catarinas.

**ii.1.2.2 Motor Eléctrico de C.D (9").**

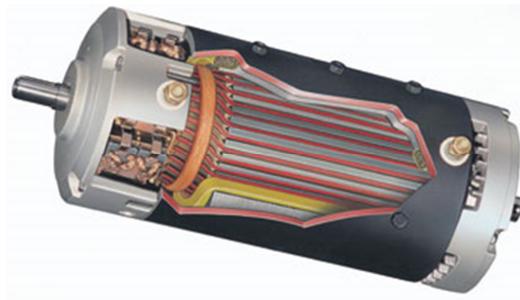


Figura ii.3 Motor eléctrico de C.D (9").

PARÁMETROS	VALOR
Máxima eficiencia	88%
Diámetro	9 [in]
Longitud	15.62 [in]
Flecha principal	1.125"P x 2.10"L
Cuerpo de la flecha	0.75"dia. x 1.75"
Peso	82 lb / 37.27 Kg
Marca	Advanced DC Motors
Modelo	X91-4001

Tabla ii.3 Parámetros del motor Advanced DC #FB1-4001 de 9".

Advanced DC #FB1-4001 de 9" y un solo eje, series wound DC motor a razón de 28.5 HP continuos, 100 HP máximo.

Salidas de potencia dependiendo del voltaje de alimentación.

A 96 VDC, 20 HP continuos, 23 HP por una hora, 35 HP por 5 min., 70 HP máximo

A 120 VDC, 25.2 HP continuos, 27.5 HP por una hora, 43 HP por 5 min., 85 HP máximo

A 144 VDC, 28.5 HP continuos, 30.4 HP por una hora, 48.8 HP por 5 min., 100 HP máximo

Medidas:

Carcasa: 9.13"D x 15.62"L

Flecha de transmisión: 1.125"D x 2.10"L

### ***ii.1.2.3 Reductor de Velocidad.***

El prototipo de vehículo eléctrico transmite la potencia a través de una caja reductora de dos etapas, la primera está constituida por un par de catarinas de 33 y 26 dientes, y por una cadena silenciosa, la segunda etapa fue constituida por un par de engranes helicoidales. La reducción obtenida es de 12:1.

En la figura siguiente se observa el motor de corriente directa y la junta trípode monocinética con la cual se trasmite la potencia a la flecha o cardán.

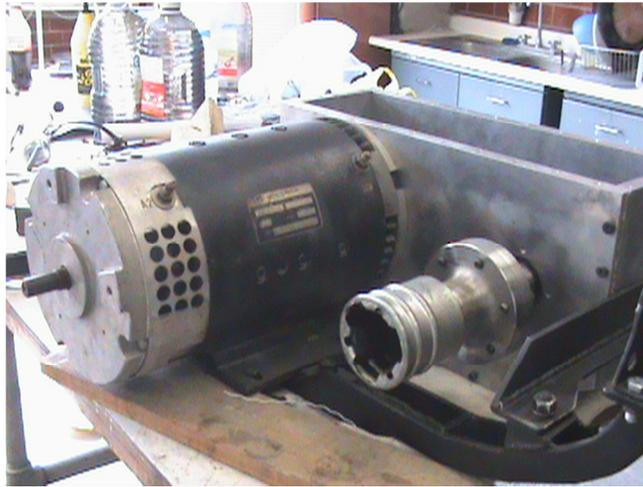


Figura *ii.4* Reductor de velocidad.

La configuración del reductor de velocidad cuenta con una carcasa construida con placa de aluminio.

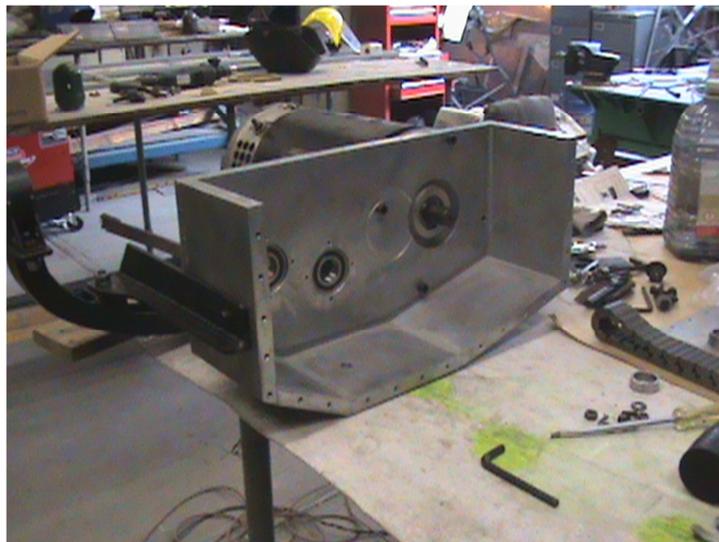


Figura *ii.5* Carcasa del reductor de velocidad.

La carcasa contiene un eje acoplado con el motor de 9" de corriente directa, sobre este mismo eje está montada una catarina de 26 dientes, está transmite la potencia a través de la cadena silenciosa a la catarina de 33

dientes, este arreglo como se mencionó anteriormente es la primer etapa de reducción. El eje ubicado en la parte central es el encargado de unir las dos etapas de reducción, sobre este están montados la catarina de 33 dientes y un piñón, dicho piñón transmite la potencia hacia el engrane, el cual lo transmite al eje de salida.

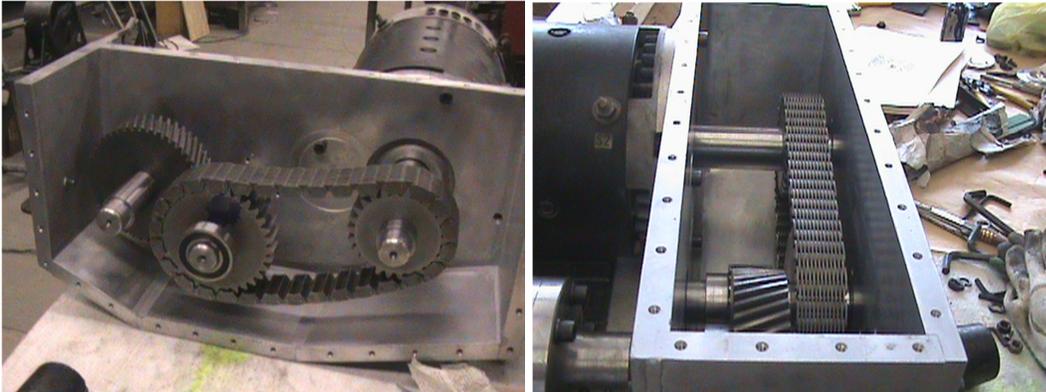


Figura ii.6 Configuración del reductor de velocidad.

### **ii.1.3 Sistema de estructura de chasis.**

El sistema de chasis se encarga de soportar y sujetar todos los mecanismos del vehículo, este sistema está elaborado del siguiente material y cuya estructura puede observarse en la fig. *ii.15*. así como algunas de las vistas de la carrocería que pueden apreciarse en la fig. *ii.16*.

- Tubular Galvanizado 3" x 2" Calibre 20.
- PTR de 2"x2".
- Lámina Galvanizada.

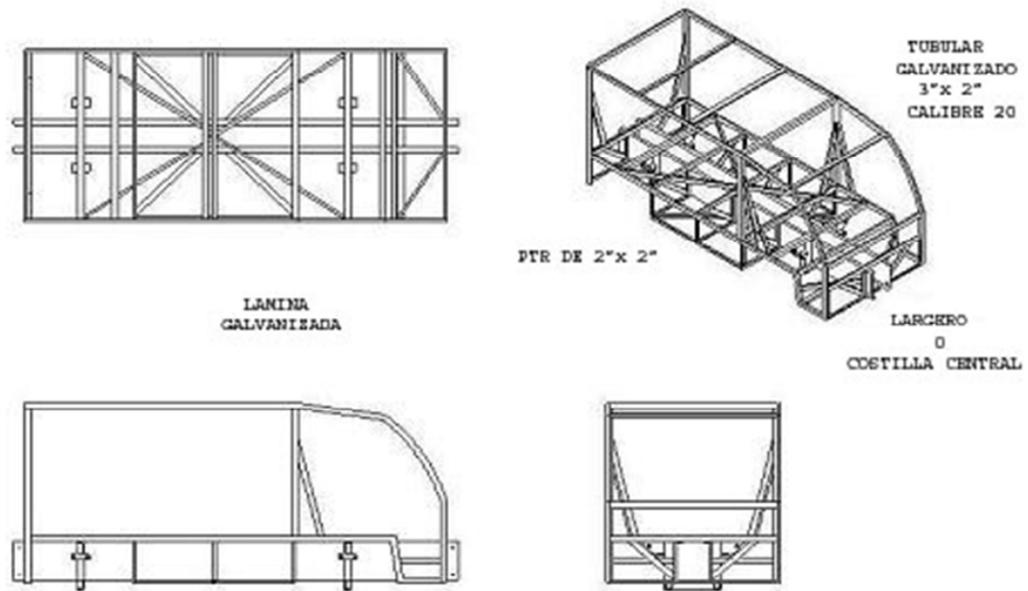


Figura ii.7 Estructura del chasis.

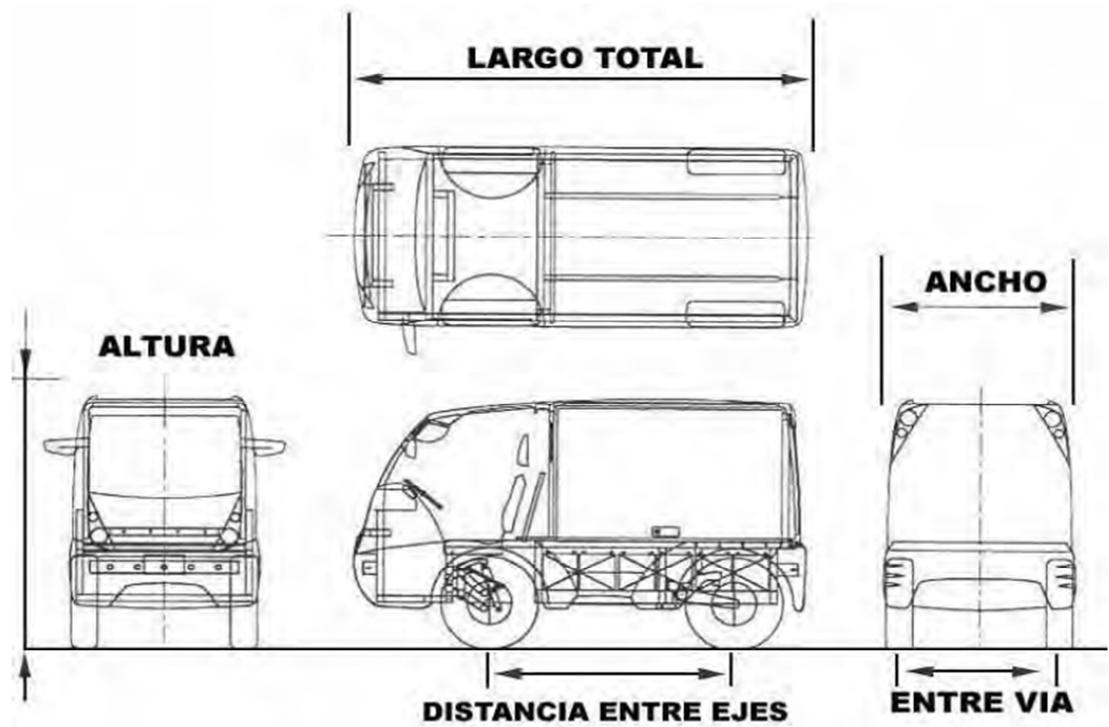


Figura ii.8 Carrocería del vehículo eléctrico.

## ii.2 Requerimientos del vehículo eléctrico.

El vehículo eléctrico actualmente cuenta con un reductor de velocidad formado por engranes, catarinas y cadenas, lo cual hace que tenga una estructura robusta, lo cual aumenta considerablemente el peso del vehículo. Por lo que se procedió a hacer una selección, el reductor seleccionado tiene las siguientes características: Construcción compacta y ligera, larga vida útil, alta relaciones de reducción, eficiencia alta, Gran capacidad para absorber sobrecargas, Fiabilidad y longevidad, Fácil mantenimiento y Funcionamiento silencioso.

En la figura ii.8 se observan los componentes que están en contacto con el reductor de velocidad y propician el buen funcionamiento del vehículo.

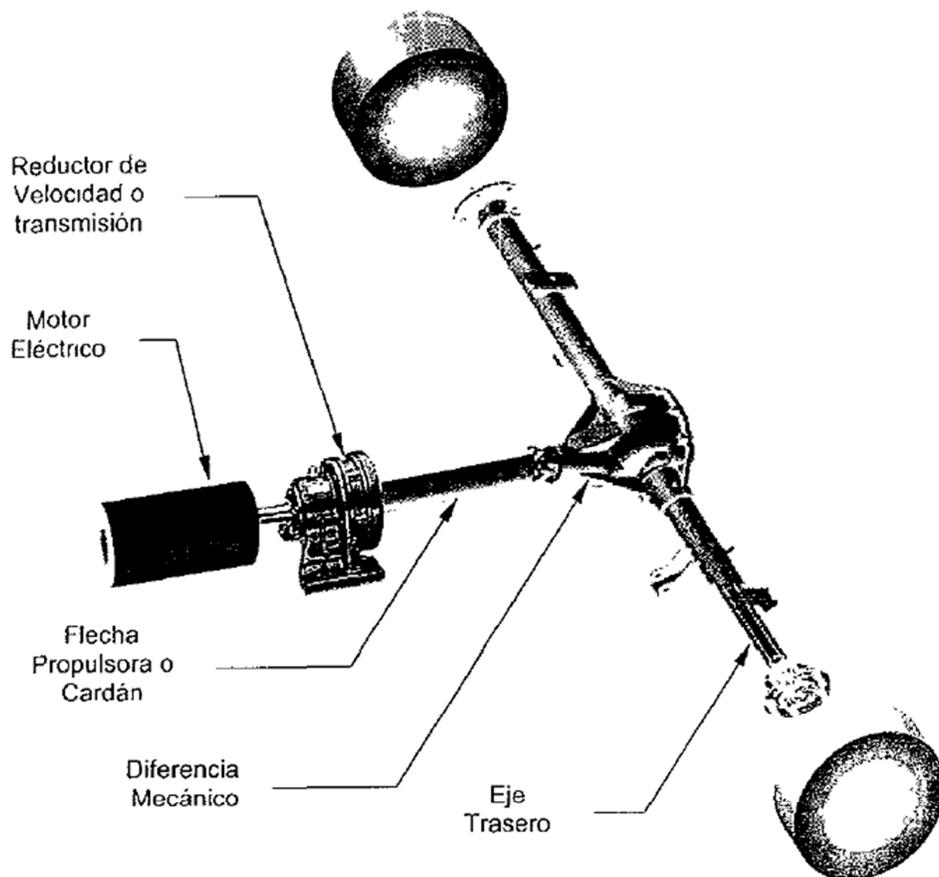


Figura ii.9 Componentes en contacto con el reductor.

### **ii.2.1 Eje trasero y diferencial mecánico.**

En los vehículos convencionales, frecuentemente se emplean diferentes tipos de ejes con la finalidad de soportar la carga requerida por el vehículo o también que permitan el movimiento libre de las ruedas. Por esta razón los ejes traseros pueden ser clasificados: “cuando el eje de las ruedas sostienen la carga del vehículo” y “cuando de las ruedas transmite tracción además de soportar la carga”. Además al mismo tiempo son clasificados por su estructura dentro del tipo rígido o del tipo de suspensión independiente.

Con esta configuración es posible requerir un eje rígido para las ruedas traseras del vehículo. El cual, mediante la parte exterior de la flecha del eje soporta el peso del chasis o bastidor y de la carrocería. Este componente a su vez es diferenciado en dos tipos: flotante y semiflotante.

Cuando el eje trasero es del tipo flotante, la masa de la rueda está conectado por dos cojinetes en el extremo de la funda del eje flotante, es decir, que el peso total de la carrocería y el chasis está en la funda del eje y la fuerza torsional es transmitida exclusivamente por el torque de la flecha. Este tipo de eje es utilizado con frecuencia para camiones y autobuses medianos y grandes.

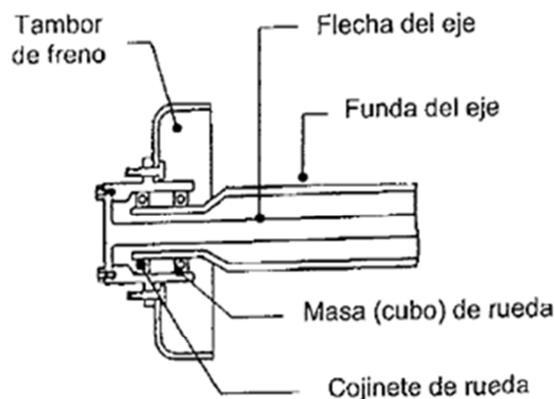


Figura ii.10 Ejes flotantes.

Si el eje trasero es del tipo semiflotante, existe un cojinete entre la flecha del eje trasero y la funda del eje. La funda del eje trasero no solo transmite par, sino que también soporta el peso del vehículo. Debido a su estructura ligera y sencilla, este tipo es frecuentemente utilizado en automóviles de pasajeros y camiones pequeños.

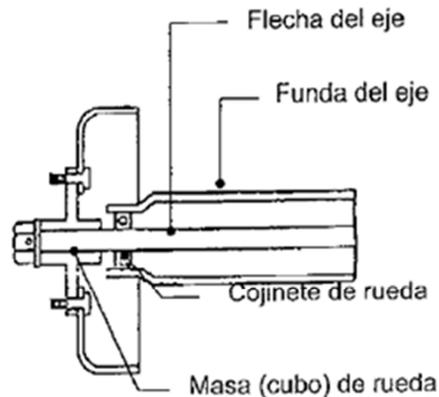


Figura *ii.11* Ejes semiflotantes.

### ***ii.2.2* Características del Motor eléctrico de 9”.**

Los diferentes tipos de motores de corriente continua pueden clasificarse de acuerdo por el circuito de su campo en el devanado. Aunque comercialmente los motores de C.C. también son clasificados según la aplicación, el rango de operación y el costo. Por esta razón, tampoco se puede hacer referencia a través de su potencia suministrada de estos componentes, debido a que varía con la corriente y el voltaje de la fuente de alimentación según se requiera. Sin embargo, este componente es clasificado de acuerdo al diámetro de la carcasa del estator dimensionado en pulgadas, el cual tiene un rango de aplicación de los parámetros más importantes. El motor empleado es un motor eléctrico de corriente continua de 9 pulgadas de diámetro en el estator, debido a que cumple con la potencia requerida para el buen funcionamiento y movimiento del vehículo.

Información de salida máxima del motor.

Advanced DC Motors EV potencia pico de salida 120 Volt- 0.03I Sistema de voltaje máximo controlado por amperaje.

Tipo de motor	Diámetro [In]	Corriente [A]	Par [Ft/Lbs]	Potencia [HP]
FB1	9"	400	80	50
		450	95	54
		500	110	58
		600	140	63
		900	225	84

Tabla *ii.4* Salida máxima del motor.

Curva de par Fan refrigerado.

La figura *ii.12* representa una curva característica del motor eléctrico empleado.

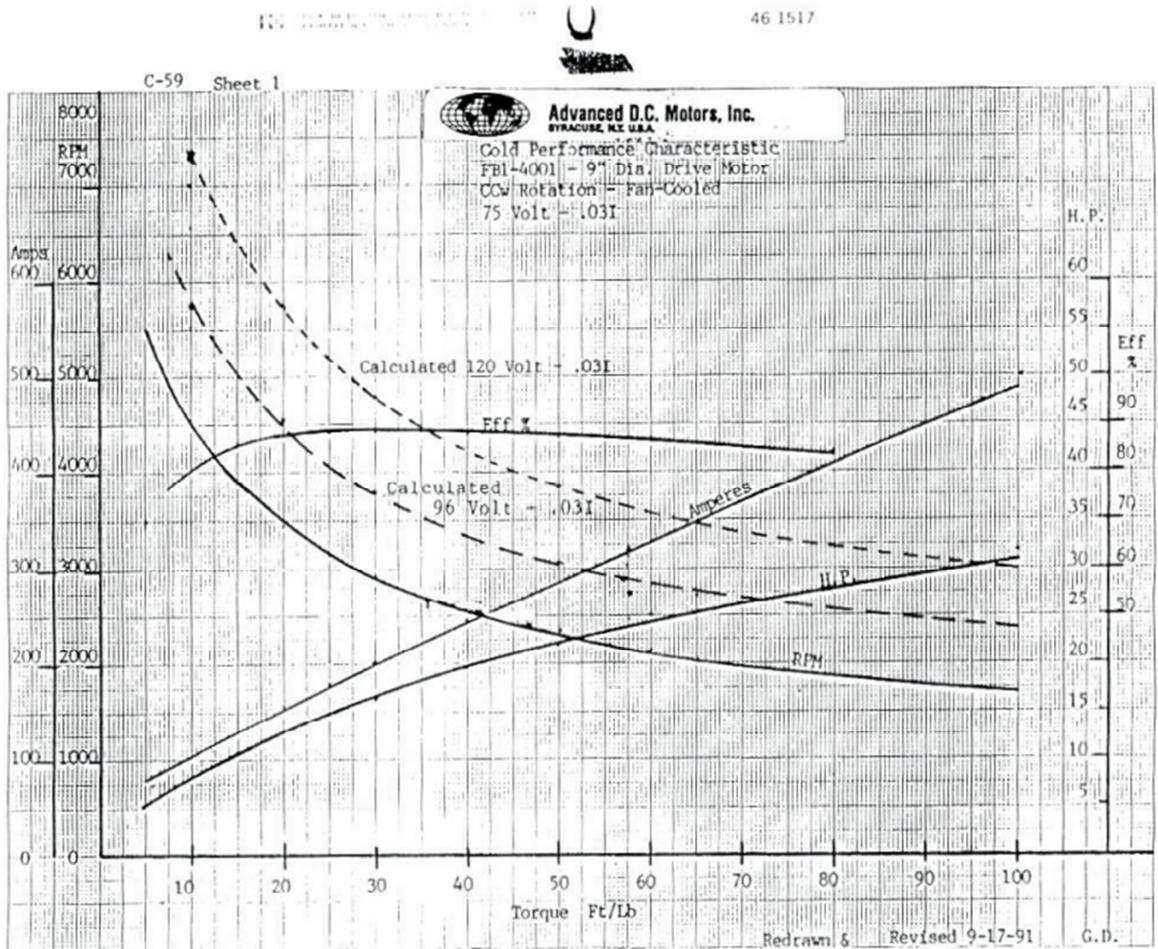


Figura *ii.12* Curva característica del motor eléctrico FB1-4001 9”.



# Capítulo 1

## 1. Los reductores de velocidad.

### 1.1 Clasificación de los reductores.

Los reductores de velocidad son mecanismos que permiten reducir la velocidad de forma segura y eficiente, usualmente estos mecanismos son utilizados en motores eléctricos debido a que estos tienen un par de salida alto y no es seguro transmitirlo directamente.

Tipos de reductores de velocidad.

Los reductores de velocidad se clasifican en tres tipos:

- Por tipos de engranajes.
- Por disposición de los ejes lentos y rápidos.
- Por sistema de fijación.

Clasificación por tipo de engranajes.

#### 1.1.1 Reductores de velocidad sin fin- corona.

Los reductores de velocidad sin fin-corona, esta formado por un tornillo sinfín y una rueda helicoidal. Este engranaje une flechas que no son paralelas y que no se cruzan, por lo común en ángulo recto una con la otra. El tornillo sinfín es un engranaje helicoidal, con un ángulo de hélice tan grande que un solo diente se enrolla de manera continua alrededor de su circunferencia. El tornillo sinfín se parece a la rosca de un tornillo común.

Los tornillos sinfín tienen solo un diente y, por lo tanto, es posible crear razones tan grandes como el número de dientes de la rueda respectiva. Esta capacidad de conseguir elevadas razones en un volumen compacto es una de las ventajas principales del tornillo sinfín sobre otras posibles configuraciones de engranaje, la mayor parte de las cuales están limitadas a una razón de 10:1 por cada par de engranes. Es posible producir engranajes de sinfín con razones de 1:1 hasta 360:1.

### 1.1.2 Reductores de velocidad de engranajes.

Los reductores de engranajes son aquellos en que toda la transmisión mecánica se realiza por pares de engranajes de cualquier tipo excepto los basados en tornillo sin fin.

Los engranajes pueden clasificarse de diferentes maneras:

- 1) Según la distribución espacial de los ejes de rotación.
- 2) Según la forma de dentado.
- 3) Según la curva generatriz de diente.

Una forma común de clasificar a los engranajes es a partir de la distribución espacial de los ejes de rotación, también denominados axoides. En la figura 1.1 se aprecia un esquema muy general de distribución de axoides de rotación y sus respectivas direcciones. Dadas las direcciones **X1** y **X2** se puede trazar el vector opuesto a  $\omega_1$ , o sea  $-\omega_1$  de manera que el sistema quede trabado con un movimiento resultante  $\omega_2 - \omega_1$ , cuyo eje instantáneo de rotación y deslizamiento dará el tipo de movimiento entre los dos ejes.

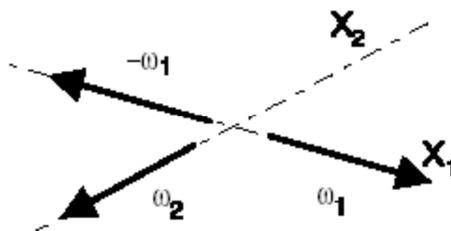


Figura 1.1. Distribución de los ejes de rotación y sus direcciones

Así pues, según los ejes sean paralelos o se corten o se crucen, corresponderán a las siguientes subclases de engranajes Cilíndricos, Cónicos o Hiperbólicos, respectivamente.

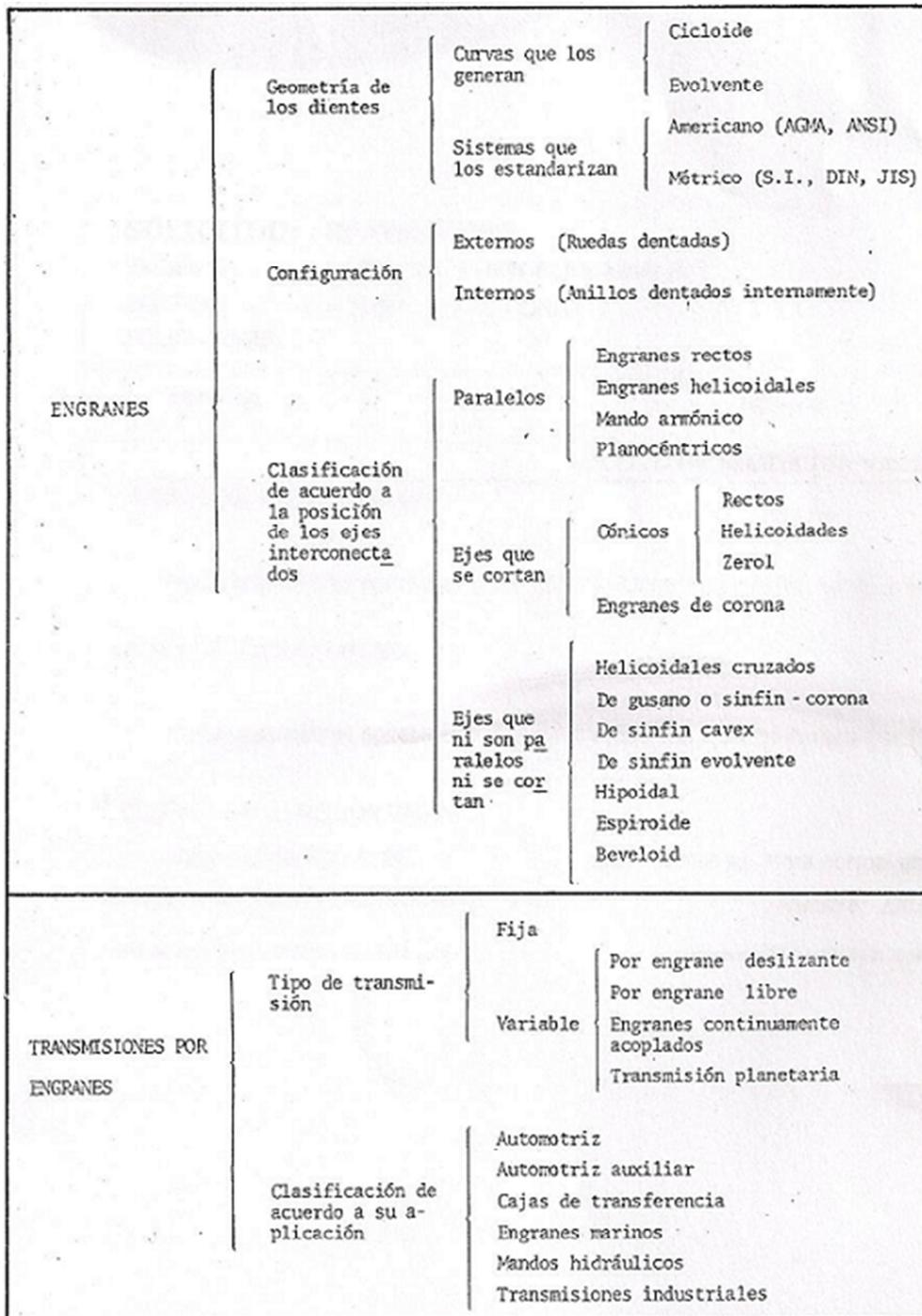


Figura 1.2 Cuadro sinóptico: terminología y relaciones fundamentales de los engranes [3].

En la Figura 1.3 se muestra una caja de velocidades, con aplicaciones de diversos tipos de pares de ruedas dentadas como las expuestas en la figura 1.2. Esta caja de velocidades, muestra a su vez lo económicamente funcional y atractivo de utilizar varias etapas diferentes para incrementar la velocidad, en vez de utilizar un solo par de engranajes para cumplir el mismo cometido. Las características más fáciles de ver son:

- a) Aspecto compacto y sólido del cuerpo: dado que los ejes son más bien cortos y simplemente apoyados y los engranajes se ubican muy cercanos a los cojinetes para evitar deflexiones excesivas.
- b) Robustez: en aumento desde la entrada del par motor a la salida del par motor.

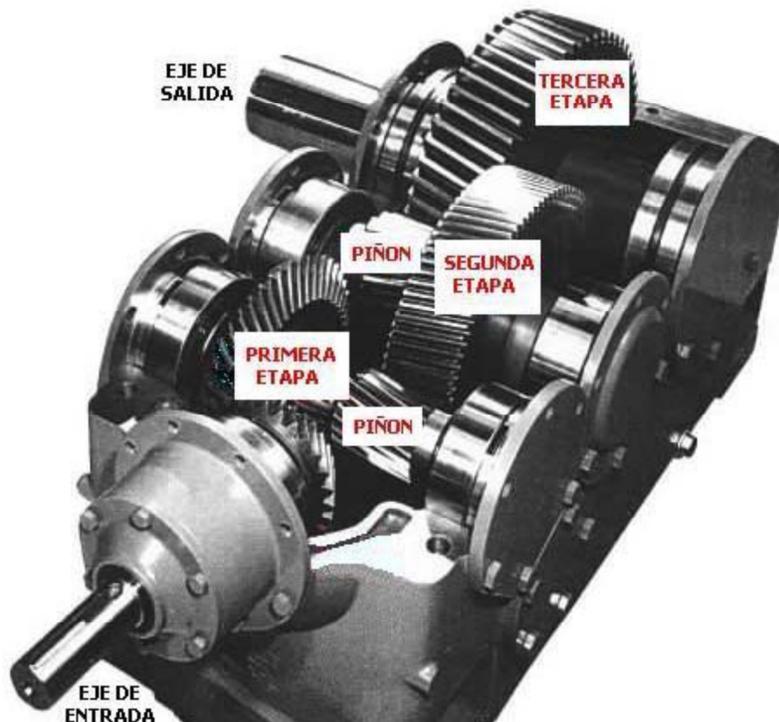


Figura 1.3. Ejemplos de aplicaciones de engranajes (caja de Velocidades Reductora).

Aunque se cuenta con varios tipos de engranajes y configuraciones, el conocimiento de engranajes de dientes rectos es fundamental para comprender el funcionamiento de los pares de engranajes con mayor complejidad geométrica, lo cual incluye a los engranajes cilíndricos de dientes helicoidales, que son más preferidos que los de dientes rectos por ser operativamente más efectivos, compactos y permiten mayores velocidades. Aun así, los lineamientos generales del funcionamiento de los engranajes de dientes rectos son plenamente útiles en diferentes escalas de potencia y tamaño, como se muestra en los dos ejemplos de la figura 1.4. En la Figura 1.4.a se puede observar un dispositivo micromecánico donde la rueda dentada genera los movimientos para los actuadores longitudinales. En la figura 1.4.b se muestra una aplicación de engranajes planetarios para la transmisión de grandes potencias en un puente rotativo. En definitiva, sea en escala micro o macro, la mecánica de los engranajes se rige por las mismas expresiones analíticas.

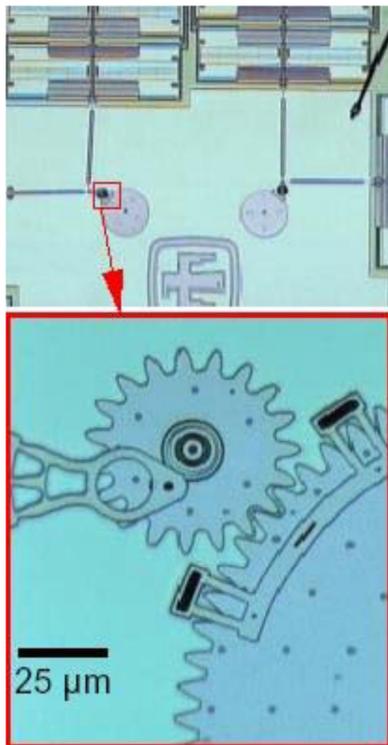


Figura 1.4 (a) Dispositivo micromecánico.



Figura 1.4 (b) Engranajes planetarios para transmisión de grandes potencias en un puente rotativo [12].

### 1.1.3 Reductores de velocidad planetarios.

Un reductor de velocidad planetario o epicíclico tienen la particularidad de no estar compuestos de pares de engranes, estos están compuestos por un tren planetario formado por un engrane sol, un engrane planetario orbitando alrededor del sol, un brazo el cual une los dos sistemas permitiendo que el engrane planetario gire alrededor del sol y un engrane corona. Este engrane corona se acopla con el planetario, y gira concéntricamente con el piñón, por lo que puede ser fácilmente considerado como miembro de salida. Este tipo de trenes de engranes pueden ofrecer dos grados de libertad. Para ello, se libera de tierra uno de los centros de engrane como se muestra en la figura 1.5.

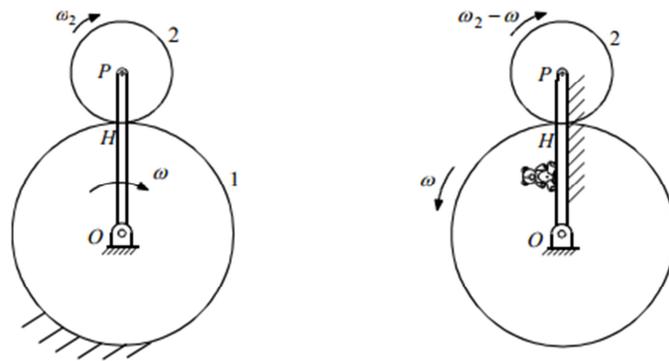


Figura 1.5 Grados de libertad en engranajes planetarios.

Esto permite que el brazo gire alrededor del centro del sol. Ahora tanto el engrane sol como el brazo están libres para girar, y el tren de engranes tiene dos grados de libertad. Un tren de engranes con dos grados de libertad puede servir para combinar dos entradas en una sola salida.

Las relaciones que se pueden obtener en un tren epicicloidial dependen de la entrada o giro de uno de sus elementos y reacción de otro de ellos. En función de la elección del elemento que hace de entrada o que hace de reacción se obtienen cuatro relaciones distintas que se pueden identificar con

tres posibles marchas y una marcha invertida. El funcionamiento de un tren epicicloidal es el siguiente:

Relación	Corona	Planeta	Porta satélites	Desmultiplicación
Primera	Fija	Salida de fuerza	Impulsión	Grande de 3:1-12:1
Segunda	Salida de fuerza	Fijo	Impulsión	Menor de 1,1:1 a 1.7:1
Tercera	fija	Fijo	Salida de fuerza	Sin desmultiplicación
Cuarta	Impulsión	Salida de fuerza	Fijo	Inversión de giro de 2:1-11:1

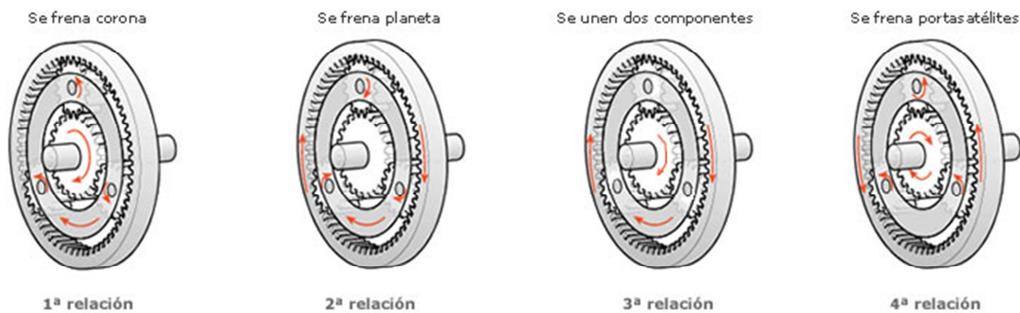


Figura 1.6 Configuraciones y funcionamiento del engranaje epicicloidal.

Los trenes de engranes planetarios representan un costo de fabricación y mantenimiento más alto que el de los trenes de engranes ordinarios.

A continuación se hace una breve descripción de tres clases de aplicación de los trenes de engranes planetarios.

*Diferencial.* Si se permite a un tren de engranes planetario conservar sus dos grados de libertad, se le llama diferencial. Los diferenciales resultan útiles cuando es necesario combinar dos entradas para producir una salida.

*Transmisión.* Si un tren de engranes debe transmitir potencia de un solo eje de entrada a un solo eje de salida debe tener un solo grado de libertad.

Llamamos transmisión a este tren de engranes porque transmite potencia de la entrada (impulsora) a la salida (impulsada). Se puede utilizar un tren de engranes planetario que funcione como transmisión, fijando un miembro a tierra y eliminando un grado de libertad.

*Embrague.* Como ya se mencionó anteriormente, los conjuntos de engranes planetarios poseen inherentemente dos grados de libertad. Si aprovechamos esta ventaja, podemos utilizar un tren planetario para transmitir potencia o bien como “rueda libre” (es decir, para girar sin transmitir potencia del eje de entrada al eje de salida).

## 1.2 El reductor cicloidal.

El reductor de velocidad cicloidal fue desarrollado por un ingeniero alemán Lorenz Konrad Braren. Cuando él trabajaba como diseñador jefe de Deckel Company en Múnich. La compañía Deckel producía dispositivos de precisión, entre otros el obturador Compur (para máquinas fotográficas).

Fueron las partes móviles de este obturador las que inspiraron a Lorenz a crear ese nuevo tipo de mecanismo. El concepto se basaba en una leva de disco cuyo perfil describía una curva de tipo cicloide.

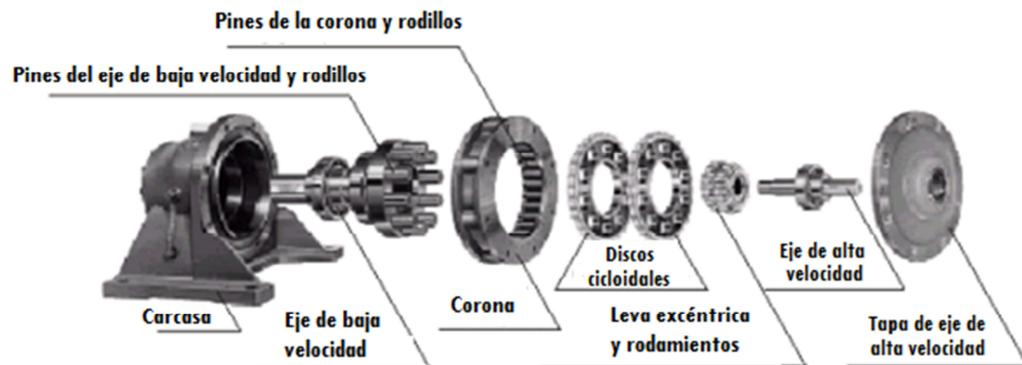


Figura 1.7 Reductor de velocidad.

Este tipo de reductor está formado por tres partes principalmente, un eje de entrada de alta velocidad de giro con una excéntrica, un disco con perfil cicloidal (disco cicloidal) y un eje de salida de velocidad inferior.

Eje de reductor de entrada con excéntrica. En esta parte del reductor se acopla el sistema que proporcionara la potencia, por ejemplo un motor o cualquier otro sistema capaz de rotar con un par asociado. Este eje es el que gira con una velocidad angular elevada y un bajo par de torsión.

En este tipo de reductores el eje como se mencionó anteriormente tiene un excéntrico el cual va acoplado a los discos cicloidales.

Disco cicloidal. Esta parte es la más importante del reductor, el disco gira a velocidad reducida en sentido opuesto al eje excéntrico. Gracias a su particular funcionamiento. Como ya se ha dicho, las coronas están acopladas al eje de entrada por su excéntrica en cuyo lugar hay un elemento rodante. A su vez, están rodeadas por un sistema de apoyo que sirve al disco cicloidal para tener contacto a lo largo de su periferia. Este apoyo, se ejerce sobre la corona cicloidal, esta corona tiene un perfil geométrico asociado al del disco permitiendo que éste ruede con poco deslizamiento sobre ella.

Es recomendable que estos reductores sean diseñados con un número de discos cicloidal par, para proporcionar un equilibrio tanto en las inercias del mecanismo como la distribución interna de esfuerzos.

Por otra parte, el disco cicloidal transmite la potencia de giro al eje de salida por medio de unos agujeros dispuestos de modo que los discos se sincronicen.

Eje de salida. El eje de salida gira con una velocidad menor que el eje de entrada dependiendo de la relación de reducción que se haya tomado en cuenta por el diseñador, pero con un par de torsión mayor.

El eje de salida está en contacto con los discos cicloidales gracias a su forma, ya que tiene una serie de cilindros pequeños repartidos uniformemente sobre un cilindro que es concéntrico con el eje de la corona cicloidal. Dichos cilindros transmiten el movimiento de rotación del disco cicloidal mediante rodadura interna sobre la circunferencia de los agujeros de cada disco cicloidal. La diferencia entre los agujeros y los cilindros del eje de salida es dos veces el valor de la excentricidad del eje de entrada excéntrico.

Este mecanismo transmite suavemente la rotación alrededor de su propio eje al eje de salida.

### **Ventajas.**

La mayoría de las siguientes ventajas provienen de la forma del disco cicloidal.

De forma esquemática, se darán algunas de las ventajas más importantes que ofrece este tipo de reductor se pueden resumir en los siguientes puntos:

1. Construcción compacta y ligera. En muchas aplicaciones la falta de espacio es una variable de diseño principal. En comparación con las transmisiones convencionales, este tipo de reductores son más ligeros y compactos.
2. Grandes relaciones de reducción. Es una de las características que se persigue con este tipo de reductores, por ejemplo.
  - I. En una sola etapa desde 6:1 a 87:1 incluso 119:1
  - II. Dos etapas desde 102:1 a 7569:1
  - III. Con tres etapas 658503:1 (87x87x87).
3. El movimiento de los rodillos contribuyen a una fricción mínima y eficiencia alta desde 86% hasta 93% (no hay fricción por deslizamiento).
4. Gran capacidad para absorber sobrecargas, gracias a que en un reductor cicloidal hay más lóbulos en contacto del disco cicloidal sobre los pines de la corona cicloidal, De esa forma la carga se distribuye de forma uniforme y permite una carga de impacto de hasta el 500% del par nominal, por lo que son aconsejables cuando existen grandes picos de carga. Además, no es posible un fallo catastrófico como pudiera aparecer en engranajes de ruedas dentadas convencionales.

5. Funcionamiento silencioso. Al no tener dientes que continuamente engranan y desengranan se elimina el ruido producido.
6. Equilibrio dinámico. Momento de inercia pequeño. Como solo el eje motriz excéntrico gira a alta velocidad, el impulso angular es extraordinariamente bajo. Se traduce en una práctica ausencia de vibraciones y en tiempos de respuesta cortos (en puesta en marcha, paradas e inversiones de giro)
7. Fácil mantenimiento
8. Fiabilidad y longevidad. Las bajas pérdidas por fricción y una distribución compensada de la carga protegen a los reductores cicloidales contra el desgaste, que unido al uso de materiales robustos y de mínimo mantenimiento contribuyen a la fiabilidad y longevidad del producto.

### **Aplicaciones.**

El campo de las aplicaciones reales y potenciales del reductor de velocidad cicloidal es grande. Algunas de ellas se ilustran a continuación:



Figura 1.7. Centrifugadoras de separación sólido-líquido: amplia gama para adaptarse a la aplicación concreta (tipo de árbol de salida, velocidades, par de salida, etc.)



Figura 1.8. Robótica: operaciones de precisión, con inercia reducida gran rigidez y gran capacidad de sobrecarga.



Figura 1.9. Mesas rotativas en uno de los microscopios más grandes del mundo: suavidad de acción, diseño compacto y funcionamiento compacto eran sus principales características.



Figura 1.10. Industria de la madera: Reductores para accionamiento del transportador. La gran capacidad de sobrecarga, funcionamiento sin mantenimiento y seguridad contra las averías fueron ventajas decisivas.



Figura 1.11. Planta depuradora: diseño compacto, capacidad de absorción de impactos y mínimo mantenimiento.



Figura 1.12. Industria alimenticia: control de agitadores



Figura 1.13. Tratamiento de mezclas (soluciones): control de centrifugadoras de decantación



Figura 1.14. Industria aeroespacial y telecomunicaciones: movimiento de antenas de telecomunicaciones

### 1.3 Ecuaciones para el cálculo de reductores cicloidales.

#### 1.3.1 Relación de transmisión.

La relación de transmisión se puede calcular por medio de la siguiente ecuación:

$$\tau = \frac{Z_g}{Z_b - Z_g}$$

Donde  $Z_g$  es el número de lóbulos del disco cicloidal,  $Z_b$  es el número de dientes pin de la corona.

La relación anterior coincide con el número de lóbulos que tienen los discos cicloidales del reductor.

### 1.3.2 Generación del disco cicloidal.

#### 1.3.2.1 Perfil conjugado del diente o lóbulo.

##### 1.3.2.1.1 Sistema coordenado.

La figura 1.15 muestra un sistema coordenado, donde el círculo 1 y 2 son tangentes, 1 es la rueda pin y 2 es el disco cicloidal. El traslado de los sistemas coordenados  $O_b x_1 y_1$  y  $O_g x_2 y_2$  están rígidamente conectados con el centro de la rueda pin y el disco cicloidal, respectivamente. El sistema coordenado fijo  $OXY$  está conectado con el centro de la rueda de rodillos. La posición inicial de los ejes  $X$  y  $x_1$  son coincidentes y  $x_2$  es paralelo con respecto a  $X$ .

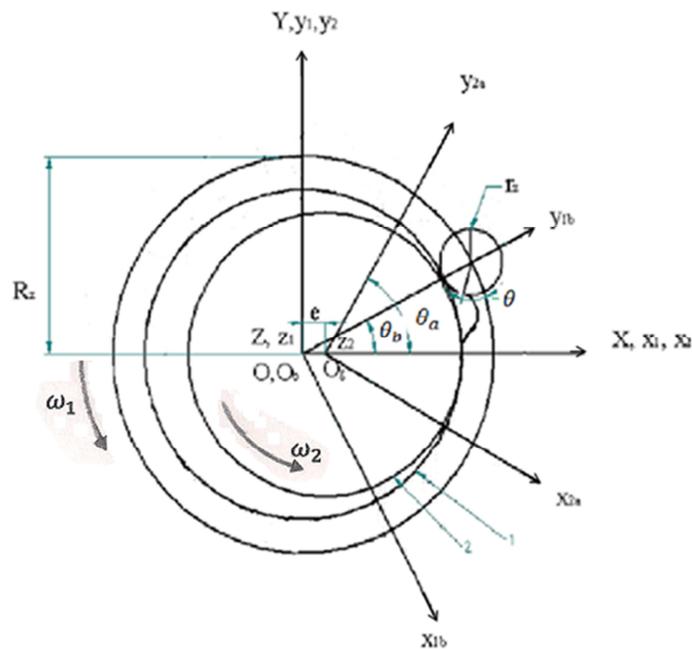


Figura 1.15. Sistema coordenado.

El radio del círculo donde estarán distribuidos los dientes pin es  $R_z$ , y el radio de los dientes pin es  $r_z$ . El número de dientes pin y número de lóbulos del disco cicloidal son  $Z_b$  y  $Z_g$ , respectivamente, la distancia del centro del engrane es  $e$  (excentricidad). Cuando el disco cicloidal gira un ángulo  $\theta_a$  en

sentido antihorario sobre el eje  $z_2$ , la rueda interior deberá rotar un ángulo  $\theta_b$  sobre el eje  $z_1$  en la misma dirección del disco cicloidal.

### 1.3.2.1.2 Ecuación de mallado.

El diente pin en el sistema coordenado  $0_b x_1 y_1$  está dado a continuación:

$$\Sigma \cdot^n = x_1 i_1 + y_1 j_1 = r_z \cos \theta i_1 + (r_z \sin \theta + R_z) j_1, \quad (1)$$

Donde  $\theta$  es el parámetro del ángulo del diente pin.

De acuerdo a la cinemática de la geometría del engrane la ecuación de mallado es dada como

$$\phi(\theta, \theta_b) = n_1 \cdot v_1^{(12)} = 0, \quad (2)$$

Donde  $n_1$  representa la normal del perfil del diente pin, su proyección sobre los ejes coordenados  $x_1$  y  $y_1$  son

$$n_{x1} = dy_1/d\theta = r_z \cos \theta, \quad n_{y1} = -dx_1/d\theta = r_z \sin \theta;$$

Y  $v_1^{12}$  representa la velocidad relativa en el punto conjugado entre la rueda pin y el disco cicloidal.

$$v_1^{(12)} = v_1^{(1)} - v_1^{(2)} = (\omega^{(1)} - \omega^{(2)}) \times \Sigma \cdot^{(1)} + \omega^{(2)} \times e,$$

Donde

$$v_1^{(1)} = \omega^{(1)} \times \Sigma \cdot^{(1)}, \quad v_1^{(2)} = \omega_1^{(2)} \times \Sigma \cdot^{(1)} + e \times \omega^{(2)}, \quad \omega^{(1)} = \omega_1 k_1, \omega_1^{(2)} = \omega^{(2)} = \omega_2 k_1, i_1, j_1$$

$k_1$  es el vector unitario de los ejes  $x_1$ ,  $y_1$  y  $z_1$ , respectivamente.

Sustituyendo la ecuación correspondiente dentro de la ec. (2), la ecuación de mallado se obtiene como

$$\phi(\theta, \theta_b) = \lambda \cos(\theta + \theta_b) - \cos \theta = 0, \quad (3)$$

Donde  $\lambda$  es un coeficiente de acortamiento,

$$\lambda = \frac{e i_{gb}^H}{[R_z (i_{gb}^H - 1)]} \quad (4)$$

Para determinar las posibles dimensiones de los dientes pin se cuenta con la siguiente ecuación:

$$r_{z \max} = \sqrt{\frac{27Z_1[R_z^2 - e^2(Z_1 + 1)^2]}{(Z_1 + 2)^3}}$$

Donde  $Z_1$  es el número de lóbulos.

### 1.3.2.1.3 Ecuación del perfil del disco cicloidal $\Sigma^{(2)}$

En el sistema coordenado  $0_gx_2y_2$ , el perfil  $\Sigma^{(2)}$  del disco cicloidal conjugado con el diente pin  $\Sigma^{(1)}$ , es determinado por la siguiente ecuación:

$$\begin{cases} \Sigma^{(2)} = M_{21}\Sigma^{(1)}, \\ \phi(\theta, \theta_b) = 0, \end{cases} \quad (5)$$

Donde  $M_{21} = M_{20} M_{01}$ , que es la transformación matricial de  $0_bx_1y_1$  a  $0_gx_2y_2$ .

La transformación matricial de  $0_bx_1y_1$  a  $0XY$  puede ser expresada como

$$M_{01} = \begin{bmatrix} \cos \theta_b & -\sin \theta_b & 0 \\ \sin \theta_b & \cos \theta_b & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}. \quad (6)$$

La transformación de  $0XY$  a  $0_gx_2y_2$  puede ser expresada como

$$M_{20} = \begin{bmatrix} \cos \theta_a & \sin \theta_a & -e \sin \theta_a \\ -\sin \theta_a & \cos \theta_a & -e \cos \theta_a \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}. \quad (7)$$

Aquí, en caso de  $\theta_a - \theta_b = \varphi'_b$ , de acuerdo a  $i_{gb}^H = \frac{\theta_a}{\theta_b} = Z_b/Z_g$ , nosotros tenemos  $\theta_a = Z_b\varphi'_b/(Z_b - Z_g)$ ,  $\theta_b = Z_g\varphi'_b/(Z_b - Z_g)$ , entonces la transformación matricial  $M_{21}$  puede ser escrita como

$$M_{21} = \begin{bmatrix} \cos \varphi'_b & \sin \varphi'_b & -e \sin \left[ Z_b\varphi'_b / (Z_b - Z_g) \right] \\ -\sin \varphi'_b & \cos \varphi'_b & -e \cos \left[ Z_b\varphi'_b / (Z_b - Z_g) \right] \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}. \quad (8)$$

De acuerdo con la fórmula de la función trigonométrica, la solución de la ec. (3) es

$$\sin \theta = \pm \frac{(\lambda \cos \theta_b - 1)}{\sqrt{1 + \lambda^2 - 2\lambda \cos \theta_b}}, \quad \cos \theta = \pm \frac{\lambda \sin \theta_b}{\sqrt{1 + \lambda^2 - 2\lambda \cos \theta_b}}. \quad (9)$$

Sustituyendo las ecs. (1), (8) y (9) dentro de la ec. (5), da la ecuación general del perfil del disco cicloidal  $\Sigma^{(2)}$ :

$$\begin{cases} x_2 = R_z \sin \phi'_b - e \sin \left[ Z_b \phi'_b / (Z_b - Z_g) \right] + r_z \cos \beta, \\ y_2 = R_z \cos \phi'_b - e \cos \left[ Z_b \phi'_b / (Z_b - Z_g) \right] - r_z \sin \beta, \end{cases} \quad (10)$$

Donde

$$\begin{aligned} \cos \beta &= \pm \left\{ \lambda \sin \left[ Z_b \phi'_b / (Z_b - Z_g) \right] - \sin \phi'_b \right\} / \sqrt{1 + \lambda^2 - 2\lambda \cos \left[ Z_g \phi'_b / (Z_b - Z_g) \right]}, \\ \sin \beta &= \pm \left\{ -\lambda \cos \left[ Z_b \phi'_b / (Z_b - Z_g) \right] + \cos \phi'_b \right\} / \sqrt{1 + \lambda^2 - 2\lambda \cos \left[ Z_g \phi'_b / (Z_b - Z_g) \right]}. \end{aligned} \quad (11)$$

#### 1.3.2.1.4 Método de envolvimiento para la cicloide acortada.

Pero porqué la ec. (10) es similar a la curva equidistante de las epicicloides en forma, la idea de un engrane equivalente es introducida aquí. Si el equivalente del número de dientes del engrane cicloidal es  $Z_d = \frac{Z_g}{(Z_b - Z_g)}$ , entonces el número de dientes de la rueda de dientes pin equivalente conjugada al disco cicloidal es,

$$Z_e = i_{gb}^H Z_d = i_{gb}^H \frac{Z_g}{Z_b - Z_g} = Z_b / (Z_b - Z_g).$$

Definiendo el coeficiente de acortamiento del disco cicloidal equivalente como  $k_1 = \lambda$ , de la ec. (4) se tiene,

$$\lambda = e i_{gb}^H / R_z (i_{gb}^H - 1) = e Z_b / R_z (Z_b - Z_g) = e Z_e / R_z = r'_b / R_z = e' Z_e / R_z = K_1, \quad (12)$$

Donde  $e'$  es la excentricidad del engrane cicloidal equivalente, y  $r'_b$  es el radio del círculo primitivo de la rueda de dientes pin.

Por lo tanto se obtiene,

$$\begin{cases} x_2 = R_z \sin \varphi'_b - e \sin(Z_e \varphi'_b) + r_z \cos \beta, \\ y_2 = R_z \cos \varphi'_b - e \cos(Z_e \varphi'_b) - r_z \sin \beta. \end{cases} \quad (13)$$

Donde

$$\begin{aligned} \cos \beta &= \pm [K_1 \sin(Z_e \varphi'_b) - \sin \varphi'_b] / \sqrt{1 + K_1^2 - 2K_1 \cos(Z_d \varphi'_b)}, \\ \sin \beta &= \pm [-K_1 \cos(Z_e \varphi'_b) + \cos \varphi'_b] / \sqrt{1 + K_1^2 - 2K_1 \cos(Z_d \varphi'_b)}. \end{aligned} \quad (14)$$

La ecuación (13) es la misma que la de la curva ordinaria equidistante de la cicloidal acortada, entonces el método previo puede producir la curva. Si  $r_z = 0$ , se obtiene la cicloidal teórica. Cuando el número de dientes pin en la rueda es mayor que en el disco cicloidal, ec. (14) toma “signo positivo”, haciendo una cicloidal acortada de equidistancia interior, el lóbulo es una curva equidistante de la epicloide acortada, y la rueda pin del engrane cicloidal ordinario es obtenido. Cuando el número de dientes pin es menor que la del disco cicloidal, ec. (14) toma “signo negativo”, hacienda una cicloidal acortada de equidistancia exterior, el lóbulo es una curva equidistante de la hipocicloide acortada, y la rueda pin interior del engranaje cicloidal se puede dar.

Con el método anterior se obtiene la ecuación de la cicloidal conjugada acortada con diente pin, se llama “método envolvente”. Esté método general es para generar cicloides acortadas dando movimiento correspondiente al diente pin, ya sea para epicloides acortadas o hipocicloides acortadas.

### ***1.3.2.2 Características de la rueda de rodillos del engrane cicloidal.***

#### **1.3.2.2.1 Condiciones para un mallado correcto.**

Del proceso para desarrollar la ecuación del perfil conjugado del lóbulo y la ec. (12), nosotros podemos sacar una conclusión: para una rueda de dientes pin dada y la distancia del centro entre el disco cicloidal y la rueda de dientes pin, la condición necesaria de correcto mallado es  $e = e'$ , la distancia del centro es igual a la excentricidad de la cicloidal recortada. En realidad, esta es

la condición suficiente de un correcto mallado para la rueda de rodillos del engrane cicloidal.

Se sabe que el paso de la rueda pin es  $P_{tb} = \frac{2\pi r'_b}{Z_e}$ . De acuerdo a  $K_1 = \frac{r'_b}{R_Z}$ , se obtiene  $P_{tb} = \frac{2\pi r'_b}{Z_e} = \frac{2\pi K_1 R_Z}{Z_e}$ . El paso del disco cicloidal es  $P_{tg} = 2\pi e' = 2\pi e = \frac{2\pi K_1 R_Z}{Z_e}$ .

Por lo tanto,  $P_{tg} = P_{tb}$ , los pasos de los dos engranes son equivalentes, el disco cicloidal y la rueda pin pueden mallarse correctamente y continuamente.

Cuando  $Z_b - Z_g = 1$ , se tiene  $Z_b = \frac{2\pi r'_b}{P_{tb}} = \frac{2\pi(r_g + e)}{2\pi e} = \frac{r_g}{e+1}$ . Aparentemente,  $\frac{r_g}{e}$ , es un número entero, el perfil cicloidal es continuo e integrado. De la ec. (12), fácilmente se puede obtener

$$e = K_1 R_z / Z_e = K_1 R_z (Z_b - Z_g) / Z_b. \quad (15)$$

De acuerdo a la discusión previa, las ecuaciones que definen las relaciones entre parámetros geométricos fundamentales de pequeñas diferencias de los lóbulos y la rueda pin del disco cicloidal, se dan a continuación en la Tabla 1.1.

Nombres	Símbolos	Ecuaciones
Coefficiente de acortamiento	$K_1$	$K_1 = \frac{r'_b}{R_Z} = \frac{e Z_b}{R_Z (Z_b - Z_g)}$
Radio del círculo primitivo de pines	$r'_b$	$r'_b = K_1 R_Z = \frac{e Z_b}{Z_b - Z_g}$
Radio del círculo primitivo del disco cicloidal	$r'_g$	$r'_g = \frac{Z_g}{Z_b} r'_b = \frac{e Z_g}{Z_b - Z_g} = K_1 R_Z \frac{Z_g}{Z_b}$
Distancia excéntrica	$e$	$e = r_b - r_g = \frac{K_1 R_Z (Z_b - Z_g)}{Z_b}$

Tabla 1.1 Relaciones entre los parámetros geométricos fundamentales.

### 1.3.2.2 Determinación de $\varphi'_b$ en la ecuación del perfil cicloidal.

Las dos caras de perfil cicloidal del engranaje deben ser simétricas para garantizar uniformidad en la transmisión en ambas direcciones. El ángulo entre ejes simétricos y el comienzo del punto de un diente o lóbulo cicloidal es  $\varphi_0 = \frac{\pi}{Z_g}$ . La ecuación de ejes simétricos se fija para ser  $y = kx$ , su pendiente es

determinada por  $k = t_g \left( \frac{\pi}{2} - \varphi_0 \right) = \cot \varphi_0$ , y entonces se tiene  $y = x \cot \left( \frac{\pi}{Z_g} \right)$ .

Sustituyendo la ecuación (10) en la ecuación de ejes simétricos, se obtiene

$$\begin{aligned}
 & R_Z \cos \varphi'_b - e \cos \left[ Z_b \varphi'_b / (Z_b - Z_g) \right] - \left\{ \pm r_Z \frac{-K_1 \cos \left[ Z_b \varphi'_b / (Z_b - Z_g) \right] + \cos \varphi'_b}{\sqrt{1 + K_1^2 - 2K_1 \cos \left[ Z_g \varphi'_b / (Z_b - Z_g) \right]}} \right\} \\
 = & \left\{ R_Z \sin \varphi'_b - e \sin \left[ Z_b \varphi'_b / (Z_b - Z_g) \right] \pm r_Z \frac{K_1 \sin \left[ Z_b \varphi'_b / (Z_b - Z_g) \right] - \sin \varphi'_b}{\sqrt{1 + K_1^2 - 2K_1 \cos \left[ Z_g \varphi'_b / (Z_b - Z_g) \right]}} \right\} \cdot \operatorname{ctg} \left( \pi / Z_g \right).
 \end{aligned}
 \tag{16}$$

La  $\varphi'_b$  correspondiente al punto de intersección del eje simétrico y el perfil cicloidal (por ejemplo el addendum del disco cicloidal) se puede obtener por medio de métodos numéricos, el cual está representado por  $\varphi_{\max}$ , un lado del perfil de un diente cicloidal se puede obtener con sólo hacer  $\varphi'_b \in [0, \varphi_{\max}]$  en la ecuación del perfil cicloidal. Entonces de acuerdo a su simetría, el perfil en ambos lados de un lóbulo cicloidal se puede producir. Cabe señalar que cuando la diferencia entre el número de dientes de la rueda pin y el disco cicloidales es 1, el perfil cicloidal es una continua e integrada cicloide acortada, y cuando la diferencia en número es 2 u otros, el perfil cicloidal es sólo parte de una cicloide acortada. Teniendo en cuenta que el addendum no puede ser un único punto, la  $\varphi_{\max}$  práctica debe ser determinado por el círculo addendum.

### 1.3.2.2.3 Doble contacto de la rueda de rodillos del engrane cicloidal.

Haciendo transformaciones en la ecuación de mallado  $\varnothing(\theta, \theta_b) = k_1 \cos(\theta, \theta_b) - \cos \theta = 0$ , se obtiene la función del ángulo de contacto del lóbulo como

$$\theta = \arctan \left[ \frac{(K_1 \cos \theta_b - 1)}{K_1 \sin \theta_b} \right], \theta_b \neq n\pi (n = 0, 1, 2, \dots). \quad (17)$$

La primera derivada de la ec. (17) con respecto a  $\theta_b$  es

$$d\theta/d\theta_b = \left( -K_1^2 + K_1 \cos \theta_b \right) / \left( K_1^2 - 2K_1 \cos \theta_b + 1 \right). \quad (18)$$

La segunda derivada de la ec. (17) con respecto a  $\theta_b$  es

$$d^2\theta/d\theta_b^2 = K_1 \sin \theta_b (K_1^2 - 1) / \left( K_1^2 - 2K_1 \cos \theta_b + 1 \right)^2. \quad (19)$$

Cuando  $K_1 = 0.75$ , las gráficas de las ec. (17) –(19) que se muestran en las figuras 2.16 - 2.18, respectivamente.

Combinando las figuras 2, 3 and 4, se revela que  $2\pi$  es el periodo de la ec. (17), y esta función es simétrica en el punto  $\pi$ . Cuando  $\theta_b \in (0, \pi)$ , el valor de  $f''(\theta_b)$  es negativo, y la gráfica de la función original es convexa; cuando  $\theta_b \in (\pi, 2\pi)$ , el valor de  $f''(\theta_b)$  es positivo, y la gráfica de la función original es cóncava; el valor máximo  $|\theta_{\max}|$  puede ser cuando  $f'(\theta_b) = 0$  (puntos A, B).  $\theta_{\max}$  Es el punto de contacto máximo del diente pin, por ejemplo, el ángulo máximo del diente pin rotando sobre su propio eje central. Está demostrado que solo parte del diente pin toma parte en el mallado.  $\theta_{\max}$  Pueden darse cuando  $f'(\theta_b) = 0$ , entonces  $\theta_{\max}$  es determinado por las siguientes ecuaciones:

$$\begin{cases} \theta_{\max} = \arctan \left[ \frac{(K_1 \cos \theta_b - 1)}{K_1 \sin \theta_b} \right], \\ \left( -K_1^2 + K_1 \cos \theta_b \right) / \left( 1 + K_1^2 - 2K_1 \cos \theta_b \right) = 0. \end{cases}$$

Resolviendo las ecuaciones anteriores,  $\theta_{\max}$  puede expresarse como

$$\theta_{\max} = -\arctan \sqrt{(1 - K_1^2)/K_1^2}.$$

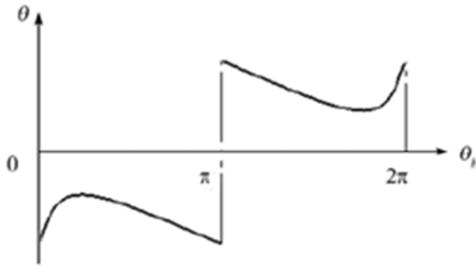


Figure 1.16 Ángulo de contacto  $\theta$  del diente pin.

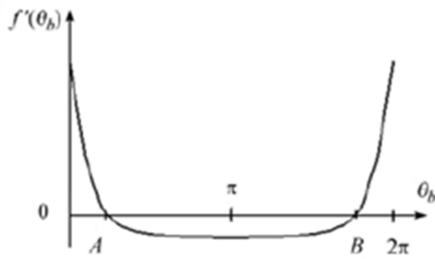


Figura 1.17 Primera derivada del ángulo de contacto del diente pin  $\theta$  con respecto a  $\beta$ .

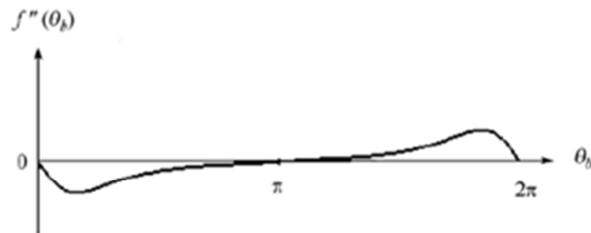


Figure 1.18 Segunda derivada del ángulo de contacto del diente pin  $\theta$  con respecto a  $\beta$ .

De acuerdo a la figura 2, cuando  $\theta_b \in (0, \pi)$  ó  $\theta_b \in (\pi, 2\pi)$ , siempre hay dos diferentes valores de  $\theta_b$  correspondiente a los valores discretos de  $\theta$  si solo  $\theta \neq \theta_{\max}$ , por ejemplo, un punto de contacto sobre el perfil del diente pin con dos puntos (punto convexo y punto cóncavo) del perfil cicloidal durante la transmisión. El diente pin repite el movimiento de rotación desde  $0^\circ$  a  $\theta_{\max}$ , luego se invierte para  $0^\circ$  todo el tiempo porque sólo una parte de su arco toma parte en el mallado. En el punto cero, el contacto del diente pin con el punto convexo del disco cicloidal o punto cóncavo, respectivamente. Así el doble contacto del diente pin durante la transmisión se presenta [13].

### 1.3.2.2.4 La ecuación de la línea de contacto.

La ecuación de la línea de contacto en el sistema coordenado OXY. En el sistema coordenado OXY, la ecuación de la línea de contacto es determinada por las siguientes ecuaciones:

$$\begin{cases} \boldsymbol{\Sigma} = M_{01} \boldsymbol{\Sigma}^{(1)}, \\ \phi(\theta, \theta_b) = 0. \end{cases} \quad (21)$$

Sustituyendo las ecs. (1), (6) and (9) en la ec. (21), se obtiene

$$\begin{cases} x = -R_z \sin \left[ Z_g \phi'_b / (Z_b - Z_g) \right] + r_z \cos \delta, \\ y = R_z \cos \left[ Z_g \phi'_b / (Z_b - Z_g) \right] + r_z \sin \delta, \end{cases} \quad (22)$$

Donde

$$\begin{aligned} \cos \delta &= \pm \sin \left[ Z_g \phi'_b / (Z_b - Z_g) \right] / \sqrt{1 + K_1^2 - 2K_1 \cos \left[ Z_g \phi'_b / (Z_b - Z_g) \right]}, \\ \sin \delta &= \pm \left\{ K_1 - \cos \left[ Z_g \phi'_b / (Z_b - Z_g) \right] \right\} / \sqrt{1 + K_1^2 - 2K_1 \cos \left[ Z_g \phi'_b / (Z_b - Z_g) \right]}. \end{aligned} \quad (23)$$

Si  $r_z = 0$ , la ecuación de línea de contacto puede ser simplificada, la ecuación de la línea de contacto se puede simplificar a un círculo.

La ecuación de la línea de contacto en el sistema coordenado  $O_b x_1 y_1$ . En el sistema coordenado  $O_b x_1 y_1$ , la línea de contacto es el conjunto de puntos que satisfacen la ecuación de mallado sobre el diente pin. Entonces, considerando las ecuaciones del diente pin y el mallado simultáneamente, la ecuación de la línea de mallado puede obtenerse como

$$\begin{cases} x_1 = r_z \cos \theta, \\ y_1 = r_z \sin \theta + R_z, \end{cases} \quad (24)$$

Donde

$$\begin{aligned} \sin \theta &= \pm \left\{ K_1 \cos \left[ Z_g \phi'_b / (Z_b - Z_g) \right] - 1 \right\} / \sqrt{1 + K_1^2 - 2K_1 \cos \left[ Z_g \phi'_b / (Z_b - Z_g) \right]}, \\ \cos \theta &= \pm K_1 \sin \left[ Z_g \phi'_b / (Z_b - Z_g) \right] / \sqrt{1 + K_1^2 - 2K_1 \cos \left[ Z_g \phi'_b / (Z_b - Z_g) \right]}. \end{aligned} \quad (25)$$

La elección de signos para las ecs. (23) y (25) son las mismas para la ec. (14). Aparentemente, la línea de contacto en el sistema coordenado  $O_b x_1 y_1$  es parte del diente pin.

### 1.3.2.2.5 Radio de contacto.

De acuerdo con la teoría de engranes, el radio de contacto de la rueda pin del disco cicloidal puede ser definido como: el número de dientes que toman parte simultáneamente en el mallado cuando uno de los lados del lóbulo cicloidal hace contacto del addendum al dedendum. El ángulo correspondiente a la línea de contacto es usado para calcular el radio de contacto  $\varepsilon$  porque la línea de contacto es una curva, lo que hace que sea difícil calcular  $\varepsilon$  directamente.

$$\varepsilon = \theta_b / A, \quad (26)$$

Donde  $\theta_b = Z_g \varphi_{\max} / (Z_b - Z_g)$ , El ángulo de giro de la rueda pin correspondiente a la línea de contacto;  $\varphi_{\max}$  se determina por medio de la ec. (16).

$A = 2\pi / Z_b$ , el ángulo correspondiente entre dos dientes pin adyacentes.

Entonces, la ecuación del radio de contacto puede ser escrita como

$$\varepsilon = \theta_b / A = Z_b Z_g \varphi_{\max} / 2\pi (Z_b - Z_g). \quad (27)$$

Cuando la diferencia del número de dientes entre la rueda pin y el disco cicloidal es 1, el radio de contacto es  $\varepsilon = \frac{\theta_b}{A} = Z_b / 2$  debido a que  $\varphi_{\max} = \pi / Z_g$ . Cuando ese número es 2,  $\varphi_{\max}$  se puede obtener de la ec. (16), entonces el radio de contacto se da sustituyendo  $\varphi_{\max}$  en  $\varepsilon = Z_b Z_g \varphi_{\max} / 4\pi$ . El método para calcular es a diferencia de 3 dientes del engranaje es igual, la ecuación de radio del contacto es  $\varepsilon = Z_b Z_g \varphi_{\max} / 6\pi$ .

### 1.3.3 Fuerzas y su distribución.

La investigación realizada en la Academia Nacional de Ciencias de Belarús (Tsetserukou D., 2012), presenta la distribución de la fuerza entre los elementos de transmisión. En la figura 3.19, se muestra exactamente como es la distribución de carga entre los dientes pin y lóbulos. Se puede observar que la mitad de los dientes pin están siempre en contacto con el disco cicloidal (coloreado con azul claro), pero las cargas mayores están distribuidas en menos de la mitad (coloreado con azul oscuro). Este tipo de transmisiones permite una sobrecarga de cinco veces el par nominal. Esto se debe al hecho de que la carga es transmitida proporcionalmente todo el tiempo a lo largo de la superficie de contacto.

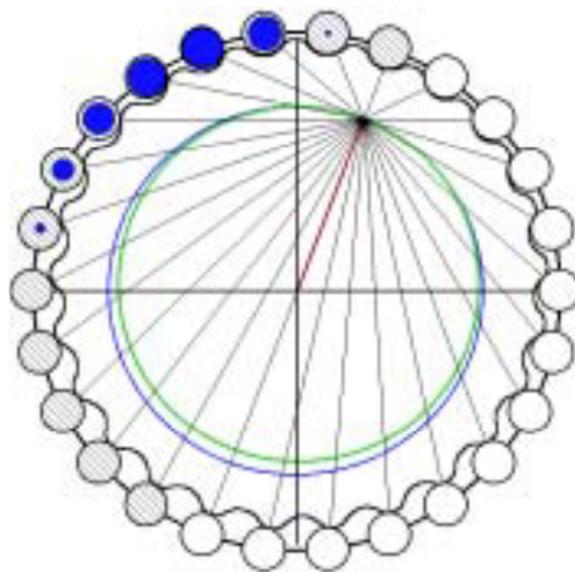


Figura 3.19. Distribución de fuerzas entre el disco cicloidal y los dientes pin (Tsetserukou D.,Basinuk V., 2012).

En un caso teórico todos los lóbulos del disco cicloidal están en contacto con los correspondientes dientes pin de la corona y la mitad de ellos transfieren carga. Sin embargo, este no es el caso en un caso real, porque existen ciertos espacios libres entre los dientes pin de la corona y los lóbulos, estos espacios libres son errores hechos durante el proceso de manufactura

del disco cicloidal, pero estos errores son buenos ya que proporcionan una mejor condición de lubricación, llevar a cabo ensambles y desensambles más fácil del reductor, etc. El tamaño de esos espacios libres influyen directamente en la distribución de las fuerzas de contacto entre los lóbulos del disco cicloidal y los dientes pin de la corona. De manera que con el incremento de tamaño de los espacios, el número de elementos correspondientes que transfieren carga disminuyen. Como podemos observar en la figura 3.19, nos muestra el contacto con los componentes del reductor, cuando el disco cicloidal está en contacto con los dientes pin de la corona y los rodillos de salida.

Los valores de las fuerzas de contacto dependen del tamaño de los espacios, es decir, en el número de lóbulos del disco cicloidal que transfieren carga.

El par sobre la corona se puede determinar con la siguiente expresión

$$T_2 = \sum_{i=1}^n F_{Ni} \cdot r_i \quad (1)$$

Donde  $F_{Ni}$  son las fuerzas de contacto que aparecen entre los lóbulos del disco cicloidal y los dientes pin de la corona y  $r_i$  es la distancia normal entre el centro del reductor cicloidal R y la fuerza correspondiente.

La siguiente relación es válida entre fuerzas de contacto  $F_{Ni}$  ( $F_{Nk}$ ), y distancias correspondientes  $r_i$  ( $r_k$ ).

$$\frac{F_{Ni}}{F_{Nk}} = \frac{r_i}{r_k} \quad (2)$$

Aunque la ecuación anterior es una aproximación, es suficiente con resultados relevantes.

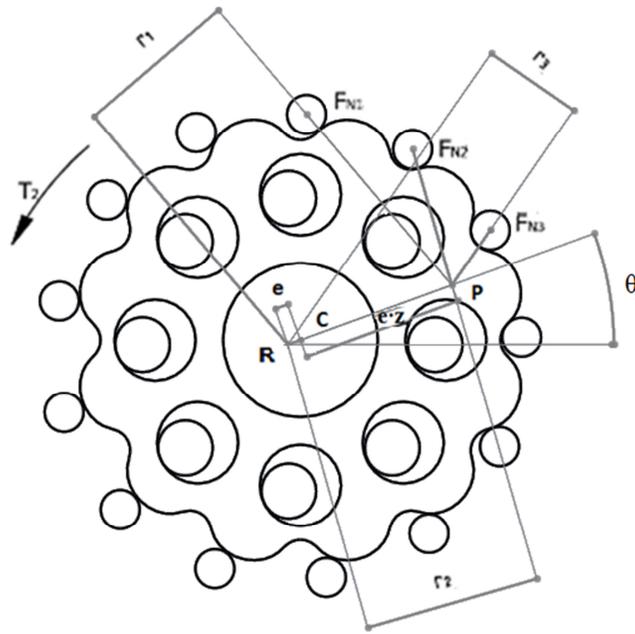


Figura 3.20. Contacto de los dientes pin y los lóbulos.

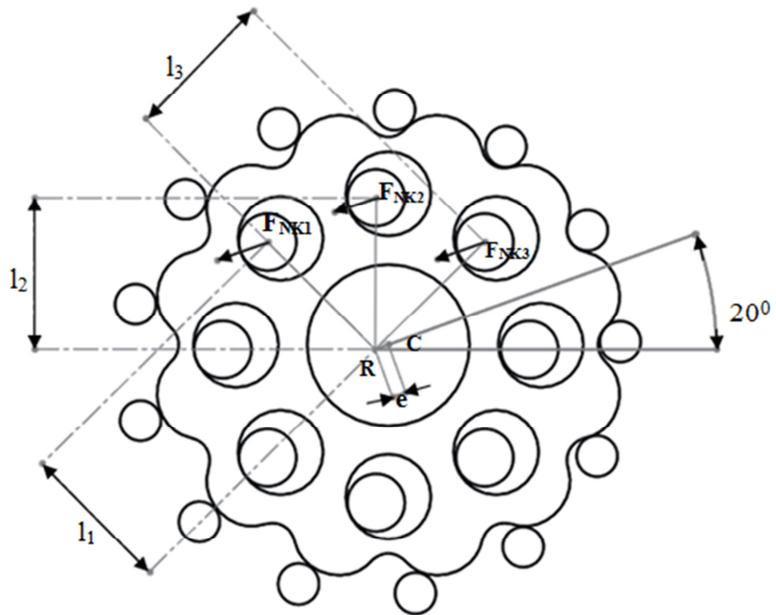


Figura 3.21. Contacto de los rodillos de salida y el disco cicloidal.

Cuando hay espacios libres en el reductor de velocidad cicloidal, valores aproximados de las fuerzas de contacto se pueden calcular, basándonos en las ecuaciones (1) y (2). Por ejemplo, cuando tres pares (lóbulos y rodillos) están en contacto, las ecuaciones de fuerzas de contacto son

$$F_{N1} = \frac{T_2 \cdot r_1}{r_1^2 + r_2^2 + r_3^2}$$

$$F_{N2} = F_{N1} \cdot \frac{r_2}{r_1}$$

$$F_{N3} = F_{N1} \cdot \frac{r_3}{r_1}$$

Las distancias  $r_i$  se pueden calcular basándonos en la expresión siguiente:

$$r_i = r_a \cdot \sin(\alpha_i - z \cdot \theta)$$

Donde  $r_a$  es el radio del círculo base del disco cicloidal,  $\alpha_i$  es el ángulo que la fuerza  $F_{Ni}$  hace con la dirección vertical,  $z$  es el número de lóbulos del disco cicloidal, y  $\theta$  es el ángulo de rotación del disco cicloidal.

El disco cicloidal esta forzado también por la fuerza centrífuga  $F_c$ , creada por el ensamble del disco cicloidal, el cual tiene el punto de aplicación en el centro del disco cicloidal y la dirección es la línea formada por los centros. Suponiendo que se conoce el momento que actúa sobre el eje de entrada del reductor, el cual es el mismo del eje del electromotor.

La reacción  $R_{12}$  es el resultado de la interacción de la excentricidad con el disco cicloidal, la cual se obtiene con la ecuación siguiente:

$$R_e = \frac{T_{in}}{2e}$$

Donde

- $T_{in}$  es el par del motor
- $e$  es la excentricidad,

Y su dirección es perpendicular a la línea de los centros.

También, se puede evaluar la fuerza centrífuga  $F_c$  que actúa sobre la línea de centros, sobre la excentricidad con la siguiente expresión:

$$F_c = m\omega^2 e$$

donde

- $m$  es la masa del disco cicloidal
- $\omega$  es la velocidad angular del eje de entrada (rad/s)
- $e$  es la excentricidad.

#### 1.3.4 Par.

En esta sección se calcula el par para un disco cicloidal,  $T_1$  es calculado con la siguiente ecuación:

$$T_1 = \frac{T_{in}}{2}$$

Donde  $T_{in}$  es el par de entrada.

El valor del par del disco cicloidal  $T_2$  se puede determinar como sigue:

$$T_2 = T_1 \cdot z_3$$

Donde  $z_3$  es el número de rodillos de la corona.

La ecuación de balance del par que opera sobre el disco cicloidal tiene la siguiente forma:

$$T_1 - T_2 + T_3 = 0$$

Donde  $T_3$  es el par de salida del disco cicloidal considerando un disco:

$$T_3 = T_2 - T_1$$

Para determinar el par de salida  $T_{out}$ , es necesario multiplicar  $T_3$  por dos.

## Capítulo 2.

### 1. Diseño de configuración.

#### 2.1 Propuesta de configuración del reductor.

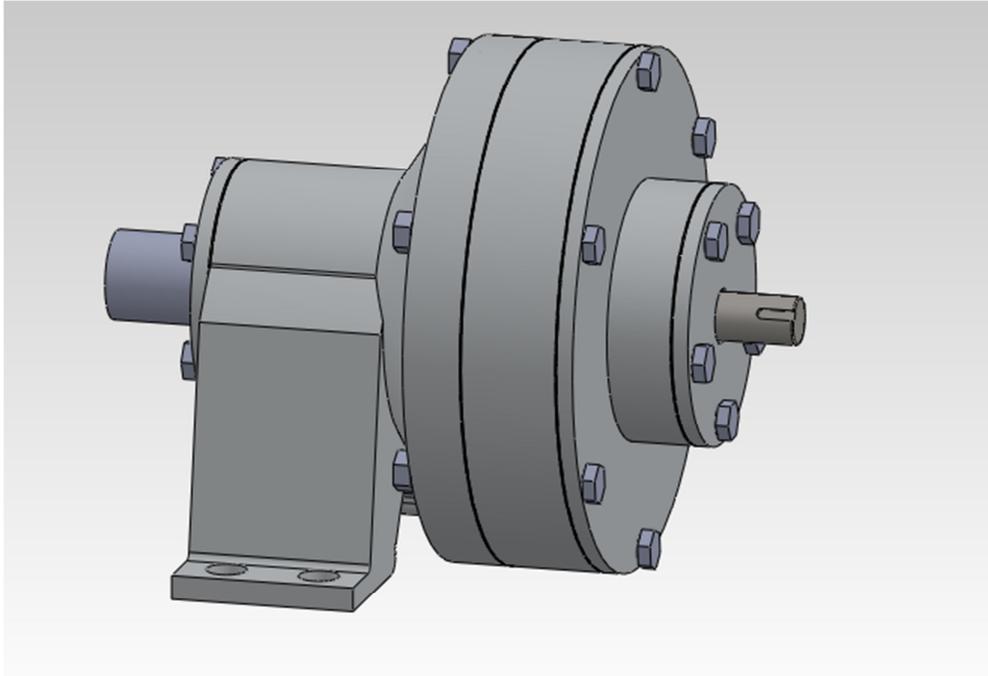
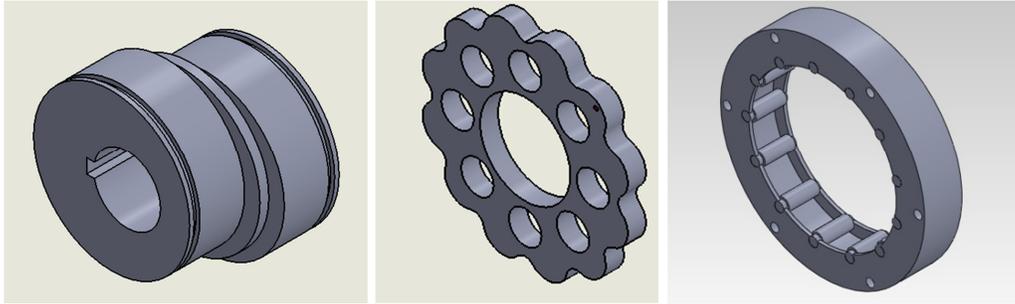


Figura 2.1 Reductor de velocidad cicloidal.

El objetivo de este proyecto es diseñar un reductor compacto y ligero que cumpla con los requerimientos del vehículo y dé una buena relación de reducción. Por lo cual se propuso un reductor de velocidad cicloidal, este tipo de reductores cuenta con tres componentes de suma importancia en su funcionamiento, son: la leva excéntrica, el disco cicloidal y la corona, la cual en vez de tener dientes como un engrane, estos fueron sustituidos por pines y casquillos para permitir un funcionamiento adecuado.



Leva excéntrica.

Disco cicloidal.

Corona.

Figura 2.2 Elementos principales del reductor de velocidad cicloidal.

### Funcionamiento.

El eje de alta velocidad es soportado por la tapa de la corona, este eje mueve una leva excéntrica que está en la parte central del reductor, dicha leva excéntrica es la única pieza que gira a la misma velocidad del eje de alta velocidad. La leva tiene montados dos rodamientos que empujan los discos cicloidales hacia la corona, quedando los lóbulos de los discos entre los casquillos de la corona. El disco cicloidal rota en sentido contrario a la leva excéntrica pero en el sentido del eje de velocidad lenta o reducida. Para cada revolución completa del eje de alta velocidad el disco cicloidal rota un lóbulo. Generalmente hay un lóbulo menos que pines y casquillos en la corona, resultando en una relación de reducción igual al número de lóbulos en el disco. La rotación reducida es transmitida por medio del eje de baja velocidad por medio de unos pines que forman parte del mismo, los discos cicloidales contienen unos agujeros, los cuales tienen la función de contener los pines del eje de baja velocidad y por medio de este transmitir la rotación.

### Componentes.

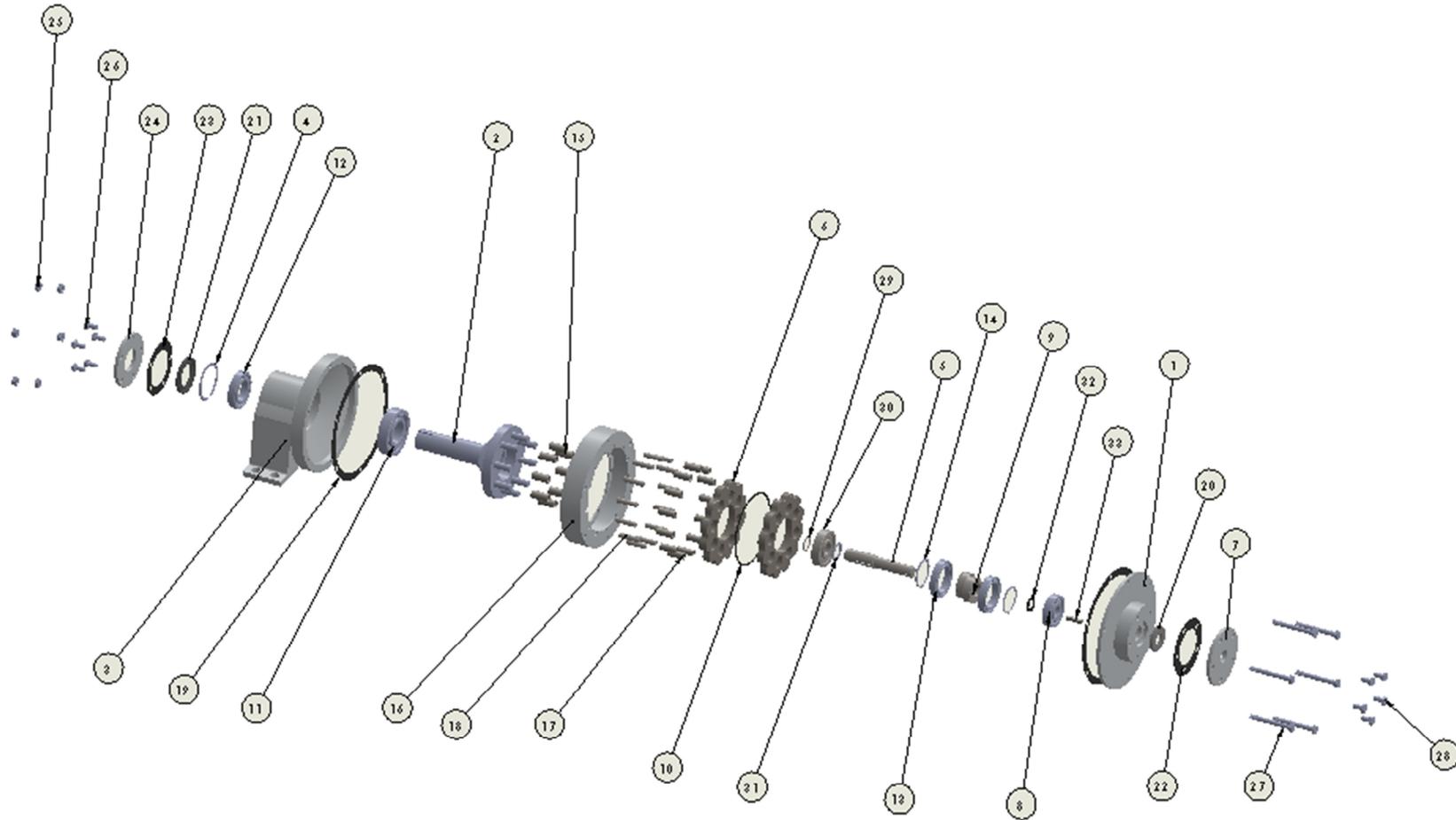


Figura 2.3 Explosionado del reductor de velocidad propuesto.

N.º DE ELEMENTO	N.º DE PIEZA	CANTIDAD
1	Tapa de carcasa	1
2	Eje de salida	1
3	Carcasa	1
4	Anillo de retención 4	1
5	Eje de entrada	1
6	Disco cicloidal	2
7	Tapa de eje de entrada	1
8	RODAMIENTO 1	1
9	LEVA EXCÉNTRICA	1
10	SEPARADOR DE LOS DISCOS	1
11	RODAMIENTO 3	1
12	RODAMIENTO 4	1
13	RODAMIENTO DE LA LEVA	2
14	ANILLO DE RETENCIÓN DE LA LEVA	2
15	CASQUILLO DEL EJE DE SALIDA	8
16	CORONA	1
17	CASQUILLO DE LA CORONA	13
18	PERNO DE LA CORONA	13
19	JUNTA DE LA CARCASA	2
20	RETEN LABIAL EJE DE ENTRADA	1
21	RETEN LABIAL EJE DE SALIDA	1
22	JUNTA DE LA TAPA DEL EJE DE ENTRADA	1
23	JUNTA DE LA TAPA DEL EJE DE SALIDA	1
24	TAPA DE EJE DE SALIDA	1
25	TUERCA DE TORNILLOS	7
26	TORNILLO TAPA DE SALIDA	5
27	TORNILLO DE CARCASA	7
28	TORNILLO TAPA DE ENTRADA	5
29	B27.8M - 3DM1-35	1
30	SKF - 6407 - 8 SLNCR 68	1
31	SEPARADOR DE LA LEVA Y RODAMIENTO 2	1
32	SEPARADOR DE LA LEVA Y RODAMIENTO 1	1
33	CUNA	1

Tabla 2.1 Elementos del reductor de velocidad cicloidal.

### 2.1.1 Configuración dentro del vehículo.

Se proponen tres configuraciones de acomodo del reductor de velocidad cicloidal en el vehículo, se analizó cada propuesta para elegir la más adecuada para un óptimo funcionamiento.

En la figura 2.4 se muestra la configuración 1, esta configuración cuenta con un acomodo colineal, se considera que este acomodo es el más adecuado por el tipo de reductor de velocidad, no obstante se cuenta con algunos inconvenientes como el acomodo actual de baterías, ya que con esta configuración algunas baterías tendrían que ser reacomodadas.

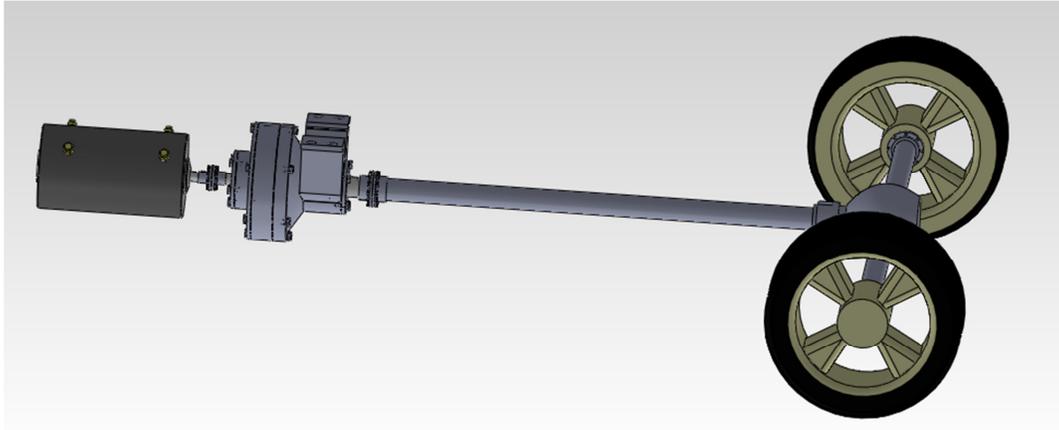


Figura 2.4 Configuración 1.

Posteriormente en la figura 2.5 se observa la configuración 2, esta configuración agrega un dispositivo para unir los componentes y transmitir el par asociado. El acomodo de las flechas del motor eléctrico y el reductor de velocidad son colineales pero paralelo con respecto al cardal. En este caso dicho dispositivo agrega peso al vehículo, y como se mencionó en un principio se pretende disminuir el peso de este.

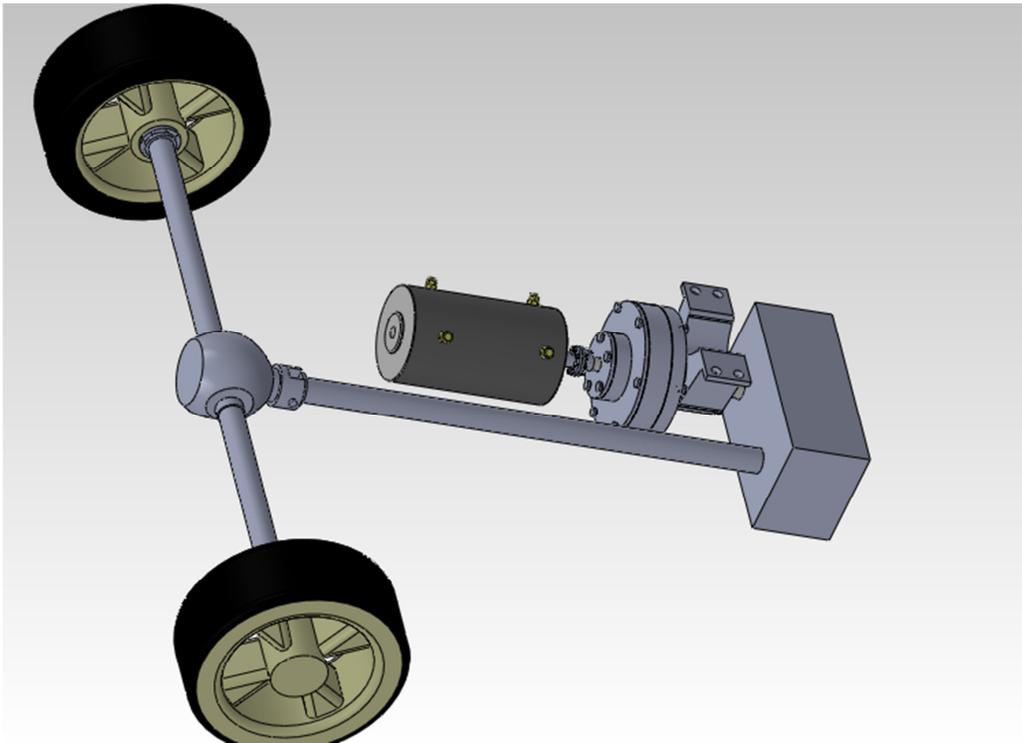


Figura 2.6 Configuración 2.

Finalmente en la figura 2.7 se observa la configuración 3, esta configuración es similar a la configuración 2, cuenta con los mismos elementos con un acomodo distinto de dos de sus elementos como se puede apreciar en la figura.

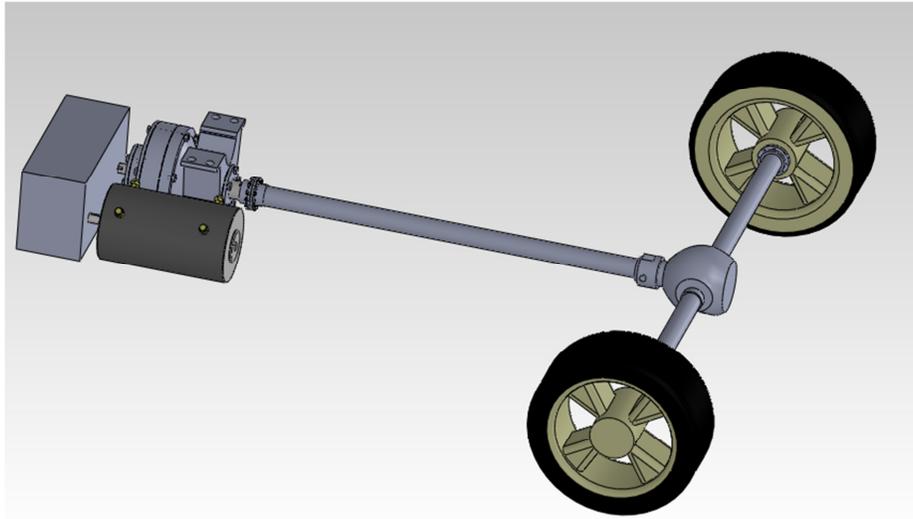


Figura 2.7 Configuración 3.

Aunque las configuraciones 2 y 3 proporcionarían la misma función, se necesitarían más elementos, por lo que el peso total del vehículo aumentaría con lo que no se cumpliría la consideración de disminuir el peso total del vehículo por medio de un rediseño de transmisión.

## 2.2 Disposición dentro del vehículo.

El espacio a utilizar para la colocación del reductor de velocidad es el utilizado actualmente, este reductor cuenta con una carcasa construida por placa de aluminio comprendida por dos etapas de reducción (cadena silenciosa y conjunto de engranes).

Se está buscando sustituir este reductor de velocidad con el propuesto en este trabajo.

En la figura 2.8 se observa el reductor de velocidad actual del vehículo, así como su configuración.

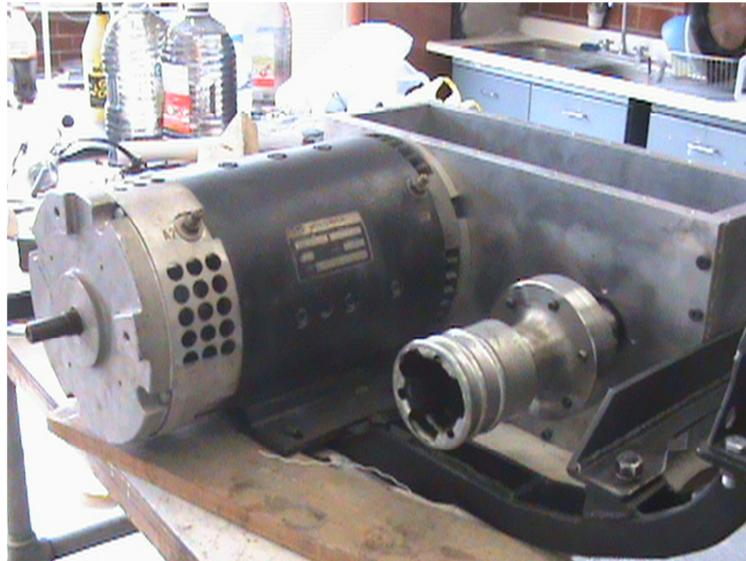


Figura 2.8 reductor de velocidad actual.

En la figura 2.9 se observa tanto el reductor de velocidad como el motor de 9 pulgadas, montados sobre el vehículo VER, con lo cual se puede observar el espacio donde será montada el reductor. Aunque será necesario un reacomodo de baterías para dicha configuración.



Figura 2.9 Reductor montado en el vehículo.

## Capítulo 3.

### 2. Diseño de detalle.

#### 3.1 Determinación de la geometría del reductor.

En los capítulos anteriores se mencionó que la parte más importante y difícil de determinar por su forma compleja, es el disco cicloidal. Este disco es muy parecido a un engrane pero en lugar de dientes este tiene lóbulos.

Para dibujar la geometría, y poder visualizar si realmente las fórmulas arrojan la geometría deseada, se procedió a utilizar el programa Mathematica versión 7.

$$\begin{aligned}x_2 &= R_z \sin \varphi'_b - e \sin Z_b \varphi'_b + r_z \cos \beta, \\y_2 &= R_z \cos \varphi'_b - e \cos Z_b \varphi'_b + r_z \sin \beta, \quad \varphi'_b \in [0, \varphi_{max}],\end{aligned}$$

En primer lugar se debe proponer algunos parámetros para poder determinar con ayuda de las fórmulas los parámetros restantes, en este caso se propusieron  $R_z$  y  $K_1$ . Posteriormente los parámetros obtenidos se sustituyeron en las ecuaciones paramétricas con las cuales es posible graficar la geometría.

Cálculo de los parámetros y gráfica del Disco Cicloidal con Mathematica 7.

Parámetros:

$$R_z = 120 \text{ mm}$$

$$K_1 = 0.75$$

$$Z_b = 13$$

$$Z_g = 12$$

$$r_b = 90 \text{ mm}$$

$$r_g = 1080/13 \text{ mm}$$

$$e = 90/13 \text{ mm}$$

Radio del círculo primitivo de la rueda de pines.

$$r_b = (K_1)(R_z) = 90 \text{ mm}$$

Radio del círculo primitivo del disco cicloidal.

$$r_g = \frac{Z_g}{Z_b r_b} = \frac{1080}{13} \text{ mm}$$

Excentricidad

$$e = r_b - r_g = \frac{90}{13} \text{ mm}$$

Coefficiente de acortamiento

$$K_1 = \frac{(e Z_b)}{R_z (Z_b - Z_g)} = \frac{3}{4}$$

Gráfica del disco cicloidal

$$R_z = 120 \text{ mm};$$

$$e = 90/13 \text{ mm};$$

$$Z_b = 13;$$

$$Z_g = 12;$$

$$K_1 = 3/4;$$

$$r_z = 10 \text{ mm};$$

ParametricPlot[{{Rz Sin[tb]-e Sin[Z\_b tb]+r\_z ((K\_1 Sin[Z\_b tb]-Sin[tb])/(Sqrt[1+(K\_1)(K\_1)-2K\_1 Cos[Z\_g tb]])), Rz Cos[tb]-e Cos[Z\_b tb]-r\_z ((-K\_1 Cos[Z\_b tb]+Cos[tb])/(Sqrt[1+(K\_1)(K\_1)-2K\_1 Cos[Z\_g tb]]))}}, {tb, 0, 2Pi}]

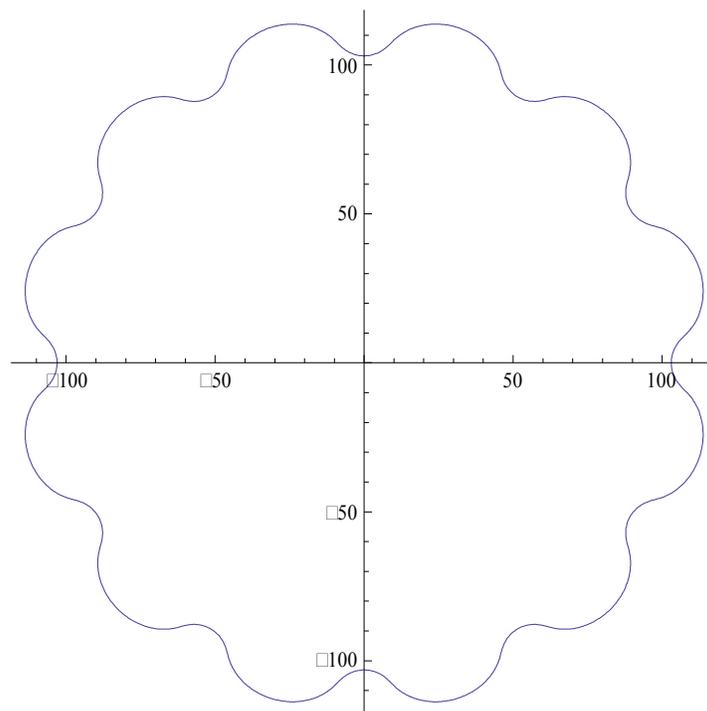


Figura 3.1 Gráfico de cicloidal con Mathematica 7.

Uno de los problemas con los que se enfrentó fue la forma de migrar los datos de la geometría obtenidos con Mathematica 7 a un programa de diseño, por ejemplo Solid Edge o NX 7.5, por lo cual se utilizó la aplicación Excel de Microsoft.

Para poder migrar los datos de la geometría desde Excel a Solid Edge, es necesario calcular las coordenadas de los puntos que componen la gráfica, estas coordenadas deben colocarse en las primeras tres columnas de la hoja de cálculo, la columna A nos representa las coordenadas X, la columna B las coordenadas Y, y la columna C las coordenadas Z. Como la gráfica es de dos dimensiones y solo tiene valores X, Y, las coordenadas en Z deben ser igual a cero.

Una vez que se cuenta con el archivo de Excel, desde Solid Edge se selecciona la pestaña surfacing.

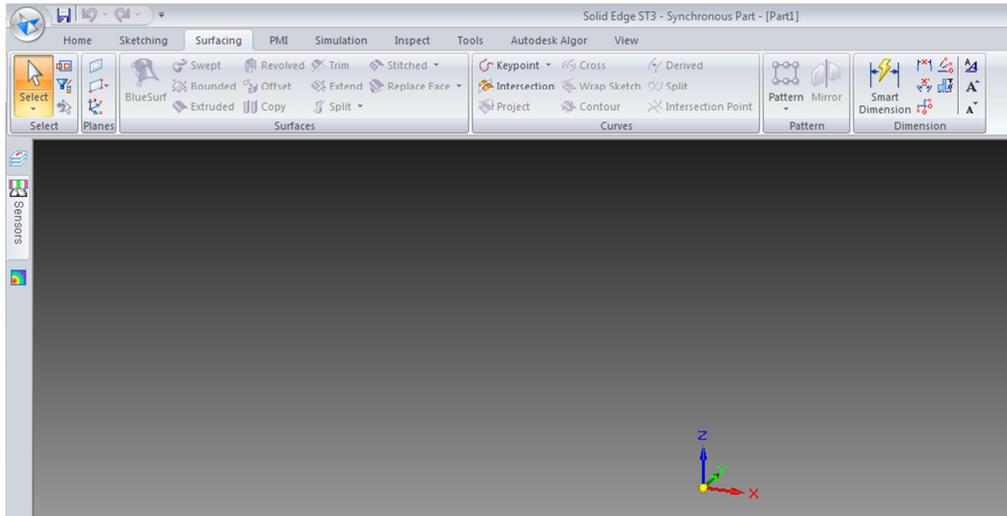
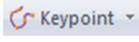


Figura 3.2 Pasos 1.

A continuación se selecciona el icono  lo cual desplegara dos opciones y se selecciona  Curve by Table

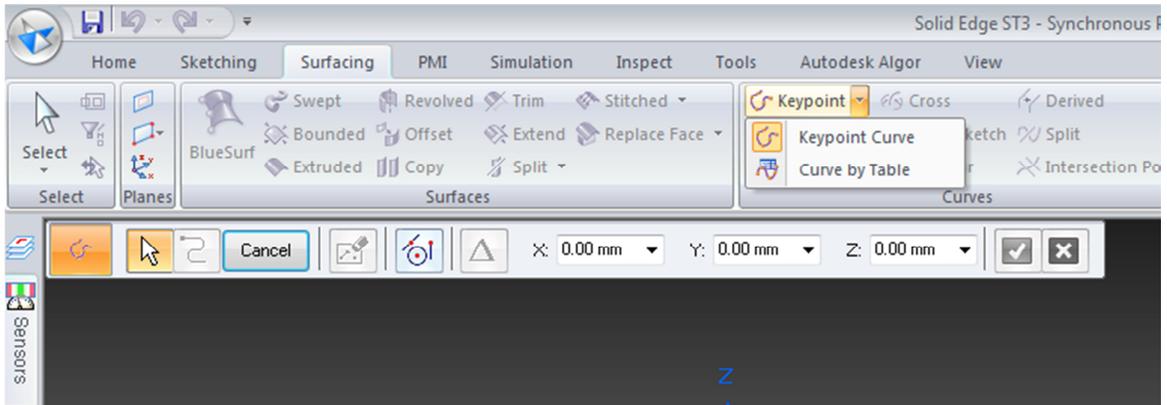


Figura 3.3 Paso2.

En pantalla aparece la ventana Insert Object, se selecciona  Browse... para ir a la ubicación del archivo de Excel, se selecciona el archivo y se da aceptar.

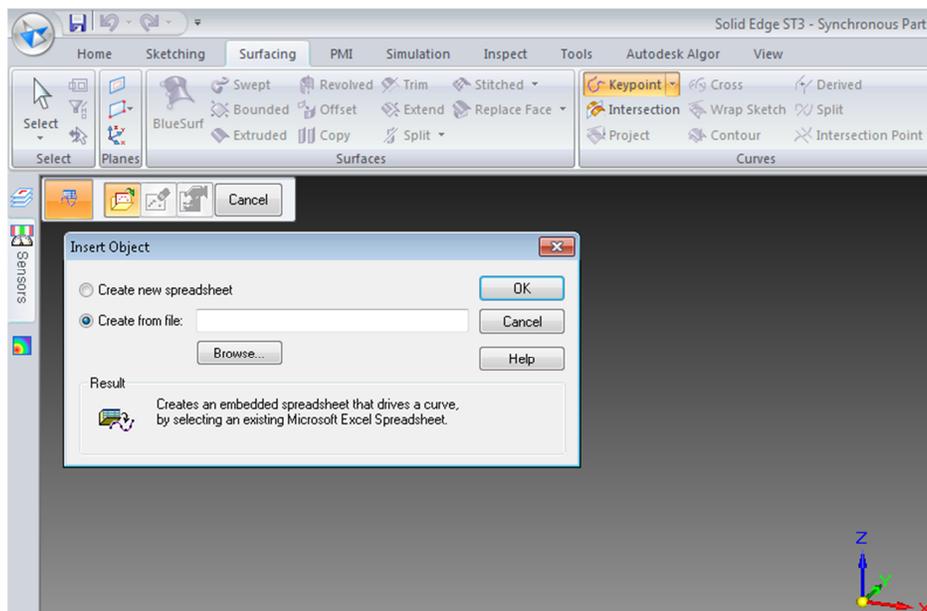


Figura 3.4 Paso3.

Después de seleccionar el archivo y dar en aceptar aparece la geometría siguiente en pantalla.

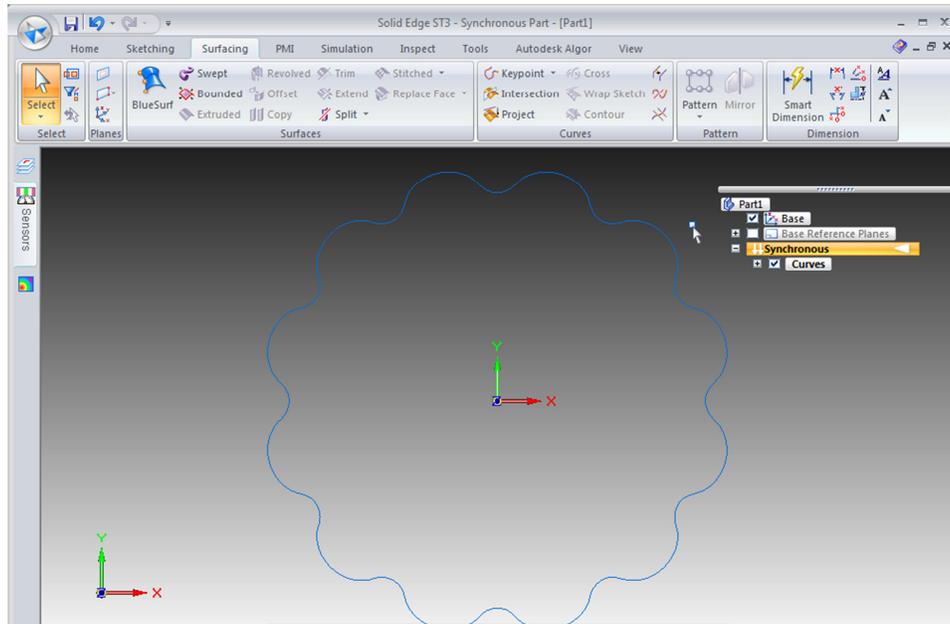
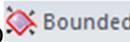


Figura 3.5 Paso 4.

Para obtener el sólido se selecciona el icono  Bounded, para crear una superficie dentro de un límite

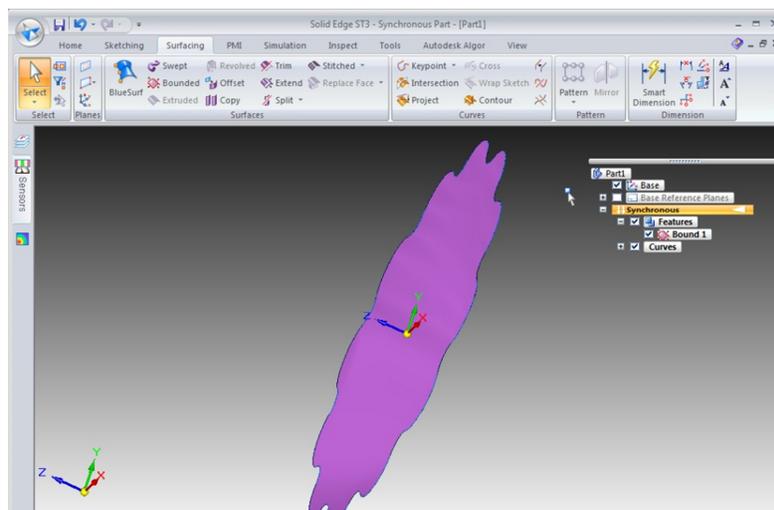
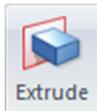


Figura 3.6 Paso 5.

Posteriormente se selecciona la pestaña **Home** y se selecciona el icono



Para obtener el sólido.

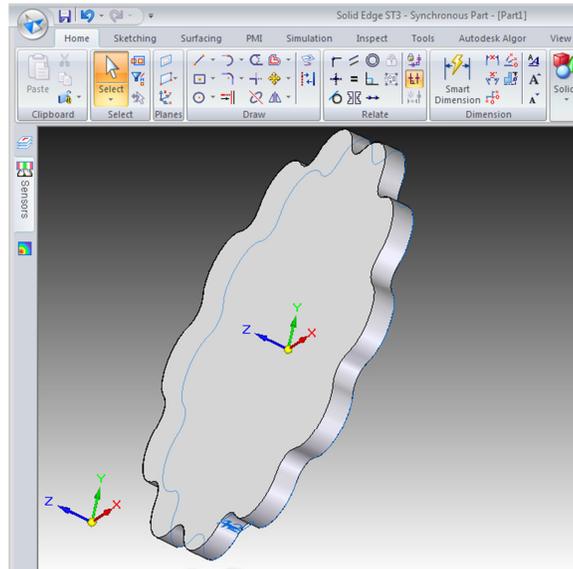


Figura 3.7 Paso 6.

Finalmente se hacen las cavidades para acoplar con los demás componentes.

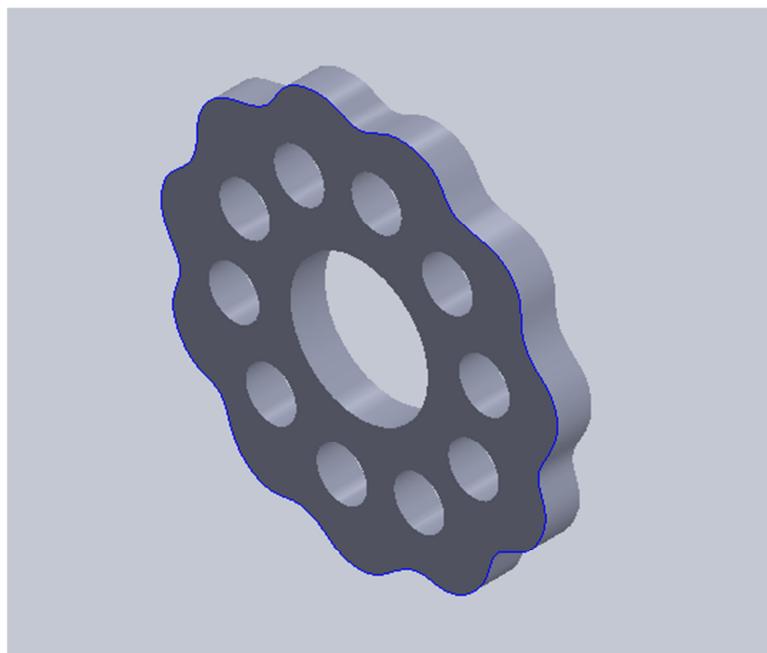


Figura 3.8 Paso 7, Disco cicloidal.

### 3.2 Cálculo de cargas y esfuerzos en el reductor cicloidal.

#### 3.2.1 Cálculo de cargas.

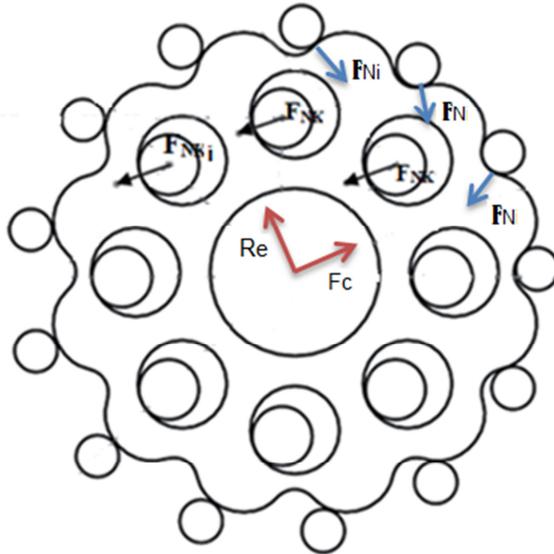


Figura 3.9 Reacciones en el disco cicloidal.

En primer lugar se debe calcular la reacción que se presenta en el disco cicloidal a causa de la excentricidad:

$$R_e = \frac{T_{in}}{2e} = \frac{71.86 [Nm]}{2 \left( \frac{90}{13} \right) \left( \frac{1}{1000} \right)} = 5189.9 [N]$$

Posteriormente se calcula la fuerza centrífuga,

$$\begin{aligned} F_c &= m\omega^2 e = (0.455 [kg]) (293.22 [rad/s])^2 \left( \frac{90}{13} [mm] \right) \left( \frac{1 [m]}{1000 [mm]} \right) \\ &= 270.831 [N] \end{aligned}$$

Después se obtienen las fuerzas entre dientes pin  $i$  y el disco cicloidal. (Se considera solo un disco ya que se divide el par)

Para el cálculo de las fuerzas que actúan en los elementos se determina la magnitud del par en las distintas fases del reductor.

Para sección 1 (Eje de entrada).

$$T_{in} = 71.86 [Nm]$$

$$T_1 = \left(\frac{T_{in}}{2}\right) = 35.93 [Nm]$$

$$T_1 = 35.93 [Nm]$$

$$Z_b = 13$$

$$T_2 = (T_1)(Z_b) = 467.09 [Nm]$$

Para sección 2 (Eje de salida).

$$T_3 = T_2 - T_1 = 431.16 [Nm]$$

$$T_{out} = 2(T_3) = 862.32 [Nm]$$

Fuerzas que actúan entre los lóbulos y pines.

Parámetros:

$$T_2 = 467.09 [Nm]$$

$$r_{N1} = 84.38 [mm]$$

$$r_{N2} = 89.82 [mm]$$

$$r_{N3} = 51.75 [mm]$$

$$F_{N1} = \frac{T_2 \left(\frac{r_{N1}}{1000}\right)}{\left(\frac{r_{N1}}{1000}\right)^2 + \left(\frac{r_{N2}}{1000}\right)^2 + \left(\frac{r_{N3}}{1000}\right)^2} = 2206.08 [N]$$

$$F_{N1} = 2206.08 [N]$$

$$r_{N1} = 84.38 [mm]$$

$$r_{N2} = 89.82 [mm]$$

$$F_{N2} = \frac{F_{N1} \left(\frac{r_{N2}}{1000}\right)}{\left(\frac{r_{N1}}{1000}\right)} = 2348.31 [N]$$

$$F_{N1} = 2206.08 \text{ [N]}$$

$$r_{N1} = 84.38 \text{ [mm]}$$

$$r_{N3} = 51.75 \text{ [mm]}$$

$$F_{N3} = \frac{F_{N1} \left( \frac{r_{N3}}{1000} \right)}{\left( \frac{r_{N1}}{1000} \right)} = 1352.98 \text{ [N]}$$

Fuerzas entre los rodillos de salida j y el disco cicloidal.

$$F_{N1} = 2206.08 \text{ [N]}$$

$$r_{N1} = 84.38 \text{ [mm]}$$

$$r_{k1} = 75.85 \text{ [mm]}$$

$$F_{NK1} = \frac{F_{N1} * r_{k1}}{r_{N1}} = 1983.07 \text{ [N]}$$

$$F_{N2} = 2348.31 \text{ [N]}$$

$$r_{N2} = 89.82 \text{ [mm]}$$

$$r_{k2} = 75.5 \text{ [mm]}$$

$$F_{NK2} = \frac{F_{N2} * r_{k2}}{r_{N2}} = 1973.92 \text{ [N]}$$

$$F_{N3} = 1352.98 \text{ [N]}$$

$$r_{N3} = 51.75 \text{ [mm]}$$

$$r_{k3} = 75.15 \text{ [mm]}$$

$$F_{NK3} = \frac{F_{N3} * r_{k3}}{r_{N3}} = 1964.76 \text{ [N]}$$

### 3.2.1 Diseño de las flechas de transmisión.

Para el cálculo de las flechas es necesario dibujar el diagrama de cuerpo libre donde se pueda visualizar las cargas aplicadas, así como la ubicación de los elementos.

### 3.2.1.1 Flecha de entrada.

Analizando la flecha de entrada, se tiene:

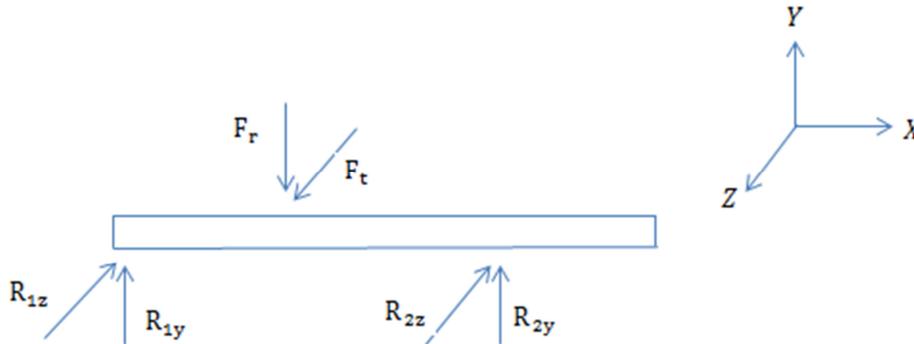


Figura 3.10 Diagrama de cuerpo libre eje de entrada.

Se considerara solo una de las reacciones en la leva excéntrica para mayor seguridad, de la fuerza obtenida se obtendrán las fuerzas tangencial y radial.

En el diagrama de cuerpo libre se pueden observar las reacciones en los rodamientos, así como las fuerzas tangenciales y radiales ejercidas por los componentes.

De la reacción  $R_e$  se obtienen sus componentes, el ángulo de incidencia de la fuerza varia de 30 a 60 grados, por lo que se considerará un ángulo medio de 45 grados.

$$R_e = 5189.9 \text{ [N]}$$

Fuerza tangencial

$\varepsilon$  : angulo de incidencia de  $R_e$

$$\varepsilon = 45 \text{ grados}$$

$$F_t = R_e \cos \varepsilon = 5189.9 \text{ [N]} \cos 45 = 3669.81 \text{ [N]}$$

Fuerza radial

$$F_r = R_e \sin \varepsilon = 5189.9 \text{ [N]} \sin 45 = 3669.81 \text{ [N]}$$

Sumatoria de momentos en Y,  $\sum M_{R2z} = 0$

$$-R_{1z} b + F_r a = 0$$

$$-R_{1z}(0.068[\text{m}]) + 3669.81 \text{ [N]}(0.034 \text{ [m]}) = 0$$

$$R_{1z} = 1834.91 \text{ [N]}$$

Sumatoria de fuerzas en Z

$$-R_{1z} + F_r - R_{2z} = 0$$

$$-1834.91 \text{ [N]} + 3669.81 \text{ [N]} - R_{2z} = 0$$

$$R_{2z} = 1834.91 \text{ [N]}$$

Sumatoria de momentos en Z,  $\sum M_{R2y} = 0$

$$R_{1y} b - F_t a = 0$$

$$R_{1y}(0.068[\text{m}]) - 3669.81 \text{ [N]}(0.034 \text{ [m]}) = 0$$

$$R_{1y} = 1834.91 \text{ [N]}$$

Sumatoria de fuerzas en Y

$$R_{1y} - F_r + R_{2y} = 0$$

$$1834.91 \text{ [N]} - 3669.81 \text{ [N]} + R_{2y} = 0$$

$$R_{2y} = 1834.91 \text{ [N]}$$

## Cálculo de momentos flectores

Se divide el eje en dos secciones para determinar los valores de los momentos.

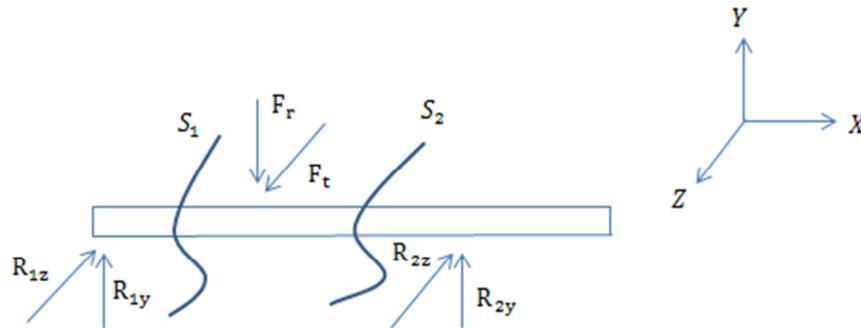


Figura 3.11 Diagrama de cuerpo libre y secciones del momento flector.

## Cálculo de momentos verticales

$$\sum M_{S1} = 0, \quad 0 \leq X \leq 0.034$$

$$R_{1y}X + M = 0$$

$$M = 1834.91[\text{N}](0) = 0$$

$$M = 1834.91[\text{N}](0.034[\text{m}]) = 62.39[\text{Nm}]$$

$$M = 62.39[\text{Nm}]$$

$$\sum M_{S2} = 0, \quad 0.034 \leq X \leq 0.068$$

$$R_{1y}X - F_r(X - 0.034) + M = 0$$

$$M = -1834.91[\text{N}](0.068[\text{m}]) + 3669.81[\text{N}](0.068[\text{m}] - 0.034[\text{m}]) = 0$$

$$M = 0[\text{Nm}]$$

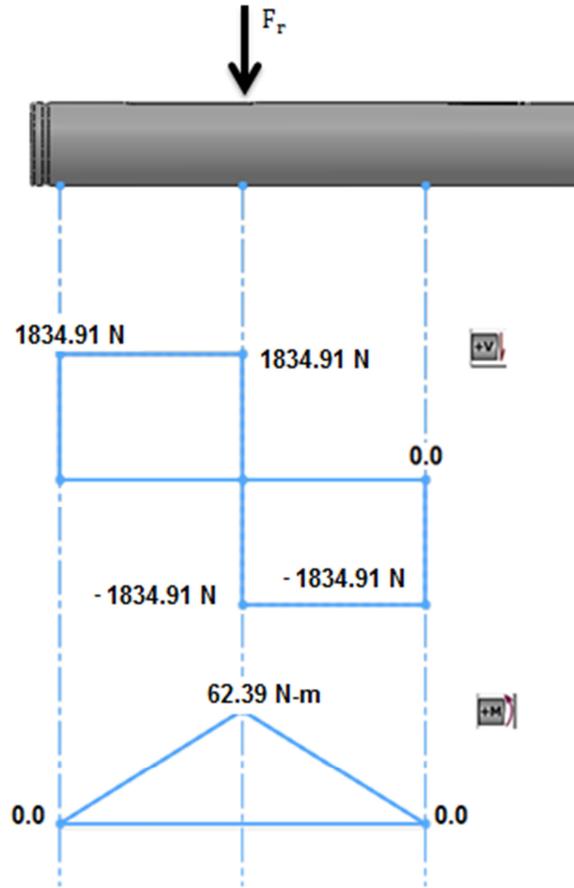


Figura 3.12 Diagrama de cortante y momento flector.

Cálculo de momentos horizontales

$$\sum M_{S1} = 0, \quad 0 \leq X \leq 0.034$$

$$-R_{1z}X + M = 0$$

$$M = 1834.91 \text{ [N]}(0 \text{ [m]}) = 0$$

$$M = 1834.91 \text{ [N]}(0.034 \text{ [m]}) = 62.39 \text{ [Nm]}$$

$$\sum M_{S2} = 0, \quad 0.034 \leq X \leq 0.068$$

$$-R_{1z}X + F_t(X - 0.034) + M = 0$$

$$M = 1834.91 \text{ [N]}(0.068 \text{ [m]}) - 3669.81 \text{ [N]}(0.068 \text{ [m]} - 0.034 \text{ [m]}) = 0$$

$$M = 0 \text{ [N * m]}$$

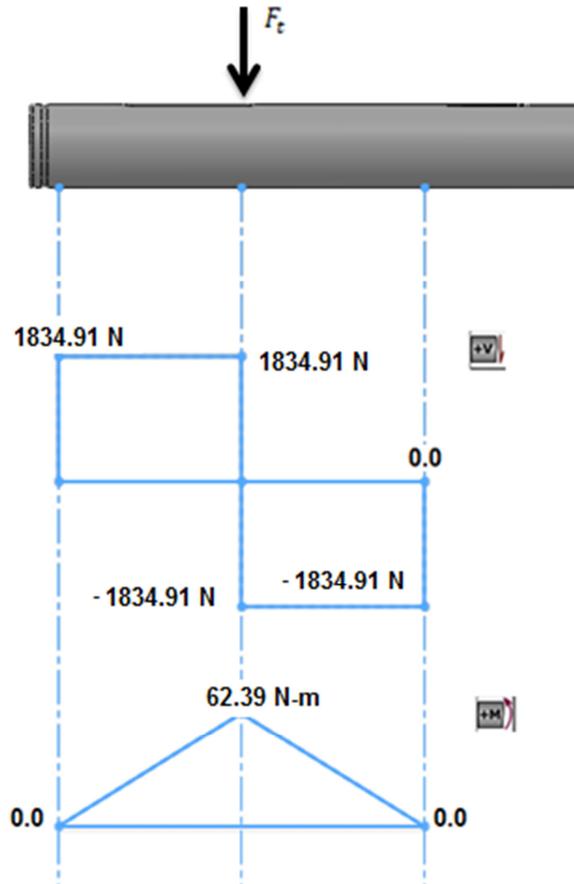


Figura 3.13 Diagrama de cortante y momento flector.

Cálculo del momento total del eje de entrada:

$$M_T = \sqrt{M_1^2 + M_2^2}$$

$$M_T = \sqrt{(62.39)^2 + (62.39)^2}$$

$$M_T = 88.233\text{ N} \cdot \text{m}$$

Para determinar el diámetro de las flechas de transmisión se empleó el método ASME

Se seleccionó el material 1020 rolado en frío:

$$S_u = 469\text{ [MPa]}$$

$$S_y = 393\text{ [MPa]}$$

Se consideraron los siguientes factores

$$K_{carga} = 1$$

$$K_{tamaño} = 1$$

$$K_{superficial} = 0.9$$

$$K_{temperatura} = 1$$

$$K_{confiabilidad} = 1$$

Cálculo de la resistencia a la fatiga corregida

$$S'_e = \frac{S_u}{2}$$

$$S'_e = \frac{469 [MPa]}{2} = 234.5 [MPa]$$

$$S_e = k_{carga} k_{tamaño} k_{superficial} k_{temperatura} k_{confiabilidad} S'_e$$

$$S_e = (1)(1)(0.9)(1)(1)(234.5 [MPa]) = 211.05 [MPa]$$

Parámetros para emplear la norma ASME para diseño de flechas.

$$T_{in} = 71.86 [N * m]$$

$$M_T = 88.233 [N * m]$$

$$N = 2$$

$$S_u = 469 [MPa]$$

$$S_y = 393 [MPa]$$

Sustituyendo en la ecuación,

$$D = \left\{ \frac{32 N}{\pi} \left[ \left( \frac{k_t M_T}{S_e} \right)^2 + \frac{3}{4} \left( \frac{T}{S_y} \right)^2 \right]^{\frac{1}{2}} \right\}^{\frac{1}{3}}$$

Como se puede observar en el diagrama de momentos flectores, en este punto  $M=0$  por lo tanto la ecuación se reduce

$$D_{R1} = \left\{ \frac{32 N}{\pi} \left[ \frac{3}{4} \left( \frac{T}{S_y} \right)^2 \right]^{\frac{1}{2}} \right\}^{\frac{1}{3}}$$

$$D_{R1,R2} = \left\{ \frac{32 (2)}{\pi} \left[ \frac{3}{4} \left( \frac{71.86 [N * m]}{393 [MPa]} \right)^2 \right]^{\frac{1}{2}} \right\}^{\frac{1}{3}} = 0.0148 [m]$$

En el punto B tenemos  $k_t = 2$  por contar con un cuñero de perfil según tablas.

El par en esta sección es  $T_2 = 467.09 [N * m]$

$$D_d = \left\{ \frac{32 (2)}{\pi} \left[ \left( \frac{(2) (88.233 [N * m])}{211.05 [MPa]} \right)^2 + \frac{3}{4} \left( \frac{467.09 [N * m]}{393 [MPa]} \right)^2 \right]^{\frac{1}{2}} \right\}^{\frac{1}{3}}$$

$$D_d = 0.03001 [m]$$

### 3.2.1.2 Flecha de salida.

Cálculo del eje de salida.

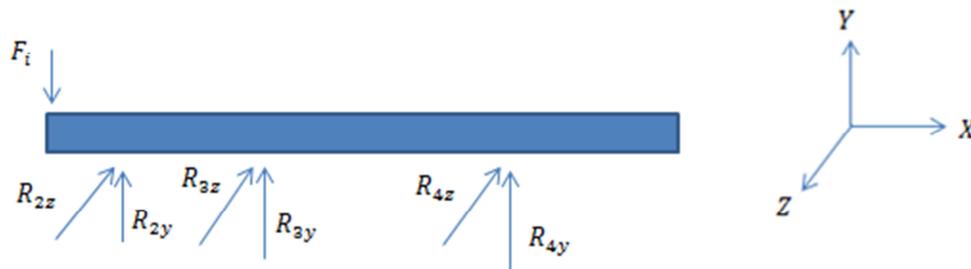


Figura 3.14 Diagrama de cuerpo libre eje de salida.

Cálculo del eje de salida.

Sumatoria de momentos en Y,

$$\begin{aligned}\sum M_y &= 0 \\ -R_{2z}(0.14) - R_{3z}(0.07) &= 0 \\ R_{3z} &= \frac{-1834.91(0.14)}{0.07} \\ R_{3z} &= -3669.82 [N]\end{aligned}$$

Sumatoria de fuerzas en Z,

$$\begin{aligned}\sum F_z &= 0 \\ -R_{2z} - R_{3z} - R_{4z} &= 0 \\ R_{4z} &= -R_{2z} - R_{3z} \\ R_{4z} &= -1834.91 - (-3669.82) \\ R_{4z} &= 1834.91 [N]\end{aligned}$$

Sumatoria de momentos en Z,

$$\begin{aligned}\sum M_z &= 0 \\ -F_i(0.1725) + R_{2y}(0.14) + R_{3y}(0.07) &= 0 \\ R_{3y} &= \frac{5907.37(0.1725) - 1834.91(0.14)}{0.07} \\ R_{3y} &= 10887.63 [N]\end{aligned}$$

Sumatoria de fuerzas en Y,

$$\begin{aligned}\sum F_y &= 0 \\ -F_i + R_{2y} + R_{3y} + R_{4y} &= 0 \\ R_{4y} &= F_i - R_{2y} - R_{3y} \\ R_{4y} &= 5907.37[N] - 1834.91 - 10887.63 \\ R_{4y} &= -6815.17 [N]\end{aligned}$$

Cálculo de momentos flectores verticales:

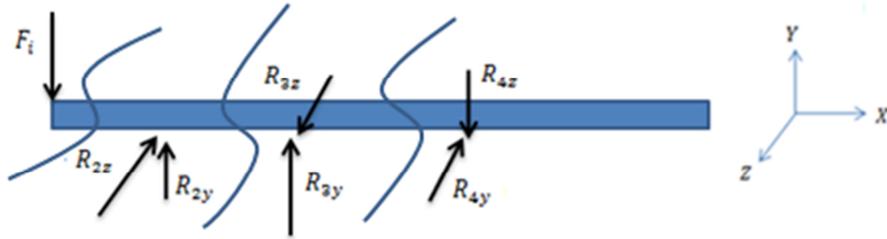


Figura 3.15 Diagrama de cuerpo libre y secciones del momento flector.

$$\sum M_{s1} = 0, \quad 0 \leq X \leq 0.0325$$

$$F_i X + M = 0$$

$$5907.37 (0.0325) + M = 0$$

$$M = -191.99 [N * m]$$

$$\sum M_{s2} = 0, \quad 0.0325 \leq X \leq 0.1025$$

$$F_i X - R_{2y}(X - 0.0325) + M = 0$$

$$5907.37 (0.1025) - 1834.91(0.1025 - 0.0325) + M = 0$$

$$M = -477.062 [N * m]$$

$$\sum M_{s3} = 0, \quad 0.1025 \leq X \leq 0.1725$$

$$F_i X - R_{2y}(X - 0.0325) - R_{3y}(X - 0.1025) + M = 0$$

$$5907.37 (0.1725) - 1834.91(0.1725 - 0.0325) - 10887.63(0.1725 - 0.1025)$$

$$+ M = 0$$

$$M = 0 [N * m]$$

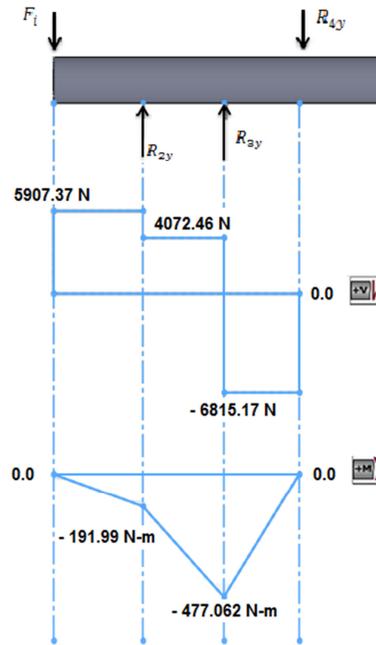


Figura 3.16 Diagrama cortante y momento flector.

Momentos flectores horizontales:

$$\sum M_{s1} = 0, \quad 0 \leq X \leq 0.07$$

$$-R_{2z} X + M = 0$$

$$-1834.91 (0.07) + M = 0$$

$$M = 128.444 [N * m]$$

$$\sum M_{s2} = 0, \quad 0.07 \leq X \leq 0.14$$

$$-R_{2z} X + R_{3z}(X - 0.07) + M = 0$$

$$-1834.91 (0.14) + 3669.81(0.14 - 0.07) + M = 0$$

$$M = 0 [N * m]$$

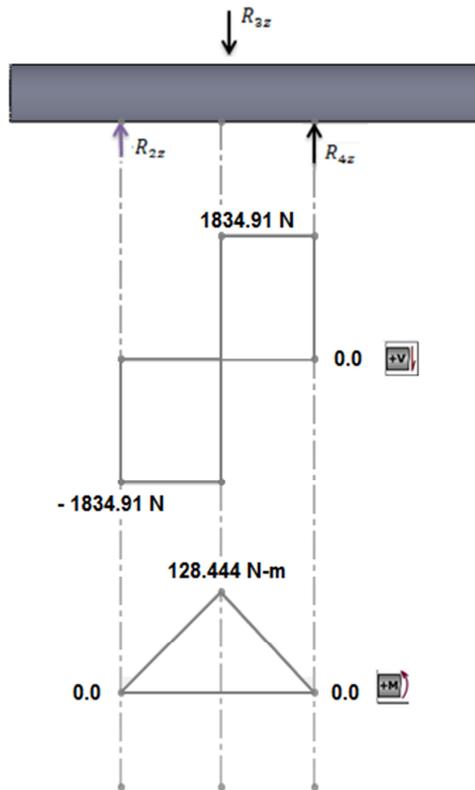


Figura 3.17 Diagrama cortante y momento flector.

Cálculo de momento flector total en el eje de salida:

$$M_T = \sqrt{M_1^2 + M_2^2}$$

$$M_T = \sqrt{(477.062)^2 + (128.444)^2}$$

$$M_T = 494.051 \text{ N} * \text{m}$$

### Cálculo de eje sección 2 (rodamiento 3).

Para determinar el diámetro de la flecha de salida, se emplea el método ASME, así como el material empleado en la flecha de entrada con clasificación 1020 rolado en frío:

$$S_u = 469 \text{ [MPa]}$$

$$S_y = 393 \text{ [MPa]}$$

Se consideraran los siguientes factores

$$K_{\text{carga}} = 1$$

$$K_{\text{tamaño}} = 1$$

$$K_{\text{superficial}} = 0.9$$

$$K_{\text{temperatura}} = 1$$

$$K_{\text{confiabilidad}} = 1$$

Cálculo de la resistencia a la fatiga corregida

$$S'_e = \frac{S_u}{2}$$

$$S'_e = \frac{469 \text{ [MPa]}}{2} = 234.5 \text{ [MPa]}$$

$$S_e = k_{\text{carga}} k_{\text{tamaño}} k_{\text{superficial}} k_{\text{temperatura}} k_{\text{confiabilidad}} S'_e$$

$$S_e = (1)(1)(0.9)(1)(1)(234.5 \text{ [MPa]}) = 211.05 \text{ [MPa]}$$

Parámetros para emplear la norma ASME para diseño de flechas.

$$T_{\text{out}} = 862.32 \text{ [N * m]}$$

$$N = 2$$

$$M_T = 494.051 \text{ [N * m]}$$

$$S_y = 393 \text{ [MPa]}$$

$$S_e = 211.05 \text{ [MPa]}$$

Al sustituir los valores en la ecuación,

$$D = \left\{ \frac{32 N}{\pi} \left[ \left( \frac{k_t M_T}{S_e} \right)^2 + \frac{3}{4} \left( \frac{T}{S_y} \right)^2 \right]^{\frac{1}{2}} \right\}^{\frac{1}{3}}$$

$$D_{R3} = \left\{ \frac{32 (2)}{\pi} \left[ \left( \frac{(3) (494.051 \text{ [N * m]})}{211.05 \text{ [MPa]}} \right)^2 + \frac{3}{4} \left( \frac{862.32 \text{ [N * m]}}{393 \text{ [MPa]}} \right)^2 \right]^{\frac{1}{2}} \right\}^{\frac{1}{3}}$$

$$D_{R3} = 0.05292 \text{ [m]}$$

Se consideró  $k_t = 3$  por los anillos de retención según tablas.

#### Cálculo del diámetro del eje (rodamiento 4).

Para determinar el diámetro, se empleó el método ASME como en el ejemplo anterior. Material 1020 rolado en frío:

$$S_u = 469 \text{ [MPa]}$$

$$S_y = 393 \text{ [MPa]}$$

Se consideran los siguientes factores,

$$K_{carga} = 1$$

$$K_{tamaño} = 1$$

$$K_{superficial} = 0.9$$

$$K_{temperatura} = 1$$

$$K_{confiabilidad} = 1$$

Cálculo de la resistencia a la fatiga corregida,

$$S'_e = \frac{S_u}{2}$$

$$S'_e = \frac{469 \text{ [MPa]}}{2} = 234.5 \text{ [MPa]}$$

$$S_e = k_{carga} k_{tamaño} k_{superficial} k_{temperatura} k_{confiabilidad} S'_e$$

$$S_e = (1)(1)(0.9)(1)(1)(234.5 \text{ [MPa]}) = 211.05 \text{ [MPa]}$$

Parámetros necesarios para emplear la norma ASME para diseño de flechas.

$$T_{out} = 862.32 \text{ [N * m]}$$

$$N = 2$$

$$S_y = 393 \text{ [MPa]}$$

$$S_e = 211.05 \text{ [MPa]}$$

Como se puede observar en los diagramas de momentos flectores, el momento en esta sección es cero, por lo cual la ecuación se reduce.

$$D = \left\{ \frac{32 \text{ N}}{\pi} \left[ \frac{3}{4} \left( \frac{T}{S_y} \right)^2 \right]^{\frac{1}{2}} \right\}^{\frac{1}{3}}$$

Sustituyendo en la ecuación,

$$D_{R4} = \left\{ \frac{32 (2)}{\pi} \left[ \frac{3}{4} \left( \frac{862.32 \text{ [N * m]}}{393 \text{ [MPa]}} \right)^2 \right]^{\frac{1}{2}} \right\}^{\frac{1}{3}}$$

$$D_{R4} = 0.03383 \text{ [m]}$$

Se consideró  $k_t = 3$  por los anillos de retención según tablas.

### **3.2.1.3 Selección de rodamientos.**

#### **Rodamiento r1.**

Carga de diseño

$$P_d = V * X * F_r + Y * T$$

Donde

$P_d$  = carga de diseño

$V$  = factor por rotación

$X$  = factor radial

$Y$  = factor de empuje

$T$  = carga de empuje aplicada o carga axial

$F_r$  = carga radial

No hay fuerza axial, por lo tanto podemos pensar que no hay un factor de empuje  $Y$  (lo cual indica que  $X$  puede tener un valor equivalente a la unidad). Ni tampoco carga de empuje aplicada  $T$ .

$$P_d = V * X * F_r$$

$V = 1$ , ya que solo gira la parte interior del rodamiento.

La carga radial se obtendrá de las reacciones de los rodamientos de la siguiente manera.

Donde

$$R_{1y} = 1834.91 [N]$$

$$R_{1z} = 1834.91 [N]$$

Por lo tanto

$$F_{R1} = [R_{1y}^2 + R_{1z}^2]^{\frac{1}{2}} = 2594.955 [N]$$

Es decir carga radial en el rodamiento 1: 2594.955 [N]

$$F_{R1} = 2594.955 [N]$$

$$F_r = \frac{2594.955 [N]}{9.81 \left[ \frac{m}{s} \right]} = 264.52 [kg]$$

$$F_r = 583.17 [lb]$$

Como podemos observar en la figura x el punto de operación se encuentra en la zona de rodamientos de tipo bolas y rodillos con lo cual podemos seleccionar unos u otros.

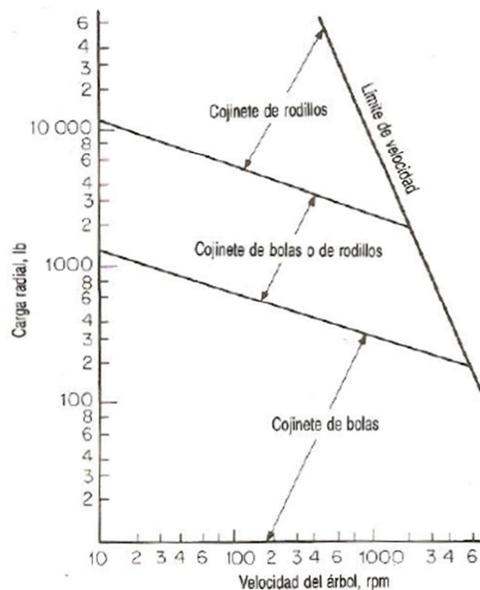


Figura 3.18 Guía para la selección de los cojinetes de bolas y rodillos.

Los rodamientos serán de la marca SKF por lo cual será necesario consultar el catalogo.

De la tabla del catálogo obtenemos las horas de servicio.

Valores orientativos de vida nominal requeridos para diferentes clases de máquinas	
Clase de máquinas	Vida nominal Horas de funcionamiento
Electrodomésticos, máquinas agrícolas, instrumentos, equipos técnicos de uso médico	300 ... 3 000
Máquinas usadas intermitentemente o por cortos períodos: herramientas eléctricas portátiles, aparatos elevadores en talleres, máquinas y equipos para la construcción	3 000 ... 8 000
Máquinas para trabajar con alta fiabilidad de funcionamiento por cortos períodos o intermitentemente: ascensores (elevadores), grúas para mercancías embaladas o eslingas de tambores, etc.	8 000 ... 12 000
Máquinas para 8 horas de trabajo diario, no siempre totalmente utilizadas: transmisiones por engranajes para uso general, motores eléctricos de uso industrial, machacadoras rotativas	10 000 ... 25 000
Máquinas para 8 horas de trabajo diario totalmente utilizadas: máquinas herramientas, máquinas para trabajar la madera, máquinas para la industria de ingeniería, grúas para materiales a granel, ventiladores, cintas transportadoras, equipos para imprentas, separadores y centrifugas	20 000 ... 30 000
Máquinas para trabajo continuo, 24 horas al día: cajas de engranajes para laminadores, maquinaria eléctrica de tamaño medio, compresores, tomos de extracción para minas, bombas, maquinaria textil	40 000 ... 50 000
Máquinas para la industria de energía eólica, esto incluye el eje principal, la orientación, los engranajes, los rodamientos del generador	30 000 ... 100 000
Maquinaria para el abastecimiento de agua, hornos giratorios, máquinas cableadoras, maquinaria de propulsión para transatlánticos	60 000 ... 100 000
Maquinaria eléctrica de gran tamaño, centrales eléctricas, bombas y ventiladores para minas, rodamientos para la línea de ejes de transatlánticos	> 100 000

Tabla 3.1 Horas de servicio, catalogo SKF.

Para una máquina de 8 horas de trabajo diario, no siempre totalmente utilizadas: transmisiones por engranajes para uso general, motores eléctricos, etc. Se tiene un rango de 10,000 a 25,000 horas de trabajo. Por lo que se propone un rango de 20,000 horas de trabajo.

$$L_h = 15000$$

$$L_d = L_h * n * 60$$

$$L_d = (15000)(2800)60 = 2520 \times 10^6 \text{ rev} = 2520 \text{ mdr}$$

Capacidad de carga dinámica  $C_r$

La capacidad de carga dinámica requerida es la carga con la cual operan los rodamientos para alcanzar una vida útil de un millón de revoluciones (1mdr).

La ecuación siguiente involucra la carga y la duración, esta ecuación es la base para obtener la carga o vida útil.

$$\frac{L_2}{L_1} = \left(\frac{P_1}{P_2}\right)^k$$

Donde

$$L_2 = L_d$$

$L_1 = L_{10}$  Duración nominal (1 mdr)

$P_1 = C_r$  Capacidad de carga dinámica [N]

$P_2 = P_d$  Carga de diseño [N]

$k = 3$  Este es el valor que toma por ser un rodamiento de bolas.

$$P_1 = P_2 \left(\frac{L_2}{L_1}\right)^{\frac{1}{k}}$$

$$C_{r1} = P_d \left(\frac{L_d}{L_{10}}\right)^{\frac{1}{k}}$$

$$P_d = F_{r1} = 2594.955 \text{ [N]}$$

$$C_{r1} = (2594.955 \text{ [N]}) \left(\frac{2520 \times 10^6}{10^6}\right)^{\frac{1}{3}}$$

$$C_{r1} = 35312.63 \text{ [N]}$$

## Deep groove ball bearings, single row

-  Tolerances , see text
-  Radial internal clearance , see text
-  Recommended fits
-  Shaft and housing tolerances

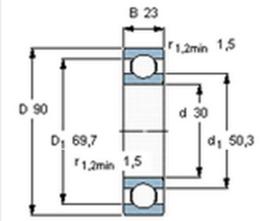
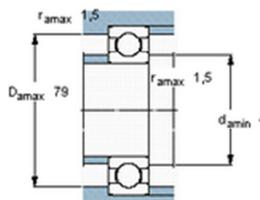
 Find a distributor
 Contact

 Print

 Calculation
 CAD model
 3D view

 View full table
 Imperial
 Metric

Principal dimensions			Basic load ratings		Speed ratings		Designation
d	D	B	dynamic C	static C <sub>0</sub>	Reference speed	Limiting speed	* SKF Explorer bearing
mm			kN		r/min		-
30	90	23	43,6	23,6	18000	11000	<b>6406</b>

Calculation factors

k<sub>r</sub> 0,035

f<sub>0</sub> 12

Figura 3.19 Dimensiones de rodamiento r1.

### Selección de rodamientos (rodamiento r2)

Carga de diseño

$$P_d = V * X * F_r + Y * T$$

Donde

$$V = 1$$

$$X = 1$$

$$Y = 0$$

$$T = 0$$

$$P_d = F_{r2}$$

Donde

$$R_{2y} = 1834.91 \text{ [N]}$$

$$R_{2z} = 1834.91 \text{ [N]}$$

Por lo tanto

$$F_{r2} = [R_{2y}^2 + R_{2z}^2]^{\frac{1}{2}} = 2594.95 \text{ [N]}$$

Es decir carga radial en el rodamiento 2: 2594.95 [N]

$$F_{R2} = 2594.95 [N]$$
$$F_r = \frac{2594.95 [N]}{9.81 [m/s]} = 264.52 [kg]$$
$$F_r = 583.17 [lb]$$

Con base en la figura 3.18 se observa que se encuentra en la zona de rodamientos de tipo bolas y rodillos con lo cual podemos seleccionar unos u otros.

Para una máquina de 8 horas de trabajo diario, se propone un rango de 20,000 horas de trabajo.

$$L_d = 2520 \times 10^6 \text{ rev} = 2520 \text{ mdr}$$

En este caso se considera  $k = 3$ , ya que será considerado un rodamiento de bolas.

$$P_1 = P_2 \left( \frac{L_2}{L_1} \right)^{\frac{1}{k}}$$
$$C_{r2} = P_d \left( \frac{L_d}{L_{10}} \right)^{\frac{1}{k}}$$

$$P_d = F_{r2} = 2594.95 [N]$$

$$C_{r2} = (2594.95 [N]) \left( \frac{2520 \times 10^6}{10^6} \right)^{\frac{1}{3}}$$

$$C_{r2} = 35312.56 [N] = 35.31 \times 10^3 [N]$$

## Rodamientos rígidos de una hilera de bolas

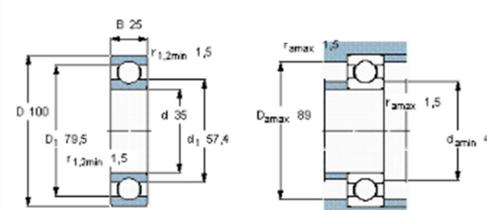
- Tolerancias , ver texto
- Juego radial interno , ver texto
- Ajustes recomendados
- Tolerancias de ejes y alojamientos

+ Buscar un distribuidor
+ Contactar

+ Cálculo
 Imprimir

+ Modelo CAD
+ Vista en 3D
 Ver tabla completa
Sistema en pulgadas (británico)
Sistema métrico

Dimensiones principales			Capacidad de carga		Velocidades nominales		Designación
d	D	B	C	C <sub>0</sub>	Velocidad de referencia	Límite de velocidad	* rodamiento SKF Explorer
mm			kN		rpm		
35	100	25	55,3	31	16000	10000	<b>6407</b>



**Factores de cálculo**

k<sub>r</sub> 0,035

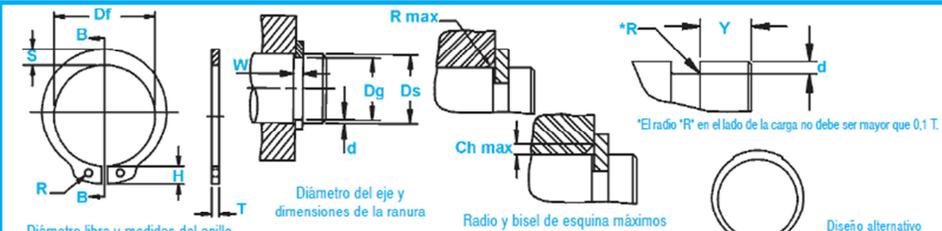
f<sub>0</sub> 12

Figura 3.20 Dimensiones de rodamiento r2.

### Montados Axialmente, Externos, Métricos

Este anillo para trabajos pesados ofrece al usuario una capacidad mayor de carga de empuje

## Anillos DSR



Diámetro libre y medidas del anillo  
Con sección B-B

Diámetro del eje y dimensiones de la ranura

Radio y bisel de esquina máximos

... Diseño alternativo (opción del fabricante)

\*El radio "R" en el lado de la carga no debe ser mayor que 0,1 T.

NO. DE ANILLO	EJE DIA.	TAMAÑO DE RANURA					TAMAÑO Y PESO DEL ANILLO							DATOS SUPLEMENTARIOS					
		DIÁMETRO		ANCHURA	PROFUNDIDAD	ESPESOR ***	DIÁMETRO LIBRE		ALTURA DE LA OREJETA	SECCIÓN MAX.	DIÁMETRO DEL AGUJERO.	PESO	MARGEN DEL BORDE	CARGA DE EMPUJE Anillo	CARGA DE EMPUJE Ranura	Radio y bisel admisibles Cham.	Carga máx. c. R/Ch. Max.	LÍMITES DE RPM	
		Ds	Dg				Tol.	W Min.											d
DSR-30	30	28.6		2.15	0.70	2.00		27.9		6.5	4.1	2.0	5.00	2.1	57.00	10.70	1.5	13.6	21000
DSR-32	32	30.3		2.15	0.85	2.00		29.6		6.5	4.1	2.5	5.40	2.5	57.00	12.90	1.5	13.6	20000
DSR-34	34	32.3		2.65	0.85	2.50	-0,07	31.5	+0,25	6.6	4.2	2.5	6.80	2.5	87.00	16.40	1.5	15.6	18000
DSR-35	35	33.0		2.65	1.00	2.50		32.2	-0,50	6.7	4.2	2.5	7.10	3.0	86.00	17.80	1.5	15.4	17000
DSR-36	36	34.0		2.65	1.00	2.50		33.2		6.7	4.2	2.5	7.50	3.0	101.50	20.10	2.0	18.3	16000
DSR-38	38	36.0		2.65	1.00	2.50		35.2		6.8	4.5	2.5	8.00	3.0	101.00	21.20	2.0	18.6	15000
DSR-40	40	37.5		2.65	1.25	2.50		36.5		7.0	4.4	2.5	8.20	3.8	104.00	25.30	2.0	19.3	14000
DSR-42	42	39.5	-0,25	2.65	1.25	2.50		38.5		7.2	4.5	2.5	9.60	3.8	102.00	26.70	2.0	19.2	13000
DSR-44	44	41.5		2.65	1.25	2.50		40.5	+0,39	7.2	4.5	2.5	10.40	3.8	101.00	27.90	2.0	19.1	12000
DSR-45	45	42.5		2.65	1.25	2.50		41.5	-0,90	7.5	4.7	2.5	10.80	3.8	100.00	28.60	2.0	19.1	11000
DSR-48	48	45.5		2.65	1.25	2.50		44.5		7.8	5.0	2.5	12.20	3.8	101.00	30.70	2.0	19.5	10000
DSR-50	50	47.0		3.15	1.50	3.00		45.8		8.0	5.1	2.5	14.80	4.5	165.00	38.20	2.0	32.4	11000
DSR-52	52	49.0		3.15	1.50	3.00		47.8		8.2	5.2	2.5	15.40	4.5	165.00	39.70	2.5	26.0	10000

Figura 3.21 Tabla de anillo de retención empleado en eje de salida.

La lubricación de los componentes móviles será por medio de grasa, se considera que la lubricación será la suficiente.

### 3.2.1.4 Chaflán.

#### Cálculo de chaflán.

Cuando en un eje se presenta un cambio de diámetro, para formar un escalón contra el cual localizar un elemento de máquina, se produce una concentración de esfuerzos que depende de la relación entre los dos diámetros y del radio del chaflán. Se recomienda que el radio del chaflán (o radio de tangencia) sea el mayor posible para minimizar la concentración de esfuerzos, pero a veces el diseño del engrane, cojinete u otro elemento, es el que afecta el radio que se puede usar. Para fines del diseño, se clasifican los chaflanes en dos categorías: agudas y bien redondeadas.

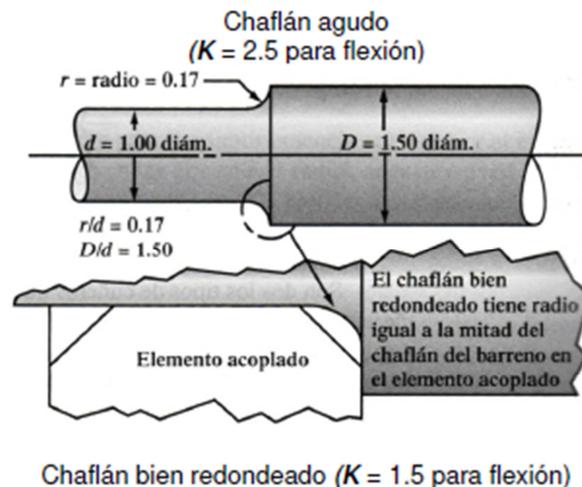


Figura 3.22 Tipos de chaflanes.

Aquí, el término agudo no quiere decir algo verdaderamente agudo, sin radio de transición. Esa configuración de escalón tendría un factor de concentración de esfuerzos muy grande, y debiera evitarse. Más bien, dicho término describe un escalón con un radio de chaflán relativamente pequeño.

Una situación donde eso es lo que probablemente ocurra se presenta cuando hay que localizar un cojinete de bolas o de rodillos. La pista interior de los rodamientos tiene un radio con el que se fabricó, pero es pequeño. El radio del chaflán sobre el eje debe hacer que el rodamiento asiente bien contra el escalón. Cuando un elemento con un bisel grande en el barreno recarga contra el escalón, o cuando no hay nada que recargue contra el escalón, el radio del chaflán podría ser mucho mayor (bien redondeado), y el factor de concentración de esfuerzos sería menor. Se usarán los siguientes valores en diseños para flexión:

$k = 2.5$  (chaflán agudo).

$k_t = 1.5$  (transición bien redondeada).

Al consultar las gráficas de factores de concentración de esfuerzos, esos valores corresponden a relaciones  $r/d$  de 0.03, aproximadamente, para el caso del chaflán agudo, y de 0.17 para el chaflán bien redondeado, con una relación  $D/d$  igual a 1.50.

Radio de chaflán						
Eje de salida		D	d	Chaflanes		
Diámetros escalonados		Diámetro mayor (m)	Diámetro menor (m)	(r/d=0.03)	(r/d=0.17)	Radio de chaflán (r)
Ø1	Ø2	0.060	0.055	Agudo		0.00165 m
Ø1	Ø2	0.035	0.030	Agudo		0.0009 m

Tabla 3.2 Cálculo de chaflán eje de salida.

### 3.2.1.5 Cálculo y selección de cuñas.

#### Cuña para eje de entrada.

Para la selección de las chavetas tomamos la dimensión real que tendrán los ejes. Por lo que será necesario consultar la tabla que se muestra a continuación.

Diámetro del eje 0.035m, el eje tiene un par  $T = 934.18 [Nm]$  que se transmite.

$S_y$  = Resistencia de fluencia

$S_u$  = resistencia a la tensión

Tamaño nominal del eje		Tamaño nominal de la cuña		
Más de	Hasta (incl.)	Ancho, W	Altura, H	
			Cuadrada	Rectangular
5/16	7/16	3/32	3/32	
7/16	9/16	1/8	1/8	3/32
9/16	7/8	3/16	3/16	1/8
7/8	1 $\frac{1}{4}$	1/4	1/4	3/16
1 $\frac{1}{4}$	1 $\frac{3}{8}$	5/16	5/16	1/4
1 $\frac{3}{8}$	1 $\frac{1}{2}$	3/8	3/8	1/4
1 $\frac{1}{2}$	2 $\frac{1}{4}$	1/2	1/2	3/8
2 $\frac{1}{4}$	2 $\frac{1}{2}$	5/8	5/8	7/16
2 $\frac{3}{4}$	3 $\frac{1}{4}$	3/4	3/4	1/2
3 $\frac{1}{4}$	3 $\frac{3}{4}$	7/8	7/8	5/8
3 $\frac{3}{4}$	4 $\frac{1}{2}$	1	1	3/4
4 $\frac{1}{2}$	5 $\frac{1}{2}$	1 $\frac{1}{4}$	1 $\frac{1}{4}$	7/8
5 $\frac{1}{2}$	6 $\frac{1}{2}$	1 $\frac{3}{8}$	1 $\frac{3}{8}$	1
6 $\frac{1}{2}$	7 $\frac{1}{2}$	1 $\frac{1}{2}$	1 $\frac{1}{2}$	1 $\frac{1}{2}$
7 $\frac{1}{2}$	9	2	2	1 $\frac{3}{4}$
9	11	2 $\frac{1}{2}$	2 $\frac{1}{2}$	1 $\frac{3}{4}$
11	13	3	3	2
13	15	3 $\frac{1}{2}$	3 $\frac{1}{2}$	2 $\frac{1}{2}$
15	18	4		3
18	22	5		3 $\frac{1}{2}$
22	26	6		4
26	30	7		5

Fuente: Reimpreso de la norma ANSI B17.1-1967 (R98) con autorización de la American Society of Mechanical Engineers. Todos los derechos reservados.

Nota: Se prefieren los valores en las áreas no sombreadas. Las dimensiones están en pulgadas.

Tabla 3.3 Tamaño de la cuña en función del diámetro del eje.

$$T = 934.18 [Nm]$$

$$D = 0.035 [m]$$

$$\text{Para } W = \frac{3}{8}$$

Para calcular la longitud mínima del cuñero se aplica la siguiente ecuación,

$$L = \frac{2T}{T_d DW}$$

$$L = \frac{2T}{T_d DW}$$

$$T_d = 0.5 \frac{S_y}{N} = 0.5 \frac{(393[MPa])}{1.75} = 343.875[MPa]$$

$$T_d = 343.875[MPa]$$

De la tabla 3.3 se eligieron  $W=3/8''$ (0.009525 m)

$$L = \frac{2(934.18 [N*m])}{(343.875[MPa])(0.00635[m])(0.035 [m])} = 0.01634 [m]$$

$$L = 16.34 [mm]$$

La longitud mínima para la cuña es de 16.34 mm

### **Cuña para eje de salida.**

Diámetro del eje 0.055m, y sobre el actúa un par de  $T = 934.18 [Nm]$  .

$$\text{Para } W = \frac{1}{2}$$

Para calcular la longitud mínima del cuñero se aplica la siguiente ecuación,

$$L = \frac{2T}{T_d DW}$$

$$T_d = 0.5 \frac{S_y}{N} = 0.5 \frac{(393[MPa])}{1.75} = 343.875[MPa]$$

$$T_d = 343.875[MPa]$$

De la tabla 3.3 se eligieron  $W=1/2''$ (0.0127m)

$$L = \frac{2(862.32 [N*m])}{(343.875[MPa])(0.0127[m])(0.055 [m])} = 0.00718[m]$$

$$L = 7.18 [mm]$$

La longitud mínima para la cuña es de 7.18 mm.

### 3.2.2 Cálculo de esfuerzos.

En la actualidad se emplean software de diseño para el cálculo de piezas mecánicas, mecanismos y estructuras. Dichos software permiten hacer estudios simulando las condiciones a las que estarán sometidas la pieza o piezas.

#### 2.2.2.1 Estudio en el disco cicloidal.

Con ayuda de SolidWorks se realiza un estudio con el cual se determina la magnitud de los esfuerzos producidos entre el disco y la corona.

Se propone que el disco cicloidal sea fabricado con un acero AISI 1020 laminado en frío.

Nombre:	AISI 1020 Acero laminado en frío
Tipo de modelo:	Isotrópico elástico lineal
Criterio de error predeterminado:	Tensión máxima de von Mises
Límite elástico:	3.5e+008 N/m <sup>2</sup>
Límite de tracción:	4.2e+008 N/m <sup>2</sup>
Módulo elástico:	2.05e+011 N/m <sup>2</sup>
Coefficiente de Poisson:	0.29
Densidad:	7870 kg/m <sup>3</sup>
Módulo cortante:	8e+010 N/m <sup>2</sup>
Coefficiente de dilatación térmica:	1.17e-005 /Kelvin

Tabla 3.4 Propiedades del material.

Cargas y sujeciones.

La carga se aplicara en uno de los lóbulos, ya que es ahí donde se lleva el contacto entre la corona y el disco cicloidal.

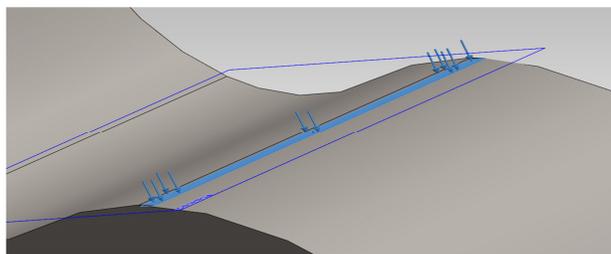


Figura 3.23 Aplicación de carga.

La sujeción se realiza en la cavidad central, ya que se realizara un análisis estático.

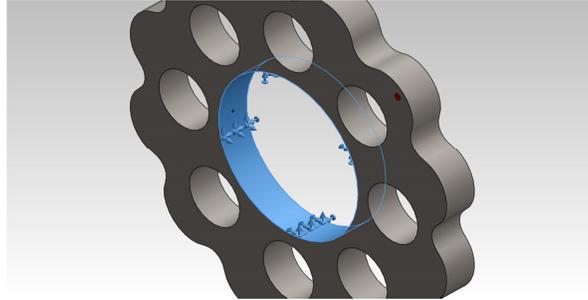


Figura 3.24 Sujecion en el disco cicloidal.

Mallado.

El mallado se realiza con distintos tamaños para observar el comportamiento de los valores obtenidos.

Tipo de malla	Malla sólida
Mallador utilizado:	Malla basada en curvatura
Puntos Jacobianos	4 Puntos
Calidad de malla	Elementos cuadráticos de alto orden
Número total de nodos	13832
Número total de elementos	7882

Tabla 3.5 Información de Mallado.



Figura 3.25 Mallado del disco cicloidal.

### Resultados del estudio.

Nombre	Tipo	Mín.	Máx.
Tensiones1	VON: Tensión de Von Mises	0.0141148 MPa	233.447 MPa
		Nodo: 9263	Nodo: 11063

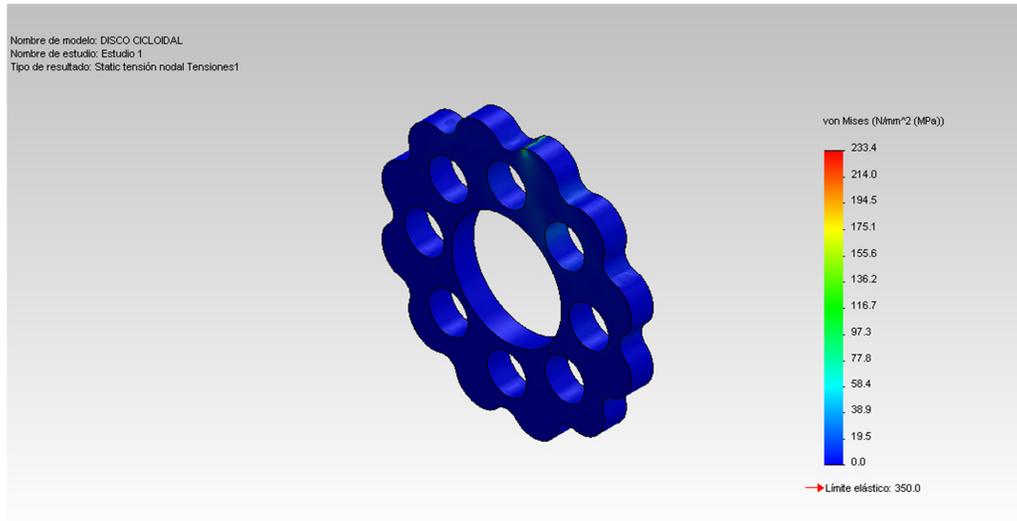


Figura 3.26 Tensiones 1.

Nombre	Tipo	Mín.	Máx.
Desplazamientos1	URES: Desplazamiento resultante	0 mm	0.00832027 mm
		Nodo: 8	Nodo: 11106

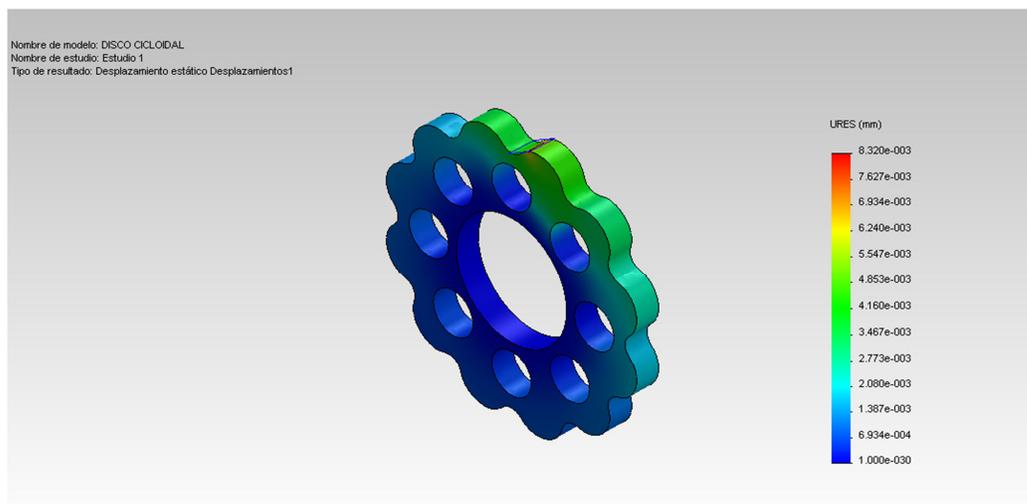


Figura 3.27 Desplazamientos 1

Nombre	Tipo	Mín.	Máx.
<b>Deformaciones unitarias1</b>	ESTRN: Deformación unitaria equivalente	1.36959e-007	0.00078056
		Elemento: 7812	Elemento: 2865

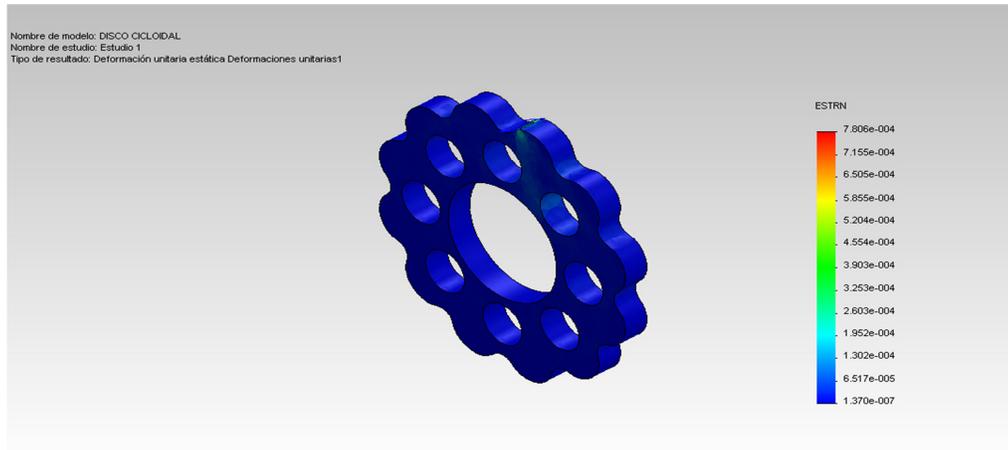


Figura 3.28 Deformaciones unitarias 1

### 3.2.2.2 Estudio en el eje de salida.

El eje de salida puede fallar debido a su geometría, por lo que es necesario hacer un estudio y así tener la certeza que no fallara.

Cuando el disco cicloidal desliza y entra en los espacios entre los pines, al mismo tiempo desplaza el eje de salida causando que este gire. Al estar estos componentes en contacto se generan fuerzas las cuales podrían causar que el eje falle.

Se propone que el eje se fabrique con un acero AISI 1020 rolando en frío.

Propiedades del material

Nombre:	AISI 1020 Acero rolando en frío
Tipo de modelo:	Isotrópico elástico lineal
Criterio de error predeterminado:	Tensión máxima de von Mises
Límite elástico:	3.5e+008 N/m <sup>2</sup>
Límite de tracción:	4.2e+008 N/m <sup>2</sup>
Módulo elástico:	2.05e+011 N/m <sup>2</sup>
Coefficiente de Poisson:	0.29
Densidad:	7870 kg/m <sup>3</sup>
Módulo cortante:	8e+010 N/m <sup>2</sup>
Coefficiente de dilatación térmica:	1.17e-005 /Kelvin

Tabla 3.6. Propiedades del material.

En primer lugar se propone que la sujeción este situada en donde será colocado el rodamiento 3.

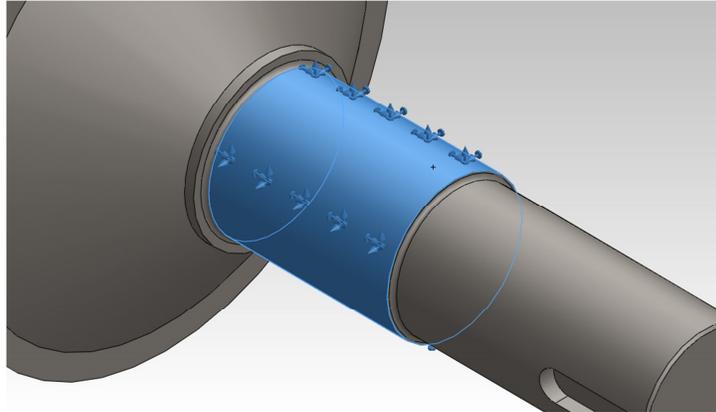


Figura 3.29. Sujeción del eje de salida.

Posteriormente la fuerza se aplica en uno de los pines del eje, como se observa en la figura siguiente.

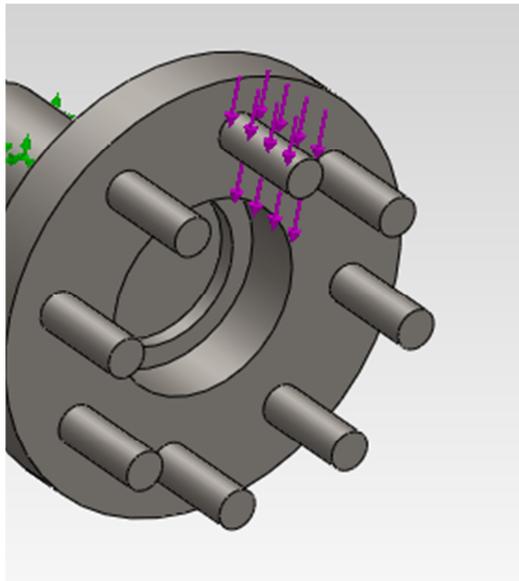


Figura 3.30. Sección donde se aplica la fuerza.

Después se hace el mallado de del componente para aplicar el Método de Elemento Finito.

Tipo de malla	Malla sólida
Mallador utilizado:	Malla estándar
Puntos jacobianos	4 Puntos
Calidad de malla	Elementos cuadráticos de alto orden
Número total de nodos	14526
Número total de elementos	8866

Tabla 3.7. Información de malla.

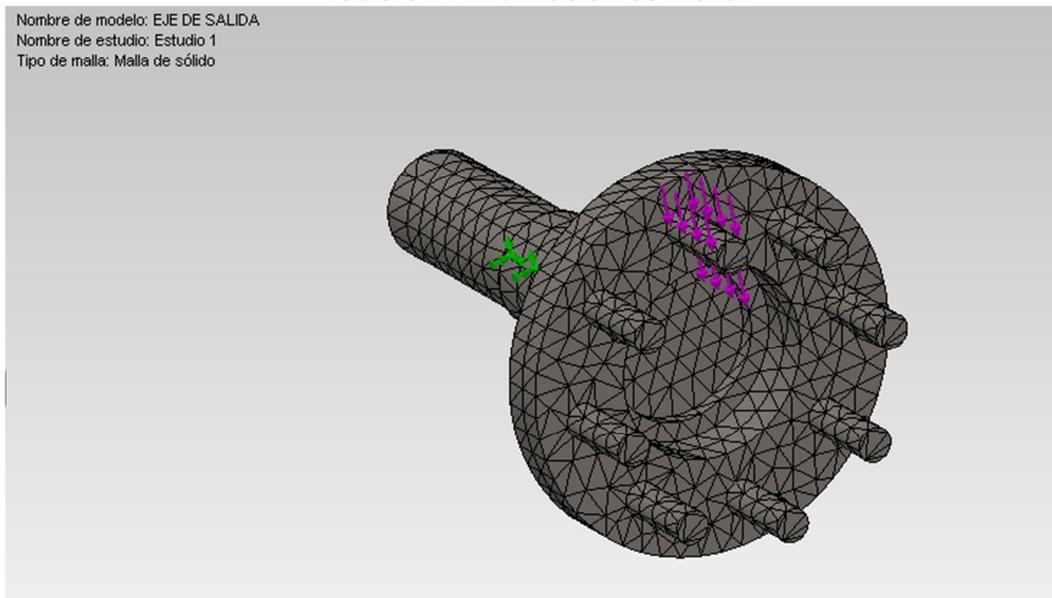


Figura 3.31 Mallado del eje de salida.

Resultados del estudio.

Nombre	Tipo	Mín.	Máx.
<b>Tensiones1</b>	VON: Tensión de von Mises	1.2654e-008 MPa	64.3721 MPa
		Nodo: 7939	Nodo: 12878

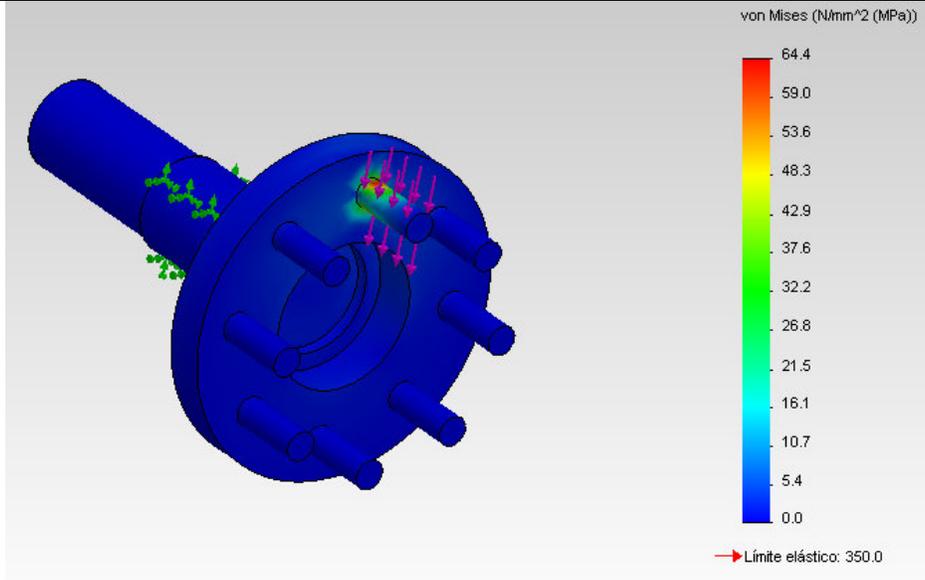


Figura 3.32 Eje de salida Tensiones1

Nombre	Tipo	Mín.	Máx.
<b>Desplazamientos1</b>	URES: Desplazamiento resultante	0 m	4.76032e-005 m
		Nodo: 355	Nodo: 12911

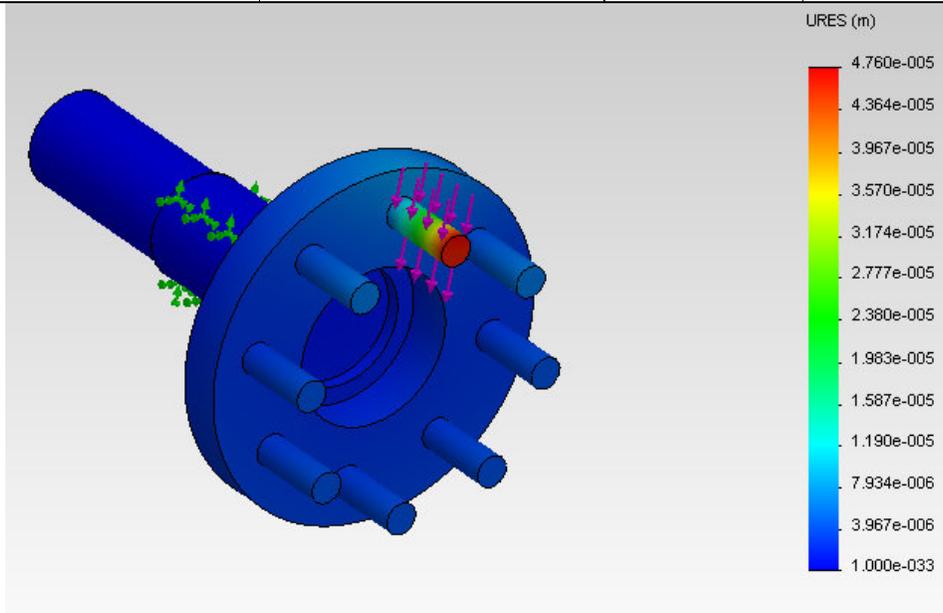


Figura 3.33 Eje de salida Desplazamientos1

Nombre	Tipo	Mín.	Máx.
<b>Deformaciones unitarias1</b>	ESTRN: Deformación unitaria equivalente	6.32902e-014 Elemento: 1888	0.00020352 Elemento: 3276

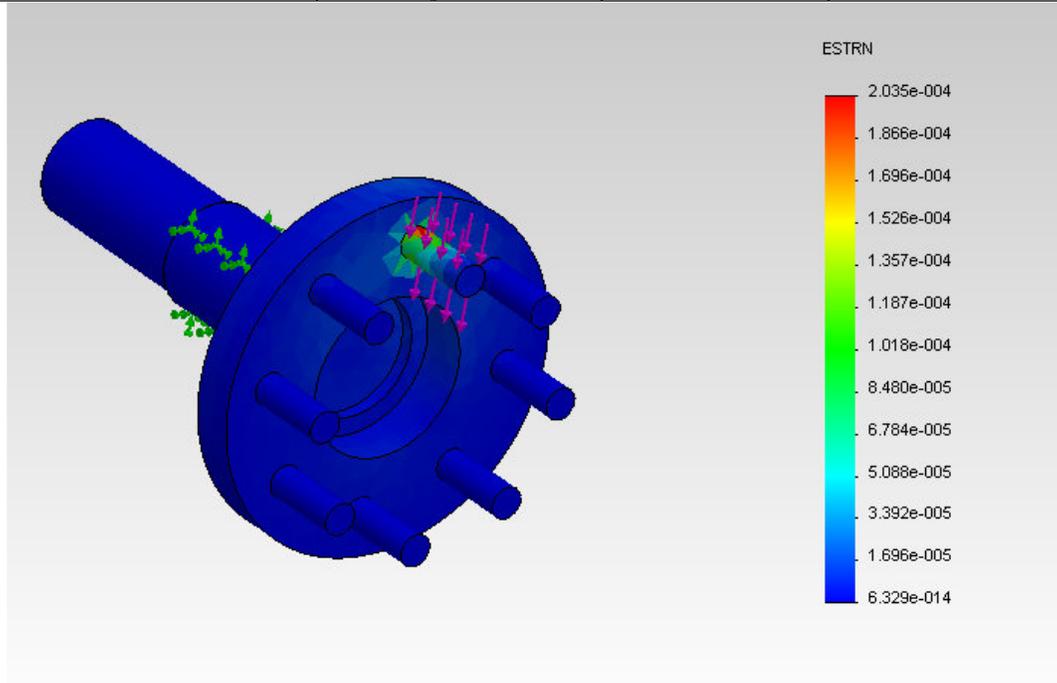


Figura 3.34 Eje de salida Deformaciones unitarias1

Tablas de tipo de mallado y resultados del estudio en disco cicloidal.

	Estudio 1	Estudio 2	Estudio 3	Estudio 4
Tipo de malla	Malla sólida			
Mallador utilizado	Malla basada en curvatura			
Puntos jacobianos	4			
Calidad de mallado	Elementos cuadráticos de alto orden			
Número total de nodos	13832	5703	88049	92394
Número total de elementos	7882	3084	57015	59900

Tabla 3.8. Información de mallado.

Tabla de resultados de estudio disco cicloidal.

	Estudio 1	Estudio 2	Estudio 3	Estudio 4
Tensiones de Von Mises Mín.:	0.0141148 MPa	0.0150069 Mpa	0.00210624 Mpa	0.00298345 Mpa
Nodos:	9263	401	73230	76113
Tensiones de Von Mises Máx.:	233.447 Mpa	221.027 Mpa	186.827 Mpa	247.827 Mpa
Nodos:	11063	4318	78280	3135
Desplazamientos Mín.:	0 mm	0 mm	0 mm	0 mm
Nodos:	8	8	8	8
Desplazamientos Máx.:	0.00832027 mm	0.0082529 mm	0.00752273 mm	0.00888587 mm
Nodos:	11106	4377	78343	82655
Deformaciones unitarias Mín.:	1.36959e-007	1.42713e-007	3.5733e-008	6.17442e-008
Elementos:	7812	128	12650	19320
Deformaciones unitarias Máx.:	0.00078056	0.000806525	0.000518244	0.000884955
Elementos:	2865	1846	9584	9750

Tabla 3.9. Resultados de estudios.

Tablas de tipo de mallado y resultados del estudio en eje de salida.

	Estudio 1	Estudio 2	Estudio 3	Estudio 4
Tipo de malla	Malla sólida			
Mallador utilizado	Malla estándar	Malla basada en curvatura	Malla estándar	
Puntos jacobianos	4			
Calidad de mallado	Elementos cuadráticos de alto orden			
Número total de nodos	14526	18371	10220	14094
Número total de elementos	8866	11195	5993	8598

Tabla 3.10. Información de mallado.

Tabla de resultados de estudio eje de salida.

	Estudio 1	Estudio 2	Estudio 3	Estudio 4
Tensiones de Von Mises Mín.:	1.2654e-008 MPa	1.80535e-007 MPa	1.77874e-007 MPa	2.57204e-008 MPa
Nodos:	7939	12771	1609	6222
Tensiones de Von Mises Máx.:	64.3721 MPa	79.2608 MPa	71.1996 MPa	64.1277 MPa
Nodos:	12878	6022	3867	12458
Desplazamientos Mín.:	0 m	0 m	0 m	0 m
Nodos:	355	105	100	350
Desplazamientos Máx.:	4.76032e-005 m	4.88598e-005 m	4.76852e-005 m	4.7215e-005 m
Nodos:	12911	436	397	12491
Deformaciones unitarias Min.:	6.32902e-014	7.29329e-013	5.64901e-013	7.05532e-014
Elementos:	1888	2834	4692	6512
Deformaciones unitarias Máx.:	0.00020352	0.000258846	0.000217658	0.000196452
Elementos:	3276	9587	5702	4152

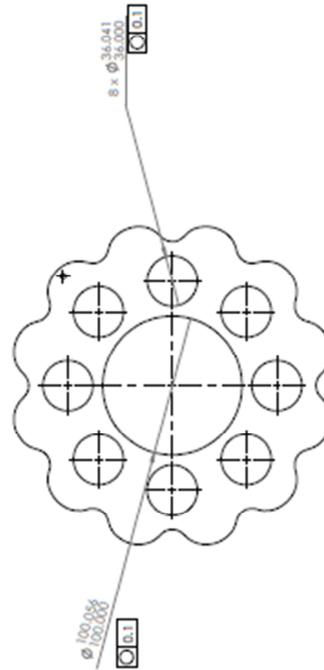
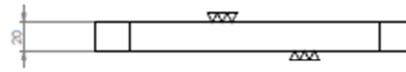
Tabla 3.11. Resultados de estudios.

### 3.3 Elaboración de planos de detalle.

N.º DE ELEMENTO	N.º DE PIEZA	CANTIDAD
1	GRUPO DE DISCOS	1
2	SEÑALADOR	1
3	CRUCETA	1
4	ANILLO DE MONTAJE 4	1
5	EJE DE ENTRADA	1
6	LOGO DE EJE DE ENTRADA	2
7	RODAMIENTO 1	2
8	LEVA EXCÉNTRICA	1
9	SEPARADOR DE LOS DISCOS	1
10	RODAMIENTO 2	1
11	RODAMIENTO 3	1
12	RODAMIENTO 4	1
13	RODAMIENTO DE LA LEVA	2
14	ANILLO DE RETENCIÓN DE LA LEVA	2
15	ALMUELLA DEL EJE DE SALIDA	2
16	CORONA	8
17	ALMUELLA DE LA CORONA	13
18	PISTÓN DE LA CORONA	13
19	RENTILLAS DE LA CORONA	1
20	RENTILLAS DE ENTRADA	1
21	RENTILLAS DE SALIDA	1
22	UNIÓN DE LA TAPA DEL EJE DE ENTRADA	1
23	UNIÓN DE LA TAPA DEL EJE DE SALIDA	1
24	ALMUELLA DE SALIDA	1
25	ALMUELLA DE ENTRADA	2
26	ALMUELLA DE CARPASA	5
27	ALMUELLA DE CARPASA	5
28	ALMUELLA DE ENTRADA	2
29	ALMUELLA DE SALIDA	1
30	SEPARADOR DE LA LEVA Y CORONA	1
31	SEPARADOR DE LA LEVA Y CORONA	1
32	RODAMIENTO 1 DE LA LEVA Y CORONA	1
33	PISTÓN	1

<b>CENTRO DE DISEÑO MECÁNICO E INNOVACIÓN TECNOLÓGICA</b>		Aceleraciones en mm	
Tolerancias no especificadas		Escala: 1:20	
Longitud y diámetro: ±0,005	Ángulo: ±1°		
Dibujó: G.R.M.	Fecha: 30/10/2013	Proyecto: Vehículo eléctrico de reparto	
Revisó: A.Z.S.	Fecha: 04/11/2013	Clave de proyecto: 1202-062	
Aprobó: A.Z.S.	Fecha: 04/11/2013	Nombre de la pieza: BUCAMBAJETES	
A.Z.S.	Fecha: 04/11/2013	Número de plano: 1	
		A2	



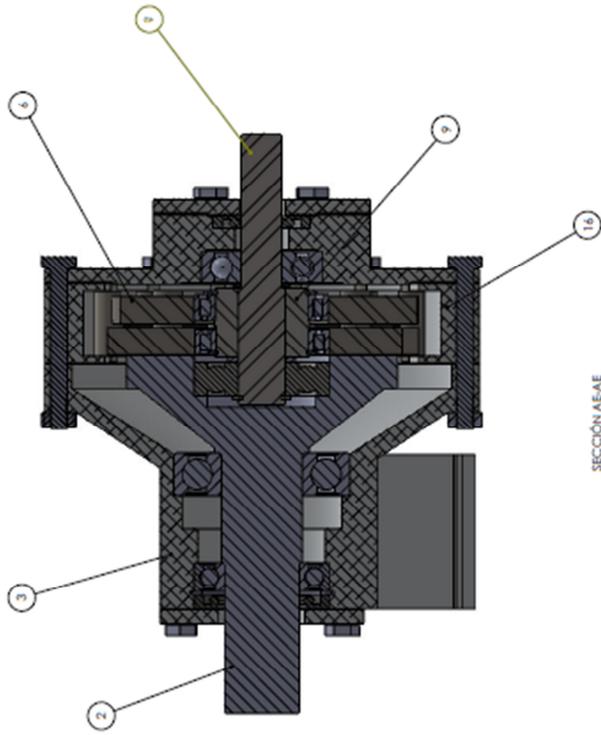
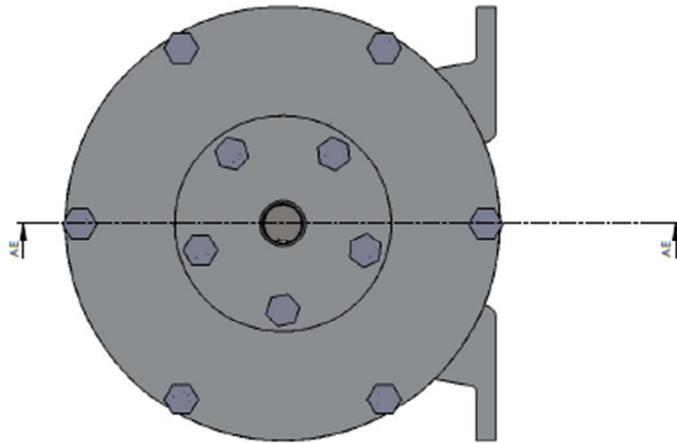
V	25 μm
W	3.2 μm
XXX	0.8 μm

NOTA: SUPERFICIES NO ESPECIFICADAS APLICAR UN MAQUINADO ESMERADO.

Especificaciones de la pieza	
Materia:	ACERO
Cantidad:	2
No. de Materiales:	6

CENTRO DE DISEÑO MECANICO E INNOVACION TECNOLOGICA		Acabados en mm	
Resolución de la especificación:	1:1	Resolución:	1:2
Longitud y dimensiones:	1:1000	Proyecto:	Vehículo eléctrico de reparto
Revisión:	30/10/2013	Nombre del cliente:	1202-062
Revisión:	04/11/2013	Nombre de la pieza:	
Aprobación:	04/11/2013	Nombre de plano:	4
			A2





SECCIÓN AE  
ESCALA 1:2

 <b>CENTRO DE DISEÑO MECÁNICO E INNOVACIÓN TECNOLÓGICA</b>		Acciones en mm 
Tolerancias no especificadas Longitud y diámetro: 1:1000    Ángulos: 30°		Escala: 1:5 
Dibujo: G.D.M. Fecha: 30/10/2013	Proyecto: Vehículo eléctrico de reparto Código de proyecto: 1202-062	
Autor: A.J.S. Fecha: 04/11/2013	Nombre de la pieza: Número de pieza:	
Aprobado: A.J.S. Fecha: 04/11/2013	Número de parte: 21	
		A2

## Capítulo 4.

### 4. Resultados.

#### 4.1 Comparativo entre la propuesta y el reductor original del vehículo.

En el presente capítulo se los resultados y con base en ellos, se hace una comparación del reductores de velocidad empleado actualmente en el vehículo eléctrico (Ver) y el propuesto en este trabajo.

Aunque los reductores de velocidad tienen una relación de reducción de 12:1, es necesario hacer una comparación para poder determinar si es una buena opción y con base en ello sustituir el mecanismo de transmisión.

Resultados.

Parámetros para determinar los discos cicloidales del reductor.

Nombre	Variable	Valor
Radio de la corona.	$R_z$	0.120 [m]
Coefficiente de acortamiento de la cicloide.	$K_1$	0.75
Numero de pines de la corona.	$Z_b$	13
Numero de lóbulos del disco cicloidal.	$Z_g$	12
Radio del círculo primitivo de la corona.	$r_b$	0.090 [m]
Radio del círculo primitivo del disco cicloidal.	$r_g$	27/325 [m]
Excentricidad.	$e$	9/1300 [m]
Radio de los pines de la corona.	$r_z$	1/100 [m]

Tabla 4.1 Parámetros del disco cicloidal.

Fuerzas resultantes.

Fuerza	Variable	Valor
Reacción en leva excéntrica	$R_e$	5189.9 [N]
fuerza centrífuga	$F_c$	270.831 [N]
Fuerza 1 que actúan entre los lóbulos y pines.	$F_{N1}$	2206.08 [N]
Fuerza 2 que actúan entre los lóbulos y pines.	$F_{N2}$	2348.31 [N]
Fuerza 3 que actúan entre los lóbulos y pines.	$F_{N3}$	1352.98 [N]
Fuerza 1 entre los rodillos de salida j y el disco cicloidal	$F_{NK1}$	1983.07 [N]
Fuerza 2 entre los rodillos de salida j y el disco cicloidal	$F_{NK2}$	1973.92 [N]
Fuerza 3 entre los rodillos de salida j y el disco cicloidal	$F_{NK3}$	1964.76 [N]

Tabla 4.2 Fuerzas resultantes que actúan en el disco cicloidal.

Par de cada sección del reductor.

Par	Valor
$T_{in}$	71.86 [Nm]
$T_1$	35.93 [Nm]
$T_2$	467.09 [Nm]
$T_3$	431.16 [Nm]
$T_{out}$	862.32 [Nm]

Tabla 4.4 Par en las distintas fases del reductor.

Análisis de esfuerzos.

	Nombre	Tipo	Mínima	Máxima
Estudio 1	Tensiones.	Tensión de Von Mises.	1.2654e-008 [MPa]	64.3721 [MPa]
	Desplazamientos.	Desplazamiento resultante	0 [m]	4.76032e-005 [m]
	Deformaciones unitarias.	Deformación unitaria equivalente	6.32902e-014	0.00020352
Estudio 2	Tensiones.	Tensión de Von Mises.	1.80535e-007 [MPa]	79.2608 [MPa]
	Desplazamientos.	Desplazamiento resultante	0 [m]	4.88598e-005 [m]
	Deformaciones unitarias.	Deformación unitaria equivalente	7.29329e-013	0.000258846
Estudio 3	Tensiones.	Tensión de Von Mises.	1.77874e-007 [MPa]	71.1996 [MPa]
	Desplazamientos.	Desplazamiento resultante	0 [m]	4.76852e-005 [m]
	Deformaciones unitarias.	Deformación unitaria equivalente	5.64901e-013	0.000217658
Estudio 4	Tensiones.	Tensión de Von Mises.	2.57204e-008 [MPa]	64.1277 [MPa]
	Desplazamientos.	Desplazamiento resultante	0 [m]	4.7215e-005 [m]
	Deformaciones unitarias.	Deformación unitaria equivalente	7.05532e-014	0.000196452

Tabla 4.3 Análisis de esfuerzos.

Al comparar los resultados de los 4 estudios con un tipo de mallado distinto, se puede observar que muestran valores muy cercanos.

El cambio de mallado se realiza para comparar los resultados de cada uno de los estudios y verificar que los valores convergen a un valor o rango, con lo cual poder verificar la valides del estudio.

Fuerzas resultantes de las flechas de transmisión.

Fuerzas	Variable	Valor
Fuerza tangencial.	$F_t$	3669.81 [N]
Fuerza radial.	$F_R$	3669.81 [N]
Reacción 1 en el eje y.	$R_{1y}$	1834.91 [N]
Reacción 1 en el eje z.	$R_{1z}$	1834.91 [N]
Reacción 2 en el eje y.	$R_{2y}$	1782.6212 [N]
Reacción 2 en el eje z.	$R_{2z}$	1834.91 [N]
Reacción 3 en el eje y.	$R_{3y}$	10887.63 [N]
Reacción 3 en el eje z.	$R_{3z}$	3669.82 [N]
Reacción 4 en el eje y.	$R_{4y}$	6815.17 [N]
Reacción 4 en el eje z.	$R_{4z}$	1834.91 [N]

Tabla 4.5 Fuerzas resultantes en las flechas.

Diámetros.

Diámetro mínimo obtenido.		Diámetro propuesto.
$D_{R1}$	0.0148 [m]	0.030 [m]
$D_{R2}$	0.0148 [m]	0.030 [m]
$D_d$	0.03001 [m]	0.035 [m]
$D_{R3}$	0.05292 [m]	0.060 [m]
$D_{R4}$	0.03383 [m]	0.055 [m]

Tabla 4.6 Diámetros de flechas.

Rodamientos.

Rodamiento	Tipo	Variable	Valor	Diámetro
Rodamiento 1	De bolas	$C_{r1}$	35312.63 [N]	0.030 [m]
Rodamiento 2	De bolas	$C_{r2}$	35342.63 [N]	0.035 [m]
Rodamiento 3	De bolas	$C_{r3}$	68292.25 [N]	0.060 [m]
Rodamiento 4	De bolas	$C_{r4}$	41951.17 [N]	0.055 [m]
Rodamiento ex	De rodillos	$C_{rE}$	54397.53 [N]	0.070 [m]

Tabla 4.7 Rodamientos.

Comparación.

Cabe aclarar que al no contar con información del reductor de velocidad instalado en el vehículo VER, hace complicado realizar una comparación.

Como se observa en la tabla 4.2 sea  $F_{Ni}$  o  $F_{NKj}$  la distribución de fuerzas actúan sobre varias secciones de los componentes en contacto esto se puede visualizar en la figura 3.19 del capítulo anterior. Esta característica proporciona una mayor seguridad de que el componente no fallara.

Una característica importante en los reductores de velocidad cicloidal es que no hay un contacto por choque como lo hay en los reductores que utilizan engranes, ya que estos se mueven deslizando sobre los pines de la corona.

El tamaño es un factor importante, el reductor de velocidad instalado en el vehículo es robusto esto se puede observar en la figuras 2.8 y 2.9, causando que el vehículo aumente su peso, el reductor de velocidad propuesto cuenta con un tamaño menor con lo que cumple con este punto en particular.

## 5. Conclusiones.

De acuerdo con los objetivos planteados al inicio de esta tesis y con base en los resultados obtenidos, podemos concluir lo siguiente:

Aunque hay poca información en libros sobre reductores de velocidad cicloidal, se consiguió sentar las bases para el desarrollo de éste tipo de reductores, basados en artículos de investigación.

En el capítulo dos se propusieron tres configuraciones, aunque no hay diferencia en funcionalidad, se considera que la mejor opción es la configuración 1, mostrada en la figura 2.4, por su acomodo colineal, ya que al no estar acoplado a otro componente mantiene su eficiencia, cumpliendo con las especificaciones buscadas en el diseño.

En el capítulo tres se realizaron estudios empleando un software de diseño, las piezas analizadas son las que se consideran más críticas y que en un momento dado podrían fallar. Al analizar las tensiones en particular observamos que los valores máximos de los estudios del disco cicloidal y el eje de salida son de 248.8 MPa y 79.3 MPa, respectivamente se encuentran por debajo del límite elástico del material empleado, 350 MPa. La diferencia es grande por lo que nos da un factor de seguridad aceptable.

Aunque los reductores de velocidad tienen la misma relación de transmisión, se llegó a la conclusión de que hay más ventajas al implementar la propuesta del reductor. Dichas ventajas son mencionadas en el capítulo uno.

Finalmente el seguimiento de este trabajo continuará en un futuro con la implementación y obtención de resultados reales, o bien, en mejoras en el diseño propuesto.

## 6. Bibliografía.

### Libros.

1. WILLIAM C: ORTHWEIN, Diseño de Componentes de Máquinas, México 1996.
2. MOTT, ROBERT L., Diseño de Elementos de Maquinas, México 2006.
3. FAIRES, Diseño de Elementos de Maquinas.
4. SHIGLEY, Diseño de Elementos de Maquinas, México 1985.
5. PEDRO P. et al, Dibujo Industrial, Universidad Jaume 2007.
6. SERGIO GÓMEZ GONZÁLEZ, SolidWorks Simulation, México 2010.
7. Norton, R. *Diseño de máquinas*. Prentice-Hall Hispanoamericana, 1999

### Tesis.

8. Hernández Mortín David, “Diseño del tren motriz para un prototipo de un vehículo eléctrico de reparto”, México 2000, Tesis de Licenciatura en Ingeniería Mecánica UNAM, Facultad de Ingeniería.
9. Galarza Mondragón José R., Olivar de la Rosa Héctor, “Propuesta de Conversión de un Vehículo Eléctrico a Híbrido serie”, México 2009, Tesis de Licenciatura en Ingeniería Mecánica UNAM, Facultad de Ingeniería.

### Artículos de investigación.

10. Mirko Blagojevic, et al, “A New Design of a Two-Stage Cycloidal Speed Reducer”, Journal of Mechanical Design August 2011, Vol. 133.
11. Chen Bingkui, et al, “Gear Geometry of Cycloid Drives”, Science in China Series E: Technological Sciences, May 2008.
12. Kuen-Bao Sheu, et al, “Kinetostatic Analysis of a Roller Drive”, Mechanism and Machine Theory 39(2004) 819-837.
13. M. Blagojevic, M. Kocic, et al, “Influence of the Friction on the Cycloidal Speed Reducer Efficiency”, Journal of the Balkan Tribological Association, Vol.18, No. 2, 217-227 (2012).

14. Jonathon W. Sensinger, "Unified Approach to Cycloid Drive Profile, Stress, and Efficiency Optimization, Journal of Mechanical Design", February 2010, Vol.132.
15. Editorial, "Lifting Boats, Measuring Gears". Gear Technology. May-June 2003, 9-11.
16. F.J. Rubio et al. . Tren de Engranajes Planetarios Tipo "Cyclo". XVIII Congreso Nacional de Ingeniería Mecánica (2010).
17. Tulio Piovan Marcelo. Trenes de Engranajes, Reductores Planetarios y Diferenciales, 2004.

Internet.

[www.docstoc.com/docs/120713484/Paper-Numberdoc](http://www.docstoc.com/docs/120713484/Paper-Numberdoc)

[http://www.skf.com/skf/productcatalogue/jsp/viewers/productTableViewer.jsp?lang=es&tableName=3\\_4\\_1&presentationType=3&startnum=3](http://www.skf.com/skf/productcatalogue/jsp/viewers/productTableViewer.jsp?lang=es&tableName=3_4_1&presentationType=3&startnum=3)

<http://wenku.baidu.com/view/3b1c2d5c804d2b160b4ec03d.html>

<http://www2.ing.puc.cl/~icm2312/apuntes/roda/roda6.html>

<http://www.scribd.com/doc/98675345/61/SELECCION-DE-COJINETES-DEL-EJE-MOTRIZ>

<http://www.cloudelectric.com/product-p/mo-fb1-4001.htm>

[www.rotorclip.com](http://www.rotorclip.com)

## 7. Apéndice.

### Selección de rodamientos (rodamiento $r_e$ ).

Para la selección de este rodamiento se considerara únicamente la mitad de la reacción ya que esta es la suma de dos.

Carga de diseño

$$P_d = V * X * F_r + Y * T$$

Donde

$$V = 1$$

$$X = 1$$

$$Y = 0$$

$$T = 0$$

$$P_d = F_{Re}$$

Donde

$$F_t = 3669.81 [N]$$

$$F_r = 3669.81 [N]$$

Por lo tanto

$$F_{Re} = [R_t^2 + R_r^2]^{\frac{1}{2}} = 5189.90 [N]$$

Es decir carga radial en el rodamiento e: 5189.90 [N]

$$\begin{aligned} F_{Re} &= 5189.90 [N] \\ F_r &= \frac{5189.90 [N]}{9.81 [m/s]} = 529.04 [kg] \\ F_r &= 1166.34 [lb] \end{aligned}$$

Como podemos observar en la figura 3.17 el punto de operación se encuentra en la zona de rodamientos de tipo bolas y rodillos con lo cual podemos seleccionar unos u otros.

Para una máquina de 8 horas de trabajo diario, no siempre totalmente utilizadas: transmisiones por engranajes para uso general, motores eléctricos, etc. Se tiene un rango de 10,000 a 25,000 horas de trabajo. Por lo que se propone un rango de 20,000 horas de trabajo.

$$L_d = 2520 \times 10^6 \text{ rev} = 2520 \text{ mdr}$$

En este caso se considera  $k = \frac{10}{3}$ , ya que será considerado un rodamiento de rodillos para seleccionar un rodamiento más pequeño.

$$P_1 = P_2 \left( \frac{L_2}{L_1} \right)^{\frac{1}{k}}$$

$$C_{re} = P_d \left( \frac{L_d}{L_{10}} \right)^{\frac{1}{k}}$$

$$P_d = F_{re} = 5189.90 \text{ [N]}$$

$$C_{re} = (5189.90 \text{ [N]}) \left( \frac{2520 \times 10^6}{10^6} \right)^{\frac{1}{3}}$$

$$C_{re} = 54397.53 \text{ [N]} = 54.397 \times 10^3 \text{ [N]}$$

### Cylindrical roller bearings, single row, full complement

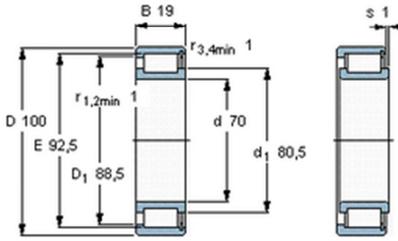
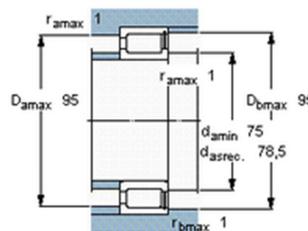
- [Tolerances](#) , see text
- [Radial internal clearance](#) , see text
- [Recommended fits](#)
- [Shaft and housing tolerances](#)

[Find a distributor](#)
[Contact](#)

[Calculation](#)
[Print](#)

[CAD model](#)
[3D view](#)
[View full table](#)
[Imperial](#)
[Metric](#)

Principal dimensions			Basic load ratings		Speed ratings		Designation
d	D	B	dynamic C	static C <sub>0</sub>	Reference speed	Limiting speed	
mm			kN		r/min		-
70	100	19	76,5	116	3000	3800	NCF 2914 CV

Calculation factors  
k<sub>r</sub> 0,2  
e 0,3      Y 0,4

Figura A.1 Rodamiento de rodillos.

## Montados Axialmente, Externos, Métricos

Una vez instalados en la ranura de un eje, el resalte mantiene el conjunto en su lugar.



No. de Anillo	EJE			TAMANO DE RANURA				TAMANO Y PESO DEL ANILLO						DATOS SUPLEMENTARIOS						
	DIAM (mm)		TOL.	DIAMETRO	ANCHUR	PROFUN-DIDAD	ESPESOR ***		DIAMETRO LIBRE		ALTURA DE LA OREJETA	SECCIO MAX.	DIAMETR DEL AGUJERO.	PESO	MARGE DEL BORDE	CARGA DE EMPUJE Anillo	CARGA DE EMPUJE Ranura	Radio y bisel admisibles	Carga máx. c/Ch máx.	LIMITE DE RPM
	De	Dg					T	Tol.	Di	Tol.										
DSH-56	56	53.0		2.15	1.50	2.00		51.8		7.3	5.5	2.5	11.80	4.5	70.8	42.8	2.5	11.30	9000	
DSH-57	57	54.0		2.15	1.50	2.00		52.8		7.3	5.5	2.5	12.20	4.5	70.9	43.7	2.5	11.40	8000	
DSH-58	58	55.0		2.15	1.50	2.00		53.8		7.3	5.6	2.5	12.60	4.5	71.1	44.3	2.5	11.50	8000	
DSH-60	60	57.0		2.15	1.50	2.00		55.8		7.4	5.8	2.5	12.90	4.5	69.2	46.0	2.5	11.30	8000	
DSH-62	62	59.0		2.15	1.50	2.00		57.8		7.5	6.0	2.5	14.30	4.5	69.3	47.5	2.5	11.40	7000	
DSH-63	63	60.0	-0,30	2.15	1.50	2.00		58.8		7.6	6.2	2.5	15.90	4.5	70.2	48.3	2.5	11.60	7000	
DSH-65	65	62.0		2.65	1.50	2.50		60.8		7.8	6.3	3.0	18.20	4.5	135.0	49.8	2.5	22.70	7000	
DSH-67	67	64.0		2.65	1.50	2.50		62.5	+0,46	7.9	6.4	3.0	20.30	4.5	136.0	51.3	2.5	23.00	7000	
DSH-68	68	65.0		2.65	1.50	2.50		63.5	-1,10	8.0	6.5	3.0	21.80	4.5	135.0	52.2	2.5	23.10	7000	
DSH-70	70	67.0		2.65	1.50	2.50		65.5		8.1	6.6	3.0	22.00	4.5	134.0	53.8	2.5	23.00	7000	
DSH-72	72	69.0		2.65	1.50	2.50		67.5		8.2	6.8	3.0	22.50	4.5	131.0	55.3	2.5	22.80	6000	
DSH-75	75	72.0		2.65	1.50	2.50		70.5		8.4	7.0	3.0	24.60	4.5	130.0	57.6	2.5	22.80	6000	
DSH-77	77	74.0		2.65	1.50	2.50		72.5		8.5	7.2	3.0	25.70	4.5	131.0	59.3	3.0	19.70	6000	
DSH-78	78	75.0		2.65	1.50	2.50		73.5		8.6	7.3	3.0	26.20	4.5	131.0	60.0	3.0	19.70	5000	
DSH-80	80	76.5		2.65	1.75	2.50		74.5		8.6	7.4	3.0	27.30	5.3	128.0	71.6	3.0	19.50	6000	
DSH-82	82	78.5		2.65	1.75	2.50		76.5		8.7	8.7	3.0	31.20	5.3	128.0	73.5	3.0	19.60	6000	
DSH-85	85	81.5		3.15	1.75	3.00		79.5		8.7	7.8	3.5	36.40	5.3	215.0	76.2	3.0	33.40	6000	
DSH-87	87	83.5		3.15	1.75	3.00		81.5		8.8	7.9	3.5	39.80	5.3	222.0	78.2	3.0	34.80	6000	
DSH-88	88	84.5		3.15	1.75	3.00		82.5		8.8	8.0	3.5	41.20	5.3	221.0	79.0	3.0	34.80	5000	
DSH-90	90	86.5		3.15	1.75	3.00		84.5		8.8	8.2	3.5	44.50	5.3	217.0	80.0	3.0	34.40	5000	
DSH-92	92	88.5	-0,35	3.15	1.75	3.00	-0,08	86.5		9.0	8.4	3.5	46.00	5.3	217.0	82.0	3.5	29.60	5000	
DSH-95	95	91.5		3.15	1.75	3.00		89.5		9.4	8.6	3.5	49.00	5.3	212.0	85.0	3.5	29.20	5000	

Tabla A.1 Parámetros de los anillo de retención.

### Selección de rodamientos eje de salida (rodamiento 3).

Carga de diseño

$$P_d = V * X * F_r + Y * T$$

Donde

$$V = 1$$

$$X = 1$$

$$Y = 0$$

$$T = 0$$

$$P_d = F_{r3}$$

Donde

$$R_{3y} = 10887.63 [N]$$

$$R_{3z} = 3669.82 [N]$$

Por lo tanto

$$F_{r3} = [R_{3y}^2 + R_{3z}^2]^{\frac{1}{2}} = 11489.48 [N]$$

Es decir carga radial en el rodamiento r3: 11489.48 [N]

$$F_{R3} = 11489.48 [N]$$

$$F_{r3} = \frac{11489.48 [N]}{9.81 [m/s]} = 1171.2 [kg]$$

$$F_r = 2582.055 [lb]$$

Como podemos observar en la figura 3.17 el punto de operación se encuentra en la zona de rodamientos de tipo bolas y rodillos con lo cual podemos seleccionar unos u otros.

Para una máquina de 8 horas de trabajo diario, no siempre totalmente utilizadas:

$$L_h = 15000$$

$$L_d = L_h * n * 60$$

$$L_d = (15000)(233.33)60 = 209.997 \times 10^6 \text{ rev} = 209.997 \text{ mdr}$$

En este caso se considera  $k = 3$ , ya que será considerado un rodamiento de bolas.

$$P_1 = P_2 \left( \frac{L_2}{L_1} \right)^{\frac{1}{k}}$$

$$C_{r3} = P_d \left( \frac{L_d}{L_{10}} \right)^{\frac{1}{k}}$$

$$P_d = F_{r3} = 11489.48 \text{ [N]}$$

$$C_{r3} = (11489.48 \text{ [N]}) \left( \frac{209.997 \times 10^6}{10^6} \right)^{\frac{1}{3}}$$

$$C_{r3} = 68292.25 \text{ [N]} = 68.29 \times 10^3 \text{ [N]}$$

## Deep groove ball bearings, single row

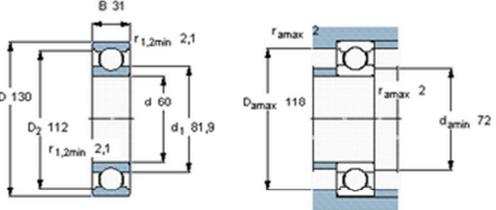
-  Tolerances , see text
-  Radial internal clearance , see text
-  Recommended fits
-  Shaft and housing tolerances

+ Find a distributor
+ Contact

+ Calculation
Print 

+ CAD model
+ 3D view
View full table 
Imperial
Metric

Principal dimensions			Basic load ratings		Speed ratings		Designation
d	D	B	dynamic C	static C <sub>0</sub>	Reference speed	Limiting speed	* SKF Explorer bearing
mm			kN		r/min		-
60	130	31	85,2	52	11000	7000	<b>6312 *</b>



Calculation factors  
k<sub>r</sub> 0,03  
f<sub>0</sub> 13

Figura A.2 Rodamiento 3 de bolas.

### Selección de Rodamiento (4)

Carga de diseño

$$P_d = V * X * F_r + Y * T$$

Donde

$$V = 1$$

$$X = 1$$

$$Y = 0$$

$$T = 0$$

$$P_d = F_{r4}$$

Donde

$$R_{4y} = 6815.17 [N]$$

$$R_{4z} = 1834.91 [N]$$

Por lo tanto

$$F_{r4} = [R_t^2 + R_r^2]^{\frac{1}{2}} = 7057.86 [N]$$

Es decir carga radial en el rodamiento r4: 7057.86 [N]

$$F_{R3} = 7057.86 [N]$$

$$F_{r3} = \frac{7057.86 [N]}{9.81 [m/s]} = 719.46 [kg]$$

$$F_r = 1586.13 [lb]$$

Como podemos observar en la figura 3.17 el punto de operación se encuentra en la zona de rodamientos de tipo bolas y rodillos con lo cual podemos seleccionar unos u otros.

Para una máquina de 8 horas de trabajo diario, no siempre totalmente utilizadas:

$$L_h = 15000$$

$$L_d = L_h * n * 60$$

$$L_d = (15000)(233.33)60 = 209.997 \times 10^6 \text{ rev} = 209.997 \text{ mdr}$$

En este caso se considera  $k = 3$ , ya que será considerado un rodamiento de bolas.

$$P_1 = P_2 \left( \frac{L_2}{L_1} \right)^{\frac{1}{k}}$$

$$C_{r4} = P_d \left( \frac{L_d}{L_{10}} \right)^{\frac{1}{k}}$$

$$P_d = F_{r4} = 7057.86 [N]$$

$$C_{r4} = (7057.86[N]) \left( \frac{209.997 \times 10^6}{10^6} \right)^{\frac{1}{3}}$$

$$C_{r4} = 41951.17 [N] = 41.951 \times 10^3 [N]$$

## Deep groove ball bearings, single row

- Tolerances , see text
- Radial internal clearance , see text
- Recommended fits
- Shaft and housing tolerances

[Find a distributor](#) [Contact](#)

[Calculation](#)

[Print](#)

[CAD model](#) [3D view](#)

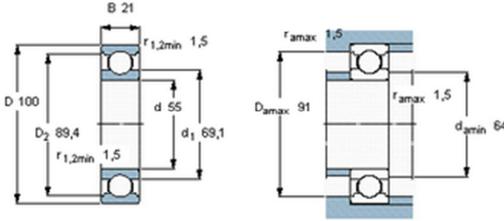
[View full table](#)

[Imperial](#)

[Metric](#)

Principal dimensions			Basic load ratings		Speed ratings		Designation
d	D	B	dynamic C	static C <sub>0</sub>	Reference speed	Limiting speed	
mm			kN		r/min		-
55	100	21	46,2	29	14000	9000	<b>6211 *</b>

\* SKF Explorer bearing



Calculation factors

$k_f$  0,025

$f_0$  14

Figura A.3 Rodamiento 4 de bolas.

No. de Anillo	CARCASA			TAMANO DE RANURA			TAMANO Y PESO DEL ANILLO					DATOS SUPLEMENTARIOS						
	Dia. (mm)	DIAMETRO	ANCHUR	PRO-FUNDIDAD	ESPESOR ***	DIAMETRO LIBRE	ALTUR de la OREJET	SECCIO MAX.	DIAMET DEL AGUJE	PESO	MARGE DEL BORDE	CARGA DE EMPUJE Anillo	CARGA DE EMPUJE Ranura	Radio y bisel Rad./admi	Carqa max. c/ R/Ch Max.			
																Dh	Dg	Tol.
DHO-81	81	84.5		2.65	1.75	2.50		86.5		8.5	7.0	3.0	23.00	5.3	119	75.80	2.5	21.6
DHO-82	82	85.5		2.65	1.75	2.50		87.5		8.5	7.0	3.0	24.00	5.3	119	76.6	2.5	21.4
DHO-83	83	86.5		2.65	1.75	2.50		88.5		8.5	7.0	3.0	25.00	5.3	118	77.5	2.5	21.2
DHO-85	85	88.5		3.15	1.75	3.00		90.5		8.8	7.2	3.5	25.30	5.3	201	79.5	3.0	31.2
DHO-88	87	90.5	+0.35	3.15	1.75	3.00		93.5		8.6	7.4	3.5	31.00	5.3	204	81.3	3.0	31.8
DHO-88	88	91.5		3.15	1.75	3.00		93.5	+1.30	8.6	7.4	3.5	31.00	5.3	208	82.0	3.0	32.7
DHO-90	90	93.5		3.15	1.75	3.00	-0.08	95.5	-0.54	8.6	7.6	3.5	33.00	5.3	199	84.0	3.0	31.4
DHO-92	92	95.5		3.15	1.75	3.00		97.5		8.7	7.8	3.5	35.00	5.3	201	85.0	3.0	32.0
DHO-95	95	98.5		3.15	1.75	3.00		100.5		8.8	8.1	3.5	37.00	5.3	195	88.0	3.0	31.4
DHO-98	97	100.5		3.15	1.75	3.00		103.5		9.0	8.3	3.5	41.00	5.3	193	90.0	3.0	31.2
DHO-98	98	101.5		3.15	1.75	3.00		103.5		9.0	8.3	3.5	41.00	5.3	191	91.0	3.0	31.0
DHO-100	100	103.5		3.15	1.75	3.00		105.5		9.2	8.4	3.5	42.00	5.3	188	93.0	3.0	30.8
DHO-102	102	106.0		4.15	2.00	4.00		108.0		9.5	8.5	3.5	35.00	6.0	439	108.0	3.0	72.8
DHO-105	105	109.0		4.15	2.00	4.00		112.0		9.5	8.7	3.5	56.00	6.0	436	112.0	3.0	73.0
DHO-108	107	111.0		4.15	2.00	4.00		115.0		9.5	8.9	3.5	60.00	6.0	425	114.0	3.0	71.6
DHO-108	108	112.0	+0.54	4.15	2.00	4.00		115.0		9.5	8.9	3.5	60.00	6.0	419	115.0	3.0	71.0
DHO-110	110	114.0		4.15	2.00	4.00		117.0		10.4	8.0	3.5	64.50	6.0	415	117.0	3.0	71.0
DHO-112	112	116.0		4.15	2.00	4.00		119.0		10.5	8.1	3.5	72.00	6.0	418	119.0	3.0	72.0
DHO-115	115	119.0		4.15	2.00	4.00		122.0		10.5	9.3	3.5	74.50	6.0	409	122.0	3.0	71.2
DHO-118	117	121.0		4.15	2.00	4.00		125.0		10.7	9.8	3.5	75.50	6.0	399	124.0	3.0	70.0
DHO-118	118	122.0		4.15	2.00	4.00		125.0		10.7	9.8	3.5	75.50	6.0	394	125.0	3.0	69.3
DHO-120	120	124.0		4.15	2.00	4.00		127.0		11.0	9.7	3.5	77.00	6.0	396	127.0	3.0	70.0
DHO-122	122	126.0		4.15	2.00	4.00		129.0		11.0	9.8	4.0	78.00	6.0	390	129.0	3.0	71.0
DHO-125	125	129.0		4.15	2.00	4.00		132.0		11.0	10.0	4.0	79.00	6.0	385	132.0	3.0	70.0
DHO-128	127	131.0	+0.63	4.15	2.00	4.00		135.0	+1.50	11.0	10.0	4.0	81.00	6.0	383	135.0	3.0	70.0
DHO-128	128	132.0		4.15	2.00	4.00		135.0	-0.63	11.0	10.2	4.0	81.00	6.0	378	136.0	3.0	69.0
DHO-130	130	134.0		4.15	2.00	4.00		137.0		11.0	10.2	4.0	82.00	6.0	374	138.0	3.0	69.0
DHO-132	132	136.0		4.15	2.00	4.00		139.0		11.0	10.3	4.0	83.00	6.0	366	140.0	3.0	68.0
DHO-135	135	139.0		4.15	2.00	4.00		142.0		11.2	10.5	4.0	84.00	6.0	358	143.0	3.0	67.0

Tabla A.2 Parámetros de los anillos de retención.

**Tabla E-9 Propiedades mecánicas de algunos aceros al carbono**

Datos de varias fuentes. \* Valores aproximados. Consulte a los fabricantes de material para mayor información

Número SAE/AISI	Condición	Resistencia a la fluencia por tensión (0.2% de deformación remanente)		Resistencia última a la tensión		Elongación en 2 In %	Dureza Brinell -HB
		kpsi	MPa	kpsi	MPa		
1010	rolado en caliente	26	179	47	324	28	95
	rolado en frío	44	303	53	365	20	105
1020	rolado en caliente	30	207	55	379	25	111
	rolado en frío	57	393	68	469	15	131
1030	rolado en caliente	38	259	68	469	20	137
	normalizado @ 1 650 °F	50	345	75	517	32	149
	rolado en frío	64	441	76	524	12	149
	templado y revenido @ 1 000 °F	75	517	97	669	28	255
	templado y revenido @ 800 °F	84	579	106	731	23	302
	templado y revenido @ 400 °F	94	648	123	848	17	495
1035	rolado en caliente	40	276	72	496	18	143
	rolado en frío	67	462	80	552	12	163
1040	rolado en caliente	42	290	76	524	18	149
	normalizado @ 1 650 °F	54	372	86	593	28	170
	rolado en frío	71	490	85	586	12	170
	templado y revenido @ 1 200 °F	63	434	92	634	29	192
	templado y revenido @ 800 °F	80	552	110	758	21	241
	templado y revenido @ 400 °F	86	593	113	779	19	262
1045	rolado en caliente	45	310	82	565	16	163
	rolado en frío	77	531	91	627	12	179
1050	rolado en caliente	50	345	90	621	15	179
	normalizado @ 1 650 °F	62	427	108	745	20	217
	rolado en frío	84	579	100	689	10	197
	templado y revenido @ 1 200 °F	78	538	104	717	28	235
	templado y revenido @ 800 °F	115	793	158	1 089	13	444
	templado y revenido @ 400 °F	117	807	163	1 124	9	514
1060	rolado en caliente	54	372	98	676	12	200
	normalizado @ 1 650 °F	61	421	112	772	18	229
	templado y revenido @ 1 200 °F	76	524	116	800	23	229
	templado y revenido @ 1 000 °F	97	669	140	965	17	277
	templado y revenido @ 800 °F	111	765	156	1 076	14	311
1095	rolado en caliente	66	455	120	827	10	248
	normalizado @ 1 650 °F	72	496	147	1 014	9	13
	templado y revenido @ 1 200 °F	80	552	130	896	21	269
	templado y revenido @ 800 °F	112	772	176	1 213	12	363
	templado y revenido @ 600 °F	118	814	183	1 262	10	375

\* SAE Handbook, Society of Automotive Engineers, Warrendale, Pa.; Metals Handbook, American Society for Metals, Materials Park, Ohio.

Tabla A.3 Propiedades de los Materiales.