

UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO

Facultad de Ingeniería

División de Ingeniería en Ciencias de la Tierra

Departamento de Ingeniería Geofísica



UBICACIÓN ESPACIAL Y ESTIMACIÓN DE LA PROFUNDIDAD DE ANOMALÍAS GRAVIMÉTRICAS MEDIANTE LA SEÑAL ANALÍTICA Y LAS COMPONENTES TENSORIALES DEL CAMPO GRAVITACIONAL

T E S I S

PARA OBTENER EL TÍTULO DE LICENCIATURA DE:

INGENIERO GEOFISICO

PRESENTA:

CORTÉS GUERRERO PEDRO PABLO

DIRECTOR DE TESIS:

Dr. CARLOS ORTÍZ ALEMÁN.

Ciudad Universitaria, México DF. Noviembre 2014.

DEDICATORIAS.

*Este trabajo está dedicado a la Universidad Nacional
Autónoma de México en especial a la Facultad de
Ingeniería.*

Ciudad Universitaria, México DF. Noviembre 2014.

AGRADECIMIENTOS.

Agradezco en especial la participación de mi director el Dr. Carlos Ortiz Alemán en la selección de este trabajo de tesis tan interesante.

En general a todos mis sinodales que con su trayectoria profesional me motivaron a realizar un gran esfuerzo en cada una de las páginas de este trabajo.

INDICE

INDICE	I
INDICE DE FIGURAS.	III
INDICE DE TABLAS.	VIII
RESUMEN	IX
ABSTRACT	X
CAPITULO 1.- INTRODUCCIÓN	1
CAPITULO 2.- MARCO TEÓRICO	4
2.1 CONCEPTOS BÁSICOS	4
2.1.1 La Derivada	4
2.1.2 Funciones crecientes y decrecientes (criterio de la primera derivada)	5
2.1.3 Concavidad y puntos de inflexión (criterio de la segunda derivada).....	5
2.2 CAMPO GRAVITACIONAL	6
2.2.1 Teoría de campos	7
2.2.1.1 Campo escalar	7
2.2.1.2 Campo vectorial.....	7
2.2.2 Ley de la atracción gravitacional de Newton	7
2.2.3 Aceleración gravitacional	9
2.2.3.1 Aceleración gravitacional de una distribución de masas.....	9
2.2.4 El teorema de Helmholtz	11
2.2.5 El potencial gravitacional	12
2.2.5.1 El potencial como trabajo	13
2.2.6 Ecuación de Laplace.....	15
2.2.7 Modelos gravimétricos	17
2.2.7.1 Modelo gravimétrico de un prisma rectangular.....	19
2.3 MÉTODOS PARA DELIMITAR BORDES	21
2.3.1 Tensor gradiente de la gravedad (TG).....	21
2.3.1.1 Características del tensor gradiente de la gravedad	22
2.3.2 Señal analítica (sa).....	25
2.3.2.1 Señal analítica direccional.....	27
2.3.3 Gradiometría	27
2.3.3.1 Filtro upward-continuation	29

2.4 METODO PARA ESTIMAR PROFUNDIDADES -----	31
2.4.1 Método de la señal analítica aplicada al tensor de gravedad-----	31
 CAPITULO 3.- PRUEBA DE LOS METODOS -----	32
 3.1 APLICACIÓN DE METODOS A MODELOS SINTÉTICOS -----	32
3.1.1 Delimitación de bordes del modelo-----	34
3.1.1.1 Descripción del cálculo de (gx, gy, gz) -----	34
3.1.1.2 Cálculo del tensor gradiente de la gravedad -----	39
3.1.2 Estimación de las profundidades del modelo con la señal analítica -----	45
3.1.2.1 Descripción del cálculo de las profundidades-----	45
3.1.2.2 Correcciones usadas para la correcta medición de las profundidades-----	48
 3.2 APLICACIÓN DE MÉTODOS A DATOS REALES (VINTON DOME) -----	54
3.2.1 Resumen de la metodología usada por la empresa Bell Geospace Inc. para la adquisición y procesamiento de datos gradiometricos en el VInton Dome -----	54
3.2.1.1 Localización-----	54
3.2.1.2 Diseño y adquisición de las líneas de vuelo-----	55
3.2.1.3 Características del equipo: Full Tensor Gradiometer (FTG) -----	56
3.2.1.4 Procesamiento de los datos FTG -----	56
3.2.2. Descripción geológica de la zona de estudio -----	58
3.2.2.1 Estructura-----	59
3.2.2.2 Fallamiento-----	60
3.2.2.3 Estratigrafía -----	61
3.2.3 Métodos para delimitar bordes-----	62
3.2.3.1 Delimitación de bordes y profundidades con gravimetría convencional-----	62
3.2.3.2 Delimitación de bordes y profundidades con gradiometría-----	67
 CAPITULO 4.- ANALISIS DE RESULTADOS DE DATOS SINTÉTICOS Y REALES -----	75
 4.1 ANALISIS DE LA DELIMITACIÓN DE BORDES Y PROFUNDIDADES EN DATOS SINTÉTICOS -----	75
4.1.1 Análisis del aporte de información para la detección de bordes de las diferentes componentes del TG para su aplicación en la señal analítica direccional -----	85
 4.2 ANALISIS DE LA DELIMITACIÓN DE BORDES Y PROFUNDIDADES EN DATOS REALES (VINTON DOME) --	97
 CAPITULO 5.- CONCLUSIONES -----	113
 BIBLIOGRAFÍA -----	115

INDICE DE FIGURAS.

CAPITULO 2. Marco teórico.

Figura 2.1 Esquema que nos ilustra que la derivada de una función corresponde a la magnitud de la pendiente en ese punto y será equivalente a la razón de cambio de la función respecto de su o sus variables independientes-----4

Figura 2.2 La derivada se relaciona con los máximos y mínimos de una función. Una función es creciente si *cuando x se mueve hacia la derecha* su gráfica asciende y es decreciente si su gráfica desciende-----5

Figura 2.3 A partir del signo de la segunda derivada se puede identificar la concavidad de la función siempre y cuando se evalúe en los intervalos que contengan a los puntos de inflexión P_i (puntos donde la concavidad cambia o puntos de inflexión), así mismo se pueden encontrar los máximos y mínimos valuando la segunda derivada en los puntos críticos C-----6

Figura 2.4 La figura de la izquierda representa un campo vectorial 2D, se muestran los vectores que componen el campo, la figura de la derecha es un campo escalar, se muestran las superficies equipotenciales, ambos del campo gravitacional de una masa puntual enterrada a 4 km. y un $\Delta\rho=2700 \text{ kg/m}^3$ -----8

Figura 2.5 La fuerza de atracción gravitacional entre dos cuerpos, la $F_{m_2m_1}$ es mayor que $F_{m_1m_2}$ ya que $m_2 > m_1$ y esta fuerza será inversamente proporcional a la distancia que separa los centros de masa-----8

Figura 2.6 Representación del principio de superposición del campo gravitacional para calcular la atracción gravitacional de un volumen con masa-----10

Figura 2.7 Representación de las condiciones para la ecuación de Poisson (A), y para la ecuación de Laplace (B) -----16

Figura 2.8 Representación de la superposición de soluciones de la ecuación de Laplace para ajustar el potencial gravitacional en la Tierra-----16

Figura 2.9 Anomalías gravimétricas representativas de las geometrías más comunes. Modificado de John M. Reynolds (1997) -----18

Figura 2.10 Esquema del cálculo de la anomalía gravimétrica de un prisma rectangular para diferentes puntos en una malla-----20

Figura 2.11 Representación de las componentes del tensor gradiente de la gravedad en el punto $p(0,0,0)$ -----21

Figura 2.12 Diagonalización del TG mediante un cambio base-----	23
Figura 2.13 Representación de la delimitación de bordes por medio de la diagonalización----- de TG	25
Figura 2.14 Esquema de los tres pares de gravímetros que componen el gradiómetro-----	28
Figura 2.15 Sistema coordinado para el cálculo del filtro upward-continuation, Tomado de Blakely (1996) -----	29
Figura 2.16 Estimación de la profundidad a partir de la señal analítica. Este modelo se construyó con los valores de la Figura 4.11-----	32

CAPITULO 3. Prueba de los métodos.

Figura 3.1 Modelo utilizado para las pruebas-----	33
Figura 3.2 Imagen del campo g creado por el modelo-----	34
Figura 3.3 Representación de la componente vertical del modelo-----	36
Figura 3.4 Representación de las componentes horizontales de g-----	37
Figura 3.5 Representación del Gradiente Horizontal y Amplitud de la Señal Analítica-----	38
Figura 3.6 Representación de las componentes Tensoriales Gxx y Gyy-----	40
Figura 3.7 Representación de las componentes Tensoriales Gxy y Gzz-----	41
Figura 3.8 Representación de las componentes Tensoriales Gxz y Gyz-----	42
Figura 3.9 Representación de la señal analítica direccional en z-----	43
Figura 3.10 Representación de la señal analítica direccional en x e y-----	44
Figura3.11 Visualización del efecto de la continuación ascendente donde Δz es el nivel de elevación del filtro y h es la profundidad de sepultamiento del cuerpo-----	49
Figura 3.12 Estimación de las profundidades mediante el contorno cero de SA, las líneas de colores representan la distancia entre los puntos de inflexión sin las correcciones (continuación ascendente y el factor de MacLeod) -----	50
Figura 3.13 Estimación de las profundidades mediante el contorno cero de SAz, las líneas de colores representan la distancia entre los puntos de inflexión sin las correcciones (continuación ascendente y el factor de MacLeod) -----	52
Figura 3.14 Ubicación del Vinton Dome-----	54
Figura 3.15 Líneas de vuelo sobre el Vinton Dome-----	55
Figura 3.16 Esquema del Domo Salino Vinton Dome-----	58

Figura 3.17 Sección transversal regional de la cuenca del Golfo de México. (Peel et al., 1995, Tomado de Chris Ennen 2012)-----	59
Figura 3.18 Sección del Domo Vintom Norte-Sur (Thompson and Eichelberger, 1928. [Tomado de Dr. Kurt J. Marfurt et.al 2004]). La escala vertical va de 500 en 500 ft-----	59
Figura 3.19 Sección del Domo Vintom Este-Oeste (Thompson and Eichelberger, 1928. [Tomado de Dr. Kurt J. Marfurt et.al 2004]). La escala vertical va de 500 en 500 ft-----	60
Figura 3.20 Mapa de tiempo de la cima del Vintom Dome, la línea roja indica los límites de la sal en el Mioceno temprano, las líneas azules muestran los sistemas de fallas. Tomado de (Coker et al., 2007) -----	61
Figura 3.21 Estratigrafía generalizada de las formaciones sedimentarias del Vintom Dome. (Modificado de Duncan 2005, [Tomado de Chris Ennen 2012])-----	61
Figura 3.22 Mapa de adquisición de datos gravimétricos en el Vintom Dome-----	62
Figura 3.23 Representación de la anomalía de Bouger del Vintom Dome y su componente vertical Gz-----	63
Figura 3.24 Representación de las componentes horizontales Gx, Gy, del Vintom Dome-----	64
Figura 3.25 Representación de la Señal Analítica y el Gradiente Horizontal, del Vintom Dome-----	65
Figura 3.26 Estimación de las profundidades del Vintom Dome mediante el contorno cero de SA, las líneas de colores representan la distancia entre los puntos de inflexión sin las correcciones (continuación ascendente y el factor de MacLeod) -----	66
Figura 3.27 Representación de las componentes Tensoriales Gxx y Gyy del Vintom Dome-----	68
Figura 3.28 Representación de las componentes Tensoriales Gzx y Gzy del Vintom Dome-----	69
Figura 3.29 Representación de las componentes Tensoriales Gzz y Gxy del Vintom Dome-----	70
Figura 3.30 Representación de la señal analítica direccional del Vintom Dome en x e y-----	71
Figura 3.31 Representación de la señal analítica direccional del Vintom Dome en z-----	72
Figura 3.32 Estimación de las profundidades del Vintom Dome mediante el contorno cero de SAz, las líneas de colores representan la distancia entre los puntos de inflexión sin las correcciones (continuación ascendente y el factor de MacLeod) -----	73

CAPITULO 4. Análisis de resultados de datos sintéticos y reales.

Figura 4.1 Representación del campo gravitacional como una suma de funciones armónicas. Modificado de Chelotti, L., Acosta, N., Foster, M., (2009) -----	75
Figura 4.2 Anomalías profundas, someras e intermedias que componen la señal resultante medida. Modificado de Chelotti, L., Acosta, N., Foster, M., (2009) -----	76

Figura 4.3 Ubicación del modelo sobre su campo gravitacional junto con su espectro de frecuencia-----	77
Figura 4.4 Interpretación de resultados de las componentes del modelo G_x y G_y con sus espectros de frecuencia-----	78
Figura 4.5 Perfil gravimétrico con la interpretación de las primeras derivadas del campo inline 287-- -----	79
Figura 4.6 Interpretación de resultados de la componente del modelo G_z con su espectro de frecuencia-----	80
Figura 4.7 Perfil gravimétrico con la interpretación de las segundas derivadas del campo inline 287-----	81
Figura 4.8 Interpretación de resultados de las componentes del modelo G_{xx} y G_{yy} con sus espectros de frecuencia-----	82
Figura 4.9 Interpretación de resultados de las componentes del modelo G_{zz} y G_{xy} con sus espectros de frecuencia-----	83
Figura 4.10 Interpretación de resultados de las componentes del modelo G_{zx} y G_{zy} con sus espectros de frecuencia-----	84
Figura 4.11 Aporte de información de las componentes tensoriales G_{zx} y G_{zz} medidas a lo largo de los perfiles p_1 y p_2 -----	86
Figura 4.12 Interpretación de resultados de la Señal Analítica direccional en x -----	87
Figura 4.13 Interpretación de resultados de la Señal Analítica direccional en y -----	88
Figura 4.14 Interpretación de resultados de la Señal Analítica direccional en z -----	89
Figura 4.15 Espectros de frecuencia de la señal analítica direccional en x , y , z -----	90
Figura 4.16 Perfil con el análisis del cálculo de profundidades con la señal analítica inline 287----	92
Figura 4.17 Estimación de las profundidades mediante el contorno cero de SA, las líneas de colores representan la distancia entre los puntos de inflexión sin las correcciones (continuación ascendente y el factor de MacLeod) Interpretación-----	94
Figura 4.18 Estimación de las profundidades mediante el contorno cero de SAz, las líneas de colores representan la distancia entre los puntos de inflexión sin las correcciones (continuación ascendente y el factor de MacLeod) Interpretación-----	96
Figura 4.19 Tipos de Datos adquiridos sobre el Vinton Dome, la línea de color magenta representa la extensión del Domo Eti, (2004) [Tomado de Chris Ennen (2012)] -----	97
Figura 4.20 Interpretación de las componentes Tensoriales G_{xx} y G_{yy} del Vinton Dome-----	100
Figura 4.21 Interpretación de las componentes Tensoriales G_{zx} y G_{zy} del Vinton Dome-----	101
Figura 4.22 Interpretación de las componentes Tensoriales G_{zz} y G_{xy} del Vinton Dome-----	102

Figura 4.23 Patrones básicos de fallas en Domo Salinos sup, Fallas en el Vinton Dome inf Coker (2006) -----103

Figura 4.24 Interpretación de SAx y SAy del Vinton Dome-----104

Figura 4.25 Interpretación de las características estructurales del Dome salino con la SAz, se muestra una interpretación realizada por Chris Ennen (2012) para comparar resultados-----105

Figura 4.26 Zonas prospectivas (contornos blancos) y pozos productores (círculos negros y blancos) del Vinton Dome por Chris Ennen (2012) -----106

Figura 4.27 Posibles zonas con hidrocarburos (contornos rojos) del Vinton Dome localizadas con SAz-----107

Figura 4.28 Resultados de las profundidades del Vinton Dome (*porción de la sal*) a partir de la Señal Analítica (SA) -----109

Figura 4.29 Cap-Rock (línea blanca) con pozos perforados en la sima (verde), pozos perforados en la sima de la sal (negros). Eti (2004) -----110

INDICE DE TABLAS.

CAPITULO 2. Marco teórico.

Tabla 2.1 Clasificación de los campos potenciales mediante el Teorema de Helmholtz-----	11
--	----

CAPITULO 3. Prueba de los métodos.

Tabla 3.1 Parámetros de los modelos sintéticos-----	32
--	----

Tabla 3.2 Calculo de las profundidad de modelos teóricos a partir de la Señal Analítica-----	48
---	----

Tabla 3.3 Resultados de las profundidades del modelo propuesto a partir de la Señal Analítica (SA) -----	51
--	----

Tabla 3.4 Resultados de las profundidades del modelo propuesto a partir de la Señal Analítica Direccional (SAz) -----	53
---	----

Tabla 3.5 Resultados de las profundidades del Vinton Dome a partir de la Señal Analítica (SA)----- -----	67
--	----

Tabla 3.6 Resultados de las profundidades del Vinton Dome a partir de la Señal Analítica (SAz)---- -----	74
--	----

CAPITULO 4.- Análisis de resultados de los datos sintéticos y reales.

Tabla 4.1 Parámetros de los modelos sintéticos-----	93
--	----

Tabla 4.2 Resultados de las profundidades del modelo propuesto a partir de la Señal Analítica (SA) interpretada-----	93
--	----

Tabla 4.3 Resultados de las profundidades del modelo propuesto a partir de la Señal Analítica Direccional (SAz) Interpretada-----	95
---	----

Tabla 4.4 Resultados de las profundidades del Vinton Dome (porción de la sal) a partir de la Señal Analítica (SA) -----	109
---	-----

RESUMEN

En este trabajo de tesis se presenta el estudio de la localización en superficie y la estimación de la profundidad de estructuras geológicas en el subsuelo a partir de datos potenciales. Estos estudios son de particular importancia en la exploración de recursos naturales.

En ambientes geológicos complejos, como los que se encuentran en la exploración petrolera, es necesario el empleo de técnicas semiautomáticas para el mapeo tanto en planta como en profundidad de objetivos geológicos de interés prospectivo. Recientemente los métodos potenciales han evolucionado, tanto en la adquisición de información con nuevos sensores en plataformas móviles, y en las técnicas de procesamiento. En este trabajo se presenta un estudio para evaluar las ventajas que ofrece el empleo de los datos del tensor gradiente de la gravedad, en combinación con las técnicas más recientes para el mapeo semiautomático de fuentes, como lo es la señal analítica direccional.

Se presenta un caso de estudio con datos sintéticos para simular un ambiente geológico complejo en donde se pone a prueba la eficiencia de las técnicas propuestas. Se logra mapear la geometría en planta y una estimación de la profundidad de los cuerpos causantes de la anomalía, a partir de estos logros se evalúa y discute el desempeño de cada una de las técnicas.

En la parte final se aplican los métodos en datos observados pertenecientes al Domo Vinton (Louisiana, EUA). Se consigue extraer información relevante de la zona de estudio que incluye el mapeo de la geometría y la estimación de la profundidad tanto del domo salino y la capa de roca. También se infieren algunas estructuras asociadas, tales como fallas y contactos litológicos. Además, se localizan algunas zonas productoras de gas.

ABSTRACT

In this thesis, I address an issue of particular significance in the exploration of natural resources. Such an issue involves the location in plan view and depth-to-source- estimation of geological features from potential field data.

In complex geological settings of prospective interest, such as those currently found in oil exploration, the use of semi-automatic techniques for an accurate mapping (both in plan view and as a function of depth) of geological targets is mandatory. Recently, potential field methods have evolved in terms of both the acquisition of information with new sensors on mobile platforms, and processing techniques. This work presents a systematic study devoted to evaluate the advantages of employing full tensor gravity gradient data (FTG), when combined with recently introduced methods for the semi-automatic mapping of gravity sources, such as the directional analytic signal of FTG data.

In a first section, I introduce a case study using synthetic data to simulate a complex geological environment in order to test the efficiency of edge- and depth-estimation techniques. From such results, I evaluate and discuss the performance of each of these techniques.

Finally, I apply the same methods on real potential field data acquired over the Vinton Dome area (Louisiana, USA). In this way, I extracted relevant information from the study area, such as the mapping of the salt dome geometry, by estimating its dimensions in plan view and its burial depth. I also infer some associated geological features, such as faults and lithological contacts. In addition, I locate some gas producing areas with the use of the proposed methods.

CAPITULO 1.- INTRODUCCIÓN.

En los últimos años la exploración geofísica enfrenta retos cada vez más desafiantes debido a la creciente complejidad geológica de las áreas bajo estudio. La distribución de las propiedades físicas y las características geométricas del subsuelo han pasado de ser un problema de fácil interpretación a uno muy complejo. La necesidad de ubicar nuevas zonas de interés prospectivo, nos ha llevado a explorar áreas con muy complejas características geométricas y físicas. Esto, a su vez, nos ha motivado a descubrir nuevas formas de adquirir información geofísica más precisa del subsuelo y a desarrollar mejores estrategias de procesamiento, con el fin de extraer información valiosa acerca de las propiedades físicas de interés en el subsuelo.

Existen muchas variables en el subsuelo que hacen difícil el trabajo de interpretación de campos potenciales. La complejidad de estas variables, tales como la geometría de las estructuras geológicas, sus propiedades físicas, su localización y delimitación, en ocasiones conducen a malas aproximaciones de los rasgos geológicos que se están explorando. Cuando esta complejidad es extremadamente alta, algunos métodos geofísicos fallan debido a la naturaleza de los principios físicos en los cuales están basados. Ante esta problemática, resulta necesario el desarrollo de nuevas técnicas robustas para procesar datos geofísicos y geológicos en forma integral. Estas técnicas implican la creación de modelos directos, o bien la inversión de modelos del subsuelo que nos permitan visualizar sus propiedades físicas, de tal forma que asemejen lo más posible a la realidad.

Como sabemos, los materiales del subsuelo pueden generar o transmitir campos físicos, los cuales pueden ser detectados en superficie en la forma de datos geofísicos. En particular nos referiremos en esta tesis, al campo gravitacional creado por las diferentes distribuciones de masa en el interior de la Tierra, así como a los métodos para interpretar los datos colectados relacionados

con dicho campo, como lo es la señal analítica del tensor completo de gravedad (FTG, por sus siglas en idioma inglés).

El tensor gradiente de la gravedad es más sensible para detectar las longitudes de onda cortas de las anomalías que las mediciones de gravimetría convencionales, lo que nos provee de unos datos con mayor resolución provenientes de estructuras más someras. De esta forma, dejamos fuera estructuras regionales que no son tan importantes para la exploración de recursos naturales. El tensor gradiente de la gravedad contiene las derivadas de primer orden de las tres componentes ortogonales del campo gravitacional. Las propiedades matemáticas que satisface el tensor gradiente, hacen que los métodos de procesamiento sean diferentes a los de la gravimetría convencional, obteniendo resultados con una resolución mayor. Una característica sobresaliente es que la mayoría de las técnicas de procesamiento se basan en el cálculo de derivadas del campo potencial en cuestión, lo cual enfatiza significativamente el ruido de alta frecuencia. En el caso de la gradiometría, estas derivadas o gradientes se miden directamente, casi en ausencia de ruido. Como consecuencia, diferentes técnicas para la interpretación del tensor gradiente de la gravedad se han venido desarrollando por diversos autores en los últimos años (e.g. Pedersen y Rasmussen, 1990; Vasco y Taylor, 1991; Edwards et al., 1997; Routh et al., 2001; Zhdanov et al., 2004; Droujinine et al., 2007; While et al., 2006; Mikhailov et al., 2007; Pajot et al., 2008; While et al., 2009; Beiki y Pedersen, 2010; Beiki, 2010).

El objetivo de esta tesis es realizar un estudio sistemático sobre el funcionamiento del tensor gradiente de la gravedad, mediante el empleo de la señal analítica direccional. Se presentan dos casos de estudio que incluyen la interpretación, localización y estimación de profundidad tanto de anomalías gravimétricas como de gradiente completo de gravedad. Se consideran a su vez, tanto datos sintéticos de un caso de estudio patológico que involucra una fuerte interferencia entre fuentes; así como el área del domo Vinton, en Louisiana, que actualmente es estudiada por muchos grupos de investigación a nivel mundial y de

la cual se dispone de datos reales así como de información sísmica, geológica y de pozos.

En ambos casos de estudio, se aplican métodos de procesamiento para estimar una localización espacial de las fuentes anómalas, así como también su profundidad. Para este fin, se utiliza la señal analítica direccional aplicada en datos de tensor gradiente de gravedad. Nuestra hipótesis de trabajo es que la conjunción de estos dos elementos: una técnica de procesamiento avanzada y datos con resolución espacial y espectral mejorada; nos permitirán identificar y delimitar cuerpos anómalos así como también estimar su profundidad de sepultamiento con una mayor precisión.

CAPITULO 2.- MARCO TEÓRICO.

2.1 CONCEPTOS BÁSICOS.

Antes de abordar la teoría relacionada con la materia de estudio de este trabajo (el tensor gradiente de la gravedad y la señal analítica direccional), se considera importante hacer un repaso de los componentes matemáticos y físicos más básicos que le dan soporte. El propósito es brindar algunos antecedentes acerca de operaciones elementales que se usarán como parte de los métodos geofísicos que se aplican en esta tesis.

2.1.1 La derivada.

Como sabemos, la derivada nos proporciona el valor de la pendiente de una recta tangente a un punto sobre una función. Es decir, esta pendiente nos proporciona una tasa o razón de cambio de una función respecto de su o sus variables independientes (Larson, 2010). Este concepto se expresa en la Figura 2.1.

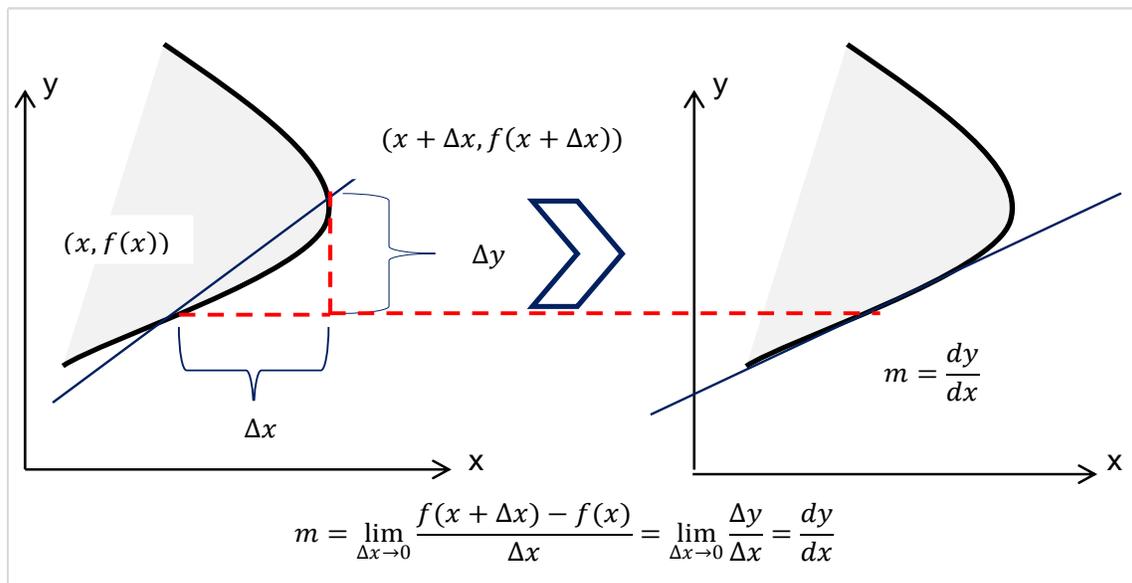


Figura 2.1. Esquema que nos ilustra cómo la derivada de una función corresponde a la magnitud de la pendiente en ese punto y será equivalente a la razón de cambio de la función respecto de su o sus variables independientes.

2.1.2 Funciones crecientes y decrecientes (criterio de la primera derivada).

Otra ventaja de la aplicación de la derivada es que podemos conocer cuando una función es creciente o cuando es decreciente. Una función creciente se puede identificar, si su derivada cumple que $f'(x) > 0$, en un intervalo cerrado $[a, b]$, que contenga a $f'(c) = 0$. Mientras que una función es decreciente, si su derivada cumple que $f'(x) < 0$, en el intervalo mencionado. Estos conceptos se ilustran en la Figura 2.2.

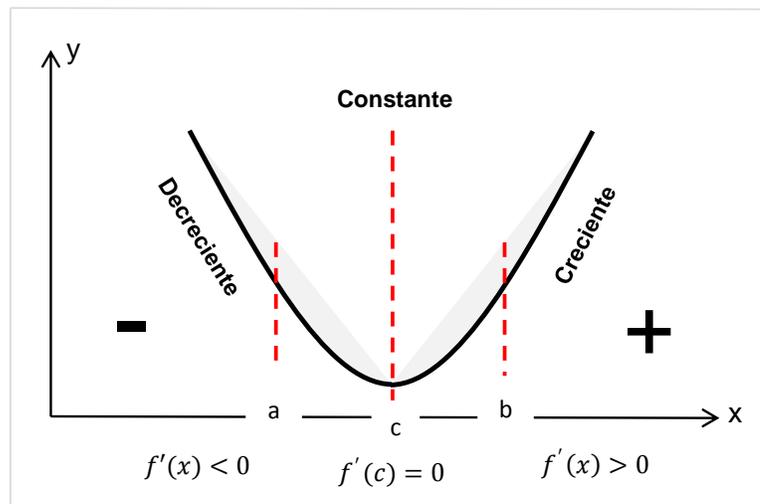


Figura 2.2. La derivada se relaciona con los máximos y mínimos de una función. Una función es creciente si cuando x se mueve hacia la derecha su gráfica asciende y es decreciente si su gráfica descende.

Con esto también podemos determinar si la función tiene un *máximo relativo* o un *mínimo relativo* como se explica a continuación. Si $f'(x)$ cambia de positiva a negativa en el punto crítico c , donde $f'(c) = 0$, entonces la función tiene un máximo. Si $f'(x)$ cambia de negativo a positivo se tiene un mínimo. Este último caso se aprecia en la Figura 2.2 (Larson, 2010).

2.1.3 Concavidad y puntos de inflexión (criterio de la segunda derivada).

La concavidad de una función nos ayuda a identificar dónde nuestra función se *curva hacia arriba* o se *curva hacia abajo*, con ayuda de los intervalos donde la función es creciente o decreciente (criterio de la primera derivada). Cuando nuestra función tiene un máximo o mínimo, la concavidad de una función se determina mediante los valores de las segundas derivadas en el intervalo de estudio que contenga a $f''(P) = 0$, donde P es un punto de inflexión. Entonces una función es cóncava hacia abajo si $f''(x) < 0$ y cóncava hacia arriba si

$f''(x) > 0$ en el intervalo. Asimismo, tiene un máximo si $f''(c) < 0$ y un mínimo si $f''(c) > 0$.

Los puntos de inflexión (P_i) de una curva, nos indican el punto exacto en donde la concavidad de la función cambia ya sea de cóncava hacia abajo a cóncava hacia arriba o viceversa. Para determinar estos puntos, basta con encontrar los valores para los que $f''(x) = 0$. En estos puntos, las pendientes se mantienen constantes e iguales a cero, por lo cual la función es lineal (Larson, 2010). Este concepto se muestra en la Figura 2.3.

En resumen tenemos que la derivada nos proporciona una tasa de cambio de la función con respecto a su variable independiente. Esta tasa es equivalente a la magnitud de la pendiente de la recta tangente en ese punto. Ahora, la segunda derivada nos proporciona la variación de la pendiente a lo largo de la función, si $f'(x) = 0$, quiere decir que no hay variación de la función, por lo tanto, no hay variación de las pendientes $f''(x) = 0$. De esta manera, estas técnicas nos proporcionan información de cómo varía la función dentro de un intervalo. Estas funciones pueden ser extrapoladas a varias variables independientes considerando las derivadas parciales.

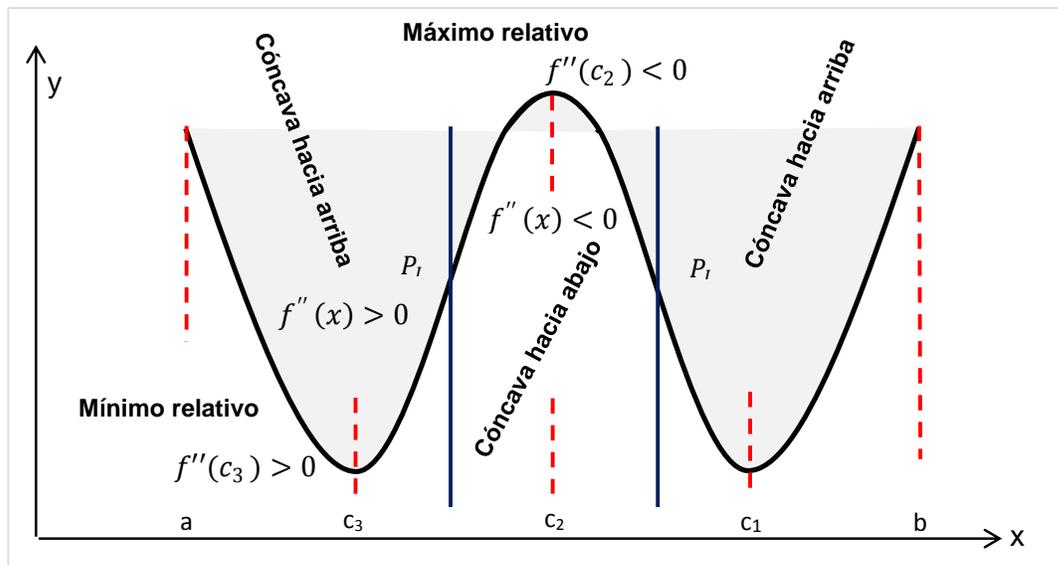


Figura 2.3 A partir del signo de la segunda derivada se puede identificar la concavidad de la función, siempre y cuando se evalúe en los intervalos que contengan a los puntos de inflexión P_i (puntos donde la concavidad cambia o puntos de inflexión). Así mismo, se pueden encontrar los máximos y mínimos valuando la segunda derivada en los puntos críticos C .

2.2 CAMPO GRAVITACIONAL.

2.2.1 Teoría de campos.

Un campo, como lo dice la teoría matemática, es una estructura algebraica donde las operaciones llamadas *adición* y *multiplicación* se pueden realizar. En la física, un campo representa la variación y distribución de una magnitud física con respecto del espacio-tiempo. Para continuar con nuestro estudio del campo gravitacional es necesario mencionar los siguientes tipos de campos.

2.2.1.1 Campo escalar.

Este representa la distribución espacial de una magnitud escalar, esto es, una magnitud física que se puede representar solo con un número asociado a cada punto del espacio. Por ejemplo: la distribución de la temperatura en una placa, la distribución de masas o densidades dentro de un volumen, etc.

2.2.1.2 Campo vectorial.

El campo vectorial representa la distribución espacial de una magnitud vectorial, esto es, que a cada punto del espacio le corresponde una cantidad física definida por su magnitud, dirección y sentido. Por ejemplo, la velocidad de un fluido, el campo gravitacional, el flujo eléctrico, etc.

En geofísica, los instrumentos generalmente miden una sola componente de los campos vectoriales, lo que nos permite obtener un campo escalar a partir de uno vectorial (Blakely, 1996). Podemos decir que éstas cantidades escalares son el módulo del vector situado en ese punto y en esa misma dirección. Este concepto se ilustra en la Figura 2.4.

2.2.2 Ley de la atracción gravitacional de Newton.

“La fuerza gravitacional ejercida entre dos cuerpos de masas m_1 y m_2 , separados una distancia, r , la cual une sus centros de masa, es proporcional al producto de sus masas e inversamente proporcional al cuadrado de la distancia” (Newton, 1687).

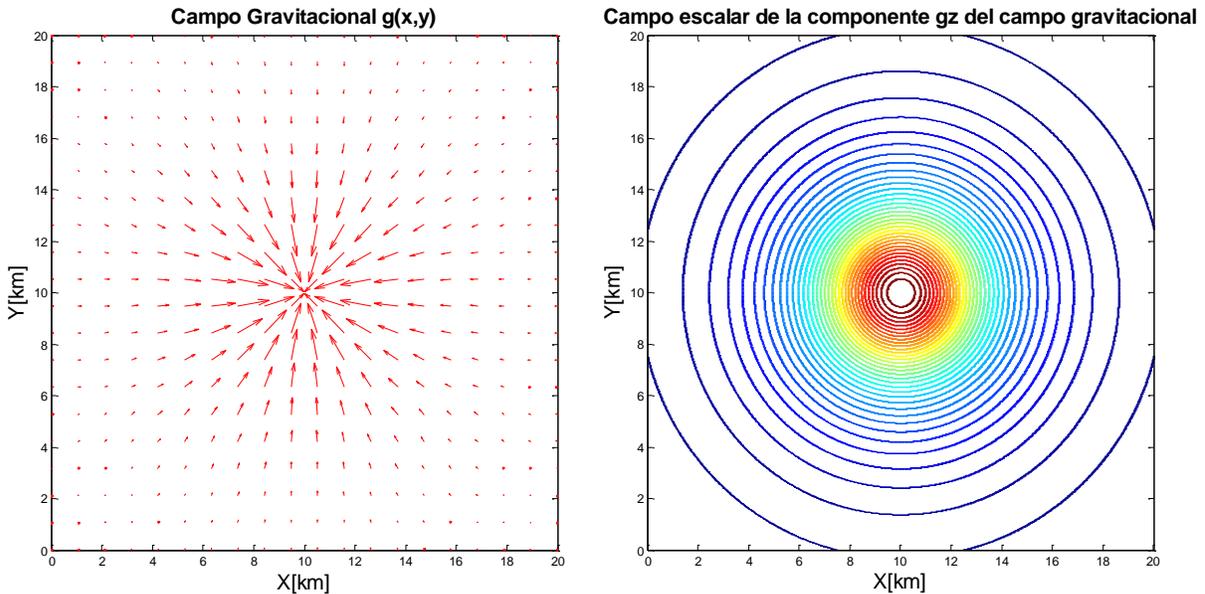


Figura 2.4 La figura de la izquierda representa un campo vectorial en dos dimensiones. Se muestran los vectores que componen el campo. La figura de la derecha es un campo escalar, donde se muestran las superficies equipotenciales. Ambos corresponden al campo gravitacional de una masa puntual enterrada a 4 km y un contraste de densidad, $\Delta\rho=2700 \text{ kg/m}^3$.

Esta ley es la que nos permite cuantificar la fuerza de atracción gravitacional, \vec{F} , que actúa debido a la interacción de varios cuerpos con masa en un espacio. Y su forma vectorial, es la siguiente:

$$\vec{F} = \gamma \frac{m_1 m_2}{r^2} \vec{r}_u \quad (1)$$

Dónde:

γ = constante gravitacional (mks= $6.672 \times 10^{-11} \text{ N m}^2/\text{kg}^2$; cgs= $6.672 \times 10^{-8} \text{ dinas cm}^2/\text{g}^2$).

\vec{r}_u = vector unitario con dirección al centro de masa.

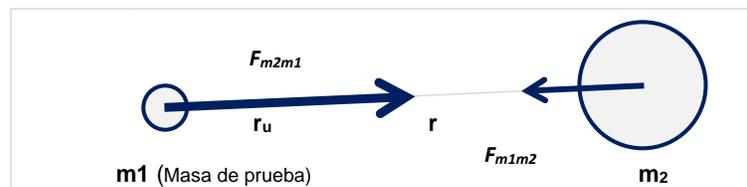


Figura 2.5 La fuerza de atracción gravitacional entre dos cuerpos, la $F_{m_2 m_1}$ es mayor que $F_{m_1 m_2}$ ya que $m_2 > m_1$ y esta fuerza será inversamente proporcional a la distancia que separa los centros de masa.

2.2.3 Aceleración gravitacional.

Como se ve en la Figura 2.5, no solo m_2 atrae a m_1 , sino que también m_1 atrae a m_2 , aunque en menor magnitud. En este caso el campo se perturba, debido a que los dos puntos tienen masa. Si medimos la atracción gravitacional que ejerce un cuerpo en un punto cualquiera con masa infinitesimal, vamos a asumir que calcularemos el efecto del campo que produce el cuerpo en estudio en un punto, sin el efecto de la masa de prueba. Entonces, tenemos que de la ecuación (1) podemos eliminar el efecto de la masa de prueba (Telford, 1990), haciendo:

$$\vec{g} = \lim_{m_1 \rightarrow 0} \frac{\vec{F}}{m_1} = \gamma \frac{m_2}{r^2} \vec{r}_u \quad (2)$$

Dónde:

m_1 = masa de prueba.

m_2 = masa del cuerpo del cual se está calculando el campo.

\vec{g} = Campo de atracción gravitacional o aceleración gravitacional.

Podemos observar de (2) que \vec{g} tiene unidades de N/kg, lo que nos produce m/s^2 que son unidades de aceleración.

2.2.3.1 Aceleración gravitacional de una distribución de masas.

La ecuación (2) calcula el efecto de \vec{g} en un punto del espacio provocado por una masa puntual o una partícula. Para poder representar el campo que produce un volumen V_1 , suponemos que V_1 se divide en n volúmenes pequeños con el método de la integral de volumen, haciendo que el volumen de esas partes tienda a cero (diferencial de volumen (dv)). Así, cada parte que compone a V_1 aportará un valor de dg , teniendo como campo total la suma de todas sus partes de acuerdo con el principio de superposición del campo gravitacional (Kellogg, 1954), como se observa en la Figura 2.6.

Entendiendo lo anterior, podemos decir que el campo gravitacional es un campo lineal ya que cumple con dos propiedades fundamentales de las funciones lineales: la adición o superposición y la homogeneidad (Zill, 1997).

Otro aspecto importante es que la linealidad también es propiedad de algunas ecuaciones diferenciales. Es decir, que algunas soluciones de ecuaciones diferenciales lineales se construyen mediante la suma de sus soluciones particulares (Zill, 1997).

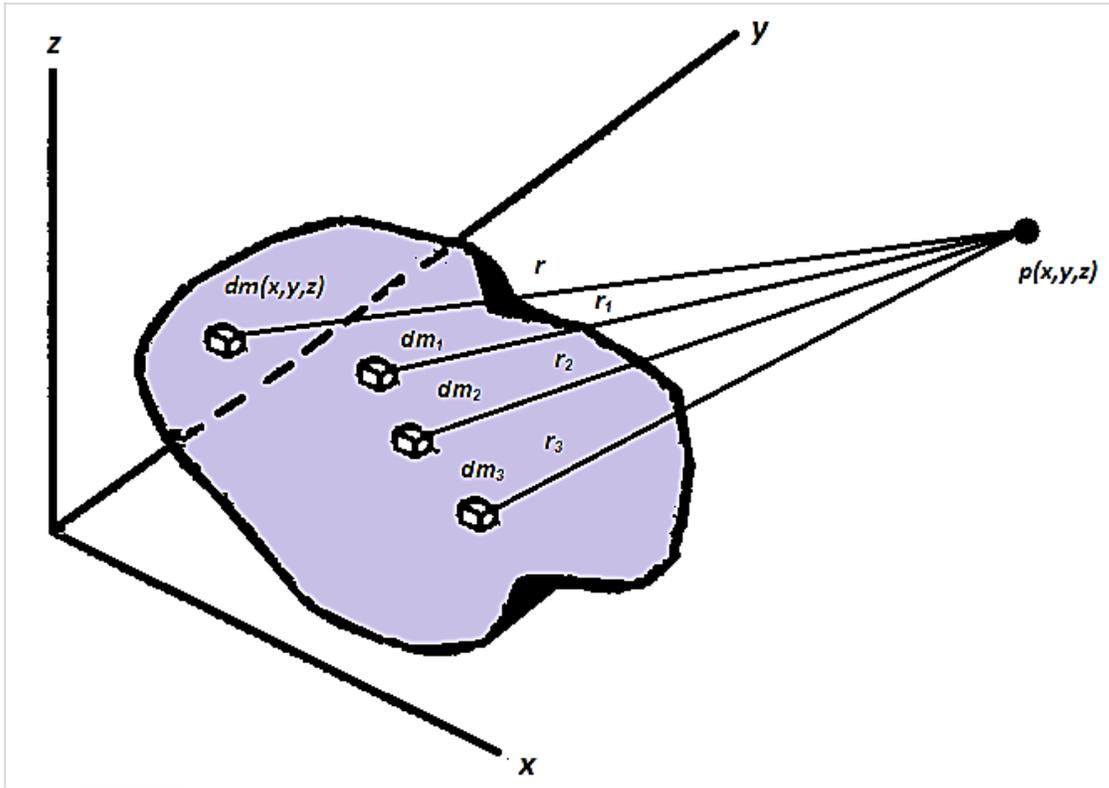


Figura 2.6 Representación del principio de superposición del campo gravitacional para calcular la atracción gravitacional de un volumen con masa. Modificado de Telford (1990).

De la Figura 2.6, podemos establecer que el campo total \vec{g} producido por un volumen será igual a la suma de los campos producidos por los dm que componen el volumen. Esto se muestra en las ecuaciones (3) y (4).

$$\vec{g}_p = g_1 + g_2 + g_3 + g_i \quad (3)$$

$$\vec{g}_p = \gamma \sum_{i=1}^n \frac{m_i}{r_i^2} \vec{r}_{u_i} = \gamma \sum_{i=1}^n \frac{\rho v_i}{r_i^2} \vec{r}_u \quad (4)$$

Ayudándonos con la integral de volumen, el campo total producido por la suma de masas infinitesimales sería:

$$\vec{g}_p = \lim_{\Delta v \rightarrow 0} \sum_{i=1} \gamma \frac{\rho dv_i}{r_i^2} \vec{r}_{u_i} = \gamma \rho \iiint \frac{dv}{r^2} \vec{r}_u \quad (5)$$

Dónde:

ρ = densidad cte. en kg/m^3 SI.

dv_i = volumen infinitesimal de la i - enésima parte en m^3 SI.

La ecuación (5) es la que nos permite calcular la aceleración gravitacional de una distribución de densidades, ya que esta es la propiedad física de medición. En otras palabras, es la fuente de nuestro campo.

2.2.4 El teorema de Helmholtz.

Otro tema importante para el estudio de los métodos potenciales y que nos ayuda a entender la naturaleza de los campos, para posteriormente su clasificación y su tratamiento es el teorema de Helmholtz. Este teorema nos explica que hay un único campo vectorial que puede ser representado como la suma de un campo irrotacional y uno solenoidal (Blakely, 1996), como se describe en (6).

$$\vec{F}(r) = \vec{F}(r)_i + \vec{F}(r)_s = -\nabla\phi(r) + \nabla \times \vec{A}(r) \quad (6)$$

Siempre y cuando este campo satisfaga las siguientes condiciones:

Sea $S(r)$ un campo escalar y $\mathbf{C}(r)$ un campo solenoidal, tal que $\nabla \cdot \mathbf{C}(r) = 0$, donde estos campos toman valores no nulos dentro de una región acotada en el espacio T . Es decir $S(r)$ y $\mathbf{C}(r)$ serán iguales a cero, si r no pertenece a T . Entonces, existe un único campo que satisface las siguientes ecuaciones (Boix y Medina, 2000):

$$\left. \begin{aligned} \nabla \cdot \vec{F}(r) &= S(r) & (7) \\ \nabla \times \vec{F}(r) &= \vec{C}(r) & (8) \\ \lim_{r \rightarrow \infty} \vec{F}(r) &= 0 & (9) \end{aligned} \right\} \text{Ecuaciones de campo}$$

Donde la función potencial escalar $\phi(r)$ y la función potencial vectorial $\vec{A}(r)$ son encontradas por las siguientes expresiones:

$$\phi(r) = \Gamma \int \frac{S(r)}{\|r\|} dv \quad (10)$$

$$\vec{A}(r) = \Gamma \int \frac{\vec{C}(r)}{\|r\|} dv \quad (11)$$

Dónde: $\frac{K}{4\pi} = \Gamma$

Entonces, a partir del teorema de Helmholtz y las ecuaciones de campo, podemos clasificar los campos, como se muestra en la Tabla 1.1.

$\vec{F}(r) = -\nabla\phi(r) + \nabla \times \vec{A}(r)$	
$\nabla \cdot \vec{F} \neq 0$ $\nabla \times \vec{F} = 0$	<div style="display: flex; align-items: center;"> <div style="font-size: 3em; margin-right: 10px;">}</div> <div> <p>Campo conservativo \longrightarrow $\vec{F}(r) = -\nabla\phi(r)$</p> <p>Por Teoremas de Integrales $\oint_L \vec{F} \cdot d\vec{L} = 0$</p> </div> </div>
$\nabla \cdot \vec{F} = 0$ $\nabla \times \vec{F} \neq 0$	<div style="display: flex; align-items: center;"> <div style="font-size: 3em; margin-right: 10px;">}</div> <div> <p>Campo solenoidal \longrightarrow $\vec{F}(r) = \nabla \times \vec{A}(r)$</p> <p>Por Teoremas de Integrales $\oint_S \vec{F} \cdot d\vec{S} = 0$</p> </div> </div>
$\nabla \cdot \vec{F} = 0$ $\nabla \times \vec{F} = 0$	<div style="display: flex; align-items: center;"> <div style="font-size: 3em; margin-right: 10px;">}</div> <div> <p>Campo armónico \longrightarrow</p> <div style="display: flex; flex-direction: column; align-items: center; margin-top: 5px;"> $\vec{F}(r) = \nabla \times \vec{A}(r)$ 0 $\vec{F}(r) = -\nabla\phi(r)$ </div> </div> </div>
$\nabla \cdot \vec{F} \neq 0$ $\nabla \times \vec{F} \neq 0$	<div style="display: flex; align-items: center;"> <div style="font-size: 3em; margin-right: 10px;">}</div> <div> <p>Campo complejo \longrightarrow</p> <div style="display: flex; flex-direction: column; align-items: center; margin-top: 5px;"> $\vec{F}(r) = \nabla \times \vec{A}(r)$ y/o $\vec{F}(r) = -\nabla\phi(r)$ </div> </div> </div>

Tabla 2.1 Clasificación de los campos potenciales mediante el teorema de Helmholtz.

2.2.5 El potencial gravitacional.

Otra forma de calcular el campo gravitacional es mediante su función potencial. Como lo explica el teorema de Helmholtz, un campo se puede expresar como en la ecuación (6), en esta parte veremos una breve explicación del teorema y su relación con el campo gravitacional.

Al aplicar las ecuaciones de campo (7), (8), (9) al campo gravitacional, obtenemos (Kellogg, 1954):

$$\nabla \cdot \vec{g} = K\rho(r) \quad (12) \quad K=\text{cte.}$$

$$\nabla \times \vec{g} = 0 \quad (13)$$

Lo que nos indica que el campo gravitacional es un campo conservativo y que puede ser resuelto mediante su función potencial escalar $\phi(r)$ como (Blakely, 1996):

$$\vec{g}(r) = -\nabla\phi(r) \quad (14)$$

Resolviendo $\phi(r)$ con la ecuación (10).

2.2.5.1 El potencial como trabajo.

Recordando las principales formas de energía mecánica que existen en la Tierra, tenemos que son (Çengel, 2007):

Energía potencial: $E_p = mgz$ donde g es la gravedad, z es la distancia del centro de gravedad de nuestro sistema a un nivel de referencia y m la masa.

Energía cinética: $E_c = \frac{1}{2}mv^2$ m masa v velocidad.

Estos tipos de energía mecánica producen trabajo (W). Por definición, *el trabajo es la transferencia de energía relacionada con una fuerza F que actúa a lo largo de una distancia d .*

$$E_{total} = W \quad (15)$$

$$W = Fd \quad (16)$$

$$\Delta E = \int_{p_1}^{p_2} \vec{F} \cdot d\vec{L} \quad (17)$$

Cuando la \vec{F} no es constante hacemos uso de la ecuación (17). Con ella calculamos el trabajo total a través de una trayectoria que une los puntos P_1 Y P_2 con una integral de línea.

Por el teorema fundamental de las integrales de línea, el campo gravitacional es un campo conservativo y, por consecuencia, tenemos que el trabajo realizado por este campo de fuerzas no dependerá de la trayectoria solo de los puntos inicial y final.

Ahora, de acuerdo con Blakely (1996), podemos expresar la integral de línea de un campo conservativo como:

$$W(p_2, p_1) = \int_{p_1}^{p_2} \vec{F} \cdot d\vec{L} = \int_{p_1}^{p_2} \left(\frac{\partial W}{\partial x} dx + \frac{\partial W}{\partial y} dy + \frac{\partial W}{\partial z} dz \right) = W(p_2) - W(p_1) \quad (18)$$

Sabiendo que:

$$\frac{\partial W}{\partial x} = F_x \quad (19)$$

$$\frac{\partial W}{\partial y} = F_y \quad (20)$$

$$\frac{\partial W}{\partial z} = F_z \quad (21)$$

Donde (19), (20) y (21) son las componentes del campo conservativo \vec{F} en coordenadas rectangulares.

Vemos que \vec{F} está en función de sus componentes dadas por las derivadas parciales, teniendo:

$$\vec{F} = \left(\frac{\partial W}{\partial x}, \frac{\partial W}{\partial y}, \frac{\partial W}{\partial z} \right) = \nabla W \quad (22)$$

Podemos observar que el campo conservativo tiene una función escalar llamada función de trabajo. Relacionando (22) con (14), podemos decir que el potencial se calcula como un trabajo en (23), tomando en consideración que el potencial en el infinito tiende a cero como lo indica la ecuación (9).

$$\phi(p) = - \int_{\infty}^p \vec{F} \cdot d\vec{L} \quad (23)$$

Es lógico que en nuestros instrumentos de medición como los gravímetros que constan de un resorte, la elongación de ese resorte es producto del trabajo W realizado por el campo \vec{g} , lo que nos da un valor escalar. Lo podemos expresar de

la siguiente forma, ya que los instrumentos de medición conocidos como gravímetros miden solo en la dirección z , es decir, miden:

$$\frac{\partial \phi}{\partial z} = \nabla_z \phi \quad (24)$$

Recordando la ecuación (2), la función potencial se puede reescribir como en (25) (Blakely, 1996):

$$\vec{g}(r) = \gamma \frac{m_2}{r^2} \vec{r}_u \quad (2)$$

$$\phi(r) = \gamma \frac{m_2}{r} \quad (25)$$

El potencial también se puede calcular para una distribución volumétrica de masa:

$$\phi = \gamma \rho \iiint \frac{dv}{r} \quad (26)$$

Con la ecuación (24) podemos representar la distribución de la componente vertical del campo gravitacional, o el campo escalar o potencial gravitacional.

2.2.6 Ecuación de Laplace.

La ecuación de Laplace es una ecuación diferencial homogénea de segundo orden, como se muestra en la ecuación (27). Esta ecuación resuelve los llamados problemas de valor en la frontera y sus soluciones son funciones armónicas homogéneas (Zill, 1997). En este apartado, veremos que la función potencial gravitacional satisface la ecuación de Laplace bajo ciertas condiciones llamadas *condiciones en la frontera*, descritas en (28) y (29). De esta forma, se puede resolver $(\phi, \frac{\partial \phi}{\partial n})$, donde los subíndices 1 y 2 representan los medios que divide nuestra frontera y n la normal a la superficie.

$$\nabla^2 \phi = 0; \quad \frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2} = 0 \quad (27)$$

$$\frac{\partial \phi_1}{\partial n} = \frac{\partial \phi_2}{\partial n} \quad (28)$$

$$\phi_1 = \phi_2 \quad (29)$$

La forma del campo gravitacional de la Tierra es causada por la distribución de su densidad. Los geofísicos solemos medir la aceleración de gravedad en la superficie de la Tierra. Gracias a una relación fundamental conocida como Teorema de Gauss, el enlace entre una superficie observable y las propiedades

del cuerpo entero en cuestión puede ser encontrado. El teorema de Gauss, dado por la ecuación (30), forma parte de una clase de teoremas en análisis vectorial que relaciona diferentes tipos de integrales de línea, de superficie y de volumen. Los teoremas de Stokes, Green y Gauss son fundamentales en el estudio de los campos potenciales. El teorema de Gauss es particularmente útil, pues relaciona la integral sobre el volumen de alguna propiedad con una integral de superficie que encierra dicho volumen. También es llamado el teorema de la divergencia. Sea V un volumen envuelto por una superficie S , entonces un elemento de superficie, dS , puede ser representado por un vector apuntando hacia afuera con un largo correspondiente al área del elemento de superficie en términos de un vector normal unitario, $n |dS|$ (Blakely, 1996).

$$\int_v \nabla \cdot \vec{g} \, dv = \int_s \vec{g} \cdot \vec{n} \, ds = \int_s \vec{g} \cdot d\vec{s} \quad (30)$$

En este punto, podemos predecir que si S es la superficie que encierra a la Tierra, el flujo del campo de gravedad debería ser diferente de cero. Aún más, podemos asumir que debería tener algo que ver con la distribución de densidad dentro del planeta. Esto es debido a que las líneas del campo gravitacional apuntan todas hacia el centro de la masa. Si el flujo fuera cero, el campo sería solenoidal. Sin embargo, el campo gravitacional es solamente solenoidal en regiones no ocupadas por masa. Trabajando la ecuación (30), llegamos a dos ecuaciones fundamentales que satisfacen la función potencial gravitacional:

$$\nabla^2 \phi = -k\rho \quad (31) \quad \text{Ecuación de Poisson.}$$

$$\nabla^2 \phi = 0 \quad (32) \quad \text{Ecuación de Laplace.}$$

En la Figura 2.7 se ilustran estas ecuaciones.

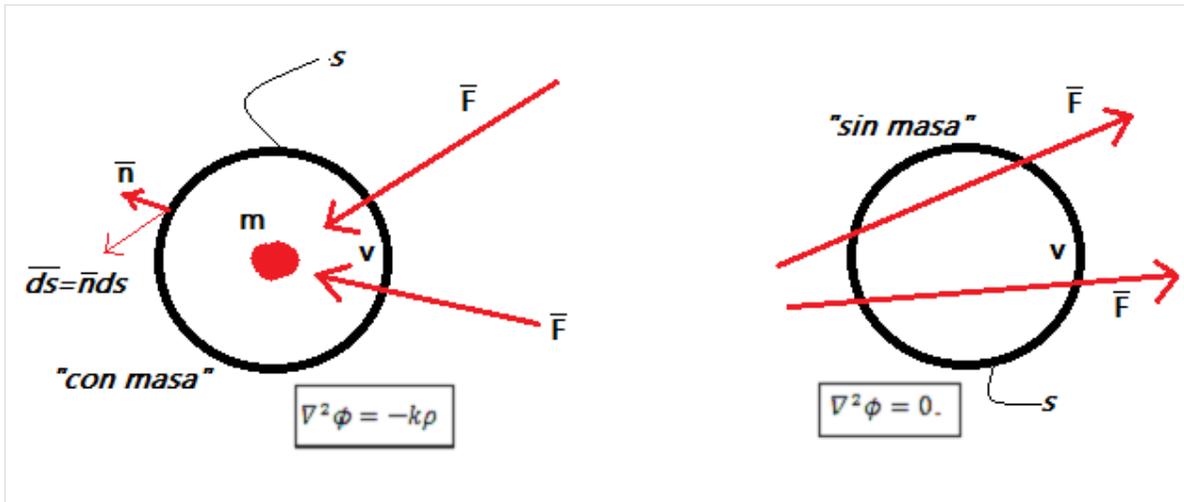


Figura 2.7 Representación de las condiciones para la ecuación de Poisson (A), y para la ecuación de Laplace (B).

A las soluciones de la ecuación de Laplace en coordenadas esféricas (33) se les llama funciones armónicas esféricas, ya que relacionan en su solución funciones seno(mx) o coseno(mx), donde m puede tomar cualquier valor entero, como se aprecia en la ecuación (34) (Blakely, 1996).

$$\nabla^2 \phi = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r^2 \frac{\partial \phi}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2 \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\sin \theta \frac{\partial \phi}{\partial \theta} \right) + \frac{1}{r^2 \sin^2 \theta} \frac{\partial^2 \phi}{\partial \phi^2} = 0 \quad (33)$$

$$\phi = \sum_{l=0}^{\infty} \sum_{m=0}^l [A_l^m \cos m\phi + B_l^m \sin m\phi] P_l^m \cos \theta \quad (34)$$

Cualquier combinación de senos y cosenos de todos los posibles valores de m, con pesos que pueden ser determinados al satisfacer las *condiciones de frontera*. Siendo P_l^m los polinomios de Legendre, la superposición de los armónicos esféricos puede ser utilizada para representar y analizar fenómenos físicos que ocurren en la superficie de la Tierra, como se muestra en la Figura 2.8.

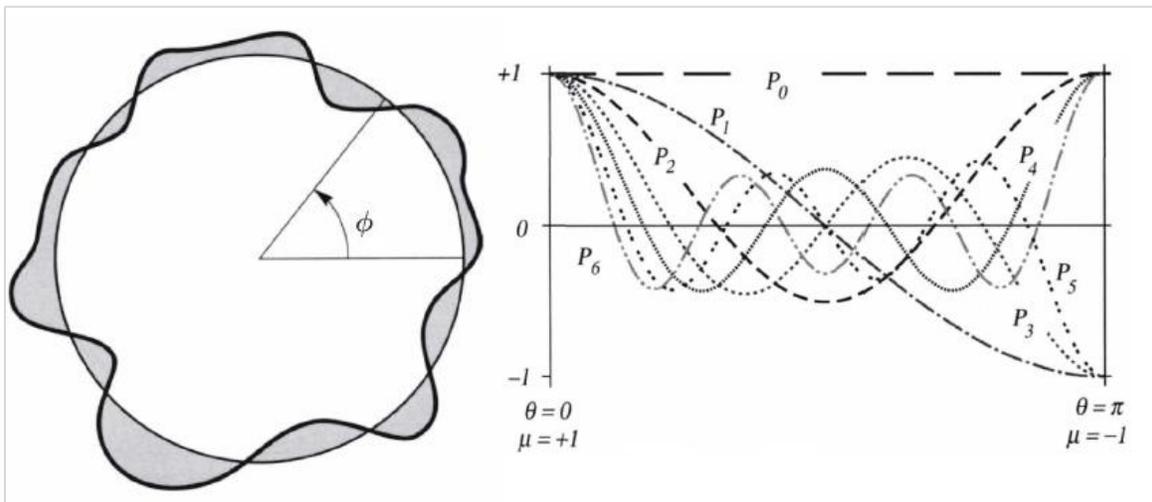


Figura 2.8 Representación de la superposición de soluciones de la ecuación de Laplace para ajustar el potencial gravitacional en la Tierra. Modificado de Blakely (1996).

2.2.7 Modelos Gravimétricos.

Gracias a que existen soluciones analíticas y numéricas del campo gravitacional de diferentes cuerpos, podemos crear nuestro propio ambiente gravimétrico por medio de modelos. Podemos representar estructuras geológicas reales, tales como diques, domos salinos, fallas geológicas y hasta geologías más complejas, mediante la superposición de cuerpos más simples como pueden ser los prismas rectangulares.

Así que, conocer modelos de anomalías gravimétricas nos ayuda a una mejor interpretación del medio. Esto es, podemos aproximar los datos obtenidos del campo gravitacional con modelos, variando los parámetros que los componen. De esta forma, logramos un mejor entendimiento de las características que podemos extraer de la forma de la anomalía que producen, como la profundidad, la geometría, el contraste de densidad y la masa total (Telford, 1990). En la Figura 2.9 se muestran los tipos de modelos simples más utilizados.

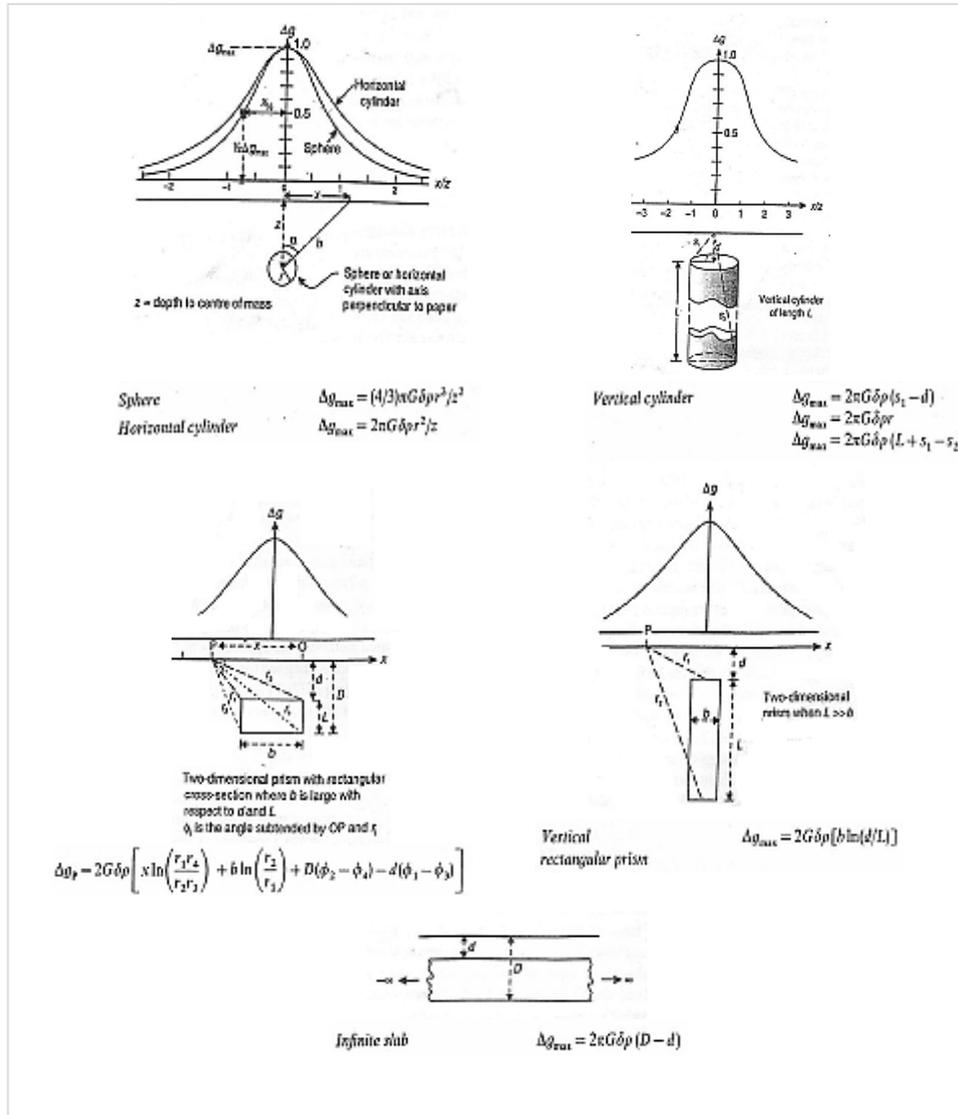


Figura 2.9 Anomalías gravimétricas representativas de las geometrías más comunes. Modificado de John M. Reynolds (1997).

2.2.7.1 Modelo gravimétrico de un prisma rectangular.

En esta tesis se utilizó el modelado directo de un prisma rectangular para obtener las anomalías gravimétricas sintéticas donde se probaran los métodos propuestos para la delimitación de bordes y estimación de profundidades. En esta parte, se explicará su funcionamiento.

Recordando la sección 2.2.3 y 2.2.5, tenemos que:

$$\phi = \gamma\rho \iiint \frac{dv}{r}$$

$$\vec{g}(r) = -\nabla\phi(r)$$

$$\vec{g}_p = \gamma\rho \iiint \frac{dv}{r^2} \vec{r}_u$$

Observando que el valor de \vec{g} en el punto P varía respecto a la geometría del cuerpo, dada por dv , la distancia r que existe del punto de observación al modelo y la densidad, que para mayor facilidad se considera constante y debido a que nuestros instrumentos miden solo las componentes del campo gravitacional y más comúnmente la componente vertical g_z , entonces el modelo se puede obtener haciendo (Blakely, 1996):

$$g(x, y, z) = \frac{\partial\phi}{\partial z} \quad (35)$$

$$g(x, y, z) = \gamma\rho \int_x \int_y \int_z \frac{(z_0-z)}{r^3} dx dy dz \quad (36)$$

Dónde:

$$r = \sqrt{(x_0 - x)^2 + (y_0 - y)^2 + (z_0 - z)^2}$$

x_0, y_0, z_0 Son las coordenadas del punto de observación.

x, y, z Son las coordenadas del cuerpo.

Entonces para calcular la aceleración gravitacional que produce un prisma rectangular en un punto se necesita realizar la integral de volumen de la ecuación (36). La integral se realiza sobre los límites del prisma, que son: $x_1 \leq x \leq x_2, y_1 \leq y \leq y_2, z_1 \leq z \leq z_2$, en el punto de observación. Como se muestra en la Figura 2.10, resolviendo la ecuación (36) se obtiene la solución numérica dada por la

ecuación (37), que calcula la componente vertical z. Esta solución se tendrá que realizar para cada punto del mallado, llegando a la expresión (38). Esta ecuación calcula la aceleración gravitacional para el punto m de un cuerpo n , donde m representa cada nodo de la malla.

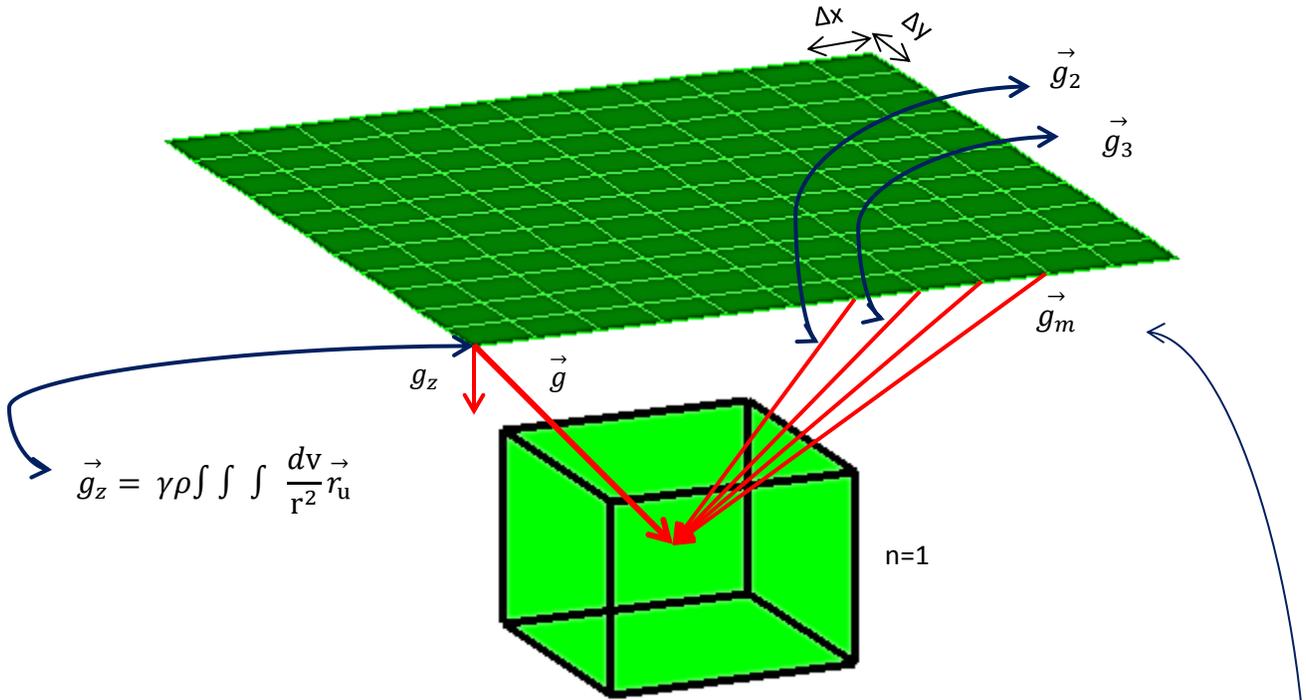


Figura 2.10 Esquema del cálculo de la anomalía gravimétrica de un prisma rectangular para diferentes puntos en una malla.

$$g = \gamma \rho \sum_{i=1}^2 \sum_{j=1}^2 \sum_{k=1}^2 \mu_{ijk} \left[z_k \arctan \frac{x_i y_i}{z_k R_{ijk}} - x_i \log(R_{ijk} + y_j) - y_j \log(R_{ijk} + x_i) \right] \quad (37)$$

Dónde:

$$R_{ijk} = \sqrt{x_i^2 + y_j^2 + z_k^2}$$

$$\mu_{ijk} = (-1)^i (-1)^j (-1)^k$$

$$g_m = \sum_{n=1}^N \rho_n \Psi_{mn} \quad (38)$$

$$\Psi(x, y, z) = -\gamma \frac{z}{(x^2 + y^2 + z^2)^{3/2}} \quad (39)$$

2.3 MÉTODOS PARA DELIMITAR BORDES.

Una vez realizado un repaso de conceptos relacionados con el campo gravitacional, ahora podemos introducir una serie de técnicas que ayudan a resaltar contrastes de densidades en el medio. Permitiendo identificar los límites o bordes en planta de las fuentes que producen la anomalía gravimétrica. Brindándonos una adecuada resolución para una mejor interpretación geológica del subsuelo.

2.3.1 Tensor gradiente de la gravedad (TG).

Como sabemos, el campo gravitacional es un campo de fuerzas, y puede ser representado mediante un tensor en cualquier sistema de coordenadas. Esta nueva representación en sus componentes tensoriales nos dará una mayor resolución, aproximadamente longitudes de onda del orden de 500m, comparada con la correspondiente a medidas del campo gravitacional convencionales, con longitudes de onda de alrededor de 3,000m. Este efecto de resolución mejorada es debido a que se miden y no se calculan las derivadas del potencial gravitacional.

La representación del tensor gradiente de la gravedad se aprecia en la Figura 2.11

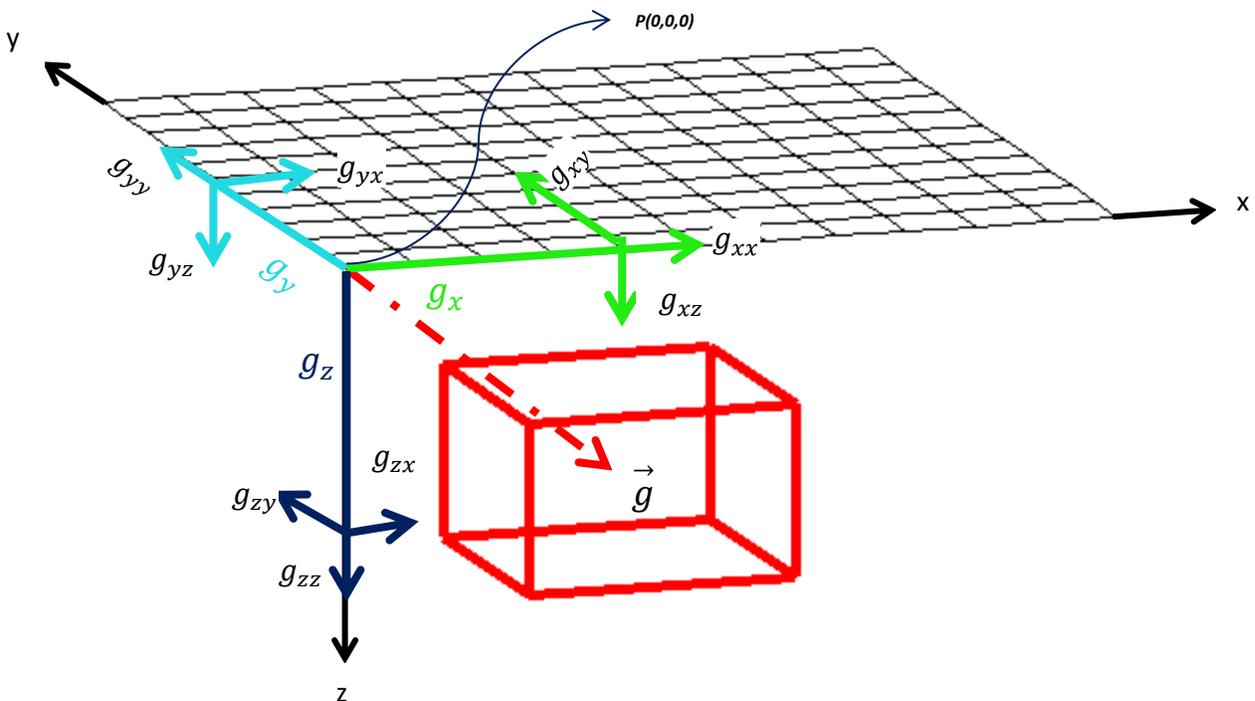


Figura 2.11 Representación de las componentes del tensor gradiente de la gravedad en el punto $p(0,0,0)$.

Como observamos en la figura anterior el vector \vec{g} medido en el punto de observación \mathbf{p} puede descomponerse en sus tres componentes cartesianas (g_x, g_y, g_z) , si quisiéramos medir la variación de cada componente aplicaríamos las ecuaciones: (40), (41), (42) formando así un tensor simétrico como en la ecuación (43) (M. Beiki, 2010), es decir que podemos hacer mapas de la variación de cada componente del vector gravedad en las tres direcciones cartesianas.

$$\nabla g_x = \frac{\partial g_x}{\partial x} \vec{i} + \frac{\partial g_x}{\partial y} \vec{j} + \frac{\partial g_x}{\partial z} \vec{k} \quad (40)$$

$$\nabla g_y = \frac{\partial g_y}{\partial x} \vec{i} + \frac{\partial g_y}{\partial y} \vec{j} + \frac{\partial g_y}{\partial z} \vec{k} \quad (41)$$

$$\nabla g_z = \frac{\partial g_z}{\partial x} \vec{i} + \frac{\partial g_z}{\partial y} \vec{j} + \frac{\partial g_z}{\partial z} \vec{k} \quad (42)$$

$$TG = \begin{pmatrix} g_{xx} & g_{xy} & g_{xz} \\ g_{yx} & g_{yy} & g_{yz} \\ g_{zx} & g_{zy} & g_{zz} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \nabla g_x \\ \nabla g_y \\ \nabla g_z \end{pmatrix} \quad (43)$$

2.3.1.1 Características del tensor gradiente de la gravedad.

Recordando la ecuación (26) del potencial gravitacional y la (35) tenemos que el tensor se puede expresar en términos de la función potencial como la ecuación (44).

$$TG = \begin{pmatrix} \frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} & \frac{\partial^2 \phi}{\partial x \partial y} & \frac{\partial^2 \phi}{\partial x \partial z} \\ \frac{\partial^2 \phi}{\partial y \partial x} & \frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2} & \frac{\partial^2 \phi}{\partial y \partial z} \\ \frac{\partial^2 \phi}{\partial z \partial x} & \frac{\partial^2 \phi}{\partial z \partial y} & \frac{\partial^2 \phi}{\partial z^2} \end{pmatrix} \quad (44)$$

Se puede observar que esta matriz es cuadrada (nxn) y que los elementos de la diagonal principal satisface la ecuación de Laplace (sección 2.2.6) lo que nos menciona que la traza de TG es igual a cero (M. Beiki, 2010) ecuación (45).

$$\text{Trace}(TG) = \frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial z^2} = 0 \quad (45)$$

Gracias al teorema de derivadas parciales mixtas (Larson, 2010) el TG es un tensor simétrico como lo indica la ecuación (46).

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial y \partial x} = \frac{\partial^2 \phi}{\partial x \partial y}, \frac{\partial^2 \phi}{\partial x \partial z} = \frac{\partial^2 \phi}{\partial z \partial x}, \frac{\partial^2 \phi}{\partial y \partial z} = \frac{\partial^2 \phi}{\partial z \partial y} \quad (46)$$

Lo que nos dice que con solo 5 componentes independientes podemos definir completamente a TG (M. Beiki et al., 2010).

Otro aspecto importante de TG es consecuencia de la expresión (46), ya que toda matriz simétrica es diagonalizable, es decir, que la matriz TG puede ser representada por una matriz diagonal mediante un cambio de base, tal que las componentes fuera de la diagonal principal sean nulas ecuación (47). Esto lo representa la Figura 2.12. Esto significa que en cada punto de observación se puede encontrar un nuevo sistema de coordenadas por medio de una transformación de la matriz TG en donde los nuevos ejes estarán a lo largo de los eigenvectores y, sus eigenvalores serán los valores de la matriz diagonal.

$$TG = \begin{pmatrix} g_{xx} & g_{xy} & g_{xz} \\ g_{yx} & g_{yy} & g_{yz} \\ g_{zx} & g_{zy} & g_{zz} \end{pmatrix} \xrightarrow[\text{DIAGONALIZACIÓN}]{K^T(TG)K = D} D = \begin{pmatrix} \lambda_1 & 0 & 0 \\ 0 & \lambda_2 & 0 \\ 0 & 0 & \lambda_3 \end{pmatrix} \quad (47)$$

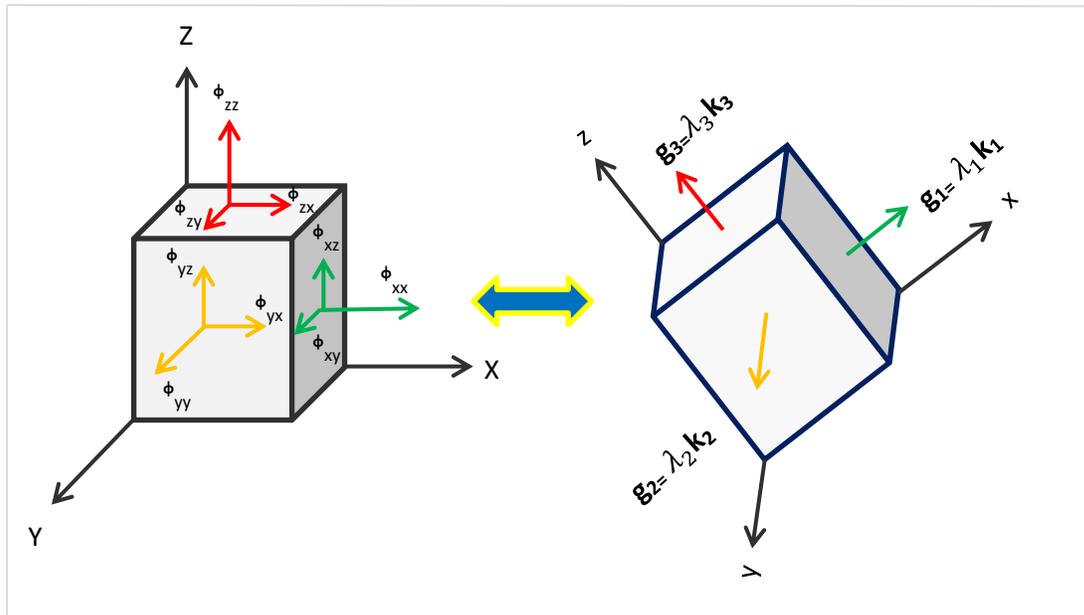


Figura 2.12 Diagonalización del TG mediante un cambio de base.

Dónde:

$K = (\mathbf{k}_1, \mathbf{k}_2, \mathbf{k}_3)$ **eigenvectores.**

$\lambda =$ **eigenvalores.**

Este cambio de base se realiza solucionando las invariantes de TG I_0, I_1, I_2 , como en las ecuaciones (48), (49), (50) (Pedersen y Rasmussen, 1990):

$$I_0 = \text{Trace}(TG) = \lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3 = 0 \quad (48)$$

$$I_1 = TG_{11}TG_{22} + TG_{22}TG_{33} + TG_{11}TG_{33} - TG_{12}^2 - TG_{23}^2 - TG_{13}^2 = \lambda_1\lambda_2 + \lambda_2\lambda_3 + \lambda_1\lambda_3 \quad (49)$$

$$I_2 = \det(TG) = \lambda_1\lambda_2\lambda_3 \quad (50)$$

Se puede hacer un análisis en donde el uso de los eigenvalores y los eigenvectores son un método para identificar bordes de estructuras en el subsuelo, así como la dirección de su rumbo y una estimación de las profundidades, esto se logra asumiendo que la componente $\|\lambda_1\|$ es el eigenvalor máximo del eigenvector \mathbf{k}_1 (M. Beiki et al., 2010) donde \mathbf{k}_1 está dirigiéndose al centro de masa del cuerpo de estudio, también sabiendo que g_{zz} tiene su valor máximo justo por encima del centro de masa del cuerpo se utiliza un método para encontrar máximos de g_{zz} (Blakely y Simpson, 1986) donde a partir de ahí se construye una malla centrada en los valores máximos de g_{zz} donde se calcularán las distancias mínimas de los eigenvectores de todos los puntos de observación alrededor del punto central hacia el cuerpo anómalo, las distancias mínimas se seleccionan por medio de un rango discriminatorio para evitar señales perturbadoras Figura 2.13.

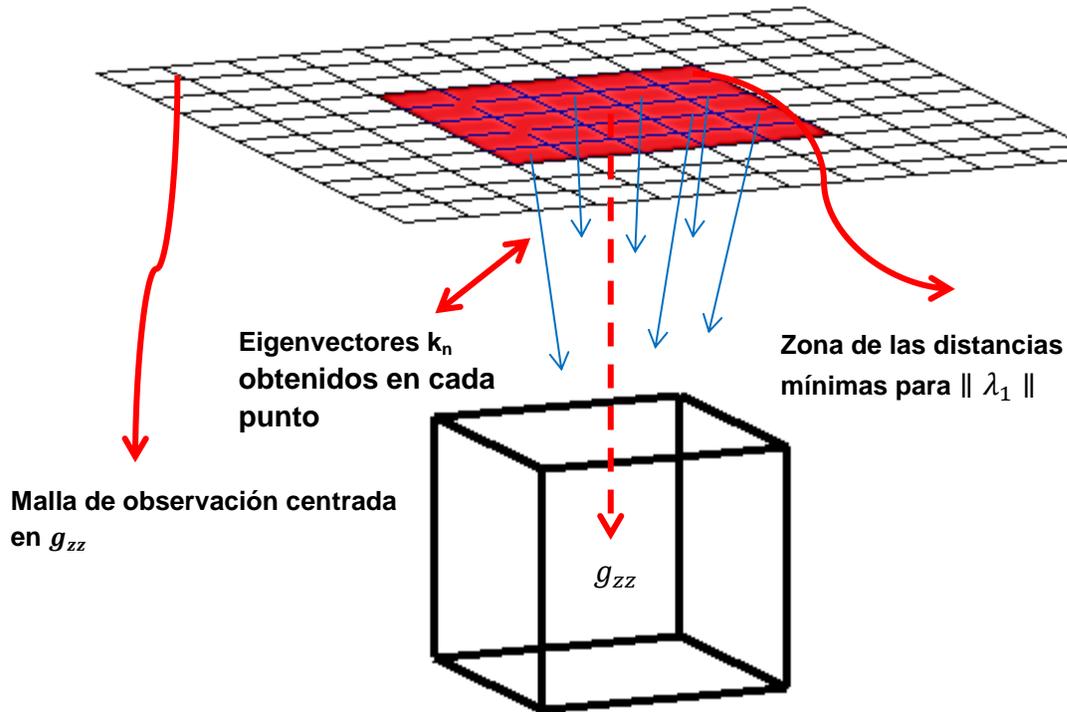


Figura 2.13 Representación de la delimitación de bordes por medio de la diagonalización de TG.

2.3.2 Señal Analítica (sa).

Esta técnica es importante para detectar límites de estructuras en el subsuelo representando una imagen en planta, en esta parte se explicara su funcionamiento.

Una señal analítica es una función compleja que se expresa de la siguiente manera ecuación (51) (Xiong Li, 2006):

$$sa(x) = f(x) - iH[f(x)] \quad (51)$$

Donde:

$sa(x)$ = Señal analítica.

$f(x)$ = Parte real de la Señal analítica o función original.

$H[f(x)]$ = Transformada de Hilbert de $f(x)$.

La transformada de Hilbert de una función se representa mediante la ecuación (52) y su inversa con (53) (Nabighian, 1972):

$$H[f(x)] = \frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{f(\xi)}{x-\xi} d\xi \quad (52)$$

$$f(\xi) = -\frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{H[f(x)]}{x-\xi} dx \quad (53)$$

ξ es un desplazamiento infinitesimal para resolver las integrales impropias anteriores, puede observarse de las ecuaciones anteriores que la transformada de Hilbert es una convolución como lo expresa la ecuación (54) (Blakely, 1996):

$$H[f(x)] = f(x) * \frac{1}{\pi t} \quad (54)$$

Se puede demostrar que la componente vertical del campo gravitacional es igual al negativo de la Transformada de Hilbert de la componente horizontal del campo, (Nabighian, 1972) como se expresa en la ecuación (55).

$$g_z = -H[g_x] \quad (55)$$

Con lo que la ecuación (51) se modificaría quedando como:

$$sa(x) = g_x - iH[g_x] = g_x - i g_z$$

Extendiendo el problema a tres dimensiones podemos obtener la señal analítica o gradiente total en 3D dada por la ecuación (56) (Nabighian, 1984), (Roeset et al., 1992).

$$sa(x, y, z) = g_x \vec{i} + g_y \vec{j} + i g_z \vec{k} \quad (56)$$

De la expresión (56) se puede mencionar que la señal analítica permite separar una función, en este caso el campo gravitacional, en sus componentes de amplitud y de fase instantáneas, la interpretación de la señal analítica se basa más en la componente de amplitud que se expresa con la ecuación (57) (Xiong Li, 2006), esta señal nos proporcionara información de contrastes de densidades abruptos con lo cual nos dará los límites de un cuerpo anómalo.

$$\| sa \| = \sqrt{g_x^2 + g_y^2 + g_z^2} \quad (57)$$

Esta técnica es muy exacta para delimitar contactos verticales de densidad tales como intrusiones salinas, diques, fallas etcétera, debido a la forma de campana simétrica que posee la amplitud de la señal analítica, ya que el máximo valor será justo donde existe contraste de densidad.

2.3.2.1 Señal analítica direccional.

Como se explicó en la sección anterior uno puede calcular: $g_z = -H[g_x]$ esto para la obtención de la señal analítica, pero se puede demostrar que g_{xz} , g_{yz} , y g_{zz} son pares transformados de Hilbert, de la ecuación (58) nos indica que las componentes de la tercera columna en el **TG** son las transformadas pares de Hilbert de la primer y segunda columna (M. Beiki, 2010).

Ahora la sa de **TG** se puede obtener de la siguiente manera (58) (Majid Beiki, 2010).

$$\begin{bmatrix} sa_x \\ sa_y \\ sa_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} g_{xx} & g_{xy} & g_{xz} \\ g_{yx} & g_{yy} & g_{yz} \\ g_{zx} & g_{zy} & g_{zz} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ i \end{bmatrix} \quad (58)$$

A la ecuación (58) se le conoce también como **señal analítica direccional**, como consecuencia y recordando la ecuación (57) la amplitud de cada una de las componentes vendría dada por la expresión (59).

$$\| sa_\alpha \| = \sqrt{g_{\alpha x}^2 + g_{\alpha y}^2 + g_{\alpha z}^2} \quad (59)$$

Siendo $\alpha = x, y, z$

Según Debeglia y Corpel (1997) la señal analítica direccional tiene una mejor respuesta, da una mejor y más eficiente separación de campos anómalos que se interfieren entre sí.

A partir de lo anterior se puede obtener la función ED (*edge detection*) que se muestra en (60), la ecuación está compuesta por las derivadas verticales de sa_x y sa_y y que a diferencia del gradiente horizontal nos mejora la interpretación mostrándonos bordes tanto de estructuras profundas como someras (M. Beiki, 2010).

$$\| ED \| = \sqrt{sa_{xz}^2 + sa_{yz}^2} \quad (60)$$

2.3.3 Gradiometría.

Una vez teniendo el conocimiento de que con la componente vertical g_z se puede obtener EL TENSOR GRADIENTE DE LA GRAVEDAD (TG) por medio de cálculos matemáticos, se puede explicar que existen tecnologías que realizan la medición de las componentes de TG, estas tecnologías son instrumentos de medición llamados **Gradiómetros**.

Estos instrumentos aparecen desde finales del siglo XXI llamados **balanzas de torsión** provenientes de la modificación de la balanza original de Cavendish, siendo la más popular la del Húngaro Lorand von Eötvös en 1886 quién la utilizó para medir el gradiente de la gravedad, el aparato consistía de dos masas iguales situadas en dos brazos a alturas diferentes y con la posibilidad de rotar para orientarse en la dirección de máximo gradiente horizontal (Chelotti, L., Acosta, N., Foster, M., 2009).

En 1970 al avanzar la tecnología se comenzaron a utilizar Gradiómetros más modernos conformados ahora por tres pares de gravímetros ubicados en las coordenadas cartesianas (x,y,z) Figura 2.14 en donde una de sus más grandes aplicaciones fue para navegación submarina reemplazando al sonar durante la guerra fría siguiendo su uso para la exploración petrolera marina, aérea y terrestre (Chelotti, L., Acosta, N., Foster, M., 2009). Estos sistemas de medición proveen información de más alta resolución ya que las mediciones obtenidas son inversamente proporcionales a r^4 obteniendo señales de más alta frecuencia y despreciando señales de cuerpos profundos debido a la naturaleza del campo que tiende a cero mientras $r \rightarrow \infty$. Las unidades de las mediciones son las siguientes:

$$1 \frac{mGal}{km^2} = \frac{1000E}{km} \quad E = \text{Eötvös U.}$$

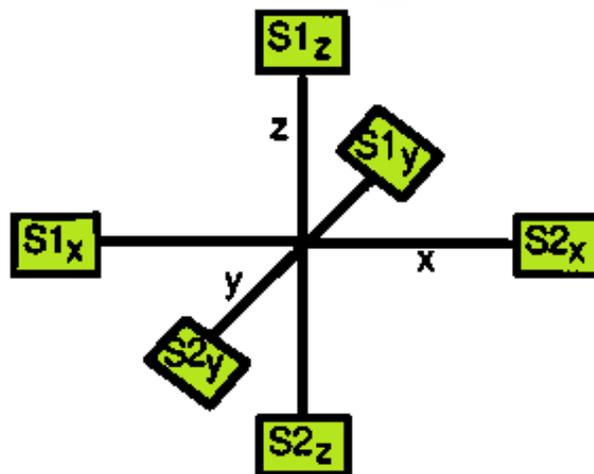


Figura 2.14. Esquema de los tres pares de gravímetros que componen el gradiómetro.

2.3.3.1 Filtro upward-continuation.

Este filtro es comúnmente usado para atenuar anomalías sin modificar la forma de la amplitud de la señal, esta es una propiedad muy importante ya que a partir de la forma de la amplitud en la señal analítica nosotros calculamos las profundidades, esta transformación del campo atenúa más rápidamente longitudes de onda cortas, esto quiere decir que es muy útil para eliminar ruidos creados por los filtros de derivadas.

Físicamente la aplicación del filtro nos permite calcular el campo gravitacional a diferentes alturas a partir de una superficie de referencia, esto es posible por la tercera identidad de Green con la cual un potencial puede ser calculado en cualquier punto dentro de una región a partir del comportamiento del campo sobre la superficie que encierra la región (Blakely, 1996), las expresiones que nos permiten este cálculo se muestran a continuación:

Primeramente se considera un sistema de coordenadas cartesiano donde el eje z es positivo hacia abajo y donde se conoce el valor del potencial en $z = z_0$ Figura 2.15

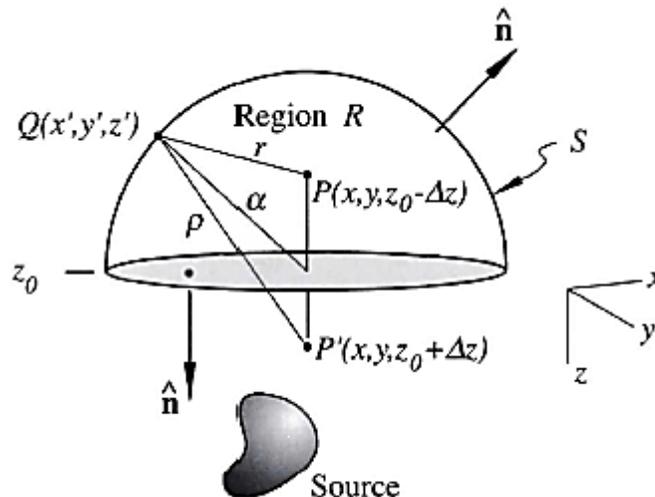


Figura 2.15 Sistema para el cálculo del filtro upward-continuation, Tomado de Blakely (1996).

$\phi(x', y', z)$, $z = z_0$ Potencial conocido a un nivel de referencia sobre la superficie.

$\phi(x, y, z_0 - \Delta z)$, $\Delta z > 0$ Potencial a un nivel deseado dentro de la región, por encima del de referencia en un punto P , la ecuación (61) muestra el cálculo del filtro en coordenadas cartesianas.

$$\phi(x, y, z_0 - \Delta z) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\phi(x', y', z_0)}{[(x-x')^2 + (y-y')^2 + \Delta z^2]^{3/2}} dx' dy' \quad (61)$$

Para realizar el cálculo computacionalmente más eficiente se requiere del cálculo en el dominio de Fourier como se muestra a continuación:

$$\mathcal{F}\phi(x, y, z_0 - \Delta z) = e^{-\Delta z|k|} \quad (62)$$

Con la ecuación (62) podemos realizar la continuación ascendente del campo a cualquier nivel Δz por encima del nivel de referencia.

2.4 METODO PARA ESTIMAR PROFUNDIDADES.

2.4.1 Método de la señal analítica aplicada al tensor de gravedad.

Como se explicó en la sección 2.3.2 la amplitud de la señal analítica nos da información de los límites de estructuras verticales, la forma de la amplitud de $\|sa\|$ es una campana simétrica, también se mencionó que esta señal tiene sus máximos valores justo por encima de las estructuras que causan las anomalías Figura 2.16. Otra característica importante que comprende a la $\|sa\|$ es que a partir de su forma y amplitud se puede estimar la profundidad del cuerpo causante de la anomalía utilizando el método half-whith amplitude (Atchuta Rao et al., 1981), (Roeset et al., 1992).

La $\|sa\|$ para un contraste de densidad vertical tiene la siguiente expresión ecuación (63) (Nabighian, 1972):

$$\|sa\| = \alpha \frac{1}{x^2 + d^2} \quad (63)$$

$\alpha =$ cte. de proporcionalidad que depende de las propiedades físicas del cuerpo.

Se puede demostrar que de la ecuación (63) podemos obtener una expresión con la de (64) que nos permite realizar el cálculo de la profundidad de un cuerpo que representa un contacto vertical basado en el método half-whith amplitude (MacLeod, 1993). El artículo de MacLeod (1993) también propone un método más efectivo para seleccionar el ancho de la anomalía $x_{1/2}$ para calcular la profundidad, este nuevo método en vez de tomar la distancia entre los puntos justo donde la anomalía se reduce a la mitad, toma los puntos de Inflexión (sección 2.1.3) x_i de la función Figura 2.16 reduciendo así el error de interpretación que se provoca por la superposición de señales ecuación (65).

$$x_{1/2} = 2\sqrt{3}h = 3.46h \quad (64)$$

$$x_i = \sqrt{2}h = 1.414h \quad (65)$$

$x_{1/2} =$ Ancho de la anomalía a la mitad de la amplitud.

$x_i =$ Ancho de la anomalía en los puntos de inflexión.

$h =$ Profundidad de la cima de la fuente.

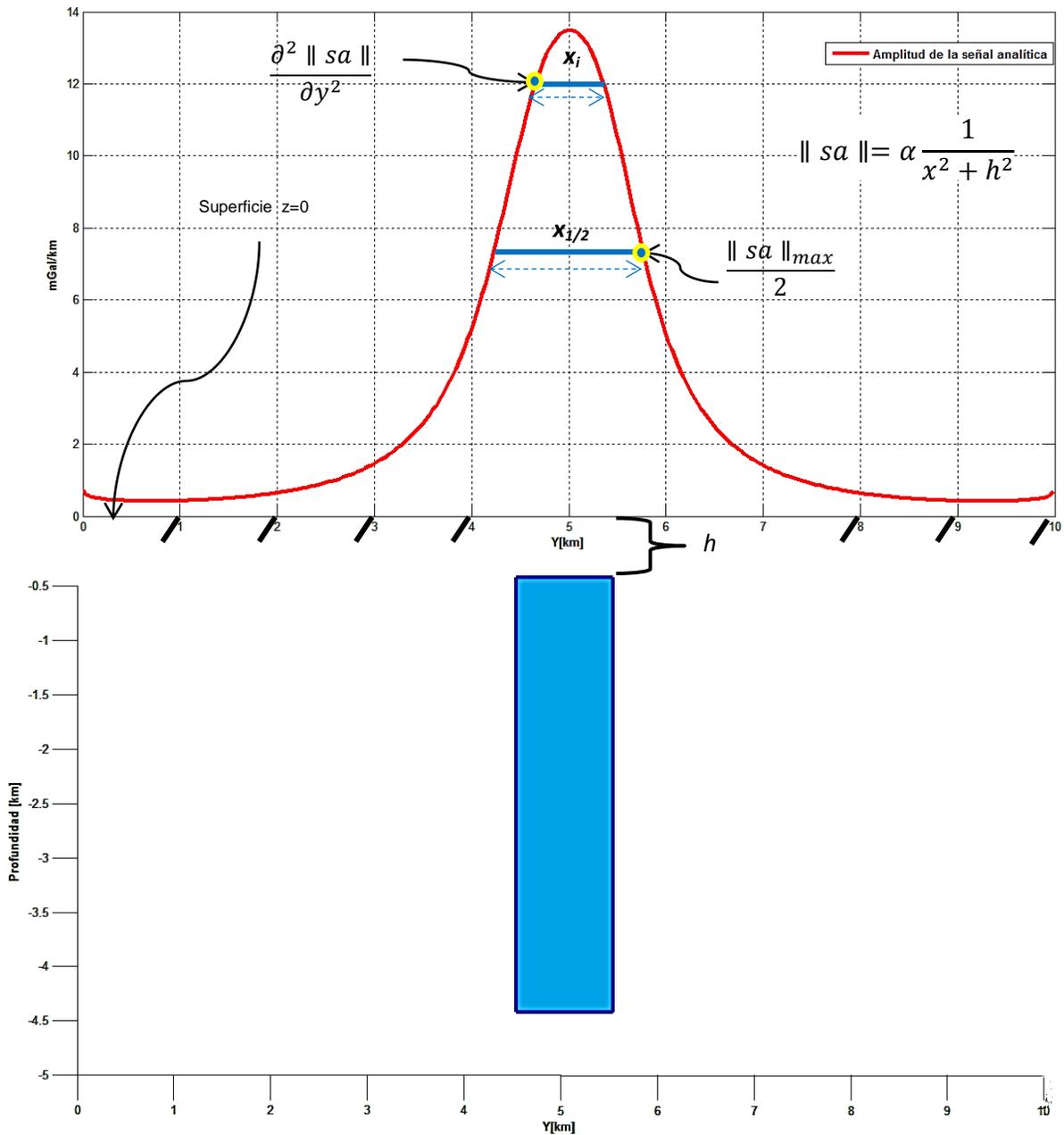


Figura 2.16. Estimación de la profundidad a partir de la señal analítica. Este modelo se construyó con los parámetros de la Figura 4.11.

En esta tesis se aplicara a MacLeod (1993) para una malla de datos pero con la diferencia de que los puntos de inflexión se ubicaran también sobre sa_z esto con el fin de obtener mejores resultados debido a sus características.

CAPITULO 3.- PRUEBA DE LOS METODOS

3.1 APLICACIÓN DE METODOS A MODELOS SINTÉTICOS.

Aquí se aplicaran los métodos explicados anteriormente para interpretar bordes y profundidades del modelo gravimétrico propuesto, el modelo directo utilizado se realizó de la siguiente manera.

- 1) Se construyó una malla cuadrangular de 400km^2 la cual se muestreo con un valor de gravedad g a cada 0.030km (30m) obteniendo así una matriz de $[668 \times 668]$ datos.
- 2) El cálculo numérico de la g del modelo se realizó con la subrutina $gbox$ (Blakely, 1996) (sección 2.2.7.1)
- 3) El modelo consta de tres bloques con las siguientes características Tabla 3.1.

<u>Bloque</u>	<u>Coordenadas</u> (km)	<u>Dimensiones</u> (km) (x,y,z)	<u>Profundidad</u> <u>de</u> <u>sepultamiento</u> (km)	<u>Densidad</u> (kg/m^3)
Amarillo	$x_1=6.3$; $x_2=12.3$ $y_1=5.0$; $y_2=11.8$ $z_1=0.5$; $z_2=10.5$	$6 \times 6.8 \times 10$	0.5	3200.0
Rojo	$x_1=6.0$; $x_2=8.0$ $y_1=12.5$; $y_2=15.5$ $z_1=0.1$; $z_2=2.1$	$2 \times 3 \times 2$	0.1	2000.0
Azul	$x_1=11.0$; $x_2=15.0$ $y_1=12.5$; $y_2=17.0$ $z_1=0.3$; $z_2=4.3$	$5 \times 4.5 \times 4$	0.3	2300.0

Tabla 3.1 Parámetros de los modelos sintéticos.

En la Figura 3.1 se muestra el modelo utilizado en 3D y en perspectiva con sus respectivas medidas

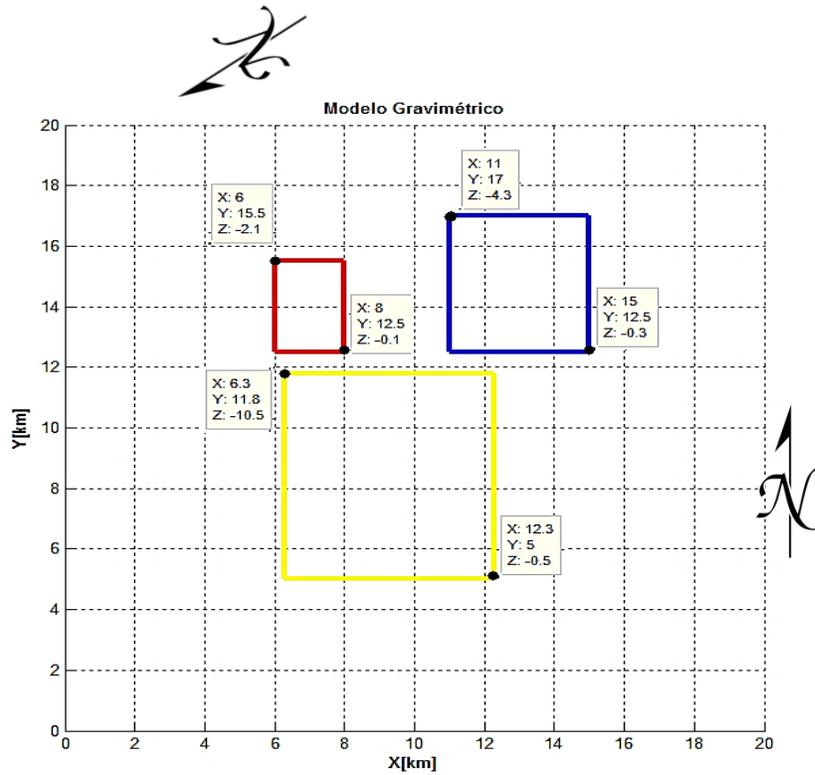
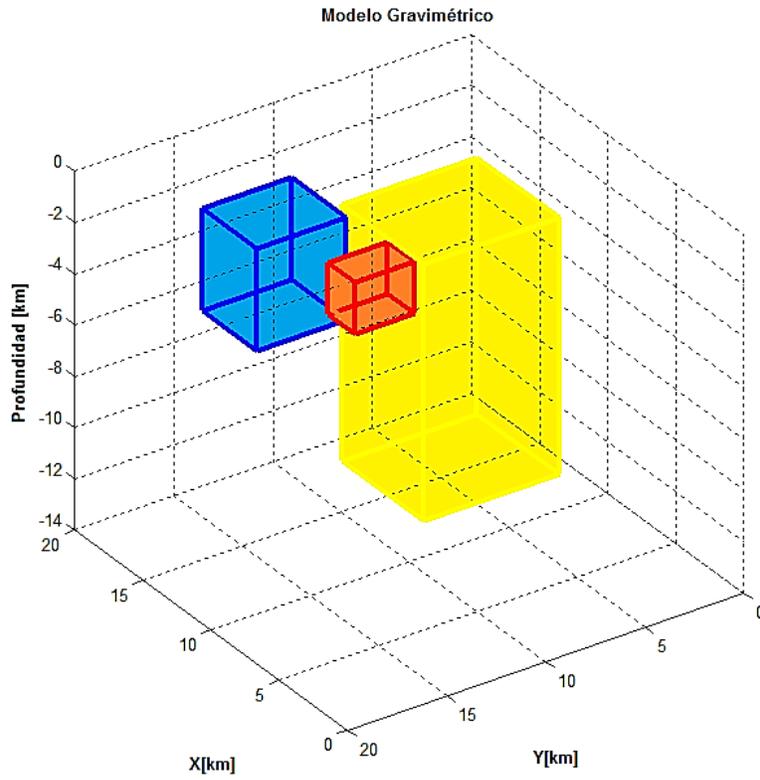


Figura 3.1 Modelo utilizado para las pruebas.

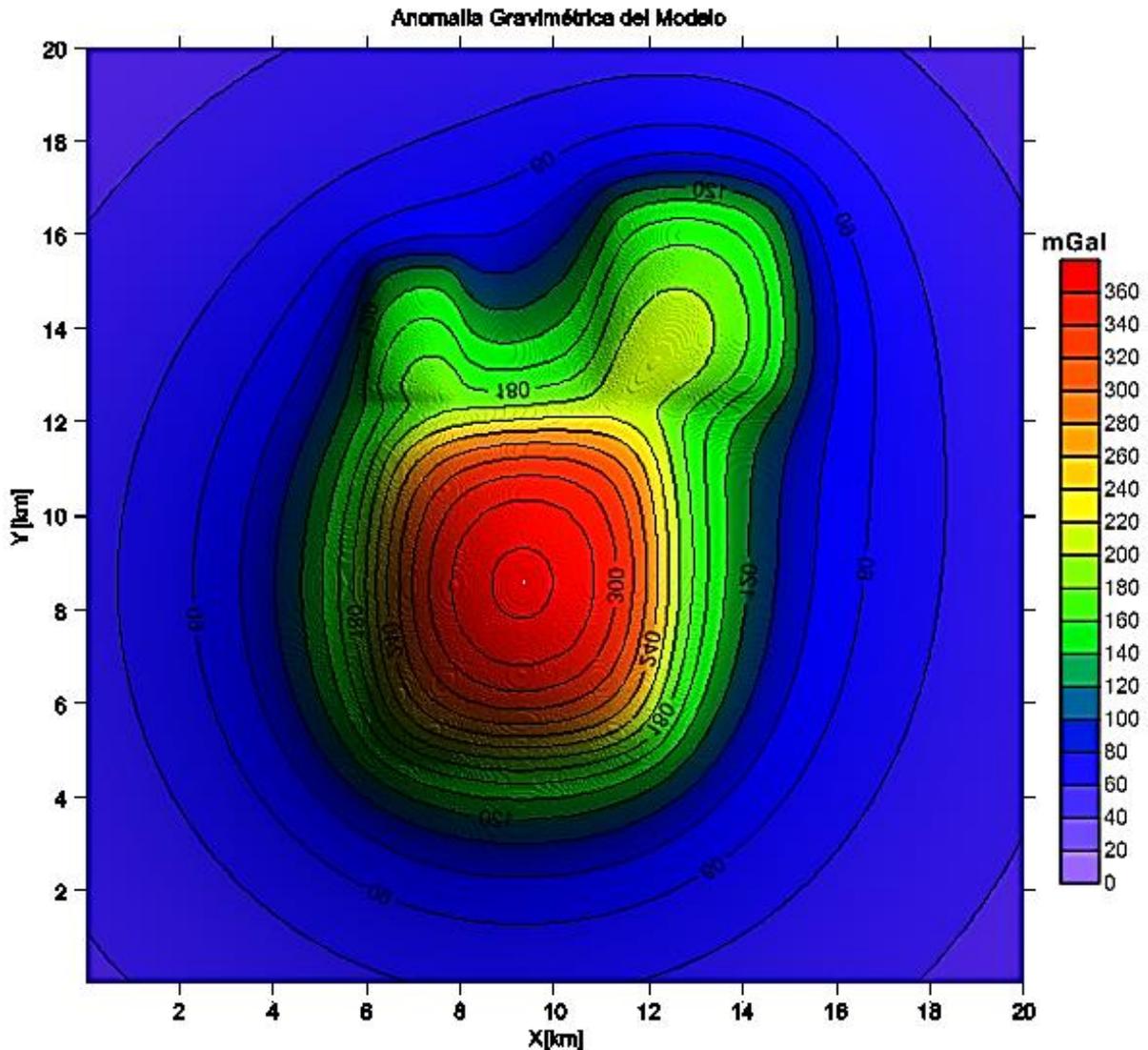


Figura 3.2. Imagen del campo g creado por el modelo.

3.1.1 Delimitación de bordes del modelo.

Una vez conocido el modelo se comienza con la aplicación de los métodos de detección de bordes, a continuación se mostrarán los resultados de las componentes gravimétricas (g_x, g_y, g_z).

3.1.1.1 Descripción del cálculo de (g_x, g_y, g_z).

La diferenciación numérica se utiliza para calcular las derivadas de una función por medio de sus valores dados en una malla de observación. Las aproximaciones por diferencias en desarrollo de Taylor son importantes para solucionar ecuaciones diferenciales ordinarias y parciales (Shoichiro, 1992).

El procedimiento utilizado se explica a continuación.

- Se considera una función $f(x, y)$ en una malla de datos.
- Se selecciona un punto en donde se desea calcular la derivada $f(x_0, y_0)$.
- Para el cálculo de $f'(x_0, y_0)$ se procede como:

Dirección x e y. Diferencias finitas hacia adelante.

$$f'_x(x_0, y_0) \simeq \frac{f(x_0 + \Delta x, y_0) - f(x_0, y_0)}{\Delta x} \quad (66)$$

$$f'_y(x_0, y_0) \simeq \frac{f(x_0, y_0 + \Delta y) - f(x_0, y_0)}{\Delta y} \quad (67)$$

Si $x_0, y_0 = \# \text{Max de muestras}$, en este caso es de 668 el cálculo se concluye pero ahora con el método de diferencias finitas hacia atrás para el punto 668 estos cálculos se realizaron con Fortran 90.

$$f'_x(x_0, y_0) \simeq \frac{f(x_0, y_0) - f(x_0 - \Delta x, y_0)}{\Delta x} \quad (68)$$

$$f'_y(x_0, y_0) \simeq \frac{f(x_0, y_0) - f(x_0, y_0 - \Delta y)}{\Delta y} \quad (69)$$

Para g_z se utilizó un método diferente apoyado en las propiedades de derivación de la transformada de Fourier, el algoritmo usado para calcular la Transformada de Fourier se obtuvo de MATLAB 7.6.0 usando la función `fft2` y `ifft2` abajo mostradas.

$$fft2 = F(p, q) = \sum_{x=0}^{M-1} \sum_{y=0}^{N-1} f(x, y) e^{-i\left(\frac{2\pi p x}{M}\right)} e^{-i\left(\frac{2\pi q y}{N}\right)} \quad (70)$$

$$Ifft2 = f(x, y) = \frac{1}{MN} \sum_{p=0}^{M-1} \sum_{q=0}^{N-1} F(p, q) e^{j\left(\frac{2\pi p x}{M}\right)} e^{j\left(\frac{2\pi q y}{N}\right)} \quad (71)$$

Los resultados de estos cálculos se muestran en las Figuras 3.3 y 3.4 aparte también se calcula el gradiente horizontal y la señal analítica vistos en la Figura 3.5.

El uso de la nomenclatura g_{xx} o G_{xx} es indistinto se refiere a las componentes tensoriales mientras que g_x y G_x se refieren a las derivadas del campo gravitacional. Esto es lo mismo en las demás componentes.

Donde:

(p,q) = No. de onda en x e y respectivamente.

M,N = No. total de datos en dirección x e y respectivamente, en este caso M=N=668 datos.

Con las ecuaciones (70) y (71) y usando la propiedad de derivación de la transformada de Fourier la componente g_z es calculada de la siguiente manera:

$$1) f(x, y) \xrightarrow{F} F(p, q) \quad (72)$$

$$2) \mathcal{F}\left(\frac{\partial^n f(x,y)}{\partial z^n}\right) = k^n * F(p, q) \quad k = \sqrt{p^2 + q^2} \quad (73)$$

$$3) \frac{\partial^n f(x,y)}{\partial z^n} = \mathcal{F}^{-1}(k^n * F(p, q)) \quad n=1 \quad (74)$$

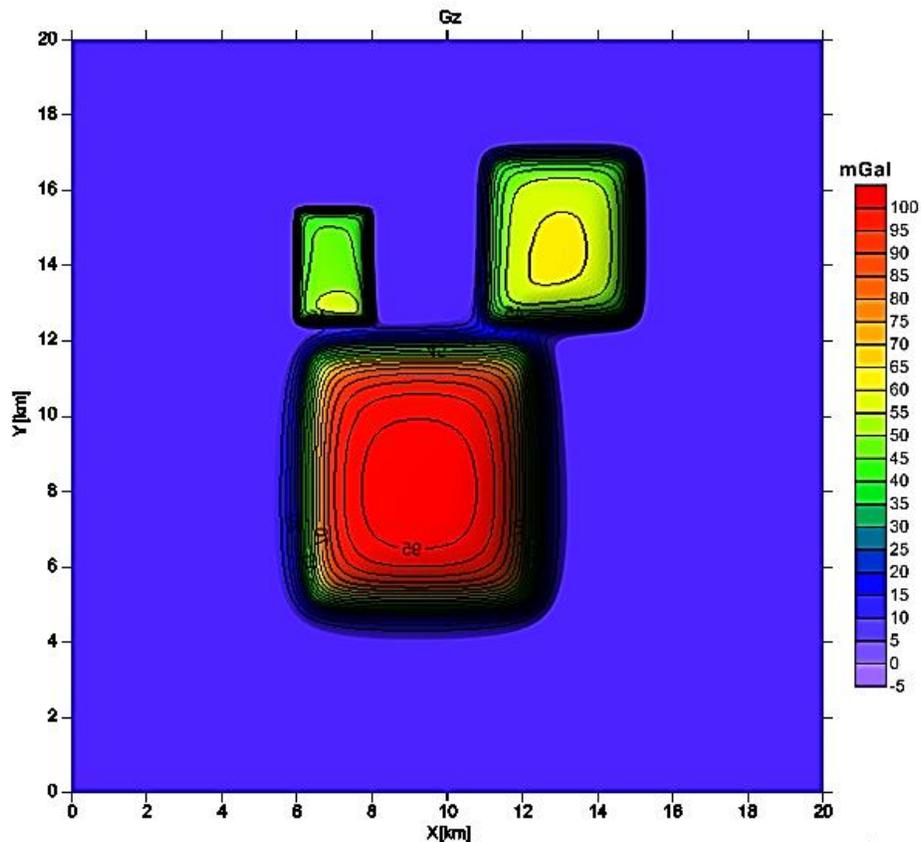


Figura 3.3 Representación la componente vertical del modelo.

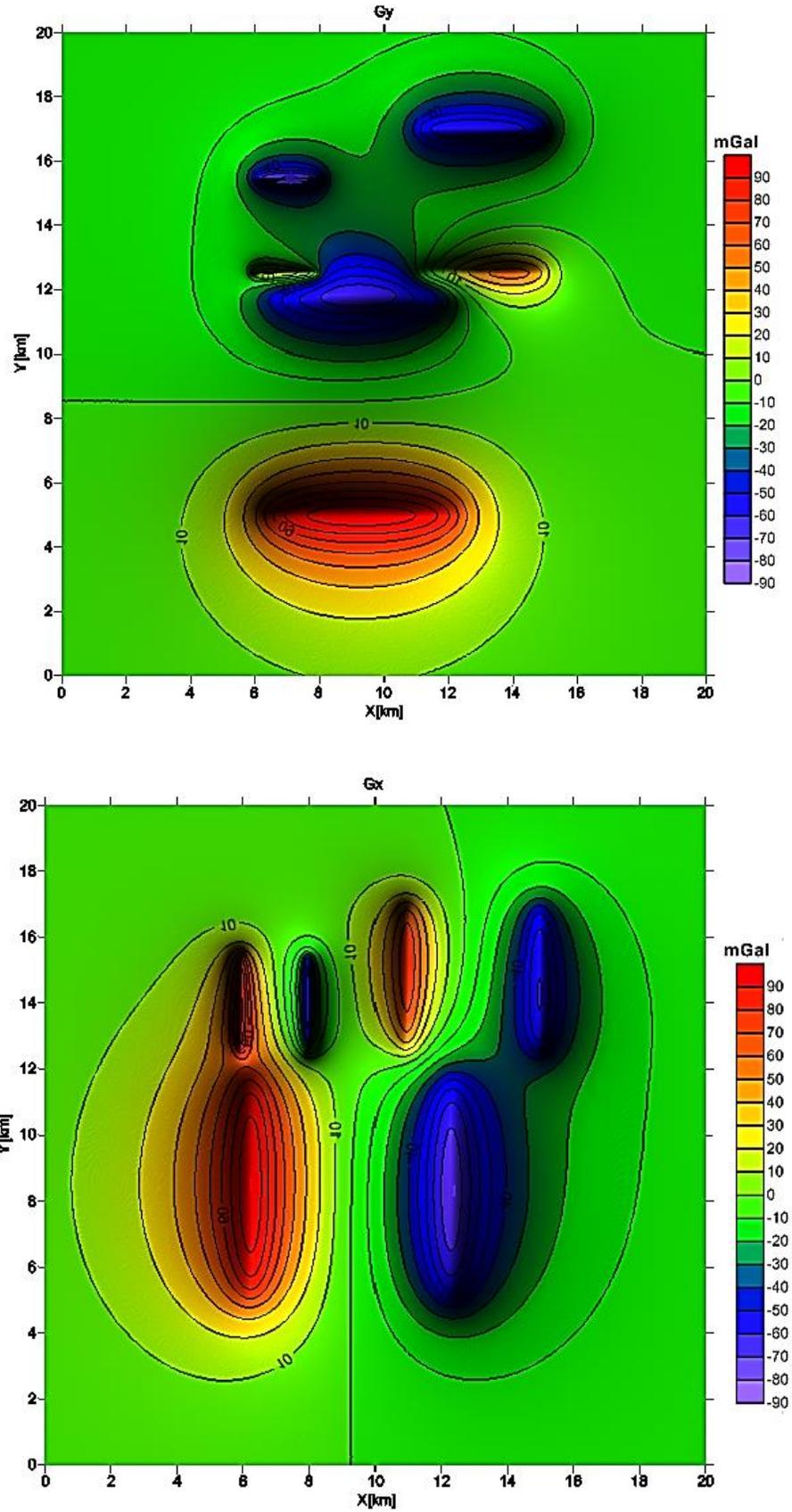


Figura 3.4 Representación de las componentes horizontales de g.

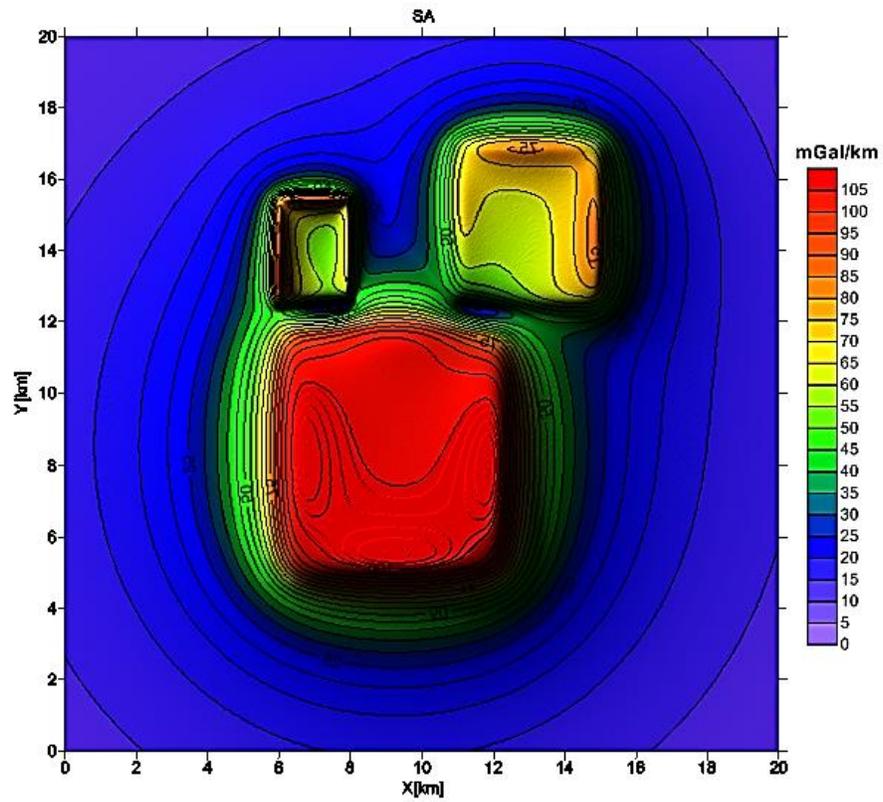
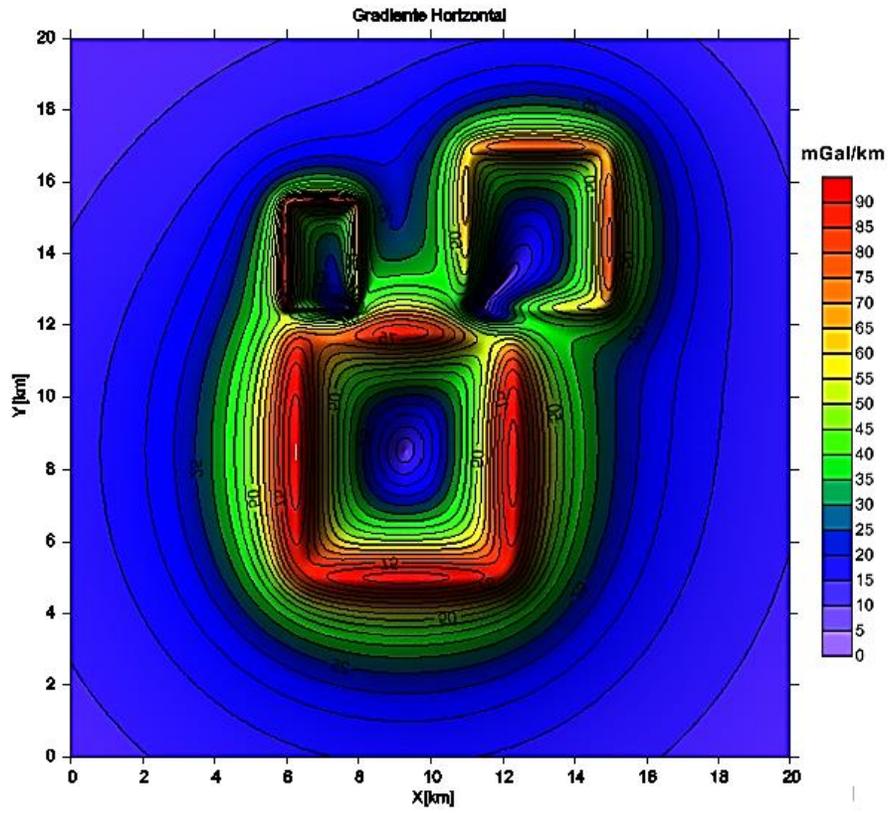
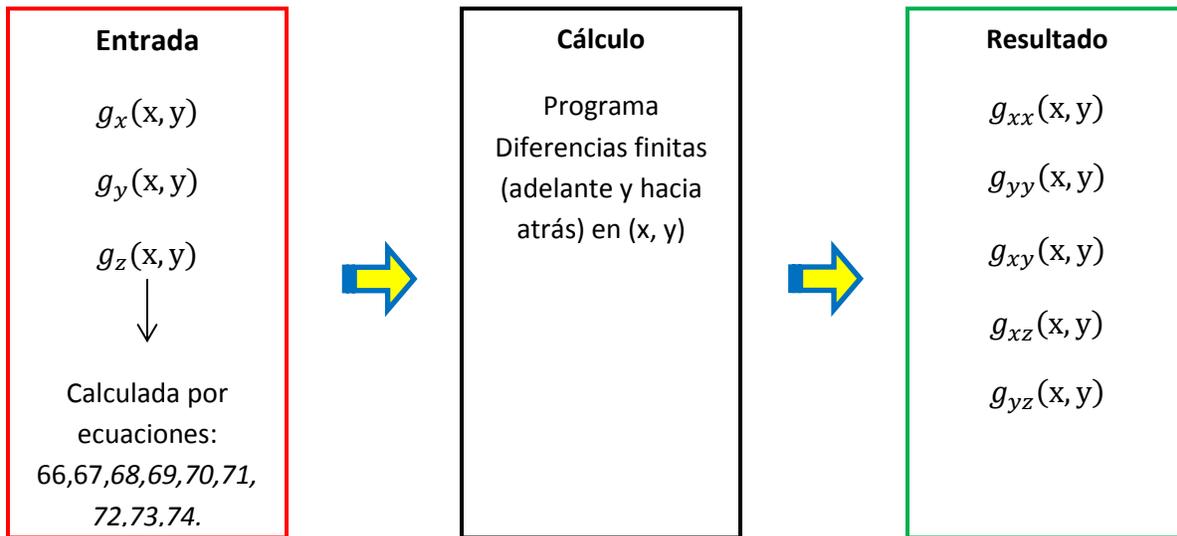


Figura 3.5 Representación del Gradiente Horizontal y Amplitud de la Señal Analítica.

3.1.1.2 Cálculo del tensor gradiente de la gravedad.

Para continuar con los métodos de delimitación de bordes tenemos que dar paso al cálculo de **TG**, ya que de él derivan los métodos propuestos en este trabajo de tesis. Hasta ahora solo hemos observado las componentes convencionales del campo y su uso en conjunto con la *sa* y el gradiente horizontal, ahora veremos los resultados obtenidos de las componentes tensoriales.

El cálculo se desarrolló de la siguiente manera.



Mientras que la componente $g_{zz}(x, y)$ se calculó haciendo uso del operador laplaciano.

$$\nabla^2 \phi = 0; \quad \frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial z^2} = 0$$

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2} = - \frac{\partial^2 \phi}{\partial z^2}$$

$$g_{xx}(x, y) + g_{yy}(x, y) = -g_{zz}(x, y) \quad (75)$$

Las componentes tensoriales se muestran en las siguientes figuras.

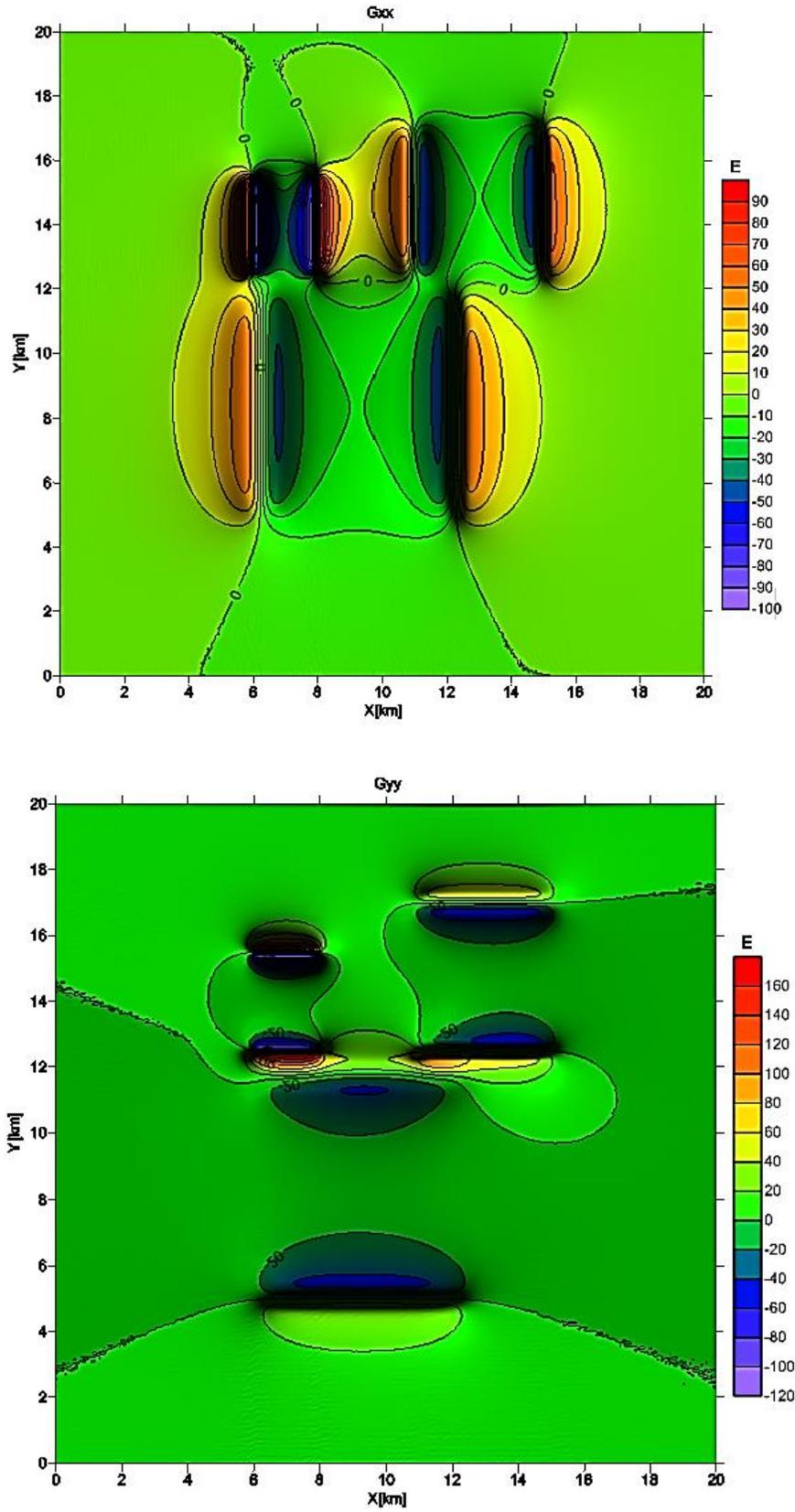


Figura 3.6 Representación de las componentes Tensoriales Gxx y Gyy.

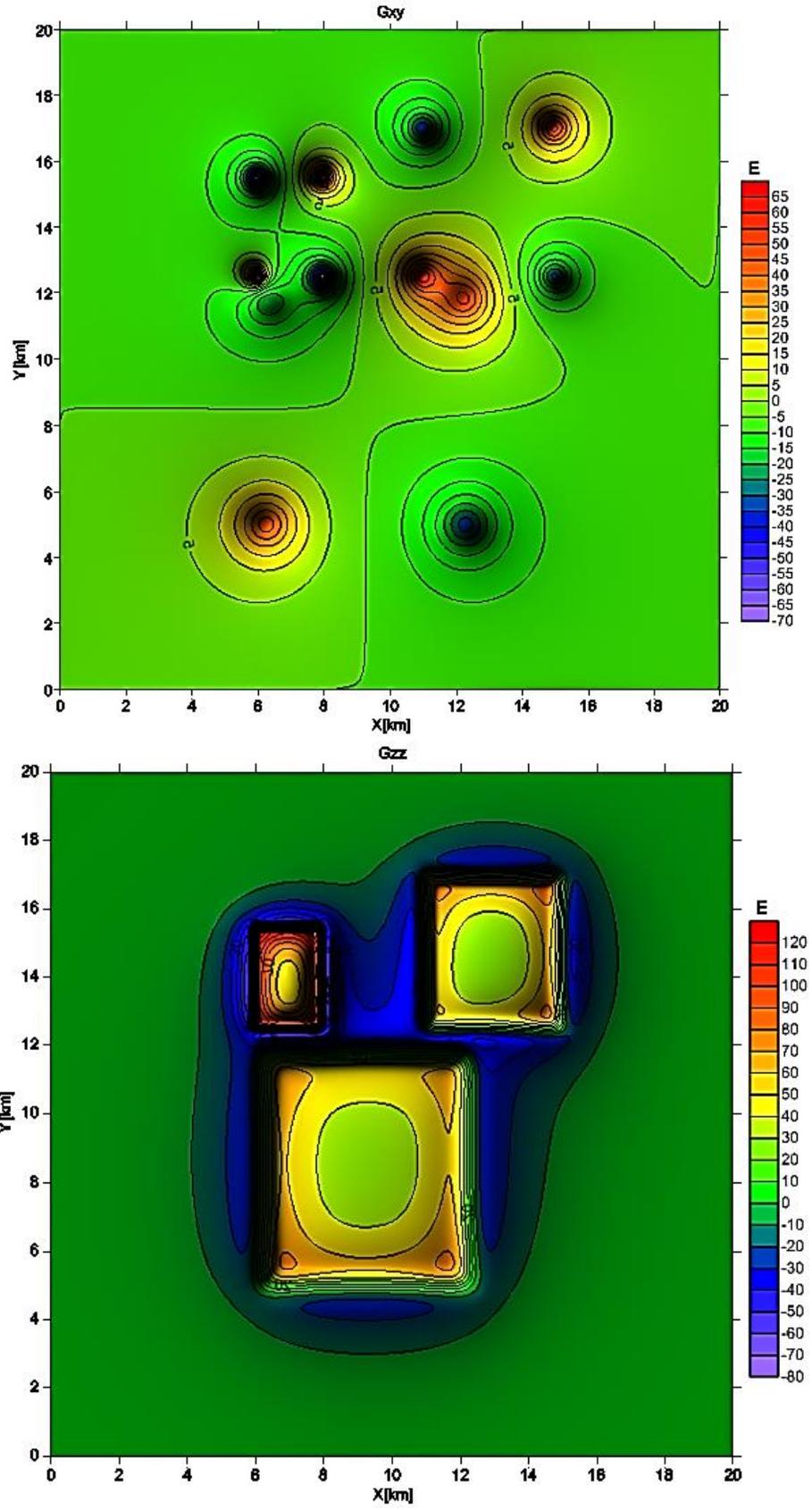


Figura 3.7 Representación de las componentes Tensoriales G_{xy} y G_{zz} .

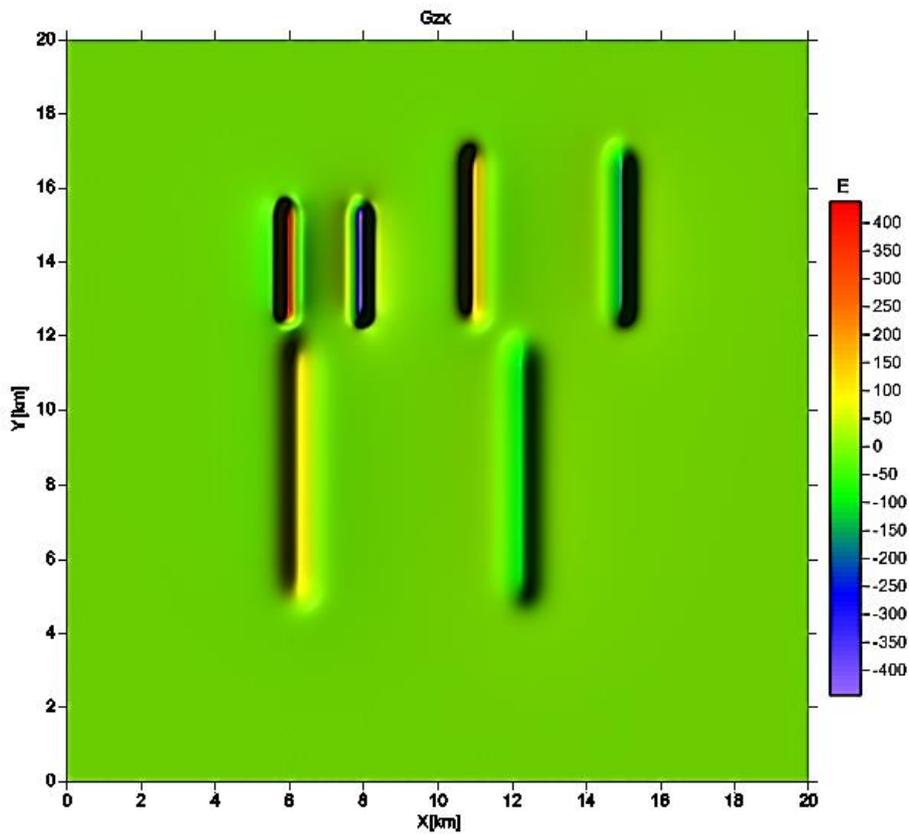
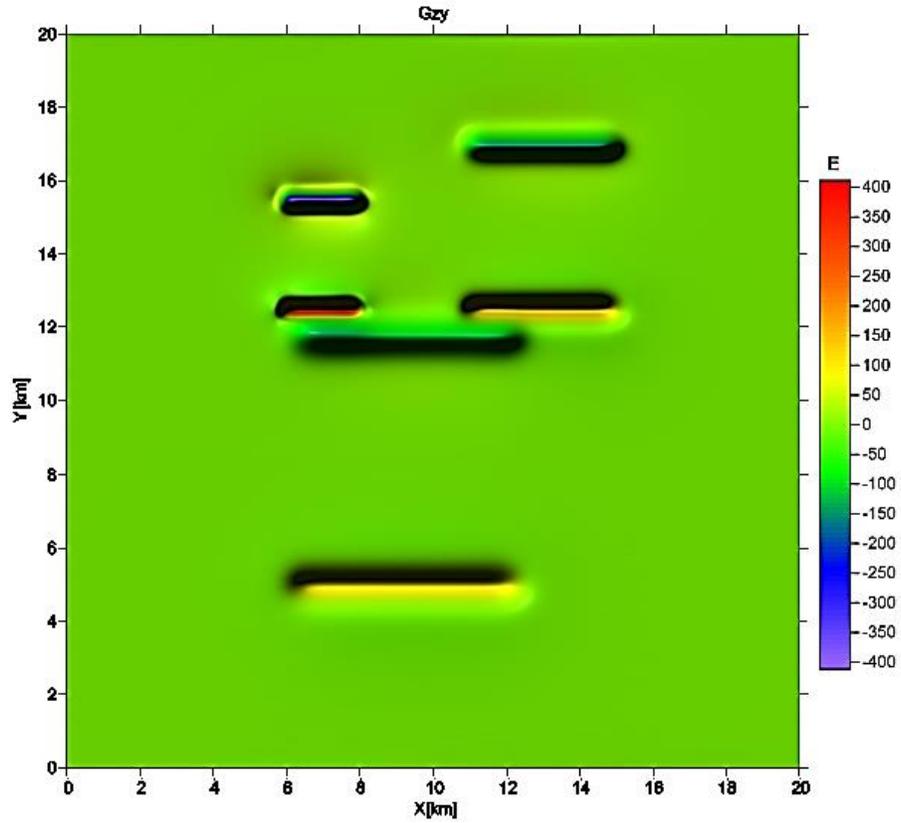


Figura 3.8 Representación de las componentes Tensoriales Gxz y Gzy.

Ahora una vez calculadas las componentes tensoriales del campo gravitacional podemos hacer uso de la ecuación (59) y calcular la señal analítica direccional y observar como representa los límites geométricos del modelo de estudio. Para su cálculo basta con sumar las componentes correspondientes a cada dirección de la señal analítica elevándolas al cuadrado como se observa en la ecuación de abajo.

$$\| sa_{\alpha} \| = \sqrt{g_{\alpha x}^2 + g_{\alpha y}^2 + g_{\alpha z}^2}$$

Para $\alpha = x, y, z$

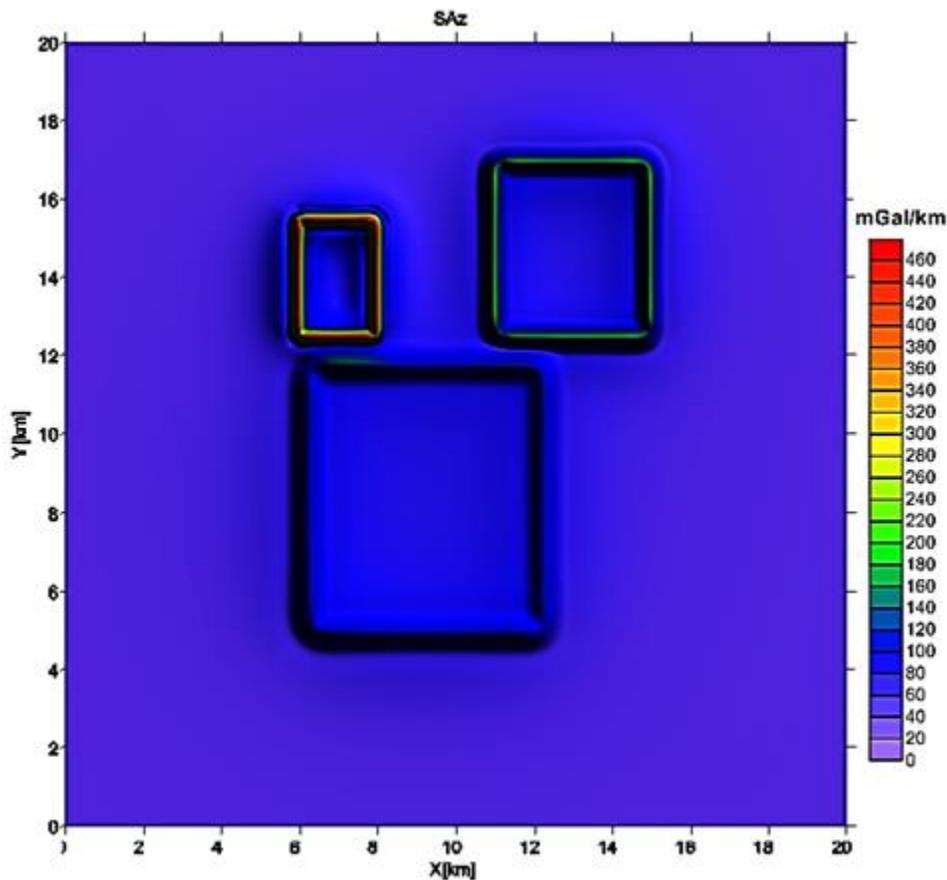


Figura 3.9 Representación de la señal analítica direccional en z.

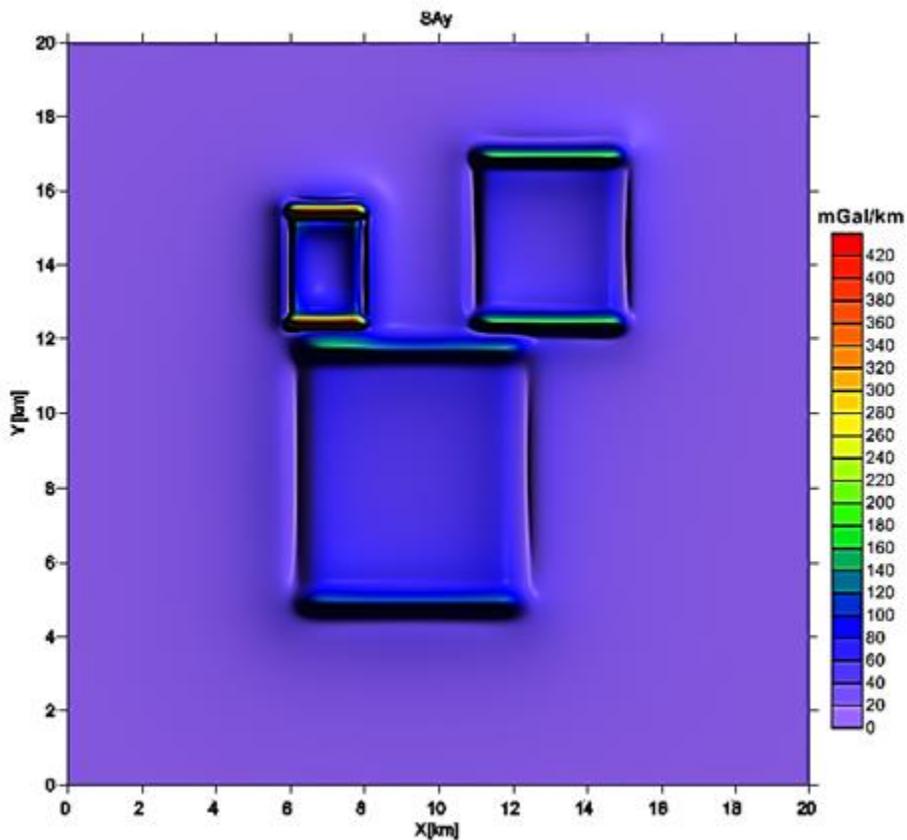
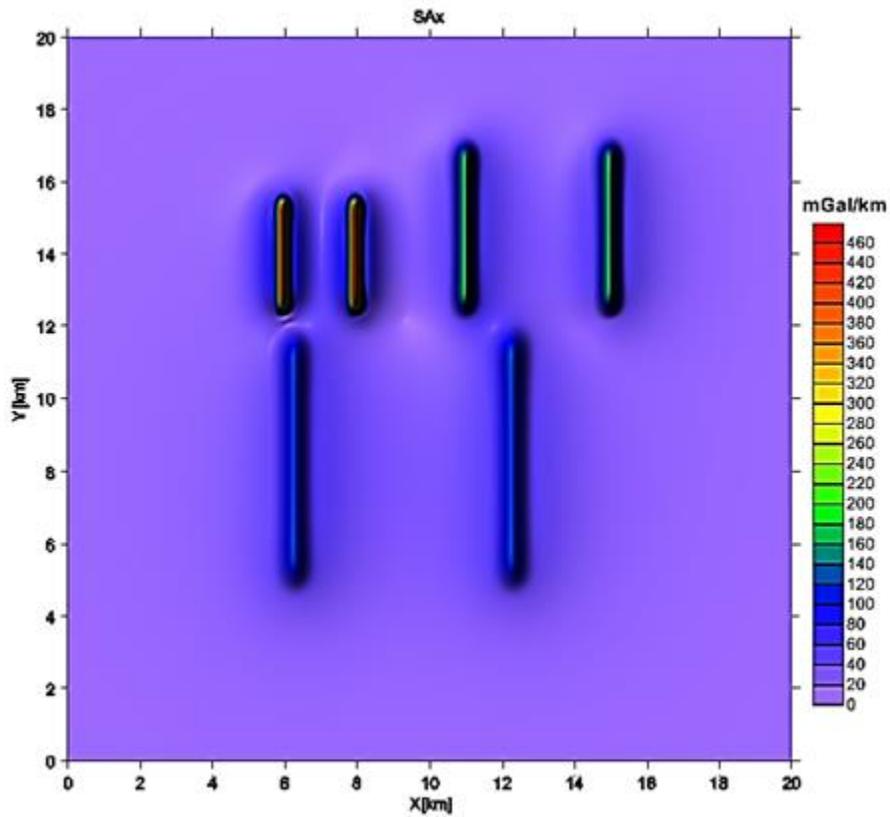


Figura 3.10 Representación de la señal analítica direccional en x e y.

3.1.2 Estimación de las profundidades del modelo con la señal analítica.

Como se explicó en la sección (2.4.2), la señal analítica es un método para estimar profundidades a partir de su amplitud, para obtener la profundidad de la fuente nos enfocamos en la relación que existe entre la distancia de los puntos de inflexión de la señal analítica.

3.1.2.1 Descripción del cálculo de las profundidades.

Para realizar el cálculo recordaremos el concepto de *punto de inflexión* visto en la sección 2.1.3. Como lo dice la teoría para realizar el cálculo de los puntos de inflexión de una función basta con obtener su segunda derivada e igualarla a cero, el resultado de esta solución es el punto donde la pendiente de nuestra función se mantiene constante, gracias a esto podemos tener una estimación de la profundidad más certera, el proceso se explica abajo.

$$4) \frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} = 0 \text{ Puntos de inflexión en dirección } x$$

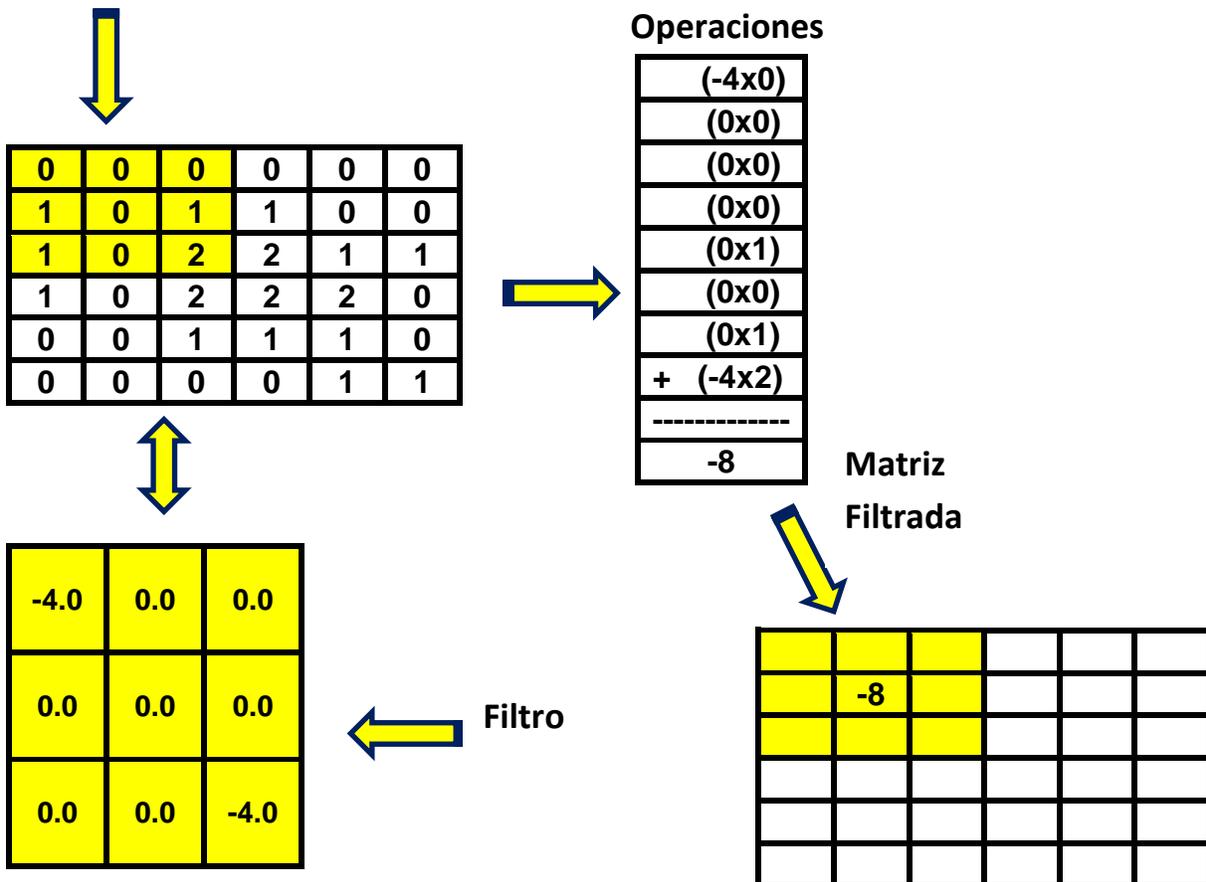
$$5) \frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2} = 0 \text{ Puntos de inflexión en dirección } y$$

Dada su similitud con la ecuación de Laplace estas ecuaciones se pueden aplicar a una malla de datos por medio de un filtro Laplaciano en el dominio espacial, con las siguientes características:

0.0	-0.25	0.0
-0.25	1	-0.25
0.0	-0.25	0.0

El proceso del cálculo de los puntos de inflexión para una malla de datos se muestra en el siguiente ejemplo:

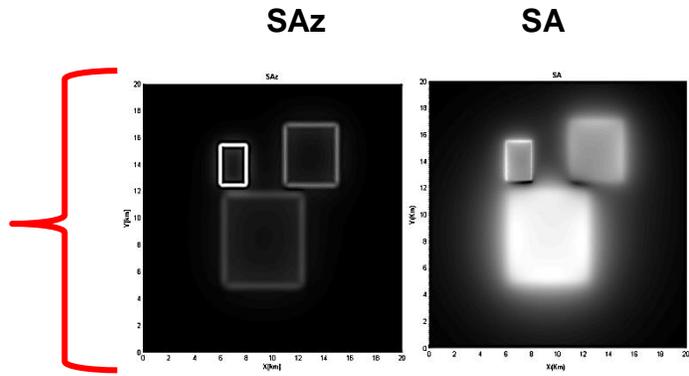
Aplicación del Filtro a la malla de datos.



Una vez realizado el proceso anteriormente expuesto se procede a graficar el contorno cero de la función filtrada resolviendo así la ecuación de Laplace, todos los puntos que forman este contorno serán los puntos de inflexión. Como se explicó en la teoría la distancia que existe entre los puntos de inflexión será proporcional a la profundidad de sepultamiento del cuerpo.

El cálculo se realizó para la Señal Analítica convencional SA ecuación (57) y la Señal Analítica Direccional SAz ecuación (59) de la siguiente manera:

1.- Funciones de Entrada.



2.- Convolución con filtro Laplaciano
(Cálculo de los puntos de inflexión)



*

0	-0.25	0
-0.25	1	-0.25
0	-0.25	0

3.- Convolución con filtro upward-continuation para eliminar ruido.

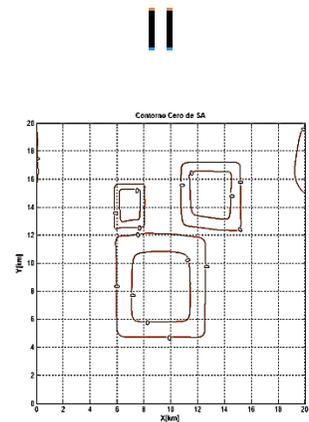


*

$$e^{-\Delta z |k|}, \Delta z > 0$$

|k|= No de onda.
Δz= Elevación.

4.- Función de Salida = Contorno Cero.



3.1.2.2 Correcciones usadas para la correcta medición de las profundidades.

Una vez teniendo la gráfica del contorno cero Paso 4 se procede a medir la distancia entre los contornos para obtener la profundidad de sepultamiento. Para tener una estimación correcta se deben de tener en cuenta dos aspectos importantes, uno el factor de proporcionalidad que explica MacLeod (1993) y la elevación que se toma para eliminar el ruido en el filtro *upward-continuation*, estos efectos se explicaran a continuación.

MacLeod en su artículo, *3D Analytic Signal In the Interpretation of Total Magnetic Field Data at Low Magnetic Latitudes* (1993), explica tres casos en los cuales obtiene los puntos de inflexión analíticamente de tres diferentes modelos un dyke/sill, un contacto vertical y un cilindro horizontal Tabla 3.2, para después obtener sus profundidades de sepultamiento a partir de la distancia entre los puntos de inflexión, en el artículo se comparan estos modelos llegando a la conclusión de que el modelo del contacto es el mejor para estimar las profundidades de cuerpos con dimensiones mayores a su profundidad de sepultamiento, estos resultados nos indican que, asumiendo un modelo de contacto a una zona de estudió, el error que se obtendría en el caso de que la estructura no fuese un contacto sino otra estructura como un dyke o sill, sería una medición de la profundidad subestimada de la profundidad real del 18% menor si se ocupara cualquiera de los otros modelos.

Geometría de la Fuente	Cálculo de los puntos de Inflexión	Distancia entre los puntos de Inflexión
Contacto	$\frac{d^2 SA }{dx^2} = \alpha \frac{2x^2 - h^2}{(h^2 + x^2)^{5/2}}$	$x_i = \sqrt{2}h = 1.414h$
Dyke/Sill	$\frac{d^2 SA }{dx^2} = \alpha \frac{2(3x^2 - h^2)}{(h^2 + x^2)^3}$	$x_i = \frac{2}{\sqrt{3}}h = 1.155h$
Cilindro horizontal	$\frac{d^2 SA }{dx^2} = \alpha \frac{6(4x^2 - h^2)}{(h^2 + x^2)^{7/2}}$	$x_i = h$

Tabla 3.2 Calculo de las profundidad de modelos teóricos a partir de la Señal Analítica.

La siguiente operación que hay que tener en cuenta es el filtro de continuación ascendente explicado en la sección 2.3.3.1, como se entendió esta transformación ayuda para calcular el campo a diferentes elevaciones con lo cual logramos atenuar longitudes de onda cortas, esta característica nos permite eliminar el ruido generado por la aplicación del filtro laplaciano.

La siguiente figura nos explica el efecto que hay que tener en cuenta al momento de aplicar la operación de continuación del campo para no tener una estimación errónea de la profundidad cuando se mida la distancia entre los puntos de inflexión.

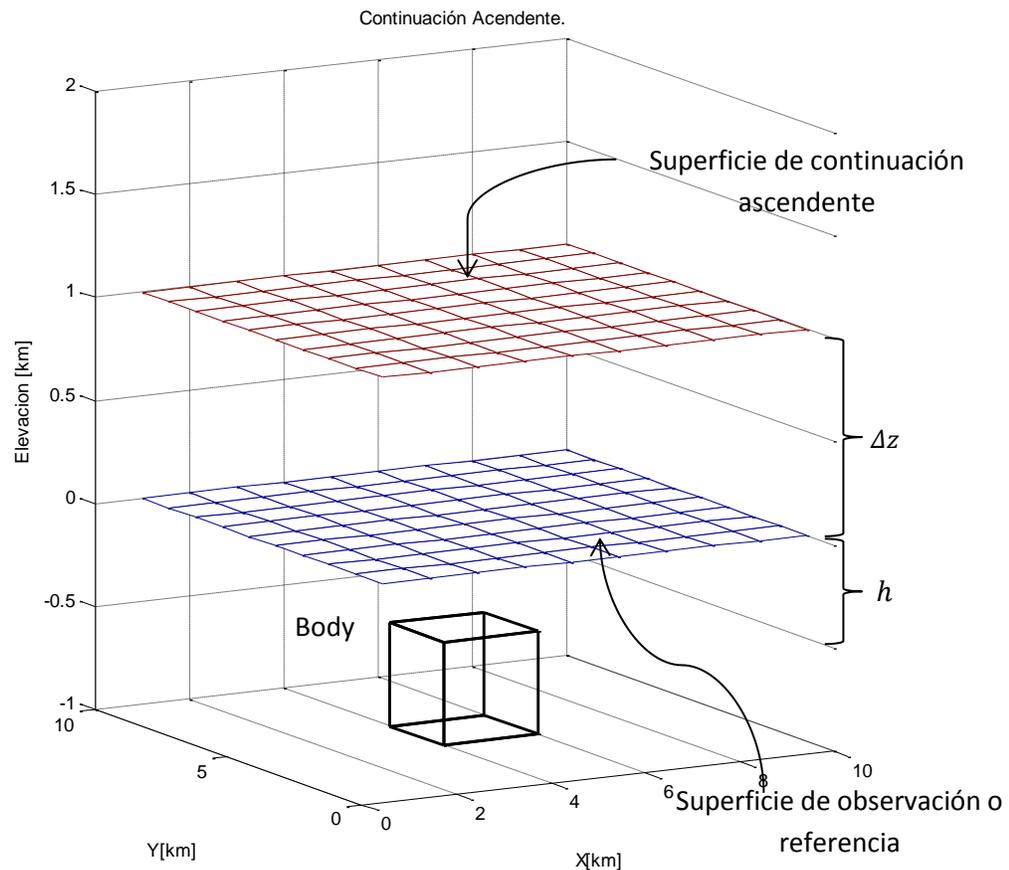


Figura 3.11 Visualización del efecto de la continuación ascendente donde Δz es el nivel de elevación del filtro y h es la profundidad de sepultamiento del cuerpo.

De la Figura 3.11 podemos observar que existen 2 superficies una, la azul, es la superficie real en donde nosotros hacemos las mediciones con el equipo a un nivel de referencia de 0 en este caso, por consecuencia la profundidad real de nuestro cuerpo medida a partir del método de la señal analítica sería aproximadamente h , ahora, al momento de aplicar el filtro de continuación ascendente para eliminar el ruido creado por el filtro laplaciano nosotros movemos la superficie a un nivel de referencia Δz que está por encima del real (superficie roja a nivel 1) con lo que la estimación de la profundidad sería de $h + \Delta z$. Para resolver este problema basta con aplicar una simple resta como lo indica la siguiente ecuación:

$$h = x_i - \Delta z \quad (76)$$

Donde x_i como ya sabemos es la distancia entre los puntos de inflexión. En la siguiente figura y tabla se muestra el contorno cero y las profundidades obtenidas.

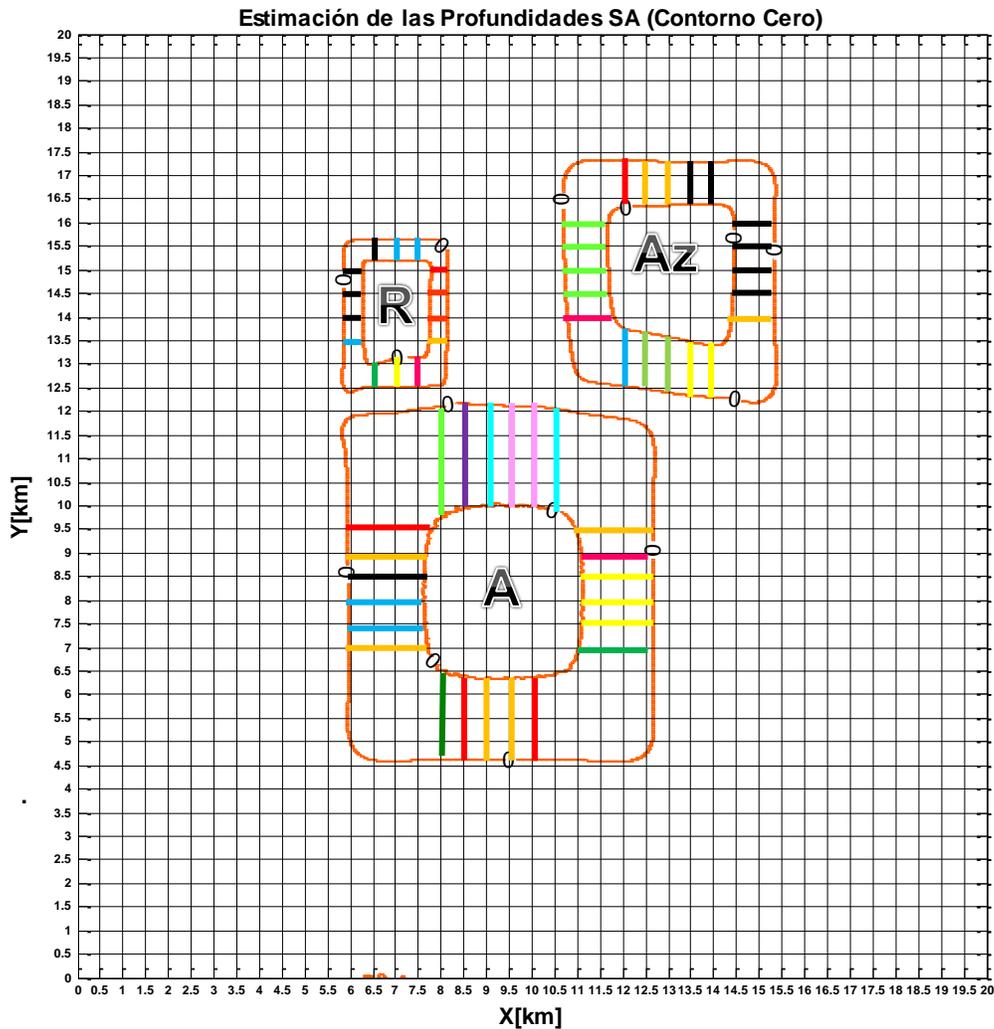


Figura 3.12. Estimación de las profundidades mediante el contorno cero de SA, las líneas de colores representan la distancia entre los puntos de inflexión sin las correcciones (continuación ascendente y el factor de MacLeod).

BLOQUE	x_i [km]	Promedio \bar{x}_i [km]	Corrección por MacLeod $\bar{x}_i/1.41=m$	Corrección por filtro $\Delta z=0.1\text{km}$ $h = m - \Delta z$	Profundidad Estimada h [km]	
R	<ul style="list-style-type: none"> — 0.42x4 — 0.45x3 — 0.36x3 — 0.39x1 — 0.60x1 — 0.63x1 — 0.51x1 	0.44	0.31	0.31-0.1	0.21	
Az	<ul style="list-style-type: none"> — 0.96x2 — 1.23x1 — 0.99x1 — 0.93x3 — 1.02x1 — 1.11x2 — 1.17x2 	1.04	0.73	0.73-0.1	0.63	
A	<ul style="list-style-type: none"> — 1.68x1 — 1.65x2 — 1.79x3 — 1.72x4 — 1.59x1 — 1.56x3 — 1.62x1 — 2.31x1 — 2.19x1 — 2.13x2 — 2.08x2 — 1.92x2 	1.74	1.23	1.23-0.1	1.13	

Tabla 3.3 Resultados de las profundidades del modelo propuesto a partir de la Señal Analítica (SA).

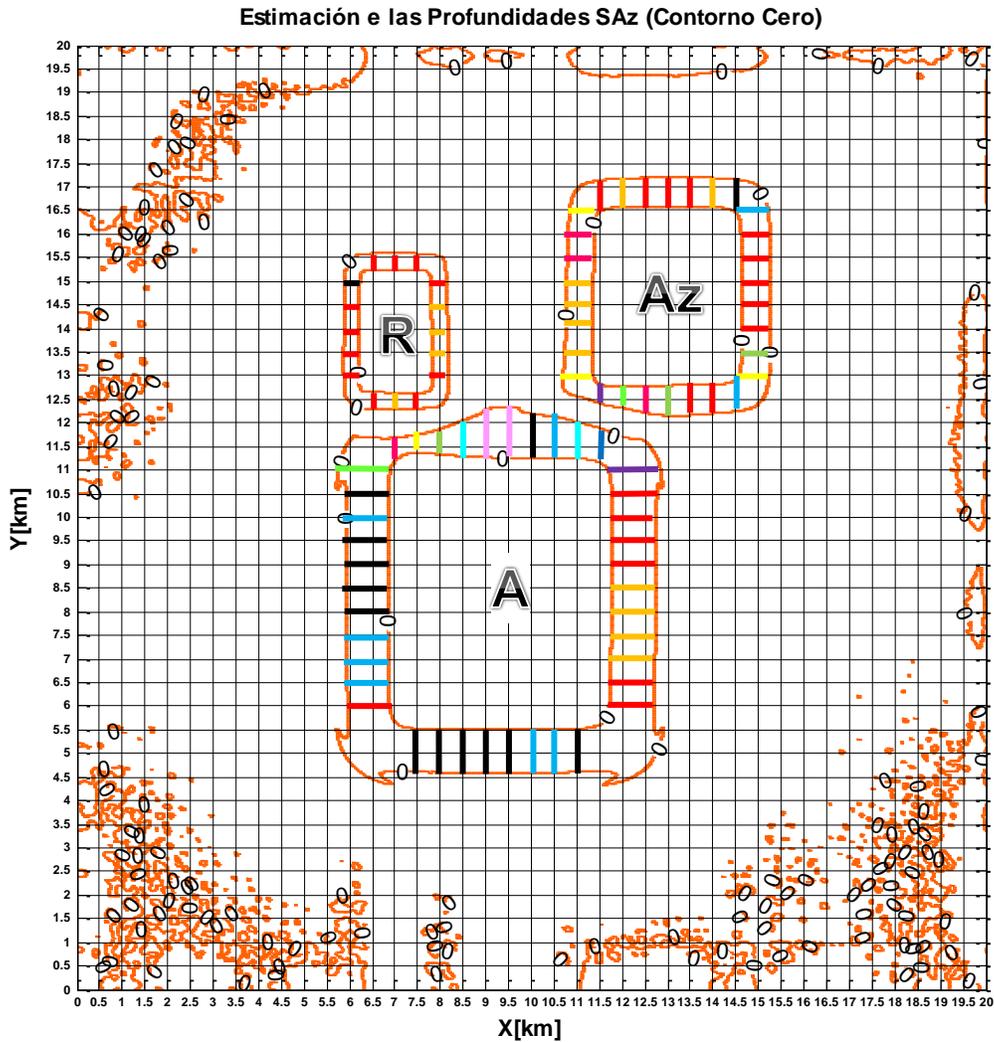


Figura 3.13. Estimación de las profundidades mediante el contorno cero de SAz, las líneas de colores representan la distancia entre los puntos de inflexión sin las correcciones (continuación ascendente y el factor de MacLeod).

BLOQUE	x_i [km]	Promedio \bar{x}_i [km]	Corrección por MacLeod $\bar{x}_i/1.41=m$	Corrección por filtro $\Delta z=0.1\text{km}$ $h = m - \Delta z$	Profundidad Estimada h [km]	
R	<ul style="list-style-type: none"> — 0.30x1 — .33x11 — 0.36x4 	0.33	0.23	0.23-0.1	0.13	
Az	<ul style="list-style-type: none"> — 0.48x1 — 0.72x2 — .63x11 — 0.60x6 — 0.57x3 — 0.69x3 — 0.75x1 — 0.66x2 — 0.39x1 	0.62	0.44	0.44-0.1	0.34	
A	<ul style="list-style-type: none"> — .93x12 — 0.90x7 — 0.99x7 — 0.96x4 — 0.45x1 — 0.42x3 — 0.57x1 — 1.14x1 — 1.17x1 — 0.78x2 — 1.02x2 — 0.72x1 	0.86	0.61	0.61-0.1	0.51	

Tabla 3.4 Resultados de las profundidades del modelo propuesto a partir de la Señal Analítica Direccional (SAz).

Aquí se concluye con la metodología realizada para la estimación de las profundidades y la delimitación de los bordes del modelo sintético creado, en el siguiente subtema probaremos los métodos ya usados pero ahora en datos gradiométricos reales, se observará que tan eficientes son en condiciones no controladas.

La metodología usada para el procesamiento de datos reales es la misma que se usó en el modelo sintético, algunas diferencias serán mencionadas en el transcurso en que se muestren los resultados.

3.2 APLICACIÓN DE MÉTODOS A DATOS REALES (VINTON DOME).

En este capítulo se dará una breve descripción geológica de la zona de estudio, del proceso de adquisición, del procesamiento y en general de todos los antecedentes importantes para esta tesis para después aplicar los métodos de delimitación de bordes y estimación de profundidades usados en los modelos sintéticos.

3.2.1 Resumen de la metodología usada por la empresa Bell Geospace Inc. para la adquisición y procesamiento de datos gradiométricos en el Vinton Dome.

Toda la información de esta sección 3.2.1 fue tomada de un reporte realizado por la empresa Bell Geospace Inc. Houston, Texas “*Processing and Acquisition of Air-FTG[®] DATA 2008.*”

3.2.1.1 Localización.

El Vinton Dome está localizado en el Sur-Oeste de Louisiana cerca del borde con Texas, las líneas de adquisición de datos cubren un área de estudio localizada entre las latitudes 30.07° y 30.23° Norte y Longitudes -93.66° y -93.53° Oeste. En la Figura 3.14 se pueden observar los cuatro vértices que forman la malla de adquisición con un área de 192.2km². Esta zona se caracteriza por intrusionas salinas y diferentes tipos de fallamiento relacionado.

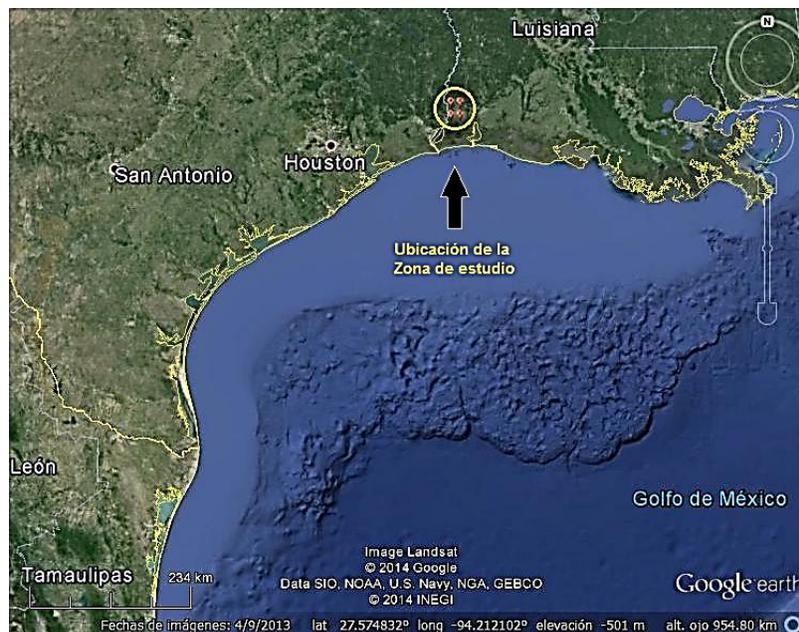


Figura 3.14 Ubicación del Vinton Dome.

3.2.1.2 Diseño y adquisición de las líneas de vuelo.

El estudio fue realizado adquiriendo los datos sobre líneas de vuelo o *survey lines* con dirección Norte-Sur, también se tomaron líneas de amarre o *Tile Lines* perpendiculares a las anteriores. Las coordenadas de cada punto de medición que comprenden las líneas de vuelo se obtuvieron mediante sistemas de GPS obteniendo coordenadas de latitud y longitud con el elipsoide de referencia WGS-84 para después durante el procesamiento de datos transformarlas a coordenadas UTM.

Cincuenta y tres *survey lines* fueron tomadas con una separación de 250m, y en el centro del mallado se tomaron cada 125m, cada una de las *survey lines* tiene una longitud de 16.7km, también se tomaron diecisiete *tile lines* con una separación de 1km y con una longitud de 11.7km. Todos los datos fueron tomados a una velocidad de vuelo de 215km/h adquiriendo así un volumen de 400 megabytes de datos por hora. La Figura 3.15 muestra las líneas de adquisición.

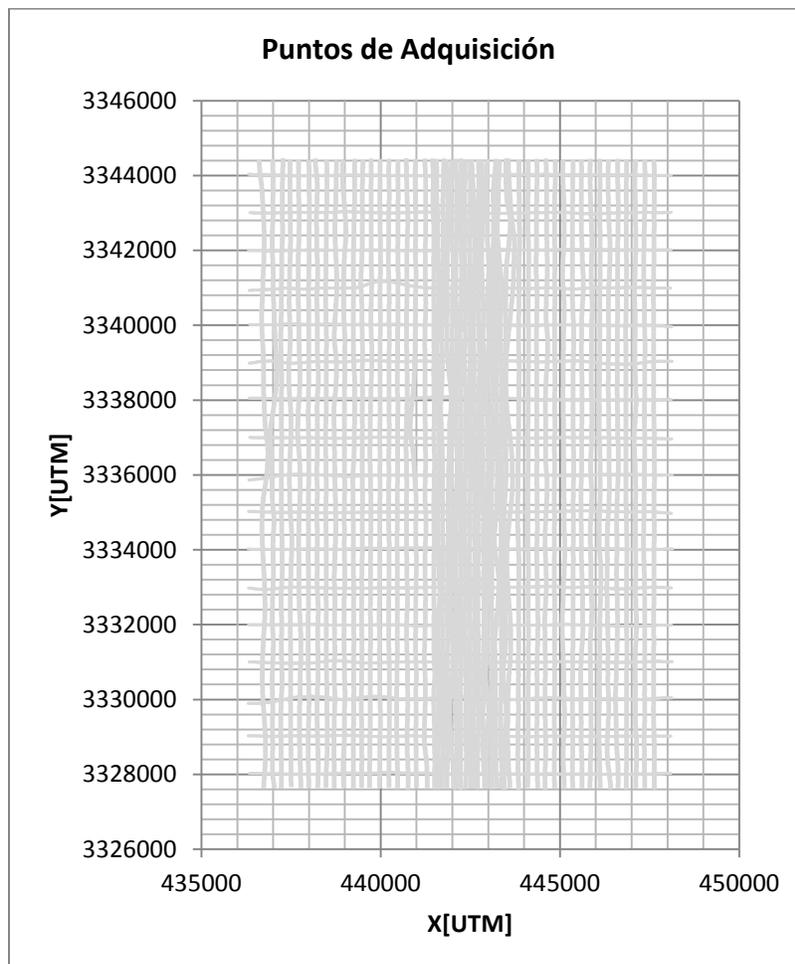


Figura 3.15 Líneas de vuelo sobre el Vinton Dome.

3.2.1.3 Características del equipo: Full tensor gradiometer (FTG).

El FTG es un acelerómetro múltiple de plataforma rotatoria que mide los gradientes del campo gravitacional en las tres direcciones cartesianas tal como se vio en la sección 2.3.1. y 2.3.3, este es uno de los pocos instrumentos disponibles para tomar datos en movimiento. El FTG es aproximadamente de forma cubica de volumen aproximado de 1m^3 con un peso de 227kg.

3.2.1.4 Procesamiento de los datos FTG.

1. High Rate Post Mission Compensation (HRPMC):

Esta corrección compensa los datos que pueden variar debido a las condiciones físicas durante la adquisición, corrigiendo efectos sobre el equipo y la aeronave. Estas correcciones se calculan mediante la obtención de coeficientes a partir de un registro que muestra el estado de los GGI (*Gravity Gradient Instruments*) en la plataforma móvil, es decir que estos coeficientes se usan para corregir efectos provocados por movimientos de la aeronave y la posición relativa de los GGI así como también remover efectos de aceleraciones centrípetas.

2. Terrain Correction Method.

Esta corrección es calculada con un paquete de modelado de prismas 3D. El software usa los Grids y los prismas para calcular el efecto gravitacional de cada capa a partir de los modelos invertidos. El cálculo de la corrección topográfica asume una densidad de 1g/cm^3 y calcula la respuesta gravimétrica de los modelos que representan la masa de la Tierra entre la superficie y el elipsoide.

3. FTG-Specific Line Corrections.

En este punto se calculan las componentes tensoriales a partir del conjunto de datos obtenidos de las líneas de adquisición G_{xx} , G_{xy} , G_{xz} , G_{yy} , G_{yz} y G_{zz} , también en este paso se remueven la mayoría de señales de baja frecuencia que pueden aparecen en los procesos de micronivelación y correlación entre los diferentes ejes de los GGIs. Un punto importante en este paso es la corrección por mareas, como sabemos en el procesamiento de gravimetría convencional esta corrección se comporta linealmente, en el caso de la gradiometria es generalmente difícil ya que se tiene que corregir cada componente manteniendo la coherencia entre estas.

Estas correcciones comienzan con la eliminación de las líneas de vuelo de mala calidad, después las variaciones en tiempo de la aeronave son corregidas. Haciendo uso de la posición y altitud de la aeronave relativa al plano de sujeción del equipo de medición, grupos de líneas con la misma dirección y ángulos se

usan para hacer pequeñas correcciones lineales sobre pequeños segmentos de la línea como en la gravimetría convencional, este proceso reduce de manera significativa el ruido.

4. Final Line Levelling.

Esta es otra parte del procesamiento que utilizó la empresa Bell Geospace Inc. En este paso el objetivo es remover el ruido aleatorio que se encuentra en las intersecciones de las líneas de adquisición. Este proceso comienza aplicando un filtro Butterworth con una longitud de onda que puede variar de 0.5 a 1km a cada punto de intersección de líneas o punto de amarre y realizando un análisis para cada intersección que consiste en mostrar la filtrada checar si existe algún ruido aleatorio llamados *spikes* cerca de las intersecciones, estos *spikes* tienen que ser eliminados y el valor que perteneció a estos valores tiene que ser interpolado. Una vez hecho todo lo anterior se procede a aplicar nuevamente el filtro y se vuelve a analizar la información, este proceso se repite hasta que los errores son removidos o sean muy cercanos a cero.

5. Computed Gravity – Tz.

Como alternativa y para proporcionar un mejor estudio se puede obtener la componente vertical del campo gravitacional usando métodos de integración de Tzz por dos métodos diferentes: integrando cada línea o realizarlo en el dominio de Fourier, aunque es una manera de realizarlo los datos obtenidos tendrían errores ya que al momento de integrar los datos estos carecerían de la constante de integración, para resolver esto y si se tiene disponible un gravímetro convencional se podría hacer una mezcla de datos filtrados como se explica a continuación: un filtro pasa bajas es aplicado a los datos del gravímetro y un pasa altas a los del gradiómetro para después sumar estas dos señales filtradas y obtener Tz, en caso de no contar con un gravímetro una integración de Tzz sería el camino. Es importante mencionar que este proceso se realiza ya al final de todos los anteriores o incluso en el (FTNR).

6. Full Tensor Noise Reduction (FTNR).

Esta corrección asume que el FTG registra cinco componentes independientes de la geología del lugar, estas mediciones deben de estar relacionadas o en congruencia por el hecho de que son registros de las mismas fuentes geológicas, es decir que si la señal de un tensor no es soportada por sus otras componentes esta se elimina lo que ayuda a mejorar la relación señal-ruido.

3.2.2. Descripción geológica de la zona de estudio.

El Vinton Dome es un domo salino que contiene en su núcleo una capa de roca masiva, roca salina o “*rock salt*”, yeso y anhidrita en sucesión teniendo a la capa de roca masiva sobre la roca salina cabe mencionar que estas estructuras están íntimamente ligadas a formar trampas petroleras. Figura 3.16. También se encuentran estratos, que comprenden del Oligoceno superior al Mioceno inferior, caracterizados por intercalaciones de capas de arenisca, lutita y en menor cantidad carbonatos. El ambiente de depósito consistió en un ambiente relativamente marino somero mayormente fluvial deltaico. Se encuentran también facies turbidíticas de areniscas del piano Aquitaniano superior e inferior en el borde norte del domo, arriba de estas facies litorales se encuentran sedimentos de depósitos fluviales mientras que en la parte sur y noreste se caracteriza por discordancias (Coker et al., 2007).

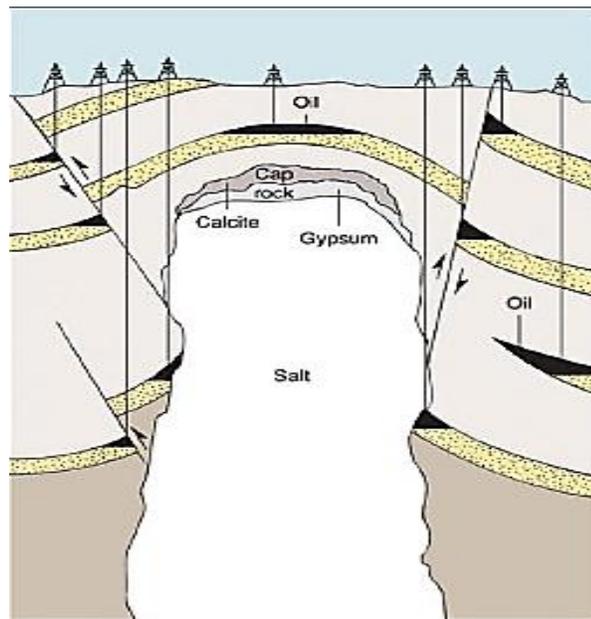


Figura 3.16 Esquema del Domo Salino Vinton Dome Chris Ennen (2012).

El basamento del golfo de México se formó por el “*rifting*”, rocas del Mesozoico y Cenozoico se encuentran en discordancia encima de rocas paleozoicas complejamente plegadas y falladas del Ouachita y de los cinturones tectónicos Apalaches. (Salvador, 1987; Peel et al., 1995 [Citado por Chris Ennen, 2012]). La geología regional en la costa del Golfo de México que se extiende dentro del continente entre 130 y 160 km, consta de un basamento del Paleozoico y Precámbrico de rocas metamórficas y graníticas a profundidades de 16 a 20 km. (Martin y Bouma, 1978; Peel et al., 1995 [Citado por Chris Ennen, 2012]). La

mayor parte de los sedimentos depositados en el Golfo de México provienen de la Orogenia Laramide como resultado, una grande acumulación de sedimentos fueron depositados en esta zona Figura 3.17.

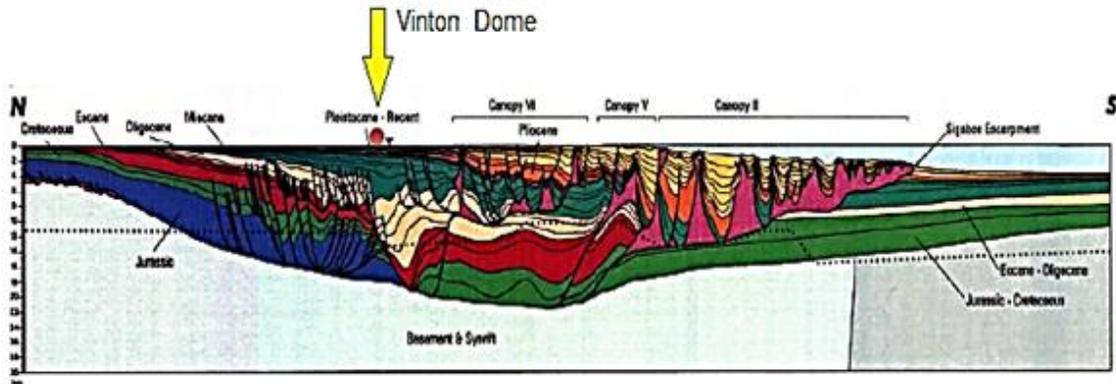


Figura 3.17 Sección transversal regional de la cuenca del Golfo de México. (Peel et al., 1995, Tomado de Chris Ennen (2012))

3.2.2.1 Estructura.

Los bordes del Vinton Dome son circulares en la superficie y a medida que el diapiro se encuentra a más profundidad se hacen más elipsoidales. La capa de roca en su porción somera está a 130m bajo el nivel del mar, esta capa de roca masiva que varía en espesor de 210m a 60 m. (Owen, 1975; Eti, 2004 [Citado por Chris Ennen, 2012]). El Domo es de 3.8 km en altura, el núcleo del Domo (Cap-rock) abarca una longitud de 1,280m de norte a sur y 1,520m de este a oeste.

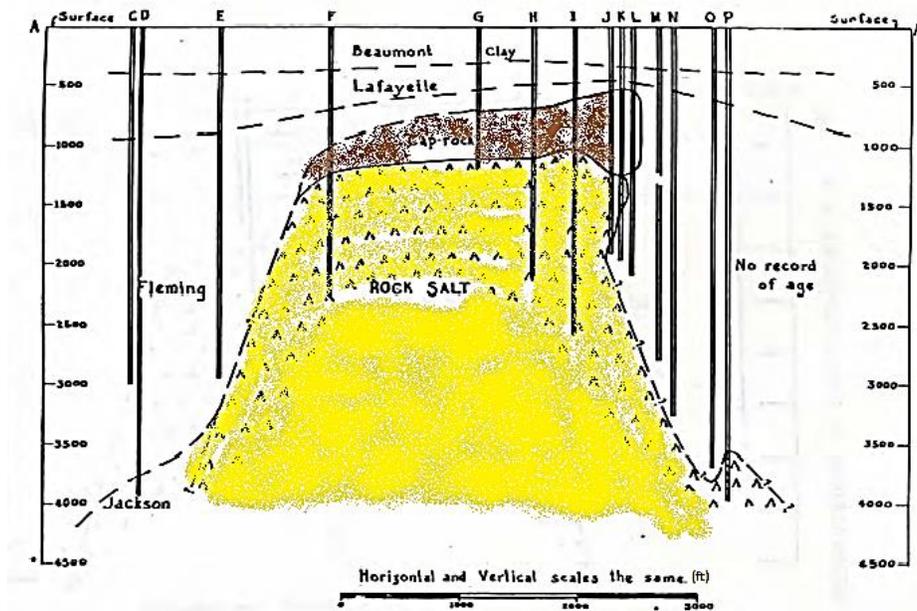


Figura 3.18 Sección del Domo Vinton Norte-Sur (Thompson y Eichelberger, 1928. [Tomado de Dr. Kurt J. Marfurt et al., 2004]). La escala vertical va de 500 en 500 ft.

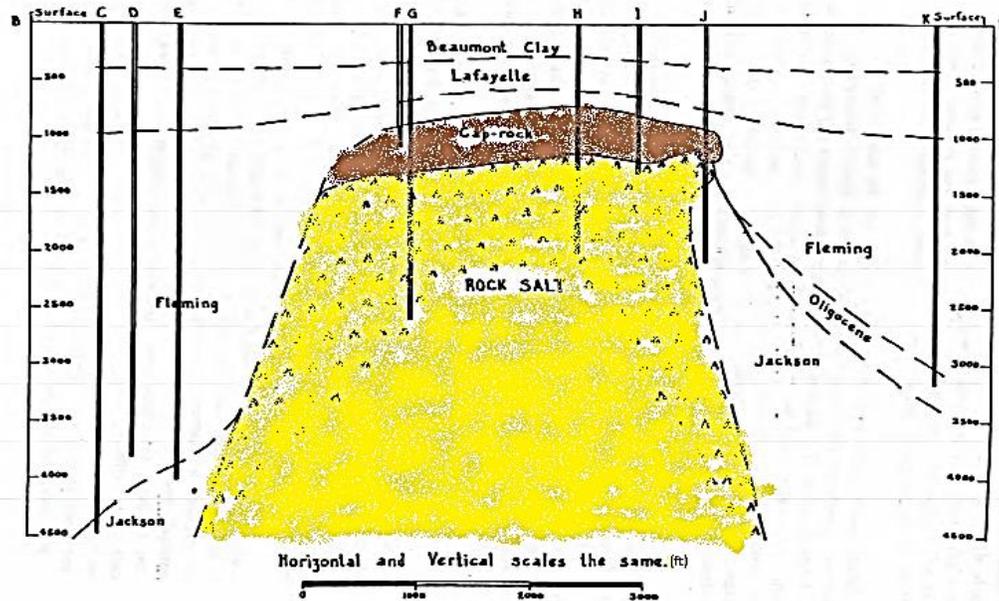


Figura 3.19 Sección del Domo Vinton Este-Oeste (Thompson y Eichelberger, 1928. [Tomado de Dr. Kurt J. Marfurt *et al.*, 2004]). La escala vertical va de 500 en 500 ft.

3.2.2.2 Fallamiento.

Esta zona es caracterizada por tener múltiples patrones de fallas, existe la combinación de un solo fallamiento con fallamiento radial. La falla maestra es una falla regional con dirección transversal, se extiende con una dirección Norte-Este a Sur-Oeste que divide al domo en aproximadamente dos partes iguales, cuenta con un rumbo N75° E y un echado de 45° que se extiende con una profundidad de 427m (Coker et al., 2007).

Conjuntos de fallas en las periferias del domo son normales, paralelas y divergentes. Las que se encuentran en el Nor-Este se extienden en la dirección de un eje del domo con un rumbo que esta entre N5°W y N80°E y un echado entre 45° y 60° son radiales a profundidades que van de los 2m a los 53m. En el Sur-Este son casi paralelas en un patrón llamado *en-echelon* las cuales convergen en el centro del domo, estas fallas tienen un rumbo que varía de N5°W y N40°W y profundidades de 20m a 136m. Las fallas al oeste se sitúan cerca del noroeste y al oeste de la falla principal, en la dirección elipsoidal occidental de la sal. Son relativamente cortas, paralelas, y parecen ser complementarios a la falla principal. Figura 3.20. (Coker et al., 2007).

3.2.3 Métodos para delimitar bordes.

En este capítulo mostrare los resultados obtenidos para las componentes (g_x, g_y, g_z) la Señal Analítica y el Gradiente Horizontal del Vinton Dome, la adquisición de estos datos no fue hecha con gradiometría, estos datos se tomaron con gravimetría convencional en coordenadas UTM, en la Figura 3.22 se muestran los puntos de adquisición.

3.2.3.1 Delimitación de bordes y profundidades con gravimetría convencional.

El proceso que se utilizó, para la obtención de las componentes x,y,z del campo gravitacional, la SA y el GH, fue prácticamente el mismo que en los datos sintéticos solo que antes de aplicar los métodos se utilizó el Surfer 2010 para interpolar los datos con el método de mínima curvatura y obtener una malla a partir de los puntos de medición de la anomalía observada. Los resultados se muestran a continuación.

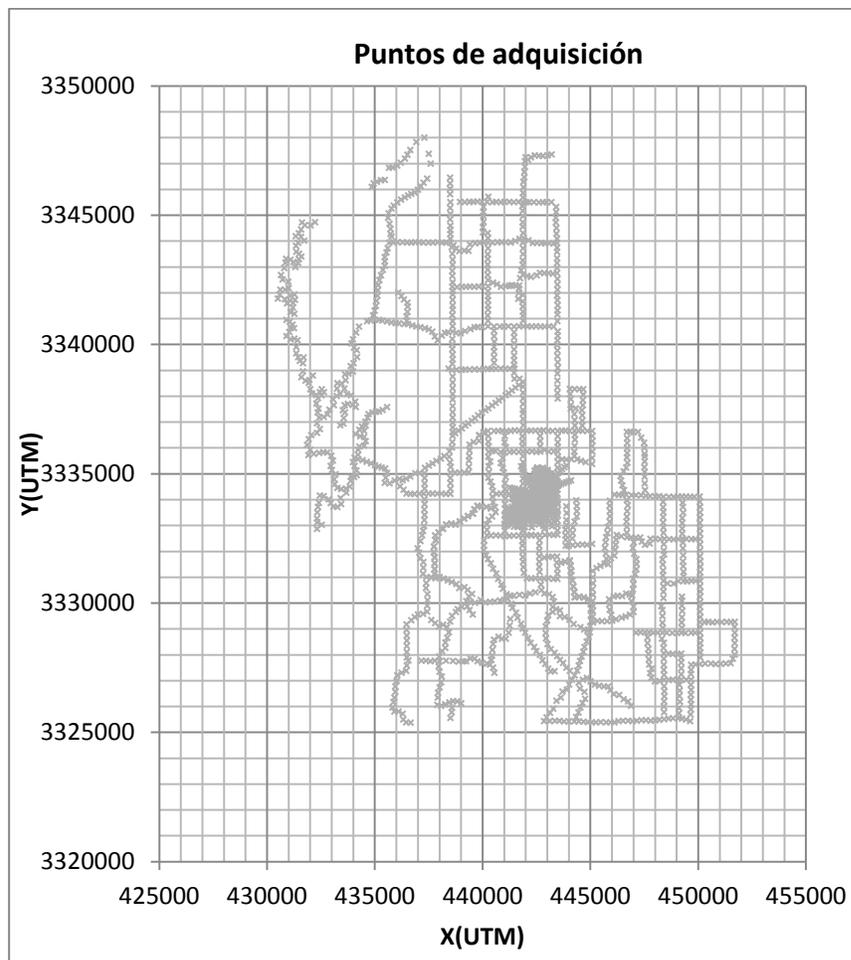


Figura 3.22 Mapa de adquisición de datos gravimétricos en el Vinton Dome.

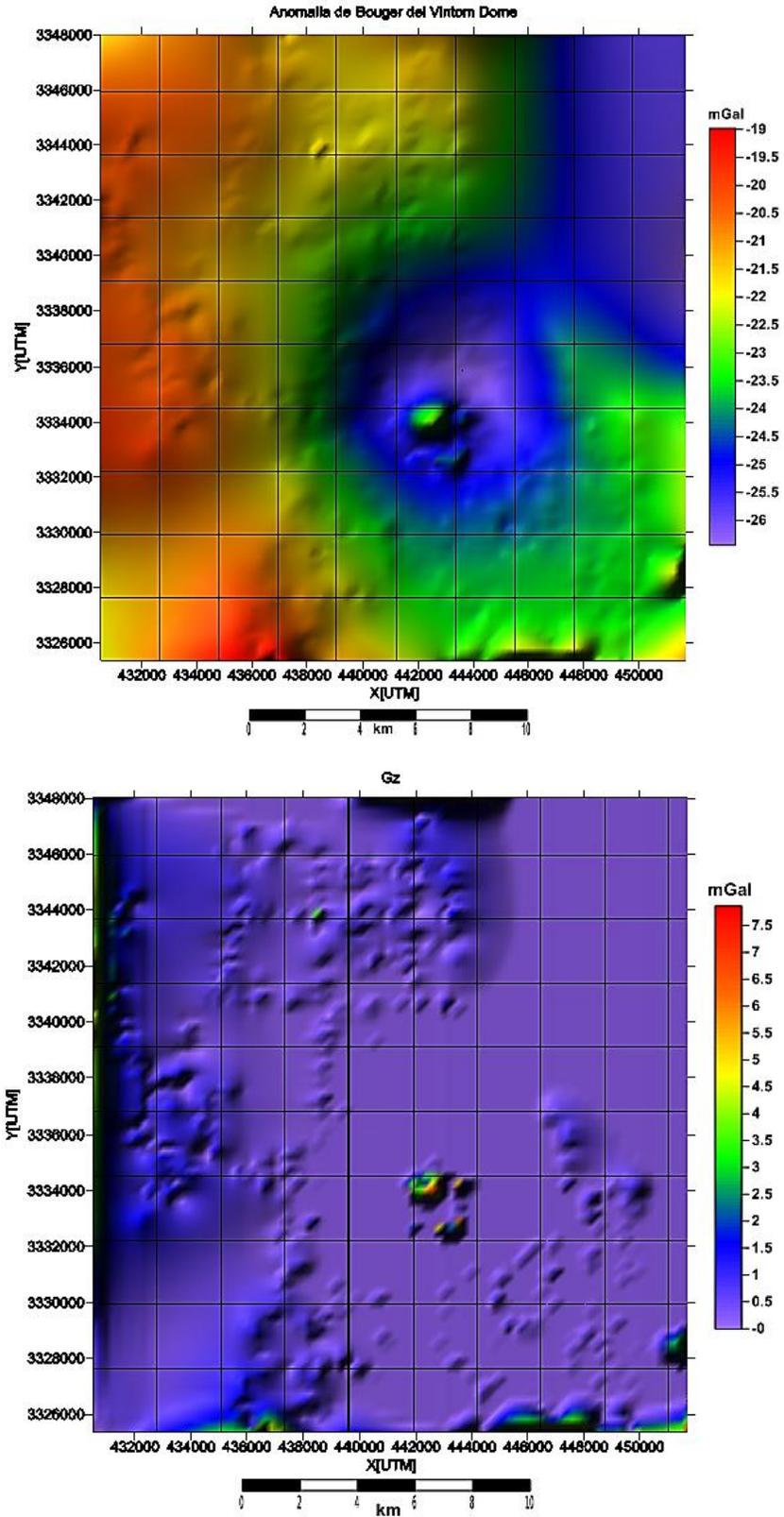


Figura 3.23 Representación de la anomalía de Bouger del Vinton Dome y su componente vertical Gz.

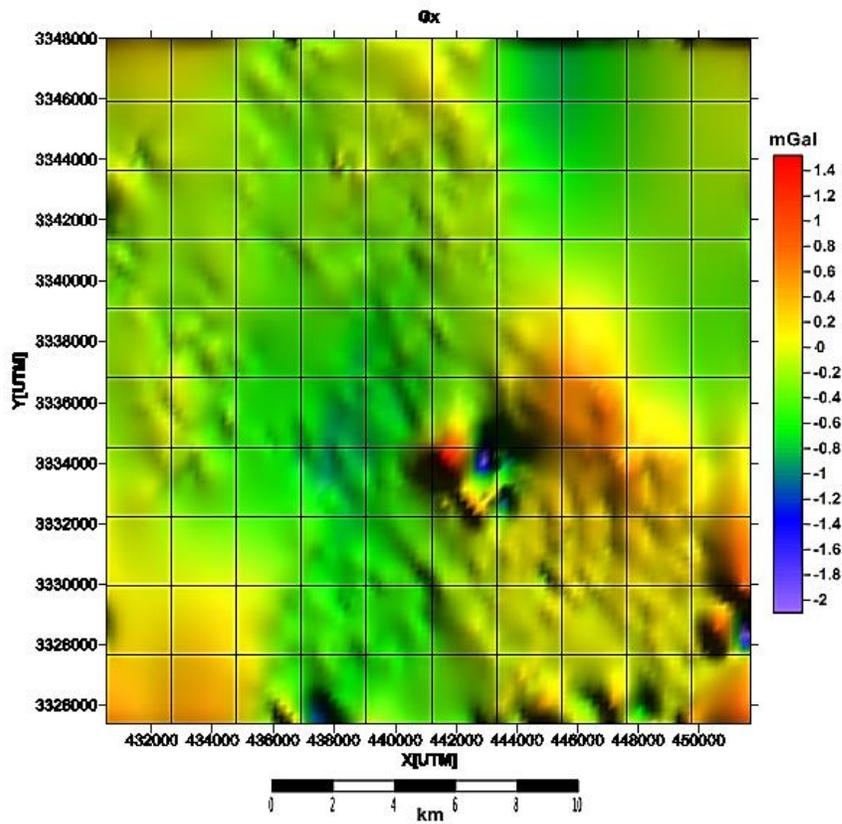
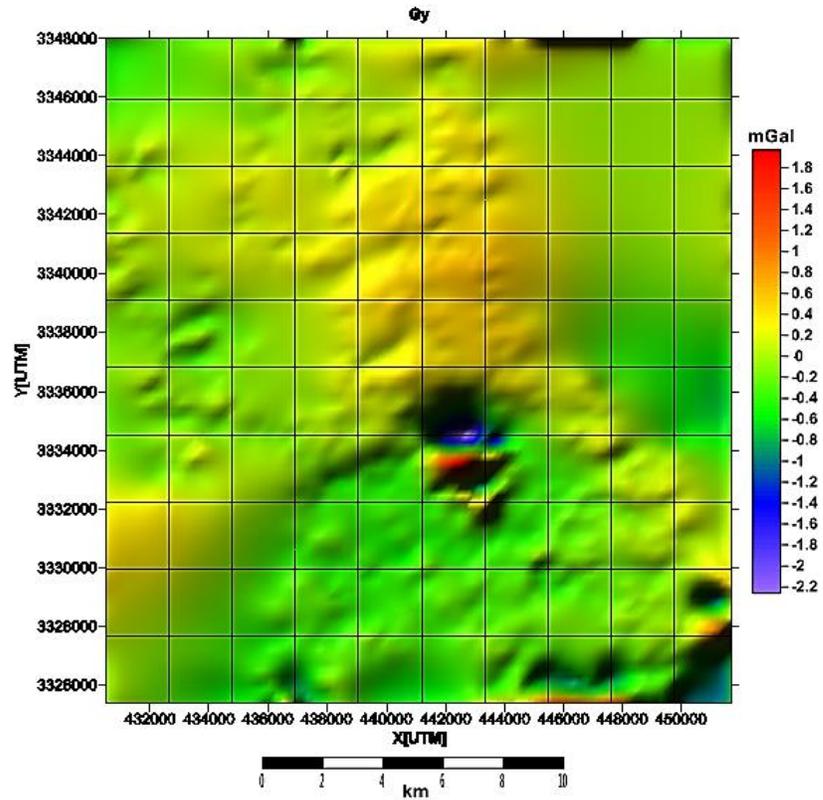


Figura 3.24 Representación de las componentes horizontales G_x , G_y , del Vinton Dome.

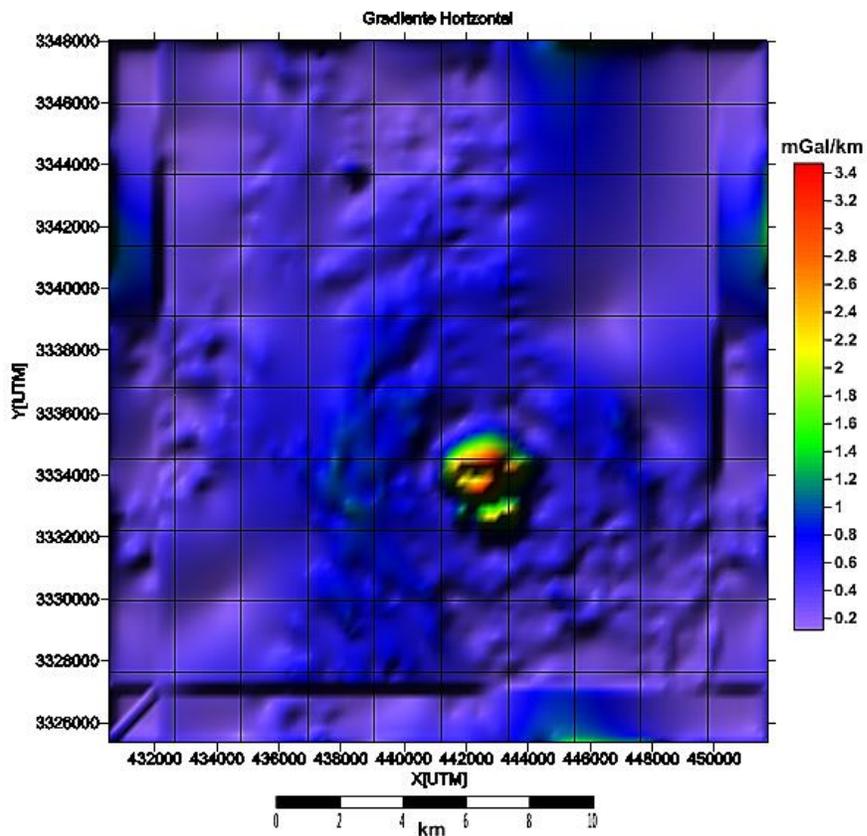
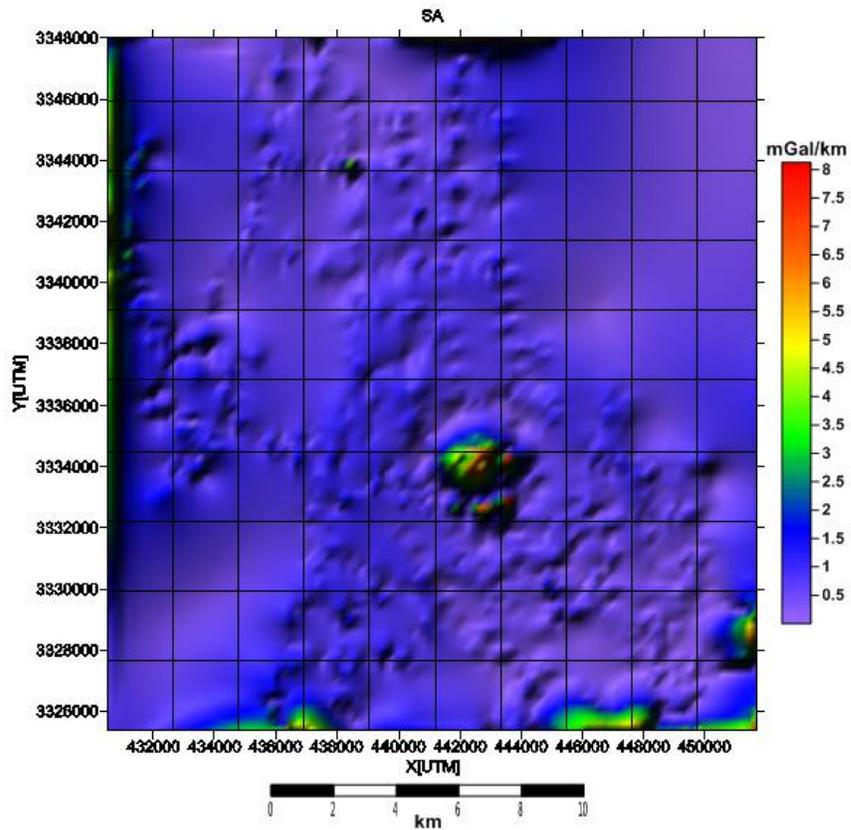


Figura 3.25 Representación de la Señal Analítica y el Gradiente Horizontal, del Vinton Dome.

Para la estimación de profundidades se aplicó el mismo método que para los datos sintéticos obteniendo los siguientes resultados.

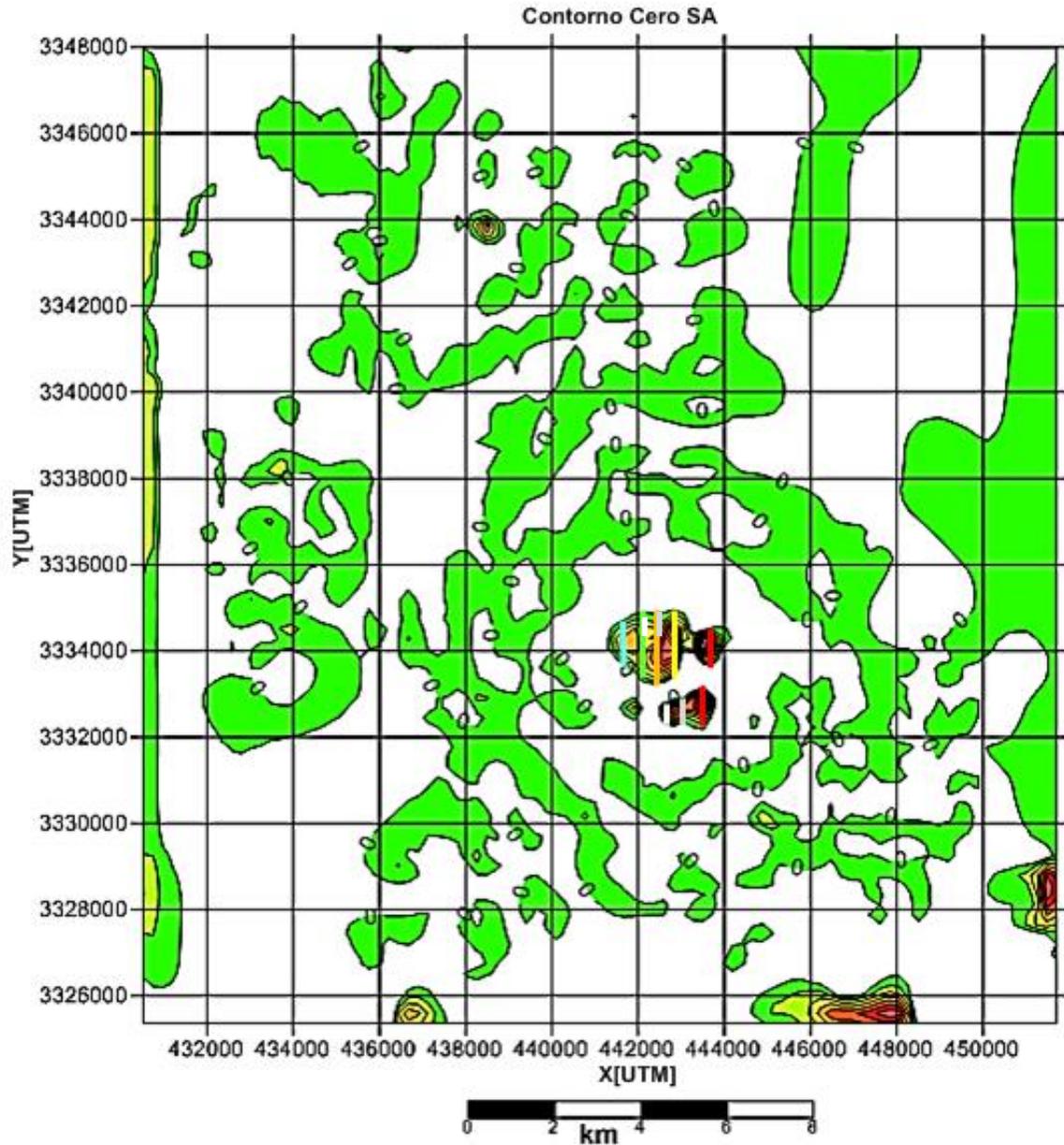


Figura 3.26. Estimación de las profundidades del Vinton Dome mediante el contorno cero de SA, las líneas de colores representan la distancia entre los puntos de inflexión sin las correcciones (continuación ascendente y el factor de MacLeod).

Domo Vinton (Cap-Rock)	x_i [km]	Promedio \bar{x}_i [km]	Corrección por MacLeod $\bar{x}_i/1.41=m$	Corrección por filtro $\Delta z=0.32\text{km}$ $h = m - \Delta z$	Profundidad Estimada h [km]	
Porción Sur	— 0.43x1 — 0.86x1 — 0.64x1	0.64	0.45	0.45-0.32	0.13	
Porción Norte	— 0.86x1 — 1.29x1 — 1.50x1 — 1.28x1 — 1.07x1	1.20	0.85	0.85-0.32	0.53	

Tabla 3.5 Resultados de las profundidades del Vinton Dome a partir de la Señal Analítica (SA).

3.2.3.2 Delimitación de bordes y profundidades con gradiometría.

A diferencia del subtema anterior, en donde las componentes del campo (g_x, g_y, g_z), el GH y la SA se calcularon a partir de los datos de gravimetría, en esta sección se usaran los datos de gradiometría medidos ya anteriormente mencionados.

Los tensores utilizados para las imágenes siguientes corresponden a los datos con Levelled, de-noised Free Air (FA_lev_FTNR150) que fueron a mi parecer los que mejor se podían interpretar. Como en los datos de gravimetría, los valores de las 6 componentes tensoriales fueron interpolados con el programa Surfer 2010. Una vez teniendo los valores de las componentes tensoriales se procedió a calcular las componentes de la Señal Analítica direccional como se hizo con los modelos sintéticos, para después aplicar el filtro Laplaciano a Saz y obtener así las profundidades.

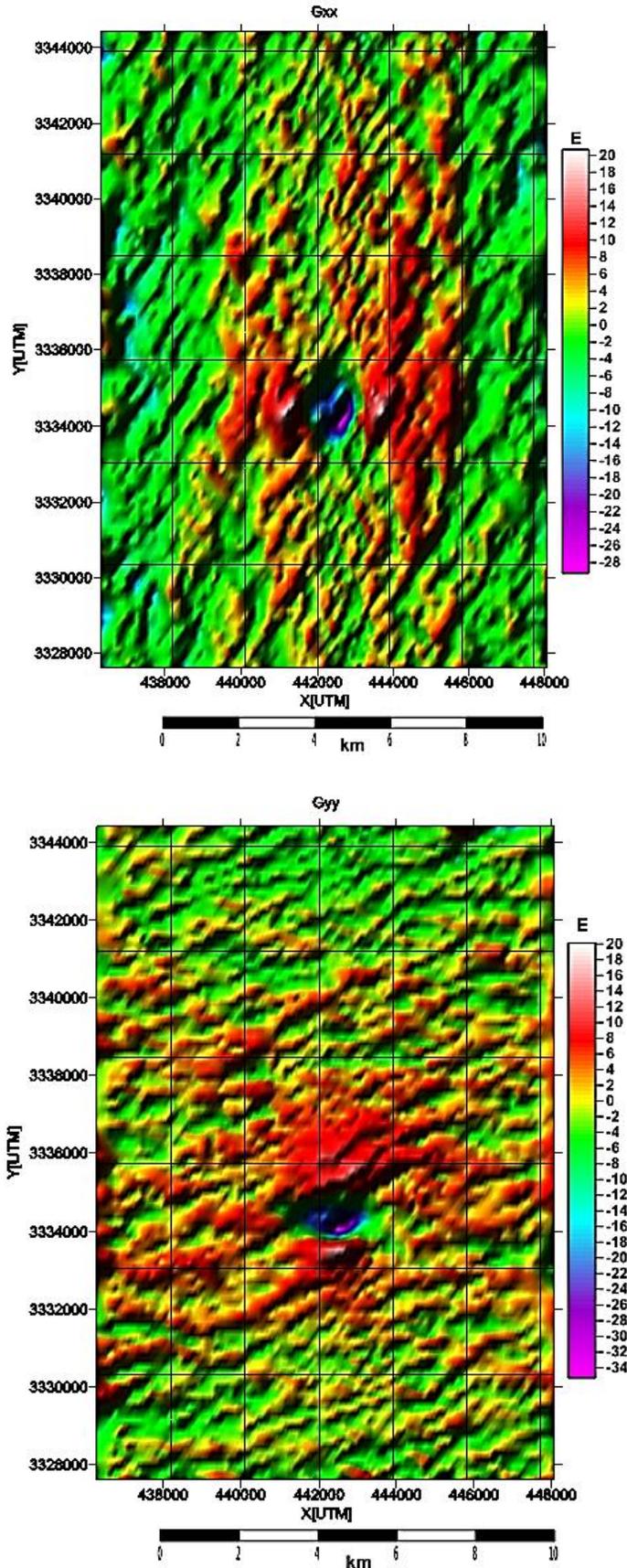


Figura 3.27 Representación de las componentes Tensoriales G_{xx} y G_{yy} del Vinton Dome.

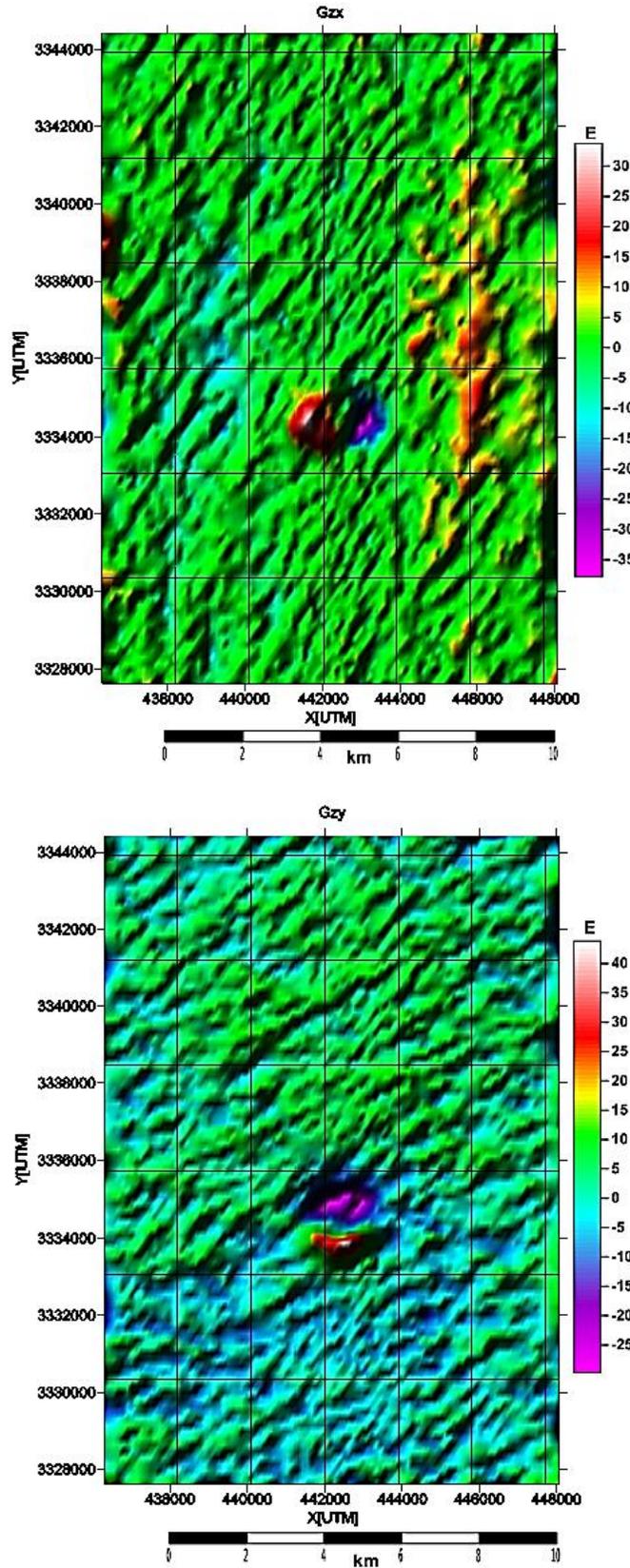


Figura 3.28 Representación de las componentes Tensoriales Gzx y Gzy del Vinton Dome.

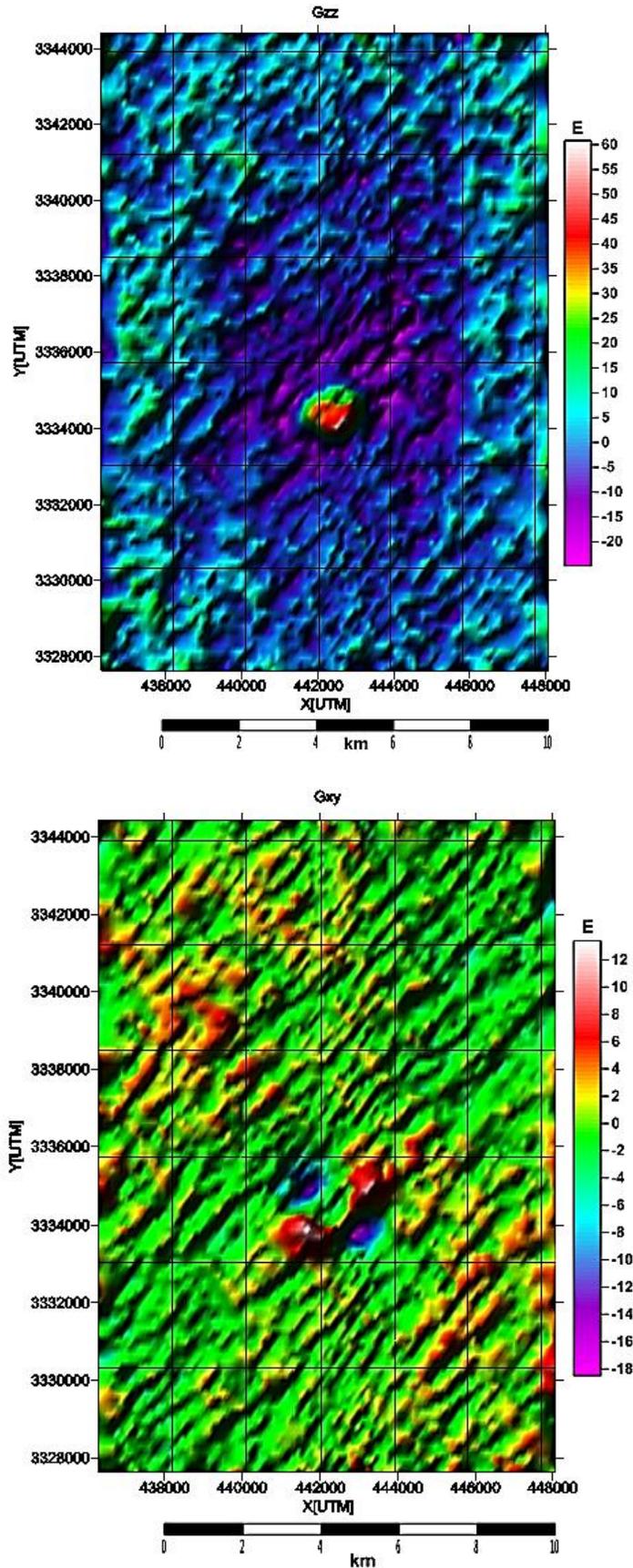


Figura 3.29 Representación de las componentes Tensoriales G_{zz} y G_{xy} del Vinton Dome.

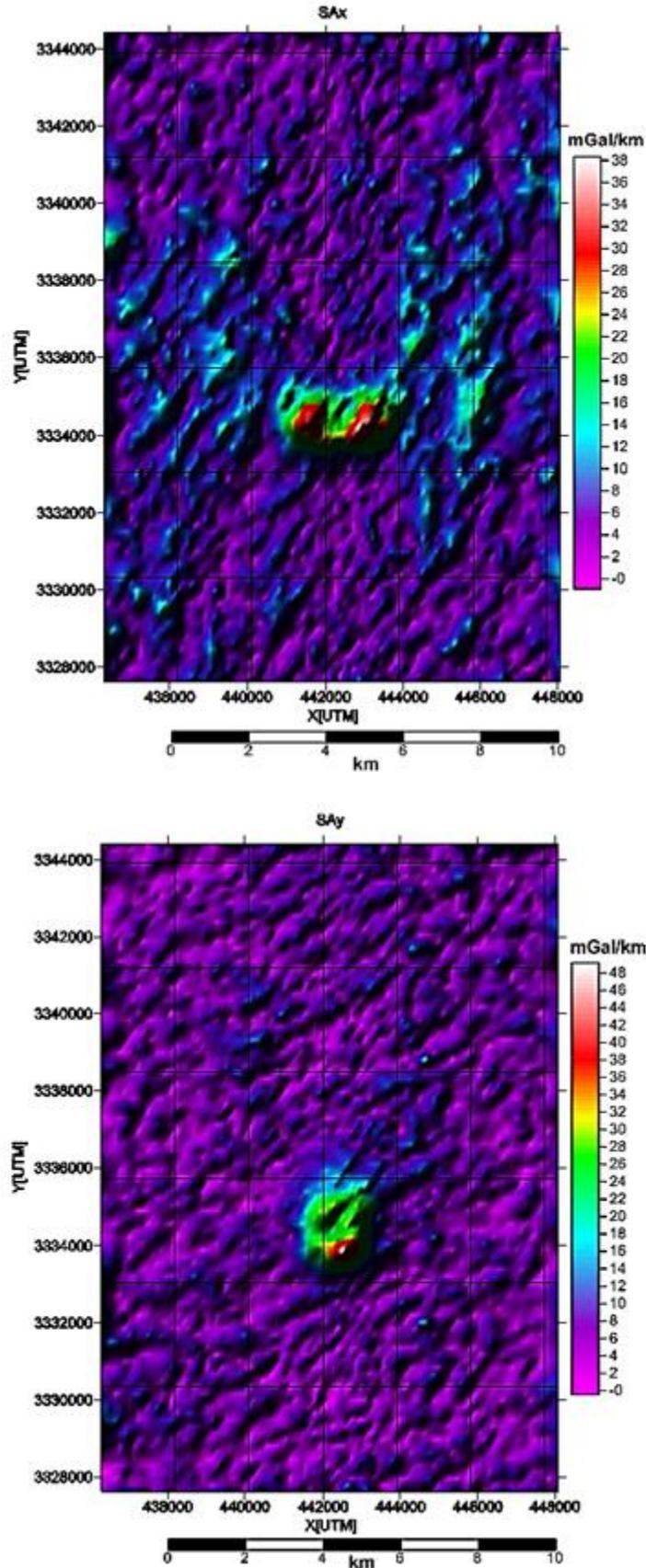


Figura 3.30 Representación de la señal analítica direccional del Vinton Dome en x e y.

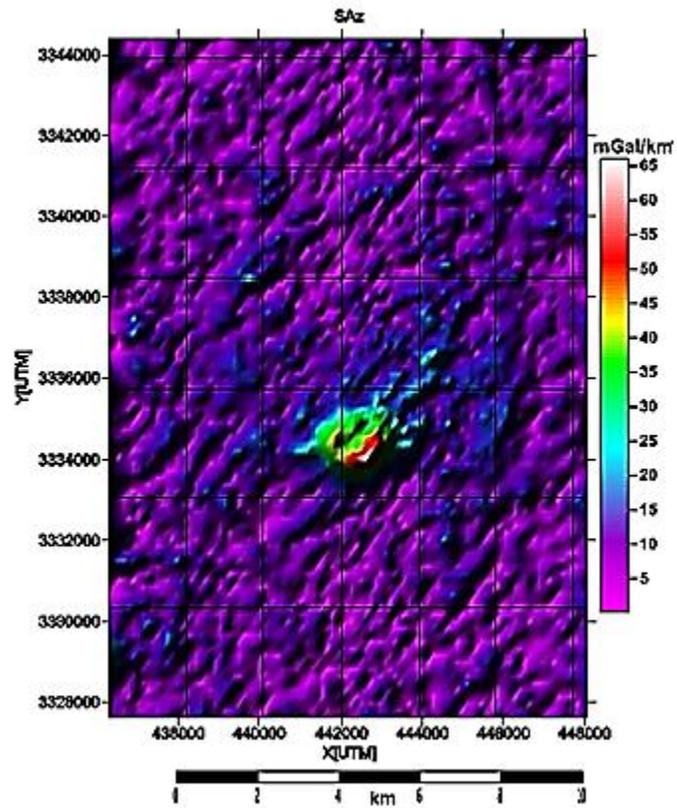


Figura 3.31 Representación de la señal analítica direccional del Vinton Dome en z.

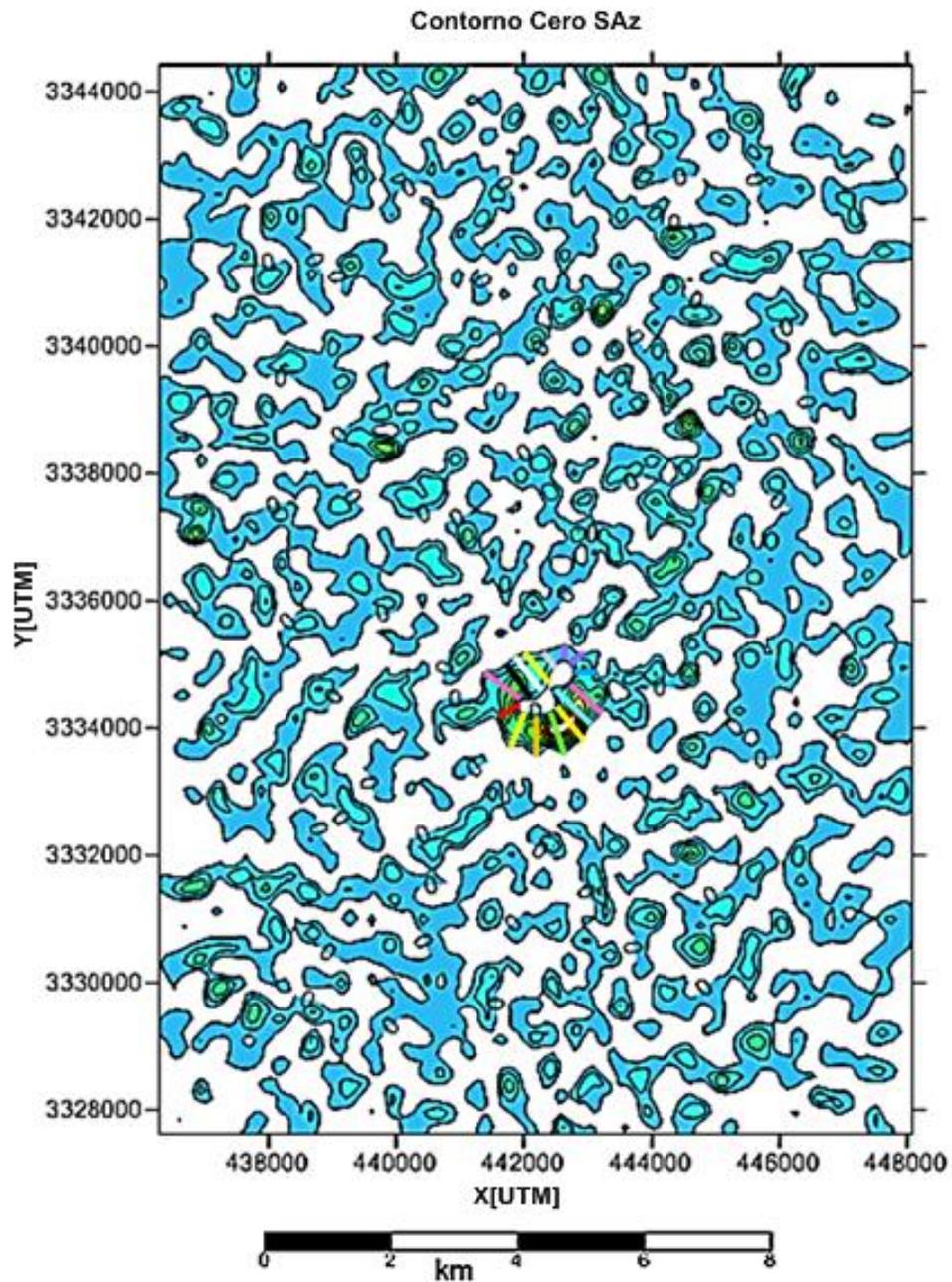


Figura 3.32. Estimación de las profundidades del Vinton Dome mediante el contorno cero de SAz, las líneas de colores representan la distancia entre los puntos de inflexión sin las correcciones (continuación ascendente y el factor de MacLeod).

Domo Vinton (Cap-Rock)	x_i [km]	Promedio \bar{x}_i [km]	Corrección por MacLeod $\bar{x}_i/1.41=m$	Corrección por filtro $\Delta z=0.32\text{km}$ $h = m - \Delta z$	Profundidad Estimada h [km]	
	<ul style="list-style-type: none"> — 1.14x1 — 0.69x1 — 1.03x1 — 1.32x1 — 1.09x1 — 1.46x1 — 0.85x1 — 1.32x1 — 1.09x1 — 0.50x1 — 0.76x2 0.78x1 — 0.95x1 		<ul style="list-style-type: none"> 0.80 0.48 0.73 0.93 0.77 1.03 0.57 0.93 0.77 0.35 0.53 0.55 0.67 		<ul style="list-style-type: none"> 0.48 0.16 0.41 0.61 0.45 0.71 0.25 0.61 0.45 0.03 0.21 0.23 0.35 	
Porción Sur	<ul style="list-style-type: none"> — 1.14x1 — 0.69x1 — 1.03x1 — 1.32x1 — 1.09x1 — 1.46x1 	1.11	0.78	0.78-0.32	0.46	
Porción Norte	<ul style="list-style-type: none"> — 0.85x1 — 1.32x1 — 1.09x1 — 0.50x1 — 0.76x2 0.78x1 — 0.95x1 	0.87	0.62	0.62-0.32	0.30	

Tabla 3.6 Resultados de las profundidades del Vinton Dome a partir de la Señal Analítica (SAz).

CAPITULO 4.- ANALISIS DE RESULTADOS DE LOS DATOS SINTÉTICOS Y REALES.

Este Tema tiene como propósito dar una explicación detallada del porqué de los resultados obtenidos en función de los métodos propuestos y su utilización en la exploración de recursos naturales mediante la interpretación de los resultados en datos reales.

4.1 ANALISIS DE LA DELIMITACIÓN DE BORDES Y PROFUNDIDADES EN DATOS SINTÉTICOS.

Como antecedente sabemos que el potencial gravitacional se puede solucionar mediante una suma de funciones armónicas que satisfagan la ecuación de Laplace, es decir que la señal que se obtiene en campo es una superposición de señales que provienen de los diferentes cuerpos que están en el subsuelo Figura 4.1.

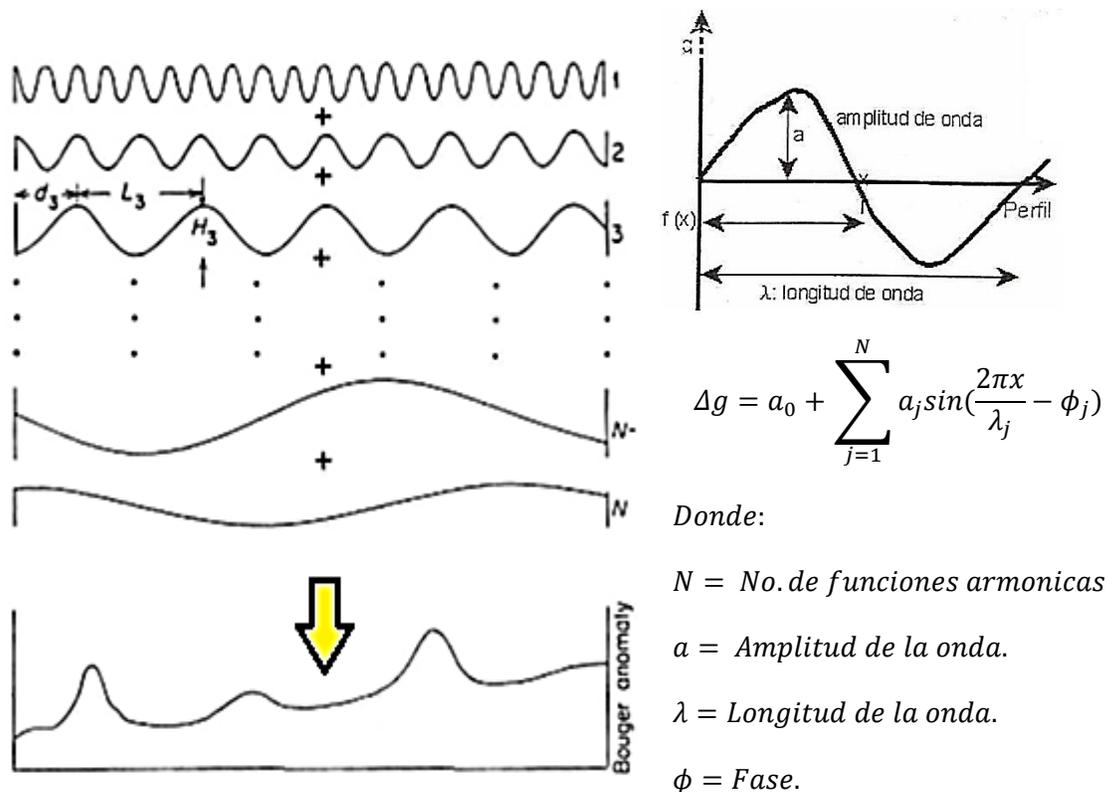


Figura 4.1 Representación del campo gravitacional como una suma de funciones armónicas. Modificado de Chelotti, L., Acosta, N., Foster, M., (2009).

Las señales involucradas en esta superposición pertenecen a los diferentes potenciales de anomalías someras, intermedias y profundas Figura 4.2. (Chelotti, L., Acosta, N., Foster, M., 2009), con lo cual podemos decir que la anomalía de Bouger contiene anomalías de longitudes de onda grandes con frecuencias bajas debidas a cuerpos grandes y profundos a niveles de corteza conocidas como *anomalías regionales*, pero también se compone por anomalías de longitudes de onda cortas con frecuencias altas provenientes de características geológicas más someras llamadas *anomalías residuales*. John M. Reynolds “*An Introduction to Applied and Enviromental Geophysics.*” (1997), siendo estas últimas las más importantes en la exploración de recursos naturales y características geológicas.

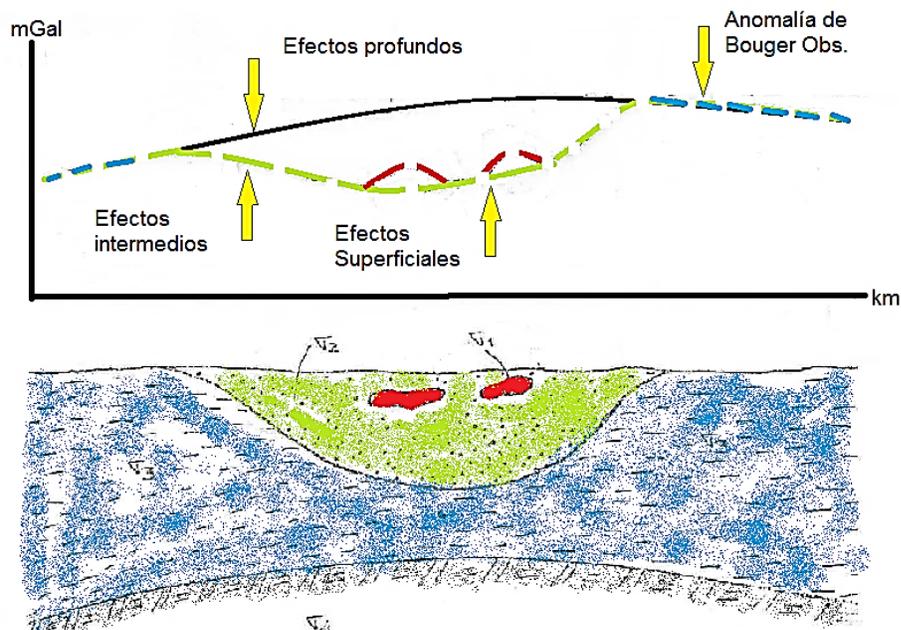


Figura 4.2. Anomalías profundas, someras e intermedias que componen la señal resultante medida. Modificado de Chelotti, L., Acosta, N., Foster, M., (2009).

En este contexto, la interpretación de la anomalía de Bouger puede complicarse especialmente si lo que deseamos interpretar son estructuras geológicas someras relacionadas con recursos naturales, para solucionar este problema existen diferentes métodos en los que se pueden separar las anomalías residuales de las regionales en esta tesis me centro en los métodos de derivadas con los que aparte se separar efectos tienen la ventaja de delimitar la geometría del cuerpo causante de la anomalía.

En la Figura 4.3 se observa la anomalía causada por el modelo propuesto, esto correspondería a la anomalía de Bouguer en datos reales, se puede ver que la resolución de la simple medición gravimétrica es pobre para poder identificar geometrías, esto es debido a que la señal está afectada por efectos regionales, en este caso causados por el bloque amarillo debido a que es el más grande y profundo, enmascarando así a los otros bloques más someros que también componen la señal.

La imagen solo muestra un alto gravimétrico con valores mayores a los 300 mGal, podemos ver que las mediciones de gravimetría convencional concentran sus valores solo donde existe más acumulamientos de masa pero no nos define si se trata de uno o más cuerpos. También muestro el espectro de frecuencias donde observamos la predominancia de frecuencias bajas en la señal entre 1 y -1 km^{-1} , recordemos que el espectro de frecuencias nos indica la tasa de variación de las características de la función con respecto a la posición.

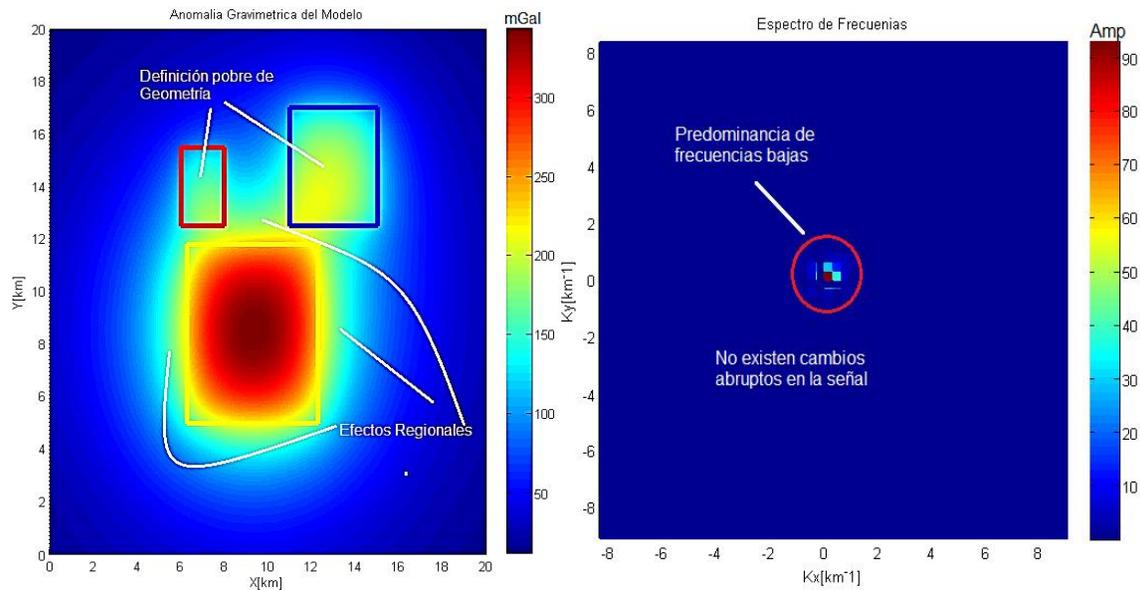


Figura 4.3. Ubicación del modelo sobre su campo gravitacional junto con su espectro de frecuencia.

Ahora analizaremos las componentes del campo gravitacional (g_x, g_y, g_z), como estudiamos en el subtema 2.1 las derivadas nos muestran la variación de la función con respecto de sus variables, esto es una ventaja al aplicarlo a los datos potenciales ya que los valores máximos de las derivadas tendrán lugar en los contrastes abruptos de densidades que serán justo en los bordes de los cuerpos, esto lo podemos ver en la Figura 4.4, también se puede ver que a medida que los puntos de medición pasan sobre el cuerpo en dirección x,y la variación cada vez es menor hasta llegar al centro de masa en donde es prácticamente cero, esto es porque el cuerpo es de densidad constante y ahí la variación no cambia tan

abruptamente. A pesar de que se aplica una derivada aún no tenemos una resolución adecuada en los bordes aun la señal no ajusta al modelo exactamente en sus límites. Los contenidos de frecuencia de las señales aumentan sus frecuencias altas en el sentido de la dirección de derivación.

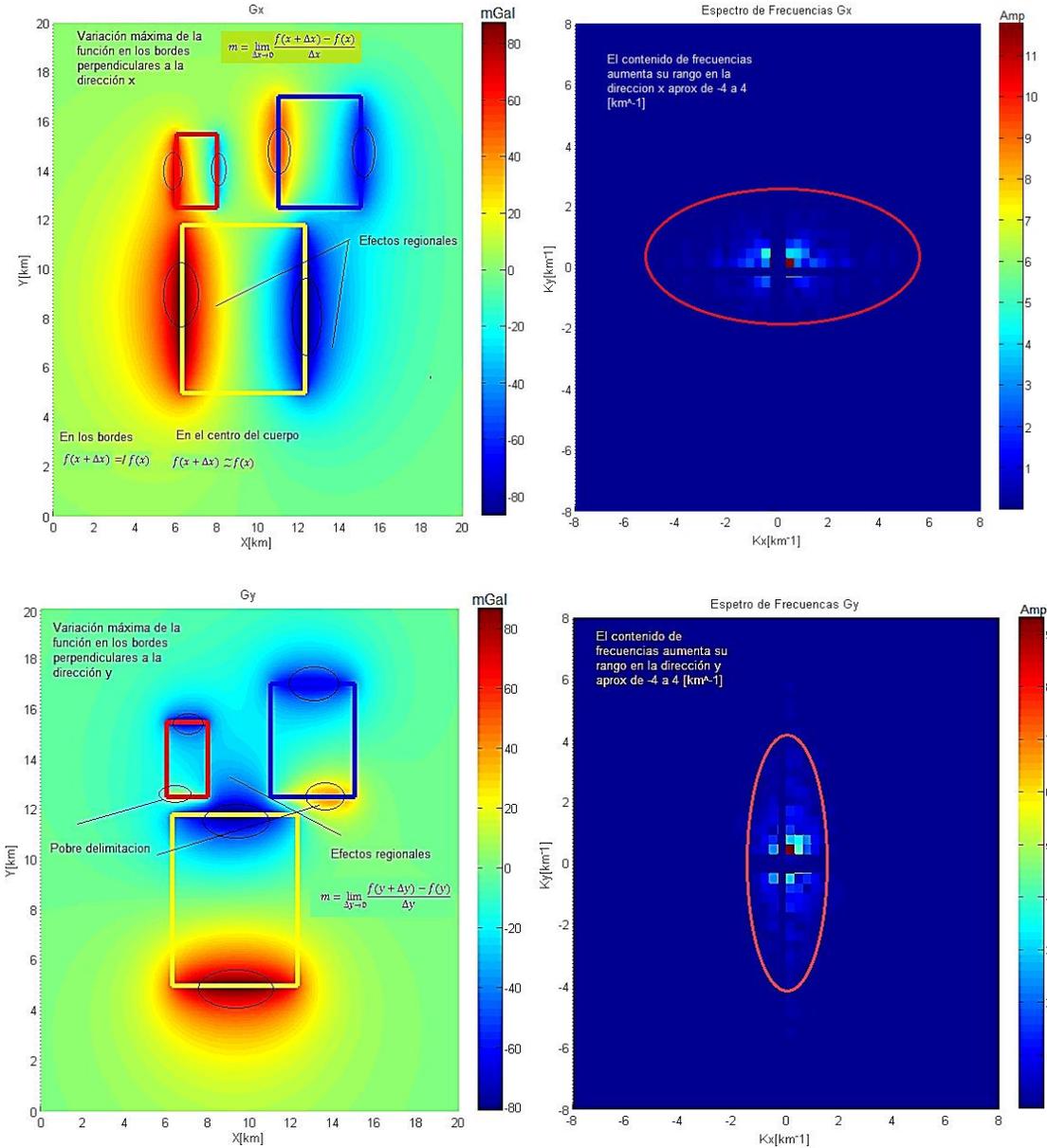


Figura 4.4. Interpretación de resultados de las componentes del modelo Gx y Gy con sus espectros de frecuencia.

Otra característica que podemos observar es que los bordes son delimitados por un máximo y un mínimo relativo, esta característica depende de la dirección de adquisición de los datos y de las derivadas, esto se ilustra en la Figura 4.5, vemos también que donde los valores de la derivada son casi cero es

porque no hay variación es decir la $m=0$. Esto significa que estamos midiendo la variación del campo en sus tres direcciones principales.

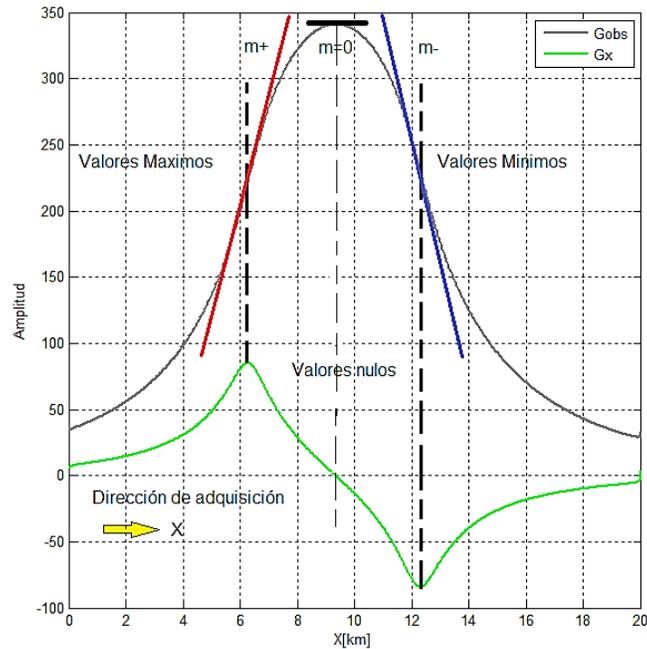


Figura 4.5. Perfil gravimétrico con la interpretación de las primeras derivadas del campo inline 287.

Con respecto a la primera derivada vertical Figura 4.6 se ve que nos delimita mejor los bordes, gracias a que el espectro aumenta su rango de frecuencias altas, la característica principal de este filtro es que nos mide la variación del campo con respecto a la profundidad, por esta razón los valores más altos se encuentran en el tope de los cuerpos ya que allí es en donde se encuentra la máxima variación de densidades respecto del medio circundante, a medida que el filtro va profundizando los valores comienzan a decrecer y a homogeneizarse hasta que la variación sea casi cero. Aún con estas ventajas que ayudan a la interpretación vemos que los valores siguen siendo dominados por las frecuencias bajas.

Recordando lo que se dijo que la sección 2.3.1 se puede obtener las componentes tensoriales del campo gravitacional por medio de las segundas derivadas, estas componentes nos mejoraran la resolución de los bordes, eliminando casi por completo las frecuencias bajas de los efectos regionales, esto se analizara en las siguientes figuras.

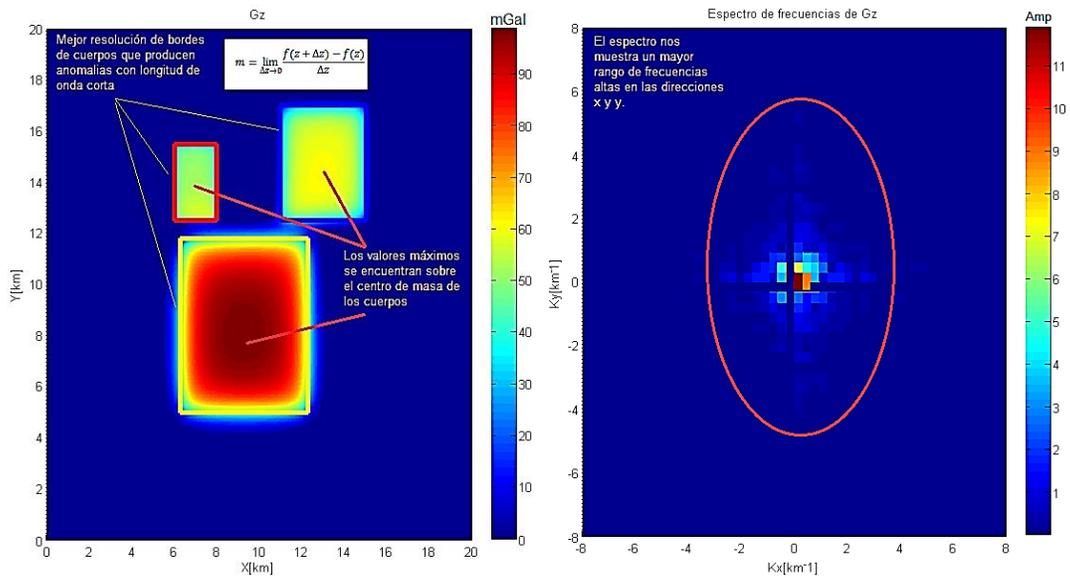


Figura 4.6. Interpretación de resultados de la componente del modelo Gz con su espectro de frecuencia.

Una ventaja de los tensores es que los efectos de los regionales son menores lo cual nos permite identificar mejor los bordes de anomalías someras además de que tenemos más seguridad en la interpretación ya que los límites son ubicados con un par de anomalías.

La primera característica observable es que ahora los bordes de los bloques en la Figura 4.8 están delimitados por un par de anomalías positivas y negativas, del lado izquierdo de los bloques tenemos un par (+,-) y del lado derecho uno (-,+), esta organización de anomalías depende de Gx Figura 4.4 en donde de lado derecho son (+) y en izquierdo son (-), esto mismo ocurre con Gy y Gyy.

En la Figura 4.7 se ilustra que con la segunda derivada del campo gravitacional medimos la variación de cada componente, en el caso de la figura antes mencionada se muestra la variación de la componente Gx con respecto de la dirección x, lo que nos muestra un efecto de mejor precisión en la identificación de bordes ya que el campo responde casi exactamente donde está la presencia del contraste de densidad para después decaer abruptamente en donde no hay variación, lo mismo para las demás componentes tensoriales, Gyy, Gxz, Gzy, Gxy.

Otro aspecto importante a analizar se encuentra en los resultados de los espectros de frecuencias, es claro observar que a diferencia de las componentes (g_x, g_y, g_z) los tensores muestran una ganancia en las altas frecuencias que en promedio alcanzan un rango de -10 a 10 $[\text{km}^{-1}]$ aunque los valores máximos en

las 6 componentes mostradas van de -5 a 5 [km^{-1}], esto quiere decir que podemos identificar cuerpos de menor tamaño dentro del modelo propuesto, cuerpos que produzcan longitudes de onda mayores a los 200m.

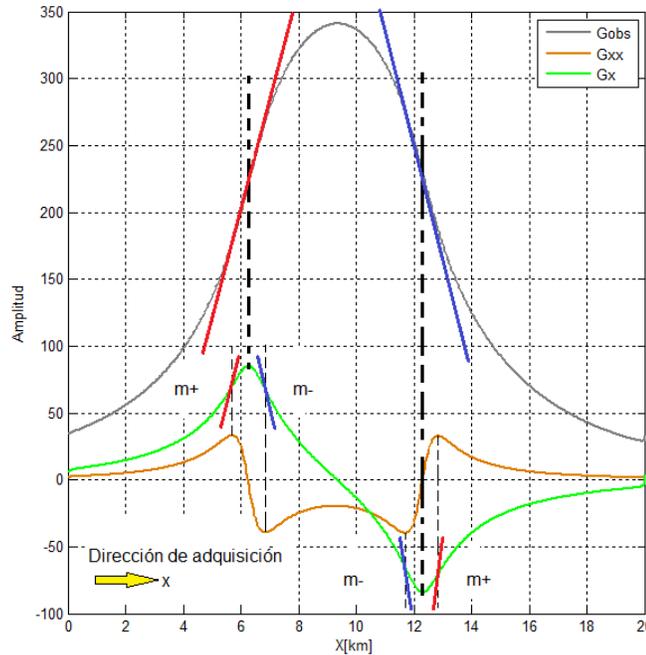


Figura 4.7. Perfil gravimétrico con la interpretación de las segundas derivadas del campo inline 287.

Otro efecto importante en los espectros de frecuencia de los tensores es que sus amplitudes se ven disminuidas, con valores entre 2 a 4.5 [km^{-1}], en comparación con las componentes x,y,z del campo donde las amplitudes están entre 9 y 11 [km^{-1}], este efecto se debe a la física del campo gravitacional el cual es un campo conservativo o más apropiado en este contexto es un campo cuadrático inverso :

$$\lim_{r \rightarrow \infty} \vec{g}(r) = 0$$

Como lo muestra el límite anterior el campo tiende a disminuir si los puntos de observación se alejan más de la fuente, esto sucede al momento de aplicar las segundas derivadas al campo para obtener los tensores recordando la ecuación (2):

$$\vec{g}(r) = \gamma \frac{m_2}{r^2} \vec{r}_u$$

$$g_x = \gamma \frac{m}{x^2} = \frac{c}{x^2}$$

$$g_{xx} = 2\gamma \frac{m}{x^4} = \frac{c}{x^4}$$

Se deduce que el campo al aplicar la segunda derivada disminuye exponencialmente en un orden de 4, este efecto es también el que nos permite eliminar el efecto de los campos regionales.

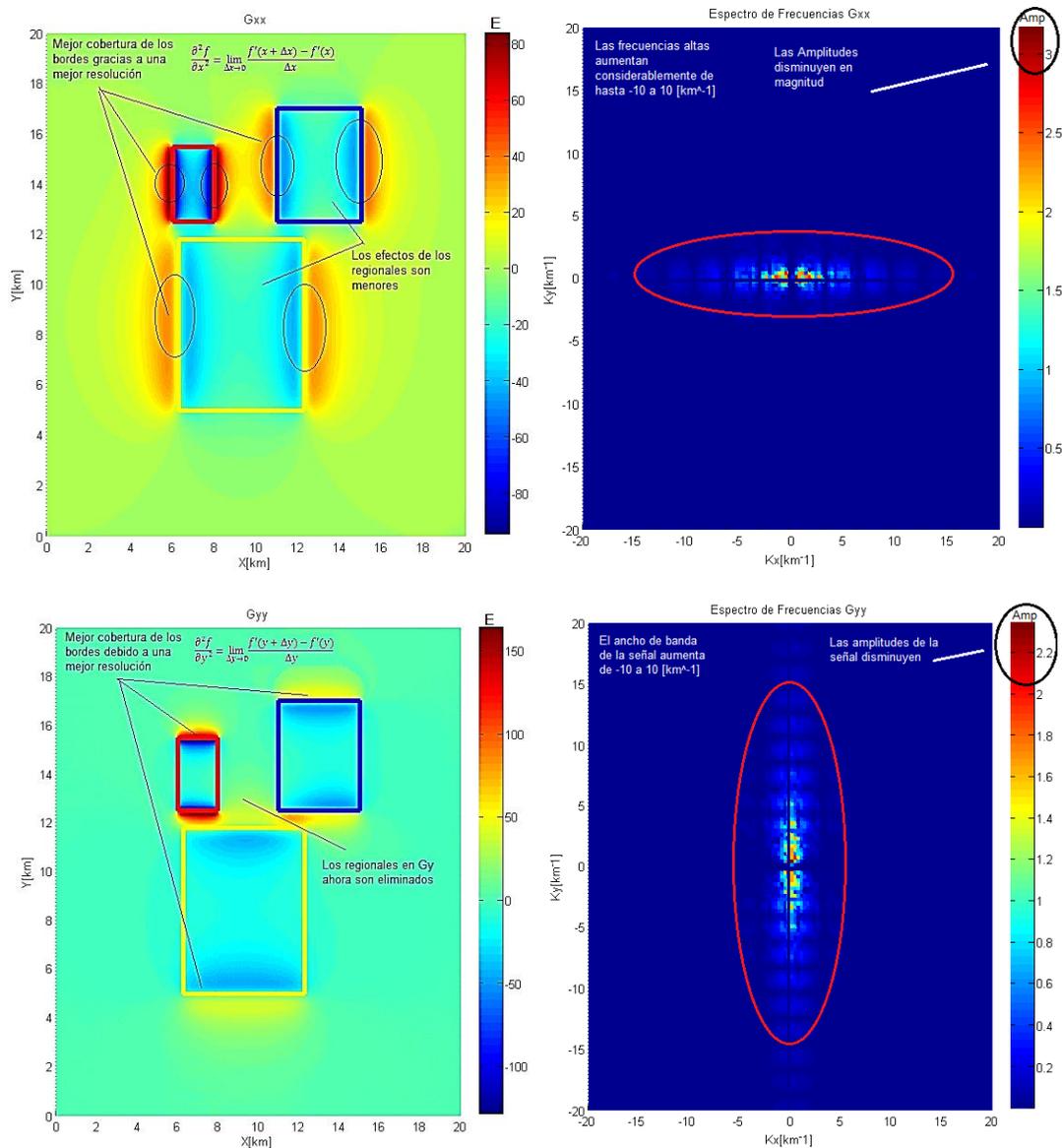


Figura 4.8. Interpretación de resultados de las componentes del modelo Gxx y Gyy con sus espectros de frecuencia.

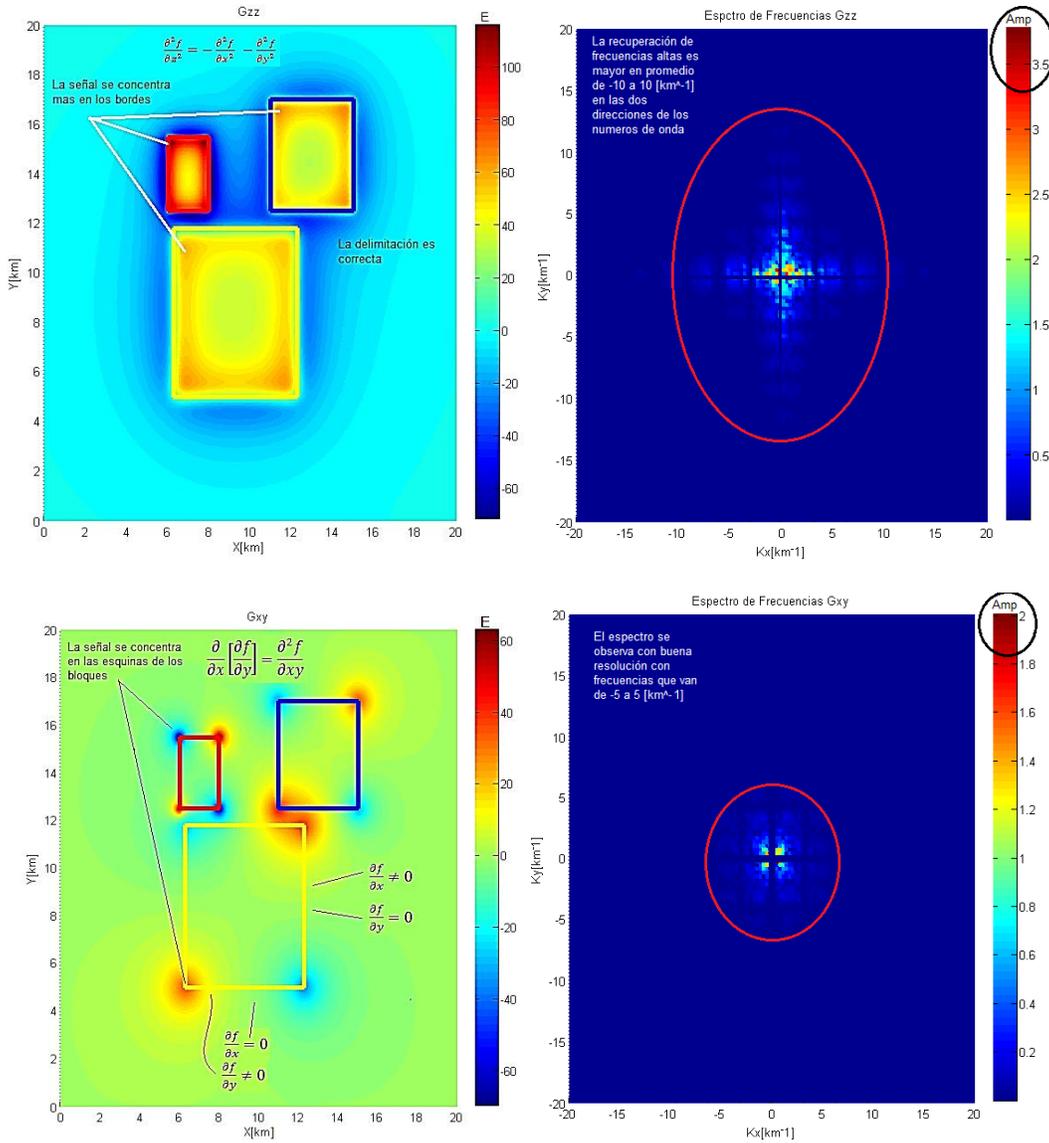


Figura 4.9. Interpretación de resultados de las componentes del modelo Gzz y Gxy con sus espectros de frecuencia.

En la Figura 4.9 se observa que la componente tensorial en Gzz posiciona mejor los máximos en los bordes a diferencia de la Gz que no los tenía bien definidos, un resultado diferente se ve en la componente Gxy en donde los valores se ubican solo en las esquinas de la señal, este resultado se explica a continuación: La ausencia de la señal a lo largo de los bordes es debida a que se aplica una derivada mixta al campo gravitacional esto es que la $\frac{\partial f}{\partial y} \neq 0$ en los lados perpendiculares a la dirección x mientras que $\frac{\partial f}{\partial x} = 0$ en los lados paralelos a x, esto porque la variación de x sobre el borde del bloque paralelo a x no cambia ya que el cuerpo es de densidad constante el mismo efecto ocurre para la dirección y,

por consecuencia los valores en donde las dos derivadas son diferentes de cero es en las esquinas de los bloques como lo muestra la siguiente expresión:

$$\frac{\partial}{\partial x} \left[\frac{\partial f}{\partial y} \right] = \frac{\partial^2 f}{\partial xy}$$

Una ventaja de esta componente es que puede ser un indicador de la orientación del objeto.

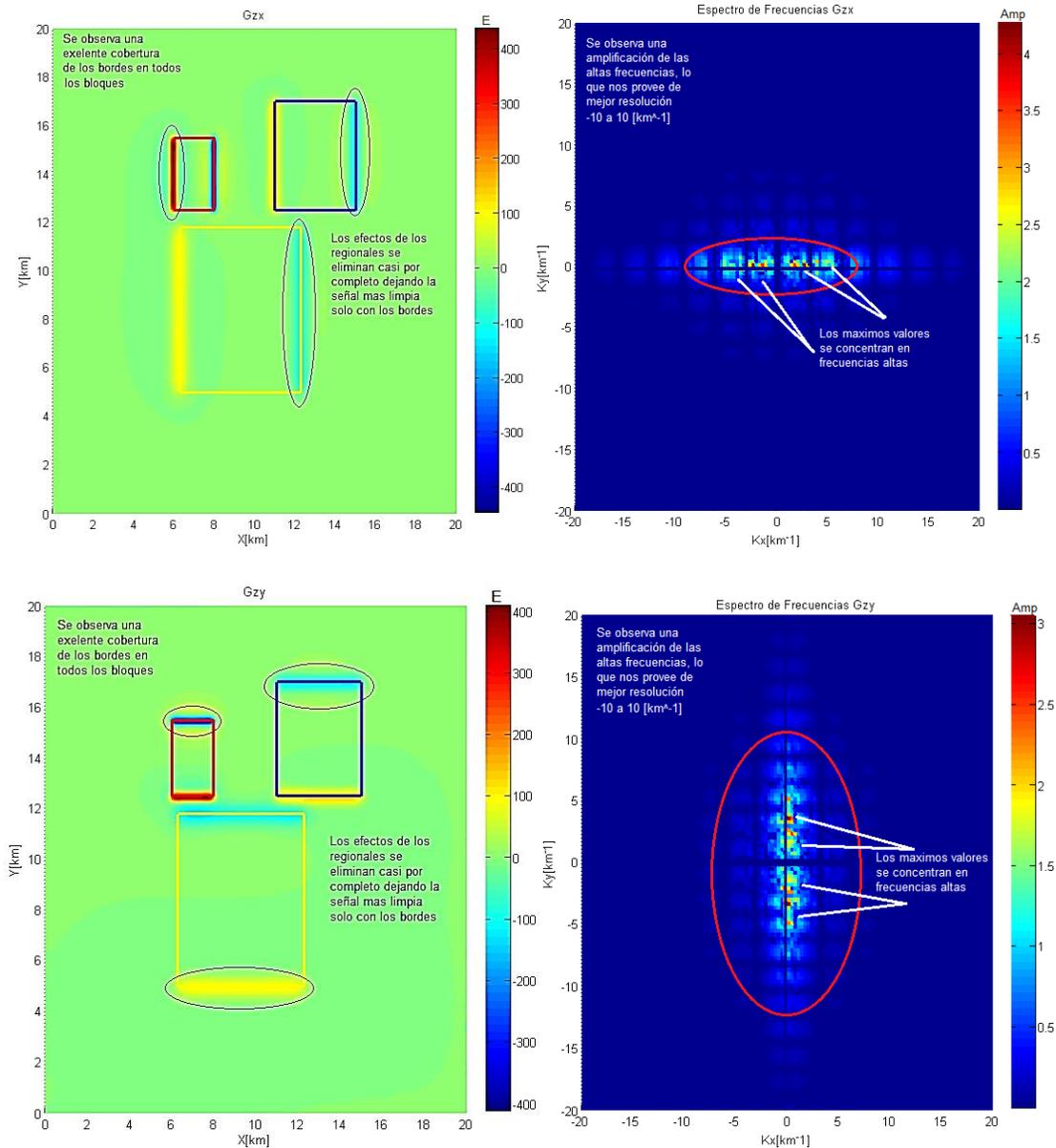


Figura 4.10. Interpretación de resultados de las componentes del modelo Gzx y Gzy con sus espectros de frecuencia.

Las componentes tensoriales de la Figura 4.10 muestran ya excelentes resultados ajustando perfectamente los bordes al modelo, un efecto similar al de la componente G_{xy} sucede en G_{zx} y G_{zy} y es que también se aplica una derivada parcial mixta es decir que cuando se deriva a G_z con respecto a x los bordes en dirección x no serán identificados serán cero pero en los lado perpendiculares se tendrá señal ya que ahí tanto la parcial en x y z son diferentes de cero. Estas componentes a diferencia de las demás muestran una eliminación más efectiva de los regionales ya que el campo en la dirección z reduce sus bajas frecuencias.

$$\frac{\partial}{\partial z} \left[\frac{\partial f}{\partial y} \right] = \frac{\partial^2 f}{\partial zy}$$

$$\frac{\partial}{\partial z} \left[\frac{\partial f}{\partial x} \right] = \frac{\partial^2 f}{\partial zx}$$

4.1.1 Análisis del aporte de información para la detección de bordes de las diferentes componentes del TG para su aplicación en la señal analítica direccional.

Recordando las ecuaciones (40) y (43) el **TG** queda definido con las siguientes componentes g_{xx} , g_{xy} , g_{xz} , g_{yy} , g_{yz} , g_{zz} , cada una de estas componentes nos proporciona diferente información de nuestra anomalía. Para aplicaciones de gradiometría se sabe que g_{zz} es la componente que aporta la información más eficiente para la detección de nuestra fuente (Forsberg, 1984); (Marson y Klingele, 1993); (Bodard et al., 1993).

Se puede hacer una explicación rápida de la contribución de cada componente con la Figura 4.11, para esto se construyó un cuerpo de forma cubica con las siguientes características:

- $\Delta RHO=1000.0 \text{ (kg/m}^3\text{)}$, el cuerpo se encuentra ubicado dentro de una malla con área de $10 \times 10 \text{ km}^2$ con las siguientes coordenadas:
- $[x1=4.5, x2=5.5] \text{ km}$, $[y1=4.5, y2=5.5] \text{ km}$, enterrado a $z1=0.5 \text{ km}$ extendiéndose hasta $z2=4.5 \text{ km}$ deduciendo que el centro de masa esta en $(5, 5, 2.5)$ y tomando como referencia para la superficie $z0=0.0 \text{ km}$.

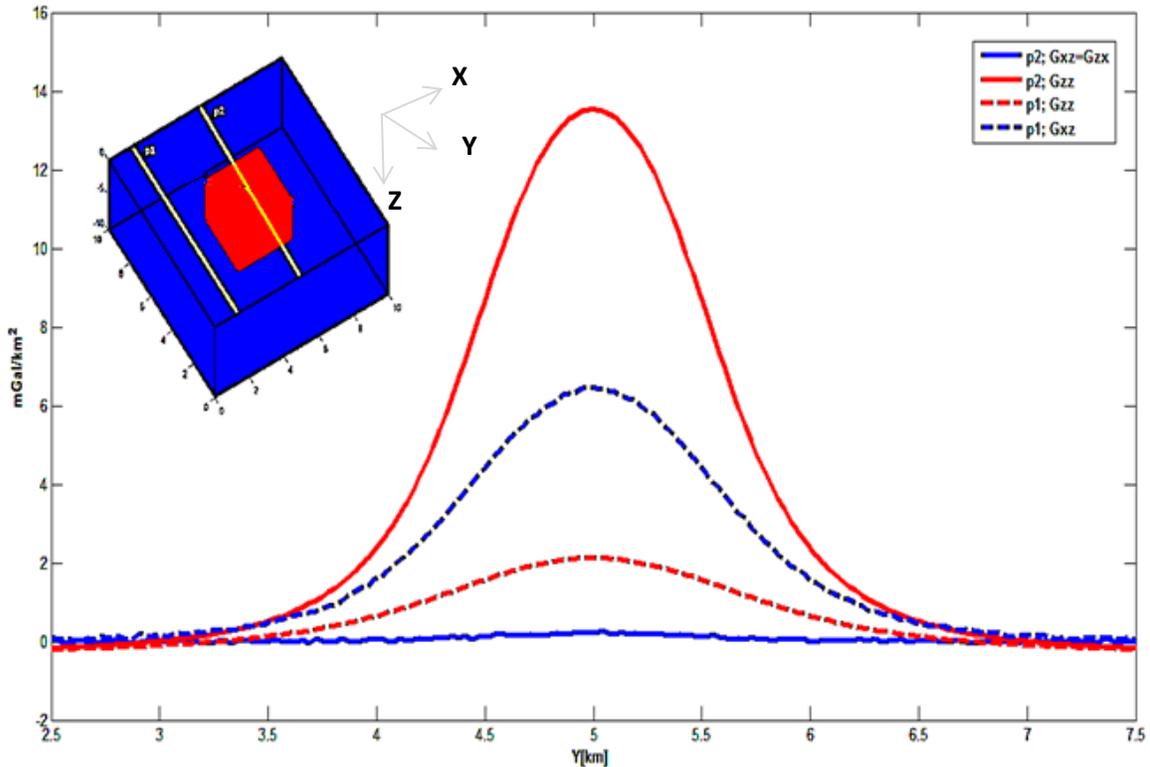


Figura 4.11 Aporte de información de las componentes tensoriales G_{zx} y G_{zz} medidas a lo largo de los perfiles p1 y p2.

Dada la información anterior se construyeron 2 perfiles p1 y p2 (**p1** pasa por **x=4km** y **p2** pasa por **x=5km**) para verificar el comportamiento de G_{zx} , G_{zz} , G_{yz} que son las componentes de mayor interés para los métodos usados posteriormente.

Podemos observar de la Figura 4.11 que la amplitud de G_{zz} sobre p1 es mucho menor que en p2 ya que p1 no pasa directamente sobre la fuente a diferencia de p2 que pasa sobre el centro de masa de la fuente donde G_{zz} es más sensible a la respuesta.

La respuesta que obtenemos de G_{zz} sobre p1 puede ser malinterpretada ya que la anomalía tiene la misma forma, es decir, se puede tener que debajo de p1 se encuentra un cuerpo de más baja densidad o más profundo incluso de menor tamaño, esto nos dice que tenemos poca información solo con G_{zz} para poder deducir que el cuerpo de estudio se encuentra 500m mas a la derecha del perfil.

Sin embargo la componente G_{zx} es casi cero a lo largo del perfil p2 pero muestra un pico positivo sobre p1, la ausencia de la señal en p2 es debido a que la distribución de masa a lo largo de este perfil es simétrica y el pico positivo en p1

indica que la señal incrementa en la dirección x esto nos dice que G_{xz} nos da información de cómo varía G_z en la dirección x, así mismo cada componente tiene su uso, G_{yz} por ejemplo nos mostraría la misma información que G_{xz} pero en dirección y, G_{xx} y G_{yy} nos ayudaran a interpretar la orientación de las anomalías pudiendo diferenciar si un cuerpo esta rotado o no (Barnes, 2012).

Cualquier número de componentes tensoriales pueden ser usadas en conjunto para tener una mejor representación de nuestras anomalías un ejemplo de esto se logra construyendo la Señal Analítica Direccional en donde podemos darnos cuenta de la efectividad que tiene para delimitar los bordes de los cuerpos.

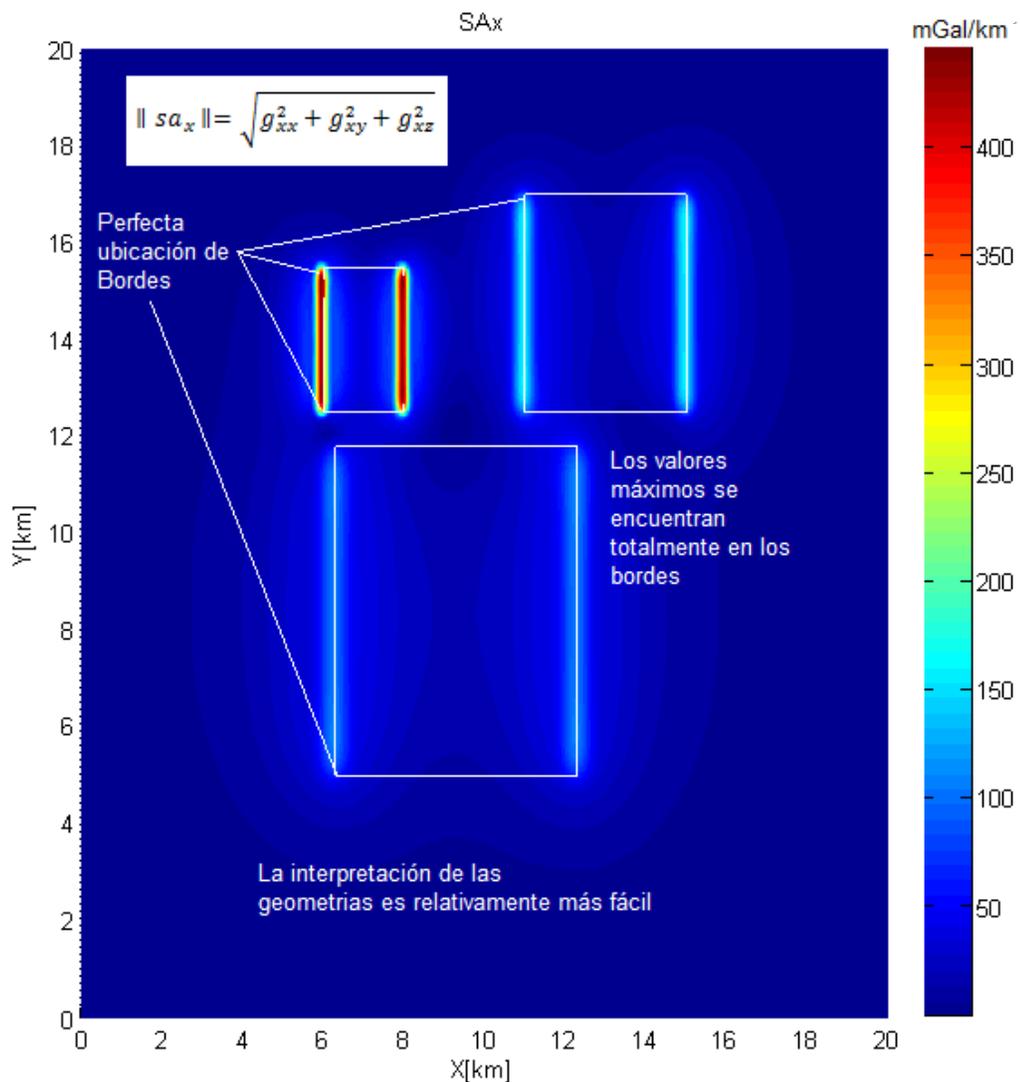


Figura 4.12 Interpretación de resultados de la Señal Analítica direccional en x.

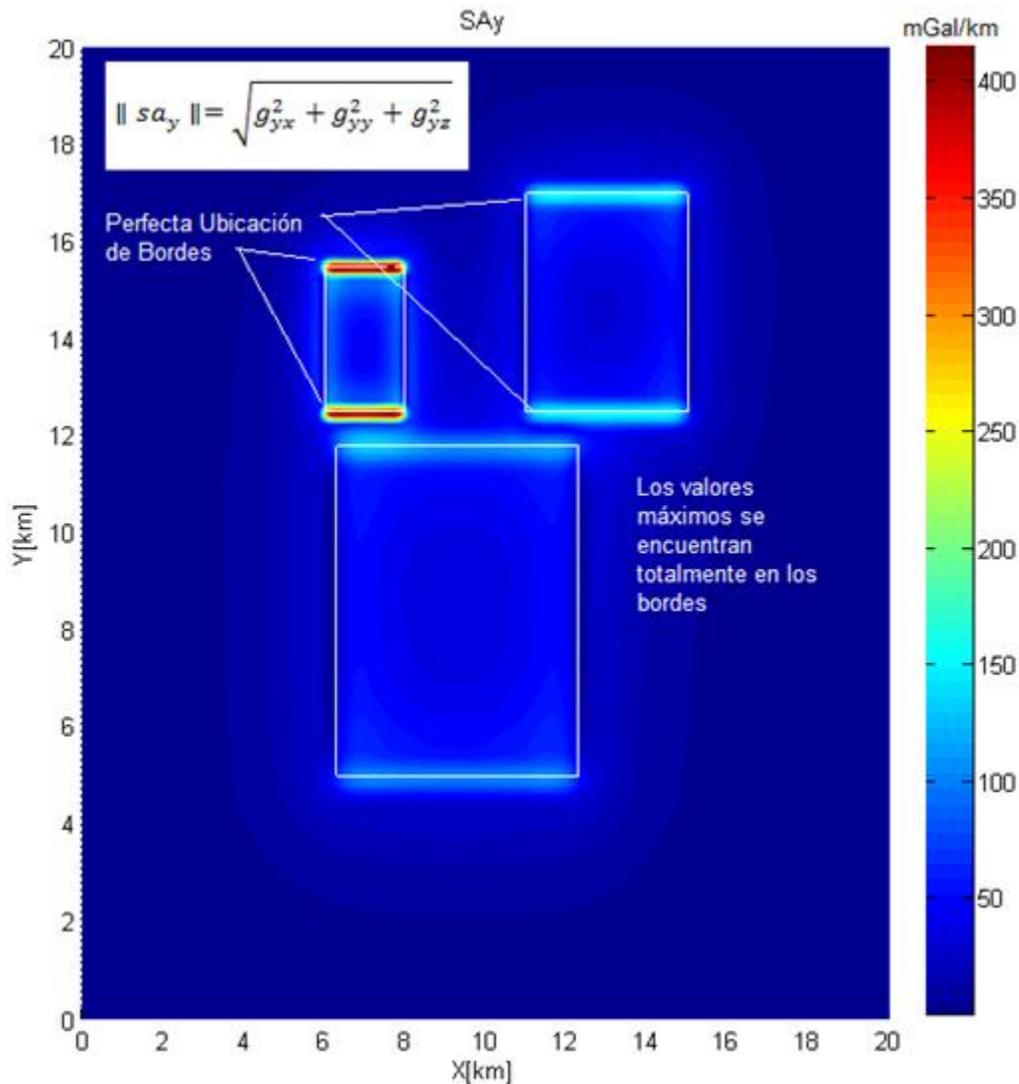


Figura 4.13 Interpretación de resultados de la Señal Analítica direccional en y.

Como se había explicado en la teoría la señal analítica tendrá los valores máximos justo por encima del contraste de densidades esto lo demuestra la siguiente ecuación (MacLeod, 1993):

$$|sa| = c \frac{1}{(h^2 + x^2)}$$

$$c = cte.$$

$h =$ profundidad del tope.

$x =$ Localización del contacto.

Se observa que esta señal describe una simple función en forma de campana la cual tendrá su máximo valor en $x=0$, la constante dependerá de las propiedades físicas del subsuelo con lo que la señal analítica dependerá más de la profundidad del tope del cuerpo.

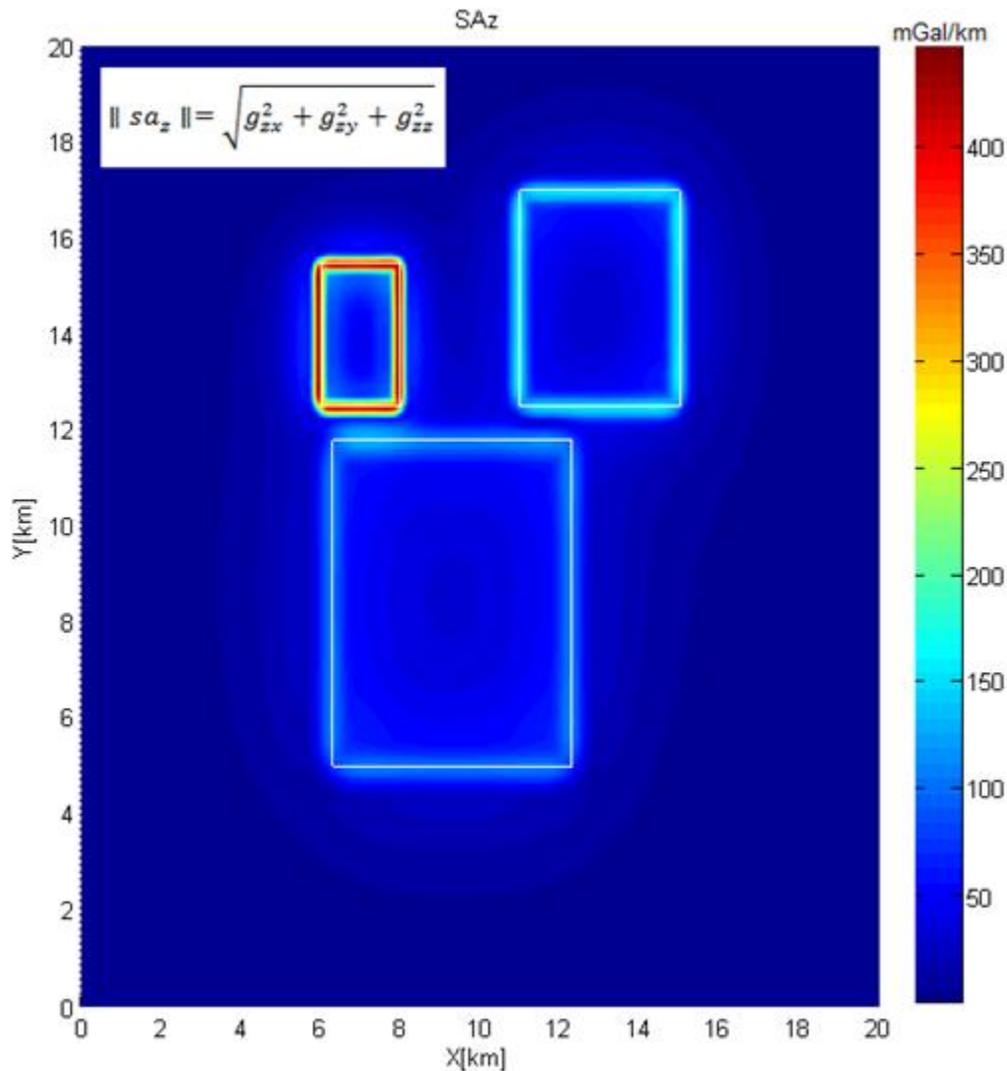


Figura 4.14 Interpretación de resultados de la Señal Analítica direccional en z.

Es por eso que los valores más altos se encuentran sobre el cuerpo con menor profundidad en los bordes y los más bajos en el cuerpo más profundo a diferencia de la SA convencional donde todavía los valores máximos se localizan en el centro de masa de los cuerpos Figura 3.5.

Tal como se ve en las Figuras 4.12 a 4.14 la interferencia de campos se ve disminuida es decir se separan mejor los efectos que produce cada bloque mejorando así la resolución y la interpretación.

Observando ahora los espectros de frecuencia la primera diferencia se muestra en los valores de las amplitudes, las cuales aumentan en comparación a las componentes tensoriales, lo cual puede ser atribuido a la señal analítica direccional es una composición de diferentes componentes tensoriales mejorando así la calidad y la intensidad de la señal.

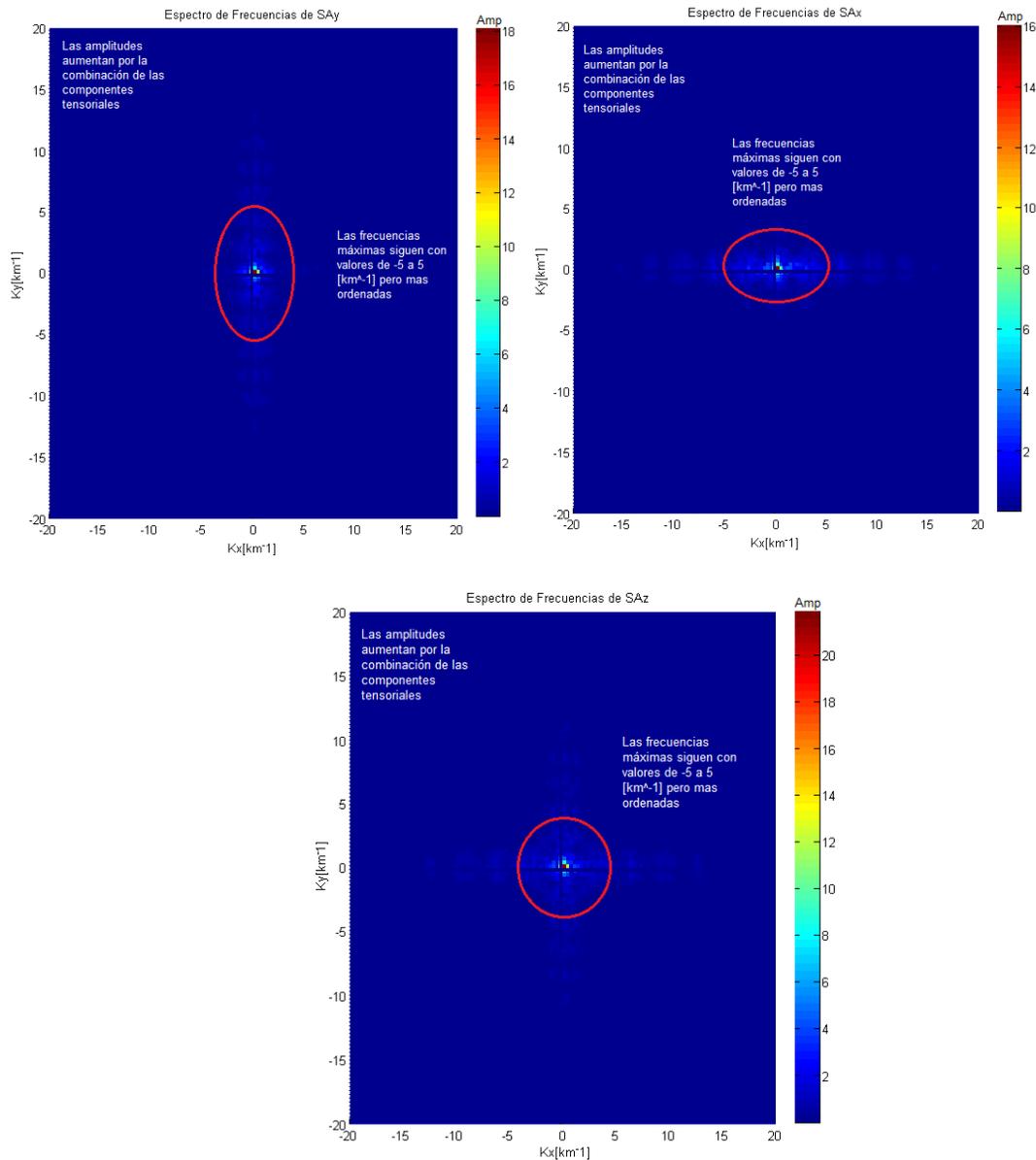


Figura 4.15 Espectros de frecuencia de la señal analítica direccional en x, y, z.

Una vez realizado todo el análisis de los bordes continuaremos con el análisis de resultados de las profundidades, en esta parte compararemos el método propuesto en esta tesis para detectar profundidades con la SA y la SAz.

El método utilizado en esta tesis se basa en la detección de profundidades mediante la medición del ancho de la amplitud de nuestra anomalía, uno de los más conocidos es el llamado *'half-width ($x_{1/2}$) amplitude'*. En la Figura 4.16 se analiza cómo funciona este método pero con una diferencia, de que ahora los puntos en donde se medirá el ancho de la anomalía para estimar las profundidades serán los puntos de inflexión de la función.

Primeramente se observa una clara ventaja en la detección de bordes de la SAz sobre la SA, donde podemos ver que SAz ajusta mejor al modelo y delimita mejor los bordes, se ve también que SAz decae rápidamente en donde no hay contrastes de densidad, mientras que SA tienen un comportamiento más enfocado al centro de masa.

Con respecto al contorno cero vemos que la distancia que existe entre los puntos de inflexión de SA es mayor a SAz, y como resultado de esto las estimaciones de la profundidad en SA son sobrevaloradas es decir, la profundidad estimada es casi el doble, mientras que en el contorno cero de SAz las distancias de los puntos de inflexión que representan la profundidad de sepultamiento se ajustan más al modelo esto se puede ver en las tablas siguientes.

Otro aspecto a mencionar es que el cálculo de las segundas derivadas de una función es un indicador de la curvatura de esta, la curvatura de la función anómala está relacionada con la presencia de contrastes de densidad, cuando calculamos los puntos de inflexión estamos ubicando puntos en donde nuestra función se comporta de forma lineal, es decir que en esos puntos la curvatura es cero por lo que en esos puntos la interferencia entre anomalías se reduce teniendo un valor más efectivo que nos separa los efectos de cada bloque para estimar las profundidades.

Los perfiles de la Figura 4.16 están ubicados en la inline 287, más específicamente los perfiles pasan sobre el bloque A que está a 8.6 km en dirección 'y', con esta información podemos extrapolar la Figura 4.16 sobre todas las inlines que hay en el mallado para conseguir las figuras completas del contorno cero.

Gracias a las características de las componentes tensoriales y de su uso en conjunto por medio de la SAz se tienen excelentes resultados en la estimación de profundidades como lo muestran las tablas de los modelos.

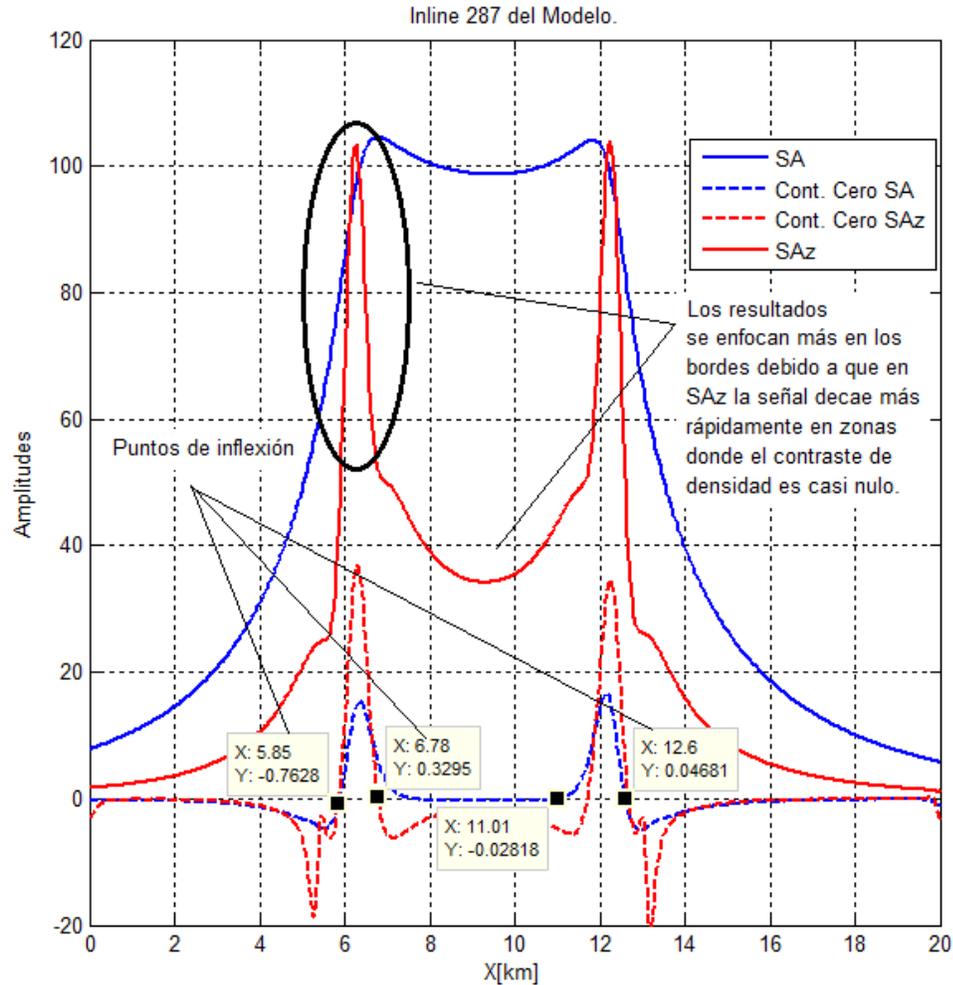


Figura 4.16 Perfil con el análisis del cálculo de profundidades con la señal analítica inline 287.

Como resultado de lo explicado anteriormente en las figuras siguientes se muestra que SA tiene valores de profundidad con valores muy dispersos y que en las esquinas del modelo no se identificaron profundidades, esto se ve en el alto rango de colores, mientras que con SAz la variación de distancias es más homogénea.

<u>Bloque</u>	<u>Coordenadas</u> (km)	<u>Dimensiones</u> (km) (x,y,z)	<u>Profundidad</u> de <u>sepultamiento</u> (km)	<u>Densidad</u> (kg/m ³)
Amarillo	$x_1=6.3$; $x_2=12.3$ $y_1=5.0$; $y_2=11.8$ $z_1=0.5$; $z_2=10.5$	$6 \times 6.8 \times 10$	0.5	3200.0
Rojo	$x_1=6.0$; $x_2=8.0$ $y_1=12.5$; $y_2=15.5$ $z_1=0.1$; $z_2=2.1$	$2 \times 3 \times 2$	0.1	2000.0
Azul	$x_1=11.0$; $x_2=15.0$ $y_1=12.5$; $y_2=17.0$ $z_1=0.3$; $z_2=4.3$	$5 \times 4.5 \times 4$	0.3	2300.0

Tabla 4.1 Parámetros de los modelos sintéticos.

BLOQUE	x_i [km]	Promedio \bar{x}_i [km]	Corrección por MacLeod $\bar{x}_i/1.41=m$	Corrección por filtro $\Delta z=0.1$ km $h = m - \Delta z$	Profundidad Estimada h[km]
R	<ul style="list-style-type: none"> — 0.42x4 — 0.45x3 — 0.36x3 — 0.39x1 — 0.60x1 — 0.63x1 — 0.51x1 	0.44	0.31	0.31-0.1	0.21
Az	<ul style="list-style-type: none"> — 0.96x2 — 1.23x1 — 0.99x1 — 0.93x3 — 1.02x1 — 1.11x2 — 1.17x2 	1.04	0.73	0.73-0.1	0.63
A	<ul style="list-style-type: none"> — 1.68x1 — 1.65x2 — 1.79x3 — 1.72x4 — 1.59x1 — 1.56x3 — 1.62x1 — 2.31x1 — 2.19x1 — 2.13x2 — 2.08x2 — 1.92x2 	1.74	1.23	1.23-0.1	1.13

Tabla 4.2 Resultados de las profundidades del modelo propuesto a partir de la Señal Analítica (SA) interpretada.

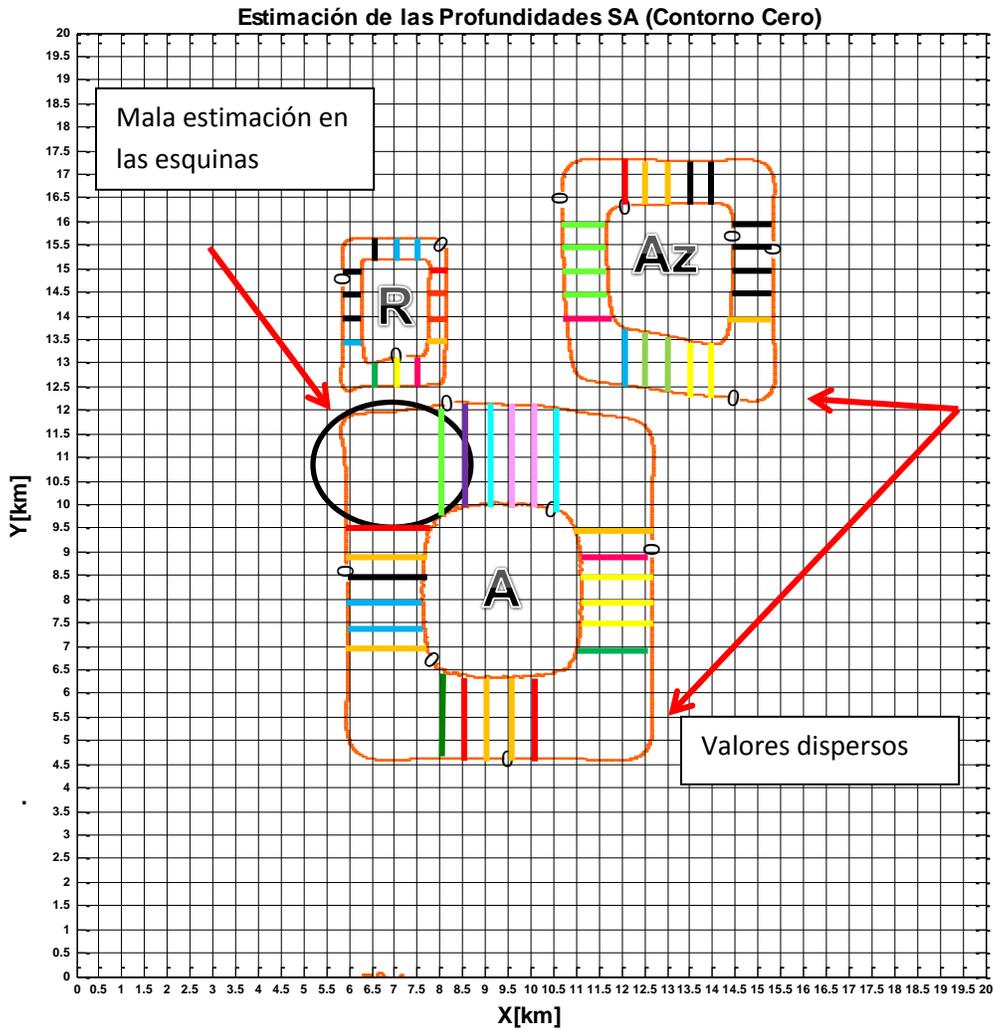


Figura 4.17. Estimación de las profundidades mediante el contorno cero de SA, las líneas de colores representan la distancia entre los puntos de inflexión sin las correcciones (continuación ascendente y el factor de MacLeod) Interpretación.

BLOQUE	x_i [km]	Promedio \bar{x}_i [km]	Corrección por MacLeod $\bar{x}_i/1.41=m$	Corrección por filtro $\Delta z=0.1\text{km}$ $h = m - \Delta z$	Profundidad Estimada h [km]
R	<ul style="list-style-type: none"> — 0.30x1 — .33x11 — 0.36x4 	0.33	0.23	0.23-0.1	0.13
Az	<ul style="list-style-type: none"> — 0.48x1 — 0.72x2 — .63x11 — 0.60x6 — 0.57x3 — 0.69x3 — 0.75x1 — 0.66x2 — 0.39x1 	0.62	0.44	0.44-0.1	0.34
A	<ul style="list-style-type: none"> — .93x12 — 0.90x7 — 0.99x7 — 0.96x4 — 0.45x1 — 0.42x3 — 0.57x1 — 1.14x1 — 1.17x1 — 0.78x2 — 1.02x2 — 0.72x1 	0.86	0.61	0.61-0.1	0.51

Tabla 4.3 Resultados de las profundidades del modelo propuesto a partir de la Señal Analítica Direccional (SAz) Interpretada.

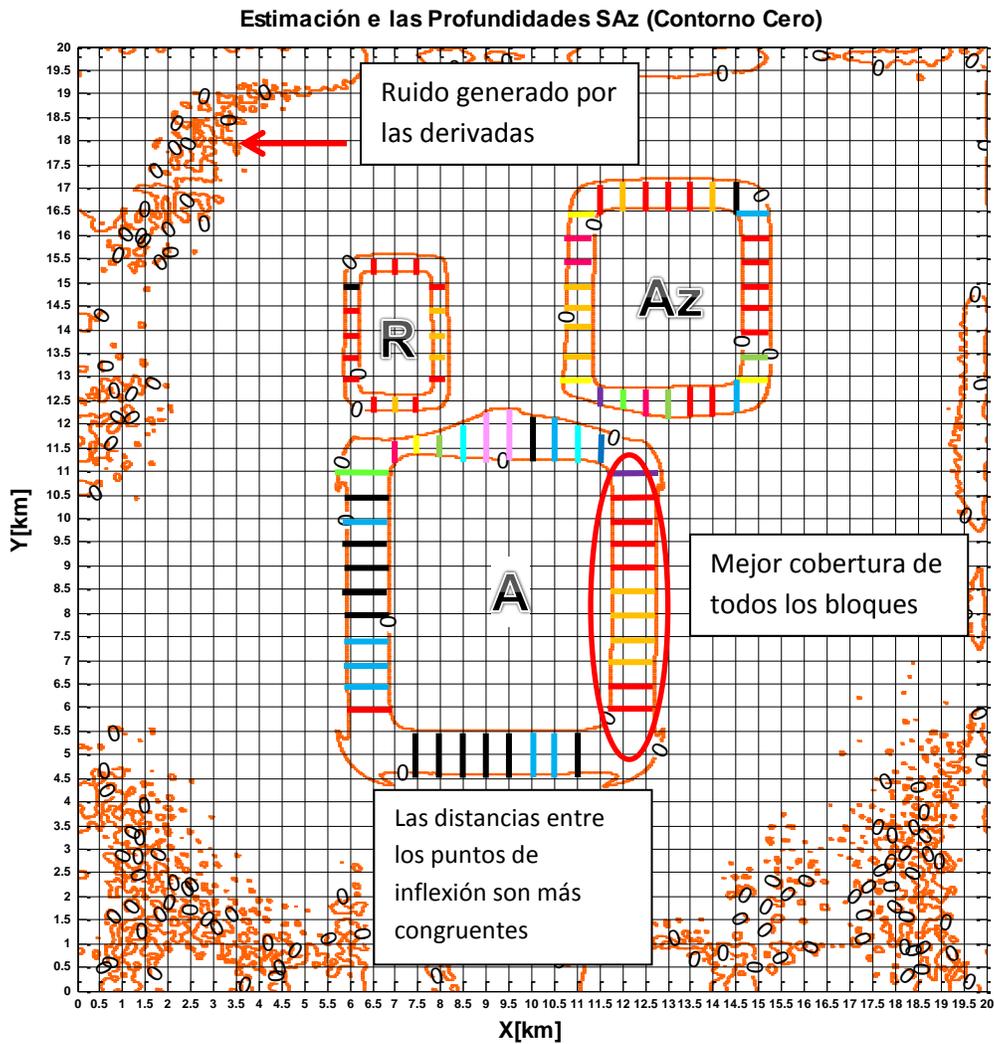


Figura 4.18. Estimación de las profundidades mediante el contorno cero de SAz, las líneas de colores representan la distancia entre los puntos de inflexión sin las correcciones (continuación ascendente y el factor de MacLeod) Interpretación.

4.2 ANALISIS DE LA DELIMITACIÓN DE BORDES Y PROFUNDIDADES EN DATOS REALES (VINTON DOME).

Para comenzar con este análisis es necesario tener en cuenta que el Vinton Dome ha sido ya muy estudiado por su importancia en recursos energéticos (petróleo y gas), se tiene ya una gran cantidad de datos geofísicos recopilados e interpretaciones con las cuales sustento mi trabajo, como lo menciona Chris Ennen (2012) se han realizado exploraciones en sísmica 3-D, perfiles sísmicos verticales, registros de pozo, exploraciones gravimétricas y gradiométricas con los cuales se han realizado distintas interpretaciones, modelos del domo, aplicaciones de nuevas técnicas etc.

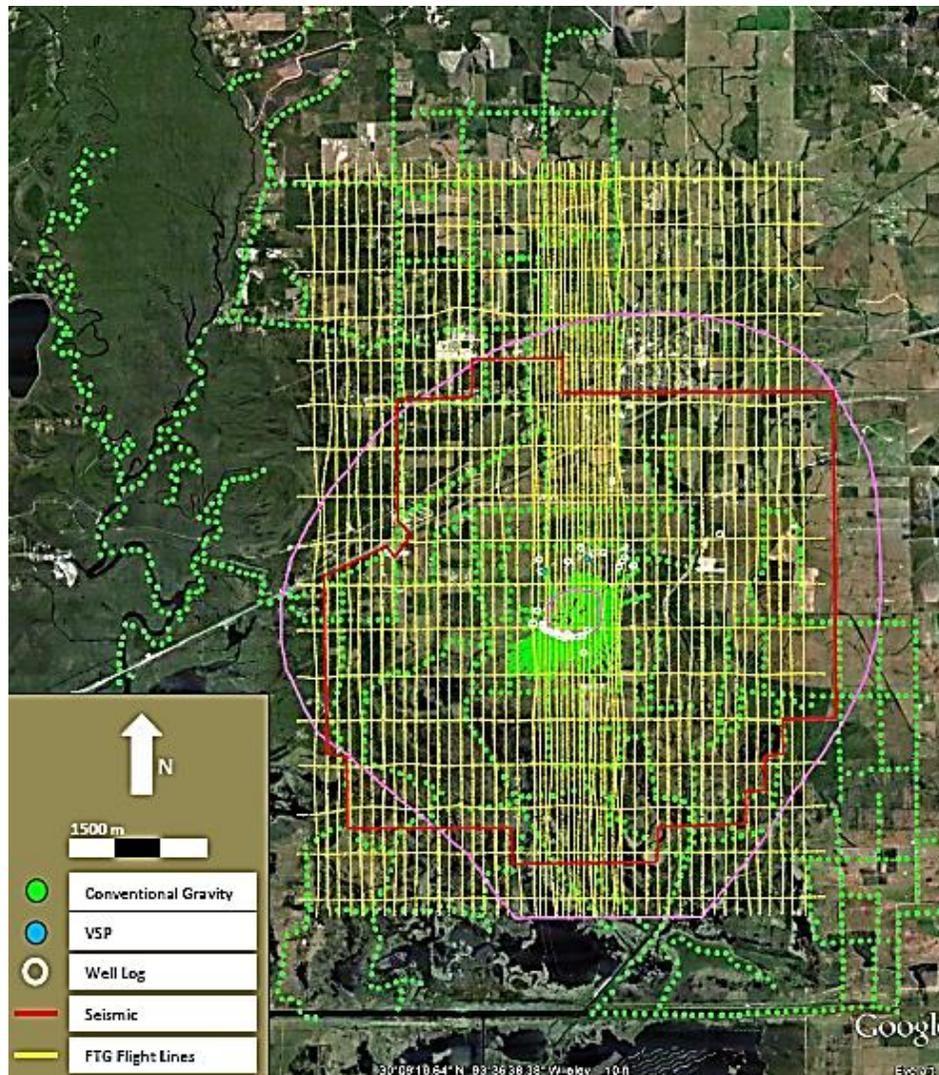


Figura 4.19 Tipos de Datos adquiridos sobre el Vinton Dome, la línea de color magenta representa la extensión del Domo Eti, (2004) [Tomado de Chris Ennen (2012)].

Una vez hecho todo el análisis físico y matemático del funcionamiento de las técnicas propuestas en esta tesis para delimitar los bordes y estimar las profundidades, comencare a analizar los resultados que presentan en datos reales con el fin de detectar estructuras de importancia asociadas al Vinton Dome. El análisis será principalmente con las componentes tensoriales dejando a un lado las componentes del campo gravitacional debido a que no tiene tanta información para interpretar, a diferencia y como vimos en los modelos de las primeras.

En la Figura 4.20 se muestra la componente G_{xx} en la cual observamos varias características importantes, en primera instancia se pueden identificar un patrón de anomalías (líneas blancas) (+ - - +) que nos permite visualizar un contacto marcado por las líneas amarillas, la longitud entre líneas es de 1600m, también existe otro par de anomalías más lejano marcado con negro y blanco indicándonos otro contacto el cual tiene una longitud de 8350m. Se logra ver también en la porción más al norte y al sur algunas características más pequeñas mostrándose como anomalías positivas en círculos amarillos.

Con respecto a la componente G_{yy} Figura 4.20 se logran detectar un contacto en dirección norte-sur con una longitud aprox de 1500m, con este filtro no se puede identificar un contacto más lejano aunque se muestran algunas anomalías importantes mostradas con líneas blancas.

Se pueden también corroborar los contactos vistos en G_{xx} y en G_{yy} con G_{xz} y G_{yz} mostrados con una línea amarilla Figura 4.21, teniendo que el contacto de menor longitud ubicado en el centro tiene una longitud de 1500m como se ve en la escala mientras que el contacto mayor ahora lo marco a 6900m, mientras que para G_{zy} el contacto marca 1200m aprox. En las partes norte y sur del mapa se logra ver un patrón de anomalías que pudieran deberse a un contacto más grande mostrando valores negativos en el sur y positivos en el norte.

La componente G_{zz} Figura 4.22, como vimos en los modelos, detecta mejor las anomalías cuando se mide cerca de los centros de masa, en esta componente se logra identificar un contraste abrupto de densidades casi en el centro del mapa con una longitud E-W de 1500m y de N-S de 1200m aprox que concuerda con los datos obtenidos en las componentes anteriores, también se logra ver una estructura más profunda marcada por la elipse blanca. En este filtro a diferencia de G_{yy} y G_{zy} se puede tener una mejor interpretación de los límites que abarca la estructura más grande en su porción Norte-Sur con una longitud estimada de 10km aprox, mientras que su longitud Este-Oeste concuerda con G_{xz} y G_{xx} aprox de 6600m, con la componente G_{xy} podemos ver las esquinas de los bordes de una estructura grande y de una más pequeña reforzando así la interpretación de la estructura mayor.

Con la información ya antes citada acerca del Vinton Dome podemos inferir que los contactos vistos en las diferentes componentes identifican zonas del Vinton Dome.

El cap-rock por ejemplo corresponde al contacto marcado por las anomalías cerca de las coordenadas 442000 X[UTM] y 3334000 Y[UTM] y con dimensiones dadas de entre 1500m E-W y 1200m N-S, el alto gravimétrico que se observa en la Gxx seguido de un bajo en el cap-rock tiene un contraste de densidad positivo lo que nos dice que el cap-rock es más denso que la sal 2.165g/cm^3 y el medio circundante, tomando una dirección de medición en x. Tal como se explicó antes el cap-rock está compuesto de yeso y anhídrita el primero con una densidad de 2.31 a 2.33g/cm^3 y el segundo de 3.90g/cm^3 , en la Gyy también se ve este contraste en dirección S-N donde estas componentes nos definen un contacto entre el cap-rock y el domo salino.

Respecto al contacto mayor este se identifica más claramente en Gzz con una longitud N-S de 10km y de 6600m E-W, con contrastes de densidades negativos, ahora bien en la Gzx se observa una anomalía negativa en dirección x cerca de la coordenada 439000 X[UTM] y una positiva a 6900m en 446000 X[UTM] esto significa que a medida que pasamos midiendo en dirección x la anomalía negativa nos indica la existencia de un material menos denso que el medio circundante y mientras salimos de este medio de baja densidad se forma una anomalía positiva lo que nos marca un contacto entre la sal y los sedimentos de areniscas y lutitas que existen en esa zona, los cuales tienen mayor densidad que la sal, este contacto marcado por esas dos componentes se puede interpretar como la extensión del domo Vinton en dirección E-W.

La componente Gzy y Gxy solo refuerzan la información mostrada por las otras componentes, por ejemplo en la Gxy podemos interpretar los bordes en las esquinas de la estructura del domo y del cap-rock mientras que Gzy nos delimita bien la extensión del cap-rock N-S pero no tan bien los bordes del domo.

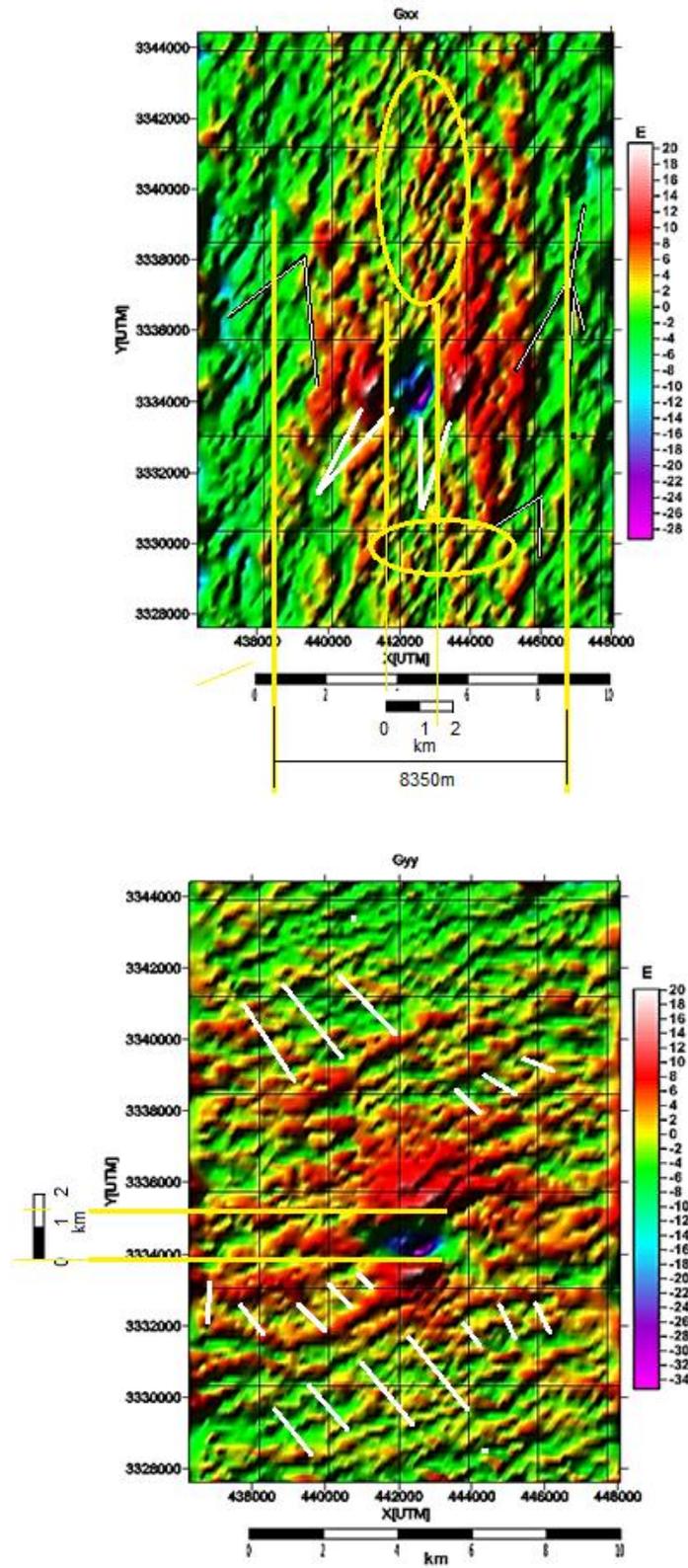


Figura 4.20 Interpretación de las componentes Tensoriales G_{xx} y G_{yy} del Vinton Dome.

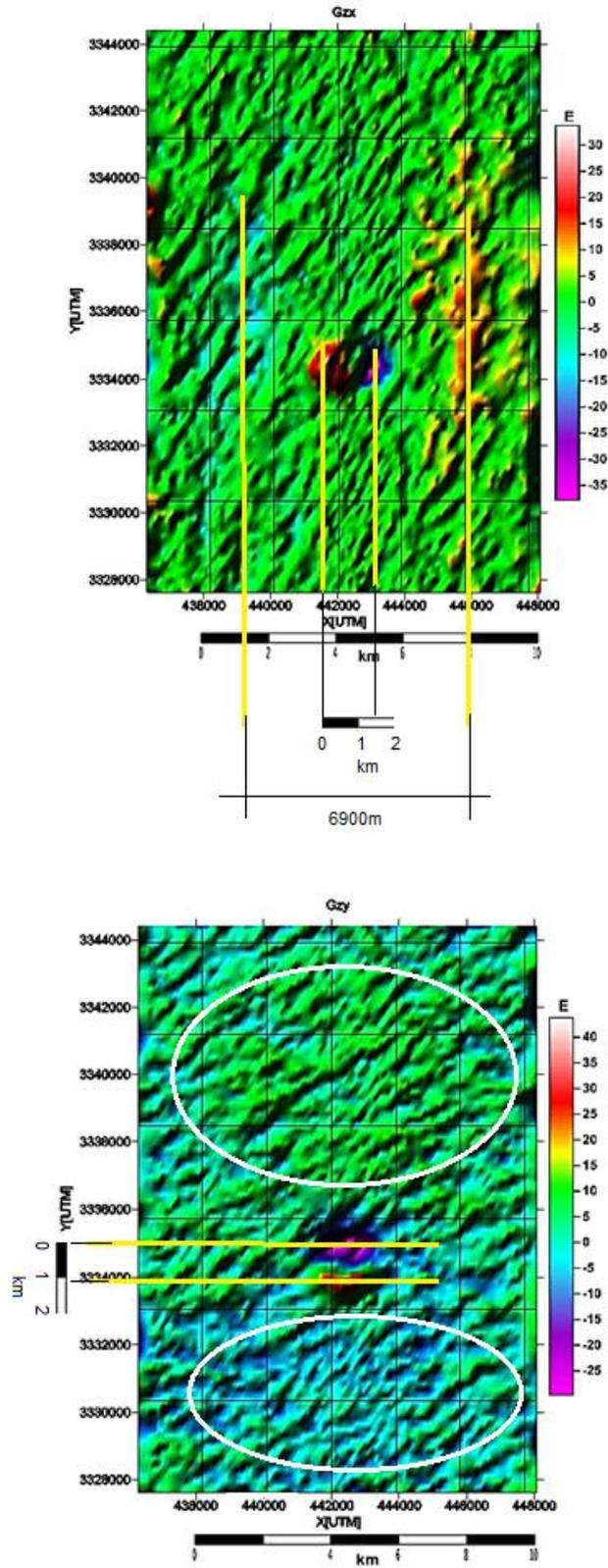


Figura 4.21 Interpretación de las componentes Tensoriales G_{zx} y G_{zy} del Vinton Dome.

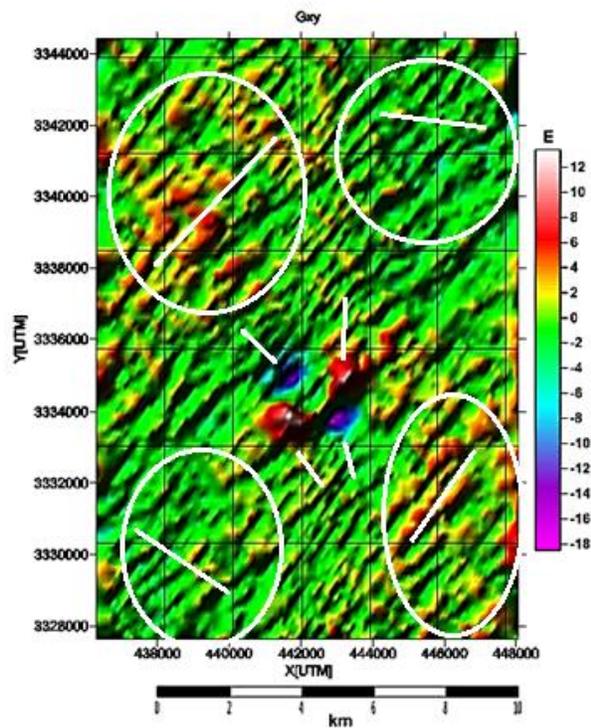
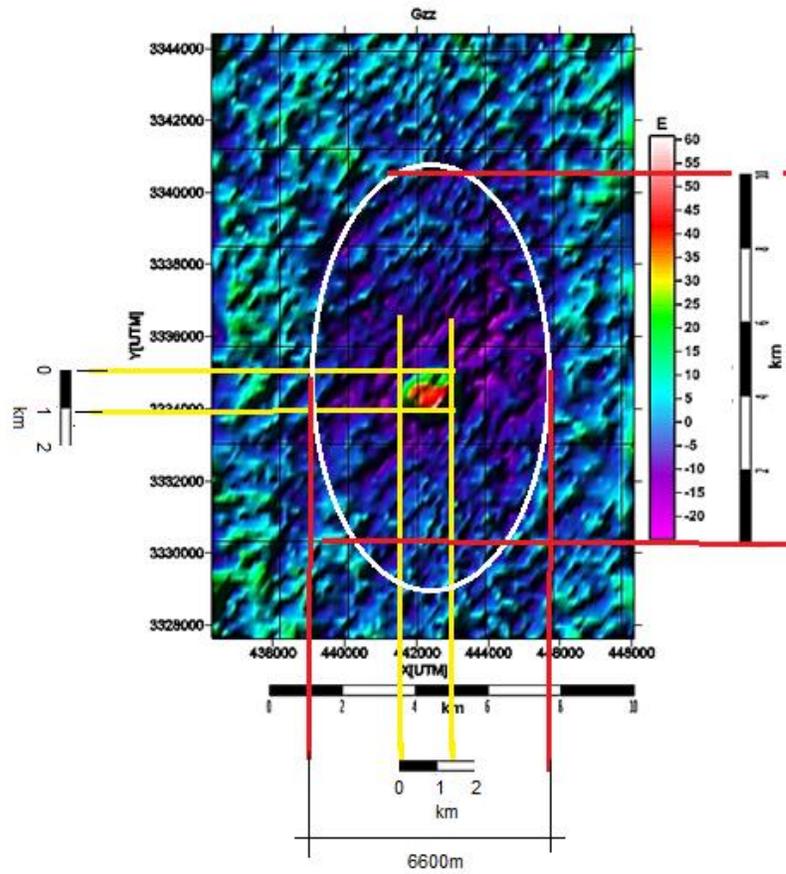


Figura 4.22 Interpretación de las componentes Tensoriales G_{zz} y G_{xy} del Vinton Dome.

Con respecto a las señales analíticas direccionales se puede realizar la siguiente interpretación. La SAx nos muestra un comportamiento similar a Gxx y Gzx solo que todos los contactos se muestran como anomalías positivas, las dimensiones tanto del cap-rock como del domo se identifican con las líneas amarillas que tienen aproximadamente las mismas dimensiones vistas anteriormente. Una característica importante es que se pueden identificar algunas características estructurales dentro de la zona del domo marcadas con líneas amarillas delgadas.

Tanto en la componente SAx y SAy Figura 4.24 se pueden identificar ese tipo de estructuras, que tomando en cuenta la información antes citada se pueden interpretar como fallas, debemos recordar que en las estructuras de domos salinos es común tener patrones de fallas tales como las que se señalan en la Figura 4.23

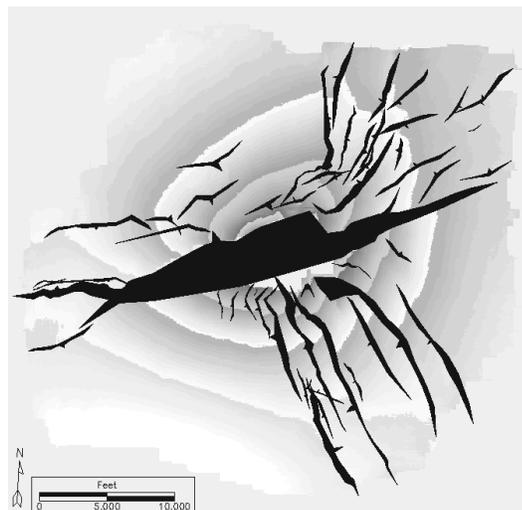
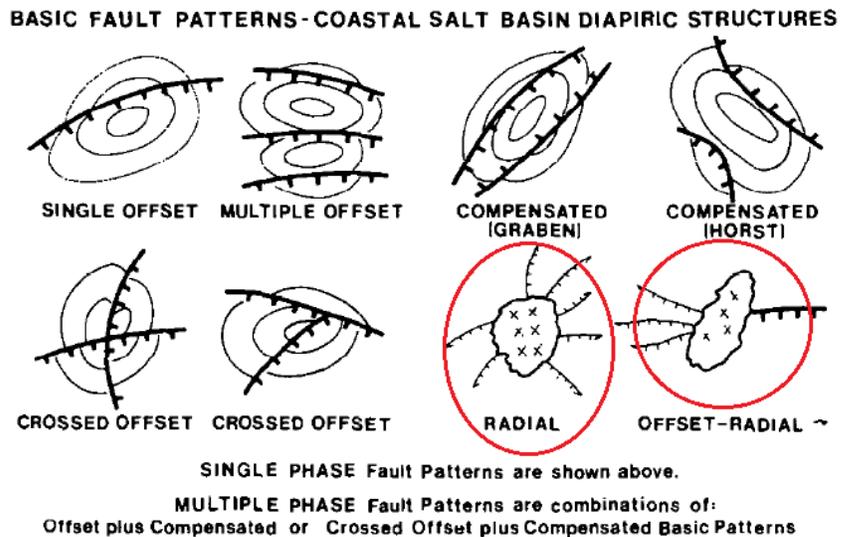


Figura 4.23 Patrones básicos de fallas en Domos Salinos sup, Fallas en el Vinton Dome Coker (2006).

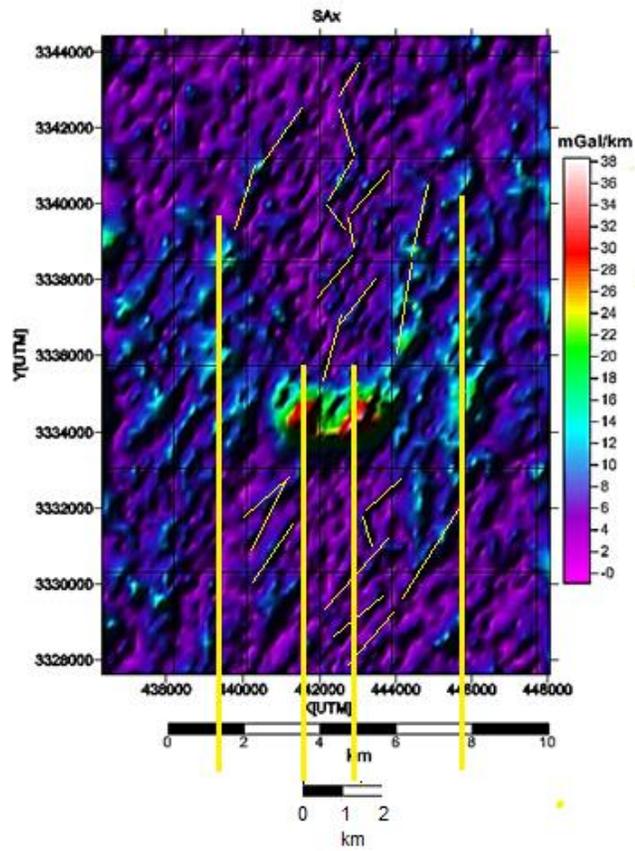
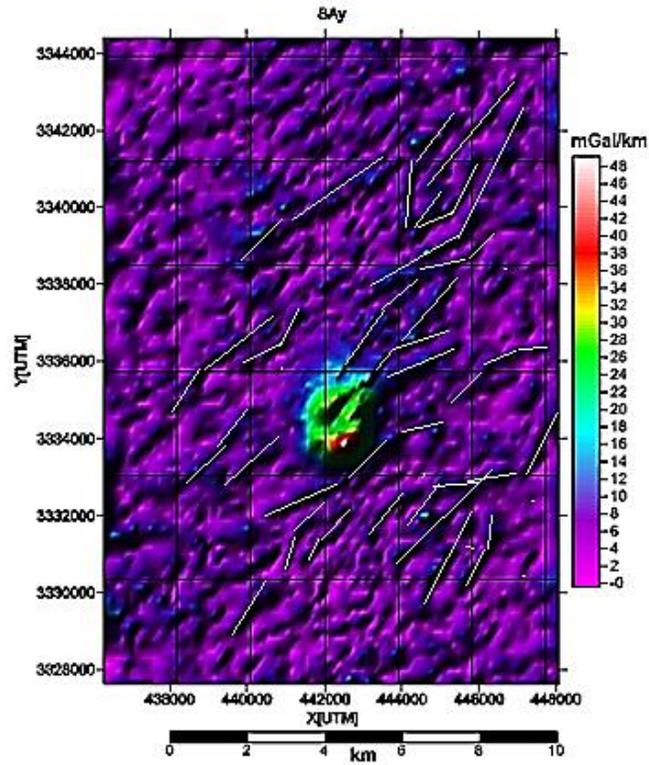


Figura 4.24 Interpretación de SAx y SAy del Vinton Dome.

Como se vio en la teoría la señal analítica direccional muestra buena resolución de bordes mostrando siempre picos en donde se presenta un contraste, en la Figura 4.25 se muestra una interpretación del domo Vinton y sus estructuras, en donde el contorno en Blanco (línea gruesa), delimita el domo de sal, el contorno rojo delimita el cap-rock y las líneas blancas delgadas las posibles fallas. También en esta figura se compara la interpretación echa por Chris Ennen, (2012).

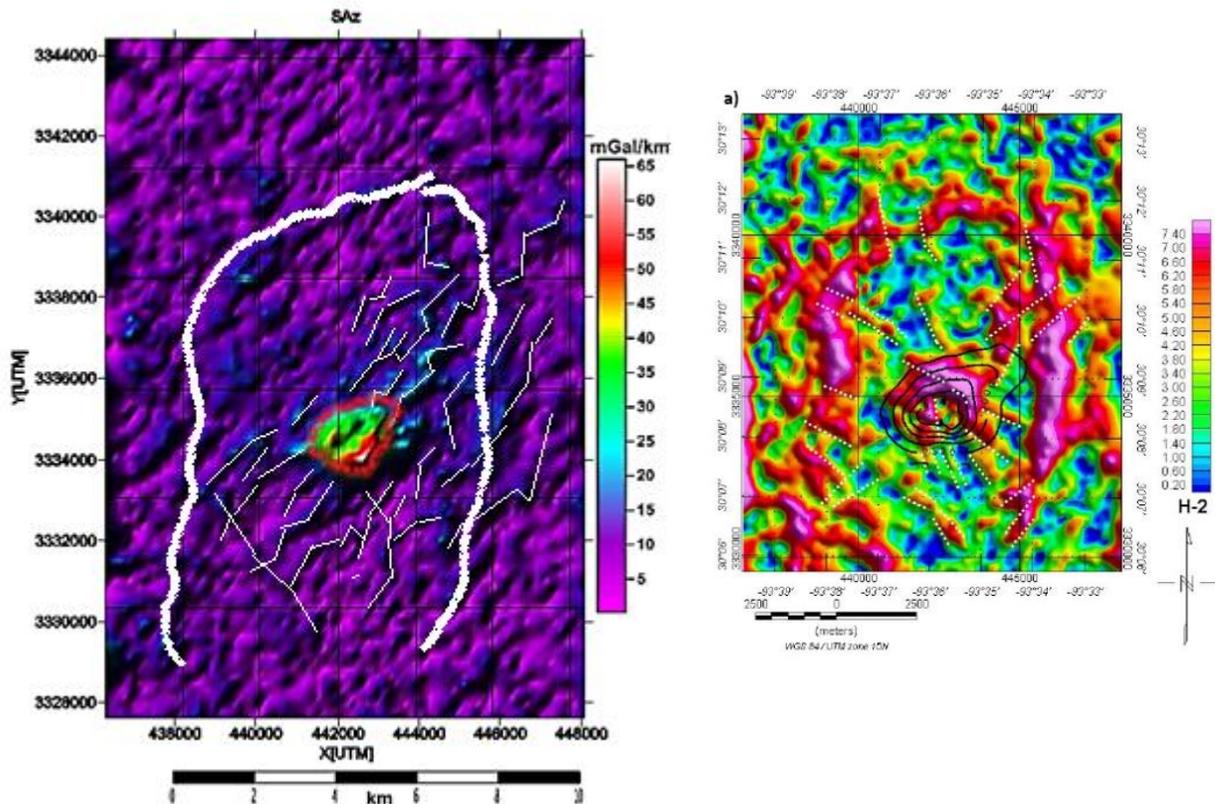


Figura 4.25 Interpretación de las características estructurales del Domo salino con la SAz, se muestra una interpretación realizada por Chris Ennen (2012) para comparar resultados.

Otra característica importantísima que es capaz de mostrar nuestra componente SAz es la posible ubicación de zonas con contenido de hidrocarburos, como se sabe de la teoría explicada anteriormente la señal analítica direccional en z (SAz) tiene la capacidad de poder identificar contrastes de densidad incluso de cuerpos superpuestos unos encima de otros, esto nos permite identificar que en los flancos del cap-rock y en otras zonas por debajo del Domo salino existen contrastes de densidades que concuerdan con la ubicación de pozos productores en el Vinton Dome Figura 4.27 recordemos que la densidad del gas metano es de 0.78 kg/m^3 lo que nos permite identificarlo ya que contrasta con la densidad de la sal y del medio circundante.

En esta Figura 4.26 se observa una comparación en donde se muestra al Domo con las posibles zonas de producción mostrando algunos pozos productores tomado de Chris Ennen, (2012) y la componente SAz realizada en esta tesis con las anomalías observadas, es claro ver que estas anomalías concuerdan en su mayoría con pozos productores y con zonas prospectivas de hidrocarburo, asociadas con las fallas (marcados con rojo), se ve que estas zonas están entre las coordenadas 440000 y 445000 X [UTM].

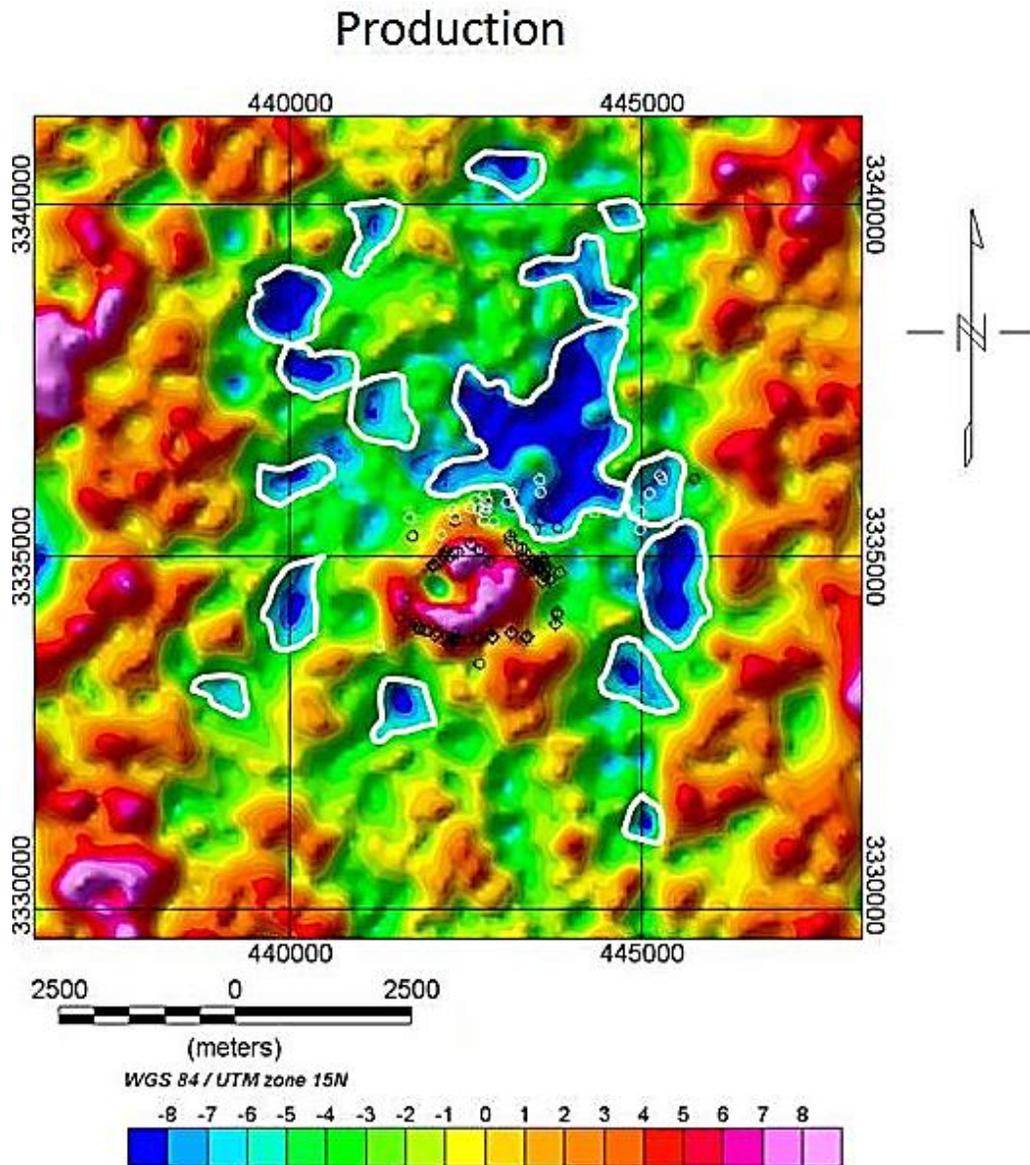


Figura 4.26 Zonas prospectivas (contornos blancos) y pozos productores (círculos negros y blancos) del Vinton Dome por Chris Ennen (2012).

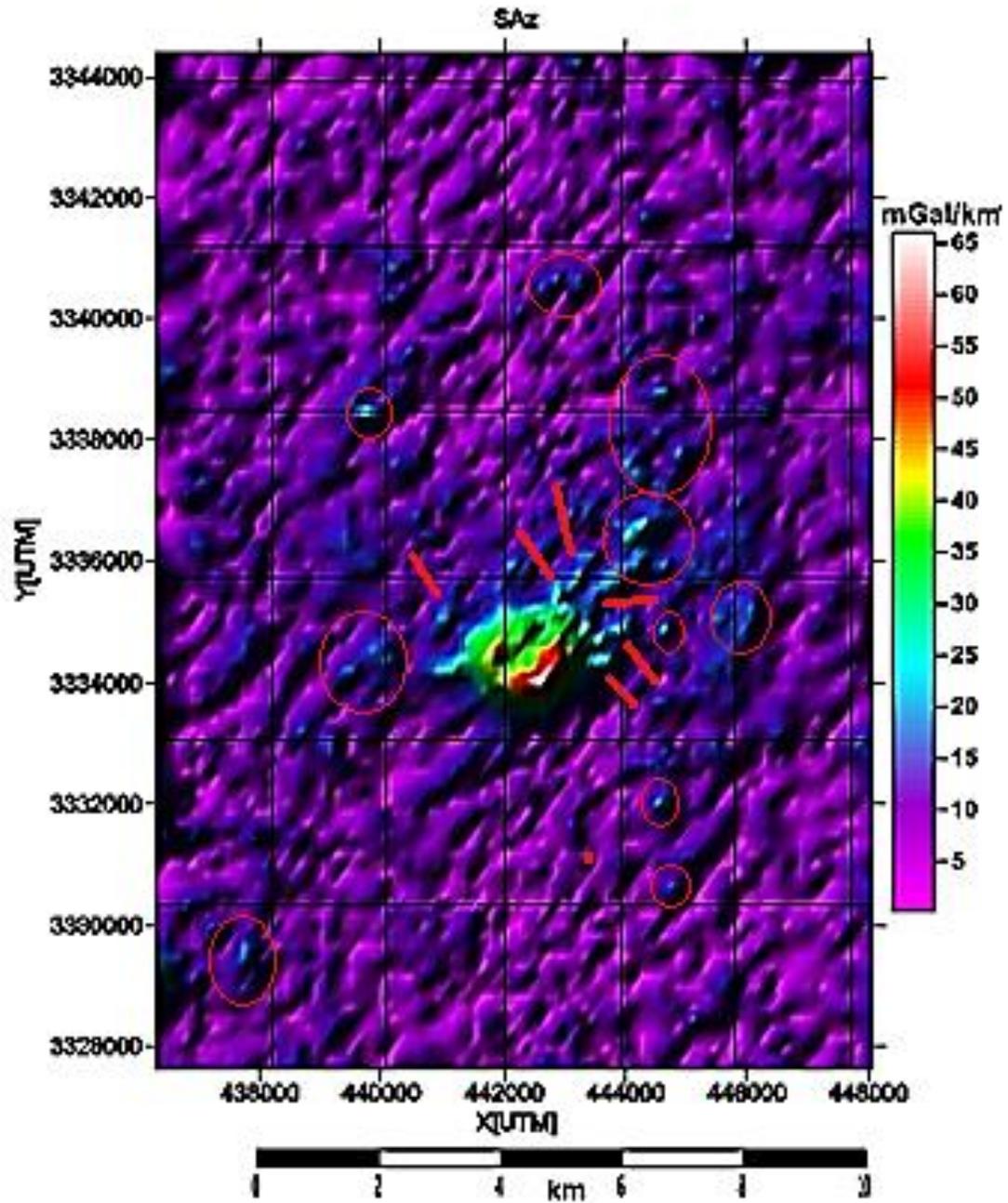


Figura 4.27 Posibles zonas con hidrocarburos (contornos rojos) del Vinton Dome localizadas con SAz.

Respecto a las profundidades, se tiene que con la información citada por (Coker, 2006), (Ennen, 2012) entre los principales el cap-rock se encuentra entre una profundidad de 160m en su porción mas somera y 360m en lo más profundo mientras que el domo salino comienza en una profundidad de 460m alcanzando un máximo de 2860m.

En nuestros cálculos podemos ver que en la SAz el cap-rock se encuentra bien ubicado en profundidad como lo muestra la Tabla 3.6 pero es difícil ubicar los contornos del domo salino en la Figura 3.32, esto es porque el filtro SAz resalta longitudes de onda cortas, sin embargo con los datos de gravimetría convencional podemos tener una mejor estimación de la profundidad del domo salino gracias a que tenemos presentes longitudes de onda más largas en estos datos.

Viendo la Figura 4.28 podemos hacer un análisis de la profundidad del domo, en esta figura se marcan tres zonas importantes, la zona uno corresponde al cálculo de las profundidades del cap-rock que como comprobamos la estimación de profundidad es mejor con SAz, en la zona 2 podemos observar una tendencia circular del contorno cero que idealmente estaría delimitada como lo indican los círculos rojos, a partir de ahí podemos hacer una interpretación de que esta zona es más profunda ya que el contorno cero es más amplio, en la Tabla 4.4 se marcan los resultados obtenidos en donde la cima de la sal está a profundidades mayores de 1 km.

Si ponemos atención en las coordenadas de la elipse negra vemos que está ubicada en donde nuestros métodos de delimitación de bordes no lo indican, esto corrobora que las mediciones están hechas dentro de la zona de estudio (el domo salino). También se puede hacer una comparación con las profundidades de datos de pozos en esta zona y vemos que las profundidades de la cima del domo salino están en rango con las obtenidas mediante el contorno cero. Figura 4.29.

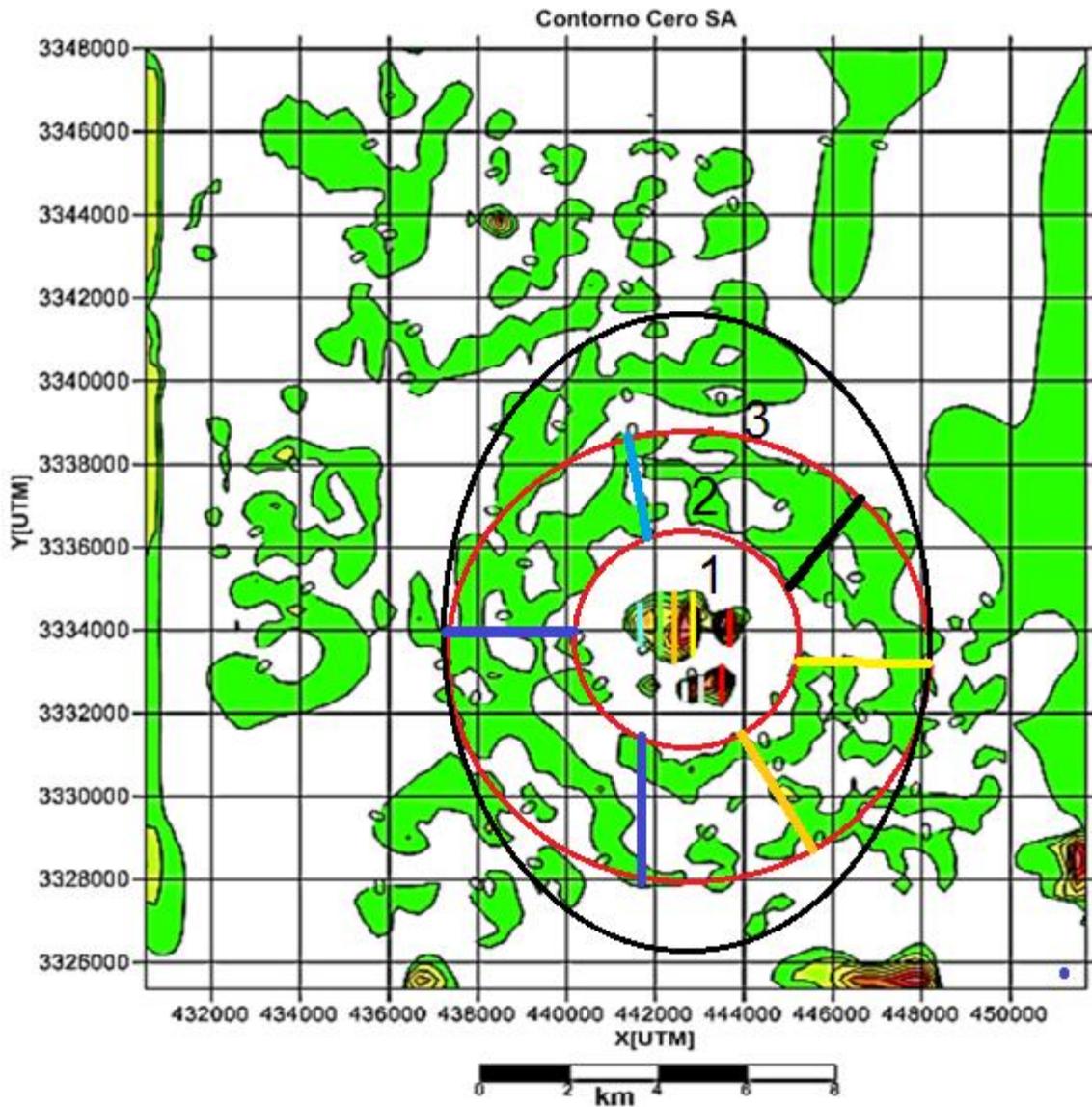


Figura 4.28 Resultados de las profundidades del Vinton Dome (porción de la sal) a partir de la Señal Analítica (SA).

Domo Vinton	x_i [km]	Promedio \bar{x}_i [km]	Corrección por MacLeod $\bar{x}_i/1.41=m$	Corrección por filtro $\Delta z=0.32\text{km}$ $h = m - \Delta z$	Profundidad Estimada h [km]
	— 2.35x1		1.66		1.34
	— 2.52x1		1.78		1.46
	— 2.72x1		1.92		1.60
	— 3.43x1		2.43		2.11
	— 3.20x2		2.26		1.94

Tabla 4.4 Resultados de las profundidades del Vinton Dome (porción de la sal) a partir de la Señal Analítica (SA).

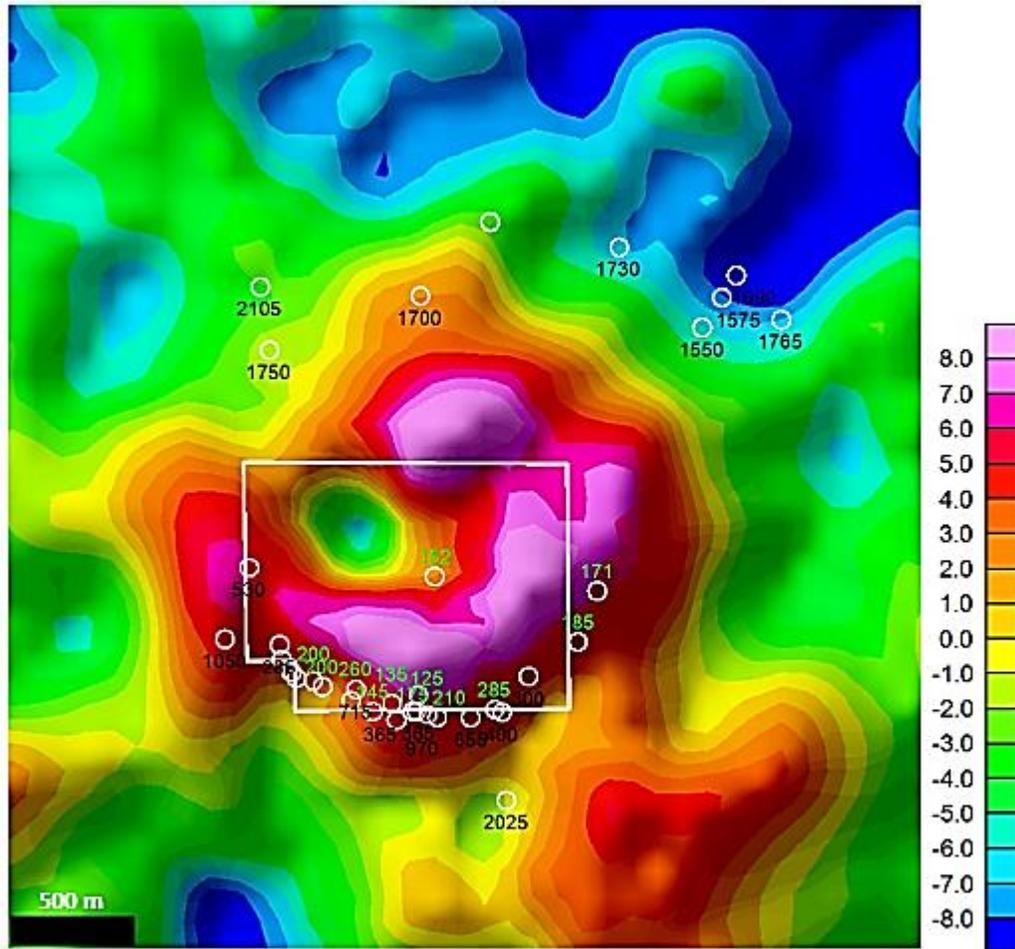


Figura 4.29 Cap-Rock (línea blanca) con pozos perforados en la sima (verde), pozos perforados en la sima de la sal (negros) las profundidades están en metros. Eti (2004).

Tema 5.- CONCLUSIONES.

La gradiometría, mide directamente seis de las nueve componentes del tensor gradiente de la gravedad, y nos permite tener información del campo gravitacional anómalo. A través de ella podemos resaltar las características geométricas del subsuelo para conseguir realizar una interpretación geológica.

Una característica intrínseca del tensor gradiente de la gravedad y de sus técnicas de procesamiento, entre las cuales se encuentra la señal analítica direccional, es que no se ven afectadas por la interferencia entre fuentes y la eliminación de anomalías regionales es relativamente simple. Ambos factores permiten una mejor resolución en la ubicación espacial de las fuentes.

En el capítulo 4 se presentan modelos sintéticos para la delimitación de bordes en planta. Las componentes del tensor gradiente calculadas mejoraron la calidad de la señal aumentando su ancho de banda, en comparación con las componentes del campo gravitacional, que abarcan un rango menor de frecuencias. Con las componentes tensoriales y su integración con la señal analítica direccional propuesta, se ubicaron mejor los límites de los bloques en los modelos sintéticos.

Los datos tensoriales medidos en el domo Vinton, se logró realizar una interpretación estructural cuantitativa de la zona. Se estimaron las dimensiones en planta de la capa de roca sobre la cima (cap rock, en idioma inglés) y del domo salino, comprobando la efectividad de los métodos propuestos para los modelos sintéticos. También, gracias a las ventajas de la señal analítica direccional para detectar anomalías de cuerpos superpuestos, se realizó una interpretación de posibles zonas con presencia de hidrocarburos. Una gran ventaja que nos proporcionan las tecnologías de adquisición de datos potenciales, en este caso la gradiometría, es que son tecnologías que proveen datos con una alta resolución y cuentan con mejores sistemas de posicionamiento. Todo esto redundando en una mejor calidad de los datos medidos.

El empleo de la señal analítica y la señal analítica direccional para estimar las profundidades de las fuentes anómalas en datos sintéticos y reales, representa el aporte principal de esta tesis. Como se aprecia en los modelos sintéticos del capítulo 4, la técnica de la señal analítica direccional estima las profundidades de manera muy precisa. Mientras que para datos observados, la estimación de la profundidad de la capa de roca sobre la cima se comparó con la información reportada en estudios previos soportados por métodos sísmicos y pozos, teniendo valores muy consistentes con dichos estudios. Recordemos también que, a pesar

de que la señal analítica direccional produjo mejores resultados tanto en los modelos como en los datos observados, no permitió estimar con precisión las profundidades de la parte profunda del domo Vinton. La razón de este problema, se asocia con que en este último método se emplean los gradientes medidos del campo y estos detectan mejor las fuentes someras. Por consiguiente, el uso de la señal analítica convencional logro mapear con un mejor nivel de aproximación las profundidades del domo salino en su parte profunda. La razón de este último aspecto, es que se emplea la gravimetría tradicional que tiene un mayor contenido de bajas frecuencias que se asocian con rasgos geológicos más profundos. Podemos concluir, que la selección de alguna de estas técnicas está relacionada con el objetivo exploratorio que se persigue en cada caso.

Además, para conseguir estimaciones mejoradas se incorporaron a la metodología propuesta las correcciones por continuación analítica ascendente y el factor de estimación de las profundidades a partir de los puntos de inflexión en la señal analítica, propuesto por MacLeod (1993). Este factor se escogió debido a que muestra mejores resultados para cuerpos que tienen dimensiones más grandes que la profundidad de sepultamiento.

BIBLIOGRAFÍA.

- Blakely, R. J., (1995). Potential theory in gravity and magnetic applications. Cambridge University Press.
- COKER (2006). AQUITANIAN (LOWER MIOCENE) DEPOSITIONAL SYSTEMS: VINTON DOME, ONSHORE, GULF OF MEXICO, SOUTHWEST LOUISIANA, UNIVERSITY OF HOUSTON, MASTER THESIS.
- D. Aydogan (2011). Extraction of lineaments from gravity anomaly maps using the gradient calculation: Application to Central Anatolia. *Earth Planets Space*, 63, 903–913.
- Pedersen, L.B, (1989). Relations between horizontal and vertical gradients of potential fields: *GEOPHYSICS*, VOL. 54, NO.5 (MAY 1989); P. 662-663.
- Rafael R. Boix y Francisco Medina (2000). Teorema de Helmholtz. Universitat de València.
- Afif H. Saad (2006). Understanding gravity gradients—a tutorial, 25(8), 942-949.
- Atchuta R. D., H. V. Ram Babu, and P. V. Sanker, Narayan (1981). Interpretation of magnetic anomalies due to dikes: the complex gradient method, *Geophysics*, 46, 1572–1578.
- Bell Geospace Inc. (2008). Processing and Acquisition of Air-FTG® DATA. Houston, Texas.
- Chelotti, L., Acosta, N., Foster, M., (2009). Cátedra de Geofísica Aplicada, U.N.P.S.J.B., Chubut, Argentina.
- Chris Ennen (2012). Mapping Gas-Charged Fault Blocks Around the VINTON SALT DOME, LOUISIANA using GRAVITY GRADIOMETRY DATA, UNIVERSITY OF HOUSTON. MASTER THESIS.
- Chris Ennen and Stuart Hall, (2011). Structural mapping of the Vinton salt dome, Louisiana, using gravity gradiometry data, University of Houston.

- Coker, M. O., J. P. Bhattacharya, and K. J. Marfurt, (2007). Fracture patterns within mudstones on the flanks of a salt dome: Syneresis or slumping?: Gulf Coast Association of Geological Societies Transactions, v. 57, p. 125-137.
- David Beamish, (2012). The application of spatial derivatives to non-potential field data interpretation: *Geophysical Prospecting*, 2012, 60, 337-360.
- Dennis G.Zill (1997). Ecuaciones diferenciales con aplicaciones de modelado. Sexta edición Thompson.
- Gary Barnes and John Lumley (2011). Processing gravity gradient data, 76(2), 133-147.
- Gary Barnes, Joseph Barraud, John Lumley, and Mark Davies (2008). Advantages of mutli-tensor, high resolution gravity gradient data. SEG Technical Program Expanded Abstracts 2008: pp. 3587-3590.
- Guoqing Ma, Lili Li, (2012). Direct analytic signal (DAS) method in the interpretation of magnetic data: *Journal of Applied Geophysics* 88 , 101–104.
- Haney, M., C. Johnston, Y. Li, and M. Nabighian, (2003). Envelopes of 2D and 3D magnetic data and their relationship to the analytic signal: Preliminary results: 73rd Annual International Meeting, SEG, Expanded Abstracts, 592–595.
- Hood, P.,(1965). Gradient measurements in aeromagnetic surveying, *Geophysics*, 30, 891–902.
- Hsu, S.-K., J.-C. Sibuet, and C.-T. Shyu, (1996). High-resolution detection of geological boundaries from potential-field anomalies: An enhanced analytic signal technique: *Geophysics*, 61, 373–386.
- John M. Reynolds (1997). An introduction to applied and enviromental Geophysics. Reynolds Geo-Sciences Ltd. UK.
- Kellog (1954). Foundations of Potential Theory. Dover publications New York.
- Lane, R.J.L., editor, (2004). Airborne Gravity 2004 – Abstracts from the ASEG-PESA Airborne Gravity 2004 Workshop: Geoscience Australia Record.
- Majid Beiki (2010).Analytic signals of gravity gradient tensor and their application to estimate source location, 75(6), 159-174.

- Majid Beiki and Laust B. Pedersen (2010). Eigenvector analysis of gravity gradient tensor to locate geologic bodies, 75(6), 137-149.
- Nabighian, M. N., (1972). The analytic signal of two-dimensional magnetic bodies with polygonal cross-section - Its properties and use for automated anomaly interpretation: *Geophysics*, 37, 507–517.
- Nabighian, M. N.,(1974). Additional comments on the analytic signal of two dimensional magnetic bodies with polygonal cross-section: *Geophysics*, 39, 85–92.
- Nabighian, M. N.,(1984). Toward a three-dimensional automatic interpretation of potential field data via generalized Hilbert transforms—Fundamental relations: *Geophysics*, 49, 780–786.
- Nava Flores, Mauricio (2010). MODELADO POR MÉTODOS POTENCIALES DE ESTRUCTURAS SALINAS INFERIDAS POR SISMOLOGÍA DE REFLEXIÓN, PROGRAMA DE POSGRADO EN CIENCIAS DE LA TIERRA, UNAM Tesis de Mestria.
- Nicole Debeglia and Jacques Corpel (1997). Automatic 3-D interpretation of potential field data using analytic signal derivatives, 62(1), 87-96.
- PEDERSEN, L.B. and RASMUSSEN, T.M. (1990). The gradient tensor of potential field anomalies: Some implications on data collection and data processing of maps, *Geophysics* 55, 1558-1566.
- Roest, W. R., and M. Pilkington, (1993). Identifying remanent magnetization effects in magnetic data: *Geophysics*, 58, 653–659.
- Roest, W. R., J. Verheof, and M. Pilkington (1992). Magnetic interpretation using the 3-D analytic signal, *Geophysics*, 57, 116–125.
- Roest, W. R., J. Verhoef, and M. Pilkington, (1992). Magnetic interpretation using the 3-D analytic signal: *Geophysics*, 57, 116–125.
- Ron Larson (2010). CÁLCULO 2 DE VARIAS VARIABLES. Novena edición McGraw-Hill.
- Shoichiro (1992). Métodos Numericos aplicados con Software. Pearson.
- Shu-Kun Hsu, Dorothée Coppens, and Chuen-Tien Shyu (1998). Depth to magnetic source using the generalized analytic signal, 63(6), 1947-1957.

- Telford, W. M., Geldart, L. P., Sheriff, R. E., and Keys, D. A., (1976). Applied Geophysics: Cambridge Univ. Press.
- Xiong Li (2006). Understanding 3D analytic signal amplitude, 71(2), L13-L16.
- Yanus Cengel & Michael Boles (2006). Termodinámica. Quinta Edición McGraw-Hill.