



**UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO**  
PROGRAMA DE MAESTRÍA Y DOCTORADO EN INGENIERÍA  
INGENIERÍA CIVIL – ESTRUCTURAS

RECOMENDACIONES DE DISEÑO A CORTANTE PARA TRABES  
ACARTELADAS DE CONCRETO REFORZADO

TESIS  
QUE PARA OPTAR POR EL GRADO DE:  
DOCTOR EN INGENIERÍA

PRESENTA:  
HANS ISRAEL ARCHUNDIA ARANDA

TUTOR:  
DR. ARTURO TENA COLUNGA  
UNIVERSIDAD AUTÓNOMA METROPOLITANA

CIUDAD DE MÉXICO

NOVIEMBRE 2013

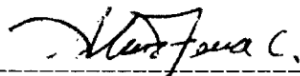
**JURADO ASIGNADO:**

Presidente: DR. ROBERTO MELI PIRALLA  
Secretario: DR. SERGIO M. ALCOCER MARTÍNEZ DE CASTRO  
1<sup>er</sup> Vocal: DR. ARTURO TENA COLUNGA  
2<sup>do</sup> Vocal: DR. ÓSCAR M. GONZÁLEZ CUEVAS  
3<sup>er</sup> Vocal: DR. ÓSCAR A. LÓPEZ BÁTIZ  
1<sup>er</sup> Suplente: DR. DARÍO RIVERA VARGAS  
2<sup>do</sup> Suplente: DR. GERARDO AGUILAR RAMOS

Lugares donde se realizó la tesis: Ciudad de México y Cuautla, Morelos

**TUTOR DE TESIS:**

DR. ARTURO TENA COLUNGA



-----  
**FIRMA**



# RESUMEN Y ORGANIZACIÓN DEL TRABAJO

## RESUMEN

Esta tesis representa un esfuerzo por entender el mecanismo resistente a cortante de las travesas acarteladas de concreto reforzado, con el propósito de proporcionar guías de diseño *ad-hoc*. Para cumplir este objetivo se hicieron aportaciones analíticas y experimentales.

La aportación analítica principal, es la elaboración de un método de diseño usando ecuaciones deducidas de un modelo de armadura. El método sólo es válido en regiones dominadas por el mecanismo de viga en travesas con y sin refuerzo transversal (regiones B), y se proporcionan guías para saber cómo y dónde aplicarlo. Para mejorar la propuesta, se creyó conveniente hacer trabajo adicional que permitiera realizar algún tipo de conexión entre las escuelas de diseño por cortante estadounidense (diseño por secciones con contribución del concreto) y la europea *clásica* (diseño por tramos de elemento sin contribución del concreto). El fruto de ese trabajo fue la integración de lo mejor de ambas filosofías de diseño (al menos eso se pretendió).

Por ejemplo, el desarrollo de esas actividades permitieron en travesas prismáticas: 1) redefinir las regiones B-D propuestas originalmente por Schlaich *et al.* (1987), 2) definir la sección crítica por cortante en travesas con y sin estribos mediante modelos de armadura y regiones B-D, 3) definir la esbeltez de las travesas con y sin estribos de una manera diferente a lo usual, es decir, ya no con el cociente  $a/d$  propuesto por Kani (1964), que en rigor sólo es válido en travesas sin estribos y, 4) reflexionar sobre la importancia que tienen los abanicos de compresión en el comportamiento de las travesas con refuerzo transversal, lo que permitió proponer el concepto de *seudesbeltez* para describir las travesas, teóricamente esbeltas, que desarrollan un mecanismo resistente parecido al de vigas cortas.

Estos conceptos se aplicaron en travesas acarteladas, lo que permitió desarrollar ecuaciones para la contribución del acero y del concreto sin el uso de ajustes estadísticos de datos experimentales. El método se validó con resultados de laboratorio reportados en revistas de prestigio, demostrando ser robusto y con tendencia a mejorar con el aumento de la esbeltez definida en este trabajo. El método basado en comportamiento mecánico que se propone en este trabajo, tiene el mismo nivel de predicción que el semiempírico presentado en Tena-Colunga *et al.* (2008), que usa ecuaciones desarrolladas a partir de la teoría de la flexión (teoría de vigas).

Estrictamente, el método semiempírico presentado en Tena-Colunga *et al.* (2008) también pertenece a las contribuciones de este trabajo, sin embargo, se prefirió hacer un esfuerzo adicional para elaborar uno con las características que tiene el que se propone en esta tesis doctoral.

El método de diseño recomendado en esta tesis, es decir, el método basado en comportamiento mecánico, es tal que, cuando el acartelamiento es nulo y se promueve la formación de un campo de compresión diagonal con una inclinación de cuarenta y cinco grados, se reduce al que ha recomendado el reglamento ACI 318 para traveses prismáticos desde hace cincuenta años (ACI 318 11, “Committee 326” 1962/a/b, “Committee 426” 1973). Sin embargo, también se puede decir que es una generalización del método del reglamento ACI 318 para traveses prismáticos, que incorpora una corrección geométrica y el mecanismo de armadura para su aplicación en traveses acartelados.

El trabajo experimental que forma parte de esta tesis, consta del ensayo y análisis forense de diez traveses acartelados de concreto reforzado diseñados para fallar a cortante ante cargas reversibles (cinco con estribos y cinco sin estribos). Estos elementos son idénticos a los estudiados previamente en Archundia (2004) y Archundia *et al.* (2005) ensayados con cargas monotónicas.

Los resultados del programa experimental sugieren que las cargas cíclicas no degradan, sustancialmente, la resistencia calculada para traveses con cargas monotónicas en la dirección gravitacional, siendo mucho más satisfactorio este comportamiento en las traveses provistas con refuerzo transversal (cuantía mínima).

Otros resultados interesantes son: 1) no se encontró evidencia de que el incremento del acartelamiento -reducción del volumen del elemento- reduzca la capacidad de disipación de energía por histéresis, 2) el esfuerzo calculado en el campo de compresión diagonal confirma que la geometría de las cartelas favorece el trabajo del concreto en el alma (efecto geométrico de arco) y, 3) la degradación de rigidez en elementos con acartelamientos grandes que fallan por cortante es rápida y considerable, por lo que, a reserva de mayor información a futuro, se recomienda proponer cartelas que satisfagan el intervalo  $3^\circ \leq \alpha \leq 9^\circ$ , donde  $\alpha$  es el ángulo de acartelamiento. La gran mayoría de los resultados experimentales ya fueron publicados en revistas con arbitraje estricto (Archundia *et al.* 2007, Archundia-Aranda *et al.* 2013).

El análisis forense de las traveses ensayadas, confirmó que la resistencia y el mecanismo de falla son congruentes con los modelos de armadura. En este sentido, se debe mencionar que el enfoque que se le dio al trabajo permitió analizar el mecanismo resistente para cada dirección de carga. No existen registros en la literatura técnica de algún estudio previo sobre la resistencia a cortante bidireccional, con modelos de comportamiento mecánico en traveses acartelados de concreto reforzado.

Al final, la propuesta para el análisis, diseño y detallado de las regiones B-D, así como la evidencia experimental, permitieron elaborar un método de diseño a cortante para traveses de edificios sometidas a cargas distribuidas (combinación de cargas gravitacionales y sísmicas). Esto requirió que se hicieran otras aportaciones relevantes, como lo son: i) proponer un diagrama de cortante escalonado seguro y congruente con el mecanismo de armadura y, ii)

identificar que la posición discreta de los estribos tiene demasiada influencia en la formación de los campos de compresión diagonal.

## ORGANIZACIÓN DEL TRABAJO

Aunque los capítulos de esta tesis fueron pensados como unidades individuales, por lo que cada uno tiene su propia sección de comentarios y bibliografía, fue imposible evitar referencias cruzadas entre ellos. Asimismo, varios capítulos se complementan con uno o dos apéndices que se disponen al final del documento.

A continuación se hace una breve descripción del contenido de cada uno de los capítulos que forman parte de esta tesis:

- El capítulo uno contiene una breve reseña de las filosofías de diseño disponibles en la literatura, y de la situación en la que se encuentra el diseño por cortante de las travesaños acarteladas en México y en el mundo.
- En el capítulo dos se justifica este trabajo y se presentan los objetivos que se pretenden satisfacer.
- El capítulo tres es un estado del arte sobre el diseño por cortante de las travesaños acarteladas de concreto reforzado. Esta revisión bibliográfica inicia con el trabajo pionero de Mörsch (1909), y termina con la propuesta presentada en Tena-Colunga *et al.* (2008).
- En el capítulo cuatro se desarrollan los dos métodos de diseño por cortante para travesaños acarteladas que se proponen en este trabajo. Ambos fueron deducidos de un modelo de armadura plástica, pero uno es para hacer un diseño *sección por sección*, y el otro para hacerlo con base en una *sección crítica por cortante*. En este capítulo también se presentan otros temas de interés, como lo son: i) la identificación de las regiones B-D en travesaños acarteladas con elementos finitos lineales, ii) una redefinición de las regiones B-D (plásticas y elásticas), iii) la definición de la sección crítica por cortante en travesaños con y sin refuerzo transversal con modelos de armadura (prismáticas y acarteladas) y, iv) la elaboración de un nuevo parámetro de esbeltez (prismáticas y acarteladas).

En el capítulo cuatro, también se analiza y discute el nivel de seguridad que ofrecen los métodos de diseño recomendados en libros de prestigio, sustentados en la teoría de vigas (por ejemplo, Park y Paulay 1975, Ferguson *et al.* 1988 y MacGregor 1997), contra el que se obtiene con ecuaciones desarrolladas a partir de un modelo de armadura plástica. El resultado de esta actividad proporcionó argumentos para reconsiderar las advertencias de Dilger y Langohr (1997), y concluir que ambos enfoques son seguros si se aplican de manera adecuada.

- En el capítulo cinco se presentan reflexiones sobre la importancia de los abanicos de compresión en el comportamiento global de las travesaños con estribos (regiones D), y su impacto en los procedimientos de análisis y diseño. Las ideas se acompañan con: 1) el entendimiento del alcance de un ejemplo clásico del prestigiado libro de MacGregor (1997), 2) el análisis forense hecho en algunas travesaños publicadas en revistas especializadas y, 3) la discusión de algunas ideas disponibles en la literatura y reglamentos de diseño sobre: esbeltez, contribución del concreto y modelos de armadura

(puntales y tensores). Finalmente, en este capítulo se presenta el concepto de *seudoesbeltez*.

- El capítulo seis contiene toda la información que concierne al programa experimental que forma parte de esta tesis.
- En el capítulo siete se presentan los resultados relevantes de los experimentos de diez trabes acarteladas de concreto reforzado. El análisis forense se hizo con los parámetros tradicionales para elementos sometidos a cargas reversibles, e identificando los campos de esfuerzo en el claro de cortante a partir de los patrones de agrietamiento.
- En el capítulo ocho se propone un método de diseño para trabes prismáticas y acarteladas sometidas a carga gravitacional en combinación con carga sísmica. La elaboración de este método exigió desarrollar un diagrama de cortante escalonado seguro, confiable y congruente con la mecánica del concreto. Asimismo, se demuestra que la distribución de estribos tiene importancia relevante en la formación de los campos de compresión diagonal.
- El capítulo nueve contiene las conclusiones y aportaciones de este trabajo, así como recomendaciones para estudios a futuro.

El contenido de los apéndices que dan apoyo a los capítulos arriba mencionados, se explica en los párrafos siguientes:

- En el apéndice A se presenta una descripción de los que se creyeron son los aspectos fundamentales del cortante en trabes de concreto reforzado.
- En el capítulo B se muestra la identificación de las regiones B-D en trabes acarteladas con modelos de elemento finito lineal (regiones B-D elásticas). La clasificación solamente fue contundente observando los contornos de esfuerzo cortante, y no las trayectorias de esfuerzos principales como es acostumbrado. Esta actividad demostró que las trabes acarteladas tienen regiones B-D más parecidas a lo que se recomendó gráficamente en el *Beton Kalender* (2001), que lo que se obtiene con el procedimiento *genérico* de Schlaich *et al.* (1987).
- El apéndice C contiene demostraciones y cálculos detallados que conciernen a los campos de esfuerzo y modelos de armadura presentados en el capítulo cuatro.
- En el apéndice D se hace una breve exposición del pensamiento de Talbot y Morsch pues, en esta tesis, se considera que la visión de ambos es el pilar de las filosofías de diseño por cortante estadounidense y europea, respectivamente.
- El apéndice E contiene el análisis de algunos modelos de armadura disponibles en la literatura, propuestos para explicar la resistencia a cortante de las trabes sin refuerzo transversal o la contribución del concreto en trabes con estribos.
- En el apéndice F se hace un análisis de la sección crítica por cortante, implícita o explícita, de algunos modelos especializados para trabes sin refuerzo transversal.
- El apéndice G contiene gráficas que permiten visualizar el comportamiento del nivel de predicción del método de diseño sugerido en esta tesis, contra diferentes parámetros que

caracterizan el comportamiento estructural, como lo son: la esbeltez, las cuantías del refuerzo longitudinal y transversal, la cuantía mecánica y el ángulo de acartelamiento.

- En el apéndice H se muestran los patrones de agrietamiento de los elementos que forman parte del trabajo de laboratorio (primer agrietamiento diagonal, falla y colapso). Esta información gráfica se acompaña de otra que facilita caracterizar el daño estructural (cortante y desplazamiento al centro del claro, rigidez remanente y ancho máximo de grieta).
- El apéndice I contiene el bosquejo de los campos de esfuerzo que sugieren los patrones de agrietamiento observados en la falla de los elementos con refuerzo transversal. Con esta información, se elaboraron los modelos de armadura propuestos para explicar el mecanismo resistente en ambas direcciones de carga. En este apéndice también se muestra la medición del ángulo de inclinación de la grieta principal de falla en las traveses sin estribos.
- El apéndice J contiene los lazos de histéresis de los elementos ensayados, a una escala adecuada para observar los detalles de su comportamiento.
- Finalmente, en el apéndice K se presenta un resumen de las propiedades medidas en el concreto y el acero de refuerzo con el que se construyeron los especímenes que forman parte del programa experimental de este trabajo.

## **REFERENCIAS Y BIBLIOGRAFÍA**

ACI 318-02 (2002), "Building code requirements for structural concrete (ACI-318-02) and commentary (ACI-318R-02)", ACI Committee 318, *American Concrete Institute*, E.U.A.

ACI 318-11 (2011), "Building code requirements for structural concrete (ACI-318-11) and commentary (ACI-318R-11)", ACI Committee 318, *American Concrete Institute*, E.U.A.

Archundia, H I (2004), "Comportamiento a cortante de traveses acartelados de concreto reforzado", *Tesis de Maestría*, Universidad Nacional Autónoma de México, México, mayo.

Archundia, H I, A Tena y O M González (2005), "Estudio experimental del cortante estático de traveses acartelados de concreto reforzado", *Reporte de Investigación 453*, Dirección de Ciencias Básicas e Ingeniería, Universidad Autónoma Metropolitana – Azcapotzalco, pp. 204, junio. ISBN 970-31-0491-6.

Archundia Aranda, H I, A Tena Colunga, A Grande Vega y O M González Cuevas (2007), "Comportamiento cíclico de traveses acartelados de concreto reforzado sin refuerzo transversal que fallan por cortante", *Revista de Ingeniería Sísmica*, No. 76, pp. 89-112.

Archundia-Aranda, H I, A Tena-Colunga y A Grande-Vega (2013), "Behavior of reinforced concrete haunched beams subjected to cyclic shear loading", *Engineering Structures*, Vol. 49, pp. 27-42.

Beton Kalender (2001), "Taschenbuch für Beton, Stahlbeton und spannbetonbau sowie die verwandten Fächer BK 2", *Ernst and Sohn*, Alemania.

Committee 326 (1962/a), "Shear and diagonal tension. Part 1: General principles", Report of ACI-ASCE Committee 326, *ACI Journal Proceedings*, Vol. 59, No. 1, pp. 1-30.

Committee 326 (1962/b), "Shear and diagonal tension. Part 2: Beams and frames", Report of ACI-ASCE Committee 326, *ACI Journal Proceedings*, Vol. 59, No. 2, pp. 277-334.

Committee 426 (1973), "The shear strength of reinforced concrete members", Joint ASCE-ACI Task Committee 426, *ASCE Journal of Structural Engineering*, Vol. 99, No. 6, pp. 1091-1187.

Committee 445 (1998), "Recent approaches to shear design of structural concrete", ASCE-ACI Committee 445, *ASCE Journal of Structural Engineering*, Vol. 124, No. 12, pp. 1375-1417.

- CSA (2004), "Design of concrete structures" CSA Standards A.23.3-04", *Canadian Standards Association*, Canada.
- Dilger, W H y P Langohr (1997), "Shear design of haunched concrete box girders of the Confederation Bridge", *Canadian Journal of Civil Engineering*, Vol. 24, No. 6, pp. 898-907.
- Eurocode 2 (1992), "Design of concrete structures. Part 1: General rules and rules for buildings", *British Standards Institution*, Gran Bretaña.
- Eurocode 2 (2004), "Design of concrete structures. Part 1: General rules and rules for buildings", *British Standards Institution*, Gran Bretaña.
- Ferguson, P M, J E Breen y J O Jirsa (1988), *Reinforced concrete fundamentals*, fifth edition, John Wiley and Sons, E.U.A.
- Kani, G N J (1964), "The riddle of shear failure and its solution", *ACI Journal Proceedings*, Vol. 61, No. 4, pp. 441-468.
- MacGregor, J G (1997), *Reinforced concrete - mechanics and design*, third edition, Pearson-Prentice Hall, E.U.A.
- Mörsch, E (1909), *Concrete-steel construction (Der Eisenbetonbau)*, traducción autorizada de la tercera edición en Alemán de 1908, The Engineering Publishing News Company, Londres.
- Mörsch, E (1952), *Teoría y práctica de hormigón armado*, tomo II, Ediciones G. Gili, Argentina.
- Park, R y T Paulay (1975), *Reinforced concrete structures*, John Wiley and Sons, E.U.A.
- PCA Notes (2008), "Notes on ACI-318-08 building code requirements for structural concrete – with design applications", *Portland Cement Association*, Editores: Mahmoud E. Kamara, Lawrence C. Novak y Basile G. Rabbat.
- Schlaich, J, K Schäfer y M Jennewein (1987), "Toward a consistent design of structural concrete", *PCI Journal*, Vol. 32, No. 3, pp. 74-150.
- Subcommittee 445-1 (2002), "Examples for the design of structural concrete with strut-and-tie models", *ACI Structural Journal Special Publication*, No. 208, Editor: Karl-Heinz Reineck.
- Talbot, A N (1906), "Test of reinforced concrete beams: series of 1905", *Bulletin No. 14*, Engineering Experimental Station, University of Illinois, pp. 84, abril.
- Talbot, A N (1909), "Test of reinforced concrete beams: resistance to web stress – series of 1907 and 1908", *Bulletin No. 29*, Engineering Experimental Station, University of Illinois, pp. 85, enero.
- Tena-Colunga, A, H I Archundia-Aranda y O M González-Cuevas (2008), "Behavior of reinforced concrete haunched beams subjected to static shear loading", *Engineering Structures*, Vol. 30, No. 2, pp. 478-492.

# ABSTRACT

The research work reported in this thesis constitutes a step forward towards the understanding of the shear strength of reinforced concrete haunched beams (RCHBs) with the aim to propose a practical and safe shear design method. To achieve this goal, it was necessary to develop an analytical and experimental work.

The analytical work involved:

- I. The redefinition (i.e., generalization) of B-D regions suggested by Schlaich *et al.* (1987); it is demonstrated that B-D regions really depend on the angle of inclination of the diagonal compression field in the web ( $\theta$ ) rather than the elastic principal stress trajectories.
- II. Formalizing the shear critical section implicit in the ACI-318 code for prismatic beams with and without stirrups, and its implementation on RCHBs. This was possible after defining elastic B-D regions (uncracked stage) and plastic B-D regions (cracked stage) with elastic and plastic truss models, respectively.
- III. The understanding and recovering of the original so-called concrete contribution implicit in the ACI-318 code (“Committee 326” 1962/a/b). It is demonstrated that concrete contribution is only valid in sections where the beam action governs the behavior (elastic B regions). For consistency, the shear critical section is restricted to concrete contribution that fits this limit.
- IV. An explanation on how the concrete contribution “goes” to the uncracked compression block after the diagonal tension failure, and do not “stay” in the web working as aggregate interlock.
- V. Proposal of new parameters to size the slenderness of the beam in a different way to the classical  $a/d$  ratio proposed by Kani (1964) -which is only valid in beams with no web reinforcement but erroneously extrapolated to beams with shear reinforcement (e.g., “Committee 445” 1998)-. In this thesis, the parameter  $\lambda_P$  is proposed to measure the slenderness in beams with stirrups (plastic slenderness), and  $\lambda_E$  in beams without stirrups (elastic slenderness). Both parameters were developed from stress fields (truss models too), and are consistent and compatible with each other.

In the other hand, the state of the art showed that there is not experimental evidence of RCHBs failing in shear subjected to cyclic loading. For this reason, the experimental work was focused to measure the progressive structural properties of RCHBs designed to develop a shear failure under load reversals (five beams without stirrups and five beams with stirrups). The experimental evidence showed that haunched geometry favors an arching action that improves the shear behavior when the haunched angle is limited to nine degrees. This limit can be removed when new evidence in RCHBs becomes available (flexural failure).

The topics pointed above allowed proposing and validating a shear design formulation that does not arise from statistical regressions of experimental data. Furthermore, the suggested method involves a steel and concrete shear contributions explained with plastic and elastic truss models respectively, which offers a mechanical consistency among the three stages that governs the shear design of slender reinforced concrete beams (i.e., uncracked, diagonal tension cracked and compression diagonal cracked).

The proposed method in this work supports the sectional design methods (beam theory formulations) available in prestigious text books (e.g., Park and Paulay 1975, Ferguson *et al.* 1988, MacGregor 1997), in contrast with the proposal of Dilger and Langohr (1997), who claimed that a sectional shear design in RCHBs with equations developed from the beam theory is unsafe.

It is worth noting that the method presented in this thesis ignores: a) the aggregate interlock as a source of strength in the plastic and elastic truss models and, b) any influence of the micro-cracking on the virgin properties of the concrete. The validation showed that this mechanical method is accurate enough to predict the shear strength of beams subjected to single loads (monotonic and cyclic) when compared with the best empirical method available in the literature worldwide (Tena-Colunga *et al.* 2008).

The suggested method can be used to design reinforced concrete beams (haunched or prismatic beams) subjected to general loads when it is combined with the staggered shear diagram suggested too (e.g., uniformly distributed gravity loads plus seismic loads). This staggered diagram promotes a bigger structural integrity than the staggered diagram proposed by Collins and Mitchell (1980), and enhances the theoretical formation of the stress field along the element, in particular around of the shear critical section.

The whole design philosophy of this doctoral thesis promotes that the compression fans adjacent to reaction and concentrated loads have a strong influence on the global behavior of the beams. The importance of the compression fans it is impossible to identify only with truss models (neither with sectional approaches). Thus, it is necessary to have a basic knowledge of stress fields and how they are reduced to truss models (Marti 1985/a/b, Muttoni *et al.*, 1997, Nielsen 1999). As a general rule: it is mandatory to control the extension of the plastic D-regions to avoid the *pseudo slenderness*.

The pseudo slenderness is a new definition proposed in this thesis to describe the geometric “slender” beams that, because of the stirrup distribution, leads an extended arching action that diminishes the beam action supposed in design. The pseudo slenderness has a strong dependency with the discrete position of the stirrups, and it is demonstrated that can neglect the shear web reinforcement. With the aim to avoid this structural anomaly, some guidelines to detail B and D regions were proposed.

Finally, this work tried to connect the two most influential philosophies of shear design worldwide: the “American” and the “European”, that is: the sectional design with concrete contribution (Talbot 1906 and 1909), and the whole element design with no concrete contribution (Mörsch 1909 and 1952) respectively. Maybe it is possible!



---

**REFERENCES**

- ACI 318-11 (2011), “Building code requirements for structural concrete (ACI-318-11) and commentary (ACI-318R-11)”, ACI Committee 318, *American Concrete Institute*, USA.
- Collins, M P y D Mitchell (1980), “Shear and torsion design of prestressed and non-prestressed concrete beams”, *PCI Journal*, Vol. 25, No. 5, pp. 32-100.
- Committee 326 (1962/a), “Shear and diagonal tension. Part 1: General principles”, Report of ACI-ASCE Committee 326, *ACI Journal Proceedings*, Vol. 59, No. 1, pp. 1-30.
- Committee 326 (1962/b), “Shear and diagonal tension. Part 2: Beams and frames”, Report of ACI-ASCE Committee 326, *ACI Journal Proceedings*, Vol. 59, No. 2, pp. 277-334.
- Committee 445 (1998), “Recent approaches to shear design of structural concrete”, ASCE-ACI Committee 445, *ASCE Journal of Structural Engineering*, Vol. 124, No. 12, pp. 1375-1417.
- Ferguson, P M, J E Breen y J O Jirsa (1988), *Reinforced concrete fundamentals*, fifth edition, John Wiley and Sons, USA.
- Kani, G N J (1964), “The riddle of shear failure and its solution”, *ACI Journal Proceedings*, Vol. 61, No. 4, pp. 441-468.
- MacGregor, J G (1997), *Reinforced concrete - mechanics and design*, third edition, Pearson-Prentice Hall, USA.
- Marti, P (1985/a), “Basic tools of reinforced concrete beam design”, *ACI Journal*, Vol. 82, No. 1, pp. 46-56.
- Marti, P (1985/b), “Truss models in detailing”, *Concrete International*, Vol. 7, No. 12, pp. 66-73.
- Mörsch, E (1909), *Concrete-steel construction (Der Eisenbetonbau)*, traducción autorizada de la tercera edición en Alemán de 1908, The Engineering Publishing News Company, London.
- Mörsch, E (1952), *Teoría y práctica de hormigón armado*, tomo II, Ediciones G. Gili, Argentina.
- Muttoni, A, J Schwartz y B Thürlimann (1997), *Design of concrete structures with stress fields*, Birkhäuser, Switzerland.
- Nielsen, M P (1999), *Limit analysis and concrete plasticity*, second edition, CRC Press, USA.
- Park, R y T Paulay (1975), *Reinforced concrete structures*, John Wiley and Sons, USA.
- Schlaich, J, K Schäfer y M Jennewein (1987), “Toward a consistent design of structural concrete”, *PCI Journal*, Vol. 32, No. 3, pp. 74-150.
- Talbot, A N (1906), “Test of reinforced concrete beams: series of 1905”, *Bulletin No. 14*, Engineering Experimental Station, University of Illinois, pp. 84, April.
- Talbot, A N (1909), “Test of reinforced concrete beams: resistance to web stress – series of 1907 and 1908”, *Bulletin No. 29*, Engineering Experimental Station, University of Illinois, pp. 85, January.
- Tena-Colunga, A, H I Archundia-Aranda y O M González-Cuevas (2008), “Behavior of reinforced concrete haunched beams subjected to static shear loading”, *Engineering Structures*, Vol. 30, No. 2, pp. 478-492.

# **ANOTACIONES**



# PRODUCCIÓN

A continuación se indican los trabajos publicados con las aportaciones de esta tesis a la fecha de presentar su disertación pública.

## REVISTAS QUE PERTENECEN AL THOMSON REUTERS (ISI) WEB OF KNOWLEDGE

- ✓ Tena-Colunga, A, H I Archundia-Aranda y O M González-Cuevas (2008), “Behavior of reinforced concrete haunched beams subjected to static shear loading”, *Engineering Structures*, Vol. 30, No. 2, pp. 478-492. ( $FI = 1.713$ )

Citado por:

- Pérez Caldentey A, P Padilla, A Muttoni y M Fernández Ruiz (2012), “Effect of load distribution and variable depth on shear resistant of slender beams without stirrups”, *ACI Structural Journal*, Vol. 109, No. 5, pp. 595-603.
- Hassan, T K (2012), “Influence of shear reinforcement detailing on the behavior of concrete column heads”, *IABSE Symposium Report: Global Thinking in Structural Engineering: Recent Achievements*, International Association of Bridge and Structural Engineering, pp. 47-56.
- ✓ Archundia-Aranda, H I, A Tena-Colunga y A Grande-Vega (2013), “Behavior of reinforced concrete haunched beams subjected to cyclic shear loading”, *Engineering Structures*, Vol. 49, pp. 27-42. ( $FI = 1.713$ )

## REVISTAS QUE PERTENECEN AL ÍNDICE DE EXCELENCIA CONACYT

- ✓ Archundia, H I, A Tena, A Grande y O M González (2007), “Comportamiento cíclico de trabes acarteladas de concreto reforzado sin refuerzo transversal que fallan por cortante”, *Revista de Ingeniería Sísmica*, No. 76, pp. 87-110.

Citado por:

- Sánchez, A (2013), “Comportamiento sísmico de muros de concreto para vivienda”, *Tesis Doctoral*, programa de Maestría y Doctorado en Ingeniería, Facultad de Ingeniería, Universidad Nacional Autónoma de México, agosto.

### CONGRESO MUNDIAL

- ✓ Archundia-Aranda, H I y A Tena-Colunga (2008), "Cyclic behavior of reinforced concrete haunched beams failing in shear", *14th World Conference on Earthquake Engineering*, Paper ID 12-01-0105, Pekín, China, octubre. Memorias, CD-ROM.

### CONGRESO INTERNACIONAL

- ✓ Tena-Colunga A, H I Archundia-Aranda y O M González-Cuevas (2007), "Cyclic shear behavior of reinforced concrete haunched beams", *Ninth Canadian Conference on Earthquake Engineering*, Paper 1033, Ottawa-Ontario, Canada, junio. Memorias, CD-ROM

### CONGRESO NACIONAL

- ✓ Archundia Aranda, H I, A Tena Colunga, A Grande Vega y O M González Cuevas (2006), "Cortante en traves acarteladas de concreto reforzado sin refuerzo transversal sujetas a carga cíclica", *XV Congreso Nacional de Ingeniería Estructural*, Puerto Vallarta, Jal., noviembre. Memorias, CD-ROM.
- ✓ Archundia Aranda, H I, A Tena Colunga, A Grande Vega y O M González Cuevas (2007), "Comportamiento a cortante de traves acarteladas de concreto con refuerzo transversal ante cargas reversibles", *XVI Congreso Nacional de Ingeniería Sísmica*, Ixtapa-Zihuatanejo, Gro., noviembre. (Trabajo omitido por accidente en las Memorias del evento, pero respaldado oficialmente por la Sociedad Mexicana de Ingeniería Sísmica).
- ✓ Archundia Aranda, H I y A Tena Colunga (2012), "Diseño por cortante de traves acarteladas de concreto con y sin refuerzo transversal conforme a modelos de armadura", artículo 04-04 *XVIII Congreso Nacional de Ingeniería Estructural*, Acapulco, Gro., noviembre. Memorias, CD-ROM.
- ✓ Archundia Aranda, H I y A Tena Colunga (2012), "Regiones B-D, esbeltez y sección crítica por cortante en traves de concreto reforzado explicadas con campos de esfuerzo y modelos de armadura", artículo 04-17, *XVIII Congreso Nacional de Ingeniería Estructural*, Acapulco, Gro., noviembre. Memorias, CD-ROM.
- ✓ Archundia Aranda, H I y A Tena Colunga (2013), "Resistencia bidireccional a cortante de traves acarteladas de concreto reforzado", artículo V-30, *XIX Congreso Nacional de Ingeniería SÍSMICA*, Boca del Río, Ver., noviembre. Aceptado para su publicación en las memorias del evento.

**REPORTES DE INVESTIGACIÓN PATROCINADOS POR EL GOBIERNO DEL DISTRITO FEDERAL**

- ✓ Archundia Aranda, H I, A Tena Colunga y O M González Cuevas (2004), “Diseño sismo-resistente de trabes acarteladas de concreto (tercera etapa)”, *Reporte UAM-A/DMAE-2004/01*, Departamento de Materiales, Universidad Autónoma Metropolitana Azcapotzalco, diciembre.
- ✓ Grande Vega, A, H I Archundia Aranda, A Tena Colunga y O M González Cuevas (2005), “Diseño sismo-resistente de trabes acarteladas de concreto (cuarta etapa)”, *Reporte UAM-A/DMAE-2005/01*, Departamento de Materiales, Universidad Autónoma Metropolitana Azcapotzalco, diciembre.
- ✓ Archundia Aranda, H I, A Tena Colunga, A Grande Vega y O M González Cuevas (2006), “Diseño sismo-resistente de trabes acarteladas de concreto (quinta etapa)”, *Reporte UAM-A/DMAE-2006/01*, Departamento de Materiales, Universidad Autónoma Metropolitana Azcapotzalco, diciembre.

---

## DEDICATORIA

Este trabajo está dedicado al DIOS de Abel, Set, Noé, Melquisedec, Abraham, Isaac, Jacob/Israel, José, Judá, Moisés, Aarón, Josué, Eleazar, Samuel, Job, David, Salomón, Ezequías, Elías, Eliseo, Isaías, Jeremías, Ezequiel, Daniel, Ananías, Misael, Azarías, Juan/Bautista, Pedro, Pablo, Mateo, Marcos, Lucas, Juan, y PADRE de mi Señor Jesucristo.

Ciertamente más rudo soy yo  
que ninguno,  
Ni tengo entendimiento  
de hombre.  
Yo ni aprendí sabiduría,  
Ni conozco la ciencia del Santo.  
¿Quién subió al cielo, y descendió?  
¿Quién encerró los vientos en sus  
puños?  
¿Quién ató las aguas en un paño?  
¿Quién afirmó todos los términos  
de la tierra?  
¿Cuál es su nombre, y el nombre  
de su hijo, si sabes?

Proverbios 30:2-4  
Santa Biblia  
Antigua versión de Casiodoro de Reina (1569)  
revisada por Cipriano de Valera (1602)

Revisión de 1960

Sociedades Bíblicas Unidas  
2012

Yo soy el Señor (*Jehová*): éste  
es mi Nombre: la gloria mía no la cederé  
a otro, ni el honor mío a los *vanos*  
simulacros de los *ídolos*.

Isaías 42:8  
La Sagrada Biblia  
Traducida de la Vulgata Latina  
al Español por Félix Torres Amat  
Obispo de Astorga

La Casa de la Biblia Católica

C. D. Stampley Enterprises, Inc.  
1965

# AGRADECIMIENTOS

A DIOS:

*Por la vida, las bendiciones inmerecidas, y las censuras bien merecidas.  
Todo ello permitió terminar esta tesis.*

A mis padres, don Raúl Archundia Sánchez y doña María Teresa Aranda García:

*Por todo lo que se les debe agradecer a los padres responsables y amorosos. Doy gracias también por el hogar honorable en el que crecí: inmejorable punto de partida de todos mis asuntos. Hago una mención especial por el año 2008, cuando enfermé y parecía, en ese entonces, que no culminaría esta investigación doctoral.*

A mis hermanos, M.C. Iván Archundia Aranda y fotógrafa Diana Archundia Aranda:

*Por la vida compartida, y su interés en el desarrollo de esta tesis. Muchas veces, en ustedes encontré la motivación para seguir.*

A mi director de tesis, Dr. Arturo Tena Colunga:

*Agradezco la oportunidad, paciencia y facilidades otorgadas para hacer y terminar esta tesis. Sobre todo, que me haya enseñado sin reservas su filosofía para enfrentar los problemas de Ingeniería Estructural. No puedo dejar de agradecer los arreglos que hizo para que realizara una estancia en Alemania (2007). Esa experiencia dejó marca en este trabajo de investigación.*

A mis sinodales, Dr. Roberto Meli Piralla, Dr. Sergio M. Alcocer Martínez de Castro, Dr. Óscar M. González Cuevas, Dr. Óscar López Bátiz, Dr. Darío Rivera Vargas y Dr. Gerardo Aguilar Ramos:

*Sin duda, sus comentarios y observaciones mejoraron sustancialmente este trabajo. Mil gracias.*

A los doctores Amador Terán Gilmore y Juventino Carlos Reyes Salinas (finado):

*Ambos pertenecieron al comité que evaluó mis actividades semestrales, y al jurado de mi examen de candidatura al Grado de Doctor; agradezco el tiempo que dedicaron a ello.*

Al Dr. Sergio M. Alcocer Martínez de Castro y al M.I. Leonardo Flores Corona:

*Agradezco sus recomendaciones para la ejecución de los experimentos que forman parte de este trabajo. Asimismo, que me hayan proporcionado literatura selecta sobre: 1) trabajos de investigación experimental, 2) manejo de equipo de adquisición de datos y, 3) elaboración de dispositivos de carga. Hago un agradecimiento especial al doctor Alcocer por las facilidades otorgadas en la evaluación de la versión preliminar de este trabajo.*



A los decanos del Área de Estructuras de la UAM-Azcapotzalco, Dr. Juan Casillas García de León y Dr. Óscar M. González Cuevas:

*Antes que nada, por su interés permanente en el desarrollo de este proyecto.*

*Al doctor Casillas le debo bastante mi gusto por la Ingeniería Estructural; interés que empezó a tomar fuerza en su clase de Análisis Estructural en la carrera de Ingeniería Civil. Debo agradecer, también, la confianza que me ha dado para comentarle algún asunto y solicitar consejo.*

*Al doctor González Cuevas le agradezco su invaluable ayuda y asesoría en todo lo concerniente a los especímenes de prueba que sirvieron, primero, para elaborar mi tesis de maestría y, después, para esta tesis doctoral. El doctor González Cuevas facilitó, recientemente, obtener patrocinio que ayudará a evaluar experimentalmente algunas aportaciones analíticas de esta tesis; en mi nombre, y en el de mi director de tesis, le doy gracias por ello.*

A los Profesores Titulares del Área de Estructuras de la UAM-Azcapotzalco (Dr. Juan Casillas García de León, Dr. Óscar M. González Cuevas, Dr. Arturo Tena Colunga, Dr. Alonso Gómez Bernal, Dr. Emilio Sordo Zabay, Dr. Hugón Juárez García, Dr. Manuel Eurípides Ruiz-Sandoval Hernández y Dra. Consuelo Gómez Soberón):

*Agradezco que me hayan considerado para ocupar una plaza de Profesor Visitante en mayo de 2011. Esto me permitió tener la tranquilidad y facilidades necesarias para retomar la tesis.*

A la Jefa del Departamento de Materiales de la UAM-Azcapotzalco, Dra. Miriam Aguilar Sánchez:

*Por las facilidades otorgadas para terminar este proyecto. En especial, por darme una prórroga completa para mi último año de elegibilidad como Profesor Visitante.*

A la C.P. Marbella Fernández Sedeño:

*Le doy gracias por haber entendido la importancia de terminar esta tesis. Cambiaron muchas cosas de mi vida cuando llevé de la mano a una mujer honorable, bonita y talentosa; doy gracias por ello también.*

A mis amigos del Área de Estructuras de la UAM-Azcapotzalco (M.I. Eduardo Arellano Méndez, M.I. Gerardo Díaz Martínez, Dr. Tiziano Perea Olvera, M.I. Marco Antonio Espinoza Johnson, Dr. Gelacio Juárez Luna, Dr. José Luis Rangel Núñez (Geotecnia), Dr. Luciano Fernández Sola, y Dr. Edgar Tapia Hernández):

*Por las buenas y malas que hacen que no sea aburrido el trabajo.*

Al M.I. Octavio García Domínguez:

*Agradezco su apoyo cuando fungió como Jefe del Departamento de Estructuras de la División de Estudios de Posgrado de la Facultad de Ingeniería de la UNAM.*

A mis compañeros de trabajo experimental, M.I. Alejandro Grande Vega, M.I., Ing. Obed Hernández Márquez, M.I. Víctor Hugo Salinas Vallejo y M.I. Artemio Juárez Ángeles

*Estoy muy agradecido por su ayuda en la ejecución de los trabajos de laboratorio.*

Al Téc. Acad. Leopoldo Quiroz (finado), y los laboratoristas Sr. Juan Mateos, Sr. José Luis Caballero, Sr. Rubén Barrera y Sra. Silvia Ledezma:

*Su asistencia en todas las etapas del trabajo hecho en el Laboratorio de Estructura de la UAM-A es altamente apreciada, reconocida y agradecida.*

Agradezco a los alumnos de la carrera de Ingeniería Civil que colaboraron en las diferentes etapas del trabajo experimental. Esperando no cometer alguna omisión, ellos son:

*José Ramón Águila, José Manuel Alonso, Misael Bahena, Marco Antonio Castillo, César Carpio, Arturo de la Cruz, Eleuterio Flores, Antonio Gascón, Eder Gudiño, Efraín Joaquín Diego, Alejandro Herrera, Gerardo Ibarra, María Fernanda Juan, Sergio López, Daniel Miranda, Miguel Ángel Mendoza, Elías Josué Morán, Roberto Moreno, Pablo Pineda, Carlos Ramírez, Rosaura Ramírez, Marco Antonio Rico, Martín Santos, Alejandra Salcedo, Salvador Vargas and Francisco Javier Vidal.*

Al personal administrativo de la UAM-Azcapotzalco, en especial a la Sra. Martha Espinosa (finada), Lic. Nadia Ortiz, Lic. María del Pilar Villanueva, Sra. Cristina Gómez, Lic. Luz María Colín, Lic. Tatiana Hernández y Srita. Dulce Gabriela Ochoa:

*Agradezco y aprecio su ayuda en los procedimientos administrativos relacionados con las diferentes etapas de este proyecto.*

A la Gerencia de Ingeniería Civil del Instituto de Investigaciones Eléctricas (IIE), especialmente al M.C. Alonso Alvarado González, Dr. Ulises Mena Hernández y Dr. Luis Eduardo Pérez Rocha:

*Agradezco la experiencia laboral adquirida, la cual que me permitió conocer y enfrentar problemas de Ingeniería Estructural que eran ajenos para mí. También doy las gracias por el interés en verme graduado, y por las facilidades otorgadas para ello.*

Al doctor Andreas Maurial:

*Por: 1) recibirme en la Universidad de Ciencias Aplicadas de Ratisbona (OTH-Regensburg), 2) proporcionarme y explicar bibliografía técnica y, 3) todas las atenciones brindadas en Alemania.*

A los amigos que hice en Alemania:

*Hacerme más fácil y amena la estancia en un país lejano, es algo que siempre agradeceré.*

A Helmut y Xóchitl:

*Por estar al pendiente de esta etapa de mi vida, y por el fin de semana que pasé en su casa de Konstnaz, Alemania [como si estuviera en Cuautla].*

A la Universidad Nacional Autónoma de México (UNAM):

*Por las facilidades otorgadas para graduarme en un programa con prestigio internacional.*

Al Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología (CONACYT):

*Por la beca otorgada para realizar mi investigación doctoral (registro 158733).*

A la Universidad Autónoma Metropolitana – Azcapotzalco, en especial al Departamento de Materiales y a la División de Ciencias Básicas e Ingeniería:

*Por el patrocinio parcial, y facilitar su Laboratorio de Estructuras para realizar los experimentos que forman parte de este trabajo.*

A la Secretaría de Obras y Servicios del Gobierno del Distrito Federal:

*Por el financiamiento complementario que facilitó la ejecución de este trabajo.*

Al Servicio Alemán de Intercambio Académico (DAAD),

*Por la beca de manutención para mi estancia en el semestre 2007-Invierno en la FH-Regensburg (ahora OTH-Regensburg).*

# ÍNDICE

Nota: Los apéndices se disponen en formato electrónico adjunto al documento impreso.  
(En caso necesario, solicitarlos al correo: archundia\_aranda@yahoo.com.mx)

<b>RESUMEN</b> .....	<b>i</b>
<b>ABSTRACT</b> .....	<b>vii</b>
<b>ANOTACIONES</b> .....	<b>x</b>
<b>PRODUCCIÓN</b> .....	<b>xii</b>
<b>DEDICATORIA</b> .....	<b>xv</b>
<b>AGRADECIMIENTOS</b> .....	<b>xvi</b>
<b>ÍNDICE</b> .....	<b>xx</b>
<b>LISTA DE FIGURAS</b> .....	<b>xxvi</b>
<b>LISTA DE TABLAS</b> .....	<b>xl</b>
<b>REFLEXIÓN</b> .....	<b>xlii</b>
<b>1 INTRODUCCIÓN</b> .....	<b>1</b>
REFERENCIAS Y BIBLIOGRAFÍA.....	<b>6</b>
<b>2 DESCRIPCIÓN DEL PROBLEMA Y OBJETIVO DEL TRABAJO</b> .....	<b>10</b>
2.1 PANORAMA EN MÉXICO SOBRE EL DISEÑO POR CORTANTE DE LAS TRABES ACARTELADAS DE CONCRETO REFORZADO.....	<b>11</b>
2.2 ALTERNATIVAS PARA EL DISEÑO DE LAS TRABES ACARTELADAS DE CONCRETO REFORZADO.....	<b>16</b>
2.3 OBJETIVOS Y ALCANCE DEL TRABAJO.....	<b>17</b>
2.4 CRITERIOS UTILIZADOS.....	<b>18</b>
REFERENCIAS Y BIBLIOGRAFÍA.....	<b>19</b>
<b>3 EL DISEÑO POR CORTANTE EN TRABES ACARTELADAS DE CONCRETO REFORZADO</b> .....	<b>21</b>
3.1 MÖRSCH (1908).....	<b>22</b>
3.2 GROB y THÜRLIMANN (1976).....	<b>36</b>
3.3 DEBAIKY y EL-NIEMA (1982).....	<b>36</b>
3.4 STEFANOY (1983) / REGAN y YU (1973).....	<b>44</b>
3.5 MARTI (1985).....	<b>53</b>
3.6 EL-NIEMA (1988).....	<b>54</b>
3.7 REGLAMENTO CEB-FIP (1990).....	<b>55</b>
3.8 EUROCÓDIGO (1992 y 2004).....	<b>56</b>
3.9 MacLEOD y HOUMSI (1994).....	<b>56</b>
3.10 DILGER y LANGOHR (1997).....	<b>66</b>
3.11 ARCHUNDIA, TENA y GONZÁLEZ (2006).....	<b>73</b>
3.12 TENA-COLUNGA, ARCHUNDIA-ARANDA y GONZÁLEZ-CUEVAS (2008).....	<b>81</b>
3.13 LIBROS DE TEXTO Y OTRAS RECOMENDACIONES.....	<b>88</b>
3.14 COMENTARIOS.....	<b>103</b>
REFERENCIAS Y BIBLIOGRAFÍA.....	<b>106</b>

<b>4 PROPUESTA DE DISEÑO POR CORTANTE PARA TRABES ACARTELADAS.....</b>	<b>109</b>
4.1 FILOSOFÍA DE DISEÑO	109
4.2 ANTECEDENTES DEL MÉTODO	113
4.3 REGIONES B-D EN TRABES PRISMÁTICAS Y ACARTELADAS	116
4.3.1 Descripción de los modelos de elemento finito	116
4.3.2 Resultados y análisis en vigas de sección constante	118
4.3.3 Resultados y análisis en vigas de sección variable	119
4.4 ECUACIONES DE DISEÑO POR CORTANTE PARA REGIONES B DE TRABES ACARTELADAS OBTENIDAS DE UN MODELO DE ARMADURA	123
4.5 VERIFICACIÓN DE LA SEGURIDAD DEL DISEÑO POR CORTANTE AL EMPLEAR ECUACIONES OBTENIDAS DE LA TEORÍA DE LA FLEXIÓN	129
4.6 DISEÑO POR CORTANTE EN TRABES ACARTELADAS USANDO EL CONCEPTO DE LA SECCIÓN CRÍTICA	135
4.6.1 Propuestas existentes para determinar la sección crítica en traves acarteladas	139
4.6.2 Sección crítica en traves esbeltas de sección constante	141
4.6.3 Sección crítica en traves acarteladas con refuerzo transversal	146
4.6.4 Inclinación del campo de compresión diagonal en traves acarteladas	151
4.6.5 Evaluación del peralte crítico en traves acarteladas	156
4.7 CONTRIBUCIÓN DEL CONCRETO	159
4.7.1 Talbot, Mörsch y Kani	161
4.7.2 Contribución del concreto explicada con modelos de armadura	163
4.7.3 Efecto del mecanismo de armadura en la contribución del concreto	166
4.7.4 Contribución del concreto en traves acarteladas	170
4.7.5 Sección crítica elástica en traves prismáticas	174
4.7.6 Sección crítica elástica en traves acarteladas	178
4.8 RESUMEN DEL MÉTODO PROPUESTO	180
4.8.1 Restricciones	181
4.8.2 Diseño por cortante sección por sección	182
4.8.3 Diseño por cortante usando la sección crítica	182
4.8.4 Contribución del concreto	183
4.9 VALIDACIÓN DEL MÉTODO	184
4.9.1 Validación en traves con refuerzo transversal	187
4.9.2 Validación en traves sin refuerzo transversal	194
4.10 COMENTARIOS	198
REFERENCIAS Y BIBLIOGRAFÍA	200
<b>5 REFLEXIONES SOBRE EL ANÁLISIS Y DETALLADO DE LAS REGIONES D.....</b>	<b>206</b>
5.1 REGIÓN D PLÁSTICA EN TRABES DE CONCRETO REFORZADO (ABANICOS DE COMPRESIÓN)	206
5.2 ALGUNAS INCONSISTENCIAS EN LA CONFIGURACIÓN E INTERPRETACIÓN DE LOS ABANICO DE COMPRESIÓN	210
5.3 UN ANÁLISIS DEL EJEMPLO DE MacGREGOR	214
5.3.1 Alternativa al ejemplo de MacGregor (caso de diseño)	217
5.4 REFLEXIONES PRIMARIAS SOBRE LA IMPORTANCIA DE IDENTIFICAR EL MODO DE TRABAJO DE LOS ABANICOS DE COMPRESIÓN	219
5.5 CONFIGURACIÓN BÁSICA DE LOS ABANICOS DE COMPRESIÓN	227
5.6 INCLINACIÓN DE LOS PUNTALES DE UN ABANICO DE COMPRESIÓN	229
5.7 ANÁLISIS DE LA TRABE A-2 DE BRESLER Y SCORDELIS (1963)	236
5.8 SEUDOESBELTEZ	241
5.8.1 Ensayes de Frosch (2000)	242

5.8.2 Ensayes de Johnson y Ramírez (1988)	250
5.8.3 Ensayes de Lee y Hwang (2010)	256
5.9 ABANICOS DE COMPRESIÓN EN ARTICULACIONES PLÁSTICAS	262
5.10 ABANICOS DE COMPRESIÓN EN TRABES ACARTELADAS	265
5.11 COMENTARIOS	267
REFERENCIAS Y BIBLIOGRAFÍA	269
<b>6 DESCRIPCIÓN DEL PROGRAMA EXPERIMENTAL.....</b>	<b>273</b>
6.1 ANTECEDENTES	273
6.2 GEOMETRÍA Y CONDICIÓN DE CARGA	273
6.3 IDENTIFICACIÓN Y ARMADOS	277
6.4 RESISTENCIA DE DISEÑO	282
6.5 FABRICACIÓN DE LOS ESPECÍMENES	285
6.6 INSTRUMENTACIÓN Y ADQUISICIÓN DE DATOS	287
6.7 EQUIPO HIDRÁULICO	290
6.8 ACONDICIONAMIENTO Y PROCEDIMIENTO EXPERIMENTAL	292
6.9 COMENTARIOS	294
REFERENCIAS Y BIBLIOGRAFÍA	294
<b>7 RESULTADOS EXPERIMENTALES.....</b>	<b>296</b>
7.1 IDENTIFICACIÓN DE LOS ESTADOS CARACTERÍSTICOS	296
7.1.1 Primer agrietamiento diagonal	296
7.1.2 Último o de falla	296
7.1.3 Colapso	297
7.2 CURVAS DE HISTÉRESIS	298
7.3 ENVOLVENTES	301
7.4 ESBELTEZ Y RESISTENCIA BIDIRECCIONAL	305
7.5 DEGRADACIÓN DE RIGIDEZ	315
7.5.1 Efecto de la repetición de la demanda en la rigidez	316
7.6 DISIPACIÓN DE ENERGÍA	319
7.7 AMORTIGUAMIENTO VISCOSO EQUIVALENTE	323
7.8 PREDICCIÓN DEL DESPLAZAMIENTO	327
7.9 MODELOS DE FALLA CONFORME AL PATRÓN DE AGRIETAMIENTO Y LA DEMANDA EN EL REFUERZO TRANSVERSAL (INGENIERÍA FORENSE)	335
7.10 FACTOR DE EFICIENCIA DEL CONCRETO EN EL CAMPO DE COMPRESIÓN DIAGONAL	347
7.11 EXPLICACIÓN DEL COLAPSO DE LAS TRABES ACARTELADAS	355
7.12 COMENTARIOS	357
REFERENCIAS Y BIBLIOGRAFÍA	358
<b>8 RECOMENDACIONES GENERALES Y EJEMPLOS     PARA EL DISEÑO DE ESTRIBOS.....</b>	<b>362</b>
8.1 DISEÑO POR CORTANTE CONFORME AL REGLAMENTO ACI 318	362
8.2 DISEÑO ESCALONADO CONFORME A LA TEORÍA DE LOS CAMPOS DE COMPRESIÓN Y LA TEORÍA DE LA PLASTICIDAD DEL CONCRETO	366
8.3 DIAGRAMA ESCALONADO BASADO EN EL NÚMERO TEÓRICO DE ESTRIBOS	372
8.3.1 Número teórico de estribos en tramos de cortante constante	374
8.3.2 Número teórico de estribos en tramos de cortante lineal	375

8.4 ESCALONAMIENTO PARA TRAMOS DE VIGA SOMETIDAS A CORTANTE LINEAL DISEÑADOS POR SECCIONES CON ECUACIONES OBTENIDAS DE UN MODELO DE ARMADURA	377
8.5 ANÁLISIS Y COMPARACIÓN DE PROPUESTAS PARA EL ESCALONAMIENTO DEL DIAGRAMA DE CORTANTE	380
8.6 MODIFICACIÓN DEL DIAGRAMA ESCALONADO BASADO EN EL NÚMERO TEÓRICO DE ESTRIBOS	385
8.6.1 Modificación al diagrama escalonado para incrementar el nivel de seguridad	385
8.6.2 Modificación al diagrama escalonado para liderar la formación teórica del campo de compresión diagonal en la sección crítica	386
8.7 ANÁLISIS CUALITATIVO DEL DIAGRAMA ESCALONADO PROPUESTO	389
8.8 ESBELTEZ EN TRABES CON CARGAS DISTRIBUIDAS	395
8.9 ADAPTACIÓN A TRABES ACARTELADAS	399
8.10 COMPARACIÓN DEL SUMINISTRO DE ESTRIBOS SUGERIDO CONTRA LA SEGURIDAD TOTAL AL DESGARRAMIENTO DE MÖRSCH	405
8.11 EJEMPLOS	409
8.11.1 Trabe prismática simplemente apoyada con carga gravitacional	409
8.11.2 Trabe acartelada de edificio con carga sísmica y gravitacional	415
8.12 COMENTARIOS	426
REFERENCIAS Y BIBLIOGRAFÍA	427
<b>9 CONCLUSIONES, APORTACIONES Y RECOMENDACIONES FINALES.....</b>	<b>431</b>
9.1 CONCLUSIONES Y APORTACIONES	431
9.2 RECOMENDACIONES PARA ESTUDIOS A FUTURO REFERENCIAS Y BIBLIOGRAFÍA	438 441
<b>APÉNDICE A: FUNDAMENTOS DEL CORTANTE EN VIGAS DE CONCRETO REFORZADO.....</b>	<b>444</b>
A.1 ARMADURA DE RITTER Y MÖRSCH	445
A.2 PLASTICIDAD DE CONCRETO Y ARMADURA PLÁSTICA	448
A.2.1 Teoremas de la teoría de la plasticidad del concreto	449
A.2.2 Modelos constitutivos del concreto y acero de refuerzo	450
A.2.3 Armadura plástica de ángulo variable	454
A.3 DISEÑO POR SECCIONES CON CONTRIBUCIÓN DEL CONCRETO	461
A.3.1 Los mecanismos de viga y arco	468
A.4 EL MODELO DE PUNTALES Y TENSORES	473
A.4.1 Diseño de las regiones B	477
A.4.2 Diseño de las regiones D	479
A.4.3 Puntales	480
A.4.4 Tensores	482
A.4.5 Nodos	483
A.5 CAMPOS DE ESFUERZO	486
A.6 TEORÍA MODIFICADA DE LOS CAMPOS DE COMPRESIÓN	492
A.7 COMENTARIOS	499
REFERENCIAS Y BIBLIOGRAFÍA	500
<b>APÉNDICE B: REGIONES B-D ELÁSTICAS EN TRABES ACARTELADAS DE CONCRETO REFORZADO.....</b>	<b>504</b>
B.1 DESCRIPCIÓN DE LOS MODELOS DE ELEMENTO FINITO	505

B.2 VALIDACIÓN DE LOS MODELOS DE ELEMENTO FINITO	508
B.2.1 Validación en trabes de sección constante	509
B.2.2 Validación en trabes de sección variable	510
B.3 IDENTIFICACIÓN DE LAS REGIONES B-D EN TRABES DE SECCIÓN CONSTANTE	514
B.4 IDENTIFICACIÓN DE LAS REGIONES B-D EN TRABES DE SECCIÓN VARIABLE	519
B.5 COMENTARIOS	524
REFERENCIAS Y BIBLIOGRAFÍA	524
<b>APÉNDICE C: ADICIONALES DE LAS ARMADURAS PROPUESTAS.....</b>	<b>526</b>
C.1 ECUACIONES DE DISEÑO POR CORTANTE PARA REGIONES B DE TRABES ACARTELADAS OBTENIDAS DE UN MODELO DE ARMADURA PLÁSTICA	526
C.2 EXTENSIÓN DEL AGRIETAMIENTO DIAGONAL EN UNA TRABE ACARTELADA DE CONCRETO REFORZADO	530
C.3 EXTENSIÓN DE LA REGIÓN CRÍTICA (REGIÓN D) Y VALOR DEL PERALTE CRÍTICO (FRONTERA ENTRE REGIONES B-D) DE UNA TRABE ACARTELADA CON REFUERZO TRANSVERSAL (ARMADURA PLÁSTICA)	532
C.4 VALOR Y UBICACIÓN DEL LÍMITE DEL PERALTE CRÍTICO EN TRABES ACARTELADAS	533
C.5 VERSIÓN SIMPLIFICADA DE LA CONTRIBUCIÓN DEL CONCRETO EN TRABES ACARTELADAS	534
C.6 EXTENSIÓN DE LA REGIÓN CRÍTICA (REGIÓN D) Y VALOR DEL PERALTE CRÍTICO (FRONTERA ENTRE REGIONES B-D) DE UNA TRABE ACARTELADA SIN REFUERZO TRANSVERSAL (ARMADURA ELÁSTICA)	535
C.7 COMPROBACIÓN DE LA SECCIÓN CRÍTICA ELÁSTICA CON MODELOS DE ELEMENTOS FINITOS	538
C.8 INDICIOS DE LA VALIDEZ DEL MODELO DE ARMADURA ELÁSTICA EN TRABES DE SECCIÓN CONSTANTE	542
C.9 RELACIÓN ENTRE $\lambda_p$ Y EL NÚMERO DE TABLEROS DE ARMADURA DE UNA REGIÓN B PLÁSTICA EN TRABES DE SECCIÓN CONSTANTE	549
C.10 COMENTARIOS	550
REFERENCIAS Y BIBLIOGRAFÍA	551
<b>APÉNDICE D: TALBOT Y MÖRSCH.....</b>	<b>553</b>
D.1 COMENTARIOS	563
REFERENCIAS Y BIBLIOGRAFÍA	564
<b>APÉNDICE E: MODELOS DE ARMADURA PARA TRABES SIN ESTRIBOS.....</b>	<b>565</b>
E.1 MODELO DE MUTTONI Y COLABORADORES	566
E.2 MODELO DE REINECK	570
E.3 MODELO DE AL-NAHLAWI Y WIGHT	573
E.4 MODELO DE NIELSEN	578
E.5 COMENTARIOS	581
REFERENCIAS Y BIBLIOGRAFÍA	581



<b>APÉNDICE F: REVISIÓN DE LA SECCIÓN CRÍTICA</b>	
<b>EN TRABES SIN ESTRIBOS.....</b>	<b>583</b>
F.1 PROPUESTA DE KOTSOVOS	584
F.2 PROPUESTA DE REINECK	586
F.3 PROPUESTA DE KIM Y WHITE	587
F.4 PROPUESTA DE ZHANG Y NIELSEN	588
F.5 PROPUESTA DE ZARARIS Y PAPADAKIS	591
F.6 PROPUESTA DE MUTTONI Y FERNÁNDEZ RUIZ	594
F.7 COMENTARIOS	595
REFERENCIAS Y BIBLIOGRAFÍA	596
<b>APÉNDICE G: ALGUNAS TENDENCIAS</b>	
<b>DE LA PREDICCIÓN CON EL MÉTODO PROPUESTO.....</b>	<b>598</b>
G.1 RESUMEN DE LAS PREDICCIONES	598
G.2 DEPURACIÓN DE LA MUESTRA	601
G.3 EFECTO DE LA ESBELTEZ	605
G.4 EFECTO DE LA CUANTÍA DE REFUERZO TRANSVERSAL	609
G.5 EFECTO DEL ÁNGULO DE ACARTELAMIENTO	613
G.6 EFECTO DE LA CUANTÍA DEL ACERO LONGITUDINAL	616
G.7 EFECTO DE LA CUANTÍA MECÁNICA	618
G.8 COMENTARIOS	620
REFERENCIAS Y BIBLIOGRAFÍA	621
<b>APÉNDICE H: PATRONES DE AGRIETAMIENTO.....</b>	<b>623</b>
<b>APÉNDICE I: CAMPOS DE ESFUERZO Y MODELOS</b>	
<b>DE ARMADURA DE LAS TRABES ENSAYADAS.....</b>	<b>634</b>
I.1 TRABES CON REFUERZO TRANSVERSAL	634
I.2 TRABES SIN REFUERZO TRANSVERSAL	640
<b>APÉNDICE J: PROPIEDADES DEL CONCRETO</b>	
<b>Y ACERO DE REFUERZO DE LAS TRABES ENSAYADAS.....</b>	<b>645</b>
J.1 CONCRETO	645
J.2 ACERO DE REFUERZO	646
REFERENCIAS Y BIBLIOGRAFÍA	648
<b>APÉNDICE K: LAZOS DE HISTÉRESIS.....</b>	<b>649</b>
K.1 TRABES SIN REFUERZO TRANSVERSAL	649
K.2 TRABES CON REFUERZO TRANSVERSAL	650

# LISTA DE FIGURAS

<b>2.1 Construcción de traves acarteladas en dos edificios diferentes de la ciudad de México</b>	<b>10</b>
2.2 Edificios de mediana altura de la ciudad de México que tienen traves acarteladas	11
2.3 Puente carretero con traves acarteladas de concreto reforzado (Estado de Hidalgo)	12
2.4 Falla por cortante en traves acarteladas ocurrida en Estados Unidos a mediados del siglo pasado (tomada de Collins <i>et al.</i> 2007)	12
2.5 Proporciones típicas en México para traves acarteladas de concreto reforzado de edificios	14
2.6 Arreglos usados en México para el refuerzo longitudinal inclinado	14
2.7 Arreglo del refuerzo longitudinal propuesto por Mörsch (1952)	15
2.8 Refuerzo en el vértice de las cartelas. Modificada de Park y Paulay 1975	15
2.9 Detallado deficiente en la zona del vértice	16
2.10 Modelo de armadura sugerido por el Comité Euro-Internacional para el Concreto para el diseño de TACR (CEB-FIP 1990)	17
<b>3.1 Edificio moderno de la ciudad de México con traves acarteladas</b>	<b>22</b>
3.2 Esquemas y nomenclatura de Mörsch (1909 y 1952) para traves acarteladas	23
3.3 Análisis de los esfuerzos en el bloque compresión inclinado (Mörsch 1952)	26
3.4 Armado para traves acarteladas propuesto por Mörsch (1952)	27
3.5 Recomendación de Mörsch (1952) para el refuerzo longitudinal continuo	27
3.6 Armado típico para arcos de concreto reforzado (Mörsch 1952)	28
3.7 Geometría, dimensiones y armados de los ensayos de Mörsch (1952). Acotaciones en cm	29
3.8 Falla típica de las traves de la serie 1 de los experimentos de Mörsch (1952)	30
3.9 Transmisión de las carga en el claro de cortante en una trabe acartelada. Mörsch (1952)	31
3.10 Falla típica de las traves de la serie 2 de los experimentos de Mörsch (1952)	31
3.11 Falla típica de las traves de la serie 3 de los experimentos de Mörsch (1952)	32
3.12 Falla típica de las traves de la serie 4 de los experimentos de Mörsch (1952)	32
3.13 Falla típica de las traves de la serie 5 de los experimentos de Mörsch (1952)	32
3.14 Armados y esquema del ensaye de la viga 1107 de los experimentos de Mörsch (1952)	34
3.15 Armados y esquema del ensaye de la viga 1115 de los experimentos de Mörsch (1952)	34
3.16 Armados y esquema del ensaye de la viga 1116 de los experimentos de Mörsch (1952)	35
3.17 Patrones de agrietamiento en vigas continuas ensayadas por Mörsch (1952)	35
3.18 Convención para el acartelamiento y barras inclinadas según Grob y Thürlimann (1976)	36
3.19 Dimensiones y algunos detalles de las traves ensayadas por Debaiky y El-Niema (1982)	38
3.20 Patrones de agrietamiento típicos de los ensayos de Debaiky y El-Niema (1982)	40
3.21 Diagramas de cuerpo libre utilizados por Debaiky y El-Niema (1982)	41
3.22 Contribución del concreto obtenida por Debaiky y El-Niema (1982)	41
3.23 Contribución del acero de refuerzo transversal obtenida por Debaiky y El-Niema (1982)	42
3.24 Contribución del acero longitudinal inclinado obtenida por Debaiky y El-Niema (1982)	43
3.25 Esquema y nomenclatura utilizados por Stefanou (1983)	45
3.26 Identificación de los ángulos de acartelamiento para el método de Regan y Yu (1973)	47
3.27 Fuerzas en una cartela agrietada por cortante según Regan y Yu (1973)	47
3.28 Ubicación analítica de la sección crítica de la cartela (Regan y Yu 1973)	49
3.29 Esquema de los ensayos de Stefanou (1983)	50
3.30 Dimensiones generales de los experimentos de Stefanou (1983)	50
3.31 Armados típicos de las traves acarteladas ensayadas por Stefanou (1983)	51
3.32 Falla en trabe sin estribos con canto acartelado inferior (Stefanou 1983)	51
3.33 Falla en trabe con estribos con canto acartelado inferior (Stefanou 1983)	51
3.34 Falla en trabe sin estribos con canto acartelado superior (Stefanou 1983)	51
3.35 Falla en trabe con estribos con canto acartelado superior (Stefanou 1983)	51

3.36 Extensión del agrietamiento diagonal experimental según Stefanou (1983)	52
3.37 Comparación de resistencias experimentales y teóricas de Stefanou (1983)	52
3.38 Diseño integral con un modelo de armadura (Marti 1985/a)	53
3.39 Dimensiones y algunos detalles de las traves ensayadas por El-Niema (1988)	55
3.40 Modelo de armadura sugerido por el CEB-FIP (1990)	55
3.41 Componentes en el mecanismo de cortante según el Eurocódigo (2004)	56
3.42 Comparación de las resistencias en una traves acartelada (MacLeod y Houmsi 1994)	57
3.43 Esquema utilizado por MacLeod y Houmsi (1994) para el estudio de las traves acarteladas	58
3.44 Justificación del uso del ángulo de acartelamiento (MacLeod y Houmsi 1994)	59
3.45 Filosofía de los ensayos de MacLeod y Houmsi (1994)	60
3.46 Dimensiones generales de las traves ensayadas por MacLeod y Houmsi (1994)	61
3.47 Armados y detalles de los especímenes ensayados por MacLeod y Houmsi (1994)	61
3.48 Agrietamiento de falla típico de las traves ensayadas por MacLeod y Houmsi (1994)	62
3.49 Comparación de la zonas de compresión (MacLeod y Houmsi 1994)	62
3.50 Ubicación de la sección crítica en una trabe de sección constante simplemente apoyada según Kotsovos (MacLeod y Houmsi 1994)	63
3.51 Sección crítica en voladizos conforme a MacLeod y Houmsi (1994)	64
3.52 Ubicación del peralte crítico analítico y “experimental”. MacLeod y Houmsi (1994)	64
3.53 Calibración de la ecuación propuesta por MacLeod y Houmsi (1994)	65
3.54 Puente Confederación en etapa constructiva (Buckland y Taylor 2011)	66
3.55 Modelo de armadura utilizado por Dilger y Langohr (1997)	67
3.56 Sistema de referencia y convención de signos usada por Dilger y Langohr (1997)	67
3.57 Fuerzas externas y sus reacciones consideradas por Dilger y Langohr (1997)	68
3.58 Error del método tradicional según Dilger y Langohr (1997)	70
3.59 Reducción de cargas y cortante para el diseño escalonado según Dilger y Langohr (1997)	70
3.60 Falla por cortante en traves acarteladas presentada por Dilger y Langohr (1997)	71
3.61 Determinación del ángulo del bloque compresión (Dilger y Langohr 1997)	72
3.62 Agrietamiento típico en apoyos intermedios. Modificada de Dilger y Langohr (1997)	72
3.63 Geometría y condición de carga y apoyo de los ensayos de Archundia <i>et al.</i> (2006)	74
3.64 Armados típicos de los experimentos de Archundia <i>et al.</i> (2006)	75
3.65 Instrumentación del refuerzo transversal. Modificada de Archundia <i>et al.</i> (2006)	76
3.66 Patrones de agrietamiento según Archundia <i>et al.</i> 2006	77
3.67 Agrietamiento típico de falla ( $V_u$ ) reportados por Archundia <i>et al.</i> (2006)	77
3.68 Diagrama de cuerpo libre para describir la falla usado por Archundia <i>et al.</i> (2006)	78
3.69 Contribución del concreto según Archundia <i>et al.</i> (2006)	78
3.70 Extensión del agrietamiento en las cartelas según Archundia <i>et al.</i> (2006)	79
3.71 Comparación de propuestas. Modificada de Archundia <i>et al.</i> (2006)	80
3.72 Contribución del concreto en una sección acartelada propuesta por Tena-Colunga <i>et al.</i> (2008)	82
3.73 Participación (indirecta) del acero longitudinal inclinado (Tena-Colunga <i>et al.</i> 2008)	83
3.74 Ángulo de inclinación de la grieta de falla según Tena-Colunga <i>et al.</i> (2008)	85
3.75 Correlación entre los ángulos $\theta$ y $\alpha$ . Tena-Colunga <i>et al.</i> (2008)	85
3.76 Fuerzas externas e internas en una viga de peralte variable (Park y Paulay 1975)	89
3.77 Cortante efectivo en traves acarteladas (Park y Paulay 1975)	89
3.78 Detallado en los vértices (Park y Paulay 1975)	90
3.79 Cortante efectivo cualitativo en trabe acartelada (Park y Paulay 1975)	92
3.80 Solución de Muttoni <i>et al.</i> (1997)	92
3.81 Fuerzas efectivas en traves acartelada según Muttoni (2008)	93
3.82 Tipos de falla en vértice de trabe acartelada (nodo CCT) según Muttoni <i>et al.</i> (1997)	94
3.83 Detallado de un vértice (nodo CCT) de una trabe acartelada según Muttoni <i>et al.</i> (1997)	94
3.84 Modelo de vértice CTT simétrico. Modificada de Muttoni <i>et al.</i> (1997)	95
3.85 Fuerzas en vértice CTT asimétrico. Modificada de Muttoni <i>et al.</i> (1997)	95
3.86 Modelos para vértice CTT asimétrico. Modificada de Muttoni <i>et al.</i> (1997)	95
3.87 Modelo y detalles para el vértice de una cartela. Modificada de Schlaich <i>et al.</i> (1987)	96
3.88 Condiciones para la formación de un abanico de compresión	97

3.89 Diagramas de cortante y momento para tres vigas diferentes (Pagletí y Carta 2009)	97
3.90 Nomenclatura para traves acarteladas de Pagletí y Carta (2009)	98
3.91 Comparación de esfuerzos cortantes elásticos con tres métodos diferentes (Pagletí y Carta 2009)	98
3.92 Paradoja usada por Pagletí y Carta (2009)	99
3.93 Esfuerzos elásticos en traves acarteladas presentados por El-Mezaini <i>et al.</i> (1991)	101
3.94 Fuerzas de diseño en trabe acartelada en voladizo. Modificada de Beton Kalender (2001)	102
<b>4.1 Método de diseño utilizado por Mörsch (1952)</b>	<b>111</b>
4.2 Modelo de armadura para traves acarteladas recomendado por el CEB-FIP (1990)	113
4.3 Regiones B-D en traves de concreto reforzado	114
4.4 Puente Confederación (Canadá)	115
4.5 Campos de compresión típicos en regiones B y D (Modificada de Coronelli y Mulas 2006)	116
4.6 Valle de Kani (Kani 1964)	117
4.7 Dimensiones y arreglo general de los modelos analizados con elemento finito	117
4.8 Extensión de las regiones B y D en traves prismáticas conforme a Schlaich <i>et al.</i> (1987)	118
4.9 Elementos de sección variable considerados por Schlaich <i>et al.</i> (1987)	120
4.10 Extensión de las regiones B y D en traves acarteladas	121
4.11 Regiones B y D en traves acarteladas acorde con el Beton Kalender (2001). Modificada	122
4.12 Modelo de armadura plástica válido para la región B de una trabe acartelada	123
4.13 Proyección horizontal del agrietamiento diagonal en una región B	126
4.14 Campo de compresión diagonal en una región B	128
4.15 Inseguridad o “error” sugerido por Dilger y Langohr (1997)	129
4.16 Comparación del diseño por cortante en traves acarteladas considerando ecuaciones obtenidas con la teoría de la flexión contra las de un modelo de armadura sin contribución del concreto	132
4.17 Corrección de la contribución del concreto en traves acarteladas	134
4.18 Comparación del diseño por cortante en traves acarteladas considerando ecuaciones obtenidas con la teoría de la flexión contra las de un modelo de armadura con contribución del concreto	134
4.19 Proporciones típicas en México para traves acarteladas de edificios	136
4.20 Regiones D (elásticas) en traves con una relación $a/d_{max} = 2$	136
4.21 Parámetros geométricos de las traves acarteladas ensayadas ante carga monotónica	137
4.22 Parámetros involucrados en el cálculo de la sección crítica de la cartela (tabla 4.2)	140
4.23 Ubicación de la sección crítica por cortante en traves prismáticas (ACI 318 11)	141
4.24 Diagrama de cortante escalonado (Collins y Mitchell 1986)	142
4.25 Ubicación de la sección crítica por cortante de trabe prismática con refuerzo transversal y su relación con las regiones B-D definidas en este trabajo	144
4.26 Frontera entre regiones B-D conforme a Schlaich <i>et al.</i> (1987) sobre un modelo de armadura	145
4.27 Aplastamiento del puntal en la sección crítica en viga prismática (sección “I”)	146
4.28 Ubicación cualitativa de la sección crítica por cortante en traves acarteladas	146
4.29 Vigas secundarias conectadas en el peralte menor de traves acarteladas	147
4.30 Modelo de armadura que indica la ubicación de la sección crítica en una trabe acartelada	147
4.31 Cota superior del peralte crítico sugerida por Archundia <i>et al.</i> (2005)	148
4.32 Cota superior para el peralte crítico sugerida en este trabajo	149
4.33 Región B en el claro de cortante de traves prismáticas	150
4.34 Clasificación y comportamiento de las vigas acorde con su geometría, condición de carga y predominio de las regiones B y D	151
4.35 Relación entre los ángulos $\alpha$ y $\theta$ según Tena-Colunga <i>et al.</i> (2008). Modificada	152
4.36 Resultados de Debaiky y El-Niema (1982) contra la propuesta de Tena-Colunga <i>et al.</i> (2008)	153
4.37 Dependencia del ángulo $\theta$ con la cuantía de refuerzo transversal y la resistencia del concreto	154
4.38 Opciones para construir un modelo de armadura para traves acarteladas	155

4.39 Comparación del peralte crítico obtenido con varias propuestas	157
4.40 Contribución del concreto propuesta por Grob y Thürlimann (1976)	160
4.41 Contribución del concreto sugerida por Ramírez y Breen (1991)	160
4.42 Fallas por cortante en trabes sin estribos según Talbot (1906)	161
4.43 Transferencia de la carga al apoyo propuesta por Mörsch en 1907 (Mörsch 1952)	161
4.44 Comportamiento de vigas prismáticas sin estribos en función del cociente $a/d$	162
4.45 Fuerzas involucradas en el mecanismo de viga sugerido por Fenwick y Paulay (1968)	164
4.46 Mecanismos de arco y viga en el claro de cortante según Fenwick y Paulay (1968)	164
4.47 Modelo de armadura con puntales de concreto (Schlaich <i>et al.</i> 1987)	164
4.48 Proyección de la fuerza debida a la trabazón del agregado (Schlaich <i>et al.</i> 1987)	165
4.49 Modelo de armadura con fricción en las grietas propuesto por Reineck (1991)	166
4.50 Modelo de armadura elástica para una región B sin refuerzo transversal	167
4.51 Bloques de esfuerzo usados en la teoría de la plasticidad del concreto para calcular el momento de agrietamiento (Nielsen 1999). Modificada	171
4.52 Transición de la armadura elástica a la armadura plástica indicando la sección crítica	176
4.53 Ubicación recomendada de la sección crítica elástica	177
4.54 Ruptura del tensor de concreto en la sección crítica en viga prismática ( $a/d \approx 4.9$ )	178
4.55 Sección crítica elástica en trabes acarteladas	179
4.56 Relación entre el detalle de armadura elástica y resultados con elementos finitos elásticos	180
4.57 Parámetros involucrados en el cálculo de la esbeltez	186
4.58 Armados utilizados por El-Niema (1988) según la direccionalidad del crecimiento del momento y el peralte de la cartela	189
4.59 Armado especial recomendado por Mörsch (1952) para mejorar el comportamiento ante momento positivo en las cartelas de trabes continuas	189
4.60 Detallado del refuerzo transversal para darle soporte al acero longitudinal interior y garantizar la formación del mecanismo de armadura plástica (Anderson y Ramírez 1989)	190
<b>5.1 Correlación entre la región D plástica, la sección crítica y un abanico de compresión</b>	<b>207</b>
5.2 Regiones B-D plásticas en un claro de cortante típico de trabes prismáticas	208
5.3 Abanicos de compresión en uniones monolíticas viga-columna	209
5.4 Agrietamiento de vigas-muro apoyadas en sus bordes (tomada de Park y Paulay 1975)	209
5.5 Efecto del agrietamiento paralelo en los apoyos de vigas de edificios (Collins y Mitchell 1986)	210
5.6 Agrietamiento radial en la interconexión de vigas de edificios (MacGregor 1997)	210
5.7 Abanico de compresión en bloque de concreto sin acero de refuerzo (Nielsen 1999)	210
5.8 Construcción de un modelo de armadura plástica (MacGregor 1997)	211
5.9 Representación de un modelo de armadura plástica (MacGregor 1997)	212
5.10 Modelo de armadura utilizado por Li y Tran (2008)	212
5.11 Extensión de las regiones D sugerida por Kuo <i>et al.</i> (2010)	213
5.12 Identificación de las regiones D adoptada por Kuo <i>et al.</i> (2010) con base en el apéndice A del reglamento ACI 318 desde el año 2002	214
5.13 Mecanismo de trabajo de una trabe “corta” según Kuo <i>et al.</i> (2010)	214
5.14 Campo de esfuerzo trapezoidal en el modelo de MacGregor (1997)	215
5.15 Traslape entre el abanico y el campo de compresión diagonal adyacente (Sigrist <i>et al.</i> 1995)	215
5.16 Modelado de campos de esfuerzo radial y paralelo con fronteras comunes (Marti 1991)	215
5.17 Comparación de la longitud de la región D del ejemplo de MacGregor (1997) contra dos propuestas diferentes	216
5.18 Propuesta alterna al ejemplo de MacGregor (1997)	218
5.19 Comparación entre el modelo de armadura que resulta para una trabe con estribos con $a/d = 2$ y $\theta = 45^\circ$ contra el sugerido en el reglamento ACI 318 11	219
5.20 Modelo de armadura para vigas con $a/d = 2$ según el reglamento ACI 318 11	220

5.21 Modelos de armadura justificados por Tuchscherer <i>et al.</i> (2011) a partir de las trayectorias de los esfuerzos principales elásticos	221
5.22 Modelos propuestos por Rogowsky y MacGregor (1983) para una trabe con $a/d = 1$	222
5.23 Modelos de puntal directo propuestos por Muttoni y Fernández Ruiz (2008) para trabes sin refuerzo transversal	223
5.24 Soporte experimental de los métodos de diseño derivados de la teoría modificada de los campos de compresión	224
5.25 Sección crítica en el método general de diseño por cortante de la TMCC (Collins <i>et al.</i> 1996)	225
5.26 Análisis experimental realizado por Hawkins y Kutchma (“NCHRP 579” 2007)	226
5.27 Campo de compresión diagonal acorde a la TMCC (Vecchio y Collins 1996)	226
5.28 Abanicos de compresión formados en trabes peraltadas sin refuerzo transversal	227
5.29 Campos de esfuerzo en compresión (concreto) y tensión (refuerzo transversal) superpuestos en el claro de cortante de trabes esbeltas (Muttoni <i>et al.</i> 1997)	228
5.30 Representación discreta de un abanico de compresión (Muttoni <i>et al.</i> 1997)	229
5.31 Abanico de compresión propuesto por MacGregor (1997). Modificada	230
5.32 Abanico de compresión propuesto por Ramírez y Breen (1983). Modificada	230
5.33 Diferentes inclinaciones de los puntales que representan un abanico de compresión	231
5.34 Límites usuales de un modelo de armadura de puntal directo	231
5.35 Solución de un abanico de compresión propuesta por Sigrist <i>et al.</i> (1995)	232
5.36 Solución de un abanico de compresión propuesta por Kaufmann (1998)	232
5.37 Abanico de compresión en una unión viga-columna (Muttoni <i>et al.</i> 1997)	233
5.38 Configuración de un abanico de compresión diseñado con un modelo de armadura plástica	234
5.39 Configuración sugerida para un abanico de compresión. Armadura clásica ( $\theta = 45^\circ$ )	235
5.40 Elemento A-2 ensayado por Bresler y Scordelis (1963)	236
5.41 Abanico de compresión sugerido para la trabe A-2 de Bresler y Scordelis (1963)	237
5.42 Mecanismo resistente en trabes sin estribos con $a/d \geq 2$ sugerido por Kotsovos (1990)	239
5.43 Extensión del abanico de compresión del ejemplo de MacGregor (1997)	241
5.44 Geometría y armados de las trabes V1 y V2 estudiadas por Frosch (2000)	242
5.45 Patrones de agrietamiento a la falla en los experimentos de Frosch (2000). Tomada de Tompos y Frosch (2002)	243
5.46 Criterio empleado por Frosch (2000) para cuantificar los estribos que participan en la resistencia a cortante	243
5.47 Patrón de agrietamiento del elemento MVN1 ensayado por Kaufmann y Marti (1996)	243
5.48 Comparación entre la extensión de la región D requerida y la fomentada en las trabes ensayadas por Frosch (2000). Modificada	246
5.49 Modelo de armadura sugerido para las trabes estudiadas por Frosch (2000)	247
5.50 Equilibrio vertical de un campo de compresión diagonal	249
5.51 Dimensiones y armados típicos de los especímenes de Johnson y Ramírez (1988 y 1989)	250
5.52 Patrones de agrietamiento típicos de los ensayos de Johnson y Ramírez (1988 y 1989)	250
5.53 Modelo de armadura sugerido por Johnson y Ramírez (1988 y 1989) para explicar el mecanismo resistente en trabes con la cuantía mínima por cortante del reglamento ACI	251
5.54 Diferentes representaciones de los mecanismos de arco en un claro de cortante según Marti (1985/a). Tomada de Sigrist <i>et al.</i> (1995)	251
5.55 Patrón de agrietamiento de la viga 1 ensayada por Johnson y Ramírez (1988)	252
5.56 Modelo de armadura sugerido para la trabe 1 estudiada por Johnson y Ramírez (1989) considerando la contribución del concreto	253
5.57 Modelo de armadura sugerido para la trabe 1 estudiada por Johnson y Ramírez (1989) excluyendo la contribución del concreto	253
5.58 Campos de compresión propuestos para la trabe 1 de Johnson y Ramírez (1988)	255
5.59 Modelo de armadura sugerido por Johnson y Ramírez (1988 y 1989) para explicar el mecanismo resistente en trabes con dos veces la cuantía mínima por cortante del reglamento ACI	255
5.60 Dimensiones y armados de los elementos ensayados por Lee y Hwang (2010)	256
5.61 Mecanismo de armadura utilizado por Lee y Hwang (2010)	257
5.62 Mecanismo de armadura sugerido para el elemento F20-3 ensayado por Lee y Hwang (2010)	259

5.63 Campos de esfuerzo ( $\theta = 38.6^\circ$ ) superpuestos al patrón de agrietamiento del elemento F20-3 ensayado por Lee y Hwang (2010)	260
5.64 Patrones de agrietamiento presentados por Lee y Hwang (2010)	260
5.65 Influencia de la cuantía de refuerzo transversal en el mecanismo resistente de los abanicos de compresión según Rogowsky y MacGregor (1983)	261
5.66 Elemento CT ensayada por Alcocer y Uribe (2008) ante cargas reversibles ( $a/d = 1.17$ )	262
5.67 Modelado de una articulación plástica según Park y Paulay (1975)	263
5.68 Tratamiento de las articulaciones plásticas sugerido por Ichinose (1992)	264
5.69 Modelo de armadura utilizado por Elmenshawi <i>et al.</i> (2009) para explicar la resistencia de una articulación plástica	264
5.70 Longitud de los abanicos de compresión en una trabe acartelada de edificio ante carga gravitacional	266
5.71 Detallado especial en los vértices de las cartelas (Park y Paulay 1975)	266
5.72 Contribuciones al mecanismo resistente de una trabe esbelta con refuerzo transversal	268
<b>6.1 Edificios medianos de construcción reciente con trabes acarteladas de concreto reforzado</b>	<b>274</b>
6.2 Interacción cartelas - momento flexionante (cargas gravitacionales)	274
6.3 Dimensiones generales y condición de carga y apoyo	275
6.4 Prueba típica en proceso	276
6.5 Verificación del dispositivo de carga con una trabe de prueba prismática	276
6.6 Libertad de giro en los apoyos	276
6.7 Criptograma de identificación de los especímenes	277
6.8 Arreglos comunes del refuerzo longitudinal	278
6.9 Refuerzo adicional debido al cambio de dirección del refuerzo longitudinal inclinado	279
6.10 Croquis del elemento TASC- $\alpha 0$ -R0-c	279
6.11 Croquis del elemento TASC- $\alpha 1$ -R0-c	279
6.12 Croquis del elemento TASC- $\alpha 2$ -R0-c	280
6.13 Croquis del elemento TASC- $\alpha 3$ -R0-c	280
6.14 Croquis del elemento TASC- $\alpha 4$ -R0-c	280
6.15 Croquis del elemento TASC- $\alpha 0$ -R1-c	280
6.16 Croquis del elemento TASC- $\alpha 1$ -R1-c	281
6.17 Croquis del elemento TASC- $\alpha 2$ -R1-c	281
6.18 Croquis del elemento TASC- $\alpha 3$ -R1-c	281
6.19 Croquis del elemento TASC- $\alpha 4$ -R1-c	281
6.20 Secciones transversales típicas	282
6.21 Longitud de los abanicos de compresión en una trabe acartelada de edificio ante carga gravitacional	284
6.22 Actividades relacionadas con la fabricación de los especímenes	286
6.23 Instrumentación interna de los especímenes de prueba	288
6.24 Diseño del cableado para la instrumentación interna en elementos con refuerzo transversal	288
6.25 Algunos aspectos de la instrumentación interna	289
6.26 Detalles de la instrumentación externa	290
6.27 Equipo de adquisición de datos	290
6.28 Arreglo de los actuadores hidráulicos	291
6.29 Configuración deformada del elemento TASC $\alpha 4$ -R1-c	291
6.30 Bomba hidráulica	291
6.31 Montaje de los especímenes de prueba y del dispositivo de carga	292
6.32 Elemento montado, cuadrulado y con grietas iniciales marcadas	292
6.33 Patrones de desplazamiento	293
6.34 Identificación del daño progresivo	293
6.35 Prueba finalizada	293

<b>7.1 Daño estructural en los estados característicos (elemento TASC<math>\alpha</math>2-R1-c)</b>	<b>297</b>
7.2 Curvas de histéresis de los elementos sin refuerzo transversal	299
7.3 Curvas de histéresis de los elementos con refuerzo transversal	300
7.4 Envoltentes de respuesta de los elementos sin refuerzo transversal	301
7.5 Envoltentes de respuesta de los elementos con refuerzo transversal	302
7.6 Curvas de respuesta en elementos con la cuantía mínima de refuerzo transversal	303
7.7 Campos de esfuerzo propuestos para la dirección gravitacional	305
7.8 Campos de esfuerzo propuestos para la dirección opuesta a la gravedad	306
7.9 Proporciones típicas en México para travesaños acartelados de edificios	308
7.10 Comparación de la esbeltez plástica en ambas direcciones de análisis	308
7.11 Comparación del peralte crítico en ambas direcciones de análisis	309
7.12 Demandas de momento flexionante en cada dirección de análisis en una trabe típica	310
7.13 Resistencia bidireccional. Travesaños sin estribos	311
7.14 Resistencia bidireccional. Travesaños con estribos ( $\theta=45$ )	313
7.15 Resistencia bidireccional. Travesaños con estribos ( $\theta=45-\alpha$ )	314
7.16 Rigidez pico a pico en un lazo de histéresis típico	315
7.17 Evolución de la rigidez en los ciclos primeros en función de la demanda de desplazamiento	316
7.18 Efecto de la repetición de la demanda de desplazamiento en la degradación de rigidez. Elementos sin refuerzo transversal	317
7.19 Efecto de la repetición de la demanda de desplazamiento en la degradación de rigidez. Elementos con refuerzo transversal	318
7.20 Energía histerética	319
7.21 Energía disipada en los ciclos primeros y de repetición. Elementos sin refuerzo transversal	320
7.22 Energía disipada en los ciclos primeros y de repetición. Elementos con refuerzo transversal	321
7.23 Energía acumulada por unidad de volumen	322
7.24 Interacción cartela – momento flexionante (carga gravitacional)	323
7.25 Amortiguamiento viscoso equivalente. Elementos sin refuerzo transversal	325
7.26 Amortiguamiento viscoso equivalente. Elementos con refuerzo transversal	326
7.27 Momentos de inercias usados por Archundia (2004) para estimar la degradación de rigidez	328
7.28 Identificación del agrietamiento en el elemento TASC $\alpha$ 3-R1 modelado en Archundia (2004)	328
7.29 Predicción de la respuesta en travesaños acartelados de concreto reforzado (Archundia 2004)	328
7.30 Falla en el dispositivo de prueba reportado en Archundia (2004) y Archundia <i>et al.</i> (2005)	330
7.31 Daño en elementos con mismo acartelamiento y cuantías de refuerzo pero diferente tipo de aplicación de la carga y tipo de apoyo	330
7.32 Ajuste para estimar la degradación de rigidez	332
7.33 Rigidez secante equivalente en una envoltente de respuesta	332
7.34 Modelo típico con los elementos tipo viga-columna	333
7.35 Identificación de los puntales que representan un abanico de compresión en las regiones B y D	336
7.36 Modelo de armadura sugerido para analizar las travesaños acartelados con refuerzo transversal (carga gravitacional)	337
7.37 Modelo de armadura sugerido para analizar las travesaños acartelados con refuerzo transversal (carga antigravitacional)	337
7.38 Lecturas típicas en el acero de refuerzo transversal. Elemento TASC $\alpha$ 3-R1-c	338
7.39 Análisis forense del elemento TASC $\alpha$ 0-R1-c con campos de esfuerzo y modelos de armadura	339
7.40 Análisis forense del elemento TASC $\alpha$ 2-R1-c con campos de esfuerzo y modelos de armadura	340
7.41 Comparación del ángulo de inclinación del campo de compresión diagonal en las travesaños con refuerzo transversal contra la propuesta de Tena-Colunga <i>et al.</i> (2008) y el límite inferior de la teoría de la plasticidad del concreto	342
7.42 Inclinación de la grieta de falla del elemento TASC $\alpha$ 0-R0-c	344



7.43	Inclinación de la grieta de falla del elemento TASC $\alpha$ 4-R0-c	345
7.44	Modelo de armadura sugerido para cuantificar la contribución del concreto en las trabes acarteladas sin refuerzo transversal (carga gravitacional)	345
7.45	Comparación del ángulo de inclinación de la grieta crítica de falla en las trabes sin refuerzo transversal contra la propuesta de Tena-Colunga <i>et al.</i> (2008)	346
7.46	Influencia de la inclinación de la grieta de cortante en trabes sin refuerzo transversal en la resistencia (Zhang 1994)	346
7.47	Curva esfuerzo-deformación del concreto	347
7.48	Campo de compresión diagonal en una región B	349
7.49	Campos de esfuerzo propuestos para la dirección gravitacional	349
7.50	Modelo de armadura sugerido para la trabe A-2 de Bresler y Scordelis (1963)	351
7.51	Campos de compresión propuestos para la trabe 1 de Johnson y Ramírez (1988 y 1989)	351
7.52	Campos de esfuerzo ( $\theta= 38.6^\circ$ ) superpuestos al patrón de agrietamiento del elemento F20-3 ensayado por Lee y Hwang (2010)	352
7.53	Solución gráfica de la armadura plástica de ángulo variable (adaptada de Hsu 1993)	353
7.54	Puntales de compresión sugeridos por Archundia (2004). Modificada	355
7.55	Campos de esfuerzo al colapso en trabes acarteladas con refuerzo transversal ( $\alpha= 9.13^\circ$ )	356
7.56	Mecanismo de colapso sugerido en la teoría de la plasticidad del concreto (Nielsen <i>et al.</i> 1978)	356
<b>8.1</b>	<b>Ubicación de la sección crítica por cortante conforme al reglamento ACI 318 11</b>	<b>362</b>
8.2	Recomendación para el diseño de estribos conforme al reglamento ACI 318 (ver tabla 8.1)	365
8.3	Colocación del primer estribo según Ferguson <i>et al.</i> (1988)	363
8.4	Sugerencia de González y Robles (2006) para realizar el diseño por cortante	366
8.5	Diagrama de cortante escalonado propuesto por Collins y Mitchell (1980)	367
8.6	Justificación del diagrama escalonado propuesto por Collins y Mitchell (1980). Modificada	367
8.7	Propuesta de Muttoni <i>et al.</i> (1997) para diseñar trabes con cargas uniformes y concentradas	367
8.8	Experimentos de Cerruti y Marti (1987)	369
8.9	Patrones de agrietamiento en la zona de falla (apoyo intermedio B, figura 8.8) en los experimentos de Cerruti y Marti (1987). Modificadas	369
8.10	Falla de la trabe T2 ensayada por Sigrist y Marti (1993)	371
8.11	Diagrama escalonado “tradicional” sugerido por Hawkins y Kuchma (“NCHRP 579” 2007)	371
8.12	Correlación entre los campos de esfuerzo, las regiones B-D y la sección crítica	372
8.13	Concepto del número teórico de estribos de Ferguson (1965)	373
8.14	Tributación a un estribo en un claro con cortante constante	374
8.15	Tributación a un estribo en un claro con cortante lineal	376
8.16	Cortante promedio para un estribo en un diagrama de cortante lineal	376
8.17	Visualización del cortante promedio en un diagrama de cortante lineal	377
8.18	Tributación a una distancia típica $d/\tan\theta$ en un claro con cortante lineal	378
8.19	Cortante promedio para un estribo equivalente en un tramo típico $d/\tan\theta$ sometido a cortante de variación lineal	378
8.20	Diagrama de cortante escalonado conforme al número teórico de estribos	379
8.21	Cortante promedio en un diagrama de cortante de cargas generales	380
8.22	Influencia de la ubicación de la carga en la demanda de cortante según Collins y Mitchell (1980). Modificada	381
8.23	Comparación de un diagrama escalonado basado en el número teórico de estribos (línea continua) y el obtenido al usar cargas equivalentes (línea discontinua)	382
8.24	Equilibrio vertical de los campos de esfuerzo	383
8.25	Comparación de un diagrama escalonado basado en el número mínimo de estribos (línea continua) y el del equilibrio vertical de los campos de esfuerzo (línea discontinua)	384
8.26	Diagrama de cortante escalonado que proporciona una seguridad mínima teórica en un diseño a cortante por secciones	385

8.27 Primera modificación al diagrama de cortante escalonado para incrementar la seguridad	386
8.28 Radialización de los campos de esfuerzo debido a la variación y superposición de cargas distribuidas y concentradas (Müller 1978)	387
8.29 Modelo de armadura sugerido para las trabes estudiadas por Frosch (2000)	387
8.30 Campo de compresión diagonal teórico “cortado” por la sección crítica por cortante	388
8.31 Segunda modificación al diagrama de cortante escalonado para fomentar el campo de esfuerzo teórico al que corta la sección crítica	388
8.32 Comparación de los campos de esfuerzo en tres arreglos diferentes del refuerzo transversal	390
8.33 Justificación de la separación máxima de estribos tradicional del reglamento ACI 318 (MacGregor y Wight 2005)	391
8.34 Detalle típico para trabes que resistirán demandas sísmicas (NTCC 2004)	392
8.35 Campos de esfuerzo y diagramas de cortante escalonados de diseño para las demandas usuales en trabes de edificios	393
8.36 Campos de compresión diagonal constante debido a la separación uniforme de estribos	394
8.37 Regiones B-D plásticas en un claro de cortante típico de trabes prismáticas	395
8.38 Caracterización de la esbeltez en una trabe típica de edificio	396
8.39 Demanda de cortante en la combinación de carga sísmica y carga gravitacional dominante	397
8.40 Modelos de armadura para cartelas largas	400
8.41 Proporciones típicas en México para trabes acarteladas de concreto reforzado de edificios	401
8.42 Diagrama escalonado para cargas gravitacionales en trabes acarteladas de edificios	402
8.43 Influencia del diagrama de momento flexionante (gravitacional) en el trabajo de las cartelas	403
8.44 Modelo de armadura sugerido para las trabes acarteladas estudiadas en el capítulo siete (carga gravitacional)	403
8.45 Diagrama escalonado para la combinación de carga sísmica y carga gravitacional dominante de una trabe acartelada típica de edificio	404
8.46 Mecanismos de armadura propuestos por Mörsch (1909)	406
8.47 Equilibrio de fuerzas internas y externas en una viga con estribos y carga uniformemente distribuida (Mörsch 1952)	406
8.48 Hipótesis del cortante promedio en una sección agrietada (Mörsch 1909)	407
8.49 Barras dobladas para contrarrestar los esfuerzos de tensión por cortante en el alma de una viga (Mörsch 1909 y 1952)	407
8.50 Sistema de refuerzo por cortante ideado por Mörsch (1952 y 1909)	407
8.51 Armado propuesto por Mörsch (1952) para una trabe con una carga puntual al centro	408
8.52 Armado propuesto por Mörsch (1952) para una trabe con cargas uniformemente distribuidas	409
8.53 Solución original del ejercicio 12.1 (“PCA Notes” 2008)	410
8.54 Comparación entre la solución original del ejercicio 12.1 (“PCA Notes” 2008) y la de este trabajo usando un solo tamaño de estribos	412
8.55 Comparación entre la solución original del ejercicio 12.1 (“PCA Notes” 2008) y la de este trabajo usando dos tamaños de estribos	414
8.56 Edificio con trabes acarteladas en la zona de terreno firme de la ciudad de México	415
8.57 Trabe acartelada del ejemplo de diseño. Carga gravitacional y sismo actuando a la derecha pero indicando envolventes de diseño	416
8.58 Diagrama de cortante escalonado propuesto	419
8.59 Armado por flexión de la trabe del ejemplo (Bahena y Miranda 2011)	423
8.60 Solución propuesta para el diseño a cortante de la trabe acartelada del ejemplo	425
<b>9.1 Modelos de armadura de una trabe prismática para diferentes valores de <math>\lambda_p</math></b>	<b>439</b>
9.2 Configuración de un abanico de compresión sugerida en esta tesis	440
<b>A.1 Viga armada según el sistema Hennebique. Adaptada de Ritter (1899)</b>	<b>445</b>
A.2 Modelo de armadura propuesto por Ritter (1899)	446
A.3 Modelo de armadura propuesto por Mörsch (1909)	447

A.4 Inclinación del agrietamiento en el claro de cortante según Mörsh (1952)	447
A.5 Equilibrio vertical en una grieta inclinada (Mörsh 1952)	448
A.6 Campos de esfuerzo propuestos por Drucker (1961)	450
A.7 Resistencia biaxial del concreto según Kupfer <i>et al.</i> (1969)	450
A.8 Criterios de falla para el concreto en esfuerzo plano	451
A.9 Curva esfuerzo-deformación del concreto	452
A.10 Idealización del comportamiento rígido plástico del acero de refuerzo	453
A.11 Campo de esfuerzos lícito para la armadura plástica de ángulo variable	454
A.12 Equilibrio interno de la armadura plástica de ángulo variable	455
A.13 Solución gráfica de la armadura plástica de ángulo variable	458
A.14 Modelo de armadura plástica	460
A.15 Fuerzas internas en el agrietamiento diagonal según el “Committee 326” (1962/a/b)	463
A.16 Fuerzas que intervienen en la resistencia a cortante según el “Committee 426” (1973)	467
A.17 Participación cualitativa de las fuerzas internas en el mecanismo resistente a cortante (“Committee 426” 1973)	467
A.18 Tipo de ensaye utilizado por Kani (1964)	469
A.19 Predicción de la resistencia según los mecanismos de viga y arco y su comparación contra resultados experimentales. Modificada de Kani (1964)	469
A.20 Mecanismos resistentes de cortante según Kani (1964)	470
A.21 Fuerzas en el mecanismo resistente a cortante. Modificada de Fenwick y Paulay (1968)	471
A.22 Mecanismo de arco según Fenwick y Paulay (1968). Modificada.	472
A.23 Fuerzas involucradas en los voladizos del mecanismo resistente de viga. Modificada de Fenwick y Paulay (1968)	472
A.24 Distribución cualitativa en el claro de cortante de los mecanismos de viga y arco según Fenwick y Paulay (1968)	473
A.25 Trayectorias de esfuerzos principales en las regiones B y D (Schlaich <i>et al.</i> 1987)	475
A.26 Identificación de algunas regiones D (Schlaich <i>et al.</i> 1987)	475
A.27 Estructura subdividida en regiones B y D (Schlaich <i>et al.</i> 1987)	476
A.28 Fuerza tangencial en la entrecara de una grieta diagonal con una inclinación $\theta_i > \theta$ , y su proyección en dos componentes ortogonales orientadas con el ángulo del modelo de armadura ( $\theta$ ) según Schlaich <i>et al.</i> (1987)	477
A.29 Modelos de armadura para una región B según Schlaich <i>et al.</i> (1987)	478
A.30 MPT construido con base en las trayectorias de esfuerzos elásticos (Schlaich <i>et al.</i> 1987)	479
A.31 Selección de un MPT según las recomendaciones de Schlaich <i>et al.</i> (1987)	480
A.32 Puntales ensanchados debido a esfuerzos transversales de tensión (Schlaich <i>et al.</i> 1987)	480
A.33 Solución propuesta por Schlaich <i>et al.</i> (1987), para determinar el acero de refuerzo que toma los esfuerzos de tensión perpendiculares al puntal	481
A.34 Puntales propuestos por Schlaich <i>et al.</i> (1987)	482
A.35 Arreglo de los tensores (Schlaich <i>et al.</i> 1987)	483
A.36 Nodos tipo CCC hidrostáticos (Schlaich <i>et al.</i> 1987)	484
A.37 Nodos tipo CCT ilustrando diferentes maneras de transmitir la tensión por compresión al nodo (Schlaich <i>et al.</i> 1987)	484
A.38 Nodos tipo CTT ilustrando dos maneras de equilibrar la compresión (Schlaich <i>et al.</i> 1987)	485
A.39 Nodos tipo TTT trabajando de forma análoga a los CTT (Schlaich <i>et al.</i> 1987)	485
A.40 Solución para nodos donde concurren más de tres elementos (Schlaich y Anagnostou, 1990)	486
A.41 Versatilidad en el modelado con campos de esfuerzo. Modificada de Marti (1985/a)	487
A.42 Solución típica de Marti a un problema de diseño	488
A.43 Campos de esfuerzo de línea discontinua (Muttoni y Fernández 2006)	488
A.44 Transmisión de una carga puntual en un claro de cortante en una viga con refuerzo transversal superponiendo campos de esfuerzo (Muttoni <i>et al.</i> 1997)	489
A.45 Método sugerido por Muttoni <i>et al.</i> (1997)	490
A.46 Viga peraltada con hueco estudiada originalmente por Schlaich <i>et al.</i> (1987)	491
A.47 Trayectorias de esfuerzos para la estructura de la figura 2.46	491
A.48 Refuerzos según: a) el método de puntales y tensores y b) los campos de compresión	491

A.49 Tipo de prueba en paneles de concreto reforzado utilizada por Vecchio y Collins (1986)	493
A.50 Dirección del esfuerzo y la formación principal. Modificada de Vecchio y Collins (1986)	493
A.51 Esfuerzos en la TMCC (Vecchio y Collins 1986)	493
A.52 Círculos de Mohr y relaciones constitutivas típicas según la TMCC (Vecchio y Collins 1986)	494
A.53 Ablandamiento del concreto según la TMCC (Vecchio y Collins 1986)	495
A.54 Transmisión de cortante en la entrecara del agrietamiento diagonal (Vecchio y Collins 1986, Vecchio <i>et al.</i> 2004)	495
A.55 Ecuaciones de la TMCC (Collins <i>et al.</i> 2007)	496
A.56 Determinación de la deformación longitudinal $\epsilon_x$ (Collins <i>et al.</i> 1996)	497
A.57 Idealización del patrón de agrietamiento para fines de diseño en la TMCC (Collins <i>et al.</i> 1996)	498
<b>B.1 Regiones B-D en traveses de concreto reforzado</b>	<b>504</b>
B.2 Campos de compresión típicos en regiones B y D (Coronelli y Mulas 2006). Modificada	505
B.3 Valle de Kani (Kani 1964)	506
B.4 Dimensiones y arreglo general de los modelos analizados con elemento finito	506
B.5 Modelo radial de Timoshenko (1947/b) para una cuña en voladizo	507
B.6 Malla típica de elementos finitos (elemento $a/d_{max} = 2.5$ )	507
B.7 Modelado de traveses acartelados utilizado por Archundia (2004) y Archundia <i>et al.</i> (2005)	508
B.8 Predicción de la respuesta en traveses acartelados de concreto reforzado (Archundia 2004)	509
B.9 Modelo de Oden y Ripperger (1981) para evaluar los esfuerzos cortantes en traveses acartelados	510
B.10 Esfuerzos cortantes en un traveses acartelado con $\mu = 2$ según Oden y Ripperger (1981)	511
B.11 Secciones en las que se hizo la comparación del perfil de esfuerzo cortante	512
B.12 Comparación de los perfiles de esfuerzo cortante. Modelo C-ad <sub>max</sub> -1	513
B.13 Comparación de los perfiles de esfuerzo cortante. Modelo C-ad <sub>max</sub> -2	513
B.14 Comparación de los perfiles de esfuerzo cortante. Modelo C-ad <sub>max</sub> -2.5	513
B.15 Comparación de los perfiles de esfuerzo cortante. Modelo C-ad <sub>max</sub> -4	514
B.16 Comparación de los perfiles de esfuerzo cortante. Modelo C-ad <sub>max</sub> -6	514
B.17 Características de las regiones B y D del claro de cortante en traveses prismáticos	515
B.18 Trayectorias de esfuerzos principales elásticos en traveses prismáticos. Regiones B-D	517
B.19 Perfiles de esfuerzos elásticos en traveses prismáticos. Regiones B-D	518
B.20 Extensión de las regiones D en elementos de sección variable según Schlaich <i>et al.</i> (1987)	519
B.21 Características de las regiones B y D del claro de cortante en traveses prismáticos	520
B.22 Trayectorias de esfuerzos principales elásticos en traveses acartelados (regiones B y D)	521
B.23 Perfiles de esfuerzos elásticos en traveses acartelados (regiones B y D)	522
B.24 Perfiles de esfuerzo elásticos en traveses acartelados (regiones B y D con diferente criterio)	523
<b>C.1 Modelo de armadura plástica válido para la región B de un traveses acartelado</b>	<b>526</b>
C.2 Proyección horizontal del agrietamiento diagonal en una región B	530
C.3 Proyección horizontal del agrietamiento en la cartela	530
C.4 determinación del peralte crítico de la cartela	532
C.5 Cota superior para el peralte crítico sugerida en este trabajo	533
C.6 Modelo de armadura elástica para una región B sin refuerzo transversal	534
C.7 Modelos de armadura plástica y elástica sobrepuestos. Traveses de sección constante	536
C.8 Detalle de modelos de armadura elástica recomendado ( $\theta_E = 45^\circ$ ). Traveses de sección constante	536
C.9 Modelos de armadura plástica y elástica sobrepuestos. Traveses acartelados	537
C.10 Dimensiones y arreglo general de los modelos analizados con elemento finito	538
C.11 Comparación de diferentes recomendaciones de la resistencia efectiva a tensión del concreto	540
C.12 Comparación del detalle de armadura elástica contra elementos finitos	541
C.13 Detalle de la superposición de métodos mostrados en la figura C.12	542
C.14 Zona de compresión libre de agrietamiento en mecanismo de arco (Park y Paulay 1975)	542

C.15 Modelo de armadura elástica para una región B sin refuerzo transversal	543
C.16 Resultados típicos de Kim <i>et al.</i> (1999)	544
C.17 Reducción del brazo de palanca interno debido al agrietamiento por flexión (Kim <i>et al.</i> 1999)	545
C.18 Demandas en el acero longitudinal típicas de Kim <i>et al.</i> (1999). Modificada	545
C.19 Demanda en el acero longitudinal según Sherwood (2008) y Collins <i>et al.</i> (2008). Modificada	546
C.20 Comparación de la propuesta de Collins <i>et al.</i> (2008) contra la de este trabajo. Modificada	548
C.21 Modelo de armadura plástica para una trabe de sección constante	549
C.22 Modelos de armadura para diferentes valores de $\lambda_p$	550
<b>D.1 Tipo de falla en trabes sin refuerzo transversal identificadas por Talbot (1906)</b>	<b>553</b>
D.2 Ensayes en trabes con refuerzo transversal realizados por Talbot (1909)	554
D.3 Análisis por secciones de una trabe de concreto con estribos sugerido por Talbot (1909)	555
D.4 Falla inminente por cortante en trabes sin refuerzo transversal (Morsch 1909)	556
D.5 Experimentos hechos por Mörsch en 1914 (Morsch 1952)	557
D.6 Patrones de agrietamiento de las trabes mostradas en la figura D.5 (Mörsch 1952)	557
D.7 Modelo de armadura de Mörsch (1909)	558
D.8 Transmisión directa de la carga al apoyo según Mörsch (1952)	558
D.9 Modelo de armadura propuesto por Mörsch para vigas con estribos (Mörsch 1952)	560
D.10 Vigas ensayadas por Mörsch para el Cuaderno 10 de la Comisión Alemana de Concreto Reforzado (1911). Modificada de Mörsch (1952)	561
D.11 Región D utilizada por el Committee 445 (1998) para justificar el uso de inclinaciones menores a 45° para el cálculo del refuerzo transversal en regiones B	562
<b>E.1 Modelo de armadura con puntales de concreto (Schlaich <i>et al.</i> 1987)</b>	<b>565</b>
E.2 Proyección de la fuerza debida a la trabazón del agregado (Schlaich <i>et al.</i> 1987)	565
E.3 Modelos de armadura propuestos por Muttoni y Schwartz (1991). Modificada	566
E.4 Puntal afectado por agrietamiento en trabe con $a/d = 2.44$ (Muttoni y Schwartz 1991)	567
E.5 Modelo propuesto por Muttoni y Schwartz 1991 para trabes sin refuerzo transversal	567
E.6 Valle de Kani según un modelo de puntal directo (Muttoni y Fernández Ruiz 2008)	568
E.7 Trabazón del agregado en la grieta crítica (Fernández Ruiz y Muttoni 2007)	568
E.8 Combinación de las armaduras de codo y puntal directo (Muttoni y Fernández Ruiz 2008)	568
E.9 Invalidación al modelo de puntal directo en vigas esbeltas por Muttoni <i>et al.</i> (1997)	569
E.10 Modelos de Drucker (1961) no aptos para trabes esbeltas (Fernández Ruiz y Muttoni 2007)	569
E.11 Deformación unitaria en tensión que controla la resistencia a cortante en el método recomendado por Muttoni y Fernández Ruiz (2008)	570
E.12 Modelo de armadura criticado por Reineck (1991) para una trabe esbelta	571
E.13 Fuerzas consideradas por Reineck (1991) en un “diente” de concreto típico (región B)	571
E.14 Distribución de esfuerzos cortantes alrededor de los voladizos de concreto (Reineck 1991)	571
E.15 Campos de esfuerzo dentro de los voladizos de concreto (Reineck 1991)	572
E.16 Modelo de armadura típico con tensores de concreto propuesto por Reineck (1991)	572
E.17 Modelo de armadura para una viga no agrietada (Al-Nahlawi y Wight 1992)	573
E.18 Modelo de armadura invalidado por Al-Nahlawi y Wight (1992) para una viga agrietada	574
E.19 Modelo de armadura para trabes cortas propuesto por Al-Nahlawi y Wight (1992)	574
E.20 Modelo de armadura para trabes esbeltas propuesto por Al-Nahlawi y Wight (1992)	575
E.21 Zona de compresión libre de agrietamiento en trabe corta (Park y Paulay 1975)	575
E.22 Relación entre las regiones B-D y el modelo de Al-Nahlawi y Wight (1992)	576
E.23 Armadura para una trabe con $a/d=3$ según instrucciones de Al-Nahlawi y Wight (1992)	577
E.24 Armadura para una trabe con $a/d=5$ según instrucciones de Al-Nahlawi y Wight (1992)	577
E.25 Solución clásica de la teoría de la plasticidad del concreto para trabes sin refuerzo transversal (Nielsen 1999)	578

E.26 Factor de eficiencia $v_4$ para corregir la resistencia a cortante del modelo de puntales y tensores de la solución clásica de la Teoría de la Plasticidad del Concreto en función de $a/d$	579
E.27 Resistencia a cortante de traveses sin estribos en función de $a/d$ (Kani 1964)	579
E.28 Modelo propuesto por Zhang (1994) y avalado por Nielsen (1999) para traveses sin refuerzo transversal con $a/d \geq 2$	580
<b>F.1 Ubicación de la sección crítica por cortante según el reglamento ACI 318 11</b>	<b>583</b>
F.2 Trayectoria de fuerzas en compresión según Kotsovos (1990)	584
F.3 Cambio de trayectoria de las fuerzas en compresión (Kotsovos 1990)	585
F.4 Ubicación de la sección crítica por cortante según Reineck (1991)	586
F.5 Parámetros influyentes en la ubicación de la sección crítica según Kim y White (1991)	587
F.6 Comportamiento de la sección en el claro de cortante según Kim y White (1991)	587
F.7 Solución clásica de la teoría de la plasticidad del concreto (Zhang 1994)	589
F.8 Solución de Zhang (1994) que involucra una sección crítica por cortante	589
F.9 Simplificación de los esfuerzos en la grieta de falla (Zhang 1994)	589
F.10 Verificación de la sección crítica recomendada por Zhang (1994)	590
F.11 Evaluación de la resistencia con el modelo de Zhang (1994)	590
F.12 Identificación de las dos ramas que forman la grieta diagonal crítica (Zararis 2003)	592
F.13 Modelo de falla propuesto por Zararis y Papadakis (2001)	592
F.14 Criterio de falla en traveses esbeltos sin refuerzo transversal (Zararis y Papadakis 2001)	592
F.15 Modelo de falla propuestos por Choi <i>et al.</i> (2007) en traveses sin refuerzo transversal	593
F.16 Combinación de las armaduras de codo y puntal directo (Muttoni y Fernández Ruiz 2008)	594
F.17 Valle de Kani según un modelo de puntal directo (Muttoni y Fernández Ruiz 2008)	594
F.18 Deformación unitaria en tensión que controla la resistencia a cortante en el método recomendado por Muttoni y Fernández Ruiz (2008)	595
F.19 Ubicación de la sección crítica de acuerdo a Muttoni y Fernández Ruiz (2008). Modificada	595
<b>G.1 Delimitación de la región B plástica en una trabe acartelada</b>	<b>601</b>
G.2 Región B en el claro de cortante de traveses prismáticas	602
G.3 Parámetros involucrados en el cálculo de la esbeltez	602
G.4 Influencia de $\lambda_p$ . $\theta = 45^\circ$	607
G.5 Influencia de $\lambda_p$ . $\theta = 30^\circ$	607
G.6 Influencia de $\lambda_p$ . $\theta = 45^\circ - \alpha$	607
G.7 Influencia de $\lambda_K$ . $\theta = 45^\circ$	608
G.8 Influencia de $\lambda_K$ . $\theta = 30^\circ$	608
G.9 Influencia de $\lambda_K$ . $\theta = 45^\circ - \alpha$	608
G.10 Influencia de la esbeltez en traveses sin refuerzo transversal	609
G.11 Influencia de $\lambda_K$ . $\theta = 45^\circ$ . Muestra completa	609
G.12 Influencia de la cuantía mínima. $\theta = 45^\circ$	611
G.13 Influencia de la cuantía mínima. $\theta = 30^\circ$	611
G.14 Influencia de la cuantía mínima. $\theta = 45^\circ - \alpha$	611
G.15 Influencia de la cuantía máxima. $\theta = 45^\circ$	612
G.16 Influencia de la cuantía máxima. $\theta = 30^\circ$	612
G.17 Influencia de la cuantía máxima. $\theta = 45^\circ - \alpha$	612
G.18 Influencia del ángulo de acartelamiento. $\theta = 45^\circ$	614
G.19 Influencia del ángulo de acartelamiento. $\theta = 30^\circ$	614
G.20 Influencia del ángulo de acartelamiento. $\theta = 45^\circ - \alpha$	614
G.21 Influencia del ángulo de acartelamiento en traveses sin refuerzo transversal	615
G.22 Influencia del ángulo de acartelamiento. $\theta = 45^\circ$ . Muestra completa	615
G.23 Influencia del ángulo de acartelamiento en traveses sin refuerzo transversal. Muestra completa	615
G.24 Influencia de la cuantía de acero longitudinal. $\theta = 45^\circ$	617

G.25 Influencia de la cuantía de acero longitudinal. $\theta = 30^\circ$	617
G.26 Influencia de la cuantía de acero longitudinal. $\theta = 45^\circ - \alpha$	617
G.27 Influencia de la cuantía de acero longitudinal en traveses sin refuerzo transversal	618
G.28 Profundidad del bloque de compresión en función de la cuantía mecánica (Marti 1985/a)	618
G.29 Influencia de la cuantía mecánica. $\theta = 45^\circ$	619
G.30 Influencia de la cuantía mecánica. $\theta = 30^\circ$	619
G.31 Influencia de la cuantía mecánica. $\theta = 45^\circ - \alpha$	619
G.32 Influencia de la cuantía mecánica en traveses sin refuerzo transversal	620
<b>H.1 Patrones de agrietamiento del elemento TASC<math>\alpha</math>0-R0-c (<math>\alpha = 0^\circ</math>)</b>	<b>624</b>
H.2 Patrones de agrietamiento del elemento TASC $\alpha$ 1-R0-c ( $\alpha = 3.07^\circ$ )	625
H.3 Patrones de agrietamiento del elemento TASC $\alpha$ 2-R0-c ( $\alpha = 6.12^\circ$ )	626
H.4 Patrones de agrietamiento del elemento TASC $\alpha$ 3-R0-c ( $\alpha = 9.13^\circ$ )	627
H.5 Patrones de agrietamiento del elemento TASC $\alpha$ 4-R0-c ( $\alpha = 12.10^\circ$ )	628
H.6 Patrones de agrietamiento del elemento TASC $\alpha$ 0-R1-c ( $\alpha = 0^\circ$ )	629
H.7 Patrones de agrietamiento del elemento TASC $\alpha$ 1-R1-c ( $\alpha = 3.07^\circ$ )	630
H.8 Patrones de agrietamiento del elemento TASC $\alpha$ 2-R1-c ( $\alpha = 6.12^\circ$ )	631
H.9 Patrones de agrietamiento del elemento TASC $\alpha$ 3-R1-c ( $\alpha = 9.13^\circ$ )	632
H.10 Patrones de agrietamiento del elemento TASC $\alpha$ 4-R1-c ( $\alpha = 12.10^\circ$ )	633
<b>I.1 Análisis forense del elemento TASC<math>\alpha</math>0-R1-c con campos de esfuerzo y modelos de armadura</b>	<b>635</b>
I.2 Análisis forense del elemento TASC $\alpha$ 1-R1-c con campos de esfuerzo y modelos de armadura	636
I.3 Análisis forense del elemento TASC $\alpha$ 2-R1-c con campos de esfuerzo y modelos de armadura	637
I.4 Análisis forense del elemento TASC $\alpha$ 3-R1-c con campos de esfuerzo y modelos de armadura	638
I.5 Análisis forense del elemento TASC $\alpha$ 4-R1-c con campos de esfuerzo y modelos de armadura	639
I.6 Inclinación de la grieta de falla del elemento TASC $\alpha$ 0-R0-c	640
I.7 Inclinación de la grieta de falla del elemento TASC $\alpha$ 1-R0-c	641
I.8 Inclinación de la grieta de falla del elemento TASC $\alpha$ 2-R0-c	642
I.9 Inclinación de la grieta de falla del elemento TASC $\alpha$ 3-R0-c	643
I.10 Inclinación de la grieta de falla del elemento TASC $\alpha$ 4-R0-c	644
<b>J.1 Ensaye a compresión en cilindro de control</b>	<b>645</b>
J.2 Reubicación del Laboratorio de Estructuras de la UAM-A	646
J.3 Ensaye de una varilla de refuerzo transversal	647
J.4 Curva típica esfuerzo-deformación en varillas de acero de refuerzo (Rodríguez y Botero 1996)	647
<b>K.1 Curvas de histéresis de los elementos sin refuerzo transversal</b>	<b>649</b>
K.2 Curvas de histéresis de los elementos con refuerzo transversal	650

# LISTA DE TABLAS

<b>3.1 Cargas promedio (kg) de los ensayos de Mörsch (1952)</b>	<b>30</b>
3.2 Comparativos de Tena-Colunga <i>et al.</i> (2008) en traves con refuerzo transversal	87
3.3 Comparativos de Tena-Colunga <i>et al.</i> (2008) en traves sin refuerzo transversal	88
<b>4.1 Cálculo de la reducción por agrietamiento de la contribución del concreto</b>	<b>133</b>
4.2 Propuestas existentes para determinar el peralte crítico en traves acarteladas	140
4.3 Predicciones en traves con refuerzo transversal. $\theta = 45^\circ$	191
4.4 Predicciones en traves con refuerzo transversal. $\theta = 30^\circ$	192
4.5 Predicciones en traves con refuerzo transversal. $\theta = 45^\circ - \alpha$	193
4.6 Comparación de métodos en traves con refuerzo transversal. $\theta = 45^\circ - \alpha$	194
4.7 Predicciones en traves sin refuerzo transversal. Método riguroso	196
4.8 Predicciones en traves sin refuerzo transversal. Método simplificado	197
4.9 Comparación de métodos en traves sin refuerzo transversal	197
<b>5.1 Contribución del concreto en los experimentos de Frosch (2000), klb</b>	<b>244</b>
5.2 Cálculo del número de estribos en región D para las traves ensayadas por Frosch (2000)	246
5.3 Inclinación de los puntales que participan en los abanicos de compresión de los apoyos en las traves ensayadas por Frosch (2000)	246
5.4 Resumen de cálculos automatizados hechos para las traves de Lee y Hwang (2010)	260
<b>6.1 Especificación del refuerzo de los especímenes de prueba</b>	<b>279</b>
6.2 Verificación de la falla por cortante (diseño) en los especímenes de prueba	283
6.3 Verificación de la esbeltez elástica en los especímenes de prueba	284
6.4 Verificación de la esbeltez plástica en los especímenes de prueba con refuerzo transversal	285
6.5 Dosificación típica para medio saco de cemento (25 kg)	287
<b>7.1 Cortantes y deflexiones característicos</b>	<b>298</b>
7.2 Evaluación de la degradación de resistencia por efecto de la carga cíclica	304
7.3 Resistencia bidireccional en traves sin estribos	311
7.4 Resistencia bidireccional en traves con estribos ( $\theta=45$ )	313
7.5 Resistencia bidireccional en traves con estribos ( $\theta=45-\alpha$ )	314
7.6 Degradación de rigidez	316
7.7 Energía histerética acumulada	322
7.8 Comparación y pronóstico de la degradación de rigidez	329
7.9 Predicción de la deflexión al centro del claro	334
7.10 Caracterización de los campos de compresión diagonal en la dirección gravitacional	341
7.11 Caracterización de los campos de compresión diagonal en la dirección antigravitacional	341
7.12 Resistencia bidireccional en traves con estribos ( $\theta$ experimental)	343
7.13 Inclinación de la grieta diagonal de falla de las traves sin refuerzo transversal	346
7.14 Factor de eficiencia del concreto en el campo de compresión diagonal	350
<b>8.1 Diseño del refuerzo transversal conforme a Ferguson <i>et al.</i> (1988). Modificada</b>	<b>364</b>
8.2 Datos del ejercicio 12.1 del PCA Notes (2008)	410



---

<b>B.1 Validación de los modelos de elemento finito de traves prismáticas</b>	<b>509</b>
<b>C.1 Esbeltez y contribución del concreto de los modelos analizados</b>	<b>538</b>
<b>G.1 Resumen de las predicciones en traves con refuerzo transversal. <math>\theta = 45^\circ</math></b>	<b>598</b>
G.2 Resumen de las predicciones en traves con refuerzo transversal. $\theta = 30^\circ$	599
G.3 Resumen de las predicciones en traves con refuerzo transversal. $\theta = 45^\circ - \alpha$	599
G.4 Resumen de las predicciones en traves sin refuerzo transversal. Método riguroso	600
G.5 Resumen de las predicciones en traves sin refuerzo transversal. Método simplificado	600
<b>H.1 Clasificación del daño estructural típica en México (SMIS 1998)</b>	<b>623</b>
H.2 Caracterización estructural del elemento TASC $\alpha$ 0-R0-c	624
H.3 Caracterización estructural del elemento TASC $\alpha$ 1-R0-c	625
H.4 Caracterización estructural del elemento TASC $\alpha$ 2-R0-c	626
H.5 Caracterización estructural del elemento TASC $\alpha$ 3-R0-c	627
H.6 Caracterización estructural del elemento TASC $\alpha$ 4-R0-c	628
H.7 Caracterización estructural del elemento TASC $\alpha$ 0-R1-c	629
H.8 Caracterización estructural del elemento TASC $\alpha$ 1-R1-c	630
H.9 Caracterización estructural del elemento TASC $\alpha$ 2-R1-c	631
H.10 Caracterización estructural del elemento TASC $\alpha$ 3-R1-c	632
H.11 Caracterización estructural del elemento TASC $\alpha$ 4-R1-c	633
<b>J.1 Propiedades del concreto utilizado en las pruebas</b>	<b>646</b>
J.2 Propiedades del acero de refuerzo utilizado en las pruebas	647

---

The thing that hath been, it is *that* which shall be;  
and that which is done *is* that which shall be done:  
and *there is* no new *thing* under the sun.

Is there *any* thing whereof it may be said,  
See, this *is* new?  
it hath been already of old time, which was before us.

*There is* no remembrance of former things;  
neither shall there be *any* remembrance of *things*  
that are to come with *those* that shall come after.

Ecclesiastes 1:9-11  
The Holy Bible  
Authorized King James Version  
Holman Bible Publishers  
1979



# CAPÍTULO 1: INTRODUCCIÓN

Debido a su fragilidad y relación con el colapso parcial o total de muchas estructuras, la falla por cortante en los elementos de concreto reforzado ha sido un tema de gran interés desde inicios del siglo pasado (Talbot 1906 y 1909; Mörsch 1909 y 1952; “Committee 326” 1962/a/b, “Committee 426” 1973, “Committee 445” 1998). Sin embargo, a la fecha no se tiene una teoría unificada que la explique como sucede con las fallas por flexión y carga axial.

La literatura especializada reconoce en los modelos de armadura una herramienta imprescindible para entender el mecanismo resistente a cortante de una viga con refuerzo transversal. La técnica tiene poco más de cien años, y su autoría se le atribuye tanto al ingeniero suizo W. Ritter como al ingeniero alemán E. Mörsch (Marti 1985/b, “Committee 326” 1962/a/b, “Committee 445” 1998). En general, un modelo de armadura representa la resultante de los campos de esfuerzo en un elemento estructural, lo que permite visualizar las trayectorias que siguen las fuerzas aplicadas en él hasta que descargan en los apoyos.

El método más elemental para proponer un modelo de armadura consiste en bosquejarlo a partir de los patrones de agrietamiento observados en la falla de una estructura (MacGregor 2002). Los modelos obtenidos de esta manera tienen indudable soporte real, pero muchas veces es difícil encontrar la información requerida para proponerlos; sobre todo si el elemento estructural es atípico o de uso poco común. Por esta razón, es necesario recurrir a procedimientos analíticos.

Se distinguen dos métodos basados en la mecánica del concreto para proponer un modelo de armadura. Uno es el recomendado por Schlaich (Schlaich *et al.* 1987) y el otro tanto por Marti (Marti 1985/a/b y 1999) como por Muttoni (Muttoni *et al.* 1997, Fernández Ruiz y Muttoni 2007).

El método de Schlaich es ampliamente conocido como modelo de puntales y tensores (MPT). Este método parte de identificar las regiones o zonas de un elemento donde existe concentración de esfuerzos debido a la presencia de cargas puntuales o cambios bruscos de geometría. Para ello, se hace uso del perfil de los esfuerzos principales *elásticos* en combinación con el principio de *Saint Venant*. De esta forma se identifican las regiones donde las trayectorias de esfuerzo son suaves o regulares (regiones B), y donde éstas son *bruscas* o irregulares (regiones D).

Como regla general, y en ausencia de torsión, en las regiones B predominan los efectos de flexión y carga axial, y en las regiones D los de cortante y concentración de esfuerzos. Para las regiones B se utilizan armaduras del tipo Ritter-Mörsch (Schlaich *et al.* 1987), mientras que en las regiones D los modelos suelen ser diferentes y dependen de la particularidad del caso

(Schlaich *et al.* 1987, “Subcommittee 445-1” 2002). Propiamente, los MPT son modelos de armadura especializados para las regiones D.

Marti y Muttoni recomendaron el uso consistente tanto del equilibrio como de las hipótesis y soluciones clásicas de la teoría de la plasticidad del concreto. Si es necesario, puede realizarse un análisis de elementos finitos no lineal considerando un comportamiento rígido plástico del concreto y del acero de refuerzo. De esta manera, se pueden construir campos de esfuerzo de línea discontinua y, con sus resultantes, proponer un modelo de armadura (Fernández Ruiz y Muttoni 2007).

La optimización topológica también ha demostrado utilidad para bosquejar modelos de armadura. Por ejemplo, Liang *et al.* (2000) propusieron un método que minimiza el peso de la estructura, mientras que Ali y White (2001) minimizaron la cantidad de acero de refuerzo. A pesar de su valía, estos procedimientos no explican el mecanismo resistente y deben considerarse solamente como auxiliares para la construcción del modelo.

Independientemente de la técnica utilizada para elaborar un modelo de armadura, la estructura, o parte de ella, se idealiza como una formada por elementos con dimensiones finitas trabajando axialmente e interconectados en zonas esforzadas biaxialmente llamadas nodos. Los elementos en compresión son preferentemente sólo de concreto y los de tensión de acero de refuerzo.

Al conocer la resistencia *efectiva* del concreto y el esfuerzo de fluencia del acero, se verifica que las dimensiones de los elementos y nodos satisfagan las demandas del modelo. La resistencia así calculada es una solución del límite inferior de la teoría de la plasticidad, por lo que es conservadora. Obviamente, el diseño final debe contemplar los requerimientos del estado límite de servicio (control de flechas y agrietamiento, entre otros).

Un modelo de armadura para una región B tiene la bondad de mostrar clara y automáticamente la interacción que existe entre: i) el concreto agrietado diagonalmente, ii) el acero de refuerzo longitudinal y, iii) el acero de refuerzo transversal. Por construcción del modelo, el diseño por cortante y flexión depende de la inclinación del campo de compresión diagonal que, por simplicidad, se asume igual al del agrietamiento por cortante. En este sentido, el modelo de Ritter y Mörsh considera un ángulo de inclinación  $\theta = 45^\circ$ .

La inclinación del agrietamiento  $\theta = 45^\circ$  no siempre se ha observado en fallas reales o en laboratorio, por lo que muchas veces no explica satisfactoriamente la resistencia predicha o medida. Por esta razón, los métodos modernos de diseño permiten seleccionar la inclinación del agrietamiento dentro de ciertos límites; entre otros,  $26.6^\circ \leq \theta \leq 63.4^\circ$  es un intervalo que suele ser recomendado (Eurocode 2 1992).

Una vez propuesto y resuelto el modelo, el refuerzo transversal se dimensiona para tomar *toda* la demanda de cortante. Por su parte, el refuerzo longitudinal se diseña para acomodar la demanda de tensión que ya incluye los efectos de flexión y cortante. Al final, se debe revisar que el esfuerzo en el concreto, tanto en el bloque no agrietado como en el alma agrietada, sea menor a la resistencia *efectiva* del concreto para cada caso. Un diseño con estas características

corresponde al de la armadura plástica de ángulo variable, cuya autoría se atribuye a Nielsen *et al.* (1978) y Thürlimann (1979).

Para mejorar la predicción de la armadura de Ritter y Morsch, el Instituto Americano del Concreto (ACI) incluyó en la resistencia a cortante una contribución del concreto (“Committee 326” 1962/a/b). Lo anterior, ya que: a) un elemento sin refuerzo transversal resiste cierto nivel de carga hasta antes de agrietarse diagonalmente, b) los estribos trabajan hasta que se presenta el agrietamiento diagonal y, c) diseñar el refuerzo transversal exclusivamente con un modelo de armadura puede ser demasiado conservador.

Ya que la ausencia de estribos dificulta explicar la resistencia a cortante, el ACI decidió utilizar una ecuación semiempírica para cuantificarla. De este modo, la contribución del concreto es función de su resistencia a tensión (“Committee 326” 1962/a/b).

Con la inclusión de la contribución del concreto, el ACI promovió un diseño por secciones en el cual se desacoplan los efectos de cortante y flexión. De esta manera, para cualquier sección más allá de un peralte del apoyo, la resistencia a cortante se obtiene sumando las aportaciones del concreto y del refuerzo transversal. La primera se calcula con la ecuación semiempírica del ACI, y la última con una ecuación desarrollada a partir de la armadura clásica ( $\theta = 45^\circ$ ). Para cubrir las demandas de tensión que produce el cortante en el refuerzo longitudinal, se deben utilizar reglas de detallado también obtenidas de la armadura clásica.

El método de diseño por cortante del ACI ha estado vigente por cincuenta años (ACI 318 2011), sin embargo, no ha estado exento de críticas. Por ejemplo: 1) que la contribución del concreto no obedece a ningún modelo mecánico de claro significado físico (Reineck 1991) y, 2) que la base semiempírica del método ha derivado en muchas adecuaciones para considerar los casos comunes de diseño (Collins *et al.* 1996).

A pesar de esto, el procedimiento de diseño del ACI es bastante sencillo y confiable, por lo que se ha mantenido vigente e inspirado recomendaciones en otros reglamentos del mundo. Sin embargo, y en vista de la última versión del reglamento de construcción unificado de Europa, también debe reconocerse que algunos reglamentos están abandonando el diseño por secciones con contribución del concreto, en favor de la armadura plástica de ángulo variable (Eurocode 2 2004).

Hace cuarenta años que el ACI reconoció la necesidad de encaminar esfuerzos para formular métodos de diseño por cortante racionales, robustos y con amplio sentido físico (“Committee 426” 1973). Una de las respuestas a este llamado provino de Canadá con la teoría de los campos de compresión (Collins 1978). En poco tiempo la teoría fue mejorada, y pasó a llamarse teoría modificada de los campos de compresión (Vecchio y Collins 1986).

La teoría modificada de los campos de compresión (TMCC), proporciona una base científica para predecir la respuesta estructural de un elemento de concreto sometido a esfuerzo cortante puro, o en combinación con carga axial (membrana). De acuerdo con sus autores, con esta teoría la contribución del concreto deja de ser semiempírica pues se sustenta en: 1) el equilibrio y, 2) la compatibilidad de esfuerzos y deformaciones por medio de relaciones constitutivas para el concreto y el acero de refuerzo. Sobre esta base se han propuesto modelos

de comportamiento muy detallados para ingeniería forense (Vecchio 2000, Vecchio *et al.* 2004).

Versiones simplificadas de la TMCC se incorporaron en el reglamento de construcción canadiense y en uno de puentes estadounidense (Collins y Mitchell 1986, Collins *et al.* 1996). En ellas, las regiones B se diseñan por secciones considerando ecuaciones afines a la armadura plástica de ángulo variable y una contribución del concreto. Por su parte, para las regiones D se recomiendan MPT que incorporan conceptos propios de la TMCC (por ejemplo, Cook y Mitchell 1988).

Los métodos desarrollados a partir de la TMCC no han tenido amplia aceptación, ya que son relativamente complejos en comparación con el del ACI. Otra limitante es la imposibilidad de efectuar cálculos y revisiones rápidas confiables. En vista de esto, se han elaborado nuevas versiones (más simplificadas) que intentan corregir tales inconvenientes (“NCHRP 549” 2005, Bentz *et al.* 2006). Tal vez por ello, en el reglamento modelo CEB FIP 2010 se incorporó el concepto de *niveles de aproximación* para darle cabida a uno basado en la TMCC (Sigris *et al.* 2013).

Con base en los párrafos anteriores, se puede concluir que las mayores aportaciones en los últimos treinta y cinco años para mejorar del diseño por cortante de las vigas de concreto reforzado, son: 1) la armadura plástica de ángulo variable, 2) los modelos de puntales y tensores y, 3) la teoría modificada de los campos de compresión.

A pesar de su base científica, los métodos de diseño afines a la TMCC no gozan de mucha popularidad debido a su complejidad y limitantes prácticas (Gesund 2000, Lee 2000). Además, las nuevas versiones simplificadas son muy recientes como para evaluar su impacto en la práctica profesional. De esta manera, luce improbable que en el mediano plazo tales procedimientos sean incorporados en el reglamento ACI 318.

Por otro lado, y por razones históricas, también parece remoto que el ACI considere la armadura plástica de ángulo variable como opción para diseñar las regiones B. No obstante, como los MPT han demostrado ser una técnica madura para el diseño de las regiones D, desde el año 2002 han sido incorporados en las recomendaciones del ACI (Cagley 2001, “Subcommittee 445-1” 2002, ACI 318 2002). Con esta acción, el Instituto Americano del Concreto realizó un ajuste necesario para que su reglamento continúe siendo de vanguardia y uno de referencia mundial.

Una de las bondades constructivas del concreto reforzado, es que los elementos estructurales pueden ser prácticamente de cualquier forma, proporción y tamaño. No obstante, estas valiosas características son unas de las tantas variables involucradas en el estudio de la falla por cortante. Para enfatizar la importancia que tiene la proporción, basta con recordar que en cualquier libro de concreto reforzado, se explica que el comportamiento de una viga sin estribos *corta* es diferente al de una *esbelta*. Respecto al tamaño, es bien sabido que el valor absoluto del peralte del elemento influye en la resistencia (Kani 1967).

Dejando de lado la geometría de la sección transversal, la forma de una viga puede cambiarse al variar gradualmente el peralte a lo largo de su eje longitudinal. En este caso, se dice que la viga o trabe es *acartelada*.

Las trabes acarteladas tienen claras desventajas constructivas en comparación con las trabes de sección constante (trabes prismáticas). Sin embargo, ofrecen algunos beneficios estructurales importantes. Por ejemplo, proporcionan la misma rigidez lateral en un edificio con un menor volumen de concreto (Tena-Colunga 1994 y 1996/a), y disminuyen el peralte en el centro del claro en puentes de luces intermedias a grandes (Pritchard 1992).

A la fecha, el modelado de las trabes acarteladas es un tema bien documentado (por ejemplo, Gutkowsky y Dewey 1984, El-Mezaini *et al.* 1991, Tena-Colunga 1996/b, Balkaya 2001, Paglietti y Carta 2009). No obstante, una revisión elemental de la literatura, muestra que las contribuciones realizadas para mejorar su diseño estructural no son equiparables. Mucho menos si se comparan con la vasta información disponible para el diseño de elementos prismáticos. Lo anterior, a pesar que la falla por cortante que dio inicio al programa experimental que originó el método de diseño vigente del ACI, fue precisamente en trabes acarteladas (Anderson 1957, Elstner y Hognestad 1957, “Committee 326” 1962/a/b, “Committee 445” 1998).

En México se conoce la existencia de edificios de mediana altura que utilizan trabes acarteladas de concreto reforzado como solución estructural. Sin embargo, las Normas Técnicas Complementarias para el Diseño y Construcción de Estructuras de Concreto (NTCC 2004) no tienen recomendaciones específicas para su diseño por cortante. Asimismo, el reglamento de construcción extranjero de mayor uso en el país, como lo es el ACI 318, sólo hace una ligera indicación al respecto, pues remite a los libros de texto y a una referencia de 1940 (Comentario R.11.1.1.2 del ACI 318 08).

En comparación, los reglamentos de construcción europeos tradicionalmente han considerado el diseño por cortante de elementos de sección variable. Una muestra: el reglamento suizo de 1976 ya hacía una clara distinción entre el diseño de una trabe prismática y una acartelada (Grob y Thürlimann 1976).

Esta filosofía aún prevalece en los reglamentos y recomendaciones de diseño europeas. Por ejemplo, en el Eurocódigo se toma en cuenta el efecto de la cartela mediante ecuaciones que incluyen la componente vertical del bloque de compresión del concreto y/o del acero longitudinal de tensión (Eurocode 2 1992, Eurocode 2 2004). Por su parte, el Comité Euro-Internacional para el Concreto claramente optó por modelos de armadura construidos a partir de la geometría del elemento (CEB-FIP 1990). Desafortunadamente, ambos reglamentos no son de uso común en el ejercicio profesional de nuestro país.

Con toda seguridad, esta característica de los reglamentos europeos obedece a que en ese continente han existido ingenieros e investigadores interesados por las trabes de sección variable. En este sentido, las primeras recomendaciones formales se le acreditan a Mörsch y datan de 1908 (Mörsch 1909 y 1952), mientras que las propuestas más recientes pertenecen a Grob y Thürlimann (1976), Marti (1985/a), Muttoni *et al.* (1997) y Nielsen (1999).



También es importante destacar la reducida investigación experimental que se ha hecho para documentar el comportamiento a cortante de las travesas acarteladas. Desde los ensayos realizados por Mörsh en la década de los veinte del siglo pasado (Mörsch 1952), en las publicaciones internacionales solamente se dispone de algunos trabajos aislados (Elstner y Hognestad 1957, Debaiky y El-Niema 1982, Stefanou 1983, El-Niema 1988, MacLeod y Houmsi 1994, Tena-Colunga *et al.* 2008, Archundia-Aranda *et al.* 2013).

De estos trabajos, la gran mayoría coincide en que las travesas acarteladas tienen un comportamiento a cortante sustancialmente diferente al ampliamente documentado de las travesas prismáticas y, por consiguiente, requieren consideraciones especiales de diseño. Esta situación también fue advertida por Dilger y Langorh (1997) con base en un trabajo analítico y por Thurston y Charleston (1979) en un trabajo experimental enfocado en la resistencia a flexión.

Con base en estos antecedentes, no es aventurado pensar que en México el diseño por cortante de las travesas acarteladas se ha hecho principalmente con el método tradicional por secciones propio de las travesas prismáticas. Probablemente, algunos ingenieros habrán considerado las recomendaciones *genéricas* incluidas en algunos libros de texto (por ejemplo, Park y Paulay 1975, Ferguson *et al.* 1988, Nilson 1999, Nielsen 1999, MacGregor y Wight 2005). Otros, posiblemente, consultaron alguna de las publicaciones disponibles de carácter experimental o analítico.

Sin duda, este escenario invita a reflexionar, y concluir, que el diseño de las travesas acarteladas de concreto reforzado requiere mayor desarrollo y difusión. Esta situación justifica el tema de esta tesis doctoral, la cual representa un pequeño esfuerzo por hacer aportaciones que tengan aplicación directa en la práctica profesional.

## REFERENCIAS Y BIBLIOGRAFÍA

ACI 318-02 (2002), "Building code requirements for structural concrete (ACI-318-02) and commentary (ACI-318R-02)" ACI Committee 318, *American Concrete Institute*, E.U.A.

ACI 318-08 (2008), "Building code requirements for structural concrete (ACI-318-08) and commentary (ACI-318R-08)" ACI Committee 318, *American Concrete Institute*, E.U.A.

ACI 318-11 (2011), "Building code requirements for structural concrete (ACI-318-11) and commentary (ACI-318R-11)" ACI Committee 318, *American Concrete Institute*, E.U.A.

Ali, M A y R N White (2001), "Automatic generation of truss model for optimal design of reinforced concrete structures", *ACI Structural Journal*, Vol. 98, No. 4, pp. 431-442.

Anderson, B G (1957), "Rigid frame failures", *ACI Journal Proceedings*, Vol. 53, No. 1, pp. 625-636.

Archundia, H I, A Tena y O M González (2006), "Mecanismos de resistencia y deformación a cortante de travesas acarteladas de concreto reforzado", *Revista Internacional de Ingeniería de Estructuras*, Vol. 11, No. 1, pp. 1-24.

Archundia-Aranda H I, A Tena-Colunga, y A Grande-Vega (2013), "Behavior of reinforced concrete haunched beams subjected to cyclic shear loading", *Engineering Structures*, Vol. 49, pp. 27-42.

Balkaya, C (2001), "Behavior and modeling of nonprismatic members having T sections", *ASCE Journal of Structural Engineering*, Vol. 127, No. 8, pp. 940-946.

Bentz, E C, F J Vecchio y M P Collins (2006), "Simplified compression field theory for calculating shear strength of reinforced concrete elements", *ACI Structural Journal*, Vol. 103, No. 4, pp. 614-624.

- Cagley, J R (2001), "Changing from ACI-318-99 to ACI-318-02 - What's new?", *Concrete International*, Vol. 23, No. 6, pp. 69-72.
- CEB-FIP (1990), "CEB-FIP model code 1990-Design code", Comité Euro-International du Béton, *Thomas Telford*, Siuza.
- Collins, M P (1978), "Towards a rational theory for RC members in shear", *ASCE Journal of Structural Engineering*, Vol. 104, No. 4, pp. 649-667.
- Collins, M P y D Mitchell (1986), "A rational approach to shear design - The 1984 Canadian Code Provisions", *ACI Structural Journal*, Vol. 83, No. 6, pp. 925-933.
- Collins, M P, D Mitchell, P Adebar y F J Vecchio (1996), "A general shear design method", *ACI Structural Journal*, Vol. 93, No. 1, pp. 36-45.
- Committee 326 (1962a), "Shear and diagonal tension. Part 1: General principles", Report of ACI-ASCE Committee 326, *ACI Journal Proceedings*, Vol. 59, No. 1, pp. 1-30.
- Committee 326 (1962b), "Shear and diagonal tension. Part 2: Beams and frames", Report of ACI-ASCE Committee 326, *ACI Journal Proceedings*, Vol. 59, No. 2, pp. 277-334.
- Committee 426 (1973), "The shear strength of reinforced concrete members", Joint ASCE-ACI Task Committee 426, *ASCE Journal of Structural Engineering*, Vol. 99, No. 6, pp. 1091-1187.
- Committee 445 (1998), "Recent approaches to shear design of structural concrete", ASCE-ACI Committee 445, *ASCE Journal of Structural Engineering*, Vol. 124, No. 12, pp. 1375-1417.
- Cook, W D y D Mitchell (1988), "Studies of disturbed regions near discontinuities in reinforced concrete members", *ACI Structural Journal*, Vol. 85, No. 2, pp. 206-216.
- CSA (2004), "Design of concrete structures" CSA Standards A.23.3-04", *Canadian Standards Association*, Canada.
- Debaiky, S Y y E I El-Niema (1982), "Behavior and strength of reinforced concrete haunched beams in shear", *ACI Journal Proceedings*, Vol. 79, No. 3, pp. 184-194.
- Dilger, W H y P Langorh (1997), "Shear design of haunched concrete box girders of the Confederation Bridge", *Canadian Journal of Civil Engineering*, No. 6, pp. 898-907.
- El-Mezaini, N, C Balkaya y E Citipitioglu (1991), "Analysis of frames with nonprismatic members", *ASCE Journal of Structural Engineering*, Vol. 117, No. 6, pp. 1573-1591.
- El-Niema (1988), "Investigation of concrete haunched T-beams under shear", *ASCE Journal of Structural Engineering*, Vol. 114, No. 4, pp. 917-930.
- Elstner, R C y E Hognestad (1957), "Laboratory investigation of rigid frame failure", *ACI Journal Proceedings*, Vol. 53, No. 1, pp. 637-668.
- Eurocode 2 (1992), "Design of concrete structures. Part 1: General rules and rules for buildings", *British Standards Institution*, Gran Bretaña.
- Eurocode 2 (2004), "Design of concrete structures. Part 1: General rules and rules for buildings", *British Standards Institution*, Gran Bretaña.
- Ferguson, P M, J E Breen y J O Jirsa (1988), *Reinforced concrete fundamentals*, fifth edition, John Wiley and Sons, E.U.A.
- Fernández-Ruiz, M y A Muttoni (2007), "On development of suitable stress fields for structural concrete", *ACI Structural Journal*, Vol. 104, No. 4, pp. 495-502.
- Gesund, H (2000), Discussion of "Recent approaches to shear design of structural concrete" by ASCE-ACI Committee 445, *ASCE Journal of Structural Engineering*, Vol. 126, No. 7, pp. 853-854.
- Gutkowsky, R M y G R Dewey (1984), "Design stress capacities of tapered glulam members", *ASCE Journal of Structural Engineering*, Vol. 110, No. 3, pp. 490-504.

- Grob, J y B Thürlimann (1976), “Ultimate strength and design of reinforced concrete beams under bending and shear”, *IABSE Publication*, Vol. 36, pp. 105-120, International Association of Bridge and Structural Engineering.
- Kani, G N J (1967), “How safe are our large reinforced concrete beams?”, *ACI Journal Proceedings*, Vol. 64, No. 3, pp. 128-141.
- Lee, D D (2000), Discussion of “Recent approaches to shear design of structural concrete” by ASCE–ACI Committee 445, *ASCE Journal of Structural Engineering*, Vol. 126, No. 7, pp. 853-854.
- Liang, Q Q, Y M Xie y G P Steven (2000), “Topology optimization of strut-and-tie models in reinforced concrete structures using an evolutionary procedure”, *ACI Structural Journal*, Vol. 97, No. 2, pp. 322-330.
- MacGregor, J G (2002), “Part 2: Derivation of strut-and-tie models for the 2002 ACI Code”, *ACI Structural Journal Special Publication*, No. 208, pp. 7-40, Editor Karl-Heinz Reineck.
- MacGregor, J G y J K Wight (2005), *Reinforced concrete - mechanics and design*, fourth edition, Pearson-Prentice Hall, E.U.A.
- MacLeod, I A y A Houmsi (1994), “Shear strength of haunched beams without shear reinforcement”, *ACI Structural Journal*, Vol. 91, No. 1, pp. 79-89.
- Marti, P (1985a), “Basic tools of reinforced concrete beam design”, *ACI Journal*, Vol. 82, No. 1, pp. 46-56.
- Marti, P (1985b), “Truss models in detailing”, *Concrete International*, Vol. 7, No. 12, pp. 66-73.
- Marti, P (1999), “How to treat shear in structural concrete”, *ACI Structural Journal*, Vol. 96, No. 3, pp. 408-414.
- Mörsch, E (1909), *Concrete-steel construction (Der Eisenbetonbau)*, traducción autorizada de la tercera edición en Alemán de 1908, The Engineering Publishing News Company, Londres.
- Mörsch, E (1952), *Teoría y práctica de hormigón armado*, tomo II, Ediciones G. Gili, Argentina.
- Muttoni, A, J Schwartz y B Thürlimann (1997), *Design of concrete structures with stress fields*, Birkhäuser, Suiza.
- NCHRP 549 (2005), “Simplified shear design of structural concrete members”, National Cooperative Highway Research Program Report 549, *Transportation Research Board of the National Academies*.
- Nielsen, M P, M W Braestrup y F Bach (1978), “Rational analysis of shear in reinforced concrete beams”, *IABSE Proceedings 15-78*, Vol. 2, pp. 1-16, International Association of Bridge and Structural Engineering.
- Nielsen, M P (1999), *Limit analysis and concrete plasticity*, second edition, CRC Press, E.U.A.
- Nilson, A H (1999), *Diseño de estructuras de concreto*, duodécima edición, McGraw-Hill, Colombia.
- NTCC (2004), “Normas Técnicas Complementarias para Diseño y Construcción de Estructuras de Concreto”, Reglamento de Construcciones para el Distrito Federal, *Gaceta Oficial del Distrito Federal*, octubre, México.
- Paglietti, A y G Carta (2009), “Remarks on the current theory of shear strength of variable depth beams”, *The Open Civil Engineering Journal*, Vol. 3, pp. 28-33.
- Park, R y T Paulay (1997), *Estructuras de concreto reforzado*, Limusa, México.
- Pritchard, B (1992), *Bridge Design for Economy and Durability: Concepts for new, strengthened and replacement bridges*, Thomas Telford, Gran Bretaña.
- Ramírez, J A y J E Breen (1991), “Evaluation of a modified truss-model approach for beams in shear”, *ACI Structural Journal*, Vol. 88, No. 5, pp. 562-571.
- Reineck, K H (1991), “Ultimate shear force of structural concrete members without transverse reinforcement derived from a mechanical model”, *ACI Structural Journal*, Vol. 88, No. 5, pp. 592-602.
- Schlaich, J, K Schäfer y M Jennewein (1987), “Toward a consistent design of structural concrete”, *PCI Journal*, Vol. 32, No. 3, pp. 74-150.
- Sigrist, V, E Bent, M Fernández Ruiz, S Foster y A Muttoni (2013), “Background to the fib Model Code 2010 shear provisions – part I beams and slabs”, *Structural Concrete*, Vol. 14, No. 3, pp. 195-203.

- Subcommittee 445-1 (2002), “Examples for the design of structural concrete with strut-and-tie models”, *ACI Structural Journal Special Publication*, No. 208, Editor Karl-Heinz Reineck.
- Stefanou, G D (1983), “Shear resistance of reinforced concrete beams with non-prismatic sections”, *Engineering Fracture Mechanics*, Vol. 18, No. 3, pp. 643-667.
- Talbot, A N (1906), “Test of reinforced concrete beams: series of 1905”, *Bulletin No. 14*, Engineering Experimental Station, University of Illinois, pp. 84, abril.
- Talbot, A N (1909), “Test of reinforced concrete beams: resistance to web stress – series of 1907 and 1908”, *Bulletin No. 29*, Engineering Experimental Station, University of Illinois, pp. 85, enero.
- Tena-Colunga, A (1994), “Concerns regarding the seismic design of reinforced concrete haunched beams”, *ACI Structural Journal*, Vol. 91, No. 3, pp. 287-293.
- Tena Colunga, A (1996a), “Eficiencia de marcos con elementos de sección variable ante cargas laterales”, *Memorias, X Congreso Nacional de Ingeniería Estructural*, Mérida, Yucatán, Vol. I, pp. 183-193, noviembre.
- Tena-Colunga, A (1996b), “Stiffness formulation for nonprismatic beam elements”, *ASCE Journal of Structural Engineering*, Vol. 122, No. 12, pp. 1484-1489.
- Tena-Colunga, A, H I Archundia-Aranda y O M González-Cuevas (2008), “Behavior of reinforced concrete haunched beams subjected to static shear loading”, *Engineering Structures*, Vol. 30, No. 2, pp. 478-492.
- Thurston, S J y A W Charleson (1979), “Cyclic testing of a haunched reinforced concrete beam”, *Bulletin of the New Zealand Society for Earthquake Engineering*, Vol. 12, No. 1, pp. 67-71.
- Thürlimann, B (1979), “Plastic analysis of reinforced concrete beams”, *IABSE Report*, Vol. 28, pp. 71-90, International Association of Bridge and Structural Engineering.
- Vecchio, F J, M P Collins (1986), “The modified compression-field theory for reinforced concrete elements subjected to shear”, *ACI Structural Journal*, Vol. 83, No. 2, pp. 219-231.
- Vecchio, F J (2000), “Disturbed stress field model for reinforced concrete: Formulation”, *ASCE Journal of Structural Engineering*, Vol. 126, No. 9, pp. 1070-1077.
- Vecchio, F J, E C Bentz y M P Collins (2004), “Tools for forensic analysis of concrete structures”, *Computers and Concrete*, Vol. 1, No. 1, pp. 1-14.

## CAPÍTULO 2: DESCRIPCIÓN DEL PROBLEMA Y OBJETIVO DEL TRABAJO

Geoméricamente, las traves acarteladas se distinguen de las prismáticas porque tienen una variación suave del peralte en toda o parte de su longitud. Aunque esto implica dificultades constructivas, variar juiciosamente la profundidad del elemento proporciona algunos beneficios estructurales. Por ejemplo, en 1908 Mörsch ya sabía que si en una trave continua de concreto reforzado se incrementaba el peralte hacia los apoyos, entonces sería más fácil mantener en límite los esfuerzos de las fibras comprimidas. También tenía claro que esta práctica mejoraba la resistencia a cortante debido a: 1) el incremento de la sección transversal y, 2) la capacidad del bloque de concreto inclinado de soportar *esfuerzos de desgarramiento vertical* (Mörsch 1909 y 1952).

Hoy día se sabe que las traves acarteladas de concreto reforzado (TACR) tienen otras ventajas sobre las de sección constante y, por ello, a menudo se prefieren en la construcción de edificios. Entre estas cualidades destacan (Tena-Colunga 1994):

- a) aumentar sustancialmente la rigidez lateral,
- b) promover un uso más eficiente del concreto y del acero de refuerzo longitudinal,
- c) reducir el peso del edificio para cierta rigidez lateral requerida y,
- d) facilitar la ubicación de las instalaciones (lo que reduce la altura de entrepiso).

Asimismo, en la construcción de puentes continuos de claros medianos a grandes, el uso de TACR permite reducir el peralte en el centro del claro (Pritchard 1992).



Figura 2.1 Construcción de traves acarteladas en dos edificios diferentes de la ciudad de México

A pesar de sus ventajas, en muchos países la construcción de travesaños acartelados no es factible debido a que encarecen los costos de construcción. Generalmente, este aumento se atribuye a la contratación de mano de obra calificada para hacer la cimbra y habilitar el acero de refuerzo (figura 2.1). Sin embargo, en México históricamente la mano de obra ha sido barata, por lo que no es raro encontrar edificios con travesaños de sección variable. En la ciudad de México se tienen identificados alrededor de 25 edificios de mediana altura con travesaños acartelados (por ejemplo, figura 2.2).

### **2.1 PANORAMA EN MÉXICO SOBRE EL DISEÑO POR CORTANTE DE LAS TRAVESAS ACARTELADAS DE CONCRETO REFORZADO**

En México se conoce la existencia de edificios de mediana altura que tienen travesaños acartelados de concreto reforzado (figura 2.2). También es común encontrar puentes carreteros y peatonales con estos elementos (figura 2.3). A pesar de ello, las Normas Técnicas Complementarias para el Diseño y Construcción de Estructuras de Concreto (NTCC 2004) no tienen recomendaciones específicas para su diseño. Tampoco las tiene el reglamento extranjero más utilizado en el país, es decir, el del Instituto Americano del Concreto (ACI). De hecho, este reglamento estadounidense sólo remite a los libros especializados y a una referencia\* antigua para hacer el diseño por cortante (Comentario R.11.1.1.2 del ACI 318 11).



a)



b)

**Figura 2.2 Edificios de mediana altura de la ciudad de México que tienen travesaños acartelados**

---

\* Joint Committee, "Recommended Practice and Standard Specification for Concrete and Reinforced Concrete," Proceedings, ASCE, V. 66, No. 6, Part 2, June 1940, 81 pp.





**Figura 2.3** Puente carretero con traves acarteladas de concreto reforzado (Estado de Hidalgo)

En cualquier libro de análisis estructural se hace una clara diferencia entre el modelado de las traves prismáticas y las de sección variable. Es más, desde hace décadas los ingenieros saben que para resolver vigas acarteladas hiperestáticas, por lo menos requieren de tablas o ayudas de diseño (como las pioneras de la Asociación del Cemento Portland). Con el tiempo se han propuesto otras soluciones, por lo que actualmente el modelado analítico de las traves de sección variable es un tema muy desarrollado (por ejemplo, Gutkowsky y Dewey 1984, Head y Aristizabal-Ochoa 1987, El-Mezaini *et al.* 1991, Tena-Colunga 1996, Balkaya 2001, Tena 2007, Paglietti y Carta 2009).



**Figura 2.4** Falla por cortante en traves acarteladas ocurrida en Estados Unidos a mediados del siglo pasado (tomada de Collins *et al.* 2007)

Sin embargo, al revisar la literatura técnica, es fácil darse cuenta que las contribuciones hechas para mejorar el diseño estructural de las TACR no han sido tan numerosas como las que se ocupan de su modelado analítico. Por esta razón, no debe sorprender que tanto las NTCC 2004 como el ACI 318 11 carezcan de recomendaciones detalladas para el diseño de las traves acarteladas.

Lo anterior, a pesar que a mediados del siglo pasado se presentó en los Estados Unidos una falla por cortante sobresaliente en traves acarteladas (figura 2.4). Sorpresivamente, esta falla motivó un extenso programa analítico y experimental que originó el método de diseño por cortante aún vigente en el reglamento ACI 318 en ¡traves prismáticas! (Anderson 1957,

Elstner y Hognestad 1957, “Committee 326” 1962/a/b, “Committee 445” 1998). En la figura 2.4 se muestra una de las mejores fotografías que se encuentran en la literatura de esta histórica falla por cortante.

La mayoría de las recomendaciones para el diseño de las TACR son de carácter experimental y prácticamente se ocupan de la falla por cortante. En general, estos trabajos señalan claramente que el comportamiento de las trabes acarteladas es sustancialmente diferente al de las trabes prismáticas, por lo que requieren consideraciones especiales de análisis y diseño (Debaiky y El-Niema 1982, Stefanou 1983, El-Niema 1988, MacLeod y Houmsi 1994, Archundia *et al.* 2006, Tena-Colunga *et al.* 2008). Esta situación también fue advertida por Dilger y Langohr (1997) en un trabajo analítico.

Solamente se conoce de un trabajo experimental sobre el comportamiento a flexión de las TACR (Thurston y Charleson 1979). Este documento reporta el comportamiento dúctil de una trabe acartelada de grandes dimensiones sometida a cargas reversibles. Pero, a pesar de sus observaciones, los autores reconocieron la necesidad de investigar el mecanismo resistente a cortante de estos elementos.

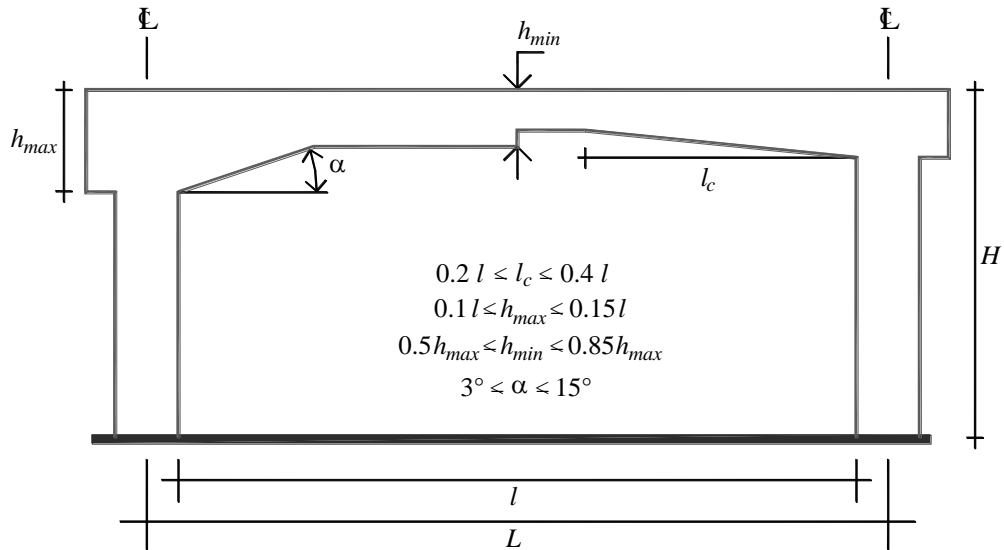
También existe una recomendación para el detallado por flexión que promueve el comportamiento dúctil de marcos con TACR (Tena 1993, Tena-Colunga 1994). Esta aportación analítica surge de lo observado en la práctica mexicana y en el comportamiento de algunos edificios en sismos pasados. Además, hace énfasis en la necesidad de contar con métodos de diseño por cortante confiables para este tipo de trabes.

Ya se comentó que el reglamento ACI 318 remite a los libros de texto para conocer la forma de diseñar por cortante una trabe acartelada. Por desgracia, sólo algunos cuantos tienen esta información (por ejemplo, Park y Paulay 1975 y 1997, Ferguson *et al.* 1988, Nilson 1999, Nielsen 1999, MacGregor y Wight 2005,). En términos generales, la solución de estos libros se basa en el equilibrio de las fuerzas verticales en la sección transversal, y se resume en los siguientes pasos:

1. Calcular la componente vertical del bloque inclinado de concreto y/o del acero de refuerzo longitudinal.
2. Sumar esas componentes con las fuerzas externas para obtener un diagrama de cortante modificado o de *cortante efectivo*.
3. Diseñar la cartela por secciones como si fuera una trabe prismática considerando el *cortante efectivo* (Muttoni *et al.* 1997 recomendaron tomar todo el cortante efectivo con el refuerzo transversal según un modelo de armadura plástica).

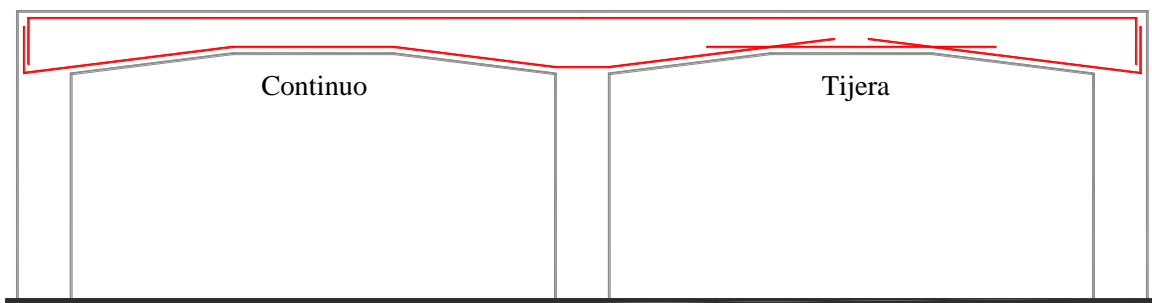
Los estudios disponibles indican que el comportamiento estructural y la resistencia a cortante de las cartelas se relacionan con el ángulo de acartelamiento ( $\alpha$ ) y su longitud ( $l_c$ ). Por esta razón, es necesario conocer el intervalo de valores de estos parámetros en la práctica constructiva del país. Esta información se puede encontrar en algunas guías de prediseño estructural (por ejemplo, Méndez 1991, Tapia 2003). También existen ayudas para el modelado elástico de trabes acarteladas que cumplen esta función (Tena 2007).





**Figura 2.5** Proporciones típicas en México para traveses acartelados de concreto reforzado de edificios

Con base en las fuentes consultadas, y lo observado en algunos edificios, se puede definir un intervalo de valores para los parámetros involucrados en la geometría de las traveses acartelados de concreto reforzado (figura 2.5). Se hace notar que las cartelas construidas recientemente tienen una longitud cercana a un tercio del claro efectivo ( $l_c \approx 0.33l$ ), y ángulos de acartelamiento entre cuatro y diez grados ( $4^\circ \leq \alpha \leq 10^\circ$ ). Las traveses mostradas en las figuras 2.1 y 2.2 tienen estas características.



**Figura 2.6** Arreglos usados en México para el refuerzo longitudinal inclinado

Un aspecto relevante de las TACR es el arreglo del acero longitudinal inclinado. Se sabe que en algunos edificios éste es *continuo* y sigue el perfil del elemento (Guzmán 2001). Otra práctica consiste en cortarlo en el vértice que se forma en la intersección del tramo prismático con el tramo acartelado (vértice). En este caso, la discontinuidad se protege extendiendo las varillas una distancia por lo menos igual a la longitud de desarrollo. La disposición de este armado luce como una *tijera* y de ahí su nombre. En la figura 2.6 se muestra un croquis que permite diferenciar el armado *continuo* y el de *tijera*.

Al parecer, el arreglo del refuerzo longitudinal inclinado no tiene influencia en la resistencia a cortante (Debaiky y El-Niema 1982). Sin embargo, Mörsch (1952) destacó que el armado continuo es inadecuado para acomodar la demanda de momento positivo (carga gravitacional) pues tiende a *desgarrarse* o salirse del elemento.

Con la finalidad de eliminar este inconveniente, Mörsch propuso construir las trabes acarteladas extendiendo el acero positivo del tramo prismático central hasta los apoyos. El armado se complementa con un *acero especial de compresión* en el lecho inferior de las cartelas que se prolonga ligeramente dentro del tramo central (figura 2.7). Seguramente, el armado propuesto por Mörsch es el antecesor del armado tipo *tijera* observado en México.

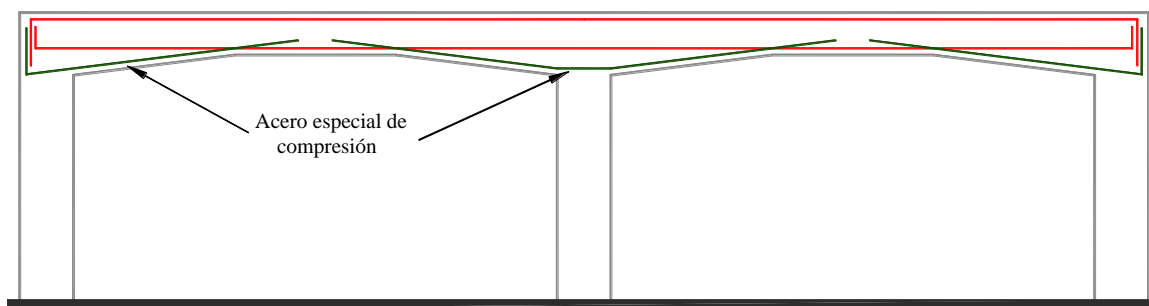


Figura 2.7 Arreglo del refuerzo longitudinal propuesto por Mörsch (1952)

Park y Paulay (1975) recomendaron proteger la zona del vértice de las cartelas debido al cambio de dirección del refuerzo longitudinal. De no hacerlo, se puede presentar agrietamiento prematuro o desprendimiento del recubrimiento a lo largo del refuerzo inclinado. Para evitar esta situación, se deben poner estribos adicionales al refuerzo por cortante en la vecindad del vértice. Estos estribos deben resistir la fuerza transversal que genera el desvío de la trayectoria del refuerzo longitudinal (figura 2.8).

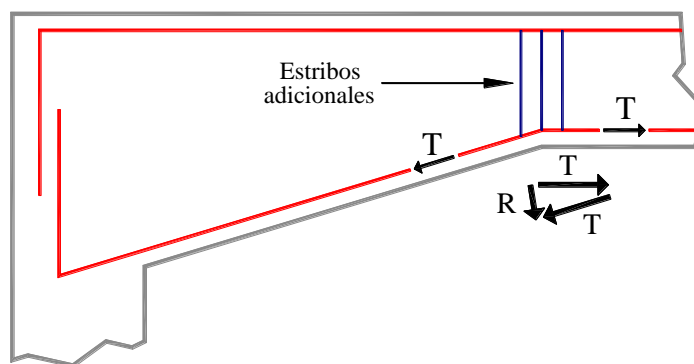


Figura 2.8 Refuerzo en el vértice de las cartelas. Modificada de Park y Paulay 1975

En los reglamentos de construcción también existen recomendaciones de este tipo. Por ejemplo, las NTCC 2004 en su sección 5.5 establecen que:

“En todo dobléz o cambio de dirección del acero longitudinal debe colocarse refuerzo transversal capaz de equilibrar la resultante de las tensiones o compresiones desarrolladas en las barras, a menos que el concreto en sí sea capaz de ello.”

En México, este requisito no se ha cumplido en algunos edificios de construcción reciente que utilizan traveses acartelados. Por dar un ejemplo, la trabe mostrada en la figura 2.9 tiene los estribos claramente más espaciados en la zona del vértice que en el resto de la cartela.



Figura 2.9 Detallado deficiente en la zona del vértice

Con base en los comentarios anteriores, se puede decir que el análisis estructural de un edificio o puente que tenga traveses acartelados no debe ser una tarea difícil para un ingeniero en estructuras. Máxime que los programas de cómputo habituales en los despachos de cálculo permiten hacerlo sin mayores complicaciones.

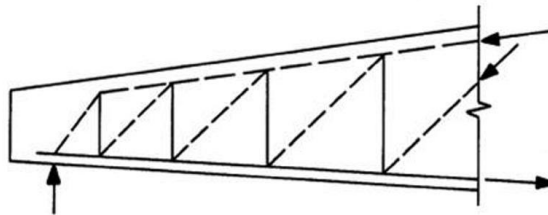
Sin embargo, la ausencia de recomendaciones de diseño en los reglamentos de construcción usados en el país, lo *pírrico* del estado del arte, y lo visto en la práctica constructiva, sugieren que el diseño y detallado de las TACR se ha sustentado en el conocimiento, juicio o experiencia de los profesionistas encargados estas tareas. En efecto, esta es una situación que no puede ser aceptada en México y se deben encauzar esfuerzos para cambiarla.

## 2.2 ALTERNATIVAS PARA EL DISEÑO DE LAS TRABES ACARTELADAS DE CONCRETO REFORZADO

La literatura técnica común en México y Estados Unidos no proporciona información abundante para el diseño por cortante de traveses acartelados de concreto reforzado. No obstante, una revisión amplia del estado del arte muestra que en otros países existen tales recomendaciones y que, además, están disponibles para los ingenieros de la práctica profesional.

Por citar un caso, en Alemania los reglamentos de construcción tradicionalmente incluyen recomendaciones de diseño específicas para las TACR (Maurial 2007). Esto no debe sorprender, pues en ese país se hizo la primera propuesta de diseño y los primeros experimentos en traveses acartelados (Mörsch 1909 y 1952). Con los años, el interés en estos elementos se ha difundido en aquel continente y también existen propuestas de origen suizo (Grob y Thürlimann 1976, Marti 1985a, Muttoni *et al.* 1997) y danés (Nielsen 1999).

Una consecuencia de esta situación, es que el reglamento de construcción unificado de Europa también tiene recomendaciones para el diseño por cortante de las TACR (Eurocode 2 1992, 2004). Lo mismo sucede con la propuesta de reglamento del Comité Euro-Internacional para el Concreto (CEB-FIP 1990).



**Figura 2.10 Modelo de armadura sugerido por el Comité Euro-Internacional para el Concreto para el diseño de TACR (CEB-FIP 1990)**

La filosofía de diseño del Comité Euro-Internacional para el Concreto se sustenta en modelos de armadura (puntales y tensores). Por ello, este reglamento al menos proporciona un modelo cualitativo para hacer el diseño de las traveses de sección variable (figura 2.10). Esta posición es muy diferente a la del ACI, pues ni en el apéndice A de su reglamento de construcción, ni en su literatura encargada de difundir el método de puntales y tensores, se encuentra un ejemplo o guía de diseño para este tipo de traveses (“Subcommittee 445-1” 2002, PCA Notes 2008).

Finalmente, y en vista de esta situación, es válido suponer que una de las causas del subdesarrollo del diseño de las traveses acartelados en México, es la poca influencia que tienen los reglamentos y literatura técnica europea en el país.

### **2.3 OBJETIVOS Y ALCANCE DEL TRABAJO**

En México, por diversos motivos, el diseño estructural de las TACR está subdesarrollado a pesar que son una alternativa real para la construcción de edificios y obra civil. Por ello, es necesario elaborar recomendaciones específicas para que sean consideradas y, eventualmente, incorporadas en los reglamentos de construcción. Este trabajo responde a esta necesidad, y su objetivo es elaborar guías de diseño a cortante sencillas y confiables.

En la primera etapa del trabajo se reexaminaron los resultados experimentales que forman parte de la tesis de maestría del autor de este documento (Archundia 2004). Estos experimentos constan de diez traveses simplemente apoyadas sometidas a cargas monotónicas. El resultado de esta actividad permitió proponer un método de diseño por cortante semiempírico (Tena-Colunga *et al.* 2008) que sirvió de base para proponer otro sustentado en un modelo de comportamiento mecánico.

A partir de esta base, la presente tesis doctoral pretende satisfacer los siguientes objetivos:

1. Mejorar el estado del conocimiento sobre el mecanismo resistente a cortante de las trabes acarteladas de concreto reforzado.
2. Desarrollar un nuevo método de diseño por cortante para trabes acarteladas, usando solamente los principios fundamentales y la mecánica del concreto reforzado.
3. Investigar la degradación de las propiedades estructurales de las trabes acarteladas de concreto reforzado que fallan por cortante ante cargas reversibles.

## **2.4 CRITERIOS UTILIZADOS**

Los lineamientos que rigieron la elaboración de este trabajo son los se mencionan a continuación:

- I. La evidencia disponible es clara respecto que las TACR tienen un mecanismo resistente diferente al de las trabes de sección constante (Mörsch 1909 y 1952, Debaiky y El-Niema 1982, MacLeod y Houmsi 1994, Tena-Colunga *et al.* 2008).
- II. Para proponer recomendaciones de diseño por cortante para trabes de concreto reforzado, es necesario familiarizarse con las escuelas de diseño de mayor aceptación o con mayor potencial. Esto incluye conocer sus orígenes, comprender los mecanismos resistentes que promueven, e identificar sus fortalezas y debilidades.
- III. Las pocas propuestas de diseño por cortante para TACR publicadas en revistas especializadas internacionales, se basan generalmente en el método por secciones con contribución del concreto del reglamento ACI 318 (al que sólo se le incorpora una corrección *geométrica* para tomar en cuenta el efecto del acartelamiento). Sin embargo, existe evidencia que el diseño también se puede hacer usando modelos de armadura plástica (con y sin contribución del concreto). Esta es una situación que no debe seguir siendo ignorada.
- IV. Al proponer un nuevo método de diseño por cortante, se debe tener en cuenta que a los ingenieros de la práctica les gustan los parecidos al del reglamento ACI 318. Este es un asunto de usos y costumbres que es mejor respetar si se quiere proponer un método que realmente pueda ser utilizado.
- V. De la revisión del estado del estado del arte, se sabe que a la fecha todos los experimentos sobre el estudio de la falla por cortante en TACR se han hecho con cargas monotónicas. En consecuencia, para la parte experimental de este trabajo se decidió utilizar cargas reversibles. Para ello, y con fines de comparación, se hicieron los experimentos con elementos idénticos a los utilizados en la etapa precedente de este trabajo (Archundia 2004). De esta forma, se ensayaron diez elementos simplemente apoyados con un claro de cortante constante y bien definido.

## **REFERENCIAS Y BIBLIOGRAFÍA**

- ACI 318-08 (2008), "Building code requirements for structural concrete (ACI-318-08) and commentary (ACI-318R-08)", ACI Committee 318, *American Concrete Institute*, E.U.A.
- ACI 318-11 (2011), "Building code requirements for structural concrete (ACI-318-11) and commentary (ACI-318R-11)", ACI Committee 318, *American Concrete Institute*, E.U.A.
- Anderson, B G (1957), "Rigid frame failures", *ACI Journal Proceedings*, Vol. 53, No. 1, pp. 625-636.
- Archundia, H I (2004), "Comportamiento a cortante de traveses acarteladas de concreto reforzado ante carga estática", *Tesis de Maestría*, División de Estudios de Posgrado de la Facultad de Ingeniería, Universidad Nacional Autónoma de México, junio.
- Archundia, H I, A Tena y O M González (2006), "Mecanismos de resistencia y deformación a cortante de traveses acarteladas de concreto reforzado", *Revista Internacional de Ingeniería de Estructuras*, Vol. 11, No. 1, pp. 1-24.
- Balkaya, C (2001), "Behavior and modeling of nonprismatic members having T sections", *ASCE Journal of Structural Engineering*, Vol. 127, No. 8, pp. 940-946.
- CEB-FIB (1990), "CEB-FIB model code 1990-Design code", Comité Euro-International du Béton, *Thomas Telford*, Suiza.
- CSA (2004), "Design of concrete structures" CSA Standards A.23.3-04", *Canadian Standards Association*, Canada.
- Debaiky, S Y y E I El-Niema (1982), "Behavior and strength of reinforced concrete haunched beams in shear", *ACI Journal Proceedings*, Vol. 79, No. 3, pp. 184-194.
- Dilger, W H y P Langohr (1997), "Shear design of haunched concrete box girders of the Confederation Bridge", *Canadian Journal of Civil Engineering*, Vol. 24, No. 6, pp. 898-907.
- El-Mezaini, N, C Balkaya y E Citipitioglu (1991), "Analysis of frames with nonprismatic members", *ASCE Journal of Structural Engineering*, Vol. 117, No. 6, pp. 1573-1591.
- El-Niema (1988), "Investigation of concrete haunched T-beams under shear", *ASCE Journal of Structural Engineering*, Vol. 114, No. 4, pp. 917-930.
- Elstner, R C y E Hognestad (1957), "Laboratory investigation of rigid frame failure", *ACI Journal Proceedings*, Vol. 53, No. 1, pp. 637-668.
- Eurocode 2 (1992), "Design of concrete structures. Part 1: General rules and rules for buildings", *British Standards Institution*, Gran Bretaña.
- Eurocode 2 (2004), "Design of concrete structures. Part 1: General rules and rules for buildings", *British Standards Institution*, Gran Bretaña.
- Ferguson, P M, J E Breen y J O Jirsa (1988), *Reinforced concrete fundamentals*, fifth edition, John Wiley and Sons, E.U.A.
- Grob, J y B Thürlimann P (1976), "Ultimate strength and design of reinforced concrete beams under bending and shear", *IABSE Publications*, Vol. 36, pp. 105-120.
- Gutkowsky, R M y G R Dewey (1984), "Design stress capacities of tapered glulam members", *ASCE Journal of Structural Engineering*, Vol. 110, No. 3, pp. 490-504.
- Guzmán, M (2001), Comunicación personal.
- Head, M C y J D Aristizabal-Ochoa (1987), "Analysis of prismatic and linearly tapered reinforced concrete columns", *ASCE Journal of Structural Engineering*, Vol. 113, No. 3, pp. 575-589.
- MacGregor, J G y J K Wight (2005), *Reinforced concrete - mechanics and design*, fourth edition, Pearson-Prentice Hall, E.U.A.
- MacLeod, I A y A Houmsi (1994), "Shear strength of haunched beams without shear reinforcement", *ACI Structural Journal*, Vol. 91, No. 1, pp. 79-89.

- Marti, P (1985a), “Basic tools of reinforced concrete beam design”, *ACI Journal*, Vol. 82, No. 1, pp. 46-56.
- Maurial, A (2007), Comunicación personal.
- Méndez, F (1991), *Criterios de dimensionamiento estructural*, Trillas, México.
- Muttoni, A, J Schwartz y B Thürlimann (1997), *Design of concrete structures with stress fields*, Birkhäuser, Suiza.
- Mörsch, E (1909), *Concrete-steel construction (Der Eisenbetonbau)*, traducción autorizada de la tercera edición en Alemán de 1908, The Engineering Publishing News Company, Londres.
- Mörsch, E (1952), *Teoría y práctica del hormigón armado*, Gili, Argentina.
- Nielsen, M P (1999), *Limit analysis and concrete plasticity*, second edition, CRC Press, E.U.A.
- Nilson, A H (1999), *Diseño de estructuras de concreto*, duodécima edición, McGraw-Hill, Colombia.
- NTCC (2004), “Normas Técnicas Complementarias para Diseño y Construcción de Estructuras de Concreto”, Reglamento de Construcciones para el Distrito Federal, *Gaceta Oficial del Distrito Federal*, octubre, México.
- Paglietti, A y G Carta (2009), “Remarks on the current theory of shear strength of variable depth beams”, *The Open Civil Engineering Journal*, Vol. 3, pp. 28-33.
- Park, R y T Paulay (1997), *Estructuras de concreto reforzado*, Limusa, México.
- PCA Notes (2008), “Notes on ACI-318-08 building code requirements for structural concrete – with design applications”, *Portland Cement Association*, Editores: Mahmoud E. Kamara, Lawrence C. Novak y Basile G. Rabbat.
- Pritchard, B (1992), *Bridge Design for Economy and Durability: Concepts for new, strengthened and replacement bridges*, Thomas Telford, Gran Bretaña.
- Stefanou, G D (1983), “Shear resistance of reinforced concrete beams with non-prismatic sections”, *Engineering Fracture Mechanics*, Vol. 18, No. 3, pp. 643-667.
- Subcommittee 445-1 (2002), “Examples for the design of structural concrete with strut-and-tie models”, *ACI Structural Journal Special Publication*, No. 208, Editor: Karl-Heinz Reineck.
- Tapia, M (2003), *Anteproyecto estructural*, Instituto Politécnico Nacional, México.
- Tena, A (1993), “Recomendaciones para el detallado dúctil de trabes acarteladas de concreto reforzado ante sismos”, X Congreso Nacional de Ingeniería Sísmica, Puerto Vallarta, Jal. Memorias.
- Tena-Colunga, A (1994), “Concerns regarding the seismic design of reinforced concrete haunched beams”, *ACI Structural Journal*, Vol. 91, No. 3, pp. 287-293.
- Tena-Colunga, A (1996), “Stiffness formulation for nonprismatic beam elements”, *ASCE Journal of Structural Engineering*, Vol. 122, No. 12, pp. 1484-1489.
- Tena, A (2007), *Análisis de estructuras con métodos matriciales*, Limusa, México.
- Thurston, S J y A W Charleson (1979), “Cyclic testing of a haunched reinforced concrete beam”, *New Zealand Society for Earthquake Engineering*, Vol. 12, No. 1, pp. 67-71.

## **CAPÍTULO 3: EL DISEÑO POR CORTANTE EN TRABES ACARTELADAS DE CONCRETO REFORZADO**

A diferencia de las traves prismáticas, las traves acarteladas tienen una variación gradual del peralte en toda o parte de su longitud. Como es de suponer, esta geometría implica dificultades constructivas cuando se fabrican con concreto reforzado.

Sin embargo, es bien sabido que variar con juicio el peralte de una trabe proporciona beneficios estructurales. Por ejemplo, al aumentar el peralte hacia un apoyo empotrado se pretende mantener constante el esfuerzo por flexión (Mörsch 1909 y 1952, Timoshenko 1947/a, Gere y Timoshenko 1998). También se mejora la resistencia a cortante por el incremento de la sección transversal, y por la capacidad del bloque de compresión inclinado de *resistir* fuerza cortante (Mörsch 1909 y 1952).

Sin duda, tales beneficios han motivado que en México se construyan edificios de mediana altura con traves acarteladas. Lo anterior, a pesar de que a la fecha el reglamento mexicano de referencia no ha incorporado recomendaciones específicas para su diseño (NTCC 2004). Lo mismo sucede con el reglamento extranjero más usado en el país, es decir, el del Instituto Americano del Concreto (ACI 318 11).

De acuerdo con el diseño por capacidad, para que una estructura pueda desarrollar toda su capacidad de carga es necesario inhibir cualquier tipo de falla frágil (Paulay y Priestley 1992). En las estructuras de concreto reforzado es un hecho que la falla por cortante es la falla frágil más peligrosa. Por ello, es necesario primero saber cómo diseñar adecuadamente por cortante una trabe de sección variable y, después, estudiar con más confianza su diseño por flexión.

La realidad demuestra que la omisión de recomendaciones específicas para el diseño de traves acarteladas en los reglamentos más usados en México no ha sido una limitante (figura 3.1). Basta una búsqueda selecta, y se encontrarán recomendaciones por cortante en otros reglamentos y manuales de construcción extranjeros, en revistas internacionales de prestigio y en algunos libros especializados.





Figura 3.1 Edificio moderno de la ciudad de México con trabes acarteladas

En tales circunstancias, es de esperarse que los responsables del diseño estructural de un edificio de mediana altura con trabes acarteladas, o quienes lo aprueban, se apoyen en alguna de esas recomendaciones. Otros, por supuesto, le prestarán más atención a su juicio y experiencia. De otra forma no se puede explicar la construcción de edificios como el mostrado en la figura 3.1.

No obstante, este escenario optimista no justifica la ausencia de guías de diseño para elementos de sección variable en las Normas Técnicas Complementarias, y tampoco resuelve el problema de cómo diseñar, o enseñar a diseñar, una trabe acartelada de concreto reforzado.

Estas razones motivaron una exhaustiva revisión del estado del conocimiento sobre el diseño por cortante de las trabes acarteladas. De antemano se sabe que las contribuciones son pocas en comparación con las que existen para elementos de sección constante (Tena-Colunga 1994, Nilson 1999).

Se tiene confianza que el ejercicio permitirá identificar los parámetros de diseño más importantes y sus particularidades, así como entender la manera en que se ha abordado el problema desde diferentes perspectivas o formas de pensar. Esto facilitará proponer un nuevo método de diseño que rescate las fortalezas de estas propuestas, y minimice o elimine sus inconvenientes.

### 3.1 MÖRSCH (1908)

Al parecer, las primeras recomendaciones de diseño por cortante para trabes de sección variable fueron hechas en 1908 por el ingeniero alemán E. Mörsch (1952).

De acuerdo con Mörsch (1909 y 1952), el *esfuerzo cortante promedio* en una sección rectangular de una viga de sección constante se calcula con la ecuación 3.1, donde  $\tau$  es el esfuerzo cortante promedio,  $Q$  el cortante en la sección,  $b$  el ancho de la sección y  $z$  el brazo interno de palanca.

Esta ecuación después fue adoptada por el Committee 326 del ACI, pero presentada con la nomenclatura mostrada en la ecuación 3.2, en la que  $v$  es el esfuerzo cortante promedio,  $V$  el cortante en la sección,  $b$  el ancho de la sección y  $jd$  el brazo interno de palanca (“Committee 326” 1962/a/b).

$$\tau = \frac{Q}{bz} \quad 3.1$$

$$v = \frac{V}{b(jd)} \quad 3.2$$

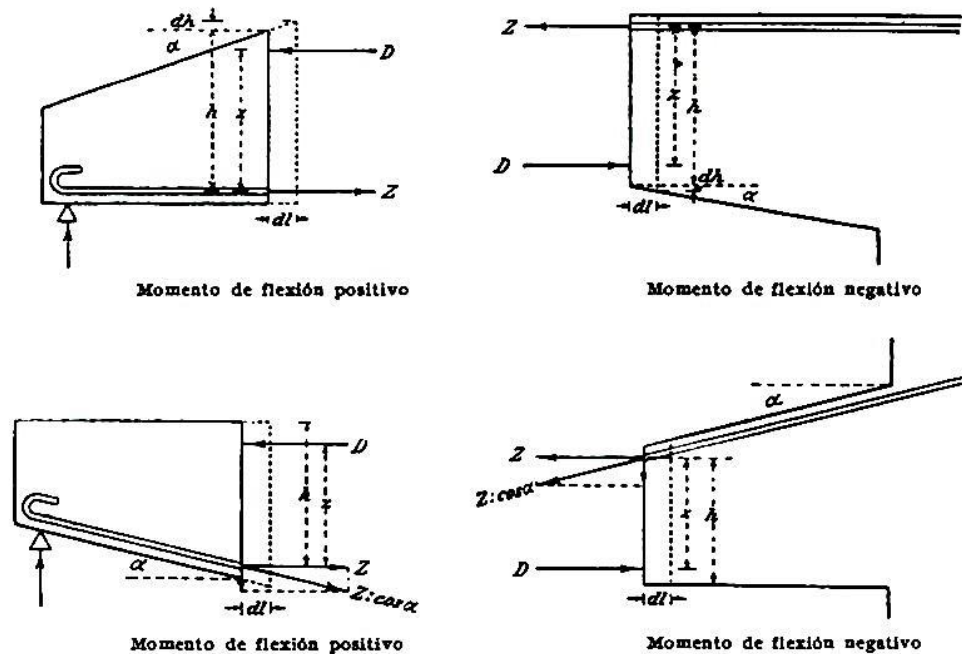


Figura 3.2 Esquemas y nomenclatura de Mörsch (1909 y 1952) para traves acarteladas

Si se considera: 1) la nomenclatura y esquemas originales de Mörsch (figura 3.2) y, 2) que el peralte de la viga crece en la misma dirección que crece el momento flexionante; entonces, y al igual que en una viga de sección constante, el par interno  $M$  se puede descomponer en dos fuerzas paralelas: una de compresión ( $D$ ) y otra de tensión ( $Z$ ) separadas por el brazo de palanca ( $z$ ). Esta situación se expresa matemáticamente en la ecuación 3.3.

$$D = Z = \frac{M}{z} \quad 3.3$$

El incremento de la fuerza de tensión ( $Z$ ) en una sección contigua se obtiene derivando la ecuación 3.3 (ecuación 3.4). Este incremento se puede expresar como una razón de cambio respecto a la longitud de la cartela ( $l$ ) según se indica en la ecuación 3.5.

$$dZ = \frac{z(dM) - M(dz)}{z^2} \quad 3.4$$

$$\frac{dZ}{dl} = \frac{1}{z} \left( \frac{dM}{dl} \right) - \frac{M}{z^2} \left( \frac{dz}{dl} \right) \quad 3.5$$

El término  $dM/dl$  de la ecuación 3.5 es la definición formal del cortante (ecuación 3.6), y  $dZ/dl$  es la fuerza de adherencia en el acero longitudinal por unidad de longitud (ecuación 3.7). Considerando estas igualdades, la ecuación 3.5 se puede reescribir como se indica en la ecuación 3.8.

$$Q = \frac{dM}{dl} \quad 3.6$$

$$dZ = (b)(\tau)(dl) \Rightarrow \frac{dZ}{dl} = (b)(\tau) \quad 3.7$$

$$(b)(\tau) = \frac{Q - \frac{M}{z} \left( \frac{dz}{dl} \right)}{z} \quad 3.8$$

El término  $dz/dl$  de la ecuación 3.8 merece atención. En vigas de sección constante, Mörsch recomendó para fines prácticos asignar al brazo de palanca ( $z$ ) un valor igual a  $7/8$  del peralte efectivo ( $h$ ), tal como se muestra en la ecuación 3.9.

$$z = \frac{7}{8}h \quad 3.9$$

Al aplicar diferenciales en ambos lados de la ecuación 3.9 y dividiendo la igualdad entre  $dl$ , se obtiene a la ecuación 3.10.

$$\frac{dz}{dl} = \frac{7}{8} \left( \frac{dh}{dl} \right) \quad 3.10$$

Por geometría, el término  $dh/dl$  es la tangente del ángulo de acartelamiento de la viga (figura 3.2). De esta manera, la ecuación 3.10 se puede reescribir según la ecuación 3.11.

$$\frac{dz}{dl} = \frac{7}{8} \tan \alpha \quad 3.11$$

Al sustituir la ecuación 3.11 en la ecuación 3.8, y reagrupando términos, se obtiene la ecuación 3.12, que es la solución *práctica* de Mörsch (1909 y 1952) para calcular el esfuerzo cortante promedio en vigas acarteladas sometidas a carga gravitacional.

$$\tau = \frac{Q}{bz} - \left( \frac{M}{bz^2} \right) \frac{7}{8} \tan \alpha \quad 3.12$$

Aunque la ecuación 3.12 fue la que recomendó Mörsch para cálculos rutinarios, reconoció que sería mejor utilizar un valor más *exacto* para el término  $dz/dl$  (ecuación 3.13).

$$\frac{dz}{dl} = \frac{z}{h} \left( \frac{dh}{dl} \right) = \frac{z}{h} \tan \alpha \quad 3.13$$

Al sustituir la ecuación 3.13 en la ecuación 3.8, se obtiene la solución *formal* de Mörsch (1952) al problema del cortante en traves acarteladas de concreto reforzado (ecuación 3.14).

$$\tau = \frac{Q - \frac{M}{h} \tan \alpha}{bz} \quad (\text{peralte y momento crecen en la misma dirección}) \quad 3.14$$

De acuerdo con Mörsch (1952), los valores de  $Q$  y  $M$  que se sustituyen en la ecuación 3.14 son en valor absoluto. Por lo que de presentarse el caso excepcional en que el peralte de la trabe disminuya en la dirección que aumenta el momento, el signo negativo involucrado en el numerador de la ecuación 3.14 debe cambiarse por uno positivo. Es decir, la ecuación 3.14 se convierte en la ecuación 3.15. Lo mismo aplica para la ecuación 3.12.

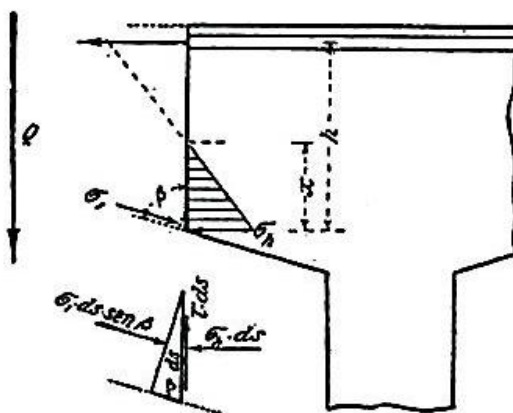
$$\tau = \frac{Q + \frac{M}{h} \tan \alpha}{bz} \quad (\text{peralte y momento crecen en dirección opuesta}) \quad 3.15$$

La ecuación 3.14 indica que una propuesta juiciosa de acartelamiento hace que la componente vertical de la cuerda inclinada *resista* parte de la demanda de cortante. Sin embargo, este beneficio trae consigo aspectos estructurales que no se presentan en las traves de sección constante.

Por ejemplo, Mörsch (1952) determinó que, a diferencia de las traves prismáticas, el esfuerzo cortante no es nulo en la cara acartelada de la trabe. Esto implica que el esfuerzo principal de compresión paralelo al canto sea mayor en una trabe acartelada que en una prismática. Años después, la explicación a este comportamiento fue formalizada y extendida por otros ingenieros (por ejemplo, Timoshenko 1947a/b).

Mörsch (1952) indicó que el aumento del esfuerzo principal de compresión es proporcional a  $1/\sin^2 \beta$ , donde  $\beta$  es el ángulo entre la cara acartelada y la sección perpendicular al eje longitudinal del elemento (figura 3.3). Como este aumento no es considerable, incluso en acartelamientos grandes, recomendó despreciarlo con fines de diseño (por ejemplo, para  $\alpha = 18^\circ$  ( $\beta = 72^\circ$ ), el aumento es sólo del 11%).

Por comparación, el esfuerzo cortante *promedio* en una trabe acartelada disminuye en la proporción de  $1/\tan \beta$ . De esta forma, para el mismo acartelamiento ( $\alpha = 18^\circ$ ) el esfuerzo cortante es un 33% menor de lo que se tendría en una trabe prismática (Mörsch 1952).



**Figura 3.3 Análisis de los esfuerzos en el bloque compresión inclinado (Mörsch 1952)**

Con base en su análisis, Mörsch (1952) explicó el mecanismo resistente de las trabes acarteladas de la siguiente manera:

*“Por lo tanto, puesto que la zona de compresión en la cartela soporta esfuerzos de desgarramiento verticales, ejerce una acción de descarga sobre el desgarramiento en la parte de la sección transversal que se encuentra encima de ella, como ponen de manifiesto las fórmulas deducidas”*

Mörsch reconoció que las ecuaciones 3.12 y 3.14 no eran prácticas. Lo anterior, ya que para cada sección es difícil saber qué combinación de carga es la que proporciona la situación más desfavorable. En efecto, los valores de cortante, momento y peralte pueden dar valores muy diferentes para cada caso que se considere.

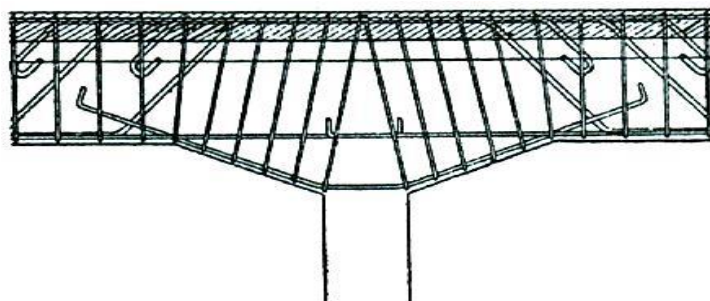
Para solucionar este inconveniente, Mörsch, al inicio, planteó el uso de líneas de influencia de cortante y momento, pero concluyó que era un trabajo extenuante que no se justificaba para la elaboración de cálculos rutinarios. Sin embargo, la experiencia le permitió establecer una regla sencilla para hacer un diseño razonablemente conservador en trabes continuas de edificios (Mörsch 1952):

*“Para el cálculo de  $\tau$  en los chaflanes o acartelamientos deberá tomarse para  $Q$  siempre el valor máximo, incluida la parte debida a la carga permanente. En el momento  $M$  hay que distinguir entre la parte que existe siempre en todo caso  $M_g$ , que procede de la carga permanente, y que hay que tomar por completo, y la parte  $M_p$  de la carga útil. Para la sección transversal en la que empieza el chaflán se tomará  $M_p$  igual a cero, y para el fin de aquel, es decir, encima del apoyo central se tomará en cuenta tan solo la mitad de  $M_p$ .”*

Con base en esta regla, y su formulación práctica (ecuación 3.12), Mörsch (1952) propuso las ecuaciones 3.16 y 3.17 para calcular el esfuerzo cortante de diseño en los extremos de las cartelas. Una vez conocidos estos valores, recomendó hacer una interpolación lineal para determinar el esfuerzo en cualquier sección intermedia.

$$\tau = \frac{Q}{bz} - \left( \frac{M_g}{bz^2} \right) \frac{7}{8} \tan \alpha \quad (\text{para el extremo interior de la cartela}) \quad 3.16$$

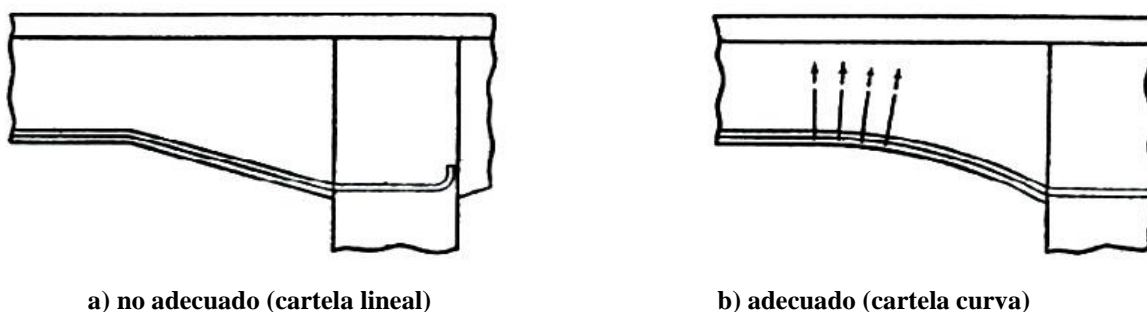
$$\tau = \frac{Q}{bz} - \left( \frac{M_g + 0.5M_p}{bz^2} \right) \frac{7}{8} \tan \alpha \quad (\text{para los apoyos}) \quad 3.17$$



**Figura 3.4 Armado para traves acarteladas propuesto por Mörsch (1952)**

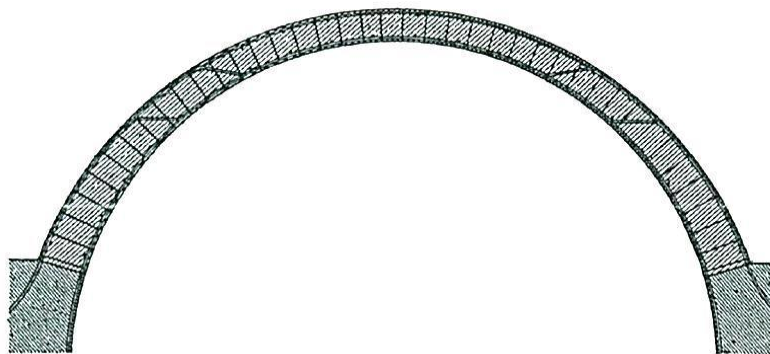
Mörsch (1952) también dio recomendaciones para el detallado de las cartelas. Por ejemplo, para proporcionar resistencia y protección ante momento positivo por carga gravitacional recomendó: 1) prolongar el acero longitudinal del tramo central prismático hasta los extremos e incluso correrlo a través de los apoyos intermedios y, 2) colocar un *acero especial de compresión* en forma de “V” cuyos extremos se deben prolongar hasta dentro de los tramos prismáticos (figura 3.4).

Este arreglo se debe preferir en cartelas lineales sobre el refuerzo continuo que sigue la geometría de la trabe (figura 3.5-a), pues dificulta que sea *arrancado* con facilidad del elemento ante momento positivo. En cartelas curvas, Mörsch permitió el uso del armado longitudinal continuo siempre y cuando sea protegido con estribos (figura 3.5-b).



**Figura 3.5 Recomendación de Mörsch (1952) para el refuerzo longitudinal continuo**

No es claro el origen de la distinción que hizo Mörsch entre permitir o no el armado continuo en las cartelas. Probablemente, esto tuvo más que ver con su experiencia en el diseño de arcos de concreto reforzado (figura 3.6), que con la capacidad del armado continuo de resistir momento positivo o la facilidad de ser arrancado de la trabe.



**Figura 3.6 Armado típico para arcos de concreto reforzado (Mörsch 1952)**

En 1920 Mörsch validó sus fórmulas de diseño para travesas acarteladas con experimentos (Mörsch 1952). Estas pruebas fueron pensadas para representar el caso típico de un apoyo intermedio (figura 3.7).

Sin embargo, para facilitar la ejecución de los ensayos, los especímenes fueron puestos de cabeza y probados como vigas simplemente apoyadas con una carga en el centro del claro. En total estudió cinco casos distintos y para cada uno de ellos hizo tres pruebas. En la figura 3.7 se muestra las dimensiones generales de los especímenes y los arreglos del refuerzo en cada una de las series.

Todas las travesas se diseñaron para resistir una carga  $P = 9,728$  kg tomando en cuenta una distribución triangular de esfuerzos en el bloque de compresión. Bajo esta consideración, en la sección de momento máximo el refuerzo longitudinal estaría trabajando a un tercio de su esfuerzo de fluencia, y el esfuerzo principal de compresión máximo sería menor al de aplastamiento del concreto. Es evidente que Mörsch deseaba fallas claras por cortante.

A continuación se proporciona una breve descripción de la geometría y armados de los ensayos de Mörsch (1952). Esta información se complementa con la figura 3.7.

- Serie 1: Travesas de sección constante provistas únicamente con refuerzo longitudinal de tensión. El claro de cortante es de 100 cm, el peralte total de 50 cm y el ancho de 16 cm.
- Serie 2: Se conserva la sección del centro del claro, la longitud del claro de cortante, la longitud total y el armado por flexión de las travesas de la serie 1. Sin embargo, a cada lado del centro del claro se proponen cartelas que reducen el peralte linealmente en una longitud del 60 cm hasta llegar a un peralte total de 30 cm. Esta sección se conserva hasta los extremos dando forma a tramos de sección constante. El ángulo de acartelamiento que resulta es de dieciocho grados ( $\alpha = 18.44^\circ$ ).



**CAPÍTULO 3: EL DISEÑO POR CORTANTE EN TRABES ACARTELADAS DE CONCRETO REFORZADO**

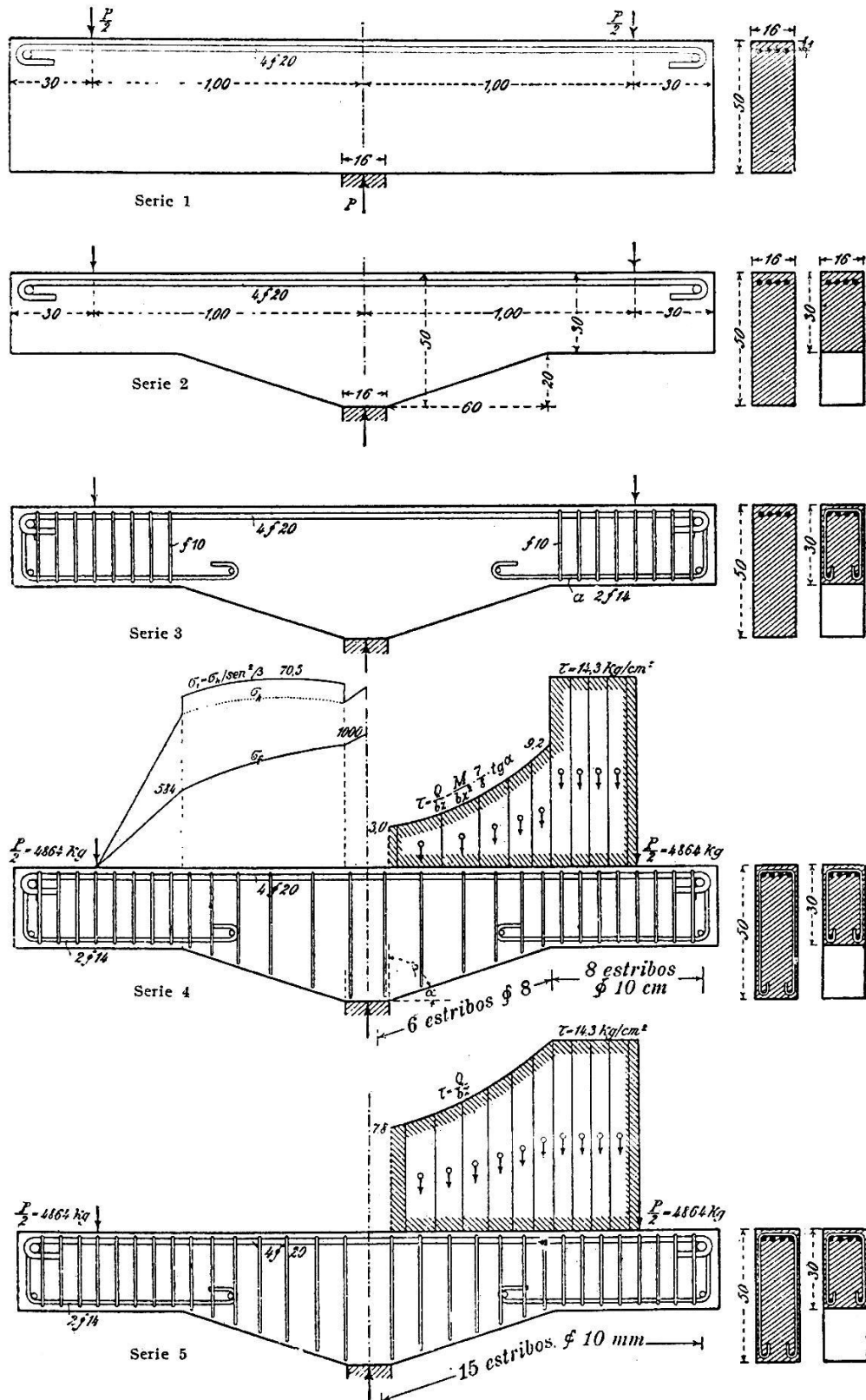


Figura 3.7 Geometría, dimensiones y armados de los ensayos de Morsch (1952). Acotaciones en cm



- Serie 3: Se mantiene la geometría y armado principal por flexión de la serie 2, pero los extremos prismáticos de las traveses son protegidos con estribos para que resistan toda la demanda del esfuerzo cortante. También se provee acero longitudinal de compresión en los extremos de sección constante. En las cartelas no se colocó ningún tipo de refuerzo transversal.
- Serie 4: Similar a la serie 3, pero se colocan estribos en las cartelas para tomar toda la demanda de cortante que resulta de aplicar la ecuación *práctica* de Mörsch (ecuación 3.12).
- Serie 5. Similar a la serie 4, sólo que los estribos de las cartelas se proponen para tomar toda la demanda de cortante despreciando el beneficio de las cartelas en la reducción del esfuerzo cortante. Es decir, suponiendo que cada sección de la cartela es parte de una trabe de sección constante (ecuación 3.1).

La resistencia a compresión del concreto fue  $f'_c = 228 \text{ kg/cm}^2$  y de tensión  $f_t = 18.3 \text{ kg/cm}^2$ . El esfuerzo de fluencia ( $f_y$ ) de los estribos de ocho y diez milímetros de diámetro fue de  $3,670 \text{ kg/cm}^2$  y  $4,900 \text{ kg/cm}^2$  respectivamente, y del acero longitudinal ( $\phi=20 \text{ mm}$ ) de  $3,730 \text{ kg/cm}^2$ .

Mörsch (1952) reportó que la geometría y los armados de las traveses no modificaron sustancialmente la carga en la cual se presentaron las primeras grietas diagonales *importantes*. Pero que sí tuvieron influencia tanto en la resistencia máxima (tabla 3.1), como en el modo de falla de las traveses (figuras 3.8 a 3.13). Se hace notar que la carga a la cual aparecieron las primeras grietas importantes, sugiere que estuvo asociada a un nivel de agrietamiento típico de tensión diagonal (“Committee 326” 1962a/b, “Committee 426” 1973).

**Tabla 3.1 Cargas promedio (kg) de los ensayos de Mörsch (1952)**

Especímenes	Grieta diagonal importante	Falla
Serie 1	15,000	19,333
Serie 2	13,000	15,300
Serie 3	19,000	28,500
Serie 4	18,000	37,833
Serie 5	18,000	40,600



**Figura 3.8 Falla típica de las traveses de la serie 1 de los experimentos de Mörsch (1952)**

Las traveses de la serie 1 presentaron un modo de falla típico de las traveses de gran peralte (Kani 1964). Alrededor de  $P = 15,000 \text{ kg}$  se formaron grietas diagonales que salían del punto de aplicación de la carga hacia los apoyos. En el instante de la falla ( $P \approx 19,300 \text{ kg}$ ), ya eran visibles grietas de adherencia a lo largo del acero longitudinal (figura 3.8).

En las traves de la serie 2 la primera grieta diagonal importante se presentó alrededor de  $P = 13,000$  kg. Si se considera el peralte reducido de los extremos de estas traves, significó un aumento en el esfuerzo cortante respecto al de las traves de la serie 1.

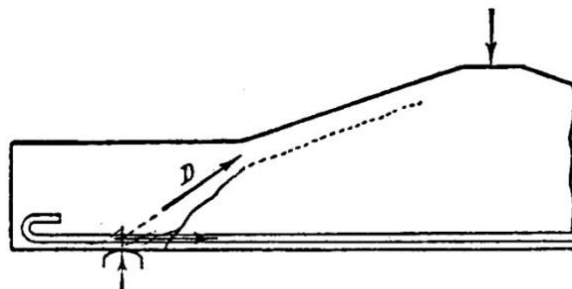


Figura 3.9 Transmisión de las carga en el claro de cortante en una trabe acartelada. Mörsch (1952)

La falla en estos elementos ( $P \approx 15,300$  kg), se caracterizó por la formación de una grieta muy ancha entre el punto de aplicación de la carga y uno de los apoyos, de tal forma que delimitó una *franja* de concreto sensiblemente paralela a la cartela (figura 3.9). De acuerdo con Mörsch (1952), por esta franja se transmitió la carga hacia el apoyo, y en algún instante pareció que se podía desprender del cuerpo de la trabe (al parecer por *arqueo*). Además de esta grieta, también se presentaron grietas por adherencia en la cercanía de los apoyos (figura 3.10).

Mörsch reconoció que las proporciones de la trabe favorecieron esta falla, y que era muy difícil que se presentara en elementos con acartelamientos menos pronunciados o con mayor longitud de cartela (mayor claro de cortante).

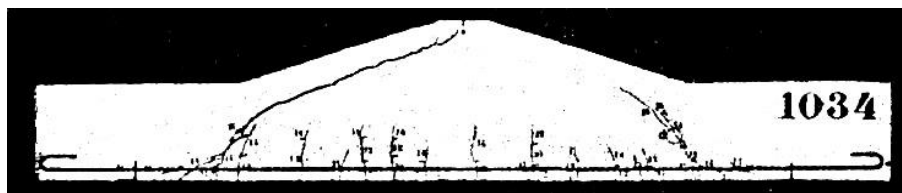


Figura 3.10 Falla típica de las traves de la serie 2 de los experimentos de Mörsch (1952)

En la figura 3.10 se observa que las grietas por flexión dentro de las cartelas tuvieron menor profundidad que las de la serie 1. Esto también se presentó en las series 3, 4 y 5. Mörsch relacionó este comportamiento con la disminución de los esfuerzos cortantes en las cartelas y con el esfuerzo elevado del bloque de compresión inclinado.

En la serie 3 las primeras grietas diagonales importantes se presentaron cerca de  $P = 19,000$  kg. Esto significó un esfuerzo mayor que en las traves prismáticas ( $P = 15,000$  kg). También la resistencia máxima de estas traves fue superior a la de las traves prismáticas ( $P \approx 28,500$  kg).

Con estos resultados Mörsch validó sus fórmulas de diseño y afirmó que *la disminución del peralte en las cartelas no disminuye la resistencia a cortante, si no que la aumenta*. Vale la pena mencionar que esta comparación no fue justa, pues las traveses de la serie 3 fueron protegidas en sus extremos con estribos.

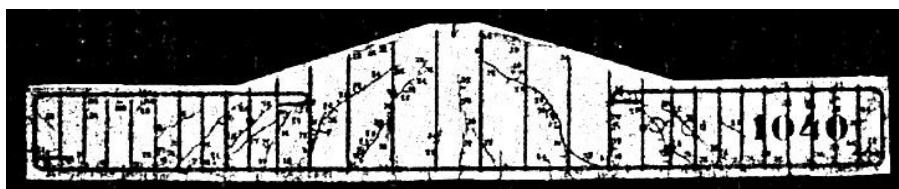
Los estribos colocados en los extremos rectos de las traveses de la serie 3, hicieron que el agrietamiento se presentara a cargas mayores que en la serie 2 (tabla 3.1). Este incremento en la resistencia fue a costa de un agrietamiento severo bien distribuido en las cartelas (figura 3.11).



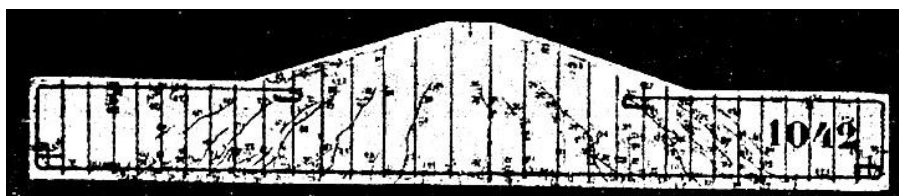
**Figura 3.11** Falla típica de las traveses de la serie 3 de los experimentos de Mörsch (1952)

Con los resultados de la serie 4 y 5, Mörsch (1952) comprobó que no era necesario diseñar por cortante las cartelas con un criterio conservador. Es decir, despreciando su efecto favorecedor en el esfuerzo cortante. Lo que no reportó Mörsch, es que el agrietamiento de las traveses de la serie 4 (figura 3.12) fue mayor que en la serie 5 (figuras 3.13). Se sospecha que esto fue consecuencia del diseño sobrado de la serie 5.

Aunque la falla de las series 4 y 5 se caracterizó por mostrar bastante agrietamiento de adherencia, la falla se debió al aplastamiento del concreto. No se presentó fluencia del acero longitudinal.



**Figura 3.12** Falla típica de las traveses de la serie 4 de los experimentos de Mörsch (1952)



**Figura 3.13** Falla típica de las traveses de la serie 5 de los experimentos de Mörsch (1952)

El resultado de estos experimentos le dio mayor confianza a Mörsch sobre sus recomendaciones de diseño. Sin embargo, tuvo la inquietud de hacer comprobaciones en condiciones de carga y apoyo más cercanas a la realidad. Por ello, y con carácter de urgente,

en 1928 realizó experimentos con vigas acarteladas continuas. Las razones que argumentó para estos experimentos fueron las siguientes (Mörsch 1952):

- a) en la sección de la cartela sobre un apoyo intermedio, coincide el valor del momento máximo con el de cortante máximo,
- b) en el punto donde el momento es nulo, que en caso de tener carga móvil puede trasladarse bastante, no hay fuerza de compresión inclinada en el concreto para resistir cortante y,
- c) no había evidencia para descartar, como ya lo había hecho en traveses de sección constante, una disminución del refuerzo por cortante debido a un *esfuerzo admisible de desgarramiento del concreto* promovido por algunos ingenieros y reglamentos de construcción extranjeros (sugiriendo la práctica estadounidense).

Esta serie de experimentos consistió de tres traveses simplemente apoyadas con cartelas curvas con un radio de curvatura moderado ( $R = 2.7$  m). El apoyo continuo se simuló con un apoyo simple con un voladizo adyacente con cargas concentradas en el extremo. Las cargas del claro principal y del volado se incrementaron en la misma proporción para mantener fijo el punto de inflexión. Debido a la forma redondeada de las cartelas no fue necesario colocar el acero especial de compresión para traveses con cartelas lineales (figura 3.4).

Las traveses tuvieron las mismas dimensiones así como la misma condición de carga y apoyo (figuras 3.14 a 3.16). El armado longitudinal de los tres especímenes se diseñó para que en la falla por cortante estuviera sometido a un esfuerzo de  $1,000 \text{ kg/cm}^2$ . Debido a los esfuerzos por flexión ante momento negativo, el ancho de las cartelas fue aumentado linealmente hacia el apoyo intermedio y de ahí se mantuvo constante hasta el extremo del voladizo.

De acuerdo a las recomendaciones alemanas de la época, el refuerzo por cortante en traveses de sección constante se diseñaba para tomar *toda* la demanda de cortante (lo que se conocía como *seguridad total al desgarramiento*). Este refuerzo constaba de estribos y barras dobladas a cuarenta y cinco grados respecto del eje longitudinal del elemento. Las barras eran las del refuerzo longitudinal y se doblaban cuando ya dejaban de servir por flexión. Los detalles de cómo se calculaba este refuerzo se detallan en Mörsch (1909 y 1952).

El refuerzo por cortante de los experimentos se propuso conforme a lo siguiente:

- Viga 1107: En esta viga se colocó refuerzo para tener una seguridad total a cortante salvo la zona del punto de inflexión, donde se colocó la mitad de éste. El croquis del armado de esta trabe se muestra en la figura 3.14.
- Viga 1115: En toda la longitud se colocó refuerzo para tener una seguridad total por cortante. El armado de esta trabe se muestra en la figura 3.15.
- Viga 1116: Similar a la viga 1107, pero la zona desprotegida por cortante se extendió a toda la longitud no cargada de la trabe, lo que incluye las cartelas a ambos lados del apoyo intermedio (figura 3.16).

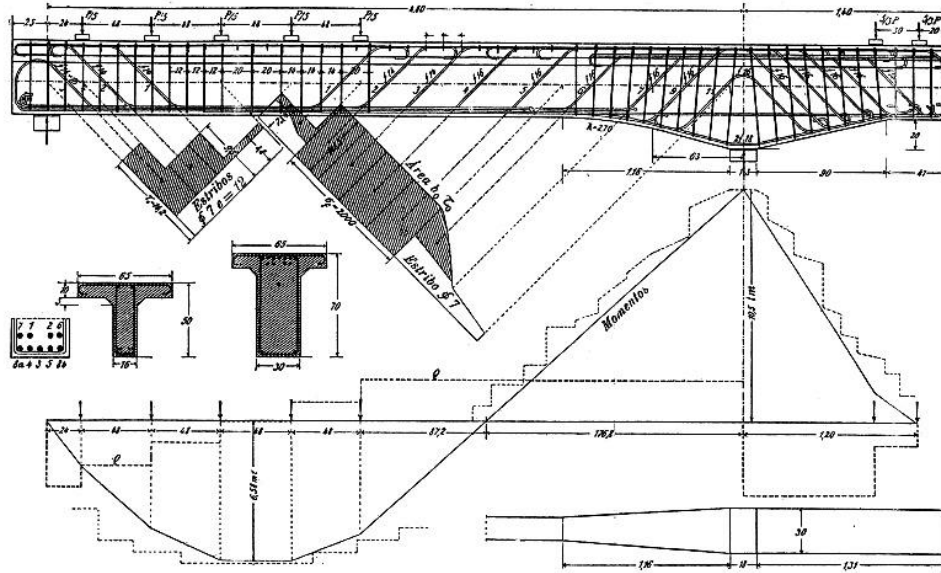


Figura 3.14 Armados y esquema del ensayo de la viga 1107 de los experimentos de Mörsh (1952)

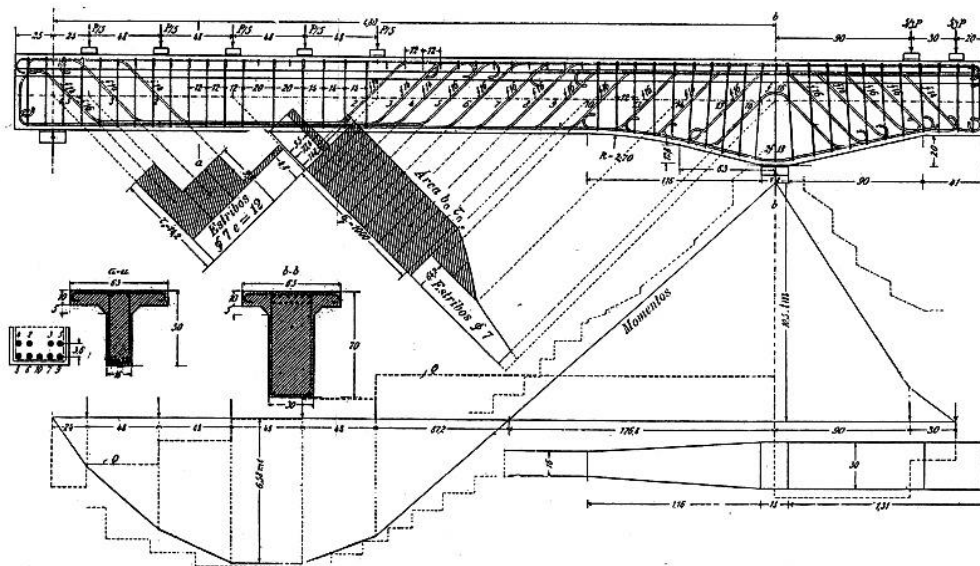
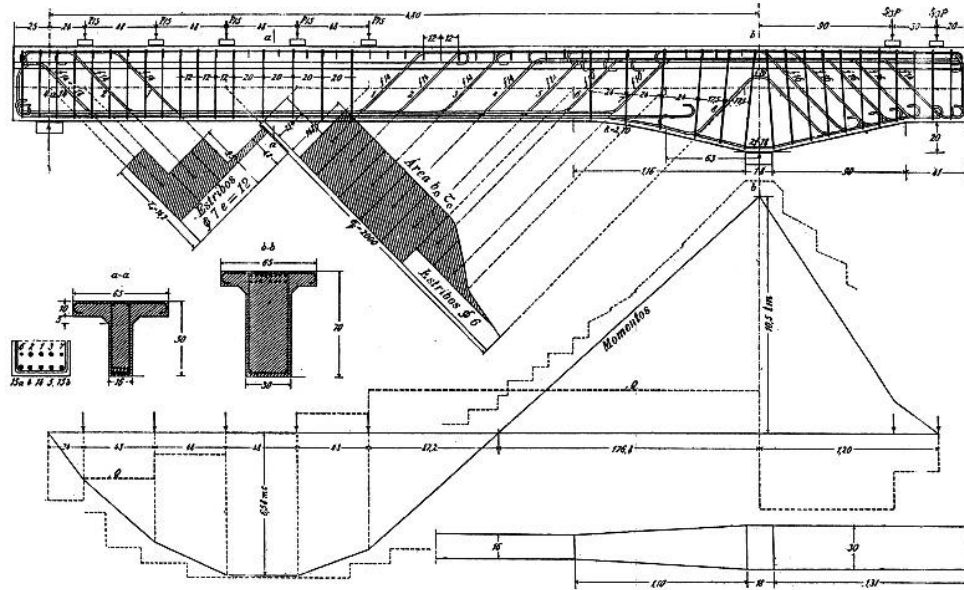


Figura 3.15 Armados y esquema del ensayo de la viga 1115 de los experimentos de Mörsh (1952)

Las vigas 1107 y 1116 fallaron por cortante a una carga total ( $P$ ) de 42.5 y 38.7 t, respectivamente. La falla en ambos casos se presentó en el vértice de las cartelas, siendo más severa en la viga 1116 que era la que tenía menos refuerzo transversal en esa zona. Los patrones de agrietamiento muestran que en ambos casos se presentó el mismo nivel de daño en la zona de momento positivo.



**Figura 3.16 Armados y esquema del ensayo de la viga 1116 de los experimentos de Mörsh (1952)**

En la viga 1115, que era la mejor protegida a cortante, el agrietamiento diagonal fue similar al de la viga 1107, pero la falla fue por flexión en la zona de momento positivo con una carga  $P = 50$  t.

Con estos resultados, Mörsh terminó su trabajo experimental en trabes de sección variable. Él concluyó que su método de diseño era adecuado, y que los mejores resultados se obtienen cuando el refuerzo por cortante se diseña para tomar *toda* la demanda mediante estribos y barras dobladas (Mörsh 1952).



**a) Viga 1107**



**b) Viga 1115**



**c) Viga 1116**

**Figura 3.17 Patrones de agrietamiento en vigas continuas ensayadas por Mörsh (1952)**

### 3.2 GROB y THÜRLIMANN (1976)

En 1976 los ingenieros J. Grob y B. Thürlimann explicaron el nuevo enfoque de diseño adoptado por el reglamento de construcción suizo. Este reglamento promovía un diseño por cortante utilizando expresiones derivadas de la armadura plástica de ángulo variable (Grob y Thürlimann 1976). Aunque se concentraron en los elementos de sección constante, también le dieron espacio a las cartelas y a los tendones inclinados de preesfuerzo (figura 3.18).

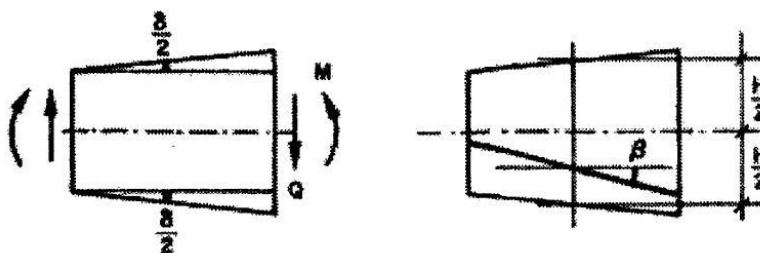


Figura 3.18 Convención para el acartelamiento y barras inclinadas según Grob y Thürlimann (1976)

Las cartelas se debían diseñar para un efectivo ( $Q_{ef}$ ) calculado con la ecuación 3.18, donde  $Q$  es el cortante de la sección,  $M$  el momento flexionante, y el brazo de palanca interno,  $\delta$  el ángulo de acartelamiento total,  $V$  la fuerza de preesfuerzo del tendón inclinado y  $\beta$  la inclinación del tendón respecto al eje longitudinal del elemento.

$$Q_{ef} = Q - \left( \frac{M}{y} \right) \left( 2 \tan \frac{\delta}{2} \right) - (V \sin \beta) \quad 3.18$$

Grob y Thürlimann (1976) no hicieron comentarios adicionales sobre el origen, uso y limitantes de la ecuación 3.18. Por ejemplo, no explicaron sobre la direccionalidad del crecimiento del peralte y del diagrama de momentos, por lo que es de suponer que en el reglamento suizo se dispuso de mayor información.

### 3.3 DEBAIKY y EL-NIEMA (1982)

El trabajo en traves acarteladas de los ingenieros S. Y. Debaiky y E. I. El-Niema (1982) fue el primero en ser publicado en una revista de prestigio y circulación internacional. Puesto que no citaron a Mörsch (1909 y 1952) -se presume que no conocían su trabajo-, es fácil pensar que fueron ellos los primeros en estudiar experimentalmente el cortante en estos elementos.

Debaiky y El-Niema (1982) partieron del hecho de que aunque las traves acarteladas eran muy usadas en edificios y puentes, los reglamentos de construcción de Inglaterra y de Estados Unidos de América no proporcionaban recomendaciones para hacer su diseño por cortante.

No obstante, reconocieron que el reglamento alemán contenía una fórmula para calcular el esfuerzo cortante en las cartelas ( $v$ ). Esa fórmula la presentaron en su trabajo y es la que se muestra en la ecuación 3.19, donde  $V$  es el cortante en la sección,  $M$  el momento flexionante,  $b$  el ancho,  $d$  el peralte efectivo y  $\alpha$  el ángulo de acartelamiento. El signo negativo se utiliza

cuando el momento y el peralte de la cartela crecen en la misma dirección y viceversa. Al comparar la ecuación 3.19 con la ecuación 3.14, es evidente que la fórmula *alemana* presentada por Debaiky y El-Niema es una simplificación de la solución *formal* de Mörsch (1952).

$$v = \frac{V \pm \frac{M \tan \alpha}{d}}{bd} \quad 3.19$$

Con estos antecedentes, y con la finalidad de observar el comportamiento de las trabes acarteladas, Debaiky y El-Niema (1982) ensayaron treinta y tres especímenes agrupados en seis series (series A - F).

Las trabes estaban simplemente apoyadas y se sometieron a dos cargas simétricas en la sección de los extremos internos de las cartelas, es decir, el claro de cortante era igual a la longitud de las cartelas. La geometría se obtuvo manteniendo constante la sección entre los puntos de aplicación de las cargas, y disminuyendo o aumentando linealmente el peralte hacia los apoyos. En la figura 3.19 se muestran las dimensiones y arreglos generales de los especímenes estudiados por Debaiky y El-Niema.

Los ángulos de acartelamiento estudiados fueron de cero, cuatro, nueve, doce y dieciséis grados, aproximadamente ( $\alpha = 0^\circ, 4.76^\circ, 9.46^\circ, 12.10^\circ$  y  $16.70^\circ$ ). Se analizaron dos geometrías distintas para cada ángulo: 1) cuando el peralte menor está en los apoyos y, 2) cuando el peralte mayor es el de los apoyos. Cada serie contaba con uno o dos elementos prismáticos de referencia.

Las variables estudiadas fueron el ángulo de acartelamiento, el claro de cortante, la resistencia del concreto, las cuantías de acero longitudinal y transversal, así como aspectos del detallado. Todos los especímenes contaban con refuerzo transversal.

El refuerzo longitudinal de tensión fue continuo y seguía la geometría de las trabes, salvo en los elementos de la serie E apoyados en el peralte mayor. En estos últimos, el refuerzo de la zona central prismática se extendió hasta los apoyos y además se colocó acero longitudinal inclinado en las cartelas. Este detalle recuerda al refuerzo *especial* recomendado por Mörsch (figura 3.4).

En todas las trabes apoyadas en el peralte mayor, los vértices de las cartelas fueron reforzados con estribos adicionales para contrarrestar la componente vertical del acero longitudinal inclinado. Algunos detalles de los armados se muestran en la figura 3.19.

En los experimentos se midió la deformación del acero longitudinal y en los estribos. También se registraron las cargas que causaron el primer agrietamiento diagonal, la grieta mayor y la de falla. No hay indicios de que se haya medido alguna deflexión en los especímenes.



**CAPÍTULO 3: EL DISEÑO POR CORTANTE EN  
TRABES ACARTELADAS DE CONCRETO REFORZADO**

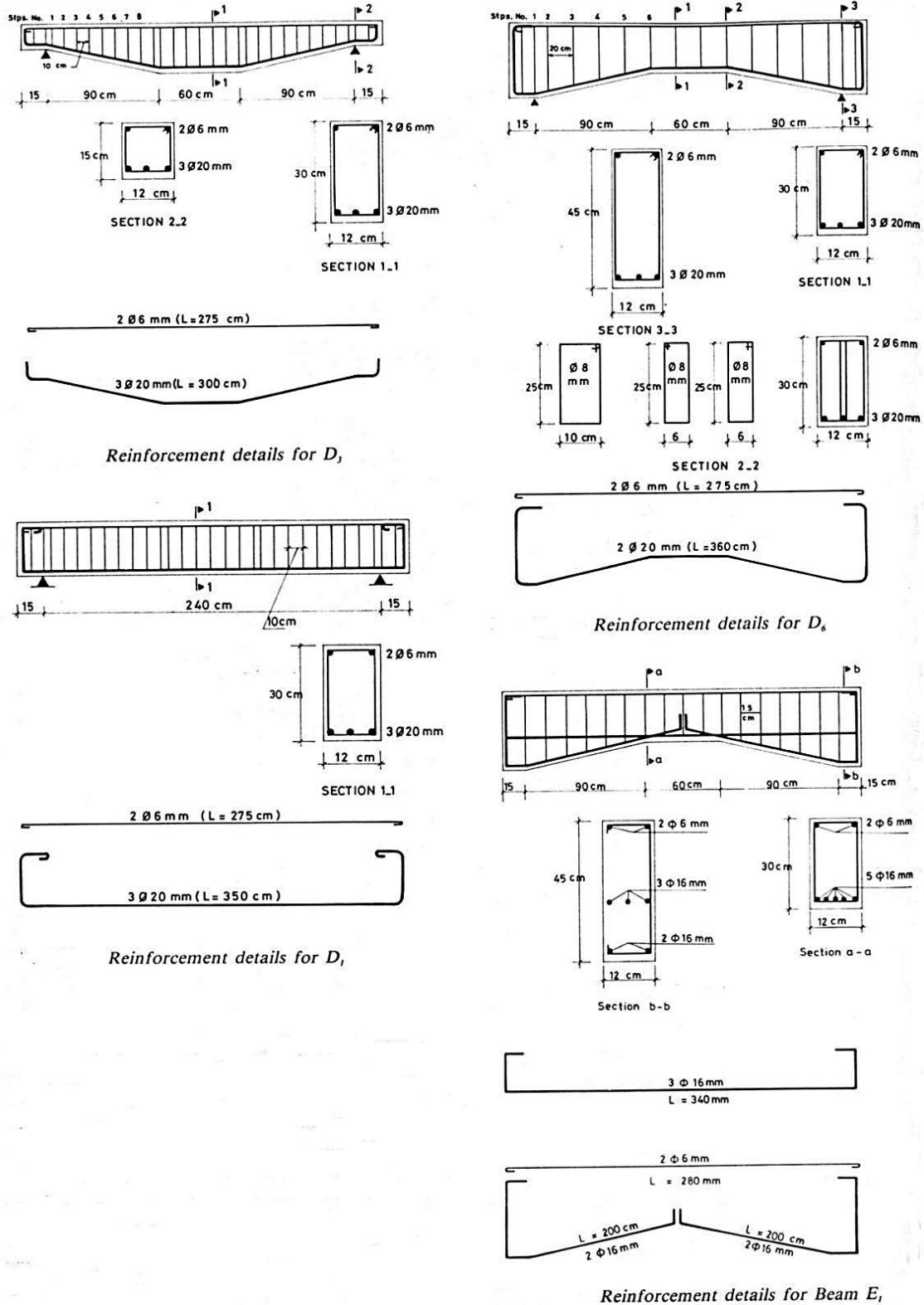


Figura 3.19 Dimensiones y algunos detalles de las trabes ensayadas por Debaiky y El-Niema (1982)

En los experimentos de Debaiky y El-Niema (1982), la cara acartelada de las trabes no estaba en compresión, si no en tensión. Es decir, el efecto de las cartelas en la resistencia a cortante no se relaciona con el bloque de compresión inclinado (como en los experimentos de Morsch), sino con el acero longitudinal inclinado en tensión. Sin embargo, y debido a la descomposición del par interno, matemáticamente ambos casos son equivalentes y proporcionan la misma componente vertical “ $(M/d)\tan\alpha$ ”.

Debaiky y El-Niema (1982) reportaron que en trabes de la misma serie la geometría no modificó sustancialmente la carga a la cual se presentó el primer agrietamiento diagonal y la grieta mayor. Asimismo, observaron que el agrietamiento se inició y concentró en las zonas del peralte menor. Esto lo atribuyeron a la demanda de esfuerzo en esa zona que, al parecer, lo asociaron únicamente al peralte reducido. No obstante, esto es válido aún después de aplicar la variación del esfuerzo cortante sugerida por Morsch (1952) en toda la cartela (figura 3.7).

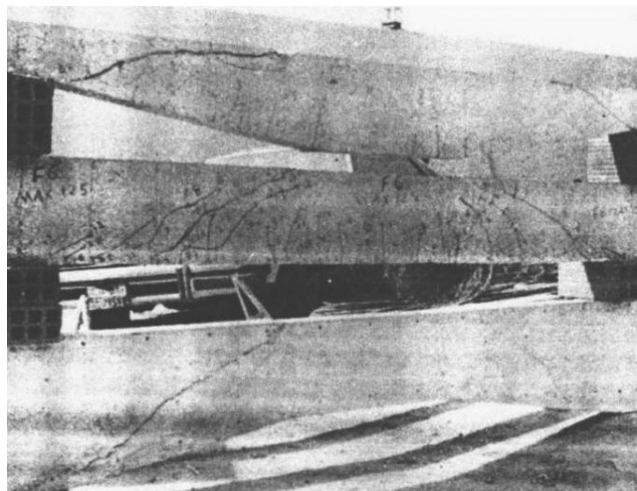
También reportaron que el agrietamiento total fue menos abundante y con menor inclinación en las trabes apoyadas en el peralte menor. Esta diferencia se puede asociar a la relación direccional entre el crecimiento del momento y el peralte involucrada en la ecuación 3.19 (signo “ $\pm$ ”).

Debaiky y El-Niema (1982) clasificaron la falla de las trabes de acuerdo al peralte de los apoyos. En las trabes apoyadas en el peralte menor se presentó una falla por inestabilidad debido a la formación de una grieta que unió el apoyo con el punto de aplicación de la carga. Esta grieta *subió* desde el apoyo con una inclinación promedio de veintisiete grados ( $\theta \approx 27^\circ$ ) hasta la altura del acero longitudinal superior, allí siguió la trayectoria horizontal del refuerzo hasta el punto de aplicación de la carga. Esto propició la formación de un *arco débil* en la parte superior de las vigas que trabajó con carga excéntrica.

El agrietamiento típico de estas trabes se aprecia en el elemento superior de la figura 3.20. Este patrón tiene un parecido con el que reportó Morsch (1952) en elementos similares (figura 3.9), con la diferencia que en las últimas el bloque de compresión se encontraba en la cara inclinada y en las de Debaiky y El-Niema en la cara horizontal.

Ellos comentaron que la resistencia de las trabes apoyadas en el peralte menor no fue sustancialmente inferior a la de sección constante, “probablemente” por la contribución positiva de la componente vertical del acero longitudinal inclinado.

En las trabes apoyadas en el peralte mayor la falla fue por la formación de una grieta que unió el punto de aplicación de la carga con el apoyo. Esta grieta comenzó en el punto de carga y bajó con una inclinación promedio de treinta y nueve grados ( $\theta \approx 39^\circ$ ) hasta encontrarse con el acero longitudinal inferior, allí siguió la trayectoria inclinada del refuerzo hasta el apoyo. De acuerdo con Debaiky y El-Niema (1982), esto formó un *arco fuerte* que permitió una rotación mayor de las vigas respecto al punto de carga. El patrón de agrietamiento típico de estas trabes se aprecia en el elemento inferior de la figura 3.20.



**Figura 3.20 Patrones de agrietamiento típicos de los ensayos de Debaiky y El-Niema (1982)**

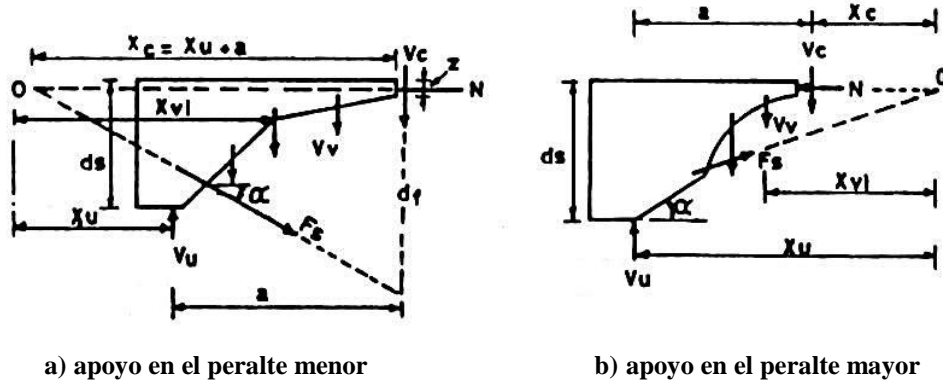
Debaiky y El-Niema no apreciaron un aumento en la resistencia de las traves apoyadas en el peralte mayor, en comparación con las de sección constante. Esto lo atribuyeron al efecto negativo de la componente vertical del acero longitudinal inclinado. No obstante, dejaron en claro que la resistencia de las traves de la serie E mejoró debido al arreglo *especial* del acero longitudinal.

Sobre la influencia del claro de cortante, las cuantías del refuerzo y la resistencia del concreto, Debaiky y El-Niema observaron tendencias similares a las documentadas en traves de sección constante.

Debaiky y El-Niema (1982) estudiaron el mecanismo resistente a cortante de sus traves según el enfoque del ACI para elementos de sección constante, es decir, que la resistencia de una sección es la suma de las contribuciones del concreto y del acero de refuerzo transversal (“Committee 326” 1962/a/b, “Committee 426” 1973). Para ello utilizaron diagramas de cuerpo libre específicos para los dos tipos de geometrías que estudiaron. En ambos consideraron la porción más chica de las traves delimitada por la grieta diagonal principal (figura 3.21). Con la finalidad de verificar sus resultados hicieron el equilibrio de fuerzas verticales y de momentos. En ambos obtuvieron resultados similares.

El equilibrio vertical lo establecieron con la ecuación 3.20, donde  $V_u$  es el cortante último,  $V_c$  el cortante que resiste el bloque de compresión (horizontal),  $V_v$  la fuerza de tensión en cada estribo cruzado por la grieta diagonal principal y  $F_s \text{ sen } \alpha$  la componente vertical de la fuerza de tensión del acero longitudinal inclinado. El signo positivo del último término es para las traves apoyadas en el peralte menor. Todos los parámetros se aprecian en la figura 3.21.

$$V_u = V_c + \sum V_v \pm F_s \text{ sen } \alpha \qquad \qquad \qquad \mathbf{3.20}$$



a) apoyo en el peralte menor                      b) apoyo en el peralte mayor  
Figura 3.21 Diagramas de cuerpo libre utilizados por Debaiky y El-Niema (1982)

Se hace la aclaración que Debaiky y El-Niema presentaron el término “ $F_s \text{ sen } \alpha$ ” de la ecuación 3.20 como una sumatoria ( $\sum F_s \text{ sen } \alpha$ ). Esto se atribuye a un error de edición, pues ellos aclararon que  $F_s$  “es la fuerza medida en el acero longitudinal en la intersección con la grieta diagonal principal”. Esta definición es congruente con la figura 3.21 y con la ecuación 3.20.

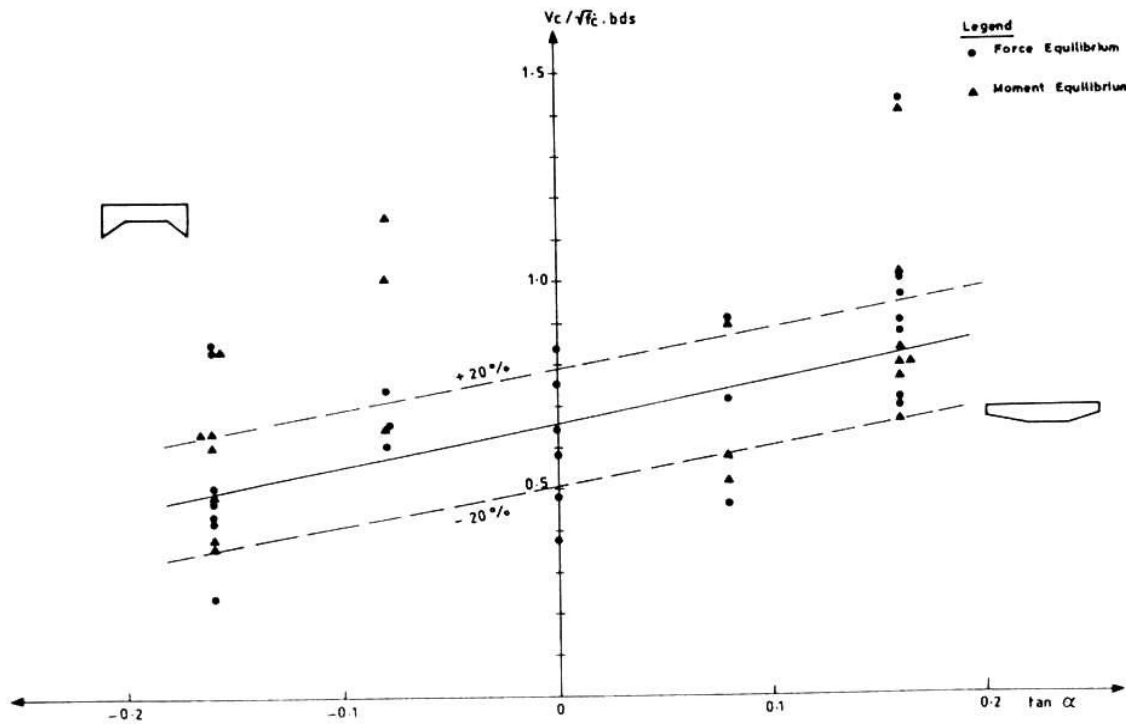


Figura 3.22 Contribución del concreto obtenida por Debaiky y El-Niema (1982)

Debaiky y El-Niema (1982) reportaron que la contribución del concreto fue mayor en las trabes apoyadas en el peralte menor (figura 3.22). Ya que el bloque de compresión no estaba inclinado, estrictamente este comportamiento no se debe al concreto, pero el resultado

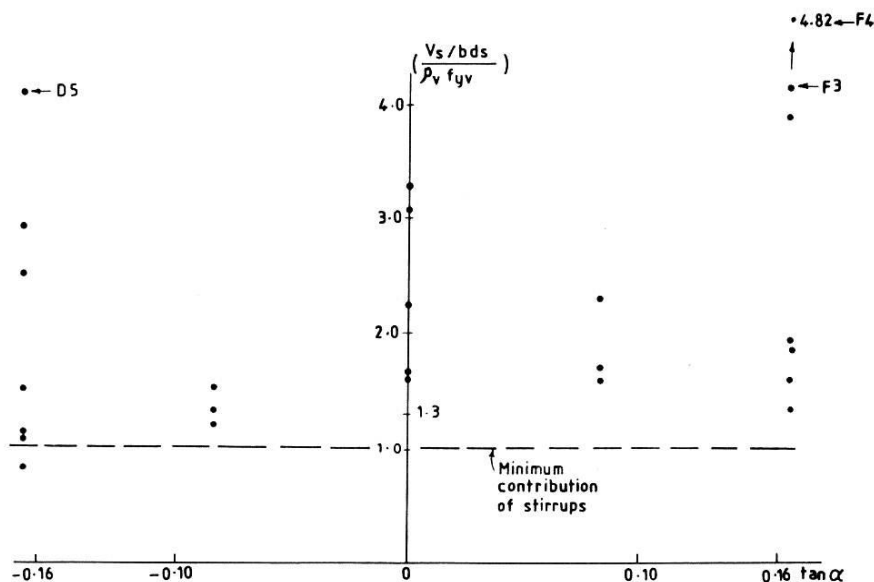
confirma la relación entre el crecimiento del momento y el peralte de la cartela, es decir, que sólo se tienen beneficios en el diseño por cortante si ambos crecen en el mismo sentido.

Con sus resultados hicieron un análisis estadístico y propusieron la ecuación 3.21 para calcular la contribución del concreto en las cartelas ( $V_c$ ). En esta ecuación  $f'_c$  es la resistencia del concreto,  $b$  el ancho de las trabes,  $d_s$  el peralte del apoyo que es una de las variables de estos experimentos y  $\alpha$  el ángulo de acartelamiento. El valor de  $\tan \alpha$  es positivo para trabes apoyadas en el peralte menor (peralte y momento crecen en la misma dirección).

$$V_c = 0.66\sqrt{f'_c}(1 + 1.7 \tan \alpha)bd_s \quad (\text{kg, cm}) \quad 3.21$$

$$\left( 0.5\sqrt{f'_c} + 176\rho_w \frac{V_u d}{M_u} \right) \approx 0.63\sqrt{f'_c} \quad (\text{kg, cm}) \quad 3.22$$

También compararon la resistencia que proporciona la ecuación 3.21 contra la que se obtiene en sus trabes usando la ecuación formal del ACI calculada en el apoyo (ecuación 3.22). El resultado de esta comparación les dio confianza en su propuesta.



**Figura 3.23 Contribución del acero de refuerzo transversal obtenida por Debaiky y El-Niema (1982)**

La contribución del acero de refuerzo transversal ( $V_s$ ) la hicieron contabilizando los estribos que fueron cruzados por la grieta diagonal principal ( $\Sigma V_v$ ). De acuerdo Debaiky y El-Niema (1982), estos estribos desarrollaron el esfuerzo de fluencia.

No encontraron ninguna relación entre el ángulo de acartelamiento y la resistencia de los estribos (figura 3.23). Puesto que en toda la muestra el límite inferior de esta contribución coincidió, *grosso modo*, con la sugerida en el reglamento ACI 318 para trabes prismáticas, decidieron adoptarla para fines de diseño (ecuaciones 3.23 y 3.24).

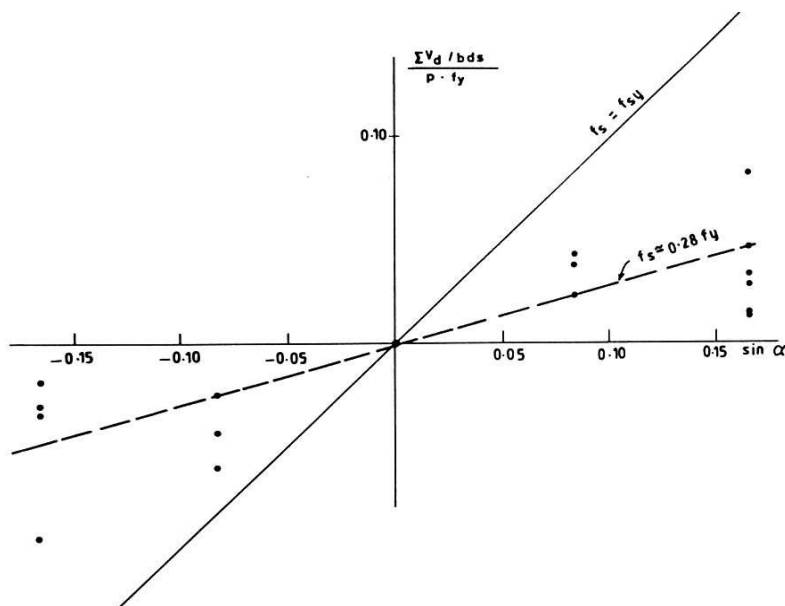
En la ecuación 3.23,  $\rho_v$  es la cuantía del refuerzo transversal,  $f_{yw}$  su esfuerzo de fluencia y el resto de los términos ya ha sido descritos. Por su parte, en la ecuación 3.24  $A_v$  es el área de las ramas de los estribos y  $s$  su separación.

$$\Sigma V_v = V_s = \rho_v f_{yw} b d_s \quad 3.23$$

$$\rho_v = \frac{A_v}{b s} \quad 3.24$$

La propuesta de Debaiky y El-Niema (1982) para cuantificar la resistencia del acero de refuerzo transversal merece algunos comentarios. Por ejemplo, en la figura 3.23 es evidente que los datos no muestran una tendencia visible, pero queda la impresión que fue muy conservador proponer el límite inferior solamente porque coincidió con la propuesta del ACI. Además, al hacerlo aceptaron un agrietamiento diagonal de cuarenta y cinco grados ( $\theta = 45^\circ$ ) que contradice sus propias observaciones experimentales.

De forma poco convincente, Debaiky y El-Niema (1982) redefinieron el significado del término “ $F_s \sin \alpha$ ” de la ecuación 3.20: de ser la componente vertical del acero longitudinal inclinado, pasó a ser *la acción de dovela* del acero longitudinal inclinado ( $V_d$ ) y la expresaron como una sumatoria ( $\Sigma V_d$ ).



**Figura 3.24 Contribución del acero longitudinal inclinado obtenida por Debaiky y El-Niema (1982)**

En la figura 3.24 se muestra el comportamiento de este parámetro en función de la tangente del ángulo de acartelamiento. No es claro si los datos mostrados fueron medidos u obtenidos mediante el equilibrio vertical (ecuación 3.21). Lo anterior, ya que  $V_u$  era conocido y tenían forma de estimar los valores de  $V_c$  y  $\Sigma V_v$ .

Finalmente, Debaiky y El-Niema (1982) propusieron las ecuaciones 3.25 y 3.26 para cuantificar la participación del refuerzo longitudinal en la resistencia a cortante de las trabes de sección variable.

$$V_d = F \operatorname{sen} \alpha = 0.28 \rho f_y b d_s \operatorname{sen} \alpha \quad 3.25$$

$$\rho = \frac{A_s}{b d_f} \quad 3.26$$

En la ecuación 3.25,  $\rho$  es la cuantía del refuerzo longitudinal,  $f_y$  su esfuerzo de fluencia,  $b$  el ancho de la sección y  $d_s$  el peralte efectivo en el apoyo. En la ecuación 3.26,  $A_s$  es el área del refuerzo longitudinal y  $d_f$  el peralte efectivo de la sección donde se presenta el momento máximo.

Debaiky y El-Niema explicaron que el coeficiente 0.28 de la ecuación 3.25 es la porción del esfuerzo de fluencia inducido en el refuerzo longitudinal en su intersección con la grieta diagonal principal. Una mejor interpretación es que el refuerzo longitudinal sólo desarrolló el 28% del esfuerzo de fluencia en el momento de la falla por cortante.

Al final, Debaiky y El-Niema (1982) propusieron la ecuación 3.27 para fines de diseño, donde el término  $v'_c$  es la contribución del concreto acorde al reglamento del ACI (ecuación 3.22),  $\alpha$  es positiva en trabes apoyadas en el peralte menor y todos los demás términos ya han sido descritos.

$$\frac{V_u}{b d_s} = v'_c (1 + 1.7 \tan \alpha) + \rho_v f_{yv} + 0.25 \rho f_y \operatorname{sen} \alpha \quad 3.27$$

### **3.4 STEFANOY (1983) / REGAN y YU (1973)**

El trabajo analítico de G. D. Stefanou (1983) se basó en el planteamiento original de Regan y Yu (1973) del que conservó algunas inconsistencias. Además, se publicó con algunos errores de edición. Sin embargo, Stefanou hizo una aportación conceptual importante en el tema además de proporcionar evidencia experimental.

Para Stefanou (1983), la finalidad del acartelamiento es proveerse de una componente vertical del par interno de flexión que resista cortante. Esto hace que una reducción del peralte no necesariamente reduzca la resistencia. A pesar del beneficio, puntualizó que existía poco trabajo experimental en trabes acarteladas y que no había métodos de diseño por cortante específicos, salvo el elaborado en 1964 por el ingeniero ruso Borishanski.

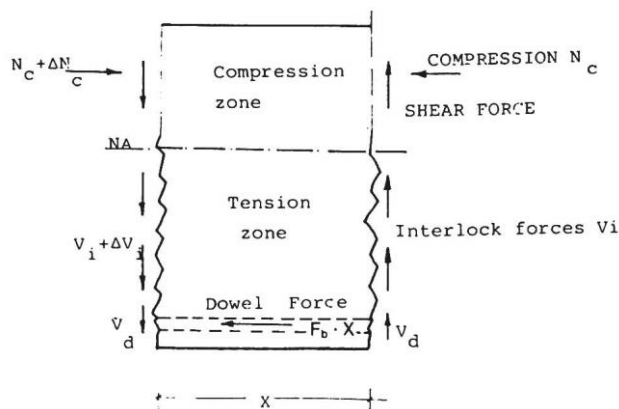
Stefanou atribuyó estas circunstancias al hecho que el reglamento ruso tuviera recomendaciones para elementos de sección variable y que los de Gran Bretaña y Estados Unidos carecieran de ellas. Es evidente que Stefanou (1983) no tenía entre sus referencias el reglamento alemán de la época, que de acuerdo a Debaiky y El-Niema (1982) también incluía una fórmula para determinar el esfuerzo cortante en las cartelas (ecuación 3.19).

Para demostrar el efecto del acartelamiento, Stefanou (1983) no se basó en el trabajo de Borishanski, sino que prácticamente reprodujo el planteamiento de Regan y Yu (1973), que a su vez es muy parecido al de Morsch (1909 y 1952). Es necesario aclarar que Stefanou no cita el libro de Regan y Yu; sin embargo, en la sección de reconocimientos mencionó al doctor Regan y por ello se encontró el planteamiento original.

En una sección cualquiera la fuerza en el acero longitudinal de tensión ( $N_s$ ) se calcula con la ecuación 3.28, y la fuerza de adherencia por unidad de longitud ( $f_b$ ) con la ecuación 3.29. En ambas ecuaciones  $M$  es el momento en la sección,  $z$  el brazo de palanca interno y  $x$  es la distancia entre dos secciones de interés (figura 3.25).

$$N_s = \frac{M}{z} \quad 3.28$$

$$f_b = \frac{dN_s}{dx} = \frac{1}{z} \left( \frac{dM}{dx} \right) - \frac{M}{z^2} \left( \frac{dz}{dx} \right) \quad 3.29$$



**Figura 3.25 Esquema y nomenclatura utilizados por Stefanou (1983)**

Como el cortante ( $V$ ) se define con la ecuación 3.30, la ecuación 3.29 se puede reescribir como se muestra en la ecuación 3.31.

$$V = \frac{dM}{dx} \quad 3.30$$

$$f_b = \frac{V}{z} - \left[ \frac{M}{z^2} \left( \frac{dz}{dx} \right) \right] \quad 3.31$$

La ecuación 3.31 se puede arreglar según se muestra en la ecuación 3.32.

$$f_b = \frac{V}{z} \left[ 1 - \frac{M}{Vz} \left( \frac{dz}{dx} \right) \right] \quad 3.32$$



El equilibrio horizontal se cumple con la ecuación 3.33, en la que  $v$  es el esfuerzo cortante y  $b$  el ancho del elemento. Considerando esta relación, la ecuación 3.32 se puede expresar según la ecuación 3.34.

$$f_b = vb \tag{3.33}$$

$$v = \frac{V}{bz} \left[ 1 - \frac{M}{Vz} \left( \frac{dz}{dx} \right) \right] \tag{3.34}$$

Conforme al reglamento británico de esa época, el esfuerzo cortante promedio ( $v_c$ ) se calcula con la ecuación 3.35, donde  $V_{cm}$  es el cortante,  $b$  el ancho y  $d$  el peralte efectivo de la sección.

$$v_c = \frac{V_{cm}}{bd} \tag{3.35}$$

Stefanou (1983) indicó que si la demanda de cortante (ecuación 3.34) la resiste exclusivamente el concreto, se justifica la aproximación mostrada en la ecuación 3.36. Al sustituir esta aproximación en la ecuación 3.34 (y desarrollando) se llega a la ecuación 3.37.

$$v_c = \frac{V_{cm}}{bd} \approx \frac{V}{bz} \tag{3.36}$$

$$V_{cm} = \frac{v_c bd}{\left[ 1 - \frac{M}{Vz} \left( \frac{dz}{dx} \right) \right]} \tag{3.37}$$

La ecuación 3.37 fue primero presentada por Regan y Yu (1973), después Stefanou (1983) la mostró como se indica en la ecuación 3.38, donde  $V_{cr}$  es la *resistencia* de una sección de una trabe acartelada,  $V_{cr}^0$  la resistencia de la misma sección como si perteneciera a una trabe de sección constante, y la expresión del denominador considera el efecto de la cartela.

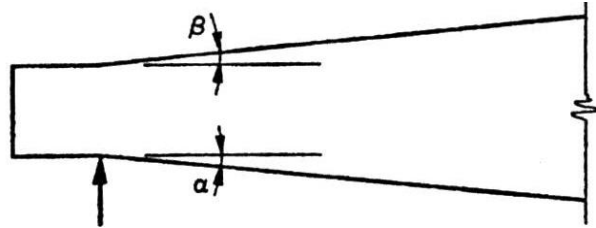
$$V_{cr} = \frac{V_{cr}^0}{\left[ 1 - \frac{M}{Vz} \left( \frac{dz}{dx} \right) \right]} \tag{3.38}$$

Aunque Regan y Yu (1973) y Stefanou (1983) no lo mencionaron, las ecuaciones 3.37 y 3.38 no involucran los signos de  $M$  y  $V$ . Estas ecuaciones aplican cuando el diagrama de momentos crece en la misma dirección que crece el peralte de la cartela, de lo contrario el signo negativo dentro del denominador tiene que cambiarse por uno positivo.

El término  $dz/dx$  de la ecuación 3.38 se calcula con la ecuación 3.39, en la que los ángulos de acartelamiento  $\alpha$  y  $\beta$  están definidos en la figura 3.26. La ecuación 3.40 es la recomendación de Stefanou (1983) para calcular el brazo de palanca ( $z$ ), donde  $d_1^0$  es el peralte efectivo del apoyo y  $x$  es la distancia entre dos secciones de interés.

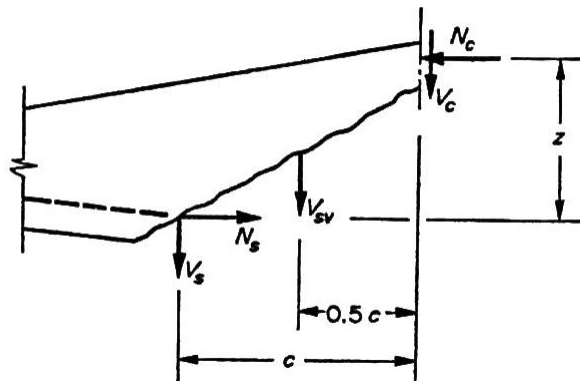
$$\frac{dz}{dx} = \left(1 - \frac{x}{4d}\right)(\tan \beta + \tan \alpha) \quad 3.39$$

$$z = d_1^0 \left(1 - 0.40 \frac{x}{d_1^0}\right) \quad 3.40$$



**Figura 3.26** Identificación de los ángulos de acartelamiento para el método de Regan y Yu (1973)

La propuesta de Regan y Yu (1973) y Stefanou (1983) tiene la desventaja de *esconder* el significado físico del problema. No obstante, la interpretación de Stefanou (1983) es la primera en visualizar la resistencia de una trabe acartelada como la de una prismática afectada por términos que involucran la demanda y la geometría de la cartela. Este formato es atractivo y fue retomado en algunos estudios posteriores (por ejemplo, MacLeod y Houmsi 1994 y Tena-Colunga *et al.* 2008).



**Figura 3.27** Fuerzas en una cartela agrietada por cortante según Regan y Yu (1973)

$$N_s = N_c \quad 3.41$$

$$V = V_c + V_{sv} + V_s \quad 3.42$$

$$M = (N_c)(z) + 0.5(V_{sv})(c) \quad 3.43$$

Con la finalidad de obtener propiamente un método de diseño, Regan y Yu (1973) plantearon el equilibrio de una cartela provista de refuerzo transversal agrietada por cortante (figura 3.27). Sin embargo, de las ecuaciones que presentaron sólo es claro el equilibrio horizontal pero no el vertical y ni el de momentos (ecuaciones 3.41 a 3.43). Basado en una figura un poco más detallada, Stefanou (1983) presentó las mismas ecuaciones pero tampoco su deducción es convincente.

En la ecuación 3.41,  $N_c$  es la fuerza resultante del bloque de compresión. En la ecuación 3.42,  $V_c$  es la resistencia a cortante del concreto y se compone de dos partes (ecuación 3.44): 1) la fuerza  $V_{c1}$  asociada al esfuerzo cortante promedio (ecuación 3.45) y, 2) la fuerza  $V_{c2}$  que aporta la inclinación del bloque de compresión (ecuación 3.46).

$$V_c = V_{c1} + V_{c2} \quad 3.44$$

$$V_{c1} = v_c b d \quad 3.45$$

$$V_{c2} = N_c \left( \frac{dz}{dx} - \tan \alpha \right) \quad 3.46$$

Si se sustituye  $dz/dx$  (ecuación 3.39) en la ecuación 3.46 y se desarrolla, se tiene que el término “ $-\tan \alpha$ ” no es suficiente para corregir la ecuación para el caso límite de  $\beta = 0$  (aún queda una inexistente componente vertical en el concreto en función del ángulo  $\alpha$ ). Este error es de Regan y Yu (1973), y aunque Stefanou (1983) parece que trató de corregirlo lo mantuvo.

Retomando la ecuación 3.42,  $V_s$  es la componente transversal de la fuerza en el acero longitudinal (ecuación 3.47) y  $V_{sv}$  es la resistencia del acero de refuerzo transversal conforme al reglamento británico de esa época y que se calcula con la ecuación 3.48, donde  $A_{sv}$  es el área del refuerzo transversal,  $f_{yw}$  el esfuerzo de fluencia,  $s$  la separación de estribos y  $c$  la proyección horizontal de la grieta diagonal.

$$V_s = N_s \tan \alpha \quad 3.47$$

$$V_{sv} = 0.87 f_{yw} A_{sv} \frac{c}{s} \quad 3.48$$

Tanto Regan y Yu (1973) como Stefanou (1983), indicaron que: 1) despejando  $N_c$  de la ecuación 3.43, 2) sustituyendo ese valor en la ecuación 3.46 y, 3) desarrollando la ecuación 3.42 se llega a la ecuación 3.49 en la que  $V_u$  es la resistencia de diseño.

$$V_u = v_c b d + \frac{M}{z} \left( \frac{dz}{dx} \right) + 0.87 f_y A_{sv} \left( \frac{c}{s} \right) \left[ 1 - \left( \left( \frac{c}{2z} \right) \left( \frac{dz}{dx} \right) \right) \right] \quad 3.49$$

No obstante, para obtener la ecuación 3.49 se debe omitir en el desarrollo la aportación de la componente transversal del acero longitudinal ( $V_s = N_s \tan \alpha$ ) y todos los términos afectados por el término “ $-\tan \alpha$ ” de la ecuación 3.46. Sin duda, estas inconsistencias le restan confianza a la solución.

Conforme a su interpretación del problema, Stefanou (1983) presentó la ecuación 3.49 como se muestra en la ecuación 3.50, donde  $V_c^0$  es la resistencia a cortante del concreto de una trabe prismática.

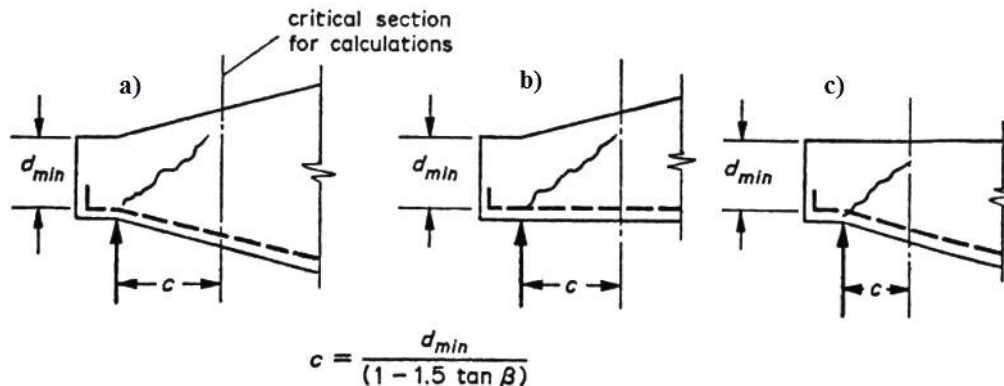
$$V_u = V_c^0 + \frac{M}{z} \left( \frac{dz}{dx} \right) + 0.87 f_y A_{sv} \left( \frac{c}{s} \right) \left[ 1 - \left( \left( \frac{c}{2z} \right) \left( \frac{dz}{dx} \right) \right) \right] \quad 3.50$$

Regan y Yu (1973) y Stefanou (1983) calcularon la proyección horizontal de una grieta diagonal típica ( $c$ ) con la ecuación 3.51. Ellos consideraron que la inclinación del agrietamiento era igual que en las trabes prismáticas, por lo que, y de acuerdo a la práctica británica de la época, usaron un ángulo de treinta y cuatro grados ( $\theta = 34^\circ$ ). La ecuación 3.51 está en función del peralte efectivo menor ( $d_{min}$ ) ya que supusieron que el agrietamiento allí se inicia (figura 3.28).

$$c = \frac{d_{min}}{1 - (\cot \theta \tan \beta)} = \frac{d_{min}}{1 - 1.5 \tan \beta} \quad 3.51$$

La ecuación 3.51 indica que sólo se pueden esperar grietas más extendidas que en las trabes prismáticas cuando la cara acartelada trabaja en compresión. La situación es clara en la figura 3.28-c, donde  $\tan \beta = 0$  y la extensión de la grieta es igual a  $d_{min}$ . A pesar que esta idea parece acertada, se puede demostrar que la ecuación 3.51 no es una solución (geométrica) correcta para los croquis mostrados en la figura 3.28.

Finalmente, a la sección que se encuentra a una distancia  $c$  de la sección del peralte mínimo Regan y Yu (1973) y Stefanou (1983) la llamaron *sección crítica* de la cartela y es equivalente a la del reglamento del ACI para trabes prismáticas.

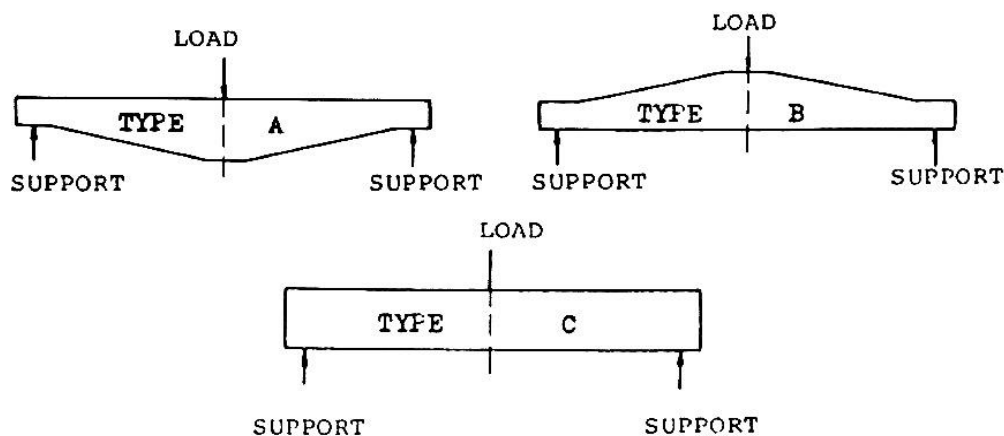


**Figura 3.28** Ubicación analítica de la sección crítica de la cartela (Regan y Yu 1973)

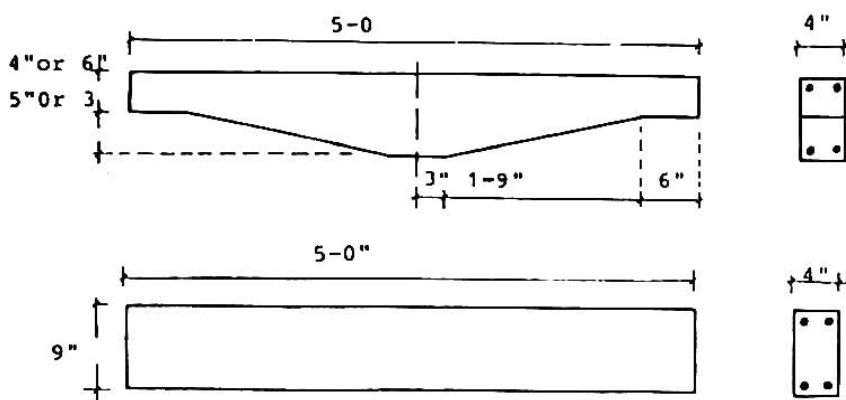
Stefanou (1983) hizo experimentos en veinticuatro elementos con las condiciones de carga y apoyo mostrados en la figura 3.29. En su publicación sólo reportó los datos y resultados de diez elementos.

En conformidad con su estudio analítico, Stefanou distinguió dos casos para cada ángulo de acartelamiento (figura 3.29): 1) cuando el canto acartelado está en la parte inferior de la trabe (tipo A) y, 2) cuando se encuentra en la parte superior (tipo B). Los elementos tipo C son traveses de sección constante. Los ángulos de acartelamiento estudiados fueron cero, ocho y trece grados aproximadamente ( $\beta = 0^\circ, 7.96^\circ$  y  $13.50^\circ$ ).

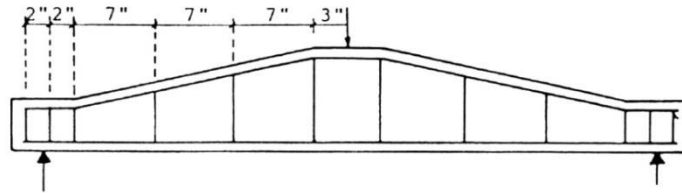
Las variables consideradas fueron el ángulo de acartelamiento, la resistencia del concreto y las cuantías de acero longitudinal y transversal. En todos los especímenes el acero longitudinal era corrido y seguía la forma de las traveses. Se ensayaron traveses con y sin refuerzo transversal. En las figuras 3.30 y 3.31 se muestran las dimensiones generales y algunos detalles del refuerzo. Únicamente se midieron las cargas del primer agrietamiento diagonal y de falla, así como la deformación en los estribos.



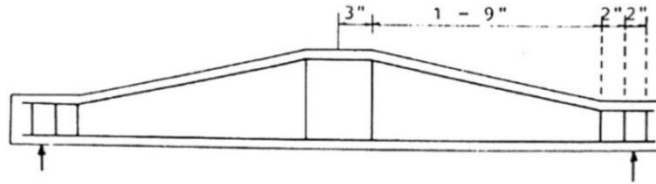
**Figura 3.29 Esquema de los ensayos de Stefanou (1983)**



**Figura 3.30 Dimensiones generales de los experimentos de Stefanou (1983)**



a) con refuerzo transversal



b) sin refuerzo transversal

Figura 3.31 Armados típicos de las traves acarteladas ensayadas por Stefanou (1983)



Figura 3.32 Falla en trabe sin estribos con canto acartelado inferior (Stefanou 1983)



Figura 3.33 Falla en trabe con estribos con canto acartelado inferior (Stefanou 1983)



Figura 3.34 Falla en trabe sin estribos con canto acartelado superior (Stefanou 1983)



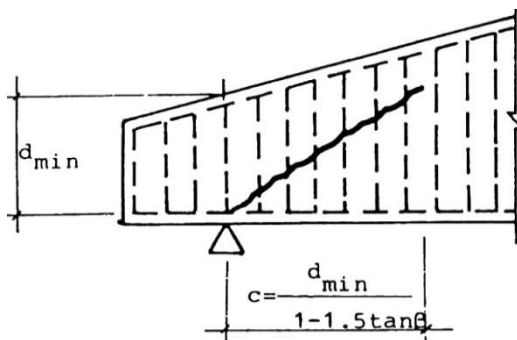
Figura 3.35 Falla en trabe con estribos con canto acartelado superior (Stefanou 1983)

De acuerdo con Stefanou (1983), las primeras grietas por cortante iniciaron lejos de las de flexión, y al final de las pruebas terminaron dirigidas hacia los apoyos con una inclinación entre treinta y treinta y cinco grados ( $30^\circ \leq \theta \leq 35^\circ$ ).

En las traves sin refuerzo transversal la falla se caracterizó por la formación de una grieta diagonal importante y, en algunos elementos, incluso se llegó a presentar una segunda. Las fallas típicas de estos especímenes se muestran en las figuras 3.32 y 3.34.

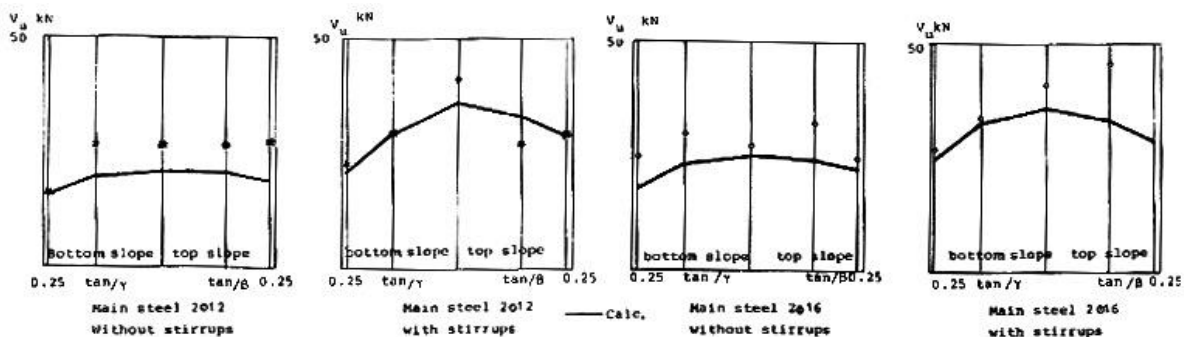
En las traves con refuerzo transversal el agrietamiento fue más abundante pero con una inclinación más cercana a los treinta grados. Estos elementos tuvieron mayor capacidad de carga y, en algunos casos, su falla fue acompañada por aplastamiento del concreto. En las figuras 3.33 y 3.35 se muestran fallas típicas de estas traves.

Es de notar que los patrones de agrietamiento presentados por Stefanou (1983) respaldan las trayectorias analíticas sugeridas por Regan y Yu (figuras 3.28 y 3.36), y por extensión la filosofía de la ecuación 3.51 (no su valor, que es incorrecto).



**Figura 3.36 Extensión del agrietamiento diagonal experimental según Stefanou (1983)**

Stefanou (1983) reflexionó que en vigas acarteladas muy cortas la carga se debería transmitir directamente al apoyo, por lo que se pierde el beneficio de la cartela aun cuando ésta trabaja en compresión. Por ello, recomendó no calcular la resistencia en estos casos como si fueran traves acarteladas.

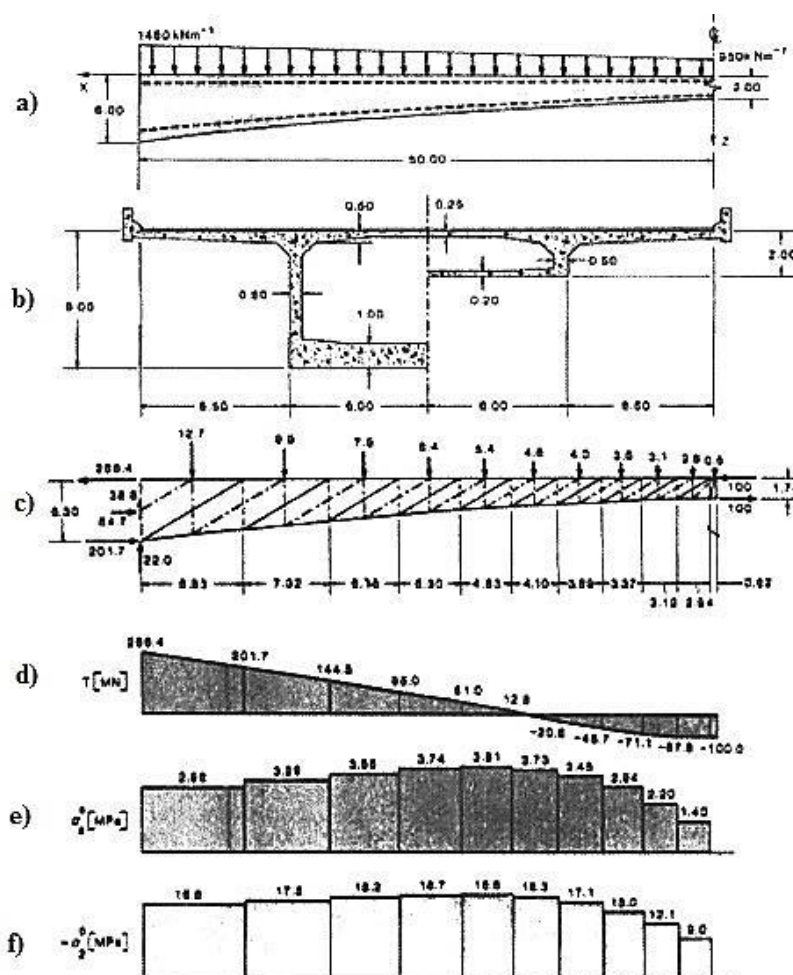


$$V_u = 1.5v_c b d + \frac{M}{z} \left( \frac{dz}{dx} \right) + f_y A_{sv} \left( \frac{c}{s} \right) \left[ 1 - \left( \left( \frac{c}{2z} \right) \left( \frac{dz}{dx} \right) \right) \right] \quad 3.52$$

Stefanou (1983) calculó la resistencia de sus especímenes con la ecuación 3.52, que es la ecuación 3.49 pero sin los factores de seguridad parciales de los materiales. Además, consideró una proyección horizontal del agrietamiento diferente a la de la ecuación 3.51. Sus estimaciones las comparó contra las resistencias observadas, y concluyó que su método era adecuado. No obstante, lo más importante de sus resultados experimentales es que sugieren una mejoría en la resistencia cuando la cara acartelada trabaja en compresión (figura 3.37).

### 3.5 MARTI (1985)

Peter Marti (1985/a) presentó el análisis de un puente de sección variable de gran claro con un modelo de armadura (figura 3.38). En ausencia de antecedentes, esto lo convierte en el primero en publicar el uso de esta técnica en travesas acarteladas.



**Figura 3.38** Diseño integral con un modelo de armadura (Marti 1985/a): a) geometría y carga, b) sección transversal en apoyo y centro del claro, c) modelo de armadura, d) fuerzas en cuerda superior, e) demanda de cortante por unidad de área del alma y, f) esfuerzo principal en el concreto



El puente modelado por Marti (1985/a) es doblemente empotrado, la sección transversal es tipo “cajón” y aumenta su peralte del centro del claro hacia los apoyos. La ley que define el perfil acartelado se muestra en la ecuación 3.53. El espesor promedio de las paredes y el del patín superior son constantes, pero el espesor promedio del patín inferior aumenta linealmente del centro del claro hacia los apoyos (figura 3.38-b).

$$z = 2 + \left[ 4 \left( \frac{x}{50} \right)^{1.5} \right]; \quad (\text{m}) \quad \text{3.53}$$

Marti (1985/a) propuso un modelo de armadura suponiendo una inclinación del agrietamiento de treinta grados ( $\theta = 30^\circ$ ). La carga por unidad de longitud la reemplazó por cargas concentradas al centro de cada tablero de armadura (figura 3.38-c). Estas cargas corresponden al área tributaria de cada tablero de armadura, por lo que estrictamente no son equivalentes con la carga original. Sin embargo, Marti indicó que el procedimiento es conservador.

El método requiere conocer el valor del momento en los extremos o al centro del claro. Al descomponerlo en un par, la armadura se resuelve por estática. De esta forma se puede conocer la demanda en las cuerdas longitudinales, el suministro de resistencia a cortante por unidad de área del alma, verificar el esfuerzo de aplastamiento del concreto en el alma concreto, entre otros parámetros de diseño. Estas cantidades se muestran de forma gráfica en la figura 3.38.

En este ejercicio la carga y la geometría son simétricas, la variación del peralte es suave, la pendiente de la cara inferior es nula al centro del claro, y no existen apoyos directos que induzcan cambios de dirección adicionales en los campos de esfuerzo.

Estos factores a Marti (1985/a) le simplificaron el problema, pues permitieron modelar la estructura con su procedimiento estándar para vigas de sección constante (Marti 1985/b, Marti 1999). Sin embargo, en otra publicación reconoció que para casos más complejos se deben proponer modelos más rigurosos (Marti 1991).

### **3.6 EL-NIEMA (1988)**

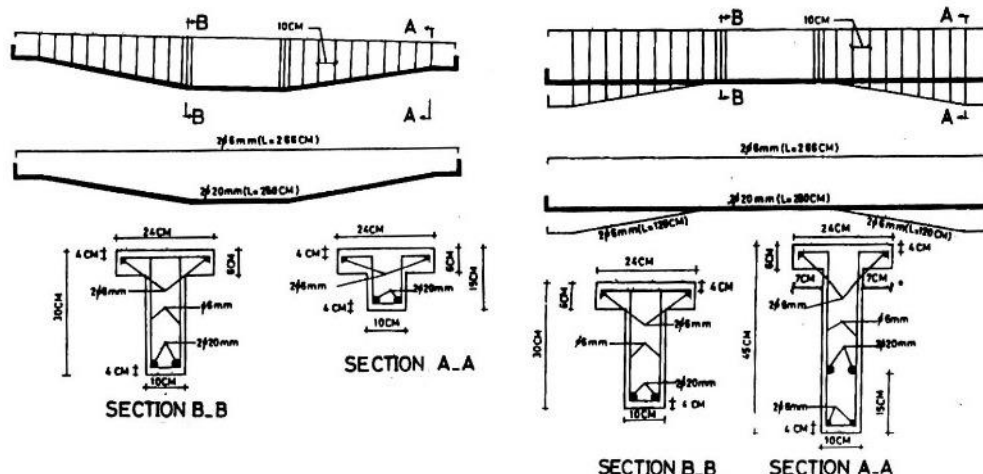
El trabajo de El-Niema (1988) tuvo la finalidad de comprobar en traveses acartelados con sección “T” las recomendaciones de diseño de Debaiky y El-Niema (1982) originadas en traveses de sección rectangular.

El-Niema ensayó traveses con geometrías y condición de carga similares a las de Debaiky y El Niema. Los ángulos de acartelamiento fueron cero, cuatro y nueve grados ( $\alpha = 0^\circ, 4.76^\circ$  y  $9.46^\circ$ ). Las variables estudiadas fueron el ángulo de acartelamiento, la dirección del aumento del peralte y la cuantía de acero transversal. Todos los especímenes contaban con refuerzo transversal y trabajaron con la cara acartelada en tensión.

El refuerzo longitudinal en las traveses apoyadas en el peralte menor fue continuo, y en las apoyadas en el peralte mayor se colocó el arreglo discontinuo de la serie E de los ensayos de Debaiky y El-Niema (1982). Lo anterior, ya que éste mostró mejoras en la resistencia de las

trabes en comparación con los otros estudiados (figura 3.19). En los vértices de todas las trabes se colocaron estribos adicionales para contrarrestar la componente vertical del acero inclinado. En la figura 3.39 se muestran algunos detalles de los armados.

A diferencia de los experimentos de Debaiky y el Niema (1982), en este trabajo se midió la deflexión al centro del claro.



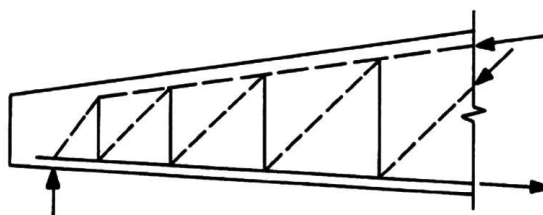
**Figura 3.39 Dimensiones y algunos detalles de las trabes ensayadas por El-Niema (1988)**

El-Niema (1988) no observó ningún cambio sustancial en el comportamiento de las trabes acarteladas con sección “T” respecto a las de sección rectangular. Como en estos experimentos midió la deflexión al centro del claro, sólo hizo la observación adicional que para un mismo ángulo de acartelamiento, las trabes apoyadas en el peralte mayor son más rígidas que las apoyadas en el peralte menor.

Finalmente, El-Niema (1988) concluyó que la resistencia a cortante de las trabes acarteladas con sección “T” se puede calcular con la fórmula de Debaiky y El-Niema (1982). Sin embargo, como en su análisis no consideró el ancho del patín se presume que las analizó como de sección rectangular.

### **3.7 REGLAMENTO CEB-FIP (1990)**

En el reglamento modelo del Comité Euro-Internacional para el Concreto (CEB-FIP 1990) se recomendó el uso de la armadura plástica y los modelos de puntales y tensores.



**Figura 3.40 Modelo de armadura sugerido por el CEB-FIP (1990)**

Por obvias razones, este reglamento se concentró en las traves de sección constante. Sin embargo, se le debe reconocer que dio una muestra de cómo elaborar un modelo de armadura en una trabe de sección variable (figura 3.40).

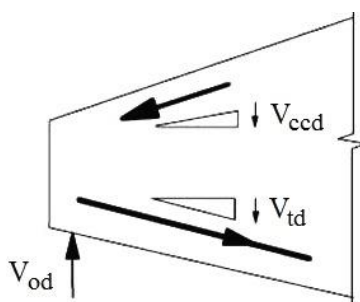
### 3.8 EUROCÓDIGO (1992 y 2004)

En el reglamento de construcción unificado de Europa de 1992 (Eurocode 2 1992) se recomendó la ecuación 3.54 para calcular el cortante de diseño ( $V_{sd}$ ) de una trabe de sección variable.

$$V_{sd} = V_{od} - V_{ccd} - V_{td} \quad 3.54$$

La ecuación 3.54 cuantifica la *demanda* de cortante, donde  $V_{od}$  es el cortante en la sección que proviene del análisis estructural,  $V_{ccd}$  y  $V_{td}$  las componentes verticales del bloque de compresión y del acero longitudinal que tienen un sentido contrario a  $V_{od}$ , respectivamente. Si las componentes tienen el sentido de  $V_{od}$  se les debe cambiar el signo en la ecuación.

Este enfoque se mantuvo en la versión vigente del Eurocódigo (Eurocode 2 2004) al que solamente se le incorporó una figura ilustrativa (figura 3.41).



**Figura 3.41 Componentes en el mecanismo de cortante según el Eurocódigo (2004)**

### 3.9 MACLEOD y HOUMSI (1994)

MacLeod y A. Houmsi (1994) señalaron que el uso de traves acarteladas continuas reduce el volumen de concreto y mejora la resistencia a cortante. A pesar de estas ventajas, hicieron notar que sólo en el reglamento alemán se disponía de un método de diseño por cortante, que el de Rusia cubría algunos aspectos, y que los de Inglaterra y Estados Unidos prácticamente no proporcionaban ninguna recomendación.

También indicaron que existía muy poca evidencia experimental del comportamiento a cortante de las traves acarteladas, pues solamente se contaba con los trabajos de Debaiky y El-Niema (1982), Stefanou (1983) y El-Niema (1988).

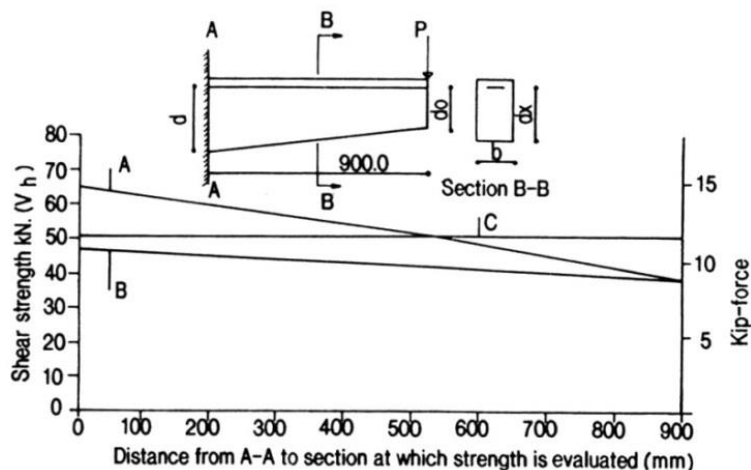
El punto de partida del estudio de MacLeod y Houmsi (1994) fue la fórmula del reglamento alemán para calcular la resistencia a cortante de una trabe acartelada sin refuerzo transversal ( $V_h$ ). Esta fórmula se muestran en la ecuación 3.55, donde  $V_{pc}$  es la resistencia de la sección suponiendo que es parte de una trabe de sección constante,  $M$  el momento flexionante,  $d$  el

peralte efectivo y  $\alpha$  el ángulo de acartelamiento. En el segundo término el signo positivo aplica cuando el momento crece en el mismo sentido que el peralte de la cartela.

$$V_h = V_{pc} \pm \left( \frac{M}{d} \right) \tan \alpha \quad 3.55$$

Debaiky y El-Niema (1982) también presentaron la fórmula del reglamento alemán pero en su formato original, es decir, cuantificando la demanda de esfuerzo cortante en una sección cualquiera de la cartela (ecuación 3.19). Por su parte, la ecuación presentada por MacLeod y Houmsi (1994) está en términos de la *fuerza* cortante y no del *esfuerzo* cortante, además tiene el formato sugerido por Stefanou (1983), es decir, se considera que la sección es parte de una trabe prismática y se modifica su resistencia con parámetros asociados a la demanda y geometría de la trabe.

En la figura 3.42 se muestra la comparación que hicieron MacLeod y Houmsi de la resistencia experimental de una trabe acartelada en voladizo que falló por cortante, contra la que se obtiene al aplicar la ecuación 3.55 para cada sección a lo largo del elemento considerando o no el efecto de la cartela. De este ejercicio concluyeron que, en efecto, la cartela ofrece reservas de resistencia pero que el cálculo merecía más atención.

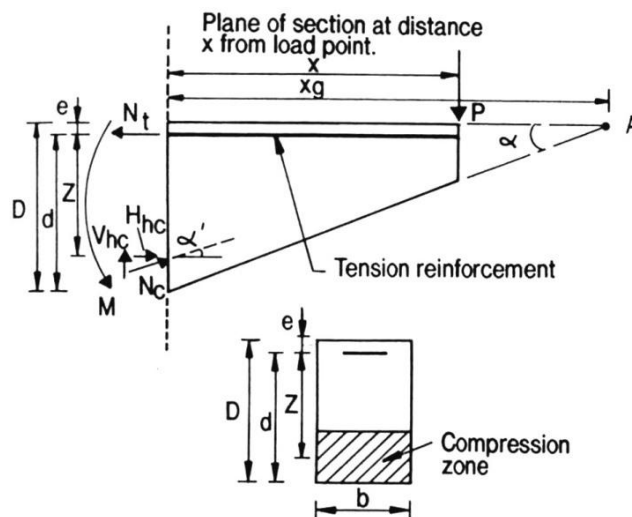


**Figura 3.42** Comparación de las resistencias en una trabe acartelada (MacLeod y Houmsi 1994). Línea A: con efecto de la cartela, línea B: sin efecto de la cartela, línea C: experimental

Sobre el método del reglamento alemán, MacLeod y Houmsi (1994) cuestionaron que no indicara el peralte de la cartela que debería ser usado para los cálculos. Por esta razón, consideraron necesario ubicar el *peralte crítico* de las cartelas ( $d_{cr}$ ).

La noción del peralte crítico en la cartela es idea original de Regan y Yu (1973) y después fue retomada por Stefanou (1983). De esta manera, lo que realmente hicieron MacLeod y Houmsi (1994) al destacar la necesidad de un peralte crítico, y al usar el formato de la ecuación de la resistencia de Stefanou, fue retomar el formato *inglés* de diseño por cortante para traves acarteladas (a su vez, este formato se sustenta en el estadounidense para traves prismáticas).

La diferencia entre el enfoque alemán y el *estadounidense* (*inglés*) es meramente académica y obedece a usos y costumbres de épocas y países diferentes. Por ejemplo, en el método original de Morsch (1909 y 1952) para elementos completos no hay lugar para un peralte crítico por cortante (consultar el apéndice D).



**Figura 3.43** Esquema utilizado por MacLeod y Houmsi (1994) para el estudio de las traves acarteladas

MacLeod y Houmsi (1994) iniciaron su estudio examinando las implicaciones de la fórmula alemana (ecuación 3.55). Para ello, se apoyaron en el esquema mostrado en la figura 3.43. Las fuerzas horizontales de tensión ( $N_t$ ) y compresión ( $H_{hc}$ ) en cualquier sección vertical a lo largo del elemento se obtienen con la fórmula 3.56, en la que  $M$  es el momento en la sección y  $Z$  es el brazo de palanca interno.

$$N_t = H_{hc} = \frac{M}{Z} \quad 3.56$$

Si se acepta que la fuerza de compresión inclinada ( $N_c$ ) tiene un ángulo de inclinación ( $\alpha'$ ) diferente al del acartelamiento ( $\alpha$ ), entonces su componente vertical ( $V_{hc}$ ) tiene el valor mostrado en la ecuación 3.57.

$$V_{hc} = H_{hc} \tan \alpha' = \frac{M}{Z} \tan \alpha' \quad 3.57$$

Por definición, la resistencia a cortante de una sección de una trabe acartelada ( $V_h$ ) se compone de la resistencia de una trabe de sección constante ( $V_{pc}$ ) más la contribución de la componente inclinada (ecuación 3.58). El primer término se puede calcular con las recomendaciones usuales de los reglamentos de diseño. El segundo término es  $V_{hc}$  (ecuación 3.57), por lo que  $V_h$  queda completamente definida como se indica en la ecuación 3.58.

$$V_h = V_{pc} + \left( \frac{M}{Z} \right) \tan \alpha' \quad 3.58$$

Al comparar la fórmula alemana (ecuación 3.55) contra la ecuación 3.58, se observa que en la primera aparece el peralte efectivo ( $d$ ) en lugar del brazo de palanca ( $Z$ ) y que no considera el ángulo de inclinación del bloque de compresión ( $\alpha'$ ), sino el de acartelamiento ( $\alpha$ ). Por ello, MacLeod y Houmsi (1994) concluyeron que la fórmula alemana era una propuesta *simplificada* que debía verificarse.

De acuerdo al esquema de la figura 3.43, las tangentes de los ángulos  $\alpha$  y  $\alpha'$  se definen con las ecuaciones 3.59 y 3.60, respectivamente. La relación entre ambas pendientes es la que se muestra en la ecuación 3.61.

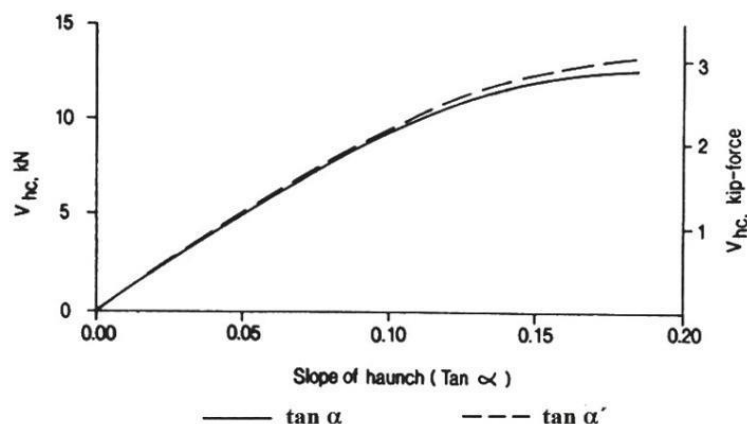
$$\tan \alpha = \frac{D}{X_g} \quad 3.59$$

$$\tan \alpha' = \frac{(Z + e)}{X_g} \quad 3.60$$

$$\tan \alpha' = \left[ \frac{Z + e}{D} \right] \tan \alpha \quad 3.61$$

$$\tan \alpha' \approx 0.88 \tan \alpha \quad 3.62$$

Con el respaldo de algunos trabajos analíticos en elementos de sección variable, MacLeod y Houmsi (1994) determinaron que no se incurría en un error significativo al calcular el brazo de palanca interno de una trabe acartelada como si fuera prismática. Con esta suposición, y considerando armados convencionales, recomendaron un valor de 0.88 para el término entre corchetes de la ecuación 3.61 (ecuación 3.62).



**Figura 3.44 Justificación del uso del ángulo de acartelamiento (MacLeod y Houmsi 1994)**

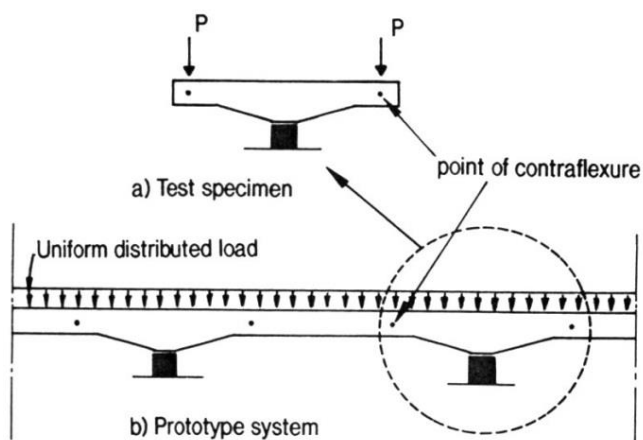
MacLeod y Houmsi (1994) evaluaron la resistencia de una sección típica para diferentes ángulos de acartelamiento conforme a las ecuaciones 3.55 y 3.58 (en la ecuación 3.58 usaron la aproximación indicada en la ecuación 3.62). La comparación entre ambas propuestas se

muestra en la figura 3.44, y con ella que concluyeron que la fórmula del reglamento alemán era adecuada hasta acartelamientos con una tangente igual a 0.18 ( $0^\circ \leq \alpha \leq 10^\circ$ ).

Aunque MacLeod y Houmsi (1994) incorporaron mucho de trabajos anteriores, se les debe reconocer la claridad y sencillez con la que explicaron el efecto del acartelamiento en la resistencia a cortante.

MacLeod y Houmsi (1994) también hicieron trabajo experimental. Su trabajo tuvo la finalidad de: 1) estudiar el comportamiento de las traves acarteladas, 2) determinar la ubicación del peralte crítico ( $d_{cr}$ ) con el cual se debe evaluar la resistencia a cortante y, 3) obtener y calibrar una fórmula de diseño.

Sus especímenes fueron en doble voladizo con la finalidad de simular la porción comprendida entre los puntos de inflexión de una trabe continua sometida a cargas gravitacionales (figura 3.45). Ellos afirmaron que esta configuración ofrece una condición más realista que los ensayos previos con traves simplemente apoyadas (Debaiky y El-Niema 1982, Stefanou 1983, y El-Niema 1988). Los experimentos de MacLeod y Houmsi (1994) fueron equivalentes a la primera serie de pruebas que hizo Mörsch (1952) en traves acarteladas.



**Figura 3.45 Filosofía de los ensayos de MacLeod y Houmsi (1994)**

MacLeod y Houmsi (1994) ensayaron seis traves sin refuerzo transversal con las dimensiones y condiciones de carga y apoyo mostradas en la figura 3.46. Las cargas se aplicaron simultáneamente en las secciones donde supusieron el punto de inflexión a cada lado del apoyo (columna) de una trabe continua. En todos los casos supusieron que éste estaba fuera de la longitud acartelada (figuras 3.45 y 3.46), por lo que la cara acartelada siempre trabajó en compresión. Al respecto, es importante mencionar que Mörsch (1952) indicó que la situación más crítica se presenta cuando el punto de inflexión se presenta dentro de las cartelas.

Los ángulos de acartelamiento estudiados fueron cero, cuatro, seis, siete y diez grados ( $\alpha = 0^\circ, 4.74^\circ, 6.33^\circ, 7.57^\circ$  y  $10.37^\circ$ ). Todas las cartelas fueron lineales. Las variables estudiadas fueron el ángulo de acartelamiento, el claro de cortante, y aspectos del detallado.

**CAPÍTULO 3: EL DISEÑO POR CORTANTE EN  
TRABES ACARTELADAS DE CONCRETO REFORZADO**

A los especímenes se les colocó acero de tensión y compresión. El refuerzo del lecho inferior del tramo prismático se extendió en todo el largo de los especímenes. También se colocó acero longitudinal inclinado que se extendió hasta el extremo de los volados (figura 3.47). Este arreglo recuerda el armado recomendado por Morsch (1952) para dar protección a las cartelas en caso que se presente un momento positivo (figura 3.4).

En algunas traves se protegió la zona prismática con refuerzo transversal uniformemente distribuido. En otras solamente se colocaron estribos bajo el punto de aplicación de las cargas. En todas las traves se colocaron estribos en la zona del apoyo. Algunos detalles de los armados se muestran en la figura 3.47.

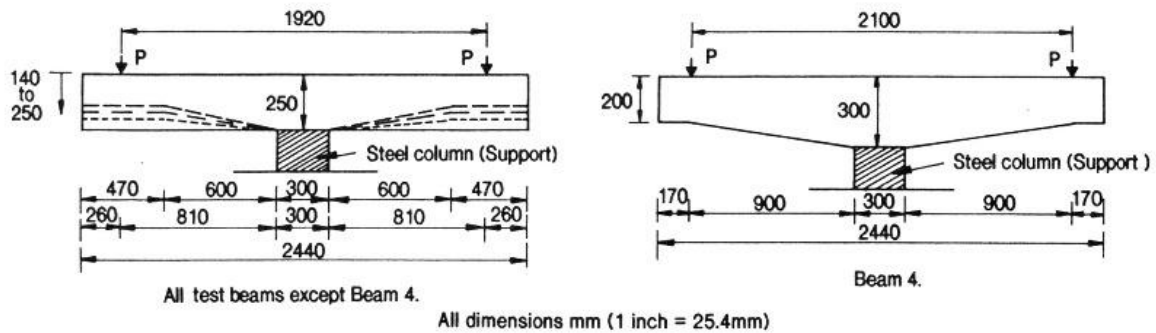


Figura 3.46 Dimensiones generales de las traves ensayadas por MacLeod y Houmsi (1994)

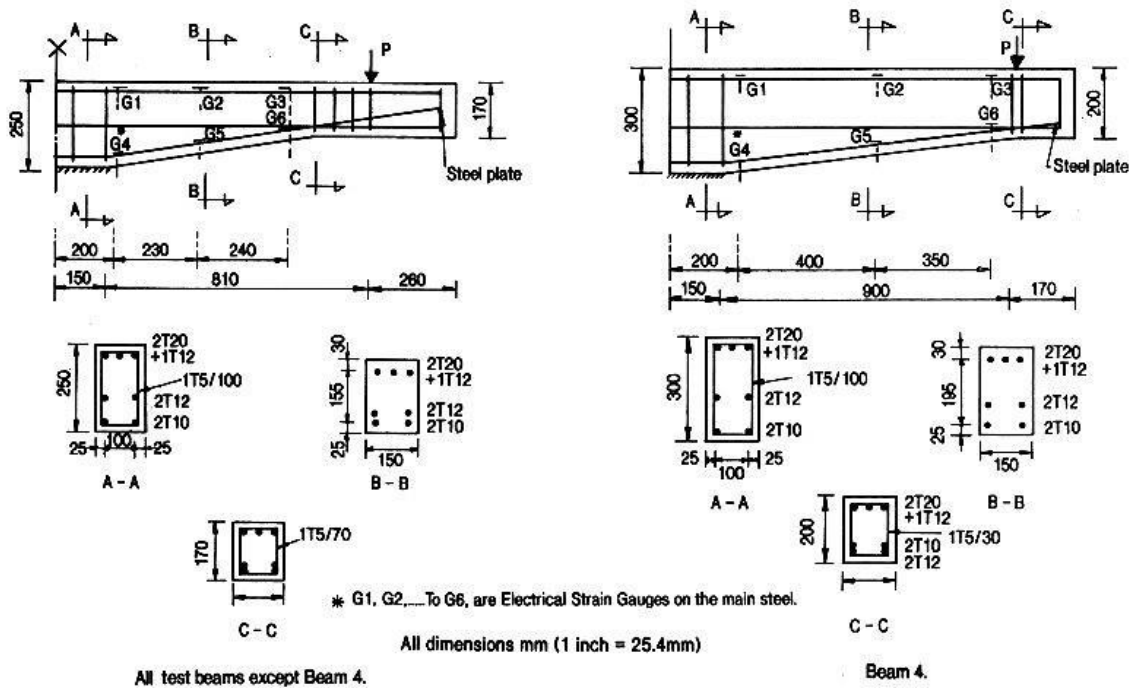


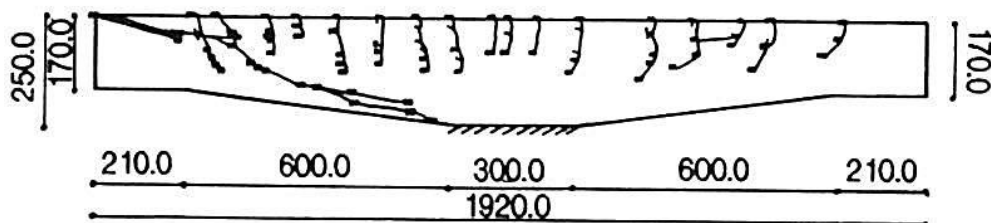
Figura 3.47 Armados y detalles de los especímenes ensayados por MacLeod y Houmsi (1994)



En los experimentos se midió la carga y la deformación del acero longitudinal a lo largo de los voladizos, así como la deflexión en el vértice de la cartela y los puntos de aplicación de las cargas. También se monitoreó el incremento del peralte en las cartelas generado por el daño progresivo.

MacLeod y Houmsi (1994) reportaron que las primeras grietas en aparecer fueron de flexión en la cercanía del apoyo, y que al final de la prueba estaban en la cara superior a todo lo largo de los elementos. Con el aumento de la carga, las grietas se extendieron verticalmente y algunas tomaron una dirección inclinada hacia el apoyo (figura 3.48).

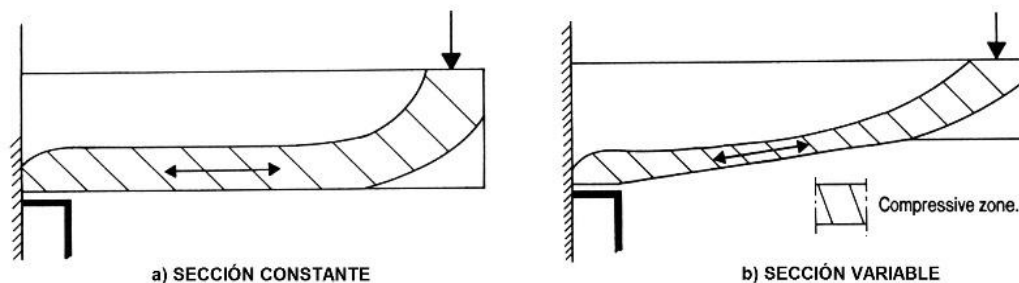
La falla de los elementos se presentó cuando el agrietamiento diagonal incursionó dentro del bloque de compresión en la cercanía del apoyo. La inclinación promedio de la grieta de falla (en el peralte medio de la sección) fue de treinta y cuatro grados ( $\theta \approx 34^\circ$ ). El patrón de daño típico reportado por MacLeod y Houmsi se muestra en la figura 3.48 y es muy similar a los presentados por Mörsch (1952) y Stefanou (1983) en elementos sin refuerzo transversal con la cara inclinada en compresión (figuras 3.10 y 3.34).



**Figura 3.48 Agrietamiento de falla típico de las trabes ensayadas por MacLeod y Houmsi (1994)**

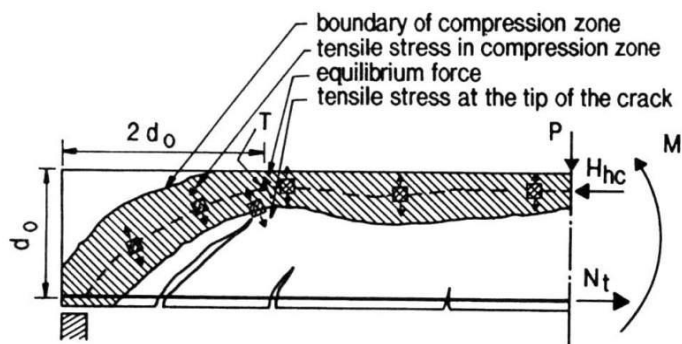
Con base en los comentarios y figuras presentadas por MacLeod y Houmsi (1994), el mecanismo resistente de las trabes acarteladas se puede expresar de la siguiente manera:

Al aumentar el acartelamiento, el bloque de compresión dentro de la cartela trabaja como un puntal que facilita la transmisión de la carga al apoyo mediante un mecanismo de arco (figura 3.49). Como la profundidad del bloque en la cartela es menor que en el tramo de sección constante, el concreto en esta zona está sometido a un gran esfuerzo de compresión que impide el paso de la grieta diagonal mayor.



**Figura 3.49 Comparación de la zonas de compresión (MacLeod y Houmsi 1994)**

Se requiere de carga adicional para que la grieta se propague por encima del bloque de compresión y logre penetrarlo en el apoyo donde su profundidad ya se ha incrementado. Al instante de la falla, el concreto ha incurrido en el intervalo plástico y el agrietamiento es considerable, por lo que disminuye la rigidez de los elementos. Todos estos factores hacen que la falla por cortante en las traves acarteladas sea menos frágil que en las de sección constante.



**Figura 3.50** Ubicación de la sección crítica en una trabe de sección constante simplemente apoyada según Kotsovos (MacLeod y Houmsi 1994)

Para ilustrar el concepto del peralte crítico, MacLeod y Houmsi presentaron un esquema inspirado en la filosofía de Kotsovos (figura 3.50). Con base en esa figura, explicaron que la sección crítica en una trabe prismática simplemente apoyada se encuentra a una distancia ( $C$ ) definida con la ecuación 3.63, donde  $d$  es el peralte efectivo del elemento y  $C_2$  la proyección horizontal de la grieta diagonal.

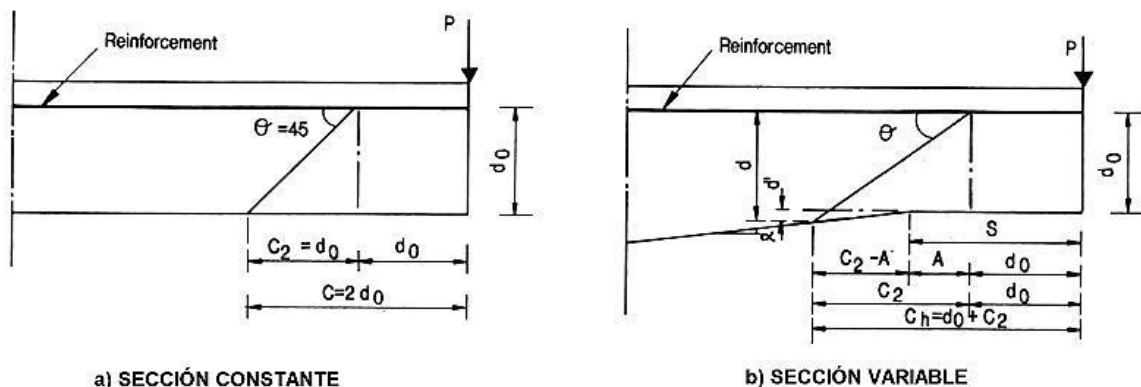
$$C = d + C_2 \quad 3.63$$

En traves prismáticas se presume, por conveniencia, que el agrietamiento diagonal tiene una inclinación de cuarenta y cinco grados ( $\theta \approx 45^\circ$ ). Con esta suposición la sección crítica se encuentra a dos peraltes efectivos del apoyo ( $2d_0$ ) tal y como se muestra en la figura 3.50.

En sus experimentos en voladizo, MacLeod y Houmsi (1994) no midieron la ubicación de la sección crítica desde el apoyo, sino desde el punto de aplicación de la carga. Aclararon que con ello se respeta el concepto original de Kotsovos (1988), pues la ubicación de la sección crítica se hace desde la sección donde el momento es nulo (punto de inflexión).

En la figura 3.51 se muestran los esquemas con los que MacLeod y Houmsi definieron la ubicación de la sección crítica de sus experimentos. En las traves prismáticas de referencia no se tienen mayores complicaciones, pues es similar a la de una trabe simplemente apoyada (figura 3.51-a).

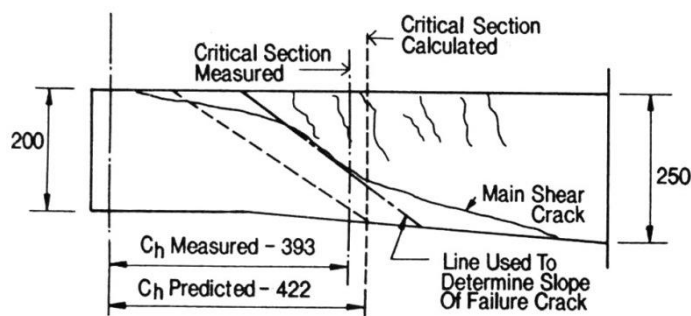
En las traves de sección variable el cálculo de la distancia horizontal a la cual se encuentra la sección crítica ( $C_h$ ) se complica un poco. Lo anterior, ya que la grieta se proyecta tanto en el tramo de sección constante como en la cartela (figura 3.51-b).



**Figura 3.51 Sección crítica en voladizos conforme a MacLeod y Houmsi (1994)**

Para determinar la extensión de  $C_h$  (ubicación de la sección crítica), MacLeod y Houmsi (1994) propusieron la ecuación 3.64 donde todos los términos están definidos en la figura 3.51-b.

$$C_h = d_0 + C_2 = d_0 + \frac{d_0(1 + \tan \alpha) - S \tan \alpha}{\tan \theta - \tan \alpha} \quad 3.64$$



**Figura 3.52 Ubicación del peralte crítico analítico y “experimental”. MacLeod y Houmsi (1994)**

A partir de sus resultados experimentales, MacLeod y Houmsi (1994) recomendaron usar un ángulo de agrietamiento *promedio* de treinta y cuatro grados ( $\theta = 34^\circ$ ). Como una grieta típica no tiene la misma inclinación en toda su longitud, ésta la definieron con la pendiente medida en el peralte medio mejor definido a lo largo de la grieta (figura 3.52).

Al considerar el ángulo  $\theta = 34^\circ$ , la ecuación 3.64 queda como se indica en la ecuación 3.65.

$$C_h = d_0 + \frac{d_0(1 + \tan \alpha) - S \tan \alpha}{0.68 - \tan \alpha} \quad 3.65$$

Aunque esta ecuación puede ser usada con fines de diseño, MacLeod y Houmsi hicieron una simplificación adicional (semiempírica) y propusieron la ecuación 3.66.

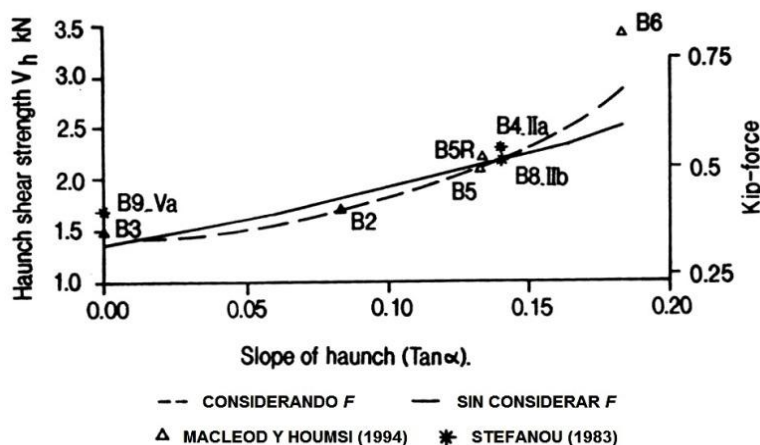
$$C_h = 2.7d_0 \quad 3.66$$

De acuerdo a MacLeod y Houmsi (1994), las ecuaciones 3.64 a 3.66 permiten ubicar la sección crítica en una trabe acartelada continua y son válidas únicamente cuando el punto de inflexión se encuentra fuera de la cartela. Si el punto de inflexión está dentro de la cartela, la sección crítica se ubica a una distancia calculada con la ecuación 3.67.

$$C_h = d_0 + \frac{d_0(1 + \tan \alpha)}{\tan \theta - \tan \alpha} \quad 3.67$$

En la figura 3.52 se muestra la comparación que hicieron MacLeod y Houmsi entre la posición analítica de la sección crítica según la ecuación 3.65, contra la “medida” en sus experimentos. Aunque la comparación muestra una buena correspondencia debe tomarse con reservas, pues MacLeod y Houmsi (1994) no indicaron el procedimiento usado para definir la sección crítica experimentalmente. Además, reconocieron que ésta era meramente indicativa pues el nivel de agrietamiento impidió una determinación más precisa.

MacLeod y Houmsi (1994) calcularon la resistencia de sus trabes, y de algunas ensayadas por Stefanou (1983), y la compararon contra la resistencia experimental. En sus cálculos usaron la fórmula del reglamento alemán (ecuación 3.55) y el peralte crítico definido con la ecuación 3.66. Con base a sus resultados, concluyeron que el método proporciona buenas estimaciones (figura 3.53).



**Figura 3.53 Calibración de la ecuación propuesta por MacLeod y Houmsi (1994)**

Se debe señalar que en la figura 3.53 el punto B4 (Beam 4) no está bien ubicado, pues le corresponde una abscisa de  $\tan \alpha = 0.111$ . Además, los puntos B8 y B9 no se pudieron identificar en el trabajo de Stefanou (1983). A pesar de esto, las tendencias presentadas por MacLeod y Houmsi no cambian considerablemente por lo que se presume que los errores de la gráfica son de edición.

Con la finalidad de mejorar la predicción, MacLeod y Houmsi (1994) introdujeron un factor de corrección exponencial  $F$  (ecuación 3.68). De esta manera, la fórmula de diseño que al final recomendaron es la mostrada en la ecuación 3.69. La ecuación es válida sólo para acartelamientos comprendidos entre cuatro y diez grados ( $4^\circ \leq \alpha \leq 10^\circ$ ).

$$F = 0.27(1 + \tan \alpha)^{10} \quad 3.68$$

$$V_h = V_{pc} \pm \left( \frac{M}{d_{cr}} \right) F \tan \alpha \quad 3.69$$

El factor  $F$  (ecuación 3.68) es inferior a la unidad hasta un valor de la tangente aproximada de 0.14 ( $\tan \alpha \approx 0.14$ ), es decir, un acartelamiento cercano a ocho grados ( $\alpha \approx 8^\circ$ ). En este valor la curva no corregida y la corregida por  $F$  de la figura 3.53 se intersectan ( $F = 1$ ). A partir de allí,  $F$  es mayor a la unidad y su crecimiento es más rápido sólo con la finalidad de mejorar la predicción del elemento B6 ( $\alpha = 10^\circ$ ).

Bajo estas consideraciones, parece prudente tomar con precaución el ajuste propuesto por MacLeod y Houmsi (1994) en acartelamientos superiores a ocho grados ( $\alpha \geq 8^\circ$ ) ya que podría proporcionar resultados no conservadores.

### 3.10 DILGER y LANGOHR (1997)

W. H. Dilger y P. Langohr (1997) fueron revisores de la superestructura del Puente Confederación (Canadá). Este puente tiene una longitud de 13 km con claros de hasta 250 m. El sistema estructural predominante son vigas *Gerber* en doble voladizo presforzadas y con sección transversal tipo *cajón* de peralte variable. Los *voladizos* se apoyan en columnas postensadas (figura 3.54).



**Figura 3.54 Puente Confederación en etapa constructiva (Buckland y Taylor 2011)**

Dilger y Langohr (1997) comentaron que la construcción de puentes de grandes claros con traveses de sección variable es económico. Esto ya que el bloque de compresión inclinado *resiste* una parte importante de la demanda de cortante, lo que reduce el suministro de acero de refuerzo transversal.

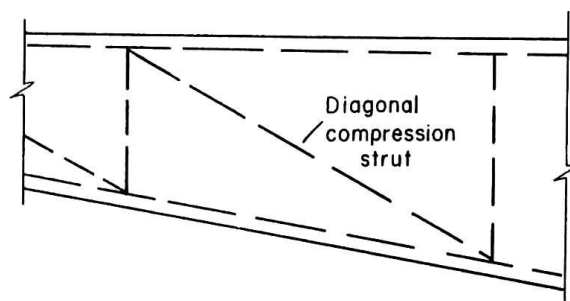
En la publicación de Dilger y Langohr (1997) no aparece ningún antecedente sobre recomendaciones de diseño para traveses acartelados. Sin embargo, indicaron que de acuerdo al enfoque *tradicional*, la resistencia a cortante que aporta el bloque de compresión inclinado se calcula con la ecuación 3.70, donde  $M$  es el momento en la sección,  $d_v$  el brazo de palanca

interno y  $\beta$  el ángulo de inclinación de la resultante del bloque de compresión que es diferente al ángulo de acartelamiento.

$$\left(\frac{M}{d_v}\right) \tan\beta = \text{componente vertical del bloque de compresión (enfoque tradicional)} \quad 3.70$$

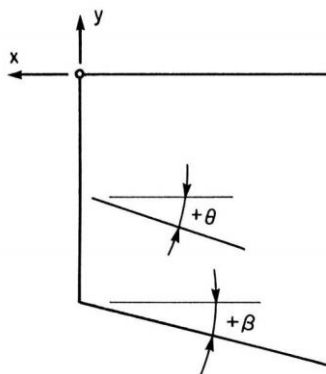
Dilger y Langhor (1997) concluyeron que no era confiable revisar el Puente Confederación con el enfoque tradicional. Lo anterior, ya que de acuerdo al modelo de armadura plástica, la fuerza en la cuerda de compresión es menor de lo que dice la teoría de la flexión por lo que la ecuación 3.70 sobreestima la resistencia a cortante del bloque comprimido.

A partir de este razonamiento, Dilger y Langohr creyeron conveniente revisar la capacidad estructural del Puente Confederación por secciones, pero utilizando expresiones derivadas de un modelo de armadura plástica (figura 3.55). En esencia, el procedimiento que usaron es equivalente al propuesto por Marti (1985/a) y al del reglamento modelo del Comité Euro-Internacional para el Concreto (CEB-FIB 1990).



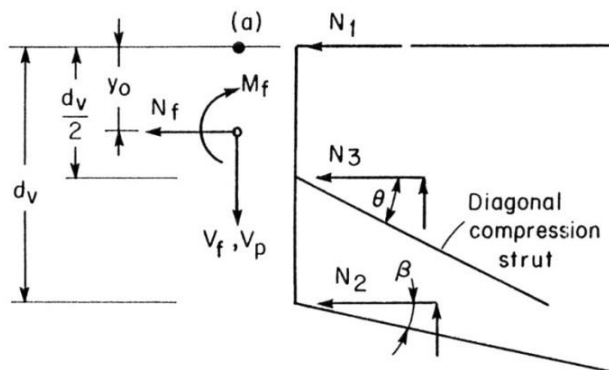
**Figura 3.55 Modelo de armadura utilizado por Dilger y Langohr (1997)**

El sistema de referencia y la convención de signos usados por Dilger y Langohr (1997) se muestran en la figura 3.56. Los ángulos señalados en la figura son el del bloque de compresión ( $\beta$ ) y el del campo de compresión diagonal o agrietamiento ( $\theta$ ).



**Figura 3.56 Sistema de referencia y convención de signos usada por Dilger y Langohr (1997)**

En la figura 3.57 se muestran las fuerzas externas y las reacciones que las equilibran. Las reacciones tienen la misma dirección pero sentido opuesto a las fuerzas internas. La sección de análisis para cada *tablero* del modelo de armadura es la que corta al elemento diagonal a la mitad del peralte efectivo ( $0.5 d_v$ ).



**Figura 3.57 Fuerzas externas y sus reacciones consideradas por Dilger y Langohr (1997)**

Las fuerzas externas que actúan en la sección son: 1) momento flexionante ( $M_f$ ), 2) fuerza cortante ( $V_f$ ), 3) fuerza axial que incluye preesfuerzo ( $N_f$ ) y, 4) la fuerza vertical debida al preesfuerzo ( $V_p$ ). Vale la pena aclarar que en  $M_f$ ,  $V_f$  y  $N_f$  se deben incluir los efectos secundarios asociados al preesfuerzo. La componente vertical asociada al preesfuerzo es  $V_p = P_e \text{seno } \gamma$ , donde  $P_e$  es la fuerza efectiva de preesfuerzo y  $\gamma$  el ángulo de la pendiente del cable en la sección.

Las reacciones horizontales en la cartela están asociadas a: i) la cuerda superior ( $N_1$ ), ii) la cuerda inferior ( $N_2$ ) y, iii) el puntal de compresión diagonal ( $N_3$ ). Por su parte, las componentes verticales de las reacciones internas son  $N_2 \tan \beta$  y  $N_3 \tan \theta$ .

Las ecuaciones de equilibrio presentadas por Dilger y Langohr (1997) se indican en las ecuaciones 3.71 a 3.73.

$$\sum F_x = 0: N_f + N_1 + N_2 + N_3 = 0 \quad 3.71$$

$$\sum F_y = 0: -V_f - V_p + N_2 \tan \beta + N_3 \tan \theta = 0 \quad 3.72$$

$$\sum M_a = 0: M_f + N_f y_0 + N_2 d_v + N_3 d_v / 2 \quad 3.73$$

Todas las variables de las ecuaciones 3.71 a 3.73 están bien definidas en la figura 3.57 salvo  $y_0$ , que de acuerdo a Dilger y Langohr (1997) es “la distancia entre la fibra más alejada a compresión y el centroide de la sección”. Sin embargo, de acuerdo a la misma figura,  $y_0$  parece estar mejor definida como la distancia entre la cuerda de compresión del modelo de armadura ( $N_1$ ) y fuerza axial que incluye preesfuerzo ( $N_f$ ).

Al despejar  $N_2$  de las ecuaciones 3.72 y 3.73 se obtienen las ecuaciones 3.74 y 3.75.

$$N_2 = \frac{V_f + V_p}{\tan\beta} - N_3 \frac{\tan\theta}{\tan\beta} \quad 3.74$$

$$N_2 = -\frac{M_f + N_f y_0}{d_v} - \frac{N_3}{2} \quad 3.75$$

Al igualar las ecuaciones 3.74 y 3.75 se determina el valor de  $N_3$  (ecuación 3.76).

$$N_3 = \frac{V_f + V_p + (M_f + N_f y_0)(\tan\beta)/d_v}{\tan\theta - 0.5 \tan\beta} \quad 3.76$$

Al sustituir  $N_3$  en la ecuación 3.75 se obtiene  $N_2$  (ecuación 3.77).

$$N_2 = -\frac{M_f + N_f y_0}{d_v} - \frac{V_f + V_p + (M_f + N_f y_0)(\tan\beta)/d_v}{2 \tan\theta - \tan\beta} \quad 3.77$$

Como  $N_2$  y  $N_3$  son conocidos, y como la fuerza axial externa ( $N_f$ ) también se conoce,  $N_1$  se puede calcular a partir de la ecuación 3.71 (ecuación 3.78).

$$N_1 = -N_f + \frac{M_f + N_f y_0}{d_v} - \frac{V_f + V_p + (M_f + N_f y_0)(\tan\beta)/d_v}{2 \tan\theta - \tan\beta} \quad 3.78$$

En la publicación de Dilger y Langohr (1997), el primer cociente del lado derecho de la ecuación 3.78 tiene signo negativo, lo cual se atribuye a un error de edición, es decir, no a un error algebraico que ellos hayan cometido.

Por definición, en un modelo de armadura la demanda de cortante en el alma ( $V_w$ ) es resistida exclusivamente por estribos. Del equilibrio de fuerzas verticales (ecuación 3.72) esta demanda es  $N_3 \tan\theta$  (ecuación 3.79).

$$V_w = N_3 \tan\theta = \frac{V_f + V_p + (M_f + N_f y_0)(\tan\beta)/d_v}{1 - (\tan\beta/2 \tan\theta)} \quad 3.79$$

De acuerdo con Dilger y Langohr (1997), el denominador de la ecuación 3.79 es el *error* (no conservador) que se comete al evaluar el cortante en el alma con el método tradicional.

Este error se presenta de manera independiente en la ecuación 3.80, y en la figura 3.58 se muestra su comportamiento para diferentes ángulos de acartelamiento ( $\beta$ ) y ángulos del campo de compresión diagonal ( $\theta$ ). Dilger y Langohr (1997) indicaron que para valores usuales de  $\beta$  y  $\theta$  se subestima la demanda de cortante hasta en un 20%.



$$\text{Error} = \frac{1}{1 - (\tan\beta/2 \tan\theta)} \quad (\text{Dilger y Langohr 1997}) \quad 3.80$$

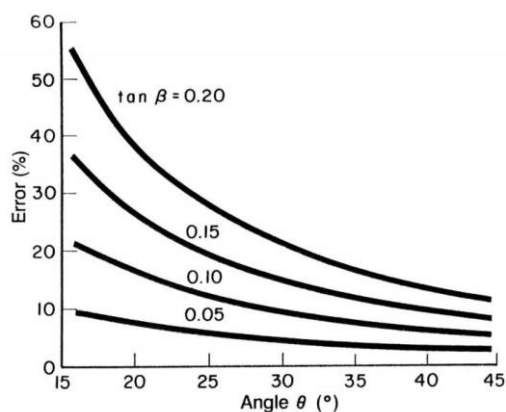


Figura 3.58 Error del método tradicional según Dilger y Langohr (1997)

Dilger y Langohr (1997) revisaron el área del acero de refuerzo transversal del Puente Confederación conforme al *diseño escalonado* que promueve la teoría de la plasticidad del Concreto. La descripción del método, así como opiniones a favor y en contra, se encuentran en Hsu (1982), Cerruti y Marti (1985) y Marti (1986).

De esta forma, Dilger y Langohr restaron al cortante  $V_f$  las cargas gravitacionales que actúan dentro de una distancia  $d_v/\tan\theta$ . Esta reducción la cuantificaron con la ecuación 3.81, donde todas las variables se explican en la figura 3.59.

$$V_{f1} = [(w_{D1} + 0.5w_{D2}) + w_{SD} + w_L]d_v/\tan\theta \quad 3.81$$

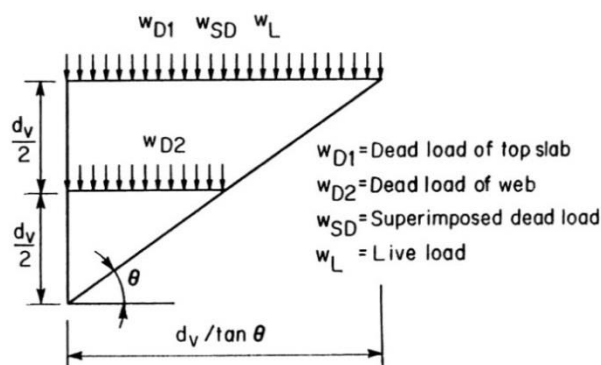


Figura 3.59 Reducción de cargas y cortante para el diseño escalonado según Dilger y Langohr (1997)

En la ecuación 3.82 se indica el cortante con fines de diseño o revisión conforme a un diseño escalonado ( $V_v$ ), y en la ecuación 3.83 el área de acero de los estribos ( $A_v$ ) que corresponde, donde  $f_y$  es el esfuerzo de fluencia del refuerzo y  $s$  la separación de estribos. De la ecuación 3.83, es claro que Dilger y Langohr (1997) consideraron que la proyección horizontal del agrietamiento es igual a la de una trabe de sección constante. Lo anterior, ya que no incluyeron la pendiente de la cartela en dicho cálculo.

$$V_v = \frac{(V_f - V_{f1}) + V_p + (M_f + N_f y_0)(\tan \beta)/d_v}{1 - (\tan \beta / 2 \tan \theta)} \quad 3.82$$

$$A_v = \frac{V_v \tan \theta}{f_y d_v} s \quad 3.83$$

Otro aspecto que Dilger y Langohr (1997) incluyeron en su revisión, fue el nivel de esfuerzo del campo de compresión diagonal ( $f_2$ ). Este esfuerzo se define con la ecuación 3.84, en la que  $D$  es la fuerza de compresión diagonal equivalente y  $A_w$  el área donde actúa.

$$f_2 = \frac{D}{A_w} \quad 3.84$$

La fuerza  $D$  se calcula con la ecuación 3.85. El área  $A_w$  se obtiene con la ecuación 3.86 en la que  $b_w$  es el ancho de la sección transversal. De acuerdo con Dilger y Langohr (1997),  $A_w$  es igual a la que se obtiene en una trabe de sección constante.

$$D = \frac{N_3}{\cos \theta} \quad 3.85$$

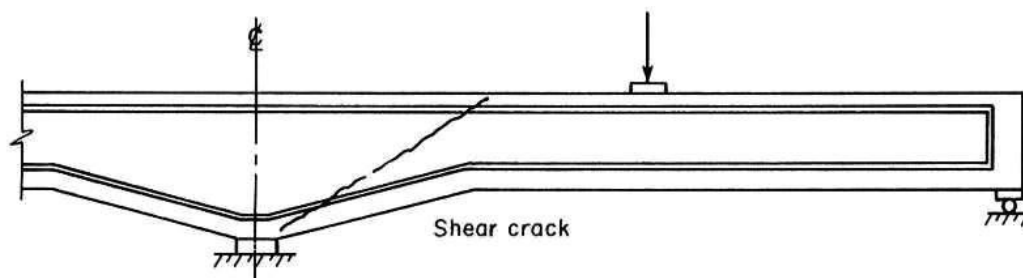
$$A_w = b_w d_v \cos \theta \quad 3.86$$

Al hacer las sustituciones y reducciones correspondientes, se tiene que el esfuerzo en el campo de compresión diagonal se calcula con la ecuación 3.87.

$$f_2 = \frac{V_f + V_p + (M_f + N_f y_0)(\tan \beta)/d_v}{b_w d_v (\sin \theta \cos \theta - 0.5 \cos^2 \theta \tan \beta)} \quad 3.87$$

Dilger y Langohr (1997) omitieron en el numerador de la ecuación 3.87 el término  $d_v$ , lo que también se atribuye a un error de edición.

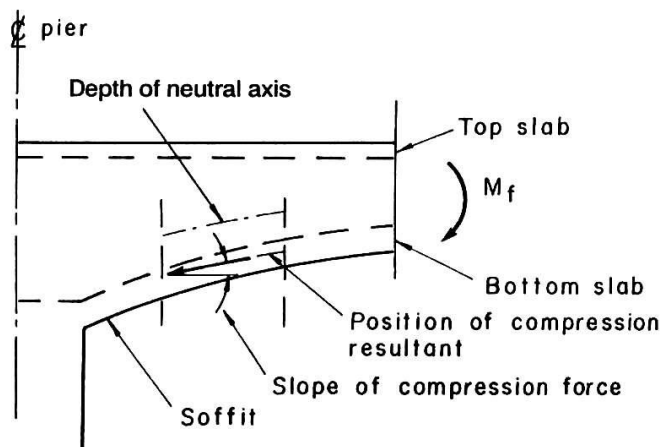
Finalmente, es fácil darse cuenta que en todas las ecuaciones presentadas por Dilger y Langohr se reducen a las soluciones conocidas para travesas de sección constante cuando  $\tan \beta = 0$ .



**Figura 3.60** Falla por cortante en travesas acarteladas presentada por Dilger y Langohr (1997)

Dilger y Langohr (1997) mostraron un patrón de agrietamiento reportado en el trabajo experimental de Hepworth en travesas acarteladas presforzadas continuas (figura 3.60). Con base en esta figura, recomendaron usar un ángulo de inclinación del campo de compresión diagonal menor a cuarenta y cinco grados ( $\theta \leq 45^\circ$ ). Desafortunadamente, el trabajo de Hepworth fue de difusión restringida y no se pudo conseguir.

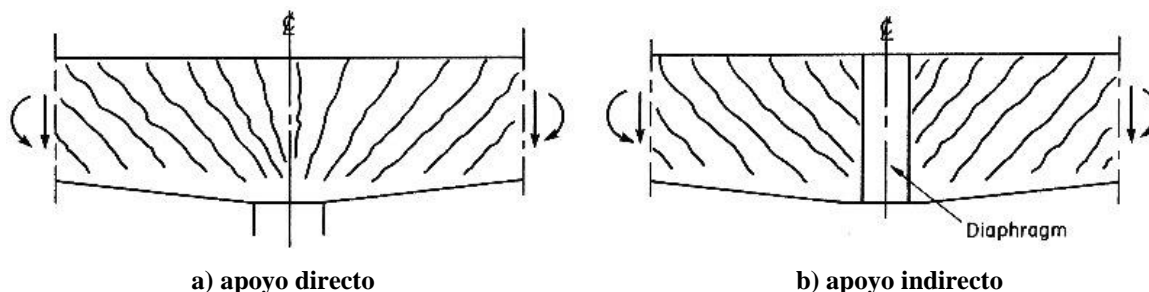
También, Dilger y Langohr sugirieron usar el valor del ángulo de acartelamiento como una primera aproximación del ángulo  $\beta$ . Para una buena determinación de éste, recomendaron el uso de análisis detallados que consideren la ubicación del eje neutro (figura 3.61).



**Figura 3.61 Determinación del ángulo del bloque de compresión (Dilger y Langohr 1997)**

Ellos revisaron con detalle la demanda en la cuerda de tensión en los apoyos intermedios del Puente Confederación, pues de acuerdo a Collins y Mitchell (1986), si la travesa se apoya directamente en su parte inferior (figura 3.62-a) las grietas tendrán una dirección radial (abanico de compresión) que provocaría una tensión igual a  $M_f/d_v$ .

Por otra parte, si el apoyo de la travesa es indirecto en todo el peralte al estar suspendido de un *diaphragma*, el agrietamiento será más o menos paralelo como en un campo de compresión diagonal (figura 3.62-b). En este caso, la demanda de tensión ( $N_t$ ) se debe calcular con la ecuación 3.78.



**Figura 3.62 Agrietamiento típico en apoyos intermedios. Modificada de Dilger y Langohr (1997)**

Dilger y Langohr (1997) consideraron que la zona de las trabes sobre los apoyos intermedios del Puente Confederación estaba en una situación intermedia a las de la figura 3.62. Por ello, sólo consideraron una demanda del 50% de la que se obtiene con la ecuación 3.78.

Sin duda, el trabajo de Dilger y Langohr (1997) aportó bastante información para mejorar el diseño de las trabes acarteladas. Sin embargo, su propuesta merece algunos comentarios.

El primero de ellos es la propia definición del mecanismo resistente a cortante de las trabes acarteladas desde la óptica de un modelo de armadura plástica. Por definición, en un modelo de armadura (o de puntales y tensores), todos los elementos trabajan de forma uniaxial (Schlaich *et al.* 1987, Muttoni *et al.* 1997, Nielsen 1999). Por lo tanto, una definición que sostenga que la componente vertical de la cuerda de compresión “resiste” parte de la demanda de cortante no puede ser aceptada. Esto equivale a decir que en una armadura idealizada los elementos también se deben diseñar por cortante.

En el caso de una trabe acartelada de concreto reforzado, es más válido decir que, como en cualquier armadura idealizada, al inclinar las cuerdas longitudinales las fuerzas de *todos* sus elementos también cambian (unos a favor de la seguridad o de la economía, y otros en contra). Esta idea es congruente con la distribución de los esfuerzos elásticos en trabes de sección variable, la cual estrictamente no es igual que en las trabes de sección constante (Timoshenko 1947a/b, Gutkowsky y Dewey 1984, El-Mezaini *et al.* 1991, Balkaya 2001).

Otro asunto que merece atención es la extensión del agrietamiento que Dilger y Langohr consideraron (ecuación 3.83). La información disponible en la época que ellos hicieron su propuesta indica que el agrietamiento por cortante en las trabes acarteladas es más extendido que en las trabes de sección constante (Debaiky y El-Niema 1982, Stefanou 1983, MacLeod y Houmsi 1994). De hecho, Stefanou (1983) dejó en claro que el ángulo de acartelamiento influye en el agrietamiento diagonal (ecuación 3.51). Por esta razón, se esperaría que la proyección horizontal del agrietamiento la hubieran considerado diferente a  $d_v/\tan\theta$ .

Por último, Dilger y Langohr convincentemente demostraron el error que se comete al ignorar el efecto de armadura al calcular la fuerza del bloque inclinado (figura 3.58). Sin embargo, este no es el error total en el diseño. Una comparación más justa entre el método tradicional derivado de la teoría de la flexión y el que considera el efecto de armadura (con o sin diagramas de cortante escalonados), debe hacerse con el área de acero transversal requerida pues en ella se combinan todos los factores involucrados.

### **3.11 ARCHUNDIA, TENA y GONZÁLEZ (2006)**

En 1994 A. Tena Colunga hizo una descripción de las ventajas ante cargas gravitacionales y sísmicas que las trabes acarteladas ofrecen sobre las prismáticas, y destacó la ausencia de recomendaciones para su diseño en los reglamentos de uso en México. También señaló la prioridad que muchos ingenieros le dan al modelado de estos elementos sobre el detallado.

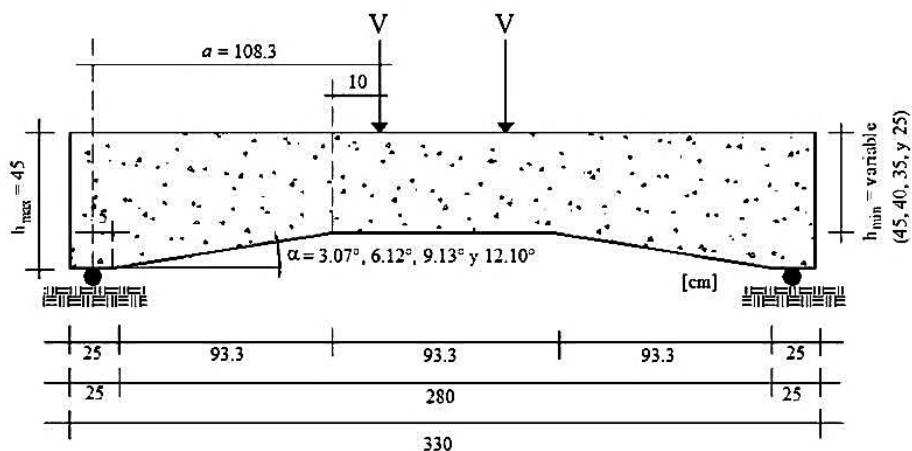
Esta situación, y su conocimiento de la práctica constructiva mexicana y del daño que causó el sismo de Michoacán (1985) en algunos edificios con trabes acarteladas de la ciudad de México, particularmente grietas de flexo-cortante en la zona del vértice de las cartelas, lo motivaron a proponer una recomendación de diseño por flexión que promueve un mecanismo de falla dúctil en marcos sismorresistentes con trabes acarteladas (Tena-Colunga 1994).

Sobre el diseño por cortante señaló la necesidad de contar con más trabajo analítico y experimental del que se disponía en esa época para entender el mecanismo resistente. Ante ese panorama, recomendó el uso tentativo del método de El-Niema (1988).

Con estos antecedentes, el doctor Tena inició en el año 2000 un programa de investigación experimental con el objeto de mejorar el conocimiento de la falla por cortante de las trabes acarteladas y elaborar guías de diseño. La información detallada de la primera etapa del programa se encuentra en Archundia (2004) y en Archundia *et al.* (2005). En Archundia *et al.* (2006) se publicó la información más relevante.

En Archundia *et al.* (2006) se reportó el comportamiento de diez trabes acarteladas simplemente apoyadas y sometidas a dos cargas simétricas monotónicas. Todos los elementos estaban apoyados en el peralte mayor.

En la figura 3.63 se muestra el arreglo y las dimensiones generales de los elementos estudiados. Salvo los experimentos que hizo Mörsch (1952) en trabes continuas (figuras 3.14 a 3.16), estas son las trabes acarteladas más grandes que se han ensayado para estudiar el cortante de las que se tiene registro.



**Figura 3.63 Geometría y condición de carga y apoyo de los ensayos de Archundia *et al.* (2006)**

Los diez especímenes estudiados se dividen de la siguiente manera: a) cinco con refuerzo transversal y, b) cinco idénticos a los primeros en geometría y armado longitudinal pero sin refuerzo por cortante. La geometría de los especímenes se propuso para que fuera representativa de lo observado en la práctica constructiva del país.

### CAPÍTULO 3: EL DISEÑO POR CORTANTE EN TRABES ACARTELADAS DE CONCRETO REFORZADO

La longitud de las cartelas fue de un tercio de la longitud efectiva del claro, y se propusieron acartelamientos uniformes entre cero y doce grados ( $\alpha = 0^\circ, 3.07^\circ, 6.12^\circ, 9.13^\circ$  y  $12.10^\circ$ ). La geometría se obtuvo dejando constante el peralte en los apoyos y variando el del tramo central prismático. El canto inferior de las traves fue el que dio forma a las cartelas. El ancho ( $b$ ) de todas las traves fue de 22 cm.

Con la finalidad de no introducir una variable más en el estudio, a todas las traves se les proveyó la misma área de acero longitudinal (figura 3.64). Este armado fue generoso para promover una falla por cortante.

El armado longitudinal del lecho inferior fue continuo siguiendo el perfil de las traves. De acuerdo con Mörsch (1952), este arreglo no es recomendable en traves continuas de edificios pues el acero longitudinal inclinado tiende a ser arrancado ante momento positivo. Sin embargo, existe evidencia que en México se ha utilizado este arreglo (Guzmán 2000).

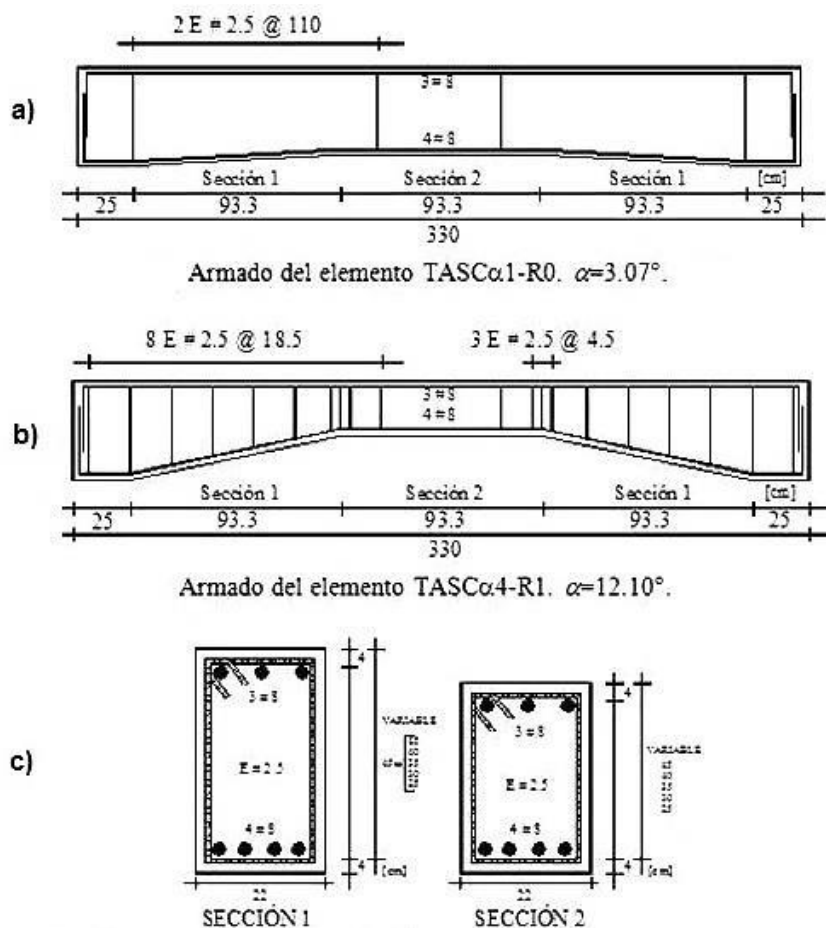
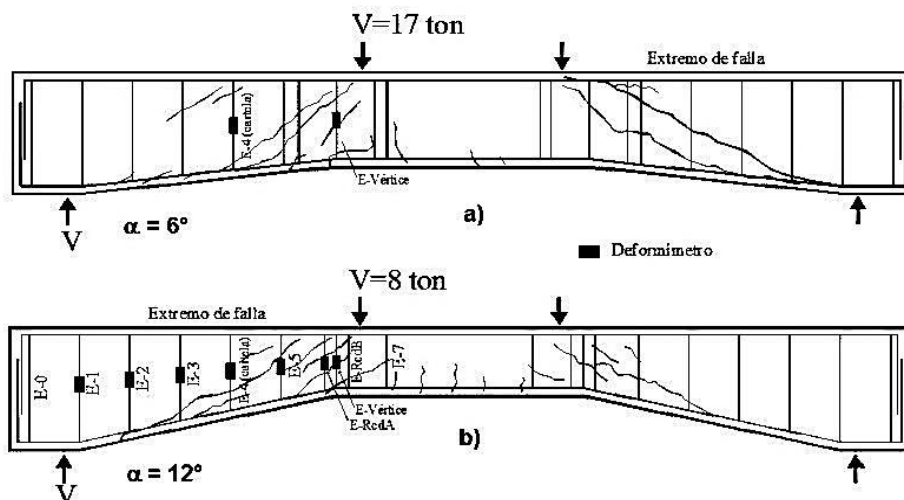


Figura 3.64 Armados típicos de los experimentos de Archundia *et al.* (2006)

En las traves sin refuerzo transversal solamente se colocaron cuatro estribos fuera del claro de cortante para sujetar el armado longitudinal (figura 3.64-a). En las traves con refuerzo transversal los estribos se propusieron conforme a la cuantía mínima que piden las NTCC-04 para traves de sección constante, pero considerando el peralte del apoyo. Como éste fue el

mismo en todas las traves, todas tuvieron la misma área de acero y separación de estribos (figura 3.64-b).

Como detallado se colocaron dos estribos adicionales a cada lado del vértice con la finalidad de *tomar* la componente vertical del acero longitudinal que se genera por el cambio brusco de dirección (Park y Paulay 1975).



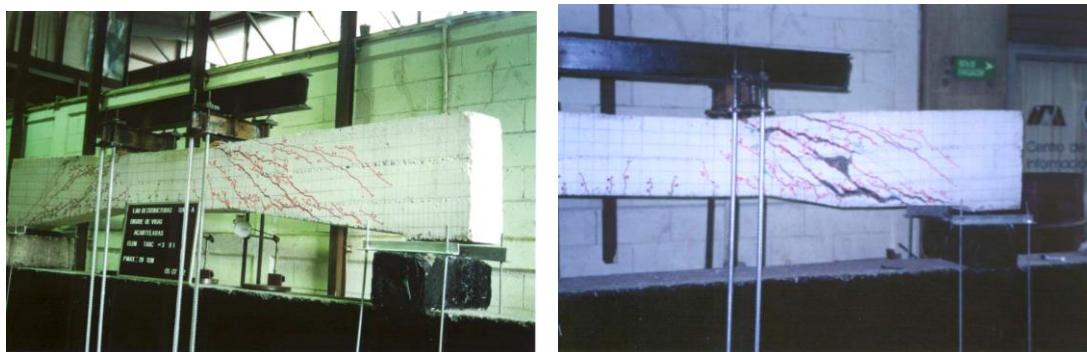
**Figura 3.65 Instrumentación del refuerzo transversal: a)  $\alpha = 0^\circ, 3^\circ, 6^\circ$  y  $9^\circ$  y b)  $\alpha = 12^\circ$ . Modificada de Archundia *et al.* (2006)**

En las traves con refuerzo transversal con acartelamientos entre cero y nueve grados, se midió solamente la deformación en dos estribos de una sola cartela. Los estribos instrumentados fueron el más cercano a la longitud media de la cartela y el del vértice (figura 3.65-a). En el elemento con doce grados de acartelamiento la instrumentación fue más generosa, y se colocaron deformímetros en todos los estribos de una cartela (figura 3.65-b).

En el acero longitudinal (de los diez elementos) solamente se midió la deformación en la longitud media de una cartela. En todos los especímenes se midió la carga y la deflexión al centro del claro y bajo los vértices.

Se reportaron tres cortantes característicos: a) el del primer agrietamiento diagonal ( $V_{agr}$ ), b) el de la grieta mayor o de falla ( $V_u$ ) y, c) el de colapso ( $V_{clps}$ ).

El cortante de colapso se obtuvo cargando las traves después de haber determinado la grieta de falla hasta obtener una condición de inestabilidad estructural. Al comparar los estados de daño a la falla (figura 3.66-a) y el de colapso (figura 3.66-b), es evidente que el último no se puede aceptar como un estado límite de falla. Por ello no lo consideraron como referencia para fines de diseño.



a) falla

b) colapso

**Figura 3.66 Patrones de agrietamiento según Archundia *et al.* (2006)**

En general, el comportamiento estructural reportado por Archundia *et al.* (2006) es muy similar al de investigaciones anteriores (Mörsch 1952, Debaiky y El-Niema 1982, Stefanou 1983, El-Niema 1988, MacLeod y Houmsi 1994).

Archundia y colaboradores observaron grietas extendidas en las cartelas que iniciaron en el peralte menor, algunas prolongándose hasta el apoyo siguiendo la trayectoria del refuerzo longitudinal (figura 3.67). En los elementos con refuerzo transversal el agrietamiento fue más severo, y en algunos casos permitió la formación de una segunda grieta diagonal importante. De acuerdo a sus observaciones, concluyeron que el aumento del acartelamiento incrementa la capacidad de deformación de las trabes y disminuye la fragilidad de la falla por cortante típica de sección constante.



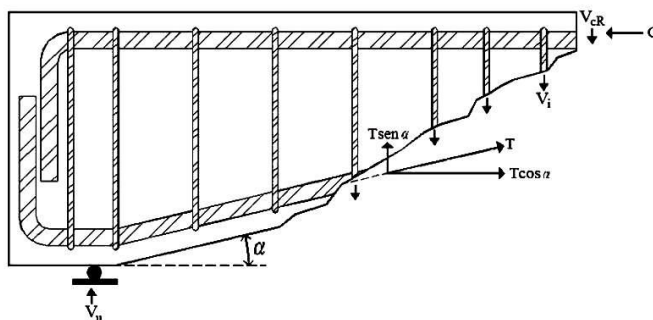
a) sin refuerzo transversal

b) con refuerzo transversal

**Figura 3.67 Agrietamiento típico de falla ( $V_u$ ) reportados por Archundia *et al.* (2006)**

Archundia *et al.* (2006) estudiaron el mecanismo resistente mediante el equilibrio de fuerzas verticales de la misma manera que lo hicieron de Debaiky y El-Niema (1982), es decir, con un enfoque de diseño por secciones en el que en la resistencia a cortante ( $V_u$ ) participa el concreto ( $V_{cR}$ ), el acero de refuerzo transversal ( $\sum V_i = V_{sR}$ ) y la componente del acero longitudinal inclinado ( $T$ ). En la figura 3.68 se aprecian estas fuerzas en un diagrama de cuerpo libre.

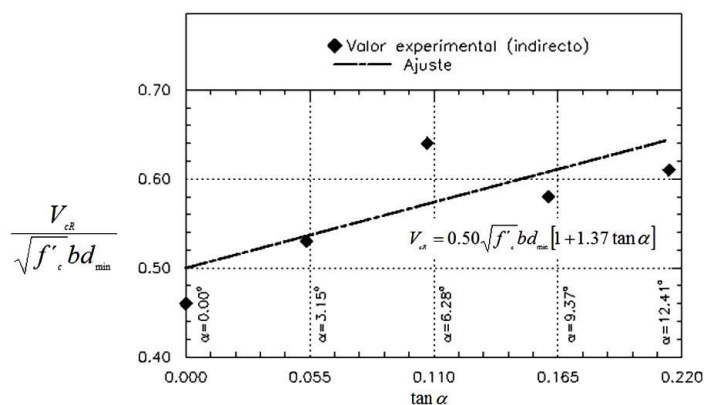




**Figura 3.68** Diagrama de cuerpo libre para describir la falla usado por Archundia *et al.* (2006)

Con base en el equilibrio vertical de la figura 3.68, la contribución del concreto ( $V_{cr}$ ) se calculó con la ecuación 3.88. Por facilidad, Archundia *et al.* (2006) la cuantificaron en las trabes sin refuerzo transversal ( $\sum V_i = 0$ ). La fuerza de tensión del acero longitudinal ( $T$ ) fue relacionada con la deformación medida en la longitud media de las cartelas al momento de la falla.

$$V_{cr} = V_u + T \sen \alpha - \sum V_i \tag{3.88}$$



**Figura 3.69** Contribución del concreto según Archundia *et al.* (2006)

$$V_{cr} = 0.5 \sqrt{f'_c} b d_{min} (1 + 1.37 \tan \alpha); \quad (\text{kg cm}) \tag{3.89}$$

La contribución del concreto fue normalizada convencionalmente usando el peralte mínimo de las cartelas ( $d_{min}$ ) y graficada contra la tangente del ángulo de acartelamiento. Con los datos hicieron una regresión estadística que fue ligeramente ajustada para que en las trabes prismáticas se tuviera la resistencia simplificada del reglamento ACI-318 (figura 3.69). En la ecuación 3.89 se muestra la fórmula que propusieron y que de acuerdo a Archundia *et al.* (2006) proporciona resistencias muy similares a las que se obtienen con las propuestas de Debaiky y El-Niema (1982) y MacLeod y Houmsi (1994).

La ecuación 3.89 tiene el mismo formato que presentaron Debaiky y El-Niema (ecuación 3.21). Sin embargo, Archundia *et al.* la expresaron en función de un peralte crítico ( $d_{crit}$ ) como lo recomendaron MacLeod y Houmsi (1994). De esta manera, la contribución del concreto y el peralte crítico se calculan de acuerdo a las ecuaciones 3.90 y 3.91, respectivamente.

$$V_{cR} = 0.5\sqrt{f'_c}bd_{crit}; \quad (\text{kg, cm}) \quad \mathbf{3.90}$$

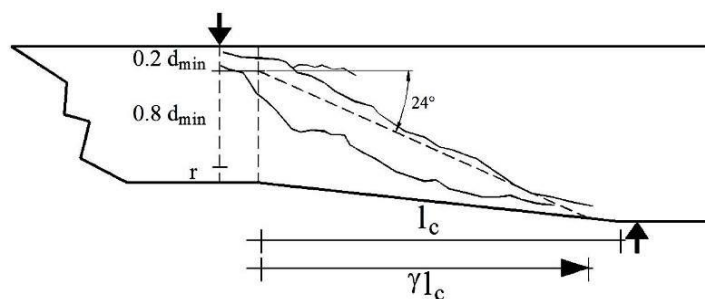
$$d_{crit} = d_{min}(1 + 1.37 \tan \alpha) \leq \left( \frac{h_{max}h_{min} - h_{max}^2}{2l_c} + h_{max} \right) - r \quad \mathbf{3.91}$$

En la ecuación 3.90 todos los términos ya han sido descritos. En la ecuación 3.91  $h_{max}$  y  $h_{min}$  son respectivamente, los peraltes totales máximo y mínimo de la cartela,  $r$  el recubrimiento y  $l_c$  la longitud de la cartela.

El límite impuesto a  $d_{crit}$  obedece a que al calcularlo se pueden tener peraltes que físicamente ya no están dentro de la cartela, tal y como sucede con la propuesta de MacLeod y Houmsi (1994). La cota representa el peralte efectivo que se tiene a una distancia de medio peralte efectivo del apoyo, lo cual es debatible debido a la alta concentración de esfuerzos en esa zona.

Archundia *et al.* (2006) sugirieron calcular la contribución del acero de refuerzo ( $V_{sR}$ ) considerando la porción de la cartela ( $\gamma$ ) sobre la que se extiende *todo* el agrietamiento diagonal (figura 3.70). Con ello, trataron de no incurrir en el error de Debaiky y El-Niema (1982) de considerar una extensión del agrietamiento igual al de las trabes de sección constante.

Con base en los patrones de agrietamiento de sus experimentos, determinaron que el agrietamiento diagonal se extendía aproximadamente en el 85% de las cartelas ( $\gamma \approx 0.85$ ). Bajo esta consideración, sugirieron un “agrietamiento diagonal equivalente” de veinticuatro grados ( $\theta = 24^\circ$ ). A juzgar por la figura 3.70, este agrietamiento difícilmente se puede justificar en el contexto de un campo de compresión diagonal, pues no tiene una clara relación con el mecanismo resistente, y tampoco muestra dependencia con el ángulo de acartelamiento.



**Figura 3.70** Extensión del agrietamiento en las cartelas según Archundia *et al.* (2006)

Archundia *et al.* (2006) indicaron que los estribos cruzados por el agrietamiento desarrollaron el esfuerzo de fluencia ( $f_{yw}$ ). De esta manera, propusieron calcular la contribución del acero de refuerzo transversal con la ecuación 3.92 donde todos los términos ya se han descrito, salvo  $A_v$ , que es el área de los estribos y  $s$  la separación entre ellos.

$$V_{sR} = 0.85 \frac{A_v f_{yw} l_c}{s} \quad 3.92$$

Es evidente que la ecuación 3.92 tiene un origen altamente empírico que no puede justificarse con un modelo de armadura.

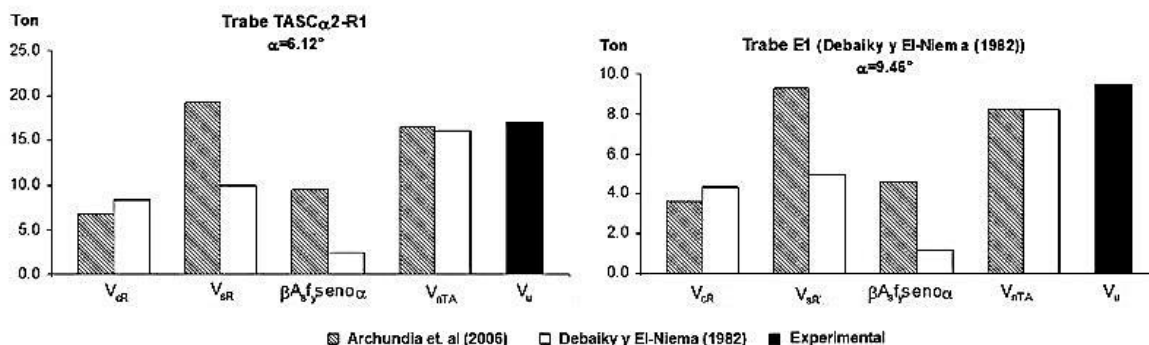
Para definir la fuerza en el acero longitudinal ( $T$ ), Archundia *et al.* (2006) utilizaron la deformación medida en el acero longitudinal en la sección media de las cartelas. Con base en estas lecturas calcularon el esfuerzo y obtuvieron el promedio para los casos de tener o no refuerzo transversal. En las trabes sin refuerzo transversal el esfuerzo promedio fue del 10% de la fluencia ( $0.10f_y$ ), y en las trabes con refuerzo transversal prácticamente el de fluencia ( $f_y$ ).

La ecuación propuesta por Archundia *et al.* (2006) para calcular la resistencia a cortante de trabes acarteladas ( $V_{nTA}$ ), es la que se muestra en la ecuación 3.93. Todos los términos se han definido salvo  $A_s$  que es el área del acero longitudinal inclinado y  $\beta$  su nivel de fluencia al momento de la falla (ecuación 3.94).

$$V_{nTA} = V_{cR} + V_{sR} - \beta A_s f_y \text{seno } \alpha \quad 3.93$$

$$\beta = \begin{cases} 0.1; & \text{trabes sin refuerzo transversal} \\ 1.0; & \text{trabes con refuerzo transversal} \end{cases} \quad 3.94$$

Archundia *et al.* (2006) compararon sus predicciones y las que se obtienen con el método de Debaiky y El-Niema (1982) contra la resistencia obtenida en laboratorio en algunas trabes. En la muestra solamente tomaron en cuenta los elementos con refuerzo transversal reportadas en Archundia *et al.* (2006) y las trabes apoyadas en el peralte mayor de Debaiky y El-Niema (1982). En la figura 3.71 se muestran dos de estas comparaciones.



**Figura 3.71 Comparación de propuestas. Modificada de Archundia *et al.* (2006)**

Las comparaciones de la figura 3.71 muestran que la contribución del concreto ( $V_{cR}$ ) es muy parecida en las propuestas de Debaiky y El-Niema (1982) y Archundia *et al.* (2006) pero que existen diferencias sustanciales en la contribución del acero transversal ( $V_{sR}$ ) y en la componente vertical del acero longitudinal ( $\beta A_s f_y \text{seno } \alpha$ ).

Aunque estas diferencias tienden a cancelarse y al final ambos métodos proporcionan una resistencia nominal ( $V_{nTA}$ ) muy parecida a la resistencia observada ( $V_u$ ), es evidente que la situación les resta confianza para su uso en la práctica profesional. Lo anterior, ya que no parece haber consenso en ambas propuestas sobre la aportación de los mecanismos resistentes.

### **3.12 TENA-COLUNGA, ARCHUNDIA-ARANDA y GONZÁLEZ-CUEVAS (2008)**

En Tena-Colunga *et al.* (2008) se mostró una perspectiva de la situación en la que se encontraba el diseño de las trabes acarteladas de concreto reforzado en general, y el de cortante en particular. También se presentó una mejor interpretación de los resultados experimentales reportados en Archundia *et al.* (2005 y 2006).

La mayor contribución de Tena-Colunga *et al.* (2008), es que hicieron una reevaluación de los métodos de diseño por cortante existentes con la finalidad de proponer uno nuevo que comparado con los anteriores: 1) fuera congruente con la evidencia experimental y, 2) mejorara el nivel de predicción.

Las propuestas de diseño con respaldo experimental analizadas por Tena-Colunga *et al.* (2008) fueron las de Debaiky y El-Niema (1982), El-Niema (1988), MacLeod y Houmsi (1994) y Archundia *et al.* (2005). El trabajo de Stefanou (1983) fue citado, pero sus contribuciones no fueron incluidas debido a las inconsistencias que presenta en su planteamiento y a que no existe congruencia en los datos experimentales reportados (al parecer por errores en la edición del artículo o a un mal uso del sistema de unidades). El método analítico de Dilger y Langohr (1997) también fue incluido en esta revisión. Todas las propuestas analizadas, salvo la de Dilger y Langohr, incluyen una contribución del concreto.

De acuerdo con Tena-Colunga *et al.* (2008) la resistencia a cortante de las trabes acarteladas se describe con la ecuación 3.95, donde  $V_n$  es la resistencia nominal a cortante,  $V_c$  la contribución del concreto y  $V_s$  la contribución del acero de refuerzo transversal.

$$V_n = V_c + V_s \tag{3.95}$$

Para calcular la contribución del concreto, Tena-Colunga *et al.* retomaron el formato presentado por MacLeod y Houmsi (1994) que se muestra en la ecuación 3.96, donde  $V_{pc}$  es la resistencia de la sección como si fuera parte de una trabe de sección constante,  $M$  el momento de la sección,  $d_{cr}$  el peralte crítico de la cartela y  $\alpha$  el ángulo de acartelamiento. El signo positivo aplica cuando el peralte de la cartela y el momento flexionante crecen en el mismo sentido.

$$V_c = V_{pc} \pm \frac{M}{d_{cr}} \tan \alpha \quad 3.96$$

Para el cálculo de  $V_{pc}$ , Tena-Colunga *et al.* (2008) hicieron una regresión experimental con las resistencias normalizadas de sus propios experimentos (sección 3.11) y las reportadas por Debaiky y El-Niema (1982) y MacLeod y Houmsi (1994).

De la misma forma que lo hicieron Debaiky y El-Niema (1982), usaron la expresión completa del reglamento del ACI para traveses de sección constante considerando el peralte mínimo de las cartelas ( $d_{min}$ ). Los datos y el ajuste propuesto se muestran en la figura 3.72, y en la ecuación 3.97 la ecuación que resulta.

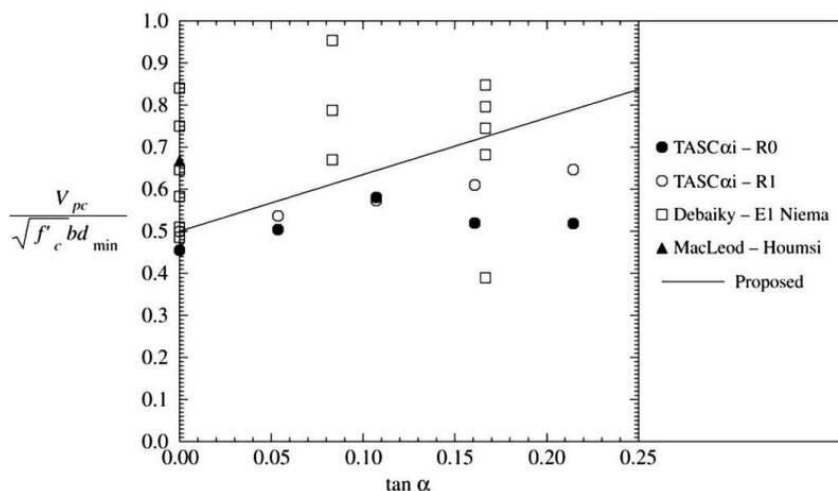


Figura 3.72 Contribución del concreto en una sección acartelada propuesta por Tena-Colunga *et al.* (2008)

$$V_{pc} = \left( 0.5\sqrt{f'_c} + 176\rho_w \frac{V_u d_{cr}}{M_u} \right) b d_{cr}; \quad (\text{kg, cm}) \quad 3.97$$

$$d_{cr} = d_{min} (1 + 1.35 \tan \alpha) \leq \left( \frac{h_{max} h_{min} - h_{max}^2}{2l_c} + h_{max} \right) - r \quad 3.98$$

En la ecuación 3.97 todos los términos son familiares salvo  $d_{cr}$ , que es el peralte crítico de la cartela y en el cual se evalúan las demandas de cortante ( $V_u$ ) y momento ( $M_u$ ) indicados en la misma ecuación.

El peralte crítico se calcula con la ecuación 3.98, donde  $d_{min}$  es el peralte mínimo de la cartela,  $h_{max}$  y  $h_{min}$  los peraltes totales máximo y mínimo, respectivamente,  $r$  el recubrimiento y  $l_c$  la longitud de la cartela. Es de llamar la atención que el peralte crítico y su cota superior son prácticamente los mismos que previamente habían propuesto (Archundia *et al.* 2005 y 2006).

Para considerar el efecto del refuerzo inclinado, es decir, el término  $M/d_{cr} \tan \alpha$  de la ecuación 3.96, Tena-Colunga *et al.* (2008) reflexionaron sobre la advertencia de Dilger y Langohr (1997) de tomar en cuenta el efecto de armadura en las cuerdas longitudinales.

Dilger y Langorh (1997) indicaron que en traveses en las que el canto acartelado trabaja en compresión, al presentarse el agrietamiento diagonal el modelo de armadura indica que la demanda del bloque comprimido es menor a lo que dice la teoría de la flexión y, por extensión, la resistencia que aporta a cortante.

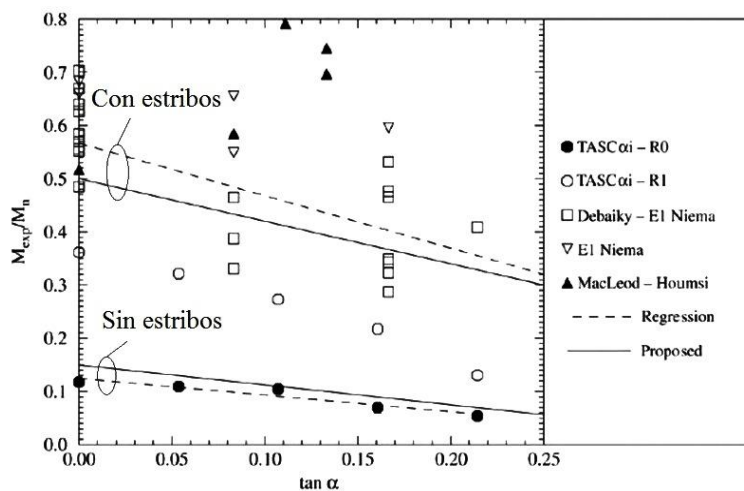
De forma similar, Tena-Colunga *et al.* (2008) observaron que cuando el canto acartelado trabaja en tensión, el agrietamiento típico paralelo al borde acartelado podría liderar problemas de adherencia en el refuerzo longitudinal que obligaría el uso de una componente vertical menor a “ $(M/d_{cr})\tan\alpha$ ”.

Para tomar en cuenta este fenómeno, Tena-Colunga *et al.* (2008) reexaminaron las mediciones del acero longitudinal en las cartelas y los registros de sus experimentos con cargas monotónicas (Archundia 2004, Archundia *et al.* 2005). Esto permitió determinar el cortante en la cual se presentó el primer indicio de pérdida de adherencia en el refuerzo longitudinal inclinado. En algunos casos este cortante fue menor al cortante de falla.

Como en esos experimentos la única sección instrumentada fue la de longitud media de las cartelas, al momento flexionante de esa sección, en el instante de la pérdida de adherencia ( $M_{exp}$ ), se le dividió entre el momento resistente a flexión ( $M_n$ ) que se obtiene en la misma sección considerando el bloque equivalente del reglamento del ACI.

De esta manera, el cociente  $M_{exp}/M_n$  cuantifica indirectamente la demanda del acero longitudinal inclinado al momento de la pérdida de adherencia, y es una aportación original de Tena-Colunga *et al.* (2008) para calcular la componente vertical de la fuerza inclinada que participa en la resistencia a cortante.

El procedimiento descrito también se hizo en: 1) las traveses simplemente apoyadas con estribos estudiadas por Debaiky y El-Niema (1982) y El-Niema (1988) y, 2) las traveses sin estribos en voladizo reportadas por MacLeod y Houmsi (1994). A falta de información más detallada, en todas ellas se sustituyó en  $M_{exp}$  el valor del cortante de falla que reportaron.



**Figura 3.73 Participación (indirecta) del acero longitudinal inclinado (Tena-Colunga *et al.* 2008)**

$$M_{cr} = 0.15M_n(1 - 2.5 \tan \alpha); \quad \text{trabes sin refuerzo transversal} \quad \mathbf{3.99}$$

$$M_{cr} = 0.5M_n(1 - 1.6 \tan \alpha); \quad \text{trabes con refuerzo transversal} \quad \mathbf{3.100}$$

Todos los cocientes  $M_{exp}/M_n$  se graficaron contra la tangente del ángulo de acartelamiento (figura 3.73) y se propusieron ajustes estadísticos para los casos de tener o no refuerzo transversal (ecuaciones 3.99 y 3.100). Por consistencia con el cálculo de  $V_c$  (ecuación 3.97), los ajustes estadísticos se supusieron válidos para la sección del peralte crítico por lo que  $M_{exp}$  se redefinió como el momento crítico de la cartela ( $M_{cr}$ ).

Tena-Colunga *et al.* (2008) comentaron que a pesar de la dispersión de datos en las trabes con estribos (trabes simplemente apoyadas TASC $\alpha$ i-R1, Debaiky y El-Niema y El-Niema de la figura 3.73), se podía proponer una ecuación lineal con fines prácticos (ecuación 3.100).

En las trabes sin estribos observaron una gran diferencia entre las tendencias de las trabes simplemente apoyadas de sus experimentos (TASC $\alpha$ i-R0) y las ensayadas en voladizo por MacLeod y Houmsi (figura 3.73). Esta diferencia la asociaron al hecho que en las últimas las demandas de momento y cortante coincidían en la misma sección (aunque tal vez se deba a que las trabes de Macleod y Housmi (1994) trabajaron en su condición más favorable, es decir, con el canto acartelada en compresión). Por uniformidad con las trabes con estribos, propusieron una regresión con base en los resultados de los elementos TASC $\alpha$ i-R0 pues en ellos se había tomado en cuenta el efecto de la pérdida de adherencia en el acero longitudinal (ecuación 99).

Al final, Tena-Colunga *et al.* (2008) propusieron la ecuación 3.101 para cuantificar la contribución del concreto en las trabes acarteladas, donde el ángulo de acartelamiento ( $\alpha$ ) es positivo para trabes simplemente apoyadas en el peralte mayor,  $M_{cr}$  se calcula con las ecuaciones 3.99 ó 3.100 según sea el caso y tiene el signo del diagrama de momentos.

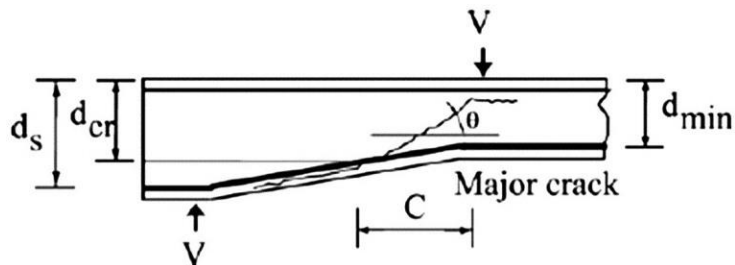
$$V_c = V_{pc} - \frac{M_{cr}}{d_{cr}} \tan \alpha \quad \mathbf{3.101}$$

Desafortunadamente, la convención de signos de la ecuación 3.101 no es válida para todos los casos. Sin embargo, el inconveniente desaparece si se respeta el formato de la ecuación 3.96. De esta manera, la ecuación 3.101 queda como se indica en la ecuación 3.102 donde el signo positivo aplica cuando el peralte de la cartela y el momento flexionante crecen en el mismo sentido.

$$V_c = V_{pc} \pm \frac{M_{cr}}{d_{cr}} \tan \alpha \quad \mathbf{3.102}$$

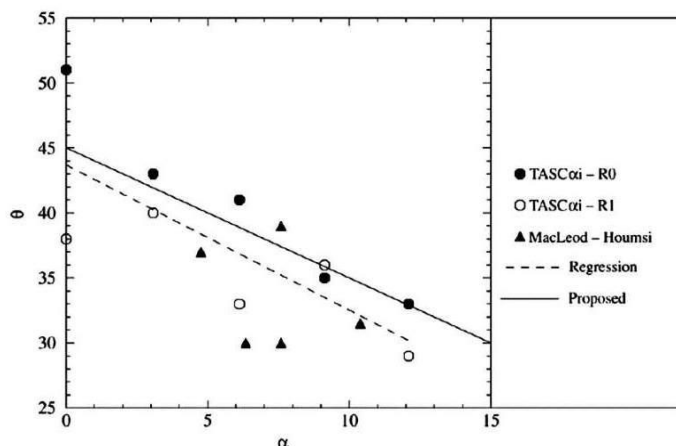
Para determinar la contribución del acero de refuerzo transversal, Tena-Colunga *et al.* (2008) relacionaron el ángulo de la grieta diagonal principal ( $\theta$ ) con el ángulo de acartelamiento ( $\alpha$ ). Para ello usaron los ángulos de sus experimentos (trabes simplemente apoyadas con y sin

estribos) y los reportados por MacLeod y Houmsi (trabes en voladizo sin estribos). En ambos casos el ángulo de inclinación de la grieta principal se midió de la misma forma (figura 3.74).



**Figura 3.74** Ángulo de inclinación de la grieta de falla según Tena-Colunga *et al.* (2008)

En la figura 3.75 se muestra la correlación entre los ángulos  $\theta$  y  $\alpha$ , y en la ecuación 3.103 el ajuste estadístico que propusieron Tena-Colunga *et al.* (2008). Como ellos comentaron, la ecuación 3.103 fue ajustada para proporcionar el ángulo  $\theta$  implícito en el reglamento ACI para trabes de sección constante ( $\theta = 45^\circ$ ).



**Figura 3.75** Correlación entre los ángulos  $\theta$  y  $\alpha$ . Tena-Colunga *et al.* (2008)

$$\theta = 45 - \alpha \tag{3.103}$$

La resistencia que aportan los estribos ( $V_s$ ) la hicieron con base en la fórmula tradicional del reglamento ACI, con la salvedad que se debe utilizar el ángulo de la grieta diagonal recomendada en la ecuación 3.103. Además, y por consistencia con el cálculo de la contribución del concreto, se debe usar el peralte crítico ( $d_{cr}$ ) calculado con la ecuación 3.98. En la ecuación 3.104 se muestra la ecuación que Tena-Colunga *et al.* (2008) propusieron para calcular  $V_s$ .

$$V_s = \frac{A_v f_{yv} d_{cr}}{s \tan(45 - \alpha)} \tag{3.104}$$



Para justificar su propuesta, Tena-Colunga *et al.* (2008) compararon sus predicciones contra las que se obtienen con: 1) la propuesta original de Debaiky y El-Niema (1982) y, 2) las de MacLeod y Houmsi (1994) y Dilger y Langohr (1997) modificadas juiciosamente. El método de MacLeod y Houmsi es solamente para trabes sin estribos, y el de Dilger y Langohr no considera la contribución del concreto (se desarrolló a partir de un modelo de armadura).

La evaluación se hizo para dos grupos de elementos:

- a) Trabes con refuerzo transversal. En este grupo se incluyeron las trabes simplemente apoyadas de los autores (TASC $\alpha$ i-R1, sección 3.11) y las trabes apoyadas en el apoyo mayor ensayadas por Debaiky y El-Niema (1982) y El-Niema (1988).
- b) Trabes sin refuerzo transversal. En este grupo se incluyeron las trabes simplemente apoyadas de los autores (TASC $\alpha$ i-R0, sección 3.11) y las trabes en voladizo de MacLeod y Houmsi (1994).

Las comparaciones del primer grupo se muestran en la tabla 3.2 y la del segundo en la tabla 3.3. En los cálculos se usó la resistencia de los materiales, las dimensiones generales y las cuantías de refuerzo reportadas en las publicaciones. En todos los casos se utilizó el bloque equivalente de concreto del ACI (ACI 318 05).

Con base en sus resultados, Tena-Colunga *et al.* (2008) hicieron las siguientes conclusiones:

- Su método proporcionó las mejores estimaciones, particularmente en las trabes simplemente apoyadas con refuerzo transversal. En las trabes en voladizo sin estribos de MacLeod y Houmsi (1994) la predicción fue conservadora.
- La propuesta de Debaiky y El-Niema (1982) subestimó la resistencia de las trabes con estribos con el aumento del acartelamiento debido a que adoptaron una contribución conservadora de los estribos (similar a la de las trabes prismáticas), y porque la participación del refuerzo longitudinal inclinado que recomendaron no varía con el acartelamiento ( $M_{exp}/M_n = 0.25$ ). En las trabes simplemente apoyadas sin refuerzo transversal la predicción empeoró, ya que la participación del acero longitudinal inclinado es la misma que en las trabes con estribos. En las trabes en voladizo sin refuerzo transversal la predicción fue conservadora.
- El método de MacLeod y Houmsi (1994) solamente dio buenas estimaciones en trabes sin estribos en voladizo. En trabes simplemente apoyadas con y sin estribos, se obtuvieron resistencias negativas en acartelamientos superiores a seis grados ( $\alpha \geq 6^\circ$ ) debido a un factor de corrección exponencial que propusieron.
- El método de Dilger y Langohr (1997) proporcionó resistencias conservadoras en trabes simplemente apoyadas con estribos y en trabes en voladizo sin estribos. En las trabes simplemente apoyadas sin estribos las predicciones no fueron buenas en particular en ángulos de acartelamiento superiores a seis grados ( $\alpha \geq 6^\circ$ ).
- Se requiere de mayor evidencia experimental para calibrar su propuesta de diseño en trabes en condiciones de continuidad, es decir, en trabes donde las demandas máximas de cortante y de momento coincidan.

**CAPÍTULO 3: EL DISEÑO POR CORTANTE EN  
TRABES ACARTELADAS DE CONCRETO REFORZADO**

- Es necesario validar su propuesta en trabes sometidas a cargas reversibles.

**Tabla 3.2 Comparativos de Tena-Colunga *et al.* (2008) en trabes con refuerzo transversal**

Elemento	$\alpha$	Experimental $V_{exp}(\text{Ton})$	Debaiky y El-Niema (1982)	Tena-Colunga <i>et al.</i> (2008)	MacLeod y Houmsi (1994)	Dilger y Langohr (1997)
			$V_{DEN}/V_{exp}$	$V_{TAG}/V_{exp}$	$V_{MH}/V_{exp}$	$V_{DI}/V_{exp}$
<b>Elementos de Archundia <i>et al.</i> (2005)</b>						
TASC $\alpha$ 0-R1	0	25	0.764	0.764	0.764	0.764
TASC $\alpha$ 1-R1	3.07	20	0.813	0.818	0.841	0.698
TASC $\alpha$ 2-R1	6.12	17	0.820	0.862	0.776	0.574
TASC $\alpha$ 3-R1	9.13	12	0.881	1.039	0.411	0.436
TASC $\alpha$ 4-R1	12.10	8	0.689	1.202	-1.410	0.054
Promedio	-	-	0.793	0.937	0.276	0.505
Desviación	-	-	0.072	0.181	0.957	0.281
<b>Elementos de Debaiky y El Niema (1982)</b>						
A1	0	7.35	0.680	0.680	0.680	0.680
B1	0	6.88	0.721	0.721	0.721	0.721
B2	0	8.25	0.588	0.588	0.588	0.588
C1	0	7.25	0.705	0.705	0.705	0.705
D1	0	8.35	0.868	0.868	0.868	0.868
D2	0	7.5	0.993	0.993	0.993	0.993
E3	0	6.25	0.995	0.995	0.995	0.995
F5	0	6.75	0.750	0.750	0.750	0.750
F6	0	6.25	0.794	0.794	0.794	0.794
A4	4.76	5.13	0.849	0.928	0.908	0.708
A5	9.46	5.7	0.595	0.904	0.367	0.457
B5	12.10	7.85	0.317	0.726	-0.252	0.312
B6	16.70	10.35	0.147	0.677	-2.221	0.206
C4	9.46	6.1	0.621	0.846	0.194	0.320
C5	4.76	5.75	0.834	0.860	0.825	0.606
D5	9.46	6.5	1.059	1.327	0.857	0.858
D6	9.46	7.5	0.992	1.209	0.800	0.769
E1	9.46	9.5	0.713	0.796	0.547	0.488
E2	4.76	7.5	0.898	0.872	0.865	0.684
F1	9.46	6.7	0.718	0.867	0.554	0.533
F2	9.46	7.05	0.626	0.824	0.462	0.492
Promedio	-	-	0.736	0.854	0.524	0.644
Desviación	-	-	0.220	0.174	0.693	0.214
<b>Elementos (T) de El-Niema (1988)</b>						
T3	0	7.65	1.034	1.034	1.034	1.034
T3-3	0	7.85	0.770	0.770	0.770	0.770
T4	4.76	8.8	1.053	0.981	1.011	1.066
T5	9.46	9.15	1.173	1.155	1.137	1.265
T4-4	4.76	7.4	0.941	0.849	0.857	0.949
T5-5	9.46	7.5	1.061	0.979	0.734	1.139
Promedio	-	-	1.005	0.962	0.924	1.037
Desviación	-	-	0.137	0.137	0.161	0.169
<b>Toda la muestra (prismáticas y acarteladas)</b>						
Promedio	-	-	0.796	0.887	0.560	0.696
Desviación	-	-	0.214	0.170	0.687	0.273
<b>Sólo acarteladas (<math>\alpha &gt; 0</math>)</b>						
Promedio	-	-	0.790	0.936	0.413	0.631
Desviación	-	-	0.252	0.171	0.835	0.314

**Tabla 3.3 Comparativos de Tena-Colunga *et al.* (2008) en trabes sin refuerzo transversal**

Elemento	$\alpha$	Experimental	Debaiky y El-Niema (1982)	Tena-Colunga <i>et al.</i> (2008)	MacLeod y Houmsi (1994)	Dilger y Langohr (1997)
		$V_{exp}$ (Ton)	$V_{DEN}/V_{exp}$	$V_{TAG}/V_{exp}$	$V_{MH}/V_{exp}$	$V_{DL}/V_{exp}$
<b>Elementos de Archundia <i>et al.</i> (2005)</b>						
TASC $\alpha$ 0-R0	0	7.5	1.143	1.143	1.143	1.143
TASC $\alpha$ 1-R0	3.07	6.75	0.934	1.090	0.877	0.522
TASC $\alpha$ 2-R0	6.12	6	0.583	1.008	0.131	-0.231
TASC $\alpha$ 3-R0	9.13	3.75	-0.081	1.175	-2.411	-1.652
TASC $\alpha$ 4-R0	12.10	3	-1.358	1.335	-8.412	-3.168
Promedio	-	-	0.244	1.150	-1.734	-0.677
Desviación	-	-	1.009	0.121	3.989	1.740
<b>Elementos de MacLeod y Houmsi (1994)</b>						
B3	0	4.43	0.825	0.825	0.825	0.825
B2	4.76	4.41	0.609	0.765	0.922	0.996
B4	6.34	5.16	0.518	0.658	0.913	0.917
B5	7.59	4.83	0.387	0.623	1.034	0.949
B5R	7.59	5.12	0.360	0.582	0.969	0.887
B6	10.39	5.83	0.163	0.462	1.232	0.815
Promedio	-	-	0.477	0.653	0.983	0.898
Desviación	-	-	0.228	0.130	0.140	0.071
<b>Toda la muestra (prismáticas y acarteladas)</b>						
Promedio	-	-	0.371	0.879	-0.252	0.182
Desviación	-	-	0.669	0.286	2.896	1.375
<b>Sólo acarteladas (<math>\alpha &gt; 0</math>)</b>						
Promedio	-	-	0.235	0.855	-0.527	0.004
Desviación	-	-	0.663	0.304	3.164	1.470

### 3.13 LIBROS DE TEXTO Y OTRAS RECOMENDACIONES

La única recomendación existente en el reglamento ACI 318 para trabes de sección variable, es que se consulte una referencia de 1940 y libros de texto (ACI 318 11). Por ello, es importante analizar las sugerencias de los libros especializados y otras fuentes disponibles.

El diseño por cortante de las trabes acarteladas fue incluido en el libro de Park y Paulay (1975), quienes señalaron lo siguiente:

“Cuando el peralte del elemento varía a lo largo de su longitud, la magnitud de la fuerza que provoca los esfuerzos cortantes, será afectada por las fuerzas asociadas a la flexión.”

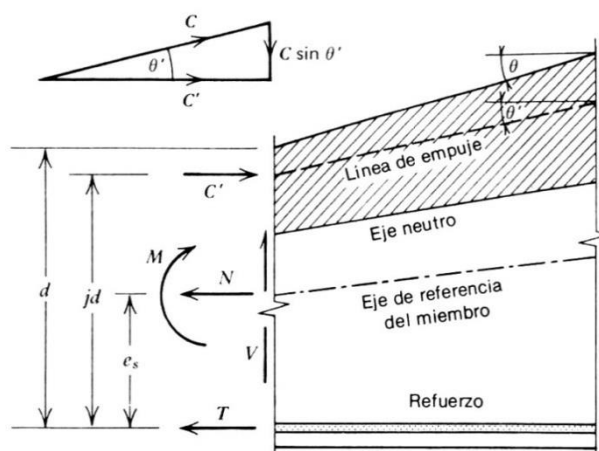
Con base en el equilibrio de las fuerzas en una sección, Park y Paulay (1975) explicaron que la componente vertical del bloque comprimido *resiste* parte del cortante externo ( $V$ ), siempre y cuando el peralte y el diagrama de momentos crezcan en la misma dirección (figura 3.76).

Park y Paulay (1975) propusieron calcular el *cortante efectivo* ( $V_{ef}$ ) a lo largo de las trabes acarteladas con las ecuaciones 3.105 y 3.106, donde todos los parámetros involucrados están indicados en la figura 3.76. En la ecuación 3.105,  $\tan\theta'$  se debe considerar negativa si el peralte y el momento crecen en dirección contraria. En los libros de Ferguson *et al.* (1988), MacGregor (1997), Nielsen (1999) y Nilson (1999) hay recomendaciones similares.

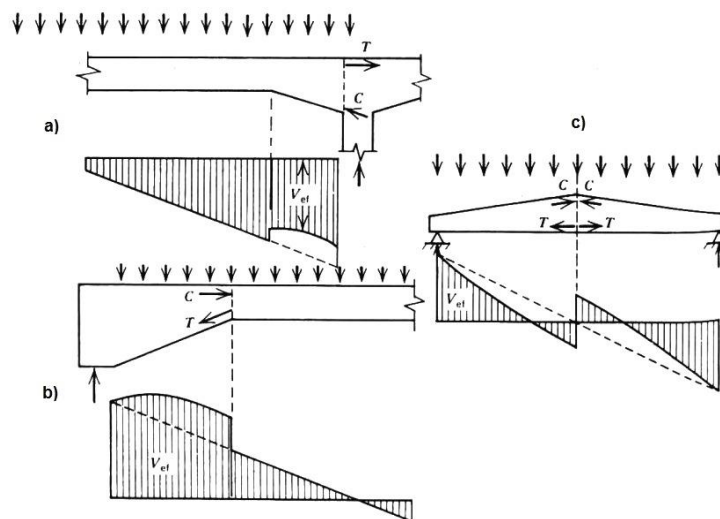
$$V_{ef} = V - C \operatorname{seno} \theta' = V - C' \tan \theta' = V - \frac{M_s}{jd} \tan \theta' \quad 3.105$$

$$M_s = M - Ne_s \quad 3.106$$

En la figura 3.76 se indica que el ángulo de inclinación del bloque comprimido ( $\theta'$ ) es diferente al del acartelamiento ( $\theta$ ). Además, se sugiere que  $\theta'$  se debe calcular a partir de la posición del eje neutro. Con base en el trabajo de MacLeod y Haumsi (1994), se puede simplificar el cálculo usando el ángulo de la cartela.



**Figura 3.76 Fuerzas externas e internas en una viga de peralte variable (Park y Paulay 1975)**

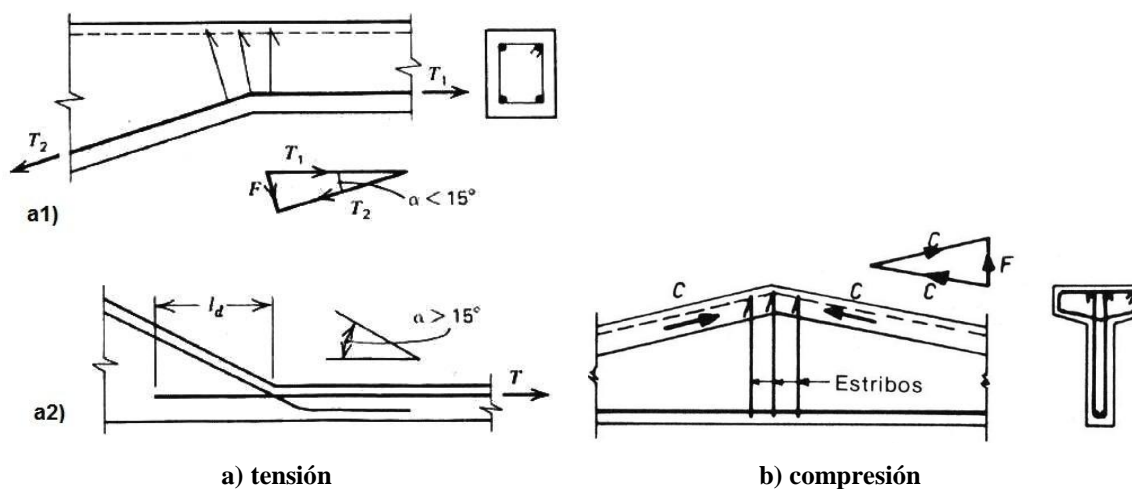


**Figura 3.77 Cortante efectivo en trabes acarteladas (Park y Paulay 1975)**

Park y Paulay (1975) compararon el diagrama de cortante efectivo ( $V_{ef}$ ) contra el de cortante estático para tres casos típicos (figura 3.77). Estos diagramas son muy didácticos pues permiten identificar la situación en que las cartelas ayudan o perjudican el diseño por cortante. Un análisis detallado de estos diagramas muestra que el cortante efectivo puede ser nulo en

secciones muy diferentes a las que se obtienen por estática (figura 3.77-c). Obviamente, esta situación tienen implicaciones en las fuerzas de flexión (más adelante se comenta con detalle este asunto).

Park y Paulay (1975) también atendieron los problemas que causa la convergencia de fuerzas con diferente dirección en los vértices de las cartelas, y dieron recomendaciones para los casos más frecuentes (figura 3.78).



**Figura 3.78 Detallado en los vértices (Park y Paulay 1975)**

En la figura 3.78-a se muestra cuando el acero longitudinal inclinado trabaja a tensión en la zona del vértice. Aunque esta situación no es deseable, puede presentarse en vigas continuas en las que parte de la cartela queda dentro de la zona de momento positivo. De acuerdo con Mörsch (1952), en estas circunstancias el acero tiende a ser *arrancado* de la trabe.

Park y Paulay (1975) ampliaron esta explicación, e indicaron que cuando se agota la resistencia a tensión del concreto se produce una grieta a todo lo largo del refuerzo longitudinal (falla de adherencia). Para controlar esta situación propusieron suministrar acero transversal adicional en el vértice. Este refuerzo tiene la finalidad de tomar la fuerza de desequilibrio ( $F$ ) que se genera por el cambio brusco de dirección del acero (fuerza de desvío).

Para acartelamientos de hasta quince grados ( $\alpha \leq 15^\circ$ ), Park y Paulay recomendaron colocar sólo estribos para tomar la fuerza de desvío (figura 3.78-a1). En acartelamientos mayores además de estribos se debe proponer un armado longitudinal *discontinuo* anclado con extensiones rectas a cada lado del vértice (figura 3.78-a2). Este detalle es prácticamente el que recomendó Mörsch (1952) para traveses continuos con cartelas lineales (figura 3.4).

En la figura 3.78-b se muestra el caso cuando las fuerzas inclinadas que concurren en el vértice son de compresión. Además de la colocación de estribos, Park y Paulay (1975) recomendaron poner refuerzo transversal en el bloque de compresión para protegerlo de los esfuerzos transversales de tensión.

Muttoni *et al.* (1997) también usaron el cortante efectivo para el diseño de trabes acarteladas. Ellos propusieron construir campos de esfuerzo a partir de la interacción del cortante estático con la componente vertical del bloque de compresión inclinado (aunque no indicaron cómo calcularla). La técnica es sumamente valiosa pues facilita direccionar los campos de compresión en las secciones donde el cortante efectivo es nulo.

En la figura 3.80 se muestra el ejemplo que emplearon Muttoni *et al.* (1997) para ilustrar su método. Este ejercicio es igual a uno presentado anteriormente de forma cualitativa por Park y Paulay (figura 3.77-c), y que para facilitar las comparaciones y la explicación se presenta de forma aislada en la figura 3.79.

Muttoni *et al.* (1997) indicaron que al ser opuestos el cortante estático y la componente vertical del bloque inclinado las reacciones son equilibradas antes del claro central. Esto sucede en el punto “A” de la figura 3.80-b, el cual también se ha señalado en la figura 3.79.

A partir del punto “A”, y hasta el centro del claro, la componente vertical del bloque de compresión es mayor que el cortante estático por lo que el cortante efectivo cambia de signo. Esto hace que los campos de compresión cambien de orientación.

Al llegar al vértice del centro del claro, la fuerza de desequilibrio (o desvío) “sube” la fuerza cortante lo que provoca que el campo de esfuerzo tenga una cara vertical. A partir de allí los campos de esfuerzo tienen un arreglo simétrico al de la primera mitad (diagrama de cortante efectivo antisimétrico).

Del ejemplo de Muttoni *et al.*, (1997) hay dos situaciones que merecen ser comentadas:

1. El cortante efectivo modifica la ubicación de las fuerzas máximas de las cuerdas longitudinales conforme al diagrama de momentos estático (figura 3.80-c/e). Por ejemplo, en este ejercicio ya no se presentaron en el centro del claro, sino en los cruces adicionales *en cero* del diagrama de cortante efectivo (figura 3.79).
2. Los elementos verticales bajo el vértice en el modelo de armadura, es decir, los que toman la fuerza de desequilibrio que provocan las fuerzas de compresión que allí concurren (figura 3.80-e), no tienen el mismo significado físico que el resto de los elementos verticales. Los primeros representan barras de acero (como el acero longitudinal a tensión) y los otros al acero uniformemente distribuido por unidad de longitud.

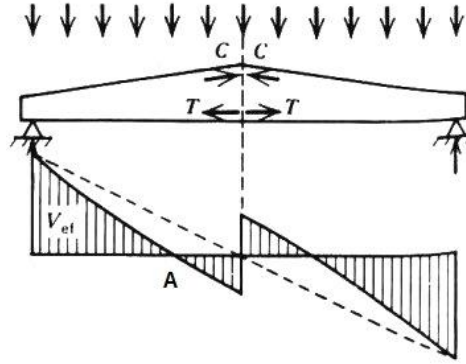


Figura 3.79 Corte efectivo cualitativo en trabe acartelada (Park y Paulay 1975)

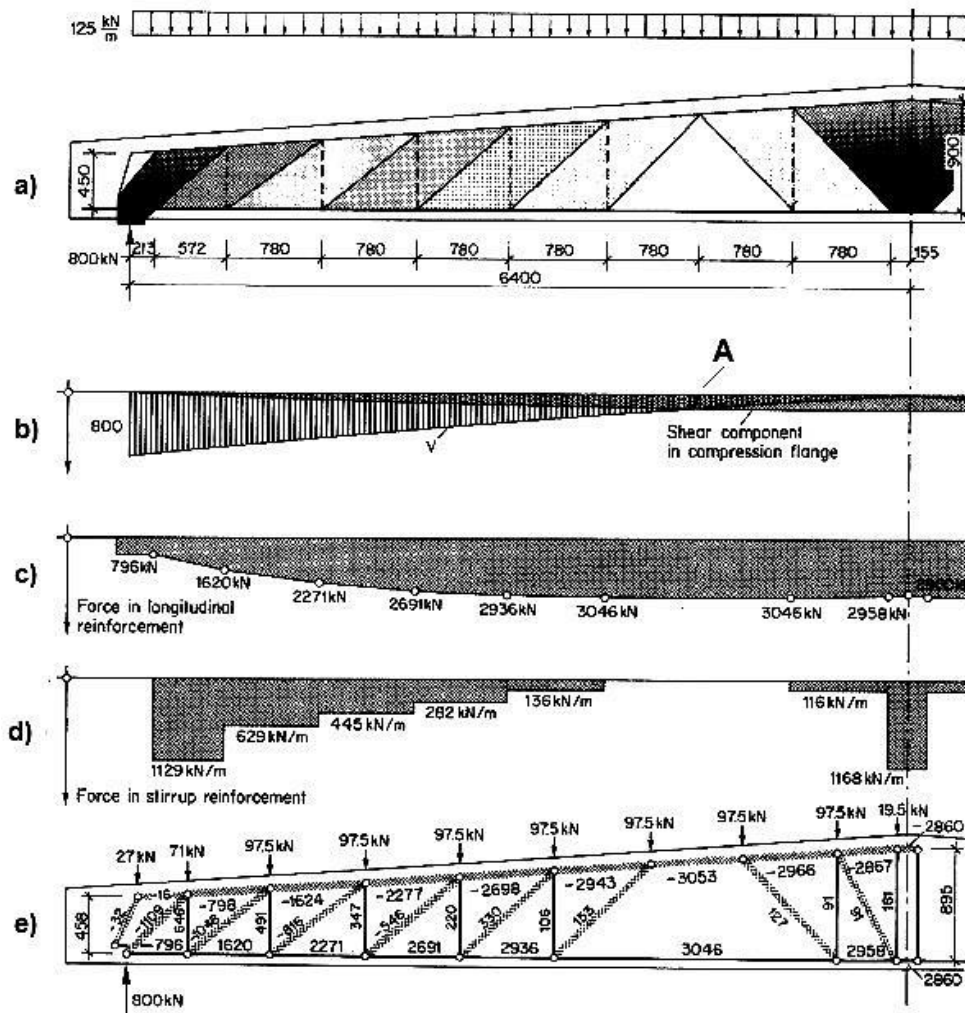
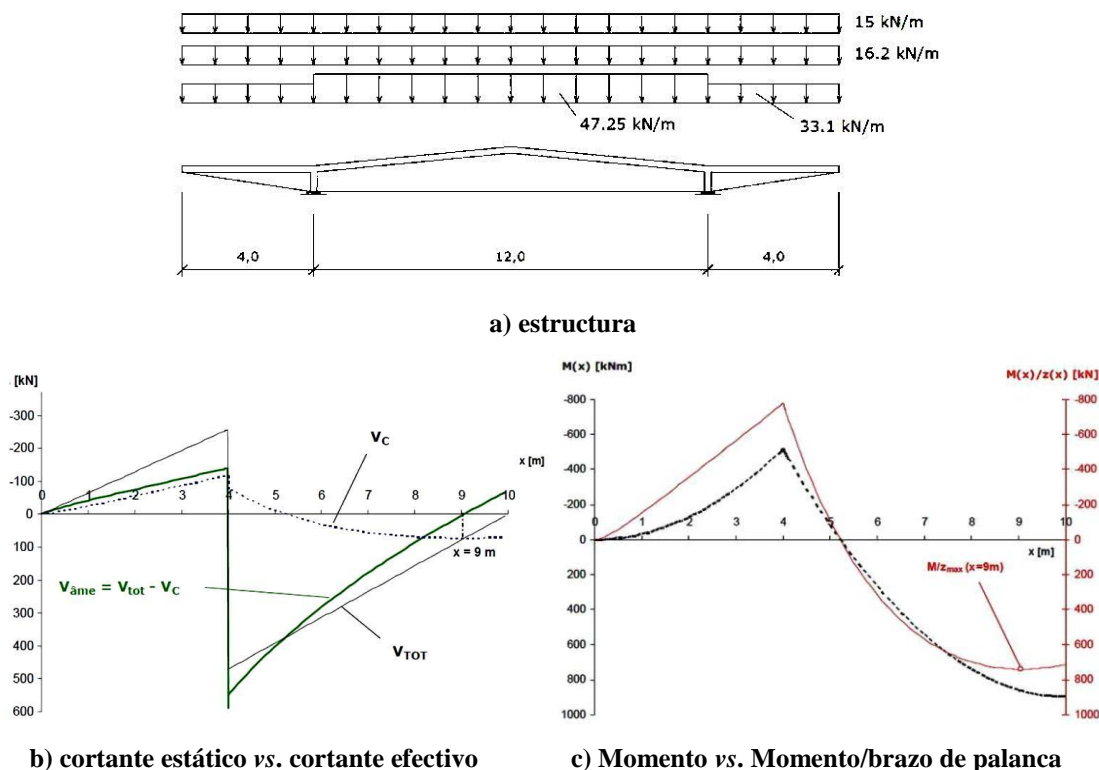


Figura 3.80 Solución de Muttoni *et al.* (1997): a) geometría, carga y campos de esfuerzo, b) cortante estático vs. fuerza vertical del bloque comprimido, c) demanda en acero longitudinal (tensión), d) demanda de corte por unidad de longitud y, e) modelo de armadura

El primer punto se explica con la variación del módulo de sección en la longitud de la cartela. Como éste no es constante, hace la ubicación de los esfuerzos máximos de flexión no coincida necesariamente con los máximos del diagrama de momento (Gere y Timoshenko 1998).

En un ejercicio posterior, Muttoni (2008) demostró que al dividir el diagrama de momento estático entre el brazo de palanca (variable) se obtienen fuerzas en las cuerdas longitudinales que son máximas en los cruces adicionales por cero del diagrama de cortante efectivo (figura 3.81).

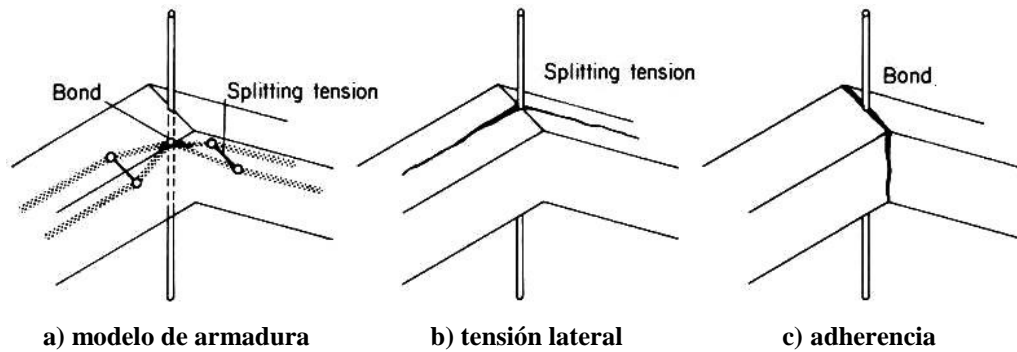


**Figura 3.81** Fuerzas efectivas en traves acartelada según Muttoni (2008). Los diagramas corresponden a la mitad izquierda de la estructura

El segundo punto se explica con el “brinco” en el diagrama de cortante efectivo al centro del claro el cual es similar al que produce una carga concentrada o reacción (figura 3.79). En este caso, la discontinuidad es consecuencia de la fuerza de desequilibrio en el vértice. Por ello, el acero que toma esta fuerza propiamente es una barra (o barras muy poco espaciadas) y no acero distribuido por cortante.

Tomando esto en cuenta, en el vértice de la trabe analizada en la figura 3.80 (nodo CCT) se pueden presentar dos tipos de fallas (Muttoni *et al.* 1997): 1) por tensión lateral y, 2) por adherencia. Para explicarlas, Muttoni *et al.* (1997) se valieron del *mini* modelo armadura mostrado en la figura 3.82-a.



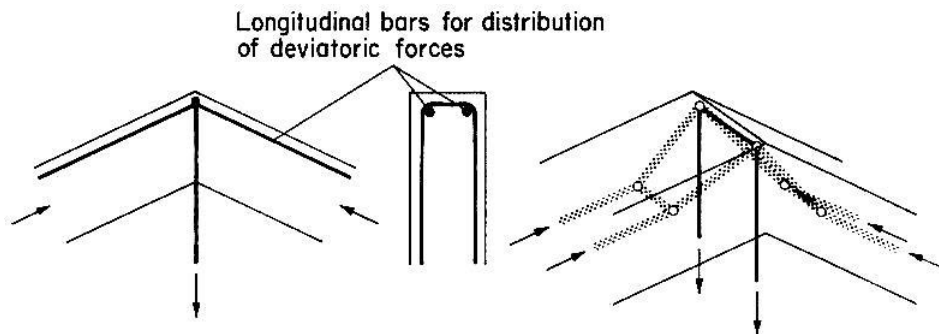


**Figura 3.82** Tipos de falla en vértice de trabe acartelada (nodo CCT) según Muttoni *et al.* (1997)

De acuerdo con el modelo de la figura 3.82, al concurrir los puntales en el vértice se generan fuerzas de tensión en la dirección lateral que producen agrietamiento longitudinal en la zona de compresión (figura 3.82-b). Por ello es necesario proporcionar acero de refuerzo en la dirección transversal como ya lo habían recomendado antes Park y Paulay (1975).

La falla de adherencia es similar a cualquier otra de su tipo. En ella intervienen factores como el diámetro, la rugosidad y el recubrimiento de la barra, así como el esfuerzo confinante y la resistencia del concreto, entre otros (Muttoni *et al.* 1997). Esta falla produce agrietamiento vertical en el vértice (3.82-c).

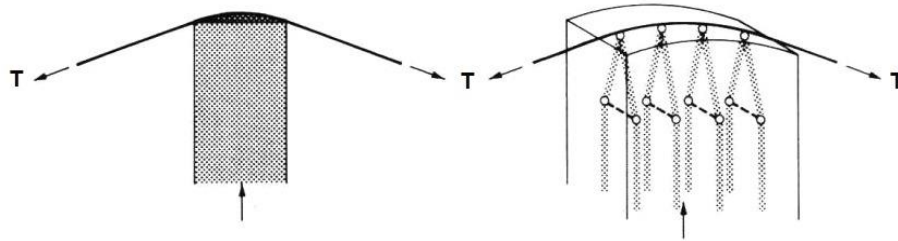
Muttoni *et al.* analizaron diferentes arreglos para el detallado del vértice. Su mejor recomendación fue el uso de estribos junto con varillas longitudinales auxiliares (figura 3.83). Sin embargo, no proporcionaron ningún método para dimensionar los estribos. De las varillas sólo comentaron que deben ser lo más grande que se pueda pues así se mejora la distribución de las fuerzas en el vértice.



**Figura 3.83** Detallado de un vértice (nodo CCT) de una trabe acartelada según Muttoni *et al.* (1997)

Si las fuerzas inclinadas que convergen en el vértice ya no son de compresión, si no de tensión (acero longitudinal), el equilibrio obliga la presencia de un puntal (nodo CTT). En esta situación, lo primero que se debe hacer es identificar el subtipo de nodo (Muttoni *et al.* 1997): 1) cuando las tensiones a cada lado del nodo son iguales (nodo simétrico) y, 2) cuando no lo son (nodo asimétrico).

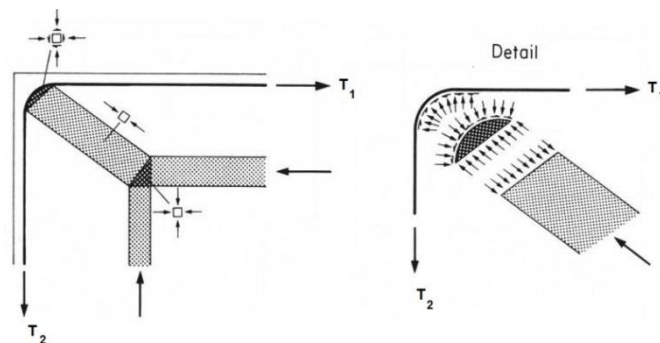
Para los nodos simétricos, Muttoni *et al.* (1997) recomendaron únicamente proteger el nodo contra la tensión lateral que se produce al concentrarse la compresión justo debajo del vértice (figura 3.84).



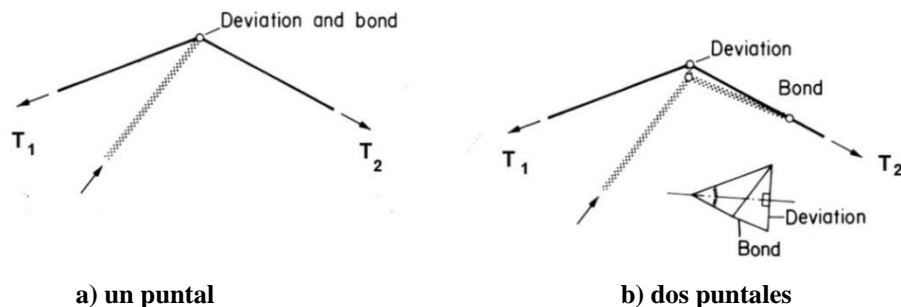
**Figura 3.84 Modelo de vértice CTT simétrico. Modificada de Muttoni *et al.* (1997)**

En un nodo asimétrico se tiene un caso muy parecido al de una unión viga-columna de extremo (figura 3.85): además de la fuerza de compresión en el vértice, se presentan fuerzas de adherencia que pueden ser críticas cuando (Muttoni *et al.* 1997):

- a) el puntal tiene una inclinación muy pequeña respecto a cualquiera de las dos tensiones,
- b) el radio de curvatura del acero de desvío es muy grande,
- c) no se tiene suficiente espacio en el nodo para que en caso que la resistencia de adherencia sea vencida el puntal pueda reorientarse o,
- d) existe poco espacio en el nodo para favorecer la formación de un puntal auxiliar que equilibre las fuerzas de adherencia (figura 3.86).



**Figura 3.85 Fuerzas en vértice CTT asimétrico. Modificada de Muttoni *et al.* (1997)**

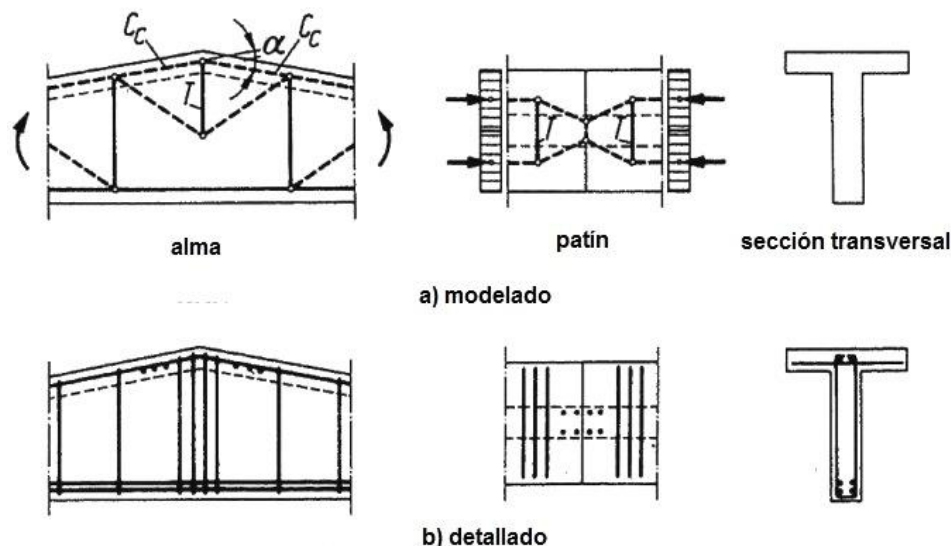


**a) un puntal**

**b) dos puntales**

**Figura 3.86 Modelos para vértice CTT asimétrico. Modificada de Muttoni *et al.* (1997)**

Muttoni *et al.* (1997) no fueron los primeros en dar recomendaciones para el detallado del vértice de las trabes acarteladas. Antes, Schlaich *et al.* (1987) presentaron un modelo de puntales y tensores para la zona del vértice y para el patín de compresión de una viga “T” (figura 3.87).



**Figura 3.87 Modelo y detalles para el vértice de una cartela. Modificada de Schlaich *et al.* (1987)**

La similitud del modelo presentado por Schlaich *et al.* (figura 3.87-a) con el de Muttoni *et al.* (figura 3.80-e) sugiere que también se derivó de un diagrama de cortante efectivo. Sin embargo, queda para el análisis el comentario que Schlaich *et al.* hicieron del suyo:

“Este modelo muestra la necesidad de colocar estribos en el alma, incluso en las regiones donde no hay fuerzas cortantes.”

Es difícil pensar que Schlaich *et al.* (1987) hayan hecho una aclaración como la anterior pensando en un diagrama de cortante efectivo. Esto ya que en los ejemplos de las figuras 3.79 y 3.80 la demanda de cortante efectivo en el vértice no es nula, sino indeterminada. Por otra parte, el modelo del vértice presentado por Schlaich *et al.* solamente se puede justificar con un cambio de dirección en los campos de esfuerzo antes de llegar al vértice, situación que no explica el diagrama de cortante estático y sí uno de cortante efectivo.

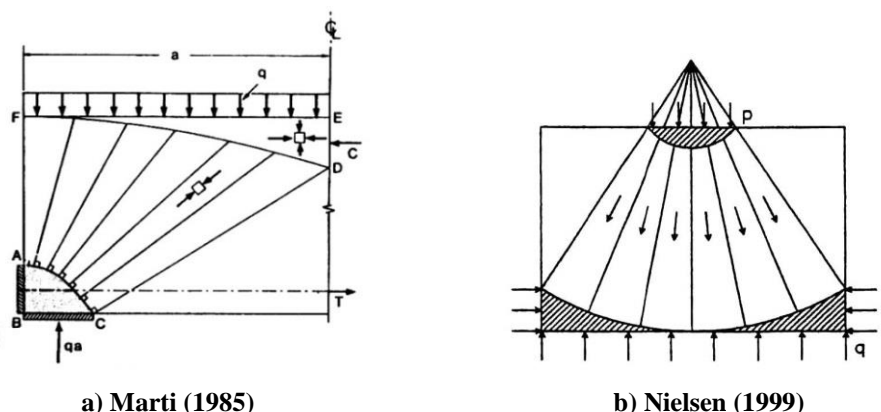
Pasando por alto lo anterior, la mayor diferencia entre los modelos de Schlaich *et al.* (1987) y Muttoni *et al.* (1997) es la extensión del tensor ubicado bajo el vértice.

De acuerdo con Schlaich *et al.* (1987), este tensor no puede ser llevado hasta el lecho de acero inferior pues allí no hay elementos que lo equilibren. Por esta razón le dieron una extensión de aproximadamente medio peralte y lo equilibraron con dos puntales de compresión que son las resultantes de un abanico de compresión (figura 3.87-a). Para Muttoni *et al.* (1997), al parecer no hay ningún problema en llevar el tensor, y los puntales que lo equilibran, hasta el lecho inferior de las trabes (figuras 3.80-e).

Resulta claro que los modelos de Schlaich *et al.* (1987) y Muttoni *et al.* (1997) son equivalentes y deben proporcionar resultados numéricos muy similares, por lo que su diferencia podría ser meramente académica.

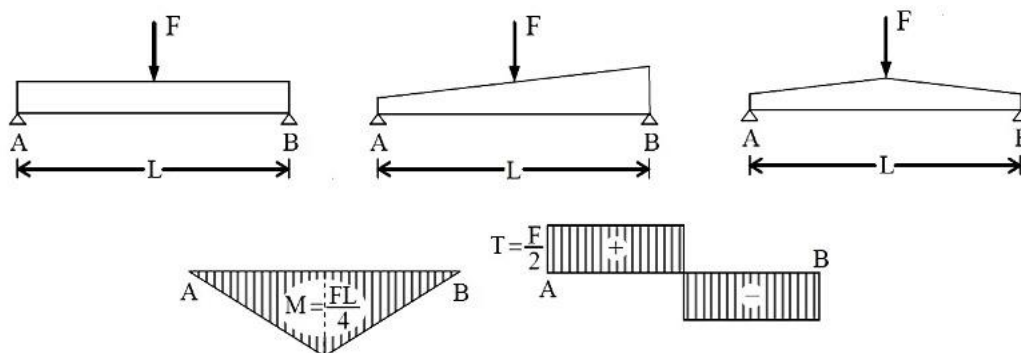
Sin embargo, la propuesta de Schlaich *et al.* (1987) tiene la ventaja conceptual de favorecer la formación de un nudo *ideal* CCC para apoyar el abanico de compresión que se genera por la fuerza de desvío en el vértice (figura 3.88). Esto requiere espacio suficiente para anclar dicha fuerza por detrás del nudo.

El modelo de Muttoni *et al.* (1997) también es válido, pero en el diseño se debe tomar en cuenta que en el nodo donde se ancla la fuerza de desvío (y los puntales) hay dos fuerzas de tensión adicionales que obligan el uso de una resistencia efectiva del concreto algo menor.



**Figura 3.88 Condiciones para la formación de un abanico de compresión**

Paglieti y Carta (2009) cuestionaron el uso del cortante efectivo para el diseño de las trabes acarteladas ya que, entre otros inconvenientes, se viola el equilibrio de la estructura. Para respaldar su opinión, señalaron que los diagramas de cortante y momento de las tres vigas mostradas en la figura 3.89 son iguales sin importar su forma, por lo que es un error aseverar que la variación del peralte en la longitud del elemento cambia estos diagramas.

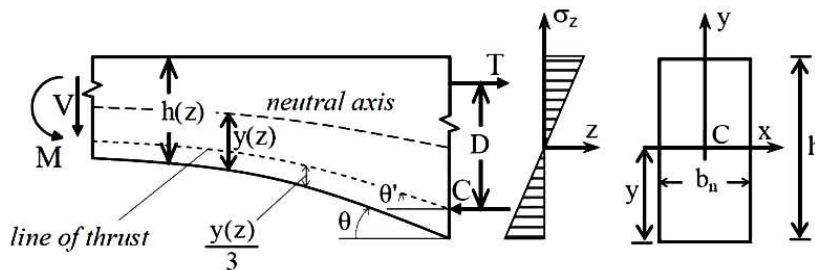


**Figura 3.89 Diagramas de cortante y momento para tres vigas diferentes (Paglieti y Carta 2009)**

De acuerdo con Paglieti y Carta (2009), el origen del cortante efectivo es el resultado de una “mala interpretación” de la solución elástica de Bleich para determinar los esfuerzos en vigas de sección variable. Esta solución data de 1932, y su *malinterpretación* posteriormente se extendió al intervalo inelástico (Paglieti y Carta 2009).

Paglieti y Carta indicaron que una mera casualidad (*a lucky theoretical coincidence*) fue la que originó esta confusión. Su hipótesis se puede presentar de la siguiente forma:

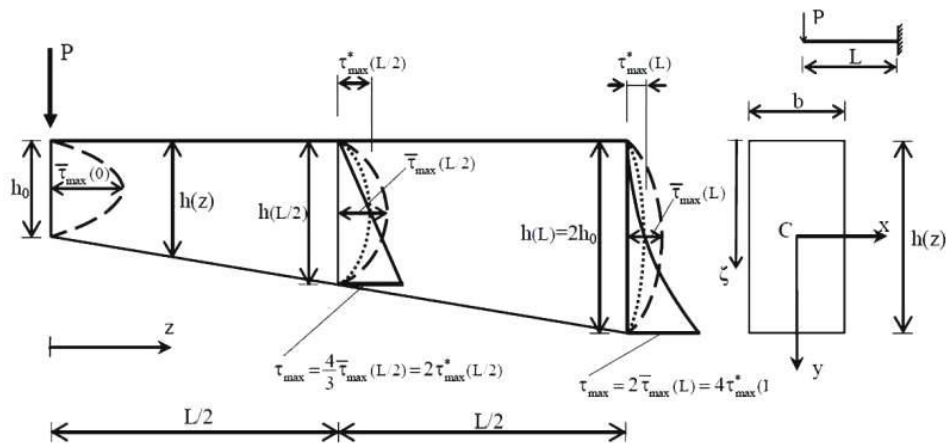
Al evaluar el esfuerzo cortante elástico “exacto” en el eje neutro de una sección de una trabe acartelada ( $\tau$ ) usando el cortante estático ( $V$ ), se obtiene el mismo resultado que al calcularlo con un cortante efectivo ( $V^*$ ) usando las ecuaciones propias de traves de sección constante. Esta situación originó que se pensara que al igual que en una trabe prismática, el esfuerzo cortante máximo en una trabe acartelada también se presenta en el eje neutro.



**Figura 3.90 Nomenclatura para traves acarteladas de Paglieti y Carta (2009)**

El cortante efectivo ( $V^*$ ) al que hicieron referencia Paglieti y Carta (2009) se calcula con la ecuación 3.107 en la que todos los parámetros se muestran en la figura 3.90. Esta ecuación es prácticamente la misma presentada por Park y Paulay en 1975 (ecuación 3.105).

$$V^* = V - \frac{M}{D} \tan \theta' \tag{3.107}$$



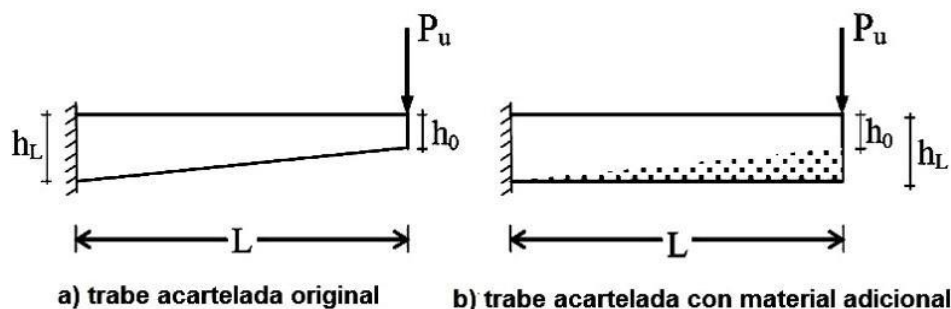
**Figura 3.91 Comparación de esfuerzos cortantes elásticos con tres métodos diferentes (Paglieti y Carta 2009). Para identificar los perfiles de esfuerzo, leer incisos a, b y c texto abajo**

En la figura 3.91 se presentan los perfiles de esfuerzo cortante elástico con los que Paglieti y Carta (2009) justificaron su hipótesis. La gráfica muestra que los esfuerzos máximos en una trabe acartelada se pueden presentar incluso en la cara diagonal. La identificación de los perfiles de esfuerzo en la página 3.91 es la siguiente:

- a) línea sólida, solución elástica “exacta” (entre otras, citan la de Timoshenko),
- b) línea interrumpida, como una trabe de sección constante usando el cortante estático ( $V$ ) y,
- c) línea punteada, como trabe de sección constante usando el cortante efectivo ( $V^*$ ).

Para cuestionar el uso del cortante efectivo en el intervalo de respuesta no lineal, Paglieti y Carta (2009) analizaron cuatro ejemplos a los que llamaron *paradojas*. Una de las paradojas se basa en la figura 3.92 y se presenta de la siguiente manera:

Partiendo de la suposición usual para traves acarteladas, es decir, que la resistencia a cortante aumenta sólo si el diagrama de momentos y el peralte crecen en la misma dirección; entonces, si  $P_u$  es la carga de falla de una trabe acartelada (3.92-a), ésta se reducirá si se incorpora material estructural a la misma trabe de tal forma que se obtenga una de sección constante (figura 3.92-b).



**Figura 3.92 Paradoja usada por Paglieti y Carta (2009)**

De acuerdo a Paglieti y Carta esto es una paradoja, pues viola un corolario del teorema del límite inferior de la teoría de la plasticidad que atribuyeron a Horne:

“La carga de colapso en una estructura no puede ser reducida si se aumenta la resistencia de cualquiera de sus partes.”

Con estos argumentos Paglieti y Carta (2009) explicaron cómo la “falacia” del cortante efectivo ha prevalecido por varias décadas dejando huella en varios reglamentos del mundo (incluyendo al del ACI y al Eurocódigo), y sido recomendada en libros especializados de prestigio como los de Park y Paulay (1975) y MacGregor (1997). Es evidente que los razonamientos de Paglieti y Carta (2009) merecen ser comentados con algo de detalle.

Es claro que los diagramas de cortante y momento de las tres vigas mostradas en la figura 3.89 deben ser idénticos puesto que son estructuras isostáticas. Si a esas traves se le cambia la condición de apoyo para que sean hiperestáticas, los diagramas de momentos serán diferentes a menos que se presente una coincidencia. En Tena (2007) se describe cómo calcular los

diagramas de elementos mecánicos en traves de sección variable. En pocas palabras, la aseveración de Paglieti y Carta (2009) sobre la igualdad de los diagramas de elementos mecánicos en traves acarteladas se limita a problemas isostáticos.

Otra situación importante es no olvidar que en una trabe de sección variable los módulos de sección no son constantes a lo largo del elemento. En consecuencia, los esfuerzos máximos por flexión no se presenten necesariamente en las secciones de momento máximo (por ejemplo, Gere y Timoshenko 1998). Esta situación ya la presentaron Park y Paulay (1975) cualitativamente con diagramas de cortante efectivo, y Muttoni *et al.* (1997) y Muttoni (2008) numéricamente con ejemplos de diseño.

Paglieti y Carta (2009) atribuyeron a la malinterpretación de una solución elástica el origen del cortante efectivo. Es más, en el texto pareciera que culpan a Park y Paulay (1975) de ello. Sin embargo, su aseveración es errónea y se presume es consecuencia de la pobre documentación bibliográfica que presentaron en su publicación.

El primer método de cálculo por cortante documentado para traves acarteladas es de Mörsch y data de 1908 (Mörsch 1909 y 1952). Es decir, era conocido en algunas partes de Europa desde los comienzos de la *formalización* del diseño en concreto reforzado. Por desgracia, esta aportación no recibió el mismo reconocimiento que otras de sus contribuciones.

Mörsch (1909) calculó el *esfuerzo* cortante en las cartelas basándose en: 1) el equilibrio, 2) la mecánica del concreto reforzado a flexión y cortante y, 3) un esfuerzo cortante promedio en la sección. Las hipótesis de su propuesta, y la propuesta en sí, son la base de los métodos vigentes de diseño en elementos de concreto reforzado de sección constante y variable.

Por usos y costumbres de su época, Mörsch diseñó traves prismáticas y acarteladas con esfuerzos. Por ello, su ecuación calcula lo que ahora se conocería como *esfuerzo cortante efectivo* (ecuación 3.14). Mediante el concepto del esfuerzo cortante promedio los esfuerzos cortantes efectivos se pueden convertir fácilmente en *fuerzas cortantes efectivas* (Mörsch 1952, “Committee 326” 1962/a/b, “Committee 426” 1973).

Park y Paulay (1975) citaron en su libro el trabajo de Mörsch, por lo que no es aventurado suponer que los diagramas de cortante efectivo que presentaron (figura 3.77) hayan sido inspirados en el trabajo previo del ingeniero e investigador alemán (figuras 3.7 y 3.14-3.16).

La explicación aquí presentada tiene mejores bases históricas y técnicas que la de Paglieti y Carta (2009). Además, luce improbable que Park y Paulay (1975) hayan cometido un error como el que al parecer se les quiere atribuir.

En descargo de Paglieti y Carta (2009), se debe reconocer que el proceso de diseño se simplifica bastante cuando se trabaja con los elementos mecánicos de un análisis convencional. Por lo que el uso de diagramas modificados no es la mejor opción en el ejercicio práctico. De esta forma, es mejor considerar el efecto del acartelamiento en la *resistencia* y no en la *demandada*. Así también lo han entendido otros ingenieros que han hecho propuestas para resolver este problema (Regan y Yu 1973, Debaiky y El-Niema 1982,

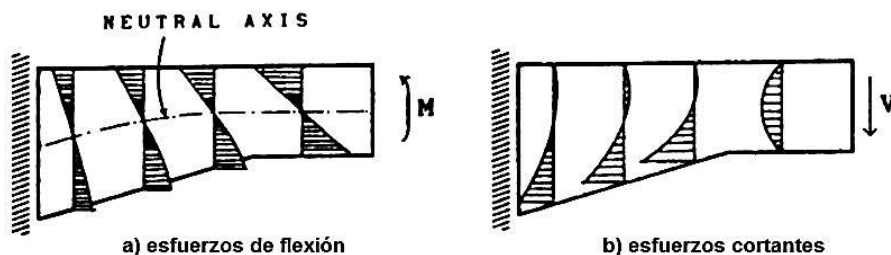
Stefanou 1983, MacLeod y Houmsi 1994, Dilger y Langohr 1997, Archundia *et al.* 2006, Tena-Colunga *et al.* 2008).

Paglieti y Carta (2009) hicieron comentarios adicionales que también merecen ser comentados. Por ejemplo, sugirieron que al diseñar con un cortante efectivo elástico se promueven diseños no conservadores con incluso un factor de cuatro. También, que al usar un cortante efectivo se ignora que en la cara inclinada de la cartela los esfuerzos cortantes no son nulos.

Es bien sabido que el diseño por cortante de elementos de concreto reforzado no corresponde a un estado elástico. Desde sus inicios, el modelo de armadura clásica consideró fuerzas internas asociadas al agrietamiento diagonal (Ritter 1899, Mörsch 1909). Asimismo, la contribución del concreto semiempírica del método del ACI se asocia a un estado agrietado y el esfuerzo cortante promedio se acepta como una medida del esfuerzo cortante en una sección agrietada (Mörsch 1909 y 1952, “Committee 326” 1962/a/b, “Committee 426” 1973).

Sobre los esfuerzos cortantes no nulos en el canto acartelado, se tiene que decir que en 1908 Mörsch ya lo había deducido al elaborar su propuesta de diseño (figura 3.3). Posteriormente, Timoshenko (1947/b), al que Paglieti y Carta (2009) citan, indicó claramente que los esfuerzos cortantes máximos de una trabe acartelada pueden ser hasta tres veces más grandes que los que se calculan con las fórmulas de las trabes prismáticas y que su ubicación puede estar en las fibras más alejadas del eje neutro.

Más aún, mediante análisis con elementos finitos otros ingenieros han verificado que en las trabes acarteladas no se presentan perfiles de esfuerzo elásticos similares a los de trabes de sección constante (Gutkowsky y Dewey 1984, El-Mezaini *et al.* 1991). La situación se aprecia claramente en la figura 3.93.



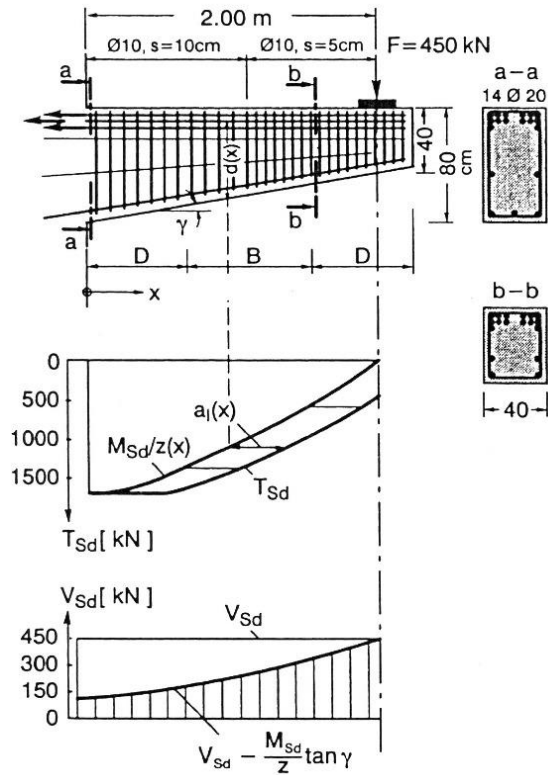
**Figura 3.93 Esfuerzos elásticos en trabes acarteladas presentados por El-Mezaini *et al.* (1991)**

Respecto a la violación de la teoría de la plasticidad, quedan dudas razonables sobre la manera en que Paglieti y Carta (2009) consideraron que se deba “adicionar” material a una trabe acartelada para obtener una prismática.

Por ejemplo, para unos ingenieros la mera adición de concreto reforzado a una trabe acartelada para convertirla en una prismática no debe proporcionar de ningún modo un aumento significativo de la resistencia si no se resuelve antes el problema de adherencia en la *junta fría*. Otros más ortodoxos simplemente dirán que ya no se trata de la misma trabe.



Siguiendo la lógica de Paglieti y Carta (2009), se tiene una paradoja similar si se compara la carga de falla de una columna corta contra la que se obtendría si a la misma se le agrega el mismo material estructural de tal forma que conserve su sección y únicamente se incremente su altura (es decir, sólo se *agrega* material).



**Figura 3.94 Fuerzas de diseño en trabe acartelada en voladizo. Modificada de Beton Kalender (2001)**

Para cerrar el estado del arte sobre el diseño a cortante en traves acarteladas, se muestra la figura 3.94. Esta figura fue publicada en la versión 2001 del manual de concreto de mayor prestigio en Alemania, y de ella se destaca lo siguiente (Beton Kalender 2001):

- a) En las traves acarteladas parece válida la distinción de las zonas B y D según lo definido por Schlaich *et al.* (1987) en traves prismáticas. Esto sugiere que en las zonas B el efecto del peralte variable no es una razón para suponer que el campo de compresión diagonal sea irregular a pesar que la distribución de esfuerzos elásticos es diferente al de una trabe de sección constante.
- b) El diseño por cortante de una trabe acartelada de concreto reforzado requiere del concepto del cortante efectivo.

### 3.14 COMENTARIOS

En este capítulo se han presentado y comentado diversas opiniones sobre el mecanismo resistente por cortante de las trabes acarteladas de concreto reforzado, así como los métodos de diseño y propuestas de detallado disponibles en la literatura. La revisión incluye estudios analíticos y experimentales publicados en revistas de prestigio internacional, así como recomendaciones de algunos reglamentos extranjeros, libros especializados y manuales de construcción. Se puede afirmar que hasta el momento no se ha realizado una revisión del estado del arte sobre el tema como la que se ha presentado.

La revisión demostró que existen guías de diseño afines a la filosofía del diseño por secciones (con y sin contribución del concreto), así como para elementos completos (modelos de armadura). En ambos casos es necesario recurrir al *cortante efectivo* para tener buenos resultados. El cálculo del cortante efectivo se puede hacer de forma directa en la demanda o indirectamente en la resistencia, siendo la última la más utilizada por los ingenieros que se han interesado en el tema.

Por la extensión del capítulo se puede pensar que es equivocado afirmar que el estudio del cortante en las trabes acarteladas ha sido escaso y que aún se encuentra en una etapa de subdesarrollo. No obstante, la revisión contempla casi toda la información disponible en el tema. Entre los pocos trabajos relevantes que se pudieron omitir se reconoce la propuesta analítica rusa de Borishansky de 1964 y el trabajo experimental hecho en Canadá por Hepworth en 1969. Estos trabajos fueron citados respectivamente por Stefanou (1983) y Dilger y Langohr (1997) y fueron imposibles de conseguir.

Al finalizar esta tesis doctoral, Pérez Caldentey *et al.* (2012) publicaron un nuevo método de diseño por cortante para trabes acarteladas sin refuerzo transversal. Dicho trabajo ya no se incluyó en el estado del arte, pero la base del método se comenta detalladamente en el desarrollo de los capítulos cuatro y cinco (teoría de la grieta crítica por cortante elaborada por Muttoni y Fernández Ruiz (2008) para trabes prismáticas).

A continuación se presentan comentarios adicionales:

1. A reserva de mayor información, la primera recomendación de diseño por cortante para trabes acarteladas de concreto reforzado, se le debe al ingeniero alemán E. Mörsch (1909). Su método fue elaborado en el año de 1908 y directa o indirectamente es la base de todos los trabajos posteriores. En la mayoría de las referencias consultadas se menciona una fórmula alemana (o del reglamento alemán), sin embargo, ninguna de ellas cita el trabajo de Mörsch. En los trabajos experimentales sucede lo mismo, pues se han ignorado sus experimentos. De esta manera, una aportación importante de esta tesis es haber documentado el posible origen del diseño por cortante de las trabes acarteladas de concreto reforzado.
2. El *cortante efectivo* es una herramienta indispensable para entender el mecanismo de falla de las trabes acarteladas de concreto reforzado. El cortante efectivo es el cortante estático modificado por una fuerza vertical atribuida a la geometría y demanda de la

cartela. El término que se usa para cuantificar esta fuerza es el cociente del momento entre el peralte de cada sección multiplicado por el ángulo de acartelamiento ( $\frac{M}{d} \tan \alpha$ ).

Sobre los argumentos que recientemente expusieron Paglieti y Carta (2009) para desacreditar al cortante efectivo, se demostró que carecen de sustento histórico y técnico. Es decir, el cortante efectivo no es producto de una malinterpretación de una solución “exacta” de esfuerzos elásticos, tampoco viola el equilibrio y la teoría de la plasticidad.

3. Las cartelas se deben proponer de tal forma que el momento y el peralte crezcan en el mismo sentido, de lo contrario no se obtendrán beneficios en el diseño (Mörsch 1909 y 1952). Además, se debe procurar que la cara acartelada trabaje en compresión (MacLeod y Houmsi 1994). Así el bloque de concreto aportará resistencia a cortante, y retardará la falla debido a que impedirá la extensión del agrietamiento en el bloque comprimido.

Si la cara acartelada trabaja en tensión, matemáticamente se tendría la misma resistencia que en caso anterior, pero como el acero longitudinal es el que aporta la resistencia a cortante mediante trabajo de dovela, es fácil que se desprenda el recubrimiento y favorezca grietas prematuras de adherencia que limiten la resistencia (Tena-Colunga *et al.* 2008).

4. Existen métodos de diseño para trabes acarteladas sustentadas en la teoría de la flexión (teoría de vigas) y en modelos de armadura. En la primera es válido decir que la componente vertical del bloque de compresión *resiste* fuerza cortante (por ejemplo, Park y Paulay 1975). En la segunda es incorrecto afirmar lo mismo, ya que de acuerdo a las hipótesis de los modelos de armadura, todos sus elementos trabajan axialmente. En este caso, es más prudente decir que el acartelamiento *redistribuye* las fuerzas internas de los elementos, descargando unos y sobrecargando otros, en comparación con un modelo de una trabe de sección constante.
5. El diseño de elementos completos con modelos de armadura (puntales y tensores) es de origen alemán, y no considera ninguna contribución del concreto en la resistencia a cortante. Sin embargo, de un modelo de armadura se pueden desarrollar ecuaciones que permitan hacer un diseño por secciones con y sin contribución del concreto.
6. El diseño por secciones de una trabe acartelada se simplifica al considerar una *sección crítica por cortante*. Este concepto en trabes acarteladas es de origen británico (inspirado en la práctica estadounidense en trabes prismáticas), y tiene la particularidad de que la resistencia de la cartela se calcula a partir de la resistencia de una sola sección. En efecto, el problema consiste en identificar la sección crítica.
7. La clasificación de las cartelas en regiones B y D conforme a las recomendaciones generales de Schlaich *et al.* (1987) parece factible. Sin embargo, se debe investigar a fondo esta situación, ya que algunos estudios sugieren que las trayectorias de esfuerzos elásticos tienden a ser irregulares en lo que sería la región B de una cartela (por ejemplo, El-Mezaini *et al.* 1991).
8. Las recomendaciones de Marti (1999) para hacer un diseño con modelos de armadura en trabes prismáticas son válidas en carteladas si se utiliza un diagrama de cortante efectivo para determinar las secciones donde el cortante es nulo.

9. Las propuestas que consideran una contribución del concreto involucran un valor del peralte crítico muy parecido, sin embargo, su cálculo es semiempírico. Solamente se conoce un método para calcular el peralte crítico a partir de un modelo mecánico (MacLeod y Houmsi 1994), pero tiene inconvenientes en algunas geometrías (Archundia *et al.* 2005, Tena-Colunga *et al.* 2008). Por lo tanto, se debe hacer un esfuerzo adicional para definir este parámetro.
10. La mayoría de los resultados experimentales han sido en cartelas típicas de trabes continuas de edificios. Lo anterior, pues el valor promedio del cociente de la longitud de la cartela ( $l_c$ ) entre el peralte efectivo máximo ( $d_{max}$ ) tiene un valor de 2.6 ( $l_c/d_{max} \approx 2.6$ ). Si en lugar de la longitud de la cartela se considera el claro de cortante ( $a$ ) se tiene un valor promedio de 3.1 ( $a/d_{max} \approx 3.1$ ). Evidentemente, estos valores no son representativos de trabes acarteladas de gran longitud (por ejemplo, puentes), lo obliga a limitar el uso de la contribución del concreto y del peralte crítico a las proporciones indicadas.

A reserva de conocer otros estudios en puentes que salvan grandes claros ( $a/d_{max} \geq 6$ ), la mejor alternativa es el diseño con modelos de armadura ya sea como elemento completo (Marti 1985/a) o por secciones con ecuaciones *ad-hoc* (Dilger y Langohr 1997).

11. En el diseño por secciones no existe consenso en dónde incluir el efecto de la componente vertical de la fuerza inclinada que interactúa con el cortante. En los métodos que incluyen contribución del concreto, es en ella donde se ha incorporado este efecto (Regan y Yu 1973, Debaiky y El-Niema 1982, Stefanou 1983, MacLeod y Houmsi 1994, Archundia *et al.* 2005, Tena-Colunga *et al.* 2008). Por su parte, en los métodos que ignoran la contribución del concreto, obviamente se ha incluido en el cálculo del refuerzo transversal (Mörsch 1909 y 1952, Dilger y Langohr 1997). Es prioritaria una evaluación sobre los pros y contras de cada una de estas posturas.
12. Se debe evaluar de forma más racional de lo que hicieron Dilger y Langohr (1997) el efecto de armadura en el diseño por cortante de las trabes acarteladas. Para ello, se debe involucrar una extensión realista del agrietamiento diagonal, además, eliminar los errores algebraicos que aparecen en su publicación.
13. El armado *discontinuo* con acero especial de compresión propuesto por Mörsch (1952) se debe preferir sobre el armado continuo que sigue la forma de la trabe. De acuerdo con Mörsch (1952) y Park y Paulay (1975), el armado continuo ante momento positivo causa severo agrietamiento en la línea del refuerzo inclinado (adherencia), e incluso puede ser “arrancado” de la trabe.

El efecto del agrietamiento por adherencia ya ha sido incluido en la propuesta de diseño presentada en Tena-Colunga *et al.* (2008), pero no ha sido verificado en trabes en condiciones de continuidad. Investigar esto es prioritario, pues se sabe que el armado continuo ha sido usado en edificios de la ciudad de México (Guzmán 2000).

14. Se deben tener cuidados especiales cuando el punto de inflexión en una trabe continua se encuentra dentro de la cartela. Lo anterior, ya que el diseño a cada lado del punto de inflexión depende de la direccionalidad del crecimiento del momento y del peralte.

15. En los vértices de las cartelas siempre se deben colocar estribos poco espaciados para tomar la fuerza de desequilibrio que en ella convergen. Especialmente en trabes con acartelamientos mayores o iguales a cinco grados ( $\alpha \geq 5^\circ$ ).

## **REFERENCIAS Y BIBLIOGRAFÍA**

ACI 318-05 (2005), "Building code requirements for structural concrete (ACI-318-05) and commentary (ACI-318R-05)", ACI Committee 318, *American Concrete Institute*, E.U.A.

ACI 318-08 (2008), "Building code requirements for structural concrete (ACI-318-08) and commentary (ACI-318R-08)", ACI Committee 318, *American Concrete Institute*, E.U.A.

ACI 318-11 (2011), "Building code requirements for structural concrete (ACI-318-11) and commentary (ACI-318R-11)", ACI Committee 318, *American Concrete Institute*, E.U.A.

Archundia, H I (2004), "Comportamiento a cortante de trabes acarteladas de concreto reforzado", *Tesis de Maestría*, Universidad Nacional Autónoma de México, México, mayo.

Archundia, H I, A Tena y O M González (2005), "'Estudio experimental del cortante estático de trabes acarteladas de concreto reforzado", *Reporte de Investigación 453*, Dirección de Ciencias Básicas e Ingeniería, Universidad Autónoma Metropolitana – Azcapotzalco, pp. 204, junio. ISBN 970-31-0491-6.

Archundia, H I, A Tena y O M González (2006), "Mecanismos de resistencia y deformación a cortante de trabes acarteladas de concreto reforzado", *Revista Internacional de Ingeniería de Estructuras*, Vol. 11, No. 1, pp. 1-24.

Balkaya, C (2001), "Behavior and modeling of nonprismatic members having T sections", *ASCE Journal of Structural Engineering*, Vol. 127, No. 8, pp. 940-946.

Beton Kalender (2001), "Taschenbuch für Beton, Stahlbeton und spannbetonbau sowie die verwandten Fächer BK 2", *Ernst and Sohn*, Alemania.

Buckland y Taylor (2011), Buckland & Taylor LTD, (<http://www.b-t.com/projects/nscp.htm>)

CEB-FIP (1990), "CEB-FIB model code 1990-Design code", Comité Euro-International du Béton, *Thomas Telford*, Suiza.

Cerruti, L M y P Marti (1987), "Staggered shear design of concrete beams: large-scale test", *Canadian Journal of Civil Engineering*, Vol 14, No. 2, pp. 257-268.

Collins, M P y D Mitchell (1986), "A rational approach to shear design - The 1984 Canadian Code Provisions", *ACI Structural Journal*, Vol. 83, No. 6, pp. 925-933.

Committee 326 (1962/a), "Shear and diagonal tension. Part 1: General principles", Report of ACI-ASCE Committee 326, *ACI Journal Proceedings*, Vol. 59, No. 1, pp. 1-30.

Committee 326 (1962/b), "Shear and diagonal tension. Part 2: Beams and frames", Report of ACI-ASCE Committee 326, *ACI Journal Proceedings*, Vol. 59, No. 2, pp. 277-334.

Committee 426 (1973), "The shear strength of reinforced concrete members", Joint ASCE-ACI Task Committee 426, *ASCE Journal of Structural Engineering*, Vol. 99, No. 6, pp. 1091-1187.

CSA (2004), "Design of concrete structures" CSA Standards A.23.3-04", *Canadian Standards Association*, Canada.

Debaiky, S Y y E I El-Niema (1982), "Behavior and strength of reinforced concrete haunched beams in shear", *ACI Journal Proceedings*, Vol. 79, No. 3, pp. 184-194.

Dilger, W H y P Langorh (1997), "Shear design of haunched concrete box girders of the Confederation Bridge", *Canadian Journal of Civil Engineering*, Vol. 24, No. 6, pp. 898-907.

El-Mezaini, N, C Balkaya y E Citipitioglu (1991), "Analysis of frames with nonprismatic members", *ASCE Journal of Structural Engineering*, Vol. 117, No. 6, pp. 1573-1591.

### CAPÍTULO 3: EL DISEÑO POR CORTANTE EN TRABES ACARTELADAS DE CONCRETO REFORZADO

---

- El-Niema (1988), "Investigation of concrete haunched T-beams under shear", *ASCE Journal of Structural Engineering*, Vol. 114, No. 4, pp. 917-930.
- Eurocode 2 (1992), "Design of concrete structures. Part 1: General rules and rules for buildings", *British Standards Institution*, Gran Bretaña.
- Eurocode 2 (2004), "Design of concrete structures. Part 1: General rules and rules for buildings", *British Standards Institution*, Gran Bretaña.
- Ferguson, P M, J E Breen y J O Jirsa (1988), *Reinforced concrete fundamentals*, fifth edition, John Wiley and Sons, E.U.A.
- Gere, J M y S P Timoshenko (1998), *Mecánica de materiales*, cuarta edición, International Thomson Editores, México.
- Grob, J y B Thürlimann P (1976), "Ultimate strength and design of reinforced concrete beams under bending and shear", *IABSE Publications*, Vol. 36, pp. 105-120.
- Gutkowsky, R M y G R Dewey (1984), "Design stress capacities of tapered glulam members", *ASCE Journal of Structural Engineering*, Vol. 110, No. 3, pp. 490-504.
- Guzmán, M (2000), Comunicación personal.
- Hsu, T T C (1982), "Is the "Staggering Concept" of shear design safe?", *ACI Journal Proceedings*, Vol. 79, No. 6, pp. 435-443.
- Kani, G N J (1964), "The riddle of shear failure and its solution", *ACI Journal Proceedings*, Vol. 61, No. 4, pp. 441-468.
- Kotsovos, M D (1988), "Compressive force path concept: Basis for ultimate limit state reinforced concrete design", *ACI Structural Journal*, Vol. 85, No. 1, pp. 68-75.
- MacLeod, I A y A Houmsi (1994), "Shear strength of haunched beams without shear reinforcement", *ACI Structural Journal*, Vol. 91, No. 1, pp. 79-89.
- MacGregor, J G (1997), *Reinforced concrete - mechanics and design*, third edition, Pearson-Prentice Hall, E.U.A.
- MacGregor, J G y J K Wight (2005), *Reinforced concrete - mechanics and design*, fourth edition, Pearson-Prentice Hall, E.U.A.
- Marti, P (1985/a), "Basic tools of reinforced concrete beam design", *ACI Journal*, Vol. 82, No. 1, pp. 46-56.
- Marti, P (1985/b), "Truss models in detailing", *Concrete International*, Vol. 7, No. 12, pp. 66-73.
- Marti, P (1986), "Staggered shear design of simply supported concrete beams", *ACI Journal*, Vol. 83, No. 1, pp. 36-42.
- Marti, P (1991), "Dimensioning and detailing", *IABSE Reports*, Vol. 62, pp. 411-443, International Association of Bridge and Structural Engineering.
- Marti, P (1999), "How to treat shear in structural concrete", *ACI Structural Journal*, Vol. 96, No. 3, pp. 408-414.
- Muttoni, A, J Schwartz y B Thürlimann (1997), *Design of concrete structures with stress fields*, Birkhäuser, Suiza.
- Muttoni A (2008), "Exercice 6: Dimensionnement d'une poutre à hauteur variable", *Structures en béton I*, Ecole Polytechnique Fédérale de Lausanne, ENAC, IS-BETON, Suiza.
- Muttoni, A y M Fernández Ruiz (2008), "Shear strength of members without transverse reinforcement as function of critical shear crack width", *ACI Structural Journal*, Vol. 105, No. 2, pp. 163-172.
- Mörsch, E (1909), *Concrete-steel construction (Der Eisenbetonbau)*, traducción autorizada de la tercera edición en Alemán de 1908, The Engineering Publishing News Company, Londres.
- Mörsch, E (1952), *Teoría y práctica del hormigón armado*, Tomo II, Gili, Argentina.
- Nielsen, M P (1999), *Limit analysis and concrete plasticity*, second edition, CRC Press, E.U.A.

- Nilson, A H (1999), *Diseño de estructuras de concreto*, duodécima edición, McGraw-Hill, Colombia.
- NTCC (2004), “Normas Técnicas Complementarias para Diseño y Construcción de Estructuras de Concreto”, Reglamento de Construcciones para el Distrito Federal, *Gaceta Oficial del Distrito Federal*, octubre, México.
- Paglietti, A y G Carta (2009), “Remarks on the current theory of shear strength of variable depth beams”, *The Open Civil Engineering Journal*, Vol. 3, pp. 28-33.
- Park, R y T Paulay (1975), *Reinforced concrete structures*, John Wiley and Sons, E.U.A.
- Park, R y T Paulay (1997), *Estructuras de concreto reforzado*, Limusa, México.
- Paulay, T y M J N Priestley (1992), *Seismic design of reinforced concrete and masonry buildings*, John Wiley and Sons, E.U.A.
- Pérez Caldentey, A, P Padilla, A Muttoni y M Fernández Ruiz (2012), “Effect of load distribution and variable depth on shear resistance of slender beams without stirrups”, *ACI Structural Journal*, Vol. 109, No. 5, pp. 595-603.
- Regan P E y C W Yu (1973), *Limit state design of structural concrete*, Chatto and Windus, Gran Bretaña.
- Schlaich, J, K Schäfer y M Jennewein (1987), “Toward a consistent design of structural concrete”, *PCI Journal*, Vol. 32, No. 3, pp. 74-150.
- Tena-Colunga, A (1994), “Concerns regarding the seismic design of reinforced concrete haunched beams”, *ACI Structural Journal*, Vol. 91, No. 3, pp. 287-293.
- Tena, A (2007), *Análisis de estructuras con métodos matriciales*, Limusa, México.
- Tena-Colunga, A, H I Archundia-Aranda y O M González-Cuevas (2008), “Behavior of reinforced concrete haunched beams subjected to static shear loading”, *Engineering Structures*, Vol. 30, No. 2, pp. 478-492.
- Timoshenko, S (1947/a), *Strength of materials – part I - elementary theory and problems*, second edition, ninth printing, D. Van Nostrand, E.U.A.
- Timoshenko, S (1947/b), *Strength of materials - part II- advanced theory and problems*, second edition, ninth printing, D. Van Nostrand, E.U.A.

# CAPÍTULO 4: PROPUESTA DE DISEÑO POR CORTANTE PARA TRABES ACARTELADAS

En el capítulo tres de esta tesis se presentó y comentó el estado del conocimiento sobre el comportamiento y diseño por cortante de las trabes acarteladas de concreto reforzado. Al final, se hizo una serie de señalamientos de los aspectos que merecían atención, o que aún podrían mejorarse.

De esta forma, en este capítulo se pone a consideración una nueva propuesta de diseño que pretende atender tales inconvenientes. En el desarrollo se hace una reflexión sobre las filosofías de diseño, las regiones B-D, la sección crítica por cortante y la esbeltez de las trabes.

## 4.1 FILOSOFÍA DE DISEÑO

De la misma forma que en trabes prismáticas, para las trabes acarteladas existen propuestas de diseño por cortante con y sin contribución del concreto. En general, las primeras pertenecen a la filosofía del reglamento del ACI 318, y las segundas se obtienen de modelos de armadura donde la resistencia es suministrada sólo por el acero de refuerzo transversal.

El modelo de armadura *clásica* fue propuesto de manera independiente por Ritter en 1899 y por Mörsch en 1907 (“Committee 326” 1962/a/b). Este modelo se sustenta en un agrietamiento diagonal paralelo con una inclinación  $\theta = 45^\circ$  que es válido a cierta distancia de las cargas y reacciones. En general, el diseño por cortante con el modelo de armadura clásica no es económico ya que: 1) la inclinación  $\theta = 45^\circ$  es conservadora y, 2) Mörsch, al privilegiar la seguridad estructural sobre la economía, recomendó desestimar la resistencia a tensión diagonal del concreto (Mörsch 1909 y 1952).

Posteriormente, el modelo de armadura fue mejorado al justificar ángulos diferentes a cuarenta y cinco grados para representar de forma más realista la inclinación del agrietamiento de las trabes (campo de compresión diagonal). Con ello se dio una mejor explicación al mecanismo resistente, y se obtuvieron mejores predicciones de la resistencia al comparar con resultados experimentales (Grob y Thürlimann 1976, Nielsen *et al.* 1978, Thürlimann 1979, Nielsen 1979). Este modelo se conoce como la *armadura plástica de ángulo variable* y permite hacer un diseño integral por cortante y flexión. Esta generalización de la armadura clásica fue desarrollada totalmente en Europa.



Por su parte, y para corregir el conservadurismo de la armadura clásica, el Instituto Americano del Concreto (ACI) optó por un diseño por secciones que desacopla la interacción flexión-cortante. El método utiliza ecuaciones derivadas del modelo de la armadura clásica (contribución del acero de refuerzo transversal), pero incorpora una *contribución del concreto*.

Los argumentos del ACI para involucrar la resistencia a cortante del concreto fueron que (“Committee 326” 1962/a/b): 1) una viga de concreto reforzado sin refuerzo transversal es capaz de resistir *algo* de cortante antes de fallar, 2) el refuerzo por cortante empieza a trabajar después del agrietamiento diagonal y, 3) estas características deben ser consideradas para economizar el diseño. Es importante señalar, que incluir la resistencia a cortante que proporciona el concreto ya era una práctica estadounidense muy común que se le puede atribuir a Talbot (1909).

A pesar de que la *contribución del concreto* es bastante aceptada hoy día, la realidad es que no existe acuerdo para describir el mecanismo resistente que la justifica. Por ejemplo, la propuesta vigente del reglamento del ACI 318 para vigas *esbeltas* reconoce varios mecanismos resistentes (“Committee 426” 1973), pero su versión original señala que el bloque de compresión no agrietado es el principal responsable de la resistencia a cortante (“Committee 326” 1962/a/b.). Esta es una idea que ha sido defendida por algunos investigadores (por ejemplo, Kotsovos 1988, Zararis y Papadakis 2001, Tureyen y Frosch 2003, Nghiep 2009).

Sin embargo, hay quienes sostienen que la fricción en la entrecara del agrietamiento diagonal es la que realmente aporta la resistencia a cortante, la que, a su vez, se relaciona con la resistencia a tensión del concreto (por ejemplo, Vecchio y Collins 1986, Reineck 1991, Muttoni y Fernández Ruiz 2008).

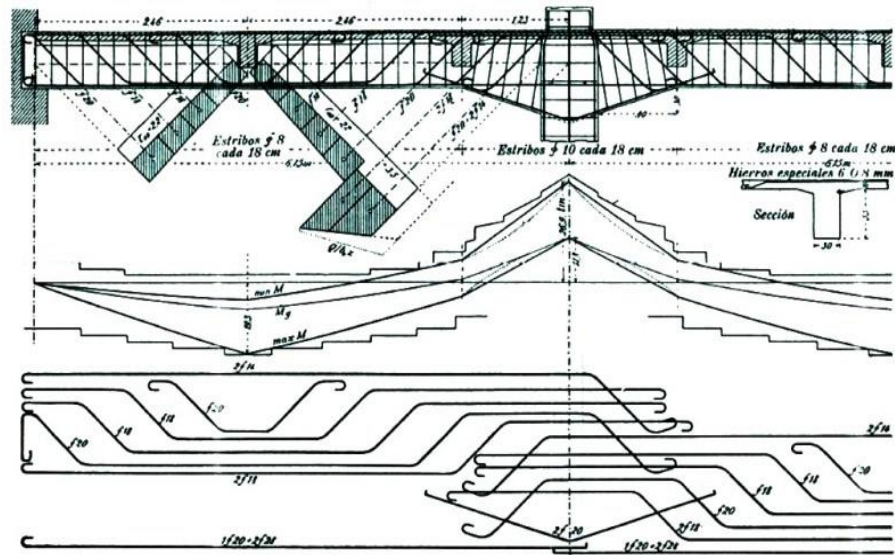
La escuela tradicional de diseño europea cuestiona el uso de la contribución del concreto. Entre los ingenieros destacados de este pensamiento se pueden mencionar a Mörsch (1909 y 1952) y Braestrup (1981, 1990 y 1992). Mörsch argumentó que sólo es posible tener un mecanismo resistente adecuado si el acero de refuerzo transversal toma *toda* la demanda de cortante (a esta filosofía la denominó “seguridad total contra el desgarramiento”). Por su parte, Braestrup cuestionó la limitada resistencia a tensión del concreto la cual, además, se degrada con el tiempo.

Otros ingenieros formados en la escuela europea no han desconocido la resistencia que aporta el concreto, pero tampoco la recomiendan abiertamente para fines de diseño. Lo anterior, ya que han preferido dejar su uso al criterio del diseñador de estructuras. Entre los ingenieros que promueven este pensamiento se pueden mencionar a Schlaich *et al.* (1987) y a Nielsen (1999).

Existe un tercer grupo de ingenieros que, también formados en el pensamiento europeo, han incorporado en sus propuestas la contribución del concreto en la resistencia a cortante. Destacan los siguientes casos:

- Thürlimann, quien adicionó a la resistencia de la armadura plástica una contribución del concreto que depende del nivel de esfuerzo cortante en la sección (Grob y Thürlimann 1976).

- Collins y colaboradores, que pasaron de una teoría de los campos de compresión sin contribución del concreto (Collins 1978, Collins y Mitchell 1980, Collins y Mitchell 1986), a una teoría modificada de los campos de compresión con contribución del concreto (Vecchio y Collins 1986, Collins *et al.* 1996).
- Reinek, quien a partir de la fricción en la entrecara de la grieta diagonal, propuso un campo de esfuerzo elástico y su respectivo modelo de armadura para las regiones B de travesas sin refuerzo transversal (Reinek 1991).
- Muttoni y colaboradores, quienes argumentaron que la fricción en la grieta crítica por cortante es la responsable de la resistencia del puntal directo en travesas cortas y esbeltas sin refuerzo transversal (Muttoni y Schwartz 1991, Muttoni y Fernández-Ruiz 2008).



**Figura 4.1 Método de diseño utilizado por Mörsch (1952)**

A Mörsch (1909 y 1952) se le puede atribuir la que tal vez sea la primera fórmula de diseño por cortante para travesas acarteladas. Su expresión cuantifica la *demand*a de esfuerzo cortante promedio en cualquier sección de la cartela ( $v_{TA}$ ). Esta fórmula ha sido la base de todas las propuestas posteriores y se muestra en la ecuación 4.1, donde  $V$  es el cortante en la sección,  $M$  el momento flexionante,  $b$  el ancho,  $d$  el peralte efectivo y  $\alpha$  el ángulo de acartelamiento. El signo positivo del numerador aplica cuando el diagrama de momento y el peralte de la cartela crecen en dirección opuesta y viceversa.

$$v_{TA} = \frac{V \pm \frac{|M|}{d} \tan \alpha}{bd} \tag{4.1}$$

La ecuación 4.1 indica que la geometría de la cartela influye en el comportamiento a cortante. Lo anterior, ya que existe una fuerza inclinada que incorpora una componente vertical en el mecanismo resistente (término “ $(|M|/d)\tan\alpha$ ” de la ecuación 4.1). Como ya se comentó, Mörsch diseñaba el acero de refuerzo transversal para tomar todo el esfuerzo que resultaba de

aplicar la ecuación 4.1. Al revisar su método, es claro que no diseñaba propiamente por secciones, sino por tramos de elemento (figura 4.1). Se puede decir que esta solución es similar a la de una trabe de sección constante con una *corrección geométrica* para tomar en cuenta el acartelamiento (Alcocer 2013).

Tradicionalmente, las propuestas de diseño por secciones para trabes acarteladas han incluido el efecto de la cartela en la contribución del concreto (Regan y Yu 1973, Debaiky y El-Niema 1982, Stefanou 1983, MacLeod y Houmsi 1994, Archundia *et al.* 2006, Tena-Colunga *et al.* 2008). De las existentes, la más confiable es la de Tena-Colunga *et al.* (2008).

Cuando se diseñan trabes acarteladas con modelos de armadura plástica, el efecto de la cuerda inclinada se incluye automáticamente al resolver el modelo y se manifiesta en todos los elementos que lo constituyen (Marti 1985/a). Sin embargo, y como un paso previo en la solución, Muttoni *et al.* (1997) incorporaron el concepto de *cortante efectivo* definido por Park y Paulay (1975), y que no es otra cosa que la demanda de fuerza cortante calculada a partir de la ecuación 4.1. Por definición, cuando se diseña una cartela con un modelo de armadura plástica, el acero de refuerzo transversal debe resistir, al menos, *toda* la demanda de cortante del análisis. Lo mismo sucede con el método por secciones desarrollado a partir de un modelo de armadura propuesto por Dilger y Langohr (1997).

Ante este panorama, es claro que es muy importante decidir cómo hacer el diseño por cortante de las trabes acarteladas de concreto reforzado, es decir, optar por un diseño por secciones o por uno de elemento completo y, además, considerar o no la contribución del concreto.

Después de una profunda reflexión, se decidió que la propuesta principal de esta tesis doctoral se debería sustentar en ecuaciones desarrolladas a partir de un modelo de armadura plástica con una contribución de concreto *opcional*.

Se optó por un modelo de armadura ya que de acuerdo con la teoría de la plasticidad del concreto, se obtienen resistencias razonablemente conservadoras. Además, porque del análisis de los resultados presentados por Tena-Colunga *et al.* (2008), se tiene confianza en mejorar la predicción que proporciona el método de Dilger y Langohr (1997) si se eliminan racionalmente algunas inconsistencias que presenta (sección 3.10).

Otra de las razones para elegir modelos de armadura (o *puntales y tensores* en la terminología del reglamento ACI 318 desde el año 2002), es porque cada vez tienen mayor aceptación como herramienta de diseño. De ello dan constancia el método de diseño general por cortante del reglamento unificado de Europa (Eurocode 2 2004), y el apéndice A del reglamento ACI 318 que, desde el año 2002, se ha mantenido vigente (ACI 318 2002 y 2011).

El motivo de hacer opcional la contribución del concreto obedece, principalmente, a que luce razonable la filosofía de Schlaich *et al.* (1987) sobre la responsabilidad de cada ingeniero para considerar o no la resistencia que aporta el concreto antes del agrietamiento diagonal. Se tiene la convicción de que es una postura neutral, y propositiva, que seguirá motivando a muchos ingenieros a interesarse en los orígenes y limitantes de las ecuaciones que usan cotidianamente.

Finalmente, y a diferencia de propuestas previas en las que el efecto del acartelamiento se incluye *solamente* en la contribución del concreto, en este trabajo se propone asociarlo también, y con mayor énfasis, con la contribución del acero, es decir, en la resistencia que aporta el modelo de armadura plástica. Los argumentos que apoyan esta postura son:

1. En el caso ideal que el peralte de la cartela y el momento flexionante crecen en la misma dirección, y el canto acartelado trabaja en compresión, el modelo de armadura indica que, al ocurrir el agrietamiento diagonal, la fuerza en la cuerda comprimida es menor de la que predice la teoría de la flexión (teoría de vigas). En otras palabras, la teoría de vigas en traves acarteladas ignora que el agrietamiento diagonal disminuye la demanda en el bloque comprimido y, por ende, su contribución en la resistencia a cortante (Dilger y Langohr 1997).
2. Si el peralte y el momento crecen en la misma dirección, pero la cuerda inclinada trabaja en tensión ante momento positivo, el modelo de armadura señalaría que la aportación del acero longitudinal en la resistencia a cortante es mayor a lo que dice la teoría de la flexión. Sin embargo, la evidencia experimental ha demostrado que el agrietamiento por adherencia puede ser prematuro y excesivo. Esto obliga considerar una contribución del acero de refuerzo longitudinal también menor a lo que supone la teoría de la flexión (Tena-Colunga *et al.* 2008).
3. Los resultados experimentales en traves acarteladas diseñadas para fallar a cortante ante cargas reversibles, sugieren que en elementos sin refuerzo transversal, la degradación del concreto impide que se desarrolle la resistencia calculada para cargas monotónicas gravitacionales (Archundia *et al.* 2007, Archundia-Aranda *et al.* 2013); mientras que en traves con incluso la cuantía mínima de refuerzo transversal se puede alcanzar dicha resistencia (Archundia-Aranda *et al.* 2013).

## 4.2 ANTECEDENTES DEL MÉTODO

En la sección anterior se comentaron las razones por las que se ha preferido un modelo de armadura para explicar la resistencia a cortante de las traves acarteladas. La viabilidad y las bondades de la solución gráfica de esta técnica ya han sido demostradas por Marti (1985/a) y Muttoni *et al.* (1997). Por si fuera poco, en el reglamento modelo del Comité Euro-Internacional para el Concreto de 1990 (CEB-FIP 1990) se recomendó explícitamente este método (figura 4.2).

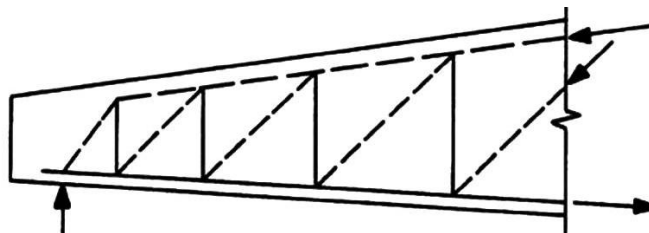
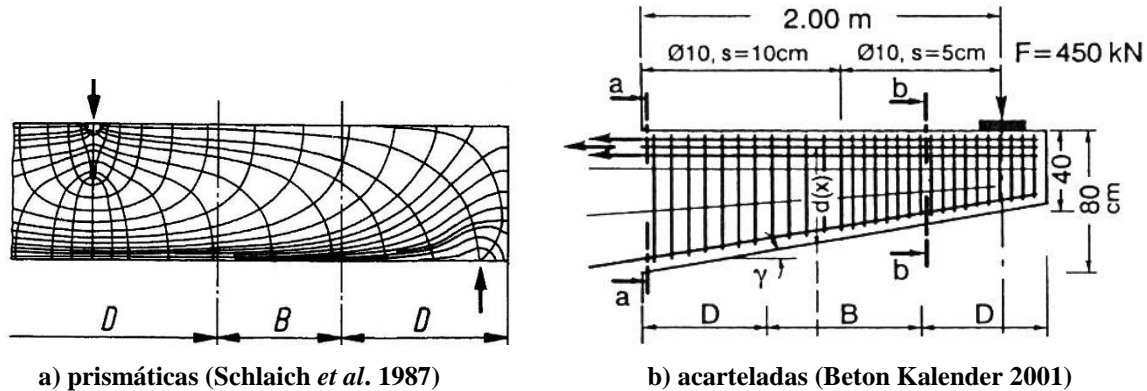


Figura 4.2 Modelo de armadura para traves acarteladas recomendado por el CEB-FIP (1990)

De acuerdo con Schlaich *et al.* (1987), el diseño de las partes de un elemento estructural es función de una clasificación que depende de la uniformidad de las trayectorias de los esfuerzos principales *elásticos*. En las zonas o regiones B, estas trayectorias son regulares y es válida la teoría de la flexión. Por su parte, en las regiones D las trayectorias son irregulares y ya no es válida la suposición de las secciones planas (figura 4.3-a).

Las regiones D tienen una extensión de un peralte efectivo a cada lado de una irregularidad geométrica (cambio de sección), o de carga (cargas concentradas o apoyos). Toda región B está delimitada por regiones D, y pueden existir elementos sin zonas B.



**Figura 4.3 Regiones B-D en traves de concreto reforzado**

En el principal manual de concreto de Alemania (Beton Kalender 2001), se ha sugerido que la identificación de las regiones B-D en las traves acarteladas es igual que en traves prismáticas. Lo anterior, con la salvedad que la extensión de las regiones D en ambos extremos de la cartela es igual al peralte efectivo máximo (figura 4.3-b). El que se pueda subdividir la cartela en regiones B y D es importante pues, de lograrse, es posible hacer el diseño de la región B con ecuaciones obtenidas de un modelo de armadura plástica. Aclarar este asunto impedirá que una cartela sea considerada *a priori* como una región D (peralte variable).

En este instante es válido preguntar: ¿Por qué preferir ecuaciones para diseñar las regiones B, y no una solución gráfica que permita el diseño integral de todo el elemento, es decir, conjuntamente las regiones B y D?

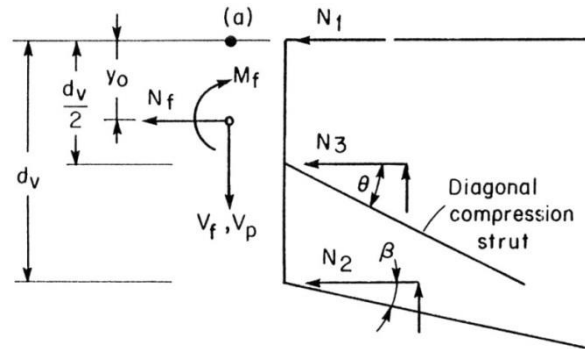
La respuesta no es única, las que se ofrecen para responder esta interrogante son:

1. Todo ingeniero familiarizado con los modelos de armadura (puntales y tensores) puede preferir una solución gráfica y así evitar lo “inadecuado” del diseño a cortante por secciones al que hacen alusión algunos investigadores (por ejemplo, Marti 1991).
2. Algunos ingenieros especializados en el diseño de estructuras de concreto reforzado disgustan de cambios radicales en los métodos que funcionan (Gesund 2000). Por ello, prefieren las ecuaciones fáciles de memorizar e implantar, sobre los métodos gráficos o que requieran nomogramas, tablas o iteraciones (“NCHRP 549” 2005, Bentz *et al.* 2006).

3. La filosofía de diseño por cortante que ha promovido el reglamento ACI 318 desde hace una década, es diseñar las regiones B con ecuaciones y, por separado, hacer el diseño de las regiones D con modelos de armadura especializados a los que se les ha dado el nombre de modelos de puntales y tensores (Cagley 2001, “Subcommittee 445-1” 2002, ACI 318 2002, ACI 318 2011).



a) construcción (Buckland y Taylor 2011)



b) modelo de Dilger y Langohr (1997)

**Figura 4.4 Puente Confederación (Canadá)**

El único trabajo conocido que utiliza ecuaciones desarrolladas de un modelo de armadura para el diseño de travesas acarteladas es de Dilger y Langohr (1997). En ese trabajo se presentó el método con el que se verificó la resistencia a cortante de las travesas acarteladas prefabricadas del Puente Confederación (figura 4.4). La mayor aportación de Dilger y Langohr (1997), es haber demostrado que en estos elementos el agrietamiento diagonal disminuye la resistencia a cortante que aporta el bloque de compresión inclinado.

A pesar de su valía, el trabajo de Dilger y Langohr (1997) tiene los siguientes inconvenientes que justifican una reformulación del método (para mayor detalle, consultar el capítulo tres de esta tesis):

- a) Las ecuaciones que presentaron tienen errores que se acreditan a la etapa de edición. Esto puede llevar a que se hagan diseños inseguros en caso que sean usadas sin previa verificación.
- b) Las ecuaciones no están acotadas para su uso exclusivo en las regiones B.
- c) El método fue pensado para travesas acarteladas de puentes que salvan grandes claros; particularmente travesas con una relación de la longitud de la cartela ( $l_c$ ) al peralte mayor ( $d_{max}$ ) del orden de siete ( $l_c/d_{max} \approx 7$ ). Esta proporción no es comparable con los especímenes ensayados en laboratorio, y tampoco es representativa de las travesas acarteladas de edificios ( $l_c/d_{max} \approx 3$ ).
- d) La extensión del agrietamiento diagonal considerada por Dilger y Langohr fue la misma que se supone en travesas prismáticas. Su criterio contradice la evidencia experimental que muestra agrietamientos más extendidos que éste (Debaiky y El-Niema 1982, MacLeod y Houmsi 1994, Tena-Colunga *et al.* 2008). Esta situación también ya había sido advertida analíticamente por Regan y Yu (1973).

### 4.3 REGIONES B-D EN TRABES PRISMÁTICAS Y ACARTELADAS

En el *Beton Kalender* (2001) se sugirió que las cartelas se pueden subdividir en regiones B-D de forma muy similar que las travesas prismáticas. Sin embargo, en la literatura usual no está disponible algún estudio que avale esta recomendación. Es importante aclarar este asunto para así elaborar un método de diseño que tenga bases sólidas.

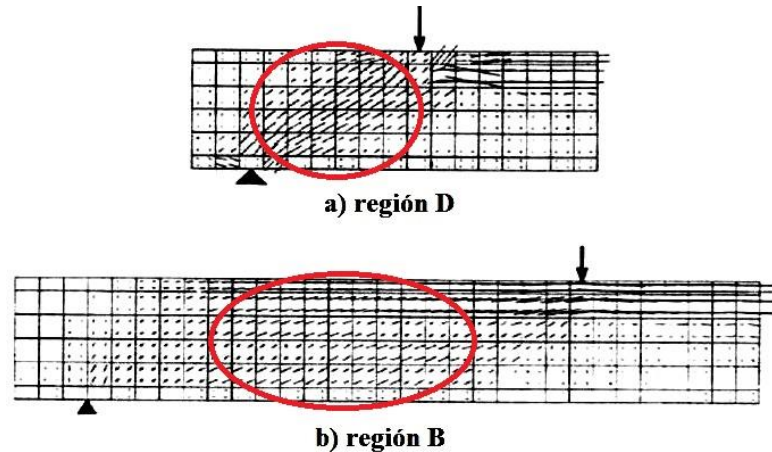


Figura 4.5 Campos de compresión típicos en regiones B y D (Modificada de Coronelli y Mulas 2006)

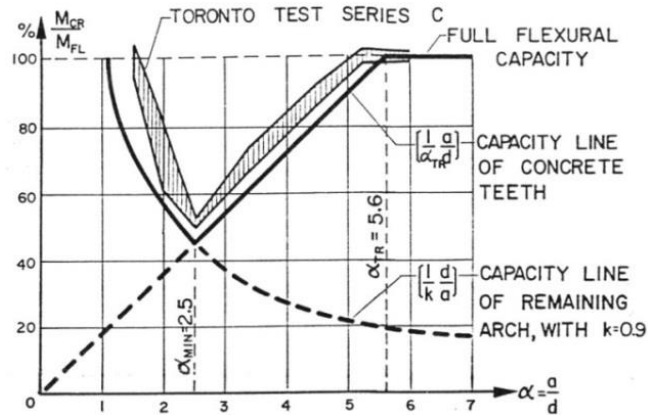
De acuerdo con Schlaich *et al.* (1987), las regiones B y D se pueden identificar con los contornos de los esfuerzos principales elásticos. Posteriormente, Coronelli y Mulas (2006) recomendaron visualizar los esfuerzos principales como flechas para facilitar la identificación los campos de esfuerzo que caracterizan ambas regiones. Por ejemplo, en la figura 4.5-a es claro cómo en una región D la carga se transmite directamente al apoyo, mientras que en la figura 4.5-b son evidentes el bloque de compresión y el campo de compresión diagonal que son típicos de una región B.

La clasificación de las regiones B y D se hizo con base en las trayectorias de esfuerzos elásticos obtenidos con paquetería comercial que resuelve elementos finitos. Al respecto, no debe perderse de vista que lo único que se pretende es verificar si en las cartelas se presentan las características de una región B típica.

#### 4.3.1 Descripción de los modelos de elemento finito

Para tener una mejor referencia se modelaron travesas prismáticas y acarteladas. Por cada trabe prismática con peralte “ $d$ ” se analizó una acartelada con el mismo claro de cortante ( $a$ ) y un peralte máximo ( $d_{max}$ ) igual al peralte de la trabe prismática. Todos los modelos corresponden a travesas simplemente apoyadas sometidas a dos cargas simétricas. Se eligió esta condición de carga y apoyo, ya que además de ser una de las más estudiadas, con ella clasificó el dominio de los mecanismos de arco y viga en travesas prismáticas (Kani 1964).

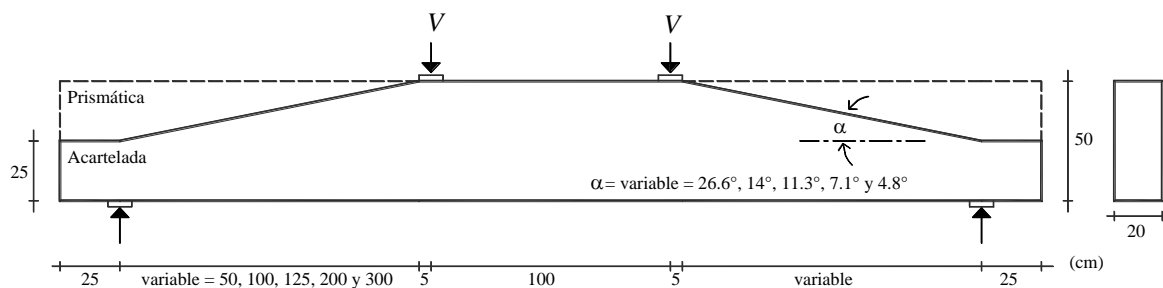
Los modelos de las traves de sección constante tienen cocientes del claro de cortante entre el peralte efectivo  $a/d = 1, 2, 2.5, 4$  y  $6$ . Estas geometrías cubren razonablemente todo el *Valle de Kani* (figura 4.6). En la figura 4.7 se muestra las características generales de los modelos de las traves prismáticas.



**Figura 4.6 Valle de Kani (Kani 1964)**

Los modelos de las traves de sección variable tienen un peralte máximo ( $d_{max}$ ) igual al de las traves de sección constante ( $d$ ), y un peralte mínimo ( $d_{min}$ ) igual a la mitad del peralte máximo. La relación del claro de cortante a peralte se fijó con base en el peralte mayor para tener una comparación directa con las traves prismáticas. En consecuencia, las relaciones de aspecto estudiadas fueron  $a/d_{max} = 1, 2, 2.5, 4$  y  $6$ . Estas geometrías producen ángulos de acartelamiento  $\alpha = 26.6^\circ, 14^\circ, 11.3^\circ, 7.1^\circ, 4.8^\circ$ , respectivamente.

Las proporciones de los modelos cubren razonablemente las geometrías observadas o recomendadas en la literatura, lo que incluye a las ménsulas (más detalles en el capítulo dos). En la figura 4.7 se muestran la geometría general de estos modelos.



**Figura 4.7 Dimensiones y arreglo general de los modelos analizados con elemento finito**

Las cartelas se dispusieron de tal forma que el canto acartelado trabajara en compresión, y que el diagrama de momento y el peralte crecieran en el mismo sentido. Lo anterior, ya que así es la forma idónea en que deben trabajar las cartelas (ver conclusiones del capítulo tres).

En todos los modelos se consideró un concreto con resistencia  $f'_c = 250 \text{ kg/cm}^2$  con un módulo de elasticidad  $E_c = 200,000 \text{ kg/cm}^2$  y un módulo de *Poisson*  $\nu_c = 0.20$ . Los modelos se sometieron a dos cargas unitarias simétricas ( $V = 1 \times 10^4 \text{ kg} = 10,000 \text{ kg}$ ), y tanto las cargas

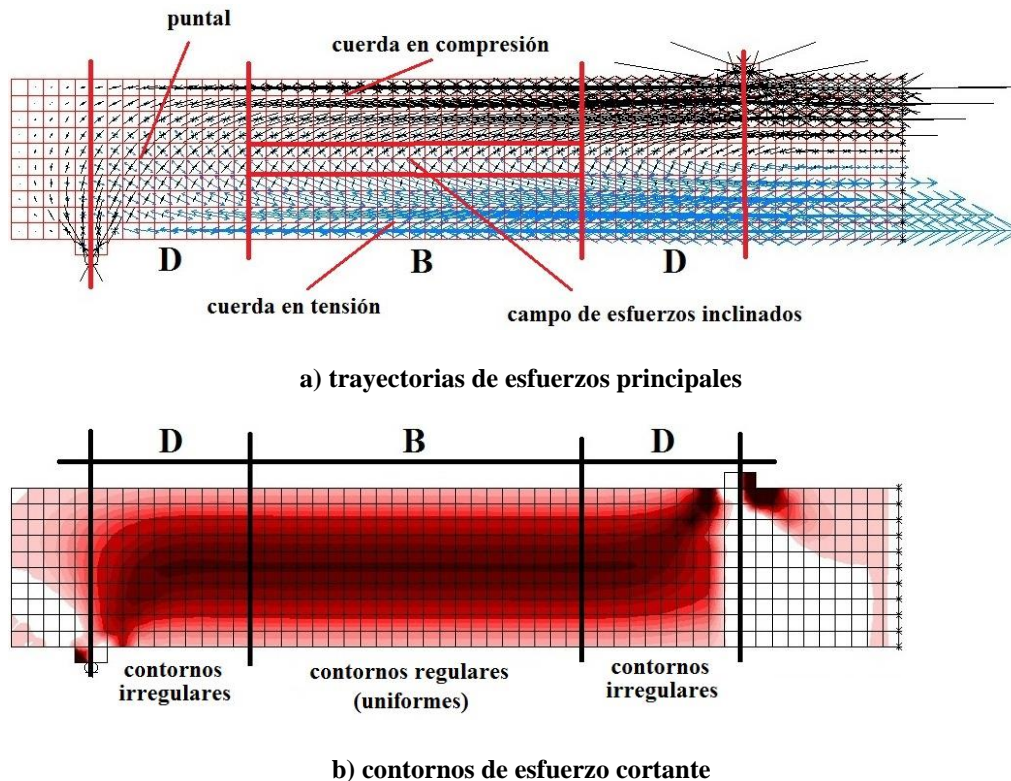


como las reacciones se transmitieron al elemento mediante placas de acero. Detalles adicionales de los modelos se presentan en el apéndice B. Finalmente, los análisis se hicieron con la versión 14.2.4 del programa SAP 2000 (CSI 2011).

### 4.3.2 Resultados y análisis en vigas de sección constante

Los resultados de las vigas de sección constante se validaron con las soluciones típicas de la Mecánica de Materiales (por ejemplo, Gere y Timoshenko 1998). Los detalles y comentarios de la calibración están en el apéndice B.

En la figura 4.8-a se muestran las flechas que indican la trayectoria y el valor relativo de los esfuerzos principales en el modelo con una relación  $a/d = 4$ . En éste se han identificado las fronteras de las regiones B y D conforme a la recomendación de Schlaich *et al.* (1987), es decir, las regiones D tienen una extensión de un peralte del elemento. En el apéndice B se muestran las trayectorias de esfuerzos principales, y la clasificación de todas las geometrías analizadas.



**Figura 4.8** Extensión de las regiones B y D en travesas prismáticas conforme a Schlaich *et al.* (1987)

En la figura 4.8-a se han señalado las características de una región B típica: a) cuerdas longitudinales de tensión y compresión (ambas *paralelas* a los cantos de la trabe) y, b) campos de esfuerzo diagonal superpuestos en tensión y compresión en las fibras cercanas al eje neutro. En la misma figura, también es claro que en la zona D adyacente al apoyo se forma un puntal de compresión en el que se aprecian pequeños esfuerzos de tensión perpendiculares a la

trayectoria del puntal. En la zona D que corresponde al extremo de la carga, no se observa alguna característica que la haga comparable con la del apoyo.

En la figura 4.8-b se presentan los contornos de esfuerzo cortante del modelo con  $a/d = 4$ . En éste también se han identificado las regiones B y D conforme a Schlaich *et al.* (1987). Los contornos de esfuerzo cortante para todos los casos estudiados están en el apéndice B.

La inclusión de los contornos de esfuerzo cortante obedece a que durante el análisis se observó que también permiten identificar las regiones B y D. Esto cobra importancia pues, por increíble que parezca, no todos los programas de análisis y diseño estructural cuentan con la opción de mostrar las trayectorias de esfuerzos principales como *flechas*. Por ejemplo, desde que se dispuso del programa SAP2000, esta opción se incorporó alrededor de diez años después -en 2008- (CSI 2011).

Al analizar los contornos de esfuerzo cortante de la figura 4.8-b, es fácil advertir que dentro de la zona B destacan los conceptos de *regularidad* y *uniformidad* que deben caracterizarla. En este caso, como en toda la región B es válido el mismo perfil de esfuerzo parabólico que dicta la Mecánica de Materiales, los contornos se componen de franjas de espesor constante que son *paralelas* a los cantos de la trabe.

Los contornos de esfuerzo cortante también muestran claramente la característica de *irregularidad* en ambas regiones D. Esta situación les proporciona algo de ventaja sobre las trayectorias de esfuerzos principales elásticos. Lo anterior, ya que con estos últimos la irregularidad de las trayectorias adyacentes a la carga no es tan evidente como en la del apoyo (figura 4.8-a).

Asimismo, en la figura 4.8-b se observa que dentro de las regiones D las franjas dejan de tener un espesor constante, pues se adelgazan y concentran al mismo tiempo que cambian “bruscamente” de dirección. Esto es más evidente en la proximidad de la carga y la reacción, donde las franjas ya no son paralelas a los cantos de las trabes y son prácticamente perpendiculares a éstos. Obviamente, el comportamiento descrito es sensible a las dimensiones de las placas donde actúan las cargas concentradas, sin embargo, puede decirse que es un comportamiento típico.

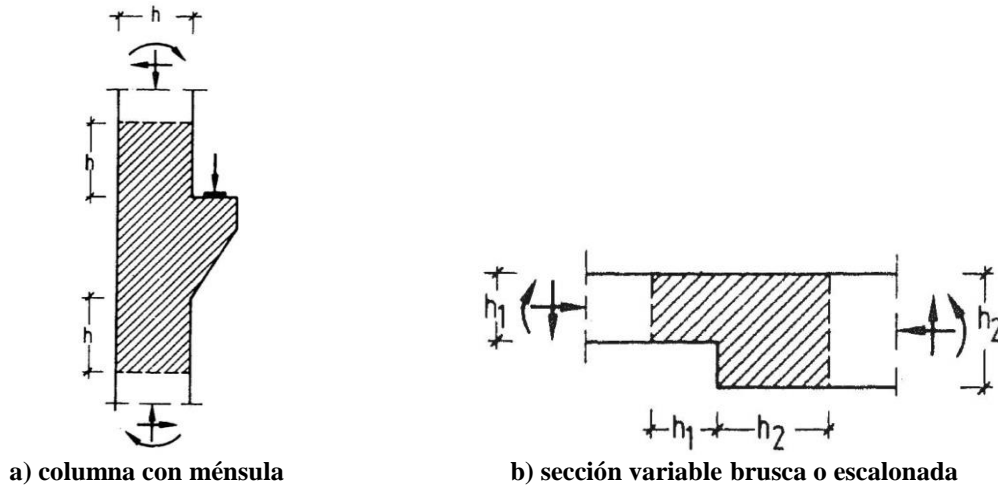
Finalmente, y aunque depende de la apreciación de cada persona, los contornos de esfuerzo cortante, al igual que las trayectorias de esfuerzos principales, muestran el “flujo” de la fuerza desde su entrada al elemento (aplicación de la carga) hasta su salida (reacción).

### **4.3.3 Resultados y análisis en vigas de sección variable**

Al igual que los modelos de las trabes de sección constante, los resultados de los modelos de las trabes de sección variable fueron verificados con soluciones conocidas de la Mecánica de Materiales. En el apéndice B se muestra y comenta a detalle esta validación.

En el trabajo de Schlaich *et al.* (1987) no se dieron indicaciones para identificar las regiones B y D en elementos de sección variable como los estudiados en esta tesis doctoral (figura 4.9). Por lo tanto, se hizo una primera evaluación de los modelos considerando que la extensión de

las regiones D era similar a la de la trabe mostrada en figura 4.9-b (cambio brusco de sección con cantos paralelos). De esta manera, la extensión de la región D en cada extremo de la cartela es igual al valor del peralte del extremo que corresponda ( $d_{max}$  o  $d_{min}$ ).



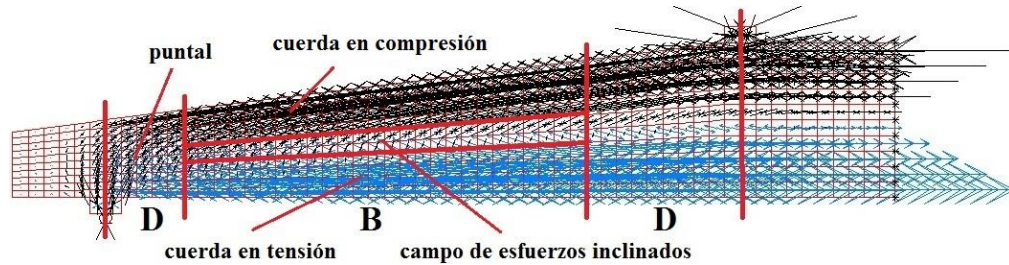
**Figura 4.9 Elementos de sección variable considerados por Schlaich *et al.* (1987)**

En la figura 4.10 se muestran las trayectorias de esfuerzos principales y los contornos de esfuerzo cortante del modelo con relación  $a/d_{max} = 4$ . En las figuras 4.10-a/b se han indicado las regiones B y D conforme al criterio antes señalado, mientras que en la figura 4.10-c se han clasificado estas regiones conforme a un criterio que se describe más adelante.

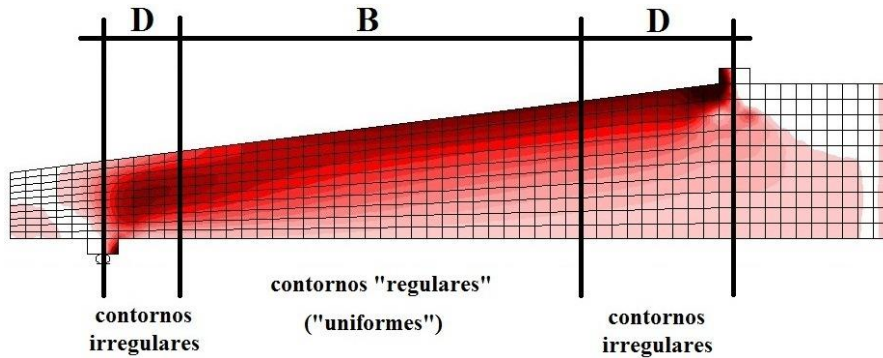
En la figura 4.10-a se observa que las trayectorias de esfuerzos principales en la región B tienen características comparables con las de las trabes prismáticas (figura 4.8-a): a) cuerdas longitudinales de tensión y compresión *paralelas* a los cantos de las trabes y, b) campos de esfuerzo diagonal superpuestos en tensión y en compresión en las fibras cercanas al eje neutro. En las regiones D también se observan similitudes con las correspondientes de la trabe prismática; es decir, en la región D adyacente al apoyo, es evidente la presencia de un puntal, y en la región D adyacente a la aplicación de la carga, no es muy clara alguna característica de irregularidad.

A partir del análisis de las trayectorias de esfuerzos principales elásticos, se puede decir que la clasificación de las regiones B y D en trabes acarteladas acorde con Schlaich *et al.* (1987) es similar a la de las trabes de sección constante.

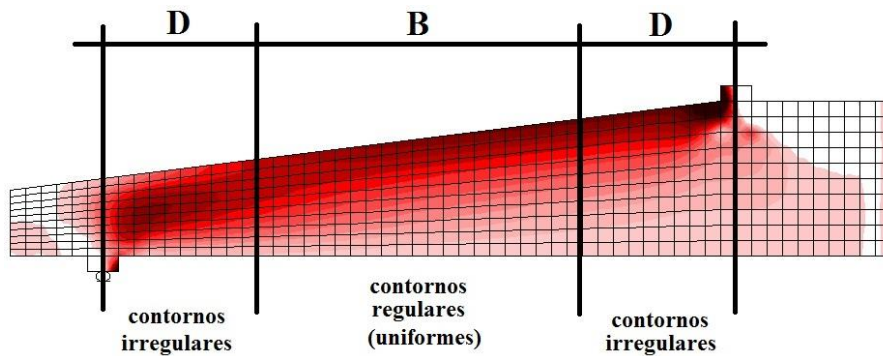
Es bien sabido que la distribución de esfuerzos cortantes en las trabes acarteladas no es igual que en las prismáticas. Esta diferencia se debe a que, en las primeras, el esfuerzo cortante máximo no se presenta en el eje neutro, sino muy cerca o exactamente en el borde del canto acartelado (Timoshenko 1947/b). Por esta razón, los contornos de esfuerzo cortante de las trabes acarteladas también deben ser analizados para identificar las regiones B-D.



a) trayectorias de esfuerzos principales (regiones B y D acorde con Schlaich *et al.* 1987)



b) contornos de esfuerzo cortante (regiones B y D acorde con Schlaich *et al.* 1987)



c) contornos de esfuerzo cortante (regiones B y D acorde con el Beton Kalender 2001)

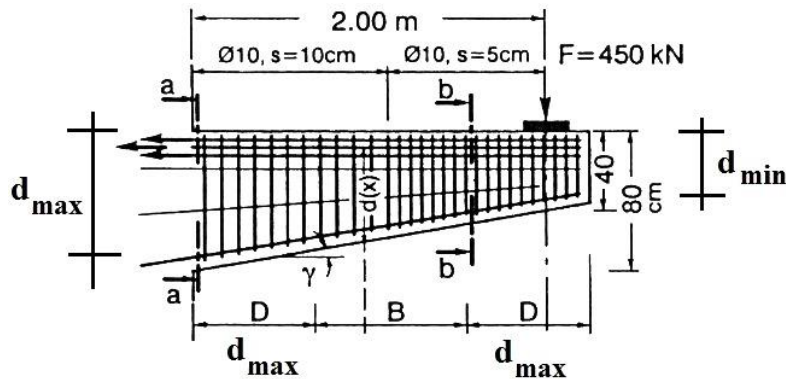
**Figura 4.10 Extensión de las regiones B y D en traves acarteladas**

Al igual que en las traves de sección constante, los contornos de esfuerzo cortante de las traves acarteladas también forman franjas (figuras 4.10-b/c). Con base en el patrón de éstas, es claro que existe una diferencia sustancial en la distribución de esfuerzo cortante en ambas regiones D del claro de cortante.

En la región D adyacente a la aplicación de la carga las franjas muestran una configuración parecida a la de una trabe prismática (figura 4.8-b). Lo anterior, ya que las franjas, aunque son sensiblemente paralelas a los cantos de las traves, tienden a dirigirse o concentrarse hacia punto de carga (incluso de manera menos brusca que en la trabe de sección constante). Con

base en este análisis, se puede decir que la extensión de esa región D es igual al peralte de la cartela en ese extremo, es decir, el peralte máximo ( $d_{max}$ ).

En el otro extremo de la cartela, junto al apoyo, las franjas forman un “botón” o “remolino” que indica: i) un esfuerzo cortante máximo alrededor del peralte medio y, ii) que la atenuación del esfuerzo cortante sigue un patrón elíptico (las franjas forman *anillos* “elípticos” alrededor del peralte medio). Estrictamente, esta configuración es una *irregularidad* que, por definición, debe estar restringida a la región D.



**Figura 4.11 Regiones B y D en trabes acarteladas acorde con el Beton Kalender (2001). Modificada**

Una revisión detallada de los contornos de esfuerzo cortante (figura 4.10-b), muestra que si se clasifica la región D adyacente al apoyo conforme a la recomendación de Schlaich *et al.* (1987), las irregularidades del esfuerzo cortante no quedan contenidas dentro de ésta, sino que incursionan en la región B (lo que es indeseable). Esto sugiere que la extensión de esa región D tiene que ser mayor que el peralte mínimo ( $d_{min}$ ) para eliminar o minimizar esta situación.

En el Beton Kalender (2001) se sugirió gráficamente que la extensión de *ambas* regiones D en una cartela típica es igual al peralte efectivo máximo ( $d_{max}$ ). Esta recomendación se muestra en la figura 4.11, de la que vale decir que en el documento citado no se proporcionó explicación o referencia alguna de ella (Maurial 2007).

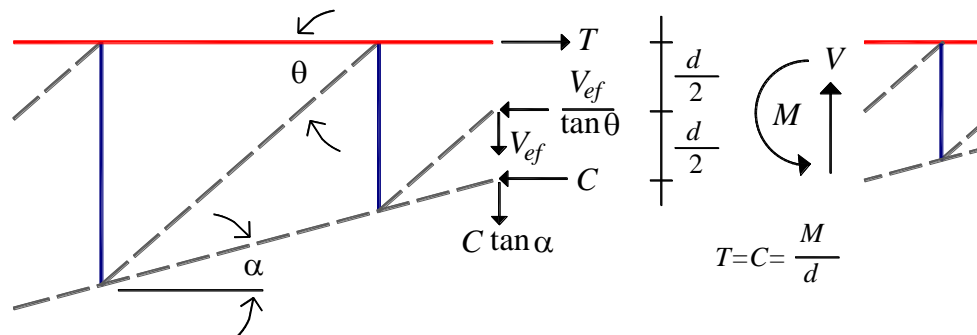
En la figura 4.10-c se muestra la clasificación de las regiones B y D atendiendo la recomendación del Beton Kalender (2001). De esa figura queda claro que las regiones D están mejor definidas pues contienen las irregularidades del esfuerzo cortante. Este resultado es típico para toda la muestra estudiada (apéndice B), por lo que se puede considerar válida la recomendación del manual alemán. Con ello, se concluye que las regiones D (elásticas) en cada extremo de una cartela tienen una extensión igual al peralte máximo ( $d_{max}$ ).

Ya que en el Beton Kalender (2001) se presentó esta recomendación sólo de manera gráfica, en esta tesis únicamente se asumirá que se le dio una explicación racional, puntualizando que la extensión de las regiones D en las cartelas está más relacionada con los esfuerzos cortantes que con los esfuerzos principales. Esto sugiere una relación muy cercana entre los mecanismos resistentes a cortante y las regiones B-D.

#### 4.4 ECUACIONES DE DISEÑO POR CORTANTE PARA REGIONES B DE TRABES ACARTELADAS OBTENIDAS DE UN MODELO DE ARMADURA PLÁSTICA

El cortante que actúa en la región B de una trabe acartelada de concreto reforzado, se puede calcular con ecuaciones derivadas de: 1) la teoría de la flexión (por ejemplo, Mörsch 1909 y 1952, Regan y Yu 1973, Park y Paulay 1975) o, 2) modelos de armadura plástica (Dilger y Langohr 1997). Por razones que se explicaron con detalle en la sección 4.1, en este trabajo se ha preferido el uso de modelos de armadura.

En la figura 4.12 se presenta un modelo de armadura válido para una trabe acartelada, en el que  $M$  y  $V$  son, respectivamente, las demandas de momento y cortante en una sección de interés (Dilger y Langohr 1997). Estas demandas son resistidas por las fuerzas indicadas al otro lado del corte ( $T$ ,  $C$  y  $V_{ef}$ ). El modelo es válido únicamente para una región B, ya que representa un campo de compresión diagonal con inclinación constante  $\theta$ . Como es usual, los elementos que trabajan en compresión están representados con líneas discontinuas.



**Figura 4.12** Modelo de armadura plástica válido para la región B de una trabe acartelada

Para conservar las hipótesis originales del modelo armadura plástica en trabes prismáticas, se ha seleccionado una sección en la que el puntal que cruza diagonalmente al peralte lo divide en dos partes iguales. De esta forma, las componentes ortogonales asociadas al campo de compresión diagonal actúan en  $d/2$ . Este criterio también fue empleado por Dilger y Langohr (1997).

Aunque esta suposición se puede considerar realista en trabes de sección constante, deja de serlo en las trabes de sección variable. Sin embargo, puede interpretarse este sistema de fuerzas como las fuerzas *promedio* dentro de cada tablero de armadura.

De la figura 4.12, queda claro que las fuerzas que resisten la demanda de momento son la tensión de la cuerda horizontal ( $T$ ) y la componente horizontal de la cuerda inclinada comprimida ( $C$ ). Por geometría, la componente vertical de la cuerda inclinada tiene un valor  $C \tan \alpha$ , donde  $\alpha$  es el ángulo de acartelamiento. En el modelo se ha considerado que la cuerda inclinada trabaja en compresión, ya que es su forma idónea de trabajo (para más detalles consultar los comentarios del capítulo tres).



El puntal inclinado que cruza el tablero de armadura se descompone en dos fuerzas ortogonales:

- a) Una componente vertical ( $V_{ef}$ ), que es la demanda de cortante contra la que se debe diseñar el acero de refuerzo transversal. En traveses de sección constante esta fuerza es igual al cortante actuante, por lo que es común identificarla con la letra “V”. Sin embargo, en traveses acartelados esto no sucede y por ello se le ha denominado *cortante efectivo* ( $V_{ef}$ ). El primer cálculo del cortante efectivo se le puede acreditar a Mörsch (1909 y 1952) pero, al parecer, el término fue acuñado por Park y Paulay (1975).
- b) Una componente horizontal que por geometría tiene un valor  $V_{ef} / \tan \theta$ , donde  $\theta$  es el ángulo de inclinación del puntal que representa el campo de compresión diagonal.

Al plantear el equilibrio del sistema de fuerzas mostrado en la figura 4.12, se obtienen las ecuaciones 4.2 a 4.4.

$$\begin{aligned} \sum F_x &= 0 \\ T - \frac{V_{ef}}{\tan \theta} - C &= 0 \end{aligned} \quad 4.2$$

$$\begin{aligned} \sum F_y &= 0 \\ V - V_{ef} - C \tan \alpha &= 0 \end{aligned} \quad 4.3$$

$$\begin{aligned} \sum M_T &= 0 \\ M - \frac{V_{ef}}{\tan \theta} \left( \frac{d}{2} \right) - C(d) &= 0 \end{aligned} \quad 4.4$$

Al despejar  $C$  de las ecuaciones 4.3 y 4.4 se obtienen las ecuaciones 4.5 y 4.6.

$$C = \frac{V}{\tan \alpha} - \frac{V_{ef}}{\tan \alpha} \quad 4.5$$

$$C = \frac{M}{d} - \frac{V_{ef}}{2 \tan \theta} \quad 4.6$$

Al igualar las ecuaciones 4.5 y 4.6, y con un poco de arreglo algebraico, se puede demostrar que el cortante efectivo ( $V_{ef}$ ) se calcula con la ecuación 4.7.

$$V_{ef} = \frac{V - \frac{M}{d} \tan \alpha}{1 - \frac{\tan \alpha}{2 \tan \theta}} \quad (\text{modelo de armadura plástica}) \quad 4.7$$

La expresión 4.7 es igual a la presentada por Dilger y Langohr (1997) cuando se eliminan los términos que incluyen el preesfuerzo. Esta expresión indica que la *demanda* de cortante es mayor de la que se obtiene con la teoría de la flexión (ecuación 4.8), la cual está implícita en la mayoría de las recomendaciones de diseño existentes (Mörsch 1909 y 1952, Regan y Yu 1973, Park y Paulay 1975, Debaiky y El-Niema 1982, Stefanou 1983, El-Niema 1988, Ferguson *et al.* 1988, MacGregor 1997, Nilson 1999, Nielsen 1999).

$$V_{ef} = V - \frac{M}{d} \tan \alpha \quad (\text{teoría de la flexión}) \quad \mathbf{4.8}$$

Conocido el valor de  $V_{ef}$  se sustituye en la ecuación 4.6 para obtener el valor de  $C$  (ecuación 4.9).

$$C = \frac{M}{d} - \frac{V - \frac{M}{d} \tan \alpha}{2 \tan \theta - \tan \alpha} \quad \mathbf{4.9}$$

Al sustituir los valores de  $V_{ef}$  y  $C$  en la ecuación 4.2 se conoce el valor de  $T$  (ecuación 4.10).

$$T = \frac{M}{d} + \frac{V - \frac{M}{d} \tan \alpha}{2 \tan \theta - \tan \alpha} \quad \mathbf{4.10}$$

Dilger y Langohr (1997) obtuvieron ecuaciones muy parecidas a las ecuaciones 4.9 y 4.10, con la salvedad que incluyeron el efecto del preesfuerzo y carga axial. Desafortunadamente, la manera en que fueron presentadas fue errónea ya que, en ausencia de preesfuerzo y carga axial, los valores de  $C$  y  $T$  son idénticos con un valor igual al que se obtiene con la ecuación 4.9. Esto es muy peligroso, pues al subestimar la demanda de la cuerda de tensión se suministra menos acero longitudinal del que realmente se requiere. Por desgracia, estas inconsistencias son inadvertidas por muchos ingenieros.

Como lo manifestaron Dilger y Langohr (1997), la ecuación 4.9 indica que el agrietamiento diagonal disminuye la fuerza en la cuerda comprimida, lo que ocasiona que la demanda de cortante efectivo sea mayor de lo que se obtiene con la teoría de la flexión (ecuación 4.8).

$$V_{ef} = V \quad (\text{sección constante}) \quad \mathbf{4.11}$$

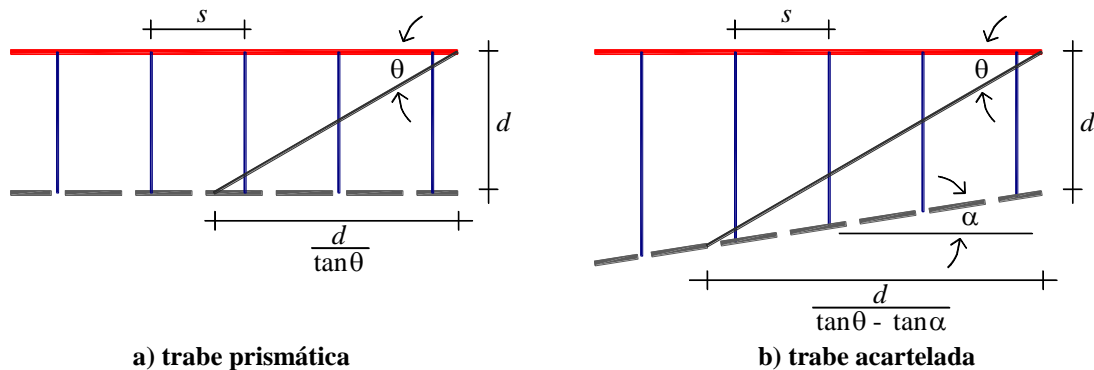
$$C = \frac{M}{d} - \frac{V}{2 \tan \theta} \quad (\text{sección constante}) \quad \mathbf{4.12}$$

$$T = \frac{M}{d} + \frac{V}{2 \tan \theta} \quad (\text{sección constante}) \quad \mathbf{4.13}$$



Finalmente, por la forma en que están presentadas las ecuaciones 4.7, 4.9 y 4.10, es fácil advertir que si se considera un ángulo de acartelamiento nulo ( $\tan\alpha = 0$ ), se obtienen las ecuaciones ampliamente conocidas para traves de sección constante (ecuaciones 4.11 a 4.13).

Cuando se diseña con un modelo de armadura no solamente es importante conocer la demanda de los elementos que lo constituyen, sino saber cómo se tributa dentro del elemento. Esto es relevante, ya que el estado del arte presentado en el capítulo tres, dejó en claro que una de las principales discrepancias entre las propuestas de diseño para traves acarteladas, concierne a la extensión en la que se debe colocar el refuerzo transversal para resistir la demanda de cortante (proyección del agrietamiento diagonal).



**Figura 4.13 Proyección horizontal del agrietamiento diagonal en una región B**

$$\frac{d}{\tan\theta} \quad (\text{proyección horizontal, grieta en trabe prismática}) \quad \mathbf{4.14}$$

$$\frac{d}{(\tan\theta - \tan\alpha)} \quad (\text{proyección horizontal, grieta en trabe acartelada}) \quad \mathbf{4.15}$$

En la región B de una trabe de sección constante, el agrietamiento diagonal tiene una proyección horizontal igual a la indicada en la ecuación 4.14. Es bien sabido que en esta longitud se deben distribuir uniformemente los estribos que resisten el cortante (figura 4.13-a). En el apéndice C se demuestra que al aplicar este mismo principio en traves acarteladas (figura 4.13-b), la proyección horizontal del agrietamiento diagonal es la que se obtiene con la ecuación 4.15.

La ecuación 4.15 señala que la proyección horizontal del agrietamiento diagonal en las traves acarteladas es mayor que la de las traves de sección constante (figura 4.13-b). Esto se debe a que la geometría de la cartela le ofrece a la grieta diagonal “superficie” adicional para su propagación. Sin duda, el hecho se relaciona con la mayor capacidad de disipación de energía que tienen las traves acarteladas sobre las prismáticas (Archundia-Aranda *et al.* 2013).

La proyección horizontal extendida del agrietamiento diagonal ya había sido advertida analíticamente por Regan y Yu (1973) y retomada por Stefanou (1983), pero esa solución es muy diferente a la presentada en la ecuación 4.15 (consultar sección 3.4). Otros investigadores observaron agrietamientos extendidos en sus experimentos y, de alguna manera, lo incluyeron

en sus propuestas de diseño (MacLeod y Houmsi 1994, Archundia *et al.* 2005 y Tena-Colunga *et al.* 2008).

El resto de los métodos de diseño por cortante para traves acarteladas conocidos, consideran un agrietamiento diagonal similar al de las traves de sección constante. Por ejemplo, está implícita en los libros de texto que incluyen este tema (por ejemplo, Park y Paulay 1975, MacGregor 1997, Nilson 1999, Nielsen 1999), increíblemente explícita en algunos trabajos con sustento experimental (Debaiky y El-Niema 1982, El-Niema 1988) y, desafortunadamente, también fue considerada por Dilger y Langohr (1997) en su propuesta basada en modelos de armadura.

De esta manera, y con base en la ecuación 4.15, se propone diseñar el acero de refuerzo transversal ( $V_{sTA}$ ) de la región B de las traves acarteladas conforme a las ecuaciones 4.16 y 4.17, donde la mayoría de los términos ya han sido descritos, salvo  $A_v$  que es el área de las ramas de los estribos,  $f_{yw}$  su esfuerzo de fluencia y  $s$  la separación entre ellos.

$$V_{sTA} \geq V_{ef} = \frac{A_v f_{yw} d}{s(\tan \theta - \tan \alpha)} \quad 4.16$$

$$V_{ef} = \frac{V \pm \frac{|M|}{d} \tan \alpha}{1 - \frac{\tan \alpha}{2 \tan \theta}} \quad 4.17$$

No está de más recordar que: i) conforme a la filosofía del modelo de armadura, el acero de refuerzo transversal ( $V_{sTA}$ ) se debe diseñar para resistir toda la demanda de cortante en el alma que, en este caso, es el cortante efectivo ( $V_{ef}$ ) y, ii) en la ecuación 4.17 el signo positivo del numerador aplica cuando el peralte y el diagrama de momentos crecen en dirección opuesta y el negativo cuando crecen en la misma dirección.

$$V_{sTA} \geq V_{ef} - V_{cTA} = \frac{A_v f_{yw} d}{s \tan \theta_{TAG}} \quad (\text{Tena - Colunga et al. 2008}) \quad 4.18$$

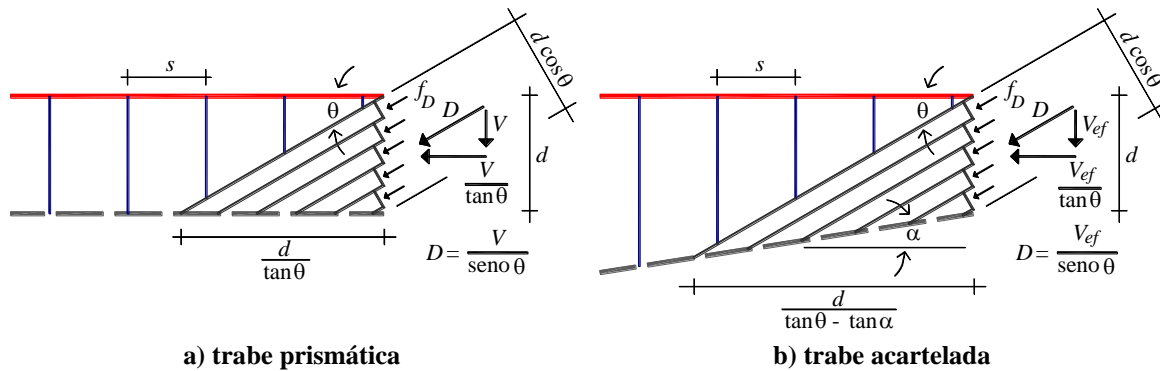
$$\theta_{TAG} = 45^\circ - \alpha \quad (\text{Tena - Colunga et al. 2008}) \quad 4.19$$

En las ecuaciones 4.18 y 4.19 se presenta la recomendación de Tena-Colunga *et al.* (2008) para calcular la contribución del acero de refuerzo transversal en traves acarteladas de concreto reforzado. La ecuación 4.18 es una fórmula de diseño en la que  $V_{cTA}$  es la contribución del concreto inherente al método. Por su parte, la ecuación 4.19 es la expresión que propusieron para determinar la inclinación del agrietamiento diagonal, y que fue ajustada para ser compatible con las hipótesis del reglamento del ACI 318 para traves de sección constante.

Al comparar la recomendación de Tena-Colunga *et al.* (2008) contra la que se propone en este trabajo es evidente un parecido, sobre todo si se utiliza en la propuesta de esta tesis un ángulo  $\theta = 45^\circ$ . Puesto que ambas se derivaron de filosofías de diseño diferentes, esta similitud las fortalece mutuamente.

En algunas ocasiones es necesario conocer el nivel de esfuerzo del campo de compresión diagonal ( $f_D$ ) para compararlo contra la resistencia efectiva del concreto ( $\nu f'_c$ ). En traves prismáticas, basta resolver el esquema mostrado en la figura 4.14-a para obtener la ecuación 4.20, en la que  $b$  es el ancho de la sección transversal (MacGregor 1997, Nielsen 1999). Por analogía, el valor del esfuerzo del campo de compresión diagonal en las traves acarteladas se obtiene con el esquema mostrado en la figura 4.14-b (ecuación 4.21).

Al comparar las figuras 4.13 y 4.14 se advierte la relación comúnmente aceptada entre el agrietamiento por cortante y los campos de esfuerzo de compresión diagonal, es decir, que ambos tienen el mismo ángulo de inclinación  $\theta$  (Grob y Thürlimann 1976, Schlaich *et al.* 1987, Collins 1998, MacGregor y Wight 2005).



**Figura 4.14 Campo de compresión diagonal en una región B**

$$f_D = \frac{V}{bd \text{sen } \theta \cos \theta} = \frac{V}{bd} [\tan \theta + \cot \theta] \quad (\text{trabe prismática}) \quad 4.20$$

$$f_D = \frac{V_{ef}}{bd \text{sen } \theta \cos \theta} = \frac{V_{ef}}{bd} [\tan \theta + \cot \theta] \quad (\text{trabe acartelada}) \quad 4.21$$

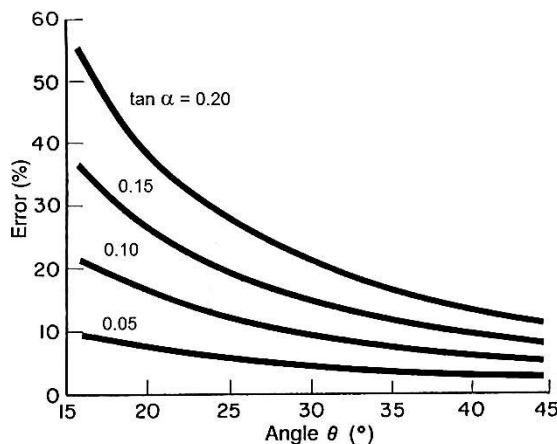
La ecuación 4.21 indica que el esfuerzo del campo de compresión diagonal en una trabe acartelada, se calcula igual que en una trabe de sección constante con la salvedad que se debe considerar el cortante efectivo ( $V_{ef}$ ) y no el cortante estático ( $V$ ). Por lo tanto, el término  $V_{ef}/bd$  de la ecuación 4.21 representa el esfuerzo cortante efectivo *promedio* en la sección transversal de la cartela.

Finalmente, Dilger y Langohr (1997) presentaron una expresión más compleja que la ecuación 4.21 que, desafortunadamente, también tiene un error algebraico.

### 4.5 VERIFICACIÓN DE LA SEGURIDAD DEL DISEÑO POR CORTANTE AL EMPLEAR ECUACIONES OBTENIDAS DE LA TEORÍA DE LA FLEXIÓN

Dilger y Langohr (1997) compararon la demanda de cortante que resulta de su procedimiento contra la que se obtienen con la teoría de la flexión, y concluyeron que es inseguro el uso de las últimas. Esta observación es muy importante, pues invalida a la gran mayoría de las recomendaciones de los libros de texto para el diseño a cortante de trabes acarteladas de concreto reforzado (por ejemplo, Mörsch 1909 y 1952, Park y Paulay 1975, Ferguson *et al.* 1988, MacGregor 1997). Para Dilger y Langohr (1997), el “error” (no conservador) que resulta al comparar la ecuación de la teoría de la flexión contra la suya, se cuantifica con el denominador de la ecuación 4.17. Esta cantidad se presenta de forma aislada en la ecuación 4.22, y en la figura 4.15 se muestra su comportamiento para varias combinaciones de  $\theta$  y  $\alpha$ .

$$\frac{1}{1 - \left( \frac{\tan \alpha}{2 \tan \theta} \right)} \quad \text{(Error sugerido por Dilger y Langohr, 1997)} \quad 4.22$$



**Figura 4.15 Inseguridad o “error” sugerido por Dilger y Langohr (1997)**

A partir de la figura 4.15, Dilger y Langohr (1997) concluyeron que los diseños por cortante hechos con la teoría de la flexión pueden ser inseguros por más del 20%. Esta aseveración, sin duda, debe preocupar a quienes antes de conocer el trabajo de Dilger y Langohr (1997) ya habían diseñado trabes acarteladas, o bien, hecho recomendaciones de diseño *ad-hoc* (por ejemplo, quien esto escribe).

Sin embargo, el “error” que definieron Dilger y Langohr (1997), estrictamente sólo aplica en el cálculo de la demanda de cortante efectivo, por lo que no tiene que ser considerado como el error *total* en un diseño hecho con ecuaciones desarrolladas con la teoría de la flexión.

Una comparación justa entre un diseño por cortante hecho con la teoría de la flexión, y uno con ecuaciones obtenidas de un modelo de armadura, debe involucrar una extensión realista del agrietamiento diagonal de las cartelas; en otras palabras, incorporar aspectos tanto de la demanda (cortante efectivo), como de la resistencia (distribución del acero de refuerzo

transversal). Esto es importante pues, como ya se comentó en la sección anterior, Dilger y Langohr (1997) utilizaron una extensión del agrietamiento diagonal similar a la de las trabes prismáticas que, aunque conservadora, es equivocada.

Para mejorar la comparación entre los diseños por cortante en trabes acarteladas, se presenta un análisis que involucra los tres casos abajo mencionados:

- Caso 1. Cortante efectivo acorde con la teoría de la flexión, y considerando una extensión del agrietamiento similar al de una trabe prismática (ecuación 4.23). Este enfoque es representativo de las recomendaciones típicas de algunos libros de texto (por ejemplo, Park y Paulay 1975, MacGregor 1997, Nilson 1999 y Nielsen 1999).

$$V_{ef} = V \pm \frac{|M|}{d} \tan \alpha = \frac{A_v f_{yw} d}{s \tan \theta} \quad 4.23$$

- Caso 2. Cortante efectivo con base en un modelo de armadura, y tomando en cuenta una proyección del agrietamiento diagonal similar al de una trabe prismática. Esta recomendación es la de Dilger y Langohr (1997) y se muestra en la ecuación 4.24

$$V_{ef} = \frac{V \pm \frac{|M|}{d} \tan \alpha}{1 - \frac{\tan \alpha}{2 \tan \theta}} = \frac{A_v f_{yw} d}{s \tan \theta} \quad 4.24$$

- Caso 3. Cortante efectivo acorde con un modelo de armadura, y considerando una extensión del agrietamiento realista (ecuación 4.25). Este procedimiento es el que se recomienda en esta tesis doctoral.

$$V_{ef} = \frac{V \pm \frac{|M|}{d} \tan \alpha}{1 - \frac{\tan \alpha}{2 \tan \theta}} = \frac{A_v f_{yw} d}{s(\tan \theta - \tan \alpha)} \quad 4.25$$

Puesto que el método de diseño por cortante basado en la teoría de la flexión ha sido el más fácil de encontrar en la literatura, es justo hacerlo el de referencia. Por lo tanto, se supondrá que un diseño hecho con este método tiene un factor de seguridad unitario ( $F.S. = 1$ ). Esto se representa matemáticamente en la ecuación 4.26, la cual se obtiene de una manipulación sencilla de la ecuación 4.23.

$$F.S. = \frac{V \pm \frac{M}{d} \tan \alpha}{\frac{A_v f_{yw} d}{s \tan \theta}} = 1 \quad 4.26$$

Al arreglar el método propuesto por Dilger y Langohr (ecuación 4.24), de tal forma que pueda ser directamente comparado con el método basado en la teoría de la flexión, se obtiene el factor de seguridad mostrado en la ecuación 4.27. Como lo advirtieron Dilger y Langohr (1997), este factor de seguridad sugiere que el diseño acorde con la teoría de la flexión no es conservador. Es de llamar la atención, que este factor es el recíproco del “error” que ellos definieron (ecuación 4.22).

$$F.S. = \frac{V \pm \frac{M}{d} \tan \alpha}{\frac{A_v f_{yv} d}{s \tan \theta}} = 1 - \frac{\tan \alpha}{2 \tan \theta} \quad 4.27$$

Al proceder de manera similar con el método propuesto en este trabajo (ecuación 4.25), se obtiene el factor de seguridad mostrado en la ecuación 4.28. Por inspección, éste pone de manifiesto inmediatamente que: 1) atender una extensión realista del agrietamiento diagonal tiene mucha importancia en el diseño de las traves acarteladas y, 2) para valores típicos de  $\alpha$  y  $\theta$ , diseñar traves acarteladas con la teoría de la flexión no es inseguro como Dilger y Langohr (1997) sostuvieron.

$$F.S. = \frac{V \pm \frac{M}{d} \tan \alpha}{\frac{A_v f_{yv} d}{s \tan \theta}} = \frac{1 - \frac{\tan \alpha}{2 \tan \theta}}{1 - \frac{\tan \alpha}{\tan \theta}} \quad 4.28$$

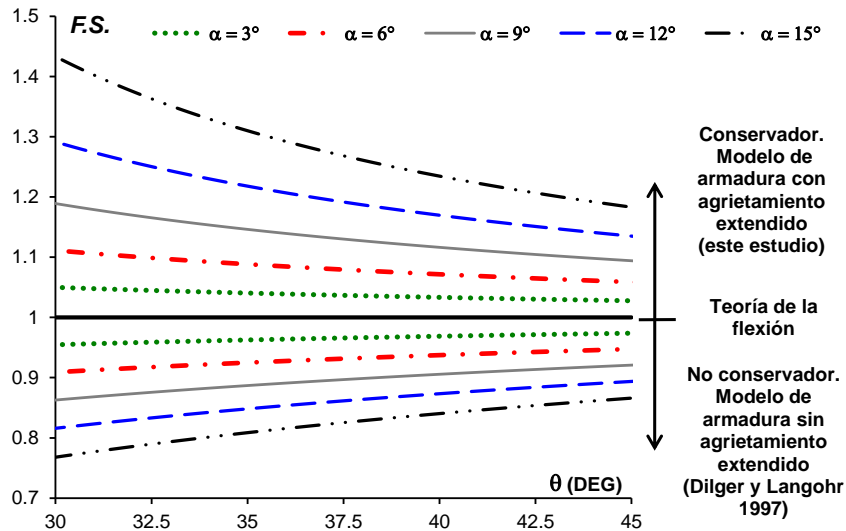
Para mejorar la comparación entre los factores de seguridad, en la figura 4.16 se muestra la tendencia de las ecuaciones 4.26 a 4.28. En la construcción de la gráfica se consideraron valores realistas del ángulo de acartelamiento ( $\alpha$ ) y de la inclinación del agrietamiento diagonal ( $\theta$ ).

Las curvas de la gráfica 4.16 dan algo de tranquilidad, pues sugieren que un diseño por cortante con ecuaciones desarrolladas con la teoría de la flexión, y considerando la inclinación típica del agrietamiento diagonal ( $\theta = 45^\circ$ ), proporciona diseños seguros cuando se compara de manera justa contra ecuaciones deducidas de un modelo de armadura que incorpora una extensión realista del agrietamiento diagonal ( $F.S. \geq 1$ ).

Es de llamar la atención, que en la comparación mostrada en la figura 4.16 no se involucró la contribución del concreto que recomienda el reglamento ACI 318 y muchos libros de texto e investigadores. En otras palabras, las ecuaciones 4.26 a 4.28 (y la gráfica 4.16), corresponden a un diseño por cortante sustentado en la teoría de la plasticidad del concreto, es decir, uno que ignora la contribución del concreto (Braestrup 1981, 1990 y 1992, Muttoni *et al.* 1997, Nielsen 1999).

Aunque el efecto del agrietamiento diagonal es tomado en cuenta en el modelo de armadura, también debe involucrarse en la contribución del concreto cuando ésta se considera en el diseño. Por lo tanto, y si se acepta que el método de Dilger y Langohr (1997) subestima la

resistencia a cortante de las cartelas debido a un error de procedimiento, los factores de seguridad superiores a la unidad de la figura 4.16 deben reducirse racionalmente para tomar en cuenta la degradación de la resistencia del concreto.



**Figura 4.16 Comparación del diseño por cortante en traves acarteladas considerando ecuaciones obtenidas de la teoría de la flexión contra las de un modelo de armadura sin contribución del concreto**

En las ecuaciones 4.29 a 4.31 se muestran los límites usuales del reglamento ACI 318 para las contribuciones del concreto ( $v_c$ ) y del acero ( $v_s$ ) en vigas prismáticas esbeltas con refuerzo transversal. Estos límites han estado vigentes casi cuarenta años, tienen unidades de esfuerzo, y se han presentado en el Sistema Inglés, para facilitar la observación que, acorde con la filosofía del ACI, al concreto se le confiere a lo más el 20% de la resistencia a cortante (“Committee 426” 1973).

$$v_c + v_s \leq 10\sqrt{f'_c}; \quad (\text{lb, plg}) \quad \mathbf{4.29}$$

$$v_c \leq 2\sqrt{f'_c}; \quad (\text{lb, plg}) \quad \mathbf{4.30}$$

$$v_s \leq 8\sqrt{f'_c}; \quad (\text{lb, plg}) \quad \mathbf{4.31}$$

A partir de esta información, la alternativa más sencilla para hacer la reducción de la resistencia del concreto por agrietamiento diagonal, sería disminuir un 20% los factores de seguridad ( $F.S.$ ) mostrados en la figura 4.16. Sin embargo, esto equivaldría a eliminar toda la contribución del concreto de las traves de sección constante que promueve el reglamento ACI 318; situación que sería bastante criticable y controversial.

Tampoco es muy realista reducir los factores de seguridad por un porcentaje menor (por ejemplo, un 10% o un 5%), sobre todo cuando se ha observado que el nivel de agrietamiento por cortante es función del ángulo de acartelamiento: a mayor acartelamiento, más grietas diagonales (Tena-Colunga *et al.* 2008, Archundia-Aranda *et al.* 2013).

De acuerdo con MacLeod y Houmsi (1994), la contribución del concreto en una trabe acartelada ( $V_{cTA}$ ) se puede calcular con la ecuación 4.32, donde  $V_0$  es la resistencia del concreto suponiendo que la sección de interés es parte de una trabe prismática con un peralte efectivo  $d$ ,  $M$  es el momento en la sección y  $\alpha$  el ángulo de acartelamiento. El signo positivo aplica cuando la cartela y el peralte crecen en la misma dirección y viceversa.

$$V_{cTA} = V_0 \pm \frac{|M|}{d} \tan \alpha \quad 4.32$$

Tena-Colunga *et al.* (2008) explicaron que el agrietamiento excesivo (e incluso prematuro) por adherencia que se presenta en las trabes acarteladas reduce la contribución del concreto, en especial cuando el canto acartelado trabaja en tensión. Esta situación es realista, y puede ser crítica en trabes de edificios en las que el punto de inflexión se ubica dentro de la cartela (Mörsch 1952).

En estas circunstancias, el término “ $(|M|/d)\tan\alpha$ ” de la ecuación 4.32 tiene signo negativo y de forma aproximada se puede considerar como la resistencia a cortante que “pierde” el concreto por agrietamiento diagonal. Como esta cantidad depende del ángulo de la cartela, la resistencia involucrada en  $V_0$  no se afecta y se evitan conflictos con el reglamento ACI 318.

**Tabla 4.1 Cálculo de la reducción por agrietamiento de la contribución del concreto**

Elemento*	$\alpha$ (grados)	$V_0$ (t)	$(M/d)\tan\alpha$ (t)	$((M/d)\tan\alpha)/V_0$	$\phi_{FS}$ (ecuación 4.33)
TASC $\alpha$ 0-R0	0	7.5	0	0	1
TASC $\alpha$ 1-R0	3.07	7.5	0.75	0.100	0.980
TASC $\alpha$ 2-R0	6.12	7.44	1.44	0.194	0.961
TASC $\alpha$ 3-R0	9.13	5.07	1.32	0.260	0.948
TASC $\alpha$ 4-R0	12.10	4.73	1.73	0.366	0.927

\* Archundia (2004) y Archundia *et al.* (2005)

$$\phi_{FS} = 1 - 0.2 \left( \frac{\frac{M}{d} \tan \alpha}{V_0} \right) \quad (\text{datos experimentales}) \quad 4.33$$

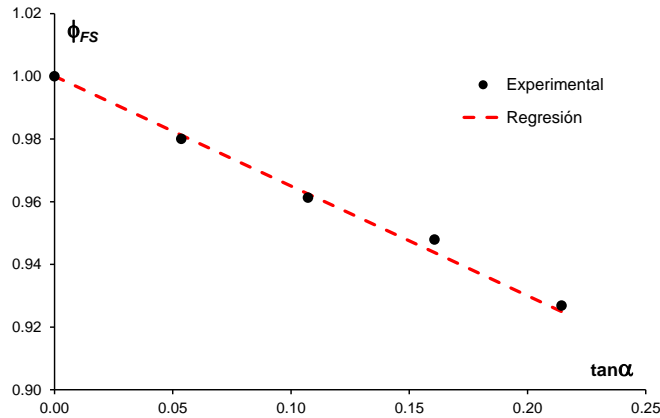
A partir de los resultados experimentales de cinco trabes acarteladas sin refuerzo transversal que fallaron por cortante, documentadas a detalle en Archundia (2004) y Tena-Colunga *et al.* (2008), se puede calcular un *factor de reducción* para el factor de seguridad ( $F.S.$ ) que considere el efecto del agrietamiento diagonal en la resistencia a cortante de las trabes acarteladas ( $\phi_{FS}$ ).

En la tabla 4.1 se muestran los datos usados para estimar  $\phi_{FS}$  y en la ecuación 4.33 cómo se determinó este factor, donde sólo habría que aclarar que el coeficiente 0.2 pondera la participación máxima del concreto en la resistencia a cortante según el reglamento ACI 318 (20%). En la última columna de la tabla 4.1 se presentan los valores calculados con los que se

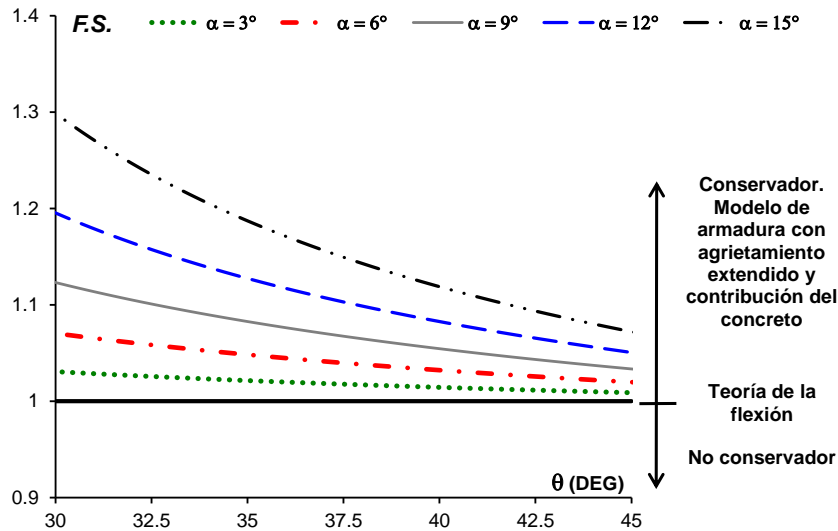


hizo un ajuste lineal (ecuación 4.34, figura 4.17) que permitió obtener los factores de reducción que se aplicaron a los factores de seguridad originales (figura 4.18).

$$\phi_{FS} = 1 - (0.35 \tan \alpha) \quad (\text{regresión estadística}) \quad 4.34$$



**Figura 4.17** Corrección de la contribución del concreto en travesas acarteladas



**Figura 4.18** Comparación del diseño por cortante en travesas acarteladas considerando ecuaciones obtenidas con la teoría de la flexión contra las de un modelo de armadura con contribución del concreto

De acuerdo con la figura 4.18, un diseño típico en travesas acarteladas con la teoría de la flexión y contribución del concreto, es decir, el que se recomienda en algunos libros de texto ( $\theta = 45^\circ$  y agrietamiento similar al de una trabe prismática), es apenas seguro ( $1.01 \leq F.S. \leq 1.07$ ) si se compara contra uno que también incluya la aportación del concreto, pero que tome en cuenta: 1) la reducción de la resistencia que aporta el refuerzo transversal debido al trabajo de armadura y, 2) una extensión realista del agrietamiento diagonal.

Este resultado podría ser inquietante, pero debe interpretarse como lo que es: una confirmación de que los diseños que por economía incluyen la contribución del concreto, aunque seguros, son menos conservadores que los que le confían la resistencia a cortante sólo al acero de refuerzo transversal.

Por si lo anterior no fuera suficiente, la evidencia experimental señala que las trabes acarteladas desarrollan grietas diagonales con una inclinación menor a  $\theta = 45^\circ$  (MacLeod y Houmsi 1994 y Tena-Colunga *et al.* 2008). Si esto es una regla general, y no se ha subestimado la degradación de la contribución del concreto ( $\phi_{FS}$ ), los factores de seguridad que corresponden a un diseño típico con  $\theta = 45^\circ$  y contribución del concreto deben ser algo mayores que los mostrados en la figura 4.18.

Finalmente, no se puede dejar de mencionar que las curvas mostradas en las gráficas 4.16 y 4.18 justifican la filosofía de diseño por cortante adoptada en esta tesis, es decir, usar ecuaciones desarrolladas a partir de un modelo de comportamiento mecánico. Lo anterior, ya que éstas permiten visualizar la importancia de los diferentes parámetros que intervienen en la resistencia; situación que se complica con los procedimientos semiempíricos. Sin embargo, aún falta expresar dichas ecuaciones en un formato familiar para los diseñadores de estructuras (expresarlas en función de una sección crítica por cortante), así como elaborar recomendaciones específicas para “garantizar” la formación de las regiones B.

#### **4.6 DISEÑO POR CORTANTE EN TRABES ACARTELADAS USANDO EL CONCEPTO DE LA SECCIÓN CRÍTICA**

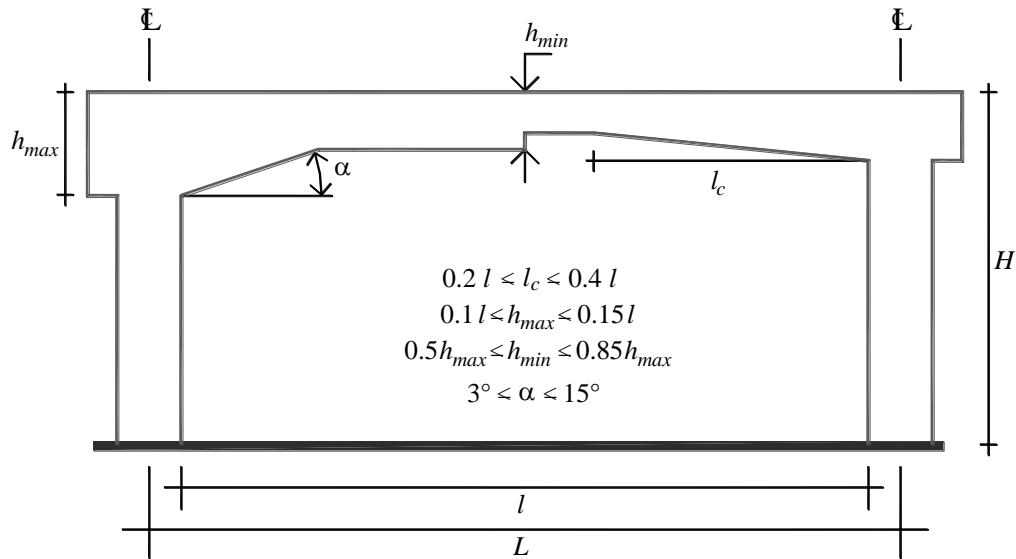
En la figura 4.19 se muestran las dimensiones usuales en trabes acarteladas de edificios. La figura condensa la información disponible en las guías de prediseño estructural, y lo observado en algunos edificios de la ciudad de México (para más detalles consultar el capítulo uno de esta tesis). De esta figura se deduce que las cartelas más comunes en edificios satisfacen el intervalo  $2 \leq l_c/h_{max} \leq 4$ , donde  $l_c$  es la longitud de la cartela y  $h_{max}$  su peralte total máximo.

En la sección 4.3 se demostró que la identificación de las regiones D en las trabes acarteladas no depende de las trayectorias de esfuerzos principales elásticos, sino de los contornos de esfuerzo cortante. En conformidad, la extensión de la región D en cada extremo de la cartela es igual al peralte máximo ( $d_{max}$ ) como se sugirió en el Beton Kalender (2001).

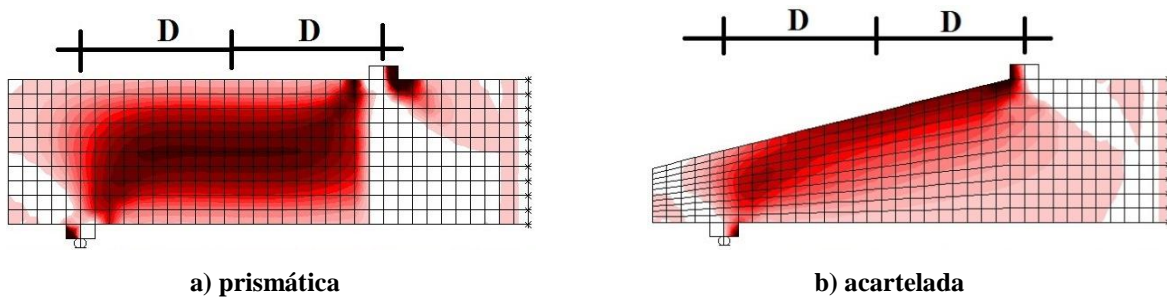
Este resultado indica que conforme al criterio de Schlaich *et al.* (1987) para trabes prismáticas con una relación geométrica  $a/d = 2$ , el claro de cortante de una trabe acartelada con una relación  $a/d_{max} = 2$  también se compone únicamente de dos regiones D no traslapadas, es decir, la trabe carece de región B (figura 4.20). Es importante destacar, que en trabes prismáticas esta caracterización del claro de cortante es el punto de partida del apéndice A del reglamento ACI 318 desde el año 2002 (ACI 318 2002 y 2011).

Bajo este esquema, y en principio, el método propuesto en esta tesis sólo es válido en cartelas que satisfagan la relación  $a/d_{max} > 2$ . En otras palabras, y por elemental congruencia, un método hecho para las regiones B no puede aplicarse en elementos que carecen de ella.

De la revisión del estado del arte se tienen documentadas sesenta y siete traves acarteladas que fallaron por cortante ante carga monotónica. Esta muestra sólo incluye especímenes que tienen un claro de cortante bien definido, por lo que se omitieron algunos experimentos de Mörsch (1952) y los de Elstner y Hognestad (1957), que fueron hechos para simular cargas distribuidas. Con esta información se graficó el ángulo de acartelamiento ( $\alpha$ ) contra el cociente  $a/d_{max}$  (figura 4.21). En la gráfica también se señaló el límite teórico en el cual todavía se puede presentar una región B (elástica) conforme a los contornos de esfuerzo cortante ( $a/d_{max} > 2$ ).



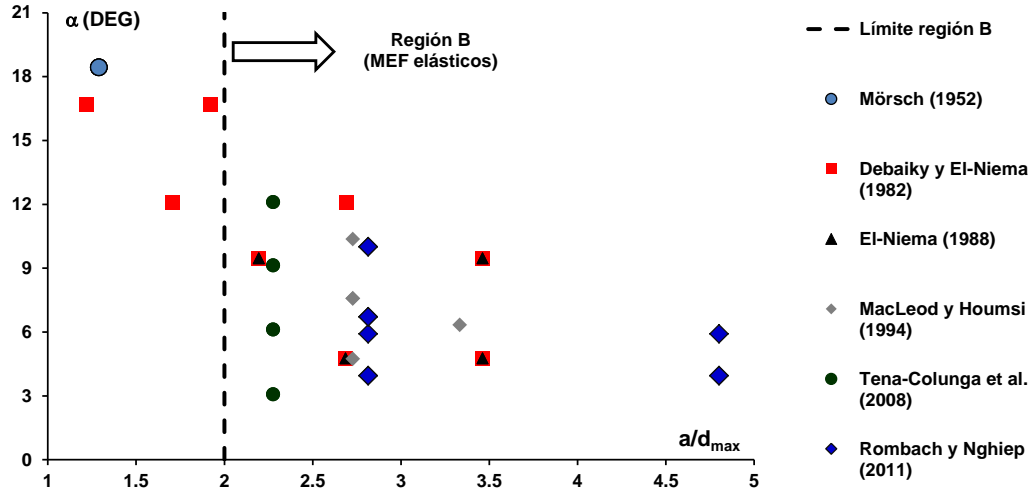
**Figura 4.19** Proporciones típicas en México para traves acarteladas de edificios



**Figura 4.20** Regiones D (elásticas) en traves con una relación  $a/d_{max} = 2$

De la figura 4.21 es claro que la mayoría de los experimentos se han concentrado en la región delimitada por los intervalos  $3 \leq \alpha \leq 12$  y  $2 \leq a/d_{max} \leq 3.5$  (los valores promedio de la muestra son  $\alpha = 8.6^\circ$  y  $a/d_{max} = 2.7$ ). Además, y si se acepta que, *grosso modo*, los cocientes  $a/d_{max}$  y  $l_c/h_{max}$  son equivalentes (figura 4.19), se puede decir que la gran mayoría las cartelas ensayadas son típicas de traves de edificios ( $2 \leq l_c/h_{max} \leq 4$ ).

Finalmente, al correlacionar la información de las figuras 4.19 a 4.21 se concluye que: i) las cartelas con una relación  $l_c/h_{max} > 2$  tienen una región B definida por métodos elásticos que gobierna la resistencia a cortante del elemento y, ii) su diseño se puede hacer con métodos seccionales (por ejemplo, el desarrollado la sección 4.4 y el de Tena-Colunga *et al.* 2008).



**Figura 4.21** Parámetros geométricos de las trabes acarteladas ensayadas ante carga monotónica

A pesar que el diseño por cortante *sección por sección* es bastante funcional, se ha hecho práctica común hacerlo con una sola sección, a la que se le ha dado el nombre de *sección crítica por cortante*.

El concepto de la sección crítica en trabes prismáticas fue introducido por el Committee 326 (1962/a/b), y adoptado desde entonces por el reglamento ACI 318. Posteriormente, algunos investigadores lo incorporaron al diseño de las trabes acarteladas. Por esta razón, es necesario adecuar el método desarrollado en la sección 4.4 para que pueda ser comparado con las propuestas existentes y, sobre todo, para que los potenciales usuarios lo encuentren familiar.

La introducción de la sección crítica por cortante en trabes acarteladas se le atribuye a Regan y Yu (1973). Posteriormente, Stefanou (1983) retomó la idea, y propuso diseñar la cartela a partir de la resistencia de la sección crítica como parte de una trabe prismática. Este enfoque después fue mejorado: primero por MacLeod y Houmsi (1994) en trabes sin refuerzo transversal, y después por Tena-Colunga *et al.* (2008) en cartelas con y sin estribos. El formato tradicional de la ecuación que usa la sección crítica se muestra en la ecuación 4.35 (MacLeod y Houmsi 1994).

$$V_{TA} = \left[ V_p \pm \frac{|M_{cr}|}{d_{cr}} \tan \alpha \right] \geq V \tag{4.35}$$

En la ecuación 4.35,  $V_{TA}$  es la resistencia a cortante de  *toda*  la cartela,  $V$  la demanda de cortante,  $V_p$  el cortante resistente de una trabe prismática con un peralte igual al de la sección crítica,  $M_{cr}$  la demanda de momento en la sección crítica,  $d_{cr}$  el peralte efectivo de la sección

crítica y  $\alpha$  el ángulo de acartelamiento. El signo positivo aplica cuando el peralte de la cartela y el diagrama de momentos crecen en la misma dirección.

Generalmente, en las propuestas de diseño basadas en la sección crítica, se considera a  $V_p$  igual a la contribución del concreto ( $V_{cTA}$ ) y en ella se incluye el efecto del acartelamiento, es decir, el término  $(|M_{cr}|/d_{cr})\tan\alpha$ . En consecuencia, la contribución del acero de refuerzo transversal ( $V_{sTA}$ ) es independiente del ángulo de la cartela.

Reconociendo esta situación, la ecuación 4.35 puede representarse según ecuación 4.36, donde la contribución del acero se supone igual a la de las trabes prismáticas; siendo una excepción la propuesta de Tena-Colunga *et al.* (2008), pues en ésta el cálculo de los estribos es diferente.

$$V_{TA} = \left[ \left( V_{cTA} \pm \frac{|M_{cr}|}{d_{cr}} \tan\alpha \right) + V_{sTA} \right] \geq V \quad (\text{propuestas previas}) \quad 4.36$$

En la ecuación 4.37 se muestra la demanda de cortante efectivo ( $V_{ef}$ ) desarrollada en la sección 4.4 a partir de un modelo de armadura plástica. Como la ecuación cuantifica *demanda* y no *resistencia*, el signo positivo del numerador aplica cuando el peralte de la cartela y el diagrama de momentos crecen en dirección opuesta. Asimismo, en la ecuación 4.38 se presenta la ecuación recomendada para diseñar el acero de refuerzo transversal de las cartelas.

$$V_{ef} = \frac{V \pm \frac{|M|}{d} \tan\alpha}{1 - \frac{\tan\alpha}{2 \tan\theta}} \quad 4.37$$

$$V_{sTA} \geq V_{ef} = \frac{A_v f_{yw} d}{s(\tan\theta - \tan\alpha)} \quad 4.38$$

El denominador de la ecuación 4.37 cuantifica el efecto del mecanismo de armadura, el cual se manifiesta por un *aumento de la demanda* de cortante efectivo debido al efecto del agrietamiento diagonal en la cuerda en compresión ( $V_{ef} = V \pm (|M|/d)\tan\alpha$ ). Es evidente que desde el punto de vista de la resistencia, el efecto del mecanismo de armadura debe interpretarse como una *disminución de la resistencia*. Asimismo, el término entre paréntesis del denominador de la ecuación 4.38 representa la proyección horizontal del agrietamiento diagonal de las cartelas, y es una de las aportaciones de esta tesis.

$$V_{TA} = \left[ V_{sTA} \pm \frac{|M_{cr}|}{d_{cr}} \tan\alpha \right] \geq V \quad 4.39$$

$$V_{sTA} = \frac{A_v f_{yw} d_{cr}}{s(\tan\theta - \tan\alpha)} \left( 1 - \frac{\tan\alpha}{2 \tan\theta} \right) \quad 4.40$$

Al arreglar las ecuaciones 4.37 y 4.38 para que tengan el formato de la ecuación 4.36, se llega a la ecuación 4.39, donde la contribución del acero de refuerzo es la mostrada en la ecuación 4.40. El signo positivo del segundo sumando de la ecuación 4.39 aplica cuando el momento y el peralte crecen en la misma dirección, y el resto de las variables son conocidas.

En la ecuación 4.39 se ha omitido la contribución del concreto ( $V_{cTA}$ ), ya que en esta tesis su uso es opcional para fines de diseño. No obstante, se ha propuesto una fórmula que la cuantifica, que es compatible con el marco teórico con el que se dedujo la resistencia del refuerzo transversal (sección 4.7).

Debe quedar claro que en las ecuaciones 4.35, 4.36 y 4.39, la demanda de cortante ( $V$ ) es la que resulta directamente del análisis estructural o de un mecanismo de colapso. En otras palabras, la demanda de cortante efectivo ( $V_{ef}$ ) ya no aplica pues su efecto se ha pasado a la resistencia. Finalmente, es fácil advertir que el problema de este método radica en determinar el valor del el peralte crítico ( $d_{cr}$ ) con el que se deben hacer los cálculos.

#### **4.6.1 Propuestas existentes para determinar la sección crítica en traves acarteladas**

En estudios previos se han propuesto criterios que de forma explícita o implícita, proporcionan la ubicación de la sección crítica o el valor del peralte crítico de las traves acarteladas. De ellas, sólo una se apoya en un modelo de comportamiento mecánico (MacLeod y Houmsi 1994), otra se “dedujo” de análisis con elementos finitos no lineales (Nghiep 2009), una por geometría suponiendo una inclinación constante e independiente del acartelamiento (Regan y Yu 1973, Stefanou 1983), y las restantes se obtuvieron con ajustes estadísticos de datos experimentales (Debaiky y El-Niema 1982, El-Niema 1988, Archundia *et al.* 2005, Tena-Colunga *et al.* 2008).

Todas ellas se hicieron pensando en el cálculo de la contribución del concreto, y fueron comentadas a detalle en el capítulo tres (a excepción del trabajo de Nghiep (2009) por razones que se presentan más adelante).

Para comparar estas propuestas, se uniformizó su nomenclatura y se arreglaron de tal forma que la ubicación de la sección crítica, o el valor del peralte crítico, fueran función del peralte efectivo mínimo ( $d_{min}$ ). Se escogió este peralte pues se ha confirmado experimentalmente que en su cercanía se inicia el agrietamiento diagonal.

En la tabla 4.2 se presenta un resumen de las opciones existentes para determinar: 1) la longitud crítica ( $x_{cr}$ ) donde se ubica el peralte crítico ( $d_{cr}$ ) y, 2) el valor del peralte crítico. En la figura 4.22 se muestra un croquis que identifica cada una de las variables involucradas. Por simplicidad, en esa figura se ha omitido detallar las partes en las que se reparte el peralte total ( $h$ ), por lo que solamente se indica el peralte efectivo ( $d$ ).

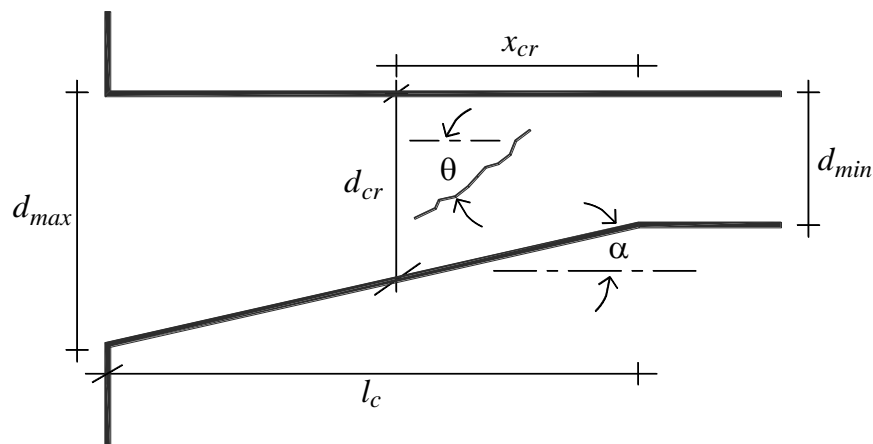
De acuerdo con Tena-Colunga *et al.* (2008), el valor del peralte crítico que se obtiene con su recomendación es muy similar al de las propuestas de Debaiky y El-Niema (1982), El-Niema (1988) y MacLeod y Houmsi (1994). Ellos no compararon contra la fórmula de Regan y Yu (1973) pues les era desconocida en ese entonces. Vale la pena señalar que la ubicación de la

sección crítica que recomendó Nghiep (2009) es prácticamente la misma que recomendaron Tena-Colunga *et al.* (2008), solo que expresada de forma diferente.

En Tena-Colunga *et al.* (2008) también se señaló que el método de MacLeod y Houmsi (1994), es decir, el único obtenido de un modelo de comportamiento mecánico, proporciona en algunos casos longitudes críticas mayores a la longitud de la cartela y, por ende, valores irreales del peralte crítico. Por esta razón le impusieron una cota superior empírica (tabla 4.2).

**Tabla 4.2 Propuestas existentes para determinar el peralte crítico en trabes acarteladas**

Autor	Longitud crítica ( $x_{cr}$ )	Peralte crítico ( $d_{cr}$ )	Comentarios
Regan y Yu (1973) y Stefanou (1983)	$\frac{d_{min}}{(1 - 1.5 \tan \alpha)}$	N/A	Deducida por geometría. Implícita una inclinación del agrietamiento $\theta = 34^\circ$ .
Debaiky y El-Niema (1982); El-Niema (1988)	N/A	$d_{min}(1 + 1.7 \tan \alpha)$	Implícita en el método de diseño. Obtenida de una regresión estadística.
MacLeod y Houmsi (1994)	$d_{min} + \frac{d_{min}(1 + \tan \alpha)}{\tan \theta - \tan \alpha}$	N/A	Basada en el modelo mecánico de Kotsovos (1988). Se recomienda una inclinación del agrietamiento $\theta = 34^\circ$ .
Tena-Colunga <i>et al.</i> (2008)	N/A	$d_{min}(1 + 1.35 \tan \alpha)$ $\leq \left( \frac{d_{max} d_{min} - d_{max}^2}{2l_c} + d_{max} \right)$	Obtenida de una regresión estadística. El límite superior asegura significado físico.
Nghiep (2009)	$1.3d_{min}$	N/A	Deducida de análisis con elementos finitos.



**Figura 4.22** Parámetros involucrados en el cálculo de la sección crítica de la cartela ( ver tabla 4.2)

Ante este panorama, parecería que el cálculo del peralte crítico en traves acarteladas es un problema resuelto. Sin embargo, no parece congruente proponer ecuaciones de diseño obtenidas de un modelo de armadura plástica, para que sean usadas con un peralte crítico semiempírico asociado a la contribución del concreto. Además, lo poco robusta que es la recomendación de MacLeod y Houmsi (1994), dio la motivación suficiente para proponer una nueva forma de calcular el peralte crítico con base en un modelo de comportamiento mecánico.

#### 4.6.2 Sección crítica en traves esbeltas de sección constante

Debido a las características empíricas de la sección crítica de las traves acarteladas, se creyó conveniente hacer una revisión del estado del arte sobre la sección crítica por cortante en traves prismáticas. Este ejercicio debería permitir conocer los atributos de esta sección, y facilitar su implantación en las traves de sección variable.

La revisión de la literatura demostró que el interés se ha concentrado en la sección crítica por cortante de las traves de sección constante sin refuerzo transversal (apéndice F). Aun así, fue posible hilvanar una explicación racional para respaldar la definición *clásica* de la sección crítica en traves con refuerzo transversal.

Los primeros indicios de la sección crítica están relacionados con el origen del método estándar por secciones del reglamento ACI 318, en particular, con la contribución del concreto en traves de sección constante sin refuerzo transversal ( $V_c$ ).

Con base en el análisis de varios experimentos en traves simplemente apoyadas sometidas a cargas concentradas, el Committee 326 (1962/a/b) indicó que el cálculo de  $V_c$  tiene las siguientes restricciones en función del claro de cortante ( $a$ ) y el peralte efectivo ( $d$ ):

1. En traves en las que  $a > 2d$ , el método no es válido dentro de una distancia  $d$  medida desde cualquier extremo del claro de cortante.
2. Si  $0.75d \leq a \leq 2d$ , el método solamente es válido en la sección ubicada a la mitad del claro de cortante.
3. En caso que  $a \leq 0.75d$ , el método no se puede aplicar.

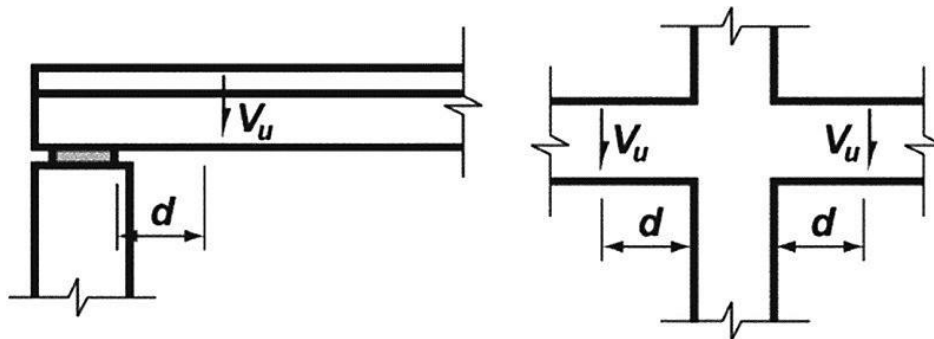


Figura 4.23 Ubicación de la sección crítica por cortante en traves prismáticas (ACI 318 2011)

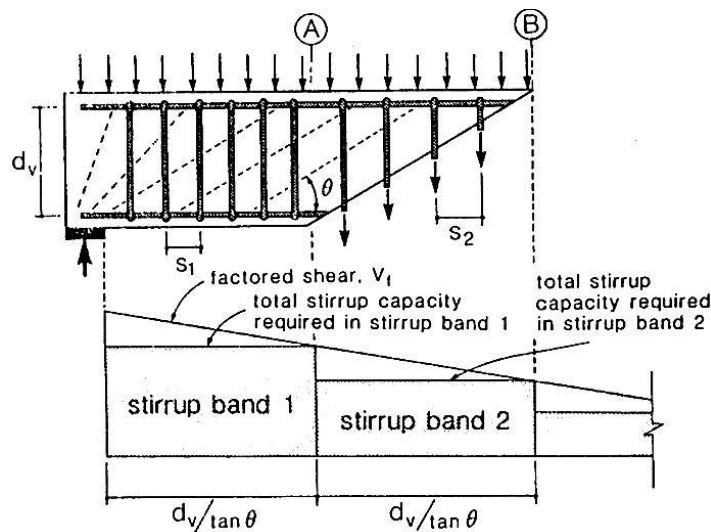


A partir de estas limitantes, se deduce que en el claro de cortante de una trabe prismática con  $a/d \geq 2$ , las secciones críticas están ubicadas a una distancia de un peralte efectivo del apoyo o carga concentrada. No obstante, el reglamento ACI 318 ha estipulado que para los casos más comunes, la sección crítica está localizada a una distancia igual al peralte efectivo ( $d$ ) medida desde el apoyo (figura 4.23).

Esta simplificación la explicaron González y Robles (2006), quienes señalaron que la resistencia de una trabe debe ser igual o mayor que la fuerza cortante que actúa en la *sección crítica por cortante*, la cual:

“...debido principalmente a los esfuerzos verticales de compresión que existen en los apoyos del elemento, no se presentan en la cara del apoyo sino a una cierta distancia de la misma. De la observación del agrietamiento en un gran número de ensayos en cortante se ha concluido que la grieta inclinada se inicia generalmente a una distancia de la cara del apoyo no menor que  $d$ . Teniendo esto en cuenta, el Reglamento ACI especifica considerar como sección crítica por cortante, la situada a una distancia  $d$  de la cara del apoyo.”

En otros libros de texto especializados se ofrecen explicaciones similares (por ejemplo, Wang *et al.* 2007).



**Figura 4.24 Diagrama de cortante escalonado (Collins y Mitchell 1986)**

Una opción válida para diseñar con modelos de armadura vigas con estribos sometidas a cargas distribuidas, es auxiliándose de un diagrama *escalonado* de cortante (Collins y Mitchell 1980, Marti 1986, Collins y Mitchell 1986, Cerruti y Marti 1987, Nielsen 1999). Como se documenta con detalle en el capítulo ocho, usar un diagrama escalonado también es la opción natural para un diseño por secciones, pero, para que sea seguro, deben utilizarse escalones “más altos” de los que usualmente se recomiendan en la literatura técnica (por ejemplo, el mostrado en la figura 4.24). De otra manera, no se le proporcionará a la trabe la cantidad de estribos que teóricamente se requieren y, como se demuestra en el capítulo ocho, tampoco se fomenta la correcta formación de los campos de compresión diagonal en el elemento.

En la figura 4.24 se muestra la propuesta más conocida de un diagrama escalonado. En ella se observa que la longitud de cada “escalón” tiene la longitud de los tableros de un modelo de armadura plástica convencional ( $d_v/\tan\theta$ ). Es claro que si en el modelo se toma en cuenta el ángulo implícito en el reglamento ACI 318 para calcular la contribución del refuerzo transversal ( $\theta = 45^\circ$ ), la extensión del escalón pegado al apoyo (*stirrup band* 1) es igual a  $d_v$ , es decir, al pasar por alto la diferencia de nomenclaturas, y cualquier otro detalle menor, la frontera interior del escalón pegado al apoyo coincide con la ubicación de la sección crítica supuesta por el reglamento del ACI (figura 4.23).

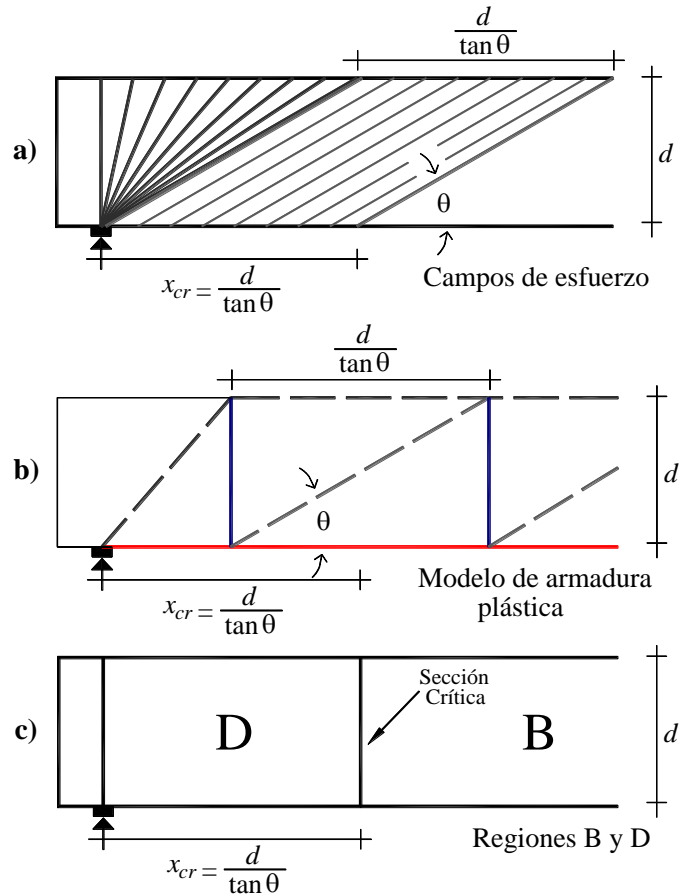
Esta coincidencia podría explicar que, a la fecha, el reglamento ACI 318 no haya hecho distinción alguna entre la sección crítica de las travesas con y sin refuerzo transversal. Al parecer, esta situación también ha sido aceptada por muchos ingenieros e investigadores. Por ejemplo, Rogowsky (1983), al defender el diseño escalonado, sostuvo que por razones ajenas a la plasticidad, el reglamento ACI 318 lo aplica en una sola sección, siendo precisamente en la que se presenta el cortante máximo (refiriéndose obviamente a la sección crítica ubicada a un peralte del apoyo).

Aunque estos antecedentes sugieren que existe cierto consenso en la definición y ubicación de la sección crítica por cortante en travesas prismáticas con refuerzo transversal, la verdad es que no dejan de parecer algo empíricas. Por ello, en la elaboración de esta tesis se creyó conveniente darle a la sección crítica por cortante una explicación que gozara de rigor teórico.

En la figura 4.25-a se muestran campos de esfuerzo válidos (simplificados) para la región cercana al apoyo de una travesa simplemente apoyada sometida a cargas puntuales o distribuidas (Marti 1985/a/b, Hsu 1993, Muttoni *et al.* 1997, Nielsen 1999). Asimismo, en la figura 4.25-b se presenta el modelo de armadura plástica que simplifica o representa dichos campos de esfuerzo. Finalmente, en la figura 4.25-c se indican las regiones B-D que se defienden en esta tesis doctoral.

Por la manera en que están presentados los tres esquemas de la figura 4.25, es fácil apreciar la relación *natural* que existe entre los campos de esfuerzo, los modelos de armadura y las regiones B-D. Lo anterior, ya que la distancia crítica ( $x_{cr} = d/\tan\theta$ ) es común en los tres casos y es igual a: 1) la proyección horizontal del campo de compresión diagonal, 2) la longitud de los paneles o tableros del modelo de armadura plástica que lo representan y, 3) la extensión de la región D, es decir, la frontera entre las regiones B y D adyacentes al apoyo.

En este trabajo se supondrá que la frontera entre las regiones B-D, definidas conforme a la figura 4.25, es la sección crítica por cortante en travesas prismáticas con refuerzo transversal. Como estas regiones se relacionan con un modelo de armadura plástica, se deben entender como regiones B-D *plásticas*. Por extensión, la sección crítica por cortante asociada es una sección crítica plástica. Sin embargo, por simplicidad, en lo sucesivo se omitirá el calificativo “plástica”, a reserva que sea necesario hacer dicha distinción.



**Figura 4.25 Ubicación de la sección crítica por cortante de trabe prismática con refuerzo transversal y su relación con las regiones B-D definidas en este trabajo**

Un análisis de la figura 4.25 muestra que la sección crítica tiene las siguientes características:

- i. pasa por el punto centroidal del campo de compresión diagonal adyacente al abanico de compresión que se forma en la reacción (figura 4.25-a) y,
- ii. divide en dos partes iguales el tablero de armadura adyacente al puntal que trasmite la carga a la reacción (figura 4.25-b).

Al extender el análisis se llega a los siguientes razonamientos:

1. La longitud de la región D definida por Schlaich *et al.* (1987) es un caso particular de la definición que se propone en esta tesis. Lo anterior, ya que ésta, al ser siempre igual al peralte efectivo del elemento ( $d$ ), se asocia a un ángulo de agrietamiento diagonal  $\theta = 45^\circ$ . Sin embargo, se debe aceptar que la definición de Schlaich *et al.* es congruente con su filosofía de diseño basada en análisis elásticos.
2. Cuando se considera el ángulo  $\theta = 45^\circ$ , la ubicación de la sección crítica coincide con la que supone el reglamento ACI 318 en traveses sin refuerzo transversal, y que se ha extrapolado empíricamente a las traveses con estribos (figura 4.23).

3. Aunque la definición original de Schlaich *et al.* (1987) simplifica bastante la identificación de las regiones B y D, hace perder el significado físico de la frontera entre ambas regiones cuando se compara con un modelo de armadura típico ( $\theta \neq 45^\circ$ ). Por ejemplo, en la figura 4.26 se observa que las fronteras entre las regiones B y D no “cortan” los tableros de armadura adyacentes a las reacciones en una sección específica o bien definida. No obstante, también se reconoce que las definiciones de Schlaich *et al.* gozan de gran aceptación y que son suficientes para fines prácticos.

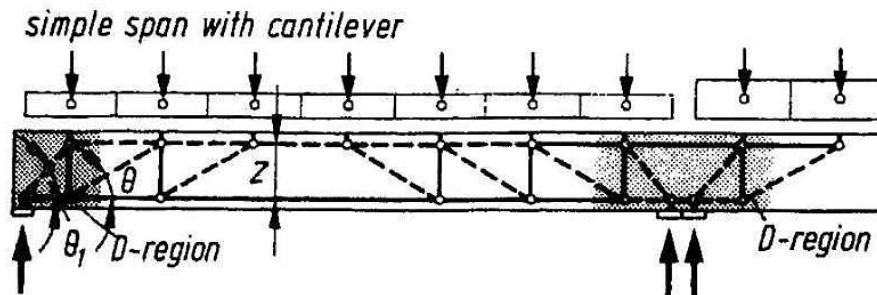


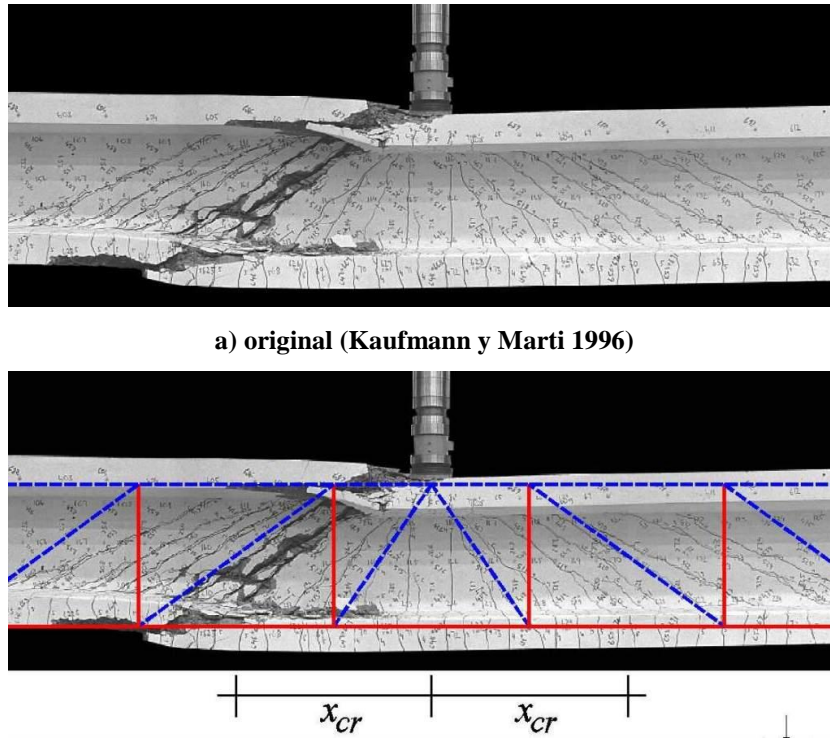
Figura 4.26 Frontera entre regiones B-D conforme a Schlaich *et al.* (1987) sobre un modelo de armadura

4. La sección crítica en traves prismáticas con refuerzo transversal ( $d_{cr}$ ), se puede definir formalmente con el respaldo de un modelo de comportamiento mecánico que goza de gran aceptación, como lo es el modelo de armadura plástica. Con ello se abandona el uso de las definiciones semiempíricas.

Finalmente, y a manera de definición, la sección crítica en las traves prismáticas con refuerzo transversal se ubica a una distancia crítica del apoyo  $x_{cr} = d/\tan\theta$ , y es la frontera entre las regiones B y D asociadas a un estado agrietado diagonalmente. Como la sección crítica pasa por la longitud media del puntal de la región B adyacente al apoyo (o una carga concentrada en general), en ella es evidente el aplastamiento del puntal debido a la falla por cortante del elemento. Esta situación se muestra, *grosso modo*, en la figura 4.27.

No se tiene conocimiento de alguna definición para la sección crítica en traves prismáticas con refuerzo transversal como la que se ha dado en esta tesis doctoral. No obstante, sería injusto negar la influencia de Marti y Reineck en su desarrollo.

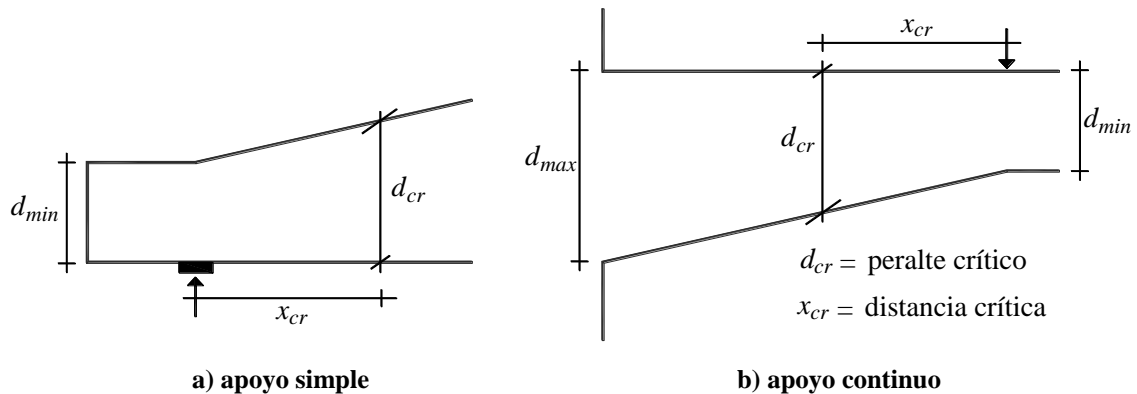
En los trabajos hechos o supervisados por Marti, se ha señalado que el diseño por cortante lo rige el campo de compresión diagonal *adyacente* a los apoyos o cargas concentradas (por ejemplo, Cerruti y Marti 1987, Sigrist *et al.* 1995, Kaufmann 1998). Por su parte, Reineck (1991), al explicar su método para calcular la contribución del concreto en traves *sin* refuerzo transversal, indicó que la sección al final de la región D adyacente al punto de carga es “decisiva”. Posteriormente, señaló que en cualquier frontera entre regiones B y D se deben tener cuidados especiales para garantizar la correcta transmisión de fuerzas (Reineck 2002).



**Figura 4.27** Aplastamiento del puntal en la sección crítica en viga prismática (sección “I”)

### 4.6.3 Sección crítica en traves acarteladas con refuerzo transversal

La definición propuesta para la sección crítica de traves prismáticas con refuerzo transversal, permite extrapolar el concepto en traves acarteladas con estribos, y con ello determinar el valor del peralte crítico de la cartela.



**Figura 4.28** Ubicación cualitativa de la sección crítica por cortante en traves acarteladas

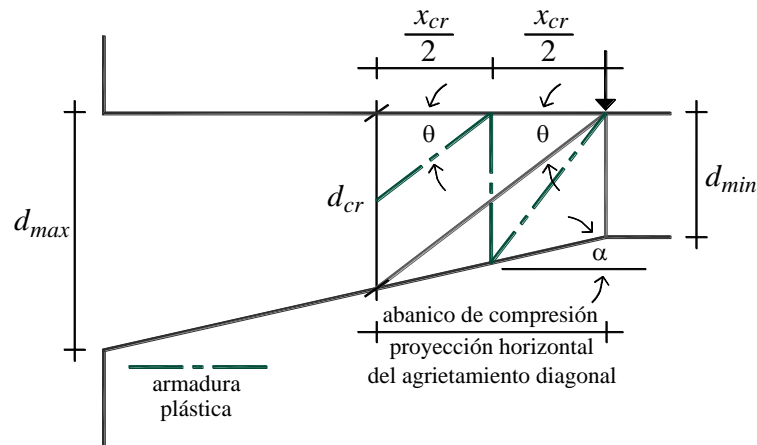
En la figura 4.28 se muestran dos configuraciones típicas para traves acarteladas que son equivalentes a las del reglamento ACI 318 para ubicar *a priori* la sección crítica en traves prismáticas (figura 4.23). La sección crítica está referenciada al peralte mínimo ( $d_{min}$ ) pues en su cercanía se inicia el agrietamiento diagonal. Las cartelas tienen una configuración tal que:

1) el peralte y el momento flexionante producido por cargas gravitacionales crecen en la misma dirección y, 2) el canto acartelado trabaja en compresión. Con ello, el elemento trabaja de manera óptima (Comentarios, capítulo tres).

Se puede cuestionar la validez del modelo presentado en la figura 4.28-b; sin embargo, suponer una carga concentrada en el peralte menor de la cartela es realista. Por ejemplo, las traves acarteladas tipo *Gerber* del Puente Confederación tienen una viga simplemente apoyada en el peralte menor (figura 4.4-a). Por otra parte, en edificios es común que en el peralte menor se conecten vigas secundarias (figura 4.29). En el capítulo ocho se demuestra que el modelo de la figura 4.28-b es válido para el análisis y diseño de traves acarteladas de edificios sometidas a cargas distribuidas.



**Figura 4.29 Vigas secundarias conectadas en el peralte menor de traves acarteladas**



**Figura 4.30 Modelo de armadura que indica la ubicación de la sección crítica en una trave acartelada**

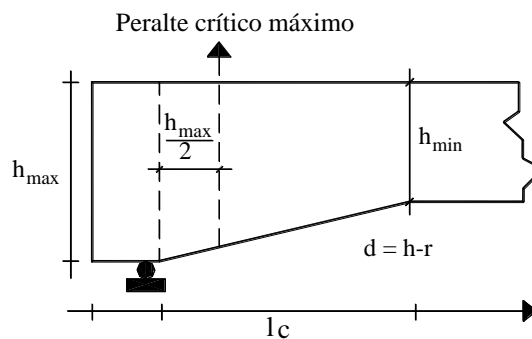
$$x_{cr} = \frac{d_{min}}{\tan \theta - \tan \alpha} \tag{4.41}$$

$$d_{cr} = \frac{d_{min}}{1 - \frac{\tan \alpha}{\tan \theta}} \tag{4.42}$$

En la figura 4.30 se muestra la ubicación de la sección crítica en una trabe acartelada con refuerzo transversal, y su relación con los campos de esfuerzo y el modelo de armadura que resulta. El esquema es análogo al utilizado en la definición de la sección crítica en traves prismáticas (figura 4.25). Se hace notar que la figura 4.30 es un caso particular del modelo utilizado en la figura 4.13-b, es decir, con el que se determinó la extensión del agrietamiento diagonal en la que se debe distribuir el acero de refuerzo transversal en una región B. Además, es congruente con la formación de los campos de esfuerzo observados en el ensayo de traves acarteladas sometida a cargas puntuales (capítulo siete), y permite bosquejar los campos de esfuerzo en traves acarteladas continuas sometidas a cargas gravitacionales y/o sísmicas (capítulo ocho).

Finalmente, en el apéndice C se demuestra que la ecuación 4.41 cuantifica la distancia  $x_{cr}$  donde se ubica el peralte crítico de la cartela, y que el valor del peralte crítico ( $d_{cr}$ ) es el obtenido con la ecuación 4.42.

En el trabajo de Archundia *et al.* (2005) se explicó la importancia de imponer un límite superior al peralte crítico para asegurarle significado físico (no mecánico). Por ejemplo, evitar que tenga un valor superior al peralte máximo de la cartela, situación que puede presentarse con el método de MacLeod y Houmsi (1994). De esta manera, se recomendó como límite el peralte efectivo ubicado a una distancia de *medio peralte total* del peralte máximo (figura 4.31). En la ecuación 4.43 se muestra la fórmula que se propuso para cuantificarlo, en la que  $r$  es el recubrimiento del acero longitudinal de tensión y el resto de las variables están mostradas en la figura 4.31. Este límite se incorporó en el método presentado en Tena-Colunga *et al.* (2008).



**Figura 4.31** Cota superior del peralte crítico sugerida por Archundia *et al.* (2005)

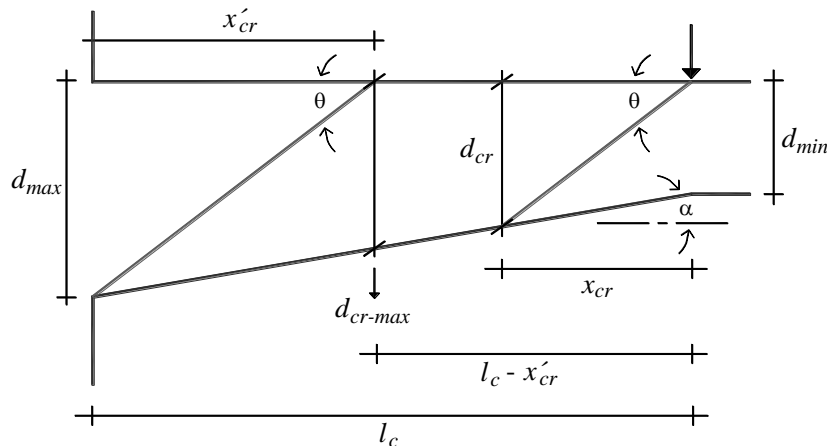
$$d_{cr} \leq \left( \frac{h_{max} h_{min} - h_{max}^2}{2l_c} + h_{max} \right) - r \quad (\text{Archundia et al. 2005}) \quad \mathbf{4.43}$$

Atendiendo los resultados presentados en Tena-Colunga *et al.* (2008), es innegable que el límite superior del peralte crítico indicado en la ecuación 4.43 es adecuado para fines de diseño. No obstante, desde el punto de vista de un diseño por secciones basado en modelos de armadura, tiene el inconveniente de yacer dentro de una región D, y estar involucrado en el cálculo de la resistencia de una región B. Esta es una inconsistencia en la que también incurrieron Muttoni y Fernández Ruiz (2008) en la predicción de la resistencia a cortante de

trabes prismáticas sin refuerzo transversal, y que conservaron en su propuesta para trabes acarteladas (Pérez Caldentey *et al.* 2012).

Para garantizar que el peralte crítico de las trabes acarteladas pertenezca a la región B, es condición suficiente que su valor no sea superior al peralte que se tiene en la frontera entre las regiones B y D en el otro extremo de la cartela (peralte máximo). Este valor se determina fácilmente atendiendo la figura 4.32, en la que se muestra el abanico de compresión que corresponde a dicho extremo. Esta figura es análoga a la figura 4.30, por lo que no debería haber duda que la proyección horizontal del abanico de compresión en ese extremo ( $x'_{cr}$ ) delimita una región D.

En el apéndice C se demuestra que la ecuación 4.44 proporciona el valor de la distancia  $x'_{cr}$  en la cual se encuentra el límite superior del peralte crítico ( $d_{cr-max}$ ), y que el valor de éste se obtiene con la ecuación 4.45. De esta forma, el peralte crítico ( $d_{cr}$ ) de una trabe acartelada con refuerzo transversal, debe satisfacer la ecuación 4.46 para que teóricamente pertenezca a una región B.



**Figura 4.32 Cota superior para el peralte crítico sugerida en este trabajo**

$$x'_{cr} = \frac{d_{max}}{\tan \theta} \quad 4.44$$

$$d_{cr-max} = d_{max} \left( 1 - \frac{\tan \alpha}{\tan \theta} \right) \quad 4.45$$

$$d_{cr} = \frac{d_{min}}{1 - \frac{\tan \alpha}{\tan \theta}} \leq d_{max} \left( 1 - \frac{\tan \alpha}{\tan \theta} \right) \quad (\text{este trabajo}) \quad 4.46$$

La figura 4.32 permite identificar un requisito geométrico indispensable para que en las cartelas se pueda desarrollar una región B, es decir, garantizar que una trabe acartelada tenga una región B definida conforme a las exigencias de un modelo de armadura plástica. Para ello, la longitud de la cartela ( $l_c$ ) debe ser mayor o igual a la suma de la proyección de los abanicos

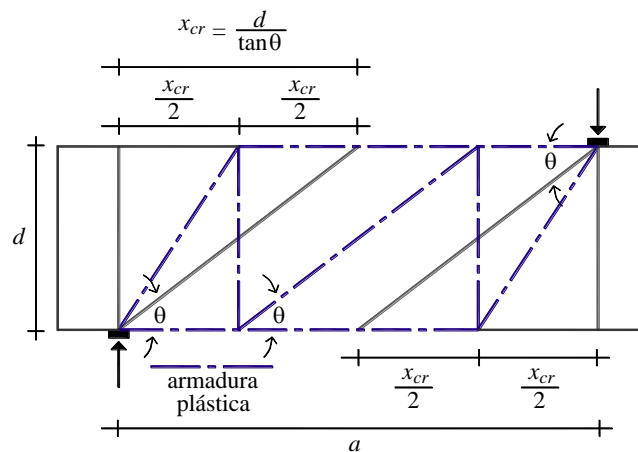


de compresión de cada extremo de la cartela ( $l_c \geq x_{cr} + x'_{cr}$ ). Este requisito está indicado en la ecuación 4.47, y es un *refinamiento* del deducido en las secciones 4.3 y 4.6 con análisis elásticos ( $l_c \geq 2d_{max}$ ), pues toma en cuenta, además, el campo de compresión diagonal ( $\theta$ ) que desarrolla el mecanismo resistente en la cartela.

$$l_c \geq \frac{d_{min}}{\tan \theta - \tan \alpha} + \frac{d_{max}}{\tan \theta} \quad (\text{región B en trabe acartelada}) \quad 4.47$$

$$a \geq \frac{d}{\tan \theta} + \frac{d}{\tan \theta} = \frac{2d}{\tan \theta} \quad (\text{región B en trabe prismática}) \quad 4.48$$

Si en la ecuación 4.47 se sustituye  $\tan \alpha = 0$  se tiene una trabe de sección constante. En esta situación, es válido hacer un cambio de nomenclatura de tal forma que la ecuación 4.47 quede expresada en términos del peralte efectivo ( $d$ ) y del claro de cortante ( $a$ ). De esta manera se obtiene la ecuación 4.48, la cual expresa la condición necesaria para tener una región B rigurosa en el claro de cortante de una trabe prismática (figura 4.33).



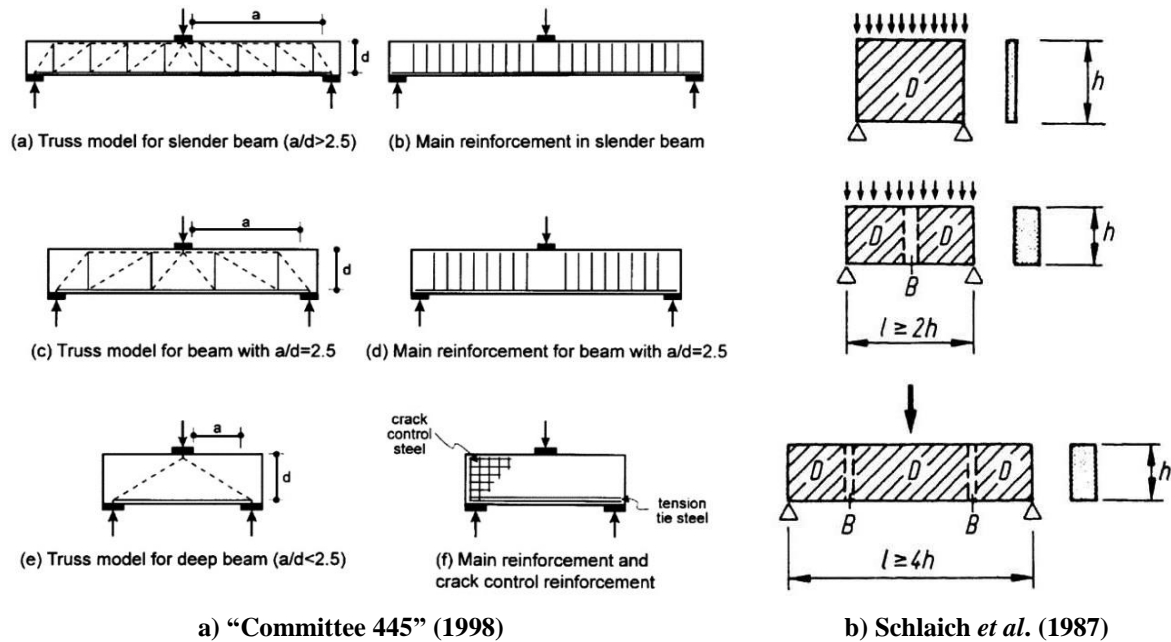
**Figura 4.33 Región B en el claro de cortante de traves prismáticas**

Del análisis de la ecuación 4.48, se concluye que el comportamiento global de las traves prismáticas *con* refuerzo transversal no sólo depende de la geometría del elemento, usualmente descrita con el cociente  $a/d$ , sino también del ángulo de inclinación del campo de compresión diagonal ( $\theta$ ) con el que se haya diseñado el elemento, o el que promueva la relación entre sus cuantías de refuerzo (transversal y longitudinal) con la resistencia del concreto. Otro parámetro que afecta sustancialmente el valor de  $\theta$ , y que a la fecha no ha sido tomado seriamente en el diseño de las traves de concreto reforzado, es la distribución de estribos en el claro de cortante. Este aspecto se analiza detalladamente en los capítulos cinco y ocho.

Este resultado es muy importante, pues es bien sabido que: i) el cociente  $a/d$  es el parámetro con el que hasta hoy día se han clasificado las traves prismáticas *con* y *sin* refuerzo transversal en “cortas” o “esbeltas” (figura 4.34-a) y, ii) con base en ello se predice su comportamiento

dependiendo del predominio de las regiones B y D (elásticas) en el claro de cortante (figura 4.34-b).

Finalmente, estas aportaciones permitieron hacer una mejor clasificación de la esbeltez de las trabes de concreto reforzado (sección 4.9), reflexionar sobre el análisis, diseño y detallado de las regiones D (capítulo cinco), y proponer un método de diseño para casos generales de carga (capítulo ocho).



**Figura 4.34 Clasificación y comportamiento de las vigas acorde con su geometría, condición de carga y predominio de las regiones B y D**

#### 4.6.4 Inclinación del campo de compresión diagonal en trabes acarteladas

En la sección 4.6.3 se presentó la manera de calcular el valor del peralte crítico de una trabe acartelada (ecuación 4.46), así como la longitud que debe tener la cartela para que en ella se desarrolle una región B acorde con un modelo de armadura plástica (ecuación 4.47). En ambos casos, el cálculo es función del ángulo de acartelamiento ( $\alpha$ ) y del ángulo de inclinación del campo de compresión diagonal ( $\theta$ ).

En la figura 4.19 se presentó un croquis que contiene las proporciones más comunes de trabes acarteladas de edificios, lo que incluye al ángulo de acartelamiento ( $\alpha$ ). Esa información debería permitirle a un ingeniero proponer las dimensiones preliminares de una cartela. Sin embargo, como ya se ha dejado en claro en esta tesis, la proporción de una trabe no es lo único que gobierna su comportamiento estructural, pues también es importante la inclinación del campo de compresión diagonal ( $\theta$ ) que se pueda desarrollar en el elemento.

El diseño de trabes prismáticas con modelos de armadura plástica, exige que la inclinación del campo de compresión diagonal de la región B esté dentro de ciertos límites. Por simplicidad, se acepta que dicha inclinación sea igual a la del agrietamiento diagonal (Grob y Thürlimann

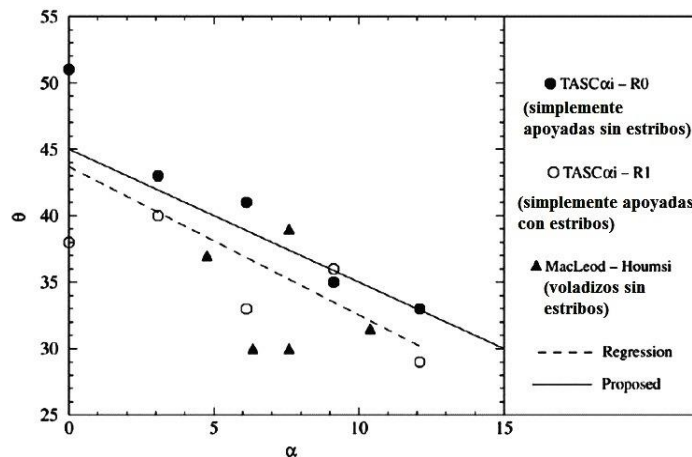
1976, Schlaich *et al.* 1987, MacGregor 1997, Collins 1998). En general, los intervalos sugeridos para este parámetro son simétricos respecto al ángulo  $\theta = 45^\circ$ . Por ejemplo, Thürlimann (1979) propuso el intervalo  $26.6^\circ \leq \theta \leq 63.4^\circ$ . Por su parte, Marti (1985/a) y Hsu (1993) recomendaron uno un poco más conservador ( $30^\circ \leq \theta \leq 60^\circ$ ).

Con todo rigor, el diseño de las traves acarteladas se puede hacer con un ángulo  $\theta$  que satisfaga cualquiera de los intervalos indicados. No obstante, es interesante analizar algunas recomendaciones que existen en la literatura para la inclinación del agrietamiento diagonal en traves acarteladas de concreto reforzado.

Dilger y Langohr (1997) recomendaron usar un ángulo  $\theta < 45^\circ$ ; por su parte, Regan y Yu (1973), Stefanou (1983) y MacLeod y Houmsi (1994) propusieron  $\theta = 34^\circ$ . La recomendación de Regan y Yu, y la de Stefanou, tienen la intención de respetar las hipótesis del reglamento británico de la época para el diseño de traves prismáticas. Por otro lado, la propuesta de MacLeod y Houmsi representa el promedio de los ángulos de la grieta de falla que midieron en traves acarteladas en voladizo *sin* refuerzo transversal.

En Tena-Colunga *et al.* (2008) se graficó el ángulo de inclinación de la grieta de falla ( $\theta$ ), medido en experimentos con traves acarteladas simplemente apoyadas *con* y *sin* refuerzo transversal, contra el ángulo de acartelamiento ( $\alpha$ ). En la figura 4.35 se muestra esa gráfica en la que también se incluyeron los datos reportados por MacLeod y Houmsi (1994).

Con base en esos datos experimentales, se propuso una fórmula sencilla que correlaciona el ángulo del agrietamiento diagonal con el de acartelamiento (ecuación 4.49). Esta fórmula se ajustó para ser compatible con la suposición del reglamento ACI 318 en traves prismáticas (si  $\alpha = 0^\circ$ , entonces  $\theta = 45^\circ$ ).



**Figura 4.35 Relación entre los ángulos  $\alpha$  y  $\theta$  según Tena-Colunga *et al.* (2008). Modificada**

$$\theta = 45^\circ - \alpha \quad (\text{Tena - Colunga et al. 2008})$$

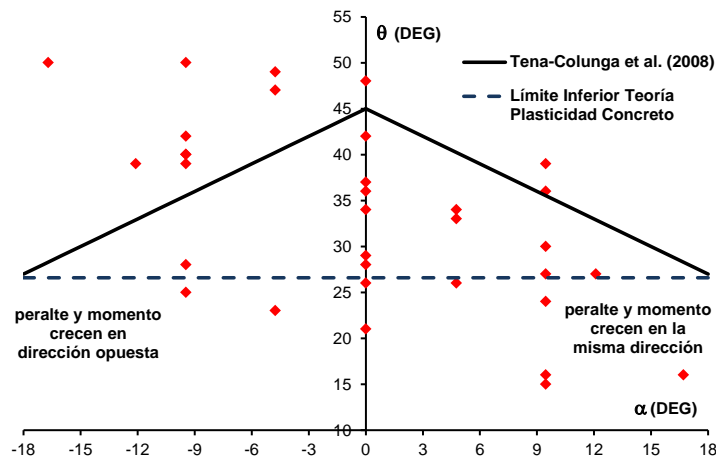
**4.49**

La ecuación 4.49 es bastante práctica y ajusta muy bien a los datos mostrados en la figura 4.35, pero es más representativa de la inclinación de la grieta de falla de trabes acarteladas sin refuerzo transversal. En primera instancia, esto podría ser una limitante para su uso formal en trabes con refuerzo transversal diseñadas con modelos de armadura.

En el trabajo de Debaiky y El-Niema (1982) se reportaron valores experimentales de  $\theta$  en trabes acarteladas simplemente apoyadas con refuerzo transversal. Sin embargo, estos valores no fueron considerados en el análisis presentado en Tena-Colunga *et al.* (2008). Lo anterior, ya que Debaiky y El-Niema no indicaron cómo ni dónde midieron esos ángulos. Por comparación, MacLeod y Housmsi (1994) dieron una explicación muy detallada sobre sus mediciones.

De acuerdo con Debaiky y El-Niema (1982), la inclinación de la grieta de falla por cortante es función de la direccionalidad entre el crecimiento del diagrama de momento y el del peralte de la cartela. Los ángulos promedio que reportaron son: 1)  $\theta = 26.9^\circ$  cuando ambos parámetros crecen en la misma dirección, 2)  $\theta = 39.3^\circ$  cuando crecen en dirección opuesta y, 3)  $\theta = 33.5^\circ$  en trabes prismáticas. Es de llamar la atención, que estos ángulos lucen “centrados” respecto a al recomendado en el reglamento británico de la época para trabes prismáticas ( $\theta = 34^\circ$ ). Esto podría ser casualidad, pero es importante tenerlo en cuenta pues los experimentos se llevaron a cabo en Inglaterra.

A pesar de lo anterior, los resultados experimentales de Debaiky y El-Niema (1982) merecen ser analizados con mayor detalle. En la figura 4.36 se presenta una gráfica que muestra el ángulo de la grieta diagonal de falla ( $\theta$ ) contra el ángulo de acartelamiento ( $\alpha$ ). En ella se reconoce la direccionalidad del crecimiento del peralte y del diagrama de momento. También se ha indicado la recomendación presentada en Tena-Colunga *et al.* (2008) para correlacionar ambos parámetros (ecuación 4.49), así como uno de los límites inferiores de  $\theta$  avalados por la teoría de la plasticidad del concreto ( $\theta = 26.6^\circ$ ).



**Figura 4.36 Resultados de Debaiky y El-Niema (1982) contra la propuesta de Tena-Colunga *et al.* (2008)**

En la figura 4.36 se observa que los datos reportados por Debaiky y El-Niema (1982) no muestran una tendencia contundente como la reportada en Tena-Colunga *et al.* (2008). No obstante, y sabiendo que la manera idónea de trabajo de una cartela es cuando el peralte y el

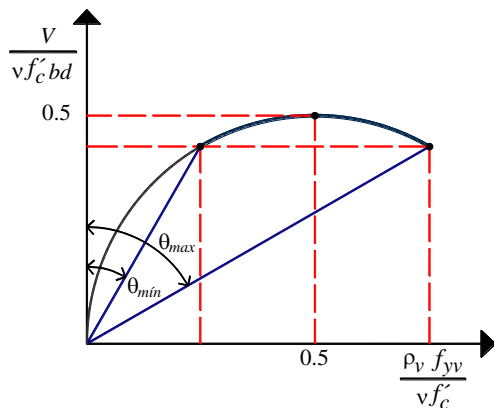
momento crecen en la misma dirección, se puede decir que, para esa muestra, la ecuación 4.49 proporciona un valor razonablemente conservador de  $\theta$  sin violar la teoría de la plasticidad del concreto.

Dado que se desconocen los pormenores de las mediciones de Debaiky y El-Niema (1982), se ignora, por ejemplo, si fueron hechas realmente dentro del campo de compresión diagonal (región B) y, por ello, la precaución de considerar estos valores. Seguramente éste no es un caso aislado en la literatura técnica.

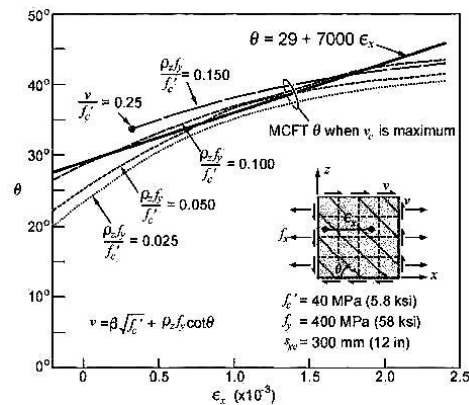
Como se puede ver, hacer una recomendación o pronóstico del ángulo de inclinación del agrietamiento diagonal en travesas acarteladas no es sencillo. De hecho, este ha sido uno de los grandes problemas de los métodos formales de diseño para travesas de concreto reforzado desde sus orígenes (Mörsch 1909 y 1952) hasta nuestro tiempo (por ejemplo, Vecchio y Collins 1986, Collins 1998, Bentz *et al.* 2006, Sigrist 2011).

Como ya se comentó, cuando se diseña una región B con un modelo de armadura, el ángulo de inclinación del campo de compresión diagonal ( $\theta$ ) debe estar dentro de cierto intervalo. De acuerdo con la teoría de la plasticidad del concreto, al tomar en cuenta una resistencia efectiva del concreto ( $v f'_c$ ) y forzando a que el refuerzo transversal y el longitudinal fluyan antes que el concreto se aplaste por compresión diagonal, se obtienen cuantías de refuerzo transversal ( $\rho_v$ ) que promueven la formación de grietas diagonales con dicha inclinación  $\theta$  (Grob y Thürlimann 1976, Hsu 1993, Nielsen 1999). Esta es la solución clásica de la teoría de la plasticidad del concreto para el modelo de armadura plástica, y se muestra en la figura 4.37-a.

En la teoría de los campos de compresión (original y modificada), el ángulo  $\theta$  también está relacionado con la resistencia del concreto y las cuantías de los aceros de refuerzo (Collins 1978, Vecchio y Collins 1986). Por esta razón, los métodos de diseño derivados de ellas (completos y simplificados) toman en cuenta estos parámetros (Collins y Mitchell 1986, Collins *et al.* 1996, Bentz *et al.* 2006). En la figura 4.37-b se muestra la propuesta más sencilla de esta filosofía de diseño para tales efectos.

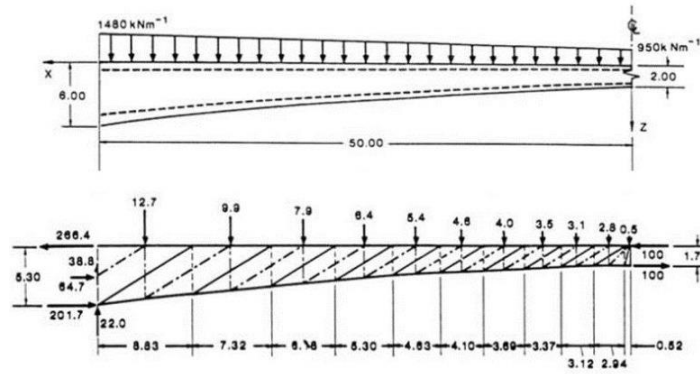


a) plasticidad del concreto

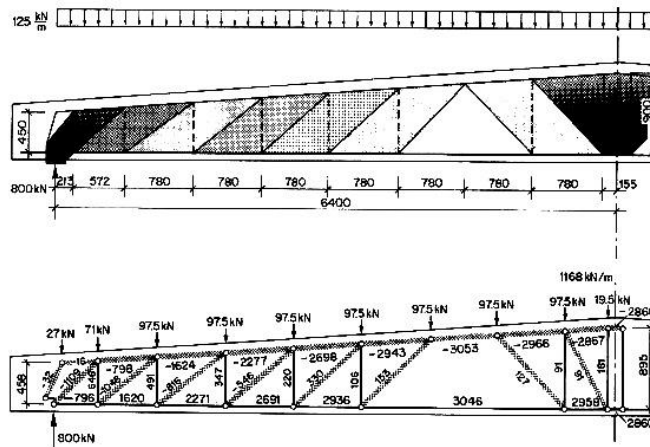


b) campos de compresión (Bentz *et al.* 2006)

**Figura 4.37 Dependencia del ángulo  $\theta$  con la cuantía de refuerzo transversal y la resistencia del concreto**



**a) ángulo  $\theta$  constante (Marti 1985/a)**



**b) ángulo  $\theta$  variable (Muttoni *et al.* 1997)**

**Figura 4.38 Opciones para construir un modelo de armadura para traves acarteladas**

A partir de toda esta información, se concluye que es difícil aceptar que la sola medición del ángulo de agrietamiento diagonal en traves “esbeltas” (prismáticas o acarteladas) con refuerzo transversal, y que seguramente fueron diseñadas por secciones con el reglamento ACI 318 (como la gran mayoría de experimentos reportados en la literatura), proporcione una guía confiable para predecir la inclinación del campo de compresión diagonal en una región B (ver capítulos cinco y ocho).

Lo anterior cobra importancia cuando se descubre que, incluso en el reporte del Committee 445 (1998), se cometió la equivocación de utilizar como referencia el agrietamiento *radial* de una región D, para explicar la resistencia que predice la teoría modificada de los campos de compresión válida sólo en regiones B con agrietamiento *paralelo* (apéndice D).

Por ello, se tiene la convicción que solamente con mediciones racionales de la inclinación de las grietas de cortante en regiones B en traves diseñadas y detalladas con modelos de comportamiento mecánico exclusivos para elementos tipo viga-columna, en el que el ángulo de compresión diagonal ( $\theta$ ), la resistencia efectiva del concreto ( $v f'_c$ ), las cuantías de refuerzo longitudinal ( $\rho$ ) y transversal ( $\rho_v$ ) estén *armonizadas* y, adicionalmente, se tome en cuenta la ubicación discreta de los estribos en el claro de cortante, se podrán hacer análisis y

recomendaciones de mayor alcance. Entretanto, para fines de diseño, parece suficiente utilizar un ángulo  $\theta$  que esté validado por alguna teoría reconocida o que provenga de una recomendación seria.

Para concluir, no está por demás comentar algunas implicaciones que tiene la selección del ángulo de inclinación del campo de compresión diagonal en el diseño de traves acarteladas. Por ejemplo, Marti (1985/a) utilizó un solo valor de  $\theta$  en todo el elemento, lo que genera tableros de armadura de longitud variable (figura 4.38-a). Por su parte, Muttoni *et al.* (1997) diseñaron una cartela manteniendo constante la longitud de los tableros de armadura, lo que obliga el uso de ángulos algo diferentes a lo largo del elemento (figura 4.38-b). Dependerá de cada caso, y de las preferencias del diseñador, usar cualquiera de estas opciones.

#### **4.6.5 Evaluación del peralte crítico en traves acarteladas**

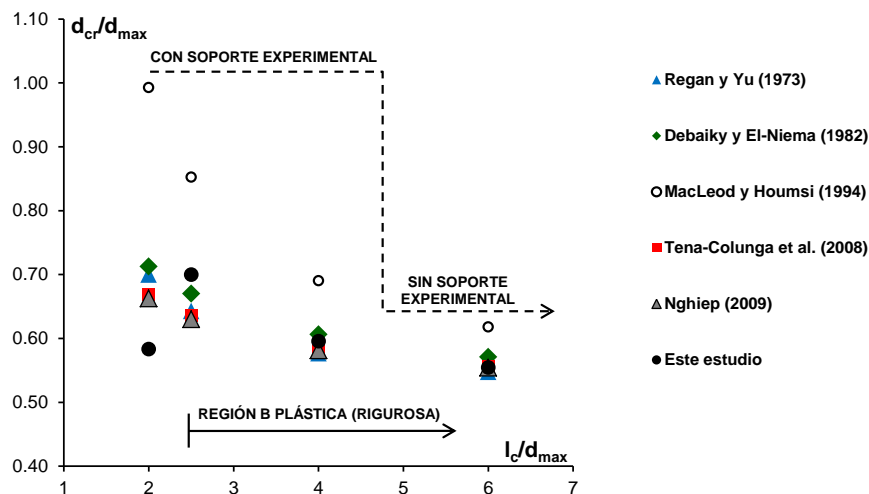
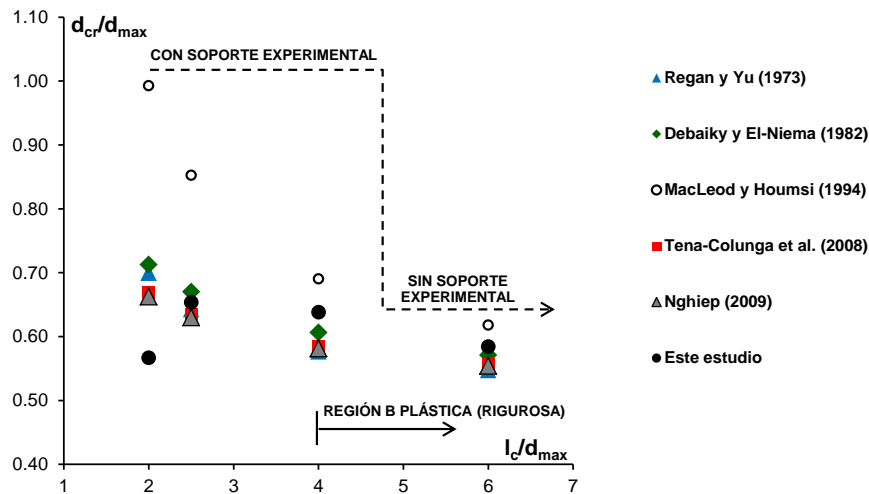
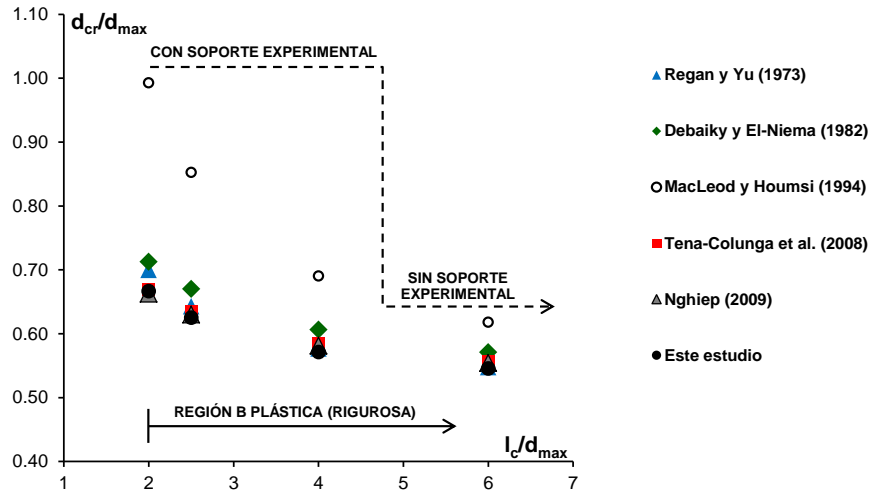
Toda vez que se puede seleccionar un valor adecuado para el ángulo  $\theta$ , es posible comparar la dimensión del peralte crítico ( $d_{cr}$ ) recomendada en este trabajo (ecuación 4.46) contra la que se obtiene con otras propuestas (tabla 4.2). Se recuerda que en todas las recomendaciones previas, el peralte crítico es independiente de  $\theta$  y sólo es función del ángulo de acartelamiento ( $\alpha$ ). En la figura 4.39 se muestran las predicciones del peralte crítico obtenidas con las ecuaciones mostradas en la tabla 4.2 y con la de esta tesis (ecuación 4.46). Para el cálculo se utilizaron las traves modeladas con elementos finitos presentadas en la sección 4.3.1. Estos modelos cubren razonablemente las proporciones observadas en los trabajos de investigación y la práctica profesional.

El peralte crítico ( $d_{cr}$ ) se normalizó dividiéndolo entre el peralte máximo de la cartela ( $d_{max}$ ), y se graficó contra el cociente  $l_c/d_{max}$ , que es equivalente al cociente  $a/d$  utilizado tradicionalmente en traves prismáticas. Debe quedar claro que ambas relaciones son puramente geométricas, y no clasifican a las traves con refuerzo transversal en “cortas” o “esbeltas” (sección 4.6.3). En el ejercicio se omitió el elemento con la relación  $l_c/d_{max}=1$ , pues es imposible que en éste se desarrolle una región B (figuras 4.20 y 4.21).

Para evaluar la propuesta de este trabajo se seleccionaron los ángulos  $\theta=45^\circ$  y  $\theta=30^\circ$  (figuras 4.39-a y 4.39-b, respectivamente). Se utilizó  $\theta=45^\circ$  porque está implícito en el reglamento ACI 318 para traves prismáticas, y en las recomendaciones para traves acarteladas de Park y Paulay (1975) y MagGregor (1997). Por su parte, el ángulo  $\theta=30^\circ$  se encuentra en medio de  $\theta=34^\circ$ , que se ha recomendado antes para el diseño de traves acarteladas (Regan y Yu 1973, Stefanou 1983, MaLeod y Houmsi 1994), y del mínimo valor que permite la teoría de la plasticidad del concreto ( $\theta_{min}=26.6^\circ$ , Thürliman 1979).

También se evaluó con el ángulo  $\theta=45^\circ-\alpha$  recomendado en Tena-Colunga *et al.* (2008). Sólo se tuvo cuidado en verificar que  $\theta$  no violara algún intervalo de los que sugiere la teoría de la plasticidad del concreto (en este caso,  $26.6^\circ \leq \theta \leq 45^\circ$ ). Los resultados obtenidos con este ángulo están mostrados en la figura 4.39-c. Finalmente, en las gráficas de la figura 4.39 también se indica en qué casos se obtuvo una región B congruente con un modelo de armadura plástica (ecuación 4.47).

**CAPÍTULO 4: PROPUESTA DE DISEÑO POR CORTANTE  
PARA TRABES ACARTELADAS**



**Figura 4.39 Comparación del peralte crítico obtenido con varias propuestas**



De las gráficas de la figura 4.39 se desprenden las siguientes observaciones generales:

1. El peralte crítico que se obtuvo con la recomendación de MacLeod y Houmsi (1994) fue el más grande de todos. Como se señaló en Archundia *et al.* (2005) y en Tena-Colunga *et al.* (2008), este valor es propenso a carecer de significado físico, y se agregaría que también mecánico ( $d_{cr}/d_{max} \approx 1$ ). No obstante, en traveses con relaciones  $l_c/d_{max} \geq 4$  las predicciones hechas con este método comparan mejor con las otras.
2. Ignorando los resultados obtenidos con el método de MacLeod y Houmsi (1994), las predicciones tienden a converger cuando en la cartela se desarrolla una región B plástica (ecuación 4.47). Esto es un claro indicio de que la sección crítica por cortante depende del mecanismo de armadura, y que solamente se presenta en elementos que tengan la longitud necesaria para desarrollar un campo de compresión diagonal.

A continuación se ofrecen comentarios detallados sobre los resultados mostrados en la figura 4.39:

- Al evaluar con  $\theta = 45^\circ$  se obtuvo muy poca diferencia entre las distintas predicciones (figura 4.39-a). Esto no debe sorprender, pues este ángulo está implícito en las propuestas semiempíricas de Debaiky y El-Niema (1992) y Tena-Colunga *et al.* (2008), ambas basadas en la contribución del concreto para traveses prismáticos del reglamento ACI 318. Como la propuesta de Regan y Yu (1973) fue desarrollada con la misma filosofía, es posible que haya sido calibrada con ese mismo reglamento. Finalmente, no es casual que los resultados obtenidos con el método de Nghiep (2009) se ajusten muy bien a los otros pues, esencialmente, esta recomendación es la misma que la presentada en Tena-Colunga *et al.* (2008).

Es de llamar la atención que en ningún caso se activó el límite superior para el valor del peralte crítico sugerido en este trabajo (ecuación 4.45), y tampoco el recomendado en Tena-Colunga *et al.* (ecuación 4.43). Esto le confiere robustez al ángulo  $\theta = 45^\circ$ , en especial para la evaluación de estructuras existentes.

- Con el ángulo  $\theta = 30^\circ$  se obtuvieron tendencias que difieren un poco de las observadas con  $\theta = 45^\circ$  (figura 4.39-b). La más notoria es que la formación de la región B estuvo restringida a relaciones  $l_c/d_{max} \geq 4$ . Esto se debe a que los tableros de armadura calculados con  $\theta = 30^\circ$  son más largos que los de  $\theta = 45^\circ$ , por lo que requieren mayor longitud para su desarrollo. En los casos particulares  $l_c/d_{max} = 4$  y  $l_c/d_{max} = 6$ , la predicción del peralte crítico fue muy parecida a las otras, pero se acercaron a las de MacLeod y Houmsi (1994) lo que, posiblemente, se debe a que las últimas incluyen un ángulo  $\theta = 34^\circ$ .

En los casos donde no se garantizó la formación de la región B ( $l_c/d_{max} = 2$  y  $l_c/d_{max} = 2.5$ ), se activó el límite superior para el peralte crítico recomendado en este trabajo (ecuación 4.45). La situación fue más evidente cuando  $l_c/d_{max} = 2$ . Como el

límite sugerido en Tena-Colunga *et al.* (2008) no depende de  $\theta$ , éste fue incapaz de detectar la situación.

- Al utilizar la recomendación presentada en Tena-Colunga *et al.* ( $\theta = 45^\circ - \alpha$ ), no se hizo otra cosa que cubrir de forma suavizada el intervalo  $30^\circ \leq \theta \leq 45^\circ$ . Por ello, y para los elementos estudiados, los resultados se parecen en algunos aspectos a los de  $\theta = 45^\circ$  y en otros a los de  $\theta = 30^\circ$  (figura 4.39-c).

Por ejemplo, la región B quedó definida para relaciones geométricas  $l_c/d_{max} > 2.5$ . En las travesas que satisfacen este requisito, el valor del peralte crítico sugerido en esta tesis ajustó muy bien con el de las otras propuestas, en especial con el incremento de  $a/d_{max}$ . Como en el elemento con  $l_c/d_{max} = 2$  es imposible que se forme una región B asociada al ángulo  $\theta = 45^\circ - \alpha$ , también se activó el límite superior del peralte crítico propuesto. Por ello, el valor presentado es igual al obtenido con  $\theta = 30^\circ$  (figura 4.39-b).

Finalmente, y con base en estos comentarios se recomienda:

1. En el diseño de elementos nuevos, utilizar un ángulo de inclinación del campo de compresión diagonal que satisfaga el intervalo  $26.6^\circ \leq \theta \leq 45^\circ$ .
2. Para evitar el límite superior del peralte crítico, se debe proponer la geometría de la cartela de tal manera que se fomente en ella una región B conforme a un modelo de armadura plástica (ecuación 4.47). Vale la pena mencionar, que esta recomendación permitió definir el parámetro de esbeltez plástica  $\lambda_p$  presentado en la sección 4.9.
3. En la revisión de elementos existentes, y a falta de más información, se debe suponer un ángulo  $\theta = 45^\circ$ .

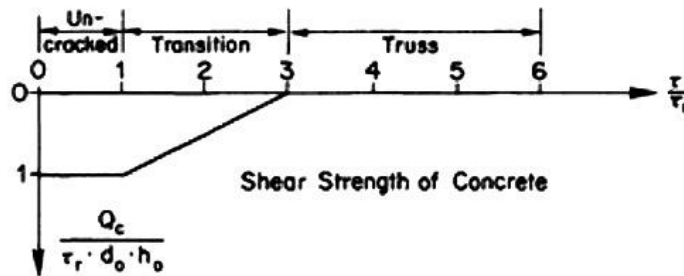
#### **4.7 CONTRIBUCIÓN DEL CONCRETO**

En la sección 4.1 se justificó el uso opcional de la contribución del concreto para el diseño por cortante de las travesas acarteladas. Es opcional, pues se deja al criterio del ingeniero incorporarla para economizar el diseño. Dicho de otra forma, esta tesis promueve la idea de que al mecanismo de armadura plástica se le debe confiar la resistencia e integridad por cortante del elemento. Sin embargo, para explicar la falla de elementos probados en laboratorio, los resultados presentados en la sección 4.9, y los capítulos cinco y siete, indican claramente que las mejores predicciones se obtienen al tomar en cuenta la resistencia del concreto antes del agrietamiento por tensión diagonal (cuando sea válido hacerlo). Esto es importante para realizar análisis forenses creíbles.

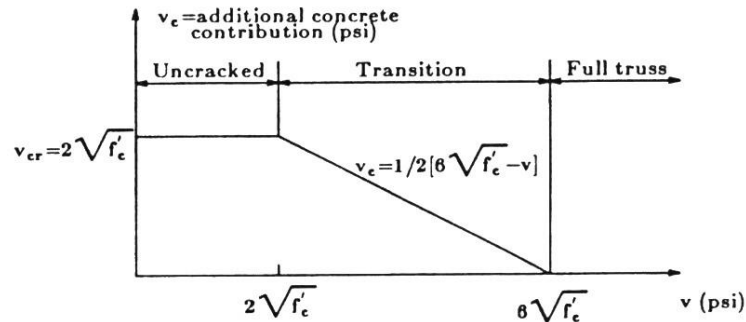
En realidad, es así como se debería entender el diseño y revisión por cortante de las travesas de concreto reforzado. Lo anterior, pues incluso el reglamento ACI 318, en un diseño óptimo, sólo le atribuye al concreto el 20% de la resistencia y deja el 80% restante al refuerzo transversal (“Committee 426” 1973, ACI 318 11).

Al parecer, fue el grupo de trabajo dirigido por Thürlimann el primero en combinar el modelo de armadura *plástica* con una contribución del concreto (Grob y Thürlimann 1976). Para ellos, la aportación del concreto sólo reduce la cantidad de acero transversal, por lo que el efecto del cortante en el acero longitudinal sigue siendo el que se cuantifica con el modelo de armadura. Se ha hecho énfasis en la palabra “plástica” solamente para distinguir este modelo de la armadura *clásica*, a la cual, antes, el ACI ya le había adicionado una contribución del concreto (“Committee 326” 1962/a/b).

Para Grob y Thürlimann (1976), la contribución del concreto no puede ser constante ya que depende del nivel de agrietamiento. De esta manera, identificaron tres estados asociados con la demanda de cortante y les asignaron una contribución diferente (figura 4.40): 1) no agrietado, 2) transición y, 3) completamente agrietado. Cuando la demanda produce demasiado agrietamiento diagonal, la resistencia debe ser suministrada únicamente por el mecanismo de armadura. Vale la pena mencionar, que esta propuesta se incluyó en el reglamento de construcción suizo de la época.



**Figura 4.40 Contribución del concreto propuesta por Grob y Thürlimann (1976)**



**Figura 4.41 Contribución del concreto sugerida por Ramírez y Breen (1991)**

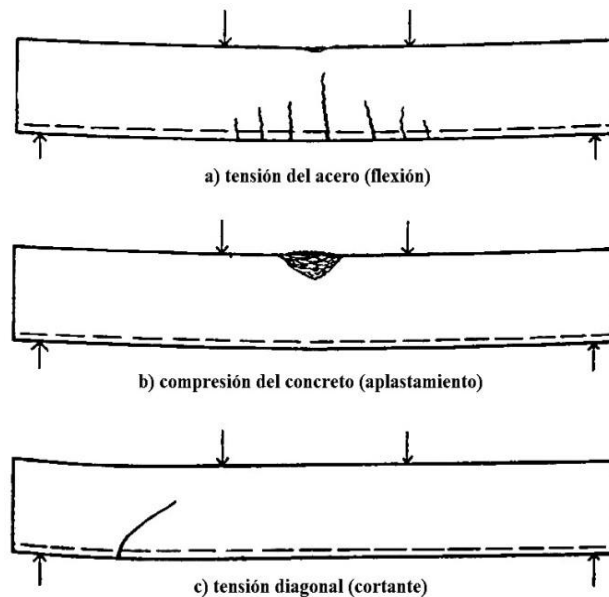
Ramírez y Breen (1991) retomaron el método de Grob y Thürlimann (1976) y lo presentaron con el nombre de armadura modificada. La única diferencia sustancial de esta versión con la original, es que la contribución del concreto fue expresada en función de la simplificada del reglamento ACI 318 (figura 4.41).

Aunque la idea de combinar la armadura *plástica* con una contribución del concreto no parece muy adecuada, estos antecedentes la justifican *grosso modo*. Sin embargo, como se discute más adelante, su incorporación merece la revisión cautelosa de varios aspectos.

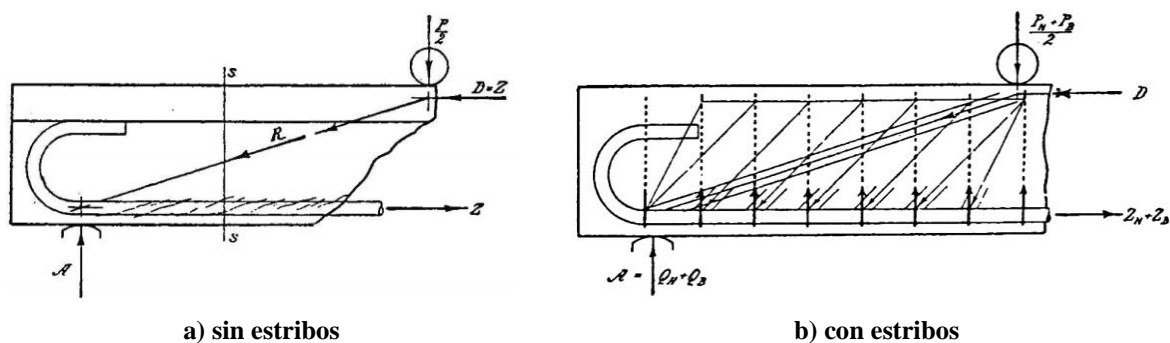
### 4.7.1 Talbot, Mörsch y Kani

En el comienzo del estudio formal del concreto reforzado, Talbot (1906 y 1909) destacó la influencia que tiene la proporción del elemento y la cuantía del refuerzo longitudinal en el comportamiento a cortante de las trabes sin refuerzo transversal (figura 4.42).

Por su parte, Mörsch en 1907 advirtió que en vigas sin refuerzo transversal de ciertas proporciones, el comportamiento se explicaba sólo si la carga se transmitía directamente al apoyo (Mörsch 1952). Es más, indicó que aún en presencia de estribos, parte de la carga tendría que hacer lo mismo (en la figura 4.43 se muestran ambas situaciones).



**Figura 4.42 Fallas por cortante en trabes sin estribos según Talbot (1906)**



**Figura 4.43 Transferencia de la carga al apoyo propuesta por Mörsch en 1907 (Mörsch 1952)**

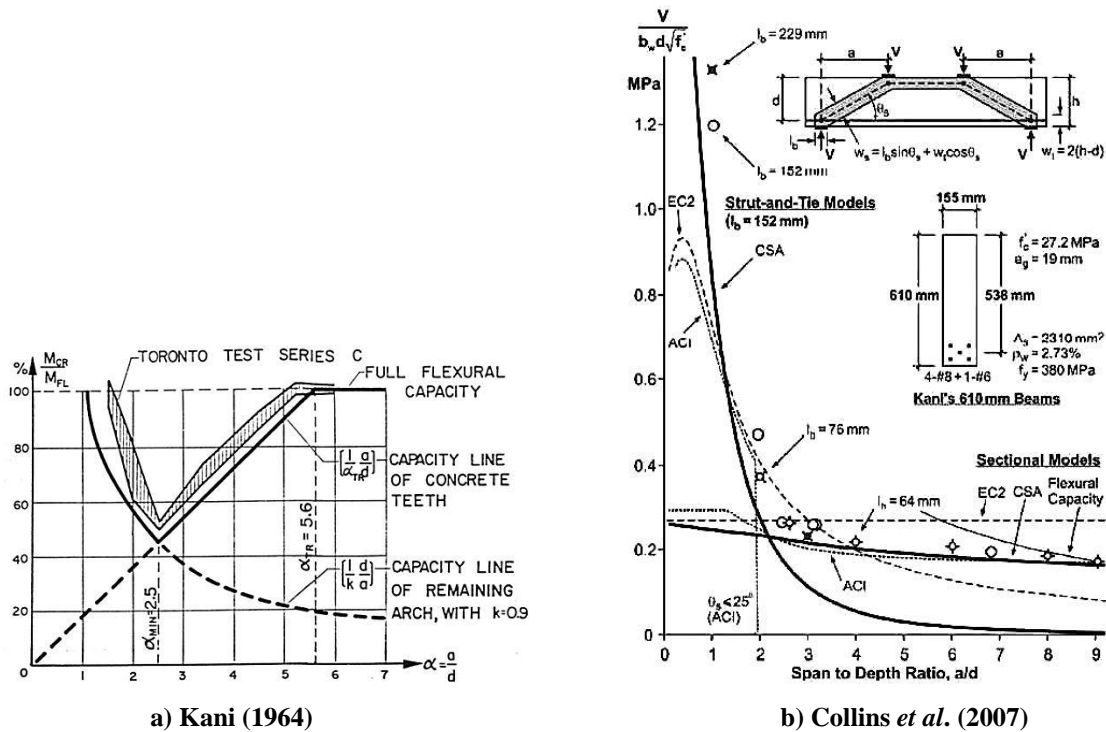
Es evidente que desde el inicio del estudio del concreto reforzado, Talbot y Mörsch ya tenían claros muchos conceptos (desafortunadamente, con el tiempo, malinterpretados u olvidados por la comunidad de ingenieros). No por nada, su trabajo fue el cimiento de las filosofías de diseño de Estados Unidos y Alemania, respectivamente. En el apéndice D se hace una explicación un poco más detallada de sus aportaciones, y también se demuestra que el modelo

de la figura 4.43-b fue objeto de una lamentable malinterpretación que, de manera sorprendente, fue adoptada por el Committee 445 (1998).

A partir de los resultados de un cuidadoso programa experimental, Kani (1964) identificó los mecanismos resistentes de las trabes prismáticas *sin* refuerzo transversal. En particular, definió dos mecanismos a los que llamó de “arco” y de “viga”. Kani (1964) demostró con trabes prismáticas simplemente apoyadas sometidas a dos cargas concentradas, que el predominio de ellos depende del cociente del claro de cortante entre el peralte efectivo de la sección ( $a/d$ ). Como el mecanismo de arco se asocia con la transmisión directa de la carga al apoyo, se puede decir que con esta aportación Kani formalizó las observaciones pioneras de Talbot y Mörsch.

La gráfica mostrada en la figura 4.44-a es original de Kani (1964), y en la literatura técnica se le conoce como el “Valle de Kani”. En el eje vertical se indica el momento flexionante al centro del claro en el instante de la falla ( $M_{CR}$ ) normalizado por el momento resistente en la misma sección ( $M_{FL}$ ). En el eje horizontal se tiene la relación  $a/d$ .

Con base en sus resultados, Kani (1964) determinó que en la relación  $a/d = 2.5$  se ubica la frontera que divide el predominio de los mecanismos de arco y de viga. Para relaciones tales que  $1 \leq a/d \leq 2.5$ , el mecanismo que predomina es el de arco, y si la relación es mayor a este límite, pero menor a seis, gobierna el de viga ( $2.5 < a/d < 5.6$ ). En cocientes  $a/d \geq 5.6$  ya no se debe esperar una falla por cortante, si no por flexión.



**Figura 4.44 Comportamiento de vigas prismáticas sin estribos en función del cociente  $a/d$**

La figura 4.44-b fue presentada por Collins *et al.* (2007), y muestra los resultados experimentales de Kani (1964) expresados en función del cortante de falla normalizado. En la figura se compara la resistencia experimental contra la que se obtiene empleando un modelo de armadura de puntal directo y métodos seccionales. En ambos casos, se utilizaron las recomendaciones de los reglamentos de Estados Unidos, Europa y Canadá (ACI, EC2 y CSA, respectivamente). En el reporte del Committee 445 (1998) se dispone de una figura similar, pero menos detallada.

De la figura 4.44-b, es evidente que la frontera que divide la aplicación del modelo de puntal directo de los métodos seccionales yace dentro del intervalo  $2 \leq a/d \leq 2.5$ . Esto confirma las observaciones de Kani (1964) sobre el mecanismo de arco. Atendiendo esta información, no sorprende que algunos ingenieros e investigadores defiendan la idea de que el modelo de puntal directo sólo es válido en travesas sin refuerzo transversal que satisfacen la relación  $a/d \leq 2$  (por ejemplo, Rogowsky y MacGregor 1983, Reineck 1991, Muttoni *et al.* 1997).

Asimismo, la figura 4.44-b también valida las restricciones originales del método estándar por secciones del reglamento ACI 318 que incorpora una contribución del concreto (“Committee 326” 1962/a/b):

1. En travesas en las que  $a > 2d$ , el método no es válido dentro de una distancia  $d$  medida desde cualquier extremo del claro de cortante.
2. Si  $0.75d \leq a \leq 2d$ , el método solamente es válido en la sección ubicada a la mitad del claro de cortante.
3. En caso que  $a \leq 0.75d$ , el método no se puede aplicar.

Estas limitantes dejan en claro que la contribución del concreto únicamente es viable en secciones alejadas de los apoyos o cargas concentradas. En otras palabras, la contribución del concreto no aplica en las zonas que Schlaich *et al.* (1987) denominaron regiones D. Por lo tanto, y a manera de definición:

La contribución del concreto es una resistencia exclusiva del mecanismo de viga, por lo que sólo es válida en elementos con regiones B. Por ello, no es correcto suponer que en elementos sólo formados por regiones D exista dicha contribución, pues la carga se transmite directamente al apoyo según el mecanismo de arco.

Aceptando esta definición, es apropiado preguntarse si existen modelos de armadura que expliquen la resistencia a cortante en travesas sin refuerzo transversal para relaciones  $a/d > 2$  y, de existir, si tienen alguna relación convincente con el mecanismo de viga.

#### **4.7.2 Contribución del concreto explicada con modelos de armadura**

Después del trabajo de Kani (1964), Fenwick y Paulay (1968) realizaron un estudio experimental y analítico del que concluyeron que la trabazón del agregado puede ser responsable de hasta un sesenta por ciento de la resistencia que aporta el mecanismo de viga (figura 4.45). También determinaron que en travesas sin refuerzo transversal, los mecanismos de

arco y viga tienen zonas predominantes dentro del claro de cortante (figura 4.46): el de arco en la cercanía de apoyos y cargas, y el de viga en medio de ellas.

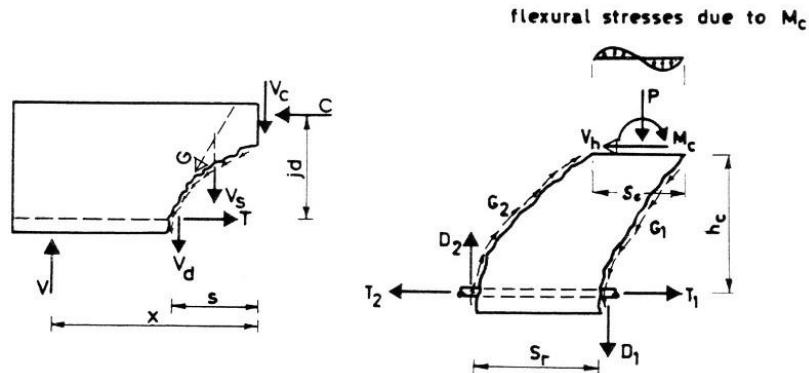


Figura 4.45 Fuerzas involucradas en el mecanismo de viga sugerido por Fenwick y Paulay (1968)

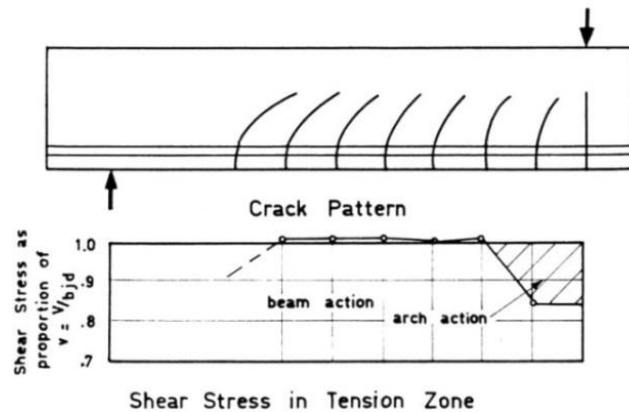


Figura 4.46 Mecanismos de arco y viga en el claro de cortante según Fenwick y Paulay (1968)

Fenwick y Paulay (1968) no cuantificaron la extensión de los mecanismos de viga y arco en el claro de cortante, esta labor la hicieron posteriormente Schlaich *et al.* (1987), quienes les dieron el nombre de regiones B y D, respectivamente. También a Schlaich y colaboradores se les puede atribuir la primera explicación de la contribución del concreto de las regiones B mediante un modelo de armadura.

La figura 4.47 fue presentada por Schlaich *et al.* (1987), y en ella se muestra una región B con grietas que tienen una inclinación inicial ( $\alpha$ ) mayor que la supuesta en el modelo de armadura plástica ( $\theta$ ). Con el aumento de la carga, el agrietamiento se extiende y *disminuye* su inclinación hasta tener el ángulo  $\theta$  que “activa” el mecanismo de armadura.

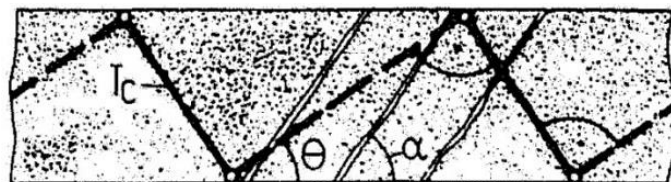
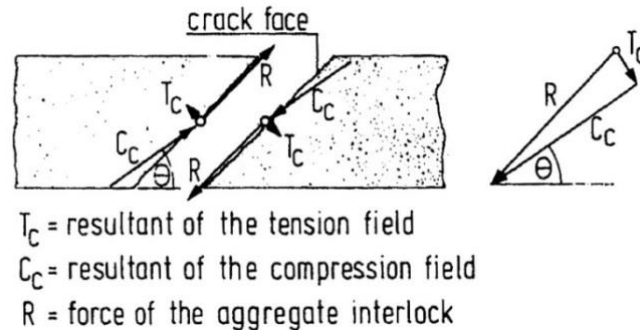


Figura 4.47 Modelo de armadura con puntales de concreto (Schlaich *et al.* 1987)

De acuerdo con Schlaich *et al.* (1987), entre el primer agrietamiento diagonal y el mecanismo de armadura plástica, es decir, en el intervalo donde las grietas *rotan* de un ángulo inicial  $\alpha$  a uno final  $\theta$ , parte de la resistencia a cortante es aportada por la trabazón del agregado en la entrecara del agrietamiento. Esta trabazón genera una fuerza tangencial a la grieta ( $R$ ) que, por conveniencia, Schlaich *et al.* (1987) descompusieron en una de compresión ( $C_c$ ) inclinada un ángulo  $\theta$  y en otra de tensión ( $T_c$ ) perpendicular (figura 4.48).



**Figura 4.48 Proyección de la fuerza debida a la trabazón del agregado (Schlaich *et al.* 1987)**

Con este artificio, Schlaich *et al.* (1987) justificaron un modelo con puntales y *tensores* de concreto perpendiculares (figura 4.47). El modelo es válido para el ángulo  $\alpha < \theta$ , lo que significa que se desvanece cuando las grietas por cortante tienen la inclinación que justifica al modelo de armadura plástica (desaparece la trabazón del agregado y la resistencia que aporta). Antes de que desaparezca la armadura con tensores de concreto, el alma está sometida a un estado biaxial de esfuerzos; al desaparecer, el alma queda en compresión uniaxial, se forma el mecanismo de armadura plástica, y el elemento desarrolla su máxima capacidad si fue provisto con una cantidad suficiente de estribos.

En el párrafo anterior se ha tratado de simplificar cómo Schlaich *et al.* (1987) explicaron la transición de un estado no agrietado a uno agrietado, y porqué los estribos usualmente no trabajan como lo supone el modelo de armadura clásica de Mörsch ( $\theta = 45^\circ$ ).

Es claro que Schlaich *et al.* (1987) dieron una explicación alternativa para la contribución del concreto implícita en el reglamento ACI 318 (“Committee 326” 1962/a/b). No obstante, al final, no recomendaron el uso de la resistencia que aportan los tensores de concreto. Lo anterior, ya que: i) no le tenían confianza a la poca resistencia a tensión del concreto y, ii) enfatizaron que la resistencia máxima de una viga se obtiene con el modelo de armadura plástica. Por ello, insistieron en proveer siempre a las vigas con refuerzo transversal.

No obstante, el modelo de Schlaich *et al.* (1987) confirma que la contribución del concreto es exclusiva de las regiones B, y que puede explicarse con modelos de armadura con *tensores* de concreto. En otras palabras, el modelo de Schlaich *et al.* (1987) invalida el uso de armaduras de puntal directo en trabes con relaciones  $a/d > 2$  (por ejemplo, los propuestos por Muttoni y Fernández Ruiz 2008).



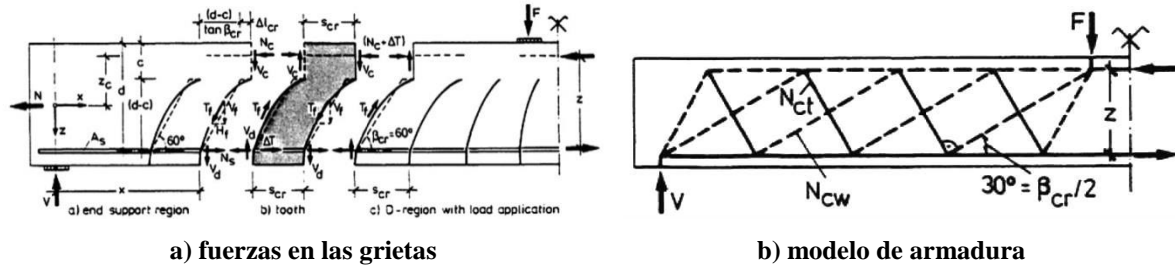


Figura 4.49 Modelo de armadura con fricción en las grietas propuesto por Reineck (1991)

La propuesta de Schlaich *et al.* (1987) motivó la elaboración de otros más “refinados”. En el apéndice E se presenta el análisis de algunos de ellos (Muttoni y Schwartz 1991, Reineck 1991, Al-Nahlawi y Wight 1992, Zhang 1994, Nielsen 1999, Muttoni y Fernández Ruiz 2008).

La conclusión más importante de esa revisión, es que aún no existe un modelo de armadura capaz de explicar completa y satisfactoriamente la contribución del concreto en travesas esbeltas sin refuerzo transversal. Sólo se recomienda el modelo de Reineck (1991), ya que es una versión extendida del modelo de Schlaich *et al.* (1987). El resto son inconsistentes o involucran aspectos bastante cuestionables.

Este panorama explica que, a la fecha, el cálculo de la resistencia a cortante de las travesas esbeltas sin refuerzo transversal, se realice con ecuaciones semiempíricas. De ellas, la más popular es la del reglamento ACI 318 que data de hace cincuenta años (“Committee 326” 1962/a/b). En esta categoría también se pueden incluir los métodos basados en la teoría modificada de los campos de compresión (Collins y Mitchell 1986, Collins *et al.* 1996, “NCHRP 549” 2005, Bentz *et al.* 2006, Sigrist *et al.* 2013) y el que se basa en la grieta crítica por cortante (Muttoni y Fernández Ruiz 2008).

#### 4.7.3 Efecto del mecanismo de armadura en la contribución del concreto

En la sección 4.4 se desarrollaron ecuaciones de diseño para la región B de travesas acarteladas con refuerzo transversal usando un modelo de armadura plástica. Se demostró que al considerar un ángulo de acartelamiento nulo ( $\alpha = 0$ ), éstas se reducen a la solución conocida para travesas prismáticas.

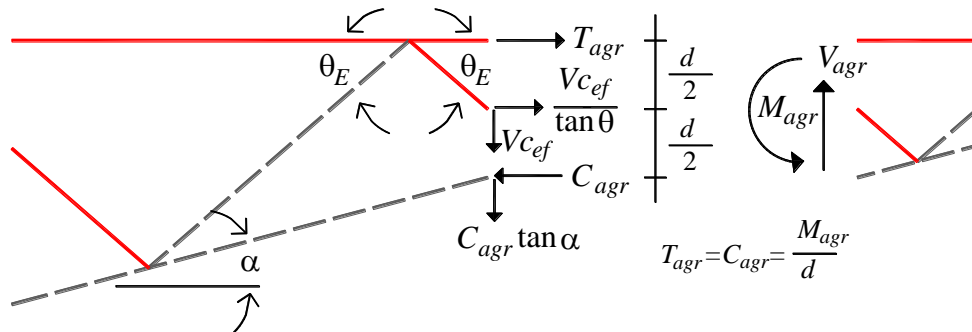
Asimismo, en la sección 4.7.2 se expuso el modelo de armadura de Schlaich *et al.* (1987) con el que explicaron la contribución del concreto. Este modelo privilegia la resistencia que aporta la trabazón del agregado entre el primer agrietamiento diagonal y el que justifica al modelo de armadura plástica. Posteriormente, Reineck (1991) elaboró otro mucho más sofisticado sustentado en campos de esfuerzo elásticos. No obstante, y por diferentes motivos, ni Schlaich *et al.* (1987) ni Reineck (1981) le dieron una aplicación práctica o directa a sus aportaciones.

Se tiene la convicción de que si el modelo de armadura plástica: 1) esboza el flujo de fuerzas en la región B de una travesa con refuerzo transversal y, 2) permite obtener ecuaciones de diseño, entonces la solución de una armadura con tensores de concreto sirve también para tales propósitos en travesas sin refuerzo transversal.

Si la armadura con tensores de concreto de Schlaich *et al.* (1987) se limita al intervalo elástico, puede representar el estado de esfuerzos biaxiales hasta la aparición de la falla por tensión diagonal. Aceptando esta hipótesis, al modelo se le pueda dar el nombre de armadura *elástica* y debe proporcionar información interesante sobre la contribución del concreto. Lo que suceda entre el agrietamiento por tensión diagonal y: a) el colapso de una trabe sin estribos o, b) la formación de la armadura plástica con refuerzo transversal, es algo que para el cálculo de la resistencia no tiene mucha relevancia.

El lector no se debe confundir, sólo se trata de tener homogeneizadas a la contribución del concreto y la del acero de refuerzo transversal, para explicar de manera congruente la resistencia a cortante en travesas esbeltas.

Vale la pena mencionar, que usar dos armaduras conceptualmente diferentes: una para la contribución de concreto (elástica) y otra para la del acero de refuerzo (plástica), se opone al pensamiento de Ferguson *et al.* (1988), quienes sugirieron que un mecanismo de armadura para travesas sin estribos, es idéntico al de una con estribos ¡pero sin estribos! Para el autor de esta tesis, esto es una paradoja, pues solamente con estribos se puede tener un mecanismo de armadura plástica.



**Figura 4.50 Modelo de armadura elástica para una región B sin refuerzo transversal**

En la figura 4.50 se muestra una armadura elástica válida para la región B de una trabe acartelada sin refuerzo transversal. El modelo está inspirado en el propuesto por Schlaich *et al.* (1987) para travesas de sección constante, pero ignora cualquier fuerza de fricción en la entrecara de las grietas diagonales pues está limitado al intervalo elástico. Al igual que el modelo de armadura plástica resuelto en la sección 4.4, se ha supuesto que la cuerda longitudinal inclinada trabaja en compresión. Como es costumbre, los elementos en compresión están representados con líneas discontinuas.

Para identificar las fuerzas que intervienen en el mecanismo resistente, al modelo se le hizo un corte vertical sobre un tensor inclinado. El corte se realizó en este elemento, ya que el agrietamiento por tensión diagonal sólo puede ocurrir en un campo de esfuerzo en tensión.

Las demandas en la sección son  $M_{agr}$  y  $V_{agr}$ , es decir, el momento y el cortante al instante del agrietamiento diagonal, respectivamente. Estas demandas son resistidas por las fuerzas del modelo de armadura que se indican en la cara opuesta al corte ( $T_{agr}$ ,  $C_{agr}$  y  $V_{c_{ef}}$ ).

Para homologar los resultados con los de la armadura plástica (sección 4.4), el corte se ha hecho en la sección dentro del tablero de armadura en la que el tensor divide en dos partes iguales el peralte efectivo. De esta manera, las componentes ortogonales asociadas al campo de tensión diagonal actúan en  $d/2$ .

La demanda de momento ( $M_{agr}$ ) se resiste por el par interno que produce la tensión de la cuerda horizontal ( $T_{agr}$ ), y la componente horizontal de la cuerda inclinada comprimida ( $C_{agr}$ ). Por geometría, la componente vertical de la cuerda inclinada tiene un valor  $C_{agr} \tan \alpha$ , donde  $\alpha$  es el ángulo de acartelamiento.

El tensor inclinado que cruza el tablero de armadura se descompone en dos fuerzas ortogonales:

- a. Una componente vertical ( $V_{c_{ef}}$ ), que es la demanda de cortante *efectivo* en el alma. En traves acarteladas con refuerzo transversal, esta componente se ha denominado  $V_{ef}$ ; sin embargo, aquí se ha adicionado la letra “c” para enfatizar su relación con la contribución del concreto.
- b. Una componente horizontal que por geometría tiene un valor  $V_{c_{ef}} / \tan \theta_E$ , donde  $\theta_E$  es el ángulo de inclinación del tensor de concreto que representa un campo de esfuerzo elástico.

Al plantear el equilibrio del sistema de fuerzas mostrado en la figura 4.50, se obtienen las ecuaciones 4.50 a 4.52.

$$\begin{aligned} \sum F_x &= 0 \\ T_{agr} + \frac{V_{c_{ef}}}{\tan \theta_E} - C_{agr} &= 0 \end{aligned} \tag{4.50}$$

$$\begin{aligned} \sum F_y &= 0 \\ V_{agr} - V_{c_{ef}} - C_{agr} \tan \alpha &= 0 \end{aligned} \tag{4.51}$$

$$\begin{aligned} \sum M_{T_{agr}} &= 0 \\ M_{agr} + \frac{V_{c_{ef}}}{\tan \theta_E} \left( \frac{d}{2} \right) - C_{agr}(d) &= 0 \end{aligned} \tag{4.52}$$

Se puede demostrar que si en las ecuaciones 4.50 a 4.52 se efectúan las operaciones indicadas en la sección 4.4 para resolver la armadura plástica, las demandas de cortante efectivo ( $V_{c_{ef}}$ ), tensión ( $T_{agr}$ ) y compresión ( $C_{agr}$ ) en la armadura elástica, son las indicadas en las ecuaciones 4.53 a 4.55.

$$V_{C_{ef}} = \frac{V_{agr} - \frac{M_{agr}}{d} \tan \alpha}{1 + \frac{\tan \alpha}{2 \tan \theta_E}} \quad (\text{modelo de armadura elástica}) \quad 4.53$$

$$C_{agr} = \frac{M_{agr}}{d} + \frac{V_{agr} - \frac{M_{agr}}{d} \tan \alpha}{2 \tan \theta_E - \tan \alpha} \quad 4.54$$

$$T_{agr} = \frac{M_{agr}}{d} - \frac{V_{agr} - \frac{M_{agr}}{d} \tan \alpha}{2 \tan \theta_E - \tan \alpha} \quad 4.55$$

El primer resultado importante de esta solución, es que la *demanda* de cortante efectivo (ecuación 4.53) es menor de la que predice la teoría de la flexión (ecuación 4.56) y la armadura plástica (ecuación 4.57). Como se discute más adelante, esto se debe a que las cuerdas longitudinales son afectadas de manera diferente en ambos modelos de armadura.

$$V_{C_{ef}} = V_{agr} - \frac{M_{agr}}{d} \tan \alpha \quad (\text{teoría de la flexión}) \quad 4.56$$

$$V_{ef} = \frac{V - \frac{M}{d} \tan \alpha}{1 - \frac{\tan \alpha}{2 \tan \theta}} \quad (\text{modelo de armadura plástica}) \quad 4.57$$

Al sustituir  $\tan \alpha = 0$  en las ecuaciones 4.53 a 4.55, se obtiene la solución del modelo de armadura elástica para la región B de una trabe prismática sin refuerzo transversal (ecuaciones 4.58 a 4.60). En la ecuación 4.58 se ha eliminado el subíndice “*ef*” pues éste es exclusivo de las trabes acarteladas.

$$V_c = V_{agr} \quad (\text{sección constante}) \quad 4.58$$

$$C_{agr} = \frac{M_{agr}}{d} + \frac{V_{agr}}{2 \tan \theta_E} \quad (\text{sección constante}) \quad 4.59$$

$$T_{agr} = \frac{M_{agr}}{d} - \frac{V_{agr}}{2 \tan \theta_E} \quad (\text{sección constante}) \quad 4.60$$

Las ecuaciones 4.59 y 4.60 muestran algo que, a reserva de contar con mayor información a futuro, es novedoso, es decir, que de acuerdo con el modelo de armadura elástica, las demandas por cortante en las cuerdas longitudinales tienen un comportamiento inverso del que indica el modelo de armadura plástica. En otras palabras, la demanda en el bloque de

compresión es mayor, y en el acero de refuerzo longitudinal menor, de lo que dicta la teoría de la flexión. Desde el punto de vista académico esto es importante, pues las reglas de detallado para travesas con y sin estribos, se han propuesto suponiendo la demanda en el acero longitudinal de tensión de un modelo de armadura plástica con  $\theta = 45^\circ$  (por ejemplo, MacGregor y Wight 2005, Wang *et al.* 2007).

Aún más inquietante, es que el modelo de armadura elástica indica que el bloque de compresión está más demandado de lo normalmente supuesto ( $C_{agr} = M_{agr}/d$ ), por lo que su participación en la resistencia a cortante debe ser mayor a lo acostumbrado después del agrietamiento diagonal. Asimismo, como la demanda en la cuerda de tensión es menor de lo aceptado ( $T_{agr} = M_{agr}/d$ ), probablemente la contribución del concreto que se sustenta en la resistencia a tensión del concreto está sobrestimada (un análisis detallado de esta situación se presenta en el apéndice C).

El modelo de armadura elástica sugiere que, en el instante del agrietamiento diagonal, la carga asociada con la contribución del concreto es “transferida” al bloque de compresión no agrietado. En otras palabras, que la trabazón del agregado no tiene importancia sustancial en la resistencia a cortante en elementos tipo viga-columna. Sin duda, esto apoya la filosofía original del reglamento ACI 318 (ecuación 4.61), la cual considera al bloque de compresión no agrietado como la parte importante de la resistencia a cortante del concreto (“Committee 326” 1962/b).

$$V_c = 0.53\sqrt{f'_c} bd; \quad (\text{kg, cm}) \quad (\text{sección constante, Reglamento del ACI}) \quad \mathbf{4.61}$$

Por comparación, vale la pena señalar que los métodos de diseño afines a la teoría modificada de los campos de compresión, han cambiado constantemente sus reglas para determinar la demanda de tensión con la que se debe calcular la contribución del concreto en travesas con y sin estribos (Collins y Mitchell 1986, Collins *et al.* 1996, Bentz *et al.* 2006). Otras debilidades de estos métodos fueron expuestas por Gesund (2000) y Lee (2000).

Asimismo, el método recomendado por Muttoni y Fernández-Ruiz (2008), basado en ancho de la grieta crítica, tiene consideraciones oscuras y poco realistas para cuantificar la demanda de tensión que se requiere en el cálculo de la resistencia a cortante de travesas sin estribos.

Finalmente, el modelo de armadura elástica explica la redistribución de fuerzas que ocurre en una travesa en el instante que se presenta el agrietamiento diagonal, es decir, pasar súbitamente de las demandas de la armadura elástica, a las de una armadura plástica.

#### **4.7.4 Contribución del concreto en travesas acarteladas**

Por usos y costumbres, la contribución del concreto se resta del diagrama de cortante y la diferencia es tomada con acero de refuerzo transversal. Esto obliga un cambio de formato en la ecuación 4.53, es decir, convertir una ecuación que estima la *demand*a, en una que calcule *resistencia*. Este tratamiento también fue requerido en la sección 4.4 para la contribución del refuerzo transversal.



$$L_{AB} = \sqrt{(x^2 + d^2)} \quad \mathbf{4.65}$$

Por razones que se comentan con detalle en la sección 4.7.5, se supuso que el ángulo de inclinación del campo de esfuerzo elástico es  $\theta_E = 45^\circ$ . Si se acepta que la grieta idealizada por cortante es perpendicular a dicho campo de esfuerzo, su proyección horizontal es igual al peralte efectivo de la trabe ( $x = d$ ), y el valor de  $L_{AB}$  se reduce al indicado en la ecuación 4.66.

$$L_{AB} = 1.41d \quad \mathbf{4.66}$$

Al sustituir la ecuación 4.66 en la ecuación 4.64, el valor de  $M_{agr}$  se determina con la ecuación 4.67.

$$M_{agr} = f_{tef} b d^2 \quad \mathbf{4.67}$$

Para Nielsen (1999), el esfuerzo efectivo de tensión ( $f_{tef}$ ) se obtiene afectando la resistencia a tensión del concreto ( $f_t$ ) por varios factores de eficiencia ( $\nu$ ). En este trabajo sólo se tomó en cuenta el factor  $\nu = 0.6$  (ecuación 4.68), pues es análogo al que se utiliza en la construcción del bloque de compresión equivalente del reglamento ACI 318 para estimar la resistencia a flexión ( $\nu = 0.85$ ). No se hicieron las reducciones adicionales recomendadas por Nielsen por motivos que se comentan más adelante.

La resistencia a tensión del concreto ( $f_t$ ) se puede suponer igual a la resistencia de un cilindro sometido a compresión diametral (prueba brasileña). De acuerdo con el reglamento ACI 318, ésta se puede estimar con la ecuación 4.69. Al tomar en cuenta el factor de eficiencia  $\nu = 0.6$ , la resistencia efectiva a tensión tiene el valor indicado en la ecuación 4.70.

$$f_{tef} = \nu f_t = 0.6 f_t \quad \mathbf{4.68}$$

$$f_t = 1.78 \sqrt{f'_c}; \quad (\text{kg cm}) \quad (\text{prueba brasileña ACI 318}) \quad \mathbf{4.69}$$

$$f_{tef} = 0.6 f_t = 1.07 \sqrt{f'_c}; \quad (\text{kg cm}) \quad \mathbf{4.70}$$

La resistencia efectiva a tensión mostrada en la ecuación 4.70, es prácticamente la misma que recomendó Vecchio (sin denominarla *efectiva*) para obtener “buenas” predicciones en el modelado no lineal de trabes sin refuerzo transversal (Vecchio y Shim 2004). Por esta razón, y a que Nielsen (1999) generalmente abusa de los factores de eficiencia para justificar sus modelos, en esta tesis solamente se utilizó el factor  $\nu = 0.6$ . En los apéndices E y F se comentan algunas controversias sobre los factores de eficiencia que Nielsen y sus colaboradores han recomendado.

Finalmente, y con base en la ecuación 4.70, el momento asociado al agrietamiento diagonal se puede calcular con la ecuación 4.71.

$$M_{agr} = 1.07\sqrt{f'_c}bd^2; \quad (\text{kg, cm}) \quad \mathbf{4.71}$$

Al sustituir la ecuación 4.71 en la ecuación 4.62, y después de algunas manipulaciones algebraicas, se obtienen las ecuaciones 4.72 y 4.73. Ambas fórmulas cuantifican la contribución del concreto conforme a un modelo de armadura elástica en cualquier sección que pertenezca a una región B de una trabe acartelada. Esta resistencia debe ser mayor o igual a la demanda ( $V$ ) en trabes sin refuerzo transversal. La ecuación 4.72 aplica cuando el peralte y el momento crecen en la misma dirección, y la ecuación 4.73 cuando crecen en sentido contrario.

$$V_{cTA} = 0.53\sqrt{f'_c}bd[1 + 2.5\tan\alpha] \geq V; \quad (\text{kg, cm}) \quad \mathbf{4.72}$$

$$V_{cTA} = 0.53\sqrt{f'_c}bd[1 - 1.5\tan\alpha] \geq V; \quad (\text{kg, cm}) \quad \mathbf{4.73}$$

$$V_{cTA} = 0.53\sqrt{f'_c}bd[1 \pm 2\tan\alpha] \geq V; \quad (\text{kg, cm}) \quad (\text{versión simplificada}) \quad \mathbf{4.74}$$

Alternativamente, puede utilizarse la ecuación 4.74. Esta ecuación es una versión simplificada y conservadora que omite el efecto de la armadura elástica (apéndice C). En ella, el signo positivo dentro del paréntesis aplica cuando el peralte y el momento crecen en el mismo sentido y viceversa.

$$V_{cTA} = 0.67\sqrt{f'_c}bd[1 \pm 1.7\tan\alpha] \geq V; \quad (\text{kg, cm}) \quad (\text{Debaiky y El - Niema 1982}) \quad \mathbf{4.75}$$

$$V_{cTA} = 0.5\sqrt{f'_c}bd[1 \pm 1.35\tan\alpha] \geq V; \quad (\text{kg, cm}) \quad (\text{Tena - Colunga et al. 2008}) \quad \mathbf{4.76}$$

En las ecuaciones 4.75 y 4.76 se presentan las propuestas de Debaiky y El-Niema (1982) y Tena-Colunga *et al.* (2008) para cuantificar la contribución del concreto; es evidente el parecido que tienen con las ecuaciones desarrolladas en este trabajo. Dado que las primeras fueron elaboradas con ajustes estadísticos de datos experimentales, se tiene la convicción que la aportación analítica de esta tesis no debería requerir refinamiento adicional.

Las ecuaciones 4.72 a 4.74 permiten incorporar la contribución del concreto en un diseño *sección por sección*. Sin embargo, la propuesta de esta tesis no estará completa si no se elabora una ecuación que permita incluir la contribución del concreto en diseños basados en la *sección crítica*.

En la tabla 4.2 se mostraron varias fórmulas para cuantificar la sección crítica en trabes acarteladas. No obstante, y por congruencia con la contribución del refuerzo transversal recomendada en esta tesis, se ha preferido especificarla a partir de un modelo de armadura elástica.



#### 4.7.5 Sección crítica elástica en traves prismáticas

En la sección 4.6.2 se presentó una definición formal y original de la sección crítica por cortante para traves prismáticas *con* refuerzo transversal. La definición es congruente con la que propone el reglamento ACI 318, y compatible con el diseño escalonado que promueve la teoría de la plasticidad del concreto y la teoría de los campos de compresión (en el capítulo ocho se discuten las inconsistencias del diagrama escalonado más popular en la literatura técnica). Como esta sección crítica se sustentó en un modelo de comportamiento mecánico, se pudo extrapolar sin dificultad a las traves acarteladas con refuerzo transversal (sección 4.6.3). La experiencia justificó hacer un intento para lograr estos objetivos en traves *sin* estribos.

El estado del arte demuestra que existen métodos que difieren del reglamento ACI 318 para el cálculo de la contribución del concreto. Para los fines de este trabajo, fueron de interés: 1) los que consideran implícita o explícitamente una sección crítica por cortante o, 2) los que utilizan modelos de armadura que incorporan tensores de concreto. Se hizo una preselección de trabajos, y al final sólo se consideraron los más influyentes, originales o representativos de las diferentes escuelas de diseño. Las propuestas analizadas fueron la de Schlaich *et al.* (1987), Kotsovos (1988 y 1990), Reineck (1991), Muttoni y Schwartz (1991), Kim y White (1991), Al-Nahlawi y Wight (1992), Zhang (1994), Nielsen (1999), Zararis y Papadakis (2001), Zararis (2003), Choi *et al.* (2007), Choi y Park (2007) y Muttoni y Fernández Ruiz (2008).

Puntualmente, estas publicaciones se analizaron para:

- 1) determinar su congruencia con las limitantes de la contribución del concreto impuestas por el Committee 326 (1962/a/b),
- 2) valorar su afinidad con las regiones B-D sugeridas por Schlaich *et al.* 1987 (regiones B y D elásticas),
- 3) establecer alguna relación mecánica entre la sección crítica y la contribución del concreto que involucran y,
- 4) relacionar la sección crítica inherente al método con un modelo de armadura elástica.

El análisis de los trabajos referidos permitió llegar las siguientes conclusiones (apéndices E y F):

- i. A la fecha no existe un modelo de armadura *genérico* para traves “esbeltas” sin refuerzo transversal, como lo es la armadura plástica para las traves con estribos. Sin embargo, esto no impide explicar la contribución del concreto con esta técnica, es decir, que puntales y tensores de concreto modelen los esfuerzos elásticos presentes antes del agrietamiento diagonal (por ejemplo, Schlaich *et al.* 1987 y Reineck 1991).
- ii. La contribución del concreto y la sección crítica por cortante sólo aplican en traves con una relación  $a/d > 2$  (“Committee 326” 1962/a/b), es decir, elementos con una sección B definida con métodos elásticos (Schlaich *et al.* 1987). Ésta es una condición necesaria y obligatoria para que ambos parámetros estén correctamente asociados al mecanismo de viga exclusivo de las regiones B.

- iii. Una vez que se presenta el agrietamiento por tensión diagonal en la región B, la contribución del concreto depende del bloque de compresión no agrietado (“Committee 326” 1962/a/b). Por lo tanto, es un error (conceptual) suponer que en traveses con una relación  $a/d \leq 2$  exista tal contribución. En otras palabras, ni el agrietamiento de una región D, ni la resistencia que aporta el mecanismo de arco, se pueden relacionar con la contribución del concreto que recomienda el reglamento ACI 318.
- iv. La armadura con tensores de concreto es un mecanismo de transición entre el estado no agrietado y el agrietado que justifica a la armadura plástica (Schlaich *et al.* 1987, Reineck 1991). Si se limita la primera al intervalo elástico, explica el flujo de fuerzas asociado a la contribución del concreto (armadura *elástica*).
- v. Así como se definió una sección crítica *plástica* con un modelo de armadura plástica, también se puede definir una sección crítica *elástica* con un modelo de armadura elástica. Por congruencia, la última también deben pertenecer a una región B.
- vi. La frontera entre las regiones B y D asociadas a la contribución del concreto, se ubica a no menos de un peralte efectivo del apoyo o de las cargas, pero no más allá de dos peraltes efectivos (Schlaich *et al.* 1987, Reineck 1991, Kim y White 1991, Zhang 1994).

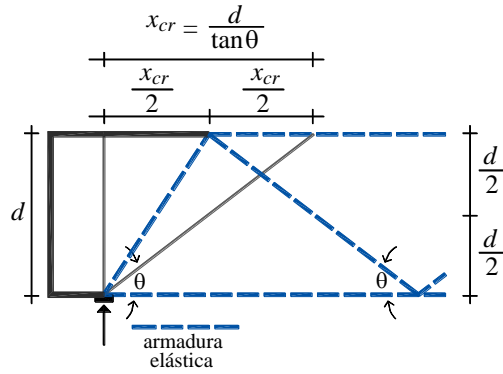
Los incisos anteriores sólo permiten proponer un *detalle* de modelo de armadura elástica para explicar la sección crítica en traveses “esbeltas” sin refuerzo transversal. Se tiene la convicción que elaborar un modelo genérico para traveses con  $a/d > 2$ , sin incurrir en inconsistencias fuertes como las identificadas en el apéndice E, es tema de otra tesis doctoral.

La transición que se alude en el inciso iv obliga a que haya alguna semejanza entre el modelo de armadura elástica y el de armadura plástica. Dicho de otra forma, ambas armaduras deben tener algunos elementos comunes.

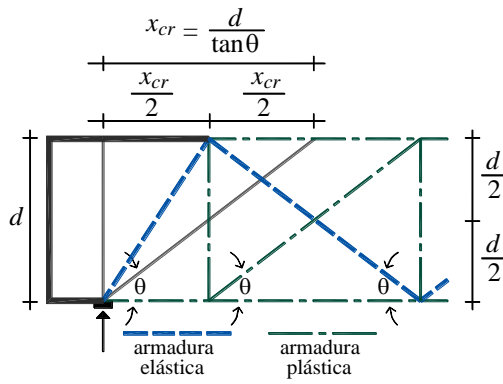
Con base en los incisos iii y iv, la contribución del concreto se relaciona, *grosso modo*, con la finalización del intervalo elástico del alma del elemento, es decir, el agrietamiento por tensión diagonal es un indicador de que los esfuerzos principales de tensión en el alma han superado totalmente la resistencia efectiva a tensión del concreto -lo que no necesariamente significa que las cuerdas longitudinales estén trabajando en el intervalo no lineal-. Finalmente, los incisos v y vi limitan el detalle del modelo de armadura a una longitud no mayor a dos peraltes del apoyo o carga concentrada.

En la figura 4.52 se presenta un *detalle* de armadura que satisface los requisitos mencionados. En ella, es evidente la compatibilidad entre dos mecanismos resistentes *no simultáneos* (el primero elástico y segundo plástico), que se obtiene al seguir las siguientes instrucciones:

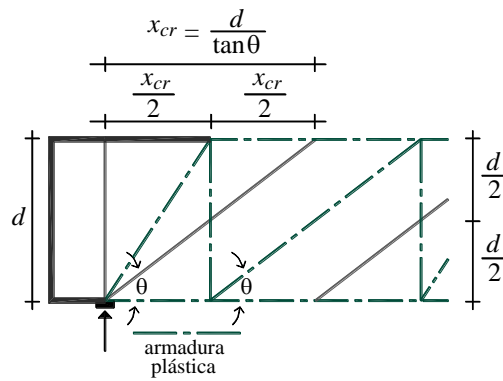
- ✓ En el apoyo colocar un puntal idéntico al que se pondría en un modelo de armadura plástica de una trabe con estribos considerando un campo de compresión diagonal con inclinación  $\theta$ .
- ✓ En el extremo superior del puntal del apoyo, conectar un tensor de concreto con una inclinación  $\theta$ . Este tensor se conecta en su extremo inferior con: 1) la cuerda longitudinal de tensión y, 2) un puntal perpendicular a él mismo.



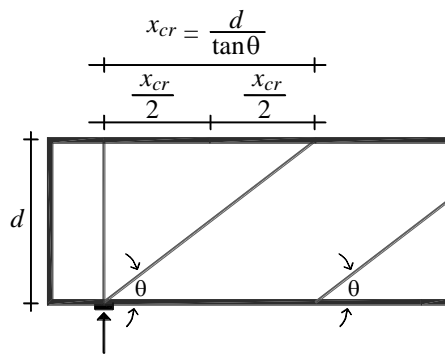
a) armadura elástica (detalle)



b) transición de armaduras



c) armadura plástica



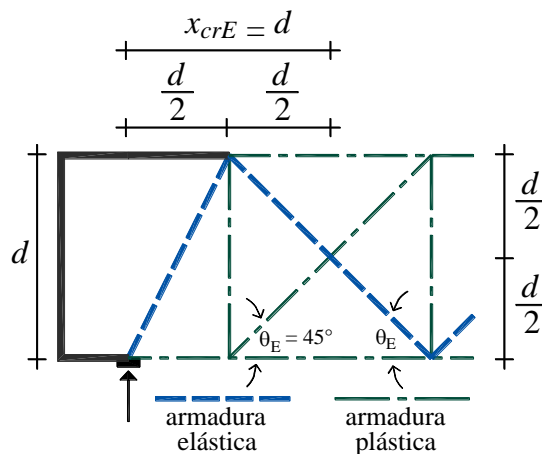
d) campos de esfuerzo (plásticos)

Figura 4.52 Transición de la armadura elástica a la armadura plástica indicando la sección crítica

En la figura 4.52 se muestra la correlación entre el *detalle* de armadura elástica propuesto y la armadura plástica de ángulo variable. En la transición de ambos modelos tal vez exista alguna resistencia que aporte la trabazón del agregado, sin embargo, en ninguno de los dos casos es una aportación realista que deba ser considerada para fines de diseño en elementos tipo viga-columna. Por conveniencia se eligió una trabe simplemente apoyada, pero el concepto es válido en condición de continuidad (capítulo cinco).

Queda claro en la figura 4.52 que la sección crítica *elástica* coincide con la sección crítica *plástica*. Por increíble que parezca, la situación genera un conflicto. Esto se debe a que en la sección 4.6.2 se demostró que la extensión de una región D plástica no forzosamente es la que sugirieron Schlaich *et al.* (1987), es decir, una determinada con análisis elásticos, pero, por otra parte, en esta sección se ha hecho énfasis que la contribución del concreto debe respetar las regiones B-D definidas por Schlaich y colaboradores.

El dilema se resuelve atendiendo una de las consideraciones del Committee 326 (1962/a/b) sobre la falla por tensión diagonal. De acuerdo con el Committee 326, el agrietamiento diagonal comienza a una profundidad de medio peralte en la sección ubicada una distancia de un peralte efectivo del apoyo. De hecho, la noción original de la sección crítica por cortante proviene de esta definición (González y Robles 2006, Wang *et al.* 2007).



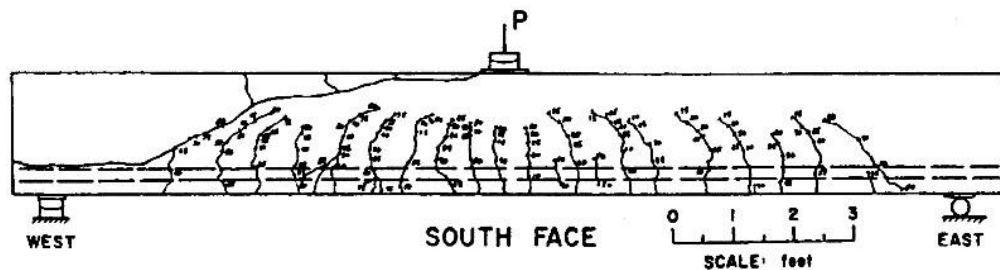
**Figura 4.53 Ubicación recomendada de la sección crítica elástica**

$$x_{crE} = \frac{d}{\tan \theta_E} = \frac{d}{\tan 45^\circ} = d \tag{4.77}$$

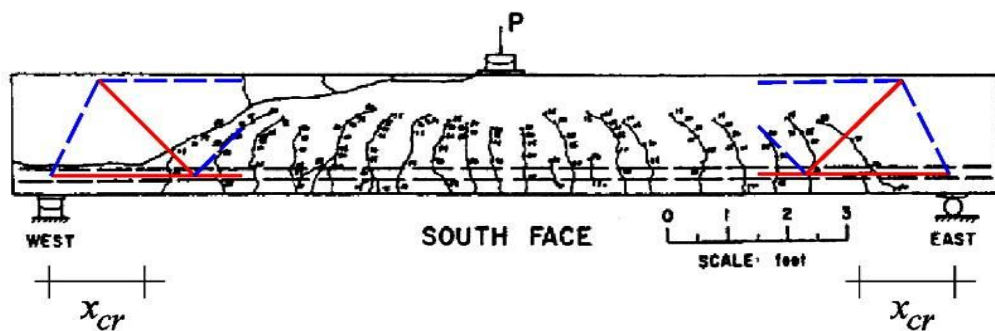
Para ser consistentes con esta idea, el ángulo con el que se debe construir el detalle del modelo de armadura elástica es  $\theta_E = 45^\circ$  (figura 4.53). Al proceder de esta forma también se satisface la extensión de las regiones B-D definidas por Schlaich *et al.* (1987), así como el hecho que el primer agrietamiento diagonal se relaciona con la orientación de los esfuerzos principales elásticos que dicta la Mecánica de Materiales (por ejemplo, Mörsch 1909 y 1952, Talbot 1909).

Cabe señalar, que esta propuesta no entra en conflicto con la explicación clásica del cortante de la mayoría de los libros de texto (por ejemplo, Park y Paulay 1975, Ferguson *et al.* 1988, MacGregor y Wight 2005, González y Robles 2006, Wang *et al.* 2007), ni con el reglamento ACI 318. Lo anterior, ya que, en ambos casos, parten o toman en cuenta el reporte del Committee 326 (1962/a/b).

Se hace notar que al utilizar los ángulos  $\theta = 45^\circ$  y  $\theta_E = 45^\circ$  en las armaduras plástica y elástica, respectivamente, se satisface la hipótesis del reglamento ACI 318 respecto a que la sección crítica en traves con y sin refuerzo transversal tienen la misma ubicación, es decir, a un peralte efectivo del apoyo (ACI 318 11).



a) original (Bresler y Scordelis 1963)



b) detalle de modelo de armadura indicando la ubicación de la sección crítica

**Figura 4.54 Ruptura del tensor de concreto en la sección crítica en viga prismática ( $a/d \approx 4.9$ )**

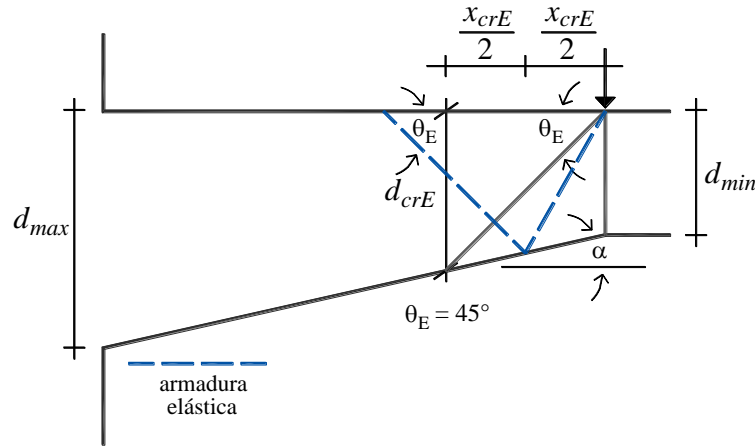
Finalmente, y a manera de definición, la sección crítica por cortante relacionada con la contribución del concreto, se ubica a una distancia de un peralte efectivo del apoyo ( $d$ ) y es la frontera entre las regiones B y D elásticas. En dicha sección el tensor de concreto adyacente al apoyo se rompe en su longitud media debido a la grieta de tensión diagonal (figura 4.54).

#### 4.7.6 Sección crítica elástica en traves acarteladas

De la misma manera que en las secciones 4.6.2 y 4.6.3 en traves con estribos, la definición de la sección crítica elástica en traves prismáticas presentada en la sección anterior, puede aplicarse en traves acarteladas de concreto reforzado sin refuerzo transversal.

En la figura 4.55 se muestra la implantación de la armadura elástica en vigas acarteladas. Al igual que en las traves con estribos, se ha seleccionado el extremo del peralte mínimo de la cartela pues en esa zona aparece el primer agrietamiento diagonal (Debaiky y El-Niema 1982, MacLeod y Houmsi 1994, Tena-Colunga *et al.* 2008, Nghiep 2009).

En el apéndice C se demuestra que la ecuación 4.78 cuantifica la distancia crítica ( $x_{crE}$ ) entre el peralte mínimo y el peralte crítico elástico ( $d_{crE}$ ), y que la ecuación 4.79 determina el valor de este último. En la ecuación 4.79 se ha impuesto un límite superior al peralte crítico para garantizar que pertenezca a la región B (útil para la revisión de estructuras existentes).



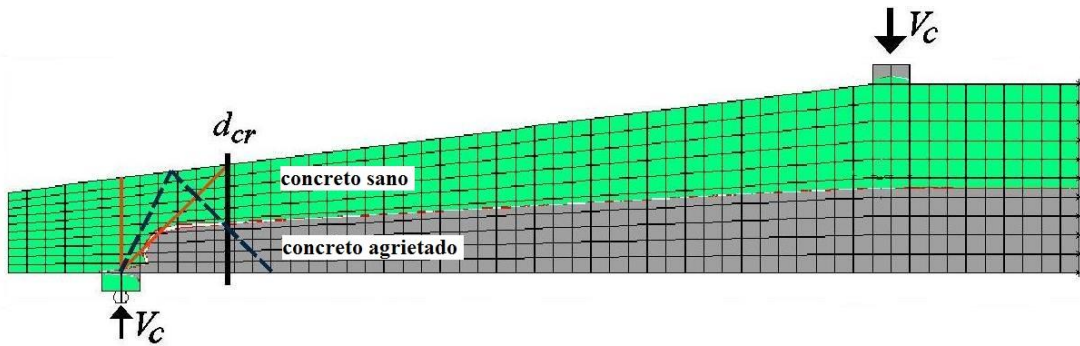
**Figura 4.55 Sección crítica elástica en traves acarteladas**

$$x_{crE} = \frac{d_{min}}{\tan\theta_E - \tan\alpha} = \frac{d_{min}}{1 - \tan\alpha} \quad 4.78$$

$$d_{crE} = \left[ \frac{d_{min}}{1 - \frac{\tan\alpha}{\tan\theta_E}} \leq d_{max} \left( 1 - \frac{\tan\alpha}{\tan\theta_E} \right) \right] = \left[ \frac{d_{min}}{1 - \tan\alpha} \leq d_{max} (1 - \tan\alpha) \right] \quad 4.79$$

Por la relación que existe entre la armadura plástica y el detalle de armadura elástica propuesto en este trabajo (figura 4.52), las ecuaciones 4.78 y 4.79 son numéricamente iguales a las que describen la sección crítica de traves con refuerzo transversal para  $\theta = 45^\circ$  (ecuaciones 4.41, 4.42 y 4.46). Sin embargo, no debe olvidarse que las primeras trabajan con un ángulo  $\theta$  restringido a cierto intervalo ( $26.6^\circ \leq \theta \leq 45^\circ$ ), y las segundas son para el caso específico  $\theta_E = 45^\circ$ .

La calibración de esta propuesta, y su comparación con otras previas, es la misma que se hizo con el peralte crítico plástico usando el ángulo  $\theta = 45^\circ$ . El lector interesado puede consultar la sección 4.6.5 para conocer los pormenores (figura 4.39-a).



**Figura 4.56** Relación entre el detalle de armadura elástica y resultados con elementos finitos elásticos

En la figura 4.56 se muestra un modelo de elementos finitos elásticos para una trabe con  $a/d_{max} = 4$  cargada con la contribución del concreto calculada con el método riguroso (en este caso, ecuación 4.72). Las características generales del modelo se presentan en el apéndice B. Con base en un criterio ingenieril se ha identificado el concreto sano y el agrietado por flexión y cortante (apéndice C). Al modelo se le ha superpuesto un detalle de armadura elástica para identificar la posición de la sección crítica, donde se observa que: 1) la posición del peralte crítico queda fuera de la zona disturbada adyacente al apoyo y, 2) en la sección crítica se intersecta la frontera entre el concreto sano y agrietado, y la longitud media del tensor de concreto donde se ha supuesto la falla por tensión diagonal. Este resultado apoya las hipótesis que sustentan la sección crítica de trabes sin refuerzo transversal esbeltas. En el apéndice C se muestran los resultados en trabes acarteladas con otras proporciones.

Por último, el que las ecuaciones 4.78 y 4.79 den el mismo resultado para la ubicación y el tamaño del peralte crítico cuando no se activa el límite superior ( $x_{crE} = d_{crE} = d_{min}/1 - \tan \alpha$ ), es un indicador de lo robusto que es el detalle de armadura elástica recomendado. Lo anterior, ya que en trabes prismáticas, como en acarteladas, el valor del peralte crítico elástico es igual a la distancia entre el punto de referencia y su ubicación.

#### 4.8 RESUMEN DEL MÉTODO PROPUESTO

En las secciones precedentes se desarrollaron dos métodos de diseño por cortante para trabes acarteladas de concreto reforzado. Uno de ellos permite realizar el diseño *sección por sección*, y el otro hacerlo en función de una *sección crítica*. En su elaboración, fue premisa sustentar las variables involucradas con un modelo de comportamiento mecánico creíble. En este trabajo se optó por modelos de armadura, y no se hizo ningún ajuste estadístico con datos experimentales. Los métodos le dan prioridad a la contribución del acero de refuerzo transversal, sin embargo, se puede incorporar una contribución del concreto que también está sustentada en un modelo de armadura.

En congruencia con la filosofía adoptada en esta tesis doctoral, la propuesta sólo es válida en la región B de la cartela. En el capítulo cinco se presentan recomendaciones para el diseño y detallado de las regiones D.

### 4.8.1 Restricciones

Antes de realizar el diseño por cortante, es necesario conocer si los métodos recomendados son aplicables. En otras palabras, se debe tener certeza de que en la cartela se pueda desarrollar una región B.

Para que esto sea posible, la longitud de la cartela ( $l_c$ ) debe satisfacer la ecuación 4.80, donde  $d_{min}$  y  $d_{max}$  son los peraltes mínimo y máximo de la cartela respectivamente,  $\alpha$  el ángulo de acartelamiento y  $\theta$  el ángulo del campo de compresión diagonal que se supone igual a la inclinación del agrietamiento por cortante.

$$l_c \geq \frac{d_{min}}{\tan\theta - \tan\alpha} + \frac{d_{max}}{\tan\theta} \quad (\text{formación de región B plástica}) \quad 4.80$$

Con base en el análisis de pruebas experimentales, se recomienda que el ángulo de acartelamiento esté dentro del intervalo indicado en la ecuación 4.81 (Tena-Colunga *et al.* 2008, Archundia-Aranda *et al.* 2013). Por su parte, el ángulo de inclinación del campo de compresión diagonal debe satisfacer el intervalo sugerido en la ecuación 4.82.

$$3^\circ \leq \alpha \leq 9^\circ \quad (\text{ángulo de acartelamiento}) \quad 4.81$$

$$26.6^\circ \leq \theta \leq 45^\circ \quad (\text{ángulo del campo de compresión diagonal}) \quad 4.82$$

Para la revisión de elementos existentes se recomienda usar  $\theta = 45^\circ$ . Esto ya que es muy probable que el elemento haya sido diseñado conforme a las recomendaciones de algunos libros de texto que, a su vez, se apoyan en el diseño por secciones del reglamento del ACI 318 para traves prismáticas. Otra opción válida es la propuesta de Tena-Colunga *et al.* (2008), es decir  $\theta = 45^\circ - \alpha$ , pero teniendo cuidado de no violar el límite inferior de la ecuación 4.82.

El modelo de armadura plástica es un mecanismo resistente en el que en las regiones B existe una fuerte interacción entre el cortante ( $V$ ) y el momento flexionante ( $M$ ). Por ello, y para realizar un diseño congruente, las demandas en las cuerdas de tensión ( $T$ ) y de compresión ( $C$ ) deben ser cuantificadas con las ecuaciones 4.83 y 4.84, en las que  $d$  es el peralte efectivo de cualquier sección de la región B de la cartela, y el resto de las variables son conocidas.

$$T = \frac{M}{d} + \frac{V \pm \frac{|M|}{d} \tan\alpha}{2 \tan\theta - \tan\alpha} \quad 4.83$$

$$C = \frac{M}{d} - \frac{V \pm \frac{|M|}{d} \tan\alpha}{2 \tan\theta - \tan\alpha} \quad 4.84$$



En las ecuaciones 4.83 y 4.84, el signo positivo del numerador del segundo sumando a la derecha de la igualdad, aplica cuando el peralte y el diagrama de momentos crecen en dirección opuesta, y el negativo cuando crecen en la misma dirección.

#### **4.8.2 Diseño por cortante sección por sección**

En el diseño a cortante *sección por sección*, la demanda de cortante efectivo ( $V_{ef}$ ) se cuantifica con la ecuación 4.85, y la resistencia que aporta el acero de refuerzo transversal ( $V_{sTA}$ ) con la ecuación 4.86. En ambas ecuaciones,  $V$  y  $M$  son el cortante y momento del análisis estructural o de un mecanismo de colapso respectivamente,  $d$  es el peralte efectivo de la sección,  $A_v$  el área de las ramas del refuerzo transversal,  $s$  su separación y  $f_{yw}$  su esfuerzo de fluencia. En la ecuación 4.85, el signo positivo del numerador aplica cuando el peralte y el diagrama de momentos crecen en dirección opuesta y viceversa.

$$V_{ef} = \frac{V \pm \frac{|M|}{d} \tan \alpha}{1 - \frac{\tan \alpha}{2 \tan \theta}} \quad 4.85$$

$$V_{sTA} = \frac{A_v f_{yw} d}{s(\tan \theta - \tan \alpha)} \geq V_{ef} \quad 4.86$$

Los denominadores de las ecuaciones 4.85 y 4.86 tienen significado físico. El de la ecuación 4.85 considera el aumento de la demanda de cortante efectivo debido a: i) el agrietamiento diagonal o, ii) la pérdida de adherencia del refuerzo longitudinal inclinado. El primer caso se presenta cuando el canto acartelado trabaja en compresión, y el segundo cuando trabaja en tensión. El denominador de la ecuación 4.86 toma en cuenta que la extensión del agrietamiento diagonal en la cartela es más extendido que en las travesas prismáticas.

Cuando se diseña de esta manera, el diseñador, por experiencia, escoge las secciones donde se debe hacer cumplir la ecuación 4.86.

#### **4.8.3 Diseño por cortante usando la sección crítica**

Otra forma de hacer el diseño por cortante es utilizando el concepto de la *sección crítica*. Cuando se opta por esta alternativa, el diseñador únicamente debe verificar que la resistencia calculada en la sección crítica sea mayor o igual a la máxima demanda de toda la cartela (generalmente la reacción del elemento). En este trabajo la ecuación de diseño es la mostrada en la ecuación 4.87, donde  $V_{TA}$  es el cortante resistente de la cartela,  $V_{sTA}$  la contribución del acero de refuerzo transversal que se calcula con la ecuación 4.88,  $M_{cr}$  el momento flexionante en la sección crítica, y  $d_{cr}$  el peralte de la sección crítica (ecuación 4.89).

Al peralte crítico se le ha impuesto un límite para garantizar su pertenencia a la región B. La utilidad de esta cota se limita a la revisión de elementos existentes, es decir, en travesas en las que no se espera el cumplimiento de la ecuación 4.80.

Al diseñar de esta manera, la demanda de cortante ( $V$ ) es la que resulta directamente del análisis estructural o de un mecanismo de colapso, es decir, la demanda de cortante efectivo que aparece en las ecuaciones 4.85 y 4.86 deja de ser explícita (su efecto se toma en cuenta en la resistencia).

$$V_{TA} = V_{sTA} \pm \frac{|M_{cr}|}{d_{cr}} \tan \alpha \geq V \quad 4.87$$

$$V_{sTA} = \frac{A_v f_{yw} d_{cr}}{s(\tan \theta - \tan \alpha)} \left( 1 - \frac{\tan \alpha}{2 \tan \theta} \right) \quad 4.88$$

$$d_{cr} = \frac{d_{min}}{1 - \frac{\tan \alpha}{\tan \theta}} \leq d_{max} \left( 1 - \frac{\tan \alpha}{\tan \theta} \right) \quad 4.89$$

Finalmente, como la ecuación 4.87 cuantifica *resistencia* y no *demanda*, ahora el signo positivo del término “ $|M_{cr}|/d_{cr}$ ” aplica cuando el peralte de la cartela y el diagrama de momentos crecen en la misma dirección, y el negativo cuando crecen en sentido contrario.

#### 4.8.4 Contribución del concreto

En esta tesis se le ha confiado al mecanismo de armadura plástica la resistencia e integridad estructural de las trabes con refuerzo transversal. No obstante, y para economizar el diseño, se puede tomar en cuenta la resistencia que proporciona el concreto. Esta resistencia se relaciona con la demanda de cortante que produce el agrietamiento por tensión diagonal, y es representativa de la resistencia en trabes sin estribos. Es importante dejar en claro que una trabe de concreto reforzado sin refuerzo transversal no es una solución estructural adecuada, por lo que siempre debe ser provista de por lo menos una cuantía mínima (Schlaich *et al.* 1987). También es importante destacar, que las mejores predicciones en los análisis forenses se obtienen cuando se toma en cuenta la contribución del concreto (sección 4.9 y capítulos cinco y siete).

$$l_{cE} \geq \frac{d_{min}}{1 - \tan \alpha} + d_{max} \quad (\text{formación de región B elástica}) \quad 4.90$$

$$l_{cE} \geq 2d_{max} \quad (\text{formación de región B elástica, versión simplificada}) \quad 4.91$$

Como la contribución del concreto está asociada a un *detalle* de armadura elástica, también se necesita verificar si el elemento puede alojar una región B. Esto sucede si la longitud de la cartela satisface la ecuación 4.90. Opcionalmente, se puede utilizar la ecuación 4.91 deducida con elementos finitos elásticos. Como regla general: una trabe que tiene una región B *plástica* para el intervalo  $26.6^\circ \leq \theta \leq 45^\circ$ , también tiene una región B *elástica* que permite incorporar automáticamente la contribución del concreto.

Para calcular la contribución del concreto se proponen dos opciones: una rigurosa y otra simplificada. El método riguroso *sección por sección*, incorpora el efecto del mecanismo de armadura elástica. En este caso las ecuaciones que se deben utilizar son las 4.92 y 4.93; la primera aplica cuando el peralte y el momento crecen en el mismo sentido, y la segunda cuando crecen en sentido contrario.

$$V_{cTA} = 0.53\sqrt{f'_c} bd[1 + 2.5 \tan \alpha]; \quad (\text{kg, cm}) \quad \mathbf{4.92}$$

$$V_{cTA} = 0.53\sqrt{f'_c} bd[1 - 1.5 \tan \alpha]; \quad (\text{kg, cm}) \quad \mathbf{4.93}$$

$$V_{cTA} = 0.53\sqrt{f'_c} bd[1 \pm 2 \tan \alpha]; \quad (\text{kg, cm}) \quad (\text{versión simplificada}) \quad \mathbf{4.94}$$

En la ecuación 4.94 se muestra la opción simplificada, la cual omite el efecto de armadura. En esta fórmula el signo positivo se debe utilizar cuando el peralte y el momento crecen en la misma dirección, y viceversa. En las ecuaciones 4.92 a 4.94  $f'_c$  es la resistencia del concreto,  $b$  el ancho de la sección y  $d$  es el peralte de cualquier sección de interés en la región B.

$$d_{crE} = \frac{d_{min}}{1 - \tan \alpha} \leq d_{max}(1 - \tan \alpha) \quad \mathbf{4.95}$$

Cuando se prefiera hacer el diseño utilizando el concepto de la *sección crítica*, en las fórmulas 4.92 a 4.94 se debe sustituir el peralte  $d$  por el valor del peralte crítico elástico de la cartela ( $d_{crE}$ ) que se obtiene con la ecuación 4.95.

#### **4.9 VALIDACIÓN DEL MÉTODO**

En este capítulo se han desarrollado dos métodos de diseño por cortante para la región B de trabes acarteladas de concreto reforzado sometidas a cortante constante. El primero permite hacer el diseño sección por sección, y el segundo, gracias al concepto de la sección crítica por cortante, requiere de una sola para diseñar toda la cartela.

Los métodos recomendados son consistentes con la mecánica clásica del concreto reforzado y están asociados a un modelo de comportamiento mecánico reconocido; en este caso, el modelo de armadura. En su elaboración no se recurrió a ningún tipo de ajuste estadístico de datos experimentales para justificar algún parámetro de diseño. Sin embargo, hasta no verificar el nivel predictivo de la propuesta de esta tesis doctoral, no se podrá hacer mayor recomendación de ella.

Desafortunadamente, en la literatura técnica no existen resultados experimentales de trabes acarteladas diseñadas con modelos de armadura o con el método de puntales y tensores (para el autor de este documento existen diferencias entre ambos, lo que se explicó en el capítulo uno). Por lo tanto, la verificación se hizo con la información disponible. Este ejercicio se realizó únicamente para el método que considera la sección crítica por cortante. Las razones de utilizar sólo este método son: 1) por la forma en que fue deducido, su validación aplica

automáticamente al diseño sección por sección, 2) es el formato más utilizado en la práctica profesional y, 3) se facilita la comparación contra otras propuestas.

La verificación está separada en dos grupos: traves con y sin refuerzo transversal. Todas ellas tienen un claro de cortante bien definido (traves con cargas concentradas). En las traves con refuerzo transversal se utilizaron los resultados experimentales de los siguientes trabajos:

- Las traves simplemente apoyadas de Debaiky y El-Niema (1982).
- Las traves simplemente apoyadas de El-Niema (1988).
- Las traves simplemente apoyadas de la serie R1 de Tena-Colunga *et al.* (2008).

Para verificar la contribución del concreto (resistencia a cortante de traves sin estribos), se utilizaron los resultados experimentales de los trabajos abajo indicados:

- Las traves en doble voladizo de MacLeod y Houmsi (1994).
- Las traves simplemente apoyadas de la serie R0 de Tena-Colunga *et al.* (2008).
- Las traves simplemente apoyadas de Rombach y Nghiep (2011).

Es importante mencionar, que la evaluación incluye tanto a las traves acarteladas ( $\alpha \neq 0^\circ$ ) como a las prismáticas de los trabajos mencionados ( $\alpha = 0^\circ$ ).

El análisis de las traves con refuerzo transversal se hizo en dos etapas: en la primera se consideró únicamente la contribución de los estribos ( $V_{sTA}$ ), y en la segunda ya se tomó en cuenta la contribución del concreto ( $V_{sTA} + V_{cTA}$ ). En ambos casos la resistencia calculada se normalizó al dividirla entre la resistencia medida en los experimentos ( $V_{exp}$ ). En las traves sin refuerzo transversal, solamente se calculó la contribución del concreto ( $V_{cTA}$ ) y se normalizó de la misma forma.

A diferencia de las propuestas anteriores, los métodos recomendados en esta tesis no sólo dependen del ángulo de acartelamiento ( $\alpha$ ), sino también del ángulo de inclinación del campo de compresión diagonal ( $\theta$ ). Por esta razón, es necesario medir el efecto de este parámetro en la predicción de la resistencia. En la evaluación se consideraron los valores  $\theta = 45^\circ$ ,  $\theta = 30^\circ$  y  $\theta = 45^\circ - \alpha$ .

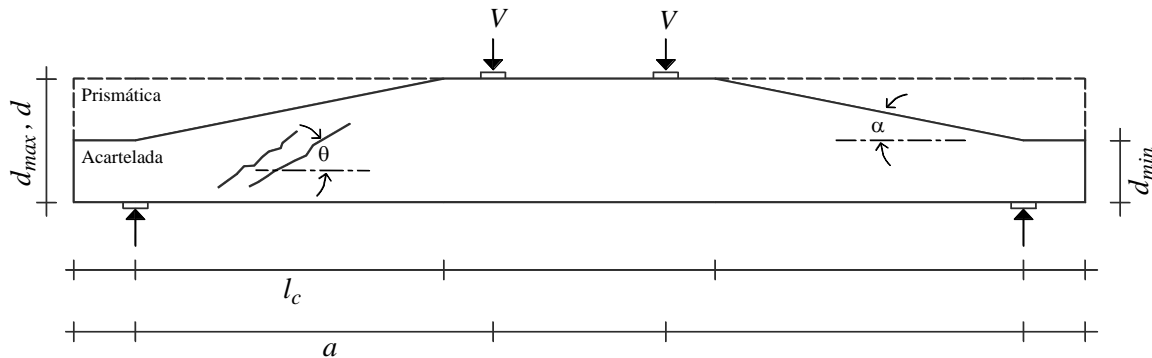
La selección del ángulo  $\theta = 45^\circ$  se atribuye a lo siguiente: 1) es el límite superior del intervalo recomendado en este trabajo para dicho parámetro, 2) es el ángulo involucrado en el modelo de armadura clásica y en el método estándar del reglamento ACI 318 para traves prismáticas y, 3) está implícito en las recomendaciones para el diseño a cortante de traves acarteladas en los libros de texto que incluyen estos elementos (por ejemplo, Park y Paulay 1975, Ferguson *et al.* 1988, MacGregor 1997, Nilson 1999).

Se escogió el ángulo  $\theta = 30^\circ$  pues es cercano al mínimo sugerido en esta tesis ( $\theta = 26.6^\circ$ ) y al que recomendaron Regan y Yu (1973), Stefanou (1983) y MacLeod y Houmsi (1994) para el diseño de las traves acarteladas ( $\theta = 34^\circ$ ). Además, es un ángulo muy utilizado en el diseño de

trabes prismáticas con modelos de armadura (Hsu 1993). El ángulo  $\theta = 45^\circ - \alpha$  fue recomendado en Tena-Colunga *et al.* (2008) para el cálculo de la resistencia a cortante en trabes acarteladas con y sin refuerzo transversal.

Se hicieron dos evaluaciones diferentes: en la primera se consideraron todos los elementos de los experimentos antes mencionados, pero, en la segunda, se hizo una depuración de la muestra. Esta depuración tuvo la finalidad de evaluar la capacidad de los métodos recomendados en esta tesis doctoral con elementos que se ajustan, *grosso modo*, a las hipótesis con las cuales fueron desarrollados; es decir, trabes que: 1) tuvieran regiones B (plásticas y elásticas) bien definidas y, 2) no perdieran rápidamente su rigidez inicial.

Para justificar la formación de la región B en el claro de cortante de las trabes con refuerzo transversal, se seleccionaron los elementos que satisfacen el requisito  $\lambda_p \geq 1$  (ecuaciones 4.96 y 4.97). El parámetro  $\lambda_p$  cuantifica la esbeltez plástica en trabes con claros de cortante bien definidos, y es una consecuencia natural de la recomendación de esta tesis sobre incluir el ángulo de inclinación del campo de compresión diagonal ( $\theta$ ) en la identificación de las regiones B de las trabes con estribos (sección 4.6.3). En el apéndice G se proporcionan los detalles de este parámetro de esbeltez, y en la figura 4.57 se muestran las variables que participan en su cálculo. En el capítulo ocho se demuestra que  $\lambda_p$  también es válido en tramos de vigas delimitados por cortante “nulo” sometidos a cargas distribuidas (combinación de cargas gravitacionales y sísmicas).



**Figura 4.57** Parámetros involucrados en el cálculo de la esbeltez

$$\lambda_p = \frac{l_c}{l_{RBP}} = \frac{l_c}{\frac{d_{min}}{\tan \theta - \tan \alpha} + \frac{d_{max}}{\tan \theta}} \quad (\text{trabe acartelada}) \quad 4.96$$

$$\lambda_p = \frac{a}{l_{RBP}} = \frac{a}{\frac{2d}{\tan \theta}} = \frac{a(\tan \theta)}{2d} \quad (\text{trabe prismática}) \quad 4.97$$

$$\lambda_E = \frac{l_c}{l_{RBE}} = \frac{l_c}{\frac{d_{min}}{1 - \tan \alpha} + d_{max}} \quad (\text{trabe acartelada}) \quad 4.98$$

$$\lambda_E = \frac{a}{l_{RBE}} = \frac{a}{2d} \quad (\text{trabe prismática}) \quad \mathbf{4.99}$$

$$\lambda_K = \frac{l_c}{d_{max}} \quad (\text{trabe acartelada}) \quad \mathbf{4.100}$$

$$\lambda_K = \frac{a}{d} \quad (\text{trabe prismática}) \quad \mathbf{4.101}$$

En las traves sin refuerzo transversal, la formación de una región B (elástica) se puede garantizar cuando se cumple que  $\lambda_E \geq 1$  o  $\lambda_K \geq 2$ , donde  $\lambda_E$  y  $\lambda_K$  se calculan con las ecuaciones 4.98 a 4.101. El parámetro  $\lambda_E$  es similar a  $\lambda_p$ , pero especializado para traves sin refuerzo transversal, y verifica la formación de una región B elástica asociada a un campo de esfuerzos principales elásticos con una inclinación  $\theta_E = 45^\circ$ . Por su parte, el parámetro  $\lambda_K$  fue deducido directamente de la recomendación de Kani (1964) para identificar el predominio de los mecanismos de viga y arco en una trabe sin refuerzo transversal. En el apéndice G se proporcionan detalles adicionales de estos parámetros de esbeltez.

De la muestra también se excluyeron las traves con un ángulo de acartelamiento mayor a nueve grados ( $\alpha \geq 9^\circ$ ). Lo anterior, ya que en Tena-Colunga *et al.* (2008) y Archundia-Aranda *et al.* (2013) se reportaron pérdidas importantes de rigidez en traves con acartelamientos superiores a nueve grados debido a un excesivo agrietamiento por cortante y adherencia (cargas monotónicas y reversibles, respectivamente).

#### **4.9.1 Validación en traves con refuerzo transversal**

En las tablas 4.3 a 4.5 se reportan las predicciones obtenidas en las traves con refuerzo transversal. En esas tablas el ángulo de acartelamiento positivo indica que el peralte de la trabe y el diagrama de momentos crecen en la misma dirección, y cuando es negativo que lo hacen en sentido contrario. De los resultados se desprenden los siguientes comentarios generales:

- Las predicciones en las muestras depuradas fueron mejores que en las muestras completas, siendo más notorio en la desviación estándar que en el promedio. Este resultado sugiere que los métodos propuestos en esta tesis responden positivamente a las hipótesis con las que fueron desarrollados, es decir, caracterizan la resistencia a cortante de una región B. Por este motivo, los comentarios subsecuentes se harán con base en los resultados obtenidos en las muestras depuradas.
- Como era de esperarse, la predicción con el ángulo  $\theta = 45^\circ$  fue muy conservadora (tabla 4.3). Lo anterior, ya que la aportación del acero de refuerzo transversal ( $V_{sTA}$ ) fue en promedio el 45% de la resistencia medida en los experimentos. Sin embargo, mejoró notablemente cuando se incluyó la contribución del concreto ( $V_{cTA}$ ), pues se pronosticó el 80% de la resistencia observada.

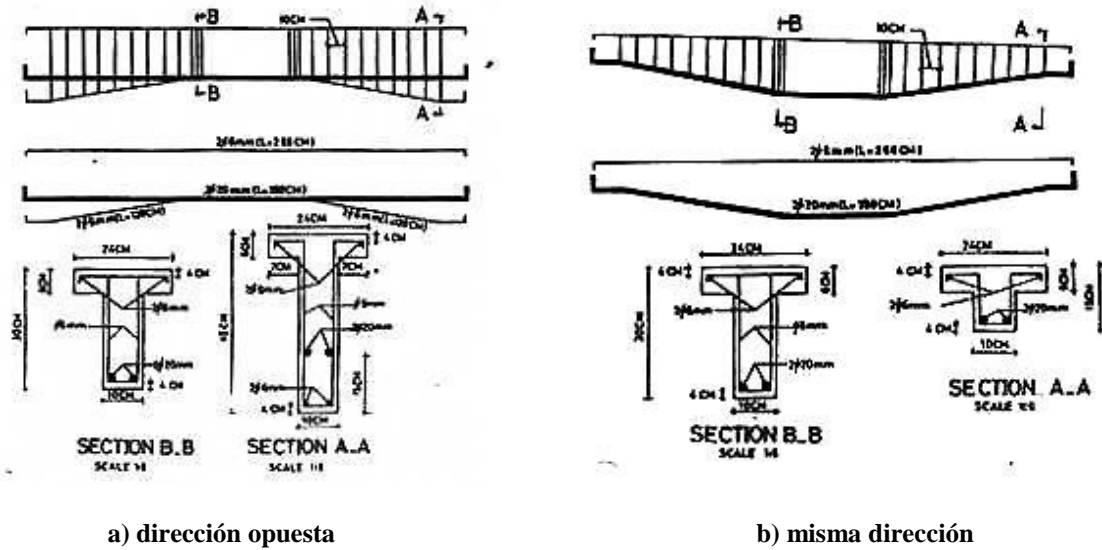
Es de llamar la atención, que la dispersión de las predicciones para este ángulo ( $\pm 17\%$ ) permite satisfacer el teorema del límite inferior de la teoría de la plasticidad, el cual exige que los resultados de un modelo de armadura sean conservadores (Muttoni *et al.* 1997, Nielsen 1999). Con base en estos resultados, se recomienda hacer la revisión de elementos existentes utilizando el ángulo  $\theta = 45^\circ$  e incluir la contribución del concreto.

- Las predicciones con el ángulo  $\theta = 30^\circ$  deben interpretarse con cuidado (tabla 4.4). Lo anterior, ya que aunque la resistencia promedio de la contribución del acero fue prácticamente la medida en los experimentos ( $V_{sTA}/V_{exp} = 1$ ), su dispersión no fue pequeña ( $\pm 31\%$ ). Esta combinación puede favorecer una sobrestimación de la resistencia a cortante en la revisión de elementos existentes. De hecho, cuando se incorporó la contribución del concreto, la predicción quedó francamente del lado de la inseguridad (36% mayor a la medida en laboratorio). Esto no quiere decir que el ángulo  $\theta = 30^\circ$  sea inadecuado para el diseño de nuevos elementos, sólo que no es segura para fines de evaluación.
- En la tabla 4.5 se muestran los resultados obtenidos con un ángulo  $\theta = 45^\circ - \alpha$ . Con este criterio, las predicciones fueron aceptables para la contribución del acero (61% de la resistencia medida) y mejoraron notablemente cuando se tomó en cuenta la contribución del concreto (97% de la resistencia observada). Aunque la dispersión de las predicciones no fue pequeña, fue menor a la obtenida con  $\theta = 30^\circ$  y muy parecida a la reportada por el Committee 326 (1962/b) para justificar el método estándar para travesas prismáticas que aún prevalece en el reglamento ACI 318. Por ello, y al igual que el ángulo  $\theta = 45^\circ$ , también se recomienda su uso en la revisión de elementos existentes.

Al revisar minuciosamente las tablas 4.3 y 4.5, se observa que las menores desviaciones se presentaron en los elementos descritos en Tena-Colunga *et al.* (2008). Este comportamiento es más evidente en las muestras depuradas. La situación no debe sorprender, pues se trata de una comparación hecha contra resultados experimentales propios, y es común observarla en trabajos publicados en revistas de prestigio. Sin embargo, lo que es notable, es que los mejores promedios siempre se presentaron en los especímenes reportados por El-Niema (1988). Esta tendencia también se presentó en las comparativas presentadas en Tena-Colunga *et al.* (2008) donde se validó la propuesta de diseño semiempírica. Sin duda, esto debe tener una explicación.

Los experimentos de El-Niema (1988) fueron realizados con travesas prismáticas y acarteladas simplemente apoyadas con sección “T”. Por cada ángulo de acartelamiento se probaron travesas en las que el peralte y el momento flexionante crecen en la misma dirección y viceversa.

Sin embargo, lo que distingue a los ensayos de El-Niema (1988), es que las travesas en las que el peralte y el momento crecen en dirección opuesta fueron provistas de un armado longitudinal “especial”. Este armado se muestra en la figura 4.58-a, y consiste en prolongar las varillas del tramo central prismático en toda cartela hasta llegar al apoyo. En un trabajo anterior, El-Niema ya había observado que este arreglo proporciona un mejor comportamiento ante momento positivo al comparar contra otros arreglos del refuerzo longitudinal (Debaiky y El-Niema 1982).



a) dirección opuesta

b) misma dirección

Figura 4.58 Armados utilizados por El-Niema (1988) según la direccionalidad del crecimiento del momento y el peralte de la cartela

El refuerzo recomendado por El-Niema (1988) se le debe atribuir a Morsch (1952). De acuerdo con Morsch (1952), este armado, al que llamó “especial”, le proporciona a la cartela resistencia adicional a cortante cuando se presentan momentos positivos por carga gravitacional que hacen trabajar el canto acartelado en tensión (figura 4.59). En particular, la zona a la que Morsch protegía con este armado es la del vértice que se forma en la intersección con el tramo central prismático.

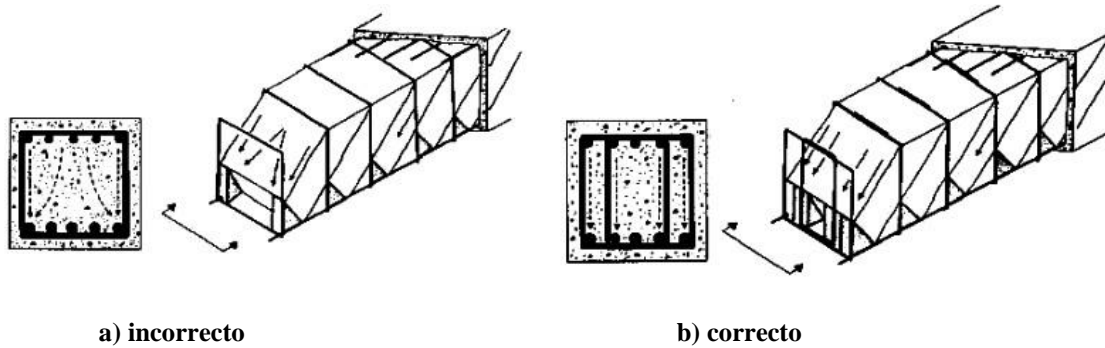


Figura 4.59 Armado especial recomendado por Morsch (1952) para mejorar el comportamiento ante momento positivo en las cartelas de trabes continuas

Otra situación a considerar, es que todas las trabes ensayadas por El-Niema (1988) contaban con estribos adicionales en el vértice de las cartelas (figura 4.58). Aunque El-Niema (1988) no proporcionó mayores detalles sobre este refuerzo adicional, Park y Paulay (1975) y Schlaich *et al.* (1987) ya habían indicado este requerimiento para evitar fallas prematuras por adherencia.

La bondad de este refuerzo adicional ya ha sido verificada en trabes acarteladas sometidas a cargas monotónicas (Tena-Colunga *et al.* 2008) y reversibles (Archundia-Aranda *et al.* 2013). Sin embargo, estos especímenes carecían de un detallado eficiente del refuerzo transversal (similar al de la figura 4.60-a), por lo que es de esperarse aún mejores resultados si las barras longitudinales intermedias tienen un soporte lateral como el mostrado en la figura 4.60-b.





**Figura 4.60** Detallado del refuerzo transversal para darle soporte al acero longitudinal interior y garantizar la formación del mecanismo de armadura plástica (Anderson y Ramírez 1989)

Con base en estos argumentos, se puede decir que las buenas predicciones en las trabes ensayadas por El-Niema (1988) se deben al excelente detallado que contaban para contrarrestar los efectos indeseables que pueden presentarse en las cartelas, es decir: i) que el acero longitudinal inclinado trabaje en tensión, ii) que el peralte y el momento flexionante crezcan en dirección opuesta y, iii) la presencia de fuerzas de desvío generadas por el cambio de dirección del acero longitudinal en el vértice de las cartelas.

En el apéndice G se presenta un análisis detallado de cómo se comportan las predicciones mostradas en las tablas 4.3 a 4.5, en función de los parámetros estructurales que gobiernan la resistencia a cortante, y se dan recomendaciones adicionales para obtener una estimación confiable.

Para respaldar el nivel predictivo de la propuesta de diseño de esta tesis, se hizo una comparación contra el método recomendado en Tena-Colunga *et al.* 2008 (tabla 4.6). La comparación se hizo solamente contra este método porque: 1) éste proporcionó las mejores predicciones al cotejar contra otros existentes para una base de datos con cartelas trabajando en su condición más desfavorable (cuando el peralte y el momento crecen en dirección contraria) y, 2) ambas tienen una definición explícita para la sección crítica por cortante. Para hacer una comparación justa, se utilizó el ángulo  $\theta = 45^\circ - \alpha$  en el método de esta tesis. Esta comparación confronta la mejor propuesta de diseño semiempírica por secciones desarrollada alrededor de la contribución del concreto, contra una que privilegia la contribución del acero de refuerzo transversal con ecuaciones obtenidas de un modelo de comportamiento mecánico.

Los resultados mostrados en la tabla 4.6 indican que, para esa muestra, el método semiempírico presentado en Tena-Colunga *et al.* (2008) proporciona mejores predicciones que el desarrollado a partir de un modelo mecánico. Sin embargo, las diferencias no son abismales si se toma en cuenta que: i) los especímenes considerados tienen características que difieren sustancialmente de las hipótesis con las que se construyeron los modelos de armadura y, ii) varios parámetros del método presentado en Tena-Colunga *et al.* (2008) se ajustaron estadísticamente con esa base de datos. Estos argumentos permiten concluir que ambas formulaciones tienen una capacidad predictiva razonable y muy parecida.

**CAPÍTULO 4: PROPUESTA DE DISEÑO POR CORTANTE  
PARA TRABES ACARTELADAS**

**Tabla 4.3 Predicciones en trabes con refuerzo transversal.  $\theta = 45^\circ$**

Elemento	$\alpha$	Muestra completa			Muestra depurada	
		$V_{exp}$ (kg)	$V_{sTA}/V_{exp}$	$(V_{sTA} + V_{cTA})/V_{exp}$	$V_{sTA}/V_{exp}$	$(V_{sTA} + V_{cTA})/V_{exp}$
<b>Elementos de Debaiky y El-Niema (1982)</b>						
A1	0	7350	0.275	0.631	0.275	0.631
A2	9.46	5800	0.362	0.652	0.362	0.652
A3	4.76	7850	0.293	0.556	0.293	0.556
A4	-4.76	5130	0.269	0.726	0.269	0.726
A5	-9.46	5700	0.155	0.546	0.155	0.546
B1	0	6880	0.294	0.674	0.294	0.674
B2	0	8250	0.245	0.511	N/A	N/A
B3	12.1	6550	0.404	0.691	N/A	N/A
B4	16.7	10150	0.446	0.696	N/A	N/A
B5	-12.1	7850	0.090	0.344	N/A	N/A
B6	-16.7	10350	-0.166	-0.028	N/A	N/A
C1	0	7250	0.279	0.665	0.279	0.665
C2	9.46	7200	0.324	0.601	0.324	0.601
C3	4.76	5200	0.399	0.896	0.399	0.896
C4	-9.46	6100	0.124	0.554	0.124	0.554
C5	-4.76	5750	0.221	0.707	0.221	0.707
D1	0	8350	0.485	0.830	0.485	0.830
D2	0	7500	0.568	0.958	0.568	0.958
D3	9.46	6900	0.494	0.791	0.494	0.791
D4	9.46	5850	0.573	0.910	0.573	0.910
D5	-9.46	6500	0.508	0.898	0.508	0.898
D6	-9.46	7500	0.436	0.792	0.436	0.792
E1	-9.46	9500	0.125	0.417	0.125	0.417
E2	-4.76	7500	0.300	0.685	0.300	0.685
E3	0	6250	0.506	0.979	0.506	0.979
E4	9.46	4200	0.587	1.109	0.587	1.109
E5	4.76	5750	0.529	1.038	0.529	1.038
F1	-9.46	6700	0.514	0.836	0.514	0.836
F2	-9.46	7050	0.473	0.777	0.473	0.777
F3	9.46	4400	0.700	1.096	0.700	1.096
F4	9.46	4550	0.682	1.061	0.682	1.061
F5	0	6750	0.622	0.974	0.622	0.974
F6	0	6250	0.672	1.055	0.672	1.055
<b>Promedio</b>			<b>0.388</b>	<b>0.746</b>	<b>0.420</b>	<b>0.801</b>
<b>Desviación</b>			<b>0.196</b>	<b>0.242</b>	<b>0.170</b>	<b>0.190</b>
<b>Elementos de El-Niema (1988)</b>						
T1	9.46	5800	0.698	0.950	0.698	0.950
T2	4.76	6950	0.728	1.037	0.728	1.037
T3	0	7650	0.721	1.009	0.721	1.009
T4	-4.76	8800	0.534	0.767	0.534	0.767
T5	-9.46	9150	0.482	0.686	0.482	0.686
T1-1	9.46	4750	0.599	0.918	0.599	0.918
T2-2	4.76	6300	0.557	0.873	0.557	0.873
T3-3	0	7850	0.469	0.741	0.469	0.741
T4-4	-4.76	7400	0.386	0.669	0.386	0.669
T5-5	-9.46	7500	0.333	0.595	0.333	0.595
<b>Promedio</b>			<b>0.551</b>	<b>0.825</b>	<b>0.551</b>	<b>0.825</b>
<b>Desviación</b>			<b>0.138</b>	<b>0.153</b>	<b>0.138</b>	<b>0.153</b>
<b>Elementos de Tena-Colunga et al. (2008)</b>						
TASC $\alpha$ 0-R1	0	25000	0.403	0.742	0.403	0.742
TASC $\alpha$ 1-R1	-3.07	20000	0.389	0.723	0.389	0.723
TASC $\alpha$ 2-R1	-6.12	17000	0.320	0.662	0.320	0.662
TASC $\alpha$ 3-R1	-9.13	12000	0.320	0.708	0.320	0.708
TASC $\alpha$ 4-R1	-12.1	8000	0.319	0.704	N/A	N/A
<b>Promedio</b>			<b>0.350</b>	<b>0.708</b>	<b>0.358</b>	<b>0.709</b>
<b>Desviación</b>			<b>0.042</b>	<b>0.030</b>	<b>0.044</b>	<b>0.034</b>
<b>Todos</b>						
<b>Promedio</b>			<b>0.418</b>	<b>0.759</b>	<b>0.455</b>	<b>0.798</b>
<b>Desviación</b>			<b>0.187</b>	<b>0.214</b>	<b>0.165</b>	<b>0.173</b>

**CAPÍTULO 4: PROPUESTA DE DISEÑO POR CORTANTE  
PARA TRABES ACARTELADAS**

**Tabla 4.4 Predicciones en trabes con refuerzo transversal.  $\theta = 30^\circ$**

Elemento	$\alpha$	Muestra completa			Muestra depurada	
		$V_{exp}$ (kg)	$V_{sTA}/V_{exp}$	$(V_{sTA} + V_{cTA})/V_{exp}$	$V_{sTA}/V_{exp}$	$(V_{sTA} + V_{cTA})/V_{exp}$
<b>Elementos de Debaiky y El-Niema (1982)</b>						
A1	0	7350	0.477	0.833	0.477	0.833
A2	9.46	5800	0.721	1.011	0.721	1.011
A3	4.76	7850	0.547	0.811	0.547	0.811
A4	-4.76	5130	0.649	1.105	N/A	N/A
A5	-9.46	5700	0.425	0.816	N/A	N/A
B1	0	6880	0.510	0.890	N/A	N/A
B2	0	8250	0.425	0.691	N/A	N/A
B3	12.1	6550	0.763	1.051	N/A	N/A
B4	16.7	10150	0.375	0.625	N/A	N/A
B5	-12.1	7850	-0.017	0.237	N/A	N/A
B6	-16.7	10350	-0.686	-0.548	N/A	N/A
C1	0	7250	0.484	0.869	0.484	0.869
C2	9.46	7200	0.637	0.914	0.637	0.914
C3	4.76	5200	0.752	1.249	0.752	1.249
C4	-9.46	6100	0.370	0.800	N/A	N/A
C5	-4.76	5750	0.561	1.047	N/A	N/A
D1	0	8350	0.840	1.185	0.840	1.185
D2	0	7500	0.984	1.373	0.984	1.373
D3	9.46	6900	1.016	1.312	1.016	1.312
D4	9.46	5850	1.191	1.528	1.191	1.528
D5	-9.46	6500	1.050	1.440	N/A	N/A
D6	-9.46	7500	0.922	1.278	N/A	N/A
E1	-9.46	9500	0.372	0.664	N/A	N/A
E2	-4.76	7500	0.704	1.090	N/A	N/A
E3	0	6250	0.876	1.349	0.876	1.349
E4	9.46	4200	1.221	1.743	1.221	1.743
E5	4.76	5750	1.003	1.511	1.003	1.511
F1	-9.46	6700	1.060	1.383	N/A	N/A
F2	-9.46	7050	0.987	1.292	N/A	N/A
F3	9.46	4400	1.472	1.868	1.472	1.868
F4	9.46	4550	1.433	1.811	1.433	1.811
F5	0	6750	1.078	1.430	1.078	1.430
F6	0	6250	1.164	1.547	1.164	1.547
<b>Promedio</b>			<b>0.738</b>	<b>1.097</b>	<b>0.935</b>	<b>1.315</b>
<b>Desviación</b>			<b>0.424</b>	<b>0.473</b>	<b>0.308</b>	<b>0.340</b>
<b>Elementos de El-Niema (1988)</b>						
T1	9.46	5800	1.468	1.720	1.468	1.720
T2	4.76	6950	1.384	1.693	1.384	1.693
T3	0	7650	1.250	1.537	1.250	1.537
T4	-4.76	8800	1.130	1.363	N/A	N/A
T5	-9.46	9150	1.004	1.208	N/A	N/A
T1-1	9.46	4750	1.248	1.567	1.248	1.567
T2-2	4.76	6300	1.056	1.372	1.056	1.372
T3-3	0	7850	0.812	1.084	0.812	1.084
T4-4	-4.76	7400	0.861	1.144	N/A	N/A
T5-5	-9.46	7500	0.741	1.002	N/A	N/A
<b>Promedio</b>			<b>1.095</b>	<b>1.369</b>	<b>1.203</b>	<b>1.496</b>
<b>Desviación</b>			<b>0.245</b>	<b>0.255</b>	<b>0.237</b>	<b>0.237</b>
<b>Elementos de Tena-Colunga et al. (2008)</b>						
TASC $\alpha$ 0-R1	0	25000	0.698	1.037	N/A	N/A
TASC $\alpha$ 1-R1	-3.07	20000	0.715	1.050	N/A	N/A
TASC $\alpha$ 2-R1	-6.12	17000	0.671	1.013	N/A	N/A
TASC $\alpha$ 3-R1	-9.13	12000	0.812	1.199	N/A	N/A
TASC $\alpha$ 4-R1	-12.1	8000	1.103	1.487	N/A	N/A
<b>Promedio</b>			<b>0.800</b>	<b>1.157</b>	<b>N/A</b>	<b>N/A</b>
<b>Desviación</b>			<b>0.177</b>	<b>0.199</b>	<b>N/A</b>	<b>N/A</b>
<b>Todos</b>						
<b>Promedio</b>			<b>0.819</b>	<b>1.16</b>	<b>1.005</b>	<b>1.362</b>
<b>Desviación</b>			<b>0.397</b>	<b>0.425</b>	<b>0.310</b>	<b>0.322</b>

**CAPÍTULO 4: PROPUESTA DE DISEÑO POR CORTANTE  
PARA TRABES ACARTELADAS**

**Tabla 4.5 Predicciones en traves con refuerzo transversal.  $\theta = 45^\circ - \alpha$**

Elemento	$\alpha$	Muestra completa			Muestra depurada	
		$V_{exp}$ (kg)	$V_{sTA}/V_{exp}$	$(V_{sTA} + V_{cTA})/V_{exp}$	$V_{sTA}/V_{exp}$	$(V_{sTA} + V_{cTA})/V_{exp}$
<b>Elementos de Debaiky y El-Niema (1982)</b>						
A1	0	7350	0.275	0.631	0.275	0.631
A2	9.46	5800	0.544	0.834	0.544	0.834
A3	4.76	7850	0.352	0.616	0.352	0.616
A4	-4.76	5130	0.384	0.840	0.384	0.840
A5	-9.46	5700	0.389	0.780	N/A	N/A
B1	0	6880	0.294	0.674	0.294	0.674
B2	0	8250	0.245	0.511	N/A	N/A
B3	12.1	6550	0.709	0.996	N/A	N/A
B4	16.7	10150	0.312	0.562	N/A	N/A
B5	-12.1	7850	0.029	0.283	N/A	N/A
B6	-16.7	10350	-0.845	-0.706	N/A	N/A
C1	0	7250	0.279	0.665	0.279	0.665
C2	9.46	7200	0.484	0.761	0.484	0.761
C3	4.76	5200	0.481	0.979	0.481	0.979
C4	-9.46	6100	0.343	0.773	N/A	N/A
C5	-4.76	5750	0.325	0.812	0.325	0.812
D1	0	8350	0.485	0.830	0.485	0.830
D2	0	7500	0.568	0.958	0.568	0.958
D3	9.46	6900	0.756	1.052	0.756	1.052
D4	9.46	5850	0.881	1.219	0.881	1.219
D5	-9.46	6500	0.911	1.300	N/A	N/A
D6	-9.46	7500	0.804	1.160	N/A	N/A
E1	-9.46	9500	0.345	0.637	N/A	N/A
E2	-4.76	7500	0.421	0.806	0.421	0.806
E3	0	6250	0.506	0.979	0.506	0.979
E4	9.46	4200	0.903	1.425	0.903	1.425
E5	4.76	5750	0.639	1.147	0.639	1.147
F1	-9.46	6700	0.919	1.241	N/A	N/A
F2	-9.46	7050	0.858	1.162	N/A	N/A
F3	9.46	4400	1.083	1.479	1.083	1.479
F4	9.46	4550	1.055	1.434	1.055	1.434
F5	0	6750	0.622	0.974	0.622	0.974
F6	0	6250	0.672	1.055	0.672	1.055
<b>Promedio</b>			<b>0.516</b>	<b>0.875</b>	<b>0.572</b>	<b>0.960</b>
<b>Desviación</b>			<b>0.318</b>	<b>0.402</b>	<b>0.245</b>	<b>0.261</b>
<b>Elementos de El-Niema (1988)</b>						
T1	9.46	5800	1.080	1.332	1.080	1.332
T2	4.76	6950	0.879	1.188	0.879	1.188
T3	0	7650	0.721	1.009	0.721	1.009
T4	-4.76	8800	0.705	0.938	0.705	0.938
T5	-9.46	9150	0.872	1.076	N/A	N/A
T1-1	9.46	4750	0.923	1.241	0.923	1.241
T2-2	4.76	6300	0.673	0.989	0.673	0.989
T3-3	0	7850	0.469	0.741	0.469	0.741
T4-4	-4.76	7400	0.526	0.809	0.526	0.809
T5-5	-9.46	7500	0.652	0.914	N/A	N/A
<b>Promedio</b>			<b>0.750</b>	<b>1.024</b>	<b>0.747</b>	<b>1.031</b>
<b>Desviación</b>			<b>0.188</b>	<b>0.188</b>	<b>0.205</b>	<b>0.208</b>
<b>Elementos de Tena-Colunga et al. (2008)</b>						
TASC $\alpha$ 0-R1	0	25000	0.403	0.742	0.403	0.742
TASC $\alpha$ 1-R1	-3.07	20000	0.455	0.790	0.455	0.790
TASC $\alpha$ 2-R1	-6.12	17000	0.503	0.844	N/A	N/A
TASC $\alpha$ 3-R1	-9.13	12000	0.696	1.084	N/A	N/A
TASC $\alpha$ 4-R1	-12.1	8000	1.050	1.435	N/A	N/A
<b>Promedio</b>			<b>0.621</b>	<b>0.979</b>	<b>0.429</b>	<b>0.766</b>
<b>Desviación</b>			<b>0.264</b>	<b>0.287</b>	<b>0.037</b>	<b>0.034</b>
<b>Todos</b>						
<b>Promedio</b>			<b>0.576</b>	<b>0.917</b>	<b>0.608</b>	<b>0.966</b>
<b>Desviación</b>			<b>0.330</b>	<b>0.357</b>	<b>0.241</b>	<b>0.243</b>

**CAPÍTULO 4: PROPUESTA DE DISEÑO POR CORTANTE  
PARA TRABES ACARTELADAS**

**Tabla 4.6 Comparación de métodos en traves con refuerzo transversal.  $\theta = 45^\circ - \alpha$**

Elemento	$\alpha$	$V_{exp}$ (kg)	Este estudio	Tena-Colunga <i>et al.</i> (2008)
			$(V_{sTA} + V_{cTA})/V_{exp}$	$(V_{sTA} + V_{cTA})/V_{exp}$
<b>Elementos de Debaiky y El-Niema (1982)</b>				
A1	0	7350	0.631	0.680
A4	-4.76	5130	0.840	0.928
A5	-9.46	5700	0.780	0.904
B1	0	6880	0.674	0.721
B2	0	8250	0.511	0.588
B5	-12.1	7850	0.283	0.726
B6	-16.7	10350	-0.706	0.677
C1	0	7250	0.665	0.705
C4	-9.46	6100	0.773	0.846
C5	-4.76	5750	0.812	0.860
D1	0	8350	0.830	0.868
D2	0	7500	0.958	0.993
D5	-9.46	6500	1.300	1.327
D6	-9.46	7500	1.160	1.209
E1	-9.46	9500	0.637	0.796
E2	-4.76	7500	0.806	0.872
E3	0	6250	0.979	0.995
F1	-9.46	6700	1.241	0.867
F2	-9.46	7050	1.162	0.824
F5	0	6750	0.974	0.750
F6	0	6250	1.055	0.794
<b>Promedio</b>			<b>0.779</b>	<b>0.854</b>
<b>Desviación</b>			<b>0.422</b>	<b>0.174</b>
<b>Elementos de El-Niema (1988)</b>				
T3	0	7650	1.009	1.034
T4	-4.76	8800	0.938	0.981
T5	-9.46	9150	1.076	1.155
T3-3	0	7850	0.741	0.770
T4-4	-4.76	7400	0.809	0.849
T5-5	-9.46	7500	0.914	0.979
<b>Promedio</b>			<b>0.915</b>	<b>0.961</b>
<b>Desviación</b>			<b>0.124</b>	<b>0.136</b>
<b>Elementos de Tena-Colunga <i>et al.</i> (2008)</b>				
TASC $\alpha$ 0-R1	0	25000	0.742	0.764
TASC $\alpha$ 1-R1	-3.07	20000	0.790	0.818
TASC $\alpha$ 2-R1	-6.12	17000	0.844	0.862
TASC $\alpha$ 3-R1	-9.13	12000	1.084	1.039
TASC $\alpha$ 4-R1	-12.1	8000	1.435	1.202
<b>Promedio</b>			<b>0.979</b>	<b>0.937</b>
<b>Desviación</b>			<b>0.287</b>	<b>0.181</b>
<b>Todos</b>				
<b>Promedio</b>			<b>0.836</b>	<b>0.887</b>
<b>Desviación</b>			<b>0.367</b>	<b>0.170</b>

#### 4.9.2 Validación en traves sin refuerzo transversal

En las tablas 4.7 y 4.8 se muestran las predicciones hechas en las traves acarteladas sin refuerzo transversal. Con base en esa información, se presentan los siguientes comentarios.

- Independientemente del método utilizado, los resultados de las muestras depuradas fueron mejores que el de las muestras completas. Esto fortalece la postura de esta tesis, es decir, que la contribución del concreto es una aportación exclusiva de las regiones B elásticas, y que es congruente con las hipótesis del Committee 326 (1962/a/b).

- Las predicciones con el método riguroso (tabla 4.7) fueron ligeramente mejores que las obtenidas con el método simplificado (tabla 4.8). No obstante, para fines prácticos puede ser usada la fórmula simplificada sin temor a perder precisión en el cálculo de la contribución del concreto.
- El nivel de predicción que se obtuvo sugiere que: 1) existe el mecanismo de armadura elástica supuesto en el desarrollo de las ecuaciones, he influye decididamente en la resistencia a cortante que se le atribuye al concreto y, 2) no es necesario hacer reducciones en la resistencia a tensión del concreto debido al micro-agrietamiento. El último punto confirma la filosofía de Rogowsky y MacGregor (1983) sobre la importancia que tiene el modelo de comportamiento mecánico sobre las propiedades (efectivas) de los materiales (filosofía de Nielsen (1999)).
- Los promedios y las desviaciones mostradas en las tablas 4.7 y 4.8, son del orden de las presentadas por el Committee 326 (1962/a/b) para justificar la fórmula del reglamento ACI 318 con la que se calcula la contribución del concreto en trabes prismáticas.
- Los mejores resultados (racionalmente conservadores), se obtuvieron en los elementos estudiados por MacLeod y Houmsi (1994) y Rombach y Nghiep (2011). Esto se debe a que, en estos ensayos, los especímenes satisfacen las hipótesis consideradas en la elaboración de las recomendaciones de diseño de este trabajo, puntualmente que: i) el canto acartelado trabaje en compresión, ii) el peralte y diagrama de momentos crezcan en la misma dirección y, iii) el momento de agrietamiento esté relacionado con la grieta por tensión diagonal.

Por comparación, en las trabes reportadas en Tena-Colunga *et al.* (2008), el canto acartelado trabajó en tensión, el crecimiento del diagrama de momento fue opuesto al crecimiento del peralte de la cartela, y antes de que ocurriera el agrietamiento por tensión diagonal, se presentó agrietamiento por adherencia a lo largo del refuerzo longitudinal inclinado. Seguramente, estos factores favorecieron que se sobrestimara la resistencia con el método de esta tesis.

Al igual que en las trabes con estribos, se comparó el nivel predictivo del método sugerido en este trabajo contra el presentado en Tena-Colunga *et al.* (2008). En la tabla 4.9 se muestra esta comparación, donde se observa que la propuesta de esta tesis proporciona resultados similares a los del método semiempírico.

Finalmente, en el apéndice G se presentan tendencias y comentarios correspondientes sobre la capacidad predictiva mostrada en las tablas 4.7 y 4.8 en función de algunos parámetros estructurales de interés, tales como: la esbeltez, el ángulo de acartelamiento y las cuantías del acero de refuerzo.

**CAPÍTULO 4: PROPUESTA DE DISEÑO POR CORTANTE  
PARA TRABES ACARTELADAS**

**Tabla 4.7 Predicciones en traves sin refuerzo transversal. Método riguroso**

Elemento	$\alpha$	$V_{exp}$ (kg)	Muestra completa	Muestra depurada
			$V_{cTA}/V_{exp}$	$V_{cTA}/V_{exp}$
<b>Elementos de MacLeod y Houmsi (1994)</b>				
Beam2	4.74	3713	0.842	0.842
Beam3	0	3825	0.806	0.806
Beam4	6.33	3876	0.828	0.828
Beam5	7.58	3570	0.803	0.803
Beam5-R	7.58	4182	0.671	0.671
Beam6	10.37	4284	0.599	N/A
<b>Promedio</b>			<b>0.758</b>	<b>0.790</b>
<b>Desviación</b>			<b>0.099</b>	<b>0.068</b>
<b>Elementos de Tena-Colunga <i>et al.</i> (2008)</b>				
TASC $\alpha$ 0-R0	0	7500	1.165	1.165
TASC $\alpha$ 1-R0	-3.07	6750	1.104	1.104
TASC $\alpha$ 2-R0	-6.12	6000	1.004	1.004
TASC $\alpha$ 3-R0	-9.13	3750	1.166	1.166
TASC $\alpha$ 4-R0	-12.1	3000	1.238	N/A
<b>Promedio</b>			<b>1.135</b>	<b>1.110</b>
<b>Desviación</b>			<b>0.087</b>	<b>0.076</b>
<b>Elementos de Rombach y Nghiep (2011)</b>				
1L1	0	7701	0.921	0.921
1L2	0	8058	0.890	0.890
2L1	3.95	7650	0.791	0.791
2L2	3.95	7599	0.802	0.802
3L1	5.91	6783	0.755	0.755
3L2	5.91	7089	0.728	0.728
1K1	0	7701	0.975	0.975
1K2	0	7089	1.059	1.059
2K1	3.95	8517	0.896	0.896
2K2	3.95	8670	0.880	0.880
3K1	6.71	8109	0.911	0.911
3K2	6.71	8160	0.906	0.906
4K1	10.01	8670	0.769	N/A
4K2	10.01	8568	0.779	N/A
<b>Promedio</b>			<b>0.861</b>	<b>0.876</b>
<b>Desviación</b>			<b>0.094</b>	<b>0.094</b>
<b>Todos</b>				
<b>Promedio</b>			<b>0.892</b>	<b>0.900</b>
<b>Desviación</b>			<b>0.160</b>	<b>0.137</b>

**CAPÍTULO 4: PROPUESTA DE DISEÑO POR CORTANTE  
PARA TRABES ACARTELADAS**

**Tabla 4.8 Predicciones en traves sin refuerzo transversal. Método simplificado**

Elemento	$\alpha$	$V_{exp}$ (kg)	Muestra completa	Muestra depurada
			$V_{cTA}/V_{exp}$	$V_{cTA}/V_{exp}$
<b>Elementos de MacLeod y Houmsi (1994)</b>				
Beam2	4.74	3713	0.813	0.813
Beam3	0	3825	0.806	0.806
Beam4	6.33	3876	0.792	0.792
Beam5	7.58	3570	0.763	0.763
Beam5-R	7.58	4182	0.638	0.638
Beam6	10.37	4284	0.562	N/A
<b>Promedio</b>			<b>0.729</b>	<b>0.762</b>
<b>Desviación</b>			<b>0.104</b>	<b>0.072</b>
<b>Elementos de Tena-Colunga <i>et al.</i> (2008)</b>				
TASC $\alpha$ 0-R0	0	7500	1.165	1.165
TASC $\alpha$ 1-R0	-3.07	6750	1.072	1.072
TASC $\alpha$ 2-R0	-6.12	6000	0.940	0.940
TASC $\alpha$ 3-R0	-9.13	3750	1.043	1.043
TASC $\alpha$ 4-R0	-12.1	3000	1.042	N/A
<b>Promedio</b>			<b>1.052</b>	<b>1.055</b>
<b>Desviación</b>			<b>0.080</b>	<b>0.093</b>
<b>Elementos de Rombach y Nghiep (2011)</b>				
1L1	0	7701	0.921	0.921
1L2	0	8058	0.890	0.890
2L1	3.95	7650	0.768	0.768
2L2	3.95	7599	0.778	0.778
3L1	5.91	6783	0.724	0.724
3L2	5.91	7089	0.698	0.698
1K1	0	7701	0.975	0.975
1K2	0	7089	1.059	1.059
2K1	3.95	8517	0.869	0.869
2K2	3.95	8670	0.854	0.854
3K1	6.71	8109	0.869	0.869
3K2	6.71	8160	0.865	0.865
4K1	10.01	8670	0.722	N/A
4K2	10.01	8568	0.731	N/A
<b>Promedio</b>			<b>0.837</b>	<b>0.856</b>
<b>Desviación</b>			<b>0.106</b>	<b>0.103</b>
<b>Todos</b>				
<b>Promedio</b>			<b>0.854</b>	<b>0.872</b>
<b>Desviación</b>			<b>0.147</b>	<b>0.134</b>

**Tabla 4.9 Comparación de métodos en traves sin refuerzo transversal**

Elemento	$\alpha$	$V_{exp}$ (kg)	Este estudio	Tena-Colunga <i>et al.</i> (2008)
			$V_{cTA}/V_{exp}$	$V_{cTA}/V_{exp}$
<b>Elementos de MacLeod y Houmsi (1994)</b>				
Beam2	4.74	3713	0.842	0.765
Beam3	0	3825	0.806	0.825
Beam4	6.33	3876	0.828	0.658
Beam5	7.58	3570	0.803	0.623
Beam5-R	7.58	4182	0.671	0.582
Beam6	10.37	4284	0.599	0.462
<b>Promedio</b>			<b>0.758</b>	<b>0.653</b>
<b>Desviación</b>			<b>0.099</b>	<b>0.130</b>
<b>Elementos de Tena-Colunga <i>et al.</i> (2008)</b>				
TASC $\alpha$ 0-R0	0	7500	1.165	1.143
TASC $\alpha$ 1-R0	-3.07	6750	1.104	1.090
TASC $\alpha$ 2-R0	-6.12	6000	1.004	1.008
TASC $\alpha$ 3-R0	-9.13	3750	1.166	1.175
TASC $\alpha$ 4-R0	-12.1	3000	1.238	1.335
			<b>1.135</b>	<b>1.150</b>
			<b>0.087</b>	<b>0.121</b>
<b>Todos</b>				
<b>Promedio</b>			<b>0.930</b>	<b>0.879</b>
<b>Desviación</b>			<b>0.216</b>	<b>0.286</b>



#### **4.10 COMENTARIOS**

En este capítulo se desarrollaron y validaron dos métodos de diseño por cortante para la región B de travesas acarteladas de concreto reforzado, con y sin refuerzo transversal, sometidas a cortante constante. Con el primero se puede hacer un diseño sección por sección, y el segundo requiere de una sola para hacer el diseño del elemento completo (sección crítica). En su elaboración se usaron campos de esfuerzo y modelos de armadura, lo que permitió obtener parámetros de diseño con significado físico sin recurrir a regresiones estadísticas de datos experimentales.

Los resultados de la validación permiten recomendar la aportación de esta tesis para el diseño de elementos nuevos, y la revisión de existentes (con las limitantes indicadas en la sección 4.9 y las recomendaciones del apéndice G). En el capítulo ocho se muestran ejemplos de cómo diseñar travesas acarteladas de edificios sometidas a cargas gravitacionales y sísmicas.

Se puede argumentar que la contribución del concreto recomendada en esta tesis es semiempírica porque que se asoció con la del reglamento ACI 318. Sin embargo, la experiencia de haber revisado varias propuestas “racionales” o “novedosas” para el cálculo de la contribución del concreto, dejó en claro que todas, sin excepción, utilizan simplificaciones que las hacen semiempíricas. Lo anterior, incluso, con los métodos de diseño desarrollados a partir de teorías que gozan de mucha aceptación, o que se están difundiendo fuertemente en la literatura técnica. Ejemplos de ello son los elaborados a partir de la teoría modificada de los campos de compresión (Collins y Mitchell 1986, Collins *et al.* 1996, Bentz *et al.* 2006, Sigrist *et al.* 2013), y la teoría de la grieta crítica por cortante (Muttoni y Fernández-Ruiz 2008). En los apéndices A, E y F se disponen comentarios que justifican esta idea.

Finalmente, a continuación se presentan algunos comentarios adicionales que se consideran de importancia:

1. Se demostró que Dilger y Langohr (1997) se equivocaron al afirmar que es inseguro diseñar cartelas con ecuaciones desarrolladas a partir de la teoría de vigas (por ejemplo, Park y Paulay 1975 y MacGregor 1997).
2. Los campos de esfuerzo y los modelos de armadura son herramientas imprescindibles para explicar el mecanismo resistente a cortante de las travesas con y sin refuerzo transversal (Marti 1985/a).
3. Las travesas con y sin estribos deben ser estudiadas de manera diferente, pues los modelos de armadura que las caracteriza son diferentes. Por ello, en este trabajo se definieron regiones B-D y secciones críticas específicas para cada caso. Estas definiciones hicieron que la filosofía de Schliach *et al.* (1987) sea un caso particular de la aportación de esta tesis doctoral.
4. La definición de las regiones B-D sugeridas en este capítulo, permitieron darle a la sección crítica por cortante un significado mecánico del que antes carecía en travesas con y sin estribos.

5. La contribución del concreto es exclusiva de las regiones B elásticas definidas con un campo de esfuerzo elástico con inclinación  $\theta_E = 45^\circ$ . Sólo así se tiene congruencia con la falla por tensión diagonal, y los requisitos impuestos por el Committee 326 (1962/a/b) para tomar en cuenta dicha aportación. Por lo tanto, es un error suponer que en las regiones D se puede hacer uso de la contribución del concreto en la resistencia a cortante (por ejemplo, Li y Tran 2008).
6. Las nuevas definiciones para las regiones B-D, así como de la sección crítica, son un *punte* entre la escuela de diseño basada en elementos completos y la que defiende el diseño por secciones. Este puente vincula dos filosofías de diseño racionales que se han excluido mutuamente más por razones históricas que técnicas (más detalles en el apéndice D).
7. Se demostró que el cociente  $a/d$  carece de sustento para clasificar las traves con refuerzo transversal en “cortas” y esbeltas”. Lo anterior, ya que lo importante en estos elementos es el predominio de la región B en el claro de cortante, lo cual depende del ángulo de inclinación del campo de compresión diagonal ( $\theta$ ). De esta manera, el parámetro  $a/d$  únicamente es válido en traves sin refuerzo transversal conforme a lo sugerido originalmente por Kani (1964), es decir, para identificar el predominio de los mecanismos de arco y de viga.
8. El mecanismo de viga en las traves de concreto reforzado con y sin refuerzo transversal, depende únicamente de la factibilidad de que se desarrolle en el claro de cortante un campo de esfuerzo típico para cada caso (región B). En este capítulo se propusieron parámetros que cuantifican esta situación, y que proporcionan más información que el cociente  $a/d$  ( $\lambda_p$  y  $\lambda_E$ , respectivamente).
9. Aunque la validación de los métodos fue buena, es necesario generar mayor información experimental. Por ejemplo, ensayar elementos prismáticos y acartelados diseñados conforme a las recomendaciones de esta tesis doctoral para verificar: i) la extensión de las regiones B-D, ii) la ubicación de la sección crítica por cortante, iii) la inclinación del agrietamiento en la región B y, iv) la forma de trabajo y el detallado de las regiones D (capítulo cinco). Los experimentos deben atender diferentes condiciones de apoyo y de carga.
10. Para tener mayor confianza en el comportamiento a cortante de las traves acarteladas, es necesario asegurarse que trabajen de manera óptima y que tengan el detallado adecuado. Por ejemplo, i) que el canto acartelado trabaje en compresión, ii) que el peralte y el diagrama de momentos crezcan en el mismo sentido, iii) que se disponga del acero longitudinal “especial” propuesto por Mörsch (1952) y, iv) que el vértice de la cartela sea protegido con estribos adicionales.

## **REFERENCIAS Y BIBLIOGRAFÍA**

- ACI 318-02 (2002), "Building code requirements for structural concrete (ACI-318-02) and commentary (ACI-318R-02)" ACI Committee 318, *American Concrete Institute*, E.U.A.
- ACI 318-11 (2011), "Building code requirements for structural concrete (ACI-318-11) and commentary (ACI-318R-11)", ACI Committee 318, *American Concrete Institute*, E.U.A.
- Alcocer, S (2013), Comunicación personal.
- Al-Nahlawi, K A y J K Wight (1992), "Beams analysis using concrete tensile strength in truss models", *ACI Structural Journal*, Vol. 89, No. 3, pp. 284-289.
- Andreson, N S y J A Ramírez (1989), "Detailing of stirrup reinforcement", *ACI Structural Journal*, Vol. 86, No. 5, pp. 507-515.
- Archundia, H I (2004), "Comportamiento a cortante de traveses acarteladas de concreto reforzado", *Tesis de Maestría*, Universidad Nacional Autónoma de México, México, mayo.
- Archundia, H I, A Tena y O M González (2005), "Estudio experimental del cortante estático de traveses acarteladas de concreto reforzado", *Reporte de Investigación 453*, Dirección de Ciencias Básicas e Ingeniería, Universidad Autónoma Metropolitana – Azcapotzalco, pp. 204, junio. ISBN 970-31-0491-6.
- Archundia, H I, A Tena y O M González (2006), "Mecanismos de resistencia y deformación a cortante de traveses acarteladas de concreto reforzado", *Revista Internacional de Ingeniería de Estructuras*, Vol. 11, No. 1, pp. 1-24.
- Archundia Aranda, H I, A Tena Colunga, A Grande Vega y O M González Cuevas (2007), "Comportamiento cíclico de traveses acarteladas de concreto reforzado sin refuerzo transversal que fallan por cortante", *Revista de Ingeniería Sísmica*, No. 76, pp. 89-112.
- Archundia-Aranda, H I y A Tena-Colunga (2008), "Cyclic behavior of reinforced concrete haunched beams failing in shear", *14th World Conference on Earthquake Engineering*, Paper ID 12-01-0105, Pekín, China, octubre. Memorias, CD-ROM.
- Archundia-Aranda, H I, A Tena-Colunga y A Grande-Vega (2013), "Behavior of reinforced concrete haunched beams subjected to cyclic shear loading", *Engineering Structures*, Vol. 49, pp. 27-42.
- Bentz, E C, F J Vecchio y M P Collins (2006), "Simplified compression field theory for calculating shear strength of reinforced concrete elements", *ACI Structural Journal*, Vol. 103, No. 4, pp. 614-624.
- Beton Kalender (2001), "Taschenbuch für Beton, Stahlbeton und spannbetonbau sowie die verwandten Fächer BK 2", *Ernst and Sohn*, Alemania.
- Braestrup, M W (1981), "Structural concrete as a plastic material", *IABSE Reports*, Vol. 34, pp. 3-16, International Association of Bridge and Structural Engineering.
- Braestrup, M W (1990), "Shear strength prediction – plastic method", *Reinforced concrete deep beams*, Editor Karl-Heinz Reineck, Blackie and Son, Gran Bretaña.
- Braestrup, M W (1992), Discussion of "Ultimate shear force of structural concrete members without transverse reinforcement derived from a mechanical model" by K.H. Reineck, *ACI Structural Journal*, Vol. 89, No. 4, pp. 476-477.
- Bresler, B y A C Scordelis (1963), "Shear strength of reinforced concrete beams", *ACI Journal Proceedings*, Vol. 60, No. 1, pp. 51-74.
- Bresler, B y J G MacGregor (1967), "Review of concrete beams failing in shear", *ASCE Journal of Structural Engineering*, Vol. 93, No. 1, pp. 343-372.
- Buckland y Taylor (2011), Buckland & Taylor LTD, (<http://www.b-t.com/projects/nscp.htm>)
- Cagley, J R (2001), "Changing from ACI-318-99 to ACI-318-02 - What's new?", *Concrete International*, Vol. 23, No. 6, pp. 69-72.

## CAPÍTULO 4: PROPUESTA DE DISEÑO POR CORTANTE PARA TRABES ACARTELADAS

---

- CEB-FIP (1990), "CEB-FIP model code 1990-Design code", Comité Euro-International du Béton, *Thomas Telford*, Suiza.
- Cerruti, L M y P Marti (1987), "Staggered shear design of concrete beams: large-scale test", *Canadian Journal of Civil Engineering*, Vol 14, No. 2, pp. 257-268.
- Choi, K, H Park y J K Wight (2007), "Unified shear strength model for reinforced concrete beams – Part 1: Development", *ACI Structural Journal*", Vol. 104, No. 2, pp. 142-152.
- Choi, K y H Park (2007), "Unified shear strength model for reinforced concrete beams – Part 2: Verification and simplified method", *ACI Structural Journal*", Vol. 104, No. 2, pp. 153-161.
- Collins, M P (1978), "Towards a rational theory for RC members in shear", *ASCE Journal of Structural Engineering*, Vol. 104, No. 4, pp. 649-667.
- Collins, M P y D Mitchell (1980), "Shear and torsion design of prestressed and non-prestressed concrete beams", *PCI Journal*, Vol. 25, No. 5, pp. 32-100.
- Collins, M P y D Mitchell (1986), "A rational approach to shear design - The 1984 Canadian Code Provisions", *ACI Structural Journal*, Vol. 83, No. 6, pp. 925-933.
- Collins, M P, D Mitchell, P Adebar y F J Vecchio (1996), "A general shear design method", *ACI Structural Journal*, Vol. 93, No. 1, pp. 36-45.
- Collins, M P (1998), "Procedures for calculating the shear response of reinforced concrete elements: A discussion", *ASCE Journal of Structural Engineering*, Vol. 124, No. 12, pp. 1485-1488.
- Collins, M P, E C Bentz, E G Sherwood y L Xie (2007), "An adequate theory for the shear strength of reinforced concrete structures", *Morley Symposium on Concrete Plasticity and its Application*, University of Cambridge, Inglaterra.
- Committee 326 (1962/a), "Shear and diagonal tension. Part 1: General principles", Report of ACI-ASCE Committee 326, *ACI Journal Proceedings*, Vol. 59, No. 1, pp. 1-30.
- Committee 326 (1962/b), "Shear and diagonal tension. Part 2: Beams and frames", Report of ACI-ASCE Committee 326, *ACI Journal Proceedings*, Vol. 59, No. 2, pp. 277-334.
- Committee 426 (1973), "The shear strength of reinforced concrete members", Joint ASCE-ACI Task Committee 426, *ASCE Journal of Structural Engineering*, Vol. 99, No. 6, pp. 1091-1187.
- Committee 445 (1998), "Recent approaches to shear design of structural concrete", ASCE-ACI Committee 445, *ASCE Journal of Structural Engineering*, Vol. 124, No. 12, pp. 1375-1417.
- Coronelli, D y M G Mulas (2006), "Modeling of shear behavior in reinforced concrete beams", *ACI Structural Journal*, Vol. 103, No. 3, pp. 372-382.
- CSA (2004), "Design of concrete structures" CSA Standards A.23.3-04", *Canadian Standards Association*, Canada.
- CSI (2011), *Computers & Structures, INC.*, (<http://www.csiberkeley.com>)
- Debaiky, S Y y E I El-Niema (1982), "Behavior and strength of reinforced concrete haunched beams in shear", *ACI Journal Proceedings*, Vol. 79, No. 3, pp. 184-194.
- Dilger, W H y P Langohr (1997), "Shear design of haunched concrete box girders of the Confederation Bridge", *Canadian Journal of Civil Engineering*, Vol. 24, No. 6, pp. 898-907.
- Drucker, D C (1961), "On structural concrete and the theorems of limit analysis", *IABSE Publications*, Vol. 21, pp. 49-59, International Association of Bridge and Structural Engineering.
- El-Niema (1988), "Investigation of concrete haunched T-beams under shear", *ASCE Journal of Structural Engineering*, Vol. 114, No. 4, pp. 917-930.
- Elstner, R C y E Hognestad (1957), "Laboratory investigation of rigid frame failure", *ACI Journal Proceedings*, Vol. 53, No. 1, pp. 637-668.

## CAPÍTULO 4: PROPUESTA DE DISEÑO POR CORTANTE PARA TRABES ACARTELADAS

---

- Eurocode 2 (1992), “Design of concrete structures. Part 1: General rules and rules for buildings”, *British Standards Institution*, Gran Bretaña.
- Eurocode 2 (2004), “Design of concrete structures. Part 1: General rules and rules for buildings”, *British Standards Institution*, Gran Bretaña.
- Fenwick, R C y T Paulay (1968), “Mechanisms of shear resistance of concrete beams”, *ASCE Journal of Structural Engineering*, Vol. 94, No. 10, pp. 2325-2350.
- Ferguson, P M, J E Breen y J O Jirsa (1988), *Reinforced concrete fundamentals*, fifth edition, John Wiley and Sons, E.U.A.
- Gere, J M y S P Timoshenko (1998), *Mecánica de materiales*, cuarta edición, International Thomson Editores, México.
- Gesund, H (2000), Discussion of “Recent approaches to shear design of structural concrete” by ASCE-ACI Committee 445, *ASCE Journal of Structural Engineering*, Vol.126, No. 7, pp. 853-854.
- González, O M y F Robles (2006), *Aspectos fundamentales del concreto reforzado*, cuarta edición, Limusa, México.
- Grob, J y B Thürlimann P (1976), “Ultimate strength and design of reinforced concrete beams under bending and shear”, *IABSE Publications*, Vol. 36, pp. 105-120.
- Hsu, T T C (1982), “Is the “Staggering Concept” of shear design safe?”, *ACI Journal Proceedings*, Vol. 79, No. 6, pp. 435-443.
- Hsu, T T C (1993), *Unified theory of reinforced concrete*, second, CRC Press, E.U.A.
- Kani, G N J (1964), “The riddle of shear failure and its solution”, *ACI Journal Proceedings*, Vol. 61, No. 4, pp. 441-468.
- Kaufmann, W y P Marti (1996), “Versuche an Stahlbetonträgern unter Normal und Querkraft (Ensayes de vigas de concreto reforzado ante cortante y carga axial)”, *Report ETH 22498*, Institute of Structural Engineering, ETH Zurich, pp. 141 noviembre (en Alemán).
- Kaufmann, W (1998), “Strength and deformations of structural concrete subjected to in-plane shear and normal forces”, *Tesis Doctoral*, Institute of Structural Engineering, ETH Zurich, julio.
- Kaufmann, W y P Marti (1998), “Structural concrete: cracked membrane model”, *ASCE Journal of Structural Engineering*, Vol. 124, No. 12, pp.1467-1475.
- Kim, W y R N White (1991), “Initiation of shear cracking in reinforced concrete beams with no web reinforcement”, *ACI Structural Journal*, Vol. 88, No. 3, pp. 301-308.
- Kotsovos, M D (1988), “Compressive force path concept: Basis for ultimate limit state reinforced concrete design”, *ACI Structural Journal*, Vol. 85, No. 1, pp. 68-75.
- Kotsovos, M D (1990), “Strength and behavior of deep beams”, *Reinforced concrete deep beams*, Editor F K Kong, Blakie, Gran Bretaña.
- Kotsovos, M D (1992), Discussion of “Ultimate shear force of structural concrete members without transverse reinforcement derived from a mechanical model”, *ACI Structural Journal*, Vol. 89, No. 4, pp. 475-482.
- Kotsovos, M D y N Masui (1993), “Towards unifying structural concrete design”, *Proceedings of the Japanese Society of Civil Engineers*, Vol. 18, No. 460, pp. 139-149.
- Lee, D D (2000), Discussion of “Recent approaches to shear design of structural concrete” by ASCE-ACI Committee 445, *ASCE Journal of Structural Engineering*, Vol.126, No. 7, pp. 853-854.
- Li, B y C T N Tran (2008), “Reinforced concrete beam analysis supplementing concrete contribution in truss models”, *Engineering Structures*, Vol. 30, No. 11, pp. 3285-3294.
- MacLeod, I A y A Houmsi (1994), “Shear strength of haunched beams without shear reinforcement”, *ACI Structural Journal*, Vol. 91, No. 1, pp. 79-89.
- MacGregor, J G (1997), *Reinforced concrete - mechanics and design*, third edition, Pearson-Prentice Hall, E.U.A.

## CAPÍTULO 4: PROPUESTA DE DISEÑO POR CORTANTE PARA TRABES ACARTELADAS

---

- MacGregor, J G (2002), “Part 2: Derivation of strut-and-tie models for the 2002 ACI Code”, *ACI Structural Journal Special Publication*, No. 208, pp. 7-40, Editor Karl-Heinz Reineck.
- MacGregor, J G y J K Wight (2005), *Reinforced concrete - mechanics and design*, fourth edition, Pearson-Prentice Hall, E.U.A.
- Marti, P (1985/a), “Basic tools of reinforced concrete beam design”, *ACI Journal*, Vol. 82, No. 1, pp. 46-56.
- Marti, P (1985/b), “Truss models in detailing”, *Concrete International*, Vol. 7, No. 12, pp. 66-73.
- Marti, P (1986), “Staggered shear design of simply supported concrete beams”, *ACI Journal*, Vol. 83, No. 1, pp. 36-42.
- Marti, P (1991), “Dimensioning and detailing”, *IABSE Reports*, Vol. 62, pp. 411-443, International Association of Bridge and Structural Engineering.
- Marti, P (1999), “How to treat shear in structural concrete”, *ACI Structural Journal*, Vol. 96, No. 3, pp. 408-414.
- Maurial, A (2007), Comunicación personal.
- Mörsch, E (1909), *Concrete-steel construction (Der Eisenbetonbau)*, traducción autorizada de la tercera edición en Alemán de 1908, The Engineering Publishing News Company, Londres.
- Mörsch, E (1952), *Teoría y práctica del hormigón armado*, Tomo II, Gili, Argentina.
- Muttoni, A y J Schwartz (1991), “Behavior of beams and punching in slabs without shear reinforcement”, *IABSE Reports*, Vol. 62, pp. 703-708, International Association of Bridge and Structural Engineering.
- Muttoni, A, J Schwartz y B Thürlimann (1997), *Design of concrete structures with stress fields*, Birkhäuser, Suiza.
- Muttoni, A y M Fernández Ruiz (2008), “Shear strength of members without transverse reinforcement as function of critical shear crack width”, *ACI Structural Journal*, Vol. 105, No. 2, pp. 163-172.
- NCHRP 549 (2005), “Simplified shear design of structural concrete members”, National Cooperative Highway Research Program Report 549, *Transportation Research Board of the National Academies*.
- Nghiep, V H (2009), “Shear Design of straight and haunched concrete beams without stirrups”, *Tesis Doctoral*, Technischen Universität Hamburg-Harburg, Alemania, mayo.
- Nielsen, M P, M W Braestrup y F Bach (1978), “Rational analysis of shear in reinforced concrete beams”, *IABSE Proceedings 15/78*, Vol. 2, pp. 1-16, International Association of Bridge and Structural Engineering.
- Nielsen, M P (1979), “Some examples of lower – bound design of reinforcement in plane stress problems”, *IABSE Reports*, Vol. 29, pp. 317-324, International Association of Bridge and Structural Engineering.
- Nielsen, M P (1999), *Limit analysis and concrete plasticity*, second edition, CRC Press, E.U.A.
- Nilson, A H (1999), *Diseño de estructuras de concreto*, duodécima edición, McGraw-Hill, Colombia.
- Paglietti, A y G Carta (2009), “Remarks on the current theory of shear strength of variable depth beams”, *The Open Civil Engineering Journal*, Vol. 3, pp. 28-33.
- Park, R y T Paulay (1975), *Reinforced concrete structures*, John Wiley and Sons, E.U.A.
- Park, R y T Paulay (1997), *Estructuras de concreto reforzado*, Limusa, México.
- Paulay, T y M J N Priestley (1992), *Seismic design of reinforced concrete and masonry buildings*, John Wiley and Sons, E.U.A.
- Pérez Caldentey, A, P Padilla, A Muttoni y M Fernández Ruiz (2012), “Effect of load distribution and variable depth on shear resistance of slender beams without stirrups”, *ACI Structural Journal*, Vol. 109, No. 5, pp. 595-603.
- Ramírez, J A y J E Breen (1991), “Evaluation of modified truss-model approach for beams in shear”, *ACI Structural Journal*, Vol. 88, No. 5, pp. 562-571.
- Regan P E y C W Yu (1973), *Limit state design of structural concrete*, Chatto and Windus, Gran Bretaña.

- Reineck, K H (1991), "Ultimate shear force of structural concrete members without transverse reinforcement derived from a mechanical model", *ACI Structural Journal*, Vol. 88, No. 5, pp. 592-602.
- Reineck, K H (2002), "Part 5: Modeling structural concrete with strut-and-tie models – summarizing discussions of the examples as per Appendix A of ACI 318-2002", *ACI Structural Journal Special Publication*, No. 208, pp. 225-242, Editor Karl-Heinz Reineck.
- Rogowsky, D (1983), Discussion of "Is the "Staggering Concept" of shear design safe?", *ACI Journal*, Vol. 80, No. 5, pp. 445-454.
- Rogowsky, D M y J G MacGregor (1983), "Shear strength of deep reinforced concrete continuous beams", *Structural Engineering Report No. 110*, Department of Civil Engineering, University of Alberta, pp. 178.
- Rombach, G y V H Nghiep (2011), "Versuche zur querkrafttragfähigkeit von gevouteten stahlbetonbalken ohne querkraftbewehrung", *Beton und Stahlbetonbau*, Vol. 106, No. 1, pp. 11-20.
- Schlaich, J, K Schäfer y M Jennewein (1987), "Toward a consistent design of structural concrete", *PCI Journal*, Vol. 32, No. 3, pp. 74-150.
- Sigrist, V, M Álvarez y W Kaufmann (1995), "Shear and flexure in structural concrete beams", Institute of Structural Engineering, ETH Zurich, pp. 45, junio. (Reprint from Comité Euro-International du Béton (CEB) Bulletin d'Information No. 223 "Ultimate Limit State Design Models" A state-of-art report, June 1995).
- Sigrist, V (2011), "Generalized stress field approach for analysis of beams in shear", *ACI Structural Journal*, Vol. 108, No. 4, pp. 479-487.
- Sigrist, V, E Bent, M Fernández Ruiz, S Foster y A Muttoni (2013), "Background to the fib Model Code 2010 shear provisions – part I beams and slabs", *Structural Concrete*, Vol. 14, No. 3, pp. 195-203.
- Subcommittee 445-1 (2002), "Examples for the design of structural concrete with strut-and-tie models", *ACI Structural Journal Special Publication*, No. 208, Editor Karl-Heinz Reineck.
- Stefanou, G D (1983), "Shear resistance of reinforced concrete beams with non-prismatic sections", *Engineering Fracture Mechanics*, Vol. 18, No. 3, pp. 643-667.
- Talbot, A N (1906), "Test of reinforced concrete beams: series of 1905", *Bulletin No. 14*, Engineering Experimental Station, University of Illinois, pp. 84, abril.
- Talbot, A N (1909), "Test of reinforced concrete beams: resistance to web stress – series of 1907 and 1908", *Bulletin No. 29*, Engineering Experimental Station, University of Illinois, pp. 85, enero.
- Tena-Colunga, A, H I Archundia-Aranda y O M González-Cuevas (2008), "Behavior of reinforced concrete haunched beams subjected to static shear loading", *Engineering Structures*, Vol. 30, No. 2, pp. 478-492.
- Timoshenko, S (1947/a), *Strength of materials – part I - elementary theory and problems*, second edition, ninth printing, D. Van Nostrand, E.U.A.
- Timoshenko, S (1947/b), *Strength of materials - part II- advanced theory and problems*, second edition, ninth printing, D. Van Nostrand, E.U.A.
- Thürlimann, B (1979), "Plastic analysis of reinforced concrete beams", *IABSE Reports*, Vol. 28, pp. 71-90, International Association of Bridge and Structural Engineering.
- Tureyen, A K y R J Frosch (2003), "Concrete shear strength: Another perspective", *ACI Structural Journal*, Vol. 100, No. 5, pp. 609-615.
- Vecchio, F J y M P Collins (1986), "The modified compression-field theory for reinforced concrete elements subjected to shear", *ACI Structural Journal*, Vol. 83, No. 2, pp. 219-231.
- Vecchio, F J y W Shim (2004), "Experimental and analytical reexamination of classic concrete beam tests", *ASCE Journal of Structural Engineering*, Vol. 130, No. 3, pp.460-469.
- Wang, C, C G Salmon y J A Pincheira (2007), *Reinforced concrete design*, seventh edition, John Wiley and Sons, E.U.A.

#### **CAPÍTULO 4: PROPUESTA DE DISEÑO POR CORTANTE PARA TRABES ACARTELADAS**

---

Zararis, P D y G Ch Papadakis (2001), “Diagonal shear failure and size effect in RC beams without web reinforcement”, *ASCE Journal of Structural Engineering*, Vol. 127, No. 7, pp. 733-742.

Zararis, P D (2003), “Shear strength and minimum shear reinforcement of reinforced concrete slender beams”, *ACI Structural Journal*, Vol. 100, No. 2, pp. 203-214.

Zhang, J P (1994), “Strength of cracked concrete. Part 1: Shear strength of conventional reinforced concrete beams deep beams, corbels and prestressed reinforced concrete beams without shear reinforcement”, *Reporte 311*, Serie R, Departamento de Ingeniería Estructural, Universidad Técnica de Dinamarca, pp. 106., ISBN 87-7740-146-8.



# **CAPÍTULO 5: REFLEXIONES SOBRE EL ANÁLISIS Y DETALLADO DE LAS REGIONES D**

En el capítulo cuatro de este trabajo se hicieron recomendaciones de diseño por cortante para la región B de trabes acarteladas de concreto reforzado. En su desarrollo se utilizaron conceptos clásicos de la mecánica del concreto, campos de esfuerzo y modelos de armadura. Con esta base se propusieron definiciones para: 1) las regiones B-D, 2) la sección crítica por cortante y, 3) la esbeltez de las trabes de concreto reforzado con y sin refuerzo transversal.

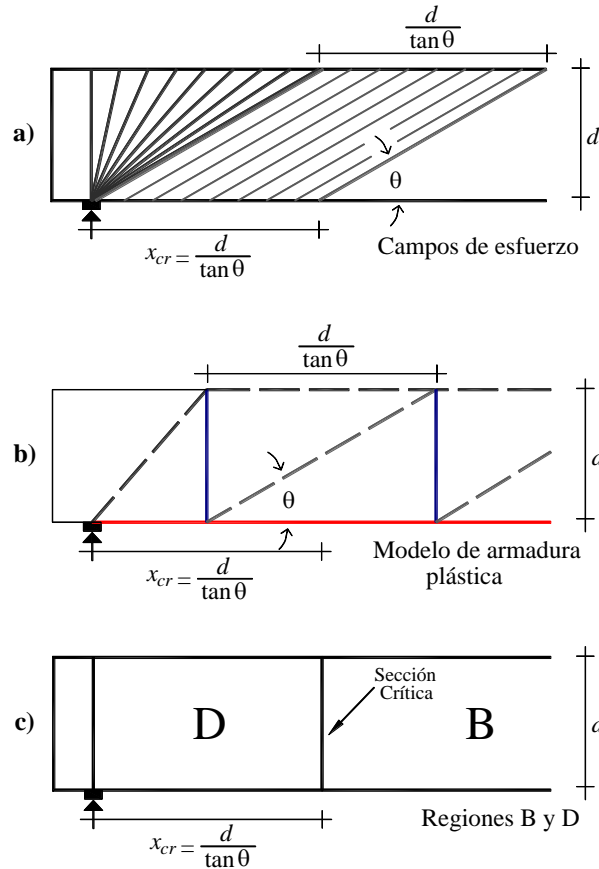
Sin embargo, es bien sabido que el diseño de un elemento estructural de concreto reforzado no está completo si no se atienden las regiones D (Schlaich *et al.* 1987, “Subcommittee 445-1” 2002). De esta manera, en el presente capítulo se presentan algunas reflexiones sobre el estado del arte de las regiones D y, a partir de ellas, se emiten recomendaciones para su análisis y detallado. El tratamiento del tema armoniza con la filosofía del capítulo cuatro.

## **5.1 REGIÓN D PLÁSTICA EN TRABES DE CONCRETO REFORZADO (ABANICOS DE COMPRESIÓN)**

En el capítulo cuatro se identificaron las regiones B-D, asociadas a un estado de agrietamiento por cortante, mediante campos de esfuerzo y su respectivo modelo de armadura plástica. En la figura 5.1 se muestra esta clasificación para el caso típico de una trabe prismática simplemente apoyada con refuerzo transversal.

De acuerdo con la figura 5.1, la región D plástica de una trabe prismática debe estar contenida dentro de la proyección horizontal del abanico de compresión que transmite la carga hacia el apoyo. Esta distancia es igual a la longitud de los tableros de una armadura plástica, y se le ha dado el nombre de distancia crítica ( $x_{cr}$ ) pues indica la ubicación de la sección crítica por cortante. En la ecuación 5.1 se muestra el cálculo de esta distancia crítica.

Es importante señalar, que en el claro de cortante existe otra región D (adyacente al punto de aplicación de la carga); sin embargo, en ella no se ha involucrado la sección crítica para ser consistentes con el reglamento ACI y con la mayoría de las observaciones experimentales (por ejemplo, González y Robles 2006 y Wang *et al.* 2007).



**Figura 5.1** Correlación entre la región D plástica, la sección crítica y un abanico de compresión

$$x_{cr} = \frac{d}{\tan \theta} \quad (\text{extensión región D, trabe primática}) \quad \mathbf{5.1}$$

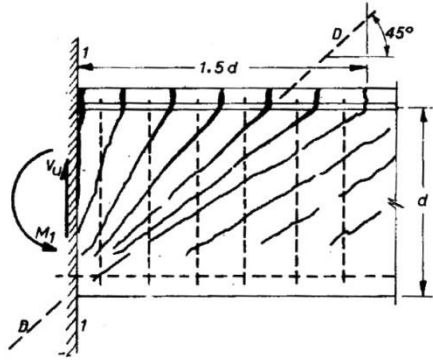
En la figura 5.2 se condensa en un solo gráfico la información mostrada en la figura 5.1. En esa figura es fácil identificar los abanicos de compresión (regiones D con agrietamiento radial), y el campo de compresión diagonal en medio de ellos (región B, agrietamiento paralelo). En el capítulo cuatro, y los apéndice C y G, se demuestra cómo a partir de las figura 5.2 se obtuvieron las ecuaciones 5.2 a 5.4. Estas ecuaciones dan mayor certidumbre del comportamiento a cortante de una trabe con refuerzo transversal, pues indican la factibilidad de que se desarrolle en ella una región B plástica.

Las variables de las ecuaciones 5.2 a 5.4 están identificadas en la figura 5.2 a excepción de  $\lambda_p$  y de  $N_T$ ;  $\lambda_p$  es el parámetro de esbeltez plástica propuesto en esta tesis, y  $N_T$  contabiliza el número de tableros de armadura ( $T$ ) que representan a la región B en el claro de cortante.

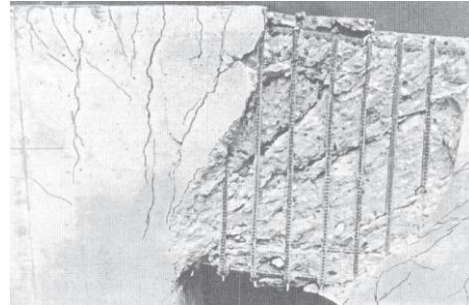
Las ecuaciones 5.2 a 5.4 son herramientas que no dan lugar a duda de que ni la proporción de la viga (medida con el cociente  $a/d$ ), ni el ángulo de inclinación de compresión diagonal ( $\theta$ ) son, por si mismos, indicadores del comportamiento a cortante de una viga con refuerzo transversal. En otras palabras, sólo la combinación racional de ambos parámetros permite



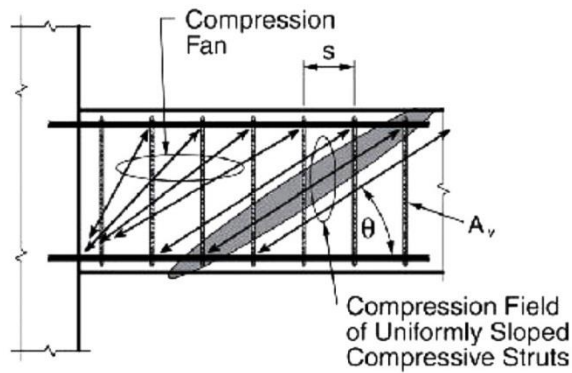
después abandonaron esta idea en favor del agrietamiento radial (Collins *et al.* 1996). Por comparación, para MacGregor (1997) el agrietamiento de las conexiones por suspensión en traves de edificios es francamente radial, por lo que la región D también se puede modelar con un campo de esfuerzo en forma de abanico (figura 5.6).



a) Park y Paulay (1975)



b) MacGregor (1997)



c) Englerkik (2003)

Figura 5.3 Abanicos de compresión en uniones monolíticas viga-columna

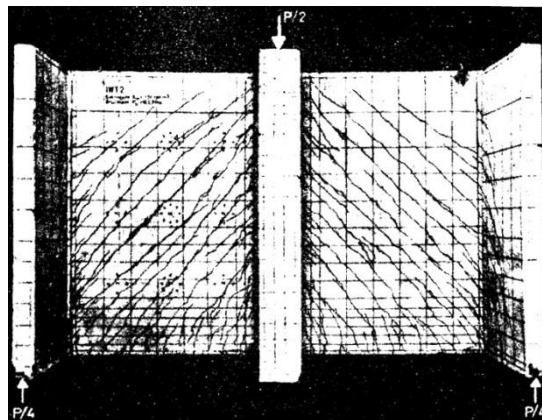
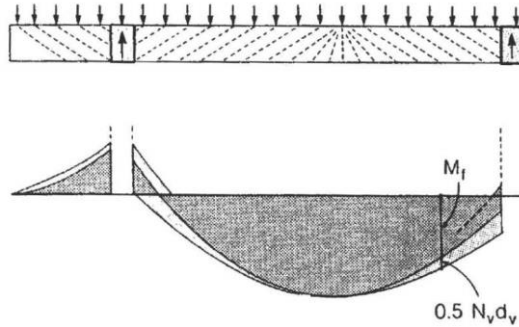
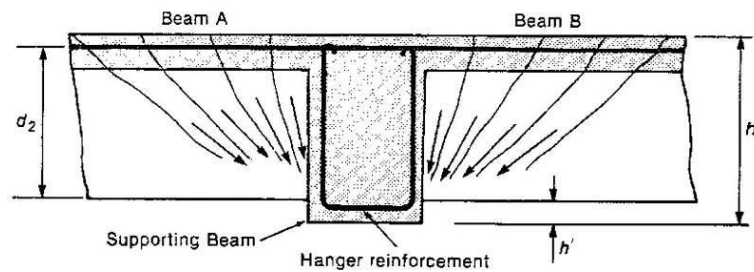


Figura 5.4 Agrietamiento de vigas-muro apoyadas en sus bordes (tomada de Park y Paulay 1975)



**Figura 5.5 Efecto del agrietamiento paralelo en los apoyos de vigas de edificios (Collins y Mitchell 1986)**

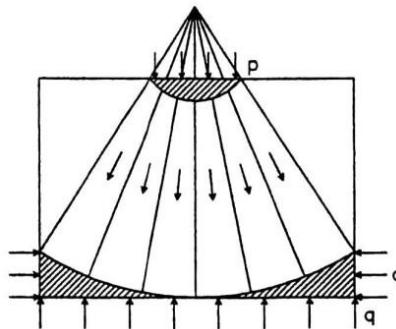


**Figura 5.6 Agrietamiento radial en la interconexión de vigas de edificios (MacGregor 1997)**

Finalmente, y con base en los argumentos presentados, en esta tesis se supondrá que en cualquier trabe con refuerzo transversal, las regiones D adyacentes a los apoyos o cargas concentradas, están caracterizadas por abanicos de compresión que generan agrietamiento radial que valida el uso de las ecuaciones 5.1 a 5.4.

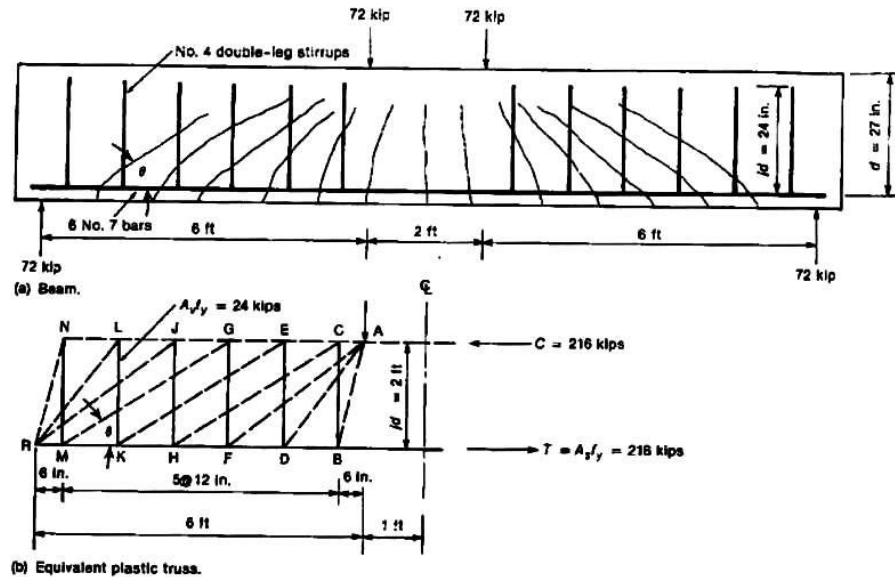
## 5.2 ALGUNAS INCONSISTENCIAS EN LA CONFIGURACIÓN E INTERPRETACIÓN DE LOS ABANICO DE COMPRESIÓN

Los abanicos de compresión presentados en las figuras 5.3 y 5.6 pertenecen a elementos con refuerzo transversal; sin embargo, la formación de un abanico no necesariamente requiere de estribos. Por ejemplo, en la figura 5.7 se muestra un bloque de concreto simple en el que la condición de carga y apoyo también favorece la formación de un abanico de compresión. Este capítulo se ocupa de abanicos con refuerzo transversal.



**Figura 5.7 Abanico de compresión en bloque de concreto sin acero de refuerzo (Nielsen 1999)**

En la literatura técnica se dispone de ejemplos didácticos que enseñan la construcción de modelos de armadura plástica. Sin duda, uno de los más conocidos es el elaborado por el profesor MacGregor (1997) mostrado en la figura 5.8.



**Figura 5.8 Construcción de un modelo de armadura plástica (MacGregor 1997)**

MacGregor (1997) acompañó su ejemplo con los siguientes comentarios:

“El ángulo  $\theta$  del campo de compresión está determinado por el número de estribos necesarios para equilibrar la carga vertical en los abanicos.

Cada uno de los abanicos ocurre en una región D (región de discontinuidad). El campo de compresión es una región B (región tipo viga).”

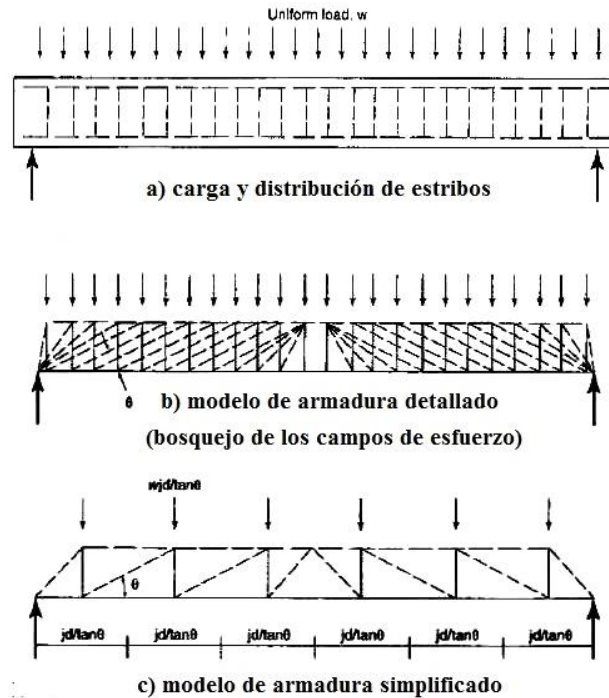
En otros párrafos MacGregor (1997) abundó y remarcó:

“Para fines de diseño, el valor de  $\theta$  debe estar en el intervalo  $25^\circ \leq \theta \leq 65^\circ$ . La elección de un valor pequeño de  $\theta$  reduce el número de estribos pero incrementa el esfuerzo del campo de compresión diagonal en el alma... [ ].”

En el análisis de una viga [...], el ángulo  $\theta$  está determinado por el número de estribos necesarios para equilibrar las cargas aplicadas y reacciones. El ángulo debe estar dentro de los límites recomendados, excepto en los abanicos de compresión.”

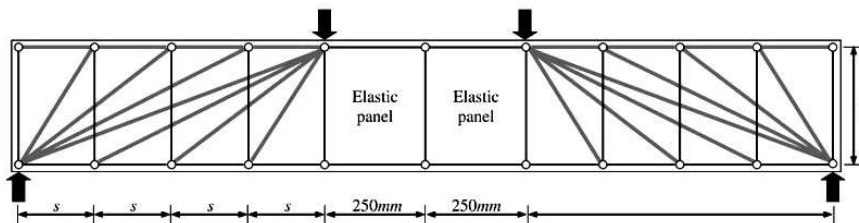
En una edición posterior, al párrafo anterior se le agregó el siguiente enunciado (MacGregor y Wight 2005):

“En el diseño de una viga, el ángulo de agrietamiento es de libre elección y conduce al valor de las otras incógnitas.”



**Figura 5.9 Representación de un modelo de armadura plástica (MacGregor 1997)**

Aunque el ejemplo y los comentarios de MacGregor (1997) son claros, parecen estar más enfocados a la revisión de elementos existentes que al diseño de elementos nuevos. Tal vez por ello, algunos investigadores los han malinterpretado en la construcción y análisis de modelos de armadura. Por ejemplo, Li y Tran (2008) y Kuo *et al.* (2010) hicieron alusión al ejemplo de MacGregor (1997) para justificar la construcción de las armaduras con las que hicieron sus aportaciones, pero dejaron dudas razonables de cómo las interpretaron. Como se explica más adelante, quizá la situación también se deba a que aún existe confusión entre lo que representan los modelos de armadura detallados (figura 5.9-b) y los modelos de armadura simplificados (figura 5.9-c).



**Figura 5.10 Modelo de armadura utilizado por Li y Tran (2008)**

En la figura 5.10 se muestra el modelo de armadura plástica de “ángulo variable” utilizado por Li y Tran (2008). De acuerdo con ellos, esa armadura incorpora los mecanismos de viga y arco de la siguiente manera: 1) el mecanismo de arco es representado por un puntal que conecta directamente la carga con el apoyo y, 2) el mecanismo de viga se modela con puntales que tienen origen en las cargas concentradas, y se conectan con cada uno de los elementos verticales de la armadura (lo que genera puntales con “ángulos variables”).

Al atender las instrucciones de MacGregor (1997), se llega a la conclusión que el modelo de Li y Tran (2008) se compone de dos abanicos que representan una región D donde no hay lugar para un mecanismo de viga. Se llega a una conclusión similar con las recomendaciones de otros investigadores (por ejemplo, Rogowsky y MacGregor 1983, Marti 1985/a y Sigrist *et al.* 1995).

Todo parece indicar que Li y Tran (2008) confundieron el significado del término “ángulo variable”, y lo asociaron con la inclinación de los puntales que dan forma al abanico de compresión (región D), y no al hecho que el campo de compresión diagonal (región B) puede tener una inclinación diferente a la del modelo de armadura clásica (que siempre usa un ángulo  $\theta = 45^\circ$ ). Esta malinterpretación del mecanismo de viga, lideró que Li y Tran (2008) incorporaran en su modelo la contribución del concreto que recomienda el reglamento ACI de una manera incompatible con su origen (“Committee 326” 1962/a/b).

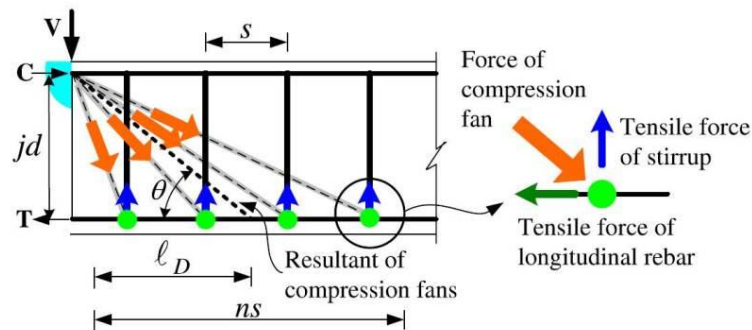


Figura 5.11 Extensión de las regiones D sugerida por Kuo *et al.* (2010)

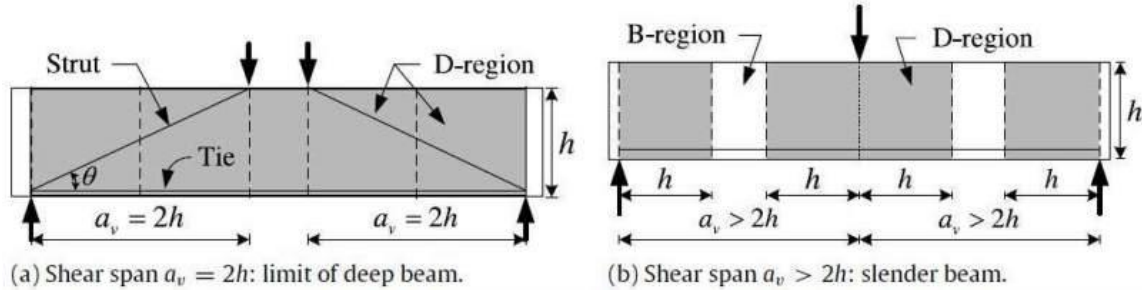
Kuo *et al.* (2010) interpretaron adecuadamente las instrucciones de MacGregor (1997) para construir un abanico de compresión; no obstante, el análisis que hicieron de ellos muestra inconsistencias (figura 5.11). Por ejemplo, para definir las regiones D no utilizaron la extensión total de los abanicos, sino la proyección horizontal del puntal que representa a su *resultante* ( $l_D$ , figura 5.11). Adicionalmente, el ángulo de inclinación de ese puntal lo asociaron de forma incorrecta con el de un campo de compresión diagonal exclusivo de una región B ( $\theta$ , figura 5.11).

Al final, Kuo *et al.* (2010) recomendaron darle a la región D una longitud igual a la menor que resulta de comparar las distancias  $l_D$  y  $2d$ , siendo esta última la proyección horizontal de un puntal con un ángulo de inclinación  $\theta = 26.6^\circ$ , y que es el límite inferior más común para la inclinación del campo de compresión diagonal (región B) conforme a la teoría de la plasticidad del concreto (por ejemplo, Thürlimann 1979).

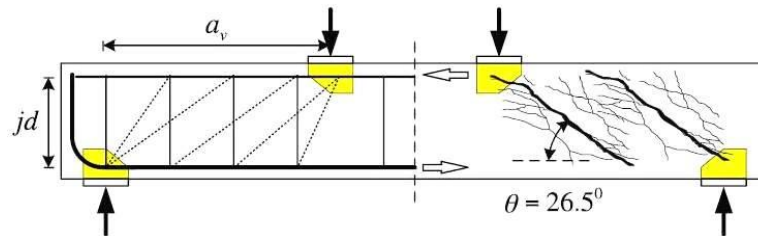
En el trabajo de Kuo *et al.* (2010) existen indicios de que la limitante a su extensión de las regiones D, tiene la intención de no confrontarse con la sugerida en el apéndice A del reglamento ACI 318 vigente desde el año 2002, y con la cual es común hacer la distinción entre trabes “cortas” y “esbeltas” (figura 5.12). Vale la pena mencionar, que esta clasificación está basada en el trabajo de Schlaich *et al.* (1987).



Finalmente, la figura 5.13 sugiere que las inconsistencias de Kuo *et al.* (2010) se deben a que no visualizaron la diferencia que existe entre un abanico de compresión (y su resultante), y su relación con el agrietamiento que bosqueja un modelo de armadura (con y sin región B, con y sin estribos).



**Figura 5.12** Identificación de las regiones D adoptada por Kuo *et al.* (2010) con base en el apéndice A del reglamento ACI 318 desde el año 2002



**Figura 5.13** Mecanismo de trabajo de una trabe “corta” según Kuo *et al.* (2010)

Se tiene la convicción que los trabajos de Li y Tran (2008) y Kuo *et al.* (2012) son un buen ejemplo para demostrar que aún existen cuestiones por resolver respecto a la construcción, análisis e interpretación de los modelos de armadura plástica. Ante este panorama, parece que es de suma importancia conocer la configuración y la forma de trabajo de los abanicos de compresión.

### 5.3 UN ANÁLISIS DEL EJEMPLO DE MACGREGOR

Como se comentó en la sección anterior, el ejemplo y las recomendaciones de MacGregor (1997) para construir un modelo de armadura plástica, parecen estar más relacionadas con la revisión de elementos existentes que con el diseño de elementos nuevos. Aunque en primera instancia esta diferencia puede ser meramente académica, conviene analizarla y discutirla. Para facilitar la explicación, se presenta en la figura 5.14 una fracción de la figura 5.8.

De acuerdo con MacGregor (1997), la inclinación del campo de compresión diagonal (región B) está definida por el abanico de compresión. En su ejemplo, la región B está caracterizada por el ángulo  $\theta = 33.7^\circ$  y debería estar asociada al puntal RJ; sin embargo, este puntal tiene una inclinación algo diferente ( $\theta_{RJ} = \tan^{-1}(24/30) = 38.7^\circ$ ). En realidad, la inclinación del campo de compresión del ejemplo está gobernada por el puntal GM que no pertenece al abanico de compresión ( $\theta_{GM} = \tan^{-1}(24/36) = 33.7^\circ$ ).

Esta situación genera un campo de esfuerzo trapezoidal RJGMR (figura 5.14) que podría simular el traslape que en realidad existe entre el abanico y el campo de compresión diagonal (figura 5.15). De acuerdo con algunos investigadores, este traslape no tiene relevancia en el análisis y diseño por cortante, por lo que suele omitirse y suponer que ambos campos de esfuerzo tienen una frontera común-es decir, una línea de discontinuidad- (Marti 1991, Sigrist *et al.* 1995, Muttoni *et al.* 1997). Un ejemplo de esta situación se muestra en la figura 5.16.

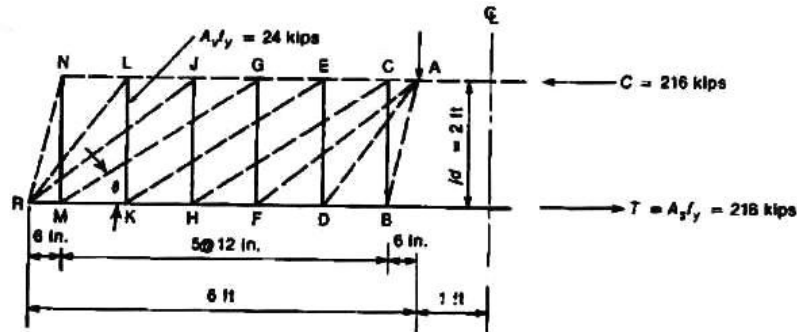


Figura 5.14 Campo de esfuerzo trapezoidal en el modelo de MacGregor (1997)

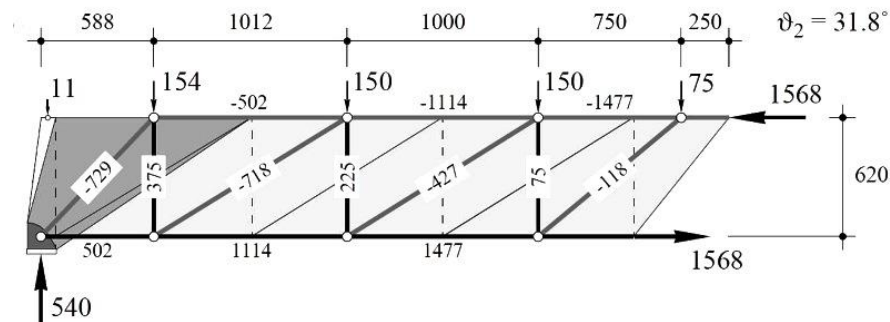


Figura 5.15 Traslape entre el abanico y el campo de compresión diagonal adyacente (Sigrist *et al.* 1995)

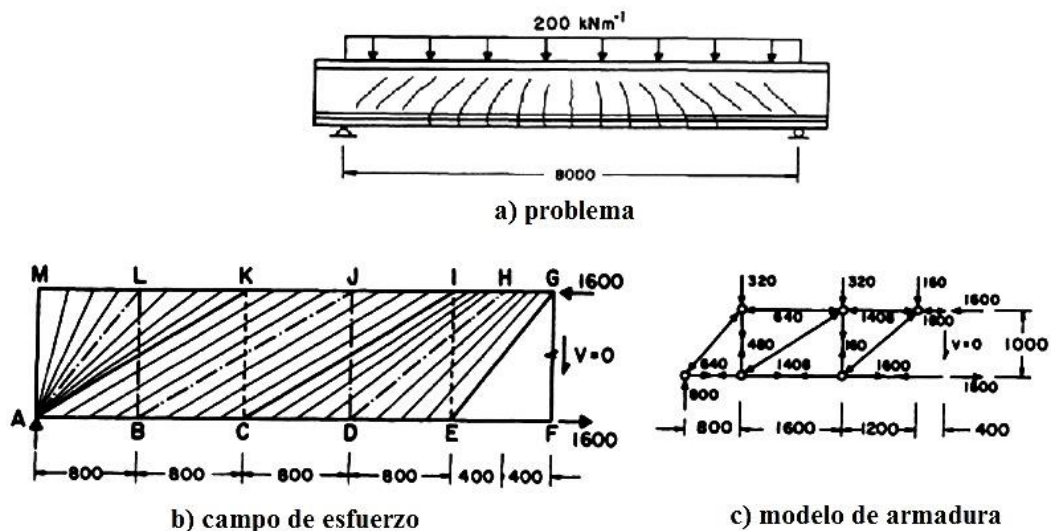
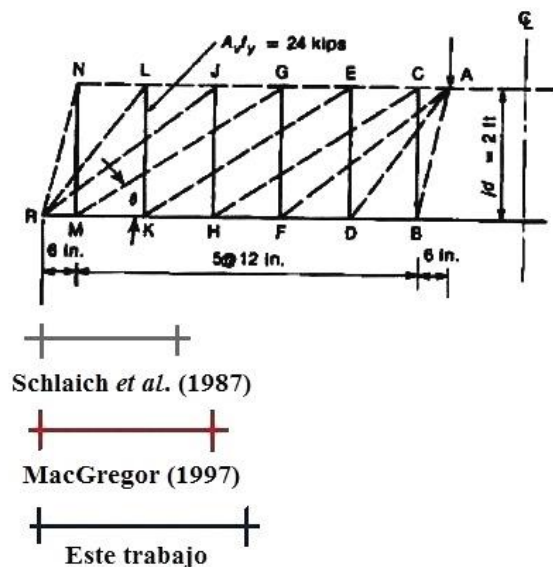


Figura 5.16 Modelado de campos de esfuerzo radial y paralelo con fronteras comunes (Marti 1991)

Otro asunto que vale la pena analizar del ejemplo de MacGregor (1997), es la longitud de las regiones D (extensión horizontal de los abanicos de compresión). En el ejemplo, la extensión de los abanicos es de 30 pulgadas (distancia horizontal entre los nodos R y J, figura 5.14). ¿Cómo compara esta distancia con una respaldada por un modelo mecánico?

Al calcular la distancia  $x_{cr}$  con la ecuación 5.1 considerando  $\theta = 33.7^\circ$  y  $d = jd = 24$  pulgadas, se tiene que la extensión de los abanicos tendría que ser de 36 pulgadas. Esto significa que los abanicos del modelo de MacGregor (1997) son más pequeños de lo que deberían ser si se comparan contra los de un modelo típico (figura 5.2), es decir, uno que respete las recomendaciones *genéricas* disponibles en la literatura (por ejemplo, Hsu 1993, Muttoni *et al.* 1997 y Nielsen 1999).

Un análisis adicional y obligado en el ejemplo de MacGregor (1997), es comparar la extensión de las regiones D contra la que resulta de las recomendaciones de Schlaich *et al.* (1987); lo que se justifica, pues, en el libro del profesor MacGregor se hace alusión a ellas. De esta manera, y simplificando los cálculos suponiendo que  $d = jd$ , la extensión de los abanicos de compresión sería de 24 pulgadas. Este resultado tampoco explica la extensión observada en el ejemplo (30 pulgadas). En la figura 5.17 se presenta un croquis que facilita la comparación de las tres cantidades mencionadas; con base en esta figura ¿Cómo entender tales diferencias?



**Figura 5.17 Comparación de la longitud de la región D del ejemplo de MacGregor (1997) contra dos propuestas diferentes**

De acuerdo con MacGregor (1997), la configuración de los abanicos de compresión depende del número de estribos que lo conforman, es decir, se forma con los puntales *radiados* desde el apoyo o carga concentrada, a cada uno de los estribos que se necesitan para equilibrar dichas fuerzas. Con esta base, y con los resultados mostrados en la figura 5.17, se tiene la convicción de que el ejercicio de MacGregor (1997) es más representativo de un caso de revisión y no de uno de diseño. Lo anterior, ya que aunque este ejercicio clásico no se ajusta a un modelo típico de armadura plástica, ilustra la técnica para una tarea que generalmente es más complicada, como lo es la revisión de elementos existentes.

### 5.3.1 Alternativa al ejemplo de MacGregor (caso de diseño)

Previamente se hicieron algunas observaciones al ejemplo de MacGregor (1997) para explicar la construcción de un modelo de armadura plástica. El análisis sugiere que el ejemplo no ilustra el diseño de un elemento nuevo, sino la revisión de uno existente, y que esta situación, probablemente, haya favorecido que algunos investigadores malinterpretaran los conceptos fundamentales de los modelos de armadura plástica (por ejemplo, Li y Tran 2008 y Kuo *et al.* 2010).

En esta sección se presenta un ejemplo de diseño utilizando como referencia el del profesor MacGregor (1997). En el ejercicio se ha respetado la longitud del claro de cortante ( $a = 72$  pulgadas) y la inclinación del campo de compresión diagonal, es decir,  $\cot \theta = 1.5$  ( $\theta = 33.7^\circ$ ). Por conveniencia, el peralte efectivo ( $d$ ) se supuso igual al brazo de palanca ( $d = 24$  pulgadas). Esta simplificación se debe a que: 1) las ecuaciones propuestas en esta tesis están calibradas con el peralte efectivo, 2) con base en este parámetro se hace normalmente la clasificación de la esbeltez (cociente  $a/d$ ) y, 3) es evidente que MacGregor (1997) utilizó una relación geométrica tal que  $(a/d) \approx (a/jd) = 3$ , es decir, el ejercicio original fue construido con una trabe “esbelta” conforme al criterio tradicional que resulta del Valle de Kani ( $a/d > 2$ ). Finalmente, también se conservó la resistencia de los estribos, por lo que la carga y la reacción se tributan a tres de ellos para satisfacer el equilibrio vertical en las regiones D.

Al sustituir los valores mencionados en las ecuación 5.2 a 5.4, se obtienen los resultados mostrado en las ecuaciones 5.5 a 5.7, respectivamente. Estos resultados indican que la trabe puede alojar un campo de compresión diagonal con una inclinación  $\theta = 33.7^\circ$ , por lo que no hay la necesidad de acortar la extensión de los abanicos de compresión como en el ejemplo original (figura 5.17).

$$a = 72 \text{ pulgadas} \geq \frac{2(24)}{\tan 33.7^\circ} = 72 \text{ pulgadas} \quad (\text{se forma región B}) \quad 5.5$$

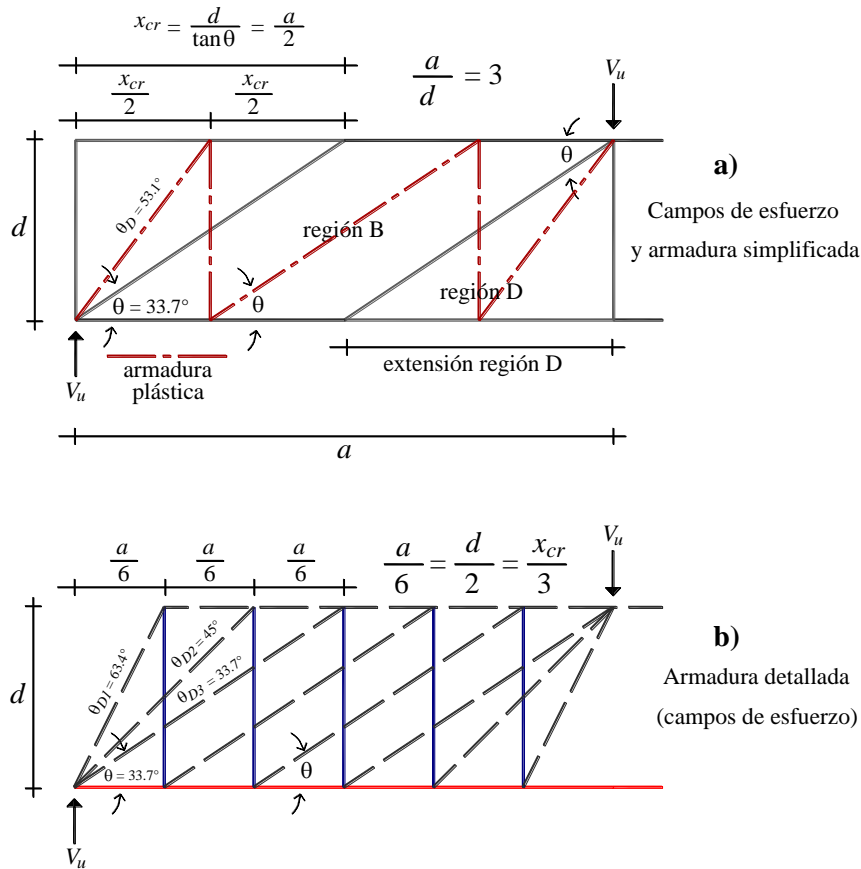
$$\lambda_p \geq 1 = \frac{72(\tan 33.7^\circ)}{2(24)} = 1 \quad (\text{se forma región B}) \quad 5.6$$

$$N_T = (2(1) - 1) = 1 \quad (\text{región B con un tablero de armadura}) \quad 5.7$$

$$x_{cr} = \frac{24}{\tan(33.7^\circ)} = 36 \text{ pulgadas} \quad (\text{extensión región D}) \quad 5.8$$

De acuerdo con la recomendación de esta tesis, la longitud de las regiones D es la misma que la extensión de los abanicos de compresión (figura 5.2), por lo que su cálculo se debe hacer como se muestra en la ecuación 5.8.

El resultado de la ecuación 5.8 podría inquietar a muchos ingenieros. Lo anterior, ya que los abanicos tienen una extensión igual a la mitad del claro de cortante ( $a/2 = 36$  pulgadas). Sin embargo, esta situación no debe preocupar, ya que en medio de ambos abanicos “cabe” teóricamente el campo de compresión diagonal que pronostican las ecuaciones 5.5 a 5.7. En la figura 18-a se muestran estos campos de esfuerzo, en los que se ha sobrepuesto el modelo de armadura que los representa. Es de llamar la atención, que la armadura está formada por un solo panel en la región B como fue pronosticado por la ecuación 5.7.



**Figura 5.18 Propuesta alterna al ejemplo de MacGregor (1997)**

Para bosquejar el modelo de armadura detallado (campos de esfuerzo), se debe tomar en cuenta que los abanicos de compresión están formados por tres estribos. Como dicta el sentido común, éstos se deben repartir uniformemente dentro de la proyección horizontal de cada región D, es decir, a una distancia  $s = x_{cr}/3 = a/6$ . Al proceder de esta manera se obtiene el modelo de armadura detallado mostrado en la figura 5.18-b. De la figura se destacan los siguientes aspectos:

1. La inclinación del campo de compresión diagonal queda definida por los abanicos de compresión.
2. Existe una frontera común entre los abanicos de compresión y el campo de compresión diagonal (línea de discontinuidad).

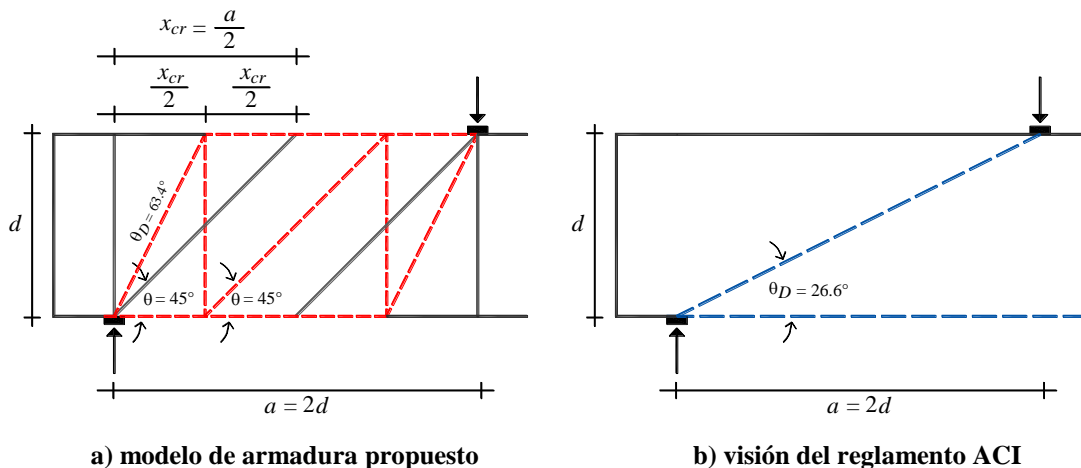
3. El ángulo de inclinación de los puntales que representan las regiones D (en este caso abanicos de compresión), tanto del modelo de armadura simplificado (figura 5.18-a) como del detallado (figura 5.18-b) satisfacen el intervalo  $26.6^\circ \leq \theta_D \leq 63.4^\circ$ .
4. Los estribos que pertenecen al abanico de compresión quedan dentro de la región D plástica.
5. Se requiere de un estribo menos que en el ejercicio original (cinco contra seis estribos).

Vale la pena aclarar, que en este trabajo se hizo una distinción entre el ángulo de inclinación del campo de compresión diagonal de una región B ( $\theta$ ) y el de un puntal, o puntales, de una región D con o sin refuerzo transversal ( $\theta_D$ ). Esta clasificación, hasta donde se sabe inexistente en la literatura técnica, facilita distinguir las características de ambas regiones.

Finalmente, y una vez elaborado este ejercicio, se tiene mayor certeza de que el profesor MacGregor (1997) hizo un ejemplo de revisión y no uno de diseño.

#### 5.4 REFLEXIONES PRIMARIAS SOBRE LA IMPORTANCIA DE IDENTIFICAR EL MODO DE TRABAJO DE LOS ABANICOS DE COMPRESIÓN

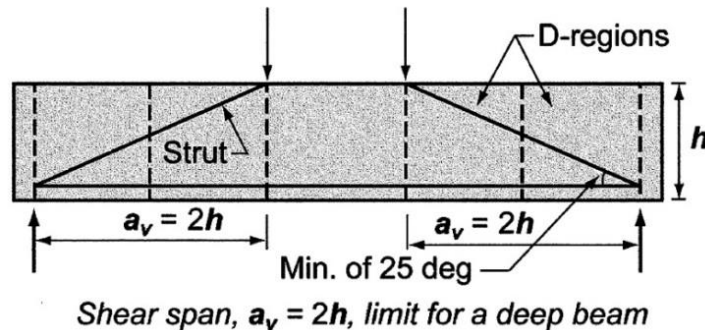
El ejercicio desarrollado en la sección 5.3.1 implica mucho más que presentar una alternativa para un ejemplo clásico de la literatura técnica: ofrece una perspectiva algo diferente del diseño por cortante. Por ejemplo, se puede demostrar que al aplicar el procedimiento en una trabe con  $a/d = 2$  y  $\theta = 45^\circ$ , se obtiene un resultado similar al de la figura 5.18, es decir, una trabe en la que los abanicos de compresión cubren medio claro de cortante, pero permiten la formación de un campo de compresión diagonal (figura 5.19-a).



**Figura 5.19** Comparación entre el modelo de armadura que resulta para una trabe con estribos con  $a/d = 2$  y  $\theta = 45^\circ$  contra el sugerido en el reglamento ACI 318 11

Este resultado es interesante, pues de acuerdo con el apéndice A del reglamento ACI 318 vigente desde el año 2002, para un claro de cortante típico con  $a/d = 2$ , el único modelo de armadura viable es uno de *puntal directo* sin importar (figura 5.20): i) que el elemento tenga o

no tenga acero de refuerzo transversal o, ii) en caso de tenerlo, el ángulo de inclinación del campo de compresión diagonal ( $\theta$ ).



**Figura 5.20 Modelo de armadura para vigas con  $a/d = 2$  según el reglamento ACI 318 11**

El problema que tiene el modelo de armadura que recomienda el reglamento del ACI 318, es que éste es el que mejor explica la resistencia de una trabe *sin* refuerzo transversal con una relación  $a/d \leq 2$  (Rogowsky y MacGregor 1983, Reineck 1991, Muttoni *et al.* 1997, Collins *et al.* 2007). De hecho, la única diferencia sustancial que tiene la armadura del reglamento ACI 318 con la que han recomendado varios investigadores (figura 5.19-b), es que la inclinación mínima del puntal de la primera ( $\theta_D = 25^\circ$ ), es un redondeo del recomendado normalmente por la teoría de la plasticidad del concreto ( $\theta_D = 26.6^\circ$ ).

Tomando en cuenta que la filosofía de diseño por cortante de las regiones B del reglamento ACI 318 implica un ángulo  $\theta = 45^\circ$ , es posible hacer algunos señalamientos que resultan de comparar los modelos mostrados en la figura 5.19, es decir, los que corresponden a dos traveses con  $a/d = 2$ , pero una con estribos y la otra sin estribos (figuras 5.19-a y 5.19-b, respectivamente):

- 1) Ambos modelos satisfacen la extensión de las regiones D sugerida por Schlaich *et al.* (1987), por lo que, sin importar si la trabe tiene o no estribos, las regiones D tienen una longitud de un peralte efectivo ( $d$ ). De esta manera, y de acuerdo con Schlaich *et al.* (1987) y con el reglamento ACI 318-2011, el claro de cortante tendría que estar formado exclusivamente por dos regiones D no traslapadas en las que no existe espacio para una región B.
- 2) A pesar de lo anterior, el modelo de la figura 5.19-a sugiere que una trabe con una relación geométrica  $a = 2d$  y con la cantidad y distribución adecuada de estribos, puede desarrollar un campo de compresión diagonal con inclinación  $\theta = 45^\circ$ . En otras palabras, el elemento puede albergar una región B (plástica).

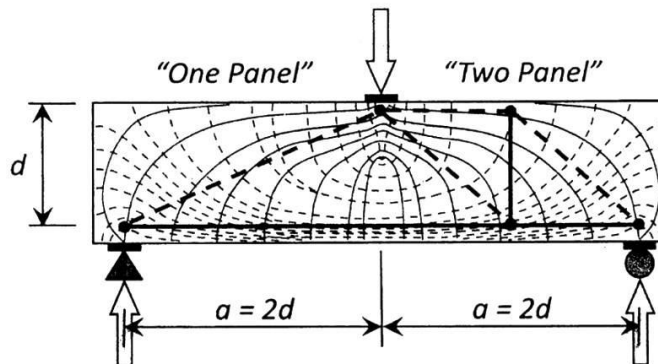
Este análisis, muy rústico si se desea, pone de manifiesto un conflicto entre la identificación y significado de las regiones D que ampara el reglamento del ACI 318, y los alcances de sus recomendaciones de diseño. Entre las posibles causas de esta situación se proponen las siguientes:

- i. La interpretación limitada de los trabajos de Kani (1964), Fenwick y Paulay (1968) y Schlaich *et al.* (1987).
- ii. El descuido de las diferencias, limitantes y forma de trabajo de los mecanismos de arco y de viga en traves con y sin refuerzo transversal.
- iii. El olvido de las restricciones originales del Committee 326 (1962/a/b) sobre el uso de la contribución del concreto y su relación con la sección crítica por cortante.
- iv. La desmedida importancia que se le ha dado a la resistencia del concreto agrietado (fricción en las grietas), sobre la que aporta el concreto no agrietado (bloque de compresión).

Ante este panorama, es válido plantear las siguientes interrogantes:

- a) ¿Es prudente seguir extrapolando de forma poco clara, el modelo de armadura de puntal directo?
- b) ¿Conviene seguir clasificando la esbeltez de las traves con refuerzo transversal, con el cociente  $a/d$  cuando sólo aplica a traves sin estribos?
- c) ¿Se debe continuar usando la clasificación de las regiones B-D propuesta por Schlaich *et al.* (1987), basada en análisis elásticos, y que sólo se satisface en modelos de armadura plástica con  $\theta = 45^\circ$ ?
- d) ¿Bajo qué circunstancias se puede realmente incorporar en un modelo de armadura la contribución del concreto?
- e) ¿Se puede seguir omitiendo la importancia que tienen los abanicos de compresión en el comportamiento global de una viga?

La relevancia de estos cuestionamientos se puede justificar con publicaciones como las de Li y Tran (2008) y Kuo *et al.* (2010) comentados en la sección 5.2; no obstante, a continuación se presentan otros casos que vale la pena considerar.



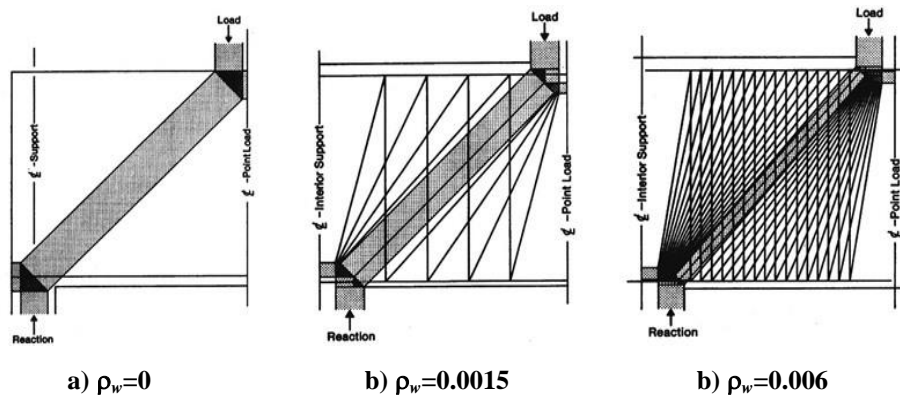
**Figura 5.21 Modelos de armadura justificados por Tuchscherer *et al.* (2011) a partir de las trayectorias de los esfuerzos principales elásticos**



La figura 5.21 es original de Tuchscherer *et al.* (2011), y muestra una trabe con una relación  $a = 2d$  simplemente apoyada y cargada al centro. Sobre la trabe mostraron las trayectorias de esfuerzos principales elásticos, y sobre ellas dos modelos de armadura plástica. En el claro de la izquierda (“one panel”) se muestra un mecanismo de armadura de puntal directo, y en el de la derecha (“two panel”) uno que es la representación discreta de dos abanicos de compresión acoplados. El primero es el modelo ideal de esa trabe en ausencia de estribos, y el segundo es una opción válida cuando se suministra suficiente acero de refuerzo transversal; sin embargo, ninguno de los dos se puede justificar con las trayectorias de esfuerzos principales elásticos como, indiscriminadamente, lo hicieron Tuchscherer *et al.* (2011).

Rogowsky y MacGregor (1983) ofrecieron una visión muy amplia del mecanismo resistente a cortante de las trabes de gran peralte (claros de cortante formados sólo por regiones D). Con base en evidencia experimental, y un análisis cuidadoso de modelos de armadura, llegaron a la conclusión que: 1) los esfuerzos elásticos no pronostican la distribución de fuerzas en la falla del elemento y, 2) la cuantía del refuerzo transversal modifica sustancialmente el mecanismo de falla (figura 5.22). A partir de sus observaciones, Rogowsky y MacGregor (1983) propusieron la siguiente definición:

“Una viga peraltada es cualquier viga en la que la mayor parte de la carga es transmitida al apoyo mediante un puntal de compresión”



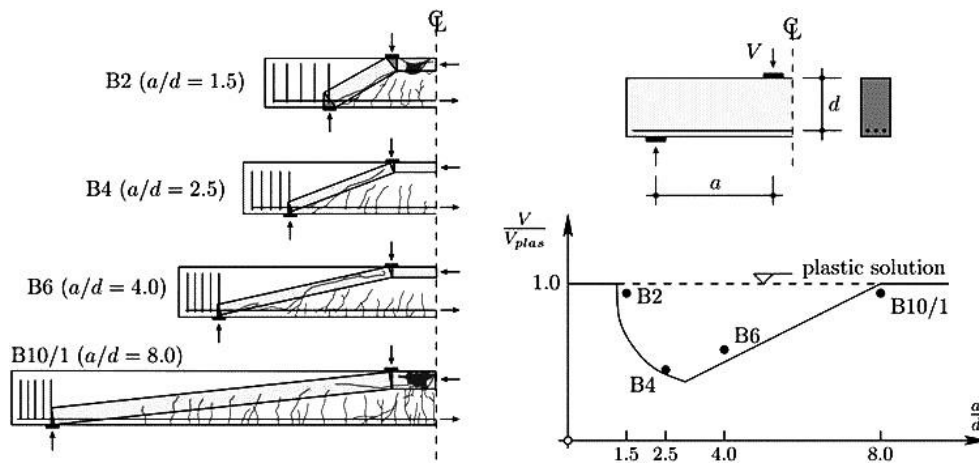
**Figura 5.22 Modelos propuestos por Rogowsky y MacGregor (1983) para una trabe con  $a/d=1$**

Rogowsky y MacGregor (1983) aclararon que dadas las limitantes del cociente  $a/d$  para explicar el comportamiento en trabes con estribos, su definición debía entenderse en un contexto *estático* más que *geométrico*. Al final, puntualizaron que: i) en vigas sin refuerzo transversal, el límite superior para tener un puntal directo entre la carga y el apoyo es  $a = 2d$  y, ii) el comportamiento de vigas peraltadas con altas cuantías de refuerzo transversal es independiente del cociente  $a/d$ .

Se tiene la convicción que no es difícil identificar la relación que existe entre las conclusiones de Rogowsky y MacGregor (1983) para trabes peraltadas, y el parámetro de esbeltez ( $\lambda_p$ ) presentado en esta tesis doctoral (ecuación 5.3). Esto apoya la idea que una relación puramente geométrica, como lo es el parámetro  $a/d$ , no es suficiente para determinar las regiones B-D en las trabes con refuerzo transversal, ni tampoco para predecir su comportamiento estructural.

Lamentablemente, las ideas claras y contundentes de Rogowsky y MacGregor (1983) fueron puestas en un reporte de circulación limitada, y sólo fueron mencionadas parcialmente, o sin el mismo rigor, en las publicaciones internacionales relacionadas con este trabajo (Rogowsky *et al.* 1986 y Rogowsky y MacGregor 1986). Lo mismo ha sucedido con el libro de texto del profesor MacGregor, donde incluso se han ido *suavizando* paulatinamente estas ideas en favor de las definiciones del reglamento ACI 318, amparadas en el cociente  $a/d$ , como identificador de “esbeltez” (comparar la sección de traves peraltadas en MacGregor 1988, 1992 y 1997 contra MacGregor y Wight 2005, y Wight y MacGregor 2009).

Tal vez una consecuencia de esta situación, es que recientemente se haya propuesto el uso de modelos de puntal directo en traves sin estribos muy esbeltas, con el justificante que el cortante que se resiste por fricción en la grieta lo permite. En la figura 5.23 se presenta este caso, el cual es analizado con detalle en los apéndices E y F.



**Figura 5.23 Modelos de puntal directo propuestos por Muttoni y Fernández Ruiz (2008) para traves sin refuerzo transversal**

Otro asunto sobre el cual también se debe reflexionar, es sobre si el ingeniero en realidad es *libre* de elegir el ángulo de inclinación del campo de compresión diagonal de sus modelos (MacGregor y Wight 2005). Posiblemente, esta idea tenga su origen en el método de diseño por secciones desarrollado por Collins y Mitchell (1986) a partir de la teoría de los campos de compresión, pues, textualmente indicaron:

“El diseñador es libre de elegir el ángulo  $\theta$  con el cual se determina la cantidad relativa de acero de refuerzo transversal y longitudinal.”

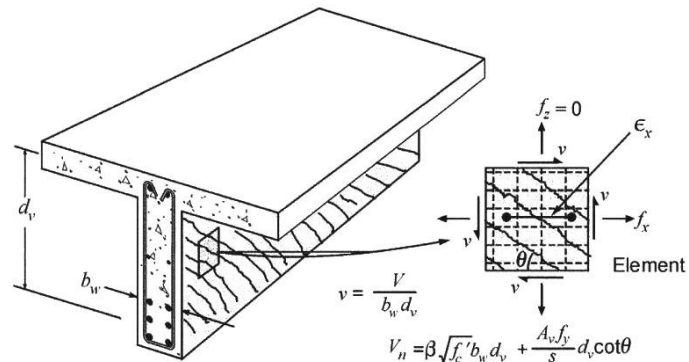
Esta idea se mantuvo en la versión posterior del método de diseño, la cual, ya incluyó una contribución del concreto acorde con la teoría modificada de los campos de compresión (Collins *et al.* 1996).

Con base en la filosofía en que sustenta el parámetro  $\lambda_p$  presentado en esta tesis (ecuación 5.3), no debería ser difícil aceptar que el valor del ángulo de inclinación del campo de compresión diagonal ( $\theta$ ) no puede ser una elección libre del diseñador de estructuras (en el sentido que pueda utilizar cualquier valor que tenga en mente). Se tiene temor que este tipo de

recomendaciones haya liderado diseños en los que el valor del ángulo  $\theta$ , seleccionado sin ninguna restricción, impida la formación del campo de compresión diagonal (región B) supuesto en el diseño; en otras palabras, que en realidad el campo de compresión diagonal no *quepa* dentro del elemento (o tramo de elemento).

Para verificar la formación del campo de compresión diagonal, el ingeniero en estructuras puede optar por: 1) técnicas de diseño gráficas como las recomendadas por Marti (1985/b y 1991) o Muttoni *et al.* (1997) en las que, por procedimiento, se verifica que el ángulo  $\theta$  satisfaga alguno de los intervalos de la teoría de la plasticidad del concreto o, 2) un diseño por secciones, *revisando* que el ángulo propuesto lidere la formación de una región B (por ejemplo, las ecuaciones 5.2 a 5.4).

Para defender la recomendación de la libre elección del ángulo  $\theta$  que promueven algunos métodos de diseño, se puede argumentar que estos incorporan restricciones que promueven fallas dúctiles por cortante, pues: 1) evitan el aplastamiento del alma y, 2) controlan la fluencia del acero de refuerzo. En general, los métodos de diseño sustentados en la teoría modificada de los campos de compresión funcionan de esta manera (por ejemplo, Collins y Mitchell 1986, Collins *et al.* 1996 y Bentz y Collins 2006); sin embargo, y desde una perspectiva puramente conceptual, no sirven de mucho tales controles si en la trabe no se puede desarrollar un campo de esfuerzo (región B) comparable al formado en los paneles ensayados por Vecchio y Collins (1986), que son parte importante del soporte experimental de esta filosofía de diseño (figura 5.24).



a) prueba de panel (Collins *et al.* 2007)    b) simplificación con fines de diseño (Bentz *et al.* 2006)

**Figura 5.24 Soporte experimental de los métodos de diseño derivados de la teoría modificada de los campos de compresión**

Se acepta que la teoría modificada de los campos de compresión tiene una gran valía como herramienta predictiva y de análisis forense (Vecchio *et al.* 2004, Collins *et al.* 2007). No obstante, también debe reconocerse que los métodos de diseño que se sustentan en ella han quedado por debajo de las expectativas de muchos diseñadores de estructuras (por ejemplo, Gesun 2000 y Lee 2000). Por ello, estos métodos han sufrido constantes “modificaciones” para tratar de corregir este inconveniente (por ejemplo, “NCHRP 549” 2005 y Bentz *et al.* 2006).

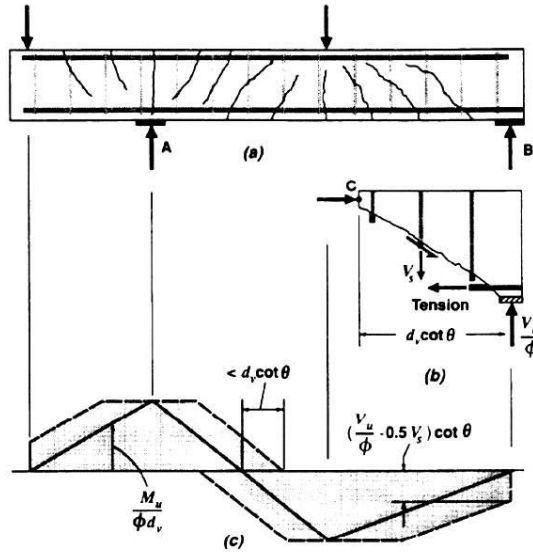


Figura 5.25 Sección crítica en el método general de diseño por cortante de la TMCC (Collins *et al.* 1996)

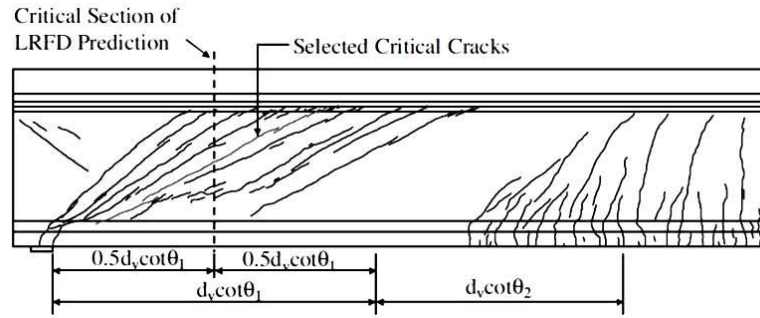
Entre los diversos cuestionamientos que se le han hecho a los métodos de diseño afines a teoría modificada de los campos de compresión (TMCC), se desconoce de alguno que se refiera a la sección crítica por cortante que promueve. El tema es de importancia, sobre todo porque se trata de una filosofía de diseño que fomenta el uso de diversos valores de  $\theta$ .

Es interesante retomar el posible origen de la definición de la sección crítica de los métodos de diseño derivados de la TMCC. Al referirse a la contribución del acero de refuerzo transversal, Collins *et al.* (1996) comentaron (figura 5.25):

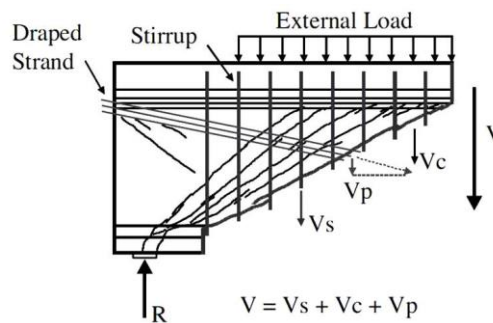
“Mientras que este cálculo es hecho para una sección en particular, la falla por cortante causada por la fluencia de los estribos involucra el refuerzo dentro de una longitud  $d_v \cot \theta$ . De esta forma, los cálculos de una sección pueden ser representativos de un tramo de viga de longitud  $d_v \cot \theta$ , siendo ésta la ubicada en medio de dicho tramo. Por lo tanto, cerca de los apoyos, la primera sección en revisarse es la que está a una distancia  $0.5d_v \cot \theta$  del apoyo; sin embargo, cerca de cargas concentradas las secciones dentro del tramo  $0.5d_v \cot \theta$  no necesitan ser revisadas. Como simplificación, el término  $0.5d_v \cot \theta$  puede ser tomado como  $d_v$ .”

La cita anterior elimina cualquier relación de la sección crítica por cortante con los campos de esfuerzo que se desarrollan en la trabe. Además, promueve la idea equivocada que la sección crítica está dentro de la región D (distancia  $0.5d_v \cot \theta$  desde apoyo), y sugiere que su ubicación se ajustó sólo para hacerla comparable con la del reglamento ACI 318.

En el capítulo cuatro se demostró que la sección crítica por cortante implícita en el reglamento ACI 318, puede explicarse con campos de esfuerzo y modelos de armadura (plásticos y elásticos) que consideran ángulos de inclinación  $\theta = 45^\circ$  y  $\theta_E = 45^\circ$  para la contribución del acero y del concreto, respectivamente.

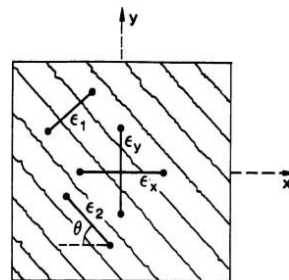


**a) ubicación de la “sección crítica” y de la grieta crítica”**



**b) equilibrio en la “grieta crítica”**

**Figura 5.26 Análisis experimental realizado por Hawkins y Kutchma (“NCHRP 579” 2007)**



**Figura 5.27 Campo de compresión diagonal acorde a la TMCC (Vecchio y Collins 1996)**

¿Tiene consecuencias no darle a la sección crítica por cortante una definición congruente con la mecánica del concreto?

La figura 5.26 fue tomada de un documento que muestra los resultados y análisis experimentales de traveses esbeltas con y sin preesfuerzo realizados por Hawkins y Kutchma (“NCHRP 579” 2007). En esa figura se muestra la ubicación de la “sección crítica”, y la identificación de la “grieta crítica” donde Hawkins y Kutchma plantearon el equilibrio vertical para determinar la contribución del concreto conforme a la TMCC. El problema, es que esa sección crítica: 1) está exactamente en medio de una región D y, 2) “corta” grietas esencialmente *radiales* que no tienen relación con las grietas *paralelas* de los paneles ensayados por Vecchio y Collins (1986) que sirvieron para elaborar la TMCC, y que son típicas de un campo de compresión diagonal de una región B (figura 5.27).

Otro asunto de importancia, es que la “grieta crítica” mostrada en la figura 5.26 excluye estribos que pertenecen al abanico teórico que también participan en el equilibrio de la reacción. Aunque esta situación, sin duda, hace sobreestimar la contribución del concreto en una trabe esbelta, lo más preocupante, es que esta “contribución del concreto” está francamente en medio de una región D, lo que la hace incompatible con la que recomienda el reglamento ACI 318 (“Committee 326” 1962/a) y la propia teoría modificada de los campos de compresión (Vecchio y Collins 1986).

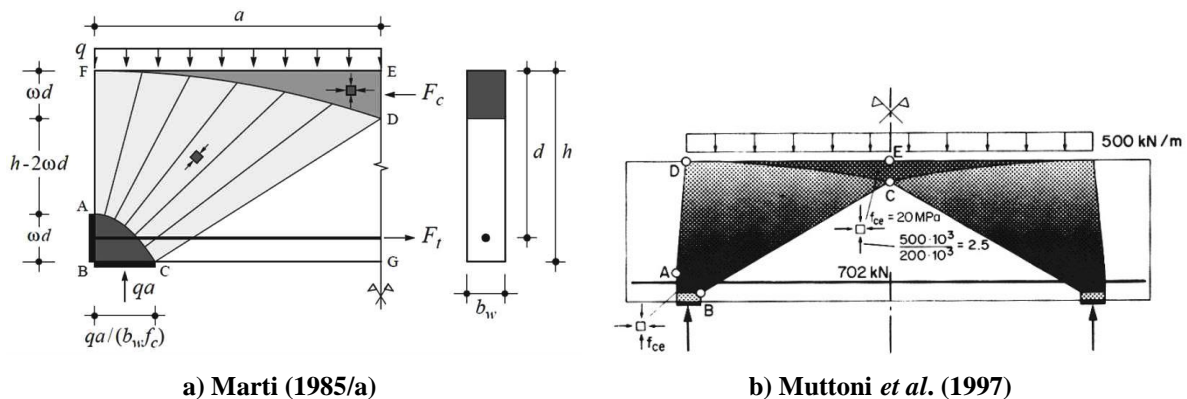
Finalmente, en esta sección se han presentado reflexiones y ejemplos que demuestran que a pesar del vasto estado del conocimiento, aún existen algunas inconsistencias en el tratamiento que se le ha dado a las regiones D en general, y los abanicos de compresión en particular.

La situación sugiere que el análisis, diseño y detallado de una viga de concreto reforzado con estribos, deben estar subordinados a la configuración de los abanicos de compresión. Lo anterior, ya que de éstos depende: i) la esbeltez del elemento, ii) la extensión de las regiones D, iii) la ubicación de la sección crítica por cortante y iv) el uso congruente de la contribución del concreto. Estos temas se analizan en el resto del capítulo.

### 5.5 CONFIGURACIÓN BÁSICA DE LOS ABANICOS DE COMPRESIÓN

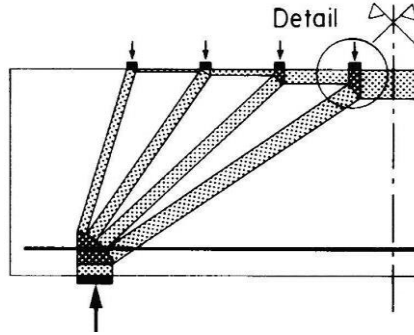
Como se comentó en la sección 5.2, la formación de un abanico de compresión no requiere necesariamente de estribos. Un caso típico, es una viga peraltada sin refuerzo transversal simplemente apoyada y sometida a carga uniformemente distribuida. De acuerdo con la teoría de la plasticidad del concreto, en estas condiciones el flujo de fuerzas forma dos abanicos de compresión que, como se defiende en estas tesis, representan un mecanismo de arco exclusivo de las regiones D (figura 5.28).

En la figura 5.28-a se muestra la solución de Marti (1985/a) para el caso descrito anteriormente, donde  $\omega$  es la cuantía mecánica ( $\omega = \rho f_y / f'_c$ ) y representa el porcentaje del peralte efectivo que se necesita para acomodar los campos de esfuerzo en compresión biaxial, formados por la intersección de los elementos de armadura sometidos a esfuerzo axial (nodos, conforme a la terminología del método de puntales y tensores).



**Figura 5.28** Abanicos de compresión formados en traves peraltadas sin refuerzo transversal





**Figura 5.30 Representación discreta de un abanico de compresión (Muttoni *et al.* 1997)**

De esta simplificación se desprenden las siguientes preguntas:

1. ¿El abanico de compresión de una trabe esbelta, puede formarse radiando puntales desde el apoyo a cada uno de los estribos adyacentes, como si se tratara de cargas equivalentes de una carga distribuida?
2. Si la respuesta a la pregunta uno es afirmativa, ¿Debería de aplicarse en un abanico la restricción usual para la inclinación de los puntales que dicta la teoría de la plasticidad del concreto para las regiones B ( $26.6^\circ \leq \theta \leq 63.4^\circ$ )?
3. Si es afirmativa la respuesta a la pregunta dos, ¿Esto, en sí mismo, no representa una guía natural para diseñar y detallar los abanicos en las traves con estribos? En caso de ser negativa, ¿Cuál sería un intervalo adecuado para la pendiente de los puntales de un abanico de compresión?

La respuesta de la primera pregunta es afirmativa, y se sustenta en las recomendaciones de MacGregor (1997) para construir un modelo de armadura plástica (figura 5.8). Las respuestas de las otras dos interrogantes se desarrollan en la siguiente sección.

## 5.6 INCLINACIÓN DE LOS PUNTALES DE UN ABANICO DE COMPRESIÓN

De acuerdo con MacGregor (1997), configurar el abanico de compresión de una trabe con refuerzo transversal, implica usar puntales que conecten la reacción o carga externa con cada uno de los estribos que se requieren por equilibrio vertical, sin importar que su inclinación satisfaga el intervalo usual para un campo de compresión diagonal ( $26.6^\circ \leq \theta \leq 63.4^\circ$ ). Por ejemplo, el puntal RN mostrado en la figura 5.31 tienen una inclinación  $\theta_d = 76^\circ$  que no satisface este límite ( $\theta_{RN} = \tan^{-1}(24/6) = 75.96^\circ$ ). Esta recomendación es opuesta a la de Collins y Mitchell (1980), quienes restringieron la inclinación de los puntales de los abanicos a un intervalo delimitado por ecuaciones que incorporan el nivel de esfuerzo y deformación en el elemento, y que tiene la particularidad de que la suma de sus límites es  $\theta = 90^\circ$ . Con esta lógica, se debe respetar el intervalo  $26.6^\circ \leq \theta \leq 63.4^\circ$  ( $26.6^\circ + 63.4^\circ = 90^\circ$ ).

Otros investigadores han configurado abanicos con puntales que tampoco satisfacen el intervalo  $26.6^\circ \leq \theta \leq 63.4^\circ$ , e incluso tienen inclinaciones muy cercanas a la vertical. En la figura 5.32 se muestra un abanico configurado por Ramírez y Breen (1983), donde el puntal



D1 tiene un ángulo de inclinación  $\theta_D = 84^\circ$  ( $\theta_{D1} = \tan^{-1}(43/4.75) = 83.69^\circ$ ) y el puntal D2 un ángulo  $\theta_D = 72^\circ$  ( $\theta_{D2} = \tan^{-1}(43/14.25) = 71.66^\circ$ ).

Posiblemente, esto se deba a que el intervalo  $26.6^\circ \leq \theta \leq 63.4^\circ$  fue pensado originalmente para un campo de compresión diagonal (Thürlimann 1979), y a que su resultante conserva la inclinación en los modelos de armadura simplificados (regiones B, Schlaich *et al.* 1987). Pero esto no sucede en un abanico de compresión (regiones D), ya que los puntales discretos que lo forman son representados por uno solo que no es función de la inclinación de los puntales que representa. Un buen ejemplo de esta situación se presentó en la figura 5.18, y que por comodidad se repite en la figura 5.33.

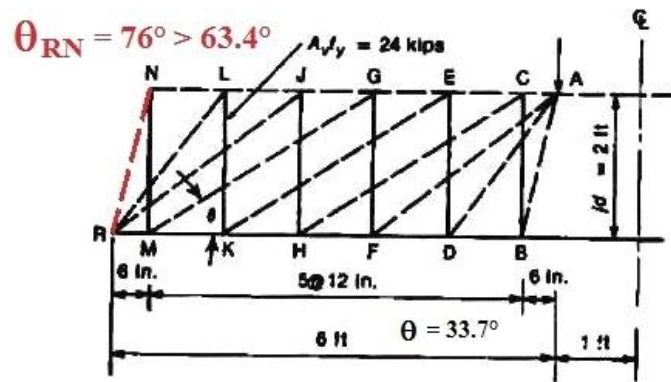


Figura 5.31 Abanico de compresión propuesto por MacGregor (1997). Modificada

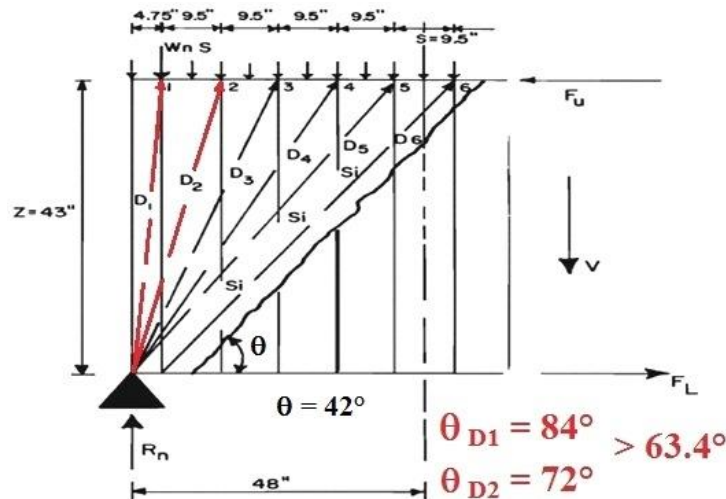
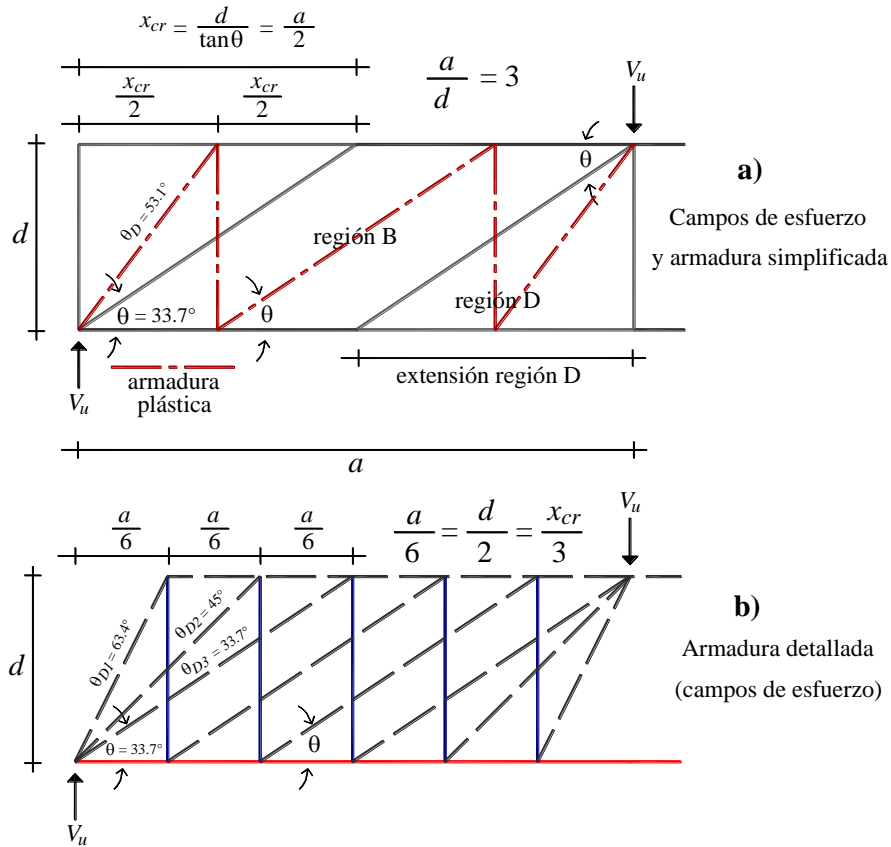


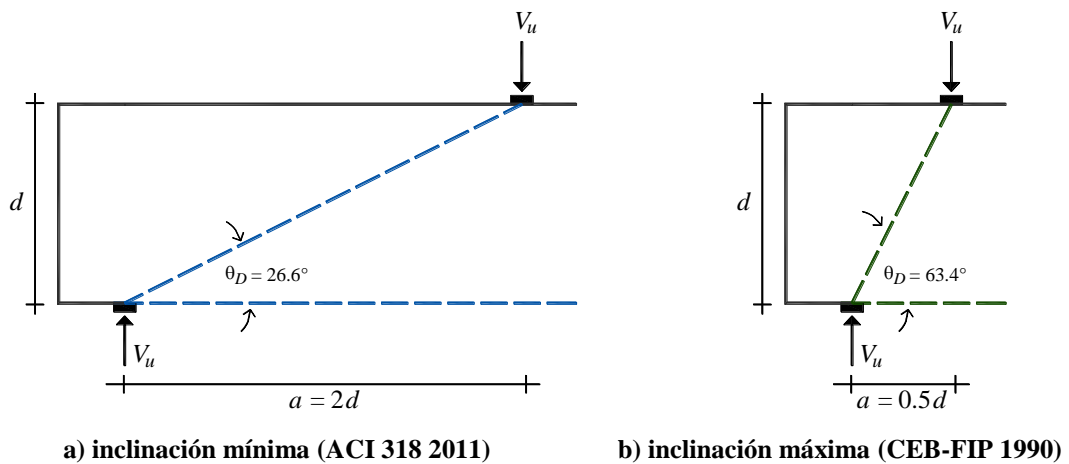
Figura 5.32 Abanico de compresión propuesto por Ramírez y Breen (1983). Modificada

Algunos reglamentos consideran el intervalo  $26.6^\circ \leq \theta \leq 63.4^\circ$ , o alguno de sus límites, para validar un modelo armadura de puntal directo. Por ejemplo, el reglamento modelo CEB-FIP (1990) estipula que la inclinación máxima del puntal debe ser  $\theta_D = 63.4^\circ$ , por su parte, el reglamento del ACI 318 indica la inclinación mínima es un redondeo de  $\theta_D = 26.6^\circ$  (se ha hecho uso del subíndice “D” para reforzar la idea de que los puntales pertenecen a una región

D). Estos límites se muestran gráficamente en la figura 5.34. Ante esta situación, ¿Cómo se debe configurar un abanico de compresión?

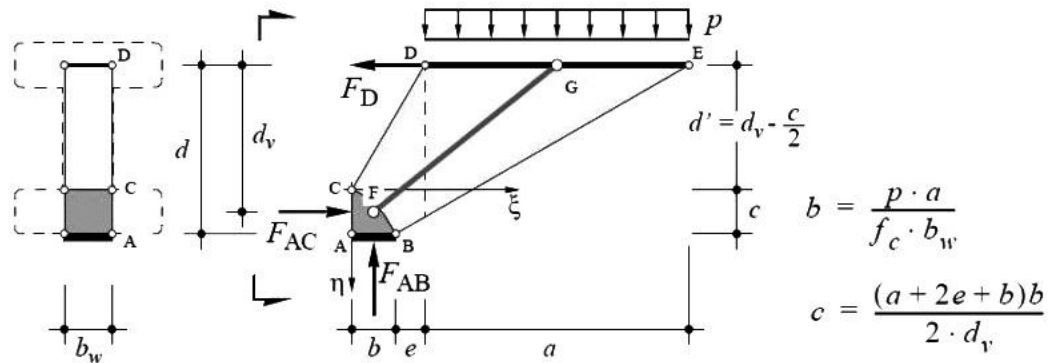


**Figura 5.33** Diferentes inclinaciones de los puntales que representan un abanico de compresión

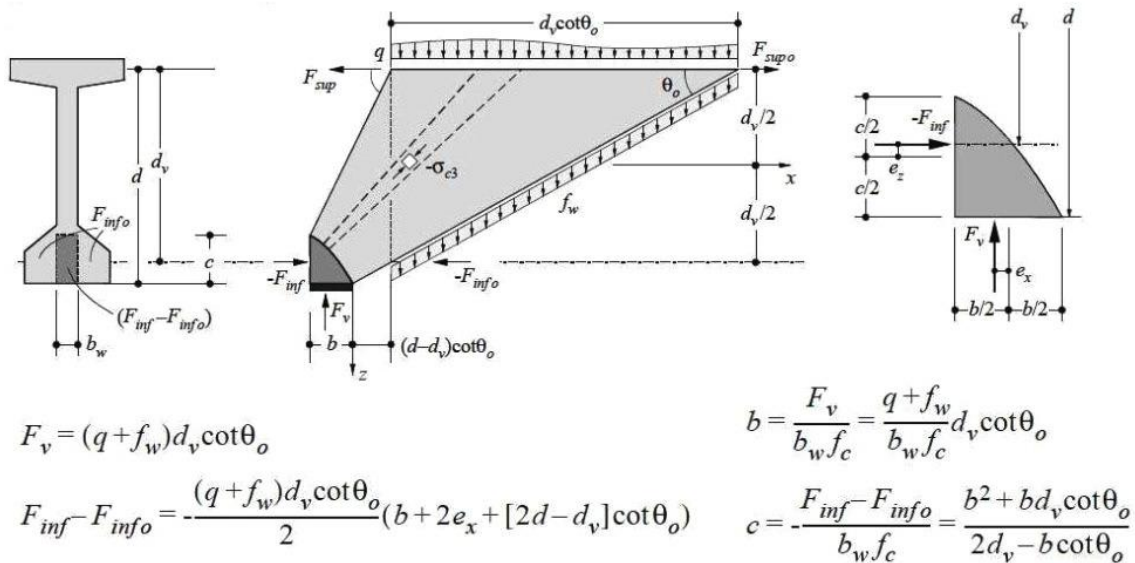


**Figura 5.34** Límites usuales de un modelo de armadura de puntal directo

De acuerdo con Sigrist *et al.* (1995), las dimensiones del nodo donde se apoya un abanico de compresión dependen de la geometría de este último. En la figura 5.35 se muestra la solución que propusieron, donde se observa que la distancia “e” tiene importancia en el diseño estructural. De acuerdo con Sigrist *et al.* (1995), el valor de “e” es arbitrario, y en esta tesis se ha interpretado como la distancia *mínima* en la que se debe colocar el primer estribo para que realmente participe en el mecanismo de armadura.



**Figura 5.35 Solución de un abanico de compresión propuesta por Sigrist *et al.* (1995)**

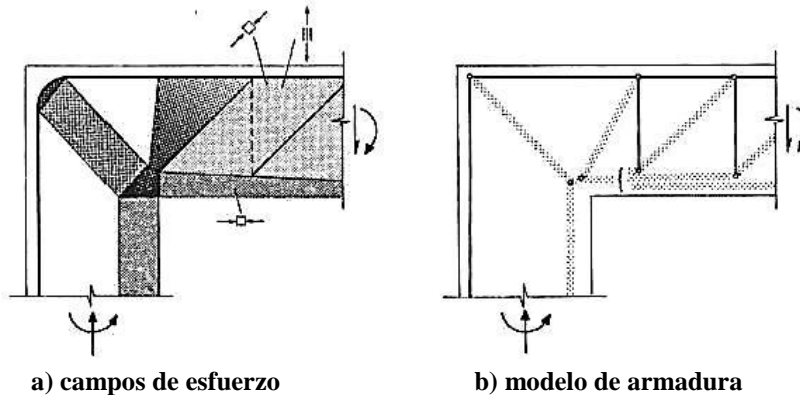


**Figura 5.36 Solución de un abanico de compresión propuesta por Kaufmann (1998)**

Kaufmann (1998) mejoró la solución de Sigrist *et al.* (1995), dándole a la distancia “e” un valor que depende del peralte de la viga y del modelo de armadura ( $e = (d - d_v) / \tan \theta$ ). La solución de Kaufmann (1998) se muestra en la figura 5.36, en la que, por simplicidad, recomendó usar excentricidades nulas en la zona nodal ( $e_x = e_z = 0$ ).

Kaufmann (1998) cotejó su modelo con algunos resultados experimentales, e hizo un estudio analítico para investigar la influencia de algunos parámetros en la respuesta del abanico y de la zona nodal. Del trabajo de Kaufmann (1998) se destacan las siguientes recomendaciones:

1. El ancho del elemento ( $b_w$ , figura 5.36) se debe diseñar con la demanda del campo de compresión adyacente al abanico (región B adyacente).
2. Para evitar esfuerzos elevados de compresión en el abanico y la zona nodal, el ángulo de inclinación del campo de compresión diagonal adyacente al abanico debe ser  $\theta \geq 26.6^\circ$ .
3. Debido al ablandamiento, el diseño o revisión del abanico debe hacerse considerando una resistencia efectiva del concreto ( $f_{ce} = \nu f'_c$ ,  $\nu < 1$ ).
4. Para no tener problemas de resistencia, el abanico debe ser diseñado para acomodar las demandas de compresión de sus bordes superior e inferior.



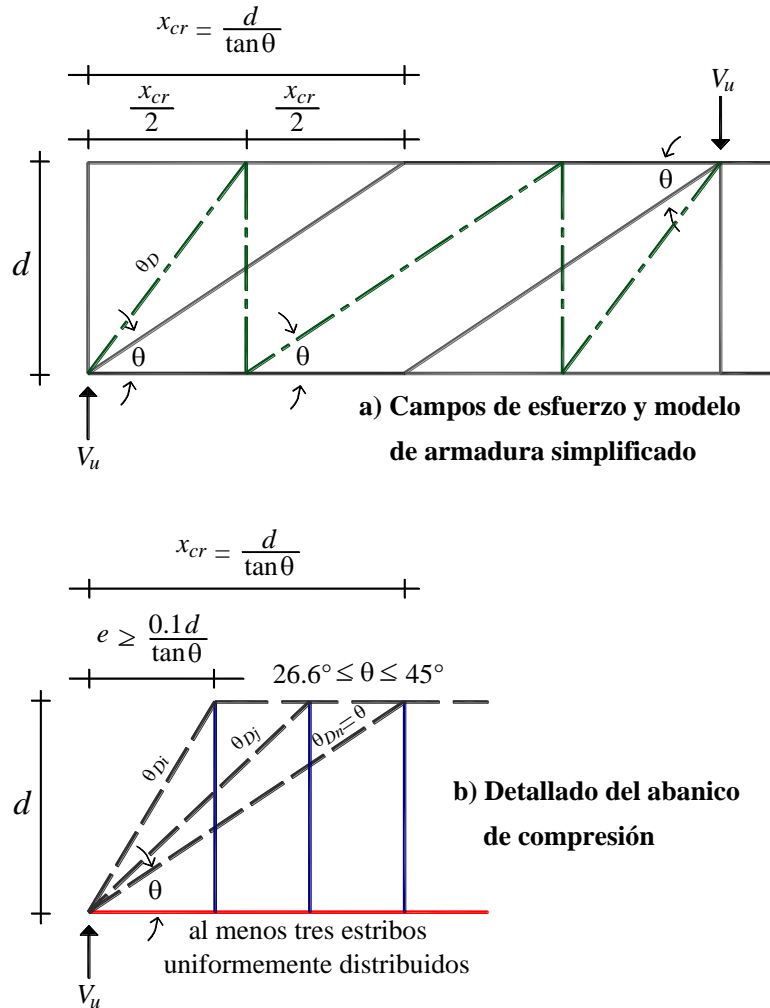
**Figura 5.37** Abanico de compresión en una unión viga-columna (Muttoni *et al.* 1997)

Teniendo en cuenta que en algunas ocasiones es imposible tener una zona nodal definida por un apoyo físico (por ejemplo, la unión monolítica viga-columna mostrada en la figura 5.37), es necesario tener un criterio más general para configurar un abanico de compresión. Con esto en mente, se propone simplificar la solución de Kaufmann (1998) conforme a lo siguiente:

- El brazo de palanca interno de la trabe ( $d_v$ ) tiene un valor igual al 90% del peralte efectivo de la trabe ( $d_v = 0.9d$ ).
- El abanico converge en un punto ficticio, por lo que la zona nodal tiene dimensiones nulas ( $b = c = 0$ , figuras 5.36 y 5.37-b).

Con estas simplificaciones, el primer estribo del abanico medido desde la reacción o carga concentrada, debe colocarse a una distancia  $e \geq 0.1d \cot \theta = 0.1d / \tan \theta$ . Si se acepta que el intervalo  $26.6^\circ \leq \theta \leq 45^\circ$  es el más apropiado para el diseño de trabes esbeltas, el primer estribo en un diseño con  $\theta = 45^\circ$  se tendría que colocar cuando menos a una distancia  $e = 0.1d$ , por lo que puntal más inclinado del abanico tendría una inclinación

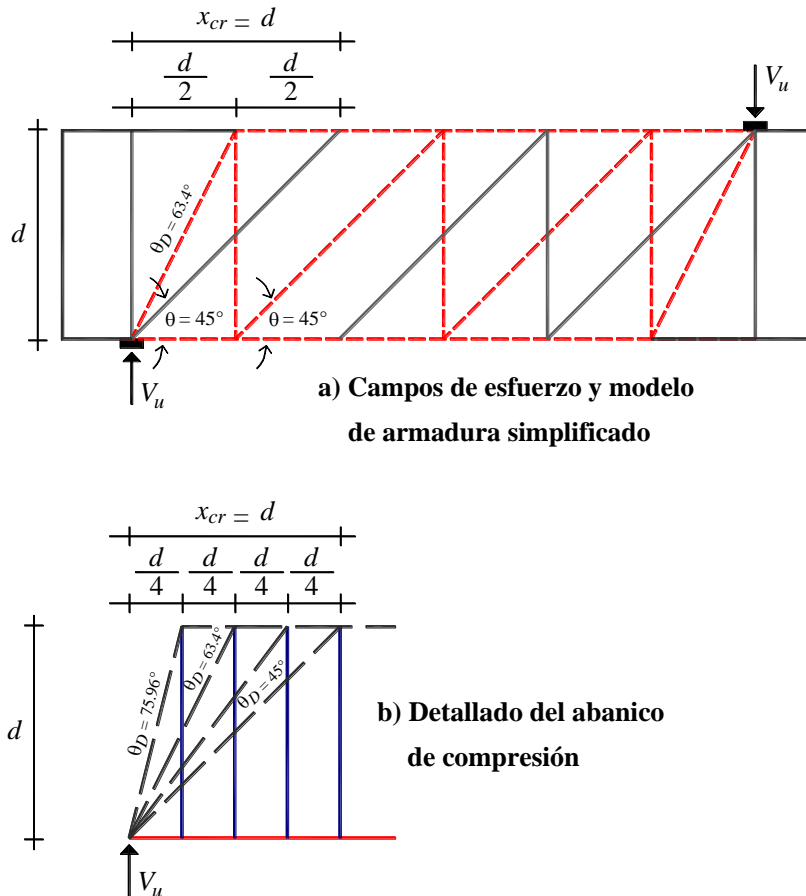
$\theta_D = \tan^{-1}(1/0.1) = 84.3^\circ$ . En caso de utilizar  $\theta = 26.6^\circ$ , se tiene que  $e = 0.2d$ , por lo que la inclinación del primer puntal sería  $\theta_D = \tan^{-1}(1/0.2) = 78.7^\circ$ . Estos valores explican bastante bien los abanicos configurados por MacGregor (1997) y Ramírez y Breen (1983) mostrados en las figuras 5.31 y 5.32, respectivamente.



**Figura 5.38 Configuración de un abanico de compresión diseñado con un modelo de armadura plástica**

Para fines de diseño y detallado, parece lo suficientemente robusto configurar los abanicos usando por lo menos tres estribos dentro de la distancia crítica ( $x_{cr}$ ), y colocar el primero de ellos a una distancia  $e \geq 0.1d/\tan\theta$  medida desde el centroide de la reacción o carga concentrada (figura 5.38). De esta forma, la pendiente de los puntales que forman el abanico cubre el intervalo  $\tan\theta \leq \tan\theta_D \leq 10\tan\theta$ , donde  $\theta$  es el ángulo de inclinación del campo de compresión diagonal que ha sido restringido al intervalo  $26.6^\circ \leq \theta \leq 45^\circ$ , y  $\theta_D$  el de los puntales del abanico. Se aclara que a falta de mayor información, la sugerencia de colocar al menos los tres estribos fue tomada del ejemplo de MacGregor (1997) analizado en la sección 5.2.

Aunque el detallado sugerido es bastante práctico, la realidad es que la mayoría de los diseños por cortante no son hechos con modelos de armadura plástica, sino con métodos inspirados en el del reglamento ACI 318. En ese reglamento, la separación de estribos no solo es la que se obtiene con el modelo de armadura clásica ( $\theta = 45^\circ$ ), sino también es función del nivel de esfuerzo cortante, la cuantía mínima de refuerzo transversal y dos separaciones máximas semiempíricas (Ferguson *et al.* 1988). En su conjunto, las disposiciones del reglamento ACI 318, promueven distribuciones de estribos que pueden cambiar radicalmente el modelo de armadura plástica implícito en el diseño (esto se demuestra en secciones posteriores y en el capítulo ocho).



**Figura 5.39 Configuración sugerida para un abanico de compresión. Armadura clásica ( $\theta = 45^\circ$ )**

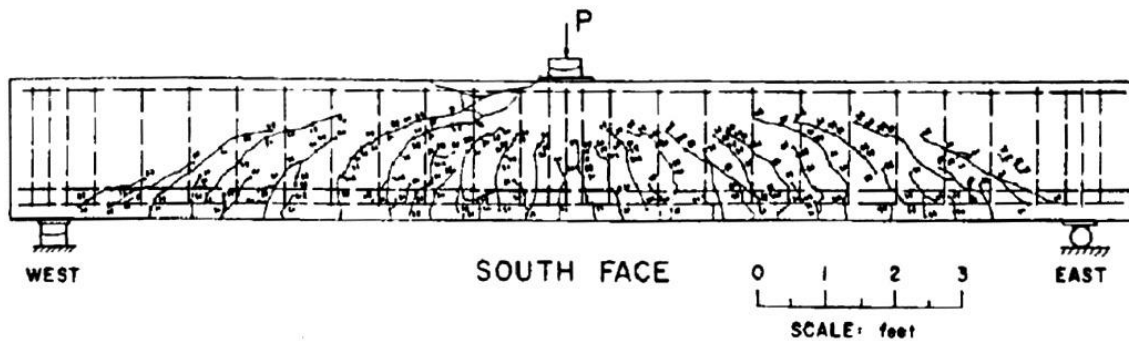
En la figura 5.39 se presenta un ejemplo que demuestra lo sencillo que puede ser configurar los abanicos de compresión para tener congruencia con los campos de esfuerzo y los modelos de armadura. Se trata de una trabe sometida a cortante constante y diseñada con un modelo de armadura clásica ( $\theta = 45^\circ$ ). En la extensión teórica del abanico ( $x_{cr}$ ) se colocaron cuatro estribos distribuidos uniformemente, por lo que el primero de ellos está ubicado a una distancia  $e = 0.25d \geq 0.1d/\tan\theta$  (figura 5.39-b). Debido a que el cortante es constante, es obvio que la separación de estribos se debe conservar en todo el claro de cortante.

Intencionalmente se colocaron cuatro estribos dentro del abanico, para mostrar que este detallado fomenta un puntal con una inclinación igual a la del modelo de armadura simplificado de la figura 5.39-a ( $\theta_D = 63.4^\circ$ ). La regla de “un cuarto del peralte del elemento” parece ser lo suficientemente conservadora, robusta y fácil de memorizar para ser utilizada siempre que sea posible (además de poseer un mínimo de soporte teórico). Finalmente, el haber entendido la importancia que tienen los abanicos de compresión en el comportamiento a cortante, permitió visualizar aspectos que, hasta donde se sabe, no han sido reportados en la literatura técnica. Detalles adicionales para el diseño de estribos se disponen en el capítulo ocho.

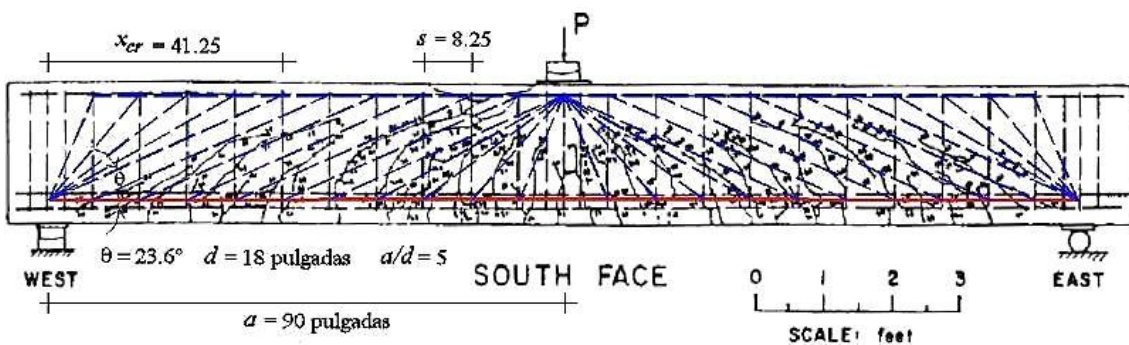
### 5.7 ANÁLISIS DE LA TRABE A-2 DE BRESLER Y SCORDELIS (1963)

Para demostrar la importancia que tiene la configuración de los abanicos de compresión en un modelo de armadura plástica, se presenta el análisis de uno de los elementos ensayados por Bresler y Scordelis (1963). De acuerdo con Vecchio (2000) y Vecchio y Shim (2004), esta serie experimental, además de ser una de las más completas, representa todo un reto para la reproducción de resultados. Adicionalmente, estos experimentos son muy importantes, ya que con base en ellos Bresler y Scordelis (1963) propusieron la ecuación simplificada de la contribución del concreto que se mantiene vigente en el reglamento ACI 318 (ecuación 5.9).

$$V_c = 0.53\sqrt{f'_c}bd; \quad (\text{kg, cm}) \quad \text{5.9}$$



a) patrón de agrietamiento



b) Modelo de armadura plástica sugerido

Figura 5.40 Elemento A-2 ensayado por Bresler y Scordelis (1963)

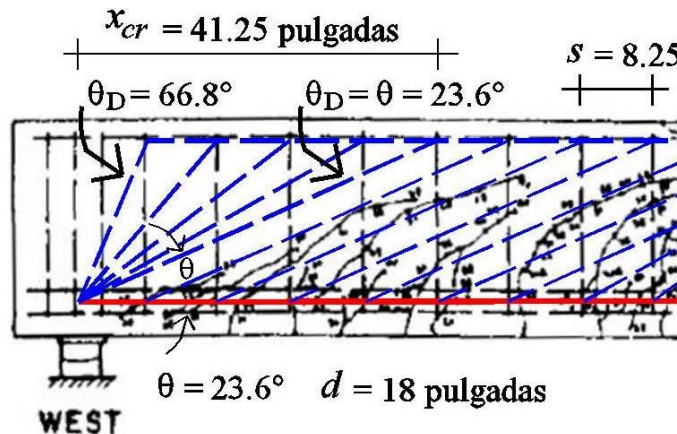


En la figura 5.40-a se muestra el patrón de agrietamiento final del elemento A-2 ensayado por Bresler y Scordelis (1963). Este elemento presentó una carga última  $P_u = 110$  klb ( $V_u = 55$  klb) prácticamente igual a su capacidad a flexión  $P_f = 108.5$  klb ( $V_f = 54.25$  klb) -se han conservado las unidades originales para facilitar la comparación de resultados-. Con base en: 1) las propiedades medidas en los materiales, 2) la contribución de concreto calculada con la ecuación 5.9 y, 3) la contribución del acero de refuerzo que se obtiene con la armadura clásica ( $\theta = 45^\circ$ ), Bresler y Scordelis (1963) predijeron para este elemento una resistencia  $P_{BS} = 73.3$  klb ( $V_{BS} = 36.65$  klb).

A partir de este cálculo, Bresler y Scordelis (1963) concluyeron que el elemento A-2 tuvo una reserva de resistencia a cortante del 50% ( $55/36.65 = 1.5$ ), y lo atribuyeron a: i) el mecanismo de dovela y, ii) una mayor eficiencia de los estribos.

En la figura 5.40-b se muestra el modelo de armadura sugerido en esta tesis para el elemento A-2 de Bresler y Scordelis (1963). Este modelo se obtuvo después de no haber conseguido resultados convincentes al aplicar las instrucciones de MacGregor (1997), lo que se debió a que éstas no incluyen la contribución del concreto en la resistencia (más detalles en párrafos siguientes).

La armadura propuesta es el resultado de un pequeño proceso iterativo, en el que a partir de la distribución de estribos se buscó: 1) obtener un campo de compresión diagonal (región B) que se ajustara al patrón de agrietamiento sin violar el intervalo  $26.6^\circ \leq \theta \leq 45^\circ$  y, 2) que la pendiente de los puntales de los abanicos ( $\theta_D$ ) satisficiera el intervalo  $\tan\theta \leq \tan\theta_D \leq 10\tan\theta$  (el origen de ambos intervalos se explicó en la sección 5.6). En la figura 5.41 se muestra un detalle de los abanicos del modelo sugerido.



**Figura 5.41** Abanico de compresión sugerido para la trabe A-2 de Bresler y Scordelis (1963)

El modelo mostrado en las figuras 5.40-b y 5.41 viola ligeramente uno de los intervalos especificados, pues la inclinación del campo de compresión diagonal es  $\theta = 23.6^\circ < 26.6^\circ$ . Sin embargo, este ángulo no viola el mínimo recomendado por el reglamento modelo CEB FIP 1990 ( $\theta = 18.4^\circ$ ).



Pasando por alto esta situación, ¿El modelo propuesto para la trabe A-2 de Bresler y Scordelis (1963) satisface los requisitos de una armadura plástica? Sabiendo que el claro de cortante tiene una longitud de 90 pulgadas ( $a = 90$  pulgadas) y que el peralte efectivo tiene 18 pulgadas ( $d = 18$  pulgadas), la interrogante se puede responder evaluando el parámetro  $\lambda_p$  propuesto en esta tesis doctoral (ecuación 5.10).

$$\lambda_p = \frac{a(\tan\theta)}{2d} \geq 1 = \left[ \frac{90(\tan 23.6^\circ)}{2(18)} = 1.09 > 1 \right] \quad (\text{se forma región B}) \quad \mathbf{5.10}$$

Por increíble que parezca, el elemento A-2 de Bresler y Scordelis (1963) se ajusta muy bien a un modelo de armadura con un campo de compresión diagonal con  $\theta = 23.6^\circ$ . El segundo paso es cotejar si la extensión de las regiones D satisface la que requiere este modelo (ecuación 5.11).

$$x_{cr} = \frac{d}{\tan\theta} = \frac{18}{\tan 23.6^\circ} = 41.2 \text{ pulgadas} \quad (\text{cumple con modelo}) \quad \mathbf{5.11}$$

El resultado de la ecuación 5.11 prácticamente coincide con la distancia señalada en la figura 5.41 ( $x_{cr} = 41.25$  pulgadas). Puesto que el modelo satisface los requisitos *geométricos* de una armadura plástica, y sabiendo que cada estribo tiene una resistencia  $A_v f_{yw} = 4.63$  klb y una separación  $s = 8.25$  pulgadas, se puede calcular su resistencia con la ecuación 5.12, que es exclusiva para una región B (contribución del acero).

$$V_s = \frac{A_v f_{yw} d}{s \tan\theta} = \frac{4.63(18)}{8.25(\tan 23.6^\circ)} = 23.1 \text{ klb} \quad (\text{resistencia de la armadura plástica}) \quad \mathbf{5.12}$$

La contribución del acero de refuerzo transversal mostrada en la ecuación 5.12, representa solamente el 42% de la resistencia experimental ( $23.1/55 = 0.42$ ). Esta resistencia no explica la observada en el experimento. Fue aquí donde las recomendaciones de MacGregor (1997) dejaron de funcionar en este ejemplo, ya que para incrementar la resistencia del modelo de armadura, se requería que los abanicos incorporaran más estribos, pero esto significaba reducir aún más el ángulo de inclinación de campo de compresión diagonal, lo que ya no era justificable ( $\theta \ll 26.6^\circ$ ). Además, al hacerlo, se perdería congruencia con el patrón de agrietamiento. En este punto se optó por incorporar la contribución del concreto ( $V_c$ ).

Para utilizar la contribución del concreto, es condición suficiente que se cumpla la relación  $a/d \geq 2$  ("Committee 326" 1962/a/b). A medida que el valor de  $a/d$  es mayor a este límite, se impide la transmisión directa de la carga al apoyo mediante el mecanismo de arco (Rogowsky y MacGregor 1983, Reineck 1991). De esta manera, y puesto que la viga A-2 de Bresler y Scordelis (1963) tiene una relación  $a/d = 5$ , es perfectamente válido tomar en cuenta la resistencia que proporciona el concreto antes del agrietamiento por tensión diagonal.

Para darle uso a una de las herramientas desarrolladas en esta tesis, también se verificó que el parámetro  $\lambda_E$  validara la incorporación de la contribución del concreto (ecuación 5.13). Cuando  $\lambda_E \geq 1$ , significa que la trabe puede acomodar una región B *elástica*, asociada a un campo de esfuerzos principales ( $\theta_E = 45^\circ$ ), que explican la falla por tensión diagonal (más detalles en el capítulo cuatro).

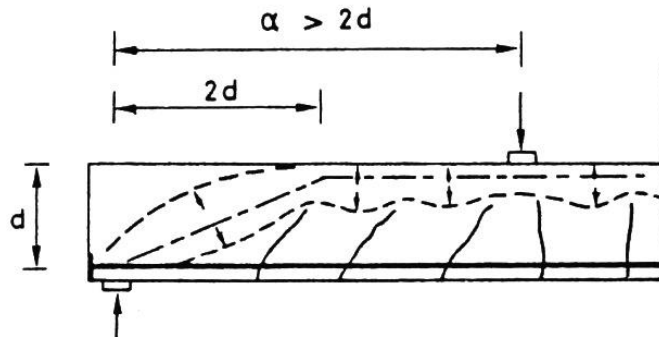
$$\lambda_E = \frac{a}{2d} \geq 1 = \left[ \frac{90}{2(18)} = 2.5 > 1 \right] \quad (\text{se forma región B elástica, usar } V_c) \quad 5.13$$

Como se esperaba, la ecuación 5.13 valida el uso de la contribución del concreto. Por lo tanto, y sabiendo que  $f'_c = 3520 \text{ lb/plg}^2$ , y  $b = 12$  pulgadas, esta resistencia adicional se puede estimar con la ecuación 5.14 que es igual a la ecuación 5.9 pero en unidades inglesas.

$$V_c = 2\sqrt{3520}(12)(18) = 25630 \text{ lb} = 25.6 \text{ klb} \quad 5.14$$

Finalmente, la resistencia estimada para la trabe A-2 de Bresler y Scordelis (1963) se obtiene al sumar la resistencia de la armadura plástica y la contribución del concreto (ecuación 5.15).

$$V_s + V_c = 23.1 + 25.6 = 48.7 \text{ klb} \quad 5.15$$



**Figura 5.42 Mecanismo resistente en trabes sin estribos con  $a/d \geq 2$  sugerido por Kotsovos (1990)**

La resistencia calculada en la ecuación 5.15 representa el 89% de la observada en el experimento ( $48.7/55 = 0.89$ ), por lo que se consideró aceptable ya que cumple con el teorema del límite inferior de la teoría de la plasticidad.

¿Qué se puede concluir, y qué enseñanzas deja este ejercicio?

1. Como el mecanismo de armadura clásica ( $\theta = 45^\circ$ ) no gobernó la resistencia de la trabe A-2 de Bresler y Scordelis (1963), no se puede atribuir al mecanismo de dovela y a una mayor eficiencia de los estribos una sobrerresistencia del 50%.
2. Los resultados del análisis indican que la *distribución* de estribos de la trabe, lideró las condiciones necesarias para el desarrollo de un modelo de armadura plástica con un ángulo muy cercano a  $\theta = 23.6^\circ$ .

3. Los campos de esfuerzo sugeridos explican bien el patrón de agrietamiento por cortante, principalmente en la región B cercana a los apoyos, donde el momento flexionante fue pequeño. A medida que el momento flexionante se hizo más importante en la región B (al acercarse al punto de carga), la mitad superior de las grietas también se ajustaron muy bien a la inclinación del campo de compresión diagonal, pero en su parte inferior se parecieron más a unas de flexión. Esto se puede relacionar con el hecho que la capacidad a flexión de la viga fue similar a la de cortante ( $V_f = 54.25$  klb y  $V_u = 55$  klb).
4. El patrón de agrietamiento del elemento sugiere que después del agrietamiento por tensión diagonal, la contribución del concreto fue “llevada” a los apoyos por el bloque de compresión no agrietado de una manera muy parecida a la mostrada en la figura 5.42.

Se acepta que esta superposición de mecanismos no es fácil defender, sobre todo ante los que promueven o aceptan la idea que la mayor parte de la contribución del concreto “viaja” en medio de las grietas, y no por el concreto sano. En el capítulo cuatro se presentó un modelo de armadura elástica para regiones B, que apoya la idea de que el bloque de compresión no agrietado es el responsable de la contribución del concreto después del agrietamiento diagonal (sección 4.7). No obstante, se requiere de trabajo adicional para explicar esta superposición de mecanismos de una manera más clara (el tema queda fuera de los alcances de esta tesis).

5. De acuerdo con Bresler y Scordelis (1963), el área de contacto entre elemento A-2 y cada uno de los apoyos fue de sesenta centímetros cuadrados ( $A_b = 60$  cm<sup>2</sup>). Sabiendo que el cortante último fue  $V_u = 55$  klb, entonces el esfuerzo en la superficie de contacto (base de los abanicos) tuvo un valor  $\sigma_b = 55000/60 = 917$  lb/plg<sup>2</sup>. Esta cantidad representa solamente el 26% de la resistencia del concreto ( $f'_c = 3520$  lb/plg<sup>2</sup>), y es francamente menor al sesenta por ciento ( $f_{ce} = 0.6f'_c$ ) que han recomendado algunos investigadores para efectos de prediseño y revisiones rápidas (por ejemplo, Marti 1985/a y Rogowsky y MacGregor 1986). Esto explica, *grosso modo*, que en los abanicos de los apoyos no se haya presentado agrietamiento radial o de aplastamiento.
6. En la época en que Bresler y Scordelis (1963) hicieron sus experimentos, apenas se empezaban a conocer las consecuencias del método de diseño por cortante que hasta la fecha recomienda el reglamento ACI 318. No menos importante, es que no se había desarrollado el modelo de armadura plástica de ángulo variable (quedó formalizada hasta mediados de la década de los setentas del siglo pasado, por ejemplo, Grob y Thürlimann 1976). Por lo tanto, el que Bresler y Scordelis hayan sido muy cautelosos en sus comentarios y conclusiones es algo que se les debe reconocer.

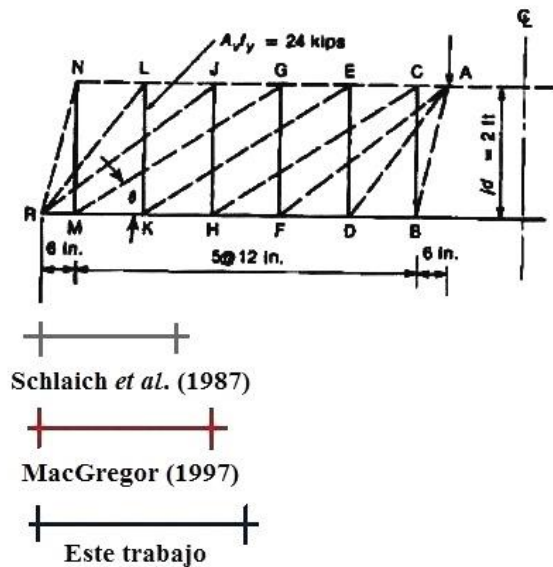
Es importante mencionar, que Vecchio (2000) analizó los experimentos de Bresler y Scordelis (1963) y, posteriormente, los reprodujo para calibrar sus herramientas de análisis basadas en la teoría modificada de los campos de compresión (Vecchio y Shim 2004). No obstante, en la parte analítica le dio más importancia a la reproducción de las curvas carga-deflexión que a la explicación del mecanismo resistente, por lo que no proporcionó información sobre los campos de esfuerzo. Es de esperar que con elementos finitos no lineales se obtengan campos de esfuerzo muy parecidos a los del modelo de armadura presentado, siempre y cuando se modele el acero de refuerzo transversal con elementos tipo armadura. Sólo así se podrá

incorporar el efecto de la posición discreta de los estribos (imposible de capturar con propiedades “embarradas”).

### 5.8 SEUDOESBELTEZ

En secciones precedentes se expusieron argumentos que justifican la importancia de los abanicos de compresión (regiones D) en un modelo de armadura plástica. En general, se debe obligar a que los abanicos queden contenidos dentro de la distancia crítica  $x_{cr} = d/\tan\theta$ , medida a cada lado de una reacción o carga concentrada, y que sean detallados conforme a las recomendaciones de la sección 5.6.

En la sección 5.3 se analizó un ejemplo clásico de modelos de armadura ( $\theta = 33.7^\circ$ ), y se demostró que la extensión de sus abanicos de compresión es menor a la de una armadura típica, y mayor a la sugerida por Schlaich *et al.* (1987). Por comodidad, en la figura 5.43 se presenta de nuevo el dibujo que facilita la comparación.



**Figura 5.43** Extensión del abanico de compresión del ejemplo de MacGregor (1997)

Como la extensión de los abanicos sugerida por Schlaich *et al.* (1987) está asociada exclusivamente a un ángulo  $\theta = 45^\circ$ , no tiene sentido tomarla como referencia pues la armadura del ejemplo de MacGregor (1997) se construyó con  $\theta = 33.7^\circ$ . Por lo tanto, se concluye que los estribos del abanico de la figura 5.43 cubren menos longitud de la que deben al comparar contra la que dicta un modelo de armadura típico ( $x_{cr} = d/\tan\theta$ ).

Esta situación de alguna manera debe tener consecuencias estructurales, posiblemente genere un alto nivel de esfuerzos en el abanico (y su zona nodal) que lidere una falla local por aplastamiento. A la fecha de escribir este trabajo no se encontró en la literatura advertencias sobre este asunto; sin embargo, el análisis hecho en la serie experimental de Lee y Hwang (2010) sugiere que esto puede suceder (detalles en la sección 5.8.3).

Por otra parte, ¿Qué ocurre cuando los estribos dentro de la distancia (teórica)  $x_{cr} = d/\tan\theta$  son insuficientes para equilibrar las reacciones o cargas concentradas? Esto obliga que las regiones D se *extiendan* dentro del claro de cortante y minimicen, o eliminen, la región B (teórica) en medio de ellas. En la literatura se han detectado algunos ejemplos y se ha podido diagnosticar sus efectos.

### 5.8.1 Ensayes de Frosch (2000)

En la figura 5.44 se muestran las dimensiones y armado de las traves V1 y V2 estudiadas por Frosch (2000). Estos elementos fueron ensayados para verificar el nivel de seguridad de la cuantía mínima de refuerzo transversal que recomienda el reglamento del ACI 318. En la ecuación 5.16 se muestra este límite, donde  $f'_c$  es la resistencia del concreto y  $f_{yw}$  el esfuerzo de fluencia del acero de refuerzo transversal (por conveniencia se presenta en el Sistema Inglés).

$$\rho_{wmin} = 0.75 \frac{\sqrt{f'_c}}{f_{yw}} \geq \frac{50}{f_{yw}}; \quad (\text{lb, plg}) \quad 5.16$$

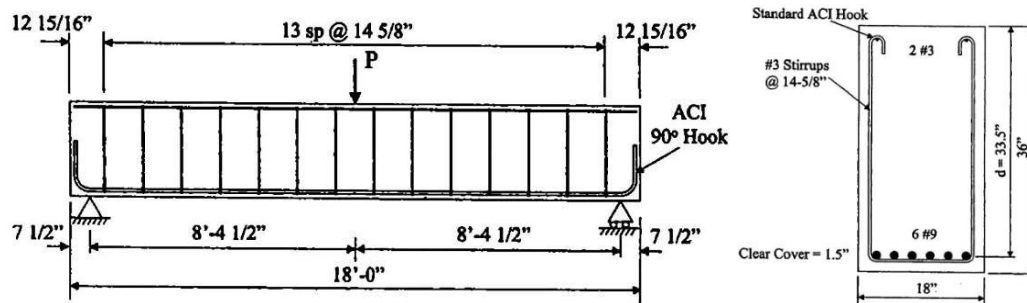


Figura 5.44 Geometría y armados de las traves V1 y V2 estudiadas por Frosch (2000)

Frosch (2000) escogió para sus ensayos una relación  $a/d = 3$ , pues aseveró que en elementos con esta proporción se obtiene una resistencia a cortante baja [presumiblemente asociada al Valle de Kani (Kani 1964) que, rigurosamente, sólo es válido en traves sin estribos]. Como la relación de las traves fue  $a/d \geq 2$ , y en armonía con la filosofía de diseño del reglamento del ACI 318, es válido incluir la contribución del concreto en el análisis (“Committee 326” 1962/a/b).

Los materiales de construcción de ambas traves tuvieron las mismas propiedades: el esfuerzo de fluencia del acero transversal fue  $f_{yw} = 70 \text{ klb/plg}^2$  y el del longitudinal  $f_y = 69 \text{ klb/plg}^2$ ; asimismo, la resistencia del concreto fue  $f'_c = 5300 \text{ lb/plg}^2$ . Considerando los datos proporcionados por Frosch (2000), la cuantía de refuerzo transversal de sus traves fue  $\rho_w = 0.0835 (\%)$ , que se ajusta muy bien a  $\rho_{wmin} = 0.078 (\%)$  obtenida con la ecuación 5.16. Las traves se sometieron a cargas monotónicas hasta la falla. El cortante último del elemento V1 fue 88.7 klb y el del elemento V2 de 110.6 klb. Los patrones de agrietamiento de ambos elementos se muestran en la figura 5.45.

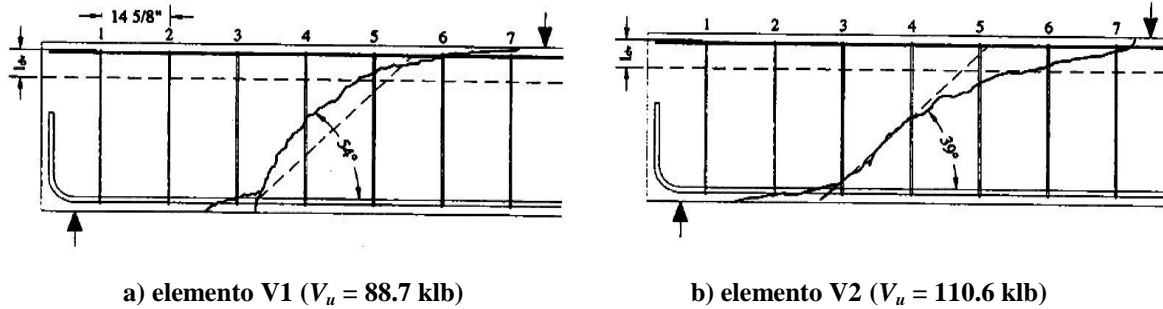


Figura 5.45 Patrones de agrietamiento a la falla en los experimentos de Frosch (2000). Tomada de Tompos y Frosch (2002)

Con base en: 1) los patrones de agrietamiento y, 2) una cuantificación de estribos que toma en cuenta su longitud de desarrollo (figura 5.46), Frosch (2000) determinó que en la trabe V1 sólo un estribo participó en la resistencia a cortante (estribo número 4, figura 5.45-a), y que en el elemento V2 dos estribos realmente trabajaron (estribos 4 y 5, figura 5.45-b). Con estos argumentos Frosch (2000) emitió algunas recomendaciones de diseño.

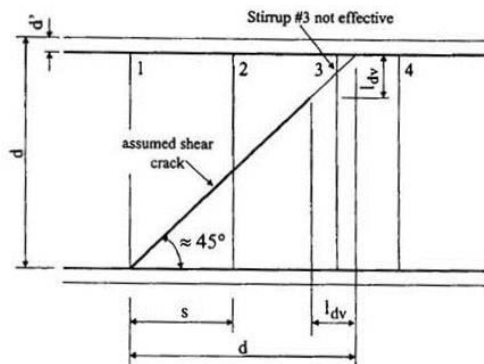


Figura 5.46 Criterio empleado por Frosch (2000) para cuantificar los estribos que participan en la resistencia a cortante

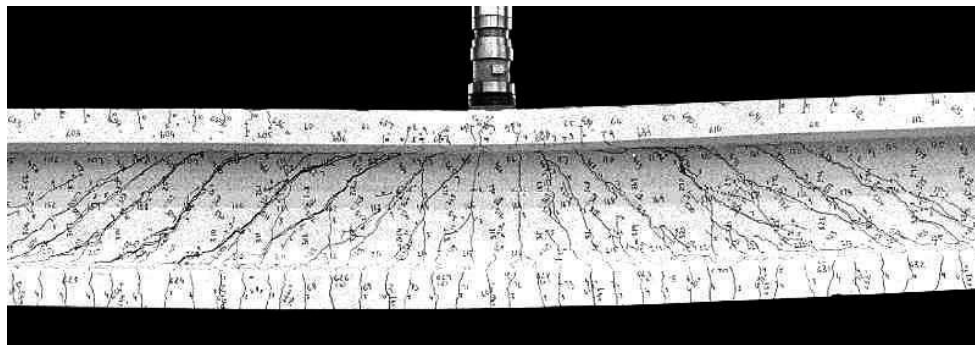


Figura 5.47 Patrón de agrietamiento del elemento MVN1 ensayado por Kaufmann y Marti (1996)

Algo que sin duda llama la atención de las recomendaciones de Frosch (2000), es la poca cantidad de estribos que participa en su mecanismo resistente. No obstante, lo más notorio, es que los patrones de agrietamiento mostrados en la figura 5.45 son típicos de traves sin refuerzo transversal.

En otras palabras, el agrietamiento de las traves V1 y V2 (figura 5.45) no proporciona evidencia contundente de la formación de algún campo de esfuerzo que pueda relacionarse con el refuerzo transversal (campo de compresión diagonal o abanicos de compresión). Para facilitar la comparación, en la figura 5.47 se muestra un patrón de agrietamiento típico de una trabe provista de estribos con regiones B y D (plásticas) identificables.

Frosch (2000) utilizó la ecuación simplificada del reglamento ACI para cuantificar la contribución del concreto (ecuación 5.17), y con base en ella estimó la contribución del acero que explica la resistencia de sus experimentos. Por comparación, en la ecuación 5.18 se presenta la ecuación formal de ese reglamento para cuantificar la contribución del concreto.

Al evaluar las ecuaciones 5.17 y 5.18 con los datos de las traves V1 y V2, y tomando en cuenta que el cociente  $Vd/M$  de la ecuación 5.18 se debe evaluar en la sección crítica recomendada por el propio reglamento, es decir, a un peralte efectivo del apoyo, se obtienen los valores mostrados en la tabla 5.1.

$$V_c = 2\sqrt{f'_c}bd; \quad (\text{lb, plg}) \quad (\text{ecuación simplificada ACI 318}) \quad \mathbf{5.17}$$

$$V_c = \left[ 1.9\sqrt{f'_c} + 2500\rho \frac{Vd}{M} \right] bd; \quad (\text{lb, plg}) \quad (\text{ecuación formal ACI 318}) \quad \mathbf{5.18}$$

**Tabla 5.1 Contribución del concreto en los experimentos de Frosch (2000), klb**

Elemento	$V_u$	$V_{c-1}$ (simplificada)	$V_{c-2}$ (formal)	$V_{c-1} / V_u$	$V_{c-2} / V_u$
V1	88.7	87.8	98.5	0.99	1.11
V2	110.6	87.8	98.5	0.79	0.89
			<b>Promedio</b>	<b>0.89</b>	<b>1.00</b>
			<b>Desviación</b>	<b>0.14</b>	<b>0.16</b>

$$V_s = \frac{A_v f_{yw} d}{s \tan \theta} = \frac{15.4(33.5)}{14.63(\tan 45^\circ)} = 35.3 \text{ klb} \quad (\text{ACI 318, traves de Frosch 2000}) \quad \mathbf{5.19}$$

Los resultados reportados en la tabla 5.1 apoyan la idea que en las traves de Frosch (2000) no se activó el mecanismo de armadura, y que su resistencia estuvo gobernada por la contribución del concreto. Para apuntalar este punto de vista, en la ecuación 5.19 se presenta el cálculo de la contribución del acero ( $V_s$ ) conforme al reglamento ACI 318 ( $\theta = 45^\circ$ ), en el que se han utilizado las propiedades reportadas en los estribos ( $A_v f_{yw} = 15.4 \text{ klb}$ ). Es evidente que esta resistencia por sí misma no explica la observada experimentalmente ( $V_s = 35.3 \text{ klb}$ ), y tampoco lo hace si se suma a las mostradas en la tabla 5.1. El problema prevalece si se quiere obtener un valor de  $V_s$  algo menor, por ejemplo, haciendo el cálculo con el ángulo  $\theta = 54^\circ$  mostrado en la figura 5.45-a ( $V_s = 25.6 \text{ klb}$ ).

¿Cómo explicar que el acero de refuerzo transversal de las traves estudiadas por Frosch (2000) no haya trabajado?

Se puede argumentar que la colocación de un refuerzo mínimo por cortante no garantiza necesariamente la formación de un mecanismo de armadura. Sin embargo, Schlaich *et al.* (1987) dejaron en claro que un refuerzo mínimo debe cumplir esta función. De hecho, los comentarios del reglamento ACI 318 sobre la cuantía mínima que exige apoyan esta idea.

Antes de continuar, se pone de manifiesto que el análisis presentado en la sección 5.7 de la trabe A-2 de Bresler y Scordelis (1963) difiere sustancialmente del de las trabes V1 y V2 de Frosch (2000). Lo anterior, ya que en el primer caso existía evidencia contundente sobre la necesidad de tomar en cuenta la contribución del acero y del concreto. Por otra parte, el análisis de las trabes de Frosch (2000), intenta explicar la causa por la cual el acero de refuerzo transversal no participó en el mecanismo resistente (para el autor de este trabajo es difícil aceptar que sólo uno o dos estribos hayan trabajado de manera *aislada*).

El análisis parte de la hipótesis que al instante que ocurre el agrietamiento diagonal que justifica la contribución del concreto, los estribos esbozan un modelo de armadura capaz de tomar esa demanda de cortante. Posteriormente, y debido al agrietamiento progresivo, la redistribución de fuerzas internas hace *rotar* ese modelo para justificar otro de menor inclinación que proporcione mayor resistencia.

Lo primero que se debe hacer es verificar es si las trabes tenían la *geometría* necesaria para albergar un campo de compresión diagonal (región B), que justifique usar la contribución del acero. Esto se hace con la ecuación 5.20, en la que todos los términos ya fueron explicados en secciones anteriores. Como Frosch (2000) estudió el refuerzo mínimo recomendado por el reglamento del ACI 318, el cálculo se debe hacer con  $\theta = 45^\circ$ .

$$\lambda_p = \frac{a(\tan\theta)}{2d} \geq 1 = \left[ \frac{100.5(\tan 45^\circ)}{2(33.5)} = 1.5 \geq 1 \right] \quad (\text{se forma una región B}) \quad \mathbf{5.20}$$

La ecuación 5.20 indica que las trabes de Frosch (2000) permitían el desarrollo de un campo de compresión diagonal con una inclinación  $\theta = 45^\circ$ . Comprobado esto, puede determinarse la extensión de los abanicos de compresión en el claro de cortante. De acuerdo con esta tesis doctoral, la extensión de los abanicos coincide con la de una región D no traslapada y se calcula con la ecuación 5.21 explicada en secciones anteriores.

$$x_{cr} = \frac{d}{\tan\theta} = \frac{33.5}{\tan 45^\circ} = 33.5 \text{ pulgadas} \quad (\text{extensión regiones D, trabes Frosch 2000}) \quad \mathbf{5.21}$$

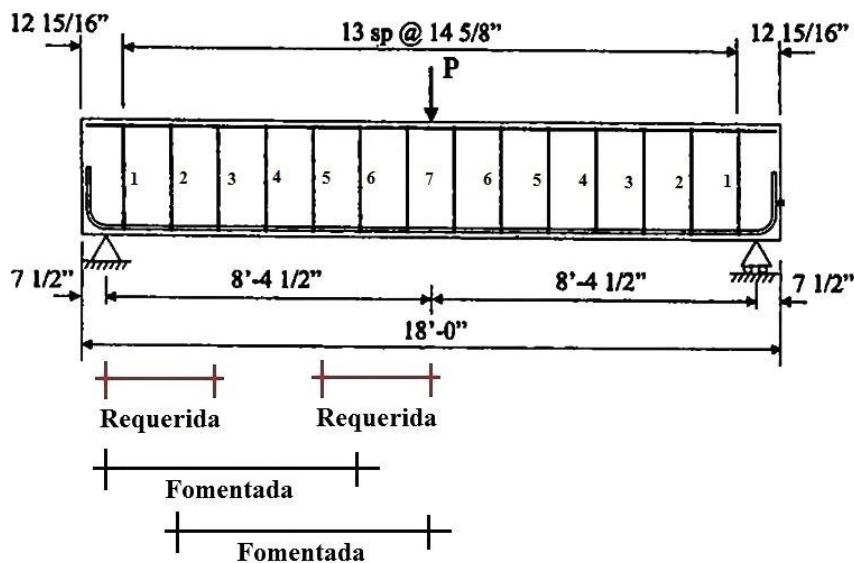
Para conocer la cantidad de estribos que se requieren para equilibrar las reacciones, basta dividir el cortante de falla entre la resistencia de cada estribo ( $A_v f_{yv} = 15.4 \text{ klb}$ ). Recordando que el cortante último en el elemento V1 fue de 88.7 klb y en elemento V2 de 110.6 klb, se tiene que el elemento V1 requiere de 5.76 estribos y el elemento V2 de 7.18 estribos. Por simetría, éstos también se requieren en los abanicos que tributan la carga a cada claro de cortante (figura 5.44).



Frosch (2000) recomendó *truncar* el número de estribos para hacer la revisión de elementos existentes, pero su cuantificación involucra cálculos adicionales que conciernen a la longitud de desarrollo de los estribos (figura 5.46). En este trabajo se optó por un *redondeo* convencional, pues truncar o redondear el número de estribos introduce un error en la predicción que es imposible eliminar (tabla 5.2). De esta forma, en el elemento V1 se requieren seis estribos y el elemento V2 siete estribos para equilibrar las reacciones asociadas a la contribución del concreto.

**Tabla 5.2 Cálculo del número de estribos en región D para las traves ensayadas por Frosch (2000)**

Elemento	Cortante último (klb)	Resistencia de cada estribo (klb)	Estribos requeridos (fraccional)	Estribos requeridos (truncamiento)	Estribos requeridos (redondeo)
V1	88.7	15.4	5.76	5	6
V2	110.6	15.4	7.18	7	7



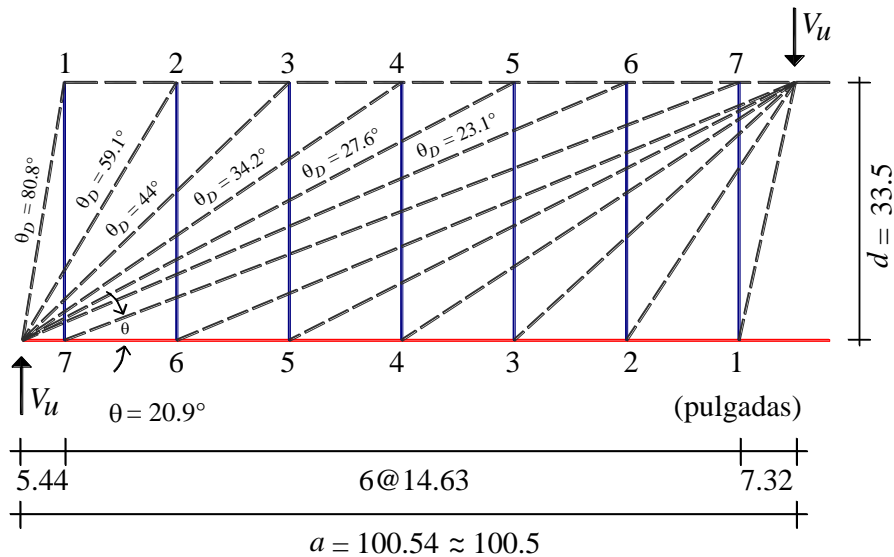
**Figura 5.48 Comparación entre la extensión de la región D requerida y la fomentada en las traves ensayadas por Frosch (2000). Modificada**

**Tabla 5.3 Inclinación de los puntales que participan en los abanicos de compresión de los apoyos en las traves ensayadas por Frosch (2000)**

ID estribo (fig. 5.48)	Distancia apoyo-estribo, (plg)	$\theta_D$ (DEG)	$\tan \theta_D$
1	5.44	80.8	6.17
2	20.07	59.1	1.67
3	34.70	44.0	0.965
4	49.33	34.2	0.680
5	63.96	27.6	0.523
6	78.59	23.1	0.427
7	93.22	19.8	0.360

Al verificar la disponibilidad de estribos para configurar los abanicos propuestos, se advirtió que estos cubren la mayor parte del claro de cortante. En la figura 5.48 se muestra gráficamente esta situación, donde la distancia “requerida” es la calculada en la ecuación 5.21, y la “fomentada” la que obliga el equilibrio suponiendo seis estribos (trabe V1). Esto significa que la ausencia de estribos suficientes dentro de las regiones D teóricas, *extendió* el disturbio en el claro de cortante, minimizando o desapareciendo la región B donde se debería producir la contribución del acero de refuerzo transversal implícita al reglamento del ACI 318.

La situación mostrada en la figura 5.48 es sumamente grave: pone de manifiesto que el solo hecho de no detallar adecuadamente las regiones D (configurar los abanicos de compresión), puede liderar que una trabe que en principio puede alojar una región B asociada a cierto ángulo  $\theta$  (es decir, una trabe esbelta), en realidad esté impedida o limitada para exhibir el mecanismo resistente de viga del modelo de armadura. Esta es una anomalía estructural que en esta tesis doctoral se le ha dado el nombre de *seudoesbeltez*.



**Figura 5.49 Modelo de armadura sugerido para las trabes estudiadas por Frosch (2000)**

$$V_s = 6A_v f_{yw} = 6(15.4) = 92.4 \text{ klb} \quad (\text{mecanismo de arco, 6 estribos, figura 5.49}) \quad \mathbf{5.22}$$

$$V_s = \frac{A_v f_{yw} d}{s \tan \theta} = \frac{15.4(33.5)}{14.63(\tan 20.9^\circ)} = 92.34 \text{ klb} \quad (\text{mecanismo de viga, figura 5.49}) \quad \mathbf{5.23}$$

Para cuantificar los efectos de la seudoesbeltez en las trabes de Frosch (2000), se hizo un modelo de armadura con abanicos de seis estribos conforme a la distribución del refuerzo mostrada en la figura 5.48. En la tabla 5.3 se muestra la distancia entre la reacción y los estribos de cada claro de cortante, así como el ángulo y la pendiente del puntal que se forma al conectarlos. Tomando en cuenta que se requieren seis estribos, la menor inclinación del borde interior de los abanicos tendría un ángulo  $\theta_D = 23.1^\circ$  (estribo 6) y una pendiente  $\tan \theta_D = 0.427$ . Al aplicar la regla de detallado sugerida en la sección 5.6, donde la pendiente del primer puntal del abanico debe ser a lo mucho diez veces mayor a la del último, se llega a

la conclusión que el modelo es algo inapropiado, pues el puntal que se conecta al estribo 1 tiene una pendiente  $\tan\theta_D = 6.17 > 4.27$ .

Otra opción es pasar por alto el estribo 1 y construir los abanicos con los estribos 2 a 7, pero el ángulo de inclinación de este último ( $\theta_D = 19.8^\circ$ ) es sustancialmente menor a los límites recomendados, por ejemplo,  $\theta_D = 26.6^\circ$  (Thürlimann 1979). Además, al usar los estribos 2 a 7 se elimina la opción de “rotar” la armadura en un eventual ajuste del modelo. De esta manera, se decidió esbozar los abanicos con los estribos 1 a 6 como se muestra en la figura 5.49.

El modelo de la figura 5.49 muestra que al presentarse el agrietamiento diagonal asociado a la contribución del concreto, el mecanismo de armadura *potencial* en las trabes de Frosch (2000) fue uno formado por dos abanicos de compresión muy extendidos. Estos abanicos inhibieron la formación de un campo de compresión diagonal con un ángulo  $\theta = 45^\circ$ , en favor de uno muy pequeño con una inclinación  $\theta = 20.9^\circ$  que, para fines prácticos, puede despreciarse.

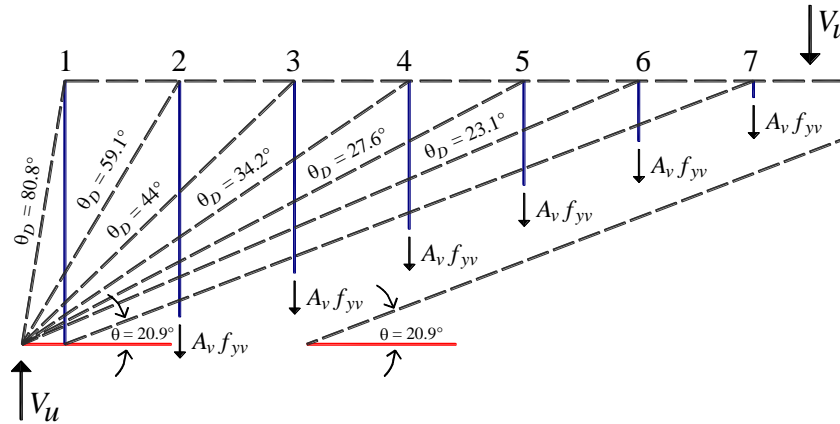
La resistencia de este modelo de armadura está gobernada por el mecanismo que forman los dos abanicos acoplados, y su resistencia es el producto de la resistencia de cada estribo por el número de estribos que forman cada abanico ( $V_s = 94.2$  klb, ecuación 5.22). Esta resistencia es prácticamente la misma que produce el diminuto campo de compresión diagonal formado entre los abanicos ( $V_s = 94.34$  klb, ecuación 5.23).

El que las ecuaciones 5.22 y 5.23 proporcionen el mismo resultado es algo que no debe sorprender. Lo anterior, ya que el pequeño campo de compresión diagonal contiene la misma cantidad de estribos de cada abanico (seis estribos) como se muestra en la figura 5.50-a. Es importante destacar que para cuantificar esta cantidad de estribos, y tener un resultado congruente con la ecuación 5.23, se tomaron en cuenta los estribos dentro de una franja de concreto delimitada por dos grietas paralelas, y no los que son “cruzados” por una grieta diagonal como suele recomendarse (en el ejemplo se tendrían cinco estribos, figura 5.50-b).

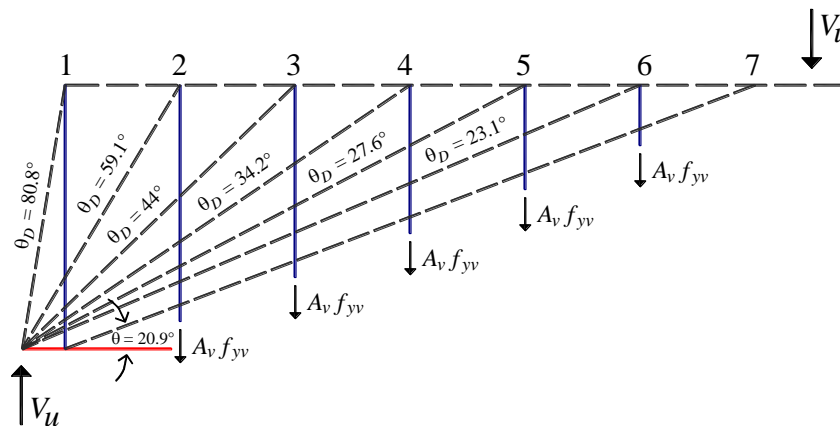
Al tomar en cuenta los estribos dentro de una franja de concreto (figura 5.50-a): i) se equilibra verticalmente el campo de compresión diagonal con el acero de refuerzo transversal como exige el modelo de armadura plástica (Thürlimann 1979) y, ii) no se requiere la fuerza de fricción en la entrecara del agrietamiento para plantear el equilibrio como sugieren algunos investigadores (por ejemplo, Collins 1998). Esto no significa que se ignore la contribución del concreto, sino que en lugar de asociarla con la fricción en la entrecara de las grietas, se vincula con el bloque de compresión no agrietado (consultar sección 4.7).

El modelo de armadura mostrado en la figura 5.49 fue construido a partir de la resistencia última de las trabes V1 y V2 de Frosch (2000) que, a su vez, se parece mucho a la contribución del concreto (tabla 5.1), por lo que su resistencia ( $V_s = 92.4$  klb) es similar a la observada (88.7 y 110.6 klb, respectivamente). Esta armadura proporciona un valor muy cercano a la resistencia máxima que el refuerzo transversal puede generar, pues involucra seis de siete estribos elegibles en el claro de cortante. Una resistencia mayor es difícil de justificar con abanicos más extendidos de siete estribos, pero, aun así, se tendría una resistencia comparable con la contribución del concreto ( $7 \times 15.4 = 107.8$  klb).

Con base en este razonamiento, se concluye que la insuficiencia de estribos dentro de las regiones D teóricas en las traves de Frosch (2000), hizo que el mecanismo de armadura *potencial* fuera uno formado por abanicos de compresión extendidos en el claro de cortante con una resistencia similar a la contribución del concreto. Por ello, al presentarse el agrietamiento por tensión diagonal, los elementos fueron incapaces de: a) redistribuir fuerzas internas, b) aceptar más daño estructural y, c) tomar carga adicional.



**a) en una franja diagonal (correcto)**



**b) en la grieta diagonal (incorrecto)**

**Figura 5.50 Equilibrio vertical de un campo de compresión diagonal**

En resumen: aunque la geometría de estas traves permitía el desarrollo de un mecanismo de armadura plástica con un ángulo  $\theta = 45^\circ$  ( $\lambda_p \geq 1$ , ecuación 5.20), la distribución de estribos en el claro de cortante lo impidió, por lo que en realidad las traves de Frosch (2000) no eran esbeltas sino *seudoesbeltas*.

Se puede argumentar que la seudoesbeltez de estas traves fue ocasionada por la poca cuantía de refuerzo transversal (lo que le valdría severas críticas al reglamento ACI 318). Sin embargo, la seudoesbeltez solamente es consecuencia de un deficiente detallado de las regiones D, y debe investigarse si puede presentarse en traves provistas con cuantías mayores de refuerzo transversal.

### 5.8.2 Ensayes de Johnson y Ramírez (1988)

Johnson y Ramírez (1988 y 1989) estudiaron el efecto del refuerzo mínimo por cortante en trabes con  $a/d = 3.1$  fabricadas con concreto de resistencia normal y de alta resistencia. El estudio incluyó un elemento sin refuerzo transversal, cinco con la cuantía mínima que recomienda el reglamento ACI 318 ( $\rho_{wmin}$ ) y dos con el doble de la cuantía mínima ( $2\rho_{wmin}$ ). En la figura 5.51 se muestran las dimensiones y armados típicos de esta serie experimental.

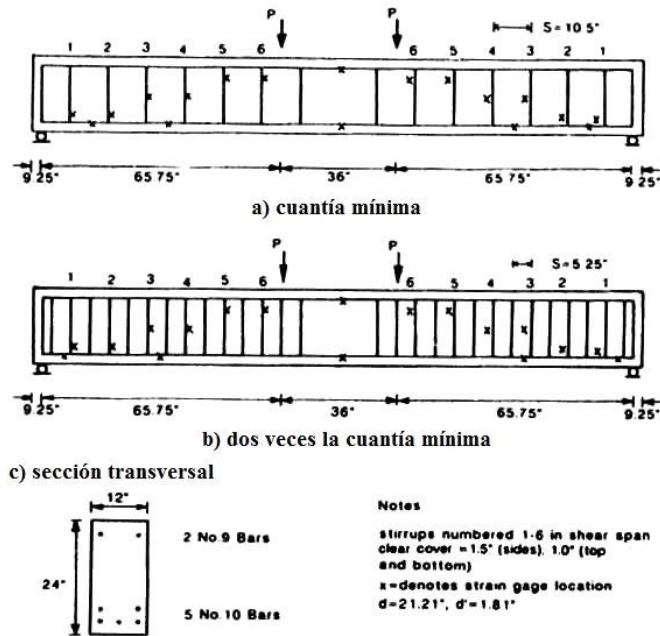


Figura 5.51 Dimensiones y armados típicos de los especímenes de Johnson y Ramírez (1988 y 1989)

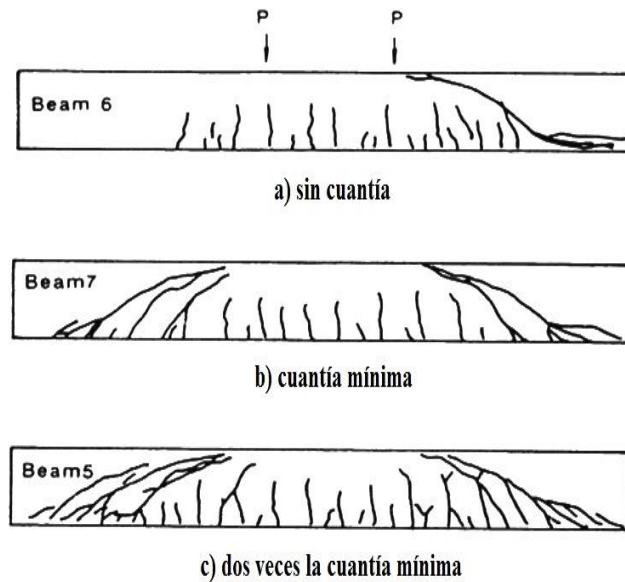


Figura 5.52 Patrones de agrietamiento típicos de los ensayos de Johnson y Ramírez (1988 y 1989)

Los resultados de las traves con la cuantía mínima difieren de los de Frosch (2000) en dos aspectos importantes: 1) el patrón de agrietamiento manifestó la formación de campos de esfuerzo asociados al refuerzo transversal (figura 5.52-b) y, 2) las mediciones reportadas indican que trabajó este refuerzo. Al final, Johnson y Ramírez (1988) concluyeron que el comportamiento de estos elementos fue *impredecible*, enfatizando que el refuerzo mínimo proporcionó una reserva de resistencia después del agrietamiento por tensión diagonal que predice el reglamento del ACI 318. Asimismo, propusieron un modelo de armadura plástica para explicar el mecanismo de falla que observaron (figura 5.53).

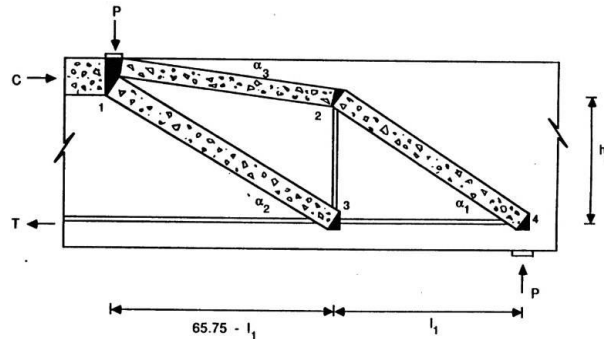


Figura 5.53 Modelo de armadura sugerido por Johnson y Ramírez (1988 y 1989) para explicar el mecanismo resistente en traves con la cuantía mínima por cortante del reglamento ACI

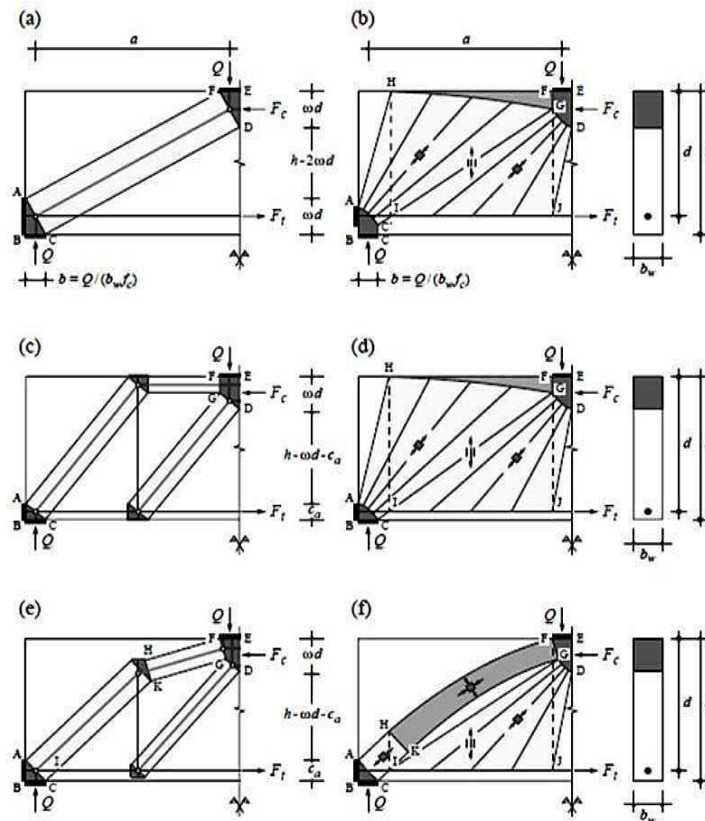
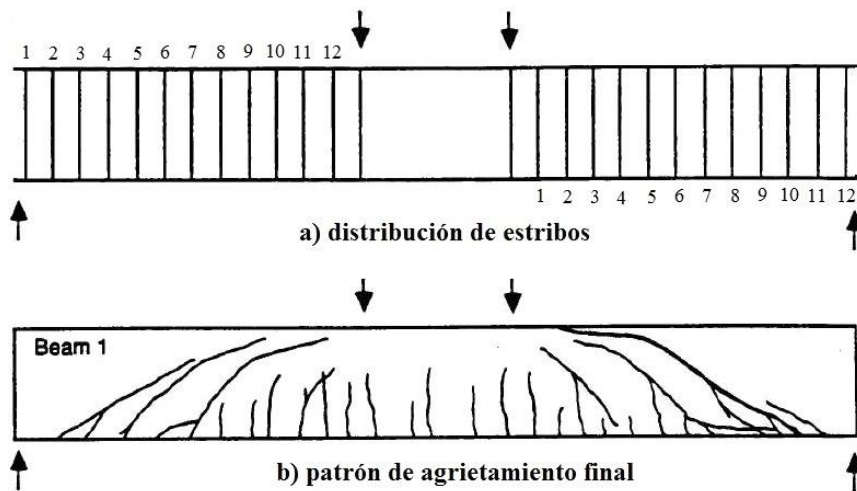


Figura 5.54 Diferentes representaciones de los mecanismos de arco en un claro de cortante según Marti (1985/a). Tomada de Sigrist *et al.* (1995)

El modelo de armadura mostrado en la figura 5.53 no incluye un campo de compresión diagonal (región B plástica), y es una de las representaciones válidas de un mecanismo de arco formado por dos abanicos de compresión acoplados (figura 5.54). Esto sugiere que Johnson y Ramírez (1988 y 1989) identificaron un mecanismo de falla que no es compatible con las hipótesis del método de diseño por cortante del reglamento del ACI 318 (“Committee 326” 1962/a/b, “Committee 426” 1973).

Al igual que en los experimentos de Frosch (2000), el comportamiento de estas traveses con cuantía mínima se puede relacionar con la ausencia de estribos suficientes en las regiones D, lo que ocasionó que traveses teóricamente “esbeltas” carecieran de una región B (plástica).

¿Cómo se comportaron las traveses con el doble de la cuantía mínima?

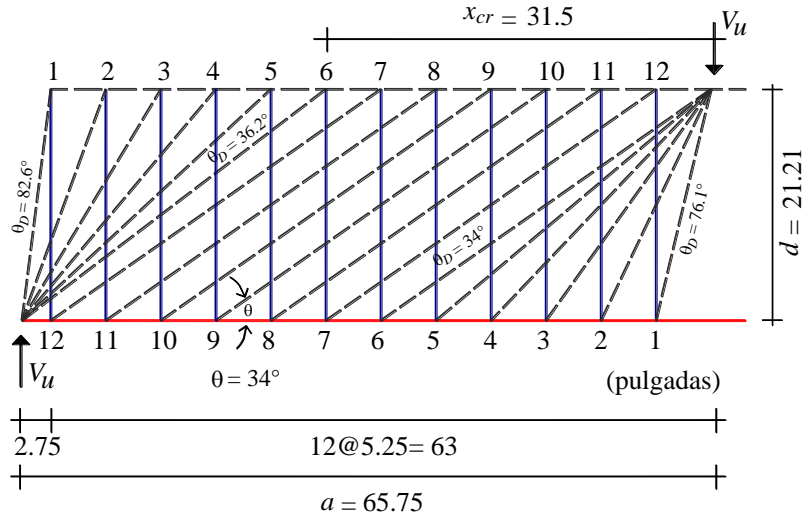


**Figura 5.55 Patrón de agrietamiento de la viga 1 ensayada por Johnson y Ramírez (1988)**

Para el análisis de los elementos con dos veces la cuantía mínima se seleccionó la trabe 1, pues fue construida con concreto de resistencia normal ( $f'_c = 5280 \text{ lb/plg}^2$  ( $373 \text{ kg/cm}^2$ )). El cortante de falla reportado por Johnson y Ramírez (1988 y 1989) es  $V_u = 76 \text{ klb}$ , y es bastante superior al que se obtiene con la contribución del concreto (fórmula simplificada) del reglamento ACI ( $V_c = 37 \text{ klb}$ ).

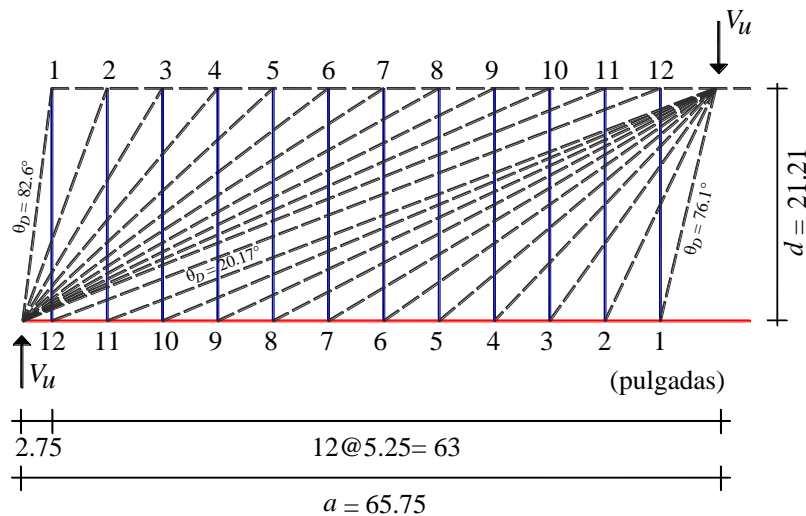
La resistencia que se le puede atribuir a los estribos es la diferencia entre cortante último y la contribución del concreto, y tiene un valor  $V_s = 39 \text{ klb}$ . Este valor es mayor al que se obtiene con el método del ACI 318 tomando en cuenta las dimensiones y armado de la trabe, así como las propiedades medidas en el acero de refuerzo transversal ( $V_s = 27.5 \text{ klb}$ ). Aunque para fines de diseño esta diferencia es aceptable (conservadora), no proporciona información suficiente para explicar el mecanismo resistente, sobre todo porque Johnson y Ramírez (1988) reportaron que en el instante de la falla los estribos resistieron toda la demanda de cortante ( $V_s = V_u = 76 \text{ klb}$ ).





**Figura 5.56 Modelo de armadura sugerido para la trabe 1 estudiada por Johnson y Ramírez (1989) considerando la contribución del concreto**

$$V_s = \frac{A_v f_{yw} d}{s \tan \theta} = \frac{6.81(21.21)}{5.25(\tan 34^\circ)} = 40.8 \text{ klb} \quad (\text{mecanismo de viga, figura 5.56}) \quad \mathbf{5.24}$$



**Figura 5.57 Modelo de armadura sugerido para la trabe 1 estudiada por Johnson y Ramírez (1989) excluyendo la contribución del concreto**

$$V_s = 11A_v f_{yw} = 11(6.81) = 75 \text{ klb} \quad (\text{mecanismo de arco, 11 estribos, figura 5.57}) \quad \mathbf{5.25}$$

Para configurar una armadura que explique la resistencia de la trabe 1 de Johnson y Ramírez (1988), se debe conocer el número de estribos requeridos por equilibrio vertical en los abanicos después de la contribución del concreto, es decir,  $V_u - V_c = 39 \text{ klb}$ . Con base en los datos de Johnson y Ramírez (1988 y 1989), se sabe que la capacidad de cada estribo fue  $A_v f_{yw} = 6.81 \text{ klb}$ , por lo que se necesitan aproximadamente seis estribos ( $39/6.81 = 5.73 \approx 6$ ).



La separación de estribos de la trabe 1 fue  $s = 5.25$  pulgadas (figura 5.51-b), lo obliga que a los abanicos cubran una longitud de 31.5 pulgadas (figura 5.56) que es 48% más grande de la implícita en el modelo de armadura clásica del reglamento ACI 318, donde los abanicos debieran tener una extensión igual al peralte efectivo del elemento ( $d = 21.21$  pulgadas). ¿Tuvo consecuencias estructurales esta situación?

En la figura 5.56 se muestra el modelo sugerido para la trabe 1 de Johnson y Ramírez (1988 y 1989) cuando se incluye la contribución del concreto. El modelo tiene abanicos de seis estribos que generan un campo de compresión diagonal con un ángulo de inclinación  $\theta = 34^\circ$ . Las ecuaciones 5.26 y 5.27 confirman que esta armadura satisface los requisitos que debe tener una construida con este ángulo, por lo que su resistencia puede calcularse como se indica en la ecuación 5.24 ( $V_s = 40.8$  klb). Es de llamar la atención, que esta resistencia se parece a la estimada previamente ( $V_s = 39$  klb).

$$\lambda_p = \frac{a(\tan\theta)}{2d} \geq 1 = \left[ \frac{65.75(\tan 34^\circ)}{2(21.21)} = 1.04 \geq 1 \right] \quad (\text{se forma una región B}) \quad \mathbf{5.26}$$

$$x_{cr} = \frac{d}{\tan\theta} = \frac{21.21}{\tan 34^\circ} = 31.45 \text{ pulgadas} \quad (\text{extensión regiones D}) \quad \mathbf{5.27}$$

Todos los puntales de los abanicos del modelo presentado en la figura 5.56 cumplen con la recomendación  $\tan\theta \leq \tan\theta_D \leq 10\tan\theta$  (sección 5.6), a excepción del primer puntal de la reacción que es un 14% mayor a dicho límite ( $\tan 34.6^\circ / 10 \tan 34 = 1.14$ ). Esto no debería invalidar el análisis.

Johnson y Ramírez (1988) reportaron que en la falla de la trabe 1, la deformación unitaria de los estribos indicó que éstos tomaron toda la demanda de cortante ( $V_s = V_u = 76$  klb). La situación sugiere la existencia de otro mecanismo resistente.

La descripción de la falla de la trabe 1 hecha por Johnson y Ramírez (1988), dice que el bloque de compresión fue atravesado por el agrietamiento diagonal en un cortante  $V = 74$  klb, por lo que entre éste y  $V_u = 76$  klb pudo ocurrir una distribución de fuerzas que justifique un modelo de armadura diferente al mostrado en la figura 5.56 ( $\theta = 34^\circ$ ). En efecto, esto es sólo una hipótesis, pero el escenario invita a explicar la falla del elemento con otro modelo (uno que ignore la contribución del concreto).

Con base en el procedimiento hecho con anterioridad, se requirieron once estribos para que el refuerzo transversal pueda resistir el cortante último ( $76/6.81 = 11.16 \approx 11$ ). Esta cantidad de estribos puede acomodarse en el armado propuesto por Johnson y Ramírez (figura 5.55), lo que resulta en el modelo mostrado en la figura 5.57, cuya resistencia es calculada en la ecuación 5.25 ( $V_s = V_u = 75$  klb). Este modelo consiste en dos abanicos acoplados que prácticamente cubren todo el claro de cortante, e ilustran el concepto de seudoesbeltez propuesto en esta tesis doctoral.

Se hace notar que los abanicos mostrados en la figura 5.57 no satisfacen uno de los límites recomendados para su configuración ( $\theta_D = 20.17^\circ < 26.6^\circ$ ), sin embargo, su forma se ajusta razonablemente a la sugerencia de esta tesis ( $\tan 76.1^\circ / 10 \tan 20.17 = 1.1$ ).

En la figura 5.58 se muestra la correspondencia entre los modelos de armadura propuestos para la trabe 1 de Johnson y Ramírez (1988) y su patrón de agrietamiento final. El modelo que mejor se ajusta al daño es el que tiene el campo de compresión diagonal con  $\theta = 34^\circ$  (figura 5.58-a); sin embargo, el de los abanicos extendidos (figura 5.58-b) tiene coincidencia con algunas grietas (o tramos de grietas). La situación invita a pensar que ambas armaduras son válidas y que se presentaron de manera secuencial: primero el que tiene un campo de compresión diagonal (figura 5.58-a), y después el de los dos abanicos de compresión (figura 5.58-b).

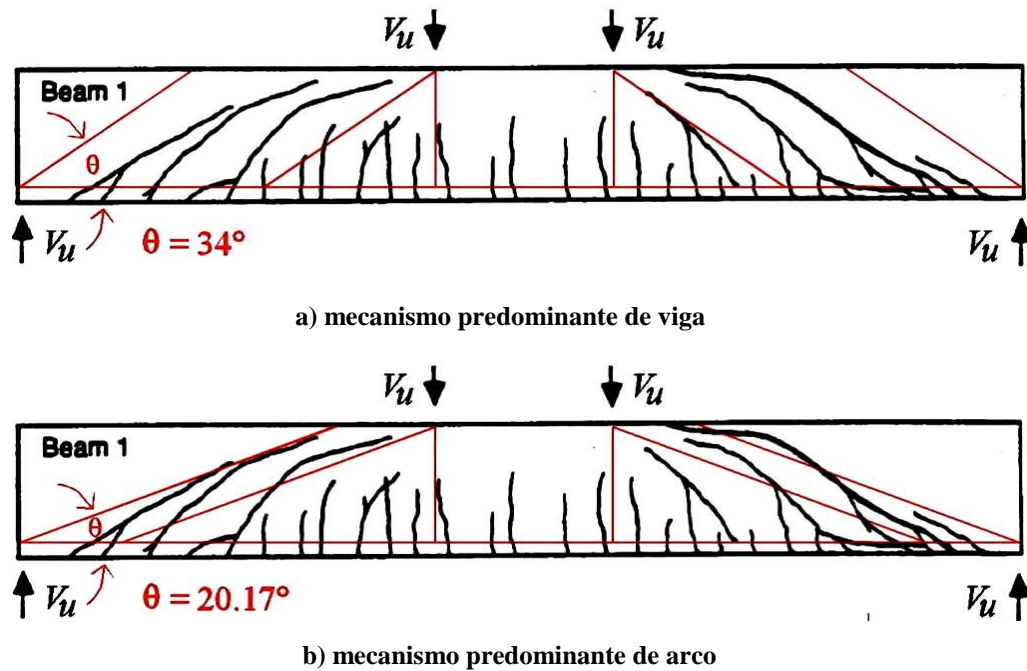


Figura 5.58 Campos de compresión propuestos para la trabe 1 de Johnson y Ramírez (1988)

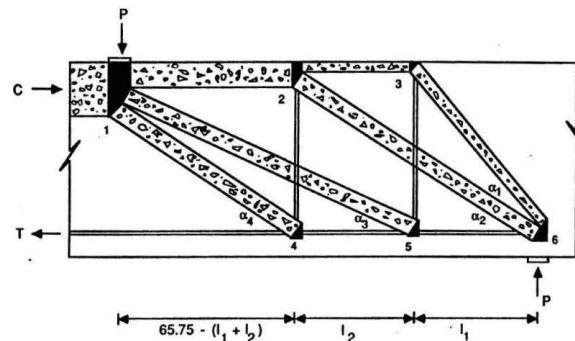


Figura 5.59 Modelo de armadura sugerido por Johnson y Ramírez (1988 y 1989) para explicar el mecanismo resistente en traves con dos veces la cuantía mínima por cortante del reglamento ACI

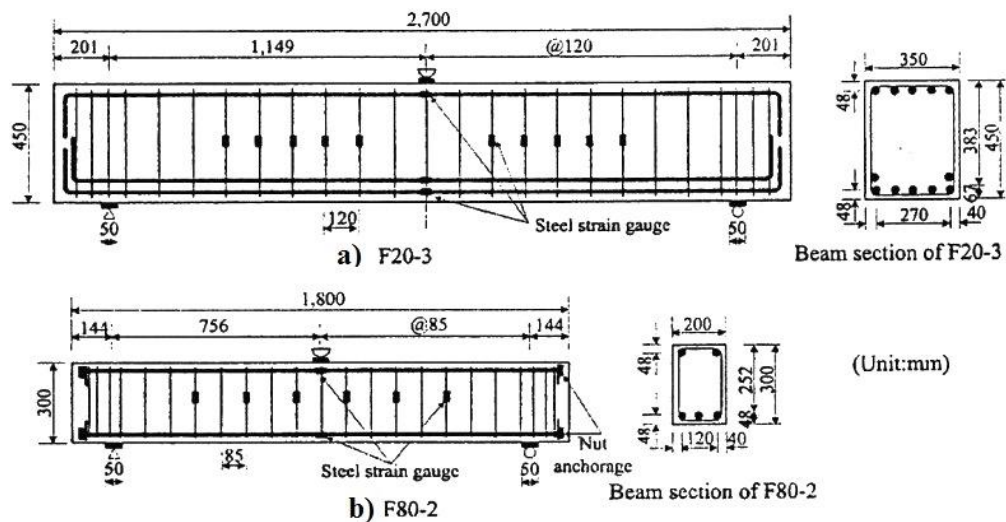
El análisis de la trabe 1 de Johnson y Ramírez (1988 y 1989), sugiere que al no haber estribos suficientes en la distancia donde debían estar contenidos los abanicos conforme a un diseño afín al reglamento ACI 318 ( $\theta = 45^\circ$ ), forzó la incorporación de otros. Esto lideró la formación de una armadura con una inclinación más pequeña que pudo tomar carga adicional después de la falla por tensión diagonal ( $\theta = 34^\circ < 45^\circ$ ). Posteriormente, el daño progresivo transformó este mecanismo de viga en uno de arco que ya no aceptó más carga.

En la figura 5.59 se muestra el modelo de armadura cualitativo presentado por Johnson y Ramírez (1988 y 1989) para explicar el mecanismo resistente de las trabes con el doble de la cuantía mínima. Esta armadura, al igual que la propuesta para las trabes con cuantía mínima (figura 5.53), carece de una región B y representa un mecanismo de arco formado por dos abanicos acoplados en el claro de cortante (figura 5.54). Esto, sin duda, respalda el análisis numérico puesto a consideración en este trabajo.

Finalmente, el análisis presentado en esta sección, indica que en trabes diseñadas con la cuantía mínima de refuerzo transversal que exige el reglamento del ACI 318, y hasta dos veces esta cantidad, el mecanismo resistente puede ser muy diferente al supuesto en la etapa de diseño. ¿Sucede lo mismo con cuantías mayores?

### 5.8.3 Ensayes de Lee y Hwang (2010)

En secciones anteriores se identificó algún grado de seudoesbeltez en trabes reforzadas por cortante con una y dos veces la cuantía mínima del reglamento ACI 318. Sin embargo, es necesario indagar si esta anomalía estructural se puede manifestar en trabes con cuantías mayores. Esto permitirá tener mayor confianza en el diagnóstico forense de estructuras existentes, y tomar precauciones para prevenir sus efectos en diseño futuros.

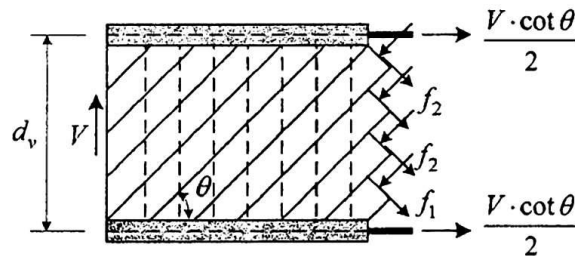


**Figura 5.60 Dimensiones y armados de los elementos ensayados por Lee y Hwang (2010)**

Lee y Hwang (2010) ensayaron dieciocho traveses para investigar las particularidades de la cuantía máxima de refuerzo transversal implícita en el reglamento ACI 318. En la ecuación 5.28 se muestra el límite de este reglamento, donde  $f'_c$  es la resistencia del concreto y  $f_{yw}$  el esfuerzo de fluencia de los estribos (por conveniencia se ha presentado esta fórmula en el Sistema Internacional). En su estudio, Lee y Hwang utilizaron diferentes cuantías de refuerzo transversal ( $0.3\rho_{wmax} \leq \rho_w \leq 2.5\rho_{wmax}$ ) y concretos con diferente resistencia (26.8, 37.2, 63 y 84.6 MPa).

$$\rho_{wmax} = \frac{2\sqrt{f'_c}}{3f_{yw}}; \quad (\text{MPa}) \quad \text{5.28}$$

Lee y Hwang (2010) hicieron sus ensayos con elementos de dos tamaños diferentes: unos con un peralte de 450 mm y otros de 300 mm (todos con  $a/d = 3$ ). Los especímenes fueron diseñados para fallar por cortante antes de la fluencia del acero longitudinal de tensión. En la figura 5.60 se muestran las dimensiones y armados típicos de esta serie de pruebas.



**Figura 5.61 Mecanismo de armadura utilizado por Lee y Hwang (2010)**

Lee y Hwang (2010) enfatizaron la importancia del mecanismo de armadura plástica en la determinación del límite superior de la cuantía de refuerzo transversal (figura 5.61). En su análisis, utilizaron un ángulo  $\theta = 38.5^\circ$  para determinar la cuantía máxima en los reglamentos de Europa (EC-2-04) y Canadá (CSA-04). Estas cuantías las compararon contra la del reglamento ACI 318 en la que está implícita un ángulo  $\theta = 45^\circ$  (“Committee 326” 1962/a/b, “Committee 426” 1973). Al final, y como resultado de su estudio analítico y experimental, propusieron una cuantía máxima con un valor  $\rho_{wmax} = 0.2f'_c/f_{yw}$ .

A pesar que Lee y Hwang (2010) hicieron mención del modelo de armadura plástica, no dejaron constancia de que lo hayan utilizado para el diseño de sus experimentos. Esto motivó hacer un pequeño análisis de su trabajo.

Se hizo un análisis detallado para el elemento F20-3, pues además de ser uno de los dos mejor documentados en su publicación: 1) pertenece al grupo de traveses más grandes (figura 5.60-a), 2) fue construido con concreto de resistencia normal ( $f'_c = 26.8$  MPa (276 kg/cm<sup>2</sup>)) y, 3) su cuantía de refuerzo transversal ( $\rho_w = 0.606$  (%)) es el 89% de la máxima que le permite el reglamento del ACI 318 ( $\rho_{wmax} = 0.679$  (%)). Vale la pena mencionar, que la cuantía de

refuerzo transversal del elemento F20-3, es casi nueve veces mayor a la cuantía mínima que el reglamento ACI 318 exigiría en este elemento (tabla 5.4).

Lee y Hwang (2010) no indicaron el procedimiento de diseño de sus trabes, queda la duda si lo hicieron con el método estándar del reglamento ACI 318, o utilizaron un modelo de armadura plástica con  $\theta = 38.5^\circ$ . Por esta razón es necesario verificar ambas opciones. Lo primero que se debe hacer, es corroborar si la geometría de la trabe F20-3 puede albergar un campo de compresión diagonal para los ángulos  $\theta = 45^\circ$  y  $\theta = 38.5^\circ$ . Esto se hace con el parámetro  $\lambda_p$  utilizado en secciones previas. En la ecuación 5.29 se muestra la evaluación de  $\lambda_p$  para el ángulo  $\theta = 45^\circ$  y en la ecuación 5.30 para  $\theta = 38.5^\circ$ . De estos cálculos se concluye que la trabe es apta para acomodar una región B (plástica) con cualquiera de estas inclinaciones.

$$\lambda_p = \frac{a(\tan\theta)}{2d} \geq 1 = \left[ \frac{1149(\tan 45^\circ)}{2(383)} = 1.5 > 1 \right] \quad (\text{se forma una región B}) \quad \mathbf{5.29}$$

$$\lambda_p = \frac{a(\tan\theta)}{2d} \geq 1 = \left[ \frac{1149(\tan 38.5^\circ)}{2(383)} = 1.19 > 1 \right] \quad (\text{se forma una región B}) \quad \mathbf{5.30}$$

La capacidad de cada estribo es  $A_v f_{yv} = 128.7$  kN y su separación  $s = 120$  mm, por lo que se puede calcular la contribución del acero que recomienda el reglamento ACI 318 (ecuación 5.31).

$$V_s = \frac{A_v f_{yv} d}{s \tan\theta} = \frac{128.7(383)}{120(\tan 45^\circ)} = 410.76 \text{ kN} \quad (\text{contribución del acero, ACI 318}) \quad \mathbf{5.31}$$

La resistencia mostrada en la ecuación 5.31 representa sólo el 65% de la observada experimentalmente ( $V_u = 625$  kN). Para mejorar el nivel de predicción, se tomará en cuenta la contribución del concreto del reglamento ACI 318 (ecuación 5.32).

$$V_c = 0.17\sqrt{26.8}(350)(383) = 117.97 \text{ kN} \quad (\text{contribución del concreto, ACI 318}) \quad \mathbf{5.32}$$

La resistencia del elemento F20-3 de Lee y Hwang (2010) conforme al reglamento ACI 318, es la suma de las resistencias calculadas en las ecuaciones 5.31 y 5.32, lo que da un total de 528.73 kN. Este valor representa el 84% del observado ( $528.73/625 = 0.84$ ), lo que es bastante aceptable; sin embargo, no es congruente con el patrón de agrietamiento que desarrolló el elemento (figura 5.63).

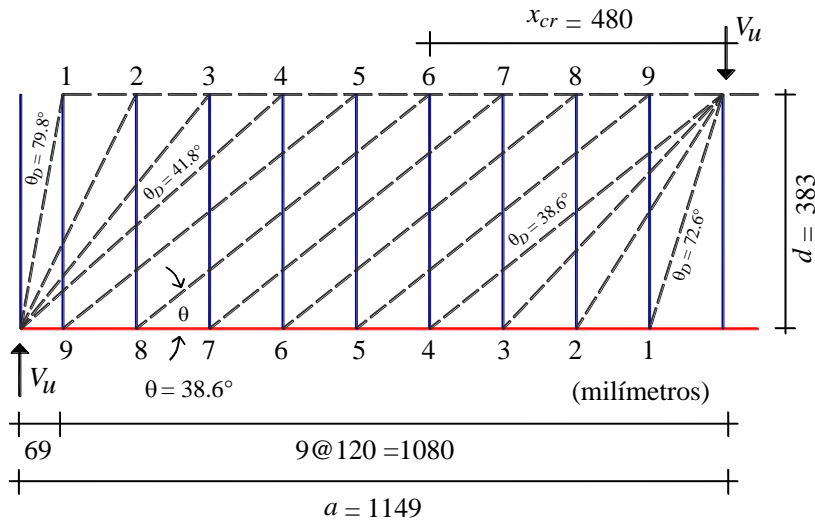
La predicción del modelo de armadura con  $\theta = 38.5^\circ$  se muestra en la ecuación 5.33. Este modelo predice el 83% de la resistencia observada en el experimento ( $516.4/625 = 0.83$ ) y es similar a la que se obtuvo con el reglamento ACI 318. Vale la pena mencionar, que esta predicción es aceptable desde el punto de vista del teorema del límite inferior de la teoría de la plasticidad. Si a este valor se le agrega la contribución del concreto calculada en la ecuación 5.32, se obtiene una resistencia de 634.37 kN. Este pronóstico representa el 101.5% de la

observada ( $634.37/625 = 1.015$ ), y se ajusta mejor a la resistencia reportada por Lee y Hwang (2010) del elemento F20-3.

$$V_s = \frac{A_v f_{yw} d}{s \tan \theta} = \frac{128.7(383)}{120(\tan 38.5^\circ)} = 516.4 \text{ kN} \quad (\text{modelo de armadura plástica}) \quad \mathbf{5.33}$$

Lo que resta es verificar, es si la distribución de estribos del elemento F20-3 favoreció la formación de un campo de compresión diagonal con  $\theta = 38.5^\circ$ . Para ello, se debe calcular la extensión de los abanicos de compresión en el claro de cortante (ecuación 5.34), y compararla contra la que alberga los estribos que equilibran la reacción y la carga aplicada.

$$x_{cr} = \frac{d}{\tan \theta} = \frac{383}{\tan 38.5^\circ} = 481.5 \text{ mm} \quad (\text{extensión requerida abanicos, trabe F20-3}) \quad \mathbf{5.34}$$



**Figura 5.62 Mecanismo de armadura sugerido para el elemento F20-3 ensayado por Lee y Hwang (2010)**

Los estribos que deben ir en cada abanico resultan de la diferencia entre el cortante último y la contribución del concreto, es decir,  $V_s = 507 \text{ kN}$  ( $625 - 117.97 = 507.03 \text{ kN}$ ); sabiendo que la capacidad de cada estribo es  $A_v f_{yw} = 128.7 \text{ kN}$ , se requieren cuatro estribos para equilibrar la reacción y la carga ( $507/128.7 = 3.94 \approx 4$ ). Estos estribos cubren una distancia horizontal de 480 mm ( $4 \times 120 = 480 \text{ mm}$ ) que es muy parecida a la distancia crítica calculado en la ecuación 5.34. Con estos datos, y a partir de la distribución de estribos del elemento, se propuso el modelo de armadura mostrado en la figura 5.62. El modelo tiene un campo de compresión diagonal con un ángulo de inclinación  $\theta = 38.6^\circ$  que explica bastante bien el del análisis ( $\theta = 38.5^\circ$ ).

Vale la pena aclarar, que los dos abanicos mostrados en la figura 5.62 no son idénticos debido a una ligera asimetría de la distribución de estribos; sin embargo, todos los puntales de los abanicos satisfacen el intervalo  $\tan \theta \leq \tan \theta_D \leq 10 \tan \theta$  recomendado en la sección 5.6. Finalmente, en la figura 5.63 se muestra la correlación que existe entre el modelo propuesto para la trabe F20-3 y el patrón de agrietamiento del elemento, la cual parece aceptable.



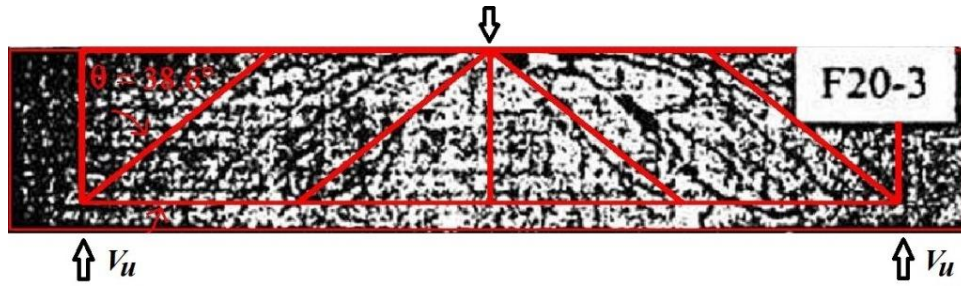


Figura 5.63 Campos de esfuerzo ( $\theta = 38.6^\circ$ ) superpuestos al patrón de agrietamiento del elemento F20-3 ensayado por Lee y Hwang (2010)

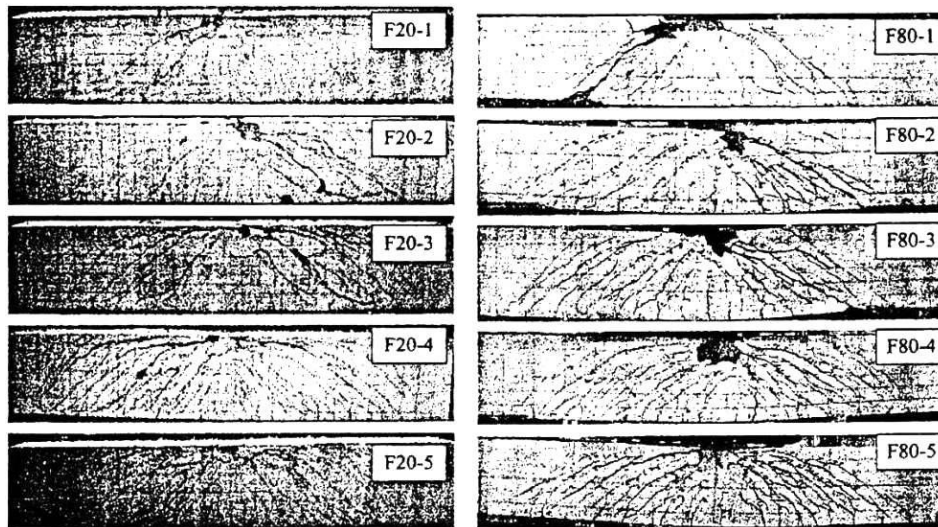


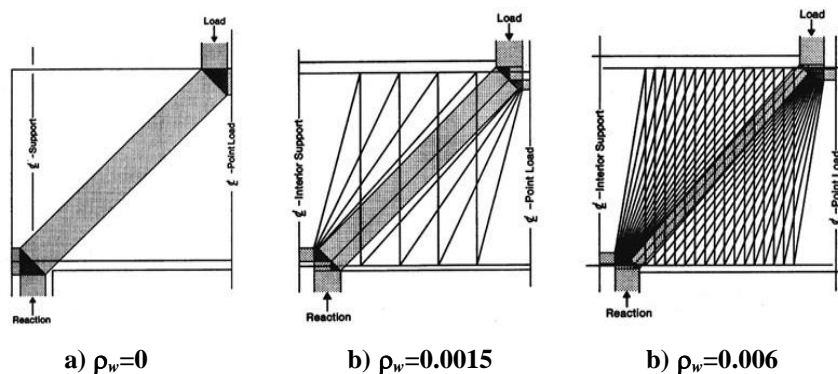
Figura 5.64 Patrones de agrietamiento presentados por Lee y Hwang (2010)

Tabla 5.4 Resumen de cálculos automatizados hechos para las trabes de Lee y Hwang (2010)

ID	Refuerzo transversal			Configuración abanicos (equilibrio)		Extensión abanicos (regiones D)			$\theta''_{real''}$ (°)	$\lambda_P$	
	$f'_c$ (MPa)	Cuantía normalizada (límites ACI)	$\rho_w/\rho_{wmax}$	Número de estribos	Extensión	Comparación contra modelos teóricos					
F20-1	26.8	$\rho_w/\rho_{wmax}$	0.30	1	360	$x_{cr-req}/x_{cr-45}$	0.94	$x_{cr-req}/x_{cr-38.5}$	0.75	46.8	1.60
F20-2	26.8	0.59	5.83	2	360	0.94	0.75	46.8	1.60		
F20-3	26.8	0.89	8.75	4	480	1.25	1.00	38.6	1.20		
F20-4	26.8	1.18	11.67	4	360	0.94	0.75	46.8	1.60		
F20-5	26.8	1.52	15.01	6	420	1.10	0.87	42.4	1.37		
F40-1	37.2	0.75	8.01	2	240	0.95	0.76	46.4	1.58		
F40-3	37.2	1.28	13.74	3	210	0.83	0.66	50.2	1.80		
F40-5	37.2	1.79	19.23	4	200	0.79	0.63	51.6	1.89		
F60-1	63	0.49	5.23	1	250	0.99	0.79	45.2	1.51		
F60-2	63	1.01	10.90	2	240	0.95	0.76	46.4	1.58		
F60-3	63	1.35	14.53	3	270	1.07	0.85	43.0	1.40		
F60-4	63	1.87	20.12	3	195	0.77	0.62	52.3	1.94		
F60-5	63	2.43	26.16	3	150	0.60	0.47	59.2	2.52		
F80-1	84.6	0.81	8.69	2	260	1.03	0.82	44.1	1.45		
F80-2	84.6	1.24	13.28	4	340	1.35	1.07	36.5	1.11		
F80-3	84.6	1.67	17.91	4	252	1.00	0.80	45.0	1.50		
F80-4	84.6	2.10	22.57	4	200	0.79	0.63	51.6	1.89		
F80-5	84.6	2.50	26.88	5	210	0.83	0.66	50.2	1.80		

La secuencia de cálculo realizada en el elemento F20-3 se programó en una hoja electrónica, y se aplicó a las dieciocho travesas reportadas por Lee y Hwang (2010). Los resultados más relevantes se muestran en la tabla 5.4, y con base en ellos se hacen las siguientes observaciones:

- A pesar que el análisis del elemento F20-3 sugiere que se utilizó en el diseño de la serie un modelo de armadura con un ángulo  $\theta = 38.5^\circ$ , otros elementos parecen haberlo sido con  $\theta = 45^\circ$ , e incluso mayores. A falta de más información, no se puede asegurar que todos los elementos se hayan diseñado con el mismo criterio (un análisis detallado para toda la serie está fuera del alcance de este trabajo).



**Figura 5.65 Influencia de la cuantía de refuerzo transversal en el mecanismo resistente de los abanicos de compresión según Rogowsky y MacGregor (1983)**

- Proponer armados con cuantías moderadas a altas, no garantiza la formación de abanicos de compresión con una configuración aceptable. Un buen ejemplo son las travesas F20-2, F40-1, F60-1, F60-2 y F80-1, pues todas ellas tienen cuantías superiores a la mitad de la máxima que exige el reglamento ACI 318, pero generaron “abanicos” con solo uno o dos estribos. Esto es un claro indicio de que no sólo la cuantía de refuerzo transversal gobierna el comportamiento de los elementos, como lo señalaron Rogowsky y MacGregor (1983) según se muestra en la figura 5.65, sino que también es importante el número de estribos que equilibran las cargas concentradas (el número de estribos que dan forma a los abanicos de compresión).
- Al comparar la distancia teórica donde se deben alojar los abanicos contra la que obliga el equilibrio, se observa que en algunos casos la distribución de estribos favoreció que éstos tuvieran una extensión menor, o sustancialmente menor, a la que exige un modelo de armadura (incluso en los elementos con abanicos formados por tres o más estribos).
- Los patrones de agrietamiento mostrados en la figura 5.64 de la serie F80, es decir, los construidos con concreto de alta resistencia (84.6 MPa), muestran una falla por aplastamiento en la zona donde se aplicó la carga (en especial los elementos F80-3 y F80-4). En efecto, esto se relaciona con la resistencia del concreto, pero también pudo haber sido provocado, parcialmente, por una alta concentración de esfuerzos de compresión generada por los abanicos poco extendidos. Por ejemplo, los abanicos del elemento F80-4 probablemente se formaron en un 79% o 63% de la longitud que les



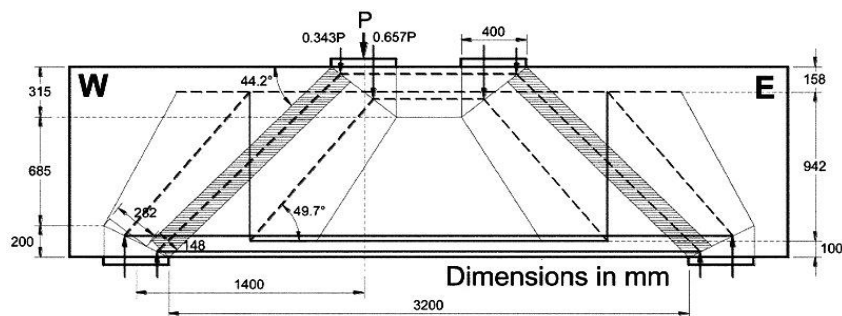
correspondería conforme a un modelo de armadura con  $\theta = 45^\circ$  o  $\theta = 38.5^\circ$ , respectivamente.

- El parámetro de esbeltez propuesto en esta tesis ( $\lambda_p$ ), no es capaz, por sí mismo, de advertir si los abanicos de compresión están bien configurados. Es decir, su evaluación no permite saber si un abanico tiene una cantidad adecuada de estribos (tentativamente, tres al menos).
- Existe un factor aproximado de diez entre la cuantía mínima y máxima de acero de refuerzo por cortante que exige el reglamento del ACI 318, esta relación podría ser utilizada para simplificar el proceso de diseño.

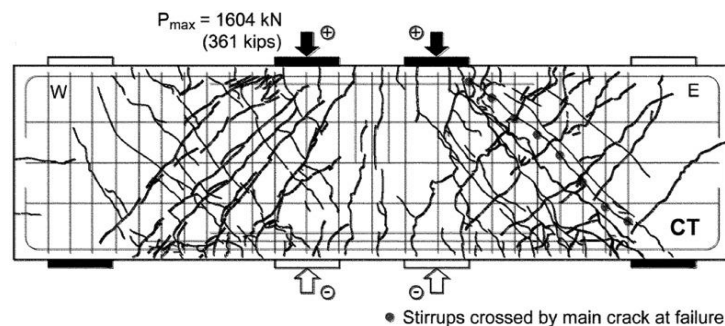
Finalmente, el análisis de los experimentos de Frosch (2000), Johnson y Ramírez (1988 y 1989) y Lee y Hwang (2010), ponen de manifiesto la necesidad de invertir recursos para mejorar el conocimiento sobre los abanicos de compresión, y su relación con el comportamiento global de las traveses de concreto reforzado. Lo anterior, con la finalidad de evitar modos de falla imprevistos o indeseables por cortante.

### 5.9 ABANICOS DE COMPRESIÓN EN ARTICULACIONES PLÁSTICAS

En secciones previas se desarrolló una propuesta para el diseño y detallado de las regiones D de traveses con refuerzo transversal, visualizándolas como abanicos de compresión; sin embargo, el alcance se limitó a cargas monotónicas.



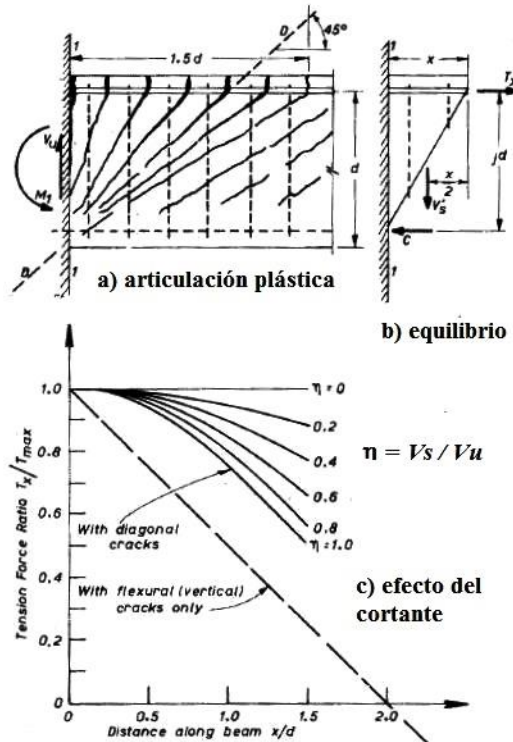
a) modelo de armadura



b) patrón de agrietamiento

**Figura 5.66 Elemento CT ensayada por Alcocer y Uribe (2008) ante cargas reversibles ( $a/d = 1.17$ )**

Alcocer y Uribe (2008) ensayaron traveses peraltados ( $a/d = 1.17$ ) diseñadas con modelos de armadura y sometidas a carga monótonica o reversible (figura 5.66). El modelo que utilizaron reparte la demanda de cortante entre dos mecanismos diferentes: puntal directo y abanicos de compresión acoplados. La tributación a cada uno de ellos depende de la relación  $a/d$  (CEB-FIP 1990). Este estudio, además de validar el uso de los modelos de armadura para el diseño de elementos sometidos a cargas cíclicas, le permitió a Alcocer y Uribe (2008) proponer recomendaciones concernientes a: 1) el detallado de la zona nodal del apoyo, 2) el anclaje del refuerzo por flexión y, 3) el nivel de esfuerzo cortante máximo.



**Figura 5.67** Modelado de una articulación plástica según Park y Paulay (1975)

Algunos investigadores han estudiado las demandas reversibles en las articulaciones plásticas de traveses de concreto reforzado usando abanicos de compresión. El tratamiento de estas zonas de discontinuidad también llamó la atención de este trabajo.

Por ejemplo, Park y Paulay (1975) explicaron el efecto del agrietamiento diagonal en el refuerzo longitudinal de las articulaciones plásticas con un abanico de compresión. El abanico que utilizaron tiene una extensión de una vez y media el peralte efectivo de la viga (figura 5.67-a), y debería implicar un modelo de armadura plástica con un ángulo  $\theta = 33.7^\circ$ . Sin embargo, el tratamiento de Park y Paulay (1975) parece estar enfocado a explicar un diseño por cortante conforme al reglamento ACI 318 ( $\theta = 45^\circ$ ). Esto causa algo de confusión.

Al igual que Park y Paulay (1975), Ichinose (1992) sugirió que las articulaciones plásticas tienen una extensión *fija* igual a un peralte y medio efectivo del elemento. Además, explicó su resistencia con una complicada superposición de los mecanismos de arco y de viga a lo largo

del elemento, que no necesariamente predice o se ajusta al patrón de agrietamiento diagonal (figura 5.68).

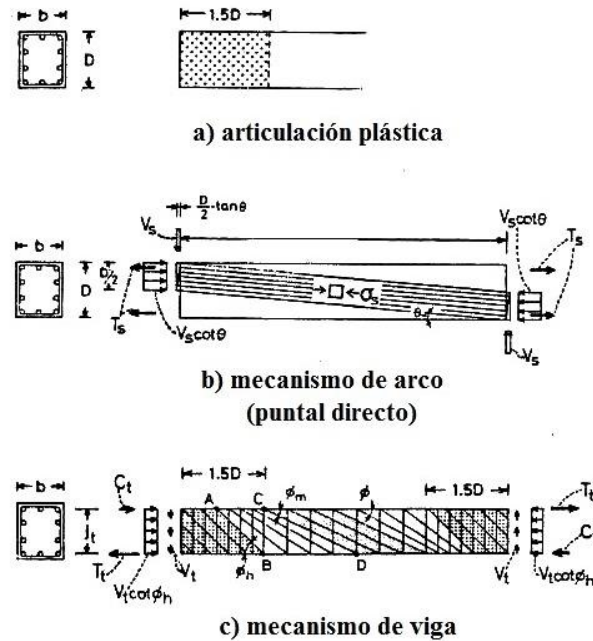


Figura 5.68 Tratamiento de las articulaciones plásticas sugerido por Ichinose (1992)

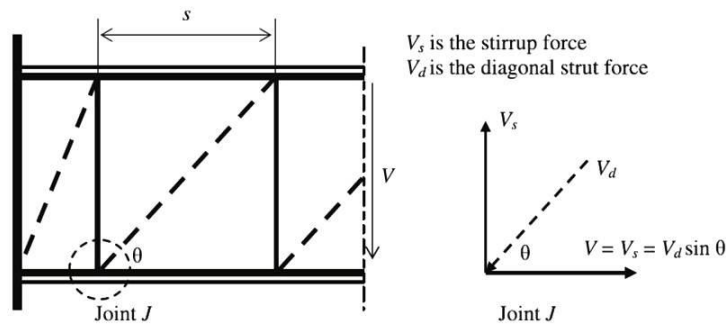


Figura 5.69 Modelo de armadura utilizado por Elmenhawi *et al.* (2009) para explicar la resistencia de una articulación plástica

$$v = \frac{V}{bd \sin \theta \cos \theta} \leq v f'_c \quad (\text{articulación plástica, Elmenhawi et al. 2010}) \quad 5.35$$

Recientemente, Elmenhawi *et al.* (2009) propusieron un modelo de armadura para explicar la resistencia a cortante de las articulaciones plásticas. Desafortunadamente, usaron una versión simplificada del modelo que les impidió hacer una correlación directa con la extensión del disturbio que identifica a una articulación plástica (figura 5.69). De acuerdo con Elmenhawi *et al.* (2009), la resistencia a cortante de una articulación plástica depende de la resistencia efectiva del concreto en el alma, por lo que: i) la resistencia e inclinación del puntal que se conecta al nodo J mostrado en la figura 5.69 gobiernan la resistencia de la articulación

(ecuación 5.35) y, ii) la resistencia de los estribos no tiene importancia significativa en el mecanismo resistente.

Claramente, el modelo de Elmenhawi *et al.* (2009) tiene inconsistencias. Por ejemplo, utiliza una resistencia que sólo es válida en un campo de compresión diagonal (agrietamiento paralelo). El que Elmenhawi *et al.* (2009) hayan asociado el abanico de compresión con el puntal que se conecta al nodo J mostrado en la figura 5.69, pone al descubierto una confusión entre los modelos de armadura detallados y simplificados. En la sección 5.2 se trató este asunto con otros ejemplos.

Estas inconsistencias lideraron que Elmenhawi *et al.* (2009) usaran la ecuación 5.35 para calcular el esfuerzo en las articulaciones plásticas (válida sólo para agrietamiento sustancialmente paralelo). Este error los condujo a otro, como lo es explicar el agrietamiento progresivo de una manera inusual: grietas iniciales por cortante con una inclinación  $\theta < 45^\circ$  que, con el aumento de la demanda aumentan su inclinación hasta estabilizarse, cerca de la falla, en un ángulo  $\theta = 45^\circ$ .

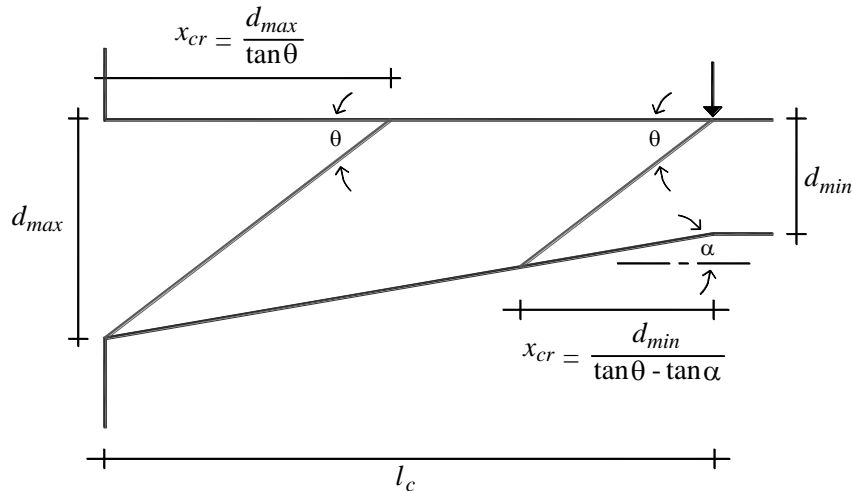
Finalmente, los ejemplos presentados muestran que un conocimiento básico del funcionamiento de los abanicos de compresión puede ayudar a entender la interacción flexión-cortante de una articulación plástica. En efecto, esto no significa que su diseño esté resuelto, pero permite empezar a ordenarlo de tal manera que el disturbio quede en una zona bien identificada y delimitada con un modelo simple de comportamiento mecánico. Sin duda, hay mucho trabajo aún por hacer en este tema (por ejemplo, Dhakal y Fenwick 2008).

## **5.10 ABANICOS DE COMPRESIÓN EN TRABES ACARTELADAS**

Todas las secciones precedentes se han ocupado de las regiones D en trabes prismáticas provistas de refuerzo transversal. Estas regiones se han estudiado visualizándolas como campos de esfuerzo en forma de abanico. Sin embargo, el tema principal de esta tesis obliga hacer una propuesta especializada para trabes acarteladas.

Por la manera en que se desarrollaron las aportaciones de esta tesis doctoral (regiones B, capítulo cuatro) y regiones D (este capítulo), el tratamiento de los abanicos de compresión de las trabes acarteladas de concreto reforzado es idéntico al de las prismáticas. Es decir, solamente basta conocer el valor del cortante máximo (generalmente asociado a la reacción), y calcular la extensión de las regiones D para aplicar las recomendaciones de este capítulo. En el capítulo ocho se ofrece una perspectiva más amplia que involucra trabes con cargas distribuidas gravitacionales en combinación con cargas sísmicas.

En la figura 5.70 se muestra una trabe acartelada típica de edificios que indica el valor de la longitud de las regiones D en las que se deben confinar los abanicos de compresión (combinación de cargas gravitacionales). En el apéndice C se muestra el cálculo de estas distancias críticas, y puede servir de guía para cartelas con otra configuración o condición de carga y apoyo (sección C.2).

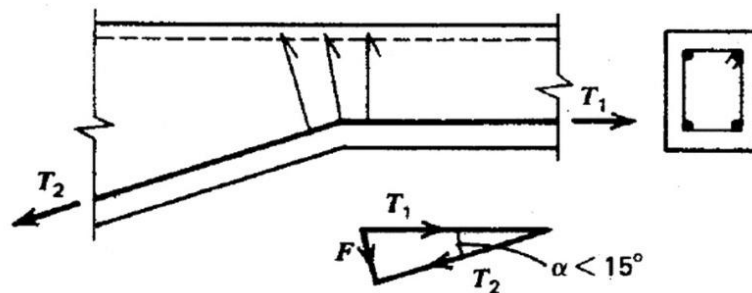


**Figura 5.70** Longitud de los abanicos de compresión en una trabe acartelada de edificio ante carga gravitacional

$$l_c \geq \frac{d_{min}}{\tan \theta - \tan \alpha} + \frac{d_{max}}{\tan \theta} \quad (\text{región B en trabe acartelada}) \quad 5.36$$

$$\lambda_p = \frac{l_c}{\frac{d_{min}}{\tan \theta - \tan \alpha} + \frac{d_{max}}{\tan \theta}} \geq 1 \quad (\text{trabe acartelada esbelta}) \quad 5.37$$

Para que el modelo de la figura 5.70 pueda ser utilizado, es requisito que la cartela sea esbelta plásticamente, es decir, que pueda alojar una región B plástica. En el capítulo cuatro se desarrollaron las ecuaciones 5.36 y 5.37 para cuantificar la esbeltez plástica de las cartelas, donde todos los términos están identificados en la figura 5.70. En el caso de traves acarteladas “cortas” (*grosso modo*,  $a/d_{max} < 2$ ), es mejor atender las recomendaciones de diseño para ménsulas de los reglamentos o libros de texto especializados.



**Figura 5.71** Detallado especial en los vértices de las cartelas (Park y Paulay 1975)

Finalmente, un asunto que también debe tomarse en cuenta, es que en los cambios de dirección del refuerzo longitudinal es necesario colocar estribos adicionales para evitar fallas prematuras de adherencia. Park y Paulay (1975) proporcionaron una guía para proponer este refuerzo adicional (figura 5.71), cuyos beneficios ante cargas monotónicas y reversibles ya

fueron reportados por Tena-Colunga *et al.* (2008) y Archundia-Aranda *et al.* (2013), respectivamente.

### 5.11 COMENTARIOS

En este capítulo se han presentado reflexiones, conceptos y cálculos que pretenden mejorar el entendimiento de las regiones D de las trabes de concreto reforzado con refuerzo transversal. Estas zonas se analizaron usando un campo de esfuerzo en forma de abanico que facilita visualizar el flujo de fuerzas en la región D ante cargas monotónicas y reversibles.

Aunque el desarrollo del capítulo se sustentó en trabes prismáticas, la forma en que se ha concebido el diseño por cortante en esta tesis permitió aplicarlos prácticamente sin ninguna modificación en las trabes acarteladas. Esto es ventajoso, pues invita al ingeniero en estructuras a no seguir aprendiendo fórmulas, sino a entender conceptos básicos y aplicarlos en sus cálculos.

Para desarrollar estas recomendaciones fue necesario conciliar las escuelas de diseño estadounidense y europea. Lo anterior, ya que ambas se han excluido mutuamente más por razones históricas que técnicas (detalles en el apéndice D). Asimismo, se requirió: 1) proponer una definición más general para la extensión de las regiones D (ampliando los conceptos de Schlaich *et al.* 1987) y, 2) confiar en la contribución del concreto que hasta la fecha recomienda el reglamento del ACI pero, entendiendo y respetando sus límites originales (“Committee 326” 1962/a/b).

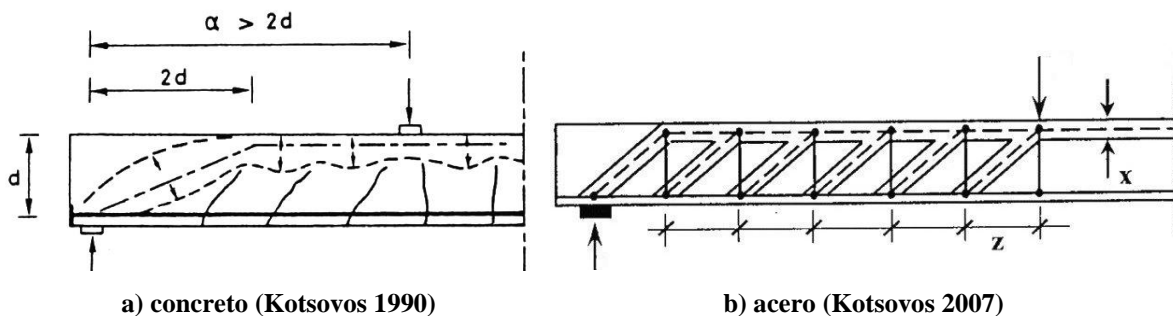
El último punto es importante, pues esta resistencia se apoya en la idea que el bloque de compresión no agrietado es el que *toma* la contribución del concreto después del agrietamiento por tensión diagonal, y no el concreto agrietado del alma como algunos investigadores sostienen (apéndices E y F).

Este capítulo deja como aprendizaje que para tener mayor control de la respuesta de una trabe esbelta ( $\lambda_p \geq 1$ ), el diseño no debe limitarse a que su región B satisfaga de forma aislada la armonía que exige un modelo mecánico (por ejemplo, Sigrist 2011), sino que también es necesario configurar los abanicos de compresión (regiones D) de manera congruente con el modelo. Esto implica que la posición discreta de los estribos en el claro de cortante tenga importancia en el comportamiento. De no atender este punto, el equilibrio interno del elemento puede liderar la formación de un mecanismo de arco no contemplado en el diseño que, incluso, inhiba la región B del elemento junto con la resistencia que deberían aportar los estribos. Esta anomalía estructural se ha documentado con ejemplos, y se le ha dado el nombre de pseudoesbeltez.

Es claro que esta filosofía de diseño se opone a la de Schlaich *et al.* (1987), quienes propusieron diseñar de manera aislada las regiones B y D suponiendo que no existe una gran interacción entre ellas. Vale la pena mencionar, que la propuesta de Schlaich *et al.* (1987) ha sido adoptado en el apéndice A del reglamento del ACI 318 desde el año 2002.

Finalmente, a continuación se presentan algunos comentarios adicionales que se consideran de importancia:

1. El modelo de armadura plástica de ángulo variable es una herramienta de diseño que también puede aplicarse en la revisión de elementos existentes. Para ello, es requisito plantear el equilibrio de las regiones D tomando en cuenta la distribución de estribos y las recomendaciones de esta tesis para configurar los abanicos de compresión. Cuando se trata del diseño de elementos nuevos, el diseñador es responsable de usar o no la contribución del concreto del reglamento ACI 318 (siempre que sea válido, lo que sucede cuando  $a/d \geq 2$  o  $\lambda_E \geq 1$ ), pero en la revisión de elementos existentes debe considerar esta resistencia adicional al plantear el modelo de armadura y al hacer las revisiones pertinentes.
2. Del análisis hecho a la trabe A-2 de Bresler y Scordelis (1963), uno puede concluir que en una trabe esbelta provista con una cuantía de refuerzo transversal similar a la mínima del reglamento ACI 318, y diseñada acorde a un modelo de armadura plástica (regiones B y D), la contribución del acero puede proporcionar una estimación algo conservadora de la resistencia.
3. El ingeniero en estructuras debe fomentar un diseño por cortante donde el concreto y el acero de refuerzo trabajen en condiciones ideales, es decir, en compresión y tensión, respectivamente. Los resultados numéricos mostrados en este capítulo apoyan esta idea. Esto sugiere que si se respetan las limitaciones tanto de la contribución del concreto del ACI 318 como del modelo de armadura plástica, ya no parece muy empírico sumar ambas contribuciones (por ejemplo, figura 5.72).



**Figura 5.72 Contribuciones al mecanismo resistente de una trabe esbelta con refuerzo transversal**

4. Del análisis hecho a las trabes de Johnson y Ramírez (1988 y 1989), Frosch (2000) y Lee y Hwang (2010), surge la necesidad de valorar si se debe seguir haciendo experimentos en elementos teóricamente esbeltos, en los que la separación de estribos no cuenta con el respaldo de algún modelo de comportamiento mecánico (especialmente con cuantía bajas). Por ejemplo, las disposiciones para distribuir los estribos del reglamento ACI 318 aunque pensadas para proveer seguridad (Ferguson *et al.* 1988), limitan el entendimiento o pronóstico del mecanismo resistente a cortante que se desarrolla en el elemento. En el capítulo ocho se expande y ejemplifica esta situación.

5. Con base en el análisis de los trabajos de Li y Tran (2008), Elmenshawi *et al.* (2009) y Kuo *et al.* (2010), se concluye que los modelos de armadura simplificados pueden provocar malinterpretaciones del mecanismo resistente a cortante. En este sentido, parece adecuado interesarse en entender (y enseñar) los usos y limitaciones de las diferentes representaciones de los modelos de armadura o puntales y tensores.
6. El detallado de los abanicos de compresión sugerido en esta tesis de ninguna manera es una recomendación completa de diseño, por lo que no sustituye la revisión de las zonas nodales, el anclaje del refuerzo longitudinal y demás requisitos que exigen los reglamentos.
7. Los conceptos y recomendaciones presentados en este capítulo son perfectibles; sin embargo, antes merecen ser probados en un programa experimental que proporcione información adicional. Se tiene la convicción que al realizar pruebas en trabes esbeltas diseñadas conforme al reglamento ACI 318, en las que se haya cuidado el detallado de las regiones D, proporcionarán resistencias y patrones de agrietamiento muy cercanos a los que supone ese reglamento.

## **REFERENCIAS Y BIBLIOGRAFÍA**

ACI 318-02 (2002), "Building code requirements for structural concrete (ACI-318-02) and commentary (ACI-318R-02)" ACI Committee 318, *American Concrete Institute*, E.U.A.

ACI 318-11 (2011), "Building code requirements for structural concrete (ACI-318-11) and commentary (ACI-318R-11)", ACI Committee 318, *American Concrete Institute*, E.U.A.

Alcocer, S M y C MUribe (2008), "Monolithic and cyclic behavior of deep beams designed using strut-and-tie models", *ACI Structural Journal*, Vol. 105, No. 3, pp. 327-337.

Archundia-Aranda, H I, A Tena-Colunga, y A Grande-Vega (2013), "Behavior of reinforced concrete haunched beams subjected to cyclic shear loading", *Engineering Structures*, Vol. 49, pp. 27-42.

Bentz, E C y M P Collins (2006), "Development of the 2004 Canadian Standards Association (CSA) A23.3 shear provision for reinforced concrete", *Canadian Journal of Civil Engineering*, Vol. 33, No. 5, pp. 521-534.

Bentz, E C, F J Vecchio y M P Collins (2006), "Simplified compression field theory for calculating shear strength of reinforced concrete elements", *ACI Structural Journal*, Vol. 103, No. 4, pp. 614-624.

Bresler, B y A C Scordelis (1963), "Shear strength of reinforced concrete beams", *ACI Journal Proceedings*, Vol. 60, No. 1, pp. 51-74.

CEB-FIP (1990), "CEB-FIP model code 1990-Design code", Comité Euro-International du Béton, *Thomas Telford*, Siuza.

Collins, M P y D Mitchell (1980), "Shear and torsion design of prestressed and non-prestressed concrete beams", *PCI Journal*, Vol. 25, No. 5, pp. 32-100.

Collins, M P y D Mitchell (1986), "A rational approach to shear design - The 1984 Canadian Code Provisions", *ACI Structural Journal*, Vol. 83, No. 6, pp. 925-933.

Collins, M P, D Mitchell, P Adebar y F J Vecchio (1996), "A general shear design method", *ACI Structural Journal*, Vol. 93, No. 1, pp. 36-45.

Collins, M P (1998), "Opinion, Procedures for calculating the shear response of reinforced concrete elements: A discussion", *ASCE Journal of Structural Engineering*, Vol. 124, No. 12, pp. 1485-1488.

Collins, M P, E C Bentz, E G Sherwood y L Xie (2007), "An adequate theory for the shear strength of reinforced concrete structures", *Morley Symposium on Concrete Plasticity and its Application*, University of Cambridge, Inglaterra.



- Committee 326 (1962/a), "Shear and diagonal tension. Part 1: General principles", Report of ACI-ASCE Committee 326, *ACI Journal Proceedings*, Vol. 59, No. 1, pp. 1-30.
- Committee 326 (1962/b), "Shear and diagonal tension. Part 2: Beams and frames", Report of ACI-ASCE Committee 326, *ACI Journal Proceedings*, Vol. 59, No. 2, pp. 277-334.
- Committee 426 (1973), "The shear strength of reinforced concrete members", Joint ASCE-ACI Task Committee 426, *ASCE Journal of Structural Engineering*, Vol. 99, No. 6, pp. 1091-1187.
- Committee 445 (1998), "Recent approaches to shear design of structural concrete", ASCE-ACI Committee 445, *ASCE Journal of Structural Engineering*, Vol. 124, No. 12, pp. 1375-1417.
- Cook, W D y D Mitchell (1988), "Studies of disturbed regions near discontinuities in reinforced concrete members", *ACI Structural Journal*, Vol. 85, No. 2, pp. 200-216.
- CSA (2004), "Design of concrete structures" CSA Standards A.23.3-04", *Canadian Standards Association*, Canada.
- Dhakal, R P y R C Fenwick (2008), "Detailing of plastic hinges in seismic design of concrete structures", *ACI Structural Journal*, Vol. 105, No. 6, pp. 740-749.
- Elmenschawi A, T Brown y R Loov (2009), "Behavior of flexural plastic hinges under high seismic shear with consideration of concrete strength", *Canadian Journal of Civil Engineering*, Vol. 36, No. 11, pp. 1711-1721.
- Englekirk, R E (2003), *Seismic design of reinforced and precast concrete buildings*, John Wiley and Sons, E.U.A.
- Eurocode 2 (2004), "Design of concrete structures. Part 1: General rules and rules for buildings", *British Standards Institution*, Gran Bretaña.
- Fenwick, R C y T Paulay (1968), "Mechanisms of shear resistance of concrete beams", *ASCE Journal of Structural Engineering*, Vol. 94, No. 10, pp. 2325-2350.
- Ferguson, P M, J E Breen y J O Jirsa (1988), *Reinforced concrete fundamentals*, fifth edition, John Wiley and Sons, E.U.A.
- Frosch, R J (2000), "Behavior of large-scale reinforced concrete beams with minimum shear reinforcement", *ACI Structural Journal*, Vol. 97, No. 6, pp. 814-820.
- Gesund, H (2000), Discussion of "Recent approaches to shear design of structural concrete" by ASCE-ACI Committee 445, *ASCE Journal of Structural Engineering*, Vol. 126, No. 7, pp. 853-854.
- González, O M y F Robles (2006), *Aspectos fundamentales del concreto reforzado*, cuarta edición, Limusa, México.
- Grob, J y B Thürlimann P (1976), "Ultimate strength and design of reinforced concrete beams under bending and shear", *IABSE Publications*, Vol. 36, pp. 105-120.
- Hsu, T T C (1993), *Unified theory of reinforced concrete*, second, CRC Press, E.U.A.
- Ichinose, T (1992), "A shear design equation for ductile R/C members", *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, Vol. 21, No. 3, pp. 197-214.
- Johnson, M K y J A Ramírez (1988), "Minimum shear reinforcement in beams with higher strength concrete", *Report CE-STR-88-22*, Department of Civil Engineering, University of Purdue, pp. 93.
- Johnson, M K y J A Ramírez (1989), "Minimum shear reinforcement in beams with higher strength concrete", *ACI Structural Journal*, Vol. 86, No. 4, pp. 376-382.
- Kani, G N J (1964), "The riddle of shear failure and its solution", *ACI Journal Proceedings*, Vol. 61, No. 4, pp. 441-468.
- Kaufmann, W y P Marti (1996), "Versuche an Stahlbetonträgern unter Normal und Querkraft (Ensayes de vigas de concreto reforzado ante cortante y carga axial)", *Report ETH 22498*, Institute of Structural Engineering, ETH Zurich, pp. 141 noviembre (en Alemán).

- Kaufmann, W (1998), "Strength and deformations of structural concrete subjected to in-plane shear and normal forces", *Tesis Doctoral*, Institute of Structural Engineering, ETH Zurich, julio.
- Kotsovos, M D (1990), "Strength and behavior of deep beams", *Reinforced concrete deep beams*, Editor F K Kong, Blakie, Gran Bretaña.
- Kotsovos, M D (2007), "Concepts underlying reinforced concrete design: Time for reappraisal", *ACI Structural Journal*, Vol. 104, No. 6, pp. 675-684.
- Kuo, WW, T J Cheng y S J Hwang (2010), "Force transfer mechanism and shear strength of reinforced concrete beams", *Engineering Structures*, Vol. 32, No. 6, pp. 1537-1546.
- Lee, D D (2000), Discussion of "Recent approaches to shear design of structural concrete" by ASCE-ACI Committee 445, *ASCE Journal of Structural Engineering*, Vol. 126, No. 7, pp. 853-854.
- Lee, J Y y H B Hwang (2010), "Maximum shear reinforcement of reinforced concrete beams", *ACI Structural Journal*, Vol. 107, No. 5, pp. 580-588.
- Li, B y C T N Tran (2008), "Reinforced concrete beam analysis supplementing concrete contribution in truss models", *Engineering Structures*, Vol. 30, No. 11, pp. 3285-3294.
- MacGregor, J G (1988), *Reinforced concrete - mechanics and design*, Prentice Hall, E.U.A.
- MacGregor, J G (1992), *Reinforced concrete - mechanics and design*, second edition, Prentice Hall, E.U.A.
- MacGregor, J G (1997), *Reinforced concrete - mechanics and design*, third edition, Pearson-Prentice Hall, E.U.A.
- MacGregor, J G y J K Wight (2005), *Reinforced concrete - mechanics and design*, fourth edition, Pearson-Prentice Hall, E.U.A.
- Marti, P (1985/a), "Basic tools of reinforced concrete beam design", *ACI Journal*, Vol. 82, No. 1, pp. 46-56.
- Marti, P (1985/b), "Truss models in detailing", *Concrete International*, Vol. 7, No. 12, pp. 66-73.
- Marti, P (1986), "Staggered shear design of simply supported concrete beams", *ACI Journal*, Vol. 83, No. 1, pp. 36-42.
- Marti, P (1991), "Dimensioning and detailing", *IABSE Reports*, Vol. 62, pp. 411-443, International Association of Bridge and Structural Engineering.
- Marti, P (1999), "How to treat shear in structural concrete", *ACI Structural Journal*, Vol. 96, No. 3, pp. 408-414.
- Muttoni, A, J Schwartz y B Thürlimann (1997), *Design of concrete structures with stress fields*, Birkhäuser, Suiza.
- Muttoni, A y M Fernández Ruiz (2008), "Shear strength of members without transverse reinforcement as function of critical shear crack width", *ACI Structural Journal*, Vol. 105, No. 2, pp. 163-172.
- NCHRP 549 (2005), "Simplified shear design of structural concrete members", National Cooperative Highway Research Program Report 549, *Transportation Research Board of the National Academies*. E.U.A.
- NCHRP 579 (2007), "Application of LRFD bridge design specifications to high-strength structural concrete: Shear provisions", National Cooperative Highway Research Program Report 579, *Transportation Research Board of the National Academies*.
- Nielsen, M P (1999), *Limit analysis and concrete plasticity*, second edition, CRC Press, E.U.A.
- Park, R y T Paulay (1975), *Reinforced concrete structures*, John Wiley and Sons, E.U.A.
- Ramírez J A y J E Breen (1983), "Proposed design procedures for shear and torsion in reinforced and prestressed concrete", *Research Report 248-4F*, Center for Transportation Research, University of Texas at Austin, pp. 270, noviembre.
- Reineck, K H (1991), "Ultimate shear force of structural concrete members without transverse reinforcement derived from a mechanical model", *ACI Structural Journal*, Vol. 88, No. 5, pp. 592-602.
- Rogowsky, D M y J G MacGregor (1983), "Shear strength of deep reinforced concrete continuous beams", *Structural Engineering Report No. 110*, Department of Civil Engineering, University of Alberta, pp. 178.

- Rogowsky, D M, J G MacGregor y S Y Ong (1986), "Tests of reinforced concrete deep beams", *ACI Journal Proceedings*, Vol. 83, No. 4, pp. 614-623.
- Rogowsky, D M y J G MacGregor (1986), "Design of reinforced concrete deep beams", *Concrete International*, Vol. 8, No. 8, pp. 49-58.
- Schlaich, J, K Schäfer y M Jennewein (1987), "Toward a consistent design of structural concrete", *PCI Journal*, Vol. 32, No. 3, pp. 74-150.
- Sigrist, V, M Álvarez y W Kaufmann (1995), "Shear and flexure in structural concrete beams", Institute of Structural Engineering, ETH Zurich, pp. 45, junio. (Reprint from Comité Euro-International du Béton (CEB) Bulletin d'Information No. 223 "Ultimate Limit State Design Models" A state-of-art report, June 1995).
- Sigrist, V (2011), "Generalized stress field approach for analysis of beams in shear", *ACI Structural Journal*, Vol. 108, No. 4, pp. 479-487.
- Sigrist, V, E Bent, M Fernández Ruiz, S Foster y A Muttoni (2013), "Background to the fib Model Code 2010 shear provisions – part I beams and slabs", *Structural Concrete*, Vol. 14, No. 3, pp. 195-203.
- Subcommittee 445-1 (2002), "Examples for the design of structural concrete with strut-and-tie models", *ACI Structural Journal Special Publication*, No. 208, Editor Karl-Heinz Reineck.
- Tena-Colunga, A, H I Archundia-Aranda y O M González-Cuevas (2008), "Behavior of reinforced concrete haunched beams subjected to static shear loading", *Engineering Structures*, Vol. 30, No. 2, pp. 478-492.
- Thürlimann, B (1979), "Plastic analysis of reinforced concrete beams", *IABSE Reports*, Vol. 28, pp. 71-90, International Association of Bridge and Structural Engineering.
- Tompos, E J y R J Frosch (2002), "Influence of beam size longitudinal reinforcement, and stirrup effectiveness on concrete shear strength", *ACI Structural Journal*, Vol. 99, No. 5, pp. 559-567.
- Tuchscherer, R, D Birrcher, M Huizinga y O Bayrak (2011), "Distribution of stirrups across web of deep beams", *ACI Structural Journal*, Vol. 108, No. 1, pp. 108-115.
- Vecchio, F J y M P Collins (1986), "The modified compression-field theory for reinforced concrete elements subjected to shear", *ACI Structural Journal*, Vol. 83, No. 2, pp. 219-231.
- Vecchio, F J (2000), "Analysis of shear-critical reinforced concrete beams", *ACI Structural Journal*, Vol. 97, No. 1, pp.102-110.
- Vecchio, F J y W Shim (2004), "Experimental and analytical reexamination of classic concrete beam tests", *ASCE Journal of Structural Engineering*, Vol. 130, No. 3, pp.460-469.
- Vecchio, F J, E C Bentz y M P Collins (2004), "Tools for forensic analysis of concrete structures", *Computers and concrete*, Vol. 1, No. 1, pp.1-14.
- Wang, C, C G Salmon y J A Pincheira (2007), *Reinforced concrete design*, seventh edition, John Wiley and Sons, E.U.A.
- Wight, J K y J G MacGregor (2009), *Reinforced concrete - mechanics and design*, fifth edition, Pearson-Prentice Hall, E.U.A.

# CAPÍTULO 6: DESCRIPCIÓN DEL PROGRAMA EXPERIMENTAL

En este capítulo se describen los detalles de los trabajos requeridos para la preparación y acondicionamiento de los experimentos que acompañan a las aportaciones analíticas de esta tesis.

## 6.1 ANTECEDENTES

Los especímenes descritos en este capítulo se sometieron a cargas reversibles, y son idénticos a los reportados en Archundia (2004) ensayados ante carga monotónica. Los resultados de estos últimos se utilizaron en la primera etapa de esta tesis para elaborar un método de diseño por cortante basado en la filosofía del reglamento ACI 318, es decir, uno que utiliza ecuaciones semiempíricas que privilegian el cálculo de la contribución del concreto (Tena-Colunga *et al.* 2008); los pormenores de este método se presentaron en la sección 3.12. En una etapa posterior, fue que se consideró necesario elaborar un método basado en un modelo de armadura plástica que: 1) privilegiara la contribución del acero y, 2) eliminara el uso de ajustes estadísticos de datos experimentales (capítulo cuatro).

Por estas razones, la serie experimental presentada en este capítulo no fue concebida para validar el método de diseño basado en modelos de armadura (capítulo cuatro), sino para: 1) comparar el efecto de las cargas reversibles en las propiedades estructurales contra los resultados de las trabes *gemelas* sometidas a carga monotónica y, 2) calibrar del método de diseño presentado en Tena-Colunga *et al.* (2008).

Sin embargo, como se demostró en el capítulo cuatro, el método de Tena-Colunga *et al.* (2008) y el presentado en esta tesis, proporcionan resultados similares cuando se comparan de manera justa. Por lo tanto, la explicación y el análisis de los experimentos se documentará atendiendo las hipótesis de la época en la que fueron concebidos, pero enriqueciéndola con las aportaciones presentadas en los capítulos cuatro y cinco de esta tesis doctoral.

## 6.2 GEOMETRÍA Y CONDICIÓN DE CARGA

La geometría y proporciones de los elementos son representativos de lo observado en edificios de construcción reciente en la ciudad de México (por ejemplo, figura 6.1), y puentes peatonales o vehiculares (más detalles en el capítulo 2).

Los experimentos se concibieron de tal forma que las travesas trabajaran en su condición menos favorable, es decir: i) que el peralte de las cartelas y el diagrama de momentos crecieran en dirección opuesta y, ii) ante cargas gravitacionales, el canto acartelado trabajara en tensión (Mörsch 1909 y 1952). Esta es una situación que se presenta en travesas acarteladas de edificios cuando el punto de inflexión queda dentro de las cartelas (figura 6.2), y que fue advertida por Mörsch (1952).

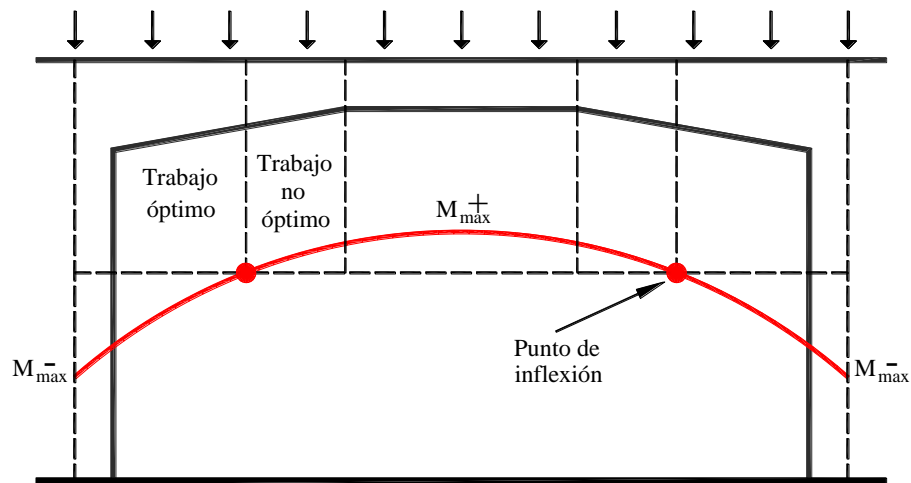


a) cartelas lineales pronunciadas



b) cartelas lineales poco pronunciadas

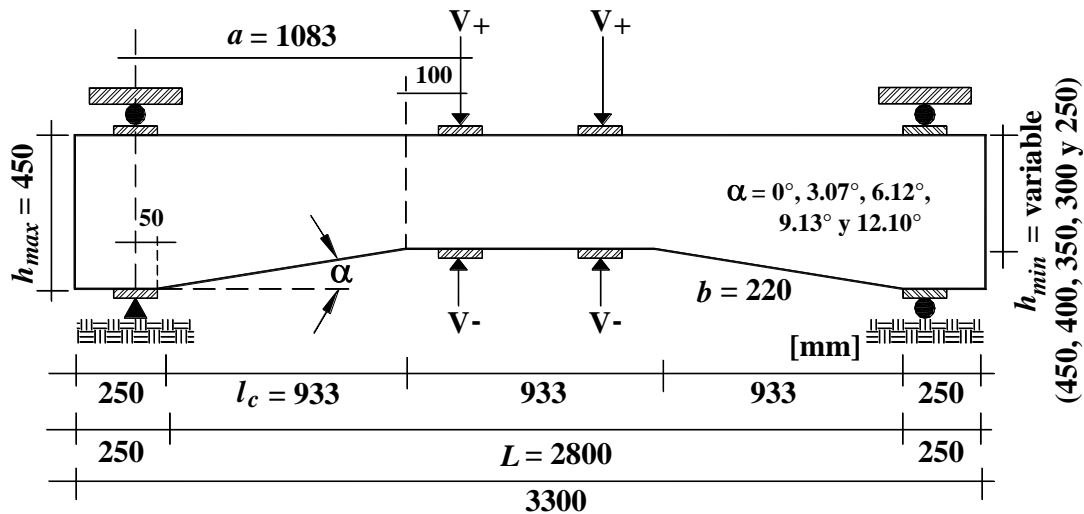
**Figura 6.1 Edificios medianos de construcción reciente con travesas acarteladas de concreto reforzado**



**Figura 6.2 Interacción cartelas - momento flexionante (cargas gravitacionales)**

Las traveses se ensayaron simplemente apoyadas, y su longitud fue de 3300 mm de los cuales 2800 mm corresponden al claro total ( $L = 2800$  mm), el resto de la longitud (500 mm) se repartió en los extremos para acomodar el anclaje del refuerzo longitudinal (250 mm en cada extremo).

El claro total se dividió en tres partes iguales: en los tercios extremos se dispusieron cartelas lineales con una longitud de 933 mm ( $l_c = L/3 \approx 933$  mm), y el tercio medio fue de sección constante. Todos los especímenes fueron apoyados en el peralte total máximo ( $h_{max} = 450$  mm) y los diferentes ángulos de acartelamiento se obtuvieron al reducir el peralte total del tercio medio ( $h_{min} = 450, 400, 350, 300$  y  $250$  mm), con ello la geometría de los especímenes cubrió uniformemente un intervalo de cero a doce grados de acartelamiento ( $\alpha = 0^\circ, 3^\circ, 6^\circ, 9^\circ$  y  $12^\circ$ , respectivamente). El ancho ( $b$ ) de todos los elementos fue de 220 mm. En la figura 6.3 se muestra un croquis con las dimensiones generales de los elementos ensayados.



**Figura 6.3 Dimensiones generales y condición de carga y apoyo**

La proporción de los elementos satisface el requisito geométrico para vigas esbeltas de sección constante del reglamento ACI 318 05 ( $L/h_{max} = 6.2 > 4$ ) y de las NTCC 04 ( $L/h_{max} = 6.2 > 5$ ). Además, y para no magnificar el mecanismo de puntal directo (Kani 1964), la relación entre el claro de cortante y el peralte efectivo máximo fue mayor a 2.5 ( $a/d_{max} = 2.64 > 2.5$ ), en este cálculo se consideró un recubrimiento libre en ambos lechos del acero longitudinal de 40 mm (figura 6.20). En un principio se trató que el claro de cortante fuera igual a la longitud de las cartelas; sin embargo, la geometría de los especímenes y restricciones impuestas por el dispositivo de carga lo impidieron (figuras 6.4 y 6.5).

La resultante de cada carga puntual actuó a 100 mm del vértice que se forma en la intersección del tramo acartelado con el tramo prismático hacia el centro del claro (en lo sucesivo *vértice*). Asimismo, la resultante de las reacciones actuó 50 mm fuera del peralte máximo de las cartelas (hacia los extremos). Por lo tanto, el claro de cortante tuvo una longitud  $a = 1083 > 933$  mm (figura 6.3). Las cargas y reacciones actuaron sobre placas de acero de dimensiones 25.4x100x220 mm, además, y con la finalidad de uniformizar la presión sobre la

superficie de contacto, se colocó una hoja de neopreno de 3 mm de espesor entre el elemento y las placas.



**Figura 6.4 Prueba típica en proceso**

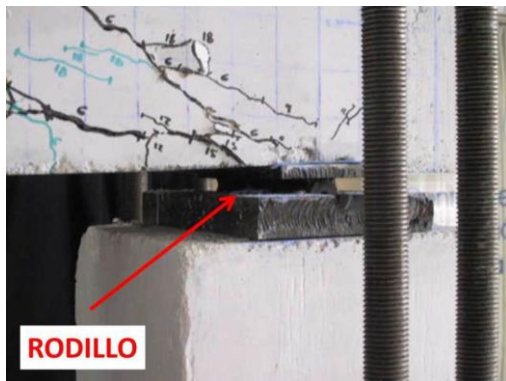


**a) vista frontal**

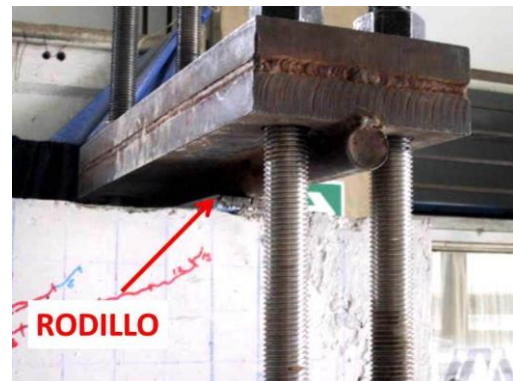


**b) perspectiva**

**Figura 6.5 Verificación del dispositivo de carga con una trabe de prueba prismática**



**a) cargas positivas (gravitacionales)**



**b) cargas negativas**

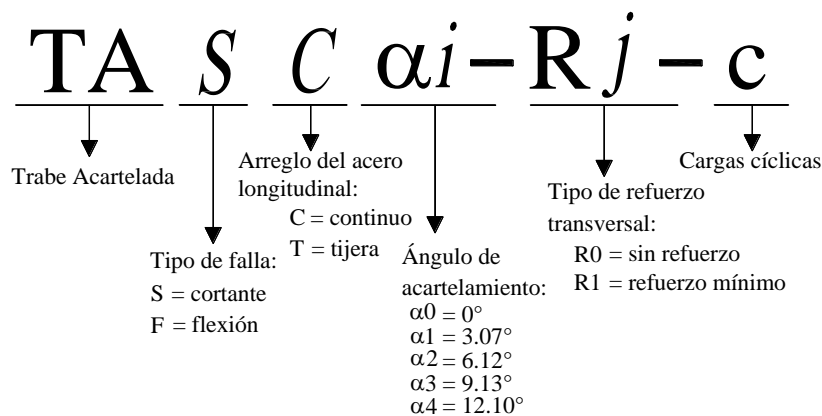
**Figura 6.6 Libertad de giro en los apoyos**

El diseño y fabricación del dispositivo de carga (metálico) también fue parte de las actividades de esta tesis doctoral (a excepción de la viga de reacción que ya existía). El funcionamiento del dispositivo se verificó con una trabe de prueba prismática. La trabe se diseñó para exigir demandas de resistencia y deformación similares a las máximas medidas en los especímenes ensayados ante carga monotónica ( $V = 25 \text{ t}$  ( $245 \text{ kN}$ ) y  $\delta = 45 \text{ mm}$ , figura 6.5). Estos valores representan demandas asociadas a un factor de sobrerresistencia realista.

La condición de apoyo (libertad de giro) se resolvió con perfiles redondos (rodillos) reaccionando sobre las placas de contacto (figura 6.6). Aunque el apoyo ante cargas gravitacionales (figura 6.6-a) fue más rígido que el que resistió las fuerzas en sentido contrario (6.6-b), el ensaye de la trabe de prueba no mostró evidencia que esto pudiera afectar el desarrollo de los experimentos.

### 6.3 IDENTIFICACIÓN Y ARMADOS

Para identificar los especímenes de prueba se conservó el criptograma utilizado en los ensayos previos ante carga monotónica, solamente se adicionó la letra “c” para indicar que se trata de ensayos cíclicos. En la figura 6.7 se explica el significado de cada una de las literales que componen la nomenclatura que identifica a los especímenes.



**Figura 6.7 Criptograma de identificación de los especímenes**

Se estudiaron dos grupos de trabes: unas sin refuerzo transversal y otras con este refuerzo. Cada uno de estos grupos constó de cinco elementos ( $\alpha = 0^\circ, 3^\circ, 6^\circ, 9^\circ$  y  $12^\circ$ ), por lo que en total se hicieron diez pruebas. El armado de los especímenes fue idéntico al de los experimentos con cargas monotónicas, lo que permite hacer comparaciones adecuadas entre ambos trabajos experimentales.

El armado longitudinal en todos los especímenes fue de cuatro varillas de una pulgada de diámetro (#8) para el refuerzo inferior ( $A_s = 20.27 \text{ cm}^2$ ), y tres varillas del mismo diámetro para el refuerzo superior ( $A_s' = 15.20 \text{ cm}^2$ ); el recubrimiento en ambos lechos fue de 4 cm (figura 6.20).



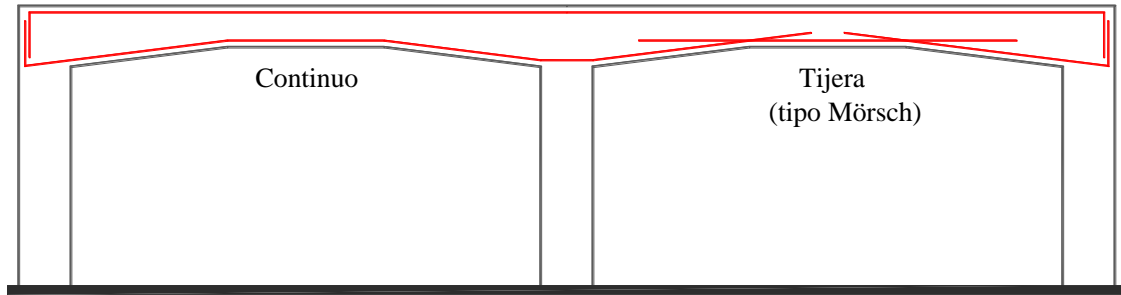


Figura 6.8 Arreglos comunes del refuerzo longitudinal

El refuerzo longitudinal fue de una sola pieza y continuo a todo lo largo del elemento, lo que de acuerdo con Mörsch (1952) favorece su *desgarramiento* ante momento positivo debido al cambio de dirección en la zona del vértice. Sin embargo, este armado ha sido utilizado en edificios construidos en la Ciudad de México (Guzmán 2002) y por ello el interés en estudiarlo. De acuerdo con Mörsch (1952), el desgarramiento del refuerzo longitudinal se elimina haciéndolo discontinuo en la zona del vértice (armado tipo “tijera”). La diferencia entre los armados “continuo” y “tijera” se muestra en la figura 6.8.

En las traveses sin refuerzo transversal (elementos R0) solamente se utilizaron cuatro estribos para sujetar el armado longitudinal y se colocaron fuera del claro de cortante. Por su parte, en las traveses con estribos (elementos R1) se proveyó el refuerzo mínimo que exigen las NTCC 04 para traveses prismáticos, es decir, estribos de dos ramas del #2.5 ( $A_v = 0.99 \text{ cm}^2$ ) con una separación de medio peralte efectivo. En este caso, la separación de diseño se fijó en función del peralte efectivo máximo de las traveses, es decir,  $s = (d_{max}/2) = (41/2) = 20.5 \text{ cm}$ .

Sin embargo, para facilitar el armado de los especímenes se ajustó la separación de estribos calculada a  $s = 18.5 \text{ cm}$ . Lo anterior, ya que al dividir la longitud de las cartelas ( $l_c = 933 \text{ mm}$ ) entre esta separación, se tiene un número casi cerrado de espacios (5.04) que favorece una distribución uniforme de estribos en el claro de cortante. Para proteger la zona de aplicación de las cargas, se colocó un estribo más allá del vértice (dentro de la zona prismática). Finalmente, el refuerzo transversal principal de los elementos R1 fue compuesto por estribos de dos ramas del #2.5 ( $A_v=0.99 \text{ cm}^2$ ) con una separación de 18.5 cm (E#2.5@18.5).

En los elementos R1 se colocaron estribos adicionales en la zona del vértice para tomar la fuerza vertical de desvío generada por el cambio de dirección del refuerzo longitudinal inclinado (figura 6.9). Este refuerzo *especial* primero fue recomendado por Park y Paulay (1975) y después por Muttoni *et al.* (1997).

El refuerzo especial se calculó con la componente vertical del acero longitudinal inclinado suponiendo que en la falla por cortante ha fluido (figura 6.9-a), y consistió en un estribo a cada lado del estribo del vértice colocado a una distancia  $s_{cd}$  (figura 6.9-b). El cálculo detallado de la separación  $s_{cd}$  se puede consultar en Archundia (2004), Archundia *et al.* (2005) y Archundia-Aranda *et al.* (2013). Finalmente, en la tabla 6.1 se muestran las especificaciones del acero de refuerzo para los diez especímenes de prueba, y en las figuras 6.10 a 6.20 se presentan croquis que facilitan visualizar los armados.

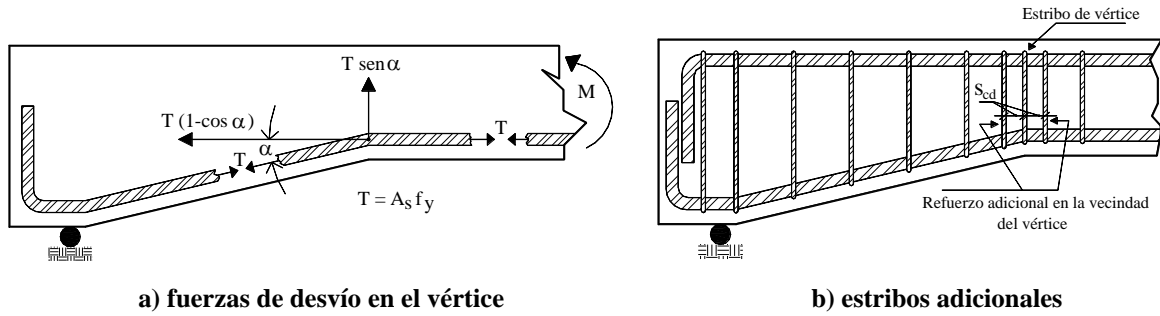


Figura 6.9 Refuerzo adicional debido al cambio de dirección del refuerzo longitudinal inclinado

Tabla 6.1 Especificación del refuerzo de los especímenes de prueba

Elemento	$\alpha$	Refuerzo flexión			Refuerzo cortante	
		Superior	Inferior	Tramo acartelado más extensión	Tramo central	Vértice
TASC $\alpha$ 0-R0-c	0°	3#8	4#8	1E#2.5	2E#2.5	-
TASC $\alpha$ 1-R0-c	3.07°	3#8	4#8	1E#2.5	2E#2.5	-
TASC $\alpha$ 2-R0-c	6.12°	3#8	4#8	1E#2.5	2E#2.5	-
TASC $\alpha$ 3-R0-c	9.13°	3#8	4#8	1E#2.5	2E#2.5	-
TASC $\alpha$ 4-R0-c	12.10°	3#8	4#8	1E#2.5	2E#2.5	-
TASC $\alpha$ 0-R1-c	0°	3#8	4#8	7E#2.5 @ 18.5 cm	2E#2.5 @ 18.5 cm	1E#2.5
TASC $\alpha$ 1-R1-c	3.07°	3#8	4#8	7E#2.5 @ 18.5 cm	2E#2.5 @ 18.5 cm	1E#2.5
TASC $\alpha$ 2-R1-c	6.12°	3#8	4#8	7E#2.5 @ 18.5 cm	2E#2.5 @ 18.5 cm	3E#2.5 @ 14.5 cm
TASC $\alpha$ 3-R1-c	9.13°	3#8	4#8	7E#2.5 @ 18.5 cm	2E#2.5 @ 18.5 cm	3E#2.5 @ 7.5 cm
TASC $\alpha$ 4-R1-c	12.10°	3#8	4#8	7E#2.5 @ 18.5 cm	2E#2.5 @ 18.5 cm	3E#2.5 @ 4.5 cm

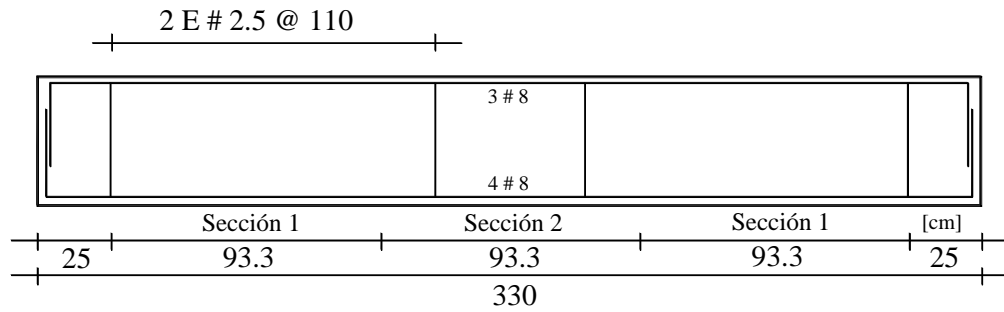


Figura 6.10 Croquis del elemento TASC- $\alpha$ 0-R0-c

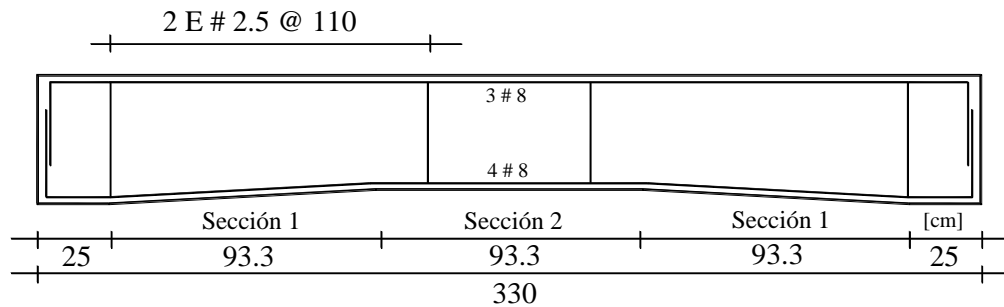
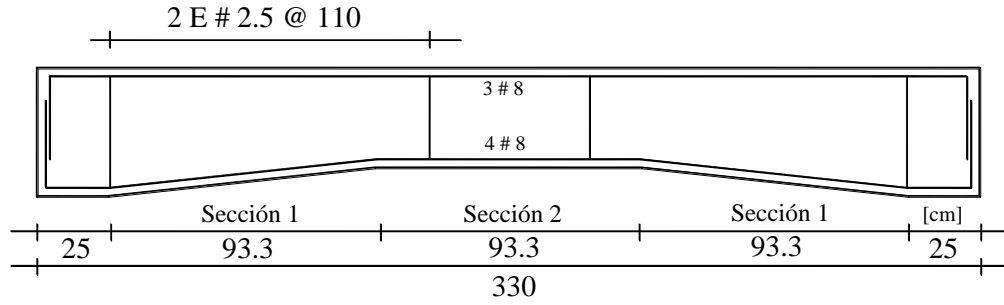
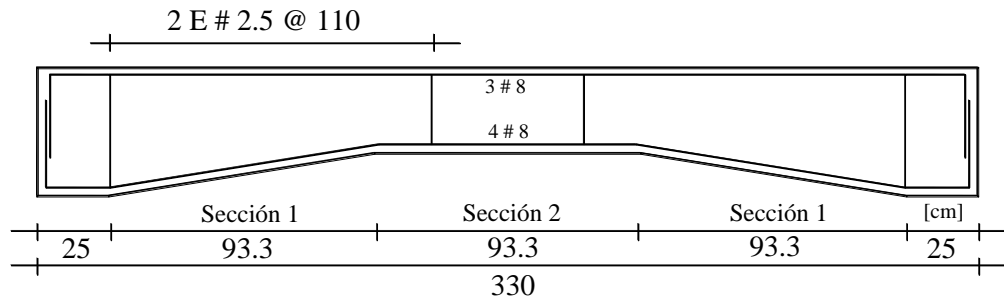


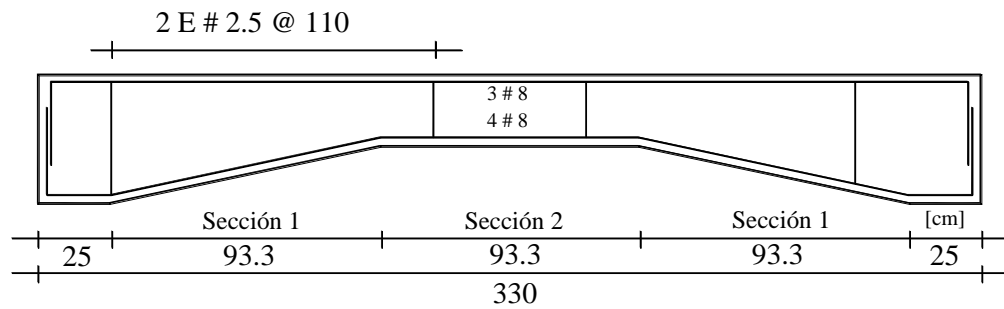
Figura 6.11 Croquis del elemento TASC- $\alpha$ 1-R0-c



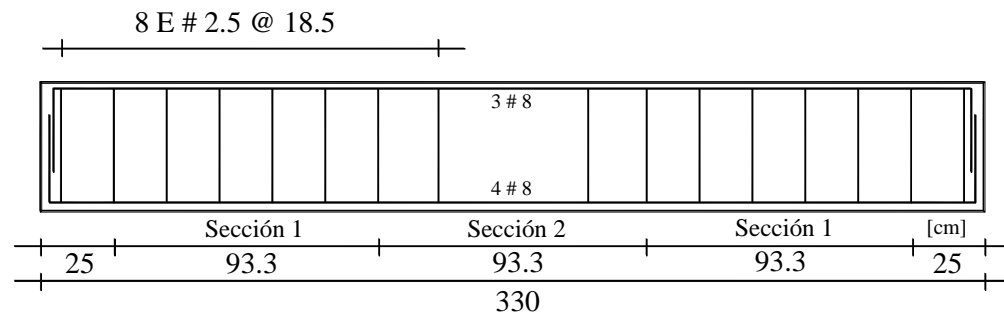
**Figura 6.12 Croquis del elemento TASC-α2-R0-c**



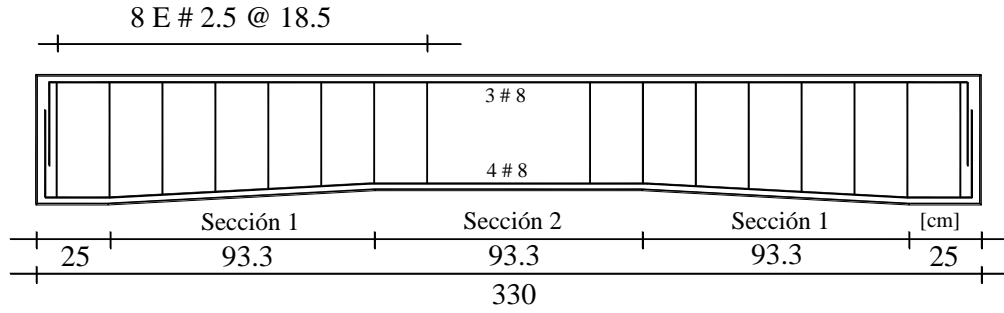
**Figura 6.13 Croquis del elemento TASC-α3-R0-c**



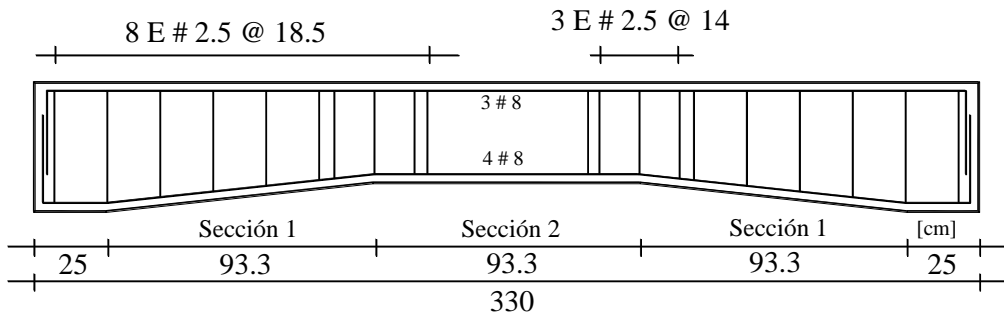
**Figura 6.14 Croquis del elemento TASC-α4-R0-c**



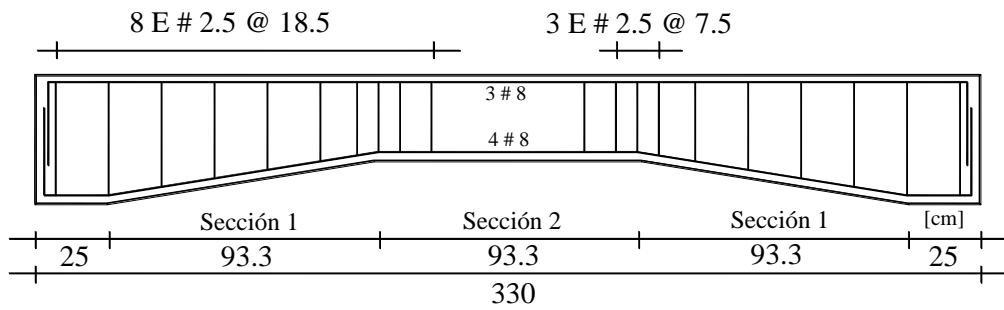
**Figura 6.15 Croquis del elemento TASC-α0-R1-c**



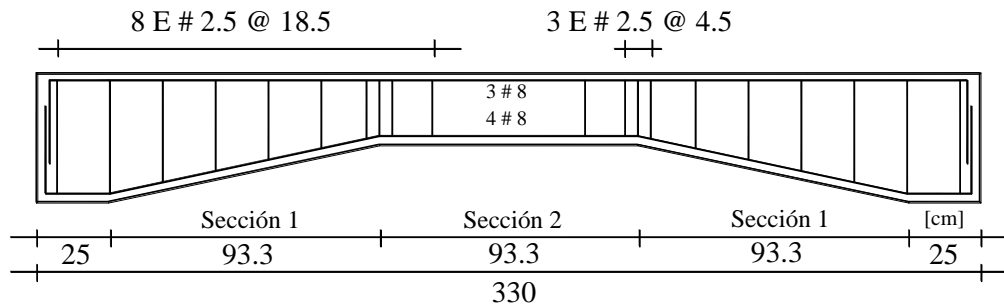
**Figura 6.16 Croquis del elemento TASC-α1-R1-c**



**Figura 6.17 Croquis del elemento TASC-α2-R1-c**



**Figura 6.18 Croquis del elemento TASC-α3-R1-c**



**Figura 6.19 Croquis del elemento TASC-α4-R1-c**

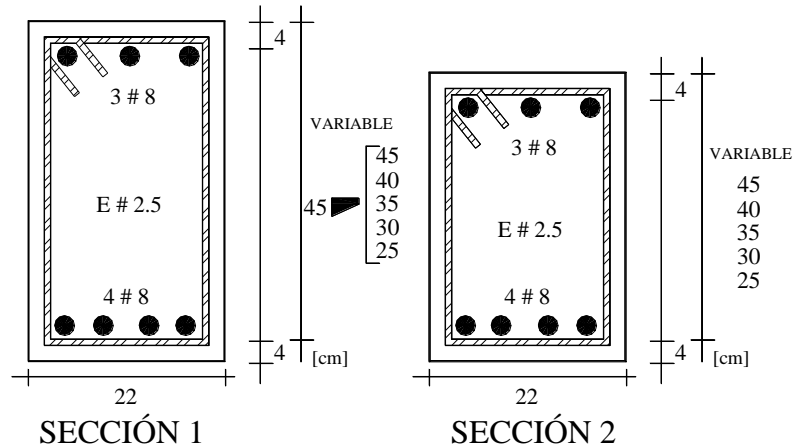


Figura 6.20 Secciones transversales típicas

## 6.4 RESISTENCIA DE DISEÑO

Los resultados reportados en Archundia (2004) y Tena-Colunga *et al.* (2008) indican que los armados de las especímenes de prueba lideran una falla por cortante ante cargas gravitacionales; sin embargo, el uso de cargas reversibles obligó hacer una revisión más detallada. Esta revisión se hizo considerando resistencias nominales de diseño: en el concreto se utilizó una resistencia a compresión del concreto  $f'_c = 250 \text{ kg/cm}^2$  (24.5 MPa) y en el acero de refuerzo longitudinal y transversal un esfuerzo de fluencia  $f_y = 4200 \text{ kg/cm}^2$  (412 MPa).

El cálculo de la resistencia a flexión en ambas direcciones se hizo tomando en cuenta el bloque equivalente del reglamento ACI y el peralte mínimo de las trabes ( $d_{min}$ ). Se utilizó este peralte debido a que la condición de carga y apoyo hace que en el tramo central se presente la mayor de manda de momento flexionante.

$$V_{nTA} = V_{cTA} + V_{sTA} \quad 6.1$$

$$V_{cTA} = V_{pc} \pm \frac{M_{cr}}{d_{cr}} \tan \alpha \quad 6.2$$

$$V_{pc} = \left( 0.5\sqrt{f'_c} + 176\rho \frac{V_u d_{cr}}{M_u} \right) b d_{cr}; \text{ kg, cm} \quad 6.3$$

$$d_{cr} = d_{min} (1 + 1.35 \tan \alpha) \leq \left( \frac{h_{max} h_{min} - h_{max}^2}{2l_c} + h_{max} \right) - r \quad 6.4$$

$$M_{cr} = 0.15M_n (1 - 2.5 \tan \alpha); \text{ trabes sin refuerzo transversal} \quad 6.5$$

$$M_{cr} = 0.5M_n (1 - 1.6 \tan \alpha); \text{ trabes con refuerzo transversal} \quad 6.6$$

$$V_{sTA} = \frac{A_v f_{yv} d_{cr}}{s \tan \theta_{TAG}} \quad 6.7$$

$$\theta_{TAG} = 45 - \alpha \quad 6.8$$

Para cuantificar la resistencia a cortante se utilizó el procedimiento recomendado por Tena-Colunga *et al.* (2008) mostrado en las ecuaciones 6.1 a 6.8. Algunas de las variables involucradas están identificadas en la figura 6.3 y otras son idénticas a las del método formal del reglamento del ACI para traveses prismáticos. Vale la pena señalar que en estas ecuaciones  $d_{cr}$  es el peralte crítico a cortante de las cartelas,  $M_{cr}$  el momento asociado al agrietamiento por pérdida de adherencia en el acero longitudinal y  $\theta_{TAG}$  es la inclinación del agrietamiento diagonal.

Debido a que: i) el método de Tena-Colunga *et al.* (2008) está basado en el método formal del reglamento ACI, por lo que toma en cuenta el acero de refuerzo longitudinal a tensión (ecuación 6.3) y, ii) el refuerzo longitudinal es diferente en ambos lechos (figura 6.20), fue necesario hacer el cómputo de las resistencias a flexión y cortante en ambas direcciones.

**Tabla 6.2 Verificación de la falla por cortante (diseño) en los especímenes de prueba**

Elemento	$\alpha$	cargas positivas			cargas negativas		
		$V_{nTA+}$ t	$V_{F+}$ T	$V_{nTA+}/V_{F+}$	$V_{nTA-}$ t	$V_{F-}$ t	$V_{nTA-}/V_{F-}$
TASC $\alpha$ 0-R0-c	0°	7.46	29.14	0.26	7.38	22.21	0.33
TASC $\alpha$ 1-R0-c	3.07°	6.46	25.21	0.26	6.38	19.17	0.33
TASC $\alpha$ 2-R0-c	6.12°	5.52	21.29	0.26	5.45	16.22	0.34
TASC $\alpha$ 3-R0-c	9.13°	4.56	17.36	0.26	4.52	13.28	0.34
TASC $\alpha$ 4-R0-c	12.10°	3.72	13.43	0.28	3.69	10.33	0.36
TASC $\alpha$ 0-R1-c	0°	17.36	29.14	0.60	17.09	22.21	0.77
TASC $\alpha$ 1-R1-c	3.07°	15.23	25.21	0.60	15.00	19.17	0.78
TASC $\alpha$ 2-R1-c	6.12°	13.23	21.29	0.62	13.04	16.22	0.80
TASC $\alpha$ 3-R1-c	9.13°	11.16	17.36	0.64	11.02	13.28	0.83
TASC $\alpha$ 4-R1-c	12.10°	9.12	13.43	0.68	9.03	10.33	0.87

Para comparar las fuerzas que pueden provocar una falla por flexión ( $V_F$ ) o una de cortante ( $V_{nTA}$ ) en cada dirección, el momento flexionante nominal calculado en el tramo central se dividió entre el claro de cortante ( $V_F = M_n/a$ ) y se comparó directamente contra el valor de la resistencia a cortante. Estas comparaciones se muestran en la tabla 6.2, donde es evidente que los armados favorecen fallas de cortante en todos los elementos ( $V_{nTA}/V_F < 1$ ).

En el capítulo cuatro se desarrollaron los parámetros  $\lambda_p$  y  $\lambda_E$  para cuantificar la esbeltez plástica y elástica de las traveses de concreto, respectivamente. En las ecuaciones 6.9 y 6.10 se muestran las fórmulas que aplican en traveses acartelados típicos de edificios (figura 6.21), y que por la similitud de geometría también son válidas en las traveses simplemente apoyadas descritas en este capítulo (el mismo abanico de compresión se presenta en un empotramiento y un apoyo simple, sección 5.1).

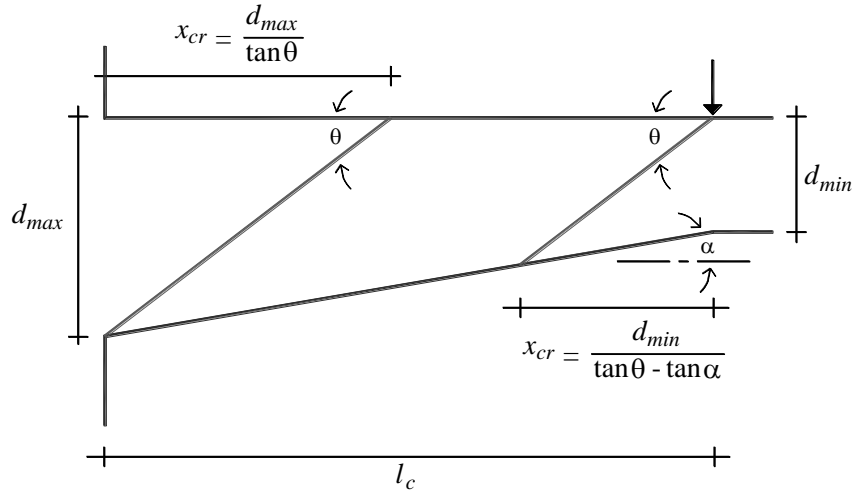


Figura 6.21 Longitud de los abanicos de compresión en una trabe acartelada de edificio ante carga gravitacional

$$\lambda_p = \frac{l_c}{\frac{d_{min}}{\tan\theta - \tan\alpha} + \frac{d_{max}}{\tan\theta}} \geq 1 \quad (\text{trabe acartelada esbelta plásticamente}) \quad 6.9$$

$$\lambda_E = \frac{l_c}{\frac{d_{min}}{1 - \tan\alpha} + d_{max}} \geq 1 \quad (\text{trabe acartelada esbelta elásticamente}) \quad 6.10$$

En la tabla 6.3 se presenta el valor de  $\lambda_E$  calculado para cada una de las geometrías de los especímenes de prueba. Los resultados sugieren que todas las traves acarteladas de la serie experimental (elementos R0 y R1) pueden, teóricamente, albergar un campo de tensión diagonal elástico con una inclinación  $\theta_E = 45^\circ$  ( $\lambda_E \geq 1$ ) que justifica el uso de una contribución del concreto compatible con la del reglamento ACI para traves prismáticas (por ejemplo, la recomendada por Tena-Colunga *et al.* (2008) o la desarrollada en la sección 4.7).

Tabla 6.3 Verificación de la esbeltez elástica en los especímenes de prueba

Elemento	$\alpha$	$\lambda_E$
TASC $\alpha$ 0-Rj-c	0°	1.14
TASC $\alpha$ 1-Rj-c	3.07°	1.18
TASC $\alpha$ 2-Rj-c	6.12°	1.23
TASC $\alpha$ 3-Rj-c	9.13°	1.30
TASC $\alpha$ 4-Rj-c	12.10°	1.38

La evaluación del parámetro  $\lambda_p$  se muestra en la tabla 6.4 y es exclusiva para las traves con refuerzo transversal. El cálculo se hizo con dos criterios diferentes: en el primero se supuso un campo de compresión diagonal con una inclinación  $\theta = 45^\circ$ , y en el segundo un ángulo  $\theta = 45^\circ - \alpha$ . El ángulo  $\theta = 45^\circ$  está implícito en el reglamento ACI para traves prismáticas, y es sugerido en varios libros de texto y por algunos investigadores para el diseño de traves acarteladas (consultar el capítulo 3). Por su parte, el ángulo  $\theta = 45^\circ - \alpha$  se recomendó en

Tena-Colunga *et al.* (2008) a partir de los resultados experimentales en traves acarteladas idénticas a las de este estudio pero sometidas a carga monotónica.

**Tabla 6.4 Verificación de la esbeltez plástica en los especímenes de prueba con refuerzo transversal**

Elemento	$\alpha$	$\lambda_p$ ( $\theta = 45$ )	$\lambda_p$ ( $\theta = 45-\alpha$ )
TASC $\alpha$ 0-R1-c	0°	1.14	1.14
TASC $\alpha$ 1-R1-c	3.07°	1.18	1.06
TASC $\alpha$ 2-R1-c	6.12°	1.23	0.98
TASC $\alpha$ 3-R1-c	9.13°	1.30	0.91
TASC $\alpha$ 4-R1-c	12.10°	1.38	0.83

De acuerdo con los resultados mostrados en la tabla 6.4, las traves acarteladas con estribos de esta serie experimental pueden acomodar un campo de compresión diagonal con una inclinación  $\theta = 45^\circ$  ( $\lambda_p \geq 1$ ); sin embargo, si el agrietamiento se ajusta a la tendencia observada por Tena-Colunga *et al.* (2008), algunas traves podrían tener problemas para acomodar una región B plástica en el claro de cortante ( $\lambda_p < 1$ ), en especial el elemento TASC $\alpha$ 4-R1-c ( $\lambda_p = 0.83$ ).

Como ya se mencionó, los especímenes de prueba fueron diseñados mucho antes que se desarrollara el parámetro  $\lambda_p$  presentado en esta tesis; sin embargo, *grosso modo*, cumplen el requisito de esbeltez derivado de un modelo de armadura plástica ( $\lambda_p \geq 1$ ). Esto seguramente se debe a que su geometría satisface holgadamente el criterio de esbeltez para traves prismáticas del reglamento ACI 318 ( $L/h_{max} = 6.2 > 4$ ) y el de las NTCC 04 ( $L/h_{max} = 6.2 > 5$ ).

No se debe pasar por alto que satisfacer la relación  $\lambda_p \geq 1$  no garantiza que se desarrolle una región B (plástica) en el claro de cortante. Lo anterior, ya que el comportamiento estructural también depende de la configuración de los abanicos de compresión que lidere el equilibrio de las cargas y reacciones dentro de los elementos (capítulo cinco).

## 6.5 FABRICACIÓN DE LOS ESPECÍMENES

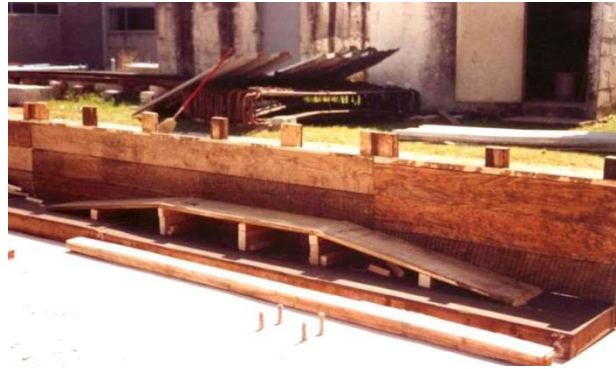
La fabricación de las traves se realizó en el patio de maniobras del Laboratorio de Estructuras de la Universidad Autónoma Metropolitana – Azcapotzalco. En la mano de obra participaron alumnos de la materia de licenciatura Taller de Ingeniería Civil (ver agradecimientos), tesistas de maestría (Grande 2009) y licenciatura (Grande 2005 y Bahena y Miranda 2011) y, eventualmente, el personal del laboratorio (ver agradecimientos). Todos ellos aportaron en el habilitado del refuerzo, la construcción de la cimbra y el colado de los especímenes (figura 6.22).

Uno de los inconvenientes del refuerzo longitudinal, fue que el congestionamiento del lecho inferior (4#8) podría provocar que el agregado grueso se atorara entre las varillas. Como solución, se hizo lo mismo que en Archundia (2004), es decir, se hicieron dos paquetes con dos varillas cada uno y se colocaron pegados a las esquinas. En el lecho superior no se tuvo este problema (3#8).





a) habilitado del refuerzo



b) elaboración de la cimbra



c) ajustes de la cimbra



d) elaboración del concreto



e) colocación del concreto



f) obtención de cilindros de control

**Figura 6.22** Actividades relacionadas con la fabricación de los especímenes

El *colado* de los especímenes se llevó a cabo cuando los armados estuvieron instrumentados y colocados correctamente dentro de la cimbra. El concreto se dosificó por volumen siguiendo la recomendación de los técnicos del laboratorio para tener una resistencia nominal  $f'_c=250$  kg/cm<sup>2</sup> (24.5 MPa) a los 28 días (tabla 6.5). Los agregados fueron de origen andesítico y se utilizaron tal y como los proporcionó el proveedor. El tamaño nominal del agregado grueso fue  $\frac{3}{4}$  de pulgada (19 mm).

La fabricación del concreto se hizo con una revolvedora eléctrica con capacidad de medio saco de cemento (25 kg). El concreto se depositó en la cimbra cuando se observó una buena consistencia en la mezcla y se comprobó un revenimiento de 10 cm. El concreto se acarreo y depositó en la cimbra con la ayuda de carretillas. Para cada trabe sin refuerzo transversal se obtuvieron dos cilindros de control y para las trabes con estribos cinco cilindros.

Al colocar el concreto dentro de la cimbra se vibró para evitar la formación de *vacíos* dentro de las trabes. Esta operación se realizó con cuidado para no golpear a los deformímetros instalados en los armados. El vibrador utilizado fue del tipo “chicote” con una cabeza metálica de 1.5 pulgadas de diámetro (38 mm).

**Tabla 6.5 Dosificación típica para medio saco de cemento (25 kg)**

<b>Material</b>	<b>cubetas (19 litros)</b>
Agua	0.75
Grava (suelta)	2.5
Arena (suelta)	1.75

Cuando la cimbra se llenó, se aplanó la superficie descubierta y se tapó con una lona para retardar de alguna manera la evaporación del agua. La cimbra se retiró parcialmente a los cuatro días del colado y los especímenes se movieron hasta después de 28 días sólo si era necesario. El curado de los elementos se hizo mojándolos periódicamente con agua y dejándolos secar en condiciones ambientales (los cilindros de control se curaron de la misma manera).

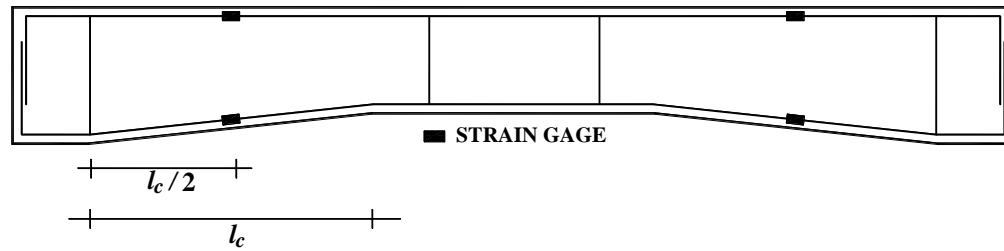
## **6.6 INSTRUMENTACIÓN Y ADQUISICIÓN DE DATOS**

La instrumentación de los especímenes se divide en interna y externa. La instrumentación interna se hizo con deformímetros electrónicos adheribles (*strain gages*) de 5 mm de longitud y resistencia eléctrica de 120 Ohms. La instrumentación externa consistió en: i) transductores de desplazamiento (50 y 20 mm) y, ii) celdas de carga con capacidad de 40 t (392 kN).

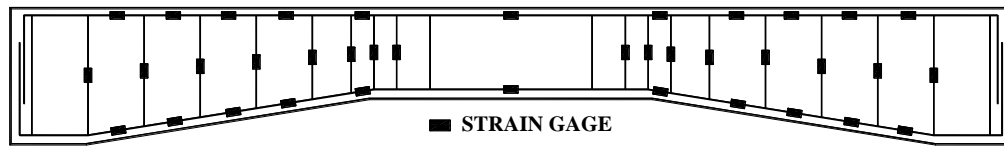
La instrumentación interna fue diferente en los elementos sin y con refuerzo transversal. En los elementos sin estribos solamente se instrumentó la sección transversal ubicada en la longitud media de una cartela (figura 6.23-a). En las trabes con estribos la instrumentación fue más generosa: se instrumentaron cinco secciones transversales en ambas cartelas (aproximadamente a cada cuarto de la longitud de la cartela, en medio de dos estribos) y la sección del claro central; asimismo, todos los estribos de los dos claros de cortante más el primero del refuerzo especial por cambio de dirección hacia el centro del claro (figura 6.23-b). Los *strain gages* se colocaron en una sola varilla del refuerzo longitudinal (de extremo), y en solo una de las ramas de los estribos (a la mitad de su altura).

Para evitar confusiones y congestión dentro de los elementos, el cableado de la instrumentación interna obedeció el croquis mostrado en la figura 6.24. El pegado de los deformímetros se hizo conforme a la recomendación de los laboratoristas y del fabricante, en este proceso también participaron alumnos del taller de Ingeniería Civil (acondicionamiento de la superficie y colocación de protecciones), pero el pegado y soldado de los *strain gages* lo

hicieron el autor de este escrito y un tesista de maestría (Grande 2009). Se tuvieron cuidados especiales en la instrumentación de los estribos debido al diámetro de la varilla (79 mm).



a) elementos sin refuerzo transversal (TASC $\alpha$ i-R0-c)



b) elementos con refuerzo transversal (TASC $\alpha$ i-R1-c)

Figura 6.23 Instrumentación interna de los especímenes de prueba

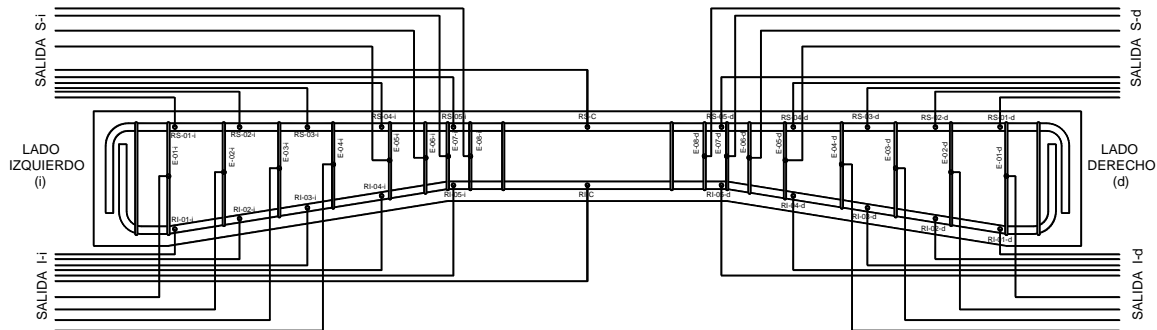
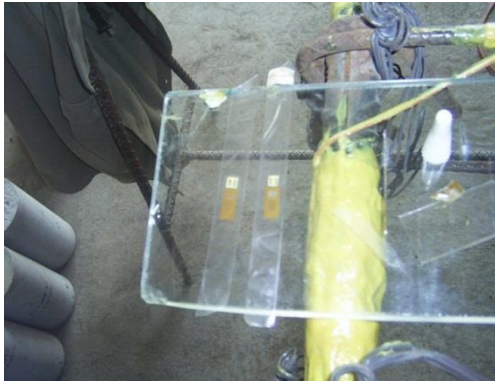


Figura 6.24 Diseño del cableado para la instrumentación interna en elementos con refuerzo transversal

Los cables se aseguraron al refuerzo longitudinal con sujetadores (*cinchos*) de plástico. En los cables y en los sujetadores se dejó con una pequeña holgura para evitar que el agrietamiento progresivo de las pruebas *jalara* los cables y los desconectara prematuramente de los deformímetros. En la figura 6.25 se muestran algunos aspectos de la instrumentación interna.

Cada una de las cuatro cargas puntuales que actuó sobre los especímenes (figura 6.3) fue medida con una celda de carga trabajando en compresión, y la deflexión al centro del claro se midió con un transductor de desplazamiento (figura 6.26-a). Para evitar anomalías en la transmisión de la carga que pudiera dañar el equipo, se colocó entre la celda de carga y la placa donde actuó la fuerza, una articulación tridimensional construida a partir de una esfera metálica (figura 6.26-b). Como los especímenes se ensayaron sobre una trabe de reacción (figura 6.4), también se colocó un micrómetro para medir las deflexiones de este elemento y corregir las lecturas medidas en los especímenes de prueba (figura 6.26-d).





a) *strain gages* de 5 mm de longitud



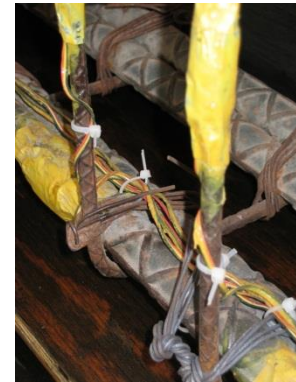
b) *strain gage* adherido al refuerzo



c) conexión cable-*strain gage*



d) protecciones



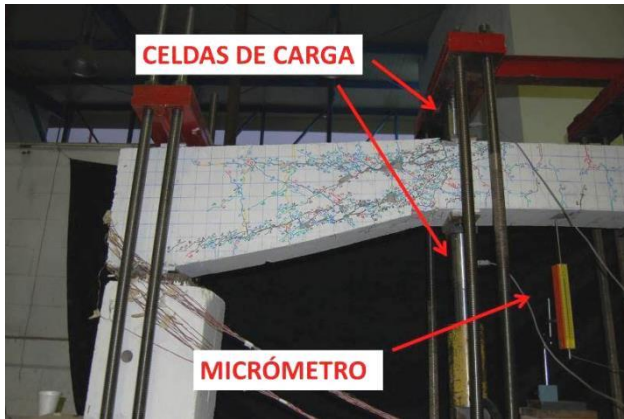
e) detalle (acabado)



f) elementos totalmente instrumentado antes del colado

Figura 6.25 Algunos aspectos de la instrumentación interna

La adquisición de datos se hizo con un equipo TDS modelo 300 (Tokyo Sokki Kenkyujo) conectado en serie a dos cajas de conexiones (treinta y cincuenta canales cada una). El equipo se controló con una computadora portátil provista con el programa de cómputo proporcionado por el fabricante. En la figura 6.27 se muestra todo el equipo de adquisición de datos utilizado en estos experimentos.



a) instrumentación externa



b) protección de celdas de carga



c) micrómetro correctivo en la trabe de reacción

Figura 6.26 Detalles de la instrumentación externa



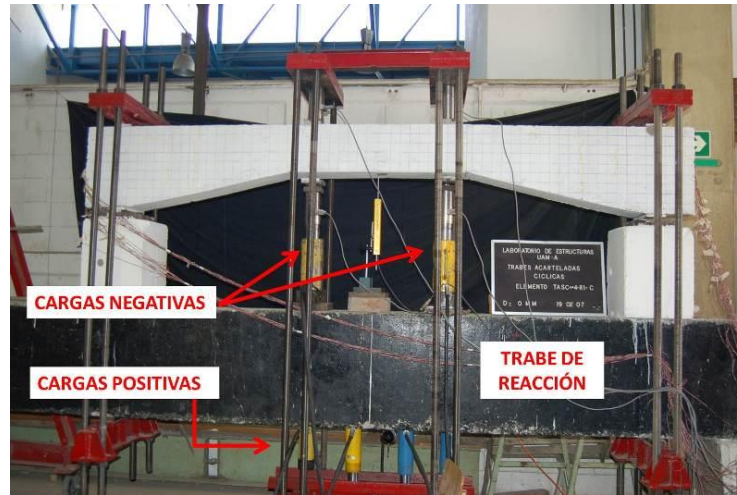
Figura 6.27 Equipo de adquisición de datos

## 6.7 EQUIPO HIDRÁULICO

La carga se aplicó con actuadores hidráulicos de acción sencilla (figura 6.28). Las cargas positivas se obtuvieron con tres o cuatro actuadores con capacidad de 20 toneladas (192 kN) cada uno, puestos de cabeza y fijados a la parte baja de la viga de reacción que, al accionar, transmitían la fuerza a la parte superior de los especímenes de prueba por medio del dispositivo (figura 6.29-a). En este caso la cantidad de actuadores dependió del tipo de elemento ensayado: tres para las trabes sin estribos y cuatro para las trabes con estribos. Las cargas



negativas se generaron con dos actuadores con capacidad de 50 toneladas (490 kN) colocados sobre la parte superior de la viga de reacción que actuaron directamente sobre los especímenes (figura 6.29-b). El sistema hidráulico se accionó con un equipo de bombeo portátil (figura 6.30).



**Figura 6.28 Arreglo de los actuadores hidráulicos**

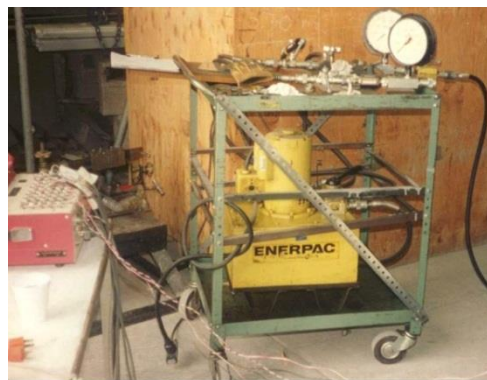


**a) cargas positivas (56 mm)**



**b) cargas negativas (-56 mm)**

**Figura 6.29 Configuración deformada del elemento TASCα4-R1-c**



**Figura 6.30 Bomba hidráulica**

## 6.8 ACONDICIONAMIENTO Y PROCEDIMIENTO EXPERIMENTAL

Los especímenes se colocaron en la viga de reacción con ayuda de un marco de carga móvil provisto de un polipasto con capacidad de tonelada y media. Este marco fue diseñado y construido especialmente para estos experimentos, y también facilitó el montaje del dispositivo de carga (figura 6.31).



a) vista 1

b) vista 2

Figura 6.31 Montaje de los especímenes de prueba y del dispositivo de carga

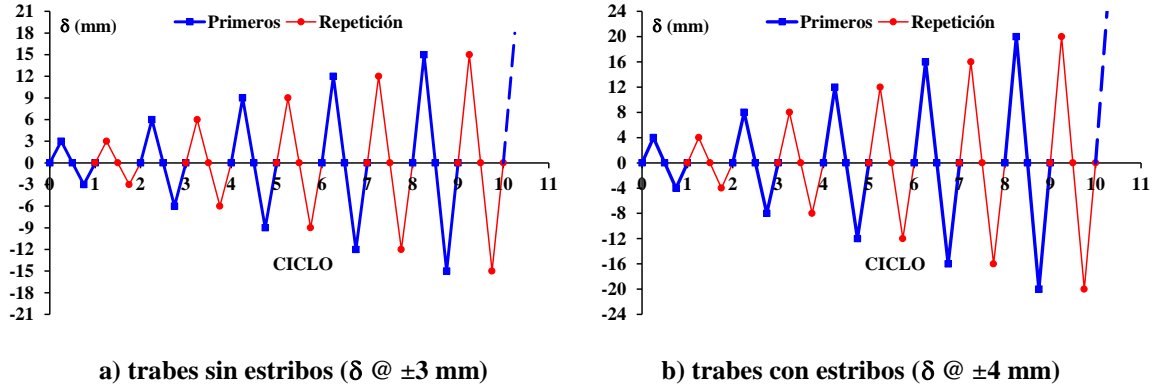
Los especímenes se acondicionaron para facilitar la captura y procesamiento del daño progresivo. Cada elemento se pintó de color blanco (pintura no *plástica*) y sobre la pintura se dibujó una cuadrícula de 50x50 mm (sólo en la cara frontal de los especímenes). Antes de iniciar las pruebas se marcó todo el agrietamiento por contracción, o generado por las maniobras de los elementos durante el montaje (figura 6.32).



Figura 6.32 Elemento montado, cuadrículado y con grietas iniciales marcadas

Todos los experimentos se controlaron con el desplazamiento vertical medido al centro del claro, y se utilizaron dos patrones: uno para las traveses sin refuerzo transversal y otro para las que tenían estribos. Cada semiciclo de demanda de desplazamiento en las traveses sin refuerzo transversal fue de 3 mm y en las traveses con estribos de 4 mm. En ambos casos, los patrones de

desplazamiento se propusieron con base en la respuesta observada en traveses idénticas ensayadas ante cargas monotónicas (Archundia 2004 y Archundia *et al.* 2005). Finalmente, por cada ciclo completo se hizo una repetición (misma amplitud) para evaluar la degradación de las propiedades estructurales ante demandas similares (figura 6.33).



a) traveses sin estribos ( $\delta @ \pm 3$  mm)

b) traveses con estribos ( $\delta @ \pm 4$  mm)

**Figura 6.33 Patrones de desplazamiento**



a) clasificación del agrietamiento



b) registro fotográfico

**Figura 6.34 Identificación del daño progresivo**



**Figura 6.35 Prueba finalizada**



La distinción entre los patrones de desplazamiento se fijó con base en los resultados obtenidos en los ensayos ante cargas monotónicas (Archundia 2004 y Tena-Colunga *et al.* 2008). También se quiso acortar el tiempo de las pruebas en las traves con refuerzo transversal para hacerlas en una sola sesión, pues en ese tiempo las facilidades del laboratorio impedían hacerlas en dos sesiones. La duración típica de las pruebas en las traves sin estribos fue de seis horas, y en las traves con refuerzo transversal de ocho horas.

En general se tomaron lecturas simultáneas cada milímetro de desplazamiento (carga y descarga). Cuando se alcanzó el desplazamiento máximo de cada semiciclo se sostuvo la carga para hacer el registro del daño progresivo. Las grietas se identificaron con cinco colores diferentes: 1) amarillo para las grietas iniciales de contracción y maniobras, 2) negro para los semiciclos positivos (gravitacionales), 3) azul para los semiciclos negativos, 4) verde para los semiciclos positivos de repetición y, 5) rojo para los semiciclos negativos de repetición. También se midió el ancho de algunas grietas selectas, se tomaron fotografías y algunos videos (figura 6.34). El equipo electrónico se desconectó hasta verificar que toda la información estuviera *guardada* y respaldada, con ello se dio fin a cada uno de los experimentos (figura 6.35).

## **6.9 COMENTARIOS**

En este capítulo se describieron las actividades concernientes a la preparación de los experimentos que forman parte de esta tesis doctoral. Vale la pena mencionar, que no se tiene conocimiento de experimentos previos en traves acarteladas que fallen por cortante ante cargas reversibles. Se sabe que Thurston y Charleson (1979) ensayaron una trave acartelada que falló a flexión ante cargas reversibles, pero en sus comentarios enfatizaron la necesidad de estudiar la falla por cortante.

Finalmente, los resultados de los experimentos, así como su análisis y discusión, se presentan en los capítulos siguientes.

## **REFERENCIAS Y BIBLIOGRAFÍA**

ACI 318-05 (2005), "Building code requirements for structural concrete (ACI-318-05) and commentary (ACI-318R-05)" ACI Committee 318, *American Concrete Institute*, E.U.A.

ACI 318-11 (2011), "Building code requirements for structural concrete (ACI-318-11) and commentary (ACI-318R-11)", ACI Committee 318, *American Concrete Institute*, E.U.A.

Archundia, H I (2004), "Comportamiento a cortante de traves acarteladas de concreto reforzado ante carga estática", *Tesis de Maestría*, División de Estudios de Posgrado de la Facultad de Ingeniería, Universidad Nacional Autónoma de México, junio.

Archundia, H I, A Tena y O M González (2005), "'Estudio experimental del cortante estático de traves acarteladas de concreto reforzado", *Reporte de Investigación 453*, Dirección de Ciencias Básicas e Ingeniería, Universidad Autónoma Metropolitana – Azcapotzalco, pp. 204, junio. ISBN 970-31-0491-6.

Archundia, H I, A Tena, A Grande y O M González (2007), "Comportamiento cíclico de traves acarteladas de concreto reforzado sin refuerzo transversal que fallan por cortante", *Revista de Ingeniería Sísmica*, No. 76, pp. 87-110.

Archundia-Aranda H I, A Tena-Colunga, y A Grande-Vega (2013), "Behavior of reinforced concrete haunched beams subjected to cyclic shear loading", *Engineering Structures*, Vol. 49, pp. 27-42.

Bahena, M y D Miranda (2011), “Diseño de traves acarteladas de concreto reforzado según el estado del arte y la evidencia experimental”, *Proyectos Terminales I y II*, Universidad Autónoma Metropolitana - Azcapotzalco, México, julio.

Grande, A (2005), “Comportamiento a cortante de traves acarteladas de concreto reforzado sujetas a cargas cíclicas”, *Proyectos Terminales I y II*, Universidad Autónoma Metropolitana - Azcapotzalco, México, julio.

Grande, A (2009), “Mecanismos de resistencia y deformación a cortante de traves acarteladas de concreto reforzado sujetas ante cargas cíclicas”, *Tesis de Maestría*, Universidad Autónoma Metropolitana - Azcapotzalco, México, julio.

Guzmán, M (2001), Comunicación personal.

Kani, G N J (1964), “The riddle of shear failure and its solution”, *ACI Journal Proceedings*, Vol. 61, No. 4, pp. 441-468.

Mörsch, E (1909), *Concrete-steel construction (Der Eisenbetonbau)*, traducción autorizada de la tercera edición en Alemán de 1908, The Engineering Publishing News Company, Londres.

Mörsch, E (1952), *Teoría y práctica del hormigón armado*, Tomo II, Gili, Argentina.

Muttoni, A, J Schwartz y B Thürlimann (1997), *Design of concrete structures with stress fields*, Birkhäuser, Suiza.

Park, R y T Paulay (1975), *Reinforced concrete structures*, John Wiley and Sons, E.U.A.

Tena-Colunga, A, H I Archundia-Aranda y O M González-Cuevas (2008), “Behavior of reinforced concrete haunched beams subjected to static shear loading”, *Engineering Structures*, Vol. 30, No. 2, pp. 478-492.

Thurston, S J y A W Charleson (1979), “Cyclic testing of a haunched reinforced concrete beam”, *New Zeland Society for Earthquake Engineering*, Vol. 12, No. 1, pp. 67-71.

# CAPÍTULO 7: RESULTADOS EXPERIMENTALES

En este capítulo se presenta y analiza la respuesta estructural de los diez especímenes descritos en el capítulo seis. En términos generales, la falla por cortante se interpreta en función de: 1) los parámetros que dependen de la curva cortante-deflexión, 2) los patrones de agrietamiento, 3) la instrumentación del acero de refuerzo, y, 4) las propuestas de diseño presentadas en Tena-Colunga *et al.* (2008) y los capítulos cuatro y cinco de esta tesis. Algunos de los resultados de este capítulo ya fueron publicados en revistas con arbitraje estricto (Archundia *et al.* 2007 y Archundia-Aranda *et al.* 2013).

## 7.1 IDENTIFICACIÓN DE LOS ESTADOS CARACTERÍSTICOS

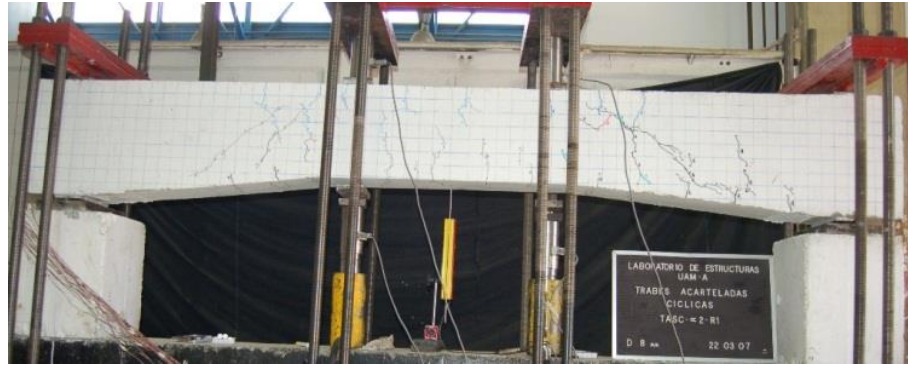
En cada uno de los especímenes de prueba se identificaron las deflexiones asociadas a los tres estados característicos descritos en Archundia (2004) y Tena-Colunga *et al.* (2008): 1) primer agrietamiento diagonal ( $\delta_{cr}$ ), 2) falla o último ( $\delta_u$ ) y, 3) colapso ( $\delta_{col}$ ). A cada uno de estos estados le corresponde una fuerza cortante, y es la que se midió en el claro de cortante donde se presentó la falla ( $V_{cr}$ ,  $V_u$  y  $V_{col}$ , respectivamente). A continuación se hace una descripción de lo que representa cada uno de estos tres estados.

### 7.1.1 Primer agrietamiento diagonal

Durante las pruebas se observó la aparición de la primera grieta inclinada (figuras 7.1-a). Por la experiencia adquirida en los ensayos previos con cargas monotónicas, se prestó atención en la cercanía de los vértices, pues allí se originó este agrietamiento (situación que también se presentó en estos experimentos). Cuando la grieta apareció se registró la deflexión y el ciclo de carga; posteriormente estos datos se verificaron con: i) los lazos de histéresis y su envolvente, ii) la degradación de rigidez y, iii) la energía disipada. Prácticamente no existió problema en especificar el primer agrietamiento diagonal, ya que su aparición marcó el final de la respuesta sensiblemente lineal de los especímenes.

### 7.1.2 Último o de falla

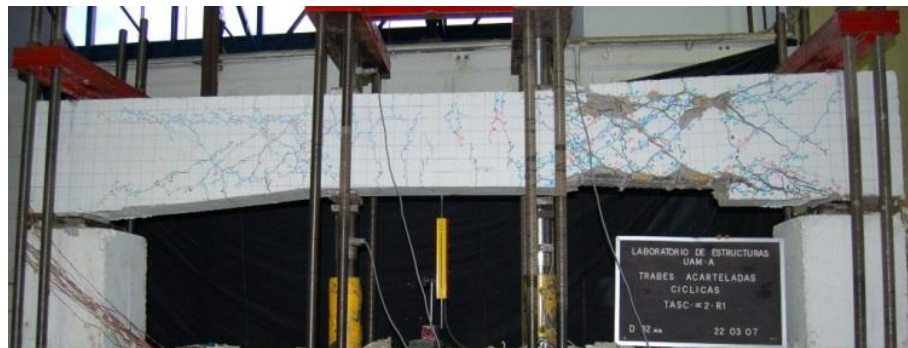
La falla se registró *visualmente* con la aparición de la primera grieta diagonal importante, frágil y súbita (figura 7.1-b). En general esta grieta fue una extensión del primer agrietamiento diagonal, y se formó en un ciclo *non* (ciclos primeros ante carga gravitacional). Se debe mencionar que en el correspondiente ciclo de repetición, esta grieta solamente presentó un ensanchamiento (es decir, no se extendió su longitud). La falla se verificó analíticamente de la misma manera que el primer agrietamiento diagonal, y estuvo caracterizada por una notoria degradación de la resistencia y de la rigidez.



a) primer agrietamiento diagonal,  $\delta_{agr} = 8$  mm (lado derecho)



b) último o de falla,  $\delta_u = 20$  mm (lado derecho)



c) colapso,  $\delta_{col} = 32.4$  mm

Figura 7.1 Daño estructural en los estados característicos (elemento TASC $\alpha$ 2-R1-c)

### 7.1.3 Colapso

En la literatura técnica es común que en traves esbeltas que fallan por cortante, solamente se reporten los parámetros que caracterizan el primer agrietamiento diagonal y la falla. En elementos de sección constante esto es adecuado, ya que una vez que el elemento ha fallado, es poco común que tenga una reserva sustancial de resistencia y deformación (Wang *et al.* 2007). Sin embargo, y de la experiencia en ensayos previos con carga monotónica, se sabía que después de presentarse el daño asociado a la falla, las cartelas podrían aceptar más demanda de deformación y sostener razonablemente la carga debido al mecanismo de arco y a

la habilidad de las cartelas de redistribuir el daño en el claro de cortante (Archundia 2004 y Tena-Colunga *et al.* 2008).

De esta manera, los experimentos se continuaron conforme al patrón de desplazamientos hasta que los elementos perdieran la capacidad de carga, o el daño fuera tal que atentara contra la seguridad (figura 7.1-c). A diferencia del primer agrietamiento y la falla por cortante, este estado no se verificó o ajustó con algún criterio analítico. En efecto, este estado característico es subjetivo y difícil de homologar para los diez elementos presentados en este trabajo (aunque en la medida de lo posible se trató de que fuera uniforme). Se puede decir que el colapso, presentado de esta manera, es solamente un indicador de la capacidad estructural final de los elementos.

En la figura 7.1 se muestran los estados característicos verificados para el elemento TASC $\alpha$ 2-R1-c (en el apéndice H se disponen los patrones de agrietamiento de todos los elementos ensayados), y en la tabla 7.1 los valores cotejados para todos los experimentos.

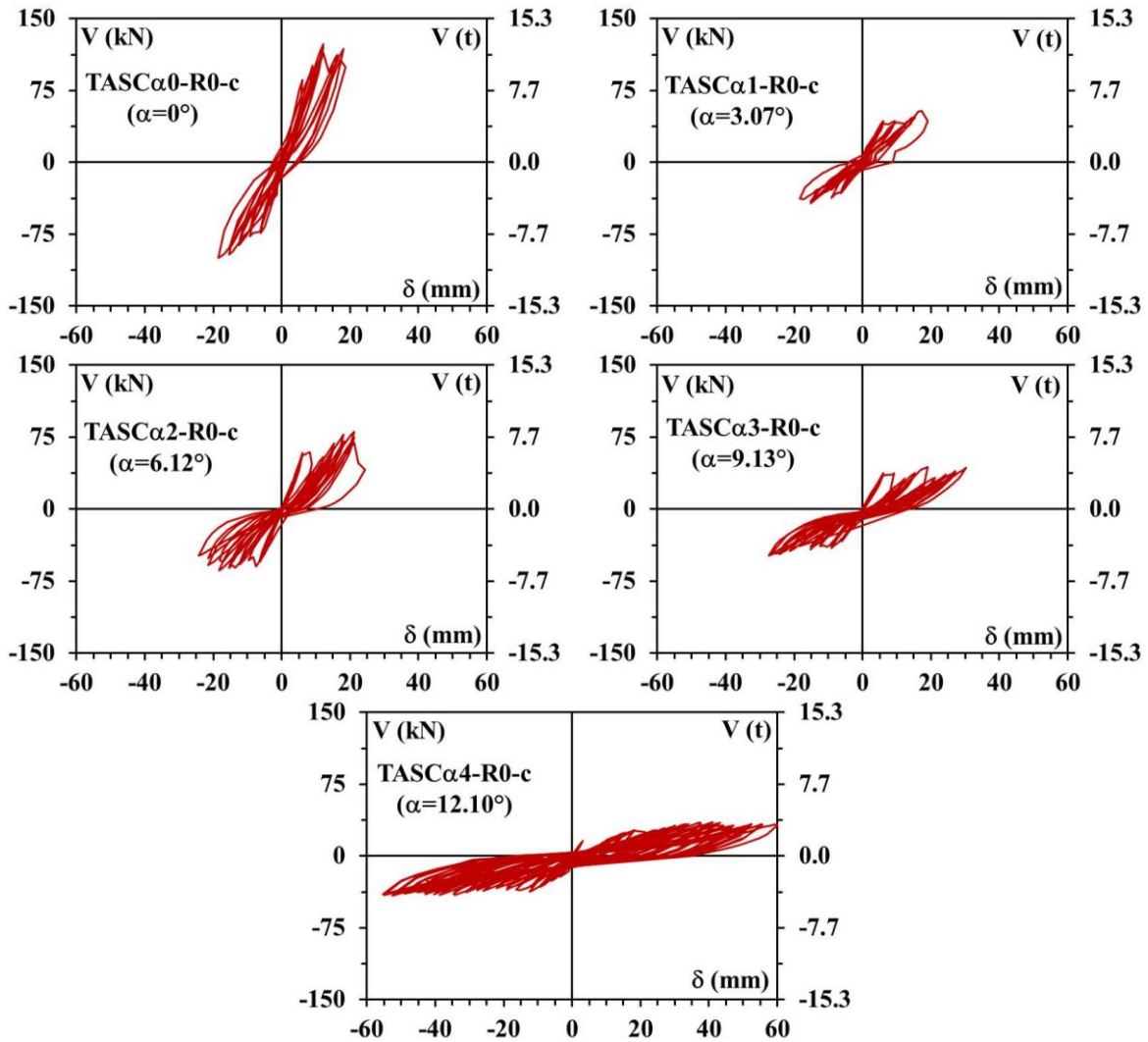
**Tabla 7.1 Cortantes y deflexiones característicos**

Elemento	$\alpha$ (°)	$\theta^+$ (°)	$f'_c$ kg/cm <sup>2</sup> (MPa)	$V_{cr}$ t (kN)	$V_u$ t (kN)	$V_{col}$ t (kN)	$V_{nTA}$ t (kN)	$\frac{V_{nTA}}{V_u}$	$\delta_{cr}$ (mm)	$\delta_u$ (mm)	$\delta_{col}$ (mm)
<b>sin estribos</b>											
TASC $\alpha$ 0-R0-c	0°	32	454 (44.5)	8.78 (86.1)	12.61 (123.7)	12.06 (118.3)	9.94 (97.5)	0.788	6.06	12.10	18.10
TASC $\alpha$ 1-R0-c	3.07°	37	433 (42.5)	4.41 (43.3)	4.41 (43.3)	4.41 (43.3)	8.58 (84.2)	1.946	6.12	9.48	19.00
TASC $\alpha$ 2-R0-c	6.12°	41	354 (34.7)	5.97 (58.6)	6.08 (59.6)	4.21 (41.3)	6.69 (65.6)	1.100	6.14	8.88	24.30
TASC $\alpha$ 3-R0-c	9.13°	49	395 (38.7)	3.83 (37.6)	3.85 (37.8)	4.37 (42.9)	5.98 (58.7)	1.553	6.10	9.22	30.22
TASC $\alpha$ 4-R0-c	12.10°	43	361 (35.4)	1.61 (15.8)	2.76 (27.1)	3.41 (33.5)	4.67 (45.8)	1.692	3.08	18.14	60.46
<b>Promedio</b>								<b>1.416</b>			
<b><math>\sigma</math></b>								<b>0.466</b>			
<b>con estribos</b>											
TASC $\alpha$ 0-R1-c	0°	32	227 (22.3)	4.56 (44.7)	24.89 (244.2)	12.92 (126.1)	17.88 (175.4)	0.718	4.14	20.42	33.60
TASC $\alpha$ 1-R1-c	3.07°	30	245 (24.0)	8.18 (80.2)	20.75 (203.6)	11.38 (111.6)	16.05 (157.5)	0.773	8.04	24.10	36.46
TASC $\alpha$ 2-R1-c	6.12°	35	217 (21.3)	6.16 (60.4)	13.23 (129.8)	7.55 (74.1)	13.73 (134.7)	1.038	8.00	20.02	32.40
TASC $\alpha$ 3-R1-c	9.13°	33	284 (27.9)	2.92 (28.6)	13.70 (134.4)	9.77 (95.8)	12.43 (121.9)	0.907	4.06	29.28	40.56
TASC $\alpha$ 4-R1-c	12.10°	37	245 (24.0)	1.52 (14.9)	7.88 (77.3)	5.12 (50.2)	9.94 (97.5)	1.261	4.08	33.92	57.88
<b>Promedio</b>								<b>0.940</b>			
<b><math>\sigma</math></b>								<b>0.218</b>			

## 7.2 CURVAS DE HISTÉRESIS

En las figura 7.2 se muestran las curvas de histéresis obtenidas en los elementos sin refuerzo transversal, y en la figura 7.3 las de los elementos con este refuerzo. En este capítulo las gráficas se presentan en la misma escala, pero en el apéndice K se muestran en escala diferente para apreciar los detalles de la respuesta. En todos los casos el cortante positivo corresponde a la dirección de la carga gravitacional. Asimismo, la deflexión ( $\delta$ ) es la medida en el centro del

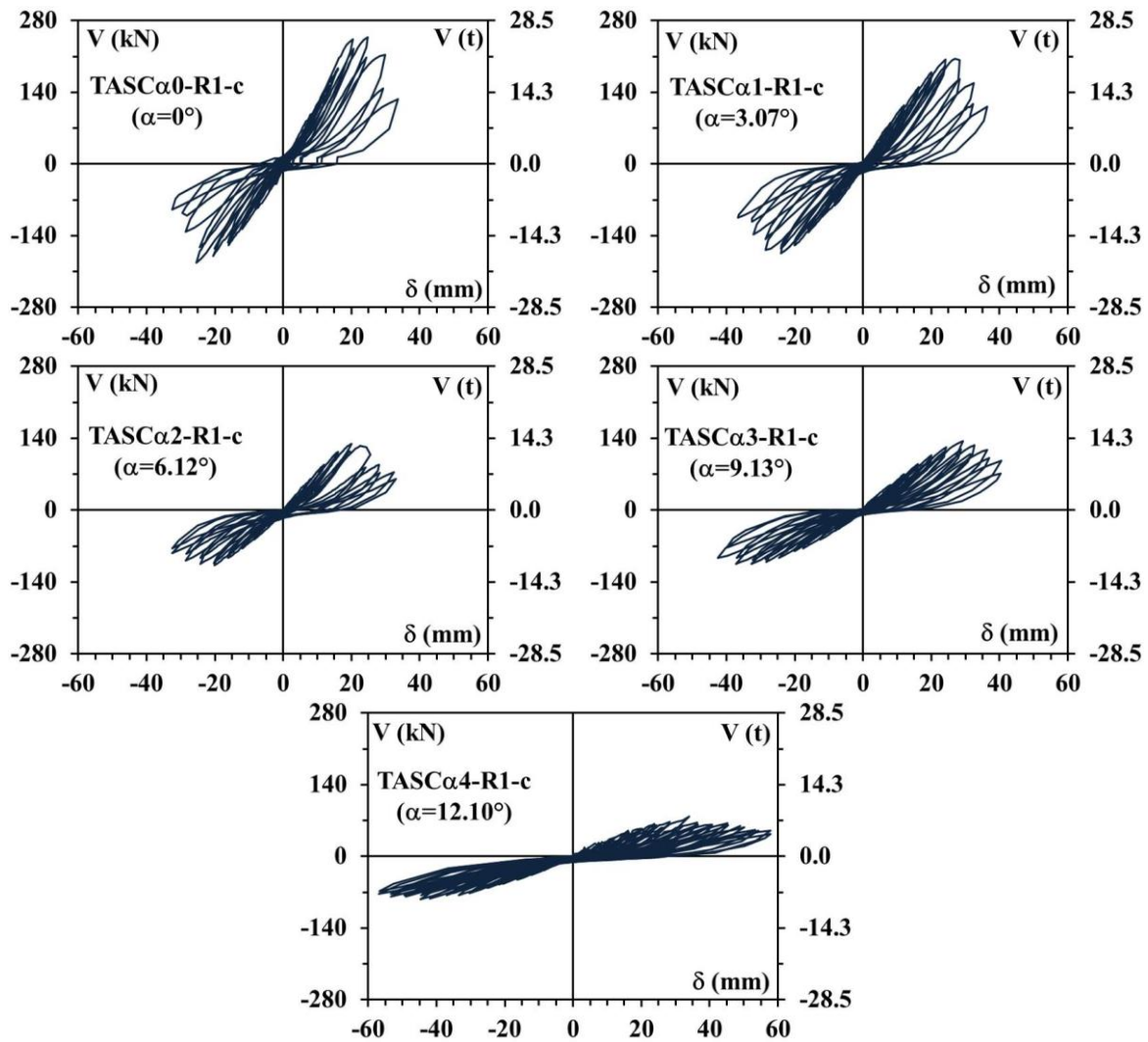
claro del elemento y ya está corregida por la deflexión colineal medida en la viga de reacción (capítulo seis), y el cortante ( $V$ ) es el del claro donde se presentó la falla.



**Figura 7.2** Curvas de histéresis de los elementos sin refuerzo transversal

Ya que cada grupo de traveses se sometió a un mismo patrón de desplazamientos, por lo que el patrón de carga no es una variable a considerar en la respuesta de cada grupo (Hwang y Scribner 1984), se puede decir que, *grosso modo*, existe la tendencia que al aumentar el ángulo de acartelamiento disminuye la rigidez y resistencia (lo que se relaciona con la disminución del volumen de concreto), pero aumenta la capacidad de deformación y el número de ciclos admitidos (lo que se relaciona con la capacidad de las cartelas de distribuir el daño en su longitud). Como se demuestra en la sección 7.6, estas características le permiten a las traveses acarteladas no presentar reducciones importantes en la disipación de energía al comparar contra la de una trabe prismática de referencia. En las gráficas de las figuras 7.2 y 7.3 se aprecia algo de estabilidad en los ciclos de las traveses con mayor acartelamiento, a reserva de una mejor interpretación, se cree que el contraste de rigidez entre el tramo prismático y los acartelados de extremo, hizo que el primero trabajara como una viga de acoplamiento.

Como excepción de la regla anterior se tienen a los elementos TASC $\alpha$ 1-R0-c y TASC $\alpha$ 2-R1-c (uno en cada grupo de traves). En el elemento TASC $\alpha$ 1-R0-c no se pudo encontrar una explicación lógica a su falla prematura (se sospecha de un golpe que recibió el elemento en las maniobras de montaje). Por su parte, en el elemento TASC $\alpha$ 2-R1-c se presentaron grietas prematuras por flexión que mermaron su capacidad estructural; este agrietamiento se relacionó con: 1) la temprana edad a la que se probó el elemento después de la fecha de colado (32 días) en comparación con el resto de los elementos (alrededor de 200 días) y, 2) la poca resistencia medida en los cilindros de control (tabla 7.1).



**Figura 7.3** Curvas de histéresis de los elementos con refuerzo transversal

Las curvas mostradas en las figuras 7.2 y 7.3 presentan un claro estrechamiento en el origen (*pinching*) que es típico en elementos de concreto que fallan por cortante (Brown y Jirsa 1971). También se aprecia una ligera asimetría en los lazos de histéresis en la dirección positiva y negativa, la que se atribuye a: i) la asimetría de las traves y de su refuerzo longitudinal y, ii) el efecto del peso propio de los elementos en cada dirección de carga.



### 7.3 ENVOLVENTES

La envolvente de las curva de histéresis de las traves sin estribos se muestran en la figura 7.4 y en la figura 7.5 la de las traves con estribos. En ambos casos se ha distinguido la envolvente de los ciclos primeros y la de los ciclos de segundos (repetición). En las gráficas también se muestran las deflexiones asociadas al primer agrietamiento diagonal ( $\delta_{cr}$ ) y falla ( $\delta_u$ ), así como la resistencia calculada presentada en la tabla 7.1 ( $V_{nTA}$ ).

El cálculo de la resistencia se hizo con el método de Tena-Colunga *et al.* (2008) explicado con detalle en el capítulo tres. En el cálculo se utilizaron las propiedades medidas en los materiales (apéndice J), de esta forma se consideró la resistencia del concreto indicada en la tabla 7.1 para cada elemento, y para todos los elementos un esfuerzo de fluencia del refuerzo longitudinal  $f_y=4348 \text{ kg/cm}^2$  y para el refuerzo transversal  $f_{yw}=4592 \text{ kg/cm}^2$ . Finalmente, las gráficas de las figuras 7.4 y 7.5 se pusieron en una escala adecuada para facilitar su apreciación.

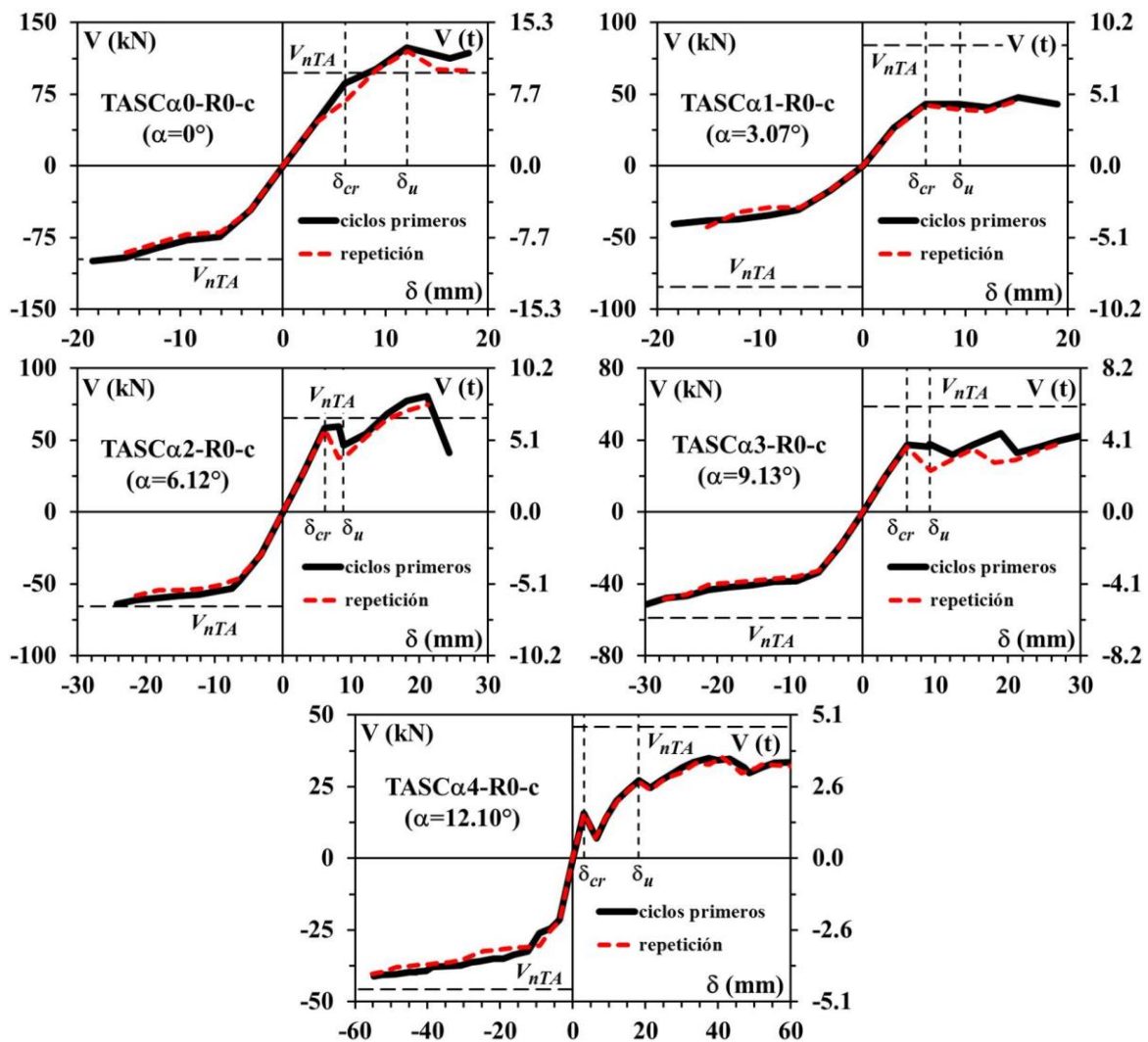
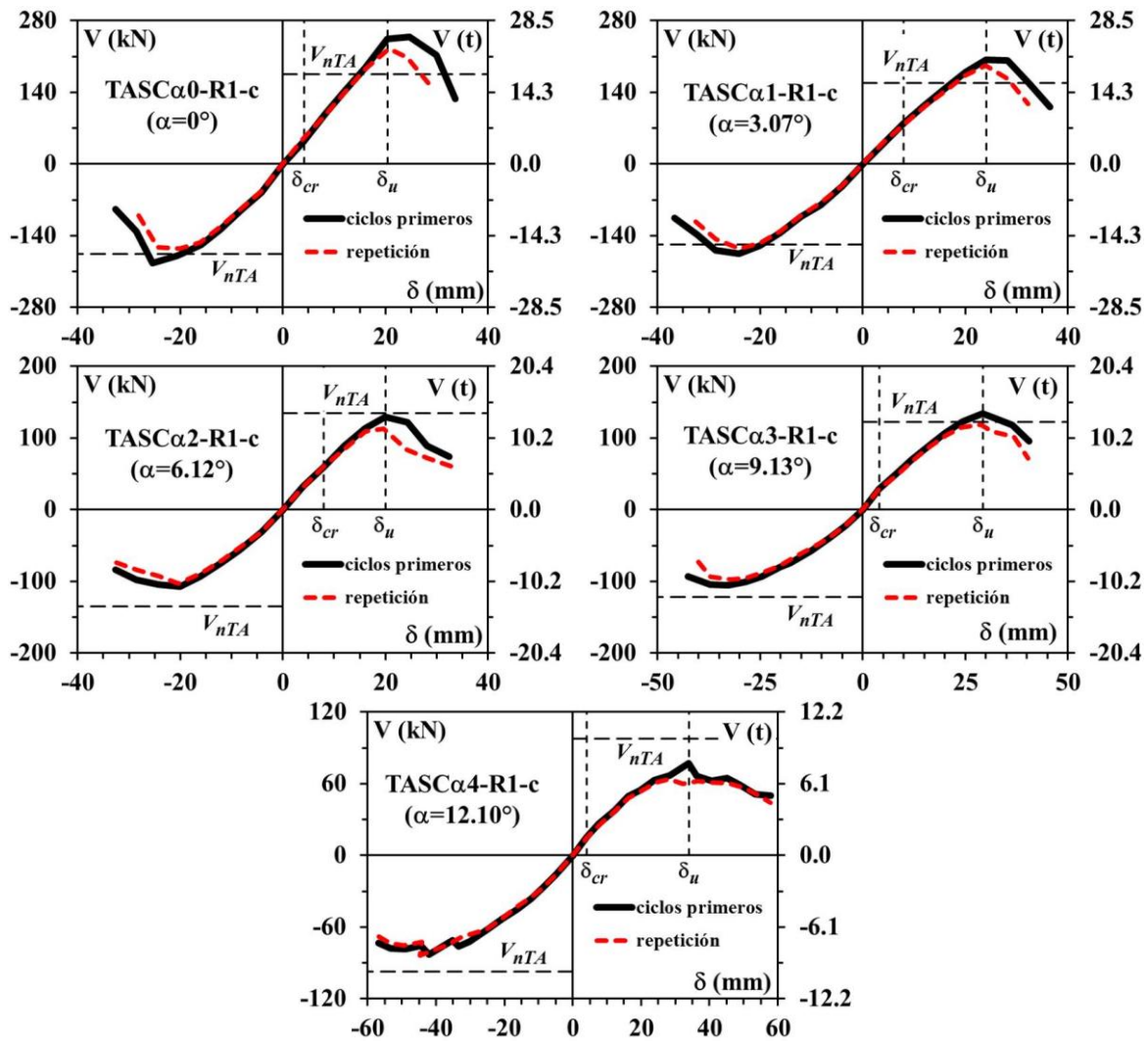


Figura 7.4 Envolventes de respuesta de los elementos sin refuerzo transversal



Las gráficas de las figuras 7.4 y 7.5 confirman que a medida que el ángulo de acartelamiento crece: a) la capacidad de deformación crece y, b) la resistencia a cortante se reduce. También es evidente que las envolventes de los ciclos primeros y segundos (repetición) son prácticamente idénticas hasta el primer agrietamiento diagonal, además, que la respuesta hasta este estado es sensiblemente lineal. A partir del primer agrietamiento diagonal, y hasta la falla, la envolvente de los ciclos de repetición tiende a ir ligeramente por debajo de la envolvente de los ciclos primeros (lo que se relaciona con el *ablandamiento* del concreto debido al daño *visible* acumulado); después de este estado, y hasta el colapso, la envolvente de los ciclos segundos estuvo francamente por debajo de la envolvente de los ciclos primeros (lo que se atribuye al excesivo daño *visible* de los elementos).

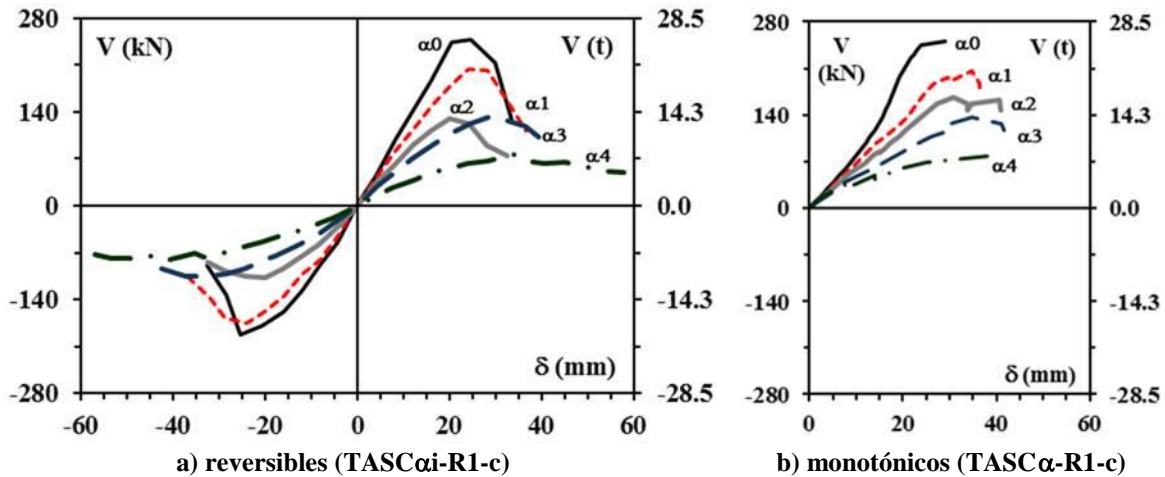


**Figura 7.5** Envolventes de respuesta de los elementos con refuerzo transversal

En la figura 7.4 se observa que la resistencia en las trabes sin refuerzo transversal fue sobrestimada, sin embargo, la predicción en los elementos con la cuantía mínima de estribos fue bastante mejor en la dirección de cargas gravitacionales (figura 7.5). Al respecto, no se debe pasar por alto que los elementos TASC $\alpha$ 1-R0-c (sin estribos) y TASC $\alpha$ 2-R1-c (con

estribos) desarrollaron resistencias reducidas anómalas por causas explicadas en párrafos anteriores.

Con base en los comentarios anteriores, se puede decir que la degradación de resistencia y rigidez asociada a la carga cíclica, no tiene una gran impacto en la respuesta hasta que se presenta la falla por cortante ( $\delta_u, V_u$ ), ya que las envolventes de los ciclos primeros y de repetición son casi idénticas hasta ese estado; sin embargo, después de éste la degradación de la resistencia y rigidez ya empieza a ser importante.



**Figura 7.6** Curvas de respuesta en elementos con la cuantía mínima de refuerzo transversal

En la figura 7.6-a se muestran las envolventes de los ciclos primeros de las traves con refuerzo transversal, y en la figura 7.6-b las curvas de respuesta de las traves gemelas ensayadas con cargas monotónicas (Archundia 2004 y Tena-Colunga *et al.* 2008). Con base en estas figuras se puede decir que la resistencia última ( $V_u$ ) en ambos grupos es muy parecida, y que la capacidad de deformación total no muestra diferencias sustanciales.

Para tratar de aclarar que las cargas cíclicas no degradaron sustancialmente la resistencia última ( $V_u$ ), pero sí la resistencia de colapso ( $V_{col}$ ), se hizo una comparación *elemento a elemento* entre los resultados de las traves ensayadas con carga monotónica ( $V_{u-m}$  y  $V_{col-m}$ ) y las ensayadas con cargas reversibles ( $V_{u-c}$  y  $V_{col-c}$ ). Esta comparación está indicada en la tabla 7.2 con los cocientes " $V_{u-c}/V_{u-m}$ " y " $V_{col-c}/V_{col-m}$ ".

Para mejorar el análisis se hizo una comparación adicional involucrando el término " $\sqrt{f'_c}$ ", entendido éste como una medida de la resistencia a tensión diagonal del concreto. Al proceder de esta forma, se incluye en la comparación algunos efectos que no son tomados en cuenta en los cocientes directos de la resistencia (por ejemplo, la diferencia entre las mezclas que no fue la misma en todos los especímenes, la edad del concreto al día de las pruebas y las condiciones ambientales, entre otros). Estos cocientes normalizados por la resistencia a tensión del concreto son " $(V_{u-c}/\sqrt{f'_c})/(V_{u-m}/\sqrt{f'_c})$ " y " $(V_{col-c}/\sqrt{f'_c})/(V_{col-m}/\sqrt{f'_c})$ " que también están mostrados en la tabla 7.2.

**Tabla 7.2 Evaluación de la degradación de resistencia por efecto de la carga cíclica**

ID	$\alpha$ (°)	Pruebas cíclicas		Pruebas monotónicas				Degradación por cargas reversibles				
		$\frac{V_u - c}{\sqrt{f'_c}}$ (kg, cm)	$\frac{V_{col} - c}{\sqrt{f'_c}}$ (kg, cm)	$f'_c$ kg/cm <sup>2</sup> (MPa)	$V_{u-m}$ t (kN)	$V_{col-m}$ t (kN)	$\frac{V_u - m}{\sqrt{f'_c}}$ (kg, cm)	$\frac{V_{col} - m}{\sqrt{f'_c}}$ (kg, cm)	$\frac{V_u - c}{V_u - m}$	$\frac{V_{col} - c}{V_{col} - m}$	$\left(\frac{V_u - c}{\sqrt{f'_c}}\right)$ $\left(\frac{V_u - m}{\sqrt{f'_c}}\right)$	$\left(\frac{V_{col} - c}{\sqrt{f'_c}}\right)$ $\left(\frac{V_{col} - m}{\sqrt{f'_c}}\right)$
	0	591.8	566.0	334 (32.8)	7.5 (73.6)	7.5 (73.6)	410.4	410.4	1.68	1.61	1.44	1.38
Sin refuerzo transversal	3.07	211.9	211.9	321 (31.5)	6.75 (66.2)	8.75 (85.8)	376.7	488.4	0.65*	0.50	0.56*	0.43
	6.12	323.1	223.8	295 (28.9)	6.0 (58.9)	6.5 (63.8)	349.3	378.4	1.01	0.65	0.93	0.59
	9.13	193.7	219.9	236 (23.2)	3.75 (36.8)	8.0 (78.5)	244.1	520.8	1.03	0.55	0.79	0.42
	12.10	145.3	179.5	281 (27.6)	3.0 (29.4)	4.0 (39.2)	179.0	238.6	0.92	0.85	0.81	0.75
<b>(<math>\alpha &gt; 0</math>)</b>							<b>Promedio</b>	<b>0.90</b>	<b>0.64</b>	<b>0.77</b>	<b>0.55</b>	
							<b><math>\sigma</math></b>	<b>0.18</b>	<b>0.15</b>	<b>0.15</b>	<b>0.16</b>	
	0	1652.0	857.5	315 (30.9)	25.0 (245.3)	25.5 (250.2)	1408.6	1436.8	1.00	0.51	1.17	0.60
Con refuerzo transversal	3.07	1325.7	727.0	269 (26.4)	20.0 (196.2)	21.0 (206.0)	1219.4	1280.4	1.04	0.54	1.09	0.57
	6.12	898.1	512.5	292 (28.6)	17.0 (166.8)	17.0 (166.8)	994.8	994.8	0.78*	0.44	0.90*	0.52
	9.13	812.9	579.7	288 (28.3)	12.0 (117.7)	14.0 (137.3)	707.1	825.0	1.14	0.70	1.15	0.70
	12.10	503.4	327.1	212 (20.8)	8.0 (78.5)	8.0 (78.5)	549.4	549.4	0.99	0.64	0.92	0.60
<b>(<math>\alpha &gt; 0</math>)</b>							<b>Promedio</b>	<b>0.99</b>	<b>0.58</b>	<b>1.02</b>	<b>0.60</b>	
							<b><math>\sigma</math></b>	<b>0.15</b>	<b>0.11</b>	<b>0.12</b>	<b>0.08</b>	
<b>Todos</b>							<b>Promedio</b>	<b>1.02</b>	<b>0.70</b>	<b>0.98</b>	<b>0.67</b>	
							<b><math>\sigma</math></b>	<b>0.27</b>	<b>0.34</b>	<b>0.25</b>	<b>0.27</b>	
<b>Todos (<math>\alpha &gt; 0</math>)</b>							<b>Promedio</b>	<b>0.95</b>	<b>0.61</b>	<b>0.89</b>	<b>0.57</b>	
							<b><math>\sigma</math></b>	<b>0.16</b>	<b>0.13</b>	<b>0.18</b>	<b>0.12</b>	

\* elementos con falla prematura anómala

De los valores mostrados en la tabla 7.2 se obtienen las siguientes conclusiones:

- Las cargas cíclicas no afectaron sustancialmente la resistencia última ( $V_u$ ) de las trabes al comparar contra la observada en trabes idénticas que fallaron ante carga monotónica, pero después de este estado la degradación de la resistencia fue importante (alrededor del 60% de la medida en ensayos con cargas monotónicas).
- Como era de esperarse, la mayor degradación de la resistencia última se presentó en los elementos sin refuerzo transversal.
- El efecto de la resistencia a tensión diagonal del concreto ( $\sqrt{f'_c}$ ) tiene más impacto en los elementos sin refuerzo transversal, lo que se debe relacionar con la ausencia de: 1) el mecanismo de armadura en las trabes con estribos y, 2) el confinamiento del concreto que proporcionan los estribos.

#### 7.4 ESBELTEZ Y RESISTENCIA BIDIRECCIONAL

En las secciones precedentes se comparó la resistencia a cortante calculada con el método propuesto en Tena-Colunga *et al.* (2008) contra la observada experimentalmente. En la comparación el pronóstico se aplicó en ambas direcciones de carga, es decir, el cálculo de la dirección gravitacional también se utilizó en la dirección contraria (tabla 7.1 y figuras 7.4 y 7.5). Esto se justifica ya que: 1) los especímenes no son evaluados como parte de un sistema sismorresistente y, 2) sólo se trata de cuantificar la degradación de sus propiedades estructurales ante cargas cíclicas. Sin embargo, el trabajo de Alcocer y Uribe (2008) deja el aprendizaje de lo prudente que es estimar la resistencia en cada dirección de carga en elementos que, aunque pudieran no formar parte de un sistema sismorresistente, eventualmente pueden estar sometidos a demandas reversibles.

Si en travesas acarteladas se quiere hacer la predicción de la resistencia en ambas direcciones con la propuesta publicada en Tena-Colunga *et al.* (2008), se tendría que tener en cuenta que el área de acero de tensión puede ser diferente en cada dirección de análisis, pues todos los términos involucrados en el cálculo dependen de ella. Asimismo, que en ese método el valor del peralte crítico es invariable, es decir, es insensible a la dirección de análisis (así se calcularon las resistencias de diseño reportadas en el capítulo seis). Posiblemente, esta situación favoreció que con el aumento del acartelamiento, la resistencia haya sido sobrestimada en la dirección contraria a la gravedad (figuras 7.4 y 7.5).

En el capítulo cuatro se demostró que el método de Tena-Colunga *et al.* (2008) y el propuesto en esta tesis, tienen prácticamente el mismo nivel de predicción ante cargas monotónicas gravitacionales cuando son comparados de manera justa, es decir, cuando en el segundo método se utiliza el ángulo de inclinación del campo de compresión  $\theta = 45 - \alpha$ . Sin embargo, en elementos sometidos a cargas reversibles, se debe investigar la posibilidad de mejorar el nivel de predicción en la dirección contraria a la gravedad (preferentemente con un modelo de comportamiento mecánico).

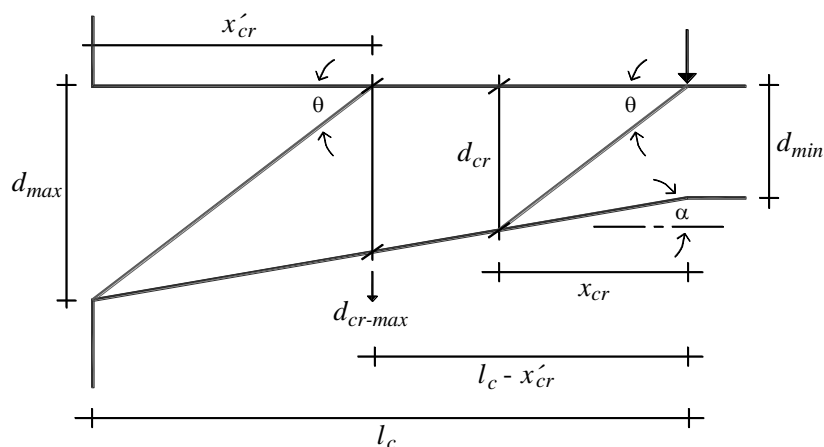


Figura 7.7 Campos de esfuerzo propuestos para la dirección gravitacional

$$x_{cr} = \frac{d_{min}}{\tan \theta - \tan \alpha} \quad (\text{carga gravitacional}) \quad 7.1$$

$$d_{cr} = \frac{d_{min}}{1 - \frac{\tan \alpha}{\tan \theta}} \leq d_{max} \left( 1 - \frac{\tan \alpha}{\tan \theta} \right) \quad (\text{carga gravitacional}) \quad 7.2$$

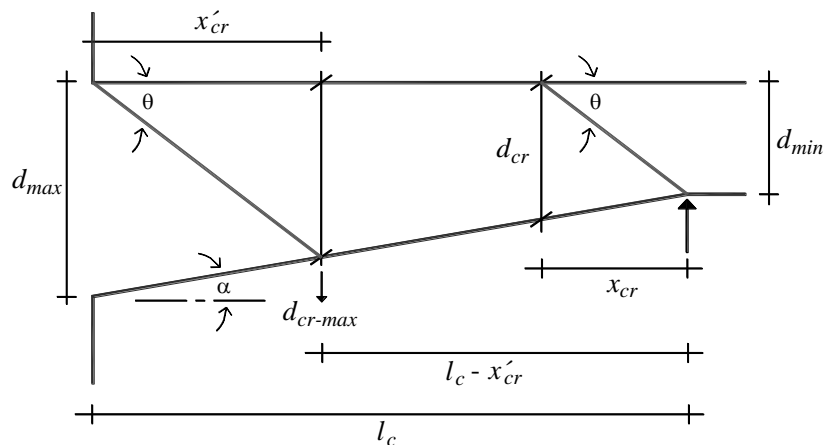
$$x'_{cr} = \frac{d_{max}}{\tan \theta} \quad (\text{carga gravitacional}) \quad 7.3$$

$$d_{cr-max} = d_{max} \left( 1 - \frac{\tan \alpha}{\tan \theta} \right) \quad (\text{carga gravitacional}) \quad 7.4$$

$$\lambda_p = \frac{l_c}{\frac{d_{min}}{\tan \theta - \tan \alpha} + \frac{d_{max}}{\tan \theta}} \geq 1.0 \quad (\text{carga gravitacional}) \quad 7.5$$

En la figura 7.7 se muestra un bosquejo de los campos de esfuerzo de una trabe acartelada con refuerzo transversal sometida a cargas gravitacionales típicas de un ensaye de laboratorio, y en las ecuaciones 7.1 a 7.4 los valores de las variables involucradas donde destacan: i) la distancia crítica medida desde el peralte mínimo de la cartela en el que se encuentra el peralte crítico por cortante (ecuación 7.1), ii) el valor del peralte crítico al que se le impuso una cota superior para garantizar que pertenezca a la región B plástica (ecuación 7.2) y, iii) el parámetro de esbeltez plástica propuesto en esta tesis (ecuación 7.5). Los detalles de estos parámetros están documentados en el capítulo cuatro y los apéndices C y G.

Con base en la filosofía que respalda al modelo mostrado en la figura 7.7, se puede construir otro para cargas en la dirección contraria a la gravedad. Este modelo se muestra en la figura 7.8, y en las ecuaciones 7.6 a 7.10 las fórmulas análogas a las ecuaciones 7.1 a 7.5.



**Figura 7.8 Campos de esfuerzo propuestos para la dirección opuesta a la gravedad**

$$x_{cr} = \frac{d_{min}}{\tan \theta} \quad (\text{carga antigravitacional}) \quad 7.6$$

$$d_{cr} = d_{min} \left( 1 + \frac{\tan \alpha}{\tan \theta} \right) \leq d_{max} \left( 1 - \frac{\tan \alpha}{\tan \theta + \tan \alpha} \right) \quad (\text{carga antigravitacional}) \quad 7.7$$

$$x'_{cr} = \frac{d_{max}}{\tan \theta + \tan \alpha} \quad (\text{carga antigravitacional}) \quad 7.8$$

$$d_{cr-max} = d_{max} \left( 1 - \frac{\tan \alpha}{\tan \theta + \tan \alpha} \right) \quad (\text{carga antigravitacional}) \quad 7.9$$

$$\lambda_p = \frac{l_c}{\frac{d_{min}}{\tan \theta} + \frac{d_{max}}{\tan \theta + \tan \alpha}} \quad (\text{carga antigravitacional}) \quad 7.10$$

La comparación de las ecuaciones 7.1 a 7.5 con la ecuaciones 7.6 a 7.10, indica que existen algunas diferencias en el cálculo de los parámetros que gobiernan el comportamiento a cortante de las trabes acarteladas en cada dirección de análisis. Aunque la experiencia sugiere que estas diferencias pueden ser meramente académicas, y no tener una importancia relevante en el diseño estructural, vale la pena analizarlas y no dejar este asunto a la especulación.

Por ejemplo, debe investigarse si una trabe teóricamente esbelta en la dirección gravitacional (ecuación 7.5) deja de serlo cuando las cargas actúan en sentido contrario (ecuación 7.10). Como la longitud de la cartela ( $l_c$ ) es constante, la esbeltez (plástica) sólo es función de la extensión de los abanicos de compresión en cada dirección de análisis.

$$\frac{\lambda_{P-NG}}{\lambda_{P-G}} = \frac{\left( \frac{d_{min}}{\tan \theta - \tan \alpha} + \frac{d_{max}}{\tan \theta} \right)}{\left( \frac{d_{min}}{\tan \theta} + \frac{d_{max}}{\tan \theta + \tan \alpha} \right)} \quad 7.11$$

En la ecuación 7.11 se muestra el cociente  $\lambda_{P-NG}/\lambda_{P-G}$ , donde  $\lambda_{P-NG}$  es la esbeltez plástica en la dirección no gravitacional (ecuación 7.10) y  $\lambda_{P-G}$  es la esbeltez plástica en la dirección gravitacional (ecuación 7.5). Para evaluar este cociente de manera realista, se tomaron en cuenta los siguientes aspectos:

1. Con base en lo observado en la práctica constructiva y en las recomendaciones de diseño del país, se sabe que el peralte efectivo mínimo de las cartelas satisface, *grosso modo*, el intervalo  $0.5d_{max} \leq d_{min} \leq 0.85d_{max}$  (figura 7.9, capítulo uno).
2. Para evitar fallas en los abanicos de compresión, el ángulo de inclinación del campo de compresión diagonal debe limitarse al intervalo  $26.6^\circ \leq \theta \leq 45^\circ$  (sección 5.6).

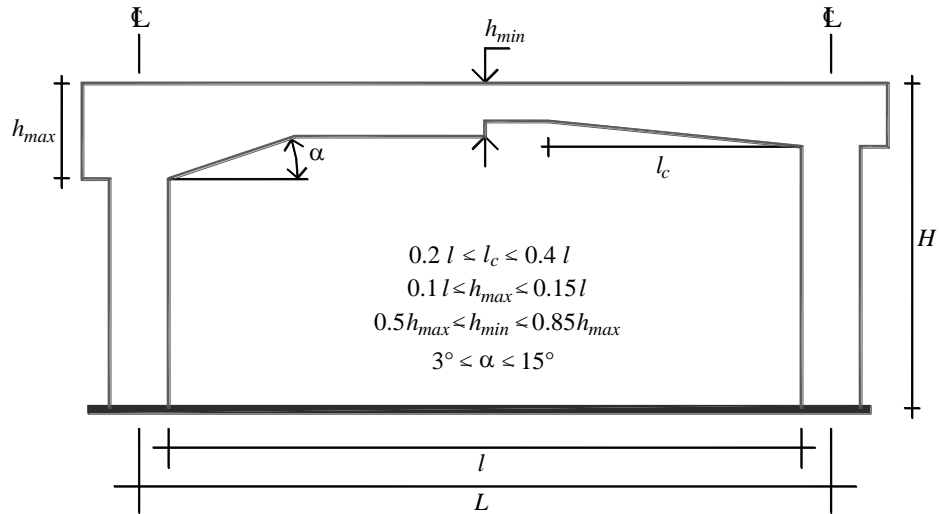


Figura 7.9 Proporciones típicas en México para traves acarteladas de edificios

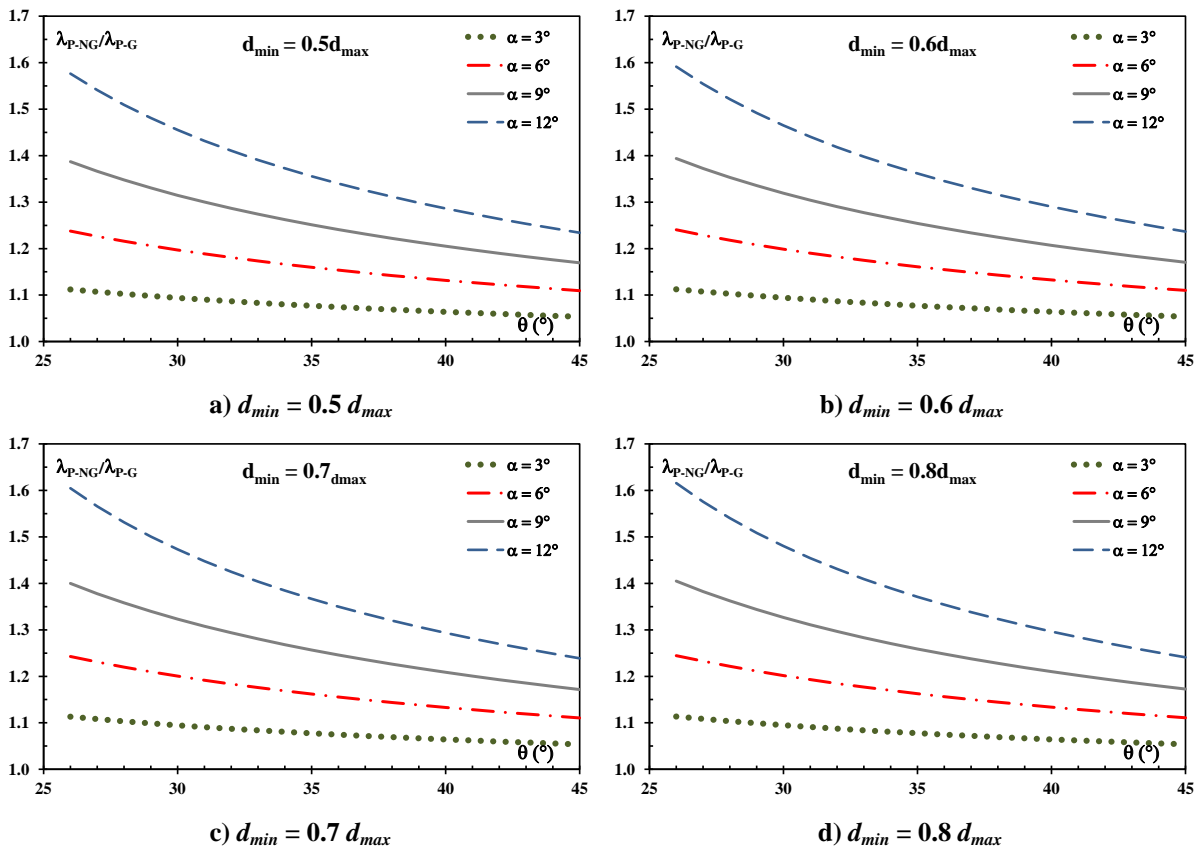


Figura 7.10 Comparación de la esbeltez plástica en ambas direcciones de análisis

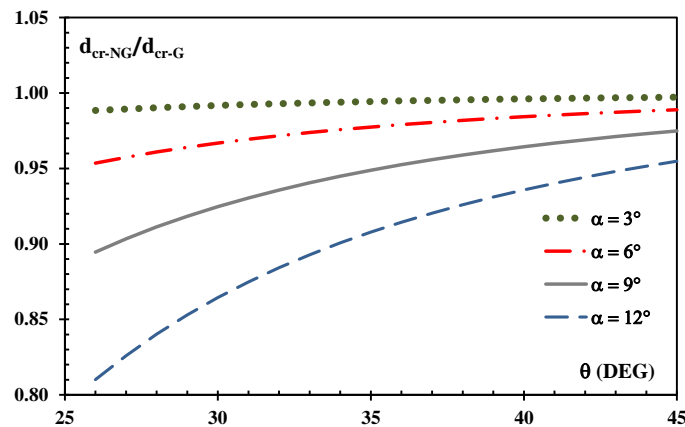
En la figura 7.10 se muestra la evaluación de la ecuación 7.11 para traves con diferentes proporciones y ángulos del campo de compresión diagonal, donde se observa que el cociente  $\lambda_{P-NG}/\lambda_{P-G}$  siempre es mayor a la unidad (sin variaciones importantes entre cada relación de aspecto). Este resultado sugiere que si en ambas direcciones el diseño y el detallado lidera el mismo valor de  $\theta$ , entonces la esbeltez en la dirección gravitacional será menor que en la

dirección contraria, es decir, si se fomenta esta situación, la esbeltez en la dirección gravitacional será la crítica y la que única que debe verificarse para fines de diseño.

Se reconoce que un diseño con estas características no es fácil de lograr en elementos que pertenecen a sistemas sismorresistentes, ya que difícilmente se podrá proponer una distribución de estribos que satisfaga el mismo valor de  $\theta$  en las dos direcciones y en las dos combinaciones de carga comunes (gravitacionales y accidentales). Esta situación se discute con más detalle en la sección 7.9 con datos experimentales (se recomienda también consultar el capítulo cinco donde se presentan recomendaciones para configurar los abanicos de compresión, y el capítulo ocho para el diseño de trabes con cargas distribuidas).

Suponiendo que la distribución del refuerzo transversal fomenta el mismo valor de  $\theta$  en ambas direcciones, cobra importancia investigar la influencia del valor del peralte crítico en cada dirección de análisis. Para valorar esta situación, en la ecuación 7.12 se muestra el cociente  $d_{cr-NG}/d_{cr-G}$  donde  $d_{cr-NG}$  es el peralte crítico en la dirección no gravitacional (ecuación 7.7), y  $d_{cr-G}$  el peralte crítico en la dirección gravitacional (ecuación 7.2). Vale la pena señalar que en este cociente no se incluyeron los límites máximos del parámetro.

$$\frac{d_{cr-NG}}{d_{cr-G}} = \left(1 + \frac{\tan \alpha}{\tan \theta}\right) \left(1 - \frac{\tan \alpha}{\tan \theta}\right) = 1 - \left(\frac{\tan \alpha}{\tan \theta}\right)^2 \quad 7.12$$



**Figura 7.11 Comparación del peralte crítico en ambas direcciones de análisis**

En la figura 7.11 se muestran las curvas que resultan al evaluar la ecuación 7.12 para diferentes ángulos de acartelamientos ( $\alpha$ ) y de inclinación del campo de compresión diagonal ( $\theta$ ). Los resultados sugieren que en la dirección no gravitacional se puede sobrestimar la resistencia si se utiliza el peralte crítico de la dirección gravitacional, en particular para combinaciones tales que  $\alpha > 9^\circ$  y  $\theta < 30^\circ$ . Afortunadamente, esta combinación queda fuera de los intervalos recomendados para el diseño de trabes acarteladas sometidas a cargas sísmicas (detalles completos en el capítulo ocho). Fuera de esa región la sobreestimación ya no es muy grande, pero, como en la resistencia a cortante de las trabes acarteladas también participan: 1) el valor del momento flexionante en la sección del peralte crítico (figura 7.12) y, 2) la direccionalidad del crecimiento del diagrama de momentos y del peralte de la cartela



(capítulo cuatro), parece prudente hacer el cálculo para cada dirección en caso de duda o cuando el momento flexionante tenga variaciones importantes en la cercanía de la sección crítica (casos especiales de carga atípicos en edificios o puentes).

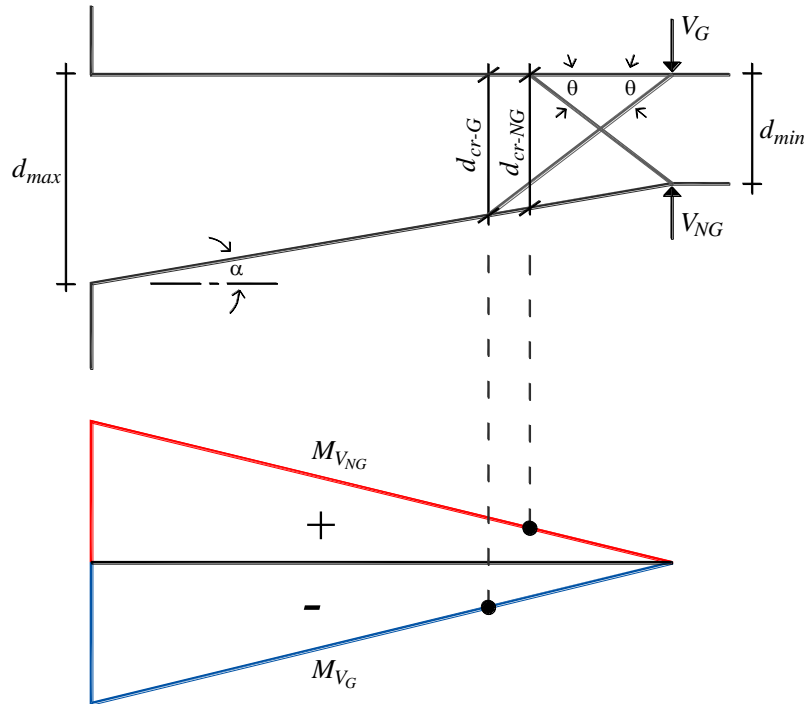


Figura 7.12 Demandas de momento flexionante en cada dirección de análisis en una trabe típica

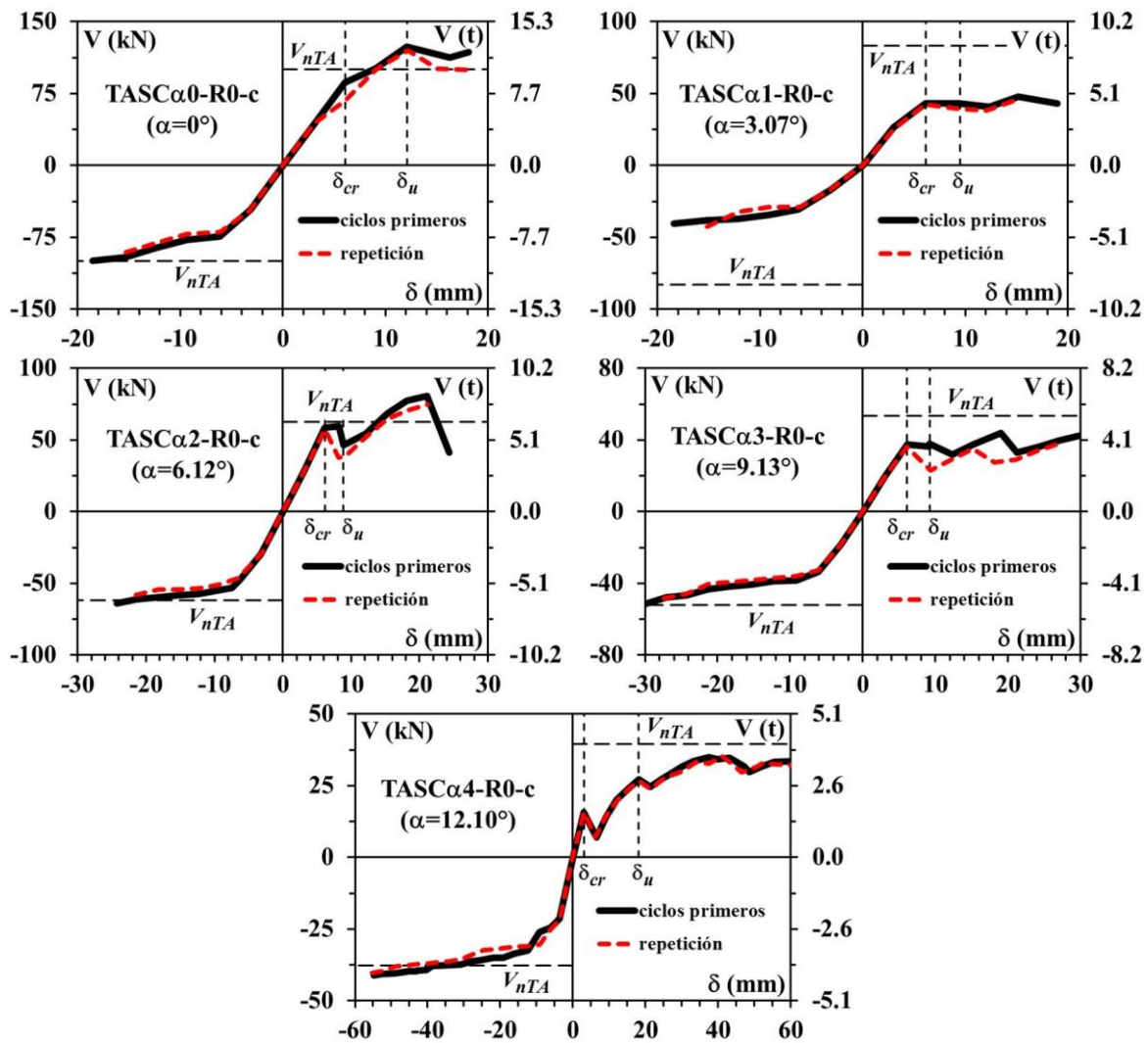
En la tabla 7.3 se presenta la resistencia calculada para cada dirección de análisis en los cinco elementos *sin* refuerzo transversal. En esta evaluación se utilizó la recomendación de esta tesis en la que, y debido al respaldo teórico explicado con detalle en el capítulo cuatro, los parámetros bidireccionales se obtuvieron al sustituir en las ecuaciones 7.1 a 7.10 el valor  $\theta = \theta_E = 45^\circ$ , donde  $\theta_E = 45^\circ$  es el ángulo de inclinación de los esfuerzos principales elásticos asociados con el agrietamiento por tensión diagonal. En estos cálculos se utilizó la resistencia del concreto de cada espécimen medida en los cilindros de control (tabla 7.3). Para facilitar las comparaciones, en la figura 7.13 se ha señalado la predicción sobre las envolventes de los lazos de histéresis.

Los resultados de la tabla 7.3 y la figura 7.13 se observa que:

1. El nivel de predicción bidireccional es muy similar al que se obtuvo en la propuesta presentada en Tena-Colunga *et al.* (2008) mostrada en la tabla 7.1. En otras palabras, ambas propuestas sobrestimaron la resistencia a cortante en la misma medida (lo que se atribuye a la degradación del concreto).
2. Siempre que se tengan elementos esbeltos ( $\lambda_{E-G} \geq 1$ ), y para fines prácticos, el cálculo de la contribución del concreto en la dirección gravitacional puede ser utilizado en la dirección contraria a la gravedad.

**Tabla 7.3 Resistencia bidireccional en traves sin estribos**

Elemento	Experimentales				Analíticos				$\lambda_{E-G}$
	$f'_c$ kg/cm <sup>2</sup> (MPa)	Gravedad	No gravedad	Gravedad	No gravedad	$\frac{V_{nTA}(+)}{V_u(+)}$	$\frac{V_{nTA}(-)}{V_u(-)}$	$\frac{V_{nTA}(-)}{V_{nTA}(+)}$	
		$V_u(+)$ t (kN)	$V_u(-)$ t (kN)	$V_{nTA}(+)$ t (kN)	$V_{nTA}(-)$ t (kN)				
TASC $\alpha$ 0-R0-c	454 (44.5)	12.61 (123.7)	8.8 (86.3)	10.19 (99.9)	10.19 (99.9)	0.808	1.158	1.000	1.14
TASC $\alpha$ 1-R0-c	433 (42.5)	4.41 (43.3)	3.50 (34.3)	8.49 (83.3)	8.46 (83.0)	1.925	2.417	0.996	1.18
TASC $\alpha$ 2-R0-c	354 (34.7)	6.08 (59.6)	5.60 (54.9)	6.39 (62.7)	6.32 (62.0)	1.051	1.129	0.989	1.23
TASC $\alpha$ 3-R0-c	395 (38.7)	3.85 (37.8)	3.93 (38.6)	5.45 (53.4)	5.31 (52.1)	1.416	1.351	0.974	1.30
TASC $\alpha$ 4-R0-c	361 (35.4)	2.76 (27.1)	3.56 (34.9)	4.02 (39.4)	3.83 (37.6)	1.457	1.076	0.953	1.38
<b>Promedio</b>						<b>1.331</b>	<b>1.426</b>	<b>0.983</b>	
<b><math>\sigma</math></b>						<b>0.427</b>	<b>0.564</b>	<b>0.019</b>	



**Figura 7.13 Resistencia bidireccional. Traves sin estribos**

En la tabla 7.4 se muestra la predicción de la resistencia bidireccional en los elementos *con* estribos considerando el ángulo  $\theta = 45$ , y en la figura 7.14 se comparan estos valores contra las envolventes de la respuesta experimental. De la misma forma, en la tabla 7.5 se presentan los resultados obtenidos con el ángulo  $\theta = 45 - \alpha$  y en la figura 7.15 cómo comparan contra las envolventes de respuesta. En los cálculos se utilizó la resistencia medida en los cilindros de control de cada elemento (tablas 7.4 y 7.5), y el esfuerzo de fluencia medido en el acero de refuerzo ( $f_y = 4348 \text{ kg/cm}^2$  para el longitudinal y  $f_{yw} = 4592$  para el transversal).

De estos resultados se deduce que:

1. La resistencia calculada para la dirección gravitacional fue una buena estimación de la resistencia en la dirección contraria a la gravedad.
2. En los elementos esbeltos según el ángulo  $\theta = 45$  ( $\lambda_{p-G} \geq 1$ ), la resistencia calculada con este ángulo en la dirección gravitacional fue algo conservadora, pero bastante razonable en la dirección contraria.
3. Con el ángulo  $\theta = 45 - \alpha$  las predicciones fueron buenas cuando se cumplió la esbeltez teórica del elemento ( $\lambda_{p-G} \geq 1$ ).

Con base en los resultados obtenidos en el análisis bidireccional en las traveses con y sin refuerzo transversal, se recomienda:

- i. Siempre proveer a las traveses que no pertenezcan al sistema sismorresistente, o que estén destinadas a trabajar sólo ante cargas gravitacionales, de por lo menos la cuantía mínima de refuerzo transversal para evitar que una eventual demanda de cargas reversibles degrade abruptamente la resistencia de los elementos de tal manera que la integridad de toda la estructura se vea comprometida (la mayoría de los reglamentos lo exigen).
- ii. En traveses con refuerzo transversal, y cuando se utilicen los ángulos  $\theta = 45$  y  $\theta = 45 - \alpha$ , la resistencia a cortante en ambas direcciones puede ser considerada igual a la calculada en la dirección gravitacional (cuando se requiera, se deben realizar cálculos específicos en cada dirección de análisis).
- iii. Puede utilizarse indistintamente la propuesta presentada en Tena-Colunga *et al.* (2008) o la de esta tesis doctoral con los ángulos  $\theta = 45$  o  $\theta = 45 - \alpha$  para calcular la resistencia a cortante de elementos esbeltos ( $\lambda_{p-G} \geq 1$ ) con estribos sometidos a cargas reversibles.

Estas observaciones y recomendaciones se justifican con la predicción de la resistencia bidireccional utilizando el ángulo  $\theta$  medido en los experimentos (sección 7.9). Finalmente, en el capítulo ocho se proporcionan recomendaciones generales para el diseño de traveses acarteladas sometidas a cargas uniformemente distribuidas.

Tabla 7.4 Resistencia bidireccional en traves con estribos ( $\theta=45^\circ$ )

Elemento	Experimentales				Analíticos				$\lambda_{P-G}$	
	$f'_c$ kg/cm <sup>2</sup> (MPa)	Gravedad $V_u$ (+) t (kN)	No gravedad $V_u$ (-) t (kN)		Gravedad $V_{nTA}$ (+) t (kN)	No gravedad $V_{nTA}$ (-) t (kN)	$V_{nTA}$ (+) $V_u$ (+)	$V_{nTA}$ (-) $V_u$ (-)		$V_{nTA}$ (-) $V_{nTA}$ (+)
TASC $\alpha$ 0-R1-c	227 (22.3)	24.89 (244.2)	18.3 (179.5)		17.28 (169.5)	17.28 (169.5)	0.694	0.944	1.000	1.14
TASC $\alpha$ 1-R1-c	245 (24.0)	20.75 (203.6)	17.84 (175.0)		14.16 (138.9)	14.01 (137.4)	0.682	0.785	0.989	1.18
TASC $\alpha$ 2-R1-c	217 (21.3)	13.23 (129.8)	10.91 (107.0)		10.45 (102.5)	10.26 (100.6)	0.790	0.940	0.982	1.23
TASC $\alpha$ 3-R1-c	284 (27.9)	13.70 (134.4)	10.26 (100.7)		8.46 (83.0)	8.14 (79.8)	0.617	0.793	0.962	1.30
TASC $\alpha$ 4-R1-c	245 (24.0)	7.88 (77.3)	7.76 (76.1)		5.86 (57.5)	5.45 (53.4)	0.744	0.702	0.929	1.38
					<b>Promedio</b>		<b>0.706</b>	<b>0.833</b>	<b>0.973</b>	
					<b><math>\sigma</math></b>		<b>0.065</b>	<b>0.106</b>	<b>0.028</b>	

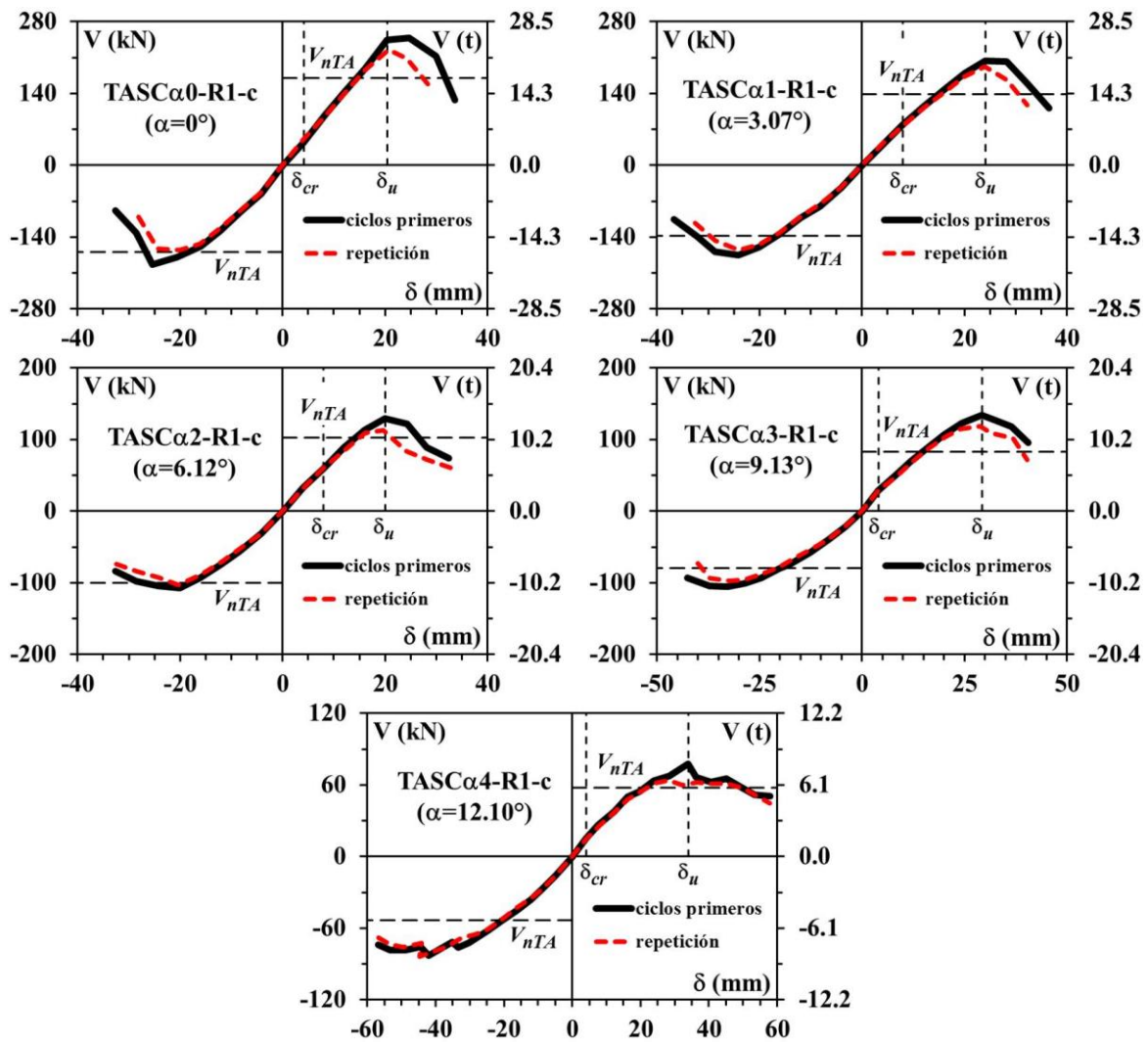


Figura 7.14 Resistencia bidireccional. Traves con estribos ( $\theta=45^\circ$ )

Tabla 7.5 Resistencia bidireccional en traves con estribos ( $\theta=45-\alpha$ )

Elemento	Experimentales			Analíticos			$\lambda_{P-G}$		
	Gravedad	No gravedad	No gravedad	Gravedad	No gravedad	No gravedad			
	$f'_c$ kg/cm <sup>2</sup> (MPa)	$V_u$ (+) t (kN)	$V_u$ (-) t (kN)	$V_{nTA}$ (+) t (kN)	$V_{nTA}$ (-) t (kN)	$\frac{V_{nTA}}{V_u}$ (+) $V_u$ (+)	$\frac{V_{nTA}}{V_u}$ (-) $V_u$ (-)	$\frac{V_{nTA}}{V_{nTA}}$ (-) $V_{nTA}$ (+)	
TASC $\alpha$ 0-R1-c	227 (22.3)	24.89 (244.2)	18.3 (179.5)	17.28 (169.5)	17.28 (169.5)	0.694	0.944	1.000	
TASC $\alpha$ 1-R1-c	245 (24.0)	20.75 (203.6)	17.84 (175.0)	15.49 (152.0)	15.36 (150.7)	0.747	0.861	0.992	
TASC $\alpha$ 2-R1-c	217 (21.3)	13.23 (129.8)	10.91 (107.0)	13.55 (132.9)	13.11 (128.6)	1.024	1.202	0.968	
TASC $\alpha$ 3-R1-c	284 (27.9)	13.70 (134.4)	10.26 (100.7)	12.97 (127.2)	12.76 (125.1)	0.947	1.244	0.984	
TASC $\alpha$ 4-R1-c	245 (24.0)	7.88 (77.3)	7.76 (76.1)	11.71 (114.9)	12.06 (118.3)	1.486	1.554	1.030	
						<b>Promedio</b> $\sigma$	<b>0.980</b> <b>0.314</b>	<b>1.161</b> <b>0.274</b>	<b>0.995</b> <b>0.023</b>

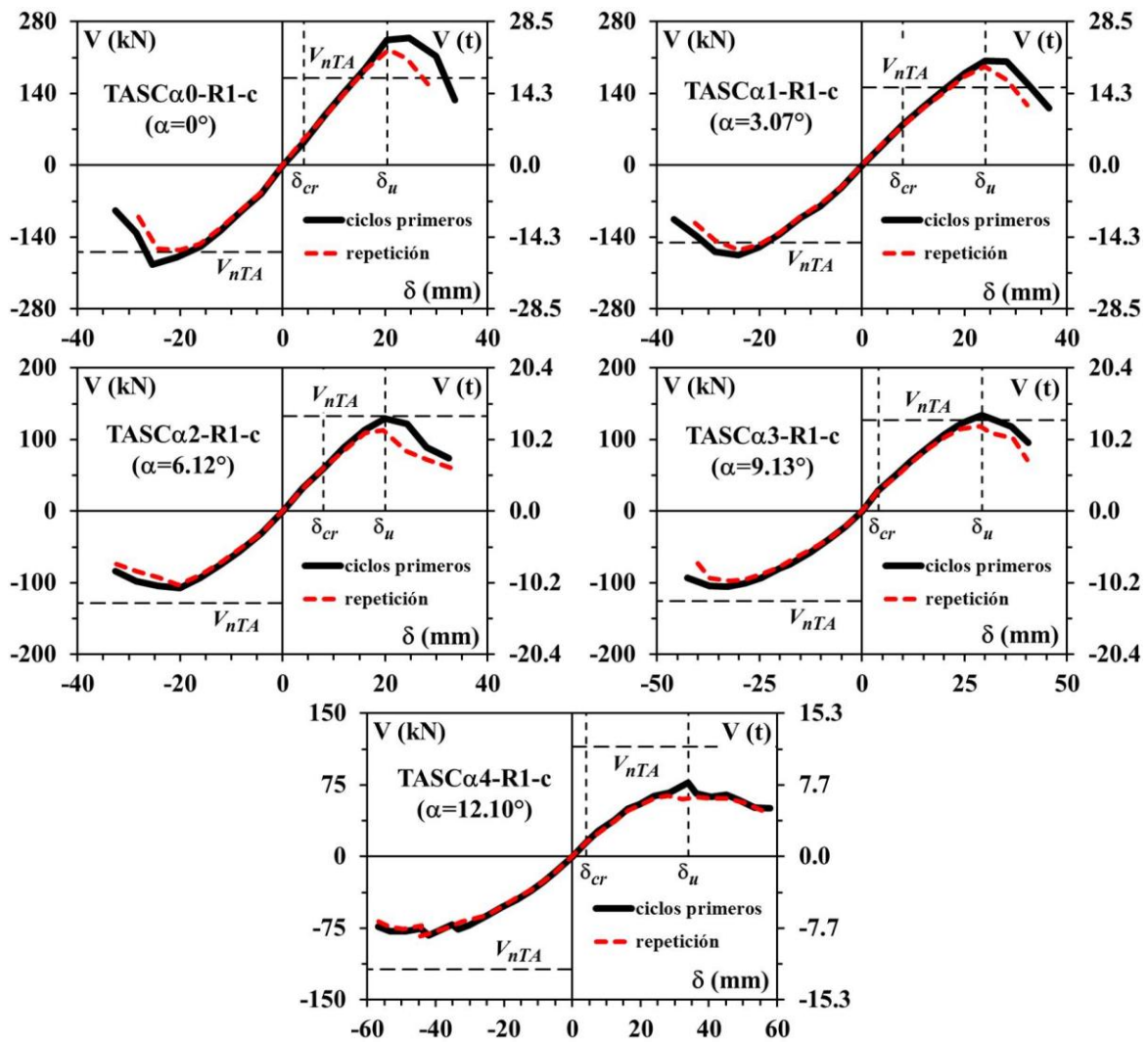


Figura 7.15 Resistencia bidireccional. Traves con estribos ( $\theta=45-\alpha$ )

## 7.5 DEGRADACIÓN DE RIGIDEZ

El diseño por estados límite requiere que el ingeniero tenga una idea clara de la rigidez de los elementos estructurales en cada uno de los estados a considerar. Por ejemplo, el reglamento ACI 318-11 y las NTCC-04 exigen que una trabe agrietada *después* de haber experimentado demandas reversibles, conserve por lo menos el 50% de su rigidez inicial cuando desarrolle la capacidad plástica a flexión, por lo que ésta es la que en el diseño se debe fomentar en la estructura si tuviera que resistir un sismo importante (Tena *et al.* 2012).

De acuerdo con varios investigadores, la degradación de rigidez por cargas reversibles se debe a diversos factores, entre otros: 1) el agrietamiento, 2) la fluencia y deslizamiento del refuerzo longitudinal, y, 3) el predominio de los efectos de cortante o *pinching* (por ejemplo, Brown y Jirsa 1971, Popov *et al.* 1972, Wight y Sozen 1975, Lee y Watanabe 2003). En este trabajo la degradación de rigidez se cuantificó calculando la rigidez secante “pico a pico” de cada uno de los lazos de histéresis ( $K$ , figura 7.16), en el entendido que este parámetro estructural incorpora, de alguna manera, todos los factores que intervienen en la degradación de rigidez.

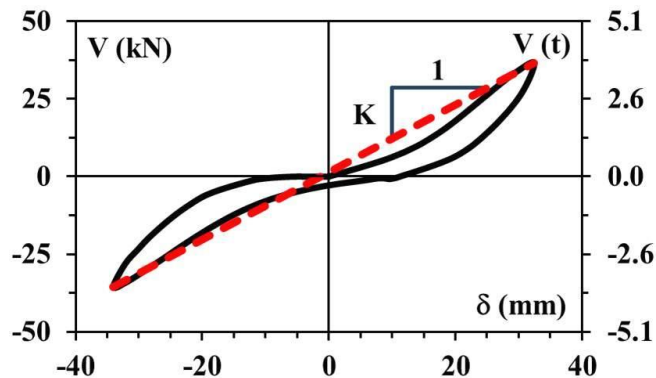


Figura 7.16 Rigidez pico a pico en un lazo de histéresis típico

La rigidez pico a pico para los ciclos primeros (ciclos en los que se presentó la falla por cortante) se normalizó con la rigidez “elástica” ( $K_0$ ) que en este trabajo es el promedio de la rigidez medida en los primeros ciclos antes del primer agrietamiento diagonal (ciclos de amplitud pequeña). En la tabla 7.6 se muestra el valor de la rigidez elástica así como la rigidez normalizada para los estados característicos (primer agrietamiento diagonal, último y colapso, sección 7.1). Asimismo, en la figura 7.17 se muestra cómo evolucionó la degradación de rigidez a medida que se incrementó la demanda de desplazamiento.

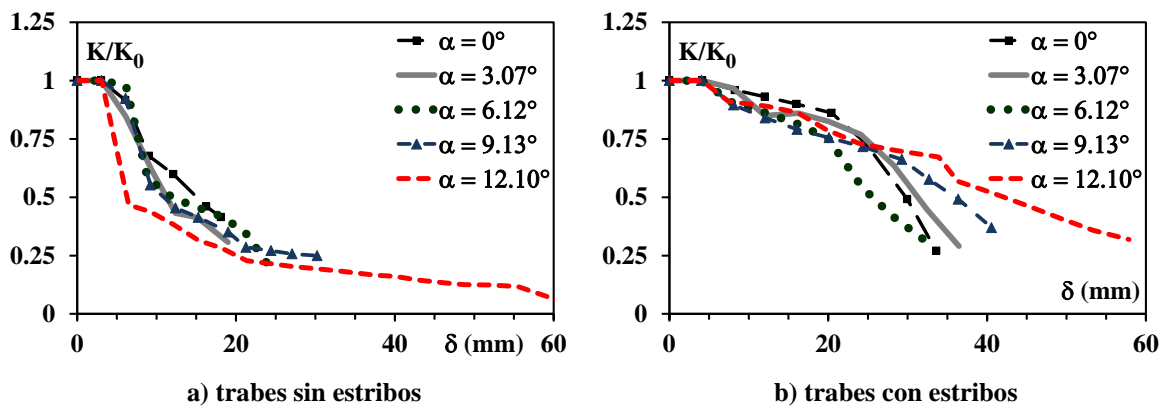
Con base en los resultados mostrados en la tabla 7.6 y en la figura 7.17, se puede decir que:

1. Como se esperaba, la tasa de degradación de rigidez fue mayor en los elementos sin refuerzo transversal que en las trabes con estribos.
2. El estado del primer agrietamiento diagonal se puede modelar con las propiedades elásticas del elemento (principalmente en las trabes con estribos).

3. Las traves acarteladas provistas con la cuantía mínima de refuerzo transversal tienen potencial para conservar el 50% de la rigidez inicial en una falla por flexión como lo exige el reglamento del ACI 318 y las NTCC 04. Lo anterior, ya que ante una falla frágil de cortante conservaron el 60% de su rigidez inicial (rigidez elástica).
4. Una vez que el elemento desarrolla su resistencia a cortante ( $V_u$ ), las demandas cíclicas reducen drásticamente la rigidez de las traves.

**Tabla 7.6 Degradación de rigidez**

Elemento	$\alpha$	$K_0$ t/mm (kN/mm)	$\frac{K_{cr}}{K_0}$	$\frac{K_u}{K_0}$	$\frac{K_{col}}{K_0}$
<b>sin estribos</b>					
TASC $\alpha$ 0-R0-c	0°	1.46 (14.3)	0.92	0.60	0.42
TASC $\alpha$ 1-R0-c	3.07°	0.72 (7.1)	0.85	0.61	0.31
TASC $\alpha$ 2-R0-c	6.12°	0.95 (9.3)	0.98	0.58	0.20
TASC $\alpha$ 3-R0-c	9.13°	0.64 (6.3)	0.92	0.55	0.25
TASC $\alpha$ 4-R0-c	12.10°	0.57 (5.6)	0.98	0.28	0.06
<b>con estribos</b>					
TASC $\alpha$ 0-R1-c	0°	1.22 (12.0)	1.00	0.86	0.27
TASC $\alpha$ 1-R1-c	3.07°	1.01 (9.9)	0.97	0.77	0.29
TASC $\alpha$ 2-R1-c	6.12°	0.73 (7.2)	0.90	0.75	0.31
TASC $\alpha$ 3-R1-c	9.13°	0.63 (6.2)	1.00	0.66	0.37
TASC $\alpha$ 4-R1-c	12.10°	0.35 (3.4)	1.00	0.67	0.32



**Figura 7.17 Evolución de la rigidez en los ciclos primeros en función de la demanda de desplazamiento**

### 7.5.1 Efecto de la repetición de la demanda en la rigidez

En las figuras 7.18 y 7.19 se muestra la evolución de la rigidez en los ciclos primeros y los de repetición en las traves sin y con estribos, respectivamente. Excluyendo los elementos con doce grados de acartelamiento (TASC $\alpha$ 4-R0-c y TASC $\alpha$ 4-R1-c), en esas gráficas se observa que: i) antes de presentarse el estado característico de falla ( $V_u$ ,  $\delta_u$ ), la rigidez en los ciclos de



repetición fue ligeramente menor a la de los ciclos primeros y, ii) después de este estado la diferencia entre la rigidez de los ciclos primeros y los de repetición se hizo un poco más notoria (principalmente en los elementos con refuerzo transversal).

Como se explicó con detalle en la sección 7.3, los elementos ensayados mostraron una notoria degradación de la resistencia después de haber alcanzado la resistencia última (tabla 7.2), por lo que, y ya que la demanda de desplazamiento fue la misma en los ciclos primeros y de repetición, la menor rigidez en los ciclos de repetición se puede explicar con la disminución de la resistencia, lo que es congruente con la teoría de la plasticidad, en la que se sostiene que debido a plasticidad imperfecta del concreto, el incremento del agrietamiento reduce su resistencia (Nielsen 1999).

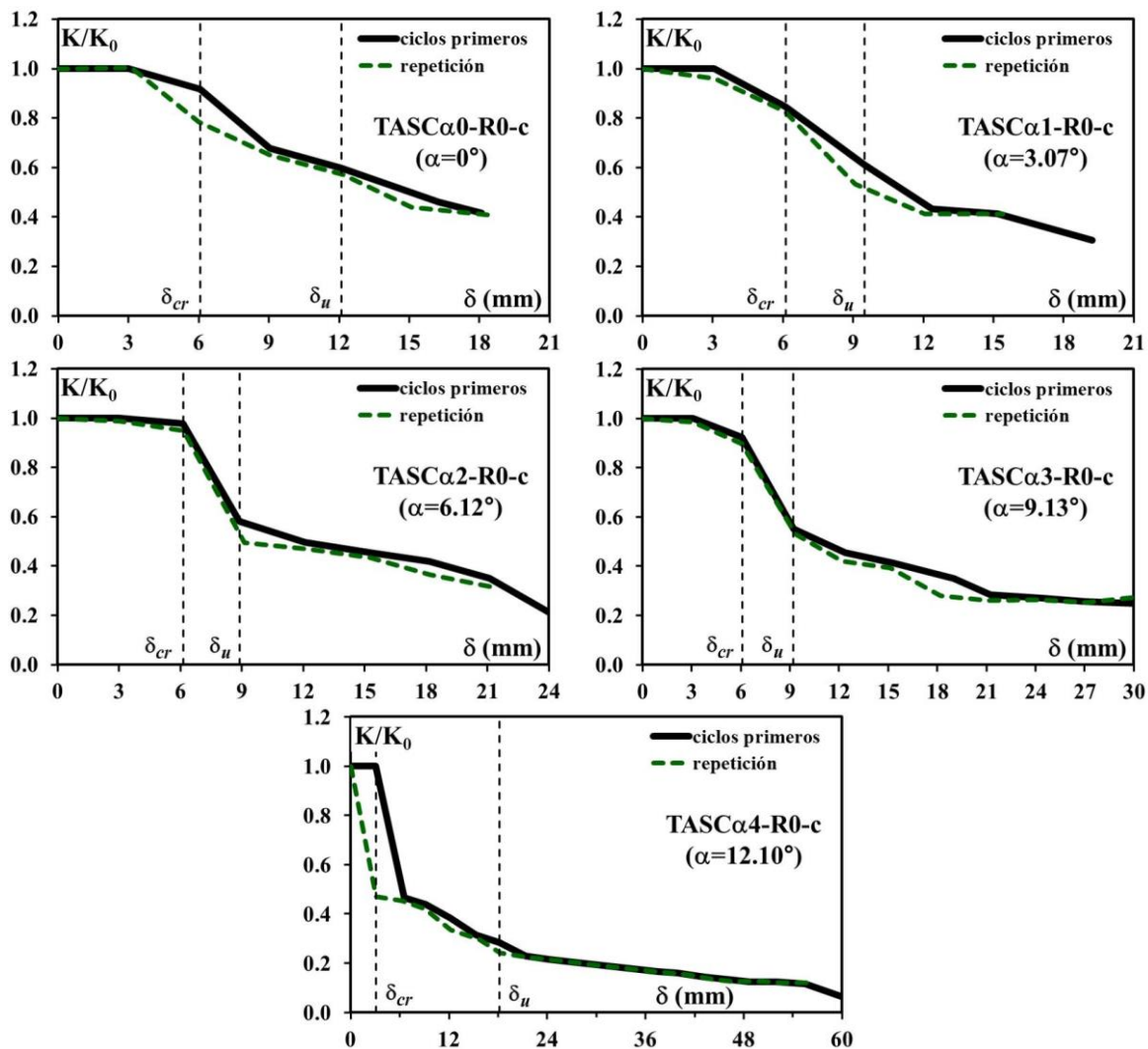


Figura 7.18 Efecto de la repetición de la demanda de desplazamiento en la degradación de rigidez.  
Elementos sin refuerzo transversal



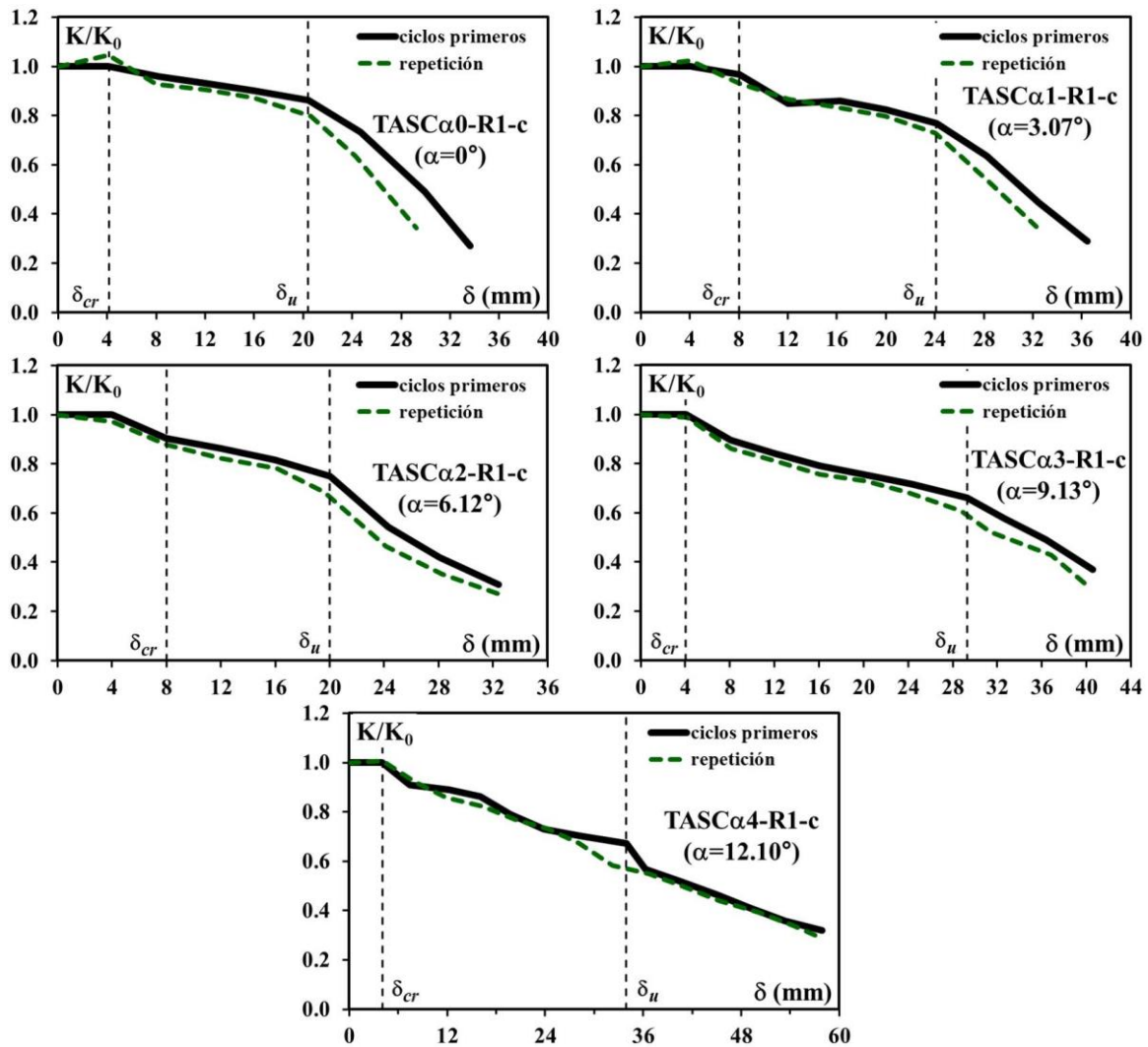


Figura 7.19 Efecto de la repetición de la demanda de desplazamiento en la degradación de rigidez.  
Elementos con refuerzo transversal

Finalmente, y con base en el análisis de la degradación de resistencia y de rigidez debido a la repetición de la demanda, se puntualizan los siguientes aspectos:

1. Antes de alcanzar la resistencia última ( $V_u$ ) no se observó disminución de la resistencia y la rigidez.
2. Después de alcanzarse la resistencia última, fue notoria una disminución de la resistencia y rigidez debido a ciclos previos de menor amplitud y ciclos con la misma amplitud.
3. La degradación de rigidez en el elemento sin estribos con mayor acartelamiento (TASC  $\alpha 4$ -R0-c), fue demasiado abrupta en ciclos de pequeña amplitud (figura 7.18).
4. En los elementos con refuerzo transversal, la degradación de rigidez en los ciclos de repetición después de la resistencia última, disminuyó con el aumento del acartelamiento (figura 7.19).

## 7.6 DISIPACIÓN DE ENERGÍA

Por definición, la disipación de energía en un elemento estructural sometido a demandas reversibles, es el área dentro de cada uno de los lazos de histéresis de la respuesta (energía hysterética ( $E_h$ ), figura 7.20). Es común que en elementos de sección constante que fallan por cortante, la energía hysterética sea menor a la de los elementos que fallan por flexión debido al adelgazamiento de los lazos de histéresis (Brown y Jirsa 1971, Lee y Watanabe 2003).

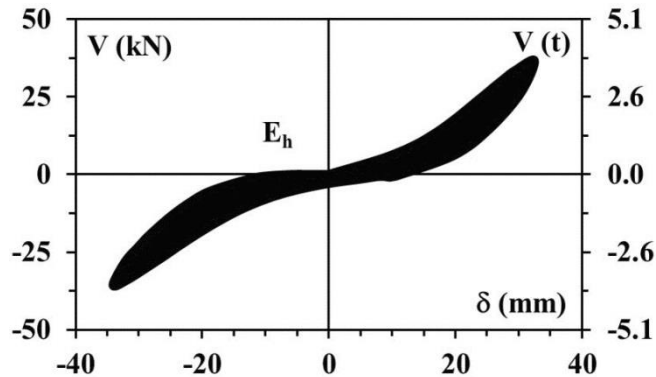


Figura 7.20 Energía hysterética

En las figuras 7.21 y 7.22 se muestra la evolución de la energía hysterética de ciclo contra la demanda de desplazamiento en los elementos sin y con refuerzo transversal, respectivamente. En las gráficas se ha distinguido la energía disipada en los ciclos primeros y en los de repetición (ciclos segundos). Con base en los resultados mostrados en esas figuras se puede decir que, en general:

1. Hasta el primer agrietamiento diagonal ( $V_{cr}$ ,  $\delta_{cr}$ ), la disipación de energía fue la misma en los ciclos primeros y en los de repetición, lo que confirma: i) la linealidad de la respuesta y, 2) la nula degradación de resistencia y rigidez hasta ese estado explicada mencionada en secciones anteriores.
2. A excepción de los elementos con mayor acartelamiento (TASC $\alpha$ 4-R0-c y TASC $\alpha$ 4-R1-c), después del primer agrietamiento diagonal la energía requerida para cumplir la demanda de desplazamiento fue mayor en los ciclos primeros que en los ciclos de repetición. Esto es congruente con el concepto de ablandamiento del concreto, también explica lo observado en los experimentos, es decir, que durante los ciclos de repetición no se generó más agrietamiento que en el ciclo previo de igual demanda, sino que, más bien, solamente se ensancharon o abrieron las grietas ya formadas (más detalles en el apéndice H).
3. En los elementos con mayor acartelamiento (TASC $\alpha$ 4-R0-c y TASC $\alpha$ 4-R1-c), y sin importar si contaban o no con refuerzo transversal, prácticamente se disipó la misma energía en los ciclos primeros y en los de repetición; sin embargo, en estos elementos tampoco se observó la formación de nuevas grietas en los ciclos de repetición.

- Con el aumento del acartelamiento aumentó la capacidad de deformación y en consecuencia la capacidad de disipar energía por histéresis. Esto se relaciona con la propiedad de las cartelas de distribuir el agrietamiento en su longitud, de tal forma que se *suaviza* la fragilidad de la falla por cortante típica de las trabes de sección constante. Vale la pena mencionar que este comportamiento también fue observado en trabes acarteladas diseñadas para fallar a cortante ante cargas monotónicas (Archundia 2004, Tena-Colunga *et al.* 2008).
- En las trabes con refuerzo transversal, y después de alcanzar la resistencia por cortante ( $V_u$ ,  $\delta_u$ ), la disipación de energía de los ciclos de repetición es más parecida a la de los ciclos primeros a medida que aumenta el acartelamiento (figura 7.22). Es importante mencionar que este comportamiento es similar a lo observado en la degradación de rigidez en estos elementos (figura 7.19).

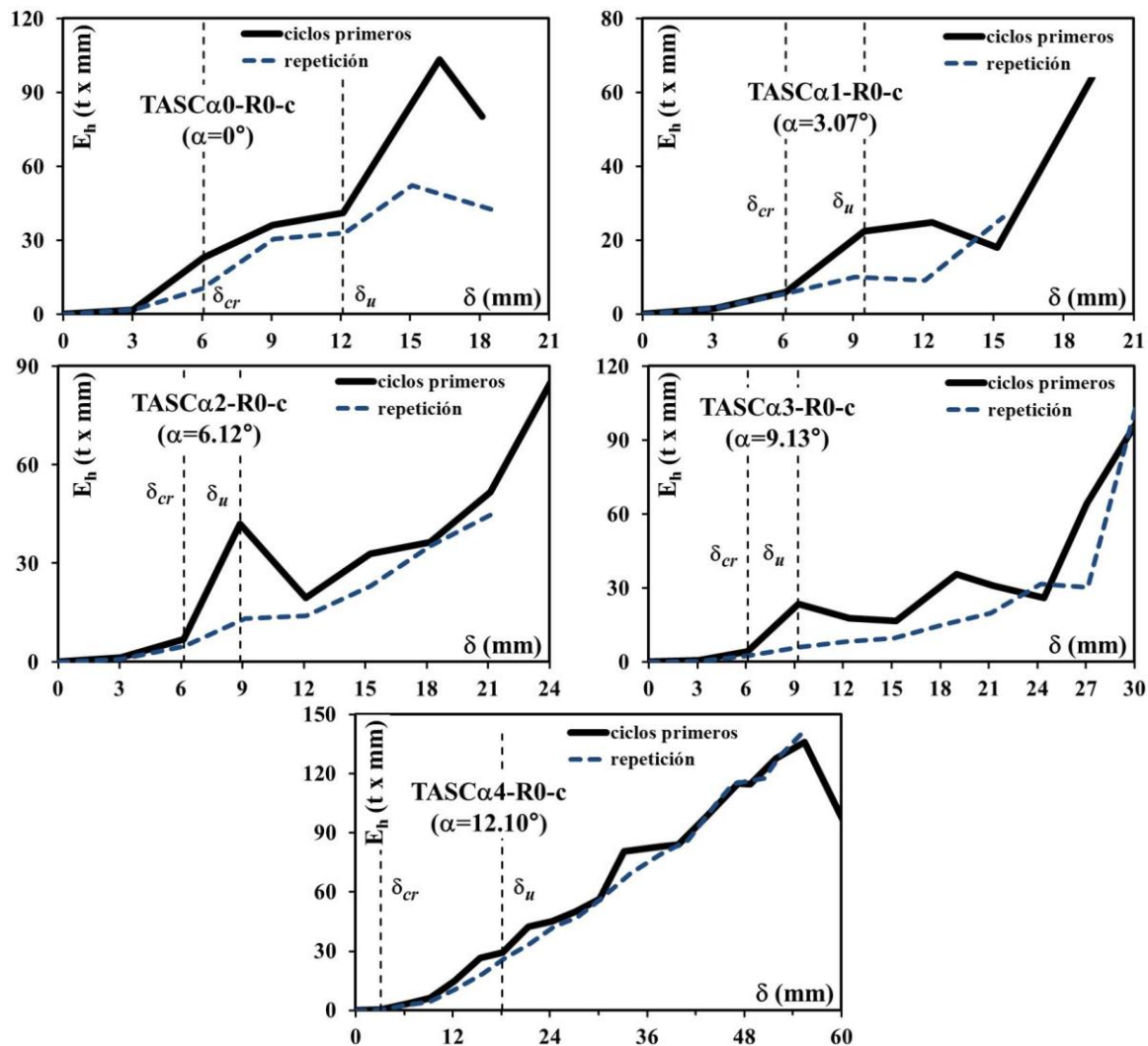


Figura 7.21 Energía disipada en los ciclos primeros y de repetición. Elementos sin refuerzo transversal

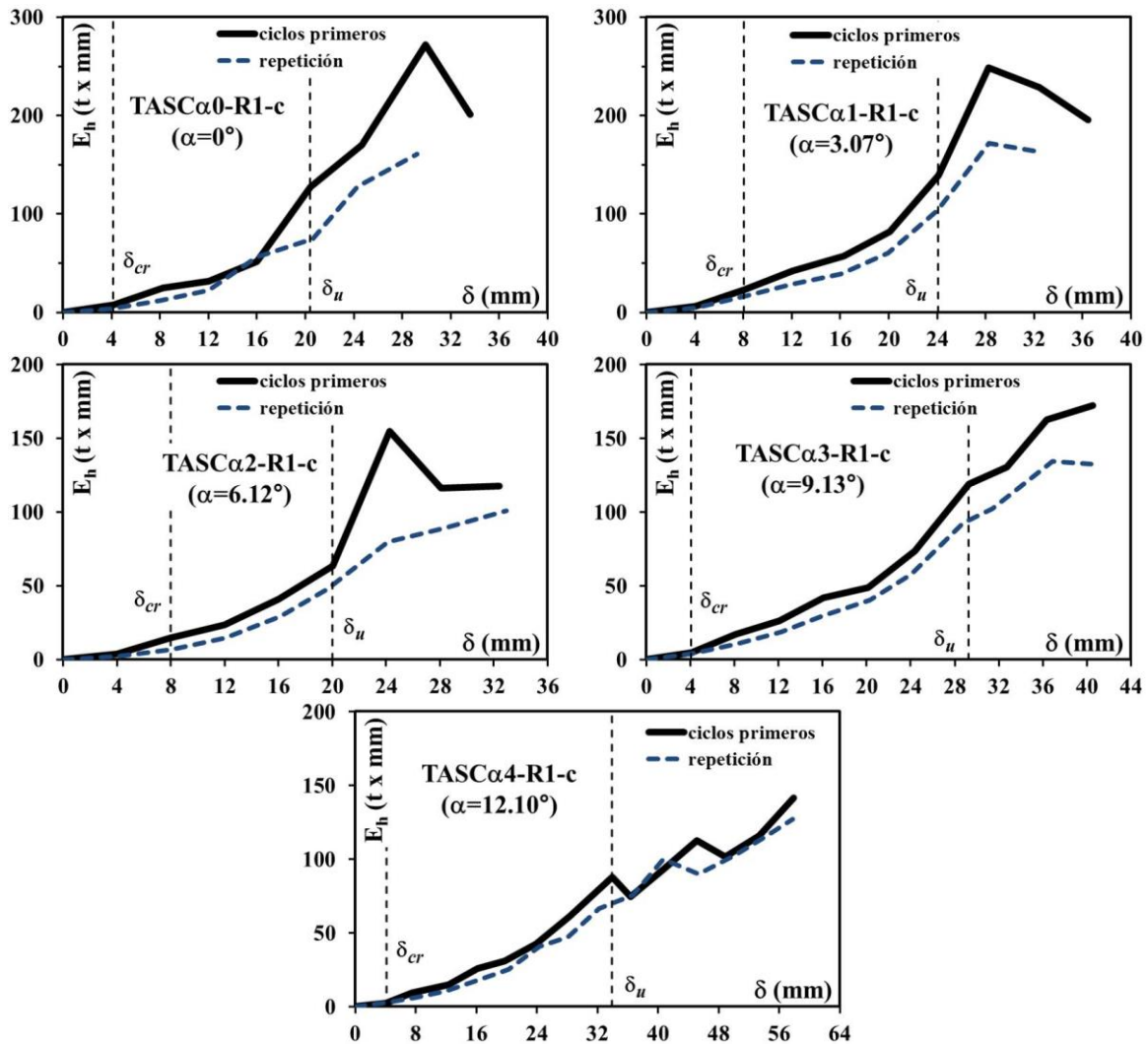


Figura 7.22 Energía disipada en los ciclos primeros y de repetición. Elementos con refuerzo transversal

En la tabla 7.7 se presenta la energía histerética acumulada ( $E_H$ ) medida en los diez especímenes de ensaye, entendida ésta como la sumatoria de la energía histerética de cada uno de los ciclos hasta el enésimo de interés ( $E_H = \sum_0^n E_h$ ). En esa tabla se ha identificado la energía que corresponde a cada uno de los tres estados característicos estudiados en este trabajo (sección 7.1), así como el ciclo en el que se presentó cada uno de ellos.

Los resultados mostrados en la tabla 7.7 sugieren que aunque el aumento del acartelamiento disminuye el volumen de concreto de los elementos, no afectó sustancialmente la capacidad *total* de disipación de energía de los especímenes al comparar contra la de una trabe prismática de referencia. Una manera de verificarlo es con la densidad de energía acumulada ( $U_0$ ) propuesta por Popov (1998), que relaciona la energía disipada en un elemento con su volumen. En este trabajo la densidad de energía acumulada se cuantificó con la energía histerética acumulada dividida entre el medio volumen de las trabes (ecuación 7.13), es decir, se

relacionó la energía disipada en el claro de cortante donde se presentó la falla con el volumen del elemento donde se presentó la disipación.

$$U_0 \cong \frac{\int_0^{n-\text{ciclos}} \partial E_h}{\frac{V_{\text{elemento}}}{2}} = \frac{2 \sum_0^n E_h}{V_{\text{elemento}}} \quad 7.13$$

Tabla 7.7 Energía histerética acumulada

Elemento	Medio volumen m <sup>3</sup>	Primer agrietamiento		Falla o último		Colapso	
		$E_H$ t-mm (kN-mm)	ciclo	$E_H$ t-mm (kN-mm)	ciclo	$E_H$ t-mm (kN-mm)	ciclo
<b>sin estribos</b>							
TASC $\alpha$ 0-R0-c	0.144	26.53 (260.3)	3	144.55 (1418.0)	7	455.59 (4469.3)	11
TASC $\alpha$ 1-R0-c	0.133	8.99 (88.2)	3	36.78 (360.8)	5	189.15 (1855.6)	11
TASC $\alpha$ 2-R0-c	0.123	8.66 (85.0)	3	55.37 (543.2)	5	413.88 (4060.2)	15
TASC $\alpha$ 3-R0-c	0.113	4.94 (48.5)	3	30.69 (301.1)	5	564.20 (5534.8)	20
TASC $\alpha$ 4-R0-c	0.102	0.39 (3.8)	1	116.21 (1140.0)	11	2291.85 (22483.0)	36
<b>con estribos</b>							
TASC $\alpha$ 0-R1-c	0.144	7.88 (77.3)	1	338.87 (3324.3)	9	1345.47 (13199.1)	15
TASC $\alpha$ 1-R1-c	0.133	33.74 (331.0)	3	499.63 (4901.4)	11	1612.12 (15814.9)	17
TASC $\alpha$ 2-R1-c	0.123	20.64 (202.5)	3	198.94 (1951.6)	9	904.19 (8870.1)	16
TASC $\alpha$ 3-R1-c	0.113	4.53 (44.4)	1	491.53 (4821.9)	13	1418.89 (13919.3)	20
TASC $\alpha$ 4-R1-c	0.102	2.34 (23.0)	1	425.13 (4170.5)	15	1739.62 (17062.7)	28

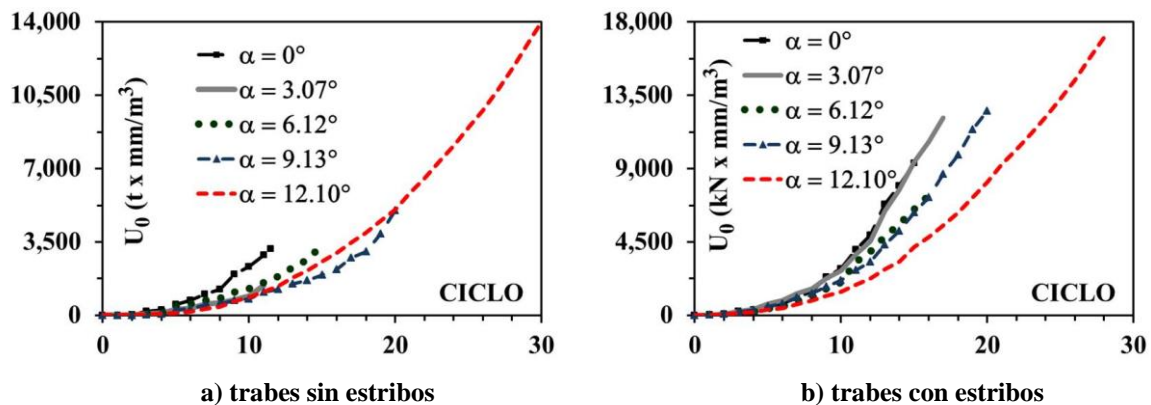
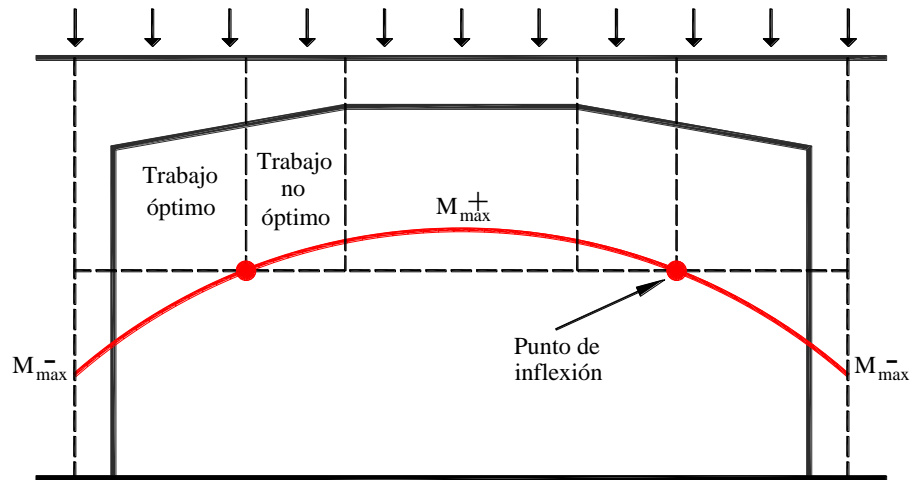


Figura 7.23 Energía acumulada por unidad de volumen

Las curvas mostradas en la figura 7.23 confirman que el aumento del acartelamiento (disminución del volumen) no mermó la capacidad de disipar energía si se compara contra la medida en las trabes prismáticas de referencia. De hecho, en general, se aprecia la tendencia que al aumentar el acartelamiento aumenta la disipación de energía por unidad de volumen.

Este comportamiento se puede asociar con la mayor capacidad de deformación de los elementos acartelados, que aumentó con el incremento del ángulo de acartelamiento, lo que a su vez se relaciona con la propiedad de las cartelas de distribuir el daño en su longitud eliminando la falla frágil por cortante típica de las traveses de sección constante. En pocas palabras, la geometría de las traveses acarteladas parece favorecer la disipación de energía en comparación con las traveses de sección constante (efecto geométrico).



**Figura 7.24 Interacción cartela – momento flexionante (carga gravitacional)**

A partir de estos resultados se ponen a consideración los siguientes aspectos:

- i. Estos experimentos se hicieron en traveses acartelados que no trabajan en su condición más favorable, pues el peralte de la cartela crece en dirección opuesta al crecimiento del diagrama de momentos y tienen el canto acartelado trabajando en tensión (capítulo seis), por lo que se esperaría una disipación de energía mucho más generosa en traveses que trabajen de manera óptima.
- ii. Los resultados sugieren que en traveses de edificios en los que el punto de inflexión ante cargas gravitacionales queda dentro de la cartela (figura 7.24), el tramo de cartela que no trabaja de manera óptima tiene potencial para no desarrollar una falla frágil por cortante ante eventuales demandas reversibles, siempre y cuando se provea del detallado adecuado (capítulo cuatro).

## **7.7 AMORTIGUAMIENTO VISCOSO EQUIVALENTE**

El amortiguamiento viscoso ( $\xi$ ) es un parámetro que simplifica el cálculo de la respuesta dinámica de una estructura. Matemáticamente representa el decaimiento de la respuesta debido a la incursión en el intervalo inelástico, el cual, en una estructura convencional, se debe fundamentalmente a la histéresis (amortiguamiento histerético).

El amortiguamiento viscoso equivalente ( $\xi_{eq}$ ) es una cantidad artificial que permite simular la disminución de la respuesta de un sistema inelástico, en uno elástico equivalente que experimenta la misma deformación máxima y disipación de energía por ciclo para una

frecuencia de vibración conocida. Este parámetro se calcula con las curvas carga-deformación de ensayos reversibles con cargas estáticas con la ecuación 7.14 (Clough y Penzien 1993 y Chopra 1995). En la ecuación 7.14, y para cada ciclo de histéresis,  $E_h$  es la energía histerética,  $E_s$  la energía de deformación,  $K$  la rigidez pico a pico y  $\delta_{max}$  la deformación máxima (promedio de los dos picos del ciclo). Todos los parámetros que se requieren para el cálculo del amortiguamiento viscoso equivalente ya han sido determinados en secciones previas.

$$\xi_{eq} = \frac{1}{4\pi} \left[ \frac{\text{Energía de ciclo}}{\text{Energía de deformación}} \right] = \frac{1}{4\pi} \left[ \frac{E_h}{E_s} \right] = \frac{1}{4\pi} \left[ \frac{E_h}{(K\delta_{max}^2)/2} \right] \quad 7.14$$

De acuerdo con Bazán y Meli (1998), el amortiguamiento viscoso equivalente en un edificio incluye diversas fuentes de disipación de energía como las fricciones internas del elemento, fricciones en los apoyos y en los elementos no estructurales (que a su vez dependen del nivel de la demanda sísmica). Ya que en los experimentos reportados en esta tesis: 1) se presentó, en alguna medida, disipación de energía adicional debido a la fricción en los apoyos o cualquier otro tipo de contacto entre el espécimen y el dispositivo de prueba y, 2) el patrón de desplazamiento fue creciente, el cálculo del amortiguamiento viscoso equivalente con las curvas experimentales, aunque aproximado, debiera ser un valor realista.

En las figuras 7.25 y 7.26 se muestran las curvas que con la evolución del amortiguamiento viscoso equivalente de las traveses sin y con refuerzo transversal, respectivamente. Como se ha hecho con parámetros previos, en las gráficas se distingue la respuesta de los ciclos primeros y de repetición. También, y únicamente como referencia, se ha indicado el valor  $\xi_{eq} = 5\%$ , ya que éste comúnmente se utiliza para el modelado de estructuras de concreto y en la construcción de espectros de respuesta para diseño sísmico.

De las gráficas mostradas en las figuras 7.25 y 7.26 se hacen las siguientes observaciones:

1. A excepción de los elementos con mayor acartelamiento (TASC $\alpha$ 4-R0-c y TASC $\alpha$ 4-R1-c), el amortiguamiento viscoso equivalente de los ciclos primeros siempre fue mayor que en los ciclos de repetición.
2. Sin importar la presencia de refuerzo transversal, en los elementos de mayor acartelamiento, y después de haber alcanzado la falla ( $V_u$ ,  $\delta_u$ ), el amortiguamiento viscoso equivalente de los ciclos de repetición fue muy parecido al de los ciclos primeros.
3. En general, la mayor diferencia entre el amortiguamiento de los ciclos primeros y los de repetición se presentó en los elementos sin refuerzo transversal.
4. Los elementos con la cuantía mínima de refuerzo transversal, estuvieron caracterizados con una falla por cortante asociada a un amortiguamiento viscoso equivalente comparable a  $\xi_{eq} = 5\%$  (figura 7.26).



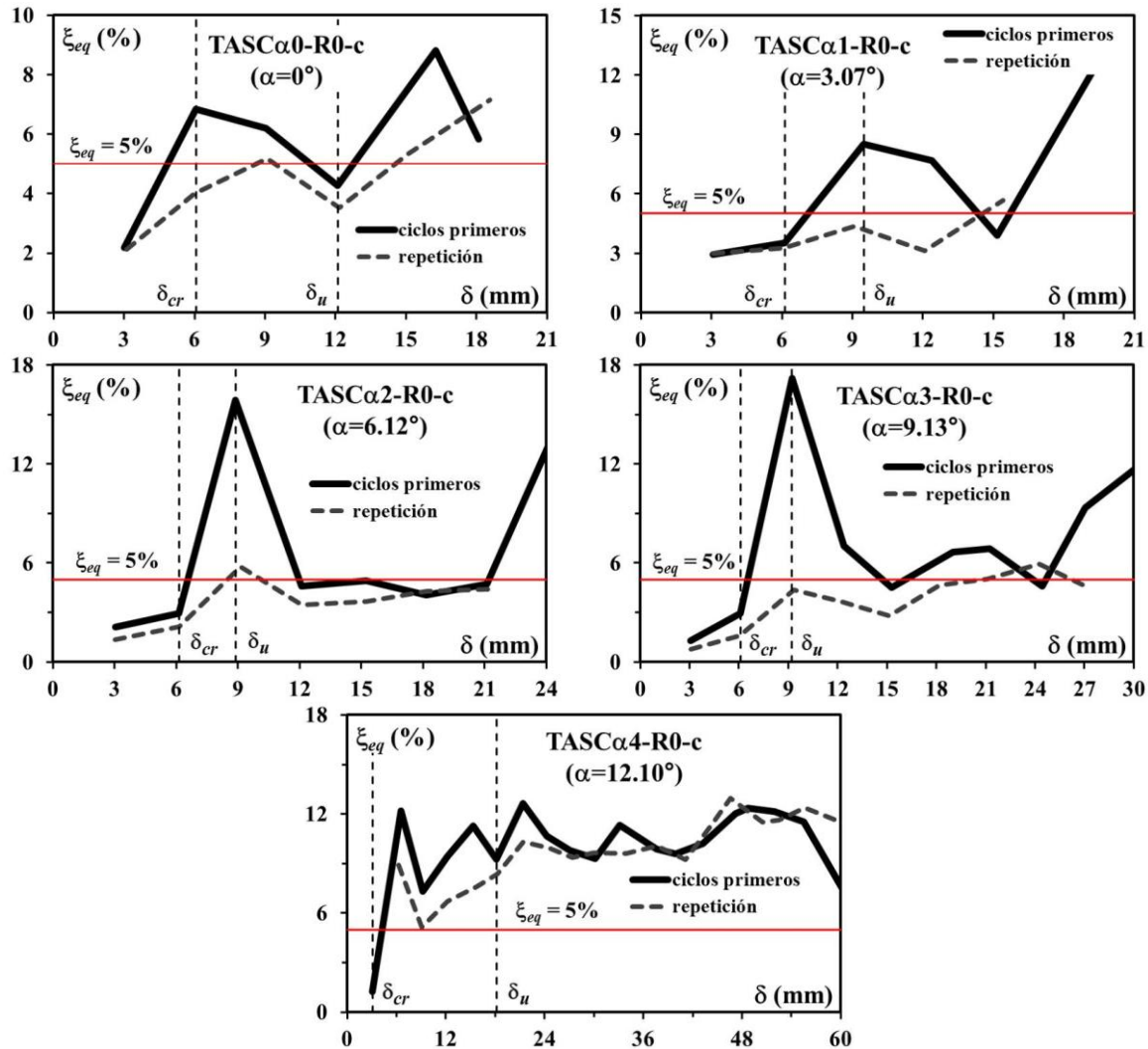


Figura 7.25 Amortiguamiento viscoso equivalente. Elementos sin refuerzo transversal

Las tendencias obtenidas del amortiguamiento viscoso equivalente confirman lo observado en los experimentos y que se ha comentado en el análisis de la degradación de resistencia y rigidez, así como de la disipación de energía, es decir, que el daño de los elementos se presentó en los ciclos primeros y que en los ciclos de repetición solamente hubo un ensanchamiento de las grietas existentes.

Como el amortiguamiento viscoso equivalente está muy relacionado con la *fricción* interna de los elementos producida por el daño estructural, parece adecuado asociar el comportamiento del amortiguamiento viscoso equivalente en la historia de desplazamiento, con el nivel de la fricción en la entrecara del agrietamiento diagonal (suponiendo que las otras fuentes de disipación fueron constantes durante la prueba). En otras palabras, se ha supuesto que el nivel de amortiguamiento viscoso equivalente es una medida *cualitativa* del cortante resistente por fricción en la entrecara del agrietamiento diagonal en una trabe de concreto reforzado.



Si se acepta esta suposición, las tendencias mostradas en las figuras 7.25 y 7.26 permiten el siguiente razonamiento:

1. Entre el primer agrietamiento diagonal y la resistencia máxima o última, la resistencia a cortante debido a la fricción en la entrecara del agrietamiento diagonal fue sustancialmente menor en los ciclos de repetición que en los ciclos primeros (principalmente en las travesas sin refuerzo transversal, figura 7.25).
2. El comportamiento señalado en el inciso anterior es de particular importancia en el instante que se presenta la resistencia por cortante ( $V_u$ ,  $\delta_u$ ) pues, como se comentó en la sección 7.3, en ese estado característico la degradación de resistencia debido a la carga cíclica no fue de gran importancia.
3. Por lo tanto, las tendencias sugieren que en estos experimentos el cortante que se resiste por fricción en la entrecara del agrietamiento diagonal no fue el principal mecanismo resistente a cortante.

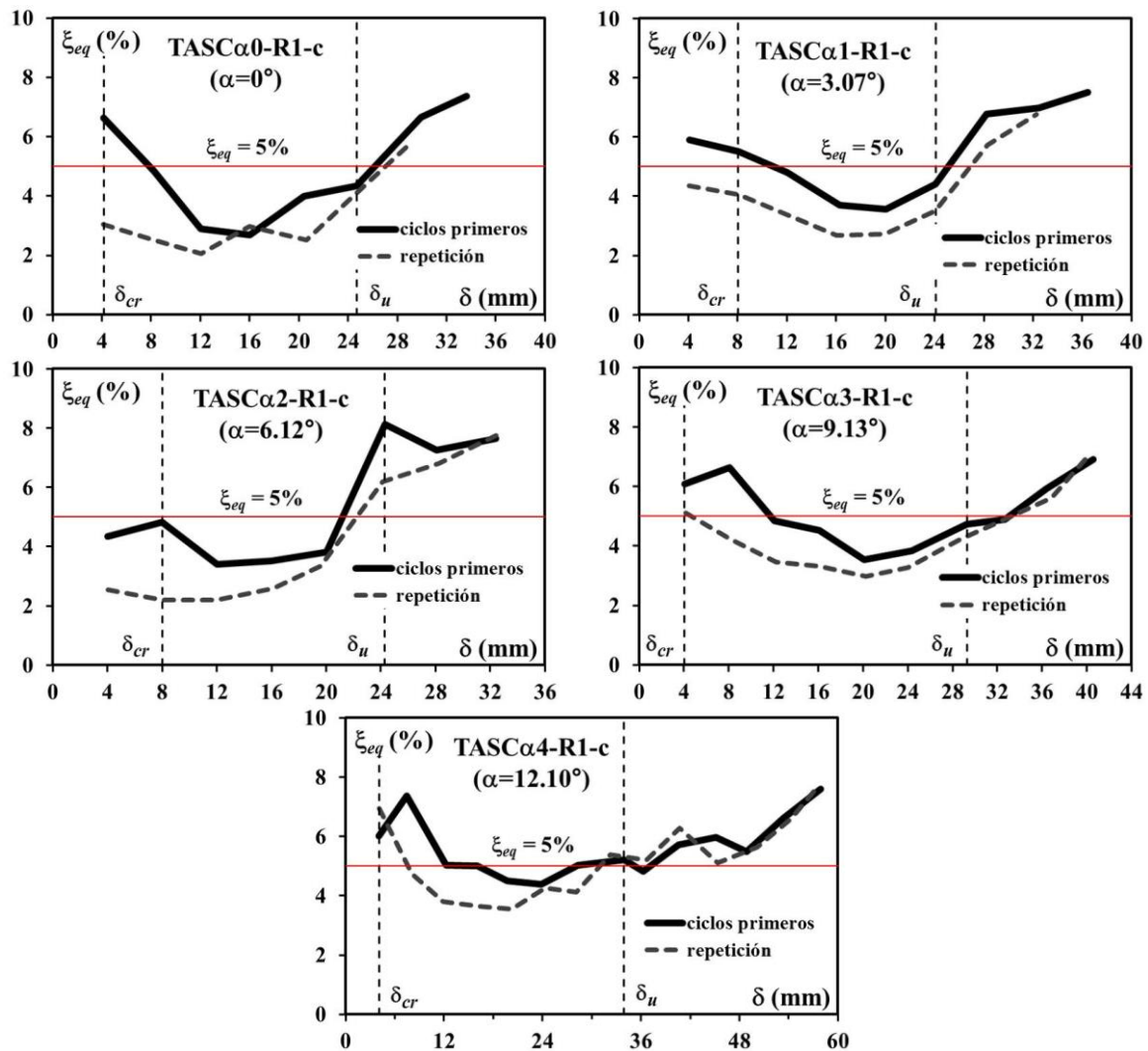


Figura 7.26 Amortiguamiento viscoso equivalente. Elementos con refuerzo transversal

La revisión de la literatura técnica sobre la resistencia a cortante de las trabes de concreto reforzado, muestra dos grupos bien identificados: i) los que sostienen que la fricción en la entrecara del agrietamiento diagonal es la gran responsable de la resistencia a cortante asociada con la contribución del concreto (por ejemplo, Vecchio y Collins 1986, Reineck 1991, Muttoni y Fernández-Ruiz 2008) y, ii) los que le atribuyen al bloque de compresión no agrietado la contribución del concreto (por ejemplo, Kani 1964, Kotsovos 1988, Kim y White 1991, Zararis y Papadakis 2001, Tureyen y Frosch 2003).

En los capítulos cuatro y cinco se presentó la postura y argumentos de esta tesis para adherirse al segundo grupo mencionado en el párrafo anterior, y el análisis de los resultados experimentales puestos a consideración en este capítulo apoyan esta postura. En resumen: en el desarrollo de esta tesis doctoral no se obtuvieron elementos bibliográficos, analíticos o experimentales que respalden la idea que la fricción en la entrecara del agrietamiento diagonal tiene una importancia relevante en la resistencia a cortante de las trabes de concreto reforzado.

## **7.8 PREDICCIÓN DEL DESPLAZAMIENTO**

En el análisis de resultados experimentales no sólo es importante hacer una estimación de la resistencia, sino también tratar de predecir los desplazamientos medidos. En un trabajo experimental previo hecho en trabes acarteladas idénticas a las que forman parte de esta tesis, pero sometidas a cargas monotónicas (Archundia 2004), se comparó la flecha medida al centro del claro contra la que se obtiene usando dos herramientas reconocidas: 1) la formulación propuesta por Tena-Colunga (1996) para elementos tipo viga-columna de sección variable que responden a las hipótesis de Bernoulli-Euler y, 2) análisis lineales con elementos finitos tipo placa en esfuerzo plano.

En ambos casos la predicción del desplazamiento sólo se hizo para los estados característicos del primer agrietamiento diagonal y falla (último). No se estudió el colapso, pues ese estado fue un poco subjetivo y los datos reportados fueron una combinación del desplazamiento de colapso y un cortante que algunas veces era el de falla y otras propiamente el de colapso. Esos datos se mantuvieron vigentes en Archundia *et al.* (2005) por lo que, y como bien lo señalaron Godínez *et al.* (2012), el punto asociado al colapso no siempre yace sobre las curvas de respuesta (en esta tesis se eliminó esa inconsistencia, por lo que los puntos  $V-\delta$  reportados en la tabla 7.1 siempre pertenecen a la curva de respuesta).

Para modelar el primer agrietamiento diagonal, en Archundia (2004) se utilizó la rigidez “elástica” de los elementos (momento de inercia de la sección gruesa, módulo de elasticidad medido en cilindros de control y un módulo de Poisson supuesto  $\nu = 0.2$ ), y para la falla se hicieron consideraciones ingenieriles para tomar en cuenta el agrietamiento.

Para calcular los coeficientes de rigidez “agrietados” y usarlos en el método de Tena-Colunga (1996), se conservó el módulo de elasticidad y el módulo de Poisson de los análisis elásticos; sin embargo, el momento de inercia de la sección gruesa ( $I_G$ ) se redujo al multiplicarlo por un factor de reducción por agrietamiento ( $R_{cr}$ ) que resultó de dividir el momento de inercia de la sección transformada agrietada ( $I_{cr}$ ) entre el momento de inercia de la sección transformada total ( $I_T$ ), ambos calculados en el peralte mayor de la cartela y con las propiedades medidas en

los materiales de cada elemento (figura 7.27). En general, el valor del factor de reducción por agrietamiento estuvo dentro del intervalo  $0.6 \leq R_{cr} \leq 0.7$  que, como se comenta con detalle más adelante, es un intervalo algo limitado si se compara contra la degradación de rigidez medida en los experimentos.

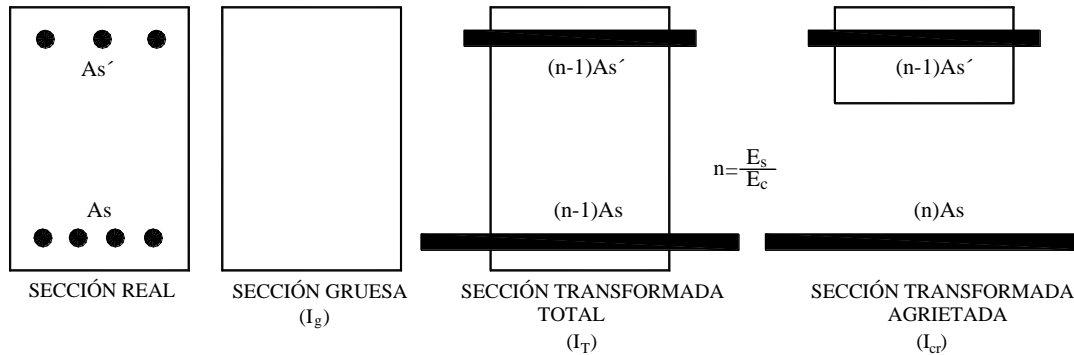


Figura 7.27 Momentos de inercias usados por Archundia (2004) para estimar la degradación de rigidez

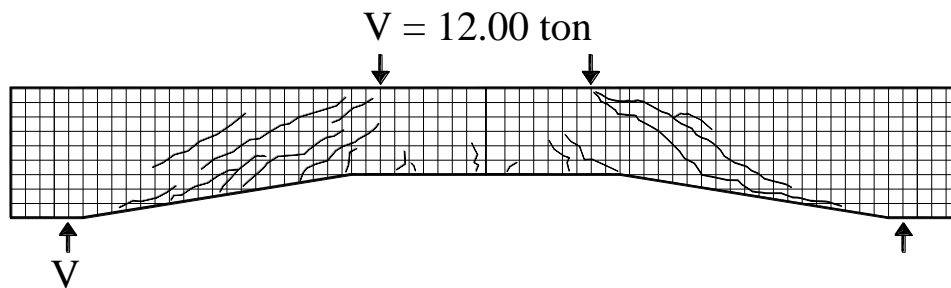
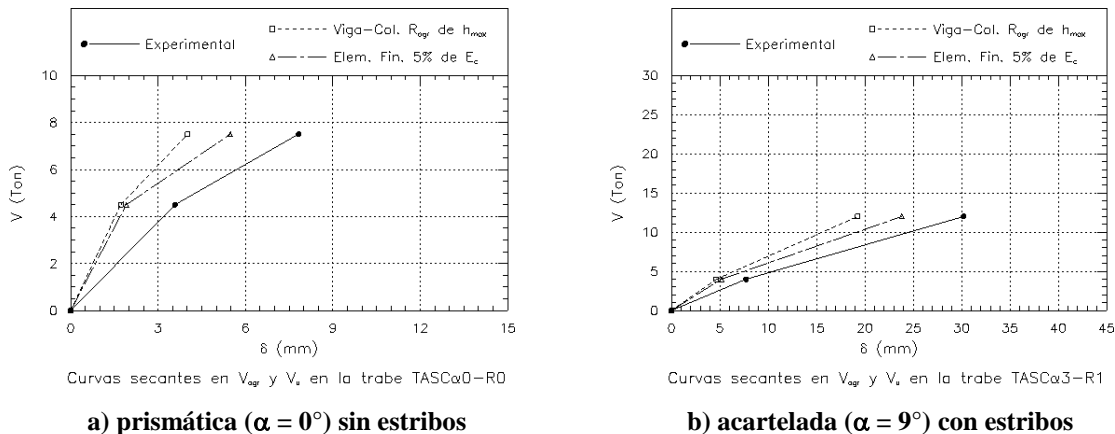


Figura 7.28 Identificación del agrietamiento en el elemento TASCα3-R1 modelado en Archundia (2004)



a) prismática ( $\alpha = 0^\circ$ ) sin estribos

b) acartelada ( $\alpha = 9^\circ$ ) con estribos

Figura 7.29 Predicción de la respuesta en trabes acarteladas de concreto reforzado (Archundia 2004)

Para tomar en cuenta el agrietamiento en los modelos de elemento finito, a los elementos *cruzados* por el agrietamiento se les asignó un pequeño porcentaje del módulo de elasticidad del concreto. Vale la pena mencionar que esta técnica ya había sido utilizada para modelar el estado agrietado en estructuras de mampostería (Tena-Colunga y Abrams 1990, Meli 1998).

Después de un análisis de sensibilidad, se asignó el 5% del módulo de elasticidad a los elementos afectados por el agrietamiento diagonal conforme al registro de los patrones de agrietamiento (por ejemplo, figura 7.28). Los resultados típicos obtenidos con ambas herramientas analíticas se presentan en la figura 7.29.

Con base en los resultados reportados en Archundia (2004) se concluyó que, y sin importar la presencia del refuerzo transversal: 1) el nivel predictivo para el primer agrietamiento diagonal fue esencialmente el mismo en ambos métodos (intervalo “elástico”), 2) ambos métodos subestimaron la respuesta “elástica” medida en laboratorio (alrededor del 50%) y, 3) con el aumento del acartelamiento, las predicciones analíticas asociadas a la falla mejoraron ligeramente respecto del primer agrietamiento diagonal (en particular en el método de elementos finitos, donde en promedio se obtuvo un 64% de la respuesta medida).

En Archundia (2004) no se presentó la degradación de rigidez de las traveses ensayadas ante carga monotónica; sin embargo, estos valores después se reportaron en Archundia *et al.* (2005). Esa información permite comparar en la tabla 7.8 la degradación de rigidez asociada a la falla por cortante ( $K_u/K_0$ ) en traveses acartelados idénticas, pero unas sometidas a cargas monotónicas y otras a cargas reversibles.

**Tabla 7.8 Comparación y pronóstico de la degradación de rigidez**

Elemento (genérico)	$\alpha$	$\frac{K_u}{K_0}$					
		carga monotónica*		carga reversible		propuestos**	
		sin estribos	con estribos	sin estribos	con estribos	sin estribos	con estribos
TASC $\alpha$ 0-Rj	0	0.60	N/A	0.60	0.86	<b>0.70</b>	<b>0.90</b>
TASC $\alpha$ 1-Rj	3.07	0.95	0.98	0.61	0.77	<b>0.62</b>	<b>0.80</b>
TASC $\alpha$ 2-Rj	6.12	0.60	0.87	0.58	0.75	<b>0.54</b>	<b>0.71</b>
TASC $\alpha$ 3-Rj	9.13	0.66	0.77	0.55	0.66	<b>0.46</b>	<b>0.61</b>
TASC $\alpha$ 4-Rj	12.10	0.31	0.35	0.28	0.67	<b>0.38</b>	<b>0.51</b>

\* Archundia *et al.* (2005)

\*\* ecuaciones 7.15 y 7.16

En la tabla 7.8 se observan algunas diferencias entre la degradación de rigidez medida en los elementos sometidos a cargas monotónicas y la de los elementos *gemelos* ensayados con cargas reversibles. Sin embargo, en general se cumple que la degradación de rigidez fue mayor en los elementos sin estribos y en los elementos que fallaron ante cargas cíclicas. También se hace notar que muchos de los valores reportados en la tabla 7.8 no están cubiertos por el factor de degradación de rigidez propuesto en Archundia (2004), es decir:  $0.6 \leq [R_{cr} \cong K_u/K_0] \leq 0.7$ .

Con todo rigor, la degradación de rigidez reportada en la tabla 7.8 no se puede comparar una a una para cada ángulo de acartelamiento, ya que en ellas están incluidos factores que difícilmente se pueden cuantificar (diferentes al tipo de carga y cuantía de estribos), y que de alguna manera afectaron el comportamiento, por ejemplo:

- a. La forma en que actuaron las cargas y reacciones en las traveses ensayadas con cargas monotónicas, fue muy diferente al de las traveses probadas con cargas reversibles. Como

se documentó en Archundia (2004) y Archundia *et al.* (2005), en las primeras, las cargas y reacciones actuaron mediante perfiles redondos que prácticamente transmitieron fuerzas puntuales (concentradas sobre una línea) directamente a los elementos (sección 5.4 de ambas referencias), incluso se tuvo cuidado en documentar una falla por pandeo lateral de un perfil “I” favorecida por dichos perfiles redondos (sección 8.2 de ambas referencias, ver figura 7.30 de este documento). Por otra parte, y como se explicó en el capítulo seis de esta tesis, en los experimentos con cargas reversibles éstas y las reacciones actuaron a través de placas metálicas dimensionadas para evitar fallas por aplastamiento antes de que se desarrollara la resistencia última.

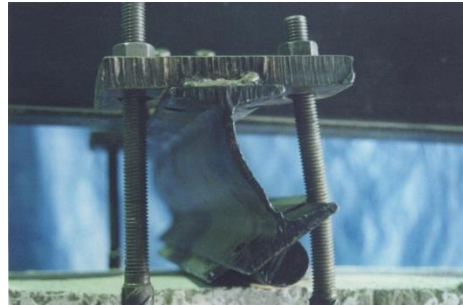
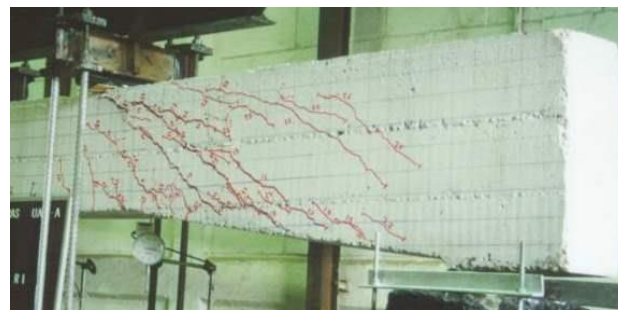
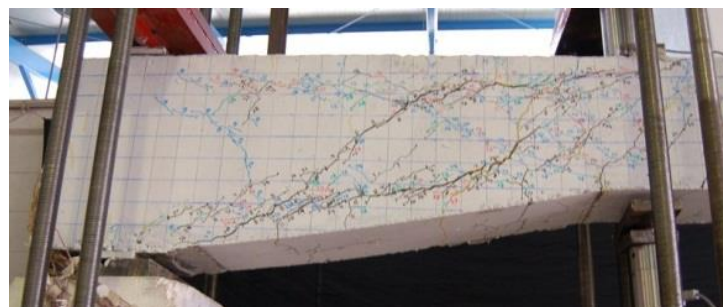


Figura 7.30 Falla en el dispositivo de prueba reportado en Archundia (2004) y Archundia *et al.* (2005)



a) TASC $\alpha$ 3-R1 ( $\delta = 30.21$  mm)



b) TASC $\alpha$ 3-R1-c ( $\delta = 29.28$  mm)

Figura 7.31 Daño en elementos con mismo acartelamiento y cuantías de refuerzo pero diferente tipo de aplicación de la carga y tipo de apoyo

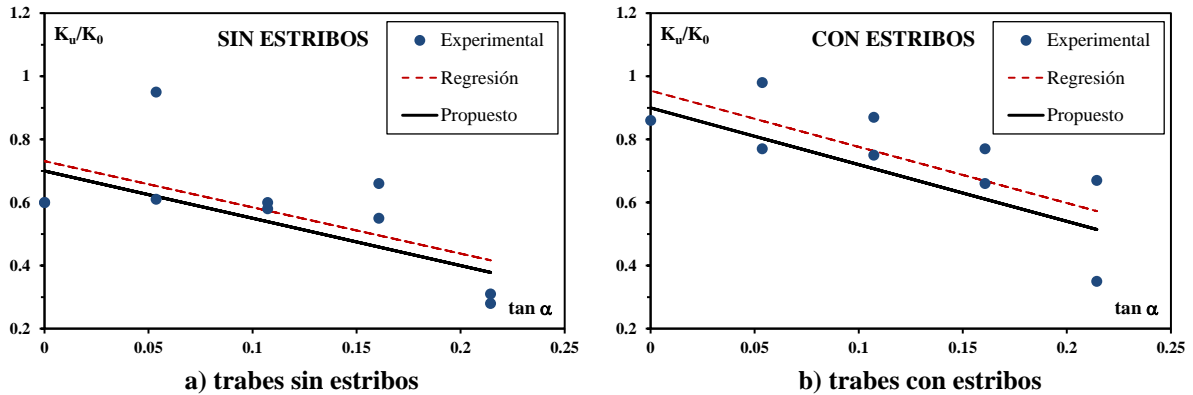
Estas diferencias afectaron los resultados experimentales y deben tomarse en cuenta en el modelado, análisis e interpretación de resultados. Por ejemplo, en la figura 7.31-a se muestra el daño en el elemento TASC $\alpha$ 3-R1 a la falla por cortante (cargas

monotónicas), donde se aprecia que el agrietamiento ya había penetrado el bloque de compresión hasta el punto de aplicación de la carga, *desgajándolo* según el mecanismo de falla descrito por Zararis y Papadakis (2001) y Zararis (2003), es decir, similar a la falla de un cilindro de concreto ensayado en compresión diametral (prueba brasileña).

Por comparación, en la figura 7.31-b se muestra el elemento TASC $\alpha$ 3-R1-c (cargas reversibles) con el daño asociado a la falla por cortante. De esa figura es claro que bajo la zona de aplicación de la carga gravitacional, se aprecia *algo* del bloque de compresión no agrietado, es decir, hay evidencia de que aún existe un nodo bajo el punto de aplicación de las cargas conforme a un modelo de armadura o de puntales y tensores. En esa figura también se observa en la zona de aplicación de la carga en la dirección antigravitacional una grieta que penetró el bloque de compresión; sin embargo, esa grieta es extensión de una previa a las pruebas formada durante el fraguado y/o por las maniobras de montaje (grieta marcada con amarillo, más detalles en la sección 6.8). Adicionalmente, en esa zona se presentan: i) concentraciones de esfuerzos debido a la geometría de la trabe y, ii) esfuerzos adicionales debido al cambio de dirección del acero longitudinal inclinado (vértice de la cartela) que lideran ese tipo de grietas (Park y Paulay 1975 y Muttoni *et al.* 1997).

- b. Los veinte elementos reportados en la tabla 7.8 no se colaron al mismo tiempo y la mano de obra fue diferente en varios de ellos.
- c. El módulo de elasticidad (y el módulo de Poisson) medidos en los cilindros de control estrictamente no son iguales al del elemento sin ensayar (Tena *et al.* 2012) -aún si ambos fueran curados de la misma manera-, y mucho menos lo son durante la evolución de la prueba (sobre todo en estados con agrietamiento severo *visible*).
- d. La velocidad de aplicación de la carga fue diferente en todas las pruebas (en general, en los ensayos con carga monotónica fue más rápida). Por si fuera poco, en algunos casos las pruebas se pausaron debido a problemas con el equipo hidráulico o con el dispositivo de carga.
- e. Las condiciones ambientales fueron diferentes en la construcción, curado y ensaye de los elementos. Además, y aunque se tomaron medidas al respecto, no se puede garantizar que los cilindros de control estuvieran expuestos a las mismas condiciones ambientales de los especímenes de prueba.
- f. La edad del concreto al día del ensaye de los especímenes estuvo dentro de un intervalo muy grande (de treinta a trescientos días aproximadamente), lo que afectó la resistencia del concreto (tensión y compresión).
- g. La tecnología en la adquisición de datos fue diferente en ambos tipos de ensayos: en las pruebas con cargas monotónicas la carga se midió con manómetros calibrados por los técnicos del laboratorio, y en las pruebas con cargas reversibles se utilizaron celdas de carga controladas por computadora (en ambos casos las deflexiones se midieron automáticamente con el mismo tipo de equipo de adquisición de datos descrito en el capítulo seis).
- h. Otros.

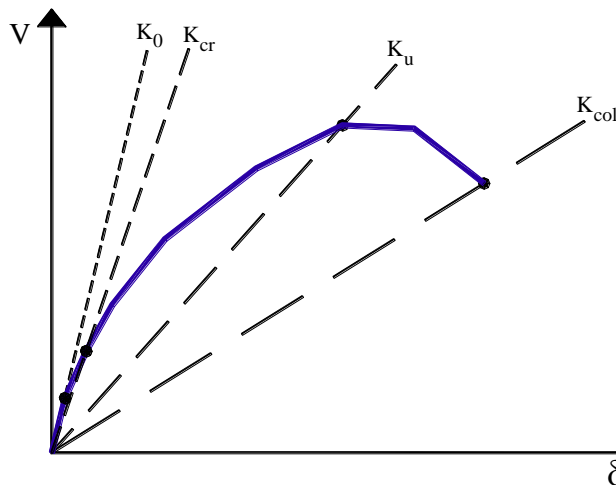
A pesar de los señalamientos anteriores, la degradación de rigidez reportada en la tabla 7.8 se puede utilizar para proponer un criterio sencillo que dé una guía muy gruesa de la degradación de rigidez (para este propósito sólo se hizo la distinción entre no tener y tener refuerzo transversal). Con esta idea, para cada caso se graficaron los datos reportados en la tabla 7.8 contra la tangente del ángulo de acartelamiento, después se hizo un ajuste lineal y al final se simplificaron las ecuaciones (figura 7.32 y ecuaciones 7.15 y 7.16). Con esas fórmulas se calcularon los valores de  $K_u/K_0$  propuestos en la tabla 7.8. En efecto, cuando se disponga de más datos experimentales se podrá hacer una mejor estimación de este parámetro estructural.



**Figura 7.32 Ajuste para estimar la degradación de rigidez**

$$\frac{K_u}{K_0} = 0.7 - 1.5 \tan \alpha \quad (\text{rigidez remanente a la falla, sin estribos}) \quad \mathbf{7.15}$$

$$\frac{K_u}{K_0} = 0.9 - 1.8 \tan \alpha \quad (\text{rigidez remanente a la falla, con estribos}) \quad \mathbf{7.16}$$



**Figura 7.33 Rigidez secante equivalente en una envolvente de respuesta**

Para estimar la deflexión al centro del claro sólo se utilizó la formulación de Tena-Colunga (1996). Como previamente se hizo en Archundia (2004), se hicieron dos análisis diferentes: uno para el primer agrietamiento diagonal (respuesta “elástica”) y otro para el estado agrietado que corresponde a la resistencia última. En el primero se utilizó el módulo de elasticidad ( $E_c$ ) medido en los cilindros de control, y en el segundo se redujo al multiplicarlo por el valor  $K_u/K_0$  propuesto en la tabla 7.8. Se hace notar que el cálculo del desplazamiento para el estado agrietado involucra una rigidez secante equivalente que incorpora de manera simplificada la rigidez del elemento para el nivel de daño especificado (figura 7.33).

Para tomar en cuenta los efectos de cortante en las travesas con refuerzo transversal se utilizó el módulo de Poisson ( $\nu$ ) medido en cilindros de control (tabla 7.9). En los elementos sin estribos se usó el valor  $\nu = 0.2$  ya que durante la reubicación del laboratorio donde se hicieron las pruebas se perdieron los cilindros correspondientes.

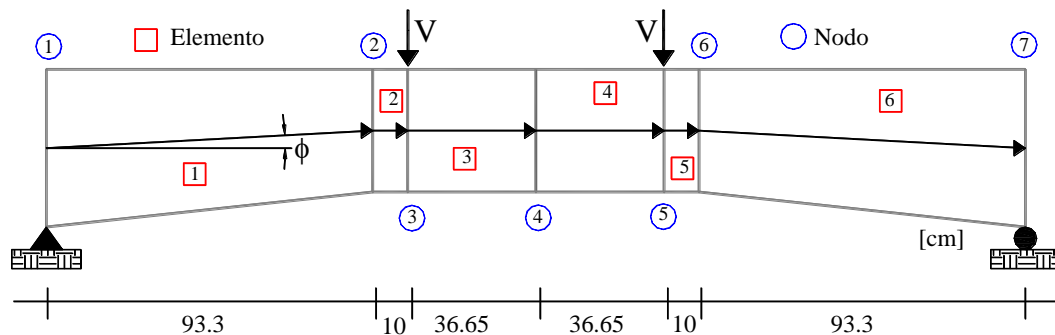


Figura 7.34 Modelo típico con los elementos tipo viga-columna

Los elementos se discretizaron como se muestra en la figura 7.34, y para cada tramo de elemento se calculó la matriz de rigidez local y se ensambló con las técnicas descritas en Tena (2007) para obtener la matriz de rigidez global.

Por cálculos previos (Archundia (2004) se sabía que no se mejora sustancialmente el nivel de predicción en estos elementos si: 1) se incluye su peso propio y, 2) se rota la matriz local de los elementos de sección variable calculados según Tena-Colunga (1996), es decir, rotar los elementos el ángulo  $\phi$  mostrado en la figura 7.34 (la formulación original ya toma en cuenta la inclinación del eje neutro a lo largo del tramo acartelado). Como el primer agrietamiento y la falla se presentaron ante cargas gravitacionales, solamente se calculó el desplazamiento vertical al centro del claro en esa dirección (nodo 4, figura 7.34). Finalmente, en la tabla 7.9 se muestran los resultados obtenidos y su comparación con los medidos en los experimentos.

Los resultados mostrados en la tabla 7.9 indican que, *grosso modo*, las predicciones en los elementos con refuerzo transversal fueron mejores que en las travesas sin estribos. Al comparar estos pronósticos contra los obtenidos en travesas idénticas ensayadas ante cargas monotónicas (Archundia 2004 y Archundia *et al.* 2005) se observó que: 1) en las travesas sin estribos, y para el primer agrietamiento diagonal y la falla por cortante, se tuvo el mismo nivel de predicción (entre el 50% y 60% de la flecha medida al centro del claro) y, 2) se mejoró la predicción en



las trabes con estribos tanto en el primer agrietamiento como en la falla (superiores al 60% de la flechas medidas).

**Tabla 7.9 Predicción de la deflexión al centro del claro**

Elemento	$E_c$ kg/cm <sup>2</sup> (MPa)	$\nu$	$\frac{K_u}{K_0}$	Experimentales		Analíticos		Analíticos/experimentales	
				$\delta_{cr}$ (mm)	$\delta_u$ (mm)	$\delta_{cr}$ (mm)	$\delta_u$ (mm)	$\delta_{cr}$ (mm)	$\delta_u$ (mm)
<b>sin estribos</b>									
TASC $\alpha$ 0-R0-c	205591 (20156)	0.20*	0.7	6.06	12.10	2.24	4.61	0.370	0.381
TASC $\alpha$ 1-R0-c	219417 (21511)	“	0.62	6.12	9.48	1.44	2.33	0.235	0.246
TASC $\alpha$ 2-R0-c	151685 (14871)	“	0.54	6.14	8.88	4.04	7.63	0.658	0.859
TASC $\alpha$ 3-R0-c	199698 (19578)	“	0.46	6.10	9.22	3.00	6.55	0.492	0.710
TASC $\alpha$ 4-R0-c	178897 (17539)	“	0.38	3.08	18.14	2.32	10.49	0.753	0.578
<b>Promedio</b>								<b>0.502</b>	<b>0.555</b>
<b><math>\sigma</math></b>								<b>0.188</b>	<b>0.221</b>
<b>con estribos</b>									
TASC $\alpha$ 0-R1-c	110930 (10875)	0.20	0.90	4.14	20.42	2.16	13.10	0.522	0.642
TASC $\alpha$ 1-R1-c	109598 (10745)	0.23	0.80	8.04	24.10	5.36	17.00	0.667	0.705
TASC $\alpha$ 2-R1-c	93977 (9213)	0.21	0.71	8.00	20.02	6.73	20.37	0.841	1.017
TASC $\alpha$ 3-R1-c	151286 (14832)	0.26	0.61	4.06	29.28	3.02	23.21	0.744	0.793
TASC $\alpha$ 4-R1-c	122276 (11988)	0.31	0.51	4.08	33.92	3.21	32.64	0.787	0.962
<b>Promedio</b>								<b>0.712</b>	<b>0.824</b>
<b><math>\sigma</math></b>								<b>0.111</b>	<b>0.145</b>

\* valor supuesto

Es de esperarse que se obtengan resultados similares a los presentados en la tabla 7.8 modelando las trabes con los elementos tipo viga-columna de sección variable del programa de cómputo comercial STAAD-Pro, y algo menores si se utilizan los programas ETABS 6 o SAP 2000 (Tena-Colunga y Martínez-Becerril 2013).

De los resultados obtenidos en el cálculo de la deflexión al centro del claro de estas trabes se desprenden los siguientes comentarios:

- a) Las propiedades medidas en los cilindros de control (módulo de elasticidad y de Poisson) no representan fielmente las propiedades elásticas iniciales de un elemento de concreto reforzado (principalmente en los que fallan por cortante). Este es un asunto que ya había sido advertido en Tena *et al.* (2012), y que actualmente se está estudiando en otros trabajos experimentales dirigidos por el director de esta tesis doctoral (Urbina 2013 y López 2013).
- b) Se obtienen predicciones aceptables de desplazamiento para estados agrietados con formulaciones elásticas en las que se incluya una la rigidez secante equivalente medida experimentalmente. En efecto, el problema de esta solución es la ausencia de la información suficiente para considerar todos los casos típicos con varios niveles de daño estructural.

- c) Un modelado con elementos finitos no lineales debe proporcionar mejores predicciones que las aquí presentadas, tanto para las trabes ensayadas con cargas monotónicas como reversibles (aun considerando los valores del módulo Young y de Poisson utilizados en este trabajo). Sin embargo, para ello se deben atender los siguientes aspectos: i) considerar correctamente la transmisión de las cargas y reacciones a los elementos (por ejemplo, no cambiar perfiles redondos por placas como lo hicieron Godínez *et al.* 2012, -ver consecuencias experimentales en el texto alusivo a la figura 7.31-), ii) atender de manera realista la poca o nula resistencia a cortante por fricción en la entrecara del agrietamiento como lo apoya la filosofía de diseño implícita en la propuesta de Tena-Colunga *et al.* (2008) y la de esta tesis (capítulo cuatro), iii) utilizar elementos finitos sustentados en la teoría de la plasticidad del concreto que privilegien la resistencia a cortante que aporta el concreto no agrietado (por ejemplo, Nghiep 2009), iv) establecer un criterio transparente para identificar el concreto agrietado (Vecchio y Shim 2004) y, v) cuando se modelen elementos sometidos a cargas reversibles, utilizar modelos, programas de cómputo o parámetros de comportamiento *ad-hoc*.

Se reconoce que el modelado de los especímenes analizados en este capítulo con elementos finitos no lineales es una tarea pendiente. Esta actividad quedó fuera del alcance de esta tesis cuando se privilegió la explicación del mecanismo resistente con campos de esfuerzo y modelos de armadura para proponer recomendaciones de diseño a cortante (capítulos cuatro, cinco y ocho).

### **7.9 MODELOS DE FALLA CONFORME AL PATRÓN DE AGRIETAMIENTO Y LA DEMANDA EN EL REFUERZO TRANSVERSAL (INGENIERÍA FORENSE)**

En el capítulo cuatro se presentó una definición para las regiones B-D que está relacionada con la sección crítica por cortante. Asimismo, en el capítulo cinco se pusieron a consideración algunas reflexiones sobre la influencia que tiene la distribución del refuerzo transversal en: 1) la configuración de los abanicos de compresión (regiones D), 2) el agrietamiento por cortante y, 3) el comportamiento global de las trabes de concreto reforzado. Todo ello apoyado en campos de esfuerzo y modelos de armadura.

Sobre esa base se presenta en esta sección un análisis del mecanismo de falla de las trabes con refuerzo transversal que forman parte de este programa experimental. Para facilitar la explicación, y al igual que en capítulo cinco, se hace una distinción entre los ángulos de inclinación de los puntales que forman parte de las regiones B y D, es decir: se utiliza  $\theta$  para identificar el ángulo de inclinación del campo de compresión diagonal y el puntal que lo representa (región B), y  $\theta_D$  para la inclinación de los diferentes puntales o grietas de dan forma a los abanicos de compresión (región D). Conviene recordar que en esta tesis se ha considerado que la frontera entre regiones B y D tiene una línea de discontinuidad común (es decir,  $\theta = \theta_{D-min}$ ). En la figura 7.35 se hace una identificación gruesa de los ángulos mencionados (para más detalles consultar las secciones 5.3 y 5.6).

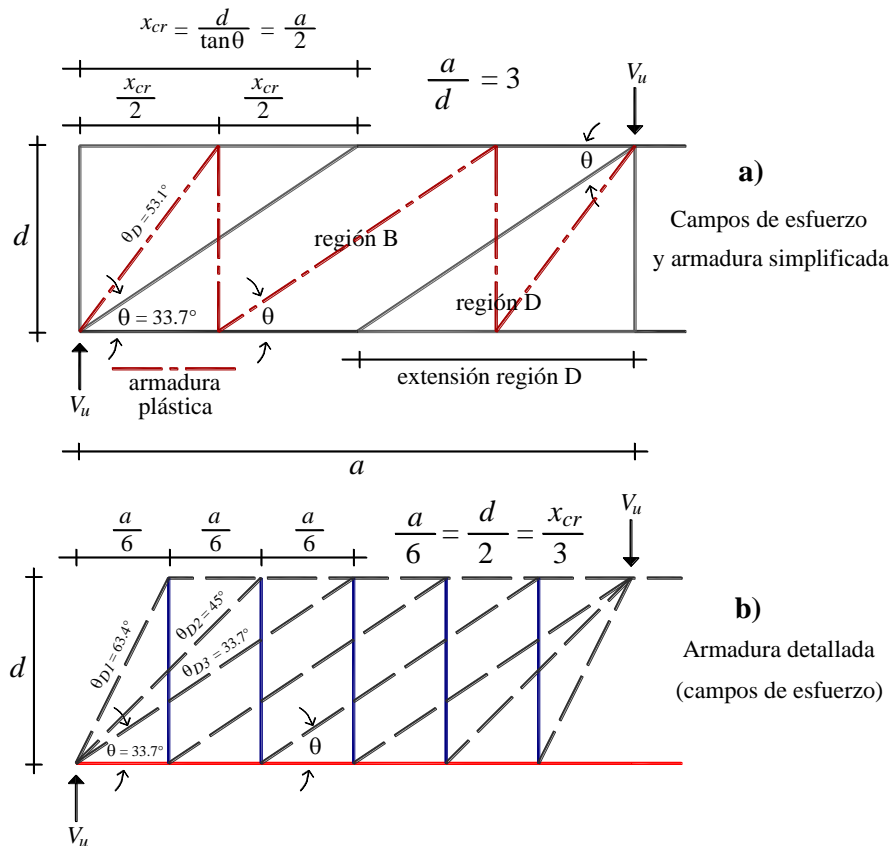


Figura 7.35 Identificación de los puntales que representan un abanico de compresión en las regiones B y D

Una vez que se identificó el estado característico de falla en las travesas con refuerzo transversal (resistencia última), se hicieron las siguientes actividades para explicar el mecanismo que dominó el claro de cortante (todas ellas ejemplificadas en las figuras 7.39 y 7.40):

- i. A partir de los patrones de agrietamiento que corresponden a la falla por cortante en cada dirección de carga, se esbozaron en el claro de cortante los abanicos de compresión adyacentes a la zona de aplicación de la carga y a la reacción. Se reconoce que esta actividad requirió algo de juicio personal.
- ii. Se midió el ángulo de inclinación del puntal que delimita al interior del elemento cada abanico de compresión del claro de cortante ( $\theta_{D-min}$ ). Este ángulo, en teoría, debiera ser igual en ambos abanicos e igual al del campo de compresión diagonal ( $\theta$ ) en medio de ellos, es decir,  $\theta = \theta_{D-min}$ .
- iii. Con base en los campos de esfuerzo que resultaron al identificar los abanicos de compresión en el claro de cortante, se propuso un modelo de armadura plástica simplificado para cada dirección de análisis (figuras 7.36 y 7.37). Estos modelos se hicieron con base en la resultante del campo de compresión diagonal para obtener una armadura en la que la pendiente del puntal que representa dicho campo de compresión fuera congruente con su agrietamiento, y también con el que delimita a los abanicos de compresión adyacentes. Se hace la aclaración que estos modelos son exclusivo para el

análisis forense de estas traves, pero son del mismo tipo que los sugeridos en el capítulo cuatro para fines de diseño (los detalles se comentan más adelante).

- iv. Se midió el ángulo de inclinación del puntal ( $\theta$ ) que representa el campo de compresión diagonal del claro de cortante (región B), y con éste se hicieron los cálculos y análisis respectivos.

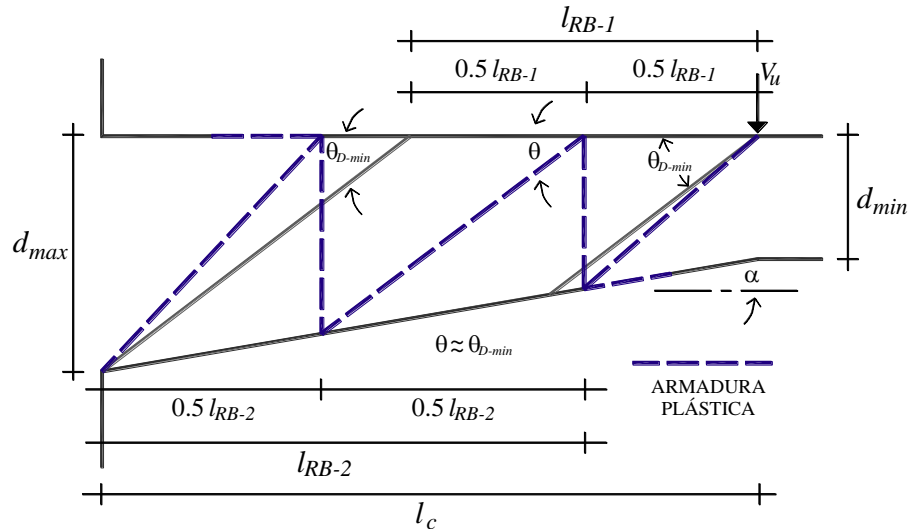


Figura 7.36 Modelo de armadura sugerido para analizar las traves acarteladas con refuerzo transversal (carga gravitacional)

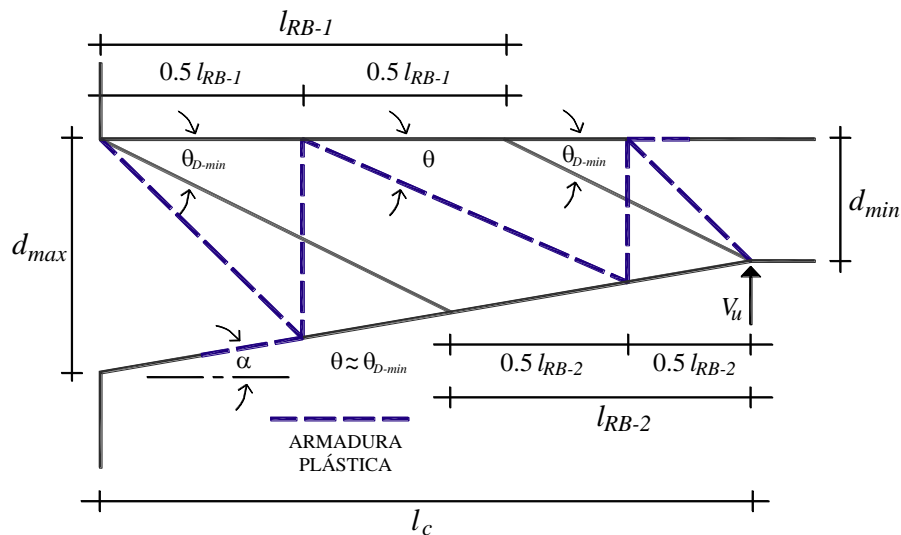


Figura 7.37 Modelo de armadura sugerido para analizar las traves acarteladas con refuerzo transversal (carga antigravitacional)

En las figuras 7.36 y 7.37 se muestran los modelos de armadura recomendados para el análisis forense de las traves acarteladas que forman parte de esta tesis. Estos modelos son congruentes con la evidencia experimental, pues: 1) indican que el agrietamiento *radial* de los abanicos se concentra hacia el centro del claro de cortante principalmente cuando la carga actúa en la

dirección gravitacional, es decir, grietas radiales con una inclinación más próxima a la del campo de compresión diagonal que a la vertical (figuras 7.39 y 7.40) y, 2) explican bastante bien las mediciones hechas en el refuerzo transversal, donde las mayores demandas (y agrietamiento) se concentraron en las zonas mencionadas (por ejemplo, figura 7.38).

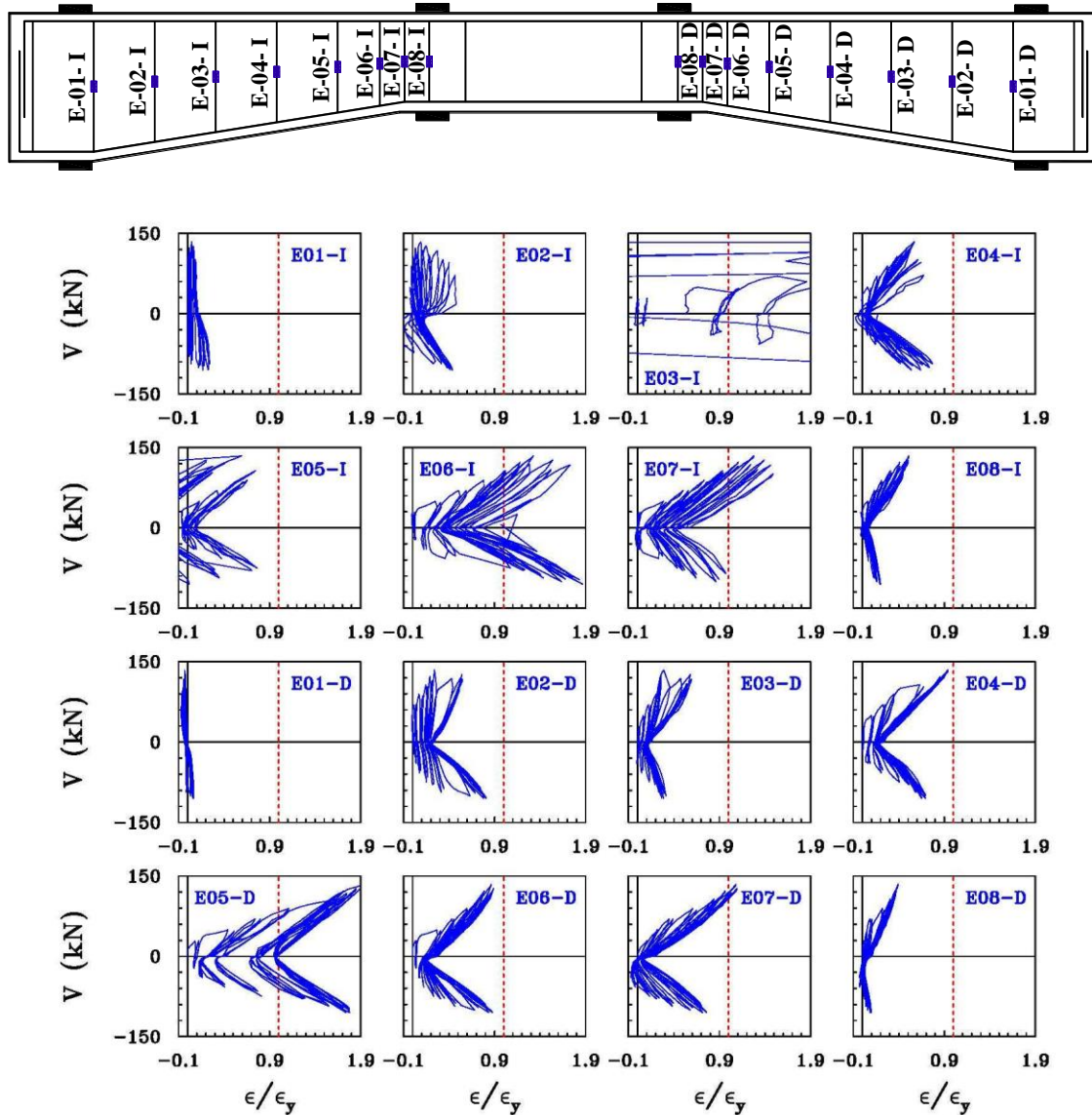
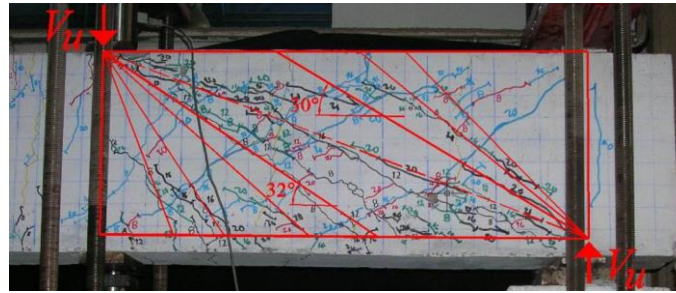


Figura 7.38 Lecturas típicas en el acero de refuerzo transversal. Elemento TASC $\alpha$ 3-R1-c

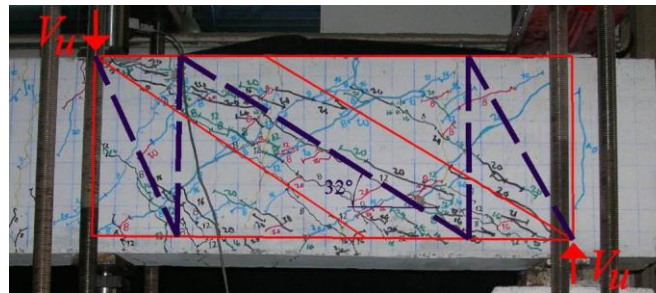
Es importante mencionar que los modelos propuestos en las figuras 7.36 y 7.37 se pueden considerar generales si se aplican en tramos delimitados por secciones con cortante nulo o indefinido, es decir, si se siguen las instrucciones generales de Marti (1999) para el diseño a cortante de elementos tipo viga-columna. De hecho, en el capítulo ocho se demuestra que estos modelos permiten realizar el análisis y diseño de trabes acarteladas con cargas distribuidas de edificios.



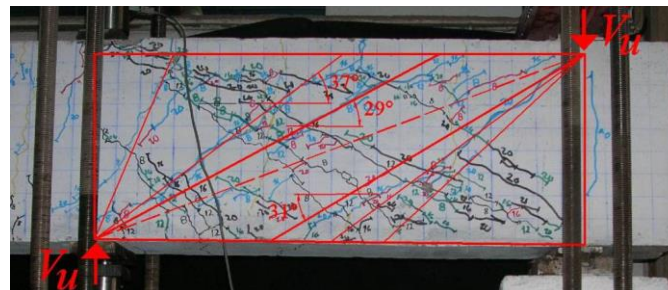
a) original (falla)



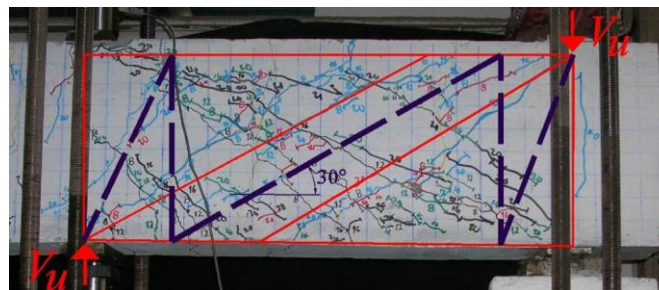
b) abanicos carga gravitacional



c) modelo de armadura carga gravitacional



d) abanicos carga antigravitacional



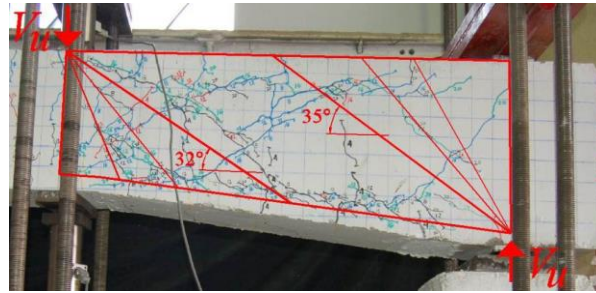
e) modelo de armadura carga antigravitacional

Figura 7.39 Análisis forense del elemento TASCα0-R1-c con campos de esfuerzo y modelos de armadura





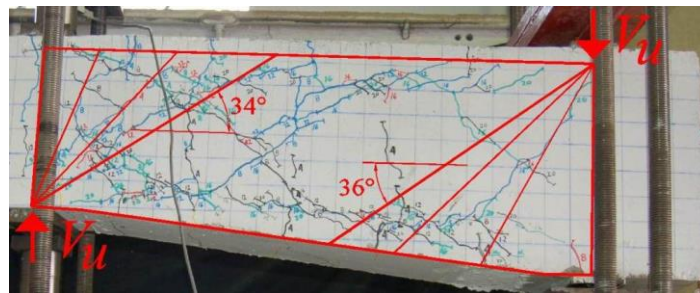
a) original (falla)



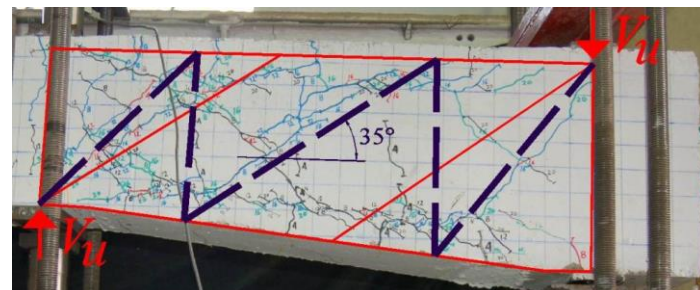
b) abanicos carga gravitacional



c) modelo de armadura carga gravitacional



d) abanicos carga antigravitacional



e) modelo de armadura carga antigravitacional

Figura 7.40 Análisis forense del elemento TASC $\alpha$ 2-R1-c con campos de esfuerzo y modelos de armadura

En las figuras 7.39 y 7.40 se muestran los campos de esfuerzo y los modelos de armadura que resultaron del análisis forense en los elementos TASC $\alpha$ 0-R1-c (prismático) y TASC $\alpha$ 2-R1-c ( $\alpha = 6.12^\circ$ ). En el apéndice J se muestran los campos de esfuerzo y modelos de armadura sugeridos para las cinco traveses acarteladas con refuerzo transversal que forman parte de este estudio.

**Tabla 7.10 Caracterización de los campos de compresión diagonal en la dirección gravitacional**

Elemento	$\theta_{D-min}$		$\theta +$	$\theta_{crit}$	$\lambda_{P-G}$ ( $\theta +$ )
	abanico carga	abanico reacción	campo de compresión diagonal	grieta crítica por cortante (visual)	
TASC $\alpha$ 0-R1-c	32°	30°	32°	32°	0.71
TASC $\alpha$ 1-R1-c	32°	28°	30°	32°	0.67
TASC $\alpha$ 2-R1-c	32°	35°	35°	N/A	0.84
TASC $\alpha$ 3-R1-c	37°	34°	33°	37°	0.80
TASC $\alpha$ 4-R1-c	37°	34°	37°	37°	1.00

**Tabla 7.11 Caracterización de los campos de compresión diagonal en la dirección antigravitacional**

Elemento	$\theta_{D-min}$		$\theta -$	$\theta_{crit}^*$	$\lambda_{P-NG}$ ( $\theta -$ )
	abanico carga	abanico reacción	campo de compresión diagonal	grieta crítica por cortante (visual)	
TASC $\alpha$ 0-R1-c	29°	31°	30°	37°	0.66
TASC $\alpha$ 1-R1-c	32°	29°	30°	41°	0.67
TASC $\alpha$ 2-R1-c	34°	36°	35°	34°	0.84
TASC $\alpha$ 3-R1-c	28°	25°	26°	28°	0.57
TASC $\alpha$ 4-R1-c	25°	24°	25°	25°	0.54

\* siempre pertenece al abanico de compresión del lado de la carga

En las tablas 7.10 y 7.11 se presenta el valor de los diferentes ángulos de inclinación medidos en los bosquejos de cada uno de los elementos ensayados. En ellas  $\theta_{D-min}$  es el ángulo de inclinación de la grieta con menor pendiente de los abanicos de compresión, y  $\theta$  el del campo de compresión diagonal en medio de ellos (por ejemplo, figuras 7.39 y 7.40).

Durante los experimentos se identificó visualmente una grieta crítica por cortante que es la misma a la que González y Robles (2006) relacionaron con la *carga de agrietamiento inclinado*. Esta grieta está caracterizada por el ángulo  $\theta_{crit}$  indicado en las tablas 7.10 y 7.11. En general, esta grieta coincidió con la que delimitó los abanicos de compresión con la región B en el lado del peralte mínimo. Sin embargo, en la dirección antigravitacional en algunas ocasiones quedó dentro de dicho abanico de compresión. Por esta razón, en esa dirección, el ángulo de inclinación de la grieta crítica observada en los experimentos ( $\theta_{crit}$ ) puede ser diferente al del campo de compresión diagonal o al que delimita los abanicos de compresión.

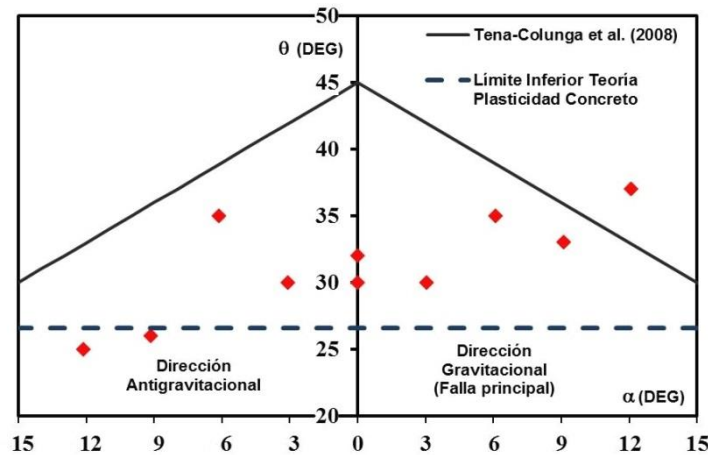
Finalmente, para caracterizar la inclinación del agrietamiento por cortante de las traveses con refuerzo transversal, en este trabajo se utilizó el ángulo  $\theta$  indicado en las tablas 7.10 y 7.11. Lo anterior, ya que éste es el que mejor representa la inclinación del campo de compresión diagonal (región B) y cuenta con el respaldo de un modelo de comportamiento mecánico.



En las tablas 7.10 y 7.11 también se muestra el valor del parámetro de esbeltez descrito en la sección 7.4 para la dirección gravitacional ( $\lambda_{p-G}$ ) y la dirección antigравitacional ( $\lambda_{p-NG}$ ). En este cálculo se utilizó el ángulo campo de compresión diagonal en cada dirección ( $\theta^+$  y  $\theta^-$ , respectivamente). Los valores obtenidos indican que prácticamente los elementos ensayados favorecieron una condición de pseudoesbeltez ( $\lambda_p < 1$ ) que respalda los patrones de agrietamiento observados en los elementos, es decir, abanicos de compresión dominantes en el claro de cortante (por ejemplo, los mostrados en la figura 7.39 y otros en el apéndice I).

Es importante mencionar que esta condición de pseudoesbeltez difícilmente se habría presentado si los elementos hubiesen desarrollado un campo de compresión diagonal con una inclinación  $\theta = 45^\circ$  o  $\theta = 45^\circ - \alpha$  conforme a las suposiciones de diseño (sección 7.4). Sin embargo, esto no sucedió debido a que la distribución del refuerzo transversal no fue concebida para *contener* los abanicos de compresión en las zonas delimitadas por un modelo de armadura o puntales y tensores, (mayores detalles en el capítulo cinco). Tampoco está demás dejar constancia que estas trabes fueron diseñadas, construidas y ensayadas antes de que se desarrollaran las aportaciones analíticas de esta tesis doctoral (capítulos cuatro, cinco y ocho).

En la figura 7.41 se compara el ángulo de inclinación del campo de compresión diagonal indicado en las tablas 7.10 y 7.11, contra el ángulo de inclinación del agrietamiento por cortante sugerido por Tena-Colunga *et al.* (2008) para el diseño de trabes acarteladas sometidas a carga estática ( $\theta = 45^\circ - \alpha$ ). En la misma gráfica también se muestra uno de los límites inferiores más comunes para este ángulo respaldados por la teoría de la plasticidad del concreto ( $\theta = 26.6^\circ$ , Thürlimann 1979). Con base en esa figura, se puede seguir recomendando la sugerencia de Tena-Colunga y colaboradores para la revisión de trabes acarteladas con refuerzo transversal sometidas a cargas reversibles, siempre y cuando: 1) se respete el límite inferior sugerido para el ángulo de acartelamiento ( $\alpha \leq 9^\circ$ , Comentarios de este capítulo) y, 2) el refuerzo transversal sea diseñado para resistir la mayor demanda de cortante en ambas direcciones.



**Figura 7.41 Comparación del ángulo de inclinación del campo de compresión diagonal en las trabes con refuerzo transversal contra la propuesta de Tena-Colunga *et al.* (2008) y el límite inferior de la teoría de la plasticidad del concreto**

**Tabla 7.12 Resistencia bidireccional en traves con estribos ( $\theta$  experimental)**

Elemento	$\theta$ (+) $\theta$ (-)		Experimentales		Analíticos		$\frac{V_{nTA}(+)}{V_u(+)}$	$\frac{V_{nTA}(-)}{V_u(-)}$	$\frac{V_{nTA}(-)}{V_{nTA}(+)}$
			Gravedad	No gravedad	Gravedad	No gravedad			
			$V_u(+)$ t (kN)	$V_u(-)$ t (kN)	$V_{nTA}(+)$ t (kN)	$V_{nTA}(-)$ t (kN)			
TASC $\alpha$ 0-R1-c	32°	30°	24.89 (244.2)	18.3 (179.5)	23.33 (228.8)	24.65 (241.8)	0.937	1.347	<b>1.057</b>
TASC $\alpha$ 1-R1-c	30°	30°	20.75 (203.6)	17.84 (175.0)	20.69 (202.9)	21.01 (206.1)	0.997	1.178	<b>1.015</b>
TASC $\alpha$ 2-R1-c	35°	35°	13.23 (129.8)	10.91 (107.0)	14.69 (144.1)	15.44 (151.4)	1.111	1.415	<b>1.051</b>
TASC $\alpha$ 3-R1-c	33°	26°	13.70 (134.4)	10.26 (100.7)	13.64 (133.8)	19.28 (189.1)	0.996	1.879	<b>1.413</b>
TASC $\alpha$ 4-R1-c	37°	25°	7.88 (77.3)	7.76 (76.1)	11.01 (108.0)	19.97 (195.9)	1.398	2.573	<b>1.813</b>
<b>Promedio</b>							<b>1.088</b>	<b>1.678</b>	<b>1.270</b>
<b><math>\sigma</math></b>							<b>0.184</b>	<b>0.564</b>	<b>0.344</b>

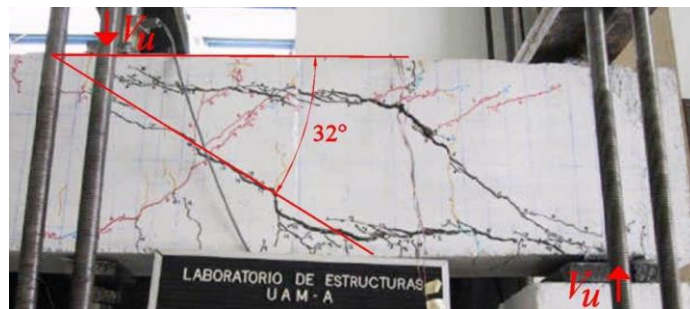
Finalmente, en la tabla 7.12 se muestra la predicción de la resistencia bidireccional (sección 7.4) utilizando la inclinación del campo de compresión experimental ( $\theta$ ) indicado en las tablas 7.10 y 7.11. De los resultados obtenidos se hacen los siguientes comentarios:

- i. La predicción de la resistencia en la dirección gravitacional con el método sugerido en esta tesis fue buena en especial en los elementos con un ángulo de acartelamiento menor a doce grados ( $\alpha < 12^\circ$ ). Este resultado es consistente con las evaluaciones previas de la sección 7.1 considerando el ángulo  $\theta = 45^\circ - \alpha$  con la propuesta de Tena-Colunga (2008), y la de la sección 7.4 usando ese mismo ángulo pero con el método desarrollado en esta tesis.
- ii. La predicción de la resistencia en la dirección contraria a la gravedad no fue conservadora, agravándose la situación con el aumento del acartelamiento.
- iii. A juzgar por las predicciones en los elementos TASC $\alpha$ 0-R1-c, TASC $\alpha$ 1-R1-c y TASC $\alpha$ 2-R1-c, en la medida que se fomente el mismo ángulo de inclinación del campo de compresión diagonal en las dos direcciones de carga, se obtendrá una resistencia a cortante muy parecida en ambas direcciones. En efecto, esta situación puede simplificar el diseño de estos elementos, pero debe atenderse desde el detallado de los abanicos de compresión (la explicación completa de esta filosofía de diseño se dispone en el capítulo cinco).

Por otra parte, para caracterizar el agrietamiento por cortante que corresponde a la falla de las traves *sin* refuerzo transversal, solamente se identificó la trayectoria diagonal de la grieta principal en cada dirección y se midió su ángulo de inclinación ( $\theta_{crit}$ ). Como ejemplo, en las figuras 7.42 y 7.43 se muestra el ángulo de inclinación medido en los elementos TASC $\alpha$ 0-R0-c (prismático) y el elemento TASC $\alpha$ 4-R0-c ( $\alpha = 9.13^\circ$ ), pero en el apéndice J se muestra la medición de los ángulos en los cinco elementos que forman parte de este grupo. Finalmente, en la tabla 7.13 se indica el valor de los ángulos medidos en los cinco elementos sin refuerzo transversal que forman parte de este trabajo experimental.



a) original (falla)



b) grieta crítica carga gravitacional



c) grieta crítica carga antigravitacional

Figura 7.42 Inclinación de la grieta de falla del elemento TASC $\alpha$ 0-R0-c

(espacio intencionalmente en blanco)

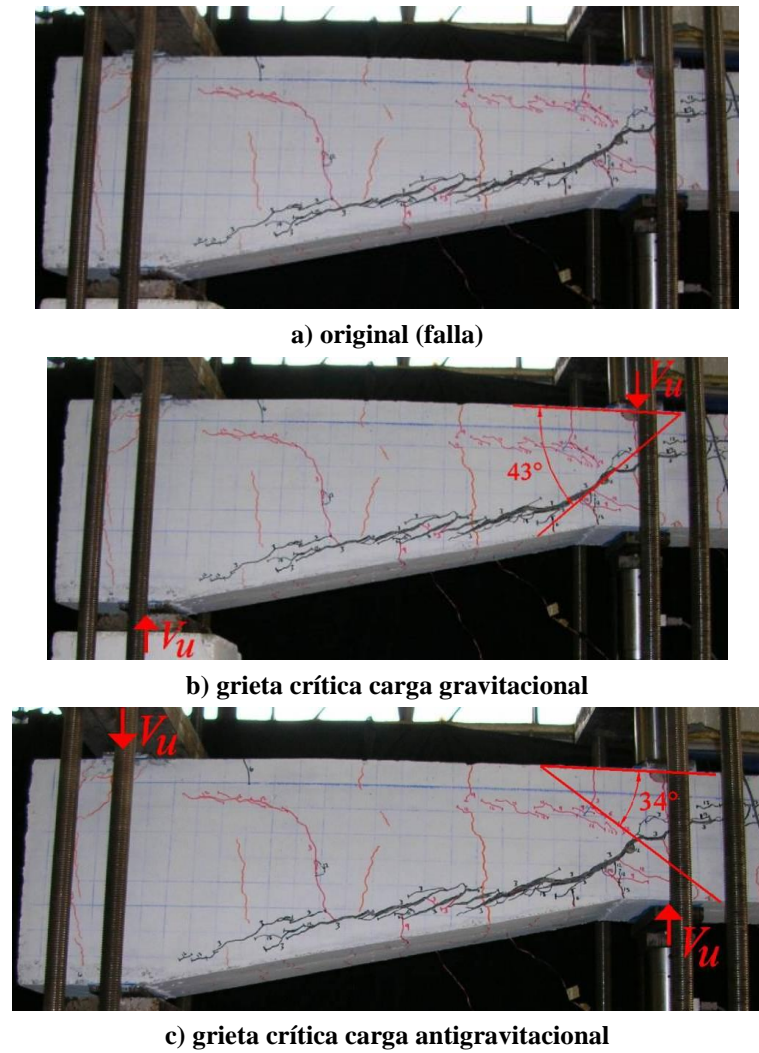


Figura 7.43 Inclinación de la grieta de falla del elemento TASC $\alpha$ 4-R0-c

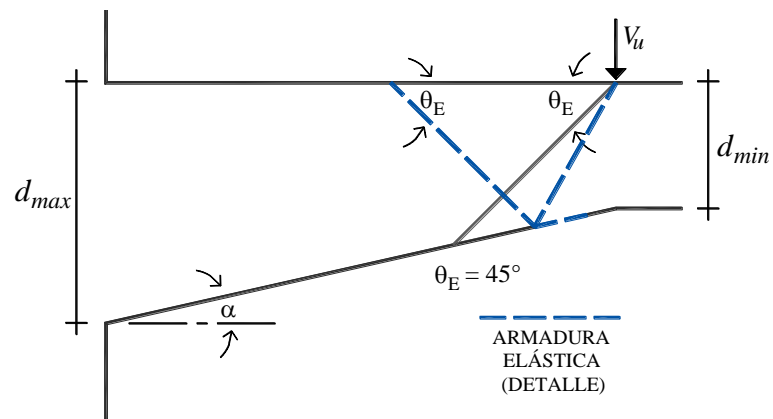


Figura 7.44 Modelo de armadura sugerido para cuantificar la contribución del concreto en las traves acarteladas sin refuerzo transversal (carga gravitacional)

Tabla 7.13 Inclinación de la grieta diagonal de falla de las traves sin refuerzo transversal

Elemento	$\theta_{crit}$	
	dirección gravitacional	dirección antigравitacional
TASC $\alpha$ 0-R1-c	32°	44°
TASC $\alpha$ 1-R1-c	37°	37°
TASC $\alpha$ 2-R1-c	41°	27°
TASC $\alpha$ 3-R1-c	49°	N/A
TASC $\alpha$ 4-R1-c	43°	34°

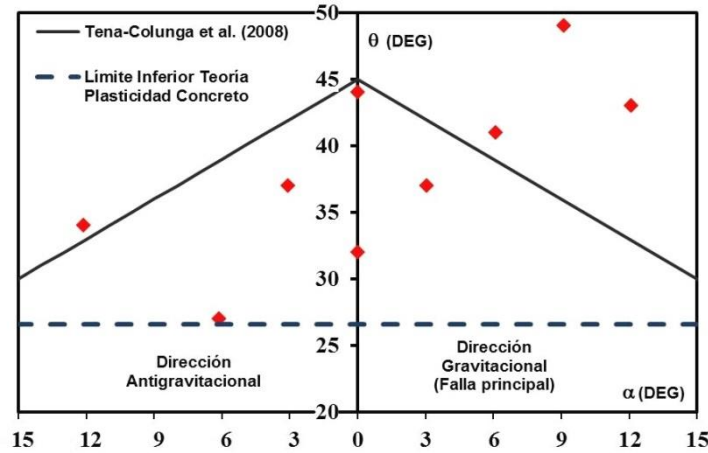
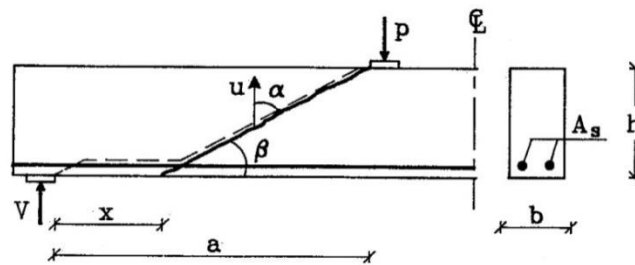
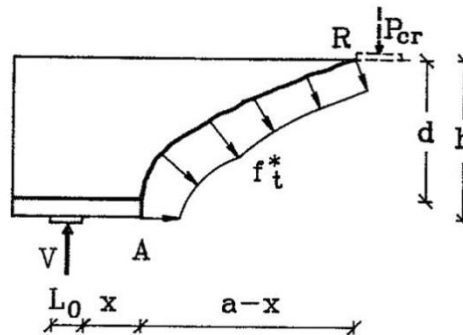


Figura 7.45 Comparación del ángulo de inclinación de la grieta crítica de falla en las traves sin refuerzo transversal contra la propuesta de Tena-Colunga *et al.* (2008)



a) mecanismo de colapso supuesto



c) superficie donde se desarrolla el trabajo interno

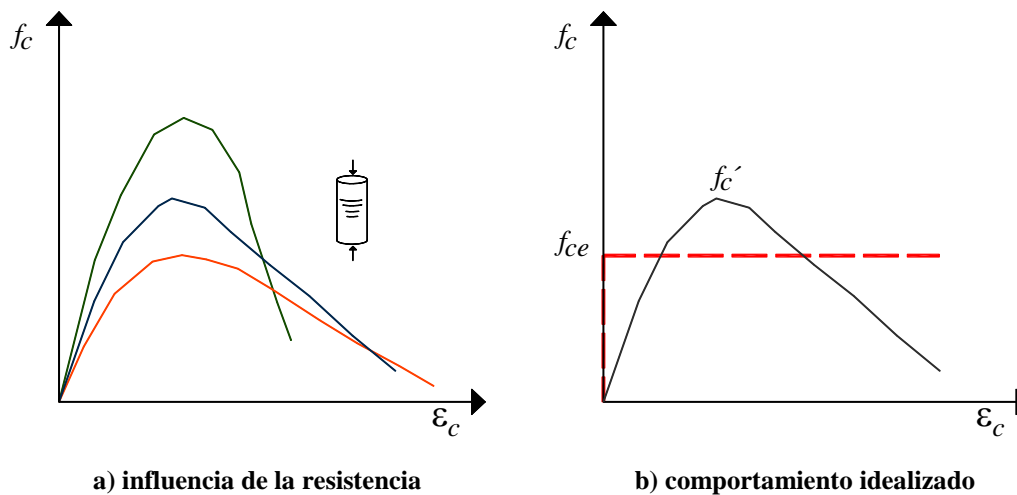
Figura 7.46 Influencia de la inclinación de la grieta de corte en traves sin refuerzo transversal en la resistencia (Zhang 1994)

Los valores mostrados en la tabla 7.13 dejan en claro que el ángulo de inclinación medido en grieta de falla por cortante en las travesas sin refuerzo transversal que fallaron ante cargas reversibles, dista del sugerido en el capítulo cuatro para cuantificar la contribución del concreto ( $\theta_E = 45^\circ$ , figura 7.44). De la misma manera, en la figura 7.45 se observa que los ángulos medidos tampoco se comportaron conforme a la propuesta de Tena-Colunga *et al.* (2008) elaborada a partir de travesas ensayadas con cargas monotónicas.

Lo anterior principalmente en la dirección gravitacional, donde se midieron ángulos superiores a los pronosticados (en esa figura el límite inferior de la teoría de la plasticidad del concreto es indicativo, pues en rigor no aplica). Esta situación pudiera explicar también que se haya sobreestimado la predicción de la resistencia en estos elementos (secciones 7.1 y 7.4), pues a mayor inclinación de la grieta respecto a la supuesta ( $\theta_E = 45^\circ$  o  $\theta_E = 45^\circ - \alpha$ , según el método de análisis) se reduce el área del plano de falla donde se desarrolla el trabajo interno de la viga conforme a un mecanismo de colapso afín a la teoría de la plasticidad del concreto como el mostrado en la figura 7.46.

### 7.10 EFICIENCIA DEL CONCRETO EN EL CAMPO DE COMPRESIÓN DIAGONAL

Debido a que la curva esfuerzo-deformación del concreto carece de plataforma de fluencia, y a que su fragilidad aumenta con la resistencia (figura 7.47-a), la redistribución de esfuerzos que obliga la teoría de la plasticidad solamente se puede garantizar en las estructuras de concreto reforzado mediante una reducción de su resistencia a compresión (Braestrup 1981 y 1990, Muttoni *et al.* 1997).



**Figura 7.47** Curva esfuerzo-deformación del concreto

Asimismo, Nielsen (1999) afirmó que las mejores predicciones de la resistencia en estructuras de concreto se obtienen cuando se utilizan valores reducidos de la resistencia medida en los cilindros de control. Este fenómeno lo atribuyó al agrietamiento visible (y a un cuestionable micro-agrietamiento del concreto sano), y se conoce como *ablandamiento* del concreto.

Con base en estos argumentos, la teoría de la plasticidad del concreto exige utilizar una resistencia efectiva del concreto ( $f_{ce}$ ) que es función exclusiva de la resistencia a compresión obtenida en pruebas estandarizadas ( $f'_c$ ). El parámetro que relaciona ambas resistencias se conoce como factor de eficiencia ( $\nu$ ) y se calcula con la ecuación 7.17. Como al factor de eficiencia también se le considera una medida de ductilidad, su valor disminuye con el aumento de la resistencia. En la ecuación 7.18 se presenta una recomendación reglamentaria para cuantificar el factor de eficiencia del concreto (Eurocode 2 2004).

$$\nu = \frac{f_{ce}}{f'_c} \quad 7.17$$

$$\nu = 0.6 - \frac{f'_c}{4250}; \text{ (kg, cm)} \quad 7.18$$

En realidad en el ablandamiento del concreto intervienen muchos factores y no solamente la resistencia, de hecho, algunos promotores de la teoría de la plasticidad del concreto así lo reconocen. Por ejemplo, para Muttoni *et al.* (1997) también influyen el tipo de demanda, así como la configuración y grado de determinación estática de la estructura. Por otro lado, Martí (1985/a) también le dio importancia a la cuantía y configuración del refuerzo, así como al grado de confinamiento del concreto. En la teoría modificada de los campos de compresión, el ablandamiento del concreto es función de la deformación unitaria a tensión en la dirección longitudinal de la viga (Vecchio y Collins 1986).

Sin embargo, Rogowsky y MacGregor (1986) indicaron que el valor de la resistencia efectiva del concreto no es crucial en la predicción de la resistencia a cortante, pues demostraron que tiene más importancia la elección del modelo armadura que la resistencia efectiva que se considere en la solución. De esta manera recomendaron utilizar un valor  $\nu = 0.85$  para efectos de revisión, y  $\nu = 0.6$  para el diseño de estructuras nuevas. Este último valor es igual al propuesto por Martí (1985/a/b y 1999) para fines de prediseño o revisiones rápidas.

Finalmente, Braestrup (1981) indicó que siempre que se reduzca la resistencia a compresión del concreto por algún factor de eficiencia, el concreto puede ser idealizado como un material rígido y perfectamente plástico que tiene una meseta de fluencia bien definida con un valor igual a la resistencia efectiva ( $f_{ce}$ ), como se muestra en la figura 7.47-b.

En la figura 7.48-a se muestra el campo de compresión diagonal de una trabe de sección constante con refuerzo transversal ( $f_D$ ), y en la ecuación 7.19 la fórmula clásica con la que se determina su valor (Nielsen 1999, MacGregor y Wight 2005). Partiendo de ese mismo principio, en el capítulo cuatro de esta tesis se desarrolló una ecuación que permite calcular el esfuerzo del campo de compresión diagonal de una trabe acartelada con refuerzo transversal (figura 7.45-b y ecuaciones 7.20 y 7.21).

En las ecuaciones 7.19 a 7.21  $V$  es el cortante estático de una sección que pertenezca a una región B (plástica),  $V_{ef}$  el cortante efectivo (cartela),  $d$  su peralte,  $b$  el ancho,  $\theta$  el ángulo de inclinación del campo de compresión diagonal, y  $\alpha$  el ángulo de acartelamiento. En la ecuación 7.21 el signo positivo del sumando del numerador aplica cuando el peralte de la



cartela y el diagrama de momentos crecen en dirección opuesta y negativo cuando crecen en la misma dirección.

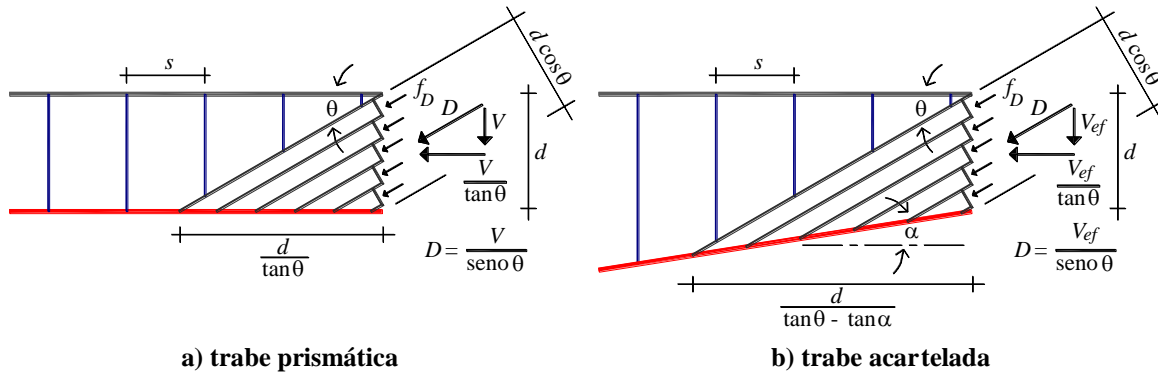


Figura 7.48 Campo de compresión diagonal en una región B

$$f_D = \frac{V}{bd \sin \theta \cos \theta} = \frac{V}{bd} [\tan \theta + \cot \theta] \quad (\text{trabe prismática}) \quad 7.19$$

$$f_D = \frac{V_{ef}}{bd \sin \theta \cos \theta} = \frac{V_{ef}}{bd} [\tan \theta + \cot \theta] \quad (\text{trabe acartelada}) \quad 7.20$$

$$V_{ef} = \frac{V \pm \frac{M}{d} \tan \alpha}{1 - \frac{\tan \alpha}{2 \tan \theta}} \quad (\text{modelo de armadura plástica}) \quad 7.21$$

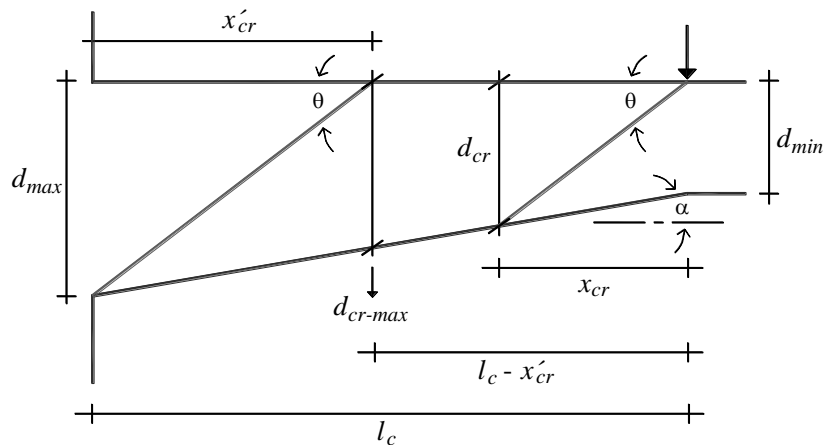


Figura 7.49 Campos de esfuerzo propuestos para la dirección gravitacional

$$d_{cr} = \frac{d_{min}}{1 - \frac{\tan \alpha}{\tan \theta}} \leq d_{max} \left( 1 - \frac{\tan \alpha}{\tan \theta} \right) \quad (\text{carga gravitacional}) \quad 7.22$$



Para tener congruencia con el método de diseño recomendado en esta tesis, y con las diferentes predicciones de resistencia que se han hecho en este capítulo (en las que realmente la única variable fue el ángulo  $\theta$ ), la evaluación del cortante efectivo en la cartela ( $V_{ef}$ ) se hizo en la sección del peralte crítico ( $d_{cr}$ ) explicada con detalle en el capítulo cuatro y retomada en la sección 7.4 (por comodidad se presentan nuevamente en la figura 7.49 y en la ecuación 7.22 para la dirección gravitacional).

Lo anterior es importante, pues aunque en todas las travesas se observó un campo de compresión diagonal bien definido, en algunos casos el mecanismo resistente estuvo gobernado por abanicos de compresión extendidos en el claro de cortante que lideraron un valor de  $\theta$  que favoreció la activación del límite superior impuesto al peralte crítico (ecuación 7.22). En efecto, esto también está asociado con la seudoesbeltez reportada en las tablas 7.10 y 7.11 (es decir,  $\lambda_p < 1$ ).

En los cálculos el cortante estático es igual al de falla ( $V = V_u$ ), y sólo se hicieron en la dirección gravitacional, pues en ella se presentó la falla principal de cortante y es la que tiene mayor importancia en este estudio (como se recordará, solamente se pretende evaluar la degradación de las propiedades estructurales debido a la carga reversible).

$$v = \frac{f_D}{f'_c} \quad (\text{campo de compresión diagonal}) \quad \mathbf{7.23}$$

Una vez calculado el esfuerzo en el campo de compresión diagonal ( $f_D$ ), el factor de eficiencia ( $v$ ) se determinó con la ecuación 7.23, donde  $f'_c$  es la resistencia del concreto medida en los cilindros de control de cada uno de los elementos. En la tabla 7.14 se muestran el factor de eficiencia de los cinco elementos con refuerzo transversal que forman parte de este programa experimental.

**Tabla 7.14 Factor de eficiencia del concreto en el campo de compresión diagonal**

Elemento	$f'_c$ kg/cm <sup>2</sup> (MPa)	$\alpha$	$\theta^+$	$V = V_u$ t (kN)	$V_{ef}$ t (kN)	$f_D$ kg/cm <sup>2</sup> (MPa)	$v$ (exp)	$v$ (teórico)*
TASC $\alpha$ 0-R1-c	227 (22.3)	0°	32°	24.89 (244.2)	24.89 (244.2)	61.40 (6.02)	0.27	0.55
TASC $\alpha$ 1-R1-c	245 (24.0)	3.07°	30°	20.75 (203.6)	24.30 (238.4)	68.60 (6.73)	0.28	0.54
TASC $\alpha$ 2-R1-c	217 (21.3)	6.12°	35°	13.23 (129.8)	17.36 (170.3)	48.37 (4.74)	0.22	0.55
TASC $\alpha$ 3-R1-c	284 (27.9)	9.13°	33°	13.70 (134.4)	21.59 (211.8)	69.64 (6.83)	0.25	0.53
TASC $\alpha$ 4-R1-c	245 (24.0)	12.10°	37°	7.88 (77.3)	13.51 (132.5)	43.56 (4.27)	0.18	0.54

\* ecuación 7.18 (teoría de la plasticidad del concreto)

Lo primero que llama la atención de los factores de eficiencia experimentales reportados en la tabla 7.14, es que indican claramente que a pesar que las travesas acarteladas trabajaron en su condición más desfavorable, es decir, con el peralte creciendo en dirección opuesta al diagrama de momentos y con el canto acartelado en tensión, lideraron una eficiencia del concreto en el alma muy similar a la de la trabe de sección constante (a excepción del

elemento más acartelado, lo que es consistente con todos los análisis previos de este capítulo). Esta situación puede relacionarse con la capacidad de las cartelas de distribuir el daño en su longitud y permitir más de una grieta importante, en otras palabras: no fomentar una falla frágil como la de las travesas prismáticas. Es de esperarse que en travesas acarteladas trabajando óptimamente, los factores de eficiencia de las travesas acarteladas sean francamente superiores a las de una travesa prismática de referencia.

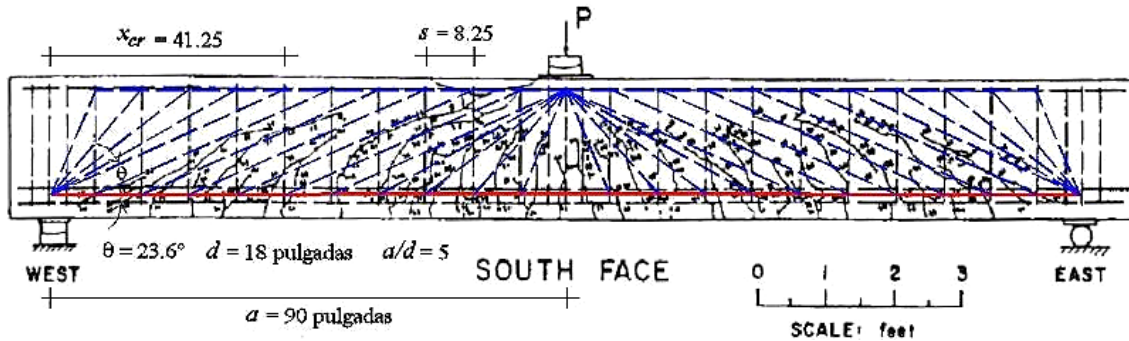


Figura 7.50 Modelo de armadura sugerido para la travesa A-2 de Bresler y Scordelis (1963)

Otra cosa que llama la atención de los resultados mostrados en la tabla 7.14, es que los factores de eficiencia experimentales son sustancialmente menores a los valores teóricos que se obtienen con una recomendación típica de la teoría de la plasticidad del concreto (por ejemplo, Muttoni *et al.* 1997 y Nielsen 1999). Podría pensarse que esta situación es anormal; sin embargo, los valores obtenidos son muy parecidos a los implícitos en otros trabajos experimentales.

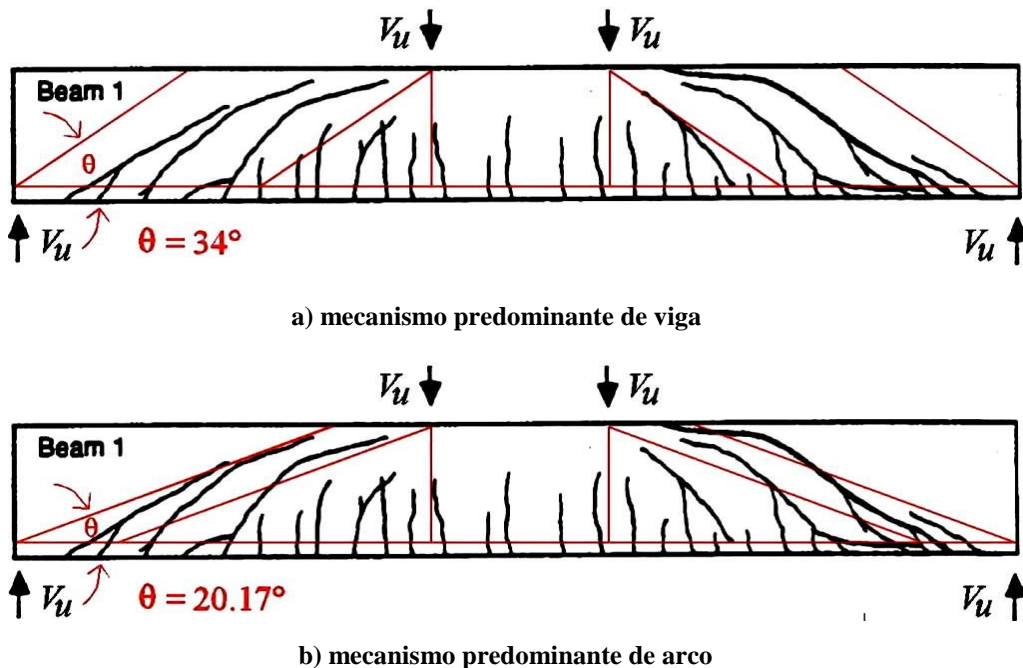


Figura 7.51 Campos de compresión propuestos para la travesa 1 de Johnson y Ramírez (1988 y 1989)

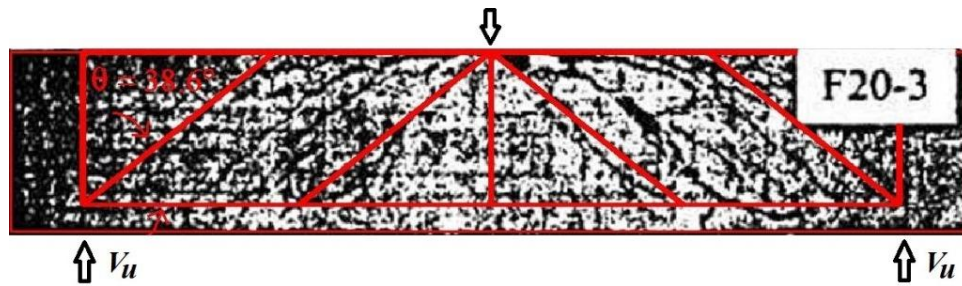


Figura 7.52 Campos de esfuerzo ( $\theta = 38.6^\circ$ ) superpuestos al patrón de agrietamiento del elemento F20-3 ensayado por Lee y Hwang (2010)

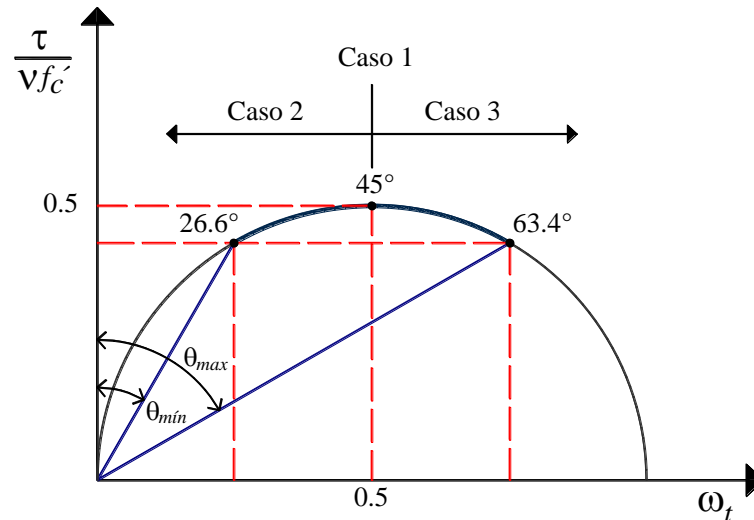
En el capítulo cinco se analizaron algunas traveses de sección constante de trabajos publicados en revistas de prestigio. En la figura 7.50 se muestra el modelo de armadura sugerido en esta tesis para la trabe A-2 de Bresler y Scordelis (1963) sustentado en un campo de compresión diagonal con un inclinación  $\theta = 23.6^\circ$ . Esta viga fue provista con la cuantía mínima de refuerzo transversal que exige el reglamento ACI 318, y tenía una relación  $a/d = 5$  que le permite ser considerada esbelta con el criterio común en la literatura ( $a/d \geq 2$ ) y el propuesto en esta tesis doctoral ( $\lambda_p \geq 1$ ). Si se acepta como válido el modelo de la figura 7.50, y considerando la información proporcionada por Bresler y Scordelis (1963), se puede demostrar que el factor de eficiencia del campo de compresión diagonal de esa trabe fue del orden de los mostrados en la tabla 7.14 ( $v = 0.2$ ).

De la misma forma, en la figura 7.51 se muestran dos bosquejos presentados en el capítulo cinco que permiten explicar el mecanismo de falla de la trabe 1 ensayada por Johnson y Ramírez (1988 y 1989). La trabe fue provista con el doble de la cuantía mínima que exige el reglamento ACI 318, tenía una relación  $a/d = 3$  y es esbelta considerando un ángulo de compresión diagonal  $\theta = 34^\circ$  ( $\lambda_p \geq 1$ ). Tomando en cuenta los datos reportados para este elemento, se obtiene un factor de eficiencia  $v = 0.12$  en el modelo de armadura con  $\theta = 34^\circ$  y  $v = 0.17$  si el mecanismo resistente fomenta un ángulo  $\theta = 20.17^\circ$  (independientemente, ambos valores son inferiores a la mayoría de los obtenidos en los experimentos de esta tesis).

Finalmente, se hace notar que en la trabe F20-3 ensayada por Lee y Hwang (2010) provista con el 90% de la cuantía máxima de refuerzo transversal que pide el reglamento ACI 318, con una relación de aspecto  $a/d = 3$  y diseñada mediante un modelo de armadura con un ángulo  $\theta = 38.6^\circ$  (figura 7.52), solamente desarrolló el 36% de la resistencia del concreto en el campo de compresión diagonal ( $v = 0.36$ ). Aunque este valor es un poco mayor que los que se calcularon en los otros trabajos experimentales indicados, es menor al teórico que recomendaría la teoría de la plasticidad del concreto para este elemento según la ecuación 7.18 ( $v = 0.54$ ).

Este pequeño análisis del factor de eficiencia del concreto en el campo de compresión diagonal, sugiere que aún falta algo por hacer para tener mayor control del mecanismo de falla por cortante en las traveses de concreto reforzado con refuerzo transversal. Lo anterior tiene un poco de mayor importancia si se atiende la solución clásica del modelo de armadura plástica de la teoría de la plasticidad del concreto (por ejemplo, Hsu 1993 y Nielsen 1999).

Suponiendo el caso más sencillo que es una trabe prismática esbelta ( $\lambda_p \geq 1$ ), y reescribiendo la ecuación 7.19 como se indica en la ecuación 7.24, donde el término “ $V/bd = \tau$ ” es el esfuerzo cortante promedio de la sección transversal (Mörsch 1909 y 1952), la solución clásica del modelo de armadura plástica es la mostrada en la ecuación 7.25. Esta ecuación representa un semicírculo que depende de (figura 7.53): 1) el esfuerzo cortante promedio ( $\tau$ ), 2) la resistencia del concreto ( $f'_c$ ), 3) el factor de eficiencia ( $\nu$ ) y, 4) la cuantía mecánica del refuerzo transversal ( $\omega_t$ ) calculada con la ecuación 7.27.



**Figura 7.53 Solución gráfica de la armadura plástica de ángulo variable (adaptada de Hsu 1993)**

$$f_D = \frac{V}{bd} [\tan \theta + \cot \theta] = \tau [\tan \theta + \cot \theta] \quad 7.24$$

$$\left( \frac{\tau}{\nu f'_c} \right)^2 + (\omega_t - 0.5)^2 = 0.5^2 \quad 7.25$$

$$\tan \theta = \frac{\omega_t}{(\tau/\nu f'_c)} \quad 7.26$$

$$\omega_t = \frac{\rho_t f_{ty}}{\nu f'_c} \quad 7.27$$

$$\omega_t = \frac{\rho_t f_{ly}}{\nu f'_c} \quad 7.28$$

La falla por cortante implícita en la solución es una en la que el acero de refuerzo transversal y longitudinal ha fluido antes o justo en el instante en que se aplasta el concreto en compresión diagonal a un esfuerzo efectivo  $\nu f'_c$ . Propiamente esta falla es una falla *dúctil* por cortante, y se presenta en elementos *balanceados* ( $\omega_t + \omega_l = 1$ ) y *subreforzados* ( $\omega_t + \omega_l < 1$ ), situación que depende del balance entre las cuantías mecánicas de refuerzo transversal ( $\omega_t$ , ecuación 7.27) y longitudinal ( $\omega_l$ , ecuación 7.27).

Al desarrollar la condición balanceada ( $\omega_t + \omega_l = 1$ ) se distinguen los tres casos indicados en la figura 7.53 (Hsu 1993):

Caso 1:  $\omega_t = \omega_l = 0.5$

La falla se caracteriza por la fluencia simultánea del acero de refuerzo en ambas direcciones y el aplastamiento del concreto en compresión diagonal. Está asociada a un ángulo de inclinación del campo de compresión diagonal  $\theta = 45^\circ$ .

Caso 2:  $\omega_t < 0.5$

En este caso el acero de refuerzo transversal ha fluido; sin embargo, en el instante de la falla el refuerzo longitudinal alcanza la fluencia al mismo tiempo que el concreto diagonalmente comprimido se aplasta. Si se consideran los límites recomendados por Thürlimann (1979), el ángulo de inclinación del campo de compresión debe estar en el intervalo  $26.6^\circ \leq \theta < 45^\circ$ .

Caso 3:  $\omega_l < 0.5$

En esta situación el acero de refuerzo longitudinal ha fluido. No obstante, en el momento de la falla el refuerzo transversal alcanza el esfuerzo de fluencia al mismo tiempo que el concreto del alma se aplasta. De acuerdo con Thürlimann (1979), el ángulo de inclinación del concreto comprimido debe respetar el intervalo  $45^\circ < \theta \leq 63.4^\circ$ .

Como se puede apreciar, el factor de eficiencia del concreto agrietado diagonalmente tiene una importancia relevante en la solución clásica del modelo de armadura plástica. En este sentido, es importante destacar que muchas recomendaciones que parten de este modelo dan por hecho que  $\nu = 0.6$ , lo cual, y con base en los casos analizados en párrafos anteriores, pudiera no cumplirse a cabalidad (por ejemplo, Marti 1991).

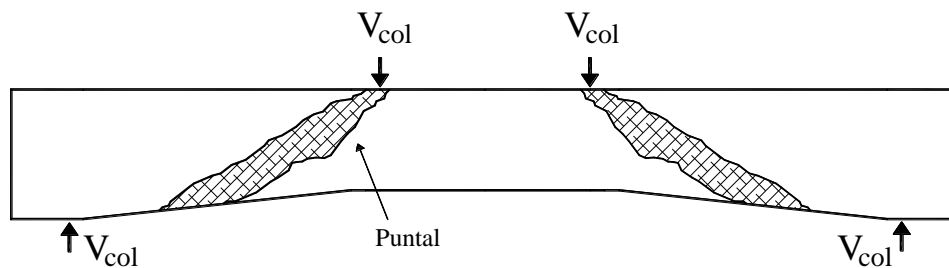
La situación sugiere que probablemente muchos estudios en los que se sustentan las recomendaciones actuales de diseño promueven un factor de eficiencia más bajo del supuesto en la teoría de la plasticidad del concreto ( $\nu \ll 0.6$ ), principalmente en elementos diseñados con: i) la hipótesis que el agrietamiento tiene una inclinación  $\theta = 45^\circ$  y, ii) son provistos con cuantías de refuerzo transversal cercanas a la mínima que ha exigido el reglamento ACI 318 en sus diferentes versiones.

Lo anterior tiene mayor importancia cuando en el diseño se toma en cuenta la contribución del concreto, pues, al incluirla, se relaja el esfuerzo en el campo de compresión diagonal (se reduce la demanda en el mecanismo de armadura).

Esta es una situación equivalente al caso 2 mostrado en la figura 7.53, es decir, un diseño que promueve la disminución de la cuantía del refuerzo transversal, y en el que ya no tiene relevancia discutir sobre si la contribución del concreto se mantiene en el alma a través de la resistencia a tensión favorecida por la fricción de la entrecara del agrietamiento (como sostienen algunos investigadores, por ejemplo, Vecchio y Collins 1986, Reineck 1991 y Muttoni y Fernández-Ruiz 2008), o se *transfiere* al bloque de compresión diagonal (como han sugerido Kotsovos 1988, Kim y White 1991 y, Tureyen y Frosch 2003 y se sostiene en esta tesis doctoral conforme a los razonamientos puestos a consideración en el capítulo cuatro).

### 7.11 EXPLICACIÓN DEL COLAPSO DE LAS TRABES ACARTELADAS

Los valores bajos del factor de eficiencia del concreto agrietado diagonalmente mostrados en la tabla 7.14 ( $v \ll 0.6$ ), impiden seguir pensando que la falla y colapso de las trabes acarteladas con refuerzo transversal de esta serie experimental se debe al *aplastamiento* de un puntal en el claro de cortante como previamente se había documentado (Archundia-Aranda y Tena-Colunga 2008).



**Figura 7.54** Puntales de compresión sugeridos por Archundia (2004). *Modificada*

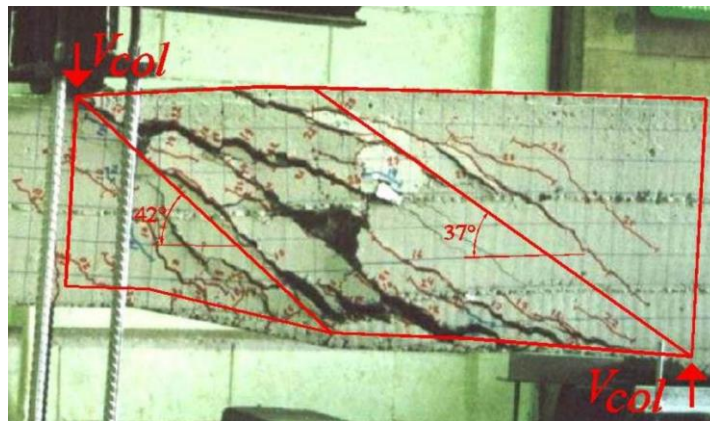
Vale la pena recordar que esta explicación se remonta a las primeras interpretaciones del mecanismo resistente a cortante de trabes acarteladas sometidas a carga monotónica (Archundia 2004 y Archundia *et al.* 2005). Por ejemplo, en la figura 7.54 se muestra un bosquejo que representa esta situación, en el que se describía un puntal directo “entre el punto de aplicación de la carga y la longitud media de la cartela”, situación muy distinta a un campo de compresión diagonal, que en efecto, también se puede representar con un puntal como ahora se propone en esta tesis (sección 7.9).

En la figura 7.55 se muestra un bosquejo de los campos de esfuerzo al colapso (dirección gravitacional) para las trabes TASC $\alpha$ 3-R1-c y TASC $\alpha$ 3-R1, en los que es evidente el daño del campo de compresión diagonal en medio de los abanicos de compresión. Aunque el colapso en ambos elementos se presentó a una demanda de desplazamiento similar, es evidente que el daño en el elemento sometido a cargas monotónicas fue mayor, lo que podría ser ilógico.

Sin embargo, y como se explicó con detalle en la sección 7.8, el diferente nivel de daño parece estar relacionado con el hecho que en los ensayos con cargas monotónicas las cargas y las reacciones actuaron directamente en los elementos mediante perfiles redondos, y en las traves ensayadas con cargas reversibles a través de placas de acero dimensionadas para evitar una falla local por aplastamiento.



a) TASC $\alpha$ 3-R1-c ( $\delta_{col} = 40.56$ ) carga reversible



b) TASC $\alpha$ 3-R1 ( $\delta_{col} = 41.64$  mm) carga monotónica

Figura 7.55 Campos de esfuerzo al colapso en traves acarteladas con refuerzo transversal ( $\alpha = 9.13^\circ$ )

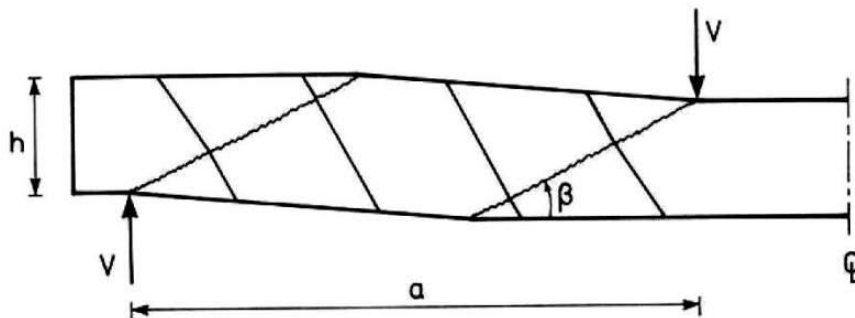


Figura 7.56 Mecanismo de colapso sugerido en la teoría de la plasticidad del concreto (Nielsen *et al.* 1978)



De las configuraciones al colapso mostradas en la figura 7.55 se hacen las siguientes observaciones:

- i. La inclinación del campo de compresión en la dirección gravitacional es muy parecida en ambos casos.
- ii. La configuración deformada de las traveses es muy parecida al mecanismo de colapso sugerido para traveses prismáticas con refuerzo transversal en la teoría de la plasticidad del concreto (figura 7.54, Nielsen *et al.* 1978 y Nielsen 1999).

Del primer punto no hay mucho que decir, sólo que podría ser es una consecuencia de que en ambos elementos haya habido pocas diferencias sustanciales. Respecto al segundo punto, se piensa que la configuración deformada se debe más a la generosa capacidad de deformación de las traveses acarteladas, lo que lideró una distorsión por cortante capaz de provocar bastante daño en el campo de compresión diagonal a pesar que el esfuerzo de compresión haya sido bajo ( $\nu = 0.25$ , tabla 7.14).

Finalmente, la similitud entre las configuraciones al colapso mostradas en la figura 7.55 con el mecanismo de falla de la figura 7.56, sugiere que es posible proponer una solución que pertenezca al teorema del límite superior para las traveses acarteladas de este estudio (actividad fuera del alcance de esta tesis).

## 7.12 COMENTARIOS

En este capítulo se presentaron los resultados más relevantes del ensayo de diez traveses acarteladas con y sin refuerzo transversal, diseñadas para fallar a cortante ante cargas reversibles. Los experimentos fueron concebidos para estudiar la degradación de las propiedades estructurales de estos especímenes, es decir, los resultados no son representativos de elementos que forman parte de sistemas sismorresistentes.

En cada una de las secciones de este capítulo se presentaron comentarios puntuales, sin embargo, pueden emitirse los siguientes comentarios y observaciones generales:

- Las traveses acarteladas de concreto reforzado de este estudio no mostraron una reducción sustancial de su resistencia a cortante al comparar contra la medida en traveses *gemelas* sometidas a cargas monotónicas.
- El acartelamiento, aunque reduce el volumen de los elementos, incrementa su capacidad de disipar energía por histéresis ya que la geometría favorece la distribución del agrietamiento eliminando la falla frágil por cortante típica de las traveses prismáticas.
- La evidencia experimental sugiere que es seguro diseñar por cortante las traveses acarteladas que trabajan en la dirección gravitacional con el método recomendado en Tena-Colunga *et al.* (2008), y también con el de esta tesis doctoral. En la segunda opción puede utilizarse indistintamente un ángulo  $\theta = 45^\circ$  o  $\theta = 45^\circ - \alpha$ .



- En elementos que eventualmente pueden estar sometidos a cargas reversibles, debe procurarse que el ángulo de compresión diagonal en ambas direcciones sea similar. Si esto se logra, se pueden utilizar con confianza los dos métodos descritos en el párrafo anterior. Si no es posible, se debe hacer un diseño utilizando la propuesta de esta tesis doctoral considerando el ángulo  $\theta$  en cada dirección.
- Debido a la geometría, la esbeltez plástica de las traveses acarteladas es diferente en cada dirección; sin embargo, para fines de diseño, la información disponible sugiere que la dirección gravitacional es la más crítica.
- Debido a la rapidez con que se degrada la rigidez inicial en las traveses con acartelamiento grandes, parece adecuado limitar este parámetro al intervalo  $3^\circ \leq \alpha \leq 9^\circ$ .
- Los modelos de armadura que se propusieron para explicar el comportamiento en cada dirección de análisis, aunque son sencillos, son congruentes con la evidencia experimental. Además, proporcionan un mejor entendimiento del mecanismo resistente de las traveses de este estudio.
- Los resultados obtenidos, indican que el factor de eficiencia en el campo de compresión diagonal es más pequeño del que normalmente se recomienda en la literatura ( $v = 0.6$ ). Esta situación invita a realizar estudios futuros que permitan optimizar el trabajo del concreto.
- No se obtuvo evidencia experimental que permita suponer que la fricción en la entrecara del agrietamiento diagonal proporcionara una resistencia sustancial a cortante.
- En el capítulo ocho se demuestra que las recomendaciones de diseño desarrolladas en el capítulo cuatro, y el análisis forense de las traveses que forman parte de este capítulo, permitieron emitir recomendaciones de diseño generales para traveses acarteladas de edificios sometidas a cargas distribuidas (combinación de cargas gravitacionales y sísmicas).

## **REFERENCIAS Y BIBLIOGRAFÍA**

ACI 318-05 (2005), "Building code requirements for structural concrete (ACI-318-05) and commentary (ACI-318R-05)" ACI Committee 318, *American Concrete Institute*, E.U.A.

ACI 318-11 (2011), "Building code requirements for structural concrete (ACI-318-11) and commentary (ACI-318R-11)", ACI Committee 318, *American Concrete Institute*, E.U.A.

Alcocer, S M y C M Uribe (2008), "Monolithic and cyclic behavior of deep beams designed using strut-and-tie models", *ACI Structural Journal*, Vol. 105, No. 3, pp. 327-337.

Archundia, H I (2004), "Comportamiento a cortante de traveses acarteladas de concreto reforzado ante carga estática", *Tesis de Maestría*, División de Estudios de Posgrado de la Facultad de Ingeniería, Universidad Nacional Autónoma de México, junio.

Archundia, H I, A Tena y O M González (2005), "'Estudio experimental del cortante estático de traveses acarteladas de concreto reforzado", *Reporte de Investigación 453*, Dirección de Ciencias Básicas e Ingeniería, Universidad Autónoma Metropolitana – Azcapotzalco, pp. 204, junio. ISBN 970-31-0491-6.

- Archundia, H I, A Tena, A Grande y O M González (2007), “Comportamiento cíclico de trabes acarteladas de concreto reforzado sin refuerzo transversal que fallan por cortante”, *Revista de Ingeniería Sísmica*, No. 76, pp. 87-110.
- Archundia-Aranda, H I y A Tena-Colunga (2008), "Cyclic behavior of reinforced concrete haunched beams failing in shear", *14th World Conference on Earthquake Engineering*, Paper ID 12-01-0105, Pekín, China, octubre. Memorias, CD-ROM.
- Archundia-Aranda H I, A Tena-Colunga y A Grande-Vega (2013), “Behavior of reinforced concrete haunched beams subjected to cyclic shear loading”, *Engineering Structures*, Vol. 49, pp. 27-42.
- Bazán, E y R Meli (1998), *Manual de diseño sísmico de edificios*, sexta reimpresión, Limusa, México.
- Braestrup, M W (1981), “Structural concrete as a plastic material”, *IABSE Reports*, Vol. 34, pp. 3-16, International Association of Bridge and Structural Engineering.
- Braestrup, M W (1990), “Shear strength prediction – plastic method”, *Reinforced concrete deep beams*, Editor Karl-Heinz Reineck, Blackie and Son, Gran Bretaña.
- Bresler, B y A C Scordelis (1963), “Shear strength of reinforced concrete beams”, *ACI Journal Proceedings*, Vol. 60, No. 1, pp. 51-74.
- Brown, R H y J O Jirsa (1971), “Reinforced concrete beams under load reversals”, *ACI Journal*, Vol. 68, No. 5, pp. 380-390.
- Chopra, A K (1995), *Dynamics of structures*, Prentice Hall, E.U.A.
- Clough, R W y J Penzien (1993), *Dynamics of structures*, second edition, McGraw-Hill, E.U.A.
- Committee 326 (1962/a), “Shear and diagonal tension. Part 1: General principles”, Report of ACI-ASCE Committee 326, *ACI Journal Proceedings*, Vol. 59, No. 1, pp. 1-30.
- Committee 326 (1962/b), “Shear and diagonal tension. Part 2: Beams and frames”, Report of ACI-ASCE Committee 326, *ACI Journal Proceedings*, Vol. 59, No. 2, pp. 277-334.
- Committee 426 (1973), “The shear strength of reinforced concrete members”, Joint ASCE-ACI Task Committee 426, *ASCE Journal of Structural Engineering*, Vol. 99, No. 6, pp. 1091-1187.
- Committee 445 (1998), “Recent approaches to shear design of structural concrete”, ASCE-ACI Committee 445, *ASCE Journal of Structural Engineering*, Vol. 124, No. 12, pp. 1375-1417.
- Eurocode 2 (2004), “Design of concrete structures. Part 1: General rules and rules for buildings”, *British Standards Institution*, Gran Bretaña.
- Godínez, E, A Tena y G Juárez (2012), “Análisis numérico de trabes acarteladas de concreto reforzado”, *Memorias, XVIII Congreso Nacional de Ingeniería Estructural*, Acapulco, Guerrero, CDROM, pp. 1-23, noviembre.
- González, O M y F Robles (2006), *Aspectos fundamentales del concreto reforzado*, cuarta edición, Limusa, México.
- Hwang, T y C F Scribner (1984), “R/C members cyclic response during various loadings”, *ASCE Journal of Structural Engineering*, Vol. 110, No. 3, pp 477-489.
- Hsu, T T C (1993), *Unified theory of reinforced concrete*, second, CRC Press, E.U.A.
- Johnson, M K y J A Ramírez (1988), “Minimum shear reinforcement in beams with higher strength concrete”, *Report CE-STR-88-22*, Department of Civil Engineering, University of Purdue, pp. 93.
- Johnson, M K y J A Ramírez (1989), “Minimum shear reinforcement in beams with higher strength concrete”, *ACI Structural Journal*, Vol. 86, No. 4, pp. 376-382.
- Kani, G N J (1964), “The riddle of shear failure and its solution”, *ACI Journal Proceedings*, Vol. 61, No. 4, pp. 441-468.
- Kaufmann, W (1998), “Strength and deformations of structural concrete subjected to in-plane shear and normal forces”, *Tesis Doctoral*, Institute of Structural Engineering, ETH Zurich, julio.

- Kim, W y R N White (1991), "Initiation of shear cracking in reinforced concrete beams with no web reinforcement", *ACI Structural Journal*, Vol. 88, No. 3, pp. 301-308.
- Kotsovos, M D (1988), "Compressive force path concept: Basis for ultimate limit state reinforced concrete design", *ACI Structural Journal*, Vol. 85, No. 1, pp. 68-75.
- Lee, J y F Watanabe (2003), "Shear deterioration of reinforced concrete beams subjected to reversed cyclic loading", *ACI Structural Journal*, Vol. 100, No. 4, pp. 480-489.
- Lee, J Y y H B Hwang (2010), "Maximum shear reinforcement of reinforced concrete beams", *ACI Structural Journal*, Vol. 107, No. 5, pp. 580-588.
- López, E (2013), "Comportamiento cíclico a cortante de trabes acarteladas de concreto reforzado en condición de continuidad", *Tesis de Maestría*, Universidad Autónoma Metropolitana - Azcapotzalco, México, (en proceso).
- MacGregor, J G y J K Wight (2005), *Reinforced concrete - mechanics and design*, fourth edition, Pearson-Prentice Hall, E.U.A.
- Marti, P (1985/a), "Basic tools of reinforced concrete beam design", *ACI Journal*, Vol. 82, No. 1, pp. 46-56.
- Marti, P (1985/b), "Truss models in detailing", *Concrete International*, Vol. 7, No. 12, pp. 66-73.
- Marti, P (1991), "Dimensioning and detailing", *IABSE Reports*, Vol. 62, pp. 411-443, International Association of Bridge and Structural Engineering.
- Marti, P (1999), "How to treat shear in structural concrete", *ACI Structural Journal*, Vol. 96, No. 3, pp. 408-414.
- Meli, R (1998), *Ingeniería estructural de los edificios históricos*, Fundación ICA, México, D.F.
- Mörsch, E (1909), *Concrete-steel construction (Der Eisenbetonbau)*, traducción autorizada de la tercera edición en Alemán de 1908, The Engineering Publishing News Company, Londres.
- Mörsch, E (1952), *Teoría y práctica del hormigón armado*, Tomo II, Gili, Argentina.
- Muttoni, A, J Schwartz y B Thürlimann (1997), *Design of concrete structures with stress fields*, Birkhäuser, Suiza.
- Muttoni, A y M Fernández Ruiz (2008), "Shear strength of members without transverse reinforcement as function of critical shear crack width", *ACI Structural Journal*, Vol. 105, No. 2, pp. 163-172.
- Nghiep, V H (2009), "Shear Design of straight and haunched concrete beams without stirrups", *Tesis Doctoral*, Technischen Universität Hamburg-Harburg, Alemania, mayo.
- Nielsen, M P, M W Braestrup y F Bach (1978), "Rational analysis of shear in reinforced concrete beams", *IABSE Proceedings 15/78*, Vol. 2, pp. 1-16, International Association of Bridge and Structural Engineering.
- Nielsen, M P (1999), *Limit analysis and concrete plasticity*, second edition, CRC Press, E.U.A.
- NTCC (2004), "Normas Técnicas Complementarias para Diseño y Construcción de Estructuras de Concreto", Reglamento de Construcciones para el Distrito Federal, *Gaceta Oficial del Distrito Federal*, octubre, México.
- Park, R y T Paulay (1975), *Reinforced concrete structures*, John Wiley and Sons, E.U.A.
- Popov, E V, V V Bertero y H Krawinkler (1972), "Cyclic behavior of three R.C. flexural members with high shear", *Reporte de Investigación No. EERC 72-5*, Earthquake Engineering Research Center, Universidad de California, Berkeley, E.U.A.
- Popov, E P (2007), *Engineering mechanics of solids*, second edition, Prentice Hall, E.U.A.
- Reineck, K H (1991), "Ultimate shear force of structural concrete members without transverse reinforcement derived from a mechanical model", *ACI Structural Journal*, Vol. 88, No. 5, pp. 592-602.
- Rogowsky, D M y G MacGregor (1986), "Design of reinforced concrete deep beams", *Concrete International*, Vol. 8, No. 8, pp. 49-58.
- Tena-Colunga, A y Abrams D P (1990), "Estimating of masonry structures with linear finite elements", *Fifth North American Masonry Conference*, Urbana-Champaign, Illinois. E.U.A.

- Tena-Colunga, A (1996), “Stiffness formulation for nonprismatic beam elements”, *ASCE Journal of Structural Engineering*, Vol. 122, No. 12, pp. 1484-1489.
- Tena, A (2007), *Análisis de estructuras con métodos matriciales*, Limusa, México.
- Tena-Colunga, A, H I Archundia-Aranda y O M González-Cuevas (2008), “Behavior of reinforced concrete haunched beams subjected to static shear loading”, *Engineering Structures*, Vol. 30, No. 2, pp. 478-492.
- Tena, A, G Gatica, L A Urbina y L Victoria (2012), “Impacto de la disposición de vigas secundarias en losas perimetralmente apoyadas en el comportamiento sísmico de edificios diseñados con base en marcos de concreto reforzado”, *Revista Internacional de Ingeniería de Estructuras*, Vol. 17, No. 1 y 2, pp. 63-85.
- Tena-Colunga, A y L A Martínez-Becerril (2013), “Approximations of lateral displacements of reinforced concrete frames with symmetric haunched beams in the elastic range of response using commercial software”, *ASCE Journal of Practice Periodical on Structural Design and Construction*, Vol. 18, No. 2, pp. 92-100.
- Thürlimann, B (1979), “Plastic analysis of reinforced concrete beams”, *IABSE Reports*, Vol. 28, pp. 71-90, International Association of Bridge and Structural Engineering.
- Tureyen, A K y R J Frosch (2003), “Concrete shear strength: Another perspective”, *ACI Structural Journal*, Vol. 100, No. 5, pp. 609-615.
- Urbina, L A (2013), “Comportamiento a cortante de trabes acarteladas continuas de concreto reforzado sujetas a cargas cíclicas”, *Tesis de Maestría*, Universidad Autónoma Metropolitana - Azcapotzalco, México, (en revisión).
- Vecchio, F J y M P Collins (1986), “The modified compression-field theory for reinforced concrete elements subjected to shear”, *ACI Structural Journal*, Vol. 83, No. 2, pp. 219-231.
- Vecchio, F J y W Shim (2004), “Experimental and analytical reexamination of classic concrete beam tests”, *ASCE Journal of Structural Engineering*, Vol. 130, No. 3, pp.460-469.
- Wang, C, C G Salmon y J A Pincheira (2007), *Reinforced concrete design*, seventh edition, John Wiley and Sons, E.U.A.
- Wight, J K y M A Sozen (1975), “Strength decay of RC columns under shear reversals”, *ASCE Journal of Structural Engineering*, Vol. 101, No. 5, pp. 1053-1065.
- Zararis, P D y G Ch Papadakis (2001), “Diagonal shear failure and size effect in RC beams without web reinforcement”, *ASCE Journal of Structural Engineering*, Vol. 127, No. 7, pp. 733-742.
- Zararis, P D (2003), “Shear strength and minimum shear reinforcement of reinforced concrete slender beams”, *ACI Structural Journal*, Vol. 100, No. 2, pp. 203-214.
- Zhang, J P (1994), “Strength of cracked concrete. Part 1: Shear strength of conventional reinforced concrete beams deep beams, corbels and prestressed reinforced concrete beams without shear reinforcement”, *Reporte 311*, Serie R, Departamento de Ingeniería Estructural, Universidad Técnica de Dinamarca, pp. 106., ISBN 87-7740-146-8.

# CAPÍTULO 8: RECOMENDACIONES GENERALES Y EJEMPLOS PARA EL DISEÑO DE ESTRIBOS

En este capítulo se presentan recomendaciones para el diseño a cortante de trabes esbeltas de concreto reforzado sometidas a cargas uniformemente distribuidas (con y sin demandas sísmicas), así como algunos ejemplos de aplicación. Para ello, se hace: a) un análisis y discusión de los procedimientos existentes para el diseño del refuerzo transversal según la filosofía del diseño por secciones y, b) la adecuación de las aportaciones de esta tesis para las combinaciones de carga usuales en edificios.

## 8.1 DISEÑO POR CORTANTE CONFORME AL REGLAMENTO ACI 318

De acuerdo con el reglamento ACI 318 11, en vigas esbeltas cargadas en su parte superior y apoyadas en su parte inferior, o en condición de continuidad (figura 8.1), la sección ubicada a una distancia “ $d$ ” del apoyo es la sección crítica por cortante y, en general, gobierna la resistencia de todo el elemento. De esta manera, el reglamento exige que el cortante resistente ( $\phi V_n$ ) en las secciones más allá de la sección crítica sea mayor o igual al cortante último o factorizado ( $V_u$ ) en cada una de ellas. Las secciones entre el apoyo y la sección crítica deben ser diseñadas con la demanda de esta última. Para el reglamento ACI 318, el cortante resistente es la suma de las contribuciones del concreto ( $V_c$ ) y del acero de refuerzo transversal ( $V_s$ ) multiplicadas por un factor de reducción ( $\phi < 1$ ). En las ecuaciones 8.1 y 8.2 se muestran las ecuaciones que rigen esta filosofía de diseño.

$$\phi V_n \geq V_u \quad 8.1$$

$$V_n = V_c + V_s \quad 8.2$$

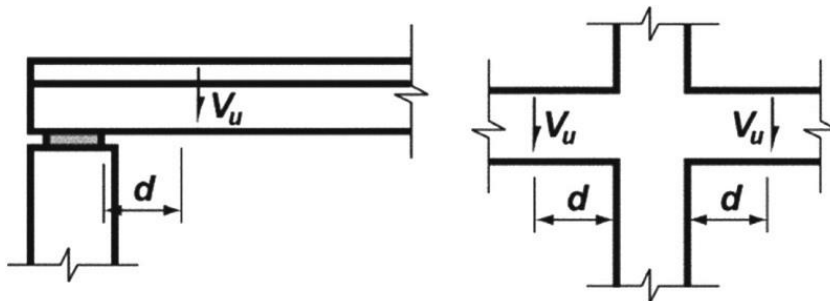


Figura 8.1 Ubicación de la sección crítica por cortante conforme al reglamento ACI 318 11

En el reglamento ACI 318 11 se disponen las instrucciones para efectuar el cálculo de la resistencia a cortante a lo largo de toda la trabe. Por ejemplo, el cálculo (simplificado) de la contribución del concreto se hace con la ecuación 8.3, donde  $f'_c$  es la resistencia del concreto,  $d$  el peralte efectivo de la sección y  $b$  su ancho.

$$V_c = 0.53\sqrt{f'_c} bd; \quad (\text{kg, cm}) \quad \mathbf{8.3}$$

De acuerdo con este reglamento, el valor de  $\sqrt{f'_c}$  no debe exceder  $7 \text{ kg/cm}^2$  a menos que se suministre el área mínima de refuerzo transversal indicada en la ecuación 8.4, donde  $f_{yw}$  es el esfuerzo de fluencia del acero de refuerzo transversal que no debe ser superior a  $4200 \text{ kg/cm}^2$  y  $s$  la separación de estribos. El área mínima de acero siempre se debe colocar cuando  $V_u/\phi \geq 0.5V_c$ .

$$A_{vmin} = 0.2 \frac{\sqrt{f'_c}}{f_{yw}} bs \geq 3.5 \frac{bs}{f_{yw}}; \quad (\text{kg, cm}) \quad \mathbf{8.4}$$

La separación máxima de estribos ( $s_{max}$ ) es la que se indica en la ecuación 8.5.

$$s_{max} = \frac{d}{2} \leq 60 \text{ cm} \quad \mathbf{8.5}$$

Cuando se cumpla que  $V_u/\phi \geq V_c$ , se debe proporcionar acero de refuerzo transversal conforme a las ecuación 8.6, donde  $A_v$  es el área del acero de refuerzo transversal. La contribución de este refuerzo (estribos) tiene la limitación mostrada en la ecuación 8.7.

$$V_s = \frac{A_v f_{yw} d}{s} \quad \mathbf{8.6}$$

$$V_s \leq 2.1\sqrt{f'_c} bd; \quad (\text{kg, cm}) \quad \mathbf{8.7}$$

Finalmente, cuando la contribución del acero de refuerzo transversal sea mayor o igual a  $1.1\sqrt{f'_c} bd$ , la separación máxima de estribos está gobernada por la ecuación 8.9.

$$s_{max} = \frac{d}{4} \leq 30 \text{ cm} \quad \mathbf{8.9}$$

De acuerdo con Ferguson *et al.* (1988), hacer el diseño del refuerzo transversal conforme al reglamento ACI 318 se facilita notablemente si las ecuaciones anteriores se ordenan para formar intervalos de aplicación. A estos intervalos Ferguson y colaboradores los llamaron *regiones* e identificaron cuatro, las cuales, salvo cambios menores debido a la actualización del reglamento, son las que se muestran en la tabla 8.1. La visualización de estas regiones se facilita con la figura 8.2, donde los intervalos que delimitan a cada uno se han ajustado a

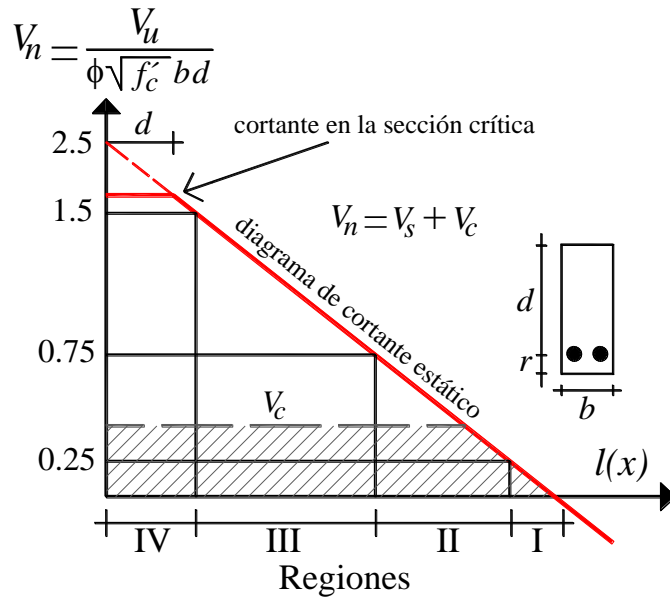
valores más sencillos y conservadores (la mayoría similares a los de las NTCC 04). En la figura 8.2 se utilizó un diagrama de cortante asociado a cargas uniformemente distribuidas, pues es una situación en la que vale la pena analizar la aplicación de las regiones de diseño sugeridas por Ferguson *et al.* (1988).

**Tabla 8.1 Diseño del refuerzo transversal conforme a Ferguson *et al.* (1988). Modificada**

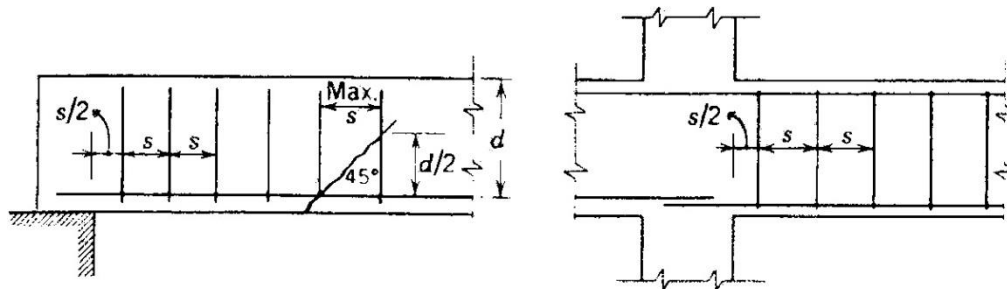
Ecuaciones de diseño
$V_n \geq \frac{V_u}{\phi}$ $V_n = V_c + V_s$
Región I
$0 \leq V_n \leq 0.27\sqrt{f'_c}bd$ <p style="text-align: center;">Estrictamente no se requieren estribos (es buena práctica suministrarlos como en la Región II)</p>
Región II
$0.27\sqrt{f'_c}bd < V_n \leq [0.53\sqrt{f'_c} + 0.2\sqrt{f'_c}]bd$ $0.27\sqrt{f'_c}bd < V_n \leq 0.73\sqrt{f'_c}bd$ $A_{vmin} = 0.2 \frac{\sqrt{f'_c}}{f_{yw}}bs \geq 3.5 \frac{bs}{f_{yw}}$ $s_{max} = \frac{d}{2} \leq 60 \text{ cm}$
Región III
$0.73\sqrt{f'_c}bd < V_n \leq [0.53 + 1.1]\sqrt{f'_c}bd$ $0.73\sqrt{f'_c}bd < V_n \leq 1.63\sqrt{f'_c}bd$ $A_v = \frac{V_s(s)}{f_{yw}d}$ $s_{max} = \frac{d}{2} \leq 60 \text{ cm}$
Región IV
$1.63\sqrt{f'_c}bd < V_n \leq [0.53 + 2.1]\sqrt{f'_c}bd$ $1.63\sqrt{f'_c}bd < V_n \leq 2.63\sqrt{f'_c}bd$ $A_v = \frac{V_s(s)}{f_{yw}d}$ $s_{max} = \frac{d}{4} \leq 30 \text{ cm}$

Se debe mencionar, que en el capítulo de diseño por cortante del reglamento ACI 318 11 no se encontró alguna recomendación sobre la separación mínima de estribos. Por comparación, las NTCC 04 indican en la sección 2.5.2.3 que ésta debe ser 6 cm. Sobre la ubicación del primer estribo medido a partir del paño del apoyo o de la reacción, ni el reglamento ACI 318 ni las

NTCC 04 contienen en su sección de cortante alguna recomendación al respecto. Sobre este asunto, Ferguson *et al.* (1988) sugirieron colocar el primer estribo a una distancia del paño del elemento igual a la mitad de la separación de estribos en la región adyacente al apoyo (figura 8.3). Vale la pena mencionar, que las disposiciones del ACI 318 11 y de las NTCC 04 para el diseño sísmico de traveses prismáticos se indica que, para fines de confinamiento de las articulaciones plásticas, el primer estribo se debe colocar a 5 cm del paño de la viga.



**Figura 8.2 Recomendación para el diseño de estribos conforme al reglamento ACI 318 (ver tabla 8.1)**

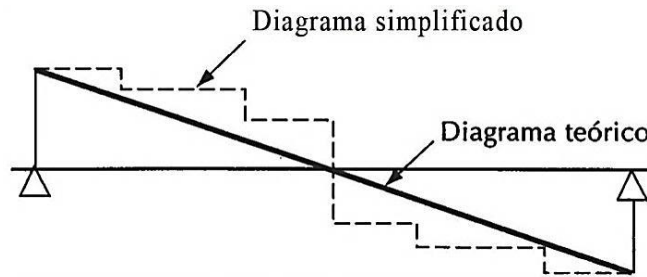


**Figura 8.3 Colocación del primer estribo según Ferguson *et al.* (1988)**

Aunque la figura 8.2 permite entender el diseño por cortante de una trabe de concreto reforzado conforme al reglamento ACI 318, no indica claramente el valor de la demanda que debe considerarse en cada una de las regiones (o escalones) en las que se puede dividir el claro de cortante. Por ejemplo, los estribos dentro de la región III ¿se deben diseñar para un cortante igual a  $1.5\phi\sqrt{f'_c}bd$  o para  $0.75\phi\sqrt{f'_c}bd$ ? En efecto, una opción válida sería utilizar el promedio de las fronteras que delimitan cada región, pero debe justificarse con argumentos ingenieriles contundentes. Sobre este tema vale la pena analizar algunas propuestas existentes.



González y Robles (2006) recomendaron subdividir el claro de cortante en dos o tres tramos que no parecen coincidir con los mostrados en la figura 8.2, y diseñarlos usando un diagrama que, cualitativamente, parece involucrar valores algo mayores que el cortante estático en cada tramo (figura 8.4). Sobre su recomendación, González y Robles (2006) comentaron que los cambios imprevistos de carga pueden modificar sustancialmente el diagrama teórico, por lo que no vale la pena hacer un diseño por cortante apegado a éste. Se advierte que la propuesta de González y Robles (2006) no involucra la ubicación de la sección crítica por cortante del reglamento ACI 318.



**Figura 8.4 Sugerencia de González y Robles (2006) para realizar el diseño por cortante**

En general, los métodos de diseño por *secciones* que se apoyan en la teoría de los campos de compresión y la plasticidad del concreto, recomiendan el uso de un diagrama parecido al de la figura 8.4 pero construido con base en el valor más *pequeño* del cortante estático en cada tramo. Un diseño con estas características se conoce en la literatura técnica como diseño *escalonado*. Como se analiza y demuestra en las secciones siguientes, utilizar un diagrama de cortante de este tipo es controversial.

## **8.2 DISEÑO ESCALONADO CONFORME A LA TEORÍA DE LOS CAMPOS DE COMPRESIÓN Y LA TEORÍA DE LA PLASTICIDAD DEL CONCRETO**

La versión más aceptada de un diagrama escalonado es la que propusieron Collins y Mitchell (1980) para la aplicación de su primer método de diseño basado en la teoría de los campos de compresión (en sus inicios, este método era muy parecido a un diseño basado en modelos de armadura plástica de ángulo variable). En la figura 8.5 se muestra el diagrama escalonado propuesto por Collins y Mitchell (1980), en el que cada segmento de longitud  $d/\tan\theta$  se debe diseñar para un cortante constante que es igual al valor más pequeño del diagrama de cortante estático en dicha longitud. Para Collins y Mitchell, un diseño por *secciones* con este diagrama se justifica ya que, en la *sección* dentro de cada tramo donde se presenta el cortante mínimo, las fuerzas internas y externas se equilibran (figura 8.6). Finalmente, Collins y Mitchell (1980) indicaron que a lo largo del elemento se pueden utilizar sin ningún inconveniente diferentes valores de  $\theta$ .

La propuesta de Collins y Mitchell (1980) motivó un debate en el que se involucraron muchos especialistas en el tema. Entre ellos Müller (1981), quién señaló que el uso de diferentes ángulos de inclinación del campo de compresión diagonal ( $\theta$ ), lidera la distorsión de los campos de esfuerzo uniforme supuestos en el mecanismo resistente, lo que se manifiesta con un aumento en el nivel de esfuerzo del concreto. Adicionalmente, indicó que se deben tomar

medidas especiales para el suministro de acero transversal cuando en el elemento también actúan cargas concentradas, pues un diseño basado exclusivamente en un diagrama escalonado como el de Collins y Mitchell (1980) podría ser inseguro. Sobre este último aspecto existen recomendaciones en la literatura técnica (por ejemplo, figura 8.7).

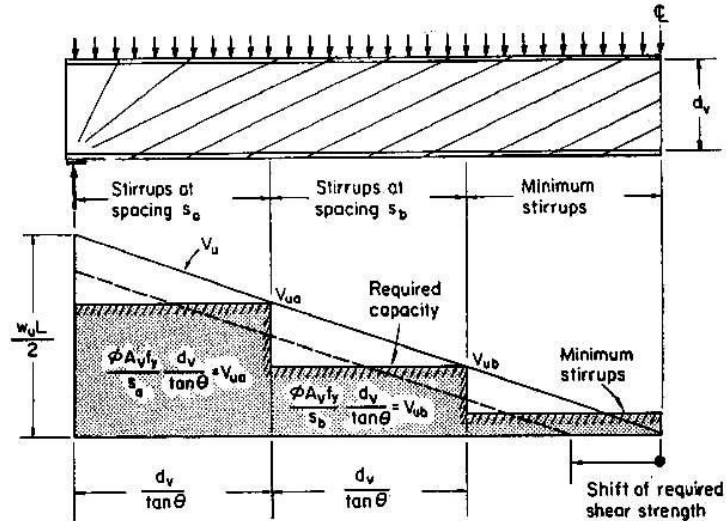


Figura 8.5 Diagrama de cortante escalonado propuesto por Collins y Mitchell (1980)

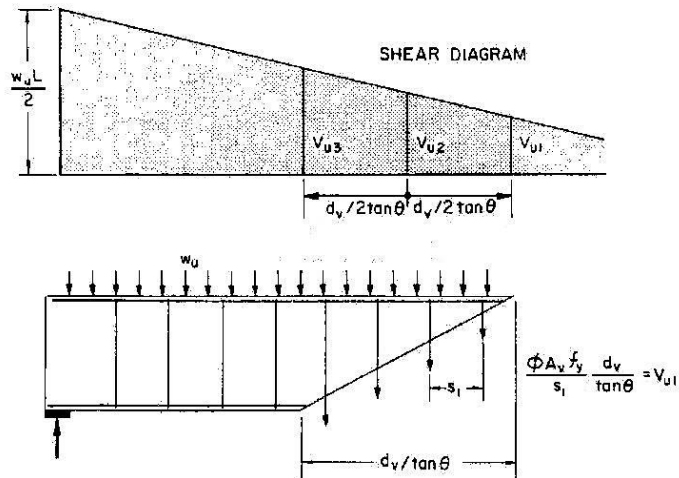


Figura 8.6 Justificación del diagrama escalonado propuesto por Collins y Mitchell (1980). Modificada

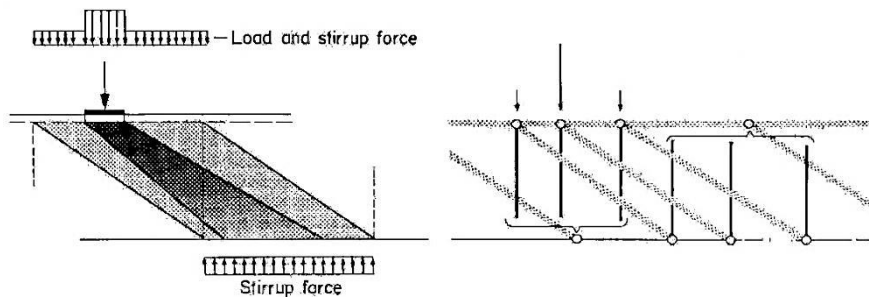


Figura 8.7 Propuesta de Muttoni et al. (1997) para diseñar traveses con cargas uniformes y concentradas

Hsu (1982) también cuestionó el diagrama escalonado propuesto por Collins y Mitchell (1980), y aseveró que utilizarlo era francamente inseguro. Para apoyar su argumento desarrolló campos de esfuerzos *elásticos* y *continuos* con los que demostró que un diseño por cortante seguro para traveses con cargas uniformemente distribuidas en su parte superior, solamente se logra si cada sección del elemento satisface la demanda del diagrama de cortante estático (Hsu 1982 y 1993).

La propuesta de Hsu (1982), además de ser algo impráctica (comparar contra figura 8.2), tiene el inconveniente de que los campos de esfuerzo que utilizó generan esfuerzos cortantes longitudinales (flujo de cortante) los cuales, argumentó, son resistidos parcialmente ¡por el trabajo de dovela de los estribos! En efecto, esta idea fue erradicada por el modelo de armadura propuesto de manera independiente por Ritter y Morsch y con el que se demostró que los estribos trabajan a tensión y no a cortante (“Committee 326” 1962/a).

Hsu (1982) recibió varios comentarios a su propuesta, de ellos se rescatan los de Müller (1983), quien señaló que: i) Hsu no había atendido todas las implicaciones de los campos de esfuerzo elásticos y continuos de su solución, ii) efectivamente, un diagrama escalonado como el propuesto por Collins y Mitchell (1980) no es seguro, sobre todo para el diseño de envolventes de cortante de cargas distribuidas con y sin cargas móviles, iii) un diagrama escalonado seguro debe proporcionar por lo menos el mismo volumen de refuerzo transversal que el diagrama de cortante estático y, iv) para hacer un diseño por secciones, la mejor opción es usar un diagrama en el que los escalones estén por *encima* del diagrama de cortante estático (al parecer, algo muy parecido al de la figura 8.4).

Otro trabajo a considerar es el de Cerruti y Marti (1987), quienes hicieron experimentos para justificar el diagrama escalonado de Collins y Mitchell (1980) y que después fue retomado por Marti (1986) en un estudio analítico para cargas móviles. Para esas fechas, el diagrama de Collins y Mitchell (1980) ya era parte del reglamento de construcción canadiense (Collins y Mitchell 1986). Cerruti y Marti (1987) ensayaron dos traveses idénticas: una diseñada considerando campos de esfuerzo con una inclinación  $\theta = 45^\circ$  y la otra con  $\theta = 30^\circ$  (figura 8.8). En el diseño de ambos especímenes no se tomó en cuenta la contribución del concreto, y el acero longitudinal se diseñó y cortó según los modelos de armadura que simplifican a los campos de esfuerzo.

Con base en los resultados publicados por Cerruti y Marti (1987), se puede decir que ambos especímenes: 1) desarrollaron un agrietamiento congruente con su modelo de armadura, 2) tuvieron la misma capacidad de carga (superior a la de diseño) y, 3) experimentaron una configuración deformada similar.

A pesar de los puntos arriba señalados, ambos especímenes presentaron modos de falla diferente. El elemento CMI ( $\theta = 45^\circ$ ) falló por flexión en la sección del apoyo intermedio B, lo que ocasionó que una varilla del refuerzo longitudinal inferior se pandeara causando el desprendimiento de concreto en la zona adyacente del apoyo en el lado del voladizo (figura 8.9-a). Por su parte, el elemento CM2 ( $\theta = 30^\circ$ ) falló por aplastamiento del alma en la cara interior del apoyo B, lo que ocasionó la fluencia excesiva de los estribos adyacentes en el claro de la carga distribuida (figura 8.9-b). El ancho máximo de las grietas diagonales al 60% de la

carga de diseño, fue de 0.25 mm en el elemento CM1 y 0.35 mm en el elemento CM2; en la carga de diseño, se registró en el elemento CM1 un ancho de grieta de 0.35 mm y de 1.05 mm en el elemento CM2.

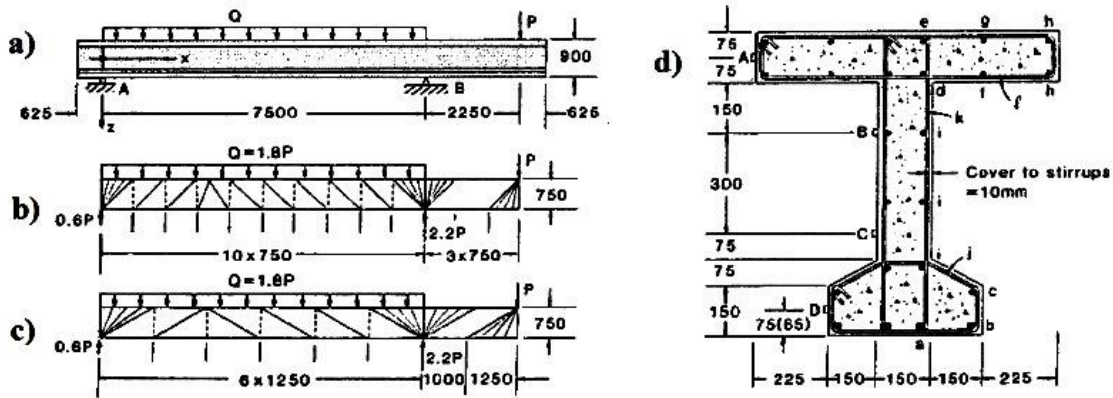


Figura 8.8 Experimentos de Cerruti y Marti (1987): a) condición de carga y apoyo, b) trabe CM1 ( $\theta=45^\circ$ ), c) trabe CM2 ( $\theta=30^\circ$ ) y, d) sección transversal típica

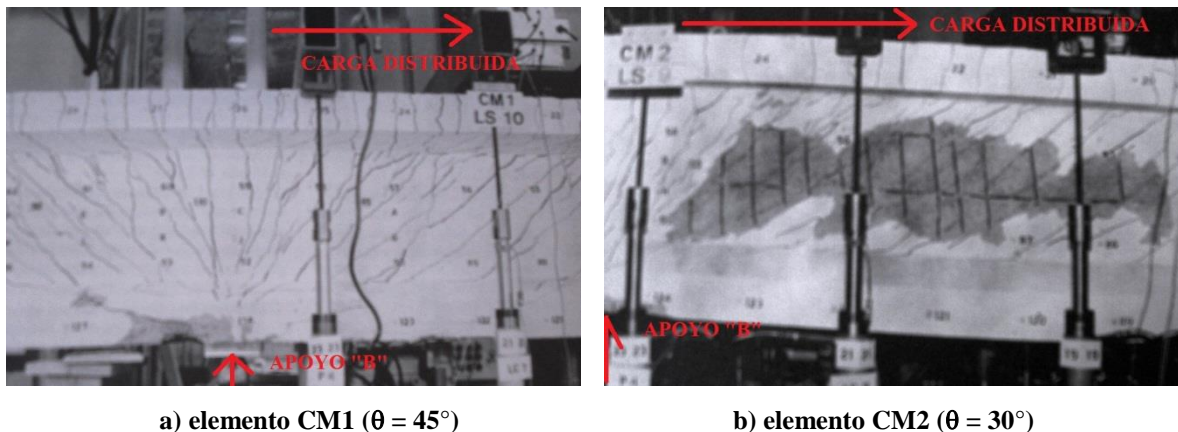


Figura 8.9 Patrones de agrietamiento en la zona de falla (apoyo intermedio B, figura 8.8) en los experimentos de Cerruti y Marti (1987). Modificadas

Puesto que el elemento CM2 fue el que presentó una falla por cortante, Cerruti y Marti (1987) lo analizaron con más detalle. Por ejemplo, reportaron que el nivel de esfuerzo en el campo de compresión diagonal en la zona donde ocurrió la falla, fue el 42% de la resistencia del concreto medida en los cilindros de control ( $0.42f'_c$ ). Aunque este valor se ajustó bien al que predecía el reglamento canadiense de 1984 ( $0.39f'_c$ ), fue inferior al valor que previamente había recomendado Marti (1985/a/b) para efectos de prediseño y revisión de estructuras existentes ( $0.6f'_c$ ).

Cerruti y Marti (1987) reconocieron que la cantidad de estribos dentro del abanico de compresión *teórico* adyacente la falla, fue insuficiente para acomodar la demanda (apoyo B en el claro de carga constante, figuras 8.8-a/b/c). Esto, en otras palabras, significa que el abanico se extendió más de lo predicho en su modelo de armadura. Con base en con los datos reportados por Cerruti y Marti (1987), dicha extensión fue un 20% más de lo calculado.

Al final, Cerruti y Marti (1987) validaron con estos experimentos el diseño por cortante usando un diagrama escalonado como el mostrado en la figura 8.5; sin embargo, se debe poner atención a los siguientes aspectos:

1. Los experimentos se hicieron en traveses de sección “I” con alma delgada, lo que no es representativo para traveses típicos de edificios.
2. Al atender la definición de esbeltez presentada en el capítulo cinco de esta tesis, se puede decir que la trabe CM2 no era totalmente esbelta ( $\lambda_p = [a(\tan\theta)/2d] \geq 1$ ). Por ejemplo, el tramo en voladizo del elemento CM2 está caracterizado por un valor  $\lambda_p = 0.87 < 1$ , lo que teóricamente no garantiza el desarrollo de un campo de compresión diagonal con inclinación  $\theta = 30^\circ$ . Asimismo, el tramo delimitado por el apoyo A y la primera sección con un cortante nulo ( $a = 2500$  mm), proporciona por un valor  $\lambda_p = 0.96 < 1$ , donde apenas se puede albergar un campo de compresión diagonal con las mismas características.
3. A pesar de lo comentado en el inciso anterior, los tramos donde se presentaron las fallas en los elementos CM1 y CM2 eran esbeltos ( $\lambda_p \geq 1$  en los tramos con carga distribuida comprendidos entre el apoyo interior B y la sección intermedia de cortante nulo), por lo que en la resistencia tuvo que haber participado la contribución del concreto que fue ignorada en el diseño [ver análisis de la trabe A-2 de Bresler y Scordelis (1963) presentado en el capítulo cinco]. Lo anterior sugiere que el diagrama escalonado utilizado por Cerruti y Marti (1987) fue “cubierto”, en alguna medida, por la contribución del concreto.
4. Al parecer, el diagrama escalonado propuesto por Collins y Mitchell (1980) no proporciona la cantidad suficiente de estribos en los abanicos de compresión adyacentes a las reacciones o cargas concentradas. Los resultados experimentales de Cerruti y Marti (1987) sugieren que suministrar acero de refuerzo transversal con ese diagrama escalonado puede liderar algún grado de seudoesbeltez, ya que favorece la extensión de los abanicos de compresión en el claro de cortante. El concepto de seudoesbeltez y sus consecuencias se explica con detalle en el capítulo cinco.
5. Se puede decir que en los especímenes estudiados por Cerruti y Marti (1987) faltaron estribos para: a) dar soporte lateral al refuerzo longitudinal en compresión y evitar su pandeo y, b) evitar una falla por aplastamiento en el alma a un esfuerzo relativamente bajo ( $0.42f'_c$ ).

El lector interesado puede corroborar que estos comentarios también aplican en otro trabajo experimental dirigido por Marti (figura 8.10). Sin duda, esto pone en tela de juicio el uso de un diagrama escalonado como el mostrado en la figura 8.5.

En este sentido, es interesante saber que Nielsen (1999), un prestigiado desarrollador de la teoría de la plasticidad del concreto, propuso usar un escalonamiento menos severo que el recomendado por Collins y Mitchell (1980), ya que en lugar de usar el valor más pequeño del cortante estático en el intervalo  $d/\tan\theta$ , recomendó hacerlo con base en el *promedio* del cortante de cada extremo del intervalo.

Por su parte, y a partir del análisis de resultados experimentales, Hawkins y Kuchma recomendaron usar un diagrama escalonado “tradicional” como el mostrado en la figura 8.11, y desistir del diagrama mostrado en la figura 8.5 (“NCHRP 579” 2007). Atendiendo esta recomendación, queda claro que cada tramo típico de un modelo de armadura de longitud  $d/\tan\theta$  tiene que diseñarse para el mayor cortante estático del tramo. En efecto, esto se opone al tipo de escalonamiento en la sección crítica implícito en el reglamento ACI 318 (figura 8.2). Desafortunadamente, y al igual que González y Robles (2006), Hawkins y Kuchma no dieron instrucciones detalladas para la construcción de un diagrama escalonado.

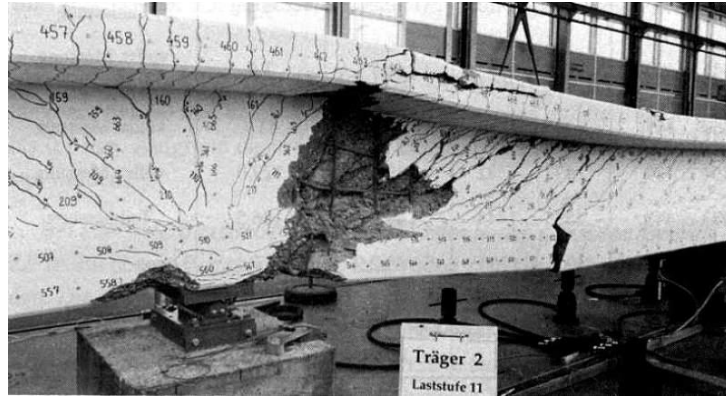


Figura 8.10 Falla de la trabe T2 ensayada por Sigrist y Marti (1993)

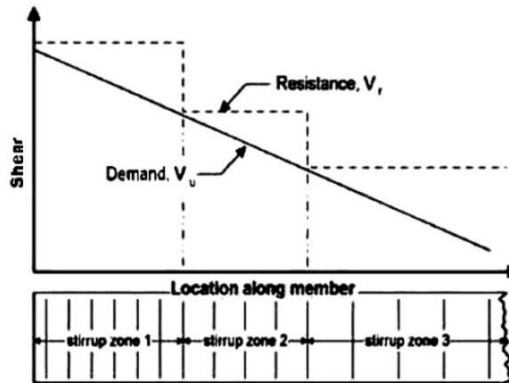
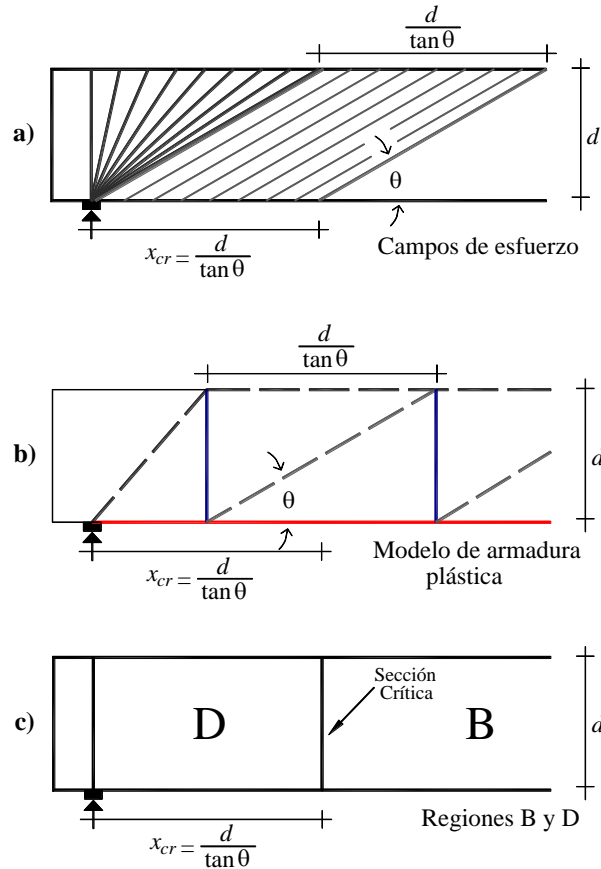


Figura 8.11 Diagrama escalonado “tradicional” sugerido por Hawkins y Kuchma (“NCHRP 579” 2007)

Este pequeño análisis deja en claro que existe consenso en que el diseño por cortante de una viga con carga distribuida se debe hacer con un diagrama escalonado; sin embargo, al parecer, no existe una propuesta de escalonamiento aún consolidada. Además, ninguna de las existentes fomenta claramente las hipótesis de diseño conforme a un mecanismo de armadura. En otras palabras, no se tiene conocimiento de que se haya recomendado un diagrama escalonado que teóricamente, y al mismo tiempo: i) garantice la resistencia a lo largo del elemento, ii) *contenga* los abanicos de compresión en la distancia especificada por un modelo de armadura y, iii) sea congruente con los campos de esfuerzo (regiones B y D) que “corta” la sección crítica por cortante (figura 8.12).

Ante este escenario, es obligado preguntar: ¿qué características debe tener un diagrama escalonado que permita hacer un diseño por secciones confiable y racional?



**Figura 8.12** Correlación entre los campos de esfuerzo, las regiones B-D y la sección crítica

### 8.3 DIAGRAMA ESCALONADO BASADO EN EL NÚMERO TEÓRICO DE ESTRIBOS

A pesar que el reglamento ACI 318 promueve el diseño a cortante por *secciones*, su aplicación en traves con cargas distribuidas requiere subdividir un claro de cortante en *tramos* donde aplican sus diferentes disposiciones para el diseño del refuerzo transversal (tabla 8.1 y figura 8.2). Además, y para facilitar el diseño, se requiere de un diagrama de cortante escalonado que, al parecer, solamente debe cumplir el requisito de envolver el diagrama de cortante estático (por ejemplo, figuras 8.4 y 8.11). Por otra parte, aunque la teoría de la plasticidad del concreto y la teoría de los campos de compresión promueven un diseño por *tramos* de elemento, se apoyan en un diagrama escalonado que está envuelto por el diagrama de cortante estático y que, sus promotores, justifican con el equilibrio de ciertas *secciones* a lo largo del elemento (figuras 8.5 y 8.6). Efectivamente, en ambos casos se tiene una paradoja que no permite tener una idea clara de cómo hacer un diseño por secciones seguro para traves con cargas distribuidas.

Para resolver este dilema, se utilizó el concepto del número teórico de estribos propuesto por Ferguson (1965). Este concepto se apoya, exclusivamente, en la relación que existe entre la demanda de cortante del análisis estructural y la resistencia que aportan los estribos, por lo que es una herramienta válida e independiente para intentar resolver el dilema del diagrama escalonado.

De acuerdo con Ferguson (1965), el diseño de los estribos en una viga requiere:

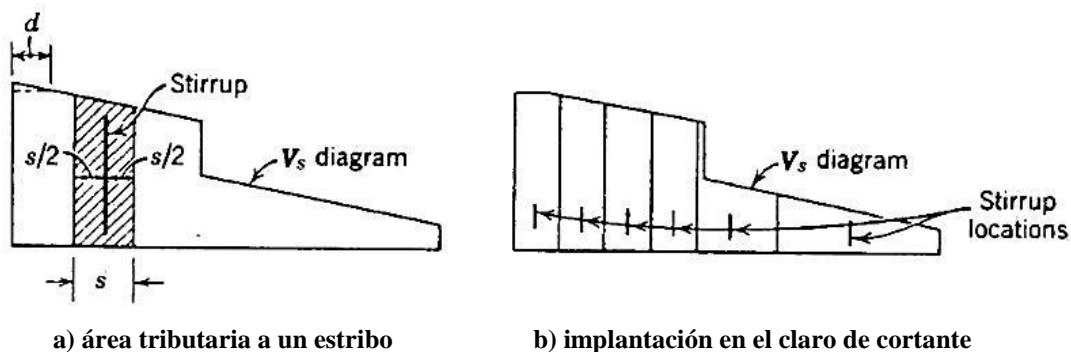
1. Determinar los cortantes máximos y la distancia en la cual los estribos son requeridos. Los cortantes máximos pueden involucrar todo o parte del claro de cortante.
2. Escoger un tamaño de estribos adecuado (diámetro de la rama). Se debe tomar en cuenta que no es muy común usar estribos de diferente diámetro en un solo elemento.
3. Seleccionar un conjunto de espaciamientos prácticos. La separación mínima de estribos debe permitir el paso del agregado y facilitar su colocación, en general, la separación de estribos no debe ser menor a 7.5 cm y en casos extremos a 5 cm. Asimismo, la separación máxima entre estribos no debe ser superior a la que indican los reglamentos de construcciones.

Cuando se atienden los puntos arriba señalados en una trabe sometida a cortante constante, la separación de estribos también es constante y debe ser lo más cercano a la máxima permitida (Ferguson 1965). Sin embargo, como en la mayoría de los casos el cortante es variable, es necesario calcular la separación de estribos en cada una de las regiones donde aplican las ecuaciones de diseño (por ejemplo, las del reglamento del ACI 318 indicadas en la tabla 8.1 y la figura 8.2). Por ello, y para *verificar* el diseño del refuerzo transversal, Ferguson (1965) recomendó calcular el número teórico de estribos en el elemento.

Mediante una sencilla manipulación de la fórmula del reglamento ACI 318 que cuantifica la contribución del acero de refuerzo transversal ( $V_s = A_v f_{yw} d / s$ ), Ferguson (1965) relacionó la resistencia de un estribo aislado con la demanda de cortante (ecuación 8.9 y figura 8.13-a). Al extender este concepto a todo el elemento, Ferguson recomendó estimar el número teórico de estribos ( $n_T$ ) en una viga con la ecuación 8.10 (figura 8.13-b).

$$A_v f_{yw} = \frac{V_s(s)}{d} = \frac{\text{área del diagrama } V_s \text{ en la distancia } s}{d} \quad 8.9$$

$$n_T = \frac{\text{área total del diagrama } V_s}{A_v f_{yw} d} \quad 8.10$$



**Figura 8.13 Concepto del número teórico de estribos de Ferguson (1965)**



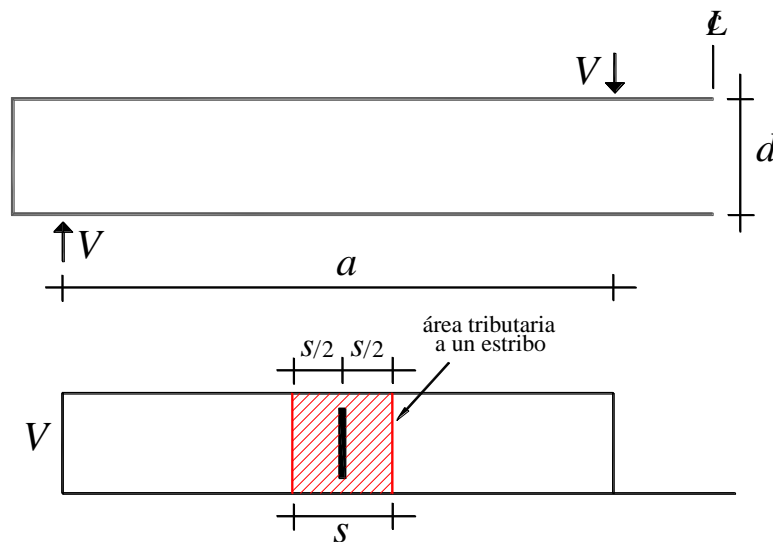
El número teórico de estribos de Ferguson (1965), está asociado con la demanda de cortante resistida sólo por el refuerzo transversal ( $V_s$ ), por lo que el diagrama que utilizó es el del cortante estático menos la contribución del concreto calculada con la ecuación simplificada del reglamento ACI 318. Por esta razón, en las ecuaciones 8.9 y 8.10, así como en la figura 8.13, se utilizó el término  $V_s$ .

Ferguson (1965) aclaró que el número teórico de estribos generalmente es *menor* a los que realmente se colocan en un diseño bien hecho. Sobre este asunto, mencionó que entre las principales causas que incrementan el número de estribos están: 1) el ajuste de su separación a valores prácticos, 2) los límites de separación máxima y, 3) el detallado. Por ejemplo, en el ejercicio con el que ilustró su concepto en una edición posterior de su libro se utilizaron 20 estribos que, al comparar contra el número teórico (14.2), resulta en un incremento del 40%. (Ferguson *et al.* 1988).

Bajo esta luz, el número *teórico* de estribos de Ferguson (1965) debe interpretarse como el número *mínimo* de estribos que se deben colocar en un elemento para satisfacer la demanda de cortante independientemente de tomar o no en cuenta la contribución del concreto (lo que depende de la filosofía de diseño adoptada y de su ejecución consistente). Esta característica hace que el cálculo del número teórico de estribos sea atractivo para proponer un diagrama de cortante escalonado que no responda a ninguna filosofía de diseño en particular.

### 8.3.1 Número teórico de estribos en tramos de cortante constante

El diseño de estribos más elemental es cuando el cortante es constante. Si en lugar de la contribución del acero de refuerzo del reglamento ACI 318 se utiliza la fórmula más general de la teoría de la plasticidad del concreto ( $V_s = A_v f_{yw} d / s \tan \theta$ ), y por congruencia el diagrama de cortante estático total (figura 8.14), también es posible calcular el número teórico de estribos en el claro de cortante ( $a$ ) con el método sugerido por Ferguson (1965).



**Figura 8.14** Tributación a un estribo en un claro con cortante constante

Con base en la figura 8.14, el área tributaria del diagrama de cortante que le corresponde a un solo estribo separado uniformemente una distancia “ $s$ ”, es el producto  $V(s)$ . De esta manera, la resistencia del estribo ( $A_v f_{yw}$ ) se puede relacionar con su área tributaria según la ecuación 8.11.

$$A_v f_{yw} = \frac{V_s(s) \tan \theta}{d} \quad \mathbf{8.11}$$

$$n A_v f_{yw} = \frac{V_s(s) \tan \theta}{d} \left[ \frac{a}{s} \right] \quad \mathbf{8.12}$$

$$n_T = \frac{Va(\tan \theta)}{A_v f_{yw} d} \quad \mathbf{8.13}$$

Debido al cortante constante, y a la práctica de colocar estribos iguales, es normal que la separación de estribos sea constante en el claro de cortante. De esta forma, la cantidad de estribos ( $n$ ) se puede suponer igual al cociente del claro de cortante entre la separación de estribos ( $n = a/s$ ). Sustituyendo esta “igualdad” en la ecuación 8.11 como se indica en la ecuación 8.12, se obtiene el número teórico de estribos ( $n_T$ ) en función del mecanismo de armadura plástica (ecuación 8.13).

Es de llamar la atención, que si en la ecuación 8.13 se considera  $\theta = 45^\circ$  y al diagrama de cortante se le resta la contribución del concreto, se obtiene la ecuación 8.10 que es la solución original de Ferguson (1965). Esto significa que dicha solución debe limitarse a tramos de cortante constante.

### **8.3.2 Número teórico de estribos en tramos de cortante lineal**

Es común que las trabes se diseñen suponiendo cargas uniformemente distribuidas que generan diagramas de cortante con variación lineal. En esta situación también se puede calcular el número teórico de estribos en el claro de cortante (figura 8.15).

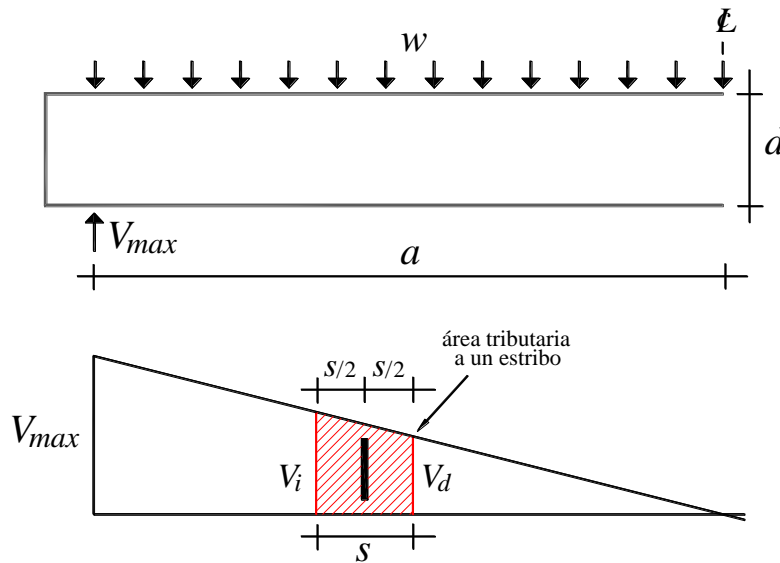
Con base en la figura 8.15, el área tributaria del diagrama de cortante a un estribo aislado se obtiene de manera muy sencilla con la ecuación 8.14, donde  $V_{prom}$  es el cortante promedio en la longitud  $s$  (figura 8.16).

$$\left[ \frac{V_i + V_d}{2} \right] s = V_{prom}(s) = \text{área tributaria del diagrama lineal } V \text{ a un estribo} \quad \mathbf{8.14}$$

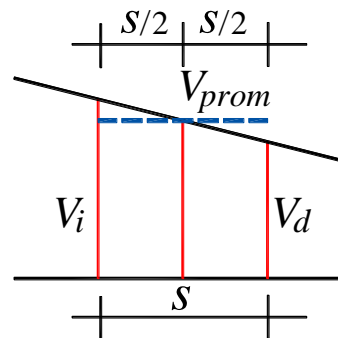
Al aplicar de manera consistente los cálculos mostrados en la sección 8.3.1 se llega a la ecuación 8.15. Esta ecuación cuantifica el número teórico de estribos en un claro de cortante con variación lineal, donde  $V_{PROM}$  es el cortante promedio en todo el claro de cortante y se calcula según la ecuación 8.16 (figura 8.17).

$$n_T = \frac{V_{PROM} a (\tan \theta)}{A_v f_{yw} d} \quad 8.15$$

$$V_{PROM} = \frac{V_{max}}{2} \quad 8.16$$



**Figura 8.15** Tributación a un estribo en un claro con cortante lineal

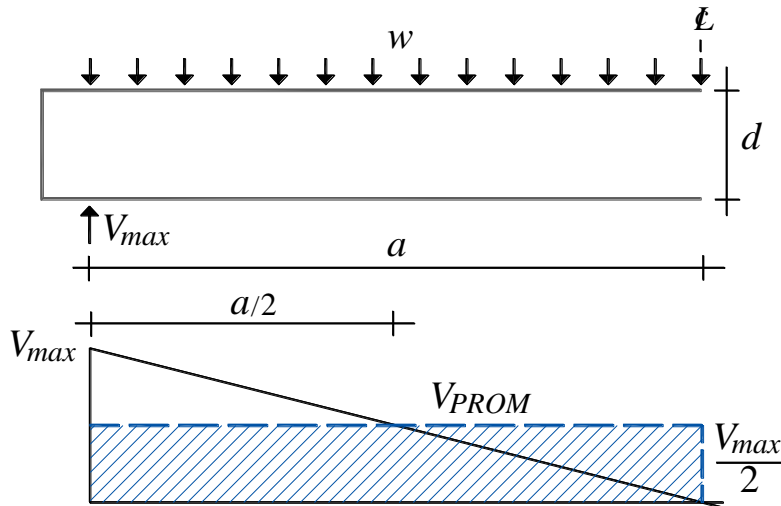


**Figura 8.16** Cortante promedio para un estribo en un diagrama de cortante lineal

Los resultados mostrados en las ecuaciones 8.15 y 8.16, así como la figura 8.17, sugieren que la recomendación de Collins y Mitchell (1980) para elaborar un diagrama de cortante escalonado no tiene un carácter general, y que puede liderar diseños inseguros (figura 8.5).

Por ejemplo, si a un ingeniero joven o inexperto se le solicita diseñar un claro de cortante típico con la demanda de cortante estático de figura 8.17 usando un solo escalonamiento y siguiendo los lineamientos de Collins y Mitchell (escalonar con base en el cortante menor del intervalo), podría concluir que no se requieren estribos porque, de acuerdo con Collins y Mitchell (1980), al centro del claro de la trabe ¡se equilibra la reacción con la carga uniforme!

Aun si este ingeniero ficticio colocara la cuantía mínima de estribos, no se puede garantizar la integridad estructural de la trabe pues se corre el riesgo de no satisfacer la ecuación 8.15. Por comparación, las figuras 8.16 y 8.17 demuestran que el cálculo del número teórico de estribos permite hacer escalonamientos congruentes y seguros independientemente de la longitud analizada.



**Figura 8.17 Visualización del cortante promedio en un diagrama de cortante lineal**

#### **8.4 ESCALONAMIENTO PARA TRAMOS DE VIGA SOMETIDAS A CORTANTE LINEAL DISEÑADOS POR SECCIONES CON ECUACIONES OBTENIDAS DE UN MODELO DE ARMADURA**

Aunque los resultados mostrados en la sección anterior proporcionan una base sólida para proponer el escalonamiento del diagrama de cortante, es conveniente sustentar la propuesta usando el intervalo típico  $d/\tan\theta$  de los diseños hechos con modelos de armadura o campos de esfuerzo.

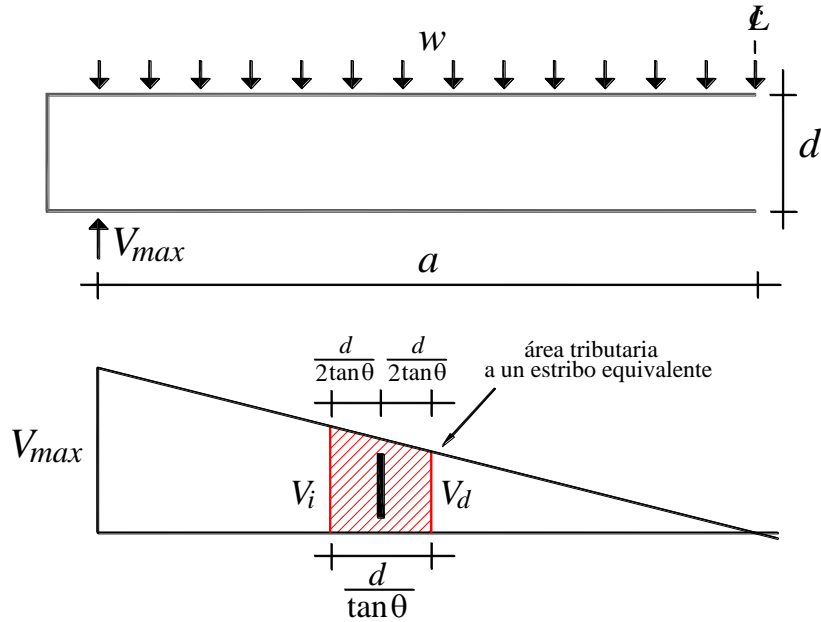
En la figura 8.18 se muestra un tramo típico de longitud  $d/\tan\theta$  con el área tributaria que le corresponde del diagrama de cortante estático (ecuación 8.17). Dentro del elemento se ha indicado un estribo “equivalente” que representa a todos los estribos uniformemente espaciados dentro del tramo.

$$\left[ \frac{V_i + V_d}{2} \right] \left[ \frac{d}{\tan\theta} \right] = V_{Prom} \left[ \frac{d}{\tan\theta} \right] = \text{área tributaria al estribo equivalente} \quad \mathbf{8.17}$$

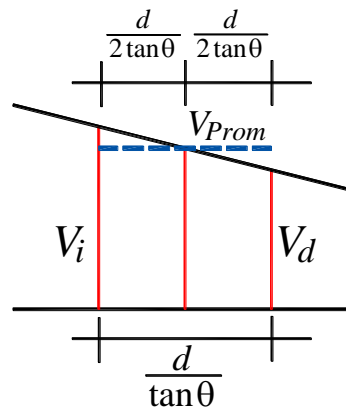
Aplicando el mismo procedimiento de la sección 8.3.2 se puede determinar el número teórico de estribos en la distancia típica  $d/\tan\theta$  sometida a un cortante lineal (ecuaciones 8.18 y 8.19; figura 8.19).

$$n_T = \frac{V_{Prom} \left[ \frac{d}{\tan \theta} \right] (\tan \theta)}{A_v f_{yw} d} = \frac{V_{Prom}}{A_v f_{yw}} \quad 8.18$$

$$V_{Prom} = \frac{V_i + V_d}{2} \quad 8.19$$



**Figura 8.18** Tributación a una distancia típica  $d/\tan\theta$  en un claro con cortante lineal



**Figura 8.19** Cortante promedio para un estribo equivalente en un tramo típico  $d/\tan\theta$  sometido a cortante de variación lineal

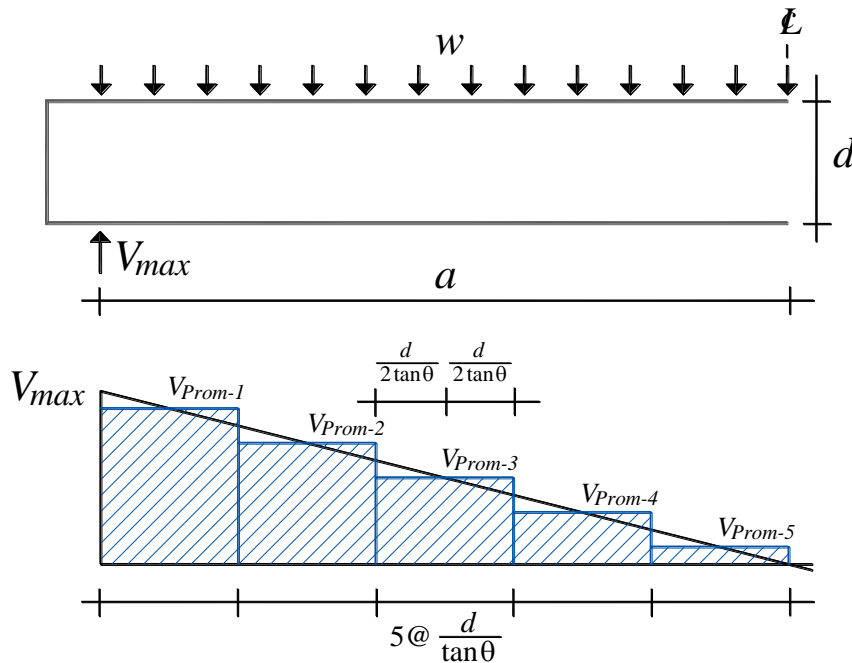
En este caso, es de interés conocer la separación de estribos ( $s$ ) en el intervalo  $d/\tan\theta$ . Si se acepta la igualdad  $d/\tan\theta = n_T s$ , la separación de estribos es la indicada en la ecuación 8.20.

$$s = \frac{d/\tan\theta}{n} = \frac{d/\tan\theta}{V_{Prom}/A_v f_{yw}} = \frac{A_v f_{yw} d}{V_{Prom} \tan\theta} \quad 8.20$$

$$V_{Prom} = \frac{A_v f_{yw} d}{s \tan\theta} \quad 8.21$$

Aunque parezca redundante, en la ecuación 8.21 se ha despejado  $V_{Prom}$  de la ecuación 8.20 para demostrar que con el método empleado se obtiene una ecuación para el diseño de estribos igual a la que se deduce de un modelo de armadura plástica para tramos con cortante *constante* (por ejemplo, Hsu 1993, MacGregor 1997 y Nielsen 1999).

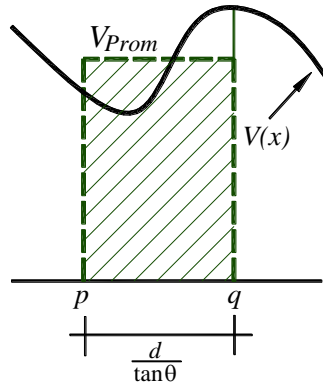
Este resultado permite definir, sin ambigüedad, cómo debe ser un diagrama escalonado de cortante para traveses sometidas a carga uniformemente distribuida. En la figura 8.20 se muestra el tipo de diagrama escalonado que resulta, donde cada escalón está asociado a un tramo típico de longitud  $d/\tan\theta$  y tiene una “altura” igual al cortante promedio del cortante estático en dicho tramo ( $V_{Prom}$ , ecuación 8.19).



**Figura 8.20 Diagrama de cortante escalonado conforme al número teórico de estribos**

Por conveniencia, el desarrollo se hizo suponiendo una viga sometida a carga uniformemente distribuida. Para casos más generales de carga, y si la variación del cortante se puede describir con una función integrable en cada tramo típico  $d/\tan\theta$ , se puede proponer un escalonamiento matemáticamente compatible con el procedimiento utilizado (figura 8.21). Para ello, basta

calcular el valor medio de la función en el intervalo referido conforme a la ecuación 8.22 (Zill 1987).



**Figura 8.21 Cortante promedio en un diagrama de cortante de cargas generales**

$$V_{Prom} = \frac{1}{q - p} \int_p^q V(x) dx \quad 8.22$$

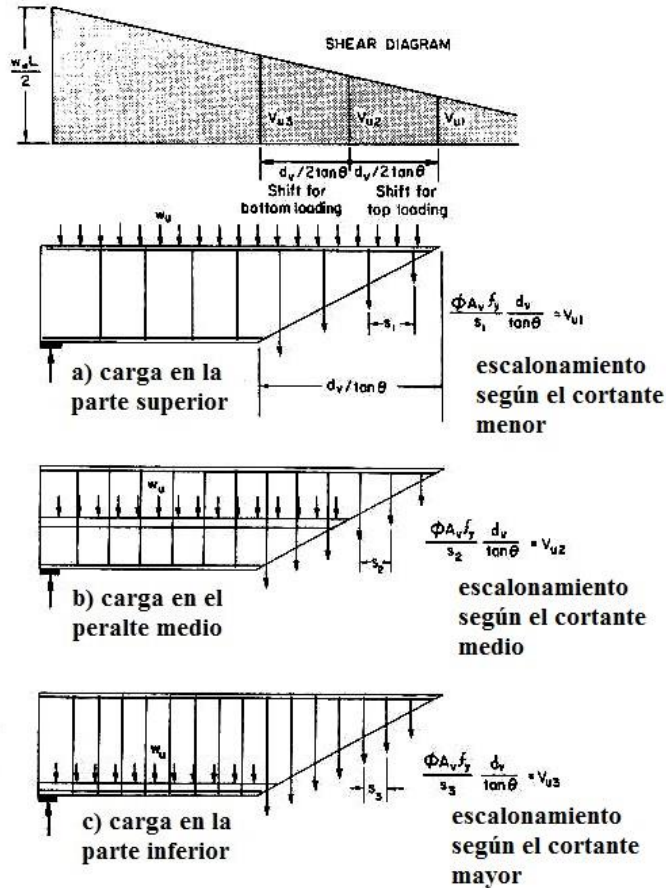
El cálculo del cortante promedio con la ecuación 8.22 puede ser de gran utilidad para el diseño o revisión de elementos tipo viga-columna sometidos a cargas transversales con variaciones de orden superior a lo largo de su longitud, por ejemplo: columnas que forman parte de un muro de retención, trabes principales de un sistema de piso que carece de un arreglo adecuado de vigas secundarias, o elementos de cimentaciones que soportan máquinas rotatorias.

### **8.5 ANÁLISIS Y COMPARACIÓN DE PROPUESTAS PARA EL ESCALONAMIENTO DEL DIAGRAMA DE CORTANTE**

Collins y Mitchell (1980) enfatizaron que la ubicación espacial de la carga distribuida en una viga afecta sustancialmente su diseño, por lo que ésta se debe tomar en cuenta para la construcción de un diagrama escalonado. En la figura 8.22 se muestran tres situaciones típicas analizadas por Collins y Mitchell (1980), de ellas, la de la figura 8.22-a es la que corresponde al diagrama escalonado que recomendaron para usos generales (figura 8.5).

De los tres casos mostrados en la figura 8.22, se advierte que el de la figura 8.22-b (carga aplicada en el peralte medio) genera un diagrama escalonado idéntico al que se obtuvo con el criterio del número teórico de estribos en una trabe cargada en la parte superior (figura 8.20). Esto significa que el diagrama que se recomienda en esta tesis satisface dos situaciones críticas expuestas por Collins y Mitchell (figuras 8.22-a/b). Sin lugar a dudas esto lo hace ventajoso, ya la construcción del diagrama escalonado propuesto sólo requiere del diagrama de cortante estático, el cual es insensible a la posición espacial de la carga en el elemento.

Lo anterior cobra importancia, pues buena parte de la carga muerta de un edificio normalmente se sostiene desde la parte inferior de las trabes y del sistema de piso (instalaciones diversas y plafón falso, entre otros), haciendo que la resultante espacial de la carga muerta no esté realmente en la parte superior de la trabe, sino un poco más abajo.



**Figura 8.22 Influencia de la ubicación de la carga en la demanda de cortante según Collins y Mitchell (1980). Modificada**

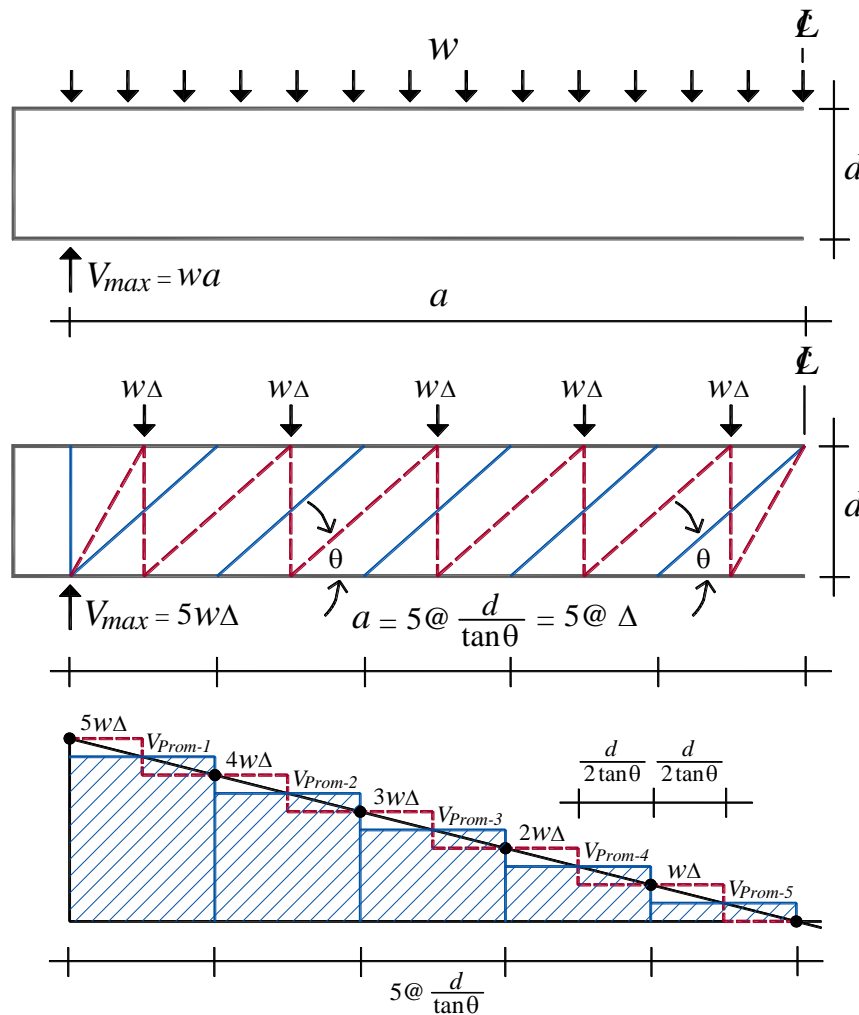
A pesar que el diagrama de cortante escalonado que se obtiene con el concepto del número teórico de estribos ha demostrado tener ventajas sobre el propuesto por Collins y Mitchell (1980), es necesario verificar el nivel de seguridad que proporciona. Para ello, es necesario hacer algunas comparaciones fundamentales.

En la figura 8.23 se muestra una viga con carga uniformemente distribuida ( $w$ ) en la parte superior. De acuerdo con Marti (1985/a), ésta se puede tributar a los campos de esfuerzo discontinuo en los que se ha subdividido el claro de cortante y sustituirla por cargas concentradas equivalentes (en el ejemplo se subdividió el claro de cortante en cinco tramos de longitud  $d/\tan\theta$ ). Las cargas equivalentes se deben colocar en la longitud media de cada campo de esfuerzo aun cuando se tengan patrones de carga más complejos, ya que así se obtendrá una solución conservadora (Marti 1985/a).

La trabe con las cargas equivalentes mostrada en la figura 8.23 genera automáticamente un diagrama de cortante escalonado que debe ser considerado seriamente. Para facilitar el análisis, a este diagrama se le ha superpuesto el que se obtuvo usando el criterio del número teórico de estribos (figura 8.20). De la comparación de ambos diagramas se desprenden los siguientes comentarios:



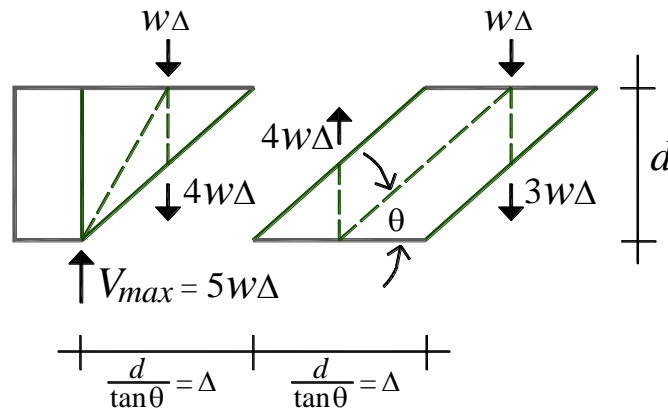
1. En cada tramo típico de longitud  $d/\tan\theta$  el diagrama escalonado que generan las cargas equivalentes, “corta” el diagrama de cortante estático en el valor *mínimo* en dicho tramo. Como se aclara en el inciso dos, este resultado, aunque es congruente con el equilibrio al que aludieron Collins y Mitchell (1980) para justificar su propuesta general de escalonamiento (figura 8.22-a), no garantiza la seguridad estructural del elemento.
2. Ambos diagramas tienen la misma área que el diagrama de cortante estático, tanto en el claro de cortante, como en cada tramo de longitud  $d/\tan\theta$ . Este resultado confirma que un diagrama escalonado sustentado en el número teórico de estribos es una opción teóricamente segura para hacer un diseño por secciones y descarta la propuesta de Collins y Mitchell (1980).



**Figura 8.23 Comparación de un diagrama escalonado basado en el número teórico de estribos (línea continua) y el obtenido al usar cargas equivalentes (línea discontinua)**

Aunque las observaciones anteriores son contundentes, aún falta involucrar en el análisis la demanda de cortante que resulta al plantear el equilibrio vertical de los campos de esfuerzo discontinuos (solución de la armadura plástica).

En la figura 8.24 se muestra el equilibrio vertical de algunos campos de esfuerzo que forman parte del claro de cortante del ejemplo analizado. El análisis se hizo con la resultante de la carga tributaria para enfatizar que la solución proporciona la misma demanda de cortante que se obtiene al resolver un modelo de armadura plástica (marcado con línea discontinua dentro de cada campo de esfuerzo). Al completar la secuencia de cálculo en todo el claro de cortante se obtiene el diagrama escalonado mostrado en la figura 8.25.



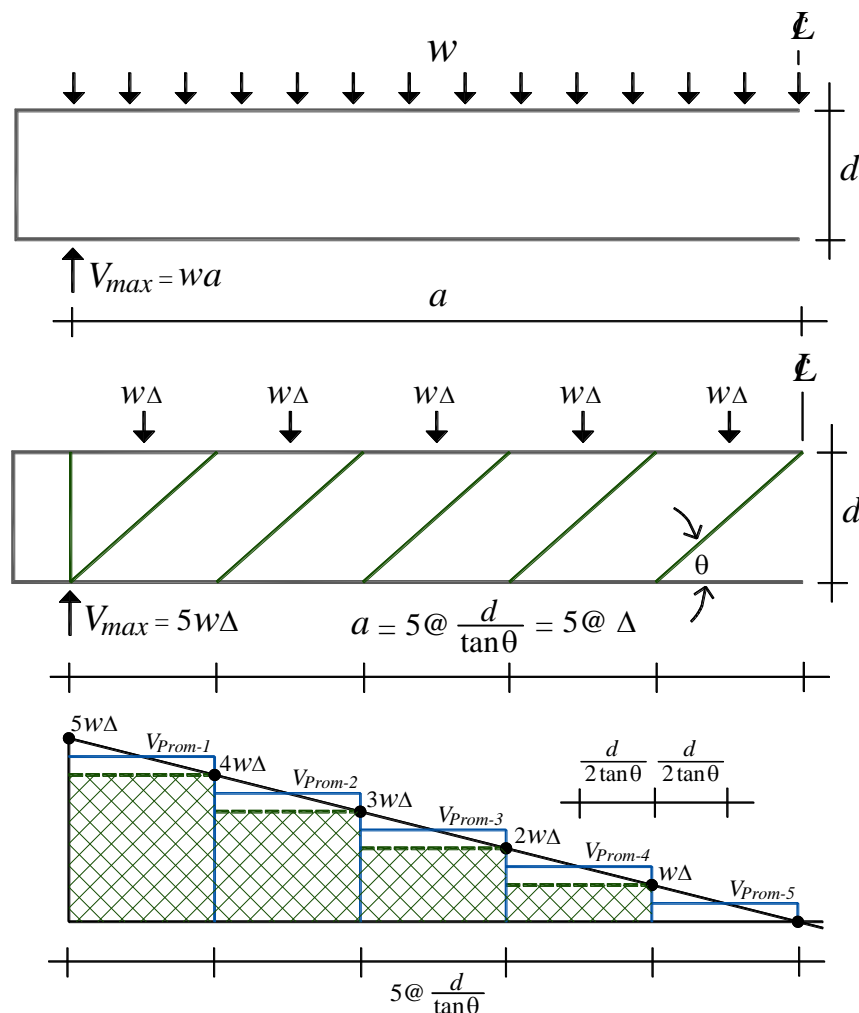
**Figura 8.24 Equilibrio vertical de los campos de esfuerzo**

Se hace notar que los diagramas escalonados asociados con las cargas *equivalentes* mostrados en las figuras 8.23 y 8.25 no son iguales, ya que representan dos situaciones totalmente diferentes: el primero es el diagrama de cortante estático de una trabe homogénea y continua en la que sólo se sustituyó la carga uniforme por cargas estáticas equivalentes, y el segundo muestra la demanda de cortante que exige el equilibrio vertical de los campos de esfuerzo discontinuos. Entendida esta diferencia, se pueden mencionar los siguientes comentarios sobre los diagramas escalonados que se comparan en la figura 8.25:

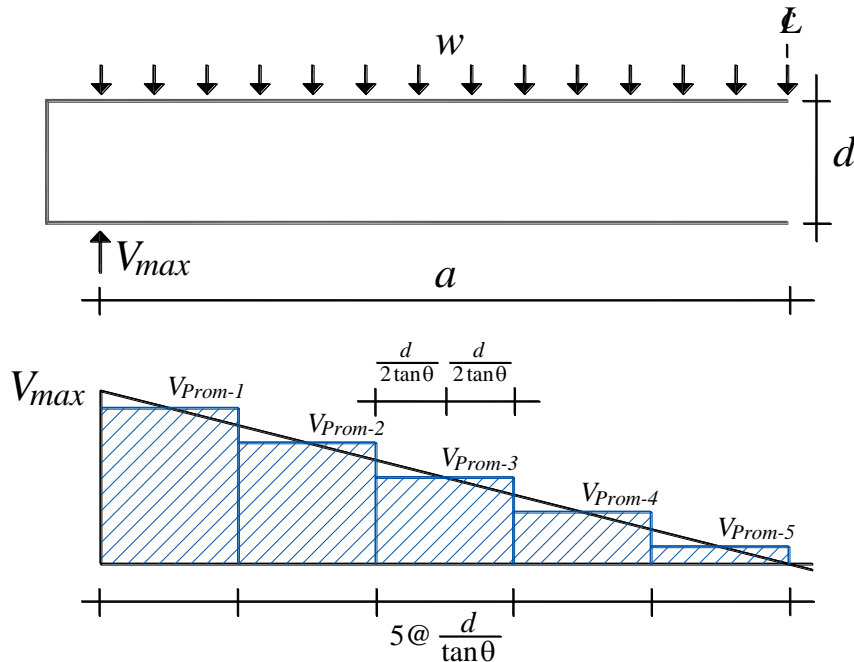
1. El diagrama escalonado que se obtiene por equilibrio vertical de los campos de esfuerzo, coincide con el propuesto por Collins y Mitchell (1980) para cargas distribuidas en la parte superior (figura 8.22-a). Lo anterior, ya que el cortante en cada tramo típico coincide con el valor más pequeño del cortante estático en cada uno de ellos. En primera instancia, esta situación apoya el diagrama propuesto por Collins y Mitchell (1980); sin embargo, estrictamente este diagrama está asociado a una método en el que el acero de refuerzo longitudinal también debe ser diseñado (y cortando) conforme al modelo de armadura. La realidad es que esta práctica no es común en un diseño tradicional por secciones, donde el acero de refuerzo longitudinal se dimensiona utilizando el diagrama de momentos del análisis estructural, o el de un mecanismo de colapso, y se corta usando reglas de detallado.

2. El área bajo el diagrama escalonado del equilibrio vertical de los campos de esfuerzo es menor a la del diagrama de cortante estático y, por lo tanto, también menor a la que se obtiene con el criterio del número teórico de estribos. Esto significa que el diagrama escalonado sugerido por Collins y Mitchell (1980) proporciona una menor cantidad de acero de refuerzo transversal de la que teóricamente se requiere para realizar un diseño seguro por *secciones*. Se hace énfasis en que este resultado no significa que diseñar con las demandas de un modelo de armadura sea inseguro, solamente que es incorrecto mezclar aspectos que pertenecen a filosofías de diseño diferentes.

Por último, se concluye que el diagrama escalonado que se obtiene con el criterio del número teórico de estribos, proporciona la cantidad mínima refuerzo transversal que se requiere para realizar un diseño a cortante por secciones confiable en una trabe con cargas uniformemente distribuidas (figura 8.26).



**Figura 8.25** Comparación de un diagrama escalonado basado en el número mínimo de estribos (línea continua) y el del equilibrio vertical de los campos de esfuerzo (línea discontinua)



**Figura 8.26** Diagrama de cortante escalonado que proporciona una seguridad mínima teórica en un diseño a cortante por secciones

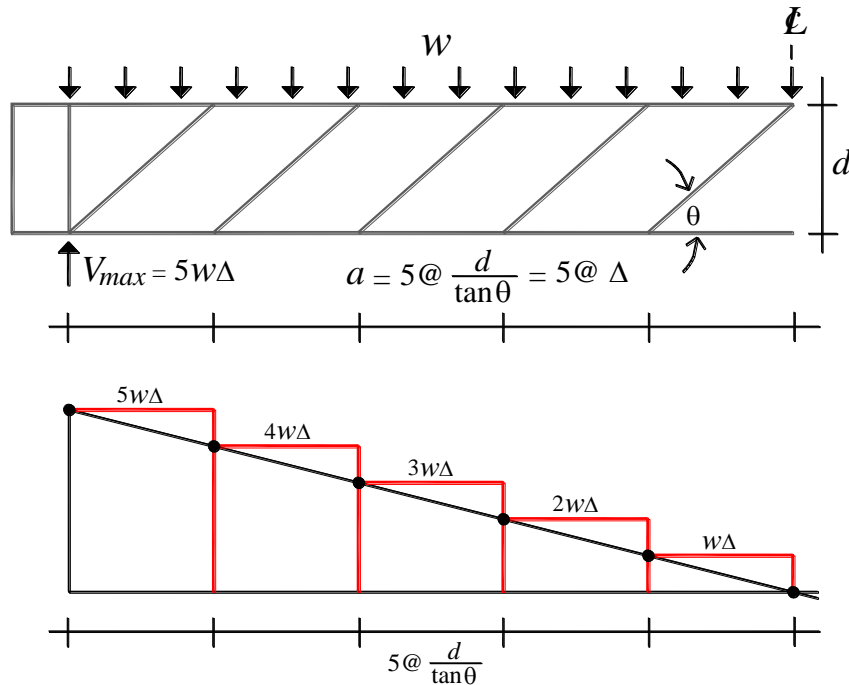
## 8.6 MODIFICACIÓN DEL DIAGRAMA ESCALONADO BASADO EN EL NÚMERO TEÓRICO DE ESTRIBOS

Por cuestiones prácticas, el diseño a cortante por *secciones* en travesas sometidas a cargas distribuidas requiere de un diagrama escalonado (sección 8.1). De las opciones disponibles en la literatura técnica, todo indica que la más popular es la propuesta de Collins y Mitchell (1980); sin embargo, en las secciones precedentes se demostró que su diagrama suministra menos acero de refuerzo transversal del que teóricamente se requiere. Una opción más segura es hacer el diseño usando un diagrama escalonado construido a partir del concepto del número teórico de estribos (secciones 8.4 y 8.5).

Aunque un diagrama escalonado basado en el número teórico de estribos es una opción teóricamente segura (por ejemplo, figura 8.26), éste puede ser modificado ingenierilmente para darle al diseñador de estructuras aún mayor confianza en su uso. Puntualmente, estas modificaciones deben involucrar la resistencia y el control de la sección crítica por cortante.

### 8.6.1 Modificación al diagrama escalonado para incrementar el nivel de seguridad

Para incrementar el suministro de acero transversal sin incurrir en exageraciones, se propone “subir” los escalones del diagrama de tal forma que envuelva al diagrama de cortante estático (figura 8.27). Con esta medida se obtiene un diagrama escalonado “tradicional” mejor definido que los mostrados en las figuras 8.4 y 8.11, y también se cubre la situación expuesta por Collins y Mitchell (1980) donde la carga distribuida, o gran parte de ella, actúa en la parte inferior del elemento (figura 8.22-c).



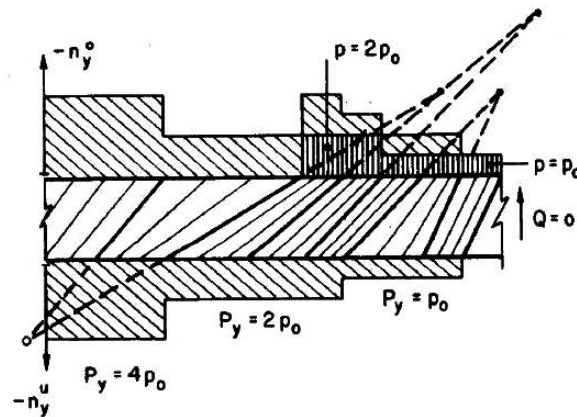
**Figura 8.27 Primera modificación al diagrama de cortante escalonado para incrementar la seguridad**

El diagrama escalonado mostrado en la figura 8.27 tiene potencial para responder a cambios imprevistos en la carga (González y Robles 2006), y satisfacer la integridad estructural del elemento cuando el diagrama de cortante es una *envolvente* de cortante y no el diagrama de un caso particular de carga (Müller 1981 y 1983).

Otra ventaja de incrementar la demanda en el diagrama escalonado, es que se obliga a colocar un poco más de estribos en la zona adyacente a las reacciones, por lo que se tiene más control en la extensión de los abanicos de compresión para evitar que éstos se extiendan en demasía y cambien el mecanismo resistente de la trabe, es decir, que lideren algún grado de seudoesbeltez en el elemento (capítulo cinco). Esta situación es muy importante cuando en el diseño se toma en cuenta la contribución del concreto (reducción del acero de refuerzo transversal).

### 8.6.2 Modificación al diagrama escalonado para liderar la formación teórica del campo de compresión diagonal en la sección crítica

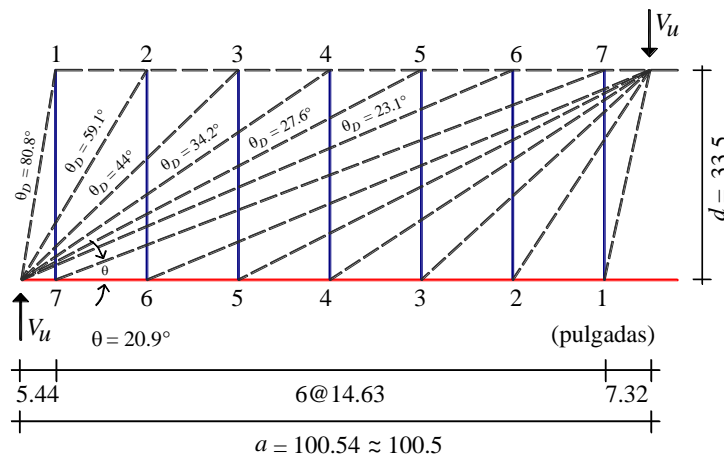
De acuerdo con Müller (1978), la variación o superposición de cargas hacen que los campos de compresión *paralelos* tiendan a ser *radiales* (figura 8.28). Posteriormente, abundó que diseñar con diferentes ángulos del campo de compresión diagonal ( $\theta$ ) a lo largo del elemento provoca un efecto similar (Mueller 1981). El resultado, en ambos casos, es un incremento del nivel de esfuerzo en el alma de los tramos alejados de las reacciones y cargas concentradas, que no es tomado en cuenta en el diseño (Müller 1981). Vale la pena aclarar, que Mueller se refería a los tramos que hoy se conocen como regiones B (Schlaich *et al.* 1987).



**Figura 8.28 Radialización de los campos de esfuerzo debido a la variación y superposición de cargas distribuidas y concentradas (Müller 1978)**

En el capítulo cinco se demostró que la distribución de estribos en traveses “esbeltas” sometidas a cortante constante, puede incrementar sustancialmente la extensión de los abanicos de compresión, y cambiar el mecanismo resistente de una región B, en uno que caracteriza a las regiones D. En otras palabras, que el mecanismo de arco se imponga al mecanismo de viga que debe caracterizar a una trabe esbelta (por ejemplo, figura 8.29). A esta anomalía estructural se le dió el nombre de seudoesbeltez.

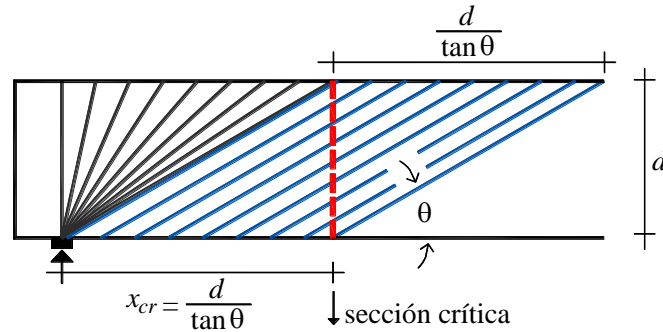
Con cierta experiencia en la elaboración de modelos de armadura detallados, es fácil inferir que si los estribos son diseñados (distribuidos) conforme a un diagrama escalonado, también se favorece la *radialización* de los campos de compresión diagonal en el claro de cortante. Esto es un gran problema, pues se favorece algún grado de seudoesbeltez en traveses teóricamente esbeltas sometidas a cargas distribuidas. En la sección 8.7 se abunda al respecto.



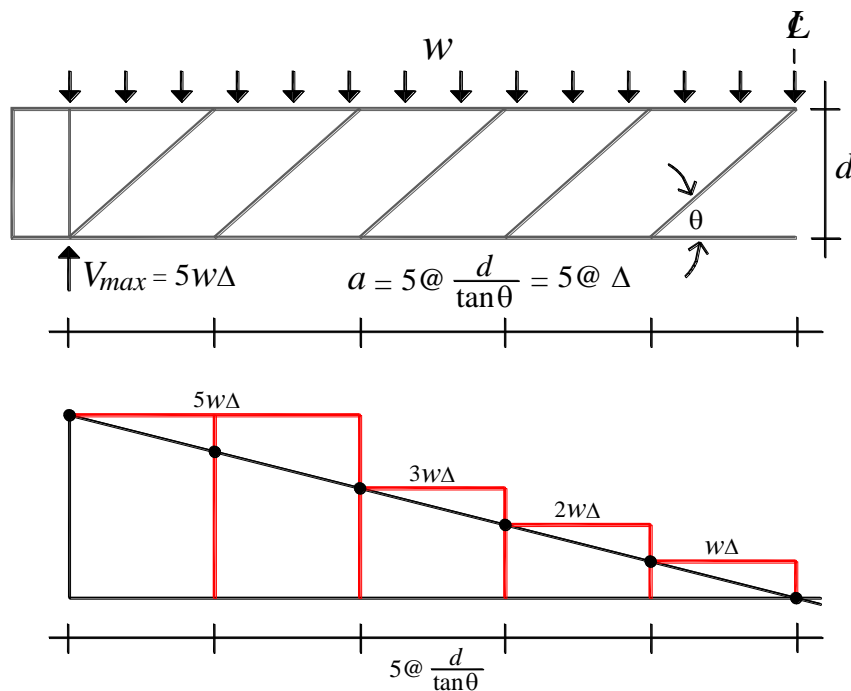
**Figura 8.29 Modelo de armadura sugerido para las traveses estudiadas por Frosch (2000)**

Con base en los comentarios anteriores, se puede decir que la radialización de los campos de compresión diagonal en una trabe con cargas distribuidas depende, al menos, de tres factores: i) la variación de la carga, ii) el uso de diferentes ángulos de inclinación ( $\theta$ ) en la etapa de diseño y, iii) la distribución “escalonada” de estribos. De éstos, el primero es casi imposible de

controlar; el segundo únicamente obliga a realizar diseños con un sólo valor de  $\theta$ ; finalmente, en el tercero es donde se puede hacer alguna recomendación para fomentar el mecanismo resistente supuesto en la etapa de diseño.



**Figura 8.30** Campo de compresión diagonal teórico “cortado” por la sección crítica por cortante



**Figura 8.31** Segunda modificación al diagrama de cortante escalonado para fomentar el campo de esfuerzo teórico al que corta la sección crítica

Si se acepta que: 1) la distribución de estribos afecta sustancialmente la inclinación del agrietamiento por cortante en los elementos tipo viga-columna, 2) no es práctica común usar estribos de diferente resistencia en un solo elemento (cambios en el número de ramas, diámetro de la varilla o del esfuerzo de fluencia) y, 3) la resistencia de la sección crítica por cortante gobierna la resistencia de todo el elemento, entonces, una solución viable para *controlar* la radialización de los campos de compresión diagonal, es modificar ligeramente el diagrama escalonado mostrado en la figura 8.27 de tal forma que, al menos, se promueva la formación teórica del campo de compresión al que debe “cortar” la sección crítica por cortante (figura 8.30). Esto se logra simplemente extendiendo el escalón adyacente al apoyo por lo

menos un tramo adicional de longitud  $d/\tan\theta$  como se indica en la figura 8.31 (extender el primer escalón más de dos tramos dependerá del problema, o de las preferencias del ingeniero).

### **8.7 ANÁLISIS CUALITATIVO DEL DIAGRAMA ESCALONADO PROPUESTO**

En la figura 8.32 se muestran tres alternativas que, cualitativamente, satisfacen la resistencia del diagrama escalonado de la figura 8.31. En las tres propuestas los estribos son idénticos y no se tomó en cuenta la contribución del concreto. Al bosquejar los campos de esfuerzo que resultan de la distribución de estribos, se observa que, en los tres casos: 1) el diagrama escalonado promueve la formación del campo de compresión diagonal teórico en la sección crítica y, 2) la distribución de estribos favorece la radialización de los campos de esfuerzo en el claro de cortante. Los detalles se ponen a consideración en los siguientes párrafos.

La distribución de estribos mostrada en las figuras 8.32-c/d/e es idéntica en los dos tramos de longitud  $d/\tan\theta$  adyacentes a la reacción, y es consecuencia directa del tipo de diagrama escalonado que se recomienda (figuras 8.31 y 8.32-b). La separación de estribos en esa zona se eligió a conveniencia ( $d/6\tan\theta$ ), y satisface las sugerencias contenidas en esta tesis sobre: i) usar al menos tres estribos uniformemente distribuidos para configurar el abanico de compresión y, ii) colocar el primero de ellos a una distancia  $e \geq 0.1d/\tan\theta$  medida desde el centroide de la reacción (sección 5.6).

Fuera de la zona de influencia de la sección crítica, el arreglo mostrado en la figura 8.32-c es el que mejor se ajusta a la resistencia que exige el diagrama escalonado. En la zona donde la separación de estribos ya no es  $d/6\tan\theta$ , se propuso en cada tramo una separación gradualmente creciente con valor  $d/4\tan\theta$ ,  $d/3\tan\theta$  y  $d/2\tan\theta$ , respectivamente. Estas separaciones son comunes en la literatura técnica y en los reglamentos de construcción. Por ejemplo, si se utiliza el ángulo  $\theta = 45^\circ$ , las distancias  $d/4\tan\theta$  y  $d/2\tan\theta$  son las mismas que controlan el diseño de estribos en el reglamento ACI 318 (tabla 8.1). Por otro lado, la separación  $d/3\tan\theta$  fue la que recomendaron Collins y Mitchell (1980) para favorecer la formación correcta de los campos de compresión diagonal.

Al esbozar los campos de esfuerzo que genera la distribución de estribos de la figura 8.32-c, se observa que el aumento de la separación de estribos en cada tramo, hace que los campos de compresión diagonal reduzcan progresivamente su inclinación y ya no se parezcan a los supuestos en el diseño. En otras palabras, los campos de esfuerzo teóricamente paralelos, tienden a ser radiales.

Esta situación es peligrosa, pues la inclinación de los campos de esfuerzo puede a violar la restricción  $\theta \geq 26.6^\circ$  sugerida por Thürlimann (1979) para liderar la formación de campos de compresión diagonal adecuados. Además, y como una consecuencia de lo anterior, en la figura 8.32-c se observa que al centro del claro la formación del mecanismo de armadura ya está muy comprometida. Es importante mencionar, que este tipo de violaciones a la teoría de la plasticidad del concreto son difíciles de detectar si en el análisis no se involucra la separación de estribos.



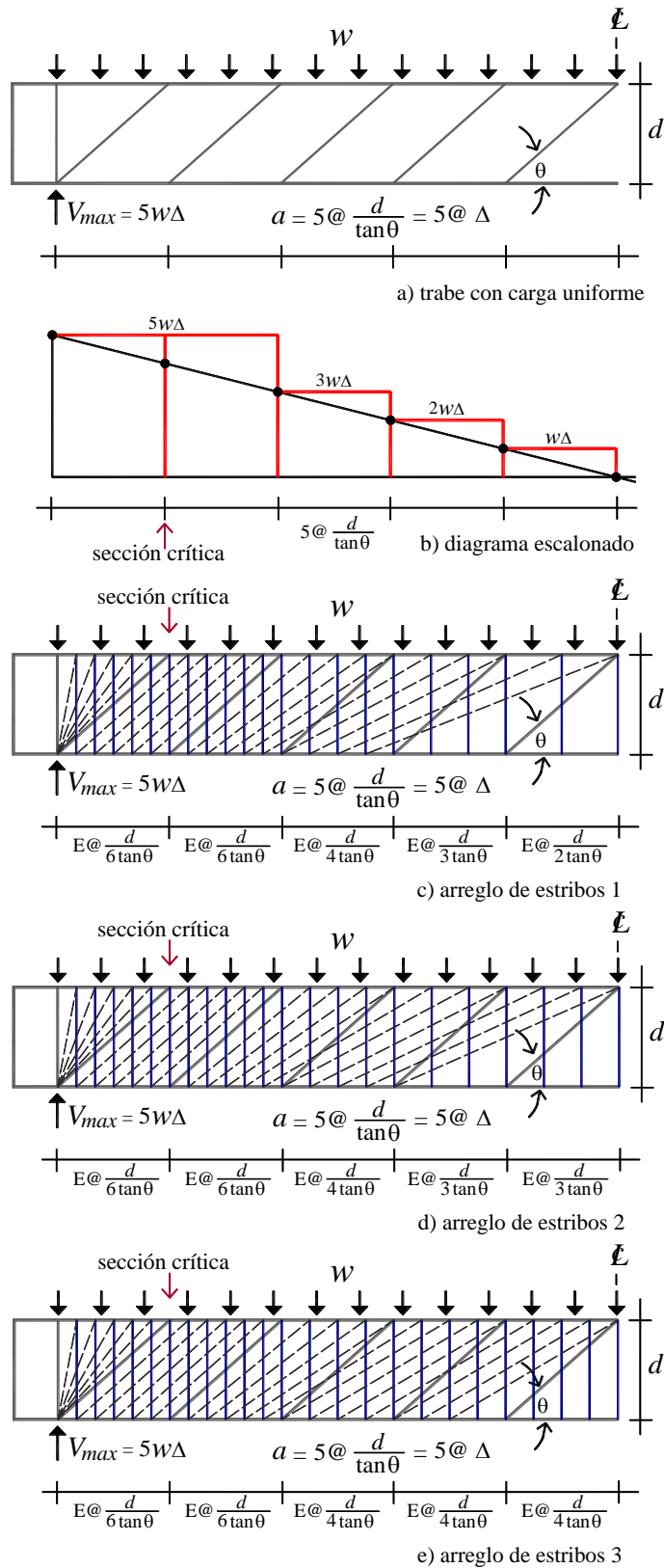


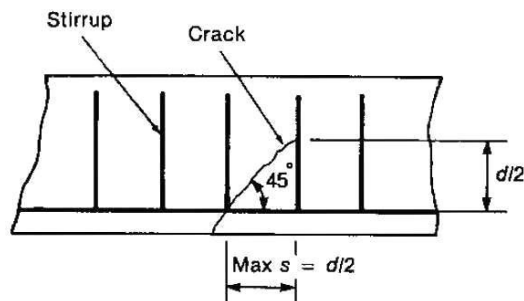
Figura 8.32 Comparación de los campos de esfuerzo en tres arreglos diferentes del refuerzo transversal

En la figura 8.32-d se muestra una ligera variación del arreglo de la figura 8.32-c, pues sólo se sustituyó la separación de estribos  $d/2 \tan \theta$  del tramo más alejado de la reacción, por la separación  $d/3 \tan \theta$ . Con esto se logró disminuir ligeramente la radialización de los campos de esfuerzo. En la misma lógica, en la figura 8.32-e se presenta un arreglo de estribos donde las separaciones  $d/3 \tan \theta$  indicadas en la figura 8.32-d se sustituyeron por  $d/4 \tan \theta$ , lo que permitió obtener un bosquejo de los campos de compresión algo más parecido al supuesto en la etapa de diseño.

Estas observaciones sugieren que para el diseño de traveses con cargas distribuidas en las que se desprecia la contribución del concreto, no es recomendable colocar estribos con una separación máxima  $d/2 \tan \theta$  pues se fomenta la radialización de los campos de compresión diagonal. De hecho, es muy probable que la separación  $d/2 \tan \theta$  tampoco sea adecuada en una trabe sometida a cortante constante cuando el abanico de compresión adyacente a la reacción no satisface las recomendaciones emitidas en el capítulo cinco.

Lo anterior supone un conflicto con la recomendación clásica del reglamento ACI 318 que permite una separación máxima de estribos  $s_{max} = d/2 \leq 60$  mm (tabla 8.1). Al respecto, es importante recordar que esta sugerencia parte de la hipótesis de que el agrietamiento diagonal tiene una inclinación  $\theta = 45^\circ$  constante en todo el claro de cortante y que, en base a ello, la separación  $s = d/2$  garantiza que una grieta encontrará al menos un estribo en su trayectoria (Park y Paulay 1975, Ferguson *et al.* 1988, MacGregor y Wight 2005, González y Robles 2006). Sin embargo, este razonamiento se sustenta en el análisis cualitativo de una sola grieta aislada (figura 8.33), y no en el análisis cualitativo de un mecanismo resistente que bosqueja la inclinación de los campos de esfuerzo a partir de la distribución de estribos (figura 8.32).

De esta manera, y aceptando que será muy difícil erradicar en el corto plazo la separación  $s_{max} = d/2$ , parece prudente: i) limitar su uso a los tramos donde la contribución del concreto resiste *toda* la demanda (no sólo parte de ella) y, ii) preferir separaciones menores *siempre* que se requiera acero de refuerzo transversal. Estas medidas son más sencillas que las disposiciones actuales del reglamento ACI 318 descritas en la tabla 8.1, y también brindan mayor seguridad pues, este reglamento, permite no colocar estribos en una situación muy específica que compromete la formación del mecanismo de armadura. En la sección 8.11 se presentan dos ejemplos que apoyan estas ideas.

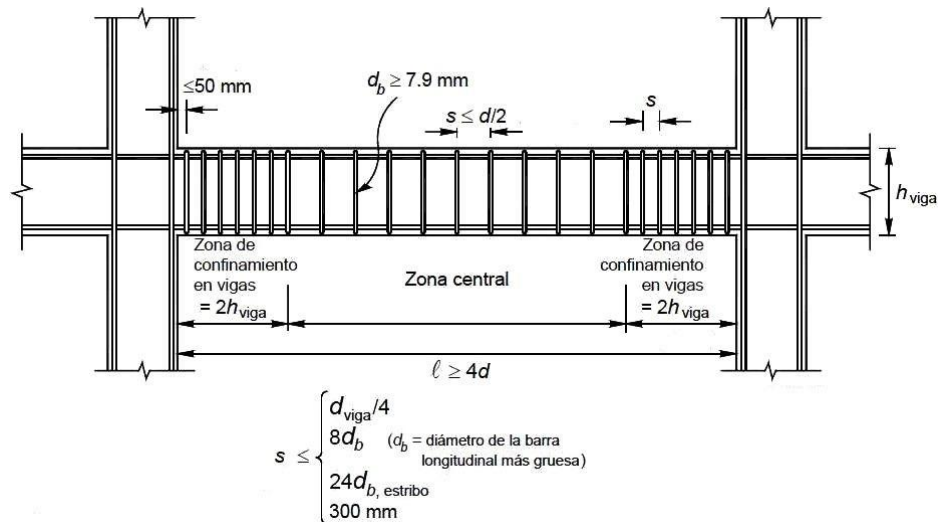


**Figura 8.33 Justificación de la separación máxima de estribos tradicional del reglamento ACI 318  
(MacGregor y Wight 2005)**

También es de interés analizar la separación máxima de estribos que exige el reglamento canadiense ( $s_{max} = 0.7d \leq 60 \text{ mm}$ ) pues, en concepto, es mayor que la del reglamento ACI 318. Si se evalúa el término  $d/2 \tan \theta$  con el ángulo  $\theta = 35^\circ$  sugerido en el método simplificado del reglamento CSA 04, se obtiene una separación  $s = 0.71d$  que es similar a  $s_{max} = 0.7d$ . Si éste es el origen de esa recomendación, entonces llama la atención que Collins y Mitchell no hayan propuesto en el reglamento canadiense la separación máxima  $s_{max} = d/3 \tan \theta$  la cual, con  $\theta = 35^\circ$ , da una separación  $s = 0.48d \approx 0.5d$  que se ajusta mejor a la del reglamento estadounidense pero, sobre todo, fue pensada para liderar la formación del mecanismo de armadura (Collins y Mitchell 1980).

Finalmente, las tres distribuciones de estribos mostradas en la figura 8.32, así como los comentarios que se han hecho de ellas, permiten corroborar algunas situaciones expuestas en el capítulo cinco:

1. La distribución de estribos afecta sustancialmente la configuración de los campos de compresión diagonal, y con ello el mecanismo resistente y esbeltez del elemento.
2. Es prioritario que los reglamentos de construcción realmente promuevan la formación de los campos de compresión supuestos en la etapa de diseño. Esto se facilita visualizando las regiones B y D como partes integrales de un mecanismo resistente, y no como regiones que se puede diseñar por separado.

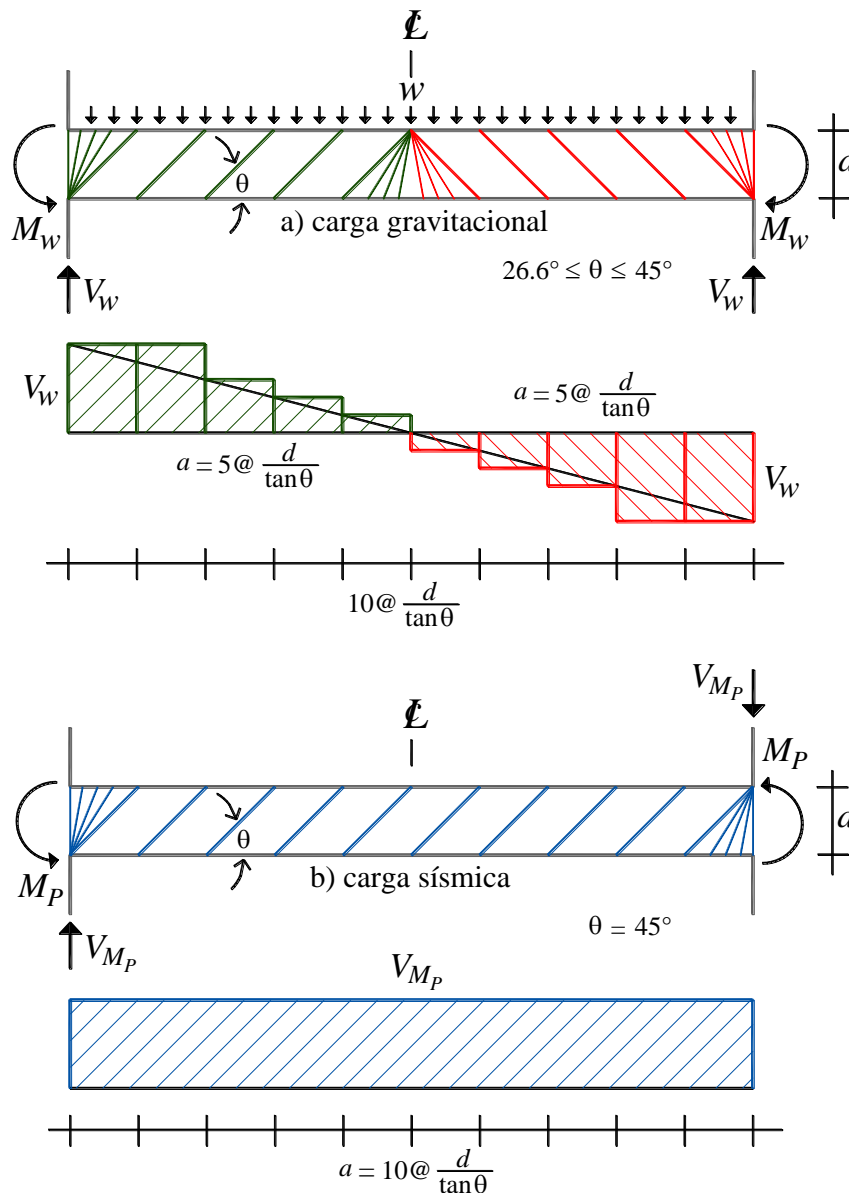


**Figura 8.34 Detalle típico para traveses que resistirán demandas sísmicas (NTCC 2004)**

En este punto es válido preguntarse: ¿Es práctico un diagrama escalonado como el de la figura 8.31? La respuesta es sí, y se puede justificar con el detallado usual para confinar las articulaciones plásticas de una viga que pertenece a un sistema sismorresistente. En la figura 8.34 se muestra un arreglo típico, en el que los estribos de los extremos están estrechamente espaciados dentro de una longitud  $2d/\tan \theta = 2d$  si el diseño se hace con el ángulo  $\theta = 45^\circ$  implícito en el reglamento ACI 318 y las NTCC 04.

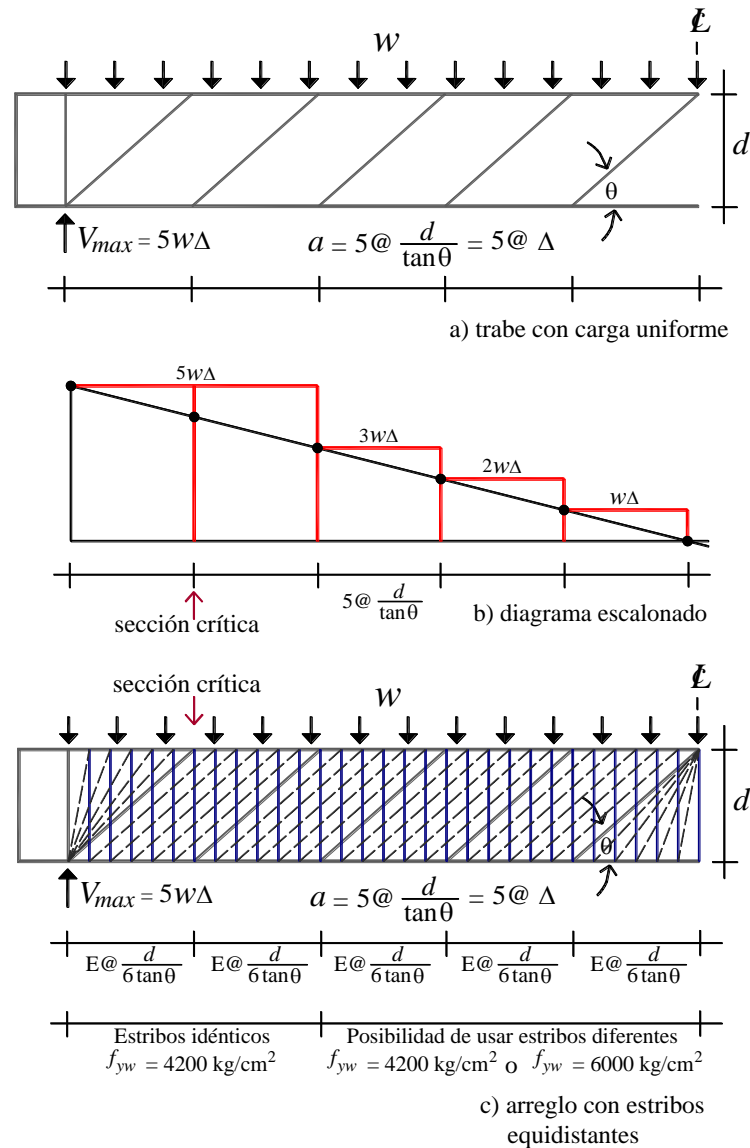
Con este antecedente, es de esperar que el diagrama escalonado que se recomienda para cargas gravitacionales, le permita al ingeniero tener un poco de mayor control sobre los campos de esfuerzo en las regiones críticas de una viga de edificio para las combinaciones de carga gravitacional y sísmica, es decir, en los extremos de la trabe.

Lo anterior queda un poco más claro cuando se observan los campos de esfuerzo generados, exclusivamente, por: a) la demanda de cortante de la carga gravitacional (figura 8.35-a) y, b) la asociada a los momentos plásticos que se desarrollan en los extremos de una viga en un mecanismo de colapso viga débil-columna fuerte (figura 8.35-b). Se hace mención de que el intervalo  $26.6^\circ \leq \theta \leq 45^\circ$  indicado en la figura 8.35-a es el recomendado en la sección 5.6, mientras que el valor  $\theta = 45^\circ$  mostrado en la figura 8.35-b se justifica más adelante.



**Figura 8.35 Campos de esfuerzo y diagramas de cortante escalonados de diseño para las demandas usuales en traves de edificios**

Es necesario dejar constancia de que difícilmente un solo arreglo del refuerzo transversal pueda satisfacer, por igual, las hipótesis de un diseño basado en modelos de armadura para las combinaciones de carga gravitacional y sísmica que exigen los reglamentos de construcción. Esto también sucede con el uso de envolventes de diseño, pues difícilmente todos los estribos desarrollarán el esfuerzo de fluencia (Marti 1986).



**Figura 8.36 Campos de compresión diagonal constante debido a la separación uniforme de estribos**

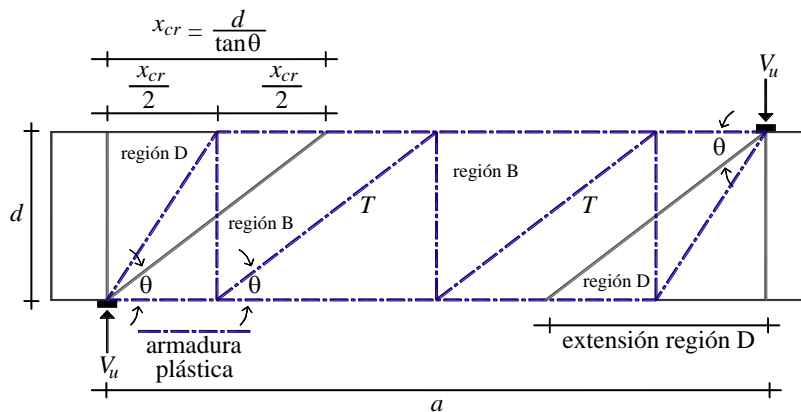
Si se acepta que la inclinación de los campos de compresión diagonal en un elemento tipo viga-columna depende en gran medida de la distribución de estribos en el claro de cortante, la solución natural para desarrollar el ángulo de inclinación teórico ( $\theta$ ) sería colocar estribos a una distancia equidistante. Aunque esta opción puede ser muy cara si se usan estribos idénticos (sobre todo ante cargas gravitacionales), existe la posibilidad de que fuera de la zona de influencia de la sección crítica se coloquen estribos de menor resistencia (figura 8.36). Estos estribos se pueden obtener mediante: 1) la reducción del diámetro de la varilla, 2) la

eliminación de alguna rama de los estribos cuando los de extremos tienen más de dos y, 3) el uso de estribos con la misma geometría que los de extremo pero hechos con varillas de acero de alta resistencia y diámetros pequeños ( $f_{yw} = 6000 \text{ kg/cm}^2$ ).

Es bien sabido que colocar estribos a una distancia uniforme con estribos de diferente resistencia no es una solución práctica, y que el uso de acero de alta resistencia ( $f_{yw} = 6000 \text{ kg/cm}^2$ ) puede favorecer fallas frágiles y grietas diagonales muy anchas a nivel de servicio. Sin embargo, este tema se podrá empezar a discutir seriamente cuando se hagan experimentos donde se tenga mayor control en el mecanismo resistente en traveses sometidas a cargas concentradas y uniformes. Entretanto, es de interés mencionar que resultados experimentales y analíticos recientes sugieren que el uso de estribos hechos con acero de alta resistencia es factible (Lee *et al.* 2011). Tampoco se puede dejar de mencionar, que en México está permitido el uso de acero de alta resistencia como refuerzo por cortante de muros de mampostería, siempre y cuando se respetan las cuantías establecidas para su uso (NTCM 2004). Estos antecedentes permiten suponer que los estribos de alta resistencia, acompañado de ciertas limitantes, pueda ser una opción interesante.

### 8.8 ESBELTEZ EN TRABES CON CARGAS DISTRIBUIDAS

En la figura 5.37 se muestra un claro de cortante que corresponde a la condición de carga y apoyo más utilizada en los experimentos en traveses de concreto reforzado. En la figura se identifican los campos de esfuerzo, el modelo de armadura que los representa, y su relación con las regiones B-D.



**Figura 8.37 Regiones B-D plásticas en un claro de cortante típico de traveses prismáticos**

$$a \geq \frac{2d}{\tan\theta} \quad (\text{región B en trabe prismática}) \quad 8.23$$

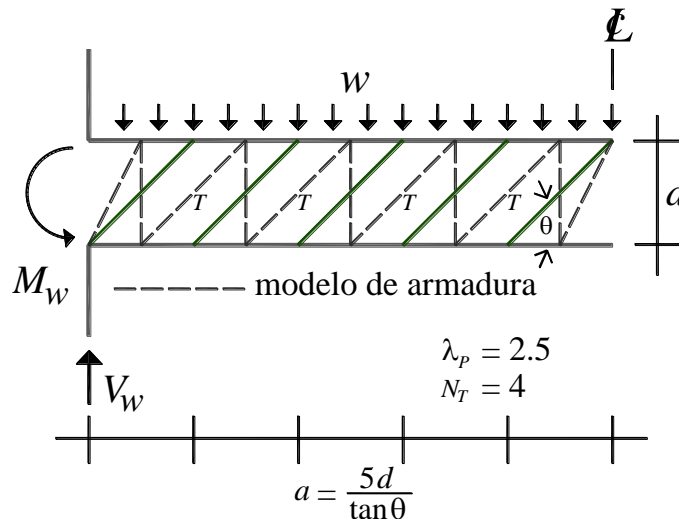
$$\lambda_p = \frac{a(\tan\theta)}{2d} \geq 1 \quad (\text{trabe prismática esbelta}) \quad 8.24$$

$$N_T = 2\lambda_p - 1 \quad (\text{número de tableros de armadura en región B}) \quad 8.25$$

De la figura 8.37 se deducen las ecuaciones 8.23 a 8.25, donde las variables involucradas están señaladas en la misma figura a excepción de  $\lambda_p$  y de  $N_T$ . El parámetro  $\lambda_p$  cuantifica la esbeltez plástica del elemento o claro de cortante, y  $N_T$  contabiliza el número de tableros de armadura ( $T$ ) que dan forma a la región B. Los detalles completos de estas ecuaciones se presentaron en los capítulos cuatro y cinco de esta tesis doctoral.

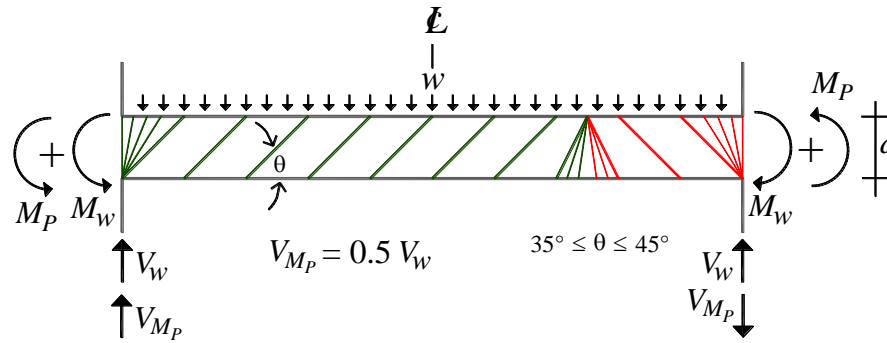
Las ecuaciones 8.23 a 8.25 permitirán elaborar experimentos con cargas concentradas en los que se tenga mayor certidumbre del comportamiento a cortante de una trabe con refuerzo transversal, pues cuantifican la factibilidad de que se desarrolle en ellas una región B (plástica). Sin embargo, su validez depende fuertemente de que la distribución de estribos lidere la formación de los campos de esfuerzo supuestos en el modelo. Reconociendo esta situación, en la sección 5.6 se desarrollaron recomendaciones *ad-hoc* que giran alrededor de un diseño integral de las regiones B-D.

Por la forma en que fueron deducidas estas ecuaciones, también pueden aplicarse en tramos de elemento con cargas distribuidas. De esta manera, un claro de cortante ( $a$ ) es *teóricamente* esbelto si satisface la ecuación 8.24 (no se debe pasar por alto que en casos generales de carga, el claro de cortante está delimitado por secciones donde el cortante es nulo o indefinido). Por ejemplo, el claro de cortante de la viga con cargas gravitacionales mostrada en la figura 8.35-a es  $5d/\tan\theta$ , mientras que para las cargas sísmicas indicadas en la figura 8.35-b es  $10d/\tan\theta$ .

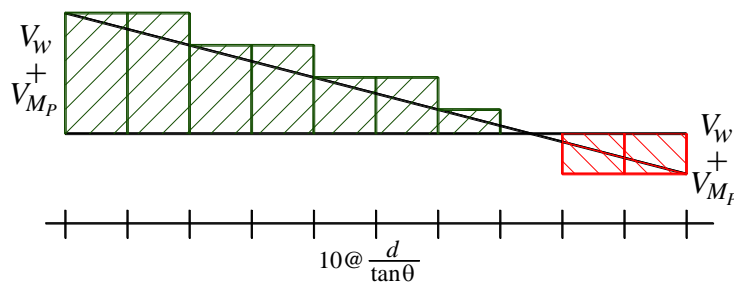


**Figura 8.38 Caracterización de la esbeltez en una trabe típica de edificio**

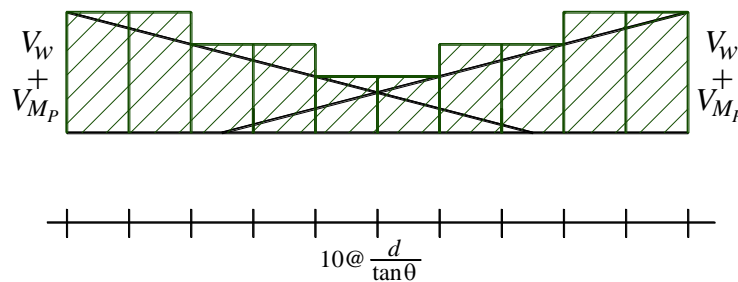
En la figura 8.38 se muestra el resultado de aplicar las ecuaciones 8.24 y 8.25 en uno de los claros de cortante de la trabe sometida a carga gravitacional de la figura 8.35-a. Este ejemplo confirma, otra vez, que la esbeltez teórica de las trabes con refuerzo transversal ya no puede seguir siendo calculada con el cociente  $a/d$  (secciones 4.6.3 y 4.9, capítulo cinco y apéndice G). No obstante, y debido a las prácticas usuales o vigentes para diseñar estribos, el parámetro  $\lambda_p$  debe entenderse, en su concepción más general, como un indicador de la esbeltez teórica de trabes con cargas distribuidas (por ejemplo, figura 8.32). Esto queda mejor explicado con los ejemplos de diseño presentados en la sección 8.11.



a) trabe con carga gravitacional y sísmo a la izquierda



b) diagrama de cortante (gravitacional + sísmo izquierda)



c) envoltura de cortante (gravitacional y sísmo bidireccional)

**Figura 8.39 Demanda de cortante en la combinación de carga sísmica y carga gravitacional dominante**

¿Qué sucede con la esbeltez en la combinación de carga gravitacional y sísmica?

Cuando las cargas sísmicas son moderadas a severas, los campos de esfuerzo en la viga tenderán a mantener la configuración indicada en la figura 8.35-b. Por lo tanto, la esbeltez del elemento debe estar caracterizada por un solo claro de cortante que debe satisfacer  $\lambda_p \geq 1$  para que se pueda considerar esbelto. En cambio, si la demanda sísmica es pequeña, entonces el cortante que genera la carga gravitacional será el dominante. En esta situación, la trabe estará dividida en dos claros de cortante de diferente longitud, pues la sección de cortante nulo al



centro del claro por la carga gravitacional, se desplazará hacia uno de los extremos (lo que depende del nivel y dirección de la demanda sísmica, y la rigidez relativa de los nodos donde se conecta la trabe). Esto complica un poco la evaluación de la esbeltez.

En la figura 8.39-a se han bosquejado los campos de esfuerzo para la combinación de carga gravitacional y sísmica cuando el cortante por carga gravitacional es dominante (se supuso que el cortante por carga sísmica es la mitad del cortante máximo de la carga gravitacional). Por conveniencia, se presentan únicamente los campos de esfuerzo para una sola dirección del sismo para mostrar que: 1) el claro “corto” de la viga queda del lado donde la demanda de cortante es menor, es decir, el comportamiento de viga corta no está expuesto a las demandas máximas (figura 8.39-b), 2) el claro corto, posiblemente, queda protegido por el acero de confinamiento de la articulación plástica que exigen los reglamentos (por ejemplo, figura 8.34) y, 3) debe esperarse algún grado de radialización de los campos de compresión diagonal adyacentes a la sección donde el cortante es nulo (figura 8.39-a).

En efecto, el diseño sísmico de una trabe que resiste sismo no se debe hacer con un diagrama de cortante como el mostrado en la figura 8.39-b, por lo que en la figura 8.39-c se presenta el diagrama escalonado para la *envolvente* de la combinación de carga sísmica. El diagrama escalonado de la envolvente se construyó con las demandas máximas positivas y negativas del cortante estático para cada condición de carga (Martí 1986); en este caso, la carga gravitacional más la demanda sísmica reversible. Por simplicidad, en el ejemplo se supuso que la demanda sísmica es idéntica en ambos sentidos y que los nodos donde se conecta la trabe en cada extremo tienen la misma rigidez. Este tratamiento es válido para fines de prediseño o cuando las demandas reversibles son sensiblemente simétricas; cuando no sea el caso deben atenderse las recomendaciones de Paulay y Priestley (1992).

Finalmente, de este análisis se concluye que la esbeltez de las trabes que pueden estar sometidas a cargas sísmicas, puede hacerse considerando únicamente la carga gravitacional (figura 8.38), y que el diseño sísmico debe hacerse con un diagrama escalonado que cubra a la envolvente (por ejemplo, el de la figura 8.39-c).

A partir de estas observaciones, se puede decir que la exigencia tanto del reglamento ACI 318 como de las NTCC 04 de que las trabes de un sistema sismorresistente tengan un claro libre mayor o igual a cuatro veces su peralte efectivo (figura 8.34), se cumple, teóricamente, sólo si: i) el diseño se hace exclusivamente con  $\theta = 45^\circ$ , ii) se utilizan un diagrama escalonado como el mostrado en la figura 8.39-c y, iii) se colocan estribos uniformemente espaciados. De otra manera, será muy difícil evitar la radialización de los campos de esfuerzo y la formación de un mecanismo de viga “corta”, especialmente en trabes con geometrías cercanas al límite  $l \geq 4d$  indicado en la figura 8.34.

Desafortunadamente, y debido a las prácticas constructivas vigentes donde: a) el claro de las trabes se mantiene constante en altura, b) el peralte está modulado por entrepisos y, c) los estribos se ponen en tramos con diferentes separaciones, es imposible pensar en campos de esfuerzo con  $\theta = 45^\circ$  a lo largo de una viga típica de entrepiso y, mucho menos, en todas las vigas de un edificio. Esta situación obliga a pensar en un intervalo que le proporcione algo de holgura al diseñador de estructuras para el diseño sismorresistente.

En la sección 5.6 se identificó el intervalo  $26.6^\circ \leq \theta \leq 45^\circ$  para el diseño de elementos esbeltos sometidos a carga gravitacional, por lo que, y a falta de mejores argumentos que los presentados al final de este párrafo, se propone el intervalo  $35^\circ \leq \theta \leq 45^\circ$  para traveses que pueden estar sometidos a demandas reversibles o sísmicas (teniendo siempre en mente que se preferirán ángulos cercanos a  $\theta = 45^\circ$ ). Se eligió como límite inferior  $\theta = 35^\circ$  porque, además de casi partir en dos partes iguales el intervalo  $26.6^\circ \leq \theta \leq 45^\circ$ , también se ajusta a las limitantes del ángulo  $\theta$  para el diseño de traveses acarteladas cuando se usa el ángulo  $\theta = 45^\circ - \alpha$  (capítulos cuatro y siete), y es igual al que se utiliza en método simplificado del reglamento canadiense (CSA 2004).

Bajo este esquema, es evidente que un ingeniero ya no debe proponer el peralte de las traveses teniendo en mente sólo el control de deflexiones y la resistencia a flexión, sino también el diseño a cortante. El lector interesado puede apoyarse en las recomendaciones de Gardner (2011) para dimensionar traveses sin recurrir al cálculo de deflexiones. Se hace mención de que en la construcción de los modelos de la figura 8.35, se eligió un peralte igual a un décimo del claro efectivo ya que es una proporción muy utilizada en los libros de texto especializados afines al reglamento ACI 318 (por ejemplo Park y Paulay 1975, MacGregor y Wight 2005, González y Robles 2006, Wang *et al.* 2007). Como se puede observar en la figura 8.35, usar este tamaño de peralte también facilita la construcción de modelos de armadura con  $\theta = 45^\circ$ .

Es importante aclarar que el reglamento canadiense de construcción obliga a que el diseño de los extremos de una trabe de un sistema sismorresistente, es decir, donde se coloca el acero por confinamiento (por ejemplo, figura 8.34), se haga con el ángulo  $\theta = 45^\circ$  permitiendo el uso de ángulos diferentes en el resto del elemento (CSA 2004). Como se explicó en la sección 8.6.2, esta práctica favorece la radialización de los campos de esfuerzo. Por comparación, en esta tesis se hace énfasis en utilizar sólo un valor de  $\theta$  que se satisfaga  $\lambda_p \geq 1$  para minimizar los efectos de la radialización que provoca la distribución de los estribos.

Finalmente, se puede argumentar que el reglamento ACI 318 tiene implícito el ángulo  $\theta = 45^\circ$  en sus recomendaciones de diseño a cortante, por lo que no es necesario hacer observaciones tan específicas como las de esta sección. Al respecto, el autor de este trabajo sostiene que a lo largo de esta tesis se han dado argumentos suficientes para dudar que esta hipótesis en realidad se cumpla en los diseños que promueve ese reglamento. Esta situación queda expuesta en el ejemplo presentado en la sección 8.11.1.

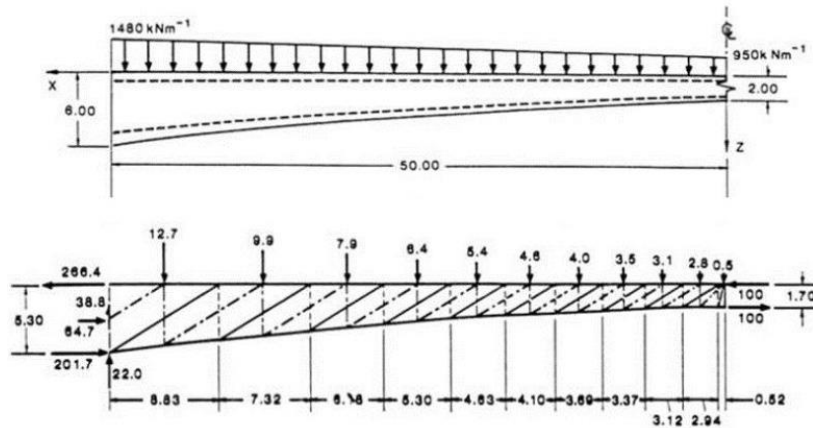
## **8.9 ADAPTACIÓN A TRABES ACARTELADAS**

Los desarrollos previos, específicos para traveses de sección constante, pueden aplicarse directamente en traveses acarteladas *largas* típicas de puentes, cubiertas o techos (figura 8.40). En este caso, la esbeltez se debe verificar en la dirección gravitacional con la ecuación 8.29.

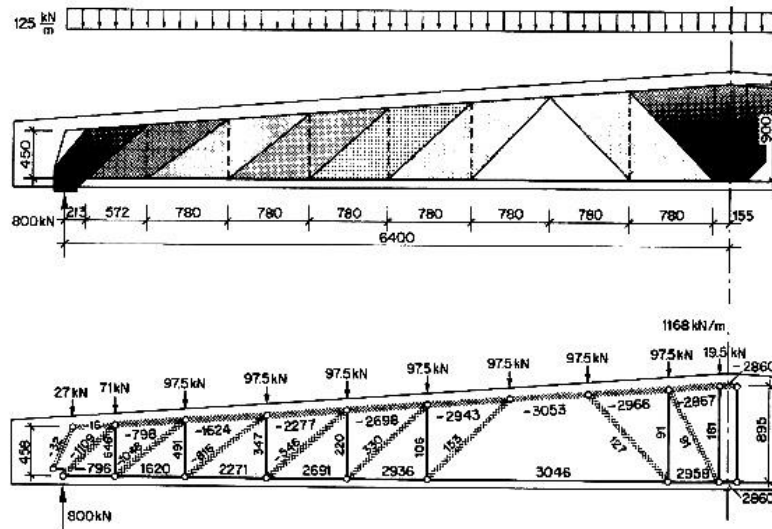
Se hace notar que la variación del peralte permite dos opciones: 1) utilizar un solo un valor de  $\theta$  en todo el elemento, lo que genera tableros de armadura de longitud  $d/\tan\theta$  variable (figura 8.40-a) o, 2) mantener constante la longitud de los tableros de armadura, lo que obliga el uso de ángulos  $\theta$  algo distintos a lo largo del elemento (figura 4.38-b). Dependerá de cada caso, y de las preferencias del diseñador, usar cualquiera de estas alternativas. Se aclara que no

**CAPÍTULO 8: RECOMENDACIONES GENERALES Y EJEMPLOS  
PARA EL DISEÑO DE ESTRIBOS**

existe evidencia experimental en traveses acartelados tan largos como las mostradas en la figura 8.40, por ello, deben ser usadas con cautela las ecuaciones de diseño propuestas en esta tesis doctoral. Por ejemplo, es difícil saber si la sección crítica por cortante recomendada lidera un diseño conservador en elementos tan largos ( $a/d_{max} \geq 6$ ). Se sospecha que lo hace, pero en estas circunstancias tal vez sea mejor opción usar un método de diseño gráfico como los mostrados en la figura 8.40.



a) ángulo  $\theta$  constante (Marti 1985/a)



b) longitud de tableros constante (Muttoni *et al.* 1997)

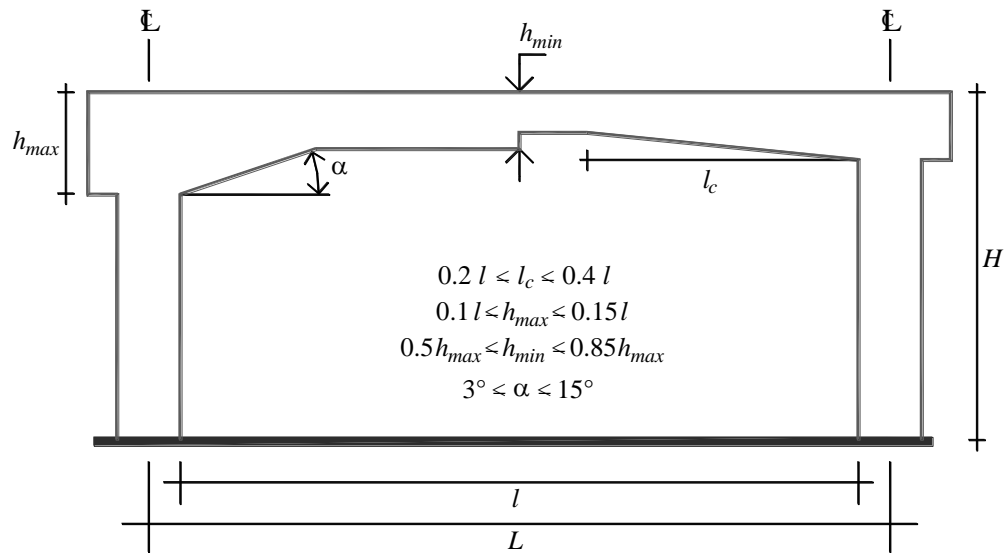
Figura 8.40 Modelos de armadura para cartelas largas

Para realizar el diseño a cortante de traveses acartelados típicos de edificios con un diagrama escalonado, es necesario tomar en cuenta los siguientes aspectos:

- La longitud de las cartelas es sólo una parte de la longitud de la trabe, lo que obliga a verificar la esbeltez de la cartela para que realmente se puedan utilizar las ecuaciones y procedimientos de esta tesis. En la figura 8.41 se muestra un croquis con las proporciones más usadas en México en la construcción de edificios con traveses

acarteladas. De esa figura, se debe recordar que la revisión bibliográfica y los resultados experimentales de esta tesis sugieren que, a reserva de más información a futuro, es necesario limitar el ángulo de acartelamiento a un valor  $\alpha \leq 9^\circ$  para evitar degradaciones rápidas e importantes de las propiedades iniciales de las trabes (Comentarios, capítulo siete).

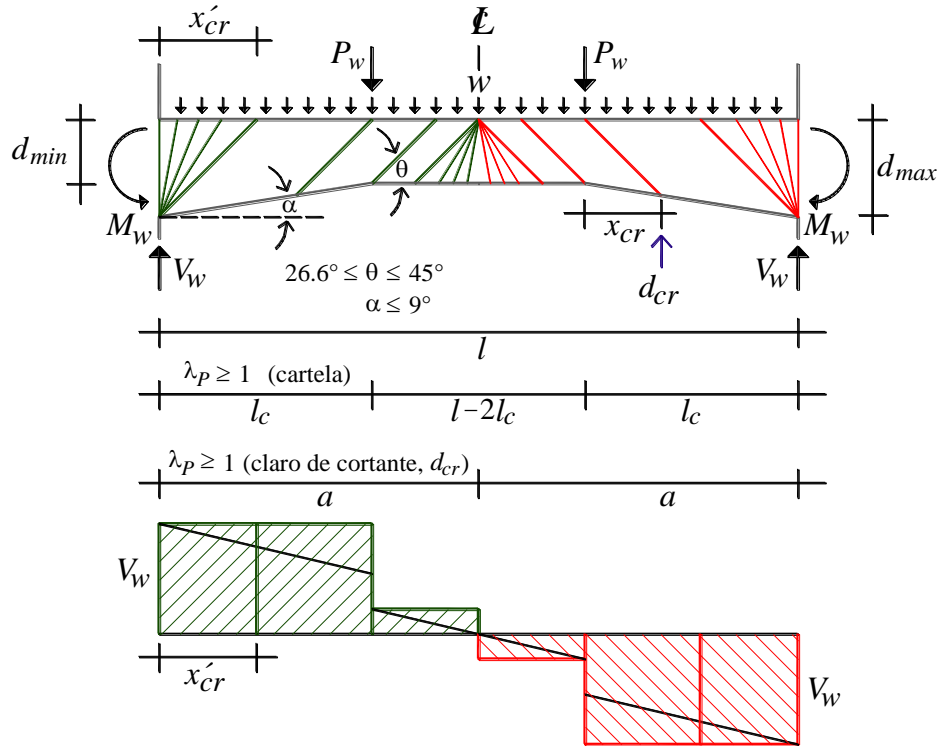
- La gran mayoría de las propuestas para el cálculo de la resistencia a cortante de las trabes acarteladas, se ha hecho con base en resultados experimentales con cartelas sometidas a cortante constante (cargas puntuales). Además, la resistencia se expresa en función de un peralte crítico ( $d_{cr}$ ), explícito o implícito, que no es ninguno de los extremos de la cartela (en los capítulos tres y cuatro se abunda sobre este tema).



**Figura 8.41** Proporciones típicas en México para trabes acarteladas de concreto reforzado de edificios

Con base en: 1) los puntos arriba señalados, 2) las recomendaciones hechas en las secciones anteriores para trabes de sección constante, 3) el método de diseño por secciones presentado en el capítulo cuatro, 4) las reflexiones del capítulo cinco, 5) los resultados analíticos y experimentales del capítulo siete y, 6) las observaciones que se hacen en el resto de esta sección, se propone el diagrama escalonado mostrado en la figura 8.42 para el diseño a cortante de trabes acarteladas de concreto reforzado de edificios sometidas a carga gravitacional. Vale la pena mencionar, que este diagrama se hizo considerando cargas puntuales en los vértices de las cartelas para representar la reacción de trabes secundarias (ésta es una condición realista discutida en la sección 4.6.3). No obstante, su ausencia no modifica en absoluto la filosofía del diagrama escalonado propuesto.

El diagrama escalonado de la figura 8.42 es realmente muy sencillo, pero su uso exige que se satisfaga tanto la esbeltez del claro de cortante ( $a$ ), como la del tramo acartelado ( $l_c$ ). Puesto que cada claro de cortante gravitacional está formado por un tramo prismático y una cartela, se sugiere hacer el cálculo de la esbeltez con la ecuación 8.24, es decir, como si se tratara de una trabe prismática, pero usando el peralte crítico de la cartela que se obtiene con la ecuación 8.30. La esbeltez de la cartela se evalúa directamente con la ecuación 8.29.



**Figura 8.42** Diagrama escalonado para cargas gravitacionales en traves acarteladas de edificios

$$x_{cr} = \frac{d_{min}}{\tan \theta - \tan \alpha} \quad 8.26$$

$$x'_{cr} = \frac{d_{max}}{\tan \theta} \quad 8.27$$

$$l_c \geq \frac{d_{min}}{\tan \theta - \tan \alpha} + \frac{d_{max}}{\tan \theta} \quad (\text{región B en cartela}) \quad 8.28$$

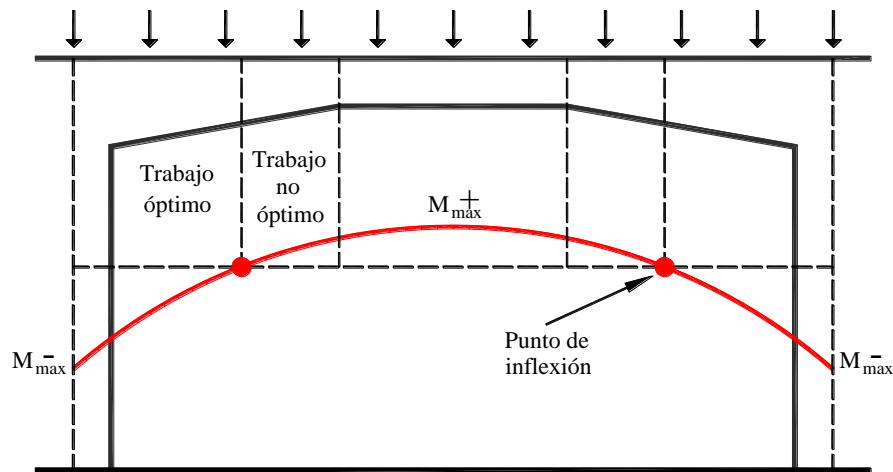
$$\lambda_p = \frac{l_c}{\frac{d_{min}}{\tan \theta - \tan \alpha} + \frac{d_{max}}{\tan \theta}} \geq 1 \quad (\text{cartela esbelta}) \quad 8.29$$

$$d_{cr} = \frac{d_{min}}{1 - \frac{\tan \alpha}{\tan \theta}} \leq d_{max} \left( 1 - \frac{\tan \alpha}{\tan \theta} \right) \quad 8.30$$

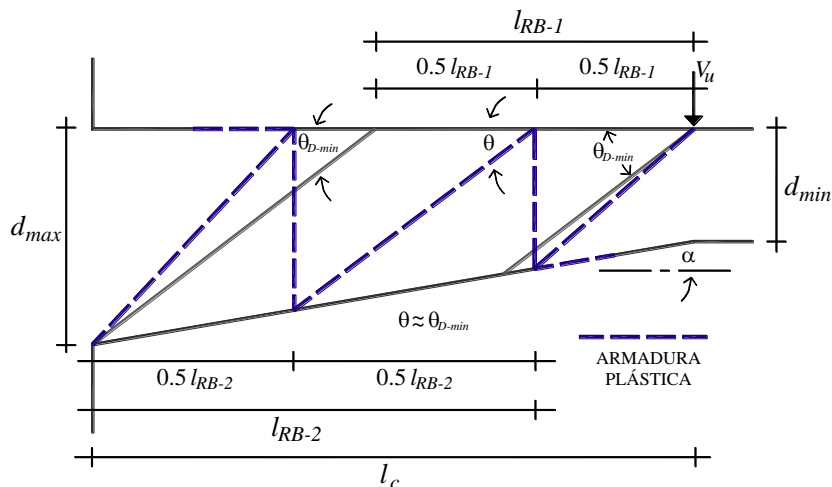
En el diagrama escalonado de la figura 8.42 se ha hecho énfasis en la distancia  $x'_{cr}$ , pues ésta corresponde a la extensión de los abanicos de compresión de los apoyos. Como se explicó en el capítulo cinco, la configuración de los abanicos afecta sustancialmente la formación de los campos de esfuerzo en todo el elemento. Aunque se deben atender las recomendaciones de la sección 5.6 para el detallado de esa zona, debe tenerse en cuenta que en traves acarteladas no

siempre se obtendrán los resultados de las trabes prismáticas. Lo anterior, debido a la influencia del peralte variable y de la componente vertical de la cuerda inclinada. Finalmente, todas las variables involucradas en las ecuaciones 8.26 a 8.30 están identificadas en la figura 8.42.

Se puede argumentar que el diagrama escalonado propuesto es demasiado conservador en la zona del peralte mínimo. No obstante, este diagrama también pretende cubrir la demanda de cortante adicional que se presenta en los tramos de la cartela que no trabajan de manera óptima. Esto ocurre cuando el punto de inflexión yace dentro de la cartela, haciendo que en un tramo de ella el peralte crezca en dirección contraria al crecimiento del diagrama de momento (figura 8.43). Las consecuencias se explican con detalle en los capítulos tres y cuatro.

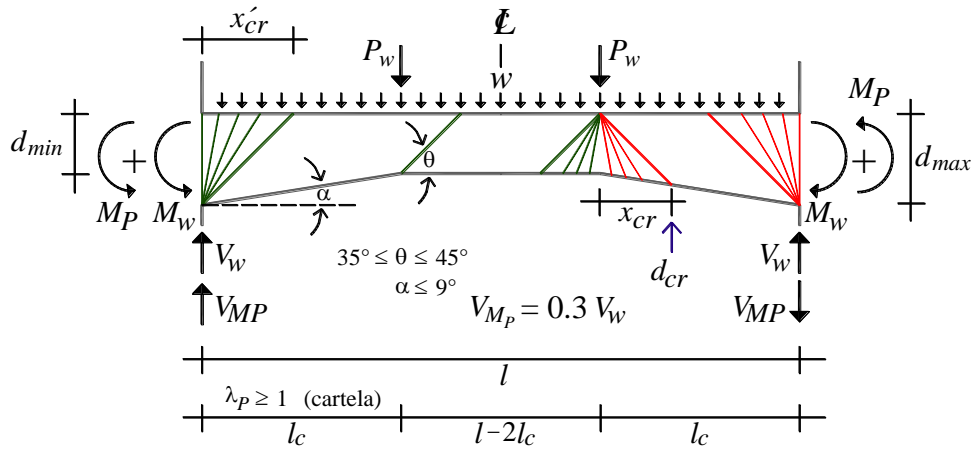


**Figura 8.43 Influencia del diagrama de momento flexionante (gravitacional) en el trabajo de las cartelas**

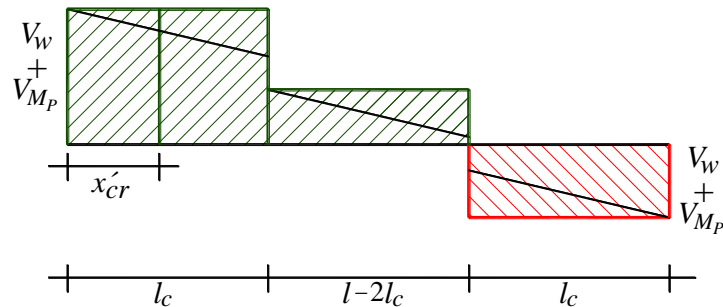


**Figura 8.44 Modelo de armadura sugerido para las trabes acarteladas estudiadas en el capítulo siete (carga gravitacional)**

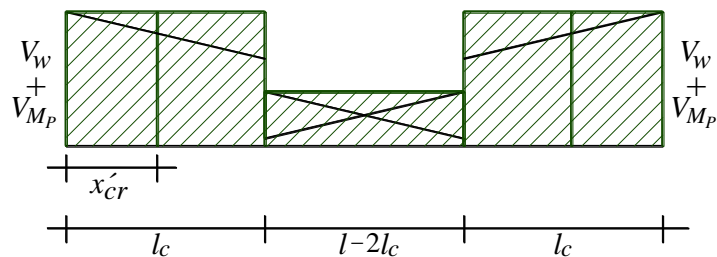
Es importante destacar, que los campos de esfuerzo bosquejado en la figura 8.42 son totalmente compatibles con los propuestos en el capítulo siete para explicar el mecanismo resistente de las trabes que forman parte de la parte experimental de este trabajo (figura 8.44). Es de esperar que esta situación proporcione confianza a los diseñadores de estructuras.



a) trabe con carga gravitacional y sismo a la izquierda



b) diagrama de cortante (gravitacional + sismo izquierda)



c) envolvente de cortante (gravitacional y sismo bidireccional)

**Figura 8.45 Diagrama escalonado para la combinación de carga sísmica y carga gravitacional dominante de una trabe acartelada típica de edificio**

Al igual que en las traveses prismáticas, cuando una trabe acartelada pertenece a un sistema sismorresistente tiene que limitarse el valor del ángulo del campo de compresión diagonal al intervalo  $35^\circ \leq \theta \leq 45^\circ$ . En la sección anterior se explicó que esta limitante obedece a la imposibilidad de mantener constante el peralte de las traveses en la altura de un edificio para fomentar el ángulo  $\theta = 45^\circ$ , y a que este intervalo satisface la recomendación presentada en Tena-Colunga *et al.* (2008) sobre usar un ángulo  $\theta = 45^\circ - \alpha$  con la restricción  $\alpha \leq 9^\circ$ .

En la figura 8.45-a se presenta un bosquejo de los campos de esfuerzo que se deben esperar en una trabe acartelada que resiste fuerzas sísmicas para una dirección del sismo cuando la carga gravitacional es dominante. Es evidente que al satisfacer los requisitos de esbeltez para carga gravitacional mostrados en la figura 8.42, también se satisface la condición de esbeltez de la cartela para la combinación de carga sísmica pues, en ambos casos, se tiene que usar el mismo valor de  $\theta$ ; sin embargo, con fines didácticos, en la figura 8.45-a se hizo énfasis en satisfacer  $\lambda_p$ . En la figura 8.45-b se presenta la demanda de cortante y el diagrama escalonado para la carga gravitacional y una dirección del sismo, y en la figura 8.45-c el diagrama escalonado para la envolvente de diseño (carga gravitacional y sismo bidireccional).

Finalmente, y como se concluyó en el capítulo siete, el cálculo de la esbeltez y la resistencia a cortante para traveses acarteladas sometidas a cargas reversibles, puede hacerse con base en la dirección gravitacional.

### **8.10 COMPARACIÓN DEL SUMINISTRO DE ESTRIBOS SUGERIDO CONTRA LA SEGURIDAD TOTAL AL DESGARRAMIENTO DE MÖRSCH**

Intencionalmente se dejó casi al final de este capítulo, la comparación de los diagramas escalonados de Collins y Mitchell (1980) y el de esta tesis doctoral, contra la filosofía de diseño por cortante de Mörsch (1909 y 1952). Esta comparación es importante, y no sólo porque Mörsch haya propuesto independientemente de Ritter (1899) el modelo de armadura, sino porque, de acuerdo con él, solamente se puede obtener una seguridad total al desgarramiento (cortante) si la demanda se atiende, exclusivamente, con acero de refuerzo. Detalles adicionales a este pensamiento se ofrecen en el apéndice D.

De acuerdo con Morsch (1909 y 1952), la demanda de cortante se debe resistir con dos mecanismos de armadura independientes: a) uno formado con estribos equidistantes y, b) otro con barras inclinadas. Ambos mecanismos se muestran en la figura 8.46, y su justificación se explica en los párrafos siguientes.

En la figura 8.47 se muestra el equilibrio que planteó Mörsch en un tramo de viga con estribos con carga uniformemente distribuida. El tramo está delimitado por la reacción y una grieta diagonal ( $\theta = 45^\circ$ ) lo suficientemente alejada de la reacción, y muestra las fuerzas involucradas en el mecanismo resistente de armadura. Se hace la aclaración de que Mörsch siempre desestimó la contribución del concreto, y por ello no aparece en el diagrama de cuerpo libre. Esta es una hipótesis que se ha conservado en los modelos de armadura plástica modernos (por ejemplo, Thürlimann 1979 y Sigrist 2011).



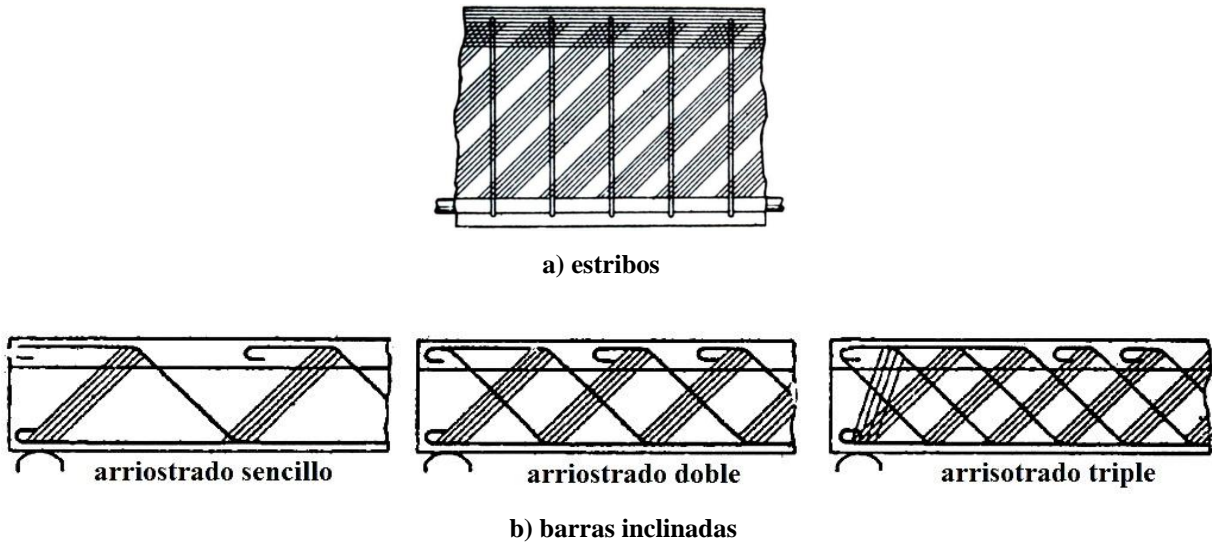


Figura 8.46 Mecanismos de armadura propuestos por Morsch (1909)

En la figura 8.47 también se muestra el polígono de fuerzas que satisface el equilibrio en el corte diagonal, donde se observa que la demanda en los estribos dentro de la proyección horizontal de la grieta ( $\Sigma B$ ), es igual a la reacción *menos* el cortante que produce la carga distribuida en la sección más alejada de la reacción ( $Q = R - \Sigma P$ ). Salvo el cambio de nomenclatura, la demanda en los estribos calculada por Morsch (1952) es idéntica a la que justifica el diagrama escalonado para usos generales propuesto por Collins y Mitchell (1980) discutida en la sección 8.2 (figuras 8.5 y 8.6).

A pesar del equilibrio, se hace notar que Morsch complementó la resistencia que aportan los estribos con la de barras dobladas de refuerzo longitudinal (figura 8.46). Esta situación obliga a preguntarse: ¿Bajo qué hipótesis Morsch justificó el refuerzo por cortante para respaldar su filosofía de la seguridad total al desgarramiento?

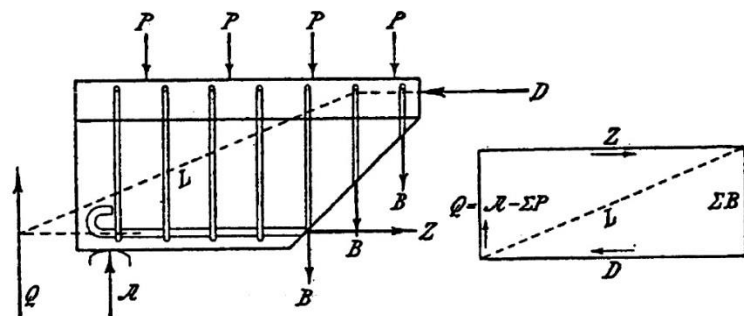


Figura 8.47 Equilibrio de fuerzas internas y externas en una viga con estribos y carga uniformemente distribuida (Morsch 1952)

El esfuerzo cortante *promedio* que aún se usa como medida del esfuerzo cortante ( $\tau_0 = V/bd$ ) fue deducido por Morsch (1909). El cálculo de este esfuerzo parte de la suposición de que en una trabe agrietada, el esfuerzo por debajo del eje neutro, y hasta el acero de refuerzo longitudinal en tensión, es constante (figura 8.48). Con esta base, Morsch (1909 y 1952)

dedujo que en el peralte medio de la sección debían concentrarse las *resultantes* de los esfuerzos principales en tensión y compresión generados por el esfuerzo cortante en el alma, y los visualizó actuando sobre una superficie “dentada” a lo largo del peralte medio del elemento (figura 8.49).

A Mörsch no le preocuparon los esfuerzos principales de compresión, pues sostuvo que el concreto podía soportarlos. Sin embargo, para contrarrestar los esfuerzos de tensión, dotó a los elementos de barras dobladas *adicionales* a los estribos (figura 8.49).

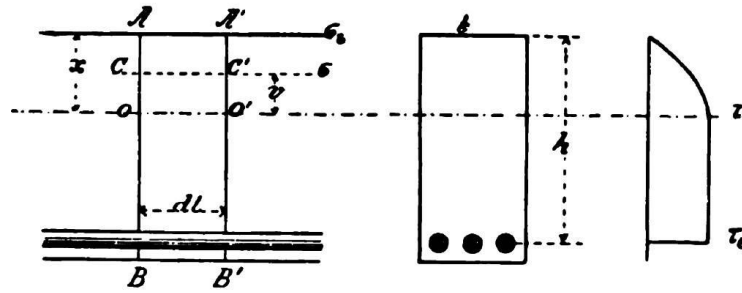


Figura 8.48 Hipótesis del cortante promedio en una sección agrietada (Mörsch 1909)

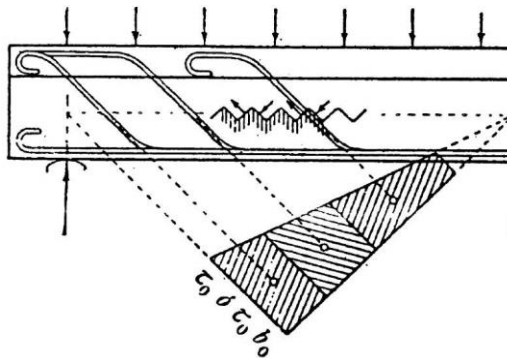


Figura 8.49 Barras dobladas para contrarrestar los esfuerzos de tensión por cortante en el alma de una viga (Mörsch 1909 y 1952)

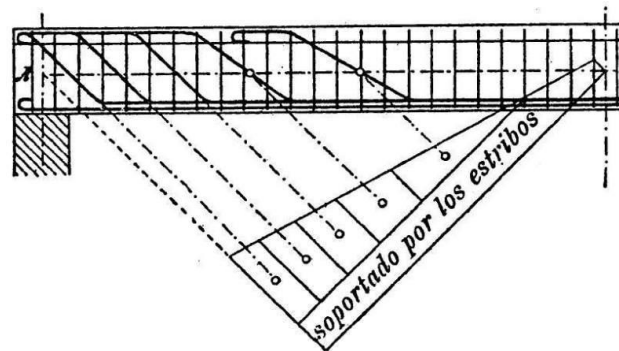


Figura 8.50 Sistema de refuerzo por cortante ideado por Mörsch (1952 y 1909)

## CAPÍTULO 8: RECOMENDACIONES GENERALES Y EJEMPLOS PARA EL DISEÑO DE ESTRIBOS

En la figura 8.50 se muestra cómo Mörsch (1909 y 1952) diseñaba el acero de refuerzo transversal para una viga con cargas uniformemente distribuidas: del diagrama de esfuerzo cortante deducía una franja de espesor uniforme que era resistida por estribos equidistantes, y el resto se resistía con barras de refuerzo longitudinal dobladas a  $45^\circ$  respecto al eje longitudinal. La separación de las barras dobladas la calculaba con proporciones lineales, y en casos especiales usaba dobleces con menor inclinación (por ejemplo  $30^\circ$ ), pero sólo en zonas donde el nivel de esfuerzo cortante era bajo.

Se puede decir que el sistema de refuerzo de Mörsch (1909 y 1952) fue pensado para satisfacer un mecanismo de falla (figura 8.47), más la demanda de tensión diagonal “elástica” (figura 8.49). Tal vez, por ello, le dio el nombre de seguridad total al desgarramiento.

Claramente, Mörsch se preocupó por cubrir toda la demanda del diagrama de cortante estático, aun cuando el equilibrio en una *sección* le sugería que colocar estribos para una demanda menor era seguro (figura 8.47). También es digno de notar que no vio en la resistencia a tensión del concreto la capacidad de resistir esfuerzos elevados de cortante (como se ha puesto de moda en elementos tipo viga-columna). Finalmente, en las figuras 8.51 y 8.52 se muestran ejemplos típicos del diseño por cortante recomendado por Mörsch.

¿Es casualidad que el número teórico de estribos de Ferguson (1965) coincida conceptualmente con la seguridad total al desgarramiento de Mörsch (1909 y 1952)? Por supuesto que no, ambos tienen un origen diferente y promueven un nivel de seguridad similar. Por esta razón, para un diseño por secciones es preferible usar un diagrama escalonado como alguno de los propuestos en esta tesis doctoral, y no el de Collins y Mitchell (1980).

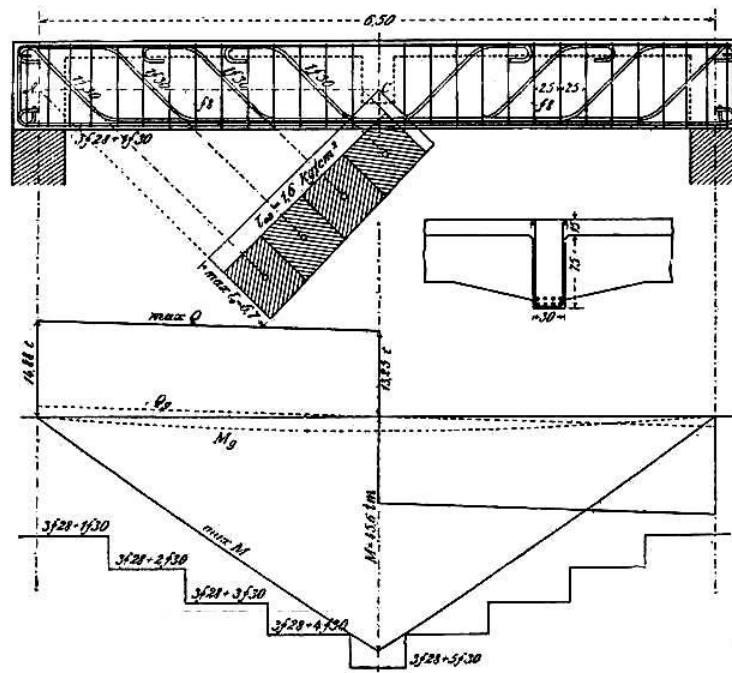
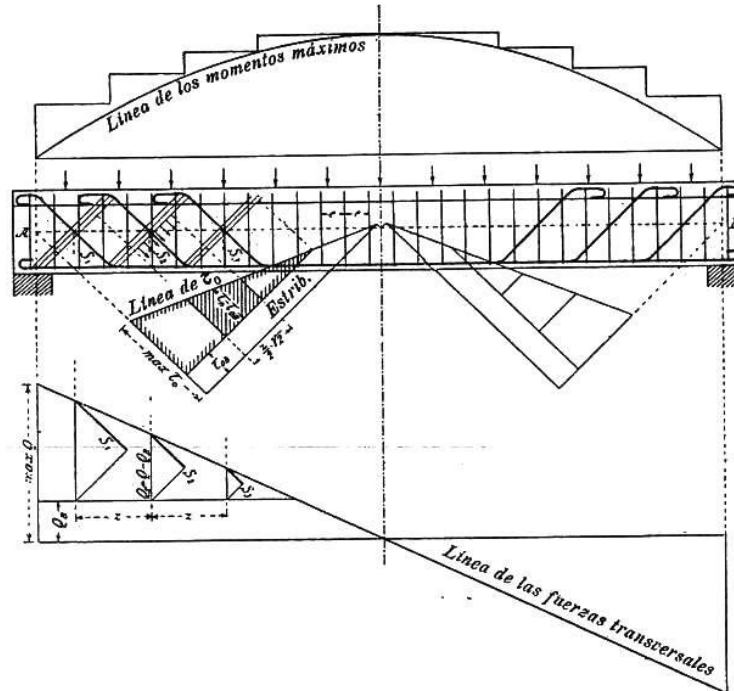


Figura 8.51 Armado propuesto por Mörsch (1952) para una trabe con una carga puntual al centro



**Figura 8.52 Armado propuesto por Mörsch (1952) para una trabe con cargas uniformemente distribuidas**

## 8.11 EJEMPLOS

En esta sección se presentan dos ejercicios en los que se aplican las recomendaciones de diseño a cortante que se han dado a lo largo de esta tesis. El primero es una trabe prismática sometida exclusivamente a cargas uniformemente distribuidas, y el segundo corresponde a una trabe acartelada de edificio en la combinación de cargas sísmicas.

### 8.11.1 Trabe prismática simplemente apoyada con carga gravitacional

Para ilustrar la aplicación práctica de las aportaciones de este trabajo en una trabe de sección constante, se eligió el ejercicio 12.1 de las Notas al Reglamento ACI 318 08 de la Asociación del Cemento Portland (“PCA Notes” 2008). Desde su aparición en 1971, este documento es uno de los más usados para entender los procedimientos de diseño que ha recomendado el reglamento ACI 318.

El ejercicio consiste en diseñar los estribos de una trabe simplemente apoyada de sección constante con cargas uniformemente distribuidas en la parte superior. Los datos del problema están indicados en la tabla 8.2. Se optó por trabajar con las unidades originales para facilitar la comparación con la solución del PCA Notes (2008).

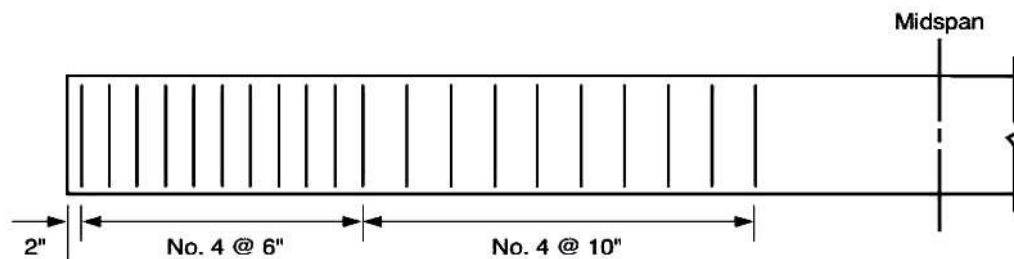
**Tabla 8.2 Datos del ejercicio 12.1 del PCA Notes (2008)**

$l = 30$ pies	$d = 20$ plg	$f_{yw} = 40000$ lb/plg <sup>2</sup>
$b = 13$ plg	$f'_c = 3000$ lb/plg <sup>2</sup>	$w_u = 4.5$ klb/pie

De acuerdo con el PCA Notes (2008), el diseño de los estribos de una viga sometida a flexión y cortante se debe hacer conforme a lo siguiente:

“Cuando los estribos son necesarios, por lo general es conveniente usar sólo un tamaño de varilla (por ejemplo, estribos de dos ramas del número 3), y calcular la distancia entre ellos. Deben preferirse estribos de varillas grandes y separaciones amplias en lugar de estribos de varillas pequeñas espaciados estrechamente. Lo anterior, ya que los últimos implican grandes costos de fabricación y colocación. Para reducir los costos, se debe cambiar la separación de estribos a lo largo del elemento; si es posible, no se deben usar más de tres separaciones diferentes. El primer estribo debe colocarse a 5 cm (2 pulgadas) de la cara del apoyo.”

Con estas instrucciones, y las ecuaciones del reglamento ACI 318 08, en el PCA Notes (2008) se propuso la distribución de estribos mostrada en la figura 8.53. De esta solución, por el momento vale la pena destacar que en la zona adyacente al centro del claro, es decir, donde el cortante último es inferior a la mitad de la resistencia de diseño que aporta la contribución del concreto, no se colocaron estribos. No sobra decir, que esta solución puede considerarse como una de las más apegadas a la filosofía de diseño por cortante del reglamento ACI 318.



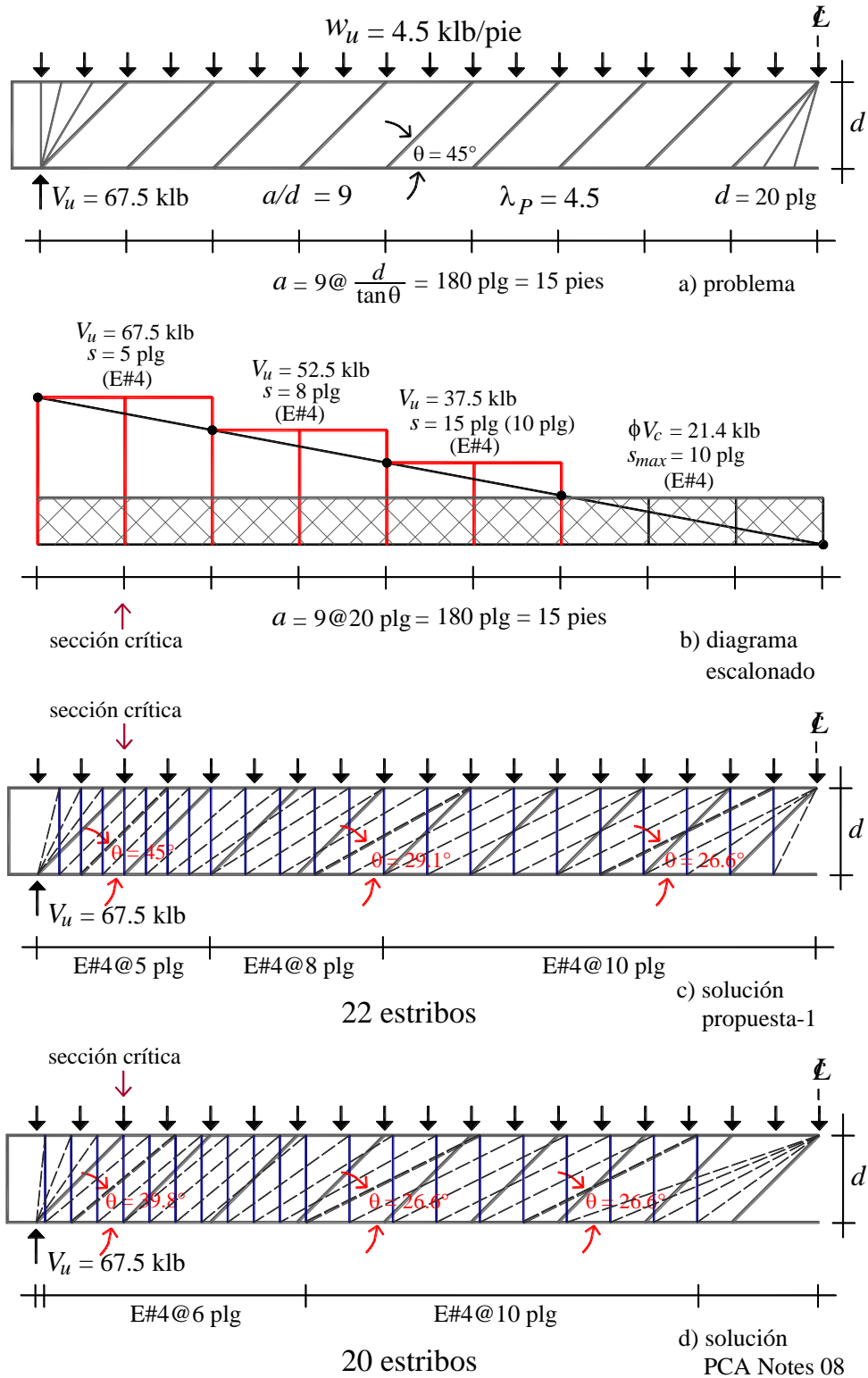
**Figura 8.53 Solución original del ejercicio 12.1 (“PCA Notes” 2008)**

La solución alterna que se propone en esta tesis involucra en los siguientes aspectos (figura 8.54):

1. Verificar la esbeltez del claro de cortante con el parámetro  $\lambda_p$ . En este caso, se debe utilizar un ángulo  $\theta = 45^\circ$  para hacer una comparación justa con la solución del PCA Notes (2008).
2. Discretizar el claro de cortante en tramos de longitud  $d/\tan\theta$  empezando desde el apoyo y dejando el remanente, si lo hubiere, adyacente al centro del claro de la trabe (es decir, donde la demanda de cortante es pequeña).
3. A partir del diagrama de cortante estático de diseño ( $V_u$ ), proponer un diagrama escalonado como el sugerido en este capítulo (figura 8.35-a).

4. Calcular la contribución del concreto con la expresión simplificada del reglamento ACI 318 [ $V_c = \phi 2 \sqrt{f'_c} b d$  (lb y plg)] considerando el factor de reducción  $\phi = 0.75$ . Esta resistencia se debe identificar con una franja de espesor constante en el diagrama de cortante escalonado.
5. Determinar la demanda del acero de refuerzo transversal en cada escalón conforme a la ecuación  $V_s = V_u - V_c$ .
6. Calcular la separación de estribos de cada escalón con la fórmula  $s = \phi A_v f_{yw} d / V_s \tan \theta$ . En el cálculo también se debe utilizar  $\phi = 0.75$ . Es importante mencionar que en esta propuesta se respetó el tamaño de estribo de la solución original (estribos del número 3 de dos ramas que proporcionan un área  $A_v = 0.40 \text{ plg}^2$ ).
7. Verificar que la separación de estribos en el escalón adyacente a la reacción permita configurar el abanico de compresión conforme a la sección 5.6 de esta tesis. En caso necesario, hacer los ajustes requeridos.
8. Redondear la separación de estribos calculada en el resto de los escalones a un número cerrado de tal forma que se fomente una separación uniforme dentro de cada escalón. En este caso en particular, se respetó la separación máxima  $s_{max} = d/2$  del reglamento ACI 318.
9. Colocar estribos que satisfagan la cuantía mínima del reglamento ACI 318 y  $s_{max} = d/2$  en la zona donde el concreto toma toda la demanda de diseño.
10. Verificar que, al menos, en la sección crítica se visualice un campo de compresión diagonal con inclinación  $\theta = 45^\circ$ .

(espacio intencionalmente en blanco)



**Figura 8.54** Comparación entre la solución original del ejercicio 12.1 (“PCA Notes” 2008) y la de este trabajo usando un solo tamaño de estribos

En la figura 8.54-a se muestra la condición de carga y apoyo de la trabe del problema 12.1 del PCA Notes (2008), en la figura 8.54-b el diagrama escalonado recomendado para su diseño a cortante, y en la figura 8.54-c la distribución de estribos que resulta. Para facilitar la comparación, la solución del PCA Notes se muestra en la figura 8.54-d. En ambos casos se bosquejó los campos de esfuerzo que resultan de la distribución de estribos, y se contabilizó el número de estribos. Con base en esta información, se hacen las siguientes observaciones:

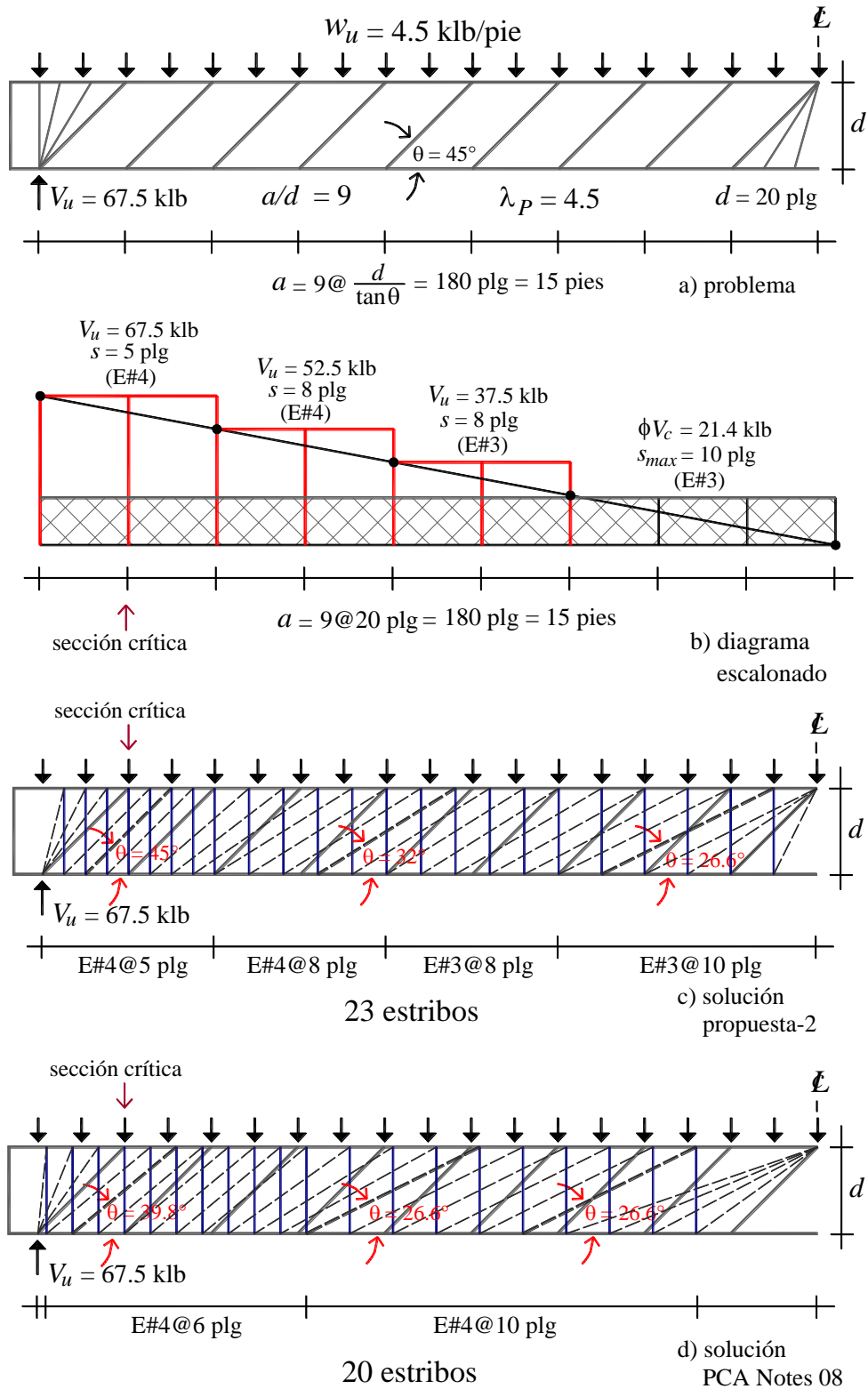
- A. Con procedimiento recomendado en esta tesis, se logró que la inclinación teórica del campo de compresión diagonal en la sección crítica fuera  $\theta = 45^\circ$ . Por comparación, se obtiene  $\theta = 39.8^\circ$  en la solución del PCA Notes (2008).
- B. La radialización de los campos de esfuerzo es más severa con la distribución de estribos del PCA Notes. Por ejemplo, el bosquejo de los campos de esfuerzo sugiere que se puede presentar una drástica disminución de la inclinación del campo de compresión diagonal de  $\theta = 39.8^\circ$  en el apoyo, a  $\theta = 26.6^\circ$  en el centro del claro. Con la distribución de estribos propuesta también se observa una radialización, pero ésta es un poco más suave pues, antes de llegar al ángulo  $\theta = 26.6^\circ$ , se fomenta al centro del claro de cortante el ángulo  $\theta = 29.1^\circ$ .
- C. En la solución del PCA Notes, la ausencia de estribos en la parte central de la trabe compromete seriamente el flujo de fuerzas y, por extensión, el mecanismo de armadura. Es difícil saber cómo responderá el elemento ante posibles variaciones de carga, pues la ausencia de estribos no facilita la redistribución de fuerzas internas.
- D. El número de estribos que se requieren con la propuesta de diseño de esta tesis (22), no es exageradamente superior a la de la solución original (20). Sobre todo, si se toma en cuenta que: 1) en la última se dejó sin estribos una buena parte del claro de cortante y, 2) en la primera se utilizó un diagrama escalonado algo conservador.

Para corroborar la influencia que tiene la distribución de estribos en la formación de los campos de compresión de los elementos tipo viga-columna, se hizo una propuesta adicional para el ejercicio 12.1 del PCA Notes (2008). Ésta se muestra en la figura 8.55, y la única diferencia con la anterior, es que se usaron estribos de dos tamaños diferentes con la intención de uniformizar un poco la separación entre ellos (siempre respetando la demanda del diagrama escalonado).

En la figura 8.55-c se muestran los campos de esfuerzo que sugiere la nueva distribución del acero de refuerzo transversal. En esa figura se observa que, aunque se conserva la radialización de los campos de esfuerzo, ésta es menos pronunciada que la del arreglo que usa un solo tamaño de estribos (figura 8.54-c). Lo anterior, ya que al centro del claro de cortante se tiene el ángulo  $\theta = 32^\circ$ , que es mejor que  $\theta = 29.1^\circ$  señalado en la figura 8.54-c. Sin duda, esta solución es algo ventajosa, pues los campos de esfuerzo se parecen un poco más a los teóricos sin incurrir en complicaciones excesivas. Finalmente, no debe pasar inadvertido que el número de estribos de la segunda propuesta (23), tampoco es exageradamente mayor al de un diseño apegado al reglamento ACI 318 (20).



**CAPÍTULO 8: RECOMENDACIONES GENERALES Y EJEMPLOS  
PARA EL DISEÑO DE ESTRIBOS**



**Figura 8.55** Comparación entre la solución original del ejercicio 12.1 (“PCA Notes” 2008) y la de este trabajo usando dos tamaños de estribos

### 8.11.2 Trabe acartelada de edificio con carga sísmica y gravitacional

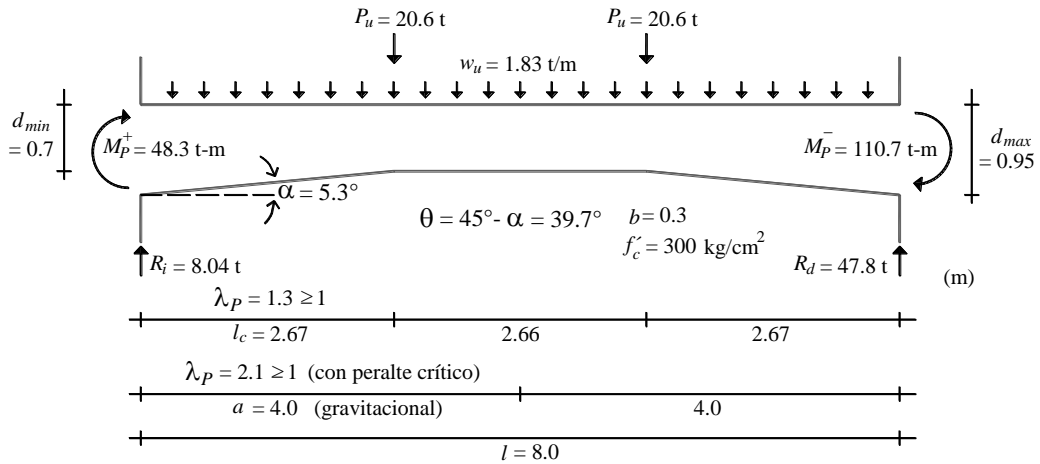
En este ejemplo se propone la distribución de estribos de una trabe acartelada para la combinación de cargas sísmicas (gravitacional más sismo). En el ejercicio se utilizó un elemento diseñado previamente por Bahena y Miranda (2011), quienes aplicaron el estado del arte para hacer el análisis y diseño estructural de las trabes acarteladas de concreto reforzado de un edificio ficticio de mediana altura ( $Q = 2$ ), construido en la zona de terreno firme de la ciudad de México. En la figura 8.56 se muestra uno de los edificios que motivó el estudio de Bahena y Miranda (2011). Vale la pena mencionar, que en ese trabajo no se incluyeron las recomendaciones de Tena-Colunga y Martínez-Becerril (2013) para elaborar el análisis estructural, y tampoco las de esta tesis en el diseño a cortante.



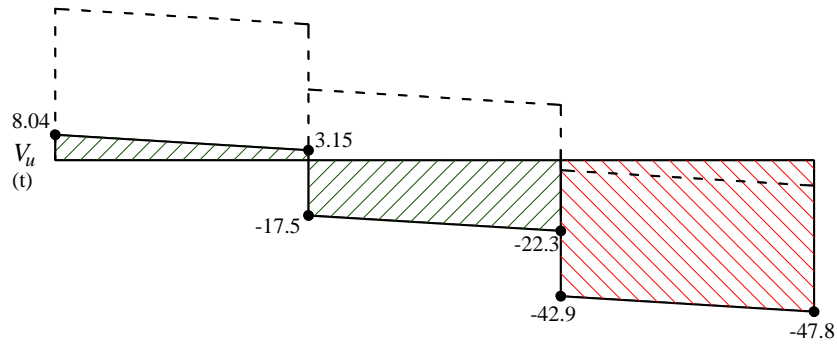
**Figura 8.56** Edificio con trabes acarteladas en la zona de terreno firme de la ciudad de México

En la figura 8.57-a se presenta la trabe acartelada con las cargas factorizadas de diseño. La trabe es típica de cuatro entrepisos de los doce que tiene el edificio ficticio, y para una sola dirección. La viga tiene dos cargas concentradas que representan las reacciones de trabes secundarias que se conectan al elemento. Los momentos flexionantes que actúan en los extremos son los momentos plásticos de un mecanismo de colapso columna fuerte–viga débil (se consideró una sobrerresistencia del acero  $R = 1.25$  y un factor de reducción unitario). En efecto, las cargas sísmicas que se muestran en la figura 8.57-a son para una sola dirección del sismo; en este caso se presentan las que corresponden al sismo actuando “hacia la derecha”. Esto se hizo únicamente para facilitar la identificación de algunos parámetros involucrados en el diseño, pero el procedimiento exige el uso de envolventes (figuras 8.57-b/c).

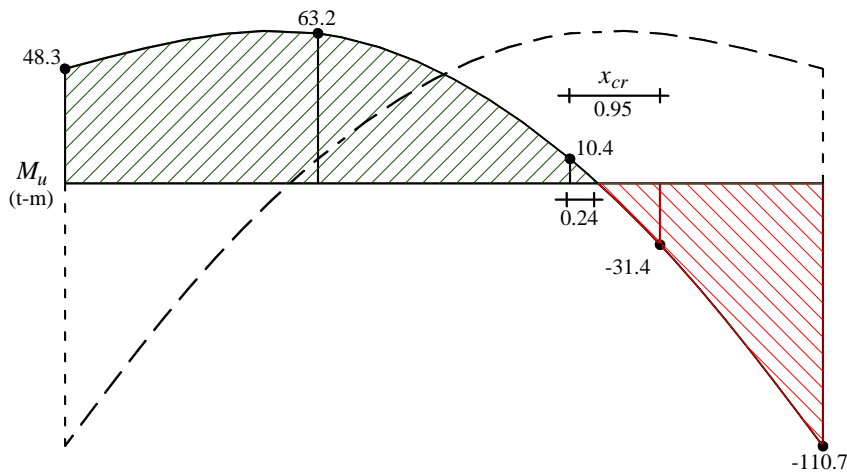
Como el sistema sismorresistente es de ductilidad reducida ( $Q = 2$ ), pudo evitarse el diseño por capacidad conforme a las NTCC (2004); no obstante: i) esto aplica estrictamente en trabes de sección constante y, ii) aún no se tienen guías de diseño a flexión confiables para trabes acarteladas. Ante este panorama, parece prudente hacer el diseño de las trabes acarteladas que pertenecen a sistemas sismorresistentes de ductilidad reducida, con el procedimiento estándar para sistemas con ductilidades intermedias y elevadas ( $Q = 3$  y  $Q = 4$ , respectivamente). Este criterio es congruente con la filosofía de varios ingenieros de la práctica profesional para el diseño de trabes de sección constante (Tena *et al.* 2012).



**a) datos generales y esbeltez**



**b) cortante**



**c) momento flexionante**

**Figura 8.57 Trabe acartelada del ejemplo de diseño. Carga gravitacional y sismo actuando a la derecha pero indicando envolventes de diseño**

El refuerzo longitudinal fue diseñado por Bahena y Miranda (2011) a partir de la *envolvente* de momentos de *todas* las traveses para la dirección y entrepisos correspondientes, que resultó de un análisis elástico tridimensional conforme a las NTCC (2004). En la figura 8.59 se muestra el armado del refuerzo longitudinal. Para garantizar la formación teórica de las articulaciones plásticas en los extremos de las traveses acarteladas, Bahena y Miranda cumplieron el balance recomendado por Tena-Colunga (1994) entre los momentos plásticos del peralte máximo y el peralte mínimo del tramo acartelado (positivos y negativos).

Para evitar el congestionamiento del refuerzo longitudinal en los vértices de la trabe (intersección de la cartela y el tramo prismático), Bahena y Miranda (2011) dimensionaron el peralte de tal forma que el peralte crítico calculado según se indicó en Tena-Colunga *et al.* (2008) fuera del orden de un décimo del claro libre ( $d_{cr} \approx l/10$ ). Por congruencia con esta recomendación, en este ejemplo se calculó el peralte crítico suponiendo que el agrietamiento por cortante tiene una inclinación  $\theta = 45^\circ - \alpha$ .

El diseño por cortante que se propone en esta tesis fue hecho para traveses esbeltas. Por ello, es necesario verificar que las traveses en realidad lo sean, al menos teóricamente. De otra manera, es imposible garantizar que pueda formarse el mecanismo resistente que sustenta a las ecuaciones sugeridas (todas deducidas en el capítulo cuatro y resumidas en la sección 4.8). El cálculo de la esbeltez se hizo con las sugerencias de la sección 8.9 usando la información de la figura 8.57-a (ecuaciones 8.31 a 8.33). El resultado de la ecuación 8.31 indica que las cartelas son esbeltas para fines de diseño sísmico. Lo mismo sucede con la evaluación de la ecuación 8.33 para cargas gravitacionales. Es importante dejar en claro que ambos resultados se deben satisfacer; por ello se han presentado en la figura 8.57-a.

$$\lambda_p = \frac{l_c}{\frac{d_{min}}{\tan\theta - \tan\alpha} + \frac{d_{max}}{\tan\theta}} \geq 1 = \left[ \frac{267}{\frac{70}{\tan 39.7^\circ - \tan 5.3^\circ} + \frac{95}{\tan 39.7^\circ}} = 1.3 \geq 1 \right] \quad 8.31$$

$$d_{cr} = \frac{d_{min}}{1 - \frac{\tan\alpha}{\tan\theta}} \leq d_{max} \left( 1 - \frac{\tan\alpha}{\tan\theta} \right) = \left[ \frac{70}{1 - \frac{\tan 5.3^\circ}{\tan 39.7^\circ}} \leq 95 \left[ 1 - \frac{\tan 5.3^\circ}{\tan 39.7^\circ} \right] = 78.8 \leq 84.4 \text{ cm} \right] \quad 8.32$$

$$\lambda_p = \frac{a(\tan\theta)}{2d_{cr}} \geq 1 = \left[ \frac{400(\tan 39.7^\circ)}{2(78.8)} = 2.1 \geq 1 \right] \quad 8.33$$

Una vez verificada la esbeltez de la trabe, es necesario calcular el nivel del esfuerzo cortante en la cartela. Esto se puede hacer con el procedimiento del reglamento ACI 318 para traveses prismáticas pero usando el valor del peralte crítico de la cartela. En la ecuación 8.34 se muestra este cálculo, donde todos los términos están indicados en la figura 8.57-a salvo el factor de reducción que tiene un valor  $\phi = 0.75$ . A reserva de una mejor recomendación, el valor del esfuerzo cortante en la sección crítica de las cartelas debe respetar los valores que

sugiere el reglamento ACI 318 para traveses de sección constante, por lo que, y juzgar por la información de la tabla 8.1 y figura 8.2, el resultado de la ecuación 8.34 indica que la trabe tiene dimensiones adecuadas para resistir la demanda de cortante.

$$V_n = \frac{V_u}{\phi \sqrt{f'_c} b d_{cr}} = \frac{47800}{(0.75) \sqrt{300} (30)(78.8)} = 1.6 < 2.5 \quad \mathbf{8.34}$$

La resistencia a cortante de las cartelas depende del momento flexionante, por lo que es necesario tener en cuenta este parámetro (capítulos tres). Para este ejemplo se optó por el método que depende de la sección crítica (también se puede hacer para cada sección de la cartela conforme a lo indicado en el capítulo cuatro), por lo que es necesario conocer su ubicación para estimar el valor del momento flexionante en ella. La ecuación 8.35 proporciona la distancia entre el peralte menor y la sección crítica de la cartela; conocida la ubicación de la sección crítica, es fácil estimar el momento flexionante con ecuaciones de equilibrio.

$$x_{cr} = \frac{d_{min}}{\tan \theta - \tan \alpha} = \frac{70}{\tan 39.7^\circ - \tan 5.3^\circ} = 94.9 \text{ cm} \quad \mathbf{8.35}$$

$$M = -0.92x^2 - 33.16x + 213.1 \quad (5.33 \leq x \leq 8) \quad \mathbf{8.36}$$

$$M_{x=6.28} = -0.92(6.28)^2 - 33.16(6.28) + 213.1 = -31.4 \text{ t-m} \quad \mathbf{8.37}$$

Como ya se comentó, el diseño sísmico se debe hacer con *envolventes* (figuras 8.57-b/c); sin embargo, el procedimiento se facilita usando las fuerzas y las demandas para una sola dirección del sismo. Por ello, se utilizarán las que corresponden a las fuerzas sísmicas mostradas en la figura 8.57-a. El lector no debe perder de vista que esto es sólo para visualizar de forma más sencilla los parámetros involucrados, pues al final la distribución de estribos deberá ser simétrica para satisfacer una envolvente de diseño, por ejemplo, cualquiera de las dos versiones presentadas en la figuras 8.57-b y 8.58-c.

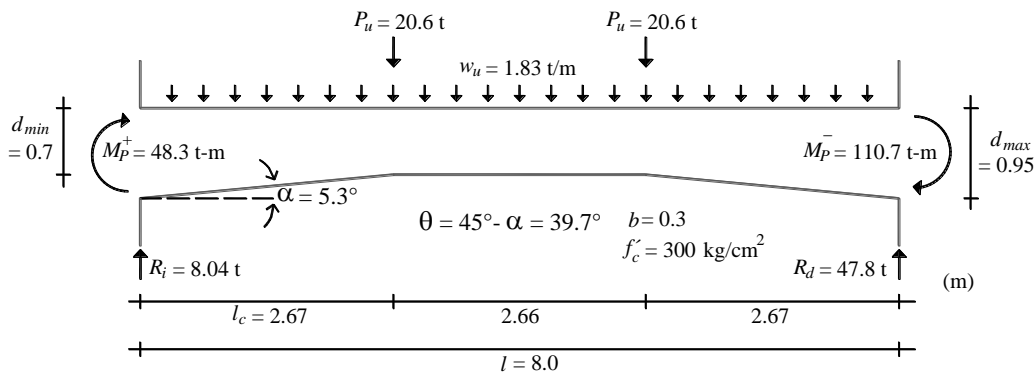
Aclarado lo anterior, queda claro que cuando el sismo va “hacia la derecha”, la mayor demanda de cortante está en la cartela derecha (figura 8.57-b), por lo que sólo es necesario obtener la ecuación de momento flexionante para el tramo  $5.33 \leq x \leq 8$ , siendo  $x$  medida desde la reacción izquierda de la trabe (ecuación 8.36). Tomando en cuenta el resultado de la ecuación 8.35, la sección crítica está ubicada a  $5.33 + 0.95 = 6.28$  metros desde el extremo izquierdo, por lo que el valor del momento flexionante en la sección crítica se obtiene evaluando la ecuación 8.36 con  $x = 6.28$  (ecuación 8.37), lo que da como resultado un momento flexionante de -31.4 t-m, el cual está indicado en la figura 8.57-c.

Otro aspecto que tiene importancia en el diseño por cortante de las traveses acarteladas, es la ubicación del punto de inflexión. Lo anterior, ya que éste discrimina el tramo que trabaja de manera óptima del que no lo hace (figura 8.43). Aunque el diagrama de momento flexionante presentado en la figura 8.57-c muestra que el tramo que no trabaja de manera óptima es muy corto, se hizo el cálculo de su longitud con fines didácticos. Para ello, bastó igualar a cero la ecuación 8.36 y considerar la raíz que corresponde al intervalo de aplicación de la ecuación.

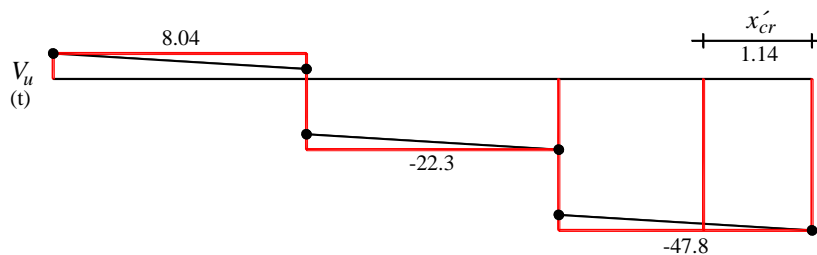
**CAPÍTULO 8: RECOMENDACIONES GENERALES Y EJEMPLOS  
PARA EL DISEÑO DE ESTRIBOS**

Esto dio como resultado una distancia de 5.57 metros medidos desde el apoyo izquierdo. De esta forma, el punto de inflexión está a una distancia  $5.57 - 5.33 = 0.24$  metros del vértice derecho de la cartela (figura 8.57-c).

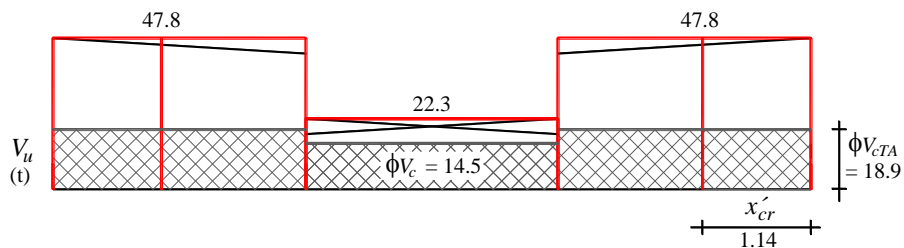
Este resultado confirma que la posición del punto de inflexión deja un tramo muy pequeño de la cartela trabajando de manera no óptima, por lo que parece suficiente: i) hacer el diseño con las ecuaciones propuestas en el capítulo cuatro suponiendo que toda la cartela trabaja de manera óptima y, ii) utilizar el tipo de diagrama escalonado recomendado en la sección 8.9 para la combinación de carga sísmica con gravitacional dominante (figura 8.45). Con base en estos argumentos, se presenta en la figura 8.58-c el diagrama escalonado de la envolvente para el diseño por cortante de la trabe acartelada de este ejemplo. Como es usual, la envolvente representa la demanda de cortante en valor absoluto (Marti 1986).



**a) datos generales**



**b) diagrama de cortante escalonado  
(gravitacional + sismo a la derecha)**



**c) envolvente de cortante escalonado  
bidireccional (diseño)**

**Figura 8.58 Diagrama de cortante escalonado propuesto**

Si lo que se quiere es un diseño apegado a la teoría de la plasticidad del concreto, entonces se debe proveer acero de refuerzo transversal para satisfacer toda la demanda de la envolvente mostrada en la figura 8.58-c. Sin embargo, en el reglamento ACI 318 se recomienda incluir la resistencia a tensión diagonal del concreto en elementos esbeltos que, para ese reglamento, son aquellos que tienen una relación  $a/d > 2$ . Los análisis presentados en los capítulos cuatro, cinco y siete, confirman que es segura y congruente esta filosofía sólo si se satisfacen los criterios de esbeltez sugeridos en esta tesis para traveses prismáticos y acartelados con y sin estribos. Por esta razón, en el ejemplo se tomará en cuenta la contribución del concreto.

De acuerdo con la filosofía de esta tesis, es requisito indispensable que una trabe sea esbelta (elásticamente esbelta), para que sea correcto incluir la contribución del concreto. Debido al rigor mecánico del método de diseño desarrollado, una trabe prismática o acartelada que es *plásticamente* esbelta para el intervalo  $26.6^\circ \leq \theta \leq 45^\circ$ , también es *elásticamente* esbelta si se acepta que los esfuerzos principales antes del agrietamiento diagonal tienen un ángulo de inclinación  $\theta_E = 45^\circ$ . Por lo tanto, ya no es necesario verificar la esbeltez elástica de forma directa. En el capítulo cuatro se explica el origen de la distinción entre la esbeltez plástica y elástica que se propone en este trabajo (secciones 4.7 a 4.9).

En la ecuación 8.38 se cuantifica la contribución del concreto en las cartelas, donde el signo positivo dentro del paréntesis aplica cuando el peralte de la cartela y el diagrama de momento flexionante crecen en la misma dirección (trabajo óptimo). Esta fórmula da una estimación un poco conservadora, y es comparable con la que se obtiene al usar la sugerida en Tena-Colunga *et al.* (2008). En las secciones 4.7.3 y 4.7.4 se desarrollaron ecuaciones que proporcionan una estimación un poco más realista de la contribución del concreto.

Para calcular la contribución del concreto se utilizó un factor de reducción  $\phi = 0.75$ , y un peralte crítico elástico ( $d_{crE}$ ) evaluado con la ecuación 8.39. De esta manera, la resistencia de las cartelas antes del agrietamiento diagonal ( $V_{cTA}$ ) es la indicada en la ecuación 8.40. En el tramo central prismático de la trabe también se debe aprovechar la contribución del concreto ( $V_c$ ), la cual se calculó de manera convencional con la ecuación 8.41.

$$V_{cTA} = \phi 0.53 \sqrt{f'_c} b d_{crE} [1 \pm 2 \tan \alpha] \quad \mathbf{8.38}$$

$$d_{crE} = \frac{d_{min}}{1 - \tan \alpha} \leq d_{max} (1 - \tan \alpha) = \left[ \frac{70}{1 - \tan 5.3^\circ} \leq 95 [1 - \tan 5.3^\circ] = 77.2 \leq 86.2 \text{ cm} \right] \quad \mathbf{8.39}$$

$$V_{cTA} = (0.75) 0.53 \sqrt{300} (30) (77.2) [1 + 2 \tan 5.3^\circ] = 18904 \text{ kg} \approx 18.9 \text{ t} \quad \mathbf{8.40}$$

$$V_c = \phi 0.53 \sqrt{f'_c} b d_{min} = (0.75) 0.53 \sqrt{300} (30) (70) = 14458 \text{ kg} \approx 14.5 \text{ t} \quad \mathbf{8.41}$$

En la figura 8.58-c se ha identificado la contribución del concreto a lo largo de la trabe. Por lo tanto, el diseño del acero de refuerzo transversal implica usar la diferencia entre el cortante último de la envolvente y la contribución del concreto. En la envolvente se ha señalado la distancia  $x'_{cr}$  (ecuación 8.42) pues, en ella, deben colocarse estribos suficientes para acomodar

la demanda y liderar la inclinación del campo de compresión diagonal supuesto en el diseño. Además, esta medida trata de acotar la extensión de los abanicos que se forman en los extremos debido a las reacciones, y evitar los efectos de la pseudo esbeltez (secciones 5.5, 5.6 y 5.8).

$$x'_{cr} = \frac{d_{max}}{\tan \theta} = \frac{95}{\tan 39.7^\circ} = 114.4 \text{ cm} \quad \mathbf{8.42}$$

En traves de sección constante, el diseño de los estribos se hace con la fórmula usual de la armadura plástica considerando la diferencia entre el cortante último y la contribución del concreto. Sin embargo, en las cartelas también interviene la componente vertical de la cuerda inclinada ( $(M_{cr}/d_{cr})\tan \alpha$ ). En este caso, y con base en la información mostrada en la figura 8.58-c, la contribución de los estribos de la cartela ( $V_{sTA}$ ) se debe diseñar como parte de un mecanismo que debe resistir al menos un cortante  $V_{TA} = 47.8 - 18.9 = 28.9 \text{ t}$ .

Las ecuaciones 8.43 y 8.44 muestran cómo los estribos y la cuerda inclinada se combinan para resistir el cortante que excede a la contribución del concreto. En la ecuación 8.43, el signo positivo dentro del corchete aplica en cartelas que trabajan de manera óptima, y el factor de reducción es  $\phi = 0.75$ . El resto de los términos son conocidos.

$$V_{TA} = \phi \left[ V_{sTA} \pm \frac{|M_{cr}|}{d_{cr}} \tan \alpha \right] \geq (V_u - V_{cTA}) = 28.9 \text{ t} \quad \mathbf{8.43}$$

$$V_{sTA} = \frac{A_v f_{yw} d_{cr}}{s(\tan \theta - \tan \alpha)} \left( 1 - \frac{\tan \alpha}{2 \tan \theta} \right) \quad \mathbf{8.44}$$

Lo primero que se debe hacer para diseñar los estribos de las cartelas, es pasar el factor de reducción a la demanda y evaluar la aportación de la componente vertical de la cuerda inclinada. Esto se hace en las ecuaciones 8.45 a 8.49.

$$V_{TA} \geq \frac{28.9}{0.75} = 38.5 \text{ t} \quad \mathbf{8.45}$$

$$V_{TA} = \left[ V_{sTA} \pm \frac{|M_{cr}|}{d_{cr}} \tan \alpha \right] \geq 38.5 \text{ t} \quad \mathbf{8.46}$$

$$V_{TA} = \left[ V_{sTA} + \frac{|-31.4|}{0.788} \tan 5.3^\circ \right] \geq 38.5 \text{ t} \quad \mathbf{8.47}$$

$$V_{TA} = (V_{sTA} + 3.7) \geq 38.5 \text{ t} \quad \mathbf{8.48}$$

$$V_{sTA} \geq 34.8 \text{ t} \quad \mathbf{8.49}$$



Para diseñar los estribos, la demanda indicada en la ecuación 8.49 se debe relacionar con la ecuación 8.44 como se indica en la ecuación 8.50.

$$V_{sTA} = \frac{A_v f_{yw} d_{cr}}{s(\tan\theta - \tan\alpha)} \left( 1 - \frac{\tan\alpha}{2\tan\theta} \right) \geq 34.8 \text{ t} \quad \mathbf{8.50}$$

Recordando que  $\theta = 39.7^\circ$  y  $\alpha = 5.3^\circ$ , la ecuación 8.50 puede arreglarse para que sea idéntica al formato de las traveses prismáticas (ecuación 8.51).

$$V_{sTA} = \frac{A_v f_{yw} d_{cr}}{s} \geq \left[ \frac{34.8(\tan 39.7^\circ - \tan 5.3^\circ)}{\left( 1 - \frac{\tan 5.3^\circ}{2\tan 39.7^\circ} \right)} \right] = 27.2 \text{ t} \quad \mathbf{8.51}$$

Si se colocan estribos de dos ramas con un diámetro de 3/8 de pulgada (9.5 mm), se tiene un área de estribos  $A_v = 1.43 \text{ cm}^2$ . Como  $f_{yw} = 4200 \text{ kg/cm}^2$ , entonces se tiene toda la información para estimar la separación de estribos (ecuación 8.52).

$$s \leq \frac{(1.43)(4200)(78.8)}{27200} = 17.4 \text{ cm} \approx 17.5 \text{ cm} \quad \mathbf{8.52}$$

Para configurar los abanicos de compresión de los apoyos, es necesario conocer la distancia mínima ( $e$ ), medida desde el paño de una trabe continua, a partir de la cual los estribos son efectivos (distancia mínima del “primer estribo”). Ésta se calcula con la ecuación 8.53, de cuyo resultado se deduce que la separación propuesta ( $s = 17.5 \text{ cm}$ ) no debe ser ajustada por este criterio. Se hace la aclaración que por ser una trabe acartelada, y por consistencia del método sugerido, el cálculo se hizo con el peralte crítico de la cartela.

$$e \geq \frac{0.1d_{cr}}{\tan\theta} = \frac{0.1(78.8)}{\tan 39.7^\circ} = 9.5 \text{ cm} < 17.5 \text{ cm} \quad \mathbf{8.53}$$

La configuración de los abanicos de compresión, también exige cuantificar el número de estribos requeridos ( $n_{E-req}$ ) para acomodar la demanda de cortante que le corresponde al mecanismo de armadura en las regiones D que dicta el modelo teórico. Esta cantidad se obtiene al dividir la demanda de cortante que le toca a los estribos en esa zona entre la capacidad de un estribo (ecuación 8.54). Es importante mencionar, que el resultado mostrado en la ecuación 8.54 se redondeó con base en los argumentos presentados en la sección 5.8.1.

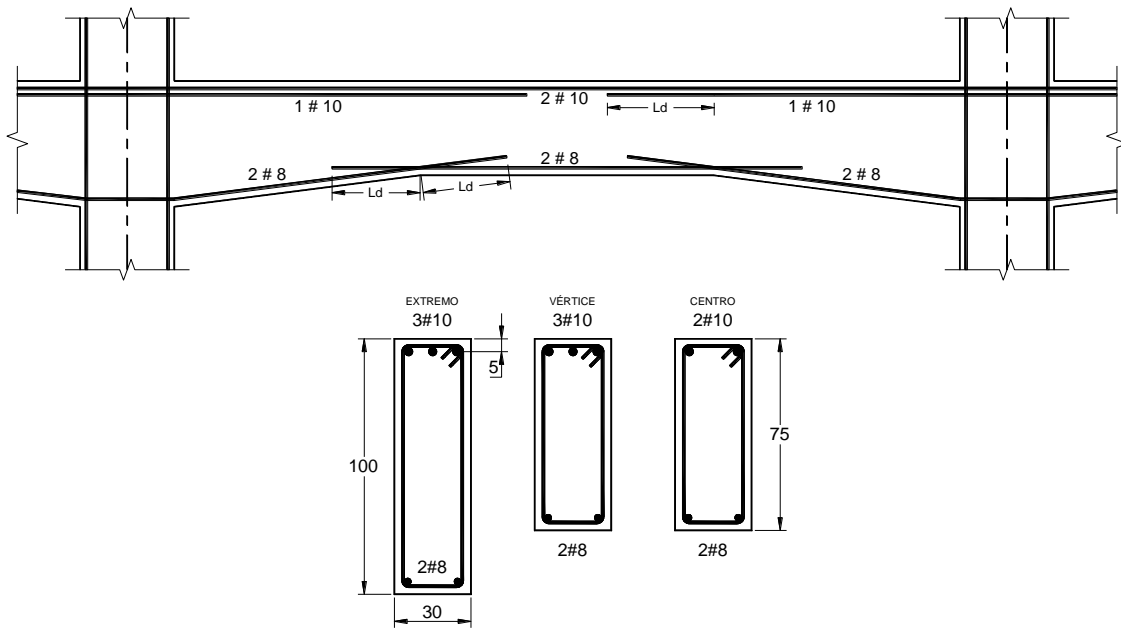
$$n_{E-req} = \frac{V_{sTA}}{A_v f_{yw}} = \frac{27200}{(1.43)(4200)} = 4.5 \approx 5 \text{ estribos en el abanico de compresión} \quad \mathbf{8.54}$$

$$s_{abn} = \frac{x'_{cr}}{n_{E-req}} = \frac{114.4}{5} = 22.9 \text{ cm} > 17.5 \text{ cm} \quad \mathbf{8.55}$$

En la ecuación 8.55 se ha dividido la extensión teórica del abanico de compresión de cada extremo de la trabe ( $x'_{cr}$ , ecuación 8.42), entre el número de estribos calculado en la ecuación 8.54. Con esta operación se obtiene una separación de estribos ( $s_{abn}$ ) que debe ser comparada con la que haya prevalecido de las ecuaciones 8.52 y 8.53. El resultado de la ecuación 8.55 hace que, en este ejemplo, no se tenga que modificar la separación de estribos calculada previamente ( $s = 17.5$  cm).

Finalmente, la separación  $s = 17.5$  cm debe ser comparada contra la separación máxima que se ha respaldado en esta tesis (sección 8.7). En la ecuación 8.56 se presenta esta comparación, de la que resulta claro que se debe conservar la separación de estribos  $s = 17.5$  cm.

$$\frac{d_{cr}}{3 \tan \theta} = \frac{78.8}{3 \tan 39.7^\circ} = 31.6 \text{ cm} > 17.5 \text{ cm} \quad \mathbf{8.56}$$



**Figura 8.59 Armado por flexión de la trabe del ejemplo (Bahena y Miranda 2011)**

En la zona del vértice de las cartelas se deben colocar estribos adicionales para acomodar la fuerza de desvío ( $F_{cd}$ ) que ocasiona el cambio de dirección del acero longitudinal inclinado (Park y Paulay 1975, Muttoni *et al.* 1997, Tena-Colunga *et al.* 2008). Una forma de cuantificar el número de estribos ( $n_{cd}$ ) de resistencia  $A_v f_{yw}$  que se deben colocar a cada lado del estribo de vértice, es con la ecuación 8.57, donde  $A_s \alpha$  es el área del acero longitudinal inclinado en el vértice y  $f_y$  su esfuerzo de fluencia.

$$n_{cd} = \frac{F_{cd}}{A_v f_{yw}} = \frac{A_s \alpha f_y \sen \alpha}{A_v f_{yw}} \quad \mathbf{8.57}$$

De acuerdo con la figura 8.59, el acero longitudinal inclinado tiene en el vértice un área de  $10.13 \text{ cm}^2$  ( $f_y = 4200 \text{ kg/cm}^2$ ), por lo que, y colocando estribos idénticos a los del refuerzo principal, se tiene que el número de estribos a cada lado del estribo de vértice es el que se muestra en la ecuación 8.58. Estos estribos se deben poner con una separación  $s_{cd} = 5 \text{ cm}$  y, estrictamente, no deben tomarse en cuenta en el bosquejo de los campos de esfuerzo de la trabe. Sobre todo si se encuentran a una distancia inferior a  $0.1d_{min}/\tan\theta$  medida desde el vértice (en este caso,  $0.1d_{min}/\tan\theta = [0.1(70)/\tan 39.7^\circ] = 8.4 \text{ cm}$ ).

$$n_{cd} = \frac{F_{cd}}{A_v f_{yw}} = \frac{A_s f_y \sin \alpha}{A_v f_{yw}} = \frac{(10.13)(4200) \sin 5.3^\circ}{(1.43)(4200)} = 0.65 \rightarrow 1 \text{ estribo} \quad \mathbf{8.58}$$

El diseño de los estribos del tramo central prismático, se hizo con la ecuación tradicional del modelo de armadura plástica pero descontando la contribución del concreto. De esta manera, los estribos se diseñaron para un cortante  $V_s = 22.3 - 14.5 = 7.8 \text{ t}$  (ecuación 8.59). Para disminuir la radialización de los campos de esfuerzo inherente al diseño escalonado, en este tramo también se debe utilizar el ángulo  $\theta = 39.7^\circ$ . Con esta consideración, la separación de estribos es la indicada en la ecuación 8.60 (estribos idénticos a los de las cartelas).

$$V_s = \frac{\phi A_v f_{yw} d_{min}}{s \tan \theta} \geq 7.8 \text{ t} \quad \mathbf{8.59}$$

$$s = \frac{(0.75)(1.43)(4200)(70)}{(7800) \tan 39.7^\circ} \leq 48.7 \text{ cm} \quad \mathbf{8.60}$$

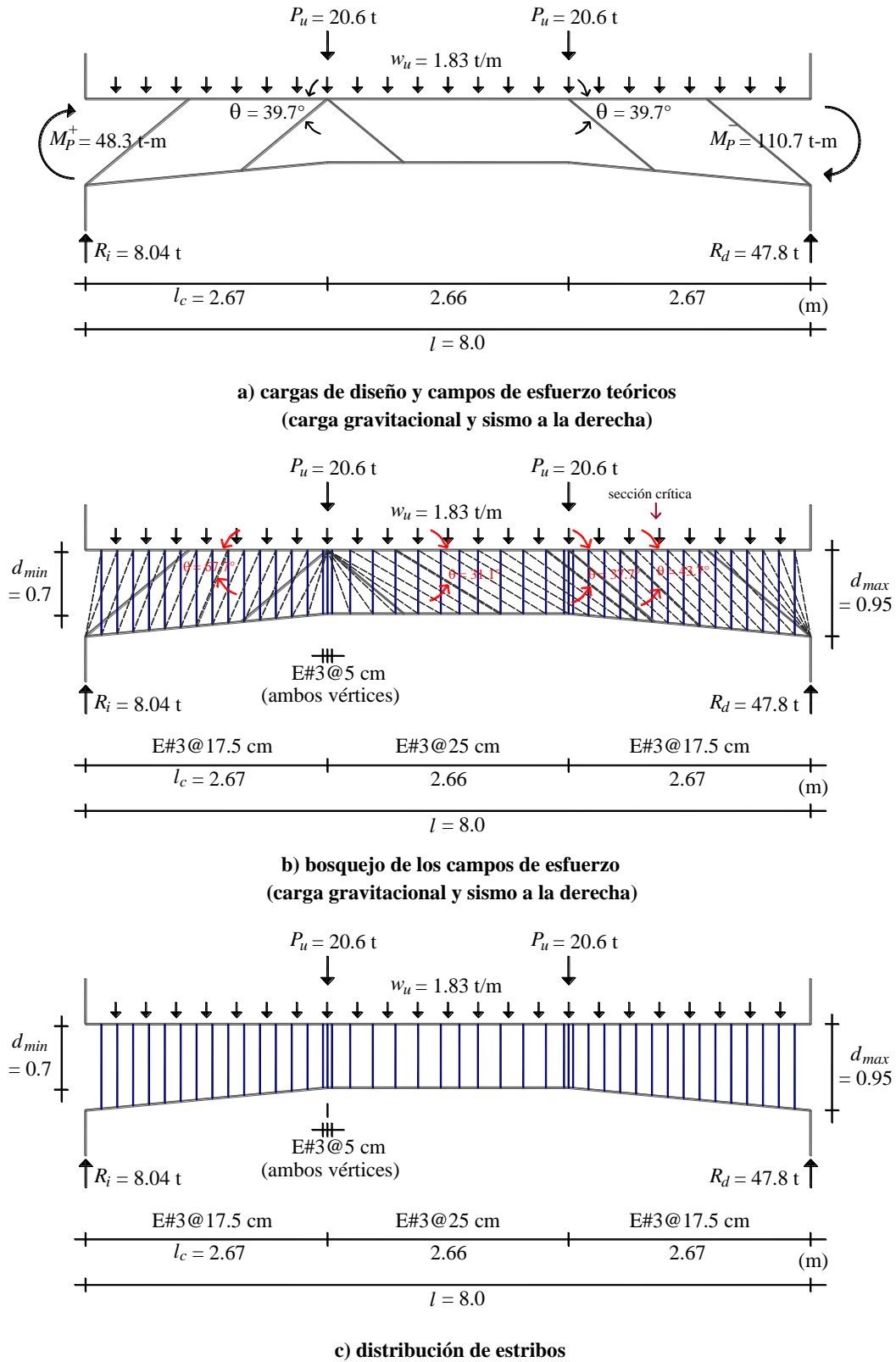
$$\frac{d_{min}}{3 \tan \theta} = \frac{70}{3 \tan 39.7^\circ} = 28.1 \text{ cm} \approx 25 \text{ cm} < 48.7 \text{ cm} \quad \mathbf{8.61}$$

En la ecuación 8.61 se calcula la separación máxima de estribos para el tramo central. Como ésta es menor a la de la ecuación 8.60, los estribos en ese tramo deben estar separados una distancia  $s = 25 \text{ cm}$  (redondeada).

Finalmente, en la figura 8.60 se muestra el alcance del método de diseño sugerido en esta tesis doctoral. En la figura 8.60-a se presentan las demandas y los campos de esfuerzo teóricos cuando el sismo va “hacia la derecha” ( $\theta = 39.7^\circ$ ). En la figura 8.60-b se han bosquejado los campos de esfuerzo que lidera la distribución de estribos para la dirección indicada, y se comparan contra los supuestos en el diseño. Se hace la aclaración que se presentaron los campos de esfuerzo en una sola dirección, sólo para facilitar esta comparación; de otra manera se complica mostrar las bondades del procedimiento sugerido. Por último, en la figura 8.60-c se presenta la distribución de estribos sin ninguna otra indicación.

De la figura 8.60-b se desprenden los siguientes comentarios:

**CAPÍTULO 8: RECOMENDACIONES GENERALES Y EJEMPLOS  
PARA EL DISEÑO DE ESTRIBOS**



**Figura 8.60 Solución propuesta para el diseño a cortante de la trabe acartelada del ejemplo**

- Como se esperaba, los campos de esfuerzo en el extremo donde se presenta la demanda de cortante máxima se ajustan mucho mejor a los campos de esfuerzo teóricos que los del otro extremo (no perder de vista que las demandas reversibles obligan a colocar la misma distribución de estribos en ambas cartelas conforme a la envolvente de la figura 8.58-c).
- Si bien, el ajuste indicado no es perfecto, supera al que lidera el diseño en traveses de sección constante presentado por el PCA Notes (2008) usando las recomendaciones del reglamento ACI 318 (figuras 8.54-d y 8.55-d).
- La separación máxima de estribos  $s_{max} = d/3 \tan \theta$  es una mejor opción que la separación tradicional  $s_{max} = d/2$  para evitar la radialización excesiva de los campos de esfuerzo.

Se puede decir que el método presentado es muy laborioso, pero la realidad es que tiene menor complejidad que muchos ejemplos de diseño en traveses de sección constante presentados en libros de texto especializados (algunos de ellos citados en las referencias de este capítulo). Esto, sin duda, se debe a: 1) la transparencia con la que se combina el mecanismo de armadura plástica con la contribución del concreto en traveses en las que se tiene mayor certidumbre de su esbeltez, 2) los beneficios de la sección crítica definida en esta tesis, 3) las bondades del diagrama escalonado propuesto y, 4) el uso de un procedimiento gráfico que le permite al ingeniero “ver” qué es lo que realmente significan o cuantifican las ecuaciones que utiliza en el procedimiento.

## **8.12 COMENTARIOS**

En este capítulo se presentó el alcance de las recomendaciones de diseño a cortante emitidas a lo largo de este trabajo. Para que esto fuera posible, y se pudieran aplicar las ecuaciones desarrolladas para traveses con cortante constante (validadas con evidencia experimental), fue necesario definir un nuevo diagrama escalonado para traveses sometidas a cargas distribuidas.

En este proceso, se presentó evidencia contundente para demostrar que, el diagrama escalonado más citado en la literatura para hacer un diseño por secciones, es inseguro (Collins y Mitchell 1980). Si bien, este diagrama fue cuestionado en su tiempo (Hsu 1982), y perdió influencia con el transcurso de los años, -incluso sus promotores lo abandonaron discretamente (por ejemplo, Collins *et al.* 1996)-, también es verdad que no se encontró otra propuesta de diagrama escalonado para los fines que se deseaban: seguridad estructural y congruencia con los campos de esfuerzo y modelos de armadura.

El diagrama escalonado que se elaboró en este capítulo, se obtuvo al aplicar el concepto del número teórico de estribos de Ferguson (1965). Este concepto proporciona, conceptualmente, el mismo nivel de seguridad que la filosofía de diseño de Mörsch (1909 y 1952). Sin embargo, y en aras de la integridad estructural, se incrementó ligeramente su exigencia. Vale la pena aclarar, que la propuesta de esta tesis supera a un diagrama “tradicional”, pues, en este último, no existen reglas claras para elaborarlo (por ejemplo, González y Robles 2006 y “NCHRP 579” 2007). Posteriormente, el diagrama escalonado fue modificado para fomentar la formación del campo de compresión diagonal en la zona de la sección crítica por cortante. No se tiene conocimiento de una propuesta previa de este tipo.

El uso del diagrama escalonado va acompañado de una recomendación para la separación máxima de estribos ( $s_{max} = d/3 \tan \theta$ ), y propuestas específicas para traveses prismáticos y acartelados ante carga gravitacional y sísmica. Finalmente, la aplicación conjunta de todas las recomendaciones de diseño de esta tesis se presentó en dos ejercicios que ponen de manifiesto su potencial práctico.

Los bosquejos de los campos de esfuerzo presentados, descansan en la hipótesis de que la distribución de estribos afecta sustancialmente los patrones de agrietamiento en los elementos tipo viga-columna. Esto es congruente con las observaciones en traveses simplemente apoyados sometidos a cargas reversibles (capítulo siete), y en ensayos de traveses en condición de continuidad (Urbina 2013 y López 2013). De esta manera, se recomienda hacer el análisis y diseño de estos elementos tomando en cuenta la ubicación discreta de los estribos; aun cuando se utilicen herramientas muy sofisticadas como elementos finitos no lineales (por ejemplo, Sagbas *et al.* 2011).

Finalmente, es importante poner a debate si es correcto el uso de resultados experimentales en *membranas* de concreto reforzado para el diseño de elemento tipo *viga-columna* (por ejemplo, Vecchio y Collins 1986, Collins *et al.* 1996, Bentz y Collins 2006 y Bentz *et al.* 2006). Esta filosofía de diseño canadiense ha sido incorporada recientemente en el reglamento modelo CEB-FIP 2010 (Sigrist *et al.* 2013), aun cuando Europa es la cuna de la teoría de la plasticidad de concreto -con sus diferentes enfoques (los más importantes citados en las referencias)-. En particular, es interesante destacar que Sigrist, alumno de Peter Marti, reconoció que la teoría modificada de los campos de compresión involucra consideraciones arbitrarias (Sigrist 2011). Se invita a consultar las referencias y formarse una opinión propia.

## **REFERENCIAS Y BIBLIOGRAFÍA**

ACI 318-02 (2002), "Building code requirements for structural concrete (ACI-318-02) and commentary (ACI-318R-02)" ACI Committee 318, *American Concrete Institute*, E.U.A.

ACI 318-08 (2008), "Building code requirements for structural concrete (ACI-318-08) and commentary (ACI-318R-08)", ACI Committee 318, *American Concrete Institute*, E.U.A.

ACI 318-11 (2011), "Building code requirements for structural concrete (ACI-318-11) and commentary (ACI-318R-11)", ACI Committee 318, *American Concrete Institute*, E.U.A.

Archundia-Aranda H I, A Tena-Colunga, y A Grande-Vega (2013), "Behavior of reinforced concrete haunched beams subjected to cyclic shear loading", *Engineering Structures*, Vol. 49, pp. 27-42.

Bahena, M y D Miranda (2011), "Diseño de traveses acartelados de concreto reforzado según el estado del arte y la evidencia experimental", *Proyectos Terminales I y II*, Universidad Autónoma Metropolitana - Azcapotzalco, México, julio.

Bentz, E C y M P Collins (2006), "Development of the 2004 Canadian Standards Association (CSA) A23.3 shear provision for reinforced concrete", *Canadian Journal of Civil Engineering*, Vol. 33, No. 5, pp. 521-534.

Bentz, E C, F J Vecchio y M P Collins (2006), "Simplified compression field theory for calculating shear strength of reinforced concrete elements", *ACI Structural Journal*, Vol. 103, No. 4, pp. 614-624.

Bresler, B y A C Scordelis (1963), "Shear strength of reinforced concrete beams", *ACI Journal Proceedings*, Vol. 60, No. 1, pp. 51-74.

CEB-FIP (1990), "CEB-FIP model code 1990-Design code", Comité Euro-International du Béton, *Thomas Telford*, Siuza.

## CAPÍTULO 8: RECOMENDACIONES GENERALES Y EJEMPLOS PARA EL DISEÑO DE ESTRIBOS

---

- Cerruti, L M y P Marti (1987), “Staggered shear design of concrete beams: large-scale test”, *Canadian Journal of Civil Engineering*, Vol 14, No. 2, pp. 257-268.
- Collins, M P y D Mitchell (1980), “Shear and torsion design of prestressed and non-prestressed concrete beams”, *PCI Journal*, Vol. 25, No. 5, pp. 32-100.
- Collins, M P y D Mitchell (1986), “A rational approach to shear design - The 1984 Canadian Code Provisions”, *ACI Structural Journal*, Vol. 83, No. 6, pp. 925-933.
- Collins, M P, D Mitchell, P Adebar y F J Vecchio (1996), “A general shear design method”, *ACI Structural Journal*, Vol. 93, No. 1, pp. 36-45.
- Committee 326 (1962/a), “Shear and diagonal tension. Part 1: General principles”, Report of ACI-ASCE Committee 326, *ACI Journal Proceedings*, Vol. 59, No. 1, pp. 1-30.
- Committee 326 (1962/b), “Shear and diagonal tension. Part 2: Beams and frames”, Report of ACI-ASCE Committee 326, *ACI Journal Proceedings*, Vol. 59, No. 2, pp. 277-334.
- Committee 426 (1973), “The shear strength of reinforced concrete members”, Joint ASCE-ACI Task Committee 426, *ASCE Journal of Structural Engineering*, Vol. 99, No. 6, pp. 1091-1187.
- Committee 445 (1998), “Recent approaches to shear design of structural concrete”, ASCE-ACI Committee 445, *ASCE Journal of Structural Engineering*, Vol. 124, No. 12, pp. 1375-1417.
- CSA (2004), “Design of concrete structures” CSA Standards A.23.3-04”, *Canadian Standards Association*, Canada.
- Ferguson, P M (1965), *Reinforced concrete fundamentals- with emphasis on ultimate strength-*, second edition, John Wiley and Sons, E.U.A.
- Ferguson, P M, J E Breen y J O Jirsa (1988), *Reinforced concrete fundamentals*, fifth edition, John Wiley and Sons, E.U.A.
- Frosch, R J (2000), “Behavior of large-scale reinforced concrete beams with minimum shear reinforcement”, *ACI Structural Journal*, Vol. 97, No. 6, pp. 814-820.
- Gardner, N J (2011), “Span/thickness limits for deflection control”, *ACI Structural Journal*, Vol. 108, No. 4, pp. 453-460.
- González, O M y F Robles (2006), *Aspectos fundamentales del concreto reforzado*, cuarta edición, Limusa, México.
- Grob, J y B Thürlimann P (1976), “Ultimate strength and design of reinforced concrete beams under bending and shear”, *IABSE Publications*, Vol. 36, pp. 105-120.
- Hsu, T T C (1982), “Is the “Staggering Concept” of shear design safe?”, *ACI Journal Proceedings*, Vol. 79, No. 6, pp. 435-443.
- Hsu, T T C (1993), *Unified theory of reinforced concrete*, second, CRC Press, E.U.A.
- Kaufmann, W y P Marti (1996), “Versuche an Stahlbetonträgern unter Normal und Querkraft (Ensayes de vigas de concreto reforzado ante cortante y carga axial)”, *Report ETH 22498*, Institute of Structural Engineering, ETH Zurich, pp. 141 noviembre (en Alemán).
- Kaufmann, W (1998), “Strength and deformations of structural concrete subjected to in-plane shear and normal forces”, *Tesis Doctoral*, Institute of Structural Engineering, ETH Zurich, julio.
- Lee, J Y y H B Hwang (2010), “Maximum shear reinforcement of reinforced concrete beams”, *ACI Structural Journal*, Vol. 107, No. 5, pp. 580-588.
- Lee, J Y, I J Choi y S W Kim (2011), “Shear behavior of reinforced concrete beams with high-strength stirrups”, *ACI Structural Journal*, Vol. 108, No. 5, pp. 620-629.
- López, E (2013), “Comportamiento cíclico a cortante de trabes acarteladas de concreto reforzado en condición de continuidad”, *Tesis de Maestría*, Universidad Autónoma Metropolitana - Azcapotzalco, México, (en proceso).
- MacGregor, J G (1997), *Reinforced concrete - mechanics and design*, third edition, Pearson-Prentice Hall, E.U.A.

## CAPÍTULO 8: RECOMENDACIONES GENERALES Y EJEMPLOS PARA EL DISEÑO DE ESTRIBOS

---

- MacGregor, J G y J K Wight (2005), *Reinforced concrete - mechanics and design*, fourth edition, Pearson-Prentice Hall, E.U.A.
- Marti, P (1985/a), “Basic tools of reinforced concrete beam design”, *ACI Journal*, Vol. 82, No. 1, pp. 46-56.
- Marti, P (1985/b), “Truss models in detailing”, *Concrete International*, Vol. 7, No. 12, pp. 66-73.
- Marti, P (1986), “Staggered shear design of simply supported concrete beams”, *ACI Journal*, Vol. 83, No. 1, pp. 36-42.
- Marti, P (1991), “Dimensioning and detailing”, *IABSE Reports*, Vol. 62, pp. 411-443, International Association of Bridge and Structural Engineering.
- Marti, P (1999), “How to treat shear in structural concrete”, *ACI Structural Journal*, Vol. 96, No. 3, pp. 408-414.
- Mörsch, E (1909), *Concrete-steel construction (Der Eisenbetonbau)*, traducción autorizada de la tercera edición en Alemán de 1908, The Engineering Publishing News Company, Londres.
- Mörsch, E (1952), *Teoría y práctica del hormigón armado*, Tomo II, Gili, Argentina.
- Mueller (Müller), P (1978), “Plastische berechnung von stahlbetonscheniben und -balken (Análisis plástico de muros y traves de concreto)”, *Report Nr. 83*, Institut für Baustatik und Konstruktion , ETH Zurich, Birkhauser Verlag, pp. 160 noviembre (en Alemán).
- Mueller, P (1981), Discussion of “Shear and torsion design of prestressed and non-prestressed concrete beams”, *PCI Journal*, Vol. 6, No. 6, pp. 96-118.
- Mueller, P (1983), Discussion of “Is the “Staggering Concept” of shear design safe?”, *ACI Journal*, Vol. 80, No. 5, pp. 445-454.
- Muttoni, A, J Schwartz y B Thürlimann (1997), *Design of concrete structures with stress fields*, Birkhäuser, Suiza.
- Muttoni, A y M Fernández Ruiz (2008), “Shear strength of members without transverse reinforcement as function of critical shear crack width”, *ACI Structural Journal*, Vol. 105, No. 2, pp. 163-172.
- NCHRP 579 (2007), “Application of LRFD bridge design specifications to high-strength structural concrete: Shear provisions”, National Cooperative Highway Research Program Report 579, *Transportation Research Board of the National Academies*.
- Nielsen, M P (1999), *Limit analysis and concrete plasticity*, second edition, CRC Press, E.U.A.
- NTCC (2004), “Normas Técnicas Complementarias para Diseño y Construcción de Estructuras de Concreto”, Reglamento de Construcciones para el Distrito Federal, *Gaceta Oficial del Distrito Federal*, octubre, México.
- NTCM (2004), “Normas Técnicas Complementarias para Diseño y Construcción de Estructuras de Mampostería”, Reglamento de Construcciones para el Distrito Federal, *Gaceta Oficial del Distrito Federal*, octubre, México.
- Park, R y T Paulay (1975), *Reinforced concrete structures*, John Wiley and Sons, E.U.A.
- Paulay, T y M J N Priestley (1992), *Seismic design of reinforced concrete and masonry buildings*, John Wiley and Sons, EUA.
- PCA Notes (2008), “Notes on ACI-318-08 building code requirements for structural concrete – with design applications”, *Portland Cement Association*, Editores: Mahmoud E. Kamara, Lawrence C. Novak y Basile G. Rabbat.
- Ritter, W (1899), “Die bauweise Hennebique”, *Schweizerische Bauzeitung*, Vol. 33, pp. 41-43, 49-52, 59-61.
- Schlaich, J, K Schäfer y M Jennewein (1987), “Toward a consistent design of structural concrete”, *PCI Journal*, Vol. 32, No. 3, pp. 74-150.
- Sigrist, V y P Marti (1993), “Versuche zum verformungsvermögen von stahlbetonträgern (Capacidad de deformación en traves de concreto reforzado)”, *Report ETH 22368*, Institute of Structural Engineering, ETH Zurich, pp. 90 noviembre (en Alemán).



## CAPÍTULO 8: RECOMENDACIONES GENERALES Y EJEMPLOS PARA EL DISEÑO DE ESTRIBOS

---

Sigrist, V, M Álvarez y W Kaufmann (1995), “Shear and flexure in structural concrete beams”, Institute of Structural Engineering, ETH Zurich, pp. 45, junio. (Reprint from Comité Euro-International du Béton (CEB) Bulletin d’Information No. 223 “Ultimate Limit State Design Models” A state-of-art report, June 1995).

Sigrist, V (2011), “Generalized stress field approach for analysis of beams in shear”, *ACI Structural Journal*, Vol. 108, No. 4, pp. 479-487.

Sigrist, V, E Bent, M Fernández Ruiz, S Foster y A Muttoni (2013), “Background to the fib Model Code 2010 shear provisions – part I beams and slabs”, *Structural Concrete*, Vol. 14, No. 3, pp. 195-203.

Tena-Colunga, A (1994), “Concerns regarding the seismic design of reinforced concrete haunched beams”, *ACI Structural Journal*, Vol. 91, No. 3, pp. 287-293.

Tena-Colunga, A, H I Archundia-Aranda y O M González-Cuevas (2008), “Behavior of reinforced concrete haunched beams subjected to static shear loading”, *Engineering Structures*, Vol. 30, No. 2, pp. 478-492.

Tena, A, G Gatica, L A Urbina y L Victoria (2012), “Impacto de la disposición de vigas secundarias en losas perimetralmente apoyadas en el comportamiento sísmico de edificios diseñados con base en marcos de concreto reforzado”, *Revista Internacional de Ingeniería de Estructuras*, Vol. 17, No. 1 y 2, pp. 63-85.

Tena-Colunga, A y L A Martínez-Becerril (2013), “Approximations of lateral displacements of reinforced concrete frames with symmetric haunched beams in the elastic range of response using commercial software”, *ASCE Journal of Practice Periodical on Structural Design and Construction*, Vol. 18, No. 2, pp. 92-100.

Thürlimann, B (1979), “Plastic analysis of reinforced concrete beams”, *IABSE Reports*, Vol. 28, pp. 71-90, International Association of Bridge and Structural Engineering.

Urbina, L A (2013), “Comportamiento a cortante de trabes acarteladas continuas de concreto reforzado sujetas a cargas cíclicas”, *Tesis de Maestría*, Universidad Autónoma Metropolitana - Azcapotzalco, México, (en revisión).

Vecchio, F J y M P Collins (1986), “The modified compression-field theory for reinforced concrete elements subjected to shear”, *ACI Structural Journal*, Vol. 83, No. 2, pp. 219-231.

Sagbas, G, F J Vecchio y C Christopoulos (2011), “Computational modeling of the seismic performance of beam-colum subassemblies”, *Journal of Earthquake Engineering*, Vol. 15, No. 4, pp. 640-663.

Wang, C, C G Salmon y J A Pincheira (2007), *Reinforced concrete design*, seventh edition, John Wiley and Sons, E.U.A.

Wight, J K y J G MacGregor (2009), *Reinforced concrete - mechanics and design*, fifth edition, Pearson-Prentice Hall, E.U.A.

Zill, D G (1985), *Cálculo con geometría analítica*, Grupo Editorial Iberoamérica, México.

# **CAPÍTULO 9: CONCLUSIONES, APORTACIONES Y RECOMENDACIONES FINALES**

Al final de cada capítulo se presentó una sección de comentarios donde se indicaron las conclusiones y aportaciones correspondientes, sin embargo, en éste se presentan las representativas de todo el trabajo. Asimismo, se ponen a consideración algunas recomendaciones para estudios a futuro.

## **9.1 CONCLUSIONES Y APORTACIONES**

Esta tesis doctoral representa un esfuerzo por entender el mecanismo resistente a cortante de las trabes acarteladas de concreto reforzado para elaborar guías de diseño *ad-hoc*.

Para ello, se valorizaron aspectos ya reportados en la literatura técnica y se cuestionaron otros. Por ejemplo, los trabajos experimentales previos no daban lugar a duda que el agrietamiento diagonal en una trabe acartelada es más extenso y abundante que en una de sección constante y, sin embargo, no todas las recomendaciones de diseño lo tomaban en cuenta. Otro asunto relevante, era que no existían antecedentes sobre la degradación de la resistencia a cortante por cargas reversibles en elementos de sección variable. Este panorama obligó dos cosas: i) explicar y tomar en cuenta el agrietamiento diagonal observado en laboratorio para la elaboración de recomendaciones de diseño y, ii) hacer experimentos con elementos sometidos a cargas reversibles.

Las aportaciones de esta tesis se dividen en analíticas y experimentales. El desarrollo de la parte analítica, y la inquietud de entender las razones por las cuales las filosofías de diseño dominantes aparentemente son muy excluyentes, lideró aportaciones y reflexiones que permiten entender el mecanismo resistente a cortante de las trabes de concreto reforzado en general, y el de las acarteladas en particular, de una forma un poco diferente a lo que se puede encontrar actualmente en la literatura técnica.

Las conclusiones analíticas de esta tesis doctoral sobre las filosofías de diseño por cortante son:

- I. Las escuelas o filosofías de diseño por cortante dominantes son la estadounidense (diseño por secciones con contribución del concreto), y la europea (diseño por tramos de elemento sin contribución del concreto). El origen de cada una de ellas se puede atribuir a los trabajos pioneros de Talbot (Estados Unidos de América) y Mörsch (Alemania),

respectivamente. Al parecer, el que ambas filosofías se mantengan tan distantes y excluyentes, tiene más que ver con cuestiones históricas que técnicas, lo que se entiende mejor cuando se tiene conocimiento que Talbot vivió de 1857 a 1942 y Mörsch de 1872 a 1950.

- II. Las regiones B-D propuestas por Schlaich *et al.* (1987) están limitadas a: 1) elementos con refuerzo transversal que son diseñados o desarrollan un agrietamiento diagonal con un ángulo de inclinación  $\theta = 45^\circ$  conforme a un modelo de armadura plástica o, 2) elementos sin estribos en los que se acepta que el agrietamiento por tensión diagonal está asociado a esfuerzos principales elásticos con un ángulo de inclinación  $\theta_E = 45^\circ$ .
- III. El cociente  $a/d$  solamente es válido como parámetro de esbeltez en traveses (o claros de cortante) sin refuerzo transversal. Lo anterior ya que, debido a su origen, sólo permite identificar el predominio de los mecanismos de arco y viga en elementos sin estribos (Kani 1964).
- IV. La esbeltez y comportamiento general a cortante de las traveses con refuerzo transversal depende, en gran medida, de la factibilidad de que en el elemento (o claro de cortante) se desarrolle un campo de compresión diagonal con cierta inclinación  $\theta$ .
- V. La extensión de los abanicos de compresión tiene una importancia relevante en la esbeltez, resistencia y comportamiento global de las traveses con refuerzo transversal.
- VI. La evidencia bibliográfica, analítica y experimental presentada en esta tesis, sugiere que al menos en los elementos tipo viga-columna que tienen un bloque de compresión no agrietado, la contribución del concreto se *transfiere* a éste después del agrietamiento por tensión diagonal (muy similar a lo expuesto por Kotsovos 1988, Kim y White 1991, Tureyen y Frosch 2003), es decir, no se *queda* en el alma trabajando por fricción en la entrecara del agrietamiento diagonal, o por tensión del concreto, como sostienen algunos investigadores (por ejemplo, Vecchio y Collins 1986, Reineck 1991, Muttoni y Fernández Ruiz 2008).
- VII. No existe un modelo de armadura *genérico* para explicar la resistencia a cortante de las traveses sin refuerzo transversal, como lo es la armadura plástica de ángulo variable para las traveses con estribos. Esto se debe a que en los modelos de armadura propuestos para traveses sin estribos, se considera que el ángulo del agrietamiento diagonal es un valor *fijo* (usualmente  $\theta_E = 45^\circ$  o  $\theta_E = 30^\circ$ ), por lo que difícilmente se puede construir un modelo creíble para cualquier longitud del claro de cortante (el ángulo *variable* de la armadura plástica elimina este inconveniente). Por lo tanto, y a falta de mejores desarrollos, solamente se pueden utilizar *detalles* de un modelo de armadura elástica para estudiar regiones aisladas de una trabe, por ejemplo, una región B o la zona de transición entre regiones B y D.
- VIII. El ingeniero es libre de utilizar o no la contribución del concreto en el diseño de traveses con refuerzo transversal, lo que, con base en los reglamentos de construcción modernos (bien aplicados), sólo tendría impacto en la economía del refuerzo transversal y no en la seguridad estructural. Sin embargo, los casos estudiados sugieren que para el análisis forense, las mejores predicciones se obtienen considerando la contribución del concreto con la fórmula simplificada del reglamento ACI 318 (siempre que sea válido utilizarla).

- IX. Para predecir resultados en elementos de concreto reforzado que fallan por cortante, se debe privilegiar el modelo matemático y no el valor de las propiedades de los materiales (Rogowsky y MacGregor 1983 y 1986). Por lo tanto, se debe cuestionar el *abuso* de los factores de eficiencia para *obligar* al modelo hacer pronósticos aceptables (por ejemplo, como lo sugirieron en algunos casos Zhang 1994 y Nielsen 1999).
- X. El método de diseño a cortante para traveses de concreto reforzado del reglamento ACI 318 es seguro, y congruente, si se entiende su origen y respetan sus limitantes (“Committee 326” 1962/a/b, “Committee 426” 1973).
- XI. El diagrama escalonado por cortante propuesto por Collins y Mitchell (1980) no es seguro, ya que no lidera la cantidad suficiente de refuerzo transversal para satisfacer la demanda de cortante del análisis estructural o un mecanismo de colapso.

Las aportaciones analíticas de esta tesis sobre las filosofías de diseño son:

- 1) Utilizando un modelo de armadura plástica se redefinieron las regiones B-D en traveses prismáticos con refuerzo transversal (regiones B-D plásticas). Esto permitió definir una sección crítica por cortante respaldada con un modelo de comportamiento mecánico que, cuando se considera  $\theta = 45^\circ$ , proporciona una sección crítica ubicada en el mismo lugar que especifica el reglamento ACI 318 (“Committee 326” 1962/a/b, “Committee 426” 1973, “Committee 445” 1998). Se puede decir que la sección crítica definida en esta tesis es un puente entre las filosofías de diseño estadounidense y europea clásica.
- 2) En traveses prismáticos sin refuerzo transversal, se redefinieron las regiones B-D en función de un *detalle* de armadura inspirado en el modelo propuesto por Schlaich *et al.* (1987) para explicar la contribución del concreto. Esta armadura es válida hasta el agrietamiento por tensión diagonal, y representa los campos de esfuerzo principales elásticos en el elemento, es decir, identifica regiones B-D elásticas. Si en este modelo se supone que el agrietamiento por tensión diagonal está definido por un ángulo  $\theta_E = 45^\circ$ , se obtiene una sección crítica que coincide con la semiempírica del reglamento ACI 318 (“Committee 326” 1962/a/b, “Committee 426” 1973).
- 3) Se desarrolló el parámetro  $\lambda_p$  para verificar la esbeltez plástica de traveses prismáticos y acarteladas con refuerzo transversal ( $\lambda_p \geq 1$ ). Este parámetro toma en cuenta la factibilidad de que se desarrolle un campo de compresión diagonal con cierta inclinación  $\theta$  en el claro de cortante (o tramos delimitados por un cortante estático nulo).
- 4) También se desarrolló un parámetro de esbeltez elástica ( $\lambda_E$ ) que permite identificar si en una trabe sin o con refuerzo transversal se puede utilizar la contribución del concreto que recomienda el reglamento ACI 318 ( $\lambda_E \geq 1$ ). Este parámetro es equivalente al parámetro de esbeltez comúnmente utilizado en la literatura técnica ( $a/d > 2$ ).
- 5) Se propuso el concepto de *seudoesbeltez* para definir a las traveses con estribos teóricamente esbeltas ( $\lambda_p \geq 1$ ), en las que teóricamente se desarrolla un mecanismo dominante de viga (región B) pero, en realidad, exhiben un predominio del mecanismo de arco expresado por abanicos de compresión extendidos en el claro de cortante. En otras palabras, que en traveses en las que se supone existe un predominio de las regiones B, en realidad son gobernadas por regiones D. Se demostró que esta anomalía estructural

puede inhibir el trabajo del acero de refuerzo transversal (por ejemplo, las trabes ensayadas por Frosch 2000).

- 6) Se hicieron reflexiones sobre la importancia que tiene la configuración y detallado de los abanicos de compresión en el comportamiento de las trabes con estribos. Desde esta perspectiva, parece debatible seguir aceptando que el diseño de las regiones B y D puede hacerse de manera independiente como si no existiera correlación entre ellas (como actualmente lo promueve el reglamento ACI 318 11 en su apéndice A).
- 7) Se presentaron argumentos que sugieren que el detallado de los abanicos de compresión debe hacerse para que: i) queden contenidos en la longitud que les corresponde conforme a un modelo de armadura (campos de esfuerzo) y, ii) se promueva la continuidad con el campo de compresión diagonal adyacente, es decir, que la frontera entre un campo de esfuerzo radial y uno diagonal, tenga el mismo ángulo de inclinación  $\theta$ . No atender estos requisitos puede liderar que una trabe teóricamente esbelta desarrolle seudoesbeltez.
- 8) Se propuso un diagrama de cortante escalonado que proporciona el área de refuerzo transversal que se requiere para satisfacer la demanda de cortante que exige el análisis estructural. En la construcción de este diagrama se hizo uso del concepto del número teórico de estribos propuesto por Ferguson (1965).
- 9) Se demostró que la distribución de los estribos afecta sustancialmente la formación de los campos de esfuerzo, por lo que es necesario reconsiderar la separación máxima de estribos que usualmente recomiendan los reglamentos de construcción.

Respecto a la parte analítica que concierne al diseño de las trabes acarteladas, se concluye que:

- I. La primera formulación conocida para diseñar trabes acarteladas se le atribuye a Mörsch (1909 y 1952), y data del mismo inicio de la formalización de los métodos de diseño en elementos de concreto reforzado. Todas las versiones posteriores son muy parecidas a ésta, aunque muchas ocasiones no se hizo reconocimiento de ello.
- II. El diseño por cortante de las trabes de sección constante es un caso particular del diseño de las trabes acarteladas.
- III. Dilger y Langohr (1997), al parecer, fueron los primeros en advertir que en una trabe acartelada con refuerzo transversal, existen diferencias sustanciales en la demanda de cortante calculada con ecuaciones obtenidas de la teoría de la flexión, y la que se deduce de un modelo de armadura plástica. Desafortunadamente, ellos no involucraron en su propuesta de diseño una extensión realista del agrietamiento diagonal, lo que favoreció que sus conclusiones fueran alarmantes sobre la seguridad implícita en diseños hechos con la teoría de vigas. Asimismo, su trabajo fue publicado con algunos errores algebraicos que se han atribuido a la etapa de edición.
- IV. Cuando las trabes acarteladas trabajan de manera óptima, pueden reducir sustancialmente la demanda de cortante en el alma del elemento, ya que, por su geometría, los esfuerzos cortante máximos no se presentan en el eje neutro de la trabe, sino en el canto acartelado. Esta situación es independiente del agrietamiento diagonal, es decir, se presenta en el intervalo elástico (por ejemplo, Timoshenko 1947/b y Oden y Ripperger 1981), y cuando el elemento ya está agrietado (por ejemplo: Mörsch 1909

y1952, Park y Paulay 1975 y Muttoni *et al.* 1997). Esto invalida los argumentos de Paglietti y Carta (2009) para desacreditar el concepto del *cortante efectivo* acuñado por Park y Paulay (1975). Finalmente, para que una trabe acartelada trabaje de manera óptima, el peralte del elemento debe crecer en la misma dirección que crece el diagrama de momentos, y el canto acartelado trabajar en compresión.

- V. Las recomendaciones generales para clasificar las regiones B-D de Schlaich *et al.* (1987), no aplican en trabes acarteladas típicas. Esto ya que las trayectorias de esfuerzos principales no permiten visualizar claramente las regiones donde se presentan cambios abruptos en sus trayectorias.
- VI. La sección crítica para trabes acarteladas de la mayoría de las propuestas previas es semiempírica. Lo anterior, ya que fueron calibradas con datos experimentales de trabes sin refuerzo transversal, o de trabes con estribos pero específicamente para cuantificar la contribución del concreto.

Sobre el diseño de las trabes acarteladas se hicieron las siguientes aportaciones analíticas:

- 1) Se presentó un estado del arte en el que se procuró mostrar las diferentes aportaciones que se han hecho en el diseño por cortante de trabes acarteladas. En esta revisión bibliográfica se trató de incorporar toda aportación independientemente de la filosofía de diseño promovida.
- 2) Se identificaron regiones B-D en trabes acarteladas con elementos finitos elásticos para validar la recomendación del Beton Kalender (2001). La validación solamente se pudo hacer con los contornos de esfuerzo cortante. Una vez identificadas las regiones B, se pudo justificar la elaboración de un método de diseño por secciones a partir de un modelo de armadura plástica.
- 3) Se resolvió un modelo de armadura plástica típico de una región B para determinar: i) la demanda de cortante en el alma del elemento (cortante efectivo), ii) la demanda en las cuerdas longitudinales y, iii) el esfuerzo en el campo de compresión diagonal. En general, las soluciones obtenidas fueron muy parecidas a las previas de Dilger y Langohr (1997).
- 4) Para cuantificar la contribución del refuerzo transversal, se tomó en cuenta una extensión realista del agrietamiento por cortante. La extensión del agrietamiento se cuantificó con un procedimiento equivalente al empleado en trabes prismáticas con un modelo de armadura plástica; no se tiene conocimiento de que esto se haya hecho anteriormente. De esta forma, el agrietamiento diagonal es función del ángulo de inclinación del campo de compresión diagonal ( $\theta$ ) y del ángulo de acartelamiento ( $\alpha$ ).
- 5) Se demostró que es seguro un diseño por secciones hecho con las recomendaciones usuales de los libros de texto para trabes acarteladas, sustentadas en la teoría de la flexión, al comparar contra uno hecho con ecuaciones obtenidas de un modelo de armadura plástica ( $\theta = 45^\circ$ ) que incluye una extensión realista del agrietamiento diagonal (con y sin contribución del concreto).

- 6) Con base en la definición de esta tesis para la sección crítica en travesas de sección constante, se definió una sección crítica para travesas acarteladas con refuerzo transversal. Al comparar el valor de este peralte crítico usando los ángulos  $\theta = 45^\circ$  y  $\theta = 45^\circ - \alpha$ , se obtuvieron valores muy parecidos a otros recomendados (semiempíricos). De la misma forma, se propuso un peralte crítico para calcular la contribución del concreto según un agrietamiento con inclinación  $\theta_E = 45^\circ$ .
- 7) Se desarrolló una fórmula para calcular la contribución del acero de refuerzo transversal en travesas acarteladas sustentado en un modelo de armadura plástica. La fórmula original permite hacer un diseño sección por sección en regiones B, pero, y usando la sección crítica por cortante definida en esta tesis, se modificó para calcular la resistencia de cartelas que tengan una región B. Esta solución pertenece al teorema del límite inferior de la teoría de la plasticidad del concreto.
- 8) Se desarrolló una fórmula para calcular la contribución del concreto en travesas acarteladas que incorpora el efecto de armadura hasta el instante del agrietamiento por tensión diagonal (armadura elástica). Esta fórmula está basada en la simplificada del reglamento ACI 318 para travesas prismáticas. Para cuantificar la resistencia asociada a la geometría de la cartela, es decir, " $(M_{cr}/d_{cr})\tan\alpha$ ", se utilizó el momento resistente asociado al agrietamiento diagonal que recomienda la teoría de la plasticidad ( $M_{cr}$ ). Asimismo, en la solución se utilizó el peralte crítico ( $d_{cr}$ ) sugerido en esta tesis para travesas sin estribos.
- 9) Se propuso un método de diseño por cortante para travesas acarteladas, sin recurrir a ningún ajuste de datos experimentales, que proporciona el mismo nivel de predicción que el mejor método semiempírico disponible en la literatura (Tena-Colunga *et al.* 2008). La validación se hizo con datos experimentales reportados en revistas de prestigio, y dejó ver que el método es robusto y tiende a mejorar cuando los elementos son esbeltos conforme a la definición de esbeltez propuesta en esta tesis.

Sobre la parte experimental se presentan las siguientes conclusiones:

- I. El diseño a cortante del reglamento ACI 318 para travesas con refuerzo transversal es seguro, pues involucra un ángulo de agrietamiento diagonal  $\theta = 45^\circ$  que es conservador si se compara contra los comúnmente observados en pruebas de laboratorio ( $\theta < 45^\circ$ ).

Con base en los planteamientos de esta tesis, se piensa que las discrepancias entre el agrietamiento teórico o reglamentario ( $\theta = 45^\circ$ ) y los observados ( $\theta < 45^\circ$ ), se debe a que ese método de diseño generalmente lidera una distribución de estribos que no está pensada para promover el ángulo  $\theta = 45^\circ$ , sino para garantizar la seguridad, por ejemplo, que al menos exista un estribo en una distancia igual a un peralte efectivo del elemento (Ferguson *et al.* 1988). Otra situación que puede influir, es la recomendación de diseñar el refuerzo transversal cerca de las reacciones con el valor del cortante en la sección crítica (una especie de diseño escalonado explícita en el reglamento ACI 318). No obstante, es posible armonizar el diseño, los modelos, y los patrones de agrietamiento teóricos, sin minimizar el nivel de seguridad, si se utiliza el diagrama de cortante escalonado propuesto en el capítulo ocho de esta tesis.

- II. Las trabes acarteladas de concreto reforzado diseñadas para fallar a cortante ante carga monotónica, presentan una falla menos frágil que la ampliamente documentada en trabes de sección constante (con y sin refuerzo transversal). Esta característica se asocia con la habilidad de las trabes de redistribuir el agrietamiento diagonal en la longitud de la cartela, lo que inhibe la formación de una sola grieta crítica formada súbitamente (lo que se puede asociar al efecto geométrico de arco que optimiza el trabajo del concreto).
- III. La propuesta de diseño por secciones más confiable de carácter semiempírico sustentada en la teoría de vigas, es la que se propuso en Tena-Colunga *et al.* (2008) y que es parte de las primeras actividades realizadas en esta investigación doctoral. Este método fue pensado para diseñar el cortante en trabes sometidas a cargas monotónicas, y fue el primero en el que se empezaron a involucrar aspectos que habían sido descuidados previamente, por ejemplo: 1) acotar el valor del peralte crítico, 2) hacer una distinción entre las ecuaciones de diseño para trabes con y sin refuerzo transversal y, 3) incluir una extensión realista del agrietamiento diagonal.
- IV. Las propiedades del concreto medidas en pruebas estandarizadas, no representan fielmente las del concreto en un elemento estructural (por ejemplo, Tena *et al.* 2012). Esta situación parece no afectar sustancialmente el pronóstico de la resistencia, donde es común usar modelos o procedimientos de cálculo que pertenecen al teorema del límite inferior y factores de eficiencia en el concreto ( $v \leq 1$ ); sin embargo, en la predicción de la rigidez y deformación es donde se observan discrepancias, incluso en el intervalo “elástico”.

En esta tesis se hicieron las siguientes aportaciones en la parte experimental:

- 1) Se comprobó que el diseño a cortante de trabes acarteladas con refuerzo transversal sometidas a cargas monotónicas, es seguro si se supone un agrietamiento diagonal  $\theta = 45^\circ$  conforme a las hipótesis del reglamento ACI 318. Sin embargo, si se quiere obtener una resistencia un poco más parecida a la que se ha medido en laboratorio, puede usarse el ángulo  $\theta = 45^\circ - \alpha$  recomendado en Tena-Colunga *et al.* (2008).
- 2) Se observó que ante cargas reversibles, las trabes acarteladas tienen una falla por cortante menos frágil que la de una trabe sin refuerzo transversal de referencia (lo que coincide con lo observado en ensayos con cargas monotónicas). Además, su capacidad de disipar energía histerética no se ve afectada por la disminución del volumen del elemento causada por el acartelamiento.
- 3) Se comprobó que la resistencia a cortante en la dirección gravitacional de las trabes con refuerzo transversal (cuantía mínima), no se degrada sustancialmente por la acción de demandas reversibles. Esto también se observó en trabes sin estribos, aunque de manera menos satisfactoria.
- 4) Se demostró que el acartelamiento favorece el trabajo del concreto aún ante cargas reversibles, pues al evaluar el esfuerzo en el campo de compresión diagonal, se observó que éste era del mismo orden que en la trabe prismática de referencia. Al respecto, se debe resaltar que las trabes ensayadas trabajaron en su condición más desfavorable, es decir, con el peralte de la cartela creciendo en dirección opuesta al diagrama de momentos, y con el canto acartelado en tensión en la dirección gravitacional. Es de



esperarse que en cartelas trabajando de manera óptima se obtenga un mejor desempeño del concreto en el alma.

- 5) Con base en el análisis de resultados de los experimentos de esta tesis, y en otros experimentos publicados en revistas de prestigio, se tienen argumentos para sospechar que la eficiencia del concreto agrietado por cortante recomendada en la literatura ha sido sobrevalorada ( $v = 0.6$ ). Por ejemplo, en este estudio se calcularon valores inferiores a  $v = 0.6$ , independientemente de la cuantía de refuerzo transversal ( $0.12 \leq v \leq 0.36$ ).
- 6) A partir de la eficiencia del concreto medida en los experimentos de esta tesis, se redefinió el mecanismo de colapso en la dirección gravitacional de las traveses acarteladas con refuerzo transversal. De esta manera, se descarta el “aplastamiento de un puntal de compresión entre el punto de aplicación de la carga y la longitud media de las cartelas”, como se había documentado en trabajos anteriores (Archundia 2004, Archundia *et al.* 2005, Archundia *et al.* 2007 y Tena-Colunga *et al.* 2008), en favor de un daño en el campo de compresión diagonal asociado a la distorsión favorecida por la generosa capacidad de deformación de las traveses acarteladas.
- 7) Se ejemplificó cómo la forma en que se transmiten las cargas concentradas y reacciones a las traveses de concreto reforzado puede afectar el nivel de daño. De esta manera, en experimentos o traveses de puentes simplemente apoyadas, las fuerzas aplicadas y reacciones siempre deben actuar sobre placas de acero diseñadas para evitar: i) fallas por aplastamiento local y, ii) fallas por desgarramiento del bloque de compresión.
- 8) Se comprobó que en la predicción de deflexiones se pueden usar procedimientos elásticos manipulados ingenierilmente para involucrar la rigidez secante medida en laboratorio.

## **9.2 RECOMENDACIONES PARA ESTUDIOS A FUTURO**

En esta tesis se propuso un método de diseño por cortante para traveses acarteladas cuya verificación con resultados experimentales (propios y recopilados en la literatura), permite recomendarlo para el diseño de traveses sometidas a cargas gravitacionales y reversibles. Este método no requirió de ajustes estadísticos de datos experimentales, pero exigió que se desarrollaran conceptos e hicieran reflexiones que, a la fecha de escribir estas líneas, no han sido publicadas en libros y revistas especializadas de prestigio (al menos así le parece al autor de este documento).

Sin embargo, para que las aportaciones de esta tesis estén mejor respaldadas, es necesario hacer experimentos en elementos prismáticos y acartelados que tomen en cuenta los siguientes aspectos:

- i. Utilizar traveses que satisfagan el criterio de esbeltez  $\lambda_p \geq 1$  considerando, en principio, los ángulos  $\theta = 45^\circ$ ,  $\theta = 30^\circ$  y  $\theta = 45^\circ - \alpha$ .
- ii. Cuantificar el efecto de la esbeltez en la predicción de la resistencia. Por ejemplo, se demostró que en traveses prismáticos, el parámetro  $\lambda_p$  está relacionado con el número de tableros ( $N_T$ ) de un modelo de armadura ( $N_T = 2\lambda_p - 1$ , figura 8.1). Es decir, se debe

saber hasta dónde es estable la predicción con ecuaciones obtenidas de un modelo de armadura.

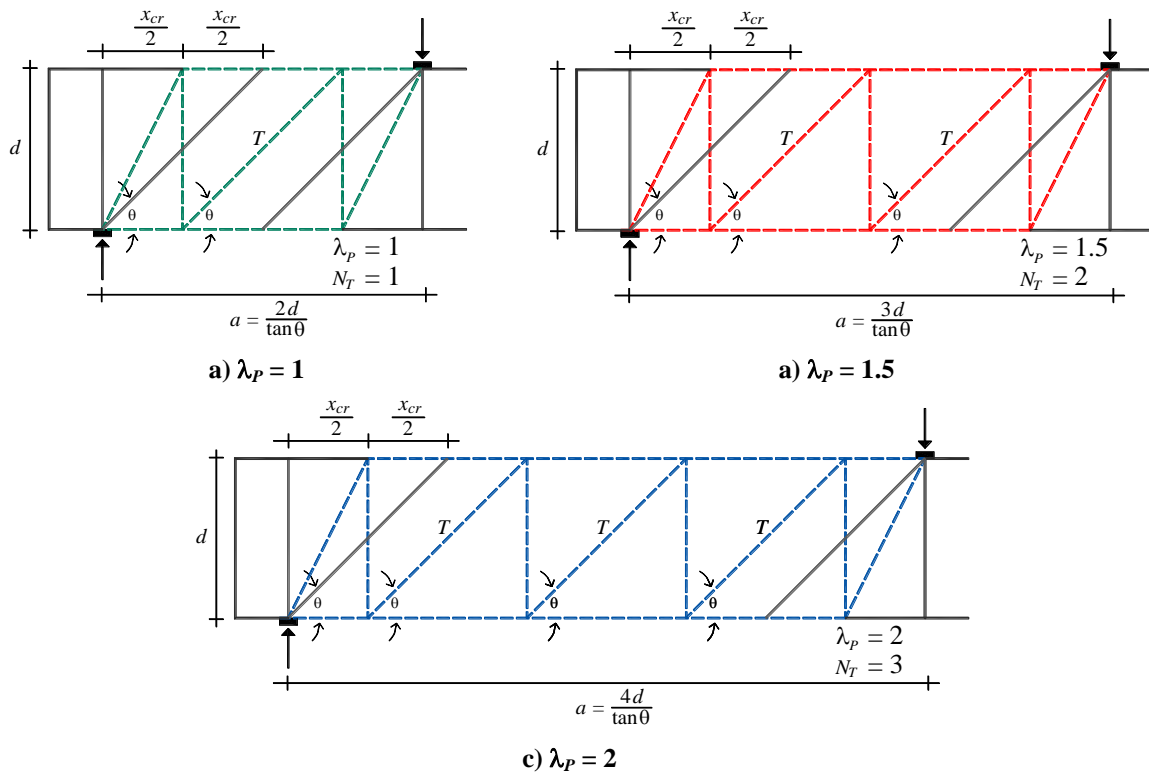


Figura 9.1 Modelos de armadura de una trabe prismática para diferentes valores de  $\lambda_p$

- iii. Detallar los abanicos de compresión para que estén *restringidos* a la zona que indican los campos de esfuerzo o un modelo de armadura (figura 8.2). Esta situación debería inhibir que los abanicos se extiendan peligrosamente en el claro de cortante, y fomenten un mecanismo de arco que elimine el supuesto de viga, es decir, que conviertan las trabes esbeltas en *seudoesbeltas*. Asimismo, se deben tomar en cuenta las recomendaciones de Kaufmann (1998) para evitar fallas prematuras por aplastamiento en las reacciones.
- iv. Ensayar elementos en los que desde la etapa de diseño se haya considerado y no considerado la contribución del concreto. Esto permitirá evaluar el nivel de seguridad y economía en trabes esbeltas para las dos escuelas dominantes de diseño (estadounidense y europea clásica), con elementos en los que se tenga mayor certidumbre en el mecanismo resistente (predominio del mecanismo de viga).
- v. Se debe explorar la posibilidad de hacer experimentos incluyendo estribos hechos con acero de alta resistencia ( $f_{yw} = 6000 \text{ kg/cm}^2$ ) y ramas de diámetro pequeño. Esto permitiría tener más libertad en el detallado del refuerzo transversal para favorecer los ángulos de los campos de esfuerzo teóricos. En efecto, en un laboratorio donde se puedan probar elementos grandes, el refuerzo transversal se podrá hacer con estribos con un esfuerzo de fluencia convencional ( $f_{yw} = 4200 \text{ kg/cm}^2$ ).

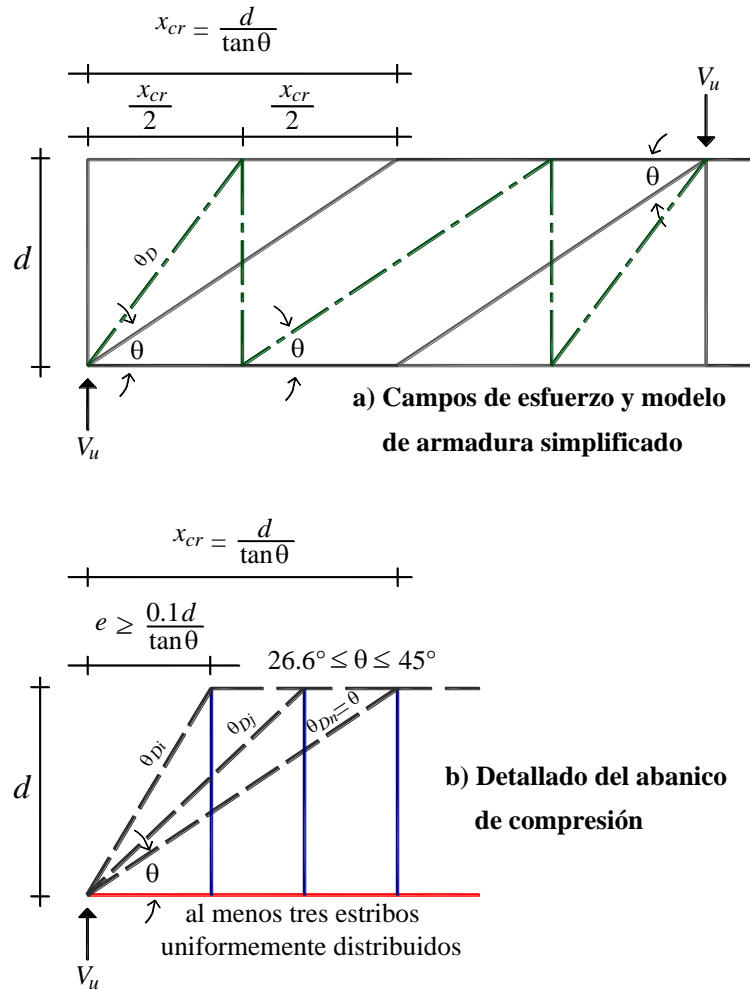


Figura 9.2 Configuración de un abanico de compresión sugerida en esta tesis

- vi. Considerar diferentes cuantías de refuerzo transversal ( $\rho_w$ ), tentativamente desde la cuantía mínima que exige el reglamento ACI 318, y hasta doce veces ésta (que es un poco mayor a la cuantía máxima del mismo reglamento). También se deben tomar en cuenta elementos con diferentes cuantías de refuerzo longitudinal ( $\rho$ ) y diferentes resistencias de concreto ( $f'_c$ ). Esto permitirá tener una base de datos que permita evaluar y comparar los resultados con diferentes filosofías de diseño (por ejemplo, teoría de la plasticidad del concreto y la teoría modificada de los campos de compresión).
- vii. Hacer experimentos primero con traveses simplemente apoyadas y después en voladizos. En ambos casos, primero con cargas puntuales y después con cargas distribuidas. En las traveses en voladizo, se debe empezar a estudiar la factibilidad de diseñar y detallar las articulaciones plásticas visualizándolas como abanicos de compresión (primero con cargas monotónicas y después con cargas reversibles).
- viii. Dadas las limitaciones de la gran mayoría de los laboratorios del país, los experimentos con cargas distribuidas deben hacerse con lastre (bultos de arena o lingotes de fierro).

- ix. Estudiar la contribución del concreto en elementos sin estribos, pero diseñados y contruidos para satisfacer un modelo de armadura elástica de ángulo *fijo* ( $\theta_E = 45^\circ$  y  $\theta_E = 30^\circ$ ). Esto permitirá tomar una postura más clara sobre el mecanismo resistente atribuido al concreto después del agrietamiento diagonal, por ejemplo, si se debe a la fricción en la entrecara del agrietamiento o al bloque de compresión no agrietado.
- x. Hacer un esfuerzo por reproducir los experimentos con elementos finitos no lineales que sean congruentes con la evidencia experimental, y con los métodos de diseño que se promueven.

## REFERENCIAS Y BIBLIOGRAFÍA

- ACI 318-02 (2002), "Building code requirements for structural concrete (ACI-318-02) and commentary (ACI-318R-02)" ACI Committee 318, *American Concrete Institute*, E.U.A.
- ACI 318-11 (2011), "Building code requirements for structural concrete (ACI-318-08) and commentary (ACI-318R-08)", ACI Committee 318, *American Concrete Institute*, E.U.A.
- Archundia, H I (2004), "Comportamiento a cortante de travesaños acartelados de concreto reforzado", *Tesis de Maestría*, Universidad Nacional Autónoma de México, México, mayo.
- Archundia, H I, A Tena y O M González (2005), "Estudio experimental del cortante estático de travesaños acartelados de concreto reforzado", *Reporte de Investigación 453*, Dirección de Ciencias Básicas e Ingeniería, Universidad Autónoma Metropolitana – Azcapotzalco, pp. 204, junio. ISBN 970-31-0491-6.
- Archundia-Aranda H I, A Tena-Colunga, y A Grande-Vega (2013), "Behavior of reinforced concrete haunched beams subjected to cyclic shear loading", *Engineering Structures*, Vol. 49, pp. 27-42.
- Beton Kalender (2001), "Taschenbuch für Beton, Stahlbeton und spannbetonbau sowie die verwandten Fächer BK 2", *Ernst and Sohn*, Alemania.
- Cerruti, L M y P Marti (1987), "Staggered shear design of concrete beams: large-scale test", *Canadian Journal of Civil Engineering*, Vol 14, No. 2, pp. 257-268.
- Collins, M P y D Mitchell (1980), "Shear and torsion design of prestressed and non-prestressed concrete beams", *PCI Journal*, Vol. 25, No. 5, pp. 32-100.
- Committee 326 (1962/a), "Shear and diagonal tension. Part 1: General principles", Report of ACI-ASCE Committee 326, *ACI Journal Proceedings*, Vol. 59, No. 1, pp. 1-30.
- Committee 326 (1962/b), "Shear and diagonal tension. Part 2: Beams and frames", Report of ACI-ASCE Committee 326, *ACI Journal Proceedings*, Vol. 59, No. 2, pp. 277-334.
- Committee 426 (1973), "The shear strength of reinforced concrete members", Joint ASCE-ACI Task Committee 426, *ASCE Journal of Structural Engineering*, Vol. 99, No. 6, pp. 1091-1187.
- Committee 445 (1998), "Recent approaches to shear design of structural concrete", ASCE-ACI Committee 445, *ASCE Journal of Structural Engineering*, Vol. 124, No. 12, pp. 1375-1417.
- CSA (2004), "Design of concrete structures" CSA Standards A.23.3-04", *Canadian Standards Association*, Canada.
- Dilger, W H y P Langohr (1997), "Shear design of haunched concrete box girders of the Confederation Bridge", *Canadian Journal of Civil Engineering*, Vol. 24, No. 6, pp. 898-907.
- Ferguson, P M (1965), *Reinforced concrete fundamentals- with emphasis on ultimate strength-*, second edition, John Wiley and Sons, E.U.A.
- Ferguson, P M, J E Breen y J O Jirsa (1988), *Reinforced concrete fundamentals*, fifth edition, John Wiley and Sons, E.U.A.

- Kani, G N J (1964), "The riddle of shear failure and its solution", *ACI Journal Proceedings*, Vol. 61, No. 4, pp. 441-468.
- Kaufmann, W (1998), "Strength and deformations of structural concrete subjected to in-plane shear and normal forces", *Tesis Doctoral*, Institute of Structural Engineering, ETH Zurich, julio.
- Kim, W y R N White (1991), "Initiation of shear cracking in reinforced concrete beams with no web reinforcement", *ACI Structural Journal*, Vol. 88, No. 3, pp. 301-308.
- Kotsovos, M D (1988), "Compressive force path concept: Basis for ultimate limit state reinforced concrete design", *ACI Structural Journal*, Vol. 85, No. 1, pp. 68-75.
- MacGregor, J G (1997), *Reinforced concrete - mechanics and design*, third edition, Pearson-Prentice Hall, E.U.A.
- MacGregor, J G y J K Wight (2005), *Reinforced concrete - mechanics and design*, fourth edition, Pearson-Prentice Hall, E.U.A.
- Mörsch, E (1909), *Concrete-steel construction (Der Eisenbetonbau)*, traducción autorizada de la tercera edición en Alemán de 1908, The Engineering Publishing News Company, Londres.
- Mörsch, E (1952), *Teoría y práctica del hormigón armado*, Tomo II, Gili, Argentina.
- Muttoni, A, J Schwartz y B Thürlimann (1997), *Design of concrete structures with stress fields*, Birkhäuser, Suiza.
- Muttoni, A y M Fernández Ruiz (2008), "Shear strength of members without transverse reinforcement as function of critical shear crack width", *ACI Structural Journal*, Vol. 105, No. 2, pp. 163-172.
- Nielsen, M P (1999), *Limit analysis and concrete plasticity*, second edition, CRC Press, E.U.A.
- Oden, J T y E A Ripperger (1981), *Mechanics of elastic structures*, second edition, Hemisphere Publishing Corporation, E.U.A.
- Paglietti, A y G Carta (2009), "Remarks on the current theory of shear strength of variable depth beams", *The Open Civil Engineering Journal*, Vol. 3, pp. 28-33.
- Park, R y T Paulay (1975), *Reinforced concrete structures*, John Wiley and Sons, E.U.A.
- Reineck, K H (1991), "Ultimate shear force of structural concrete members without transverse reinforcement derived from a mechanical model", *ACI Structural Journal*, Vol. 88, No. 5, pp. 592-602.
- Rogowsky, D M y J G MacGregor (1983), "Shear strength of deep reinforced concrete continuous beams", *Structural Engineering Report No. 110*, Department of Civil Engineering, University of Alberta, pp. 178.
- Rogowsky, D M y J G MacGregor (1986), "Design of reinforced concrete deep beams", *Concrete International*, Vol. 8, No. 8, pp. 49-58.
- Schlaich, J, K Schäfer y M Jennewein (1987), "Toward a consistent design of structural concrete", *PCI Journal*, Vol. 32, No. 3, pp. 74-150.
- Talbot, A N (1906), "Test of reinforced concrete beams: series of 1905", *Bulletin No. 14*, Engineering Experimental Station, University of Illinois, pp. 84, abril.
- Talbot, A N (1909), "Test of reinforced concrete beams: resistance to web stress – series of 1907 and 1908", *Bulletin No. 29*, Engineering Experimental Station, University of Illinois, pp. 85, enero.
- Tena-Colunga, A, H I Archundia-Aranda y O M González-Cuevas (2008), "Behavior of reinforced concrete haunched beams subjected to static shear loading", *Engineering Structures*, Vol. 30, No. 2, pp. 478-492.
- Tena, A, G Gatica, L A Urbina y L Victoria (2012), "Impacto de la disposición de vigas secundarias en losas perimetralmente apoyadas en el comportamiento sísmico de edificios diseñados con base en marcos de concreto reforzado", *Revista Internacional de Ingeniería de Estructuras*, Vol. 17, No. 1 y 2, pp. 63-85.
- Timoshenko, S (1947/a), *Strength of materials – part I - elementary theory and problems*, second edition, ninth printing, D. Van Nostrand, E.U.A.

Timoshenko, S (1947/b), *Strength of materials - part II- advanced theory and problems*, second edition, ninth printing, D. Van Nostrand, E.U.A.

Tureyen, A K y R J Frosch (2003), “Concrete shear strength: Another perspective”, *ACI Structural Journal*, Vol. 100, No. 5, pp. 609-615.

Vecchio, F J y M P Collins (1986), “The modified compression-field theory for reinforced concrete elements subjected to shear”, *ACI Structural Journal*, Vol. 83, No. 2, pp. 219-231.

Zhang, J P (1994), “Strength of cracked concrete. Part 1: Shear strength of conventional reinforced concrete beams deep beams, corbels and prestressed reinforced concrete beams without shear reinforcement”, *Reporte 311*, Serie R, Departamento de Ingeniería Estructural, Universidad Técnica de Dinamarca, pp. 106., ISBN 87-7740-146-8.

# **APÉNDICE A: FUNDAMENTOS DEL CORTANTE EN VIGAS DE CONCRETO REFORZADO**

La falla por cortante en estructuras de concreto reforzado ha sido un tema de interés desde inicios del siglo XX. Sin embargo, y a pesar del avance en el estado del conocimiento, a la fecha no se tiene una teoría unificada que la explique tal y como sucede con las de flexión y carga axial.

Esta situación no es casual, de hecho, simplemente es consecuencia de la complejidad del problema. Por ejemplo, para Bresler y MacGregor (1967), el estudio del cortante en las trabes de concreto reforzado tiene las siguientes características:

“Los factores que intervienen en el comportamiento y resistencia de la vigas de concreto que fallan por cortante son numerosos y complejos. Incluyen la forma y proporciones del elemento, su condición de apoyo e interacción con el resto de la estructura, la cuantía y arreglo del refuerzo longitudinal y transversal, el grado de preesfuerzo, la distribución e historia de carga, las propiedades del concreto y del acero, la colocación y curado del concreto y las condiciones ambientales.”

Para cada uno de esos factores existe una gran cantidad de trabajos publicados en libros y revistas especializadas. No obstante, y debido a lo abundante de la información, el Instituto Americano del Concreto (ACI) y el Instituto Americano de Ingenieros Civiles (ASCE), han tenido a bien elaborar estados del arte que permiten conocer los mayores avances en el tratamiento y solución del problema de cortante (“Committee 326” 1962/a/b/c, “Committee 426” 1973, “Committee 445” 1998). Otros organismos también han hecho sus propias revisiones, por ejemplo, la que se realizó con el patrocinio del Programa Nacional de Investigación Cooperativa de Autopistas (“NCHRP 549” 2005).

Con base en el panorama que ofrece la literatura especializada, se deduce que para proponer recomendaciones de diseño por cortante en trabes de concreto reforzado, primero es necesario familiarizarse con los enfoques existentes. Esto incluye conocer sus orígenes, comprender los mecanismos resistentes que promueven, e identificar sus fortalezas y debilidades.

Por ello, en este apéndice se hace una descripción de los que se cree son los principales enfoques que existen en el estudio del problema del cortante en elementos tipo viga-columna de concreto reforzado.

## A.1 ARMADURA DE RITTER Y MÖRSCH

Una elemental revisión bibliográfica, demuestra que los diferentes enfoques que explican la falla por cortante tienen raíz en alguna versión del modelo de armadura propuesto de forma independiente por Ritter y Mörsch (“Committee 445” 1998, “NCHRP 549” 2005). Por esta razón, se debe conocer su origen y particularidades.

A finales del siglo XIX, el estudio formal del concreto reforzado era incipiente. Por ejemplo, se pensaba que los estribos favorecían la resistencia a cortante debido a un trabajo de dovola que se oponía al *flujo* de cortante longitudinal del elemento (“Committee 326” 1962/a/b), es decir, un trabajo similar al de los remaches en el acero o los clavos en la madera. Sin embargo, la presencia de estribos rotos por estiramiento (y no por cizallamiento) en las fallas por cortante, motivó a pensar en otro tipo de mecanismo.

Al ingeniero suizo W. Ritter, se le atribuye el mérito de ser el primero en explicar que los estribos trabajan en tensión (Ritter 1899). Esto en virtud de su apreciación sobre el sistema constructivo Hennebique (figura A.1).

El sistema Hennebique revolucionó la industria de la construcción a finales del siglo XIX debido a: 1) su capacidad de carga y, 2) la economía que ofrecía sobre sus competidores (ROP 1897). No obstante, para algunos ingenieros de la época era cuestionable que la patente se sustentara en observaciones experimentales convertidas en *fórmulas-recetas* sin ninguna base científica (Zafra 1912).

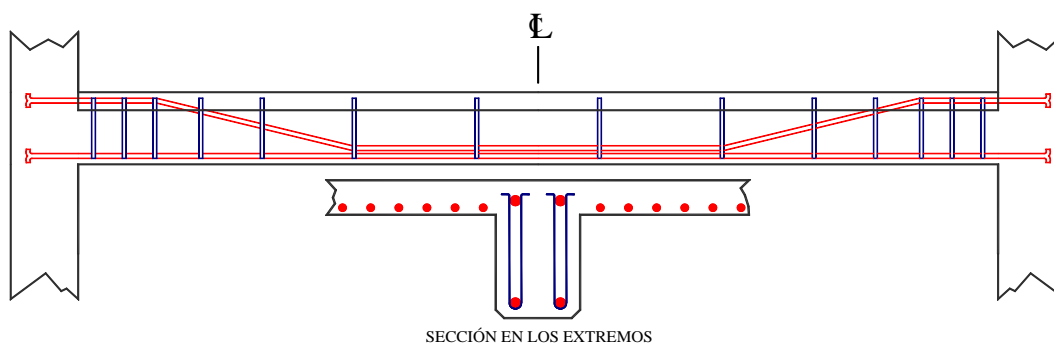


Figura A.1 Viga armada según el sistema Hennebique. Adaptada de Ritter (1899)

En su trabajo, Ritter comparó una viga de concreto agrietada diagonalmente por cortante con una armadura de cuerdas paralelas (figura A.2). De esta forma, la armadura se componía de: a) una cuerda inferior en tensión (refuerzo longitudinal), b) una cuerda superior en compresión (resultante del bloque de concreto), c) elementos verticales trabajando en tensión (estribos) y, d) diagonales en compresión (el concreto entre las grietas diagonales).

A partir de esta analogía, Ritter elaboró un método para calcular el área de los estribos (que eran planos), así como su separación. Para ello, únicamente se necesitaba el diagrama de cortante.



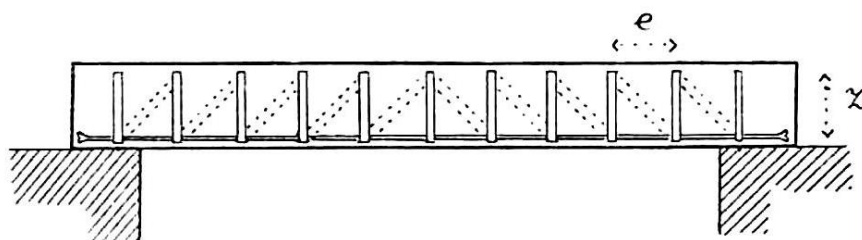


Figura A.2 Modelo de armadura propuesto por Ritter (1899)

Ritter (1899) propuso la ecuación A.1 para calcular el área de la *solera* con la que se debían hacer los estribos. En dicha ecuación,  $\sigma$  es el esfuerzo de trabajo del acero,  $Q$  la fuerza cortante,  $b$  y  $d$  el ancho y espesor de la solera respectivamente,  $e$  la separación entre estribos,  $z$  la distancia entre las cuerdas de la armadura y 2 un factor que implica el número de ramas por estribo.

$$\sigma = \frac{Qe}{2bdz} \quad \text{A.1}$$

Ritter decidió simplificar su fórmula al igualar la separación entre estribos ( $e$ ) con el brazo de palanca interno de la viga ( $z$ ). En otras palabras, fijó la inclinación de las diagonales en un ángulo de cuarenta y cinco grados a todo lo largo del elemento. Dado que la demanda en los estribos es proporcional a su separación, con esta medida también acotó su esfuerzo de trabajo. Al parecer, en la decisión también influyó el hecho que un ángulo de cuarenta y cinco grados era aceptado como representativo del agrietamiento por cortante. Finalmente, al ser  $e = z$ , la ecuación A.1 se puede expresar según la ecuación A.2, que es la Ritter (1899) recomendó para fines de diseño.

$$Q = 2\sigma bd \quad \text{A.2}$$

Los supuestos de la ecuación A.2, y el hecho que por cargas gravitacionales el cortante decrece hacia el centro del claro, le permitieron a Ritter sustentar matemáticamente la distribución empírica de los estribos del sistema Hennebique (figura A.1), es decir, aumentar la separación entre estribos hacia el centro del claro. Sin embargo, recomendó siempre verificar la distribución del cortante antes de diseñar los estribos.

Desafortunadamente, las ideas de Ritter no fueron suficientemente aceptadas hasta que en 1907 Mörsch publicó sus interpretaciones sobre una serie de experimentos hechos en Alemania (Mörsch 1909 y 1952, “Committee 326” 1962/a/b).

Mörsch (1952) definió el mecanismo resistente a cortante en vigas de concreto con refuerzo transversal de la siguiente manera:

“Los estribos son comparables en su acción a las verticales extendidas de una armadura que contiene diagonales de compresión ascendentes hacia el centro del claro (figura A.3). Las barras de compresión están constituidas por las fajas de concreto que quedan entre grietas diagonales paralelas, y entonces están

sometidas, de un modo análogo a como estaban anteriormente, a esfuerzos principales de compresión diagonal. Por abajo, estas barras de compresión transmiten sus componentes horizontales a los fierros por medio de esfuerzos de deslizamiento y adherencia, e incorporan así a ellas los esfuerzos de tensión que allí deben actuar a causa del momento. La componente vertical de la fuerza de apuntalamiento se transmite, al mismo tiempo, como tensión al estribo. El equilibrio de las fuerzas exige *que los estribos rodeen el refuerzo de tensión*. Claro es que la acción según la *figura A.3* tan sólo existirá cuando se hayan presentado varias grietas paralelas diagonales o haces de éstas, lo cual sucede especialmente cuando se emplean estribos juntamente con fierros doblados que estén bien repartidos”.

La anterior, es una explicación un poco más detallada y compacta de las ideas originales de Mörsch (1909).

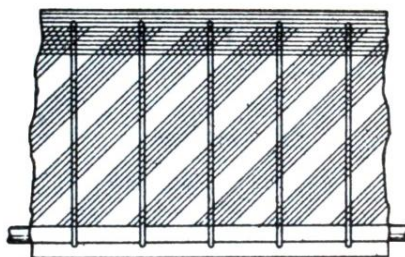


Figura A.3 Modelo de armadura propuesto por Mörsch (1909)

Mörsch (1952) dejó en claro que la falla por cortante es un problema de tensión diagonal que en zonas alejadas de los apoyos y cargas concentradas, se expresa en un agrietamiento con una inclinación de cuarenta y cinco grados (figura A.3). Esta inclinación se incrementa progresivamente al acercarse a las cargas concentradas (figura A.4). Sin embargo, al reconocer que le era imposible determinar matemáticamente la inclinación del agrietamiento cercano a estas zonas, recomendó siempre utilizar una inclinación de cuarenta y cinco grados (criterio conservador). Más detalles de esta situación se presentan en el apéndice D.

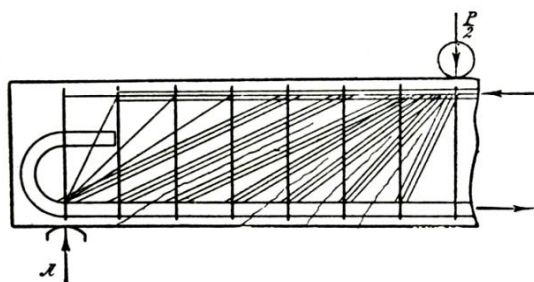


Figura A.4 Inclinación del agrietamiento en el claro de cortante según Mörsch (1952)

Para determinar la resistencia de los estribos, Mörsch planteó el equilibrio vertical de un tramo de elemento a un lado de una grieta diagonal suficientemente alejada de la reacción. En la figura A.5 se muestra este modelo, donde  $D$  y  $Z$  son las resultantes de cuerdas en compresión

y tensión respectivamente,  $z$  el brazo interno de palanca,  $x$  la proyección horizontal de la grieta diagonal,  $Q$  el cortante,  $e$  la separación de estribos y  $B$  la fuerza de tensión desarrollada en cada estribo según un esfuerzo admisible. Ya que Mörsch (1909 y 1952) asumió que el agrietamiento diagonal tiene una inclinación de cuarenta y cinco grados, se tiene que  $z = x$ . De esta manera, el número de estribos cortados por la grieta es aproximadamente  $z/e$ , y el equilibrio vertical exige que se cumpla la ecuación A.3 (Mörsch 1909, 1952).

$$Q = B \frac{z}{e} \quad \text{A.3}$$

Salvo el formato, es evidente que la ecuación A.3 es idéntica a la que anteriormente propuso Ritter (ecuación A.2). De hecho, la única diferencia sustancial entre ambos modelos es que para Ritter las diagonales comprimidas eran elementos discretos y, para Mörsch, eran *haces* de diagonales paralelas (lo que ahora se conoce como un *campo de compresión diagonal*).

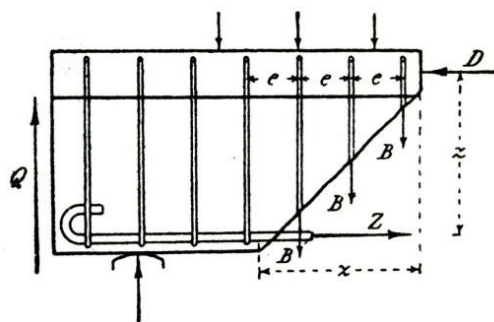


Figura A.5 Equilibrio vertical en una grieta inclinada (Mörsch 1952)

El modelo de armadura de Ritter y Mörsch ha sido fundamental para la elaboración de métodos de diseño por cortante de vigas y columnas de concreto reforzado. Este modelo se conoce en la literatura técnica con el nombre de armadura *clásica* ó *estándar*, y con el tiempo ha sufrido modificaciones y mejoras.

## A.2 PLASTICIDAD DE CONCRETO Y ARMADURA PLÁSTICA

Un modelo de armadura es una herramienta imprescindible para entender el mecanismo resistente a cortante de una viga con refuerzo transversal. Por esta razón, es necesario conocer los métodos más recomendados para su elaboración.

La forma más sencilla para proponer un modelo de armadura, es bosquejarlo a partir del patrón de agrietamiento de falla de una estructura (MacGregor 2002). Las armaduras así obtenidas tienen indudable soporte físico, pero muchas veces es difícil encontrar la información requerida para proponerlas, sobre todo si el elemento estructural es atípico o de uso poco común. Por esta razón se tienen que utilizar procedimientos más formales.

En este sentido, para Fernández Ruiz y Muttoni (2007) existen dos enfoques válidos para proponer analíticamente un modelo de armadura. El primero se deriva del planteamiento original de Ritter y Mörsch, el cual ha sido formalizado, extendido y comprobado con el

nombre de método de puntales y tensores (Schlaich *et al.* 1987). El segundo es una aplicación directa de la teoría de la plasticidad, y entre sus principales desarrolladores destacan Drucker (1961), Nielsen *et al.* (1978), Thürlimann (1979), Marti (1985a/b, 1991, 1999) y Muttoni *et al.* (1997).

Ambas propuestas son soluciones del límite inferior de la teoría de la plasticidad, por lo que no son tan diferentes entre sí. De hecho, como se comenta más adelante, su gran diferencia radica en la ortodoxia del uso de los conceptos de la teoría de la plasticidad.

### A.2.1 Teoremas de la teoría de la plasticidad del concreto

Para estimar la resistencia máxima de una estructura, es útil hacer uso de los análisis al *límite* basados en los teoremas de la teoría de la plasticidad (TP). La validez de estos análisis depende de que la estructura tenga realmente la habilidad de deformarse generosamente antes del colapso.

La teoría de la plasticidad fue desarrollada en la extinta Unión Soviética por Gvozdev en 1938 explícitamente para estructuras de concreto reforzado (Braestrup 1981). Desafortunadamente, su trabajo fue desconocido fuera del bloque comunista hasta la mitad del siglo pasado y, para ese entonces, ya se habían formulado planteamientos similares en el mundo occidental. Sin embargo, estos desarrollos solamente se aplicaron a las estructuras metálicas, pues al concreto reforzado se le catalogó como un material frágil. Esta situación prevaleció hasta que Drucker retomó la idea original de Gvozdev (Braestrup 1981).

Drucker (1961) idealizó el concreto simple como un material con: 1) un comportamiento perfectamente plástico trabajando exclusivamente en compresión, 2) una plataforma de fluencia con valor cercano a su resistencia última y, 3) la suficiente capacidad de deformación como para no violar el requisito de la teoría de la plasticidad. Por otra parte, al acero de refuerzo lo modeló con un comportamiento perfectamente plástico con una plataforma de fluencia bien definida.

Bajo estas consideraciones, Drucker redefinió los teoremas al límite de Greenberg y Prager de la siguiente manera:

- Teorema del límite inferior: Si se establece una distribución de esfuerzos en equilibrio en el concreto y el acero de refuerzo, en la que no aparezcan tensiones en el concreto, y todos los esfuerzos estén en su valor de fluencia o por debajo de él, entonces la estructura no colapsará o estará en su punto incipiente de colapso.
- Teorema del límite superior: La estructura colapsará ante cualquier configuración de deformación plástica en la cual el trabajo de las fuerzas aplicadas exceda el trabajo de las fuerzas resistentes internas (disipación interna).

Sobre estas bases, Drucker presentó los primeros *campos de esfuerzo* para vigas de concreto reforzado que satisfacen la solución del límite inferior. El modelo mostrado en la figura A.6-a es típico para vigas simplemente apoyadas sometidas a una carga uniformemente distribuida, y el de la figura A.6-b para cargas concentradas. Al primero se le conoce hoy día como

*mecanismo de arco*, y al segundo *de puntal directo* (rigurosamente es un caso particular del mecanismo de arco).

En ambos casos, la carga se transmite a los apoyos mediante un campo de esfuerzo uniaxial en compresión. En la zona de los apoyos, o de cualquier carga concentrada, existen zonas esforzadas biaxialmente en compresión (nodos). Por equilibrio ambos modelos requieren la presencia de un tirante que interconecta sus apoyos, el cual es proporcionado por el acero de refuerzo longitudinal.

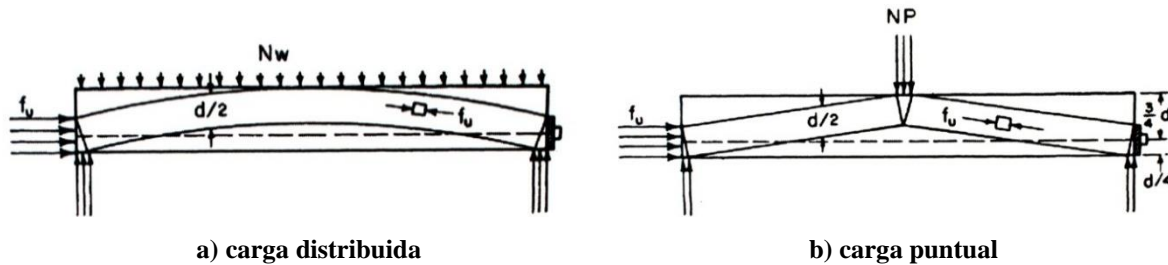


Figura A.6 Campos de esfuerzo propuestos por Drucker (1961)

Desafortunadamente, Drucker (1961) no fijó límites geométricos para sus modelos y posteriormente se demostró que no siempre eran válidos (Fernández Ruiz y Muttoni 2007). Por ejemplo, ahora se sabe que el modelo de puntal directo sólo es válido si  $1 \leq a/d \leq 2$ , donde  $a$  es claro de cortante y  $d$  el peralte efectivo de la sección (Kani 1964, Reineck 1991, Muttoni *et al.* 1997). No obstante, los razonamientos de Drucker iniciaron el desarrollo de lo que hoy se conoce como la teoría de la plasticidad del concreto (TPC).

### A.2.2 Modelos constitutivos del concreto y acero de refuerzo

El concreto simple es un material frágil cuya resistencia en compresión es notoriamente superior a la de tensión. Por ello, la aplicación de los teoremas al límite fue desvalorizada para las estructuras de concreto reforzado. No obstante, y con base en razonamientos bien fundamentados, es posible utilizarlos.

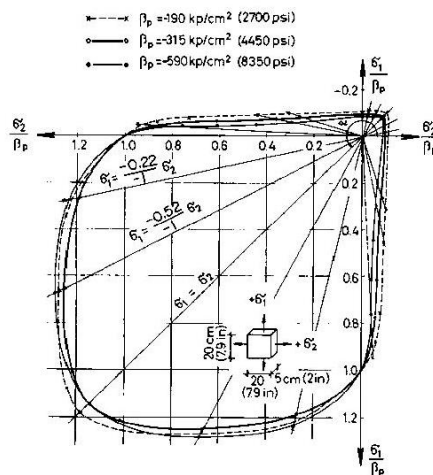


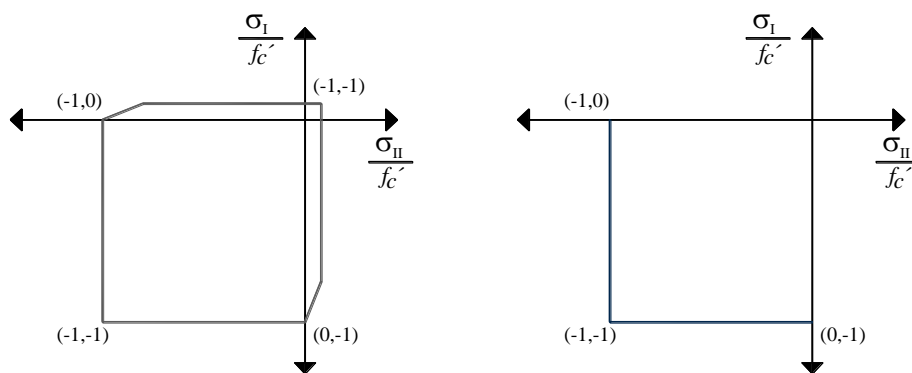
Figura A.7 Resistencia biaxial del concreto según Kupfer *et al.* (1969)

Experimentos cuidadosos han demostrado que la resistencia del concreto ante esfuerzo biaxial plano es típica. Por ejemplo, Kupfer *et al.* (1969) construyeron la gráfica mostrada en la figura A.7 con los resultados de pruebas en paneles sometidos a esfuerzo biaxial plano. Entre las conclusiones de este trabajo destacan:

1. Si el esfuerzo de compresión es el mismo en dos direcciones perpendiculares, la resistencia a compresión del concreto es un 16% superior que su resistencia uniaxial.
2. La mayor resistencia a compresión biaxial se obtiene cuando el esfuerzo en una dirección es el doble que el de la dirección perpendicular, y puede ser hasta un 27% superior que la resistencia uniaxial.
3. En un estado combinado de compresión y tensión, la resistencia a compresión del concreto es menor que la resistencia a compresión uniaxial, además que disminuye al aumentar el esfuerzo de tensión.
4. La resistencia a tensión biaxial es similar a la resistencia de tensión uniaxial.

A partir de este comportamiento, el concreto puede ser modelado como un material pétreo cuya falla se explica con el criterio modificado de Coulomb. De esta manera, la resistencia a compresión es  $f'_c$ , la resistencia a tensión es  $f_t$ , siendo ambas las que se obtienen de pruebas estandarizadas. El ángulo de fricción interna que se recomienda para este material es  $\phi = 37^\circ$  (Braestrup 1981). La representación gráfica de este criterio de falla se presenta en la figura A.8-a.

Para fines prácticos (y conservadores), se puede despreciar la resistencia a tensión del concreto. De esta manera, el criterio de falla es el que se presenta en la figura A.8-b y es el que se recomienda en la teoría de la plasticidad del concreto (Braestrup 1981, Nielsen 1999).



**a) Coulomb modificado**

**b) simplificación de la TPC**

**Figura A.8 Criterios de falla para el concreto en esfuerzo plano**

Vale la pena destacar, que para algunos investigadores es incorrecto despreciar la resistencia a tensión del concreto (por ejemplo, Vecchio y Collins 1986, Reineck 1991). Para otros, despreciarla simplifica el diseño, pues solamente se debe tener cuidado de proveer acero de refuerzo en las zonas donde las tensiones sean inevitables (por ejemplo, Nielsen 1999). Para

Braestrup (1992) es adecuado despreciar la resistencia a tensión del concreto con fines de diseño, pues ésta disminuye con el tiempo.

Debido a que la curva esfuerzo-deformación del concreto carece de plataforma de fluencia, y a que su fragilidad aumenta con la resistencia (figura A.9-a), la redistribución de esfuerzos a que obliga la teoría de la plasticidad solamente se puede garantizar en las estructuras de concreto reforzado mediante una reducción de su resistencia a compresión (Braestrup 1981 y 1990, Muttoni *et al.* 1997).

Adicionalmente, Nielsen (1999) afirmó que las mejores predicciones de la resistencia en estructuras de concreto se obtienen cuando se utilizan valores reducidos de la resistencia medida en cilindros de control. Este fenómeno lo atribuyó al agrietamiento visible (y a un cuestionable micro-agrietamiento del concreto sano), y lo llamó *ablandamiento* del concreto.

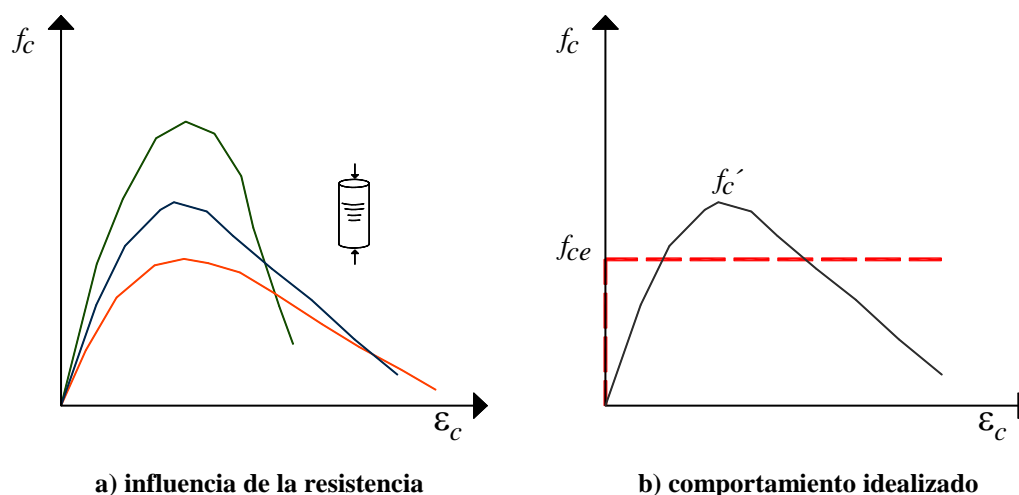


Figura A.9 Curva esfuerzo-deformación del concreto

Con base en estos argumentos, la teoría de la plasticidad del concreto exige utilizar una resistencia efectiva del concreto ( $f_{ce}$ ) que es función exclusiva de la resistencia a compresión obtenida en pruebas estandarizadas ( $f'_c$ ). El parámetro que relaciona ambas resistencias se conoce como factor de eficiencia ( $v$ ), y se calcula con la ecuación A.4. Como al factor de eficiencia también se le considera una medida de ductilidad, su valor disminuye con el aumento de la resistencia. En la ecuación A.5 se presenta una recomendación reglamentaria para cuantificar el factor de eficiencia del concreto (Eurocode 2 2004).

$$v = \frac{f_{ce}}{f'_c} \quad \text{A.4}$$

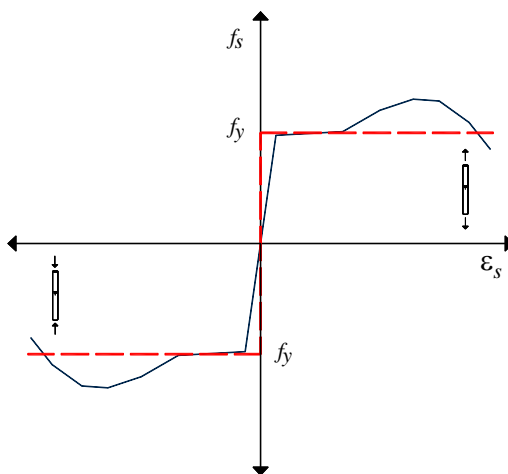
$$v = 0.6 - \frac{f'_c}{4250}; \text{ (kg, cm)} \quad \text{A.5}$$

En realidad, en el ablandamiento del concreto intervienen muchos factores y no solamente la resistencia. De hecho, algunos promotores de la TPC así lo reconocen. Por ejemplo, para Muttoni *et al.* (1997) también influyen el tipo de demanda, así como la configuración y grado de determinación estática de la estructura. Por otro lado, Marti (1985/a) también le da importancia a la cuantía y configuración del refuerzo, así como al grado de confinamiento del concreto.

Para Rogowsky y MacGregor (1986) el valor de la resistencia efectiva del concreto no es crucial en la predicción de la resistencia a cortante. Para ellos tiene más importancia la elección del modelo armadura que la resistencia efectiva del concreto, por lo que recomendaron utilizar un valor fijo  $\nu = 0.85$  para efectos de revisión, y  $\nu = 0.6$  para el diseño de estructuras nuevas. Este último valor es igual al que propuesto por Marti (1985a/b) para fines de prediseño o revisiones rápidas.

Finalmente, en la TPC el concreto es idealizado como un material rígido y perfectamente plástico que tiene una meseta de fluencia bien definida con un valor igual a la resistencia efectiva ( $f_{ce}$ ). Este modelo se muestra en la figura A.9-b.

Por otra parte, el acero de refuerzo se supone rígido y perfectamente plástico trabajando axialmente con una meseta definida por su esfuerzo de fluencia ( $f_y$ ). Con esta consideración, se desprecia el endurecimiento por deformación y el trabajo de dovela del acero (Braestrup 1981, Nielsen 1999). Esta idealización se muestra en la figura A.10.



**Figura A.10 Idealización del comportamiento rígido plástico del acero de refuerzo**

En un elemento estructural, el acero de refuerzo puede estar concentrado o uniformemente distribuido en una región (*smearred*). En el primer caso, la resistencia de la cuerda o tendón ( $T_y$ ) se calcula con la ecuación A.6, donde  $A_s$  es el área de la sección transversal del acero y  $f_y$  su esfuerzo de fluencia.

$$T_y = A_s f_y \tag{A.6}$$



Para calcular la resistencia del acero distribuido, es necesario definir un esfuerzo de fluencia *equivalente*  $\rho f_y$ , en la que  $\rho$  es la cuantía de refuerzo. Esta cuantía se calcula con la ecuación A.7, en la que  $A_c$  es el área tributaria de concreto perpendicular a la dirección longitudinal del acero de refuerzo que tiene un área de sección transversal  $A_s$ .

$$\rho = \frac{A_s}{A_c} \quad \text{A.7}$$

La aplicación de la ecuación A.7 requiere que todas las barras de refuerzo sean paralelas y razonablemente poco espaciadas. Además, se supone que el trabajo del acero de refuerzo es independiente en cada dirección y que no existen problemas de adherencia y anclaje (Braestrup 1981).

### A.2.3 Armadura plástica de ángulo variable

La armadura estándar fue la primera herramienta que permitió entender el mecanismo resistente por cortante de una trabe de concreto reforzado con estribos. No obstante, y como lo reconoció uno de sus autores, diseñar con un agrietamiento diagonal con inclinación constante de cuarenta y cinco grados, aunque seguro, es algo conservador (Mörsch 1952). Otro inconveniente es que tal inclinación no siempre es observada en fallas reales o en pruebas de laboratorio.

Usando los principios de la teoría de la plasticidad del concreto, el modelo de armadura original de Ritter y Mörsch pudo extenderse dando lugar a la llamada *armadura plástica de ángulo variable*. El desarrollo de este modelo mejorado se le atribuye de manera independiente a los grupos de trabajo dirigidos por Nielsen en Dinamarca (Nielsen *et al.* 1978, Nielsen 1979) y Thürlimann en Suiza (Grob y Thürlimann 1976, Thürlimann 1979).

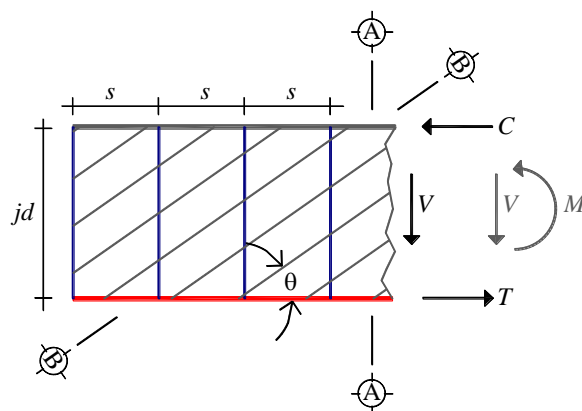


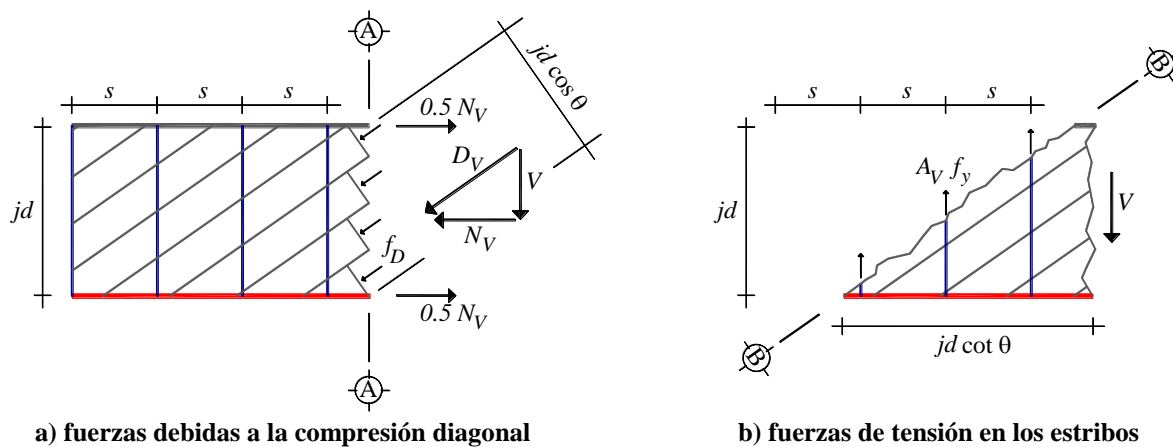
Figura A.11 Campo de esfuerzos lícito para la armadura plástica de ángulo variable

La armadura plástica de ángulo variable requiere la construcción de un campo de esfuerzos estáticamente admisible y seguro (Nielsen 1999). También es requisito que los estribos tengan una separación uniforme y pequeña. En la figura A.11 se muestra un campo de esfuerzos válido, donde  $M$  y  $V$  son el momento y el cortante producidos por la carga externa,  $C$  y  $T$  las

fuerzas en las cuerdas en compresión y tensión de la armadura,  $\theta$  el ángulo de inclinación del campo de compresión que se supone igual al del agrietamiento por cortante,  $jd$  el brazo de palanca interno de la viga y  $s$  la separación entre estribos. Por simplicidad, no se ha considerado la presencia de carga axial (indispensable en el análisis de columnas y vigas presforzadas).

En la figura A.12-a se muestran las fuerzas internas que se presentan en el corte vertical A-A de la figura A.11. En esta figura se observa que la fuerza resultante de las franjas inclinadas del concreto comprimido ( $D_V$ ) se descompone en: 1) una fuerza horizontal de compresión ( $N_V$ ) y, 2) una fuerza tangencial que tiene el mismo valor del cortante actuante en la sección ( $V$ ). Las tres fuerzas (la original y sus componentes), se suponen actuando en la altura media del elemento.

Por equilibrio, las componentes de la fuerza diagonal  $D_V$  deben ser contrarrestadas. En la dirección horizontal, la fuerza de compresión  $N_V$  es resistida por fuerzas de tensión en las cuerdas de la armadura. Por simetría, se supone que cada cuerda toma la mitad de la demanda, es decir, un valor de  $0.5N_V$ , (figura A.12-a). Este resultado indica que el cortante modifica las fuerzas por flexión en las cuerdas del modelo de armadura. En efecto, aumenta la demanda en la cuerda de tensión y la disminuye en la cuerda de compresión.



**Figura A.12 Equilibrio interno de la armadura plástica de ángulo variable**

En la figura A.12-b se muestran las fuerzas internas del corte diagonal B-B de la figura A.11. El equilibrio vertical exige que los estribos cruzados por la proyección horizontal del agrietamiento trabajen en tensión y tomen *toda* la demanda de cortante ( $V$ ). Para no violar los supuestos de la teoría de la plasticidad del concreto, los estribos deben desarrollar el esfuerzo de fluencia ( $f_{yw}$ ).

Las fuerzas involucradas en este mecanismo resistente se calculan con las ecuaciones A.8 a A.10, donde  $A_v$  es el área de la sección transversal de las ramas de cada estribo, y las demás variables ya han sido explicadas.

$$D_V = \frac{V}{\sin \theta} \tag{A.8}$$

$$N_V = \frac{V}{\tan \theta} \quad \text{A.9}$$

$$V = \frac{A_v f_{yw} j d}{s} \cot \theta \quad \text{A.10}$$

Vale la pena mencionar, que si en la ecuación A.10 se considera que  $\theta = 45^\circ$  se tiene el caso particular de la armadura de Ritter y Mörsch (ecuaciones A.2 y A.3).

La fuerza de compresión diagonal en el alma del elemento ( $D_V$ ), es un parámetro que por sí mismo no es adecuado para fines de diseño. Por ello, se prefiere expresarlo en unidades de esfuerzo y hacer una comparación directa contra la resistencia efectiva del concreto. De esta manera, y con base en la figura A.12-a, el esfuerzo en el campo de compresión diagonal se calcula con la ecuación A.11, en la que  $b$  es el ancho del elemento y el resto de las variables ya han sido descritas.

$$f_D = \frac{D_V}{bjd \cos \theta} = \frac{V}{bjd \sin \theta \cos \theta} = \frac{V}{bjd} [\tan \theta + \cot \theta] \quad \text{A.11}$$

Al término  $V/bjd$  se le conoce como el esfuerzo cortante *promedio* de la sección transversal ( $\tau$ ). De esta forma, el esfuerzo de compresión diagonal también se puede expresar según la ecuación A.12.

$$f_D = \tau [\tan \theta + \cot \theta] \quad \text{A.12}$$

El modo de falla por cortante que promueve la armadura plástica, es uno en el que el acero de refuerzo longitudinal y transversal ha fluido antes o justo en el instante en que se aplasta el concreto en compresión diagonal.

Para explicar y promover este mecanismo, es útil clasificar los elementos en *subreforzados* y *sobrerreforzados*. En un elemento subreforzado, el acero de refuerzo longitudinal y transversal ha fluido antes de la falla del concreto. A su vez, en un elemento sobrerreforzado, el concreto se aplasta antes de que el refuerzo transversal o longitudinal haya alcanzado la fluencia.

La frontera que divide estos dos casos se denomina condición *balanceada*. Teóricamente, la falla balanceada de un elemento se caracteriza porque justo en el instante en que se aplasta el concreto en compresión diagonal, el refuerzo que no ha desarrollado la fluencia lo hace.

Si se definen los índices de refuerzo (o cuantías mecánicas) del refuerzo longitudinal ( $\omega_l$ ) y transversal ( $\omega_t$ ), según las ecuaciones A.13 y A.14, se puede demostrar que una falla dúctil por cortante se garantiza si se cumple la ecuación A.15 (Hsu 1993).

$$\omega_l = \frac{\rho_l f_{ly}}{f_{ce}} \quad \text{A.13}$$

$$\omega_t = \frac{\rho_t f_{ty}}{f_{ce}} \quad \text{A.14}$$

$$\omega_l + \omega_t \leq 1 \quad (\text{Falla dúctil por cortante}) \quad \text{A.15}$$

En las ecuaciones A.13 y A.14,  $\rho_l$  y  $\rho_t$  son las cuantías de refuerzo longitudinal y transversal respectivamente,  $f_{ly}$  y  $f_{ty}$  los correspondientes esfuerzos de fluencia y  $f_{ce}$  la resistencia efectiva del concreto.

Matemáticamente, si  $\omega_l + \omega_t < 1$ , se tiene un elemento subreforzado; si  $\omega_l + \omega_t = 1$ , se tiene la condición balanceada, y si  $\omega_l + \omega_t > 1$ , el elemento es sobrerreforzado.

Al desarrollar la condición balanceada (es decir,  $\omega_l + \omega_t = 1$ ), se obtiene la solución clásica de la armadura plástica de ángulo variable. Se distinguen tres casos (Hsu 1993):

Caso 1:  $\omega_l = \omega_t = 0.5$

Para esta condición, la falla se caracteriza por la fluencia simultánea del acero de refuerzo en ambas direcciones, y del aplastamiento del concreto en compresión diagonal. En este caso, el ángulo de inclinación del campo de compresión diagonal es  $\theta = 45^\circ$ .

Caso 2:  $\omega_t < 0.5$

En este caso, el acero de refuerzo transversal ha fluido. Sin embargo, en el instante de la falla, el refuerzo longitudinal alcanza la fluencia al mismo tiempo que el concreto diagonalmente comprimido se aplasta. Para esta condición, el ángulo de inclinación del campo de compresión es  $\theta < 45^\circ$ .

1. Caso 3:  $\omega_l < 0.5$

Para esta condición, el acero de refuerzo longitudinal ha fluido. No obstante, en el momento de la falla, el refuerzo transversal alcanza el esfuerzo de fluencia al mismo tiempo que el concreto del alma se aplasta. En este caso, el ángulo de inclinación del concreto comprimido es  $\theta > 45^\circ$ .

Se puede demostrar que la solución gráfica de la armadura plástica se obtiene a partir de la ecuación A.16 (Hsu 1993).

$$\left(\frac{\tau}{f_{ce}}\right)^2 + (\omega_t - 0.5)^2 = 0.5^2 \quad \text{A.16}$$

Al graficar  $(\tau/f_{ce})$  contra  $\omega_t$ , se tiene un círculo con un radio igual a 0.5 con centro en la coordenada (0.5, 0). El semicírculo del cuadrante positivo (figura A.13), es el que permite determinar la resistencia a cortante y visualizar el ángulo de inclinación del campo de compresión (ecuación A.17).

$$\tan \theta = \frac{\omega_t}{(\tau/f_{ce})} \quad \text{A.17}$$

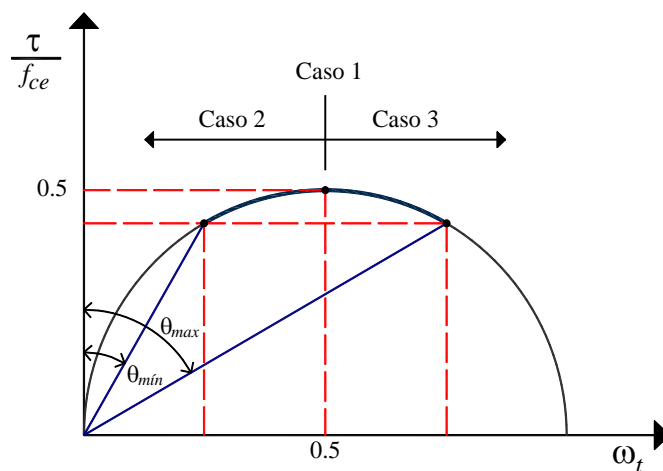


Figura A.13 Solución gráfica de la armadura plástica de ángulo variable

Es buena práctica limitar la inclinación del campo de compresión inclinado. Con ello, lo que se pretende es: 1) asegurar un mecanismo de falla en el que ambos aceros de refuerzo hayan fluido y, 2) controlar el agrietamiento (Grob y Thürlimann 1976, Hsu 1993).

En general, los intervalos sugeridos con este fin son simétricos respecto al ángulo  $\theta = 45^\circ$  (figura A.13). Por ejemplo, Thürlimann (1979) propuso el intervalo  $0.5 \leq \tan \theta \leq 2$ . Por otra parte, el intervalo  $3/5 \leq \tan \theta \leq 5/3$  fue recomendado por Marti (1985/a) y Hsu (1993) pues es el que se recomendó en el reglamento CEB-FIP de 1978.

En particular, Grob y Thürlimann (1976) señalaron que cuando  $\tan \theta < 0.5$ , las grietas son muy horizontales, y cuando  $\tan \theta > 2$  muy verticales. Ambas situaciones dificultan la distribución de esfuerzos en el elemento al minimizar la fricción en la entrecara de las grietas.

Es interesante notar que la versión vigente del Eurocódigo (Eurocode 2 2004), recomienda un intervalo asimétrico para diseñar por cortante ( $0.4 \leq \tan \theta \leq 1$ ). Es decir, este reglamento promueve diseños en lo que se tenga mayor certeza de la fluencia del acero de refuerzo transversal ( $\omega_t \leq 0.5$ ). También puede ser para promover diseños económicos por carga gravitacional. Lo anterior, ya que diseñar para ángulos menores a cuarenta y cinco grados

significa una reducción en los kilos de acero del refuerzo transversal que, en general, suelen ser más caros que los del acero longitudinal (Hsu 1993).

Por último, si se supone que en el instante del agrietamiento el concreto alcanza su resistencia a tensión ( $f_t$ ), se puede demostrar que la ecuación A.18 es una buena aproximación para verificar que no se presente la fluencia prematura del acero de refuerzo (Hsu 1993).

$$\rho_l + \rho_t = \frac{2f_t}{f_y} \tag{A.18}$$

En la figura A.14 se muestran los atributos de la armadura plástica de ángulo variable. Por ejemplo, visualizar el efecto combinado de flexión y cortante en una viga de concreto reforzado.

En la figura A.14-a se observa la mitad de una viga sometida a dos cargas concentradas aplicadas simétricamente. La longitud del claro de cortante ( $a$ ) y la separación de estribos ( $s$ ), se escogieron para tener una viga con una relación  $a = 4jd$  y un campo de compresión con una inclinación  $\theta = 45^\circ$ .

El modelo de armadura plástica de esta viga se muestra en la figura A.14-b y está inspirado en un ejemplo clásico de la literatura técnica (MacGregor 1997). Para resolverlo es importante conocer o definir la resistencia a tensión de cada estribo. Esto permite repartir las cargas concentradas y las reacciones en tantos estribos como exija el equilibrio. En el ejemplo se consideró que cada estribo tiene una resistencia a tensión  $A_v f_{yw} = 0.5V$ , por lo que se requirieron dos estribos para transmitir la carga y la reacción de magnitud  $V$  (en el capítulo cinco de esta tesis se proponen recomendaciones adicionales para equilibrar las reacciones y cargas aplicadas).

La distribución de las fuerzas concentradas a los estribos, se hizo por medio de diagonales de concreto concurrentes en los puntos de aplicación de las fuerzas, (en este caso, las diagonales  $aj$ ,  $ak$ ,  $rh$  y  $ri$  de la figura A.14-b). Finalmente, para obtener el campo de compresión diagonal (uniforme) que exige la armadura plástica, basta unir los extremos libres de los estribos para obtener las diagonales *paralelas* que lo delimitan (por ejemplo, las diagonales  $bl$  y  $gq$  de la figura A.14-b). Es de llamar la atención, que las *franjas* de concreto *cruzan* dos estribos, es decir, la misma cantidad de estribos que se requirió para tributar la carga concentrada y la reacción.

La armadura obtenida de esta forma es altamente indeterminada, pero al conocer la resistencia a tensión de los estribos se eliminan incógnitas y la armadura se puede resolver con las ecuaciones de la estática. En este modelo de armadura, las cargas externas son la carga aplicada en el nodo  $r$  y la reacción del nodo  $a$ . También se deben considerar las fuerzas internas que se presentan en las cuerdas de la armadura que se obtienen al descomponer el par interno en la sección de interés. Para facilitar este procedimiento, Marti (1999) recomendó analizar individualmente los tramos de elemento delimitados por cortante nulo (en este ejemplo, los apoyos y la sección del centro del claro).

APÉNDICE A: FUNDAMENTOS DEL CORTANTE  
EN VIGAS DE CONCRETO REFORZADO

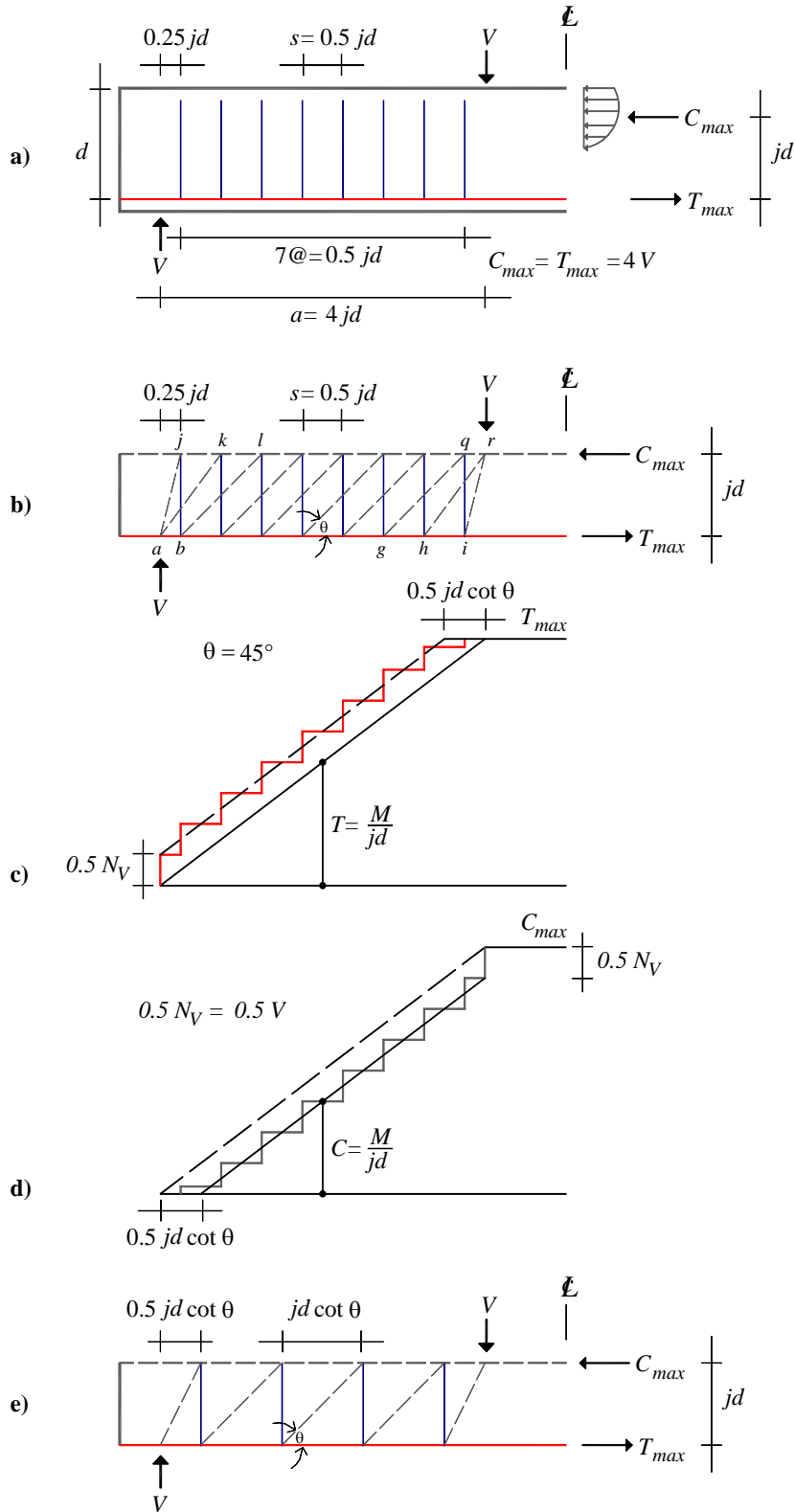


Figura A.14 Modelo de armadura plástica: a) claro de cortante, b) modelo completo, c) fuerzas en la cuerda inferior (acero de refuerzo longitudinal), d) fuerzas en la cuerda superior (bloque de concreto) y, e) modelo simplificado equivalente

Con fines de diseño se pueden utilizar modelos más sencillos. Por ejemplo, se puede demostrar que la armadura isostática de la figura A.14-e es equivalente a la armadura de la figura A.14-b. Al resolverla, es fácil darse cuenta que las diagonales y los elementos verticales son la resultante de los elementos correspondientes de la armadura completa. Con este modelo, y usando estribos con resistencia  $A_v f_{yv} = 0.5V$ , se llegaría a la misma distribución del refuerzo transversal mostrada en la figura A.14-a.

El procedimiento descrito es válido para tramos delimitados por secciones que cruzan el diagrama de cortante en cero. De esta manera, y de requerirse, cada uno de ellos se puede analizar como un cuerpo libre suponiendo un valor diferente para la inclinación del campo de compresión (Martí 1999). Por ejemplo, la otra mitad de la trabe de la figura A.14-a se podría analizar suponiendo una inclinación del agrietamiento  $\theta = 30^\circ$ .

Al observar detalladamente las armadura de la figura A.14-b, se pueden distinguir dos campos de compresión diagonal diferentes: 1) los formados por la tributación de las cargas concentradas a los estribos, y que se distingue por tener elementos diagonales concurrentes que dan la forma de un abanico (campos *ajk* y *rih*) y, 2) el que queda en medio de los abanicos con elementos de inclinación constante (campo *blqg*).

Estos campos de compresión tienen características bien definidas que impactan en el comportamiento y diseño estructural de las estructuras de concreto reforzado (Schlaich *et al.* 1987). En la sección A.4 se abunda al respecto.

### **A.3 DISEÑO POR SECCIONES CON CONTRIBUCIÓN DEL CONCRETO**

Por las hipótesis que la sustentan, la resistencia a cortante predicha con el modelo de armadura estándar es conservadora (Mörsch 1909 y 1952). En Europa, esta debilidad se resolvió con el desarrollo de la armadura plástica de ángulo variable explicada en la sección anterior. Sin embargo, en los Estados Unidos los ingenieros pensaron en una manera muy diferente para subsanarla. Para ello, y con base en pruebas experimentales, incorporaron una contribución del concreto (Talbot 1909). Posteriormente, esta contribución fue formalizada (“Committee 326” 1962/a/b).

Los justificantes que se le dieron a este proceder son: 1) que una viga de concreto reforzado sin refuerzo transversal es capaz de resistir cortante antes de la falla, 2) el refuerzo por cortante empieza a funcionar una vez que se ha desarrollado el agrietamiento diagonal y, 3) estas características deben ser consideradas para economizar el diseño (Talbot 1909, “Committee 326” 1962/a/b).

La contribución del concreto que actualmente se utiliza en los Estados Unidos (ACI 318 11), se formalizó a partir de los resultados de un extensivo programa experimental en trabes sin refuerzo transversal. En general, los especímenes ensayados fueron simplemente apoyados y sometidos a una carga en el centro del claro o a dos cargas puntuales simétricas. Las consideraciones que se tomaron para uniformizar el criterio de falla en las trabes ensayadas fueron (“Committee 326” 1962/a/b):



1. el cortante es un problema de tensión diagonal en el que deben involucrarse los esfuerzos cortantes como los esfuerzos de flexión,
2. la falla por cortante se presenta al formarse una grieta diagonal de importancia o “grieta crítica”. En caso de presentarse una redistribución de fuerzas internas, la falla puede ser por la ruptura y aplastamiento del bloque de compresión,
3. en elementos sin refuerzo transversal, y para fines de diseño, la carga que provoca la grieta crítica es la de falla y,
4. la distribución de los esfuerzos cortantes y de flexión es desconocida en cualquier sección transversal.

Dos aspectos relevantes se desprenden de las consideraciones del Committee 326. La primera, es que se abandonó el diseño por cortante basado en esfuerzos permisibles en favor de uno basado en resistencia última. La segunda, que debido a la dificultad de medir el esfuerzo cortante después del agrietamiento, se conservó la propuesta original de Morsch (1909 y 1952) para estimar el esfuerzo cortante promedio en la sección (ecuación A.19), a la cual solamente se le hizo una pequeña modificación al considerar el peralte efectivo ( $d$ ), en lugar del brazo de palanca interno ( $jd$ ). A este esfuerzo promedio, el Committee 326 lo consideró *una medida* del esfuerzo cortante (ecuación A.20).

$$v = \frac{V}{b(jd)} \quad (\text{esfuerzo cortante promedio según Morsch}) \quad \mathbf{A.19}$$

$$v = \frac{V}{bd} \quad (\text{esfuerzo cortante promedio según el Committee 326}) \quad \mathbf{A.20}$$

A diferencia de las travesas provistas con estribos, en las cuales es relativamente sencillo cuantificar la resistencia a cortante (con un modelo de armadura), ésta es difícil de calcular en las que no los tienen. Por esta razón, el Committee 326 decidió utilizar una ecuación *semiempírica* con esta finalidad. De un estudio estadístico se observó que las variables más influyentes en la contribución del concreto son: 1) la relación entre el claro de cortante y el peralte de la sección ( $a/d$ ), que de manera generalizada se puede expresar como el cociente del momento entre el producto del cortante por el peralte de la sección ( $M/Vd$ ), 2) la cuantía de refuerzo longitudinal ( $\rho$ ) y, 3) la raíz cuadrada de la resistencia a la compresión de los cilindros de control considerada como medida de la resistencia a tensión diagonal ( $\sqrt{f'_c}$ ).

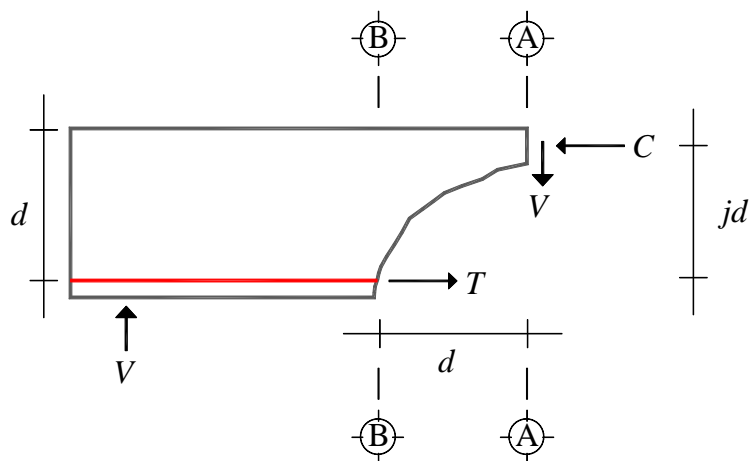
De esta forma, y sobre la base de 194 experimentos, el Committee 326 propuso la ecuación A.21 para cuantificar la contribución de concreto ( $V_c$ ) en una sección de una viga de concreto reforzado (“Committee 326” 1962/a/b).

$$V_c = \left( 0.50\sqrt{f'_c} + 175\rho \frac{Vd}{M} \right) bd \leq 0.93\sqrt{f'_c}; \quad (\text{kg, cm}) \quad \mathbf{A.21}$$

A pesar de su naturaleza semiempírica, el Committee 326 demostró que la ecuación A.21 es bastante robusta y que puede ser utilizada con confianza para el diseño de elementos cotidianos. No obstante, y con base en la evidencia experimental de la época, reconoció que la ecuación tenía limitantes relacionadas con el cociente del claro de cortante entre el peralte efectivo de la sección, es decir, la relación  $a/d$ .

Por ello, el Committee 326 impuso las siguientes restricciones a la ecuación A.21 (“Committee 326” 1962/b):

1. si  $a > 2d$ , la ecuación A.21 no aplica dentro de una distancia  $d$  medida desde cualquier extremos del claro de cortante  $a$ ,
2. si  $0.75d \leq a \leq 2d$ , la ecuación A.21 solamente es válida para la sección media del claro de cortante y,
3. si  $a \leq 0.75d$ , la ecuación A.21 no aplica.



**Figura A.15 Fuerzas internas en el agrietamiento diagonal según el “Committee 326” (1962/a/b)**

Al plantear el equilibrio horizontal de una porción de viga a un lado de la grieta crítica por cortante (figura A.15), resulta evidente que la demanda del acero longitudinal de tensión en la sección B-B depende del momento flexionante de sección A-A. Cuando se presenta la grieta crítica por cortante, esta dependencia se manifiesta de manera súbita y trae consigo una redistribución de esfuerzos que, si no es considerada, puede ocasionar una falla prematura.

En este sentido, es evidente que si el acero de refuerzo longitudinal de tensión fuera diseñado para cubrir exactamente el diagrama de momentos, el área de acero en la sección B-B sería insuficiente para acomodar la demanda de tensión que viene acompañada por el agrietamiento por cortante. Por esta razón, el Committee 326 recomendó hacer los cortes de barras del acero por flexión adicionando a la longitud de desarrollo una distancia igual al peralte efectivo del elemento (“Committee 326” 1962/a/b).

Al extender el acero de refuerzo longitudinal de tensión un peralte efectivo más allá de la sección donde teóricamente es necesario, el Committee 326 involucró una inclinación del agrietamiento por cortante de cuarenta y cinco grados ( $\theta = 45^\circ$ ). Esta recomendación empírica coincide con la que se obtiene al usar un modelo de armadura plástica con una inclinación del campo de compresión diagonal de cuarenta y cinco grados (figura A.14-c).

Finalmente, el equilibrio vertical de la figura A.15 implica que el cortante que resiste el concreto es aportado exclusivamente por el bloque de compresión no agrietado (ecuación A.21). De esta forma, se ignora la resistencia que aporta el trabajo de dovela del acero longitudinal y la fricción en la entrecara de la grieta.

A pesar de los cuestionamientos sobre las hipótesis en las que se basa el modelo de armadura estándar (por ejemplo, considerar una inclinación del agrietamiento  $\theta = 45^\circ$ ), el Committee 326 decidió conservar este enfoque para cuantificar la contribución del acero de refuerzo transversal ( $V_s$ ). Solamente, y en armonía con el cálculo de la contribución del concreto basado en resistencia última, decidió utilizar el esfuerzo de fluencia del acero transversal ( $f_{yw}$ ) en lugar de un esfuerzo permisible.

Entre las razones por las cuales el Committee 326 decidió no desarrollar un nuevo método para el cálculo de la resistencia a cortante que aporta el acero de refuerzo transversal, y continuar usando el modelo de armadura estándar, se pueden mencionar (“Committee 326” 1962/b): 1) que la incorporación de estribos complicaba el estudio del mecanismo resistente al involucrar una variable más y, 2) ni en laboratorio, ni en estructuras reales, se había detectado una falta de seguridad en estructuras provistas de refuerzo transversal conforme a este modelo.

Al final, y de manera cualitativa, el Committee 326 le acreditó a los estribos la habilidad de: 1) controlar el nivel de agrietamiento por cortante, 2) favorecer la redistribución de esfuerzos una vez agrietado el elemento y, 3) mejorar la resistencia a cortante del bloque de compresión.

De esta manera, la contribución del acero de refuerzo en forma de estribos verticales conforme a la recomendación del Committee 326 se calcula con la ecuación A.22, donde  $A_v$  es el área de las ramas de los estribos,  $f_{yw}$  el esfuerzo de fluencia del acero,  $d$  el peralte efectivo de la sección y  $s$  la separación de los estribos.

$$V_s = \frac{A_v f_{yw} d}{s} \tag{A.22}$$

$$V_s = \rho_w f_{yw} b d \tag{A.23}$$

$$\rho_w = \frac{A_v}{b s} \tag{A.24}$$

La resistencia a cortante del refuerzo transversal se puede expresar en términos de la cuantía de refuerzo ( $\rho_w$ ). En las ecuaciones A.22 y A.23 se indica la manera de hacer este cálculo, en las que  $b$  es el ancho de la sección transversal del elemento.

Finalmente, la resistencia a cortante ( $V$ ) de una *sección* se puede estimar con la ecuación A.25, donde  $V_c$  es la contribución del concreto definida acorde a la ecuación A.21, y  $V_s$  es la contribución del acero de refuerzo según las ecuaciones A.22 o A.23.

$$V = V_c + V_s \quad \text{A.25}$$

Si el diseño por cortante es inadecuado, se pueden presentar mecanismos de falla indeseables. Por ejemplo, si la cuantía de refuerzo transversal es escasa, se promueve una falla frágil ya que la fluencia de los estribos ocurrirá inmediatamente después del agrietamiento diagonal. O lo contrario, si se pone acero de refuerzo transversal en demasía, la fluencia del acero se puede retardar en exceso permitiendo que el elemento tenga un agrietamiento excesivo. Por esta razón, es útil establecer algunos límites en el diseño por cortante. En el caso de vigas de sección rectangular con estribos verticales, una propuesta para evitar tales inconvenientes es la que se muestra en las ecuaciones A.26 a A.28 (“Committee 326” 1962/a/b).

$$v_u \leq 8\sqrt{f'_c}; \quad (\text{kg/cm}) \quad \text{A.26}$$

$$\rho_w f_{yw} \geq 4.2 \text{ kg/cm}^2 \quad \text{A.27}$$

$$f_{yw} \leq 4200 \text{ kg/cm}^2 \quad \text{A.28}$$

El Committee 326 siempre reconoció las limitantes de su explicación sobre el mecanismo resistente por cortante, y la naturaleza semiempírica del método de diseño que propuso. Por esta razón, hizo un llamado para realizar investigaciones futuras con la finalidad de elaborar una teoría racional para el cortante y la tensión diagonal (“Committee 326” 1962/a/b).

En los años inmediatos al reporte del Committee 326 se hizo una cantidad considerable de investigación sobre la falla por cortante. Tanto así, que a cinco años de ese reporte algunos investigadores consideraron adecuado hacer un estado del arte (Bresler y MacGregor 1967). Unos años después, las asociaciones de ingenieros estadounidenses decidieron elaborar un reporte similar al del Committee 326 (“Committee 426” 1973).

Entre los aspectos más relevantes de la revisión hecha por este nuevo comité se pueden señalar (“Committee 426 1973):

- Salvo algunas ligeras modificaciones, conservar el método de diseño propuesto por el Committee 326.
- Reconocer la trabazón del agregado ( $V_a$ ) en la entrecara de la grieta como partícipe del mecanismo resistente por cortante.
- Darle una explicación a los parámetros que intervienen en la capacidad resistente a cortante de los elementos de concreto reforzado. Al respecto, se pueden mencionar: 1) la relación entre el claro de cortante y el peralte efectivo del elemento ( $a/d$ ), 2) el efecto del tamaño del elemento expresado generalmente en función del valor absoluto del peralte del elemento ( $d$ ), 3) el detallado y cuantía del acero de refuerzo longitudinal y

transversal, 4) la naturaleza de las cargas (monotónicas, reversibles o dinámicas), 5) el efecto de la carga axial y el preesfuerzo, 6) el peso del agregado y, 7) otros.

- Diferenciar y explicar los mecanismos resistentes de viga y de arco.
- Reconocer la importancia del acero de refuerzo transversal en: 1) la consecución de una falla dúctil, 2) suministrar confinamiento al bloque de compresión no agrietado y, 3) controlar el ancho de grietas para facilitar la transmisión de esfuerzos en la entrecara de las grietas.
- Recomendar ecuaciones semiempíricas para estimar la capacidad a cortante de elementos con geometría y condiciones muy diferentes a las vigas en las que aplica el método propuesto por el “Committee 326. Por ejemplo: ménsulas, vigas diafragma, elementos circulares, elementos preesforzados, muros, conexiones viga-columna y otros.

Entre los cambios que el Committee 426 hizo al método original del Committee 326 para el diseño por cortante de vigas, destacan:

1. Siempre que el cortante actuante ( $V$ ) sea superior al 50% de la contribución del concreto (es decir,  $V \geq 0.5V_c$ ), se debe suministrar una cuantía mínima de acero de refuerzo transversal con la finalidad proporcionar al elemento algo de ductilidad que prevenga una falla súbita en caso que se presenten demandas no contempladas en la etapa de diseño. En su formato original, este requisito fue expresado en función del esfuerzo de fluencia equivalente del acero de refuerzo transversal (ecuación A.29). Sin embargo, en el reglamento del ACI este requisito se ha presentado en términos del área de acero mínima ( $A_{vmin}$ ) según la ecuación A.30 (ACI 318 11).

$$\rho_w f_{yw} \geq 3.5 \text{ kg/cm}^2 \quad \text{A.29}$$

$$A_{vmin} = 0.2 \frac{\sqrt{f'_c}}{f_{yw}} bs \geq 3.5 \frac{bs}{f_{yw}}; \quad (\text{kg, cm}) \quad \text{A.30}$$

2. Redefinir la cota superior del esfuerzo nominal que recomendó el Committee 326 (ecuación A.26). De esta manera, el esfuerzo nominal que puede ser acomodado solamente por el refuerzo transversal ( $v_s$ ) es el indicado en la ecuación A.31. Con esta medida, se supone que aún queda controlado el nivel de agrietamiento en condiciones de servicio.

$$v_s \leq 8\sqrt{f'_c}; \quad (\text{kg, cm}) \quad \text{A.31}$$

3. Optativamente a la ecuación A.21, el cálculo de la contribución el concreto se puede hacer con la propuesta de Bresler y Scordelis (1963) mostrada en la ecuación A.32.

$$V_c = 0.53\sqrt{f'_c}bd; \quad (\text{kg, cm}) \quad \text{A.32}$$

Después de estas modificaciones no se le han hecho cambios sustanciales al método propuesto por el Committee 326, y es el que aún prevalece en el cuerpo principal del reglamento del ACI (ACI 318 11).

Con base en los conocimientos de la época, el Committee 426 describió los mecanismos que intervienen en la resistencia por cortante de una viga de concreto reforzado. De esta forma, las aportaciones que se pueden agrupar dentro de la contribución del concreto ( $V_c$ ), son: 1) el cortante que resiste el bloque de compresión no agrietado ( $V_{cz}$ ), 2) la trabazón del agregado en la entrecara de la grieta diagonal ( $V_a$ ), la cual se supone es tangencial a la grieta y puede descomponerse en una fuerza vertical ( $V_{ay}$ ) y en una horizontal ( $V_{ax}$ ) y, 3) el trabajo de dovela del acero longitudinal ( $V_d$ ). Aunado a los anteriores, también existe la contribución del acero de refuerzo en la forma de estribos verticales ( $V_s$ ). La representación gráfica de estas fuerzas se muestra en la figura A.16.

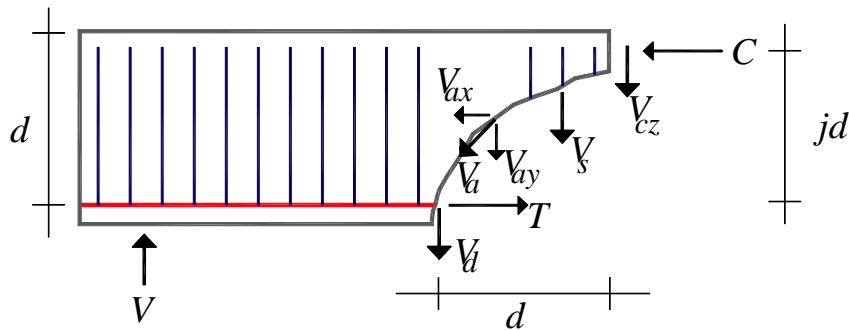


Figura A.16 Fuerzas que intervienen en la resistencia a cortante según el “Committee 426” (1973)

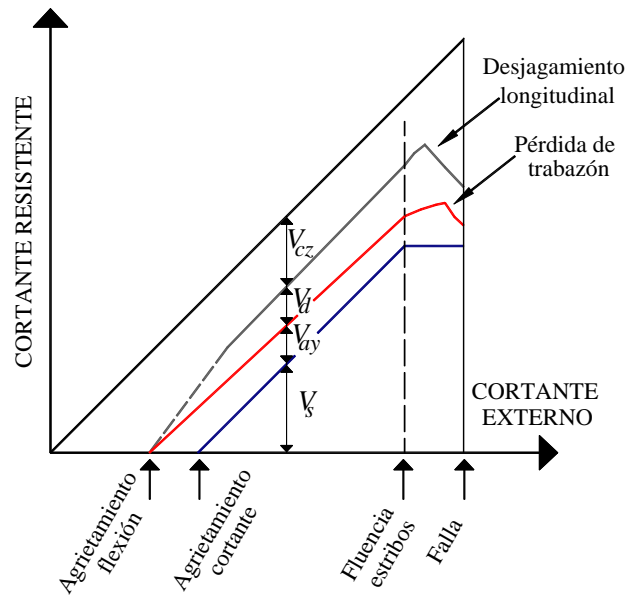


Figura A.17 Participación cualitativa de las fuerzas internas en el mecanismo resistente a cortante (“Committee 426” 1973)

Al plantear el equilibrio vertical del cuerpo libre de la figura A.16, se obtiene la ecuación básica que rige el cálculo de la resistencia a cortante (ecuación A.33).

$$V = (V_{cz} + V_{ay} + V_d) + V_s = V_c + V_s \quad \text{A.33}$$

Ya que el nivel de participación de las aportaciones que se asocian a la contribución del concreto es difícil de cuantificar, el Committee 426 (1973) optó solamente por hacer un bosquejo cualitativo de su participación en el mecanismo resistente (figura A.17). Además, y por el mismo motivo, también agrupó todas las aportaciones asociadas al concreto en la del bloque de compresión no agrietado. En consecuencia, la ecuación A.33 se puede rescribir según la ecuación A.34, la cual ha sido muy utilizada en la deducción de formulaciones semiempíricas para predecir la resistencia a cortante en traveses de concreto reforzado con base en resultados experimentales (González 2000).

$$V = V_{cz} + V_s = V_c + V_s \quad \text{A.34}$$

Del equilibrio horizontal del cuerpo libre mostrado en la figura A.16, es evidente que la componente  $V_{ax}$  ejerce compresión sobre el elemento. El Committee 426 no hizo ningún comentario respecto a esta fuerza, aunque tímidamente mencionó el mecanismo de armadura cuando explicó la transferencia de cortante a través de un plano provisto de refuerzo transversal. Por ello, se puede sospechar que esta fuerza también justifica el uso de la regla de detallado que recomendó el Committee 326 para el acero de refuerzo longitudinal en tensión.

### A.3.1 Los mecanismos de viga y arco

Con la publicación del reporte del “Committee 326” (1962/a/b/c), se inició una gran actividad científica encaminada en mejorar el conocimiento de la falla por cortante en los elementos de concreto reforzado. En cuanto a las vigas, dos trabajos merecen atención especial: uno es el de Kani (1964) y el otro el preparado por Fenwick y Paulay (1968).

A partir de una serie de pruebas experimentales, Kani determinó la influencia del cociente entre el claro de cortante ( $a$ ) y el peralte efectivo de la sección ( $d$ ) en la resistencia a cortante de traveses *sin* refuerzo transversal. Kani (1964) ensayó catorce elementos simplemente apoyados y sometidos a dos cargas simétricas (figura A.18). Todos los especímenes tenían la misma sección transversal, armado longitudinal y resistencia del concreto, siendo la única variable la relación  $a/d$ , la cual estuvo dentro del intervalo  $1.5 \leq a/d \leq 6$ .

Al normalizar la resistencia experimental contra la de flexión, Kani observó que en los elementos con  $a/d = 1$  se alcanzaba la resistencia de flexión, pero, que al aumentar esta relación, la resistencia disminuía gradualmente. En particular, observó que si  $a/d$  tenía un valor aproximado de dos y medio ( $a/d \approx 2.5$ ), la resistencia era del orden del 50% de la de flexión. A partir de esta relación geométrica, la resistencia volvía a incrementarse con el aumento del cociente  $a/d$  hasta alcanzar de nuevo la resistencia de flexión, lo que sucedía en

un valor de  $a/d$  cercano a seis ( $a/d \approx 6$ ). Este comportamiento se aprecia gráficamente en la figura A.19 (Valle de Kani).

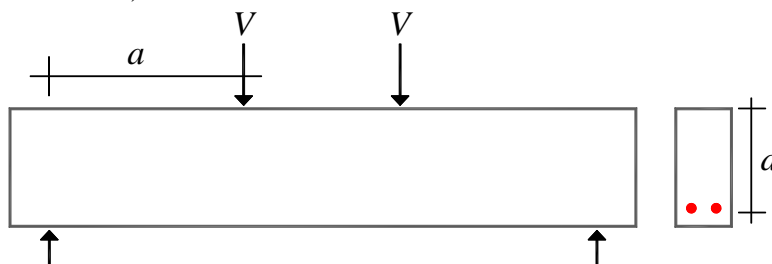


Figura A.18 Tipo de ensayo utilizado por Kani (1964)

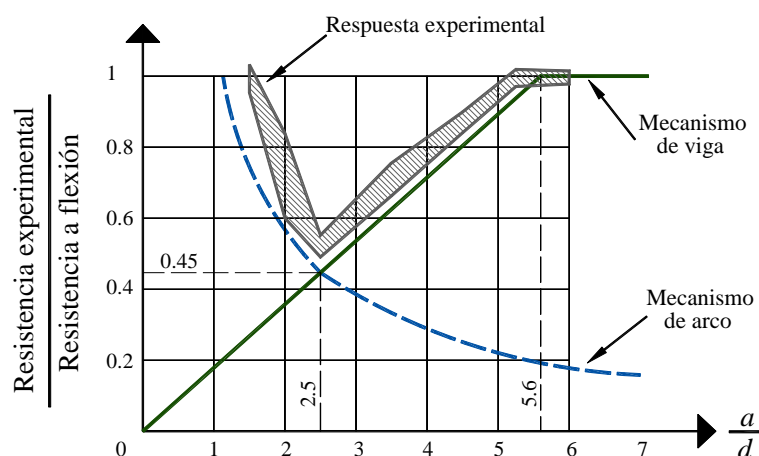


Figura A.19 Predicción de la resistencia según los mecanismos de viga y arco y su comparación contra resultados experimentales. Modificada de Kani (1964)

Kani identificó dos formas de transferir la carga a los apoyos: 1) mediante un mecanismo de *viga* que exige adherencia entre el concreto y el acero de refuerzo longitudinal y, 2) un mecanismo de *arco* que no requiere adherencia. Como se explica con detalle en el apéndice D, estos aspectos ya habían sido advertidos por Talbot (1906) y Mörsch (1909).

El mecanismo de viga se caracteriza por tener una zona no agrietada en compresión de espesor constante en la mayor parte del claro de cortante (es decir, con un brazo interno constante). Kani explicó que en esta zona de compresión se empotran los voladizos o “dientes” que conforman la región agrietada de la viga (figura A.20-a).

Como estos voladizos resisten en su extremo “libre” la fuerza de tensión que les transmite el acero longitudinal, Kani modeló cada diente como un *cantiliver* sometido a una carga puntual en el extremo libre. La capacidad de este mecanismo depende exclusivamente de la resistencia a tensión por flexión del concreto en el empotramiento de los voladizos (Kani 1964).

Debido a la configuración deformada de los voladizos, Kani (1964) sostuvo que el mecanismo de viga no respeta rigurosamente la hipótesis usual de flexión, es decir, que las secciones permanecen planas.



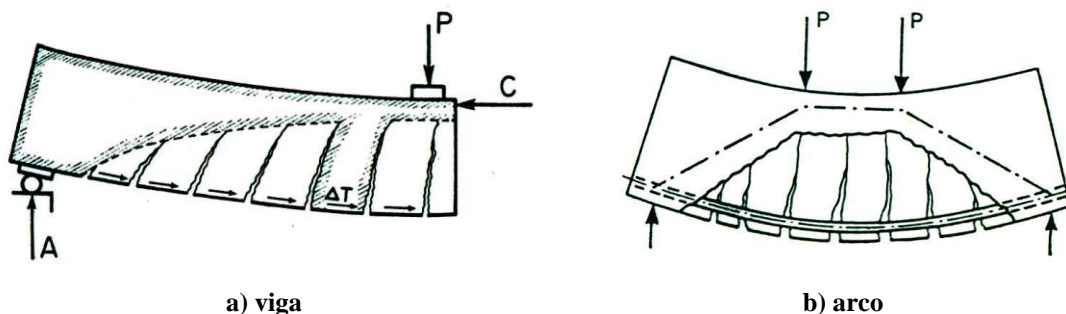


Figura A.20 Mecanismos resistentes de cortante según Kani (1964)

Al alcanzarse la resistencia del mecanismo de viga, las fuerzas de adherencia entre el concreto y el acero de refuerzo desaparecen. En esta situación, la única manera de seguir resistiendo la carga es mediante un mecanismo de arco en el que la carga se transmite hacia los apoyos a través de la zona no agrietada de compresión de la viga (figura A.20-b). En este mecanismo la ausencia de adherencia obliga a que la tensión en el acero sea constante. Por ello, es importante evitar una falla por anclaje en los extremos del acero longitudinal.

La transición de un mecanismo de viga en uno de arco puede ser súbita o gradual, situación que depende de la capacidad resistente de cada uno de ellos. Con base en sus resultados experimentales, Kani desarrolló expresiones para estimar la resistencia de ambos mecanismos. En general, la resistencia de viga crece con el aumento de  $a/d$ , mientras que la resistencia del arco disminuye al aumentar  $a/d$ . Al igualar la resistencia de ambos mecanismos, Kani (1964) determinó la frontera de dominio en función de la relación  $a/d$ . La figura A.19 muestra este comportamiento.

En resumen, los resultados de Kani (1964) fueron:

1. En vigas donde  $1 \leq a/d \leq 2.5$ , el mecanismo de arco es el que gobierna la resistencia por cortante.
2. Cuando  $2.5 < a/d < 5.6$ , el mecanismo de viga es el que domina la resistencia por cortante.
3. En vigas donde  $a/d \geq 5.6$ , no se presenta falla por cortante pues el elemento falla por flexión.

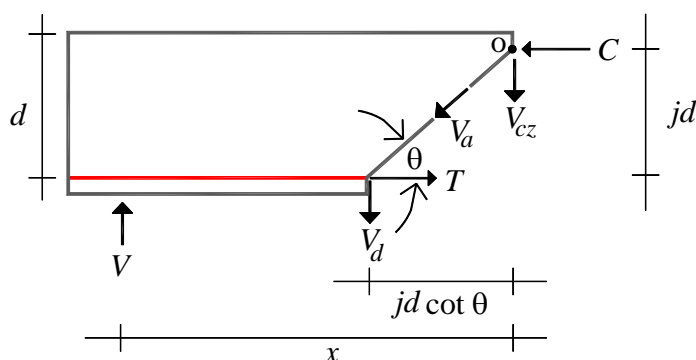
Con el tiempo, *grosso modo*, las vigas con una relación  $1 \leq a/d \leq 2.5$  se les ha llamado vigas “cortas o peraltadas”, cuando  $2.5 < a/d < 6$  vigas “intermedias” y, si  $a/d \geq 6$  vigas “esbeltas”.

La versión de Fenwick y Paulay (1968) del mecanismo resistente de cortante, parte de incorporar la trabazón del agregado en la entrecara de la grieta y el trabajo de dovela del acero longitudinal. Estas fuerzas, y otras, se mostraron en la figura A.16.

De esta forma, y suponiendo que (Fenwick y Paulay 1968): 1) la resultante de las fuerzas de trabazón del agregado ( $V_a$ ) y de la contribución del mecanismo de dovela ( $V_d$ ) pasan por el punto donde la grieta cruza el acero de refuerzo, 2) que justo antes del agrietamiento diagonal el acero de refuerzo transversal no contribuye en el mecanismo resistente y, 3) para simplificar la geometría del modelo, el bloque de compresión no agrietado se puede representar con el 50% de su profundidad total de tal manera que su resultante “real” se ubique en el borde inferior del bloque simplificado, entonces el diagrama de cuerpo libre de la figura A.16 se reduce a uno como el mostrado en la figura A.21.

Bajo estas consideraciones, al efectuar el equilibrio de momentos alrededor del punto “o” de del cuerpo libre la figura A.21 se obtiene la relación mostrada en la ecuación A.35 (Fenwick y Paulay 1968).

$$M = Vx = Tjd \tag{A.35}$$



**Figura A.21 Fuerzas en el mecanismo resistente a cortante. Modificada de Fenwick y Paulay (1968)**

Al combinar el equilibrio (ecuación A.35) con la relación matemática que existe entre el cortante y el momento flexionante según la Mecánica de Materiales ( $V = dM/dx$ ), Fenwick y Paulay (1968) distinguieron dos mecanismos resistentes por cortante (ecuación A.36).

$$V = \frac{dM}{dx} = \frac{d}{dx}(Tjd) = jd \frac{dT}{dx} + T \frac{d(jd)}{dx} \tag{A.36}$$

En la ecuación A.36, el término  $jd(dT/dx)$  representa la resistencia a cortante de un elemento prismático en el cual el brazo de palanca interno  $jd$  es constante en el claro de cortante, mientras que la fuerza en el acero de refuerzo ( $dT/dx$ ) varía conforme al diagrama de momentos. Como la variación de la tensión en el acero se explica con la adherencia entre el concreto y el acero de refuerzo, entonces esta resistencia corresponde a la del mecanismo de viga descrito por Kani (1964).

Por otra parte, el término  $T(d(jd)/dx)$  de la ecuación A.36 describe la resistencia de una viga en la que la tensión ( $T$ ) en el acero longitudinal es constante en el claro de cortante, mientras que la profundidad del brazo interno de palanca varía dentro de esa longitud ( $d(jd)/dx$ ).

Estas características son las mismas del mecanismo de arco descrito por Kani (1964), y explica matemáticamente la ausencia de adherencia entre el concreto y el acero de refuerzo longitudinal.

Por equilibrio del diagrama de cuerpo libre de la figura A.22, la compresión en el bloque de concreto y la tensión del acero longitudinal son iguales ( $T = C$ ). Por esta razón, es común expresar el mecanismo de arco en función de la compresión para indicar que el cortante se resiste por medio de una compresión inclinada (ecuación A.37). En efecto, esta interpretación exige que la carga se transmita dentro de una zona de compresión *no agrietada* (figura A.22).

$$V = T \frac{d(jd)}{dx} = C \frac{d(jd)}{dx} \quad (\text{mecanismo de arco}) \quad \text{A.37}$$

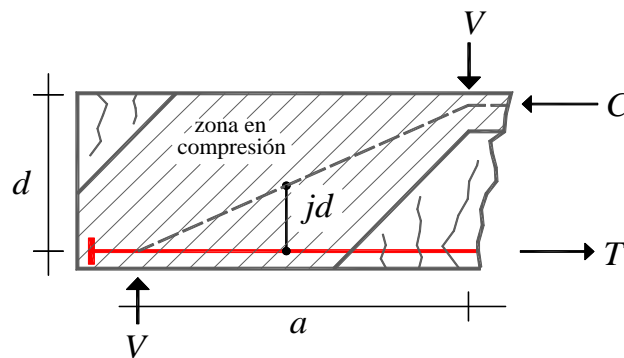


Figura A.22 Mecanismo de arco según Fenwick y Paulay (1968). Modificada.

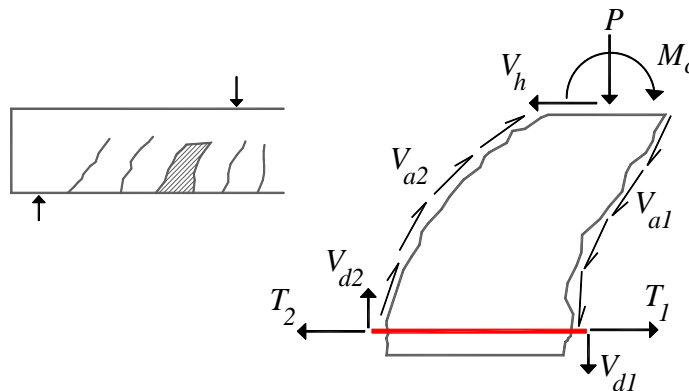


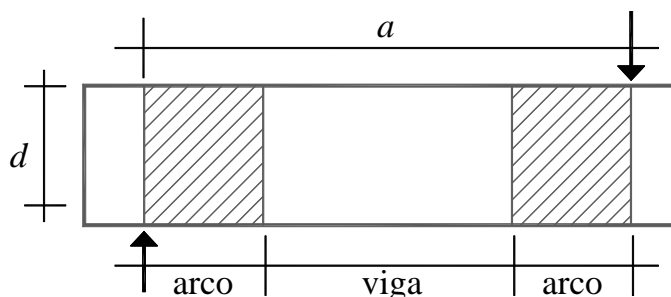
Figura A.23 Fuerzas involucradas en los voladizos del mecanismo resistente de viga. Modificada de Fenwick y Paulay (1968)

Para Fenwick y Paulay (1968), la trabazón del agregado en la entrecara de la grieta y el trabajo de dovela del refuerzo longitudinal son responsables, en gran medida, de la resistencia a cortante del mecanismo de viga. Por esta razón incluyeron dichas fuerzas en el análisis de los voladizos o “dientes” propuestos por Kani (1964) para explicar la resistencia del mecanismo de viga (figura A.23). La inclusión de estas fuerzas obliga a considerar, adicionalmente al

momento de empotramiento, una reacción horizontal ( $V_h$ ) y una vertical ( $P$ ) que, al menos de manera clara, no fueron explicadas por Kani.

De acuerdo a Fenwick y Paulay, los mecanismos de viga y arco son incompatibles. Lo anterior debido a que el primero respeta la hipótesis de Navier-Bernoulli sobre las secciones planas en flexión, mientras que el segundo no. Sin embargo, debido a la dificultad de obtener en una viga real una adherencia perfecta entre concreto y el acero, advirtieron que ambos mecanismos participan simultáneamente en la resistencia a cortante hasta que uno de ellos predomina. Con esto en mente, la ecuación A.36 no debe interpretarse como una adición aritmética, sino como una demostración matemática de los mecanismos que participan en la resistencia a cortante en una viga de concreto reforzado.

Independientemente del mecanismo que gobierne la resistencia del elemento, Fenwick y Paulay (1968) explicaron que el de arco predomina en la vecindad de las cargas concentradas, mientras que el de viga prevalece entre estas regiones (figura A.24). Por ello llegaron a la misma conclusión de Kani (1964), es decir, que en la medida en que la relación  $a/d$  se reduce, el mecanismo de arco domina el claro de cortante.



**Figura A.24 Distribución cualitativa en el claro de cortante de los mecanismos de viga y arco según Fenwick y Paulay (1968)**

Fenwick y Paulay (1968) no proporcionaron guías para delimitar las zonas del predominio de los mecanismos de viga y arco en un elemento. Fue dos décadas después cuando Schlaich *et al.* (1987) presentaron una manera racional de identificarlas y diseñarlas.

#### **A.4 EL MODELO DE PUNTALES Y TENSORES**

Como se comentó en la sección A.2.3, en un modelo de armadura plástica de ángulo variable se aprecian dos campos diferentes de compresión diagonal (figura 2.14-b): 1) los que tienen una inclinación constante o uniforme y, 2) los que no la tienen.

En este contexto, la armadura plástica estrictamente sólo es válida en las regiones donde el campo de esfuerzos tiene una inclinación constante (agrietamiento paralelo). En otras palabras, este método de diseño no cubre la estructura completa, pues excluye las zonas donde las trayectorias de esfuerzo dejan de ser uniformes (agrietamiento radial).

El método de diseño por cortante del reglamento ACI parte de desacoplar los efectos de cortante y flexión. Además, considera que la resistencia se obtiene sumando las aportaciones

del concreto y del refuerzo transversal. La primera se calcula con una ecuación semiempírica y la última con una ecuación derivada de la armadura estándar ( $\theta = 45^\circ$ ). Para cubrir las demandas de tensión que produce el cortante en el refuerzo longitudinal, se utilizan reglas de detallado (o “buena práctica”) que también son derivadas de la armadura estándar.

Sin embargo, y a partir de las restricciones originales del “Committee 326” (1962/a/b), la ecuación que calcula la contribución del concreto solamente es válida en las regiones donde predomina el mecanismo de viga. Por congruencia, lo mismo debe suceder con la contribución del acero, ya que ésta rigurosamente es un caso particular de la armadura plástica y, sobre todo, es compañera de la contribución del concreto.

Reflexiones de este tipo seguramente permitieron que en el año de 1987 el ingeniero alemán J. Schlaich y sus colaboradores identificaran el alcance de los métodos de diseño por cortante disponibles en la época, y definieran las características que un método integral y consistente debería tener. Del trabajo de Schlaich *et al.* (1987) se recogen las siguientes ideas:

- Las zonas donde los campos de esfuerzo son uniformes (es decir, que sus trayectorias tienen inclinación constante), deben diseñarse con un modelo de armadura plástica u, optativamente, con las fórmulas de diseño por secciones de la mayoría de los reglamentos de construcción.
- No existen métodos de diseño para las zonas de una estructura donde las trayectorias de esfuerzo no son uniformes (por ejemplo, donde se aplican las cargas puntuales, o donde existen cambios de geometría). Las recomendaciones de detallado y “buena práctica” que los suplen, oscurecen el proceso de diseño además de no garantizar el buen comportamiento del elemento completo.
- Para una estructura cualquiera, se requiere de un método de diseño integral y consistente que le proporcione la misma importancia a cada una de sus partes. Además, este método debe servir para hacer revisiones para las condiciones de falla y de servicio.
- El diseño se debe sustentar en un modelo de comportamiento sencillo, general, fácil de entender e implantar.

Con base en este diagnóstico, Schlaich *et al.* (1987) extendieron y generalizaron el modelo de la armadura plástica de ángulo variable, dando lugar a uno que hoy es ampliamente conocido con el nombre de modelo de puntales y tensores (MPT).

El MPT parte de identificar las zonas o regiones de la estructura donde las trayectorias de esfuerzos principales son regulares (suaves o uniformes), de las que no lo son. Como las primeras obedecen las hipótesis de Bernoulli, es decir, que las secciones planas permanecen planas después de aplicar las cargas, a éstas zonas se les denominó regiones B (Schlaich *et al.* 1987). Por lo general, en ellas predominan las demandas de flexión y carga axial.

Por otro lado, las zonas de la estructura que no cumplen con los requisitos de las regiones B, se caracterizan por tener trayectorias de esfuerzos principales disturbadas (pronunciadas o irregulares); a estas zonas se les llamó regiones D. Por lo general, las regiones D se presentan en los lugares donde ocurre alguna concentración de esfuerzos, principalmente por la

aplicación de cargas puntuales o por cambios bruscos de geometría (Schlaich *et al.* 1987). En la figura A.25 se muestra un caso típico para identificar las regiones B y D.

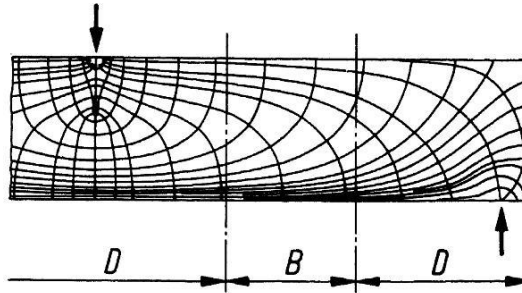


Figura A.25 Trayectorias de esfuerzos principales en las regiones B y D (Schlaich *et al.* 1987)

Al comparar las figuras A.24 y A.25 es evidente la similitud. Por ello, y al combinar las definiciones de Kani (1964), Fenwick y Paulay (1968) y Schlaich *et al.* (1987), es sencillo asociar el mecanismo de viga con una región B, y el mecanismo de arco con una región D.

Es importante recordar que Kani (1964) y Fenwick y Paulay (1968) no definieron la extensión de los mecanismos de viga y arco en el claro de cortante. Al respecto, Schlaich *et al.* propusieron definir la extensión de las zonas D utilizando el perfil de los esfuerzos principales *elásticos* en combinación con el principio de Saint Venant. Por ejemplo, al aplicar esta recomendación en el apoyo de una viga, se determina que la extensión de la región D es aproximadamente igual al peralte total de elemento (usualmente se simplificada al peralte efectivo). En la figura A.26 se muestra éste y otros ejemplos típicos.

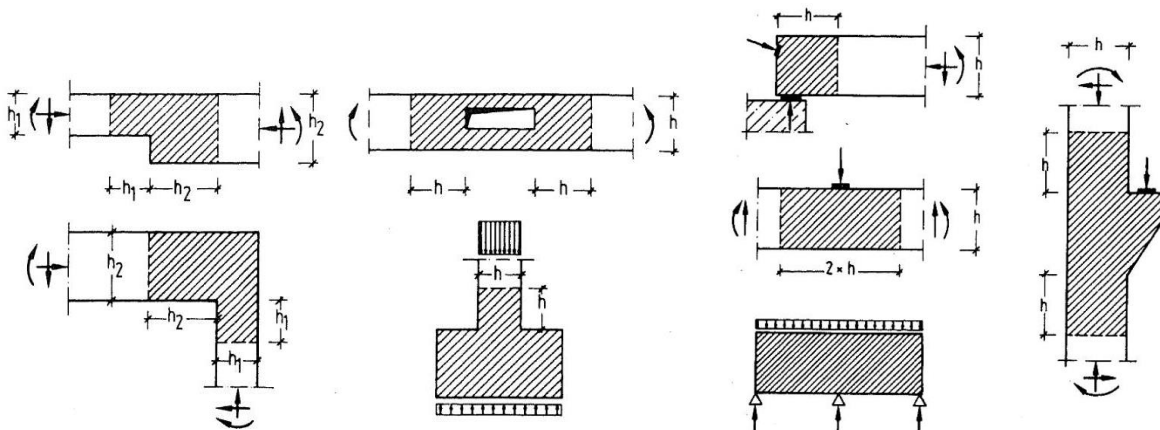


Figura A.26 Identificación de algunas regiones D (Schlaich *et al.* 1987)

En la figura A.27 se presenta una estructura relativamente sencilla subdividida en varias regiones B y D. A partir de esta figura, debe quedar claro que la clasificación en regiones B y D no es única, pues depende tanto de la geometría como de las cargas aplicadas a estructura. Por esta razón, Schlaich *et al.* (1987) indicaron que la clasificación de las vigas exclusivamente en función del cociente  $a/d$  no es muy conveniente (en el capítulo cuatro se apoya y extiende esta idea).

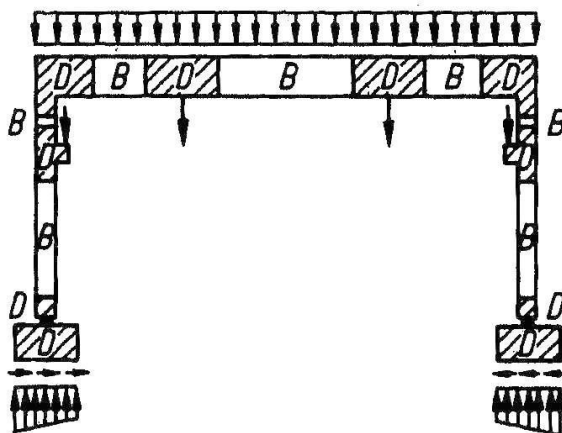


Figura A.27 Estructura subdividida en regiones B y D (Schlaich *et al.* 1987)

Una vez identificadas las regiones B y D de la estructura se puede hacer el análisis estructural. Para ello, es suficiente un análisis elástico para determinar reacciones, fuerzas internas y esfuerzos. Para revisar el estado límite de servicio en las zonas B, se pueden usar métodos seccionales considerando las propiedades gruesas o transformadas de la sección acorde a la teoría elástica o conforme a algún reglamento de diseño. Para las regiones D, esta revisión generalmente requiere el uso de análisis de elemento finito para revisar el nivel de esfuerzos.

Si en el análisis los esfuerzos de tensión superan la resistencia del concreto, entonces el elemento estará agrietado. Si es el caso, el diseño o revisión corresponde al estado límite de falla y el análisis se debe hacer conforme a lo siguiente:

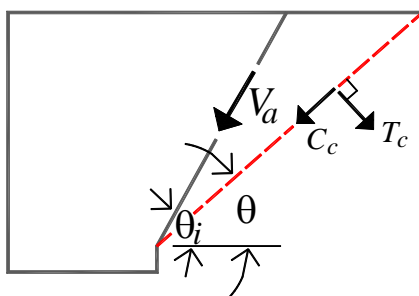
1. Condensar los campos de esfuerzo de cada región (B o D) en resultantes rectilíneas que concentren su curvatura en los extremos. Estas resultantes se comportan como elementos que solamente resisten carga axial. Cuando los elementos trabajan en compresión se denominan *puntales*, y si trabajan en tensión, *tensores*. Las zonas finitas donde se intersectan estos elementos se denominan *nodos*.
2. Resolver por equilibrio el modelo de puntales y tensores de cada región. Para ello, se deben considerar las fuerzas externas así como las internas que se transmiten en las fronteras de las regiones B y D acorde a la tercera ley de Newton.
3. Dimensionar los puntales, tensores y nodos para resistir las fuerzas que se obtuvieron por equilibrio. Es importante que en esta etapa se revisen los requerimientos mínimos de acero para controlar el ancho de grietas, así como los de anclaje y adherencia.

El diseño debe cumplir algunos requisitos del teorema del límite inferior, en particular el de la ductilidad. Para ello, Schlaich *et al.* (1987) recomendaron que en las regiones sometidas a esfuerzos muy elevados, los puntales y tensores se orienten según las trayectorias elásticas. En caso de tener esfuerzos no muy grandes, el modelo puede construirse con trayectorias ligeramente desviadas de las elásticas. La desviación máxima no debe ser superior a quince grados.

El diseño de los puntales y tensores debe respetar las hipótesis de la teoría de la plasticidad de concreto, es decir, en el concreto se debe considerar una resistencia efectiva y en el acero el esfuerzo de fluencia. En este método de diseño la resistencia efectiva del concreto no es única, pues depende tanto del estado de esfuerzos como del nivel de agrietamiento.

#### A.4.1 Diseño de las regiones B

Los lineamientos generales del modelo de puntales y tensores para las regiones B remite al modelo de armadura plástica (sección A.2.3). Para evitar diseños muy conservadores, o con una inclinación de puntales difícil de explicar de acuerdo a pruebas experimentales, Schlaich *et al.* (1987) propusieron construir el modelo con una inclinación de los puntales dentro del intervalo  $30^\circ \leq \theta \leq 45^\circ$ .



**Figura A.28 Fuerza tangencial en la entrecara de una grieta diagonal con una inclinación  $\theta_i > \theta$ , y su proyección en dos componentes ortogonales orientadas con el ángulo del modelo de armadura ( $\theta$ ) según Schlaich *et al.* (1987)**

Con la finalidad de explicar 1) la contribución del concreto de los métodos seccionales y, 2) la razón por la que los estribos solamente contribuyen en la resistencia una vez que se ha desarrollado completamente agrietamiento diagonal, Schlaich *et al.* (1987) ofrecieron una explicación bastante interesante que involucra a la resistencia a tensión del concreto y la fricción en la entrecara del agrietamiento diagonal.

Al suponer que el agrietamiento diagonal tiene una inclinación progresiva ( $\theta_i$ ), inicialmente mayor que el agrietamiento del campo de compresión diagonal asociado a la falla ( $\theta$ ), entonces la fuerza de fricción por trabazón del agregado ( $V_a$ ) se puede descomponer en dos componentes: una de compresión ( $C_c$ ) con inclinación  $\theta$ , y otra de tensión ( $T_c$ ) perpendicular (figura A.28).

Con las fuerzas  $C_c$  y  $T_c$ , se puede justificar un modelo de armadura en la que los puntales de concreto tienen una inclinación  $\theta$ , y los tensores, también de concreto, son perpendiculares a ellos (figura A.29-a).

Para Schlaich *et al.* (1987), esta *armadura de concreto* es la que resiste el cortante antes de la participación de los estribos. Es decir, antes de que se forme el campo de compresión diagonal y sea la armadura plástica la que gobierne la resistencia. En particular, esto sucede cuando: i) se excede la resistencia a tensión de los puntales de concreto o, ii) la inclinación progresiva del agrietamiento diagonal ( $\theta_i$ ) disminuye hasta alcanzar la inclinación del campo de compresión



diagonal ( $\theta$ ). Bajo esta óptica, armadura de concreto es una transición para la formación de la armadura plástica.

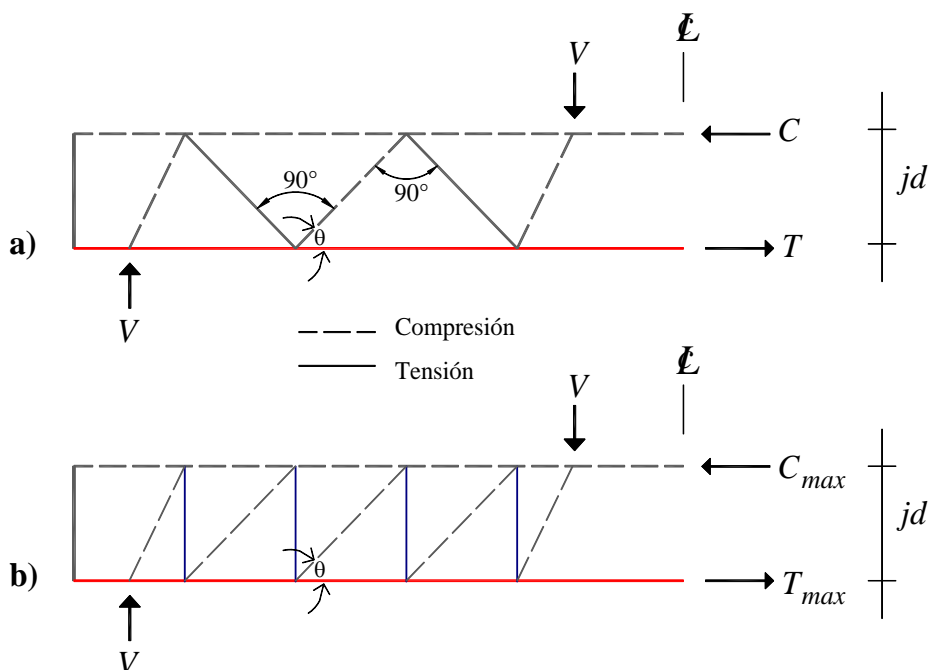


Figura A.29 Modelos de armadura para una región B según Schlaich *et al.* (1987): a) armadura con tensores de concreto (agrietamiento) y, b) armadura plástica de ángulo variable (falla)

A pesar de su modelo, Schlaich *et al.* (1987) enumeraron algunas causas por las cuales la resistencia a tensión del concreto en las regiones B no debe ser considerada. Por ejemplo: 1) que la resistencia a tensión del concreto por definición es baja, 2) una viga bien diseñada debe tener una cantidad mínima de refuerzo transversal que garantice el pleno desarrollo de la armadura plástica, 3) considerar la participación de la resistencia a tensión del concreto es sólo un sofisticación para el diseño de las regiones B y, 4) como en las regiones D no se considera la contribución de las fuerzas de trabazón de las grietas, es mejor tener un método de diseño consistente para todo el elemento.

Una cuestión que no explicaron Schlaich y colaboradores, es qué mecanismo toma la contribución del concreto una vez que se presenta el agrietamiento diagonal. En otras palabras, no describieron quien se hace cargo de la contribución del concreto después del agrietamiento que justifica la contribución del concreto y hasta la falla del elemento.

En este sentido, una buena parte de la comunidad científica ha estado interesada en predecir la resistencia a cortante de las trabes sin refuerzo por cortante (Reineck *et al.* 2003). En consecuencia, se han propuesto armaduras de concreto más elaboradas que la de Schlaich y colaboradores (por ejemplo, Reineck 1991, Al-Nahlawi y Wight 1992 y Muttoni y Fernández Ruiz 2008). En los capítulos cuatro y cinco, así como en el apéndice E se presenta la postura de esta tesis sobre esta situación.

### A.4.2 Diseño de las regiones D

El diseño de las regiones D requiere de modelos de puntales y tensores que dependen de la particularidad del caso. De hecho, este es el tema en el que se concentra el trabajo de Schlaich *et al.* (1987). Para ello, es de gran ayuda hacer un análisis elástico con elementos finitos para conocer las trayectorias de esfuerzos. En caso de no contar con estos análisis, Schlaich *et al.* recomendaron construir el modelo con base en un método manual que denominaron *patrones de carga*.

Conocidas las trayectorias y distribución de esfuerzos lineales, los puntales y tensores principales se pueden colocar en el centroide de los diagramas de esfuerzo longitudinal y transversal y orientarlos con base en las trayectorias de los esfuerzos principales (figura A.30).

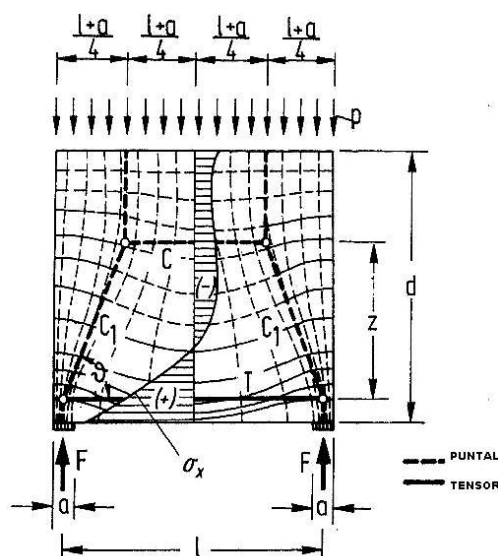


Figura A.30 MPT construido con base en las trayectorias de esfuerzos elásticos (Schlaich *et al.* 1987)

Es importante dejar en claro que el diseño con modelos de puntales y tensores no proporciona soluciones únicas, sin embargo, es posible seleccionar el mejor modelo entre dos o más propuestas. En este sentido, es recomendable tener en cuenta lo siguiente (Schlaich *et al.* 1987):

1. por razones constructivas, los tensores deben ser de preferencia paralelos a los bordes de la estructura y,
2. si se acepta que una estructura tiende a transmitir las cargas a las reacciones experimentando la menor cantidad de fuerzas y deformaciones posibles, y que los tensores (de acero) son mucho más deformables que los puntales (de concreto), entonces, el mejor modelo es el que tiene la menor cantidad de tensores o los más cortos. Este criterio se muestra matemáticamente en la ecuación A.38 donde  $F_i$  es la fuerza del tensor,  $l_i$  su longitud y  $\varepsilon_i$  su deformación promedio.

$$\sum F_i l_i \varepsilon_i = \text{mínimo} \quad (\text{optimización según Schlaich et al. 1987})$$

**A.38**

Aunque se espera que un ingeniero experimentado proponga sin dificultades un MPT adecuado, las recomendaciones anteriores permiten identificar inmediatamente cualquier modelo indeseable (figura A.31).

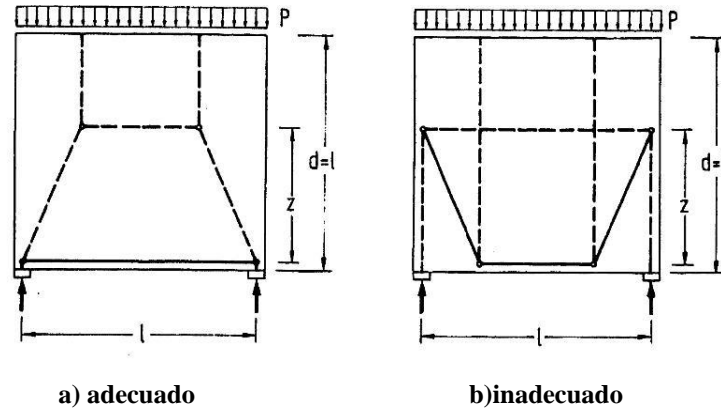


Figura A.31 Selección de un MPT según las recomendaciones de Schlaich *et al.* (1987)

Finalmente, un aspecto que no debe pasar desapercibido, es el detallado de la estructura. Un detallado deficiente impedirá el buen desempeño ante cargas de servicio, además puede favorecer una falla prematura que impida desarrollar la capacidad de carga prevista en el modelo. Por esta razón, antes de validar el diseño final, se debe verificar si después del detallado el modelo no se ha apartado demasiado del esquema original. En efecto, esto implica un proceso iterativo.

#### A.4.3 Puntales

Los puntales representan a los campos de esfuerzo en compresión. A pesar que estos elementos trabajan de forma uniaxial, por lo que se podrían idealizar con una sección constante, muchas veces son afectados por esfuerzos de tensión perpendiculares que ensanchan el puntal en su parte media (figura A.32). Estos esfuerzos de tensión provocan un agrietamiento sensiblemente paralelo al eje del puntal.

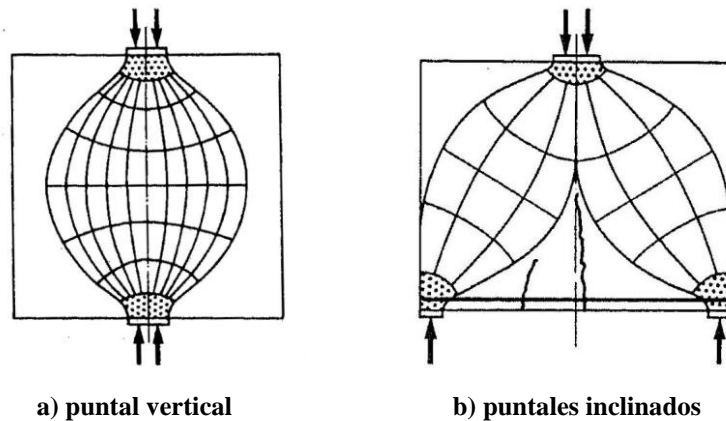


Figura A.32 Puntales ensanchados debido a esfuerzos transversales de tensión (Schlaich *et al.* 1987)

Para Schlaich *et al.* (1987), una manera efectiva de controlar el agrietamiento producido por los esfuerzos de tensión es proveyendo confinamiento a los puntales mediante concreto circundante o con acero de refuerzo. La primera opción solamente es factible en estructuras masivas, por lo que el uso de acero de refuerzo es la opción por excelencia en estructuras comunes.

Una forma de estimar la cuantía de acero necesaria para acomodar la demanda de tensión transversal a los puntales de concreto, es modelando cada puntal con un MPT, es decir, utilizando un sub-modelo de puntales y tensores. Por ejemplo, en la figura A.33-a se muestra un *submodelo* válido para los puntales de la figura A.32-b, y en la figura A.33-b un arreglo típico del refuerzo requerido. En la figura A.33-a se observa que la inclinación de los elementos en compresión no paralelos al puntal principal, tienen una pendiente uno a dos (1:2) respecto al eje principal. Cuando los puntales se discretizan de esta manera, la cuantía mecánica de acero transversal ( $\omega_t$ ) calculada con la ecuación A.39 es suficiente para controlar los esfuerzos de tensión (Schlaich *et al.* 1987).

$$\omega_t = \frac{\rho_t f_{ty}}{f_{ce}} = 0.06 \quad (\text{control de agrietamiento}) \quad \text{A.39}$$

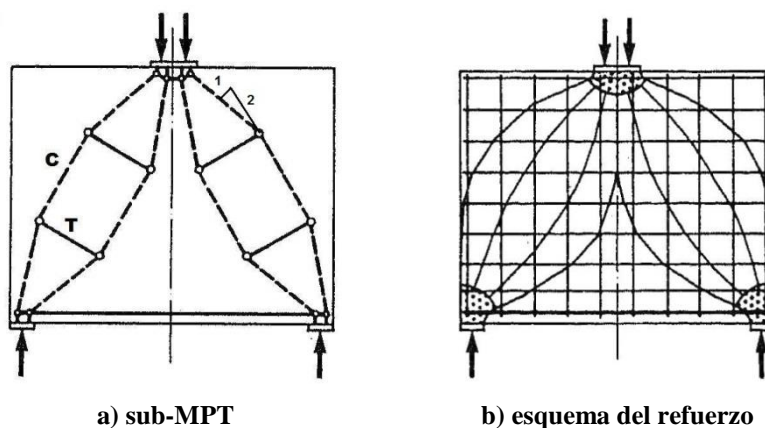


Figura A.33 Solución propuesta por Schlaich *et al.* (1987), para determinar el acero de refuerzo que toma los esfuerzos de tensión perpendiculares al puntal

Para modelar los puntales de concreto, Schlaich *et al.* (1987) recomendaron utilizar la configuración que mejor se ajuste a las tres mostradas en la figura A.34 (abanico, cuello de botella y prismático). Ellos no proporcionaron guías específicas para utilizar cada una de estas configuraciones, no obstante, en su publicación proporcionaron bastantes ejemplos con casos típicos que facilitan esta tarea. Por comparación, otros autores han dado una mejor explicación sobre el uso de estas configuraciones (Marti 1985/a, Muttoni *et al.* 1997, Nielsen 1999).

En general, se puede decir que un puntal prismático permite modelar regiones sometidas a una compresión que se puede suponer uniaxial (como puede ser el bloque de concreto de una viga en flexión); el de forma de botella en los casos en que la transmisión no es propiamente uniaxial, y se esperan esfuerzos transversales de tensión en la parte media del puntal, y el de

abanico cuando el flujo de fuerzas internas se dirija o concentre en una zona (por ejemplo, en las reacciones o cargas concentradas).

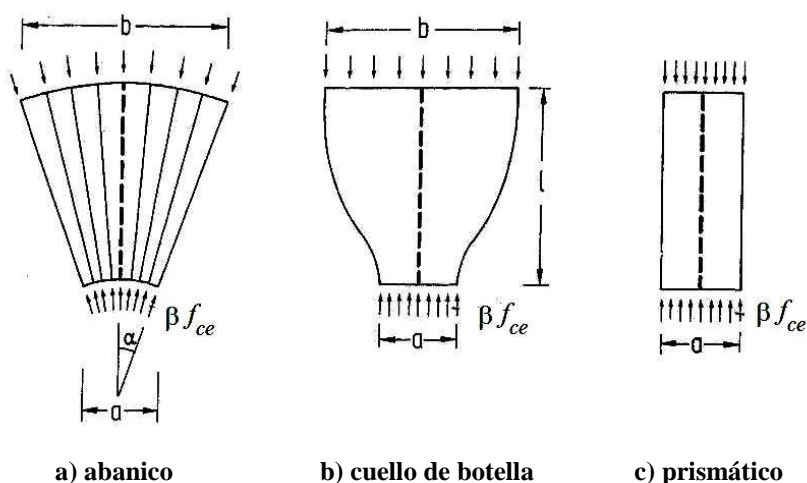


Figura A.34 Puntales propuestos por Schlaich *et al.* (1987)

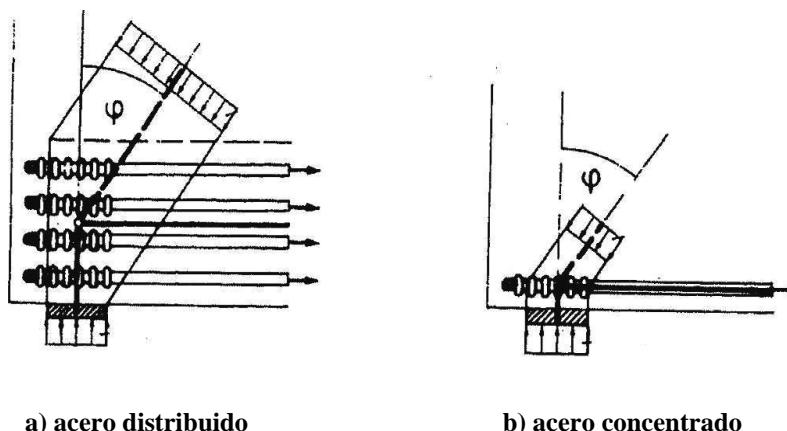
Para considerar la reducción de la resistencia del concreto debido al agrietamiento, Schlaich *et al.* (1987) recomendaron los siguientes valores simplificados:

- $f_{ce}$  en los casos en que el campo de esfuerzo en compresión se puede considerar uniaxial (puntales prismáticos).
- $0.8f_{ce}$  cuando existen esfuerzos de tensión perpendiculares al puntal que generen grietas de ancho normal paralelas al puntal y el refuerzo se coloque perpendicularmente a éste (principalmente puntales en forma de botella y en menor medida abanicos).
- $0.6f_{ce}$  similar al anterior, pero cuando el refuerzo sea oblicuo al eje del puntal.
- $0.4f_{ce}$  cuando se espere un ancho de grieta muy grande. Esta situación suele presentarse cuando el MPT está muy alejado de la distribución elástica de esfuerzos.

En todos los casos anteriores,  $f_{ce}$  es la resistencia efectiva del concreto propuesta por Schlaich *et al.* y que es igual a  $0.57f'_c$ . Este valor es muy similar a  $f_{ce} = 0.6f'_c$  que fue el recomendado por Marti (1985/a), y también al que se obtiene para concretos de resistencia normal acorde al Eurocódigo 20004 (ecuación A.5).

#### A.4.4 Tensores

Los tensores son los elementos que trabajan a tensión. Para tomar esta demanda se debe colocar acero de refuerzo de tal manera que el centroide del arreglo del acero coincida con el eje del tensor del modelo. El acero de refuerzo puede estar concentrado o uniformemente distribuido. En la figura A.35 se muestra ambas situaciones para un mismo caso, donde resulta claro que tener una idea de la disposición del acero desde la concepción del modelo puede simplificar las etapas de diseño y revisión.



a) acero distribuido

b) acero concentrado

Figura A.35 Arreglo de los tendones (Schlaich *et al.* 1987)

Para satisfacer las demandas de tensión en elementos no presforzados, Schlaich *et al.* (1987) recomendaron proveer la cantidad de acero que satisfaga la ecuación A.40, donde  $T_s$  es la demanda del tensor acorde al MPT,  $A_s$  el área de la sección transversal del acero de refuerzo y  $f_y$  su esfuerzo de fluencia. Este criterio respeta los supuestos de la teoría de la plasticidad del concreto (ecuación A.6).

$$T_s \leq A_s f_y \quad \text{A.40}$$

Dado que Schlaich *et al.* (1987) excluyeron la resistencia a tensión del concreto con fines de diseño, no ofrecieron una guía clara para cuantificar la resistencia de los tendones de concreto ( $T_c$ ). Sólo mencionaron que si el proyectista decide utilizarla, debe especificar el porcentaje de la resistencia a tensión del concreto que ha considerado en sus cálculos. En este sentido, algunos investigadores han sugerido utilizar una resistencia efectiva del concreto igual al sesenta por ciento de la resistencia total ( $T_c = \nu f_t = 0.6 f_t$ ). Entre los que apoyan esta recomendación se puede mencionar a Al-Nahlawi y Wight (1992), Nielsen (1999) y Vecchio y Shim (2004).

Además del requisito de resistencia, Schlaich *et al.* mencionaron que el buen comportamiento de los tendones también depende de que el anclaje y la longitud de desarrollo sean adecuados. Para ello, recomendaron utilizar los procedimientos estándar de los reglamentos de diseño.

#### A.4.5 Nodos

En un modelo de puntales y tendones los nodos son las regiones que delimitadas por la intersección de por lo menos tres elementos. Teóricamente, en los nodos se concentran las curvaturas del modelo y por ello los puntales y tendones se idealizan rectos. En la definición de los nodos también se deben incluir a las cargas y reacciones que actúen sobre placas o superficies de contacto, así como cualquier otro tipo de carga que pueda ser transmitida por medio de adherencia o presión radial a una superficie de concreto (figuras A.36 a A.39).

Schlaich *et al.* (1987) clasificaron los nodos dependiendo de los elementos en compresión ( $C$ ) o tensión ( $T$ ) que en ellos concurren. Considerando que para tener un nodo se necesitan por lo menos tres elementos, Schlaich *et al.* propusieron la siguiente nomenclatura:  $CCC$  (nodos con tres elementos en compresión, figura A.36),  $CCT$  (nodos con dos elementos en compresión y uno en tensión, figura A.37),  $CTT$  (nodos con un elemento en compresión y dos en tensión, figura A.38) y  $TTT$  (nodos con tres elementos en tensión, figura A.39). En caso que a un nodo converjan más de tres elementos, la designación se mantiene sin cambios.

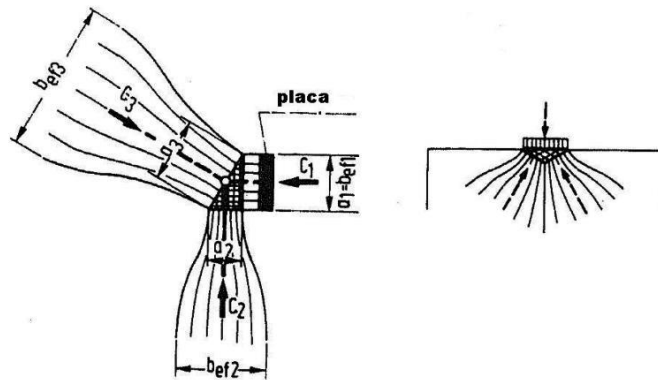


Figura A.36 Nodos tipo  $CCC$  hidrostáticos (Schlaich *et al.* 1987)

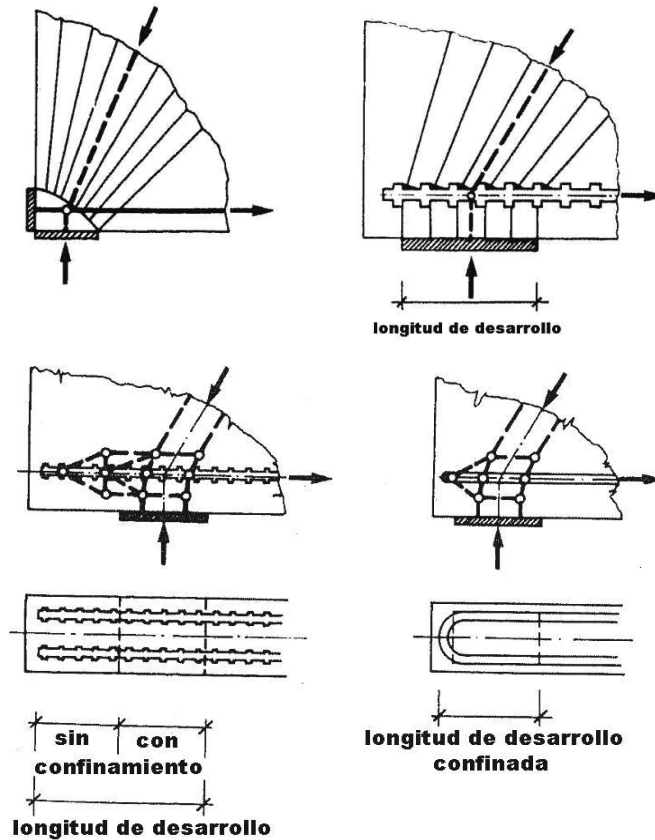


Figura A.37 Nodos tipo  $CCT$  ilustrando diferentes maneras de transmitir la tensión por compresión al nodo (Schlaich *et al.* 1987)

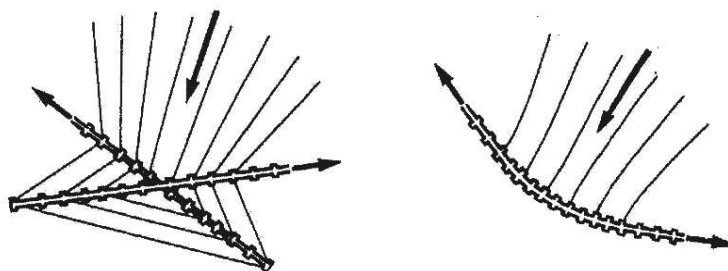


Figura A.38 Nodos tipo *CTT* ilustrando dos maneras de equilibrar la compresión (Schlaich *et al.* 1987)



Figura A.39 Nodos tipo *TTT* trabajando de forma análoga a los *CTT* (Schlaich *et al.* 1987)

Debido a que los nodos son una zona de concentración de esfuerzos, la revisión de su capacidad resistente es vital para garantizar la capacidad resistente del MPT. En términos generales, Schlaich *et al.* (1987) indicaron que una región D será segura si: 1) la demanda de los tensores se puede transferir a los nodos como cargas de compresión (por ejemplo, anclándolos atrás del nodo y haciendo uso de la presión directa o radial, o mediante adherencia, tal y como se observa en las figuras A.37 a A.39) y, 2) el esfuerzo neto dentro de los nodos no es superior a un valor especificado. De acuerdo a ellos, el segundo requisito se satisface si el esfuerzo en las caras de los nodos no es mayor a  $0.6f_{ce}$ .

Cuando se está dimensionando un nodo *CCC*, es buena práctica suponer que el nodo se encuentra sometido a un estado de esfuerzo plano *hidrostático*. En esta situación, la longitud de cada una de las caras del nodo es directamente proporcional a la fuerza de compresión que actúa en ella. En otras palabras, se cumple la ecuación A.41, donde  $a_1$ ,  $a_2$  y  $a_3$  son las caras de los nodos y  $C_1$ ,  $C_2$ , y  $C_3$  las fuerzas correspondientes (figura A.36). La consideración del nodo hidrostático es muy útil para proponer las dimensiones de los apoyos, placas base o el área de contacto del elemento en donde actúan cargas concentradas.

$$a_1 : a_2 : a_3 = C_1 : C_2 : C_3 \quad (\text{nodo hidrostático}) \quad \text{A.41}$$

Finalmente, cuando en un nodo concurren más de tres elementos puede complicarse su diseño o revisión (figura A.40). Para estos casos, Schlaich y Anagnostou (1990) y Marti (1991) propusieron recomendaciones que simplifican el problema.



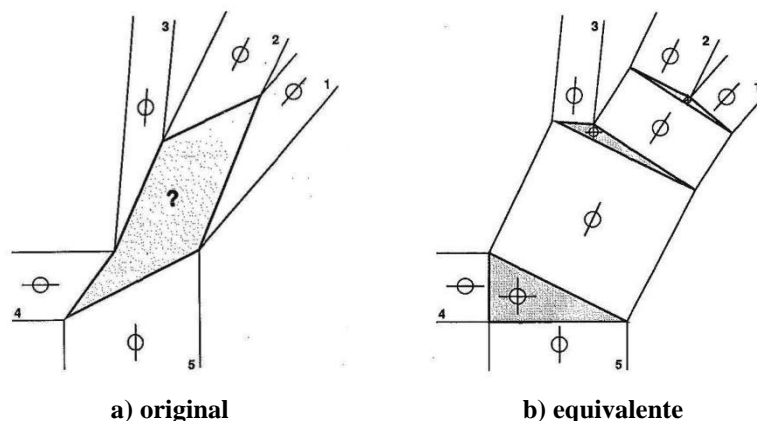


Figura A.40 Solución para nodos donde concurren más de tres elementos (Schlaich y Anagnostou, 1990)

## A.5 CAMPOS DE ESFUERZO

El modelo de puntales y tensores es una herramienta de diseño que a partir de análisis elásticos y consideraciones juiciosas, permite construir modelos de armadura que explican la resistencia de un elemento de concreto reforzado conforme al teorema del límite inferior. Sin embargo, existen otras técnicas para elaborar un modelo de armadura más apegada a la teoría de la plasticidad del concreto.

Además de Schlaich y colaboradores (1987), uno de los mayores impulsores de los modelos de armadura ha sido el ingeniero suizo P. Marti (1985/a/b, 1991, 1999). De hecho, es a Marti a quien se le puede acreditar el primer gran esfuerzo por difundir mundialmente los modelos de armadura (Marti 1985/a).

Las recomendaciones de Marti (1985/b) se apoyan en el equilibrio y el uso consistente de la teoría de la plasticidad del concreto. También recomendó del uso de cálculos *manuales* y dibujos *a escala* para definir los modelos de armadura. De acuerdo a Marti, al familiarizarse con esta forma de trabajo se pueden resolver de manera relativamente sencilla problemas complicados que no están cubiertos por las ecuaciones tradicionales de los reglamentos de diseño.

Por definición, un modelo de armadura es una representación de los campos de esfuerzo que se desarrollan en la estructura cuando ésta es cargada o deformada. Para la construcción de estos modelos se recomienda (Marti 1985/b y 1999):

- 1) subdividir la estructura en porciones delimitadas por las secciones donde el diagrama de cortantes cruza por cero. De esta manera, cada uno de los tramos se puede considerar como un cuerpo libre sometido a fuerzas internas y externas conocidas. En el caso de estructuras indeterminadas, es válido hacer un análisis elástico y, si se justifica, corregirlo para considerar el agrietamiento del concreto y alguna distribución de momentos,
- 2) visualizar el flujo de fuerzas a partir de las cargas y la condición de apoyo y, con ello, proponer un primer modelo de armadura,

- 3) revisar, *grosso modo*, la disponibilidad de espacio dentro del elemento para acomodar los campos de esfuerzo en compresión así como las zonas nodales. También se debe revisar la disponibilidad de espacio para el acero de refuerzo que sustituye a los elementos en tensión (incluyendo los ganchos y longitud de desarrollo). Esta revisión se puede hacer suponiendo un esfuerzo efectivo del concreto  $f_{ce} = 0.6f'_c$ , y un esfuerzo de fluencia del acero de refuerzo  $f_y$ .
- 4) repetir el procedimiento hasta obtener una solución satisfactoria.

Los elementos en compresión deben ser sustituidos por campos de esfuerzo validados por la teoría de la plasticidad del concreto. Entre ellos se pueden mencionar a los puntales, arcos y abanicos (Marti 1985/a, Nielsen 1999). Al respecto, es de llamar la atención la diversidad de opciones con la que se puede analizar un mismo problema. Por ejemplo, para una viga de gran peralte sin estribos sometida en el claro de cortante a una carga uniformemente distribuida, Marti (1985/a) propuso cuatro soluciones válidas (figura A.41): un arco o un abanico de compresión en el caso de considerar la carga original uniforme, o dos modelos equivalentes a los anteriores con puntales y tensores si la carga uniforme se sustituye por dos cargas puntuales estáticamente equivalentes.

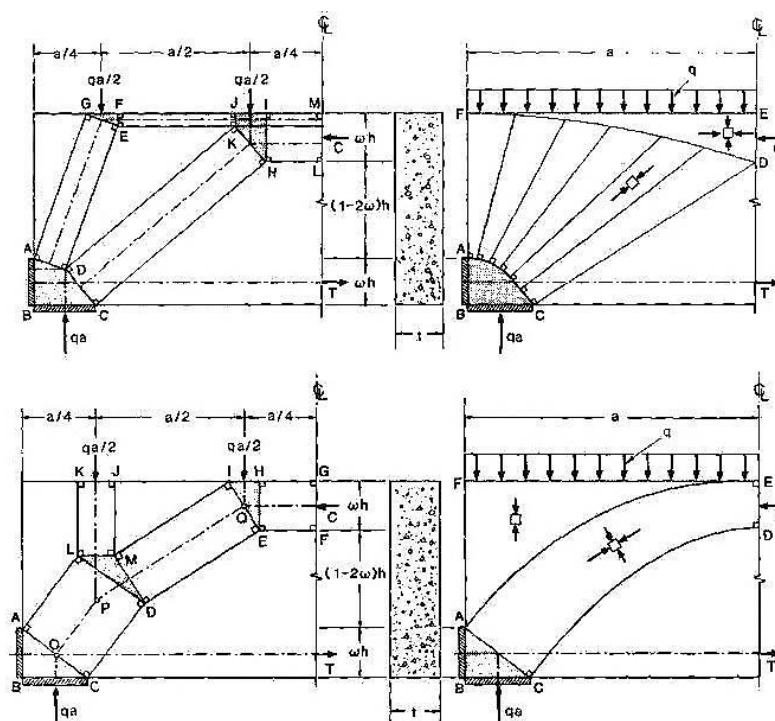


Figura A.41 Versatilidad en el modelado con campos de esfuerzo. Modificada de Marti (1985/a)

Para Marti (1985/b), los modelos de armadura proporcionan la información suficiente para realizar el diseño de una estructura, por lo que definir los campos de esfuerzo en todo el elemento sólo se justifica en los casos que se requiera hacer una revisión detallada o para interpretar resultados experimentales (figura A.42).

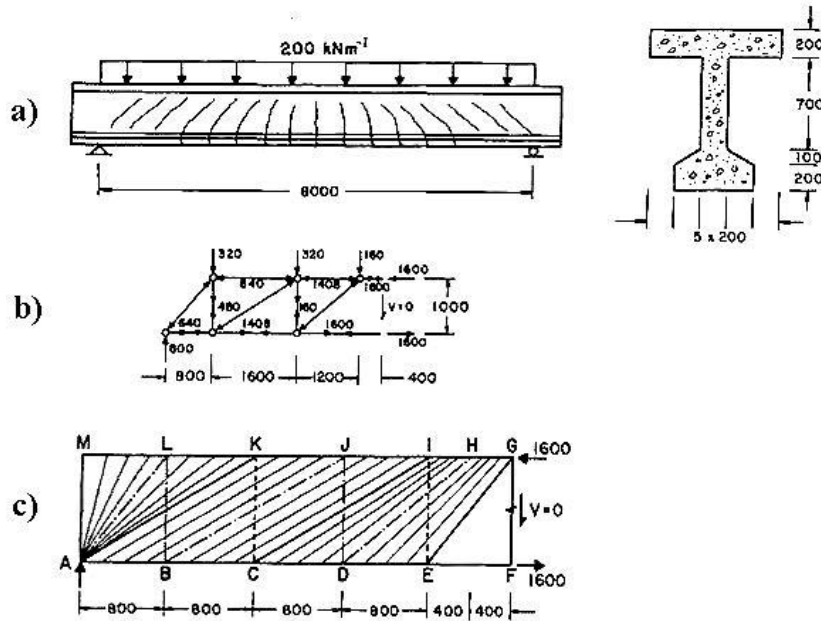


Figura A.42 Solución típica de Marti a un problema de diseño: a) geometría y cargas, b) modelo de armadura y, c) campos de esfuerzo (opcional). Modificada de Marti 1999

A diferencia de Marti, otros ingenieros han indicado que es fundamental primero establecer un campo de esfuerzo para después proponer un modelo de armadura (por ejemplo, Muttoni *et al.* 1997). Por esta razón, algunos de ellos se han preocupado en simplificar la construcción de los campos de esfuerzo.

Para Muttoni y Fernández (2006), la construcción de los campos de esfuerzo debe respetar las suposiciones de la teoría de la plasticidad del concreto; en particular la hipótesis de un comportamiento rígido plástico del concreto y del acero de refuerzo. Esto facilita la implantación de modelos de elemento finito no lineal que permiten visualizar campos de esfuerzo de línea discontinua.

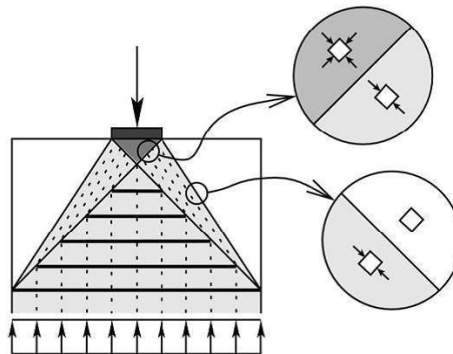


Figura A.43 Campos de esfuerzo de línea discontinua (Muttoni y Fernández 2006)

Para que dos campos de esfuerzo estén delimitados por una línea de discontinuidad, es requisito que a todo lo largo, y a cada lado de ella, el valor de los esfuerzos paralelos a la línea sea diferente, es decir, que exista un salto o una discontinuidad. También es requisito que el valor de los esfuerzos perpendiculares y cortantes sea igual en ambos lados de la línea de discontinuidad.

Un caso particular de las líneas de discontinuidad es cuando los esfuerzos principales están alineados con ella. En este caso, el tratamiento de los campos de esfuerzo se simplifica bastante y por ello los recomendó Muttoni y Fernández (2006) para la elaboración de los modelos (figura A.43).

Cuando no es posible realizar análisis no lineales con elementos finitos, la construcción de los campos de esfuerzo se puede hacer usando métodos manuales. Al respecto, cabe señalar la simplicidad con la que Muttoni *et al.* (1997) los esbozan para casos típicos. Por ejemplo, en la figura A.44 se muestra la forma en que una carga puntual se “transporta” en el claro de cortante de una viga esbelta provista de refuerzo transversal *uniformemente* espaciado. Para ello, se han utilizado campos de esfuerzo en compresión del tipo prismático (bloque de compresión por flexión), abanico (zonas por donde “entra” y “sale” la carga del elemento) y diagonal (transmisión de la carga entre los abanicos). El trabajo de los estribos se modela con dos campos de esfuerzo prismáticos en tensión que se superponen y equilibran en la dirección vertical con la compresión de los abanicos y la banda en compresión diagonal.

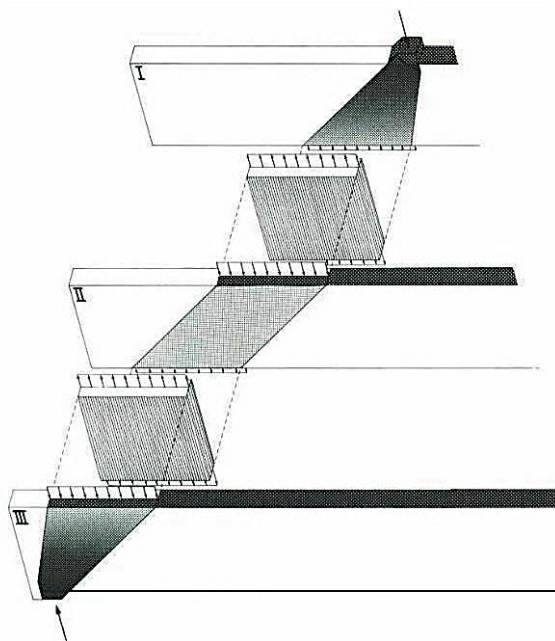


Figura A.44 Transmisión de una carga puntual en un claro de cortante en una viga con refuerzo transversal superponiendo campos de esfuerzo (Muttoni *et al.* 1997)

La aplicación práctica de este método se muestra en la figura A.45, donde es evidente que al plantear los campos de compresión en el claro de cortante, el modelo de armadura se obtiene de forma directa mediante sus resultantes.

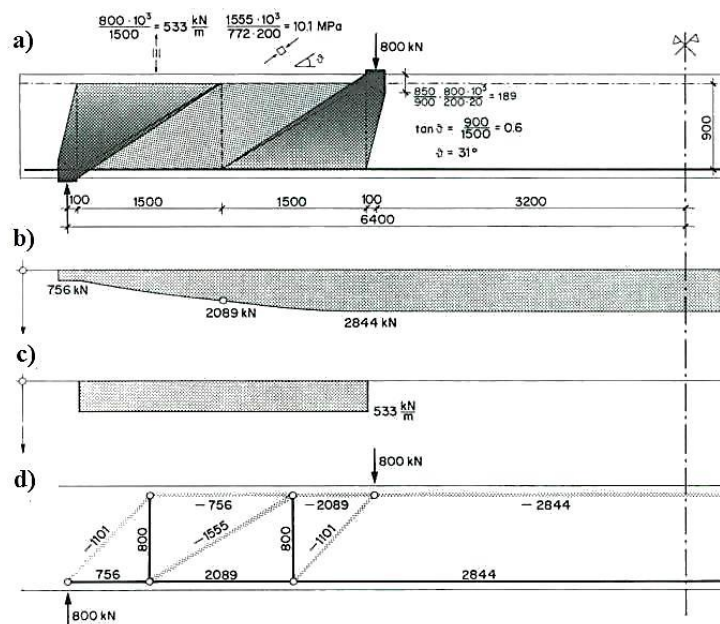


Figura A.45 Método sugerido por Muttoni *et al.* (1997): a) campos de esfuerzo, demanda en el acero longitudinal, c) demanda en el acero transversal y, d) modelo de armadura

Muttoni y colaboradores han marcado una distancia entre el método que proponen (al que han denominado “campos de esfuerzo”), y los modelos de puntales y tensores de Schlaich *et al.* (1987). Ellos han argumentado que el método de puntales y tensores se deriva directamente del modelo de armadura de Ritter-Mörsch, al que le atribuyeron un origen intuitivo y sin bases teóricas sólidas, mientras que a los campos de esfuerzo lo definen como una aplicación directa de la teoría de la plasticidad del concreto (Muttoni y Fernández 2006, Fernández Ruiz y Muttoni 2007).

Con la finalidad de mostrar las diferencias que se pueden obtener al aplicar ambos métodos, en la figura A.46 se muestra una viga de gran peralte sometida a una carga concentrada y que tiene un hueco cerca del apoyo izquierdo. Este problema fue propuesto originalmente por Schlaich *et al.* (1987) para ejemplificar el uso del método de puntales y tensores, y ha sido muy estudiado analíticamente y experimentalmente por otros investigadores (por ejemplo, Maxwell y Breen 2000 y Breña y Morrison 2007).

Las trayectorias de esfuerzo lineales de este problema se muestran en la figura A.47-a (Schlaich *et al.* 1987), y en la figura A.47-b se presentan las que se obtienen con un análisis no lineal suponiendo un comportamiento rígido plástico del concreto (Fernández Ruiz y Muttoni 2007). Como era de esperarse, ambas trayectorias no son significativamente diferentes, sin embargo, al aplicar las recomendaciones de ambos métodos se obtiene una cuantía y una disposición del refuerzo que lo es (figura A.48).

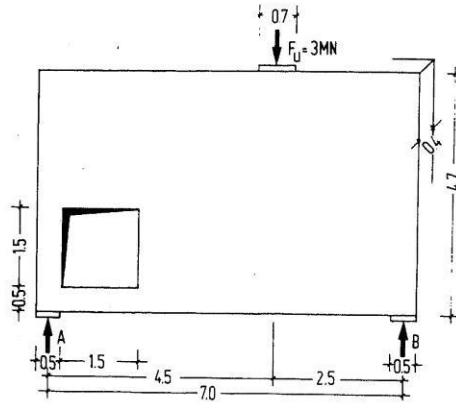
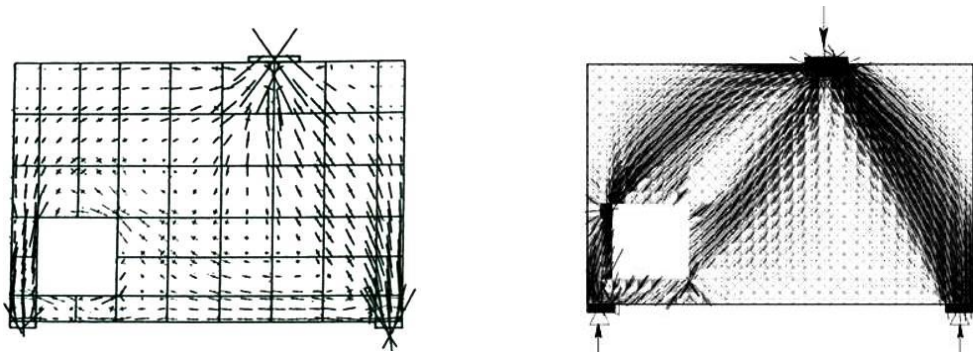


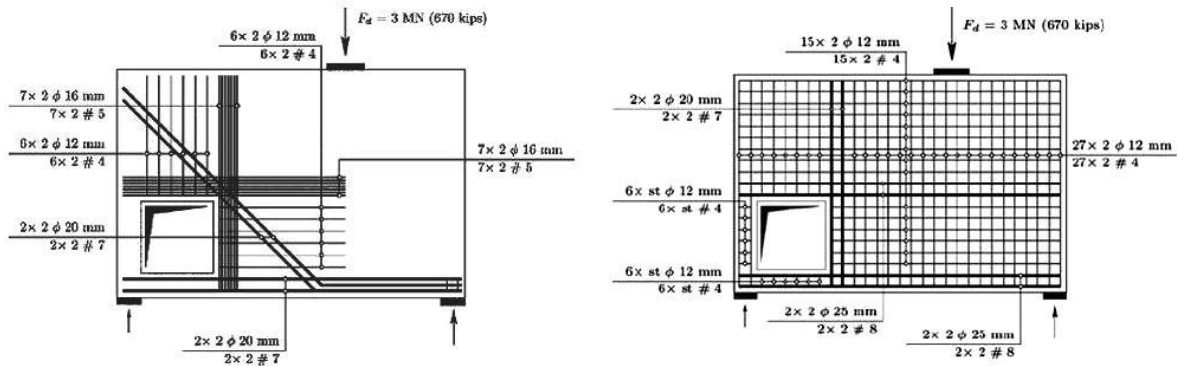
Figura A.46 Viga peraltada con hueco estudiada originalmente por Schlaich *et al.* (1987)



a) elásticas (Schlaich *et al.* (1987)

b) inelásticas (Fernández Ruiz y Muttoni 2007)

Figura A.47 Trayectorias de esfuerzos para la estructura de la figura 2.46



a) Schlaich *et al.* (1987)

b) Fernández Ruiz y Muttoni (2007)

Figura A.48 Refuerzos según: a) el método de puntales y tensores y b) los campos de compresión

Sobre los armados mostrados en la figura A.48, se pueden hacer los siguientes comentarios:

1. de acuerdo con Schlaich *et al.* (1987), el acero de refuerzo inclinado de la figura A.48-a es opcional y solamente pretende tomar los esfuerzos de tensión inclinados que aparecen sobre la esquina superior derecha del hueco,

2. el arreglo presentado por Schlaich *et al.* (1987) no incluye el refuerzo por temperatura y control del agrietamiento (ellos claramente lo comentaron),
3. de acuerdo con Fernández Ruiz y Muttoni (2007), el armado mostrado en la figura A.48-b incluye el armado por temperatura y cambios volumétricos (malla),
4. de las dos soluciones mostradas en la figura A.48, solamente la de Schlaich *et al.* (1987) goza de validación experimental independiente que demuestra que un diseño hecho con modelos de puntales y tensores es conservador (Maxwell y Breen 2000, Breña y Morrison 2007). Sin embargo, no existen razones de peso que permitan cuestionar la solución de Fernández Ruiz y Muttoni (2007).

Con base en los comentarios anteriores, y remarcando que ambas propuestas nacen en épocas en las que las facilidades de cómputo son abismales, se puede decir que las diferencias que plantean Muttoni y colaboradores entre su método y el de Schlaich *et al.* son mínimas (académicas).

## A.6 TEORÍA MODIFICADA DE LOS CAMPOS DE COMPRESIÓN

El ACI reconoció hace casi cuarenta años la necesidad de encaminar esfuerzos para formular métodos de diseño por cortante racionales, robustos y con amplio sentido físico (“Committee 426” 1973). Una respuesta a este llamado provino de Canadá con la teoría de los campos de compresión (Collins 1978). Casi una década después, la teoría fue mejorada y ahora es conocida como la teoría modificada de los campos de compresión (Vecchio y Collins 1986).

La teoría modificada de los campos de compresión (TMCC) proporciona una base científica para predecir la respuesta estructural de un elemento de concreto (membrana) sometido a esfuerzo cortante puro o a una combinación de flexión, cortante y carga axial. Con esta teoría, la contribución del concreto deja de ser semiempírica pues se sustenta en el equilibrio y la compatibilidad de esfuerzos y deformaciones por medio de relaciones constitutivas del concreto y el acero de refuerzo.

Collins *et al.* (2007) comentaron que para desarrollar la TMCC, Vecchio y Collins (1986) tuvieron que abandonar la idea de usar experimentos sencillos con trabes simplemente apoyadas sometidas a una o dos cargas puntuales (como la mayoría de los usados que dieron origen al método propuesto por el ACI). Por ello, decidieron hacer experimentos más complicados usando paneles sometidos en su plano a cortante puro o a cortante en combinación con esfuerzo biaxial. De esta forma, obtuvieron resultados más fáciles de interpretar mediante los conceptos básicos de la Mecánica de Materiales. En la figura A.49 se aprecia el tipo de prueba empleado en los experimentos de Vecchio y Collins (1986).

Como en cualquier teoría, la modificada de los campos de compresión tiene simplificaciones. Por ejemplo (figuras A.50 y A.51): 1) supone que la dirección de los esfuerzos principales de compresión en el concreto ( $f_2$ ), la dirección de las deformaciones principales ( $\epsilon_2$ ) y la dirección del agrietamiento diagonal ( $\theta$ ) coinciden, 2) considera que la adherencia es perfecta entre el concreto y el acero de refuerzo, 3) desprecia el trabajo de dovela del acero de refuerzo y, 4) desprecia el efecto de los esfuerzos locales en el plano de falla (el mecanismo de cortante se explica mediante esfuerzos *promedio* en un plano no agrietado).

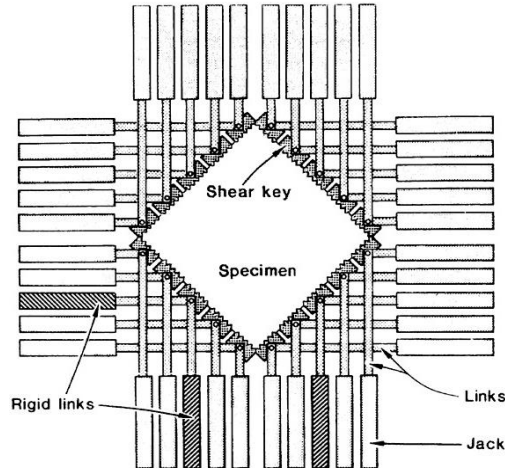


Figura A.49 Tipo de prueba en paneles de concreto reforzado utilizada por Vecchio y Collins (1986)

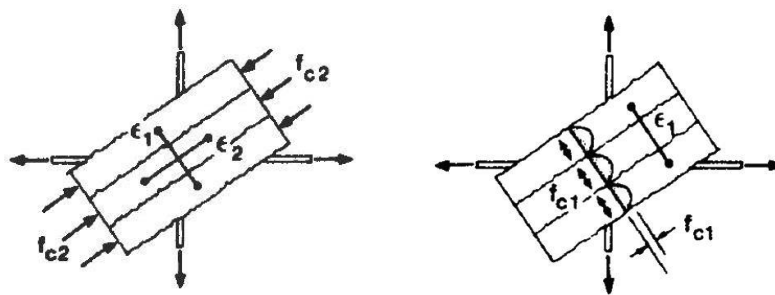


Figura A.50 Dirección del esfuerzo y la formación principal. Modificada de Vecchio y Collins (1986)

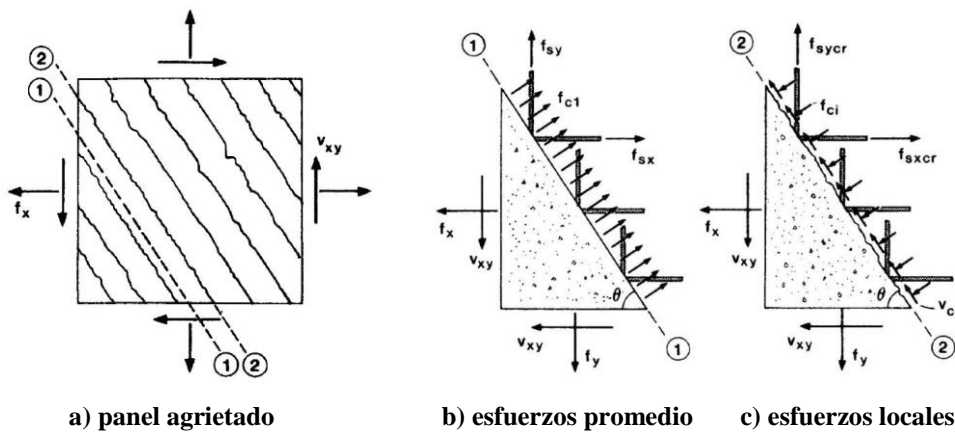


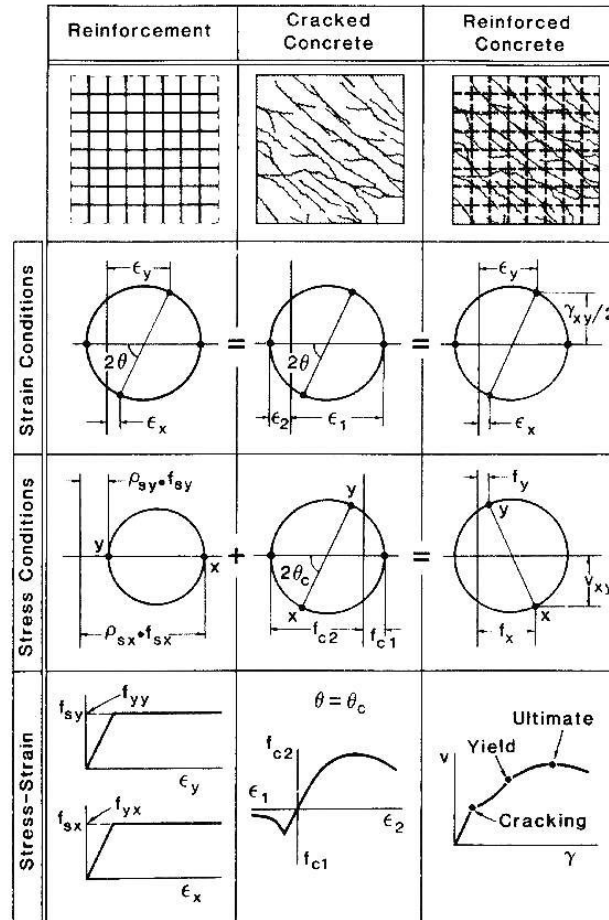
Figura A.51 Esfuerzos en la TMCC (Vecchio y Collins 1986)

De acuerdo con Vecchio y Collins (1986), al trazar los círculos de Mohr para los esfuerzos y deformaciones promedio medidos, éstos no cruzaron el origen, es decir, mostraron la existencia de esfuerzos y deformaciones principales de tensión en el concreto ( $f_{c1}$  y  $\epsilon_{c1}$ , respectivamente).



**APÉNDICE A: FUNDAMENTOS DEL CORTANTE  
EN VIGAS DE CONCRETO REFORZADO**

De hecho, este resultado fue el motivo por el cual la teoría de los campos de compresión (TCC) tuvo que ser *modificada* pues ésta no incluía la resistencia del concreto a tensión en el mecanismo resistente. En la figura A.52 se muestran círculos de Mohr típicos de esfuerzo y deformación promedio para el acero de refuerzo, el concreto simple y el concreto reforzado.



**Figura A.52** Círculos de Mohr y relaciones constitutivas típicas según la TMCC (Vecchio y Collins 1986)

Otra de las observaciones de Vecchio y Collins (1986), fue que los esfuerzos y deformaciones principales medidos en los paneles de concreto ( $f_{c2}$  y  $\epsilon_{c2}$ , respectivamente), mostraban un concreto más “débil y suave” que el de los cilindros de pruebas estandarizadas (figura A.53-a). Además, que esta diferencia se acentuaba con el incremento de la deformación principal en tensión (figura A.53-b). Por ello, en la teoría modificada de los campos de compresión el *ablandamiento* del concreto es sólo función de la deformación. Por comparación, en la teoría de la plasticidad del concreto el ablandamiento es función de su resistencia (Braestrup 1981, Nielsen 1999).

Como ya se ha comentado, la TMCC reconoce la capacidad del concreto de resistir esfuerzo cortante. Vecchio y Collins (1986) asociaron esta resistencia con la trabazón del agregado en la entrecara del agrietamiento y la cuantificaron con base en las recomendaciones de Walraven (1981). De esta manera, la teoría modificada de los campos de compresión reconoció un

mecanismo resistente *secundario* que primero fue considerado, aunque no cuantificado, por el ACI (“Committee 426” 1973).

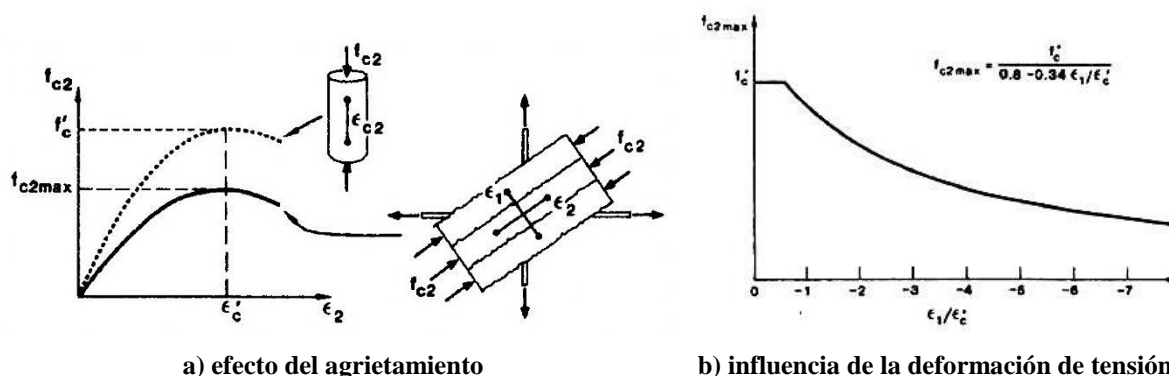


Figura A.53 Ablandamiento del concreto según la TMCC (Vecchio y Collins 1986)

De acuerdo con la teoría modificada de los campos de compresión, la habilidad del concreto para transmitir esfuerzo cortante a través del agrietamiento ( $v_{ci}$ ) depende de varios factores, entre ellos: el ancho de grieta ( $w$ ), el tamaño máximo del agregado grueso ( $a$ ), el esfuerzo confinante en la grieta ( $f_{ci}$ ) y la resistencia del concreto ( $f'_c$ ). En la figura A.54 se muestran estos parámetros.

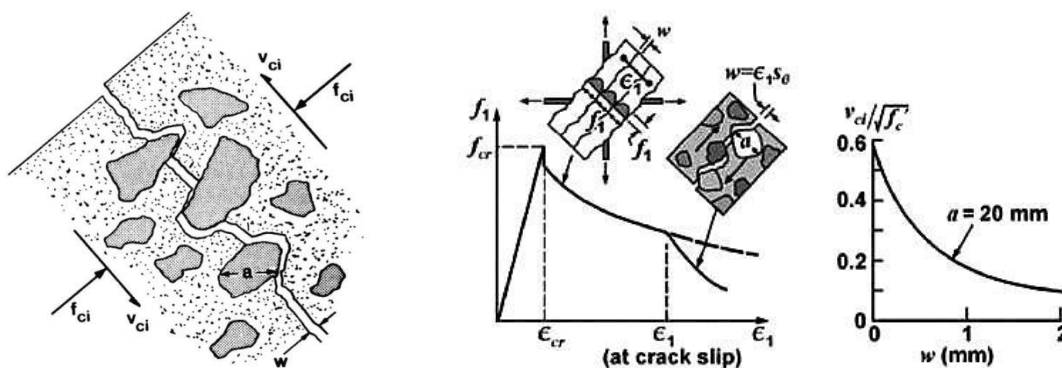


Figura A.54 Transmisión de cortante en la entrecara del agrietamiento diagonal (Vecchio y Collins 1986, Vecchio *et al.* 2004)

Finalmente, la TMCC consta de quince ecuaciones que permiten predecir la respuesta de un elemento tipo membrana sometido a esfuerzo cortante y biaxial. En la figura A.55 se muestra un cuadro donde se muestran estas ecuaciones junto con imágenes que facilitan la identificación de las variables involucradas. Sobre esta base se han propuesto nuevos modelos de comportamiento (Vecchio 2000) y elaborado herramientas muy sofisticadas para el estudio de estructuras de concreto reforzado (Vecchio *et al.* 2004).

El reglamento de construcción canadiense fue el primero en adoptar esta nueva manera de entender el concreto reforzado. De hecho, en su versión de 1984 prácticamente abandonó la filosofía de diseño del ACI a favor de una basada en la teoría de los campos de compresión (Collins y Mitchell 1986).

Como originalmente la teoría de los campos de compresión no reconoció la contribución del concreto en tensión, el método de diseño derivado de ella se adaptó al de la armadura plástica de ángulo variable. Lo anterior, con la salvedad que tanto la inclinación del campo de compresión diagonal ( $\theta$ ) como la resistencia efectiva del concreto ( $f_{c2} = f_2 = \nu f'_c$ ) se hicieron depender de la deformación del concreto. En este sentido, Collins y Mitchell (1986) propusieron que la deformación longitudinal ( $\epsilon_x$ ) que debía ser considerada es la que se presentaba por flexión a la altura del peralte medio de las trabes.

Con la finalidad de facilitar el diseño, Collins y Mitchell (1986) propusieron nomogramas que permitían seleccionar el ángulo de inclinación del campo de compresión diagonal en función del cortante de diseño. De acuerdo a ellos, era posible obtener diseño económicos y seguros considerado ángulos entre quince y cincuenta grados de inclinación ( $15^\circ \leq \theta \leq 50^\circ$ ).

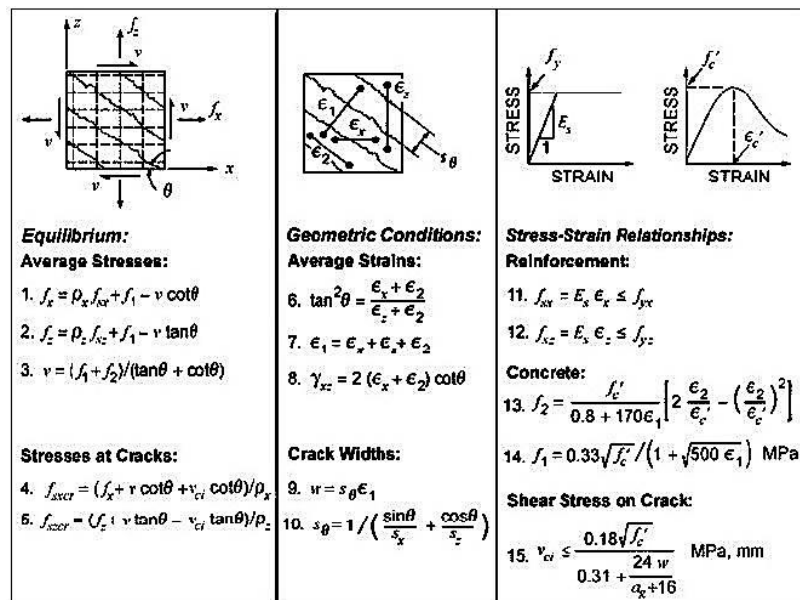


Figura A.55 Ecuaciones de la TMCC (Collins *et al.* 2007)

El primer método de diseño por cortante basado totalmente en la teoría modificada de los campos de compresión fue concebido por Collins *et al.* (1996). Para ellos, este método daba respuesta el reto lanzado por el Committee 426 (1973) sobre la necesidad de elaborar uno simple, integral y con amplio significado físico.

Este método, llamado por sus autores “método general de diseño por cortante”, simplifica considerablemente el número de ecuaciones que se deben utilizar para el diseño de los elementos más comunes al comparar contra las que propone el reglamento del ACI. Esta particularidad le permitió ser incorporado en el reglamento de construcción canadiense de 1994 y en un reglamento estadounidense para el diseño de puentes (Collins *et al.* 1996).

En este método la deformación longitudinal ( $\epsilon_x$ ) ya no es la que se mide sólo por flexión en el peralte medio del elemento, si no la que se presenta en el lecho del refuerzo longitudinal en tensión debido a flexión, carga axial y cortante (figura A.56). De esta manera, la deformación

en un elemento sin preesfuerzo se calcula con la ecuación A.42, donde  $E_s$  es el módulo elástico del acero de refuerzo longitudinal y todas las demás variables se explican en la figura A.56.

$$\epsilon_x = \frac{(M_u/d_v) + 0.5N_u + 0.5V_u \cot \theta}{E_s A_s} \geq 0 \quad \text{A.42}$$

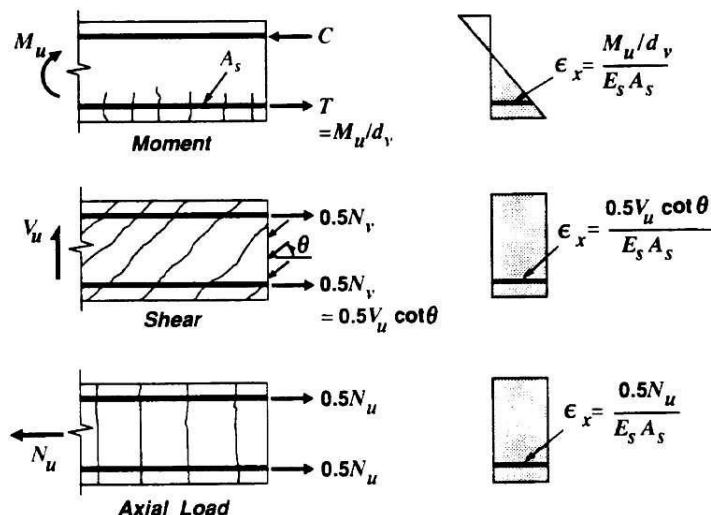


Figura A.56 Determinación de la deformación longitudinal  $\epsilon_x$  (Collins *et al.* 1996)

El método general de diseño por cortante dejó de parecerse a uno inspirado en el modelo de armadura plástica (como lo era el derivado de la TCC), para *mutar* en uno muy parecido al del reglamento del ACI (diseño por secciones con contribución del concreto). De lo anterior no debería quedar duda después de ver el formato de las ecuaciones A.43 a A.45 (Collins *et al.* 1996). En efecto, la resistencia a cortante ( $V_n$ ) de una *sección* es la suma algebraica de las contribuciones del concreto ( $V_c$ ) y del acero de refuerzo transversal ( $V_s$ ).

$$V_n = V_c + V_s \quad \text{A.43}$$

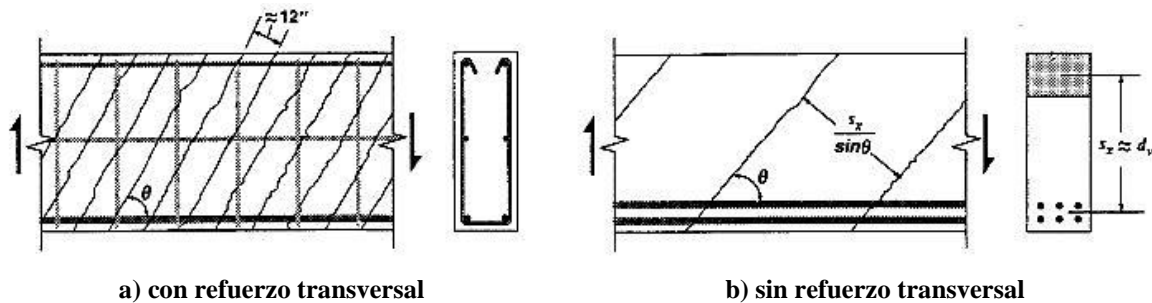
$$V_c = f_1 b d_v \cot \theta = \beta \sqrt{f'_c} b d_v \quad \text{A.44}$$

$$V_s = \frac{A_v f_{yw}}{s} \cot \theta \quad \text{A.45}$$

En las ecuaciones A.43 a la A.45 el significado de las variables  $b$ ,  $d_v$ ,  $A_v$ ,  $f_{yw}$ ,  $s$  y  $\theta$  son, respectivamente, el ancho y el peralte efectivo de la sección, el área del refuerzo transversal, su esfuerzo de fluencia nominal, la separación de este refuerzo y el ángulo de inclinación del campo de compresión (o la inclinación del agrietamiento).

El término  $\beta$  de la ecuación A.44 es un coeficiente que no es una constante como en el método del ACI, sino que es una variable que se calcula a partir de las deformaciones esperadas en el elemento ( $\varepsilon_x$ ,  $\varepsilon_1$  y  $\varepsilon_2$ ), y del ángulo de inclinación del campo de compresión diagonal ( $\theta$ ) mediante las ecuaciones de la teoría modificada de los campos de compresión.

Para la TMCC, la separación entre las grietas diagonales (y su ancho) dependen de las deformaciones del elemento, lo que a su vez influye en la capacidad resistente a cortante del concreto. Por ello, en su método de diseño la contribución del concreto en elementos sin refuerzo transversal es diferente a la de los elementos que lo tienen. Esta situación hace una clara diferencia al comparar contra el método del ACI.



**Figura A.57** Idealización del patrón de agrietamiento para fines de diseño en la TMCC (Collins *et al.* 1996)

Con la finalidad de simplificar los cálculos, Collins *et al.* (1996) proporcionaron tablas que permiten estimar el valor de  $\beta$  para los casos de tener o no refuerzo longitudinal. Vale la pena mencionar que estas tablas se elaboraron suponiendo en los elementos con refuerzo transversal una separación constante entre grietas diagonales de 30 cm (12 pulgadas), mientras que en los elementos sin estribos, la separación entre grietas es función del peralte efectivo y de la inclinación del agrietamiento. Ambas situaciones se muestran en la figura A.57. Finalmente, para todos los casos se supuso un tamaño nominal del agregado de 2 cm.

La TMCC y el método general de diseño por cortante no se han quedado exentos de críticas. Por ejemplo, para Lee (2000) el hecho de explicar el comportamiento a cortante del concreto reforzado mediante el estudio de paneles sometidos a esfuerzos de membrana se ha extrapolado desmesuradamente a estructuras reales. Además, sostuvo que el método de diseño que se deriva de la TMCC tiene demasiadas simplificaciones y suposiciones que oscurecen las hipótesis de esta teoría.

Haciendo de lado las críticas, el rechazo hacia el método general de diseño por cortante se debe a dos situaciones muy claras: 1) es complejo en comparación con el del ACI y, 2) no permite hacer cálculos y revisiones rápidas confiables. Ambas situaciones se deben, en parte, a que el método se hizo para ser usado con tablas o nomogramas, cuando en realidad los ingenieros prefieren usar ecuaciones fáciles de recordar y manipular.

Estos inconvenientes han sido reconocidos y, por ello, el grupo de trabajo liderado por Collins ha elaborado una versión más simplificada de su método (Bentz *et al.* 2006). Asimismo, otros grupos han hecho sus propias versiones simplificadas (por ejemplo, “NCHRP 549” 2005).

## A.7 COMENTARIOS

En este apéndice se han presentado y comentado los aspectos que se consideran fundamentales del cortante en trabes de concreto reforzado. Como cualquier estado del arte sobre un tema sumamente estudiado, es imposible dejarse influenciar por recopilaciones anteriores. Sin embargo, se cree que el presente estudio tiene la bondad de haber hilvanado en un orden aceptablemente cronológico las diferentes soluciones que se le han dado a este problema.

Se admite que se han pasado por alto aportaciones importantes, por ejemplo, las de Kotsovos (1988), Reineck (1991) o Hsu (1998). No obstante, las que se han presentado son las que indudablemente han marcado una tendencia mundial y las que permiten formarse una opinión sobre el tema.

Se puede argumentar que el tratamiento que se le ha dado a esta revisión es algo superficial. Esto puede obedecer a que se quiso hacer énfasis en los orígenes y en la filosofía de las *escuelas* que han influenciado los métodos de diseño por cortante. Es decir, no se concentra tanto en los detalles de su aplicación, o cómo consideran temas particulares del diseño (por ejemplo, el efecto del tamaño del elemento, la cuantía de refuerzo, tipo de cargas y otros).

Lo anterior, ya que se tiene la profunda convicción que el aprendizaje y ejercicio profesional del diseño estructural se mejora notablemente cuando se conoce la filosofía de los métodos empleados, así como sus orígenes y alcances. Esto, sin duda, evita reducir la enseñanza y práctica profesional a la mera sustitución de valores en las ecuaciones de diseño.

Esto cobra importancia en los tiempos actuales, en los que un equivocado concepto de automatización de procesos y un desmedido uso de las facilidades de cómputo, han motivado que, en muchos casos, se esté elaborando una *ingeniería de técnicos* y no de ingenieros.

Finalmente, y a partir de esta revisión bibliográfica, se presentan los siguientes comentarios puntuales:

1. A la fecha, no existe una explicación seria al mecanismo de cortante que pase por alto la armadura de Ritter y Mörsch. Esta es una clara muestra de que aún las ideas más modernas y elaboradas difícilmente pueden ignorar un concepto que, aunque añejo, es claro y sencillo.
2. Los modelos de armadura (puntales y tensores) y la teoría modificada de los campos de compresión (TMCC), han marcado la tendencia mundial recientemente, pero ninguno de ellos ha logrado unificar a la comunidad ingenieril sobre la manera de explicar y diseñar por cortante un elemento de concreto reforzado. Tal vez alguna mejora futura o revaloración de alguna de ellas lo logre. En este sentido, la TMCC debe dejar de darle demasiada importancia a la capacidad resistente a cortante del concreto agrietado en los elementos tipo viga-columna.
3. A pesar de las críticas que se derivan por su origen semiempírico, el método de diseño por secciones del ACI es el preferido por los ingenieros en estructuras. Una prueba contundente de esta situación, es el hecho que los métodos de diseño derivados de la TMCC han tratado de parecerse cada vez más. Sin embargo, es prioritario que los

reglamentos de diseño que han adoptado el método del ACI, ya empiecen a explicar su intervalo de aplicación en términos de una clasificación de regiones B-D (por ejemplo, la pionera de Schlaich *et al.* 1987).

4. El uso de modelos de puntales y tensores es indiscutiblemente la mejor forma de diseñar elementos o regiones en los que las trayectorias de esfuerzos principales no son uniformes (zonas D). Por ello, seguir diseñando estas regiones con ecuaciones semiempíricas o con recomendaciones de la “buena práctica”, es mantener un paso atrás en el proceso de diseño.

Afortunadamente esto lo entendió el ACI, por lo que desde el año 2002 su reglamento ha incorporado un apéndice en el que indica sus lineamientos para el diseño con modelos de puntales y tensores (Cagley 2001). En consecuencia, este reglamento se ha puesto a la par de los reglamentos europeos (por ejemplo, el CEB-FIP 1990, Eurocode 2 2004). Debido a que la versión actual del reglamento de concreto reforzado de mayor uso en México no contiene recomendaciones de este tipo (NTCC 2004), es de esperarse que en la próxima versión se corrija este inconveniente.

5. Existe controversia en cuanto a considerar o no la contribución del concreto en la resistencia a cortante de las zonas B, así como en la forma de cuantificar la degradación de las propiedades del concreto debido al agrietamiento (*ablandamiento*). En ambos casos existen métodos probados de diseño que le permiten al ingeniero realizar su trabajo con niveles de seguridad aceptables. El problema se limita a la preferencia del calculista por el uso de algún método en particular, y al grado de conocimiento y habilidad que tenga para implantarlo.
6. Estimar la respuesta de un elemento de concreto sometido principalmente a fuerza cortante no es un asunto sencillo, aún para los expertos en el tema. Esto lo confirmaron Collins *et al.* (1985) al evaluar las predicciones de la respuesta de paneles de concreto sometidos a cortante en el marco de un concurso internacional.

## REFERENCIAS Y BIBLIOGRAFÍA

ACI 318-02 (2002), “Building code requirements for structural concrete (ACI-318-02) and commentary (ACI-318R-02)”, ACI Committee 318, *American Concrete Institute*, E.U.A.

ACI 318-08 (2008), “Building code requirements for structural concrete (ACI-318-08) and commentary (ACI-318R-08)”, ACI Committee 318, *American Concrete Institute*, E.U.A.

ACI 318-11 (2011), “Building code requirements for structural concrete (ACI-318-11) and commentary (ACI-318R-11)”, ACI Committee 318, *American Concrete Institute*, E.U.A.

Al-Nahlawi, K A y J K Wight (1992), “Beam analysis using concrete tensile strength in truss models”, *ACI Structural Journal*, Vol. 89, No. 3, pp. 284-289.

Bentz, E C, F J Vecchio y M P Collins (2006), “Simplified compression field theory for calculating shear strength of reinforced concrete elements”, *ACI Structural Journal*, Vol. 103, No. 4, pp. 614-624.

Braestrup, M W (1981), “Structural concrete as a plastic material”, *IABSE Reports*, Vol. 34, pp. 3-16, International Association of Bridge and Structural Engineering.

Braestrup, M W (1990), “Shear strength prediction – plastic method”, *Reinforced concrete deep beams*, Editor Karl-Heinz Reineck, Blackie and Son, Gran Bretaña.

Braestrup, M W (1992), Discussion of “Ultimate shear force of structural concrete members without transverse reinforcement derived from a mechanical model”, *ACI Structural Journal*, Vol. 89, No. 4, pp. 476-477.

- Breña S F y M C Morrison (2007), "Factors affecting strength of elements design using strut and tie models", *ACI Structural Journal*, Vol. 104, No. 3, pp. 267-277.
- Bresler, B y A C Scordelis (1963), "Shear strength of reinforced concrete beams", *ACI Journal Proceedings*, Vol. 60, No. 1, pp. 51-74.
- Bresler, B y J G MacGregor (1967), "Review of concrete beams failing in shear", *ASCE Journal of Structural Engineering*, Vol. 93, No. 1, pp. 343-372.
- Cagley, J R (2001), "Changing from ACI-318-99 to ACI-318-02 - What's new?", *Concrete International*, Vol. 23, No. 6, pp. 69-72.
- CEB-FIP (1990), "CEB-FIP model code 1990-Design code", Comité Euro-International du Béton, *Thomas Telford*, Suiza.
- Collins, M P (1978), "Towards a rational theory for RC members in shear", *ASCE Journal of Structural Engineering*, Vol. 104, No. 4, pp. 649-667.
- Collins, M P, F J Vecchio y G Mehlhorn (1985), "An international competition to predict the response of reinforced concrete panels", *Canadian Journal of Civil Engineering*, Vol. 12, No. 3, pp. 624-644.
- Collins, M P y D Mitchell (1986), "A rational approach to shear design - The 1984 Canadian Code Provisions", *ACI Structural Journal*, Vol. 83, No. 6, pp. 925-933.
- Collins, M P, D Mitchell, P Adebar y F J Vecchio (1996), "A general shear design method", *ACI Structural Journal*, Vol. 93, No. 1, pp. 36-45.
- Collins, M P, E C Bentz, E G Sherwood y L Xie (2007), "An adequate theory for the shear strength of reinforced concrete structures", *Morley Symposium on Concrete Plasticity and its Application*, University of Cambridge, Inglaterra.
- Committee 326 (1962/a), "Shear and diagonal tension. Part 1: General principles", Report of ACI-ASCE Committee 326, *ACI Journal Proceedings*, Vol. 59, No. 1, pp. 1-30.
- Committee 326 (1962/b), "Shear and diagonal tension. Part 2: Beams and frames", Report of ACI-ASCE Committee 326, *ACI Journal Proceedings*, Vol. 59, No. 2, pp. 277-334.
- Committee 326 (1962/c), "Shear and diagonal tension. Part 3: Slabs and footings", Report of ACI-ASCE Committee 326, *ACI Journal Proceedings*, Vol. 59, No. 2, pp. 351-395.
- Committee 426 (1973), "The shear strength of reinforced concrete members", Joint ASCE-ACI Task Committee 426, *ASCE Journal of Structural Engineering*, Vol. 99, No. 6, pp. 1091-1187.
- Committee 445 (1998), "Recent approaches to shear design of structural concrete", ASCE-ACI Committee 445, *ASCE Journal of Structural Engineering*, Vol. 124, No. 12, pp. 1375-1417.
- CSA (2004), "Design of concrete structures" CSA Standards A.23.3-04", *Canadian Standards Association*, Canada.
- Drucker, D C (1961), "On structural concrete and the theorems of limit analysis", *IABSE Publications*, Vol. 21, pp. 49-59, International Association of Bridge and Structural Engineering.
- Eurocode 2 (2004), "Design of concrete structures. Part 1: General rules and rules for buildings", *British Standards Institution*, Gran Bretaña.
- Fenwick, R C y T Paulay (1968), "Mechanisms of shear resistance of concrete beams", *ASCE Journal of Structural Engineering*, Vol. 94, No. 10, pp. 2325-2350.
- Fernandez Ruiz, M y A Muttoni (2007), "On development of suitable stress fields for structural concrete", *ACI Structural Journal*, Vol. 104, No. 4, pp. 495-502.
- González, O M (2000), Comunicación personal.
- Grob, J y B Thürlimann P (1976), "Ultimate strength and design of reinforced concrete beams under bending and shear", *IABSE Publications*, Vol. 36, pp. 105-120.
- Hsu, T T C (1993), *Unified theory of reinforced concrete*, second, CRC Press, E.U.A.



- Hsu, T T C (1998), “Stresses and crack angles in concrete membrane elements”, *ASCE Journal of Structural Engineering*, Vol. 124, No. 12, pp. 1476-1484.
- Kani, G N J (1964), “The riddle of shear failure and its solution”, *ACI Journal Proceedings*, Vol. 61, No. 4, pp. 441-468.
- Kotsovos, M D (1988), “Compressive force path concept: Basis for ultimate limit state reinforced concrete design”, *ACI Structural Journal*, Vol. 85, No. 1, pp. 68-75.
- Kupfer, H, H K Hilsdorf y H Rusch (1969), “Behavior of concrete under biaxial stresses”, *ACI Journal Proceedings*, Vol. 66, No. 8, pp. 656-667.
- Lee, D D (2000), Discussion of “Recent approaches to shear design of structural concrete”, *ASCE Journal of Structural Engineering*, Vol. 126, No. 7, pp. 853-856.
- MacGregor, J G (2002), “Part 2: Derivation of strut-and-tie models for the 2002 ACI Code”, *ACI Structural Journal Special Publication*, No. 208, pp. 7-40, Editor Karl-Heinz Reineck.
- MacGregor, J G (1997), *Reinforced concrete - mechanics and design*, third edition, Pearson-Prentice Hall, E.U.A.
- MacGregor, J G y J K Wight (2005), *Reinforced concrete - mechanics and design*, fourth edition, Pearson-Prentice Hall, E.U.A.
- Marti, P (1985/a), “Basic tools of reinforced concrete beam design”, *ACI Journal*, Vol. 82, No. 1, pp. 46-56.
- Marti, P (1985/b), “Truss models in detailing”, *Concrete International*, Vol. 7, No. 12, pp. 66-73.
- Marti, P (1991), “Dimensioning and detailing”, *IABSE Reports*, Vol. 62, pp. 411-443, International Association of Bridge and Structural Engineering.
- Marti, P (1999), “How to treat shear in structural concrete”, *ACI Structural Journal*, Vol. 96, No. 3, pp. 408-414.
- Maxwell B S y J E Breen (2000), “Experimental evaluation of strut and tie model applied to deep beam with opening”, *ACI Structural Journal*, Vol. 97, No. 1, pp. 142-148.
- Muttoni, A, J Schwartz y B Thürlimann (1997), *Design of concrete structures with stress fields*, Birkhäuser, Suiza.
- Muttoni A, y M Fernández Ruiz (2006), “Dimensionamiento y verificación del hormigón estructural mediante el método de los campos de tensiones”, *Hormigón y Acero*, No. 242, pp. 1-10.
- Muttoni, A y M Fernández Ruiz (2008), “Shear strength of members without transverse reinforcement as function of critical shear crack width”, *ACI Structural Journal*, Vol. 105, No. 2, pp. 163-172.
- Mörsch, E (1909), *Concrete-steel construction (Der Eisenbetonbau)*, traducción autorizada de la tercera edición en Alemán de 1908, The Engineering Publishing News Company, Londres.
- Mörsch, E (1952), *Teoría y práctica del hormigón armado*, volumen II, Gili, Argentina.
- NCHRP 549 (2005), “Simplified shear design of structural concrete members”, National Cooperative Highway Research Program Report 549, *Transportation Research Board of the National Academies*. E.U.A.
- Nielsen, M P, M W Braestrup y F Bach (1978), “Rational analysis of shear in reinforced concrete beams”, *IABSE Proceedings 15/78*, Vol. 2, pp. 1-16, International Association of Bridge and Structural Engineering.
- Nielsen, M P (1979), “Some examples of lower – bound design of reinforcement in plane stress problems”, *IABSE Reports*, Vol. 29, pp. 317-324, International Association of Bridge and Structural Engineering.
- Nielsen, M P (1999), *Limit analysis and concrete plasticity*, second edition, CRC Press, E.U.A.
- NTCC (2004), “Normas Técnicas Complementarias para Diseño y Construcción de Estructuras de Concreto”, Reglamento de Construcciones para el Distrito Federal, *Gaceta Oficial del Distrito Federal*, octubre, México.
- Reineck, K H (1991), “Ultimate shear force of structural concrete members without transverse reinforcement derived from a mechanical model”, *ACI Structural Journal*, Vol. 88, No. 5, pp. 592-602.
- Reineck, K H, Kuchma D A, Kim K S y Marx S (2003), “Shear database for reinforced concrete members without shear reinforcement”, *ACI Structural Journal*, Vol. 100, No. 2, pp. 240-249.

- Ritter, W (1899), “Die bauweise Hennebique”, *Schweizerische Bauzeitung*, Vol. 33, pp. 41-43, 49-52, 59-61.
- ROP (1897), “Revista Extranjera: Las construcciones de cemento armado, el sistema Hennebique”, *Revista de Obras Públicas*, No. 1114, pp. 74-75.
- Rogowsky, D M y J G MacGregor (1986), “Design of reinforced concrete deep beams”, *Concrete International*, Vol. 8, No. 8, pp. 49-58.
- Schlaich, J, K Schäfer y M Jennewein (1987), “Toward a consistent design of structural concrete”, *PCI Journal*, Vol. 32, No. 3, pp. 74-150.
- Schlaich, M y G Anagnostou (1990), “Stress fields for nodes of strut-and-tie models”, *ASCE Journal of Structural Engineering*, Vol. 116, No. 1, pp. 13-23.
- Talbot, A N (1906), “Test of reinforced concrete beams: series of 1905”, *Bulletin No. 14*, Engineering Experimental Station, University of Illinois, pp. 84, abril.
- Talbot, A N (1909), “Test of reinforced concrete beams: resistance to web stress – series of 1907 and 1908”, *Bulletin No. 29*, Engineering Experimental Station, University of Illinois, pp. 85, enero.
- Thürlimann, B (1979), “Plastic analysis of reinforced concrete beams”, *IABSE Reports*, Vol. 28, pp. 71-90, International Association of Bridge and Structural Engineering.
- Vecchio, F J, M P Collins (1986), “The modified compression-field theory for reinforced concrete elements subjected to shear”, *ACI Structural Journal*, Vol. 83, No. 2, pp. 219-231.
- Vecchio, F J (2000), “Disturbed stress field model for reinforced concrete: Formulation”, *ASCE Journal of Structural Engineering*, Vol. 126, No. 9, pp. 1070-1077.
- Vecchio, F J y W Shim (2004), “Experimental and analytical reexamination of classic concrete beam tests”, *ASCE Journal of Structural Engineering*, Vol. 130, No. 3, pp.460-469.
- Vecchio, F J, E C Bentz y M P Collins (2004), “Tools for forensic analysis of concrete structures”, *Computers and Concrete*, Vol. 1, No. 1, pp. 1-14.
- Walraven, J C (1981), “Fundamental analysis of aggregate interlock”, *ASCE Journal of Structural Engineering*, Vol. 107, No. 11, pp. 2245-2270.
- Zafra (1912), “El Hormigón Armado: Fórmulas - recetas y fórmulas racionales - experimentadas”, *Revista de Obras Públicas*, No. 1910, pp. 213-215.

## APÉNDICE B: REGIONES B-D ELÁSTICAS EN TRABES ACARTELADAS DE CONCRETO REFORZADO

De acuerdo con Schlaich *et al.* (1987), el diseño de un elemento estructural de concreto reforzado es función de una clasificación que depende de la uniformidad de las trayectorias de los esfuerzos principales elásticos (figura B.1-a). En las zonas o regiones B, estas trayectorias son regulares y es válida la teoría de la flexión (teoría de vigas). Por su parte, en las regiones D las trayectorias son irregulares y ya no es válida la suposición de las secciones planas. Las regiones D tienen una extensión de un peralte efectivo a cada lado de una irregularidad geométrica (cambio de sección) o de carga (cargas concentradas o apoyos). Toda región B está delimitada por regiones D, y pueden existir elementos sin zonas B.

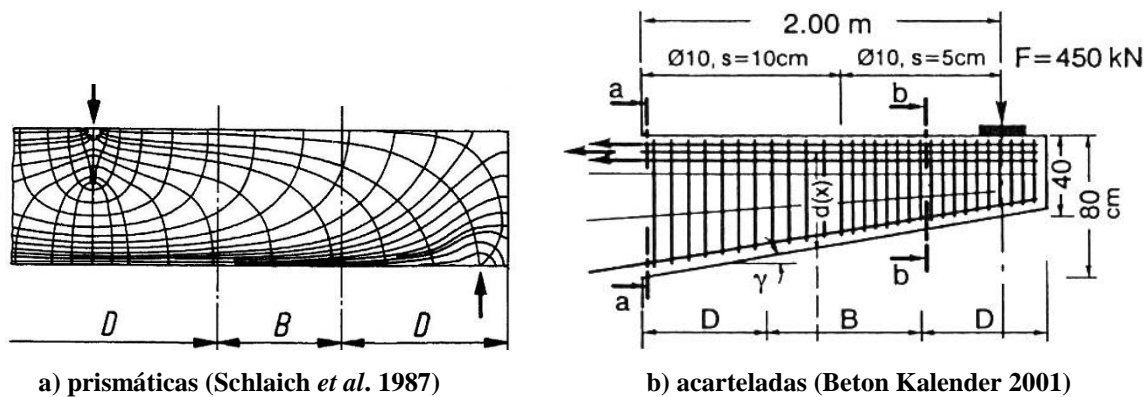


Figura B.1 Regiones B-D en traves de concreto reforzado

En el principal manual de concreto de Alemania (Beton Kalender 2001), se sugirió que la identificación de las regiones B-D en las traves acarteladas es igual que en traves prismáticas. Lo anterior, con la salvedad que la extensión de las regiones D en ambos extremos de la cartela es igual al peralte efectivo máximo (figura B.1-b). El que se pueda subdividir una cartela en regiones B y D es importante, pues las ecuaciones de diseño por secciones sólo son válidas en las regiones B. Aclarar este asunto es prioritario, puesto que al tener la cartela el peralte variable, un ingeniero podría considerarla, *a priori*, como una región D.

De acuerdo con Schlaich *et al.* (1987), las regiones B y D se pueden identificar con los contornos de los esfuerzos principales elásticos. Posteriormente, Coronelli y Mulas (2006) indicaron que si estos son representados como flechas, se facilita la identificación (análisis lineales y no lineales). Por ejemplo, en la figura B.2-a es evidente que en la región D la carga se transmite directamente al apoyo, mientras que en la figura B.2-b se distinguen tanto el bloque de compresión como el campo de compresión diagonal uniforme en el alma.

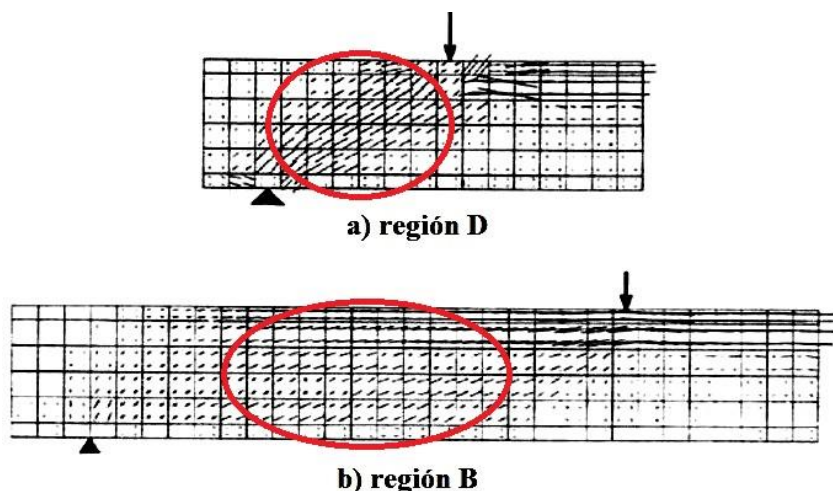


Figura B.2 Campos de compresión típicos en regiones B y D (Coronelli y Mulas 2006). Modificada

Por simplicidad, la clasificación de las regiones B-D se hizo con análisis elásticos hechos con paquetería comercial que resuelve elemento finito. Al respecto, no debe olvidarse que lo único que se pretende es verificar si en las cartelas se presentan las características de una región B típica que justifiquen el uso de ecuaciones de diseño por secciones.

## B.1 DESCRIPCIÓN DE LOS MODELOS DE ELEMENTO FINITO

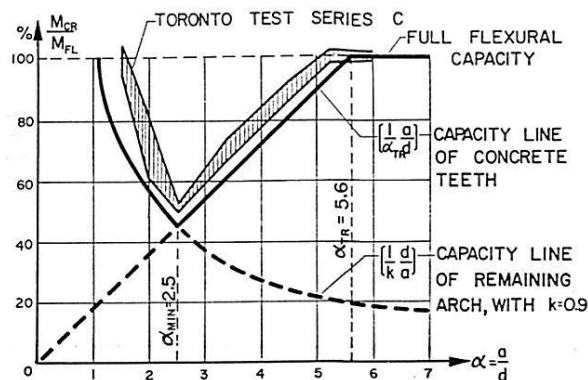
Para tener un mejor punto de comparación, se modelaron traveses prismáticos y acartelados. Por cada traves prismático con peralte  $d$  y claro de cortante  $a$ , se analizó una traves acartelado con el mismo claro de cortante y un peralte máximo ( $d_{max}$ ) igual al peralte de la traves de sección constante ( $d_{max} = d$ ). Todos los modelos corresponden a traves simplemente apoyadas sometidas a dos cargas simétricas. Se eligió esta condición de carga y apoyo, ya que además de ser una de las más estudiadas, con ella se clasificó el dominio de los mecanismos de arco y viga en traves prismáticos sin refuerzo transversal (Kani 1964).

Los modelos de sección constante tienen un peralte de cincuenta centímetros ( $d = 50$  cm) y se eligieron diferentes valores del claro de cortante para satisfacer relaciones  $a/d = 1, 2, 2.5, 4$  y  $6$  ( $a = 50, 100, 125, 200$  y  $300$  cm, respectivamente). Estas geometrías cubren razonablemente el Valle de Kani (figura B.3). El ancho de todos los modelos es de veinte centímetros ( $b = 20$  cm). En la figura B.4 se muestra las características generales de los modelos de las traves prismáticas.

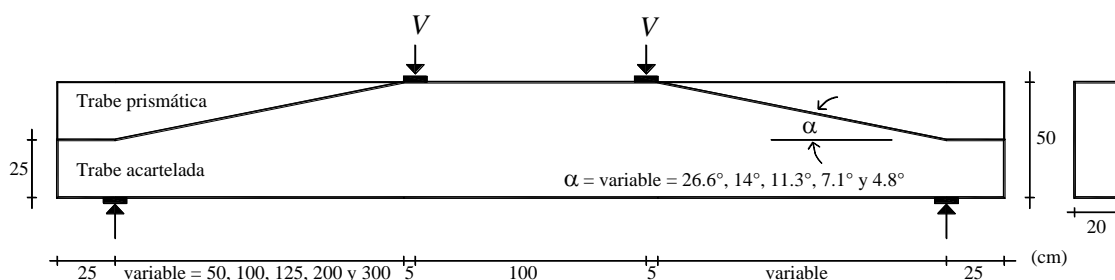
Los modelos de las traves de sección variable tienen un peralte máximo de cincuenta centímetros ( $d_{max} = 50$  cm) y un peralte mínimo de veinticinco centímetros ( $d_{min} = 25$  cm). El ancho es de veinte centímetros ( $b = 20$  cm). La relación del claro de cortante a peralte se fijó con base en el peralte mayor para que exista correspondencia con las traves prismáticas. De esta manera, las relaciones de aspecto son  $a/d_{max} = 1, 2, 2.5, 4$  y  $6$ . Estas geometrías producen ángulos de acartelamiento de veintiséis, catorce, once, siete y cuatro grados respectivamente ( $\alpha = 26.6^\circ, 14^\circ, 11.3^\circ, 7.1^\circ$  y  $4.8^\circ$ ). En la figura B.4 se muestra el croquis que describe la geometría general de los modelos referidos. Vale la pena mencionar que las proporciones de

estos modelos cubren razonablemente las geometrías observadas o recomendadas en la literatura para traveses de puentes y edificios (incluso ménsulas).

Finalmente, las cartelas se dispusieron de tal forma que el canto acartelado trabajara en compresión, y que el diagrama de momento y el peralte crecieran en la misma dirección. Lo anterior, ya que de acuerdo al estado del arte que presentado en el capítulo tres, ésta es la forma idónea en que deben trabajar las cartelas.



**Figura B.3 Valle de Kani (Kani 1964)**



**Figura B.4 Dimensiones y arreglo general de los modelos analizados con elemento finito**

En todos los casos se consideró: 1) un concreto con resistencia  $f'_c = 250 \text{ kg/cm}^2$ , 2) un módulo de elasticidad  $E_c = 200,000 \text{ kg/cm}^2$  y, 3) un módulo de Poisson  $\nu_c = 0.20$ . Los modelos se sometieron a dos cargas unitarias simétricas ( $V = 1 \times 10^4 \text{ kg} = 10,000 \text{ kg}$ ), y tanto las cargas como las reacciones se transmitieron al elemento a través de placas de acero ( $E_s = 2.1 \times 10^6 \text{ kg/cm}^2$  y  $\nu_s = 0.30$ ). La superficie de contacto de estas placas fue de  $200 \text{ cm}^2$  ( $10 \times 20 \text{ cm}$ ) y el espesor de las placas fue de 5 cm. En los análisis se omitió el peso propio de los modelos.

Para acomodar adecuadamente las placas de acero, la construcción de los modelos de las traveses acarteladas requirió que se adicionaran cinco centímetros al claro de cortante preestablecido (entre los puntos de carga, no en la longitud de las cartelas). Por uniformidad, esta distancia también se adicionó en los modelos de las traveses prismáticas (figura B.4). Esta situación es realista y se presenta en el ensaye de traveses acarteladas, ya que el canto inclinado impide que se aplique la carga exactamente en los extremos de la cartela (Archundia 2004, Archundia *et al.* 2005, Archundia-Aranda *et al.* 2013).

La longitud de la parte central de los modelos (distancia entre las cargas aplicadas), se dispuso para fomentar en ella un trabajo de flexión que interfiriera lo menos posible por cortante con la respuesta de los extremos. De esta manera, se propuso que la distancia entre las cargas aplicadas y el centro del claro tuviera una distancia igual al peralte máximo de los especímenes ( $d_{max} = 50$  cm). Por lo tanto, la distancia final entre las cargas aplicadas fue de 110 centímetros (cien centímetros de dos peraltes efectivos, más diez centímetros adicionales para colocar las placas). Por la misma razón, en los extremos de los modelos se pusieron extensiones de 25 cm medidos desde la reacción. Esta distancia también pretende modelar la longitud adicional del elemento, donde se aloja el anclaje del refuerzo longitudinal.

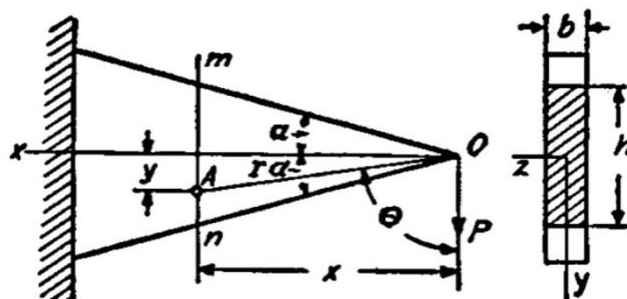


Figura B.5 Modelo radial de Timoshenko (1947/b) para una cuña en voladizo

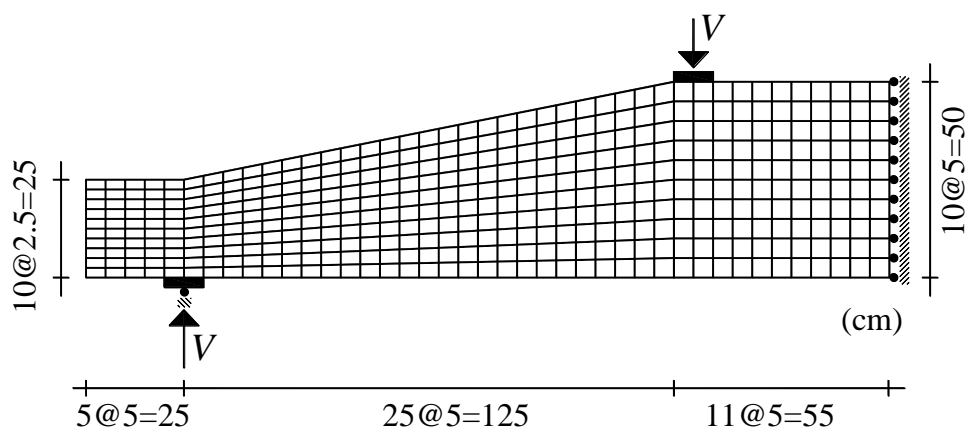
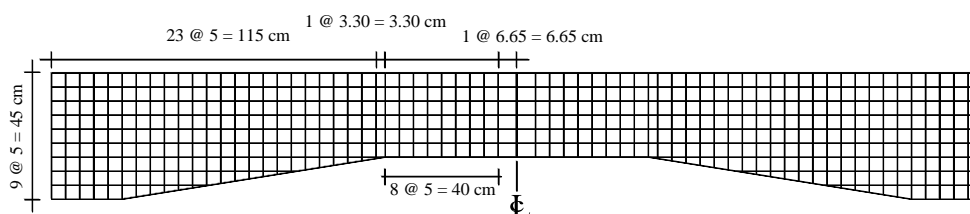


Figura B.6 Malla típica de elementos finitos (elemento  $a/d_{max} = 2.5$ )

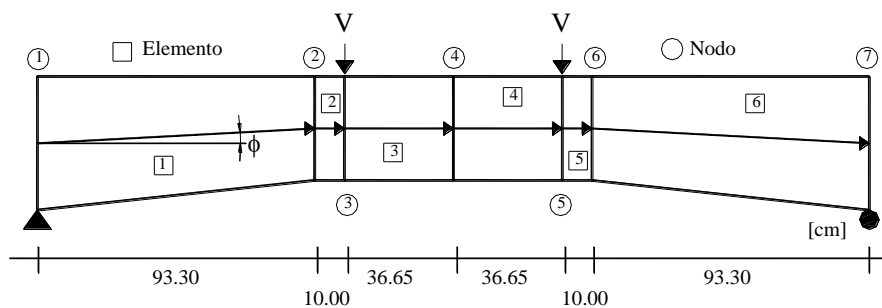
Las cartelas se discretizaron *radialmente* para conservar las hipótesis de la solución analítica de Timoshenko (figura B.5). Por conveniencia, se escogió una malla con elementos cuadriláteros con una proyección horizontal de 5 cm y una altura tal que el peralte efectivo de cualquier sección estuviera dividido en diez partes iguales (figura B.6). Esta malla se convierte en una ortogonal en los tramos de sección constante. Por simetría, los análisis se hicieron con una de las mitades del modelo completo. En el apoyo se consideró un apoyo simple, y en los nodos del centro del claro se restringió el desplazamiento en la dirección longitudinal del elemento (figura B.6). Finalmente, los análisis se hicieron con una versión estudiantil del programa SAP 2000 (CSI 2011) utilizando elementos tipo placa en esfuerzo plano.

## B.2 VALIDACIÓN DE LOS MODELOS DE ELEMENTO FINITO

En Archundia (2004) y Archundia *et al.* (2005) se comparó la curva bilineal (primer agrietamiento diagonal y cortante último) de la respuesta experimental, contra la que se obtiene con modelos analíticos. En la comparación se utilizaron modelos de elementos finitos y elementos tipo viga-columna de sección variable según la recomendación de Tena-Colunga (1996). Ambos modelos se muestran en la figura B.7, y en la figura B.8 se presentan las comparaciones típicas en traveses sin refuerzo transversal (cortante contra desplazamiento al centro del claro).



a) elementos finitos

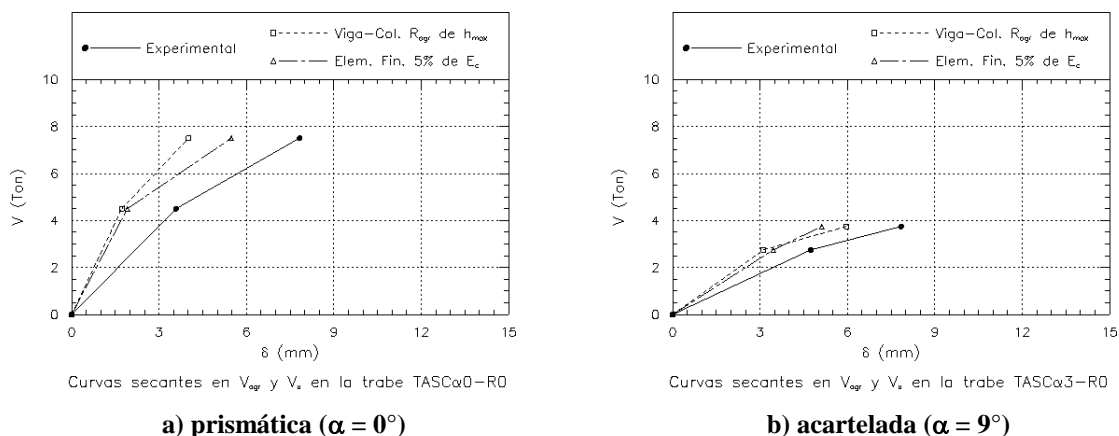


b) elementos tipo viga-columna

**Figura B.7 Modelado de traveses acartelados utilizado por Archundia (2004) y Archundia *et al.* (2005)**

En las dos curvas analíticas mostradas en la figura B.8, la predicción de la respuesta, hasta el primer agrietamiento diagonal, es el resultado directo de ambos métodos (respuesta elástica). Por su parte, el pronóstico de la respuesta asociada al cortante último, se obtuvo modificando ingenierilmente los modelos para representar el agrietamiento por flexión y cortante. Los detalles de esta manipulación se disponen en Archundia (2004) y Archundia *et al.* (2005).

De las gráficas de la figura B.8 es claro que: 1) el nivel predictivo original de ambos métodos es esencialmente el mismo (intervalo elástico), 2) ambos métodos subestiman la respuesta “elástica” medida en laboratorio y, 3) con el aumento del acartelamiento (aumento de la esbeltez), las predicciones analíticas se ajustan mejor a los valores experimentales. En Archundia (2004) y Archundia *et al.* (2005) se hacen comentarios detallados sobre el efecto de la geometría de las cartelas en la predicción de la respuesta con ambos métodos.



**Figura B.8 Predicción de la respuesta en traves acarteladas de concreto reforzado (Archundia 2004)**

La finalidad de haber presentado estos resultados, es respaldar la idea que la validación de los modelos analíticos destinados a clasificar un elemento en regiones B-D no depende, necesariamente, de la coincidencia entre los resultados de análisis elásticos (puros o modificados) y resultados experimentales. Por ello, la calibración de los modelos de elemento finito descritos en la sección B.1 solamente se hizo comparando algunos parámetros de control contra soluciones teóricas conocidas.

### B.2.1 Validación en traves de sección constante

Los resultados de los modelos de las vigas prismáticas se cotejaron con las soluciones típicas de la Mecánica de Materiales (por ejemplo, Gere y Timoshenko 1998). En estos elementos solamente se hizo una evaluación global para verificar que no se hubieran cometido errores en la elaboración de los modelos. Por lo tanto, únicamente se revisaron los esfuerzos de flexión y cortante máximos (ecuaciones B.1 y B.2, respectivamente).

$$\sigma_{max} = \frac{6M}{bd^2} \quad (\text{centro del claro total}) \quad \text{B.1}$$

$$\tau_{max} = \frac{1.5V}{bd} \quad (\text{mitad del claro de cortante}) \quad \text{B.2}$$

**Tabla B.1 Validación de los modelos de elemento finito de traves prismáticas**

Elemento	a (cm)	V (kg)	M (1x10 <sup>6</sup> ) (kg x cm)	Teórico		MEF		MEF/Teórico	
				$\sigma_{max}$ (kg/cm <sup>2</sup> )	$\tau_{max}$ (kg/cm <sup>2</sup> )	$\sigma_{max}$ (kg/cm <sup>2</sup> )	$\tau_{max}$ (kg/cm <sup>2</sup> )	$\sigma_{max}$	$\tau_{max}$
P-ad-1	55	10,000	0.55	66	15	65.57	14.96	0.993	0.997
P-ad-2	105	“	1.05	126	“	126.09	14.94	1.001	0.996
P-ad-2.5	130	“	1.30	156	“	155.88	14.93	0.999	0.995
P-ad-4	205	“	2.05	246	“	246.20	14.92	1.001	0.995
P-ad-6	305	“	3.05	366	“	366.62	14.92	1.002	0.995
<b>Promedio</b>								0.999	0.996
<b>Desviación</b>								0.003	0.001

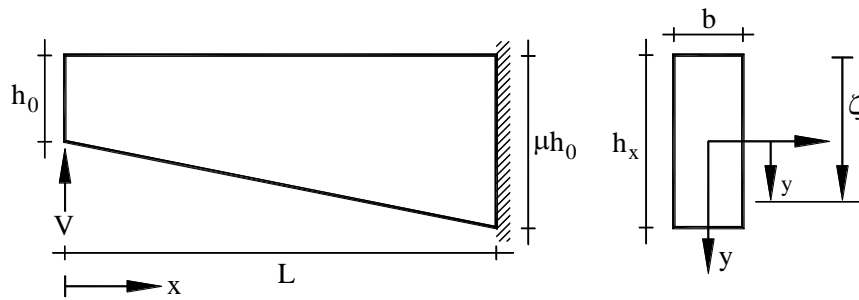


Con base en la figura B.4, el esfuerzo de flexión máximo ( $\sigma_{max}$ ) se presenta en el centro del claro total de las trabes. Por su parte, el esfuerzo cortante máximo ( $\tau_{max}$ ) ocurre en el peralte medio de cualquier sección del claro de cortante; sin embargo, en la evaluación se utilizó el valor del esfuerzo cortante máximo del análisis de elementos finitos obtenido en la sección ubicada a la mitad del claro de cortante.

En la tabla B.1 se comparan los valores calculados para  $\sigma_{max}$  y  $\tau_{max}$  con las ecuaciones B.1 y B.2, así como con los modelos de elementos finitos (MEF). Los modelos se han designado con una letra "P" que significa *prismático*, y con el valor del cociente del claro de cortante nominal entre peralte del elemento ( $a/d$ ). Conforme a los resultados mostrados en la tabla B.1, se concluyó que los resultados de los modelos de elementos finitos eran confiables.

### B.2.2 Validación en trabes de sección variable

Para validar los modelos de sección variable, se creyó conveniente comparar el perfil de esfuerzo cortante, en diferentes secciones de las cartelas de los modelos de elemento finito, contra alguna formulación teórica reconocida.



**Figura B.9** Modelo de Oden y Ripperger (1981) para evaluar los esfuerzos cortantes en trabes acarteladas

$$\tau_{xy} = \frac{6V\zeta}{bh_0^3[1+\beta x]^3} [2\zeta - h_0(1+\beta x)] \quad \text{B.3}$$

$$h_x = h_0(1+\beta x) \quad \text{B.4}$$

$$\beta = \frac{\mu - 1}{L} \quad \text{B.5}$$

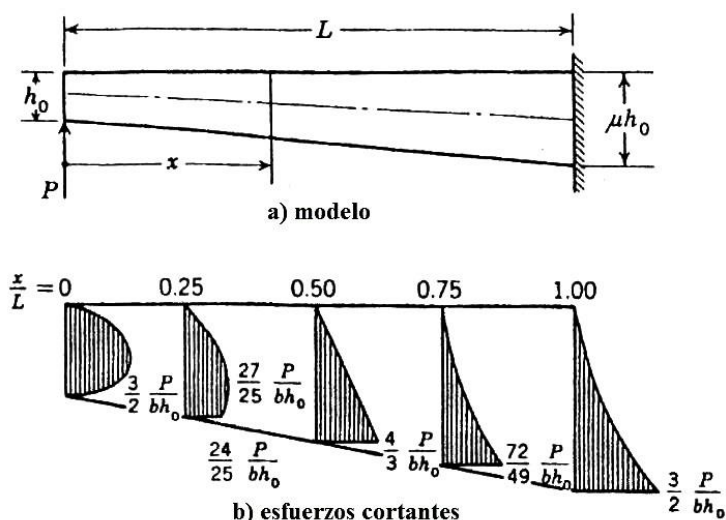
$$\zeta = \frac{h_x}{2} + y \quad \text{B.6}$$

En el ejercicio se consideró el método de Oden y Ripperger (1981) sobre el de Timoshenko (1947/b) y Russo y Garic (1992). Lo anterior, debido a que el primero se derivó para una geometría igual a la de los modelos estudiados (solo un canto acartelado). En la figura B.9 se muestra el modelo de Oden y Ripperger, y en las ecuaciones B.3 a B.6 su formulación. Es claro que el modelo mostrado en la figura B.9 no representa fielmente la condición de carga y

apoyo de los modelos analizados (figura B.6), sin embargo, ya que los diagramas de fuerza cortante y momento flexionante en el claro de cortante son idénticos (pero con signo contrario), se justifica su uso.

Cuando el valor del peralte máximo es dos veces el del peralte mínimo ( $\mu = 2$ ), es decir, como los modelos propuestos en este trabajo (figura B.4), la ecuación B.3 se reduce a la ecuación B.7 (Oden y Ripperger 1981). En esta situación, el perfil de esfuerzo cortante a lo largo de la cartela es el mostrado en la figura B.10-b.

$$\tau_{xy} = \frac{6V\zeta}{bh_0^3 \left[1 + \frac{x}{L}\right]^4} \left[ h_0 \left(1 - \frac{x^2}{L^2}\right) - \zeta \left(1 - 2\frac{x}{L}\right) \right] \quad \text{B.7}$$



**Figura B.10 Esfuerzos cortantes en una trabe acartelada con  $\mu = 2$  según Oden y Ripperger (1981)**

De acuerdo con Oden y Ripperger (1981), la variación del esfuerzo cortante de la trabe acartelada mostrada en la figura B.10-b tiene el siguiente comportamiento típico:

- En el extremo libre, el perfil de esfuerzo cortante tiene la misma forma y valor que el de una trabe prismática con un peralte  $h_0$ .
- A medida que se avanza del extremo libre al extremo fijo, el cortante máximo de cada sección se desplaza del centroide de la sección hacia el borde acartelado.
- A la mitad del centro del claro, la distribución del esfuerzo cortante ya no es parabólica sino lineal.
- En el extremo restringido, el cortante máximo se presenta en el canto acartelado y tiene el mismo valor que el cortante máximo del extremo libre.

Para la calibración de los modelos fueron de interés las secciones ubicadas en: 1) el peralte mínimo (sección 1, figura B.11), 2) a una distancia de un peralte mínimo medida desde el peralte mínimo (sección 2), 3) la longitud media de la cartela (sección 3), 4) a una distancia de un peralte máximo medida desde el peralte máximo (sección 4) y, 5) el peralte máximo (sección 5, figura B.11).

El interés en estas secciones tuvo que ver con los límites de las regiones B-D (elásticas) definidas por Schlaich *et al.* (1987), para comparar la respuestas teórica en zonas donde, *a-priori*, se sabe existen disturbios (por ejemplo, los extremos de la cartela).

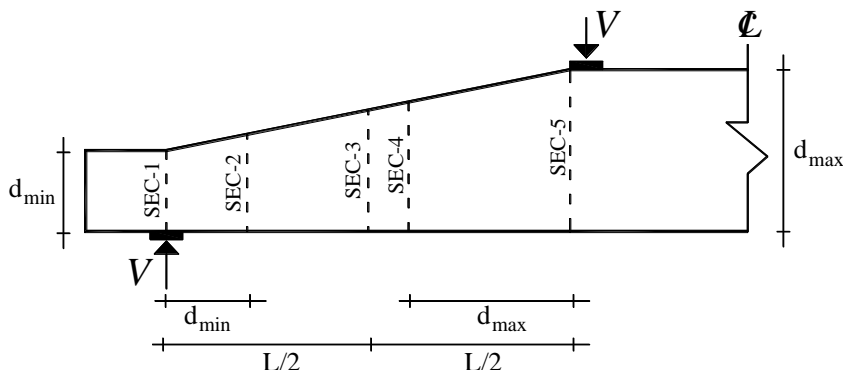


Figura B.11 Secciones en las que se hizo la comparación del perfil de esfuerzo cortante

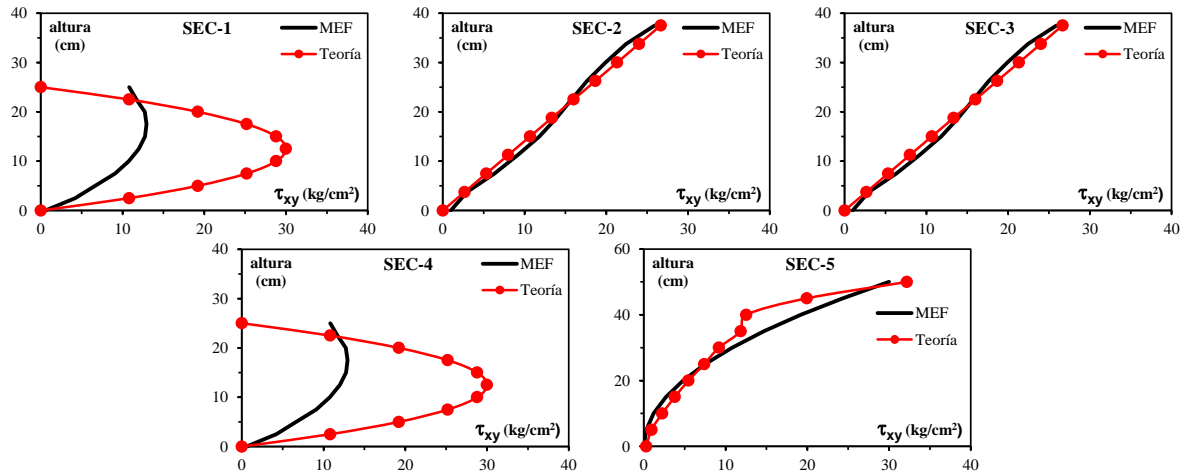
En las figuras B.12 a B.16 se muestra la comparación de los perfiles de esfuerzo cortante teóricos, y los obtenidos con modelos de elemento finito (MEF), para cada una de las geometrías estudiadas. La designación de los modelos es similar a la de las trabes prismáticas, salvo que se ha cambiado la letra “P” por una “C” que indica que se trata de una trabe acartelada.

Con base en las gráficas mostradas en las figuras B.12 a B.16, se concluyó que:

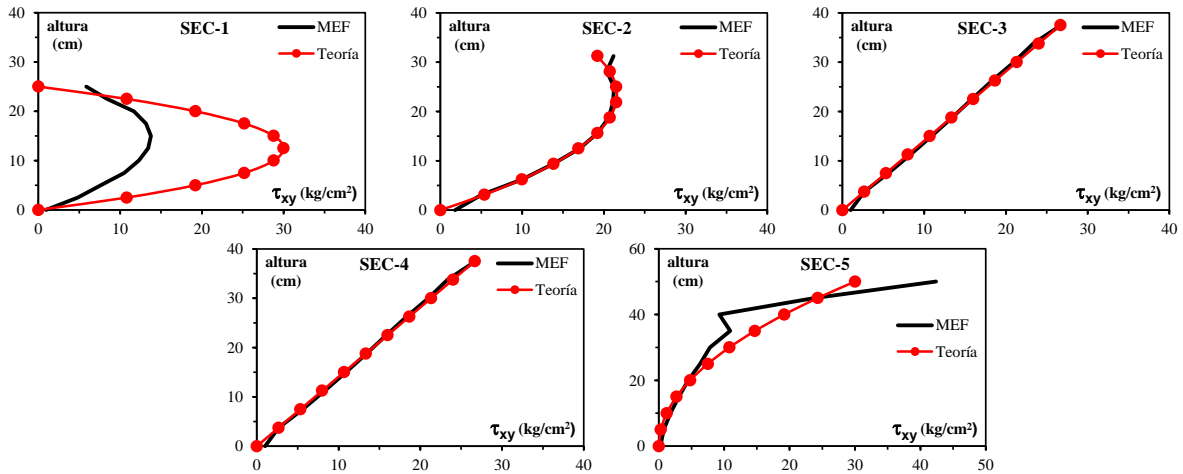
1. Los perfiles teóricos obtenidos corresponden a la solución de Oden y Ripperger (1981).
2. En el extremo del peralte mínimo (sección 1), y a medida que aumentó el claro de cortante: i) el perfil de esfuerzo de los MEF presentó una forma más parecida a la solución teórica (parábola simétrica) y, ii) el valor del cortante máximo de los MEF fue menor al teórico (alrededor del 50%).
3. En el extremo del peralte máximo (sección 5), y a medida que aumentó el claro de cortante: i) se dejaron de parecer los perfiles teóricos y de los MEF (principalmente al acercarse al borde acartelado) y, ii) el valor del cortante máximo de los MEF fue mayor al teórico (en promedio un 160%).
4. En las secciones alejadas de los disturbios, ambos métodos coinciden en forma y valor (sección 2, sección 3 y sección 4), lo que se atribuye al Principio de Saint Venant.

Con base en estos resultados, se concluyó que los modelos de elementos finitos de las trabes acarteladas eran confiables.

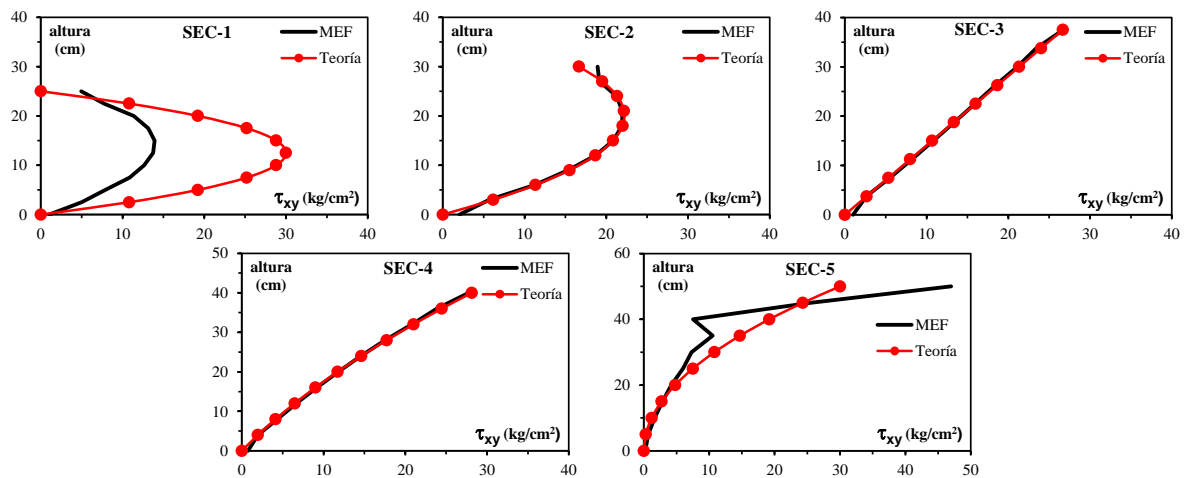
**APÉNDICE B: REGIONES B-D ELÁSTICAS  
EN TRABES ACARTELADAS DE CONCRETO REFORZADO**



**Figura B.12 Comparación de los perfiles de esfuerzo cortante. Modelo C-ad<sub>max</sub>-1**



**Figura B.13 Comparación de los perfiles de esfuerzo cortante. Modelo C-ad<sub>max</sub>-2**



**Figura B.14 Comparación de los perfiles de esfuerzo cortante. Modelo C-ad<sub>max</sub>-2.5**

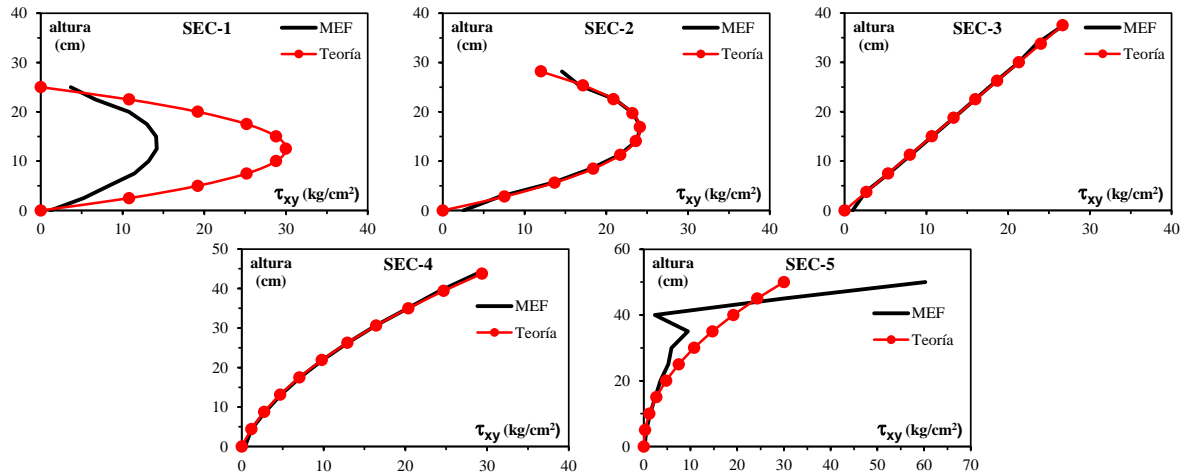


Figura B.15 Comparación de los perfiles de esfuerzo cortante. Modelo C-ad<sub>max</sub>-4

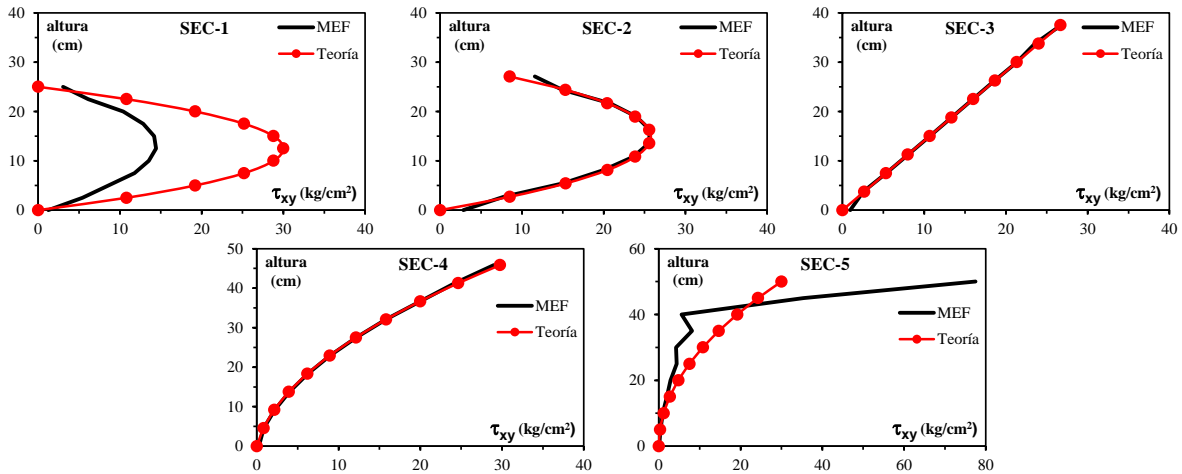


Figura B.16 Comparación de los perfiles de esfuerzo cortante. Modelo C-ad<sub>max</sub>-6

### B.3 IDENTIFICACIÓN DE LAS REGIONES B-D EN TRABES DE SECCIÓN CONSTANTE

En la figura B.17-a se muestran las flechas que indican la trayectoria y el valor relativo de los esfuerzos principales elásticos en el modelo con una relación  $a/d = 4$ . En el modelo se han identificado las fronteras de las regiones B y D conforme a la recomendación de Schlaich *et al.* (1987), por lo que la longitud de ambas regiones D en el claro de cortante es de 50 cm. En la figura B.18 se muestran las trayectorias de todos los modelos analizados.

En la figura B.17-a se han señalado las características de una región B típica: a) cuerdas longitudinales de tensión y compresión (ambas *paralelas* a los cantos de las trabes) y, b) un campo de esfuerzo diagonal en tensión y compresión en las fibras cercanas al eje neutro. En la figura es claro que en la zona D adyacente al apoyo, se forma un puntal en el que se aprecian esfuerzos de tensión perpendiculares a su trayectoria. En la región D del lado de la aplicación de la carga, no se observa alguna característica que la haga comparable con la del apoyo.

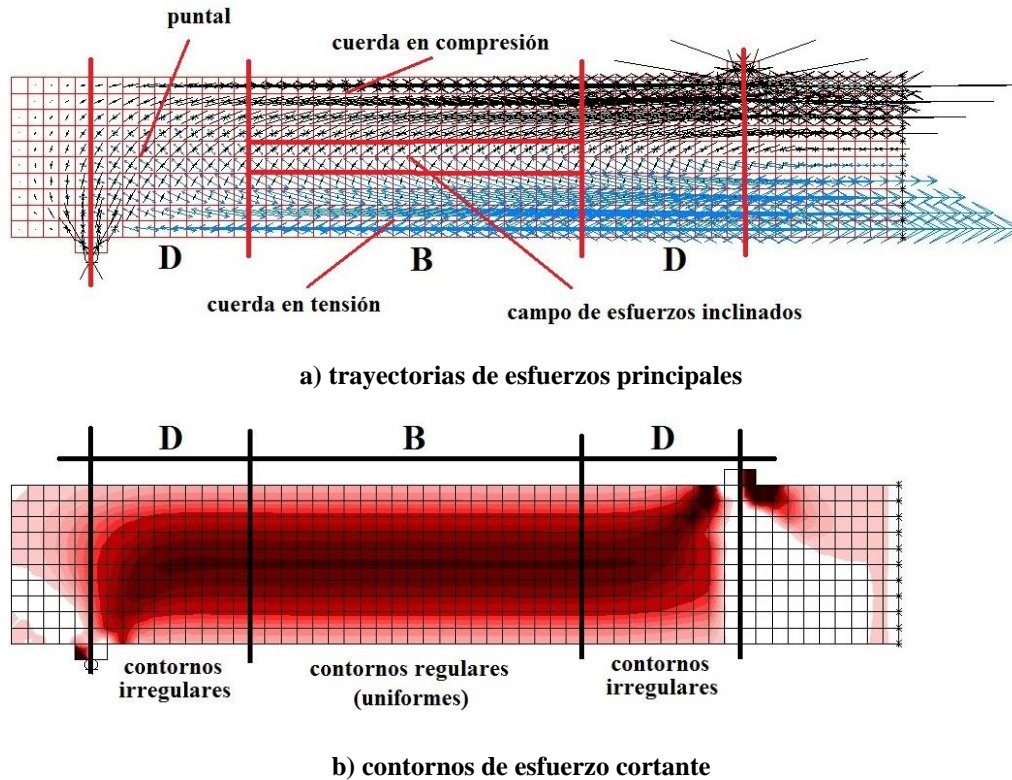


Figura B.17 Características de las regiones B y D del claro de cortante en traves prismáticas

En la figura B.17-b se presentan los contornos de esfuerzo cortante del modelo con  $a/d = 4$ . En este modelo también se han identificado las regiones B y D conforme a la recomendación de Schlaich *et al.* (1987). Los contornos de esfuerzo cortante de todos los modelos estudiados se muestran en la figura B.19. La inclusión de los contornos de esfuerzo cortante, obedece a que durante el análisis se observó que, para esta configuración de carga y apoyo, también eran una herramienta confiable para identificar las zonas B y D.

Esto cobra importancia pues, por increíble que parezca, no todos los programas de análisis y diseño estructural cuentan con la opción de mostrar las trayectorias de esfuerzos principales como flechas. Por ejemplo, desde que se dispuso del programa SAP2000, esta opción se incorporó alrededor de diez años después (SAP2000 v.12), es decir, a mediados del año 2008 (CSI 2011). Al analizar los contornos de esfuerzo cortante de la figura B.18-b, es fácil advertir que dentro de la zona B destacan los conceptos de *regularidad* y *uniformidad* que deben caracterizar la región.

En este caso, como en toda la región B es válido el perfil de esfuerzo parabólico de la Mecánica de Materiales, los contornos forman franjas de espesor constante que son *paralelas* a los cantos de la trabe (figura B.17-b).

Los contornos de esfuerzo cortante también muestran claramente la característica de *irregularidad* en ambas regiones D. Esta situación proporciona algo de ventaja sobre las trayectorias de esfuerzos principales, principalmente porque los contornos de esfuerzo cortante muestran en ambas regiones D algún tipo de irregularidad (figura B.17-a).

Por ejemplo, en la figura B.17-b se observa que dentro de las regiones D, las franjas de esfuerzo dejan de tener un espesor constante, es decir, se adelgazan o “concentran” al mismo tiempo que cambian bruscamente de dirección de tal manera que al acercarse a la carga concentrada o reacción, ya no son paralelas a los cantos de las trabes, sino prácticamente se hacen perpendiculares a estos. Obviamente, el comportamiento descrito es sensible a las dimensiones de las placas que distribuyen la carga concentrada o reacción, sin embargo, se puede decir que es un comportamiento típico.

Aunque depende de la apreciación de cada persona, los contornos de esfuerzo cortante, al igual que las trayectorias de esfuerzos principales, también muestran el “flujo” de la fuerza desde su entrada al elemento (aplicación de la carga) hasta su salida (reacción).

Finalmente, al evaluar las características de las zonas B y D en función del cociente  $a/d$  (figuras B.18 y B.19), se confirman las tendencias ampliamente documentadas en la literatura técnica, sobre que al disminuir este cociente:

1. La extensión de la región B disminuye y, al mismo, tiempo se reduce la importancia del campo de compresión diagonal (pierde importancia el mecanismo de viga).
2. La regiones D dominan el claro de cortante, y se hace más importante el trabajo del puntal del apoyo (se acentúa el mecanismo de arco).

Este comportamiento es exclusivo del intervalo elástico y, rigurosamente, no aplica en trabes en las que se forma un mecanismo resistente plástico. En otras palabras, las regiones B-D aquí identificadas son regiones elásticas y son válidas, *grosso modo*, hasta el instante del agrietamiento diagonal que justifica la contribución del concreto que recomienda el reglamento del ACI (“Committee 326” 1962/a/b, ACI 318 11). En los capítulos cuatro y cinco de esta tesis se proporcionan mayores detalles.

(espacio intencionalmente en blanco)



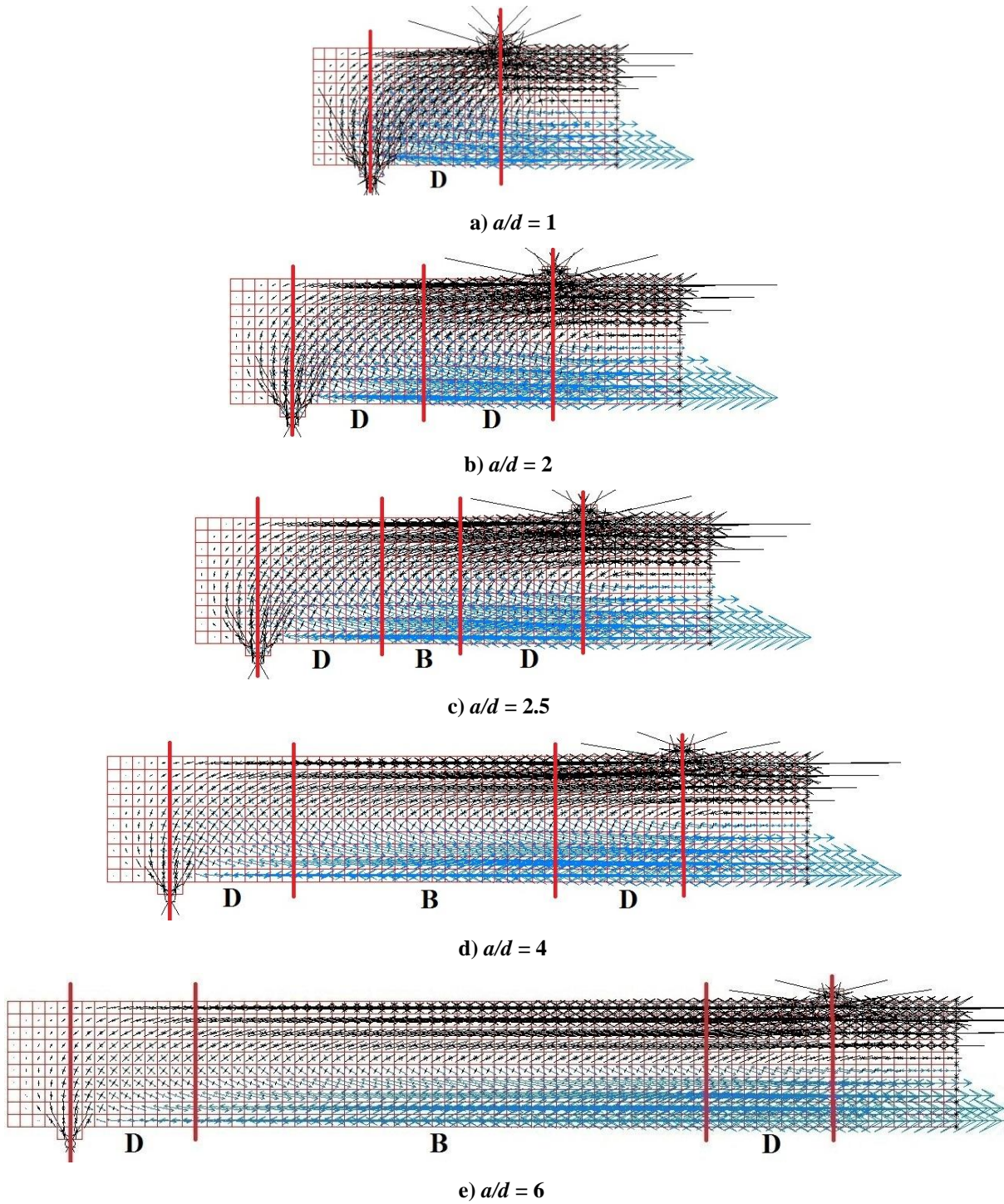


Figura B.18 Trayectorias de esfuerzos principales elásticos en trabes prismáticas. Regiones B-D



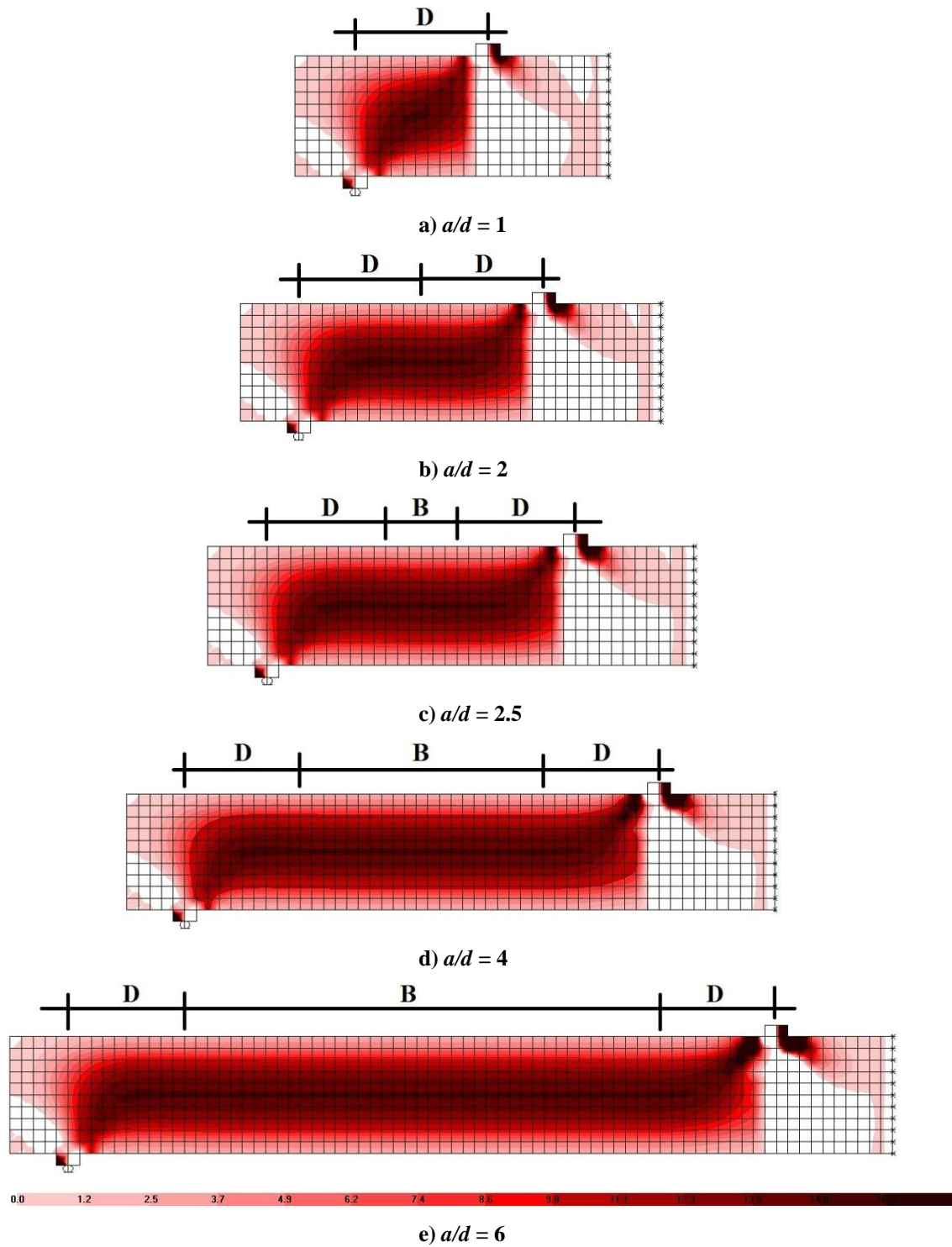


Figura B.19 Perfiles de esfuerzos elásticos en traves prismáticas. Regiones B-D

#### B.4 IDENTIFICACIÓN DE LAS REGIONES B-D EN TRABES DE SECCIÓN VARIABLE

En la figura B.21 se muestran las trayectorias de esfuerzos principales, y los contornos de esfuerzo cortante del modelo con relación  $a/d_{max}=4$ . En la figura se han marcado las fronteras de las regiones B-D, conforme a lo que se interpretó como la recomendación genérica de Schlaich *et al.* (1987) para elementos de sección variable (figura B.20). Es decir, en cada extremo de la viga, la extensión de las regiones D tiene un valor igual al peralte del extremo correspondiente. Así, la longitud de las regiones D en las cartelas es: a) 50 cm en la adyacente a la aplicación de la carga y, b) 25 cm en la ubicada junto al apoyo. En las figuras B.22 y B.23 se muestran los resultados para todos los casos estudiados.

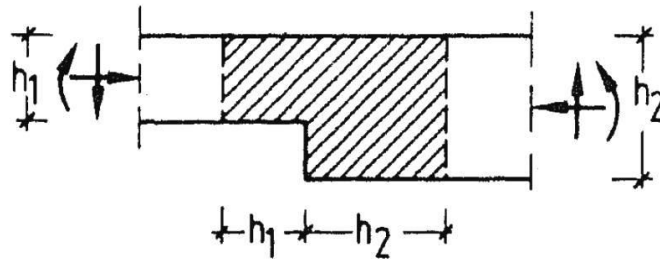


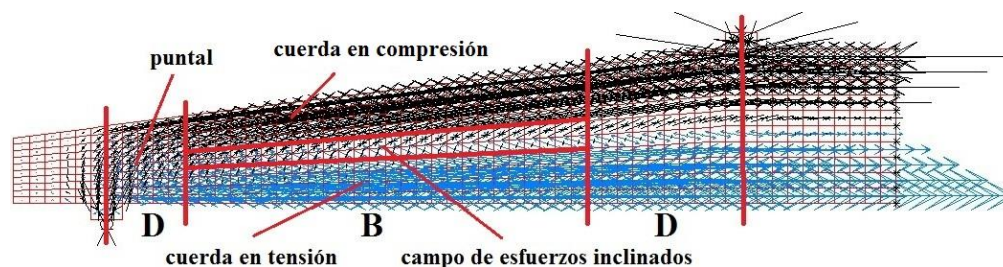
Figura B.20 Extensión de las regiones D en elementos de sección variable según Schlaich *et al.* (1987)

En la figura 4.21-a se aprecia que las trayectorias de esfuerzos principales en la región B, tienen características comparables con las de la trabe prismática (figura B.17-a): i) cuerdas longitudinales de tensión y compresión *paralelas* a los cantos de las trabes y, ii) un campo de esfuerzo diagonal en tensión y compresión visible en las fibras cercanas al eje neutro.

En las regiones D también se observan similitudes con las de una trabe prismática, es decir, en la región D adyacente al apoyo es evidente la presencia de un puntal, pero en la región adyacente a la aplicación de la carga no es clara alguna característica de irregularidad.

A pesar que los contornos de esfuerzo cortante de las trabes acarteladas son sustancialmente diferentes al de las prismáticas (figuras B.12 a B.16), se observó que también ofrecen ventajas sobre las trayectorias de esfuerzos para identificar las regiones B-D. Por ejemplo, en la figura B.21-b se observa que en la mayor parte de la región B, los contornos delimitan franjas de espesor casi constante y sensiblemente *paralelas* al canto inclinado.

Los contornos de esfuerzo cortante también muestran las irregularidades o *disturbios* típicos de las regiones D. En la zona cercana al apoyo es evidente que las franjas cambian bruscamente de dirección, y que algunas se han vuelto casi verticales. En esa región también se observa una concentración de esfuerzos *concéntricos* que refuerzan el concepto de irregularidad. Aunque en la región D adyacente a la aplicación de la carga la irregularidad no es tan pronunciada, se percibe un adelgazamiento de las franjas y la tendencia a dirigirse hacia la zona de aplicación de la carga.



a) trayectorias de esfuerzos principales

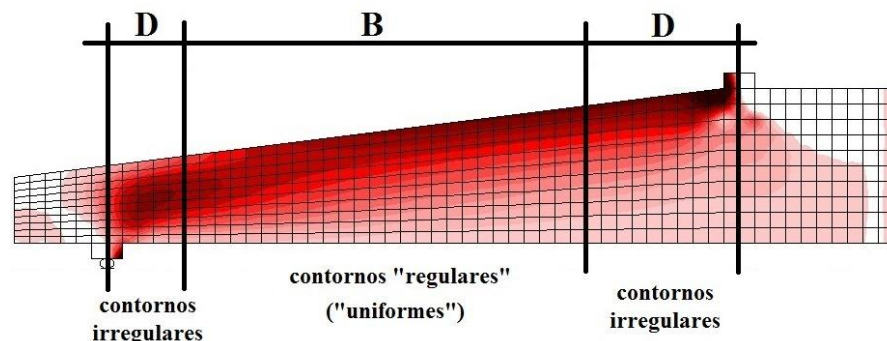


Figura B.21 Características de las regiones B y D del claro de cortante en traves prismáticas

Al evaluar las características de las zonas B-D identificadas con la recomendación de Schlaich *et al.* (1987), se observó lo siguiente (figuras B.22 y B.23):

1. Al igual que en las traves prismáticas, el trabajo del puntal de compresión del apoyo se hace más importante a medida que  $a/d_{max}$  disminuye.
2. La cuerda longitudinal en compresión (inclinada) tiene más participación en el mecanismo resistente que en las traves prismáticas (aumenta su profundidad). Este comportamiento se acentúa con la disminución del claro de cortante, lo que confirma las observaciones analíticas y experimentales sobre que la geometría de las traves acarteladas favorece un mecanismo de arco (por ejemplo, El-Mezaini *et al.* 1991, Balkaya 2001, Tena-Colunga *et al.* 2008).
3. Los contornos de esfuerzo cortante indican claramente que la extensión de la región D adyacente al peralte menor no alcanza a cubrir los disturbios de esa zona (en especial con el aumento del claro de cortante). En otras palabras, la extensión de la región D adyacente al apoyo debe ser mayor que lo recomendado por Schlaich *et al.* (1987).

Con base en estas observaciones, se decidió utilizar la recomendación del Beton Kalender (2001) y fijar la extensión de ambas regiones D, a un valor igual al peralte máximo de la cartela (figura B.1-b). En la figura B.24 se muestra el beneficio de esta clasificación, y justifica la propuesta del manual alemán para identificar las regiones B-D (elásticas) en una trabe acartelada de concreto reforzado. Lo anterior, ya que los disturbios quedan mejor contenidos dentro de las regiones D.

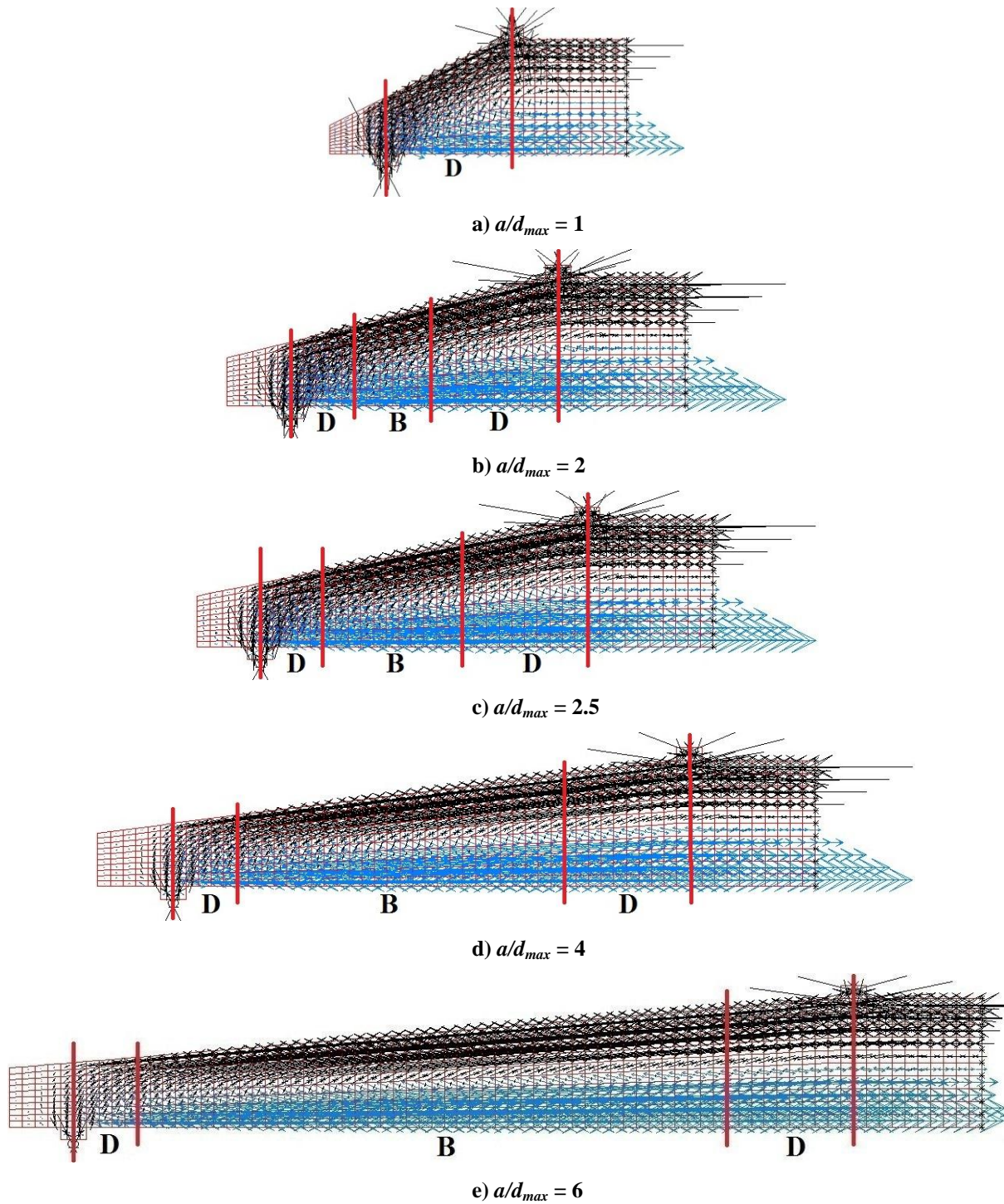


Figura B.22 Trayectorias de esfuerzos principales elásticos en traves acarteladas (regiones B y D)



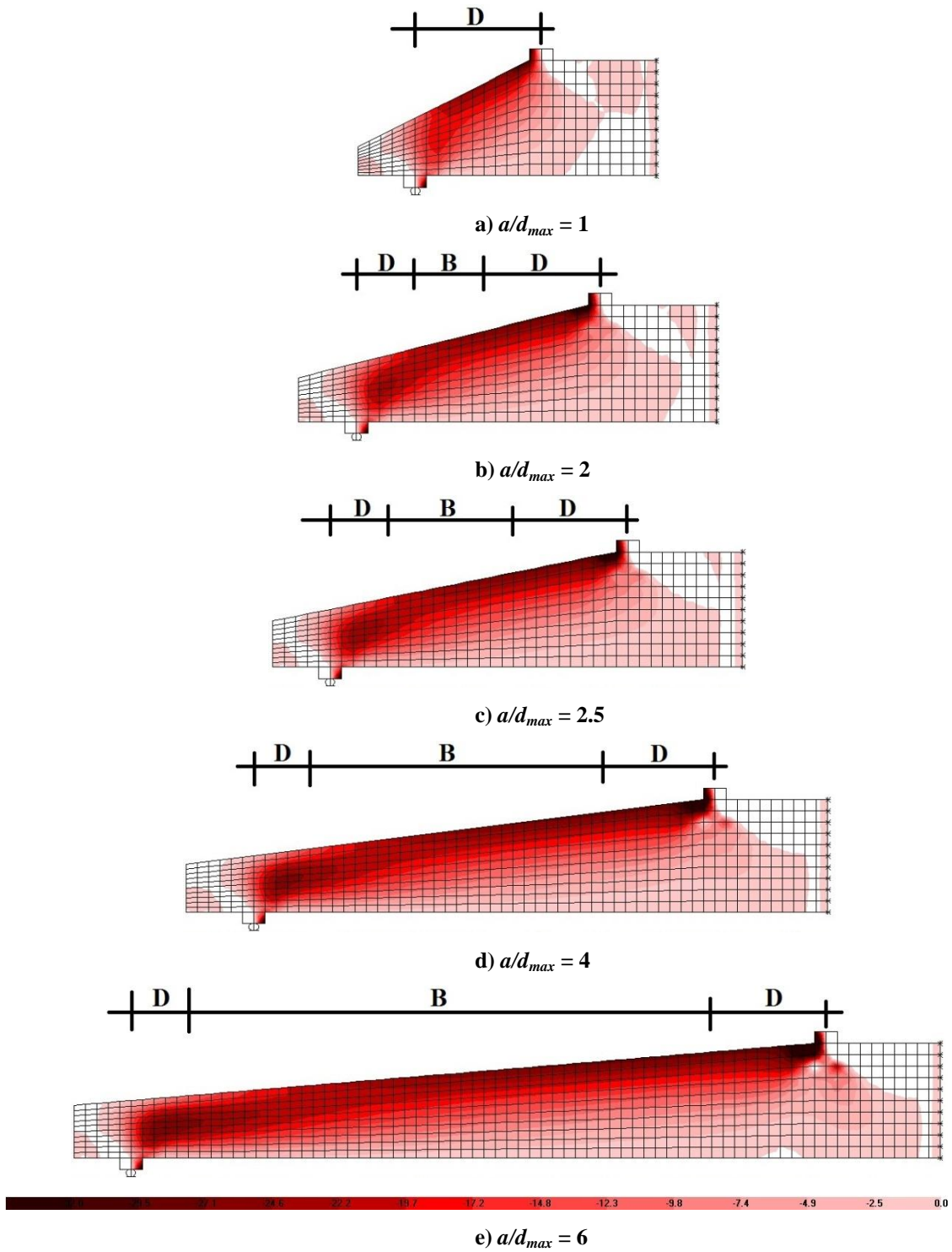


Figura B.23 Perfiles de esfuerzos elásticos en traves acarteladas (regiones B y D)

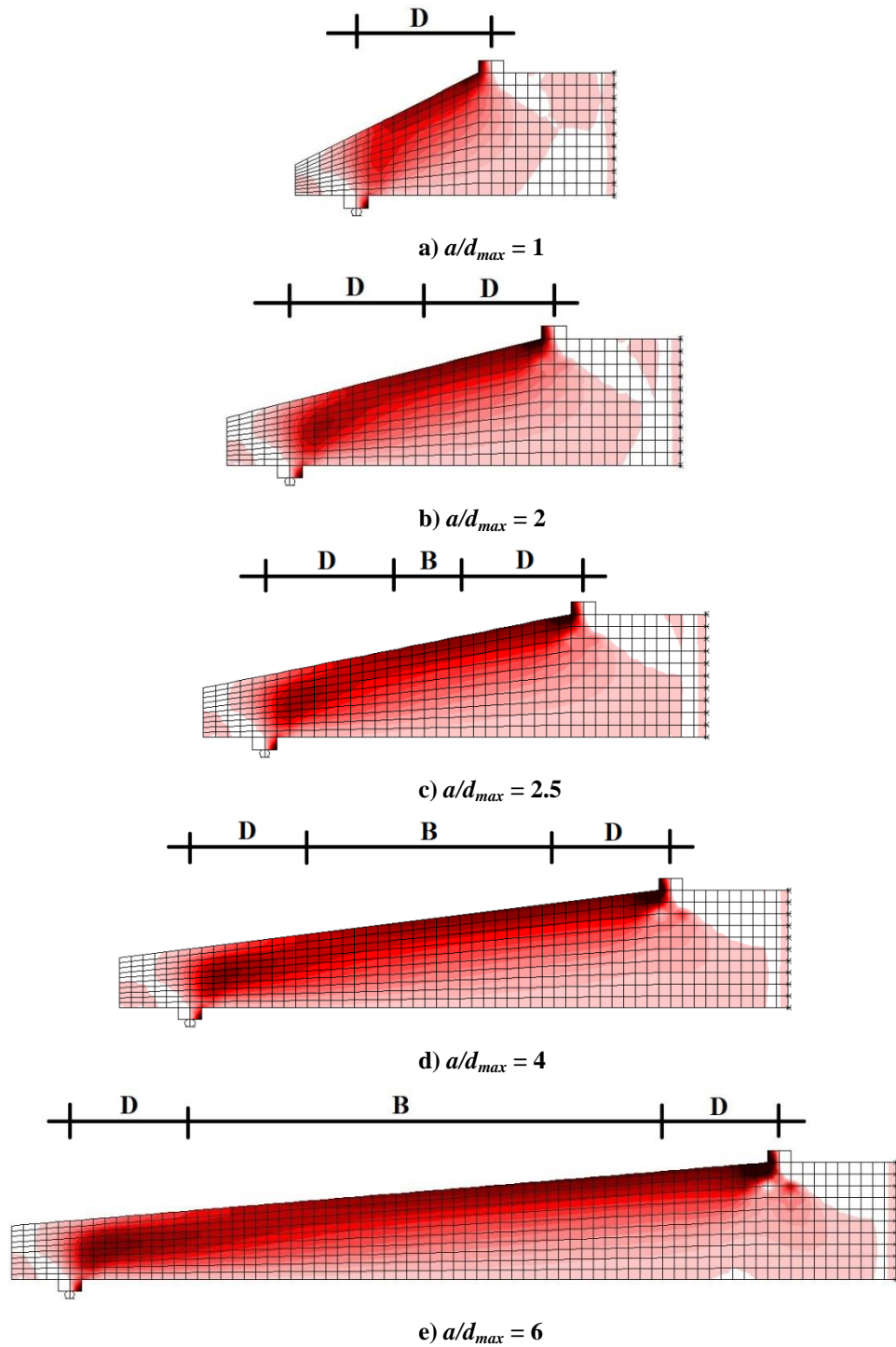


Figura B.24 Perfiles de esfuerzo elástico en traveses acartelados (regiones B y D con diferente criterio)

## **B.5 COMENTARIOS**

En este apéndice se identificaron las regiones B-D de traves acarteladas de concreto reforzado usando modelos de elemento finito lineal. El análisis requirió una calibración previa de los modelos, así como un análisis en traves de sección constante. En el proceso se observó que la aplicación directa de las recomendaciones *genéricas* de Schlaich *et al.* (1987) no es válida en traves acarteladas, y que se debe preferir la sugerencia del manual de construcción alemán Beton Kalender (2001).

También se demostró que las trayectorias de esfuerzos principales no son una herramienta exclusiva para identificar las regiones B-D, y que se pueden obtener algunas ventajas si también se utilizan los contornos de esfuerzo cortante. Finalmente, la identificación de regiones B (elásticas) en las cartelas, justifica el uso de ecuaciones de diseño por cortante que sólo aplican donde predomina el mecanismo de viga.

## **REFERENCIAS Y BIBLIOGRAFÍA**

ACI 318-11 (2011), "Building code requirements for structural concrete (ACI-318-11) and commentary (ACI-318R-11)", ACI Committee 318, *American Concrete Institute*, E.U.A.

Archundia, H I (2004), "Comportamiento a cortante de traves acarteladas de concreto reforzado", *Tesis de Maestría*, Universidad Nacional Autónoma de México, México, mayo.

Archundia, H I, A Tena y O M González (2005), "Estudio experimental del cortante estático de traves acarteladas de concreto reforzado", *Reporte de Investigación 453*, Dirección de Ciencias Básicas e Ingeniería, Universidad Autónoma Metropolitana – Azcapotzalco, pp. 204, junio. ISBN 970-31-0491-6.

Archundia-Aranda, H I, A Tena-Colunga y A Grande-Vega (2013), "Behavior of reinforced concrete haunched beams subjected to cyclic shear loading", *Engineering Structures*, Vol. 49, pp. 27-42.

Balkaya, C (2001), "Behavior and modeling of nonprismatic members having T sections", *ASCE Journal of Structural Engineering*, Vol. 127, No. 8, pp. 940-946.

Beton Kalender (2001), "Taschenbuch für Beton, Stahlbeton und spannbetonbau sowie die verwandten Fächer BK 2", *Ernst and Sohn*, Alemania.

Committee 326 (1962/a), "Shear and diagonal tension. Part 1: General principles", Report of ACI-ASCE Committee 326, *ACI Journal Proceedings*, Vol. 59, No. 1, pp. 1-30.

Committee 326 (1962/b), "Shear and diagonal tension. Part 2: Beams and frames", Report of ACI-ASCE Committee 326, *ACI Journal Proceedings*, Vol. 59, No. 2, pp. 277-334.

Committee 445 (1998), "Recent approaches to shear design of structural concrete", ASCE-ACI Committee 445, *ASCE Journal of Structural Engineering*, Vol. 124, No. 12, pp. 1375-1417.

Coronelli, D y M G Mulas (2006), "Modeling of shear behavior in reinforced concrete beams", *ACI Structural Journal*, Vol. 103, No. 3, pp. 372-382.

CSI (2011), *Computers & Structures, INC.*, (<http://www.csiberkeley.com>)

El-Mezaini, N, C Balkaya y E Citipitioglu (1991), "Analysis of frames with nonprismatic members", *ASCE Journal of Structural Engineering*, Vol. 117, No. 6, pp. 1573-1591.

Gere, J M y S P Timoshenko (1998), *Mecánica de materiales*, cuarta edición, International Thomson Editores, México.

Kani, G N J (1964), "The riddle of shear failure and its solution", *ACI Journal Proceedings*, Vol. 61, No. 4, pp. 441-468.

**APÉNDICE B: REGIONES B-D ELÁSTICAS  
EN TRABES ACARTELADAS DE CONCRETO REFORZADO**

---

Oden, J T y E A Ripperger (1981), *Mechanics of elastic structures*, second edition, Hemisphere Publishing Corporation, E.U.A.

Paglietti, A y G Carta (2009), “Remarks on the current theory of shear strength of variable depth beams”, *The Open Civil Engineering Journal*, Vol. 3, pp. 28-33.

Russo, E P y G Garic (192), “Shear-stress distribution in symmetrically tapered cantilever beam”, *ASCE Journal of Structural Engineering*, Vol. 118, No. 11, pp. 3243-3249.

Schlaich, J, K Schäfer y M Jennewein (1987), “Toward a consistent design of structural concrete”, *PCI Journal*, Vol. 32, No. 3, pp. 74-150.

Tena-Colunga, A (1996), “Stiffness formulation for nonprismatic beam elements”, *ASCE Journal of Structural Engineering*, Vol. 122, No. 12, pp. 1484-1489.

Tena-Colunga, A, H I Archundia-Aranda y O M González-Cuevas (2008), “Behavior of reinforced concrete haunched beams subjected to static shear loading”, *Engineering Structures*, Vol. 30, No. 2, pp. 478-492.

Timoshenko, S (1947/a), *Strength of materials – part I - elementary theory and problems*, second edition, ninth printing, D. Van Nostrand, E.U.A.

Timoshenko, S (1947/b), *Strength of materials - part II- advanced theory and problems*, second edition, ninth printing, D. Van Nostrand, E.U.A.

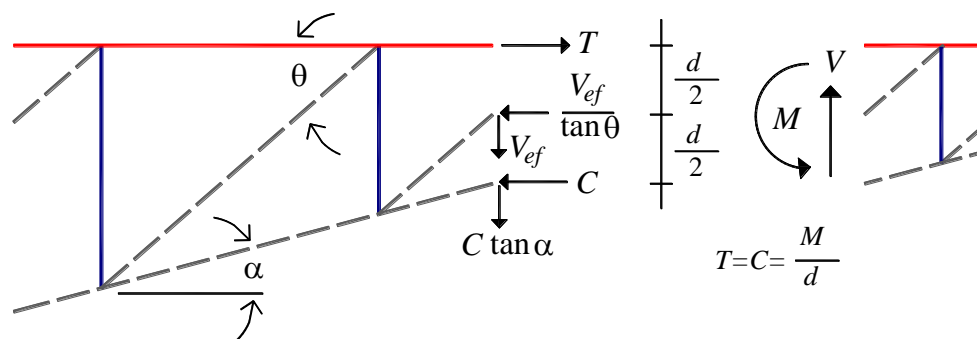


## APÉNDICE C: ADICIONALES DE LAS ARMADURAS PROPUESTAS

En este apéndice se presentan las demostraciones (algebraicas y geométricas), de los modelos de armadura que se han propuesto en los capítulos cuatro y cinco de esta tesis doctoral.

### C.1 ECUACIONES DE DISEÑO POR CORTANTE PARA REGIONES B DE TRABES ACARTELADAS OBTENIDAS DE UN MODELO DE ARMADURA PLÁSTICA

En la figura C.1 se presenta un modelo de armadura válido para una trabe acartelada con refuerzo transversal (CEB-FIP 1990, Dilger y Langohr 1997), en el que  $M$  y  $V$  son, respectivamente, las demandas de momento y cortante en una sección de interés. Estas demandas son resistidas por las fuerzas del modelo de armadura indicadas al otro lado del corte ( $T$ ,  $C$  y  $V_{ef}$ ). El modelo es válido únicamente para una región B, pues contiene un campo de compresión diagonal con inclinación constante ( $\theta$ ). Como es usual, los elementos que trabajan en compresión están representados con líneas discontinuas.



**Figura C.1** Modelo de armadura plástica válido para la región B de una trabe acartelada

Para conservar las hipótesis originales del modelo armadura plástica en trabes prismáticas (por ejemplo, MacGregor 1997), se ha seleccionado la sección en la que el puntal que cruza diagonalmente el peralte lo divide en dos partes iguales. De esta forma, las componentes ortogonales asociadas al campo de compresión diagonal actúan en  $d/2$ . Este criterio también fue empujado por Dilger y Langohr (1997).

Aunque esta suposición se puede considerar realista en trabes de sección constante, deja de serlo en las trabes de sección variable. Sin embargo, se puede interpretar este sistema de fuerzas como las fuerzas “promedio” dentro de cada tablero de armadura.

De la figura C.1, es claro que las fuerzas que resisten la demanda de momento son la tensión de la cuerda horizontal ( $T$ ), y la componente horizontal de la cuerda inclinada comprimida ( $C$ ). A estas fuerzas se les debe adicionar el efecto de la fuerza cortante. Por geometría, la componente vertical de la cuerda inclinada tiene un valor  $C \tan \alpha$ , donde  $\alpha$  es el ángulo de acartelamiento. En el modelo la cuerda inclinada trabaja en compresión, ya que así es su forma idónea de trabajo (consultar la sección Comentarios del capítulo tres).

El puntal inclinado que cruza el tablero de armadura se descompone en dos fuerzas ortogonales:

- a) Una componente vertical ( $V_{ef}$ ), que es la demanda de cortante contra la que se debe diseñar el acero de refuerzo transversal. En traveses de sección constante esta fuerza es igual al cortante actuante, por lo que es común identificarla con la letra “V”. Sin embargo, en traveses acartelados esto no sucede, y por ello se le ha denominado cortante *efectivo* ( $V_{ef}$ ). El primer cálculo del cortante efectivo se le puede acreditar a Mörsch (1909 y 1952), pero, al parecer, el término fue acuñado por Park y Paulay (1975).
- b) Una componente horizontal que por geometría tiene un valor  $V_{ef} / \tan \theta$ , donde  $\theta$  es el ángulo de inclinación del puntal que representa el campo de compresión diagonal.

Al plantear el equilibrio del sistema de fuerzas mostrado en la figura C.1 se obtienen las ecuaciones C.1 a C.3.

$$\begin{aligned} \sum F_x &= 0 \\ T - \frac{V_{ef}}{\tan \theta} - C &= 0 \end{aligned} \tag{C.1}$$

$$\begin{aligned} \sum F_y &= 0 \\ V - V_{ef} - C \tan \alpha &= 0 \end{aligned} \tag{C.2}$$

$$\begin{aligned} \sum M_T &= 0 \\ M - \frac{V_{ef}}{\tan \theta} \left( \frac{d}{2} \right) - C(d) &= 0 \end{aligned} \tag{C.3}$$

Al despejar  $C$  de las ecuaciones C.2 y C.3 se obtienen las ecuaciones C.4 y C.5.

$$C = \frac{V}{\tan \alpha} - \frac{V_{ef}}{\tan \alpha} \tag{C.4}$$

$$C = \frac{M}{d} - \frac{V_{ef}}{2 \tan \theta} \tag{C.5}$$

Al igualar las ecuaciones C.4 y C.5 y desarrollando se obtiene la ecuación C.6.

$$\frac{V}{\tan \alpha} - \frac{V_{ef}}{\tan \alpha} = \frac{M}{d} - \frac{V_{ef}}{2 \tan \theta}$$

$$-\frac{V_{ef}}{\tan \alpha} + \frac{V_{ef}}{2 \tan \theta} = \frac{M}{d} - \frac{V}{\tan \alpha}$$

$$\frac{V_{ef}}{\tan \alpha} - \frac{V_{ef}}{2 \tan \theta} = \frac{V}{\tan \alpha} - \frac{M}{d}$$

$$V_{ef} \left[ \frac{1}{\tan \alpha} - \frac{1}{2 \tan \theta} \right] = \frac{V}{\tan \alpha} - \frac{M}{d}$$

$$V_{ef} = \frac{V}{\tan \alpha \left[ \frac{1}{\tan \alpha} - \frac{1}{2 \tan \theta} \right]} - \frac{\frac{M}{d}}{\left[ \frac{1}{\tan \alpha} - \frac{1}{2 \tan \theta} \right]}$$

$$V_{ef} = \frac{V}{\left[ 1 - \frac{\tan \alpha}{2 \tan \theta} \right]} - \frac{\frac{M}{d} \tan \alpha}{\left[ \frac{1}{\tan \alpha} - \frac{1}{2 \tan \theta} \right] \tan \alpha}$$

$$V_{ef} = \frac{V}{\left[ 1 - \frac{\tan \alpha}{2 \tan \theta} \right]} - \frac{\frac{M}{d} \tan \alpha}{\left[ 1 - \frac{\tan \alpha}{2 \tan \theta} \right]}$$

$$V_{ef} = \frac{V - \frac{M}{d} \tan \alpha}{1 - \frac{\tan \alpha}{2 \tan \theta}} \quad (\text{modelo de armadura plástica})$$

**C.6**

Sustituyendo C.6 en C.5 se obtiene la ecuación C.7.

$$C = \frac{M}{d} - \frac{1}{2 \tan \theta} \left[ \frac{V - \frac{M}{d} \tan \alpha}{1 - \frac{\tan \alpha}{2 \tan \theta}} \right]$$

$$C = \frac{M}{d} - \frac{V - \frac{M}{d} \tan \alpha}{\left[ 2 \tan \theta \left[ 1 - \frac{\tan \alpha}{2 \tan \theta} \right] \right]}$$

$$C = \frac{M}{d} - \frac{V - \frac{M}{d} \tan \alpha}{2 \tan \theta - \tan \alpha} \quad \text{C.7}$$

Sustituyendo C.6 y C.7 en C.1 se obtiene la ecuación C.8.

$$T - \frac{V_{ef}}{\tan \theta} - C = 0$$

$$T = C + \frac{V_{ef}}{\tan \theta}$$

$$T = \frac{M}{d} - \frac{V - \frac{M}{d} \tan \alpha}{2 \tan \theta - \tan \alpha} + \frac{V - \frac{M}{d} \tan \alpha}{\left[ 1 - \frac{\tan \alpha}{2 \tan \theta} \right] \tan \theta}$$

$$T = \frac{M}{d} - \frac{V - \frac{M}{d} \tan \alpha}{2 \tan \theta - \tan \alpha} + \frac{V - \frac{M}{d} \tan \alpha}{\tan \theta - \frac{\tan \alpha}{2}}$$

$$T = \frac{M}{d} - \frac{V - \frac{M}{d} \tan \alpha}{2 \tan \theta - \tan \alpha} + 2 \left[ \frac{V - \frac{M}{d} \tan \alpha}{\tan \theta - \frac{\tan \alpha}{2}} \right]$$

$$T = \frac{M}{d} - \frac{V - \frac{M}{d} \tan \alpha}{2 \tan \theta - \tan \alpha} + 2 \left[ \frac{V - \frac{M}{d} \tan \alpha}{2 \tan \theta - \tan \alpha} \right]$$

$$T = \frac{M}{d} + \frac{V - \frac{M}{d} \tan \alpha}{2 \tan \theta - \tan \alpha} \quad \text{C.8}$$

Las ecuaciones C.6, C.7 y C.8 son la solución de la armadura plástica para una trabe acartelada de concreto reforzado con refuerzo transversal.

## C.2 EXTENSIÓN DEL AGRIETAMIENTO DIAGONAL EN UNA TRABE ACARTELADA DE CONCRETO REFORZADO

En la región B de una trabe de sección constante, el agrietamiento diagonal tiene una proyección horizontal igual a la indicada en la figura C.2-a (por ejemplo, MacGregor 1997 y Nielsen 1999). En esta sección se demuestra que al aplicar este principio en traves acarteladas, se obtiene la extensión del agrietamiento diagonal mostrada en la figura C.2-b.

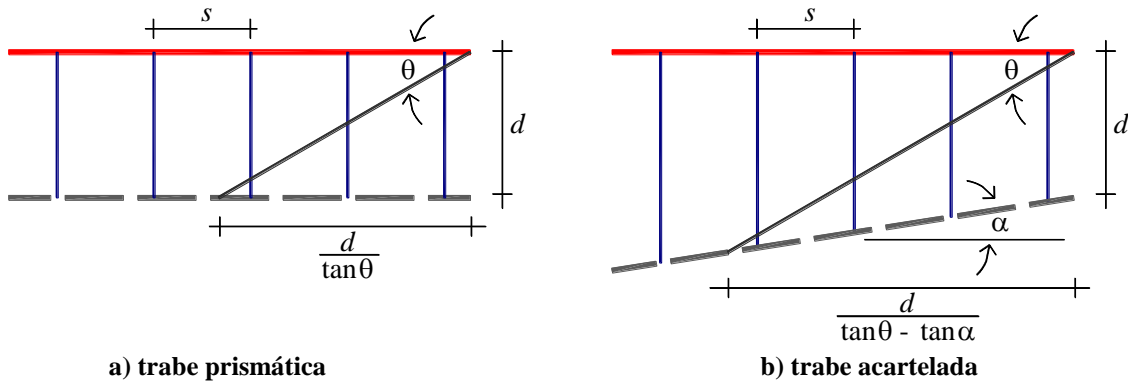


Figura C.2 Proyección horizontal del agrietamiento diagonal en una región B

En la figura C.3 se muestra una región B de una trabe acartelada similar a la mostrada en la figura C.2-b. En ella,  $d$  es el peralte de la sección de interés,  $\theta$  el ángulo de inclinación del agrietamiento diagonal,  $\alpha$  el ángulo de acartelamiento,  $x$  la proyección horizontal del agrietamiento y  $y$  el peralte de la cartela en el otro extremo de la grieta.

La figura C.3 se construyó para mostrar que las cartelas proporcionan mayor “superficie” de ruptura a una grieta por cortante que las traves prismáticas. En este sentido, las distancias ortogonales  $\Delta x$  y  $\Delta y$  muestran dicha extensión del agrietamiento diagonal.

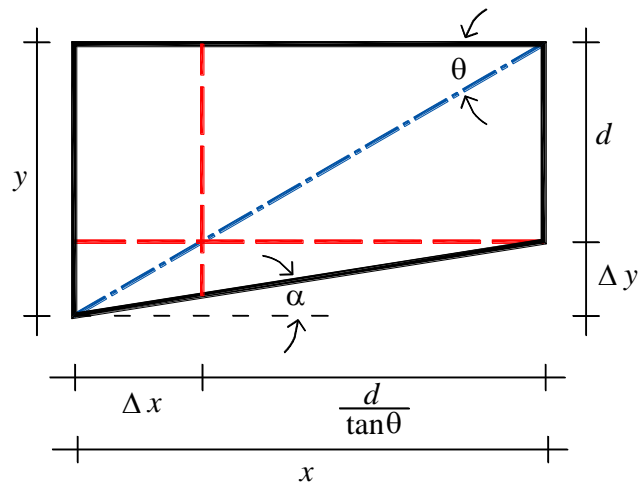


Figura C.3 Proyección horizontal del agrietamiento en la cartela

De la geometría de la figura C.3 se tiene que:

$$\tan \theta = \frac{y}{x} \quad \text{C.9}$$

Al despejar la distancia  $x$  de la ecuación C.9 se obtiene la ecuación C.10.

$$x = \frac{y}{\tan \theta} \quad \text{C.10}$$

De la geometría de la figura C.3 se obtienen las ecuaciones C.11 y C.12.

$$\tan \alpha = \frac{y-d}{x} \quad \text{C.11}$$

$$x = \frac{y-d}{\tan \alpha} \quad \text{C.12}$$

Al igualar las ecuaciones C.10 y C.12, y después de algunas manipulaciones algebraicas, se puede conocer el valor de  $y$  con la ecuación C.13 (valor del peralte en el otro extremo de la grieta).

$$\frac{y}{\tan \theta} = \frac{y-d}{\tan \alpha}$$

$$y = \frac{d}{1 - \frac{\tan \alpha}{\tan \theta}} \quad \text{C.13}$$

Al sustituir la ecuación C.13 en la ecuación C.10 se obtiene la ecuación C.14, con lo que se justifica la extensión del agrietamiento diagonal mostrada en la figura C.2-b.

$$x = \frac{\frac{d}{1 - \frac{\tan \alpha}{\tan \theta}}}{\tan \theta}$$

$$x = \frac{d}{\tan \theta - \tan \alpha} \quad \text{C.14}$$

Regan y Yu (1973) y Stefanou (1983) propusieron una solución similar, pero con un resultado inverso al aquí presentado, pues a  $x$  la cuantificaron con la ecuación C.13 (fijando  $\theta = 34^\circ$ ).

**C.3 EXTENSIÓN DE LA REGIÓN CRÍTICA (REGIÓN D) Y VALOR DEL PERALTE CRÍTICO (FRONTERA ENTRE REGIONES B-D) DE UNA TRABE ACARTELADA CON REFUERZO TRANSVERSAL (ARMADURA PLÁSTICA)**

En la figura C.4 se muestra el abanico de compresión en el peralte menor de una cartela típica. Conforme a la recomendación de esta tesis, la proyección horizontal del abanico ( $x_{cr}$ ) señala la frontera entre las regiones B-D (plásticas) en ese extremo, así como la ubicación del peralte crítico ( $d_{cr}$ ).

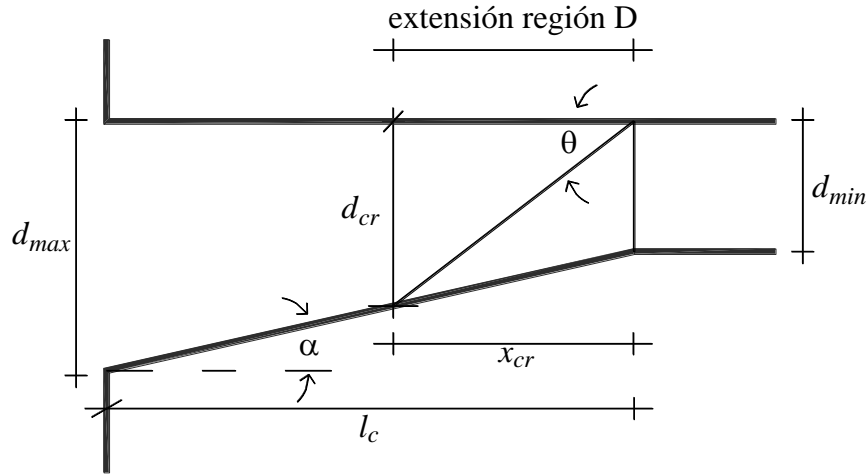


Figura C.4 determinación del peralte crítico de la cartela

Al comparar las figuras C.3 y C.4 es evidente la similitud. En efecto, la solución (geométrica) de la sección C.2 también resuelve el *campo de esfuerzo* mostrado en la figura C.4. De esta forma, sólo se harán los cambios de variable necesarios para expresar la solución en términos del peralte crítico ( $d_{cr}$ ) y de la distancia crítica ( $x_{cr}$ ).

La distancia crítica, medida desde el peralte mínimo de la cartela, es la que se indica en la ecuación C.15, y el peralte crítico se obtiene con la ecuación C.16.

$$x_{cr} = \frac{d_{min}}{\tan \theta - \tan \alpha} \tag{C.15}$$

$$d_{cr} = \frac{d_{min}}{1 - \frac{\tan \alpha}{\tan \theta}} \tag{C.16}$$

#### C.4 VALOR Y UBICACIÓN DEL LÍMITE DEL PERALTE CRÍTICO EN TRABES ACARTELADAS

Para que el peralte crítico de las traves acarteladas tenga significado físico y mecánico, es decir, que pertenezca a la región B, es condición suficiente que no incurra dentro de la región D en el otro extremo de la cartela (peralte máximo). Este problema se resuelve atendiendo a la figura C.5.

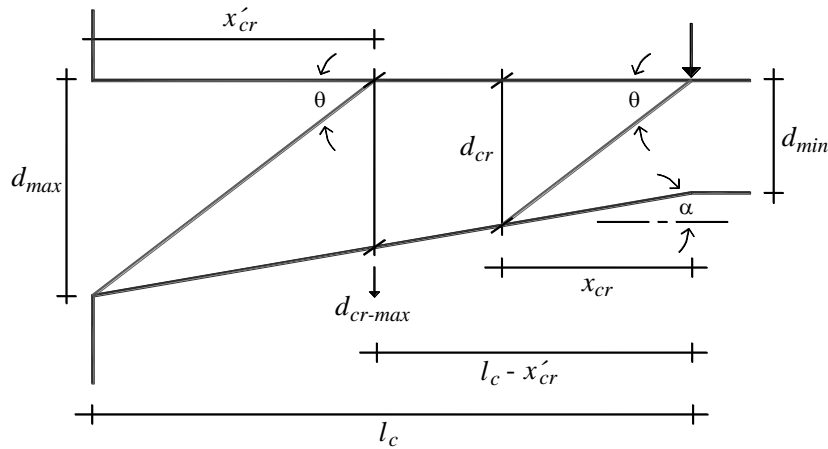


Figura C.5 Cota superior para el peralte crítico sugerida en este trabajo

En la figura C.5 se ha señalado la extensión del abanico de compresión que delimita la región D en el extremo del peralte máximo ( $x'_{cr}$ ). En efecto, en esa sección se ubica una frontera entre las regiones B-D.

Con base en la figura C.5, se tiene que  $d_{max} = x'_{cr} \tan \theta$ , por lo que la distancia  $x'_{cr}$  se calcula con la ecuación C.17.

$$x'_{cr} = \frac{d_{max}}{\tan \theta} \quad \text{C.17}$$

El peralte de la cartela en la distancia  $x'_{cr}$  ( $d_{cr-max}$ ) se obtiene con la ecuación C.18:

$$d_{cr-max} = d_{max} - x'_{cr} \tan \alpha \quad \text{C.18}$$

Al sustituir la ecuación C.17 en la C.18, se tiene que el valor del peralte a una distancia  $x'_{cr}$  del peralte máximo, se obtiene con la ecuación C.19 (límite del peralte crítico de la cartela).

$$d_{cr-max} = d_{max} \left( 1 - \frac{\tan \alpha}{\tan \theta} \right) \quad \text{C.19}$$



### C.5 VERSIÓN SIMPLIFICADA DE LA CONTRIBUCIÓN DEL CONCRETO EN TRABES ACARTELADAS

En la sección 4.7.4 se resolvió un modelo de armadura elástica (figura C.6), para estimar la contribución del concreto en una trabe acartelada ( $V_{cTA}$ ). En la ecuación C.20 se presenta la fórmula obtenida, y en la ecuación C.21, de forma aislada, el término que cuantifica el efecto de armadura elástica.

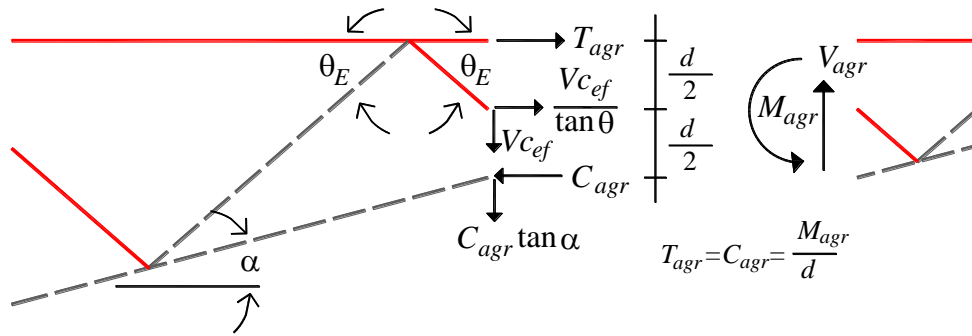


Figura C.6 Modelo de armadura elástica para una región B sin refuerzo transversal

$$V_{cTA} = 0.53\sqrt{f'_c} bd \left[ 1 + \frac{\tan \alpha}{2 \tan \theta_E} \right] \pm \frac{|M_{agr}|}{d} \tan \alpha; \quad (\text{kg, cm}) \quad (\text{trabe acartelada}) \quad \text{C.20}$$

$$\left[ 1 + \frac{\tan \alpha}{2 \tan \theta_E} \right] \quad (\text{efecto de armadura elástica}) \quad \text{C.21}$$

La ecuación C.20 exige tener una idea del valor del momento flexionante asociado al agrietamiento diagonal ( $M_{agr}$ ), así como del ángulo de inclinación del campo de tensión elástico ( $\theta_E$ ). En la sección 4.7.4 se justificaron los valores mostrados en las ecuaciones C.22 y C.23 para ambos parámetros.

$$M_{agr} = 1.07\sqrt{f'_c} bd^2; \quad (\text{kg, cm}) \quad \text{C.22}$$

$$\theta_E = 45^\circ \quad \text{C.23}$$

Al sustituir los valores indicados en las ecuaciones C.22 y C.23 en la ecuación C.20, se tiene que:

$$V_{cTA} = 0.53\sqrt{f'_c} bd [1 + 0.5 \tan \alpha] \pm 1.07\sqrt{f'_c} bd \tan \alpha; \quad (\text{kg, cm})$$

Al desarrollar y agrupar términos, y distinguiendo los dos casos asociados al signo “±”, se llega a las ecuaciones C.24 y C.25.

$$V_{cTA} = 0.53\sqrt{f'_c} bd[1 + 2.5 \tan \alpha]; \quad (\text{kg, cm}) \quad \text{C.24}$$

$$V_{cTA} = 0.53\sqrt{f'_c} bd[1 - 1.5 \tan \alpha]; \quad (\text{kg, cm}) \quad \text{C.25}$$

La ecuación C.24 aplica cuando el peralte y el momento crecen en la misma dirección, y la ecuación C.25 cuando crecen en sentido contrario.

Opcionalmente, puede omitirse el efecto de armadura elástica en la solución (ecuación C.21). De esta forma, la ecuación C.20 se reduce a la mostrada en la ecuación C.26.

$$V_{cTA} = 0.53\sqrt{f'_c} bd \pm \frac{|M_{agr}|}{d} \tan \alpha; \quad (\text{kg, cm}) \quad (\text{trabe acartelada}) \quad \text{C.26}$$

Sustituyendo los valores indicados en las ecuaciones C.22 y C.23 en la ecuación C.26, se tiene que:

$$V_{cTA} = 0.53\sqrt{f'_c} bd \pm 1.07\sqrt{f'_c} bd \tan \alpha; \quad (\text{kg, cm})$$

Al desarrollar y agrupar términos se llega a la ecuación C.27.

$$V_{cTA} = 0.53\sqrt{f'_c} bd[1 \pm 2 \tan \alpha]; \quad (\text{kg, cm}) \quad (\text{versión simplificada}) \quad \text{C.27}$$

En la ecuación C.27, el signo positivo dentro del paréntesis aplica cuando el peralte y el momento crecen en el mismo sentido, y viceversa.

### **C.6 EXTENSIÓN DE LA REGIÓN CRÍTICA (REGIÓN D) Y VALOR DEL PERALTE CRÍTICO (FRONTERA ENTRE REGIONES B-D) DE UNA TRABE ACARTELADA SIN REFUERZO TRANSVERSAL (ARMADURA ELÁSTICA)**

En la sección 4.7.5 se demostró que sin importar el valor del ángulo  $\theta$ , en traves de sección constante, la extensión de las regiones D coincide en los modelo de armadura plástica y elástica. Para ello, fue necesario establecer algunas hipótesis sobre la transición entre el estado elástico (no agrietado) y plástico (agrietado); entre otras, que el puntal que descarga en el apoyo es común en ambos casos.

En la figura C.7 se presenta esta situación, donde se observa que en la sección crítica se intersectan el *puntal* de concreto del modelo de armadura plástica, y el *tensor* de concreto del modelo de armadura elástica. Esta intersección ocurre en el peralte medio de la trabe ( $d/2$ ), y coincide con la longitud media de ambos elementos (puntal y tensor).

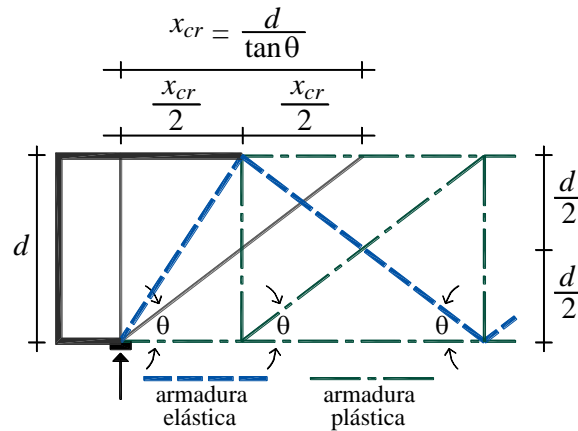


Figura C.7 Modelos de armadura plástica y elástica sobrepuestos. Trabe de sección constante

Para hacer una distinción clara entre ambos casos, y obtener definiciones congruentes con: 1) el reglamento ACI (ACI 318 11, “Committee 326” 1962/a/b) y, 2) el diseño escalonado de la teoría de la plasticidad del concreto (Rogowsky 1983, Marti 1986, Cerruti y Marti 1987), se recomendó en el capítulo cuatro usar un ángulo fijo  $\theta_E = 45^\circ$  para ubicar la sección crítica *elástica* (ecuación C.28). En la figura C.8 se observa que los modelos de armadura sugeridos en esta tesis, explican la sección crítica por cortante adoptada por el reglamento ACI, tanto para traveses con estribos ( $\theta = 45^\circ$ ), como sin ellos ( $\theta_E = 45^\circ$ ).

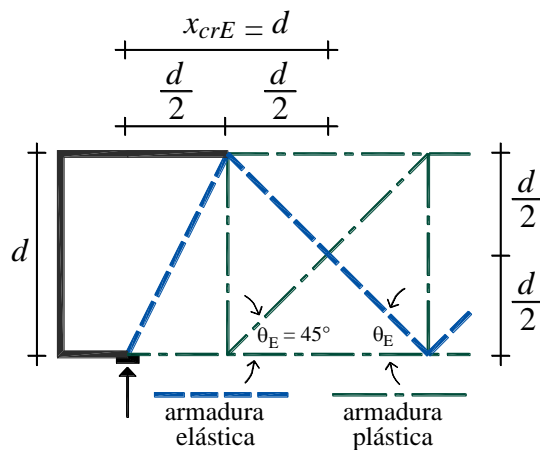


Figura C.8 Detalle de modelos de armadura elástica recomendado ( $\theta_E = 45^\circ$ ). Trabe de sección constante

$$x_{crE} = d \quad (\text{trabe de sección constante})$$

C.28

Para establecer la ubicación de la sección crítica elástica en traveses acartelados, se utilizó el mismo criterio de la figura C.8, es decir, se supuso que la sección crítica está en la frontera de las regiones B-D, asociada a los esfuerzos principales elásticos según una orientación  $\theta_E = 45^\circ$  (figura C.9).

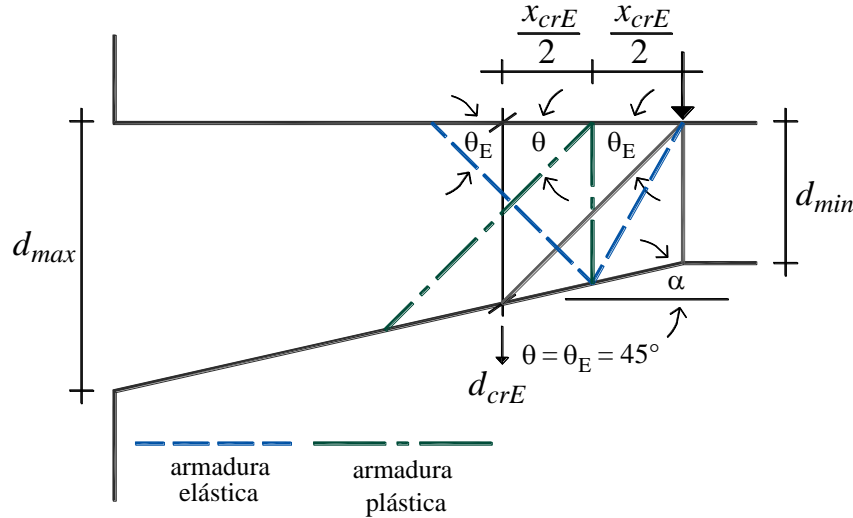


Figura C.9 Modelos de armadura plástica y elástica superpuestos. Trabe acartelada

En la figura C.9 se observa que: i) la intersección del puntal de concreto de la armadura plástica con el tensor de concreto de la armadura elástica, sólo se presenta en la longitud media del tensor y, ii) dicha intersección no coincide con la sección que delimita la frontera entre las regiones B-D (extensión del abanico de compresión con  $\theta_E = 45^\circ$ ), sino que ocurre un poco antes.

Como estas características difieren de lo observado en la superposición de los modelos para traves de sección constante (figura C.8), fue necesario tomar una decisión para definir la sección crítica elástica de las traves acarteladas. Se escogió entre las siguientes opciones: a) suponerla en la intersección del puntal y del tensor de concreto de ambos modelos o, b) fijarla en la sección donde termina extensión del abanico de compresión que tiene una inclinación asociado a un ángulo  $\theta_E = 45^\circ$  (frontera entre las regiones B-D).

Para mantener la filosofía y el formato de la sección crítica plástica, se optó por la segunda opción (opción b). De esta manera, en la ecuación C.29 se muestra la ecuación que indica la ubicación de la sección crítica elástica de una trabe acartelada ( $x_{crE}$ ), y en la ecuación C.30 el valor del peralte crítico ( $d_{crE}$ ). Ambas fórmulas son un caso particular de las ecuaciones C.15 y C.16, deducidas con anterioridad para una armadura plástica (secciones C.2 y C.3).

$$x_{crE} = \frac{d_{min}}{\tan \theta_E - \tan \alpha} = \frac{d_{min}}{1 - \tan \alpha} \quad \text{C.29}$$

$$d_{crE} = \frac{d_{min}}{1 - \frac{\tan \alpha}{\tan \theta_E}} = \frac{d_{min}}{1 - \tan \alpha} \quad \text{C.30}$$

### C.7 COMPROBACIÓN DE LA SECCIÓN CRÍTICA ELÁSTICA CON MODELOS DE ELEMENTOS FINITOS

Para respaldar la sección crítica asociada a la contribución del concreto en traveses acartelados, se hicieron análisis de elementos finitos con los modelos descritos en el apéndice B, y que fueron utilizados para identificar las regiones B-D elásticas en las cartelas (figura C.10). Los análisis solamente se hicieron en los modelos de las traveses de sección variable con relaciones de aspecto  $a/d_{max} = 2, 2.5, 4$  y  $6$ . Lo anterior, ya que sólo estos pueden alojar una región B elástica según el parámetro  $\lambda_E$  recomendado en este trabajo (ecuación C.31). La deducción de esta medida de esbeltez se presenta en el apéndice G.

$$\lambda_E = \frac{l_c}{l_{RBE}} = \frac{l_c}{\frac{d_{min}}{1 - \tan \alpha} + d_{max}} \geq 1 \quad (\text{región B elástica trabe acartelada}) \quad \text{C.31}$$

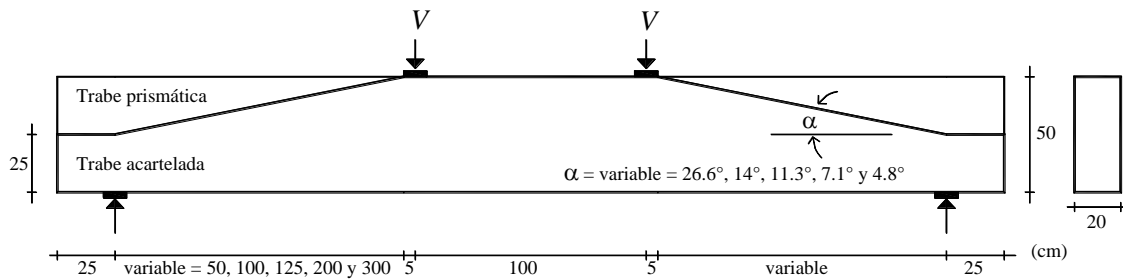


Figura C.10 Dimensiones y arreglo general de los modelos analizados con elemento finito

Por la condición de carga y apoyo de los modelos se sabe que el peralte de la cartela y el diagrama de momentos crecen en la misma dirección. En otras palabras, la cartela trabaja en su condición más favorable. De esta forma, la contribución del concreto se calculó con la ecuación C.32, donde todos los términos son conocidos (detalles de esta ecuación se presentan en el capítulo cuatro y en la sección C.5). En la tabla C.1 se muestra el valor de  $\lambda_E$ , y la contribución del concreto ( $V_{cTA}$ ) suponiendo que éste tiene una resistencia  $f'_c = 250 \text{ kg/cm}^2$ .

$$V_{cTA} = 0.53 \sqrt{f'_c} b d [1 + 2.5 \tan \alpha]; \quad (\text{kg, cm}) \quad \text{C.32}$$

Tabla C.1 Esbeltez y contribución del concreto de los modelos analizados

Elemento	$\alpha$	$\lambda_E$	$d_{cr}$ (cm)	$V_{cTA}$ (kg)
C-ad <sub>max</sub> -2	14°	1.20	33.33	9,077
C-ad <sub>max</sub> -2.5	11.3°	1.53	31.25	7,856
C-ad <sub>max</sub> -4	7.1°	2.54	28.57	6,285
C-ad <sub>max</sub> -6	4.8°	3.88	27.27	5,519

Los modelos se cargaron con la contribución del concreto indicada en la tabla C.1. De esta manera se obtuvieron modelos sometidos a un cortante constante igual a la contribución del concreto (figura C.10, tabla C.1). En todos los modelos se consideró: 1) un concreto con resistencia  $f'_c = 250 \text{ kg/cm}^2$ , 2) un módulo de elasticidad de  $E_c = 200,000 \text{ kg/cm}^2$  y, 3) un

módulo de *Poisson*  $\nu_c = 0.20$ . Tanto las cargas como las reacciones se transmitieron al elemento a través de placas de acero ( $E_s = 2.1 \times 10^6 \text{ kg/cm}^2$  y  $\nu_s = 0.3$ ). La superficie de contacto de estas placas fue de  $200 \text{ cm}^2$  ( $10 \times 20 \text{ cm}$ ), y el espesor de las placas fue de  $5 \text{ cm}$ . En los análisis se omitió el peso propio de los modelos.

En los análisis se consideró un criterio de falla por *tensión diagonal*. Para establecerla, se hizo una revisión bibliográfica que trató de incluir propuestas de diferentes filosofías de diseño.

De acuerdo con Reineck (1991), el agrietamiento por tensión diagonal en una región B, se presenta cuando el esfuerzo principal de tensión es igual a la resistencia efectiva del concreto a tensión ( $\nu f_t$ ). Con base en observaciones experimentales en vigas que fallaron por cortante, este esfuerzo efectivo se puede estimar con la ecuación C.33.

$$\nu f_t = 0.51 f_c'^{2/3}; \quad (\text{kg, cm}) \quad (\text{Reineck 1991}) \quad \text{C.33}$$

Al-Nahlawi y Wight (1992) recomendaron usar una resistencia efectiva del concreto calculada con la ecuación C.34. De acuerdo con ellos, esta resistencia representa aproximadamente el sesenta por ciento de la resistencia “pura” a tensión del concreto ( $\nu = 0.6$ ). Al parecer, ellos se refirieron a la resistencia del reglamento ACI para la prueba brasileña ( $f_t = 1.77 \sqrt{f_c'}$ ). Por su parte, Collins *et al.* (1996) y Vecchio y Shim (2004) sugirieron un valor que numéricamente es igual al mostrado en la ecuación C.34 (no emplearon el término resistencia efectiva).

$$\nu f_t = 1.06 \sqrt{f_c'}; \quad (\text{kg, cm}) \quad (\text{Al - Nahlawi y Wight 1992, Collins et al. 1996, Vecchio y Shim 2004}) \quad \text{C.34}$$

Kaufmann y Marti (1998) consideraron en su modelo de membrana, que el concreto se agrieta por cortante a un esfuerzo efectivo de tensión igual al mostrado en la ecuación C.35 ( $\nu = 1$ ).

$$\nu f_t = 0.65 f_c'^{2/3}; \quad (\text{kg, cm}) \quad (\text{Kaufmann y Marti 1998}) \quad \text{C.35}$$

Finalmente, Nielsen (1999) indicó que el agrietamiento por cortante ocurre a un esfuerzo efectivo igual al sesenta por ciento del medido en pruebas estandarizadas de tensión (ecuación C.36).

$$\nu f_t = 0.33 f_c'^{2/3}; \quad (\text{kg, cm}) \quad (\text{Nielsen 1999}) \quad \text{C.36}$$

En la propuesta de Nielsen (1999), el factor de eficiencia es  $\nu = 0.6$ ; sin embargo, también recomendó hacer una reducción adicional del 50% para incorporar el efecto del *micro-agrietamiento*. Esta reducción adicional no se tomó en cuenta (para más detalles consultar los apéndices E y F).

En la figura C.11 se muestra el comportamiento de las ecuaciones C.33 a C.36 en función de la resistencia del concreto. En la figura se ha distinguido el factor de eficiencia ( $\nu$ ) asociado a cada una de ellas. Al final se decidió utilizar como criterio de falla, una resistencia efectiva a

tensión igual al sesenta por ciento de la indicada en el reglamento ACI para la prueba brasileña ( $\nu f_t = 1.06\sqrt{f'_c}$ ).

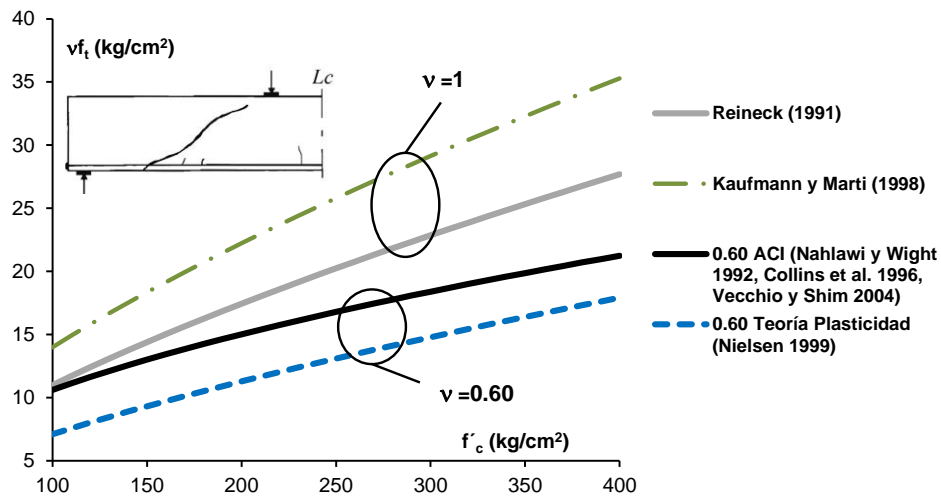


Figura C.11 Comparación de diferentes recomendaciones para la resistencia efectiva a tensión del concreto

Establecido el criterio de falla por tensión diagonal, se hicieron los análisis de elemento finito y después las siguientes actividades:

1. Se identificó la frontera que dividía los esfuerzos que estaban por arriba y por debajo del esfuerzo de tensión efectivo asociado al agrietamiento diagonal (y flexo-cortante); en este caso,  $\nu f_t = 1.06\sqrt{250} = 16.7 \text{ kg/cm}^2$ .
2. Se superpuso en los modelos de elemento finito: i) un abanico de compresión asociado a un ángulo  $\theta_E = 45^\circ$  y ii), un *detalle* de armadura elástica, con ellos se identificó la ubicación de la sección crítica (elástica) por cortante recomendada en esta tesis doctoral (figura C.9).

Los resultados de esta superposición de métodos se muestran en la figura C.12, de la cual se desprenden los siguientes comentarios:

- La ubicación de la sección crítica recomendada en esta tesis para la contribución del concreto, coincide, *grosso modo*, con la frontera entre el concreto sano y el agrietado por tensión diagonal, siendo más evidente con el incremento de la esbeltez (por ejemplo, figura C.13-a).
- A medida que disminuye la esbeltez, el agrietamiento se aleja del abanico de compresión supuesto (por ejemplo, figura C.13-b). Sin duda, esto se debe a la imposición del mecanismo de arco que minimiza, e incluso elimina, la falla por tensión diagonal (figura C.14).

Finalmente, estos resultados dan un soporte teórico adicional a la sección crítica elástica recomendada en este trabajo.

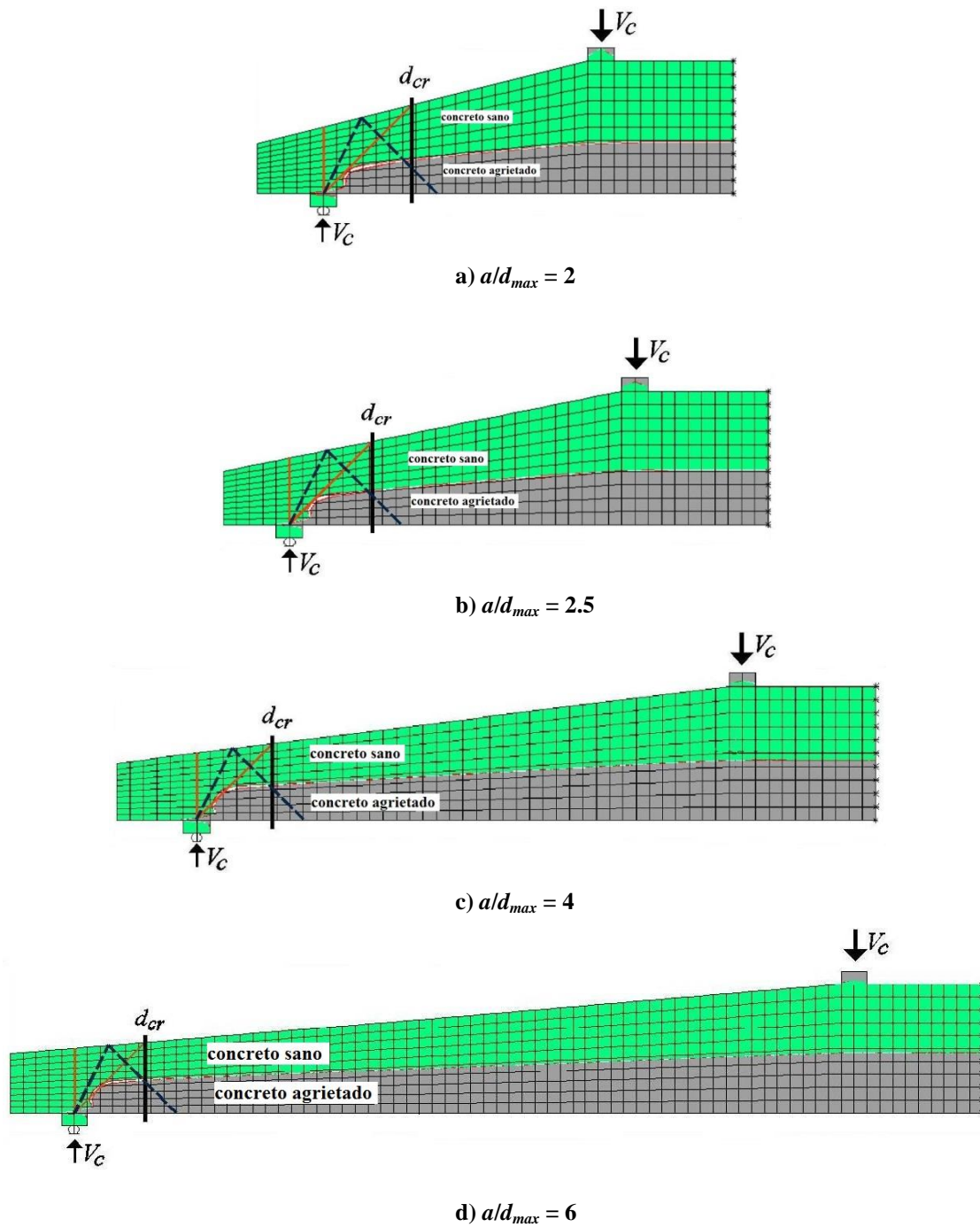


Figura C.12 Comparación del detalle de armadura elástica contra elementos finitos



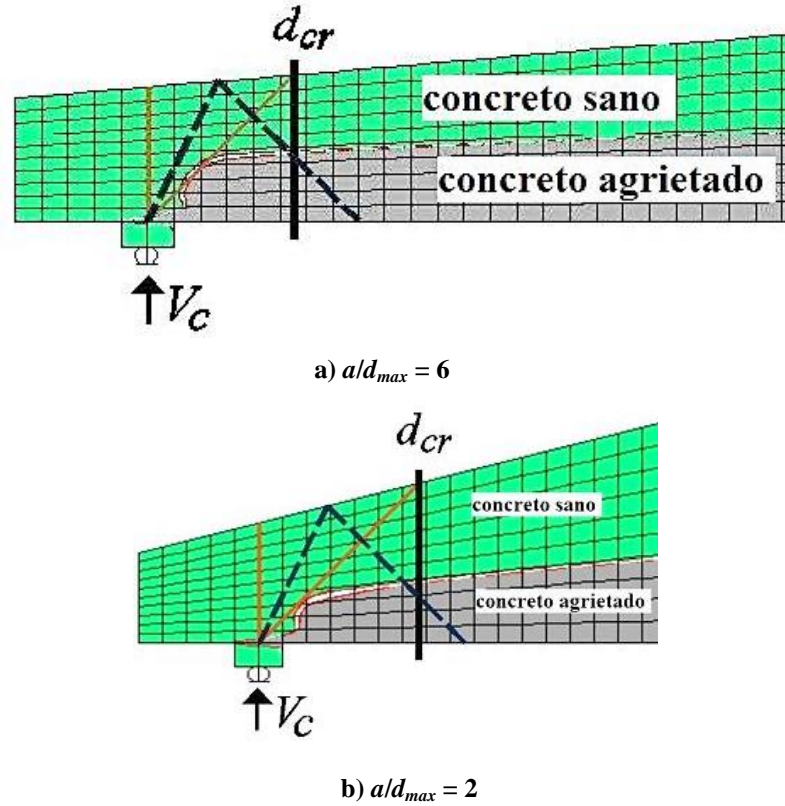


Figura C.13 Detalle de la superposición de métodos mostrados en la figura C.12

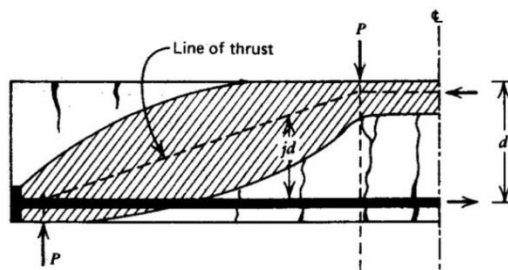


Figura C.14 Zona de compresión libre de agrietamiento en mecanismo de arco (Park y Paulay 1975)

## C.8 INDICIOS DE LA VALIDEZ DEL MODELO DE ARMADURA ELÁSTICA EN TRABES DE SECCIÓN CONSTANTE

En el capítulo cuatro se resolvió un modelo de armadura elástica para traveses acarteladas que es exclusivo para regiones B (figura C.15). Ese modelo está inspirado en el utilizado por Schlaich *et al.* (1987) para explicar la contribución del concreto.

La solución presentada en el capítulo cuatro es un caso general, pues cuando el ángulo de acartelamiento es nulo ( $\alpha = 0^\circ$ ), se obtiene una para traveses de sección constante. En las ecuaciones C.37 a C.39 se presenta esta solución, en la ecuación C.37 se eliminó el subíndice “*ef*” mostrado en la figura C.15, pues éste es exclusivo de las traveses acarteladas.

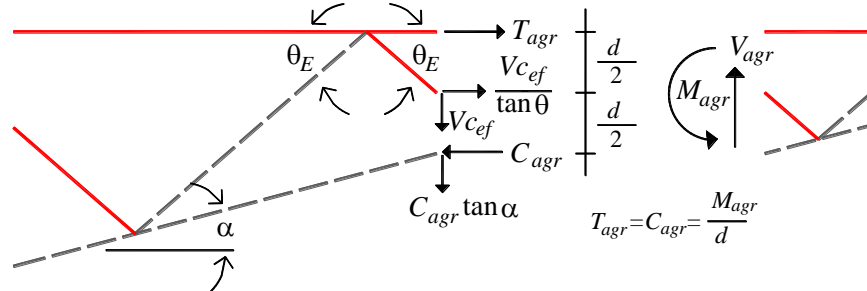


Figura C.15 Modelo de armadura elástica para una región B sin refuerzo transversal

$$V_c = V_{agr} \quad (\text{sección constante}) \quad \text{C.37}$$

$$C_{agr} = \frac{M_{agr}}{d} + \frac{V_{agr}}{2 \tan \theta_E} \quad (\text{sección constante}) \quad \text{C.38}$$

$$T_{agr} = \frac{M_{agr}}{d} - \frac{V_{agr}}{2 \tan \theta_E} \quad (\text{sección constante}) \quad \text{C.39}$$

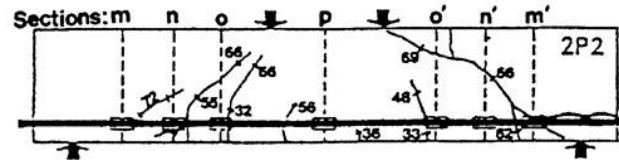
Las ecuaciones C.38 y C.39 muestran algo que, a reserva de contar con mayor información a futuro, es novedoso, es decir, que las demandas por cortante en las cuerdas longitudinales tienen un comportamiento inverso del que indica el modelo de armadura plástica (ecuaciones C.40 y C.41). En otras palabras, la demanda en el bloque de compresión es mayor, y en el acero de refuerzo longitudinal menor, de lo que dicta la teoría de la flexión (teoría de vigas).

$$C = \frac{M}{d} - \frac{V}{2 \tan \theta} \quad (\text{sección constante}) \quad \text{C.40}$$

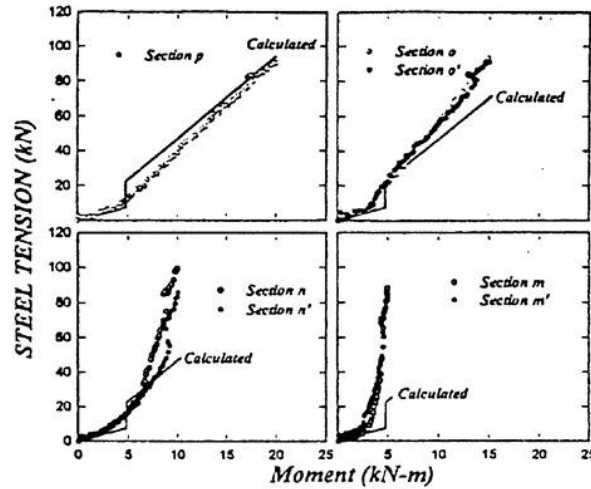
$$T = \frac{M}{d} + \frac{V}{2 \tan \theta} \quad (\text{sección constante}) \quad \text{C.41}$$

De acuerdo con estos resultados, el modelo de armadura elástica indica que el bloque de compresión está más demandado de lo que predice la teoría de vigas ( $C_{agr} = M_{agr}/d$ ), por lo que su participación en la resistencia a cortante debe ser mayor a lo acostumbrado. Asimismo, como la demanda en la cuerda de tensión es menor de lo supuesto ( $T_{agr} = M_{agr}/d$ ), probablemente la contribución del concreto que se sustenta en la resistencia a tensión del concreto está sobrestimada. Esta situación apoya la filosofía del reglamento ACI 318, sobre que después del agrietamiento diagonal, el bloque de compresión aporta la contribución del concreto.

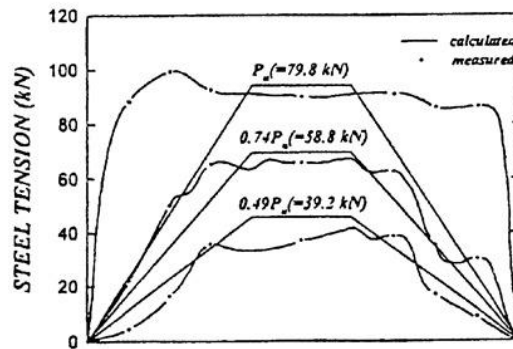
¿Existen indicios que el mecanismo de armadura elástica sugerido en esta tesis, pueda presentarse en el instante del agrietamiento diagonal? A continuación se ponen a consideración algunos casos interesantes.



(a) Crack configuration



(b) Steel tension according to applied moment



(c) Distribution of steel tension along reinforcing bar

Figura C.16 Resultados típicos de Kim *et al.* (1999)

Kim *et al.* (1999) hicieron un estudio sobre el mecanismo de arco en traves prismáticas sin refuerzo transversal. En su trabajo utilizaron traves simplemente apoyadas con relaciones de aspecto  $a/d = 2, 2.5, 3$  y  $4$ , sometidas a dos cargas simétricas (figura C.16-a). En las figuras C.16-b/c/d se muestran los resultados típicos presentados por Kim *et al.* (1999). Estos resultados corresponden al elemento 2P2 ( $a/d = 2$ ), el cual se agrietó por tensión diagonal a un cortante de  $55.2$  kN y tuvo una resistencia última de  $79.8$  kN.

Kim *et al.* (1999) midieron la demanda en el acero longitudinal en tres secciones simétricas en ambos claros de cortante, y las compararon con las obtenidas con la teoría de vigas (figura C.16-b). De este ejercicio concluyeron que, a la falla, la demanda en el acero longitudinal fue superior a la teórica (incluso al centro del claro de cortante), y lo asociaron, exclusivamente, a un mecanismo de arco favorecido por el agrietamiento de flexión que redujo el brazo de palanca interno (figura C.17).

Esta idea es interesante, pues sugiere que en traveses en las que teóricamente se puede presentar un mecanismo de viga dominante (traveses con  $a/d \geq 2$ ), éste puede ser minimizado por el agrietamiento de flexión al incrementar la demanda en el acero longitudinal de tensión. En otras palabras, que el mecanismo de arco no se asocia únicamente con la transmisión de la carga directamente al apoyo (por ejemplo, figura C.14).

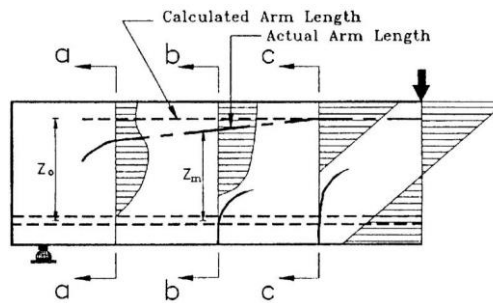


Figura C.17 Reducción del brazo de palanca interno debido al agrietamiento por flexión (Kim *et al.* 1999)

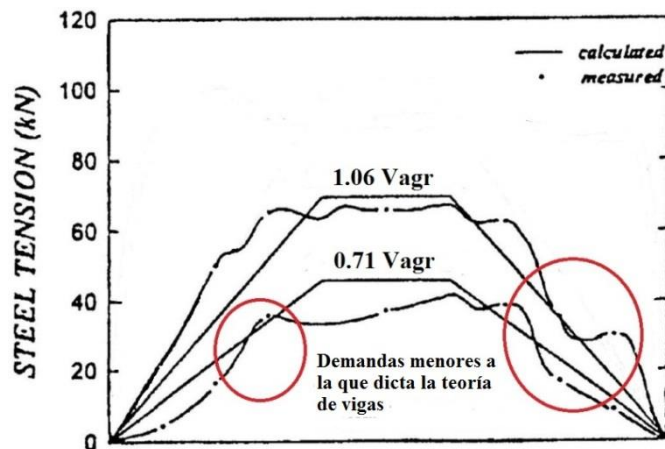


Figura C.18 Demandas en el acero longitudinal típicas de Kim *et al.* (1999). Modificada

En la figura C.16-c, Kim *et al.* (1999) presentaron la demanda a lo largo del acero longitudinal en función del cortante último ( $V_u = 79.8$  kN). De esa figura, es claro que al final de la capacidad resistente el acero longitudinal presentó una demanda casi constante conforme al predominio del mecanismo de arco. Sin embargo, en estados previos (74% y 49% del cortante último), se aprecia que en la zona de la mitad del claro de cortante la demanda no fue sustancialmente mayor, e incluso fue menor, de lo que indica la teoría de vigas.

Para facilitar esta observación, en la figura C.18 se muestra una versión modificada de la figura C.16-c, en esta figura: 1) se han eliminado las curvas que corresponden al cortante último y, 2) las que corresponden al 74% y el 49% del cortante último se han expresado como porcentaje del cortante del agrietamiento por tensión diagonal ( $0.71 V_{agr}$  y  $1.06 V_{agr}$ , respectivamente).

Desde esta nueva perspectiva, parece más claro que a la mitad del claro de cortante de una viga con una relación  $a/d = 2$ , y cerca de la aparición del agrietamiento por tensión diagonal, la demanda en el acero longitudinal puede ser realmente menor que la que dicta la teoría de vigas ( $T_{agr} < M_{agr}/d$ ). En otras palabras, esto sugiere la existencia de un mecanismo resistente explicado con un modelo de armadura elástica para regiones B.

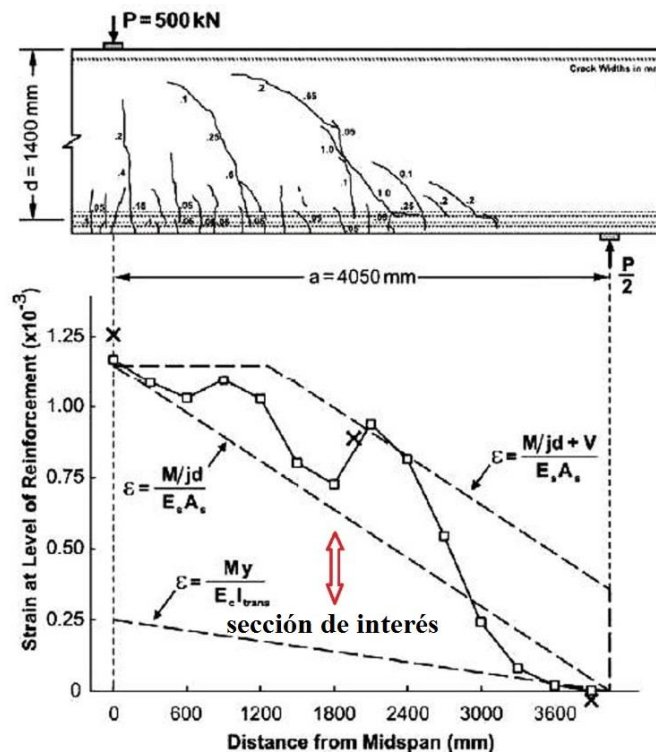


Figura C.19 Demanda en el acero longitudinal según Sherwood (2008) y Collins *et al.* (2008). Modificada

En Collins *et al.* (2008) fue presentada la figura C.19. En la publicación se mencionó que se comparaban las deformaciones medidas en una trabe sin refuerzo transversal ensayada por Sherwood (2008). La carga corresponde a la resistencia última del elemento.

Las mediciones fueron comparadas contra las que se obtienen utilizando: 1) la sección transformada (ecuación C.42), la teoría de vigas o teoría de la flexión (ecuación C.43) y, 3) una propuesta no justificada que “toma en cuenta el efecto del cortante en las demandas del acero longitudinal” (ecuación C.44).

$$\varepsilon = \frac{My}{E_c J_{trans}} \quad (\text{sección transformada}) \quad \text{C.42}$$

$$\varepsilon = \frac{M/jd}{E_s A_s} \quad (\text{teoría de vigas}) \quad \text{C.43}$$

$$\varepsilon = \frac{(M/jd)+V}{E_s A_s} \quad (\text{Collins et al. 2008}) \quad \text{C.44}$$

$$\varepsilon = \frac{(M/jd)-0.5V}{E_s A_s} \quad (\text{este trabajo}) \quad \text{C.45}$$

Sobre el patrón de las mediciones mostradas en la figura C.19, Collins *et al.* (2008) dijeron que:

1. A un peralte del apoyo, es decir, en la sección crítica donde las grietas son inclinadas, la demanda en el acero se predice tomando en cuenta el efecto del cortante (ecuación C.44).
2. En donde predominan las grietas verticales por flexión, por ejemplo, al centro del claro del elemento mostrado en la figura C.19, la demanda en el acero de tensión se explica con la teoría de vigas.

En este sentido, la tendencia mostrada en la figura C.19 es clara: en la mayor parte del claro de cortante la demanda es superior a la que pronostica la teoría de vigas, pero, a la mitad de éste, la demanda se reduce drásticamente. Tomando en cuenta que la trabe tiene una relación de aspecto  $a/d = 2.9$ , y que está dentro de las proporciones estudiadas por Kim *et al.* (1999), es decir  $2 \leq a/d \leq 4$ , se puede suponer que el aumento de la demanda de tensión también fue influenciado por el mecanismo de arco.

Sin embargo, la reducción de la demanda de tensión al centro del claro de cortante, donde existe agrietamiento diagonal (y no solo vertical como aseveraron Collins *et al.* 2008), puede estar relacionada con el mecanismo de armadura defendido en esta tesis doctoral. Lo anterior ya que:

- I. Al tener el elemento una relación  $a/d = 2.9$ , la sección al centro del claro de cortante es la que mayor oportunidad tiene de desarrollar un comportamiento típico de una región B elástica.
- II. Al consultar la tesis doctoral de Sherwood (2008), se constató que las tendencias mostradas en la figura C.19 no fueron las medidas en el claro de cortante de un *solo* elemento, como se dijo en Collins *et al.* (2008), sino que son el *promedio* de las mediciones en *cinco* elementos diferentes (es decir, el promedio de *diez* claros de

cortante). Esto implica que existieron mediciones por arriba y por debajo de lo pronosticado por la teoría de vigas (en especial, son de interés las que están por abajo).

Si se acepta que las demandas al centro del claro de cortante pueden ser aún menores a las mostradas en la figura C.19, es factible que éstas sean congruente con el modelo de armadura elástica (ecuación C.39 con  $\theta_E = 45^\circ$ ). En la ecuación C.45 se muestra esta demanda en el mismo formato presentado por Collins *et al.* (2008), y en la figura C.20 cómo compara contra los mismos datos presentados por ellos. El lector es libre de hacer sus propias conclusiones.

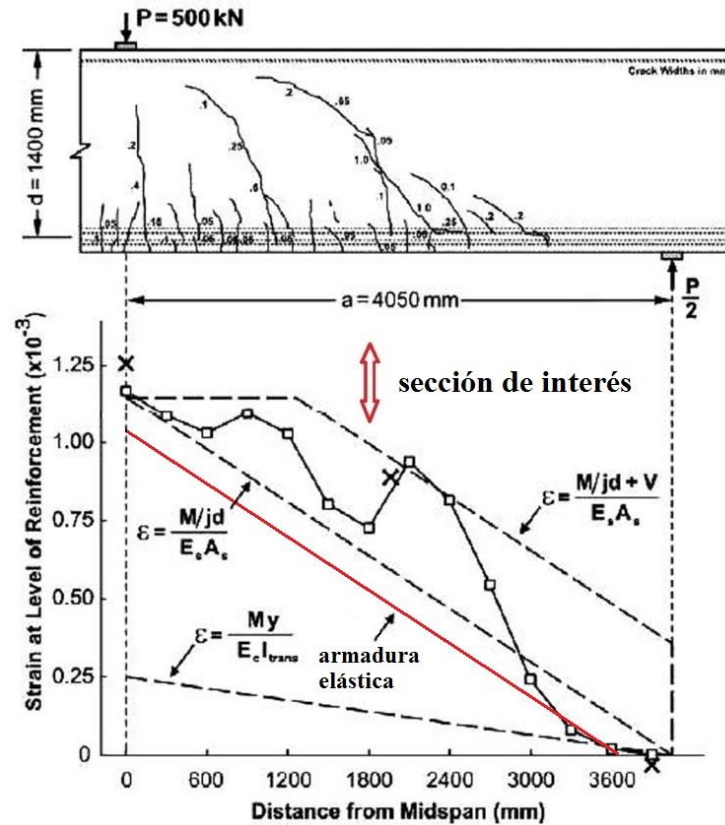


Figura C.20 Comparación de la propuesta de Collins *et al.* (2008) contra la de este trabajo. Modificada

Como comentario final, se hace notar que la propuesta de Collins *et al.* (2008) implica que el mecanismo resistente a cortante de una región B de una trabe sin estribos, sea igual al de una trabe que los tiene. Es decir, en ambos casos, el cortante aumenta la demanda en el acero longitudinal de tensión, pero, para que esto suceda, se debe tener solo un campo de compresión diagonal. Esta situación no es realista en las trabes sin estribos, donde el agrietamiento diagonal es dominado por un campo de tensión diagonal (Schlaich *et al.* 1987, Reineck 1991).

### C.9 RELACIÓN ENTRE $\lambda_p$ Y EL NÚMERO DE TABLEROS DE ARMADURA DE UNA REGIÓN B PLÁSTICA EN TRABES DE SECCIÓN CONSTANTE

En el capítulo cuatro se presentó el parámetro de esbeltez plástica  $\lambda_p$  que indica la factibilidad de que se forme una región B en el claro de cortante. En la ecuación C.46 se muestra la ecuación especializada de este parámetro para traveses de sección constante (figura C.21).

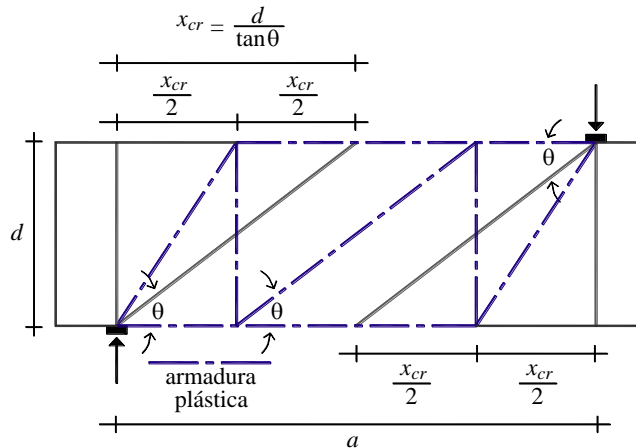


Figura C.21 Modelo de armadura plástica para una trabe de sección constante

$$\lambda_p = \frac{a}{l_{RBP}} = \frac{a}{\frac{2d}{\tan\theta}} = \frac{a(\tan\theta)}{2d} \geq 1 \quad (\text{region B trabe prismática}) \quad \text{C.46}$$

Las bondades de la ecuación C.46 se muestran con detalle en el apéndice G, en este apéndice sólo se demuestra la relación que existe entre  $\lambda_p$  y el número de tableros de armadura que “cabren” en una región B plástica.

La ecuación C.46 se puede arreglar para que indique la longitud del claro de cortante en función de valores conocidos de  $\lambda_p$  y  $\theta$  (ecuación C.47).

$$a = \lambda_p \frac{2d}{\tan\theta} \quad \text{C.47}$$

En la figura C.22 se muestran los modelos de armadura plástica que resultan para valores de  $\lambda_p$  iguales a uno, uno y medio y dos ( $\lambda_p = 1, 1.5$  y  $2$ ) para el caso típico mostrado en la figura C.21. En esos modelos se ha indicado con la letra “T” cada tablero de armadura que forma parte de la región B (el total de tableros es cuantificado con el parámetro  $N_T$ ).

Finalmente, se puede demostrar que los valores de  $\lambda_p$  y  $N_T$  indicados en la figura C.22, están relacionados con la ecuación C.48. Evidentemente, esta ecuación tiene utilidad práctica en la etapa de diseño para valores de  $\lambda_p$  múltiplos de 0.5.



$$N_T = 2\lambda_p - 1$$

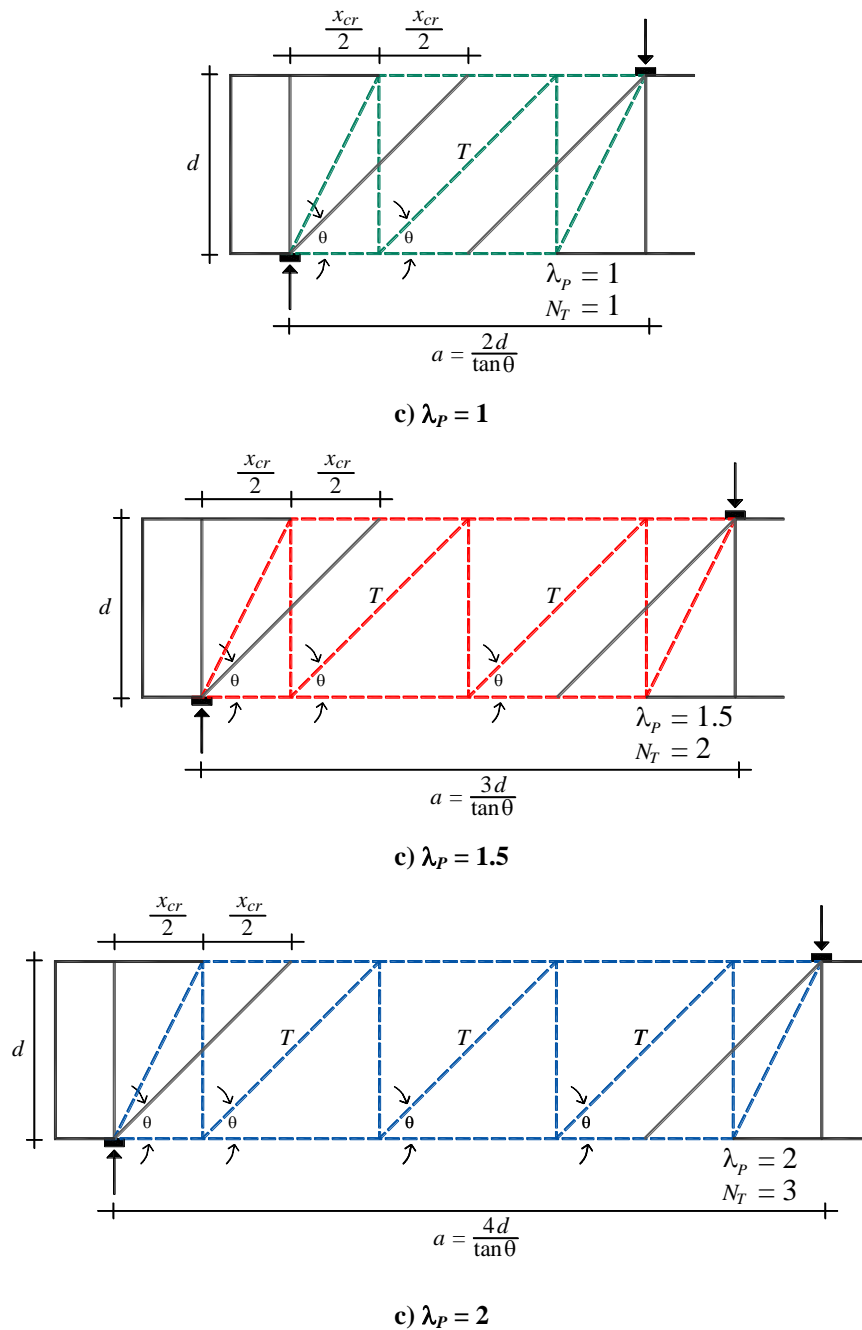


Figura C.22 Modelos de armadura para diferentes valores de  $\lambda_p$

### C.10 COMENTARIOS

En este apéndice se presentaron las soluciones analíticas y algunos aspectos relevantes de los modelos de armadura presentados en esta tesis (capítulos cuatro y cinco). Asimismo, se demostraron las definiciones para la sección crítica por cortante en traves prismáticas y acarteladas con y sin refuerzo transversal. En el ejercicio se hizo uso de análisis de elementos

finitos lineales para respaldar la sección crítica por cortante para la contribución del concreto (detalle de armadura elástica).

Un aspecto relevante de este apéndice, es que se presentó evidencia que apoya la existencia del mecanismo de armadura elástica de una región B, es decir, el que justifica la contribución del concreto. Este mecanismo fue propuesto a partir del modelo de armadura original de Schlaich *et al.* (1987), y respaldado por Reineck (1991). Sin embargo, ninguno de ellos lo usó con fines de diseño, por ejemplo, Reineck (1991) prefirió usar ecuaciones basadas en relaciones constitutivas que le confieren la resistencia a la fricción de las grietas (trabazón del agregado).

La interpretación que se le ha dado al modelo de armadura elástica, da fuertes indicios que el bloque de compresión no agrietado en verdad es el responsable de la contribución del concreto después del agrietamiento diagonal. En este sentido, la evidencia presentada proporciona motivos suficientes para involucrarse en el esclarecimiento de esta situación.

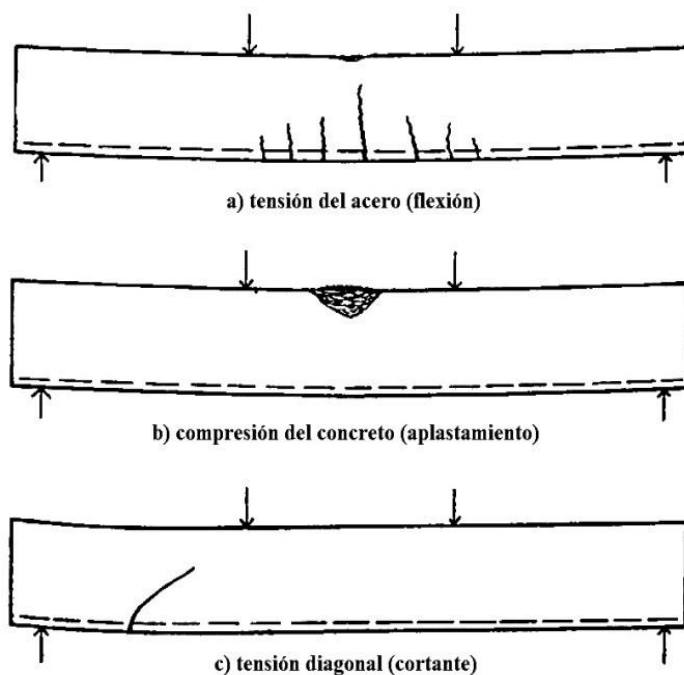
## REFERENCIAS Y BIBLIOGRAFÍA

- ACI 318-11 (2011), "Building code requirements for structural concrete (ACI-318-11) and commentary (ACI-318R-11)", ACI Committee 318, *American Concrete Institute*, E.U.A.
- Al-Nahlawi K A y J K Wight (1992), "Beams analysis using concrete tensile strength in truss models", *ACI Structural Journal*, Vol. 89, No. 3, pp. 284-289.
- CEB-FIP (1990), "CEB-FIP model code 1990-Design code", Comité Euro-International du Béton, *Thomas Telford*, Suiza.
- Cerruti, L M y P Marti (1987), "Staggered shear design of concrete beams: large-scale test", *Canadian Journal of Civil Engineering*, Vol 14, No. 2, pp. 257-268.
- Collins, M P, D Mitchell, P Adegbar y F J Vecchio (1996), "A general shear design method", *ACI Structural Journal*, Vol. 93, No. 1, pp. 36-45.
- Collins, M P, E C Bentz, E G Sherwood y L Xie (2007), "An adequate theory for the shear strength of reinforced concrete structures", *Morley Symposium on Concrete Plasticity and its Application*, University of Cambridge, Inglaterra.
- Collins, M P, E C Bentz, E G Sherwood (2008), "Where is shear reinforcement required? Review of research results and design procedures", *ACI Structural Journal*, Vol. 105, No. 5, pp. 590-600.
- Committee 326 (1962/a), "Shear and diagonal tension. Part 1: General principles", Report of ACI-ASCE Committee 326, *ACI Journal Proceedings*, Vol. 59, No. 1, pp. 1-30.
- Committee 326 (1962/b), "Shear and diagonal tension. Part 2: Beams and frames", Report of ACI-ASCE Committee 326, *ACI Journal Proceedings*, Vol. 59, No. 2, pp. 277-334.
- Committee 445 (1998), "Recent approaches to shear design of structural concrete", ASCE-ACI Committee 445, *ASCE Journal of Structural Engineering*, Vol. 124, No. 12, pp. 1375-1417.
- Dilger, W H y P Langohr (1997), "Shear design of haunched concrete box girders of the Confederation Bridge", *Canadian Journal of Civil Engineering*, Vol. 24, No. 6, pp. 898-907.
- Kani, G N J (1964), "The riddle of shear failure and its solution", *ACI Journal Proceedings*, Vol. 61, No. 4, pp. 441-468.
- Kaufmann, W y P Marti (1998), "Structural concrete: cracked membrane model", *ASCE Journal of Structural Engineering*, Vol. 124, No. 12, pp.1467-1475.

- Kim, D, W Kim y R N White (1999), “Arch action in reinforced concrete beams – a rational prediction of shear strength”, *ACI Structural Journal*, Vol. 96, No. 4, pp. 586-593.
- MacGregor, J G (1997), *Reinforced concrete - mechanics and design*, third edition, Pearson-Prentice Hall, E.U.A.
- Marti, P (1986), “Staggered shear design of simply supported concrete beams”, *ACI Journal*, Vol. 83, No. 1, pp. 36-42.
- Mörsch, E (1909), *Concrete-steel construction (Der Eisenbetonbau)*, traducción autorizada de la tercera edición en Alemán de 1908, The Engineering Publishing News Company, Londres.
- Mörsch, E (1952), *Teoría y práctica del hormigón armado*, Tomo II, Gili, Argentina.
- Nielsen, M P (1999), *Limit analysis and concrete plasticity*, second edition, CRC Press, E.U.A.
- Oden, J T y E A Ripperger (1981), *Mechanics of elastic structures*, second edition, Hemisphere Publishing Corporation, E.U.A.
- Park, R y T Paulay (1975), *Reinforced concrete structures*, John Wiley and Sons, E.U.A.
- Regan P E y C W Yu (1973), *Limit state design of structural concrete*, Chatto and Windus, Gran Bretaña.
- Reineck, K H (1991), “Ultimate shear force of structural concrete members without transverse reinforcement derived from a mechanical model”, *ACI Structural Journal*, Vol. 88, No. 5, pp. 592-602.
- Rogowsky, D (1983), Discussion of “Is the “Staggering Concept” of shear design safe?”, *ACI Journal*, Vol. 80, No. 5, pp. 445-454.
- Schlaich, J, K Schäfer y M Jennewein (1987), “Toward a consistent design of structural concrete”, *PCI Journal*, Vol. 32, No. 3, pp. 74-150.
- Sherwood, E G (2008), “One way shear behavior of large, lightly reinforced concrete beams and slabs”, *Tesis Doctoral*, Universidad Toronto, Canada, mayo.
- Stefanou, G D (1983), “Shear resistance of reinforced concrete beams with non-prismatic sections”, *Engineering Fracture Mechanics*, Vol. 18, No. 3, pp. 643-667.
- Vecchio, F J y W Shim (2004), “Experimental and analytical reexamination of classic concrete beam tests”, *ASCE Journal of Structural Engineering*, Vol. 130, No. 3, pp.460-469.

## APÉNDICE D: TALBOT Y MÖRSCH

En la primera década del siglo XX se llevaron a cabo en Alemania y Estados Unidos de América experimentos cuidadosos para: 1) estudiar el comportamiento de las traves de concreto reforzado y, 2) corroborar o elaborar teorías que justificaran tales observaciones. En términos generales, en Estados Unidos los trabajos fueron liderados por Arthur Talbot y en Alemania por Emil Mörsch.



**Figura D.1** Tipo de falla en traves sin refuerzo transversal identificadas por Talbot (1906)

Después de un extenso programa experimental en traves simplemente apoyadas sometidas a cargas puntuales (figura D.1), Talbot (1906) tenía claro que el tipo de falla en traves sin estribos dependía de la relación de aspecto de la trabe (hoy medido con el cociente  $a/d$ ):

“Es evidente, ya que el cortante vertical o externo es independiente del momento resistente, que la relación entre la profundidad y la longitud de la viga determinará si la falla es por tensión diagonal, compresión del concreto o tensión del acero. En vigas relativamente peraltadas o cortas, la resistencia a tensión diagonal fijará la resistencia de la viga, mientras que en vigas largas y esbeltas este aspecto puede ser descartado.”

En la figura D.1 se muestran los tipos de falla identificados por Talbot (1906). Es fácil advertir que esta caracterización, con ligeras modificaciones, se mantiene vigente en el estado del arte y libros de texto (por ejemplo, Bresler y MacGregor 1967, “Committee 426” 1973, Park y Paulay 1975, MacGregor 1997, Nilson 1999, González y Robles 2006, Wang *et al.* 2007).

Para Talbot (1906) la cuantía del acero longitudinal también era un parámetro que influía en el tipo de falla. Por ejemplo, la falla por tensión del acero (figura B.1-a) la asoció con cuantías de acero moderadas ( $0.01 \leq \rho \leq 0.015$ ); en elementos con las mismas proporciones, pero con una cuantía superior al 1.5% ( $\rho > 0.015$ ), la falla la especificó por compresión del concreto (figura B.1-b).

Respecto a la falla por tensión diagonal (figura D.1-c), las observaciones de Talbot (1906) deben entenderse en el contexto y la época en que fueron hechas. Para Talbot era claro que en vigas peraltadas la resistencia del elemento era superior a la calculada por tensión diagonal, la cual midió indirectamente con el esfuerzo cortante (promedio) en la sección ( $V/bd$ ). A su vez, en vigas esbeltas la resistencia a tensión diagonal ya no era tan importante porque: i) la capacidad de carga podría estar gobernada por una falla de tensión del acero del refuerzo si la cuantía era pequeña (figura B.1-a) o, ii) de compresión del concreto si la cuantía era elevada (figura B.1-c).

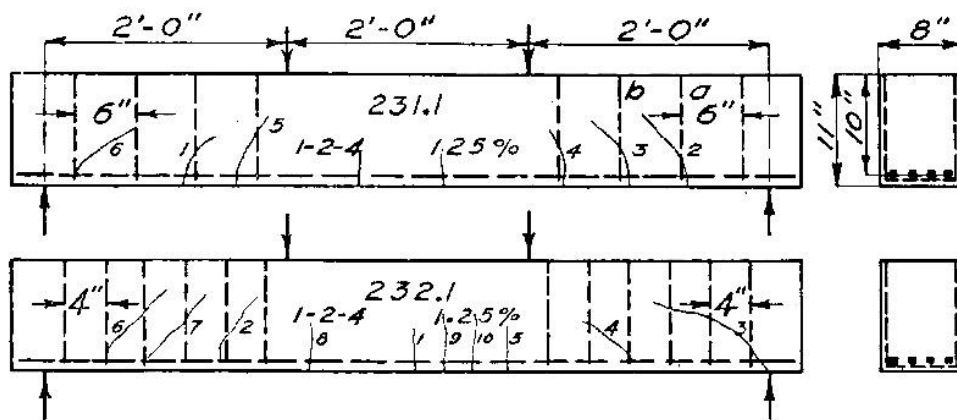


Figura D.2 Ensayos en traveses con refuerzo transversal realizados por Talbot (1909)

En un trabajo posterior, Talbot (1909) extendió sus observaciones experimentales sobre la influencia que tienen en la resistencia a cortante: 1) la relación de aspecto, 2) la cuantía de refuerzo longitudinal, 3) la participación de refuerzo por cortante y, 4) la calidad del concreto. Estas observaciones fueron rescatadas en los reportes elaborados por el “Committee 326” (1962/a/b) y por el “Committee 445” (1998).

En esta tesis se destaca que Talbot (1909) reconoció el hecho que el comportamiento de las vigas con refuerzo transversal es mejor que el que carecen de éste (figura D.2):

“La debilidad del concreto ante la tensión diagonal debe ser vigilada. Las fallas por tensión del acero o por compresión del concreto deben esperarse en deflexiones muy grandes, mientras que las fallas por tensión diagonal se presentan

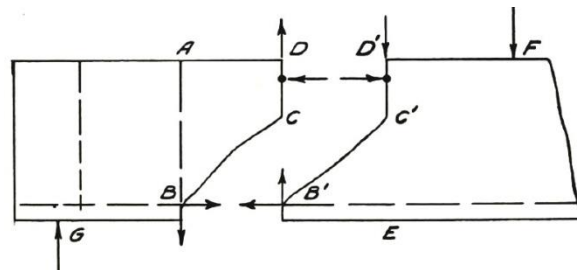
de repente y sin advertencia. Por lo tanto, parece importante considerar en el concreto un esfuerzo de trabajo por cortante relativamente bajo o colocar refuerzo efectivo en el alma, y tener cuidados especiales en las zonas donde se esperan esfuerzos cortantes elevados.”

Asimismo, sobre el refuerzo transversal indicó (Talbot 1909):

“Los estribos no entran en acción, al menos no con gran importancia, hasta que se ha formado una grieta diagonal. Después de ello, los estribos tomarán el esfuerzo desde el inicio de la segunda etapa de carga.

Las pruebas y cálculos realizados muestran que bajo la máxima carga aplicada en las vigas, los estribos no están demandados en la cantidad requerida para tomar todo el cortante. El uso de una fracción del cortante total de dos terceras partes para su uso en las fórmulas parece adecuado”.

Finalmente, Talbot (1909) entendió el problema de cortante desde una perspectiva de diseño por secciones. Es decir, planteó el equilibrio de cada sección para determinar las fuerzas actuantes en el elemento (figura D.3).



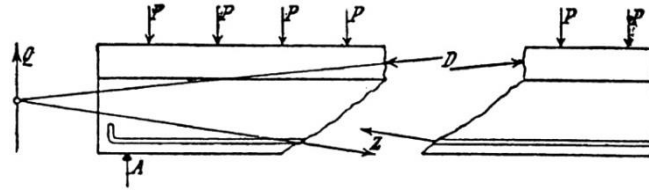
**Figura D.3 Análisis por secciones de una trabe de concreto con estribos sugerido por Talbot (1909)**

Con base en esta evidencia, se puede decir que Talbot dio origen a la filosofía de diseño por cortante estadounidense en elementos tipo viga-columna de concreto reforzado, es decir, asignarle la mayor parte de la demanda al acero de refuerzo transversal (contribución del acero), y el resto a la resistencia del concreto a la tensión diagonal (contribución del concreto). Esta filosofía de diseño fue adoptada por el reglamento del ACI adoptando una tributación de resistencias algo diferente, e incorporando el concepto de la sección crítica por cortante (“Committee 326” 1962/a/b, ACI 318 11).

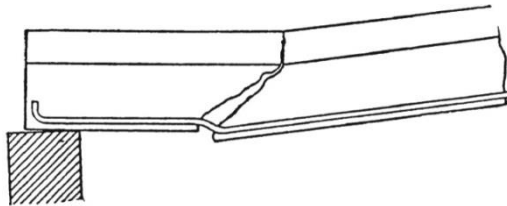
Aunque Mörsch es más conocido por haber propuesto -independientemente de Ritter (1899)- el modelo de armadura que aún se utiliza en muchos reglamentos en el cálculo del acero de refuerzo transversal (figura D.6), a él se le deben otras contribuciones igualmente importantes para el estudio, análisis y diseño del cortante en elementos de concreto reforzado.

En la figura D.4-a se muestran las fuerzas involucradas en una grieta diagonal por cortante de una trabe simplemente apoyada sometida a carga uniforme. De acuerdo con Mörsch (1909), una viga sin refuerzo transversal está imposibilitada para mantener cerrada la grieta diagonal que tiende a abrirse debido al giro de las partes de la trabe a cada lado de la grieta (figura D.4-

b). Por esta razón, recomendó *siempre* colocar acero de refuerzo transversal en las trabes de concreto reforzado y no involucrar en el diseño el esfuerzo admisible por tensión diagonal del concreto (lo que hoy se conoce como contribución del concreto). Claramente, esta es una posición diferente a la de Talbot (1909).



a) fuerzas en grieta por cortante



b) mecanismo de colapso

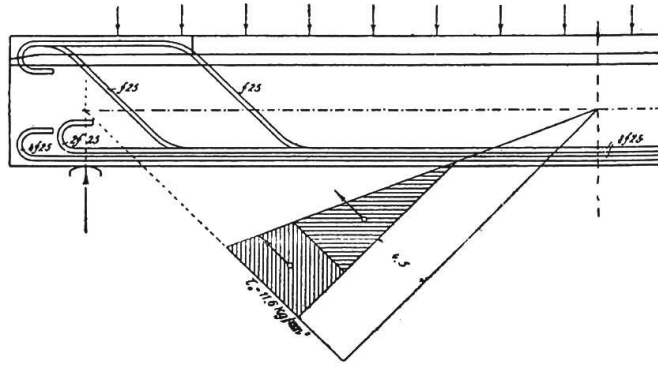
**Figura D.4 Falla inminente por cortante en trabes sin refuerzo transversal (Morsch 1909)**

En el Cuaderno 48 de la Comisión Alemana del Concreto Reforzado, se reportaron los resultados de los experimentos realizados por Mörsch en 1914, con los que demostró que las trabes en las que no se considera la contribución del concreto tienen mejor comportamiento que las trabes en las que se toma en cuenta esta resistencia adicional (Mörsch 1952).

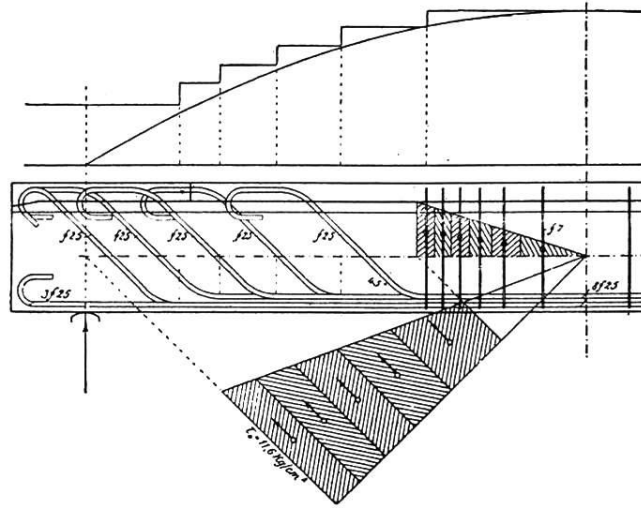
En la figura D.5 se presentan dos casos de esta serie de experimentos. En la figura D.5-a se muestra el armado a cortante de una viga en la que se consideró un esfuerzo de trabajo del concreto por tensión diagonal de  $4.5 \text{ kg/cm}^2$ . En la figura D.5-b se presenta el armado de una trabe en la que toda la demanda de cortante fue resistida por el acero de refuerzo transversal (barras dobladas y estribos). Ambas vigas: 1) se diseñaron para un esfuerzo cortante promedio  $\tau_0 = V/bd$  de  $11.6 \text{ kg/cm}^2$ , 2) estaban simplemente apoyadas y, 3) se sometieron a dieciséis cargas puntuales en el claro total para simular una carga uniformemente distribuida.

En la figura D.6 se muestran los patrones de agrietamiento y las cargas de falla en ambas vigas. En la figura D.6-a es evidente que, en el extremo derecho del elemento, se presentó una grieta diagonal importante que no se presentó en la trabe en la que se confió la integridad a cortante al acero de refuerzo transversal. También es claro que esta última tuvo mayor capacidad de carga (aproximadamente un 30% más).

De acuerdo con Mörsch (1952), el peso del acero de refuerzo longitudinal y transversal en ambos casos es similar, y se debe al uso eficiente de las barras dobladas y estribos. Al diseño de las trabes en las que toda la demanda de cortante se resiste por el acero de refuerzo transversal, Mörsch lo llamó *seguridad total al desgarramiento*.



a) con contribución del concreto (elemento 1032)



b) sin contribución del concreto (elemento 1026)

Figura D.5 Experimentos hechos por Mörsch en 1914 (Morsch 1952)



a) con contribución del concreto. Elemento 1032 ( $P_u = 92$  t)



b) sin contribución del concreto. Elemento 1026 ( $P_u = 119$  t)

Figura D.6 Patrones de agrietamiento de las traveses mostradas en la figura D.5 (Mörsch 1952)



Con base en los resultado de estos experimentos (y otros), Mörsch logró que la filosofía de la seguridad total al desgarramiento fuera incorporada en el reglamento de construcciones de Alemania en el año de 1925 (Mörsch 1952).

Hay que señalar que este método no fue bien recibido por algunos sectores de la industria de la construcción, y por algunos círculos académicos, pues “atentaba contra la economía de la industria de la construcción”; sin embargo, Mörsch la defendió vigorosamente con ejemplos y *contraejemplos* (Mörsch 1952). Vale la pena mencionar, que esta filosofía de diseño aún se mantiene vigente en los reglamentos de construcción europeos (por ejemplo, el Eurocode 2 2004 y el CEB FIP 1990), y otras recomendaciones (por ejemplo, Marti 1985/a/b, Muttoni *et al.* 1997).

De las figuras D.5 y D.7 a D.9, es claro que Mörsch no entendió el mecanismo resistente, ni el diseño por cortante, como se acostumbraba en los Estados Unidos, es decir, por secciones, sino por *tramos* de elemento (modelos de armadura). Esta es otra de las diferencias sustanciales de la escuela de diseño iniciada por Mörsch (1909) con la desarrollada por Talbot (1909).

A Ritter (1899) y a Mörsch (1909) se les atribuye de manera independiente el modelo armadura estándar con el que, hasta la fecha, muchos reglamentos recomiendan diseñar el refuerzo transversal de las traves de concreto reforzado (“Committee 326” 1962/a/b, ACI 318 11). Esta armadura se sustenta en una inclinación del agrietamiento diagonal de cuarenta y cinco grados respecto al eje del elemento ( $\theta = 45$ ). En la figura D.7 se muestra la figura original con la que Mörsch (1909) describió su modelo.

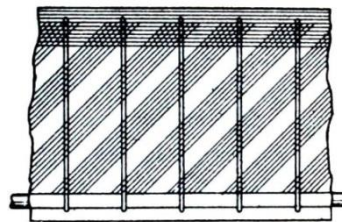


Figura D.7 Modelo de armadura de Mörsch (1909)

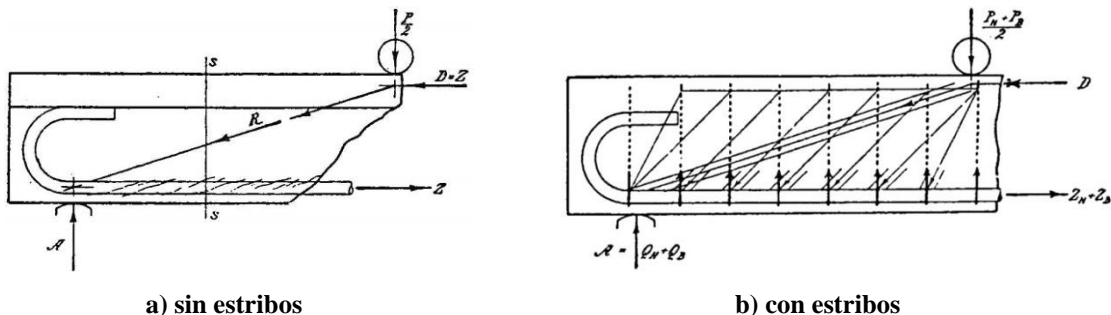


Figura D.8 Transmisión directa de la carga al apoyo según Mörsch (1952)

A pesar que Mörsch tenía bien claro el mecanismo resistente de una trabe con estribos, al analizar sus resultados experimentales presentados en el Cuaderno 10 de la Comisión Alemana de Concreto Reforzado (1911), dio a conocer un mecanismo muy diferente al de su modelo de armadura (Mörsch 1952). Este mecanismo se muestra en la figura D.8.

En la figura D.8 se muestran dos trabes idénticas ensayadas por Mörsch con la salvedad que una no tenía refuerzo por cortante (figura D.8-a) y la otra si lo tenía (figura D.8-b). Del ensaye de la trabe sin estribos, Mörsch (1952) observó que al agotarse la adherencia entre el acero de refuerzo longitudinal y el concreto circundante, la única manera de explicar su comportamiento era que: 1) la carga se apoyara *directamente* en los ganchos extremos del acero longitudinal y, 2) que la fuerza del acero longitudinal fuera constante. En la figura D.8-a se muestra cómo Mörsch (1952) describió este mecanismo, en donde son evidentes las grietas por adherencia del refuerzo longitudinal.

Sobre el mecanismo de la trabe con estribos (figura D.8-b), Mörsch (1952) explicó:

“... puede admitirse que por debajo de la carga máxima existen en la viga dos estados superpuestos de repartición de esfuerzos, es decir, el de la *figura D.8-a* según el cual una parte  $P_H$  de la carga se apoya directamente en los ganchos finales y se produce una fuerza de tracción  $Z_H$  que permanece constante en toda la longitud de la viga, y el de la *figura D.7* que corresponde a nuestro cálculo según el estado II, es decir, que bajo la carga  $P_B$  la fuerza de tracción del hierro  $Z_B$  disminuye uniformemente hasta cero desde el punto de la carga hacia el apoyo a causa de la fuerza transversal constante, lo cual es producido por los esfuerzos de deslizamiento  $\tau_1$ . En la *figura D.8-b* están representados ambos estados de esfuerzos superpuestos.”

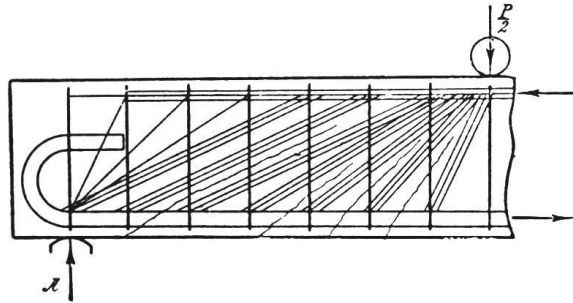
Sobre este mecanismo, Mörsch (1952) dejó constancia de situaciones que es prioritario rescatar. Por ejemplo, observó que con el aumento de la cuantía de refuerzo transversal aparecían de forma más evidente *grietas diagonales secundarias* en la cercanía de los apoyos y de las cargas. A estas grietas las llamó secundarias para diferenciarlas de las grietas (primarias) que se formaban *lejos* de los apoyos y cargas, y que correspondían a su modelo de armadura original (figura D.7).

De las grietas secundarias, Mörsch (1952) expresó:

“De este modo la marcha del esfuerzo en aquel concreto es del todo modificada por estas grietas con respecto a lo que era antes, pues entonces tan sólo pueden ser transmitidos esfuerzos de compresión a las fajas de concreto intermedias y esfuerzos de tensión a los estribos, es decir, que tan sólo es posible una marcha de esfuerzos con verticales extendidas y barras de compresión ascendentes hacia el centro. Cuanto más se completa por las grietas diagonales secundarias, que van siendo más numerosas, la transición a la armadura tanto más deben soportar los estribos en una sección oblicua toda la fuerza transversal, pues, de lo contrario, ya no existe ninguna posibilidad de equilibrio.”

De este modo los estribos, que antes no eran todavía aprovechados o lo eran tan sólo abajo por las grietas de deslizamiento, son fuertemente fatigados en toda su altura y en particular en la unión con la losa en donde se presentaron primeramente las grietas diagonales secundarias.”

Una vez que identificó los patrones de las grietas primarias y secundarias, Mörsch (1952) propuso el modelo mostrado en la figura D.9 para explicar el comportamiento de sus experimentos (Cuaderno 10 de la Comisión Alemana de Concreto Reforzado, 1911).



**Figura D.9 Modelo de armadura propuesto por Mörsch para vigas con estribos (Mörsch 1952)**

A partir de la figura D.9, es claro que las grietas diagonales secundarias descritas por Mörsch (1952), son las que ahora son relacionadas con los “abanicos de compresión” que se forman en la cercanía de cargas concentradas y apoyos de traveses con refuerzo transversal (Marti 1985/a/b, Schlaich *et al.* 1987, Muttoni *et al.* 1997, Nielsen 1999).

De esta cita, y del modelo presentado en la figura D.9, se entiende que i) las barras comprimidas (grietas secundarias) *se aproximan a la vertical al acercarse a las cargas y reacciones*, ii) que esto afecta las fuerzas de los estribos involucrados y, iii) existe una diferencia en la demanda en comparación con los estribos asociados a las grietas primarias. Sobre esto, Mörsch (1952) abundó:

“Para los estribos tan sólo entrarían en cuenta las secciones oblicuas entre las barras más tendidas, porque sólo allí cabe admitir la fuerza transversal total igual a la presión en el apoyo, mientras que en las secciones oblicuas que se dirigen hacia el punto de aplicación de la carga hay que deducir ya una parte de ésta. Si se calcula, pues, la fuerza transversal sobre el estribo que existe en la longitud  $z/\tan\theta$  se obtienen esfuerzos de tensión completamente posibles...”

El párrafo anterior sugiere que Mörsch (1952) reconoció algo muy parecido a lo que hoy se conoce como “diseño escalonado” y “efecto de abanico”, y que son conceptos en los que actualmente se apoyan las filosofías de diseño afines a la teoría de la plasticidad del concreto (por ejemplo, Marti 1986, Collins *et al.* 1996 y Nielsen 1999).

A pesar de la claridad de los conceptos que tenía Mörsch (1952) desde el génesis de la formalización del diseño de estructuras de concreto reforzado, es muy importante hacer una última cita textual de sus observaciones:

“Aunque de este modo hemos encontrado una confirmación de la teoría de la armadura para los esfuerzos de tensión que se presentan en los estribos, debemos decir, por lo que se refiere a las aplicaciones prácticas, que aquí desgraciadamente es imposible determinar la inclinación de las grietas diagonales secundarias para fijar, según ellas, las dimensiones del estribo. *Será, pues, conveniente admitir para la inclinación  $\theta$  un valor lo más desfavorable posible y de este modo con  $\tan 2\theta = \infty$  se llega a nuestro cálculo usual de los estribos que presupone  $\theta = 45^\circ$ .* En todo caso, al principio se ha partido para ello de las primeras grietas de desgarramiento que en realidad tenían la inclinación dicha. Hay que tener también presente lo que sigue: la inclinación de las grietas diagonales secundarias depende, en cada caso, de la relación entre la altura y la distancia entre la carga y el apoyo, y probablemente se acercará más a la vertical cuanto más alta sea la viga.”

No hay lugar a dudas que Mörsch (1952) distinguió dos tipos de grietas en el claro de cortante: 1) las principales, alejadas de los apoyos y cargas, y que en su modelo de armadura original tenían una inclinación  $\theta = 45^\circ$  y, 2) las secundarias, cercanas a los apoyos y cargas externas, y de las cuales reconoció que tenían una inclinación *variable* y no fácil de pronosticar (reportó inclinaciones dentro del intervalo  $27^\circ \leq \theta < 90^\circ$ ).

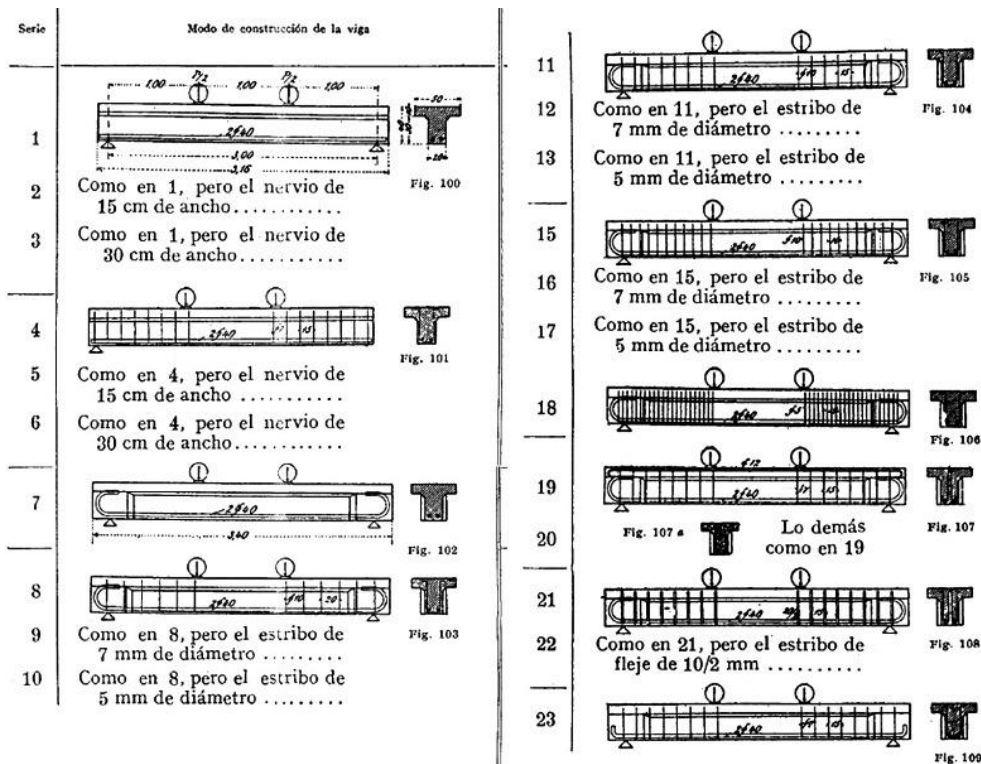


Figura D.10 Vigas ensayadas por Mörsch para el Cuaderno 10 de la Comisión Alemana de Concreto Reforzado (1911). Modificada de Mörsch (1952)

De acuerdo con el estado de conocimiento vigente, algunos de los experimentos reportados por Mörsch (1952) favorecieron que parte de la carga se transmitiera al apoyo, pues tenían una relación  $a/d \approx 2.8$  (figura D.10). No obstante, se debe recordar que estos experimentos se hicieron en 1911 y que en esas fechas no había nada mejor que los trabajos de Mörsch (1909) en Europa, y de Talbot (1909) en Estados Unidos, para entender el funcionamiento del concreto reforzado.

Después de analizar las observaciones de Mörsch (1952), causa sorpresa que en el último estado del arte sobre cortante patrocinado por las asociaciones de ingenieros más prestigiosas de Estados Unidos, se haya incluido lo siguiente (“Committee 445” 1998):

“De acuerdo con la armadura clásica de  $45^\circ$ , la resistencia a cortante se obtiene cuando fluyen los estribos según un esfuerzo cortante de

$$v = \frac{A_v f_y}{b_w s} = \rho_v f_y \tag{D.1}$$

Para la viga mostrada en la figura D.11, esta ecuación predice un esfuerzo cortante máximo de 0.80 MPa. Como la viga realmente resistió un esfuerzo de 2.38 MPa, se puede ver que la ecuación de la armadura de  $45^\circ$  puede ser muy conservadora.

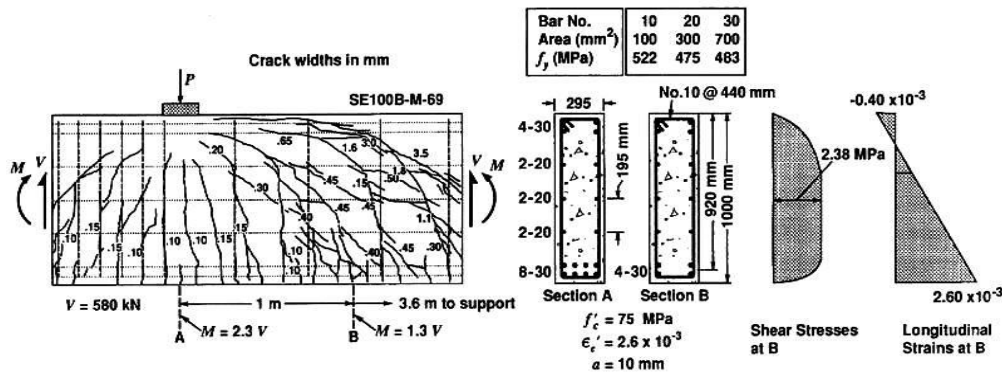


Figura D.11 Región D utilizada por el Committee 445 (1998) para justificar el uso de inclinaciones menores a  $45^\circ$  para el cálculo del refuerzo transversal en regiones B

Una de las razones por la que la ecuación basada en la armadura de  $45^\circ$  es muchas veces conservadora, es que el ángulo de inclinación de los esfuerzos diagonales es típicamente menor a  $45^\circ$ . La forma general de esta ecuación es

$$v = \rho_v f_y \cot \theta \tag{D.2}$$

Con esta ecuación, la resistencia de la viga mostrada en la figura D.11 se explicaría si  $\theta$  fuera igual a  $18.6^\circ$ . Sin embargo, la mayoría de las grietas inclinadas mostradas en esa figura no tienen tal inclinación.

Antes que la ecuación general pueda ser utilizada para predecir la resistencia a cortante de una viga, o para diseñar su acero de refuerzo para un cortante dado, es necesario conocer el ángulo  $\theta$ . Sobre este problema, Mörsch (1922) sentenció “es absolutamente imposible determinar matemáticamente la pendiente de las grietas secundarias para las cuales se deben diseñar los estribos”.

Esta declaración del Committee 445 (1998) merece algunos comentarios:

1. Para Mörsch (1952) existía una clara diferencia entre las grietas paralelas (primarias) de las grietas radiales (secundarias).
2. El modelo de armadura clásica de Mörsch (1909), siempre ha sido válido en regiones donde las grietas son paralelas (regiones B, según Schlaich *et al.* 1987); en este caso, el modelo considera de manera conservadora una inclinación del agrietamiento  $\theta = 45^\circ$ .
3. Mörsch (1952) reconoció que al no tener la capacidad predecir la inclinación de las grietas secundarias se dificultaba el diseño por cortante, por eso hizo una recomendación *práctica*. De esta manera, indicó que también cerca de los apoyos y cargas se calcularan los estribos usando un ángulo conservador  $\theta = 45^\circ$ .
4. Es sorprendente que el Committee 445 (1998) haya utilizado una región D con agrietamiento típicamente *radial*, para explicarle a la comunidad ingenieril el falso pronóstico de un modelo de armadura plástica exclusivo para una región B caracterizada por agrietamiento *paralelo* (figura D.11).
5. Todo parece indicar, que esta malinterpretación de las observaciones de Mörsch fue adoptada del trabajo de Collins y Mitchell (1980) que, al parecer, fue también adoptada de un trabajo realizado en Holanda en 1972 (ver reconocimientos y bibliografía en el trabajo de Collins y Mitchell referido).

## D.1 COMENTARIOS

En este apéndice se han presentado algunas de las contribuciones de los pioneros en Europa y Estados Unidos, del estudio del cortante en elementos de concreto reforzado (Mörsch y Talbot, respectivamente). Se puede decir que sus aportaciones son congruentes con el estado del arte vigente, y debe reconocerse que algunas de ellas fueron posteriormente formalizadas. Por ejemplo, tuvieron que pasar casi cincuenta años para que Kani (1964) explicara matemáticamente en qué circunstancias se transmite la carga al apoyo.

Se destaca que Talbot (1909) y Mörsch (1909) difirieron sobre el uso de la resistencia a tensión diagonal del concreto -la contribución del concreto-, y que su postura aún prevalece en las filosofías de diseño en ambos lados del Atlántico (por ejemplo, ACI 318 11 y Eurocode 02 2004).

Finalmente, la revisión dejó la experiencia de verificar fuentes originales para evitar la adopción de posturas que pueden estar asociadas a una malinterpretación o descuido (como también lo puede ser el contenido de este apéndice). Tal es el caso de los comentarios del Committee 445 (1998) sobre el trabajo de Mörsch (1909 y 1952) que pasó, al menos, por dos

trabajos anteriores. Por ello, se invita a los lectores a consultar los documentos citados y formarse una opinión propia sobre el tema.

## REFERENCIAS Y BIBLIOGRAFÍA

- ACI 318-11 (2011), “Building code requirements for structural concrete (ACI-318-11) and commentary (ACI-318R-11)”, ACI Committee 318, *American Concrete Institute*, E.U.A.
- CEB-FIP (1990), “CEB-FIP model code 1990-Design code”, Comité Euro-International du Béton, *Thomas Telford*, Suiza.
- Collins, M P y D Mitchell (1980), “Shear and torsion design of prestressed and non-prestressed concrete beams”, *PCI Journal*, Vol. 25, No. 5, pp. 32-100.
- Collins, M P, D Mitchell, P Adebar y F J Vecchio (1996), “A general shear design method”, *ACI Structural Journal*, Vol. 93, No. 1, pp. 36-45.
- Committee 326 (1962/a), “Shear and diagonal tension. Part 1: General principles”, Report of ACI-ASCE Committee 326, *ACI Journal Proceedings*, Vol. 59, No. 1, pp. 1-30.
- Committee 326 (1962/b), “Shear and diagonal tension. Part 2: Beams and frames”, Report of ACI-ASCE Committee 326, *ACI Journal Proceedings*, Vol. 59, No. 2, pp. 277-334.
- Committee 445 (1998), “Recent approaches to shear design of structural concrete”, ASCE-ACI Committee 445, *ASCE Journal of Structural Engineering*, Vol. 124, No. 12, pp. 1375-1417.
- Eurocode 2 (2004), “Design of concrete structures. Part 1: General rules and rules for buildings”, *British Standards Institution*, Gran Bretaña.
- Kani, G N J (1964), “The riddle of shear failure and its solution”, *ACI Journal Proceedings*, Vol. 61, No. 4, pp. 441-468.
- Marti, P (1985/a), “Basic tools of reinforced concrete beam design”, *ACI Journal*, Vol. 82, No. 1, pp. 46-56.
- Marti, P (1985/b), “Truss models in detailing”, *Concrete International*, Vol. 7, No. 12, pp. 66-73.
- Mörsch, E (1909), *Concrete-steel construction (Der Eisenbetonbau)*, traducción autorizada de la tercera edición en Alemán de 1908, The Engineering Publishing News Company, Londres.
- Mörsch, E (1952), *Teoría y práctica del hormigón armado*, Tomo II, Gili, Argentina.
- Muttoni, A, J Schwartz y B Thürlimann (1997), *Design of concrete structures with stress fields*, Birkhäuser, Suiza.
- Ritter, W (1899), “Die bauweise Hennebique”, *Schweizerische Bauzeitung*, Vol. 33, pp. 41-43, 49-52, 59-61.
- Schlaich, J, K Schäfer y M Jennewein (1987), “Toward a consistent design of structural concrete”, *PCI Journal*, Vol. 32, No. 3, pp. 74-150.
- Talbot, A N (1906), “Test of reinforced concrete beams: series of 1905”, *Bulletin No. 14*, Engineering Experimental Station, University of Illinois, pp. 84, abril.
- Talbot, A N (1909), “Test of reinforced concrete beams: resistance to web stress – series of 1907 and 1908”, *Bulletin No. 29*, Engineering Experimental Station, University of Illinois, pp. 85, enero.
- Vecchio, F J y M P Collins (1986), “The modified compression-field theory for reinforced concrete elements subjected to shear”, *ACI Structural Journal*, Vol. 83, No. 2, pp. 219-231.

## APÉNDICE E: MODELOS DE ARMADURA PARA TRABES SIN ESTRIBOS

A Schlaich *et al.* (1987) se les puede acreditar el primer modelo de armadura que explica la contribución del concreto (región B). Este modelo se muestra en la figura E.1, donde el agrietamiento diagonal tiene una inclinación inicial ( $\alpha$ ) mayor que la supuesta en el modelo de armadura plástica ( $\theta$ ). De acuerdo con Schlaich *et al.* (1987), antes que las grietas alcancen la inclinación  $\theta$ , y activen el mecanismo resistente de armadura plástica, la resistencia a cortante se debe a la fuerza generada por la trabazón del agregado en la entrecara del agrietamiento ( $R$ ). Esta fuerza, por simplicidad, se puede descomponer en una de compresión ( $C_c$ ) inclinada un ángulo  $\theta$ , y en otra de tensión ( $T_c$ ) perpendicular a la primera (figura E.2).

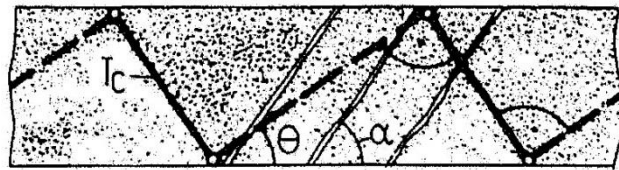


Figura E.1 Modelo de armadura con puntales de concreto (Schlaich *et al.* 1987)

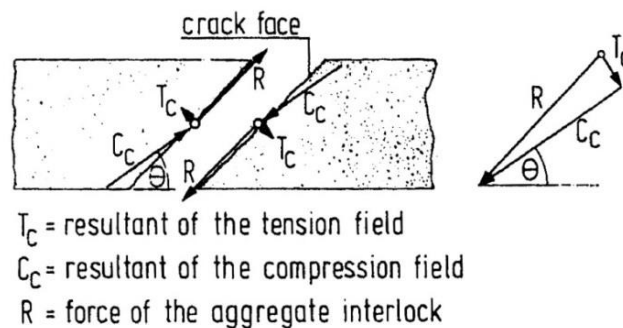


Figura E.2 Proyección de la fuerza debida a la trabazón del agregado (Schlaich *et al.* 1987)

Con el arreglo de fuerzas mostrado en la figura E.2, Schlaich *et al.* (1987) propusieron el modelo de armadura con *tensores* de concreto mostrado en la figura E.1 y que, con rigor, sólo es válido en una región B. No sobra decir que los tensores son perpendiculares a los puntales de concreto.



De acuerdo con Schlaich *et al.* (1987), la resistencia del modelo de armadura está definida por: 1) el agotamiento de la resistencia de los tensores de concreto o, 2) cuando el incremento de carga hace que la inclinación del agrietamiento diagonal ( $\alpha$ ), disminuya hasta igualar la considerada en el modelo de armadura plástica ( $\theta$ ). En ambos casos desaparece la fuerza resistente de tensión ( $T_c$ ). En esta tesis se ha optado por la primera opción, suponiendo que los tensores y puntales de concreto resisten los esfuerzos principales elásticos antes del agrietamiento por tensión diagonal.

Schlaich *et al.* (1987) sólo utilizaron su modelo para explicar *cualitativamente* la contribución del concreto, y no lo recomendaron con fines de diseño. Lo anterior, debido a la poca resistencia a tensión del concreto (que tradicionalmente se ignora en la teoría de la plasticidad del concreto). Por ello, recomendaron siempre proveer a las travesas de una cuantía mínima de refuerzo transversal para que se desarrolle el mecanismo de armadura plástica.

Ya que Schlaich *et al.* (1987) demostraron que era viable proponer armaduras con tensores de concreto, otros investigadores exploraron esta opción, y propusieron otras armaduras. En este apéndice se presentan algunas de ellas.

### E.1 MODELO DE MUTTONI Y COLABORADORES

De acuerdo con Muttoni y Schwartz (1991), a cada uno de los mecanismos involucrados en la contribución del concreto (travesas esbeltas), se le puede asociar un modelo de armadura con tensores de concreto (figura E.3-a). A su vez, estos modelos se pueden combinar para formar uno solo. Este modelo combinado se presenta en la figura E.3-b, en el que destaca un puntal directo entre la carga y el apoyo, y otro entre la mitad del claro de cortante y el apoyo. Para Muttoni y Schwartz (1991), esta armadura deja de ser válida cuando se presenta el agrietamiento diagonal (presumiblemente la grieta por tensión diagonal), por lo que se debe proponer otro modelo para explicar la resistencia del elemento (presumiblemente la resistencia última del elemento).

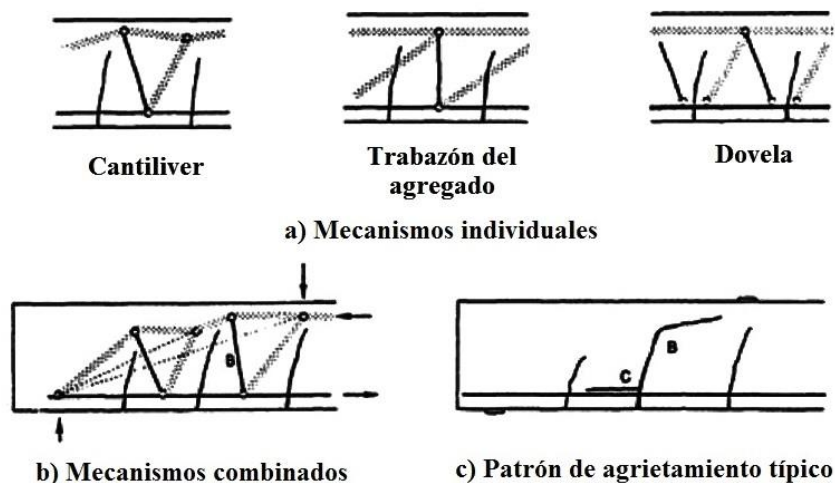


Figura E.3 Modelos de armadura propuestos por Muttoni y Schwartz (1991). Modificada

Muttoni y Schwartz (1991) sostuvieron que el modelo de puntal directo no explica la resistencia después del agrietamiento diagonal. Lo anterior, debido a que las grietas: 1) comprometen seriamente la integridad del puntal y, 2) no tienen la habilidad suficiente de resistir o transmitir fuerzas. Esta explicación la acompañaron con la figura E.4, donde se muestra una trabe con una relación  $a/d = 2.44$  en la que el puntal está visiblemente afectado. Con base en esto, Muttoni y Schwartz (1991) concluyeron que la resistencia se podía explicar con un modelo de puntal directo *desviado* en la mitad del claro de cortante. En otras palabras, propusieron un flujo de fuerzas que “rodeara” el agrietamiento.

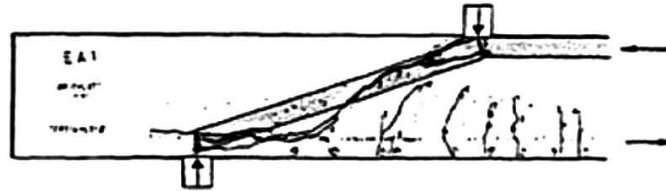


Figura E.4 Puntal afectado por agrietamiento en trabe con  $a/d = 2.44$  (Muttoni y Schwartz 1991)

Muttoni y Schwartz (1991) propusieron la armadura mostrada en la figura E.5. Esta armadura mantiene el puntal directo entre la carga y el apoyo, pero al centro del claro de cortante colocaron un puntal que *desvía* parte de la carga a un tensor horizontal (embebido en el bloque de compresión), que después se dirige al apoyo. La falla del elemento ocurre cuando: i) se excede la resistencia a tensión del concreto (punto D, figura E.5) o, ii) se vence la resistencia del concreto sometido a esfuerzo biaxial en la zona de aplicación de la carga (punto E, figura E.5).

El modelo de armadura propuesto por Muttoni y Schwartz (1991) es algo controversial pues: a) involucra una trayectoria de esfuerzos *forzada* para rodear el agrietamiento y, b) hace uso de un tensor de concreto (horizontal) que yace dentro del bloque de compresión no agrietado.

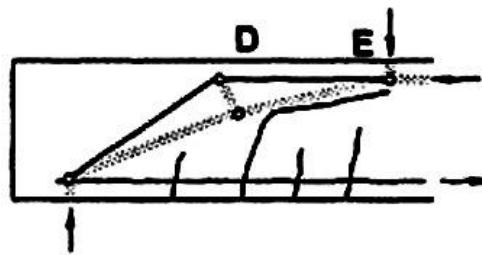


Figura E.5 Modelo propuesto por Muttoni y Schwartz 1991 para trabes sin refuerzo transversal

Posteriormente, y con base en el modelo de la figura E.5, Muttoni y Fernández Ruiz (2008) explicaron *todo* el Valle de Kani (Kani 1964) con un modelo de armadura de puntal directo (figura E.6). Ellos lo justificaron argumentando que el nivel de agrietamiento en algunos casos no es importante (por ejemplo, en  $a/d = 1.5$  y  $a/d = 8$ ), y que en otros sí lo es (por ejemplo, en  $a/d = 2.5$  y  $a/d = 4$ ). Esta explicación parece contradecir los razonamientos previos de Muttoni y Schwartz (1991).

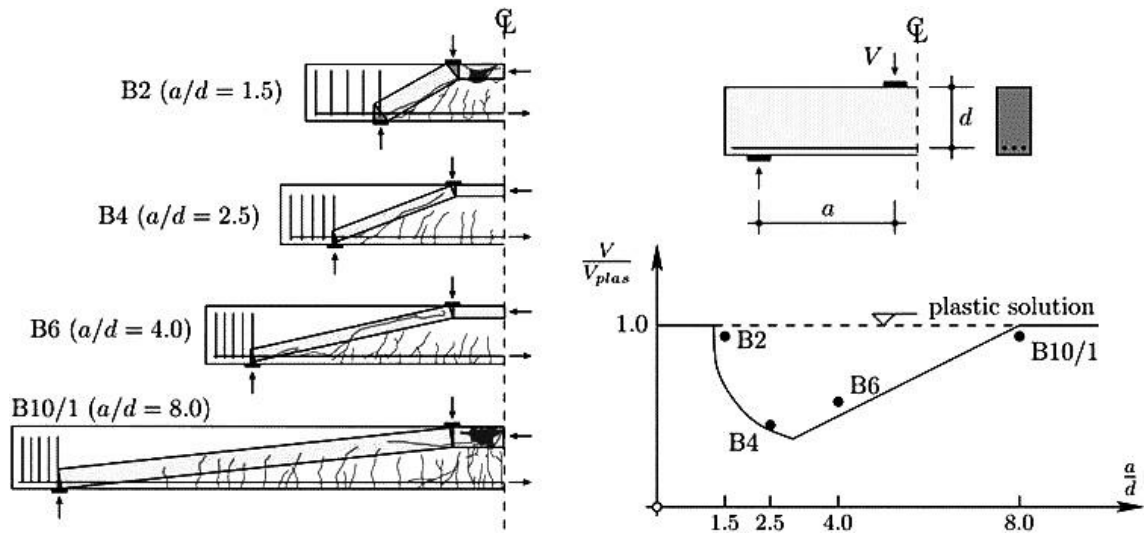


Figura E.6 Valle de Kani según un modelo de puntal directo (Muttoni y Fernández Ruiz 2008)

Muttoni y Fernández Ruiz (2008) introdujeron el concepto del *ancho de la grieta crítica por cortante* (figura E.7). Para ello retomaron el modelo propuesto por Muttoni y Schwartz (1991), al que denominaron *armadura en forma de codo*, y lo combinaron con el modelo de armadura de puntal directo (figura E.8). Con este modelo argumentaron que la trabazón del agregado en la grieta crítica por cortante, justifica el uso de un modelo de puntal directo con una resistencia “reducida” en traveses con  $a/d = 8$ ! (figura E.6).

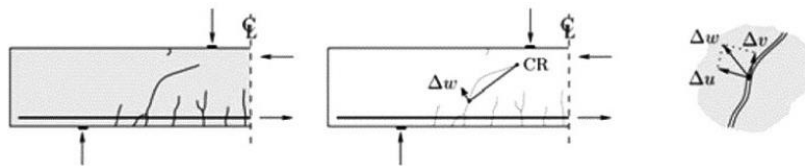


Figura E.7 Trabazón del agregado en la grieta crítica (Fernández Ruiz y Muttoni 2007)

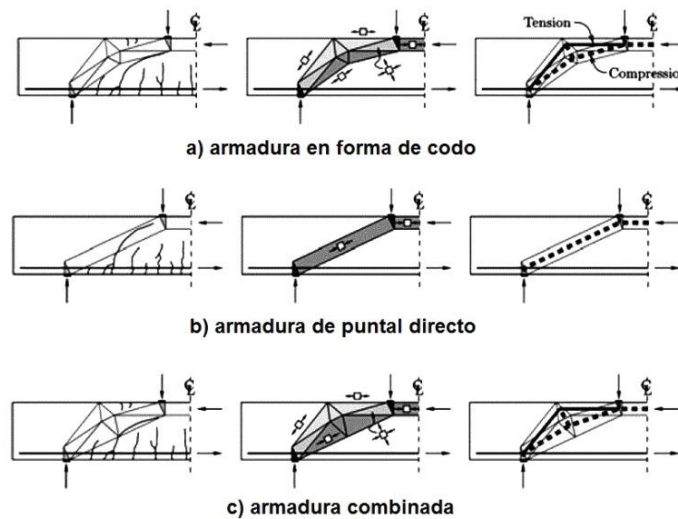


Figura E.8 Combinación de las armaduras de codo y puntal directo (Muttoni y Fernández Ruiz 2008)

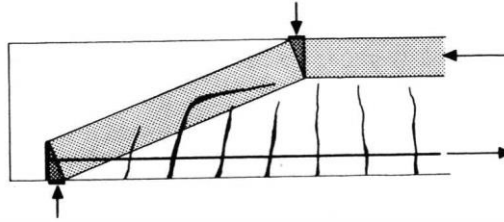


Figura E.9 Invalidación al modelo de puntal directo en vigas esbeltas por Muttoni *et al.* (1997)

El mecanismo resistente en traveses esbeltas sin estribos propuesto por Muttoni y Fernández Ruiz (2008) aunque interesante, es controversial. En este sentido, es más convincente la recomendación de Muttoni *et al.* (1997) que acompañó a la figura E.9:

”A fin de evitar una pérdida de resistencia debido al agrietamiento, no se recomienda cubrir grandes claros con puntales carentes de refuerzo transversal. Esta situación llega a ser crítica cuando el ángulo entre el puntal y el tensor es pequeño.”

Muttoni *et al.* (1997) limitaron la inclinación del puntal a un ángulo mínimo  $\theta = 26.6^\circ$ . En otras palabras, la trabe, a lo más, debe tener una relación  $a/d$  máxima de dos ( $a/d \leq 2$ ).

Sorpresivamente, Fernández-Ruiz y Muttoni (2007) también limitaron la aplicación del modelo de puntal directo (figura E.10):

“Por ejemplo, los campos de esfuerzo mostrados en la *figura E.10*, desarrollados por Drucker (1961), tiempo después se descartaron para todas las relaciones de esbeltez, esto ya que el agrietamiento generado por el tensor inferior limita seriamente la resistencia del campo de compresión.”

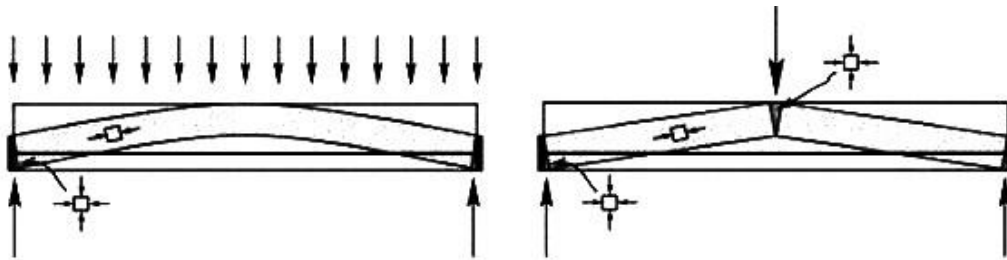


Figura E.10 Modelos de Drucker (1961) no aptos para traveses esbeltas (Fernández Ruiz y Muttoni 2007)

Al final, Muttoni y Fernández Ruiz (2008) no recomendaron resolver ningún modelo de armadura para estimar la resistencia a cortante de una trabe sin estribos, sino que propusieron una fórmula que, aparentemente, no tiene relación con su modelo de armadura. Esta fórmula se muestra en la ecuación E.1, y se ha presentado en el Sistema Inglés para facilitar algunos comentarios.

$$V_R = 2\sqrt{f'_c}bd \left( \frac{2}{1 + 120 \frac{\varepsilon d}{\frac{5}{8} + d_g}} \right); \quad (\text{lb, plg}) \quad \text{E.1}$$

Muttoni y Fernández Ruiz (2008) sugirieron que la ecuación E.1 no está relacionada con la resistencia a tensión del concreto, sin embargo, el término “ $2\sqrt{f'_c}bd$ ” es idéntico al de la fórmula propuesta por Bresler y Scordelis (1963) que después fue adoptada por el reglamento del ACI (“Committee 426” 1973, ACI 318 11). Es bien sabido que ese término es una medida de la resistencia a *tensión diagonal* del concreto.

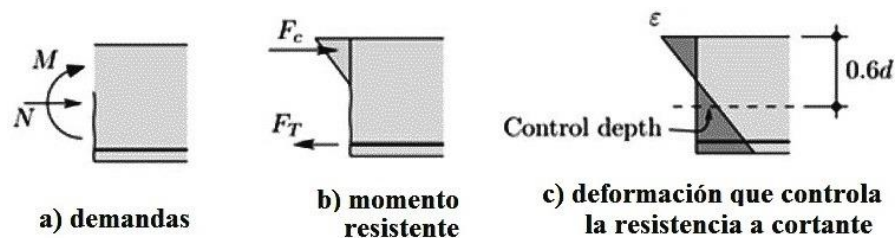


Figura E.11 Deformación unitaria en tensión que controla la resistencia a cortante en el método recomendado por Muttoni y Fernández Ruiz (2008)

El término entre paréntesis de la ecuación E.1 toma en cuenta el efecto del tamaño y la trabazón del agregado en la grieta “crítica”. Este término incluye el parámetro  $\varepsilon$ , que es una deformación unitaria en tensión (figura E.11). De acuerdo con la teoría modificada de los campos de compresión, esta deformación unitaria (Vecchio y Collins *et al.* 1986): 1) permite estimar el ancho de la grieta por cortante y, 2) es un parámetro que está relacionado con la resistencia a tensión del concreto.

Estos argumentos sugieren que el método propuesto por Muttoni y Fernández Ruiz (2008) no está sustentado en la teoría de la plasticidad del concreto (por ejemplo, Braestrup 1981, 1990 y 1992), y que parece más un *híbrido* del que recomienda el reglamento de ACI y los derivados de la teoría modificada de los campos de compresión.

Finalmente, en el apéndice F se proporcionan comentarios respecto a la ubicación de la sección crítica por cortante que propusieron Muttoni y Fernández Ruiz (2008).

## E.2 MODELO DE REINECK

De acuerdo con Reineck (1991), el agrietamiento obliga que la transmisión de la carga por medio de un puntal directo al apoyo sólo sea efectiva dentro de las regiones D definidas por Schlaich *et al.* (1987). Por ello, sostuvo que es un grave error utilizar un puntal directo que cruza una región B. En otras palabras, Reineck (1991) indicó que es incorrecto utilizar

puntales con poca inclinación (figura E.12). Con base en los argumentos de Reineck (1991), la armadura de puntal directo sólo es válida en traveses sin estribos que satisfacen el intervalo  $1 \leq a/d \leq 2$ , lo que representa un punto de vista muy diferente al de Muttoni y Schwartz (1991) y Muttoni y Fernández Ruiz (2008).

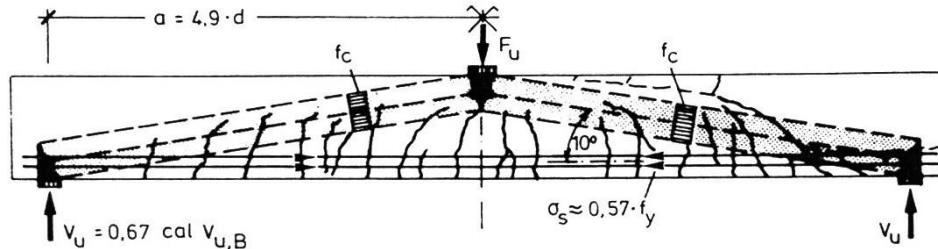


Figura E.12 Modelo de armadura criticado por Reineck (1991) para una trabe esbelta

Para explicar la resistencia del concreto en las regiones B, Reineck (1991) propuso un campo de esfuerzo y su respectivo modelo de armadura. Este campo de esfuerzo lo desarrolló a partir de dos mecanismos de fricción independientes en la zona agrietada (figura E.13): i) la fricción en las grietas diagonales que delimitan los voladizos o “dientes” de concreto definidos por Kani (1964) y ampliados por Fenwick y Paulay (1968) y, ii) el trabajo de dovela del acero de refuerzo longitudinal. En su análisis, Reineck consideró que el agrietamiento diagonal (flexo-cortante) tiene una inclinación de sesenta grados en las regiones B ( $\beta_{cr} = 60^\circ$ ).

Vale la pena señalar, que Reineck (1991) reconoció la existencia de la aportación del bloque de compresión no agrietado, pero no la incorporó en su modelo (figura E.13).

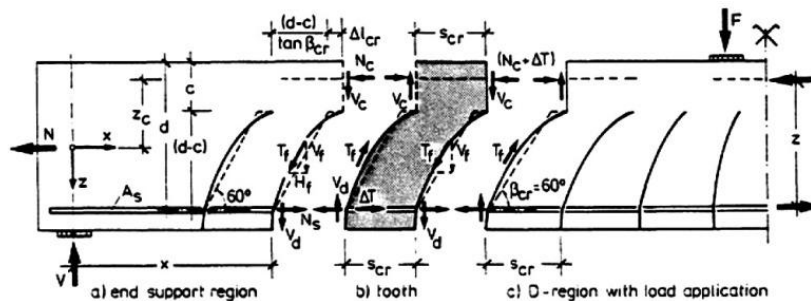
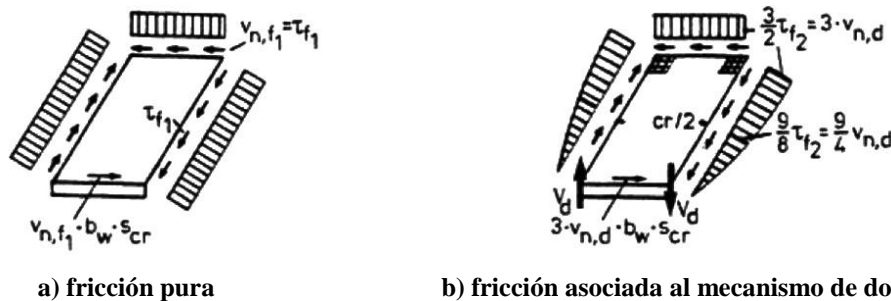


Figura E.13 Fuerzas consideradas por Reineck (1991) en un “diente” de concreto típico (región B)



a) fricción pura

b) fricción asociada al mecanismo de dovela

Figura E.14 Distribución de esfuerzos cortantes alrededor de los voladizos de concreto (Reineck 1991)

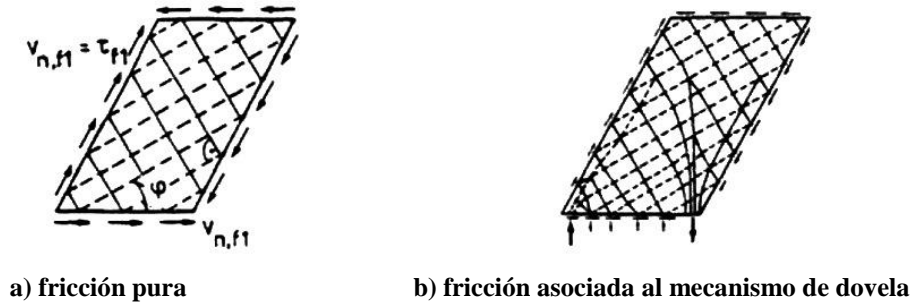


Figura E.15 Campos de esfuerzo dentro de los voladizos de concreto (Reineck 1991)

De acuerdo con Reineck (1991), el esfuerzo cortante total alrededor de los voladizos de concreto, se obtiene con la superposición de los esfuerzos asociados a los mecanismos de fricción mencionados (figura E.14): a) uno uniforme debido a la fricción de las grietas y, b) otro con variación parabólica debido al mecanismo de dovela. Estos, a su vez, generan dos campos de esfuerzo también diferentes dentro de cada voladizo de concreto (figura E.15).

El campo de esfuerzo asociado a la fricción constante (figura E.15-a) indica que los voladizos de concreto se encuentran sometidos a un estado biaxial de esfuerzos, es decir, un campo de compresión superpuesto a uno de tensión actuando perpendicularmente. La inclinación del campo de compresión ( $\varphi$ ) es igual a la mitad de la inclinación supuesta del agrietamiento por flexo-cortante ( $\varphi = \beta_{cr}/2 = 30^\circ$ ). El campo de esfuerzo asociado al mecanismo de dovela es más complicado; sin embargo, Reineck (1991) indicó que puede simplificarse a uno muy parecido al de fricción constante (E.15-b).

Con base en los campos de esfuerzo de la figura E.15, Reineck (1991) propuso una armadura hiperestática con tensores de concreto. Dentro de la región B, la armadura tiene puntales con una inclinación de treinta grados y tensores perpendiculares a ellos (figura E.16).

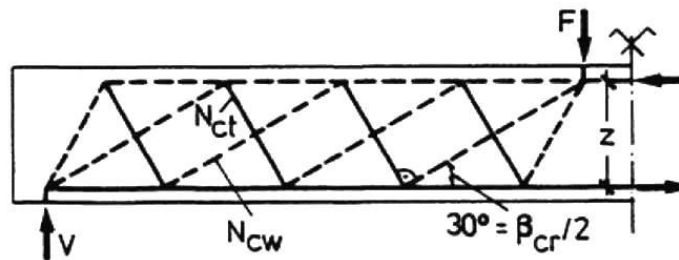


Figura E.16 Modelo de armadura típico con tensores de concreto propuesto por Reineck (1991)

Al modelo de Reineck (1991) se le conoce como la armadura *con fricción en la grieta*, y conforme a la filosofía de Schlaich *et al.* (1987), su autor lo considera un mecanismo de transición entre el estado no agrietado y el que justifica el modelo de armadura plástica en traveses con refuerzo transversal (Reineck 1991, “Committee 445” 1998).

A pesar de lo elaborado de su modelo, Reineck (1991) señaló que no permite calcular la resistencia de una trabe sin refuerzo transversal. Él argumentó que la capacidad a cortante de una trabe no depende de la resistencia de los tensores, sino de la habilidad de resistir cortante

por fricción en las grietas. Por ello, optó por una ecuación basada en las relaciones constitutivas y la capacidad máxima de los mecanismos de fricción y de dovela.

Al comparar el modelo de Reineck (1991) mostrado en la figura E.16, contra el modelo pionero de Schlaich *et al.* (1987) de la figura E.1, es claro que el de Reineck es más complicado (tiene la desventaja de ser hiperestático). Además, tiene el inconveniente de proponer la construcción del modelo con un ángulo de inclinación fijo para los puntales y tensores. Esta situación lidera que la construcción de los modelos sea factible sólo en algunos casos (lo que depende del cociente  $a/d$ ). Esto no sucede, por ejemplo, en las trabes con refuerzo transversal modeladas con una armadura plástica, donde el ángulo de inclinación de los puntales es variable, y sólo se debe verificar que pertenezca a cierto intervalo (Thürlimann 1979 y Hsu 1993).

Finalmente, no es clara la relación entre el modelo de Reineck (1991) y las regiones B-D definidas por Schlaich *et al.* (1987). Reineck indicó que la frontera entre ambas regiones se ubica a una distancia de 1.5 veces el peralte efectivo, medido desde una carga concentrada o reacción, pero ésta no coincide con la de Schlaich y colaboradores, quienes la fijaron a una distancia de un peralte efectivo (en el apéndice F se comenta con más detalle esta situación).

### E.3 MODELO DE AL-NAHLAWI Y WIGHT

Al-Nahlawi y Wight (1992) propusieron un modelo de armadura *genérico* para trabes sin refuerzo transversal. Su modelo parte de la suposición que antes del primer agrietamiento, y en *todo* el claro de cortante, las trayectorias de esfuerzos principales tienen en el peralte medio una inclinación de cuarenta y cinco grados (lo que es controversial, pues sólo es posible en las regiones B). Para representar este estado, Al-Nahlawi y Wight (1992) presentaron un modelo de armadura con elementos en tensión y compresión inclinados a cuarenta y cinco grados que se intersectan en el peralte medio (figura E.17).

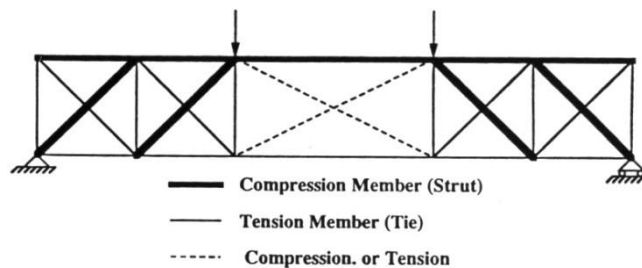


Figura E.17 Modelo de armadura para una viga no agrietada (Al-Nahlawi y Wight 1992)

Cuando se agrieta el concreto, cambian las trayectorias de esfuerzo. Por ello, Al-Nahlawi y Wight (1992) explicaron que una opción para representar este estado sería con una armadura de puntal directo (figura E.18); sin embargo, invalidaron esta opción no por el agrietamiento diagonal, como lo hizo Reineck (1991), sino porque el modelo “sobrestimó” la resistencia de unas vigas con relaciones  $a/d$  entre uno y dos ( $1.14 \leq a/d \leq 2$ ) ensayadas por ellos. Añadieron que el modelo de puntal directo pronosticaba una falla por *flexión*, mientras que ellos observaron fallas por *tensión diagonal*.



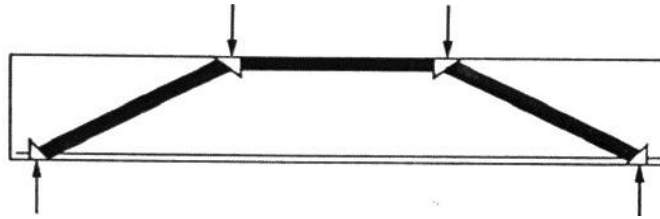


Figura E.18 Modelo de armadura invalidado por Al-Nahlawi y Wight (1992) para una viga agrietada

Es válido dudar que en esas traves sin estribos ( $1.14 \leq a/d \leq 2$ ) se haya presentado una falla por tensión diagonal. Es bien sabido que el mecanismo que gobierna estas traves es de *arco* (puntal directo), lo que les permite obtener una resistencia similar a la de flexión, aunque mediante una forma de trabajo muy diferente (por ejemplo, Kani 1964, Fenwick y Paulay 1968, “Committee 426” 1973, Rogowsky *et al.* 1986, Schlaich *et al.* 1987, “Committee 445” 1998 y Subcommittee 445-1 2002). Como Al-Nahlawi y Wight (1992) no proporcionaron fotos (ni curvas de respuesta) de sus experimentos, la duda se justifica aún más.

Al-Nahlawi y Wight (1992) indicaron que la falla por tensión diagonal que observaron obligaba el uso tensores de concreto en el modelo de armadura. De esta forma, la falla de algún tensor gobernaría la resistencia del elemento. Puntualizaron que esto es esencial en vigas esbeltas ( $a/d > 2$ ), lo que es correcto.

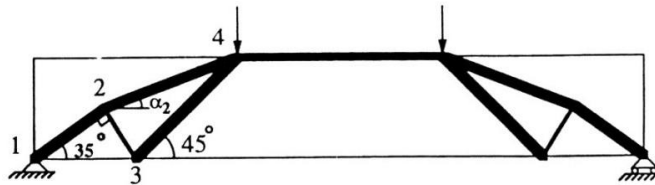


Figura E.19 Modelo de armadura para traves cortas propuesto por Al-Nahlawi y Wight (1992)

El modelo propuesto por Al-Nahlawi y Wight (1992) para vigas con  $a/d \leq 2$  se muestra en la figura E.19. Las instrucciones que dieron para construirlo son:

1. En el punto de aplicación de la carga, colocar un puntal con una inclinación de cuarenta y cinco grados que se conecta en su otro extremo con la cuerda de tensión (puntal 3-4).
2. En el apoyo, poner un puntal con una inclinación de treinta y cinco grados (puntal 1-2). La longitud de este puntal se rige por la ubicación de un tensor perpendicular al puntal 1-2 que se conecta con el nodo 3 (tensor 2-3). De acuerdo con Al-Nahlawi y Wight (1992), la inclinación del puntal 1-2 se obtuvo de la teoría modificada de los campos de compresión (Vecchio y Collins *et al.* 1986). Sin embargo, es debatible, pues esta teoría sólo aplica en regiones B (también ver comentarios de la figura E.22).
3. Conectar los nodos 2 y 4 con un puntal. Este puntal 2-4 tiene una inclinación  $\alpha_2$  definida por los elementos anteriores.

De acuerdo con Al-Nahlawi y Wight (1992), la falla de este modelo se presenta al excederse la resistencia del tensor de concreto (tensor 2-3, figura E.19). Para ellos, la resistencia del tensor está asociada a un esfuerzo del sesenta por ciento de la resistencia “pura” a tensión (aparentemente la que se obtiene con la prueba brasileña).

Para traves esbeltas ( $a/d > 2$ ), Al-Nahlawi y Wight (1992) indicaron que *solamente* es necesario “añadir” puntales y tensores inclinados a cuarenta y cinco grados para cubrir el claro de cortante y “arreglar” la armadura en la proximidad del apoyo de manera similar a una trabe corta (figura E.20).

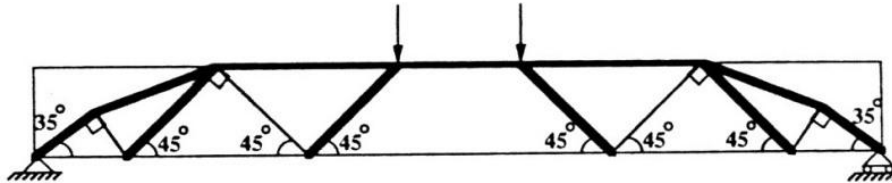


Figura E.20 Modelo de armadura para traves esbeltas propuesto por Al-Nahlawi y Wight (1992)

Aunque los modelos de armadura propuestos por Al-Nahlawi y Wight (1992) fueron presentados como unos que predicen la falla por cortante en traves sin refuerzo transversal, tienen los siguientes inconvenientes:

1. Sugieren que en traves cortas ( $a/d \leq 2$ ) la resistencia de una región D está gobernada por tensión diagonal, cuando en realidad existe consenso que en éstas la resistencia depende de: a) la capacidad a compresión del puntal que simula el mecanismo de arco, b) la capacidad de los nodos de resistir un estado biaxial de esfuerzos y, c) un buen detallado que evite una falla prematura por adherencia o anclaje (Marti 1985/a, Schlaich *et al.* 1987, Muttoni *et al.* 1997, “Subcommittee 445-1” 2002, Alcocer y Uribe 2008).

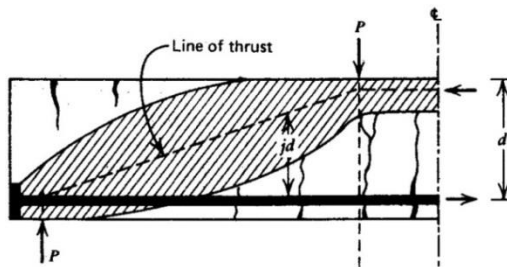


Figura E.21 Zona de compresión libre de agrietamiento en trabe corta (Park y Paulay 1975)

También existe consenso que en traves cortas *ideales*, la zona comprimida está exenta de agrietamiento por tensión diagonal (por ejemplo, Park y Paulay 1975, figura E.21). De hecho, este es uno de los justificantes el modelo de puntal directo (en el apéndice C se abunda sobre este tema).

Es de esperar que los argumentos anteriores sean suficientes para cuestionar la idea que la resistencia de una región D es gobernada por tensión diagonal.

2. Las indicaciones de Al-Nahlawi y Wight (1992) para construir las conexiones de los elementos en la zona del apoyo, parecen no tener relación alguna con la teoría modificada de los campos de compresión. En la figura E.22 se muestra el modelo para una trabe con  $a/d = 4$  (idéntico al mostrado en la figura E.20), en el que se han distinguido las regiones B-D definidas por Schlaich *et al.* (1987). En la figura se observa que el tensor de concreto que aparentemente gobierna la resistencia del elemento, está delimitado (geoméricamente) por la región D. Esto hace dudar que en realidad la inclinación del tensor haya sido calibrada con el trabajo de Vecchio y Collins (1986).

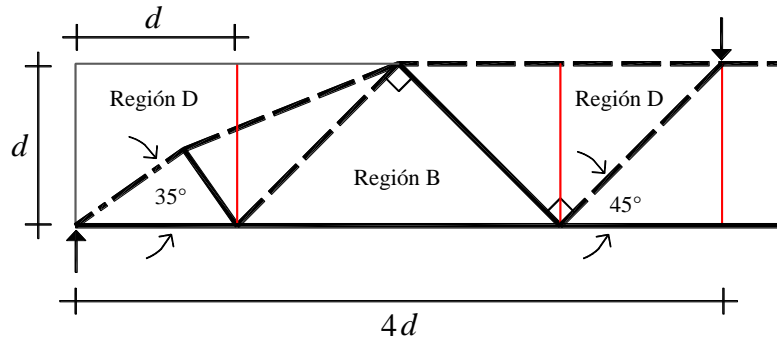


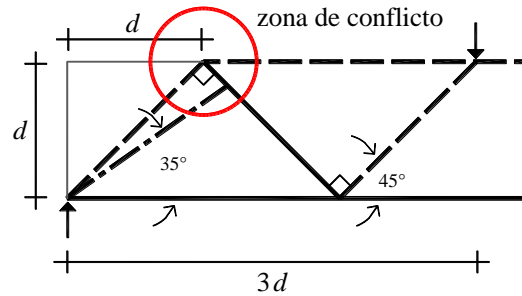
Figura E.22 Relación entre las regiones B-D y el modelo de Al-Nahlawi y Wight (1992)

3. Las indicaciones de Al-Nahlawi y Wight (1992) para construir los modelos solamente son válidas para cocientes  $a/d$  pares, es decir, valores de dos, cuatro, seis, etc. Para demostrarlo, en la figura E.23 y E.24 se presentan dos opciones de modelos *malogrados* para traves con relaciones  $a/d = 3$  y  $a/d = 5$ , respectivamente. Ninguno de ellos se parece a los de las figuras E.19 y E.20 ( $a/d = 2$  y  $a/d = 4$ , respectivamente).

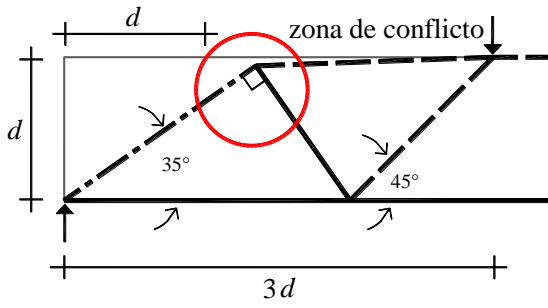
Las opciones “uno” (figuras E.23-a y E.24-a) demuestran que si la relación  $a/d$  no es par, el claro de cortante se cubre perfectamente con una secuencia de puntales y tensores perpendiculares orientados a cuarenta y cinco grados. Esta situación impide la conexión en el apoyo sugerida por Al-Nahlawi y Wight (figuras E.19 y E.20).

Las opciones “dos” (figuras E.23-b y E.24-b) muestran el mejor intento para hacer la conexión entre los dos puntales y el tensor en el apoyo, conforme a las instrucciones de de Al-Nahlawi y Wight (1992). Sin embargo, estos intentos demostraron que: a) los modelos no distan mucho de los que se obtuvieron con las opciones “uno” (figuras E.23-a y E.24-a) y, b) aun así, la conexión queda fuera de la región D.

Finalmente, se espera que estos argumentos sean suficientes para meditar sobre la validez de los modelos presentados por Al-Nahlawi y Wight (1992).

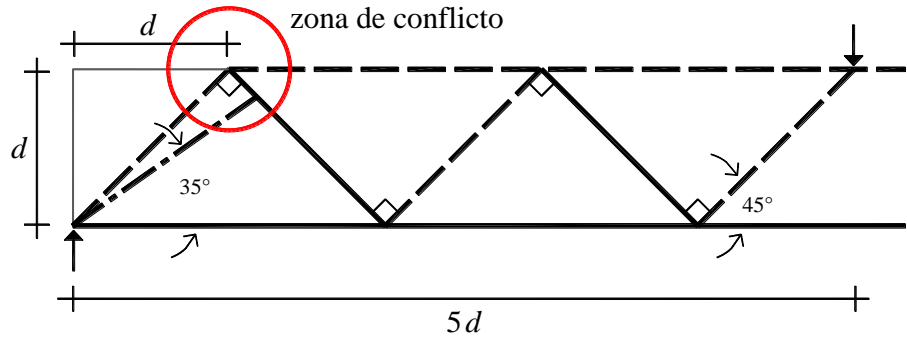


a) opción 1

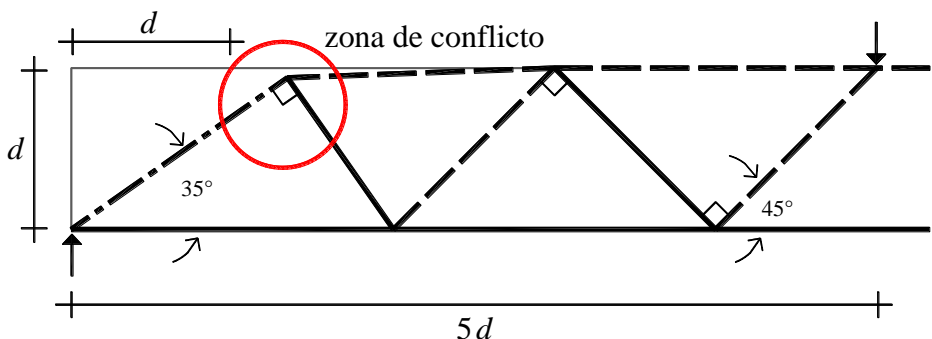


b) opción 2

Figura E.23 Armadura para una trabe con  $a/d=3$  según instrucciones de Al-Nahlawi y Wight (1992)



a) opción 1



b) opción 2

Figura E.24 Armadura para una trabe con  $a/d=5$  según instrucciones de Al-Nahlawi y Wight (1992)

### E.4 MODELO DE NIELSEN

De acuerdo con Nielsen (1999), la teoría de la plasticidad del concreto (TPC) predice la resistencia a cortante de vigas sin refuerzo transversal que satisfacen la relación  $0.5 \leq a/d \leq 5.5$ . En la figura E.25-a se muestra el modelo de armadura (puntal y tensor) sugerido por Nielsen (1999), y en la figura E.25-b su capacidad predictiva. Ésta es la solución clásica de la TPC para traveses sin refuerzo transversal.

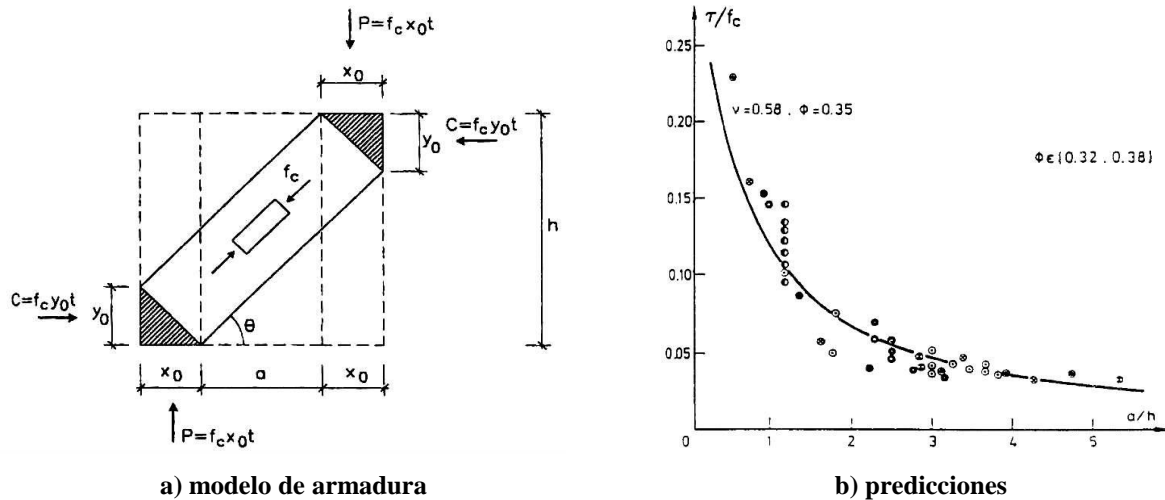


Figura E.25 Solución clásica de la teoría de la plasticidad del concreto para traveses sin refuerzo transversal (Nielsen 1999)

La propuesta de la TPC, tal y como la presentó Nielsen (1999), viola la premisa de que el modelo de puntal directo sólo es válido en traveses con una relación  $a/d \leq 2$  (por ejemplo, Rogowsky y MacGregor 1986, Reineck 1991 y Muttoni *et al.* 1997). Sin embargo, Nielsen (1999) lo justificó afectando la resistencia con factores de eficiencia ( $v$ ) que toman en cuenta: a) la resistencia del concreto ( $v_1$ ), b) el efecto del tamaño ( $v_2$ ), c) la cuantía de refuerzo transversal ( $v_3$ ) y, d) el cociente  $a/d$  ( $v_4$ ).

Existe consenso en que la resistencia efectiva del concreto se reduce por diversas causas (ablandamiento del concreto). Para la teoría de la plasticidad, la fragilidad del concreto y el agrietamiento causan el ablandamiento (Marti 1985/a/b, Muttoni *et al.* 1997). Por su parte, la teoría modificada de los campos de compresión sostiene que el ablandamiento se debe a los esfuerzos de tensión perpendiculares a los de compresión (Vecchio y Collins 1986). También existe consenso en que el tamaño del peralte influye en la resistencia (por ejemplo, Kani 1967 y Bazant y Kasemi 1991). Todos estos efectos son tomados en cuenta en los factores de eficiencia  $v_1$ ,  $v_2$ , y  $v_3$ .

Nielsen (1999) indicó que el factor de eficiencia  $v_4$  también incluye la influencia del agrietamiento *inicial* en la resistencia a cortante. De acuerdo con Nielsen, este fenómeno es crítico en traveses con relaciones  $a/d \approx 2.5$ . Sin embargo, cuando se evalúa este factor de eficiencia (ecuación E.2) se observa una situación muy distinta (figura E.26).

$$v_4 = 1.0 + 0.17 \left[ \frac{a}{d} - 2.6 \right]^2; \quad \frac{a}{d} \leq 5.5$$

E.2

La figura E.26 es contundente: muestra que el factor de eficiencia  $v_4$  (ecuación E.2) obliga que la resistencia del modelo se ajuste al Valle de Kani (figura E.27). En otras palabras, este factor parece no tener relación alguna con el nivel de agrietamiento inicial que argumentó Nielsen (1999). Es de llamar la atención, que este es un criterio muy parecido al de Muttoni y Fernández Ruiz (2008) para justificar modelos con puntal directo en traveses con  $a/d > 2$  (sección E.1).

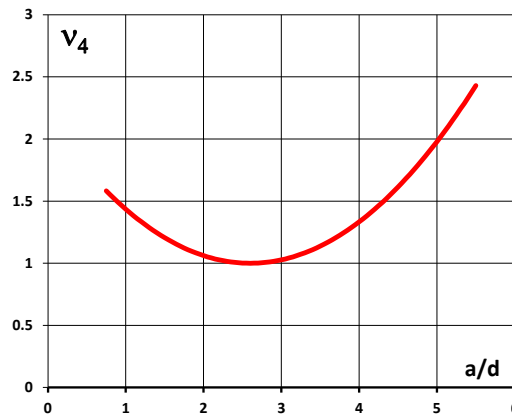


Figura E.26 Factor de eficiencia  $v_4$  para corregir la resistencia a cortante del modelo de puntales y tensores de la solución clásica de la Teoría de la Plasticidad del Concreto en función de  $a/d$

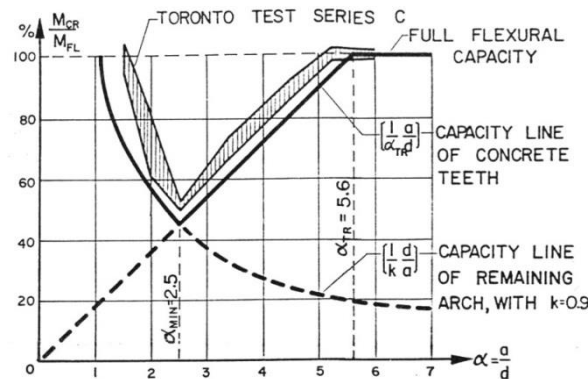


Figura E.27 Resistencia a cortante de traveses sin estribos en función de  $a/d$  (Kani 1964)

Zhang (1994), siendo tesista doctoral de Nielsen, involucró el *micro-agrietamiento* en el modelo clásico de la teoría de la plasticidad del concreto. En principio, esta solución permitiría abstenerse del factor de eficiencia  $v_4$ . Con esta base, Zhan (1994) y Nielsen (1999) hicieron las siguientes recomendaciones:

- En traves con  $a/d \leq 0.75$ , puede usarse el modelo clásico afectando la resistencia por el factor  $v = 1.6v_1v_2v_3$ . -(En esta recomendación, la constante 1.6 coincide con el valor de  $v_4$  que aplica en el intervalo referido (figura E.26))-.
- En traves con  $0.75 < a/d < 2$  se puede usar el modelo clásico afectando la resistencia por el factor  $v = 1.6v_1v_2v_3v_s$ . -(Aquí,  $v_s$  es un nuevo factor de eficiencia que tiene un valor  $v_s = 0.5$ . De acuerdo con Zhang (1994), éste toma en cuenta la “degradación” de la resistencia a cortante del concreto debido al *micro-agrietamiento* inicial lo que, tentativamente, hace disminuir la resistencia por el mecanismo de fricción entre las grietas)-.
- En traves con relaciones  $a/d \geq 2$  sigue siendo válida la teoría clásica. No obstante, optativamente puede utilizarse un nuevo modelo en el cual la grieta de falla ya no une la carga con el apoyo, sino que, debido al “micro-agrietamiento”, esta grieta puede cruzar el peralte efectivo antes de llegar al apoyo (figura E.28). -(En este nuevo modelo aún es válida una reducción de la resistencia dada por  $v = 1.6v_1v_2v_3v_s$ , pero, y a diferencia del inciso anterior, está implícita una sección crítica por cortante. El análisis de esta sección crítica se hace en el apéndice F)-.

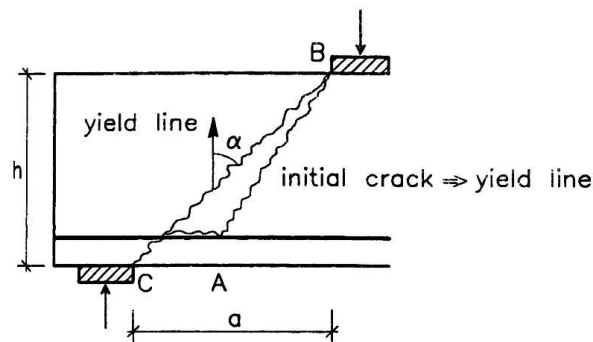


Figura E.28 Modelo propuesto por Zhang (1994) y avalado por Nielsen (1999) para traves sin refuerzo transversal con  $a/d \geq 2$

No debería haber duda que el método propuesto por Zhang (1994) para traves con relaciones  $a/d \geq 2$  merece algunos comentarios. Por ejemplo: 1) es difícil aceptar que el micro-agrietamiento sea el responsable de modificar sustancialmente la trayectoria de la línea de falla, 2) el patrón de agrietamiento sugerido en la figura E.28 no explica el mecanismo de viga típico de estos elementos (Kani 1964, Fenwick y Paulay 1968, Reineck 1991), 3) el método tiene *escondido* un valor que depende de factor de eficiencia  $v_4$  ( $v_4 = 1.6$ ) aunque que Nielsen (1999) haya dicho lo contrario y, 4) el factor de eficiencia  $v_s$  lidera una reducción muy drástica de la resistencia del concreto debido al micro-agrietamiento (50%). En el apéndice F se comenta con más detalle el efecto del micro-agrietamiento.

Finalmente, no se puede dejar de mencionar que Reineck (1991) advirtió sobre los excesos de algunos investigadores en el uso de los factores de eficiencia.

## E.5 COMENTARIOS

A partir del análisis de los modelos de armadura comentados en esta sección, se puede entender lo difícil que es proponer un modelo de armadura “genérico” que explique la falla por cortante en traveses esbeltas sin refuerzo transversal. De otra manera no se puede entender que los modelos presentados por Muttoni y Schwartz (1991), Reineck (1991) y Muttoni y Fernández Ruiz (2008), sólo hayan sido compañeras de ecuaciones de diseño.

Por otra parte, los modelos propuestos por Al-Nahlawi y Wight (1992), aunque fueron presentados como unos que explican la resistencia en traveses sin estribos, tienen fuertes inconsistencias que les resta credibilidad.

El lector interesado puede comprobar que todos los modelos de armadura presentados en esta sección, con excepción de los que avala Nielsen (1999), fueron incluidos en el último estado del arte sobre cortante patrocinado por las asociaciones de ingenieros más prestigiosas de Estados Unidos (“Committee 445” 1998).

Este panorama justifica que, a la fecha, la estimación de la resistencia por cortante de las traveses esbeltas sin refuerzo transversal, siga haciéndose con ecuaciones semiempíricas (como la del reglamento del ACI). Este comentario incluye también a las propuestas de diseño simplificadas basadas en la teoría modificada de los campos de compresión (“NCHRP 549” 2005, Bentz *et al.* 2006).

## REFERENCIAS Y BIBLIOGRAFÍA

- ACI 318-11 (2011), “Building code requirements for structural concrete (ACI-318-11) and commentary (ACI-318R-11)”, ACI Committee 318, *American Concrete Institute*, E.U.A.
- Alcocer S M y C M Uribe (2008), “Monolithic and Cyclic Behavior of Deep Beams Designed Using Strut-and-Tie Models”, *ACI Structural Journal*, Vol. 105, No. 3, pp. 327-337.
- Al-Nahlawi K A y J K Wight (1992), “Beams analysis using concrete tensile strength in truss models”, *ACI Structural Journal*, Vol. 89, No. 3, pp. 284-289.
- Bazant, Z P y M T Kazemi (1991), “Size effect on diagonal shear failure of beams without stirrups”, *ACI Structural Journal*, Vol. 88, No. 3, pp. 268-276.
- Bentz, E C, F J Vecchio y M P Collins (2006), “Simplified compression field theory for calculating shear strength of reinforced concrete elements”, *ACI Structural Journal*, Vol. 103, No. 4, pp. 614-624.
- Braestrup, M W (1981), “Structural concrete as a plastic material”, *IABSE Reports*, Vol. 34, pp. 3-16, International Association of Bridge and Structural Engineering.
- Braestrup, M W (1990), “Shear strength prediction – plastic method”, *Reinforced concrete deep beams*, Editor Karl-Heinz Reineck, Blackie and Son, Gran Bretaña.
- Braestrup, M W (1992), Discussion of “Ultimate shear force of structural concrete members without transverse reinforcement derived from a mechanical model” by K.H. Reineck, *ACI Structural Journal*, Vol. 89, No. 4, pp. 476-477.
- Bresler, B y A C Scordelis (1963), “Shear strength of reinforced concrete beams”, *ACI Journal Proceedings*, Vol. 60, No. 1, pp. 51-74.
- Committee 426 (1973), “The shear strength of reinforced concrete members”, Joint ASCE-ACI Task Committee 426, *ASCE Journal of Structural Engineering*, Vol. 99, No. 6, pp. 1091-1187.



- Committee 445 (1998), "Recent approaches to shear design of structural concrete", ASCE-ACI Committee 445, *ASCE Journal of Structural Engineering*, Vol. 124, No. 12, pp. 1375-1417.
- Drucker, D C (1961), "On structural concrete and the theorems of limit analysis", *IABSE Publications*, Vol. 21, pp. 49-59, International Association of Bridge and Structural Engineering.
- Fenwick, R C y T Paulay (1968), "Mechanisms of shear resistance of concrete beams", *ASCE Journal of Structural Engineering*, Vol. 94, No. 10, pp. 2325-2350.
- Fernandez Ruiz, M y A Muttoni (2007), "On development of suitable stress fields for structural concrete", *ACI Structural Journal*, Vol. 104, No. 4, pp. 495-502.
- Hsu, T T C (1993), *Unified theory of reinforced concrete*, second, CRC Press, E.U.A.
- Kani, G N J (1964), "The riddle of shear failure and its solution", *ACI Journal Proceedings*, Vol. 61, No. 4, pp. 441-468.
- Kani, G N J (1967), "How safe are our large reinforced concrete beams", *ACI Journal Proceedings*, Vol. 64, No. 3, pp. 128-141.
- Marti, P (1985/a), "Basic tools of reinforced concrete beam design", *ACI Journal*, Vol. 82, No. 1, pp. 46-56.
- Marti, P (1985/b), "Truss models in detailing", *Concrete International*, Vol. 7, No. 12, pp. 66-73.
- Muttoni, A y J Schwartz (1991), "Behavior of beams and punching in slabs without shear reinforcement", *IABSE Reports*, Vol. 62, pp. 703-708, International Association of Bridge and Structural Engineering.
- Muttoni, A, J Schwartz y B Thürlimann (1997), *Design of concrete structures with stress fields*, Birkhäuser, Suiza.
- Muttoni, A y M Fernández Ruiz (2008), "Shear strength of members without transverse reinforcement as function of critical shear crack width", *ACI Structural Journal*, Vol. 105, No. 2, pp. 163-172.
- NCHRP 549 (2005), "Simplified shear design of structural concrete members", National Cooperative Highway Research Program Report 549, *Transportation Research Board of the National Academies*.
- Reineck, K H (1991), "Ultimate shear force of structural concrete members without transverse reinforcement derived from a mechanical model", *ACI Structural Journal*, Vol. 88, No. 5, pp. 592-602.
- Rogowsky, D M y J G MacGregor (1986), "Design of reinforced concrete deep beams", *Concrete International*, Vol. 8, No. 8, pp. 49-58.
- Schlaich, J, K Schäfer y M Jennewein (1987), "Toward a consistent design of structural concrete", *PCI Journal*, Vol. 32, No. 3, pp. 74-150.
- Subcommittee 445-1 (2002), "Examples for the design of structural concrete with strut-and-tie models", *ACI Structural Journal Special Publication*, No. 208, Editor Karl-Heinz Reineck.
- Thürlimann, B (1979), "Plastic analysis of reinforced concrete beams", *IABSE Reports*, Vol. 28, pp. 71-90, International Association of Bridge and Structural Engineering.
- Vecchio, F J y M P Collins (1986), "The modified compression-field theory for reinforced concrete elements subjected to shear", *ACI Structural Journal*, Vol. 83, No. 2, pp. 219-231.

## APÉNDICE F: REVISIÓN DE LA SECCIÓN CRÍTICA EN TRABES SIN ESTRIBOS

Las fórmulas que se utilizan para el cálculo de la contribución del concreto generalmente toman en cuenta una sección crítica. Por ejemplo, el reglamento del ACI considera una sección crítica cuya ubicación es indistinta en traveses con y sin refuerzo transversal pues, en ambos casos, la supone a una distancia de un peralte efectivo del apoyo (figura F.1).

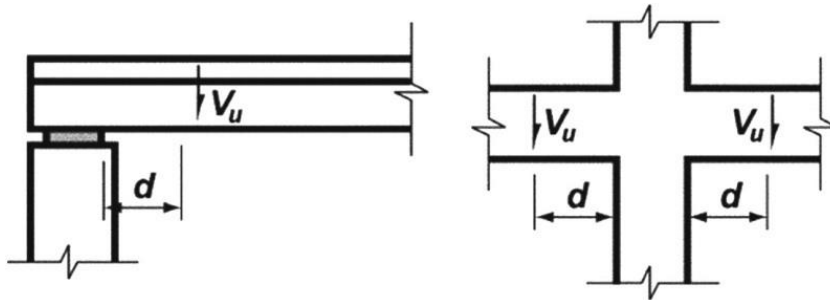


Figura F.1 Ubicación de la sección crítica por cortante según el reglamento ACI 318 11

En el capítulo cuatro de esta tesis, se presentó una definición formal y original para la sección crítica por cortante de traveses prismáticos *con* refuerzo transversal. La definición se sustentó en un campo de esfuerzo típico y su respectivo modelo de armadura plástica. Esto permitió definir sin ambigüedad la sección crítica en traveses acartelados con refuerzo transversal. Sin embargo, la sección crítica por cortante en traveses *sin* refuerzo transversal, debe ser definida de forma diferente a una trabe con estribos.

Existen propuestas para cuantificar la contribución del concreto en traveses sin refuerzo transversal, de forma diferente a la del reglamento ACI 318. En su mayoría, estos trabajos pertenecen a la filosofía de diseño por secciones y, generalmente, involucran una definición propia de la sección crítica por cortante.

En esta tesis doctoral se creyó conveniente analizar las características de la sección crítica de estas propuestas para: 1) documentar sus diferencias con la del reglamento ACI, 2) analizar su congruencia con la definición de las regiones B-D definidas por Schlaich *et al.* (1987) y, c) evaluar la posibilidad de hacer una nueva definición sustentada en un modelo de armadura (tal y como se hizo en las traveses con refuerzo transversal). En la revisión se consideraron las recomendaciones que se creyeron más influyentes o representativas.

## F.1 PROPUESTA DE KOTSOVOS

En una publicación sobre traves de gran peralte (Kong 1990), Kotsovos condensó su trabajo sobre el mecanismo resistente a cortante en traves prismáticas (Kotsovos 1984, 1986, 1987 y 1988). Desde el punto de vista de Kotsovos (1990), la resistencia a cortante en traves sin refuerzo transversal, no depende de la resistencia a tensión diagonal del concreto en la sección crítica, sino únicamente de la resistencia a compresión del concreto no agrietado. Lo anterior, ya que la aportación de la trabazón del agregado no es congruente con la apertura y configuración de las grietas diagonales.

Bajo estos lineamientos, Kotsovos (1990) propuso un modelo mecánico para explicar la resistencia de una trave sin refuerzo transversal, al que denominó “trayectoria de fuerzas en compresión” (*compressive force path*). De acuerdo con este modelo, la capacidad estructural del elemento, depende de la resistencia a compresión *triaxial* del concreto en las zonas por donde fluyen las fuerzas que transmiten la carga hacia los apoyos (figura F.2).

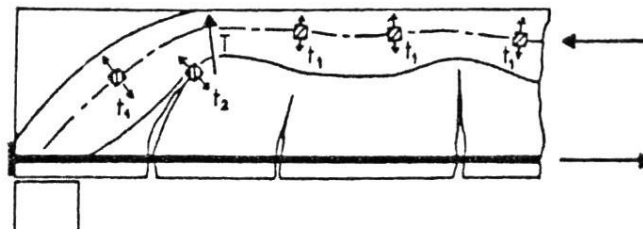


Figura F.2 Trayectoria de fuerzas en compresión según Kotsovos (1990)

Aunque Kotsovos (1990) aceptó la presencia de esfuerzos de tensión en su modelo, no fue contundente en asociarlos con la falla por cortante. Argumentó que los esfuerzos de tensión se presentan por numerosas razones, y que la falla por cortante solamente se puede considerar *relacionada* con ellos. Entre las principales causas que generan esfuerzos de tensión, Kotsovos (1990) destacó las siguientes (figura F.2):

1. los que se requieren por equilibrio en los cambios de dirección de la trayectoria de esfuerzos (esfuerzos  $T$ , figura F.2),
2. debido a la dilatación del concreto en las zonas donde los esfuerzos de compresión son muy elevados (esfuerzos  $t_1$ ),
3. por la concentración de esfuerzos en los extremos de las grietas de flexo-cortante en los límites de la zona comprimida (esfuerzos  $t_2$ ) y,
4. los que se asocian a la pérdida de adherencia (no mostrados).

En un trabajo posterior, Kotsovos confirmó su postura sobre los esfuerzos de tensión en la falla por cortante, al señalar que ésta sólo se relaciona con el cambio de dirección de la trayectoria de fuerzas en compresión, y que debido al estado de compresión triaxial del concreto, no se presentan esfuerzos netos de tensión (Kotsovos y Masui 1993).

Aunque Kotsovos (1990) no reconoció el concepto de la sección crítica, y la influencia de los esfuerzos de tensión en la falla por cortante, su modelo incluye una sección “débil” asociada al cambio de dirección de la trayectoria de fuerzas en compresión (figura F.2). En efecto, esta sección no es otra cosa que la sección crítica del modelo de Kotsovos, quien proporcionó guías detalladas para ubicarla en traveses esbeltas y cortas (figura F.3).

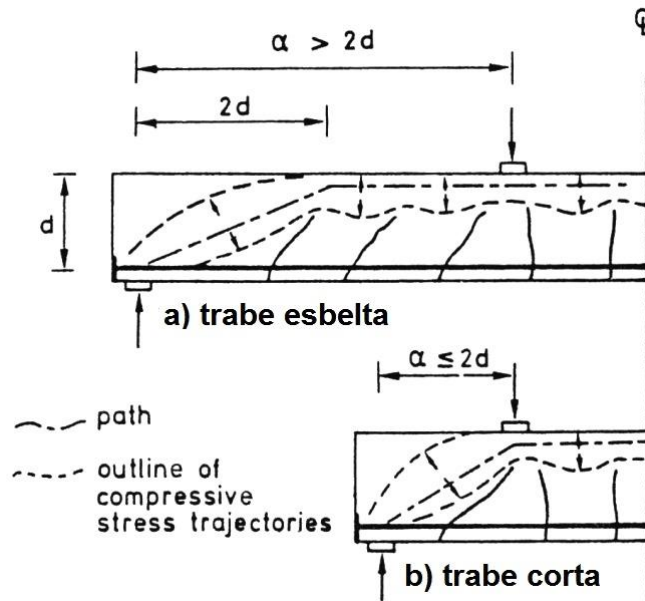


Figura F.3 Cambio de trayectoria de las fuerzas en compresión (Kotsovos 1990)

De acuerdo con la figura F.3-a, el cambio de dirección del flujo en compresión en traveses esbeltas ( $a/d > 2$ ), está ubicado a una distancia del apoyo de dos veces el peralte efectivo. Si se acepta que ésta es la sección crítica del modelo de Kotsovos (1990), entonces la ubicación difiere con la sugerida en el reglamento del ACI (una distancia de un peralte del apoyo).

En traveses cortos ( $a/d \leq 2$ ), el cambio de dirección del flujo de fuerzas en compresión es exactamente en la sección donde se aplica la carga, por lo que, con rigor, no debería considerarse como una sección crítica. En este caso el modelo de Kotsovos es similar a una armadura de puntal directo; sin embargo, Kotsovos (1992) dejó en claro que su modelo no es una armadura, sino un *marco con columnas inclinadas sujetadas con un tensor*.

La definición de “marco” adoptada por Kotsovos (1992) es inconsistente con su modelo. Lo anterior, ya que el elemento horizontal al trabajar en flexión (la “viga” del marco), produce esfuerzos de tensión que contradicen la existencia de una zona en compresión pura por la cual fluye la carga aplicada hacia los apoyos.

MacLeod y Houmsi (1994) utilizaron el modelo de Kotsovos (1988 y 1990) para ubicar la sección crítica en traveses acarteladas sin refuerzo transversal. Sin embargo, como la sección crítica del modelo queda muy alejada de los apoyos (punto de inflexión en el trabajo de MacLeod y Houmsi), el peralte crítico que obtuvieron en traveses acarteladas, en algunos casos, carece de significado físico y mecánico. Lo anterior, ya que éste (Archundia 2004, Tena-

Colunga *et al.* 2008): a) quedó dentro de una región D o, b) fue más grande que el peralte máximo de la cartela. Esta situación disminuye la posibilidad de considerar la sección crítica del modelo de Kotsovos (1988) para propósitos generales.

## F.2 PROPUESTA DE REINECK

Reineck (1991) desarrolló un modelo de armadura para travesas esbeltas sin refuerzo transversal; sin embargo, él mismo lo descartó para estimar la resistencia a cortante (figura F.4). En su lugar, recomendó una ecuación basada en los mecanismos resistentes por fricción y dovela, que es válida en la región B especificada por Schlaich *et al.* (1987). Reineck (1991), además, indicó que la sección al final de la región D adyacente al punto de carga es *decisiva*, pero no dejó en claro cómo usar esta sección en su modelo, ni en su fórmula.

En efecto, la sección “decisiva” es la sección *crítica* del modelo de Reineck, quien la ubicó a una distancia  $x_u$  del apoyo calculada con la ecuación F.1, donde  $a$  es el claro de cortante y  $d$  es el peralte efectivo de la sección (figura F.4).

$$x_u = a - 1.5d$$

F.1

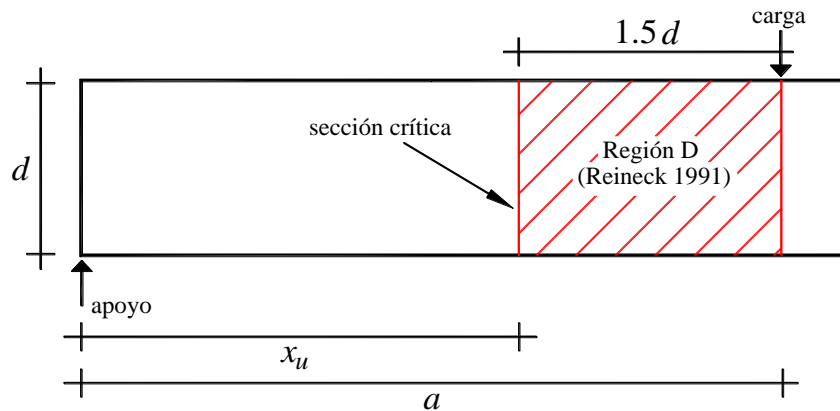


Figura F.4 Ubicación de la sección crítica por cortante según Reineck (1991)

De la propuesta de Reineck (1991) se destacan dos situaciones: 1) la extensión de la región D es mayor que la propuesta por Schlaich *et al.* (1987) y, 2) la sección crítica no es adyacente al apoyo como lo recomienda el reglamento del ACI, sino que está ubicada en el otro extremo del claro de cortante.

El primer señalamiento contradice al propio Reineck (1991) sobre respetar las recomendaciones de Schlaich *et al.* (1987). El segundo punto no tiene mayor relevancia, de hecho, originalmente el “Committee 326” (1962/a/b) sugirió que en cada extremo del claro de cortante existe una sección crítica que, con el tiempo, se simplificó a una fija en la cercanía de los apoyos (González y Robles 2006).

F.3 PROPUESTA DE KIM Y WHITE

Kim y White (1991) estudiaron la falla por cortante en traveses sin refuerzo transversal, considerándolas como vigas elásticas homogéneas en las que incorporaron: a) la influencia del agrietamiento por flexión en los esfuerzos de adherencia (figura F.5-a) y, b) el efecto de la variación del brazo de palanca interno en la fuerza de tensión del acero longitudinal (F.5-b).

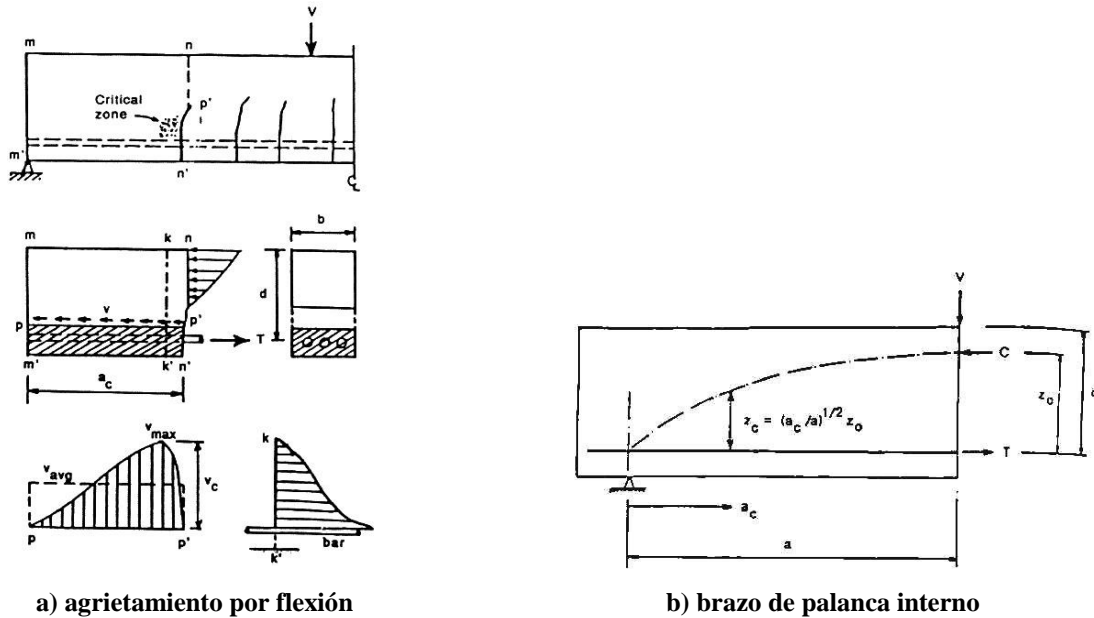


Figura F.5 Parámetros influyentes en la ubicación de la sección crítica según Kim y White (1991)

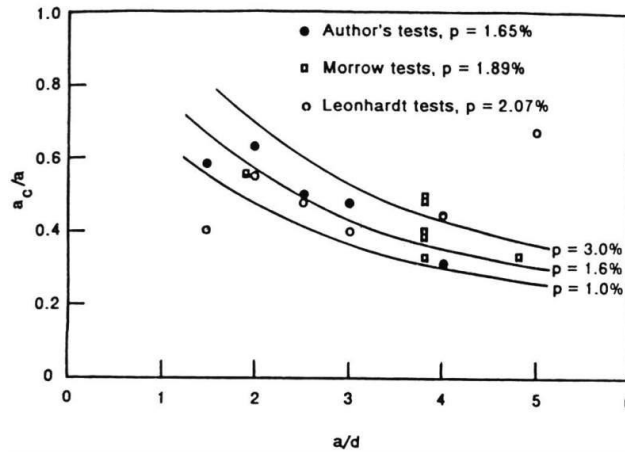


Figura F.6 Comportamiento de la sección en el claro de cortante según Kim y White (1991)

$$a_c = 3.3 \left[ \frac{\rho(d/a)^2}{(1 - \sqrt{\rho})^2} \right]^{1/3} a$$

F.2

En el modelo de Kim y White (1991), la sección crítica es explícita y es aquella donde se presenta el primer agrietamiento por flexo-cortante. Esta sección la ubicaron a una distancia  $a_c$  medida desde el apoyo calculada con la ecuación F.2, donde  $a$  es el claro de cortante,  $d$  el peralte efectivo y  $\rho$  la cuantía del refuerzo longitudinal a tensión. De acuerdo con Kim y White (1991), la ecuación F.2 fue la primera en establecer la ubicación de la sección crítica en traves sin refuerzo transversal.

La ecuación F.2 fue calibrada con datos experimentales de traves que satisfacen la relación  $1.5 \leq a/d \leq 5$  (figura F.6). Un análisis grueso de las curvas mostradas en la figura F.6 sugiere las siguientes tendencias:

- i. En traves cortas ( $1 \leq a/d \leq 2$ ) no se observan datos suficientes para validar el uso de la ecuación F.2. Se esperaría que más información apoye la idea que en estas traves no hay lugar para una sección crítica por cortante (ya que no se presenta falla por tensión diagonal).
- ii. La tendencia en traves esbeltas ( $2 < a/d \leq 5$ ) indica que, con el aumento de la esbeltez, la sección crítica se desplaza hacia el centro del claro. Esto se explica con el producto  $(a_c/a)(a/d) = a_c/d$ . De esta forma, y en términos muy generales, cuando  $a/d$  es ligeramente superior a dos, la sección crítica está a un peralte del apoyo ( $a_c/d = 1$ ), y cuando  $a/d = 5$ , se corre a dos peraltes ( $a_c/d = 2$ ).

La propuesta de Kim y White (1991) es interesante, pues plantea una sección crítica que depende de la relación  $a/d$  y de la cuantía de refuerzo longitudinal. Esta sección crítica es válida, pues siempre está dentro de la región B definida por Schlaich *et al.* (1987). Finalmente, el único inconveniente que se le puede atribuir a la recomendación de Kim y White (1991), es que para algunos diseñadores de estructuras, pudiera ser poco práctico el uso de la ecuación F.2.

#### F.4 PROPUESTA DE ZHANG Y NIELSEN

La solución clásica de la teoría de la plasticidad del concreto (TPC) para traves sin refuerzo transversal, considera una línea de falla que une los bordes interiores de las placas donde actúan la carga aplicada y la reacción (figura F.7). De acuerdo con Zhang (1994) y Nielsen (1999), este modelo proporciona buenas predicciones en traves que satisfacen la relación  $a/h < 2$  (donde  $h$  es el peralte total del elemento), siempre y cuando se consideren los factores de eficiencia tradicionales de la TPC, y uno adicional propuesto por Zhang (1994) que toma en cuenta la reducción de la resistencia del concreto debido al *micro-agrietamiento* ( $v_s = 0.5$ ).

Para traves con  $a/h \geq 2$  (traves esbeltas), Zhang (1994) propuso un nuevo modelo en el que la grieta diagonal ya no une el apoyo con la carga, sino que la grieta intersecta el acero longitudinal de tensión en una sección ubicada a una distancia “ $x$ ” medida desde el apoyo (figura F.8). Como Zhang (1994) supuso que allí comienza la grieta de falla, allí puede suponerse la sección crítica por cortante de su modelo (figura F.8-b).

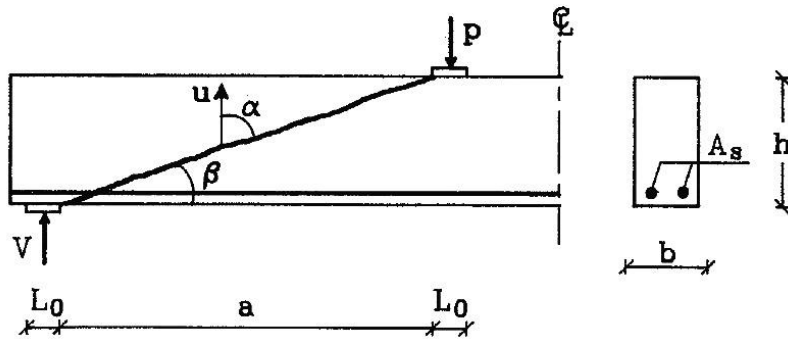


Figura F.7 Solución clásica de la teoría de la plasticidad del concreto (Zhang 1994)

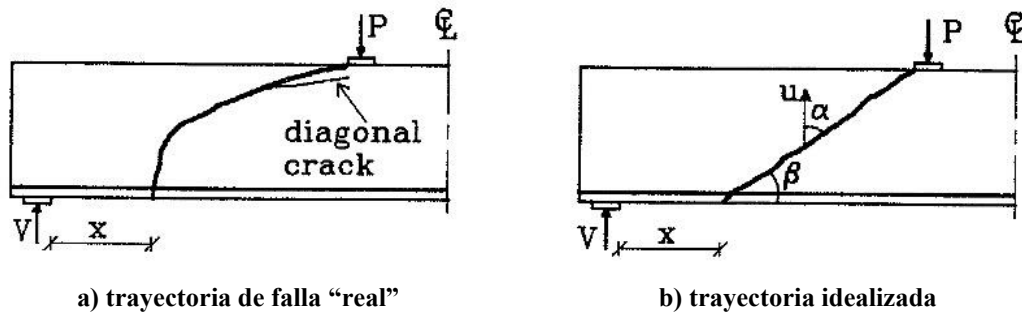


Figura F.8 Solución de Zhang (1994) que involucra una sección crítica por cortante

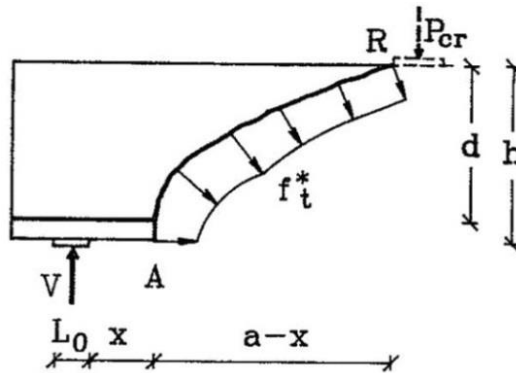


Figura F.9 Simplificación de los esfuerzos en la grieta de falla (Zhang 1994)

Zhang (1994) propuso las ecuaciones F.3 y F.4 para calcular la distancia “x” donde inicia la grieta crítica por cortante. En esas ecuaciones,  $a$  es el claro de cortante y  $h$  el peralte total de la viga. En su desarrollo, Zhang (1994) consideró: i) un perfil de esfuerzos de tensión simplificado en la grieta crítica (figura F.9), ii) los factores de eficiencia típicos de la teoría de la plasticidad del concreto (Nielsen 1999) y, iii) un nuevo factor de eficiencia que disminuye un 50% la resistencia compresión del concreto por *micro-agrietamiento* ( $v_s = 0.5$ ). Las ecuaciones F.3 y f.4 son bastante sencillas, y fueron calibradas con resultados experimentales de vigas que satisfacen la relación  $1 \leq a/h \leq 8$  (figura F.10).



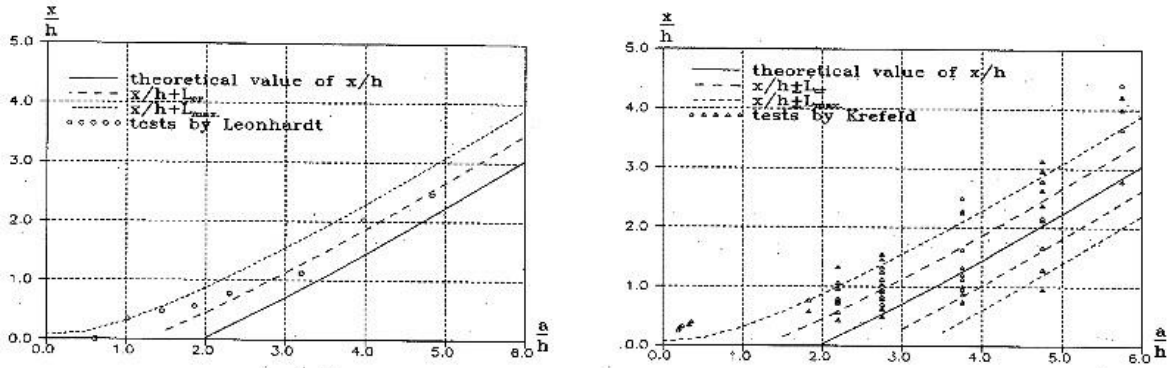


Figura F.10 Verificación de la sección crítica recomendada por Zhang (1994)

$$\frac{x}{h} = 0; \quad \text{si} \left( \frac{a}{h} < 2 \right) \quad \text{F.3}$$

$$\frac{x}{h} \approx 0.74 \left( \frac{a}{h} - 2 \right); \quad \text{si} \left( \frac{a}{h} \geq 2 \right) \quad \text{F.4}$$

La ecuación F.3 aplica para traves cortas, e indica que la grieta de falla es una línea recta que une el punto de aplicación de la carga y la reacción. En otras palabras, no existe como tal una sección crítica, por lo que el modelo es congruente con la solución clásica de la TPC. No obstante, Nielsen (1999) destacó que en traves cortas es mejor usar la solución clásica, pues da mejores predicciones (figura F.11).

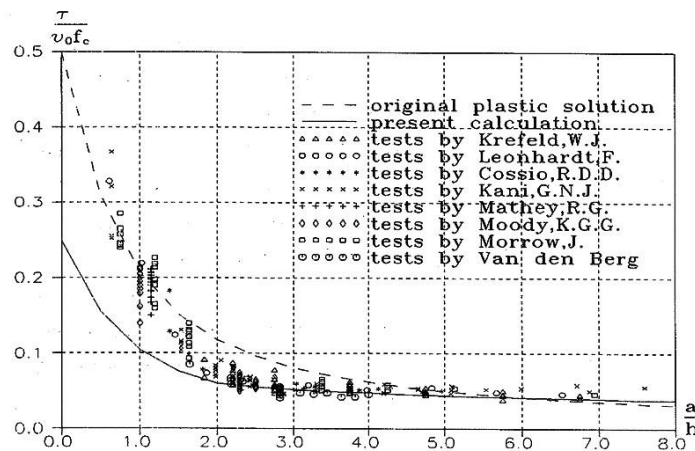


Figura F.11 Evaluación de la resistencia con el modelo de Zhang (1994)

La ecuación F.4 indica que en traves esbeltas la sección crítica no tiene una posición fija, y se mueve hacia el centro del claro con el aumento de la esbeltez. Esto coincide con la propuesta de Kim y White (1991), es más, *grosso modo*, ambas presentan las mismas tendencias. La ecuación de Zhang (1994) tiene la ventaja de ser más sencilla que la de Kim y White (1991), pero la desventaja de no tomar en cuenta la cuantía del refuerzo longitudinal que si consideraron los últimos.

Finalmente, y con base en las predicciones mostradas en la figura F.11, Nielsen (1999) recomendó el modelo de Zhang (1994) sobre el modelo clásico de la teoría de la plasticidad del concreto, predecir la resistencia de las trabes esbeltas sin refuerzo transversal.

El que la propuesta de Kim y White (1991), sustentada en análisis elásticos, coincida con la de Zhang (1994) basada en un análisis plástico, no es casualidad. Esto se explica con la drástica reducción que hizo Zhang (1994) en la resistencia del concreto para tomar en cuenta el efecto del *micro-agrietamiento* en la resistencia a cortante (50%). No debería ser controversial aceptar que una resistencia del concreto 50% menor a la medida en pruebas estandarizadas, es más representativa de un estado elástico que de uno asociado a la falla.

Zhang (1994) dejó bien claro que su factor de eficiencia por micro-agrietamiento ( $v_s = 0.5$ ) se debe, principalmente, al agrietamiento generado por los cambios volumétricos y de temperatura (imperceptibles al ojo humano), y no por el agrietamiento generado por las cargas (perceptibles al ojo humano). Textualmente:

“Debe tenerse en cuenta que aun cuando no se han formado grietas visibles, la resistencia del concreto puede reducirse debido al micro-agrietamiento. Las micro-grietas pueden estar presentes aún antes de la carga debido a la contracción de la pasta cementante, efectos de temperatura, etc. Cuando se usa el término concreto no agrietado, significa concreto sin grietas visibles (es decir, macro-grietas). Por lo tanto, la resistencia del concreto no agrietado debe entenderse como la resistencia de concreto micro-agrietado. En problemas de cortante, los esfuerzos de tensión presentes antes del agrietamiento, probablemente reducirán la resistencia a compresión debido a que la redistribución de esfuerzos puede hacer coincidir la dirección de las micro-grietas con las grietas de falla. De esta forma, se debe considerar un factor de efectividad que tome en cuenta los efectos del micro-agrietamiento.”

Cuesta mucho trabajo imaginar que un estado de daño *no* visible, pueda causar una degradación del cincuenta por ciento de la resistencia del concreto. Algo similar concluyó el doctor Arturo Tena Colunga respecto a la degradación de la rigidez del concreto que muchos reglamentos e investigadores recomiendan para el diseño sísmico. Es decir, que debido al agrietamiento inicial de una estructura sana (¿micro-agrietamiento?), se debe considerar sólo el 50% de la rigidez inicial del elemento para revisar el estado límite de falla. Como dijeron Tena y colaboradores: ¡Nada más alejado de la realidad! (Tena *et al.* 2011).

## F.5 PROPUESTA DE ZARARIS Y PAPADAKIS

Zararis y Papadakis (2001) y Zararis (2003) explicaron que la grieta crítica por cortante en trabes esbeltas sin refuerzo transversal, se divide en dos ramas formadas a diferente tiempo (figura F.12): a) la primera rama inicia al nivel del acero longitudinal de tensión, y sube diagonalmente hasta llegar a la parte inferior del bloque de concreto no agrietado y, b) la segunda rama cruza diagonalmente el bloque de compresión.

Zararis y Papadakis (2001) presentaron el modelo mostrado en la figura F.13 para describir la falla por cortante. El modelo indica que la primera rama comienza a una distancia “ $x$ ” del apoyo, y sube diagonalmente hasta alcanzar el borde inferior del bloque de concreto no agrietado, según un ángulo  $\phi$  medido desde la vertical.

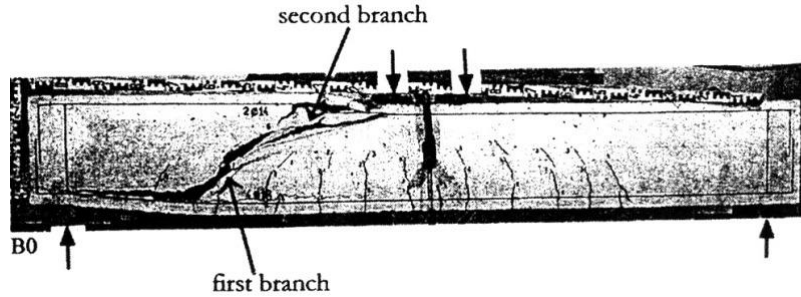


Figura F.12 Identificación de las dos ramas que forman la grieta diagonal crítica (Zararis 2003)

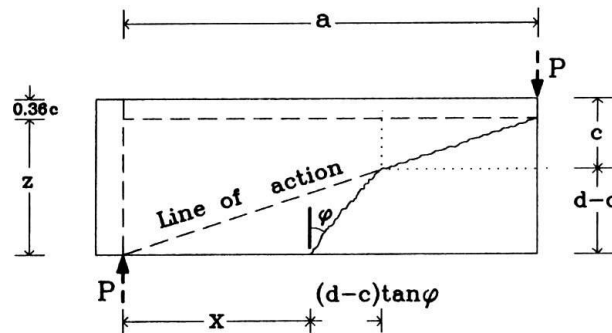


Figura F.13 Modelo de falla propuesto por Zararis y Papadakis (2001)

Zararis y Papadakis (2001) consideraron que la primera rama se abre en dirección perpendicular a la grieta, por lo que no se activan los mecanismos resistentes de fricción y dovela señalados comúnmente en la literatura (por ejemplo, Fenwick y Paulay 1968). Sin embargo, aceptaron que el acero longitudinal en tensión proporciona un poco de resistencia mediante deformación por cortante.

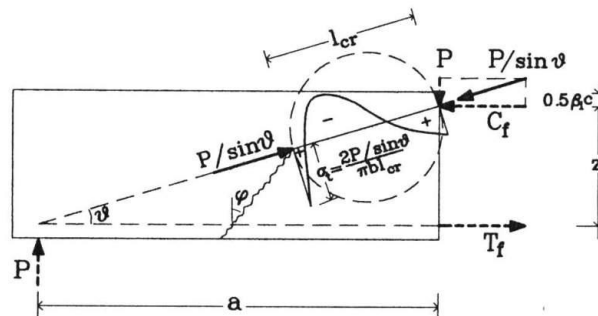


Figura F.14 Criterio de falla en traveses esbeltos sin refuerzo transversal (Zararis y Papadakis 2001)

La segunda rama se forma con el incremento de la carga y aparece súbitamente. Aquí se presenta la falla del elemento, y se debe al desgarramiento del bloque comprimido por la presencia de un estado de esfuerzos muy parecido al de un cilindro sometido a compresión diametral o prueba *brasileña* (figura F.14).

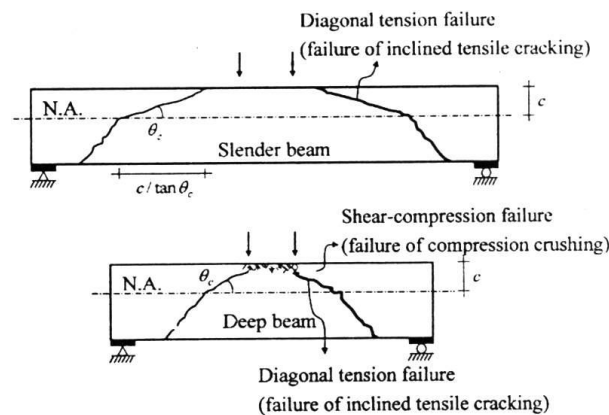
El modelo de Zararis y Papadakis (2001) tiene la ventaja de proporcionar dos secciones críticas: 1) una asociada con la primera rama, y que se puede relacionar con la finalización del intervalo elástico (contribución del concreto) y, 2) otra asociada con la segunda rama, que explica la resistencia última del elemento.

Desafortunadamente, el modelo de Zararis y Papadakis (2001) dista de ser práctico. Por ejemplo, para determinar la distancia “ $x$ ” donde se inicia la primera rama de la grieta diagonal, primero se tiene que determinar la profundidad del eje neutro  $c$  (ecuación F.5) y el ángulo  $\varphi$  (ecuación F.6); conocidos estos valores se deben sustituir en la ecuación F.7. Posteriormente, y por geometría, se puede ubicar la sección donde inicia la segunda rama de la grieta diagonal (figura F.14).

$$\left(\frac{c}{d}\right)^2 + 600 \frac{\rho}{f'_c} \left(\frac{c}{d}\right) - 600 \frac{\rho}{f'_c} = 0 \quad \text{F.5}$$

$$\tan^2 \varphi - \frac{a/d}{1-c/d} \tan \varphi + \frac{2.5-c/d}{1-c/d} = 0 \quad \text{F.6}$$

$$\frac{x}{d} = \left(1 - \frac{c}{d}\right) \left(\frac{a/d}{1-0.36c/d} - \tan \varphi\right) \quad \text{F.7}$$



**Figura F.15 Modelo de falla propuestos por Choi *et al.* (2007) en trabes sin refuerzo transversal**

El lector interesado puede comprobar que Choi *et al.* (2007) y Choi y Park (2007) presentaron un enfoque similar al de Zararis y Papadakis (2001). En estos trabajos se hizo una distinción entre trabes esbeltas y cortas (figura F.15). Sin embargo, la solución es aún más elaborada que el de Zararis y Papadakis (2001).

## F.6 PROPUESTA DE MUTTONI Y FERNÁNDEZ RUIZ

Muttoni y Fernández Ruiz (2008) explicaron la resistencia de las traves sin estribos con un modelo que combina la armadura de puntal directo, con otro que denominaron en forma de codo. Ellos lo justificaron argumentando que la fricción en la entrecara de la grieta crítica lo permite, aún en traves esbeltas (figura F.17). Al final, este modelo combinado lo simplificaron a uno de puntal directo que aplicaron a traves con relaciones  $a/d \geq 2$  (figura F.17). En el apéndice E se proporcionan detalles adicionales del modelo.

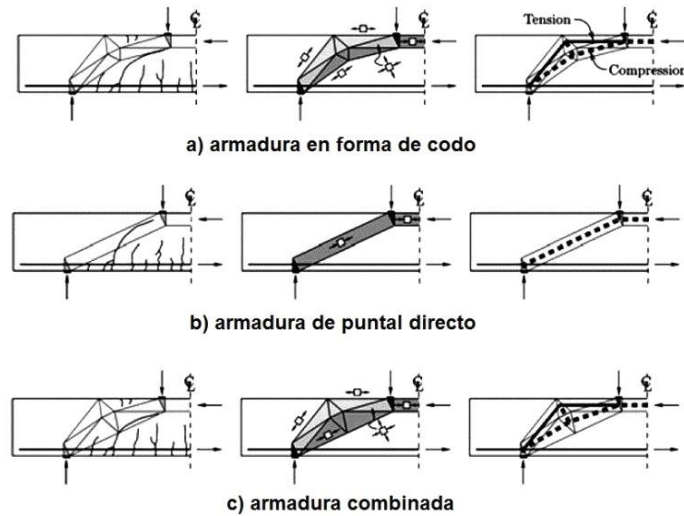


Figura F.16 Combinación de las armaduras de codo y puntal directo (Muttoni y Fernández Ruiz 2008)

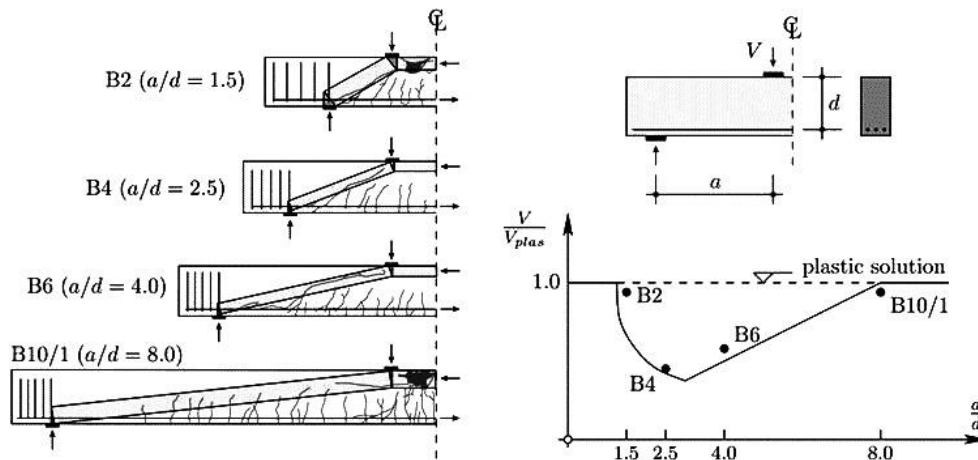


Figura F.17 Valle de Kani según un modelo de puntal directo (Muttoni y Fernández Ruiz 2008)

Muttoni y Fernández Ruiz (2008) no utilizaron su modelo de armadura para predecir la resistencia a cortante, en su lugar, propusieron una ecuación muy parecida a la del reglamento del ACI. En el apéndice E se presentan algunos comentarios sobre esta ecuación.

Muttoni y Fernández Ruiz (2008) involucraron una sección crítica (explícita) en su ecuación de diseño. En ella se debe calcular la deformación unitaria a tensión que controla la resistencia a cortante del elemento (figura F.18). En la sección supusieron un bloque triangular (elástico) en el bloque de compresión (figura F.18-b).

La sección crítica propuesta por Muttoni y Fernández Ruiz (2008), se ubica a una distancia de medio peralte efectivo del punto de aplicación de la carga (figura F.19). En otras palabras, para Muttoni y Fernández Ruiz (2008) la resistencia a cortante de una viga esbelta (región B) está gobernada por una sección crítica que está dentro de una región D, donde no son válidas las suposiciones de la figura F.18.

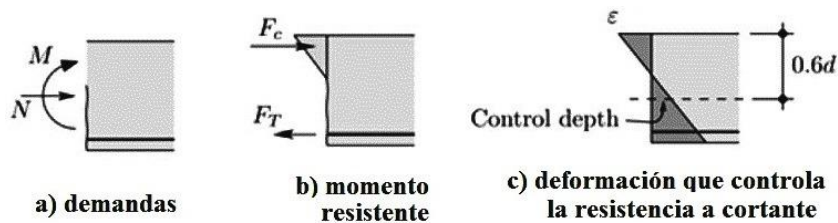


Figura F.18 Deformación unitaria en tensión que controla la resistencia a cortante en el método recomendado por Muttoni y Fernández Ruiz (2008)

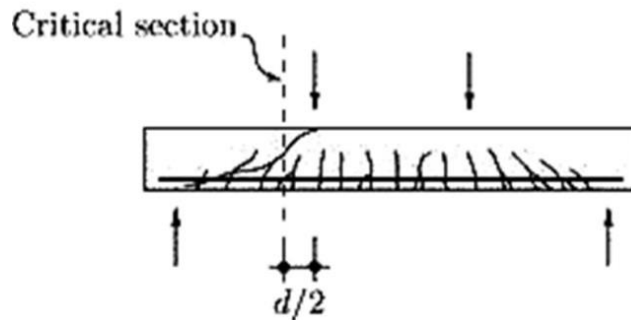


Figura F.19 Ubicación de la sección crítica de acuerdo a Muttoni y Fernández Ruiz (2008). Modificada

## F.7 COMENTARIOS

Con base en el análisis de las propuestas analizadas en este apéndice, se hacen los siguientes comentarios puntuales sobre la sección crítica en traves prismáticas sin refuerzo transversal:

1. La sección crítica por cortante solamente es válida en traves esbeltas ( $a/d \geq 2$ ), es decir, en traves que tienen una región B definida según Schlaich *et al.* (1987).
2. Al igual que en las traves con estribos, la sección crítica debe estar dentro de la región B, lo que incluye las fronteras con las regiones D adyacentes.
3. Estudios basados en métodos elásticos (Kim y White 1991) y “análisis al límite” (Zhang 1994), sugieren que la ubicación de la sección crítica tiende a desplazarse al centro del claro de cortante con el aumento de la esbeltez. Esto sucede dentro del tramo comprendido entre uno y dos peraltes efectivos medidos desde el apoyo.

4. Existen propuestas válidas que sugieren una ubicación fija de la sección crítica en el claro de cortante, es decir, dentro de la región B o en su frontera con las regiones D adyacentes (por ejemplo, ACI-318-11, Kotsovos 1990 y Reineck 1991).
5. A la fecha no existe una propuesta que correlacione la sección crítica en traves con estribos con algún modelo de armadura.

## **REFERENCIAS Y BIBLIOGRAFÍA**

- ACI 318-11 (2011), "Building code requirements for structural concrete (ACI-318-11) and commentary (ACI-318R-11)", ACI Committee 318, *American Concrete Institute*, E.U.A.
- Al-Nahlawi K A y J K Wight (1992), "Beams analysis using concrete tensile strength in truss models", *ACI Structural Journal*, Vol. 89, No. 3, pp. 284-289.
- Archundia, H I (2004), "Comportamiento a cortante de traves acarteladas de concreto reforzado", *Tesis de Maestría*, Universidad Nacional Autónoma de México, México, mayo.
- Archundia, H I, A Tena y O M González (2005), "Estudio experimental del cortante estático de traves acarteladas de concreto reforzado", *Reporte de Investigación 453*, Dirección de Ciencias Básicas e Ingeniería, Universidad Autónoma Metropolitana – Azcapotzalco, pp. 204, junio. ISBN 970-31-0491-6.
- Choi, K, H Park y J K Wight (2007), "Unified shear strength model for reinforced concrete beams – Part 1: Development", *ACI Structural Journal*", Vol. 104, No. 2, pp. 142-152.
- Choi, K y H Park (2007), "Unified shear strength model for reinforced concrete beams – Part 2: Verification and simplified method", *ACI Structural Journal*", Vol. 104, No. 2, pp. 153-161.
- Committee 326 (1962/a), "Shear and diagonal tension. Part 1: General principles", Report of ACI-ASCE Committee 326, *ACI Journal Proceedings*, Vol. 59, No. 1, pp. 1-30.
- Committee 326 (1962/b), "Shear and diagonal tension. Part 2: Beams and frames", Report of ACI-ASCE Committee 326, *ACI Journal Proceedings*, Vol. 59, No. 2, pp. 277-334.
- Committee 445 (1998), "Recent approaches to shear design of structural concrete", ASCE-ACI Committee 445, *ASCE Journal of Structural Engineering*, Vol. 124, No. 12, pp. 1375-1417.
- CSA (2004), "Design of concrete structures" CSA Standards A.23.3-04", *Canadian Standards Association*, Canada.
- Fenwick, R C y T Paulay (1968), "Mechanisms of shear resistance of concrete beams", *ASCE Journal of Structural Engineering*, Vol. 94, No. 10, pp. 2325-2350.
- González, O M y F Robles (2006), *Aspectos fundamentales del concreto reforzado*, cuarta edición, Limusa, México.
- Kani, G N J (1964), "The riddle of shear failure and its solution", *ACI Journal Proceedings*, Vol. 61, No. 4, pp. 441-468.
- Kim, W y R N White (1991), "Initiation of shear cracking in reinforced concrete beams with no web reinforcement", *ACI Structural Journal*, Vol. 88, No. 3, pp. 301-308.
- Kotsovos, M D (1984), "Behavior of reinforced concrete beams with a shear span to depth between 1.0 and 2.5", *ACI Structural Journal*, Vol. 81, No. 3, pp. 279-286.
- Kotsovos, M D (1986), "Behavior of beams with shear span to depth greater 2.5", *ACI Structural Journal*, Vol. 83, No. 6, pp. 1026-1034.
- Kotsovos, M D (1987), "Shear failure of reinforced concrete beams", *Engineering Structures*, Vol. 9, No. 1, pp. 32-38.
- Kotsovos, M D (1988), "Compressive force path concept: Basis for ultimate limit state reinforced concrete design", *ACI Structural Journal*, Vol. 85, No. 1, pp. 68-75.

- Kotsovos, M D (1990), "Strength and behavior of deep beams", *Reinforced concrete deep beams*, Editor F K Kong, Blakie, Gran Bretaña.
- Kotsovos, M D (1992), Discussion of "Ultimate shear force of structural concrete members without transverse reinforcement derived from a mechanical model", *ACI Structural Journal*, Vol. 89, No. 4, pp. 475-482.
- Kotsovos, M D y N Masui (1993), "Towards unifying structural concrete design", *Proceedings of the Japanese Society of Civil Engineers*, Vol. 18, No. 460, pp. 139-149.
- MacLeod, I A y A Houmsi (1994), "Shear strength of haunched beams without shear reinforcement", *ACI Structural Journal*, Vol. 91, No. 1, pp. 79-89.
- MacGregor, J G (1997), *Reinforced concrete - mechanics and design*, third edition, Pearson-Prentice Hall, E.U.A.
- Muttoni, A, J Schwartz y B Thürlimann (1997), *Design of concrete structures with stress fields*, Birkhäuser, Suiza.
- Muttoni, A y M Fernández Ruiz (2008), "Shear strength of members without transverse reinforcement as function of critical shear crack width", *ACI Structural Journal*, Vol. 105, No. 2, pp. 163-172.
- Nielsen, M P (1999), *Limit analysis and concrete plasticity*, second edition, CRC Press, E.U.A.
- Park, R y T Paulay (1975), *Reinforced concrete structures*, John Wiley and Sons, E.U.A.
- Reineck, K H (1991), "Ultimate shear force of structural concrete members without transverse reinforcement derived from a mechanical model", *ACI Structural Journal*, Vol. 88, No. 5, pp. 592-602.
- Schlaich, J, K Schäfer y M Jennewein (1987), "Toward a consistent design of structural concrete", *PCI Journal*, Vol. 32, No. 3, pp. 74-150.
- Tena-Colunga, A, H I Archundia-Aranda y O M González-Cuevas (2008), "Behavior of reinforced concrete haunched beams subjected to static shear loading", *Engineering Structures*, Vol. 30, No. 2, pp. 478-492.
- Tena, A, G Gatica, L A Urbina y L Victoria (2011), "Impacto de la estructuración del sistema de piso en el comportamiento sísmico de edificios diseñados con base en marcos de concreto reforzado", *Memorias, XVIII Congreso Nacional de Ingeniería Sísmica*, Aguascalientes, Aguascalientes, noviembre.
- Thürlimann, B (1979), "Plastic analysis of reinforced concrete beams", *IABSE Reports*, Vol. 28, pp. 71-90, International Association of Bridge and Structural Engineering.
- Tureyen, A K y R J Frosch (2003), "Concrete shear strength: Another perspective", *ACI Structural Journal*, Vol. 100, No. 5, pp. 609-615.
- Zararis, P D y G Ch Papadakis (2001), "Diagonal shear failure and size effect in RC beams without web reinforcement", *ASCE Journal of Structural Engineering*, Vol. 127, No. 7, pp. 733-742.
- Zararis, P D (2003), "Shear strength and minimum shear reinforcement of reinforced concrete slender beams", *ACI Structural Journal*, Vol. 100, No. 2, pp. 203-214.
- Zhang, J P (1994), "Strength of cracked concrete. Part 1: Shear strength of conventional reinforced concrete beams deep beams, corbels and prestressed reinforced concrete beams without shear reinforcement", *Reporte 311, Serie R*, Departamento de Ingeniería Estructural, Universidad Técnica de Dinamarca, pp. 106., ISBN 87-7740-146-8.



# APÉNDICE G: ALGUNAS TENDENCIAS DE LA PREDICCIÓN CON EL MÉTODO PROPUESTO

En el capítulo cuatro se comparó la resistencia a cortante en traveses acarteladas, obtenida con el método desarrollado en esta tesis, contra la resistencia reportada en experimentos disponibles en la literatura. En este apéndice se analiza cómo influyen algunos parámetros estructurales en el nivel de predicción.

## G.1 RESUMEN DE LAS PREDICCIONES

En las tablas G.1 a G.5 se muestra un resumen de las predicciones reportadas con detalle en el capítulo cuatro. De esos resultados se concluyó que:

1. Las predicciones mejoran en elementos que: i) pueden albergar una región B en el claro de cortante y, ii) permiten tomar en cuenta la contribución del concreto ( $V_{cTA}$ ) según un modelo de armadura elástica.
2. Para estimar de forma conservadora la contribución del acero de refuerzo transversal ( $V_{sTA}$ ), se debe usar un campo de compresión diagonal con inclinación  $\theta = 45^\circ$ . Optativamente se puede usar el ángulo  $\theta = 45^\circ - \alpha$  para obtener predicciones más cercanas a las observadas en laboratorio.

**Tabla G.1 Resumen de las predicciones en traveses con refuerzo transversal.  $\theta = 45^\circ$**

<b>Fuente</b>	<b>Muestra completa (48 elementos)</b>		<b>Muestra depurada (42 elementos)</b>	
	$V_{sTA}/V_{exp}$	$(V_{sTA} + V_{cTA})/V_{exp}$	$V_{sTA}/V_{exp}$	$(V_{sTA} + V_{cTA})/V_{exp}$
Debaiky y El-Niema (1982)				
Promedio	0.39	0.75	0.42	0.80
Desviación estándar	0.20	0.24	0.17	0.19
El-Niema (1988)				
Promedio	0.55	0.82	0.55	0.82
Desviación estándar	0.14	0.15	0.14	0.15
Tena-Colunga <i>et al.</i> (2008)				
Promedio	0.35	0.71	0.36	0.71
Desviación estándar	0.04	0.03	0.04	0.03
<b>Todos</b>				
<b>Promedio</b>	<b>0.42</b>	<b>0.76</b>	<b>0.45</b>	<b>0.80</b>
<b>Desviación estándar</b>	<b>0.19</b>	<b>0.21</b>	<b>0.17</b>	<b>0.17</b>

Tabla G.2 Resumen de las predicciones en traves con refuerzo transversal.  $\theta = 30^\circ$

Fuente	Muestra completa (48 elementos)		Muestra depurada (23 elementos)	
	$V_{sTA}/V_{exp}$	$(V_{sTA} + V_{cTA})/V_{exp}$	$V_{sTA}/V_{exp}$	$(V_{sTA} + V_{cTA})/V_{exp}$
Debaiky y El-Niema (1982)				
Promedio	0.74	1.10	0.94	1.31
Desviación estándar	0.42	0.47	0.31	0.34
El-Niema (1988)				
Promedio	1.10	1.37	1.20	1.50
Desviación estándar	0.25	0.26	0.24	0.24
Tena-Colunga <i>et al.</i> (2008)				
Promedio	0.80	1.16	N/A	N/A
Desviación estándar	0.18	0.20	N/A	N/A
<b>Todos</b>				
<b>Promedio</b>	<b>0.82</b>	<b>1.16</b>	<b>1.00</b>	<b>1.36</b>
<b>Desviación estándar</b>	<b>0.40</b>	<b>0.42</b>	<b>0.31</b>	<b>0.32</b>

Tabla G.3 Resumen de las predicciones en traves con refuerzo transversal.  $\theta = 45^\circ - \alpha$

Fuente	Muestra completa (48 elementos)		Muestra depurada (31 elementos)	
	$V_{sTA}/V_{exp}$	$(V_{sTA} + V_{cTA})/V_{exp}$	$V_{sTA}/V_{exp}$	$(V_{sTA} + V_{cTA})/V_{exp}$
Debaiky y El-Niema (1982)				
Promedio	0.52	0.87	0.57	0.96
Desviación estándar	0.36	0.40	0.24	0.26
El-Niema (1988)				
Promedio	0.75	1.02	0.75	1.03
Desviación estándar	0.19	0.19	0.20	0.21
Tena-Colunga <i>et al.</i> (2008)				
Promedio	0.62	0.98	0.43	0.77
Desviación estándar	0.26	0.29	0.04	0.03
<b>Todos</b>				
<b>Promedio</b>	<b>0.58</b>	<b>0.92</b>	<b>0.61</b>	<b>0.97</b>
<b>Desviación estándar</b>	<b>0.33</b>	<b>0.36</b>	<b>0.24</b>	<b>0.24</b>

Tabla G.4 Resumen de las predicciones en traves sin refuerzo transversal. Método riguroso

	Muestra completa (25 elementos)	Muestra depurada (22 elementos)
Fuente	$V_{cTA}/V_{exp}$	$V_{cTA}/V_{exp}$
MacLeod y Houmsi (1994)		
Promedio	0.76	0.79
Desviación estándar	0.10	0.07
Tena-Colunga <i>et al.</i> (2008)		
Promedio	1.14	1.11
Desviación estándar	0.09	0.08
Rombach y Nghiep (2011)		
Promedio	0.86	0.88
Desviación estándar	0.09	0.09
<b>Todos</b>		
<b>Promedio</b>	<b>0.89</b>	<b>0.90</b>
<b>Desviación estándar</b>	<b>0.16</b>	<b>0.14</b>

Tabla G.5 Resumen de las predicciones en traves sin refuerzo transversal. Método simplificado

	Muestra completa (25 elementos)	Muestra depurada (22 elementos)
Fuente	$V_{cTA}/V_{exp}$	$V_{cTA}/V_{exp}$
MacLeod y Houmsi (1994)		
Promedio	0.73	0.76
Desviación estándar	0.10	0.07
Tena-Colunga <i>et al.</i> (2008)		
Promedio	1.05	1.05
Desviación estándar	0.08	0.09
Rombach y Nghiep (2011)		
Promedio	0.84	0.86
Desviación estándar	0.11	0.10
<b>Todos</b>		
<b>Promedio</b>	<b>0.85</b>	<b>0.87</b>
<b>Desviación estándar</b>	<b>0.15</b>	<b>0.13</b>

## G.2 DEPURACIÓN DE LA MUESTRA

El método de diseño por cortante que involucra la sección crítica se evaluó en dos grupos: a) todos los resultados experimentales disponibles y, b) una muestra depurada de ellos (tablas G.1 a G.5). La muestra depurada se obtuvo excluyendo los elementos que matemáticamente no podrían albergar una región B, o perdieran rápidamente sus propiedades iniciales por el exceso de agrietamiento.

La primera restricción se atendió tomando en cuenta la factibilidad que tiene un claro de cortante para *acomodar* una región B. Por ejemplo, la ecuación G.1 es la propuesta de esta tesis para estimar la longitud que necesita una cartela para *acomodar* una región B plástica (cargas gravitacionales). Esta ecuación está en función de la geometría de la trabe ( $d_{max}$ ,  $d_{min}$ ,  $l_c$  y  $\alpha$ ) y del ángulo de inclinación del campo de compresión diagonal ( $\theta$ ). Todas las variables se muestran en la figura G.1.

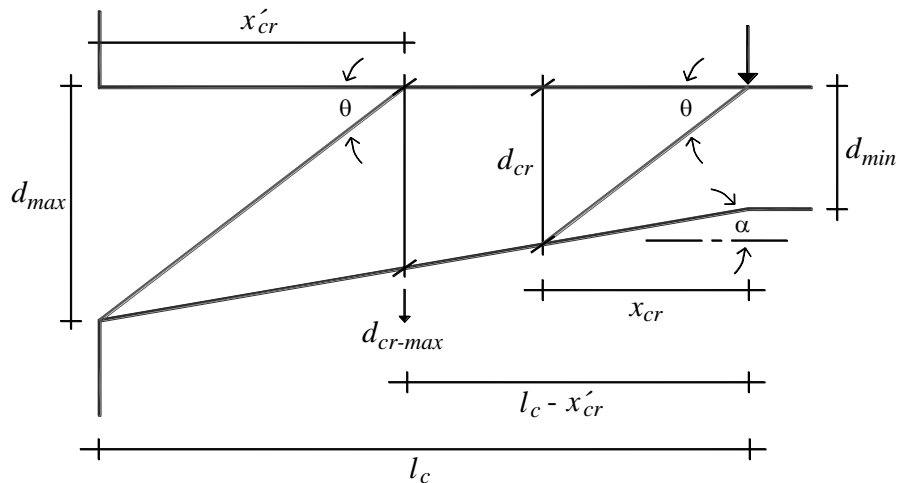


Figura G.1 Delimitación de la región B plástica en una trabe acartelada

$$l_c \geq \frac{d_{min}}{\tan \theta - \tan \alpha} + \frac{d_{max}}{\tan \theta} \quad (\text{región B en trabe acartelada}) \quad \mathbf{G.1}$$

$$a \geq \frac{d}{\tan \theta} + \frac{d}{\tan \theta} = \frac{2d}{\tan \theta} \quad (\text{región B en trabe prismática}) \quad \mathbf{G.2}$$

En la ecuación G.2 se presenta la fórmula que resulta cuando en la ecuación G.1 se sustituye  $\alpha = 0^\circ$ , es decir, la ecuación G.2 aplica en trabes de sección constante (figura G.2). En el capítulo cinco se explora el potencial de la ecuación G.2. Finalmente, en el capítulo cuatro se explicaron los requisitos para fomentar una región B *elástica* en trabes acarteladas y prismáticas.

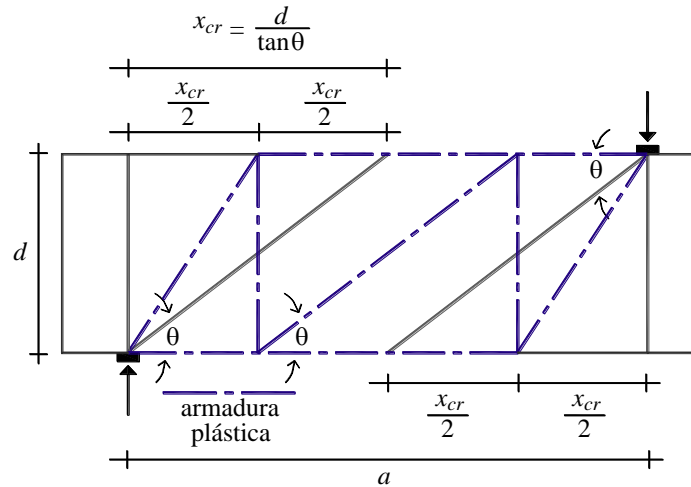


Figura G.2 Región B en el claro de cortante de traves prismáticas

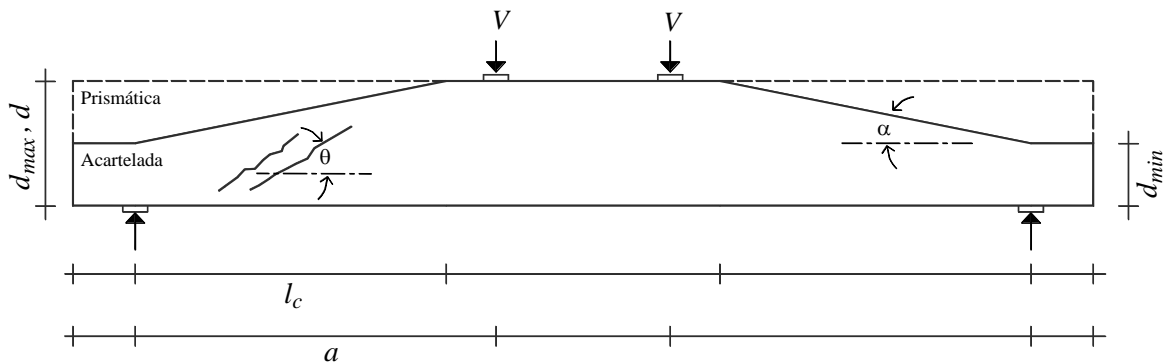


Figura G.3 Parámetros involucrados en el cálculo de la esbeltez

Por lo general, en los experimentos publicados existe una pequeña diferencia entre la longitud de la cartela ( $l_c$ ) y longitud del claro de cortante ( $a$ ). Esta situación se muestra en la figura G.3, y se debe principalmente a la configuración del dispositivo de carga. Por sencillez, el análisis de resultados se hizo suponiendo que ambas distancias son iguales con un valor  $l_c$ .

Para cuantificar la esbeltez de los especímenes se propusieron los siguientes parámetros adimensionales:

1.  $\lambda_p = \frac{l_c}{l_{RBP}}$ , donde  $l_{RBP}$  es la longitud mínima de la cartela para que en ella se desarrolle un campo de compresión diagonal acorde con un modelo de armadura plástica (ecuación G.3). Cuando  $\lambda_p \geq 1.0$ , significa que en la cartela, o en el claro de cortante, existen condiciones geométricas para albergar una región B *plástica* asociada a un campo de compresión diagonal con inclinación  $\theta$ .

$$\lambda_p = \frac{l_c}{l_{RBP}} = \frac{l_c}{\frac{d_{min}}{\tan\theta - \tan\alpha} + \frac{d_{max}}{\tan\theta}} \quad (\text{trabe acartelada}) \quad \mathbf{G.3}$$

$$\lambda_p = \frac{a}{l_{RBP}} = \frac{a}{2d} = \frac{a(\tan\theta)}{2d} \quad (\text{trabe prismática}) \quad \mathbf{G.4}$$

La ecuación G.3 es una fórmula general; sin embargo, puede proponerse una fórmula específica para traveses de sección constante. En la ecuación G.4 se muestra esta ecuación, en la que se ha cambiado la longitud de la cartela ( $l_c$ ) por el claro de cortante ( $a$ ), y sólo se alude al peralte efectivo ( $d$ ). Estos cambios de variable tienen la única finalidad de respetar la nomenclatura clásica de las traveses prismáticas (figura G.2).

Cuando se satisface  $\lambda_p \geq 1$  en traveses prismáticos, se tiene una relación directa con el número de tableros de armadura ( $N_T$ ) que representan al campo de compresión diagonal en el claro de cortante ( $N_T = 2\lambda_p - 1$ ). En el apéndice C se demostró cómo se obtiene esta correlación que, evidentemente, es de mayor utilidad para diseño que para la revisión de elementos.

2. Puesto que  $\lambda_p$  está asociado a un modelo de armadura plástica, su uso es incorrecto en traveses sin refuerzo transversal. Tampoco se puede usar para indagar el uso de la contribución del concreto en traveses con estribos. La situación obligó proponer el parámetro  $\lambda_E = \frac{l_c}{l_{RBE}}$ , donde  $l_{RBE}$  es la longitud mínima de la cartela para que en ella se desarrolle teóricamente un campo de esfuerzos elásticos (ecuación G.5).

Cuando  $\lambda_E \geq 1.0$ , significa que en la cartela, o el claro de cortante, existen condiciones geométricas para que se desarrolle una región B *elástica* asociada a un campo de tensión diagonal con inclinación  $\theta_E = 45^\circ$ . Esta región B es la que justifica el uso de la contribución del concreto que recomienda el reglamento ACI 318. De la misma forma que se hizo con  $\lambda_p$ , en la ecuación G.6 se presenta la versión de  $\lambda_E$  para traveses de sección constante.

$$\lambda_E = \frac{l_c}{l_{RBE}} = \frac{l_c}{\frac{d_{min}}{1 - \tan\alpha} + d_{max}} \quad (\text{trabe acartelada}) \quad \mathbf{G.5}$$

$$\lambda_E = \frac{a}{l_{RBE}} = \frac{a}{2d} \quad (\text{trabe prismática}) \quad \mathbf{G.6}$$

En las secciones 4.7.5 y 4.7.6 se explicaron las relaciones mecánicas y geométricas que justifican las ecuaciones G.3 a G.6.

3.  $\lambda_K = \frac{l_c}{d_{max}}$ , donde todos los términos son conocidos. Este parámetro está inspirado en la propuesta de Kani (1964) para identificar el predominio de los mecanismos de arco y de viga en traveses de sección constante (ecuación G.8). Con base en el análisis elástico presentado en la sección 4.3, la recomendación de Kani (1964) se pudo aplicar en las traveses acarteladas (ecuación G.7).

Cuando  $\lambda_K > 2.0$ , significa que en la viga, sin importar si es prismática o acartelada, o si tiene o no refuerzo transversal: a) es *elásticamente* esbelta, b) tiene una región B definida de acuerdo con Schlaich *et al.* (1987) y, c) justifica incorporar la contribución del concreto del reglamento ACI 318. No está por demás puntualizar que en traveses con refuerzo transversal, este parámetro no tiene más utilidad que la indicada (detalles completos en el capítulo cinco).

$$\lambda_K = \frac{l_c}{d_{max}} \quad (\text{trabe acartelada}) \quad \mathbf{G.7}$$

$$\lambda_K = \frac{a}{d} \quad (\text{trabe prismática}) \quad \mathbf{G.8}$$

Vale la pena destacar, que de no haberse desarrollado en esta tesis los argumentos que justifican a  $\lambda_P$  y  $\lambda_E$ , el parámetro  $\lambda_K$  sería el único con el que se tendría que haber evaluado la esbeltez de todas las traveses analizadas.

Es innegable la similitud entre  $\lambda_E$  y  $\lambda_K$ , siendo más evidente en las ecuaciones que aplican en las traveses prismáticas (ecuaciones G.6 y G.8). Esto no es obra de la casualidad, y apoya la filosofía de esta tesis, es decir, que la contribución del concreto se relaciona exclusivamente con el mecanismo de viga (Kani 1964) que gobierna a las regiones B (elásticas) definidas acorde con Schlaich *et al.* (1987) que, a su vez, pueden explicarse con esfuerzos elásticos y un modelo de armadura elástica.

La primera depuración de la muestra se hizo aplicando los parámetros de esbeltez ya descritos. De esta forma se seleccionaron los elementos que cumplieron las hipótesis que dan soporte a los métodos desarrollados en este trabajo, es decir, elementos que tuvieran regiones B (plásticas y elásticas) definidas con los criterios mencionados ( $\lambda_P \geq 1$ ,  $\lambda_E \geq 1$  y  $\lambda_K \geq 2$ ).

En la segunda etapa se eliminaron los elementos propensos a perder rápidamente sus propiedades iniciales por exceso de agrietamiento. Para ello se descartaron las traveses con un ángulo de acartelamiento mayor a nueve grados ( $\alpha > 9^\circ$ ). Este criterio se justifica con las observaciones experimentales de Tena-Colunga *et al.* (2008) y Archundia-Aranda *et al.* (2013) en traveses acarteladas ensayadas antes cargas monotónicas y reversibles, respectivamente. Finalmente, en la sección 4.9 se muestran tablas detalladas con los elementos de la muestra completa, y los que al final formaron parte de la muestra depurada.

### G.3 EFECTO DE LA ESBELTEZ

En las figuras G.4 a G.10 se muestra el efecto de la esbeltez en el nivel de predicción de la resistencia a cortante en la muestra depurada. Asimismo, en la figura G.11 se presentan las tendencias para un caso de interés con la muestra completa.

Para las traves con refuerzo transversal se observa lo siguiente:

- Al comparar las tendencias en función de  $\lambda_p$  contra las de  $\lambda_K$  (por ejemplo, las figuras G.4 y G.7), se observa que el parámetro de esbeltez propuesto en esta tesis ( $\lambda_p$ ) es más rico que el que explica el Valle de Kani ( $\lambda_K$ ). Esto se debe a que al incorporar en  $\lambda_p$  la inclinación del campo de compresión diagonal, la esbeltez no está gobernada sólo por las proporciones del elemento, sino que se tiene una relación más estrecha con el mecanismo resistente que debe predominar en una región B (plástica). Se puede argumentar que la filosofía que respalda a  $\lambda_K$  ha sido funcional, pero se debe cuestionar su vínculo con las traves provistas de refuerzo transversal.
- Cuando se utiliza un ángulo del campo de compresión diagonal fijo ( $\theta = 45^\circ$  y  $\theta = 30^\circ$  en este análisis), el nivel de predicción del modelo de armadura ( $V_{sTA}$ ) tiende a mejorar con el aumento de  $\lambda_p$  (la predicción se aproxima al valor observado). Sin embargo, las predicciones se estabilizan a partir de cierto valor de  $\lambda_p$  (es decir, son más o menos constantes). Esto es más notorio con el ángulo  $\theta = 45^\circ$ , donde las estimaciones son más o menos constantes a partir de  $\lambda_p = 1.75$  (figura G.4). Con el ángulo  $\theta = 30^\circ$  no es tan evidente este patrón, pero las predicciones con este ángulo muestran estabilidad a partir de  $\lambda_p = 1$  (figura G.5). Esto sugiere que los modelos de armadura plástica son más confiables cuando el claro de cortante está gobernado por una región B plástica (es decir, cuando el valor de  $\lambda_p$  es mayor o igual a la unidad).

Es de llamar la atención, que estas tendencias se conservan aún después de incorporar la contribución del concreto ( $V_{cTA}$ ), lo que puede estar relacionado con el hecho que ésta también fue desarrollada a partir de un modelo de armadura.

- Las predicciones con el ángulo  $\theta = 45^\circ - \alpha$  no muestran un patrón tan definido como con el ángulo  $\theta = 45^\circ$  (figura G.6). Esta situación, posiblemente, se debe a que el ángulo de acartelamiento ( $\alpha$ ) es una variable independiente. No obstante, este comportamiento no impide el uso de la recomendación Tena-Colunga *et al.* (2008) para fines de diseño o revisión.
- Una valoración justa de  $\lambda_K$  se debe hacer con las predicciones de  $\theta = 45^\circ$  (figuras G.7 y G.11, respectivamente). Si se acepta esta situación, de la figura G.11 es claro que las peores estimaciones se presentaron en traves con  $\lambda_K < 2$ . Esto no debe sorprender pues, como se ha defendido en esta tesis,  $\lambda_K$  se sustenta en una relación de aspecto ( $a/d$ ) que no tiene ningún vínculo con el mecanismo resistente (plástico) de las traves con refuerzo transversal (sólo está vinculada con la contribución del concreto).



A partir de las tendencias en las trabes sin refuerzo transversal (figura G.10) se hacen los siguientes comentarios:

- El parámetro propuesto en este trabajo para evaluar la esbeltez en trabes sin refuerzo transversal ( $\lambda_E$ ), proporciona las mismas ventajas de  $\lambda_p$  sobre el que se deduce del Valle de Kani ( $\lambda_K$ ).
- A reserva de más datos experimentales, las tendencias sugieren que las predicciones tienden a estabilizarse cuando  $\lambda_E \geq 1.8$  (figura G.10). Este comportamiento es muy parecido al observado en las trabes con refuerzo transversal con  $\theta = 45^\circ$ , donde la estabilidad se obtuvo cuando  $\lambda_p \geq 1.75$  (figura G.4). Aunque la explicación más sencilla es que  $\lambda_E$  involucra un ángulo  $\theta_E = \theta = 45^\circ$ , el resultado muestra indicios que la contribución del concreto del reglamento ACI, tiene relación con el mecanismo de armadura elástico defendido en esta tesis (modelo de armadura sin fricción en las grietas).
- En las series experimentales estudiadas, no existen elementos con  $\lambda_K < 2$  que permitan hacer comentarios adicionales a los expresados en las trabes con estribos.

(espacio intencionalmente en blanco)

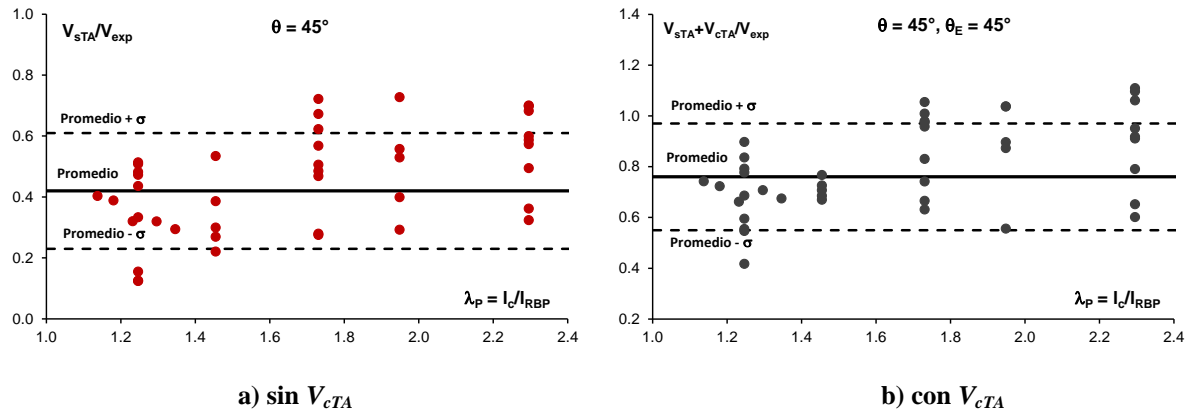


Figura G.4 Influencia de  $\lambda_P$ .  $\theta = 45^\circ$

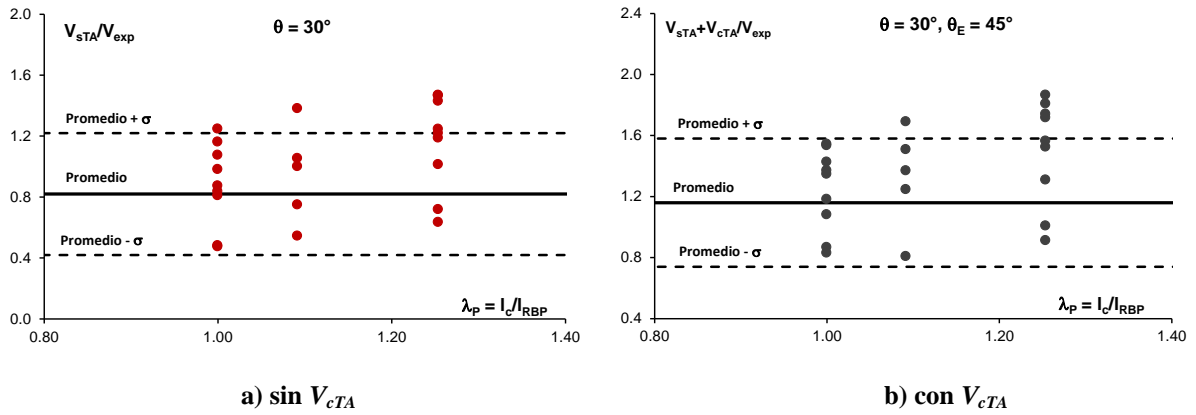


Figura G.5 Influencia de  $\lambda_P$ .  $\theta = 30^\circ$

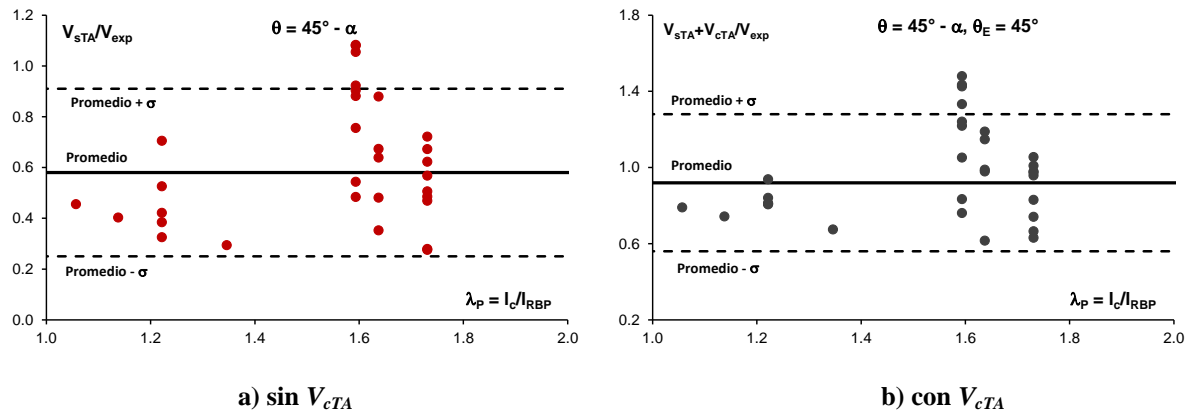


Figura G.6 Influencia de  $\lambda_P$ .  $\theta = 45^\circ - \alpha$

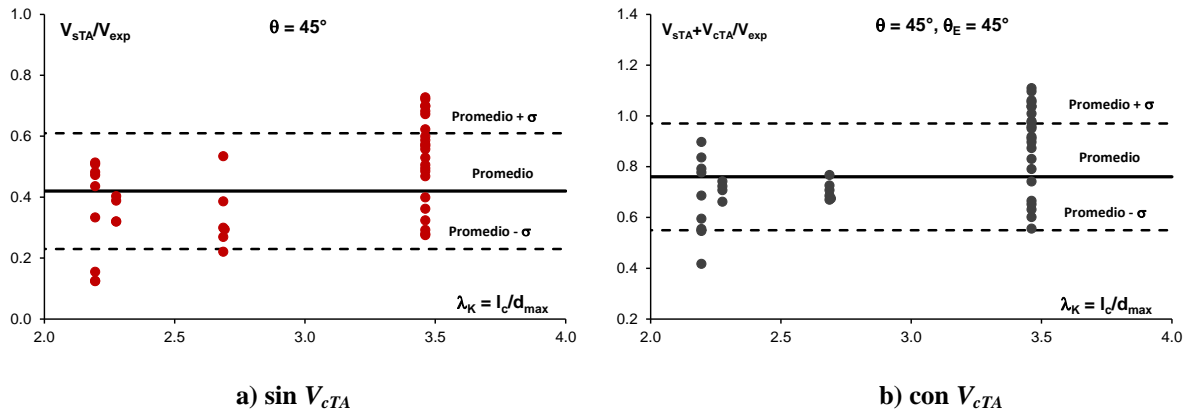


Figura G.7 Influencia de  $\lambda_K$ .  $\theta = 45^\circ$

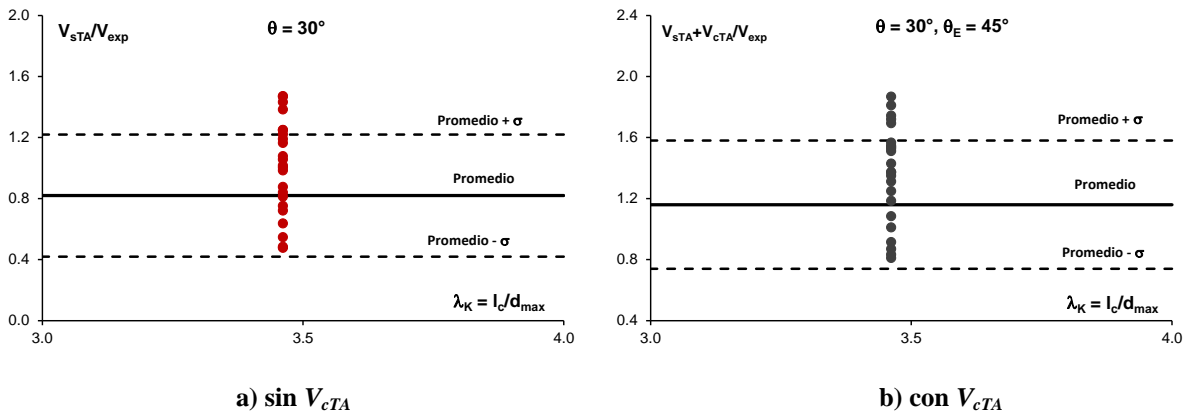


Figura G.8 Influencia de  $\lambda_K$ .  $\theta = 30^\circ$

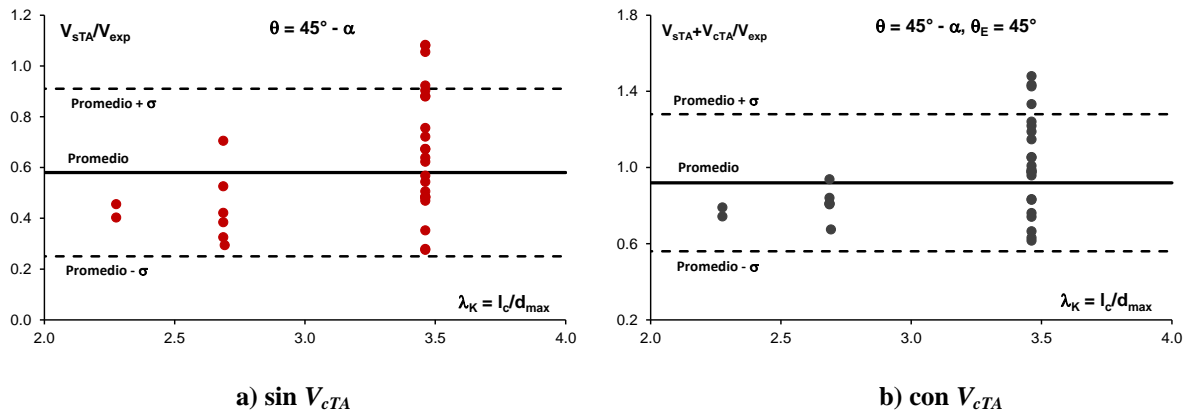


Figura G.9 Influencia de  $\lambda_K$ .  $\theta = 45^\circ - \alpha$

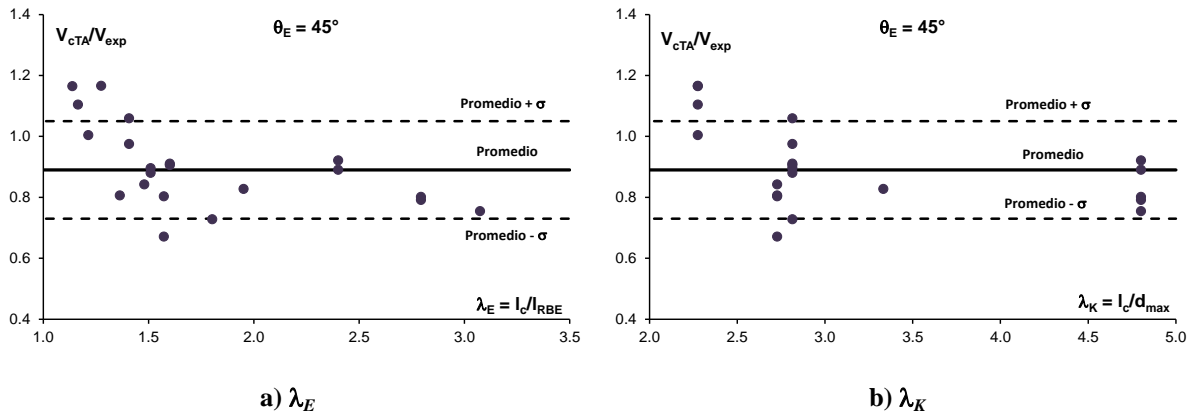


Figura G.10 Influencia de la esbeltez en traveses sin refuerzo transversal

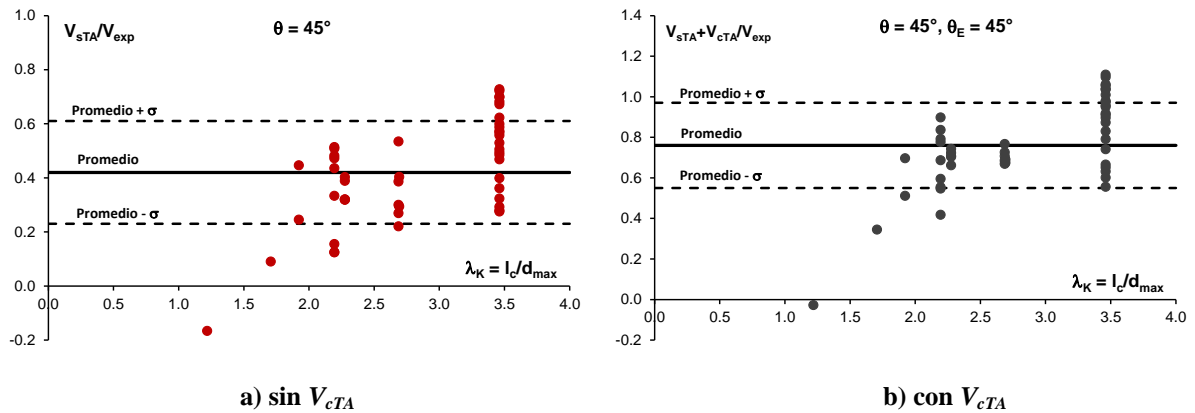


Figura G.11 Influencia de  $\lambda_K$ ,  $\theta = 45^\circ$ . Muestra completa

#### G.4 EFECTO DE LA CUANTÍA DE REFUERZO TRANSVERSAL

La cuantía de refuerzo transversal ( $\rho_w$ ) se calculó con la ecuación G.9, donde  $A_v$  es el área de la rama de los estribos,  $b$  el ancho del alma de la viga y  $s$  la separación de estribos. Como es práctica común en los experimentos de traveses con refuerzo transversal, la separación de estribos es constante en todo el claro de cortante. Esto significa que no existe distinción entre el refuerzo por cortante en las regiones B y D, en el capítulo cinco se presentan algunas reflexiones sobre esta situación.

$$\rho_w = \frac{A_v}{bs} \tag{G.9}$$

Algunos experimentos fueron provistos de estribos adicionales en la zona del vértice de las cartelas (Debaiky y El-Niema 1988 y Tena-Colunga *et al.* 2008). Estos estribos son parte de un detallado que no pertenece al refuerzo (principal) por cortante, por lo tanto no se incluyeron en la ecuación G.9. Los pormenores de este refuerzo adicional se disponen en Park y Paulay (1975), Muttoni *et al.* (1997), Tena-Colunga *et al.* (2008) y Archundia-Aranda *et al.* (2013).

Para tener dos puntos de comparación, la cuantía de refuerzo transversal fue normalizada por: 1) la cuantía mínima que exige el reglamento ACI 318 11 (ecuación G.10) y, 2) la cuantía máxima *implícita* en el reglamento ACI 318 11 (ecuación G.11). En las ecuaciones G.10 y G.11  $f'_c$  es la resistencia del concreto y  $f_{yw}$  el esfuerzo de fluencia del acero de refuerzo transversal.

$$\rho_{wmin} = \frac{3.5}{f_{yw}}; \quad (\text{kg, cm}) \quad \text{G.10}$$

$$\rho_{wmax} = 2.1 \frac{\sqrt{f'_c}}{f_{yw}}; \quad (\text{kg, cm}) \quad \text{G.11}$$

En las figuras G.12 a G.14 se presentan las gráficas que muestran el nivel de predicción en función de la cuantía mínima, y en las figuras G.15 a G.17 en función de la cuantía máxima. Del análisis de estas figuras se llegó a las siguientes conclusiones:

- Con el aumento de la cuantía de refuerzo transversal se mejora el nivel predictivo de la propuesta de esta tesis; sin embargo, las predicciones se estabilizan a partir de cierta cuantía, siendo más notorio cuando se utilizó un ángulo de inclinación del campo de compresión diagonal que no depende de otros parámetros ( $\theta = 45^\circ$  y  $\theta = 30^\circ$  en este análisis). Para los casos analizados, la estabilidad del nivel de predicción se presentó a partir de una cuantía alrededor de cuatro veces la mínima exigida por el reglamento ACI 318 (figuras G.12 a G.14). Desde el punto de vista de la cuantía máxima, la estabilidad se presentó aproximadamente a partir del cuarenta por ciento de la máxima implícita en el reglamento del ACI (figuras G.15 a G.17).
- La inclusión de la contribución del concreto no afecta, sustancialmente, las tendencias indicadas en el inciso anterior.
- A juzgar por los resultados, parece adecuado fijar los límites de la cuantías de refuerzo transversal en función de la máxima implícita en el reglamento del ACI 318 11 (ecuación G.11). Lo anterior, ya que la cuantía mínima es aproximadamente un décimo de la máxima, pero la última tiene la ventaja de tomar en cuenta explícitamente las propiedades del concreto y del acero de refuerzo transversal.

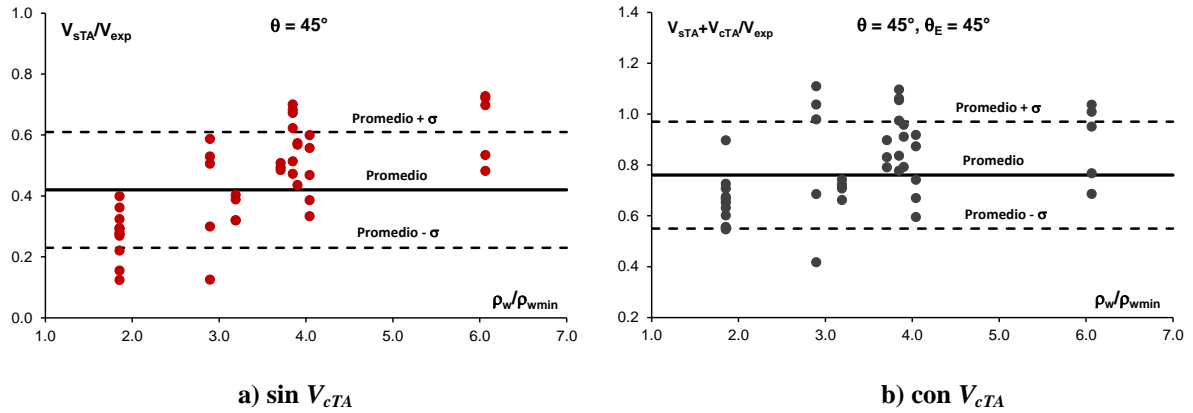


Figura G.12 Influencia de la cuantía mínima.  $\theta = 45^\circ$

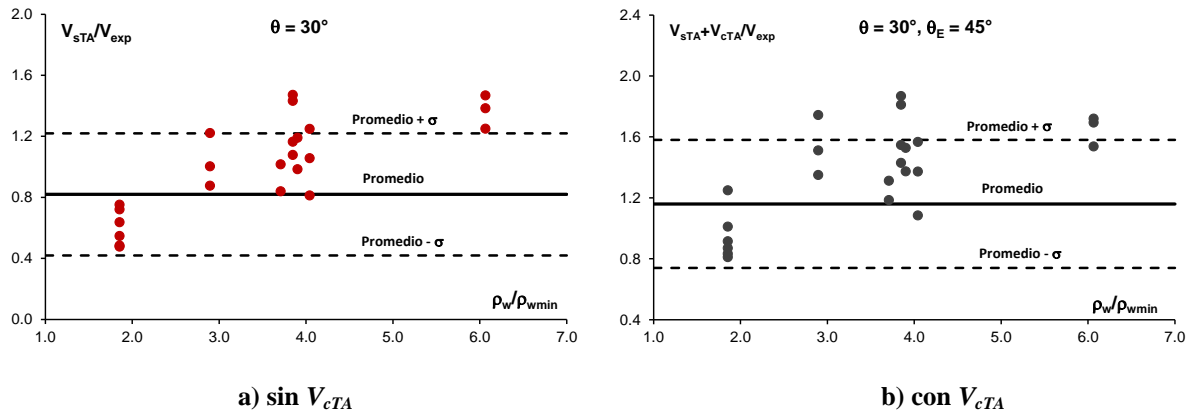


Figura G.13 Influencia de la cuantía mínima.  $\theta = 30^\circ$

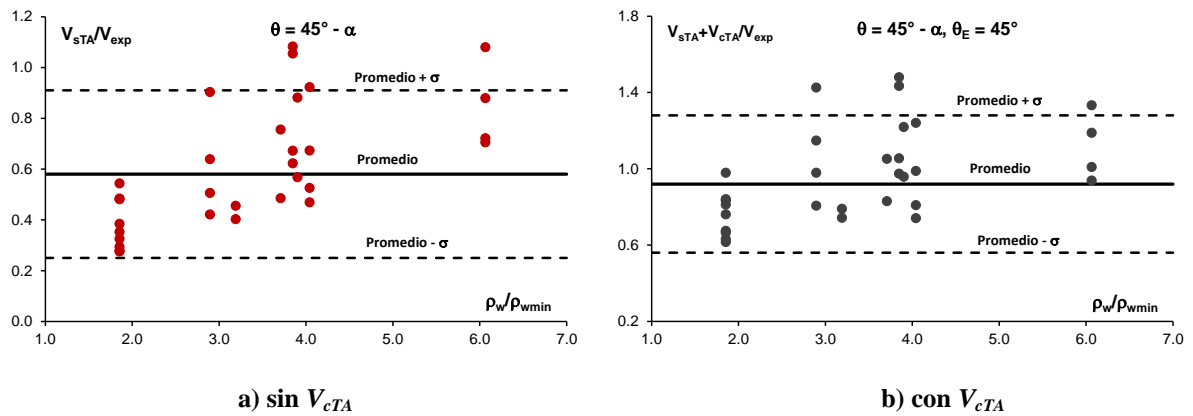


Figura G.14 Influencia de la cuantía mínima.  $\theta = 45^\circ - \alpha$

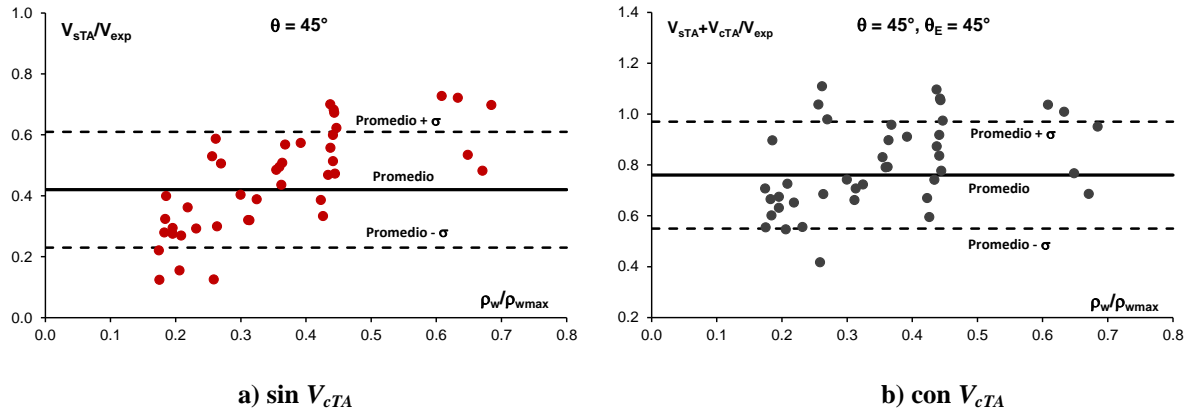


Figura G.15 Influencia de la cuantía máxima.  $\theta = 45^\circ$

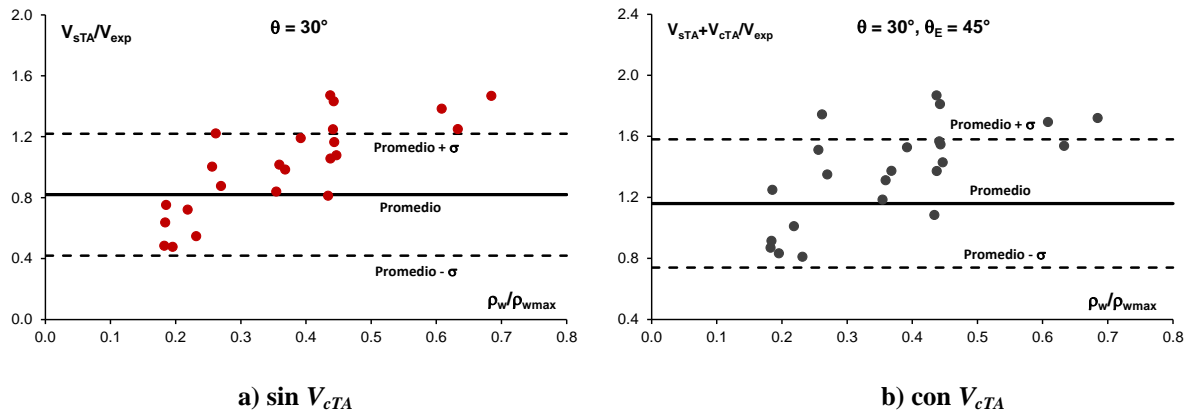


Figura G.16 Influencia de la cuantía máxima.  $\theta = 30^\circ$

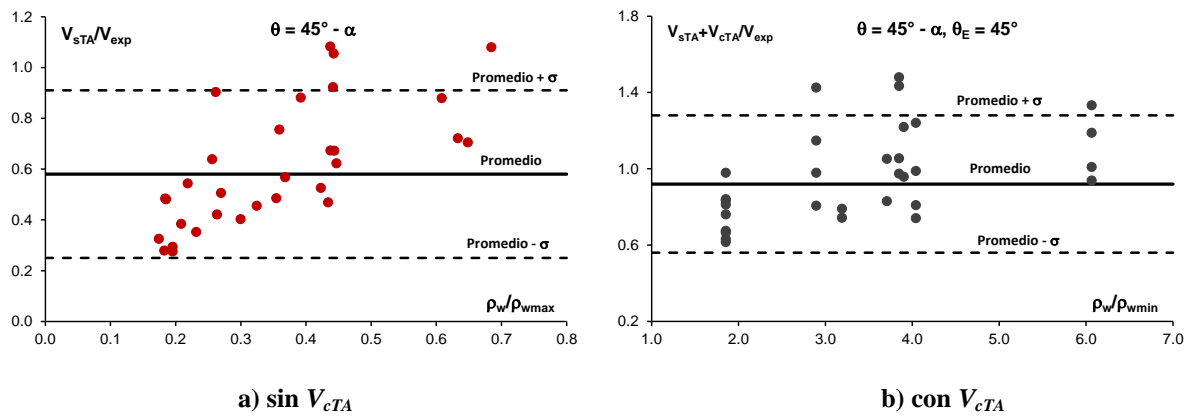


Figura G.17 Influencia de la cuantía máxima.  $\theta = 45^\circ - \alpha$

## G.5 EFECTO DEL ÁNGULO DE ACARTELAMIENTO

La influencia del ángulo de acartelamiento ( $\alpha$ ) en la predicción de la resistencia a cortante se muestra en las gráficas G.18 a G.23. Para facilitar las comparaciones, en esas gráficas el ángulo de la cartela es positivo cuando el peralte y el diagrama de momentos crece en la misma dirección, y negativo cuando crecen en dirección opuesta (en los cálculos el ángulo  $\alpha$  siempre es una cantidad positiva). Para complementar el análisis, se presentan algunas gráficas de la muestra completa (figuras G.22 y G.23).

Las tendencias en las trabes con refuerzo transversal sugieren que:

- Las peores predicciones se presentaron en elementos con acartelamientos superiores a nueve grados ( $\alpha > 9^\circ$ ), siendo más evidente cuando el diagrama de momentos y el peralte de la cartela crecen en dirección opuesta (figura G.22). La situación prevalece aún después de incluir la contribución del concreto. Este comportamiento se puede explicar al hecho que: i) el trabajo óptimo de las cartelas es cuando el peralte y el momento crecen en la misma dirección (Mörsch 1909 y 1952) y, ii) cuando esto no sucede, es común que el canto acartelado esté en tensión, lo que favorece la aparición de un prematuro y excesivo agrietamiento por adherencia (Tena-Colunga *et al.* 2008).

Este resultado apoya las recomendaciones de Archundia *et al.* (2007), Tena-Colunga *et al.* (2008) y Archundia-Aranda *et al.* (2013), quienes, a reserva de mayor información, recomiendan no usar acartelamientos mayores a nueve grados. Lo anterior, ya que después de realizar experimentos con cargas monotónicas y reversibles en trabes diseñadas para fallar a cortante, observaron que las propiedades estructurales iniciales de las trabes se degradan rápidamente cuando  $\alpha > 9^\circ$ .

El análisis de las tendencias en las trabes sin refuerzo transversal permite hacer los siguientes comentarios (figuras G.21 y G.23):

- En general, las peores predicciones se presentaron en elementos con un acartelamiento mayor a nueve grados ( $\alpha > 9^\circ$ ). Este resultado es congruente con las tendencias observadas en las trabes con refuerzo transversal, por lo que no merece comentarios adicionales.
- El método recomendado en esta tesis sobrestima la resistencia a cortante cuando el peralte y el momento flexionante crecen en sentido contrario (trabajo no óptimo de las cartelas). Esto se puede atribuir a que esa forma de trabajo no es con la que se dedujo la contribución del concreto recomendada en esta tesis. Por esta razón se deben tener cuidados especiales en las cartelas sin estribos para promover que trabajen de forma adecuada, por ejemplo: que el peralte y el diagrama de momentos crezcan en la misma dirección, y que el ángulo de acartelamientos esté dentro del intervalo  $3^\circ \leq \alpha \leq 9^\circ$ .



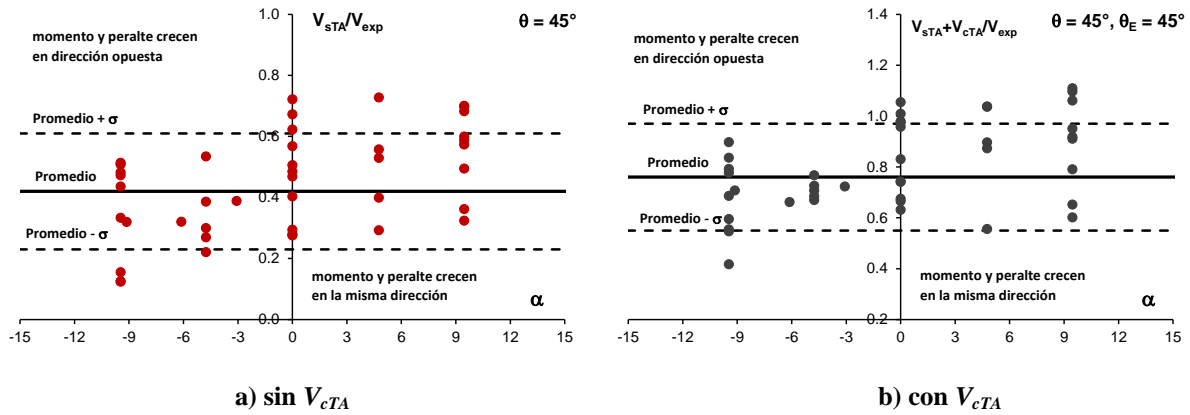


Figura G.18 Influencia del ángulo de acartelamiento.  $\theta = 45^\circ$

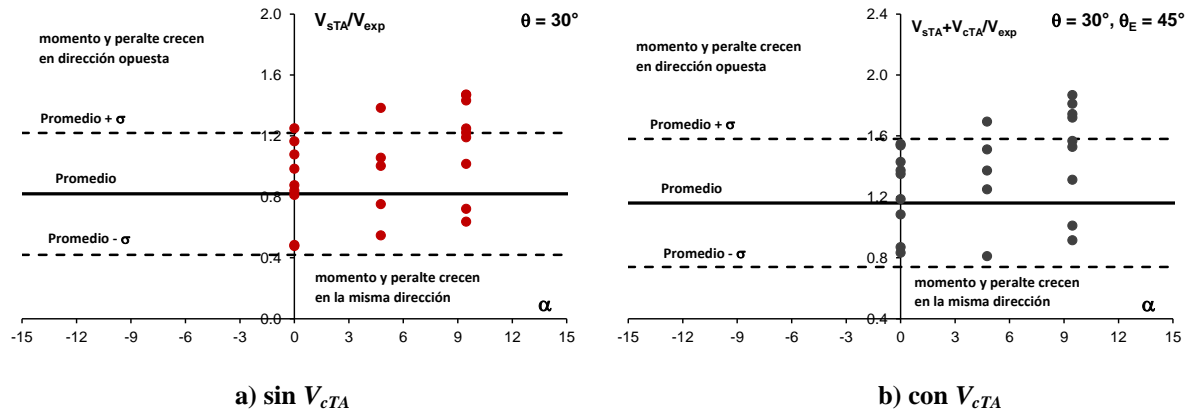


Figura G.19 Influencia del ángulo de acartelamiento.  $\theta = 30^\circ$

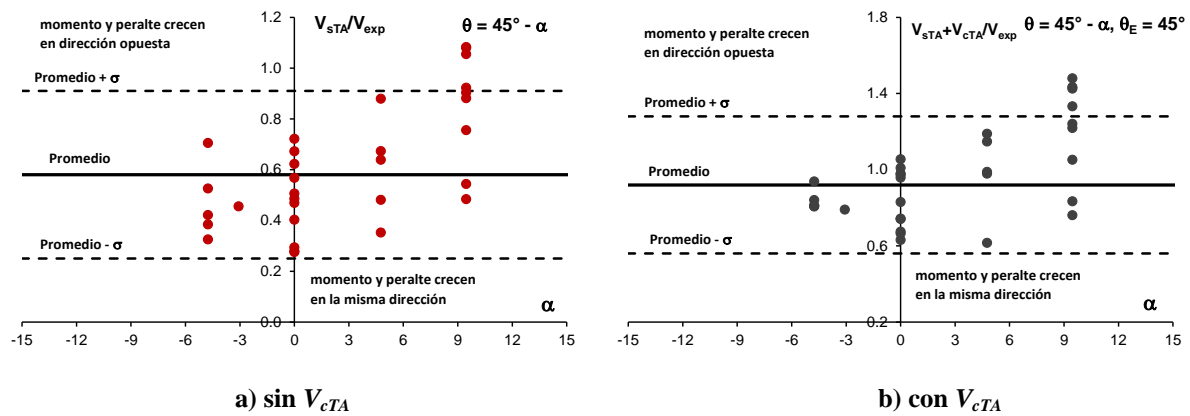


Figura G.20 Influencia del ángulo de acartelamiento.  $\theta = 45^\circ - \alpha$

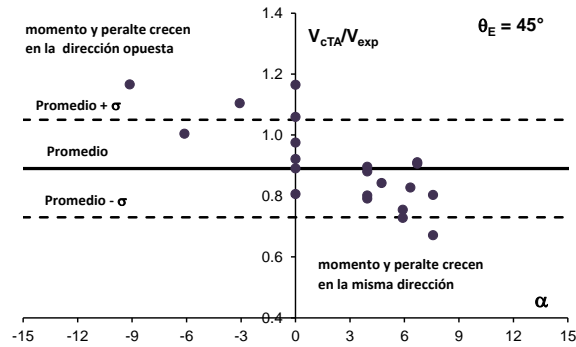


Figura G.21 Influencia del ángulo de acartelamiento en traves sin refuerzo transversal

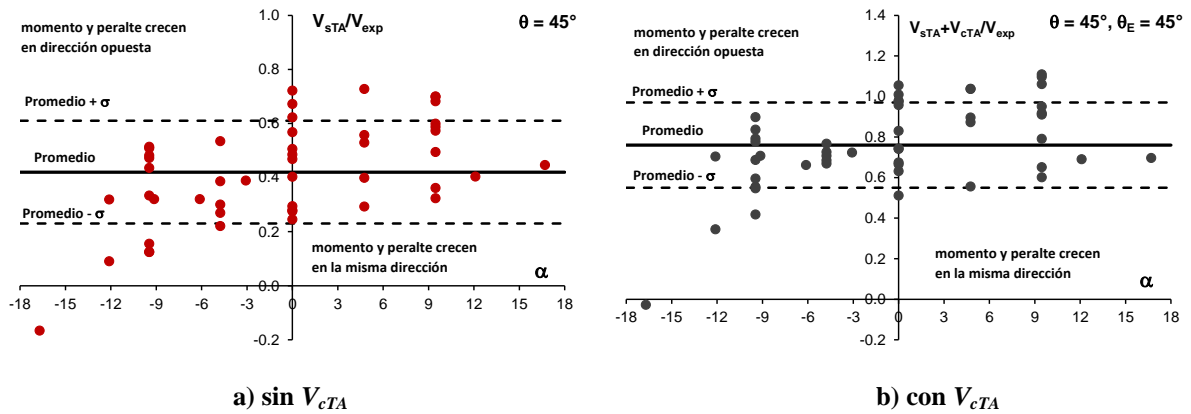


Figura G.22 Influencia del ángulo de acartelamiento.  $\theta = 45^\circ$ . Muestra completa

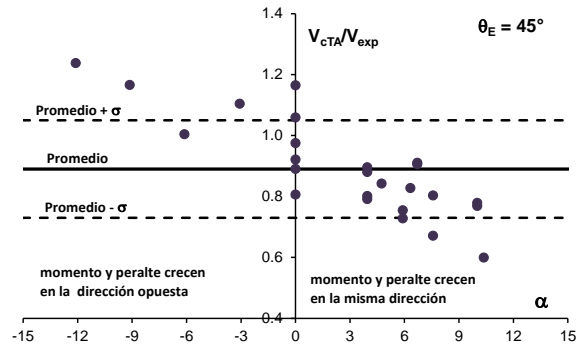


Figura G.23 Influencia del ángulo de acartelamiento en traves sin refuerzo transversal. Muestra completa

## G.6 EFECTO DE LA CUANTÍA DEL ACERO LONGITUDINAL

Se calculó la cuantía del acero longitudinal ( $\rho$ ) y se normalizó con la cuantía balanceada del reglamento ACI 318 11 ( $\rho_b$ ). En las ecuaciones G.12 y G.13 se muestran las fórmulas utilizadas. En la ecuación G.12  $A_s$  es el área del acero longitudinal,  $b$  el ancho del elemento y  $d$  el peralte efectivo. En la ecuación G.13  $f'_c$  es la resistencia del concreto,  $f_y$  el esfuerzo de fluencia del acero longitudinal y  $\beta_1$  una constante asociada al bloque equivalente del reglamento del ACI ( $\beta_1 = 0.85$ ).

Como las traveses son de peralte variable, la cuantía se calculó en la sección crítica de cada elemento. El peralte asociado a la sección crítica se determinó con las fórmulas recomendadas en esta tesis (capítulo cuatro).

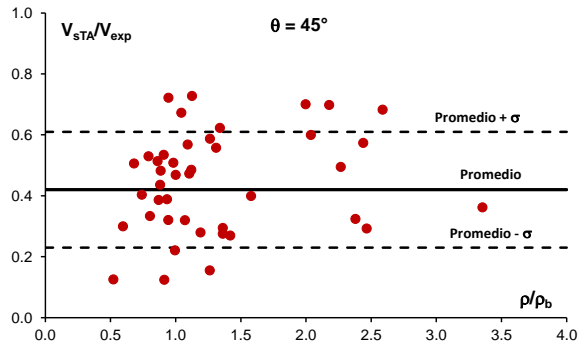
$$\rho = \frac{A_s}{bd} \tag{G.12}$$

$$\rho_b = \beta_1 \left( \frac{0.85 f'_c}{f_y} \right) \frac{6000}{6000 + f_y}; \quad (\text{kg, cm}) \tag{G.13}$$

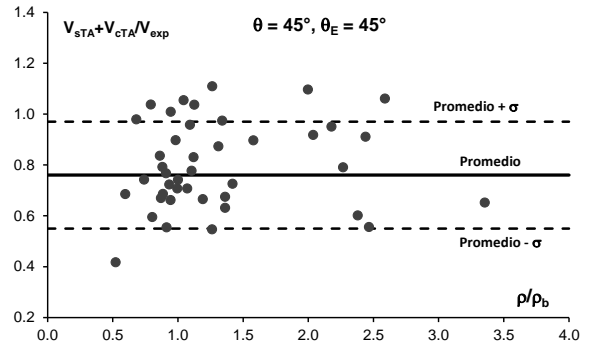
Cuando  $\frac{\rho}{\rho_b} < 1$  significa que el elemento está subreforzado a flexión, cuando  $\frac{\rho}{\rho_b} = 1$  se tiene la condición balanceada, y si  $\frac{\rho}{\rho_b} > 1$  el elemento está sobrerreforzado.

A partir de las tendencias observadas en las traveses con y sin refuerzo transversal (figuras G. 24 a G.26 y figura G.27, respectivamente) se emiten los siguientes comentarios:

- En las traveses con refuerzo transversal, las tendencias muestra que, sin importar si se incluye o no la contribución del concreto, el nivel predictivo no es sensible a la cuantía de refuerzo longitudinal en el intervalo  $0.5 \leq \rho/\rho_b \leq 3.5$ . Este resultado es importante, pues da confianza para que los métodos propuestos sean utilizados en elementos sobrerreforzados, como se recomienda en la teoría de la plasticidad del concreto (por ejemplo, Nielsen 1999), y en elementos subreforzados típicos del diseño sismorresistente.
- En las traveses sin estribos no se tienen los datos experimentales suficientes para evaluar la dependencia de las predicciones con la cuantía de acero longitudinal, sobre todo por la ausencia de elementos sobrerreforzados ( $\rho/\rho_b > 1$ ). Sin embargo, los pocos datos disponibles sugieren que la predicción de la resistencia a cortante es confiable en el intervalo  $0.4 \leq \rho/\rho_b \leq 1$ .

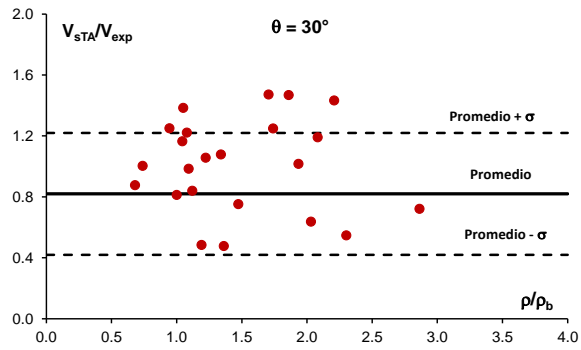


a) sin  $V_{cTA}$

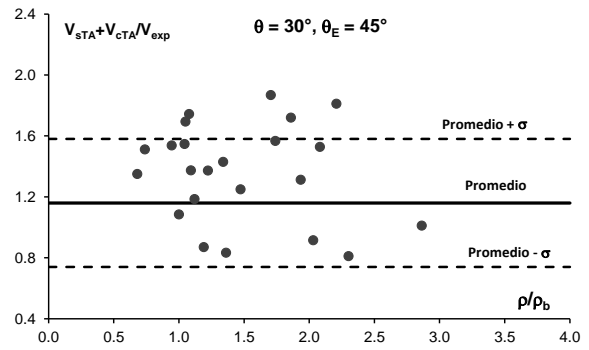


b) con  $V_{cTA}$

Figura G.24 Influencia de la cuantía de acero longitudinal.  $\theta = 45^\circ$

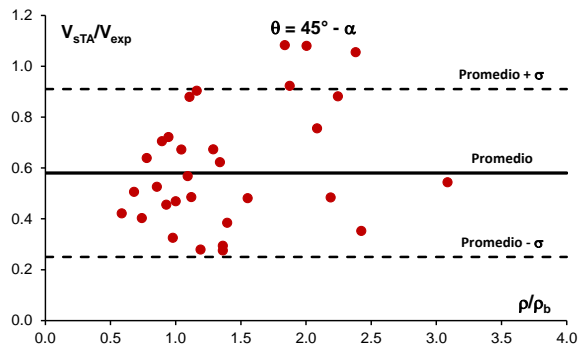


a) sin  $V_{cTA}$

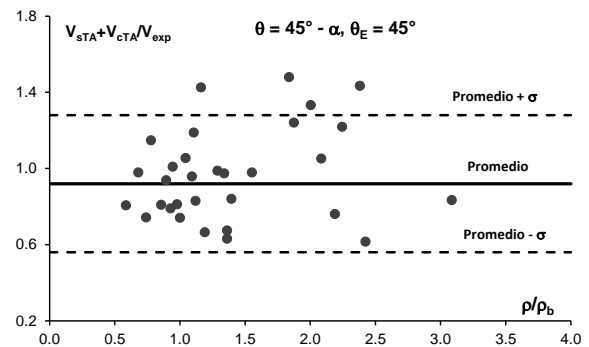


b) con  $V_{cTA}$

Figura G.25 Influencia de la cuantía de acero longitudinal.  $\theta = 30^\circ$



a) sin  $V_{cTA}$



b) con  $V_{cTA}$

Figura G.26 Influencia de la cuantía de acero longitudinal.  $\theta = 45^\circ - \alpha$

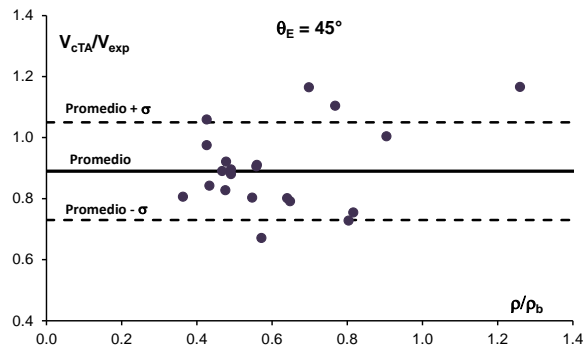


Figura G.27 Influencia de la cuantía de acero longitudinal en traves sin refuerzo transversal

### G.7 EFECTO DE LA CUANTÍA MECÁNICA

De acuerdo con MacGregor (1997), la cuantía mecánica ( $\omega$ ) es un parámetro estructural muy importante que combina tres aspectos que gobiernan el comportamiento de las traves de concreto reforzado. En la ecuación G.14 se muestra cómo se calcula la cuantía mecánica, donde  $\rho$  es la cuantía del acero longitudinal,  $f_y$  su esfuerzo de fluencia y  $f'_c$  la resistencia del concreto. Vale la pena señalar que en este ejercicio la cuantía mecánica se determinó en la sección crítica.

$$\omega = \rho \frac{f_y}{f'_c}$$

G.14

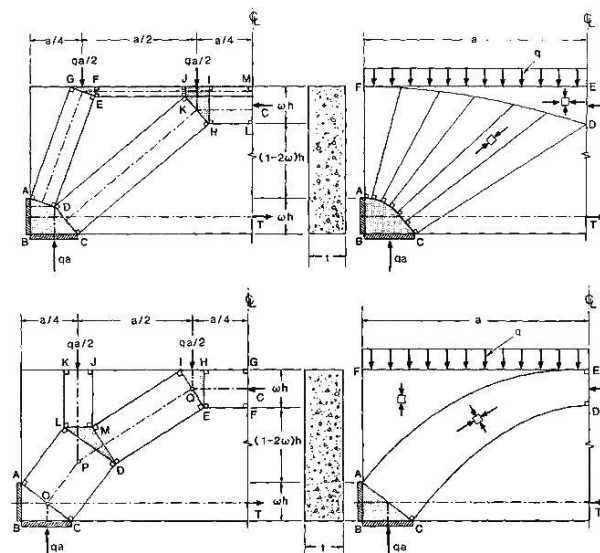


Figura G.28 Profundidad del bloque de compresión en función de la cuantía mecánica (Marti 1985/a)

La cuantía mecánica representa el porcentaje del peralte efectivo que requiere el bloque de compresión debajo de las cargas concentradas o apoyos (figura G.28). Como esta profundidad se requiere en una región D (mecanismo de arco), es importante saber su influencia en la predicción de la resistencia a cortante de un método pensado y elaborado para las regiones B.

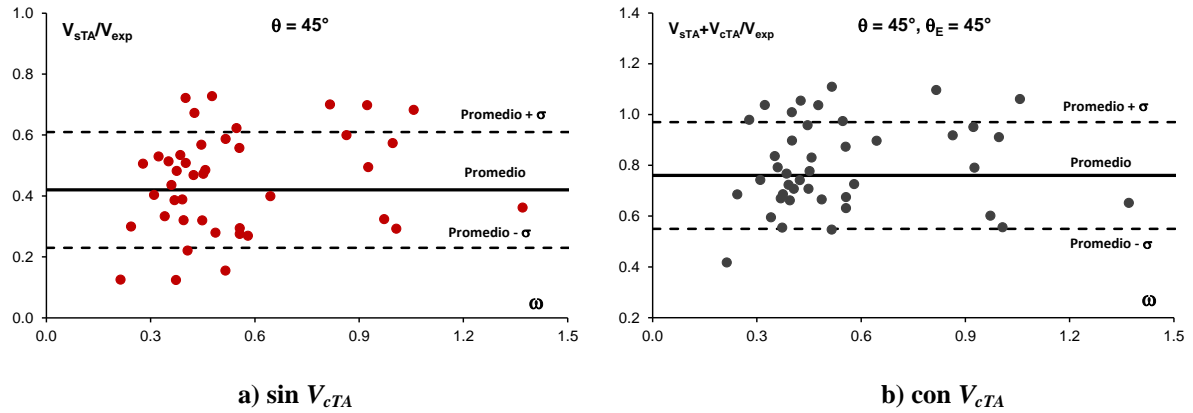


Figura G.29 Influencia de la cuantía mecánica.  $\theta = 45^\circ$

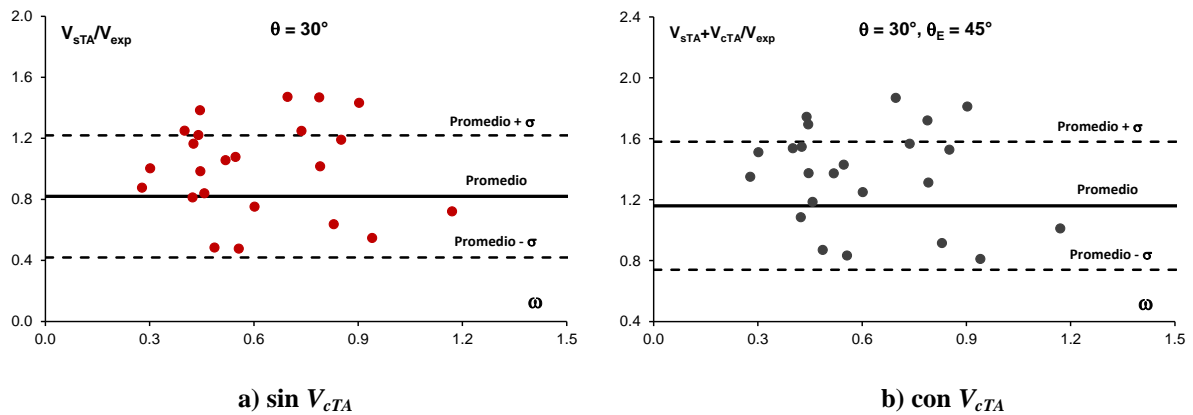


Figura G.30 Influencia de la cuantía mecánica.  $\theta = 30^\circ$

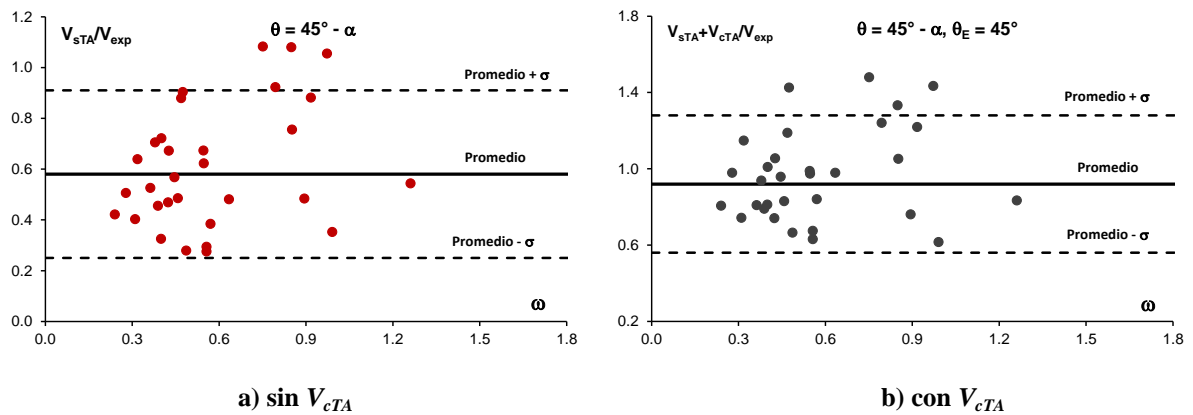
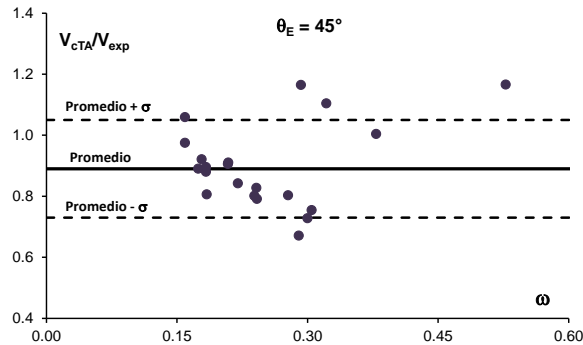


Figura G.31 Influencia de la cuantía mecánica.  $\theta = 45^\circ - \alpha$



**Figura G.32 Influencia de la cuantía mecánica en traveses sin refuerzo transversal**

En las figuras G.29 a G.31 se muestra el nivel predictivo en las traveses con refuerzo transversal en función de la cuantía mecánica. A partir de esas figuras se hacen los siguientes comentarios:

- Las tendencias en función de la cuantía mecánica ( $\omega$ ) son similares a las del cociente  $\rho/\rho_b$ . (figuras G.24 a G.26).
- Las predicciones muestran cierta estabilidad en el intervalo  $0.3 \leq \omega \leq 1.5$ , por lo que se puede decir que no tienen una relación directa con el mecanismo de arco.

En la figura G.32 se presentan las tendencias en las traveses sin refuerzo transversal. Con base en esta figura se emiten los siguientes comentarios:

- Las tendencias también tienen un patrón muy parecido a las del cociente  $\rho/\rho_b$  (figura G.27).
- La mayoría de los datos experimentales están concentrados en el intervalo  $0.15 \leq \omega \leq 0.3$ , lo cual perfectamente podría relacionarse con la profundidad del bloque de compresión bajo las cargas concentradas y reacciones en las regiones D (figura G.28).

Sin embargo, mientras no se disponga de más datos experimentales, se debe confiar en que la muestra tiene una esbeltez caracterizada por  $\lambda_E \geq 1$  que, teóricamente, garantiza que las predicciones sean representativas de una región B elástica (figura G.10-a). En otras palabras, que la resistencia de los elementos estudiados aparentemente no tiene relación alguna con un mecanismo de arco típico de las regiones D.

## G.8 COMENTARIOS

En este apéndice se evaluó el nivel predictivo del método recomendado en esta tesis, en función de parámetros estructurales importantes. Con base en las tendencias observadas se presentan las siguientes conclusiones y recomendaciones:

1. Los parámetros de esbeltez recomendados en este trabajo ( $\lambda_p$  y  $\lambda_E$ ) permiten indagar de una manera sencilla si una trabe puede acomodar una región B. En este sentido, las tendencias indican que cuando un elemento, o claro de cortante, satisface las condiciones  $\lambda_p \geq 1$  y  $\lambda_E \geq 1$ , se pueden aplicar con confianza los métodos recomendados en esta tesis para el cálculo de la resistencia que aporta el mecanismo de armadura y la contribución del concreto, respectivamente.
2. Para tener mayor certidumbre en la resistencia que aporta el mecanismo de armadura plástica, la región B de los elementos con refuerzo transversal deben ser provistos con una cuantía de refuerzo transversal por lo menos igual al cuarenta por ciento de la máxima implícita en el reglamento ACI 318 11, es decir, debe estar dentro del intervalo  $0.84\sqrt{f'_c}/f_{yw} \leq \rho_w \leq 2.1\sqrt{f'_c}/f_{yw}$  ( $3.2\sqrt{f'_c}/f_{yw} \leq \rho_w \leq 8\sqrt{f'_c}/f_{yw}$  en el Sistema Inglés). En el capítulo cinco se presentan recomendaciones para proveer el acero de refuerzo en las regiones D.
3. A falta de mayor información, no se deben usar ángulos de acartelamiento mayores a nueve grados. Esta medida pretende evitar que el agrietamiento por cortante y adherencia lidere subestimaciones de la resistencia a cortante. Por lo tanto, se recomienda utilizar ángulos de acartelamiento dentro del intervalo  $3^\circ \leq \alpha \leq 9^\circ$ .
4. Aunque las tendencias observadas sugieren que el nivel de predicción de los métodos sugeridos es independiente de la cuantía de acero longitudinal, se recomienda que los elementos con refuerzo transversal tengan una cuantía dentro del intervalo  $0.5 \leq \rho/\rho_b \leq 3.5$ , y que las trabes sin refuerzo transversal estén provistas con una cuantía dentro del intervalo  $0.5 \leq \rho/\rho_b \leq 1$ .

## REFERENCIAS Y BIBLIOGRAFÍA

- ACI 318-11 (2011), "Building code requirements for structural concrete (ACI-318-11) and commentary (ACI-318R-11)", ACI Committee 318, *American Concrete Institute*, E.U.A.
- Archundia, H I, A Tena y O M González (2006), "Mecanismos de resistencia y deformación a cortante de trabes acarteladas de concreto reforzado", *Revista Internacional de Ingeniería de Estructuras*, Vol. 11, No. 1, pp. 1-24.
- Archundia Aranda, H I, A Tena Colunga, A Grande Vega y O M González Cuevas (2007), "Comportamiento cíclico de trabes acarteladas de concreto reforzado sin refuerzo transversal que fallan por cortante", *Revista de Ingeniería Sísmica*, No. 76, pp. 89-112.
- Archundia-Aranda, H I y A Tena-Colunga (2008), "Cyclic behavior of reinforced concrete haunched beams failing in shear", *14th World Conference on Earthquake Engineering*, Paper ID 12-01-0105, Pekín, China, octubre. Memorias, CD-ROM.
- Archundia-Aranda H I, A Tena-Colunga, y A Grande-Vega (2013), "Behavior of reinforced concrete haunched beams subjected to cyclic shear loading", *Engineering Structures*, Vol. 49, pp. 27-42.
- Committee 326 (1962/a), "Shear and diagonal tension. Part 1: General principles", Report of ACI-ASCE Committee 326, *ACI Journal Proceedings*, Vol. 59, No. 1, pp. 1-30.
- Committee 326 (1962/b), "Shear and diagonal tension. Part 2: Beams and frames", Report of ACI-ASCE Committee 326, *ACI Journal Proceedings*, Vol. 59, No. 2, pp. 277-334.



- Committee 426 (1973), "The shear strength of reinforced concrete members", Joint ASCE-ACI Task Committee 426, *ASCE Journal of Structural Engineering*, Vol. 99, No. 6, pp. 1091-1187.
- Debaiky, S Y y E I El-Niema (1982), "Behavior and strength of reinforced concrete haunched beams in shear", *ACI Journal Proceedings*, Vol. 79, No. 3, pp. 184-194.
- El-Niema (1988), "Investigation of concrete haunched T-beams under shear", *ASCE Journal of Structural Engineering*, Vol. 114, No. 4, pp. 917-930.
- Fenwick, R C y T Paulay (1968), "Mechanisms of shear resistance of concrete beams", *ASCE Journal of Structural Engineering*, Vol. 94, No. 10, pp. 2325-2350.
- Kani, G N J (1964), "The riddle of shear failure and its solution", *ACI Journal Proceedings*, Vol. 61, No. 4, pp. 441-468.
- MacLeod, I A y A Houmsi (1994), "Shear strength of haunched beams without shear reinforcement", *ACI Structural Journal*, Vol. 91, No. 1, pp. 79-89.
- MacGregor, J G (1997), *Reinforced concrete - mechanics and design*, third edition, Pearson-Prentice Hall, E.U.A.
- MacGregor, J G y J K Wight (2005), *Reinforced concrete - mechanics and design*, fourth edition, Pearson-Prentice Hall, E.U.A.
- Marti, P (1985/a), "Basic tools of reinforced concrete beam design", *ACI Journal*, Vol. 82, No. 1, pp. 46-56.
- Marti, P (1985/b), "Truss models in detailing", *Concrete International*, Vol. 7, No. 12, pp. 66-73.
- Mörsch, E (1909), *Concrete-steel construction (Der Eisenbetonbau)*, traducción autorizada de la tercera edición en Alemán de 1908, The Engineering Publishing News Company, Londres.
- Mörsch, E (1952), *Teoría y práctica del hormigón armado*, Tomo II, Gili, Argentina.
- Muttoni, A, J Schwartz y B Thürlimann (1997), *Design of concrete structures with stress fields*, Birkhäuser, Suiza.
- Nghiep, V H (2009), "Shear Design of straight and haunched concrete beams without stirrups", *Tesis Doctoral*, Technischen Universität Hamburg-Harburg, Alemania, mayo.
- Nielsen, M P (1999), *Limit analysis and concrete plasticity*, second edition, CRC Press, E.U.A.
- Park, R y T Paulay (1975), *Reinforced concrete structures*, John Wiley and Sons, E.U.A.
- Park, R y T Paulay (1997), *Estructuras de concreto reforzado*, Limusa, México.
- Rombach, G y V H Nghiep (2011), "Versuche zur querkrafttragfähigkeit von gevouteten stahlbetonbalken ohne querkraftbewehrung", *Beton und Stahlbetonbau*, Vol. 106, No. 1, pp. 11-20.
- Schlaich, J, K Schäfer y M Jennewein (1987), "Toward a consistent design of structural concrete", *PCI Journal*, Vol. 32, No. 3, pp. 74-150.
- Stefanou, G D (1983), "Shear resistance of reinforced concrete beams with non-prismatic sections", *Engineering Fracture Mechanics*, Vol. 18, No. 3, pp. 643-667.
- Tena-Colunga, A, H I Archundia-Aranda y O M González-Cuevas (2008), "Behavior of reinforced concrete haunched beams subjected to static shear loading", *Engineering Structures*, Vol. 30, No. 2, pp. 478-492.

# APÉNDICE H: PATRONES DE AGRIETAMIENTO

En este apéndice se muestran los patrones de agrietamiento de los especímenes ensayados ante cargas reversibles estudiados en esta tesis. Los bosquejos representan los tres estados característicos descritos a detalle en el capítulo siete: 1) primer agrietamiento diagonal, 2) falla (último) y, 3) colapso.

Para complementar la información gráfica, se anexó en cada elemento una tabla que, para cada estado característico, indica: i) el cortante en el claro de falla, ii) la deflexión al centro del claro, iii) la rigidez remanente, iv) el ancho máximo del agrietamiento diagonal y, v) alguna observación o información adicional que se creyó de importancia.

Finalmente, en la tabla H.1 se presenta una guía de uso común en México para correlacionar el ancho de grieta con el nivel de daño estructural. Aunque esa información es de carácter informativo, permite asociar el daño reportado con un criterio usado en el país en los trabajos de reparación y reforzamiento de estructuras de concreto dañadas por demandas reversibles.

**Tabla H.1 Clasificación del daño estructural típica en México (SMIS 1998)\***

<b>Grado</b>	<b>Descripción del daño</b>
<b>I</b>	Grietas pequeñas pero visibles sobre la superficie del concreto. Grietas con ancho menor a 0.2 mm.
<b>II</b>	Grietas claramente visibles sobre la superficie del concreto. Grietas con ancho entre 0.2 y 1.0 mm.
<b>III</b>	Agrietamiento local del recubrimiento del concreto. Grietas grandes con un entre 1 y 2 mm.
<b>IV</b>	Agrietamiento apreciable del concreto. Pérdida del recubrimiento del concreto y presencia de barras expuestas.
<b>V</b>	Barras de refuerzo pandeadas. Núcleo del concreto agrietado. Aplastamiento de la columna/muro. Asentamiento o inclinación en el sistema de piso.

\* SMIS (1998), *Manual de evaluación postsísmica*, Sociedad Mexicana de Ingeniería Sísmica-Gobierno del Distrito Federal, México.

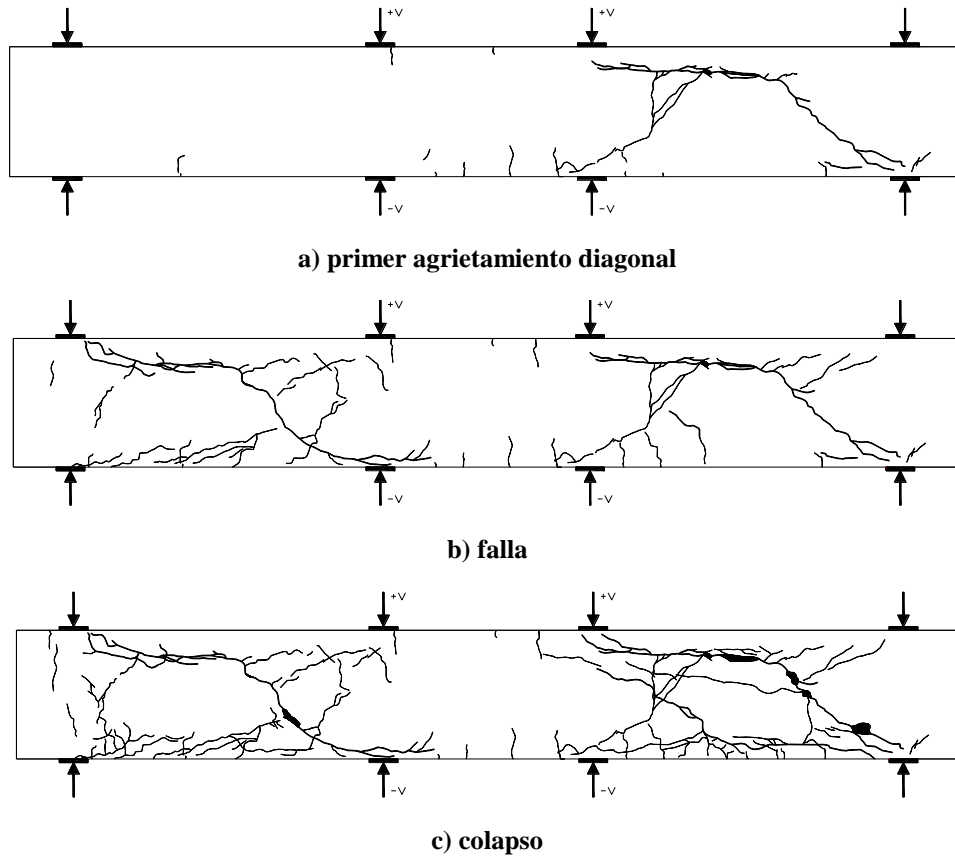


Figura H.1 Patrones de agrietamiento del elemento TASC $\alpha$ 0-R0-c ( $\alpha = 0^\circ$ )

Tabla H.2 Caracterización estructural del elemento TASC $\alpha$ 0-R0-c

Primer agrietamiento				Falla (último)				Colapso				Observaciones
$V_{cr}$ t (kN)	$\delta_{cr}$ mm	$\frac{K_{cr}}{K_0}$	ancho grieta mm	$V_u$ t (kN)	$\delta_u$ mm	$\frac{K_u}{K_0}$	ancho grieta (mm)	$V_{col}$ t (kN)	$\delta_{col}$ mm	$\frac{K_{col}}{K_0}$	ancho grieta mm	
8.78 (86.1)	6.06	0.92	0.3	12.61 (123.7)	12.10	0.60	5.0	12.06 (118.3)	18.10	0.42	7.0	N/A

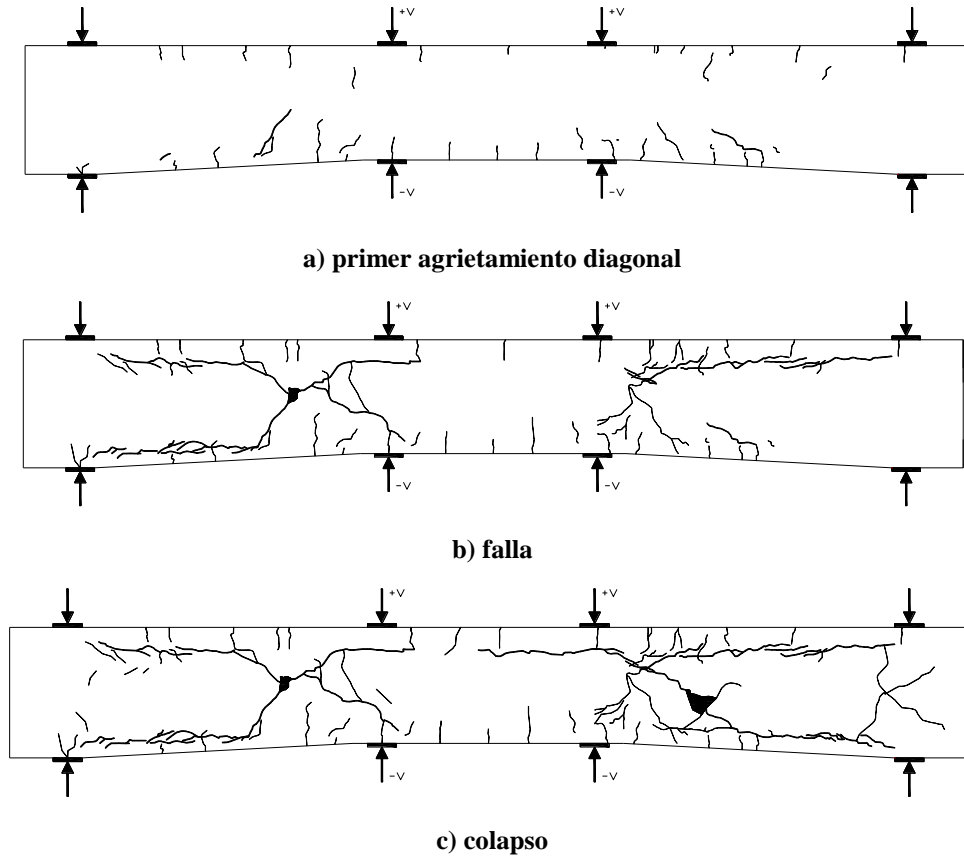


Figura H.2 Patrones de agrietamiento del elemento TASC $\alpha$ 1-R0-c ( $\alpha = 3.07^\circ$ )

Tabla H.3 Caracterización estructural del elemento TASC $\alpha$ 1-R0-c

Primer agrietamiento				Falla (último)				Colapso				Observaciones
$V_{cr}$ t (kN)	$\delta_{cr}$ mm	$\frac{K_{cr}}{K_0}$	ancho grieta mm	$V_u$ t (kN)	$\delta_u$ mm	$\frac{K_u}{K_0}$	ancho grieta (mm)	$V_{col}$ t (kN)	$\delta_{col}$ mm	$\frac{K_{col}}{K_0}$	ancho grieta mm	
4.41 (43.3)	6.12	0.85	0.4	4.41 (43.3)	9.48	0.61	5.0	4.41 (43.3)	19.00	0.31	6.0	N/A

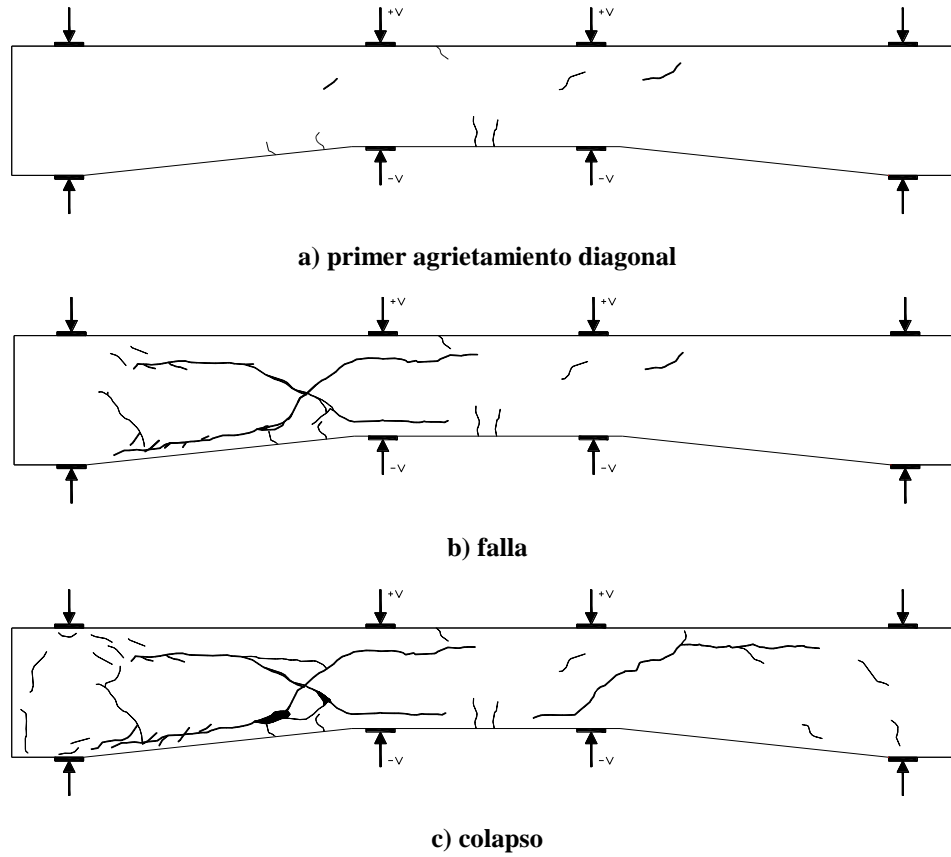
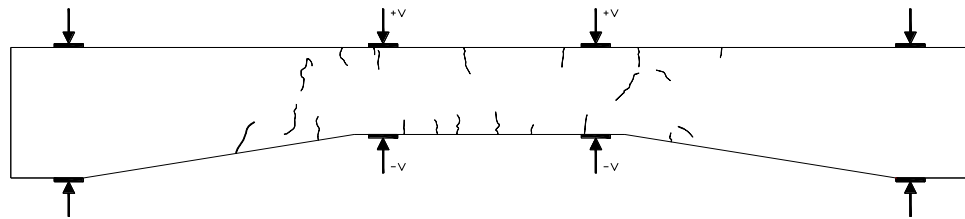


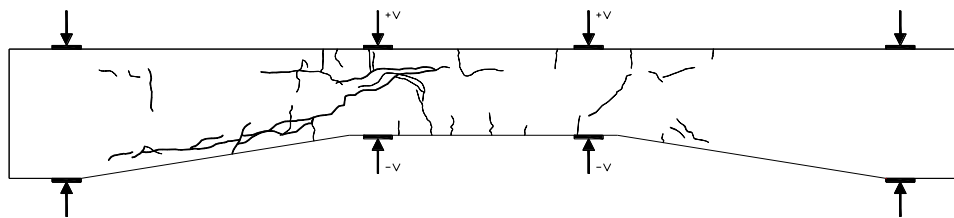
Figura H.3 Patrones de agrietamiento del elemento TASC $\alpha$ 2-R0-c ( $\alpha = 6.12^\circ$ )

Tabla H.4 Caracterización estructural del elemento TASC $\alpha$ 2-R0-c

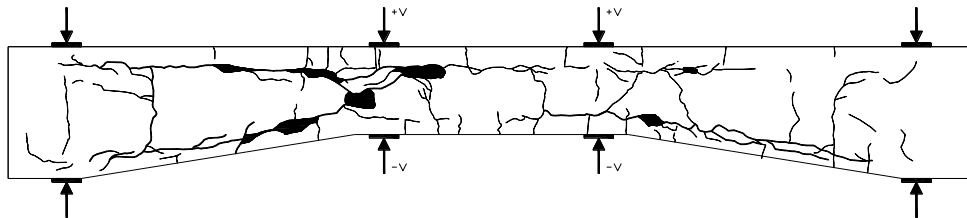
Primer agrietamiento				Falla (último)				Colapso				Observaciones
$V_{cr}$ t (kN)	$\delta_{cr}$ mm	$\frac{K_{cr}}{K_0}$	ancho grieta mm	$V_u$ t (kN)	$\delta_u$ mm	$\frac{K_u}{K_0}$	ancho grieta (mm)	$V_{col}$ t (kN)	$\delta_{col}$ mm	$\frac{K_{col}}{K_0}$	ancho grieta mm	
5.97 (58.6)	6.14	0.98	0.3	6.08 (59.6)	8.88	0.58	5.0	4.21 (41.3)	24.30	0.20	15.0	N/A



a) primer agrietamiento diagonal



b) falla



c) colapso

Figura H.4 Patrones de agrietamiento del elemento TASC $\alpha$ 3-R0-c ( $\alpha = 9.13^\circ$ )

Tabla H.5 Caracterización estructural del elemento TASC $\alpha$ 3-R0-c

Primer agrietamiento				Falla (último)				Colapso				Observaciones
$V_{cr}$ t (kN)	$\delta_{cr}$ mm	$\frac{K_{cr}}{K_0}$	ancho grieta mm	$V_u$ t (kN)	$\delta_u$ mm	$\frac{K_u}{K_0}$	ancho grieta (mm)	$V_{col}$ t (kN)	$\delta_{col}$ mm	$\frac{K_{col}}{K_0}$	ancho grieta mm	
3.83 (37.6)	6.10	0.92	0.3	3.85 (37.8)	9.22	0.55	5.0	4.37 (42.9)	30.22	0.25	10.0	La prueba finalizó debido a una falla hidráulica.

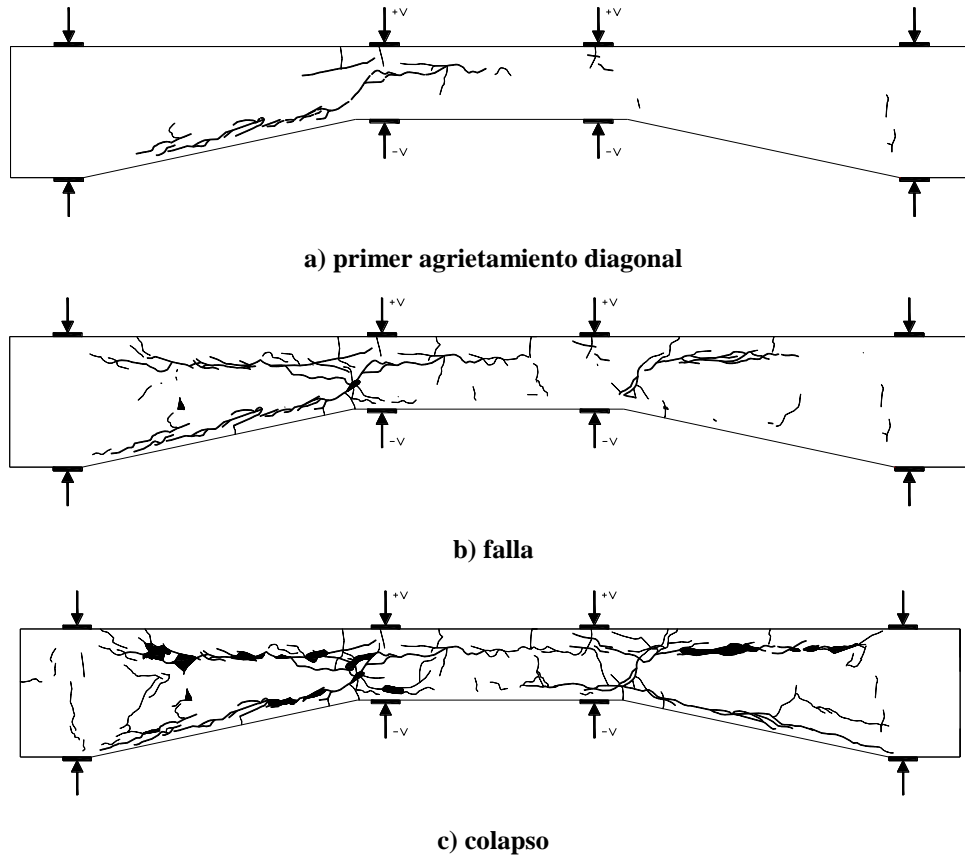


Figura H.5 Patrones de agrietamiento del elemento TASC $\alpha$ 4-R0-c ( $\alpha = 12.10^\circ$ )

Tabla H.6 Caracterización estructural del elemento TASC $\alpha$ 4-R0-c

Primer agrietamiento				Falla (último)				Colapso				Observaciones
$V_{cr}$ t (kN)	$\delta_{cr}$ mm	$\frac{K_{cr}}{K_0}$	ancho grieta mm	$V_u$ t (kN)	$\delta_u$ mm	$\frac{K_u}{K_0}$	ancho grieta (mm)	$V_{col}$ t (kN)	$\delta_{col}$ mm	$\frac{K_{col}}{K_0}$	ancho grieta mm	
1.61 (15.8)	3.08	0.98	0.5	2.76 (27.1)	18.14	0.28	10.0	3.41 (33.5)	60.46	0.06	15.0	La prueba finalizó porque se acabó la carrera del micrómetro.

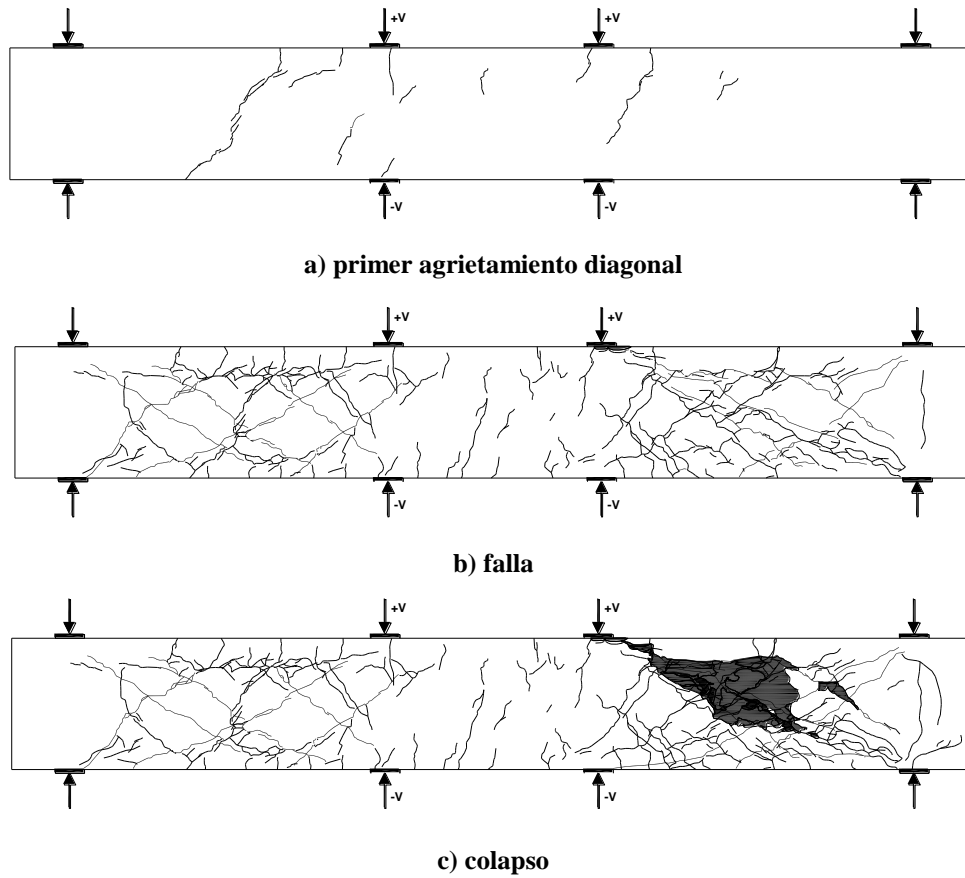


Figura H.6 Patrones de agrietamiento del elemento TASC $\alpha$ 0-R1-c ( $\alpha = 0^\circ$ )

Tabla H.7 Caracterización estructural del elemento TASC $\alpha$ 0-R1-c

Primer agrietamiento				Falla (último)				Colapso				Observaciones
$V_{cr}$ t (kN)	$\delta_{cr}$ mm	$\frac{K_{cr}}{K_0}$	ancho grieta mm	$V_u$ t (kN)	$\delta_u$ mm	$\frac{K_u}{K_0}$	ancho grieta (mm)	$V_{col}$ t (kN)	$\delta_{col}$ mm	$\frac{K_{col}}{K_0}$	ancho grieta mm	
4.56 (44.7)	4.14	1.00	0.10	24.89 (244.2)	20.42	0.86	1.50	12.92 (126.1)	33.60	0.27	3.50	Aplastamiento (falla) en la zona de carga (lado derecho)



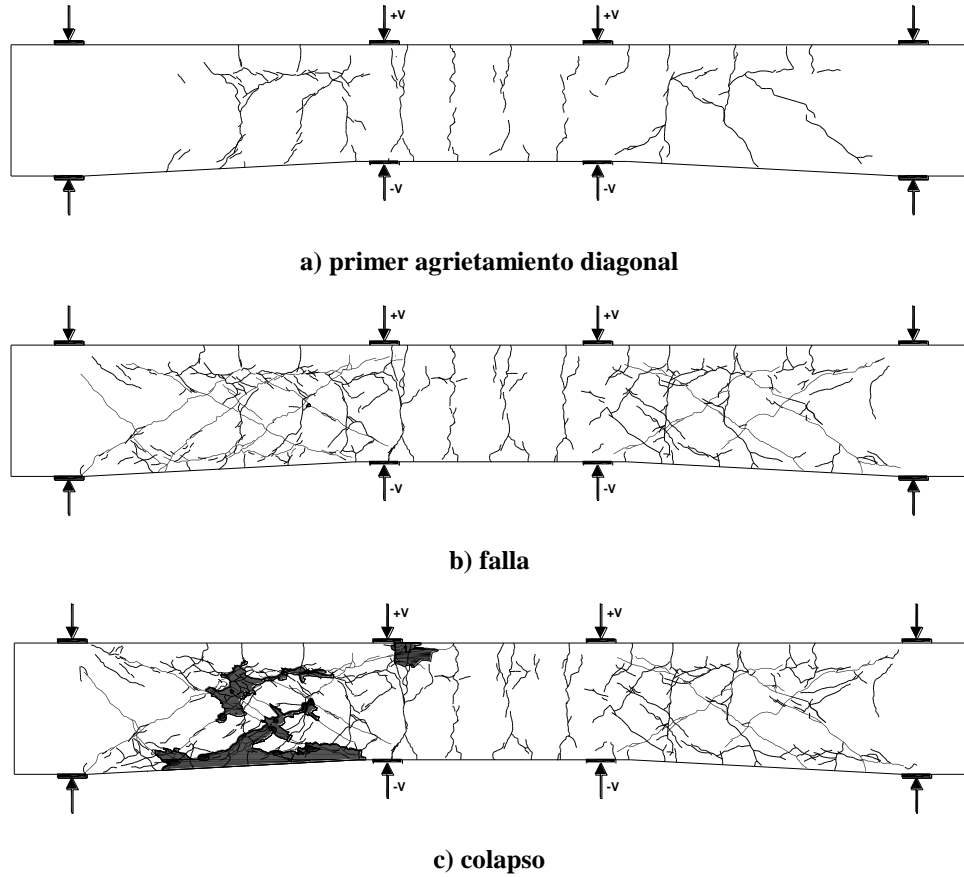


Figura H.7 Patrones de agrietamiento del elemento TASC $\alpha$ 1-R1-c ( $\alpha = 3.07^\circ$ )

Tabla H.8 Caracterización estructural del elemento TASC $\alpha$ 1-R1-c

Primer agrietamiento				Falla (último)				Colapso				Observaciones
$V_{cr}$ t (kN)	$\delta_{cr}$ mm	$\frac{K_{cr}}{K_0}$	ancho grieta mm	$V_u$ t (kN)	$\delta_u$ mm	$\frac{K_u}{K_0}$	ancho grieta (mm)	$V_{col}$ t (kN)	$\delta_{col}$ mm	$\frac{K_{col}}{K_0}$	ancho grieta mm	
8.18 (80.2)	8.04	0.97	0.20	20.75 (203.6)	24.10	0.77	2.0	11.38 (111.6)	36.46	0.29	7.0	N/A

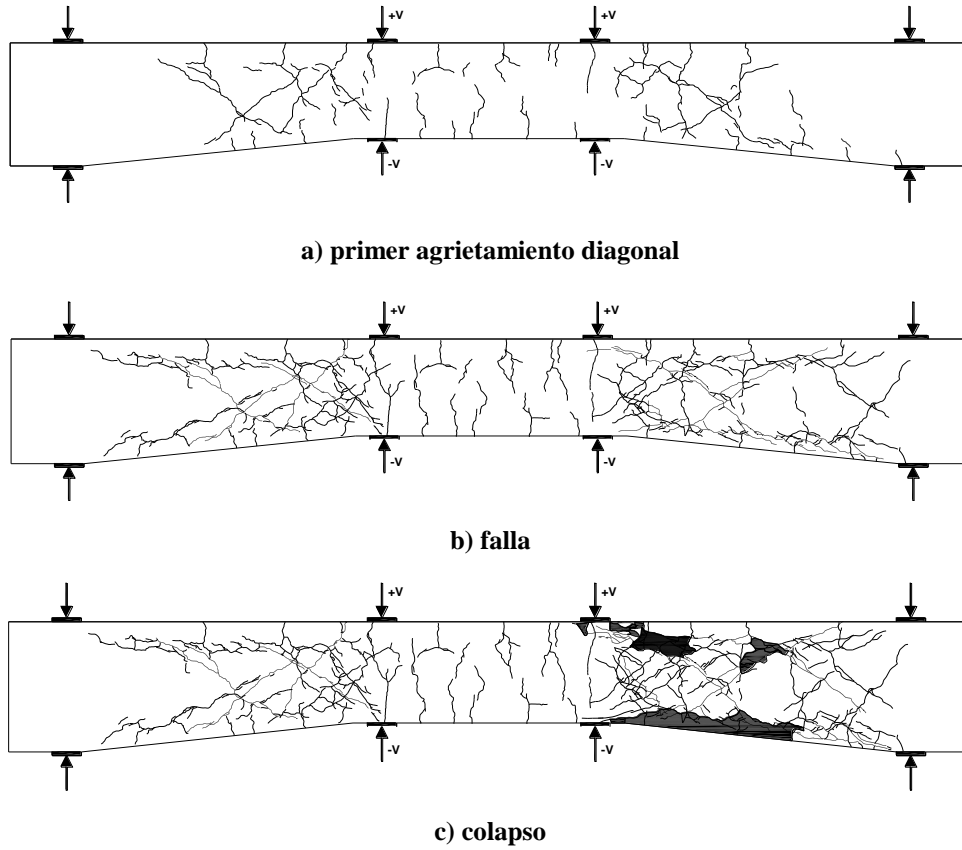


Figura H.8 Patrones de agrietamiento del elemento TASC $\alpha$ 2-R1-c ( $\alpha = 6.12^\circ$ )

Tabla H.9 Caracterización estructural del elemento TASC $\alpha$ 2-R1-c

Primer agrietamiento				Falla (último)				Colapso				Observaciones
$V_{cr}$ t (kN)	$\delta_{cr}$ mm	$\frac{K_{cr}}{K_0}$	ancho grieta mm	$V_u$ t (kN)	$\delta_u$ mm	$\frac{K_u}{K_0}$	ancho grieta (mm)	$V_{col}$ t (kN)	$\delta_{col}$ mm	$\frac{K_{col}}{K_0}$	ancho grieta mm	
6.16 (60.4)	8.00	0.90	0.40	13.23 (129.8)	20.02	0.75	2.50	7.55 (74.1)	32.40	0.31	8.0	Incipiente aplastamiento (falla) en la zona de carga (lado derecho)

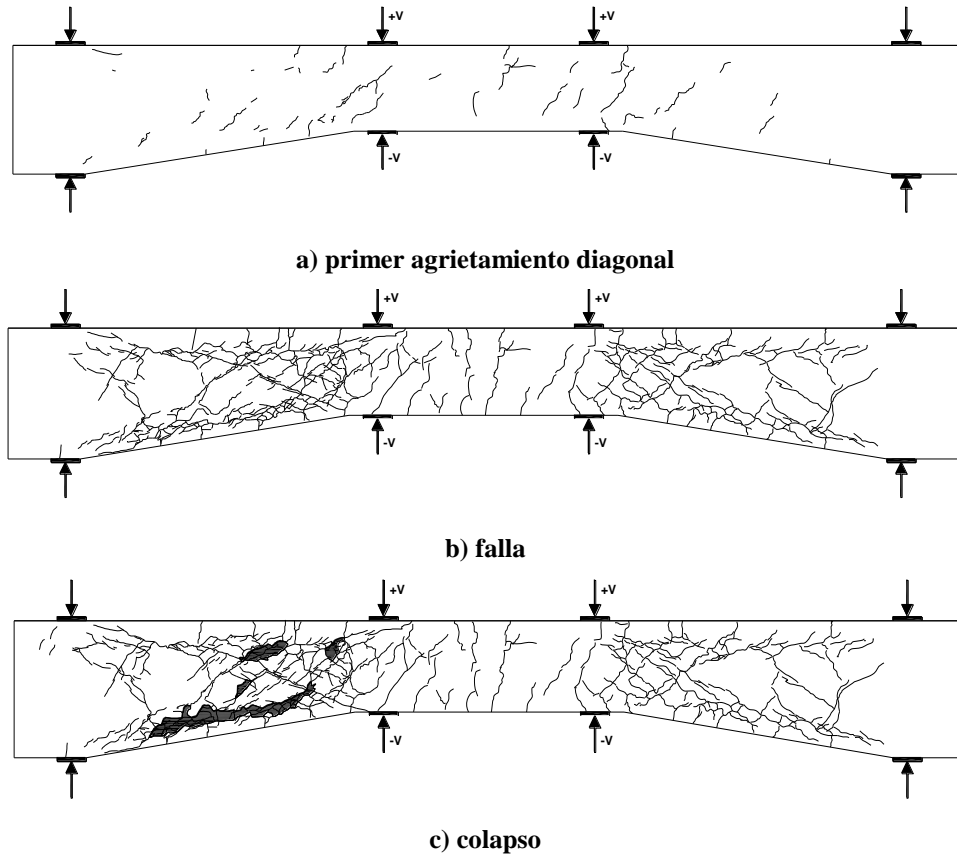


Figura H.9 Patrones de agrietamiento del elemento TASC $\alpha$ 3-R1-c ( $\alpha = 9.13^\circ$ )

Tabla H.10 Caracterización estructural del elemento TASC $\alpha$ 3-R1-c

Primer agrietamiento				Falla (último)				Colapso				Observaciones
$V_{cr}$ t (kN)	$\delta_{cr}$ mm	$\frac{K_{cr}}{K_0}$	ancho grieta mm	$V_u$ t (kN)	$\delta_u$ mm	$\frac{K_u}{K_0}$	ancho grieta (mm)	$V_{col}$ t (kN)	$\delta_{col}$ mm	$\frac{K_{col}}{K_0}$	ancho grieta mm	
2.92 (28.6)	4.06	1.00	0.20	13.70 (134.4)	29.28	0.66	3.0	9.77 (95.8)	40.56	0.37	7.0	N/A

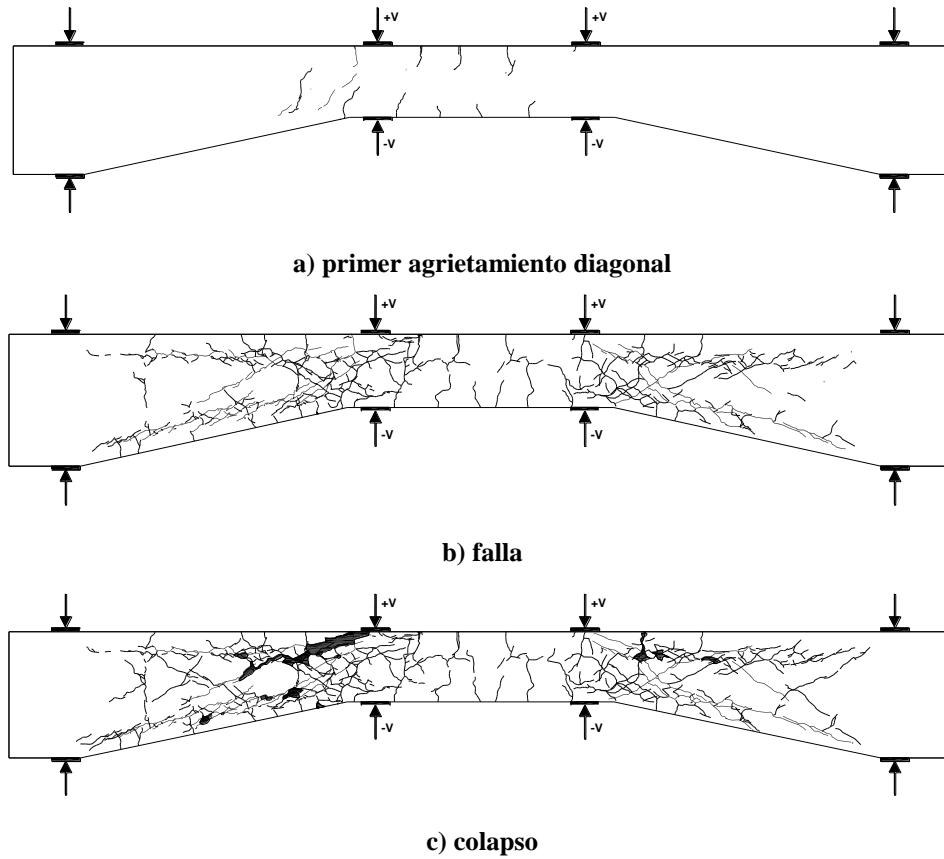


Figura H.10 Patrones de agrietamiento del elemento TASC $\alpha$ 4-R1-c ( $\alpha = 12.10^\circ$ )

Tabla H.11 Caracterización estructural del elemento TASC $\alpha$ 4-R1-c

Primer agrietamiento				Falla (último)				Colapso				Observaciones
$V_{cr}$ t (kN)	$\delta_{cr}$ mm	$\frac{K_{cr}}{K_0}$	ancho grieta mm	$V_u$ t (kN)	$\delta_u$ mm	$\frac{K_u}{K_0}$	ancho grieta (mm)	$V_{col}$ t (kN)	$\delta_{col}$ mm	$\frac{K_{col}}{K_0}$	ancho grieta mm	
1.52 (14.9)	4.08	1.00	0.10	7.88 (77.3)	33.92	0.67	2.50	5.12 (50.2)	57.88	0.32	8.0	La prueba finalizó porque se acabó la carrera de los actuadores hidráulicos.

# APÉNDICE I: CAMPOS DE ESFUERZO Y MODELOS DE ARMADURA DE LAS TRABES ENSAYADAS

En este apéndice se presentan los campos de esfuerzo (abanicos de compresión y campo de compresión diagonal), propuestos para el análisis forense de las trabes con refuerzo transversal que forman parte de esta tesis doctoral. Asimismo, se justifica la inclinación de la grieta principal de falla por cortante de las trabes sin estribos. En el capítulo siete se presentan los detalles completos y la utilidad de esta información.

## I.1 TRABES CON REFUERZO TRANSVERSAL

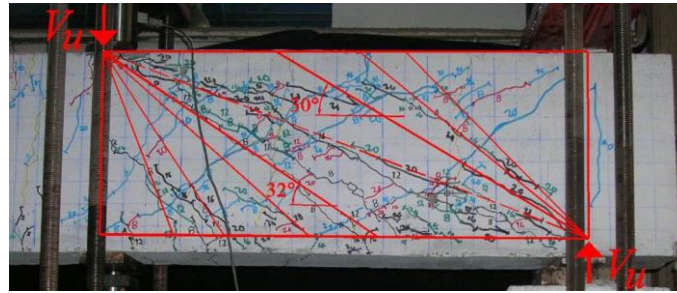
Una vez que se identificó el estado característico de falla en las trabes con refuerzo transversal (resistencia última), se hicieron las siguientes actividades para explicar el mecanismo resistente que dominó el claro de cortante. El resultado de estas actividades se muestra en las figuras I.1 a I.5.

- i. A partir de los patrones de agrietamiento que corresponden a la falla por cortante en cada dirección de carga, se esbozaron en el claro de cortante los abanicos de compresión adyacentes a la zona de aplicación de la carga y a la reacción. Se reconoce que esta actividad requirió algo de juicio personal.
- ii. Se midió el ángulo de inclinación del puntal que delimita al interior del elemento cada abanico de compresión del claro de cortante ( $\theta_{D-min}$ ). Este ángulo, en teoría, debiera ser igual en ambos abanicos e igual al del campo de compresión diagonal ( $\theta$ ) en medio de ellos, es decir,  $\theta = \theta_{D-min}$ .
- iii. Con base en los campos de esfuerzo que resultaron al identificar los abanicos de compresión en el claro de cortante, se propuso un modelo de armadura plástica simplificado para cada dirección de análisis. Estos modelos se hicieron con base en la resultante del campo de compresión diagonal para obtener una armadura en la que la pendiente del puntal que representa dicho campo de compresión fuera congruente con su agrietamiento, y también con el que delimita a los abanicos de compresión adyacentes. Se hace la aclaración que estos modelos son exclusivo para el análisis forense de estas trabes, pero son del mismo tipo que los sugeridos en el capítulo cuatro para fines de diseño.
- iv. Se midió el ángulo de inclinación del puntal ( $\theta$ ) que representa el campo de compresión diagonal del claro de cortante (región B), y con éste se hicieron los cálculos y análisis respectivos.

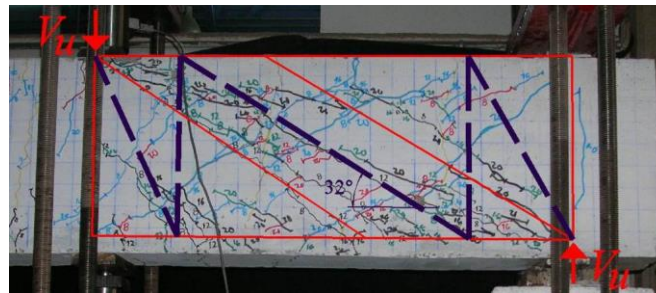
APÉNDICE I: CAMPOS DE ESFUERZO Y MODELOS DE ARMADURA DE LAS TRABES ENSAYADAS



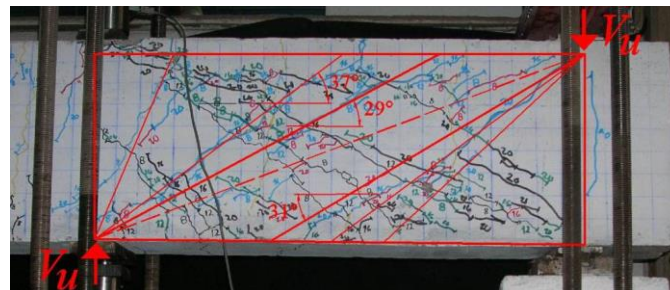
a) original (falla)



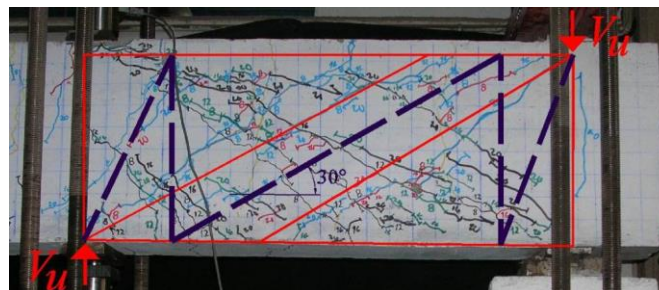
b) abanicos carga gravitacional



c) modelo de armadura carga gravitacional

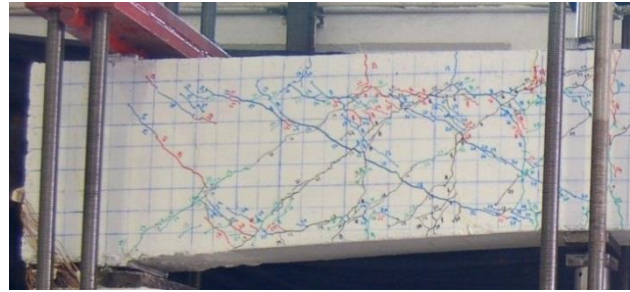


d) abanicos carga antigravitacional

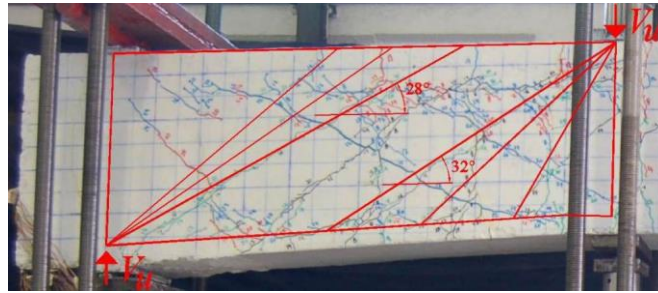


e) modelo de armadura carga antigravitacional

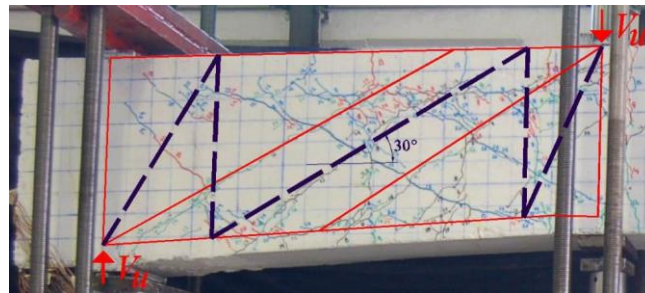
Figura I.1 Análisis forense del elemento TASC $\alpha$ 0-R1-c con campos de esfuerzo y modelos de armadura



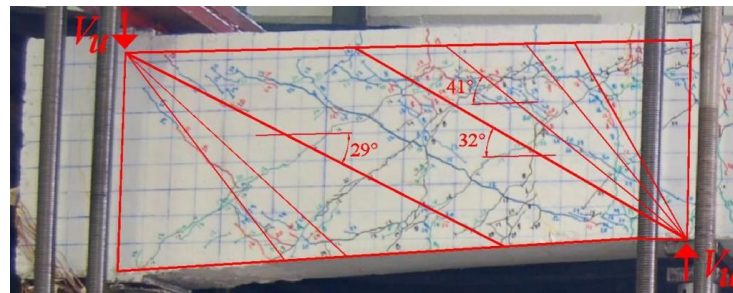
a) original (falla)



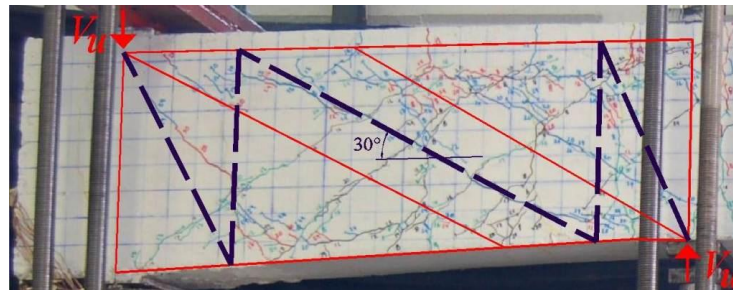
b) abanicos carga gravitacional



c) modelo de armadura carga gravitacional



d) abanicos carga antigravitacional



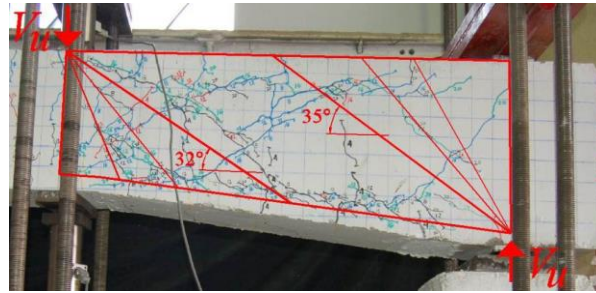
e) modelo de armadura carga antigravitacional

Figura I.2 Análisis forense del elemento TASC $\alpha$ 1-R1-c con campos de esfuerzo y modelos de armadura





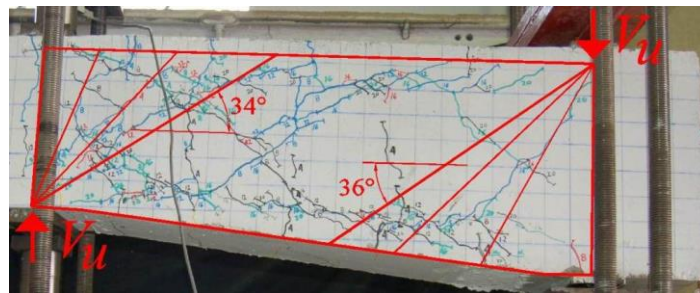
a) original (falla)



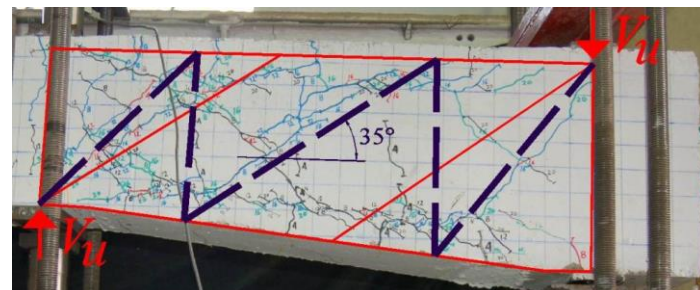
b) abanicos carga gravitacional



c) modelo de armadura carga gravitacional



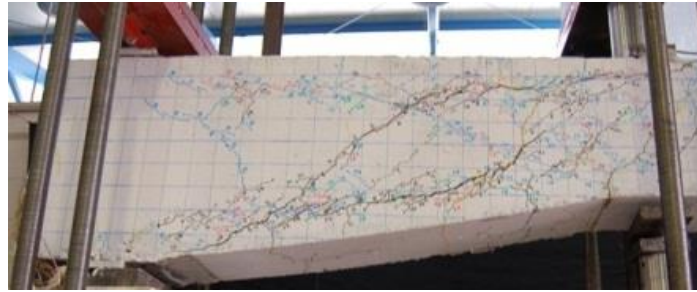
d) abanicos carga antigravitacional



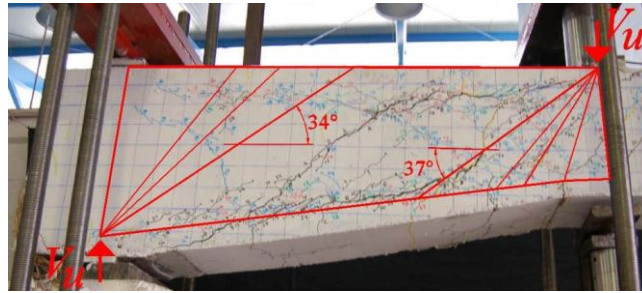
e) modelo de armadura carga antigravitacional

Figura I.3 Análisis forense del elemento TASC $\alpha$ 2-R1-c con campos de esfuerzo y modelos de armadura

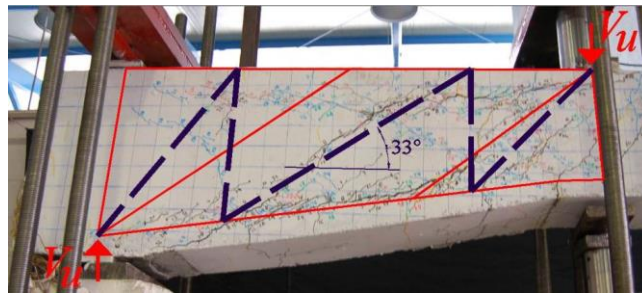




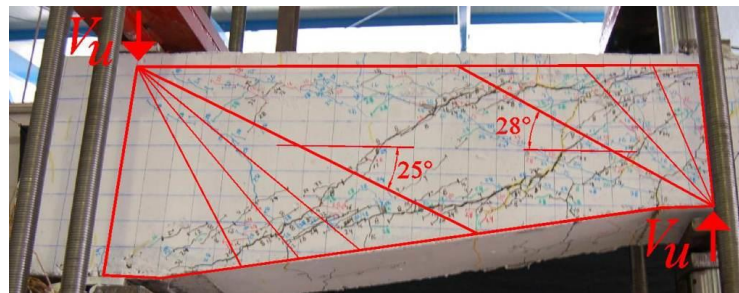
a) original (falla)



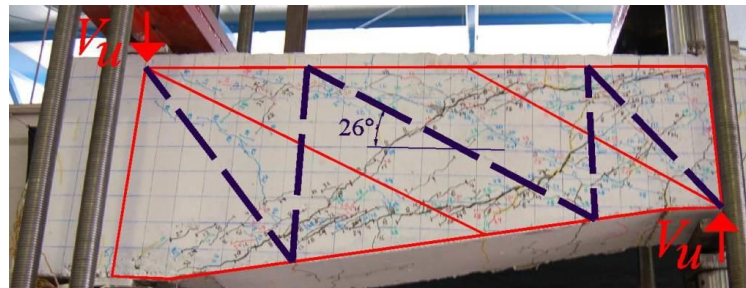
b) abanicos carga gravitacional



c) modelo de armadura carga gravitacional

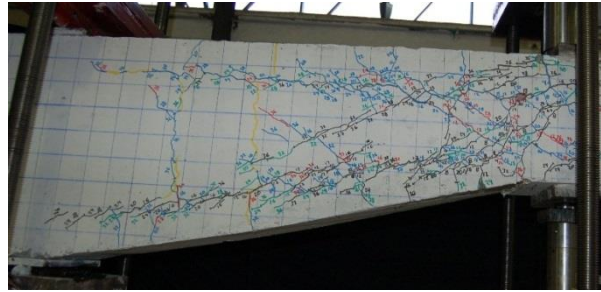


d) abanicos carga antigravitacional

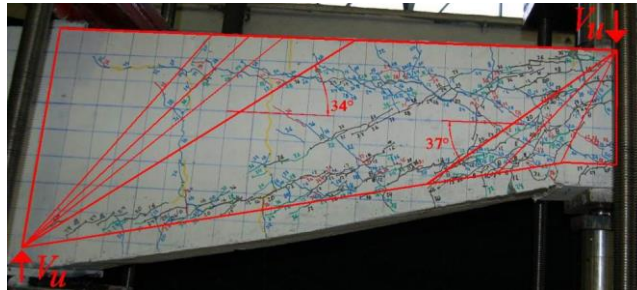


e) modelo de armadura carga antigravitacional

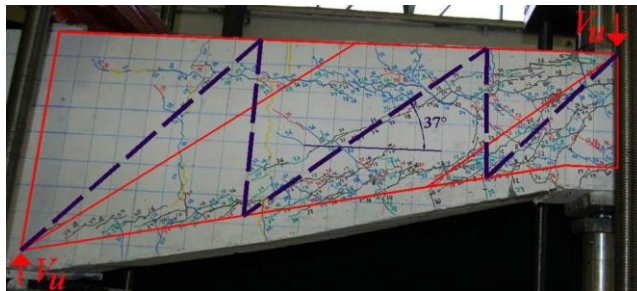
Figura I.4 Análisis forense del elemento TASC $\alpha$ 3-R1-c con campos de esfuerzo y modelos de armadura



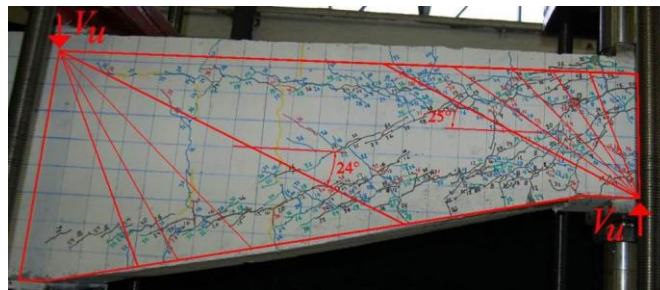
a) original (falla)



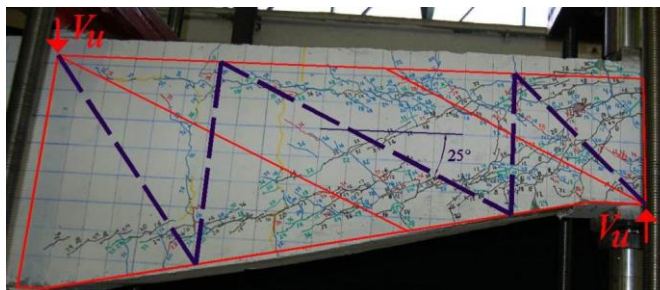
b) abanicos carga gravitacional



c) modelo de armadura carga gravitacional



d) abanicos carga antigravitacional

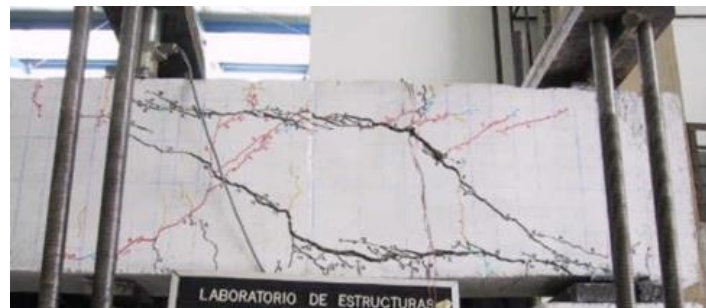


e) modelo de armadura carga antigravitacional

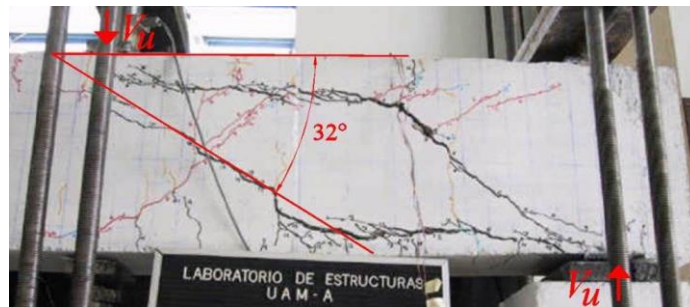
Figura I.5 Análisis forense del elemento TASC $\alpha$ 4-R1-c con campos de esfuerzo y modelos de armadura

## I.2 TRABES SIN REFUERZO TRANSVERSAL

Para caracterizar el agrietamiento por cortante que corresponde a la falla de las trabes sin refuerzo transversal, solamente se identificó la trayectoria diagonal de la grieta principal en cada dirección y se midió su ángulo de inclinación ( $\theta_{crit}$ ). En las figuras I.6 a I.10 se muestran esas mediciones.



a) original (falla)



b) grieta crítica carga gravitacional



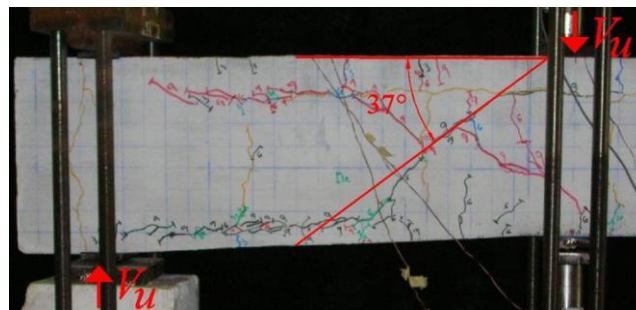
c) grieta crítica carga antigravitacional

Figura I.6 Inclinación de la grieta de falla del elemento TASC $\alpha$ 0-R0-c

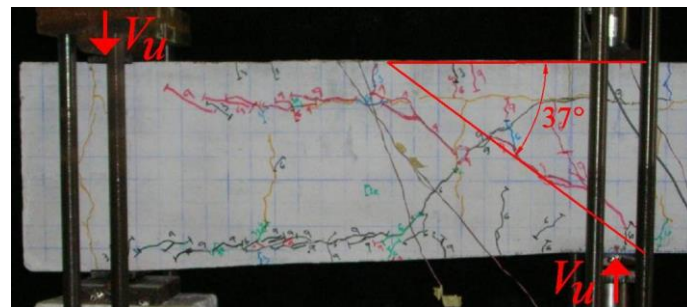




a) original (falla)

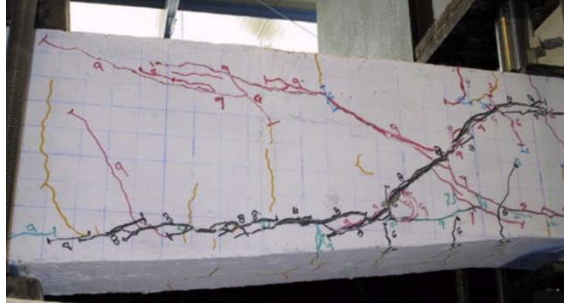


b) grieta crítica carga gravitacional

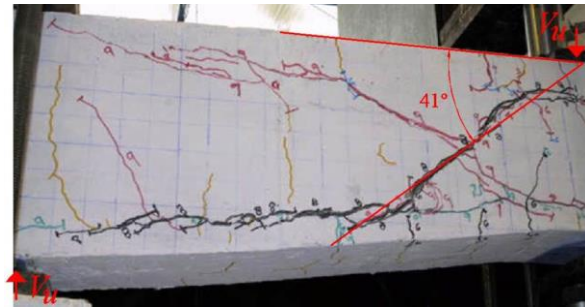


c) grieta crítica carga antigravitacional

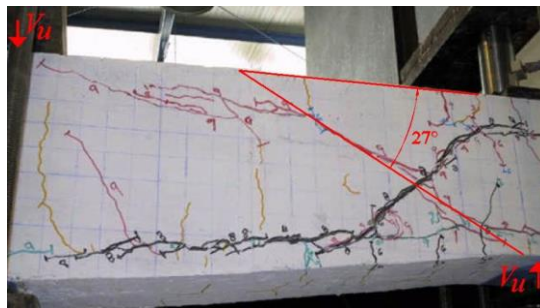
Figura I.7 Inclinación de la grieta de falla del elemento TASC $\alpha$ 1-R0-c



a) original (falla)



b) grieta crítica carga gravitacional



c) grieta crítica carga antigravitacional

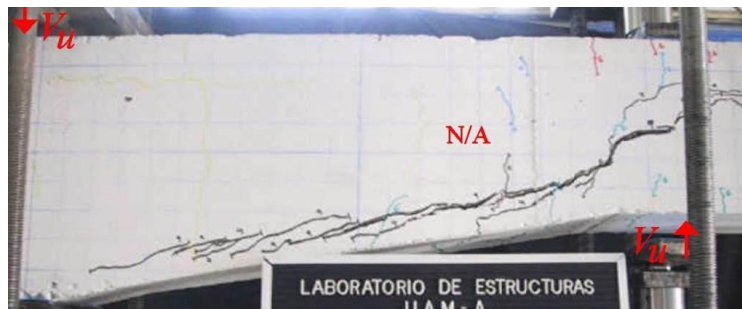
Figura I.8 Inclínación de la grieta de falla del elemento TASC $\alpha$ 2-R0-c



a) original (falla)

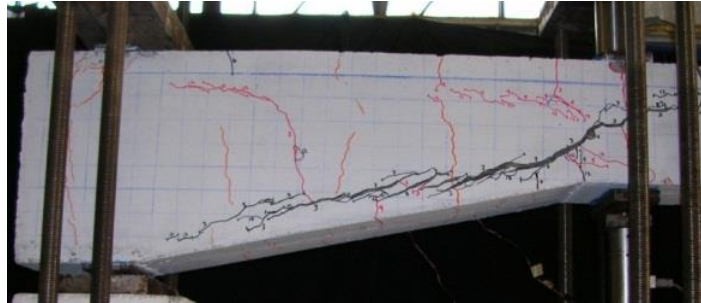


b) grieta crítica carga gravitacional

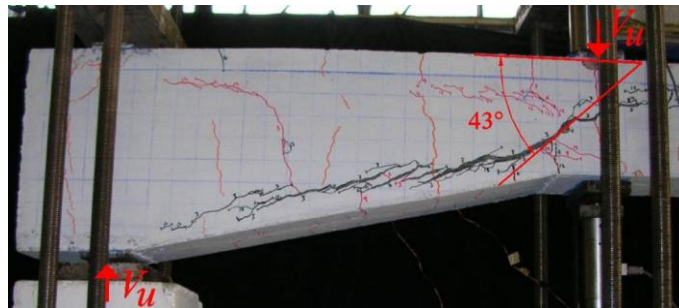


c) grieta crítica carga antigravitacional

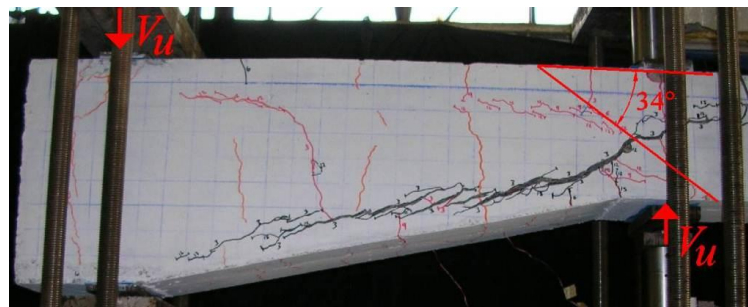
Figura I.9 Inclinación de la grieta de falla del elemento TASC $\alpha$ 3-R0-c



a) original (falla)



b) grieta crítica carga gravitacional



c) grieta crítica carga antigravitacional

Figura I.10 Inclinación de la grieta de falla del elemento TASC $\alpha$ 4-R0-c

# APÉNDICE J: PROPIEDADES DEL CONCRETO Y ACERO DE REFUERZO DE LAS TRABES ENSAYADAS

En este apéndice se presentan las propiedades estructurales relevantes de los materiales con los que se construyeron las traveses estudiadas en el capítulo siete de esta tesis. Todas las pruebas fueron realizadas en el Laboratorio de Estructuras de la Universidad Autónoma Metropolitana conforme a la normatividad mexicana.

## J.1 CONCRETO

En la tabla J.1 se muestran las propiedades estructurales del concreto de cada uno de los especímenes de prueba. La elaboración, curado, cabeceo y ensaye de los cilindros de control se hizo conforme a la normatividad mexicana (ver referencias). Los valores reportados en la tabla J.1 corresponden al promedio de dos cilindros ensayados dentro de un intervalo de  $\pm 2$  días respecto al día de la prueba de cada espécimen, y son la resistencia a compresión ( $f'_c$ ), el módulo de elasticidad ( $E_c$ ) y el módulo de Poisson ( $\nu$ ). Los pormenores de esta información se disponen en Grande (2009). En la figura J.1 se muestra el ensaye típico de un cilindro de esta serie experimental.

Es importante mencionar que no se determinó el módulo de Poisson para las traveses sin estribos, ya que se perdieron los cilindros correspondientes durante la reubicación del laboratorio donde se hicieron los experimentos (figura J.2).



Figura J.1 Ensayo a compresión en cilindro de control





**Figura J.2 Reubicación del Laboratorio de Estructuras de la UAM-A**

**Tabla J.1 Propiedades del concreto utilizado en las pruebas**

Elemento	Fecha colado	Fecha prueba	Edad Aproximada* (días)	$f'_c$ kg/cm <sup>2</sup> (MPa)	$E_c$ kg/cm <sup>2</sup> (MPa)	$\nu$
<b>sin estribos</b>						
TASC $\alpha$ 0-R0-c	17/07/2004	07/07/2005	355	454 (44.5)	205591 (20156)	N/A
TASC $\alpha$ 1-R0-c	“	27/01/2005	190	433 (42.5)	219417 (21511)	“
TASC $\alpha$ 2-R0-c	“	15/01/2005	178	354 (34.7)	151685 (14871)	“
TASC $\alpha$ 3-R0-c	“	09/06/2005	322	395 (38.7)	199698 (19578)	“
TASC $\alpha$ 4-R0-c	“	23/06/2005	334	361 (35.4)	178897 (17539)	“
<b>con estribos</b>						
TASC $\alpha$ 0-R1-c	28/04/2006	17/11/2006	199	227 (22.3)	110930 (10875)	0.20
TASC $\alpha$ 1-R1-c	28/04/2006	27/11/2006	209	245 (24.0)	109598 (10745)	0.23
TASC $\alpha$ 2-R1-c	18/02/2007	22/03/2007	32	217 (21.3)	93977 (9213)	0.21
TASC $\alpha$ 3-R1-c	27/06/2006	26/01/2007	209	284 (27.9)	151286 (14832)	0.26
TASC $\alpha$ 4-R1-c	27/06/2006	19/02/2007	232	245 (24.0)	122276 (11988)	0.31

\* 30 días por mes

## J.2 ACERO DE REFUERZO

El refuerzo longitudinal se construyó con varillas de 25.4 mm de diámetro (# 8), y en el refuerzo transversal se utilizaron varillas de 79 mm de diámetro (# 2.5). Este acero pertenece al mismo lote con el que se construyeron los especímenes reportados en Archundia (2004).

**APÉNDICE J: PROPIEDADES DEL CONCRETO Y  
ACERO DE REFUERZO DE LAS TRABES ENSAYADAS**

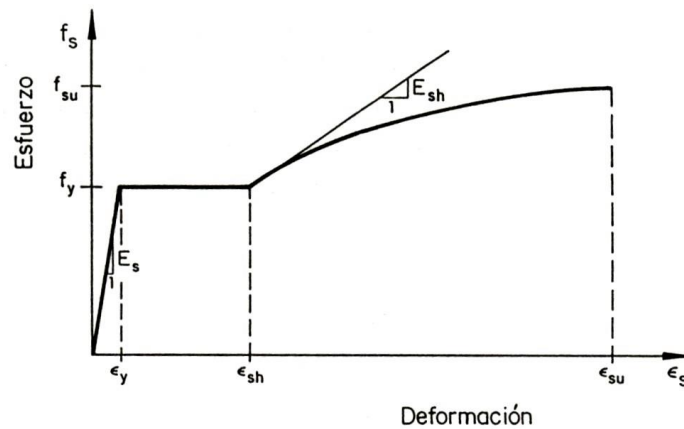
Para cada diámetro se probaron tres probetas de 80 cm de longitud, de los cuales 20 cm corresponden a la longitud calibrada (en ésta se colocó un *strain gauge*, figura J.3). Cada probeta se sometió a tensión monótona hasta la falla conforme a la norma NMX-C-407-ONNCCE (2001), y el promedio de las mediciones en las tres pruebas es el que se reporta en la en la tabla J.2. Estos resultados se comparan contra los propuestos por Rodríguez y Botero (1996) para varillas de diámetro pequeño y grande. En la figura J.3 se muestra una curva típica esfuerzo contra deformación de varillas sometidas a tensión donde se indican los parámetros indicados en la tabla J.2.



**Figura J.3 Ensayo de una varilla de refuerzo transversal**

**Tabla J.2 Propiedades del acero de refuerzo utilizado en las pruebas**

DESIGNACIÓN	$f_y$ kg/cm <sup>2</sup> (MPa)	$\epsilon_y$	$\epsilon_{sh}$	$f_{su}$ (kg/cm <sup>2</sup> )	$\epsilon_{su}$
No. 8	4348 (426.3)	0.00237	0.0086	7707 (755.6)	-
Referencia	4577 (448.7)	-	0.0088	7491 (734.4)	0.1171
No. 2.5	4592 (450.2)	0.00235	0.0074	7448 (730.2)	-
Referencia	4609 (451.9)	-	0.0060	7436 (729.0)	0.1420



**Figura J.4 Curva típica esfuerzo-deformación en varillas de acero de refuerzo (Rodríguez y Botero 1996)**

## REFERENCIAS Y BIBLIOGRAFÍA

Grande, A (2009), “Mecanismos de resistencia y deformación a cortante de trabes acarteladas de concreto reforzado sujetas ante cargas cíclicas”, *Tesis de Maestría*, Universidad Autónoma Metropolitana - Azcapotzalco, México, julio.

NMX-C-083 (1997), Organismo Nacional de Normalización y Certificación de la Construcción y Edificación (ONNCCE), Industria de la Construcción-Concreto. “*Determinación de la resistencia a compresión de cilindros de concreto*”, NMX-C-083-ONNCCE-1997.

NMX-C-128-ONNCCE (1997), Organismo Nacional de Normalización y Certificación de la Construcción y Edificación (ONNCCE), Industria de la Construcción-Concreto sometido a compresión. “*Determinación del módulo de elasticidad estático y relación de Poisson*”, NMX-C-128-1997.

NMX-C-403-ONNCCE (1999), Organismo Nacional de Normalización y Certificación de la Construcción y Edificación (ONNCCE), Industria de la Construcción. “*Concreto hidráulico para uso estructural*”, NMX-C-403-ONNCCE-1999.

NMX-C-407-ONNCCE (2001), Organismo Nacional de Normalización y Certificación de la Construcción y Edificación (ONNCCE), Industria de la Construcción. “*Varillas corrugadas de acero provenientes de lingote o palanquilla para refuerzo de concreto-especificaciones y métodos de prueba*”, NMX-C-407-ONNCCE-2001.

NMX-C-160-ONNCCE (2004), Organismo Nacional de Normalización y Certificación de la Construcción y Edificación (ONNCCE), Industria de la Construcción-Concreto. “*Elaboración y curado en obra de especímenes de concreto*”, NMX-C-160-2004.

Rodríguez, M y J C Botero (1996), “Aspectos del comportamiento sísmico de estructuras de concreto reforzado considerando las propiedades mecánicas de acero de refuerzo producidos en México”, *Series del Instituto de Ingeniería. No. 575. Serie azul*. UNAM.

# APÉNDICE K: LAZOS DE HISTÉRESIS

En este apéndice se muestran los lazos de histéresis de las trabes que forman parte del programa experimental de esta tesis, pero a una escala adecuada para apreciar los detalles de la respuesta. En el capítulo siete se presentaron estas gráficas a una misma escala para hacer comparaciones justas de la resistencia y la capacidad de deformación en cada grupo.

## K.1 TRABES SIN REFUERZO TRANSVERSAL

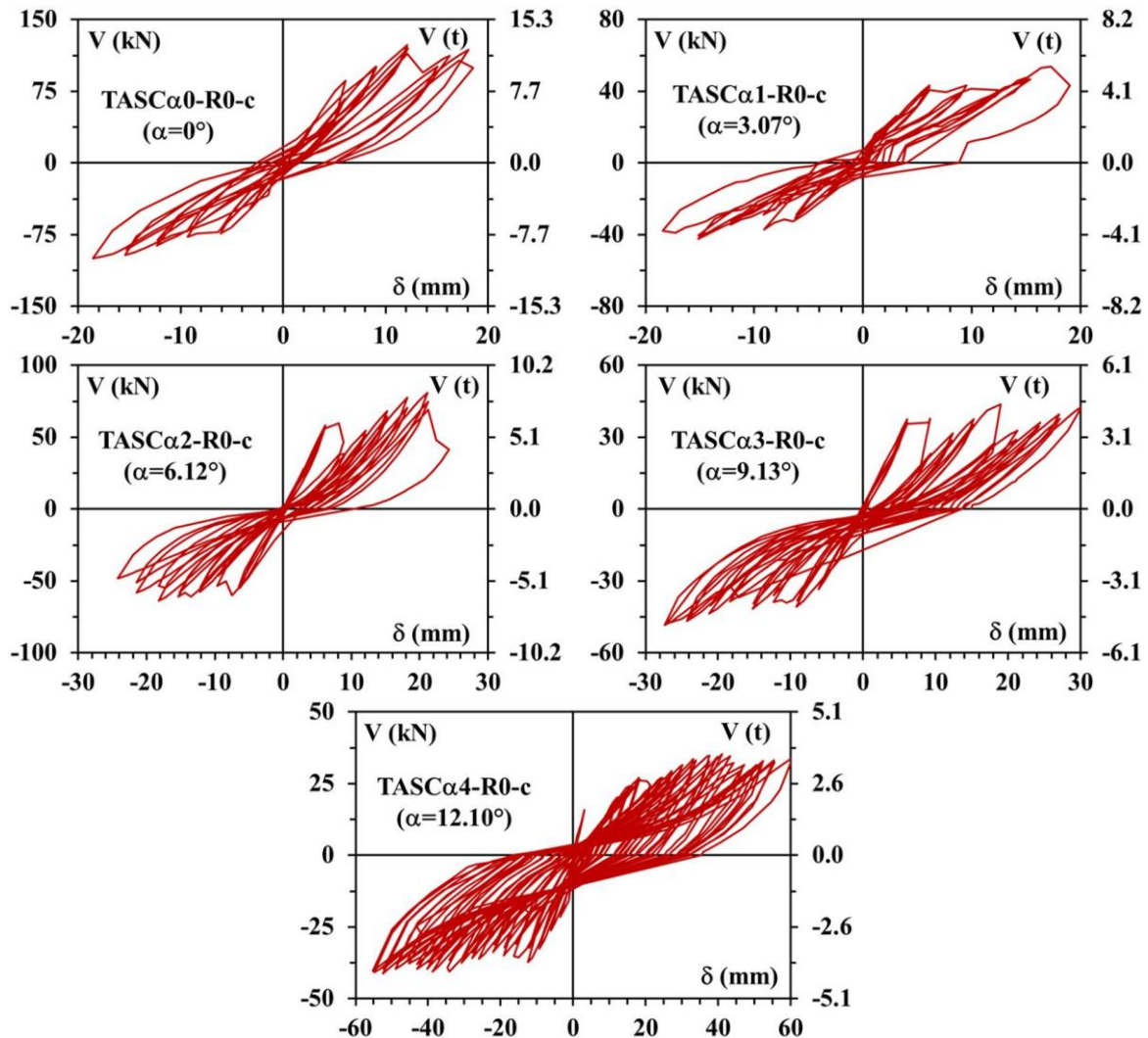


Figura K.1 Curvas de histéresis de los elementos sin refuerzo transversal

K.2 TRABES CON REFUERZO TRANSVERSAL

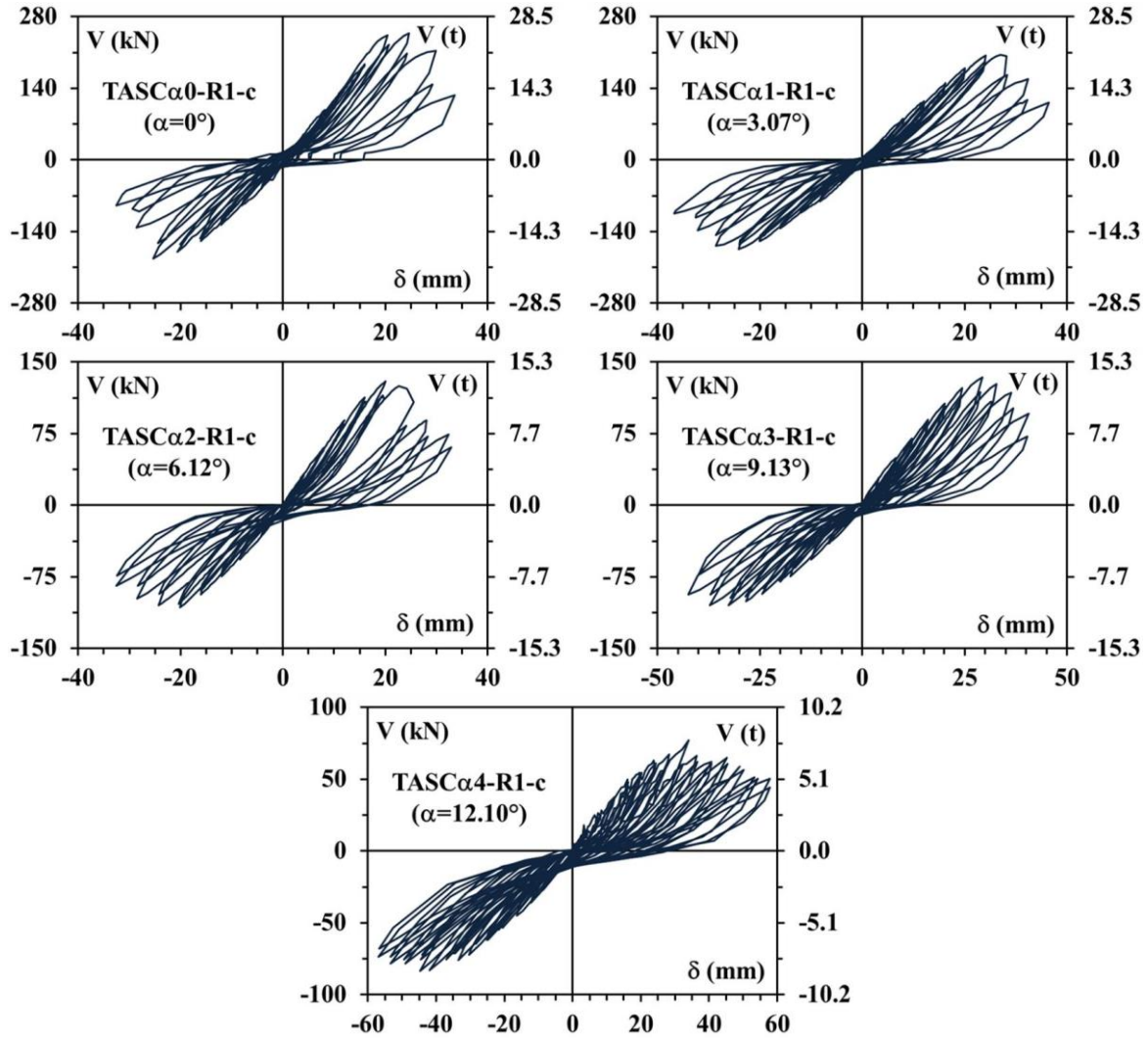


Figura K.2 Curvas de histéresis de los elementos con refuerzo transversal