

# C U R S O

## HIDRAULICA APLICADA A LA CONSTRUCCION

### COSTA RICA

Fecha	Duración	Tema	Profesor
Agosto 27	5 horas	<b>1. CONCEPTOS Y PRINCIPIOS FUNDAMENTALES</b>  1.1 Ecuaciones fundamentales 1.2 Empuje hidrostático. Ataguías, tanques y presas 1.3 Principios de flotación, Subpresión y presión de poro 1.4 Principios de continuidad 1.5 Principios de la conservación de la energía 1.6 Principios de la conservación del impulso y cantidad de movimiento 1.7 Problemas de aplicación	Dr. Rolando Springall G.
Agosto 28	5 horas	<b>2. HIDROLOGIA SUPERFICIAL</b>  2.1 El ciclo hidrológico 2.2 Precipitación 2.3 Escurrimiento 2.4 Relaciones lluvia-escurrimiento 2.5 Clasificación de estructuras y eventos a su diseño 2.6 Problemas de aplicación	Dr. Rolando Springall G.
Agosto 29	5 horas	<b>3. HIDRAULICA DE CANALES</b>  3.1 Conceptos fundamentales 3.2 Flujo uniforme 3.3 Flujo variado 3.4 Diseño hidráulico de canales 3.5 Problemas de aplicación	Dr. Rolando Springall G.

Agosto 30	5 horas	4. <b>HIDRAULICA FLUVIAL</b>  4.1 Requisitos para el diseño de obras en los cauces de los ríos 4.2 Cauces estables 4.3 Socavación en cauces naturales 4.4 Problemas de aplicación	Dr. Rolando Springali G.
Agosto 31	3 horas	Examen primera parte	Dr. Rolando Springali G.
Sep. 3	5 horas	5. <b>TUBOS</b>  5.1 Aspectos generales. Orificios 5.2 Flujo en tubos de rugosidad comercial 5.3 Fórmulas empíricas de fricción 5.4 Problemas de aplicación. Redes	M. en I. Oscar Vega Roldán
Sep. 4	5 horas	6. <b>AGUA SUBTERRANEA</b>  6.1 Concepto de permeabilidad 6.2 Determinación de la permeabilidad en el laboratorio y en el campo 6.3 Ecuación general de flujo de agua 6.4 Redes de flujo 6.5 Pozos 6.6 Problemas de aplicación	M. en I. Oscar Vega Roldán
Sep. 5	5 horas	7. <b>BOMBAS</b>  7.1 Conceptos básicos 7.2 Selección de tipo de bomba 7.3 Operación del equipo de bombeo 7.4 Problemas de aplicación	M. en I. Oscar Vega Roldán

Sep. 8	5 horas	8. HIDRAULICA DE EMBALSES	M. en I. Oscar Vega Roldán
		8.1 Funcionamiento de un vaso 8.2 Tránsito de avenidas 8.3 Problemas de aplicación. Cierre de cauces	
Sep. 7	3 horas	Examen segunda parte	M. en I. Oscar Vega Roldán

C U R S O

HIDRAULICA APLICADA A LA CONSTRUCCION

COSTA RICA

1. CONCEPTOS Y PRINCIPIOS FUNDAMENTALES

DR. ROLANDO SPRINGALL GALINDO

Notas Formadas del libro "Hidráulica-  
General" Volumen I., M. en I. Gilber-  
to Sotelo Avila, Limusa ( 1976 ), por-  
el M. en I. Francisco Echavarría A. -  
para el curso de Hidráulica Aplicada a  
la Construcción (Febrero-Abril 1978 )

Agosto 1979

## 1. CONCEPTOS Y PRINCIPIOS FUNDAMENTALES .

### 1.1 Propiedades de los fluidos

De acuerdo con el aspecto físico que tienen en la naturaleza, la materia se puede clasificar en tres estados: sólido, líquido y gaseoso, de los cuales los dos últimos se conocen como fluidos.

A diferencia de los sólidos, por su constitución molecular - los fluidos pueden cambiar continuamente las posiciones relativas de sus moléculas, sin ofrecer gran resistencia al -- al desplazamiento entre ellas, aún cuando éste sea muy grande.

La definición anterior implica que si el fluido se encuentra en reposo en su interior no pueden existir fuerzas tangenciales a superficie alguna, cualquiera que sea su orientación, y que dichas fuerzas se presentan solo cuando el fluido esta en movimiento. Otra característica peculiar del fluido es que, como no tienen forma propia, adquiere la del recipiente que lo contiene.

Los fluidos poseen una propiedad característica de resistencia a la rapidez de deformación, cuando se someten a un esfuerzo tangencial, que explica su fluidez. Esta resistencia llamada viscosidad no sigue las mismas leyes de deformación de los sólidos, es decir, los esfuerzos tangenciales que se producen en un fluido no dependen de las deformaciones que experimenta, sino de la rapidez con que estas se producen.

Fuera de la clasificación general los fluidos pueden dividirse en líquidos y gases. Considerando que un líquido cualquiera tiene un volumen definido que varía ligeramente con la presión y la temperatura, al colocar cierta cantidad de aquel en un recipiente de mayor volumen, adopta la forma del mismo y deja una superficie libre o de contacto entre el líquido y su propio vapor, la atmósfera u otro gas presente. No sucede lo mismo si una cantidad igual de gas se coloca en el recipiente, pues este fluido se expande hasta ocupar el máximo volumen que se le permita sin presentar una superficie libre, sólo en estas condiciones el gas logra su equilibrio estático.

El análisis riguroso del comportamiento de un fluido debería considerar la acción individual de cada molécula; sin embargo, en las aplicaciones propias de la Ingeniería el centro de interés reside sobre las condiciones medias de velocidad, presión, temperatura, densidad, etc., de ahí que en lugar de estudiar por separado la conglomeración real de moléculas, se supone que el flujo es un medio continuo, es decir una distribución continua de materia sin espacios vacíos.

#### 1.1.1 Fuerzas que actúan en el interior de un fluido

Si en un fluido en movimiento se aísla idealmente un volumen  $V_C$  limitado por la superficie cerrada  $SC$ , como se indica en la fig 1.1, por la acción del medio que rodea al volumen  $V_C$  se generan fuerzas de diferente magnitud y dirección distribuida sobre toda la superficie  $SC$ , las cuales se designan como fuerzas de superficie.

Se considera sobre la superficie  $SC$  un elemento de área  $\Delta A$ , que encierra al punto  $P$  y sobre el cual actúa la fuerza de superficie  $\Delta F$ . La magnitud y orientación del elemento  $\Delta A$  se puede representar por  $\Delta A$ , vector normal a dicho elemento que, por convención, es de dirección positiva hacia afuera del volumen  $V_C$ . Evidentemente, la fuerza  $\Delta F$  será tanto mas pequeña como reducida sea el área  $\Delta A$ . Si el elemento  $\Delta A$  se reduce indefinidamente en su magnitud, siempre alrededor del punto  $P$ , relación  $\Delta F/\Delta A$  entre la fuerza y el elemento de área se aproxima a un valor límite que se designa esfuerzo específico o unitario o simplemente esfuerzo en el

punto P; esto es, se define como esfuerzo en el punto P, al límite siguiente :

$$S = \lim_{\Delta A \rightarrow 0} \frac{\Delta F}{\Delta A} = \frac{dF}{dA}$$

Sus dimensiones son :  $[S] = [FL^{-2}]$  , generalmente  $Kg/m^2$  o  $Kg/cm^2$ .

El esfuerzo no sólo depende de la posición del punto P sino también de la orientación de  $\Delta A$  en dicho punto. En general la fuerza  $\Delta F$  en P podrá descomponerse en dos componentes : una normal  $\Delta F_n$  y otra tangencial  $\Delta F_t$  ( fig 1.2 ) que siguiendo la definición, generarán un esfuerzo normal  $\sigma$  y otro tangencial  $\tau$  ( o cortante ) respectivamente .

Además de las fuerzas de superficie, en cada punto del volumen VC actúan las fuerzas de cuerpo que pueden ser de diferentes tipos : de peso, electromagnéticas, etc.

Estas fuerzas se refieren a la unidad de masa y se expresan por el vector  $M = X_i + Y_j + Z_k$  , referidas a un sistema de coordenadas cartesianas. Por ejemplo, si actúa exclusivamente la fuerza de peso el eje Z coincide con la vertical del lugar, las componentes de la fuerza de cuerpo son :

$$X = 0 \quad Y = 0 \quad Z = - \frac{Mg}{M} = -g$$

donde

$g$  es la aceleración local de la gravedad

Se considera nuevamente el elemento del área  $\Delta A$  que encierra al punto P, de la fig 1.3. Si se tiene un fluido en reposo en que no actúan fuerzas tangenciales sobre



el elemento de superficie considerando, en el punto  $P$  actúa exclusivamente una fuerza  $\Delta F$  normal al elemento de superficie, y paralela al vector  $\Delta A$ . Es claro que dicha fuerza será tanto mas pequeña como reducida sea el área  $\Delta A$  del elemento considerado. Si  $\Delta A$  se reduce de magnitud indefinidamente, la relación  $\Delta F/\Delta A$  entre la magnitud de la fuerza y del área se aproxima a un valor límite que se designa como intensidad de presión o simplemente, presión; esto es, se define como presión en el punto  $P$  al límite siguiente:

$$-P = \lim_{\Delta A \rightarrow 0} \frac{\Delta F}{\Delta A} = \frac{dF}{dA}$$

donde el signo negativo implica que la fuerza  $\Delta F$  produce un esfuerzo de compresión.

[Las dimensiones de la presión corresponden también a las de un esfuerzo  $[FL^{-2}]$

### 1.1.2 Temperatura

La magnitud de la temperatura se puede relacionar con la actividad molecular que resulta de la transferencia de calor.

Las escalas de medida se detienen en términos de la expansión volumétrica de ciertos líquidos, comúnmente el mercurio; como un ejemplo se puede tomar la escala de temperatura Celsius o de grados centígrados la cual se estableció de modo que el punto de congelación del agua correspondiera <sup>a</sup> cero de la escala, y el de ebullición, en condiciones estándar a  $100^\circ C$

### 1.1.3 Densidad y peso específico

La densidad  $\rho$  representa la masa de fluido contenida en la unidad de volumen; en

los sistemas absoluto y gravitacional sus dimensiones son  $[ML^{-3}]$  y  $[FT^2L^{-4}]$  respectivamente.

Desde un punto de vista matemático la densidad en un punto queda definida como:

$$\rho = \lim_{\Delta V \rightarrow 0} \frac{\Delta M}{\Delta V}$$

donde  $\Delta M$  es la masa de fluido contenida en el elemento de volumen  $\Delta V$  que rodea al punto.

Estrechamente asociado con la densidad está el peso específico  $\gamma$  que representa el peso de fluido por unidad de volumen; son sus dimensiones  $[FL^{-3}]$

Ambas propiedades  $\gamma$  y  $\rho$  se relacionan mediante la ley

$$\gamma = g \rho$$

en que  $g$  designa la aceleración local de la gravedad, que resulta de aplicar la segunda ley de Newton a la unidad de volumen de fluido:

La densidad de los líquidos depende de la temperatura y es prácticamente independiente de la presión, por lo que se pueden considerar incomprensibles. Los valores estándar para  $\rho$  y  $\gamma$  son:

$$\rho = 101.97 \text{ Kg seg}^2/\text{m}^4; \gamma = 1000 \text{ Kg}/\text{m}^3$$

que corresponden al agua pura a  $4^\circ \text{C}$ .

#### 1.1.4 Viscosidad

La viscosidad de un fluido es una medida de su resistencia a fluir, como resultado de la interacción y cohesión de sus moléculas.

Si se considera el movimiento de un flujo sobre una frontera sólida fija, donde las partículas se mueven en líneas rectas paralelas, se puede suponer que el flujo se produce en forma de capas o láminas de espesor diferencial cuyas velocidades varían con la distancia  $y$ , normal a dicha frontera ( fig 1.4 )

Según Newton, el esfuerzo tangencial que se produce entre dos láminas separadas una distancia  $dy$ , y que se desplazan con velocidades  $(v)$  y  $[v + (\partial v/\partial y)dy]$ , vale

$$\tau = \mu \frac{\partial v}{\partial y}$$

De acuerdo con dicha ley, el esfuerzo tangencial es proporcional al gradiente transversal de velocidades  $\partial v/\partial y$ . La constante de proporcionalidad  $\mu$  es una magnitud característica de la viscosidad del fluido y se conoce como viscosidad dinámica o simplemente, viscosidad.

Las dimensiones de la viscosidad dinámica, en el sistema absoluto, son  $[ML^{-1}T^{-1}]$  y, en el gravitacional,  $[FL^{-2}T]$

Para los cálculos prácticos es más conveniente relacionar la viscosidad dinámica del fluido y su densidad, con la fórmula

$$\nu = \frac{\mu}{\rho}$$

donde  $\nu$  es la viscosidad cinemática y sus dimensiones son  $[L^2 T^{-1}]$

### 1.1.5 Comprensibilidad

La comprensibilidad de un fluido es una medida de cambio de volúmenes y por lo-

tanto de su densidad, cuando se somete a diversas presiones.

El módulo de elasticidad volumétrica de un fluido, es análogo al módulo de la elasticidad lineal empleando para caracterizar la elasticidad de los sólidos, se define como el cambio de presión dividido entre el cambio asociado en el volumen o densidad por unidad de volumen o densidad, viéndose una medida directa de la compresibilidad del fluido. Sus dimensiones son las de un esfuerzo  $[FL^{-2}]$

## 1.2 Ecuaciones de la hidrostática

La estática de fluidos estudia las condiciones de equilibrio de los fluidos en reposo, y cuando se trata sólo de líquidos, se denominan hidrostática.

### 1.2.1 Ecuaciones de Euler

Se considera idealmente un elemento de fluido en forma prismática que encierra el punto P, donde la densidad es  $\rho$  y la presión  $p$ . Habiéndose elegido un sistema de coordenadas con el eje Z vertical, conviene orientar los lados de la partícula según los ejes del sistema, de tal manera que la presión se incremente en magnitudes diferenciales y genere las fuerzas indicadas en la fig. 1.5

Si la fuerza de cuerpo por unidad de masa de la partícula es  $M = Xi + Yj + Zk$  el equilibrio de las fuerzas en la dirección x implica que

$$\left(p - \frac{1}{2} \frac{dp}{dx} dx\right) dy dz - \left(p + \frac{1}{2} \frac{dp}{dx} dx\right) dy dz + \rho X dx dy dz = 0$$

Al simplificar y hacer idénticos razonamientos en las restantes direcciones coordenadas, se obtiene el sistema de ecuaciones

$$\frac{\partial p}{\partial x} = \rho X \quad \frac{\partial p}{\partial y} = \rho Y \quad \frac{\partial p}{\partial z} = \rho Z$$

Conocidas como las ecuaciones estáticas de Euler.

Si se considera que la única fuerza de cuerpo es la debida al campo gravitacional terrestre, sus componentes son  $X = Y = 0, Z = -g$ , y de las ecuaciones anteriores se tiene:

$$\frac{\partial p}{\partial x} = 0 \quad \frac{\partial p}{\partial y} = 0 \quad \frac{\partial p}{\partial z} = -\rho g = -\gamma$$

Así se concluye que la presión dentro de un fluido en reposo varía solamente con la coordenada vertical  $Z$ , y es constante en todos los puntos contenidos en un mismo plano horizontal.

De las ecuaciones anteriores se deduce finalmente que

$$dp = -\rho g dz = -\gamma dz$$

### 1.2.2 Integración de las ecuaciones de Euler

En el caso de un líquido ( $\rho = \text{constante}$ ), es posible integrar la ecuación anterior como sigue

$$\frac{p}{\gamma} + z = \text{constante } c$$

La cual se conoce como ley de Pascal y permite calcular la distribución de presiones hidrostáticas en el seno de un líquido en reposo. Esa presión depende exclusivamente de la coordenada Z, es decir, de la altura de cada punto respecto de un nivel cualquiera elegido

Para dos puntos: el O coincidiendo con la superficie libre del líquido y otro cualquiera de elevación Z ( ver fig 1.6 ), resulta

$$\frac{P_a}{\gamma} + Z_0 = \frac{P}{\gamma} + Z$$

La presión absoluta en el punto considerado es

$$p = p_a + \gamma ( Z_0 - Z )$$

donde  $p_a$  representa la presión atmosférica sobre la superficie libre del líquido y  $(Z_0 - Z)$  la profundidad del punto considerado. En la ecuación p corresponde a la presión absoluta del punto de que se trata y se mide a partir del cero absoluto de presiones. La presión atmosférica local depende de la elevación sobre el nivel del mar del lugar en que se encuentra el líquido.

Es más común medir la presión hidrostática utilizando como valor cero de referencia a la atmosférica local. La presión así medida se llama manométrica y las unidades más usuales son  $\text{kg/cm}^2$  o bien,  $\text{kg/m}^2$ .

La fig 1.7 ilustra los diferentes niveles de referencia para medir la presión; la atmosférica estándar a nivel del mar equivale a la producida en la base de una

columna de agua de 10.33 m de altura.

Existen casos en que el líquido no es homogéneo, como las soluciones salinas de concentraciones variables o líquidos estratificados de temperatura variable. En estas condiciones, el equilibrio sólo es posible si los líquidos menos densos quedan arriba de los más densos.

En tales casos se pueden aplicar las ecuaciones para cada nivel determinando la presión como se indica en la fig 1.8

### 1.3 Empuje en superficies

Se considera un recipiente con un líquido en reposo, donde una de sus paredes tiene una inclinación  $\theta$  respecto a la horizontal, como se indica en la fig 1.9. Sobre esta pared se delimita una superficie de área  $A$  para la cual se desea conocer la fuerza resultante debida a la presión hidrostática, así como su punto de aplicación o centro de presiones.

La fuerza resultante sobre la superficie  $A$  sera :

$$P = \iint_A p \, dA = \gamma \iint_A z \, dA$$

es decir, el volumen de la cuña de distribución de presiones  $abcd$  está limitada por el área  $A$ . La integral que aparece en la ecuación anterior es el momento estático del área respecto de la superficie libre del líquido y se puede expresar en términos del área  $A$  y de la profundidad de su centro de gravedad  $Z_G$ . El empuje hidrostático es entonces

$$P = \gamma A Z_G$$

Las coordenadas  $(X_k, Y_k)$  del centro de presiones se obtiene cuando se iguala la suma de los momentos estáticos de las áreas diferenciales respecto de los ejes  $x$  y  $y$ , con el producido por la fuerza resultante. Para el eje  $x$  tenemos que

$$P y_k = \iint_A y \gamma z dA$$

donde la integral representa el momento estático del volumen de la cuña de presiones respecto del eje  $x$ . De aquí se deduce que  $y_k$  coincide con la ordenada de la proyección  $K'$  del centro de gravedad  $S$ , de la cuña.

Se puede dar también una interpretación distinta y para ello se substituye  $z = y \operatorname{sen} \theta$  en la ecuación anterior:

$$P y_k = \gamma \sin \theta \iint_A y^2 dA$$

donde la integral es el momento de inercia del área  $A$  respecto del eje  $x$ , el cuál es también

$$I_x = \iint_A y^2 dA = \bar{I}_x + A y_g^2$$

en que  $\bar{I}_x$  es el momento de inercia del área respecto de un eje centroidal paralelo a  $x$ ;  $\bar{I}_x$  puede también expresarse como  $\bar{I}_x = \bar{r}_x^2 A$ , donde  $\bar{r}_x$  es el radio de giro de  $A$  respecto del eje centroidal paralelo a  $x$ . Por tanto, si se substituye la ecuación anterior, con

$z_g = y_g \operatorname{sen} \theta$  resulta

$$y_k = \frac{\bar{r}_x^2}{y_g} + y_g$$

Obsérvese que el centro de presiones se encuentra por debajo del centro de gravedad del área. Aunque tiene importancia secundaria, se puede calcular en forma



análoga a  $X_k$ :

$$P X_k = \gamma \mu \sin \theta \iint_A x y dA$$

La integral de esta ecuación representa el producto de inercia  $I_{xy}$ , del área respecto del sistema de ejes  $x - y$ ; por tanto

$$x_k = \frac{I_{xy}}{Y_G A}$$

Generalmente, las superficies sobre las que se desea calcular el empuje hidrostático son simétricas respecto de un eje paralelo a  $y$ . Esto hace que  $I_{xy} = 0$  y que el centro de presiones quede sobre dicho eje.

Problema 1.1 Calcular el empuje hidrostático y el centro de presiones sobre la pared de 2 m de ancho de un tanque de almacenamiento de agua, para los siguientes casos:

- pared vertical con líquido de un solo lado (fig 1.10);
- pared inclinada con líquido en ambos lados (fig 1.11);
- pared vertical con líquido en ambos lados (fig 1.12).

Solución a). En la fig. 1.10 se muestra la distribución de presiones hidrostáticas del agua sobre la pared vertical. La presión total para

$\gamma = 1 \text{ ton/m}^3$ , vale.

$$P = \gamma b h \frac{h}{2} = \gamma b \frac{h^2}{2} = 1 \times 2 \times \frac{2.4^2}{2}$$

$$P = 5.76 \text{ ton}$$

El empuje hidrostático es igual al volumen de la cuña de dis

tribución de presiones

La profundidad del centro de presiones

$$z_k = \frac{h^2 \times 2}{12h} + \frac{h}{2} = \frac{2}{3}h = 1.6 \text{ m}$$

Este valor también es el de la profundidad del centro de gravedad de la cuña de distribución de presiones.

Solución b)

La distribución de presiones es lineal en ambos lados y de sentido contrario, siendo la distribución resultante como se muestra en la fig 1.11.

En la misma forma que en la solución (a), el empuje hidrostático sobre la pared es el volumen de la cuña de distribución de presiones de ancho  $b$ , indicada con el área sombreada, - la cual se puede determinar calculando el área del triángulo de presiones de la izquierda menos el de la derecha.

Para el triángulo a la izquierda

$$P_1 = \gamma b \frac{h_1^2}{2 \operatorname{sen} \theta}$$

aplicada a la distancia  $y_{k1}$ , desde el punto A, entonces

$$y_{k1} = \frac{2}{3} \frac{h_1}{\operatorname{sen} \theta}$$

Para el triángulo a la derecha, se tiene que

$$P_2 = \gamma b \frac{h_2^2}{2 \operatorname{sen} \theta}$$

aplicada a la distancia  $y_{k2}$  desde el punto A, resulta

$$y_{k2} = \frac{h_1 - (h_2/3)}{\text{sen } \theta}$$

El empuje total está representado por la cuña sombreada :

$$P = P_1 - P_2 = yb \frac{h_1^2 - h_2^2}{2 \text{ sen } \theta} =$$

$$= 1 \times 2 \frac{(2.4^2 - 1.4^2)}{2 \times 0.866} = 4.298 \text{ ton}$$

Tomando momentos de las fuerzas respecto del punto A, obtenemos

$$P y_k = yb \frac{h_1^2}{2 \text{ sen } \theta} \times \frac{2}{3} \frac{h_1}{\text{sen } \theta} -$$
$$- yb \frac{h_2^2}{2 \text{ sen } \theta} \frac{h_1 - (h_2/3)}{\text{sen } \theta}$$

Substituyendo el valor de P,  $y_k$  se puede despejar y escribir en la forma

$$y_k = \frac{h_1}{\text{sen } \theta} - \frac{1}{3 \text{ sen } \theta} \frac{h_1^3 - h_2^3}{h_1^2 - h_2^2} =$$

$$= \frac{2.4}{0.866} - \frac{2.916}{3 \times 0.866} = 1.649 \text{ m}$$

Solución c)

Para el caso de la fig 1.12 es suficiente hacer  $\theta = 90^\circ$  en las ecuaciones anteriores, resultando

$$P = yb \frac{h_1^2 - h_2^2}{2} = 1 \times 2 \times$$

$$\times \frac{2.4^2 - 1.4^2}{2} = 3.8 \text{ ton}$$

$$y_k = z_k = h_1 - \frac{1}{3} \frac{h_1^3 - h_2^3}{h_1^2 - h_2^2} = \dots$$

$$y_k = 2.4 - \frac{1}{3} \frac{2.4^3 - 1.4^3}{2.4^2 - 1.4^2} = 1.428 \text{ m.}$$

Problema 1.2 Se desean obtener los empujes hidrostáticos por unidad de ancho, así como los centros de presiones sobre las caras  $a_1$  y  $a_2$ , del muro mostrado en la fig 1.13

Solución. Los empujes están representados por las áreas de las cuñas sombreadas

$$P_1 = \frac{1}{2} \gamma b a_1^2 =$$

$$= \frac{1}{2} \times 1 \times 1 \times 1^2 = 0.5 \text{ ton}$$

$$P_2 = \gamma b \frac{a_1 + h}{2} a_2 =$$

$$= 1 \times 1 \frac{1 + 3}{2} \times 2.2 = 4.4 \text{ ton}$$

Los centros de presión coinciden con los de gravedad de las áreas de las cuñas sombreadas.

$$z_{k1} = \frac{2}{3} a_1 = \frac{2}{3} \times 1 = 0.667 \text{ m}$$

$$y_{k2} = \frac{a_1}{3} \frac{a_1 + 2h}{a_1 + h} = \frac{2.2}{3} \frac{1 + 6}{1 + 3} = 1.283 \text{ m}$$

$$z_{k2} = a_1 + y_{k2} \sin \theta = a_1 + y_{k2} \left( \frac{h - a_1}{a_2} \right) = 1 + 1.283 \frac{3}{2.2} = 2.166 \text{ m}$$

Algunas ocasiones conviene descomponer el empuje hidrostático sobre una superficie en una componente vertical y otra horizontal, como se muestra en la fig 1.14.

La componente vertical es

$$P_z = \gamma \iint_A z \cos \theta \, dA$$

donde  $\cos \theta \, dA$  es la proyección del elemento de superficie  $dA$  sobre un plano horizontal. Esto es,  $P_z$  es el peso de la columna vertical del líquido que se apoya sobre el área  $A$ . El punto de aplicación de esta fuerza queda en el centro de gravedad de dicha columna.

Se observa que si  $90^\circ < \theta < 180^\circ$ , entonces  $\cos \theta < 0$ ; esto significa que  $P_z$  está dirigida de abajo hacia arriba y que la columna de líquido no existe físicamente, pero las presiones son ascendentes.

Las componentes horizontal de  $P$  vale:

$$P_x = \gamma \iint_A z \sin \theta \, dA$$

donde  $\sin \theta \, dA$  es la proyección del elemento  $dA$  sobre un plano vertical. Por ello  $P_x$  es el empuje hidrostático que actúa en la proyección de la superficie  $A$ , sobre un plano vertical y, por tanto se localiza en el centro de gravedad de la cuña de presiones.

**Problema 1.3** Determinar el empuje hidrostático  $P_2$ , del problema 1.2, en términos de las componentes vertical y horizontal.

**Solución** La componente vertical es igual al peso de la columna de líquido, es decir,

$$P_{2z} = \gamma b \left( \frac{a_1 + a_2}{2} \right) a_2 \cos \theta = 1 \times 1 \left( \frac{1+3}{2} \right) 2.2 \times 0.912 = 1.83 \text{ ton}$$

La horizontal es

$$P_{2x} = \gamma b \left( \frac{a_1 + h}{2} \right) a_2 \sin \theta = 1 \times 1 \left( \frac{1+3}{2} \right) 2.2 \times \frac{2}{2.2} = 4 \text{ ton}$$

El empuje total resultante vale

$$P_2 = \sqrt{P_{2z}^2 + P_{2x}^2} = \sqrt{1.83^2 + 4^2} = 4.4 \text{ ton}$$

Cuando es curva la superficie sobre la que se ejerce presión hidrostática, ésta se puede proyectar sobre un sistema triortogonal de planos coordenados, convenientemente dispuesto, de manera que uno de ellos coincida con la superficie libre del líquido. Así, se procede a calcular el empuje hidrostático por separado sobre cada proyección.

Si los planos de las coordenadas  $x-z$  y  $y-z$  son verticales y el  $x-y$  coincide con la superficie del líquido, las componentes del empuje hidrostático sobre la superficie curva son:

$$P_x = \gamma \iint_{A_x} z \, dA_x = \gamma (Z_G)_x A_x$$

$$P_y = \gamma \iint_{A_y} z \, dA_y = \gamma (Z_G)_y A_y$$

$$P_z = \gamma \iint_{A_z} z \, dA_z = \gamma Z_G A_z$$

donde  $A_x$ ,  $A_y$ ,  $A_z$ , son las áreas de las proyecciones de la superficie sobre los tres planos de coordenadas;  $(Z_G)_x$  y  $(Z_G)_y$  la profundidad del centro de gravedad de dichas proyecciones y  $Z_G$  la profundidad del centro de gravedad de la superficie

curva en el espacio. La última ecuación indica que  $P_z$  es igual al peso de la columna de líquido soportada por la superficie curva, y  $Z_G$  la altura de dicha columna - coincidente con su centro de gravedad.

Problema 1.4 Determinar el empuje hidrostático y el centro de presiones sobre la superficie cilíndrica AB, mostrada en la fig 1.15

Solución.

La componente horizontal del empuje hidrostático sobre la - superficie cilíndrica, de ancho  $b$ , es igual al área sombreada del trapecio, es decir,

$$P_x = \gamma b D \left( z_0 + \frac{D}{2} \right)$$

y su posición corresponde a la profundidad del centro de gravedad del trapecio :

$$z_k = \frac{D}{3} \frac{3z_0 + 2D}{2z_0 + D} + z_0$$

La componente vertical del empuje se puede obtener siguiendo este razonamiento: sobre la superficie BG se ejerce un empuje vertical  $P_{z1}$ , ascendente, que equivale al peso de la columna virtual de líquidos sobre esa superficie, como se muestra en la fig 1.15. Sobre la superficie AG existe un empuje vertical  $P_{z2}$ , descendente, que equivale al peso de la columna real de líquido sobre dicha superficie, como se

muestra en la misma figura. La resultante de ambas fuerzas es igual al empuje vertical total ascendente sobre toda la superficie; esto equivale al peso de la columna virtual de líquido encerrado por la superficie AGB, y aplicada en el centro de gravedad del área encerrada. Resulta

$$P_z = \gamma b \frac{\pi}{8} D^2 \quad e = 0.2122 D$$

El empuje total sobre la superficie será la resultante de las dos componentes:

$$P = \sqrt{P_x^2 + P_z^2}$$

Esta fuerza debe ser radial al cilindro.

#### 1.4 Flotación

En el caso de un cuerpo sólido cualquiera flotando en un líquido (fig. 1.16) existe un estado de equilibrio debido a que el líquido ejerce sobre el cuerpo una presión ascendente de igual magnitud que el peso propio del cuerpo.

Se observa que las componentes horizontales de las fuerzas presión hidrostática se eliminan sin existir resultante horizontal alguna. Sólo existe la componente vertical  $P_z$ , la que se determina del equilibrio del cilindro vertical de sección transversal horizontal  $dA_z$ , limitado por la superficie A que encierra al cuerpo. Sobre el punto 1 actúa la fuerza elemental  $p_a dA_z$ ; y sobre el punto 2 la fuerza elemental  $(p_a + \gamma z) dA_z$ . La resultante de las fuerzas verticales ascendentes es:



$$P_z = \iint_{A_z} [(p_a + \gamma z) dA_z - p_a dA_z] = \gamma \iint_{A_z} z dA_z$$

La integral es igual al volumen  $v_s$  de la parte del cuerpo en flotación que se encuentra debajo de la superficie libre del líquido; esto es :

$$P_z = \gamma v_s$$

La ecuación anterior es la interpretación matemática del conocido principio de Arquímedes : "Todo cuerpo sumergido en un líquido experimenta un empuje vertical - ascendente igual al peso del volumen de líquido desalojado". El punto de aplicación de dicho empuje coincide con el centro de gravedad del volumen desalojado y se conoce con el nombre de centro de flotación o de carena.

El equilibrio de un cuerpo flotante se clasifica en tres tipos.

**Estable.** Una fuerza actuante - por ejemplo el empuje del oleaje o del viento origina una inclinación lateral, pero cuando aquélla cesa el cuerpo vuelve a su posición original. Este tipo de equilibrio lo tienen los cuerpos de centro de gravedad bajo.

**Inestable.** La fuerza actuante origina el volteo brusco del cuerpo (zozobra), el cual después recupera una posición más o menos estable. Este equilibrio lo tienen aquellos cuerpos cuyo centro de gravedad es alto.

**Indiferente.** La fuerza actuante origina un movimiento de rotación continua del cuerpo, cuya velocidad es directamente proporcional a la magnitud de la fuerza y cuya duración es la misma que la de dicha fuerza. Este tipo de equilibrio lo poseen cuerpos cuya distribución de la masa es uniforme ( por ejemplo, la esfera con posición

La flotación indiferente; el cilindro cuya posición de flotación es indiferente con su eje longitudinal en la dirección horizontal).

Las condiciones de equilibrio de un cuerpo flotante se explican con claridad utilizando como ejemplo un barco (como el mostrado en la fig 1.17) cuya superficie de flotación muestra una forma simétrica con un eje longitudinal y otro transversal. La rotación alrededor del primer eje se conoce como balanceo y, del segundo cabeceo.

En la posición de equilibrio (sin fuerzas ocasionales) sobre el barco actúa el peso  $W$  ejercido en el centro de gravedad  $G$ , además del empuje ascendente del líquido  $B$  que actúa en el centro de flotación o de carena,  $G_1$ . Ambas fuerzas son iguales, paralelas y de sentido contrario.

Al producirse una fuerza ocasional el barco se inclina un ángulo  $\theta$  y pasa a ocupar la posición mostrada en la fig 1.17b, el punto  $G$ , pasa ahora a la posición  $G_1'$ .

Por efecto de las cuñas sombreadas una que se sumerge y otra que emerge por encima de la línea de flotación - se origina un movimiento producido por las fuerzas  $F_1$  y  $F_2$ . El empuje ascendente total  $B$ , en su nueva posición  $G_1'$ , es la resultante de  $B$  en su posición original y las fuerzas  $F_1 = F_2$  por efecto de las cuñas.

El momento de la fuerza resultante con respecto a  $G_1$  será igual a la suma algebraica de los momentos de sus componentes, por lo cual se cumple que

$$h = \frac{F_1 f}{B}$$

Al elemento de volumen:  $y dA = x \tan \theta dA$ , corresponde un momento de desequilibrio  $dM = \gamma x^2 dA \tan \theta$ : el momento de la fuerza  $B$  con respecto a  $O$  es entonces:

$$F, f = \gamma \tan \theta \iint_A x^2 dA = \gamma \tan \theta I_z$$

donde  $I_z$  representa el momento de inercia del área de la sección del barco a nivel de la superficie de flotación  $\overline{ab}$  con respecto al eje longitudinal  $z$  del mismo que pasa por  $O$ .

Substituyendo las ecuaciones anteriores resulta que

$$n = \frac{\gamma \tan \theta I_z}{B}$$

además, siendo  $B = \gamma V_0$ , donde  $V_0$  es el volumen desplazado por el barco, se obtiene

$$n = \frac{\tan \theta I_z}{V_0}$$

El par de fuerzas  $B$  y  $W$  producen un momento  $M_1 = W h \sin \theta$ , que tratará de volver al barco a su posición original o de voltearlo más, hasta hacerlo zozobrar.

Para predecir el comportamiento del barco es importante conocer la posición del punto  $m$ , de intersección de  $B$  en  $G_1$ , con el eje  $y$  del barco inclinado; punto que se denomina metacentro y la altura metacéntrica se indica con  $h$ . A medida que  $h$  aumenta es más estable la flotación del cuerpo, es decir, más rápidamente tratará de recobrar su posición original.

El equilibrio es estable si el punto  $m$  queda arriba del punto  $G$  ( $h > 0$ ) y es inestable si  $m$  queda abajo de  $G$ ; por tanto, la estabilidad del barco exige que sea  $h > 0$ ,

esto es:

$$h = \frac{W}{\sin \theta} - h_0 = \frac{\tan \theta I_z}{\sin^2 \theta \gamma_0} - h_0 > 0$$

Siendo  $\theta$  pequeño,  $\sin \theta \doteq \tan \theta$  y entonces

$$h_0 < \frac{W}{\sin^2 \theta}$$

$$h_0 < \frac{I_z}{\gamma_0}$$

Problema 1.5 Estimar las condiciones de estabilidad del cajón cuyas dimensiones se indican en la fig 1.18 : peso  $W = 2.88$  ton; altura del centro de gravedad, medida desde la base del cajón; 0.30 m.

Solución Estabilidad respecto del eje A-A.

El momento de inercia del área de flotación respecto del eje A-A es :

$$I_A = \frac{1.8 \times 4^3}{12} = 9.6 \text{ m}^4$$

y la profundidad de flotación :

$$C = \frac{W}{\gamma A} = \frac{2.88}{1 \times 1.8 \times 4} = 0.4 \text{ m}$$

La distancia entre el centro de gravedad  $G$  ( del cajón ) y el centro de flotación, vale  $h_0 = 0.3 - 0.2 = 0.10$  m.

La altura metacéntrica, es

$$h = \frac{9.6}{2.88} - 0.10 = 3.23 \text{ m} > 0$$

Esto es, el cajón es estable por lo que se refiere al volteo alrededor del eje transversal.

Estabilidad respecto del eje B-B.  $I_B = \frac{4 \times 1.8^3}{12} = 1.94 \text{ m}^4$

$$h_B = \frac{1.94}{2.88} - 0.1 = 0.57 \text{ m} > 0 \quad \text{Estable también.}$$

Problema 1.6 Determinar el empuje hidrostático sobre la compuerta radial mostrada en la figura, para los datos siguientes  $h_1 = 5\text{ m}$ ;  $h_2 = 2\text{ m}$ ;  $h = h_1 - h_2 = 3\text{ m}$ ;  $a = 0.943\text{ m}$ ;  $a' = 1.5\text{ m}$ ,  $R = 3\text{ m}$ ;  $b = 5\text{ m}$ ;  $\alpha = 15^\circ$

Problema 1.7 Una cortina de concreto tiene las siguientes dimensiones:  $H_1 = 12\text{ m}$ ;  $H_0 = 3\text{ m}$ ;  $a = 1\text{ m}$ ;  $b = 2\text{ m}$ ; el tirante, aguas abajo,  $H_2 = 3\text{ m}$ . Considerando que el terreno es permeable, para prevenir la infiltración por debajo de la cortina se construyó una pantalla impermeable. Calcular el momento de volteo de la cortina respecto del punto O, considerando las supresiones sobre la base de la cortina, de acuerdo con los valores que se indican en la figura. Hacer los cálculos por metro de longitud de cortina.

Problema 1.8 Un pontón se va a construir con tambores de gasolina de  $0.5\text{ m}$  de diámetro en los ejes verticales. Los tambores tienen sus ejes distantes  $1.8\text{ m}$  a lo largo de cada borde del puente y se sumergen  $0.75\text{ m}$  cuando el puente está cargado. ¿Qué distancia  $s$  se requiere para una altura metacéntrica de  $0.9\text{ m}$ , cuando  $GG_1 = 1.2\text{ m}$ ?  $G$  representa el centro de gravedad del cuerpo y  $G_1$  el centro de carena.

Problema 1.9 Un lanchón tiene forma de un paralelepípedo rectangular de  $9.2 \times 24.5 \times 2.45\text{ m}$ ; pesa  $500\text{ ton}$  cargado y tiene su centro de gravedad a  $3\text{ m}$  del fondo. Hallar la altura metacéntrica para la rotación alrededor del eje  $x$ , así como deter

minar si es estable. Cuando el lanchón gire  $5^\circ$  alrededor de este eje, ¿Cuál será el par de equilibrio?

## 1.5 Cinemática de los líquidos

La cinemática de los líquidos trata del movimiento de sus partículas, sin considerar la masa ni las fuerzas que actúan, en base al conocimiento de las magnitudes cinemáticas : velocidad, aceleración y rotación.

### 1.5.1 Los campos de un flujo

Un campo de flujo es cualquier región en el espacio donde hay un fluido en movimiento, a condición de que la región o subregión del flujo quede ocupada por el fluido.

En cada punto del campo de flujo es posible determinar o especificar una serie de magnitudes físicas, ya sean escalares, vectoriales o tensoriales, que forman a su vez campos independientes o dependientes dentro del flujo.

Un campo escalar se define exclusivamente por la magnitud que adquiere la cantidad física a la cual corresponde; ejemplos : presión, densidad y temperatura.

En un campo vectorial, además de la magnitud, se necesita definir una dirección y un sentido para la cantidad física a la que corresponde; esto es, tres valores escalares. La velocidad, la aceleración y la rotación son ejemplos de campos vectoriales. Finalmente, para definir un campo tensorial se requieren nueve o más componentes escalares ; ejemplos : esfuerzo, deformación unitaria, y momento

de inercia.

Las magnitudes físicas de los campos escalares y vectoriales de un campo de flujo son - en general - funciones de punto y del tiempo, ya que su magnitud puede variar no sólo de un punto a otro sino también ( en un punto fijo ) de un instante a otro.

### 1.5.2 Clasificación de los flujos

Existen diferentes criterios para clasificar un flujo. Este puede ser permanente o no permanente; uniforme o no uniforme; tridimensional; bidimensional o unidimensional; laminar o turbulento; incomprensible o comprensible ; etcétera. Aunque no los únicos, si son los flujos más importantes que clasifica la ingeniería. En general, las propiedades de un fluido y las características mecánicas del mismo serán diferentes de un punto a otro dentro de su campo; además, si las características en un punto determinado varían de un instante a otro, el flujo es no permanente. Por el contrario, será un flujo permanente si las características en un punto permanecen constantes para cualquier instante; o bien, si las variaciones en ellas son muy pequeñas con respecto a sus valores medios y éstos no varían con el tiempo.

El flujo permanente es más simple de analizar que el no permanente, por la complejidad que adiciona el tiempo como variable independiente. Sin embargo, en la práctica el flujo permanente es la excepción más que la regla; no obstante, mu-

Los problemas se pueden estudiar suponiendo que el flujo es permanente, aun cuando existan pequeñas fluctuaciones de velocidad o de otras características con el tiempo, siempre que el valor medio de cualquier característica permanezca constante sobre un intervalo razonable.

Si en un instante particular el vector velocidad es idéntico en cualquier punto del flujo, se dice que el flujo es uniforme.

En caso contrario, el flujo es no uniforme y los cambios en el vector velocidad pueden ser en la dirección del mismo o en direcciones transversales.

Este último tipo de no uniformidad siempre se encuentra cerca de fronteras sólidas por efecto de la viscosidad; sin embargo, en hidráulica suele aceptarse la uniformidad o no uniformidad del flujo cuando se refiere a la variación de la velocidad media en la dirección general del movimiento.

El hecho de que un flujo sea permanente no significa necesariamente que éste sea uniforme; pueden así ocurrir las cuatro diferentes combinaciones posibles.

El flujo puede clasificarse en tridimensional, bidimensional y unidimensional.

Es tridimensional cuando sus características varían en el espacio, o sea que los gradientes del flujo existen en las tres direcciones; éste es el caso más general de flujo. Es bidimensional cuando sus características son idénticas sobre una familia de planos paralelos, no habiendo componentes en dirección perpendicular a dichos planos, o bien ellas permanecen constantes; es decir, que el flujo tiene -



gradiente de velocidad o de presión ( o tiene ambos ) en dos direcciones exclusivamente. Es unidimensional cuando sus características varían como funciones - del tiempo y de una coordenada curvilínea en el espacio, usualmente la distancia medida a lo largo del eje de la conducción. El flujo de un fluido real no puede ser completamente unidimensional debido al efecto de la viscosidad, ya que la velocidad en una frontera sólida es igual a cero, pero en otro punto es distinta de cero; sin embargo, bajo la consideración de valores medios de las características en cada sección, se puede considerar unidimensional. Esta hipótesis es la más importante en hidráulica, por las simplificaciones que trae consigo.

La clasificación de los flujos en laminar y turbulento es un resultado propriamente de la viscosidad del fluido ; y no habría distinción entre ambos en ausencia de la misma. El flujo laminar se caracteriza porque el movimiento de las partículas se produce siguiendo trayectorias separadas perfectamente definidas - no necesariamente paralelas- sin existir mezcla macroscópica o intercambio transversal entre ellas. Si se inyecta colorante ( de la misma densidad que el líquido ) dentro de un flujo laminar, éste se mueve como un filamento delgado que sigue las trayectorias del flujo ( fig 1.19a)

En un flujo turbulento, las partículas se mueven sobre trayectorias completamente erráticas sin seguir un orden establecido ( fig 1.19 b ). Existen pequeñas componentes de la velocidad en direcciones transversales a la del movimiento gene-

... las cuales no son constantes sino que fluctúan con el tiempo, de acuerdo con una ley aleatoria, aun cuando el flujo general se permanente. Esto se explica por el hecho de que la permanencia respecto del tiempo se refiere a los valores medios de dichas componentes en un intervalo grande. Las componentes transversales de la velocidad en cada punto origina un mezclado intenso de las partículas que consume parte de la energía del movimiento por efecto de fricción interna y que también, en cierto modo, es resultado de los efectos viscosos del fluido.

Un flujo se considera incomprensible si los cambios de densidad de un punto a otro son despreciables; en caso contrario, el flujo es comprensible. Los líquidos y gases a bajas velocidades pueden ser considerados incomprensibles.

En la práctica, sólo en los problemas de golpe de ariete es necesario considerar que el flujo de un líquido es comprensible.

### 1.5.3 Línea de corriente, trayectoria y tubo de flujo

Se supone que en un instante  $t_0$  se conoce el campo de velocidades  $v$ , de un flujo. Se define como línea de flujo o de corriente toda línea trazada idealmente en el interior de un campo de flujo, de manera que la tangente en cada uno de sus puntos proporcione la dirección del vector velocidad correspondiente al punto mismo ( fig 1.20 ). Con la excepción de eventuales puntos singulares, no existe posibilidad de que dos líneas de corriente se intersequen, pues ello significaría que en

el punto de intersección existieran dos vectores  $v$  distintos.

Se observa que esta definición se refiere a las condiciones de un flujo no permanente en un instante particular. Al cambiar de un instante a otro la configuración de las líneas de corriente será, por supuesto, distinta.

Se considera ahora, dentro del flujo, la curva  $C$  cualquiera de la fig 1.21 ( que no sea línea de corriente ) y las líneas de corriente que pasan por cada punto de esa curva. La totalidad de estas líneas están contenidas en una superficie que se denomina superficie de flujo o de corriente.

Si la curva  $C$  es cerrada, la superficie de corriente formada adquiere el nombre de tubo de flujo y, el volumen encerrado por esta superficie, el de vena fluida.

La trayectoria de una partícula es la línea que une los puntos de posición sucesivamente ocupados por dicha partícula en el transcurrir del tiempo ( fig 1.20 )

#### 1.5.4 · Concepto de gasto o caudal

En la fig 1.22, un elemento  $dA$ , de la superficie  $S$  ( limitada por la curva  $C$  ) y que contiene al punto cualquiera  $P$ , se puede representar por el vector diferencial de superficie :

$$dA = dA n$$

donde  $n$  se define como un vector unitario normal a la superficie en el punto  $P$ , - cuyo sentido positivo se establece por convención .

La velocidad  $v$  que corresponde al punto  $P$  tiene en general una dirección distinta

a la de  $dA$ .

En un intervalo  $dt$ , el volumen de fluido que atraviesa el elemento de superficie  $dA$  queda determinado por el producto escalar de los vectores : el diferencial de arco  $ds$  sobre la línea de corriente que pasa por  $P$  y el vector diferencial de superficie  $dA$ .

Entonces , considerando que  $ds = v dt$ , el volumen de fluido que pasa a través del elemento  $dA$  vale :

$$dv = ds \cdot dA = v \cdot dA dt$$

El flujo de volumen a través de toda la superficie  $S$  queda definido por la ecuación.

$$Q = \frac{dv}{dt} = \iint_A v \cdot dA$$

cuyas dimensiones son  $[L^3 T^{-1}]$  . Este flujo de volumen se conoce como gasto o caudal.

Si en un flujo la superficie  $S$  se escoge de modo que las líneas de corriente sean normales a ella en cada punto, el gasto se puede calcular de la manera siguiente :

$$Q = \iint_A v dA$$

Se llama velocidad media, a través de la superficie  $S$  de área  $A$ , al promedio - calculado así

$$V = \frac{\iint_A v \cdot dA}{A} = \frac{Q}{A}$$

y equivale a suponer que la velocidad se distribuye uniformemente sobre toda la superficie, con un valor constante  $V$  y en dirección perpendicular a la misma.

#### 1.6 Principios básicos en el análisis hidrodinámico

En la mecánica de fluidos los métodos de análisis consideran la capacidad de un flujo para transportar materia y el mecanismo por el que cambia sus propiedades de un lugar a otro, para lo cual se establece como axioma que en los fluidos se satisfagan los principios básicos de la mecánica del medio continuo, a saber :

- a) Conservación de la materia ( principios de continuidad ).
- b) Segunda ley de Newton ( impulso y cantidad de movimiento )
- c) Conservación de la energía ( primera ley de la termodinámica ).
- d) Segunda ley de la termodinámica.

El principio de la conservación de la materia o del transporte de masa permite derivar la primera ecuación fundamental o de continuidad, que admite diferentes simplificaciones de acuerdo con el tipo de flujo de que se trate o de las hipótesis que se deseen considerar.

La segunda ley de Newton establece la relación fundamental entre la resultante de las fuerzas que actúan sobre una partícula y la variación en el tiempo de la cantidad de movimiento. De acuerdo con la forma en que se aplique, puede conducir a dos ecuaciones : la primera ( componente escalar según el flujo ) llamada de la energía, permite calcular las diferentes transformaciones de la energía mecánica dentro del flujo y las cantidades disipadas en energía calorífica que, en el

de los líquidos, no se aprovecha. La segunda, de tipo vectorial llamada del impulso y cantidad de movimiento, permite determinar alguna de las fuerzas que producen el flujo si se conoce el cambio en la cantidad de movimiento y las restantes fuerzas.

### 1.7 Ecuación de continuidad para una vena líquida

La vena líquida mostrada en la Fig 1.2.3 está limitada por la superficie 3 ( que generalmente coincide con una frontera sólida, o por ésta y una superficie libre ) y por las secciones transversales 1 y 2, normales al eje que une los centros de gravedad de todas las secciones. Las velocidades en cada punto de una misma sección transversal poseen un valor medio  $V$ , que se considera representativo de toda la sección y de dirección tangencial al eje de la vena.

Se considera el volumen elemental de líquido limitado lateralmente por la superficie que envuelve a la vena líquida, así como por dos secciones transversales normales al eje de la vena, separadas la distancia  $ds$ , donde  $s$  representa la coordenada curvilínea siguiendo el eje de la vena.

La cantidad neta de masa que atraviesa la superficie de frontera, del volumen elemental es estudio es :

$$\rho V A + \frac{\partial(\rho V A)}{\partial s} ds -$$

$$- \rho V A = \frac{\partial(\rho V A)}{\partial s} ds$$

y la rapidez con que varía la masa dentro del mismo, es  $\partial(\rho A ds)/\partial t$ . Por tanto, el principio de conservación de la masa establece que

$$\frac{\partial(\rho V A)}{\partial s} ds + \frac{\partial}{\partial t} (\rho A ds) = 0 \quad (4.4)$$

Si cometer prácticamente error se puede aceptar, en la mayoría de los problemas que la longitud  $ds$  del elemento de volumen considerado, no depende del tiempo. Este puede salir de la derivada del segundo término de la ecuación anterior y simplificarse con el que aparece en el primero, de lo cual resulta:

$$\frac{\partial(\rho V A)}{\partial s} + \frac{\partial(\rho A)}{\partial t} = 0$$

y desarrollando las derivadas parciales

$$\frac{\partial V}{\partial s} + \frac{1}{A} + \frac{dA}{dt} + \frac{1}{\rho} \frac{d\rho}{dt} = 0$$

que es la ecuación de continuidad para una vena líquida donde se produce un flujo no permanente y compresible. Un ejemplo clásico de su aplicación lo constituye el problema de golpe de ariete. En problemas de flujo no permanente a superficie libre (tránsito de ondas de avenida en canales y de mareas en estuarios), donde se considera que el líquido es incompresible, desaparece el último término de la ecuación.

Si el escurrimiento es permanente las derivadas con respecto a  $t$  que aparecen en la ecuación se eliminan y esta ecuación resulta:

$$\frac{\partial(\rho V A)}{\partial s} = 0$$

ien

$$\rho V A = \text{constante}$$

Si, además, el fluido es incomprensible :

$$V A = \text{constante}$$

Esto significa que es constante el gasto que circula por cada sección de la vena líquida en un flujo permanente; o bien, que para dos secciones transversales 1 y 2 de la misma, se cumple lo siguiente :

$$Q = V_1 A_1 = V_2 A_2$$

Problema 1.10. En la fig. 1.24 se muestra la bifurcación de un tubo circular que tiene los diámetros indicados. El agua que escurre dentro del tubo, entra en A y sale en C y D. Si la velocidad media en B es de 0.60 m/seg, y en C es de 2.70 m/seg, calcular las velocidades medias en A y D; el gasto total; y el gasto en cada rama de la tubería.

Solución

La ecuación de continuidad ( 4.1 ) aplicada a la vena líquida considerada en la fig 1.24 conduce que :

$$V_A \frac{\pi D_A^2}{4} = V_B \frac{\pi D_B^2}{4}$$

de donde

$$V_A = 0.60 \left( \frac{0.30}{0.15} \right)^2 = 2.40 \text{ m/seg}$$

En forma análoga :

$$V_B \frac{\pi D_B^2}{4} = V_C \frac{\pi D_C^2}{4} + V_D \frac{\pi D_D^2}{4}$$



$$V_D = 0.60 \left( \frac{0.30}{0.05} \right)^2 - 2.7 \left( \frac{0.10}{0.05} \right)^2 = 21.6 - 10.8 = 10.8 \text{ m/seg}$$

El gasto total es

$$Q = V_A \frac{\pi D^2}{4} A = V_C \frac{\pi D^2_C}{4} + V_D \frac{\pi D^2_D}{4}$$

$$Q = 2.4 \times 0.785 \times 0.0225 = 0.042 \text{ m}^3/\text{seg}$$

El gasto por el tubo C es entonces :

$$Q_C = V_C \frac{\pi D^2_C}{4} = 2.70 \times 0.785 \times 0.01 = 0.021 \text{ m}^3/\text{seg}$$

y el gasto por el tubo D, el siguiente :

$$Q_D = V_D \frac{\pi D^2_D}{4} = 10.8 \times 0.785 \times 0.0025 = 0.021 \text{ m}^3/\text{seg}$$

Esto es, el gasto total vale

$$Q = Q_C + Q_D = 0.021 + 0.021 = 0.042 \text{ m}^3/\text{seg}$$

que comprueba el resultado anterior.

### 1.8 Ecuación de la energía para una vena líquida

El considerar que los valores de  $z, \rho, P, h_r$  y  $v$ , sobre una línea de corriente ideal que coincidiera con el eje de una vena líquida, fueran representativos de cada sección, no implicaría un error apreciable y sería igualmente válida para la vena lí-

ida de la fig 1.25. Esta consideración es suficientemente precisa por lo que res-  
 pecta a los términos que contienen las cuatro primeras magnitudes, pero será me-  
 nos exacta en lo que se refiere a los que contienen a  $v$ . Puesto que en la ecuación,  
 el término  $v^2/2g$  representa la energía cinética que posee la unidad de peso la que  
 corresponde al peso del líquido que atraviesa el área  $dA$  en la unidad de tiempo -  
 será :  $\gamma v dA v^2/2g$ : En la misma forma, la energía cinética que posee todo el pe-  
 so del líquido que fluye a través de una sección de la vena líquida, en la unidad de  
 tiempo, es  $\gamma V A v^2/2g$ , donde  $v$  corrige el error de considerar el valor medio  
 de la velocidad. Se debe entonces satisfacer lo siguiente :

$$\alpha \frac{V^2}{2g} \gamma V A = \iint_A \frac{v^2}{2g} \gamma v dA$$

Puesto que  $\gamma$  representa el valor medio del peso específico en toda la sección, re-  
 sulta que

$$\alpha = \frac{1}{A} \iint_A \left( \frac{v}{V} \right)^3 dA$$

Por un razonamiento análogo con el último término de la ec. ( 4.12 ), se tiene

$$\beta \gamma v^3 V A = \iint_A v^3 \gamma v dA$$

$$\beta = \frac{1}{A} \iint_A \left( \frac{v}{V} \right)^2 dA$$

Los coeficientes  $\alpha$  y  $\beta$  se conocen como coeficiente de Coriolis y de Boussinesq,  
 respectivamente. Con estas correcciones se tiene :

$$\frac{\partial}{\partial s} \left( \frac{z}{\gamma} + p + \alpha \frac{V^2}{2g} + h_r \right) = -\frac{1}{g} \frac{\partial BV}{\partial t}$$

que es la ecuación diferencial de la energía para una vena líquida; llamada también ecuación dinámica. Si esta ecuación se integra entre dos secciones, 1 y 2, de la vena líquida, se obtiene:

$$z_1 + \frac{p_1}{\gamma} + \alpha_1 \frac{V_1^2}{2g} = z_2 + \frac{p_2}{\gamma} + \alpha_2 \frac{V_2^2}{2g} + \sum_1^2 h_r + \frac{1}{g} \int_1^2 \frac{\partial(BV)}{\partial t} ds$$

es decir, la ecuación general de la energía para una vena líquida, donde  $\sum_1^2 h_r$  representa la disipación de energía interna del flujo, entre las secciones 1 y 2, que además, incluye la constante de integración  $C(t)$ .

Con el objeto de entender mejor las diferentes aplicaciones de la ecuación, es adecuado hacer un interpretación física de los diferentes términos que intervienen en ella. El análisis de cada uno de sus términos muestra que corresponden a los de una longitud o carga. El término  $z$ , medido desde un plano horizontal de referencia, se llama carga de posición;  $p/\gamma$  es la carga de presión;  $\alpha V^2/2g$  la carga de velocidad;  $\sum_1^2 h_r$  la pérdida de carga y  $\frac{1}{g} \int_1^2 \frac{\partial(BV)}{\partial t} ds$  la carga correspondiente al cambio local de la velocidad.

- a) Si el flujo es permanente,  $\frac{\partial(BV)}{\partial t} = 0$  y la ecuación se reduce a la expresión:

$$z_1 + \frac{p_1}{\gamma} + \alpha_1 \frac{V_1^2}{2g} = z_2 + \frac{p_2}{\gamma} + \alpha_2 \frac{V_2^2}{2g} + \sum_1^2 h_r$$

- b) Si, además, no hay pérdida de energía,  $\sum_1^2 h_r = 0$  y los coeficientes  $\alpha_1 = \alpha_2 = 1$ , la ecuación anterior adopta la forma llamada ecuación de Bernoulli para una vena líquida, esto es:

$$z_1 + \frac{p_1}{\gamma} + \frac{V_1^2}{2g} = z_2 + \frac{p_2}{\gamma} + \frac{V_2^2}{2g}$$

Una interpretación física de cada uno de los términos de la ecuación para una conducción forzada con escurrimiento no permanente, se muestra en la fig 1.25, la cual tendría validez para un instante determinado. Con este esquema se pueden hacer las siguientes definiciones.

1. La línea de energía une los puntos que indican en cada sección la energía de la corriente.
2. La línea de cargas piezométricas o gradiente de cargas de presión, une los puntos que marcan en cada sección la suma de las cargas  $z + \frac{p}{\gamma}$  por arriba del plano de referencia.

De acuerdo con estas definiciones la línea de cargas piezométricas está separada de la línea de energía, una distancia vertical  $\alpha \frac{V^2}{2g} + \frac{1}{g} \int_1^2 \frac{\partial \beta V}{\partial t} ds$ , corres

pendiente a cada sección. Al mismo tiempo se pueden hacer las siguientes generalizaciones.

1. La línea de energía no puede ser horizontal o con inclinación ascendente en la dirección del escurrimiento, si el líquido es real y no adquiere energía adicional desde el exterior. La diferencia de nivel de la línea de energía en dos puntos distintos representa la pérdida de carga o disipación de energía por unidad de peso del líquido fluyente.
2. La línea de energía y la de cargas piezométricas coinciden y quedan al nivel de la superficie libre para un volumen de líquido en reposo (por ejemplo, un depósito o un embalse).
3. En el caso de que la línea de cargas piezométricas quede en algún tramo por debajo del eje de la vena líquida, las presiones locales en ese tramo son menores que la presión cero de referencia que se utilice (comúnmente la presión atmosférica).

En la fig 1.25 se muestra la disposición de las líneas de energía, y de cargas piezométricas, de una instalación hidroeléctrica donde el flujo es permanente; la turbina aprovecha la energía disponible  $H_{a,b}$ . En la fig 1.27 se muestra el mismo esquema, pero en este caso se trata de una instalación de bombeo. Para los dos casos la ecuación se escribe como sigue :

$$z_1 = z_2 + d_2 \frac{V_2^2}{2g} + \frac{a}{1} hr + \sum_b^2 hr + H_{a,b}$$

En la instalación hidroeléctrica la turbina queda generalmente muy próxima a la sección 2 y el término  $\sum_b^2 hr$  es despreciable.

Por lo que respecta al término  $H_{a,b}$  éste se ha empleado en la ecuación anterior como una energía cedida o añadida al flujo y tiene las dimensiones de una longitud.

En el caso de una conducción a superficie libre en escurrimiento continuo (fig 1.28) con líneas de corriente de curvatura despreciable y paralelas, es más adecuado medir la carga de posición desde el plano de referencia hasta el punto más bajo de la sección del canal. La carga de presión coincide con el tirante y de la sección, es decir, con el desnivel entre la superficie libre y la plantilla, siempre que sea pequeño el ángulo  $\theta$  de inclinación de la plantilla. Esto equivale a considerar que la distribución de presiones es hidrostática y que no existen componentes de la aceleración normales a la dirección del flujo.

Finalmente, la carga de velocidad se mide desde el nivel de la superficie libre del agua hasta la línea de energía. En el caso de que sean los ángulos  $\theta < 10^\circ$ , la carga de presión es distinta y se evalúa como  $\frac{p}{\rho} = d \cos \theta$ , en que  $d$  es el tirante medido en dirección perpendicular a la plantilla del canal; o bien, siendo  $y$   $\cos \theta = d$ ,  $\frac{p}{\rho} = y \cos^2 \theta$ , donde  $y$  es el tirante medido verticalmente. De este modo

la suma de las cargas de posición, presión y velocidad es

$$H = z + d \cos \theta + \frac{V^2}{2g}$$

o bien

$$H = z + y \cos^2 \theta + \frac{V^2}{2g}$$

donde  $V$  representa la velocidad media en la sección perpendicular a la plantilla correspondiente al tirante  $d$ .

La pérdida de energía que se produce al escurrir un líquido real puede deberse no sólo al efecto de fricción entre las partículas del líquido y las fronteras que confinan a la vena líquida, sino también al efecto de separación o turbulencias inducidas en el movimiento al presentarse.

### 1.9 Ecuación de la cantidad de movimiento

La ecuación de la cantidad de movimiento en un cuerpo libre o volumen de control se deriva de la segunda ley de Newton. Se conoce como la cantidad de movimiento de un elemento de masa  $M$  al producto de ésta por su velocidad. Por tanto, la segunda ley de Newton establece lo que sigue.

La suma vectorial de todas las fuerzas  $F$  que actúan sobre un masa de fluido es igual a la rapidez del cambio del vector lineal cantidad de movimiento de la masa de fluido, es decir :

$$F = \frac{d(Mv)}{dt}$$

Las fuerzas externas son de dos tipos :

- a) Fuerza de superficie que actúan sobre la masa de fluido y, su vez, pueden ser :

Fuerza  $F_p$ , normales a la frontera de la masa, que se pueden evaluar en términos de las intensidades de presión sobre la misma. Conviene aquí observar que la presión comprende, además de la presión estática, la dinámica ejercida por el flujo.

Fuerza  $F_r$ , tangencial a las fronteras de la masa, que se pueden medir en términos del esfuerzo tangencial sobre la misma.

- b) Fuerzas de cuerpo  $F_c$ , generalmente las de peso propio. La cantidad de movimiento estudiada por  $\rho Q \beta V$ , entonces la ecuación de la cantidad de movimiento queda :

$$F_p + F_r + F_c = \rho \sum (Q \beta V)$$

ecuación vectorial que obviamente se puede escribir a través de sus componentes, a saber :

$$F_{pz} + F_{rx} + F_{cx} = \rho \sum (Q \beta v_x)$$

$$F_{py} + F_{ry} + F_{cy} = \rho \sum (Q \beta v_y)$$

$$F_{pz} + F_{rz} + F_{cz} = \rho \sum (Q \beta v_z)$$



Solución.

Observese en la tabla que iguales incrementos de la relación  $(r_i/R)^2$ , significan iguales incrementos de áreas  $A_i$ ; así, es posible la aplicación de las Ecs. (4.40), (4.41) y (4.42).

Con  $n = 10$  la velocidad media es

$$V = \frac{15.315}{10} = 1.53/\text{seg}$$

Los coeficientes  $a$  y  $\beta$ , como sigue :

$$a = \frac{36.374}{10 \times 1.53^3} = 1.015$$

$$\beta = \frac{23.556}{10 \times 1.53^2} = 1.006$$

De acuerdo con la ec (4.36),  $\beta$  sería :

$$\beta = 1 + \frac{1.015 - 1}{3} = 1.005$$

que es prácticamente el mismo valor antes obtenido.

Si el área del tubo es :

$$A = 0.7854 \times 0.46^2 = 0.1662 \text{ m}^2$$

El gasto en la tubería será :

$$Q = V A = 1.53 \times 0.1662 = 0.254 \text{ m}^3/\text{seg}$$

**Problema 1.11** Una bomba se utiliza para abastecer un chiflón que descarga directamente a las condiciones atmosféricas el agua tomada desde un depósito ( como se muestra en la fig 1.29 ) ; la bomba tiene una eficiencia  $n = 85 \%$  y una po-

ncia de 5 HP cuando descarga un gasto de 57 lt/seg. Bajo estas condiciones la presión manométrica leída en el punto 1 es  $p_1 = 0.05 \text{ kg/cm}^2$ . Determinar la línea de energía y la línea de cargas piezométricas, así como también indicar los valores numéricos de las elevaciones de las dos líneas, en lugares apropiados, tomando el valor de  $\alpha = 1$

Solución. La velocidad media en la tubería y en el chiflón y las correspondientes cargas de velocidad son :

$$V_t = \frac{Q}{A} = \frac{0.057}{0.785 \times 0.04} = 1.814 \text{ m/seg,}$$

$$\frac{V_t^2}{2g} = \frac{(1.814)^2}{19.6} = 0.168 \text{ m}$$

$$V_c = \frac{0.057}{0.785 \times 0.0225} = 3.226 \text{ m/seg;}$$

$$\frac{V_c^2}{2g} = \frac{(3.226)^2}{19.6} = 0.531 \text{ m}$$

Si la lectura de la presión manométrica en el punto 1 es  $p_1 = 0.05 \text{ kg/cm}^2$ , la carga de presión en ese punto (inmediatamente antes de la bomba) es :

$$\frac{p_1}{\gamma} = \frac{0.05 \times 10^4}{1000} = 0.5 \text{ m}$$

La bomba incrementa la energía del líquido en la cantidad siguiente :

$$H_b = \frac{\eta P \times 76}{\gamma Q} = \frac{0.85 \times 5 \times 76}{1000 \times 0.057} = 5.667 \text{ m.}$$

La elevación de la línea de energía ( $E_t$ ) y de cargas piezométricas ( $E_p$ ) en diferentes puntos del conducto es :

$$\begin{aligned} \text{Punto 0, } E_t &= 10 \text{ m;} \\ E_p &= 10 - 0.168 = 9.832 \text{ m.} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Punto 1, } E_t &= 8.5 + 0.5 + 0.168 = 9.168 \text{ m;} \\ E_p &= 9.168 - 0.168 = 9 \text{ m.} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Punto 2, } E_t &= 9.168 + 5.667 = 14.835 \text{ m;} \\ E_p &= 14.835 - 0.168 = 14.667 \text{ m} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Punto 3, } E_t &= 13.36 + \frac{V_c^2}{2g} = 13.891 \text{ m;} \\ E_p &= 13.891 - 0.168 = 13.723 \text{ m.} \end{aligned}$$

Las pérdidas de energía en cada tramo son :

$$\text{de 0 a 1, } \sum_0^1 h_r = 10 - 9.168 = 0.832 \text{ m;}$$

$$\text{de 2 a 3, } \sum_2^3 h_r = 14.835 - 13.891 = 0.944 \text{ m.}$$

Las líneas de energía y de cargas piezométricas se indican en la fig 1.29

**Problema 1.12** El agua fluye en un canal rectangular de 3 m de ancho como se muestra en la fig 1.30. Sin considerar la pérdida de energía, calcular el tirante en la sección 2.

El área hidráulica, la carga <sup>d</sup> velocidad y el gasto en la sección 1 son:

$$A_1 = 3 \times 1.20 = 3.6 \text{ m}^2$$

$$\frac{V_1^2}{2g} = \frac{4.9^2}{19.6} = 1.23 \text{ m}$$

$$Q = 4.9 \times 3.6 = 17.64 \text{ m}^3/\text{seg}$$

De la ecuación de Bernoulli resulta que

$$Z_1 + y_1 + \frac{V_1^2}{2g} = y_2 + \frac{V_2^2}{2g}$$

$$2.4 + 1.20 + 1.23 = y_2 + \frac{V_2^2}{2g}$$

o bien

$$y_2 + \frac{Q^2}{2g(3)^2 y_2^2} = 4.83 \text{ m}$$

Con los datos y, ordenados los términos, se obtiene la ecuación

$$y_2^2 - 4.83y_2^2 + 1.764 = 0$$

la cual, por la regla de signos de Descartes, posee dos raíces reales; es decir, son los tirantes representados por:

$$y_2 = 0.65 \text{ m}$$

$$y_2 = 4.75 \text{ m}$$

que satisfacen la ecuación. Sin embargo, el valor correcto debe ser  $y_2 = 0.65 \text{ m}$ , pues éste es menor que  $y_1$ , lo cual ocurre al acelerarse el líquido cuando pasa de la sección 1 a la 2.

## 1.10 Orificios y Compuertas

Considere un recipiente lleno de un líquido, en cuya pared lateral se ha practicado un orificio de pequeñas dimensiones ( en comparación con su profundidad  $H$  ) y cualquier forma , además de una área  $A$ . El orificio descarga un gasto  $Q$  cuya magnitud se desea calcular, para lo cual se supone que el nivel del agua en el recipiente permanece constante por efecto de la entrada de un gasto idéntico al que sale; o bien porque posea un volumen muy grande. Además, el único contacto entre el líquido y la pared debe ser alrededor de una arista afilada como se muestra en la Fig 1.29; esto es, el orificio es de pared delgada. Las partículas de líquido en la proximidad del orificio se mueven aproximadamente en dirección al centro del mismo, de modo que, por efecto de su inercia, la deflexión brusca que sufren produce una contracción del chorro; la cual se alcanza en la sección 2. A esta sección se le llama contraída y tiene una área  $A_c$  inferior al área  $A$  de orificio. En ella las velocidades de las partículas son prácticamente uniformes y con un valor medio  $V$ .

Suponiendo un plano de referencia que coincida con el centro de gravedad del orificio, la aplicación de la ecuación de Bernoulli entre las secciones 1 y 2 de una vena líquida, además de considerar despreciable la velocidad de llegada al orificio, conduce a la expresión :

$$H = \frac{V^2}{2g}$$

donde se ha despreciado el desnivel entre los centros de gravedad del orificio y de la sección contraída. De aquí se obtiene :

$$V = \sqrt{2 g H}$$

La ecuación se llama de Torricelli y puede también obtenerse de la ecuación de Bernoulli entre dos puntos : uno dentro del recipiente y otro en el centro de gravedad de la sección contraída. Esto es, la ecuación indica que la velocidad sigue una ley parabólica con la profundidad y en este caso la velocidad media  $V$ , se calcula con la profundidad media del orificio y corresponde a su centro de gravedad, no obstante que las velocidades de las partículas arriba de este punto son menores y, abajo, mayores. Esto tendrá por supuesto mayor validez a medida que la dimensión transversal, no horizontal, del orificio sea mucho menor que la profundidad  $H$  del mismo. Es más, los resultados obtenidos de la ecuación concuerdan con los obtenidos experimentalmente sólo si se corrigen, mediante un coeficiente  $C_v$  llamado de velocidad, en la forma :

$$V = C_v \sqrt{2 g H}$$

donde  $C_v$ , coeficiente sin dimensiones muy próximo a 1, es de tipo experimental y además corrige el error de no considerar la pérdida de energía los coeficientes  $a_1$  y  $a_2$ . Si el área de la sección contraída se calcula en términos de la del orificio, por medio de un coeficiente  $C_c$  llamado de contracción ( también sin dimensiones ), en la forma :

$$A_c = C_c A$$

el gasto descargado por el orificio es entonces

$$Q = C_v C_c A \sqrt{2 g H}$$

o bien, con  $C_d = C_v C_c$  ( coeficiente de gasto ), el gasto se calcula finalmente con la ecuación general de un orificio de pared delgada, a saber:

$$Q = C_d A \sqrt{2 g H}$$

Conviene aclarar que en las ecuaciones anteriores se consideró  $H$  como el desnivel entre la superficie libre y el centro de gravedad del orificio. Esto resultó de suponer que era despreciable la velocidad de llegada al orificio y que la presión sobre la superficie libre corresponde a la atmosférica. Cuando ello no acontece,  $H$  corresponde a la energía total esto es, a la suma de la profundidad del orificio, de la carga de velocidad de llegada y de la carga de presión sobre la superficie - el agua :

$$E = H + \frac{V_0^2}{2g} + \frac{p_0}{\gamma}$$

Los coeficientes de velocidad, contracción y gasto, en un orificio, son básicamente experimentales. Sin embargo, en teoría es posible encontrar la magnitud del coeficiente de gasto para un orificio circular a partir de la ecuación de la cantidad de movimiento aplicada sobre un volumen de control limitado por la frontera del chorro en contacto con el aire, la sección contraída y, dentro del recipiente, por una superficie semiesférica de radio igual al orificio. Se obtiene la ecuación:

$$C_c = 2 - \sqrt{4 - \frac{2}{C_v^2}}$$

Mediante un análisis dimensional se comprueba que los coeficientes de velocidad, contracción y gasto, son función exclusivamente del número de Reynolds. De acuerdo con los resultados de diferentes investigadores, para orificios circulares sus valores tiene la variación mostrada en la fig 1.30. Se observa que para números de Reynolds  $Re > 10^5$ , los coeficientes  $C_v$ ,  $C_c$  y  $C_d$  son independientes de dicho número y adquieren los valores constantes siguientes :

$$C_v = 0.99$$

$$C_c = 0.605$$

$$C_d = 0.60$$

Por definición de coeficientes de contracción, para un orificio circular se obtiene

$$D = \sqrt{\frac{1}{C_c}} D_c$$

y con  $C_c = 0.605$ ,  $D = 1.285 D_c$ ; o bien,  $D_c = 0.778 D$ .

Quando se trata de orificios rectangulares de poca altura los coeficientes  $C_v$ ,  $C_c$  y  $C_d$ , son prácticamente los mismos en la fig 1.30. En este caso ( en lugar de D) en el número de Reynolds se utiliza la mínima dimensión  $a$  del orificio y en la ecuación de orificio corresponde a su área  $A = ab$  (  $b$  es la dimensión máxima del orificio ) .

Si al establecer la ecuación de Bernoulli para deducir la ecuación del orificio, se



Incluye el término de pérdida de energía, entonces,

$$H = \frac{v^2}{2g} + \Delta h_r$$

Por otra parte, de

$$V = C_v \sqrt{2gH}$$

resulta

$$H = \frac{1}{C_v^2} \frac{v^2}{2g}$$

que substituida en la ecuación anterior, da

$$h_r = \left( \frac{1}{C_v^2} - 1 \right) \frac{v^2}{2g} = K \frac{v^2}{2g}$$

que indica que la pérdida de energía es proporcional a la carga de velocidad media en la sección contraída. El coeficiente de pérdida  $K$  no tiene dimensiones y es función sólo del coeficiente de velocidad siguiente:

$$K = \frac{1}{C_v^2} - 1$$

~~Figura 1.33~~

En la deducción de la ecuación general de los orificios se ha supuesto que la velocidad media de todas las partículas se puede calcular a partir de la energía total  $H$ , al centro de gravedad de la sección contraída, lo cual es válido cuando el orificio es de pequeñas dimensiones en comparación con su profundidad. Resulta conveniente investigar lo que sucede cuando el orificio es de grandes dimensiones y encuentra a poca profundidad. Para lo anterior debe considerarse un orificio

de forma cualquiera practicando en la pared vertical de un recipiente y la notación que se indica en la fig 1.31.

De acuerdo con la ecuación de un orificio el gasto que pasa por un elemento diferencial de área es

$$dQ' = C_d \sqrt{2g} (H+z)^{1/2} y dz$$

donde  $H$  es la carga al centro de gravedad del orificio.

El gasto total que pasa por el orificio es entonces :

$$\begin{aligned} Q' &= C_d \sqrt{2g} \int_{-z_1}^{+z_2} (H+z)^{1/2} y dz = \\ &= C_d \sqrt{2gH} \int_{-z_1}^{+z_2} \left(1 + \frac{z}{H}\right)^{1/2} y dz \end{aligned}$$

Al desarrollar el binomio del integrando, si despreciamos los términos de orden superior, y dividiendo entre la ecuación

$$Q = C_d A \sqrt{2gH}$$

resulta

$$\phi = \frac{Q'}{Q} = 1 - \frac{1}{8AH^2} \int_{-z_1}^{+z_2} z^2 y dz + \dots$$

Para el orificio rectangular,  $y = b$  ( constante ),  $z_1 = z_2 = \frac{a}{2}$ ; el valor de  $\phi$  será:

$$\phi = \frac{Q'}{Q} = 1 - \frac{1}{96} \left(\frac{a}{H}\right)^2$$

Para el orificio circular,  $y dz = dA = \frac{z}{2} = \frac{D}{2}$ ; el valor de  $\phi$  es

$$\phi = \frac{Q'}{Q} = 1 - \frac{1}{128} \left(\frac{D}{H}\right)^2$$

A continuación se incluyen algunos valores de  $\phi$  para los orificios rectangular y circular.

$\frac{a}{H}$	$\phi$	$\frac{D}{H}$	O R I F I C I O	
			Rectangular	Circular
2			0.94	0.95
1			0.99	0.99
0.067			1	1

El valor  $a/H = D/H = 2$  equivale al caso extremo en el que el nivel del agua en el recipiente coincide con el canto superior del orificio. En dichas condiciones el orificio no funciona como tal, sino como un vertedor de pared delgada.

En los restantes casos el coeficiente que corrige a  $C_d$ , resulta despreciable y esta última puede utilizarse con la misma precisión en orificios de grandes dimensiones o de poca carga.

Cuando el orificio descarga a otro tanque cuyo nivel está por arriba del canto inferior del orificio, se dice que la descarga es ahogada. El ahogamiento puede ser total ( fig 1.34 ) o parcial ( fig 1.35 )

Figura 135 Ahogamiento Parcial

En el caso de descarga ahogada total se puede derivar una ecuación análoga a la general, con la única diferencia que la energía total  $H$  es entonces  $H$  ( diferencia de niveles entre los dos recipientes ); el gasto es entonces :

$$Q = C_d A \sqrt{2 g \Delta H}$$

Se recomienda utilizar el mismo coeficiente de gasto  $C_d$  que el de un orificio -

de descarga libre.

Cuando el ahogamiento es parcial, como en la fig 1.35, el gasto total descarga por el orificio se puede expresar como la suma  $Q_1$  y  $Q_2$ , donde  $Q_1$  es el gasto correspondiente a la porción del orificio con descarga ahogada, es decir :

$$Q_1 = C_{d1} A_1 \sqrt{2 g H}$$

y  $Q_2$  es el gasto de la porción del orificio con descarga libre, a saber :

$$Q_2 = C_{d2} A_2 \sqrt{2 g H_m}$$

No hay investigaciones confiables acerca de los coeficientes de gastos  $C_{d1}$  y  $C_{d2}$ ; al respecto, Schlag propone que  $C_{d1} = 0.70$  y  $C_{d2} = 0.675$ , en el caso de que el orificio tenga un umbral en el fondo, como en la fig 1.35

Una compuerta consiste en una placa móvil, plana o curva, que al levantarse - permite graduar la altura del orificio que se va descubriendo, a la vez que controlar la descarga producida. El orificio generalmente se hace entre el piso de un canal y el borde inferior de la compuerta, por lo que su ancho coincide con el del canal; en estas condiciones el flujo puede considerarse bidimensional ( figs 1.36 y 1.37 ) :

La red de flujo de la compuerta plana, de la figura 1.38, permite explicar con claridad la contracción que experimenta el chorro descargado por el orificio de altura  $a$ , hasta alcanzar un valor  $C_{ca}$  en una distancia  $L$  en la que las líneas de corriente se vuelven horizontales y tienen por ello una distribución hidrostática

de presiones. Debido al fenómeno de contracción y a la fricción con el piso, se produce una pérdida de carga  $\Delta h_f$  que incluye en el cálculo del gasto. Asimismo, la carga de velocidad  $V_1^2/2g$  con que llega el agua en el canal, aguas arriba de la compuerta, tiene mayor importancia a medida que la relación  $y_1/a$  disminuye. En el canto inferior de la compuerta las líneas de corriente tienden a unirse y es ahí donde la velocidad adquiere su máximo valor. Debido a la curvatura de las líneas de corriente una gran presión actúa sobre la línea de intersección del plano de la compuerta, razón por la cual se tiene una velocidad pequeña.

Para obtener la ecuación que proporcione el gasto, aquí se considerará el caso más general de una compuerta plana, con una inclinación  $\theta^\circ$  respecto de la horizontal ( fig 1.39 ) y un ancho  $b$ . La inclinación  $\theta^\circ$  es equivalente a la de la tangente en el labio de la compuerta radial, de la fig. 1.37, y con  $\theta = 90^\circ$  incluye el caso de la compuerta vertical de la fig. 1.36. Se establece la ecuación de la energía entre una sección 1, aguas arriba, de la compuerta y la sección contraída, a saber :

$$H = y_1 + \frac{V_1^2}{2g} = C_{ca} + \frac{V_2^2}{2g}$$

Por otra parte, de la ecuación de continuidad se tiene :

$$V_1 = \frac{C_{ca}}{y_1} V_2$$

que substituida en la ecuación anterior conduce a :

$$y_1 + \left( \frac{C_{ca}}{y_1} \right)^2 \frac{V_2^2}{2g} = C_{ca} + \frac{V_2^2}{2g}$$

y de aquí, tenemos que

$$\begin{aligned} \frac{V_2^2}{2g} &= \frac{y_1 - C_{ca}}{1 - \left( \frac{C_{ca}}{y_1} \right)^2} = \\ &= \frac{1 - \frac{C_{ca}}{y_1}}{\left( 1 + \frac{C_{ca}}{y_1} \right) \left( 1 - \frac{C_{ca}}{y_1} \right)} \end{aligned}$$

Por tanto, la velocidad media real en la sección contraída es:

$$V_2 = \frac{C_v}{\sqrt{1 + \frac{C_{ca}}{y_1}}} \sqrt{2g y_1}$$

en que  $C_v$  es el coeficiente de velocidad.

El gasto es

$$Q = \frac{C_c C_v b a}{\sqrt{1 + \frac{C_{ca}}{y_1}}} \sqrt{2g y_1}$$

$$Q = C_d b a \sqrt{2g y_1}$$

donde

$$C_d = \frac{C_c C_v}{\sqrt{1 + \frac{C_{ca}}{y_1}}}$$

En la ecuación  $\sqrt{1 + \frac{C_{ca}}{y_1}}$  sirve para considerar el empleo de  $y_1$  en lugar de  $H$ .

Si la descarga es sumergida con un tirante  $y_3$  en el canal, aguas abajo de la com

puerta, se puede hacer un desarrollo análogo al anterior y obtener una expresión idéntica para cualquier tipo de compuerta.

Los coeficientes de velocidad, contracción y gasto los han obtenido experimentalmente muchos investigadores; sin embargo, en ningún caso se ha encontrado coincidencia en los resultados.

Los coeficientes  $C_v$ ,  $C_c$  y  $C_d$  dependen, desde luego, de la geometría del flujo y del número de Reynolds. De acuerdo con los resultados presentados por Dominquez en la mayoría de los problemas, en la práctica, se supera el número de Reynolds a partir del cual el flujo se torna independiente de él.

Gentilini realizó investigaciones en compuertas planas inclinadas y radiales, con descarga libre. En la fig 1.40 se presentan los coeficientes de gasto  $C_d$  obtenidos en compuertas planas con un ángulo de inclinación  $\theta$  en términos de la relación  $y_1/a$ .

Cuando la pared en el contorno de un orificio no tiene aristas afiladas, el orificio es de pared gruesa o tubo corto ( fig 1.41 )

Figura 1.41 Descarga a través de un tubo corto.

En este tipo de orificio se observa que el chorro, una vez que ha pasado la sección contraída, tiene todavía espacio dentro del tubo para expandirse y llenar la totalidad de la sección. Entre la sección contraída y la final ocurre un rápido descenso de la velocidad acompañado de turbulencia y fuerte pérdida de energía.

Por un razonamiento análogo al de los orificios de pared delgada, se concluye que la velocidad de salida del líquido se puede calcular con

$$V = C_v \sqrt{2gH}$$

donde el coeficiente de velocidad  $C_v$  se reduce ahora hasta el valor 0.82, encontrado experimentalmente por diferentes investigadores, cuando  $e/D = 3$ . Además, siendo ahora  $C_c = 1$  la ecuación del gasto es la misma, con la única circunstancia que  $C_d = C_v = 0.82$ , esto es, el gasto es, aproximadamente, un tercio mayor que en un orificio de pared delgada. Lo anterior se explica debido a que en la sección contraída se forma un vacío parcial con presión ligeramente menor que la atmosférica e incrementa el valor efectivo de la carga  $H$ .

## 11 Vertedores

Cuando la descarga del líquido se efectúa por encima de un muro o una placa y a superficie libre, la estructura hidráulica en la que ocurre se llama vertedor; -- éste puede presentar diferentes formas según las finalidades a que se destine. Así, cuando la descarga se efectúa sobre una placa con perfil de cualquier forma, pero con arista aguda, el vertedor se llama de pared delgada; por el contrario, cuando el contacto entre la pared y la lámina vertiente es más bien toda una superficie, el vertedor es de pared gruesa. Ambos tipos pueden utilizarse como dispositivos de aforo en laboratorio o en canales de pequeñas dimensiones, pero el segundo puede emplearse como obra de control o de excedencias en una



presa y también de aforo en canales grandes.

El punto o arista más bajo de la pared en contacto con la lámina vertiente, se conoce como cresta del vertedor; el desnivel entre la superficie libre, aguas arriba del vertedor y su cresta, se conoce como carga ( fig. 1.42 ).

Considere un vertedor de pared delgada y sección geométrica, como se observa en la fig 1.42, cuya cresta se encuentra a una altura  $w$ , medida desde la plantilla del canal de alimentación. El desnivel entre la superficie inalterada del agua, antes del vertedor y la cresta, es  $h$  y la velocidad uniforme de llegada del agua es  $V_0$ , de tal modo que :

$$H = h + \frac{V_0^2}{2g}$$

Si  $w$  es muy grande,  $V_0^2/2g$  es despreciable y  $H = h$ .

De acuerdo con la nomenclatura de la fig. 1.42, el perfil de las formas usuales de vertedores de pared delgada se puede representar por la ecuación general :

Figura 1.42                  Vertedor de pared delgada de forma general

$$x = f(y)$$

que, normalmente, será conocida.

Aplicando la ecuación de Bernoulli para una línea de corriente entre los puntos 0 y 1, de la fig 1.42 se tiene :

$$h_0 + \frac{V_0^2}{2g} = h_1 - h + y + \frac{v^2}{2g}$$

o bien

$$H = h + \frac{v_0^2}{2g} = y + \frac{v^2}{2g}$$

Si  $v_0^2/2g$  es despreciable, la velocidad en cualquier punto de la sección 1 vale

$$v = \sqrt{2g(h-y)}$$

El gasto a través del área elemental, de la fig 1.42 es entonces:

$$dQ = 2\sqrt{2g}\mu x \sqrt{h-y} dy$$

donde  $\mu$  considera el efecto de contracción de la lámina vertiente. El gasto total vale:

$$Q = 2\sqrt{2g}\mu \int_0^h x (h-y)^{1/2} dy$$

que sería la ecuación general del gasto para un vertedor de pared delgada, la cual es posible integrar si se conoce la forma del vertedor.

### 1.11.1 Vertedor rectangular

Para esta forma de vertedor la ecuación es del tipo  $x = b/2$  donde  $b$  es la longitud de cresta (fig 1.43)

$$Q = -\mu \sqrt{2g} b \int_0^h (h-y)^{1/2} (-dy)$$

y efectuando la integración es:

$$Q = -\frac{2}{3} \mu \sqrt{2g} b \left[ (h-y)^{3/2} \right]_0^h$$

Figura 1.43 Vertedor rectangular

y finalmente:

$$Q = \frac{2}{3} \sqrt{2g} \mu b h^{3/2}$$

que es la ecuación general para calcular.

el gasto en un vertedor rectangular cuya carga de velocidad de llegada es despreciable. En los países que utilizan el sistema inglés de unidades se acostumbra agrupar los términos  $\frac{2}{3} \sqrt{2g} \mu$ , en un solo coeficiente C, de tal manera que

$$Q = C b h^{3/2}$$

Esta ecuación es más sencilla si bien no es homogénea, es decir, que el coeficiente C tiene la dimensiones  $[L^{1/2} T^{-1}]$  y vale:

$$C = \frac{2}{3} \sqrt{2g} \mu = 2.952 \mu$$

### 1.11.2 Vertedor triangular.

Cuando el vertedor es de sección triangular (fig 1.44, simétrica respecto del eje vertical y con ángulo en el vértice  $\theta$ , el valor x es:

$$x = y \tan \frac{\theta}{2}$$

Figura 1.44 Vertedor triangular.

y la ecuación del gasto es

$$Q = 2 \sqrt{2g} \mu \tan(\theta/2) \int_0^h (h-y)^{1/2} y dy$$

la cual se puede integrar por un procedimiento de sustitución. En efecto, haciendo  $z = h - y$ , entonces  $y = h - z$ ,  $dy = -dz$ . Los límites de integración serían: para  $y = 0, z = h$  y para  $y = h, z = 0$ ; la ecuación anterior sería entonces:

$$Q = -2 \sqrt{2g} \mu \tan(\theta/2) \int_h^0 z^{1/2} (h-z) dz =$$

$$+ 2 \sqrt{2g} \mu \tan(\theta/2) \left[ \frac{2}{3} h z^{3/2} - \frac{2}{5} z^{5/2} \right]_h^0$$

Tomando límites y substituyendo nuevamente a  $z$ , se obtiene

$$Q = \frac{8}{15} \sqrt{2g} \tan(\theta/2) \mu h^{5/2}$$

o bien

$$Q = C h^{5/2}$$

donde  $C$  depende de  $\theta$ ,  $\mu$  y  $g$ . Así, por ejemplo, con  $\theta = 90^\circ$  vemos que

$$C = \frac{8}{15} \sqrt{2g} \mu = 2.362 \mu$$

### 1.11.3 Vertedor trapecial

El gasto de un vertedor trapecial, como el mostrado en la fig 1.45 se puede calcular suponiendo la suma del gasto correspondiente a uno rectangular con longitud de cresta  $b$  y el triangular formado con las dos orillas. Esto es:

$$Q = \frac{2}{3} \sqrt{2g} \mu_r b h^{3/2} + \frac{8}{15} \sqrt{2g} \tan(\theta/2) \mu_t b^{5/2}$$

o bien en la forma:

$$Q = \frac{2}{3} \sqrt{2g} \left[ \mu_r \frac{4}{5} - \frac{h}{b} \mu_t \tan(\theta/2) \right] b h^{3/2}$$

y

$$Q = \frac{2}{3} \sqrt{2g} \mu b h^{3/2}$$

donde  $u$  agrupa todos los términos del paréntesis.

Debido a que el vertedor trapecial tiene escaso interés, ha sido poco estudiado.

Únicamente se le ha dado importancia al llamado de Cipolletti que tiene el trazo de un trapecio regular con taludes en los lados  $k = 0.25$  (0.25 horizontal y uno vertical);

y que encuentra aplicación como aforador en canales. La geometría de este vertedor ha sido obtenida de manera que las ampliaciones laterales compensen el gasto disminuido por las contracciones laterales de un vertedor rectangular, de longitud de cresta  $b$  en igualdad de condiciones de carga. Sin embargo, este hecho no ha sido plenamente comprobado. Se ha encontrado experimentalmente que el coeficiente  $C_d$  de un vertedor Cipolletti vale 0.63 y el gasto se determina con la ecuación:

$$Q = \frac{2}{3} \sqrt{2g} \times 0.63 b h^{3/2} = 1.861 b h^{3/2}$$

la cual es válida si  $0.08 \text{ m} \leq h \leq 0.60 \text{ m}$ ;  $a \geq 2h$ ;  $b \geq 3h$ ;  $w \geq 3h$  y, además, para anchos de canal de 30 a 60  $h$ . Cuando no se satisfacen estas condiciones se puede substituir  $H = h + V_0^2/2g$  por  $h$  en la ecuación anterior para tomar en cuenta el efecto de la velocidad de llegada.

#### 7. Vertedores de pared gruesa

En forma semejante a los orificios, si la cresta del vertedor no es una arista afilada, se presenta entonces el vertedor de pared gruesa que puede adquirir varias formas. En las figuras 1.46 se presenta la forma más sencilla, la cual consiste en aumentar el espesor de la cresta en un vertedor rectangular sin contracciones laterales.

Cuando  $e/h < 0.67$ , el chorro se separa de la cresta y el funcionamiento es idéntico al del vertedor de pared delgada (fig 1.46).

Cuando  $e/h > 0.67$  el funcionamiento es diferente, pues la lámina vertiente se adhiere a la cresta del vertedor (fig 1.46).

Se presentan también distintos funcionamientos, dependiendo de la altura  $w$  de la cresta sobre el fondo del canal.

Cabe aclarar que los valores del coeficiente de gasto obtenidos por diferentes autores difieren entre sí, de ahí que el procedimiento comúnmente aceptado para evaluarlo, en el caso de que  $e/h > 0.67$  y el vertedor sea rectangular, es el de Bazán; éste consiste en utilizar la ecuación de los vertedores rectangulares, afectada de un coeficiente de reducción  $\xi_1$ , a saber :

$$Q = \xi_1 C b h^{3/2}$$

donde  $C$  es el coeficiente adecuado de un vertedor de pared delgada sin contracciones laterales, y que toma en cuenta la altura  $w$  de la cresta sobre el fondo del canal de acceso. El coeficiente  $\xi_1$  depende de la relación  $e/h$  según la ecuación

$$\xi_1 = 0.7 + \frac{0.185}{e/h}$$

válida para relaciones con un valor hasta de  $e/h = 3$ .

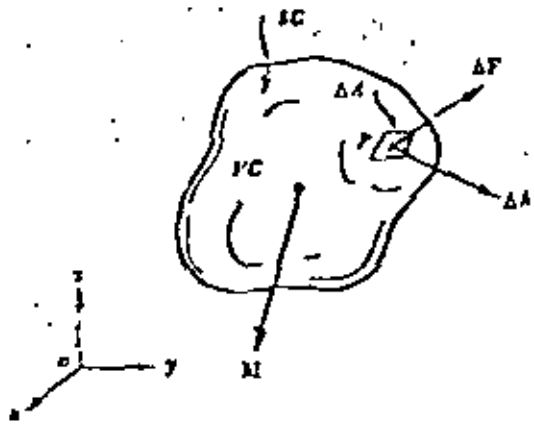


Fig. 1.1

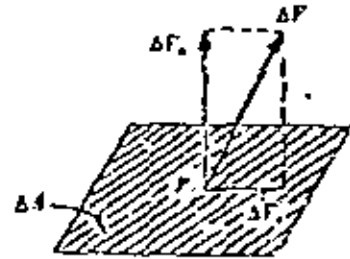


Fig.-1.2

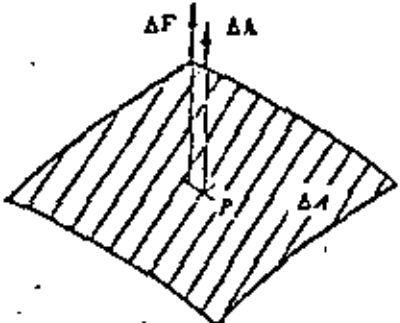


Fig. 1.3

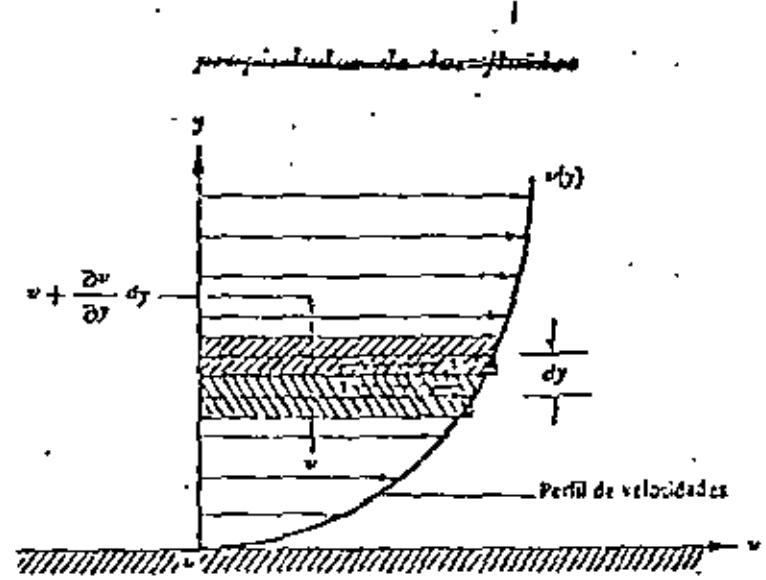


Fig. 1.4

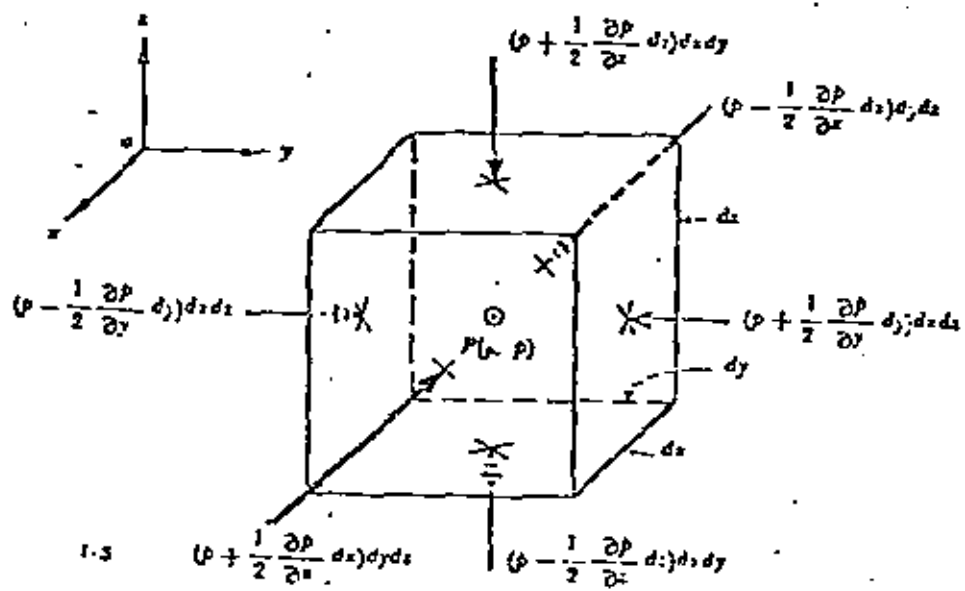
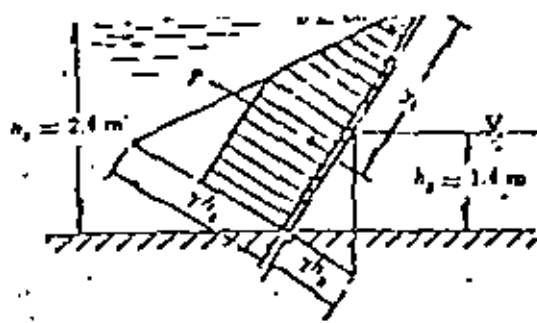
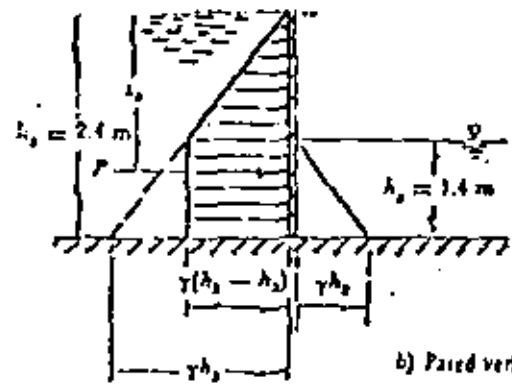


Fig. 1.5



a) Pared inclinada

Fig. 1.11



b) Pared vertical

Fig. 1.12

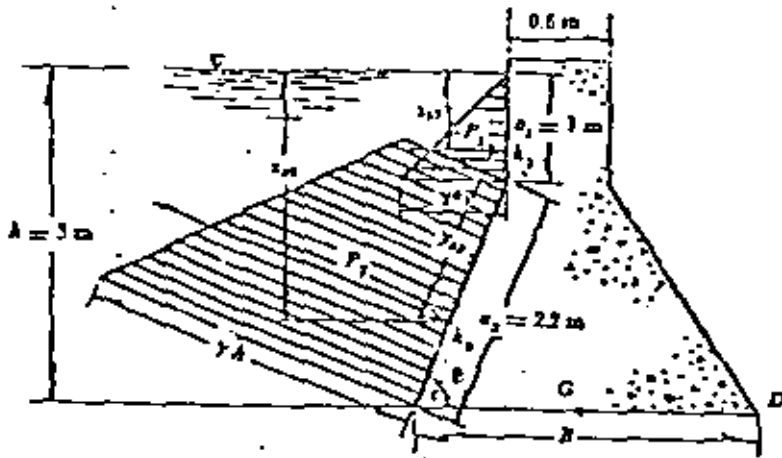


Fig. 1.13

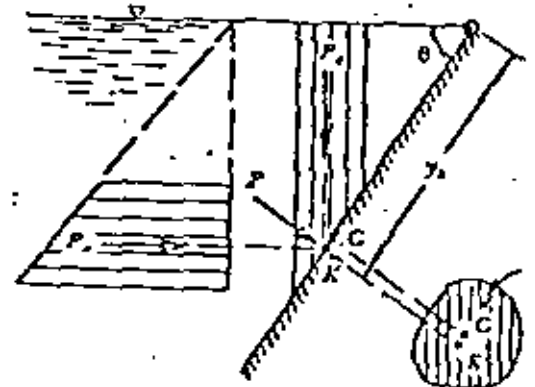


Fig. 1.14

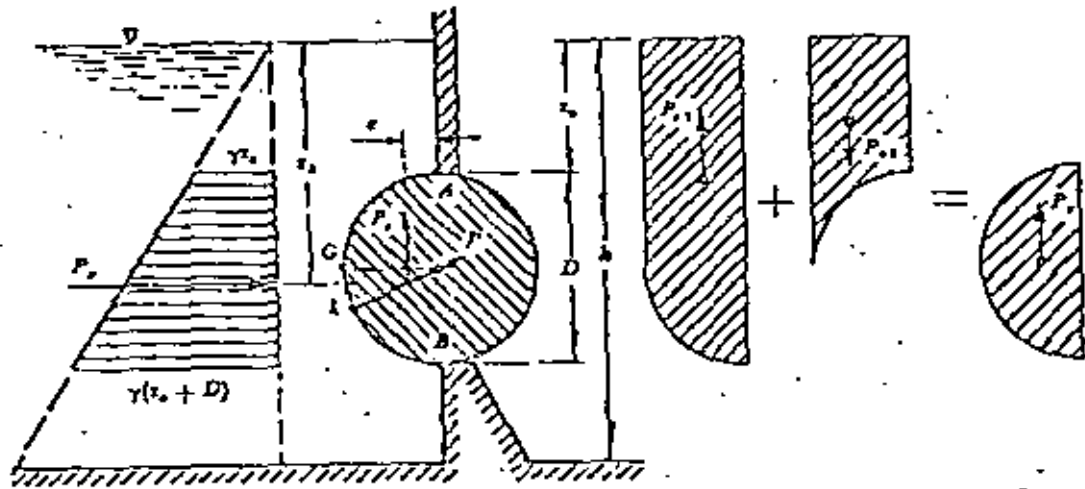


Fig. 1.15

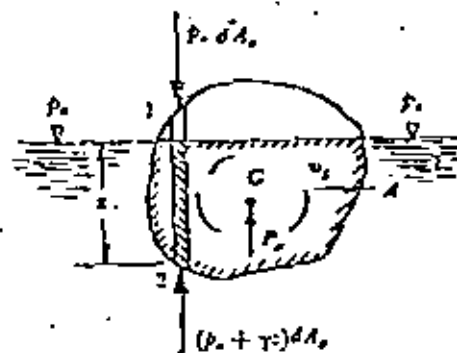


Fig. 1.16



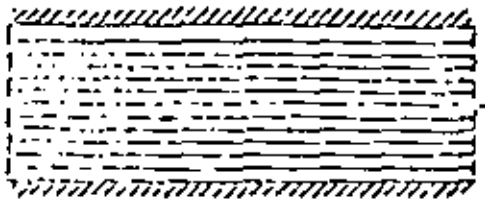


Fig. 1.19 a

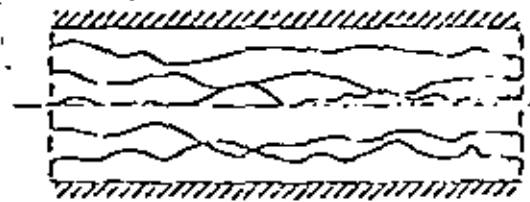


Fig. 1.19 b

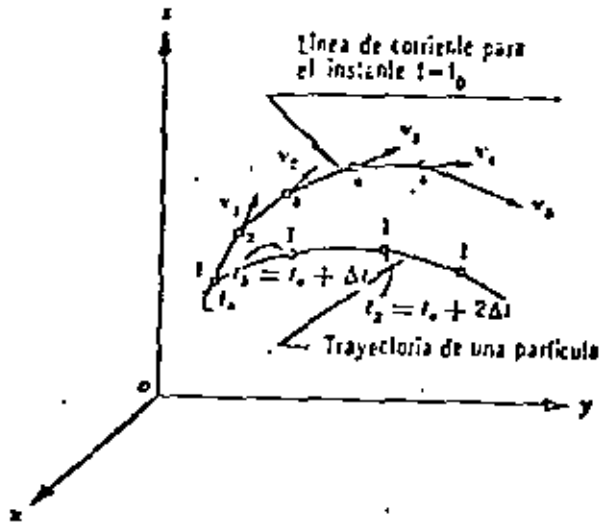


Fig. 1.20

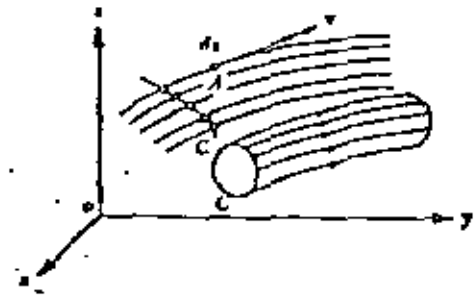


Fig. 1.21

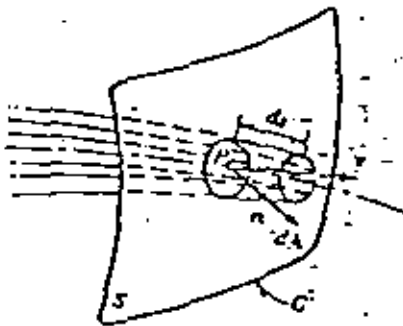


Fig. 1.22

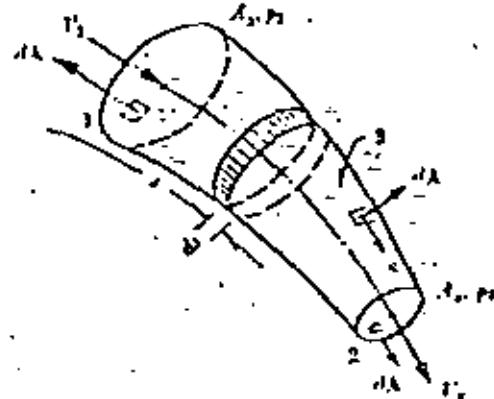


Fig. 1.23

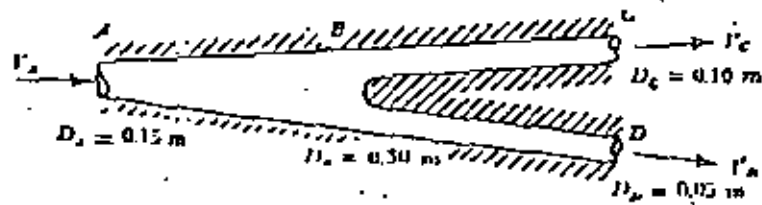


Fig. 1.24

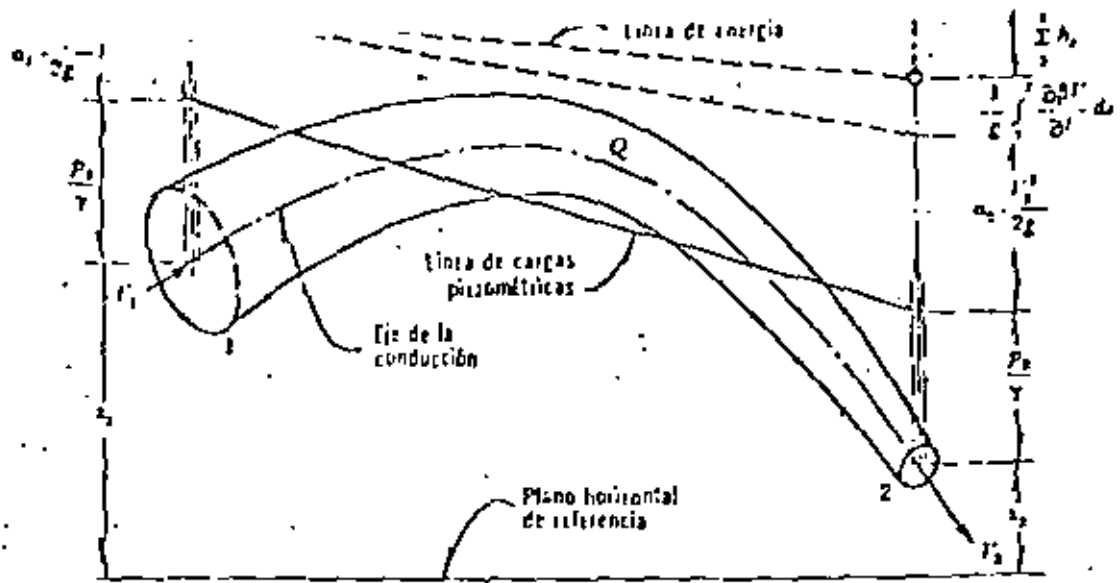


Fig. 1.25

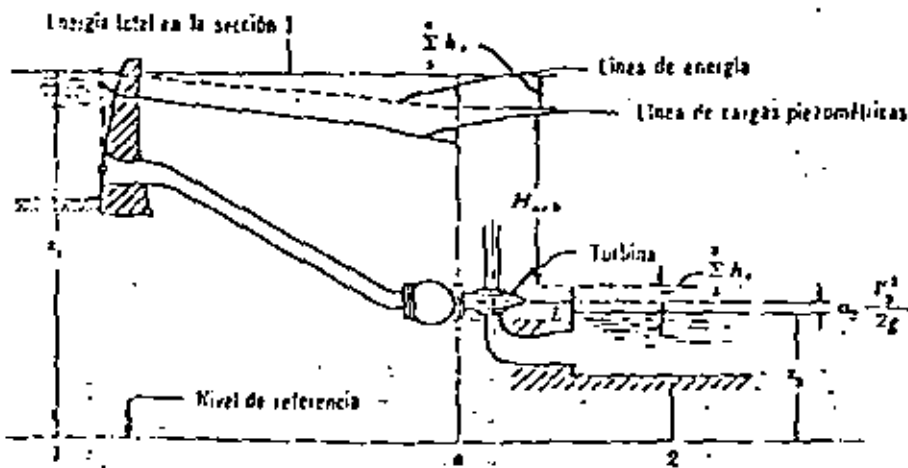


Fig. 1.26

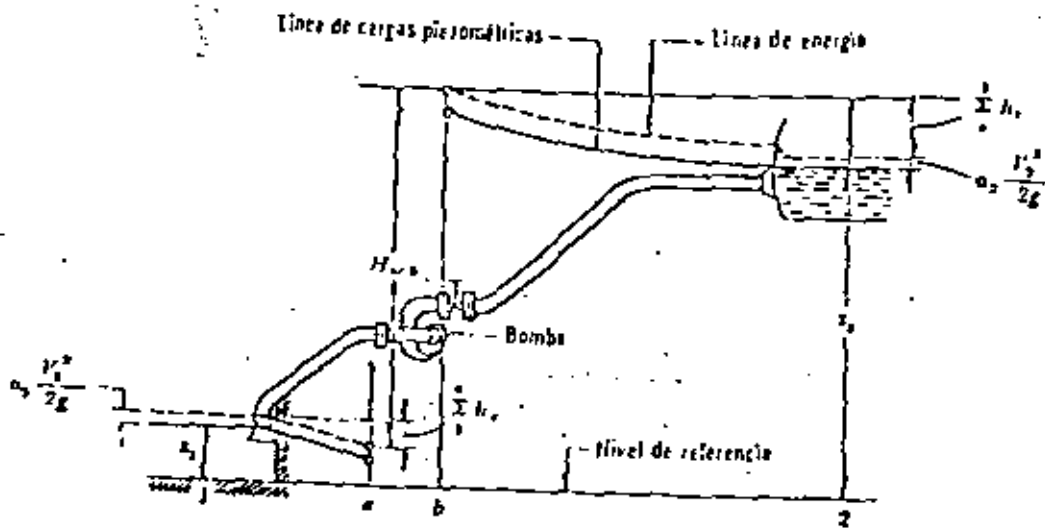


Fig. 1.27

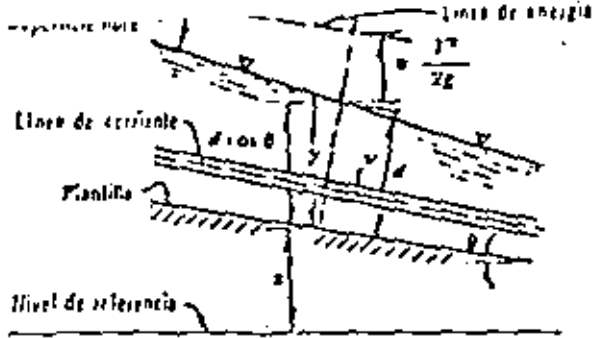


Fig. 1.28

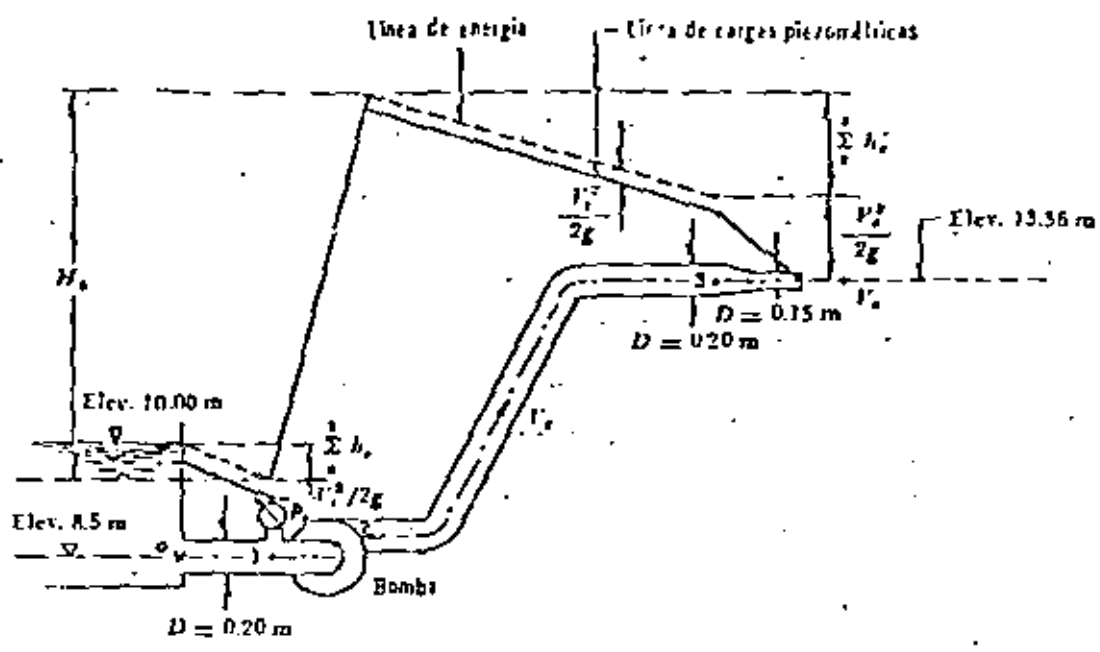


Fig. 1.29

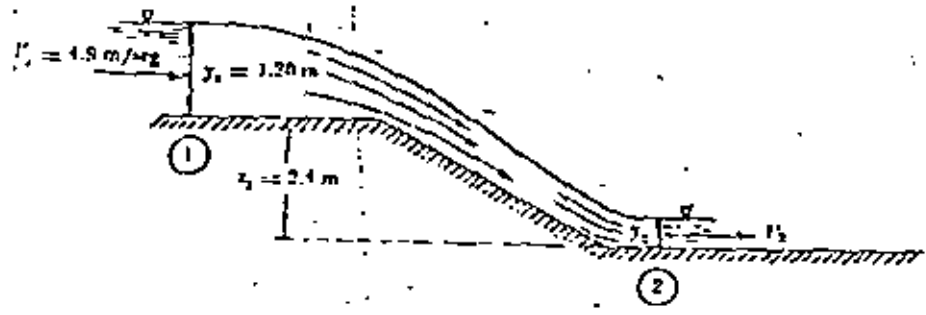
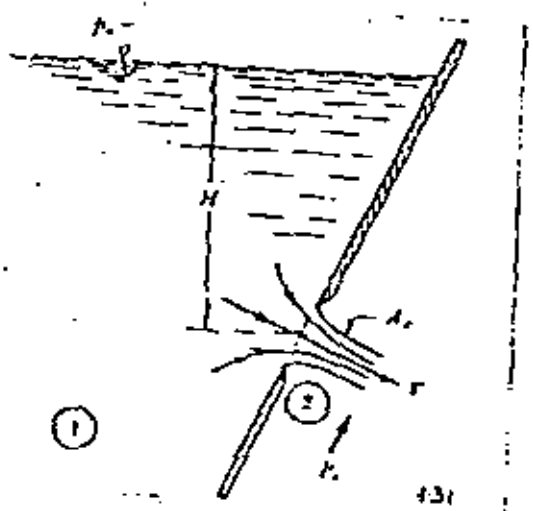


Fig. 1.30

Fig. 1.31





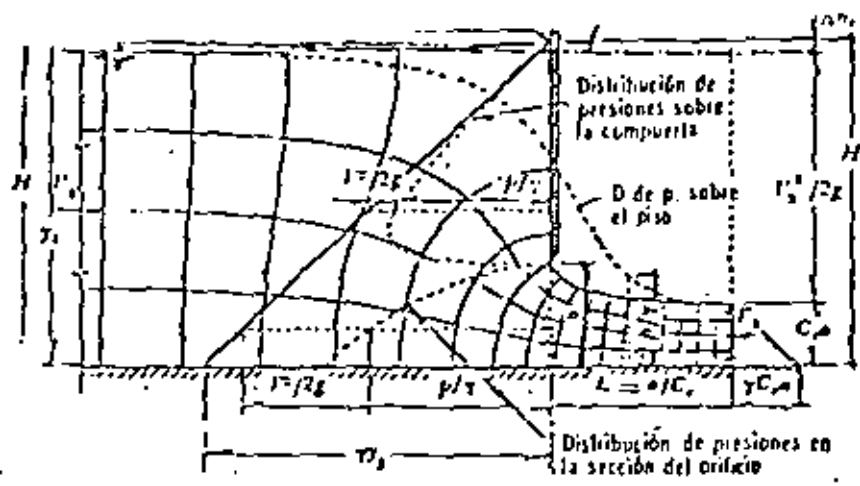


Fig. 1.38

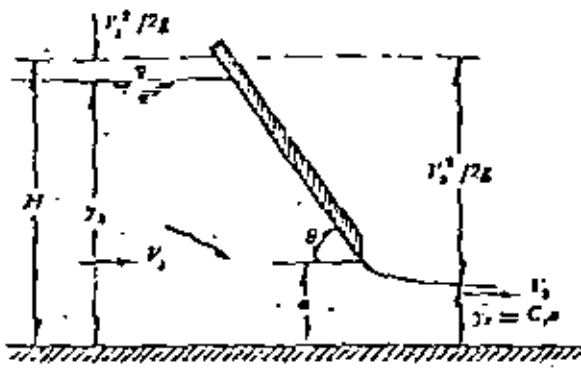


Fig. 1.39

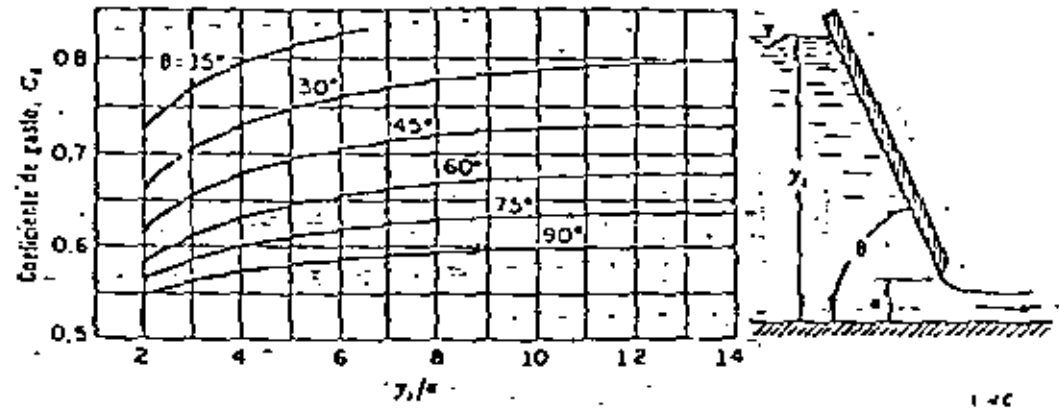


Fig. 1.40

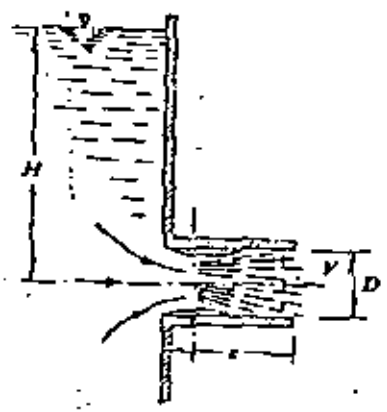


Fig. 1.41

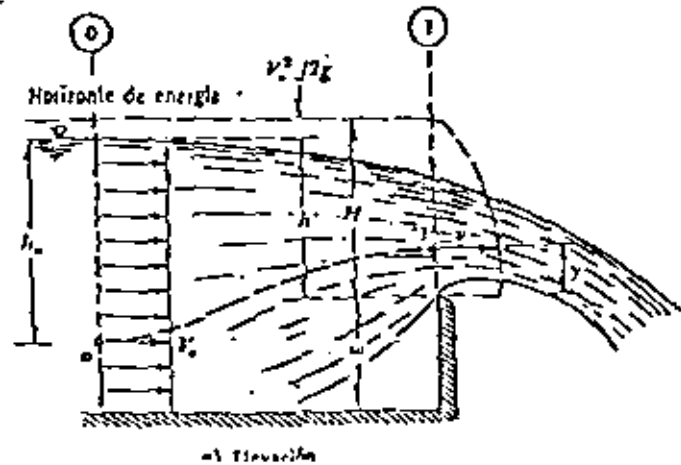
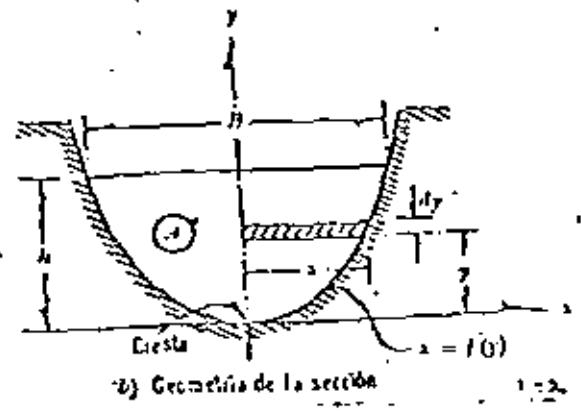


Fig. 1.42



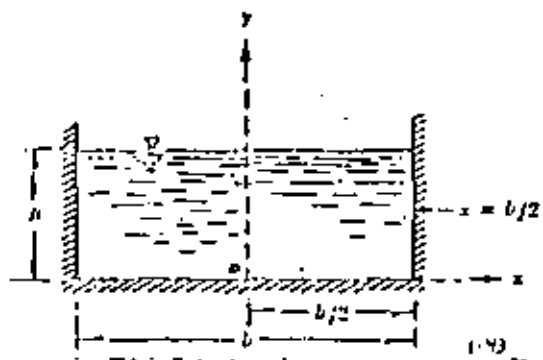


Fig. 1.43

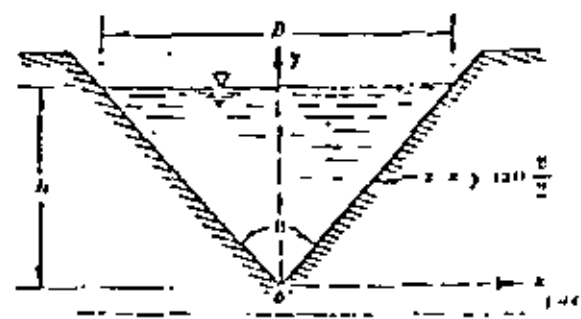


Fig. 1.44

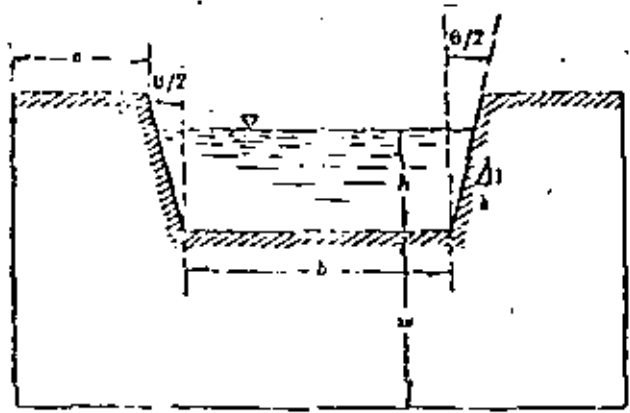
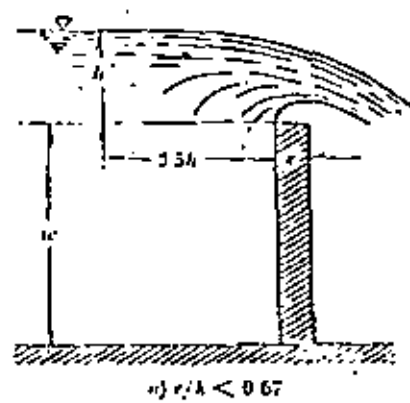
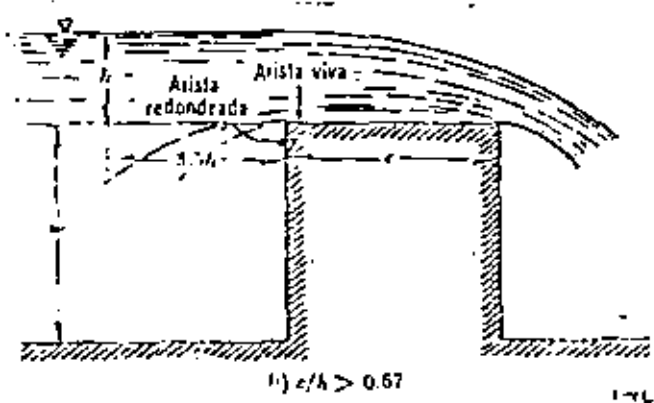


Fig. 1.45



1)  $z/h < 0.67$



1)  $z/h > 0.67$

Fig. 1.46

C U R S O

HIDRAULICA APLICADA A LA CONSTRUCCION

COSTA RICA

2. HIDROLOGIA SUPERFICIAL

DR. ROLANDO SPRINGALL GALINDO

Agosto 1979

## 2. HIDROLOGIA SUPERFICIAL

Para este tema se proporcionan los siguientes artículos :

1. R. Springall Galindo "Hidrología. Primera Parte" D7 ( 1970 )
2. R. Springall Galindo "Recomendaciones para el Diseño y Revisión de Estructuras para el Control de Avenidas". Realizado por - - - - Consultores, S.A., para la CPNH de la S.A.R.H. ( 1978 )

A continuación se desglosa por conceptos el programa que comprende este tema, así como la referencia a que corresponde cada uno de los incisos del mismo.

### 2.1 El ciclo hidrológico

Referencia 1 Cap. 1

### 2.2 Precipitación

Referencia 1 Cap. 3

Referencia 2 Caps. 4 y 5

### 2.3 Escurrimiento

Referencia 1 Cap. 4

Referencia 2 Cap. 3

### 2.4 Relaciones lluvia-escurrimiento

Referencia 2 Caps. 6 y 7

### 2.5 Clasificación de estructuras y afluente asociado a su diseño

Referencia 2 Cap. 1



C U R S O

HIDRAULICA APLICADA A LA CONSTRUCCION

COSTA RICA

3. HIDRAULICA DE CANALES

DR. ROLANDO SPRINGALL GALINDO

Notas Formadas de los apuntes "Hidráulica II"  
Segunda Parte, M. en I. Gilberto Sotelo A. -  
U.N.A.M. Facultad de Ingeniería, por el - -  
M. en I. Francisco Echavarría A. para el cur-  
so de Hidráulica Aplicada a la Construcción -  
(Abril 1978).

Agosto 1979

### 3. Hidráulica de canales

#### 3.1 Conceptos fundamentales

El flujo de un fluido en un canal se caracteriza por la exposición de una superficie libre a la presión atmosférica. Por esta razón, el fluido respectivo es siempre un líquido, casi siempre agua.

Los problemas conectados con el flujo en canales representan una alta proporción del trabajo del ingeniero hidráulico y la aparente simplicidad resultante de la superficie libre es irreal al incremento en la complejidad de dicho flujo en comparación con el de un conducto o presión.

De acuerdo con su origen, un canal puede ser natural o artificial. Dentro de los primeros se incluyen todos los cursos de agua que existen en forma natural sobre la tierra, tales como arroyos, ríos, etc. Dentro de los canales artificiales se incluyen todos los construídos por el hombre, tales como canales de navegación, canales de fuerza, canales de riego, obras de excedencias, etc.

Si el canal se construye con una sección transversal y pendiente de plantilla constante, se denomina canal prismático. De no satisfacerse estas condiciones, el canal es no prismático como es el caso de los canales naturales.

La clasificación del flujo en un canal sigue las formas generales indicadas con la adición del espacio como un criterio más, teniendo principalmente interés los tipos de flujo, que se indican a continuación, sobre la base de que en todos los casos el flujo es unidimensional.

- a) Flujo permanente y no permanente. Esta clasificación obedece a la utilización del tiempo como un criterio. El flujo es permanente si el tirante permanece constante en cualquier instante o en un lapso especificado. Lo contrario acontece si el flujo es no permanente.
- b) Flujo uniforme y variado. Esta clasificación obedece a la utilización del espacio como un criterio.

El flujo uniforme se presenta cuando la velocidad media per-

manece constante en cualquier sección del canal. Con una superficie libre, esto implica que la sección transversal y el tirante permanecen también constantes ( fig 3.1). Como consecuencia de la definición, en flujo uniforme la pendiente  $S_f$  de la línea de energía de fricción, la pendiente  $S_a$  de la superficie libre del agua y la pendiente geométrica  $S_o$  del canal son iguales:  $S_f = S_a = S_o = S$ . El hecho de que la velocidad media permanezca constante, se refiere estrictamente al hecho de que el flujo posea una velocidad constante en cada punto de la sección transversal a lo largo del canal; es decir, que la distribución de velocidades de cada sección no se altera. El tirante correspondiente al flujo uniforme se conoce como tirante normal.

Las características de un flujo uniforme se pueden satisfacer únicamente si el canal es prismático, esto es, el flujo uniforme solo puede ocurrir en canales artificiales, pero no en los naturales.

Teóricamente es posible que un flujo uniforme pueda ser permanente o no permanente. En el flujo uniforme permanente el tirante no cambia con el tiempo y es el tipo fundamental -

del flujo tratado en la hidráulica de canales. El flujo uniforme no permanente requeriría que la superficie libre fluctuara de un instante a otro pero siempre permaneciendo - paralela a la plantilla del canal, lo cual obviamente es difícil que ocurra en la práctica. Por lo mismo, el flujo uniforme es casi siempre permanente.

El flujo es variado si la velocidad media cambia a lo largo del canal y, por lo mismo, posee características opuestas a las del flujo uniforme, tal como se muestra en la fig 3.2.

Los cambios de velocidad se pueden producir por una variación en la sección del canal, por un cambio en la pendiente o por una estructura hidráulica tal como un vertedor o compuerta interpuesta en la línea de flujo. Debido a estos efectos el flujo uniforme es un estado ideal que difícilmente se logra. Sin embargo, en la mayoría de los casos (y sobre todo en canales rectos y largos de sección transversal y pendiente de plantilla constante), se alcanza un flujo casi uniforme, de tal manera que la suposición es razonable especialmente porque simplifica el análisis.

El flujo variado sí puede ser permanente y no permanente y

toda vez que no existe flujo no permanente uniforme, el no permanente tiene que ser necesariamente variado.

El flujo variado se puede a su vez clasificar en gradual, rápida y espacialmente variado. El flujo gradualmente variado es aquel en que el tirante cambia en forma gradual a lo largo del canal. En el flujo rápidamente variado acontece lo contrario, como es el caso del salto hidráulico. En el flujo espacialmente variado cambian además las características hidráulicas a lo largo del canal o de un tramo del mismo.

- c) Flujo laminar y turbulento. El comportamiento del flujo en un canal está gobernado principalmente por los efectos de las fuerzas viscosas y de gravedad con relación a las fuerzas de inercia internas del flujo.

Con relación al efecto de la viscosidad, el flujo puede ser laminar, de transición o turbulento en forma semejante al flujo en conductos forzados y la importancia de la fuerza viscosa se mide a través del número de Reynolds definido en este caso como

$$Re = \frac{V R_h}{\nu}$$

donde

- $R_h$       radio hidráulico de la sección, en m  
 $V$         velocidad media en la misma, en m/seg  
 $\nu$         viscosidad cinemática del agua, en  $m^2/seg$

En los canales se han comprobado resultados semejantes a los de los tubos por lo que respecta a este criterio de clasificación.

Para propósitos prácticos, en el caso de un canal se tiene :

Flujo laminar para  $R_e < 500$  a 600

Flujo de transición para  $500 < R_e < 2000$

Flujo turbulento para  $R_e > 2000$

Las discrepancias de estos valores de  $R_e$  respecto de los tubos es aparente, dado que para estos últimos  $R_e$  se definió usando el diámetro  $D$  en lugar del radio hidráulico y en un tubo se tiene que  $D = 4 R_h$ .

En la mayoría de los canales es flujo laminar ocurre muy raramente debido a las dimensiones relativamente grandes de los mismos y a la baja viscosidad cinemática del agua. La única ocurrencia de este flujo se presenta cuando escurre el agua en láminas muy delgadas sobre el terreno, como es el caso del flujo de agua de lluvia sobre cubiertas y superficies pavimentadas, donde el tirante es pequeño.

En el caso de canales naturales, la rugosidad de la frontera es normalmente tan grande que ni siquiera ocurre el flujo de transición.

Por lo que se refiere a la preponderancia de las fuerzas de gravedad, existe también otra clasificación de los flujos que será presentada más adelante.

El término sección normal de un canal se refiere a la sección considerada normal a la plantilla. Por el contrario, la sección vertical de un canal se toma sobre el plano vertical que pasa por el punto más bajo de la sección. Si el canal es prácticamente horizontal, ambos conceptos coinciden.

La sección de un canal natural es generalmente de forma muy irregular y variando constantemente de un lugar a otro. Los canales artificiales usualmente se diseñan con formas geométricas regulares siendo las más comunes la trapezoidal, la rectangular, la triangular y la circular. La parabólica se usa como una aproximación de secciones en canales naturales. En túneles que funcionan a superficie libre es frecuente encontrar la forma de herradura.

La sección de una forma determinada de sección depende del tipo de canal por construir, así la trapezoidal es muy común en canales no revestidos, la rectangular en canales revestidos con materiales estables: concreto, mampostería, madera, etc. la triangular en canales pequeños y en las cunetas de carreteras y la circular en alcantarillas, colectores y túneles. Existen formas compuestas con las anteriores



que encuentran utilidad en grandes alcantarillas y colectores y que permiten el paso del hombre a su interior.

Los elementos geométricos más importantes de una sección son los siguientes :  
Tirante. Se puede interpretar de dos maneras distintas de acuerdo con el tipo de sección que se considera. Para la sección normal de un canal, es el tirante normal a la dirección del flujo o sea la altura de la sección. Para la sección vertical, el tirante  $y$  es la distancia vertical del punto más bajo de la sección hasta la superficie libre (fig 3.3). Entre ambas, existe la relación

$$d = y \cos \theta$$

donde  $\theta$  es el ángulo de la plantilla del canal respecto de la horizontal.

perímetro mojado  $P$  es el perímetro de la sección (normal o vertical) en contacto con una frontera rígida, esto es, no incluye la superficie libre.

El radio hidráulico  $R_h$  de una sección (normal o vertical) es la relación del área hidráulica al perímetro mojado.

$$R_h = \frac{A}{P}$$

El tirante hidráulico es la relación del área hidráulica al ancho de la superficie libre en cualquiera de las formas siguientes :

$$D = \frac{A_n}{B_n} \quad \text{para la sección normal}$$

$$Y = \frac{A_v}{B_v} \quad \text{para la sección vertical}$$

La presencia de la superficie libre y de curvas a lo largo de un canal, la forma de la sección, la rugosidad superficial, el gasto y la acción de corrientes secundarias en el plano de la sección transversal afectan la distribución de velocidades en la sección de un canal. La fig 3.4 ilustra el aspecto general de la distribución de velocidades en la sección transversal típica de un río natural. Dicha distribución se presenta en base a las curvas que unen puntos de igual velocidad. Estas curvas normalmente se interpolan a partir de los datos de mediciones con molinetes, obtenidas en diferentes puntos de la sección transversal.

En la fig. 3.4 se observa que la velocidad mínima ocurre en la proximidad de la pared y que existe un incremento de la velocidad hacia la superficie libre.

El punto de velocidad máxima queda ligeramente abajo de la superficie libre, lo cual se atribuye al movimiento circulatorio secundario inducido por la proximidad de los lados. Por ello podría considerarse que en canales anchos y de poco tirante, la velocidad máxima se localiza al nivel de la superficie libre.

En la fig 3.4 se observa que la zona donde ocurre la máxima velocidad se localiza prácticamente sobre la vertical que tiene mayor profundidad y a una distancia de 0.05 a 0.25 del tirante desde la superficie libre hacia abajo.

Como resultado de la distribución no uniforme de las velocidades de un canal, se ha determinado experimentalmente que el coeficiente  $\alpha$  varía entre 1.03 y 1.36.

En la misma forma, el coeficiente  $\beta$  varía aproximadamente entre 1.01 y 1.12.

Considérese un canal de eje recto de ancho unitario y ángulo  $\theta$  de inclinación :- respecto de la horizontal (fig 3.5 ). El peso del elemento sombreado de espesor  $d_s$  es igual a :  $\cos \theta d_s$ , y la componente normal a la plantilla es :  $\cos^2 \theta d_s$ .

Por lo tanto, la presión en el punto D es

$$p' = \frac{\gamma y' \cos^2 \theta d_s}{d_s} = \gamma y' \cos^2 \theta$$

y la correspondiente carga de presión se puede expresar en cualquiera de las dos formas siguientes

$$h' = y' \cos^2 \theta$$

$$h' = d' \cos \theta$$

donde  $d' = y' \cos \theta$  es la distancia desde la superficie libre al punto, medida en dirección normal a la plantilla.

De esta manera, la carga de presión en el punto B sobre la plantilla del canal se obtendrá a partir de cualquiera de las dos ecuaciones siguientes :

$$\left(\frac{p}{\gamma}\right)_B = y \cos^2 \theta$$

$$\left(\frac{p}{\gamma}\right)_B = d \cos \theta$$

Se considera que un canal o un río tienen una gran pendiente cuando  $\sin \theta = 0.01$

lo cual equivale a que  $\cos^2 \theta = 0.9999$ . Por lo tanto, en la mayoría de los casos

se podrá considerar a la pendiente suficientemente pequeña para que  $\cos^2 \theta \approx 1$

y que la distancia  $y$  pueda considerarse igual al tirante  $d$  de la sección normal a

la plantilla; esto equivaldrá a una distribución hidrostática de presiones como en

caso de un depósito con agua en reposo. Sin embargo, habrá casos excepcionales

tales como los canales de descarga de vertedores, donde  $\cos^2 \theta \neq 1$  y una distribución de presiones distinta de la hidrostática.

Para el caso de una distribución hidrostática de presiones en la sección de un canal de pendiente pequeña y flujo paralelo, la energía total en la sección se podrá calcular de la ecuación siguiente :

$$H = z + y + \frac{v^2}{2g}$$

y en el caso general de un canal de gran pendiente, la energía total en la sección se podrá determinar con cualquiera de las dos ecuaciones siguientes :

$$H = z + y \cos^2 \theta + \alpha \frac{v^2}{2g}$$

$$H = z + d \cos \theta + \alpha \frac{v^2}{2g}$$

### 3.2 Flujo Uniforme

El flujo uniforme raramente ocurre en la naturaleza debido a que los canales naturales son usualmente no prismáticos. Aún en canales prismáticos, la ocurrencia de flujo uniforme es relativamente poco frecuente debido a la existencia de controles tales como vertedores, compuertas deslizantes, etc., los cuales dictan una relación tirante gasto diferente de la apropiada aun flujo uniforme.

Sin embargo, el flujo uniforme es una condición de importancia básica que debe ser considerado en todos los problemas de diseño de canales. Por ejemplo, si se propone instalar ciertos controles en un canal de riego, es necesario comparar su

relación gasto-tirante con la de flujo uniforme y el carácter conjunto del flujo en el canal dependerá de la forma que resulta de dicha compración. En un canal con cierta pendiente y rugosidad  $\gamma$  que debe conducir cierto gasto, la condición de flujo uniforme es el criterio que gobierna el área de la sección transversal mínima requerida, o aún cuando exista otro criterio que determine las dimensiones de la sección, estas no podrán ser menores que dicha sección mínima.

Las fuerzas que actúan sobre el agua fluyendo en un canal, en adición a la tensión superficial y de gravedad asociadas particularmente con la superficie libre, son: las fuerzas de resistencia desarrolladas en las fronteras sólidas y la superficie libre, las fuerzas de inercia debidas a la naturaleza casi siempre turbulenta del flujo, la presión normal a las paredes y plantilla (particularmente en regiones donde cambia la geometría del canal) y ocasionalmente fuerzas debidas al movimiento del sedimento. La interacción mutua de estas fuerzas dá lugar a la complejidad del flujo a superficie libre y únicamente a base de simplificaciones y generalizaciones es posible un entendimiento de su mecánica.

Para que ocurra un flujo uniforme es necesario que exista un balance entre la componente del peso en el dirección del flujo y la fuerza de resistencia. Para alcanzar o alejarse de este equilibrio es necesaria la presencia de flujos variados, antes y/o después del uniforme. El flujo uniforme en un canal puede ser laminar o turbulento pero las dimensiones relativamente grandes de la mayoría de los canales combina-

das con la baja viscosidad del agua, hacen que el flujo laminar sea poco común en la práctica.

Aunque la velocidad media en un canal sea suficientemente baja para permitir el flujo laminar, factores secundarios (como los disturbios del viento) usualmente producen velocidades locales o corrientes que exceden grandemente la velocidad límite laminar para los tirantes de poca magnitud. La única ocurrencia genuina de flujo laminar a superficie libre es la que se presenta en el drenaje del agua de lluvia sobre cubiertas y pavimentos de carretera, debido a que el tirante es pequeño.

En el caso de ríos, la rugosidad de la frontera es normalmente tan grande que - aún el flujo turbulento hidráulicamente liso observado en tubos, raramente ocurre. La fórmula de fricción desarrollada por Chezy en 1775 fué obtenida originalmente para su aplicación en canales y su validez se restringe al flujo uniforme, y es:

$$V = C \sqrt{R_h S}$$

C es un coeficiente de fricción que es función del número de Reynolds y de la rugosidad relativa del canal.

La ec también se escribe como sigue :

$$S = \frac{8g}{C^2} \cdot \frac{1}{4 R_h} \cdot \frac{V^2}{2g} = \frac{f}{4 R_h} \cdot \frac{V^2}{2g}$$

donde

$$f = \frac{8g}{C^2}$$

La ecuación anterior es la fórmula de Darcy-Weisbach aplicable a canales y es idéntica a la de tubos con la única solvedad de que se ha escrito en términos del radio hidráulico y no del diámetro, como es común hacerlo.

La mayor parte de los problemas que se presentan en la práctica son con flujo turbulento y por esta razón se han desarrollado varias fórmulas para calcular las pérdidas por fricción en canales con ese flujo.

Todos los esfuerzos han sido encaminados a valuar el coeficiente  $C$  de Chezy, de acuerdo con distintas fórmulas. Las más conocidas se presentan en la tabla 3.1. De las fórmulas presentadas en la tabla 3.1, la de Manning-Strickler es quizá la más conocida en la mayoría de los países occidentales.

se toma

$$C = \frac{R_h^{1/6}}{n}$$

donde  $n$  es el coeficiente de rugosidad, de la fórmula de Chezy y se tiene:

$$V = \frac{1}{n} R_h^{2/3} S^{1/2}$$

La selección de un valor de  $n$  significa realmente estimar la resistencia al flujo en un canal dado. No es raro que el ingeniero piensa que un canal tiene un único valor de  $n$  para cada rugosidad. En realidad el valor de  $n$  es muy variable y depende de un gran número de factores. Su conocimiento básico es de gran utilidad para las diferentes condiciones de diseño. Los factores que ejercen mayor influencia sobre el coeficiente de rugosidad tanto en canales naturales como arti-

iciales se indican a continuación

- a) Rugosidad superficial. Queda representada por el tamaño y forma de los granos del material sobre el perímetro mojado, y a menudo se considera el único factor en la selección de  $n$ . Una misma sección puede contener diferentes rugosidades, generalmente con gravas gruesas en el fondo y finas en las orillas.
- b) Vegetación. Se puede considerar como una rugosidad superficial que también reduce la capacidad del canal y retarda el flujo. Su acción depende del tipo, altura, densidad, distribución, etc.
- c) Irregularidad del canal. Comprende las irregularidades en el perímetro mojado y las variaciones en sección transversal tamaño y forma a lo largo del canal.
- d) Alineación del canal. Las curvas con radios grandes proporcionan valores de  $n$  relativamente bajos, mientras que las agudas con varios meandros, incrementan a  $n$ . Scobey sugiere que el valor de  $n$  se aumente en 0.001 por cada  $20^\circ$  de curvatura.
- e) Sedimentación y erosión. Generalmente, la sedimentación puede cambiar de un canal muy irregular a uno relativamente



uniforme y reducir  $n$ , mientras la erosión produce lo contrario, esto es, modifica la irregularidad del canal y la rugosidad superficial.

- f) Obstrucciones. La presencia de pilas de puente, rejillas, etc., tienden a incrementar a  $n$  en un magnitud que depende de su tamaño, forma, número y distribución.
- g) Tirante y gasto. En la mayoría de los ríos,  $n$  disminuye al aumentar el tirante y el gasto. Cuando el tirante disminuye, emergen las irregularidades del fondo del canal y tienen un efecto más pronunciado. Los cambios de tirante están íntimamente relacionados con el gasto.

En la tabla 3.3 se presenta una lista de valores de  $n$  para canales de varias clases y que ha sido propuesta por Chow. En ella se muestran valores mínimo, normal y máximo, de mucha utilidad como guía para una selección rápida de  $n$ .

Como en las tuberías, en el cálculo de canales con flujo uniforme se pueden presentar problemas de revisión o de diseño. Los problemas de revisión consisten en calcular el gasto a través de una sección de geometría, rugosidad y pendiente conocidas.

Los problemas de diseño consisten en calcular la geometría de la sección dada la pendiente y el gasto que circula, o bien, dada la geometría y el gasto, calcu-

lar la pendiente necesaria.

Cualquiera que sea el tipo de problema, son dos las ecuaciones que permiten el diseño del canal : la ecuación de continuidad.

$$Q = A V$$

y la fórmula de Chezy para la fricción

$$V = C R_h^{1/2} S^{1/2}$$

El gasto se expresa entonces en la forma

$$Q = A V = C A R_h^{1/2} S^{1/2} = K S^{1/2}$$

donde el término

$$K = C A R_h^{1/2}$$

se conoce como "factor de conducción" de la sección del canal y es una medida de la capacidad de transporte al depender directamente del gasto.

Si se usa la fórmula de Mannig,  $C = R_h^{1/6} / n$ , y

$$K = \frac{A \cdot R_h^{2/3}}{n}$$

La expresión

$$Z_n = A R_h^{2/3} = n K$$

Se conoce como el módulo de sección para el cálculo de flujo uniforme y también se expresa como sigue :

$$A R_h^{2/3} = \frac{n Q}{S^{1/2}}$$

El segundo término depende de  $n$ ,  $Q$  y  $S$ , pero el primero exclusivamente de la

geometría de la sección. Esto demuestra que para una combinación particular de  $n$ ,  $Q$  y  $S$  hay un tirante único  $Y_n$  llamado normal, con el cual se establece el flujo uniforme, siempre que el módulo de sección sea función continua y creciente del tirante  $y$ . La condición recíproca también se cumple, es decir, dados  $Y_n$ ,  $n$  y  $S$  hay un único gasto  $Q$  con el cual se establece el flujo uniforme y que se conoce como gasto normal.

Con el fin de tener una relación sin dimensiones, es conveniente dividir ambos miembros de la ecuación entre una dimensión característica de la sección que puede ser el ancho de plantilla  $b$  si la sección es trapecial o rectangular, o bien el diámetro  $D$  si la sección es circular o herradura trabajando parcialmente lle

La dimensión característica debe tener como exponente a  $8/3$  para obtener efectivamente una relación sin dimensiones. Así, para las secciones rectangulares y trapecial se tiene :

$$\frac{A R_h^{2/3}}{b^{8/3}} = \frac{n}{b^{8/3}} \frac{Q}{S^{1/2}}$$

para las secciones circular o herradura :

$$\frac{A R_h^{2/3}}{D^{8/3}} = \frac{n}{D^{8/3}} \frac{Q}{S^{1/2}}$$

Con el fin de simplificar los cálculos, en la fig 3.6 se presentan las curvas que relacionan cualquiera de los dos términos de las ecuaciones anteriores con los valores  $y/b$  o  $y/D$  para las distintas secciones indicadas. En estas curvas,  $k$  re

presenta la designación del talud para la sección trapezoidal.

Problema 3.1 Un canal rectangular de cemento pulido y ancho de plantilla  $b = 2$  m tiene una pendiente  $S = 0.000126$ .

- a) Calcular el gasto que conduce para un tirante  $y = 1.50$  m.
- b) Calcular el gasto para  $y = 0.50$  m y  $S = 0.008$ . Utilizar la fórmula de Manning en ambos casos.

Solución a. El área, perímetro y radio hidráulico son

$$A = 2 \times 1.5 = 3 \text{ m}^2$$

$$p = 2 + 2 \times 1.5 = 5 \text{ m}$$

$$R_h = \frac{3}{5} = 0.6 \text{ m}$$

De la fórmula de Manning, para  $n = 0.011$ , la velocidad va le.

$$V = \frac{1}{0.011} (0.6)^{2/3} (0.000126)^{1/2} = 0.726 \text{ m/seg}$$

y el gasto

$$Q = 3 \times 0.726 = 2.178 \text{ m}^3/\text{seg}$$

Solución b. Habiendo cálculos análogos, se obtiene :

$$A = 2 \times 0.5 = 1 \text{ m}^2$$

$$P = 2 + 2 \times 0.5 = 3 \text{ m}$$

$$R_h = \frac{1}{3} = 0.33 \text{ m}$$

$$V = \frac{1}{0.011} (0.33)^{2/3} (0.008)^{1/2} = 3.909 \text{ m/seg}$$

$$Q = 1 \times 3.909 = 3.909 \text{ m}^3/\text{seg}$$

**Problema 3.2** Calcular el gasto en un canal de sección trapezoidal con  $b = 2$  m de ancho de plantilla,  $y = 1.20$  m de tirante, taludes  $k = 2$ , pendiente  $S = 0.00067$  y cuyas paredes están construídas de concreto rugoso bien acabado. Utilizar las fórmulas de Kutter, Bazin, Kozeny y Manning para comparar resultados.

**Solución.**

Los elementos geométricos de la sección son :

$$A = (2 + 2 \times 1.2) 1.2 = 5.28 \text{ m}^2$$

$$P = 2 + 2 \sqrt{1 + 2^2} 1.2 = 7.367 \text{ m}$$

$$R_h = \frac{5.28}{7.367} = 0.717 ; R_h^{1/2} = 0.847$$

$$R_h^{1/6} = (0.717)^{1/6} = 0.946$$

$$S^{1/2} = (0.00067)^{1/2} = 0.02583$$

a) De la tabla 3.2, para la fórmula de Kutter,  $m = 0.65$

$$C = \frac{100 \times 0.847}{0.65 + 0.847} = 56.58$$

De la fórmula de Chezy (ec 2.3.b)

$$V = 56.58 \times 0.847 \times 0.02583 = 1.238 \text{ m/seg}$$

$$Q = 5.28 \times 1.238 = 6.536 \text{ m}^3/\text{seg}$$

b) Para la fórmula de Bazin, ( de la tabla 3.2)  $B = 0.45$ .

$$C = \frac{87}{1 + \frac{0.45}{0.847}} = 56.81$$

$$V = \frac{56.81}{56.58} \times 1.238 = 1.243 \text{ m/seg} \quad .2 \quad Q$$

$$Q = 5.28 \times 1.243 = 6.554 \text{ m}^3/\text{seg} \quad \text{plantif}$$

Para la fórmula de Kozeny, de la tabla 3.2  $N_c = 60$ . El ancho de la superficie libre en la sección vale Kutte

$$B = b + 2k y = 2 + 2 \times 2 \times 1.2 = 6.80 \text{ m}$$

y el tirante hidráulico

$$y = \frac{A}{B} = \frac{5.28}{6.8} = 0.776 \text{ m}$$

De la fórmula de Kozeny (tabla 2.2)

$$C = 20 \log 0.776 + 60 = 2.2 + 60$$

$$C = 57.8$$

$$V = \frac{57.8}{56.58} \times 1.238 = 1.265 \text{ m/seg}$$

$$Q = 5.28 \times 1.265 = 6.678 \text{ m}^3/\text{seg}$$

Para la fórmula de Manning-Strick,  $n = 0.017$  (concreto no terminado)

$$C = \frac{0.946}{0.017} = 55.647$$

$$V = \frac{55.647}{56.58} \times 1.238 = 1.218 \text{ m/seg} \quad )$$

$$Q = 5.28 \times 1.218 = 6.429 \text{ m}^3/\text{seg}$$

Problema 3.3 - Una galería circular (fig 3.7) de cemento pulido liso de 2 m de diámetro y 1.50 m de tirante debe conducir un gasto de 2.6 m<sup>3</sup>/seg. Calcular la pendiente necesaria para que el flujo sea uniforme.

La velocidad media

$$V = \frac{C}{A} = \frac{2.6}{2.527} = 1.029 \text{ m/seg}$$

Para  $n = 0.011$ , de la fórmula de Manning la pendiente debe ser :

$$S = \left( \frac{Vn}{R_h^{2/3}} \right)^2 = \left( \frac{1.029 \times 0.011}{0.714} \right)^2 = 0.000251$$

El problema de diseño de un canal generalmente se presenta teniendo como datos algo que debe transportar, la pendiente disponible de acuerdo con la topografía del terreno y la rugosidad de sus paredes.

Una de las soluciones consistiría en elegir la forma y dimensiones adecuadas que debe tener la sección, de modo que se pueda adaptar a la topografía del terreno - donde se va a excavar el canal, y que sea la más económica posible. Sin embargo, de acuerdo con el material en que se excava el canal, y no existiendo revestimiento, habrá tramos en que la velocidad del agua, erosione los taludes y la planta modificando la sección escogida. Por ello conviene diferenciar entre canales revestidos y canales no revestidos. Los primeros comprenden a los canales que se revisten con un material resistente a la acción erosiva del agua (concreto, mampostería, madera, plástico, etc.), o bien que se escaven en un material de i-

guals caracterfsticas ( cimentación firme, roca sana, etc. ). Los segundos comprenden a los canales excavados en un material que resiste a la acción erosiva -- mientras la velocidad o la esfuerzo tangencial de fricción ejercido por el agua sobre los granos no rebasen a una magnitud, prefijada de acuerdo con las características del material.

Lógicamente, esta diferenciación cambia el criterio de diseño. En el proyecto de un canal revestido se calculan las dimensiones óptimas de la sección que proporcionen máxima eficiencia hidráulica, mínimo costo o ambas. En cambio, en el diseño de un canal no revestido rigen los criterios de velocidad permisible o de esfuerzo tangencial crítico las cuales dependen del tipo de material en que se excava la sección del canal y que determinan también la rugosidad, la velocidad mínima permisible para evitar el depósito ( si el agua transporta sedimento ), taludes de la sección, pendiente longitudinal, el bordo libre y la sección óptima. En ambos casos, la tarea de proyectista será minimizar el costo del canal.

El revestimiento de un canal tiene por objeto prevenir la erosión, evitar las infiltraciones y disminuir la rugosidad de las paredes. Si bien se puede ignorar el criterio de velocidad máxima permisible, el revestimiento se debe diseñar para evitar la tendencia del agua a dislocar los bloques del mismo y colocarlos fuera de posición.

El volumen de excavación y la superficie de revestimiento son los factores más importantes en el costo del canal. El primero depende del área de la sección y la se-



gunda del perímetro mojado. La optimización de estos dos factores reducirá el costo al "mínimo".

La sección máxima eficiencia hidráulica será la de mínimo perímetro mojado para una área dada ya que en ella se tendrá la mínima resistencia al escurrimiento, así como el mínimo costo de revestimiento (o en su defecto, la mínima superficie de infiltración), aunque no necesariamente la mínima excavación.

Por un gasto dado, la sección hidráulica "óptima" sería aquella para la cual el área es mínima; esto implica que la velocidad sea máxima. Según las fórmulas de Chezy y Manning, esto significaría que el radio hidráulico  $R_h = A/P$  fuera el máxi

Para ello será necesario minimizar también el perímetro mojado.

La sección trapezoidal es la más usada en canales. Normalmente el talud de la sección no se elige arbitrariamente ya que está supeditado al que pueda resistir el material de excavación y en la tabla siguiente se dan algunas recomendaciones al respecto.

Taludes recomendables en canales construídos en varias  
clases de material.

**M A T E R I A L**

Roca sana no estratificada	0 a 0.25
Roca estratificada ligeramente alterada	0.25 a 0.5
Roca alteradas, tepetate duro	1
Grava angulosa	1
Arcilla densa o tierra con revestimiento de concreto	0.5 a 1.0
Suelo limo-arenoso con grava gruesa	1 a 1.5
Areniscas blandas	1.5 a 2
Limo arcilloso	0.75 a 1
Limo arenoso	1.5 a 2
Material poco estable, tierras arenosas, etc.	2
Arcilla saturada	3

La solución con base en la sección "óptima" es una simplificación del problema. En la practica, la economía en el diseño de un canal se complica debido a los siguientes factores:

- a) La resistencia al flujo no es la única consideración importante en el diseño.
- b) El área hidráulica es únicamente el área de paso del agua; el volumen total de excavación debe también incluir bordo libre, bermas, camino de inspección, cunetas, etc., por lo cual un valor mínimo de  $A$  no implica necesariamente la excavación total mínima y las dimensiones de la sección del canal pueden variar ampliamente sin que cambie mucho el valor requerido para  $A$ .
- c) El costo de la excavación no depende únicamente de la cantidad de material removido. Consideraciones tales como la facilidad de acceso y remoción pueden ser más importantes que el volumen de material excavado.
- d) Si el canal tiene que revestirse, el costo del revestimiento puede ser comparable con el de excavación.
- e) En canales cortos donde la pendiente no queda absolutamente fijada por la topografía local, la pendiente se puede considerar como una variable en los cálculos de economía. Un valor reducido de la pendiente puede requerir un área hidráulica mayor, aunque menos excavación en cortes laterales.

Por estas razones, únicamente en un sentido muy restringido se puede decir que las secciones hidráulicamente más eficiente representan la elección "óptima" de la sección

En el diseño de canales revestidos es común utilizar secciones trapeziales que se apartan de la "óptima". El U.S. Bureau of Reclamation recomienda elegir el ancho de plantilla o el tirante de acuerdo con la capacidad del canal. La fig 3 muestra una relación de valores promedios, basados en diseños anteriores, según el gasto que va a conducir el canal. Si se elige el ancho de plantilla según la fig 3 ello implica que el tirante debe quedar supeditado al cálculo por medio de una fórmula de fricción. El proceso inverso también es válido.

Al elegir la sección transversal de un canal, se deberá verificar que la velocidad no sea inferior a un valor mínimo que evite la sedimentación del material que pudiera transportarse en suspensión. Si el agua es completamente limpia, se acepta que el valor de la velocidad mínima permisible sea entre 0.10 y 0.20 m/seg, con el fin de evitar el crecimiento de plantas. Si el agua lleva material en suspensión se acepta un valor entre 0.60 y 0.90 m/seg.

Con el fin de prevenir las fluctuaciones del nivel de la superficie del agua por efecto de ondas u otros factores que puedan ocasionar su desbordamiento, es necesario prever un bordo libre cuya magnitud depende de muchos factores. Generalmente oscila entre 5 y 30 por ciento del tirante del canal. En el caso de canales revestidos,

se diferencia también entre bordo libre  $B.L$  y altura del revestimiento  $h_r$  por encima de la superficie libre del agua. Ambos conceptos quedan explicados en la fig 3.5 donde, además, se presentan los valores usuales de  $h_r$  y  $B.L$  recomendados por el U.S. Bureau of Reclamation para distintas capacidades del canal.

La fórmula de flujo uniforme utilizada en el diseño de canales revestidos es insuficiente en el caso de los no revestidos debido a que el diseño es esencialmente un problema de estabilidad de la sección. Si el canal transporta sedimentos o está excavado en material erosionable, es necesario que no ocurra depósito ni erosión, esto es, el canal debe estar en equilibrio con respecto al transporte de sedimentos, de manera que la cantidad total de los mismos que transporta sea a lo largo del canal, o bien, impedir dicho transporte.

En el caso de canales es transportada agua limpia o con material fino en suspensión las condiciones del canal exigen que no se deposite dicho material y que la capacidad erosiva del flujo sea tal que no erosione el lecho y paredes del canal.

El método de la velocidad máxima permisible, consiste en limitar la velocidad media a un valor que no cause erosión en las paredes. El límite máximo de esta velocidad media a un valor que no cause erosión en las paredes. El límite máximo de esta velocidad es incierto y variable; depende principalmente del tamaño, clase de material de la paredes y del tirante de flujo.

Las velocidades máximas permisibles para suelos no cohesivos y para un rango -

amplio en el tamaño medio de material y de tirantes pueden obtenerse de la tabla y para materiales cohesivos de la fig. El diámetro  $d_{50}$  del material corresponde a aquel para el cual el 50 por ciento del material ( en peso ) tiene un diámetro menor que éste.

Definida la velocidad máxima permisible, el área de la sección será

$$A = \frac{Q}{V_{\max}}$$

y el radio hidráulico queda determinado de la fórmula de Manning y así mismo el resto de la geometría de la sección. Si es el caso, la sección puede modificarse con el fin de adaptarla a las necesidades del problema.

### 3.3 Flujo Variado

#### 3.3.1 Regimen crítico

La energía específica en la sección de un canal se define como la energía por kilogramo de agua que fluye a través de la sección, medida con respecto al fondo del canal. Por lo tanto la energía específica vale :

$$E = y \cos^2 \theta + \frac{\alpha V^2}{2g}$$

esto es, equivale a la suma de tirante y carga de velocidad, aceptando que el incremento de presión con la profundidad sigue la ley hidrostática. En el caso de  $\theta$  pequeña,  $\cos \theta = 1$  y para un canal de cualquier forma y área hidráulica  $A$ , con  $V=Q/A$  la energía específica vale :

$$E = y + \frac{v^2}{2g} = y + \alpha \frac{Q^2}{2g A^2}$$

Suponiendo que  $Q$  es constante y  $A$  es función del tirante, la energía específica es función únicamente del tirante. En la fig 3.9 se presenta gráficamente la ecuación, a través de una curva que tiene dos ramas. En el caso de  $\theta$  pequeño, y  $\alpha = 1$ , la rama AC se aproxima asintóticamente al eje horizontal y la rama BC a la línea OD que pase por el origen y tiene una inclinación de  $45^\circ$ . Si  $\theta$  es grande se satisfacen las mismas condiciones anteriores con la única diferencia que la línea OD no tiene la inclinación de  $45^\circ$ . En cualquier punto P sobre la curva, la abscisa representa la energía específica en la sección y que corresponde al tirante y representado por la abscisa del punto P. Existe una tercera rama de la curva (indicada con línea de puntos) que representa las soluciones negativas sin interés práctico.

La curva muestra que para una determinada energía específica existen dos valores del tirante:  $y_1$ ,  $y_2$ , que reciben el nombre de tirantes alternados: el alternado menor  $y_1$  y el mayor  $y_2$ . En el punto C la energía específica es la mínima con la cual puede pasar el gasto  $Q$  a través de la sección y para la cual existe un solo valor de tirante,  $y_c$ , que recibe el nombre de tirante crítico y al cual corresponde una velocidad llamada crítica. El estado del flujo que se desarrolla con el tirante crítico recibe el nombre de estado o régimen crítico.

Cuando el tirante es mayor que el crítico, la velocidad es menor que la crítica para el gasto dado; y en estas condiciones, el flujo se encuentra en estado o régimen subcrítico. Cuando el tirante es menor que el crítico, la velocidad es mayor que la

crítica y el flujo se encuentra en estado o régimen supercrítico. En cada régimen el tirante y la velocidad adquieren el nombre que corresponda ( subcríticos o supercríticos).

Si el gasto cambia a otro valor y se mantiene de todos modos constante, la curva de energía específica cambia a las posiciones A' B' y A'' B'', según que el gasto sea menor o mayor, respectivamente, que el gasto usado por la construcción de la curva AB.

También se observa que al elegir una energía específica  $E_0$  constante, el punto C'' indica la última curva E-y y que quedaría intersectada por la vertical de abscisa  $E_0$ . Puesto que el gasto Q correspondiente a cada curva E-y crece a medida que estas se desplazan a la derecha, el punto C'' señalará la curva E-y de gasto  $Q_{máx}$  que fluiría con la energía específica  $E_0$ .

La palabra "crítico" se usa para describir este estado de flujo y puede definirse como aquel para el cual la energía específica es la mínima con que puede fluir un gasto Q dado a través de la sección de un canal de forma especificada.

Las propiedades analíticas del régimen crítico se pueden derivar atendiendo a la definición antes dada. Para un gasto constante y suponiendo que  $g$  es también constante, la derivada con respecto del tirante de la energía específica es :

$$\frac{dE}{dy} = 1 - \alpha \frac{Q^2}{g A^3} \frac{dA}{dy}$$



El elemento de área  $dA$  cerca de la superficie libre (fig. 3.1) es igual a  $B dy$ ; por tanto con  $B = dA/dy$ , la ecuación anterior es:

$$\frac{dE}{dy} = 1 - \alpha \frac{Q^2 B}{g A^3} = 1 - \alpha \frac{V^2}{g A/B}$$

Haciendo  $A/B = Y$  (tirante hidráulico de la sección, que en el caso de la rectangular, coincide con el verdadero tirante), la ecuación anterior se transforma a:

$$\frac{dE}{dy} = 1 - F_r^2$$

donde  $F_r = V/\sqrt{gY/\alpha}$  representa al número de Froude de la sección del canal calculado considerando el tirante hidráulico como longitud característica. Puesto que el estado crítico se produce para la energía específica mínima, por el criterio de la primera derivada ( $dE/dy=0$ ), se obtiene:

$$F_{rc} = \frac{V_c}{\sqrt{gY_c/\alpha}} = \frac{Q}{A_c \sqrt{gY_c/\alpha}} = 1$$

o bien

$$\frac{Q^2}{g/\alpha} = \frac{A_c^3}{B_c} \quad (A)$$

**Problema** Un canal trapecial tiene un ancho de plantilla  $b = 2.50$  m, taludes  $k = 1.5$  y debe conducir un gasto de  $20 \text{ m}^3/\text{seg}$ . Calcular el tirante crítico, la energía específica mínima y la pendiente crítica para un factor de rugosidad  $n = 0.015$ .

**Solución**

De acuerdo con los datos, se obtiene

$$\frac{Qk^{3/2}}{\sqrt{g} b^{5/2}} = \frac{20(1.5)^{3/2}}{\sqrt{9.8} (2.5)^{5/2}} = 1.188$$

De la fig 3.8 resulta que  $K y_c/b = 0.85$ , por lo cual

$$y_c = \frac{0.85 \times 2.5}{1.5} = 1.42 \text{ m}$$

Si se desea un valor más preciso de  $y_c$ , es necesario resolver la ec (A) por aproximaciones sucesivas

$$\frac{Q^2}{g} = \frac{(20)^2}{9.8} = 40.82$$

Siendo el área hidráulica crítica :

$$A_c = (b + k y_c) y_c = (2.5 + 1.5 y_c) y_c$$

y el ancho crítico de la superficie libre :

$$B_c = b + 2 k y_c = 2.5 + 3 y_c$$

Por lo cual, se debe cumplir que

$$\frac{A_c^3}{B_c} = \frac{(2.5 + 1.5 y_c)^3 y_c^3}{2.5 + 3 y_c} = 40.82$$

La solución se resumen en la siguiente tabla :

$y_c$	$A_c$	$A_c^3$	$B_c$	$A_c^3/B_c$		
1.42	6.575	284	6.76	42.0	≠	40.82
1.41	6.507	275.53	6.73	40.94	≈	40.82

Por lo tanto, el tirante crítico correcto es  $y_c = 1.41 \text{ m}$ . La velocidad crítica vale

$$V_c = \frac{20}{6.507} = 3.074 \text{ m/seg}$$

y de la ec (3.4a) el número de Froude crítico es :

$$F_{rc} = 3.074 / \sqrt{9.8 \times 6.507 / 6.73} = 1$$

lo cual verifica dicha ecuación. La carga de velocidad crítica vale

$$\frac{V_c^2}{2g} = \frac{(3.074)^2}{19.6} = 0.482 \text{ m}$$

y la energía específica mínima

$$E_{mín} = 1.41 + 0.482 = 1.892 \text{ m}$$

o bien, para  $k$  y  $y_c/b = 1.5 \times 1.41/2.5 = 0.85$ , de la misma

fig resulta que  $k E_{mín}/b = 1.14$  y por tanto :

$$E_{mín} = \frac{1.14 \times 2.5}{1.5} = 1.90 \text{ m} = 1.892$$

Finalmente, el perímetro mojado y radio hidráulico son :

$$P_c = b + 2 \sqrt{1 + k^2} \quad y_c = 2.5 + 2 \sqrt{1 + 2.25} \quad 1.41 = 7.58 \text{ m}$$

$$R_{hc} = \frac{6.507}{7.58} = 0.858 \text{ m}; \quad R_{hc}^{2/3} = 0.903$$

De la fórmula de Manning, la pendiente crítica es :

$$S_c = \left( \frac{V_c n}{R_{hc}^{2/3}} \right)^2 = \left( \frac{3.074 \times 0.015}{0.903} \right)^2 = 0.0026$$

### 3.3.2 El flujo rápidamente variado

Al entrar el agua a la zona de pendiente menor, se reduce la gran velocidad del flujo por efecto de la resistencia de fricción y se produce un incremento brusco del tirante que, virtualmente, rompe el perfil del flujo y produce un estado de gran turbulencia y una fuerte pérdida de energía.

La expansión turbulenta y desaceleración del chorro de gran velocidad están asociados con una pérdida apreciable de energía (disipada principalmente como calor) y la energía específica final frecuentemente es la apropiada para el tirante normal.

La rápida variación del tirante toma lugar en un tramo relativamente corto y, por ello, la pérdida de fricción en la frontera es relativamente pequeña y, en muchos casos, insignificante en comparación con la pérdida por la turbulencia del fenómeno.

El fenómeno antes descrito se conoce como "salto hidráulico u onda estacionaria" y representa la única manera en que es posible el cambio de régimen supercrítico a subcrítico. Ocurre frecuentemente al pie de la descarga de una compuerta reguladora o de un cimacio o en un cambio de pendiente como el antes expuesto.

Normalmente, el salto hidráulico adquiere la forma directa descrita anteriormente e ilustrada en la fig.

Cuando el tirante de aguas abajo es ligeramente mayor que el crítico, el salto adquiere el carácter de "ondular", para el cual las ondas ascienden y descienden con un movimiento oscilatorio amortiguado hasta que, finalmente, se obtienen las condiciones permanentes del flujo aguas abajo ( ). Existen, desde luego, muchas

formas intermedias; pero la pérdida de energía aumenta con la altura del salto y por tanto es menor que en el tipo ondular.

Además de su gran mérito como disipador natural de energía, el salto hidráulico tiene muchos otros usos prácticos, entre los cuales se pueden mencionar los siguientes :

- a) Prevención o confinamiento de la socavación aguas abajo de las estructuras hidráulicas donde es necesario disipar energía.
- b) El mezclado eficiente de fluidos o de sustancias químicas usadas en la purificación de agua, debido a la naturaleza fuertemente turbulenta del fenómeno. Este atributo tiene ventajas particulares cuando se involucra la contaminación.
- c) Incremento del gasto descargado por una compuerta deslizante al rechazar el retroceso del agua contra la compuerta. Esto aumenta la carga efectiva y con ella la descarga.
- d) La recuperación de carga aguas abajo de un aforador y mantenimiento de un nivel alto del agua en el canal de riego o de distribución del agua.
- e) El aireamiento del agua destinada al abastecimiento de ciudades.
- f) Remoción de bolsas de aire en líneas de abastecimiento de agua y prevención del atrape de aire.

Debido a que en principio se desconoce la pérdida de energía asociada con el salto hidráulico, la aplicación de la ecuación de energía antes y después del salto no proporciona un medio adecuado de análisis. Por otra parte, debido a la gran variación de velocidad media entre los dos extremos del salto y al hecho de que no se requiere conocer los cambios de energía interna, es más adecuada la aplicación del principio de la cantidad de movimiento en el análisis del fenómeno. La concordancia general entre los resultados teóricos y los experimentales confirman la seguridad de un análisis general del fenómeno con base en este principio, tal como se presenta a continuación.

Consideremos un tramo horizontal de un canal de sección transversal cualquiera donde se produce el salto hidráulico y el volumen de control limitado por las secciones 1 y 2 (antes y después del salto), por el piso del canal y por la superficie libre (fig 3.12).

Aplicando la ecuación de la cantidad de movimiento al volumen de control en estudio, se obtiene:

$$\frac{Q^2}{g A_1} + Z_{G1} A_1 = \frac{Q^2}{g A_2} + Z_{G2} A_2$$

Para la sección rectangular se tiene

$$\frac{y_2}{y_1} = \frac{1}{2} \left( \sqrt{1 + 8 F_1^2} - 1 \right)$$

donde  $F_1 = \frac{V_1}{\sqrt{g y_1}}$

$$6 \quad \frac{y_1}{y_2} = \frac{1}{2} \left( \sqrt{1 + 8 F_2^2} - 1 \right)$$

donde  $F_2 = \frac{V_2}{\sqrt{g y_1}}$

Ver figuras 3.12 e 3.16

Para sección trapezoidal se pueden usar las gráficas de las figuras.

### 3.3.3 Flujo gradualmente variado

La sección de un canal en la que sea posible establecer una relación definida entre el nivel de la superficie libre del agua y el gasto correspondiente, se conoce como "sección de control". En general, dicha sección "controla" el flujo, tanto en dirección aguas arriba como en dirección aguas abajo. Por sus propiedades, una sección de control es siempre un sitio adecuado para una estación de aforos.

Una sección crítica es una sección de control debido a que se puede establecer una relación definida entre tirante y gasto, independientemente de la rugosidad del canal y otras circunstancias no controladas. Por otra parte, se obtiene que para la sección crítica la velocidad de agua vale:

$$V_c = \sqrt{g Y_c}$$

Si dicha velocidad se compara con el valor de la celeridad de las ondas de pequeña amplitud, se observa que en estado crítico la velocidad crítica es igual a la celeridad de dichas ondas. Si el régimen es subcrítico, la velocidad del flujo es menor que la crítica y que la celeridad de dichas ondas, por tanto, en este tipo de régimen es posible la transmisión de disturbios hacia aguas arriba. Lo contrario ocurre

tece con el régimen supercrítico en el que los disturbios sólo se transmiten hacia aguas abajo.

En la práctica, esto significa que un mecanismo de control como una compuerta - ( fig 3.17. ) puede hacer sentir su influencia hacia aguas arriba del flujo, esto es, el régimen subcrítico está sujeto a un control desde aguas abajo. Por el contrario, el régimen supercrítico no puede quedar influenciado por lo que ocurre aguas abajo, y sólo puede quedar controlado desde aguas arriba.

Para el cálculo de un perfil en flujo variado es necesario establecer la sección de control que proporcione las condiciones iniciales.

Se procede hacia aguas arriba de la sección de control o hacia aguas abajo, según que el régimen en que se desarrolla el perfil sea subcrítico o supercrítico y dicho régimen depende a su vez de la pendiente de plantilla.

Algunos ejemplos de secciones de control lo son las presas, vertedores y compuertas, debido a que el gasto está relacionado con la carga a través de una curva llamada de "gasto - tirante". Como el tirante crítico depende únicamente del gasto y de la forma de la sección, cualquier intersección bien definida de la línea del perfil de flujo y la correspondiente al tirante crítico constituyen una sección de control.

Con las explicaciones dadas anteriormente y la fig 3.18 se pueden interpretar cualitativamente los perfiles de la superficie libre en un canal largo, de sección uniforme, y con una gran variedad de pendientes, secciones de control y tipos de perfil.

La fig. 3.19 muestra dos canales, cada uno con una compuerta deslizante cerca del



extremo aguas abajo, para ilustrar el procedimiento. Se supone que la abertura de la compuerta y el gasto permanecen constantes.

El primer paso consiste en dibujar las líneas de tirante normal y crítico, las cuales son paralelas a la plantilla. Siendo el canal prismático, el tirante crítico es el mismo en toda su longitud. En seguida, se localizan las secciones de control en los sitios apropiados de entrada y salida, en los cambios de pendiente de suave a pronunciada y en la compuerta; esta última, válida en ambas direcciones debido a que los tirantes hacia aguas arriba y hacia aguas abajo están gobernados por la ecuación de descarga de la compuerta.

En referencia a cada canal, se puede hacer el siguiente análisis.

#### Método de incrementos finitos en canales prismáticos

El método de incrementos finitos es el que tiene aplicaciones mas amplias debido a que es adecuado para el análisis de perfiles de flujo tanto en canales prismáticos como no prismáticos.

En la fig 3.20 se presenta el tramo de un canal prismático limitado por las secciones 1 ( aguas arriba ) y 2 ( aguas abajo ) separadas la distancia  $\Delta x$ . Al aplicar la ecuación de la energía a dicho tramo, resulta :

$$E_2 - E_1 = (S_0 - S_f) \Delta x$$

en la cual  $E_1 = y_1 + V_1^2/2g$ ,  $E_2 = y_2 + V_2^2/2g$ ,  $S_0 = \Delta z / \Delta x$  es la pendiente de la plantilla y  $S_f$  es la pendiente media de fricción entre las dos secciones calculada a partir de

la siguiente ecuación :

$$h_f = S_f \Delta x = \frac{1}{2} ( S_{f_1} + S_{f_2} ) \Delta x$$

donde  $S_{f_1}$  y  $S_{f_2}$  son las pendientes de fricción en las secciones 1 y 2, las cuales se pueden calcular con la fórmula de Manning, como sigue :

$$S_{f_1} = \left( \frac{V_1 n_1}{R_{h_1}^{2/3}} \right)^2$$

$$S_{f_2} = \left( \frac{V_2 n_2}{R_h^{2/3}} \right)^2$$

De acuerdo con el sentido en que se efectúa el cálculo, se conocerán las características hidráulicas en alguna de las dos secciones, la 1 si el cálculo es en la dirección del flujo o la 2 si es en dirección contraria. El procedimiento consiste en suponer un valor tentativo del tirante en la sección desconocida y ajustar dicho valor mediante la verificación a través de la ecuación de la energía.

Cuando las secciones no están previamente especificadas y más bien se trata de determinar el perfil completo, es factible volver al caso de los métodos directos especificando mas bien un tirante desconocido y calculando la distancia a que se encuentra la sección que posee dicho tirante.

En efecto, la ec. de la energía dicha distancia vale :

$$\Delta x = \frac{E_2 - E_1}{S_o - S_f}$$

Sin embargo, es necesario que las características que se especifiquen para la sección desconocida no produzcan longitudes  $\Delta x$  muy grandes que induzcan errores serios dado que se trata de un procedimiento de incrementos finitos.

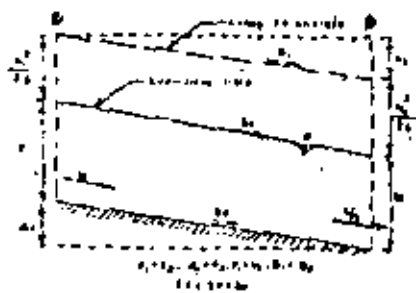


Fig. 3.1 Flujo Uniforme



Fig. 3.2 Flujo variada permanente

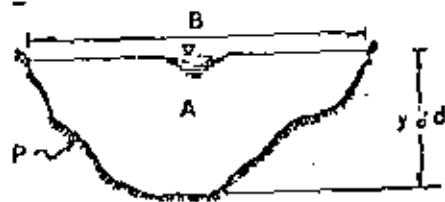


Fig. 3.3 Sección de un canal

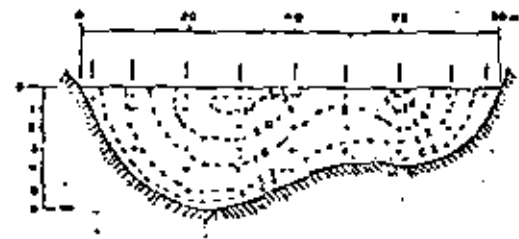


Fig. 3.4 Aspectos de la distribución de velocidades en la sección transversal de un río.

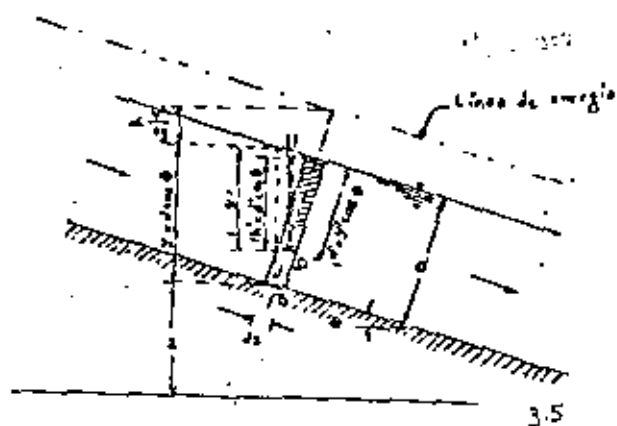


Fig. 3.5 Distribución de presiones para flujo paralelo en canales de gran pendiente.

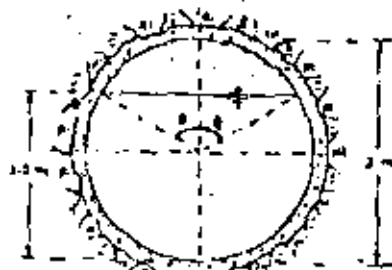


Fig. 3.7 Sección del túnel del problema 2.4.

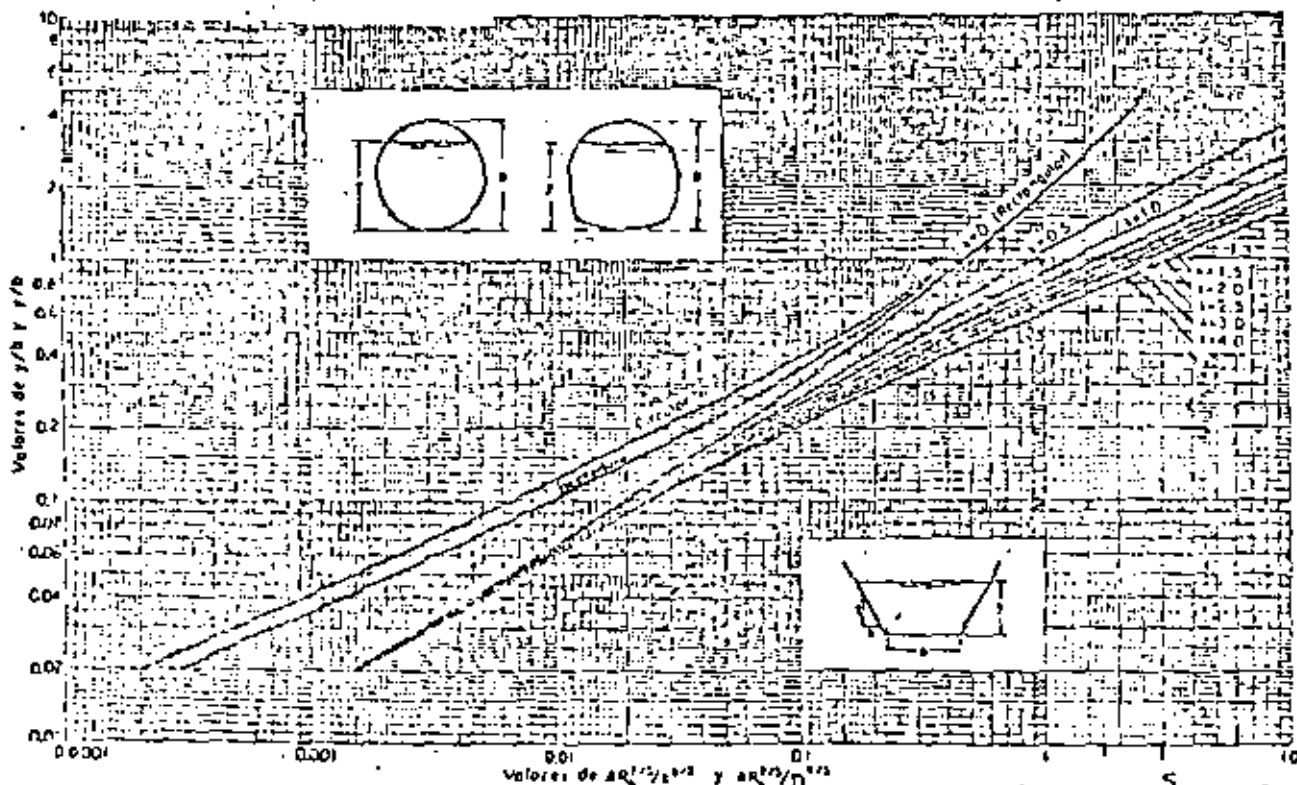


Fig. 3.6 Curvas para determinar el tirante normal

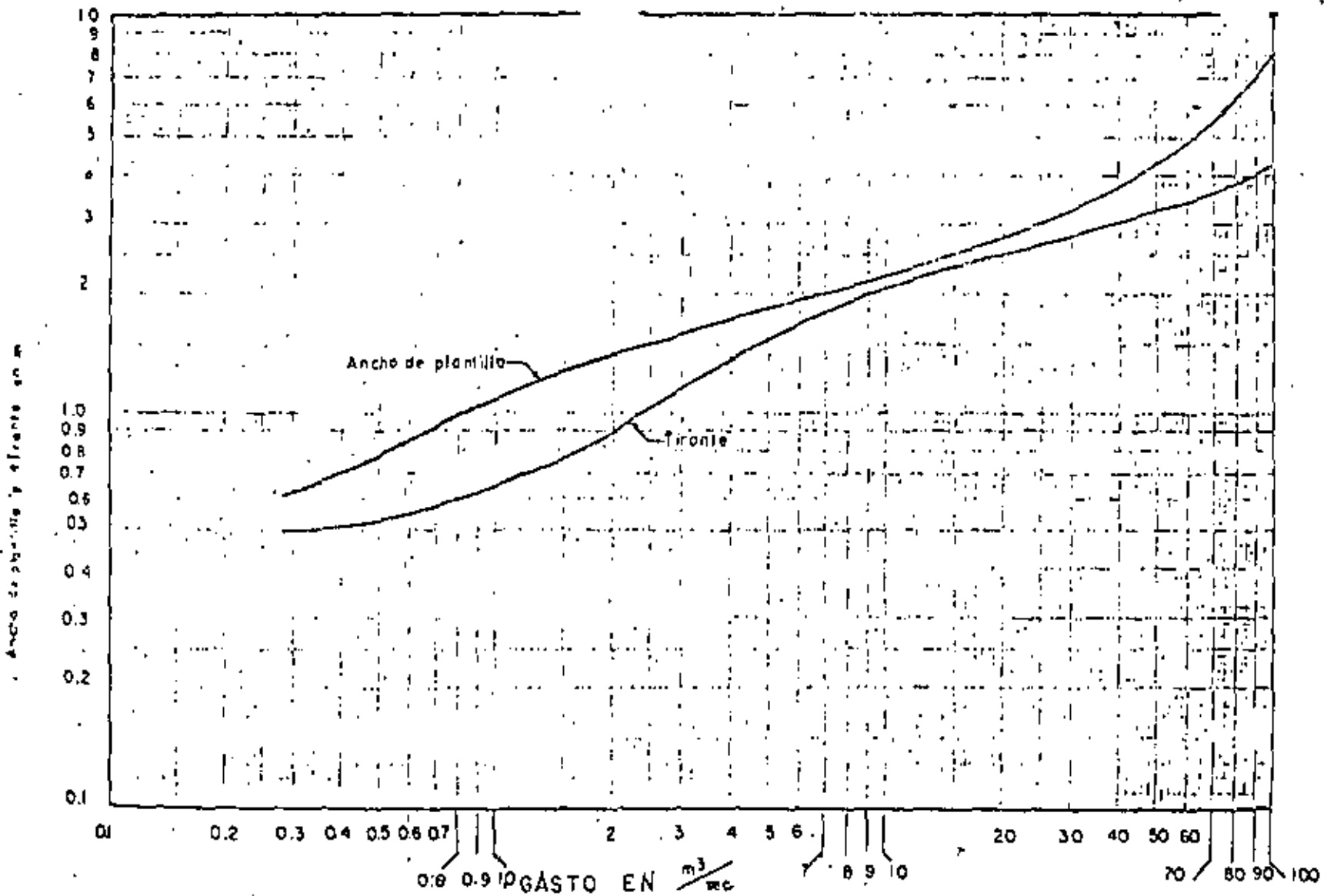


Fig. 3.8

Ancho de plantilla y frente recomendados para canales revestidos (U.S. Bureau of Reclamation.)

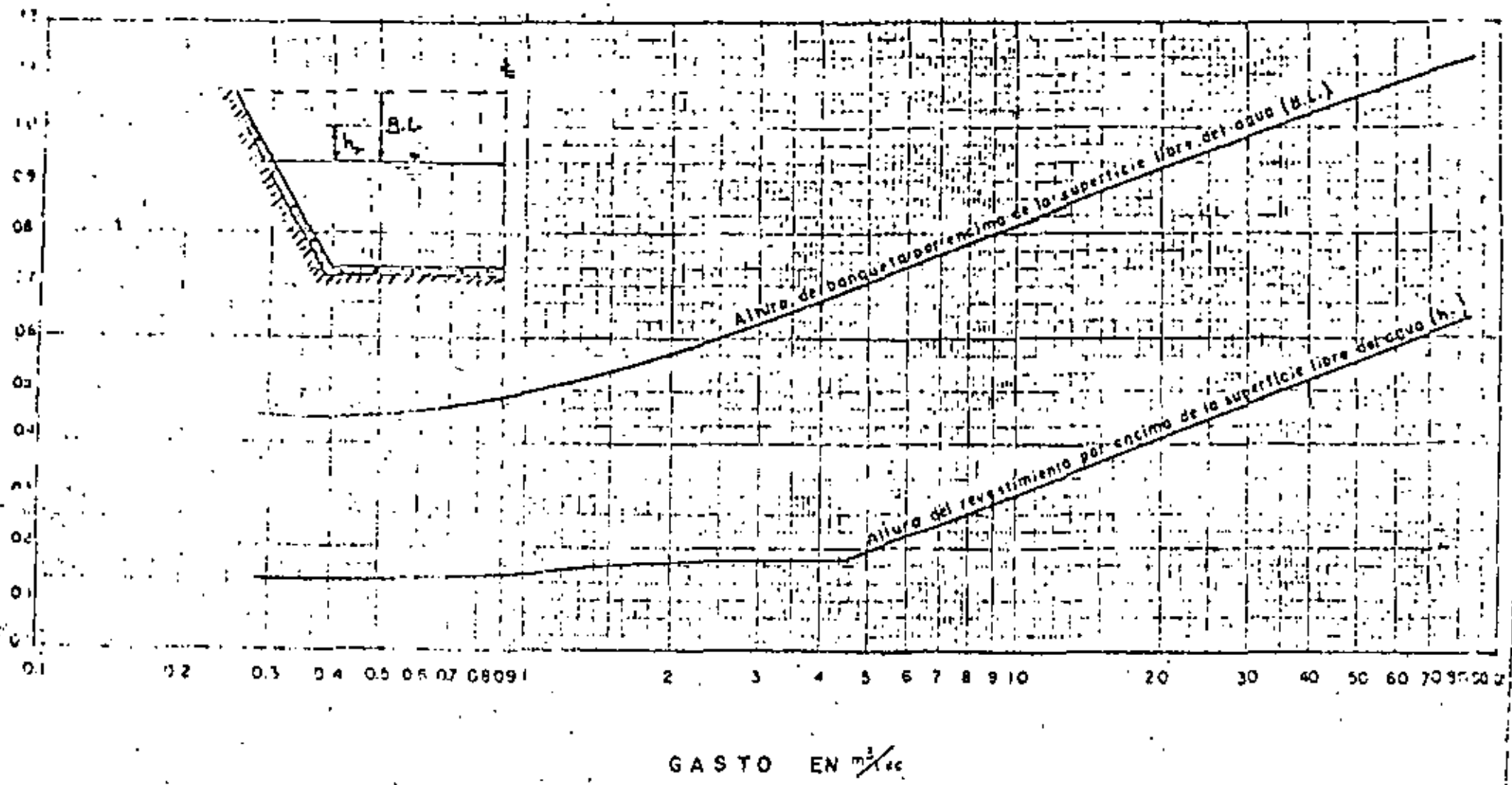


Fig. 3.9 Borde y altura de banqueta recomendados para canales revestidos.

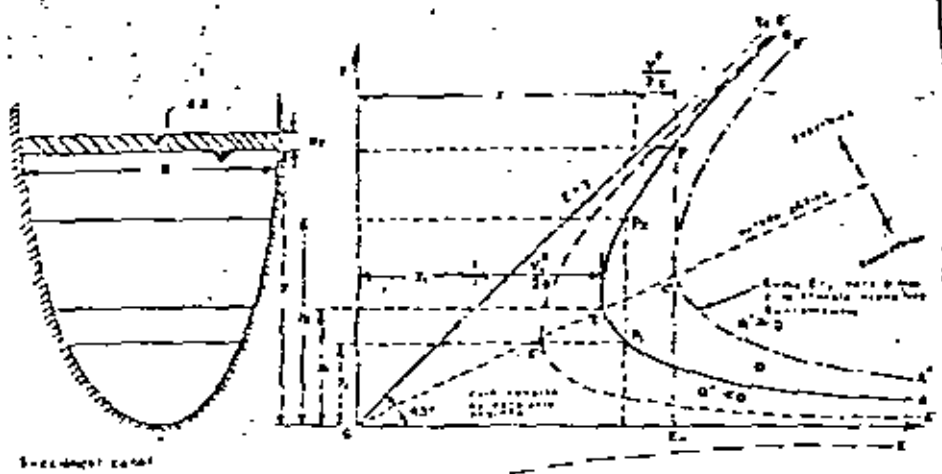


Fig 39 Curvas de energía específica

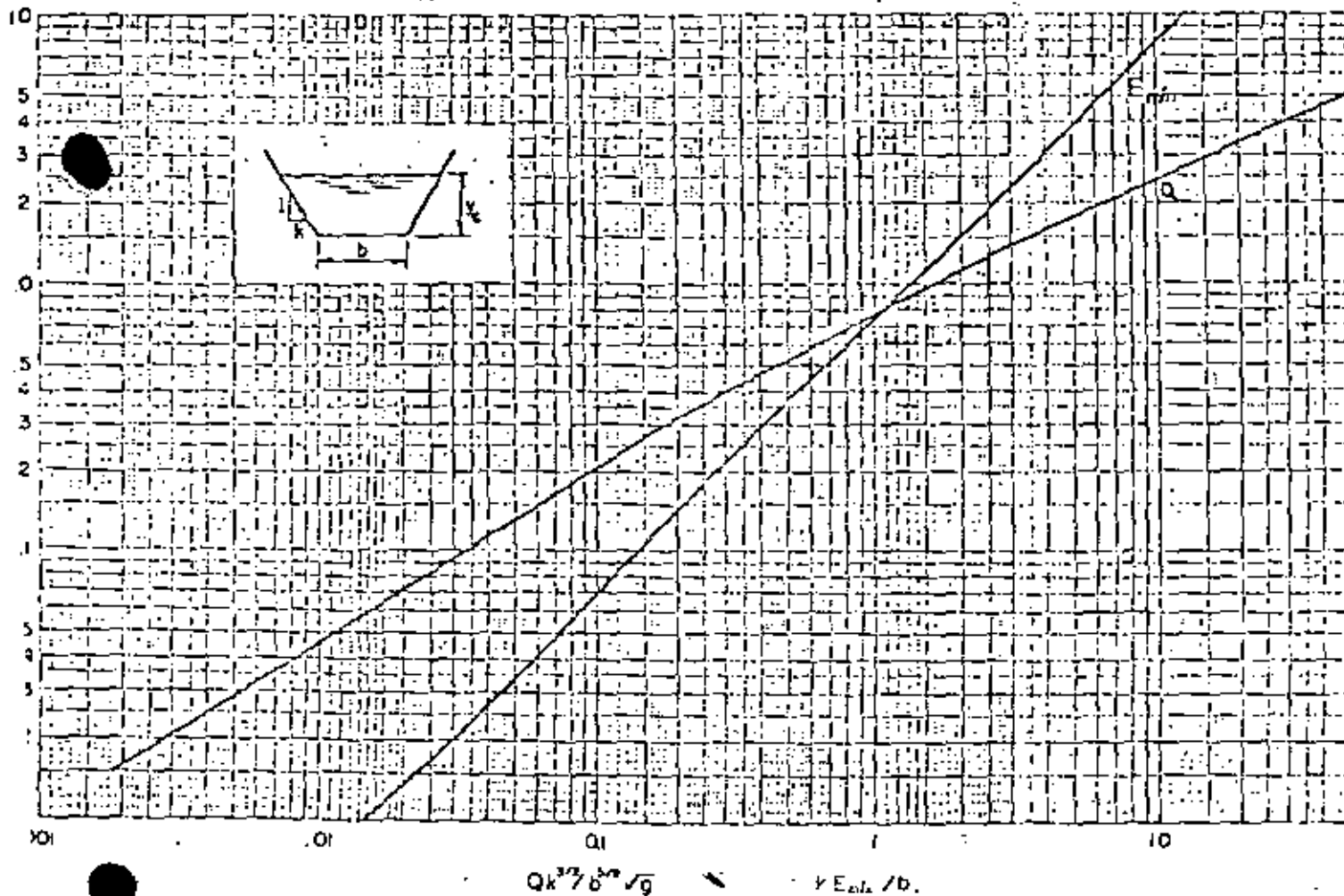
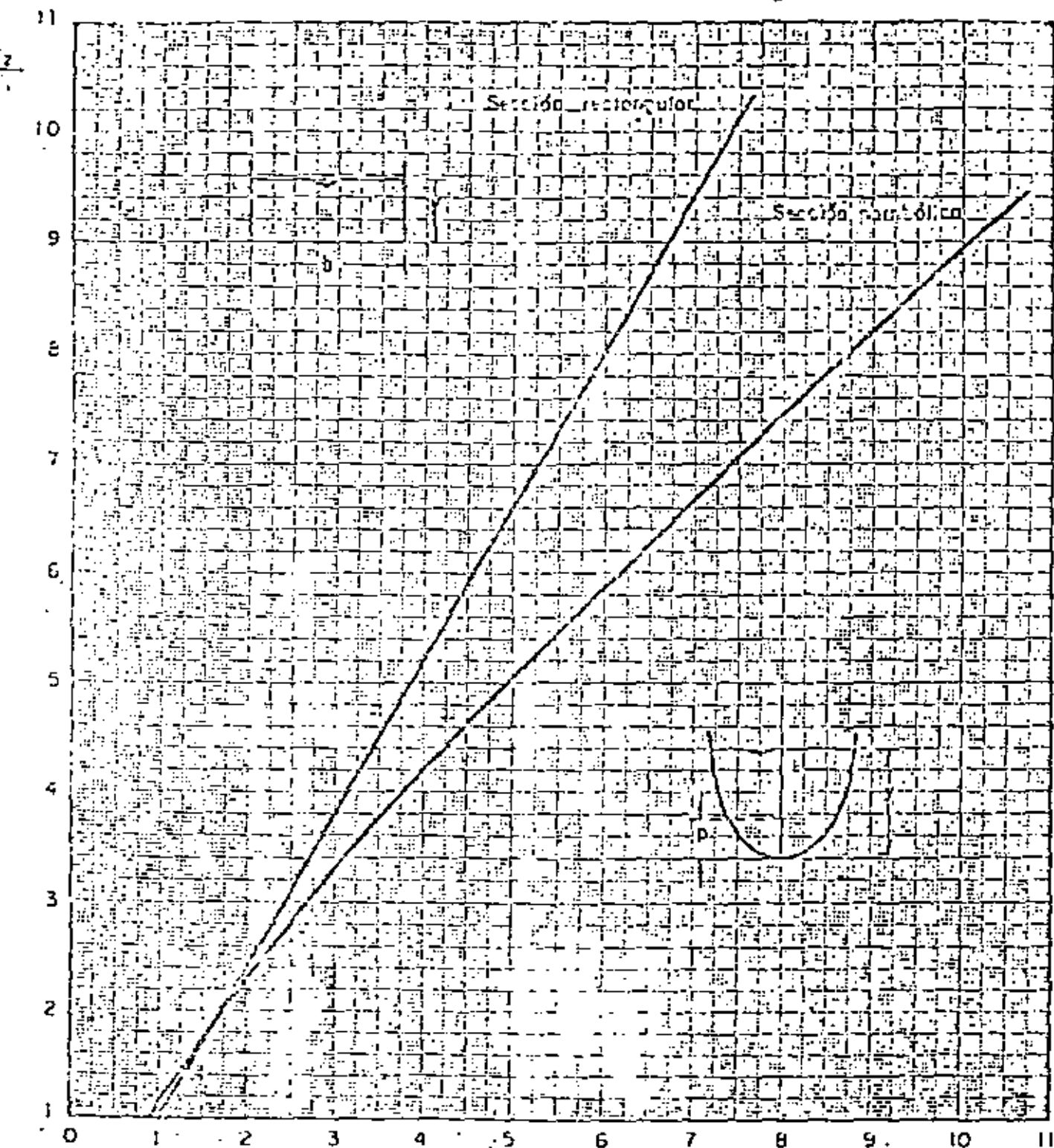


Fig 3.10 Curvas para determinar el tirante crítico y energía específica mínima en secciones trapezoidales

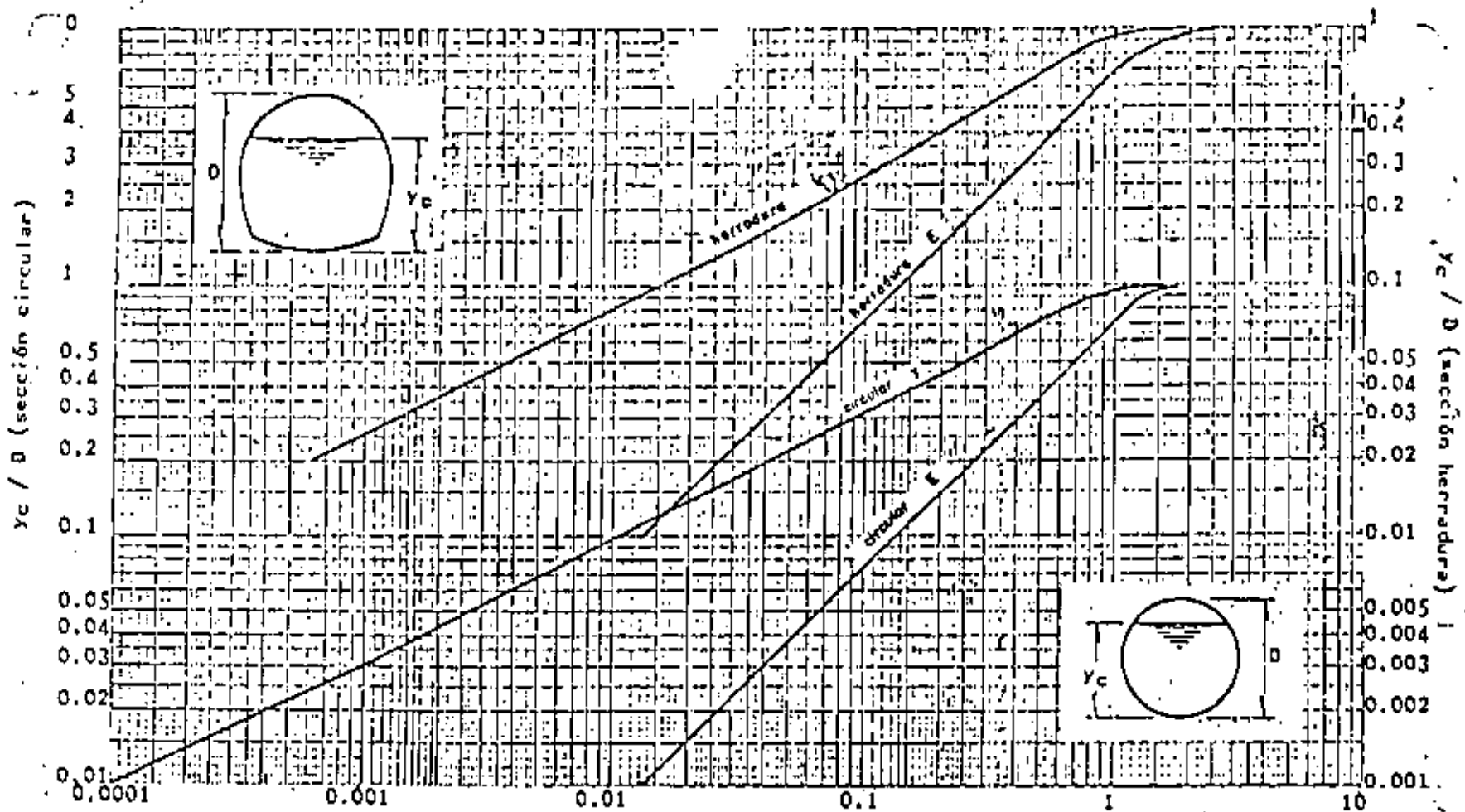


$$F_1 = \frac{V_1}{\sqrt{g y_1}}$$

CANALES DE SECCIÓN RECTANGULAR Y PARABOLICA

Fig. 3.13 Gráfica para la determinación del tirante subcrítico, conocido el régimen supercrítico





$$D = \frac{Q}{\sqrt{g}} \cdot \frac{1}{D^{5/2}} ; E \text{ mfn} / D$$

Fig 3.14 Curvas para determinar el tirante crítico y energía específica mínima en secciones circular y herradura.

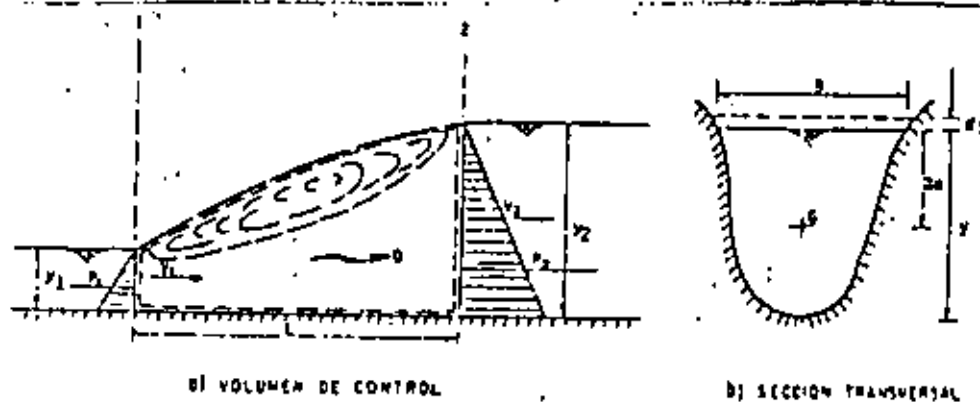
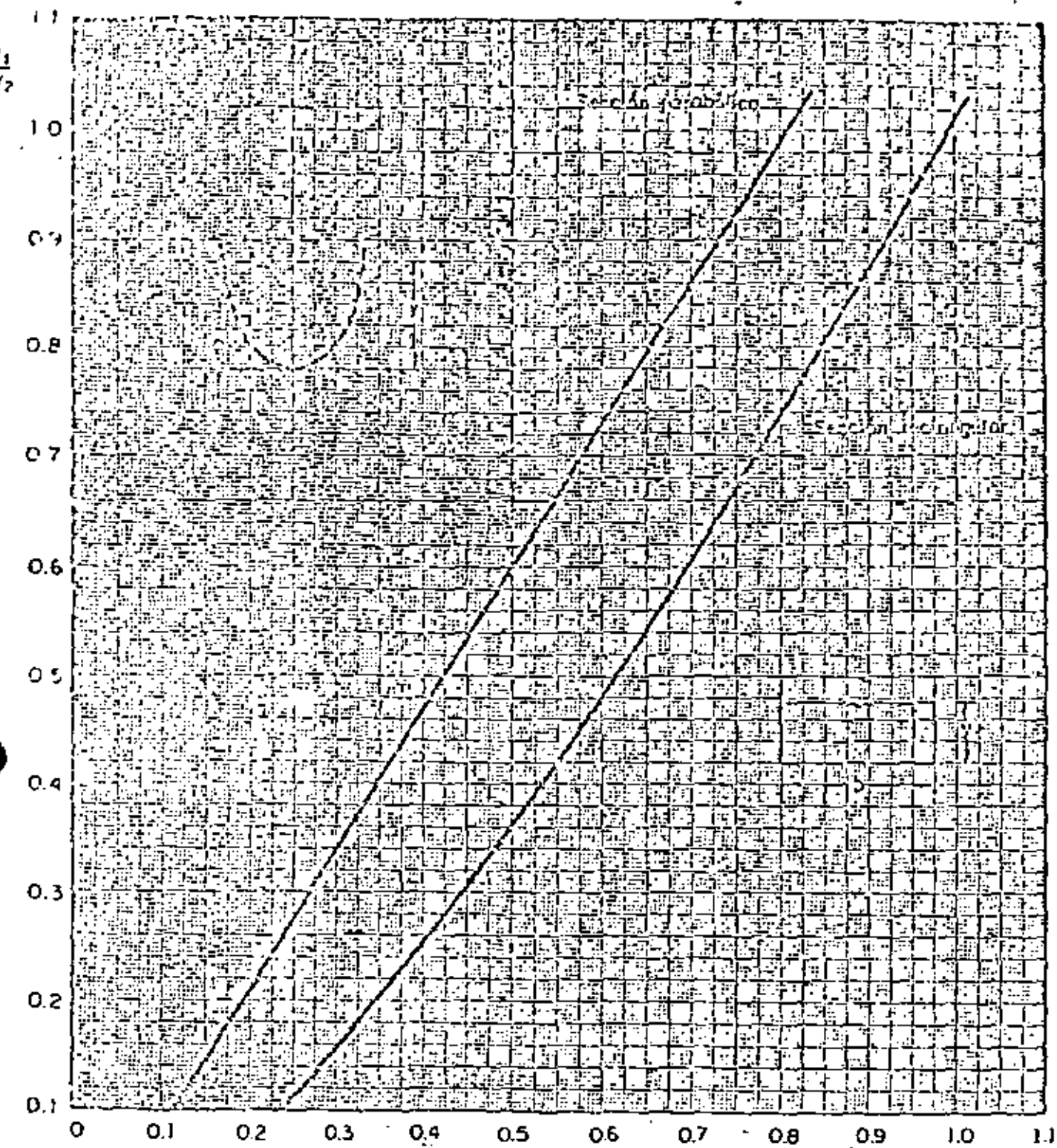


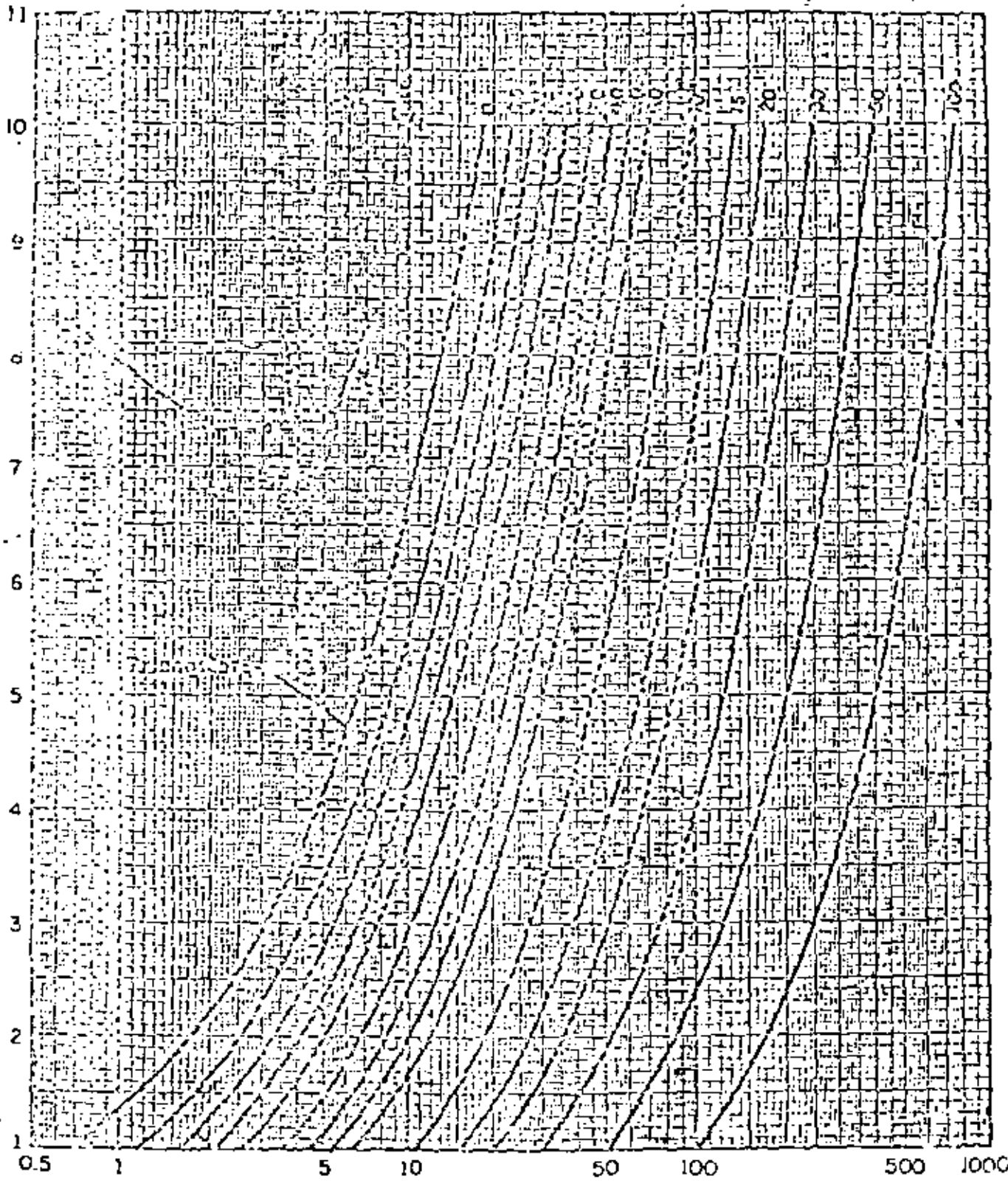
Fig 2.42 Análisis del salto hidráulico



$$F_2 = \frac{V_2}{\sqrt{g y_2}}$$

CANALES DE SECCION RECTANGULAR Y PARABOLICA

Fig. 3.14 Gráfica para la determinación del tirante supercrítico, conocido el régimen subcrítico

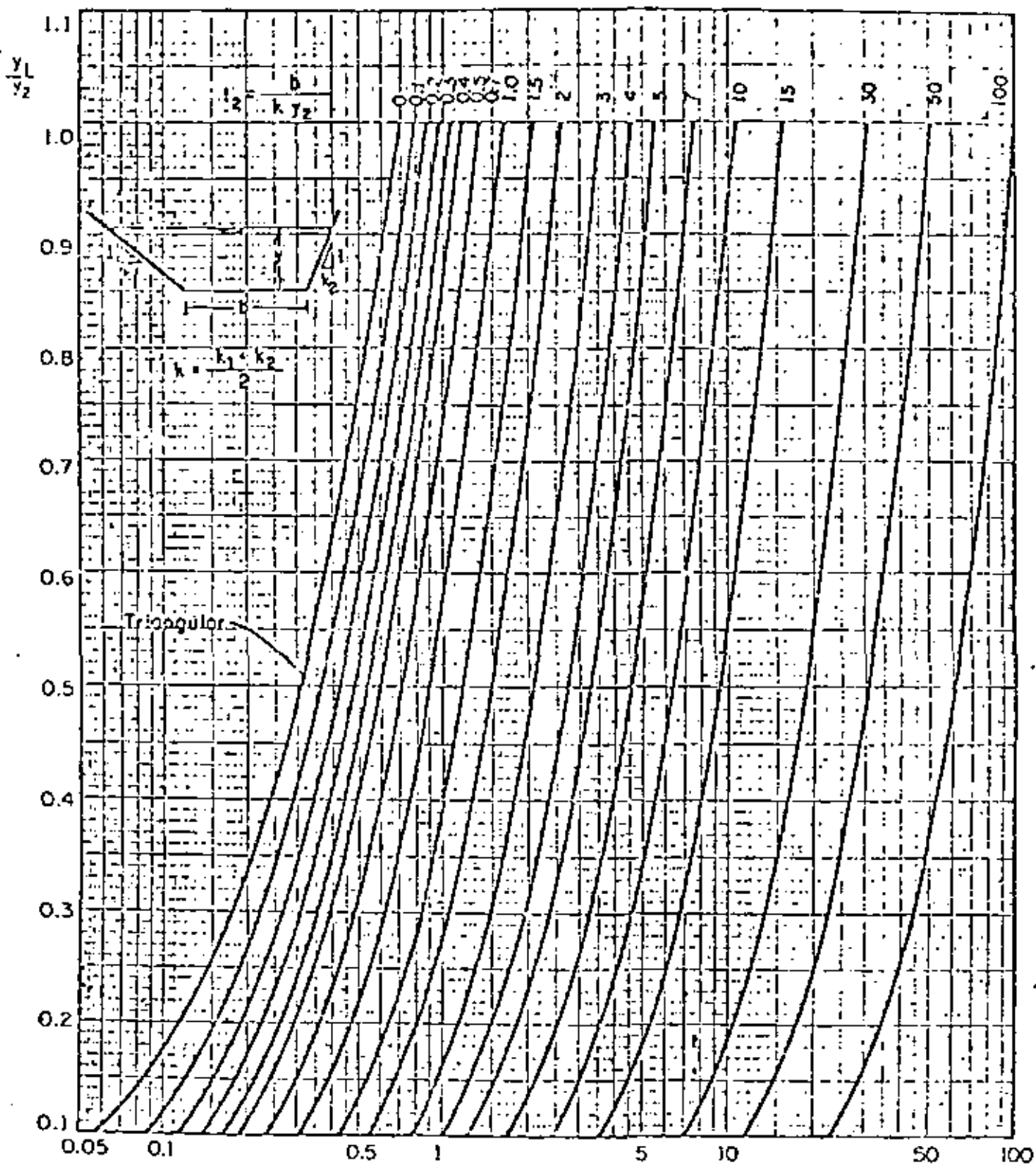


$$F_{1u} = \frac{0}{g \cdot k \cdot y_1^{5/2}}$$

$$F_{1M} = (1 + 1) F_1$$

**CANALES DE SECCION TRAPEZOIDAL (TRIANGULAR INCLUIDA)**

Fig. 3,15 Gráfica para la determinación del tirante subcrítico, conocido el régimen supercrítico



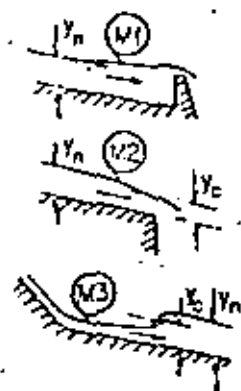
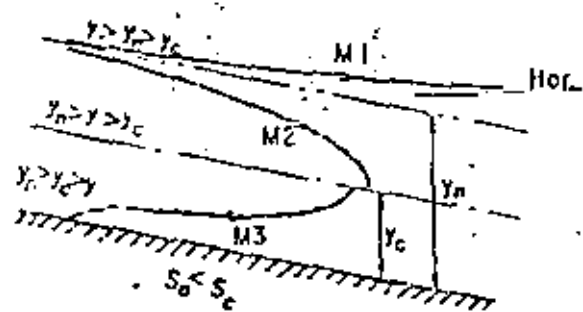
$$F_{2M} = \frac{Q}{g^{1/2} k y_2^{5/2}}$$

$$F_{2M} = (t_2 + 1) F_2$$

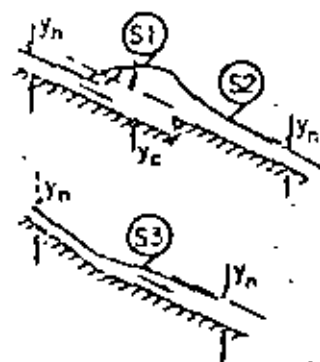
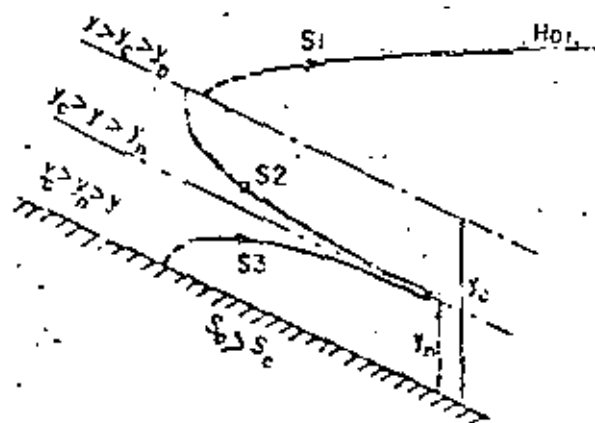
CANALES DE SECCION TRAPEZOIDAL (TRIANGULAR INCLUIDA)

Fig. 3.16 Gráfica para la determinación del tirante supercrítico, conocido el régimen subcrítico

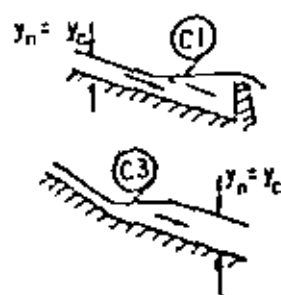
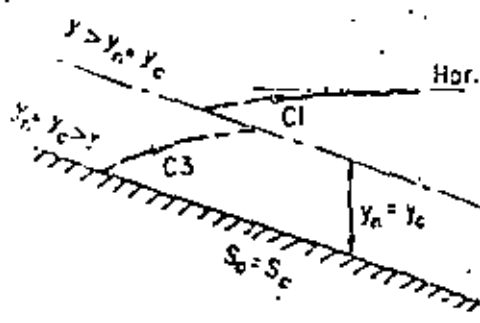
TIPO M



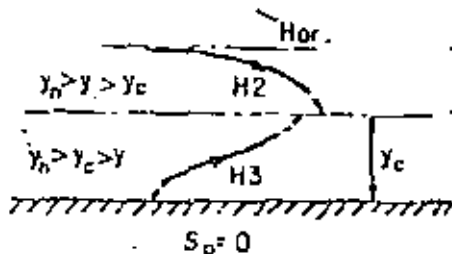
TIPO S



TIPO C



TIPO H



TIPO A

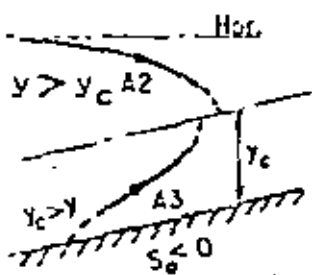


FIG. 2.18 EJEMPLOS PRACTICOS DE PERFILES DE FLUJO

Tabla 3.3 Factor de selección, n<sub>2</sub> (de Manning)

Tipos y descripción del canal	Mínimo	Normal	Máximo
<b>A. CONDUCTOS CERRADOS DESCARGANDO PARCIALMENTE LLENOS</b>			
<b>A.1 Muestras</b>			
a) Ladrillo hueco	0.006	0.010	0.013
b) Adobe	0.010	0.013	0.014
1. Solado	0.013	0.018	0.017
c) Fibras sintéticas	0.010	0.013	0.014
1. Pintado	0.013	0.014	0.018
2. No pintado	0.012	0.014	0.016
3. Calcularlo	0.013	0.016	0.017
d) Acero inoxidable	0.017	0.019	0.021
1. Ducto	0.021	0.024	0.020
2. Ducto estriado			
<b>A.2 No muestras</b>			
a) Ladrillo	0.008	0.009	0.010
b) Vidrio	0.006	0.010	0.013
c) Cemento			
1. Liso	0.010	0.011	0.013
2. Muestrado	0.011	0.012	0.016
d) Concreto			
1. Acabado liso y lizo y libre de irregularidades	0.010	0.011	0.013
2. Acabado liso con pulido, esmerinado y algunos recambios	0.011	0.013	0.014
3. Acabado	0.011	0.012	0.014
4. Ductos huecos con juntas de expansión, empujadas, etc.	0.013	0.016	0.017
5. No pintado, en cámara de acero	0.012	0.013	0.014
6. No pintado, en cámara de madera hueca	0.012	0.014	0.018
7. No pintado en cámara de madera bruta	0.010	0.017	0.020
e) Madera			
1. Ducto	0.010	0.012	0.014
2. Laminado y tratado	0.016	0.017	0.020
f) Acero			
1. Tubos de hierro coque común	0.013	0.013	0.017
2. Tubos de acero al carbono	0.011	0.014	0.017
3. Tubos de acero inoxidable con juntas de expansión	0.013	0.016	0.017
4. Mampostería pintada con pintura de cemento	0.010	0.020	0.024
5. Mampostería lisa y lisa	0.020	0.025	0.030
6. Mampostería lisa y lisa	0.020	0.030	0.035
g) Fibras sintéticas con juntas de expansión			
1. Concreto pintado	0.013	0.020	0.025
2. Mampostería lisa y lisa	0.020	0.025	0.030
3. Mampostería lisa y lisa	0.023	0.031	0.036
h) Ladrillo			
1. Vidrio	0.011	0.012	0.016
2. Con mortero de cemento	0.017	0.016	0.019
i) Mampostería			
1. Juntas con mortero	0.017	0.025	0.030
2. Sin juntas	0.023	0.032	0.035
j) Piedra labrada	0.013	0.016	0.017
k) Acero			
1. Liso	0.013	0.013	0.017
2. Rugoso	0.016	0.016	0.020
l) Embudo empinado	0.030		0.040
<b>C. CANALES EXCAVADOS O DRAGADOS EN</b>			
a) Tierra, roca y cualquier			
1. Limpia recientemente excavado	0.018	0.018	0.020
2. Limpia después de un tiempo	0.016	0.027	0.025
3. Grava reciente suelta y limpia	0.027	0.025	0.030
4. Liso y lizo y bordes lisos	0.023	0.027	0.033
b) Tierra, con rocas y en cualquier forma			
1. Sin vegetación	0.023	0.025	0.030
2. Paja y otros de hierba	0.025	0.030	0.037
3. Hacha limpia a plantas acuáticas en canales profundos	0.030	0.035	0.040
4. Paja de tierra y mampostería en los lados	0.028	0.030	0.035
5. Hojas secas y hierba en los lados	0.025	0.035	0.040
6. Paja y mampostería y bordes lisos	0.030	0.040	0.050
c) Excavado o dragado en áreas rocas			
1. Sin vegetación			
2. Sin vegetación			
3. Sin vegetación			
4. Sin vegetación			
5. Sin vegetación			
6. Sin vegetación			
7. Sin vegetación			
8. Sin vegetación			
9. Sin vegetación			
10. Sin vegetación			
11. Sin vegetación			
12. Sin vegetación			
13. Sin vegetación			
14. Sin vegetación			
15. Sin vegetación			
16. Sin vegetación			
17. Sin vegetación			
18. Sin vegetación			
19. Sin vegetación			
20. Sin vegetación			
21. Sin vegetación			
22. Sin vegetación			
23. Sin vegetación			
24. Sin vegetación			
25. Sin vegetación			
26. Sin vegetación			
27. Sin vegetación			
28. Sin vegetación			
29. Sin vegetación			
30. Sin vegetación			
31. Sin vegetación			
32. Sin vegetación			
33. Sin vegetación			
34. Sin vegetación			
35. Sin vegetación			
36. Sin vegetación			
37. Sin vegetación			
38. Sin vegetación			
39. Sin vegetación			
40. Sin vegetación			
41. Sin vegetación			
42. Sin vegetación			
43. Sin vegetación			
44. Sin vegetación			
45. Sin vegetación			
46. Sin vegetación			
47. Sin vegetación			
48. Sin vegetación			
49. Sin vegetación			
50. Sin vegetación			
51. Sin vegetación			
52. Sin vegetación			
53. Sin vegetación			
54. Sin vegetación			
55. Sin vegetación			
56. Sin vegetación			
57. Sin vegetación			
58. Sin vegetación			
59. Sin vegetación			
60. Sin vegetación			
61. Sin vegetación			
62. Sin vegetación			
63. Sin vegetación			
64. Sin vegetación			
65. Sin vegetación			
66. Sin vegetación			
67. Sin vegetación			
68. Sin vegetación			
69. Sin vegetación			
70. Sin vegetación			
71. Sin vegetación			
72. Sin vegetación			
73. Sin vegetación			
74. Sin vegetación			
75. Sin vegetación			
76. Sin vegetación			
77. Sin vegetación			
78. Sin vegetación			
79. Sin vegetación			
80. Sin vegetación			
81. Sin vegetación			
82. Sin vegetación			
83. Sin vegetación			
84. Sin vegetación			
85. Sin vegetación			
86. Sin vegetación			
87. Sin vegetación			
88. Sin vegetación			
89. Sin vegetación			
90. Sin vegetación			
91. Sin vegetación			
92. Sin vegetación			
93. Sin vegetación			
94. Sin vegetación			
95. Sin vegetación			
96. Sin vegetación			
97. Sin vegetación			
98. Sin vegetación			
99. Sin vegetación			
100. Sin vegetación			
101. Sin vegetación			
102. Sin vegetación			
103. Sin vegetación			
104. Sin vegetación			
105. Sin vegetación			
106. Sin vegetación			
107. Sin vegetación			
108. Sin vegetación			
109. Sin vegetación			
110. Sin vegetación			
111. Sin vegetación			
112. Sin vegetación			
113. Sin vegetación			
114. Sin vegetación			
115. Sin vegetación			
116. Sin vegetación			
117. Sin vegetación			
118. Sin vegetación			
119. Sin vegetación			
120. Sin vegetación			
121. Sin vegetación			
122. Sin vegetación			
123. Sin vegetación			
124. Sin vegetación			
125. Sin vegetación			
126. Sin vegetación			
127. Sin vegetación			
128. Sin vegetación			
129. Sin vegetación			
130. Sin vegetación			
131. Sin vegetación			
132. Sin vegetación			
133. Sin vegetación			
134. Sin vegetación			
135. Sin vegetación			
136. Sin vegetación			
137. Sin vegetación			
138. Sin vegetación			
139. Sin vegetación			
140. Sin vegetación			
141. Sin vegetación			
142. Sin vegetación			
143. Sin vegetación			
144. Sin vegetación			
145. Sin vegetación			
146. Sin vegetación			
147. Sin vegetación			
148. Sin vegetación			
149. Sin vegetación			
150. Sin vegetación			
151. Sin vegetación			
152. Sin vegetación			
153. Sin vegetación			
154. Sin vegetación			
155. Sin vegetación			
156. Sin vegetación			
157. Sin vegetación			
158. Sin vegetación			
159. Sin vegetación			
160. Sin vegetación			
161. Sin vegetación			
162. Sin vegetación			
163. Sin vegetación			
164. Sin vegetación			
165. Sin vegetación			
166. Sin vegetación			
167. Sin vegetación			
168. Sin vegetación			
169. Sin vegetación			
170. Sin vegetación			
171. Sin vegetación			
172. Sin vegetación			
173. Sin vegetación			
174. Sin vegetación			
175. Sin vegetación			
176. Sin vegetación			
177. Sin vegetación			
178. Sin vegetación			
179. Sin vegetación			
180. Sin vegetación			
181. Sin vegetación			
182. Sin vegetación			
183. Sin vegetación			
184. Sin vegetación			
185. Sin vegetación			
186. Sin vegetación			
187. Sin vegetación			
188. Sin vegetación			
189. Sin vegetación			
190. Sin vegetación			
191. Sin vegetación			
192. Sin vegetación			
193. Sin vegetación			
194. Sin vegetación			
195. Sin vegetación			
196. Sin vegetación			
197. Sin vegetación			
198. Sin vegetación			
199. Sin vegetación			
200. Sin vegetación			
201. Sin vegetación			
202. Sin vegetación			
203. Sin vegetación			
204. Sin vegetación			
205. Sin vegetación			
206. Sin vegetación			
207. Sin vegetación			
208. Sin vegetación			
209. Sin vegetación			
210. Sin vegetación			
211. Sin vegetación			
212. Sin vegetación			
213. Sin vegetación			
214. Sin vegetación			
215. Sin vegetación			
216. Sin vegetación			
217. Sin vegetación			
218. Sin vegetación			
219. Sin vegetación			
220. Sin vegetación			
221. Sin vegetación			
222. Sin vegetación			
223. Sin vegetación			
224. Sin vegetación			
225. Sin vegetación			
226. Sin vegetación			
227. Sin vegetación			
228. Sin vegetación			
229. Sin vegetación			
230. Sin vegetación			
231. Sin vegetación			
232. Sin vegetación			
233. Sin vegetación			
234. Sin vegetación			
235. Sin vegetación			
236. Sin vegetación			
237. Sin vegetación			
238. Sin vegetación			
239. Sin vegetación			
240. Sin vegetación			
241. Sin vegetación			
242. Sin vegetación			
243. Sin vegetación			
244. Sin vegetación			
245. Sin vegetación			
246. Sin vegetación			</



C U R S O

HIDRAULICA APLICADA A LA CONSTRUCCION

COSTA RICA

4. HIDRAULICA FLUVIAL

DR. ROLANDO SPRINGALL GALINDO

Agosto 1979



#### 4. HIDRAULICA FLUVIAL

Para este tema se proporcionan los siguientes artículos :

1. R. Springall Galindo "Cauces Estables" No. 157 ( Jul 1968 ) 29 pp
2. J. A. Maza A. "Socavación en cauces naturales" No. 177 ( Jun --- 1968 ) 137 pp
3. R. Springalla Galindo. "Recomendaciones para el Diseño y Revisión de Estructuras para el Control de Avenidas". Realizado por - - - - Consultores, S.A., para la CPNH de la S.A.R.H. ( 1978 ).

4.1 Requisitos para el diseño de obras en los cauces de los ríos

4.2 Cauces estables

Referencia 1

4.3 Socavación en cauces naturales

Referencia 2

# CURSO HIDRAULICA APLICADA A LA CONSTRUCCION

COSTA RICA, C. A.

Tema V.- Tuberías

Profr. M. I. Oscar Vega Roldán

## Bibliografía:

- 1.- 'Apuntes del curso "Hidráulica aplicada a la construcción", Centro de Educación Continua de la Facultad de Ingeniería de la UNAM, por el Ing. Francisco Echavarría Alfaro (se anexa copia).
- 2.- Hidráulica general, por el M. I. Gilberto Satelo Avila (Limusa, México).
- 3.- Hidráulica, por el Ing. Francisco Javier Domínguez (Editorial Universitaria, Santiago de Chile).

## 1.10 Orificios y Compuertas

Considere un recipiente lleno de un líquido, en cuya pared lateral se ha practicado un orificio de pequeñas dimensiones ( en comparación con su profundidad  $H$  ) y cualquier forma, además de una área  $A$ . El orificio descarga un gasto  $Q$  cuya magnitud se desea calcular, para lo cual se supone que el nivel del agua en el recipiente permanece constante por efecto de la entrada de un gasto idéntico al que sale; o bien porque posea un volumen muy grande. Además, el único contacto entre el líquido y la pared debe ser alrededor de una arista afilada como se muestra en la fig 1.29; esto es, el orificio es de pared delgada. Las partículas de líquido en la proximidad del orificio se mueven aproximadamente en dirección al centro del mismo, de modo que, por efecto de su inercia, la deflexión brusca que sufren produce una contracción del chorro, la cual se alcanza en la sección 2. A esta sección se le llama contraída y tiene una área  $A_c$  inferior al área  $A$  de orificio. En ella las velocidades de las partículas son prácticamente uniformes y con un valor medio  $V$ .

Suponiendo un plano de referencia que coincida con el centro de gravedad del orificio, la aplicación de la ecuación de Bernoulli entre las secciones 1 y 2 de una vena líquida, además de considerar despreciable la velocidad de llegada al orificio, conduce a la expresión :

$$H = \frac{V^2}{2g}$$

donde se ha despreciado el desnivel entre los centros de gravedad del orificio y de la sección contraída. De aquí se obtiene :

$$V = \sqrt{2 g H}$$

La ecuación se llama de Torricelli y puede también obtenerse de la ecuación de Bernoulli entre dos puntos : uno dentro del recipiente y otro en el centro de gravedad de la sección contraída. Esto es, la ecuación indica que la velocidad sigue una ley parabólica con la profundidad y en este caso la velocidad media  $V$ , se calcula con la profundidad media del orificio y corresponde a su centro de gravedad, no obstante que las velocidades de las partículas arriba de este punto son menores y, abajo, mayores. Esto tendrá por supuesto mayor validez a medida que la dimensión transversal, no horizontal, del orificio sea mucho menor que la profundidad  $H$  del mismo. Es más, los resultados obtenidos de la ecuación concuerdan con los obtenidos experimentalmente sólo si se corrigen, mediante un coeficiente  $C_v$  llamado de velocidad, en la forma :

$$V = C_v \sqrt{2 g H}$$

donde  $C_v$ , coeficiente sin dimensiones muy próximo a 1, es de tipo experimental y además corrige el error de no considerar la pérdida de energía los coeficientes  $a_1$  y  $a_2$ . Si el área de la sección contraída se calcula en términos de la del orificio, por medio de un coeficiente  $C_c$  llamado de contracción ( también sin dimensiones ), en la forma :

$$A_c = C_c A$$

el gasto descargado por el orificio es entonces

$$Q = C_v C_c A \sqrt{2 g H}$$

o bien, con  $C_d = C_v C_c$  ( coeficiente de gasto ), el gasto se calcula finalmente con la ecuación general de un orificio de pared delgada, a saber:

$$Q = C_d A \sqrt{2 g H}$$

Conviene aclarar que en las ecuaciones anteriores se consideró  $H$  como el desnivel entre la superficie libre y el centro de gravedad del orificio. Esto resultó de suponer que era despreciable la velocidad de llegada al orificio y que la presión sobre la superficie libre corresponde a la atmosférica. Cuando ello no acontece,  $H$  corresponde a la energía total esto es, a la suma de la profundidad del orificio, de la carga de velocidad de llegada y de la carga de presión sobre la superficie del agua :

$$E = H + \frac{V_0^2}{2g} + \frac{p_0}{\gamma}$$

Los coeficientes de velocidad, contracción y gasto, en un orificio, son básicamente experimentales. Sin embargo, en teoría es posible encontrar la magnitud del coeficiente de gasto para un orificio circular a partir de la ecuación de la cantidad de movimiento aplicada sobre un volumen de control limitado por la frontera del chorro en contacto con el aire, la sección contraída y, dentro del recipiente, por una superficie semiesférica de radio igual al orificio. Se obtiene la ecuación:

$$C_c = 2 - \sqrt{4 - \frac{2}{C_v^2}}$$

Mediante un análisis dimensional se comprueba que los coeficientes de velocidad, contracción y gasto, son función exclusivamente del número de Reynolds. De acuerdo con los resultados de diferentes investigadores, para orificios circulares sus valores tiene la variación mostrada en la fig 1.30. Se observa que para números de Reynolds  $Re > 10^5$ , los coeficientes  $C_v$ ,  $C_c$  y  $C_d$  son independientes de dicho número y adquieren los valores constantes siguientes :

$$C_v = 0.99$$

$$C_c = 0.605$$

$$C_d = 0.60$$

Por definición de coeficientes de contracción, para un orificio circular se obtiene

$$D = \sqrt{\frac{1}{C_c}} D_c$$

y con  $C_c = 0.605$ ;  $D = 1.285 D_c$ ; o bien,  $D_c = 0.778 D$ .

Cuando se trata de orificios rectangulares de poca altura los coeficientes  $C_v$ ,  $C_c$  y  $C_d$ , son prácticamente los mismos en la fig 1.30. En este caso ( en lugar de  $D$ ) en el número de Reynolds se utiliza la mínima dimensión  $a$  del orificio y en la ecuación de orificio corresponde a su área  $A = ab$  (  $b$  es la dimensión máxima del orificio ) .

Si al establecer la ecuación de Bernoulli para deducir la ecuación del orificio, se

Incluye el término de pérdida de energía, entonces,

$$H = \frac{V^2}{2g} + \Delta h_r$$

Por otra parte, de

$$V = C_v \sqrt{2gH}$$

resulta

$$H = \frac{1}{C_v^2} \frac{V^2}{2g}$$

que substituida en la ecuación anterior, da

$$h_r = \left( \frac{1}{C_v^2} - 1 \right) \frac{V^2}{2g} = K \frac{V^2}{2g}$$

que indica que la pérdida de energía es proporcional a la carga de velocidad media en la sección contraída. El coeficiente de pérdida  $K$  no tiene dimensiones y es función sólo del coeficiente de velocidad siguiente :

$$K = \frac{1}{C_v^2} - 1$$

~~Figura 1.38~~

En la deducción de la ecuación general de los orificios se ha supuesto que la velocidad media de todas las partículas se puede calcular a partir de la energía total  $H$ , al centro de gravedad de la sección contraída, lo cual es válido cuando el orificio es de pequeñas dimensiones en comparación con su profundidad. Resulta conveniente investigar lo que sucede cuando el orificio es de grandes dimensiones y encuentra a poca profundidad. Para lo anterior debe considerarse un orificio

de forma cualquiera practicando en la pared vertical de un recipiente y la notación que se indica en la fig 1.31.

De acuerdo con la ecuación de un orificio el gasto que pasa por un elemento diferencial de área es

$$dQ' = C_d \sqrt{2g} (H+z)^{1/2} y dz$$

donde H es la carga al centro de gravedad del orificio.

El gasto total que pasa por el orificio es entonces :

$$\begin{aligned} Q' &= C_d \sqrt{2g} \int_{-z_1}^{+z_2} (H+z)^{1/2} y dz = \\ &= C_d \sqrt{2gH} \int_{-z_1}^{+z_2} \left(1 + \frac{z}{H}\right)^{1/2} y dz \end{aligned}$$

Al desarrollar el binomio del integrando, si despreciamos los términos de orden superior, y dividiendo entre la ecuación

$$Q = C_d A \sqrt{2gh}$$

resulta

$$\phi = \frac{Q'}{Q} = 1 - \frac{1}{8AH^2} \int_{-z_1}^{+z_2} z^2 y dz + \dots$$

Para el orificio rectangular,  $y = b$  (constante),  $z_1 = z_2 = \frac{a}{2}$ ; el valor de  $\phi$  será:

$$\phi = \frac{Q'}{Q} = 1 - \frac{1}{96} \left(\frac{a}{H}\right)^2$$

Para el orificio circular,  $y dz = dA$ ,  $z_1 = z_2 = \frac{D}{2}$ ; el valor de  $\phi$  es

$$\phi = \frac{Q'}{Q} = 1 - \frac{1}{128} \left(\frac{D}{H}\right)^2$$



A continuación se incluyen algunos valores de  $\phi$  para los orificios rectangular y circular.

$\frac{a}{H}$	$\phi$	$\frac{D}{H}$	O R I F I C I O	
			Rectangular	Circular
2			0.94	0.95
1			0.99	0.99
0.067			1	1

El valor  $a/H = D/H = 2$  equivale al caso extremo en el que el nivel del agua en el recipiente coincide con el canto superior del orificio. En dichas condiciones el orificio no funciona como tal, sino como un vertedor de pared delgada.

En los restantes casos el coeficiente que corrige a  $C_D$ , resulta despreciable y esta última puede utilizarse con la misma precisión en orificios de grandes dimensiones o de poca carga.

Cuando el orificio descarga a otro tanque cuyo nivel está por arriba del canto inferior del orificio, se dice que la descarga es ahogada. El ahogamiento puede ser total ( fig 1.34 ) o parcial ( fig 1.35 )

Figura 135 Ahogamiento Parcial

En el caso de descarga ahogada total se puede derivar una ecuación análoga a la general, con la única diferencia que la energía total  $H$  es entonces  $H$  ( diferencia de niveles entre los dos recipientes ) ; el gasto es entonces :

$$Q = C_D A \sqrt{2 g \Delta H}$$

se recomienda utilizar el mismo coeficiente de gasto  $C_D$  que el de un orificio -

de descarga libre.

Cuando el ahogamiento es parcial, como en la fig 1.35, el gasto total descarga do por el orificio se puede expresar como la suma  $Q_1$  y  $Q_2$ , donde  $Q_1$  es el gas to correspondiente a la porción del orificio con descarga ahogada, es decir :

$$Q_1 = C_{d1} A_1 \sqrt{2 g H}$$

y  $Q_2$  es el gasto de la porción del orificio con descarga libre, a saber :

$$Q_2 = C_{d2} A_2 \sqrt{2 g H_m}$$

No hay investigaciones confiables acerca de los coeficientes de gastos  $C_{d1}$  y  $C_{d2}$ ; al respecto, Schlag propone que  $C_{d1} = 0.70$  y  $C_{d2} = 0.675$ , en el caso de que el orificio tenga un umbral en el fondo, como en la fig 1.35

La compuerta consiste en una placa móvil, plana o curva, que al levantarse - permite graduar la altura del orificio que se va descubriendo, a la vez que con tr ol ar la descarga producida. El orificio generalmente se hace entre el piso de un canal y el borde inferior de la compuerta, por lo que su ancho coincide con el del canal; en estas condiciones el flujo puede considerarse bidimensional ( figs 1.36 y 1.37 ) .

La red de flujo de la compuerta plana, de la figura 1.38, permite explicar con claridad la contracción que experimenta el chorro descargado por el orificio de altura  $a$ , hasta alcanzar un valor  $C_{ca}$  en una distancia  $L$  en la que las líneas de corriente se vuelven horizontales y tienen por ello una distribución hidrostática

de presiones. Debido al fenómeno de contracción y a la fricción con el piso, se produce una pérdida de carga  $\Delta h_r$  que incluye en el cálculo del gasto. Asimismo la carga de velocidad  $V_1^2/2g$  con que llega el agua en el canal, aguas arriba de la compuerta, tiene mayor importancia a medida que la relación  $y_1/a$  disminuye. En el canto inferior de la compuerta las líneas de corriente tienden a unirse y es ahí donde la velocidad adquiere su máximo valor. Debido a la curvatura de las líneas de corriente una gran presión actúa sobre la línea de intersección del plano de la compuerta, razón por la cual se tiene una velocidad pequeña.

Para obtener la ecuación que proporcione el gasto, aquí se considerará el caso más general de una compuerta plana, con una inclinación  $\theta^\circ$  respecto de la horizontal ( fig 1.39 ) y un ancho  $b$ . La inclinación  $\theta^\circ$  es equivalente a la de la tangente en el labio de la compuerta radial, de la fig 1.37, y con  $\theta = 90^\circ$  incluye el caso de la compuerta vertical de la fig 1.36. Se establece la ecuación de la energía entre una sección 1, aguas arriba, de la compuerta y la sección contraída, a saber :

$$H = y_1 + \frac{V_1^2}{2g} = C_{ca} + \frac{V_2^2}{2g}$$

Por otra parte, de la ecuación de continuidad se tiene :

$$V_1 = \frac{C_{ca}}{y_1} V_2$$

que substituida en la ecuación anterior conduce a :

$$y_1 + \left( \frac{C_{ca}}{y_1} \right)^2 \frac{V_2^2}{2g} = C_{ca} + \frac{V_2^2}{2g}$$

y de aquí, tenemos que

$$\begin{aligned} \frac{V_2^2}{2g} &= \frac{y_1 - C_{ca}}{1 - \left( \frac{C_{ca}}{y_1} \right)^2} = \\ &= \frac{1 - \frac{C_{ca}}{y_1}}{\left( 1 + \frac{C_{ca}}{y_1} \right) \left( 1 - \frac{C_{ca}}{y_1} \right)} y_1 \end{aligned}$$

Por tanto, la velocidad media real en la sección contraída es:

$$V_2 = \frac{C_v}{\sqrt{1 + \frac{C_{ca}}{y_1}}} \sqrt{2g y_1}$$

en que  $C_v$  es el coeficiente de velocidad.

El gasto es

$$Q = \frac{C_c C_v b a}{\sqrt{1 + \frac{C_{ca}}{y_1}}} \sqrt{2g y_1}$$

$$Q = C_d b a \sqrt{2g y_1}$$

donde

$$C_d = \frac{C_c C_v}{\sqrt{1 + \frac{C_{ca}}{y_1}}}$$

En la ecuación  $\sqrt{1 + \frac{C_{ca}}{y_1}}$  sirve para considerar el empleo de  $y_1$  en lugar de  $H$ .

Si la descarga es sumergida con un tirante  $y_3$  en el canal, aguas abajo de la con

puerta, se puede hacer un desarrollo análogo al anterior y obtener una expresión idéntica para cualquier tipo de compuerta.

Los coeficientes de velocidad, contracción y gasto los han obtenido experimentalmente muchos investigadores; sin embargo, en ningún caso se ha encontrado coincidencia en los resultados.

Los coeficientes  $C_V$ ,  $C_C$  y  $C_D$  dependen, desde luego, de la geometría del flujo y del número de Reynolds. De acuerdo con los resultados presentados por Dominiguez en la mayoría de los problemas, en la práctica, se supera el número de Reynolds a partir del cual el flujo se torna independiente de él.

Gentilini realizó investigaciones en compuertas planas inclinadas y radiales, con descarga libre. En la fig 1.40 se presentan los coeficientes de gasto  $C_D$  obtenidos en compuertas planas con un ángulo de inclinación  $\theta$  en términos de la relación  $y_1/a$ .

Cuando la pared en el contorno de un orificio no tiene aristas afiladas, el orificio es de pared gruesa o tubo corto ( fig 1.41 )

Figura 1.41 Descarga a través de un tubo corto.

En este tipo de orificio se observa que el chorro, una vez que ha pasado la sección contraída, tiene todavía espacio dentro del tubo para expandirse y llenar la totalidad de la sección. Entre la sección contraída y la final ocurre un rápido descenso de la velocidad acompañado de turbulencia, y fuerte pérdida de energía.

Por un razonamiento análogo al de los orificios de pared delgada, se concluye que la velocidad de salida del líquido se puede calcular con

$$V = C_v \sqrt{2gH}$$

donde el coeficiente de velocidad  $C_v$  se reduce ahora hasta el valor 0.82, encontrado experimentalmente por diferentes investigadores, cuando  $e/D = 3$ . Además, siendo ahora  $C_c = 1$  la ecuación del gasto es la misma, con la única circunstancia que  $C_d = C_v = 0.82$ , esto es, el gasto es, aproximadamente, un tercio mayor que en un orificio de pared delgada. Lo anterior se explica debido a que en la sección contraída se forma un vacío parcial con presión ligeramente menor que la atmosférica e incrementa el valor efectivo de la carga  $H$ .

#### 11 Vertedores

Cuando la descarga del líquido se efectúa por encima de un muro o una placa y a superficie libre, la estructura hidráulica en la que ocurre se llama vertedor; — éste puede presentar diferentes formas según las finalidades a que se destine. Así, cuando la descarga se efectúa sobre una placa con perfil de cualquier forma, pero con arista aguda, el vertedor se llama de pared delgada; por el contrario, cuando el contacto entre la pared y la lámina vertiente es más bien toda una superficie, el vertedor es de pared gruesa. Ambos tipos pueden utilizarse como dispositivos de aforo en laboratorio o en canales de pequeñas dimensiones, pero el segundo puede emplearse como obra de control o de excedencias en una

presa y también de aforo en canales grandes.

El punto o arista más bajo de la pared en contacto con la lámina vertiente, se conoce como cresta del vertedor; el desnivel entre la superficie libre, aguas a rriba del vertedor y su cresta, se conoce como carga ( fig. 1.42 ).

Considere un vertedor de pared delgada y sección geométrica, como se observa en la fig 1.42, cuya cresta se encuentra a una altura  $w$ , medida desde la plantilla del canal de alimentación. El desnivel entre la superficie inalterada del agua, antes del vertedor y la cresta, es  $h$  y la velocidad uniforme de llegada del agua es  $V_0$ , de tal modo que :

$$H = h + \frac{V_0^2}{2g}$$

Si  $w$  es muy grande,  $V_0^2/2g$  es despreciable y  $H = h$ .

De acuerdo con la nomenclatura de la fig. 1.42, el perfil de las formas usuales de vertedores de pared delgada se puede representar por la ecuación general :

Figura 1.42 Vertedor de pared delgada de forma general

$$x = f(y)$$

que, normalmente, será conocida.

Aplicando la ecuación de Bernoulli para una línea de corriente entre los puntos 0 y 1, de la fig 1.42 se tiene :

$$h_0 + \frac{V_0^2}{2g} = h_0 - h + y + \frac{v^2}{2g}$$

o bien

$$H = h + \frac{v_0^2}{2g} = y + \frac{v^2}{2g}$$

Si  $v_0^2/2g$  es despreciable, la velocidad en cualquier punto de la sección 1 vale

$$v = \sqrt{2g(h-y)}$$

El gasto a través del área elemental, de la fig 1.42 es entonces :

$$dQ = 2\sqrt{2g} \mu \times \sqrt{h-y} dy$$

donde  $\mu$  considera el efecto de contracción de la lámina vertiente. El gasto total

vale :

$$Q = 2\sqrt{2g} \mu \int_0^h x (h-y)^{1/2} dy$$

que sería la ecuación general del gasto para un vertedor de pared delgada, la

cual es posible integrar si se conoce la forma del vertedor.

### 1.11.1 Vertedor rectangular

Para esta forma de vertedor la ecuación es del tipo  $x = b/2$  donde  $b$  es la longi-

tud de cresta ( fig 1.43 )

$$Q = -\mu \sqrt{2g} b \int_0^h (h-y)^{1/2} (-dy)$$

y efectuando la integración es :

$$Q = -\frac{2}{3} \mu \sqrt{2g} b \left[ (h-y)^{3/2} \right]_0^h$$

Figura 1.43 Vertedor rectangular

y finalmente :

$$Q = \frac{2}{3} \sqrt{2g} \mu b h^{3/2}$$

que es la ecuación general para calcular.



el gasto en un vertedor rectangular cuya carga de velocidad de llegada es despreciable. En los países que utilizan el sistema inglés de unidades se acostumbra agrupar los términos  $\frac{2}{3} \sqrt{2g} \mu$ , en un solo coeficiente C, de tal manera que

$$Q = C b h^{3/2}$$

Esta ecuación es más sencilla si bien no es homogénea, es decir, que el coeficiente C tiene la dimensiones  $[L^{1/2} T^{-1}]$  y vale:

$$C = \frac{2}{3} \sqrt{2g} \mu = 2.952 \mu$$

### 1.11.2 Vertedor triangular

Cuando el vertedor es de sección triangular (fig 1.44, simétrica respecto del eje vertical y con ángulo en el vértice  $\theta$ , el valor x es:

$$x = y \tan \frac{\theta}{2}$$

Figura 1.44 Vertedor triangular.

y la ecuación del gasto es

$$Q = 2 \sqrt{2g} \mu \tan(\theta/2) \int_0^h (h-y)^{1/2} y dy$$

la cual se puede integrar por un procedimiento de sustitución. En efecto, haciendo  $z = h - y$ , entonces  $y = h - z$ ,  $dy = -dz$ . Los límites de integración serían: para  $y = 0, z = h$  y para  $y = h, z = 0$ ; la ecuación anterior sería entonces:

$$Q = -2 \sqrt{2g} \mu \tan(\theta/2) \int_h^0 z^{1/2} (h-z) dz =$$

$$+ 2 \sqrt{2g} \mu \tan(\theta/2) \left[ \frac{2hz}{3} - \frac{2}{5} z^{5/2} \right]_h^0$$

Tomando límites y substituyendo nuevamente a z, se obtiene

$$Q = \frac{8}{15} \sqrt{2g} \tan(\theta/2) \mu h^{5/2}$$

o bien

$$Q = C h^{5/2}$$

donde C depende de  $\theta$ ,  $\mu$  y g. Así, por ejemplo, con  $\theta = 90^\circ$  vemos que

$$C = \frac{8}{15} \sqrt{2g} \mu = 2.362 \mu$$

### 1.11.3 Vertedor trapecial

El gasto de un vertedor trapecial, como el mostrado en la fig 1.45 se puede calcular suponiendo la suma del gasto correspondiente a uno rectangular con longitud de cresta b y el triangular formado con las dos orillas. Esto es:

$$Q = \frac{2}{3} \sqrt{2g} \mu_r b h^{3/2} + \frac{8}{15} \sqrt{2g} \tan(\theta/2) \mu_t b^{5/2}$$

o bien en la forma:

$$Q = \frac{2}{3} \sqrt{2g} \left[ \mu_r \frac{4}{5} \frac{h}{b} \mu_t \tan(\theta/2) \right] b h^{3/2}$$

y

$$Q = \frac{2}{3} \sqrt{2g} \mu b h^{3/2}$$

donde  $\mu$  agrupa todos los términos del paréntesis.

Debido a que el vertedor trapecial tiene escaso interés, ha sido poco estudiado.

Únicamente se le ha dado importancia al llamado de Cipolletti que tiene el trazo de un trapecio regular con taludes en los lados  $k = 0.25$  (0.25 horizontal y uno vertical):

y que encuentra aplicación como aforador en canales. La geometría de este vertedor ha sido obtenida de manera que las ampliaciones laterales compensen el gasto disminuido por las contracciones laterales de un vertedor rectangular, de longitud de cresta  $b$  en igualdad de condiciones de carga. Sin embargo, este hecho no ha sido plenamente comprobado. Se ha encontrado experimentalmente que el coeficiente  $u$  de un vertedor Cipolletti vale 0.63 y el gasto se determina con la ecuación:

$$Q = \frac{2}{3} \sqrt{2g} \times 0.63 b h^{3/2} = 1.861 b h^{3/2}$$

la cual es válida si  $0.08 \text{ m} \leq h \leq 0.60 \text{ m}$ ;  $a \geq 2h$ ;  $b \geq 3h$ ;  $w \geq 3h$  y, además, para anchos de canal de 30 a 60  $h$ . Cuando no se satisfacen estas condiciones se puede substituir  $H = h + V_0^2/2g$  por  $h$  en la ecuación anterior para tomar en cuenta el efecto de la velocidad de llegada.

#### 7. Vertedores de pared gruesa

En forma semejante a los orificios, si la cresta del vertedor no es una arista afilada, se presenta entonces el vertedor de pared gruesa que puede adquirir varias formas. En las figuras 1.46 se presenta la forma más sencilla, la cual consiste en aumentar el espesor de la cresta en un vertedor rectangular sin contracciones laterales.

Cuando  $e/h < 0.67$ , el chorro se separa de la cresta y el funcionamiento es idéntico al del vertedor de pared delgada ( fig 1.46 ).

Cuando  $e/h > 0.67$  el funcionamiento es diferente, pues la lámina vertiente se adhiere a la cresta del vertedor ( fig 1.46 ).

Se presentan también distintos funcionamientos, dependiendo de la altura  $w$  de la cresta sobre el fondo del canal.

Cabe aclarar que los valores del coeficiente de gasto obtenidos por diferentes autores difieren entre sí, de ahí que el procedimiento comúnmente aceptado para evaluarlo, en el caso de que  $e/h > 0.67$  y el vertedor sea rectangular, es el de Bazin; éste consiste en utilizar la ecuación de los vertedores rectangulares, afectada de un coeficiente de reducción  $\xi_1$ , a saber :

$$Q = \xi_1 C b h^{3/2}$$

donde  $C$  es el coeficiente adecuado de un vertedor de pared delgada sin contracciones laterales, y que toma en cuenta la altura  $w$  de la cresta sobre el fondo del canal de acceso. El coeficiente  $\xi_1$  depende de la relación  $e/h$  según la ecuación

$$\xi_1 = 0.7 + \frac{0.185}{e/h}$$

válida para relaciones con un valor hasta de  $e/h = 3$ .

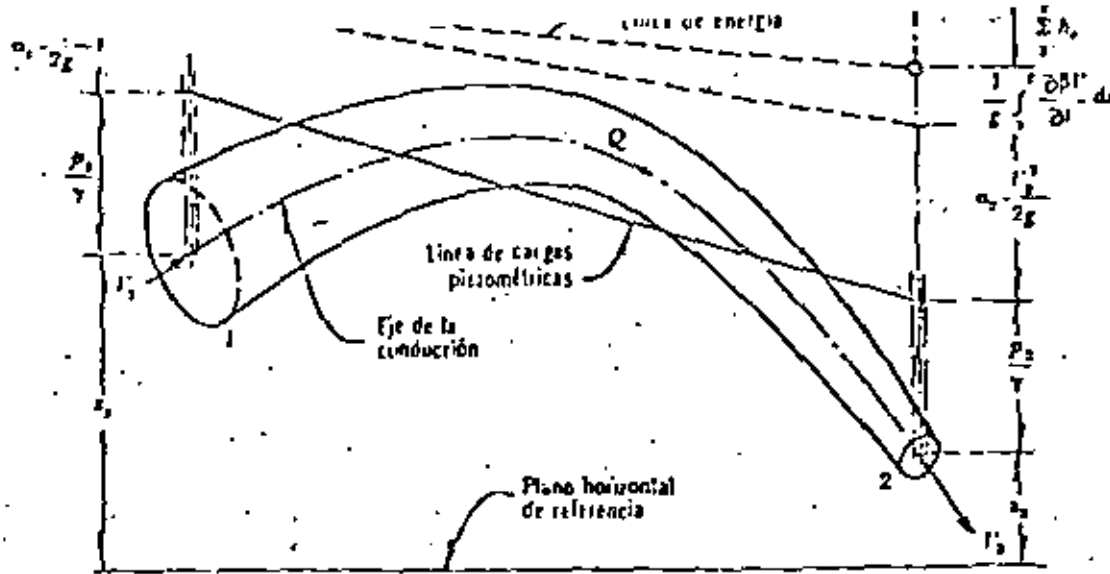


Fig. 1.25

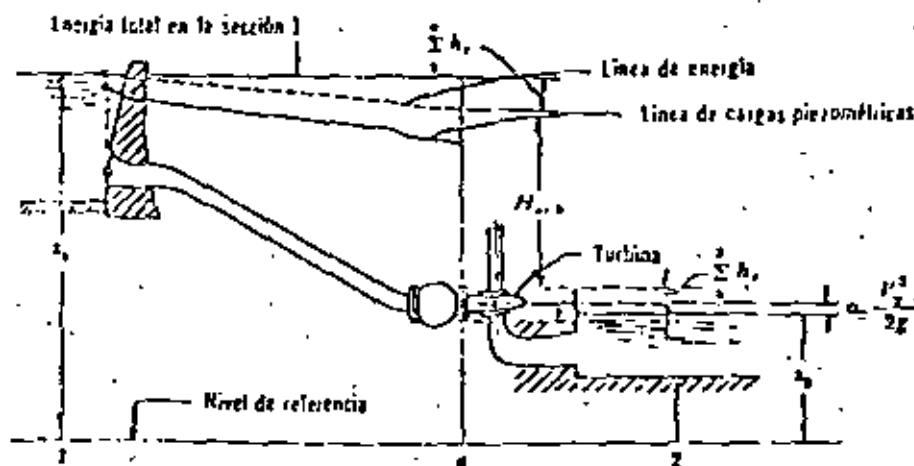


Fig. 1.26

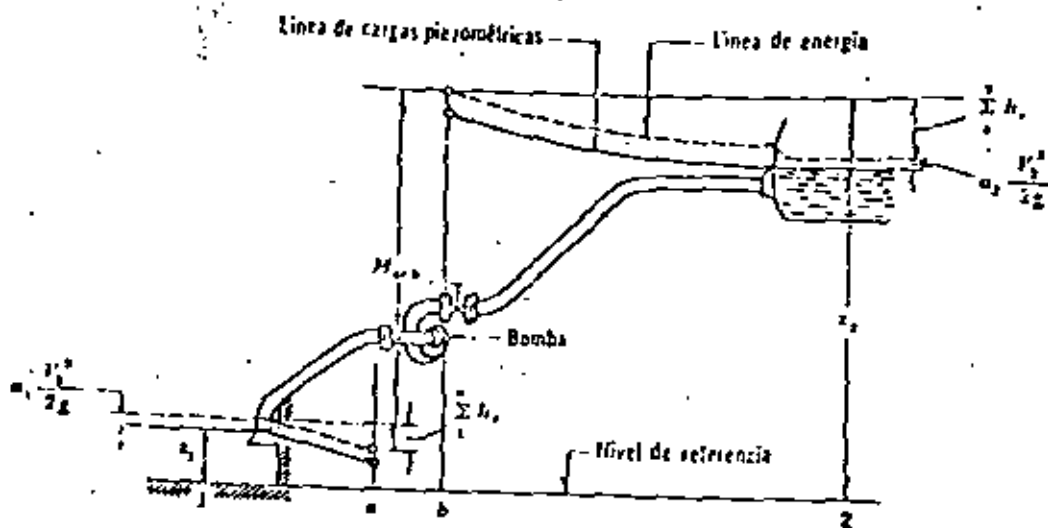


Fig. 1.27

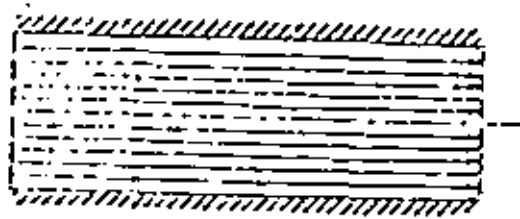


Fig. 1.19 a



Fig. 1.19 b

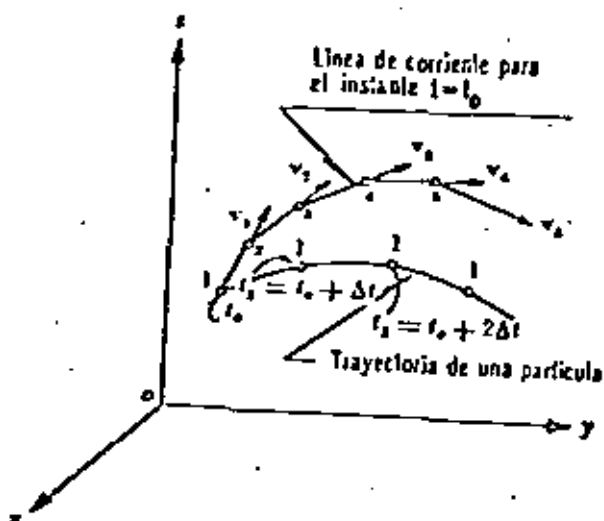


Fig. 1.20

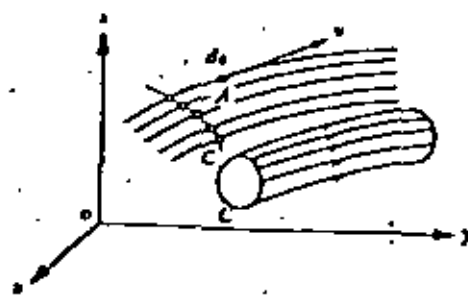


Fig. 1.21

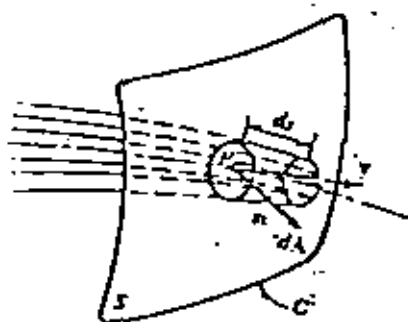


Fig. 1.22

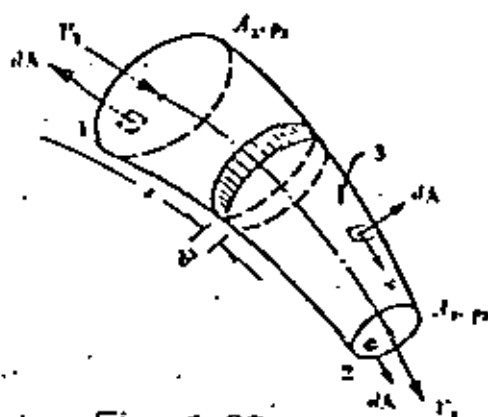


Fig. 1.23

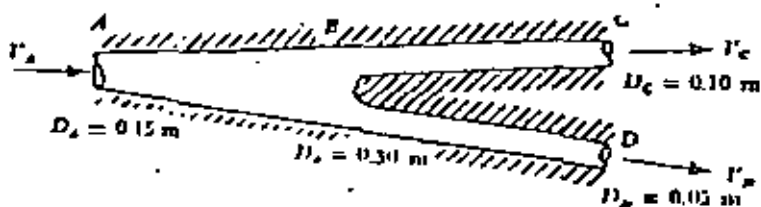


Fig. 1.24

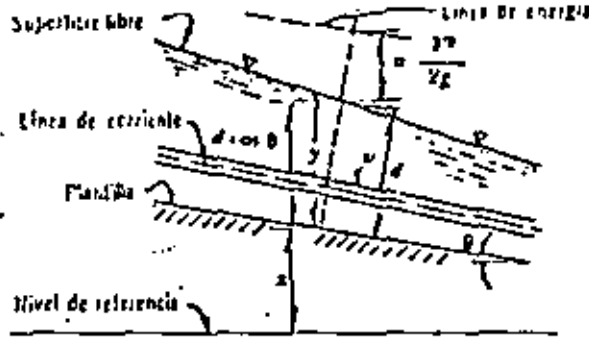


Fig. 1.28

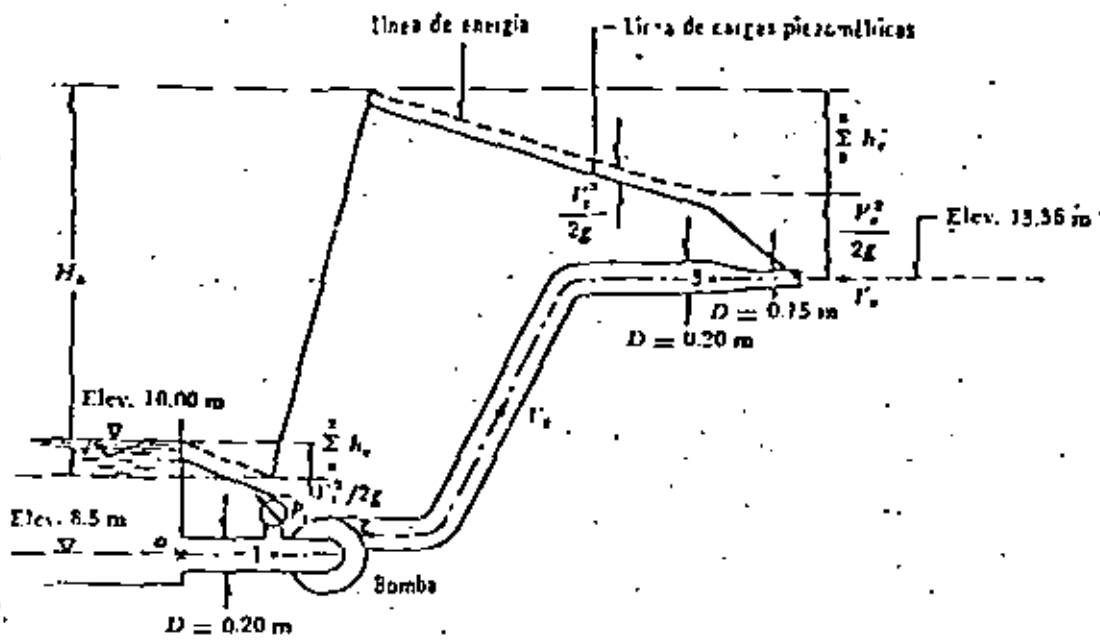


Fig. 1.29

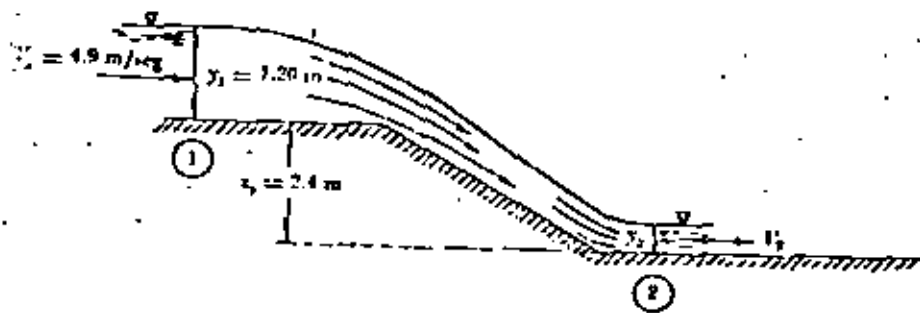
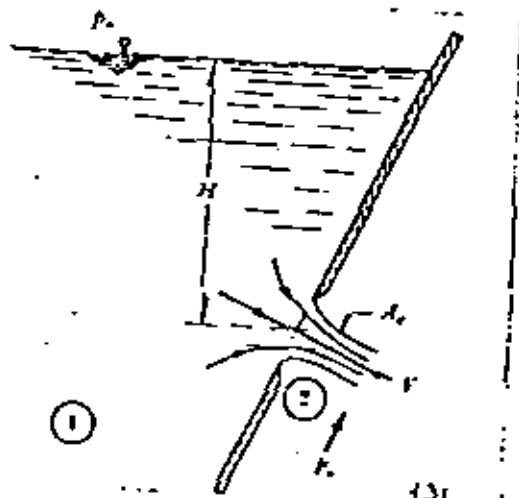


Fig. 1.30

Fig. 1.31



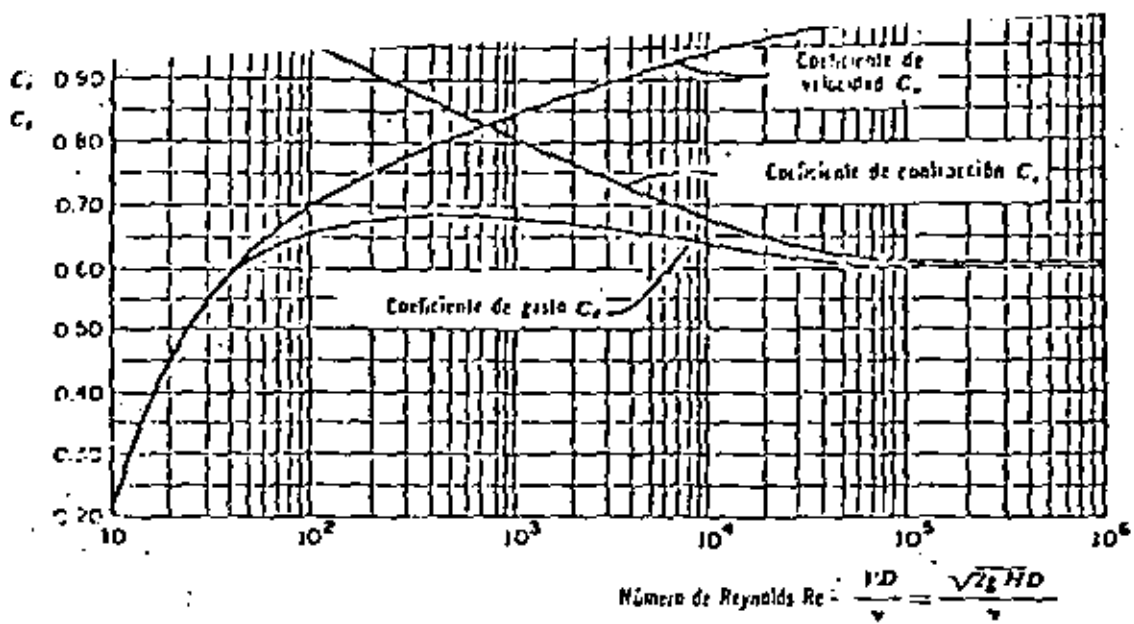


Fig. 1.32

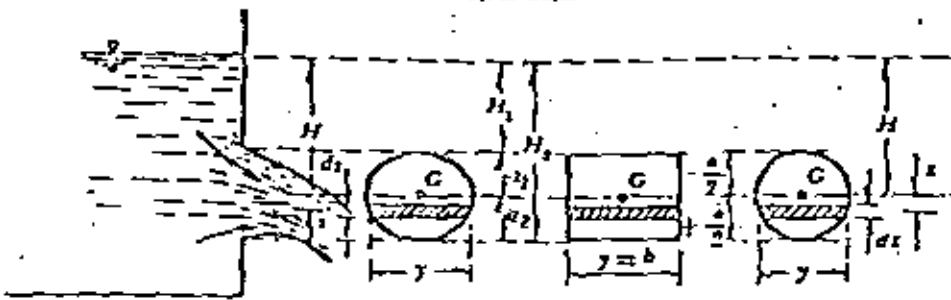


Fig. 1.33

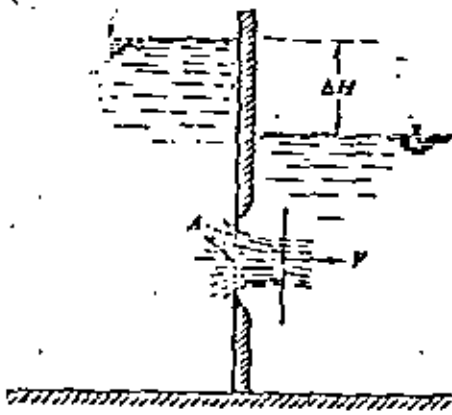


Figura 6.9. Ahogamiento total.

Fig. 1.34

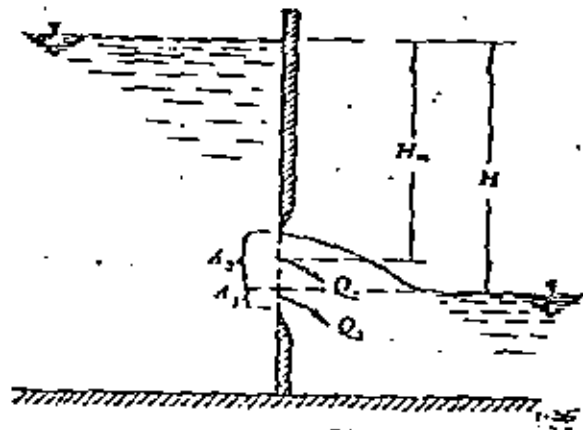


Fig. 1.35

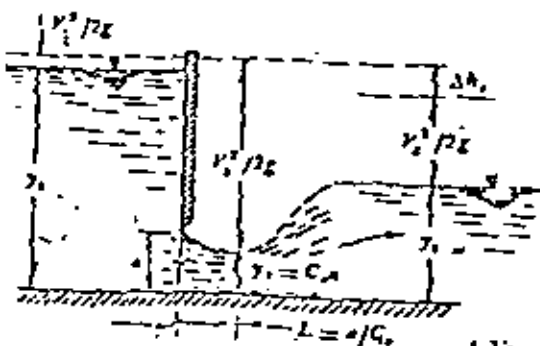


Fig. 1.36

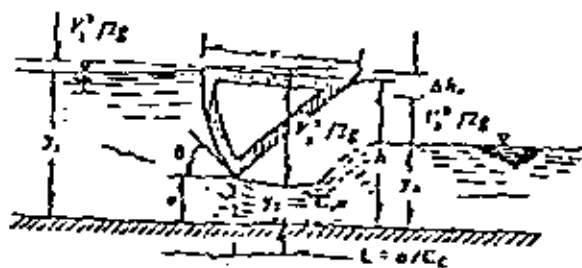


fig. 1.37



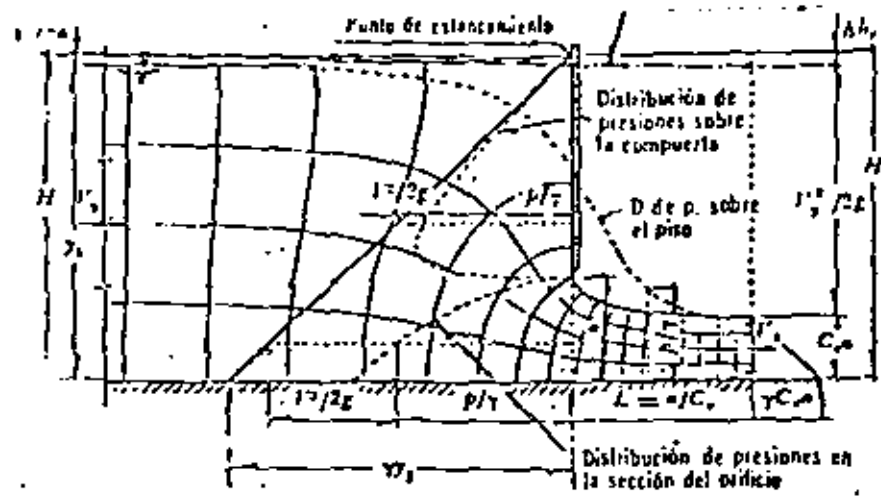


Fig. 1.38

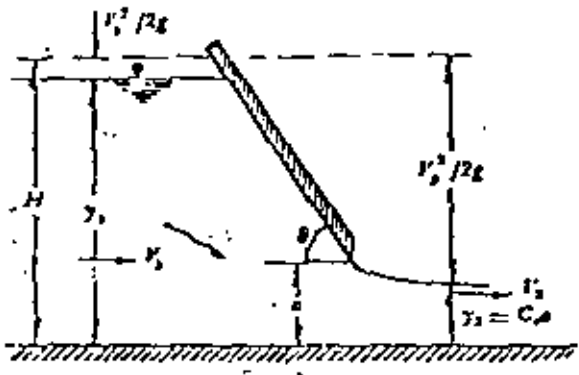


Fig. 1.39

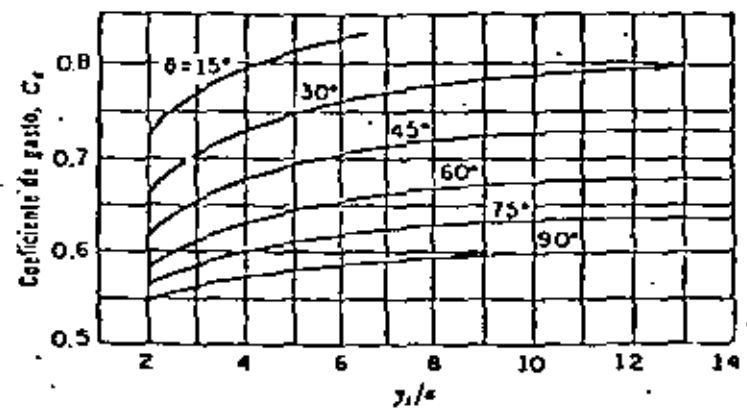


Fig. 1.40

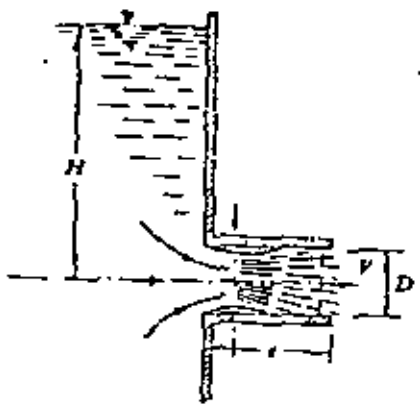


Fig. 1.41

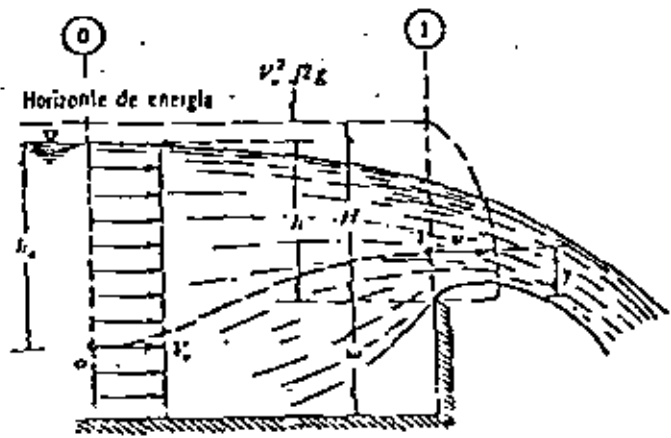
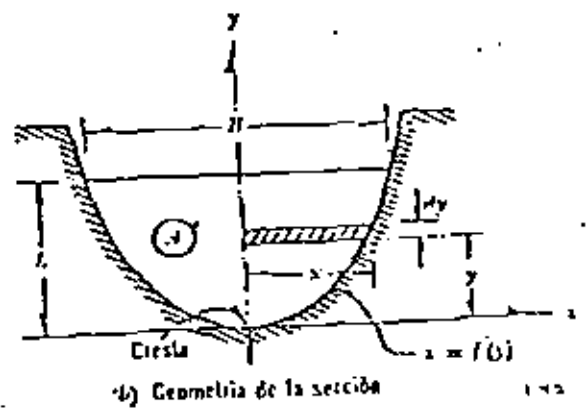


Fig. 1.42



b) Geometría de la sección

## 2. ANALISIS DE TUBERIAS

### 2.1 Aspectos generales

En la aplicación de los métodos de análisis para orificios, compuertas y vertederos, no ha sido necesario el cálculo de las pérdidas de energía por fricción, debido a que se trata de problemas locales de flujo donde las pérdidas que se han evaluado se deben más bien a efectos de aceleraciones súbitas del flujo o a separaciones del mismo. Sin embargo, en estructuras largas, la pérdida por fricción es muy importante, por lo que ha sido objeto de investigaciones teóricoexperimentales para llegar a soluciones satisfactorias de fácil aplicación.

Para estudiar el problema de la resistencia al flujo resulta necesario volver a la

clasificación inicial de los flujos y considerar las grandes diferencias de su comportamiento entre los flujos laminar y turbulento.

Osborne Reynolds ( 1883 ) en base a sus experimentos fue el primero que propuso el criterio para distinguir ambos tipos de flujo mediante el número que lleva su nombre, el cual permite evaluar la preponderancia de las fuerzas viscosas sobre las de inercia.

En el caso de un conducto cilíndrico a presión, el número de Reynolds se define así :

$$R_G = \frac{VD}{\nu}$$

donde

- V es la variación media,
- D el diámetro del conducto y
- $\nu$  la viscosidad cinemática del fluido.

Reynolds encontró que en un tubo el flujo laminar se vuelve inestable cuando  $R_G$  ha rebasado un valor crítico, para tomarse después en turbulento. De acuerdo con diferentes investigadores el número crítico de Reynolds adquiere valores muy distintos que van desde 2 000 ( determinado por el mismo Reynolds ) hasta 40 000 ( calculado por Eckman). De ello se deduce que dicho valor depende en mucho de los disturbios iniciales y define además un cierto límite, abajo del cual éstos se amortiguan, estabilizando el flujo laminar.

## 2. ANALISIS DE TUBERIAS

### 2.1 Aspectos generales

En la aplicación de los métodos de análisis para orificios, compuertas y vertederos, no ha sido necesario el cálculo de las pérdidas de energía por fricción, debido a que se trata de problemas locales de flujo donde las pérdidas que se han evaluado se deben más bien a efectos de aceleraciones súbitas del flujo o a separaciones del mismo. Sin embargo, en estructuras largas, la pérdida por fricción es muy importante, por lo que ha sido objeto de investigaciones teóricoexperimentales para llegar a soluciones satisfactorias de fácil aplicación.

Para estudiar el problema de la resistencia al flujo resulta necesario volver a la

clasificación inicial de los flujos y considerar las grandes diferencias de su comportamiento entre los flujos laminar y turbulento.

Osborne Reynolds ( 1883 ) en base a sus experimentos fue el primero que propuso el criterio para distinguir ambos tipos de flujo mediante el número que lleva su nombre, el cual permite evaluar la preponderancia de las fuerzas viscosas sobre las de inercia.

En el caso de un conducto cilíndrico a presión, el número de Reynolds se define así :

$$Re = \frac{VD}{\nu}$$

de

- V es la variación media,
- D el diámetro del conducto y
- $\nu$  la viscosidad cinemática del fluido.

Reynolds encontró que en un tubo el flujo laminar se vuelve inestable cuando  $Re$  ha rebasado un valor crítico, para tomarse después en turbulento. De acuerdo con diferentes investigadores el número crítico de Reynolds adquiere valores muy distintos que van desde 2 000 ( determinado por el mismo Reynolds ) hasta 40 000 ( calculado por Eckman ). De ello se deduce que dicho valor depende en mucho de los disturbios iniciales y define además un cierto límite, abajo del cual éstos se amortiguan, estabilizando el flujo laminar.

Es interesante observar que, tanto el flujo laminar como el turbulento, resultan propiamente de la viscosidad del fluido por lo que, en ausencia de la misma, no habría distinción entre ambos. Es más, aun en flujo turbulento el esfuerzo tangencial o de fricción, producido por el intercambio en la cantidad de movimiento entre partículas que fluctúan lateralmente, en cierto modo es resultado de los efectos viscosos.

Cuando la superficie de la pared de un conducto se amplifica, observamos que está formada por irregularidades o asperezas de diferentes alturas y con distribución irregular o aleatoria. Dicha característica es difícil de definir científicamente pues depende de factores como la altura media de las irregularidades de la superficie, la variación de la altura efectiva respecto de la altura media, la forma y distribución geométrica, la distancia entre dos irregularidades vecinas, etcétera.

Puesto que prácticamente es imposible tomar en consideración todos esos factores, se admite que la rugosidad puede expresarse por la altura media  $\zeta$  de las asperezas (rugosidad absoluta), como un promedio obtenido del resultado de un cálculo con las características del flujo, mas no propiamente por el obtenido como la media de las alturas determinadas físicamente de la pared, en cada conducción. Es más importante la relación que la rugosidad absoluta guarda con el diámetro del tubo, esto es, la relación  $\zeta/D$ , que se conoce como rugosidad relativa.

Existen tubos, como los de asbesto-cemento, cuya rugosidad es de forma ondulada y que se comportan hidráulicamente como si fueran tubos lisos (vidrio o plástico).

Tres conceptos geométricos de la sección de una conducción hidráulica, muy importantes en el cálculo de las pérdidas de fricción, son los siguientes:

Área hidráulica  $A$ , es decir, el área de la sección transversal ocupada por el líquido dentro del conducto.

Perímetro mojado  $P$ , que es el perímetro de la sección transversal del conducto en el que hay contacto del líquido con la pared (no incluye la superficie libre si ésta existe).

Radio Hidráulico  $R_h$ , o sea la relación entre el área hidráulica y el perímetro mojado de la sección ( $R_h = A/P$ )

## 2.2 Determinación de la pérdida de energía por fricción

Para un flujo permanente, en un tubo de diámetro constante, la línea de cargas piezométricas es paralela a la línea de energía e inclinada en la dirección del movimiento. En 1850, Darcy, Weisbach y otros, dedujeron experimentalmente una fórmula para calcular en un tubo la pérdida por fricción:

$$h_f = f \frac{L}{D} \frac{v^2}{2g}$$

donde

$f$  factor de fricción, sin dimensiones;

- g      aceleración de la gravedad, en m/seg<sup>2</sup>;
- $h_f$     pérdida por fricción, en m;
- D      diámetro, en m;
- L      longitud del tubo, en m;
- V      velocidad media, en m/seg.

El factor de fricción es función de la rugosidad y del número de Reynolds  $R_e$  en el tubo, esto es :

$$f = f(\epsilon, R_e)$$

Si  $S_f$  representa la relación entre la pérdida de energía y la longitud del tubo en que ésta ocurre (pendiente de fricción), la ecuación anterior también es

$$S_f = \frac{h_f}{L} = \frac{f}{D} \frac{V^2}{2g}$$

La rugosidad de los tubos comerciales no es homogénea, razón por la cual es difícil de definir científicamente. Sin embargo, se puede caracterizar por un valor medio que, desde el punto de vista de pérdida, es equivalente a una rugosidad uniformemente distribuida. Conviene aclarar que en dicho valor intervienen, además, otros factores como la frecuencia y alineamiento de las juntas en los conductos de concreto y asbesto-cemento, o bien el tipo de costura o de remachado en los tubos de acero y, finalmente, el efecto de incrustaciones y acumulamientos en los conductos, principalmente metálicos, por la acción corrosiva del agua.



Con el fin de comprobar los resultados en tuberías comerciales, diferentes investigadores hicieron estudios posteriores a los de Nikuradse y aceptaron el concepto - de rugosidad media - usado por éste, la cual determinaron por un proceso inverso. Es decir, una vez que obtuvieron experimentalmente la pérdida de fricción en una tubería de características hidráulicas y geométricas conocidas, determinaron el coeficiente  $f$  de la fórmula de Darcy-Weisbach.

Colbrook y White comprobaron los mismos resultados de Nikuradse, para las zonas laminar y turbulenta en tubos de rugosidad comercial.

Con base en estos resultados Moody preparó el diagrama universal, que lleva su nombre, para determinar el coeficiente de fricción  $f$  en tuberías de rugosidad comercial que transportan cualquier líquido ( fig 2.1 )

Antes de que se conocieran las fórmulas de tipo logarítmico, las únicas disponibles para el diseño eran las de tipo exponencial, puramente empíricas; cuyo solo mérito estriba en su sencillez. Sin embargo, fueron y siguen siendo usadas.

Para tubos que transportan agua, dichas ecuaciones toman la expresión general:

$$V = a D^x S_f^y$$

o bien, con  $S_f = h_f/L$  ( pendiente de fricción );

$$h_f = \left( \frac{V}{a D^x} \right)^{1/y} \quad L = \left[ \frac{4Q}{a D^{(x+2)}} \right]^{1/y} L$$

Donde el coeficiente  $a$  y los exponentes  $x$ ,  $y$  son empíricos. La expresión no es

adimensional, por lo que se debe tener cuidado en la conversión de unidades.

Es conveniente investigar la relación entre el factor de fricción  $f$  y los términos anteriores. Para ello, si se iguala la ecuación de Darcy-Weisbach con la ecuación anterior y se despeja  $f$  resulta :

$$f = 2g \frac{D(1-x/y)}{a^{1/y} \sqrt{(2-1/y)}}$$

Dado que  $a$  normalmente varía con la rugosidad y la viscosidad, tiene por ello las mismas características que  $f$ .

En las tablas 2.1 y 2.2 se presenta un resumen de las principales fórmulas experimentales para el cálculo de la pérdida por fricción en tuberías.

### 3 Pérdidas locales

Las tuberías de conducción que se utilizan en la práctica están compuestas, generalmente, por tramos rectos y curvos para ajustarse a los accidentes topográficos del terreno, así como a los cambios que se presentan en la geometría de la sección y de los distintos dispositivos para el control de las descargas (válvulas y compuertas). Estos cambios originan pérdidas de energía, distintas a las de fricción, localizadas en el sitio mismo del cambio de geometría o de la alteración del flujo. Tal tipo de pérdida se conoce como pérdida local. Su magnitud se expresa como una fracción de la carga de velocidad, inmediatamente aguas abajo del sitio donde se produjo la pérdida; la fórmula general de pérdida local es :

$$h = K \frac{V^2}{2g}$$

donde

- $h$  pérdida de energía, en m;  
 $K$  coeficiente sin dimensiones que depende del tipo de pérdida - que se trate, del número de Reynolds y de la rugosidad del tubo;  
 $V^2/2g$  la carga de velocidad, aguas abajo, de la zona de alteración del flujo (salvo aclaración en contrario) en m

En los siguientes incisos se presentan los valores del coeficiente  $K$ , de acuerdo con el tipo de perturbación.

#### 2.3.1 Pérdida por entrada

En la entrada de las tuberías se produce una pérdida por el efecto de contracción - que sufre la vena líquida y la formación de zonas de separación; el coeficiente  $K$  depende, principalmente, de la brusquedad con que se efectúa la contracción del chorro. En la fig 2.2 se muestran algunos valores.

donde  $H$  es la dimensión vertical del conducto, para definir la forma del perfil superior e inferior o la dimensión horizontal para la forma de las entradas laterales.

#### 2.3.2 Pérdida por rejilla

Con objeto de impedir la entrada de cuerpos sólidos a las tuberías, suelen utilizarse estructuras de rejillas formadas por un sistema de barras o soleras verticales, regularmente espaciadas, que se apoyan sobre miembros estructurales; dichas rejillas obstaculizan el flujo y producen una pérdida de energía. Cuando están par-

cialmente sumergidas y sobresalen del nivel de la superficie del agua, el coeficiente  $K$  puede calcularse con la fórmula de Kirshmer que está de acuerdo con las experiencias de Fellenius y Spangler, además de ser válida para el flujo normal al plano de rejillas.

$$K = C_f (s/b)^{4/3} \operatorname{sen} \theta$$

donde  $C_f$  es un coeficiente que depende de la forma de la reja;  $V$ , en la ecuación de pérdida es la velocidad  $V_0$  frente a las rejillas como si éstas no existieran.

En la fig 2.3 se indica el significado de cada término.

### 2.3.3 Pérdida por ampliación

Esta se origina al producirse una ampliación de la sección transversal del tubo. El coeficiente  $K$  depende de la brusquedad de la ampliación y para encontrarlo se usa la fórmula de Borda-Carnot.

$$K = C_a \left( \frac{A_2}{A_1} - 1 \right)^2$$

donde  $C_a$  depende del ángulo  $\theta$  del difusor, como se muestra en la fig 2.4, la cual incluye los resultados de Gibson. Para ampliaciones bruscas se usa la misma fórmula con  $C_a = 1$ .

### 2.3.4 Pérdida por reducción

En este caso se produce un fenómeno de contracción semejante al de entrada a la tubería, el cual también conviene que sea gradual;

Si bien en este caso la pérdida es inferior a la de la ampliación, dependiendo de la brusquedad con se efectúa la contracción, el coeficiente de pérdida está supe<sup>di</sup>tado al ángulo  $\theta$  al cual se produzca.

Con objeto de evitar pérdidas grandes, el ángulo de reducción no debe exceder de un valor especificado ( fig 2.5 )

Dicho ángulo vale :

$$\tan \theta = \sqrt{\frac{g D}{v}}$$

en que

$$D = \frac{D_1 + D_2}{2} ; v = \frac{V_1 + V_2}{2}$$

y en este caso,  $K_r = 0.1$ .

Si la contracción es brusca se usan los coeficientes de Weisbach, mostrados en la fig 2.6, en la que aparece también la curva de Kisieliev, la cual pretende dar los valores medios de todos los autores que han estudiado el problema.

### 2.3.5 Pérdida por cambio de dirección

Si se visualiza el flujo en un cambio de dirección, se observa que los filetes tienden a conservar su movimiento rectilíneo en razón de su inercia. Esto modifica la distribución de velocidades y produce zonas de separación en el lado interior y aumentos de presión en el exterior, con un movimiento espiral que persiste en una distancia de 50 veces el diámetro. Si el cambio de dirección es gradual con una

curva circular de radio medio  $R$  y rugosidad absoluta  $\epsilon$ , para obtener el coeficiente

de pérdida  $K$  se usa la gráfica de Hoffman que, además, toma en cuenta la fricción en la curva, donde

$$K = C_c \frac{\theta^3}{90^\circ}$$

### 2.3.6 Pérdida por válvulas

Los coeficientes de pérdida por válvulas varían de acuerdo con el tipo y, para distintas posiciones, deben ser proporcionados por los fabricantes. A falta de estos datos, se pueden utilizar los valores medios que se indican en las tablas 2.3, 2.4, 2.5, 2.6 y figs 2.7 a 2.9.

### 2.4 Conducto sencillo

Es el más sencillo de los sistemas. Consiste de un conducto único alimentado en el extremo, aguas arriba, por un recipiente o una bomba y con descarga libre o a otro recipiente. El conducto puede tener cambios geométricos u obstrucciones que producen pérdidas locales de energía, además de la propia de fricción.

En la fig 2.10 se muestra el comportamiento de las líneas de energía y gradiente hidráulico, para el tubo que conecta dos recipientes; ambas líneas interpretan el significado físico de los términos en la ecuación de la energía.

Para el análisis de conducto sencillo se utiliza la ecuación de continuidad y la de energía. La primera establece la invariabilidad del gasto en cualquier sección  $i$  del conducto; a saber :

$$Q = A_i V_i$$

La segunda establece la constancia de la energía entre dos secciones transversales 1 y 2 del conducto, para lo cual se acepta, usualmente, que el coeficiente  $\alpha$  en dichas secciones valga uno. Esto es :

$$z_1 + \frac{p_1}{\gamma} + \frac{v_1^2}{2g} = z_2 + \frac{p_2}{\gamma} + \frac{v_2^2}{2g} + \sum_1^2 h_f + \sum_1^2 h_l$$

donde

- $\sum_1^2 h_f$  suma de las pérdidas de fricción  $h_f$ , en cada tramo de la sección 1 a la 2;
- $\sum_1^2 h_l$  suma de las pérdidas locales que ocurren de la sección 1 a la 2 debidas a entrada, cambios de sección, válvulas, etcétera.

Los términos se expresan en razón de la carga de velocidad dentro del tramo de sección constante, si la pérdida es de fricción o aguas abajo del punto donde se produce la pérdida local. Por esta causa, la ecuación de la energía contendrá los valores de la velocidad, en distintas secciones del conducto, mismos que se pueden substituir por la velocidad, en un sólo tramo, utilizando la ecuación de continuidad.

Si en el sistema de la fig 2.10, el recipiente de aguas abajo no existe, es decir, si el conducto descarga libremente a la atmósfera, el desnivel  $H$  se mide como la diferencia de niveles entre la superficie libre en el depósito superior y el centro de gravedad de la sección final del tubo. En cualquier caso, dicho desnivel será:

$$H = \sum h_f + \sum h_l + \frac{v_s^2}{2g}$$

donde  $V_s^2/2g$  es la carga de velocidad en la sección final del conducto, considerada como energía final en el caso de descarga libre; o como pérdida en el caso de descarga a otro recipiente. Se presentan dos tipos de problema :

- a) **Revisión.** Conociendo  $H$ , la geometría y rugosidad del tubo, se desea calcular el gasto.

**Solución.**

Supuesto que se desconoce la zona de flujo ( laminar, transición o turbulento) en la que trabaja el tubo, la velocidad y los coeficientes de pérdida son incógnitas. Si la sección 1 se elige dentro del depósito superior y la 2 dentro del inferior, de tal manera que la velocidad de llegada sea despreciable. De la ecuación de la energía se tiene :

$$H = \left( z_1 + \frac{p_1}{\gamma} + \frac{V_1^2}{2g} \right) - \left( z_2 + \frac{p_2}{\gamma} \right) =$$

$$= \frac{V_s^2}{2g} + \sum_1^2 h_f + \sum_1^2 h_l$$

en que  $V_s$  es la velocidad en la sección final de la tubería.

Por la fórmula de Darcy-Ewisbach y de pérdidas menores vemos que :

$$H = \frac{V_s^2}{2g} + \left( f_1 \frac{L_1}{D_1} \frac{V_1^2}{2g} + f_2 \frac{L_2}{D_2} \frac{V_2^2}{2g} + \dots \right) +$$

$$+ \left( K_1 \frac{V_1^2}{2g} + K_2 \frac{V_2^2}{2g} + \dots \right)$$



y debido a que  $V_s V_s = V_i A_i$ , entonces resulta :

$$H = \frac{V_s^2}{2g} \left( 1 + \frac{f_1 L_1}{D_1} \frac{A_s^2}{A_1^2} + \frac{f_2 L_2}{D_2} \frac{A_s^2}{A_2^2} + \dots + K_1 \frac{A_s^2}{A_1^2} + K_2 \frac{A_s^2}{A_2^2} + \dots \right)$$

la velocidad en la sección final vale

$$V_s = \sqrt{\frac{2gH}{1 + \sum_{i=1}^n \frac{f_i L_i}{D_i} \frac{A_s^2}{A_i^2} + K_i \frac{A_s^2}{A_i^2}}}$$

y el gasto :

$$Q = V_s A_s$$

Puesto que se conoce  $\epsilon_i/D_i$ , se puede estimar un valor para cada  $f_i$ , por inspección del diagrama de Moody, así como los  $K_i$ . Con dichos coeficientes, substituidos en la ecuación anterior, se determina el gasto; de éste,  $V_i = 4 Q/\pi D_i$  y con los números de Reynolds, se obtienen nuevos valores  $f_i$ .

El proceso se repite.

- b) Diseño. Conociendo  $H$ , la geometría ( con excepción de uno de los diámetros), la rugosidad y el gasto, se desea calcular uno de los diámetros ( con más de un diámetro como incógnita, la solución es imposible).

Solución

Igual que el problema anterior estimado  $f$  y  $D$  desconocidos, que se substituyen reiteradamente hasta obtener el gasto, Este problema es poco común.

$$Q = \frac{2 g H}{4 f L / D^5}$$

$$D = \sqrt[5]{\frac{8 L Q^2}{g^2 H} f} = \sqrt[5]{\frac{0.0827 L Q^2}{H} f}$$

también en el número de Reynolds, nos da

$$Re = \frac{VD}{\nu} = \frac{4 Q}{\pi \nu} \frac{1}{D} = \frac{C_2}{D}$$

en el que se conoce a

$$C_2 = 4 Q / \pi \nu$$

Problema 2.1 La instalación hidroeléctrica, con la geometría mostrada en la fig. 2.11, abastece a una casa de máquinas un gasto de  $8.98 \text{ m}^3/\text{seg}$ . La instalación consta de una galería con acabado interior de cemento de  $3.00 \text{ m}$  de diámetro, una cámara de oscilación y una tubería de acero soldado, nuevo, de  $1.50 \text{ m}$  de diámetro. Determinar:

- la carga neta sobre las máquinas;
- la potencia neta - en kw - que produce el sistema, si las máquinas tienen una eficiencia de un 82%;
- la eficiencia de todo el sistema;
- el nivel de la superficie del agua en la cámara de oscilación - que, para las condiciones de flujo permanente, actúa como un

simple tubo piezométrico.

Solución a).

Las áreas en la galería y tubería son, respectivamente :

$$A_g = 0.7854 (3)^2 = 7.069 \text{ m}^2$$

$$A_t = 0.7854 (1.5)^2 = 1.767 \text{ m}^2$$

y 1

y las velocidades :

$$V_g = \frac{8.98}{7.069} = 1.27 \text{ m/seg}$$

$$V_t = \frac{8.98}{1.767} = 5.08 \text{ m/seg}$$

La ecuación de la energía, entre una sección dentro del vaso y la de salida de la tubería, es:

$$329 = 170.3 + \frac{P_t}{\gamma} + \frac{V_t^2}{2g} + \sum h$$

La carga neta sobre las máquinas es entonces :

$$H_n = \frac{P_t}{\gamma} + \frac{V_t^2}{2g} = 158.7 - \sum h$$

Debido a que la longitud de los tubos es grande, las pérdidas locales se consideran despreciables respecto de las de fricción.

El número de Reynolds, en la galería para agua a 15° C ( $\nu =$

$= 1.145 \times 10^{-6} \text{ m}^2/\text{seg}$ , es :

$$R_e = \frac{1.27 \times 3 \times 10^6}{1.145} = 3.33 \times 10^6$$

y en la tubería :

Del diágrama de Moody, tenemos que :

para la galería :  $\xi = 1.5 \text{ mm}$ ,

$$\xi/D = 0.0005, \quad f = 0.0169;$$

para la tubería:  $\xi = 0.075 \text{ mm}$ ,

$$\xi/D = 0.00005, \quad f = 0.011.$$

Las pérdidas de fricción serán :

$$h_{fg} = 0.0169 \times \frac{4500}{3} \times \frac{(1.27)^2}{19.6} = 2.09 \text{ m}$$

$$h_{ft} = 0.011 \times \frac{860}{1.5} \times \frac{(5.08)^2}{19.6} = \frac{8.30}{\sum h = 10.39 \text{ m}}$$

y la carga neta :

$$H_n = 158.7 - 10.39 = 148.31 \text{ m}$$

Solución b)

La potencia neta del sistema vale :

$$P = \eta_m \gamma Q H_n = 0.82 \times 1,000 \times 8.98 \times 149.31$$

$$P = 1\,092\,095.5 \text{ kg m/seg.}$$

En caballos de vapor :

$$P = \frac{1\,092\,095.3}{75} = 14\,561.3 \text{ CV}$$

En kilovatios :

$$P = \frac{14\,561.3}{0.736} = 19\,784.3 \text{ kw}$$

Solución C)

La eficiencia de todo el sistema es la relación, entre la potencia neta y la que se produciría con la carga bruta, al no ocurrir

pérdidas en la conducción y en las máquinas.

La carga bruta es:

$$H_b = 329 - 170.3 = 158.7 \text{ m}$$

y la eficiencia del sistema:

$$\begin{aligned} \eta_s &= \frac{\eta_m \gamma Q H_n}{\gamma Q H_b} = \frac{\eta_m H_n}{H_b} = \\ &= \frac{0.82 \times 148.31}{158.7} = 0.766; 76.6 \text{ por ciento.} \end{aligned}$$

La eficiencia de la conducción resulta ser:

$$\begin{aligned} \eta_c &= \frac{\gamma Q H_n}{\gamma Q H_b} = \frac{148.31}{158.7} = 0.935; \\ &93.5 \text{ por ciento.} \end{aligned}$$

Solución d)

De la ecuación de la energía, entre el vaso y la sección de la galería en la base de la cámara de oscilación, con  $h_{fg} = 2.09$  de los cálculos anteriores, resulta entonces:

$$329 = \text{N.C.} + \frac{V_g^2}{2g} + h_{fg}$$

$$\text{N.C.} = 329 - \frac{(1.27)^2}{19.6} - 2.09 = 326.828 \text{ m}^2$$

Problema 2.2 Una bomba de 25 CV de potencia y 75 por ciento de eficiencia, debe abastecer un gasto de  $6 \text{ m}^3/\text{min}$  de agua, a  $10^\circ\text{C}$ , a un recipiente cuyo nivel se encuentra 10 m arriba del cárcamo de bombeo. La tubería de conducción es de hierro fundido con incrustaciones ( $\epsilon = 0.76 \text{ mm}$ ), con una longitud de 100 m, 2 curvas de radio  $R = 5D$  (dos de  $45^\circ$  y una de  $90^\circ$ ) y una válvula con  $K_v = 8$ .

Determinar el diámetro necesario en la tubería. (fig 2.12)

Solución.

La potencia suministrada por la bomba a la tubería es :

$$P = 75 \times 0.75 \times 25 = 1\,406 \text{ kg m/seg}$$

y la carga de bombeo para  $Q = 6/60 + 0.1 \text{ m}^3/\text{seg}$ , la siguiente:

$$H_n = \frac{P}{\gamma Q} = \frac{1,406}{1\,000 \times 0.1} = 14.06 \text{ m}$$

Como se dispone de esta energía, inmediatamente después de

la bomba, de la ecuación de la energía resulta que

$$14.06 = 10 + \frac{V^2}{2g} + f \frac{L}{D} \frac{V^2}{2g} +$$

$$+ K_c \frac{V^2}{2g} + K_v \frac{V^2}{2g}$$

$$4.06 = \frac{V^2}{2g} (1 + fL/D + K_c + K_v) \quad (*)$$

Igual que en el problema anterior, se resuelve por iteraciones.

Después de efectuar varios ciclos, se propone  $D = 0.254 \text{ m}$  cuya

área, velocidad y carga de velocidad son :

$$A = \frac{\pi}{4} (0.254)^2 = 0.05065 \text{ m}^2$$

$$V = \frac{0.1}{0.05065} = 1.974 \text{ m/seg}$$

$$\frac{V^2}{2g} = 0.199 \text{ m}$$

El número de Reynolds para  $\nu = 0.0131 \text{ cm}^2/\text{seg}$  es :

$$R_e = \frac{1.974 \times 0.254 \times 10^6}{1.31} = 3.827 \times 10^5$$

y para  $\epsilon/D = 0.076/25 = 0.003$  del diagrama de Moody,  $f=0.026$ ,

se obtiene :

$$f \frac{L}{D} = \frac{0.026 \times 100}{0.254} = 10.24$$

Para codos a  $45^\circ$ ,  $C_c = 0.16$  y para  $90^\circ$   $C_c = 0.25$ . Por lo cual,

$K_c = 2 \times 0.16 + 0.25 = 0.57$ . Por tanto :

$$V = \sqrt{\frac{19.6 \times 4.06}{1 + 10.24 + 0.57 + 8}} = 2 \text{ m/seg}$$

siendo el gasto :

$$Q = 2 \times 0.05065 = 0.102 \text{ m}^3/\text{seg}$$

entonces el diámetro de 254 mm es el adecuado.

En ocasiones resulta necesario derivar varios ramales de un mismo tubo (figura 2.13), para lo cual se pueden presentar dos casos :

1. Se conoce la pérdida entre A y B y se desea determinar el gasto en cada ramal.
2. Se conoce el gasto total y se desea determinar la pérdida entre A y B, así como la distribución del gasto en cada ramal.

Amos casos ocurren independientemente de las energías que existan en A y B.

El primero no ofrece dificultad puesto que una vez conocida la pérdida, se puede calcular el gasto en cada ramal en base a que funciona con una carga (igual a la pérdida determinada; esto es, que  $\Delta H_1 = \Delta H_2 = \dots = \Delta H$ , la pérdida de energía vale :

$$\Delta H = K_i \frac{V_i^2}{2g}$$

por lo que :

$$V_i = \sqrt{\frac{2g H}{K_i}}$$

donde :

$$K_i = f_i \frac{L_i}{D_i} + \sum K_{i1}$$

siendo el gasto :

$$Q_i = A_i V_i$$

Para el segundo caso, se supone la existencia de una tubería (ficticia) que transporta el gasto total, equivalente a todos los ramales, con una pérdida en la misma de  $\Delta H_e = \Delta H_1 = \Delta H_2 = \dots = \Delta H_n$ .

Obtenemos:

$$Q = Q_1 + Q_2 + \dots + Q_n$$

y al simplificar, resulta :

$$\frac{D_e^2}{\sqrt{K_e}} = \sum_{i=1}^n \frac{D_i^2}{\sqrt{K_i}}$$

o bien :

$$\frac{K_e}{D_e^4} = \left[ \frac{1}{\sum (D_i^2 / \sqrt{K_i})} \right]^2$$

o sea, la condición de equivalencia entre los conductos, en los que se elige un valor arbitrario para  $D_e$  o  $K_e$  y el otro se calcula con la ecuación anterior; luego entonces,



$$\Delta H = K_e \frac{V_e^2}{2g} = \frac{8K_e}{\pi^2 D_e^4} \frac{Q^2}{g}$$

Resultado:

$$H = \frac{8}{\left[ \sum_{i=1}^n (D_i^2 / \sqrt{K_i}) \right]^2} Q^2$$

Una vez que la pérdida  $H$  se conoce, el problema se torna en uno del primer caso.

## 2.5 Redes abiertas

Decimos que una red es abierta cuando los tubos que la componen se ramifican, sucesivamente, sin intersectarse después para formar circuitos. Los extremos finales de las ramificaciones pueden terminar en un recipiente o descargar libremente a la atmósfera.

Un ejemplo de red abierta se esquematiza en la fig. 2.14. De acuerdo con los niveles de los distintos recipientes y la longitud de los tubos, se deberá conocer o suponer tramos.

De la ecuación de la energía, entre el recipiente superior y los extremos de los tubos, resulta entonces:

$$Z_1 - \left[ Z_j + \frac{V_j^2}{2g} \right] = \sum_{i=1}^j h \quad (A)$$

donde  $Z_i$  es el nivel de la superficie libre del agua si el tubo descarga a un recipiente o bien, el nivel del centro de gravedad de la sección final, si el tubo des-

carga a la atmósfera; el subíndice  $j$  corresponde a las características hidráulicas en el punto  $j$ . El término  $\sum_{i=1}^j h$  es la suma de las pérdidas de energía de los tubos que se encuentran en el recorrido, desde el punto 1 hasta el extremo  $j$ ; toma signo positivo para  $h$  en aquellos elementos en que la dirección del gasto coincide con la dirección del recorrido y negativo en caso contrario.

Por ejemplo, para el extremo 7, se tiene :

$$Z_1 - \left( Z_7 + \frac{V_7^2}{2g} \right) = h_{12} + h_{23} + h_{37}$$

y de acuerdo con la dirección supuesta de los gastos en la fig 2. 14 para el extremo 13, se obtiene :

$$Z_1 - \left( Z_{13} + \frac{V_{13}^2}{2g} \right) = h_{12} - h_{26} - h_{613}$$

donde  $h_{ij}$  representa la suma de las pérdidas locales y de fricción en el tramo que va del nudo  $i$  al nudo  $j$ .

Además, en cada punto de ramificación ( nudo ) se satisface la ecuación de continuidad, siguiente :

$$\sum Q = 0 \quad (B)$$

y se establece como convención que los gastos que lleguen al nudo tengan signo negativo; y positivo los que salgan del nudo.

Si el problema es de revisión, el resultado será un sistema de tantas ecuaciones, del tipo ( B ), como extremos finales tenga la red; y de tantas ecuaciones del tipo

(A) como nudos existan. Para la red de la fig 2.14 se pueden establecer ocho ecuaciones del primer tipo y cinco del segundo.

Si el problema es el diseño de una red en la que se conoce su geometría y los gastos de cada tubo, se deberán elegir por lo menos  $(l-m)$  diámetros de los l tramos que componen la red ( $m$ , número de extremos finales), para evitar la indeterminación del problema, ya que las ecuaciones de nudo se convierten en identidades.

Problema 2.3 En la fig 2.15 se presenta una red abierta y su geometría.

Se desea que los gastos sean:  $Q_5 = 25$  lt/seg,  $Q_4 = 30$  lt/seg, hacia los tanques

C y D respectivamente y que  $Q_2 = 11$  lt/seg desde la bomba. Determinar los

diámetros  $D_1$ ,  $D_3$  y  $D_4$  necesarios para que se satisfagan las condiciones impues

tas. El factor de fricción en todos los tubos es  $f = 0.014$  y los tanques A y B

abastecen a C y D.

Solución La carga producida por la bomba es

$$P = \frac{\gamma Q H_B}{76 \eta}$$

$$H_B = \frac{76 \eta P}{\gamma Q} = \frac{76 \times 0.73 \times 6}{1000 \times 0.011} = 30.3 \text{ m}$$

De la ecuación de continuidad en los nudos, los gastos son:

$$Q_3 = Q_4 + Q_5 = 0.055 \text{ m}^3/\text{seg}$$

$$Q_1 = Q_3 - Q_2 = 0.044 \text{ m}^3/\text{seg}$$

Las velocidades y cargas de velocidad en los tubos, son las

que siguen :

$$V_1 = \frac{0.044}{0.7854 D_1^2} = \frac{0.056}{D_1^2} ;$$

$$\frac{V_1^2}{2g} = \frac{(0.056)^2}{19.6 D_1^4} = \frac{0.000161}{D_1^4}$$

$$V_2 = \frac{0.011}{0.7854 \times 0.01} = 1.4 \text{ m/seg};$$

$$\frac{V_2^2}{2g} = 0.1 \text{ m}$$

$$V_3 = \frac{0.055}{0.7854 D_3^2} = \frac{0.07}{D_3^2} \text{ m/seg};$$

$$\frac{V_3^2}{2g} = \frac{0.00025}{D_3^4}$$

$$V_4 = \frac{0.030}{0.7854 D_4^2} = \frac{0.0382}{D_4^2} ;$$

$$\frac{V_4^2}{2g} = \frac{0.000074}{D_4^4}$$

$$V_5 = \frac{0.025}{0.7854 \times 0.04} = 0.796 \text{ m/seg};$$

$$\frac{V_5^2}{2g} = 0.0323 \text{ m}$$

La ecuación de la energía entre F y C, es como sigue :

$$E_F = 15.00 + \left( 0.014 \frac{600}{0.20} + 1 \right) \times$$

$$\times 0.0323 = 16.389 \text{ m}$$

La ecuación de energía entre F y D, es :

$$E_F = 16.389 = 15.00 + \left( 0.014 \frac{400}{D_4} + 1 \right) \times$$

$$\times \frac{0.000074}{D_4^4}$$

$$1.389 = \frac{0.000414}{D_4^5} + \frac{0.000074}{D_4^4}$$

Esta ecuación se satisface para  $D_4 = 0.20 \text{ m}$ .

La ecuación de energía entre B y E, como se indica :

$$30.3 + 0.1 E_E + 0.014 \frac{500}{0.10} = 0.1$$

$$E_E = 30.4 - 7.0 = 23.4 \text{ m}$$

La ecuación de energía entre A y E, es :

$$30.00 = 23.4 + 0.014 \frac{2850}{D_1} + \frac{0.000161}{D_1^4}$$

$$D_1 = \sqrt[5]{\frac{0.00642}{6.6}} = \sqrt[5]{0.000973} = 0.25 \text{ m}$$

La ecuación de energía entre E y F, será :

$$23.4 = 16.389 + 0.014 \frac{1970}{D_3} + \frac{0.00025}{D_3^4}$$

$$D_3 = \sqrt[5]{\frac{0.0069}{7.011}} = \sqrt[5]{0.000983} = 0.25 \text{ m}$$

## 2.6 Redes cerradas

Se conoce como red cerrada aquella en la cual los conductos que la componen se cierran formando circuitos ( fig 2.16 ).

Es el caso de las redes de distribución de agua potable en ciudades o las de agua para industrias.

La solución del problema se basa en dos tipos de ecuaciones : la de nudo y la de pérdida de energía.

- a) Ecuación de nudo. Por razones de continuidad en cada nudo se debe satisfacer que :

$$\sum_{j \in i} Q_{ij} + Q_i = 0 \quad \text{para } i = 1, \dots, n$$

donde

$Q_{ij}$  gasto que va del nudo  $j$  al nudo  $i$  ( negativo si llega al nudo  $i$  y positivo si sale );

$Q_i$  gasto que sale o entra al nudo  $i$  ( con la misma convención de signos ) .

El símbolo  $j \in i$  se lee: "para todos los nudos  $j$  conectados al  $i$  a través de un tubo". Por ejemplo, si el sentido de los gastos fuera el mostrado en la fig 2.16 para el nudo 3, indicaría que

$$Q_{35} + Q_{34} + Q_{39} - Q_{32} + Q_3 = 0$$

donde el gasto  $Q_3$  es conocido.

- b) Ecuación de pérdida. La pérdida por fricción en cada tramo está dada por la fórmula de fricción correspondiente, donde al substituir la velocidad expresada por la ecuación:

$$V_{ij} = \frac{4 Q_{ij}}{\pi D_{ij}^2}$$

resulta:

$$h_{ij} = a_{ij} Q_{ij}^N$$

donde  $a_{ij}$  es una constante del tramo  $ij$ .

Por ejemplo, si la fórmula de fricción es la de Darcy-Weisbach, se tiene:

$$h_{ij} = \frac{8 f_{ij} L_{ij}}{\pi^2 g D_{ij}^5} Q_{ij}^N$$

Esto es,  $N = 2$ , y entonces:

$$a_{ij} = \frac{8 f_{ij} L_{ij}}{\pi^2 g D_{ij}^5}$$

en cambio, si fuese la de Hazen-Williams,  $N = 1.851$  y

$$a_{ij} = \frac{L_{ij}}{(0.279 C_{Hij} D_{ij}^{2.63})^{1.851}}$$

La utilización de las ecuaciones anteriores para la solución de una red, conduce a un sistema de ecuaciones que es posible resolver, por un método de iteraciones

o con computadora —con base en la estimación de valores iniciales—, los cuales se aproximan a la solución exacta mediante correcciones cíclicas.

En una red cerrada cualquiera se eligen circuitos elementales como los formados en la fig. 2.16 ( por ejemplo el circuito 2-7-5-3-2 mostrado en la fig 2.17) en los cuales se conocen los gastos  $Q_1, Q_2, \dots, Q_n$  que entran o salen de cada nudo.

En cada nudo se satisface la ecuación de continuidad; además la pérdida de energía entre dos nudos de la red ( cualquiera que sea el recorrido que se elige para llegar de uno a otro ) es la suma algebraica de las pérdidas en cada tramo.

Para ello, es necesario también establecer una convención de signos, por ejemplo: la pérdida en un determinado tramo tiene signo positivo si la dirección del gasto en el tramo coincide con la del recorrido; y el negativo en caso contrario.

El recorrido completo en cada circuito elemental (partiendo y llegando al mismo nudo) implica que :

$$\sum_{i=1}^k h_{ij} = 0$$

donde  $k$  es el número de tramos que forma el circuito elemental. Para el recorrido de cada circuito es necesario especificar que sea siempre con el mismo sentido, por ejemplo, el sentido de las manecillas del reloj.

La ecuación anterior es llamada ecuación de circuito y vale para todos los circuitos elementales de la red.



Para proceder a la solución, primero se estiman los gastos en los tramos, haciendo que se satisfaga la ecuación de ruido con los valores estimados y los ya conocidos. Si  $+\Delta Q$  es una corrección atribuible a todos los tramos de un mismo circuito elemental (Fig 2.17), al recorrer éste en el sentido de las manecillas del reloj, implica que:

$$\begin{aligned} h_{72} + h_{57} - h_{53} - h_{32} &= \\ &= a_{72} (Q_{72} + \Delta Q)^N + a_{57} (Q_{57} + \Delta Q)^N - \\ &- a_{53} (Q_{53} - \Delta Q)^N - a_{32} (Q_{32} - \Delta Q)^N = 0 \end{aligned}$$

Por un desarrollo en forma de binomio, donde se desprecian términos de orden superior, resulta entonces:

$$\begin{aligned} \Delta Q = - \frac{a_{72} Q_{72}^N + a_{57} Q_{57}^N - a_{53} Q_{53}^N - a_{32} Q_{32}^N}{N (a_{72} Q_{72}^{N-1} + a_{57} Q_{57}^{N-1} + a_{53} Q_{53}^{N-1} + a_{32} Q_{32}^{N-1})} \end{aligned}$$

o bien, en el caso general, tenemos:

$$Q = - \frac{\sum_1^k (a_{ij} Q_{ij}^{N-1} Q_{ij})}{N \sum_1^k [a_{ij} Q_{ij}^{N-1}]}$$

donde el gasto  $Q_{ij}$  y la corrección  $\Delta Q$  son positivos, cuando su sentido coincide con el de recorrido del circuito en el sentido de las manecillas del reloj, o negativo en caso contrario. La iteración se realiza hasta que se satisfaga la ecuación

ción de circuito.

La rapidez en la convergencia del método es muy diversa y depende, tanto de la estimación de los valores iniciales como del tipo y tamaño de la red, pero especialmente del número de tramos que se unen en cada nudo. Mientras que en redes pequeñas se alcanza una buena aproximación con tres o cuatro iteraciones, en redes grandes se suelen necesitar de treinta a cincuenta. La computadora hace rápidamente el cálculo, y ello nos facilita un ahorro considerable de tiempo. La convergencia del método se puede acelerar si el valor de la corrección  $Q$  en cada paso se multiplica por un factor ( que varía entre 0.50 y 1.00) cuya magnitud depende del tipo de red y del grado de exactitud deseada.

**Problema 2.4** En la obra de toma mostrada, determinar el gasto en la tubería así como la presión en el punto B. La tubería es nueva de acero soldado; las longitudes de los diferentes tramos son :  $L_1 = 50$  m,  $L_3 = 1000$  m,  $L_4 = 2.400$  m,  $L_5 = 600$  m. El diámetro de la tubería es  $D = 0.40$  m y el radio de las curvas igual a  $4 D$ .

**Problema 2.5** Un sifón invertido -para cruzar un barranco- consiste en una tubería de acero soldado, de 1.50m de diámetro, como se esquematiza en la figura. El gasto máximo es de  $4 \text{ m}^3/\text{seg}$  y la velocidad en la tubería es el doble de la velocidad en los canales de llegada y salida ( $V_0$ ). Determinar el desnivel  $z$  que es necesario proporcionar entre las plantillas de los dos canales.

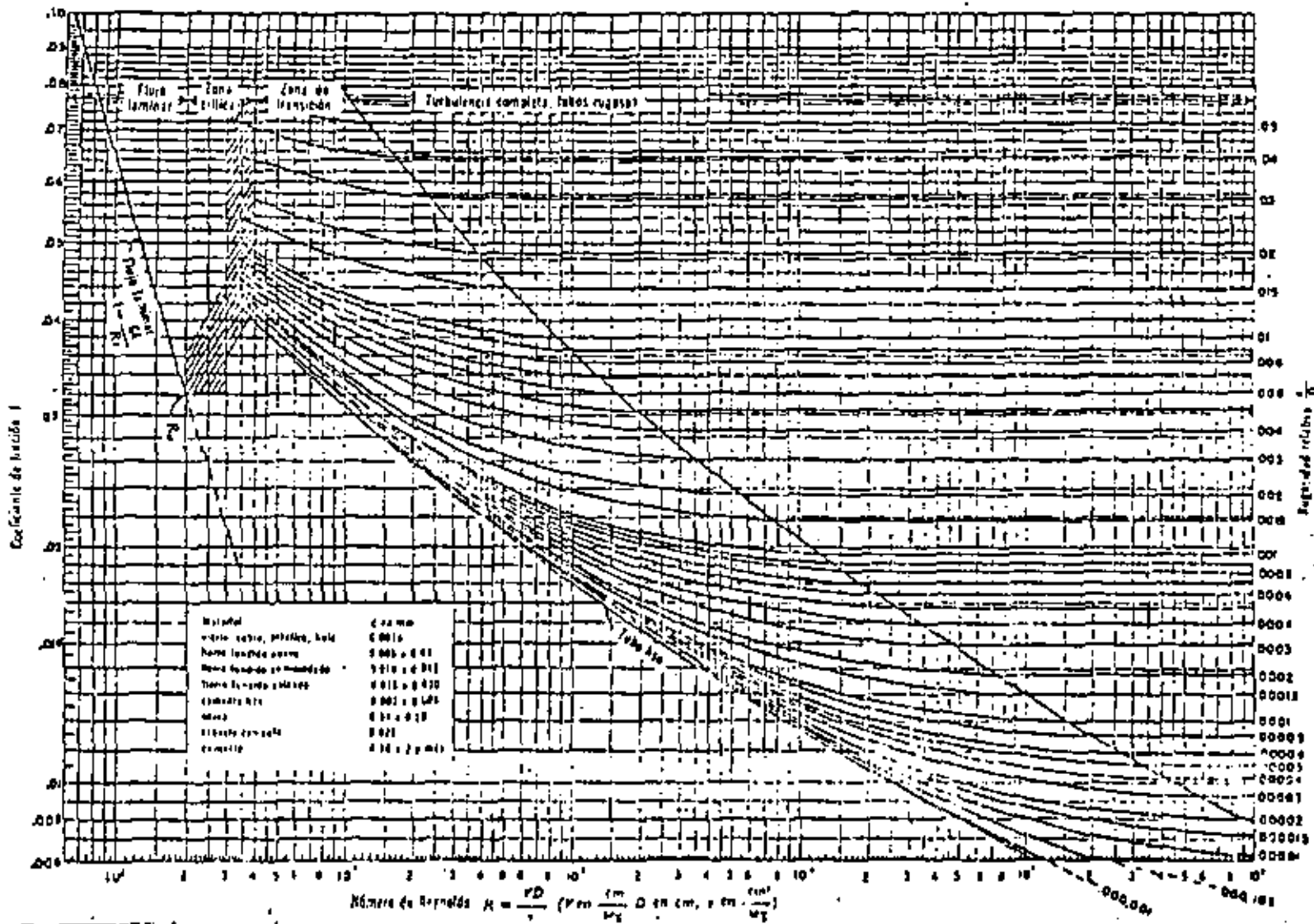


Fig. 2.1

Coefficiente de fricción para cualquier tipo y tamaño de tubo; diagrama universal de Moody. 2-1

Tabla 2.1. Resumen de las fórmulas para el cálculo de pérdidas por fricción, aplicables al flujo de agua en conductos a presión. Las unidades se expresan en sistema MKS

Tipo de tubería y flujo	Autor	Fórmula	Observaciones
Cualquier tipo de tubo y flujo.	Darcy-Weisbach	$h_f = f \frac{L}{D} \frac{V^2}{2g}$	Es la Ec. (8.2) y es de tipo universal; $f$ se obtiene del diagrama universal de Moody, o de alguna de las fórmulas indicadas a continuación.
Tubos lisos o rugosos en la zona laminar.	Poiseuille	$f = \frac{64}{R_e}$	Es la Ec. (8.3) y se aplica a la fórmula de Darcy-Weisbach y vale para $R_e < 2300$ .
Tubos lisos en la zona de transición o turbulenta.	Blasius	$f = \frac{0.3164}{R_e^{0.25}}$	Es la Ec. (8.4) y se aplica a la fórmula de Darcy-Weisbach. Vale para tubos de aluminio, latón, cobre, plomo, plástico, vidrio y asbesto-cemento para $R_e > 10^4$ .
	Nikuradse	$\frac{1}{\sqrt{f}} = 2 \log \left( \frac{R_e \sqrt{f}}{251} \right)$	Es la Ec. (8.5b) y se aplica a la fórmula de Darcy-Weisbach. Vale para $2.1 \times 10^4 \leq R_e \leq 3.4 \times 10^5$ .
	Kozeny (Ref. 9)	$f = \frac{2g}{(7.78 \log R_e - 5.95)^2}$	Se aplica a la fórmula de Darcy-Weisbach y vale para tubos de asbesto-cemento y para $R_e > 4000$ .
	Richter (Ref. 43)	$f = 0.01113 + 0.917/R_e^{0.41}$	Se aplica a la fórmula de Darcy-Weisbach y vale para tubos de hule y para $R_e > 4000$ .
	Ludin (Ref. 42)	$V = 140 R_h^{0.444} S_f^{0.73}$	Equivale a usar la Ec. (8.9b) con $a = 57.37$ , $x = 0.645$ , $y = 5/3$ . Vale para tubos de asbesto-cemento. En esta fórmula $R_h$ es el radio hidráulico del tubo.

Tabla 2.1 (Continuación)

Tubos rugosos en la zona de transición o turbulenta.	Colebrook-White	$\frac{1}{\sqrt{f}} = -2 \log \left( \frac{1/D}{3.71} + \frac{2.51}{R_s \sqrt{f}} \right)$	Es la Ec. (8.7) y vale para tubos lisos o rugosos en la zona de transición o turbulenta y con $R_s > 4000$ . Se aplica a la fórmula de Darcy-Weisbach.
	Hazen-Williams (Ref. 44)	$V = 0.355 C_H D^{0.84} S^{0.49}$	Equivale a usar la Ec. (8.9a) con $a = 0.355 C_H$ ; $x = 0.43$ , y $= 0.54$ . Es la fórmula más común para tubos rugosos. $C_H$ depende del material del tubo de acuerdo con la tabla 8.4.
Tubos rugosos en la zona turbulenta.	Nikuradse	$\frac{1}{\sqrt{f}} = 2 \log \frac{3.71 D}{z_g}$	Es la Ec. (8.6b) y se aplica a la fórmula de Darcy-Weisbach.
	Kozény (Ref. 9)	$f = \frac{z_g}{(8.86 \log D + N)^2}$	Se aplica a la fórmula de Darcy-Weisbach. $N$ depende del material en la tubería según la tabla 8.4.
	Chezy	$V = C \sqrt{R_s S_f}$	Es la fórmula general para este tipo de tubos y se obtiene de la fórmula de Darcy-Weisbach haciendo $D = 4 R_s$ . Equivale a usar la Ec. (8.9a) con $a = 0.5 C$ ; $x = y = 0.5 C$ es un coeficiente que se obtiene de las fórmulas de Bazin, Kutter o Manning.
	Bazin (Ref. 31)	$C = \frac{87}{1 + \Delta/\sqrt{R_s}}$	Se aplica a la fórmula de Chezy, donde $\Delta$ depende del material de que está construido el tubo de acuerdo con la tabla 8.4.
	Kutter (Ref. 45)	$C = \frac{100 \sqrt{R_s}}{m + \sqrt{R_s}}$	Se aplica a la fórmula de Chezy, donde $m$ depende del material de que está construido el tubo de acuerdo con la tabla 8.4.
	Manning (Ref. 47)	$V = \frac{1}{n} R_s^{2/3} S_f^{1/2}$	Resultado de la fórmula de Chezy al considerar que $C = R_s^{1/6}/n$ . Equivale a usar la Ec. (8.9a) con $a = 0.397/n$ , $x = 2/3$ , y $= 1/2$ . $n$ depende del material de que está construido el tubo de acuerdo con la tabla 8.4.

Tabla 2. Valores de  $C_H$ ,  $\Delta$ ,  $m$ ,  $n$  y  $N$  aplicables a las fórmulas de la tabla 8.3 de acuerdo con el material de que está construido el tubo

2.2

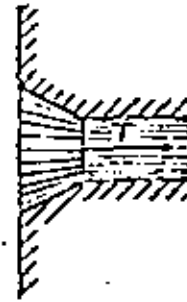
Material	$C_H$	$\Delta$	$m$	$n$	$N$
Acero cortugado	60	—	—	—	—
Acero con juntas lock-bar (nuevo).	135	—	—	—	—
Acero galvanizado (nuevo y usado).	125	—	—	0.014	—
Acero remachado (nuevo).	110	—	—	0.015 a 0.016	31
Acero remachado (usado).	85	—	—	—	28 a 26
Acero soldado o con remache avellanado y embutido (nuevo).	120	—	—	0.012 a 0.013	34
Acero soldado o con remache avellanado y embutido (usado).	90	—	—	—	31 a 27
Acero sin costura (nuevo).	—	0.10	0.25	—	38
Acero sin costura (usado).	—	—	0.35	—	36
Acero soldado, con revestimiento especial (nuevo y usado).	130	—	—	—	—
Fierro fundido limpio (nuevo).	130	0.16	0.25	0.013	35
Fierro fundido, sin incrustaciones (usado)	110	0.23	0.275	—	—
Fierro fundido, con incrustaciones (viejo).	90	0.36	0.35	—	30
Plástico.	150	—	—	—	—
Asbesto-cemento (nuevo).	135	0.06	—	—	—
Cobre y latón.	130	—	—	—	—
Conductos con acabado interior de cemento pulido.	100	—	0.10	—	—
Concreto, acabado liso.	130	—	0.20	—	38
Concreto, acabado común.	120	0.18	—	—	—
Concreto monolítico, colado con cimbras deslizantes ( $D > 1.25$ m).	—	—	—	0.010 a 0.011	—
Concreto monolítico bien cimbrado y pulido ( $D > 1.25$ m).	—	—	—	0.011 a 0.0123	—
Concreto monolítico bien cimbrado y sin pulir ( $D > 1.25$ m).	—	—	—	0.014 a 0.015	—
Concreto con acabado tosco ( $D > 1.25$ m).	—	—	—	0.015 a 0.017	27 a 26
Concreto con juntas de macho y campana ( $D > 0.8$ m).	—	—	—	0.0105 a 0.012	—
Concreto con juntas toscas ( $D > 0.5$ m).	—	—	—	0.0125 a 0.014	30
Concreto con juntas toscas ( $D < 0.5$ m).	—	—	—	0.014 a 0.017	—
Conductos para alcantarillado.	—	—	—	—	28
Tubos de barro vitrificado (drenes).	110	—	—	0.011	34
Túneles perforados en roca sin revestimiento.	—	—	—	0.025 a 0.040	—
Madera cepillada o en duelas.	120	—	0.10	0.0105 a 0.012	—



a)  $K = 0.5$



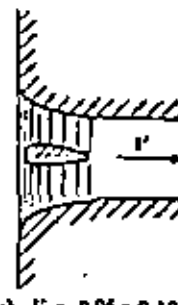
b)  $K = 0.5 + 0.3 \cos \theta + 0.2 \sin^2 \theta$



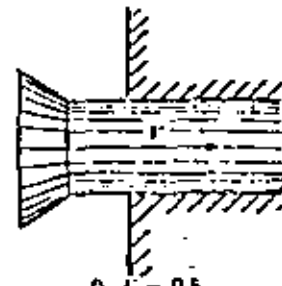
c)  $K = 0.15 + 0.25$



d)

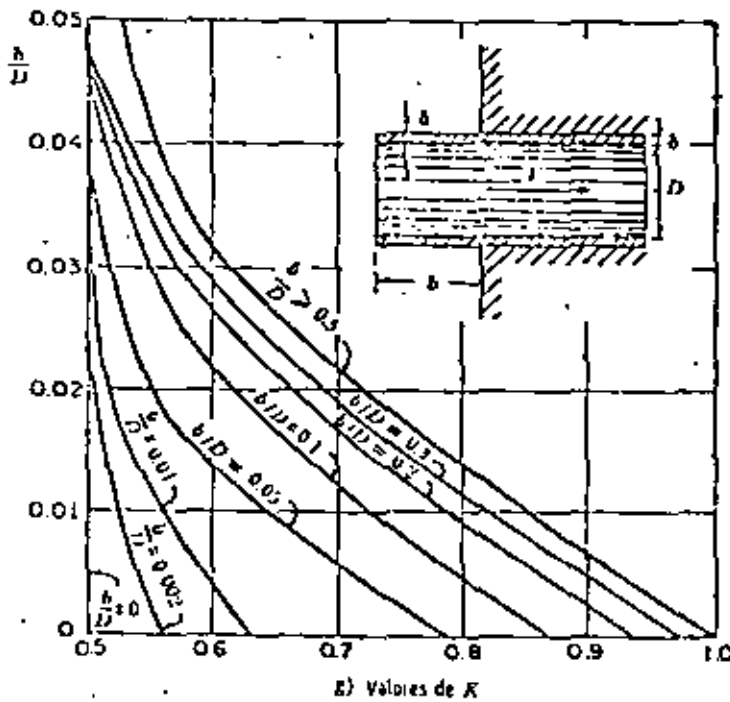


e)  $K = 0.06 + 0.10$

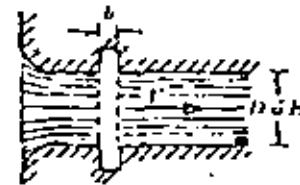


f)  $K = 0.5$

$r/D$	0	0.04	0.08	0.12	0.16	$>0.2$
$K$	0	0.26	0.15	0.09	0.06	$>0.03$



a)  $K = 0.01$  a  $0.10$   
para tubo circular;  $d$   
de  $0.07$  a  $0.2$  para  
tubo rectangular.



i) Coeficientes de pérdida por escotadura  
 $K = 0.05$  a  $0.10$ ,  
si  $b/D > 1$  ó  $b/H > 0.2$   
y  $v > 2$  m/seg.  
De lo contrario,  $K = 0$ .

Fig 2.2 Coeficientes de pérdida —por entrada— para diferentes formas. 2-2

Forma:							
$C_p =$	2.42	1.83	1.67	2.03	0.72	0.75	1.79

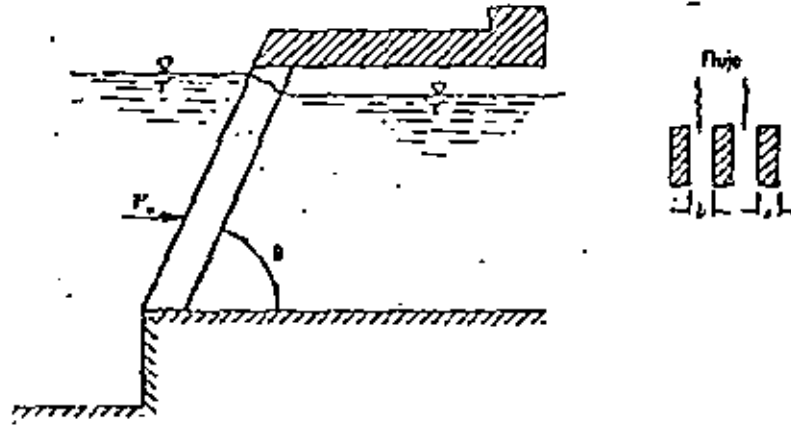


Fig 2.3 Coeficientes  $C_p$  aplicables a la fórmula de Kirschmer de acuerdo con la forma de las barras. 2.3

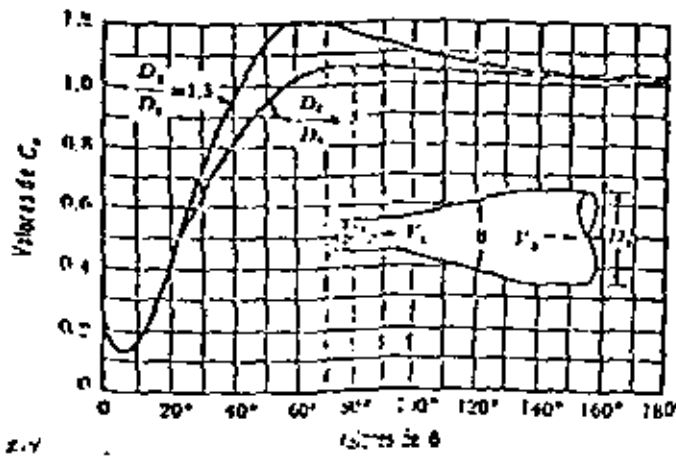


Fig 2.4 Coeficientes de pérdidas para ampliaciones graduales. 2.4

$$\tan \theta = \sqrt{\frac{gD}{V}}$$

en que

$$D = \frac{D_1 + D_2}{2}; \quad V = \frac{V_1 + V_2}{2}$$

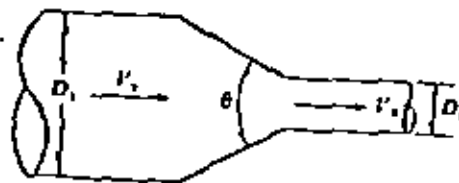


Fig 2.5 Reducción gradual. 2.5



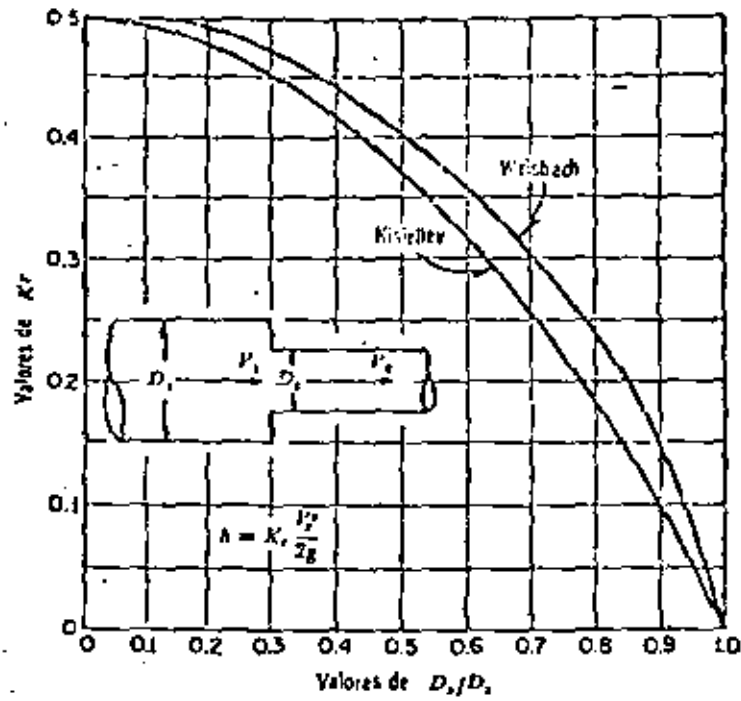


Fig 2.6 Pérdida de energía en una contracción brusca. 2-6

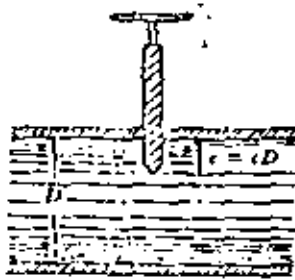


Fig 2.7 Válvula de compuerta. 2-7

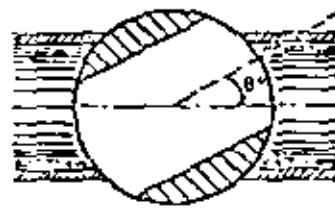


Fig 2.8 Válvula esférica. 2-8



Fig 2.9 Válvula de lenteja. 2-9

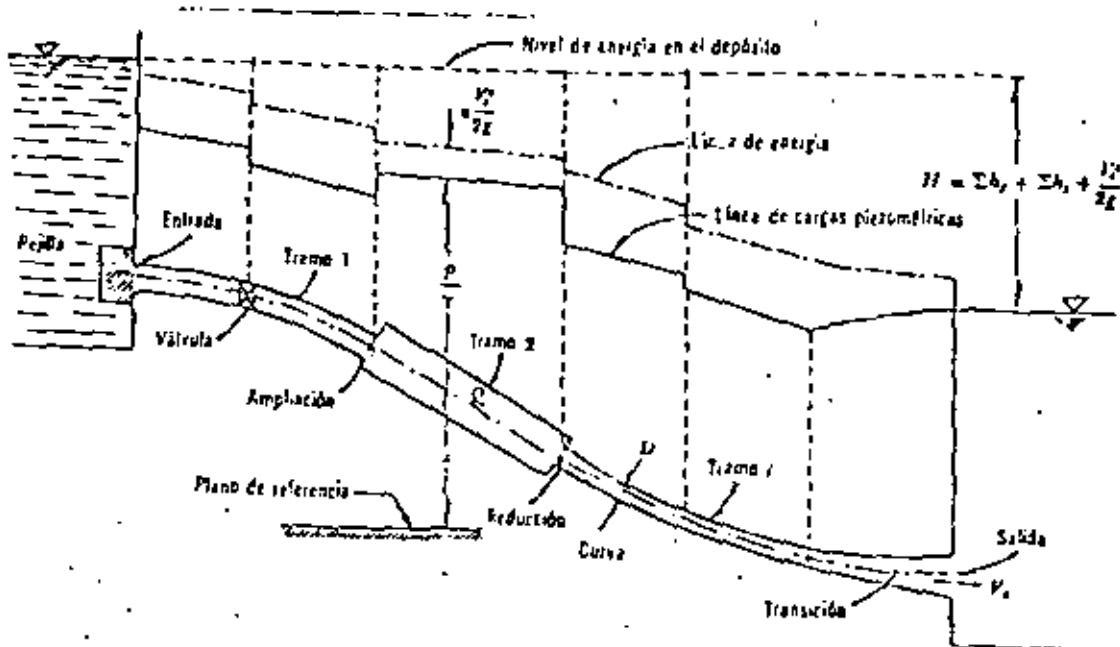


Fig 2.10 Conducto sencillo. 2-10

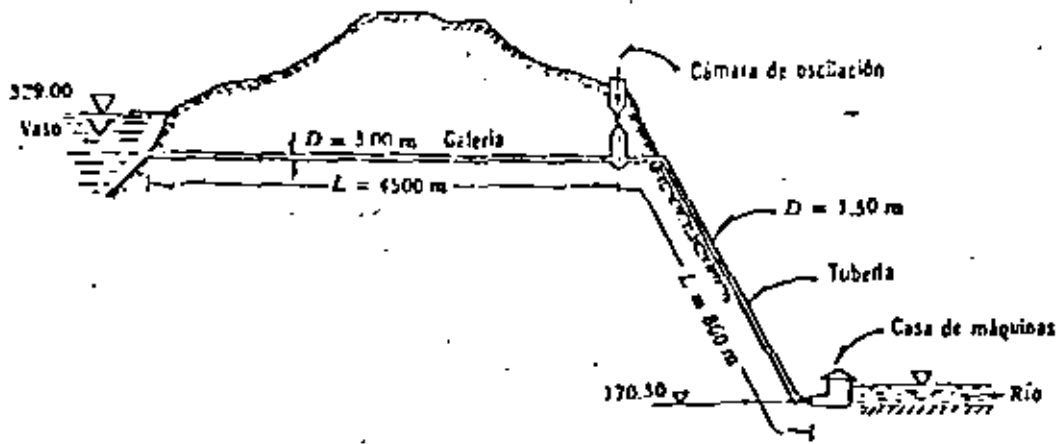


Fig 2.11 Instalación hidroeléctrica del problema 9.4. 2.11

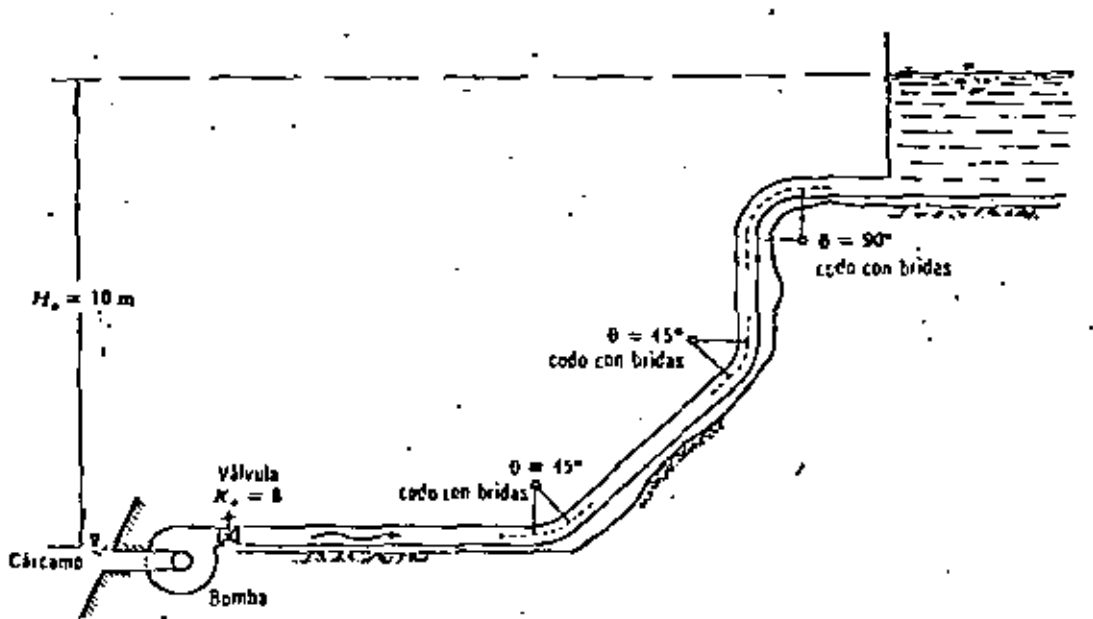


Fig 2.12 Instalación del problema 9.6. 2.12

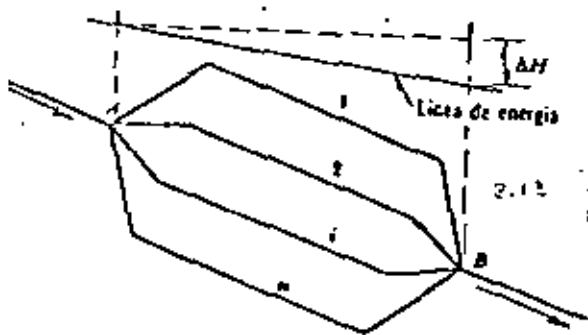


Figura 2.13 Sistema en derivación.

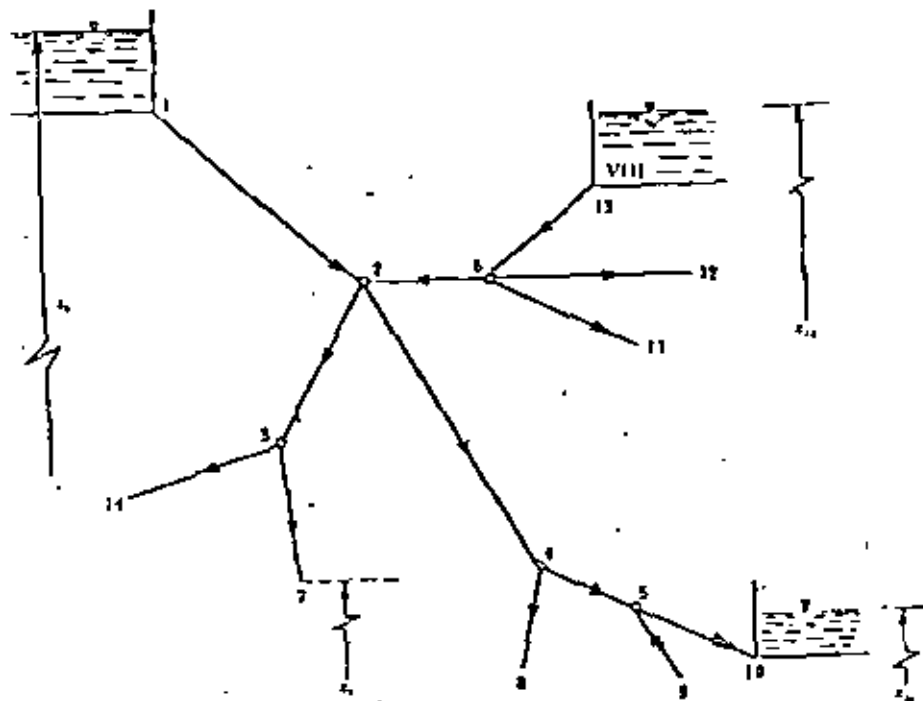


Fig 2.14 Ejemplo de red abierta. 2.14

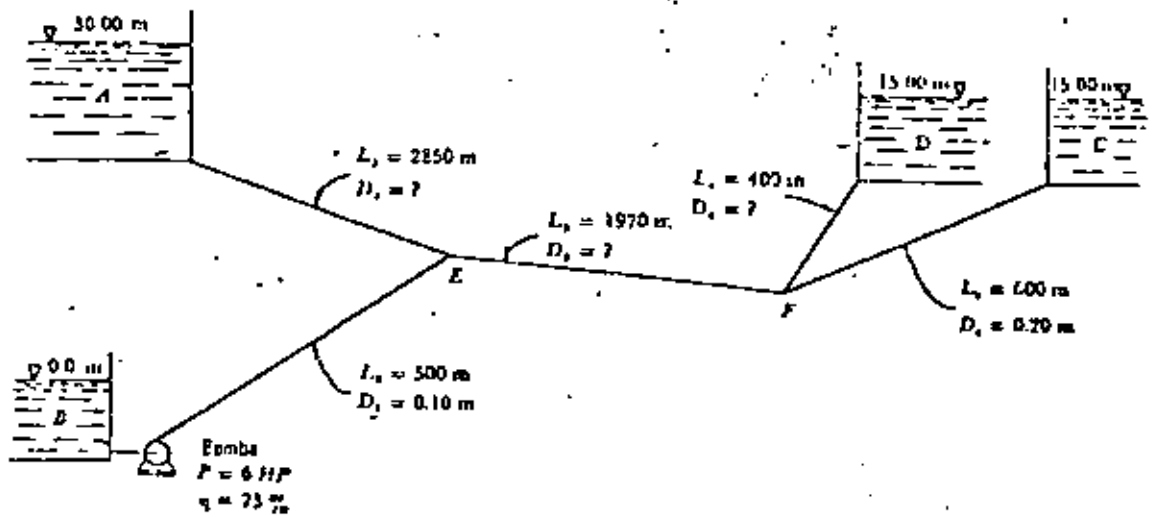


Fig 2.15 Red abierta del problema 9.13.

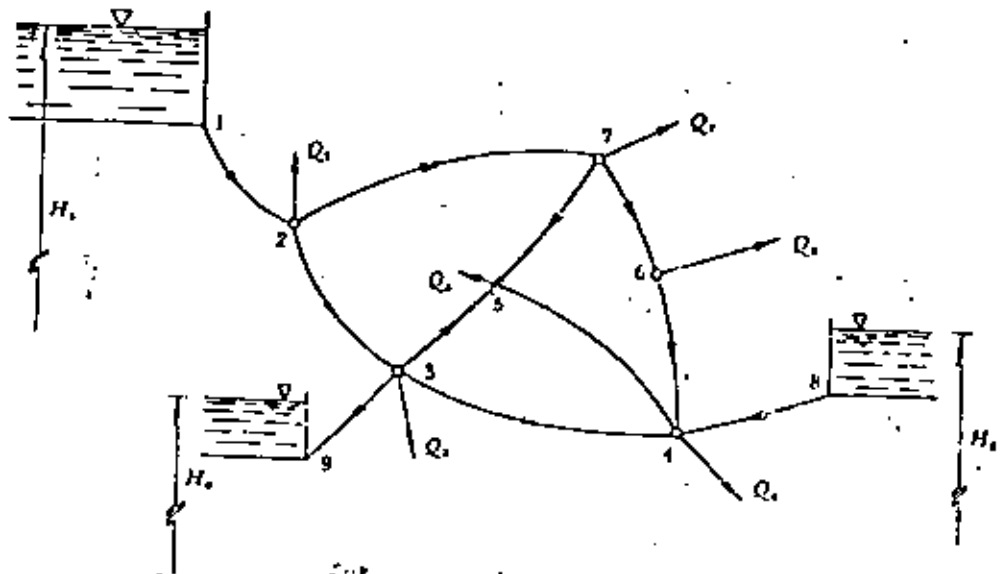


Fig 2.16 Ejemplo de red cerrada.

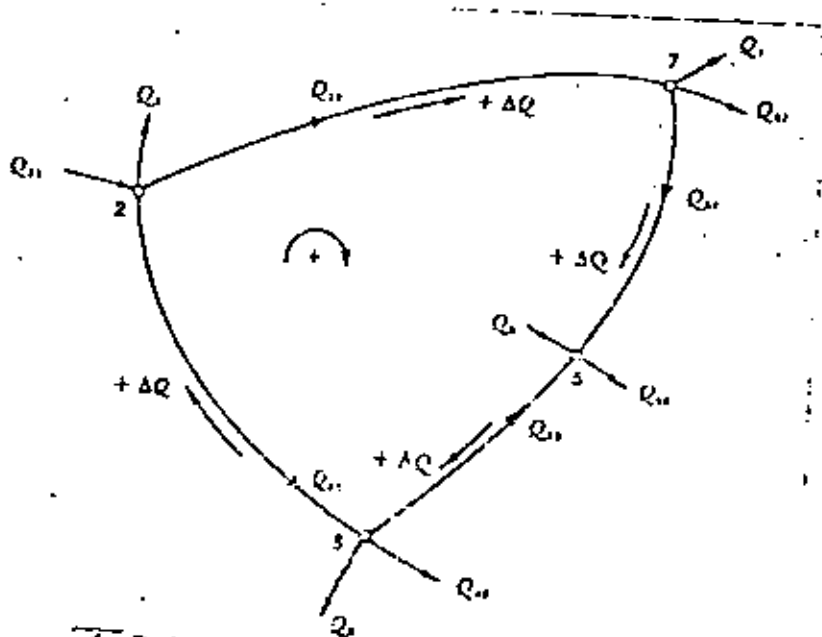
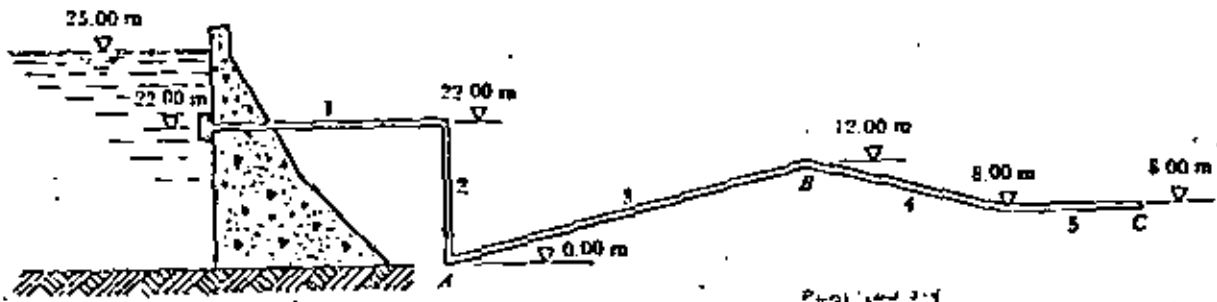
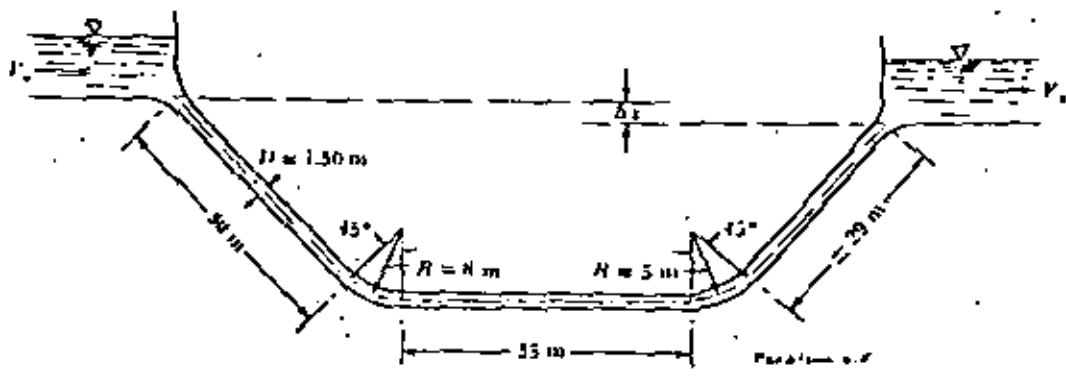


Fig 2.17 Circuito elemental en una red cerrada.



Problem 2.4



Problem 2.5

Tabla 2.3 Coeficientes de pérdida para válvulas de compuerta de diámetro  $D = 50$  mm.

$c$	$K$	$A/A_0$
1/8	0.07	0.949
2/8	0.26	0.856
3/8	0.81	0.74
4/8	2.06	0.609
5/8	5.52	0.466
6/8	17	0.315
7/8	97.8	0.159
31/32	159	—

2.3

Tabla 2.5 Coeficientes de pérdida para válvulas esféricas.

$\theta^\circ$	$K$	$A/A_0$
5	0.05	0.926
10	0.29	0.85
15	0.75	0.772
20	1.56	0.692
25	3.10	0.613
30	5.17	0.535
35	9.68	0.458
40	17.3	0.385
45	31.2	0.315
50	52.6	0.25
55	106	0.19
60	206	0.137
65	486	0.091
82	$\infty$	0

2.5

Tabla 2.4 Coeficientes de pérdida para válvulas de compuerta cuyo diámetro es menor o mayor de 50 mm

$D$ mm	25	100	150	300	900
Valores de $c$	0.95	—	—	850	680
	0.9	—	—	215	165
	0.8	—	—	47	35
	0.75	32	16	—	—
	0.7	—	—	16	12
	0.6	—	—	7	5.5
	0.5	4.1	2.6	3.3	2.7
	0.4	—	—	1.7	1.3
	0.3	—	—	1.05	0.65
	0.25	0.23	0.14	—	—
	0.2	—	—	0.68	0.29
	0	0.23	0.14	—	—

2.4

Tabla 2.6 Coeficientes de pérdida para válvulas de lenteja

$\theta^\circ$	$K$	$A/A_0$
5	0.24	0.913
10	0.52	0.826
15	0.90	0.741
20	1.54	0.658
25	2.51	0.577
30	3.91	0.500
35	6.22	0.426
40	10.8	0.357
45	18.7	0.293
50	32.6	0.234
55	58.8	0.181
60	118	0.124
65	256	0.094
70	751	0.06
90	$\infty$	0

2.6

# CURSO HIDRAULICA APLICADA A LA CONSTRUCCION

COSTA RICA, C. A.

Tema VI.- Agua subterránea

Profr. M. I. Oscar Vega Raldón

## Bibliografía:

- 1.- Apuntes del curso "Hidráulica aplicada a la construcción", Centro de Educación Continua de la Facultad de Ingeniería de la UNAM, por el Ing. Rubén Chávez Guillón (se anexa copia).
- 2.- Geohydrology, por el Profr. Roger J. M. De West (Wiley, Nueva York).
- 3.- Curso de geohidrología teórica y práctica, por el Dr. Etienne J.P. Stretta y el Ing. Rodolfo del Arenal (Instituto de Geofísica de la UNAM, México).

## FLUJO DE AGUA EN MATERIALES PERMEABLES

---

Por el Ing. Rubén Chávez G.

### I.- LA PERMEABILIDAD.

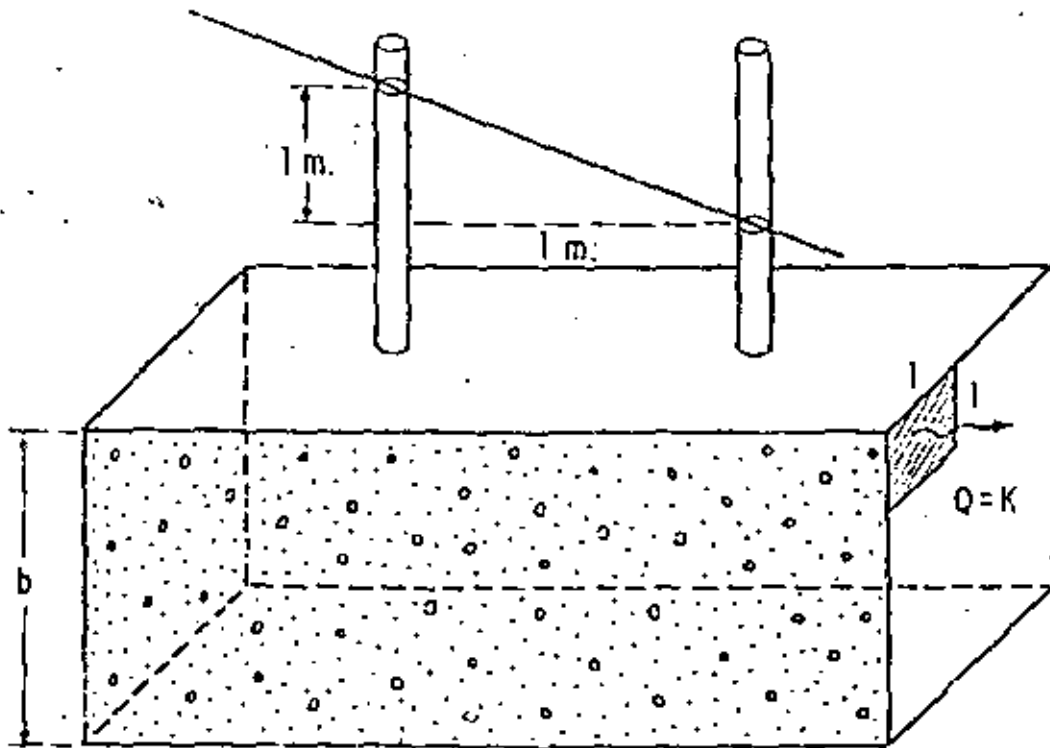
#### 1.1.- INTRODUCCION.

La permeabilidad de un material es una de las características que mayor interés revisten para el ingeniero. Así, por ejemplo, en el campo de la Mecánica de Suelos la permeabilidad juega un papel muy importante en varios fenómenos, entre ellos el de la consolidación, y su conocimiento es indispensable para cuantificar el caudal de agua que circula a través del elemento permeable de una estructura o por debajo de ella. La característica en cuestión también interviene en forma preponderante en problemas agrológicos, tales como el diseño de sistemas de drenaje. En el campo de la Geohidrología la permeabilidad tiene importancia primordial: de ella depende fundamentalmente el rendimiento de las captaciones y la velocidad de circulación del agua subterránea; su conocimiento es esencial para cuantificar los caudales de flujo subterráneo y la velocidad de propagación de un contaminante en el subsuelo; así mismo, es uno de los datos básicos para simular el comportamiento de un acuífero. Y, probablemente, es en este campo donde su determinación plantea mayores dificultades.

#### 1.2.- CONCEPTO DE PERMEABILIDAD.

##### Ley de Darcy.-

En 1856 Henri Darcy estudió experimentalmente el fenómeno del flujo a través de filtros de arena. Como resultado de sus observaciones estableció la ley que lleva su nombre, la cual constituye una de las bases de la Teoría del Flujo en Medios Porosos. De acuerdo con esta ley, la velocidad con que circula un fluido a través de un material poroso es directamente proporcional a la pérdida de carga hidráulica e inversamente proporcional a la longitud recorrida, esto es, directamente proporcional al gradiente hidráulico.



Matemáticamente, lo anterior puede expresarse:

$$v = K.i$$

siendo:  $v$ , la velocidad aparente de flujo;  $i$ , el gradiente hidráulico, y  $K$ , el Coeficiente de Permeabilidad, también llamado Permeabilidad Efectiva y Conductividad Hidráulica.

De lo anterior resulta evidente que el coeficiente de permeabilidad tiene unidades de velocidad, ya que el gradiente es adimensional. Dicho coeficiente puede expresarse en diversas unidades consistentes; en el sistema métrico decimal generalmente se expresa en cm/seg. En la tabla siguiente se presentan los rangos de valores de la permeabilidad correspondientes a los materiales granulares más comunes.

Material	Coeficiente de Permeabilidad (cm/seg).	
Arcilla	$10^{-6}$	- $10^{-9}$
Arenas finas. Mezcla de arena, limo y arcilla	$10^{-3}$	- $10^{-7}$
Arena gruesa. Mezclas de grava y arena.	$10^{-3}$	- 1
Grava	1	- $10^2$



Puesto que

$$Q = A \cdot v$$

se tiene

$$Q = A \cdot K \cdot i$$

de donde se desprende la siguiente definición de la característica de que se trata: la permeabilidad de un material poroso es la cantidad de fluido que pasa a través de una sección de área unitaria, transversal al flujo, bajo un gradiente hidráulico unitario.

Factores que Influyen en el Valor de la Permeabilidad.-

El valor del coeficiente K depende tanto de las características del medio como de algunas características del fluido. Se ha demostrado que para considerar separadamente la influencia de ambos factores, dicho coeficiente puede expresarse:

$$K = k_i \cdot \frac{\gamma}{\mu}$$

siendo:  $k_i$ , la permeabilidad intrínseca o específica dependiente exclusivamente de las características del material;  $\gamma$  y  $\mu$ , el peso específico y la viscosidad dinámica del fluido, respectivamente.

A su vez,  $k_i$  puede expresarse en función de una longitud característica, llamada "Radio Hidráulico" del medio.

$$k_i = C d^2$$

en que: d es el diámetro efectivo, y C, el llamado Factor de Forma, que toma en cuenta: forma y acomodo de los granos, estructura y estratificación, grado de compactación o cementación, presencia de agujeros o fisuras, etc.

### Rango de Validez de la Ley de Darcy.-

Por analogía con el flujo en tuberías se define un "Número de Reynolds",  $Nr$ , para el medio poroso, como sigue:

$$Nr = \frac{v \cdot d}{\nu}$$

en que:  $v$  es la velocidad aparente de flujo, dada por la Ley de Darcy;  $d$ , una longitud característica (diámetro medio o diámetro efectivo de los granos), y  $\nu$ , la viscosidad cinemática del fluido.

Tal número es un indicador del régimen de flujo. Mediante experimentos de laboratorio diversos investigadores han demostrado que cuando  $Nr$  toma valores menores de 1, el régimen es laminar; para valores mayores de 10, es turbulento, y para valores entre 5 y 10 se presenta la transición entre ambos. Afortunadamente, en la gran mayoría de los casos el flujo a través de materiales granulares es laminar y, por tanto, la Ley de Darcy es aplicable.

### 1.3.- DETERMINACION DE LA PERMEABILIDAD.

Existen varios procedimientos para determinar la permeabilidad de un material. Algunos de ellos consisten en la utilización de aparatos específicamente diseñados para tal fin, como los permeámetros; otros, en cambio, permiten determinar el valor del coeficiente en cuestión mediante pruebas que persiguen otro objetivo, tales como la prueba de consolidación y la prueba horizontal de capilaridad.

Todos estos procedimientos fueron desarrollados en el campo de la Mecánica de Suelos y proporcionan valores muy precisos de la permeabilidad. En la mayoría de los problemas tratados por esta Disciplina, el medio puede suponerse, para efectos prácticos, homogéneo con respecto a sus características hidráulicas, puesto que éstas muchas veces son controladas artificialmente; por consiguiente, el valor de la permeabilidad obtenido a partir del análisis de una o varias muestras puede considerarse representativo de todo el medio.

Sin embargo, en el campo de la Geohidrología las condiciones son totalmente diferentes: en el subsuelo -

todas las formaciones geológicas presentan una mayor o menor heterogeneidad, por lo que un valor prácticamente puntual de la permeabilidad, por preciso que sea, obtenido mediante los métodos antes señalados, resulta de muy poca utilidad; y esto independientemente de la gran dificultad que existe para reproducir en el laboratorio las condiciones que el material tenía in situ. Por esta razón, dentro de esta Especialidad se han desarrollado pruebas de campo tendientes a determinar más bien un valor medio de la permeabilidad correspondiente a un cierto volumen de material. Tal es el objetivo de las llamadas "Pruebas de Bombeo".

## II.- PRUEBAS DE BOMBEO.

### 2.1.- GENERALIDADES.

El conocimiento de las características físicas e hidráulicas del sistema acuífero es básico para el estudio de los problemas señalados.

Generalmente, un buen corte geológico derivado de la clasificación de las muestras de los materiales atravesados durante la perforación, proporciona una idea del tipo de sistema de que se trata. De la correlación de la litología de los materiales con los rangos de permeabilidad correspondientes, puede deducirse la transmisibilidad del acuífero; lógicamente, el valor así obtenido es sólo aproximado, ya que durante la perforación y el muestreo se alteran las condiciones que tiene el material in situ, especialmente por lo que se refiere al acomodo y grado de compactación, factores que tienen gran influencia en la permeabilidad.

### 2.2.- OBJETIVOS DE LA PRUEBA.

Sin embargo, la transmisibilidad deducida en esta forma es prácticamente puntual, y la respuesta de los niveles al bombeo depende más bien de la transmisibilidad media de la porción de acuífero afectada por el mismo. Por otra parte, dicha respuesta no sólo es función de la transmisibilidad, sino también de otras propiedades hidráulicas y de las condiciones de frontera particulares del sistema de que se trata. Es necesario, pues, efectuar una prueba que dé una idea del tipo de sistema, y proporcione valores de las características hidráulicas del acuífero en el área de influencia del bombeo. Tales son los objetivos de la llamada "prueba de bombeo".

La prueba consiste en observar los efectos provocados en la superficie freática o piezométrica de un acuífero por la extracción de un caudal conocido. Los efectos (abundamientos) son registrados en el pozo de bombeo y en pozos próximos a él.

### 2.3.- SELECCION DEL SITIO DE PRUEBA.

En ocasiones, el sitio de la prueba está obligado; por ejemplo, cuando se trata de un problema de carácter local o interesa conocer las características hidráulicas del acuífero en un sitio específico.

En estudios geohidrológicos de carácter regional, generalmente hay cierta flexibilidad para elegir el sitio de prueba. Habiendo disponibilidad presupuestal para construir pozos con este fin, la prueba puede llevarse a cabo en el sitio que más convenga; aunque lo más frecuente es que tengan que utilizarse pozos ya existentes. Si en el área de interés hay varios pozos utilizables para el propósito de que se trata, en la elección del más adecuado deben considerarse los aspectos siguientes:

- que el equipo de bombeo se encuentre en condiciones apropiadas para sostener un caudal constante durante la prueba.
- que la profundidad al nivel del agua sea fácilmente medible.
- que el caudal de extracción pueda ser fácilmente aforado.
- que el agua bombeada no se infiltre hasta el acuífero en las proximidades del pozo.
- que las características constructivas y el corte geológico del pozo sean conocidos, y
- que los pozos próximos no operen durante la prueba.

Puesto que no es fácil que se cumplan simultáneamente todos estos requisitos, en cada caso deberá juzgarse con cierto criterio, si el incumplimiento de uno o varios de ellos obstaculiza significativamente o no, el buen desarrollo y la interpretación de la prueba.

#### 2.4.- POZOS DE OBSERVACION.

Para la interpretación completa de una prueba, lo ideal es contar con uno o varios pozos de observación -- dispuestos a diferentes distancias del pozo de bombeo. Cuando esto es posible las características deducidas son más -- confiables y representativas de un área mayor. Por ello, es muy recomendable disponer al menos de un pozo de observación.

### Ubicación de los Pozos de Observación.

De gran importancia es la adecuada ubicación de los pozos de observación con respecto al de bombeo. No hay una regla fija que indique la distancia a que deben situarse, ya que ésta depende de las condiciones locales particulares de cada caso. En términos generales, el emplazamiento de los pozos de observación a distancias entre 30 y 100 m del pozo de bombeo, es adecuado en la mayoría de los casos; aunque para una ubicación más cuidadosa deben contemplarse los aspectos siguientes: el tipo y la transmisibilidad del acuífero, el caudal de descarga, la ubicación y longitud del cedazo del pozo de bombeo.

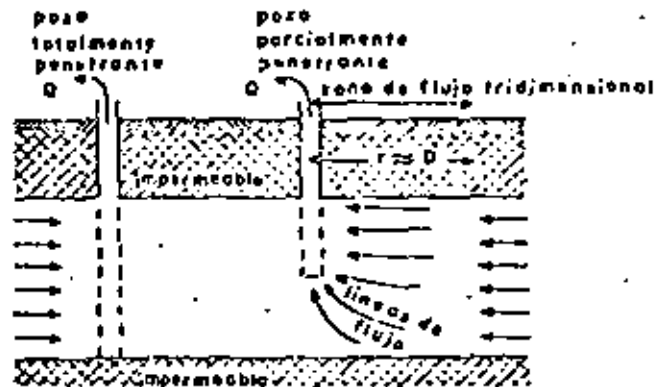
En acuíferos confinados la propagación de los efectos del bombeo es muy rápida y, por tanto, los abatimientos pueden ser medibles a distancias hasta de varios cientos de metros, incluso para tiempos cortos de bombeo. Por esta razón, en este tipo de acuíferos los pozos de observación pueden situarse bastante alejados del pozo de prueba. En cambio, en los acuíferos freáticos la propagación de los abatimientos es mucho más lenta; por consiguiente, los pozos de observación deben situarse más próximos al de bombeo, a fin de que los abatimientos sean medibles sin prolongar demasiado la prueba.

Mientras mayor es la transmisibilidad de un acuífero más extenso es el cono de abatimientos. Entonces, en un acuífero de alta transmisibilidad los pozos de observación pueden situarse más alejados del pozo de bombeo, que en un acuífero de transmisibilidad baja.

La magnitud de los abatimientos es directamente proporcional al caudal bombeado. Si éste es pequeño, los abatimientos provocados en pozos de observación relativamente alejados pueden no ser medibles, aun cuando la influencia del bombeo ya se haya extendido hasta ellos. Por tanto, mientras más bajo sea el caudal extraído, más próximos deben situarse los pozos de observación.

Cuando el cedazo del pozo de bombeo capta la mayor parte del espesor del acuífero, el flujo es predominantemente lateral. En este caso, los pozos de observación registran el mismo abatimiento independientemente de la posición y de la ubicación de su cedazo. Por el contrario, si el cedazo

del pozo bombeado capta sólo una parte del espesor del acuífero, la distribución vertical de los abatimientos no es uniforme, debido a que el flujo es tridimensional en las proximidades del pozo; como consecuencia, los abatimientos registrados en un pozo de observación dependen de la ubicación y longitud de su cedazo, y la interpretación de la prueba resulta bastante más complicada. Por esta razón, en tal caso es preferible emplazar los pozos de observación a distancias mayores de 1.5 veces el espesor del acuífero, para las cuales el flujo es prácticamente horizontal.



#### Profundidad de los Pozos de Observación.-

Tan importante como su ubicación con respecto al pozo de bombeo, es la adecuada profundidad de los pozos de observación. Naturalmente, debe cuidarse que estos capten el mismo acuífero que está siendo bombeado. Cuando el pozo de bombeo capta la mayor parte del espesor del acuífero, y éste es más o menos homogéneo, no es necesario que los pozos de observación penetren totalmente al acuífero, siendo suficiente un cedazo de longitud reducida, de preferencia ubicado a la profundidad en que se encuentra la parte media del cedazo del pozo de bombeo.

Sin embargo, si el acuífero tiene intercalaciones de materiales arcillosos, es conveniente que el cedazo de los pozos de observación sea de mayor longitud o, todavía mejor, que se construyan pozos de observación que capten cada estrato permeable, con el propósito de definir la intercon-

xión entre ellos. Así mismo, cuando se trata de acuíferos semiconfinados, es conveniente instalar también pozos de observación en el estrato semiconfinante, con el objeto de registrar los abatimientos provocados en él, lo que permite un conocimiento más preciso de su permeabilidad vertical.

#### Limitaciones.-

Obviamente, el empleo de pozos de observación enfrenta una gran dificultad: su construcción en la mayoría de los casos no es viable por limitaciones económicas. Por otra parte, aun cuando dichas limitaciones no sean muy serias, es frecuente que no se aprecie lo suficiente la utilidad de una prueba confiable, y que la construcción de los pozos "testigo" se considere un gasto inútil.

Al respecto, cabe aclarar que el costo de tales pozos no es muy significativo, ya que su diámetro puede ser muy reducido y, por lo general, no se requiere que penetren totalmente al acuífero; por el otro lado, el mejor conocimiento del tipo de sistema y de sus características hidráulicas, que se logra cuando se dispone de ellos, es invaluable en el estudio de diversos problemas de agua subterránea.

Cuando no se dispone de medios económicos para construirlos, pero se tiene cierta libertad para elegir el emplazamiento del pozo de bombeo, éste puede ubicarse en las proximidades de pozos existentes para utilizarlos en la prueba, siempre y cuando las características de ellos sean adecuadas para tal fin. Lo más común, sin embargo, es que no se disponga de pozos de observación, y que la prueba se limite a observar los abatimientos en el pozo de bombeo. Debido a que en su interior y en su vecindad inmediata se presentan efectos locales complejos, difíciles de tomar en cuenta en las soluciones teóricas (concentraciones de flujo; influencia del filtro de grava; pérdidas por entrada, fluctuaciones, cambios de dirección; turbulencias . . .), la interpretación de las pruebas en este caso es aún muy dudosa y, por lo mismo, los resultados de ella deben tomarse con ciertas reservas.

#### 2.5.- DURACION DE LA PRUEBA.

La duración recomendable de una prueba de bombeo depende de las características del sistema acuífero estudiado y de la precisión con que se desea conocer sus características hidráulicas; desde luego, en la práctica está sujeta a la



disponibilidad de los pozos (cuando se utilizan pozos particulares) y a limitaciones económicas. Una prueba de larga duración tiene varias ventajas: las características deducidas de su interpretación son representativas de una área mayor, ya que los efectos del bombeo se propagan a mayor distancia; en ocasiones, revela la presencia de fronteras laterales; en algunos casos, se alcanza la estabilización del cono de abatimiento, facilitando la interpretación de la prueba.

La duración recomendable varía entre varias horas y varios días, siendo conveniente prolongarla tanto como sea posible, sobre todo cuando se cuenta con pozos de observación; en caso contrario, no se justifica realizar pruebas largas y, en general, son suficientes unas cuantas horas de bombeo. En todo caso, el graficado, en el sitio de prueba, del comportamiento de los niveles del agua proporciona elementos de juicio para continuar o suspender la prueba, como se indica más adelante.

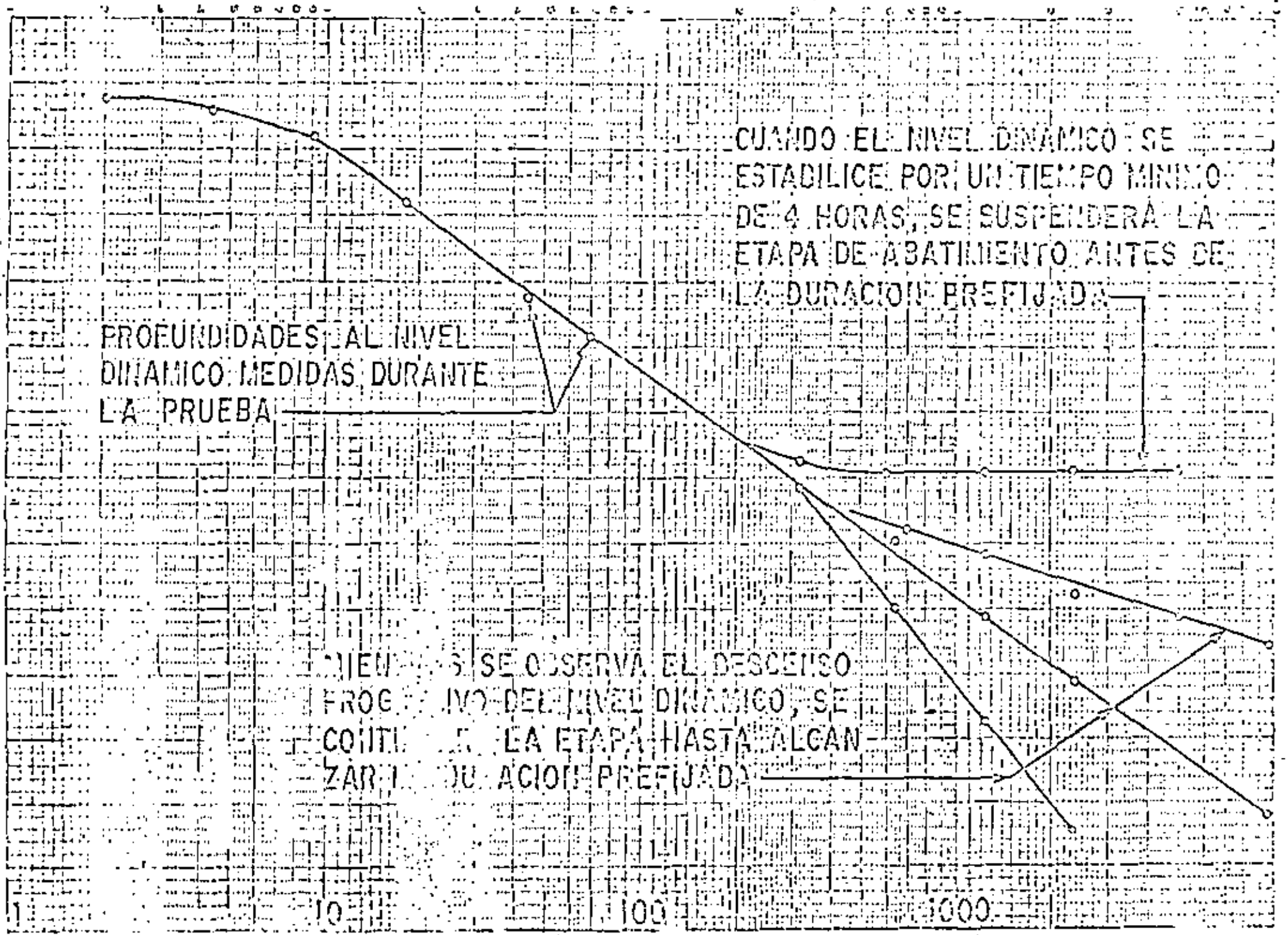
Para verificar los resultados deducidos mediante la llamada "etapa de bombeo" ó "etapa de abatimiento", se lleva a cabo la llamada "etapa de recuperación", que consiste en observar el comportamiento de los niveles al suspender el bombeo durante un cierto tiempo; la duración de esta etapa es, generalmente, semejante a la de la etapa anterior.

## 2.6.- EJECUCION DE LA PRUEBA.

Antes de iniciar la prueba, se revisará el equipo a utilizar (cronómetros, sondas, cintas métricas, escuadra para aforo, etc.), para verificar su correcto funcionamiento. El cable de las sondas deberá ser previamente calibrado. Cuando se cuente con varias sondas, se procurará, en lo posible, que todas las observaciones en un pozo se efectúen con la misma sonda.

Seguidamente, se llevarán a cabo las actividades siguientes:

a).- Inmediatamente antes de iniciar el bombeo, se medirá la profundidad al nivel estático en el pozo de bombeo y en el (o los) de observación. Se anotará la hora de iniciación de la prueba y las lecturas iniciales con el nombre de los pozos a que corresponden.



b).- Se iniciará el bombeo, procurando mantener un caudal constante, y se procederá a medir la profundidad al nivel del agua en el pozo de bombeo y en el (o los) de observación, con la secuencia de tiempos que se indica a continuación:

LECTURA	TIEMPO A PARTIR DE LA INICIACION DEL BOMBEO
1	Inmediatamente antes de iniciar el bombeo.
2	15 Segundos
3	30 Segundos
4	1 Minuto
5	2 Minutos
6	4 Minutos
7	8 Minutos
8	15 Minutos
9	30 Minutos
10	1 Hora
11	2 Horas
12	4 Horas
13	8 Horas
14	16 Horas
15	24 Horas
16	32 Horas
17	40 Horas
18	48 Horas

c).- A intervalos de tiempo seleccionados, se harán las observaciones o lecturas necesarias para cuantificar el caudal de bombeo.

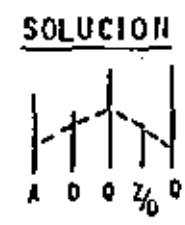
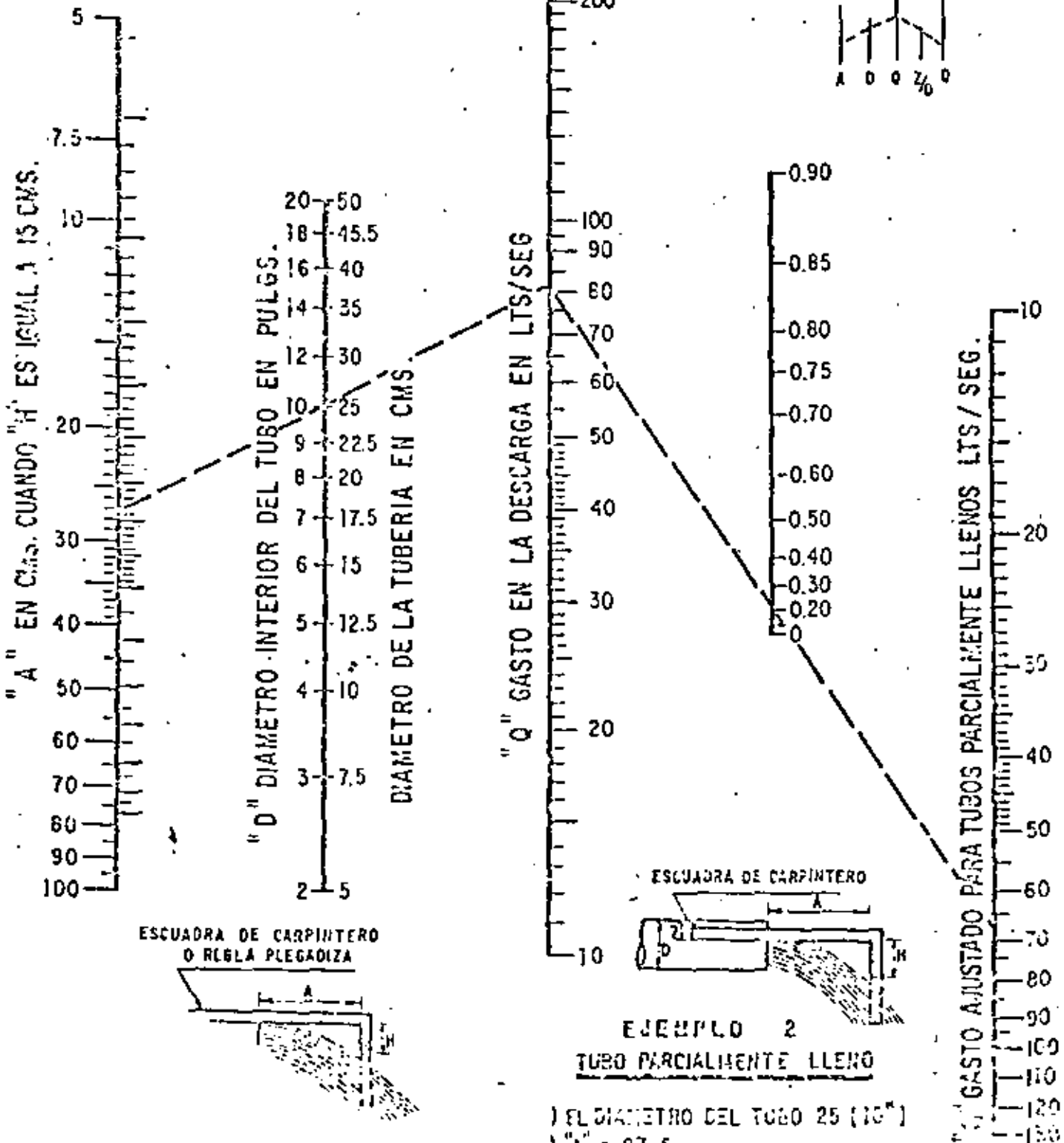
d).- Con las observaciones realizadas, se - - - construirá, en el sitio de prueba, la gráfica de variación del nivel dinámico en el tiempo, para el pozo de bombeo y - para cada uno de los pozos de observación. En la graficación podrá utilizarse papel con trazado aritmético o semilogarítmico ( los tiempos se llevarán en la escala logarítmica ). Estas gráficas son útiles para juzgar el correcto desarrollo de la prueba: permiten detectar errores de medición, variaciones sensibles de caudal y otras anomalías causadas por factores externos, y constituyen un elemento de juicio para continuar o suspender una prueba.

# NOMOGRAMA PARA CALCULAR EL GASTO A TRAVÉS DE UN TUBO

FORMULA RESUELTA

$$Q = 0.0174 \frac{A D^2}{\sqrt{H}}$$

D, H, A, EN CM.  
Q EN LPS



### EJEMPLO 2 TUBO PARCIALMENTE LLENO

- ) EL DIAMETRO DEL TUBO 25 (10")
- ) "A" = 27.5 cm.
- ) "H" = 15 cm.
- ) "Q" = 81 LTS./SEG.

- ) EL DIAMETRO DEL TUBO 25 (10")
- ) "A" = 27.5 cm.
- ) "H" = 15 cm.
- ) "Z" = 5 cm.
- $Z/B = \frac{\text{FALTANTE}}{\text{DIAMETRO}} = \frac{5}{25} = \frac{1}{5} = 0.20$
- Q = 81 LTS./SEG

e).- La duración de la etapa de bombeo, fijada inicialmente como se indicó en (2.5) podrá modificarse con el criterio siguiente:

- Si el caudal de bombeo varía apreciablemente, en forma continua e incontrolable, se suspenderá la prueba.
- Cuando en la gráfica nivel dinámico-tiempo, - del pozo bombeado (en trazado semilogarítmico o aritmético) se observe una estabilización del nivel dinámico por un tiempo mínimo de 4 hs, podrá suspenderse la etapa de bombeo antes de alcanzar la duración prefijada, (ver gráfica anexa).

f).- Una vez concluida la etapa de bombeo, se iniciará la de recuperación, en la que se efectuarán observaciones en los tiempos indicados a continuación:

LECTURA	TIEMPO A PARTIR DE LA SUSPENSION DEL BOMBEO
1	Inmediatamente antes de suspender el bombeo.
2	15 Segundos
3	30 Segundos
4	1 Minuto
5	2 Minutos
6	4 Minutos
7	8 Minutos
8	15 Minutos
9	30 Minutos
10	1 Hora
11	2 Horas
12	4 Horas
13	8 Horas
14	16 Horas
15	24 Horas
16	32 Horas
17	40 Horas
18	48 Horas

g).- Los tiempos indicados en los incisos b) y son una guía de la frecuencia con la que deben realizarse las observaciones. Si, por cualquier causa, no puede hacer-

VALORES DEL COEFICIENTE  
DE  
DESCARGA K' EN TUBERIAS

DIAMETRO DE ORIFICIO (")	DIAMETRO DE DESCARGA EN PULGADAS							
	3	4	5	6	7	8	10	12
2	0.639	0.453	0.552	0.553				
2 1/4	0.692	0.950	0.716	0.705	0.697			
2 1/2	1.243	0.973	0.901	0.881	0.870	0.859		
2 3/4		1.256	1.117	1.074	1.057	1.048		
3		1.852	1.353	1.293	1.275	1.253	1.231	
3 1/4		2.406	1.656	1.553	1.503	1.452	1.451	
3 1/2			2.014	1.845	1.767	1.735	1.706	
3 3/4			2.305	2.165	2.061	2.005	1.953	1.939
4			3.097	2.546	2.387	2.308	2.248	2.220
4 1/4				2.979	2.759	2.648	2.583	2.513
4 1/2				3.575	3.172	3.031	2.890	2.830
4 3/4				4.205	3.615	3.420	3.240	3.162
5				4.973	4.177	3.951	3.606	3.531
5 1/4					4.852	4.350	4.024	3.904
5 1/2					5.209	4.589	4.176	4.010
5 3/4					6.572	5.246	4.574	4.319
6						6.336	5.479	5.192
6 1/4						7.220	6.019	5.593
6 1/2						8.299	6.550	6.213
6 3/4							7.303	6.794
7							8.042	7.336
7 1/4							8.633	8.008
7 1/2							9.931	8.556
7 3/4							11.047	9.405
8							12.334	10.165
8 1/4							13.533	10.995
8 1/2								11.930
8 3/4								13.015
9								14.301
9 1/4								15.523
9 1/2								17.451
9 3/4								19.667
10								19.593

$$Q = K' \sqrt{h}$$

Q en lps

h en cm.

se contacto con el nivel dinámico en el tiempo señalado, se hará la medición y se indicará el tiempo real a que corresponde.

## 2.7.- COMENTARIOS GENERALES.

De todo lo expuesto se desprende que una prueba de bombeo requiere una cuidadosa programación e implica un cierto gasto más o menos significativo. Desde luego, la duración del bombeo y el número de pozos de observación recomendables en cada caso particular, depende del tipo de problema de que se trate. En muchos casos no se justifica una prueba larga, ni la construcción de pozos "testigo"; por ejemplo, cuando se trata de problemas de carácter muy local. En cambio, cuando se trata de problemas más complejos o de carácter regional, como el cálculo de la disponibilidad de agua subterránea de una zona, o el diseño de un campo de pozos o de un sistema de drenaje agrícola, se justifica plenamente el gasto que implica la ejecución de una prueba completa, ya que un conocimiento insuficiente o equivocado de las características del sistema, se puede traducir en graves perjuicios económicos.

## III.- ANÁLISIS DE LAS PRUEBAS.

La interpretación de las pruebas de bombeo en acuíferos granulares, se basa en soluciones teóricas deducidas resolviendo la ecuación diferencial de flujo, para las condiciones de frontera representativas de diversos sistemas. Dichas soluciones expresan matemáticamente el comportamiento de los niveles piezométricos en el área estudiada por el bombeo.

Al realizar una prueba, la gráfica de las observaciones sugiere el tipo de sistema de que se trata. Mediante consideraciones geológicas, hidrológicas y topográficas, basadas en la información complementaria disponible (datos geológicos, registros eléctricos, geología superficial, presencia de canales o ríos, pendiente topográfica, etc.), se confirma, modifica o descarta la suposición hecha inicialmente. Una vez identificado el sistema, a partir de las ecuaciones correspondientes pueden deducirse las características hidráulicas buscadas.

Naturalmente, para que el problema sea atacable analíticamente, es necesario simplificar los sistemas consid

rados, introduciendo algunas hipótesis. Las más comunes son:

- el acuífero tiene extensión lateral infinita.
- el acuífero es homogéneo, isótropo y de espesor uniforme en el área afectada por el bombeo.
- la superficie piezométrica o la superficie freática, según el caso, es aproximadamente horizontal en el área de influencia del bombeo, antes de iniciarse la prueba.
- el caudal de descarga es constante.
- el pozo capta totalmente el espesor del acuífero.

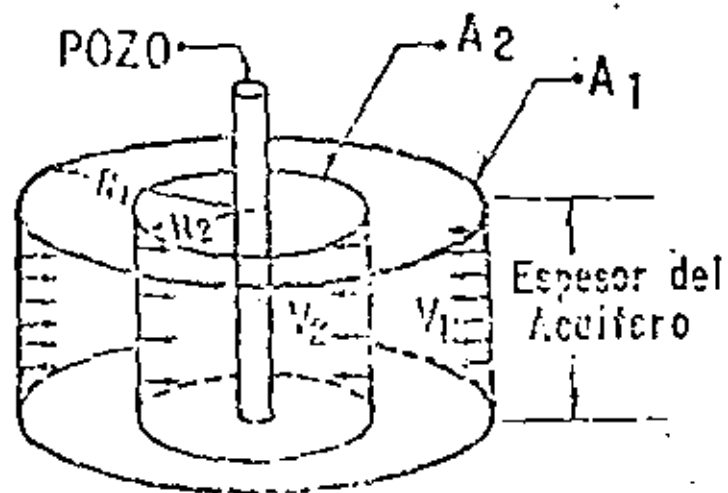
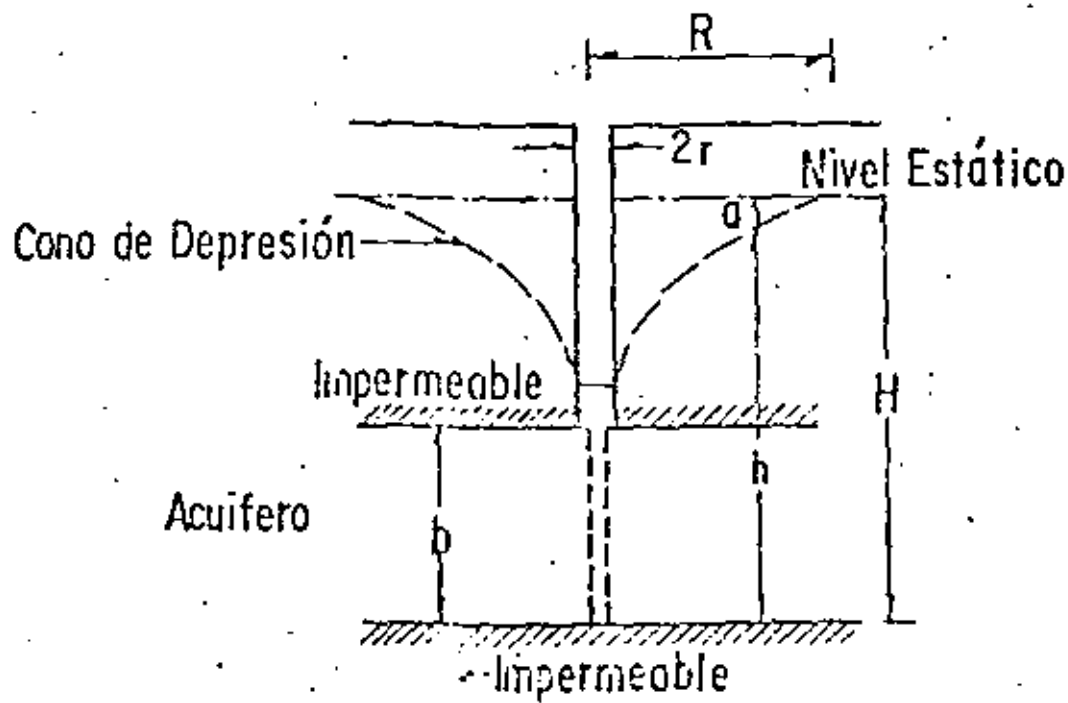
Aparentemente, estas hipótesis limitan seriamente la aplicabilidad de las soluciones a casos reales; sin embargo, no deben considerarse en forma rigurosa sino con un enfoque práctico. Es claro que las condiciones naturales siempre diferirán en cierta medida de las condiciones teóricas; pero en muchos casos tales desviaciones no son significativas desde el punto de vista práctico.

Conviene aclarar, sobre todo, que las hipótesis señaladas deben cumplirse, exclusivamente, en el área afectada por el bombeo, la cual no es de extensión muy considerable. Este hecho hace a las hipótesis más "razonables". En efecto, las características hidráulicas y el espesor medio de un acuífero, generalmente no presentan variaciones importantes en el área comprendida por el cono de abatimientos; en condiciones naturales la superficie freática o la superficie piezométrica tienen gradientes muy pequeños, por lo que pueden suponerse prácticamente horizontales; en cuanto a la homogeneidad, la presencia de intercalaciones de materiales de litología y permeabilidad diferentes a las del acuífero, sólo afectan localmente la distribución de abatimientos, pero no influyen significativamente en el comportamiento de conjunto del acuífero.

Obviamente, cuando las condiciones reales se apartan notablemente de las establecidas en las hipótesis, las soluciones basadas en éstas dejan de ser aplicables, y es ne-



# MECANISMO DEL FLUJO HACIA UN POZO



$$R_1 = 2 R_2 \quad A_1 = 2 A_2$$

$$V_2 = 2 V_1$$

cesario utilizar otras soluciones cuyas hipótesis se ajusten razonablemente a la situación real.

### 3.1.- MECANISMO DEL FLUJO HACIA UN POZO.

Quando un pozo es bombeado, la superficie freática (o piezométrica) del acuífero es abatida en sus alrededores. El abatimiento provocado es máximo en el pozo de bombeo y decrece conforme aumenta la distancia al pozo, hasta ser prácticamente nulo. Como el abatimiento a cierta distancia del pozo es el mismo en todas direcciones, el área de influencia del bombeo es un círculo (si el acuífero es relativamente homogéneo e isótropo) cuyo radio depende de las características hidráulicas y del tiempo de bombeo, entre otros factores.

Dado que la presión mínima se tiene en el pozo de bombeo, el agua fluye hacia él desde todas direcciones. Si el flujo es horizontal, conforme el agua se acerca al pozo, se mueve a través de superficies cilíndricas de área cada vez menor; como consecuencia, la velocidad del agua va incrementando conforme ésta se acerca al pozo. Puesto que la velocidad es proporcional al gradiente hidráulico, de acuerdo con la ley de Darcy, la pendiente de la superficie piezométrica incrementa gradualmente hacia el pozo, lo que da a dicha superficie una forma aproximadamente cónica. Por ello, a la depresión piezométrica provocada por el bombeo, se le acostumbra llamar "cono de depresión".

El agua bombeada por el pozo es tomada del almacenamiento del acuífero. Si no hay recarga vertical en el área afectada por el bombeo, la depresión piezométrica se va expandiendo afectando un área cada vez mayor. Al crecer el área afectada, los abatimientos necesarios para mantener la extracción del pozo son cada vez menores, alcanzándose un momento en el que la superficie piezométrica se estabiliza en las proximidades del pozo. En estas condiciones se dice que el flujo está establecido.

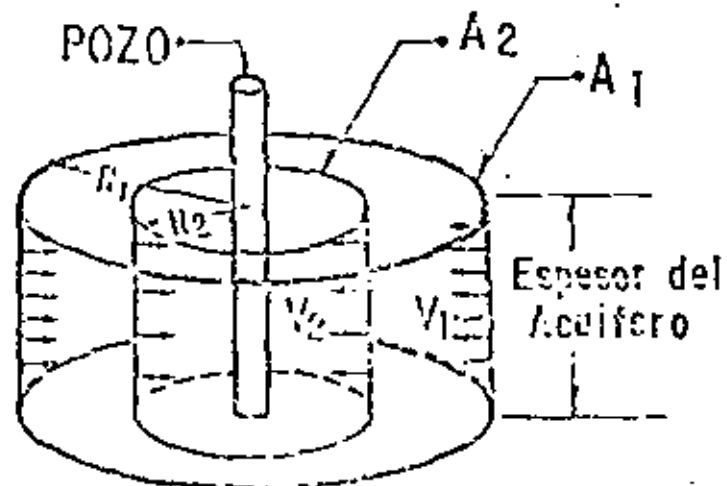
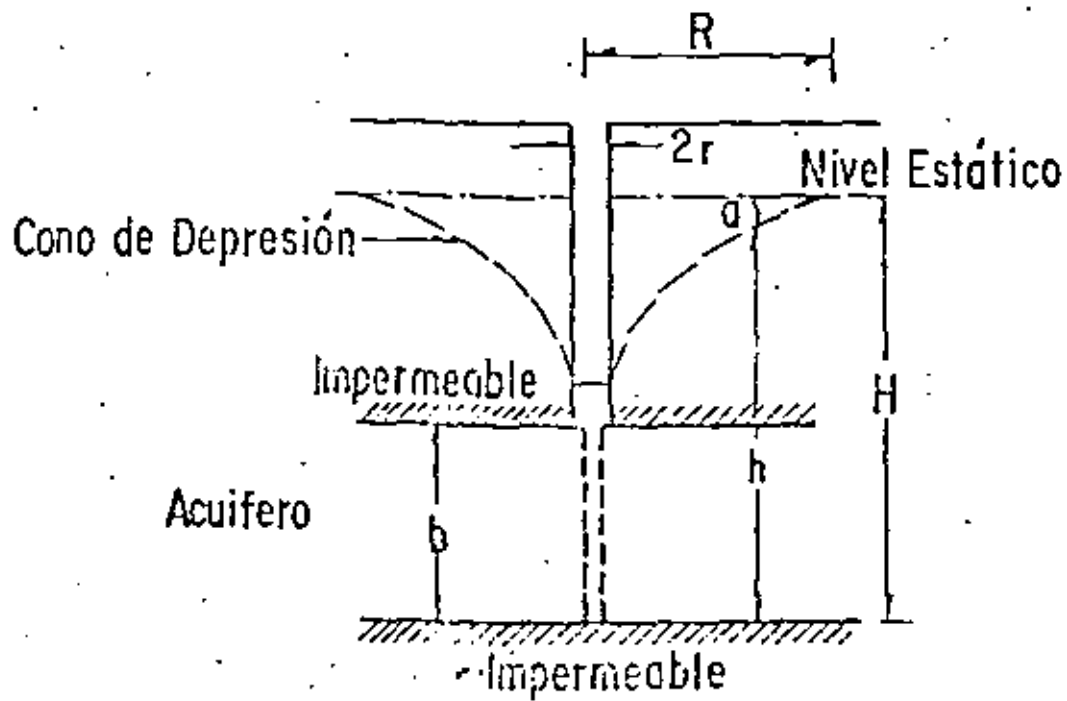
### 3.2.- POZOS EN ACUIFEROS CONFINADOS.

Pruebas en régimen de flujo establecido.-

Puede demostrarse que la solución de la ecuación diferencial

$$\frac{d^2h}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{dh}{dr} = 0 \quad (1)$$

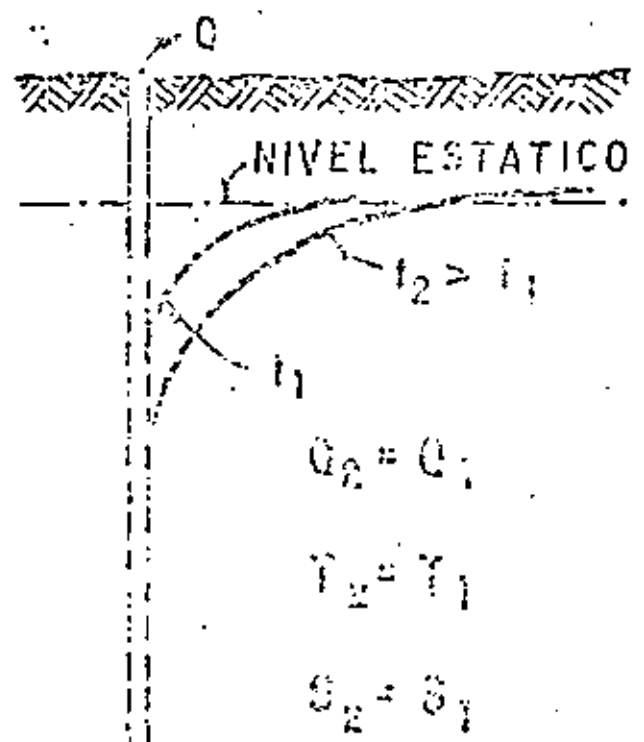
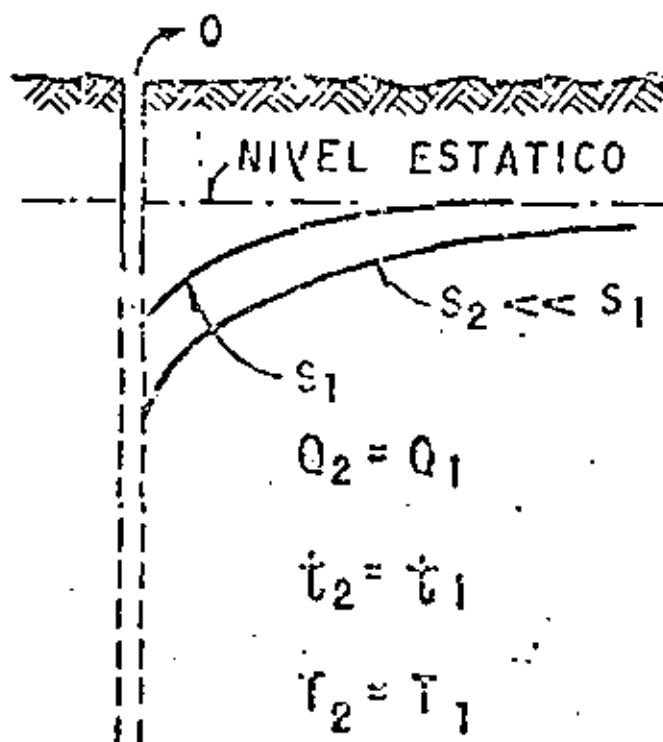
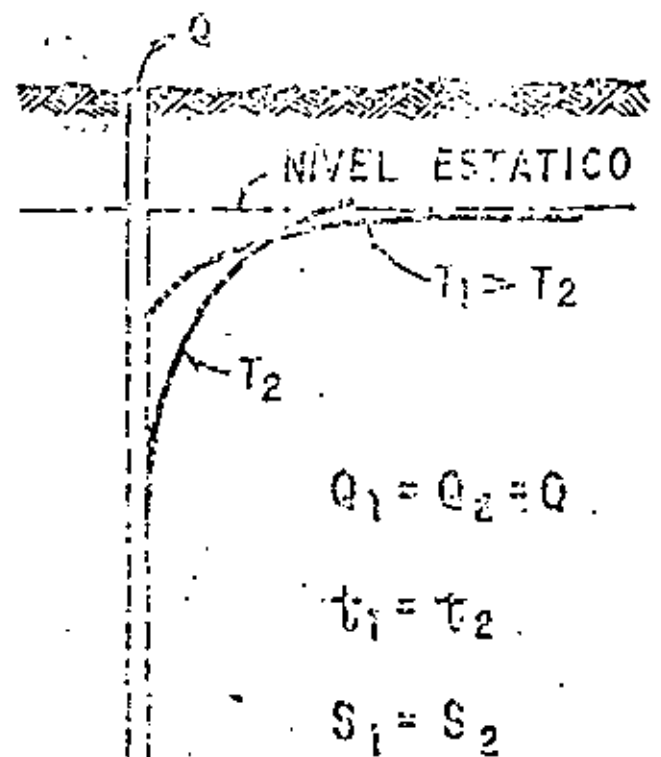
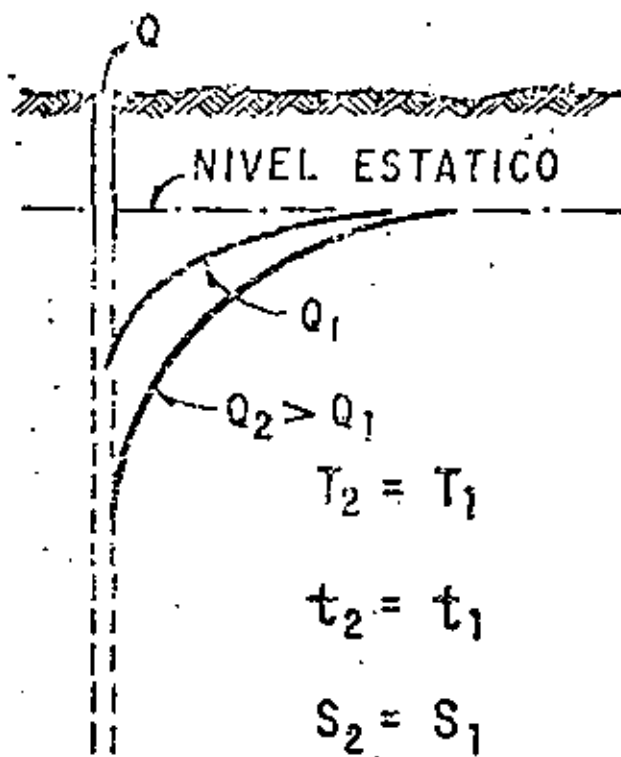
# MECANISMO DEL FLUJO HACIA UN POZO



$$R_1 = 2R_2 \quad A_1 = 2A_2$$

$$V_2 = 2V_1$$

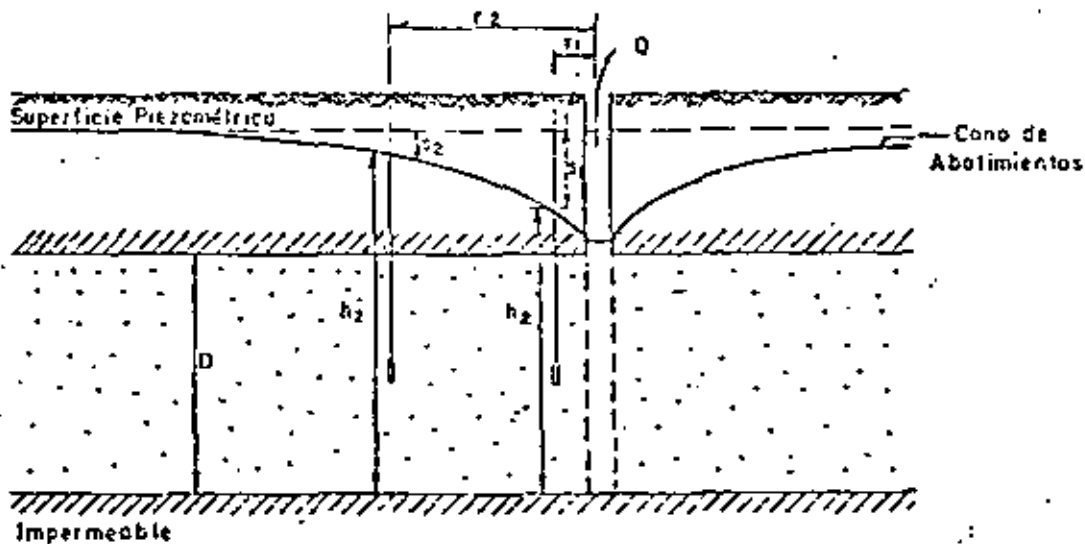
FIG. C. — INFLUENCIA DEL CAUDAL (Q) TIEMPO DE  
 SOBSEO (T), TRANSDUCIMIENTO (T),  
 ALMACENAMIENTO (S), EN LA FORMA Y  
 DIMENSIONES DEL CONO DE DEPRESION:



sujeta a las condiciones de frontera correspondientes al sistema ilustrado en la figura, es:

$$h_1 - h_2 = \frac{Q}{2\pi Kb} L \frac{r_1}{r_2} \quad (2)$$

en la que:  $h_1$  y  $h_2$  son las elevaciones del nivel del agua a las distancias  $r_1$  y  $r_2$  del pozo de bombeo, respectivamente;  $Q$ , el caudal bombeado;  $K$ , la permeabilidad del acuífero, y  $b$ , su espesor saturado. Esta solución se basa en la hipótesis de que el flujo hacia el pozo se encuentra establecido, y en todas las condiciones señaladas.



La expresión anterior, llamada "Fórmula de Thiem", permite calcular la permeabilidad cuando se conoce la posición del nivel del agua en dos pozos de observación:

$$K = \frac{Q}{2\pi b (a_2 - a_1)} L \frac{r_1}{r_2} \quad (3)$$

Cuando sólo se dispone de un pozo de observación, la permeabilidad se deduce mediante la ecuación:

$$K = \frac{Q}{2\pi b (a_p - a_1)} L \frac{r_1}{r_p} \quad (4)$$

## HIPOTESIS BASICAS DE LA ECUACION DE THIEM

- a ). - ACUIFERO HOMOGENEO E ISOTROPO EN EL AREA AFECTADA POR EL BOMBEO.
- b ). - EL ESPESOR DEL ACUIFERO ES CONSTANTE ( ACUIFERO CONFINADO ) O EL ESPESOR SATURADO INICIAL ES CONSTANTE ANTES DE INICIAR EL BOMBEO ( ACUIFERO LIBRE ).
- c ). - EL POZO ES TOTALMENTE PENETRANTE.
- d ). - LA SUPERFICIE PIEZOMETRICA O FREATICA ES HORIZONTAL ANTES DE INICIARSE EL BOMBEO.
- e ). - EL ABATIMIENTO EN LAS PROXIMIDADES DEL POZO NO VARIARIA EN EL TIEMPO.

en la que  $r_p$  es el radio del pozo de bombeo, y  $a_p$  es el abatimiento registrado en el mismo. Esta expresión debe utilizarse con reservas, porque el abatimiento medido en el pozo está influenciado por las pérdidas locales en el pozo de bombeo.

Aun cuando las fórmulas anteriores son aplicables a algunos casos prácticos, tienen dos limitaciones principales: no proporcionan información respecto al coeficiente de almacenamiento, ni permiten calcular los abatimientos en función del tiempo.

#### Pruebas de bombeo en régimen transitorio.-

En 1935, C. V. Theis inició el estudio de la hidráulica de pozos en régimen transitorio, al desarrollar la fórmula que lleva su nombre. Mediante ella pueden deducirse los valores de los coeficientes de transmisibilidad y almacenamiento, a partir de los abatimientos registrados en uno o varios pozos de observación para diferentes tiempos de bombeo, con la ventaja de que no es necesario esperar la estabilización del cono de abatimientos, como en el caso anterior.

La solución desarrollada por Theis, es:

$$a = \frac{Q}{4\pi T} W(u) \quad (5)$$

donde:  $a$  es el abatimiento registrado a la distancia  $r$  del pozo de bombeo;  $Q$ , es el caudal;  $T$ , la transmisibilidad;  $W(u)$ , la función de pozo, y

$$u = \frac{r^2 S}{4 T t} \quad (6)$$

Con base en las expresiones (5) y (6), Theis desarrolló el método gráfico-numérico de solución para determinar los parámetros  $T$  y  $S$ , que a continuación se describe:

- a).- Trazar la curva tipo  $W(u) - 1/u$  en papel con trazado doble logarítmico.
- b).- Construir la gráfica abatimiento-tiempo del pozo de observación en papel idéntico al utilizado en el inciso a).
- c).- Superponer las gráficas manteniendo los ejes paralelos, y buscar la coincidencia de la

## HIPOTESIS BASICAS DE LA ECUACION DE THEIS

- a) - EL ACUIFERO ES HOMOGENEO E ISOTROPO.
- b) - EL ESPESOR SATURADO DEL ACUIFERO ES CONSTANTE.
- c) - EL ACUIFERO TIENE EXTENSION LATERAL INFINITA.
- d) - EL CAUDAL BOMBEADO PROCEDE DEL ALMACENAMIENTO DEL ACUIFERO.
- e) - EL POZO ES TOTALMENTE PENETRANTE.
- f) - EL ACUIFERO LIBERA EL AGUA INSTANTANEAMENTE AL ABATIRSE LA SUPERFICIE PIEZOMETRICA.



curva de campo y curva tipo.

d).- Seleccionar un punto de ajuste y obtener sus coordenadas en los cuatro ejes.

e).- Substituir los valores de las coordenadas en las ecuaciones (5) y (6), despejando los valores de T y S.

En la figura se muestra la curva tipo; la figura ilustra la interpretación de una prueba de bombeo.

En general, debe darse menor peso a los puntos correspondientes a los tiempos más cortos, pues en esta parte de la prueba pueden tenerse las mayores discrepancias entre las condiciones reales y las hipótesis establecidas para obtener la fórmula: hay cierto retraso entre el abatimiento de la superficie piezométrica y la liberación del agua, retraso que puede ser mayor en esta parte de la prueba, en la que los niveles se abaten rápidamente; el caudal puede variar apreciablemente por el incremento brusco de la carga de bombeo, etc. Para tiempos mayores de bombeo, estas discrepancias se van minimizando y se tiene un mejor ajuste entre la teoría y las condiciones reales.

Un método más sencillo para la interpretación de las pruebas, fué desarrollado por Jacob, quien observó -- que para tiempos largos ( $t > 5Sr^2/T$ ), la ecuación (5) puede expresarse:

$$a = \frac{2.30 Q}{4 \pi r^2 T} \log \frac{2.25 Tt}{r^2 S}$$

A partir de esta fórmula, desarrolló el método gráfico de interpretación que lleva su nombre, y que consiste en lo siguiente:

a).- Construir la gráfica abatimiento (en escala aritmética) contra tiempo (en escala logarítmica).

b).- Pasar una recta por los puntos que se alinean, y determinar su pendiente. Los puntos correspondientes a los primeros minutos de la prueba se apartan generalmente.

# CURVA TIPO PARA INTERPRETACION DE PRUEBAS DE BOMBEO EN POZOS TOTALMENTE PENETRANTES EN ACUIFEROS CONFINANTES

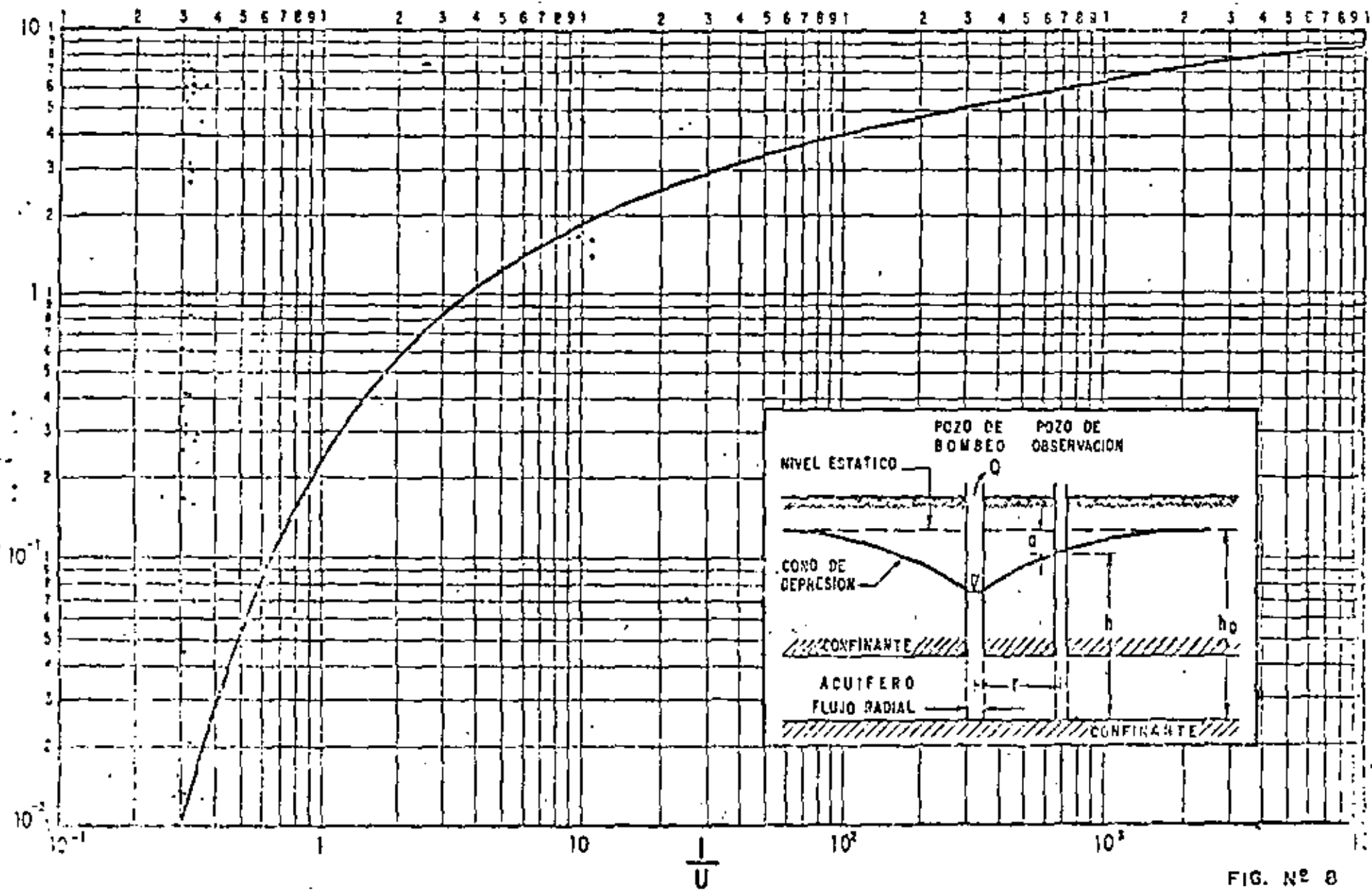


FIG. N° 8

de la recta, debido a que corresponden a tiempos cortos ( $t < 5r^2S/T$ ) para los cuales no es válida la fórmula de Jacob.

- c).- Si la pendiente de la recta de ajuste es  $\frac{h}{b}$  la transmisibilidad puede obtenerse de la expresión:

$$T = \frac{0.183 Q}{b}$$

- d).- Determinar el valor de  $t$ ,  $t_0$ , para el cual la prolongación de la recta de ajuste interseca la línea de abatimiento nulo.

- e).- Calcular el coeficiente de almacenamiento mediante la expresión:

$$S = \frac{2.25 T t_0}{r^2}$$

El mismo método puede seguirse cuando se conocen los abatimientos en varios pozos de observación para un tiempo dado. En este caso se grafica el abatimiento contra la distancia (en escala logarítmica). Los coeficientes buscados se obtienen mediante las fórmulas:

$$T = \frac{0.366 Q}{b}$$

$$S = \frac{2.25 T t}{r_0^2}$$

en que  $r_0$  es el valor de  $r$  para el cual la prolongación de la recta de ajuste interseca la línea de abatimiento nulo.

La forma más general del método se aplica cuando se tienen observaciones en varios pozos de observación para diferentes tiempos. En este caso, se llevan en el eje logarítmico los valores de la relación  $t/r^2$ , y se sigue la secuela descrita anteriormente.

En la figura se compara la curva tipo de Theis con la aproximación de Jacob, en trazado semilogarítmico; en la figura se ejemplifica la aplicación del método.

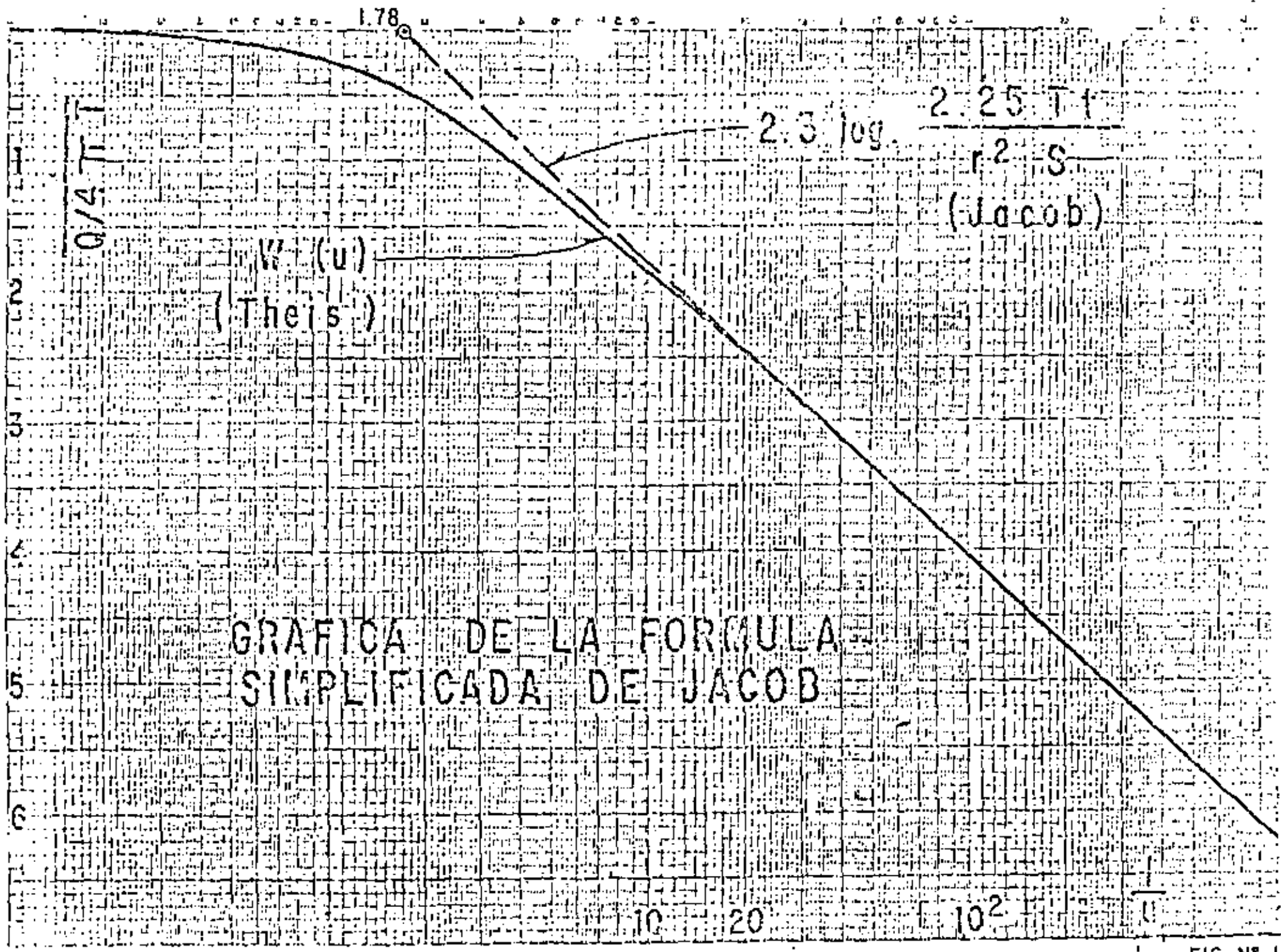


FIG. N° 1

# INTERPRETACION DE UNA PRUEBA DE BOMBEO

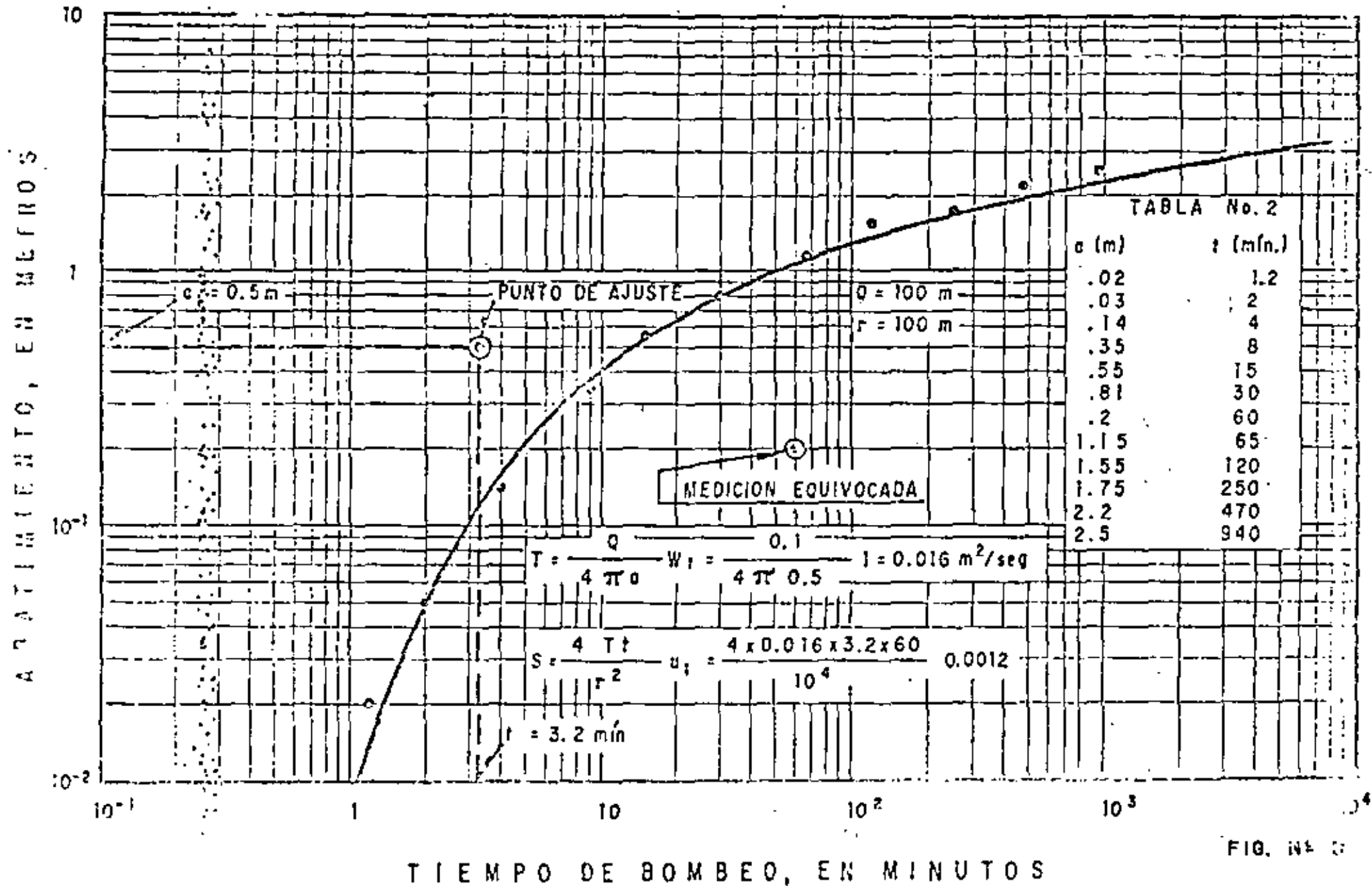


FIG. N° 3

TIEMPO DE BOMBEO, EN MINUTOS

$t_0 = 7.4 \text{ min.}$

SEMILOGARÍFICO

LECTURA EQUIVOCADA

$p = 1.2 \text{ m/ciclo}$

INTERPRETACION DE PRUEBA DE BOMBEO POR EL METODO DE JACOB.

$$T = \frac{0.183 Q}{p} = 0.015 \text{ m}^2/\text{s}$$

$$S = \frac{2.25 T t_0}{r^2} = 0.0015$$

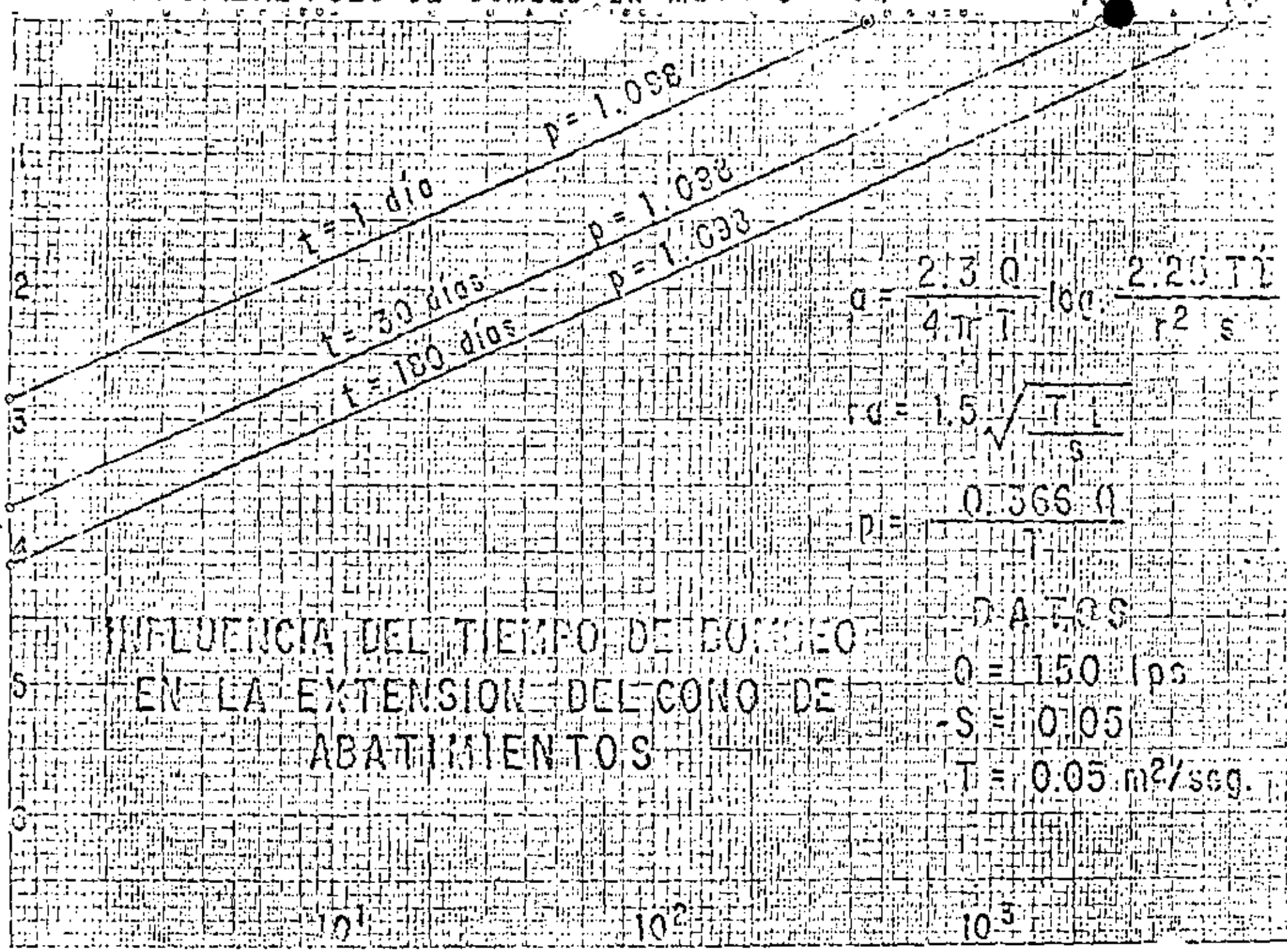
$Q = 100 \text{ lps}$

$r = 100 \text{ m}$

00 101 102 103

ABATIMIENTO EN METROS

ALCANTARILLO FUENTE DE BOMBEO EN METROS



INFLUENCIA DEL TIEMPO DE BOMBEO  
EN LA EXTENSION DEL CONO DE  
ABATIMIENTOS

$$a = \frac{2.3 Q}{4 \pi T} \frac{100}{r^2 s}$$

$$r_0 = 1.5 \sqrt{\frac{T t}{s}}$$

$$p = \frac{0.366 Q}{T}$$

DATOS

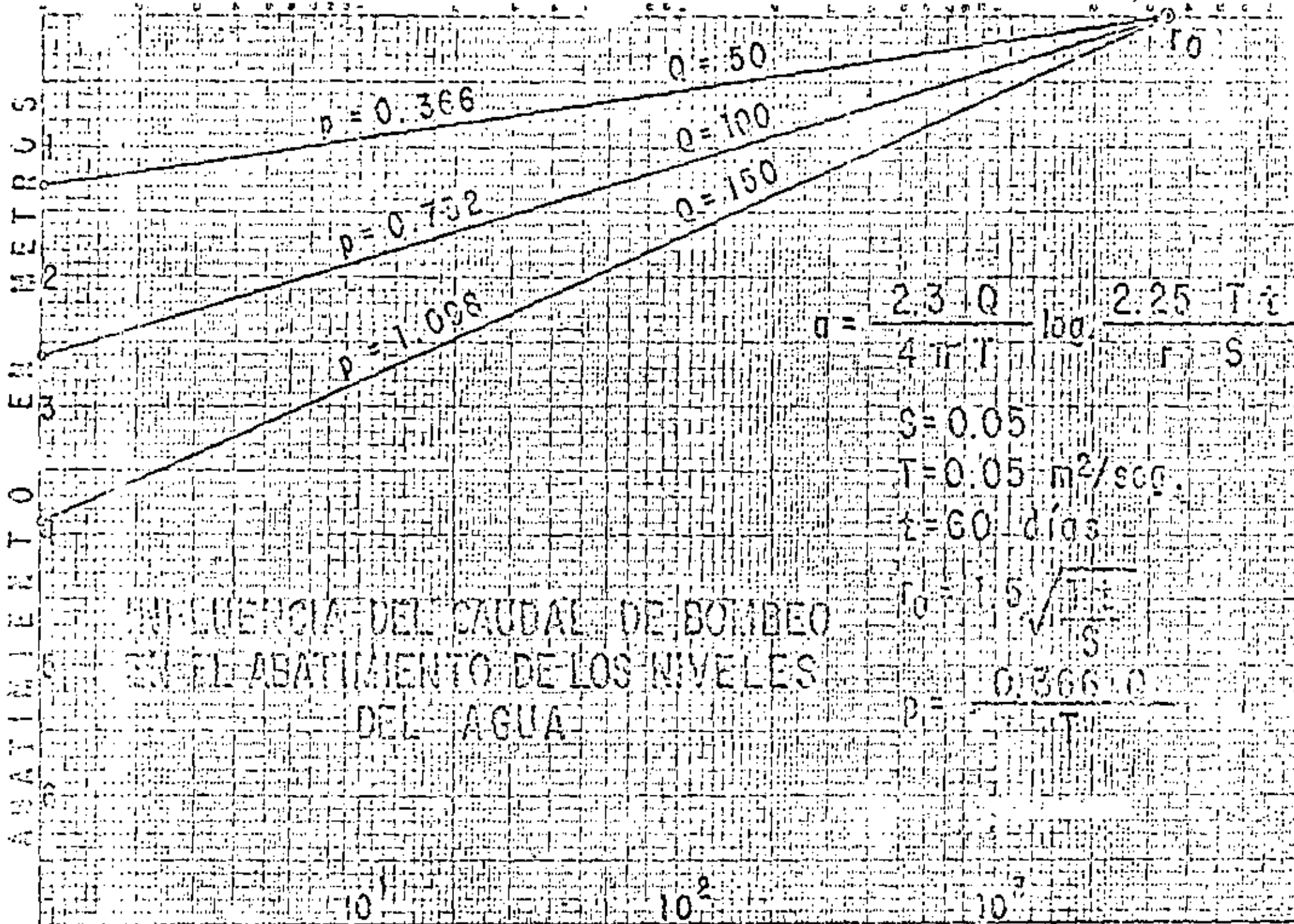
$$Q = 150 \text{ lps}$$

$$s = 0.05$$

$$T = 0.05 \text{ m}^2/\text{seg.}$$



# DISTANCIA AL POZO DE BOMBEO EN METROS



INFLUENCIA DEL CAUDAL DE BOMBEO  
 EN EL ABATIMIENTO DE LOS NIVELES  
 DEL AGUA



TIEMPO DE BOMBEO, EN MINUTOS

ABATIMIENTO, EN METROS

DATOS

$r = 200 \text{ m}$

$S = 0.05$

$T = 0.05 \text{ m}^2/\text{seg.}$

$Q = 50 \text{ lps}$

$Q = 100 \text{ lps}$

$Q = 150 \text{ lps}$

$t_0$

$10^3$

$10^4$

$10^5$

$p = 0.183 \text{ m}$

$p = 0.505 \text{ m}$

$p = 0.549 \text{ m}$

$$a = \frac{2.3Q}{4TT} \log \frac{2.25Tt}{r^2S}$$

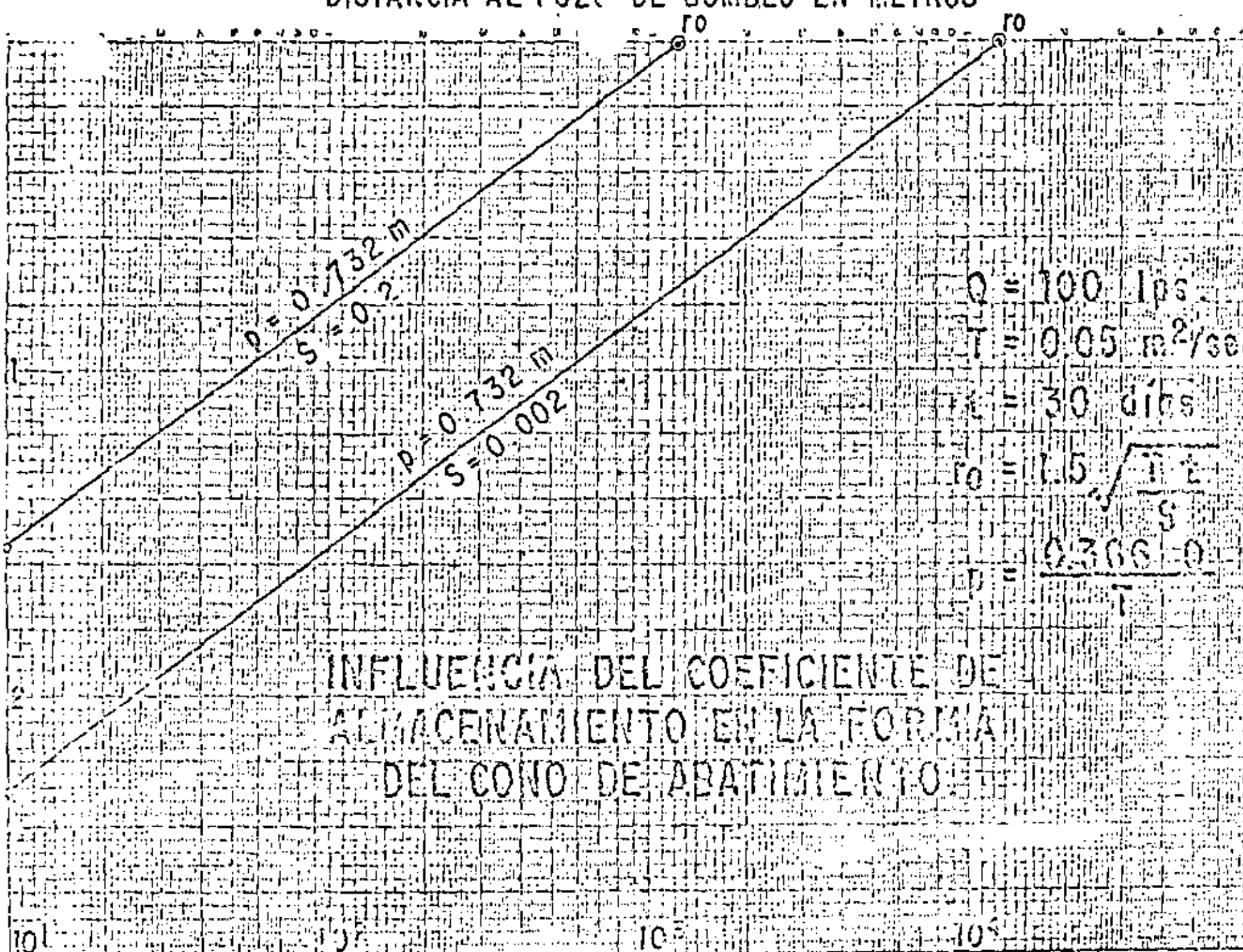
$$t_0 = \frac{r^2S}{2.25T}$$

$$p = \frac{0.183Q}{T}$$

EFFECTO DEL CAUDAL DE BOMBEO EN EL ABATIMIENTO DE LOS NIVELES

DISTANCIA AL POZCO DE BOMBEO E. METROS

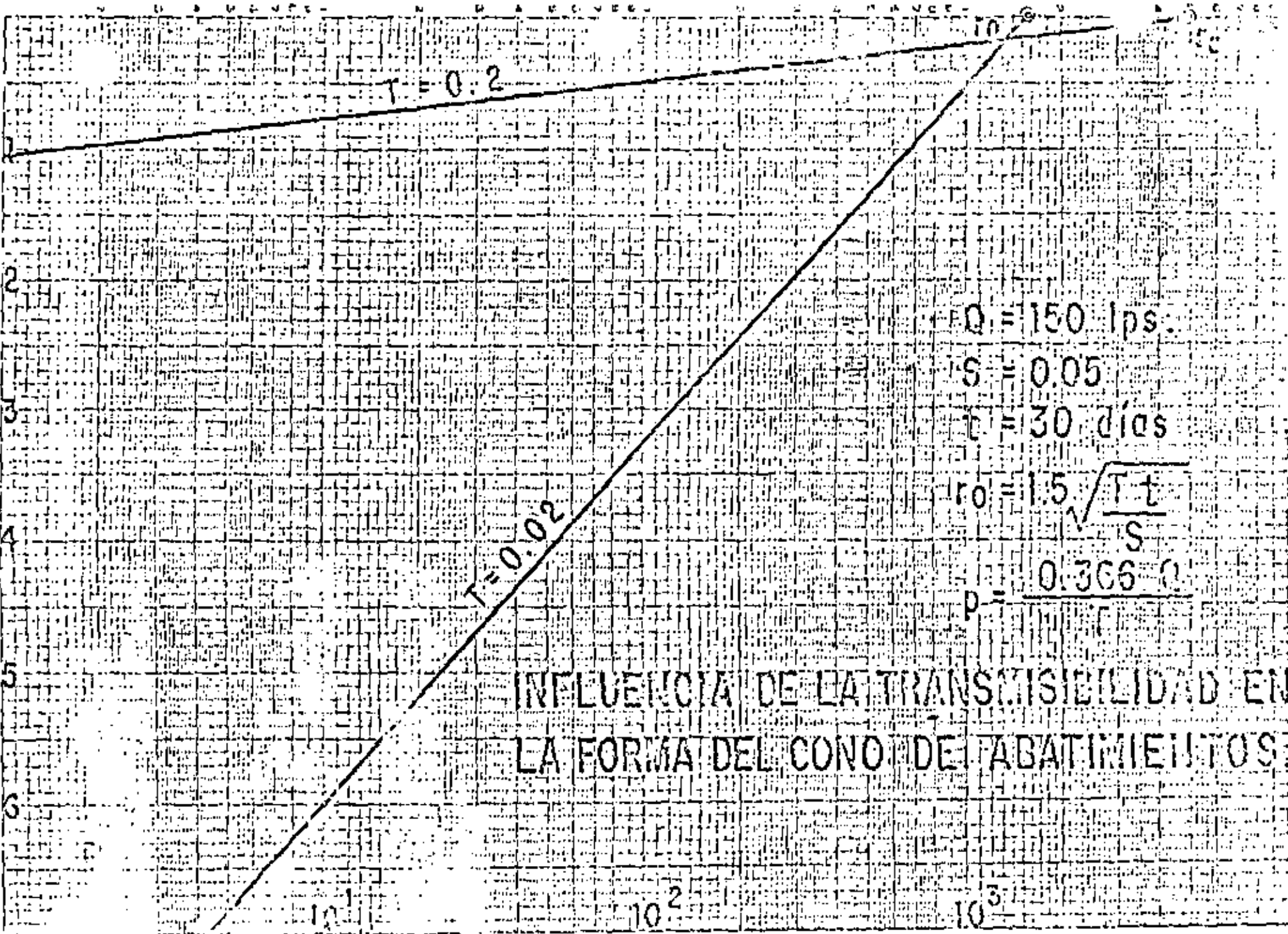
ABATIMIENTO EN METROS



$Q = 100 \text{ lps}$   
 $T = 0.05 \text{ m}^2/\text{seg.}$   
 $t = 30 \text{ días}$   
 $r_0 = 1.5 \sqrt{\frac{Tt}{S}}$   
 $r_0 = \frac{0.366}{T}$

INFLUENCIA DEL COEFICIENTE DE ALMACENAMIENTO EN LA FORMA DEL CONO DE ABATIMIENTO

ABATIMIENTO EN METROS



$Q = 150 \text{ lps.}$

$S = 0.05$

$t = 30 \text{ días}$

$r_0 = 1.5 \sqrt{\frac{Tt}{S}}$

$p = \frac{0.366 Q}{r_0}$

INFLUENCIA DE LA TRANSMISIBILIDAD EN LA FORMA DEL CONO DE ABATIMIENTOS

### Penetración Parcial.-

Quando un pozo capta sólo una parte del espesor saturado de un acuífero, se le denomina "parcialmente penetrante"

En la porción de acuífero no penetrado por el pozo de bombeo el agua recorre trayectorias de mayor longitud para entrar al cedazo; por consiguiente, las pérdidas de carga en la formación son mayores en este sistema que en el de penetración total. En otras palabras: los abatimientos en un pozo parcialmente penetrante son mayores que los provocados en uno totalmente penetrante, para un mismo caudal de extracción, aumentando el abatimiento conforme disminuye la penetración del pozo.

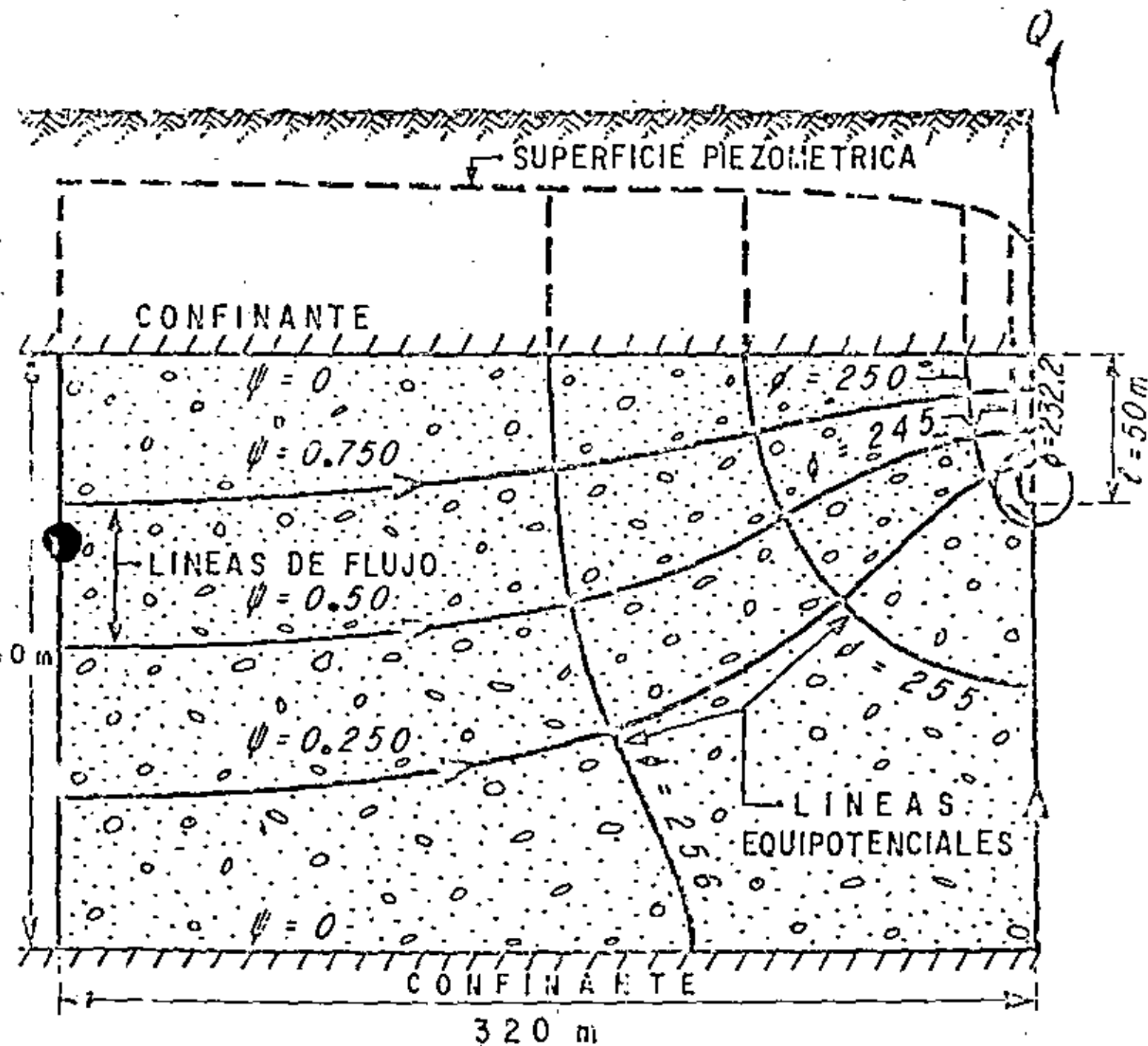
Para dar una idea aproximada de la disminución de la eficiencia hidráulica del pozo causada por la penetración parcial, considérese que si un pozo capta sólo la mitad del espesor saturado de un acuífero, el abatimiento provocado en él será algo menor que el doble del provocado en un pozo totalmente penetrante, para el mismo caudal de bombeo. Si se considera ahora un mismo abatimiento, el caudal que puede proporcionar un pozo es tanto menor cuanto menor es la penetración de su cedazo.

En las proximidades de estos pozos el flujo es tridimensional; por ello, el abatimiento registrado en el pozo de bombeo y en pozos de observación próximos a él, depende, -- entre otros factores, de la longitud y posición de los cedazos. Esto complica la interpretación de las pruebas de bombeo, ya que los abatimientos son función también de las características constructivas de los pozos. Para simplificar la interpretación es conveniente ubicar los pozos de observación a distancias equivalentes al espesor del acuífero, o mayores, para las cuales el efecto de penetración es mínimo o nulo.

El nivel del agua en un pozo de observación situado a tales distancias se comporta como si el pozo de bombeo fuera totalmente penetrante, y la prueba se interpreta en la forma ya indicada; lo mismo puede hacerse cuando el pozo de observación penetra totalmente al acuífero, independientemente de su ubicación con respecto al pozo de bombeo.

Fuera de estos dos casos, la interpretación es bastante laboriosa, pues hay que construir una curva tipo pa-

# FLUJO HACIA UN POZO PARCIALMENTE PENETRANTE

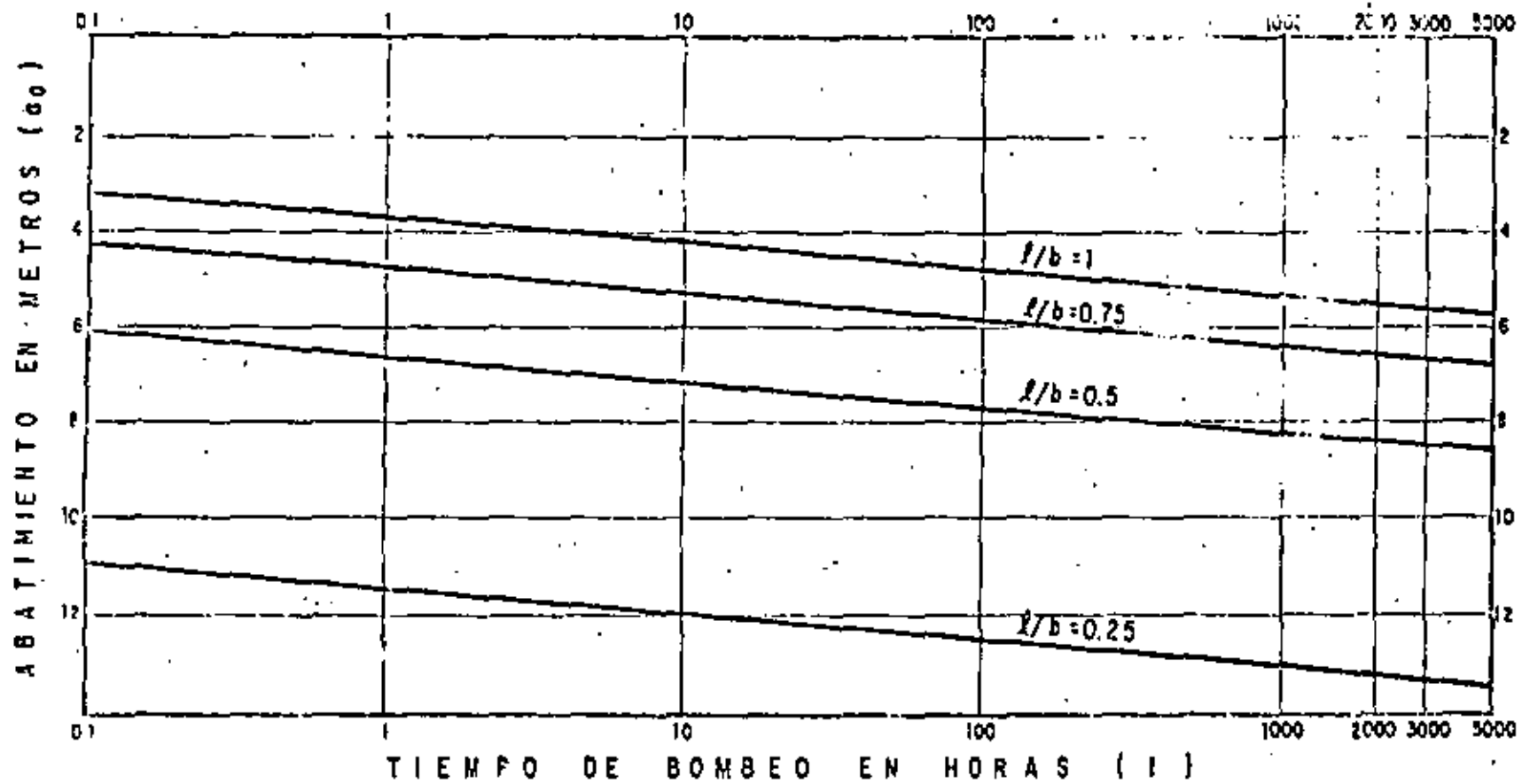


$$Q = 150 \text{ lps}$$

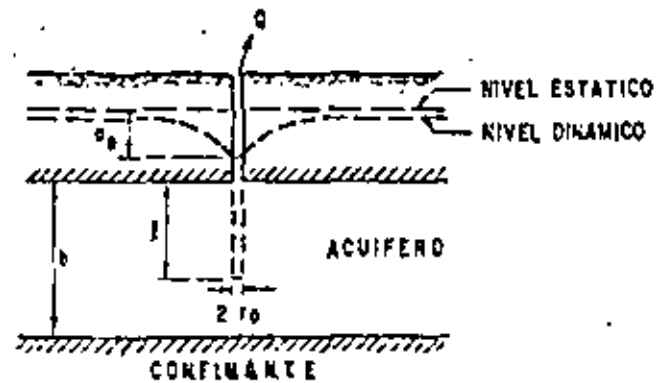
$$t = 2000 \text{ hrs}$$

$$T = 0.02 \text{ m}^2/\text{s}$$

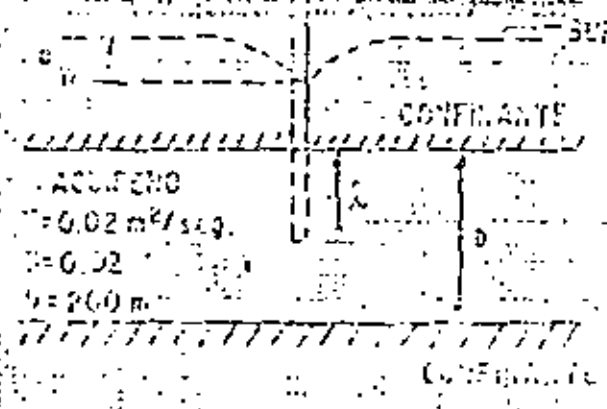
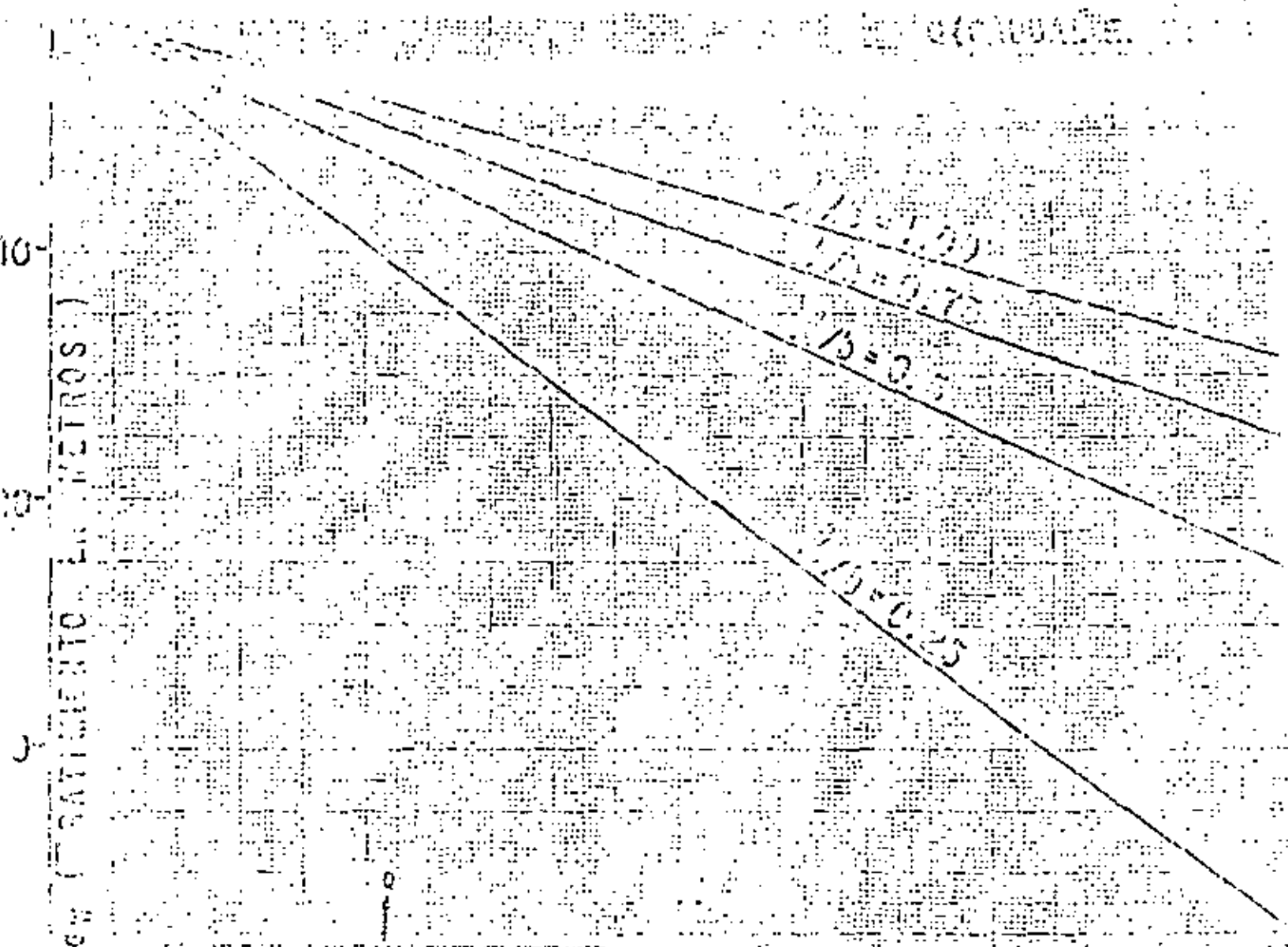
$$S = 0.02$$



$Q = 150 \text{ lps.}$   
 $T = 5 \times 10^{-2} \text{ m}^2/\text{seg.}$   
 $S = 2 \times 10^{-3}$   
 $b = 200 \text{ m}$   
 $r_0 = 0.2 \text{ m}$



INFLUENCIA DE LA PENETRACION PARCIAL EN EL ABATIMIENTO DEL NIVEL DEL POZO DE BOMBEO  
 FIGURA No 18

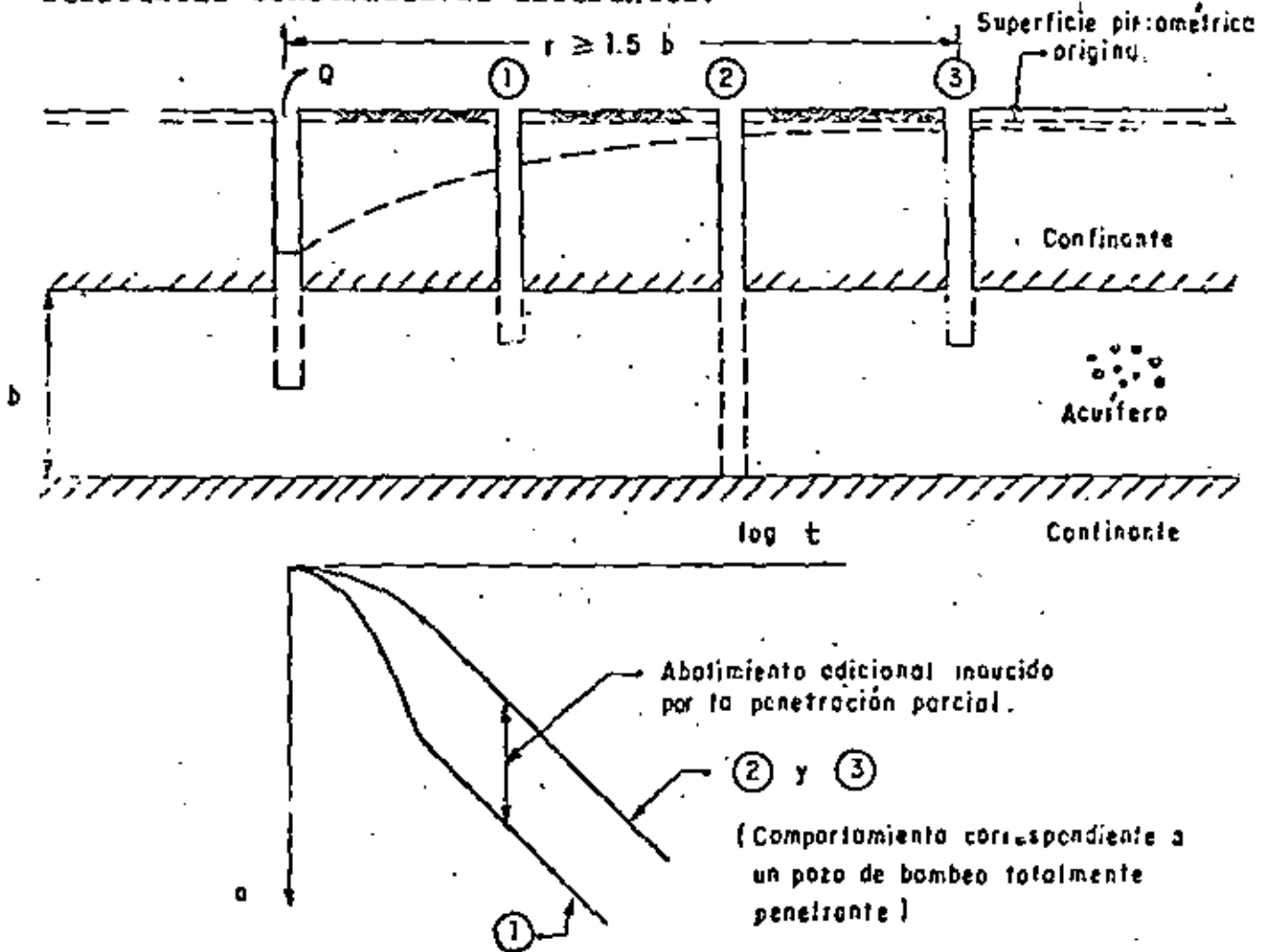


ACUÍFERO  
 $k=0.02 \text{ m}^2/\text{seg.}$   
 $S=0.02$   
 $y=2(0) \text{ m.}$

10121  
 ESTADÍSTICA DE LOS DATOS DE LA  
 REVISIÓN DE LOS DATOS DE LA  
 REVISIÓN DE LOS DATOS DE LA

ras las características de los pozos utilizados en la prueba:

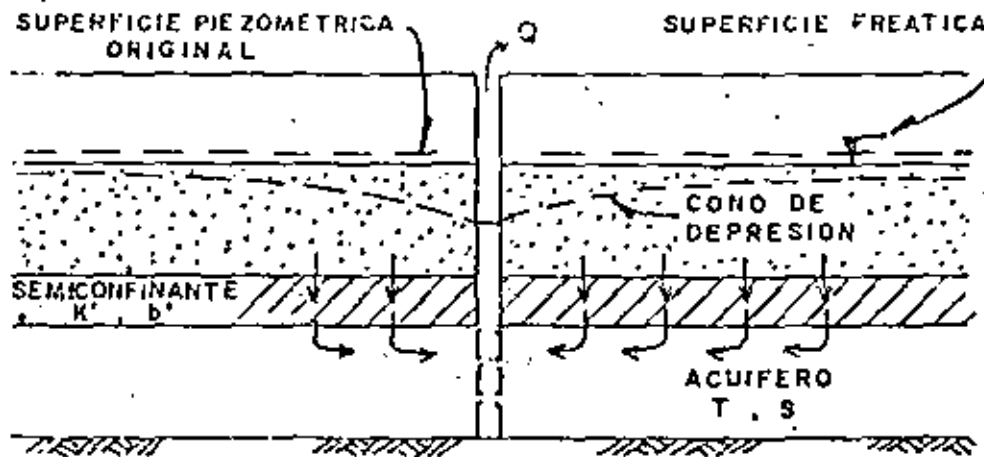
En la figura se ilustra el comportamiento del nivel del agua en pozos de observación a distancias y de características constructivas diferentes.



### 3.3.- POZOS EN ACUIFEROS SEMICONFINADOS.

Probablemente, el acuífero más común en la naturaleza es el de tipo semiconfinado: los rellenos siempre tienen cierta estratificación, alternándose estratos de granulometría variada. Cuando un estrato de material permeable queda limitado verticalmente por materiales, también saturados, de menor permeabilidad, se tiene un acuífero semiconfinado como el ilustrado en la figura





Al bombearse un acuífero de este tipo se provocan abatimientos de sus niveles piezométricos, generándose una diferencia vertical de cargas, que induce el flujo descendente del agua a través del semiconfinante. La cantidad de agua que circula a través de éste es directamente proporcional a la diferencia de cargas entre las superficies freática y piezométrica, e inversamente proporcional a la resistencia hidráulica del mismo estrato.

Puesto que en este sistema sólo una parte del volumen bombeado procede del acuífero, y el resto es aportado por el estrato adyacente al semiconfinante, el abatimiento de los niveles piezométricos es menor que en el caso del acuífero confinado. Como la aportación vertical aumenta con el tiempo, el abatimiento de los niveles piezométricos va decreciendo, hasta que la aportación vertical equilibra el caudal de extracción; y en ese momento, los niveles piezométricos se estabilizan.

La solución correspondiente a este sistema es la siguiente:

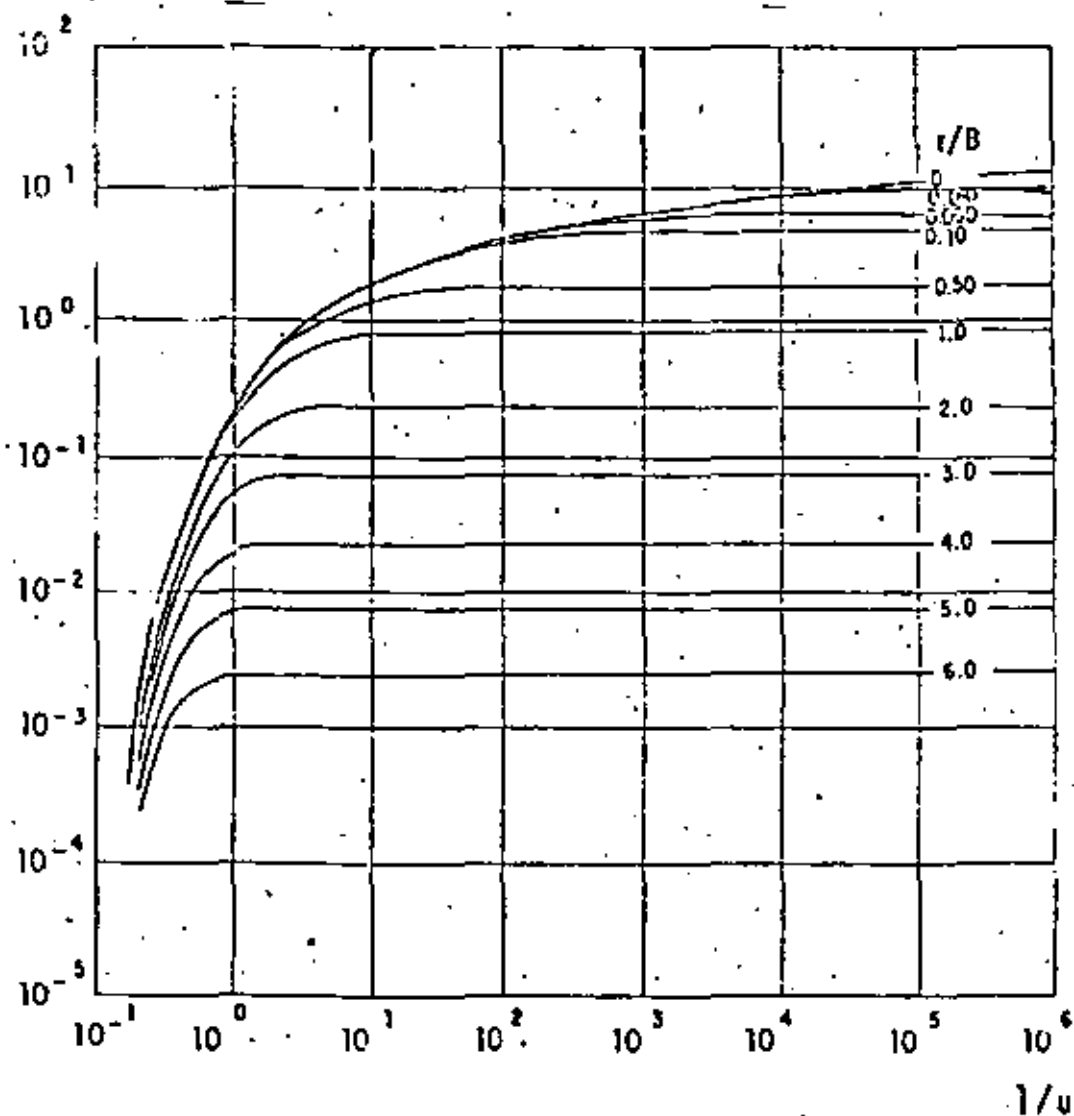
$$Q = \frac{Q}{4 \pi T} W(u; r/B)$$

donde:

$$B = \sqrt{T b' / k'}$$

siendo  $k'$  y  $b'$  la permeabilidad vertical y el espesor del estrato semiconfinante, respectivamente.

Las curvas tipo correspondientes a esta solución se presentan en la figura , en la cual puede apreciarse el comportamiento arriba descrito.

$W(u, r/B)$ 


El procedimiento de interpretación de las pruebas en este caso es semejante al seguido en el caso de los -- acuíferos confinados, con la diferencia de que ahora debe buscarse la coincidencia entre la curva de campo y una de las curvas tipo. Lograda la coincidencia, se selecciona un punto de ajuste, y se substituyen los valores de sus coordenadas en las ecuaciones correspondientes, para deducir los parámetros buscados.

### 3.4.- POZOS EN ACUIFEROS LIBRES.

Los acuíferos libres se caracterizan por estar limitados superiormente por una superficie freática; puesto que el espesor saturado del acuífero varía con las fluctuaciones de esta superficie, la transmisibilidad del acuífero es también variable en el área y en el tiempo. Si las fluctuaciones de los niveles son poco significativas con respecto al espesor del acuífero, la transmisibilidad puede suponerse constante, y la interpretación de las pruebas se efectúa como si se tratara de un acuífero confinado. En cambio, si dichas fluctuaciones son importantes -específicamente, mayores del 20% del espesor saturado del acuífero-, los abatimientos medidos se corrigen en la forma siguiente:

$$a_c = a - \frac{a^2}{2b}$$

siendo  $a_c$  el abatimiento corregido, y  $b$ , el espesor saturado inicial del acuífero. Los abatimientos así corregidos, se interpretan como si se tratara de un acuífero confinado.

# CURSO HIDRAULICA APLICADA A LA CONSTRUCCION

COSTA RICA, C. A.

Tema VII.- Bombas

Profr. M. I. Oscar Vega Roldán

## Bibliografía:

- 1.- Apuntes del curso "Hidráulica aplicada a la construcción", Centro de Educación Continua de la Facultad de Ingeniería de la UNAM, por el M. I. Gilberto Sotelo Avila (se anexa copia).
- 2.- Bombas de agua potable (Facultad de Ingeniería de la UNAM, México).
- 3.- Mecánica de fluidos y máquinas hidráulicas, por el Profr, C. Matoix (Harper and Row, Madrid).



centro de educación continua  
división de estudios superiores  
facultad de Ingeniería, unam



HIDRAULICA APLICADA A LA CONSTRUCCION

B O M B A S

M. EN I. GILBERTO SOTELO AVILA

MARZO DE 1978.

## 1. ASPECTOS BASICOS

### 1.1 Definición

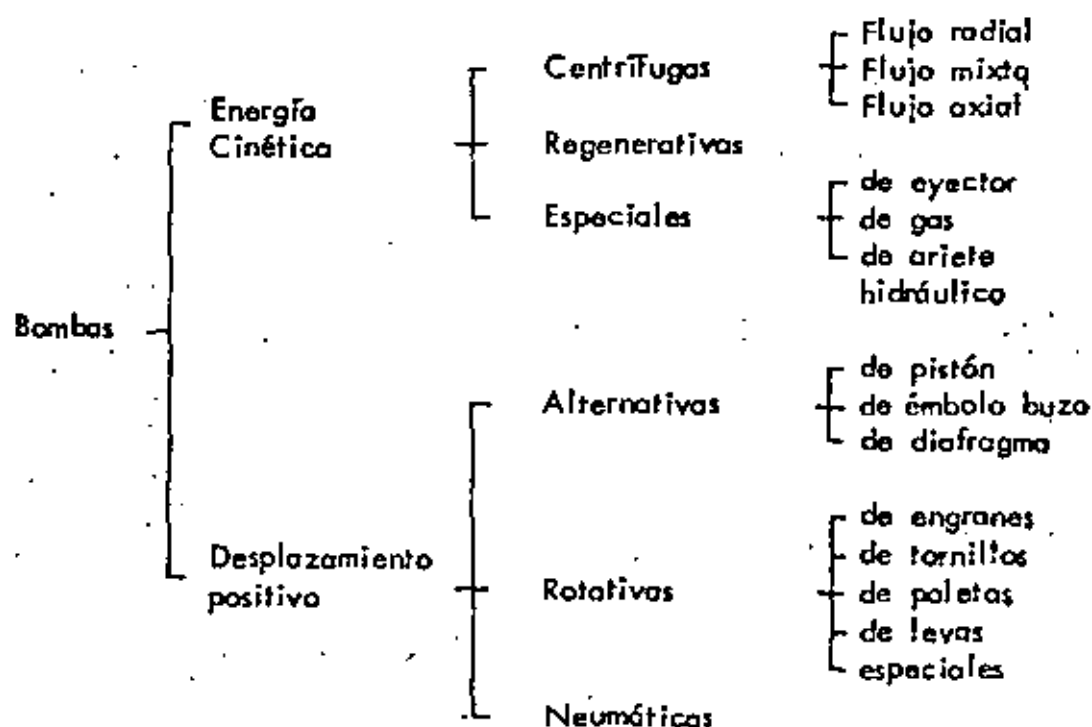
Una máquina hidráulica sirve esencialmente para intercambiar - energía entre un sistema mecánico y un sistema hidráulico. Las bombas y turbinas quedan comprendidas entre las máquinas hidráulicas más importantes.

Una bomba transforma la energía mecánica proporcionada por un motor (eléctrico o de gasolina) a través de una flecha rotatoria y la introduce al sistema hidráulico, forzando al líquido, mediante un movimiento rotatorio, a entrar a las tuberías a gran presión.

Para lograr esto, la bomba está constituida esencialmente de dos partes: La primera se conoce como carcasa; es fija y constituye la parte envolvente de la bomba. La segunda se llama impulsor, es móvil y en última instancia es la que más influye en un mejor funcionamiento de la bomba. Aquí se exceptúa la bomba de acción positiva en la cual no existe propiamente un impulsor sino un émbolo (de desplazamiento positivo).

### 1.2 Clasificación de bombas

Existen diversas maneras de clasificar a las bombas, sin embargo, la más aceptada se indica a continuación:



En lo que sigue sólo trataremos de las bombas centrífugas y de las alternativas, que son las usadas por los ingenieros civiles para elevar agua. Las bombas centrífugas se utilizan para caudales que varían desde 5000 l/min hasta 10 000 l/min o más, para presiones variando desde 800 kg/cm<sup>2</sup> hasta 80 kg/cm<sup>2</sup>. Las bombas de desplazamiento positivo cubren caudales más pequeños si bien contra presiones mayores.

Las bombas centrífugas se agrupan en varias clases de acuerdo — con la dirección del flujo, el número de pasos, el tipo de carcasa, la posición de la flecha y el tipo de succión. Por cuanto a la dirección del flujo pueden ser: De flujo radial (fig. 1), de flujo mixto (fig. 2) y de flujo axial (fig. 3).

Las bombas de flujo radial desarrollan la presión (carga) principalmente por la fuerza centrífuga, tienen impulsores angostos de velocidad específica baja (4200 para las de succión simple y 6000 para las de doble succión como máxima, unidades en sistema inglés). Estas bombas proporcionan caudales pequeños y cargas altas.

En una bomba de flujo mixto, la carga se crea por la acción de la fuerza centrífuga combinada con el impulso de los álabes sobre el líquido. El impulsor cambia el flujo de axial a radial y tiene una velocidad específica de 4200 a 9000. Son bombas para cargas y caudales intermedios.

Las bombas de flujo axial, llamadas también de propela, se caracterizan porque su velocidad específica es mayor de 9000 y además la carga que desarrollan se debe al impulso de las aspas sobre el líquido. Proporcionan cargas pequeñas y caudales grandes.

Tomando en cuenta el número de pasos, las bombas centrífugas se clasifican en: Bombas de un solo paso (fig. 4) y bombas de varios pasos (fig. 5).

Por el tipo de carcasa pueden ser: de tipo voluta (fig. 6), de tipo circular (fig. 7) y de tipo difusor (fig. 8). Considerando la posición de la flecha, la bomba será: horizontal (fig. 9), vertical de cárcamo húmedo (fig. 10), vertical de cárcamo seco (fig. 11), vertical autocontenida (fig. 12), vertical de pozo profundo (fig. 13). Finalmente, según el tipo de succión en el impulsor, la bomba será: de succión simple (fig. 14) y de doble succión (fig. 15).

### 1.3. Principios de funcionamiento

Como en cualquier otra bomba, las de tipo centrífugo convierten

## I. CLASSES OF PUMPS

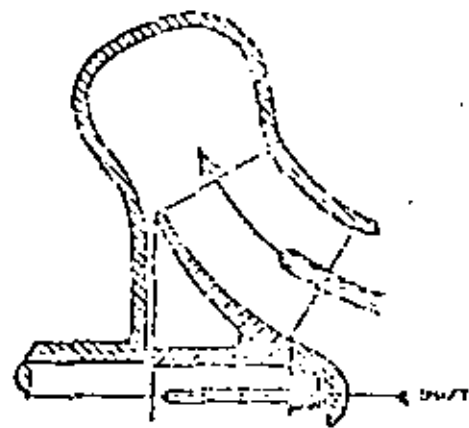
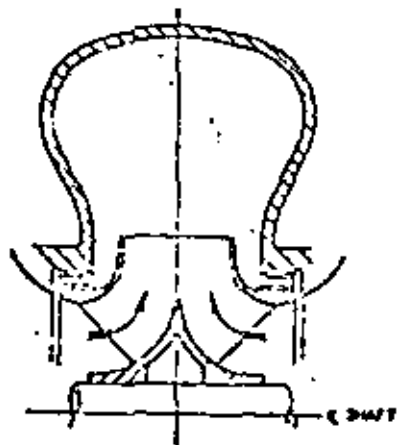


FIG. 2 IMPULSOR DE FLUJO MIXTO.



G. 1 IMPULSOR DE FLUJO RADIAL

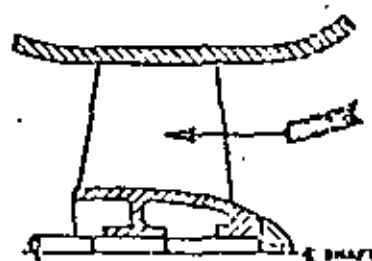
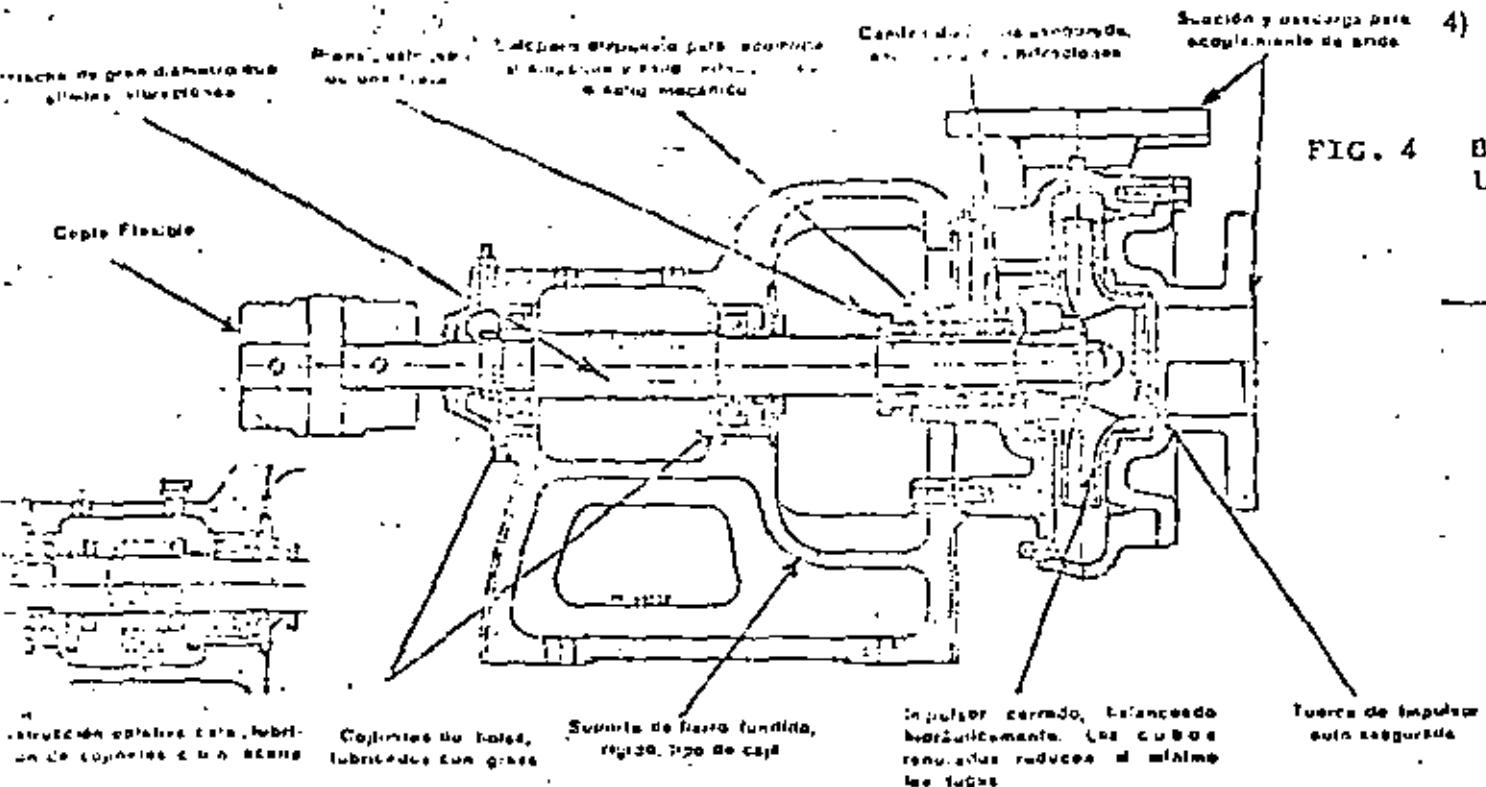
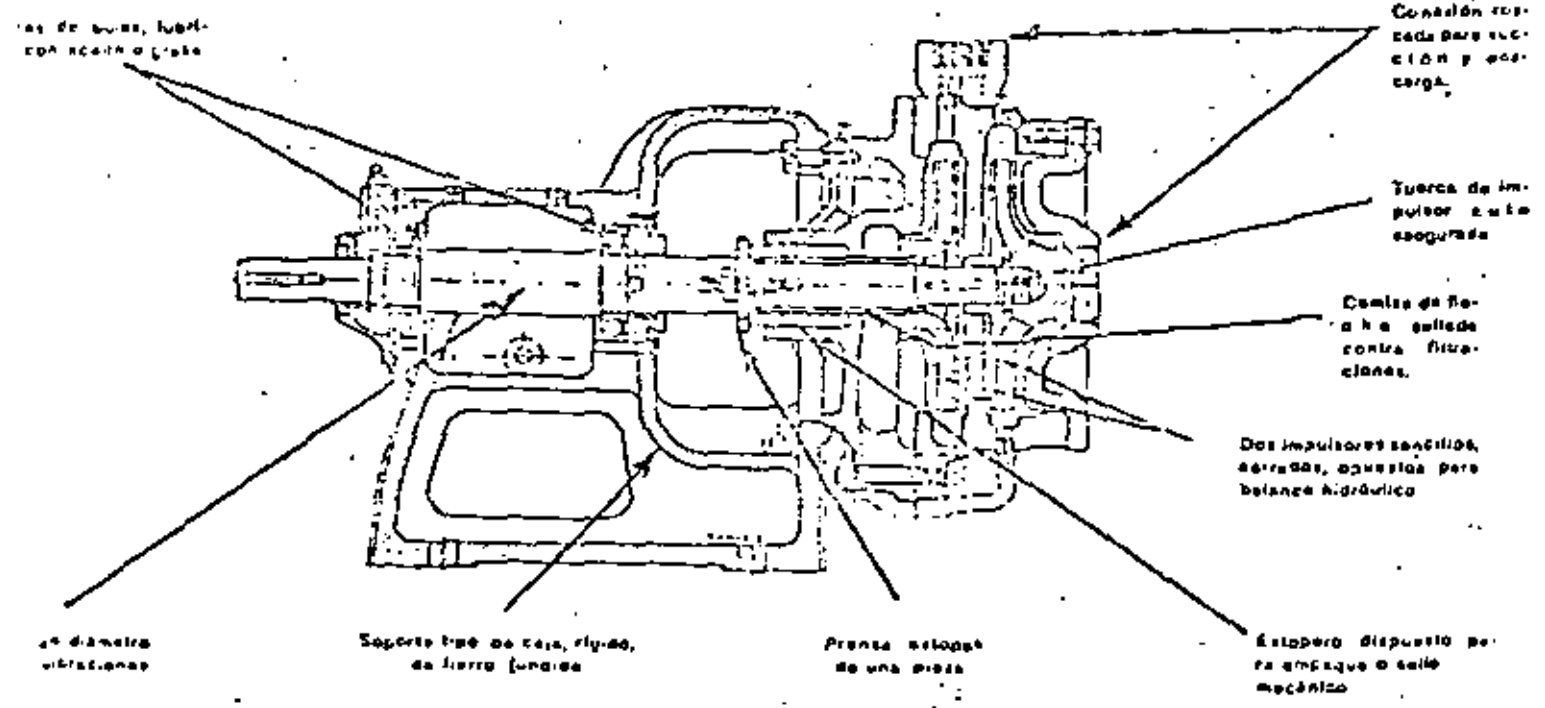


FIG. 3 IMPULSOR DE FLUJO AXIAL





Sección Típica de Bomba Centrífuga CNE Tamaños 38.1 a 152.4 mm. (1 1/2" a 6")



Sección Típica de una Bomba Centrífuga Modelo CCN

FIG. 5 BOMBA DE VARIOS PASOS

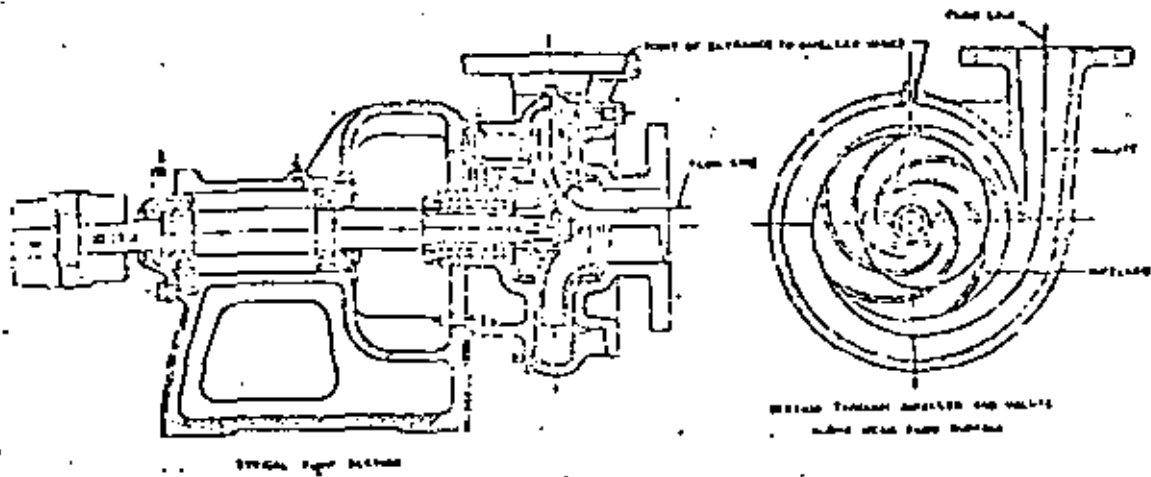


FIG. 5) BOMBA TIPO VOLUTA

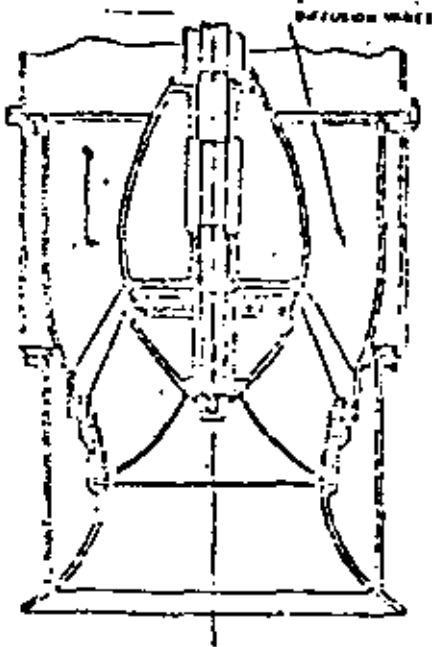


FIG. 8 BOMBA CARCASA TIPO DIFUSOR.

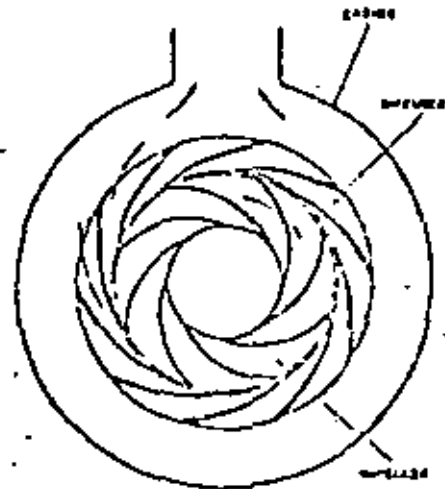


FIG. 7 BOMBA DE CARCASA CIRCULAR

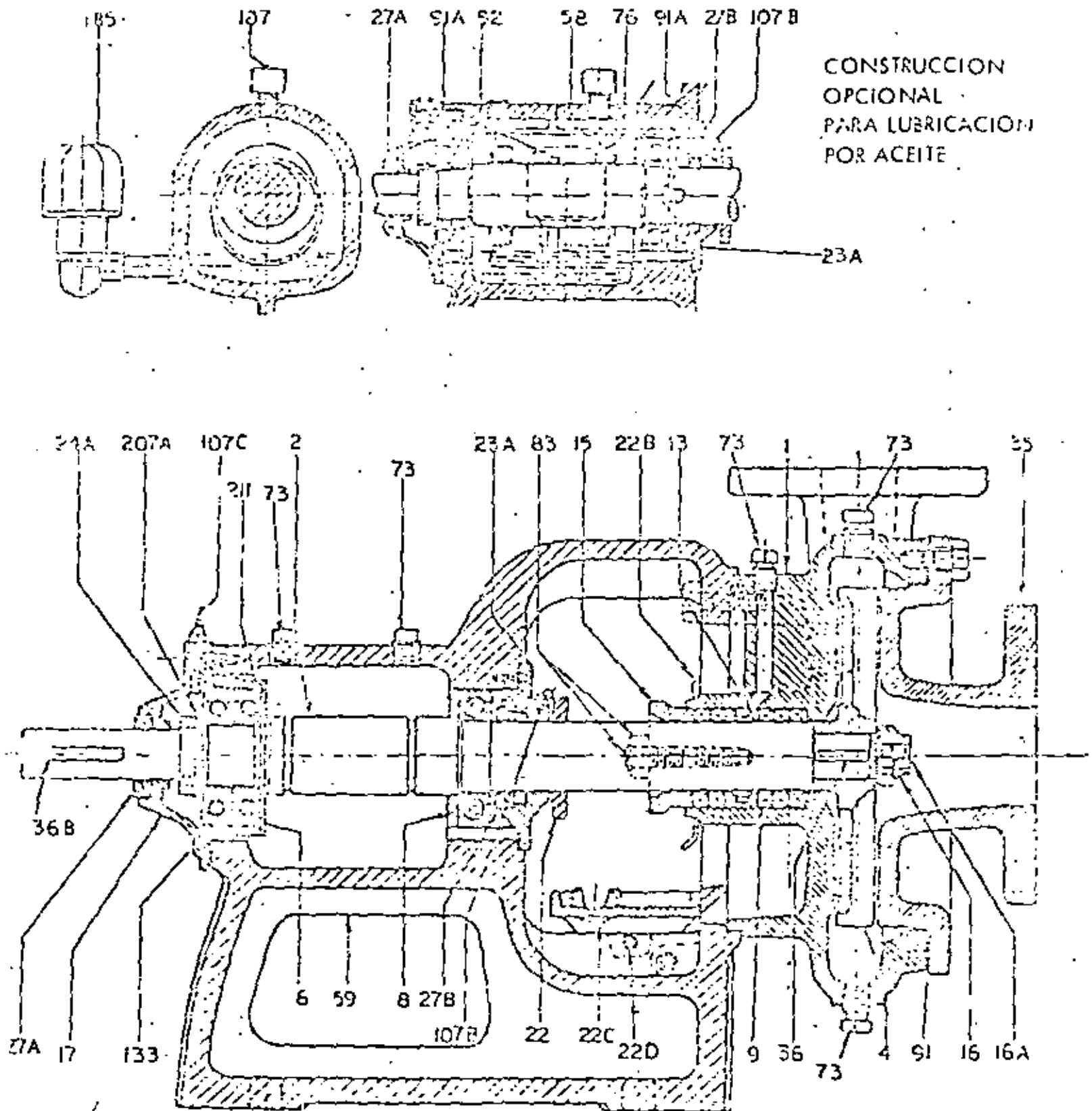


FIG. 9 BOMBA HORIZONTAL.

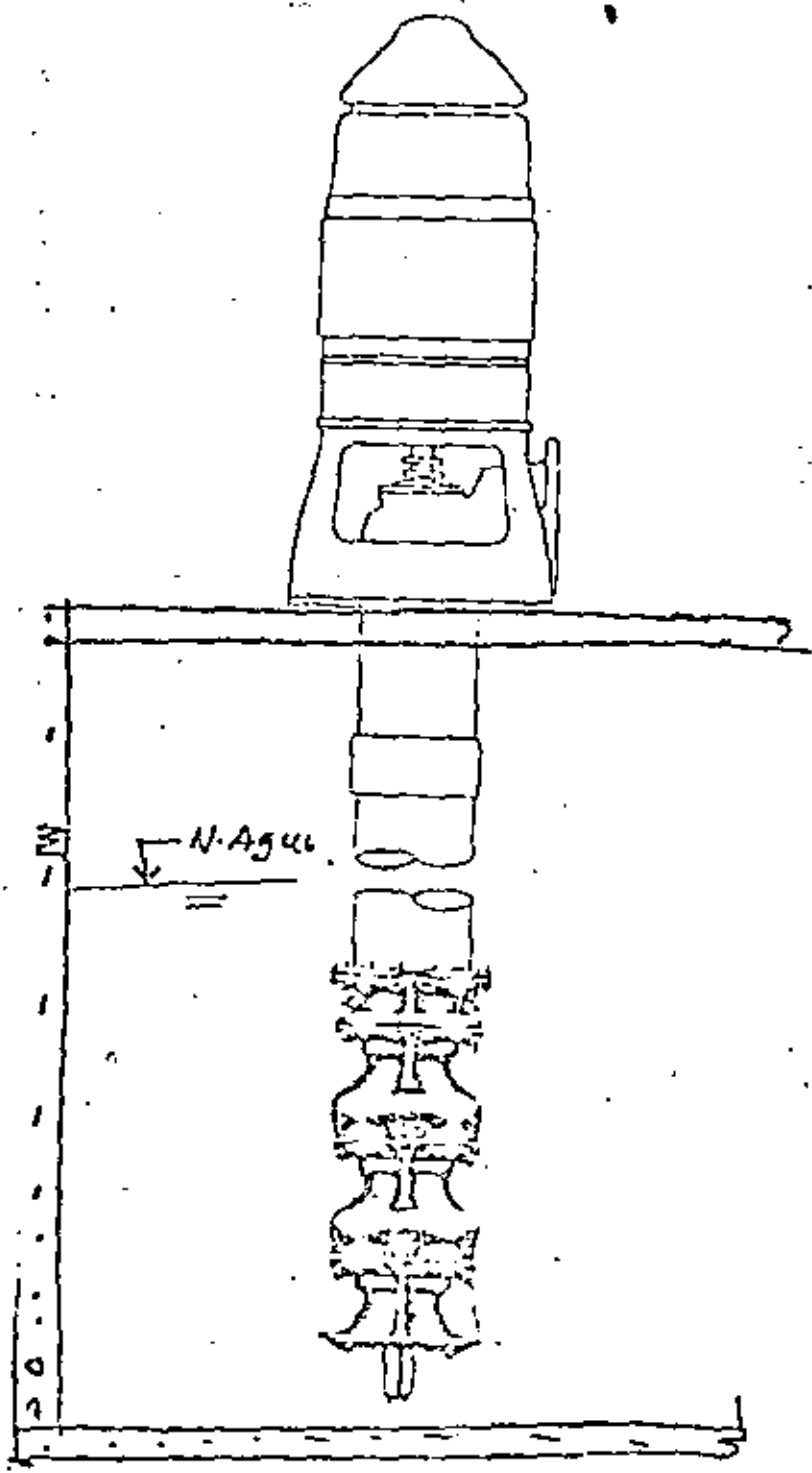


FIG. 10 BOMBA VERTICAL CARGANO HUMEDO

## SPECIAL DESIGNS: VERTICAL PUMPS

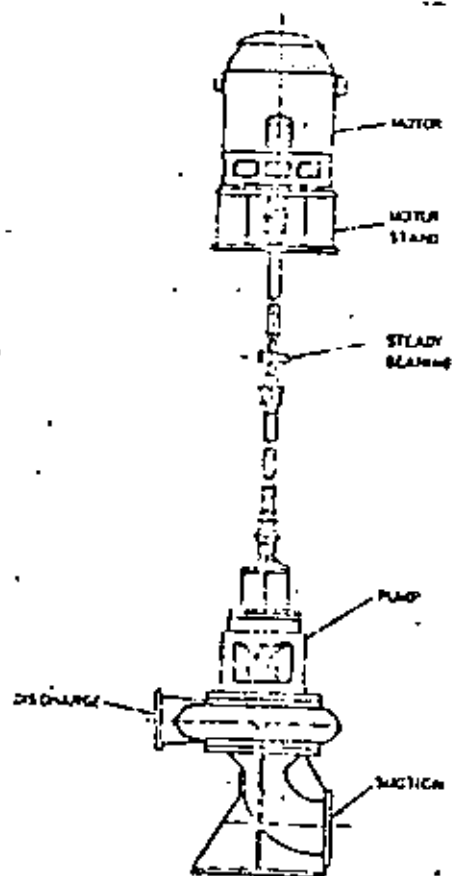


FIG. 11

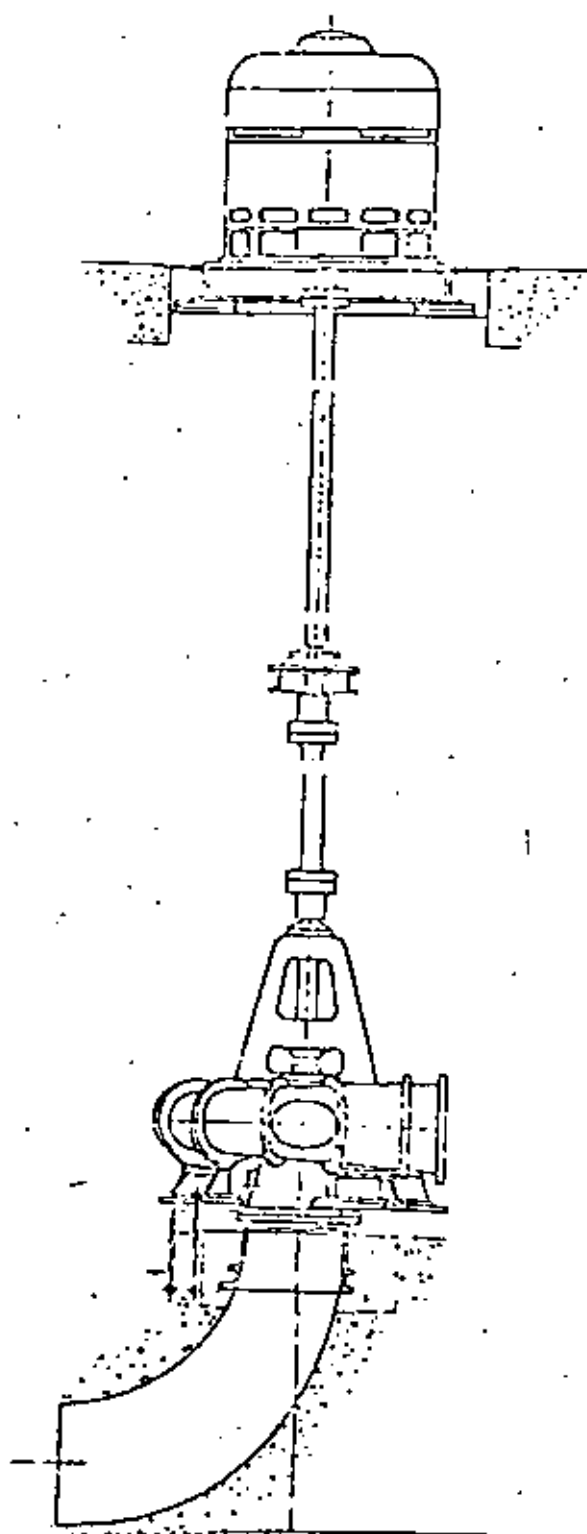


FIG. 11 BOMBA VERTICAL CARCAMO SECO.

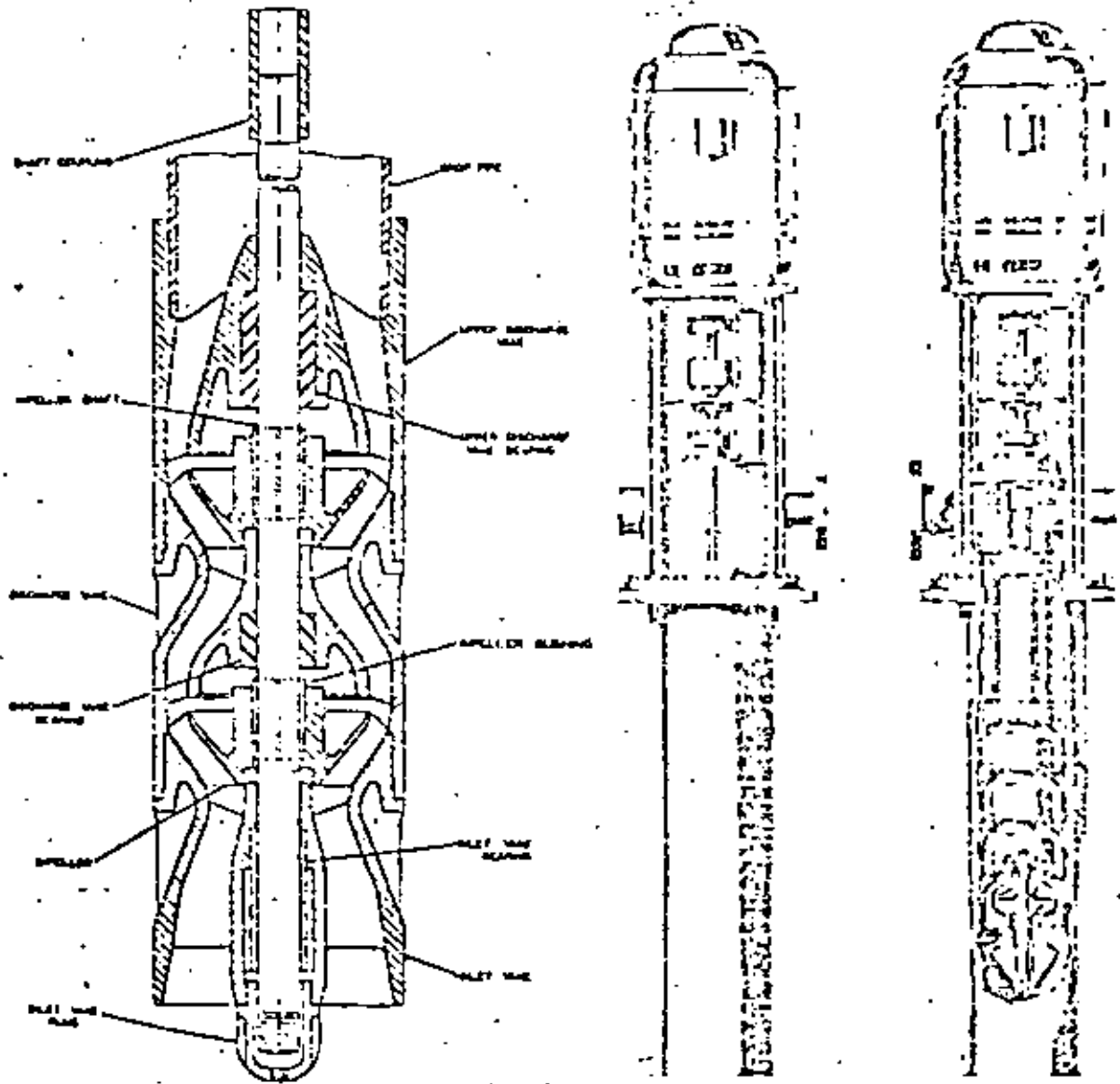
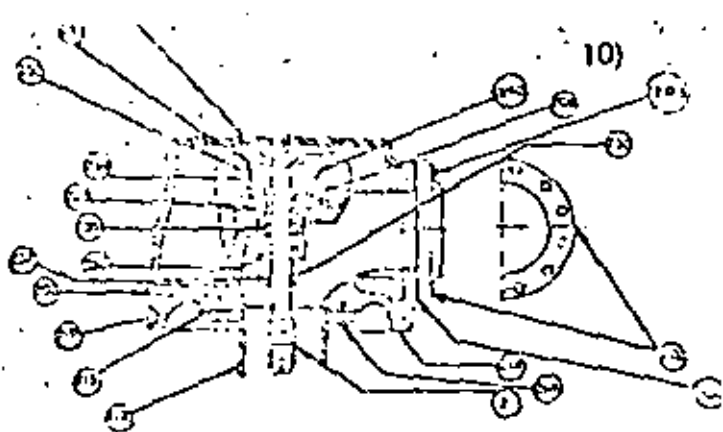
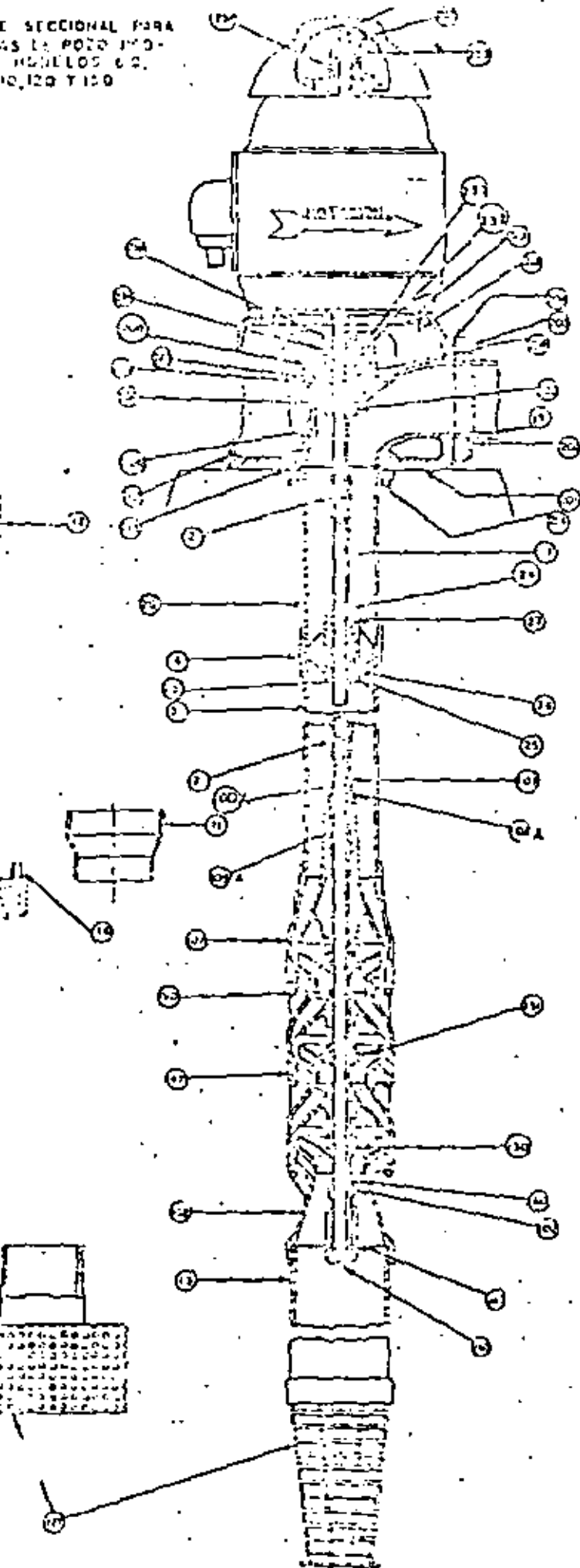


FIG. 12 BOMBA VERTICAL AUTOCONTENTID.



**CABEZALES DE DESCARGA  
 1204, 1606, 2006 Y 2412.**

**CABEZAL**

- 201 Cabzal de Descarga.
- 202 Brida de Descarga.
- 203 Tarillas brida de descarga.
- 204 Junta brida de descarga.
- 205 Tapón (conexión de escape).
- 206 Tapón (conexión para lubricación con aceite).
- 207 Tapón (conexión del respirador).
- 208 Tarillas caja de escape.
- 209 Escarabajo del motor.
- 210 Tarillas base motor.
- 217 Tubo de columna superior.
- 218 Junta tubo de columna superior.
- 214 Tarillas (tubo de columna superior).
- 223 Junta de caja de empujes.
- 230 Caja de empujes. (con F 237).
- 232 Soportes de tarillas de prensa escape.
- 233 Escarabajo de prensa escape.
- 234 Prensa escape.
- 235 Juego de sellos.
- 236 Juego de empujes.
- 237 Bujes de caja de empujes.
- 238 Anillo divisorio.
- 240 Gracera de caja.
- 257 Tarilla de ajuste.
- 253 Fuerza de ajuste.
- 254 Codo de flecha superior.
- 257 Flecha superior.
- 19 Tubo de descarga.

**COLUMNA.**

- 12 Codo de reducción o ampliación.
- 1 Flecha de línea.
- 24 Codo de flecha.
- 2 Codo de flecha.
- 24 Soporte de chumacera.
- 22 Chumacera de línea.
- 23 Eje de chumacera.
- 25 Remaches de la chumacera.
- 9 Tubo de columna.
- 13 Tubo de sección.
- 112 Colocera.
- 6 Codo del base de la columna.
- 11 Chumacera de ampliación.
- 10 Anillo de reducción.

**CUERPO DE TAZONES.**

- 162A Eje del eje de escape.
- 162 Codo de entrada.
- 163 Bujes del codo de entrada.
- 102 Codo de escape y eje de escape.
- 165 Tapón de tubo.
- 160 Anillo "O".
- 167 Codo de salida.
- 162A Chumacera de conexión.
- 162B Capicero codo de salida.
- 131 Escarabajo.
- 130 Bujes de regulación.
- 161 Flecha de regulación.
- 167 Escarabajo.
- 190 Tarillas base motor.

LISTA DE PARTES DE BOMBAS VERTICALES  
 TIPO LUBINA LINEA "O".  
 SUSCRIPCION PER AGUA.

FIG. 13 BOMBA VERTICAL POZO PROFUNDO

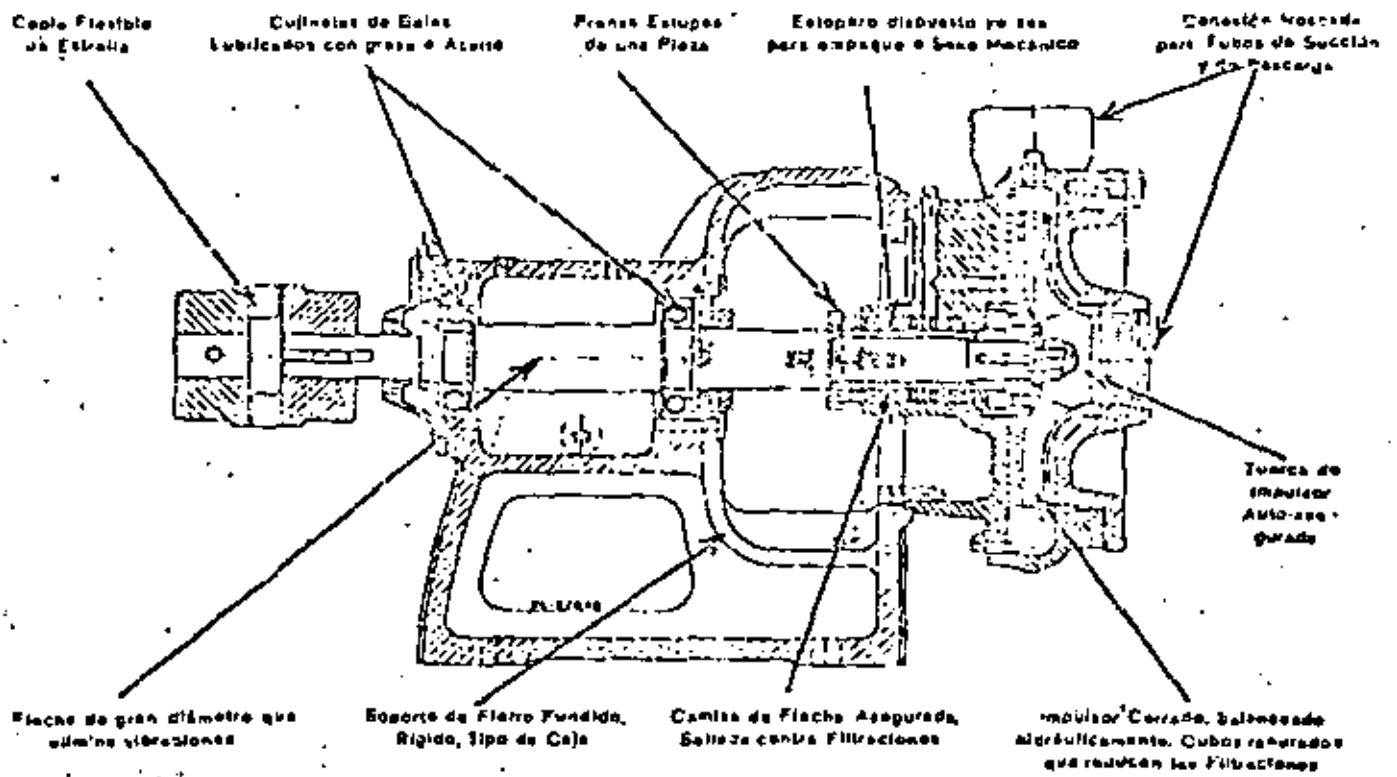


FIG. 14 BOMBA DE SUCCION SIMPLE



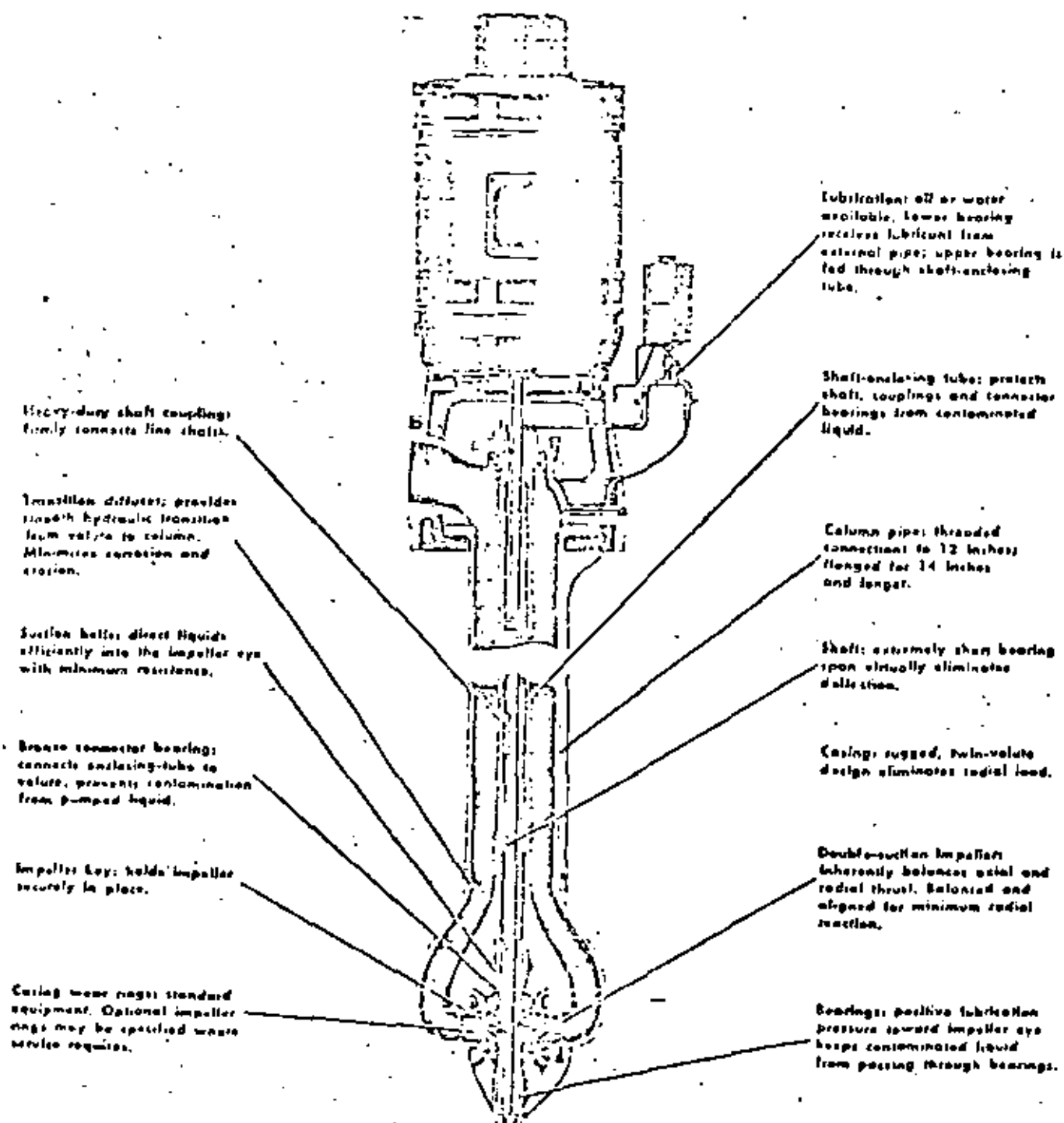


FIG. 15 BOMBA DE DOBLE SUCCION

la energía proporcionada por una máquina matriz, como un motor eléctrico, turbina de vapor o motor de gasolina, en energía interna del líquido que se bombea. Esta energía interna del líquido se manifiesta como energía de velocidad o de presión, o como ambas a la vez.

La manera en que este cambio de energía se produce en una bomba centrífuga es única. El elemento rotativo de una bomba centrífuga, movido por la máquina matriz, se denomina impulsor y, conforme éste gira, el movimiento de rotación del impulsor origina un movimiento de rotación del líquido.

En realidad, el movimiento comunicado al líquido por el impulsor tiene dos componentes. Una tiene dirección radial, hacia afuera desde el centro del impulsor. Este movimiento lo causa la fuerza centrífuga debida a la rotación del líquido, que actúa en el sentido de alejarse del centro del impulsor en rotación.

Asimismo, al salir el líquido del impulsor, tiende a moverse en una dirección tangencial a la periferia del impulsor. Estas dos tendencias se señalan en fig. 16. La dirección exacta que el líquido tomará es el resultado de las dos direcciones, habiéndose comprobado que, en efecto, el líquido se mueve en la dirección señalada.

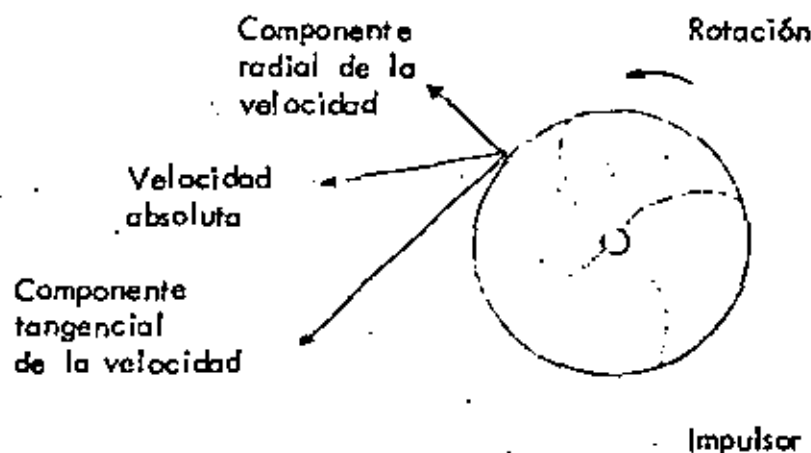


Figura 16

Hay que considerar que los movimientos mencionados implican velocidad del líquido. Y puede decirse que la cantidad de energía comunicada al líquido por el impulsor en rotación es equivalente a la carga de velocidad del líquido que se mueve.

De estos hechos se pueden hacer dos deducciones. En primer lugar se puede afirmar que cualquier factor que incremente la velocidad periférica del impulsor aumentará la energía conferida al líquido. -- Asimismo, se puede decir que un cambio en la velocidad del extremo del alobe modificará la energía comunicada al líquido, en una cantidad proporcional al cuadrado del cambio mencionado. Por ejemplo al duplicar la velocidad de rotación del impulsor, la velocidad periférica se hará el doble, lo que a su vez cuadruplicará la energía comunicada al líquido expresada como presión. De igual modo, duplicando el diámetro del impulsor, se duplica la velocidad periférica, lo que de nuevo cuadruplicaría la energía comunicada al líquido. Estos hechos se emplearán después para evaluar y predecir las condiciones de funcionamiento de una bomba determinada.

Hay que recordar que el líquido descargado desde todos los puntos de la periferia del impulsor se mueve en una dirección que generalmente es hacia el exterior del impulsor y también gira con éste. De alguna forma deberá ser recogido y dirigido al orificio de descarga de la bomba. Esta es la función de la carcasa o envolvente y está diseñada de manera que en un punto determinado, su pared está muy próxima al diámetro exterior del impulsor. Este punto se denomina "lengua" de la envolvente. La figura 17 muestra un diseño característico de envolvente. Entre la lengua y un punto ligeramente a la izquierda (en sentido contrario a las agujas de un reloj) una cierta cantidad del líquido ha sido descargado por el impulsor, y debe girar con éste para ser finalmente descargado a través de la salida de la bomba. Lo mismo ocurre con el líquido adicional que es descargado por el impulsor conforme progresamos alrededor de la envolvente, que también debe girar con el impulsor y ser descargado a través de la salida de la bomba. Al desplazarse alrededor del impulsor, se acumula más y más líquido que debe ser conducido alrededor del impulsor, entre la pared de la envolvente y el borde externo de aquel. Ya que la cantidad de líquido va aumentando y se quiere mantener la velocidad aproximadamente constante, a pesar de esto se debe incrementar paulatinamente el área disponible entre el borde del impulsor y la pared de la envolvente. A esto se debe que tengamos una sección gradualmente creciente desde la lengua de la envolvente, hasta el comienzo del cono de impulsión (fig. 17).

En el punto inmediatamente delante de la lengua se ha acumulado todo el líquido descargado por el impulsor para conducirlo a la tubería de descarga. Sin embargo, en la mayoría de los casos, este líquido posee una velocidad superior a la que es conveniente para manejarlo, ya que una alta velocidad produce pérdidas por rozamiento altas en la tubería de descarga. Por tanto, generalmente, se reduce la velocidad en el cono de descarga, que es la salida final de la bom

ba. Esta velocidad se disminuye incrementando la sección de la corriente, pues al aumentar esta decrece la velocidad (fig. 17).

En una bomba centrífuga el impulsor está provisto de álabes que sirven para conducir el líquido. Además, el impulsor tiene una anchura axial, según la capacidad que haya de manejar. Con el ancho del impulsor se incrementa el gasto que maneja.

Se puede entonces decir que una bomba centrífuga está equipada de un miembro rotativo o impulsor que comunica una velocidad al líquido. Esta velocidad representa, en realidad, la energía que se añade al mismo. La envolvente de la bomba sirve para recoger el líquido y conducirlo a la descarga de la bomba. También sirve para alojar el impulsor. Una parte de la conducción de descarga de la envolvente actúa también como difusor para transformar parte de la energía debida a la alta velocidad, en energía de relativamente baja velocidad, aumentando la energía de presión.

La sección aumenta  
constantemente.

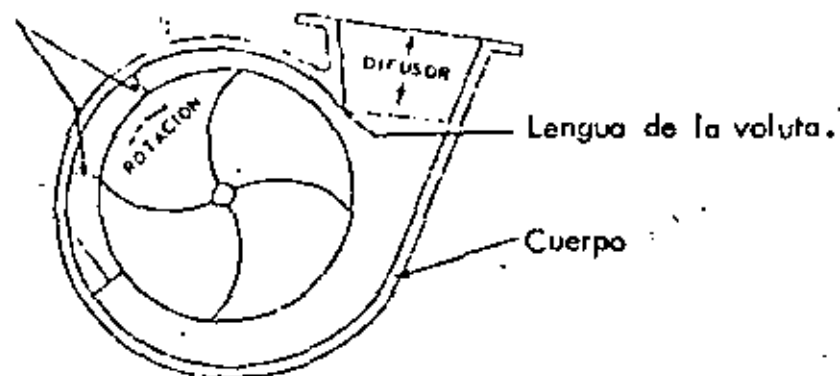


Figura 17

#### 1.4 Ecuación básica de Euler

Los principios generales del flujo en una máquina hidráulica fueron analizados primeramente por Euler. Como consecuencia de la curvatura de los álabes, el agua pasa a través del espacio entre ellos y se desvía de su dirección original por efecto de la fuerza que el álabe ejerce sobre el líquido. La componente de esta fuerza en la dirección del único movimiento posible (o sea la componente tangencial, será la única que se considere para calcular la potencia de la bomba. Las componentes de la fuerza y de la velocidad en la dirección paralelo a la

flecha (fig. 10), no se toman en cuenta ya que no afectan al movimiento.

La velocidad absoluta  $V$  estará compuesta por la velocidad  $v$  relativa al impulsor y la velocidad radial  $u$  del propio impulsor. A la entrada al impulsor la velocidad absoluta  $V_1$  es la suma vectorial de  $v_1$  y  $u_1$ ; a la salida,  $V_2$  es la suma vectorial de  $v_2$  y  $u_2$ . La dirección de  $v$  es siempre alejándose de la flecha y tangencial a la superficie de los álabes a la entrada y a la salida del impulsor. La velocidad instantánea  $u$  de cualquier punto del impulsor es necesariamente tangencial a la trayectoria circular que describe mientras gira.

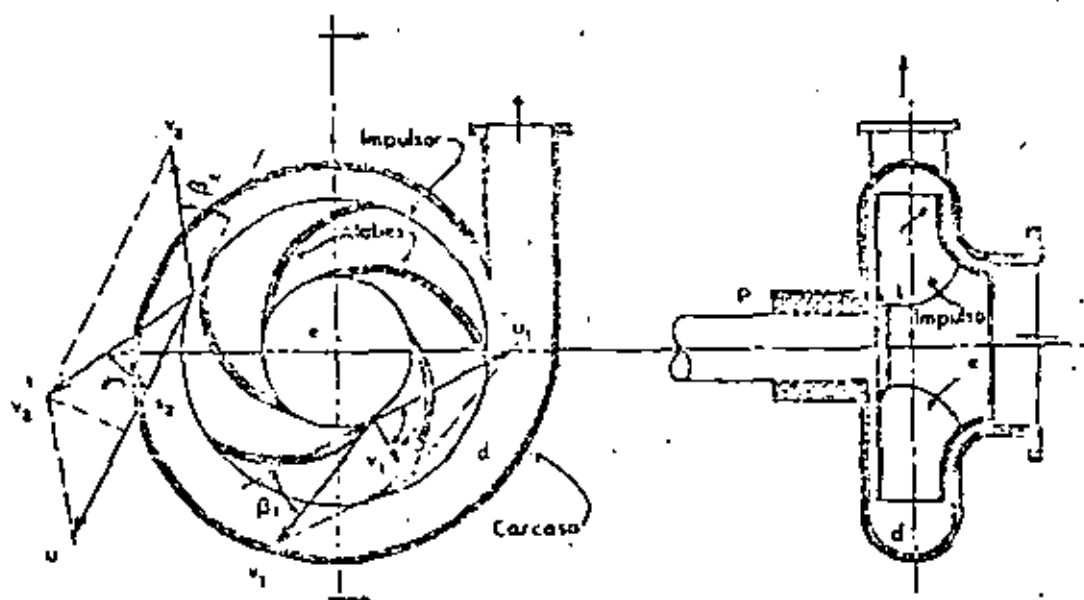


Fig. 18 Versión simplificada de un tipo comercial de bomba centrífuga.

En cada punto sobre un álabe, el flujo se produce con velocidad absoluta  $V$  y sobre cada elemento diferencial de gasto  $dQ$ , que se mueva sobre una línea de corriente, el álabe ejerce una fuerza o impulso de magnitud  $V dQ/g$ . La componente tangencial de esta fuerza vale  $\delta V \cos \alpha dQ/g$  y su momento con respecto al centro de rotación es  $\delta r V \cos \alpha dQ/g$ .

De esta manera, el par motor que el impulsor ejerce sobre el líquido será entonces:

$$T = \int_1^2 \frac{\delta}{g} r V \cos \alpha dQ$$

y al integrar se obtiene:

$$T = \frac{\gamma Q}{g} (r_2 V_2 \cos \alpha_2 - r_1 V_1 \cos \alpha_1) \quad (1)$$

La potencia con que el impulsor alimenta al líquido se mide por el par motor  $T$  aplicado a la flecha y su velocidad angular de rotación  $\omega$ , y vale

$$P_t = T \omega \quad (2)$$

De esta manera, la potencia teórica que el impulsor imprime al líquido es:

$$P_t = \frac{\gamma Q}{g} \omega (r_2 V_2 \cos \alpha_2 - r_1 V_1 \cos \alpha_1) \quad (3)$$

Además, si la potencia real obtenida en la brida de descarga de la bomba vale

$$P_r = \gamma Q H \quad (4)$$

en que  $H$  es la carga dinámica (o energía en  $\text{kg m/kg}$ ) en la sección de descarga de la bomba. Se define como eficiencia de la bomba la relación entre la potencia real y la teórica:

$$\eta = \frac{P_r}{P_t} = \frac{\gamma Q H}{T \omega} \quad (5)$$

De esta manera, tomando en cuenta a las ecs. (3) y (5) y substituyendo a la velocidad radial  $u = \omega r$ , la carga  $H$  de bombeo será:

$$H = \frac{\eta (u_2 V_2 \cos \alpha_2 - u_1 V_1 \cos \alpha_1)}{g} \quad (6)$$

### 1.5 Pérdidas y eficiencia

Una bomba no es completamente eficiente debido a las inevitables pérdidas de energía, las cuales pueden ser clasificadas como sigue:

- a) Pérdidas mecánicas, que incluyen la fricción en la chumacera, la fricción del disco o arrastre entre el impulsor y la carcasa ocasionada por la viscosidad del agua.

b) Pérdidas por recirculación debidas a la potencia consumida en el paso inevitable de parte mínima del gasto de la zona de alta presión en el lado de la descarga del impulsor (a través de los espacios libres entre el impulsor y la carcasa) hacia la zona de baja presión en el centro del impulsor.

c) Pérdidas hidráulicas que incluyen: 1) fricción por escurrimiento del líquido a través de los espacios libres del impulsor, 2) fricción del líquido con la carcasa, 3) pérdidas por impacto a la entrada y salida del impulsor debidas al cambio brusco de velocidad o condiciones de escurrimiento de esos puntos.

Si  $\eta_m$  es la eficiencia mecánica,  $\eta_r$  la eficiencia de recirculación y  $\eta_n$  la eficiencia hidráulica, la eficiencia total de la bomba será:

$$\eta = \eta_m \times \eta_r \times \eta_n \quad (7)$$

Los valores normales de estas eficiencias son como sigue: de 0.95 a 0.98 para  $\eta_m$ , de 0.98 a 0.995 para  $\eta_r$  y de 0.90 a 0.96 para  $\eta_n$ .

### 1.6 Curvas características

La parte más importante en el análisis de las bombas centrífugas la constituye el uso de las curvas características.

Cualquier bomba centrífuga tiene, para determinada velocidad y diámetro de impulsor, una curva característica que indica la relación entre la carga real desarrollada por la bomba y el caudal a través de la misma.

A partir de la ecuación de Euler es factible determinar la forma que tienen las curvas características de una bomba. En efecto, para una eficiencia óptima de la máquina ( $\eta = 1$ ), en la ec. (5)  $H$  será máxima si el término  $u_1 V_1 \cos \alpha_1 = 0$ ; esto es, cuando el impulsor sea diseñado de tal manera que el agua entre en dirección radial, lo cual en general se cumple. De esta manera resulta que

$$H = \frac{u_2 V_2 \cos \alpha_2}{g} \quad (8)$$

siendo además:

$$V_2 \cos \alpha_2 = u_2 + v_2 \cos \beta_2$$

y que  $v_2 = \frac{Q}{A}$

donde  $A$  es el área de paso del agua a través del impulsor, la ec. (8) resulta entonces

$$H = \frac{u_2^2}{g} + \frac{u_2}{g} \cos \beta_2 Q$$

Si se denomina:

$$C_1 = \frac{u_2^2}{g}$$

$$C_2 = \frac{u_2}{Ag} \cos \beta_2$$

se puede escribir que

$$H = C_1 + C_2 Q \quad (9)$$

Para una velocidad de rotación constante, el coeficiente  $C_1$  es también constante y  $C_2$  dependerá únicamente del valor del  $\cos \beta_2$  y la ec. (9) será la ecuación de una recta, cuya pendiente  $C_2$  depende del diseño del álabe a la salida, existiendo una ley lineal entre  $H$  y  $Q$ .

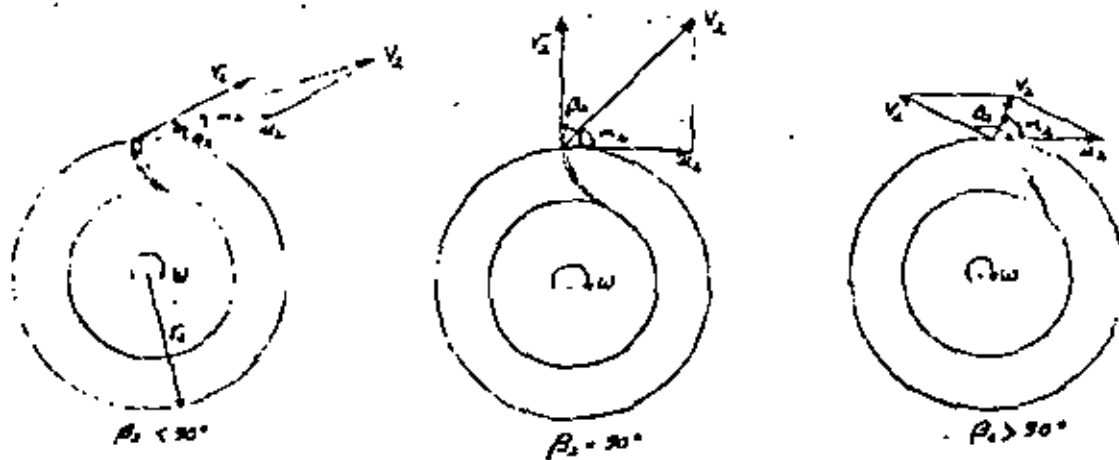


Figura 19.



Se pueden presentar tres casos (fig. 19)

Caso 1.  $\beta_2 > 90^\circ$ ;  $\cos \beta_2 < 0$ ;  $C_2 < 0$ ; pendiente negativa.

Caso 2.  $\beta_2 = 90^\circ$ ;  $\cos \beta_2 = 0$ ;  $C_2 = 0$ ; pendiente cero

Caso 3.  $\beta_2 < 90^\circ$ ;  $\cos \beta_2 > 0$ ;  $C_2 > 0$ ; pendiente positiva.

La representación gráfica de los tres casos se presenta en la figura 20 a, así como las curvas reales resultantes en la práctica.

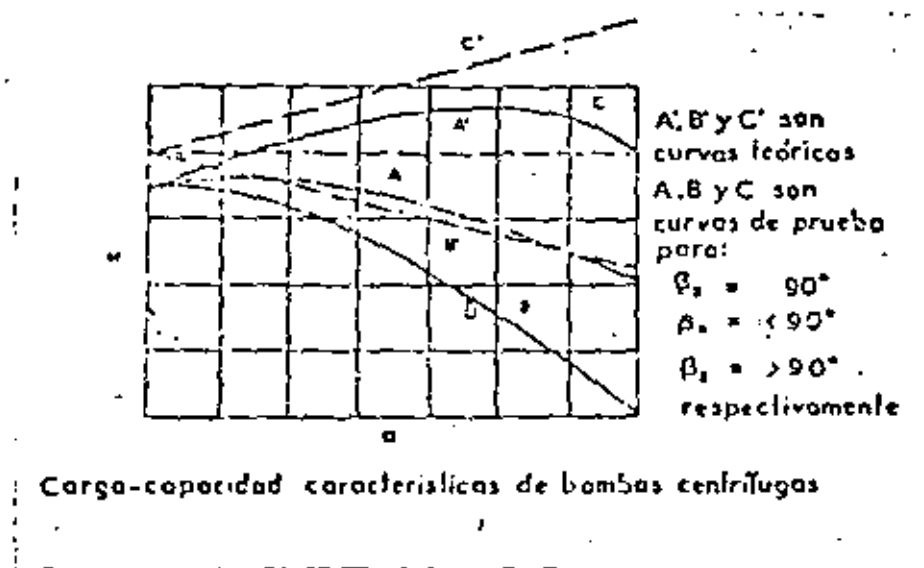


Fig. 20. Curvas características de una bomba centrífuga.

Si se considera que la potencia es proporcional a  $Q H$ , la que es alimentada por la bomba sería entonces:

$$P = C_2 Q + C_3 Q^2$$

Esto significa que las curvas potencia-gasto son parabólicas y de acuerdo con el valor de  $\beta_2$ , adoptan las formas mostradas en la figura 20 b para una velocidad angular de rotación constante. Se observa que si  $\beta_2 = 90^\circ$ , la potencia absorbida se limita a un máximo.

Las curvas características reales de las bombas difieren ligeramente de las teóricas antes obtenidas. Las curvas características totales de una bomba son gráficas que muestran el comportamiento de las bombas

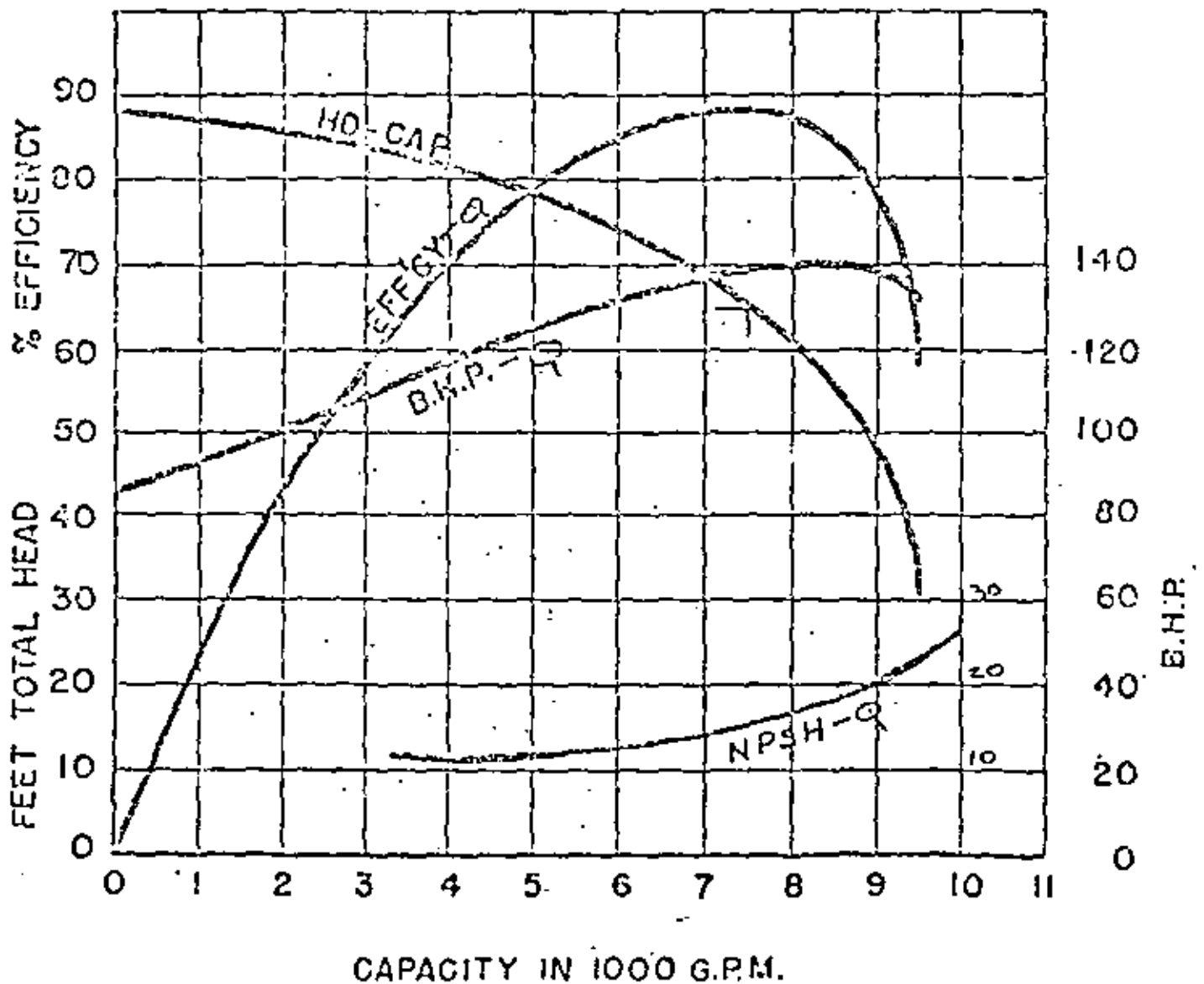


FIG. 21

REPRESENTACION GRAFICA DE LAS CARACTERISTICAS DE UNA BOMBA CENTRIFUGA.

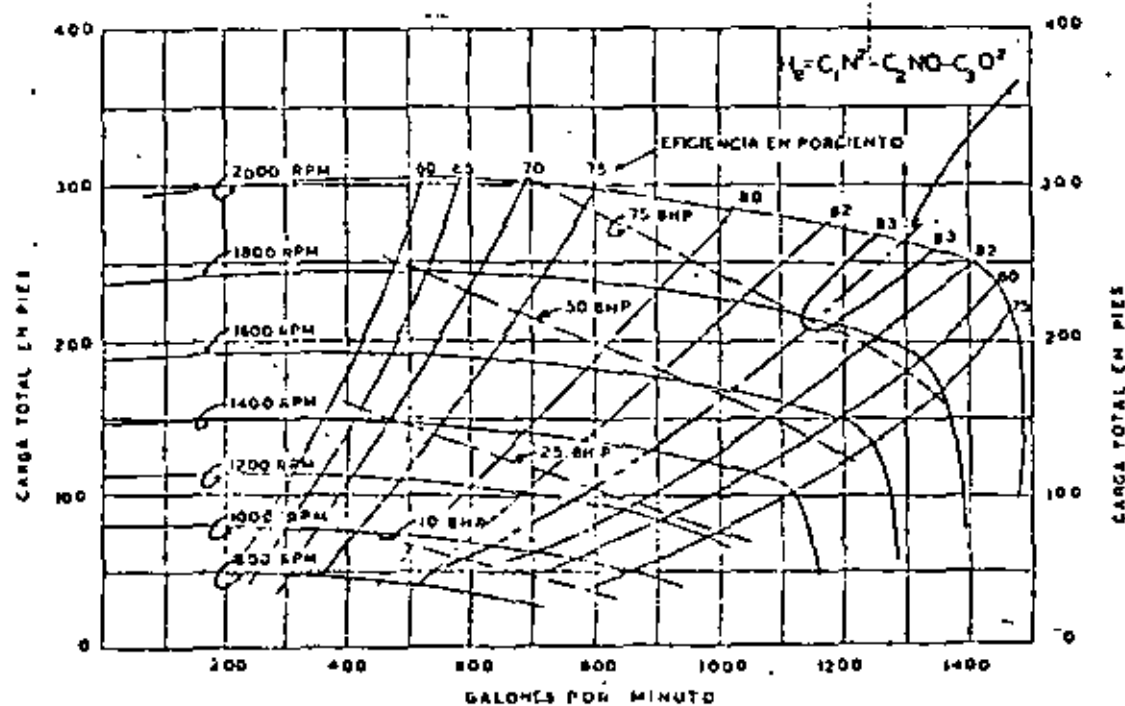
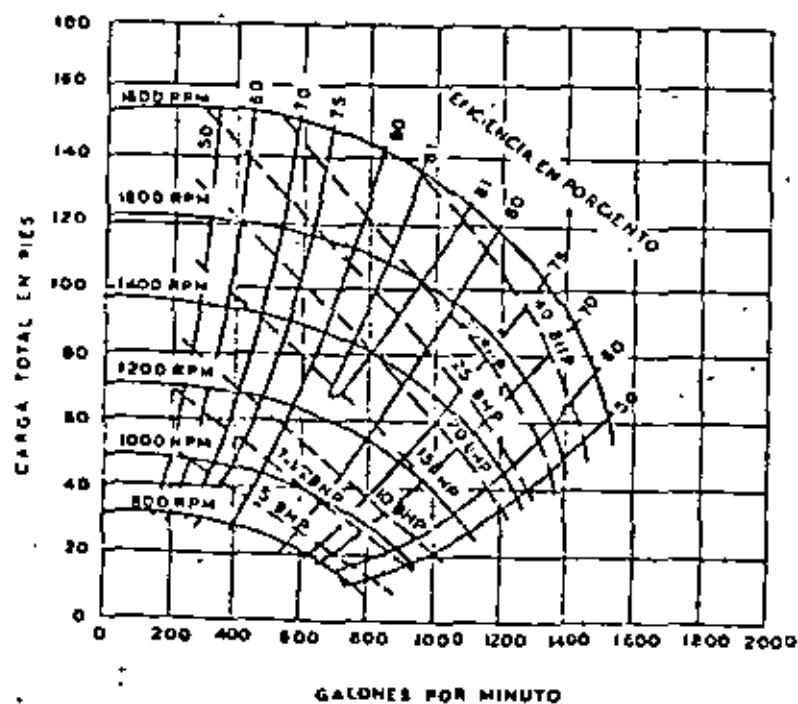
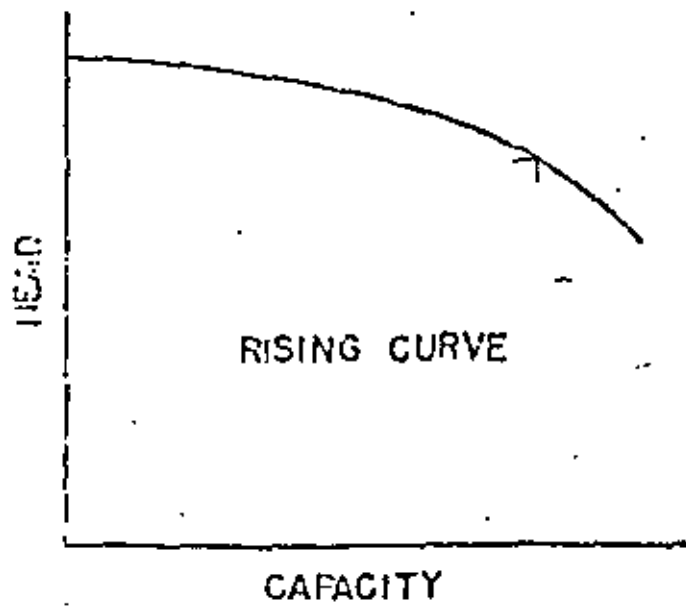


Fig. 22 Curvas características de una bomba centrífuga.



BOMBA DE 5" SUCCION  
SIMPLE - UN SOLO PASO

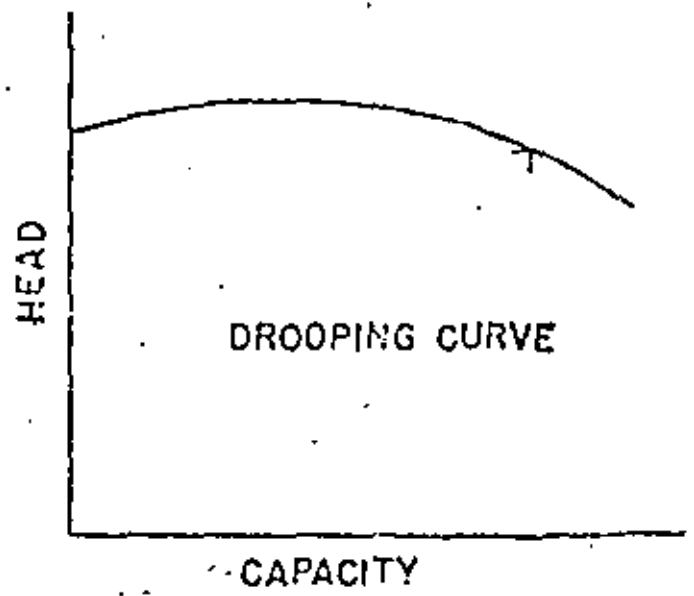
Fig. 23 Curvas características de una bomba centrífuga.



RISING CURVE

CAPACITY

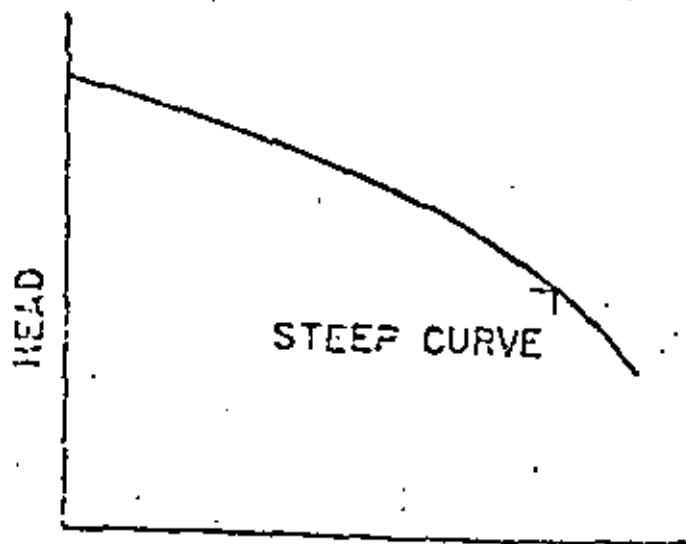
FIG. 24 CURVA CARGA -CAPACIDAD CRECIENTE



DROOPING CURVE

CAPACITY

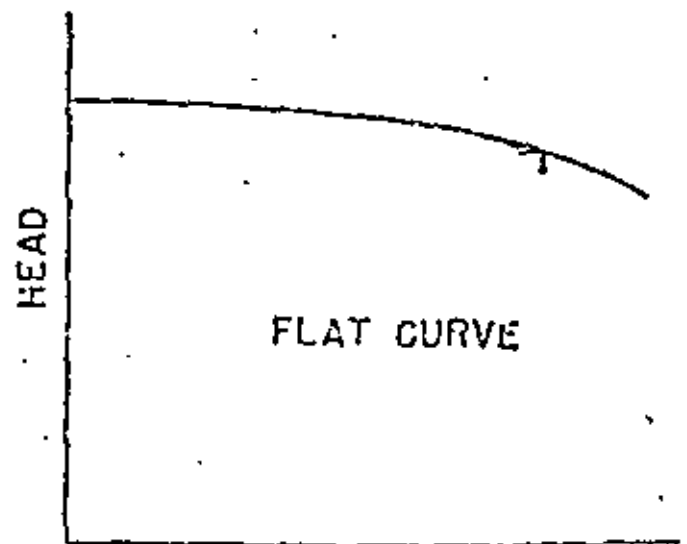
FIG. 25 CURVA CARGA-CAPACIDAD CON UN MAXIMO EN LA CARGA.



STEEP CURVE

CAPACITY

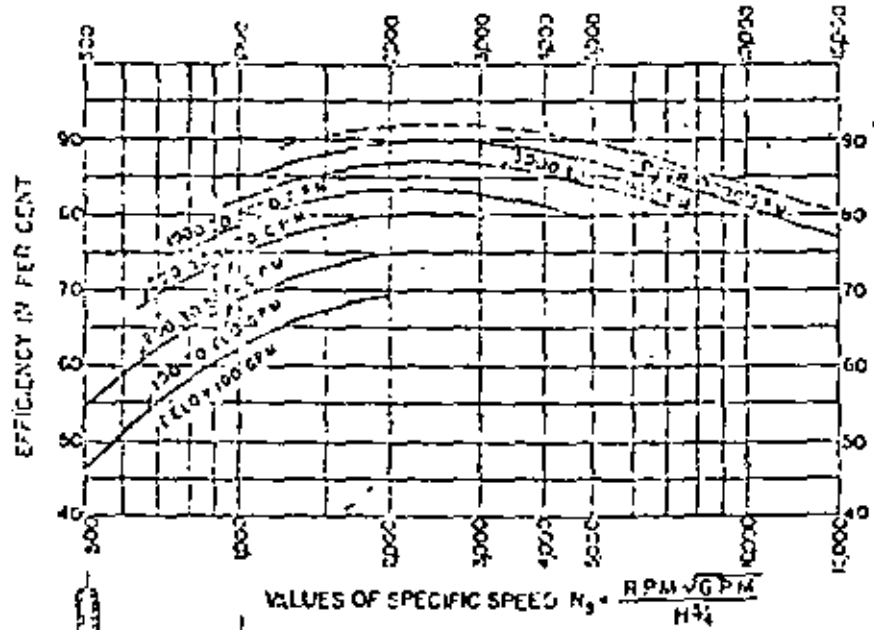
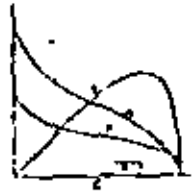
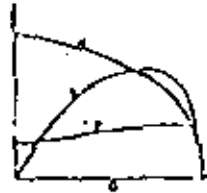
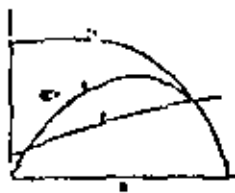
FIG. 26 CURVA CARGA CAPACIDAD MUY CRECIENTE



FLAT CURVE

CAPACITY

FIG. 27 CURVA CARGA CAPACIDAD PLANA



G. 28 RELACION ENTRE VALORES DE ( $N_s$ ) y TIPOS DE BOMBAS.

bajo condiciones variables, que muestran sus limitaciones y posibilidades y que se obtienen a partir de pruebas en laboratorio o de campo. Es común que se presenten las siguientes curvas:

- Carga (H) - caudal (Q)
- Potencia requerida al freno (BHP) - caudal (Q)
- Eficiencia ( $\eta$ ) - caudal (Q)
- Carga neta positiva de succión requerida (NPSH) - caudal (Q)

Todas estas curvas se presentan normalmente usando siempre el eje horizontal para el caudal Q y el vertical, con diferentes escalas, para las restantes variables. Además corresponden a una velocidad de rotación y a un diámetro de impulsor constante, tal como se muestra en la figura 21. Sin embargo, resulta también muy conveniente presentar el comportamiento de la bomba para diferentes velocidades de rotación, tal como se presenta en la figura 22 que muestra curvas para una bomba de un solo paso y doble succión, en la cual se ha trazado una línea discontinua a través de los puntos de máxima eficiencia.

En el caso de que la bomba sea accionada por un motor eléctrico de inducción a 60 ciclos, la velocidad de rotación depende del número de polos del motor que se usa de acuerdo como sigue:

2 polos	3550 rpm
4 polos	1750 rpm
6 polos	1150 rpm
8 polos	850 rpm

Motores de mayor número de polos son de fabricación especial y generalmente se hacen sobre pedido.

La figura 23 presenta las curvas para bomba de succión simple y un solo paso del mismo tamaño y capacidad. Se observa que la curva de la figura 22 presenta una curva relativamente "plana", esto es la carga permanece aproximadamente constante para límites amplios del gasto, una característica deseable para muchos tipos de servicio. Por el contrario, la curva de la figura 23 muestra una característica relativamente "inclinada", para lo cual, varía la carga más rápidamente con las variaciones del caudal, lo cual puede ser también deseable para cierto tipo de aplicaciones. Ambos tipos de curvas se pueden obtener lo mismo con una bomba de succión simple, o bien doble.

De acuerdo con estas ideas y dependiendo de las características de diseño del impulsor, las curvas características se clasifican en cuatro tipos:

a) Curva carga-caudal creciente.

Se caracteriza por tener una carga a gasto cero (válvula cerrada) del 110 al 120 por ciento de la carga correspondiente al punto de máxima eficiencia, tal como se muestra en la figura 24. La curva es estable y tiene un buen funcionamiento en sistemas de bombeo con unidades en paralelo.

b) Curva carga-caudal con un máximo en la carga.

A válvula cerrada, la carga es menor que la correspondiente a determinados caudales (fig. 25). Es inestable cerca de la carga máxima, pero estable para puntos con cargas menores a la de válvula cerrada.

c) Curva carga-caudal muy creciente.

A válvula cerrada, la carga es 140 a 150 por ciento de la correspondiente a máxima eficiencia (fig. 26). El funcionamiento es muy estable sobre todo en sistemas de bombeo con unidades operando en paralelo, ya que se retiene poca variación en el caudal  $Q$  para grandes incrementos en la carga.

d) Curva carga-caudal plana.

A válvula cerrada, la carga tiene valores muy próximos a la correspondiente al punto de máxima eficiencia (fig. 27). El funcionamiento es inestable, pero adecuado cuando se requieren grandes variaciones del caudal con diferenciales mínimos de carga.

El grado de inclinación de la curva característica es algunas veces un factor muy importante en la selección de bombas, cuando estas son utilizadas en múltiple. Bombas en paralelo que envían caudal al mismo cabezal colector de la descarga pueden "robarse" entre sí bajo ciertas circunstancias; para pequeñas variaciones en la carga podría significar cambios considerables en los caudales de descarga individuales. Esta tendencia es menor cuando las bombas tienen características más inclinadas. El grado de inclinación para una curva característica se establece algunas veces como la relación de la carga al 50% de la capacidad nominal y la carga al 85%, lo que proporciona una medida de comparación suficientemente útil, aún cuando sea arbitraria.

Curvas características como las anteriores se obtienen de los fabricantes y pueden ser reproducidas por el consumidor con pruebas en la unidad instalada para verificar la eficiencia garantizada. Sin em-

bargo, es de esperarse que las bombas individuales varíen ligeramente de una unidad a otra, aunque exteriormente sean idénticas. El Instituto de Hidráulica de los Estados Unidos de Norteamérica (Hydraulic Institute), que es una asociación de fabricantes de bombas de alta calidad, recomienda curvas basadas en alturas de succión de 4.5 m. Si las condiciones de instalación resultan en alturas de succión mayores o menores, las curvas de pruebas de los fabricantes pueden diferir un poco.

Las curvas características son uno de los elementos esenciales en la selección de una bomba para un determinado sistema de bombeo, además de la aplicación que debe hacerse de la velocidad específica. Por ejemplo, si se requiere una bomba para aforar un pozo, es necesario conocer las características de dicho pozo, así como las propiedades geohidrológicas donde se ha perforado. En otras palabras, si el pozo está localizado en la península de Yucatán, requiere una bomba de curva característica diferente a la del equipo que requiere el pozo localizado en Zacatecas. Para Yucatán convendrá usar una bomba cuya curva sea plana o poco creciente, mientras que para Zacatecas necesariamente será del tipo muy creciente.

### 1.7 Homología de las bombas centrífugas.

El fabricante puede economizar en modelos y en otros gastos -- ajustando una bomba de un diseño y tamaño determinados con tamaños de impulsor alternados, que varíen ligeramente de diámetro, logrando de esta manera que una misma unidad sirva para fluctuaciones más amplias de la relación carga-gasto. Esto puede lograrse sin alterar mayormente la eficiencia.

El fabricante también puede producir cierto tipo de bomba, bien diseñado, en una serie de tamaños donde las dimensiones interiores guarden una cierta proporción de escala o de homología (similitud). Estas bombas son por lo tanto geoméricamente semejantes y algunas veces se les llama unidades homólogas. Sus eficiencias serán muy parecidas si se operan en condiciones homólogas, a velocidades y caudales tales que la relación  $u_2/v_2/V_2$  se mantenga constante.

Cuando se operan las bombas homólogas de esta manera, es posible clasificar toda la serie basándose en las pruebas realizadas en un solo tamaño o en un pequeño número de tamaños típicos.

Para que una bomba opere a máxima eficiencia, necesariamente sus pérdidas hidráulicas deben ser mínimas. Esto se cumple cuando la velocidad absoluta del agua a la salida del impulsor a la carcasa son --



pérdidas pequeñas.

Si se observa la fig. 18, se puede apreciar que la velocidad absoluta ( $V_2$ ) del agua a la salida del impulsor puede variar en magnitud y dirección con los valores de la velocidad relativa ( $v_2$ ) y de la velocidad periférica ( $u_2$ ) del impulsor. Por lo tanto, en una bomba eficiente deberá mantenerse constante la dirección de  $V_2$  independientemente de  $v_2$  y  $u_2$ . En otras palabras, un cambio de  $u_2$  debe ir acompañado por un cambio en  $v_2$  de tal suerte que el diagrama de vectores se mantenga geoméricamente semejante para todas las velocidades absolutas. Cuando esto se cumple se dice que hay homología en las bombas.

Para dos bombas homólogas se debe cumplir que

$$\frac{v}{u} = \text{const} \quad (10)$$

$$\frac{V}{u} = \text{const} \quad (11)$$

Siendo la velocidad tangencial  $u$  proporcional a  $N$  (velocidad angular en rpm) y a  $D$ , de la ec. (10) se puede escribir que:

$$v \sim ND \quad (12)$$

Además, siendo  $Q = A v$ ; donde  $A$  es el área de paso entre los álabes, que es proporcional a  $D^2$ , resulta entonces:

$$Q \sim ND^3 \quad (13)$$

O bien, en bombas homólogas se cumplirá que:

$$\frac{Q}{ND^3} = \text{const.} \quad (14)$$

Por otra parte, substituyendo las ecs. (10) y (11) en la ec. (5) y también a (12) en el resultado, se deduce que

$$H \sim n^2 D^2 \quad (15)$$

o bien, se cumplirá que

$$\frac{H}{n^2 D^2} = \text{const.} \quad (16)$$

Por otra parte, substituyendo las ecs. (13) y (15) en la ec. (4) resulta también que

$$P \sim N^3 D^5 \quad (17)$$

o bien que:

$$\frac{P}{N^3 D^5} = \text{const.} \quad (18)$$

Las ecs. (14), (16) y (18) son las básicas para la homología en las bombas.

Cuando se desea encontrar las relaciones básicas para una bomba que operará con diferentes diámetros del impulsor, pero la velocidad de rotación constante, de las ecs. (14), (16) y (18) resulta que Q será proporcional con  $D^3$ , H con  $D^2$  y P con  $D^5$ .

Por el contrario, si se mantiene constante el diámetro del impulsor y varía la velocidad de rotación, se tendrá que Q es proporcional con N, H con  $N^2$  y P con  $N^3$ .

### 1.8 Velocidad específica.

Una aplicación importante de la homología entre bombas la constituye el concepto de velocidad específica, de gran trascendencia en la selección de las bombas.

En el conjunto de curvas características mostrado en la figura 22 se puede determinar un punto de operación de la bomba para el cual opera con la máxima eficiencia. Los valores de la carga H, gasto Q y velocidad angular N que corresponden a dicho punto se les conocen como valores nominales (o normales) de operación. La combinación de estas variables en un parámetro permite determinar la llamada velocidad específica de la bomba. Dicho parámetro puede obtenerse eliminando a D de las ecs. (14) y (16) y haciendo que la constante de proporcionalidad que resulte sea la llamada velocidad específica. Esto es que:

$$N_s = \frac{N Q}{H^{3/4}} \quad (19)$$

El valor de este parámetro corresponde a aquel para el cual fué diseñada la bomba y su operación para las mismas condiciones de velo

ciudad específica corresponda a las de máxima eficiencia y por consiguiente consume la menor cantidad de energía posible. Fuera de ese rango, la bomba opera pero su eficiencia será siempre inferior a la del punto nominal de operación.

Para bombas de tamaño pequeño o mediano se acostumbra expresar el gasto en galones por minuto (gpm), mientras que para bombas muy grandes el gasto se expresa con frecuencia en pies cúbicos por segundo. Además la carga se expresa en pies y la velocidad de rotación en revoluciones por minuto. Esto vale inclusive para México en que a pesar de usarse el sistema métrico, es común manejar el sistema inglés para los cálculos relativos a bombas. Esto provoca alguna confusión en el valor numérico de  $N_s$ , a menos que se fijen con claridad las unidades escogidas. En estas notas  $N_s$  será calculada siempre en sistema inglés y  $Q$  expresado en gpm para la misma.

Debido a que la eficiencia máxima implica una cierta forma del diagrama de vectores formado por  $v_2$ ,  $u_2$  y  $V_2$ , que se mantiene constante cuando se opera en condiciones homológicas, el término velocidad específica implica a su vez la correlación apropiada entre  $N$ ,  $Q$  y  $H$  para operación máxima de eficiencia, independientemente del tamaño de la bomba o de los valores absolutos de  $N$ ,  $Q$  o  $H$ . En otras palabras, la velocidad específica es un índice del tipo de impulsor con los detalles de la bomba que le son accesorios. La figura 28 muestra la variación entre los valores de  $N_s$  y los diferentes tipos de bombas.

La velocidad específica se calcula siempre para una unidad, de una sola succión y de un solo paso. Una bomba de doble succión es aquella que tiene dos impulsores de una succión unidos espalda con espalda y el valor de  $N_s$  es el calculado para cada mitad del impulsor, cada una entregando la mitad del gasto total del doble impulsor. Para una unidad de dos pasos (dos impulsores en la misma flecha, en serie) a cada impulsor se le acredita el manejo del gasto total, pero desarrollando la mitad de la carga total. De esta manera  $N_s$  se puede calcular fácilmente para diferentes arreglos de impulsores, como se indica o continuación, de acuerdo con el tipo de unidad de bombeo.

Succión	Número de impulsos	Número de pasos	$N_s$ (Q y H corresponden al valor total)
Individual	1	1	$N Q^{1/2} H^{3/4}$
Individual	n	1	$N (Q/n)^{1/2} H^{3/4}$
Individual	n	n	$N Q^{1/2} (H/n)^{3/4}$
Doble	1	1	$N (Q/2)^{1/2} H^{3/4}$
Doble	n	1	$N (Q/2n)^{1/2} H^{3/4}$
Doble	n	n	$N (Q/2)^{1/2} (H/n)^{3/4}$

### 1.9 Uso de la velocidad específica en la selección de bombas.

Como un ejemplo de la utilización de la velocidad específica en la selección de bombas, conviene considerar los siguientes casos:

Ejemplo 1. Se desea seleccionar una bomba para entregar un caudal de 740 gpm contra una carga de 300 pies, operando a 1750 rpm. Se desea una bomba de doble succión.

Para una unidad de un solo paso y doble succión, la  $N_s$  requerida será:

$$N_s = \frac{1750 (740/2)^{1/2}}{300^{3/4}} = 467$$

Si se escoge una bomba de doble succión y doble paso, la  $N_s$  será:

$$N_s = \frac{1750 (740/2)^{1/2}}{(300/2)^{3/4}} = 785$$

En el catálogo del fabricante se encuentra una unidad de doble succión y un solo paso trabajando a 1800 rpm con un gasto de 1160 gpm, una carga de 211 pies de 14 3/4 pulg. de diámetro de impulsor. Su velocidad específica es:

$$N_s = \frac{1800 (1160/2)^{1/2}}{(211)^{3/4}} = 785$$

Si dos de estas bombas se conectan en serie, de tal manera que formen una unidad de pasos múltiples (cada una proporcionando la mitad de la carga), la velocidad específica de la unidad será la misma para cada paso; esto es, 785. Hidráulicamente este arreglo sería satisfactorio (eficiente).

Considerando que la bomba es de diseño adecuado y aplicable a los servicios requeridos, se determinará ahora el tamaño apropiado a partir de las ecuaciones de homología antes obtenidas. De la ec. (16) se puede escribir para las dos bombas en cuestión que:

$$\frac{211}{(1800 \times 14.75)^2} = \frac{150}{1750 \times D)^2}$$

Por tanto:

$$D = 12.8 \text{ pulg.}$$

Como comprobación

$$H = 211 (1750 \times 12.8)^2 / (1800 \times 14.75)^2$$

$$H = 150 \text{ pies por paso}$$

$$Q = 1160 (1750) (12.8)^3 / 1800 (14.75)^3 = 740 \text{ gpm}$$

Ejemplo 2. Supongamos que en el caso anterior se permitiese -- operar a 3600 rpm en lugar de 1750 rpm. Nuevamente con una unidad de doble succión, la  $N_s$  requerida sería:

$$N_s = 3600 (740/2)^{1/2} / (300)^{3/4}$$

$$N_s = 960 \text{ para unidad de un solo paso.}$$

Esto, desde luego, ni siquiera se aproxima a la  $N_s$  para la unidad propuesta. Intentar utilizar tal unidad para el trabajo asignado resultaría un arreglo insuficiente. Es decir, para desarrollar una carga de 300 pies, el diámetro de la unidad debería ser:

$$D = \sqrt{\frac{300}{211} \times \frac{1800}{3600} \times 14.75} = 8.8 \text{ pulg.}$$

mientras que para entregar un caudal de 740 gpm, de diámetro debería ser:

$$D = 14.75^3 \sqrt{\frac{1800 \times 740}{3600 \times 1160}} = 10.1 \text{ pulg.}$$

Consecuentemente, el tamaño del impulsor debería tener 10.1 pulgadas (gobernado por el gasto) y este es excesivo para la carga requeri-

da. Este impulsor desarrollaría, de hecho, una carga de magnitud;

$$H = 211 \left[ \frac{3600 \times 10.10}{1800 \times 14.75} \right] = 396 \text{ pies}$$

Resulta obvio que una bomba calibrada a 740 gpm bajo una carga de 396 pies, descargaría un caudal mayor de 740 gpm bajo una carga de 300 pies y debería ser operada con la válvula de descarga estrangulada para controlar la descarga. Esta estrangulación disipa una carga desarrollada (la diferencia entre 396 y 300 pies), que sería desperdicio de potencia. Todo esto podría haberse concluido de la disparidad entre la  $N_s$  requerida de 960 y la  $N_s$  de 785 para la unidad bajo consideración.

En otras palabras, sería necesario seleccionar una bomba de diseño diferente, tal como refleja  $N_s$ , si se desea una operación eficiente.

### 1.10 Curvas características de bombas operando en paralelo

Cuando las bridas de descarga de un sistema de bombeo se conectan a una sola tubería de presión y las bridas de succión a tuberías independientes que van a un cárcamo de bombeo, se dice que se tiene un sistema de bombeo operando en paralelo.

Para obtener las curvas características de las  $n$  bombas operando en paralelo se sigue el procedimiento que se describe a continuación:

Como en la rama de descarga la presión que desarrollan las bombas operando simultáneamente, debe ser la misma para que no haya recirculación de agua entre ellas o bloqueo de las mismas, se escoge una  $H_1$  y el valor de  $Q_1, Q_2, \dots, Q_n$  correspondiente a cada bomba para el mismo valor de  $H_1$ . El gasto correspondiente a  $H_1$  para la curva del sistema será:  $(Q_1 + Q_2 + \dots + Q_n)$  reiterando el procedimiento las veces que sea necesario.

## 2. SELECCION DEL TIPO DE BOMBA

### 2.1 Cavitación

Cuando un líquido como el agua, escurre a través de una máquina o conducto a una presión tan baja que ocasione la vaporización de aquel puede producirse cavitación. Se entiende por cavitación la formación de hendiduras en la superficie limítrofe, sea esta de metal u otro material, de lo que resulta un rápido deterioro. En máquinas, una

caída en la eficiencia, o vibración excesiva y deformaciones, pueden dar lugar a reparaciones frecuentes, o a la sustitución de algunas o varias de sus partes constitutivas.

El fenómeno de la cavitación (si bien no se comprende totalmente aunque se ha tratado de explicar en diversas ocasiones con base en acción química, electrolítica y mecánica) se atribuye actualmente, en general, a esfuerzos mecánicos ocasionados por las explosiones virtuales o aplastamiento de las partículas de fluido, que ocurren por la vaporización repentina y condensación en un flujo turbulento, cuando la presión está próxima a la presión de vapor. La cavitación se manifiesta particularmente en zonas donde se producen cambios bruscos de la dirección del flujo y en zonas de excesiva turbulencia. Bajas presiones pueden ocurrir en las proximidades de las protuberancias de la superficie limítrofe o donde existan desajustes entre partes contiguas. Esto puede causar desperfectos aunque la presión promedio en la región sea elevada; la situación se empeora bastante si la presión promedio es aproximada o igual a la presión de vapor. Por consiguiente, la mejor manera de evitar la cavitación es con un trazo continuo de los lugares de paso del agua donde sea posible y manteniendo presiones superiores a la presión de vapor en todos los puntos. Para altas velocidades específicas y grandes alturas de succión, el problema puede ser de importancia crítica en el diseño, sea de la bomba o de la instalación.

Imagínese una bomba centrífuga en operación, y que una válvula en el lado de la succión se cierra lentamente. Esto introduce una carga adicional de succión y reduce la presión a la entrada de la bomba. Si la válvula se cierra a un grado tal que la bomba sufra "inanición", o falta de alimentación, esto es, que no pueda mantener su cebado sin dificultad, el agua se vaporizará y el vapor se relicuará. La acción irregular produce un ruido que se oye como pequeñas gotas que martillan violentamente sobre las paredes de la bomba y de la tubería. Esto es la condición que produce la cavitación; la misma condición ocurrirá con alturas de succión excesivas en cualquier circunstancia. La condición descrita es extrema; en condiciones menos extremas el daño puede ocurrir con el tiempo aunque la causa sea menos aparente.

## 2.2 Altura máxima de succión permisible

Supóngase que una bomba trabaja contra una carga total  $H$  de la que la carga de succión  $H_s$  es una parte. Si la bomba está más arriba que el manantial (altura de succión),  $H_s$  será la suma de la altura de succión estática,  $Z_s$  la carga de velocidad en la tubería de succión -

$h_{v_s}$ , y las pérdidas de carga por fricción en la succión  $h_{f_s}$ . Llamemos  $H_a$  a la presión atmosférica y  $H_p$  a la presión de vapor de agua. Entonces la presión barométrica  $H_b$ , que es la altura a la cual el agua puede ser elevada en un barómetro, es:

$$H_b = H_a - H_p$$

Si la altura de succión es el máximo teórico,  $H_s = H_b$ ; pero -- prácticamente, la altura de succión debería ser siempre sustancialmente menor que  $H_b$  (para evitar presiones iguales o aproximadas a la del vapor), de suerte que la carga de presión absoluta en el lado de la succión de la bomba será:

$$\frac{P}{\gamma} = H_b - H_s, \quad \text{donde } \frac{P}{\gamma} \text{ es sustancialmente mayor que el cero absoluto.}$$

Existirá algún valor de  $\frac{P}{\gamma}$  debajo del cual ocurrirá cavitación. Llamemos a este valor la presión crítica, expresada como una razón de la carga total  $H$ , de modo que, por definición:

$$\sigma H = \frac{P}{\gamma} \text{ crítica}$$

Entonces se puede escribir:

$$\sigma H = (H_b - H_s), \text{ y finalmente:}$$

$$\sigma H = (H_b - H_s)/H, \text{ que se conoce como la fórmula de Thoma.}$$

Una fórmula teórica para sigma ha sido desarrollada:

$$\sigma = 0,0535 (N_s/1000)^{4/3}, \text{ donde } N_s \text{ está en unidades de gpm.}$$

Si esta se combina con la fórmula para la velocidad específica, se tendrá:

$$N = \frac{8,990(H_b - H_s)^{3/4}}{Q^{1/2}} \text{ donde } Q \text{ está en gpm.}$$

Estas fórmulas concuerdan bien con los valores determinados en experimentos.

El Instituto de Hidráulica ha publicado gráficas que muestran los límites de velocidad específica para bombas de succión simple o doble, las cuales dan alturas de succión permisibles para distintas cargas totales. Este criterio debe seguirse si se desea un buen rendimiento, sin peligro de cavitación. Unas de estas gráficas están reproducidas en las figuras 29 y 30.



**UPPER LIMITS OF SPECIFIC SPEEDS**  
 Single Stage, Single and Double Suction Pumps  
 Handling Clear Water at 85 F at Sea Level

H = TOTAL HEAD IN FEET

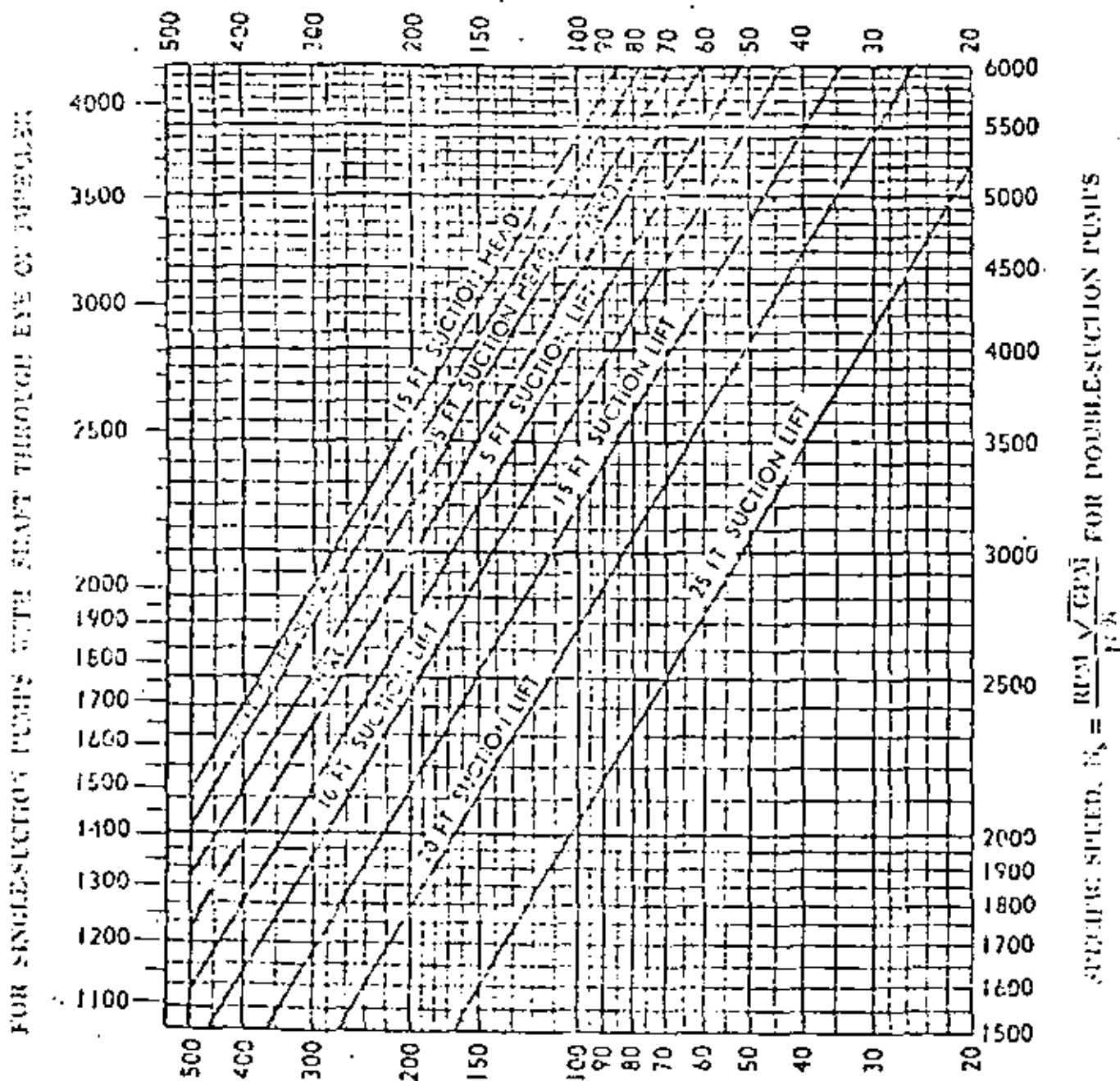


Fig. 29

### UPPER LIMITS OF SPECIFIC SPEEDS

Single Stage, Single Suction, Mixed and Axial Flow Pumps  
Handling Clear Water at 85 F at Sea Level

FOR SINGLE-SUCTION MIXED-FLOW AND AXIAL-FLOW PUMPS

$$\text{SPECIFIC SPEED; } N_s = \frac{\text{RPM} \sqrt{\text{GPM}}}{H^{3/4}}$$

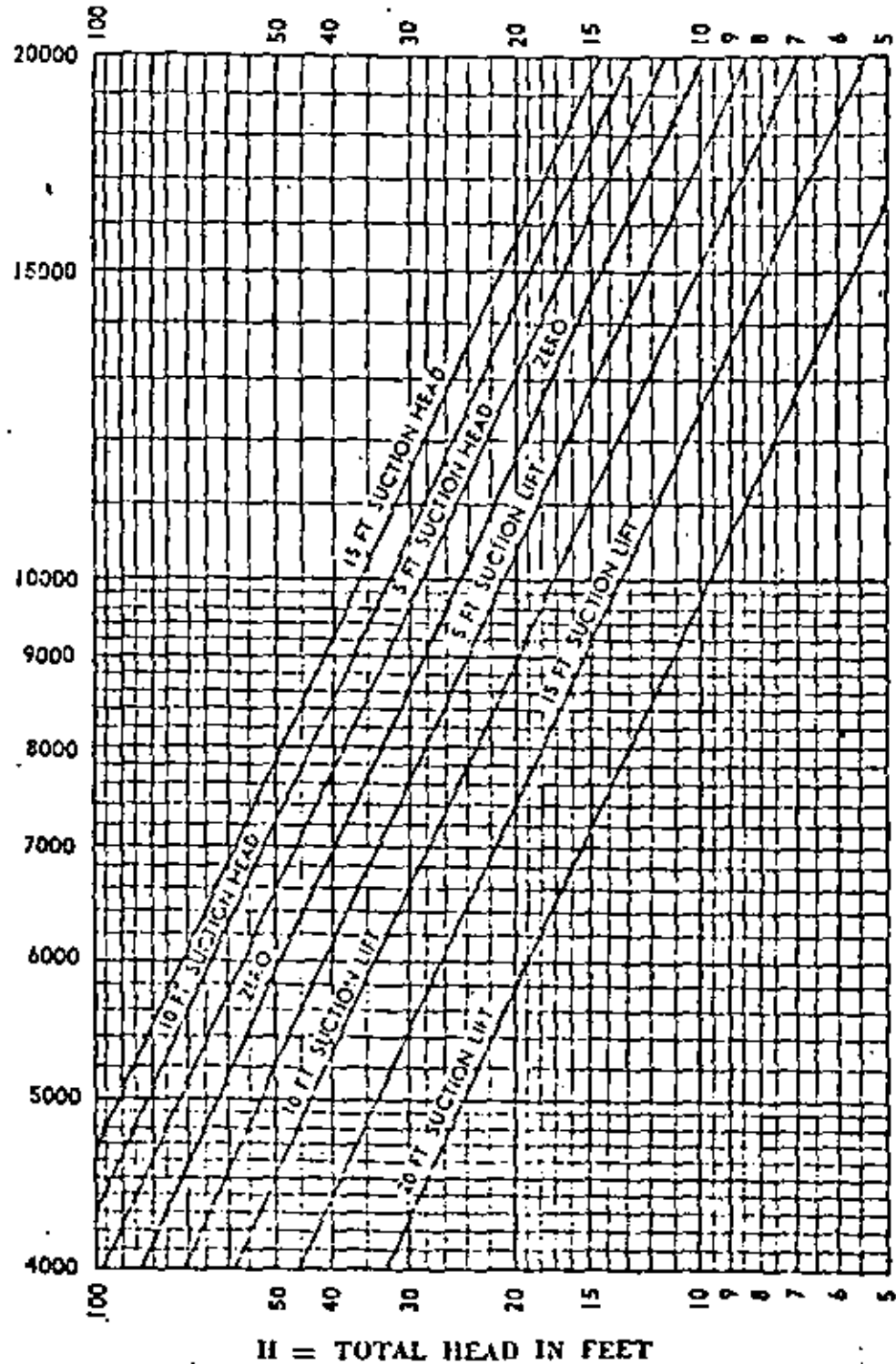


Fig. 30

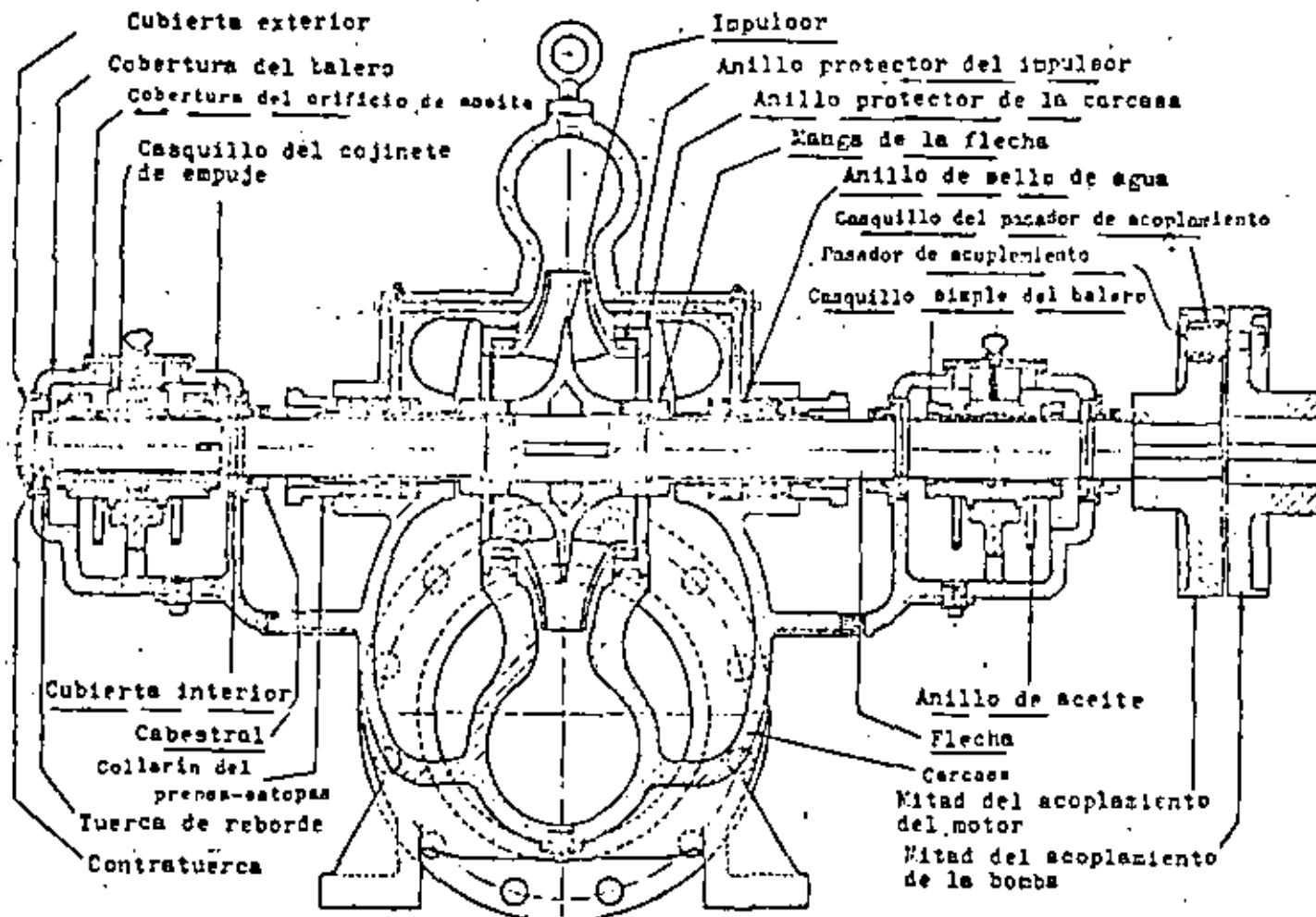


Fig. 31 Bomba de doble succión para condiciones de operación continua y período de vida prolongado.

Se pensará que estos valores no pueden ser valores absolutos; si ocurre o no cavitación a una presión dada dependerá en gran parte del diseño de la bomba y de la mano de obra en la fabricación. Esto es verdad. Las curvas muestran valores que son correctos para bombas bien diseñadas, con curvaturas y pasos armoniosos y superficies lisas muy bien acabadas, cuando son operadas entre límites de aproximadamente 40% - de la capacidad nominal y el punto de ruptura (bien arriba de 100% - de la capacidad nominal) en la curva carga-capacidad.

Fuera de estos límites, es muy posible que ocurra cavitación. -- Las curvas no se pueden aplicar a bombas de diseño inferior o baja calidad de mano de obra.

### 2.3 Algunos aspectos de construcción de bombas

Es necesario conocer algo sobre materiales y construcción de bombas, así como saber distinguir entre malos y buenos aspectos de diseño, si se desea especificar, seleccionar utilizar bombas para distintos tipos de servicio inteligentemente. El usuario en perspectiva debe establecer y exponer claramente al fabricante las condiciones normales de servicio y también los cambios en las condiciones de servicio, esto es, los límites de capacidad y cargas bajo los que ha de operar la bomba, incluyendo altura de succión normal y máxima. El punto en el que se espera máxima eficiencia (usualmente condiciones promedio de operación) debe conocerse. Algunas veces se exigen eficiencias mínimas, y en ocasiones se ofrecen premios para eficiencias mayores que el mínimo requerido. Por otra parte, la eficiencia puede no ser la consideración gobernante para el servicio pretendido.

Existe mercado de consumo para bombas baratas, así como también para máquinas de alta calidad, y no se pueden escribir especificaciones para bombas en general, pues necesariamente estas incluirían algunas características que no serían deseables, o que no justificasen el costo, para todos los tipos de aplicaciones.

No obstante, como un ejemplo típico de buena construcción de bombas, para condiciones de operación continua con agua clara y para un período de vida prolongado, se presenta una bomba de doble succión que se ilustra en la figura 31. Sus características principales son:

La carcasa está partida por un plano horizontal con las caras adecuadamente maquinadas y encabilladas para ser ajustadas entre sí con pernos. Está hecha de hierro fundido o una aleación de hierro fundido conveniente. Las tuberías de succión y descarga son fundidas íntegramente con la mitad inferior de la carcasa, permitiendo así remover la mitad superior con sus tapas de cojinetes, de manera que el elemento giratorio completo puede ser removido para inspección o reparaciones sin afectar ninguna de las conexiones de la tubería.

La superficie interior de todos los pasos de agua deberá ser razonablemente lisa, pero sin pulir.

El impulsor es de bronce, pulido, y del tipo encerrado de doble succión (en bombas pequeñas algunas veces succión sencilla hidráulicamente balanceada), hidráulica y mecánicamente balanceada, y conectado a la flecha por medio de cuñas u otros dispositivos adecuados.

Los anillos desgastables removibles son colocados tanto en la carcasa de la bomba como en el impulsor (con frecuencia en uno solamente). Los anillos de desgaste de la carcasa son de hierro fundido o de bronce, y los del impulsor son de bronce, atornillados o fijados de alguna otra manera efectiva al impulsor para seguridad y facilidad de repuesto.

La flecha forjada, maquinada y torneada precisamente a las dimensiones adecuadas; se protege contra corrosión y desgaste por medio de mangas de flecha de bronce, conectadas rigidamente.

Los cojinetes pueden ser de metal Babbitt o antifricción, o cojinetes de bolas del tipo de hilería sencilla o doble con ranuras profundas, que resisten los esfuerzos axiales y radiales; con envolturas a prueba de polvo, fijados adecuadamente con cuñas y sujetados con grapas u otros medios que permitan acceso y reparación. Para los cojinetes de metal Babbitt, la lubricación es por medio de anillos de aceite que flotan libremente sumergidos parcialmente en pozos de aceite.

Las estopas, o cajas de empaquetadura, se

hallan localizadas a cada lado del impulsor, son de profundidad regulable y tienen un número adecuado de anillos de empaque impregnados de lubricante, con una purga de lubricante dispuesta de manera de obtener un sello de agua del lado de descarga del impulsor.

La base, o plancha de asiento, es del tipo de caja rígida para soportar la bomba y el motor, con molineta colectora de gaseo y conexión de tubería al dren. Los acoplamientos son del tipo de pasador y casquillos de hule (conexión flexible), mecánicamente balanceados.

Los accesorios que debe proporcionar el fabricante de la bomba, deben incluir los acoplamientos, válvulas de purga de aire arriba de la carcasa de la bomba para extraer el aire durante el cebado, llaves o herramientas especiales necesarias para la bomba, y algunas veces manómetros del tipo Bourdon adecuados a los límites de operación de las presiones durante la succión y descarga.

Las unidades de pasos múltiples pueden obtenerse con características comparables a las que se acaban de mencionar.

## 2.4

### MONTADO DE BOMBAS Y PREVISIÓN PARA EL CEBADO

Una bomba operará satisfactoriamente sólo con montado apropiado y conexiones de tubería correctas. Debe ser anclada a una base sólida, nivelada con cuñas de acero y cementada en el sitio. Los orificios de succión y de descarga de una bomba, de ordinario proveen un paso de agua cuya sección transversal es por lo menos igual a la del impulsor, pero son de menor tamaño que el necesario para la tubería de succión y descarga a la que está conectada la bomba. Las velocidades en la tubería de descarga entre la bomba y la tubería maestra o colector principal pueden ser del orden de 10 a 20 pies por segundo (pps); pero en la tubería de succión, las velocidades no deben ser mayores de 3 a 5 pps, cuanto más baja mejor, dentro de límites razonables, particularmente cuando la bomba esté sujeta a altura de succión. Para

conectar con esta tubería deben usarse dispositivos graduados (reductores), después de la bomba. En la descarga puede emplearse un reductor recto o un codo reductor, proporcionando una recuperación adicional de la carga de velocidad. En el lado de la succión, es preferible un reductor recto, de modo que el agua no ejerza un empuje lateral en la entrada, ni entre al impulsor con velocidades no balanceadas. Debe colocarse una válvula de retención junto al reductor en el lado de la descarga, si la carga excede aproximadamente 50 pies, para proteger la bomba de la sobrepresión o golpe de ariete en la línea, y para evitar rotación invertida en caso de escurrimiento en sentido contrario. Una válvula de compuerta más allá de la válvula de retención, proporciona regulación en la descarga, y para cierre total de la tubería maestra si la bomba se detiene o se desmantela. Si la bomba está bajo carga de succión positiva (bomba abajo del manantial), también se necesitará una válvula de compuerta en el lado de succión para desaguar la unidad en caso de necesidad.

Si la bomba es accionada por un motor de velocidad variable, sea una turbina a vapor o motor a gas, una válvula de alivio de presión se coloca en la línea de descarga para evitar exceso de presión si la bomba se opera a velocidades más altas que las de diseño.

Todas las tuberías de conexión y válvulas deben ser suspendidas o soportadas separadamente, y alineadas de manera que ningún peso o esfuerzo actúe sobre la carcasa de la bomba.

Hay que prestar atención especial a la disposición de la tubería de succión, que debe ser corta y recta, con el menor número posible de cambios de dirección. Ningún punto en la tubería superior de la tubería de succión debe quedar más alto que el punto superior de la abertura de succión en la bomba; la tubería debe ser horizontal o ligeramente inclinada en dirección a la bomba, para eliminar todas las bolsas de aire. Esto puede implicar el uso de reducciones excéntricas. Cuando la bomba trabaja con altura de succión positiva, una válvula de

pué (de columpio vertical u horizontal) se instala en la entrada de la tubería de succión con el fin de mantener el cebado. Esta válvula debe protegerse por medio de una criba gruesa de hierro fundido u otro material para evitar la penetración de material sólido. La entrada de succión debe quedar bien sumergida, de lo contrario puede haber penetración de aire o formación de un vórtice sobre la misma.

Se necesitan dispositivos de cebado si la bomba está situada arriba del manantial, pues no operará a menos que la línea de succión y la bomba estén llenas de agua. La bomba puede ser cebada con ayuda de una línea auxiliar de cebado, conectada a una fuente independiente (segura), tal como un tanque elevado que se conserve lleno para esta finalidad. Durante el cebado, la bomba no debe estar funcionando, y las llaves de desagüe se mantendrán abiertas para permitir el escape de aire. Otros dispositivos de cebado incluyen eyectores operados con el orro de vapor o agua, para sacar todo el aire de la línea de succión y de la bomba.

Conviene consultar boletines del Instituto de Hidráulica y la Junta Nacional de Aseguradores contra el Fuego (National Board of Fire Underwriters) para detalles adicionales relativos a la instalación de bombas centrífugas.

Finalmente, siempre que sea razonablemente posible hacerlo, las bombas centrífugas deben ser instaladas a un nivel inferior al de la fuente, para evitar la necesidad de dispositivos de cebado, a no ser las válvulas de aire en la bomba.

## 2.5 OPERACION

Una bomba centrífuga debe comenzar a trabajar con la válvula de descarga cerrada, de modo que no existan cargas dinámicas en la tubería de descarga hasta que la bomba haya alcanzado la velocidad máxima. Después del arranque, la válvula de descarga se abre ligeramente para verificar si la unidad está cebada, y después puede abrirse lentamente hasta alcanzar la posición deseada. Antes de parar la bomba, debe

cerrarse nuevamente la válvula de descarga. La bomba no debe trabajar por mucho tiempo con la descarga cerrada y, naturalmente, nunca se la hará funcionar estando seca.

Todas las bombas centrífugas deben dejar pasar un poco de agua a través de los estoperos cuando están funcionando, pues así se lubrica el empaque, lográndose un mínimo de desgaste en las camisas de la flecha. Este pequeño goteo se recoge en la moldura colectora de la plancha de base y se desvía a un dren.

La fig. 32 ilustra algunas características de la instalación correcta de una bomba.

#### PRUEBAS

Los factores más importantes que afectan la operación de una bomba, y que deben determinarse por medio de pruebas son: 1) las condiciones de succión, 2) la carga total, 3) la velocidad, 4) el caudal, y 5) la temperatura y

densidad del fluido. Estos factores deben ser señalados o conocidos para interpretar correctamente la prueba. Las curvas características de los fabricantes están frecuentemente basadas en 15 pies de altura de succión, y en el bombeo de agua clara a 68°F. Para pruebas de aceptación, ninguna válvula en el lado de succión debe ser estrangulada; la carga total y la velocidad deben corresponder a las condiciones de servicio descadas; y la carga, caudal y potencia aplicada deben ser medidas por métodos aceptables.

a) *Medida de la carga.* La carga total contra la cual está trabajando la bomba es la diferencia entre la altura de descarga y la altura de succión.

$$H_t = H_d - H_s, \text{ donde } H_d \text{ y } H_s \text{ son positivos si las presiones correspondientes son positivas.}$$

La altura de succión es la altura estática de succión  $z_s$ , menos la carga de velocidad en la succión  $h_{v_s}$ , menos las pérdidas de carga en la

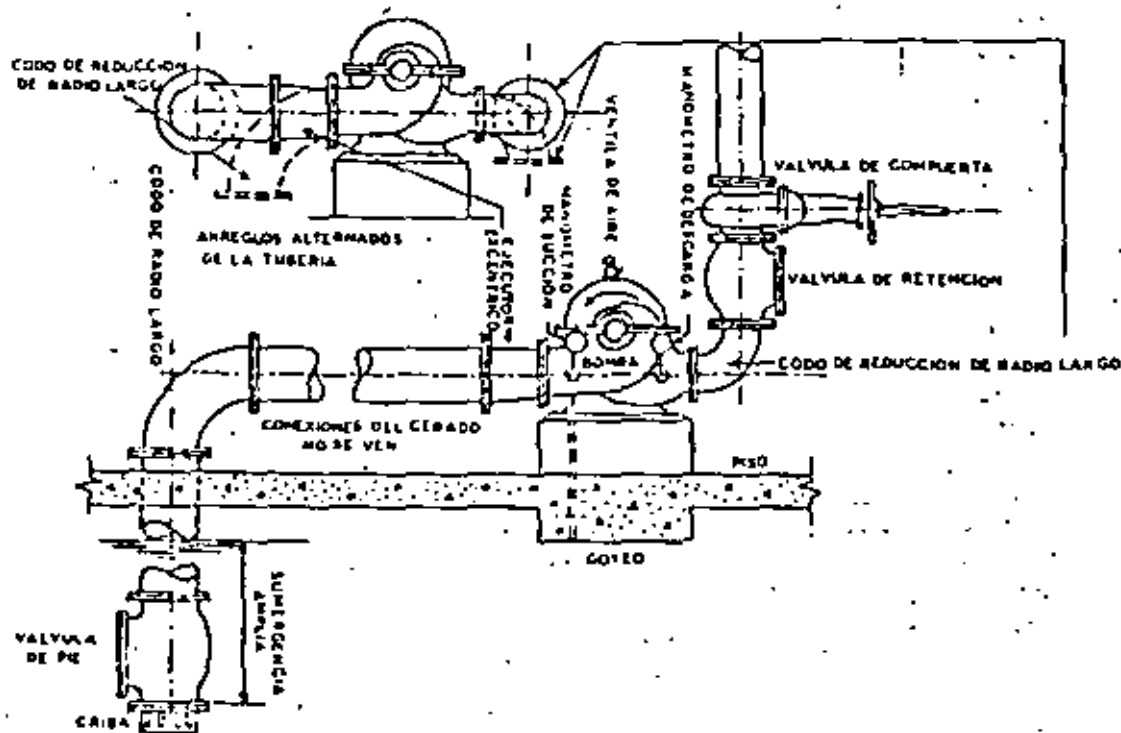


Fig. 32 Instalación típica de una bomba.

tubería de succión (entrada, válvulas, codos y fricción).

$H_s = z_1 - h_{f_1} - h_p$ , donde  $z_1$  es positivo cuando el manantial está arriba de la bomba.

La altura de descarga es la altura estática de descarga, más las pérdidas por fricción y otras pérdidas en el lado de descarga de la bomba.

$$H_d = z_2 + (h_{f_2} + h_{f_3}) + h_r$$

En las pruebas, las cargas en la descarga y en la succión de la bomba deben registrarse con manómetros, y estos, naturalmente, muestran la relación  $\frac{p}{W}$ . Lo que se desea conocer es el ascenso de la línea de energía en la bomba, y no el ascenso en la línea de carga, que es la diferencia en las lecturas de los manómetros. Por consiguiente, debe hacerse una corrección en las lecturas manométricas en una cantidad correspondiente a la carga de velocidad.

Es decir:

$$H_1 = (p/W)_1 + h_{v_1}$$

$$H_2 = (p/W)_2 + h_{v_2}$$

$$H_b = H_2 - H_1 = \Delta(p/W) + \Delta h_v$$

Esto es, la carga desarrollada por la bomba aparece en la prueba como la diferencia de las lecturas de los manómetros en la descarga y en la succión, más la diferencia (si existe) entre las cargas de velocidad en la descarga y en la succión. Si los manómetros no son instalados en la línea horizontal que pasa por el centro de la bomba, las lecturas deben ser corregidas adecuadamente.

b) *Medida de caudal.* El caudal de prueba puede ser medido por un dispositivo adecuado (ya sea un orificio o medidor Venturi, un vertedero, etc.). Las medidas directas por volumen o peso son preferibles si las condiciones lo permiten a medidas indirectas realizadas en los dispositivos mencionados.

c) *Medida de velocidad.* La velocidad de rotación de la flecha de la bomba se mide con un tacómetro. Se encontrará que por lo general la velocidad no es absolutamente constante, por lo que deben tomarse una serie de lecturas y obtener su promedio.

3) *Medida de la potencia aplicada.* Las bombas centrífugas son unidades de alta velocidad comúnmente impulsadas por motores a gas, turbinas a vapor o motores eléctricos. Cuando son impulsadas por motor, la potencia aplicada a la unidad de bombeo como un todo  $e_a$  (véase pág. 6), puede ser medida, con instrumentos eléctricos, pero se debe conocer la eficiencia del motor si se desea determinar la eficiencia de la bomba. Es preferible medir directamente la potencia aplicada a la flecha de la bomba, con un dinamómetro eléctrico o mecánico. El primero comprende un motor con campo flotante libre, arrojado de tal manera que el momento de torsión o par motor sea registrado en escalas. Un tipo común del último consiste en una flecha delgada entre el motor y la bomba que sufre una torsión apreciable bajo la carga de trabajo (esta flecha está precalibrada de manera que el par motor correspondiente a una distorsión angular dada, es conocido); y un dispositivo para tomar lecturas de la distorsión angular cuando la flecha está girando, con un estroboscopio. La velocidad de la flecha, medida con un tacómetro, multiplicada por el par motor, da la potencia aplicada a la bomba.

#### DISPOSICION MULTIPLE DE BOMBAS

Así como a la curva carga-capacidad de la bomba se la conoce como "curva característica de la bomba", igualmente a la curva carga-demanda del sistema de distribución alimentado por la bomba o asociación de bombas, se le suele llamar "característica de servicio". La característica de servicio muestra la carga total para distintas demandas.

Como se muestra en la fig. 33, la característica de servicio consiste en componentes fijas y variables. Se requiere una carga mínima en todos los puntos del sistema donde se va a sacar agua para consumo; la carga en las bombas no puede ser mayor que ella y es la componente fija de la característica de servicio. A esta, en la estación de bombeo, debe agregarse las pérdidas asociadas al caudal bombeado; esta compo-



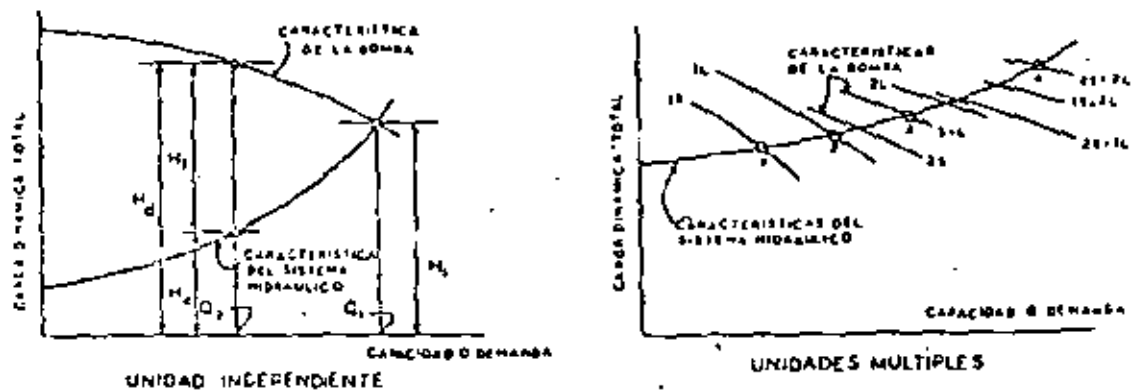


Fig. 33 Características de una bomba vs. características del sistema hidráulico.

nente varía aproximadamente con el cuadrado de  $Q$ . La carga contra la que la bomba va a operar es por lo tanto:

$$H = C + kQ^2, \text{ donde } C \text{ y } k \text{ son constantes para el sistema.}$$

Si la característica de la bomba y la característica del sistema hidráulico son dibujadas a la misma escala, su intersección muestra donde debe ocurrir el bombeo, es decir, donde la carga  $H_1$  y el caudal  $Q_1$  son iguales para la bomba y el sistema hidráulico.  $Q_1$  es también el caudal máximo que la bomba puede alimentar al sistema hidráulico a la velocidad fija correspondiente a su curva característica. Si la demanda fuera variable e igual a la capacidad nominal de la bomba, entonces la bomba estaría operando a máxima eficiencia en condiciones de servicio, y se tendría la situación ideal. Sin embargo, si las condiciones de demanda varían con el tiempo, y si sólo existe una bomba en la línea, entonces la bomba debe ser estrangulada para cualquier caudal menor  $Q_1$ . Pues cuando la demanda es  $Q_2$ , la carga total en el sistema es  $H_2$ , mientras que la bomba desarrolla la carga  $H_3$ , que es mayor que  $H_2$ , en la cantidad  $H_4$ . La válvula de descarga debe cerrarse parcialmente en este caso, de manera de crear esta carga adicional  $H_4$ .

Puesto que  $H_4$  representa la carga desarrollada por la bomba que es disipada en forma de trabajo inútil, la eficiencia total para el caudal  $Q_2$  es

$H_2/H_3$  multiplicado por la eficiencia de la unidad de bombeo.

Si la demanda es variable, frecuentemente conviene poner dos o más unidades de bombeo de igual capacidad o de capacidades distintas en la línea, de manera que determinadas unidades puedan ser puestas en servicio a fin de satisfacer las condiciones. Algunas veces, una o más unidades de velocidad variable pueden ser utilizadas, sea individualmente o en paralelo con unidades de velocidad constante. La selección correcta del número y características de las unidades implica un estudio de ingeniería económica, donde los costos deben ser balanceados con economía en gastos de energía. El operador debe ser capaz de satisfacer las condiciones de servicio con facilidad y economía razonables.

La fig. 12 ilustra cómo un número de bombas de velocidad constante pueden satisfacer demandas variables presentes y futuras. Para la demanda presente, se utilizan dos tamaños, que se llamarán grande (L) y pequeño (S). Para la demanda futura, se espera que estas unidades sean duplicadas. La curva característica (S + L) se obtiene simplemente sumando la curva S a la curva L, etc. Así se pueden considerar ocho combinaciones posibles de capacidades de las bombas, utilizando una o dos bombas pequeñas y una o dos bombas grandes, de la siguiente manera:

Bombas en la línea	Punto	Demanda
15	1	mínimo actual
11L	2	potencial actual
15 y 11L	3	máximo actual
25		caudales intermedios
25 y 11L		caudales intermedios alternativos
21		caudales intermedios alternativos
21 y 15		caudales intermedios alternativos
25 y 21	4	máximo futuro

De este modo sería posible bombear eficientemente una amplia variación de caudales, tanto presentes como futuros. Si las bombas son operadas en paralelo, como se describió, deberían presentar características razonablemente inclinadas, y no aplastadas, por razones expuestas en la sección "Curvas características de las bombas" (pág. 13).

Naturalmente, la utilización de unidades múltiples tiene además la ventaja de que el servicio puede mantenerse aun cuando una o más unidades estén fuera de servicio para fines de reparación.

#### EJEMPLOS NUMERICOS

##### Ejemplo 1

Se desea bombear un caudal de agua de 30 litros por segundo, contra una carga dinámica total de 50 m. Determinése la potencia requerida en caballos de vapor.

$$\text{Caballos de vapor} = CV = \frac{QH}{75} \text{ ó,}$$

$$HP = \frac{GH}{3.960}$$

donde:

- CV = Caballos de vapor
- Q = Caudal en litros por segundo
- H = Altura de bomba en metros
- HP = Caballos
- G = Caudal en galones por minuto
- H = Altura de bomba en pies

solución:

Sistema métrico de unidades

$$CV = \frac{30 \left( \frac{\text{litros}}{\text{seg}} \right) \times 50 (\text{m}) \times 1 \frac{\text{kg}}{\text{litro}}}{75 \frac{\text{kg} \cdot \text{m}}{\text{seg}^2} \text{ caballo}} = 20$$

Sistema inglés de unidades

$$CV = \frac{GH}{3.960} = \frac{\left( 30 \frac{\text{litros}}{\text{seg}} \times 60 \frac{\text{seg}}{\text{min}} \times \frac{8.34 \text{ lbs}}{3.785 \text{ litros}} \right) \left( 50 \text{ m} \times 3.28 \frac{\text{pies}}{\text{m}} \right)}{33.000 \frac{\text{litros}}{\text{min}} \times \frac{\text{pie}}{8.33 \text{ lbs}}} = \frac{1.800 \times 164.0}{3.960} = 20$$

##### Ejemplo 2-

Se desea bombear un caudal de agua de dos pies cúbicos/seg por medio de la instalación que se indica en la fig. 34. La bomba es de un solo paso y su velocidad  $N$  es de 1.760 rpm, determinése:

- La carga dinámica total
- Lecturas manométricas (en lbs/pulg<sup>2</sup>) en los puntos A, B y C.
- ¿Cuál sería la velocidad apropiada para una bomba de dos pasos, bajo las mismas condiciones?

*Cálculo de las pérdidas de carga*

Las pérdidas de carga locales pueden calcularse por dos métodos:

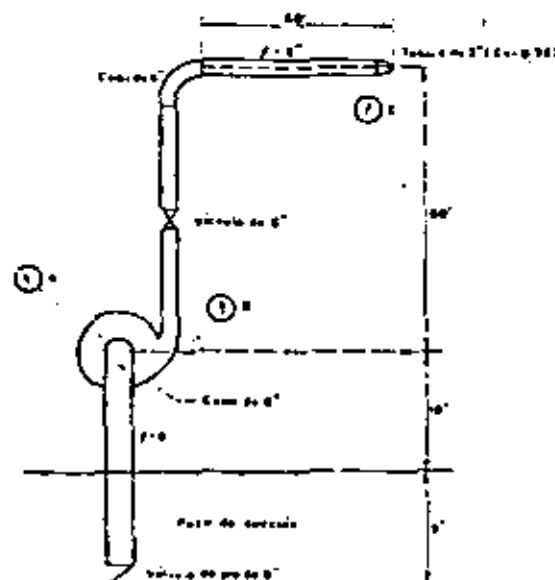


Fig. 34. Ejemplo numérico 2.

1) Empleándose la expresión general:

$$h_f = k \frac{V^2}{2g}$$

11) Trabajando con longitudes equivalentes de tuberías capaces de producir pérdidas idénticas a las locales

Para el problema propuesto se utilizará el método 1. Calculamos las cargas de velocidad:

$$h_{v1} = V_1^2 / 2g$$

$$V_1 = 2.0 / 0.349 = 5.73 \text{ pies/seg} \therefore h_{v1} = 0.51 \text{ pies}$$

$$V_2 = 2.0 / 0.196 = 10.2 \text{ pies/seg} \therefore h_{v2} = 1.62 \text{ pies}$$

$$V_3 = 2.0 / 0.22 = 91.6 \text{ pies/seg} \therefore h_{v3} = 130.5 \text{ pies}$$

Los valores de  $k$  se obtienen de cuadros como por ejemplo el cuadro 32 (a) y (b) del "Pipe Friction Manual" del Instituto de Hidráulica.

Es posible, pues, organizar el cuadro siguiente:

Locales	Pérdidas de carga			
	$K$	$V^2/2g$	$h_f$	
1) Entrada a la tubería 8"	0.50	0.51	0.26	$\Sigma h_f = 1.45 \text{ pies}$
2) Válvula de pie 8"	0.80	0.51	0.41	
3) Codo 8"	0.25	0.51	0.13	
4) 12 pies de tubería 8"	—	—	0.65	$\Sigma h_f = 19.70 \text{ pies}$
5) Válvula de compuerta 6"	0.10	1.62	0.16	
6) Codo 6"	0.30	1.62	0.48	
7) 120 pies de tubería 6"	—	—	13.86	$\Sigma h_f = 19.70 \text{ pies}$
8) Tubería 2" (*)	—	—	3.20	

Las pérdidas totales son de:  $1.45 + 19.70 = 21.15 \text{ pies}$

(\*) La pérdida en la tubería de 2" se calculó con la fórmula:

$$h_f = \left( \frac{L}{C} - 1 \right) (h_{v1} - h_{v2})$$

a) Cálculo de la carga dinámica total:

$$H = \Delta z + \Delta h_s + \Delta p/w + \text{pérdidas}$$

$\Delta z =$  Densivel geométrico en el bombeo  
 $\Delta h_s =$  Carga de velocidad a la salida de la tubería  
 $\Delta p/w =$  Carga de presión a la salida de la tubería

Así:

$$H = 70 + 130.5 + 0 + 21.15 = 221.65 \text{ pies}$$

b) Lecturas manométricas:

$$\text{Presión en A: } \left( \frac{P}{w} \right)_A = -10 - 0.51 - 1.55 \\ = 11.96 \text{ pies } (-3.18 \text{ psi})$$

Presión en B: Aplicando el teorema de Bernoulli en los puntos B y C se obtiene:

$$10 + \left( \frac{P}{w} \right)_B + 1.62 = 70 + 0 + \left( \frac{V_1^2 - V_2^2}{2g} \right) \\ + \text{pérdidas en la descarga}$$

$$\therefore \left( \frac{P}{w} \right)_B = 70.0 \text{ pies } (49.6 \text{ psi})$$

$$\text{Presión en C: } \left( \frac{P}{w} \right)_C = 130.5 - 1.62 + 3.2 \\ = 131.1 \text{ pies } (98.0 \text{ psi})$$

c) Velocidad de una bomba con dos pasos

$$N_s = \frac{NV\bar{Q}}{H^3} = \frac{1750 \sqrt{2} \times 418.8}{(221.65)^3} = 903$$

$$\text{Velocidad necesaria} = N = \frac{903 (111)^{3/4}}{30} \\ = 1.020 \text{ rpm}$$

### Ejemplo 3

Analizar los datos de las pruebas realizadas en una bomba con doble succión de 3 pulgadas y un solo paso, cuya capacidad nominal es de 400 gpm bajo una carga de 110 pies. La potencia al freno es de 14.5 caballos, siendo la eficiencia de 75 por ciento.

Instrucciones para trazar las curvas características de la bomba para  $N = 1750 \text{ rpm}$ :

- 1) Calcúlense las correcciones en las lecturas de descarga. Es necesario aplicar una corrección debido a que el centro del manómetro se encontraba a 8 pulgadas arriba del centro de la bomba.
- 2) Calcúlense las correcciones en las lecturas de succión. De la misma manera es necesario corregir las cargas de succión indicadas, pues el manómetro estaba a 4 pulgadas arriba del centro de la bomba.
- 3) Conviértanse las cargas y caudales indicados

CUADRO 4—Datos de las pruebas—Lecturas en los manómetros

Prueba No.	RPM (N)	Par motor (torque) (pies X libras)	Succión (pies)	Descarga (pies)	Caudal (gpm)
1	1.755	41,0	-9,0	87,5	355
2	1.770	39,0	-8,0	93,0	302
3	1.764	38,0	-7,4	96,0	277
4	1.775	36,5	-6,9	99,0	249
5	1.766	35,6	-6,0	103,5	200
6	1.770	30,5	-5,4	107,0	146
7	1.767	27,0	-4,9	108,0	100
8	1.780	24,5	-4,5	110,0	55
9	1.773	21,5	-4,0	110,0	0

por la prueba en cargas y caudales equivalentes para  $N = 1.750$  rpm.

- 4) Trácese las curvas de potencia, carga y rendimiento referidas a los caudales correspondientes para  $N = 1.750$  rpm.

Teniendo en cuenta las instrucciones 1 y 2 se puede construir el siguiente cuadro:

Con los valores del segundo cuadro se pueden trazar las curvas de la instrucción 4.

#### Ejemplo 4

Un ingeniero especifica las características de una bomba centrífuga, que deberá suministrar

Prueba No.	RPM (N)	Par motor (torque) (pies libras)	Lecturas corregidas		Caudal (gpm)	Pérdidas (pies)	Carga dinámica total (pies)	Potencia (HP)
			succión (pies)	descarga (pies)				
1	1.755	41,0	-8,7	88,2	355	1,1	98,0	15,7
2	1.770	39,0	-7,7	93,7	302	0,9	102,5	13,1
3	1.764	38,0	-7,3	96,7	277	0,8	104,6	12,7
4	1.775	36,5	-6,6	99,7	249	0,6	106,9	12,3
5	1.766	35,6	-5,7	104,2	200	0,4	110,3	11,3
6	1.770	30,5	-5,1	107,7	146	0,2	113,0	10,3
7	1.767	27,0	-4,6	108,7	100	0,1	113,4	9,1
8	1.780	24,5	-4,0	110,7	55	0,0	114,7	8,3
9	1.773	21,5	-3,7	110,7	0	0,0	114,4	7,2

Teniendo en cuenta la instrucción 3, se puede elaborar el siguiente cuadro:

un caudal de 1.000 galones por minuto. La carga dinámica total es de 250 pies y el régimen

Carga dinámica total (pies)	Caudal (gpm)	Potencia al freno (HP)	Potencia agua (HP)	Rendimiento (%)
97,1	354	13,6	8,2	60,2
99,7	298	12,6	7,5	59,2
102,9	275	12,4	7,1	57,4
103,9	246	11,8	6,4	54,6
108,3	198	11,0	5,4	49,2
110,3	146	10,0	4,1	40,5
111,2	99	8,8	2,8	31,4
110,8	54	7,9	1,5	19,2
111,5	0	6,9	0	0

de funcionamiento fue establecido para 1.750 rpm. Para este caso un fabricante ofrece un tipo de bomba que asegura satisfacer las condiciones del problema. Tiene un impulsor de 12 pulgadas, suministra 2.000 gpm contra una carga de 240 pies a 1.200 rpm, en el punto de rendimiento máximo. Esta bomba es de succión simple y dos etapas.

- Ofrece el fabricante un modelo adecuado al caso?
- ¿Qué diámetro del impulsor sería recomendado para el caso presente con este tipo de bomba?
- Velocidad específica de la bomba ofrecida (succión simple dos etapas):

$$N_s = \frac{1.200 (2.000)^{1/2}}{(240)^{3/4}} = 1.400$$

Velocidad específica necesaria, considerando una bomba de succión simple y dos etapas:

$$N_s = \frac{1.750 (1.000)^{1/2}}{(250/2)^{3/4}} = 1.180$$

Se ve entonces que el modelo ofrecido es adecuado, pues su velocidad específica coincide con la deseada.

- El tamaño correcto a fijar (en términos del diámetro del impulsor) es:

Utilizando la fórmula  $H = KN^2 D^2$  tenemos:

$$\frac{250/2}{240/2} = \frac{1.750 \times D^2}{1.200 \times 12^2} \therefore D = 8,4"$$

Utilizando la fórmula  $Q = KN^{1/2} D^2$  resulta:

$$\frac{1.000}{2.000} = \frac{1.750 D^2}{1.200 \cdot 12^2} \therefore D = 8,4"$$

que coincide con lo anterior.

### Ejemplo 5

Una bomba centrífuga de doble succión debe suministrar 200 galones por minuto (2,0 pies cúbicos por segundo) a un tanque elevado, como se indica en la fig. 35. El régimen de operación de la bomba es de 1.750 rpm.

Las pérdidas de carga en la tubería de succión (incluyendo las locales) equivalen a 25 pies de una tubería de 8 pulgadas; las pérdidas en

la tubería de descarga (incluyendo las locales) son equivalentes a 240 pies de tubería de 6 pulgadas (considérese  $f = 0,030$ ).

- ¿Cuál debe ser la carga total desarrollada por la bomba?
- ¿Cuál sería la potencia, en HP, para un rendimiento de 90 por ciento?
- ¿Cuál sería la carga de presión, en pies, en la succión de la bomba?
- Si para un buen rendimiento, la velocidad específica debe estar entre 900 y 1.350 ¿será recomendable una bomba de una etapa, o una de dos etapas?

Tenemos:

$$V_s = 2,0/0,196 = 10,2 \text{ pies/segundo} \therefore h_{fs} = 1,6 \text{ pies}$$

$$V_d = 2,0/0,319 = 7,7 \text{ pies/segundo} \therefore h_{fd} = 0,3 \text{ pies}$$

- Carga total = altura de elevación ( $z$ ) + pérdida en la entrada ( $0,5 h_{fs}$ ) +  $h_{fs}$  +  $h_{fd}$  + pérdida en la salida.

$$\text{Altura de elevación } (15 + 165) = 180,0 \text{ pies}$$

$$h_e = \text{pérdida en la entrada} = 0,5 \times 0,3 = 0,3 \text{ pies}$$

$$h_{fs} = \frac{f L}{D} \frac{V_s^2}{2g} = \frac{0,030 \times 25}{2/3} (10,2) = 0,6 \text{ pies}$$

$$h_{fd} = \frac{f L}{D} \frac{V_d^2}{2g} = \frac{0,030 \times 240}{1/2} (7,7) = 23,4 \text{ pies}$$

$$\text{pérdida en la salida} = h_{fd} = 1,6 \text{ pies}$$

$$\text{carga total} = 205,9 \text{ pies}$$

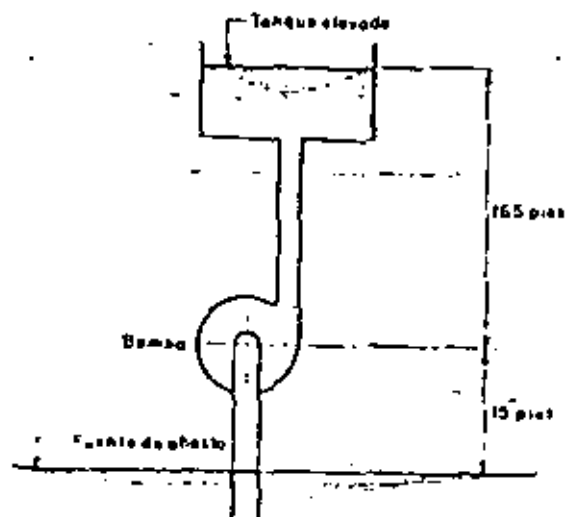


Fig. 35. Ejemplo numérico 5.

$$b) \text{ potencia} = \frac{wQ_{11}}{550} = \frac{62.4 \times 2 \times 205.9}{550 \times 0.9} = 52 \text{ HP}$$

$$c) \left( \frac{P}{w} \right)_{\text{succión}} = -h_p - h_{r1} - h_{v1} = 15 \\ = 0.3 - 0.6 - 0.3 = 15 \\ = -16.4 \text{ pies}$$

d) Para una etapa

$$N_s = \frac{1.750 (900/2)^{1.7}}{(206)^{3/4}} = 690$$

Para dos etapas

$$N_s = \frac{1.750 (900/2)^{1.7}}{(206/2)^{3/4}} = 1,150$$

Por consiguiente la bomba deberá ser de dos etapas.

### Ejemplo 6

Si la bomba de la fig. 36 se pone en marcha cuando el nivel del agua en el lago y en el pozo es el mismo ¿cuál será el abatimiento máximo en el pozo?

Para resolver este problema se considerarán pequeños incrementos de tiempo, referidos al comienzo del funcionamiento de la bomba. Inicialmente ocurrirá un descenso continuo del nivel del agua en el pozo, debido a la deficiencia de alimentación del pozo con agua del lago. Habrá un instante en el cual el desnivel que existe entre el lago y el pozo dará origen a un caudal de alimentación mayor que el efluente del pozo (caudal de bombeo). En este momento el nivel del agua en el pozo

comienza a subir, estabilizándose eventualmente una condición de equilibrio entre afluente y efluente, esto es, una estabilización del nivel del agua en el pozo.

El cuadro 2 permite visualizar las variaciones del nivel del agua en el pozo. Con los datos de ese cuadro fue posible construir las curvas de la fig. 37, que indica el abatimiento máximo en el pozo.

Considerando que  $f = ma$  (fuerza = masa aceleración) se tiene:

$$(w_1 A - w_2 A) = \left( \frac{w A l}{g} \right) \frac{\Delta V}{\Delta T}$$

donde:

$w$  = peso específico del agua = 62.4 libras/pie cúbico

$h_1$  = carga actuante sobre la tubería en el lago

$A$  = área de la tubería

$h_2$  = carga actuante sobre la tubería en el pozo

$l$  = longitud de la tubería

$g$  = aceleración de la gravedad = 32.2 pies/seg<sup>2</sup>

$\Delta V$  = variación del volumen de agua en el pozo

$\Delta T$  = intervalo de tiempo considerado

Así:

$$\Delta V = \left( \frac{g}{l} \right) (h_1 - h_2) \Delta T = \frac{32.2}{2,000} (h_1 - h_2) \Delta T$$

$$\Delta V = 0.016 (\Delta h) \Delta T$$

Si se consideran las pérdidas de carga en la tubería se tiene:

$$\Delta V = 0.016 (\Delta h - \Delta h_f) \Delta T$$

siendo  $\Delta h_f$  el factor de amortiguamiento debido a la fricción.

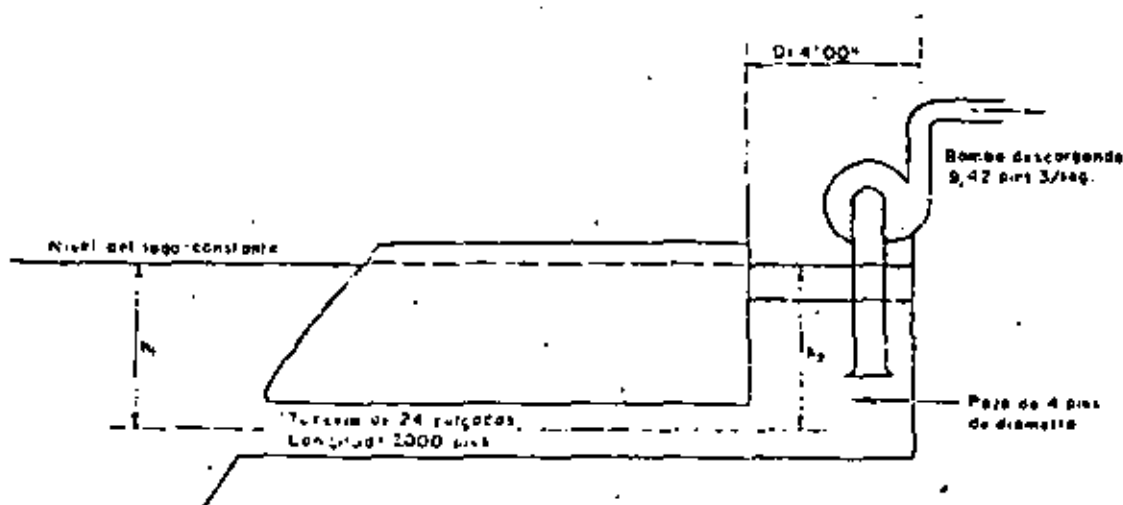


Fig. 36. Ejemplo numérico 6.

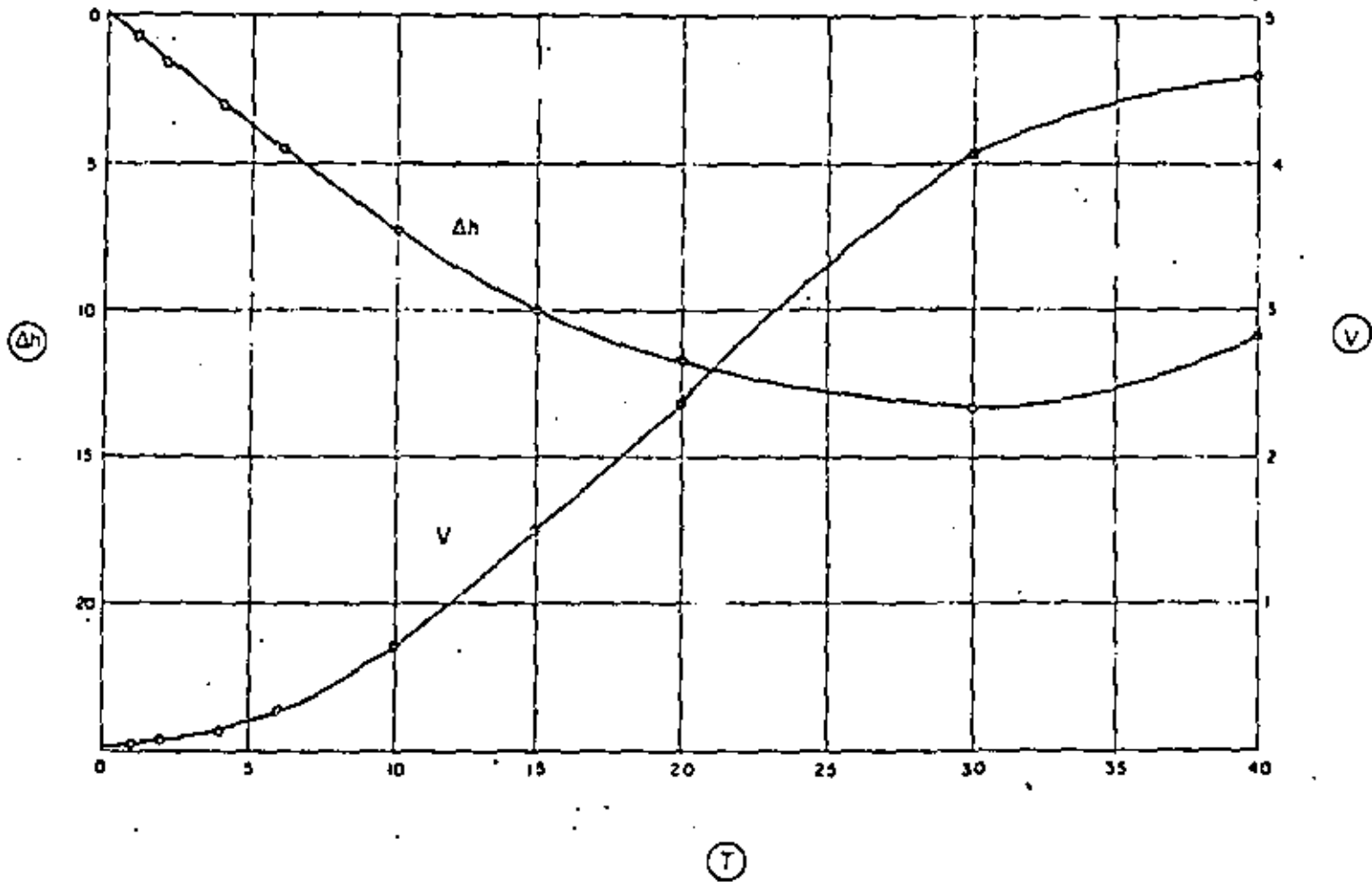


Fig. 37. Ejemplo numérica 6.

CAPÍTULO 3—Variaciones del nivel de agua en el pozo.

Tiempo a partir de la iniciación del funcionamiento de la bomba (seg.) (11)	Intervalo de tiempo considerado (seg.) (12)	Afluente al pozo de susa (cfs) (13)	Efluente del pozo de susa (cfs) (14)	$Q = (14) - (13)$ (cfs) (15)	Abajamiento del nivel en el pozo (pies) (16)	$h$ (pies) (17)	Pérdida de carga en la tubería (pies) (18)	$h_1 - h_2$ (pies) (19)	$Q \times V$ (pies cúbicos) (20)
1	—	0	9.42	9.42	0.73	0.73	0	0.73	0.012
—	1	—	—	—	—	—	—	—	—
2	—	0.04	9.42	9.38	0.74	1.49	0	1.49	0.024
—	2	—	—	—	—	—	—	—	—
4	—	0.23	18.84	18.61	1.48	2.97	0	2.97	0.096
—	2	—	—	—	—	—	—	—	—
6	—	0.83	18.84	18.01	1.43	4.40	0	4.40	0.112
—	4	—	—	—	—	—	—	—	—
10	—	3.44	37.68	34.24	2.72	7.12	0.03	7.09	0.437
—	5	—	—	—	—	—	—	—	—
15	—	11.3	47.10	35.6	2.84	9.96	0.27	9.69	0.781
—	5	—	—	—	—	—	—	—	—
20	—	23.7	47.10	23.4	1.86	11.82	1.03	10.77	0.866
—	10	—	—	—	—	—	—	—	—
30	—	74.4	94.2	19.8	1.58	13.40	2.80	10.60	1.71
—	10	—	—	—	—	—	—	—	—
40	—	128.0	94.2	-33.8	-2.69	10.71	7.43	3.26	0.32

\* En la tubería de 24 pulgadas; conociendo ( $h_1 - h_2$ ) se calcula el caudal.

† Como el pozo es cilíndrico,  $h = \frac{\left( \frac{\text{Efluente} - \text{Afluente}}{\text{Intervalo de tiempo}} \right)}{3.14 \times (\text{Diámetro})^2}$

‡ En la tubería de 24 pulgadas; conociendo el afluente al pozo se calcula la pérdida de carga.



3-7-1 INTRODUCCION

Al tratar sobre la clasificación, la velocidad específica ( $N_s$ ) y el tipo de curvas en las bombas centrífugas, quedó establecido el rango y características para las bombas de flujo mixto y de flujo axial. Sin embargo, haremos un extracto para que podamos distinguirlos con mayor facilidad:

<u>CONCEPTO</u>	<u>F. MIXTO</u>	<u>F. AXIAL</u>
( $N_s$ )	4200 a 9000	> 9000
( $Q$ )	medias	grandes
( $H$ )	medias	pequeñas
tipo curva	creciente	muy creciente
impulsor	tipo difusor	tipo difusor

3-7-2 PROPIEDADES ESPECIFICAS PARA LAS BOMBAS CENTRIFUGAS DE FLUJO MIXTO Y DE FLUJO AXIAL.

A continuación exponemos algunas propiedades para ambas bombas, con ligeros cambios en algunos de ellos, aplicables a los dos tipos. Por la posición pueden ser horizontales o verticales. El tipo más usual es el vertical en cárcamo húmedo, de uno o dos pasos, en muy pocas ocasiones de más de dos pasos. El tipo de descarga puede ser bajo o sobre la superficie. Su acoplamiento al elemento motriz se realiza con el de tipo flecha sólida o flecha hueca; indistintamente. La lubricación del eje (flecha) en la columna de descarga, normalmente se efectúa con aceite o con la misma agua bombeada, si las características de ésta no afectan a las chumaceras y al eje; en otras pocas ocasiones se usa agua limpia a presión entre el eje y el tubo de protección, como lubricante.

El impulsor de una bomba de flujo axial, es abierto, no se puede hablar de recorte de impulsor (no debe recortarse) sino de un ángulo ó grado de inclinación de los álabes. En cambio el impulsor de flujo mixto es cerrado ó semiabierto, puede tener ligeros recortes, pero su diseño esencial se refiere al número de álabes y a su ángulo de salida. Hay tipos de bombas de flujo mixto que también no requieren recorte de impulsor debido al diseño de éste y del tazón esférico.

El diámetro de paso de esfera, (tamaño del sólido que puede pasar por el impulsor, sin atascarse) es mayor en la bomba de flujo axial

que en la de flujo mixto. Sin embargo, normalmente, la limitación no es en el impulsor, más bien lo es el difusor, sobre todo cuando se tiene dos ó más pasos en la bomba; por esto se debe tener cuidado de querer utilizar bombas verticales de flujo mixto o de flujo axial, como unidades de tipo inatascable.

El factor de empuje es mayor en una bomba de flujo axial que en una de flujo mixto, siendo bastante alto en ambas unidades, con valores mayores (4 a 5 veces) que en una bomba de flujo radial. El empuje total lo puede soportar el balero de carga del motor o bien un balero especial con su alojamiento y apoyado sobre la base de la bomba.

La más importante observación que se debe tener en la selección, instalación y operación de las bombas de flujo mixto y de flujo axial, es el hecho de su comportamiento al considerarlas operando con un caudal igual a cero y por lo tanto con carga máxima. En la de flujo mixto se tiene una carga 220% mayor y, una demanda de potencia de 150% también mayor que las obtenidas en el punto de máxima eficiencia. En cambio, para la de flujo axial, estos incrementos son exagerados, teniendo 350% mayor en la carga y 300% mayor en la potencia demandada, que los del punto de máxima eficiencia.

Estos incrementos nos indican que no debemos operar las bombas de flujo mixto y de flujo axial, con caudales muy pequeños, relacionados al de diseño; o también debemos evitar instalar válvulas en la descarga de este tipo de bombas pues en caso de instalarse, se tendrán motores excesivamente desproporcionados, así como baleros de empuje sobradísimos, para el servicio normal de diseño.

Cuando se tengan este tipo de bombas en paralelo, debemos procurar que descarguen individualmente o bien lo hagan a un tanque ó caja de oscilación si la línea de conducción es muy larga.

### 3-7-3- APLICACIONES

Por sus características:  $(Q)$ ,  $(H)$ ,  $(N_s)$  y tipo de curvas, tienen una gama muy amplia en sus aplicaciones, siendo las principales: Irrigación y drenaje en agricultura, control de inundaciones, control de avenidas, drenaje pluvial, afluentes de aguas negras con tratamiento primario (después de un desmenuzador, presedimentador, etc), torres de enfriamiento, etc...

## 3-8-0 BOMBAS CENTRIFUGAS CON ARREGLOS O DISEÑOS ESPECIALES.

### 3-8-1 INTRODUCCION

Debido a la gran aplicación que tienen las bombas centrífugas, existen casos y problemas especiales donde es necesario hacer ciertas modificaciones o diseños especiales a las unidades para obtener una operación satisfactoria de las mismas. Entre las principales, se pueden mencionar a las eyectoras, autocebantes, de sumidero, sumergibles - de pozo profundo y de payunas (well point).

### 3-8-2 BOMBAS EYECTORAS

Esta unidad es realmente una combinación de un eyector y una bomba centrífuga. Sus componentes esenciales son: Un tubo tipo venturi, un chiflón, la tubería de succión, la tubería de recirculación, una válvula reguladora, una válvula de pie y la bomba centrífuga. El conjunto chiflón y tubo tipo venturi trabaja de acuerdo con el principio establecido por Bernoulli que consiste en que, cuando se tiene un flujo en una tubería, la presión del agua decrece en relación directa al incremento de la velocidad del flujo, y viceversa. La eficiencia de este arreglo, bomba eyector, es baja debido al caudal de recirculación necesario para poder operar el chiflón. Sin embargo, su ineficiencia, no es objectionable en la mayoría de los casos en que se usan, como son, entre otras en instalaciones domésticas, debido a las ventajas que presentan:

- . Poderse instalar en pozos someros, con ademes de 5 a 10 cm. de diámetro y niveles dinámicos pequeños y poco variables durante el año.
- . Facilidad de su manejo, tanto en la bomba como del eyector y tuberías de succión.
- . Simplicidad, aunada a una inversión y mantenimiento relativamente bajas.

### 3-8-3 BOMBAS AUTOCEBANTES.

Este tipo de unidades, como los eyectores, también es una bomba centrífuga con arreglos especiales en su carcasa tipo voluta que permite mantener un depósito de agua después de haberse parado, una válvula check, tipo bola, en la succión de la carcasa, retiene el agua después de cada paro.

Las conexiones de succión y descarga de la bomba se localizan siempre en la parte superior de la carcasa.

La aplicación principal de estas bombas se tiene en el drenaje de construcciones tipo medio, en las cuales no se justifica una instalación formal de bombas convencionales, ya sea por el poco monto de la obra o por el tiempo de ejecución de la misma.

#### 3-8-4 BOMBAS DE SIMILERO

El nombre de estas unidades debemos asociarlo a bombas verticales tipo cárdeno húmedo, cuyo tamaño permita que un sólo individuo la maneje con facilidad, es decir, que sea manuable. Normalmente son de capacidad pequeña, con motor fraccionario y sus aplicaciones son muy variadas:

Drenar las fugas de bombas ó turbinas (pequeñas) en una casa de máquinas, manejar aceites residuales en un taller de maquinados, drenar construcciones muy pequeñas, etc.

Esencialmente se componen de bomba con carcasa tipo voluta, columna de soporte y columna de descarga. Puede autosoportarse con un dispositivo especial abajo del colador y de la succión o mediante una placa situada entre la columna de soporte y la base del motor.

#### 3-8-5 BOMBAS SUMERGIBLES.-

Estrictamente hablando, casi todas las bombas pueden ser sumergibles en el agua. Sin embargo, se ha convenido utilizar el adjetivo sumergibles para designar a las unidades, bomba-motor, con un arreglo especial que permite la operación de la bomba con el motor sumergido en el mismo líquido que se está bombeando. Estas unidades están constituidas por:

- . Motor totalmente cerrado (encapsulado).
- . Colador
- . Cuerpo de bombeo.
- . Columna de descarga.
- . Válvula check para cargas mayores de 60 m.
- . Cable blindado (alimentación motor).
- . Placa de sustentación (para bomba vertical).
- . Codo de descarga (para bomba vertical).

La aplicación principal de estas bombas, se recomienda al tenerse:

- . Pozos con nivel dinámico mayor de 150 m.
- . Pozos desplomados ó con cierto quiebre (cualquier nivel dinámico)
- . Espacios muy reducidos.
- . Rebombes en líneas horizontales superficiales o poco profundas (se ahorra obra civil).
- . Instalaciones silenciosas (hospitales, conjuntos residenciales con pocas áreas disponibles para instalaciones convencionales).

Las limitaciones para los casos anteriores, son:

- . Evitar el uso para bombear agua con temperaturas mayores de 35°C
- . No usarse cuando el pozo produzca algo de arena ó sólidos pequeños en cierta proporción.
- . No usarse en aguas corrosivas ó muy incrustantes.

### 3-B-6 PUYONES (well point).

Finalmente, dentro de los diseños especiales ó importantes, tenemos a los sistemas de puyones (well point) que realmente no son bombas centrífugas sino que más bien, forman parte de un sistema de tuberías conectadas a la succión de una ó varias bombas centrífugas. En efecto atendiendo al uso de estos sistemas, abatimientos del nivel freático (excavaciones ó compactaciones) y suministro de agua con control del nivel freático, esencialmente están constituidos por:

- . Puyón (tubo perforado y alojado en otro tubo-cedazo) clavado verticalmente en el terreno (similar al adorno de un pozo). La distancia entre cada puyón varía de 60 a 150 cm., dependiendo del tipo de terreno.
- . Válvula en la descarga de cada puyón varía de 60 a 150 cm., dependiendo del tipo de terreno.
- . Válvula en la descarga de cada puyón (para control de gasto).
- . Cabezal ó múltiple colector, al cual se conectan los puyones por la parte superior.
- . Bomba centrífuga autocolectante, cuya succión se conecta al cabezal ó múltiple colector.
- . Bomba auxiliar (tipo de vacío) para eliminar el aire del cabezal colector cuando tenga un desarrollo considerable.

El funcionamiento de este sistema se comprende con facilidad, haciendo la similitud con una bomba horizontal autocebante, - colocada sobre la losa de un cárcamo y bombeando el agua contenida en éste a un nivel máximo de 5 a 6 m. por abajo del eje del impulsor.

La capacidad de un sistema de puyones depende de la permeabilidad del terreno, de su contenido de agua y del número de tubos calentores (puyones). La capacidad de cada puyón es muy variable. 0.2 a 0.3 lps ó de 2 a 3 lps dependiendo, como ya se indicó, de las características del terreno.

BIBLIOGRAFIA

- 1.- Centrifugal Pumps.- Igor Karassik and Roy Carter.
- 2.- Hydraulic Institute Standards. 13th Edition.
- 3.- Normas para Agua Potable.- Div. Doctorado Facultad  
Ingeniería, UNAM Esc. Ingeniería Sanitaria.
- 4.- Ground water and wells. Edward E. Johnson, Inc.
- 5.- Elements of Hydraulic Engineering.- Ray K. Linsley, Jr.
- 6.- Construction Planning, Equipment, and Methods.- R. L. Pourifoy.

# CURSO HIDRAULICA APLICADA A LA CONSTRUCCION

COSTA RICA, C. A.

Tema VIII.- Hidráulica de embalses

Prof. M. J. Oscar Vega Roldán

## Bibliografía:

- 1.- Apuntes del curso (se anexa copia).
- 2.- Water-Resources Engineering, por los Ings. R. Linsley y J. Franzini (Mc Graw-Hill, Nueva York).
- 3.- Tránsito de avenidas por vasos, por los Ingenieros Oscar Vega Roldán y Enrique Barranco (Memorias del Primer Congreso Nacional de Hidráulica, Oaxtepec, México, 1970).
- 4.- Contribución a la hidráulica del cierre de cauce, por los Ings. J. L. Sánchez y C. Cruickshank (sobre tiro de la revista "Ingeniería", México, 1963).



# CURSO HIDRAULICA APLICADA A LA CONSTRUCCION

COSTA RICA, C. A.

## Tema VIII.- Hidráulica de embalses

Profr. M. I. Oscar Vega Roldán

### 8.1 Generalidades

Dentro de los sistemas hidráulicos de aprovechamiento y de control es usual contar con obras de almacenamiento, cuya finalidad es modificar el régimen hidrológico (variación del caudal o gasto a lo largo del tiempo) de una corriente.

La función fundamental de un almacenamiento puede cumplirse con relación a dos objetivos:

a) Guardar (almacenar) ciertos volúmenes de agua cuando la oferta (caudal de la corriente) supera a la demanda del aprovechamiento, con la finalidad de utilizarlos en las épocas en que la demanda sea mayor que la oferta natural.

b) Retener ciertos volúmenes de agua cuando los caudales natu

rales de una corriente son de magnitud extraordinaria y pueden ocasionar daños y perjuicios aguas abajo, para dejarlas pasar de una manera gradual, con caudales que no excedan la capacidad de los cauces para conducirlos sin daños.

Evidentemente, los dos objetivos descritos no siempre pueden cumplirse en su totalidad; en el primer caso, pueden presentarse circunstancias que provoquen la aparición de deficiencias en surtir las demandas, en tanto que en el segundo pueden presentarse caudales extraordinarios, de magnitud superior a la que las obras permiten controlar. De cualquier manera, en la etapa de proyecto deberá tratar de preverse estas circunstancias, valorar los riesgos en que se pueda incurrir y tomar las decisiones pertinentes.

Con relación al objetivo de almacenamiento, correspondiente al enunciado (a) anterior, podemos plantear dos posibilidades, que difieren tanto en el tipo de obras por construir como en las particularidades del problema hidráulico que se presenta. Las dos posibilidades son:

a) Un tanque de regulación. Usualmente se trata de una obra de construcción totalmente artificial y de capacidad relativamente pequeño. Contrariamente a la indicación sugerida por el nombre, estos tanques muchas veces tienen como función modificar un régimen hidráulico que es regular (es decir un caudal prácticamente constante) a un régimen irregular a través del tiempo, que se adapta a una ley de demandas previamente fijada. En las condiciones descritas, y si la ley de demandas puede suponerse estacionaria (se repite idénticamente cada período de tiempo, por ejemplo, cada 24 horas) el problema hidráulico se reduce a determinar la capacidad que debe darse al tanque. Esto se logra analizando las variaciones de la demanda con relación al caudal medio, que es igual al gasto de aportación que hemos supuesto constante. El análisis mostrará el valor de la máxima cantidad de agua que debe estar almacenada en un instante para poder surtir las demandas totales del período subsecuente, tomando en cuenta la disponibilidad del gasto de aportación (figura 8.1). Así se obtiene la capacidad necesaria y puede dimensionarse el tanque. Cabe señalar que el problema se trata como puramente determinista y que no se hacen intervenir usualmente pérdidas de agua, ni por filtraciones, pues se suponen las paredes impermeables, ni por evaporación, pues las di-

mensiones del tanque usualmente permiten techarlo, lo cual también evita ciertas posibilidades de contaminación del agua almacenada.

b) Un embalse o vaso de almacenamiento. Esta obra aprovecha la existencia de características topográficas favorables para formar el almacenamiento. Puede tratarse de una hoyo u oquedad en el terreno, a la cual puede derivarse el gasto de una corriente, o puede tratarse de un sitio localizado sobre el curso de la misma corriente, a la que se cierra el paso mediante la construcción de una presa, obligándola a embalsarse aguas arriba de ella. Con relación al caso del tanque, el problema hidráulico que se presenta tiene diferencias, porque los caudales de entrada son variables, con valores que pueden diferir cientos de veces entre los mínimos y los máximos, y su sucesión no se repite idénticamente en ninguna otra ocasión. Esta característica introduce complicaciones especiales en la hidráulica del almacenamiento, además de que las dimensiones de los vasos impiden que se puedan tomar medidas efectivas para evitar la evaporación y la incidencia directa de la precipitación sobre la superficie del embalse en tanto que, por otra parte, se pueden presentar pérdidas por filtración. Esta serie de dificultades obliga a desarrollar técnicas especiales para el estudio hidráulico de estos almacenamientos, pudiendo clasificarse los problemas en dos tipos principales:

El primero de ellos trata del funcionamiento del vaso de almacenamiento a lo largo de un período de duración considerable. Intenta tomar en cuenta las pérdidas y supone que las extracciones se hacen controladamente, para apegarse a una ley de demandas previamente estipulada; el problema puede pedir como solución que se determine la capacidad necesaria para cumplir con la demanda, o que se investigue la magnitud de las demandas que se pueden surtir con una capacidad dada, o que se investigue la capacidad necesaria para obtener el mayor provecho de la corriente.

El segundo tipo de problema analiza el funcionamiento del almacenamiento en períodos relativamente cortos, sin preocuparse por las posibles salidas de agua bajo la forma de evaporación o filtraciones, y no intenta que las extracciones se apeguen a una ley de demandas sino, más bien, que los volúmenes retenidos

o los niveles de la superficie libre del agua no rebasen ciertos límites, o bien, que los caudales de descarga se mantengan dentro de los valores aceptables.

En los incisos siguientes se discutirán los dos tipos de problemas de la hidráulica de embalses a que nos hemos referido; el primero de ellos es el llamado "funcionamiento de vaso" y el segundo es el conocido como "tránsito de avenidas".

## 8.2 Simulación del funcionamiento de un vaso

Supongamos conocido el régimen de una corriente que proyectamos modificar mediante la construcción de una presa de almacenamiento. Dicho régimen habrá sido definido previamente mediante la aplicación de procedimientos hidrológicos conocidos, a partir de resultados de mediciones continuas del caudal durante períodos largos de tiempo (operación de una estación hidrométrica durante muchos años), y de la aplicación de técnicas estadísticas para ampliar el registro de datos (correlaciones con otras estaciones hidrométricas o pluviométricas; análisis de series cronológicas; utilización de números aleatorios, etc.). En caso de no existir una estación hidrométrica en la corriente, deberá producirse un registro sintético de caudales a partir de la relación lluvia-escorrentamiento.

Supongamos también conocida una ley de demandas, o régimen de extracciones que se desea obtener del vaso de almacenamiento. Estas demandas habrán sido estimadas en función de los objetivos del proyecto, por procedimientos adecuados.

Si suponemos, para empezar, que no hay pérdidas de agua y que el vaso tiene una capacidad útil máxima "C" y si llamamos "almacenamiento" al volumen almacenado en cada instante, podemos plantear las siguientes expresiones:

- 1) El almacenamiento final de un período de tiempo es igual al almacenamiento inicial del período, adicionado de los volúmenes que hayan entrado al vaso y disminuido de los que ha

yan salida durante el período.

$$A_{fin} = A_{inic} + E - S$$

- 2) El almacenamiento no puede ser mayor que la capacidad.

$$A \leq C$$

La simulación aritmética del funcionamiento del vaso se realiza entonces de la siguiente forma:

- A) Escogemos un período de tiempo como unidad (por ejemplo, un mes).
- B) Suponemos un almacenamiento inicial.
- C) Adicionamos al almacenamiento inicial el volumen de entradas durante el primer período de tiempo, de acuerdo con los datos del régimen de la corriente.
- D) Disminuimos de la suma anterior el volumen de extracción correspondiente al primer período de tiempo, de acuerdo con la ley de demandas.  
Si el resultado es mayor que 0, avanzamos al segundo período de tiempo, repitiendo los pasos (C) y (D). Si el resultado es menor que 0 llevamos a cabo el paso (E).
- E) En este caso, registramos una deficiencia igual al valor absoluto del resultado negativo. Registramos como extracción a la diferencia entre el volumen de demanda y la deficiencia anotada. Registramos como almacenamiento final el valor 0, y avanzamos al siguiente período de tiempo, ejecutando los pasos (C) y (D).

El procedimiento se continúa avanzando a lo largo del tiempo, realizando los pasos anteriores para cada período subsecuente. Evidentemente, el almacenamiento final de un período de tiempo se toma como almacenamiento inicial del

siguiente.

Al efectuar el paso (D), debemos también comparar el resultado con la capacidad C. Siempre que no se sobrepase el valor C, se procederá de acuerdo con los puntos ya indicados; si se sobrepasa la capacidad, deberá efectuarse el paso (F).

- F) En este caso, se registrará un derrame igual a la diferencia entre el resultado del paso (D) y el valor C. Para iniciar el siguiente período, se tomará C como almacenamiento inicial.

La terminación de los pasos anteriores para todo el lapso de análisis (tiempo total cubierto por el hidrograma que define el régimen de la corriente, o duración seleccionada por el proyectista), se pueden obtener varios índices del funcionamiento del vaso, tales como:

- a) El coeficiente de aprovechamiento, relación porcentual de la suma de extracciones entre la suma de entradas, corregida ésta por la diferencia de almacenamientos al inicio y final del lapso de análisis.
- b) El porcentaje de deficiencias referido al volumen total de de manda.
- c) Los máximos valores porcentuales y absolutos de las deficiencias anuales o mensuales, aisladas o seguidas.
- d) El número total de años en que se presentaron deficiencias; el porcentaje, en relación con el número total de años del período de análisis.  
Los mismos datos para las deficiencias mensuales.
- e) El porcentaje de derrames referido al volumen total de entra das corregido por la diferencia entre los almacenamientos ini cial y final del período de análisis.

Los índices calculados bajo las letras (b), (c) y (d) se suelen compo

rar contra los correspondientes valores que se consideren admisibles; por ejemplo, puede admitirse un 5% de deficiencias en el total del período de análisis, o bien puede aceptarse el 5% de años con deficiencia; en el caso más estricto, puede exigirse que no se presente ninguna deficiencia. En cualquier caso, si no pudiera cumplirse con las limitaciones de deficiencias admisibles, la simulación estaría mostrando que el proyecto no es hidrológicamente viable. Deberán reducirse las demandas o incrementarse la capacidad, si ello es posible.

Los índices calculados bajo las letras (a) y (e) permiten juzgar sobre las posibilidades de un mejor aprovechamiento de la corriente, si se dispone de medios para incrementar la capacidad de regulación, en el sitio bajo análisis o en otro.

Los cálculos descritos se suelen ordenar en forma tabular, o se llevan a cabo en computadora electrónica, mediante un programa muy sencillo (suelen ser suficientes las posibilidades de las calculadoras de bolsillo programables).

#### 8.2.2 Análisis de casos más complejos.

La complicación principal que puede introducirse al caso simple explicado anteriormente consiste en tomar en cuenta las pérdidas de agua del vaso debidas a la evaporación.

Para esto, se requieren algunos datos adicionales, como las curvas de áreas y capacidades del vaso (graficadas para diferentes elevaciones) y una estimación del régimen de evaporación neta a que se verá sometido el embalse.

El régimen de evaporación se definirá en función de los registros de evaporímetros, corregidos para adaptarlos al embalse, y de los registros de lluvias, modificados por un factor que tome en cuenta la fracción ya considerada en los volúmenes de escurrimiento utilizados como entradas al vaso.

Para tomar en cuenta la evaporación neta, se puede proceder intercalando entre los pasos (B) y (C) del proceso explicado anteriormente, los siguientes:

- B.1) Obtener la elevación a que se encuentra la superficie libre del agua con el almacenamiento inicial del período.
- B.2) Obtener el área de embalse correspondiente.
- B.3) Calcular el volumen de pérdida de agua, como el producto del área por la lámina de evaporación neta del período en cuestión.
- B.4) Disminuir el volumen de pérdida, restándola al almacenamiento inicial.  
El resultado se toma como almacenamiento inicial corregido, y se continúa el proceso normalmente.

A los índices del funcionamiento se acostumbra añadir un "porcentaje de evaporación", referido a los volúmenes totales de entradas corregidos por los almacenamientos inicial y final.

Si las pérdidas por evaporación son importantes y se desea obtener un resultado más preciso sobre su efecto, puede manejarse una área media de embalse en cada período, en lugar del área inicial que se usa en el procedimiento descrito.

Otra complicación que pueda introducirse consiste en suponer que el almacenamiento nunca pueda ser menor que un cierto valor  $C M$  (capacidad muerta) que se destina para alojar los azolves que se depositan en el vaso a lo largo de su vida probable. En este caso, la comparación que se debe realizar en el punto (D) no será contra un almacenamiento nulo, sino contra la capacidad muerta, procediéndose en todo lo demás como se ha indicado antes.

La tercera complicación viene de la posibilidad de manejar varios vasos de almacenamiento en conjunto, sea que estén localizados sobre la misma o diferentes corrientes. Los modelos de simulación para esos casos varían según las condiciones particulares de cada proyecto.

### 8.2.3 Demandas para energía eléctrica.

Cuando la finalidad del aprovechamiento es la generación hidro-



eléctrica, se introduce una variable adicional que puede tratarse en diferentes formas:

- a) La demanda se caracteriza por un caudal constante. En este caso, el volumen de generación que se logra en cada período es variable, dependiendo de la carga disponible. Puede calcularse en función del nivel medio del agua entre el inicio y el final de cada período (por ejemplo, de cada mes), lo que permite calcular la carga media sobre la central, si se desea, así como la eficiencia correspondiente al grupo turbogenerador.
- b) La demanda se caracteriza por un volumen de generación fijo para cada período (por ejemplo, constante a lo largo de todo el lapso de análisis). En este caso, debe intercalarse un paso entre el (C) y el (D) del esquema básico, con el objeto de calcular el volumen de agua demandado en cada período, en función del nivel del agua en el embalse al inicio del período, de la carga hidráulica resultante sobre la planta hidroeléctrica y de la correspondiente eficiencia del grupo turbogenerador.

En cualquier caso, habrá la posibilidad de incrementar la generación cuando el vaso alcanza su capacidad máxima de almacenamiento; en efecto, mientras la capacidad instalada en la planta hidroeléctrica lo permita así, y la carga del sistema sea suficiente, los volúmenes que se derramarían pueden hacerse pasar por las turbinas ("turbinarse"), aprovechándose así su fuerza; normalmente, debido a los factores de planta con que usualmente se diseñan las centrales, esta situación es enteramente factible. En este caso, deben intercalarse los pasos necesarios en el proceso básico de la simulación del funcionamiento, para calcular el volumen de generación producido por la fracción de los derrames que pueda ser turbinado.

#### 8.2.4 Diagrama diferencial de masas.

Para seleccionar el rango de capacidades que conviene analizar pa

ra simulación digital, como se ha venido explicando, resulta de mucha utilidad llevar a cabo una simulación gráfica del funcionamiento, mediante la construcción del llamado "diagrama diferencial de masas".

Solo explicaremos aquí el caso más simple, en que no consideramos evaporación y la demanda será constante.

Las operaciones pueden dividirse en tres grupos: la construcción del diagrama de masas, la simulación del funcionamiento y la resolución del problema capacidad vs extracción firme.

a) Construcción del diagrama de masas.

Suponemos definido el régimen de la corriente

- Para que el dibujo resulte en una posición conveniente, seleccionamos un "gasto base" igual al gasto o caudal medio de la corriente durante el período total de análisis. Valuamos este gasto-base en unidades de volumen por período unitario de tiempo (por ejemplo, hectómetros cúbicos por mes).
- Calculamos, para cada período, la diferencia entre el volumen de escurrimiento dado por el hidrograma de la corriente y el volumen dado por el gasto base. Calculamos la suma de diferencias acumulada para cada período, adicionando los valores que resulten desde el período inicial hasta el período de que se trata.
- Los valores calculados en el paso anterior, serán  $y$  ordenadas de un diagrama de masas por diferencias ("diagrama diferencial de masas"). Estas se graficarán, tomando como abscisas los períodos de tiempo (figura 8.2). Así queda construido este diagrama.
- La pendiente de la curva en cada punto resulta en unidades de volumen por unidad de tiempo, por lo cual representa un caudal o gasto. En particular, una tangente horizontal tendrá el siguiente significado: La derivada de una función del tiempo, definida como la diferencia entre los volúmenes totales escurridos y los volú-

menes que habrían escurrido con un gasto constante igual al gasto base, es nula; esto quiere decir que la derivada del volumen escurrido acumulado es igual a la derivada del volumen acumulado con un caudal constante igual al gasto base; lo que es lo mismo que decir que el gasto en ese instante es igual al gasto base. De manera semejante puede razonarse para determinar los valores numéricos del gasto a que corresponden diferentes inclinaciones de las tangentes a la curva. Para simplificar la interpretación, es conveniente dibujar una "escala de gastos" como se muestra en la figura 8.3.

b) La simulación del funcionamiento se lleva a cabo mediante las siguientes reglas:

- Se obtiene la inclinación de una recta que corresponde al gasto de demanda, utilizando la escala de gastos.
- Se representa el volumen de la capacidad del vaso, a la escala del eje de ordenadas.
- Se representa, sobre el eje de ordenadas, el valor del almacenamiento inicial supuesto, midiéndolo del origen hacia abajo. A partir de su extremo inferior, se traza una recta con la pendiente del gasto de demanda. Las diferencias de ordenadas entre esta recta y la curva diferencial de masas (que queda arriba) representan los volúmenes almacenados en cada instante. Cuando esta diferencia sea igual a  $C$ , la presa se ha llenado y empieza a derramar; cuando la diferencia sea 0 (se cruzan la recta y la curva), el vaso se ha vaciado.
- En la figura 8.4 se ilustran los diferentes casos que pueden presentarse:

En el tiempo señalado con el No. 1, el vaso se ha llenado y empieza a derramar. Desde ese momento, hasta el tiempo señalado con el No. 2, que corresponde a un punto del diagrama en que la tan-

gente tiene la pendiente que corresponde al gasto de demanda, el vaso se mantiene lleno; la diferencia de ordenadas de la curva entre los puntos 1 y 2 representa el volumen total derramado en esa ocasión. Desde el punto de tangencia debe medirse hacia abajo un segmento de magnitud  $C$ , para trazar por su extremo inferior una nueva recta paralela a la que representa el gasto de demanda. En el tiempo señalado con el No. 3, la recta corta a la curva de masas, lo que indica que el vaso se ha vaciado. Se mantiene vacío hasta el tiempo No. 4, correspondiente al punto en que la curva vuelve a adoptar la pendiente representativa del gasto de demanda. Entre los tiempos 3 y 4, las extracciones son menores que la demanda, quedando representadas por los gastos dados por la pendiente de la tangente a la curva; se presenta una deficiencia igual a la diferencia de ordenadas de los puntos de la curva correspondientes a los tiempos 3 y 4. El proceso se puede continuar de la misma manera, como se aprecia en la misma figura; al final queda un almacenamiento retenido en el vaso, según puede observarse.

c) El diagrama diferencial de masas puede utilizarse para obtener la demanda que pueda ser cubierta con una capacidad dada sin que se presente ninguna deficiencia. De manera semejante, puede obtenerse la capacidad necesaria para surtir una demanda fija sin tener deficiencias (Ver figura 8.5).

- Si la demanda es dato y se busca la capacidad, deben trazarse tangentes a las crestas del diagrama, con la pendiente representativa del gasto de demanda, prolongándolas en el sentido positivo del tiempo todo lo posible sin cortar de nuevo a la curva. La mayor de las diferencias de ordenadas entre una cualquiera de dichas tangentes y la curva diferencial de masas es la capacidad  $C$  deseada.
- Si la capacidad es el dato, se procede a la inversa. En cada valle del diagrama se traza un segmento vertical de magnitud igual a la capacidad  $C$ . Por su extremo superior se trazan tangentes a las cres

tas del diagrama que se encuentran antes en el tiempo. La tangente con pendiente negativa mayor en valor absoluto ( la más inclinada ) da el gasto de demanda deseado.

Si se efectúan las operaciones anteriores para diferentes valores del gasto de demanda o de la capacidad, los resultados pueden representarse en una gráfica llamada "curva capacidades - extracciones" que muestra de una manera muy objetiva los valores de la capacidad necesaria para surtir cualquier gasto de extracción sin deficiencias. Evidentemente, el mayor de los gastos de extracción constante posible es el gasto medio de la corriente ( representado por las rectas de pendiente nula en el plano coordenado en que hemos dibujado el diagrama diferencial de masas).

### 8.3 Tránsito de avenidas por vasos

El segundo problema importante en el estudio hidráulico de los almacenamientos o embales es el que hemos llamado tránsito de avenidas. Como se ha dicho antes, en este análisis se desprecian las pérdidas de agua por evaporación y/o filtraciones, y las salidas del almacenamiento no deben apegarse a una ley de demandas prefijadas.

El caso típico queda representado por un vaso de almacenamiento que se encuentra lleno hasta el nivel de la cresta de la obra de excedencias, en los momentos en que se presenta una creciente. El estudio consiste en analizar la forma en que dicha creciente transita a través del vaso y sale por la estructura de excedencias.

En principio se trata simplemente de resolver la misma expresión de continuidad o del almacenamiento que ha sido presentada en los incisos 8.2.1. Sin embargo se acostumbra plantearla en función de los gastos o caudales instantáneos más bien que en función de volúmenes como en el caso del funcionamiento del vaso.

Así, tendremos:

$$\frac{dV}{dt} = E - S$$

Esto significa, simplemente, que la rapidez de variación del volumen almacenado  $V$  en cada instante debe ser igual a la diferencia de gastos de entrada y de

salida, en ese mismo instante.

La resolución de esta ecuación se lleva a cabo, normalmente, reemplazando la derivada por un cociente de diferencias finitas (cociente de incrementos), e integrándola paso a paso, a través del tiempo. En este proceso, la variación de gastos de entrada a lo largo del tiempo es conocida, y está dada por el hidrograma de la creciente cuyo paso se intenta estudiar. Las otras dos variables (volumen retenido y gasto de descarga) son, en general, incógnitas.

Para poder efectuar el proceso de resolución, debe establecerse alguna condición que fije la forma de la función "S", que representa la variación de los gastos de salida a través del tiempo, o bien debe estipularse una relación entre dicha función y la función "V", que representará la variación de los volúmenes retenidos a través del tiempo.

En cualquier caso, evidentemente, las condiciones que se estipulan no podrán fijar la forma de las funciones a lo largo del tiempo, pues de otra manera el problema estaría resuelto de antemano. En realidad, el primer caso corresponde generalmente a una ley de control de las descargas en función de los niveles que el agua alcance en el vaso de almacenamiento, por lo cual queda reducido a una variante particular del segundo caso, a través de la relación nivel-almacenamiento en el vaso. Sin embargo, esta situación solamente puede manejarse bajo la suposición de que la estructura de descarga dispone de elementos de control, que permitan regular efectivamente los gastos de salida.

Más complejo es el caso general, en que los gastos de salida están relacionados con los volúmenes retenidos a través de la relación almacenamiento - nivel del agua en el vaso - carga hidráulica sobre la estructura de descarga - gasto de salida. Esta relación se expresa, generalmente por medio de la combinación de dos curvas: la de capacidades - extracciones del vaso y la curva de gastos (caudal vs carga) de la estructura de descarga.

La metodología para resolver este problema puede plantearse de diversas formas, siendo antiguamente muy común el método gráfico de Goodridge,

que procedía por tanteos; actualmente se prefieren métodos más directos, resolviendo los problemas mediante programas de computadora electrónica relativamente simples o utilizando alguna de los procedimientos semigráficos como el que se presenta en la ponencia "Transito de avenidas por vaso" que se menciona en la bibliografía.

Una aplicación interesante de este problema se realiza cuando se requiere analizar el manejo de una corriente durante el cierre de su cauce. El problema puede presentar variantes en lo que respecta al cálculo de las curvas de gastos de los elementos de descarga, según se trate de un tajo o canal abierto, de un túnel o conducto, o de escotaduras dejadas a través de la presa en construcción. Por lo demás, los procedimientos que se utilizan son los mismos que para el estudio del paso de una avenida por un vertedor de demasías.