



UNIVERSIDAD NACIONAL
AUTÓNOMA DE
MÉXICO

UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO
DIVISIÓN DE ESTUDIOS DE POSGRADO DE LA FACULTAD DE INGENIERÍA

PROGRAMA DE MAESTRÍA Y DOCTORADO EN
INGENIERÍA

EFFECTOS DIFERIDOS EN EL
COMPORTAMIENTO DE UN PUENTE CONTINUO
DE ACERO Y CONCRETO POSTENSADO

T E S I S

QUE PARA OPTAR POR EL GRADO DE:

MAESTRO EN INGENIERÍA

INGENIERÍA CIVIL - ESTRUCTURAS

P R E S E N T A:

LEONARDO PALEMÓN ARCOS

DIRIGIDA POR:

NEFTALÍ RODRÍGUEZ CUEVAS



Ciudad Universitaria

Noviembre del 2005

AGRADECIMIENTOS

Al Programa de Posgrado de la Universidad Nacional Autónoma de México, por permitirme realizar y concluir una de mis etapas profesionales.

Al Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología por el apoyo económico brindado durante ésta fase de mi formación profesional.

Al Ingeniero Nefthalí Rodríguez Cuevas, por los conocimientos que compartió en ésta área, y por la orientación de la presente tesis.

A los sinodales, por la dedicación en revisar mi trabajo: Dr. Gustavo A. Ayala Milian, Dr. Oscar López Báltz, Dr. Eduardo Reinoso Angulo y al M.I. Octavio García Domínguez.

A los Ingenieros Martín Martínez Silva y José Cipriano Aguilar Ortigoza, por transmitirme sus conocimientos, experiencias y valor humano, así como, impulsarme al trabajo productivo de la Ingeniería.

Al M.I. Alfonso Fuentes por su aportación en este trabajo.

A mis compañeros de grupo y trabajo que por supuesto, de alguna forma contribuyeron en dicha tesis.

A toda mi familia, por reforzar el núcleo familiar. A ellos para mantener siempre y en todo tiempo-espacio dicha unión.

CONTENIDO

	Pág
CONTENIDO	i
RESÚMEN	iv
NOTACIÓN	vi
CAPÍTULO I. INTRODUCCIÓN	
I.1. Introducción.....	1
I.2. Antecedentes.....	2
I.3. Objetivo.....	5
I.4. Metodología.....	7
CAPÍTULO II. CARACTERÍSTICAS DE UN PUENTE LANZADO	
II.1. Introducción.....	8
II.2. Lanzamiento por tramos.....	8
II.3. Lanzamiento completo.....	10
II.4. Lanzamiento por giro.....	10
II.5. Lanzamiento por translación.....	11
CAPÍTULO III. CARACTERÍSTICAS Y MATERIALES SELECCIONADOS EN UN PUENTE	
III.1. Introducción.....	16
III.2. Descripción general del puente.....	16
III.3. Concreto estructural.....	18
III.4. Acero para refuerzo del concreto.....	18
III.5. Acero estructural.....	19
III.6. Acero para presfuerzo.....	20
III.6.1. Pérdidas de presfuerzo.....	24
III.6.1.1. Instantáneas.....	24
III.6.1.1.1 Fricción.....	24
III.6.1.1.2 Penetración de cuñas.....	26
III.6.1.1.3 Acortamiento instantáneo del concreto.....	27
III.6.1.2. Diferidas.....	27
III.6.1.2.1 Carga sostenida.....	27

III.6.1.2.2 Contracción por fraguado.....	28
III.6.1.2.3 Relajación del acero.....	28
III.7. Etapas de postensado.....	29

CAPÍTULO IV. VISCOELASTICIDAD LINEAL DEL CONCRETO

IV.1. Introducción.....	32
IV.2. Breve historia de la viscoelasticidad.....	32
IV.3. Comportamiento de los materiales.....	33
IV.3.3. Concreto.....	37
IV.4. Hipótesis de la viscoelasticidad lineal.....	39
IV.5. Modelos viscoelásticos lineales.....	40
IV.5.1. Sólido elástico.....	41
IV.5.2. Fluido viscoso.....	42
IV.5.3. Fluido de Maxwell.....	43
IV.5.4. Sólido de Kelvin.....	44
IV.5.5. Sólido de 3 parámetros.....	46
IV.5.6. Burgers Modificado.....	48
IV.6. Propiedades viscoelásticas.....	48
IV.7. Parámetros y constantes viscoelásticas.....	50

CAPÍTULO V. MÉTODOS DE PREDICCIÓN DE LAS DEFORMACIONES DIFERIDAS

V.1. Introducción.....	52
V.2. Contracción por fraguado.....	52
V.2.1. Normas Técnicas Complementarias del Departamento del D.F.	52
V.2.2. Método del CEB-FIP.....	52
V.2.3. Método del ACI-209.....	56
V.2.4. Método AASHTO.....	58
V.2.5. Bazant-Panula (BaP).....	58
V.3. Carga sostenida.....	59
V.3.1. Normas Técnicas Complementarias del Departamento del D.F.	60
V.3.2. Método del CEB-FIP.....	60
V.3.3. Método del ACI-209.....	65
V.3.4. Método AASHTO.....	67
V.3.5. Bazant-Panula (BaP).....	67
V.4. Métodos simplificados.....	69
V.4.1. Dischinger (RCM).....	69
V.4.2. Dischinger mejorado (IDM).....	69
V.5. Métodos aproximados.....	70
V.5.1. Módulo efectivo (EEM).....	70
V.5.2. Esfuerzo medio (MS).....	71
V.5.3. Módulo efectivo con edad ajustada (AEMM).....	71
V.5.4. Método numérico paso a paso (SSM).....	72

CAPÍTULO VI. MODELO MATEMÁTICO PARA ESTIMAR EL EFECTO DIFERIDO EN EL PUENTE

VI.1. Introducción.....	73
VI.2. Contracción por fraguado.....	74
VI.3. Deformación diferida.....	74
VI.3.1. Obtención de parámetros.....	75
VI.3.2. Método de solución.....	77

CAPÍTULO VII. ANÁLISIS ESTRUCTURAL DE LA LOSA

VII.1. Introducción.....	80
VII.2. Parámetros para análisis.....	80
VII.3. Análisis de la losa postensada.....	81
VII.3.1. Elástico No Lineal.....	81
VII.3.2. Viscoelástico Lineal.....	85
VII.3.2.1. Módulo Antitransformado (E^*).....	85
VII.3.2.2. Módulo y Desplazamiento Antitransformados (E^* y w^*).....	90

CAPÍTULO VIII. EFECTOS DIFERIDOS Y LA INFLUENCIA DEL TIEMPO EN EL COMPORTAMIENTO FINAL

VIII.1. Introducción.....	92
VIII.2. Puentes formados por vigas prefabricadas.....	92
VIII.3. Puentes realizados por voladizos sucesivos.....	94
VIII.4. Puentes lanzados.....	95
VIII.4.1. Comportamiento inicial.....	97
VIII.4.2. Comportamiento final.....	98

CAPÍTULO IX. COMENTARIOS FINALES 99

ANEXO A. ASPECTOS BÁSICOS DE LA MECÁNICA DEL MEDIO CONTINUO 101

ANEXO B. IDEAS BÁSICAS SOBRE LA TRANSFORMACIÓN DE LAPLACE 105

ANEXO C. ARCHIVO FUENTE PARA OBTENER LAS CONSTANTES VISCOELASTICAS 108

REFERENCIAS 111

RESÚMEN

Se analizan las deformaciones diferidas dadas por la contracción por secado y carga sostenida de la masa de concreto en un puente continuo lanzado, con superestructura a base de traveses de acero tipo cajón (dovelas) y losa de concreto postensado. Mediante la aplicación de la Viscoelasticidad Lineal, a través del modelo de Burgers Modificado, se evaluaron los efectos diferidos para tiempos de 1 mes, 6 meses, 8 años y cuando el tiempo tiende al infinito; dicho análisis se realizó con parámetros viscoelásticos obtenidos de concretos con condiciones comunes del D.F., cuyos datos se obtuvieron de ecuaciones correspondientes a las deformaciones diferidas medidas.

Mediante análisis no lineal de placas sujetas a grandes deformaciones, se examinó la consecuencia de los efectos diferidos en el concreto sobre un plano potencial de deslizamiento, debido a que la superestructura es mixta (Traveses de Acero – Concreto Postensado) y observar si en la interfaz existe mal comportamiento (deslizamiento excesivo y conector rígido), lo que induciría que la superestructura no transmita adecuadamente el flujo de cortante producido por las acciones externas.

El análisis de la placa se realizó con condiciones de borde simplemente apoyadas, sujeta a carga uniformemente distribuida perpendicularmente al plano de ésta y carga lateral producto del presfuerzo. Se partió de una Serie de Fourier que satisface dichas condiciones; posteriormente se obtuvo la solución viscoelástica, con datos calculados por el programa codificado en el lenguaje Fortran para concretos hechos con materiales existentes en el Distrito Federal.

Se obtuvieron parámetros viscoelásticos para concretos con resistencias a compresión de $f'c = 200 \frac{kg}{cm^2}$, $f'c = 250 \frac{kg}{cm^2}$, $f'c = 300 \frac{kg}{cm^2}$ y $f'c = 350 \frac{kg}{cm^2}$; sin embargo, el estudio de la losa postensada se llevó a cabo con una resistencia a la compresión $f'c = 350 \frac{kg}{cm^2}$ por estar proyectado y ejecutado con esta resistencia.

ABSTRACT

Strains produced by shrinkage and sustained loads on concrete mass, in a continuous launched bridge with superstructure of steel beams and postensioned concrete slab are analyzed. With Linear Viscoelasticity application, through the use of a Modified Burgers' model the strains are computed for times of one month, six months, eight years and infinite time; this analysis was performed with viscoelastic parameters obtained from Mexico City's concretes, taking into consideration the real conditions, whose results were obtained from corresponding equations in the reference 32.

The consequence of the effects of time-dependent deformations in the concrete evolution on the interface, through the non linear analysis of plates with large deflections is examined, because the superstructure is made of steel beams and postensioned concrete; and if a bad behavior appears on the interface, the superstructure could not transmit the flow shear generated by external actions.

The analysis was carried out for a simply supported plate with a uniform load perpendicular of its plane and lateral load given by postension. With Fourier series that satisfies the boundary conditions, and the aid of a Fortran program, the viscoelastic solution for concretes made in Mexico City was obtained.

Viscoelastic parameters were obtained for concrete whose strength was equal to $f'c = 200 \frac{kg}{cm^2}$, $f'c = 250 \frac{kg}{cm^2}$, $f'c = 300 \frac{kg}{cm^2}$ and $f'c = 350 \frac{kg}{cm^2}$; however, the analysis was made using a strength equal to $f'c = 350 \frac{kg}{cm^2}$ because the bridge is projected and constructed by that strength.

NOTACIÓN

a	Dimensión larga de la losa paralela al eje x, cm
b	Dimensión corta de la losa paralela al eje y, cm
C_t	Coefficiente de deformación diferida del concreto por carga sostenida, adimensional
C_u	Coefficiente último de deformación diferida del concreto por carga sostenida, adimensional
D	Rigidez a flexión de la losa
E	Módulo de elasticidad lineal del concreto, en $\frac{kg}{cm^2}$
E^*	Módulo de rigidez viscoelástico, en $\frac{kg}{cm^2}$
$[E_{jk}]$	Tensor general de deformaciones unitarias en un punto
$[E_0]$	Componente distorsional del tensor $[E_{jk}]$
$[E_v]$	Componente volumétrica del tensor $[E_{jk}]$
$f'c$	Resistencia de proyecto a la compresión del concreto a los 28 días, $\frac{kg}{cm^2}$
f_y	Esfuerzo de fluencia del acero, $\frac{kg}{cm^2}$
G	Módulo de rigidez a cortante de la losa, $\frac{kg}{cm^2}$
G_R	Módulo elástico Rodríguez, en $\frac{kg}{cm^2}$
G_M	Módulo elástico Maxwelliano, en $\frac{kg}{cm^2}$
G_K	Módulo elástico Kelviniano, en $\frac{kg}{cm^2}$
\mathcal{L}	Operador lineal de Laplace
\mathcal{R}_v	Operador lineal de la componente volumétrica del tensor de esfuerzos (sólido de tres parámetros)
\mathcal{R}_0	Operador lineal de la componente distorsional del tensor de esfuerzos (Modelo de Maxwell)
p_1	Constante viscoelástica del modelo de Burgers, en días
p_2	Constante viscoelástica del modelo de Burgers, en días ²
P_t	Fuerza efectiva de tensado, en kg
P_0	Fuerza inicial en el concreto inducido por el tensado, en kg

\mathcal{D}_V	Operador algebraico de la componente volumétrica del tensor de deformación (sólido de tres parámetros)
\mathcal{D}_0	Operador correspondiente a la componente distorsional de la deformación (Modelo de Maxwell)
q_0	Constante de la ecuación constitutiva similar a E, $\frac{kg}{cm^2}$
q_1	Constante de la ecuación constitutiva similar a η , $\frac{kg}{cm^2 \cdot dia}$
q_2	Constante de la ecuación constitutiva asociado a la aceleración, $\frac{kg}{cm^2 \cdot dia^2}$
T	Temperatura (°C)
t	Tiempo
t_i	Tiempo en el instante i
$[T_{jk}]$	Tensor general de esfuerzos en un punto
$[r_0]$	Componente distorsional del tensor $[r_{jk}]$
$[r_v]$	Componente volumétrica del tensor $[r_{jk}]$
$\omega(x, y)$	Configuración de la superficie media desplazada, en m
w_{mn}	Desplazamiento de la losa, con m y n números de ondas (adimensional)
w_0	Peso propio del material, en kg/m^2
$\Delta P_{Diferidas}$	Pérdidas diferidas
$\Delta P_{Instantáneas}$	Pérdidas instantáneas
ΔP_{AEC}	Pérdida de presfuerzo por acortamiento elástico del concreto
ΔP_{CS}	Pérdida por carga sostenida
ΔP_{CF}	Pérdida por contracción por fraguado
ΔP_F	Pérdidas por fricción
ΔP_{PC}	Pérdida por penetración de cuñas
ΔP_{RA}	Pérdida por relajación del acero de presfuerzo
δ_f	Desplazamiento axial final, en m
δ_i	Desplazamiento axial inmediata, en m
ε	Deformación unitaria, %

ε_f	Deformación final por contracción del concreto, adimensional
ε_{sh}	Deformación generada por la contracción del concreto, adimensional
$\dot{\varepsilon}$	Velocidad de deformación unitaria, en s^{-1}
$\ddot{\varepsilon}$	Aceleración de la deformación, en s^{-2}
η	Coefficiente de viscosidad (dinámica)
η_M	Coefficiente de viscosidad Maxwelliano, en $\frac{kg * dia}{cm^2}$
η_K	Coefficiente de viscosidad Kelviniano, en $\frac{kg * dia}{cm^2}$
λ y μ	Constantes de Lamé
ν	Coefficiente de Poisson, adimensional
σ	Esfuerzo, en $\frac{kg}{cm^2}$
$\dot{\sigma}$	Velocidad del esfuerzo, en $\frac{kg}{cm^2 \cdot seg}$
$\ddot{\sigma}$	Aceleración del esfuerzo, en $\frac{kg}{cm^2 \cdot seg^2}$
τ_K	Tiempo de retardo del cuerpo de Kelvin, en s

CAPÍTULO I

INTRODUCCIÓN

I.1 INTRODUCCIÓN

La ingeniería civil es una disciplina estrechamente vinculada al desarrollo económico de un país, cuyo objetivo principal es poner los recursos naturales al servicio del ser humano para mejorar su calidad de vida, cada vez con materiales, equipos y programas que están al día en la tecnología.

Se han descubierto materiales con propiedades eficientes ante condiciones particulares de trabajo, los cuales en ingeniería se combinan para obtener un elemento estructuralmente competente, aprovechando y eliminando de esta manera las ventajas de cada material, lo cual se logra parcialmente. En el campo de las estructuras, la combinación más popular es la del concreto-acero.

Es evidente, que el buen funcionamiento de las obras durante su vida útil depende de un buen análisis y diseño, en las cuales se deben considerar todos los parámetros que intervienen en dicho proyecto, así como el nivel de simulación más aproximado y razonable de los elementos que conforman la estructura, para cada etapa de estudio.

Una variable importante, que debe ser tomada en cuenta, es el tiempo, ya que a través de ésta, algunos materiales experimentan cambios desfavorables a la funcionalidad y estabilidad, lo que provoca que el elemento presente un comportamiento inelástico. La reología, estudia la continuidad en la deformación de todo cuerpo aparentemente continuo y unido interiormente; aporta bases para considerar el efecto del tiempo. La viscoelasticidad que forma parte de la reología, se enfoca a la evolución de las deformaciones en los materiales cuyo comportamiento es diferente al cuerpo elástico.

En un elemento híbrido de acero-concreto a flexión constante, el material que está sujeto a un proceso continuo de deformación a lo largo de su existencia es el concreto; por esta razón, se considera en este trabajo que este material presenta un comportamiento viscoelástico, en donde la velocidad de aplicación, los efectos de contracción y fluencia del material son fundamentales en la evolución de esfuerzo con el tiempo.

Al transcurrir el tiempo, el concreto se acorta en ambas direcciones, a diferencia del acero de refuerzo y el de presfuerzo que se encuentra postensado. Cuando la carga se aplica lentamente, el elemento presenta un comportamiento más viscoso que elástico, y viceversa cuando la carga se aplica rápidamente.

Volumétricamente en la masa de concreto postensado o reforzado, las deformaciones del acero son estables a lo largo del tiempo (por su estructura cristalográfica), mientras que las del concreto evolucionan, debido a la hidratación del cemento y deformación bajo carga sostenida, que se conoce como el fenómeno de envejecimiento, en el cual interviene para producir un cambio de propiedades mecánicas al transcurrir el tiempo. Durante las etapas de colado y fraguado del concreto, se generan esfuerzos en su interior, y las fuerzas de presfuerzo decrecen continuamente con el tiempo; la sobreestimación y subestimación de las pérdidas asociadas producen efectos contraproducentes en el elemento estructural.

Al aparecer la técnica del presfuerzo genera una gran cantidad de información, teorías, reglamentos y métodos para predecir o determinar la deformación total en el tiempo, sin embargo, no existe en nuestro país un procedimiento con bases sólidas para estimarlos.

En el presente trabajo, se analizaron las causas y consecuencias que trae consigo el fenómeno de envejecimiento del concreto, con enfoque macroscópico, en un puente lanzado, formado de traveses de acero y concreto postensado unidos mediante conectores. Así se estudia la interacción del acero-concreto para soportar y transmitir las cargas móviles en el tiempo.

En ingeniería estructural, existen varias técnicas y métodos para la construcción de puentes. En el presente trabajo se concentra en un puente lanzado, cuyas características se describen en el capítulo II.

En el tercer capítulo se describen los materiales con que está constituida toda la obra del puente, y se describen las propiedades mecánicas correspondientes.

Debido a que el concreto experimenta diversas etapas ante carga sostenida, no es posible precisar que parte de la deformación por carga sostenida se debe a cada caso, por lo que se recurre al uso de la viscoelasticidad, con el empleo del modelo de Burgers Modificado, tratado en el capítulo IV para predecir las deformaciones.

En el capítulo V se describen los métodos y códigos vigentes de mayor importancia que predicen las deformaciones diferidas. El modelo matemático utilizado se describe en el capítulo VI.

El análisis de la losa postensada se realiza en el capítulo VIII, en el cual se partió del análisis elástico no lineal para obtener el viscoelástico, y así, observar la evolución de los esfuerzos. Posteriormente se analizarán los efectos que producen en diferentes procedimientos constructivos para puentes.

Finalmente, se dan recomendaciones para los efectos diferidos, afín de obtener un comportamiento adecuado, durante la vida útil del puente lanzado.

I.2 ANTECEDENTES

Nuestra sociedad ha motivado el avance tecnológico de la ingeniería en el campo de puentes. La evolución se inicia en la época prehispánica, en el cual se aprovecharon los accidentes naturales (por ejemplo la caída de árboles sobre el cauce de un río, la acción dinámica del agua, etc.) para salvar obstáculos; posteriormente se construyeron puentes colgantes peatonales (hamacas) hechos a base de madera; después se ejecutaron puentes a base de piedra labrada, lo que requirió conocer las propiedades de los materiales utilizados como material de soporte, en nuestros días se recurre al Acero, Concreto Reforzado y Presforzado.

En nuestro país cuando en el año 1926, se inicia la construcción de carreteras, los ingenieros se encargaron de proyectar y construir puentes tipo: para claros de 1m a 6m se recurrió, losas planas de concreto, en claros de 7m a 15m se usaron losas nervadas, y para longitudes mayores de 15m, se construyeron con acero (traveses de alma llena, armaduras y arcos).

En la actualidad, existen puentes que salvan los 50m construidos con concreto reforzado (continuos o articulados) y hasta del orden de 100m se recurrió concreto presforzado, al aparecer fuentes de información que provenían de Estados Unidos (textos clásico como Ketchum, Kirkham y Wadell), donde por motivos económicos (gran producción de acero y mano de obra cara), resultaban menos costosas las estructuras de acero para claros mayores a 15m que las de concreto.

En Europa, la aparición del concreto presforzado permitió la construcción de puentes con claros intermedios, por la necesidad de reconstruir numerosos puentes destruidos durante actos de guerra.

En México, ésta tecnología se aplicó en el Puente Zaragoza (isostático), sobre el río Santa Catarina, Monterrey N.L.; fue el primer puente de concreto presforzado del continente americano, construido en 1953 bajo la dirección de ingenieros mexicanos, que idearon un sistema original para el sistema de anclaje de los cables de presfuerzo. Se buscó comprobar la validez de sus cálculos, al realizar una prueba de carga en una viga a escala natural.

El puente antes mencionado consta de 5 tramos libremente apoyadas de 35 m de longitud cada uno; su calzada tiene 7.90m de ancho con banquetas para peatones de 2.6 m de ancho. La superestructura de cada tramo se forma con 7 traveses de 1.45m de peralte; el concreto se diseñó con $f'c = 400 \text{ kg/cm}^2$, y acero especial importado de Bélgica, con $f_y = 16,000 \text{ kg/cm}^2$. Mientras, en Estados Unidos, el primer puente presforzado fue proyectado y construido por el Belga Gustavo Magnel.

En 1957, se erigió el Puente Tuxpan, en el estado de Veracruz, que fue una aportación de la ingeniería mexicana. Fue la primera obra en que se aplicó el sistema de dovelas en doble voladizo. El puente tiene claros de 92m de tipo Gerber, con articulaciones metálicas en los claros.

El éxito del presfuerzo y la prefabricación permitió recurrir frecuentemente a vigas presforzadas y prefabricadas en los puentes. Con estos elementos se evitaban las obras falsas y se reducían los tiempos de construcción. Al principio, este tipo de estructuras se limitó en su aplicación, por falta de personal calificado y por dificultades para el transporte de los elementos hasta el sitio de las obras, pero esas limitaciones fueron posteriormente superadas en el país

Por primera vez se aplica el uso de vigas presforzadas en el puente que cruza el río Coatzacoalcos de la carretera costera del golfo y del ferrocarril. Durante varios años, este puente, con una longitud aproximada de 1 km, fue el puente mas largo de México.

En puentes de acero estructural, se logra un avance importante, cuando se empieza a aplicar la soldadura en la ejecución de juntas, como ocurrió a mediados de la década de los 50's, que permitió la construcción de estructuras más ligeras. En el puente de Chinipas, del ferrocarril Chihuahua-Pacífico, se construyeron uniones remachadas y soldadas en una armadura de tres tramos continuos de paso superior con un ingenioso sistema de montaje.

En las estructuras de acero de los puentes Fernando Espinosa y Mariano García Sela, se diseñó en México un sistema de piso con placa ortotrópica. Con lo que se logró una considerable reducción del peso propio, ya que la placa de la calzada, además de recibir las cargas vivas, trabaja como patín superior de las costillas, las piezas del puente y las traveses maestras.

El sistema resultó altamente eficiente y optimizó el empleo del acero. En estos puentes, las conexiones se remacharon en las traveses maestras construidas por segmentos en voladizo, y soldadas en el sistema de piso ortotrópico.

Con las estructuras continuas de gran claro, se inicia en México en el año de 1953, una buena etapa en el diseño de estructuras de puente, como fueron :

Puente	Carretera	Superestructura
Corona	Victoria - Matamoros	Concreto Reforzado
Jaltepec	Coatzacoalcos – Salina Cruz	Concreto Reforzado
Mocorito	México – Nogales	Concreto Reforzado
Internacional	Nuevo Laredo – Tamaulipas	Concreto Presforzado
El emperador	México – Puebla	Concreto Presforzado

En nuestro país, los puentes de concreto postensados, aparecieron, con la construcción de varios que se mencionan a continuación:

Puente	Carretera	Longitud (m)
San Juan	Ferrocarril México – Nuevo Laredo	274.20
Coatzacoalcos	Coatzacoalcos – Salina Cruz	966.61
Internacional Suchiate	Tepic - Talismán	360.00
Tesechoacan	Ciudad Alemán – Sayula	106.80
Santo Domingo	Acceso al Ingenio López Mateos	294.30
Becerro	Ferrocarril México-Laredo, Viborillas-Villa de Reyes	163.60
Robalo	Ferrocarril Corondiro – Lázaro Cárdenas	223.30
Usumacinta	Coatzacoalcos – Puerto Juárez	346.00
Tecolutla	Costera del Golfo	367.52
Isla Aguada-Puerto Real	Costera del Golfo	3,247.20
Samaria I	Coatzacoalcos – Puerto Juárez	245.00
Panuco	Tampico – Tuxpan	179.00
Sinaloa	México – Nogales	327.00
Alvarado		529.74
El Emperador	México - Puebla	90.00
Tula	México – Querétaro	496.00
Tlacotalpan	Tlacotalpan – Alvarado, Veracruz	593.00
Metlac	México – Veracruz	430.00
Carrizal II	Coatzacoalcos – Puerto Juárez	170.00
Totolapa II	México – Tuxpan	224.95
Tuxpan	México – Tuxpan	321.00
San Juan Evangelista	Ciudad Alemán – Sayula	144.00
Río Grijalva	Costera del Golfo	238.60

Las deformaciones diferidas siempre han estado presentes inducidos por el peso propio y/o presfuerzo, en ellos los efectos del tiempo los análisis y diseños, resultan ser un problema complejo, que puede atacarse al emplear la viscoelasticidad, que es una rama de la Reología.

La Reología recurre a modelos, con parámetros para evaluar las deformaciones; cuyas bases y fundamentos fueron presentados por Reiner y Bland; para estudiar la relación entre el esfuerzo y deformación mediante relaciones matemáticas constitutivas reológicas de estado. Se dice que un cuerpo se deforma, cuando el sistema de fuerzas aplicadas alterada la forma y tamaño original de la materia, y fluye cuando la deformación cambia continuamente con el tiempo. La reología abarca la elasticidad, viscosidad, plasticidad y combinaciones entre ellas, como son el comportamiento elástico-plástico y viscoelástico.

En la tabla I.1 se muestran la evolución de los conocimientos que dieron origen a la reología.

Tabla I.1. Evolución de la Reología

MODELOS		AÑO	AUTORES
Materiales Ideales	Cuerpos Rígidos	Muy antiguo	Arquímedes (~250 A.C.) Newton (1687)
	Sólidos Elásticos	1600's	Boyle (1660), Hooke (1678) Young (1807), Cauchy (1827)
	Fluidos No Viscosos	1700's	Pascal (1663), Bernoulli (1738), Euler (1755)
	Fluidos Newtonianos	Principios de los 1800's	Newton (1687), Navier (1823), Stokes (1845), Hagen (1839), Poiseuille (1841), Weidemann (1856)
Viscoelasticidad Lineal		Mediados de los 1800's	Weber (1835), Kohlrausch (1863), Wiechert (1893), Maxwell (1867), Boltzmann (1878), Poynting & Thomson (1902)
Fluidos Viscosos		Fines de los 1800's principios de los 1900's	Schwedoff (1890), Trouton & Andrews (1904), Hatchek (1913), Bingham (1922), Ostwald (1925)- de Waele (1923), Herschel & Bulkeley (1926)
Viscoelasticidad No Lineal		Principios de los 1900's	Poynting (1913), Zaremba (1903), Jaumann (1905), Hencky (1929)
Inicio de la Reología		29 - Abril - 1929	Bingham, Reiner y otros

I.3 OBJETIVO

Para conseguir un comportamiento adecuado en esta estructura mixta (superestructura de acero y concreto), es necesario comprender los mecanismos que rigen los desplazamientos relativos en la interfaz, ya que si estos son relativamente grandes, ambos materiales trabajarán por separado, y la estructura perderá la ventaja de ser un material idóneo, figura I.1.

En lo que concierne al comportamiento global de un puente seleccionado para este estudio, el objetivo principal se centra en determinar los esfuerzos diferidos dentro de la masa de concreto, y su evolución en el tiempo, para entender el estado de la estructura mixta, y definir si se presentan problemas en el plano potencial de deslizamiento (unión traveses de acero-concreto postensado), a medida que transcurre el tiempo, figura I.2.

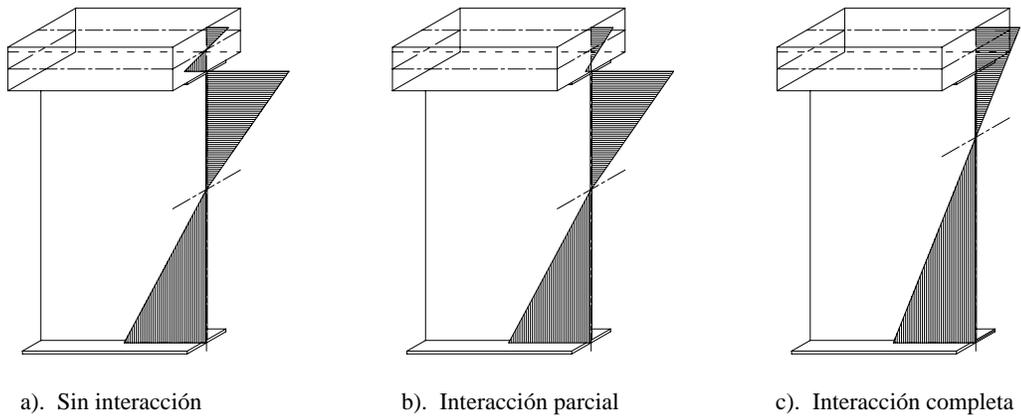
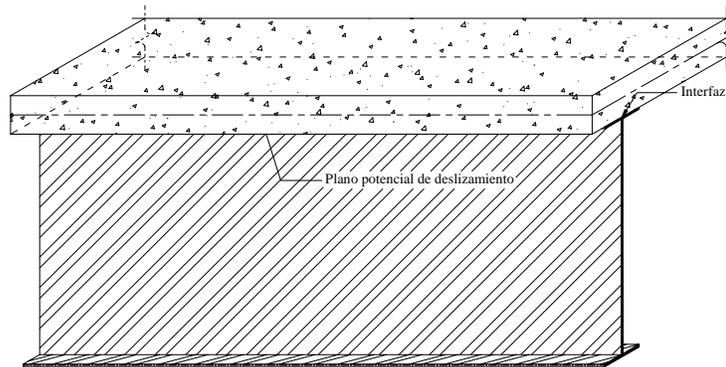
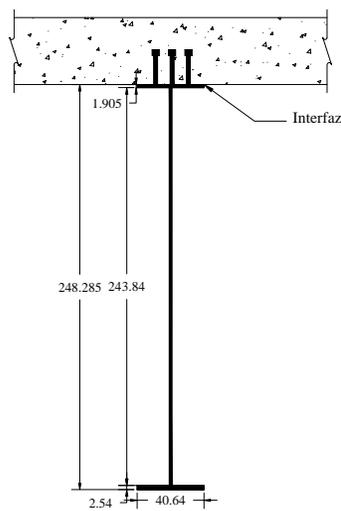


Figura I.1. Deslizamiento en la Interfaz Acero - Concreto



a). Trabe de acero y losa de concreto postensado



b). Plano potencial de deslizamiento

Figura I.2. Interfaz Acero - Concreto

I.4 METODOLOGÍA

Se parte de las expresiones I.1 y I.2, por representar el comportamiento de los concretos elaborados en el valle de México ante carga sostenida y contracción por secado, respectivamente (IIUNAM 1985). Lo anterior se hizo hasta un tiempo de un año, en intervalos de 19 días; con estos datos se alimentó el programa codificado en Fortran para obtener los parámetros viscoelásticos.

$$C_t = \frac{t^{0.60}}{10 + t^{0.60}} C_u \dots\dots\dots I.1$$

$$(\varepsilon_{cs})_t = \frac{t}{35 + t} (\varepsilon_{cs})_u \dots\dots\dots I.2$$

La ecuación I.1, se obtuvo de pruebas experimentales bajo carga constante del 40% de la resistencia a compresión.

Se obtuvieron parámetros para las siguientes resistencias de concreto: $f'c = 200 \frac{kg}{cm^2}$, $f'c = 250 \frac{kg}{cm^2}$, $f'c = 300 \frac{kg}{cm^2}$ y $f'c = 350 \frac{kg}{cm^2}$

Mediante el modelo de Burgers modificado se analizó la losa postensada, con los parámetros viscoelásticos obtenidos de concretos reales del Distrito Federal.

La losa se analizará elásticamente bajo grandes deformaciones (no lineales), a partir de las ecuaciones diferenciales de placa que gobierna los desplazamientos a largo plazo (grandes deformaciones), I.3 y I.4.

$$\frac{\partial^4 F}{\partial x^4} + 2 \frac{\partial^4 F}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4 F}{\partial y^4} = E \left[\left(\frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \right)^2 - \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right] \dots\dots\dots I.3$$

$$w(x, y) = \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} w_{mn} \cdot \text{sen} \frac{m \pi x}{a} \cdot \text{sen} \frac{n \pi y}{b} \dots\dots\dots I.4$$

Una vez obtenida la solución elástica no lineal, se procedió a analizarla viscoelásticamente con el modelo de Burgers modificado. Así se obtuvieron valores de los desplazamientos $w(x, y, t)$, para diversos tiempos, y de ahí, se calculó la evolución de los esfuerzos normales aplicados en los bordes de la placa.

CAPÍTULO II

CARACTERÍSTICAS DE UN PUENTE LANZADO

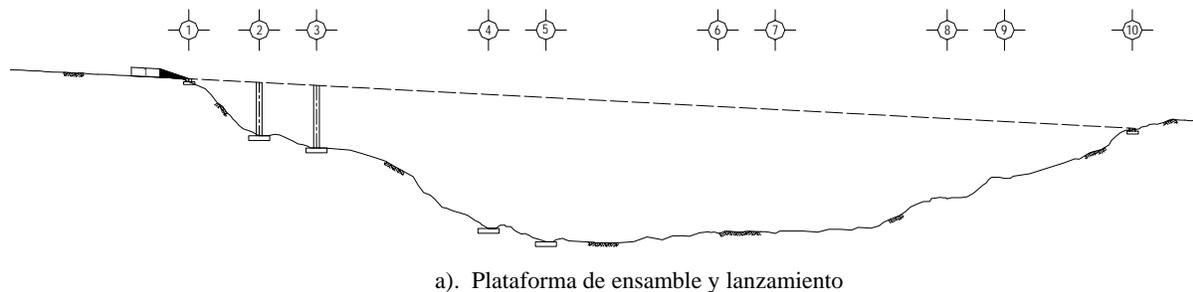
II.1 INTRODUCCIÓN

Un puente se denomina Lanzado, por el diseño del procedimiento constructivo que se sigue durante su colocación sobre los apoyos. Este sistema se inicia en Austria, al lanzar un puente precolado en dovelas presforzadas, en el año de 1962, se construye un puente con una longitud de 500 m, sobre el río Caroni en Guyana-Venezuela, diseñado por F. Leonhardt y W. Baur (ingenieros alemanes). En México se introduce en 1979 este procedimiento, con la construcción del puente Río Tula.

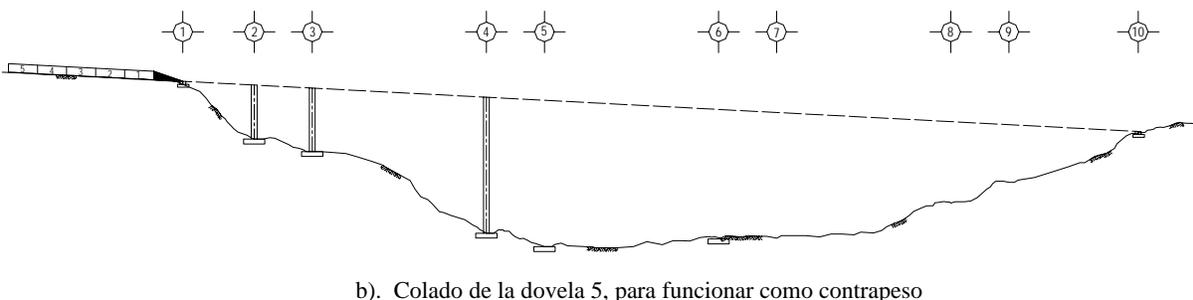
El procedimiento de lanzamiento con empuje se ha implementado, en parte gracias al desarrollo del presfuerzo, que ha aligerado las estructuras y permitido realizar cómodamente el ensamble de elementos, y por otra, al desarrollo del teflón, que con apoyos deslizantes, proporciona un coeficiente de fricción muy bajo. Dentro de este procedimiento, existen cuatro técnicas de lanzado a su posición final, los cuales tienen su aplicación directa a problemas particulares que se presentan a continuación.

II.2 LANZAMIENTO POR TRAMOS

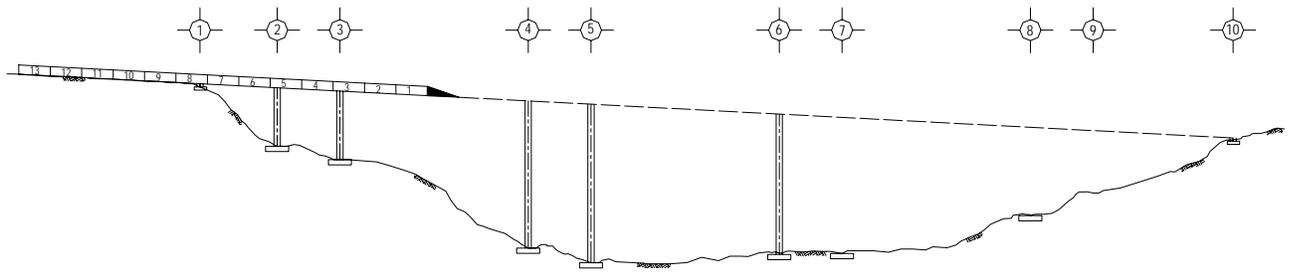
La superestructura del puente se fabrica en segmentos y cuando el concreto alcanza la resistencia suficiente se lanza una distancia igual al segmento recién construido, figura II.1. Las fases características del este procedimiento son: cimbrado, colocación del armado de refuerzo (que se puede habilitar por separado), colocación del acero de presfuerzo, colado del concreto, curado, tensado de los torones, desplazamiento del segmento y cimbrado para el colado contra el extremo del segmento que se acaba de desplazar del siguiente segmento.



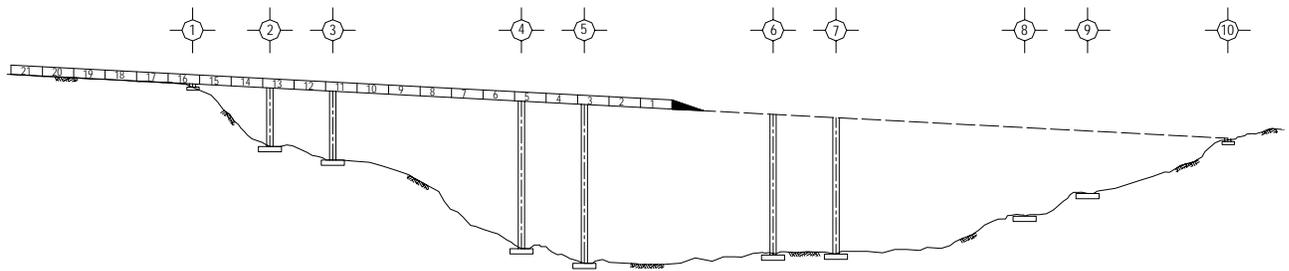
a). Plataforma de ensamble y lanzamiento



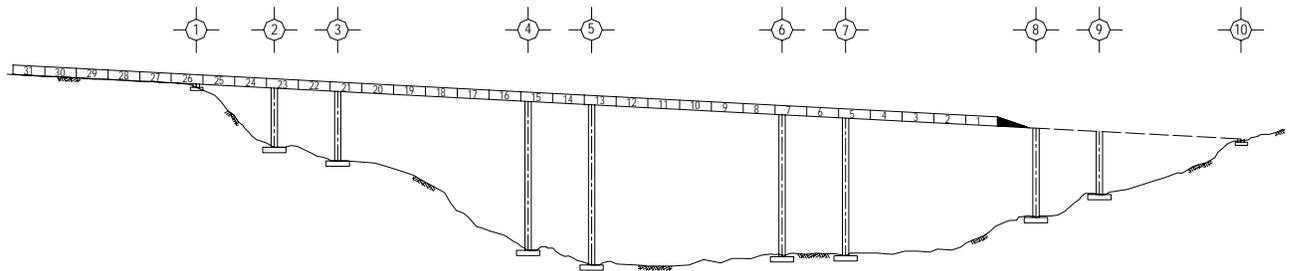
b). Colado de la dovela 5, para funcionar como contrapeso



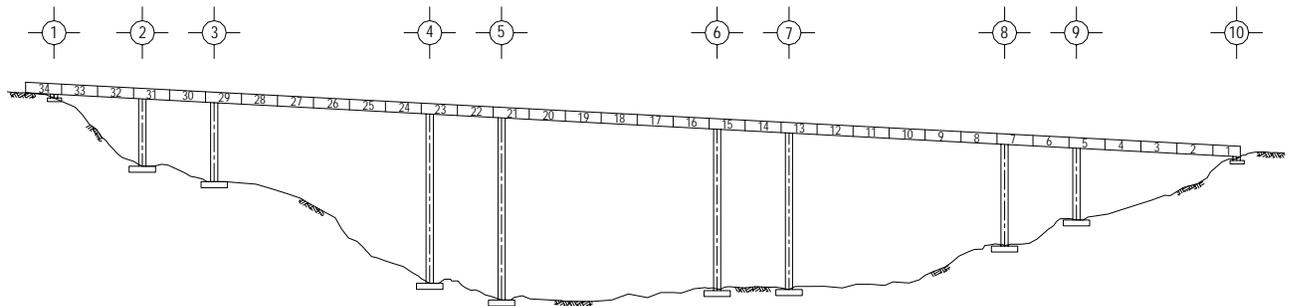
c). Primeras dovelas lanzadas



d). Lanzamiento y ensamble de dovelas



e). Lanzamiento de dovelas finales

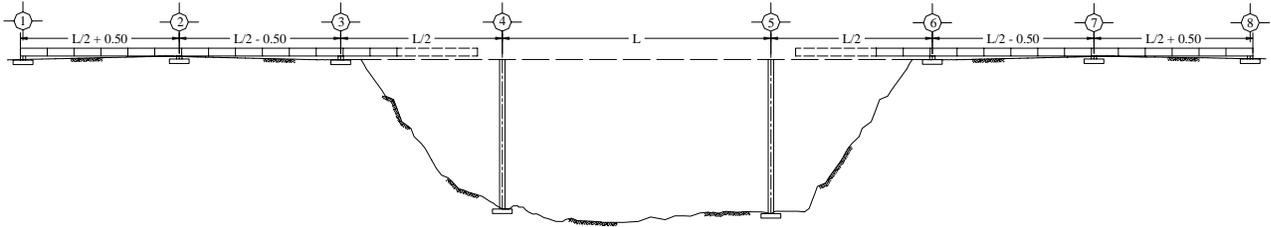


f). Puente al final de proyecto

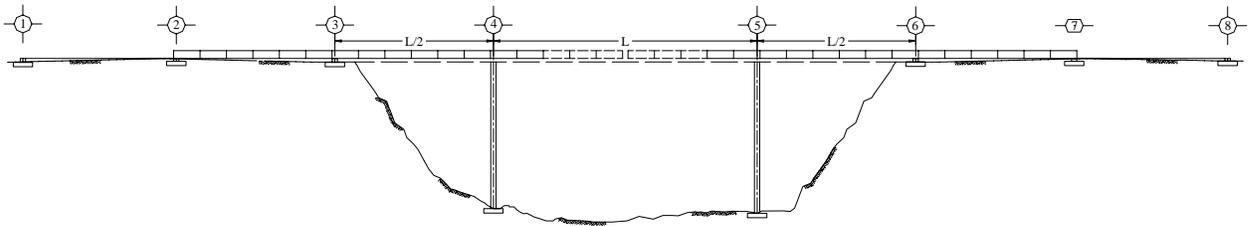
Figura II.1. Lanzamiento por tramos

II.3 LANZAMIENTO COMPLETO

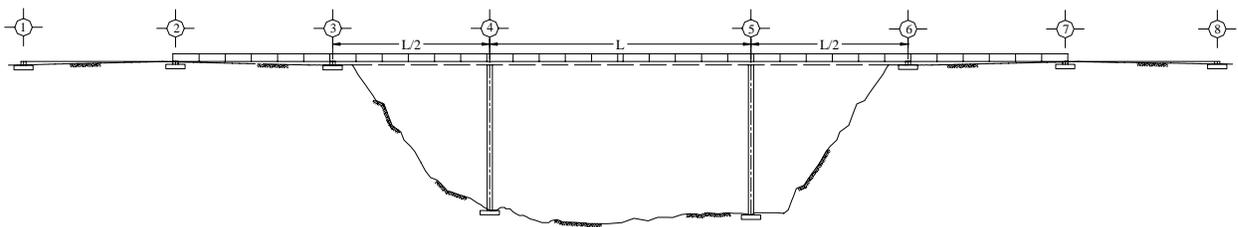
La superestructura se fabrica totalmente en un extremo; o más habitualmente se fabrican tableros correspondientes a mitades del puente desde los dos extremos, tras ello se lanzan hasta la ubicación definitiva, figura II.2.



a). Elaboración de los segmentos



b). Lanzamiento del Puente



c). Puente final de proyecto

Figura II.2. Lanzamiento completo

II.4 GIRO DEL PUENTE COMPLETO

Cuando resulta ser favorable que el puente se construya en la orilla del río, fabricándose paralelamente al cauce del mismo en dos mitades, se giran hasta la ubicación de proyecto, figura II.3.

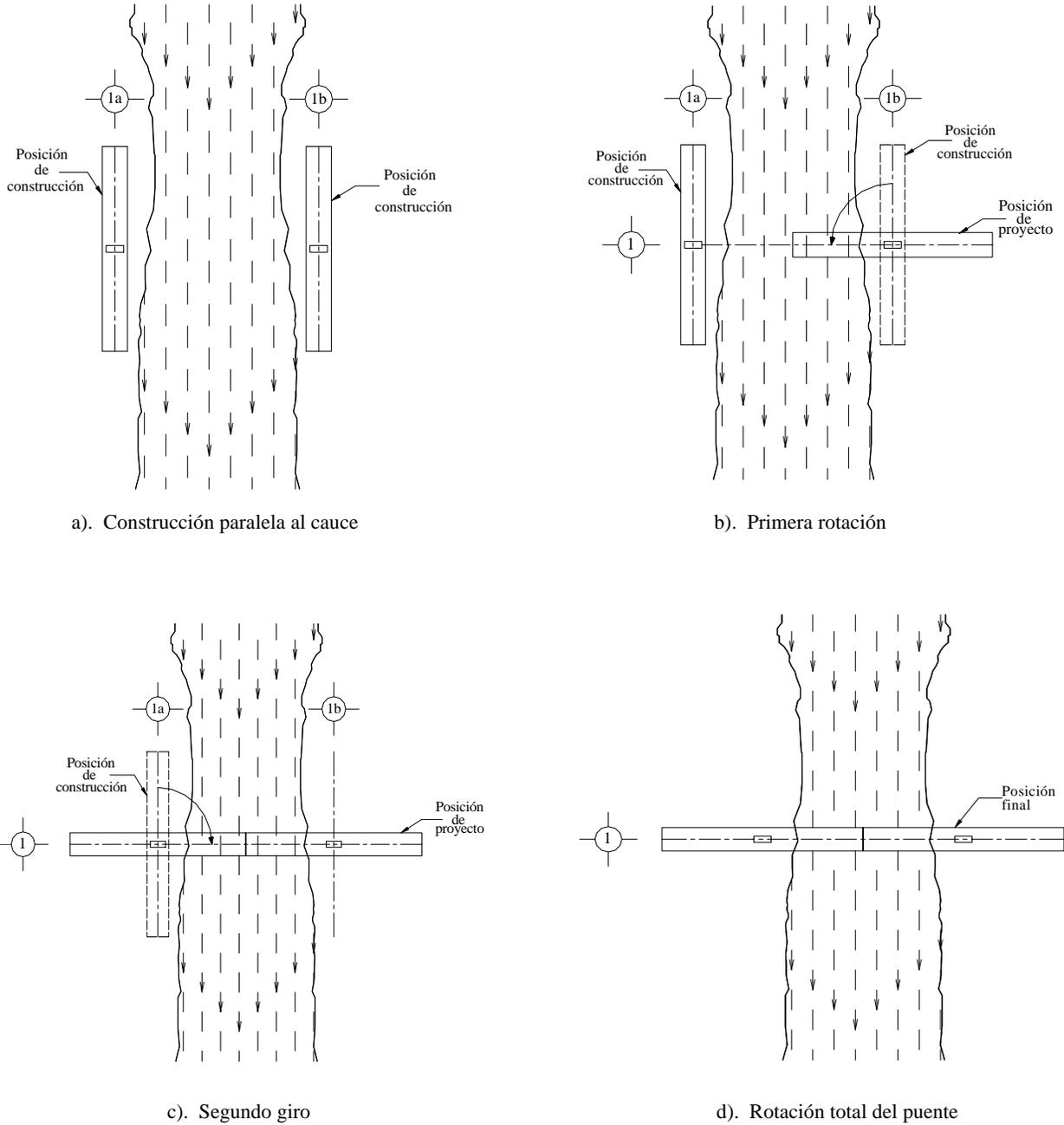


Figura II.3. Lanzamiento por rotación completa

II.5 TRANSLACIÓN TRANSVERSAL

La translación transversal, consiste en construir el puente en una zona paralela a la deseada y trasladarlo transversalmente hasta la ubicación de proyecto, figura II.4. A manera de ejemplo, este procedimiento se utilizó para sustituir un puente atirantado de OberKassel.

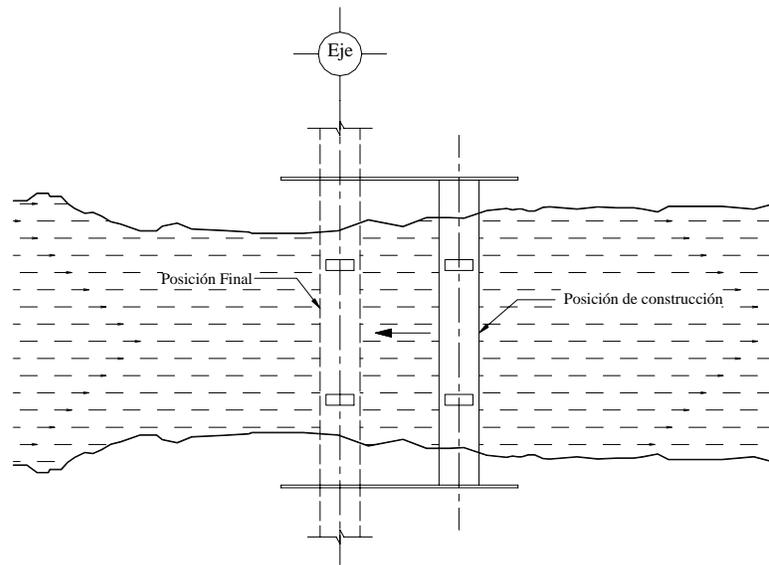


Figura II.4. Lanzamiento con Traslación Transversal

El método común se lanza por tramos; para el empuje será necesario de los siguientes elementos:

Planta de fabricación: El área destinada para la construcción de la superestructura se localiza atrás de un estribo en el eje del puente con tres zonas:

- I. Área en donde se colará la losa inferior y arranque de almas
- II. Se da continuidad a las almas y losa superior, incluyendo de aleros
- III. Área de transición entre la zona II y el primer estribo de empuje, con el objeto de que el puente tenga suficiente longitud y contrapeso, para que no vuelque, antes de que la nariz alcance el apoyo.

Para poder realizar el empujado sin ningún problema, se debe tener una perfecta nivelación y control de los moldes; sin embargo se permiten errores entre 0.5 y 1 mm, que dependen de la fuerza de empuje, y de la posible flexión de la pila.

Durante las fases de lanzado, se cuida que momentos flexionantes alcancen valores altos, con un máximo $M_{m\acute{a}x} = \frac{w_0 L^2}{2}$, magnitud que exige un peralte mayor al utilizado; a la vez, su peso aumentará, lo que requiere mayor empuje y por lo tanto mayor costo del sistema, figura II.5.

Lo anterior se puede evitar mediante dos procedimientos: el primero (más utilizado) consiste en disponer de una nariz de lanzado, y la segunda, recurrir a un atirantamiento provisional, figura II.6 y II.9.

Nariz de lanzamiento: Su función consiste en disminuir el peso del puente durante el proceso de lanzamiento. Consiste en una estructura metálica, conectada a la sección transversal frontal del puente. La longitud de esta componente es de 50% y 60% del claro mayor del puente, la primera se utiliza en puentes de ferrocarriles, mientras la segunda se usa para puentes carreteros.

Cuanto mayor sea la longitud de la nariz, los momentos flexionantes serán mas pequeños, figura II.5.

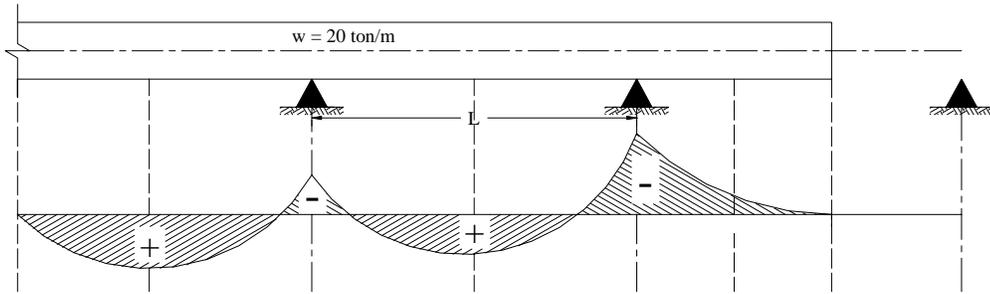


Figura II.5. Momento flexionante sin nariz

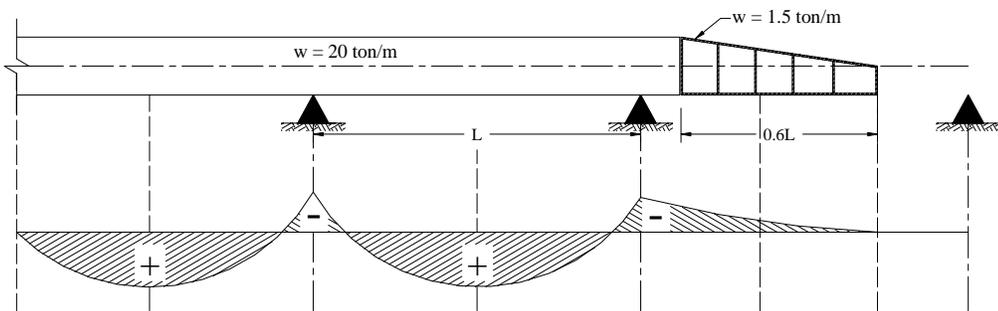


Figura II.6. Momento flexionante con nariz

A medida que el puente se lanza, las secciones transversales se someten a momentos positivos y negativos, correspondientes al peso propio, figura II.7.

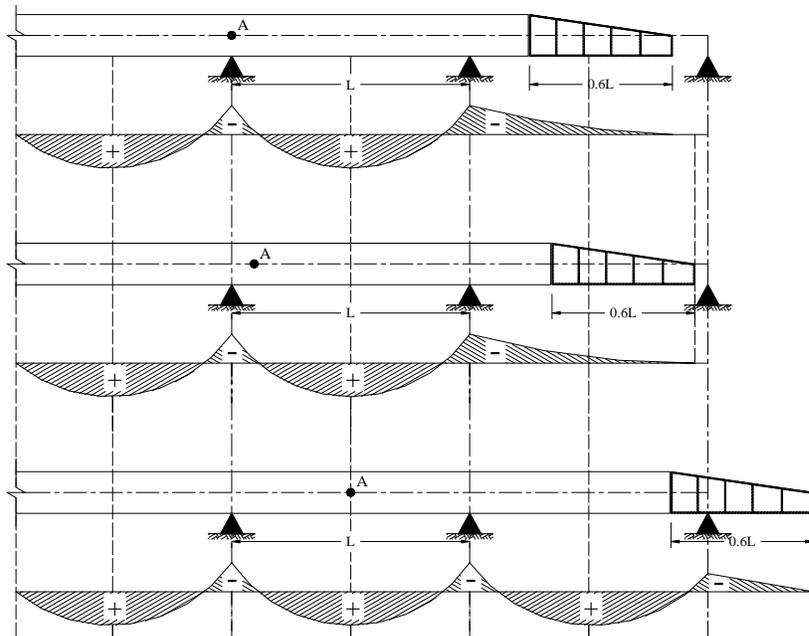


Figura II.7. Momentos flexionantes durante el lanzamiento

Pilas auxiliares: Si resulta necesario, y en general para claros superiores a los 40 ó 50 m., se puede recurrir a pilas provisionales (cimbra), a fin de acortar los claros libres de mayor longitud, figura II.8.

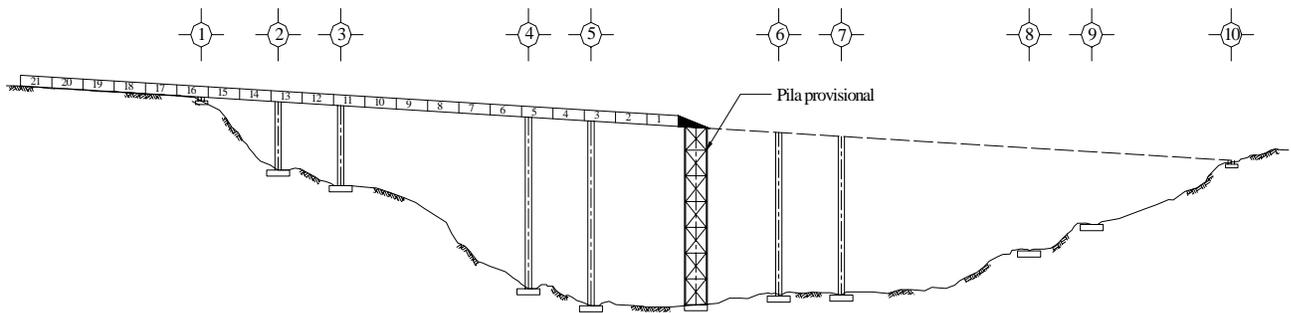


Figura II.8. Pilas Auxiliares

Atirantamiento provisional: Está técnica de lanzamiento se usa cuando resulta difícil hacer uso de pilas provisionales debido a la altura, figura II.9; se emplea de una torre articulada en su base que transmite carga axial. Tiene la desventaja de incrementar la reacción vertical del puente en las pilas, lo que no ocurre en la misma medida con la nariz de lanzado; aunado a esto, surge la necesidad de incrementar la longitud de la planta de fabricación. El objetivo principal del atirantamiento provisional es evitar grandes momentos flectores negativos que se producen sobre el apoyo, cuando el voladizo alcanza la longitud del vano total.

El atirantamiento provisional se puede aplicar también en puentes en arco, y en general, en todos aquellos procesos en los que la ley de momentos de peso propio difieren muy sustancialmente de los momentos que tendría en un colado total sobre la cimbra.

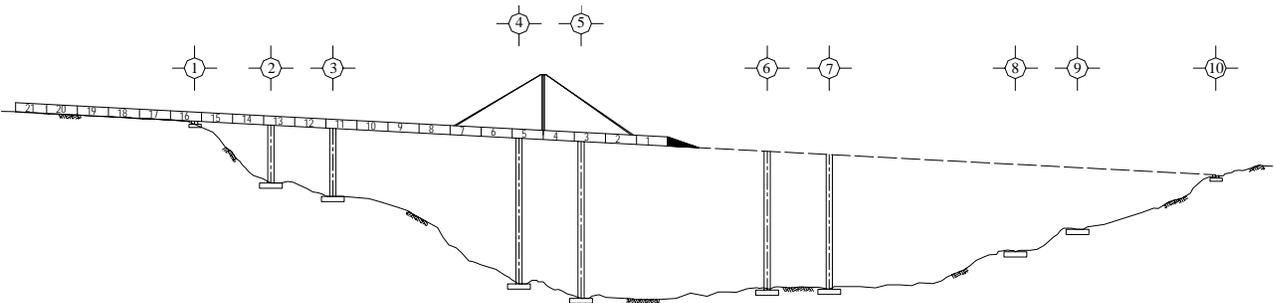


Figura II.9. Lanzamiento con tirantes provisionales

Apoyos de neopreno-teflón: Facilitan el proceso de lanzamiento, debido a que reducen el coeficiente de rozamiento. Este aditamento se coloca en puntos de apoyo como las pilas, estribos y planta de fabricación, con carácter provisional para el deslizamiento.

Dispositivos de lanzamiento: Proporcionan la fuerza de arrastre o de empuje para mover el puente en cada fase de lanzamiento.

Existen dos métodos de lanzamiento, uno de ellos consiste en utilizar gatos concéntricos, que apoyándose contra la cara en uno o ambos estribos jalan o tiran de barras o de torones que se encuentran anclados en una zapata o dispositivo de empuje, y que actúa contra el último segmento colado y tensado.

El otro procedimiento se aplica mediante un dispositivo desarrollado en Alemania, en el año de 1979, que consiste en levantar y empujar, lo cual se logra mediante un sistema que consiste en un gato vertical que al actuar levanta la superestructura aproximadamente 5 mm, y se desliza con ella sobre placas de acero inoxidable, las cuales resbalan entre almohadillas de teflón.

CAPÍTULO III

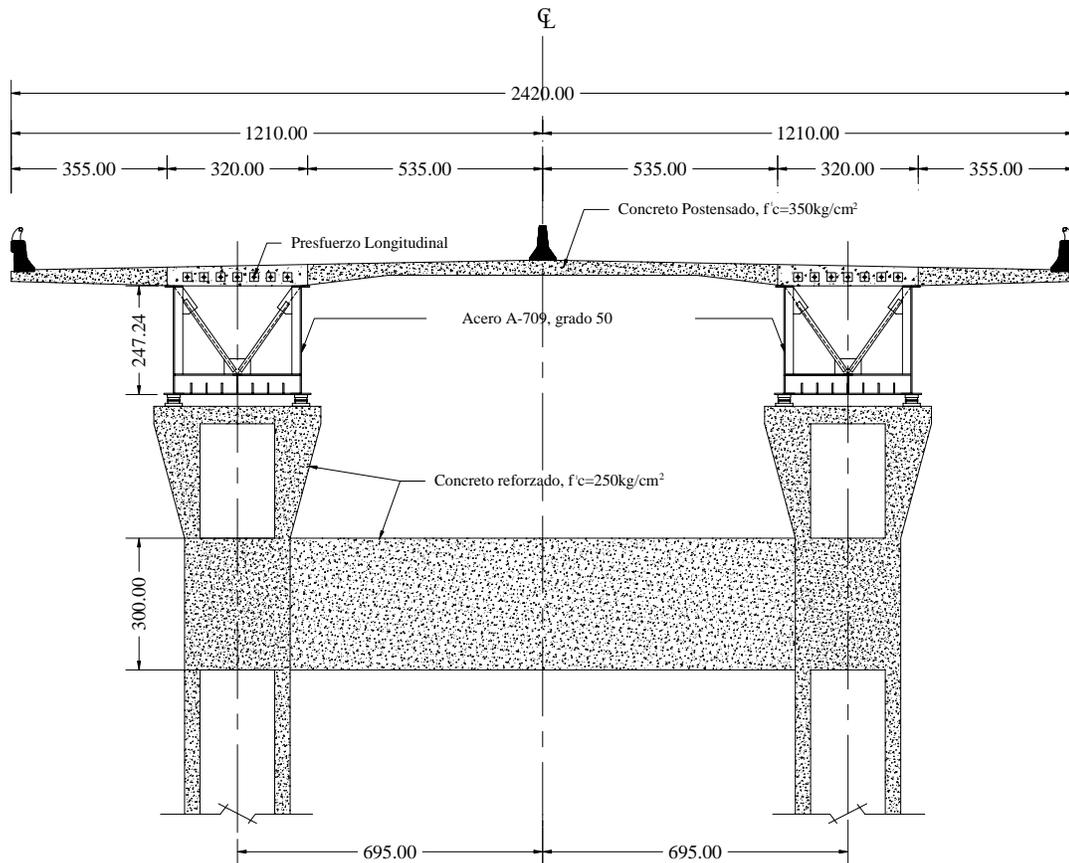
CARACTERÍSTICAS Y MATERIALES SELECCIONADOS EN UN PUENTE

III.1 INTRODUCCIÓN

Existen en el mundo puentes con superestructura de acero-concreto, en donde las traveses se forman con parte de acero, lo que permite que el puente sea más ligero y flexible, con el beneficio de hacer aplicable la técnica de lanzado.

III.2 DESCRIPCIÓN GENERAL DEL PUENTE

La superestructura del puente que se seleccionó, se forma con dovelas de acero tipo cajón, y sobre ella, una losa de concreto postensado de espesor variable, figura III.1.



Acot. cm

Figura III.1. Sección transversal del puente

El puente tiene una longitud total de aproximadamente 395m y un ancho de 24.2m; presenta 9 claros, uno de 29.5m, cuatro de 24m, tres de 71.90m y uno de 53.4m; la superestructura se apoya en dos ejes de pilas unidas por un travesaño en cada pila, figura III.2.

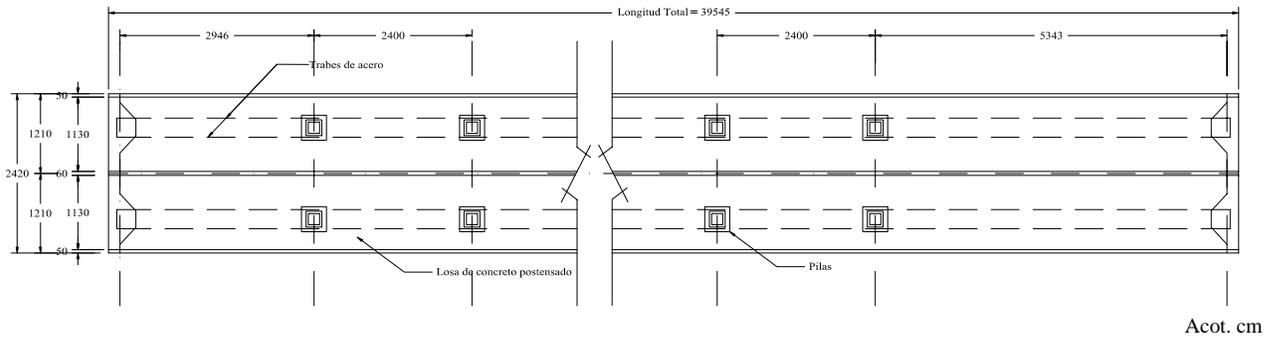


Figura III.2. Vista longitudinal del puente

El empujado se hizo en 7 fases, a partir del caballete No. 10 hasta No. 1.

- 1) La superestructura se empujó desde el caballete 10, a un nivel de 20 cm por arriba del nivel definitivo de proyecto.
- 2) Se armaron en la plataforma de ensamble la nariz de lanzamiento de 12 m de longitud y las dovelas D-1 a D-6 (72m), figura III.3.
- 3) Se empujaron las dovelas antes armadas desde el caballete No. 10 mediante equipo con capacidad para empujar 800 ton de peso. Al tener el espacio suficiente, se armaron y ensamblaron las dovelas D-7 a D-9.
- 4) Se conectaron entre si las dovelas empujadas (D-1 a D-6) con las dovelas ensambladas (D-7 a D-9), reforzándose la sección crítica del volado, con un atirantamiento provisional para controlar las flechas presentes durante el empujado.
- 5) Se ensamblaron las dovelas D-10 a D-15, y antes de que la mitad de la dovela D-9 cruzó el eje del caballete No. 10, se conectaron las dovelas D-9 y D-10
- 6) Antes de que la mitad de la dovela D-15 cruzó sobre el eje del caballete No. 10 se conectaron entre si las dovelas D-15 y D-16 y se reiniciará el empujado. Al tener espacio en la plataforma, se ensamblaron las dovelas D-22 a D-27, sin conectarse a la dovela D-21 que se empujo.
- 7) Una vez que la nariz de lanzamiento se desplazó en su totalidad sobre el eje del caballete No. 1, se procedió a destensar en forma simultánea los cables de presfuerzo, removiendo los anclajes.

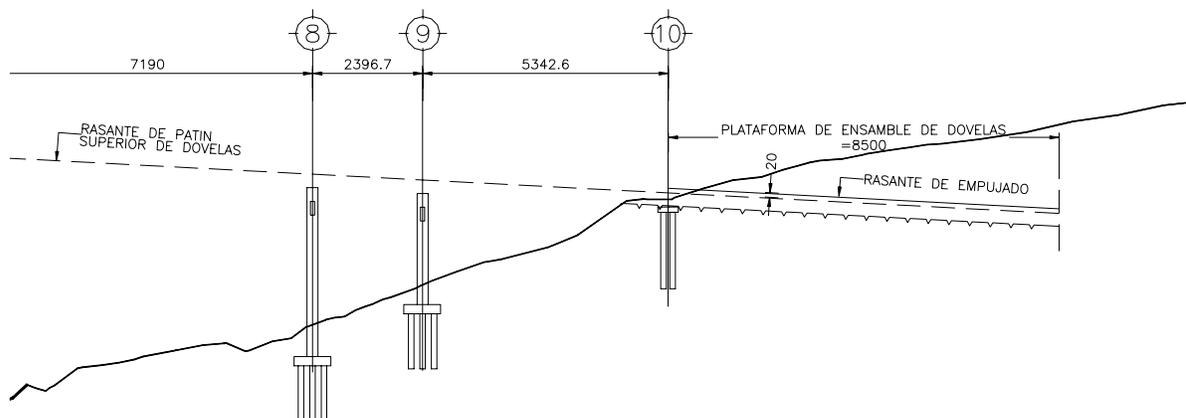


Figura III.3. Plataforma de ensamble

III.3 CONCRETO ESTRUCTURAL

El concreto es el resultado de mezclar materiales activos (agua y cemento) e inertes (agregados grueso y fino), los cuales, al unirse presentan una reacción química, de lo que resulta un elemento sólido, con propiedades estructurales específicas.

Los agregados finos y gruesos ocupan comúnmente de 60% a 75% del volumen del concreto (70% a 85% en peso), e influyen notablemente en las propiedades del concreto recién mezclado y en el costo.

Se concibe al concreto estructural, como la gama de concretos que se pueden usar para propósitos estructurales, cuya función es resistir y transmitir acciones; y puede ser concreto simple, reforzado y presforzado. Al paso del tiempo, este material sufre etapas y cambios ante o sin acciones sostenidas, sin embargo, se pueden controlar mediante un curado adecuado, según sean las condiciones naturales.

Los efectos estudiados en este trabajo, fueron las deformaciones diferidas generadas por la contracción por secado y por carga sostenida, esto se traduce en cambios de volumen y esfuerzos actuantes. En el proyecto en cuestión, se uso concreto estructural con las siguientes especificaciones:

Materiales para concreto

Piedras naturales	S.C.T. 4.01.02.003 B
Cemento Pórtland	S.C.T. 4.01.02.004 Tipo I, II, III ó IV
Agregados para el concreto	S.C.T. 4.01.02.004 E
Agua para el concreto	S.C.T. 4.01.02.004 G

Concreto

Para $f'c = 250 \frac{kg}{cm^2}$, se exigió un revenimiento de 5 a 10 cm y agregado grueso con tamaño máximo de 19 mm; para $f'c = 350 \frac{kg}{cm^2}$ con revenimiento de 6 a 8 cm, agregado grueso con tamaño máximo de 19mm y compacidad mayor a 0.8. La resistencia a usar dependió de la ubicación del elemento a ejecutar, (tabla III.1).

Tabla III.1. Resistencias del concreto en el puente

Ubicación	f'c (kg/cm ²)
Parapetos	250
Remates	250
Barrera central	250
Losa de calzada	350
Caballetes	250
Pilas	250

En la mayor parte de los colados, se recurrió a curado con vapor, a fin de alcanzar rápidamente la resistencia exigida en los planos.

III.4 ACERO PARA REFUERZO DEL CONCRETO

El acero proviene de la laminación en caliente de lingotes de acero, tratados en horno de hogar abierto a partir de hierro, chatarra o tratados de la relaminación de rieles de ferrocarril. El tipo de acero a usar se seleccionó de acuerdo a su ubicación, tabla III.2.

Tabla III.2. Esfuerzo de fluencia del acero en el puente

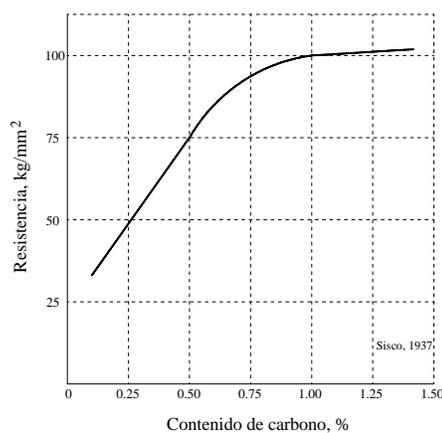
Ubicación	f_y (kg/cm ²)
Parapetos	$\geq 4,200$
Remates	$> 4,200$
Barrera central	$\geq 4,200$
Losa de calzada	4,200
Junta de dilatación	$\geq 4,200$
Caballetes	4,200
Pilas	4,200

Se tuvo especial atención en la limpieza de las varillas, para evitar óxido suelto antes de depositar el concreto. Los empalmes se traslaparon, soldaron y se localizaron según las condiciones y se procuró al máximo distribuirlos adecuadamente en el sitio.

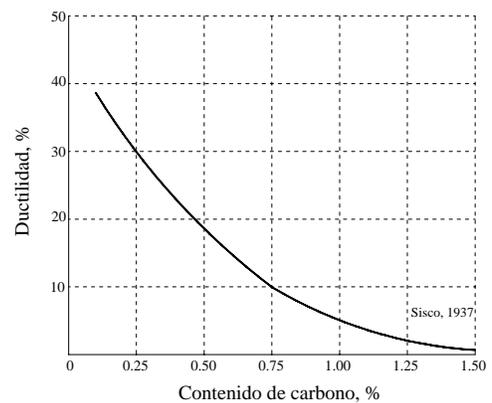
III.5 ACERO ESTRUCTURAL

El acero resulta de la aleación de hierro y carbono, con pequeñas cantidades de otros elementos, los cuales proporcionan dureza y elasticidad. El contenido de carbono juega un papel importante en el acero, ya que de la relación carbono-resistencia depende la resistencia figura III.4a. Sin embargo, la ductilidad es inversamente proporcional al contenido de carbono, figura III.5b.

En el puente en estudio, el acero a utilizar en traveses cajón (maestras), será el ASTM A709 Grade 50W que equivale al ASTM Grade A588 o AASHTO Grade M222, en tuercas y pernos A-325, mientras en conectores ASTM A-108 (Nelson). El acero estructural A588 de grado 50 (denominación ASTM) correspondiente a un acero de alta resistencia y baja aleación, con una resistencia relativa a la corrosión respecto al acero común de 4.



a). Resistencia vs Carbono



b). Ductilidad vs Carbono

Figura III.4. Efecto del contenido de carbono

Las propiedades mecánicas del acero para el puente

$$f_y = 3,515 \text{ kg/cm}^2$$

$$f_{y\text{último}} = 4,921 \text{ kg/cm}^2$$

Las propiedades químicas:

Carbono	0.19%
Manganeso	0.8 – 1.25%
Fósforo	0.04%
Sulfato	0.05%
Silicon	0.3 – 0.65%
Cromo	0.4 – 0.65%
Niquel	0.4%

III.6 ACERO PARA PRESFUERZO

El acero para presfuerzo es un acero no aleado, con un alto contenido de carbono. Se presenta en alambres, torones, cables y barras. El alambre es el componente básico del cable de acero, el cual se fabrica en diversas calidades. Se fabrican en diámetros de 3 a 7, 9.4 y 10 mm y las resistencias varían desde 16,000 hasta 19,000 kg/cm². El torón se forma por un número de alambres torcidos, con esfuerzo de fluencia no bien definido. Para aplicaciones de postensado, el torón se cubre con plástico y grasa. El cable está formado por varios torones que son torcidos de forma helicoidal sobre un núcleo, que puede ser de henequén, polipropileno o alambres de acero que se llama alma, núcleo o corazón, figura III.5.

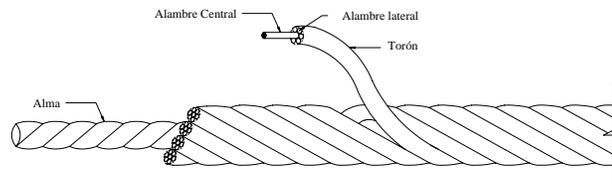


Figura III.5. Partes de un cable de Presfuerzo

Existen en México dos diámetros comerciales de cables comunes, 0.5” y 0.6” (13 mm y 15mm). Cumplen con la norma ASTM-A-421 y ASTM-A-416. Las características del cable en el puente se muestran en la tabla III.3. Todos los cables, se tensaron cuando el concreto alcanzó el 80% de su resistencia, a 28 días.

Tabla III.3. Características del Presfuerzo

Concepto	Valor
Área por torón	1.39 cm ² y 0.987 cm ²
Esfuerzo de ruptura mínima garantizada	19,000 kg/cm ²
Esfuerzo de límite de fluencia al 1% de alargamiento	17,100 kg/cm ²
Bajo relajamiento	3.5 % (máximo)
Módulo de elasticidad	1,960,000 kg/cm ²
Coefficiente de pérdida de tensión lineal	0.0031 /m
Coefficiente de fricción por curvatura	0.23 / rad

En la losa postensada se especificaron las características mostradas en la tabla III.4.

Tabla III.4. Presfuerzo longitudinal y transversal

Concepto	12 ϕ 15	4 ϕ 13
Diámetro exterior del ducto	80 mm	42 mm
Área total del cable	16.68 cm ²	3.95 cm ²
Carga mínima de ruptura (Ppu)	318,972 kg	75,012 kg
Carga en los torones debido al presfuerzo por la tensión del gato (80% Ppu)	255 ton	60 ton
Corrimiento de los anclajes	9mm	6mm
Forma de tensado	Un solo lado	Un solo lado y alternadamente

La fluencia y relajación del acero de presfuerzo indican propiedades inelásticas, atribuibles a reajustes de átomos por la existencia de esfuerzo constante a que está sometido.

Los factores que influyen en la relajación, son la temperatura, humedad, magnitud del esfuerzo aplicado y el proceso de la elaboración. La relajación produce cambio de esfuerzo, cuando se presenta una deformación constante (alargamiento); se relaciona directamente con la fluencia, figura III.6.

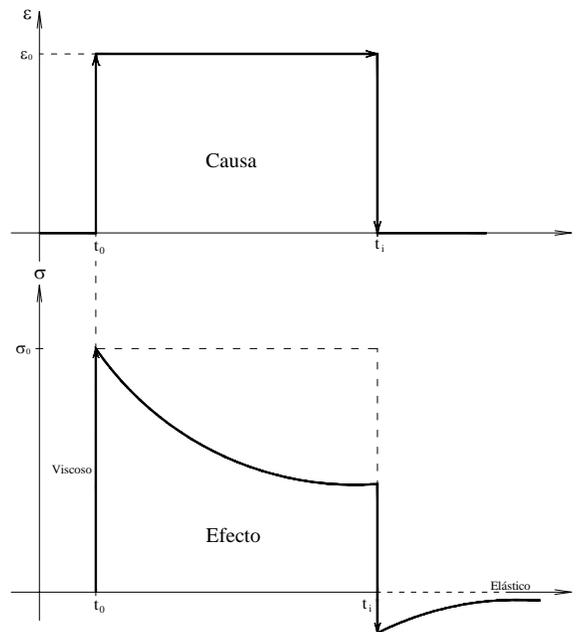


Figura III.6. Relajación del presfuerzo

El presfuerzo longitudinal en el puente en estudio se usó en los ejes de apoyo de la superestructura (pilas). En el eje 3 se colocaron 13 cables de 12 ϕ 15 con longitud de 14 m; en el tramo de la pila 4-5, 6-7, y 8-9 se usaron 13 cables de 12 ϕ 15 con una longitud de 38m, figura III.7

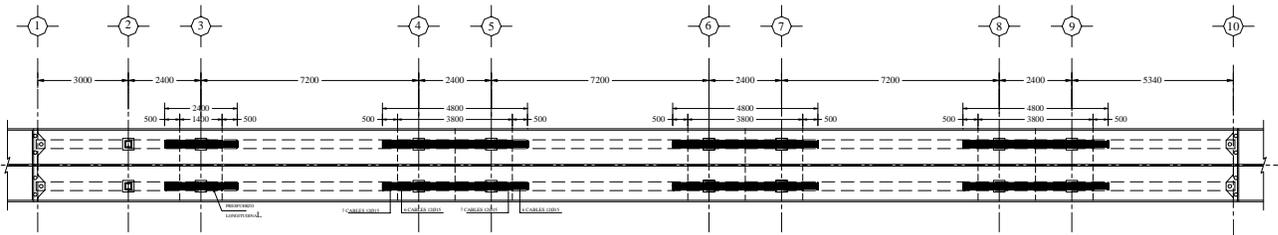


Figura III.7. Presfuerzo Longitudinal

El arreglo de cables de presfuerzo de 15mm de diámetro se muestra en la figura III.8; cuentan con anclajes activos y pasivos con las correspondientes preparaciones en los extremos, para el correcto tensado, como son zunchos de varilla para confinar el concreto y así evitar desconchamientos.

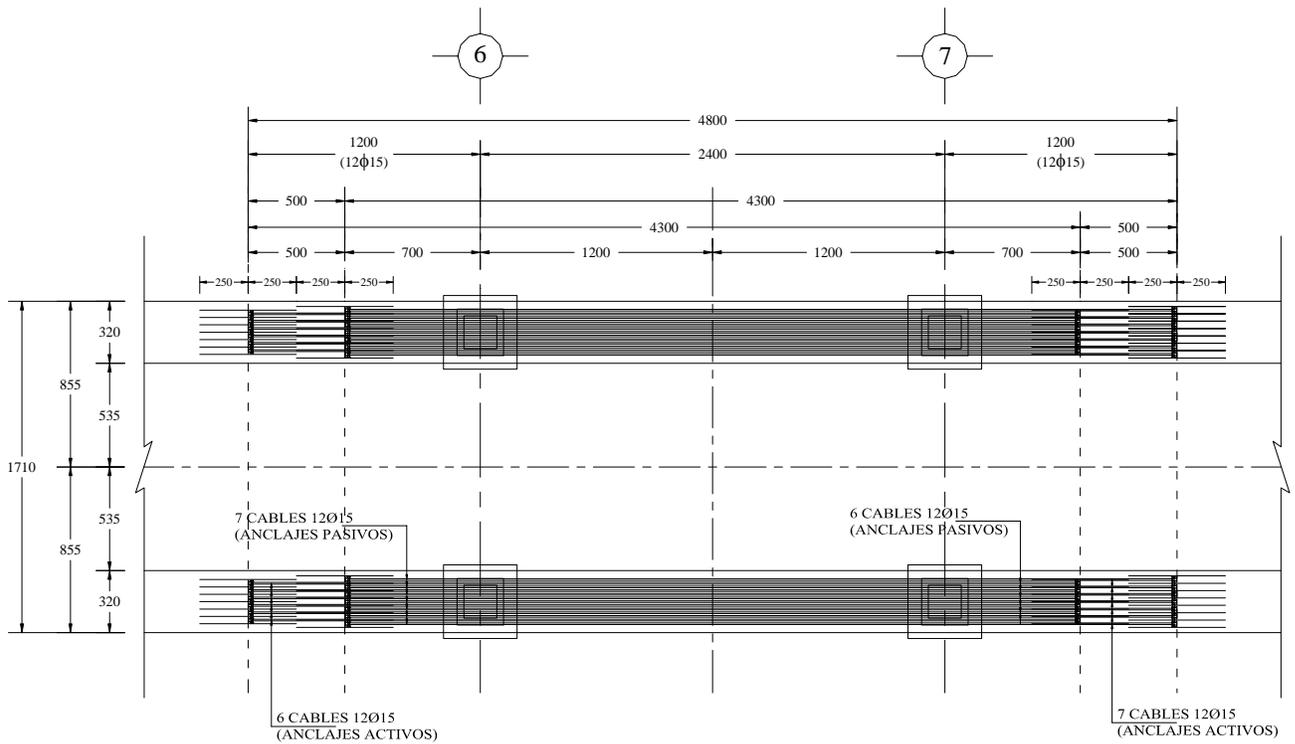


Figura III.8. Detalle del Presfuerzo Longitudinal

El presfuerzo transversal se logró con cables de 4 torones de 13mm de diámetro en toda la longitud del puente, con el arreglo mostrado en la figura III.9; sus características aparecen en la tabla III.4. La posición de los cables se proyectaron para definir coordenadas mostradas en los planos correspondientes. Con ello se compensa la carga de presfuerzo, y se evitan esfuerzos no deseados en el concreto. Estos cables se tensaron según el procedimiento constructivo mencionado en el apartado III.7.

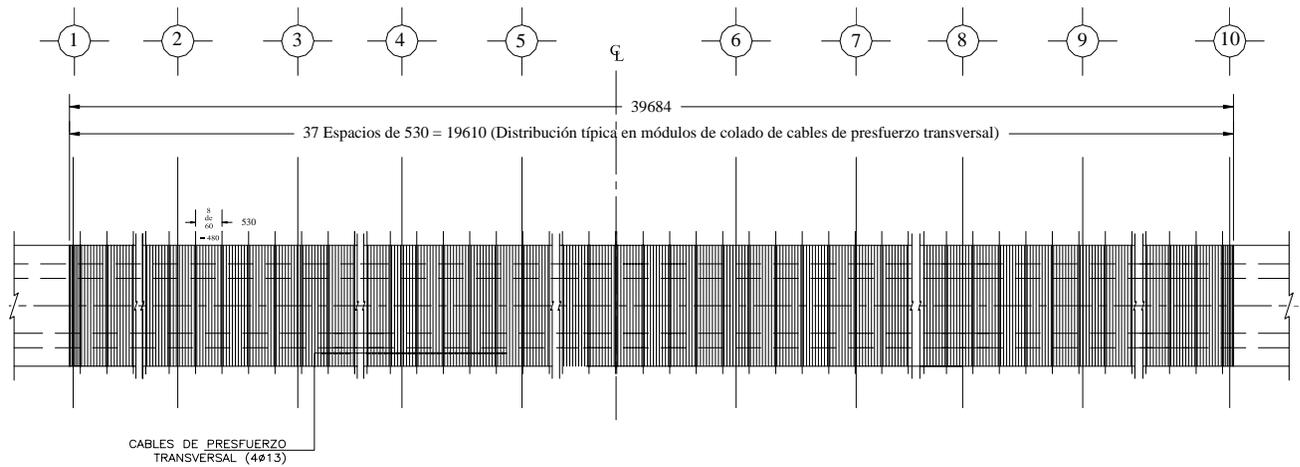


Figura III.9. Presfuerzo Transversal

La losa superior se postensó con cables longitudinales y transversales, figura III.10.

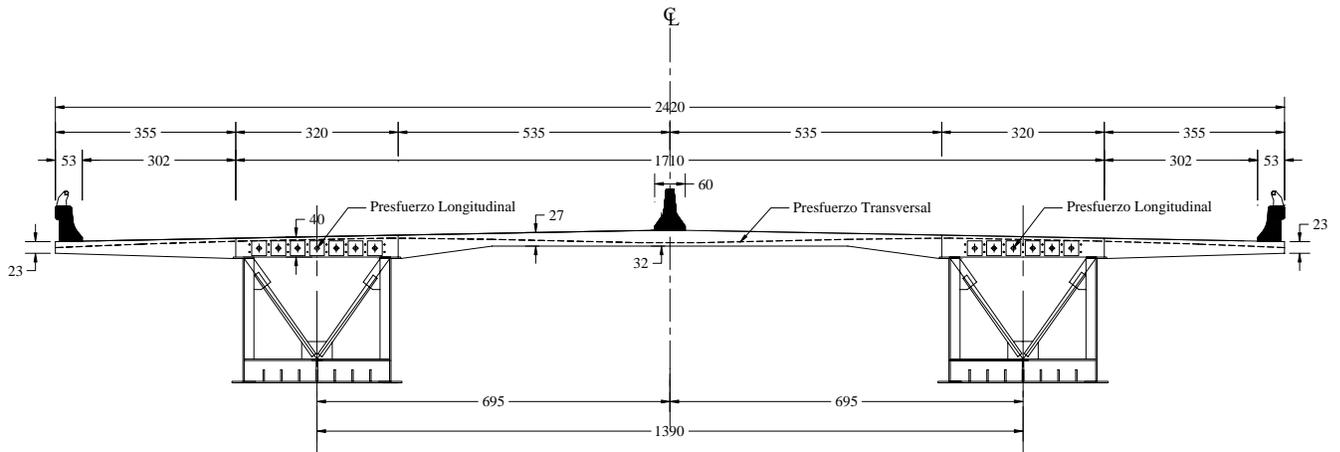


Figura III.10. Presfuerzo en la sección del puente

Longitudinalmente la losa se sometió a un presfuerzo causado por: 13cables x 12torones x 1.4cm² x 14,500 kg/cm² = 3,166,800 kg, que indujo esfuerzos de:

$$\sigma_{px} = (3,166,800 \text{ kg}) / (40\text{cm} \times 320\text{cm}) = 247.41 \text{ kg/cm}^2.$$

Antes de iniciar el colado de las dovelas, se revisó la correcta y firme posición de los anclajes y ductos según se estableció en el proyecto ejecutivo. La inyección de los cables se hizo en las primeras 24 hrs después del tensado. La tolerancia respecto a la fuerza de tensado y alargamiento osciló $\pm 5\%$. Se llevó un registro de los alargamientos. Los cables de presfuerzo transversales se tensaron después de los longitudinales.

III.5.1 PÉRDIDAS DE PRESFUERZO

En los siglos 19 y 20 cuando el presfuerzo era un tema novedoso; los elementos presforzados experimentaban daños de transferencia, y fue hasta 1923, cuando se identificaron las fuentes de los daños.

La fuerza de presfuerzo, generado durante el postensado no es constante a lo largo de la vida útil del puente. Debido a las propiedades inelásticas del concreto. Desde que se tensa el acero de presfuerzo, el esfuerzo inducido disminuye por diversas causas, las cuales se clasifican en Instantáneas y Diferidas o Dependientes del Tiempo. Según pruebas experimentales, se considera que después de 5 o 6 años se presentan todas las pérdidas diferidas (98%). Existen fórmulas para evaluarlas (la referencia 14 y 21).

La fuerza total de pretensado en un torón se estima con

$$P_t = P_0 - \Delta P_{Instantáneas} - \Delta P_{Diferidas} \dots\dots\dots III.1$$

La pérdida instantánea ocurre durante la construcción y depende de la tecnología del presforzado, mientras que las diferidas se presentan durante la vida útil de la estructura.

III.5.1.1 PERDIDAS INSTANTÁNEAS ($\Delta P_{Instantáneas}$)

Son pérdidas parciales que ocurren al momento de introducir fuerzas en la masa de concreto, por el reacomodo forzado de los aditamentos del postensado. Las fuentes de pérdida son: por fricción, penetración de cuñas y por acortamiento elástico del concreto, y se calculan con la expresión III.2.

$$\Delta P_{Instantáneas} = \Delta P_F + \Delta P_{PC} + \Delta P_{AEC} \dots\dots\dots III.2$$

III.5.1.1.1 Por fricción (ΔP_F)

Cuando el acero de presfuerzo se tensa, la fuerza inducida por el gato no es constante a lo largo del cable, debido a que existe un deslizamiento de éste con respecto a los ductos, el cual produce una fuerza de fricción que se opone a la fuerza que el gato induce. Este tipo de pérdida depende de la trayectoria de los cables que postensan al elemento, figura III.11.

$$\Delta P_F = P_0 e^{-(\mu\alpha+kx)} \dots\dots\dots III.3$$

en donde:

- ΔP_F fuerza de presfuerzo reducida por fricción
- P_0 fuerza inicial en el acero, producida por el gato
- e base de los logaritmos neperianos, igual a 2.71828
- μ coeficiente de fricción entre el ducto y el acero por perfil deseado (por curvatura), adimensional
- α cambio de pendiente, ángulo del trazo del cable, en radianes
- k coeficiente de oscilación o de longitud por curvatura intencional, en m^{-1}
- x distancia horizontal del ducto, en m

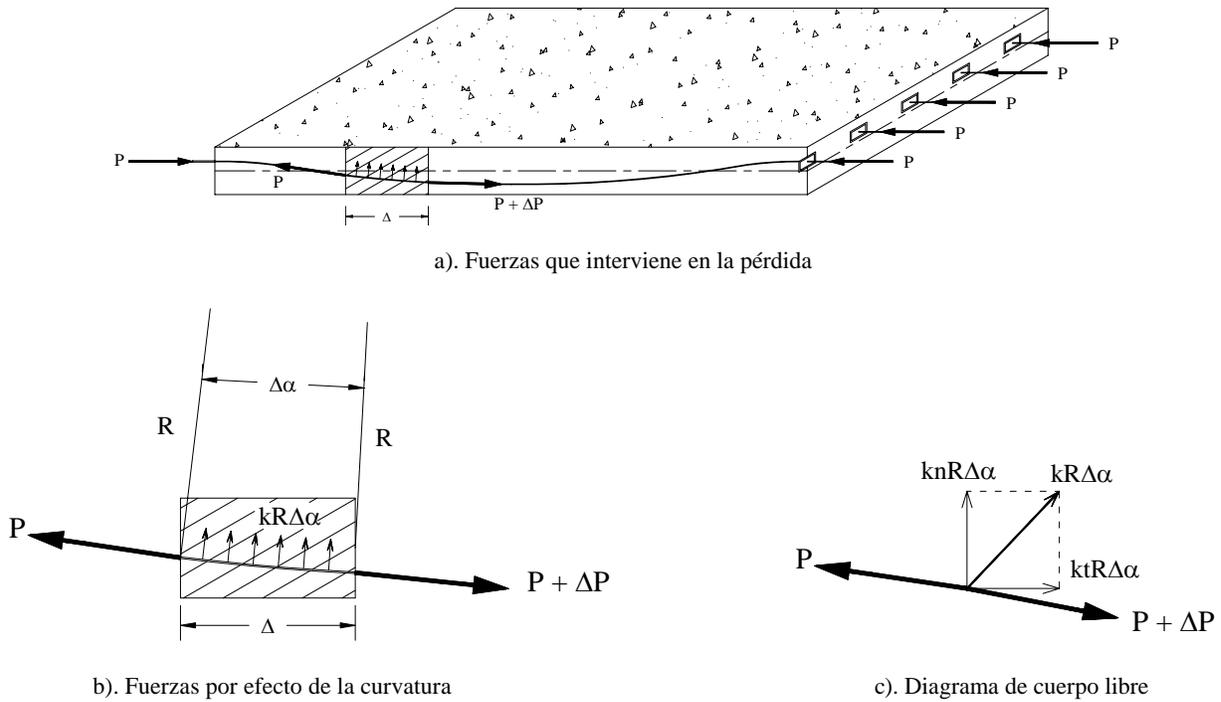


Figura III.11. Pérdidas por fricción a lo largo del cable

Los coeficientes μ y k se obtienen de pruebas, aunque existe información de cada fabricante; cuando no se disponga de datos de los coeficientes, se toman de los códigos.

Coeficientes de fricción para concreto postensado, ACI 318-99				
Tipo de material de presfuerzo			k (1/m)	μ (1/rad)
Alambres			0.001 a 0.0015	0.15 a 0.25
Varilla de alta resistencia			0.0001 a 0.0006	0.08 a 0.30
Torones de 7 alambres			0.0005 a 0.002	0.15 a 0.25
Cable no adherido	Recubiertos de mastique	Cables de alambre	0.001 a 0.002	0.05 a 0.15
		Torones de 7 alambres	0.001 a 0.002	0.05 a 0.15
	Previamente engrasados	Cables de alambre	0.0003 a 0.002	0.05 a 0.15
		Torones de 7 alambres	0.0003 a 0.002	0.05 a 0.15

Coeficientes de fricción para concreto postensado, NTC-C 2004			
Cables dentro de una camisa metálica inyectada con lechada, formada por:		k (1/m)	μ (1/rad)
Alambres		0.003 a 0.005	0.15 a 0.25
Barras de alta resistencia		0.0003 a 0.002	0.08 a 0.30
Torones de 7 alambres		0.0015 a 0.0065	0.15 a 0.25

Coeficientes de fricción para concreto postensado, AASHTO			
Tipo de acero	Tipo de ducto	K (1/ft)	μ (1/rad)
Cables o barra galvanizada	Metal brillante cubierto	0.0020	0.30
	Metal galvanizado cubierto	0.0015	0.25
	Engrasado o protegido con asfalto	0.0020	0.30
Barras de alta resistencia	Rígido galvanizado	0.0002	0.25
	Metal brillante cubierto	0.0003	0.20
	Metal galvanizado cubierto	0.0002	0.15

III.5.1.1.2 Penetración de cuñas (ΔP_{PC})

Al liberar la fuerza del gato, la tensión del acero de presfuerzo se transfiere al concreto mediante el anclaje, lo que permite un reacomodo de las cuñas (arrastre o deformación de estas), y se produce un ligero deslizamiento, y en consecuencia la recuperación lenta de la longitud original.

$$\Delta P_{PC} = 2 \cdot \Delta_p \cdot W \dots\dots\dots III.4$$

$$\Delta_p = \frac{P_o - P_L}{L} \quad \text{y} \quad W = \sqrt{\frac{\Delta I_c \cdot E_s \cdot A_s}{\Delta_p}}$$

donde:

- ΔP_{PC} fuerza producida en el acero por anclaje
- Δ_p pérdida de fuerza del acero, kN/m
- W distancia afectada por la penetración de cuñas, m
- ΔI_c penetración de cuñas, m
- E_s módulo de elasticidad del acero, kN/m²
- A_s área del acero, m²
- L longitud del torón, (m)

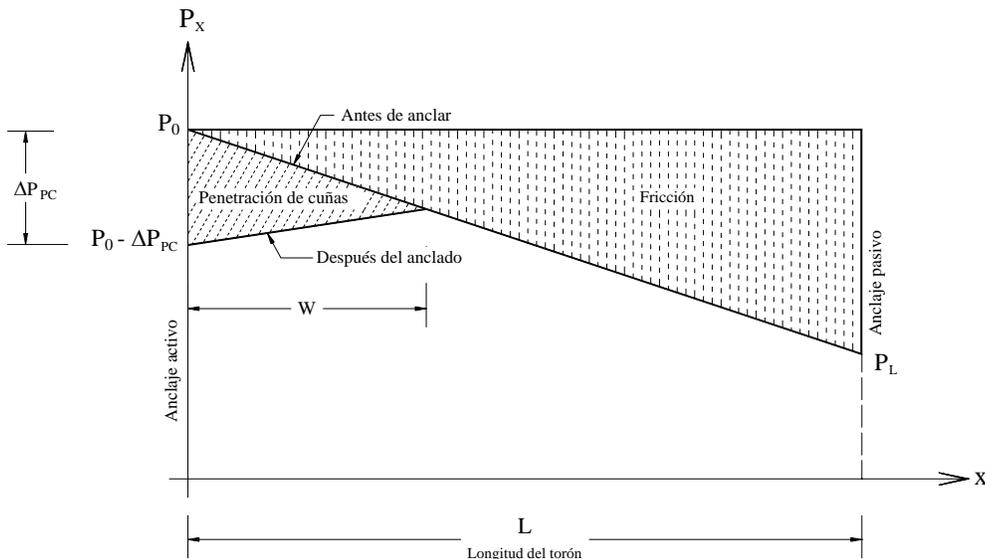


Figura III.12. Pérdida por penetración de cuñas

III.5.1.1.3 Acortamiento instantáneo del Concreto, (ΔP_{AEC})

En elementos postensados, las pérdidas ocurren cuando los cables son tensados individual y sucesivamente, no aparece cuando se realiza simultáneamente el tensado de todos ellos.

Al transmitir la fuerza de presfuerzo al concreto, éste se acortará, lo que permite que el cable recupere su longitud original, lo que redonda en una pérdida de esfuerzo. Se evalúa con la expresión siguiente:

$$\Delta P_{AEC} = \sigma_{cp} \cdot \frac{n-1}{2n} \cdot \frac{A_p E_p}{E_{ci}} \dots\dots\dots III.5$$

donde:

- ΔP_{ACE} pérdida por acortamiento instantáneo del concreto
- σ_{cp} esfuerzo de compresión en el centro de gravedad del presfuerzo, producido por la fuerza de tensado
- n número de veces que se tensa. Cuando se tensa sólo una vez, es decir simultáneamente, $n = 1$ no existen pérdidas, mientras que si n es grande el valor de $\frac{n-1}{2n} \approx 0.5$
- A_p sección total del acero activo, cm^2
- E_p módulo del acero de presfuerzo, kg/cm^2
- E_{ci} módulo del concreto en la transferencia (instantánea), kg/cm^2

El esfuerzo (σ_{cp}) varia a lo largo del elemento doble pero se acepta que se considere constante debido a los pequeños valores de las pérdidas debidas a esta fuente en comparación a las inducidas por fluencia.

III.5.1.2 DIFERIDAS ($\Delta P_{Diferidas}$)

Las fuentes de este tipo dependen del tiempo, y se originan por flujo del concreto, contracción de fraguado y relajamiento del acero.

$$\Delta P_{Diferidas} = \Delta P_{FP} + \Delta P_{CF} + \Delta P_{CS} \dots\dots\dots III.6$$

Existe una interacción (causa-efecto) entre estas, ya que, la contracción da lugar a una pérdidas de tensión, que influye en la fluencia y en la relajación, lo cual origina variación en las deformaciones asociadas. La complejidad de desarrollo de pérdidas hace considerar todas estas interacciones de manera ajustada, por lo que en la practica se procede de manera separada.

III.5.1.2.1 Por carga sostenida (ΔP_{CS})

Este fenómeno se produce por el acortamiento del elemento, debido a la carga muerta o presfuerzo. Este efecto permite que el acero de presfuerzo recupere ligeramente su longitud original. La rapidez de la variación con respecto al tiempo es importante en los primeros meses, y disminuye gradualmente en 5 y 6 años.

$$\Delta P_{FP} = \varphi_f \cdot \sigma_{cgp} \cdot A_p \cdot \frac{E_p}{E_c} \dots\dots\dots III.7$$

en donde:

- ΔP_{FP} fuerza por pérdida por acortamiento elástico del concreto
- ϕ_f valor final del coeficiente de fluencia. Los valores varían entre 1.5 y 2.5 según sean las condiciones
- σ_{cgp} esfuerzo de tensión a nivel de centro de gravedad del presfuerzo, producido por la fuerza
- A_p sección total del acero de presfuerzo,
- E_p módulo de elasticidad del acero de presfuerzo, en kg/cm²
- E_c módulo de deformación longitudinal secante a los 28 días de edad, kg/cm²

III.5.1.2.2 Por contracción de fraguado (ΔP_{CF})

Se presenta este efecto, debido a la pérdida de agua libre que no necesita el concreto para la hidratación. Se inicia desde el instante en que comienza el fraguado del concreto

$$\Delta P_{CF} = \varepsilon_{rf} \cdot E_p \cdot A_p \dots\dots\dots III.8$$

donde:

- ΔP_{CF} pérdida por contracción de fraguado
- ε_{rf} valor final del coeficiente de retracción
- E_p esfuerzo de tensión a nivel de centro de gravedad del presfuerzo producida por la fuerza
- A_p sección total del acero de presfuerzo

III.5.1.2.3 Por relajación del acero (ΔP_{RA})

La perdida por relajación del acero es el decremento del esfuerzo cuando se mantiene a una deformación constante. También se le conoce como deformación plástica

$$\Delta P_{RA} = \rho_f [P_k - 2(\Delta P_{CF} + \Delta P_{FP})] \quad \log \rho_f = K_1 + K_2 \log t \dots\dots\dots III.9$$

de donde:

- ΔP_{RA} pérdida por relajamiento del acero
- ρ_f valor final de la relajación del acero por P_{ki}
- K_1 depende del acero a usar
- K_2 depende del acero a usar
- T vida de la estructura (horas después del tensado)

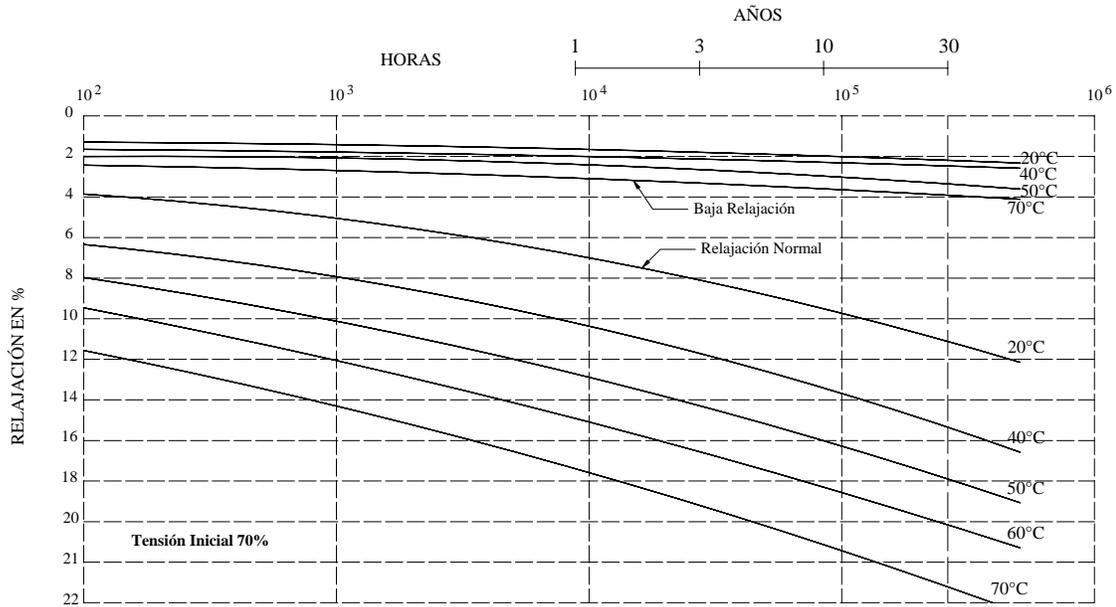


Figura III.13. Relajación del acero (referencia 14)

III.6 ETAPAS DE POSTENSADO

En los puentes lanzados, el postensado se puede realizar durante la construcción de la superestructura, en las sucesivas fases de lanzamiento, o una vez que el sistema del mismo se encuentre situado en su posición de proyecto.

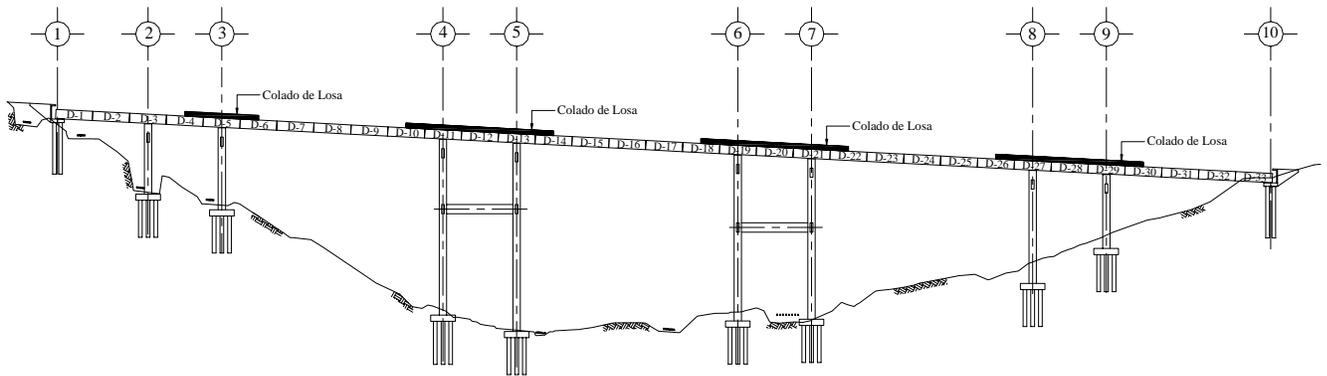
Postensado durante el lanzamiento: El objetivo del preesfuerzo es soportar el peso propio de la estructura, ya que durante el lanzamiento, el momento flector cambia de valor, e incluso de signo en cada sección transversal, por lo que el postensado mantiene el puente en compresión compuesta.

Postensado después del lanzamiento: Una vez concluido el lanzamiento del puente, los cables de presfuerzo del postensado instalados permiten soportar no solo la carga permanente, sino además una parte de la sobrecarga de uso, cuando no es mayor al 50%.

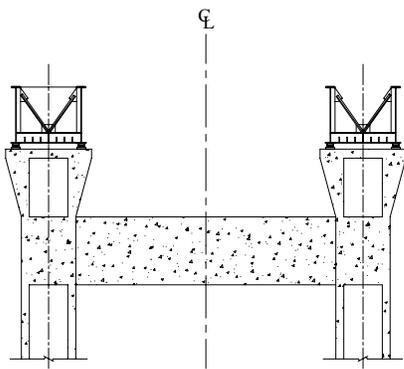
En el puente en análisis, las dovelas de acero no cuentan con ningún presfuerzo exterior, por lo que se lanzaron según procedimiento constructivo, y la losa se postensó cuando las dovelas alcanzaron su posición de diseño de acuerdo a especificaciones.

La obra se ejecutó en 14 fases; hasta la etapa 8, en la cual se concluye el lanzamiento de las dovelas de acero. A partir de ésta hasta la etapa 13 se realizó el colado, curado y tensado de la losa superior.

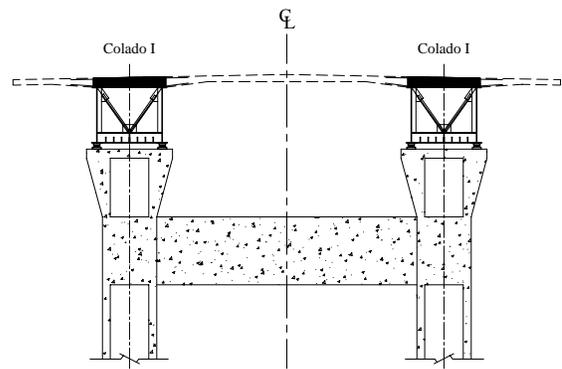
En la fase 9 se realizó el colado de la losa sobre cajón en los apoyos (colado I sobre pilas), y se dejaron los cables embebidos, con las posiciones indicadas en planos ejecutivos dentro de los ductos longitudinales y transversales de protección de ellos, así como preparaciones necesarias para recibir los anclajes.



a). Colado I de losa en zonas de apoyo



b). Lanzado total del puente, etapa 8



c). Colado I en tramos indicados, fase 9

Figura VIII.1. Colado de losa sobre cajón

Una vez que se alcanzó la resistencia mínima del concreto, se procedió a tensar los cables longitudinales del colado en la etapa 9. En la fase 10, se presentó el efecto Poisson, en la losa, cuando ella se sometió a un esfuerzo de compresión por el presfuerzo y expandió en sentido lateral.

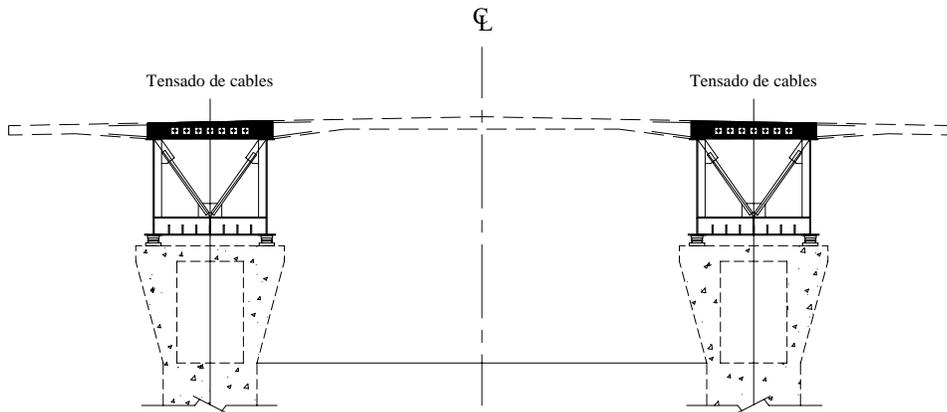
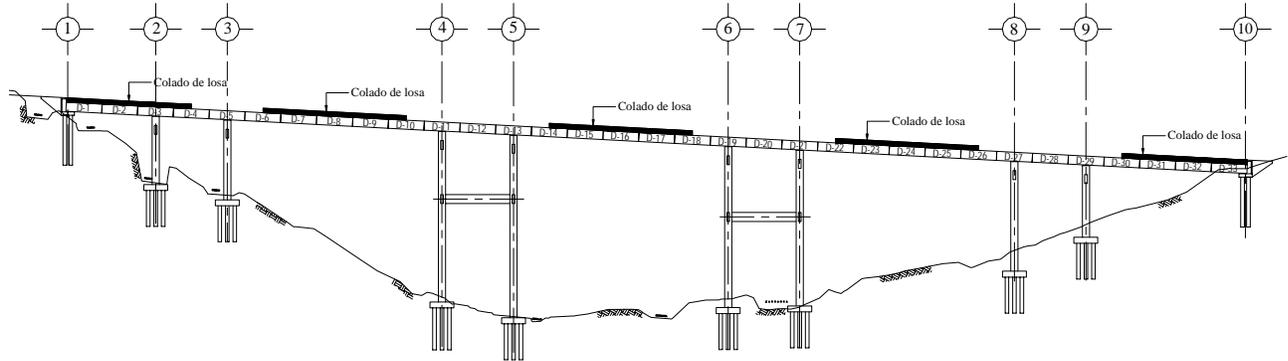
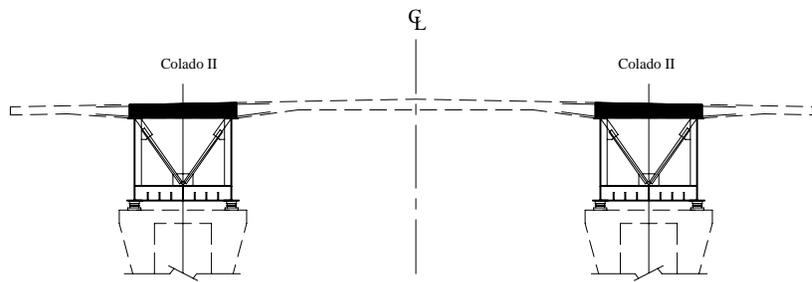


Figura VIII.2. Tensado de cables longitudinales en tramos de colado I, etapa 10

En la siguiente fase, se realizó el colado II sobre cajón, en los tramos intermedios de apoyo, y se dejaron embebidos los ductos transversales del presfuerzo, con sus respectivas preparaciones. Una vez colado el concreto se procedió inmediatamente a la etapa del curado, para que en el momento del tensado se cuente con un concreto con la resistencia especificada y con la contracción total.



a). Colado II en tramos intermedios



b). Colado II, fase 11

Figura VIII.3. Colado II en tramos indicados

En la doceava fase, se realizó el colado, mediante un dispositivo viajero en la zona central y lateral de las traveses cajón, con cuidado, por la presencia de los ductos del presfuerzo transversal. En la fase siguiente, se procedió a tensar el presfuerzo transversal de la losa de concreto, según lo especificó el diseño. Por último, se colocaron los parapetos, barrera central, la carpeta y el asfalto.

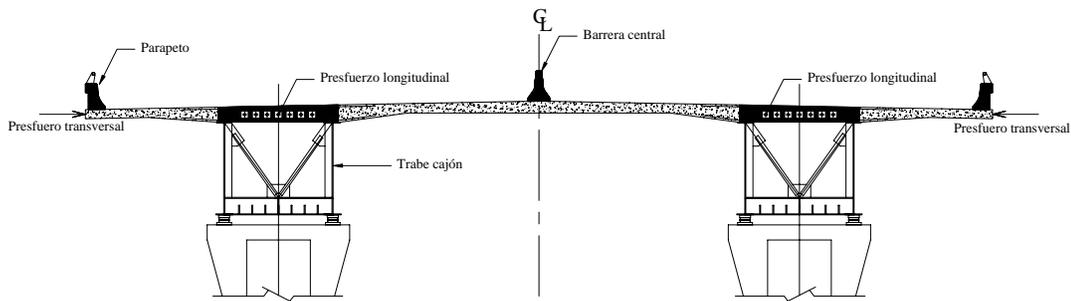


Figura VIII.4. Colocados de acabados, etapa 14

CAPÍTULO IV

VISCOELASTICIDAD LINEAL DEL CONCRETO

IV.1 INTRODUCCIÓN

En toda estructura se presentan cargas de diferente índole. En una primera clasificación de las acciones, se considera su tiempo de permanencia. Se llaman dinámicas cuando debido a su rápida aplicación, se producen efectos de vibración, y el elemento en el que actúa, presenta comportamiento elástico e inelástico, según sea la intensidad de la fuerza y las características del miembro estructural; las fuerzas o cargas estáticas son aplicadas gradualmente, producen a través del tiempo deformaciones diferidas debidas a modificaciones su estructura cristalina o granular del elemento de soporte, en el cual los cristales cambian su posición de equilibrio hasta lograr otra condición cristalográfica.

Existe evidencia de que el comportamiento de los materiales depende de la velocidad de aplicación de las cargas; aparece comportamiento frágil al aplicar carga súbita, como la del impacto. Se considera carga de impacto, cuando el tiempo de aplicación de la carga es inferior a la mitad del período fundamental de vibración de la pieza.

En las condiciones de aplicación lenta o constante de la carga, cualquier elemento estructural exhibe un comportamiento similar a un sólido-líquido, según sea el nivel de esfuerzo actuante. El comportamiento resultante se considera viscoelástico, en donde la parte elástica almacena energía y la viscosa la disipa.

IV.2 BREVE HISTORIA DE LA VISCOELASTICIDAD

En 1678 Roberto Hooke fue el primero que habló de la reología en su libro “Verdadera Teoría de la Elasticidad”, el cual concluye lo siguiente: “como cambia la tensión, cambia la deformación (Ut tensio sic vis)”.

Isaac Newton publicó en 1687 una definición asociada al estado simple de corte (Newton, 1687): “La resistencia derivada de la falta de deslizamiento de las partes de un líquido es proporcional a la velocidad con que se separan unas de otras dentro de él”. Este deslizamiento es lo que ahora se denomina “Viscosidad”, sinónimo de fricción interna. Dicha viscosidad es una medida de la resistencia a fluir.

En los años 1700s los análisis afines con la Reología se reducían a aplicar la Ley de Newton para líquidos y la Ley de Hooke para sólidos. En el siglo XIX se comenzó a tener dudas acerca de la validez universal de las anteriores leyes lineales.

Debido al rápido crecimiento de utilización de los polímeros industriales, los primeros trabajos se realizaron en dirección del flujo plástico y relajación de los metales y fue en 1835 cuando W. Weber llevó a cabo una serie de experimentos con gusanos de seda, y notó que no eran perfectamente elásticos. Llegó a la conclusión, que una carga longitudinal producía una extensión inmediata, seguida de un posterior alargamiento conforme transcurría el tiempo. Al eliminar la carga se producía una contracción inmediata, seguida de una contracción gradual de la longitud hasta llegar a la inicial, y este efecto lo llamo como efecto posterior, conocido actualmente como relajación del esfuerzo.

En 1867 J.C Maxwell, en su artículo “Sobre la teoría dinámica de los gases” incluido en la Enciclopedia Británica, propuso un modelo matemático para describir a los fluidos que poseen propiedades elásticas, es decir, elementos asociados a la respuesta de un sólido expresión IV.1.

$$\sigma = \beta\gamma \dots\dots\dots IV.1$$

en donde β es un parámetro semejante al módulo de rigidez y γ la deformación.

Los comportamientos que observados por Weber en sólidos como Maxwell en líquidos se denominó posteriormente “Viscoelasticidad”. Después de Maxwell no se profundizó más en el estudio hasta la segunda década del siglo XX, apareciendo una serie de modelos lineales (flujo plástico y punto de fluencia) y no lineales de comportamiento.

En 1878 con la ayuda de los resultados previos de Weber y Kohlrausch, Ludwig Boltzmann planteó el principio de superposición de la viscoelasticidad lineal, el cual dice: “La deformación total de un material, cuando se le somete a una serie de esfuerzos consecutivos, es simplemente, la suma de las contribuciones individuales de cada uno de estos esfuerzo”.

A partir de la Segunda Guerra Mundial, la Reología cobró mucha fuerza con la búsqueda de materiales viscoelásticos para lanzallamas. Aparecieron poco a poco modelos que asumieron que tanto el módulo de rigidez podían variar con la tensión aplicada. Además se observó que la viscosidad también dependía del tiempo (Tixotropía y Reopexia) y se profundizó en que los materiales reales pueden presentar comportamiento elástico, viscoso o una combinación de ambos.

Zaremba en 1903 extendió la teoría de la viscoelasticidad lineal al régimen no lineal. En 1945 M. Reiner definió un índice conocido Índice de Deborah D_e , se expresa según IV.2

$$D_e = \frac{\tau}{T} \dots\dots\dots IV.2$$

en donde τ es el tiempo característico del material y T el tiempo característico del proceso de deformación. Si D_e es muy grande se consideraba al material como un sólido elástico, y si D_e es muy bajo se le consideraba como un líquido viscoso.

IV.3 COMPORTAMIENTO DE LOS MATERIALES

Rigurosamente un elemento exhibe un comportamiento que matemáticamente es difícil de formular para el diseño, sin embargo, en ingeniería estructural es aceptable aproximar razonablemente la curva de comportamiento para su respectivo análisis.

Ante una sollicitación dada, los materiales presentan formas propias de comportamiento, según su resistencia y temperatura de exposición; por ejemplo, un cuerpo elástico se deforma inmediatamente y de manera proporcional; cuando la carga es removida, el cuerpo recupera su forma original, es decir la energía de deformación es totalmente recuperada, o sea, sin disipación, figura IV.1. Originalmente en 1678 Hooke solo dijo “Ut tensio sic vic (como la extensión la fuerza)”, ésta ley es válido cuando las deformaciones que se presentarán en el elemento estructural son pequeñas, y además es independiente del tiempo.

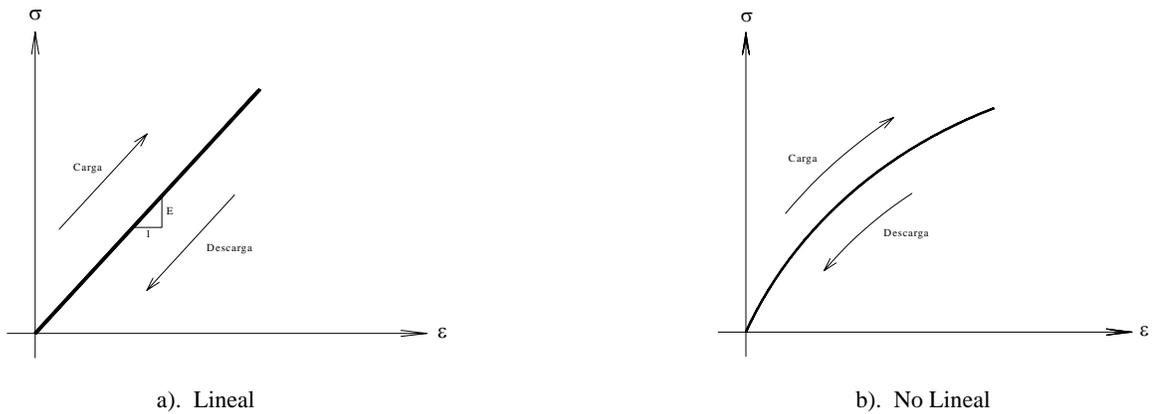


Figura IV.1. Curvas de un cuerpo Elástico

Cuando un elemento es descargado y la geometría original se recupera bajo una curva diferente a la de carga, se tiene un cuerpo Inelástico. El área entre las curvas representa la energía disipada en el ciclo, figura IV.2.

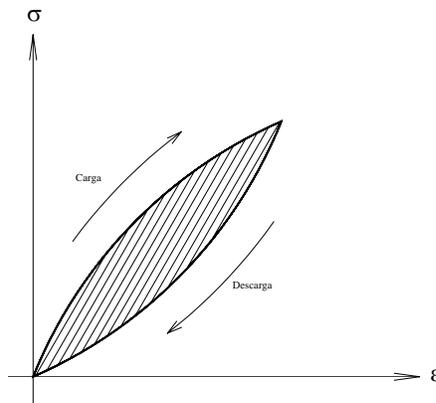


Figura IV.2. Gráfica de un cuerpo No Lineal

Si la deformación es a tasa constante, cuando la carga es aplicada en t_0 , y continua la deformación con esa tasa hasta que la carga cede, en ese punto no hay desplazamiento adicional o recuperación, se tiene un cuerpo viscoso, figura IV.3.

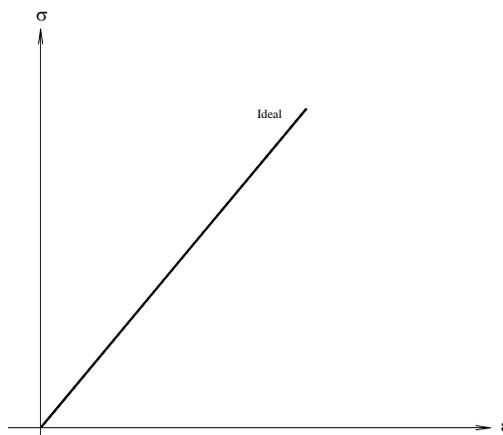


Figura IV.3. Curva de un material viscoso

Cuando se diseña por, sismo, viento o cualquier acción que no tome en cuenta el tiempo como parámetro principal, se habla de intervalo elástico y del plástico. Para fines de análisis y diseño, lo anterior se simplifica con modelos elastoplásticos, figura IV.4. Cuando el tiempo es un factor importante en el diseño de las estructuras, se habla de una deformación elástica correspondiente a un tiempo 0 y posteriormente de una deformación diferida, en un tiempo diferente de 0 , este tipo de inelasticidad se conoce como viscoelástico.

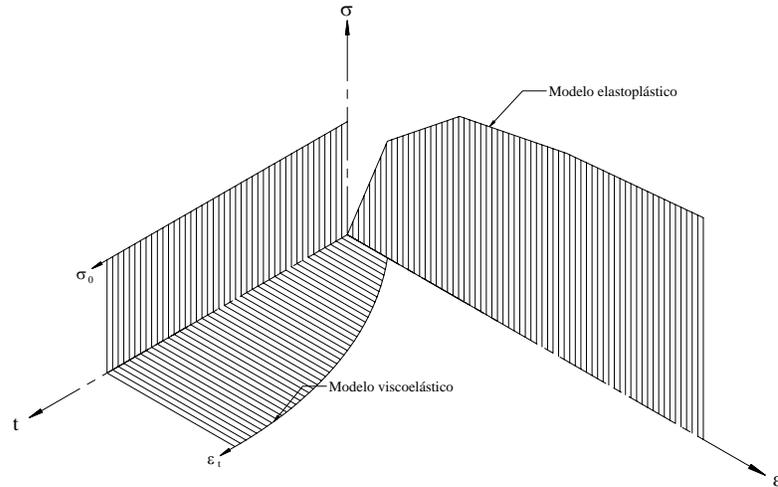


Figura IV.4. Modelos Inelásticos simplificados

En los materiales viscoelásticos, la elasticidad y viscosidad son apreciables, Un cuerpo de esta naturaleza tiene componentes de respuesta elástica y viscoso, cuando el cuerpo se carga; se presenta una deformación inmediata ϵ_0 correspondiente a una respuesta elástica, posteriormente se presenta una ϵ_t gradual dependiente del tiempo, ésta se divide en una componente puramente viscosa y la otra elástica retardada. Cuando se remueve la carga en t_i , el flujo viscoso se detiene y ninguna de las ϵ_i se recuperan por completo, solamente la deformación retardada es recuperada, aunque no inmediatamente, figura IV.5.

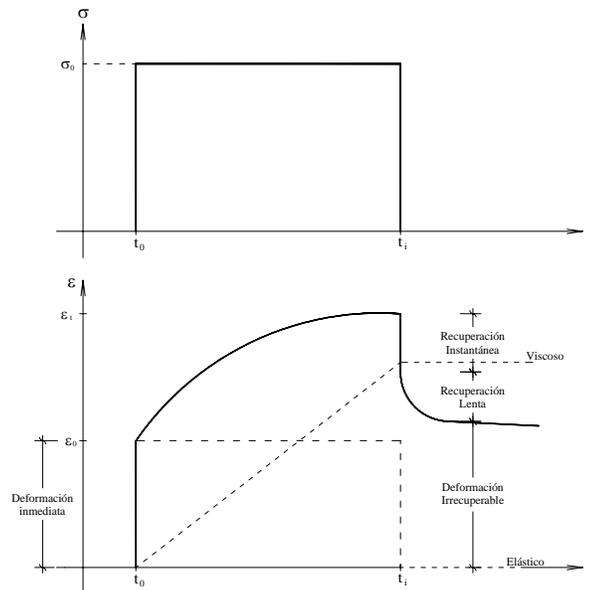


Figura IV.5. Comportamiento de un material viscoelástico

La curva típica de un material viscoelástico se muestra en la figura IV.6, de donde se distingue tres partes: primaria, secundaria y terciaria.

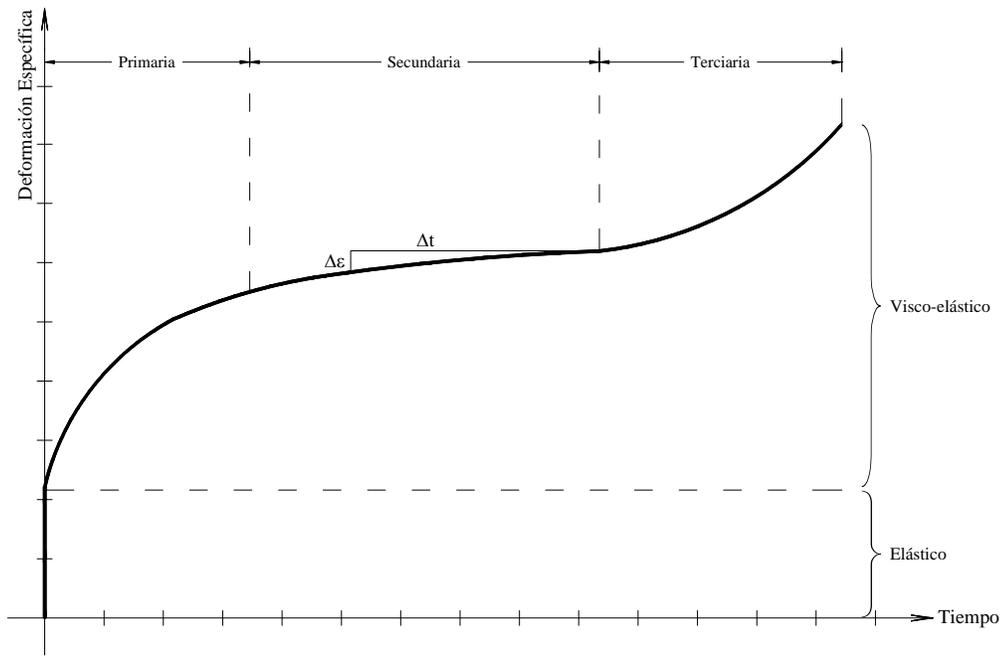


Figura IV.6. Comportamiento típico de materiales viscosos

La fluencia primaria se debe al movimiento de dislocaciones en los materiales cristalinos, es decir, el material experimenta un incremento diferido. El endurecimiento por deformación se produce con más rapidez que cualquier proceso de recuperación simultáneo, y por lo tanto, la velocidad de la fluencia disminuye continuamente con el tiempo, esto es, la pendiente de la curva disminuye con el tiempo. También se conoce como fluencia desacelerada.

La secundaria es conocida como estacionaria, cuya velocidad de recuperación es rápida para equilibrar la velocidad de endurecimiento, de manera que el material fluye en estado estacionario. Es una fluencia a velocidad constante.

La terciaria es en donde la aceleración de la fluencia se incrementa por la formación de vacíos o microgrietas en los límites de los granos, lo que conduce a la ruptura, el cual es el resultado de cambios microestructurales como pueden ser, separación del borde de grano, formación de fisuras internas y cavidades. En un material, las tres zonas mostradas pueden o no existir según sea la magnitud de carga y la temperatura a la que es expuesta.

Evidentemente la temperatura es un factor importante en el comportamiento del concreto ante carga sostenida, figura IV.10. La figura muestra curvas con $\sigma_1 = \sigma_2 = \sigma_3$ con temperaturas $T_1 > T_2 > T_3$

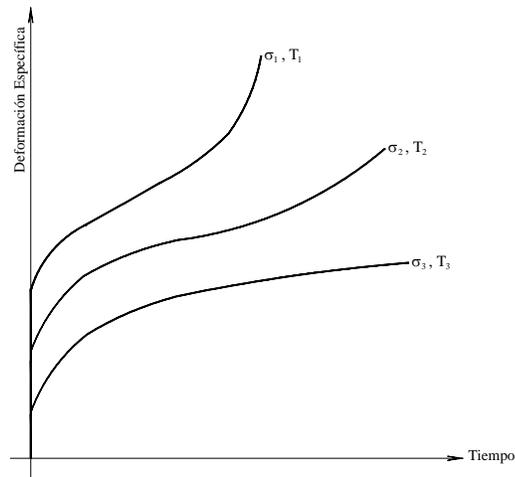


Figura IV.10. Efecto de la temperatura en la deformación por carga sostenida

IV.3.1 CONCRETO

En pruebas uniaxiales de cilindros para obtener la resistencia a compresión, se ha observado que el concreto no es un material elástico, es decir, las deformaciones unitarias no son proporcionales a los esfuerzos. De esta manera, no se puede establecer un módulo de elasticidad constante, debido a que se tiene la característica mostrada en la figura IV.6.

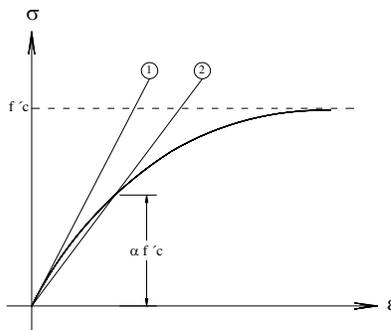


Figura IV.6. Módulo de elasticidad del concreto

Algunos reglamentos obtienen el módulo de elasticidad mediante la tangente inicial (línea 1), o por la secante (recta 2), según sea el código que se trae:

Módulo Secante	$\left\{ \begin{array}{l} \text{RCDF} \quad E = 14,000\sqrt{f'c} \quad \text{y} \quad E = 8,000\sqrt{f'c} \\ \text{ACI} \quad E = 15,000\sqrt{f'c} \end{array} \right.$
Módulo Tangente Inicial	

Otro módulo a largo plazo, recurre a los esfuerzos y deformaciones unitarias obtenidas después de que la carga ha permanecido constante en el tiempo, ello permite tomar en cuenta a las deformaciones diferidas.

La velocidad de aplicación de la carga influye en las propiedades del concreto (propiedad dominante en los viscosos), la rápida aplicación incrementa el módulo tangente inicial figura IV.7.

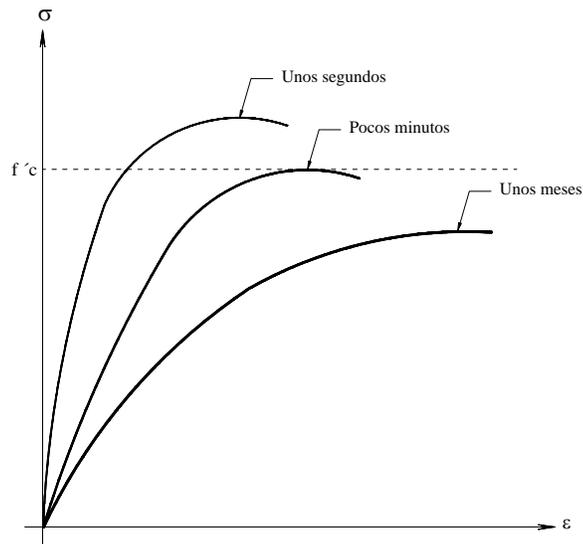


Figura IV.7. Velocidad de aplicación de la carga

Bajo niveles de esfuerzo constante, el concreto se comporta de acuerdo a la figura IV.5 y IV.6, sin exhibir la tercera etapa de la segunda figura, ya que la fluencia aparece debido a las micro-fisuras.

Ante carga cíclica, en donde los ciclos de carga y descarga no se superponen, por existir un retraso entre causa-efecto, el concreto muestra un comportamiento de un material viscoelástico, figura IV.8.

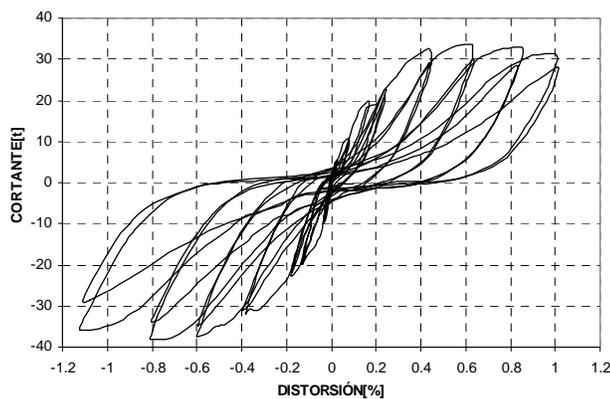


Figura IV.8. Curva histerética del concreto

Otra propiedad que cabe mencionar, es la relación de la deformación perpendicular y la deformación paralela respecto a la carga, es conocida como coeficiente de Poisson, el cual es muy alto cuando el esfuerzo de compresión es grande, debido a que internamente el concreto sufre fisuración.

El coeficiente también es grande cuando el concreto es joven y no alcanza su resistencia de diseño. Se ha observado que esta relación es alta cuando el concreto es de baja resistencia (concretos existentes en México) con variaciones de 0.20 a 0.50, aunque existe poca información acerca de la variación de este coeficiente, respecto a las propiedades del concreto.

Evidentemente de pruebas experimentales se concluye que el concreto ostenta un comportamiento viscoelástico ante sollicitaciones estáticas y dinámicas. Para el análisis de este tipo de comportamiento se realiza una representación con modelos mecánicos a través de una combinación de resortes (cuerpo de Hooke) y amortiguadores ideales (disipadores de Newton).

De pruebas experimentales con materiales sometidos a esfuerzos constantes a diferentes niveles de su esfuerzo ultimo se establece lo mostrado en la figura IV.9 (Rodríguez 2003).

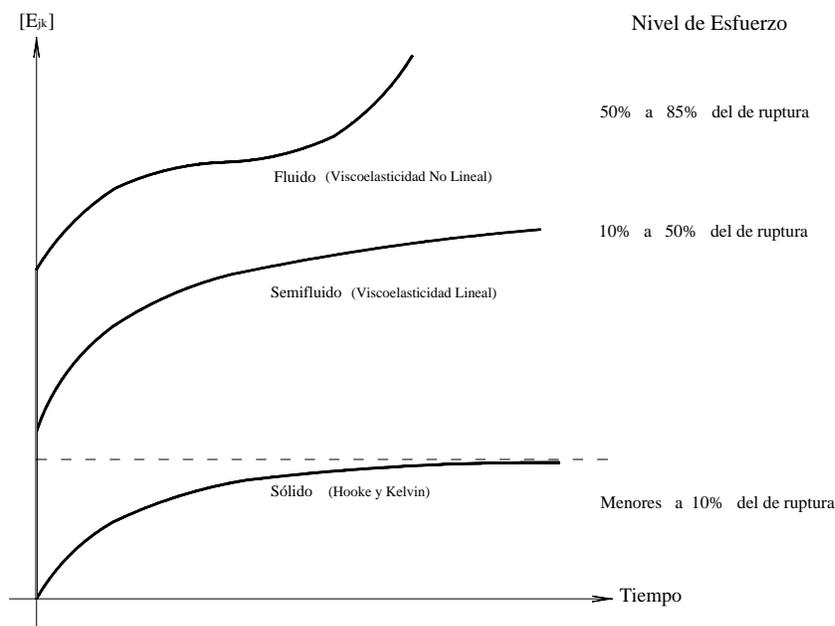


Figura IV.9. Niveles de esfuerzo en ingeniería

IV.4 HIPOTESIS DE LA VISCOELASTICIDAD

El estudio de la viscoelasticidad se ha dividido en dos partes: Lineales $f(t)$ y No Lineales $f(t, \sigma \text{ ó } \epsilon)$. La primera es la parte de la dinámica de los medios continuos que establece soluciones a partir de diversos modelos que puedan representar el resultados de pruebas de laboratorio, en los cuales los resortes y amortiguadores se comportan linealmente al variar la carga, la deformación o el tiempo. Estos elementos tienen propiedades simples idealizadas. Los No Lineales, son aquellos que están formados por resortes y amortiguadores que no siguen las leyes de Hooke y Newton, no son constantes con respecto a la carga, deformación y tiempo.

Según el nivel de esfuerzo actuante sobre el elemento estructural, se podrá juzgar si un material viscoelástico es lineal o no lineal. Generalmente para que un material tenga comportamiento viscoelástico lineal, debe ser sometido a un esfuerzo igual o menor al 40% del de ruptura.

En el presente trabajo se analiza la viscoelasticidad lineal según la figura IV.9, con las siguientes premisas:

- El concreto es homogéneo e isótropo
- Entre la deformación instantánea debida a la fluencia y los esfuerzos existe una relación lineal
- Para las deformaciones por fluencia es aplicable el principio de superposición
- Los valores absolutos de las deformaciones, no dependen del signo del esfuerzo

Se acepta de que las relaciones constitutivas se pueden expresar como:

$$P_0[T_0] = Q_0[E_0] \quad \text{Componente Distorsional}$$

$$P_v[T_v] = Q_v[E_v] \quad \text{Componente Volumétrica}$$

en donde los operadores lineales P_0, P_v, Q_0, Q_v afectan a cada uno de los términos del tensor sobre el cual operan.

IV.5 MODELOS VISCOELÁSTICOS LINEALES

La viscoelasticidad es el estudio de cuerpos deformables que existen en la naturaleza; investiga por medio de modelos reológicos simples, el comportamiento (esfuerzo-deformación-tiempo) de un material o elemento. Los materiales viscoelásticos pueden agruparse en sólidos y fluidos, los cuales pueden a su vez presentar o no deformación elástica instantánea. A continuación se muestra los modelos existentes, con sus respectivas relaciones constitutivas para representar el comportamiento de un elemento según el nivel de esfuerzo actuante.

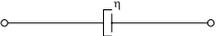
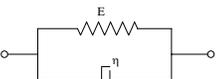
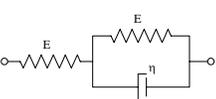
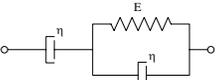
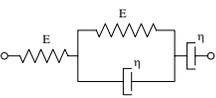
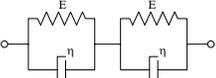
No.	MODELO	NOMBRE	RELACIÓN ENTRE PARÁMETROS
1		Sólido Elástico	$\sigma = q_0 \varepsilon$
2		Fluido Viscoso	$\sigma = q_1 \dot{\varepsilon}$
3		Fluido de Maxwell	$\sigma + p_1 \dot{\sigma} = q_1 \dot{\varepsilon}$
4		Sólido de Kelvin	$\sigma = q_0 \varepsilon + q_1 \dot{\varepsilon}$
5		Sólido de 3 parámetros	$\sigma + p_1 \dot{\sigma} = q_0 \varepsilon + q_1 \dot{\varepsilon}$ $q_1 > p_1 q_0$
6		Fluido de 3 parámetros	$\sigma + p_1 \dot{\sigma} = q_1 \dot{\varepsilon} + q_2 \ddot{\varepsilon}$ $p_1 q_1 > q_2$
7		Fluido de 4 parámetros	$\sigma + p_1 \dot{\sigma} + p_2 \ddot{\sigma} = q_1 \dot{\varepsilon} + q_2 \ddot{\varepsilon}$ $p_1^2 > 4p_2$ $p_1 q_1 q_2 > p_2 q_1^2 + q_2^2$
8		Sólido de 4 parámetros	$\sigma + p_1 \dot{\sigma} = q_0 \varepsilon + q_1 \dot{\varepsilon} + q_2 \ddot{\varepsilon}$ $q_1^2 > 4q_0 q_2$ $q_1 p_1 > q_0 p_1^2 + q_2$

Figura IV.11. Modelos Viscoelásticos

Los materiales reales utilizados en la ingeniería presentan comportamientos complejos; para reproducir su comportamiento se tienen que combinar modelos simples, en los cuales cada resorte o amortiguador, puede representar el comportamiento de una de las fases que componen el material. Por ejemplo, para el concreto simple, Hansen propone un modelo en que se combina el modelo de Burgers (para representar a la pasta de cemento), Hooke (para representar al agregado) y Newton (para representar a los vacíos existentes en el concreto simple).

IV.5.1 SÓLIDO ELÁSTICO

Para el modelo correspondiente al sólido de Hooke se tiene, figura IV.12:

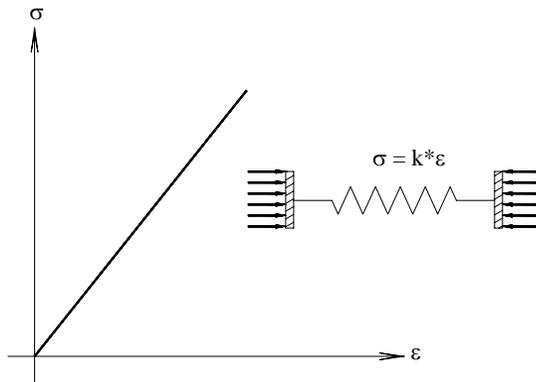


Figura IV.12. Comportamiento perfectamente elástico

De acuerdo a la figura se tiene la relación:

$$\sigma = E \epsilon \dots\dots\dots IV.3$$

Al aplicar un esfuerzo constante y mantenerlo a lo largo del tiempo, se obtiene una deformación igualmente constante, figura IV.13.

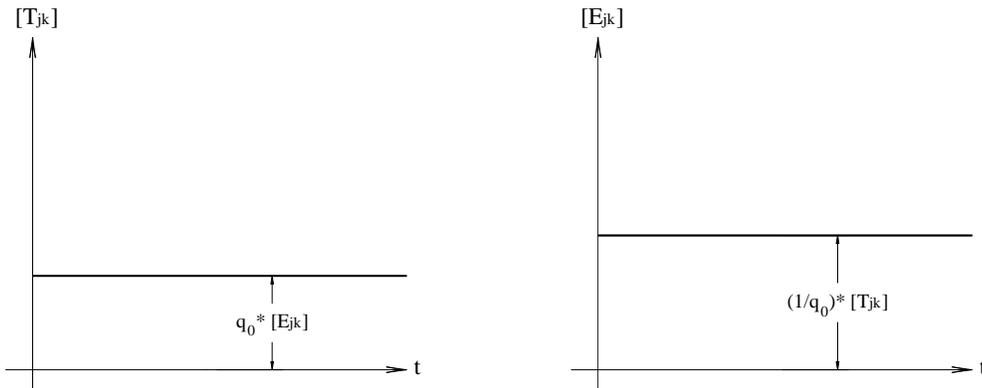


Figura IV.13. Deformación constante en el modelo de Hooke

Es decir se obtiene una ecuación tensorial:

$$[T_{jk}] = q_0 [E_{jk}] \dots\dots\dots IV.4$$

IV.5.2 FLUIDO VISCOSO

El modelo de *Newton* representa el comportamiento de un fluido viscoso, que al someterse a esfuerzo constante, se obtienen desplazamientos variables como se muestra en la figura IV.14.

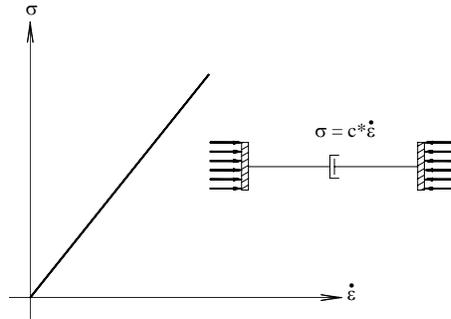


Figura IV.14. Comportamiento perfectamente viscoso

La relación constitutiva del modelo está dada por:

$$P = k \frac{du}{dt} \dots\dots\dots IV.5$$

Cuando el elemento es esforzado, su cambio de longitud, $\epsilon\lambda$, no es proporcional a la fuerza; sin embargo su velocidad de cambio en el tiempo, $d(\epsilon\lambda)/dt$, si lo es. Así pues se tiene la siguiente expresión:

$$\sigma = F \frac{d\epsilon}{dt} = F \dot{\epsilon} \dots\dots\dots IV.6$$

En términos de los tensores de esfuerzo y deformación, es posible demostrar que al aplicarse un esfuerzo constante a lo largo del tiempo se obtiene el comportamiento que se muestra en la figura IV.15.

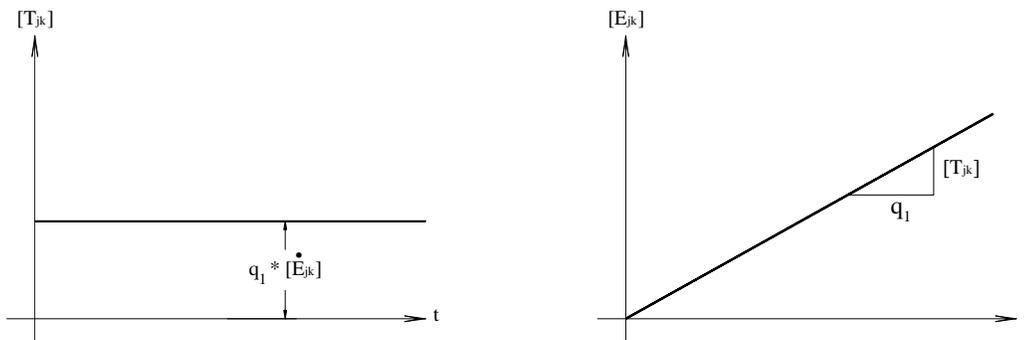


Figura IV.15. Deformación constante en el modelo de Newton

Es decir:

$$[T_{jk}] = q_1 [\dot{E}_{jk}] \dots\dots\dots IV.7$$

Al aceptar que $[T_{jk}]$ es constante en el tiempo, se puede entonces escribir:

$$[\dot{E}_{jk}] = \frac{[T_{jk}]}{q_1} \dots\dots\dots IV.8$$

Al integrar los dos miembros de la expresión IV.8 se llega a la relación:

$$[E_{jk}] = \frac{[T_{jk}]}{q_1} + c \dots\dots\dots IV.9$$

Cuando las condiciones iniciales del problema indican que para un tiempo $t = 0$, la deformación es $[E_{ij}] = 0$ se obtiene:

$$[E_{jk}] = \frac{[T_{jk}]}{q_1} \dots\dots\dots IV.10$$

El modelo representa fluidos que tienen deformaciones crecientes, las cuales dependen del nivel de esfuerzos que se aplica. Las deformaciones unitarias aumentan linealmente, con una velocidad dada en la ecuación anterior.

IV.5.3 FLUIDO DE MAXWELL

El modelo analógico de *Maxwell* es sencillo, consiste en una combinación de un resorte y amortiguador lineal, conectados en serie, figura IV.16.

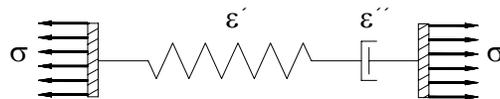


Figura IV.16. Material de Maxwell

La deformación total (ε) = $\varepsilon' + \varepsilon''$ IV.11

De acuerdo a las ecuaciones IV.3 y IV.6 se tendrá:

$$\sigma = E\varepsilon' \dots\dots\dots IV.12$$

$$\sigma = F\varepsilon'' \dots\dots\dots IV.13$$

si se sustituye IV.12 y IV.13 en la ecuación de la deformación total (IV.11) se tendrá:

$$\varepsilon = \frac{\sigma}{E} + \frac{\sigma}{F}$$

al despejar se tiene:

$$\varepsilon E = \sigma + \frac{E}{F}\sigma, \text{ el cual también se puede escribir: } \varepsilon q_1 = \sigma + p_1\sigma \dots\dots\dots IV.14$$

Se puede lograr obtener lo mostrado en la figura IV.17, para un esfuerzo constante en el tiempo.

En este modelo, el resorte manifiesta instantáneamente una aplicación o supresión de carga, mientras que el amortiguador responde lentamente en el tiempo.

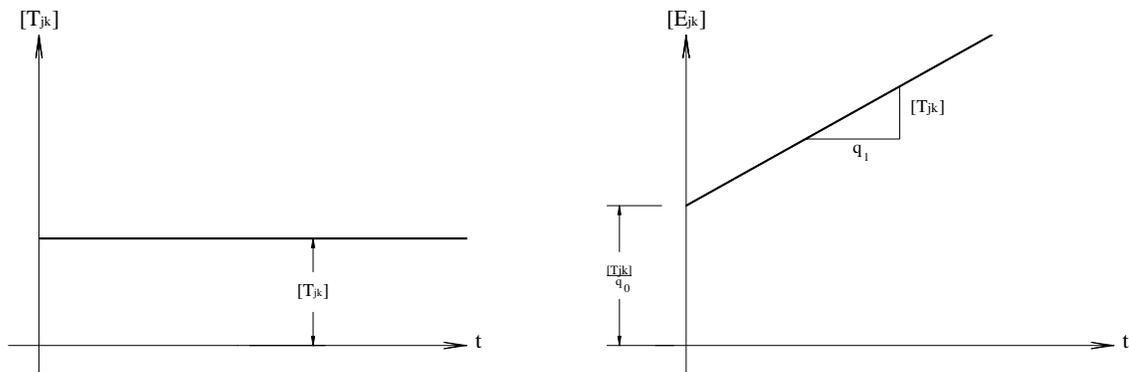


Figura IV.17. Comportamiento del modelo de Maxwell

$$[T_{jk}] + p_1 [T_{jk}] = q_1 [E_{jk}] \dots\dots\dots IV.15$$

El término $[T_{jk}]$ se anula, debido a que es constante; al integrar la ecuación IV.15 se obtiene:

$$[E_{jk}] = \frac{t [T_{jk}]}{q_1} + C_1 \dots\dots\dots IV.16$$

si se sustituye la condición inicial, se tendrá:

$$C_1 = \frac{[T_{jk}]}{q_0} \dots\dots\dots IV.17$$

$$[E_{jk}] = \frac{t [T_{jk}]}{q_1} + \frac{[T_{jk}]}{q_0} \dots\dots\dots IV.18$$

IV.5.4 SÓLIDO DE KELVIN

El cuarto modelo atribuido a **Kelvin**, intenta representar a los materiales cuyo comportamiento es elástico y viscoso simultáneamente. Consiste en un resorte lineal de Hooke y un amortiguador viscoso de Newton, conectado en paralelo, figura IV.18.

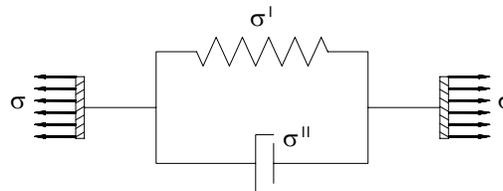


Figura IV.18. Características del modelo de Kelvin

En cualquier instante la deformación en el resorte y amortiguador será la misma, y el esfuerzo σ se repartirá entre los dos elementos, de manera que σ' corresponde al esfuerzo aplicado en el elemento de Hooke y σ'' al amortiguador viscoso.

Al aplicar el modelo las ecuaciones IV.3 y IV.6 se obtiene:

$$\sigma' = E \varepsilon \dots\dots\dots IV.19$$

$$\sigma' = F \ddot{\varepsilon} \dots\dots\dots IV.20$$

así el esfuerzo total:

$$\sigma = \sigma' + \sigma'' = E\varepsilon + F \ddot{\varepsilon} \dots\dots\dots IV.21$$

también se puede escribir la ecuación IV.21 como:

$$\sigma = E\varepsilon + F \ddot{\varepsilon} = q_0\varepsilon + q_1 \dot{\varepsilon} \dots\dots\dots IV.22$$

En términos de tensores de esfuerzos y deformaciones unitarias, la expresión IV.22 se puede escribir:

$$[T_{jk}] = q_0[E_{jk}] + q_1[\dot{E}_{jk}] \dots\dots\dots IV.23$$

o bien:

$$\frac{[T_{jk}]}{q_1} = \frac{q_0}{q_1}[E_{jk}] + [\dot{E}_{jk}] \dots\dots\dots IV.24$$

la expresión IV.24 acepta la solución homogénea:

$$\frac{q_0}{q_1}[E_{jk}] + [\dot{E}_{jk}] = 0 \dots\dots\dots IV.25$$

si $q_0[E_{jk}] + q_1[\dot{E}_{jk}] = 0$; $Ce^{-\lambda t}[E_{jk}] \dots\dots\dots IV.26$

debido a que $\frac{1}{q_1}[T_{jk}]$ es constante y $[E_{jk}] = 0$; entonces la ecuación que caracteriza a la función de los tensores de esfuerzos y deformaciones será:

$$[E_{jk}] = \frac{[T_{jk}]}{q_0} * [1 - e^{-\lambda t}] \quad \text{y} \quad C = \frac{[T_{jk}]}{q_0} \dots\dots\dots IV.27$$

gráficamente la ecuación IV.27 se tiene, figura IV.19.

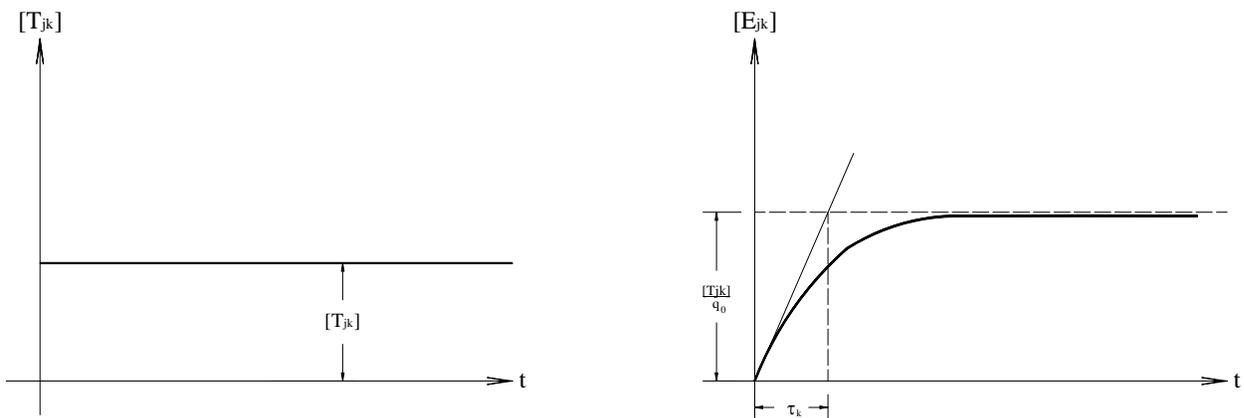


Figura IV.19. Comportamiento del modelo de Kelvin

Se observa que el material se empieza a deformar rápidamente hasta un instante en el que la pendiente de la curva comienza a disminuir, mostrándose para un tiempo $t \rightarrow \infty$, tiende a un valor asintótico.

El tiempo de retardo de Kelvin (τ_K), se define como el punto de intersección entre la tangente inicial de la curva $[E_{jk}]$ contra el tiempo (t), y la recta a la cual se aproxima la curva cuando $t \rightarrow \infty$

Para hallar la pendiente inicial a la curva se sigue el siguiente procedimiento:

Para $t = 0$

$$[\dot{E}_{jk}]_{t=0} = \frac{[T_{jk}] * \left[\frac{q_0}{q_1} e^{-\frac{q_0}{q_1} t} \right]}{q_0} \dots\dots\dots IV.28$$

en donde el término exponencial de la expresión se hace igual a la unidad, teniéndose

$$[\dot{E}_{jk}]_{t=0} = \frac{[T_{jk}] * \left[\frac{q_0}{q_1} \right]}{q_0} = \frac{[T_{jk}] * \left[\frac{1}{\frac{q_1}{q_0}} \right]}{q_0} \dots\dots\dots IV.29$$

es decir:

$$\frac{[T_{jk}]}{q_0} = \left[\frac{1}{\tau_K} \right] \dots\dots\dots IV.30$$

Para $t = \tau_K = \left[\frac{q_1}{q_0} \right]$

$$[\dot{E}_{jk}]_{t=\tau_K} = \frac{[T_{jk}] * \left[1 - e^{-\left(\frac{q_0}{q_1}\right)\tau_K} \right]}{q_0} = \frac{[T_{jk}] * \left[1 - \frac{1}{e} \right]}{q_0} \approx 0.632 \frac{[T_{jk}]}{q_0} \dots\dots\dots IV.31$$

La deformación final del cuerpo de Kelvin es $\frac{[T_{jk}]}{q_0}$, y a un tiempo $t = \tau_K$ se alcanza aproximadamente el 63% de la deformación final.

IV.5.5 SÓLIDO DE 3 PARÁMETROS

Los modelos antes descritos por si solos no reproducen el comportamiento total del material o elemento, por lo que se recurre a una combinación de los mismos. El modelo de los 3 parámetros es conocido también como el modelo en Burgers. Este modelo combina a Kelvin y Maxwell en serie, como aparecen en la figura IV.20.

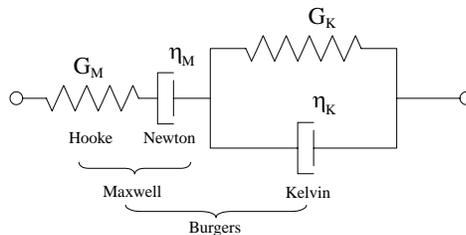


Figura IV.20. Modelos en Burgers

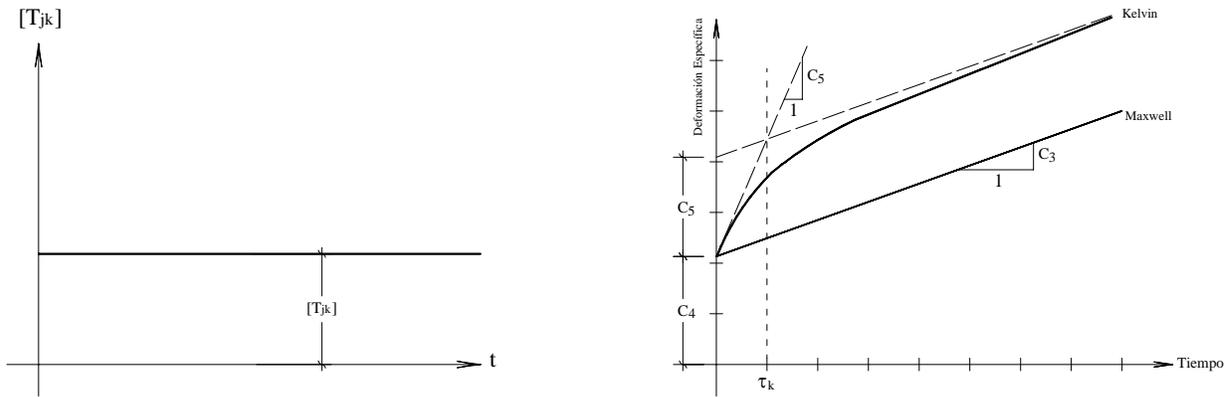


Figura IV.21. Comportamiento del Modelo en Burgers

La relación constitutivas de este modelo es:

$$P_2 [\ddot{T}_{jk}] + P_1 [\dot{T}_{jk}] + [T_{jk}] = q_2 [\ddot{E}_{jk}] + q_1 [\dot{E}_{jk}] \dots\dots\dots IV.32$$

para la condición de esfuerzo constante, la anterior se reduce a:

$$[T_{jk}] = q_2 [\ddot{E}_{jk}] + q_1 [\dot{E}_{jk}] \dots\dots\dots IV.33$$

lo que equivale a

$$[T_{jk}] = q_2 \frac{d^2}{dt^2} [E_{jk}] + q_1 \frac{d}{dt} [E_{jk}] \dots\dots\dots IV.34$$

al dividir la expresión IV.34 entre q_2

$$\frac{1}{q_2} [T_{jk}] = \frac{d^2}{dt^2} [E_{jk}] + \frac{q_1}{q_2} \frac{d}{dt} [E_{jk}] \dots\dots\dots IV.35$$

la ecuación IV.35 es una ecuación diferencial con coeficientes constantes que admite una solución homogénea y una particular. La primera está dada por:

$$\frac{d^2}{dt^2} [E_{jk}] + \frac{q_1}{q_2} \frac{d}{dt} [E_{jk}] = 0 \dots\dots\dots IV.36$$

la solución de la ecuación homogénea IV.36 :

$$[E_{jk}]_H = C_1 e^{0t} + C_2 e^{-\left(\frac{q_1}{q_2}\right)t} \dots\dots\dots IV.37$$

la solución particular de la ecuación IV.35 está dada por:

$$[E_{jk}]_P = C_3 t \dots\dots\dots IV.38$$

Así la solución global de la ecuación IV.35 será:

$$[E_{jk}] = [E_{jk}]_H + [E_{jk}]_P \dots\dots\dots IV.39$$

$$[E_{jk}] = C_1 e^{at} + C_2 e^{-\left(\frac{q_1}{q_2}\right)t} + C_3 t \dots\dots\dots IV.40$$

Con un poco de álgebra se obtiene:

$$[E_{jk}] = \underbrace{C_4 + C_3 t}_{\text{Maxwell}} + C_5 \underbrace{\left[1 - e^{-\left(\frac{q_1}{q_2}\right)t}\right]}_{\text{Kelvin}} \dots\dots\dots IV.41$$

IV.5.6 BURGERS MODIFICADO

Para niveles de esfuerzo inferiores al 50% del esfuerzo de ruptura (figura VII.5), se puede seleccionar el modelo en Burgers Modificado. Este modelo considera dos componentes:

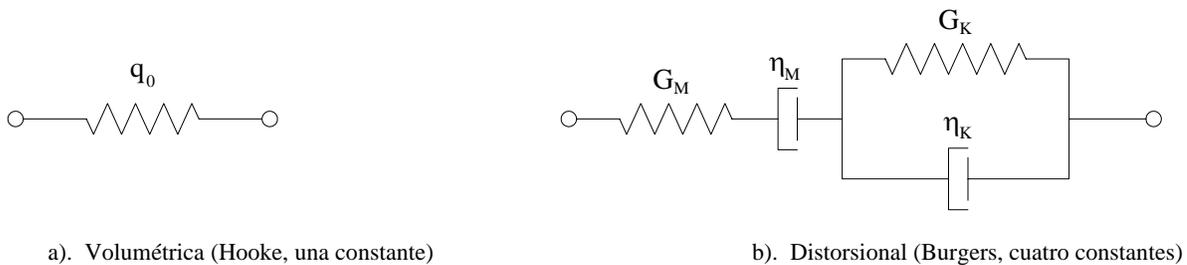


Figura IV.22. Componentes del Modelo en Burgers Modificado (cinco constantes)

Las relaciones constitutivas están dadas por la ecuación IV.4 y IV.32:

$$[T_V] = q_0 [E_V] \dots\dots\dots IV.42$$

$$P_2 [\ddot{T}_0] + P_1 [\dot{T}_0] + [T_0] = q_2 [\ddot{E}_0] + q_1 [\dot{E}_0] \dots\dots\dots IV.43$$

IV.6 PROPIEDADES VISCOELÁSTICAS

Estructuralmente para fines de análisis y diseño, el comportamiento del concreto ante solicitaciones actuantes se simplifica. Sin embargo, bajo esfuerzo constante en elementos de concreto, se pueden obtener algunas propiedades viscoelásticas, figura IV.23, donde se observa a las diversas etapas de comportamiento.

La primera se entiende como la deformación reversible que se produce inmediatamente; el concreto se acorta elásticamente; ocurre en un tiempo muy pequeño comparado, con el tiempo total en el que se observa la deformación del concreto.

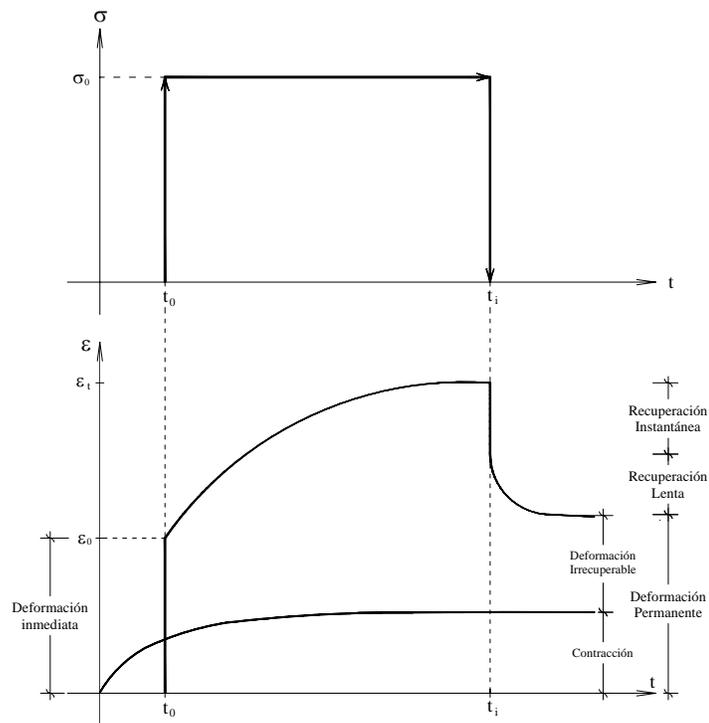


Figura IV.23. Deformaciones del concreto bajo carga constante

Con la carga constante se produce una deformación residual durante el tiempo $t_i - t_0$, éste se desarrolla a tasa decreciente. Si posteriormente la carga desaparece, el elemento presentará una recuperación instantánea, la cual será menor a la inicial debido a el aumento del módulo de elasticidad con la edad, mientras que la residual puede recuperarse con el tiempo; finalmente, se tiene una deformación permanente producto de la contracción por secado y la deformación irrecuperable.

Se observa nuevamente que la carga sostenida produce deformaciones diferidas, cuyo origen está en la microestructura de la pasta de cemento que une al agregado y a los granos de arena. La base de este agente es el gel de cemento, que es un material homogéneo con un carácter coloidal; contiene agua químicamente unida, agua coloidal en los poros del gel y agua libre en los capilares y macroporos. Bajo el efecto de esfuerzo a largo tiempo en el concreto, el agua que no está ligada químicamente es empujada hacia fuera desde los microporos del gel hacia los capilares (cien veces mayores a los anteriores), desde donde se evapora. Mientras la salida del agua está determinada por el esfuerzo en el concreto, la evaporación depende de las condiciones higrométricas del ambiente. Debido a la pérdida de agua, el esfuerzo es transferido gradualmente desde el medio viscoso hacia el esqueleto elástico del concreto; después de descargado la deformación se recupera parcialmente.

La magnitud de la fluencia depende del esfuerzo en el concreto, de su estructura con respecto a las propiedades de sus componentes individuales, de la consistencia de la mezcla y del grado de hidratación. También está afectado por las condiciones ambientales y la temperatura.

Otro efecto con características viscoelásticas resulta ser la contracción por secado. La combinación del cemento con el agua de la mezcla se realiza lentamente lográndose hidratar a los 30 días, bajo condiciones controladas de laboratorio, más del 80% del cemento empleado. En el transcurso del tiempo, el cemento continúa con su proceso de hidratación; toma el agua necesaria del ambiente atmosférico, para su endurecimiento tal como lo ilustra la figura IV.23.

IV.7 PARÁMETROS Y CONSTANTES VISCOELÁSTICOS

Conocido el comportamiento del concreto ante carga sostenida, se pueden definir los valores de los parámetros que intervienen en las relaciones constitutivas para posteriormente realizar el análisis del cuerpo viscoelástico lineal;

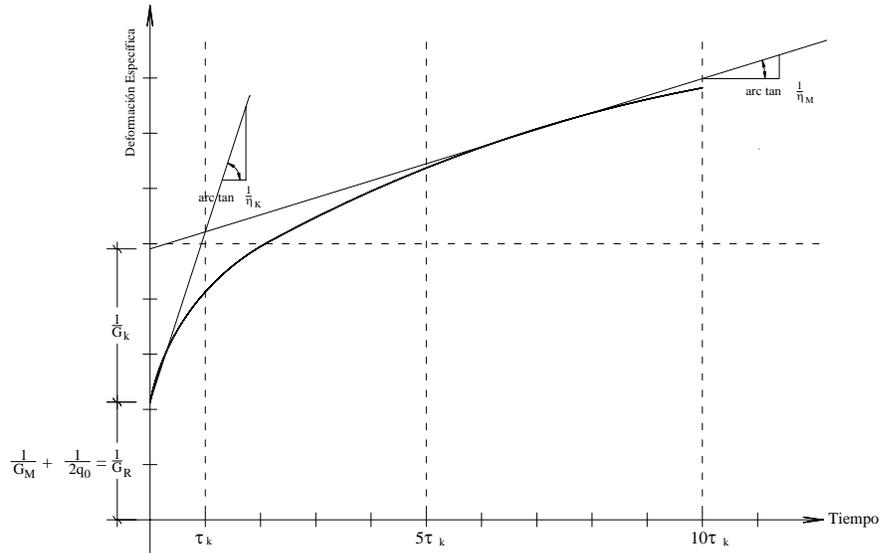


Figura IV.24. Constantes Viscoelásticas del modelo de Burgers Modificado para el concreto

Al conocer la evolución específica definida como el cociente de la deformación unitaria entre el nivel de esfuerzos constante, que actúa sobre una muestra del material viscoelástico, es posible conocer las constantes y parámetros viscoelásticos que identifican al comportamiento del material, las cuales, al ser sustituidas en las relaciones constitutivas, permiten relacionar a los esfuerzos con las deformaciones unitarias, ante cualquier ley de aplicación de carga en el tiempo, o bien, cualquier modificaciones de la forma de un cuerpo viscoelástico.

En el anexo C se muestra un procedimiento para ajustar el modelo de Burgers modificado a resultados obtenidos de pruebas, para identificar las constantes y parámetros viscoelásticos de un material. Al aplicar dicho programa, se obtuvieron las siguientes constantes a partir de mediciones.

Para el concreto reforzado a flexión existen resultados que se muestran en la tabla IV.1 (Rodríguez 1969). Los datos para la obtención de estos resultados son los siguientes:

Tiempo de carga = 5 meses

Carga constante para generar el 50% del momento de fluencia de la viga

Longitud constante de las vigas de 229 cm

Peralte y ancho constante de vigas de 17.78cm

Tabla IV.1. Resultados experimentales del concreto reforzado

Viga	As (cm ²)	f'c (kg/cm ²)	ρ	G _R (kg/cm ²)	G _K (kg/cm ²)	η _M = q ₁ (kg*dia/cm ²)	η _K (kg*dia/cm ²)	q ₀ (kg/cm ²)	q ₂ (kg*dia ² /cm ²)	p ₁ (dia)	p ₂ (dia ²)
1	3.96	345	0.0125	646,800.00	885,000.00	333,206,018.52	17,081,018.52	334,000	6,431,071,381.88	910.97	9,942.91
2	5.70	343	0.0180	668,400.00	1,128,700.00	246,041,666.67	29,931,712.96	334,000	6,524,717,412.61	612.61	9,761.70
3	5.70	397	0.0180	512,500.00	869,400.00	272,777,777.78	21,995,370.37	166,000	6,901,136,704.55	871.30	13,465.63
4	7.76	395	0.0245	558,100.00	939,300.00	527,442,129.63	22,609,953.70	166,000	12,696,095,105.37	1,530.67	22,748.78

Otros materiales tienen las constantes viscoelásticas que aparecen en la tabla IV.2 (Rodríguez 1969).

Tabla IV.2. Constantes Viscoelásticas de algunos materiales

Material	T (°C)	Tipo de prueba	G_R (kg/cm ²)	G_K (kg/cm ²)	η_M (kg*seg/cm ²)	η_K (kg*seg/cm ²)	τ_K (seg)
<i>Suelo arcilloso</i>	18	Cortante	2.058 a 7.621	3.173 a 12.176	0.6405×10^7 a 4.5477×10^7	0.1180×10^5 a 0.3945×10^5	1.44×10^3 a 5.40×10^3
<i>Vigas de madera</i>	26.5	Flexión	0.1882×10^6 a 0.2943×10^6	0.2644×10^6 a 0.4291×10^6	0.3005×10^{12} a 1.9689×10^{12}	1.8656×10^{10} a 4.6942×10^{10}	0.7056×10^5 a 1.0944×10^5
<i>Concreto simple</i>	21	Compresión	0.2439×10^6 a 0.3071×10^6	0.1465×10^6 a 0.3803×10^6	3.7085×10^{12} a 7.2460×10^{12}	1.0541×10^{11} a 2.7740×10^{11}	0.50890×10^6 a 1.18886×10^6
<i>Concreto reforzado</i>	Ambiente	Flexión	0.5125×10^6 a 0.6684×10^6	0.8694×10^6 a 1.1278×10^6	2.1580×10^{13} a 4.5571×10^{13}	1.4758×10^{12} a 2.5860×10^{12}	1.65×10^6 a 2.19×10^6
<i>Probetas de acero</i>	400 a 590	Tensión	1.6250×10^6 a 1.9270×10^6	0.5345×10^6 a 13.575×10^6	4.7030×10^{10} a 7.8832×10^{12}	0.8428×10^{10} a 2.6487×10^{11}	0.360×10^4 a 0.483×10^5

CAPÍTULO V

MÉTODOS DE PREDICCIÓN DE LAS DEFORMACIONES DIFERIDAS

V.1 INTRODUCCIÓN

El concreto es un material con propiedades variables en el tiempo con el nivel de carga, debido al continuo reacomodo de las partículas que lo conforman. La deformabilidad del concreto depende del ambiente y no solo del esfuerzo aplicado; durante el colocado aparece la contracción por fraguado, y al aparecer la carga a que se somete dicho elemento, aparece la deformación diferida por carga sostenida. La predicción realista y precisa de estas deformaciones diferidas del concreto, es un problema complejo y por facilidad se tratará por separado ambos fenómenos.

V.2 CONTRACCIÓN POR FRAGUADO

La contracción de fraguado se mide por la disminución del volumen de concreto respecto al tiempo. Esta disminución se debe a cambios en el contenido de humedad del concreto y a cambios físico-químicos, los cuales ocurren sin presencia de acciones externas al concreto.

Este efecto, tiende a reducir la fuerza de presfuerzo, y se define como la deformación resultante de los cambios de volumen que se originan con el tiempo debido a la pérdida de agua en el concreto. Esta contracción ocurre sin producir esfuerzos mientras que el miembro no esté restringido contra el movimiento. La deformación unitaria varía de acuerdo a las condiciones ambientales a que está sujeta; si el concreto se encuentra bajo el agua la contracción debida a este efecto es nula, sin embargo para el caso en condiciones secas su valor aparece en diversos códigos.

V.2.1 NORMAS TÉCNICAS COMPLEMENTARIAS, D.D.F.

Las Normas Técnicas Complementarias del Distrito Federal de Octubre 2004, establece dos valores de contracción final, expresión V.1.

$$\text{Concreto} \left\{ \begin{array}{l} \text{Clase 1, } \gamma_{fresco} > 22 \text{ kN/m}^3 \text{ (} 2.2 \text{ ton/m}^3 \text{)} \dots \dots \dots \varepsilon_f = 0.001 \dots \dots \dots \text{V.1a} \\ \text{Clase 2, } 19 < \gamma_{fresco} < 22 \text{ kN/m}^3 \text{ (} 1.9 < \gamma_{fresco} < 2.2 \text{ ton/m}^3 \text{)} \dots \dots \dots \varepsilon_f = 0.002 \dots \dots \dots \text{V.1b} \end{array} \right.$$

V.2.2 NORMAS DEL CÓMITE EUROPEO DEL CONCRETO, CEB-FIP

V.2.2.1. CEB-FIP, 1970

La deformación por contracción, medida desde el comienzo del fraguado está dado por la expresión V.2.

$$\varepsilon_{sh}(t) = k_1^* \cdot k_3 \cdot k_4^* \cdot k_5 \dots \dots \dots \text{V.2}$$

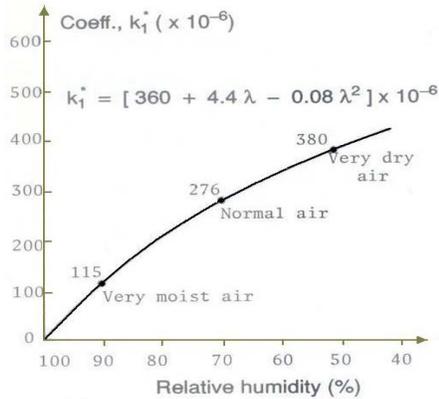
donde

k_1^* factor que depende de la humedad relativa, figura V.1.a

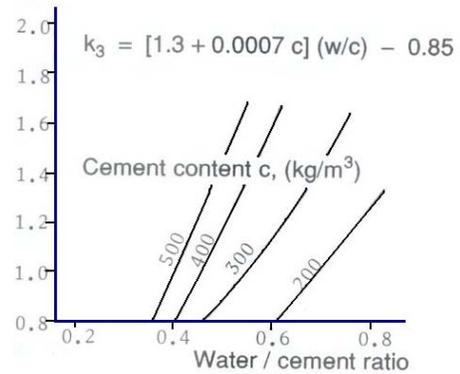
k_3 coeficiente que depende de la relación agua-cemento, figura V.1.b

k_4^* depende del espesor teórico t_h , figura V.1.c

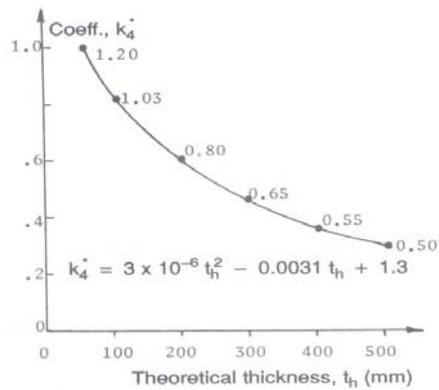
k_5 factor que toma en cuenta el tiempo de carga figura V.1.d



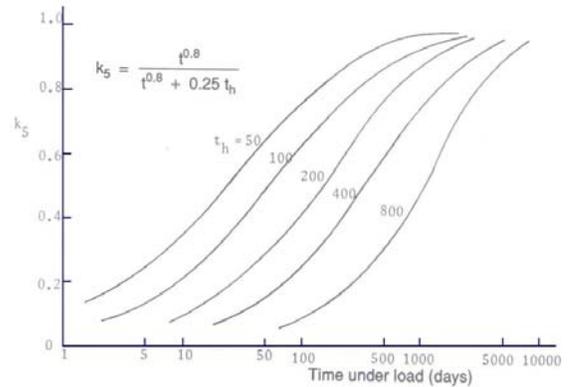
a). Humedad relativa



b). Relación agua-cemento



c). Espesor teórico



d). Factor de tiempo por carga sostenida

Figura V.1. Factores que definen a la contracción por secado (CEB 1970)

V.2.2.2. CEB-FIP, 1978

La contracción que ocurre en un intervalo (t, t_o) está dado por V.3.

$$\epsilon_{sh}(t, t_o) = \epsilon_{sho} [\beta_{sh}(t) - \beta_{sh}(t_o)] \dots \dots \dots V.3$$

donde

ϵ_{sho} es el coeficiente básico el cual se define en V.4.

$$\epsilon_{sho} = \epsilon_{sh1} \cdot \epsilon_{sh2} \dots\dots\dots V.4$$

ϵ_{sh1} depende de la humedad relativa h y se obtiene de la tabla V.1.

ϵ_{sh2} factor que depende del espesor efectivo h_o , figura V.2.

β_{sh} describe el desarrollo de la contracción respecto al tiempo dependiendo de h_o

Tabla V.1. Coeficientes de humedad para deformación por carga sostenida y contracción por secado

Coeficientes	Humedad relativa (%)			
	Agua (100)	Atmósfera muy húmeda (90)	Húmeda (70)	Atmósfera seca (40)
ϕ_{f1}	0.8	1.0	2.0	3.0
λ	30	5.0	1.5	1.0
$\epsilon_{sh1} \times 10^{-6}$	+100	-130	-320	-400

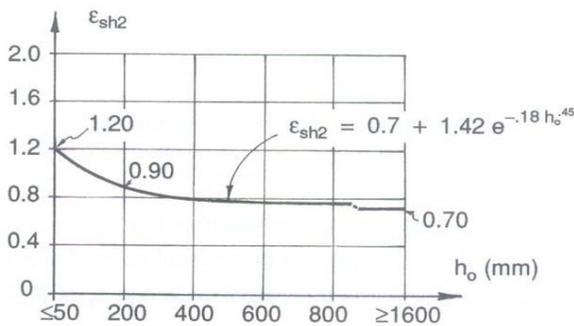
$$\phi_{f1} = \frac{1}{9} [0.0002h^3 - 0.043h^2 + 2.57h] - 2.2$$

$$\lambda = 1.0 + 0.00049e^{0.1h} \quad \text{cuando } h \leq 98$$

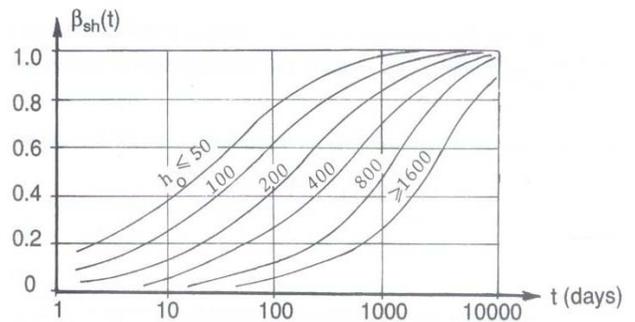
$$\lambda = 30 \quad \text{cuando } h = 100$$

$$\epsilon_{sh1} = \frac{1}{3} [0.41h^2 - 37.1h - 372] \times 10^{-6} \quad \text{cuando } h \leq 98$$

$$\epsilon_{sh1} = +100 \times 10^{-6} \quad \text{cuando } h = 100$$



a). Influencia del tamaño del miembro



b). Desarrollo de la contracción

Figura V.2. Factores que definen a la contracción por secado (CEB 1970)

V.2.2.3. CEB-FIP, 2000

Éste código es aplicable para concreto de resistencia ordinaria, sujeto a un esfuerzo constante de compresión de $\sigma_c < 0.4f'c$ bajo temperatura que oscila entre 5° a 30°C con humedad relativa de 40 a 100%.

La deformación total por contracción está dado por:

$$\varepsilon_{cs}(t, t_s) = \varepsilon_{cso} \beta_s(t - t_s) \dots\dots\dots V.5$$

en donde:

- ε_{cso} Coeficiente de la deformación por fraguado
- β_s coeficiente que describe el desarrollo de la contracción con el tiempo (ecuación V.8)
- t edad del concreto, días
- t_s edad del concreto al comienzo de la contracción, días

el coeficiente ε_{cso} se puede obtener según la ecuación siguiente:

$$\varepsilon_{cso} = \varepsilon_s(f'c) \beta_{RH} \dots\dots\dots V.6$$

con

$$\varepsilon_s(f'c) = \left[160 + 10 \beta_{sc} \left(9 - \frac{f'c}{f'c_o} \right) \right] 10^{-6} \dots\dots\dots V.7$$

de donde:

- $f'c$ resistencia a la compresión del concreto a los 28 días, MPa.
- $f'c_o$ 10 MPa.
- β_{sc} coeficiente que depende del tipo de cemento
 - 4 para cemento de bajo endurecimiento
 - 5 para cemento de normal o rápido endurecimiento
 - 8 para cemento de alto endurecimiento o de alta resistencia

$$\beta_{RH} \begin{cases} -1.55 \beta_{sRH} & \text{para } 40\% \leq RH < 99\% \\ +0.25 & \text{para } RH \geq 99\% \end{cases}$$

$$\beta_{sRH} = 1 - \left(\frac{RH}{RH_0} \right)^3 \dots\dots\dots V.8$$

con

- RH humedad relativa del ambiente, en %
- RH₀ 100%

El desarrollo de la contracción con el tiempo está dado por:

$$\beta_s(t - t_s) = \left[\frac{(t - t_s)}{t_1} \right]^{0.5} \dots\dots\dots V.9$$

$$\left[350 \left(\frac{h}{h_0} \right)^2 + \frac{(t - t_s)}{t_1} \right]$$

donde:

$$h = \frac{2A_c}{u}$$

- A_c Área de la sección transversal
- u Perímetro del elemento que está en contacto con el ambiente
- t_1 1 día
- h_0 100 mm

V.2.3 NORMAS DEL INSTITUTO AMERICANO DEL CONCRETO, ACI-209

V.2.3.1. ACI-209 1978

La contracción desde el inicio del secado, se obtiene a partir de la expresión V.10.

Curado húmedo

$$\varepsilon_{sh}(t) = \frac{t}{35 + t} \varepsilon_{sh\infty} \dots\dots\dots V.10a$$

Curado a vapor

$$\varepsilon_{sh}(t) = \frac{t}{55 + t} \varepsilon_{sh\infty} \dots\dots\dots V.10b$$

Donde $\varepsilon_{sh\infty}$ representa a la contracción final en un tiempo infinito, calculada mediante V.11.

$$\varepsilon_{sh\infty} = 780 \cdot \gamma'_2 \cdot \gamma'_3 \cdot \gamma'_4 \cdot \gamma'_5 \cdot \gamma'_6 \cdot \gamma'_7 \cdot \gamma'_8 \dots\dots\dots V.11$$

γ'_2 toma en cuenta la el efecto de la humedad relativa en % (λ) dado por V.12.

$$\gamma'_2 = 1.40 - 0.01\lambda \quad 40 \leq \lambda \leq 80 \dots\dots\dots V.12a$$

$$\gamma'_2 = 3.00 - 0.03\lambda \quad 80 \leq \lambda \leq 100 \dots\dots\dots V.12b$$

γ'_3 depende del tamaño y forma del elemento así como el espesor promedio h_0 .

Cuando $50mm \leq h_0 \leq 150mm$

$h_0(mm)$	50	75	100	125	150
γ'_3	1.35	1.25	1.17	1.08	1.00

Cuando $150mm < h_0 \leq 380mm$

$$\gamma'_3 = 1.23 - 0.0015h_0 \quad t \leq 365días \dots\dots\dots V.13a$$

$$\gamma'_3 = 1.17 - 0.0011h_0 \quad t > 365días \dots\dots\dots V.13b$$

Cuando $h_0 > 380mm$

$$\gamma'_3 = 1.2e^{-0.00472 v/s}$$

donde v/s es la relación de volumen a superficie en mm.

Los factores de corrección para s (mm), relación del agregado fino con el contenido total de los agregados (ψ) en %, contenido de aire (a) en % de volumen y contenido de cemento (c) en kg/m^3 son γ'_4 , γ'_5 , γ'_6 y γ_7 respectivamente.

$$\gamma'_4 = 0.89 + 0.00161s \dots\dots\dots V.14$$

$$\gamma'_5 = 0.30 + 0.014\psi \quad \psi \leq 50\% \dots\dots\dots V.15a$$

$$\gamma'_5 = 0.90 + 0.002\psi \quad \psi > 50\% \dots\dots\dots V.15b$$

$$\gamma'_6 = 0.95 + 0.008a \dots\dots\dots V.16$$

$$\gamma_7 = 0.75 + 0.00061c \dots\dots\dots V.17$$

Finalmente el γ_8 correspondiente al coeficiente de edad de la contracción, está dado según la variación de curado húmedo T_c en días, tabla V.2.

Tabla V.2. Coeficientes de edad de la contracción

T_c	1.0	3.0	7.0	14.0	28.0	90
γ_8	1.2	1.1	1.0	0.93	0.86	0.75

Para concreto curado a vapor por un período de uno a tres días, $\gamma_8 = 1.0$

V.2.3.2. ACI-209R-92 (97)

El comité establece la expresión V.18 para este fenómeno, que corresponde a un concreto en condiciones estándar, con 7 días de curado húmedo:

$$\left(\varepsilon_s\right)_t = \frac{t}{35+t} \left(\varepsilon_s\right)_u \dots\dots\dots V.18$$

en donde:

t es el tiempo de secado
 $\left(\varepsilon_s\right)_t$ y $\left(\varepsilon_s\right)_u$ son las contracciones por secado en el tiempo t , desde $t = 0$ hasta $t = 30$ años

La expresión V.19 representa a un coeficiente global, dependiente del tiempo de exposición al secado.

$$\frac{\left(\varepsilon_s\right)_t}{\left(\varepsilon_s\right)_u} = \frac{t}{35+t} \dots\dots\dots V.19$$

<i>Coeficientes de contracción a diversas edades</i>									
Tiempo de secado	Días			Años					
	28	90	180	1	2	5	10	20	30
$\frac{\left(\varepsilon_s\right)_t}{\left(\varepsilon_s\right)_u}$	0.444	0.720	0.837	0.913	0.954	0.981	0.991	0.995	0.997

Cuando no se tienen datos específicos, el código propone suponer una contracción por secado final en condiciones estándar $\left(\varepsilon_s\right)_u = 780 \times 10^{-6}$

V.2.4 NORMAS DE LA ASOCIACIÓN AMERICANA DE FUNCIONARIOS ESTATALES DE CARRETERAS Y TRANSPORTES, AASHTO

Para elementos postensados, el código propone la ecuación V.20.

$$\Delta cc = 954 - 8.4H \dots\dots\dots V.20$$

Tipo de clima	H (%)
Muy húmedo	90
Humedad Intermedia	70
Seco	40

V.2.5 BAZANT-PANULA (BaP), 1978

Bazant y Panula propusieron un método simplificado para estimar la contracción; la expresión está dado por V.21.

$$\epsilon_{sh}(t) = k_h \cdot \epsilon_{sh}^* \cdot \left[\frac{t}{\tau_{sh} + t} \right]^{1/2} \dots\dots\dots V.21$$

donde k_h depende de la humedad relativa h

$$k_h = 1 - 10^{-6} h^3 \quad h \leq 98\% \dots\dots\dots V.22a$$

$$k_h = -0.2 \quad h = 100\% \dots\dots\dots V.22b$$

la contracción última ϵ_{sh}^* se expresa por V.23.

$$\epsilon_{sh}^* = [1300 - 970y] 10^{-6} \dots\dots\dots V.23$$

$$y = [390z^{-4} + 1]^{-1} \dots\dots\dots V.24$$

$$z = [1.25\sqrt{a/c} + 0.5(g/s)^2 \left[\frac{1+s/c}{w/c} \right]^{1/3} 0.381\sqrt{f_c(28)} - 12] \geq 0 \dots\dots\dots V.25$$

si z es negativo, se tomará igual a cero.

donde

c el contenido del cemento en kg/m^3

w/c la relación agua-cemento

a/c relación agregado-cemento,

s/c relación grava-arena, todas las relaciones anteriores por peso

$f_c(28)$ resistencia a la compresión a los 28 días, MPa

τ_{sh} depende del tamaño y forma de elemento y está dado por V.26

$$\tau_{sh} = 4 \cdot \left(k_s \frac{V}{S} \right)^2 \cdot \frac{1}{C_1(t_{sh})} \dots\dots\dots V.26$$

donde

$\frac{V}{S}$ es la relación volumen-superficie, en mm

k_s es el factor de forma igual a 1 para losas, 1.15 para cilindros grandes, 1.25 para prismas cuadradas, 1.3 para esferas y 1.55 para cubos

$C_1(t_{sh})$ coeficiente que es proporcional al comienzo del secado (t_{sh}), y está dado por V.27.

$$C_1(t_{sh}) = 2.4 + \frac{120}{\sqrt{t_{sh}}} \dots\dots\dots V.27$$

V.3 CARGA SOSTENIDA

La deformación diferida por carga sostenida, se define como el incremento de la deformación dependiente del tiempo si el concreto se somete a un esfuerzo sostenido. La fluencia del concreto fue mencionada por primera vez en el año 1905, por Woolson. Posteriormente, varios investigadores estudiaron los parámetros que intervienen en el fenómeno. Glanville y Davis contribuyeron con experiencia en Inglaterra y América. Han existido muchas teorías que tratan de explicar este fenómeno.

Actualmente las formulaciones que mejor se adaptan a la complejidad del fenómeno de la fluencia son:

- A.C.I. del 1970
- C.E.B. F.I.P de 1978
- Bazant y Panula de 1985
- Burgers Modificado

La última propuesta es la que tiene el mejor fundamento teórico, ya que se trata de una formulación coherente con la termodinámica. Las otras dos propuestas son la más utilizadas, cada una en su ámbito de aplicación, y se ajustan a los valores observados en los numerosos ensayos, que aún se siguen realizando.

El coeficiente de deformación bajo carga sostenida se define de dos maneras: la primera, como la relación de la deformación a alguna edad “t”, después de aplicar la carga a la edad “t₀” a la deformación inicial a los 28 días es:

$$\varphi_{28}(t, t_0) = C(t, t_0) E c_{28} \dots\dots\dots V.28$$

En la segunda aproximación, el coeficiente de deformación por carga sostenida resulta ser la relación de la deformación a alguna edad “t” después de aplicar la carga al tiempo “t₀”, a la deformación inicial en el instante de aplicación de la carga “t₀”

$$\varphi(t, t_0) = C(t, t_0) E c(t_0) \dots\dots\dots V.29$$

La relación entre ambas definiciones está dada por la expresión V.30.

$$\varphi(t, t_0) = \frac{\varphi_{28}(t, t_0) E c(t_0)}{E c_{28}} \dots\dots\dots V.30$$

V.3.1 NORMAS TÉCNICAS COMPLEMENTARIAS, D.D.F.

El Reglamento del Distrito Federal, en sus Normas Técnicas Complementarias de Concreto 2004, proponen la expresión V.26.

$$C_f = \frac{\delta_f - \delta_i}{\delta_i} \dots\dots\dots V.31$$

Donde δ_f y δ_i son las deformaciones axiales final e inmediata, respectivamente. Y cuando se desconocen los valores de δ_f y δ_i el reglamento establece tomar valores:

Concreto	{	Clase 1, $\gamma_{fresco} > 22 \text{ kN/m}^3$ (2.2 ton/m^3)	$C_f = 2.4$V.32a
		Clase 2, $19 < \gamma_{fresco} < 22 \text{ kN/m}^3$ ($1.9 < \gamma_{fresco} < 2.2 \text{ ton/m}^3$)	$C_f = 5.0$V.32a

V.3.2 NORMAS DEL CÓMITE EUROPEO DEL CONCRETO, (CEB-FIP)

La deformación total del concreto bajo esfuerzo constante, está dado por la expresión V.33.

$$\varepsilon(t, t_0) = \sigma_0 \left[\frac{1}{E_c(t_0)} + \frac{\varphi_{28}(t, t_0)}{E_{c28}} \right] \dots\dots\dots V.33$$

donde:

- $\frac{\sigma_0}{E_c(t_0)}$ Deformación inicial, en el tiempo t_0
- $\frac{\varphi(t, t_0)}{E_{c28}}$ Es la deformación diferida en un tiempo t
- E_{c28} Módulo de elasticidad a los 28 días
- $\varphi(t, t_0)$ Coeficiente de deformación bajo carga sostenida

Así, la función de deformación por carga sostenida del concreto está dada por V.34 :

$$\phi(t, t_0) = \left[\frac{1}{E_c(t_0)} + \frac{\varphi_{28}(t, t_0)}{E_{c28}} \right] \dots\dots\dots V.34$$

V.3.2.1. CEB-FIP, 1970

Define a la deformación diferida en función del coeficiente es $\varphi_{28}(t, t_0)$ y se define según V.35.

$$\varphi_{28}(t, t_0) = k_1 \cdot k_2 \cdot k_3 \cdot k_4 \cdot k_5 \dots\dots\dots V.35$$

donde:

- k_1 Coeficiente de humedad del ambiente, figura V.3a
- k_2 Coeficiente para la edad de aplicación de la carga, figura V.3b
- k_3 Coeficiente para la composición del concreto, figura V.3c
- k_4 Coeficiente para el espesor teórico o promedio “*h’o*”, figura V.3d
- k_5 Coeficiente para el transcurso del tiempo, figura V.3e

El espesor teórico se define con la expresión V.36

$$h' = \frac{2A_c}{u}$$

V.36

en donde:

A_c Área de la sección del elemento, en mm^2

u Perímetro de la sección expuesta al secado, en mm

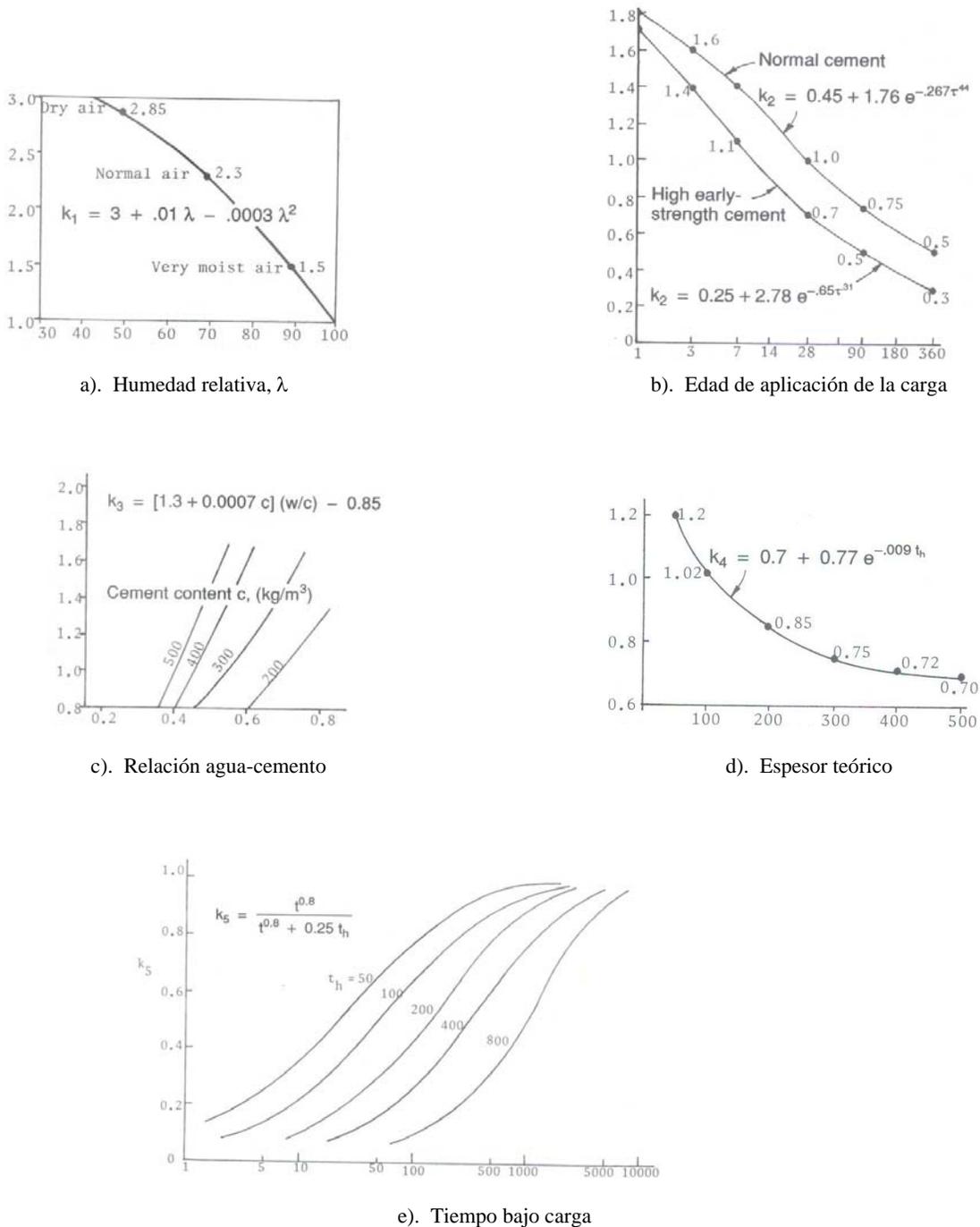


Figura V.3. Coeficientes para carga sostenida (CEB 1970)

El coeficiente por carga sostenida en el instante de aplicación de la carga, considera el endurecimiento del concreto con cemento Pórtland a una temperatura promedio de 20°C, protegido de una excesiva pérdida de humedad. Si el concreto endurece a una temperatura mayor de la especificada, la edad de aplicación de la carga se sustituye por el correspondiente grado de madurez.

$$D = \sum \Delta t [\theta + 10 \text{ } ^\circ\text{C}] \dots\dots\dots V.37$$

D Madurez (día-°C)

Δt Representa el número de días durante el cual el endurecimiento toma lugar, a $\theta^\circ\text{C}$

El módulo elástico para este caso es:

$$E_{c28} = 5,940 \sqrt{f'c(t_0)}, \text{ en MPa} \dots\dots\dots V.38$$

El desarrollo de la resistencia depende del tipo de cemento, tabla V.1.

Tabla V.1. Coeficientes para carga sostenida

Relación de resistencia $f'c(t_0)/f'c_{28}$					
Edad del concreto (días)	3	7	28	90	360
Pórtland, Normal	0.40	0.65	1.00	1.20	1.35
Pórtland, Endurecimiento Rápido	0.55	1.00	1.15	1.20	

V.3.2.2. CEB-FIP, 1978

En esta versión la deformación por carga sostenida la considera *reversible* (elástica) o *irreversible*. La primera corresponde al primer día (24 horas bajo carga sostenida); la segunda se expresa según V.39.

$$\phi_{28}(t, \tau) = \beta_a(\tau) + \phi_d \beta_d(t - \tau) + \phi_f [\beta_f(t) - \beta_f(\tau)] \dots\dots\dots V.39$$

donde:

β_a Deformación inicial por carga sostenida

β_d Describe el desarrollo de la deformación en el transcurso del tiempo

ϕ_d es el coeficiente de la deformación inicial bajo carga constante, figura V.4.

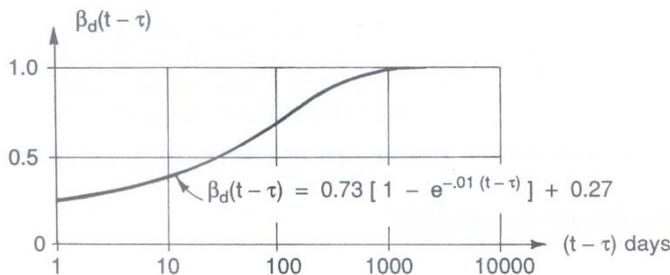


Figura V.4. Desarrollo de la deformación elástica (CEB 1970)

$\beta_u(\tau)$ representa la fluencia inicial, dada por V.40.

$$\beta_u(\tau) = 0.8 \left[1 - \frac{f_c(\tau)}{f_{c_\infty}} \right] \dots\dots\dots V.40$$

La relación de resistencias está dada por V.41.

$$\frac{f_c(\tau)}{f_{c_\infty}} = \frac{\tau^{0.73}}{5.27 + \tau^{0.73}} \dots\dots\dots V.41$$

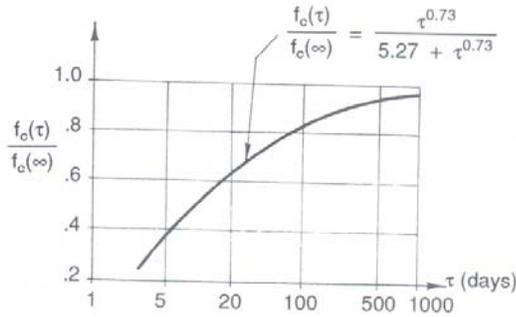


Figura V.5. Relación de la resistencia del concreto (CEB 1970)

ϕ_f de la ecuación V.42 se define como:

$$\phi_f = \phi_{f1} + \phi_{f2} \dots\dots\dots V.42$$

Donde:

ϕ_{f1} depende de la humedad relativa, , tabla V.1; ϕ_{f2} depende del tamaño del elemento definido por espesor teórico

$$h_0 = \frac{2\lambda A_c}{u} \dots\dots\dots V.43$$

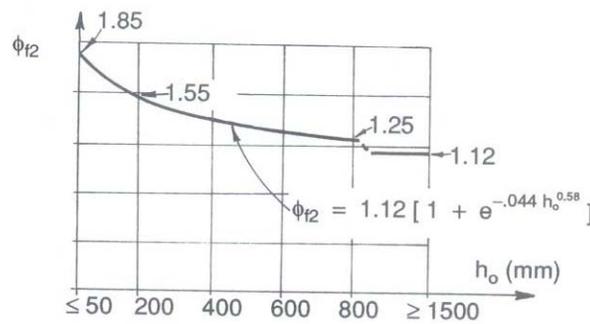


Figura V.6. Influencia de espesor teórico (CEB 1970)

- A_c Área de la sección del elemento, en mm^2
- u Perímetro de la sección expuesta al secado, en mm
- λ coeficiente de humedad, tabla V.1.

V.3.2.3. CEB-FIP, 2000

La deformación bajo esfuerzo constante, en el tiempo t_0 está dado por:

$$\varepsilon_{cc}(t, t_0) = \frac{\sigma_c(t_0)}{E_c} \phi(t, t_0) \dots\dots\dots V.44$$

en donde:

$\phi(t, t_0)$ es el coeficiente de deformación diferida
 E_c es el módulo de elasticidad a los 28 días

El coeficiente se expresada por:

$$\phi(t, t_0) = \phi_0 \beta_c(t - t_0) \dots\dots\dots V.45$$

donde:

ϕ_0 coeficiente de deformación diferida (ecuación V.46.)
 β_c coeficiente que describe la evolución de la deformación con el tiempo, después de ser cargado el elemento
 t edad del concreto en el momento considerado, días
 t_0 edad del concreto en el momento de la carga

$$\phi_0 = \phi_{RH} \beta(f'c) \beta(t_0) \dots\dots\dots V.46$$

con

$$\phi_{RH} = 1 + \frac{1 - \frac{RH}{RH_0}}{0.46 \left(\frac{h}{h_0} \right)^3} \dots\dots\dots V.47$$

$$\beta(f'c) = \frac{5.3}{\left(\frac{f'c}{f'c_0} \right)^{0.5}} \dots\dots\dots V.48$$

$$\beta(t_0) = \frac{1}{0.1 + \left(\frac{t_0}{t_1} \right)^{0.2}} \dots\dots\dots V.49$$

La evolución de las deformaciones diferidas, se calcula con:

$$\beta_c(t - t_0) = \left[\frac{\left(\frac{t - t_0}{t_1} \right)^{0.3}}{\beta_H + \frac{t - t_0}{t_1}} \right] \dots\dots\dots V.50$$

donde:

$$\beta_H = 150 \left\{ 1 + \left(1.2 \frac{RH}{RH_0} \right)^{18} \right\} \left\{ \frac{h}{h_0} + 250 \leq 1500 \right\} \dots\dots\dots V.51$$

$$h = \frac{2A_c}{u}$$

- A_c Área de la sección transversal
- u perímetro del elemento que está en contacto con el ambiente
- t_1 1 día
- h_0 100 mm
- $f'c$ resistencia a la compresión del concreto a los 28 días, MPa.
- $f'c_0$ 10 MPa.
- RH humedad relativa del ambiente, en %
- RH_0 100%

V.3.3 NORMAS DEL INSTITUTO AMERICANO DEL CONCRETO, ACI-209

V.3.3.1. ACI 209, 1978

Este código hace uso de una función hiperbólica para representar el coeficiente de deformación por carga sostenida, ecuación V.52.

$$\phi(t, \tau) = C(t, \tau) E_c(t, \tau) \dots\dots\dots V.52a$$

$$\phi(t, \tau) = \frac{(t - \tau)^{0.6} \phi_{\infty}(\tau)}{10 + (t - \tau)^{0.6}} \dots\dots\dots V.52b$$

en donde τ es la edad del concreto en la primera carga en días; $(t - \tau)$ es la duración de la carga en días; $\phi_{\infty}(\tau)$ representa el coeficiente último de deformación bajo carga sostenida, expresado como:

$$\phi_{\infty}(\tau) = 2.35 \cdot \gamma_1 \cdot \gamma_2 \cdot \gamma_3 \cdot \gamma_4 \cdot \gamma_5 \cdot \gamma_6 \dots\dots\dots V.53$$

los coeficientes del γ_1 a γ_6 son factores de corrección, los cuales toman en cuenta varios parámetros que afectan a la magnitud de la deformación por carga sostenida.

γ_1 toma en cuenta la edad del concreto a la primera carga, τ .

$$\gamma_1 = 1.25\tau^{-0.118} \quad \text{para } \tau > 7 \text{ días} \quad \text{curado húmedo}$$

$$\gamma_1 = 1.13\tau^{-0.094} \quad \text{para } \tau > 3 \text{ días} \quad \text{curado a vapor}$$

γ_2 incluye los efectos de variación de la humedad relativa λ (en %)

$$\gamma_2 = 1.27 - 0.0067\lambda \quad \text{para } \lambda > 40$$

γ_3 depende del tamaño y forma del elemento. Existen dos métodos alternativos para estimar este factor. Uno de ellos se basa en el espesor promedio h_0 , ecuación V.40; el segundo recurre a la relación volumen-superficie, ecuación (V/S).

$$h_0 = 4 \frac{V}{S} \text{ (en mm)} \dots\dots\dots V.54$$

Si $h_0 \leq 150mm$, el coeficiente toma los siguientes valores:

$h_0(mm)$	50	75	100	125	150
γ_3	1.30	1.17	1.11	1.04	1.00

Cuando $150mm < h_0 < 380mm$:

$$\gamma_3 = 1.14 - 0.00092h_0 \quad (t - \tau) \leq 365 \text{días} \dots\dots\dots V.55a$$

$$\gamma_3 = 1.10 - 0.00067h_0 \quad (t - \tau) > 365 \text{días} \dots\dots\dots V.55b$$

Cuando $h_0 \geq 380mm$

$$\gamma_3 = \frac{2}{3} \left[1 + 1.13e^{-0.0213(v/s)} \right] \dots\dots\dots V.56$$

donde v/s es la relación de volumen a superficie en mm.

Los coeficientes del γ_4 al γ_6 dependen de la composición del concreto

$$\gamma_4 = 0.82 + 0.00264s \dots\dots\dots V.57$$

donde s es la desnivel del concreto fresco en mm

$$\gamma_5 = 0.88 + 0.0024\psi \dots\dots\dots V.58$$

donde ψ es la relación del agregado fino al agregado total en peso, en %.

$$\gamma_6 = 0.46 + 0.09a < 1.0 \dots\dots\dots V.59$$

donde a es el contenido del aire en %

V.3.3.3. ACI 209R-92, (Reaprobada en 1997)

Para estimar el coeficiente de deformación bajo carga sostenida, esta norma propone la expresión V.60.

$$C_t = \frac{t^\psi}{d + t^\psi} C_u \dots\dots\dots V.60$$

donde d está dado en días, ψ es una constante que depende del tamaño y forma del elemento

C_u es el coeficiente último de deformación bajo carga sostenida

t es el tiempo que ha estado cargado el espécimen en la ecuación 4.18

Cuando ψ es igual a 1.0, la expresión V.47 es similar a la ecuación hiperbólica de Ross y Lorman.

Las ecuaciones resultan ser convenientes en el diseño, donde el concepto de valor último (en tiempo) es modificado por la relación tiempo, para producir los resultados deseados. El incremento del flujo entre 100 a 200 días, es más pronunciado que la contracción. El método ACI 209R92(97) propone que la potencia de la ecuación V.47 sea de 0.6 (curva para valores más grandes de t). Los valores de ψ , d y C_u se pueden determinar por ajuste de los datos obtenidos de mediciones de pruebas, de acuerdo con la norma ASTM C 512.

Los intervalos normales de las constantes de las ecuaciones V.47 señalados por la norma ACI 209R-92 son:

$$0.40 < \psi < 0.80$$

$$6.00 < d < 30.0 \text{ (días)}$$

$$1.30 < C_u < 4.15$$

Las constantes anteriores se basan en las condiciones estándar (tabla 2.2.2, del código) para concretos con peso normal, concretos con arena ligera y concretos de agregado ligero, con curado húmedo y de vapor, y tipos de cemento I y III.

El comité ACI 209R-92 señala un valor promedio del coeficiente bajo carga sostenida, igual a 2.35 (C_u), valor obtenido de investigaciones realizadas durante 20 años.

Bajo condiciones estándar, este código recomienda la expresión V.48, correspondiente a una edad de carga de 7 días, con concretos curados por humedad o por vapor, de 1 a 3 días; esta expresión de C_t se afecta por factores de corrección, para condiciones diferentes a la estándar.

$$C_t = \frac{t^{0.60}}{10 + t^{0.60}} C_u \dots\dots\dots V.61$$

donde t es el tiempo después de aplicarle carga. En ausencia de datos con condiciones locales, se puede usar el siguiente valor de C_u :

$$C_u = 2.35 \gamma_c \dots\dots\dots V.62$$

donde γ_c representa el producto de los factores de corrección. Dichos valores corresponden a agregados razonablemente bien graduados y dentro de los límites de la norma ASTM C 33.

Se observa que la ecuación V.49 no discrimina entre flujo plástico básico y por secado; además, es independiente de la forma y del tamaño del miembro, porque d y ψ son constantes. El efecto del tamaño y de la forma se puede considerar con el uso de factores de corrección.

V.3.4 NORMAS DE LA ASOCIACIÓN AMERICANA DE FUNCIONARIOS ESTATALES DE CARRETERAS Y TRANSPORTES, (AASHTO)

Este código solo propone expresiones para evaluar la pérdida atribuida a la deformación por carga sostenida, en elementos pretensados y postensados, expresión V.63 (AASHTO).

$$CR_c = 12f_{cir} - 7f_{cds} \dots\dots\dots V.63$$

donde:

- f_{cir} esfuerzo de compresión neto en el concreto en el centro de gravedad del acero de presfuerzo inmediatamente después de aplicar el presfuerzo.
- f_{cds} esfuerzo en la sección al nivel del centro de gravedad, debido a cargas muertas.

V.3.5 BAZANT-PANULA (BaP)

Se presenta la versión simplificada para evaluar la deformación bajo carga sostenida. Este modelo separa la componente por secado.

La deformación básica es la deformación dependiente del tiempo, que ocurre cuando el concreto se carga, sin existir migración de humedad desde o hacia el concreto; depende de las características del material. La deformación por secado, es la deformación dependiente del tiempo provocado por el secado, es función de las condiciones ambientales y del tamaño del elemento.

La función para evaluar la deformación básica se expresa por V.64.

$$\Phi_b(t, \tau) = \frac{1}{E_0} [1 + \phi_{bo}(t, \tau)] \dots\dots\dots V.64$$

El módulo E_0 es mayor que el módulo elástico y se conoce como módulo asintótico. Para carga de duración $(t - \tau) > 1$ día, el módulo anterior se define como:

$$\frac{1}{E_0} = [0.0145 + 3.447(f_{c28})^{-2}] 10^{-3} \quad (MPa)^{-1} \dots\dots\dots V.65$$

el coeficiente de la deformación básica se expresa como:

$$\phi_{b0}(t, \tau) = \phi_1 [\tau^{-m} + 0.05] (t - \tau)^n \dots\dots\dots V.66$$

donde: $\phi_1 = 0.30 + 152.2[f_{c28}]^{1.2} \dots\dots\dots V.66a$

$$m = 0.28 + 47.54[f_{c28}]^2 \dots\dots\dots V.66b$$

$$n = 0.115 + 0.61[f_{c28}]^3 10^{-6} \dots\dots\dots V.66c$$

Las ecuaciones V.50 y V.52 permiten evaluar el cambio del módulo de Young, en un tiempo τ . Por ejemplo, para una duración $(t - \tau) > 1$ día,

$$\frac{1}{E_c(\tau)} = \frac{1}{E_0} [1 + \phi_1 (\tau^{-m} + 0.05)] \dots\dots\dots V.67$$

La ecuación común para el coeficiente de deformación básica $\phi_b(t, \tau)$ es:

$$\phi_b(t, \tau) = E_c(\tau) \Phi_b(t, \tau) - 1 \dots\dots\dots V.68$$

La función de la deformación diferida total $\Phi(t, \tau)$ está dado por V.69.

$$\Phi(t, \tau) = \frac{1}{E_0} [1 + \phi_{bo}(t, \tau) + \phi_{do}(t, \tau, t_{sh})] \dots\dots\dots V.69$$

cuando la contracción por secado comienza antes de la aplicación de la carga, por ejemplo cuando $\tau > t_{sh}$.

$$\phi_{do}(t, \tau, t_{sh}) = \bar{\phi}_d k_h' \tau^{-m/2} \left[1 + \frac{3\tau_{sh}}{t - \tau} \right]^{-0.35} \dots\dots\dots V.70$$

donde $\bar{\phi}_d = \left[1 + \frac{\tau - t_{sh}}{10\tau_{sh}} \right]^{-1/2} \phi_d \cdot \varepsilon_{sh}^* \cdot 10^6$

$$\phi_d = 0.0056 + \frac{0.0189}{1 + 0.7r^{-1.4}} \quad \text{si } r > 0$$

$$\phi_d = 0.0056 \quad \text{si } r \leq 0$$

$$r = 0.56[(s/a)f_{c28}]^{0.3}(g/s)^{1.3} \left[\frac{1,610(w/c)}{\varepsilon_{sh}^*} \right]^{-1.5} - 0.85$$

y

$$k_h' = 1 - 10^{-3} h^{1.5}$$

s/a es la relación arena a agregado total por peso

h es la humedad en %, el resto de los coeficientes están definido en el correspondiente contracción por secado

El coeficiente de deformación diferida, en un tiempo τ es:

$$\phi(t, \tau) = E_c(\tau)\Phi(t, \tau) - 1 \dots\dots\dots V.71$$

V.4. MÉTODOS SIMPLIFICADOS

El cálculo de la ecuación general de deformación del concreto, se simplifica mediante una función que permita la integración analítica. Dentro de este método está el Método de Dischinger y el de Dischinger Mejorado. Ambos parten de un coeficiente de deformación por carga sostenida reducida, que no tiene en cuenta el envejecimiento del concreto y por tanto la respuesta en deformaciones de éste, es independiente con la edad de la carga.

V.4.1. DISCHINGER (RCM)

Fue uno de los primeros procedimientos establecidos para estudiar el comportamiento del concreto en las estructuras. Fue propuesto en 1937 por Dischinger; su formulación se conoce como incremento de fluencia.

La base del método consiste en definir un solo coeficiente de deformación diferida obtenido para cada uno de los valores intermedios por simple traslación vertical de la curva que define dicho coeficiente. Con esto, se llega a determinar la famosa ecuación diferencial que define a la deformación:

$$\frac{d\varepsilon(t, \tau)}{d\phi} = \frac{1}{E_c(\tau_0)} \frac{d\sigma(t)}{d\phi} + \frac{\sigma(t)}{E_c(\tau_0)} + \frac{\varepsilon_{sh}^*}{\phi^*(\tau_0)} \dots\dots\dots V.72$$

El incremento de la deformación tiene tres términos; el primero es el incremento de deformación elástica debido al incremento del esfuerzo. El segundo corresponde al incremento de deformación del creep producido por el esfuerzo actuante. El último es debido al incremento de deformación debido a la retracción del concreto, que en este método se supone que es proporcional a la deformación diferida.

La ecuación diferencial de Dischinger tiene la ventaja de su fácil y sencilla aplicación en muchos problemas estructurales, sin embargo, tiene el gran inconveniente de que cuando el elemento estructural se descarga, la deformación es recuperada totalmente, lo que no esta evaluado por el método.

V.4.2. DISCHINGER MEJORADO (IDM)

La forma general de la función de fluencia, se compone de cuatro términos

$$\varepsilon(t, \tau) = \varepsilon_e(t) + \varepsilon_c(t, \tau) + \varepsilon_{sh}(t) \dots\dots\dots V.7$$

en donde $\varepsilon_c(t, \tau)$ está definida como la suma de la recuperación elástica más la deformación irre recuperable, ecuación V.61.

$$\varepsilon_c(t, \tau) = \varepsilon_e(t) + \varepsilon_d(t) + \varepsilon_f(t, \tau) + \varepsilon_{sh}(t) \dots\dots\dots V.74$$

si $\varepsilon'_e(t) = \varepsilon_e(t) + \varepsilon_d(t) \dots\dots\dots V.75$

La deformación ficticia dada por V.62, se considerada que se presenta al aplicarse el esfuerzo. Para un esfuerzo constante sostenido se tendrá:

$$\varepsilon(t, \tau_0) = \frac{\sigma_0}{E_c(\tau_0)}(1 + \phi_d) + \frac{\sigma_0}{E_c(\tau_0)}\phi_f(t, \tau_0) + \varepsilon_{sh}(t) \dots\dots\dots V.76$$

o bien $\varepsilon(t, \tau_0) = \frac{\sigma_0}{E'_c(\tau_0)} + \frac{\sigma_0}{E'_c(\tau_0)}\phi'(t, \tau_0) + \varepsilon_{sh}(t) \dots\dots\dots V.77$

donde $E'_c(\tau_0)$ es el módulo elástico ficticio asociado a $\varepsilon'_e(t)$ y $\phi'(t, \tau_0)$ y evolución de la deformación se reduce a:

$$E'_c(\tau_0) = \frac{E_c(\tau_0)}{1 + \phi_d} \dots\dots\dots V.78$$

$$\phi'(t, \tau_0) = \frac{\phi_f(t, \tau_0)}{1 + \phi_d} = \frac{\phi(t, \tau_0) - \phi_d}{1 + \phi_d} \dots\dots\dots V.79$$

si $\phi_d = 0.4$ las ecuaciones V.65 y V.66 se expresan:

$$E'_c(\tau_0) = \frac{E_c(\tau_0)}{1.4} \dots\dots\dots V.80$$

$$\phi'(t, \tau_0) = \frac{\phi_f(t, \tau_0)}{1 + \phi_d} = \frac{\phi(t, \tau_0) - 0.4}{1.4} \dots\dots\dots V.81$$

la deformación debida a la contracción del concreto está dado por:

$$\varepsilon_{sh}(t) = \frac{\varepsilon_{sh}^*(t)}{\phi^*(\tau_0)}\phi'(t, \tau_0) \dots\dots\dots V.82$$

Este método muestra ventajas respecto al anterior, y evita algunos de sus inconvenientes; logra un ajuste mejor a los procesos reales de fluencia.

V.5. MÉTODOS APROXIMADOS

V.5.1. MÓDULO EFECTIVO (EM)

Es el método más sencillo y de simplificación más burda. Se trata de aplicar la regla de rectángulo a la totalidad del intervalo de la integral. El valor de esta se hace igual a la función de fluencia para los limites de tiempo de la integral multiplicada por la diferencia de tensiones, final menos inicial. Por lo general, para simplificar la expresión, el módulo de deformación del concreto se considera constante, y realizando las operaciones pertinentes se llega a la siguiente ecuación:

$$\varepsilon(t, \tau) = \frac{\sigma}{E_c(\tau)} [1 + \phi(t, \tau)] + \varepsilon_{sh}(t) = \frac{\sigma}{E_e(t, \tau)} + \varepsilon_{sh}(t) \dots\dots\dots V.83$$

en donde $E_e(t, \tau) = \frac{E_c(\tau)}{1 + \phi(t, \tau)}$ V.84

Con este procedimiento se ignora la variación del esfuerzo en el intervalo del tiempo y sólo se tiene en cuenta su valor final. Formalmente utiliza como relación entre esfuerzo y deformación, la conocida ley de Hooke, pero con un módulo de elasticidad efectivo. Este módulo efectivo se supone constante y se divide entre la suma de la unidad, mas el coeficiente de deformación diferido, para el tiempo, considerado.

Para esfuerzo constante, este procedimiento es exacto, ya que representa la fluencia lineal. Cuando existe variación pequeña de esfuerzo, del orden del 15% al 20%, proporciona valores bastantes ajustados a los que se obtienen por otros procedimientos menos sencillos. Sin embargo, para grandes variaciones, y en procesos de relajación y retracción impedida, los resultados que arroja este método no son correctos, sobre todo en proceso de relajación.

V.5.2. ESFUERZO MEDIO (MS)

Este método busca la aplicación de la ley del trapecio a la integral de la ecuación de estado del concreto. El valor de dicha integral es la media de las funciones de fluencia inicial y final multiplicada por la diferencia de esfuerzos, final menos la inicial. Es similar al método del módulo efectivo, el cual también hace la simplificación de suponer constante el módulo de deformación del concreto y, con las operaciones necesarias, obtiene las siguiente ecuación:

$$\varepsilon(t, \tau) = \frac{\sigma(t)}{E_c(\tau)} + \frac{\sigma(\tau) + \sigma(t)}{2E_c(\tau)} \phi(t, \tau) + \varepsilon_{sh}(t) \dots\dots\dots V.85$$

La expresión para evaluar la deformación es más complicada debido a que interviene la deformación elástica del esfuerzo final y la deformación diferida por el esfuerzo medio del intervalo. Este procedimiento resulta muy aproximado cuando el esfuerzo es constante. Cuando el esfuerzo resulta ser variable, con intervalo menor del 30% del esfuerzo inicial, el procedimiento arroja resultados ajustados. Para problemas de relajación, los resultados son inadecuados, pero del lado de la seguridad.

V.5.3. MÓDULO EFECTIVO CON EDAD AJUSTADA (AEM)

Este procedimiento se basa en el cálculo exacto de la integral con un parámetro de ajuste de la función de fluencia. Busca un valor que corrija la función de fluencia para el intervalo de la integral, de manera que al multiplicarla por la diferencia de esfuerzos proporciona la cuadratura exacta. El fundamento del método fue establecido por Trost en 1967 y fue desarrollado por Bazant en 1972. Dado el tipo de función de fluencia, el parámetro corrector es un factor que multiplica al coeficiente de fluencia y que se conoce como coeficiente de envejecimiento. Este coeficiente depende también de los tiempos inicial y final. Se puede escribir la ecuación de estado, de la siguiente manera:

$$\varepsilon(t) = \frac{\sigma_0}{E_c(\tau_0)} [1 + \phi(t, \tau_0)] + \frac{\sigma(t) - \sigma_0}{E_c(\tau_0)} [1 + \chi(t, \tau_0) \phi(t, \tau_0)] + \varepsilon_{sh}(t) = \frac{\sigma_0}{E_e(t, \tau_0)} + \frac{\Delta\sigma(t)}{E_c(t, \tau_0)} + \varepsilon_{sh}(t) \dots\dots\dots V.86$$

donde:

$$\bar{E}_e(t, \tau_0) = \frac{E_c(\tau_0)}{1 + \chi(t, \tau_0) \phi(t, \tau_0)} \dots\dots\dots V.87$$

En este proceso, la deformación del concreto es función del esfuerzo inicial, dividida entre el módulo efectivo, y del incremento del esfuerzo, en el intervalo, dividido por un módulo efectivo con la edad ajustada.

Este procedimiento depende del coeficiente de envejecimiento. La determinación exacta de este factor requiere la solución de la ecuación integral por lo que el procedimiento no es muy viable. Por ello, se han buscado expresiones del coeficiente de envejecimiento que son exactas en algunos problemas. Concretamente, se han estudiado la fluencia y relajación. El coeficiente de envejecimiento por definición es positivo y menor que la unidad, generalmente igual a 0.8.

V.5.4. MÉTODO NUMÉRICO PASO A PASO (SSM)

En este procedimiento se sustituye la integral por una suma finita de términos de los incrementos de tensión por su correspondiente función de fluencia. Se pueden realizar dos aproximaciones numéricas según se escoja la regla del rectángulo o la del trapezoido para cada intervalo. Al aplicar la regla del rectángulo, se obtiene la expresión V.76, la cual emplea de manera incremental, el método de superposición.

$$\varepsilon(t) = \frac{\sigma_0}{E_c(\tau_0)} [1 + \phi(t, \tau_0)] + \sum_{j=1}^i \frac{\Delta\sigma(\tau_j)}{E_c(\tau_j)} [1 + \phi(\tau_{i+}, \tau_j)] + \varepsilon_{sh}(t) \dots\dots\dots V.88$$

La figura V.7 muestra la variación del esfuerzo, el cual ocurre durante el i-ésimo intervalo de tiempo, $\Delta\sigma(\tau_j)$; se considera aplicado en el centro del intervalo (por ejemplo en la edad τ_i). El incremento de la deformación instantánea mas la debida la deformación diferida evaluada por la aplicación de $\Delta\sigma(\tau_i)$, se calcula al final de cada intervalo de tiempo subsecuente, con uso del correspondiente módulo elástico y coeficiente por carga sostenida ($E_c(\tau_i)$ y $\phi(t, \tau_i)$).

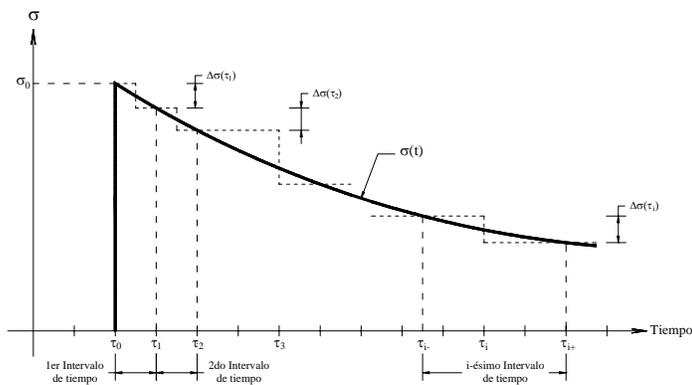


Figura V.7. Influencia de espesor teórico

Este método es más preciso que los anteriores en la determinación de la cuadratura. Resulta bastante laborioso con gran cantidad de datos involucrados, por tratarse de un procedimiento paso a paso, en el cual es necesario conocer los resultados previos, para calcular el siguiente intervalo.

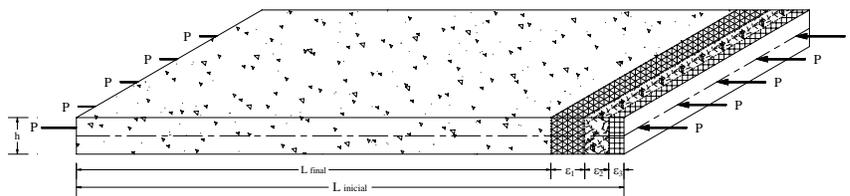
CAPÍTULO VI

MODELO MATEMÁTICO PARA ESTIMAR EL EFECTO DIFERIDO EN EL PUEBTE

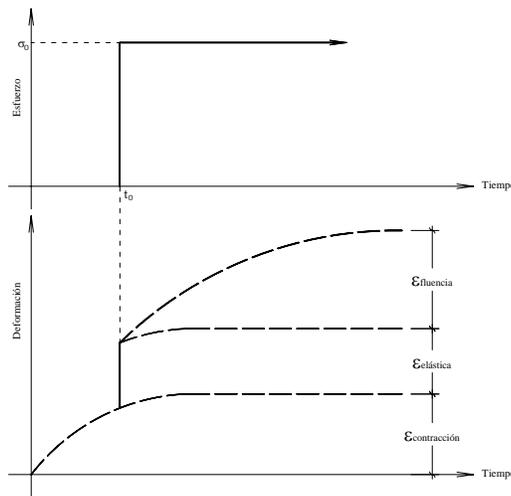
VI.1 INTRODUCCIÓN

La viscoelasticidad permite estudiar cuerpos deformables, con la evolución en el tiempo que existe en el comportamiento mecánico del concreto, debido a que se puede asociar a un modelo viscoelástico y evaluar la magnitud de los desplazamientos a medida que se incrementa la edad, cuando se someten a carga.

La deformabilidad del concreto en el tiempo se puede considerar dependiente de tres componentes: uno independiente de la carga y dos en función de ella. La deformación que no depende de la carga es la contracción de fraguado, las otras dos dependen de la inicial y de la fluencia (a lo largo del tiempo), figura VI.1.



a). Losa sujeta a carga constante



b). Gráfica deformación-tiempo

Figura VI.1. Deformación total de la placa

Matemáticamente, la deformación total se puede representar por la expresión VI.1.

$$\varepsilon_{total}(t) = \varepsilon_1 + \varepsilon_2 + \varepsilon_3 = \varepsilon_{elástica} + \varepsilon_{fluencia} + \varepsilon_{contracción} \dots\dots\dots VI.1$$

El modelo matemático reproduce evidencia experimental, de manera satisfactoria, con fundamentos teóricos, siempre que se conozcan los parámetros necesarios para aplicar la Viscoelasticidad, correspondientes al modelo de Burgers Modificado.

VI.1 CONTRACCIÓN POR FRAGUADO

Cuando una losa de concreto se somete a curado por vapor, el proceso de deformación por contracción de fraguado es mucho menor que el generado por el tensado inicial. En consecuencia, la deformación principal se debe a la fluencia la cual resulta de mayor importancia.

VI.2 DEFORMACIÓN DIFERIDA

La deformación diferida del concreto, con respecto al tiempo es función de la cristalografía. Los parámetros viscoelásticos han sido medidos en México representándose mediante (referencia 2).

$$C_t = \frac{t^{0.60}}{10 + t^{0.60}} \cdot 2.35 \dots\dots\dots VI.2$$

donde C_t es un coeficiente de deformación producido al aplicar carga sostenida a una edad de 7 días, o para concretos curados por humedad o a vapor, de 1 a 3 días. La ecuación VI.2 presenta la siguiente característica en la evolución del tiempo:

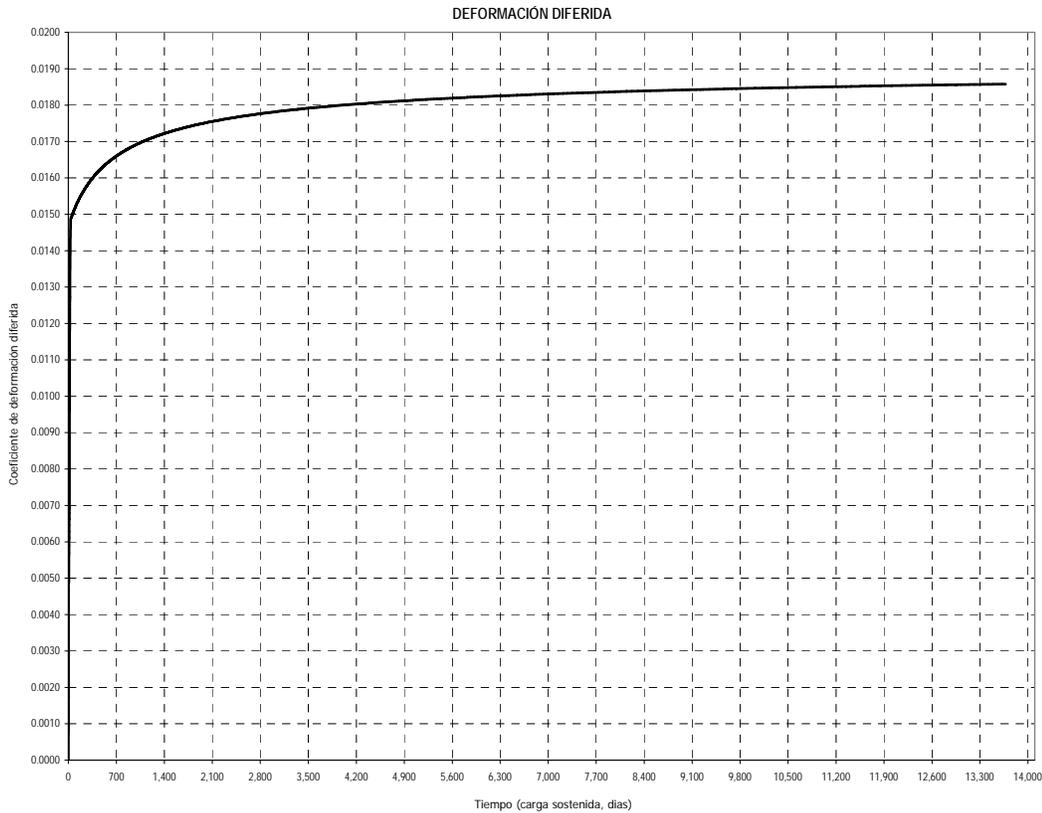


Figura VI.2. Coeficiente de deformación diferida del concreto bajo carga constante

Se observa que el coeficiente C_t crece y nunca decrece mientras se mantenga el nivel de carga. Es por ello que se usa el Modelo de Burgers Modificado, para representar al concreto como un material viscoelástico. Hansen, al igual que Flügge y Reiner, expone el modelo de Burgers para la representación de ambos efectos, el cual es válido mientras no aparezcan grietas.

VI.3.1 OBTENCIÓN DE PARÁMETROS

Se obtuvieron los parámetros viscoelásticos de concretos del Valle de México, a partir de la ecuación VI.2 para concretos de resistencia a la compresión ($f'c$) mostradas en la tabla VI.1. La ecuación se obtuvo de pruebas controladas bajo esfuerzo constante igual a 40% de su resistencia.

Así para el puente en estudio:

$$\sigma_{constante} = 0.40 \cdot f'c \dots\dots\dots VI.3$$

$$\sigma_{constante} = 350 \frac{kg}{cm^2} \cdot 0.35 = 122.50 \frac{kg}{cm^2} \dots\dots\dots VI.4$$

Al aplicar la ecuación correspondiente al módulo de elasticidad mencionado en las normas técnicas complementarias (NTC 2004) se obtuvieron los siguientes valores:

$$E = 8,000 \cdot \sqrt{f'c} = 8,000 \cdot \sqrt{200 \frac{kg}{cm^2}} = 113,137.085 \frac{kg}{cm^2} \dots\dots\dots VI.5a$$

$$E = 14,000 \cdot \sqrt{f'c} = 14,000 \cdot \sqrt{350 \frac{kg}{cm^2}} = 261,916.02 \frac{kg}{cm^2} \dots\dots\dots VI.5b$$

La ecuación VI.2 se interpreta como el número de veces en que se incrementa la deformación inicial. Al considerar la deformación inicial diferida, por lo que la ecuación que generó datos para alimentar el programa, se expresa como VI.7.

$$\epsilon_0 = \frac{\sigma_{constante}}{E} = \frac{1}{E} \dots\dots\dots VI.6$$

$$\frac{1}{E} (1 + c_t) \dots\dots\dots VI.7$$

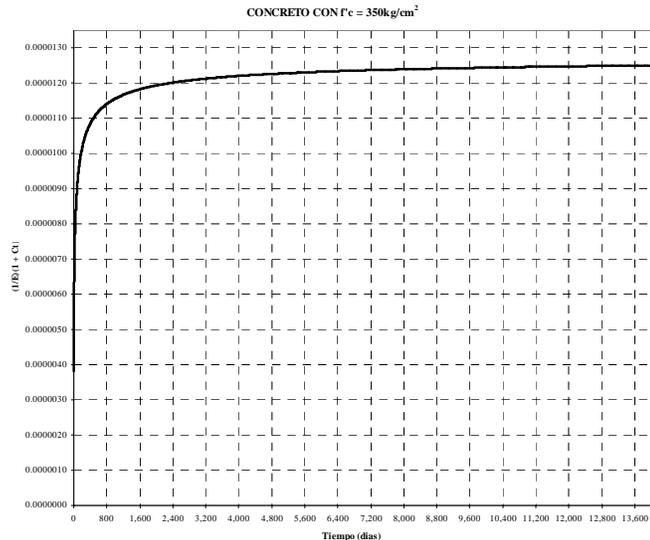


Figura VI.3. Curva según expresión VI.7

Se calcularon los valores proporcionados por la ecuación en un intervalo de tiempo de 1 año, y se seleccionaron en los instantes que aparecen en la tabla VI.1; las deformaciones específicas se procesaron en el programa mostrado en el anexo C, a fin de obtener los parámetros viscoelásticos buscados.

Tabla VI.1. Datos para obtener los parámetros

f'c = 200 kg/cm ²			
No.	Tiempo (días)	(1/E)(1+c _t)	(1/E)(1+c _t)10 ⁻⁶
1	0.00	0.0000088	8.8388348
2	38.00	0.0000186	18.6019017
3	190.00	0.0000234	23.3714375
4	365.00	0.0000249	24.9387017
5	19.00	0.0000165	16.5062720
6	57.00	0.0000199	19.8636488
7	76.00	0.0000207	20.7496766
8	95.00	0.0000214	21.4223108
9	114.00	0.0000220	21.9581908
10	133.00	0.0000224	22.3995128
11	152.00	0.0000228	22.7719112
12	171.00	0.0000231	23.0920734
13	209.00	0.0000236	23.6181636
14	228.00	0.0000238	23.8382630
15	247.00	0.0000240	24.0362823
16	266.00	0.0000242	24.2157371
17	285.00	0.0000244	24.3793966
18	304.00	0.0000245	24.5294779
19	323.00	0.0000247	24.6677808
20	342.00	0.0000248	24.7957846

f'c = 250 kg/cm ²			
No.	Tiempo (días)	(1/E)(1+c _t)	(1/E)(1+c _t)10 ⁻⁶
1	0.00	0.0000045	4.517540
2	38.00	0.0000095	9.507455
3	190.00	0.0000119	11.945171
4	365.00	0.0000127	12.746202
5	19.00	0.0000084	8.436376
6	57.00	0.0000102	10.152336
7	76.00	0.0000106	10.605186
8	95.00	0.0000109	10.948970
9	114.00	0.0000112	11.222859
10	133.00	0.0000114	11.448419
11	152.00	0.0000116	11.638752
12	171.00	0.0000118	11.802388
13	209.00	0.0000121	12.071273
14	228.00	0.0000122	12.183766
15	247.00	0.0000123	12.284974
16	266.00	0.0000124	12.376694
17	285.00	0.0000125	12.460340
18	304.00	0.0000125	12.537047
19	323.00	0.0000126	12.607734
20	342.00	0.0000127	12.673157

f'c = 300 kg/cm ²			
No.	Tiempo (días)	(1/E)(1+c _t)	(1/E)(1+c _t)10 ⁻⁶
1	0.00	0.0000041	4.123930
2	38.00	0.0000087	8.679079
3	190.00	0.0000109	10.904399
4	365.00	0.0000116	11.635637
5	19.00	0.0000077	7.701323
6	57.00	0.0000093	9.267772
7	76.00	0.0000097	9.681166
8	95.00	0.0000100	9.994996
9	114.00	0.0000102	10.245022
10	133.00	0.0000105	10.450929
11	152.00	0.0000106	10.624679
12	171.00	0.0000108	10.774057
13	209.00	0.0000110	11.019514
14	228.00	0.0000111	11.122206
15	247.00	0.0000112	11.214596
16	266.00	0.0000113	11.298324
17	285.00	0.0000114	11.374682
18	304.00	0.0000114	11.444706
19	323.00	0.0000115	11.509234
20	342.00	0.0000116	11.568956

f'c = 350 kg/cm ²			
No.	Tiempo (días)	(1/E)(1+c _t)	(1/E)(1+c _t)10 ⁻⁶
1	0.00	0.0000038	3.818018
2	38.00	0.0000080	8.035266
3	190.00	0.0000101	10.095512
4	365.00	0.0000108	10.772507
5	19.00	0.0000071	7.130039
6	57.00	0.0000086	8.580290
7	76.00	0.0000090	8.963018
8	95.00	0.0000093	9.253568
9	114.00	0.0000095	9.485047
10	133.00	0.0000097	9.675680
11	152.00	0.0000098	9.836541
12	171.00	0.0000100	9.974838
13	209.00	0.0000102	10.202088
14	228.00	0.0000103	10.297162
15	247.00	0.0000104	10.382698
16	266.00	0.0000105	10.460215
17	285.00	0.0000105	10.530909
18	304.00	0.0000106	10.595738
19	323.00	0.0000107	10.655480
20	342.00	0.0000107	10.710772

A partir de los diferentes datos que se muestran en la tabla VI.1, se obtuvieron los resultados que aparecen en la tabla VI.2.

Tabla VI.2. Parámetros y constantes viscoelásticos

f'c Concreto Simple (kg/cm ²)	Esfuerzo sostenido (kg/cm ²)	Módulo de Elasticidad Inicial (kg/cm ²)	τ_k (días)	G _M (kg/cm ²)	G _K (kg/cm ²)	η_M (kg*día/cm ²)	η_K (kg*día/cm ²)	q ₀ (kg/cm ²)	q ₁ (kg*día/cm ²)	q ₂ (kg*día ² /cm ²)	P ₁ (día)	P ₂ (día ²)
200	80	113,137.08	29.22	113,636.37	77,076.63	118,194,500.00	2,251,817.30	113,137.08	118,194,500.00	3,453,088,661.64	2,602.79	30,387.18
250	100	221,359.44	28.38	222,222.22	152,366.25	220,988,260.00	4,324,162.00	221,359.44	220,988,260.00	6,271,658,167.99	2,473.20	28,222.46
300	120	242,487.11	28.67	243,902.45	165,327.41	252,885,660.00	4,739,700.00	242,487.11	252,885,660.00	7,249,869,593.32	2,595.10	29,724.46
350	140	261,916.02	29.13	263,157.91	180,019.58	252,944,530.00	5,244,341.00	261,916.02	252,944,530.00	7,368,794,935.55	2,395.42	28,001.42

VI.3.2 MÉTODOS DE SOLUCIÓN

Una vez definidas las relaciones constitutivas que se presentan en un material específico, la solución viscoelástica se puede obtener mediante dos procedimientos.

Método directo: Se establecen las componentes de un tensor (de esfuerzos o deformaciones) y se aplican directamente los operadores diferenciales dependientes del tiempo a cada componente, con el fin de obtener las componentes del tensor correspondiente al problema, para obtener así la solución del problema en el transcurso del tiempo. Este método resulta muy laborioso, por la existencia de ecuaciones diferenciales dependientes del tiempo.

Método Indirecto: Se apoya en la transformación de Laplace de las expresiones que controlan el problema, y se obtiene la solución viscoelástica mediante un principio de correspondencia, el cual establece que la solución transformada E_{jk}^* de un medio no lineal, es posible encontrarla a partir de la solución E_{jk} obtenida a partir de la solución del medio considerado como elástico no lineal.

En este trabajo uso el Método Indirecto, por lo que se describe la aplicación del principio de correspondencia al problema en estudio. Si en un continuo con comportamiento inelástico, descrito por algún modelo reológico, en el que se conoce el tensor T_{jk} y se desea encontrar el tensor E_{jk} se procede a:

1. Encontrar el tensor E_{jk} como si el continuo fuese elástico, el cual se puede hacer mediante la ley de Hooke y el tensor quedará en función de las constantes E, ν y del tensor de esfuerzos T_{jk}
2. Cambiar a E y ν por operadores algebraicos \bar{E} y $\bar{\nu}^*$ y transformar el tensor T_{jk} para obtener E_{jk}^* .
3. Finalmente antitransformar E_{jk}^* para obtener E_{jk} .

Para un material que presenta comportamiento viscoelástico lineal, se tienen las relaciones constitutivas dadas por VI.6 y VI.7.

$$P_0[T_0] = Q_0[E_0] \dots\dots\dots VI.6$$

$$P_\nu[T_\nu] = Q_\nu[E_\nu] \dots\dots\dots VI.7$$

al aplicar la transformación de Laplace a las ecuaciones VI.6 y VI.7 se obtiene:

$$\mathcal{P}_0[\bar{T}_0] = \mathcal{Q}_0[\bar{E}_0] \dots\dots\dots VI.8$$

$$\mathcal{P}_\nu[\bar{T}_\nu] = \mathcal{Q}_\nu[\bar{E}_\nu] \dots\dots\dots VI.9$$

el resultado implica que en el espacio de la Transformada de Laplace se puede aceptar que:

$$[\bar{T}_0] = \frac{\mathcal{Q}_0}{\mathcal{P}_0} [\bar{E}_0] \dots\dots\dots VI.10$$

$$[\bar{T}_v] = \frac{\mathcal{Q}_v}{\mathcal{P}_v} [\bar{E}_v] \dots\dots\dots VI.11$$

se puede establecer una analogía con las relaciones constitutivas de un material elástico lineal:

$$[T_0] = 2G[E_0] \dots\dots\dots VI.12$$

$$[T_v] = 3k[E_v] \dots\dots\dots VI.13$$

Al sustituir las correspondientes constantes elásticas que aparecen en el anexo A, en VI.12 y VI.13, se obtiene:

$$[T_0] = \frac{E}{(1+\nu)} [E_0] \dots\dots\dots VI.14$$

$$[T_v] = \frac{E}{(1-2\nu)} [E_v] \dots\dots\dots VI.15$$

Se puede entonces por el principio de correspondencia, implantar la siguiente relación VI.16.

$$\frac{\mathcal{Q}_0}{\mathcal{P}_0} = \frac{E^*}{1+\nu^*} \dots\dots\dots VI.16$$

$$\frac{\mathcal{Q}_v}{\mathcal{P}_v} = \frac{E^*}{1-2\nu^*} \dots\dots\dots VI.17$$

al dividir VI.17 entre VI.16 se obtiene VI.18

$$\frac{\frac{\mathcal{Q}_v}{\mathcal{P}_v}}{\frac{\mathcal{Q}_0}{\mathcal{P}_0}} = \frac{\mathcal{Q}_v \mathcal{P}_0}{\mathcal{P}_v \mathcal{Q}_0} = \frac{E^* \cdot (1+\nu^*)}{E^* \cdot (1-2\nu^*)} = \frac{1+\nu^*}{1-2\nu^*} \dots\dots\dots VI.18a$$

$$\frac{\mathcal{Q}_v \mathcal{P}_0}{\mathcal{P}_v \mathcal{Q}_0} = \frac{1+\nu^*}{1-2\nu^*} \dots\dots\dots VI.18b$$

al despejar ν^* de la ecuación VI.18b, se obtiene VI.19

$$(\mathcal{Q}_v \mathcal{P}_0 (1-2\nu^*)) = (\mathcal{P}_v \mathcal{Q}_0 (1+\nu^*)) \dots\dots\dots VI.19a$$

$$\nu^* = \frac{\mathcal{P}_0 \mathcal{Q}_v - \mathcal{P}_v \mathcal{Q}_0}{2\mathcal{P}_0 \mathcal{Q}_v + \mathcal{P}_v \mathcal{Q}_0} \dots\dots\dots VI.19b$$

al despejar a E^* de la ecuación VI.16, se tiene VI.20 :

$$E^* = \frac{\mathcal{Q}_0}{\mathcal{P}_0} (1+\nu^*) \dots\dots\dots VI.20$$

Al sustituir VI.19b en VI.20, resulta VI.21 :

$$E^* = \frac{3\mathcal{Q}_0 \mathcal{Q}_v}{2\mathcal{P}_0 \mathcal{Q}_v + \mathcal{P}_v \mathcal{Q}_0} \dots\dots\dots VI.21$$

asi, la transformada de Laplace de las relaciones constitutivas viscoelásticas, se pueden escribir como aparecen VI.22 y VI.23.

$$[\bar{T}_0] = \frac{E^*}{1+\nu^*} [\bar{E}_0] \dots\dots\dots VI.22$$

$$[\bar{T}_v] = \frac{E^*}{1-2\nu^*} [\bar{E}_v] \dots\dots\dots VI.23$$

lo anterior indica que en el espacio de la transformada de Laplace, las relaciones constitutivas entre transformadas de las componentes esfuerzo-deformación se pueden expresar en función de operadores algebraicos lineales de la variable. Para un material de Burgers Modificado, se obtiene:

$$\mathcal{P}_0 = P_2 S^2 + P_1 S + 1 \dots\dots\dots VI.24a$$

$$\mathcal{P}_v = 1 \dots\dots\dots VI.24b$$

$$\mathcal{Q}_0 = q_2 S^2 + q_1 S \dots\dots\dots VI.24c$$

$$\mathcal{Q}_v = q_0 \dots\dots\dots VI.24d$$

Por lo anterior las ecuaciones VI.19b y VI.21 se expresan como aparece en VI.25 y VI.26.

$$E^* = \frac{3q_0(q_2 S^2 + q_1 S)}{2q_0(P_2 S^2 + P_1 S + 1) + (q_2 S^2 + q_1 S)} \dots\dots\dots VI.25$$

$$\nu^* = \frac{q_0(P_2 S^2 + P_1 S + 1) - (q_2 S^2 + q_1 S)}{2q_0(P_2 S^2 + P_1 S + 1) + (q_2 S^2 + q_1 S)} \dots\dots\dots VI.26$$

Al aplicar el principio de correspondencia con operadores algebraicos en s, generalmente se obtienen polinomios racionales en s. Estos cocientes se pueden descomponer en fracciones simples y así definir términos que se pueden identificar en las tablas de transformadas de funciones conocidas, e invertir la solución antitransformando para obtener la solución viscoelástica en el dominio del tiempo.

CAPÍTULO VII

ANÁLISIS ESTRUCTURAL DE LA LOSA

VII.1 INTRODUCCIÓN

Existen dos tipos de análisis en estructuras, uno de ellos es el utilizado para dimensionar elementos, a fin de satisfacer los estados límite de servicio y el otro para cumplir con los límites últimos, que se conocen como elástico lineal y no lineal, respectivamente.

En ocasiones los estados límites de servicio o las restricciones en desplazamiento no controlan el diseño, como sucede cuando se presenta una gran concentración de tensiones mientras sus desplazamientos son despreciables y se requieren de análisis no lineales, debido a cambios en:

- a). Material $\left\{ \begin{array}{l} \text{Viscoelasticidad} \\ \text{Elasticidad no lineal} \end{array} \right.$
- b). Geométrica $\left\{ \begin{array}{l} \text{Grandes deformaciones} \\ \text{Grandes rotaciones} \end{array} \right.$
- c). Condiciones de frontera $\left\{ \begin{array}{l} \text{Cambios en Fuerzas} \\ \text{Cambios en Desplazamientos} \end{array} \right.$

La no linealidad del material se puede considerar mediante de una relación constitutiva causa-efecto no lineal; algunos puntos que dan origen a la no linealidad del material son: apertura y cierre de fisuras, fractura frágil, gran deformación por carga sostenida y deslizamiento friccional. La no linealidad geométrica se toma en cuenta en las relaciones de equilibrio y compatibilidad. Cuando las grandes deformaciones rigen, una o ambas ecuaciones se convierten en no lineales.

En pequeñas deformaciones la geometría cambia por la acción de las fuerzas, y el empleo de una mecánica lineal es aplicable. Al aparecer grandes desplazamientos es necesario considerar el cambio en relaciones cinemáticas que controlan el cambio de la geometría de un cuerpo deformable.

VII.2 PARÁMETROS PARA ANÁLISIS

Cuando los desplazamientos de una placa son pequeñas comparados con su espesor ($w \ll h$), y los desplazamientos en el plano de la placa son despreciables, se aplica la teoría de Kirchhoff. Los desplazamientos w se determinan por la ecuación diferencial parcial de cuarto orden siguiente:

$$\frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + 2 \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4 w}{\partial y^4} = \frac{p_z(x, y)}{D} \dots\dots\dots VII.1$$

Cuando el desplazamiento máximo sobrepasa al espesor de la placa ($w \approx h$), se utiliza una aproximación no lineal, controladas por ecuaciones diferenciales parciales de segundo y cuarto orden, en función de los desplazamientos, las cuales rigen el análisis de placas con grandes desplazamientos; estas se conocen como ecuaciones de Von Kármán (por haber sido planteados por Theodore Von Kármán en 1910), expresiones VII.2 y VII.3.

$$\frac{\partial^4 F}{\partial x^4} + 2 \frac{\partial^4 F}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4 F}{\partial y^4} = E \left[\left(\frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \right)^2 - \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right] \dots\dots\dots VII.2$$

$$\frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + 2 \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4 w}{\partial y^4} = \frac{p_z(x, y)}{D} + \frac{h}{D} \left[\frac{\partial^2 F}{\partial y^2} \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 F}{\partial x^2} \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} - 2 \frac{\partial^2 F}{\partial x \partial y} \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \right] \dots\dots\dots VII.3$$

en donde F está definido por la expresión VII.12.

Cuando el desplazamiento es muy grande respecto a su espesor ($w \gg h$), tal como sucede con las placas muy delgadas, se tienen tres ecuaciones diferenciales para estimar los desplazamientos. Sin embargo se puede desprestigiar la rigidez a flexión de la placa (D), se tendrá así las ecuaciones que gobiernan a las membranas, VII.4 y VII.5.

$$\frac{\partial^4 F}{\partial x^4} + 2 \frac{\partial^4 F}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4 F}{\partial y^4} = E \left[\left(\frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \right)^2 - \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right] \dots\dots\dots VII.4$$

$$\frac{p_z(x, y)}{h} + \frac{\partial^2 F}{\partial y^2} \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 F}{\partial x^2} \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} - 2 \frac{\partial^2 F}{\partial x \partial y} \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} = 0 \dots\dots\dots VII.5$$

Soluciones exactas de las dos ecuaciones parciales diferenciales no lineales simultáneas dados por VII.2 y VII.3 son escasas, pero existe un gran número de métodos indirectos que se han desarrollado como son:

- Aproximación con series dobles de Fourier
- Método de la Energía de Galerkin
- Método de la Energía de Ritz
- Técnica de iteración paso a paso

En este trabajo, se recurrió del primer método, con las condiciones que aparecen en la figura VII.2.

VII.3 ANÁLISIS DE LA LOSA POSTENSADA

En este apartado se condensa el análisis de la losa, al considerar la no linealidad geométrica y la no linealidad del material.

VII.3.1 ELÁSTICO NO LINEAL

Se realizó el análisis de la losa, sujeta a cargas de presfuerzo longitudinal, ya que en esta etapa, dicha losa de concreto sufrió daño debido al efecto de Poisson, figura VII.1. En esta etapa 10, no se contaba aún con el presfuerzo transversal, por lo que no se consideró la carga en el borde del eje y, en el análisis se desprestigiará la carga propia de la losa (p_z) por tener poco efecto. En consecuencia las ecuaciones de partida son las VII.6 y VII.7.

$$\frac{\partial^4 F}{\partial x^4} + 2 \frac{\partial^4 F}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4 F}{\partial y^4} = E \left[\left(\frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \right)^2 - \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right] \dots\dots\dots VII.6$$

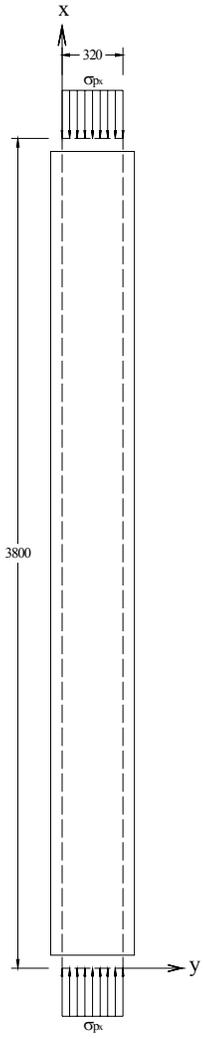
$$\frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + 2 \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4 w}{\partial y^4} = \frac{h}{D} \left[\frac{\partial^2 F}{\partial y^2} \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 F}{\partial x^2} \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} - 2 \frac{\partial^2 F}{\partial x \partial y} \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \right] \dots\dots\dots VII.7$$

los esfuerzos de membrana se determina con las expresiones VII.8

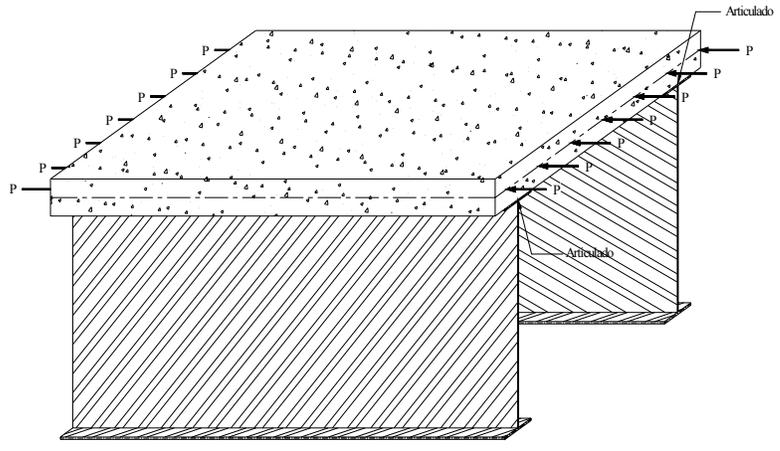
$$\sigma_x = \frac{\partial^2 F}{\partial y^2} \dots\dots\dots VII.8a$$

$$\sigma_y = \frac{\partial^2 F}{\partial x^2} \dots\dots\dots VII.8b$$

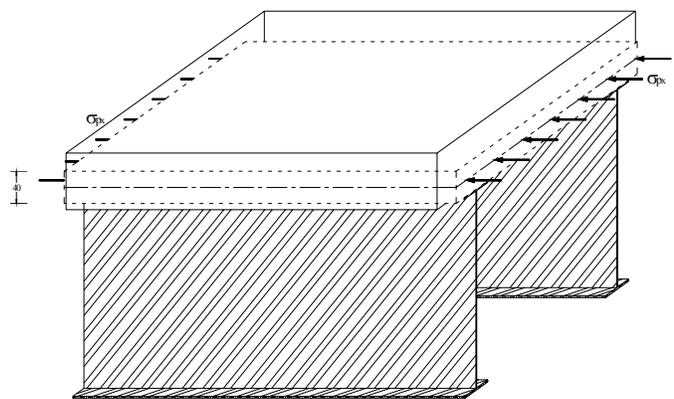
$$\tau_{xy} = - \frac{\partial^2 F}{\partial x \partial y} \dots\dots\dots VII.8c$$



a). Presfuerzo en la fase 10



b). Losas perimetralmente articulada



c). Idealización del efecto de Poisson

Figura VII.1. Efecto Poisson en la losa postensada

Acot. cm

Se utilizó la siguiente función, que describe el desplazamiento de una placa simplemente apoyada en todos sus bordes, figura VII.2.

$$\omega(x, y) = \sum_{m=1,3,5,\dots}^{\infty} \sum_{n=1,3,5,\dots}^{\infty} w_{m,n} \cdot \operatorname{sen} \frac{m\pi x}{a} \cdot \operatorname{sen} \frac{n\pi y}{b} \dots\dots\dots VII.9$$

$$\omega(0,0) = 0$$

$$\omega(a,b) = 0$$

$$m_{x_{0,a}} = -D \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \nu \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right) = 0$$

$$m_{y_{0,b}} = -D \left(\frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \nu \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right) = 0$$

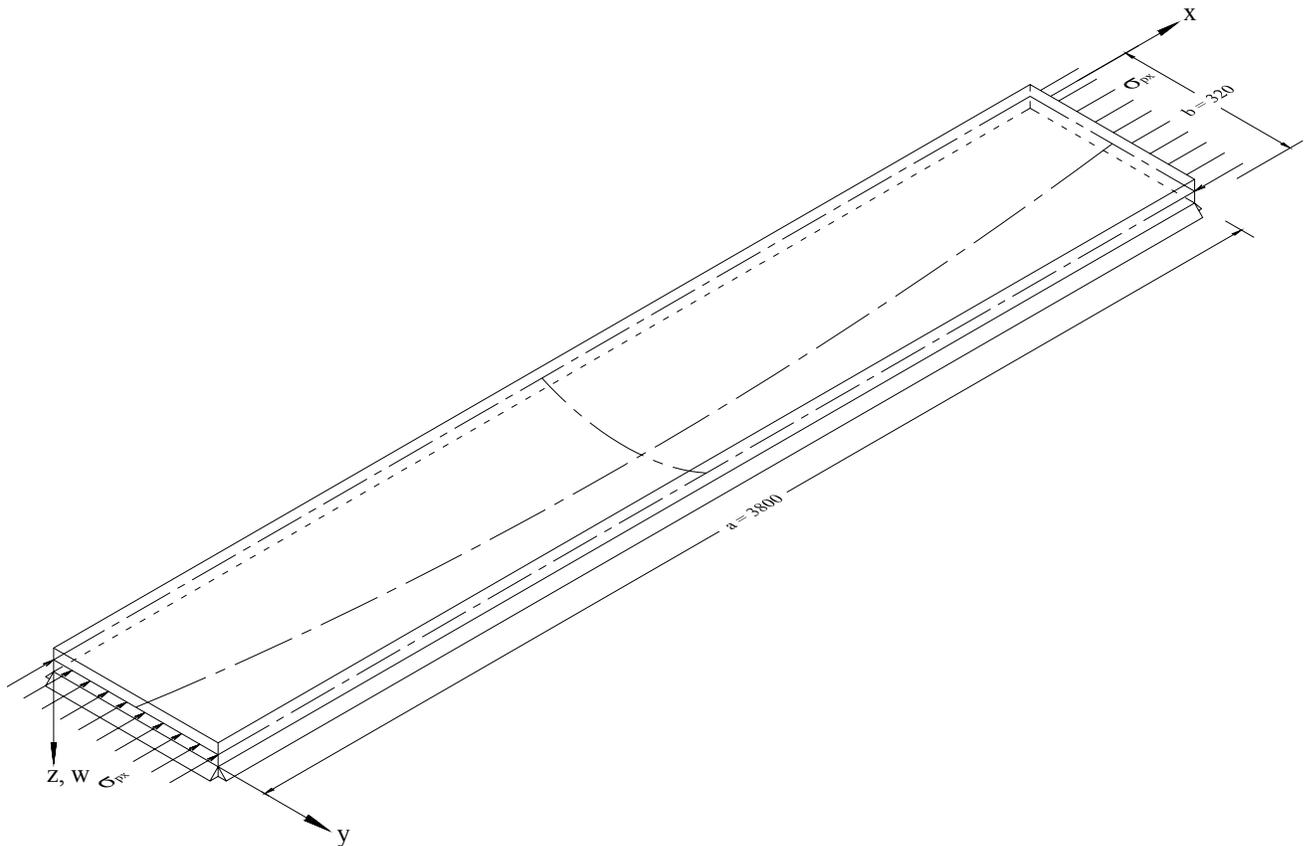


Figura VII.2. Losa simplemente apoyada en todos sus bordes

Acot. cm

Cuando $m = n = 1$

$$\omega(x, y) = w_{1,1} \cdot \operatorname{sen} \frac{\pi x}{a} \cdot \operatorname{sen} \frac{\pi y}{b} \dots\dots\dots VII.10a$$

Para obtener $w_{1,1}$ en el centro de la losa, se usaron los siguientes datos:

- | | | |
|----------------------|----------------------|--------------------|
| $h = 40\text{cm}$ | $b = 320\text{cm}$ | $y = 160\text{cm}$ |
| $a = 3,800\text{cm}$ | $x = 1,900\text{cm}$ | $\nu = 0.25$ |

$E = 14,000 \cdot \sqrt{0.8 \cdot f'c}$	$D = \frac{E \cdot h^3}{12(1 - \nu^2)}$	$p_o = 0.096 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$
---	---	---

al sustituir los datos anteriores en VII.10a se obtiene VII.10c

$$\omega_{1900,160} = \frac{16 \left(0.096 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2} \right) \cdot \text{sen} \left(\frac{1,900}{3,800} \right) \pi \cdot \text{sen} \left(\frac{160}{320} \right) \pi}{(1,332,706,460 \cdot 0.04 \text{ kg} \cdot \text{cm}) \cdot \pi^6 \left[\left(\frac{1}{3,800 \text{ cm}} \right)^2 + \left(\frac{1}{320 \text{ cm}} \right)^2 \right]^2} \dots\dots\dots \text{VII.10b}$$

$$\omega_{1900,160} = 0.0124 \text{ cm} \dots\dots\dots \text{VII.10c}$$

al derivar y sustituir la ecuación VII.10a en VII.6, se obtiene la expresión VII.11

$$\frac{\partial^4 F}{\partial x^4} + 2 \frac{\partial^4 F}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4 F}{\partial y^4} = \nabla^4 F = \frac{w_{1,1}^2 E \pi^4}{2a^2 b^2} \left[\cos \frac{2\pi x}{a} + \cos \frac{2\pi y}{b} \right] \dots\dots\dots \text{VII.11}$$

y con las condiciones de frontera supuestas se obtiene VII.12

$$F = \frac{w_{1,1}^2 E}{32} \left[\left(\frac{a}{b} \right)^2 \cos \frac{2\pi x}{a} + \left(\frac{b}{a} \right)^2 \cos \frac{2\pi y}{b} \right] - \frac{\sigma_{p_x} y^2}{2} - \frac{\sigma_{p_y} x^2}{2} \dots\dots\dots \text{VII.12}$$

ya que en la dirección y, el presfuerzo es nulo en la etapa 10, la expresión VII.12 resulta:

$$F = \frac{w_{1,1}^2 E}{32} \left[\left(\frac{a}{b} \right)^2 \cos \frac{2\pi x}{a} + \left(\frac{b}{a} \right)^2 \cos \frac{2\pi y}{b} \right] - \frac{\sigma_{p_x} y^2}{2} \dots\dots\dots \text{VII.13}$$

$$\sigma_{p_x} = 257.50 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

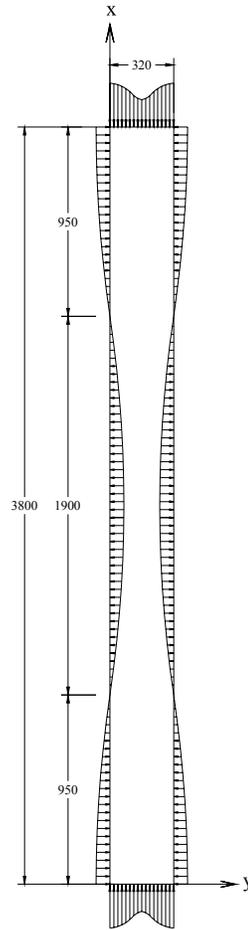
los esfuerzos de membrana se calcularon con:

$$\sigma_x = \frac{\partial^2 F}{\partial y^2} = - \frac{w_{1,1}^2 E}{8a^2} \cos \left(\frac{2\pi y}{b} \right) \pi^2 - \sigma_{p_x} \dots\dots\dots \text{VII.14}$$

$$\sigma_y = \frac{\partial^2 F}{\partial x^2} = - \frac{w_{1,1}^2 E}{8b^2} \cos \left(\frac{2\pi x}{a} \right) \pi^2 \dots\dots\dots \text{VII.15}$$

$$\tau_{xy} = \frac{\partial^2 F}{\partial x \partial y} = 0 \dots\dots\dots \text{VII.16}$$

Los esfuerzos en los bordes de la placa se muestran en la figura VII.3.



Acot. cm

Figura VII.3. Diagrama de esfuerzo en la losa

VII.3.2 VISCOELÁSTICO LINEAL

Este análisis se realizó en dos etapas, en la primera, cuando el módulo de elasticidad es el único que depende del tiempo, y en el segundo análisis cuando el módulo E^* y los desplazamientos varían al transcurrir el tiempo.

VII.3.2.1 MÓDULO ANTITRANSFORMADO (E^*)

Del análisis elástico no lineal, se obtuvieron las expresiones VII.14 a VII.16

$$\sigma_x = -\frac{w_{1,1}^2 E}{8a^2} \cos\left(\frac{2\pi y}{b}\right) \pi^2 - \sigma_{p_x}$$

$$\sigma_y = -\frac{w_{1,1}^2 E}{8b^2} \cos\left(\frac{2\pi x}{a}\right) \pi^2$$

$$\tau_{xy} = 0$$

por el principio de correspondencia, se obtienen las expresiones inelásticas, dadas por VII.17 y VII.18.

$$\bar{\sigma}_x = -\frac{\bar{w}_{1,1}^2 E^*}{8a^2} \cos\left(\frac{2\pi y}{b}\right) \pi^2 - \bar{\sigma}_{px} \dots\dots\dots VII.17$$

$$\bar{\sigma}_y = -\frac{\bar{w}_{1,1}^2 E^*}{8b^2} \cos\left(\frac{2\pi x}{a}\right) \pi^2 \dots\dots\dots VII.18$$

En el capítulo anterior se obtuvo el valor de E^* , el cual se expresa como:

$$E^* = \frac{3\mathcal{D}_0\mathcal{D}_v}{2\mathcal{P}_0\mathcal{D}_v + \mathcal{P}_v\mathcal{D}_0} \dots\dots\dots VII.19$$

y al considerar al concreto como material de Burgers, se obtuvo la ecuación en el capítulo VI.

$$E^* = \frac{3q_0(q_2S^2 + q_1S)}{2q_0(P_2S^2 + P_1S + 1) + (q_2S^2 + q_1S)} \dots\dots\dots VII.20$$

Se analizaron primero los esfuerzos en la dirección x; así, al sustituir VII.20 en VII.17, se llega a la ecuación VII.22.

$$\bar{\sigma}_x = -\frac{\bar{w}_{1,1}^2}{8a^2} \cos\left(\frac{2\pi y}{b}\right) \pi^2 \frac{1}{S} \left[\frac{3q(q_2S^2 + q_1S)}{2q_0(P_2S^2 + P_1S + 1) + (q_2S^2 + q_1S)} \right] - \bar{\sigma}_{px} \dots\dots\dots VII.22a$$

$$\bar{\sigma}_x = -\frac{3}{2} \frac{\bar{w}_{1,1}^2}{8a^2} \cos\left(\frac{2\pi y}{b}\right) \pi^2 \frac{1}{S} \left[\frac{(q_2S^2 + q_1S)}{(P_2S^2 + P_1S + 1) + \frac{1}{2q_0}(q_2S^2 + q_1S)} \right] - \bar{\sigma}_{px} \dots\dots\dots VII.22b$$

La ecuación VII.22b se descompuso en fracciones simples que se muestran en VII.23

$$\bar{\sigma}_x = -\frac{3}{2} \frac{\bar{w}_{1,1}^2}{8a^2} \cos\left(\frac{2\pi y}{b}\right) \pi^2 \left[\left(\frac{\alpha \cdot S}{\gamma \cdot S^2 + \delta \cdot S + 1} \right) + \left(\frac{\beta}{\gamma \cdot S^2 + \delta \cdot S + 1} \right) \right] - \bar{\sigma}_{px} \dots\dots\dots VII.23$$

donde $\alpha = q_2$

$$\beta = q_1$$

$$\gamma = P_2 + \frac{1}{2} \frac{q_2}{q_0}$$

$$\delta = P_1 + \frac{1}{2} \frac{q_1}{q_0}$$

Al antitransformar VII.23, se obtuvo la ecuación VII.24.

$$\bar{\sigma}_x = -\frac{3}{16} \frac{\bar{w}_{1,1}^2}{a^2} \cos\left(\frac{2\pi y}{b}\right) \pi^2 \left\{ \frac{e^{-\frac{(\delta + \sqrt{-4\gamma + \delta^2})}{2\gamma} S}}{2\gamma \sqrt{-4\gamma + \delta^2}} \left[2\beta \gamma \left(-1 + e^{\frac{\gamma \sqrt{-4\gamma + \delta^2}}{\gamma} S} \right) + \alpha \left(\delta \left(1 - e^{\frac{\gamma \sqrt{-4\gamma + \delta^2}}{\gamma} S} \right) + \sqrt{-4\gamma + \delta^2} \left(1 + e^{\frac{\gamma \sqrt{-4\gamma + \delta^2}}{\gamma} S} \right) \right) \right] \right\} - \bar{\sigma}_{px} \dots\dots\dots VII.24$$

De manera similar se obtuvo la expresión VII.25, correspondiente a la dirección y.

$$\bar{\sigma}_y = -\frac{3}{16} \frac{w_{1,1}^{-2}}{b^2} \cos\left(\frac{2\pi x}{a}\right) \pi^2 \left\{ \frac{e^{-\frac{(\delta + \sqrt{-4\gamma + \delta^2})t}}{2\gamma}}{2\gamma\sqrt{-4\gamma + \delta^2}} \left[2\beta\gamma \left(-1 + e^{\frac{t\sqrt{-4\gamma + \delta^2}}{\gamma}} \right) + \alpha \left\langle \delta \left(1 - e^{\frac{t\sqrt{-4\gamma + \delta^2}}{\gamma}} \right) + \sqrt{-4\gamma + \delta^2} \left(1 + e^{\frac{t\sqrt{-4\gamma + \delta^2}}{\gamma}} \right) \right\rangle \right] \right\} \dots\dots\dots VII.25$$

con los valores de las constantes obtenidas en el apartado VI.3.1, las ecuaciones VII.24 y VII.25 resultan:

$$p_1 = 2,395.416 \text{ dias}$$

$$p_2 = 28,001.419 \text{ dias}^2$$

$$q_0 = 261,916.017 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

$$q_1 = 252,944,530.000 \frac{\text{kg} \cdot \text{dias}}{\text{cm}^2}$$

$$q_2 = 7,368,794,935.555 \frac{\text{kg} \cdot \text{dias}^2}{\text{cm}^2}$$

$$\alpha = q_2 = 7,368,794,935.555 \frac{\text{kg} \cdot \text{dias}^2}{\text{cm}^2}$$

$$\beta = q_1 = 252,944,530.000 \frac{\text{kg} \cdot \text{dias}}{\text{cm}^2}$$

$$\gamma = P_2 + \frac{1}{2} \frac{q_2}{q_0} = 42,068.514 \text{ dias}^2$$

$$\delta = P_1 + \frac{1}{2} \frac{q_1}{q_0} = 2,878.289 \text{ dias}$$

$$\bar{\sigma}_x = -\frac{3}{16} \frac{w_{1,1}^{-2}}{a^2} \cos\left(\frac{2\pi y}{b}\right) \pi^2 \left\{ 87,278.5 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2} \cdot e^{-0.0680699t} + 87,883.30 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2} \cdot e^{-0.000349211t} \right\} - \bar{\sigma}_{px} \dots\dots\dots VII.26$$

$$\bar{\sigma}_y = -\frac{3}{16} \frac{w_{1,1}^{-2}}{b^2} \cos\left(\frac{2\pi x}{a}\right) \pi^2 \left\{ 87,278.5 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2} \cdot e^{-0.0680699t} + 87,883.30 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2} \cdot e^{-0.000349211t} \right\} \dots\dots\dots VII.27$$

En las ecuaciones VII.26 y VII.27 se sustituye $H_{\text{antitransformada}}$, por la expresión que aparece en corchetes se tendrá entonces:

$$\bar{\sigma}_x = -\frac{3}{16} \frac{w_{1,1}^{-2}}{a^2} \cos\left(\frac{2\pi y}{b}\right) \pi^2 H_{\text{antitransformada}} - \bar{\sigma}_{px} \dots\dots\dots VII.28$$

$$\bar{\sigma}_y = -\frac{3}{16} \frac{w_{1,1}^{-2}}{b^2} \cos\left(\frac{2\pi x}{a}\right) \pi^2 H_{\text{antitransformada}} \dots\dots\dots VII.29$$

$$H_{\text{antitransformada}} = 87,278.5 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2} \cdot e^{-0.0680699t} + 87,883.30 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2} \cdot e^{-0.000349211t} \dots\dots\dots VII.30$$

al tabular los resultados de la VII.30 se obtiene:

Tabla VII.1. Variación de $H_{\text{antitransformada}}$

t			$e^{-0.0680699 t}$	$e^{-0.000349211 t}$	$H_{\text{antitransformada}}$ (kg/cm ²)
Años	Meses	Días			
0.00	0.00	0	1.0000000000	1.0000000000	175,161.80
0.03	0.33	10	0.5062629908	0.9965139803	131,762.81
0.05	0.67	20	0.2563022159	0.9930401130	109,641.32
0.08	1.00	30	0.1297563264	0.9895783556	98,292.35
0.11	1.33	40	0.0656908259	0.9861286660	92,397.64
0.14	1.67	50	0.0332568340	0.9826910021	89,264.73
0.16	2.00	60	0.0168367042	0.9792653219	87,530.55
0.19	2.33	70	0.0085238002	0.9758515837	86,505.00
0.22	2.67	80	0.0043152846	0.9724497459	85,838.72
0.25	3.00	90	0.0021846689	0.9690597669	85,354.84
0.27	3.33	100	0.0011060170	0.9656816055	84,963.82
0.30	3.67	110	0.0005599355	0.9623152205	84,620.31
0.33	4.00	120	0.0002834746	0.9589605707	84,301.36
0.36	4.33	130	0.0001435127	0.9556176152	83,995.36
0.38	4.67	140	0.0000726552	0.9522863134	83,696.41
0.41	5.00	150	0.0000367826	0.9489666246	83,401.53
0.44	5.33	160	0.0000186217	0.9456585083	83,109.22
0.47	5.67	170	0.0000094275	0.9423619241	82,818.70
0.49	6.00	180	0.0000047728	0.9390768319	82,529.59
0.52	6.33	190	0.0000024163	0.9358031916	82,241.68
0.55	6.67	200	0.0000012233	0.9325409633	81,954.88
0.57	7.00	210	0.0000006193	0.9292901071	81,669.14
0.60	7.33	220	0.0000003135	0.9260505835	81,384.41
0.63	7.67	230	0.0000001587	0.9228223530	81,100.69
0.66	8.00	240	0.0000000804	0.9196053761	80,817.96
0.68	8.33	250	0.0000000407	0.9163996136	80,536.23
0.71	8.67	260	0.0000000206	0.9132050266	80,255.47
0.74	9.00	270	0.0000000104	0.9100215759	79,975.70
0.77	9.33	280	0.0000000053	0.9068492228	79,696.90
0.79	9.67	290	0.0000000027	0.9036879285	79,419.08
0.82	10.00	300	0.0000000014	0.9005376546	79,142.22
0.85	10.33	310	0.0000000007	0.8973983626	78,866.33
0.88	10.67	320	0.0000000003	0.8942700143	78,591.40
0.90	11.00	330	0.0000000002	0.8911525714	78,317.43
0.93	11.33	340	0.0000000001	0.8880459960	78,044.41
0.96	11.67	350	0.0000000000	0.8849502502	77,772.35
0.99	12.00	360	0.0000000000	0.8818652962	77,501.23
1.01	12.33	370	0.0000000000	0.8787910965	77,231.06

Al graficar los valores de la tabla VII.1, se obtiene la gráfica VII.4.

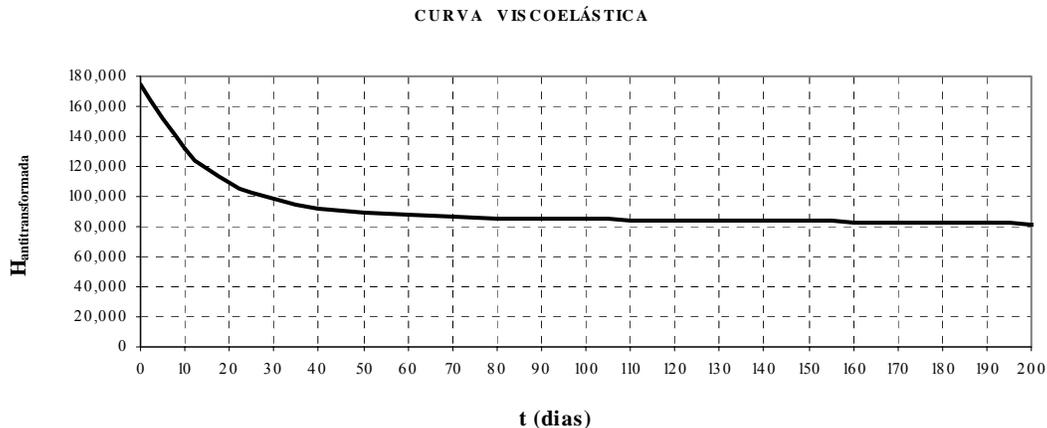
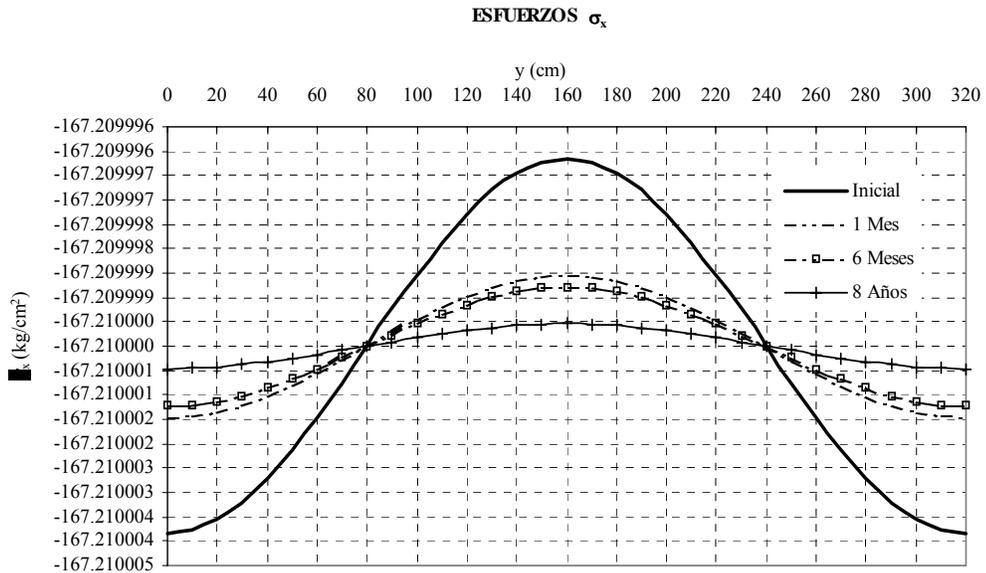
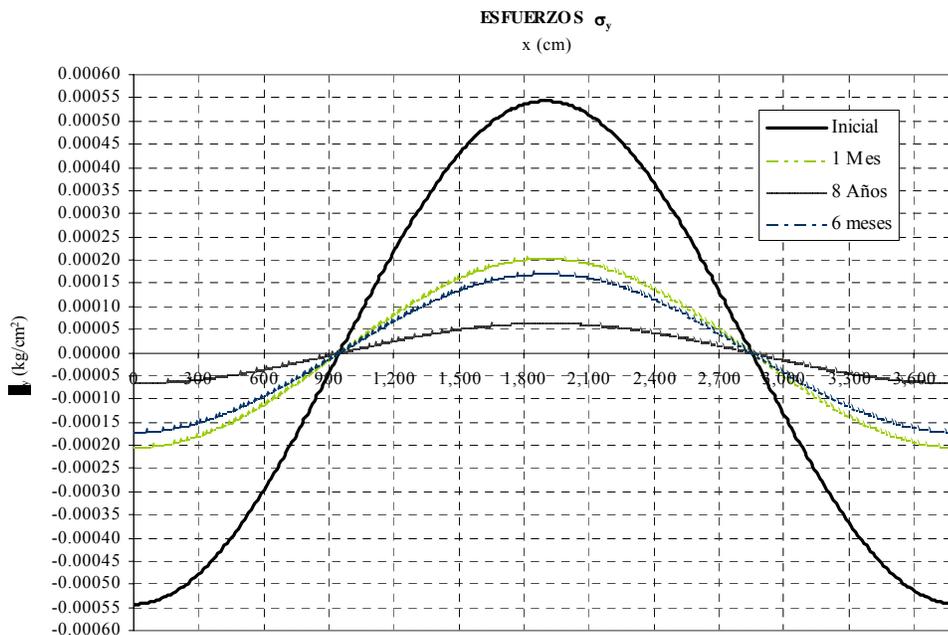


Figura VII.4. Variación en el tiempo de H_a

La figura VII.5 muestra la gráfica de las ecuaciones VII.26 y VII.27 para tiempos de un mes, 6 meses y 8 años.



a). Variación de los Esfuerzos σ_x a lo largo del eje y



b). Esfuerzos σ_y a lo largo del eje x

Figura VII.5. Variación de los esfuerzos en la losa

VII.3.2.2 MÓDULO Y DESPLAZAMIENTOS (E^* y w^*)

El análisis elástico no lineal proporcionó las expresiones VII.14 a VII.16.

$$\sigma_x = -\frac{w_{1,1}^2 E}{8a^2} \cos\left(\frac{2\pi y}{b}\right) \pi^2 - \sigma_{p_x}$$

$$\sigma_y = -\frac{w_{1,1}^2 E}{8b^2} \cos\left(\frac{2\pi x}{a}\right) \pi^2$$

$$\tau_{xy} = 0$$

Al aplicar el principio de correspondencia, se obtuvieron las expresiones inelásticas, dadas por VII.31 y VII.32.

$$\bar{\sigma}_x = -\frac{w_{1,1}^{*2} E^*}{8a^2} \cos\left(\frac{2\pi y}{b}\right) \pi^2 - \bar{\sigma}_{p_x} \dots\dots\dots VII.31$$

$$\bar{\sigma}_y = -\frac{w_{1,1}^{*2} E^*}{8b^2} \cos\left(\frac{2\pi x}{a}\right) \pi^2 \dots\dots\dots VII.32$$

Por tratarse de un material de Burgers se usó la ecuación obtenida en el capítulo VI.

$$E^* = \frac{3q_0(q_2 S^2 + q_1 S)}{2q_0(P_2 S^2 + P_1 S + 1) + (q_2 S^2 + q_1 S)} \dots\dots\dots VII.33a$$

$$E^* = \frac{3}{2} \frac{S^2 + \frac{q_1}{q_2} S}{\frac{P_2}{q_2} \left(S^2 + \frac{P_1}{P_2} S + \frac{1}{P_2} \right) + \frac{1}{2q_0} \left(S^2 + \frac{q_1}{q_2} S \right)} \dots\dots\dots VII.33b$$

Con la misma configuración de $w_{1,1}^*$ y E^* respecto al tiempo; se analizaron primero los esfuerzos en la dirección x se tiene:

$$\bar{\sigma}_x = -\frac{27}{64a^2} \cos\left(\frac{2\pi y}{b}\right) \pi^2 \left[\frac{S^2 + \frac{q_1}{q_2} S}{\frac{P_2}{q_2} \left(S^2 + \frac{P_1}{P_2} S + \frac{1}{P_2} \right) + \frac{1}{2q_0} \left(S^2 + \frac{q_1}{q_2} S \right)} \right]^3 - \bar{\sigma}_{p_x} \dots\dots\dots VII.34$$

Con el fin de antitransformar la ecuación VII.34 se arregló de acuerdo a la expresión VII.35.

$$\bar{\sigma}_x = -\frac{27}{64} \frac{w_{1,1}^{*2}}{a^2} \cos\left(\frac{2\pi y}{b}\right) \pi^2 \left[\frac{S^2 + \alpha S}{\beta S^2 + \gamma S + \delta} \right]^3 - \bar{\sigma}_{p_x} \dots\dots\dots VII.35$$

de donde

$$\alpha = \frac{q_1}{q_2} = 0.03433 \frac{1}{\text{dia}}$$

$$\beta = \frac{P_2}{q_2} + \frac{1}{2q_0} = 0.0000057090$$

$$\gamma = \frac{1}{q_2} \left[P_1 + \frac{1}{2} \frac{q_1}{q_0} \right] = 3.9061E - 007 \frac{1}{\text{dia}}$$

$$\delta = \frac{1}{q_2} = 1.3570740E - 10 \frac{1}{\text{dia}^2}$$

al sustituir estos valores en la expresión VII.36.

$$\bar{\sigma}_x = -\frac{27}{64} \frac{1}{a^2} \cos\left(\frac{2\pi y}{b}\right) \pi^2 \left[\frac{S^2 + 34.3264E - 3 \cdot S}{5.709E - 6 \cdot S^2 + 390.6051E - 9 \cdot S + 135.7074E - 12} \right]^3 - \bar{\sigma}_{px} \dots\dots\dots VII.36$$

al antitransformar la expresión VII.36 e tiene:

$$\bar{\sigma}_x = -\frac{27}{64} \frac{1}{a^2} \cos\left(\frac{2\pi y}{b}\right) \pi^2 \left[A \cdot \Delta + B \cdot e^{\xi \cdot t} \cdot \sinh(\zeta \cdot t) - C \cdot e^{\xi \cdot t} \cdot t \cdot \sinh(\zeta \cdot t) + D \cdot e^{\xi \cdot t} \cdot t \cdot \cosh(\zeta \cdot t) - E \cdot e^{\xi \cdot t} \cdot t^2 \cdot \cosh(\zeta \cdot t) + F \cdot e^{\xi \cdot t} \cdot t^2 \cdot \sinh(\zeta \cdot t) - G \cdot e^{\xi \cdot t} \cdot \cosh(\zeta \cdot t) \right] \dots\dots\dots VII.37$$

donde:

A =	1.00	5,374,274,821,792,270.00
B =	0.10202	548,271,576,855,830.00
ξ =	-3.421E-02	-0.0342095901208617000
ζ =	3.386E-02	0.0338603791069018000
C =	0.00346	18,595,464,762,285.40
D =	0.00346	18,595,958,861,399.80
E =	0.00002	104,848,981,694.80
F =	0.00002	104,848,952,789.30
G =	0.10228	549,671,911,373,976.00

al graficar la función entre los corchetes, se obtuvo la siguiente representación:

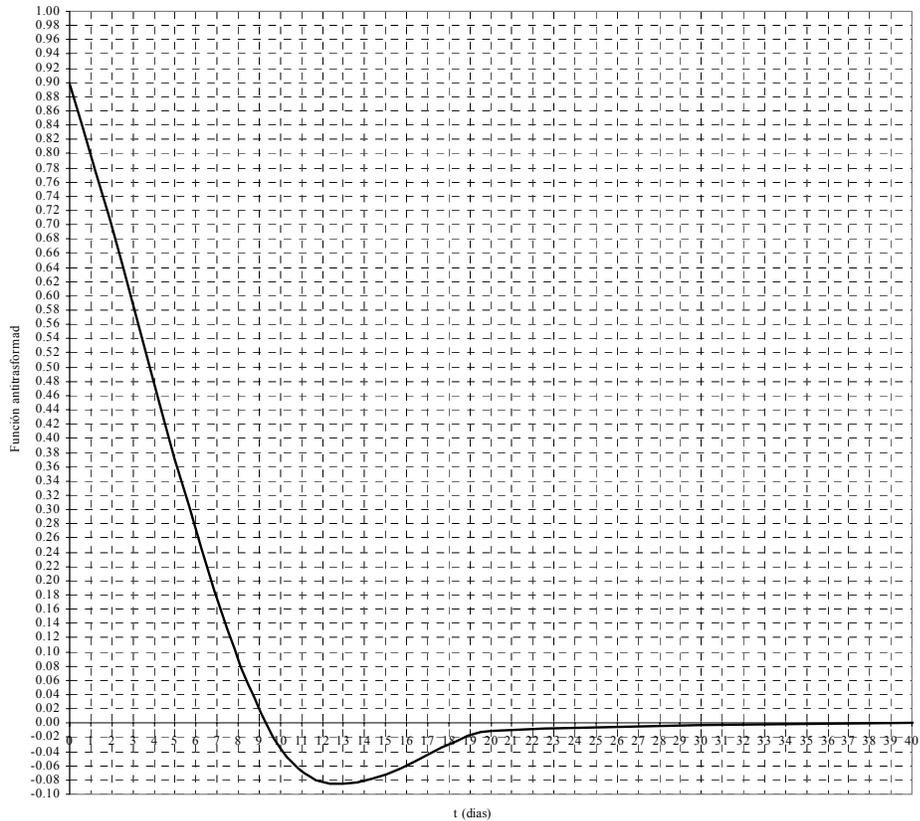


Figura VII.6. Variación de la función antitransformada con el tiempo

CAPÍTULO VIII

EFFECTOS DIFERIDOS Y LA INFLUENCIA DEL TIEMPO EN EL COMPORTAMIENTO DEL PUENTE

VIII.1 INTRODUCCIÓN

Los efectos analizados en este estudio, se presentan en toda estructura hecha a base de concreto; en puentes, estos efectos son importantes debido a que es común encontrar diferencias de edades en los concretos. A continuación se describen brevemente los procedimientos de construcción en las que se presentan con mayor intensidad los efectos del tiempo.

VIII.2 PUENTES FORMADOS POR VIGAS PREFABRICADAS

En el proceso constructivo de estos tableros, se puede destacar los siguientes pasos:

- Las vigas se fabrican y pretensan en un taller
- Posteriormente se transportan las vigas prefabricadas a la obra, se colocan en la ubicación de proyecto y se coloca sobre ellas, una losa de concreto
- En el proceso de colado de las losas, es común colocar conectores para lograr continuidad estructural entre vigas portantes y losas.

En este proceso constructivo aparecen las siguientes posibilidades de deformación provocadas por la deformación lenta y la retracción.

Cuando las vigas se fabrican y pretensan en taller, el estado tensional es fácil de obtener y el proceso de redistribución interna de tensiones empieza con las pérdidas del pretensado. Cuando sobre ellas se cuela una losa, el proceso se complica, pues los dos concretos de diferentes edades tienen diferentes deformaciones, y por tanto, interferirán mutuamente en sus respectivos procesos. Lo anterior da lugar a un intercambio de esfuerzos que es necesario conocer.

Se pueden mencionar dos posibilidades según la posición de la losa, figura VIII.1.

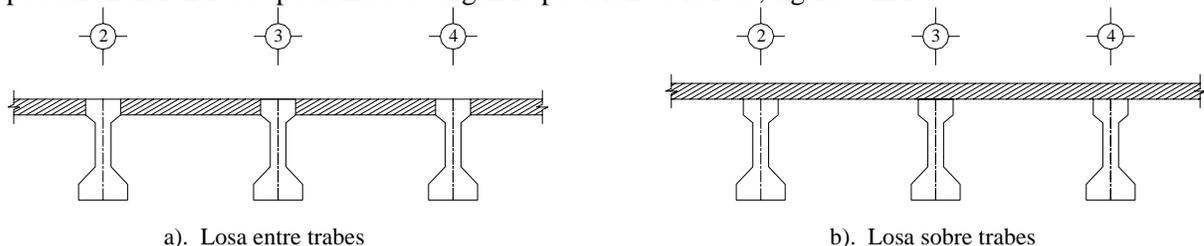


Figura VIII.1. Puente con vigas prefabricadas

Desde el punto de vista cualitativo, ambos procesos son similares, pero cuantitativamente son diferentes. La retracción diferente de la losa y de las vigas, ocasionará una flexión compuesta en las vigas y tensión compuesta de losa, figura VIII.2. La deformación por carga sostenida ocasionará un fenómeno contrario, ya que las compresiones previas de la cabeza de las vigas, incrementadas por las producidas por la losa en el momento de su colado, tenderán a modificar su deformación, por la presencia de la losa ya endurecida.

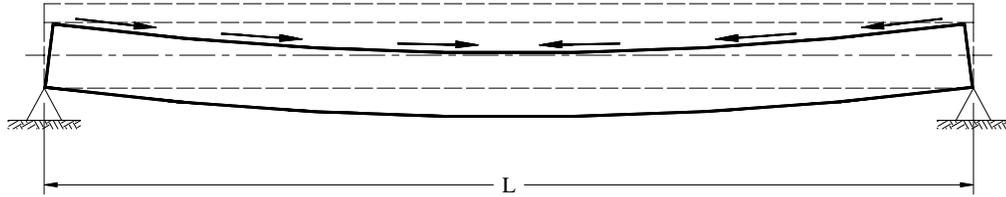


Figura VIII.2. Efecto de la retracción

Se analiza brevemente el estado en esfuerzos en una sección compuesta, con diferentes edades de ejecución, figura VIII.3. Al actuar el presfuerzo, se tendrá el esfuerzo correspondiente a un tiempo cero; al colar la losa, el estado tensional de la viga aumenta, debido a que la losa está en estado fresco; en el momento en que la losa comienza a fraguar, este aporta resistencia y aparece interferencia entre las deformaciones de la losa y trabe. La deformada de la losa evoluciona.

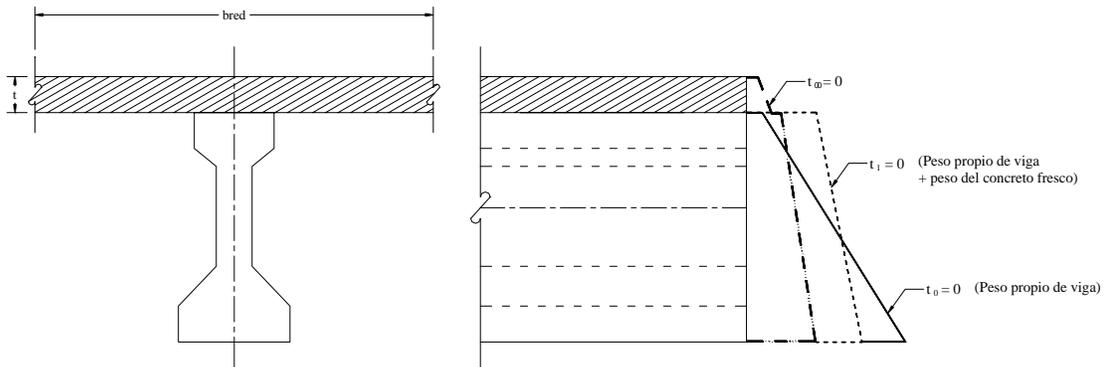


Figura VIII.3. Estado de esfuerzos en la construcción

Así pues, convendrá distinguir entre losas prefabricadas que pueden presentar o no, el mismo proceso que las vigas y losas coladas en sitio.

Una vez que la losa del tablero se ha endurecido, la estructura resistente cambia, ya que deja de ser un elemento lineal (la viga) para formar parte del tablero. Cuando la geometría en planta del tablero sea recta y la cantidad de losa correspondiente a cada viga sea la misma, ocurrirá que las deformaciones diferidas de las distintas unidades, viga más losa, serán iguales, lo que da lugar a una deformación del tablero, que permite suponer que el proceso de deformación de las distintas unidades se realiza sin interferencia mutua.

En cambio, si la planta del tablero es oblicua, la deformación de la unidad viga más losa, se verá afectada por la de las vigas adyacentes.

Cuando el tablero esté formado por vigas doble T y una losa superior, por a la poca rigidez a torsión de las vigas, el proceso en el puente oblicuo no variará mucho de aquel en que el tablero fuese recto, con una longitud igual a la oblicua. Cuando los elementos prefabricados tienen sección cajón, la oblicuidad se hace presente y la evolución de las deformaciones, se verá afectada por esta nueva geometría.

La deformación individual de cada una de las vigas se verá impedida por la de la viga contigua, y así aparecerá un momento M , que evolucionará con el tiempo, hasta la estabilización total del proceso.

VIII.3 PUENTES CONSTRUIDOS POR VOLADIZOS SUCESIVO

Uno de los procesos constructivos más habituales para la construcción de puentes de gran claro, lo constituye el avance en voladizo, a partir de las pilas o de determinados tramos colados en sitio. En este proceso, cada una de las dovelas del tablero tiene una edad diferente y los esfuerzos que solicitan intervienen también en edades diferentes. Durante la fase de construcción, en el esquema estructural representado en la figura VIII.4, las vinculaciones externas del tablero son isostáticas y por tanto la fluencia y retracción producen únicamente hiperestaticidad interno con la armadura. Sin embargo, es importante determinar la deformación del tablero, con el fin de establecer un control de flechas adecuadas, que garanticen el éxito final de la nivelación del puente.

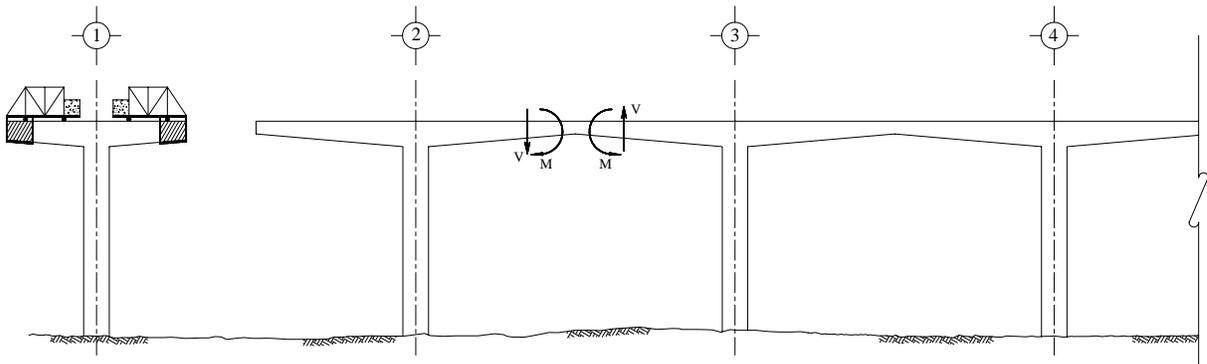


Figura VIII.4. Puente con voladizos sucesivos

Cuando se unen dos tramos, figura VIII.4, existe interferencia mutua entre ambas deformaciones por carga sostenida y retracción. En consecuencia, aparecerán en la zona de unión momentos flectores y esfuerzos cortantes, que redistribuyen el estado tensional del tablero y ajustan las deformaciones a la continuidad entre tramos, figura VIII.5.

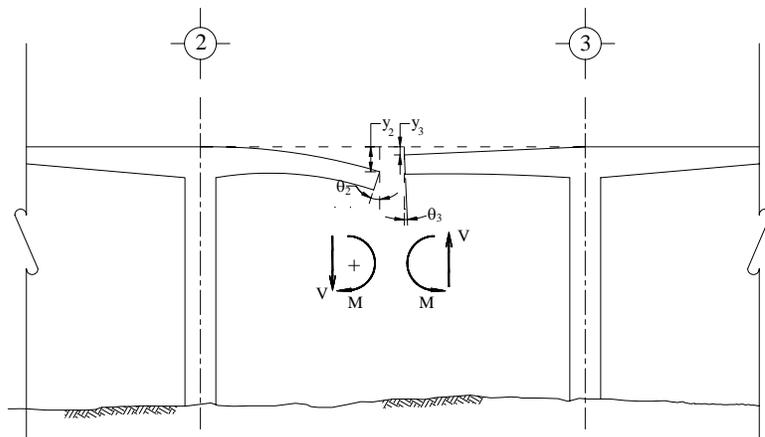


Figura VIII.5. Puente con voladizos sucesivos

Si los dos tramos en voladizo se hubieran construido simultáneamente, las deformaciones serían iguales y por lo tanto, no existiría momento ni cortante.

Este proceso puede presentar multitud de variantes, según sea el tipo estructural y el proceso de construcción de las dovelas. Una variante significativa la constituye aquella en la que se utiliza un atirantamiento provisional del tablero durante la construcción, que corresponde a aquellos procesos en los que el avance se realiza por un solo lado.

Por último, entre las múltiples variantes en que se plantea el procedimiento de avance en voladizo, se tiene a puentes con atirantamiento definitivo, cuyo comportamiento a la fluencia y retracción es similar al que mencioné en el del atirantamiento provisional, pero con diferencia cuantitativa debido a la relación de rigidez de cables con el dintel. El proceso de fluencia y retracción, interfiere en el comportamiento elástico en los siguientes puntos:

- Cambio de flechas durante el avance
- Redistribución de esfuerzos en estructuras hiperestáticas durante el proceso de avance
- Redistribución final de esfuerzos, al cambiar las vinculaciones externas de cada tramo

VIII.4 PUENTES LANZADOS

Generalmente el procedimiento de lanzado se hace por segmentos, y la edad de cada tramo diferirá, por lo que el proceso de deformación iniciará en diversas fechas. Se analizó una estructura mixta (acero-concreto postensado) figura VIII.6, en la cual, en los patines superiores de las traveses de acero, se colocaron conectores para transmitir el cortante, pero debido al acortamiento producto de los efectos diferidos, se generó una fuerza cortante en la interfase, figura VIII.7.

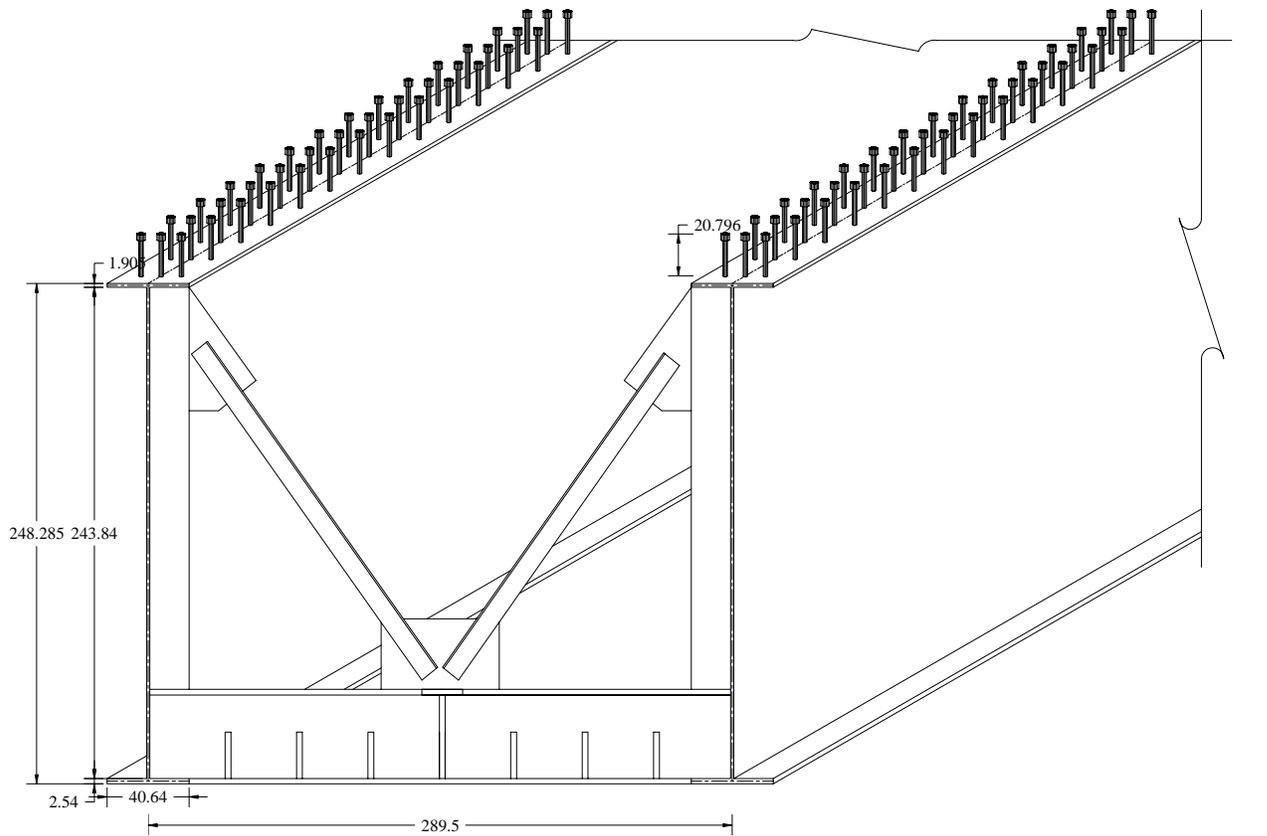
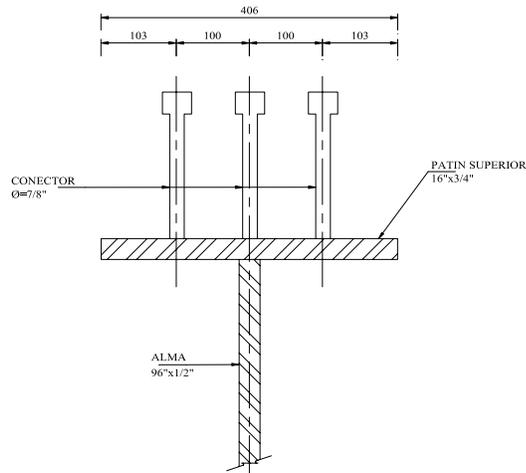
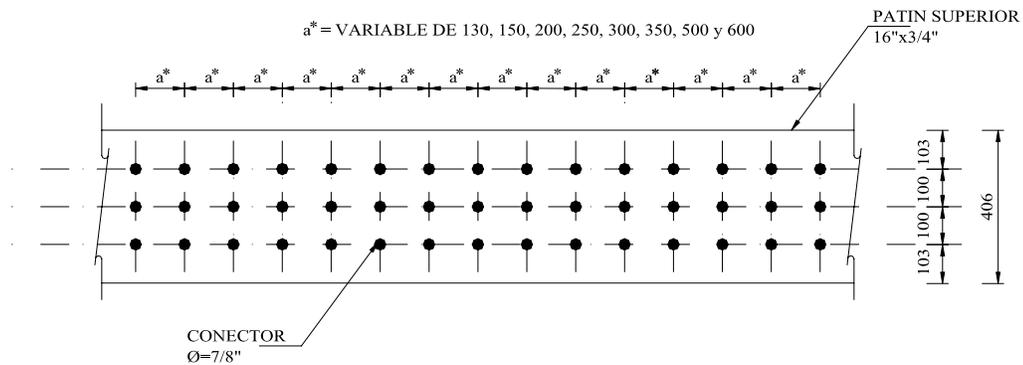


Figura VIII.6. Vista de una dovela



a). Conectores Nelson



b). Arreglo de los conectores

Figura VIII.7. Distribución de conectores Nelson

Durante el proceso de presfuerzo, el efecto del postensado se separa en dos etapas:

- i. La primera, cuando $t = 0$, cuando se aplica una tensión al acero de presfuerzo y simultáneamente una compresión al concreto. La determinación de este estado se realiza por métodos lineales
- ii. La segunda, cuando $t > 0$, comprende el tiempo de la vida útil de la estructura, durante la cual el estado de esfuerzos varía debido a las deformaciones diferidas generadas por el elemento de concreto y el acero de presfuerzo.

Así se separa el comportamiento inicial y el diferido de la losa de concreto sobre el cual se inducen esfuerzos, con el fin de disminuir los esfuerzos de tensión, el patín inferior de la dovela.

VIII.4.1 COMPORTAMIENTO INICIAL

Se considera el efecto ocasionado por el presfuerzo y el peso propio de la losa presente durante una de las fases del procedimiento constructivo.

Se realizó un análisis con el modelo mostrado en la figura VIII.8, en el cual se aplicaron 13 cargas puntuales producto del presfuerzo y de los torones especificadas por el proyectista

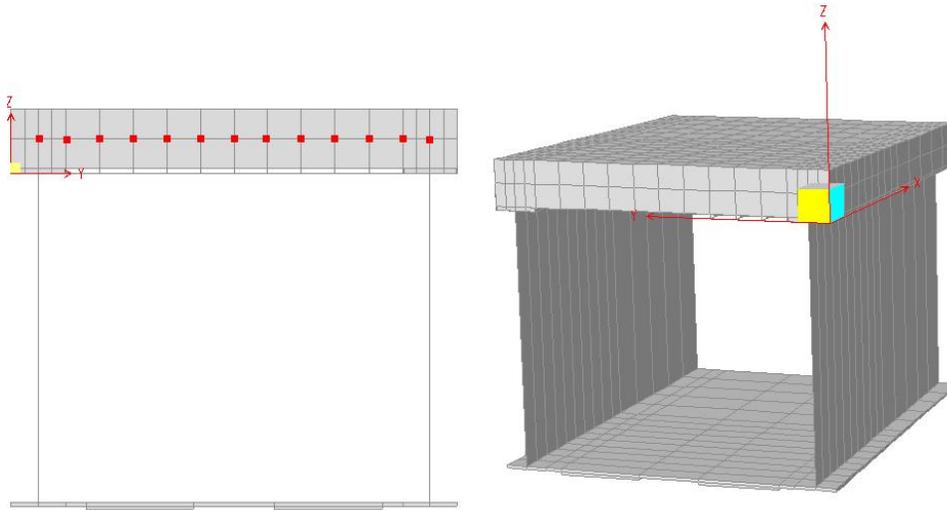


Figura VIII.8. Aplicación de cargas en el modelo

Como resultado del análisis estructural del modelo se obtuvieron los siguientes resultados

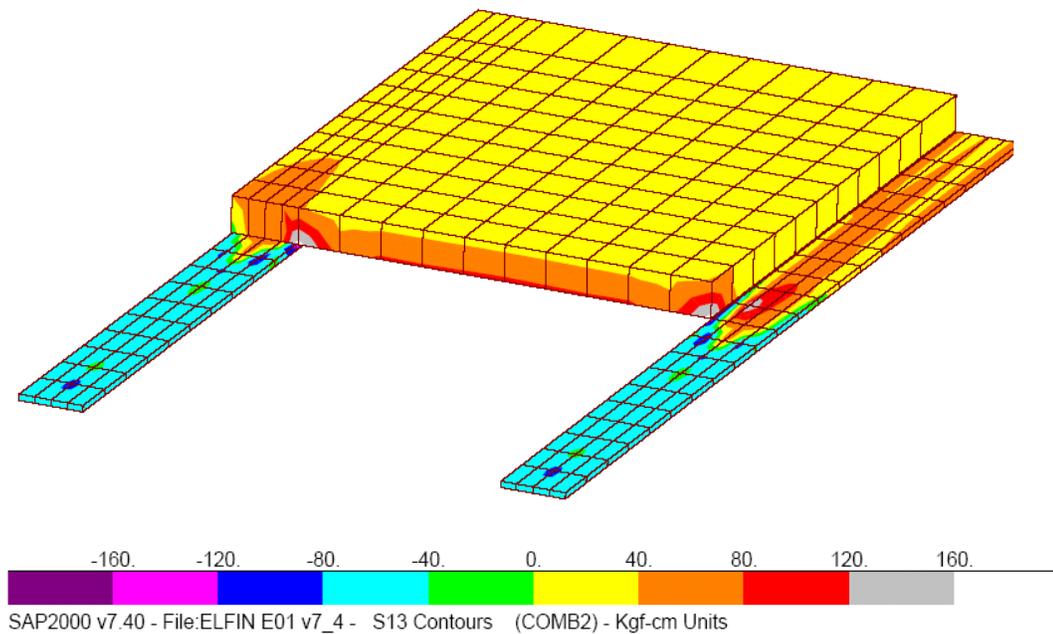


Figura VIII.9. Esfuerzos cortantes en la interfase

El esfuerzo cortante que apareció en los pernos centrales sobrepasó el esfuerzo de fluencia de los conectores. Ya que la posición relativa de los conectores, provocó la falla en el perno central, ya que el alma de la trabe proporcionó una mayor rigidez, que la provocada solo por el patín de la dovela.

Por ello se recurrió postensar a 35% del diseño a los torones laterales externos, para evitar fallas en el presfuerzo y más aún en los conectores trabe-losa.

VIII.4.2 COMPORTAMIENTO FINAL

Como se mencionó en el apartado VII, el tiempo crítico para cambios de esfuerzos en la sección se presentó 15 días; posteriormente los esfuerzos se estabilizaron de manera uniforme. Por ello se debe controlar cuidadosamente los esfuerzos inducidos por torones en el momento de tensado, para que después de un tiempo, la sección se comporte de manera estable y funcional.

CAPÍTULO IX

COMENTARIOS FINALES

En el proyecto de las estructuras, cuyo objetivo principal consiste en resistir y transmitir cargas de toda índole hacia los apoyos, se debe analizar y diseñar para lograr que permanezcan estables y funcionales en su vida útil, con la debida atención a la deformación lenta de los materiales.

En estructuras de concreto, ésta deformación lenta es de carácter complejo, ya que al someter un elemento estructural a un esfuerzo, se observa la aparición de fenómenos viscoelásticos que pueden ser lineales, no lineales o combinados. Existe diversidad de materiales: como sólidos, líquidos, gaseosos y con propiedades reológicas intermedias. Se puede generar distinto comportamiento en cualquier elemento al cambiar las condiciones de carga: por ejemplo, la piedra que cae sobre nuestra cabeza se comporta como un sólido; en cambio, en el plegamiento y sedimentación de estratos geológicos, las rocas se comportan como líquidos; si se golpea suavemente un vidrio de una ventana puede concluirse que se trata de un sólido, pero si se midiera el grosor de un vidrio vetusto, se observará que se trata de un líquido. Se dice entonces que “en el transcurso del tiempo, hasta las montañas fluyen”. Así pues, que un cuerpo se comporte como sólido o líquido, depende de la magnitud de las fuerzas que se les aplique.

La deformación diferida, deformación lenta, fluencia, es un comportamiento bajo carga sostenida que se presenta en los metales (temperatura alta), plásticos, minerales, mampostería, concreto, hielo, piedras, suelo, asfalto, entre otros. La importancia de este fenómeno estriba en la función de la estructura; en puentes de grandes claros o cargas, los cuales están sometidos a esfuerzos altos afecta a su estabilidad.

En la práctica de la ingeniería estructural, a pesar de estar consciente el especialista que el concreto está sujeto a un proceso continuo de deformación a lo largo de toda su existencia, omite el análisis de las estructuras sin considerar lo anterior, por la complejidad el análisis en el tiempo.

Más aún, se ha observado que las deformaciones diferidas pueden ser de consideración y manifestarse en un período variable que fluctúa entre 2 y 3 años, aunque pueden prolongarse más en concretos de mala calidad, o también, cuando se somete una pieza a grandes esfuerzos. Por esta razón se considera que es de importancia hacer un análisis que considere el efecto del tiempo.

Algunos códigos vigentes evalúan las deformaciones diferidas empíricamente, y otros lo complican lo que produce la omisión en los análisis. La estimación adecuada de las deformaciones diferidas es importante en las estructuras presforzadas, debido a que la sobrestimación de la pérdida de presfuerzo, produce una flecha excesiva y por lo tanto, mayor deformación por carga sostenida, mientras que cuando se subestima aparecen agrietamientos y desplazamientos excesivas. Por ello, se propone la aplicación de la viscoelasticidad para evaluar estos efectos, lo que produce resultados apegados a la realidad.

El análisis que se realizó en este trabajo, con el modelo viscoelástico representativo del concreto es adecuado para predecir todo tipo de esfuerzos y desplazamientos en el tiempo. La aplicación es sencilla, ya que se parte de un análisis elástico lineal y posteriormente con las relaciones constitutivas no lineales (v^* y E^*) se obtendrá resultado.

Los efectos de la deformación diferida en el concreto son:

Favorables

- ✓ Se presenta una relajación de esfuerzos inducidas por el fraguado del concreto, cambio de temperatura y movimientos de los apoyos.
- ✓ Se incrementa la Resistencia al Esfuerzo Cortante
- ✓ En todas las estructuras de concreto al transcurrir el tiempo la rigidez disminuye, teniéndose así una disminución de los elementos mecánicos permanentes.

Desfavorables

- ✓ Se incrementa los desplazamientos a largo plazo de un elemento estructural,
- ✓ En columnas cargadas excéntricamente, se incrementa la posible inestabilidad
- ✓ Se puede producir agrietamiento
- ✓ Aparecen movimientos diferenciales
- ✓ Pérdida de presfuerzo

Para estimar las deformaciones diferidas, con los parámetros indicados en este trabajo y con el empleo de la teoría viscoelástica, se dispone de una base teórica débilmente fundamentada.

La futura aplicación de la viscoelasticidad del concreto permitirá analizar y diseñar estructuras ante efectos dinámicos y la evolución en el tiempo. Se podrá obtener los elementos mecánicos y su variación en el tiempo.

Los esfuerzos que inicialmente presentan distribución uniforme, pueden alterarse al transcurrir el tiempo. Así la placa viscoelástica analizada en este trabajo, tal como se mostró en la figura VII.3, con el paso del tiempo los esfuerzos se llegan a estabilizar con una distribución final diferente de la inicial.

RECOMENDACIONES

El análisis del puente lanzado que se seleccionó en este trabajo, con cubierta de concreto postensado durante su etapa constructiva, permite afirmar que es posible evaluar los efectos diferidos inducidos por la interacción viscoelástica entre la cubierta y las dovelas de acero, para revisar las fuerzas rasantes y de membrana que actúan en la interfase entre ambos elementos estructurales.

Para el análisis de interacción durante la etapa de postensado, se siguió el procedimiento indicado por el principio de correspondencia de la viscoelasticidad, para evaluar la evolución de esfuerzos inducidos por el postensado de la placa, una vez que se aplicó la acción del postensado a la placa, la cual había sido tratado previamente con vapor, para controlar la contracción de fraguado.

Se recomienda además que para garantizar una adecuada medida en la fuerza de presfuerzo a la que se someterá el cable, debe realizarse una tensión previa para acomodarlo y posteriormente tomar la respectiva medida de tensión.

ANEXO A

ASPECTOS BÁSICOS DE LA MECÁNICA DEL MEDIO CONTINUO

La Mecánica de los Medios Continuos (MMC) es una rama de la Física (específicamente de la ciencia de los materiales) que estudia a los sólidos deformables y fluidos (líquidos y gases), según el esquema siguiente:

Mecánica del Medio Continuo	Mecánica de Sólidos	Resistencia de Materiales (Cualquier comportamiento, bajo hipótesis simplificatorias)	Reología
		Elasticidad (Comportamiento Elástico)	
		Plasticidad (Comportamiento No Elástico)	
	Mecánica de Fluidos	Fluidos No Newtonianos	
		Fluidos Newtonianos	

La MMC se desarrolló a partir de 1905, cuando se buscó una aproximación axiológica, en vez del enfoque hipotético de la Mecánica de Materiales (MM). Para explicar el comportamiento de los cuerpos deformables, la MMC parte de cinco principios básicos:

- I. Existencia de equilibrio (estático y dinámico)*
- II. Los fenómenos físicos se representan mediante funciones continuas*
- III. La objetividad debe necesariamente ser satisfecha*
- IV. Inexistencia de contradicciones en los resultados*
- V. Comprobación de resultados mediante experimentos controlados*

Se acepta aplicable el principio de D'Alambert para lograr el equilibrio dinámico: $F - m \cdot a = 0$, en donde el término $m \cdot a$ se le conoce como fuerza de inercia, y al desaparecer este término se tiene el equilibrio estático.

Se entiende que existe continuidad cuando todas las partículas permanecen en contacto entre sí (sin distancia intersticial), lo anterior es una idealización fenomenológica para aplicar razonamientos matemáticos

El principio de Objetividad, establece la independencia de los resultados obtenidos por la MMC respecto a un sistema de referencia en particular. De ello se infiere la validez del mismo para cualquier observador de un fenómeno físico.

Al aceptar el principio de no contradicción, los procedimientos de la MMC buscan la existencia de una rigurosa coherencia lógica.

El último principio busca establecer coherencia entre resultados obtenidos mediante razonamientos matemáticos, con los resultados experimentales dentro de niveles de tolerancia mínimos.

La MMC estudia a los cuerpos desde el punto de vista Microscópico al considerar a los cuerpos como dominios matemáticos.

Desde el punto de vista físico, un Medio Continuo (MC) se considera como un conjunto de partículas deformables que se mantienen siempre en contacto durante un movimiento del cuerpo. La MMC la divide en tres partes:

- i. Estática, que describe la distribución de fuerzas dentro del continuo
- ii. Cinemática, que describe la geometría del movimiento
- iii. Dinámica, que relaciona a las fuerzas con los desplazamientos

La primera constituye el estudio de los medios continuos bajo la acción de fuerzas que están en equilibrio, las cuales pueden ser: de cuerpo o de masa (acciones internas producidos por campos gravitatorios, eléctricos, magnéticos, térmicos, etc.) y de superficie (fuerzas externas producido por el contacto de otros cuerpos del mismo continuo). El concepto de esfuerzo constituye una forma apropiada para describir la manera en que las fuerzas que actúan sobre las fronteras del medio se transmiten a través de él.

La cinemática de los MC, define el movimiento de todos los puntos y partículas del continuo (geometría) sin importar las causas que las producen.

La dinámica de los Medios Continuos, estudia la relación de las fuerzas que actúan sobre el continuo (Estática, $[T_{jk}]$) y el campo de los desplazamientos que se producen en el cuerpo (Cinemática, $[E_{jk}]$)

El estudio de la dinámica de MC se facilita al recurrir a la representación matemática del estado de esfuerzos y deformaciones mediante conceptos tensoriales.

El número de índices libres que caracterizan las componentes del tensor, denota el orden del tensor con lo que se definen las leyes de transformación de sus componentes, cuando las coordenadas del sistema se rotan.

Tabla A.1. Orden de los tensores

Transformación	Cantidad
$m = m$	m es un tensor de orden cero o un escalar
$\hat{a}_i = A_{ij}a_j$	a_i son componentes de un tensor de orden uno o vector
$T'_{ij} = A_{ik}A_{jl}T_{kl}$	T_{ij} son componentes de un tensor de orden dos
$S'_{ijk} = A_{il}A_{jm}A_{kn}S_{lmn}$	S_{ijk} son componentes de un tensor de orden tres

Los tensores de esfuerzo y deformación están dados en A.1 y A.2. Siempre se puede descomponer a un tensor en sus dos componentes, una volumétrica y otra distorsional.

$$T_{jk} = \begin{bmatrix} \sigma_x & \tau_{yx} & \tau_{zx} \\ \tau_{xy} & \sigma_y & \tau_{zy} \\ \tau_{xz} & \tau_{yz} & \sigma_z \end{bmatrix} = T_V + T_0 \dots\dots\dots A.1c$$

$$T_{jk} = \frac{I_1}{3} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \sigma_x - \frac{I_1}{3} & \tau_{yx} & \tau_{zx} \\ \tau_{xy} & \sigma_y - \frac{I_1}{3} & \tau_{zy} \\ \tau_{xz} & \tau_{yz} & \sigma_z - \frac{I_1}{3} \end{bmatrix} \dots\dots\dots A.1b$$

$$I_1 = \sigma_x + \sigma_y + \sigma_z \quad \text{invariante lineal o tensión cúbica} \dots\dots\dots A.1c$$

$$E_{jk} = \begin{bmatrix} \varepsilon_x & \frac{1}{2}\gamma_{yx} & \frac{1}{2}\gamma_{zx} \\ \frac{1}{2}\gamma_{xy} & \varepsilon_y & \frac{1}{2}\gamma_{zy} \\ \frac{1}{2}\gamma_{xz} & \frac{1}{2}\gamma_{yz} & \varepsilon_z \end{bmatrix} = E_V + E_0 \dots\dots\dots A.2a$$

$$E_{jk} = \frac{J_1}{3} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \varepsilon_x - \frac{J_1}{3} & \frac{1}{2}\gamma_{yx} & \frac{1}{2}\gamma_{zx} \\ \frac{1}{2}\gamma_{xy} & \varepsilon_y - \frac{J_1}{3} & \frac{1}{2}\gamma_{zy} \\ \frac{1}{2}\gamma_{xz} & \frac{1}{2}\gamma_{yz} & \varepsilon_z - \frac{J_1}{3} \end{bmatrix} \dots\dots\dots A.2b$$

$$J_1 = \varepsilon_x + \varepsilon_y + \varepsilon_z \quad \text{invariante lineal o dilatación cúbica unitaria} \dots\dots\dots A.2c$$

Las relaciones que establece la dinámica de los MC están dados por A.1, las cuales permiten conocer los esfuerzos a partir de las deformaciones unitarias o viceversa, ecuaciones A.3 y A.5, respectivamente. Éstas expresiones son ecuaciones matemáticas que describen el comportamiento del material; se les conoce como relaciones constitutivas, ya que relaciona los esfuerzos con sus correspondientes deformaciones. Estas ecuaciones constitutivas representan una idealización del comportamiento de materiales reales.

$$\sigma_x = 2\mu_e \varepsilon_x + \lambda_e J_1 \quad \tau_{yx} = \mu_e \gamma_{xy} \dots\dots\dots A.3a$$

$$\sigma_y = 2\mu_e \varepsilon_y + \lambda_e J_1 \quad \tau_{yz} = \mu_e \gamma_{yz} \dots\dots\dots A.3b$$

$$\sigma_z = 2\mu_e \varepsilon_z + \lambda_e J_1 \quad \tau_{zx} = \mu_e \gamma_{zx} \dots\dots\dots A.3c$$

donde:

$$\lambda_e = \frac{\nu E}{(1+\nu)(1-2\nu)} \quad \text{y} \quad \mu_e = G = \frac{E}{2(1+\nu)} \dots\dots\dots A.4a$$

$$\varepsilon_x = \frac{\partial u}{\partial x} \quad \gamma_{xy} = \frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y} \dots\dots\dots A.4b$$

$$\varepsilon_y = \frac{\partial v}{\partial y} \quad \gamma_{xz} = \frac{\partial w}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial z} \dots\dots\dots A.4c$$

$$\varepsilon_z = \frac{\partial w}{\partial z} \quad \gamma_{yz} = \frac{\partial w}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial z} \dots\dots\dots A.4d$$

$$\varepsilon_x = \frac{1}{E} [\sigma_x (1 + \nu) - \nu I_1] \quad \gamma_{xy} = \frac{\tau_{xy}}{G} \dots\dots\dots A.5a$$

$$\varepsilon_y = \frac{1}{E} [\sigma_y (1 + \nu) - \nu I_1] \quad \gamma_{yz} = \frac{\tau_{yz}}{G} \dots\dots\dots A.5b$$

$$\varepsilon_z = \frac{1}{E} [\sigma_z (1 + \nu) - \nu I_1] \quad \gamma_{zx} = \frac{\tau_{zx}}{G} \dots\dots\dots A.5c$$

Las relaciones constitutivas muestran que los esfuerzos dependen de la deformación y de la rapidez con que ella varía, lo que trae como consecuencia, que las ecuaciones constitutivas sean función del tiempo.

Al aplicar las ecuaciones A.3 a las componentes volumétrica y distorsional de los tensores de deformación y esfuerzo, se determinan los parámetros con los que se relacionan los tensores, con lo que se llega a A.6. y A.7.

$$[T_0] = 2G[E_0] \dots\dots\dots A.6$$

$$[T_v] = 3k[E_v] \dots\dots\dots A.7$$

donde k se define en A.8.

$$k = 3\lambda_e + 2\mu_e \dots\dots\dots A.8$$

al sustituir las constantes respectivas, se obtiene las ecuaciones A.9 y A.10.

$$[T_0] = \frac{E}{(1+\nu)}[E_0] \dots\dots\dots A.9$$

$$[T_v] = \frac{E}{(1-2\nu)}[E_v] \dots\dots\dots A.10$$

Se hace notar que el coeficiente de la expresión A.10 no deberá tener valores negativos, ya que debe ser mayor o igual a 0, lo que limita al valor de ν , entre 0 y 0.5.

ANEXO B

ASPECTOS BÁSICOS DE LA TRANSFORMACIÓN DE LAPLACE

La transformación de Laplace es un método operacional para resolver ecuaciones y sistemas de EDO's lineales de coeficientes constantes; como su nombre lo indica, transforma ecuaciones diferenciales en ecuaciones algebraicas en una variable compleja s .

Con ella se busca trasladar un problema desde el espacio original de las funciones $y(t)$ en el dominio del tiempo al espacio de sus transformadas $Y(s)$ (dominio de la frecuencia), en donde el problema se expresa en términos de una ecuación algebraica lineal, cuya solución debe ser antitransformada, para obtener la solución de la ecuación diferencial original.

Los ingenieros y científicos utilizan ecuaciones para modelar y entender un proceso natural, por lo que resulta de interés encontrar un método eficaz para resolver todas las ecuaciones propuestas. Una técnica es transformar las ecuaciones diferenciales en otras menos complicadas, cuya solución se obtenga finalmente al antitransformar e interpretar las soluciones se logra obtener la solución en el dominio del tiempo.

La transformación de Laplace usa un operador lineal (\mathcal{L}) que actúa sobre una función $f(t)$ para otra función $\mathcal{L}(f)$.

Sea $f(t)$ una función definida para $t \geq 0$. La integral:

$$\int_0^{\alpha} e^{-st} f(t) dt = \lim_{b \rightarrow \alpha} \int_0^b e^{-st} f(t) dt \dots\dots\dots A-1$$

se llama Transformada de Laplace de f , siempre que el límite exista.

Simbólicamente, la transformada de Laplace de f se denota por $\mathcal{L}\{f(t)\}$ y puesto que el resultado depende de s se escribe $\mathcal{L}\{f(t)\} = F(s)$

En la ecuación A-1 la función e^{-st} se le llama Kernel o Núcleo de la transformación. En ésta la función $f(t)$ se convierte en una función $\mathcal{L}\{f(t)\}$ que al integrarse con respecto al tiempo entre cero e infinito, sólo queda una expresión que depende de la variable s cuando se toman los límites de la integral. Es decir $\mathcal{L}\{f(t)\}$ es la imagen de $f(t)$ y se denominará $F(s)$, que se obtiene como resultado de la transformación mencionada.

Para una suma de funciones se puede escribir:

$$\int_0^{\alpha} e^{-st} [\alpha f(t) + \beta g(t)] dt = \alpha \int_0^{\alpha} e^{-st} f(t) dt + \beta \int_0^{\alpha} e^{-st} g(t) dt$$

cuando ambas las integrales convergen. Por lo tanto se tiene que:

$$\mathcal{L}\{\alpha f(t) + \beta g(t)\} = \alpha \mathcal{L}\{f(t)\} + \beta \mathcal{L}\{g(t)\} = \alpha F(s) + \beta G(s)$$

La integral que define a la transformada de Laplace no converge necesariamente. Por ejemplo, en $\mathcal{L}\{1/t\}$ ni $\mathcal{L}\{e^t\}$ existen. En este caso sólo se formulan condiciones suficientes que garanticen la existencia de $\mathcal{L}\{f(t)\}$

Teorema:

Sea $f(t)$ continua en intervalos para $t \geq 0$. Si

$$|f(t)| \leq Me^{ct}, \quad t > T$$

para alguna constante c y $T > 0$, entonces $\mathcal{L}\{f(t)\}$ existe para $s > c$

Si por ejemplo f es una función creciente, entonces la condición $|f(t)| \leq Me^{ct}, t > T$, simplemente expresa que la gráfica de f en el intervalo (T, ∞) no crece más rápidamente que la gráfica de Me^{ct} , donde c es una constante positiva.

Se dice que las funciones que tienen a ésta función exponencial como cota superior para $t > T$ son de orden exponencial.

Teorema:

- i. $\mathcal{L}\{1\} = 1/s$
- ii. $\mathcal{L}\{t^n\} = n!/(s^{n+1}), n = 1, 2, 3, \dots$
- iii. $\mathcal{L}\{e^{\alpha t}\} = 1/(s - \alpha)$
- iv. $\mathcal{L}\{\sin kt\} = k/(s^2 + k^2)$
- v. $\mathcal{L}\{\cos kt\} = s/(s^2 + k^2)$
- vi. $\mathcal{L}\{\sinh kt\} = k/(s^2 - k^2)$
- vii. $\mathcal{L}\{\cosh kt\} = s/(s^2 - k^2)$

Si ahora se invierte el problema, es decir, dada $F(s)$ se desea encontrar la función $f(t)$, se dice que ésta última es la Transformada Inversa de Laplace de $F(s)$ y se denota como:

$$f(t) = \mathcal{L}^{-1}\{F(s)\}$$

Teorema:

- i. $\mathcal{L}^{-1}\{1/s\} = 1$
- ii. $\mathcal{L}^{-1}\{n!/(s^{n+1})\} = t^n$
- iii. $\mathcal{L}^{-1}\{1/(s - \alpha)\} = e^{\alpha t}$
- iv. $\mathcal{L}^{-1}\{k/(s^2 + k^2)\} = \sin kt$
- v. $\mathcal{L}^{-1}\{s/(s^2 + k^2)\} = \cos kt$
- vi. $\mathcal{L}^{-1}\{k/(s^2 - k^2)\} = \sinh kt$
- vii. $\mathcal{L}^{-1}\{s/(s^2 - k^2)\} = \cosh kt$

La transformación inversa de Laplace es también una transformación lineal con las mismas propiedades que la transformada. Se presenta una tabla para la transformada de Laplace

TRANSFORMADAS DE LAPLACE

<i>Función F(t)</i>	<i>Transformada de Laplace F(s)</i>
1	$\frac{1}{S}$
t	$\frac{1}{S^2}$
$\frac{t^{n-1}}{n-1}$	$\frac{1}{S^n}$
$e^{\pm mt}$	$\frac{1}{m \pm S}$
$\frac{1 - e^{\pm mt}}{m}$	$\frac{1}{S(S + m)}$
$\frac{e^{-mt} + mt - 1}{m^2}$	$\frac{1}{S^2(S + m)}$
$\text{sen } \alpha t$	$\frac{\alpha}{\alpha^2 + S^2}$
$\text{cos } \alpha t$	$\frac{S}{\alpha^2 + S^2}$
$\frac{\text{sen } \alpha t}{\alpha}$	$\frac{1}{\alpha^2 + S^2}$
$t e^{-mt}$	$\frac{1}{(S + m)^2}$
$e^{-mt} [1 - mt]$	$\frac{S}{(S + m)^2}$
$\frac{t \cdot \text{sen } \alpha t}{2\alpha}$	$\frac{S}{(\alpha^2 + S^2)^2}$
$t \cdot \text{cos } \alpha t$	$\frac{S^2 - \alpha^2}{(\alpha^2 + S^2)^2}$


```

TK=(T(4)-T(2))/(T(3)-T(1))
TK=TK*(AX-BX)/(BX-CX)
IF(TK) 14,14,15
14 PRINT 118,TK
GO TO 1
15 TK=T(3)/(2.0*ALOG(TK))
ICLO=0
2 ICLO=ICLO+1
PRINT 106, ICLO,TK
ET1=EXP(-T(2)/TK)
ET2=EXP(-T(3)/TK)
ET3=EXP(-T(4)/TK)
GK=(F1*ET2-ET3-(F1-1.0)*ET1)/(X(4)-X(2)-F1*(X(3)-X(2)))
EM=(T(4)-T(2))/(X(4)-X(2)+(ET3-ET1)/GK)
EK=TK*GK
PRINT 105,GM,GK,EM,EK
AX=0.
BX=0.
DO 3 I=1,NP
XC(I)=1.0/GM+T(I)/EM+(1.0-EXP(-T(I)/TK))/GK
R(I)=X(I)/XC(I)
AX=AX+R(I)
3 BX=BX+(R(I)-1.0)**2
AX=AX/FLOAT(NP)
BX=BX/FLOAT(NP)
CX=SQRT(BX)
PRINT 108
PRINT 116,(R(I), I=1,NP)
PRINT 109, AX, BX, CX
IF (ABS(AX-1.)-ERROR) 6,5,5
5 TK=TK/AX
IF (ICLO-MAXIMO) 2,6,6
6 P1=EM/GM+EM/GK+EK/GK
P2=EM*EK/(GK*GM)
Q1=EM
Q2=EM*EK/GK
PRINT 100
PRINT 110, ICLO,P1,P2,Q1,Q2
P1Q1=P1*Q1
P12=P1*P1
P24=P2*4
P1Q1Q2=P1*Q1*Q2
P2Q122=P2*Q1*Q1+Q2*Q2
PRINT 117,P1Q1,Q2,P12,P24,P1Q1Q2,P2Q122
PRINT 111

```

The image shows a screenshot of the DIGITAL Visual Fortran IDE. The window title is "VISCOELASTICITY - DIGITAL Visual Fortran - [C:\Visco\VISCOELASTICITY.for]". The menu bar includes File, Edit, View, Insert, Project, Build, Tools, Window, and Help. The toolbar contains various icons for file operations and development. On the left, a FileView pane shows a workspace named "VISCOELASTICITY" containing a file named "VISCOELASTICITY.for". The main editor area displays the following Fortran code:

```
7 IF (P1Q1-Q2) 7,7,801
  PRINT 115
  GO TO 8
801 PRINT 114
8 PRINT 112
  IF (P12-P24) 9,9,1001
9 PRINT 115
  GO TO 10
1001 PRINT 114
10 PRINT 113
  IF (P1Q1Q2-P2Q122) 11,11,1201
11 PRINT 115
  GO TO 4
1201 PRINT 114
4 PRINT 107
  GO TO 1
13 CALL EXIT
END
```

REFERENCIAS

1. AASHTO, "Standart specifications for highway bridges", The American Association of State Highway and Transportation Officials, 33 ed (1983)
2. ACI-ASCE Joint Committee 343, "Analysis and design of reinforced concrete bridge structures"
3. American Concrete Institute (ACI), SP-27, "Designing for effects of creep, shrinkage, temperature in concrete structures"
4. American Concrete Institute (ACI), Detroit, SP-76, "Designing for creep and shrinkage in concrete structures", attribute to Adrian Pauw, 1984.
5. American Concrete Institute (ACI-209R-92, Reapproved 1997), Reported by ACI Committee 209, "Prediction of Creep, Shrinkage and Temperature Effects in Concrete Structures", 1997.
6. Gerwick, B. C. Jr., "Construcción de estructuras de concreto presforzado", Nueva York, 1971.
7. Borese P. A., Schmidt J. R. and Sidebottom M., "Advanced Mechanics of Materials", Fifth edition, John Wiley and Sons, 1992.
8. CEB Design Manual, "Structural effects of time-dependent behaviour of concrete", Comité Européen del Béton-Fédération Internationale de la Précontrainte, Paris, 1970.
9. Centro de Trabajos Técnicos, S.A., Stronghold, "The Stronghold Prestressing System", General Catalogue.
10. Ch. G. Salmon and J.E. Johnson, "Steel Structures, Design and Behavior", Cuarta edición, Harper & Row Publishers, N.Y.
11. Comisión Federal de Electricidad – Instituto de Ingeniería, C.F.E.–UNAM, "Manual de tecnología del concreto", Sección 3. Editorial Limusa, México, 1994.
12. Bland, D. R., "The theory of linear viscoelasticity", Oxford, Pergamon Pr., 1960.
13. Flügge, W., "Viscoelasticity", Second Revised Edition, Springer-Verlag, Berlin/Heidelberg, 1975.
14. Gerard, G., "Introduction to Structural Stability Theory", McGraw-Hill Book Company, Inc., 1962, Nueva York.
15. Guizar, D. E., "Estudio de la Fluencia en el Concreto", Tesis de Licenciatura UNAM, México, 1964.
16. Instituto Mexicano del Cemento y del Concreto, IMCYC, A.C., "Control del agrietamiento de estructuras de concreto". Traducido del Reglamento ACI 224 R-80, México, 1981.
17. Instituto Mexicano del Cemento y del Concreto IMCYC, A.C., "Principios fundamentales del diseño de concreto presforzado". Traducida de la Segunda Edición del Prestressed Concrete Institute (PCI). México 1966.

18. Mendoza E. C. J., "Pérdidas de presfuerzo", Instituto de Ingeniería, 585, UNAM, México D.F., 1997.
19. Monleón, C. S., "Ingeniería de puentes", Universidad Politécnica de Valencia, España 2002.
20. Neville A.M., "Creep of Concrete: Plain, Reinforced and Prestressed", North Holland Publishing Company, Amsterdam, 1970.
21. Newton, I. S., "Philosophiae Naturalis Principia Mathematica", 1st Ed., 1687, Bk 2, Sect. IX.
22. Neville A.M. y Brooks J.J., "Tecnología del Concreto", traducción de Concrete Technology. Editorial Trillas, México 1998.
23. Normas Técnicas Complementarias para Diseño y Construcción de Estructuras de Concreto del Distrito Federal, Gaceta Oficial del Distrito Federal, Octubre 6 del 2004.
24. Post-Tensioning Institute (PTI), "Post-Tensioned box girder bridge manual", USA, 1978.
25. Rabotnov, N. Yu., "Creep Problems in Structural Members", translated from the Russian, Wiley, Nueva York. 1969.
26. Reinoso A. E, Rodríguez E. M. y Betancourt R. R. A., "Manual de diseño de estructuras prefabricadas y presforzadas", Asociación Nacional de Industriales del Presfuerzo y la Prefabricación A. C., ANIPPAC – Instituto de Ingeniería, UNAM, México Distrito Federal 2000.
27. Roberts, G. E. and Kaufman, H., "Table of Laplace transforms". Saunders: Philadelphia, Pa. 1966.
28. Rodríguez Cuevas Neftalí, Curso de Mecánica Estructural Avanzada, "Apuntes de mecánica del medio continuo", DEFPI UNAM México D.F., 2003.
29. Rodríguez C. N., "Viscoelastic constants for a model representing the mechanical behaviour of materials", Memorias de la Primera Conferencia Internacional de Estructuras, Mecánica de Suelos y Diseño Ingenieril, Southampton Inglaterra, 1969. Parte 1.
30. Szilard, Rudolph. "Theories and Applications of Plate Analysis" Classical, Numerical and Engineering Methods, John Wiley, USA 2004.
31. Avelino, S. Q. F, "Cálculo de estructuras de puentes de hormigón", Ed: Rueda, Madrid España. 1983.
32. Series del Instituto de Ingeniería UNAM No. 495, "Propiedades mecánicas de los concretos fabricados en el Distrito Federal", Series del Instituto de Ingeniería UNAM No. 495 (Noviembre 1985).
33. Soto R. H., "Diseño de Estructuras Metálicas", Aspectos generales y diseño de elementos estructurales Volumen 1, Primera edición. México 2000.
34. Timoshenko, S, "Theory of Plates and Shells", McGraw-Hill, Book Company, Inc. Nueva York. 1940.