

## DISEÑO SISMICO DE ESTRUCTURAS ESPECIALES

### Directorio de Profesores

- Prof. Arturo Arias Suárez  
Investigador, Instituto de Ingeniería, UNAM~  
Coordinación de Ingeniería Sísmica, C.U.  
Tel. 548-54-79
- M en I Abraham Díaz Rodríguez  
Subjefe del Area de Ingeniería Civil  
División de Estudios de Posgrado  
Facultad de Ingeniería, UNAM  
Tel. 550-52-15 ext 4490
- Dr. Luis Esteva Maraboto  
Investigador, Instituto de Ingeniería, UNAM  
Coordinación de Estructuras, C.U.  
Tel. 548-97-94
- Dr. Raúl Flores Berrones  
Proyectos Marinos, S.C.  
Boulevard Avila Camacho No. 1, 4º piso  
Col. Polanco  
Tel. 395-00-88 ext. 142, 143
- M en C Ricardo Guzmán  
Proyectos Marinos, S.C.  
Boulevard Avila Camacho No. 1, 4º piso, Desp. 405  
Tel. 395-00-88 ext. 179
- M en I Víctor Pavón Rodríguez  
Ingeniero Consultor  
Circuito Ingenieros No. 39, Desp. D-8  
Cd. Satélite  
Tel. 572-55-71

Dr. Daniel Roséndiz Núñez  
 Director, Instituto de Ingeniería, UNAM  
 Dirección del Instituto de Ingeniería, C.U.  
 Tel. 548-30-44

M en I Neftalí Rodríguez Cuevas  
 Ingeniero Consultor  
 Coordinación de Proyectos de Desarrollo de la  
 Presidencia  
 Protasio Tagle No. 95  
 Col. Escandón  
 Tel. 543-96-38

Dr. Francisco Sánchez Sesma  
 Investigador, Instituto de Ingeniería, UNAM  
 Coordinación de Estructuras, C.U.  
 Tel 550-52-15 ext. 3635

Dr. Leonardo Zeevaert Wiechers  
 Ingeniero Consultor. Profesor de la División  
 de Estudios de Posgrado. Facultad de Ingeniería,  
 UNAM.  
 Laboratorio de Mecánica de Suelos, DEPI, C.U.  
 Tel. 550-52-15 ext. 4490

#### Coordinador

M en C Enrique del Valle Calderón  
 Profesor, División de Estudios de Posgrado  
 Facultad de Ingeniería, UNAM  
 Jefatura de la División, C.U.  
 Tel. 550-52-15 ext. 4479

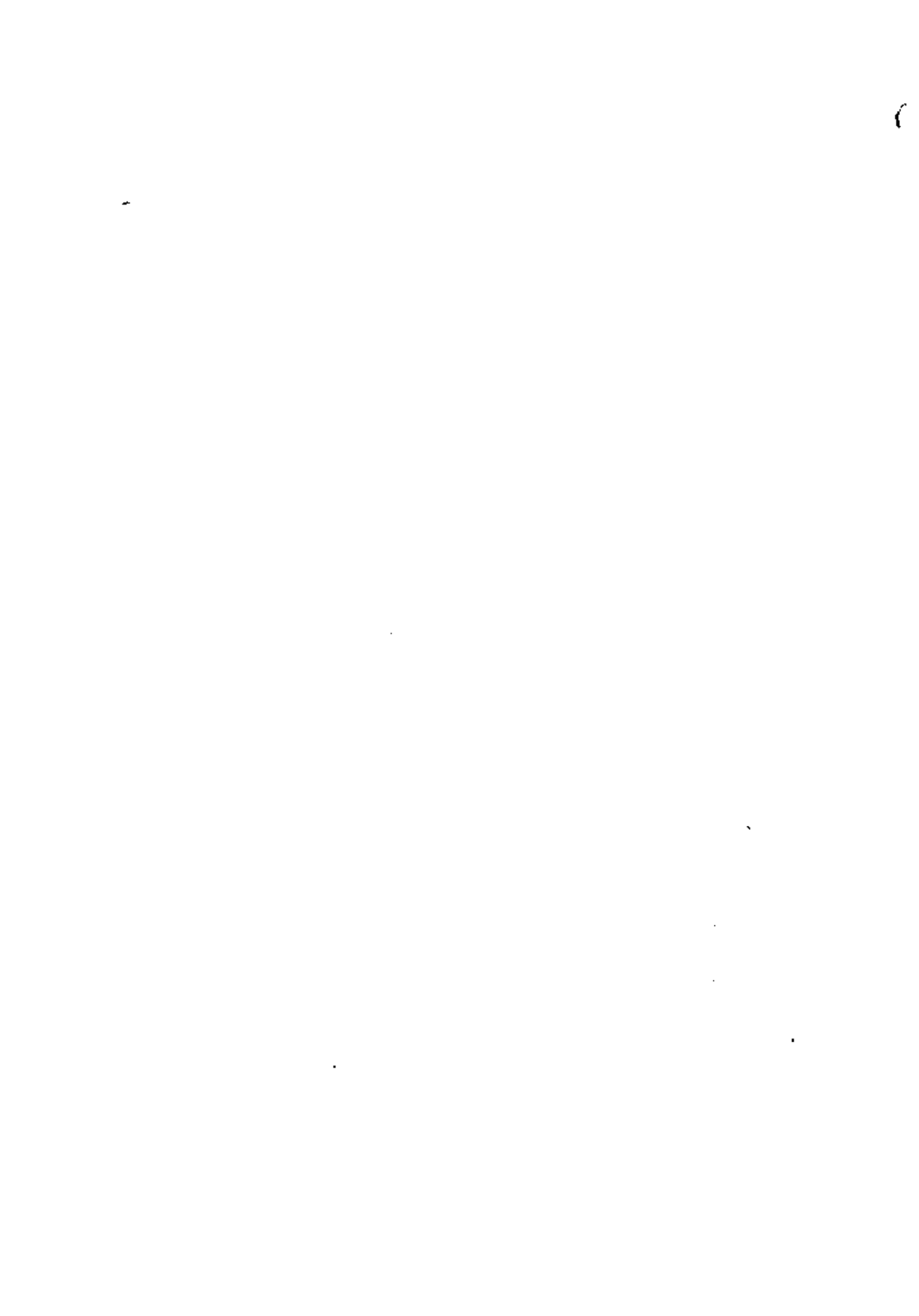
#### Conferencista invitado

Dr. Vitelmo Bertero  
 Profesor de la Universidad de California  
 Department of Civil Engineering Division  
 of Structural Engineering and Structural  
 Mechanics.  
 Berkeley, Calif. 94720  
 U. S. A.

## VI CURSO INTERNACIONAL DE INGENIERIA SISMICA

### DISEÑO SISMICO DE ESTRUCTURAS ESPECIALES

<b>Martes</b>			
<b>Julio 29</b>	17:00-18:30	M en I Abraham Díaz Rodríguez	Determinación experi- mental de las propie- dades de los suelos.
	18:30-20:00	Dr. Daniel Reséndiz Núñez	Presas y Taludes
<b>Jueves</b>			
<b>Julio 31</b>	17:00-18:30	Dr. Daniel Reséndiz Núñez	Presas y Taludes
	18:30-20:00	Prof. Arturo Arias Suárez Dr. Francisco Sánchez Sesma	Muros de retención
<b>Martes</b>			
<b>Agosto 5</b>	17:00-18:30	Prof. Arturo Arias Suárez Dr. Francisco Sánchez Sesma	Muros de retención
	18:30-20:00	M en I Ricardo Guzmán	Interacción dinámica Suelo-estructura.
<b>Jueves</b>			
<b>Agosto 7</b>	17:00-20:00	Dr. Vitelmo Bertero	Tanques
<b>Martes</b>			
<b>Agosto 12</b>	17:00-18:30	Dr. Raúl Flores Berrones	Efecto de pilotes en el comportamiento di- námico de cimentacio- nes.
	18:30-20:00	Dr. Luis Esteva M.	Tuberías
<b>Jueves</b>			
<b>Agosto 14</b>	17:00-20:00	Dr. Leonardo Zeevaart W.	Criterios para diseño sísmico de cimentacio- nes
<b>Martes</b>			
<b>Agosto 19</b>	17:00-20:00	M en C Neftalí Rodríguez C.	Torres y Chimeneas
<b>Jueves</b>			
<b>Agosto 21</b>	17:00-20:00	M en I Víctor Pavón R. M en C Enrique del Valle C.	Puentes





centro de educación continua  
división de estudios de posgrado  
facultad de ingeniería unam



VI CURSO INTERNACIONAL DE INGENIERIA SISMICA

DISEÑO SISMICO DE ESTRUCTURAS ESPECIALES

DETERMINACION EXPERIMENTAL DE LAS PROPIEDADES  
DINAMICA DE LOS SUELOS

M. EN I. ABRAHAM DIAZ RODRIGUEZ

AGOSTO, 1980

1. The first part of the document discusses the importance of maintaining accurate records of all transactions and activities. It emphasizes the need for transparency and accountability in financial reporting.

2. The second part of the document outlines the various methods and techniques used to collect and analyze data. It includes a detailed description of the experimental procedures and the tools used for data collection.

3. The third part of the document presents the results of the study, including a comparison of the different methods and techniques used. It discusses the strengths and weaknesses of each method and provides a summary of the findings.

4. The fourth part of the document discusses the implications of the study and provides recommendations for future research. It highlights the need for further investigation into the effectiveness of the different methods and techniques used.

5. The fifth part of the document provides a conclusion and a summary of the key findings. It reiterates the importance of maintaining accurate records and the need for transparency and accountability in financial reporting.

6. The sixth part of the document provides a list of references and a bibliography. It includes a list of all the sources used in the study and provides a detailed description of each source.

7. The seventh part of the document provides a list of appendices and a bibliography. It includes a list of all the appendices used in the study and provides a detailed description of each appendix.

8. The eighth part of the document provides a list of figures and a bibliography. It includes a list of all the figures used in the study and provides a detailed description of each figure.

9. The ninth part of the document provides a list of tables and a bibliography. It includes a list of all the tables used in the study and provides a detailed description of each table.

10. The tenth part of the document provides a list of references and a bibliography. It includes a list of all the sources used in the study and provides a detailed description of each source.

DETERMINACION EXPERIMENTAL DE LAS  
PROPIEDADES DINAMICAS DE LOS SUELOS

por

J. ABRAHAM DIAZ RODRIGUEZ\*

I N T R O D U C C I O N

Grandes avances se han realizado en años recientes en el desarrollo de procedimientos analíticos para calcular la respuesta del terreno bajo la acción de cargas sísmicas. Sin embargo, el uso de tales procedimientos requiere del conocimiento de las propiedades dinámicas de los suelos para llegar a soluciones satisfactorias.

Teniendo en cuenta que las cargas dinámicas pueden producir un amplio intervalo de deformaciones en los suelos, se puede afirmar que no existe un ensaye único que sea adecuado para cubrir todo el intervalo de deformaciones requerido en los problemas de ingeniería sísmica.

En la fig 1 se muestran en forma aproximada los rangos de aplicabilidad de los distintos ensayos tanto de campo como de laboratorio.

---

\* Profesor y Jefe de la Sección de Mecánica de Suelos,  
DESFI, UNAM

Las principales propiedades que se necesitan en dinámica de suelos e ingeniería sísmica son:

- Módulo de Young, E
- Módulo de rigidez al cortante, G
- Relación de Poisson,  $\nu$
- Fracción del amortiguamiento crítico,  $\xi$
- Información esfuerzo-deformación
- Resistencia al esfuerzo cortante
- Parámetros de licuación

#### TECNICAS DE LABORATORIO

Algunos ensayos de laboratorio tienen como finalidad la medición de alguna propiedad específica tal como resistencia al esfuerzo cortante o el módulo de rigidez al cortante, en tanto que otros ensayos tienen como objetivo la simulación de situaciones o estados.

#### Efecto de la velocidad de deformación

Importantes esfuerzos se han dirigido hacia la determinación del comportamiento de los suelos sometidos a carga cíclica, para tratar de contestar a la pregunta de cómo será el comportamiento de una muestra cargada estáticamente con respecto a otra cargada dinámicamente.

La resistencia dinámica de una muestra de suelo cargada súbitamente será generalmente mayor que la resistencia estática.



Las principales variables que se ven afectadas por la velocidad de deformación o por la velocidad de aplicación de carga son:

- La presión de poro
- Las relaciones esfuerzo-deformación
- La resistencia al esfuerzo cortante

En lo que sigue se describirán los equipos y procedimientos para la determinación de las propiedades dinámicas de los suelos, principalmente respecto al módulo de rigidez al cortante y amortiguamiento.

#### Prueba de columna resonante

Este tipo de prueba permite estudiar el comportamiento de muestras de suelo en un intervalo de deformaciones que va desde deformaciones pequeñas ( $\approx 10^{-5}$ ), como las inducidas por vibraciones de maquinaria hasta deformaciones relativamente grandes ( $\approx 10^{-3}$ ), como las inducidas por un sismo.

Los especímenes pueden ser excitados en el sentido longitudinal o en torsión. Por lo tanto, se pueden determinar módulos dinámicos tanto de Young, E, como de rigidez al cortante, G, ver fig 2.

Los especímenes son de geometría cilíndrica, ya sea sólidos o huecos. Las dimensiones usualmente empleadas son: 3.6cm ( $\approx 1\ 1/2"$ ) a 7.2cm ( $\approx 3"$ ) de diámetro por 15cm ( $\approx 3"$ ) a 25cm ( $\approx 10"$ ).

La muestra cilíndrica (sólida o hueca) se apoya sobre una base rígida y se fija en ella. En su parte superior se instala la cabeza excitadora.

En esta forma se tiene una probeta fija en su base y libre en su parte superior, que es excitada longitudinal o torsionalmente.

En la realización de la prueba la frecuencia se va variando hasta encontrar la frecuencia de resonancia del espécimen. El módulo correspondiente se calcula con el dato de la frecuencia de resonancia, la geometría del espécimen y las características de excitación.

La ecuación propuesta por Wilson y Dietrich (1960), es:

$$E \text{ ó } G \text{ (psi)} = 2.39 \times 10^{-5} f^2 H^2 \gamma \quad (1)$$

en donde

f frecuencia de resonancia longitudinal para E o torsional para G, en Hz

H altura del espécimen, en pulgadas

Y peso volumétrico, en pcf

La determinación de las propiedades de amortiguamiento consiste en conseguir en estado establecido de vibración y suspender súbitamente la acción forzadora y obtener la gráfica de decaimiento de la amplitud de vibración de la cual se calculará el decremento logarítmico y con la ec (2) se obtiene la fracción del amortiguamiento crítico.

$$\delta = \ell_n \frac{x_n}{x_{n+1}} = \frac{2\zeta \ell}{\sqrt{1-\zeta^2}} \quad (2)$$

Actualmente hay varias versiones del aparato de columna resonante, prácticamente todas estas versiones dan resultados consistentes, (Skoglund, Marcuson y Cunny, 1976).

### Prueba de Pulsos

Esta prueba consiste en generar mediante cristales piezoeléctricos ondas ultrasónicas ya sea longitudinales o de torsión y medir su velocidad de propagación. Para ello se excita mediante un pulso de esfuerzo un extremo del espécimen y se mide el tiempo de llegada en el otro extremo.

Mayores detalles se describen por Lawrence (1963).

Uno de los mayores inconvenientes consiste en la identificación e interpretación del tiempo de llegada de las ondas.

### Prueba de Vibración Torsional Libre

La fig 3 ilustra el aparato desarrollado por Zeevaert (1967), el cual consiste en una cámara triaxial modificada, que permite someter a la muestra a diferentes presiones de confinamiento, esto permite conocer la variación del módulo  $G$  con la presión de confinamiento.

Un brazo horizontal, sobre el cual se colocan masas que guardan simetría con el eje de la muestra, da lugar a un sistema de un grado de libertad. Al brazo se le da un pequeño impulso inicial permitiendo que el sistema vibre libremente. La vibración como

Respuesta de los elementos elásticos del suelo se registra y de esta información se calcula el módulo  $G$  y el amortiguamiento de acuerdo con la expresión

$$G = \frac{w_s^2}{1 - \left(\frac{w_s}{w_a}\right)^2} K \quad (3)$$

en donde

$w_s$  frecuencia natural amortiguada del sistema

$w_a$  frecuencia natural amortiguada del aparato

$K$  constante característica de la geometría del sistema

La fracción del amortiguamiento crítico se calcula con la expresión del decremento logarítmico.

En general los valores de las propiedades medidas con este aparato resultan menores que los obtenidos con otros procedimientos para un nivel de deformaciones equivalentes.

### Prueba Triaxial Cíclica

La prueba triaxial cíclica se desarrolló con el objetivo de ejecutar ensayos bajo carga repetida.

Seed y Lee (1966) fueron los primeros en utilizar cámara triaxial cíclica, con objeto de reproducir la condición de esfuerzos a que se halla sujeto un elemento de suelo durante un temblor (atribuyendo el estado de deformaciones del suelo a la propagación de ondas de cortante).

Si la superficie del terreno es horizontal, antes del temblor no hay esfuerzos cortantes en planos horizontales (fig 4a). Durante el temblor, los esfuerzos normales permanecen constantes, pero se generan esfuerzos cortantes (figs 4b y 4c).

En una cámara triaxial cíclica, la condición de esfuerzos señalada antes se produce en un plano a  $45^\circ$ .

En la prueba triaxial cíclica, se coloca un espécimen de suelo en la cámara el cual se satura y consolida bajo una presión confinante. Después se somete la muestra a un esfuerzo desviador cíclico de amplitud constante bajo condiciones no drenadas en tanto que se registra la variación de la presión de poro y deformación axial, ver fig 5.

El comportamiento de las muestras de arena suelta, sometidas al ensaye propuesto por Seed y Lee, se caracteriza por un aumento gradual de la presión de poro sin que haya deformación axial apreciable, hasta que se produce el incremento que eleva la presión de poro al mismo valor de la presión confinante "licuación inicial", momento a partir del cual la muestra se deforma súbitamente más del 20%. Las arenas en estado compacto exhiben un comportamiento similar al de las arenas sueltas, pero al llegar a la "licuación inicial" no se presenta una deformación grande en forma súbita, sino que la deformación se incrementa gradualmente.

Según el concepto de Seed y Lee, cualquier espécimen de arena es susceptible de licuarse no importando su compacidad relativa.

Los parámetros más importantes según estos investigadores son: el número de ciclos de esfuerzo ( $N_{dc}$ ) para alcanzar la condición  $u = \bar{u}_3$ , la relación entre el esfuerzo cortante máximo y el esfuerzo confinante,  $\frac{\sigma_{dc}}{2\sigma_3}$  y la relación de vacíos.

Castro (1969) al realizar sus ensayos en cámara triaxial cíclica observó que durante la prueba se desarrollan heterogeneidades en las muestras, de manera especial en la zona superior. Atribuye a estas heterogeneidades, inducidas por el ensaye, el que especímenes densos alcancen la condición  $u = \bar{u}_3$ .

Al comparar los ensayos realizados por Castro y por Seed y Lee, se aprecia que la frecuencia de aplicación de carga hace que el comportamiento de prueba Quasi estática sea diferente al de prueba cíclica.

Además de la medición de las características de licuación de los suelos, la cámara triaxial cíclica se utiliza para medir tanto el módulo  $E$ , el cual se determina de la relación esfuerzo axial entre deformación axial; el amortiguamiento  $\zeta$  según se indica en la fig 6. El módulo  $G$  se puede determinar indirectamente si se conoce la relación de Poisson  $\nu$ , de acuerdo a la expresión

$$G = \frac{E}{2(1+\nu)} \quad (4)$$

Las limitaciones de este aparato se encuentran en la literatura, Seed y Lee (1966), Castro y Poulos (1977) y Annaki y Lee (1977).

Lee (1976) dice "... Haciendo las consideraciones apropiadas de las limitaciones conocidas, la cámara triaxial ofrece un medio popular y razonable entre una prueba idealmente perfecta y la realidad práctica".

Sin embargo, Seed y Lee admiten que para estudiar el comportamiento de suelos sometidos a excitación sísmica el equipo de corte simple cíclico o torsión cíclica son más apropiados que la cámara triaxial cíclica.

#### Prueba de Corte Simple Cíclico

La prueba de corte simple cíclico se desarrolló con la idea de conseguir mayor aproximación a las condiciones de campo que la lograda con cámara triaxial.

Uno de los primeros aparatos de corte simple fue el desarrollado por *Swedish and Norwegian Geotechnical Institutes* (Kjellman, 1951). Sin embargo, este aparato tenía el inconveniente de utilizar muestras cilíndricas (los esfuerzos cortantes en una sección horizontal no pueden ser uniformes).

Roscoe (1953) modificó el aparato, utilizando muestras de sección rectangular y paredes rígidas.

En la Universidad de California, en Berkeley, Peacock y Seed (1968) desarrollaron un aparato de corte simple, que utilizaron para examinar la tendencia a licuarse de una muestra de arena sometida a este tipo de esfuerzo. También en la Universidad de British Columbia, Pickering y Finn (1969), Finn et al (1970 y

1971) han utilizado corte cíclico simple para el estudio de licuación.

En las figs 7 y 8 se ilustran los resultados obtenidos por Peacock y Seed.

A la prueba de corte simple cíclico (fig 9) se le han señalado limitaciones tales como la generación de condiciones de no uniformidad de esfuerzos en las fronteras, lo cual causa la falla de las muestras a esfuerzos menores que aquéllos requeridos en el campo. Aunque esto se puede minimizar con una cuidadosa preparación de la muestra.

La prueba permite la determinación directa del módulo G, aunque los valores medidos resultan menores que los determinados en el campo, ver fig 6.

#### Prueba de Corte Simple Cíclico Torsional

Este aparato se desarrolló en un intento por evitar alguna de las limitaciones asociadas al aparato de corte simple e incorporar la posibilidad de controlar los esfuerzos laterales.

Entre los investigadores que han contribuido al desarrollo de esta prueba se deben mencionar a Ishihara y Li (1972), Hardin (1971), Drnevich (1972), Yoshimi y Oh-Oka (1973), Ishibashi y Sherif (1974), Ishihara y Yasuda (1975), Cho, Rizzo y Humphries (1976) y Iwasaki, Tatsuoka y Tokagi (1977).

El equipo desarrollado por Drnevich (1972) tiene la ventaja de que permite realizar ensayos como columna resonante o como tor



si3n c3clica. Drnevich ha estudiado las propiedades de rigidez y amortiguamiento de arenas saturadas en condiciones no-drenadas.

### Ensaues en Mesa Vibradora

Este tipo de ensayes generalmente consiste en colocar un recipiente o caja con arena saturada, sobre una mesa vibradora (D3az y Del Valle, 1977) y estudiar el comportamiento de la muestra de arena (medir la aceleraci3n de la mesa vibradora a la cual ocurre la licuaci3n).

Maslov (1957) realiz3 ensayes con espec3menes cil3ndricos de 2.5 m de altura y 1.4 m de di3metro. Los ensayes los realiz3 con el objeto de comprobar su teor3a de filtraci3n. Los ensayes los realizaba sin aplicar sobrecarga. Med3a la presi3n de poro en cinco puntos del interior de la muestra, por medio de tubos piezom3tricos. Los experimentos comprobaron que a una cierta aceleraci3n (cr3tica), se produce aumento de la presi3n de poro y posteriormente consolidaci3n del espec3men.

Yoshimi (1967) hizo experimentos utilizando el equipo de la fig 10, con arenas sueltas sometidas a vibraci3n horizontal. Los resultados muestran que la presi3n de poro se incrementa uniforme y simult3neamente hasta un punto, en el cual un incremento r3pido (mayor que los anteriores), eleva la presi3n de poro a un valor al esfuerzo total, la estructura del suelo colapsa, y se forma una c3pa de agua en la parte superior de la muestra.

Finn, Emery y Gupta (1970, 1971) también hicieron pruebas en Mesa Vibradora utilizando un recipiente de paredes rígidas como se puede apreciar en la fig 11. Un ejemplo de los resultados obtenidos se muestran en la fig 12.

Whitman (1970) menciona los factores que afectan los resultados de mesa vibradora y su influencia en la interpretación de los mismos:

1. Frecuencia de vibración
2. Duración de vibración
3. Tamaño y geometría del recipiente
4. Características de deformación del recipiente
5. Método de colocación de la muestra
6. Control del drenaje
7. Aparatos de medición de deformaciones
8. Presión confinante

Tal vez la principal objeción del uso de recipientes rígidos, sobre mesa vibradora es que no se conoce el esfuerzo cortante actuante en la masa, que en gran parte es tomado por el recipiente, además impone condiciones de frontera que no representan condiciones de campo.

Con objeto de superar las limitaciones anteriormente descritas, Díaz, Weckmann e Iturbe (1973) diseñaron en el Instituto de Ingeniería, UNAM, un recipiente D-W-72 que permite: simular el efecto de sobrecarga (fuerzas de inercia), imponer condiciones de deformación controlable (corte simple en una sola dirección),

ensayar muestras grandes (30x60x90 cm), y la colocación de instrumentación en él interiormente. Un croquis del aparato diseñado se muestra en la fig 13.

De Alba, Seed y Chan (1976) y Seed, Mori y Chan (1977) han estudiado el comportamiento de muestras de arena de 230 x 110 x 10cm de espesor, sometidas a esfuerzo cortante simple cíclico en una dirección. En estos ensayos se registraron deformaciones cortantes, presión de poro y aceleraciones.

Para estudiar los efectos de movimientos multidireccionales, Pyke, Seed y Chan (1975) y Seed, Pyke y Martin (1978) realizaron ensayos de especímenes excitados en dos direcciones horizontales perpendiculares, de los cuales encontraron que los asentamientos provocados por movimientos multidireccionales son mayores que los provocados por movimientos en una sola dirección.

### Resumen de Resultados

#### Módulo de rigidez al cortante

Hardin y Richart (1963) y Hardin y Black (1968) proponen para deformaciones angulares inferiores a  $10^{-4}$  las siguientes expresiones:

• Para arenas y gravas con granos redondeados

$$G_{\text{máx}} = \frac{2630 (2.17 - e)^2}{1+e} \sigma_0^{-0.5} \quad (5)$$

• Para arenas con granos angulosos

$$G_{\text{máx}} = \frac{1230 (2.97 - e)^2}{1+e} \bar{\sigma}_0^{0.5} \quad (6)$$

en las que:

G módulo de rigidez al cortante en lb/pulg<sup>2</sup>

e relación de vacíos

$\bar{\sigma}_0$   $(\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3)/3$ , esfuerzo octaédrico normal efectivo

Hardin y Black (1968, 1969) proponen

• Para arcillas

$$G = \frac{G_{\text{máx}}}{1 + \gamma/\gamma_r} \quad (7)$$

$$G_{\text{máx}} = 326 \frac{(2.973 - e)^2}{1+e} (\text{OCR})^a \bar{\sigma}_0^{0.5} \quad (8)$$

El valor de a depende del PI según la tabla

PI	0	20	40	60	80	>100
a	0	0.18	0.30	0.41	0.48	0.50

$$\gamma_r = \frac{\tau_{\text{máx}}}{G_{\text{máx}}}$$

$$\tau_{\text{máx}} = \left\{ \left[ \frac{(1+K_0)}{2} \bar{\sigma}_v \sin \bar{\phi} + \bar{C} \cos \bar{\phi} \right]^2 - \left[ \frac{(1-K_0)}{2} \bar{\sigma}_v \right]^2 \right\}^{0.5}$$

(9)

en donde

G módulo secante de rigidez al cortante en kg/cm<sup>2</sup>

$\gamma$	deformación angular en cm/cm
$e$	relación de vacíos
OCR	relación de preconsolidación
$\bar{\sigma}_m$	esfuerzo efectivo principal medio en kg/cm <sup>2</sup>
$\bar{\sigma}_v$	esfuerzo vertical efectivo en kg/cm <sup>2</sup>
$K_0$	coeficiente de esfuerzo lateral en reposo
$\bar{C}$	cohesión, en términos de esfuerzos efectivos en kg/cm <sup>2</sup>
$\bar{\phi}$	ángulo de fricción interna en términos de esfuerzos efectivos

Con base en los resultados experimentales y teóricos publicados por diversos investigadores, Seed e Idriss (1970) proponen el siguiente procedimiento para calcular los valores del módulo de rigidez al cortante y del amortiguamiento en suelos.

• Para arenas

$$G = 22 K_2 (\bar{\sigma}_m)^{\frac{1}{2}} \quad (10)$$

Para arenas,  $K_2$  depende de la relación de vacíos y de la amplitud de las deformaciones. Las figuras 14 y 15 muestran los valores de  $K_2$  obtenidos experimentalmente para dos valores distintos de la densidad relativa, para diversas muestras de arena. En las mismas figuras se muestran las curvas medias que representan a los datos empíricos, y en la 16 las curvas empíricas correspondientes a varias densidades relativas. Como este parámetro se correlaciona con la prueba de penetración estándar,

en muchos problemas prácticos el procedimiento consistirá en efectuar un sondeo de penetración, usar los datos de campo para estimar la densidad relativa, y a partir de ella, el módulo de elasticidad secante, empleando la fig 16 y la ec(10).

Los datos de la fig 16 se muestran también en la fig 17, en donde aparecen los valores de  $G$ , normalizados respecto al valor de  $G$  para  $\gamma = 10^{-4}$  por ciento, en función de la deformación angular. Se considera que cuando se aplican los métodos geosísmicos ordinarios para determinar las velocidades de propagación de ondas longitudinales y de cortante las deformaciones angulares que se generan tienen valores del orden de las que sirvieron de base para la normalización citada, y que por lo tanto, el valor de  $G$  que corresponde a cualquier deformación angular se puede estimar a partir de la fig 17.

Seed e Idriss comentan que los valores que ellos proponen para  $G$ , en arenas, deben utilizarse cuando los datos de campo se obtienen mediante el método de penetración estándar, mientras que para otros casos es deseable utilizar los resultados de Hardin y Drnevich.

#### Amortiguamiento

Hardin (1965) propone

• Para arenas

$$\zeta_{\text{máx}} = D - 1.5 \log_e N \quad (11)$$

• Para arcillas saturadas

$$\zeta_{\text{máx}} = 31 - (3 + 0.3f) (\bar{\sigma}_m)^{0.5} + 1.5f^{0.5} - 1.5 \log_e N \quad (12)$$

en donde

$\zeta$  fracción del amortiguamiento crítico

N número de ciclos

f frecuencia de la carga aplicada en Hz

D en arenas limpias se especifican valores del 33 y 28 por ciento para estados secos y saturados respectivamente

Seed y Lee (1970), estiman

• Para arenas

Que el amortiguamiento calculado con la curva llena de la fig 18 proporciona buenos resultados para efectos prácticos. Además, recomiendan que en caso de obtenerse en forma experimental el amortiguamiento asociado a dos valores de la deformación angular, se haga pasar una curva paralela a la dada por la curva llena de la fig 18 y, así, obtener la variación completa del amortiguamiento con la deformación angular.

• Para arcillas saturadas

Los datos experimentales disponibles para calcular este parámetro son muy escasos y se muestran en la fig 19. Debido a su gran dispersión es difícil determinar los factores principales que intervienen en su cuantificación. Según Seed e Idriss el valor medio representativo para la curva llena de la fig 19

proporciona valores del amortiguamiento con suficiente aproximación para problemas prácticos. También sirve de base para cuantificar la variación del amortiguamiento respecto a la deformación angular cuando solo se conocen dos valores del amortiguamiento para determinadas deformaciones, haciendo pasar por dichos valores una curva paralela a la llena.

### TECNICAS DE CAMPO

Existen tres métodos de campo para determinar el "módulo de rigidez al cortante" de los suelos:

1. Pruebas geofísicas
2. Pruebas de vibración
3. Pruebas de placa

Diagramas de cada uno de estos procedimientos de prueba se muestran en la fig 20.

Los dos primeros métodos consisten en la medición de la velocidad de propagación de las ondas a través del suelo.

Considerando que el medio es elástico, el módulo de Young  $E$ , y el módulo  $G$ , se pueden calcular de la velocidad de propagación de ondas (P), compresionales,  $v_p$ , o de ondas (S) de cortante,  $v_s$ ; usando las siguientes expresiones

$$E = \rho v_p^2 \frac{(1+\nu)(1-2\nu)}{(1-\nu)} \quad (14)$$

$$G = \rho v_s^2 \quad (15)$$



en las cuales

- $\rho$  densidad de masa
- $\nu$  relación de Poisson

El método de la prueba de placa consiste en someter una placa que descansa sobre la superficie del terreno a la aplicación de carga repetida con objeto de obtener la relación carga-deformación. De esta información se calcula el módulo E, mediante

$$E = \frac{P(1-\nu^2)}{r^2w} \quad (16)$$

y considerando un valor para  $\nu$  se puede calcular

$$G = \frac{E}{2(1+\nu)} \quad (17)$$

en donde

- r radio de la placa de carga
- w deformación vertical
- P carga

## 1. Métodos Geofísicos

### a) Prueba de medición en sondeos

Este método consiste en medir el tiempo requerido para que las ondas generadas en un punto, mediante el impacto de un martillo pesado o una explosión, lleguen a uno o más geófonos colocados dentro de un barreno.

A continuación se describirá en forma breve el método conocido como "de sondeo en paralelo" (Cross-Hole survey) ya que se consi

dera en opinión de muchos ingenieros como el método de campo más digno de confianza para medir el módulo G.

El método consiste en medir la velocidad de propagación de ondas de cuerpo entre dos puntos en la masa de suelo. Las ondas de cuerpo se generan mediante un impulso vertical aplicado en el fondo de un sondeo.

La llegada de la energía en forma de ondas compresionales o cortantes se registra en un segundo sondeo mediante un geófono vertical. Conociendo la distancia horizontal entre los dos sondeos la velocidad de las ondas se puede calcular.

Sin embargo, en determinaciones bajo el nivel freático (NF) la  $V_p$  determinada será la del líquido no la del suelo, en tanto que la velocidad  $V_s$  determinada arriba o abajo del NF será la del suelo.

El método requiere de 4 elementos

- i) sondeos
- ii) fuente de generadora de ondas
- iii) equipo de captación (geófono)
- iv) equipo de registro

#### b) Método geosísmico de refracción

Este método es aplicable sólo en medios sobre el nivel freático y cuando las velocidades en cada estrato se incrementan con la profundidad. Un esquema de este método se presenta en la fig 21.

## 2. Prueba de Vibración

Este procedimiento consiste en colocar en la superficie del terreno un vibrador de alta frecuencia (30 a 1000 Hz) y uno de baja frecuencia (hasta 30 Hz), para generar ondas de Rayleigh, que para propósitos prácticos tienen una velocidad ( $V_r$ ) semejante a la  $V_s$ . La velocidad se calcula midiendo la longitud de onda,  $\lambda$ , medida con geófonos a lo largo de la superficie del terreno y la frecuencia de vibración de la fuente (vibrador), usando la expresión:

$$V_s \approx V_r = \lambda f \quad (18)$$

en donde

$\lambda$  longitud de onda

$f$  frecuencia de vibración

La velocidad ( $V_r$ ) medida, se considera que corresponde a la velocidad de propagación en el suelo a una profundidad de un medio de  $\lambda$ . Al variar la frecuencia de la fuente se cambia  $\lambda$ , y se puede conocer la variación de ( $V_r$ ) con la profundidad, ver fig 20.b

## 3. Pruebas de Placa

El módulo del suelo se puede determinar, bajo condiciones no drenadas, ya sea mediante la aplicación de carga repetida y midiendo la pendiente de la curva carga-deformación o mediante la medición de la frecuencia de resonancia con un vibrador, fig 20.c.

B I B L I O G R A F I A

1. Anderson, D.G. and Woods, R.D. (1975)  
"Comparison of Field and Laboratory Shear Moduli", *Proceedings of the Conference on In Situ Measurement of Soil Properties*, Geotechnical Engineering Division (ASCE) Specialty Conference, Raleigh, North Carolina, June 1-4, Vol. 1, pp 69-92.
2. Annaki, M. and Lee, K.L. (1977)  
"Equivalent Uniform Cycle Concept of Soil Dynamics", *Journal of the Geotechnical Engineering Division*, ASCE, Vol. 103, No. GT6, Proc. Paper 12991, June, pp 549-564.
3. Arango, I. and Moriwaki, Y. (1978)  
"Comparison Between In Situ and Laboratory-Determined Dynamic Shear Velocity and Modulus", *Proceedings of the Conference on Earthquake Engineering and Soil Dynamics*, Geotechnical Engineering Division, ASCE, Pasadena, June 19-21.
4. Ballard, R.F., Jr. (1976)  
"Method for Crosshole Seismic Testing", *Geotechnical Engineering Division*, ASCE, Vol. 102, No. GT12, Dec. Proc. Paper 12646, pp 1261-1273.
5. Ballard, R.F., Jr. and McLean, F.G. (1975)  
"Seismic Field Methods for In Situ Moduli", *Proceedings of the Conference on In Situ Measurement of Soil Properties*, Geotechnical Engineering Division (ASCE) Specialty Conference, Raleigh, North Carolina, June 1-4, Vol. 1, pp 121-150.
6. Bamert, E., Shnitter, G. and Weber, M. (1967)  
"A Field Method of Determining Soil Properties by Impact Loading", *Proceedings of International Symposium on Wave Propagation and Dynamic Properties of Earth Materials*, Albuquerque, N.M., Aug. 23-25, pp 265-274.
7. Bjerrum, L. and Landva, A. (1966)  
"Direct Simple Shear Tests on a Norwegian Quick Clay", *Geotechnique*, Vol. 26, No. 1, pp 1-20.
8. Casagrande, A. (1976)  
"Liquefaction and Cyclic Deformation of Sands--A Critical Review", Harvard Soil Mechanics Series No. 88, Harvard University, Cambridge, Mass.
9. Casagrande, A. and Shannon, W.L. (1948)  
"Stress Deformation and Strength Characteristics of Soils under Dynamic Loads", *Proceedings of the Second International Conference on Soil Mechanics and Foundation Engineering*, Rotterdam, Vol. V, pp 29-34.

10. Castro, G. (1969)  
"Liquefaction of Sands", *Harvard Soil Mechanics Series No. 81*, Cambridge, Mass., Jan.
11. Castro, G. and Poulos, S.J. (1977)  
"Factor Affecting Liquefaction and Cyclic Mobility", *Journal of the Geotechnical Engineering Division, ASCE*, Vol. 103, No. GT6, June, pp 501-516.
12. DeAlba, P., Seed, H.B. and Chan, C.K. (1976)  
"Sand Liquefaction in Large-Scale Simple Shear Tests", *Journal of the Geotechnical Engineering Division, ASCE*, Vol. 102, No. GT9, Proc. Paper 12403, Sept., pp 909-927.
13. Díaz, A., Weckmann, O. e Iturbe, R. (1973)  
"Licuación de Arenas-Primera Parte", Instituto de Ingeniería, UNAM.
14. Díaz, J.A. and Del Valle, E. (1977)  
"Dynamics laboratory of the National University of Mexico", *6th World Conference on Earthquake Engineering*, New Delhi.
15. Drnevich, V.P. (1977)  
"Resonant Column Testing - Problems and Solutions", *ASTM Symposium on Dynamic Soil and Rock Testing in the Field and Laboratory for Seismic Studies*, Denver, June.
16. Drnevich, V.P., Hardin, B.O. and Shippy, D.J. (1977)  
"Modulus and Damping of Soils by the Resonant Column Method", *Symposium on Dynamic Soil and Rock Testing in the Field and Laboratory for Seismic Studies*, Denver, June.
17. Finn, W.D.L. (1972)  
"Soil Dynamics - Liquefaction of Sands", *Proceedings of the International Conference on Microzonation*, Seattle, Oct. 30-Nov. 3, Vol. 1, pp 87-112.
18. Finn, W.D.L., Bransby, P.L. and Pickering, D.J. (1970)  
"Effect of Strain History on Liquefaction of Sands", *Journal of the Soil Mechanics and Foundations Division, ASCE*, Vol. 96, No. SM6, Nov., Proc. Paper 7670, pp 1917-1934.
19. Finn, W.D.L., Emery, J.J. and Gupta, Y.P. (1970)  
"A Shaking Table Study of the Liquefaction of Saturated Sands During Earthquakes", *Proc. 3rd European Symposium on Earthquake Engineering*, Sept., pp 253-262.
20. Finn, W.D.L., Emery, J.J. and Gupta, Y.P. (1971)  
"Liquefaction of Large Samples of Saturated Sand on a Shaking Table", *Proc. 1st Canadian Conf. on Earthquake Engineering*, Vancouver, May, pp 97-110.

21. Finn, W.D.L., Pickering, D.J. and Bransby, P.L. (1971)  
"Sand Liquefaction in Triaxial and Simple Shear Tests",  
*Journal of the Soil Mechanics and Foundations Division*, ASCE,  
Vol. 97, No. SM4, Proc. Paper 8039, April, pp 639-659.
22. Finn, W.D.L. and Vaid, Y.P. (1977)  
"Liquefaction Potential from Drained Constant Volume Cyclic  
Simple Shear Tests", *Preprints of Sixth World Conference on  
Earthquake Engineering*, New Delhi, Jan. 10-14, Vol. 6, pp  
7-12.
23. Hall, J.R., Jr. and Richart, F.E., Jr. (1963)  
"Dissipation of Elastic Wave Energy in Granular Soils",  
*Journal of the Soil Mechanics and Foundations Division*, ASCE,  
Vol. 89, No. SM6, Nov., pp 27-56.
24. Hardin, B.O. (1965)  
"The Nature of Damping in Sands", *Journal of the Soil Mechan-  
ics and Foundations Division*, ASCE, Vol. 91, No. SM1, Part I,  
Jan., pp 63-97.
25. Hardin, B.O. (1970)  
"Suggested Methods of Test for Shear Modulus and Damping of  
Soils by the Resonant Column", *ASTM Special Technical Pub-  
lication 479*, pp 516-529.
26. Hardin, B.O. and Black, W.L. (1968)  
"Vibration Modulus of Normally Consolidated Clay", *Journal  
of the Soil Mechanics and Foundations Division*, ASCE, Vol.  
94, No. SM2, Proc. Paper 5833, March, pp 353-368.
27. Hardin, B.O. and Drnevich, V.P. (1972)  
"Shear Modulus and Damping in Soils: Measurement and Param-  
eter Effects", *Journal of the Soil Mechanics and Foundations  
Division*, ASCE, Vol. 98, No. SM6, Proc. Paper 8977, June,  
pp 603-624.
28. Hardin, B.O. and Music, J. (1965)  
"Apparatus for Vibration of Soil Specimens During the Tria-  
xial Test", *Instruments and Apparatus for Soil and Rock  
Mechanics*, ASTM STP 392, Am. Soc. Testing Mats., pp 55-74.
29. Humphries, W.K. and Wahls, H.E. (1968)  
"Stress History Effects on Dynamic Modulus of Clay", *Journal  
of the Soil Mechanics and Foundations Division*, ASCE, Vol.  
94, No. SM2, Proc. Paper 5834, March, pp 371-389.
30. Hvorslev, M.J. and Kaufman, R.I. (1952)  
"Torsion Shear Apparatus and Testing Procedures, USAE Water  
ways Experiment Station, Bulletin No. 38, May, 76 pp

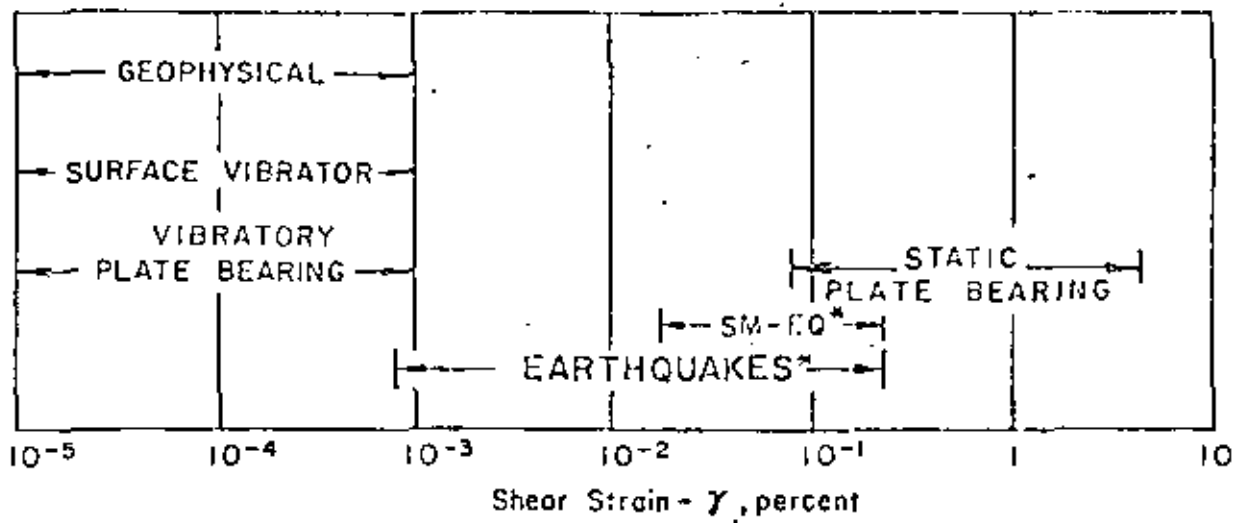
31. Ishibashi, I. and Sherif, M.A. (1974)  
"Soil Liquefaction by Torsional Simple Shear Device", *Journal of the Geotechnical Engineering Division, ASCE*, Vol. 100, No. GT8, Proc. Paper 10752, Aug., pp 871-888.
32. Ishihara, K. and Li, S. (1972)  
"Liquefaction of Saturated Sand in Triaxial Torsion Shear Test", *Soils and Foundations*, Vol. 12, No. 2, June, pp 19-39.
33. Ishihara, K. and Yasuda, S. (1975)  
"Sand Liquefaction in Hollow Cylinder Torsion Under Irregular Excitation", *Soils and Foundations*, Vol. 15, No. 1, March, pp 45-59.
34. Kjellman, W. (1951)  
"Testing of Shear Strength in Sweden", *Geotechnique*, Vol. 2, pp 225-232.
35. Lawrence, F.V., Jr. (1963)  
"Propagation Velocity of Ultrasonic Waves Through Sand", MIT Research Report R63-8, March.
36. Lee, K.L. (1976)  
"Fundamental Considerations for Cyclic Triaxial Tests on Saturated Sands", *Proc. Int. Conf. on Behavior Offshore Structures, BOSS '76*, Trondheim, Norway, Aug., Vol. 1, pp 355-373.
37. Lee, K.L., Seed, H.B. and Dunlop, P. (1969)  
"Effect of Transient Loading on the Strength of Sand", *Proceedings of the Seventh International Conference on Soil Mechanics and Foundation Engineering, Mexico City*, Vol. 1, pp 239-247.
38. Maslov, N.M. (1957)  
"Questions of Seismic Stability of Submerged Sandy Foundations and Structures", *Proceedings of the Fourth International Conference on Soil Mechanics and Foundation Engineering, London*, Vol. 1, pp 368-372.
39. Mulilis, J.P., Chan, C.K. and Seed, H.B. (1975)  
"The Effects of Method of Sample Preparation on the Cyclic Stress-Strain Behavior of Sands", *Report No. EERC 76-18*, Earthquake Engineering Research Center, University of California, Berkeley, July.
40. Murphy, V.J. (1972)  
"Geophysical Engineering Investigation Techniques for Microzonation", *Proceedings of the International Conference on Microzonation*, Vol. 1, pp 135-159.

41. Pyke, R., Seed, H.B. and Chan, C.K. (1975)  
"Settlement of Sands Under Multidirectional Shaking", *Journal of the Geotechnical Engineering Division, ASCE*, Vol. 101, No. GT4, April, Proc. Paper 11251, pp 379-398.
42. Richart, F.E., Jr., Hall, J.R., Jr. and Woods, R.D. (1970)  
*Vibrations of Soils and Foundations*, Prentice-Hall, Englewood Cliffs, N.J., 414 pp.
43. Roscoe, K.H. (1953)  
"An Apparatus for the Application of Simple Shear to Soil Samples", *Proceedings, Third International Conference on Soil Mechanics and Foundation Engineering, Zurich*, Vol. 1, pp 186-191.
44. Seed, H.B. (1976)  
"Evaluation of Soil Liquefaction Effects on Level Ground During Earthquakes", *State-of-the-Art Paper, Liquefaction Problems in Geotechnical Engineering, Meeting Preprint 2752, ASCE Annual Convention, Sept. 27 - Oct. 1, Philadelphia, Pa.*, pp 1-104.
45. Seed, H.B., Kenji, M. and Chan, C.K. (1977)  
"Influence of Seismic History on Liquefaction of Sands", *Journal of the Geotechnical Engineering Division, ASCE*, Vol. 103, No. GT4, Proc. Paper 12841, April, pp 257-270.
46. Seed, H.B. and Lee, K.L. (1966)  
"Liquefaction of Saturated Sands During Cyclic Loading", *Journal of the Soil Mechanics and Foundations Division, ASCE*, Vol. 92, No. SM6, Nov., pp 105-134.
47. Seed, H.B. and Lundgren, R. (1954)  
"Investigation of the Effect of Transient Loading on the Strength and Deformation Characteristics of Saturated Sands", *Proceeding ASTM*, Vol. 54, pp 1288-1306.
48. Seed, H.B., Mori, K. and Chan, C.K. (1977)  
"Influence of Seismic History on Liquefaction of Sands", *Journal of the Geotechnical Engineering Division, ASCE*, Vol. 103, No. GT4, Proc. Paper 12841, April, pp 257-270.
49. Seed, H.B. and Peacock, W.H. (1971)  
"Test Procedure for Measuring Soil Liquefaction Characteristics", *Journal of the Soil Mechanics and Foundations Division, ASCE*, Vol. 97, No. SM8, Aug., pp 1099-1119.
50. Seed, H.B., Pyke, R.M. and Martin, G.R. (1978)  
"Effect of Multidirectional Shaking on Pore Pressure Development in Sands", *Journal of the Geotechnical Engineering Division, ASCE*, Vol. 104, No. GT1, Jan., Proc. Paper 13485, pp 27-44.

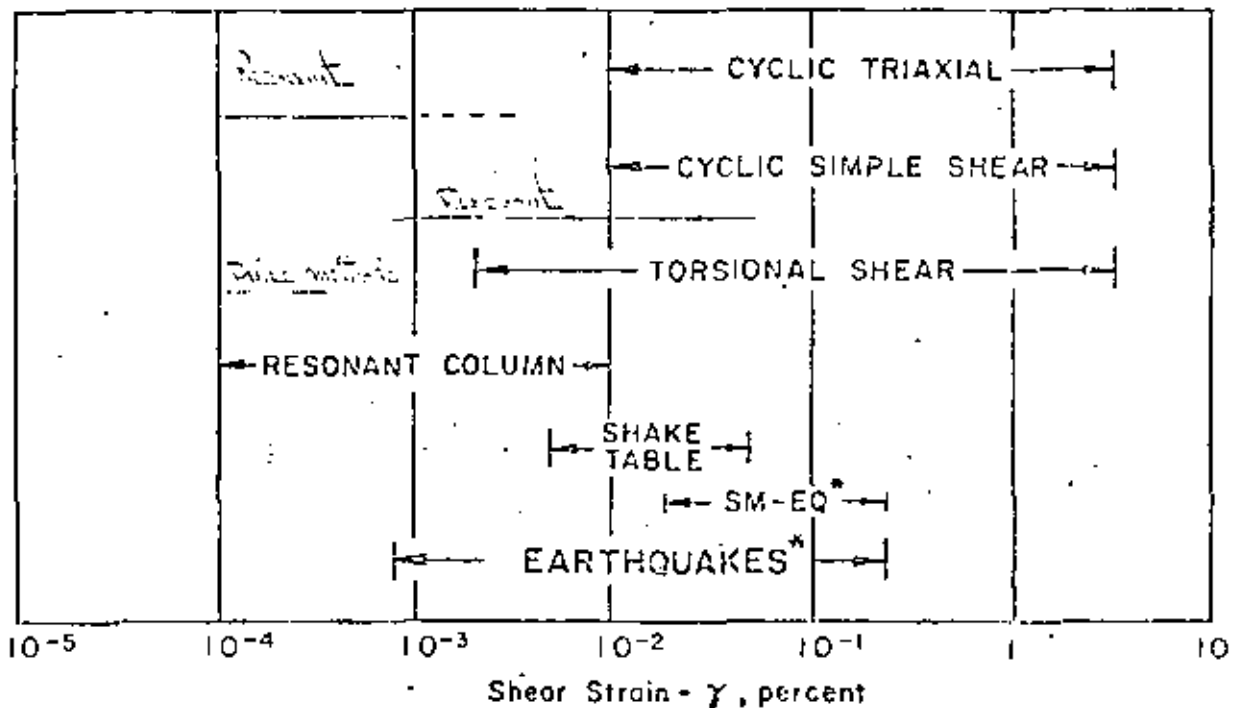


51. Seed, H.B. and Silver, M.L. (1972)  
"Settlement of Dry Sands During Earthquakes", *Journal of the Soil Mechanics and Foundations Division*, ASCE, Vol. 98, No. SM4, Proc. Paper 8844, April, pp 381-397.
52. Sherif, M.A. and Ishibashi, I. (1976)  
"Dynamic Shear Moduli for Dry Sands", *Journal of the Geotechnical Division*, ASCE, Vol. 102, No. GT11, Proc. Paper 12572, Nov., pp 1171-1184.
53. Silver, M.L. (1976)  
"Laboratory Triaxial Testing Procedures to Determine the Cyclic Strength of Soils", *Report No. NUREG-31*, U.S. Nuclear Regulatory Commission, Washington, D.C., Dec. 70 pp.
54. Silver, M.L., Chan, C.K., Ladd, R.S., Lee, K.L., Tiedemann, D.A., Townsend, F.C., Valera, J.E. and Wilson, J.H. (1976)  
"Cyclic Triaxial Strength of Standard Test Sand", *Journal of the Geotechnical Engineering Division*, Vol. 102, No. GT5, May, pp 511-523.
55. Silver, M.L. and Park, T.K. (1975)  
"Testing Procedure Effects on Dynamic Soil Behavior", *Journal of the Geotechnical Engineering Division*, ASCE, Vol. 101, No. GT10, Proc. Paper 11671, Oct., pp 1061-1083.
56. Silver, M.L. and Seed, H.B. (1971)  
"Deformation Characteristics of Sands Under Cyclic Loading", *Journal of the Soil Mechanics and Foundation Division*, ASCE, Vol. 97, No. SM8, Aug., pp 1081-1098.
57. Skoglund, G.R., Marcuson, W.F. III, and Cunney, R.W. (1975)  
"Evaluation of Resonant Column Dynamic Testing Devices", Misc. Paper 5-75-2, U.S. Army Engineer Waterways Experiment Station, Vicksburg, Feb.
58. Skoglund, G.R., Marcuson, W.F. III, and Cunney, R.W. (1976)  
"Evaluation of Resonant Column Test Devices", *Journal of the Geotechnical Engineering Division*, ASCE, Vol. 102, No. GT11, Nov., Proc. Paper 12567.
59. SW-AA (1974)  
"Soil Behavior Under Earthquake Loading Conditions, In Situ Impulse Test", *Progress Report*, Contract No. AT(04-3)-954, U.S. Atomic Energy Commission, June. [Shannon & Wilson, Agabian Associates joint venture].
60. SW-AJA (1971)  
"Soil Behavior Under Earthquake Loading Conditions", Interim Report No. 1, Subcontract No. 3354, Union Carbide Corporation, for U.S. Atomic Energy Commission, Contract W-7405-eng-26, Dec. 186 pp. (SW-AJA is Shannon & Wilson and Agabian-Jacobsen Associates joint venture).

61. SW-AJA (1972a)  
"Soil Behavior Under Earthquake Loading Conditions, State-of-the Art Evaluation of Soil Characteristics for Seismic Response Analysis", Under subcontract No. 3354, Union Carbide Corporation for U.S. Atomic Energy Commission, Contract No. W-7405-eng-26, Jan.
62. SW-AJA (1972b)  
"Soil Behavior Under Earthquake Loading Conditions, Interim Report No. 2", prepared under Subcontract No. 3354, Union Carbide Corp., for U.S. Atomic Energy Commission, Contract No. W-7405-eng-26, Feb.
63. Taylor, D.W. and Whitman, R.V. (1954)  
"The Behavior of Soils Under Dynamic Loadings-3", *Final Report on Laboratory Studies*, Civil Engineering Dept., MIT, Aug.
64. Townsend, F.C., Marcuson, W.F. III, and Mulilis, M. (1978)  
"Cyclic Triaxial and SPT for Predicting Liquefaction", *Proceedings of the Conference on Earthquake Engineering and Soil Dynamics*, Geotechnical Engineering Division, ASCE, Pasadena, June 19-21.
65. Whitman, R.V. (1970b)  
"Summary of Results from Shaking Table Tests at University of Chile using a Medium Sand", MIT, Progress Report No. 9, Effect of Local Soil Conditions Upon Earthquake Damage Research Report R 70-25, Soils Publication No. 258, May.
66. Whitman, R.V. and Ortigosa de Pablo, P. (1968)  
"Densification of Sand by Vertical Vibrations, Rep. No. 4 - Repeated Load and Vibration Tests upon Sand", MIT, Civil Engineering Tech. Paper No. T68-5, Soils Pub. No. 222, Aug.
67. Wilson, S.D. and Dietrich, R.J. (1960)  
"Effect of Consolidation Pressure on Elastic and Strength Properties of Clay", *Proceedings ASCE Research Conference on Shear Strength of Cohesive Soils*, Boulder, Colo., June, pp 419-435.
68. Zeevaert, L. (1967)  
"Free Vibration Torsion Tests to Determine the Shear Modulus of Elasticity on Soils", *Proc., 3rd Panamerican Conf. on Soil Mech. and Foundation Eng.*, Caracas, Vol. 1, pp 111-129.

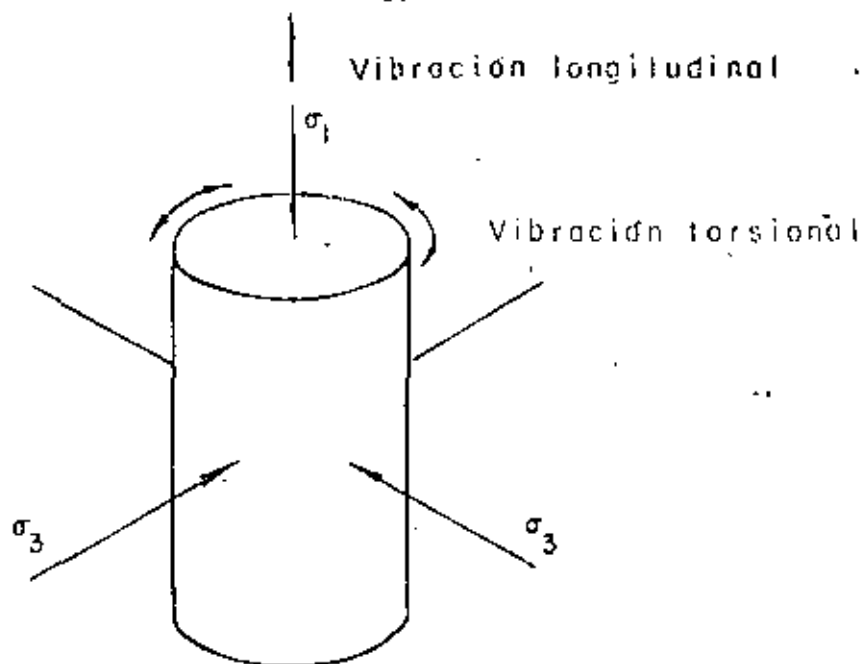


a) Ensayes de Campo

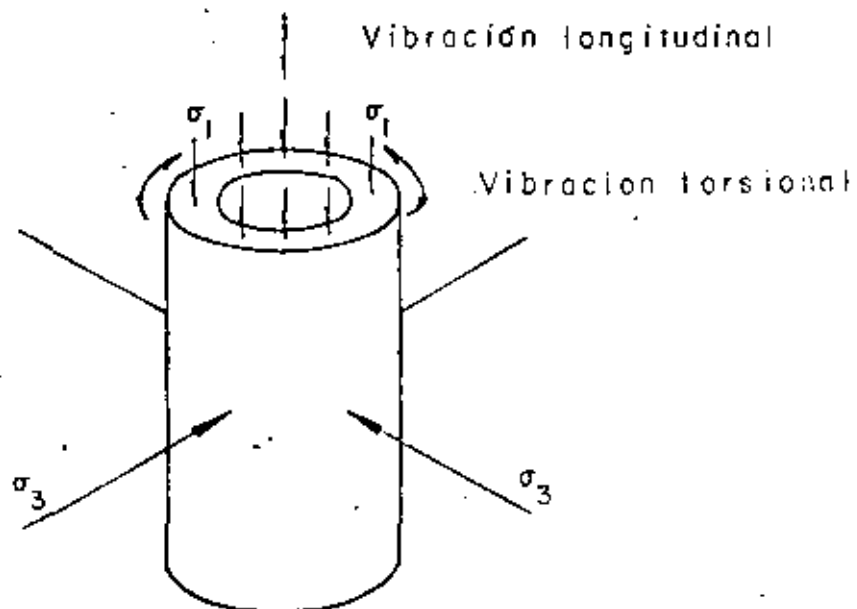


b) Ensayes de Laboratorio

Fig 1 Rangos de la deformación impuesta por los diferentes tipos de ensaye (SW-AJA, 1972a)



a. Cilindro Sólido



b. Cilindro Hueco

Fig 2 PRUEBA DE COLUMNA RESONANTE

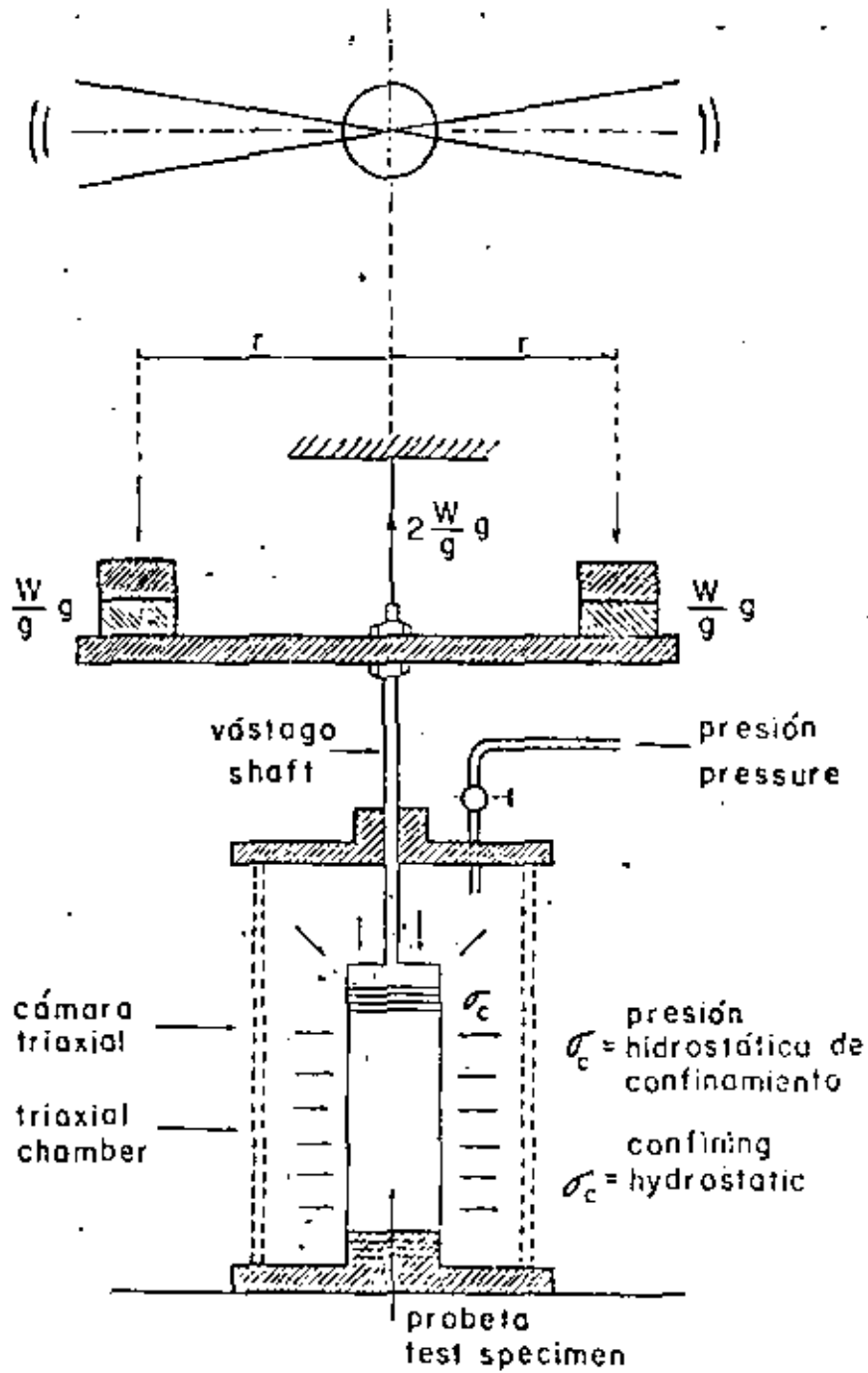


Fig. 3 DISPOSITIVO PARA PRUEBAS DINÁMICAS DE TORSION, (Zeevaert, 1967)

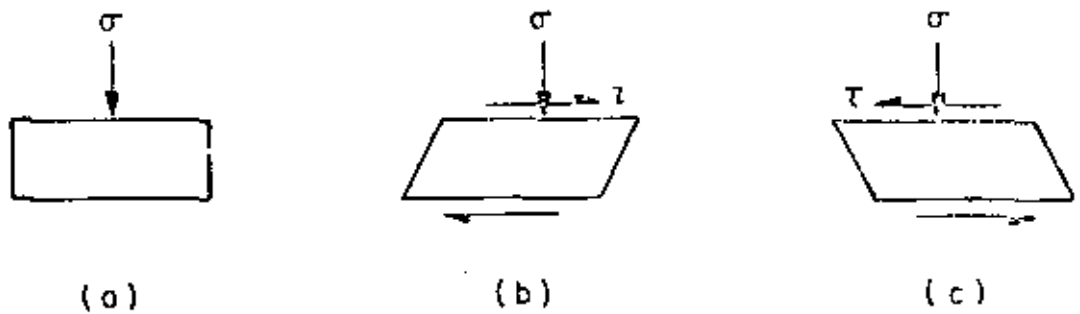


Fig 4. Condiciones de esfuerzo idealizadas para un elemento de suelo bajo la superficie, durante un sismo (Seed y Lee, 1966)

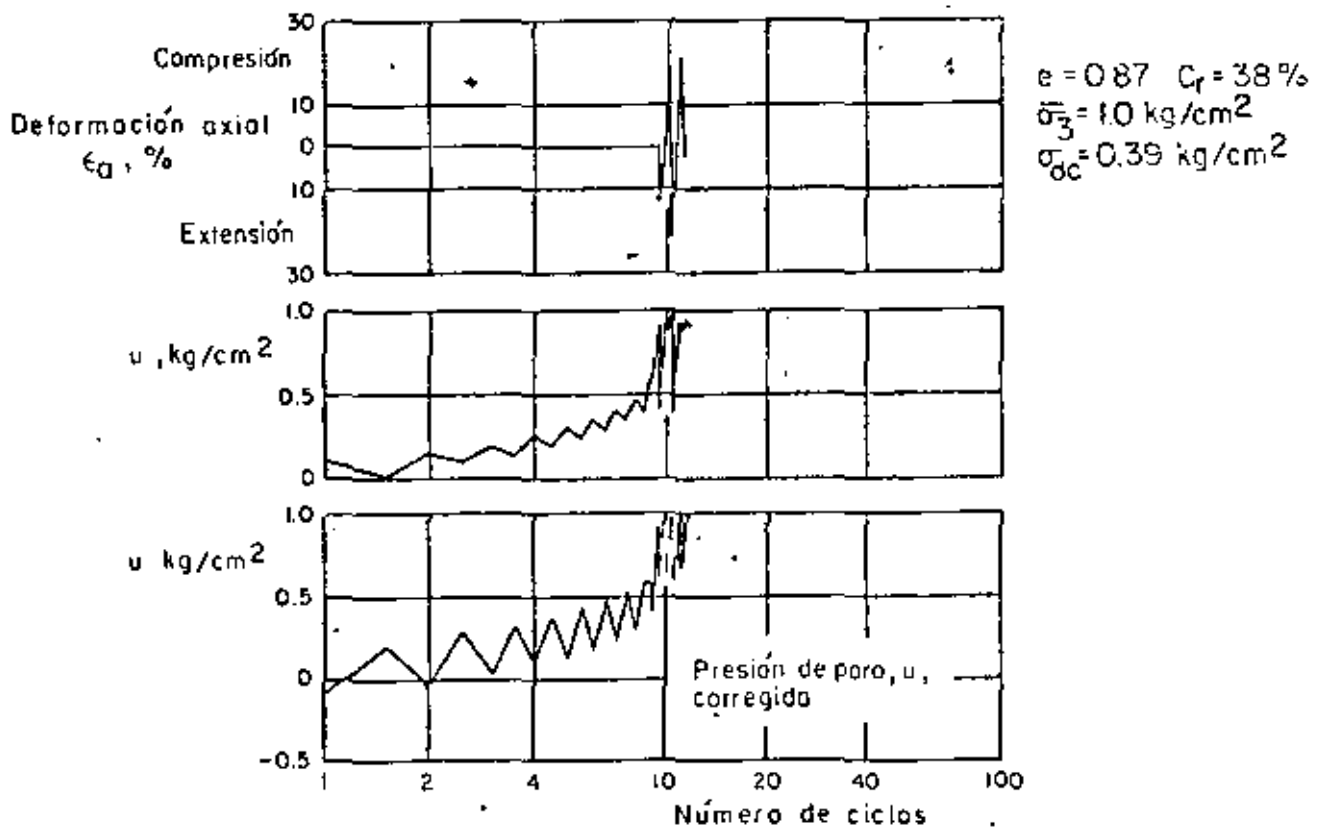


Fig 5. Prueba de carga cíclica, típica en arena suelta (Seed y Lee, 1966)

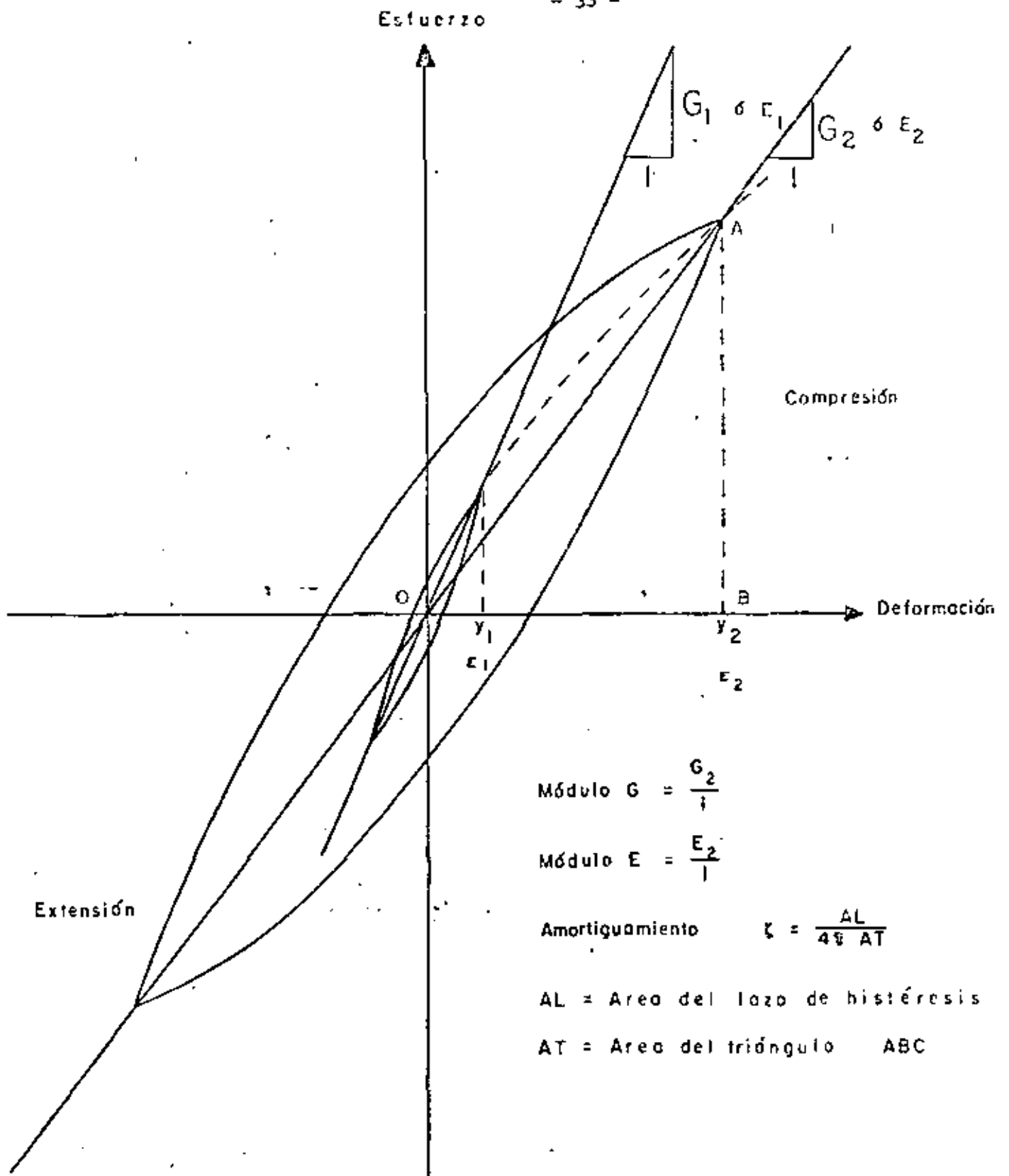


Fig 6 · RELACION HISTERETICA ESFUERZO-DEFORMACION PARA DIFERENTES AMPLITUDES DE DEFORMACION

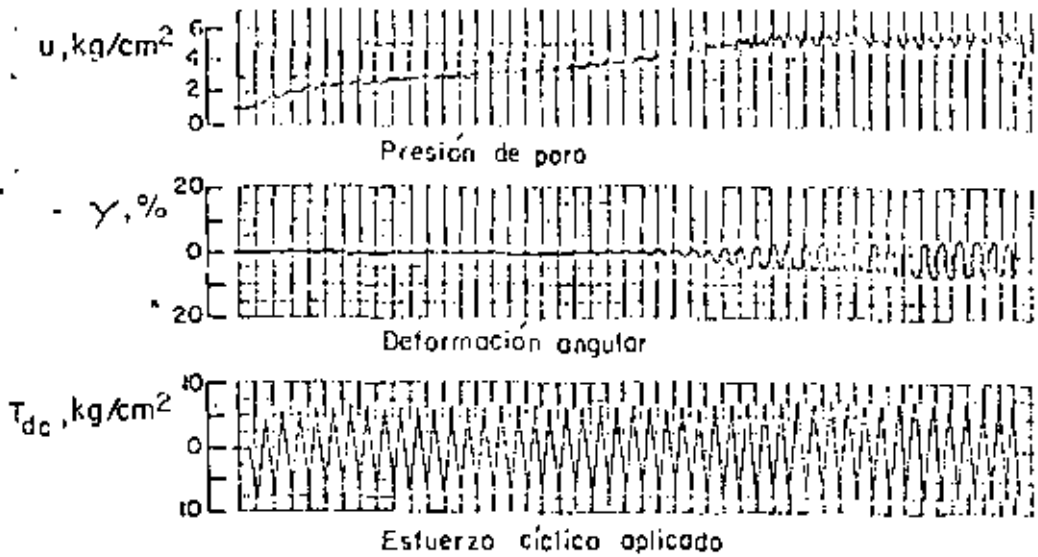


Fig 7 Prueba típica de corte simple en arena compacta (Peacock y Seed, 1968)

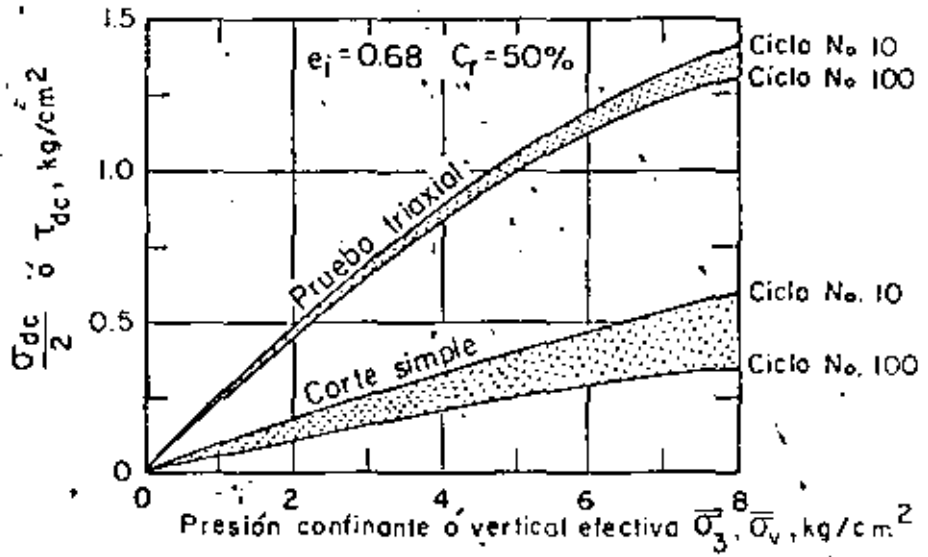


Fig 8 Comportamiento de arena suelta en corte simple y en prueba triaxial cíclica (Peacock y Seed, 1968)

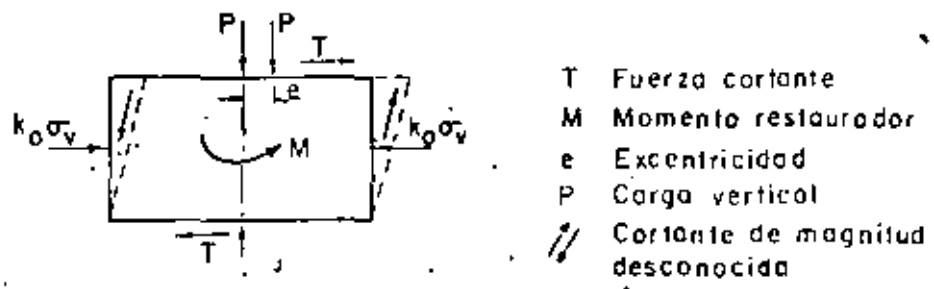


Fig 9 Equilibrio estático de fuerzas en un espécimen sometido a corte simple



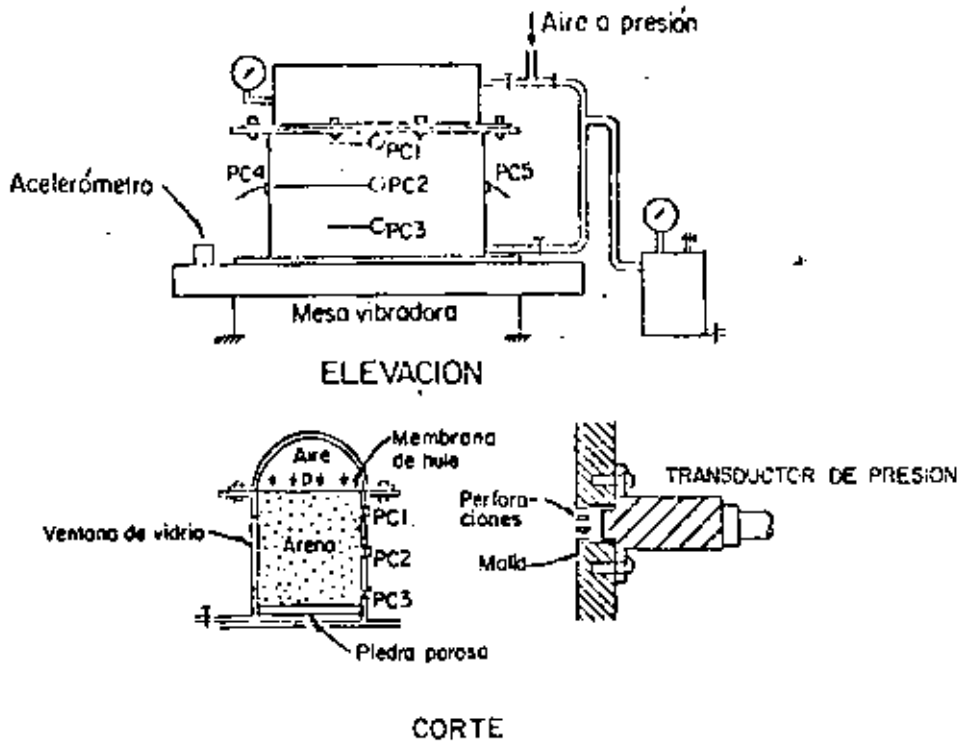


Fig 10 Recipiente para probar arenas en mesa vibradora (Yoshimi, 1967)

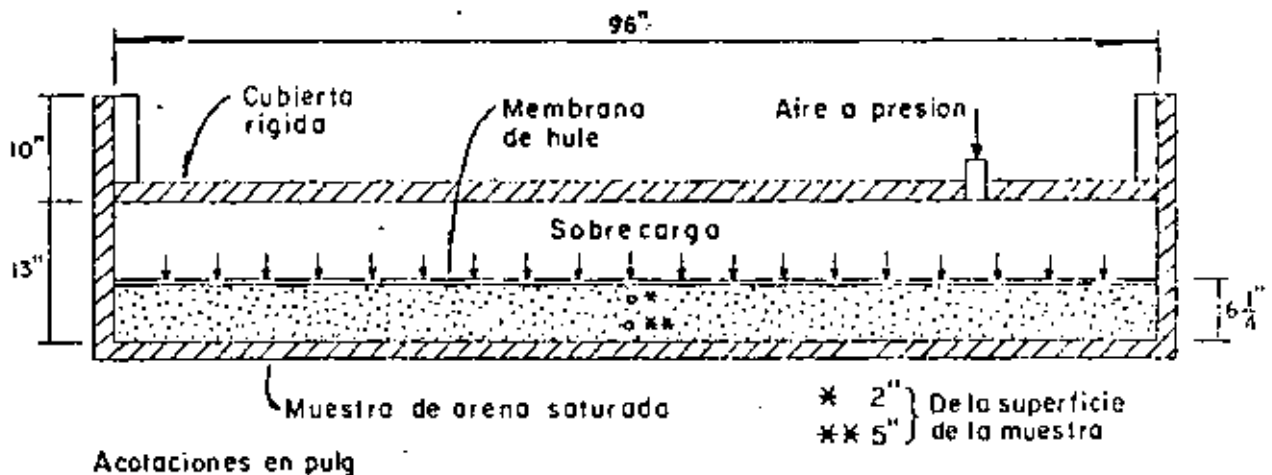
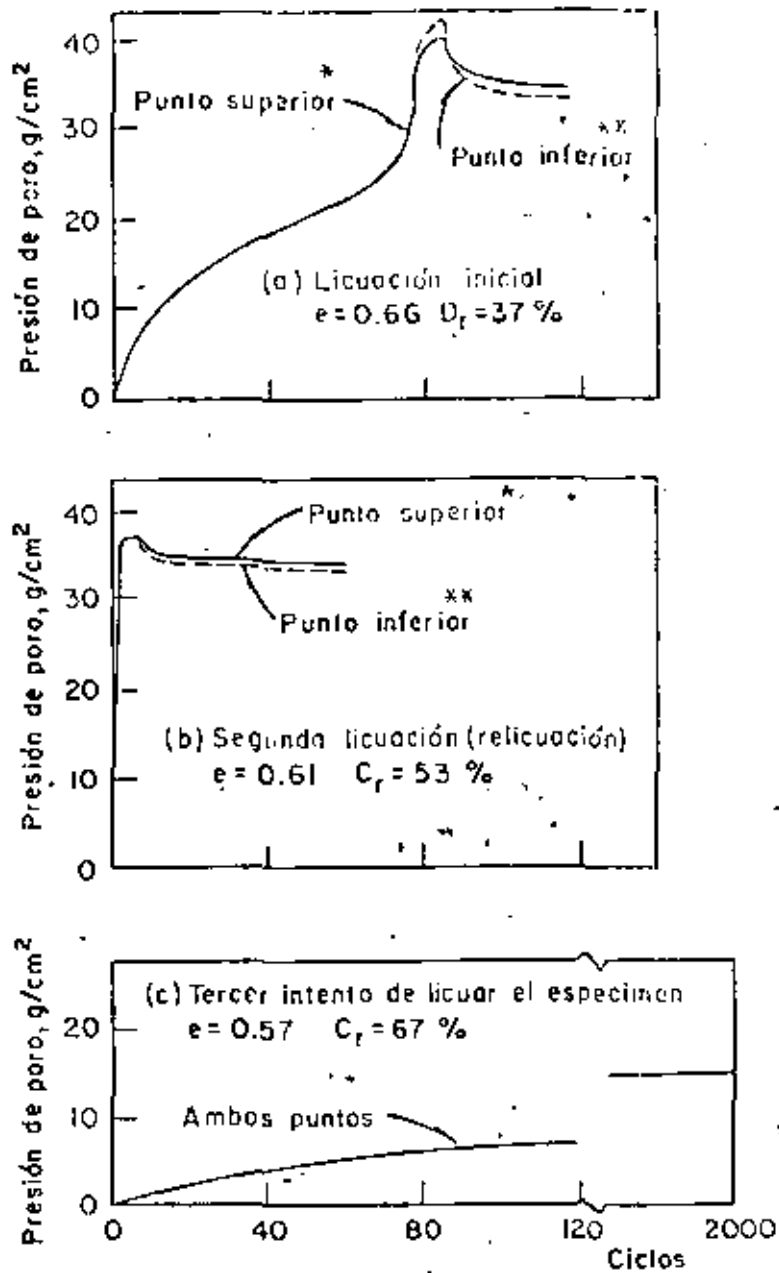
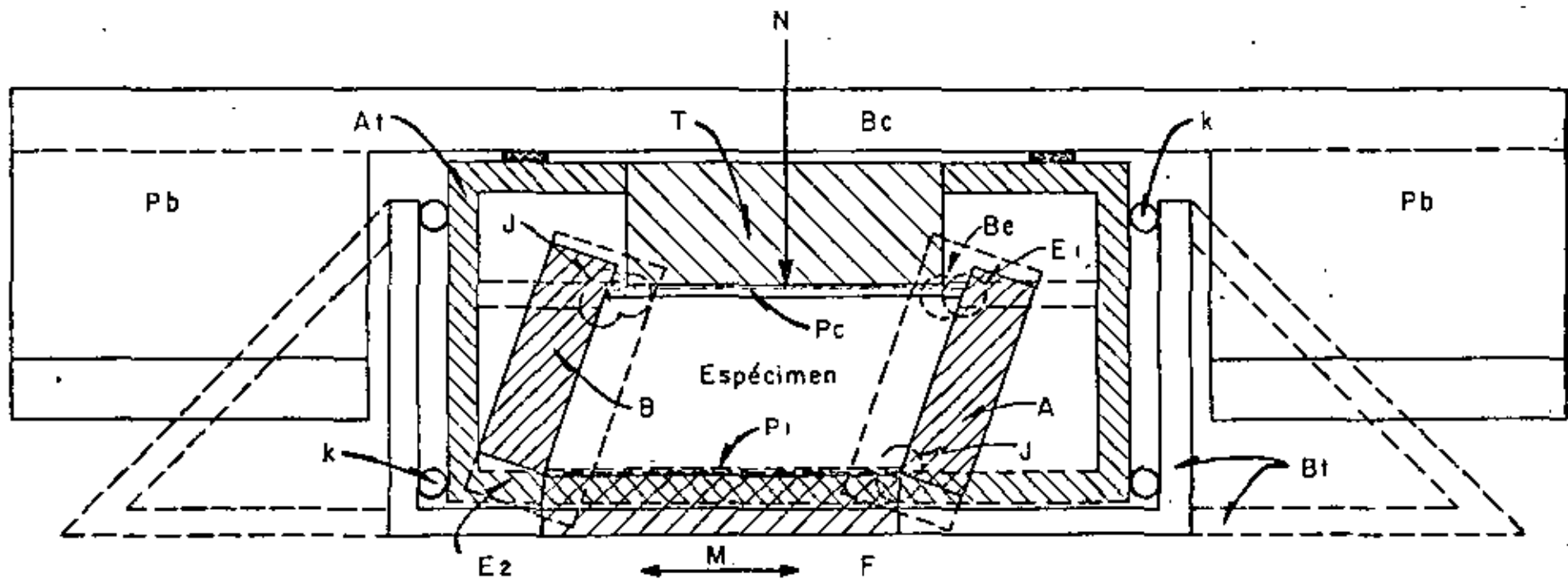


Fig 11 Corte del modelo de arena de 18" de ancho, en el recipiente (Finn et al, 1970)



Presión total en el punto inferior<sup>\*\*</sup>  $(36+13)=49 \text{ g/cm}^2$   
Presión total en el punto superior<sup>\*</sup>  $(36+5)=41 \text{ g/cm}^2$   
Aceleración senoidal, amplitud = 0.25 g, Frecuencia 2 Hz

Fig. 12 Presión de poro vs número de ciclos (Finn et al., 1970)



A, B Paredes inclinables

At Armazón de la tapa

Bc Bastidor de carga

Be Movimiento vertical de cojinetes de la tapa

Bt Bastidor para la tapa

E1, E2 Ejes de las paredes inclinables

F Fondo del recipiente

J Movimiento vertical de cojinetes de las paredes inclinables

k Cojinetes-guía

M Movimiento alternado de la mesa vibradora

N Carga normal sobre la tapa

Pb Masas de plomo

Pc Placa de carga

T Tapa del recipiente

Fig 13 Corte transversal del aparato mostrado en el límite de su carrera  
(Díaz, Weckmann e Turbe, 1973)

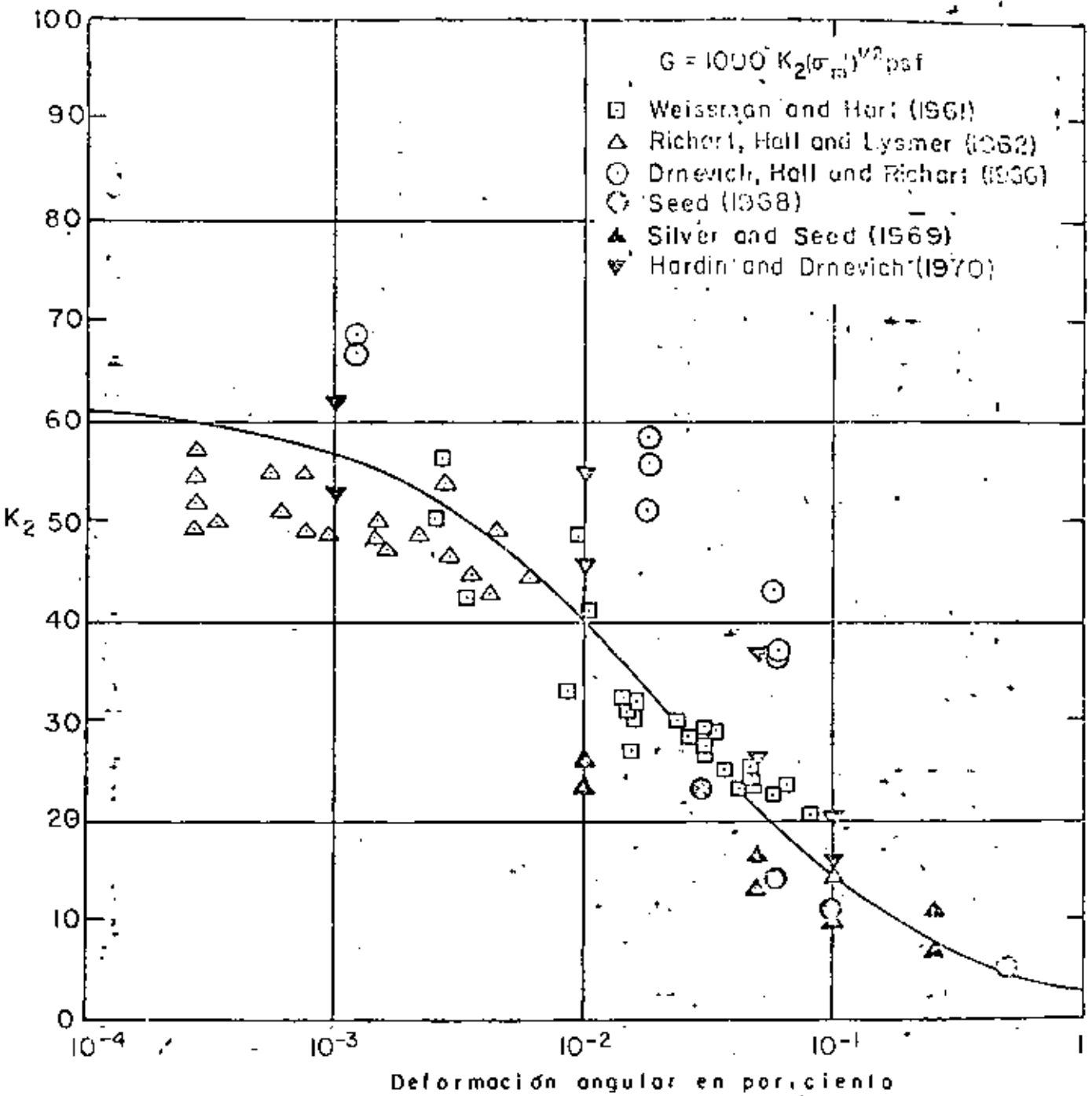


Fig 14 MODULO DE RIGIDEZ AL CORTANTE PARA ARENAS,  
 $C_r = 75\%$  (Seed e Idriss, 1970)

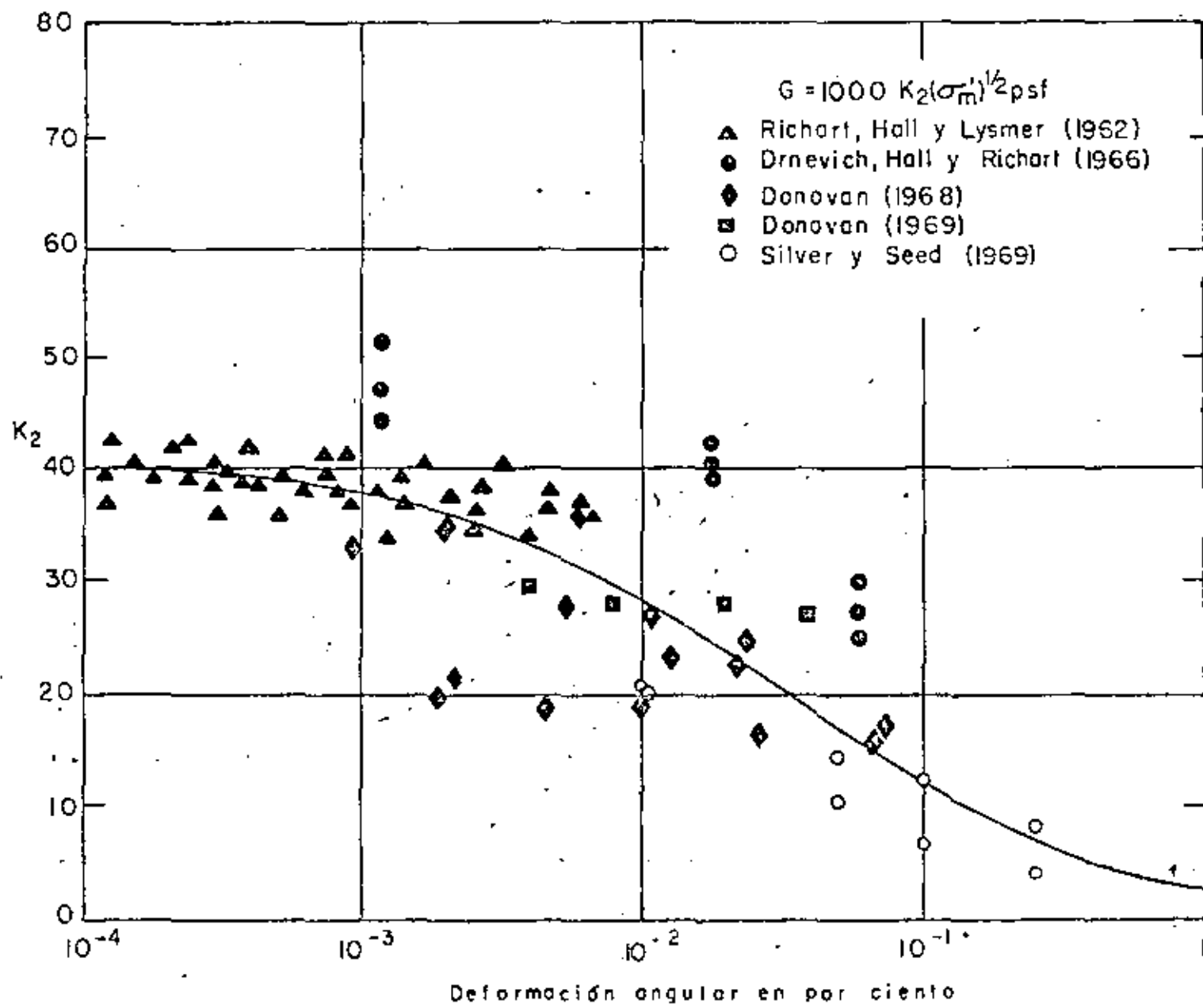


Fig. 15. MODULO DE RIGIDEZ AL CORTANTE PARA ARENAS,  
 $C_r = 40\%$  (Seed e Idriss, 1970)

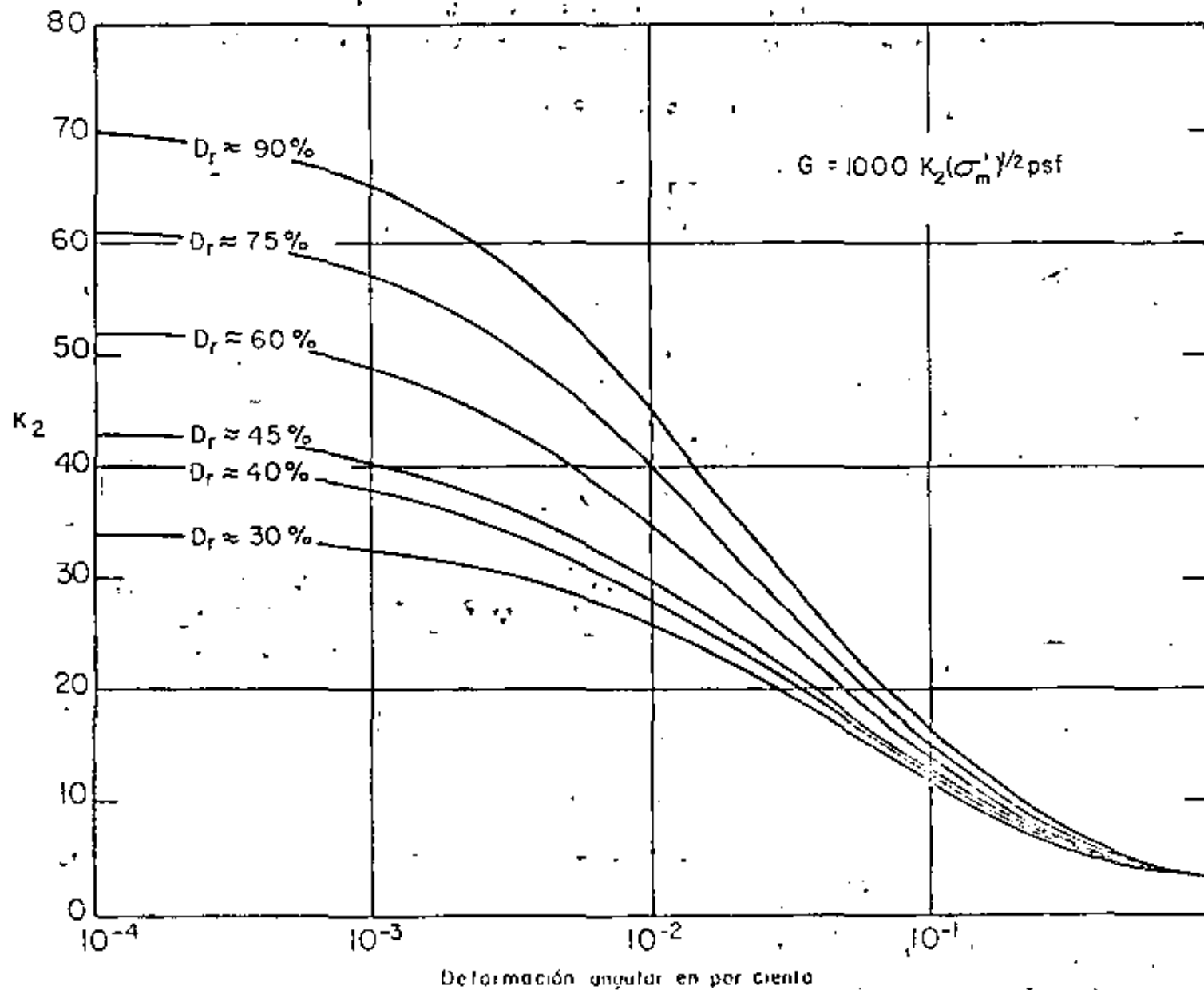


Fig. 16. MÓDULO DE RIGIDEZ AL CORTANTE PARA ARENAS  
(Seed & Driggs, 1970)

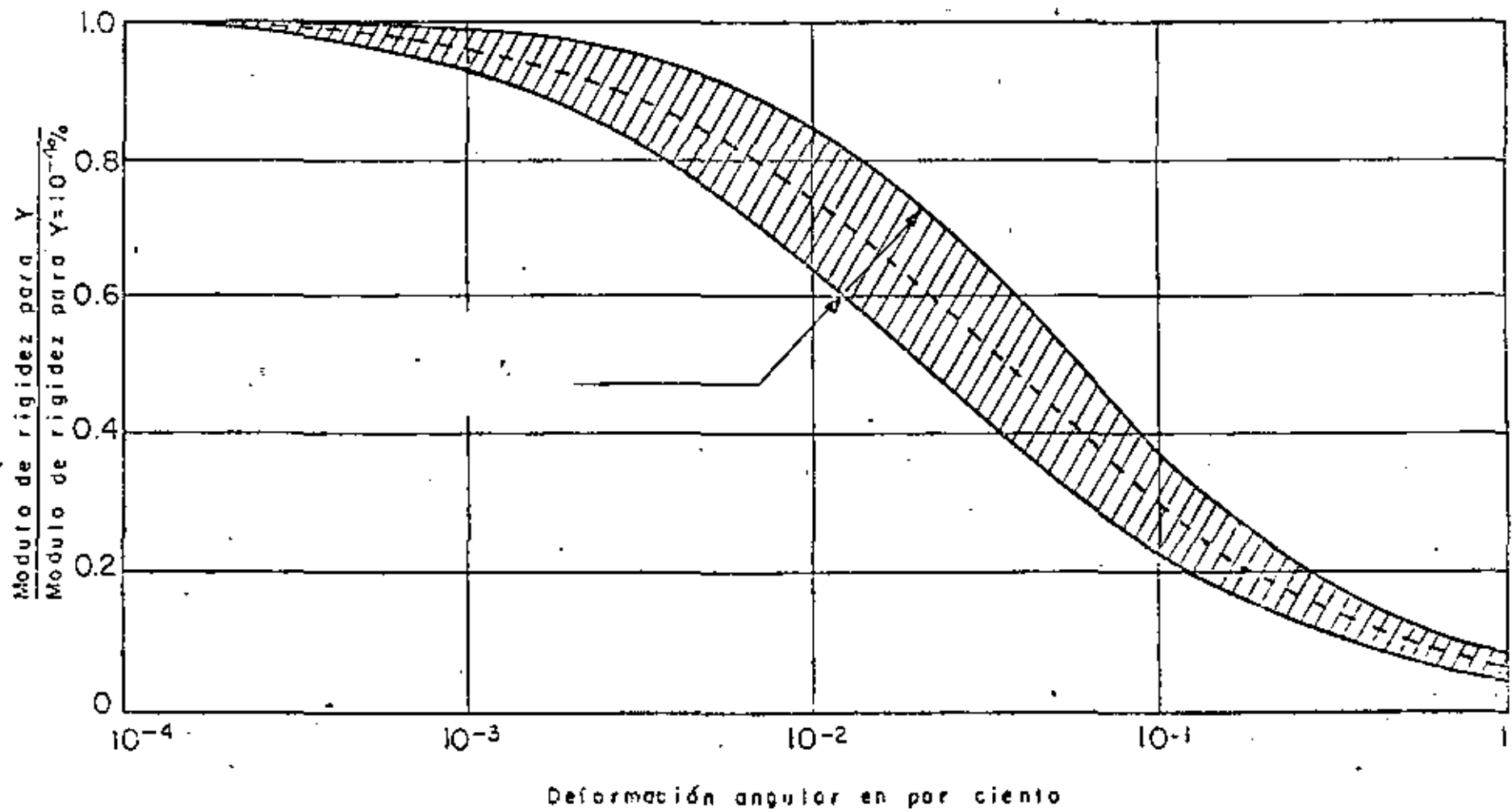


Fig 17 MODULO DE RIGIDEZ AL CORTANTE NORMALIZADO PARA ARENAS  
(Seed e Idriss, 1970)

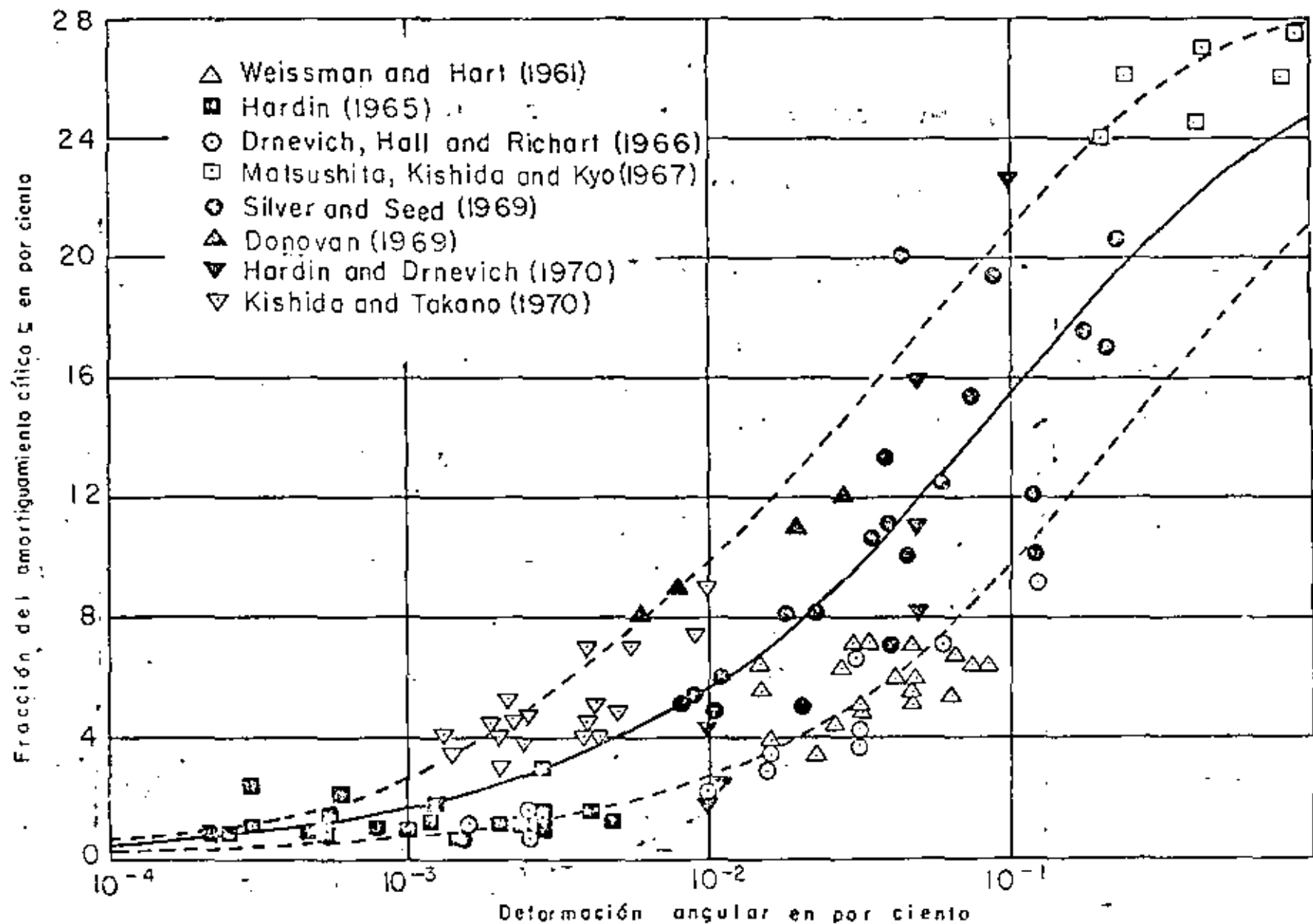


Fig 18 AMORTIGUAMIENTO PARA ARENAS  
(Seed e Idriss, 1970)



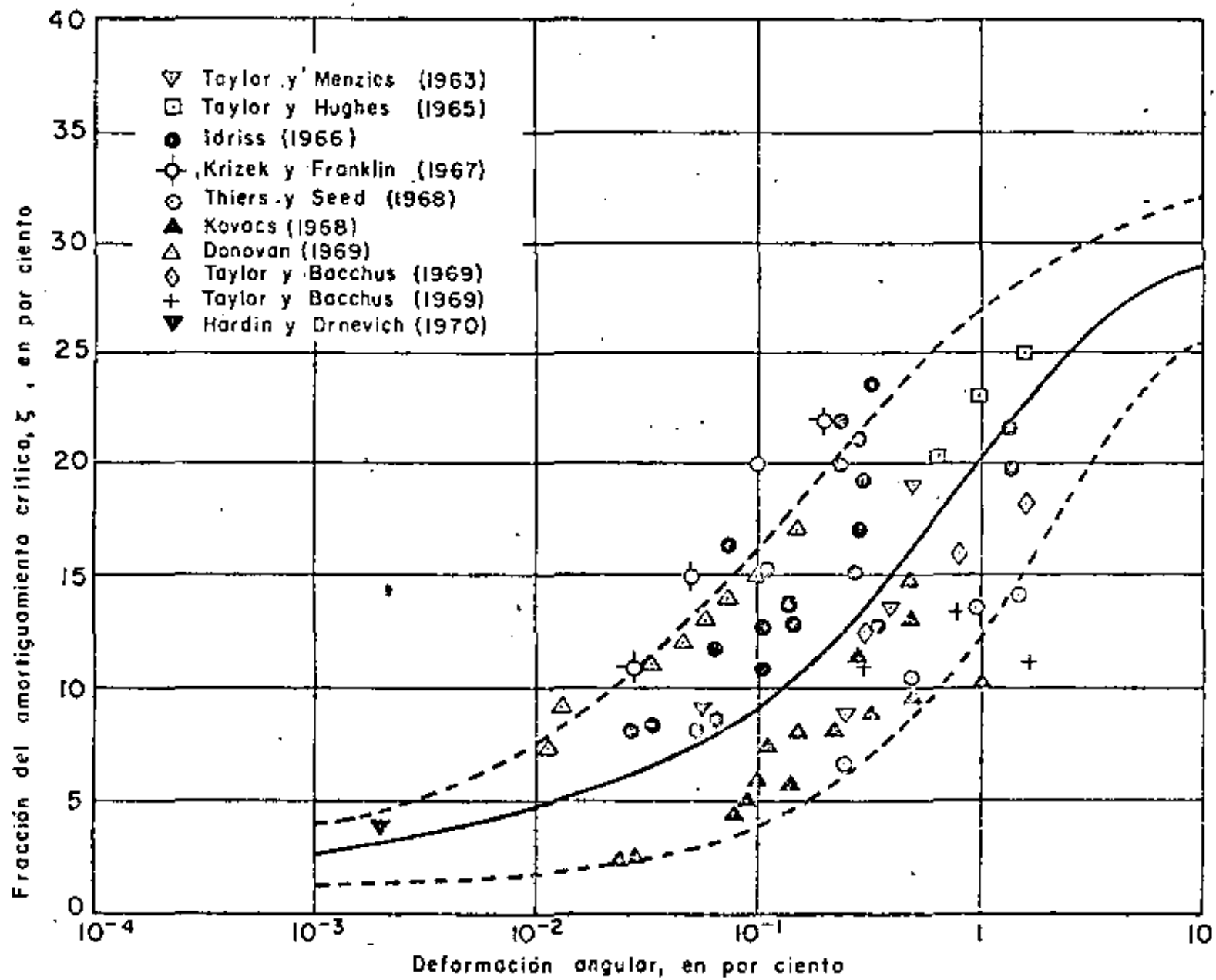
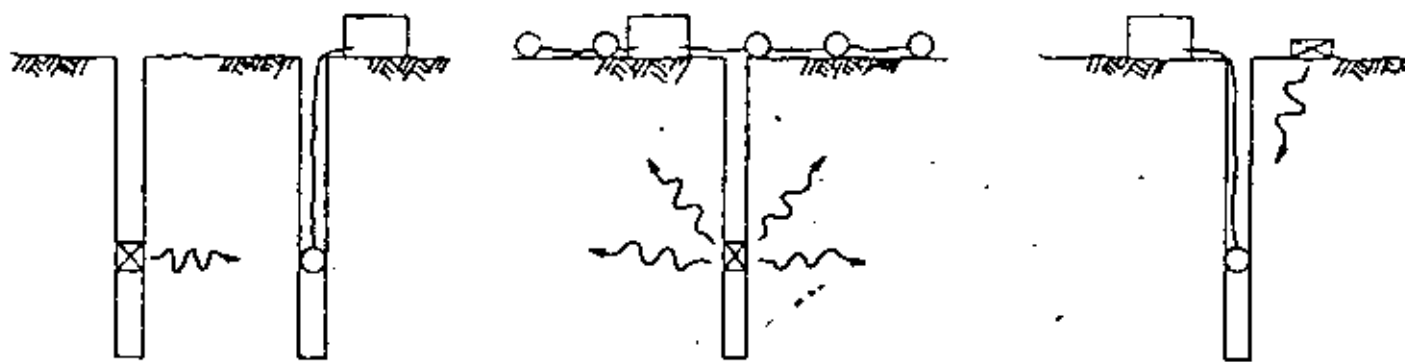
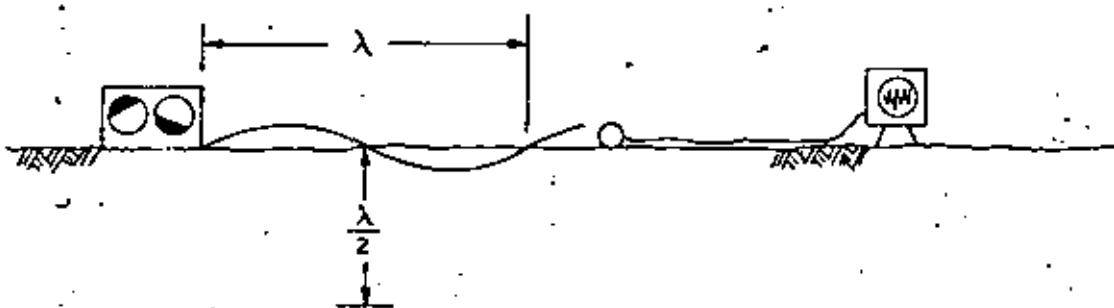


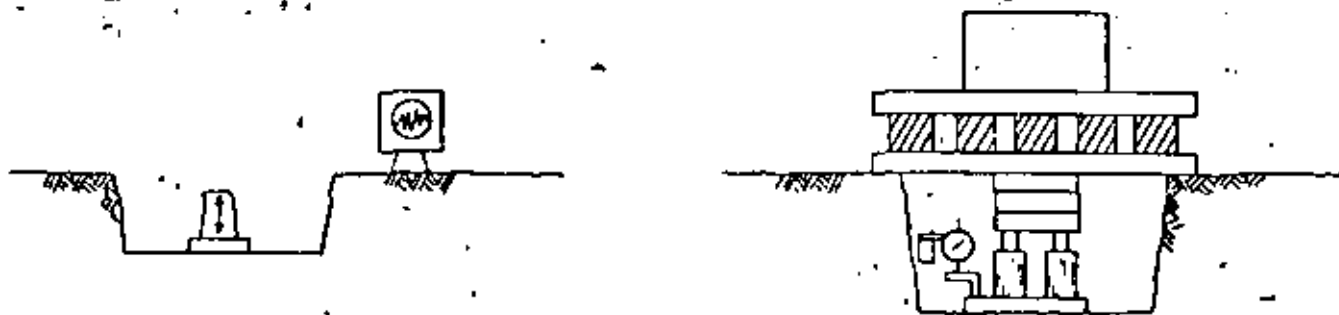
Fig. 19 AMORTIGUAMIENTO PARA ARCILLAS SATURADAS



a. Pruebas Geofísicas

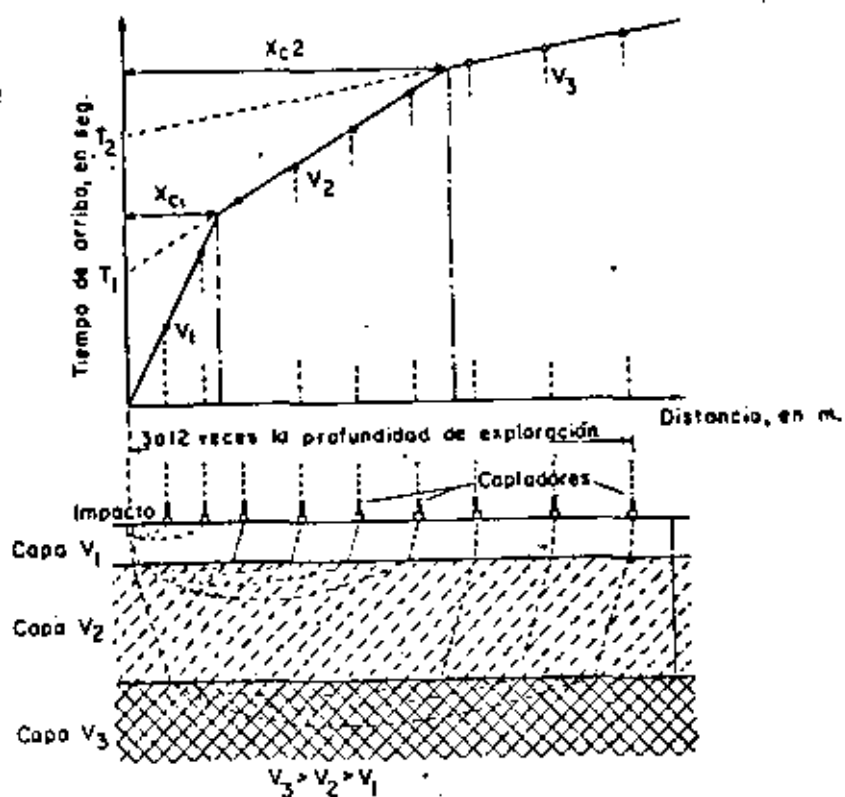


b. Pruebas de Vibración

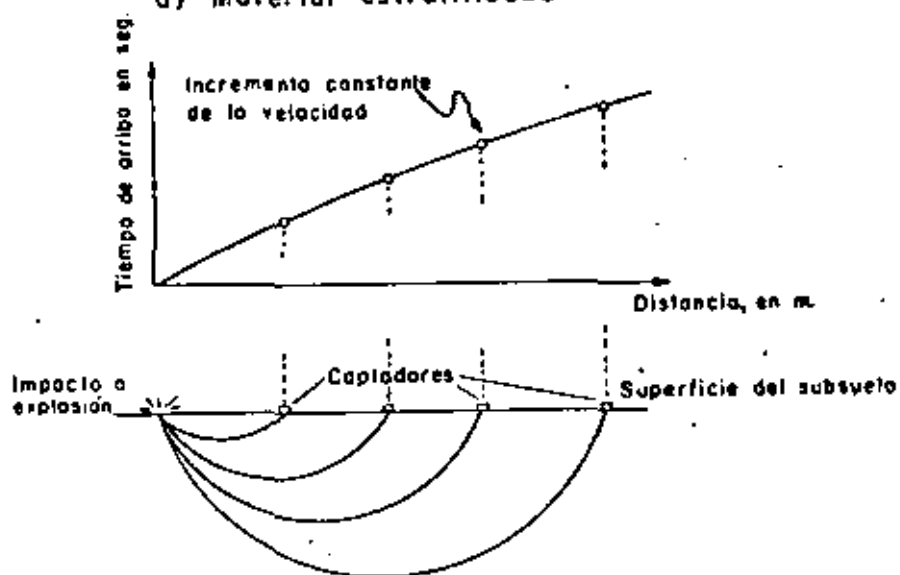


c. Pruebas de Placa

Fig. 20 PRUEBAS DE CAMPO PARA DETERMINAR EN MODULO DE RIGIDEZ AL CORTANTE, G. (SW-AJA, 1972a)



a) Material estratificado



b) Material homogéneo

Fig. 21 Gráficas distancia-tiempo de llegada en proyección horizontal



Figure 1. Relationship between the number of species and the number of individuals.



Figure 2. Relationship between the number of species and the number of individuals.



centro de educación continua  
división de estudios de posgrado  
facultad de ingeniería unam



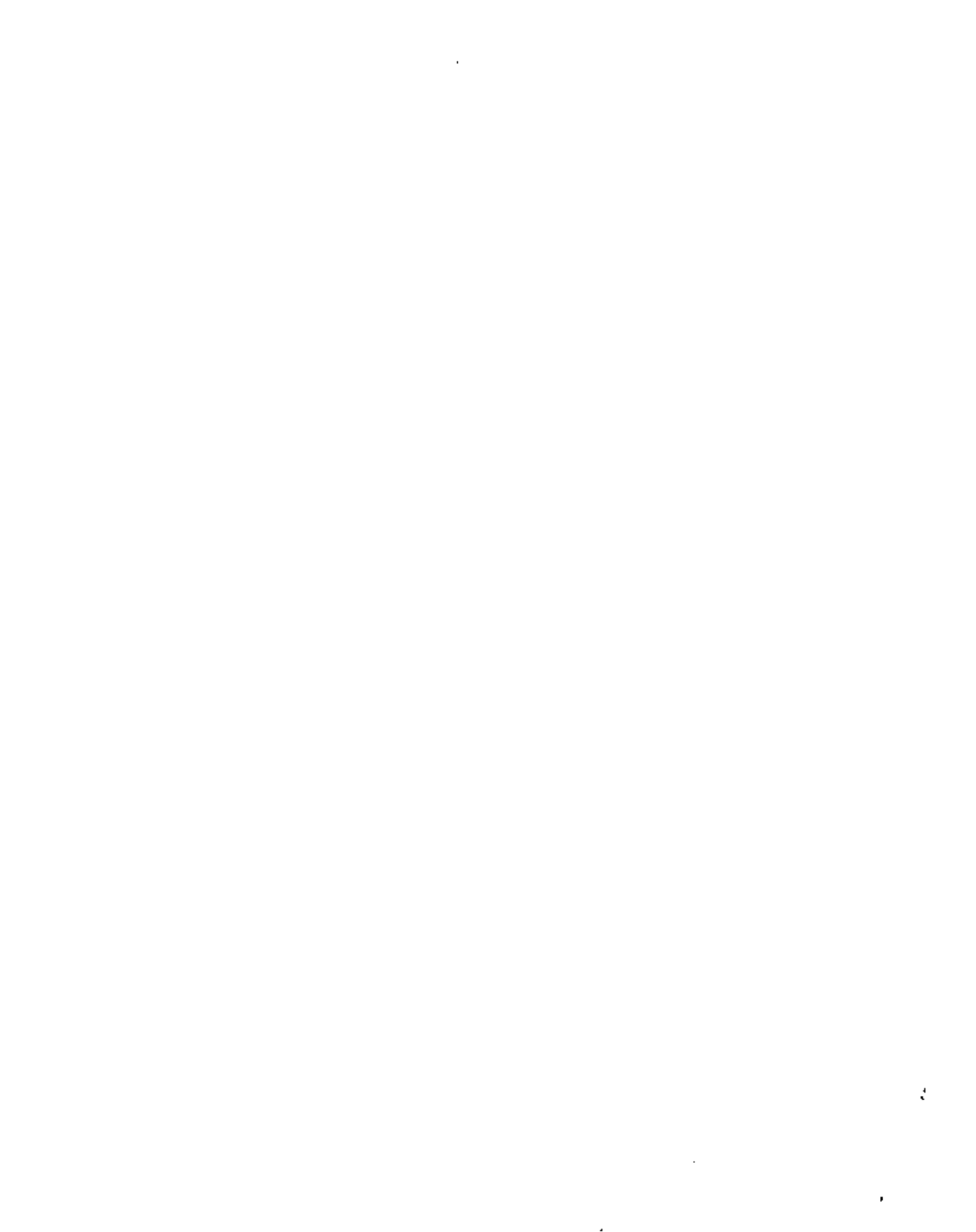
VI CURSO INTERNACIONAL DE INGENIERIA SISMICA

DISEÑO SISMICO DE ESTRUCTURAS ESPECIALES

BASIS OF SEISMIC DESIGN PROVISIONS FOR WLDDED STEEL OIL  
STORAGE TANKS

DR. VITELMO V. BERTERO

AGOSTO, 1980



PRESENTED AT THE SESSION ON  
ADVANCES IN STORAGE TANK DESIGN  
API, REFINING  
43RD MIDYEAR MEETING  
SHERATON CENTRE  
TORONTO, ONTARIO, CANADA  
TUESDAY, MAY 9, 1978

# **BASIS OF SEISMIC DESIGN PROVISIONS FOR WELDED STEEL OIL STORAGE TANKS**

SPONSORED BY  
S/C ON PRESSURE VESSELS AND TANKS  
MANUFACTURERS S/C ON TANKS AND VESSELS

R S. Wozniak  
Chicago Bridge & Iron Company  
Oak Brook, Illinois

and

W.W. Mitchell  
Standard Oil Company of California  
San Francisco, California

CBT—5359





BASIS OF SEISMIC DESIGN PROVISIONS  
FOR WELDED STEEL OIL STORAGE TANKS

R. S. Wozniak<sup>1</sup> and W. W. Mitchell<sup>2</sup>

ABSTRACT

Recommended design provisions are described for the seismic design of flat bottom storage tanks which are proposed to be included in API Standard 650. The basis for establishing design loads is presented including seismic zone coefficients and the essential facilities factor. The design procedure is based on the approximate method of Professor Housner except that amplification of ground motion is recognized in determining the impulsive response. The derivation of curves is presented which simplify the calculation of the weights of the effective masses of tank contents, their centers of gravity, and the period of vibration of the sloshing mode. The basis of the design lateral force coefficients is given.

Resistance to overturning for unanchored tanks is provided by the tank shell and a portion of the tank contents which depends on the width of bottom annular ring which may lift off the foundation. The basis for determining this width is presented. A curve is included in the provisions for calculating the maximum longitudinal compression force in the shell for unanchored tanks. The derivation of this curve is presented and an approximate formula for the curve given. The formulas for maximum longitudinal compression force in the shell for anchored tanks and required anchorage resistance are explained. The basis is given for establishing the maximum allowable shell compression which takes into account the effect of internal pressure due to the liquid contents.

Supplemental information is presented for calculating the height of sloshing of the liquid contents, for designing roof support columns to resist forces caused by sloshing, and to calculate the increase in hoop tension in the shell due to seismic forces.

\* \* \*

---

<sup>1</sup> Chicago Bridge & Iron Company, Oak Brook, IL

<sup>2</sup> Standard Oil Company of California, San Francisco, CA

## INTRODUCTION

Reports of damage from major earthquakes within the last few decades cite cases of damage to flat bottom welded steel storage tanks [1, 2, 3, 4]<sup>3</sup>. Damage to the tanks falls in four general categories:

1. Buckling of the bottom of the tank shell due to longitudinal compressive stresses resulting from overturning forces. This buckling is most frequently in the form of an outward bulge in the bottom foot or two of the tank shell extending partly or completely around the tank termed an "elephant's foot bulge." Damage of this type has generally been limited to unanchored tanks ranging between 10 and 100 feet in diameter. Loss of contents has resulted in some of the more severely buckled tanks.
2. Damage to the roof and upper shell of the tank and to internal roof support columns due to sloshing of the tank contents.
3. Damage to piping and other appurtenances connected to a tank due to movement of the tank.
4. Damage resulting from failure of the supporting ground, notably from liquefaction, washout due to broken piping, and slope failure due to high edge loads.

The damage reports have led to increasing interest in the seismic design of tanks to be located in seismically active areas. Tank builders, owners, and, in some instances, regulatory agencies have developed their own criteria for seismic design. To provide uniform guidelines, recommended design provisions have been prepared which are proposed to be included as an appendix (Appendix P) in API Standard 650, Welded Steel Tanks for Oil Storage. Similar provisions are being developed by the American Water Works Association for water storage tanks.

## SCOPE OF DESIGN PROVISIONS

The proposed Appendix P to API Standard 650 covering seismic design of storage tanks is included in Appendix 1 to this paper. Detailed requirements are included to assure

---

<sup>3</sup> References are listed at the end of the text.

stability of the tank shell against overturning and to preclude buckling of the tank shell due to longitudinal compression for the level of earthquake ground motion which has a reasonable likelihood of not being exceeded during the life of the tank in the region in which the tank will be located.

A requirement is included to provide suitable flexibility in piping attached to the shell or bottom of the tank. Additional items which the tank purchaser may wish to consider to minimize or avoid overflow and damage to the roof and upper shell and to roof support columns are noted. These latter items normally do not pose a risk to life safety or to the safety of surrounding facilities, but may be considered from the standpoint of economic risk to the tank itself. Guidelines are included later in this paper for the design to accomplish these objectives.

The response of tanks to earthquake ground motion also includes an increase in hoop tension in the shell. This has led to rupture of the shell in the past for riveted tanks. The shells of welded tanks, however, have substantial ductility in hoop tension and can absorb energy resulting from earthquake ground motion through yielding. Current practice for the seismic design of welded steel tanks for hoop tension takes this ductility into account. When this is done, seismic response in hoop tension does not govern the design of the shell for the maximum level of earthquake ground motion proposed for API Standard 650. Consequently, no provisions are included for hoop tension. When tanks are designed for higher levels of earthquake ground motion, increased hoop tension should be investigated. Guidelines for this are included later in this paper.

The proposed Appendix P does not address soil stability since this does not affect the design of the tank. However, it is important that soil conditions at prospective tank sites in seismically active areas be investigated for potential instability including liquefaction during an earthquake.

#### DESIGN LOADING

The design procedure presented in Appendix P is based on the simplified procedure developed by Professor G. W. Housner [5] and included in Chapter 6 and Appendix F of ERDA TID 7024 [6] with modifications as suggested by Professor A. S. Veletsos [7]. As noted in the Introduction to Appendix P, the procedure considers two response modes of the tank and ..

its contents: the response of the tank shell and roof together with a portion of the contents which moves in unison with the shell, and the fundamental sloshing mode of the contents. The forces associated with these modes are normally termed the impulsive force and the convective force, respectively. The design overturning moment at the bottom of the shell resulting from these forces is given by the following formula in Section P.3.1:

$$M = ZI(C_1W_SX_S + C_1W_RH_t + C_1W_1X_1 + C_2W_2X_2) \quad (1)$$

In this formula,  $C_1$  and  $C_2$  are the respective lateral force coefficients for the impulsive and convective forces and  $W_1$  and  $W_2$  are the corresponding weights of the effective masses of the tank contents. Curves for determining  $W_1$  and  $W_2$  as a ratio to the total weight of tank contents,  $W_T$  are given in Figure P-2 of Appendix P for various ratios of tank diameter,  $D$ , to maximum filling height,  $H$ . These curves are based on the formulas developed by Housner and presented in TID 7024. For the weight of the liquid contributing to the impulsive force,  $W_1$ , Housner presents the following formula for tanks where the ratio of filling height to radius is less than 1.5 ( $D/H$  greater than 1.333):

$$\frac{W_1}{W_T} = \frac{\tanh 0.866 \frac{D}{H}}{0.866 \frac{D}{H}} \quad (2a)$$

Where the ratio of filling height to radius is greater than 1.5 ( $D/H$  less than 1.333), Housner's procedure considers the liquid contents in the lower part of the tank below a depth equal to 1.5 times the radius to respond as a rigid body as far as impulsive forces are concerned. The effective weight of the upper portion of the contents is determined from formula (2a) using  $D/H = 1.333$ . The total effective weight is determined by adding the full weight of the lower portion of the contents to the effective weight of the upper portion. This leads to the formula:

$$\frac{W_1}{W_T} = 1.0 - 0.218 \frac{D}{H} \quad (2b)$$

The formula for the weight of the effective contents used to determine the convective force, which is based on Housner's corrected version of TIO 7024, is as follows:

$$\frac{W_2}{W_T} = 0.230 \frac{D}{H} \tanh \left( \frac{3.67}{D/H} \right) \quad (3)$$

The heights  $X_1$  and  $X_2$  from the bottom of the tank shell to the centroids of the lateral seismic forces applied to  $W_1$  and  $W_2$ , respectively, as ratios to the maximum filling height,  $H$ , are given in Figure P-3 of Appendix P for various  $D/H$  ratios. Again, these are based on the work of Housner. For tanks where the ratio of filling height to radius is less than 1.5 ( $D/H$  greater than 1.333), the formula for the height to the centroid of the impulsive force is:

$$\frac{X_1}{H} = 0.375 \quad (4a)$$

Where the ratio of filling height to radius is greater than 1.5 ( $D/H$  less than 1.333):

$$\frac{X_1}{H} = 0.500 - 0.094 \frac{D}{H} \quad (4b)$$

The formula for the height to the centroid of the convective force is:

$$\frac{X_2}{H} = 1.0 - \frac{\cosh \left( \frac{3.67}{D/H} \right) - 1.0}{\frac{3.67}{D/H} \sinh \left( \frac{3.67}{D/H} \right)} \quad (5)$$

As noted at the end of Paragraph P.3.1, the overturning moment calculated in accordance with formula (1) is that applied to the bottom of the shell. The total overturning moment applied to the foundation can be determined by substituting  $X_1$  and  $X_2$  from the following formulas for  $X_1$  and  $X_2$ , respectively, in formula (1):

$$\frac{D}{H} > 1.333:$$

$$\frac{x_1'}{H} = 0.375 \left[ 1.0 + 1.333 \left( \frac{0.866 \frac{D}{H}}{\tanh 0.866 \frac{D}{H}} - 1.0 \right) \right] \quad (6a)$$

$$\frac{D}{H} < 1.333:$$

$$\frac{x_1'}{H} = 0.500 + 0.060 \frac{D}{H} \quad (6b)$$

$$\frac{x_2'}{H} = 1.0 - \frac{\cosh\left(\frac{3.67}{D/H}\right) - 1.937}{\frac{3.67}{D/H} \sinh\left(\frac{3.67}{D/H}\right)} \quad (7)$$

Tanks on the ground are inherently rigid. In his work, Housner considered the tank to be infinitely rigid so that the motion of the tank shell and roof together with that portion of the contents that moves in unison with the shell coincides with ground motion. In reality, tanks are not infinitely rigid. Storage tanks typically have natural periods of vibration in the range of 0.10 to 0.25 seconds. Veletsos, in this study of thin wall flexible tanks, concludes that the impulsive force can be reasonably well estimated from the solutions derived for a rigid tank except replacing the maximum ground acceleration with the spectral value of the pseudo-acceleration corresponding to the fundamental natural frequency of the tank-fluid system. Since the calculation of the fundamental period is complex for tanks which do not experience uplift and unknown for those that do, a constant value is proposed in Appendix P for  $C_1$  which represents the maximum amplified ground motion. The value of 0.24 is consistent with the Uniform Building Code maximum value for structures other than buildings ( $K = 2.0$ ) excluding any soil factor. The soil factor does not appear appropriate for structures with a very low natural period of vibration. The high value of  $C_1$  in comparison with buildings.

is appropriate, because of the low damping inherent for storage tanks, the lack of nonstructural load bearing elements, and the lack of ductility of the tank shell in longitudinal compression.

For some tanks, taking  $C_1$  as the maximum amplified ground motion may be overconservative. For very rigid tanks which are anchored, it may be desirable to calculate the fundamental period and use a lower spectral acceleration value.

The period of the first sloshing mode is relatively long and the corresponding value of spectral acceleration falls in the region of maximum spectral velocity or displacement. The formula presented for  $C_2$  is based on a maximum spectral velocity of 1.5 to 2.3 ft/sec and a maximum spectral displacement of 1.1 to 1.65 feet, depending on soil type.

The calculation of  $C_2$  requires the determination of the natural period of the first sloshing mode and the site amplification factor,  $S$ . The period can be determined from the expression:

$$T = kD^{\frac{1}{2}} \quad (8)$$

where  $k$  is obtained from Figure P-4 for various  $D/H$  ratios. This comes from the formula:

$$T = \frac{2\pi\sqrt{D}}{\sqrt{3.67g \tanh\left(\frac{3.67}{D/H}\right)}} \quad (9)$$

Substituting  $g = 32.2 \text{ ft/sec}^2$ ,  $k$  is then:

$$k = \frac{0.578}{\sqrt{\tanh\left(\frac{3.67}{D/H}\right)}} \quad (10)$$

The site amplification factor,  $S$ , is determined from Table P-2 and varies from 1.0 for rock-like soils to 1.5 for soft to medium stiff soils. These amplification factors correspond to those recommended in the Final Review Draft of

Recommended Comprehensive Seismic Design Provisions for Buildings [3] prepared by the Applied Technology Council in a study (Project ATC-3) sponsored by the National Science Foundation and the National Bureau of Standards.

The lateral force coefficients,  $C_1$  and  $C_2$ , are applicable for the areas of highest seismicity and for tanks which are not required to be functional for emergency post earthquake operations. The zone coefficient,  $Z$ , and the essential facilities factor,  $I$ , are included in formula (1) for the design overturning moment to provide an adjustment for tanks located in less seismically active areas and for tanks which are required to be functional for emergency operations after an earthquake. The value of the zone coefficient,  $Z$ , is obtained from Table P-1 for the various zones defined in Figure P-1. The values of  $Z$  correspond to those specified in the Uniform Building Code. The zone maps are based on peak ground motion acceleration contour maps included in the Final Review Draft of the ATC-3 Project. For the 48 contiguous states, the map used is that where the accelerations are a measure of effective peak velocity so to be appropriate for the long period convective force as well as the short period impulsive force. The ATC-3 map depicts contours of approximately equal seismic risk and is considered to be an improvement over the zone map included in the Uniform Building Code which is based on historic earthquake damage levels. The ATC-3 map is for use in establishing ultimate design loads and the acceleration values depicted should be reduced for application in working stress design procedures. The relationships between the zones shown on the maps included in Appendix P and the contour ranges shown on the ATC-3 maps are as follows:

<u>Appendix P Seismic Zone</u>	<u>ATC-3 Map Contour Ranges</u>
4	Over 0.4
3	0.2 to 0.4
2	0.1 to 0.2
1	0.05 to 0.1
0	Under 0.05

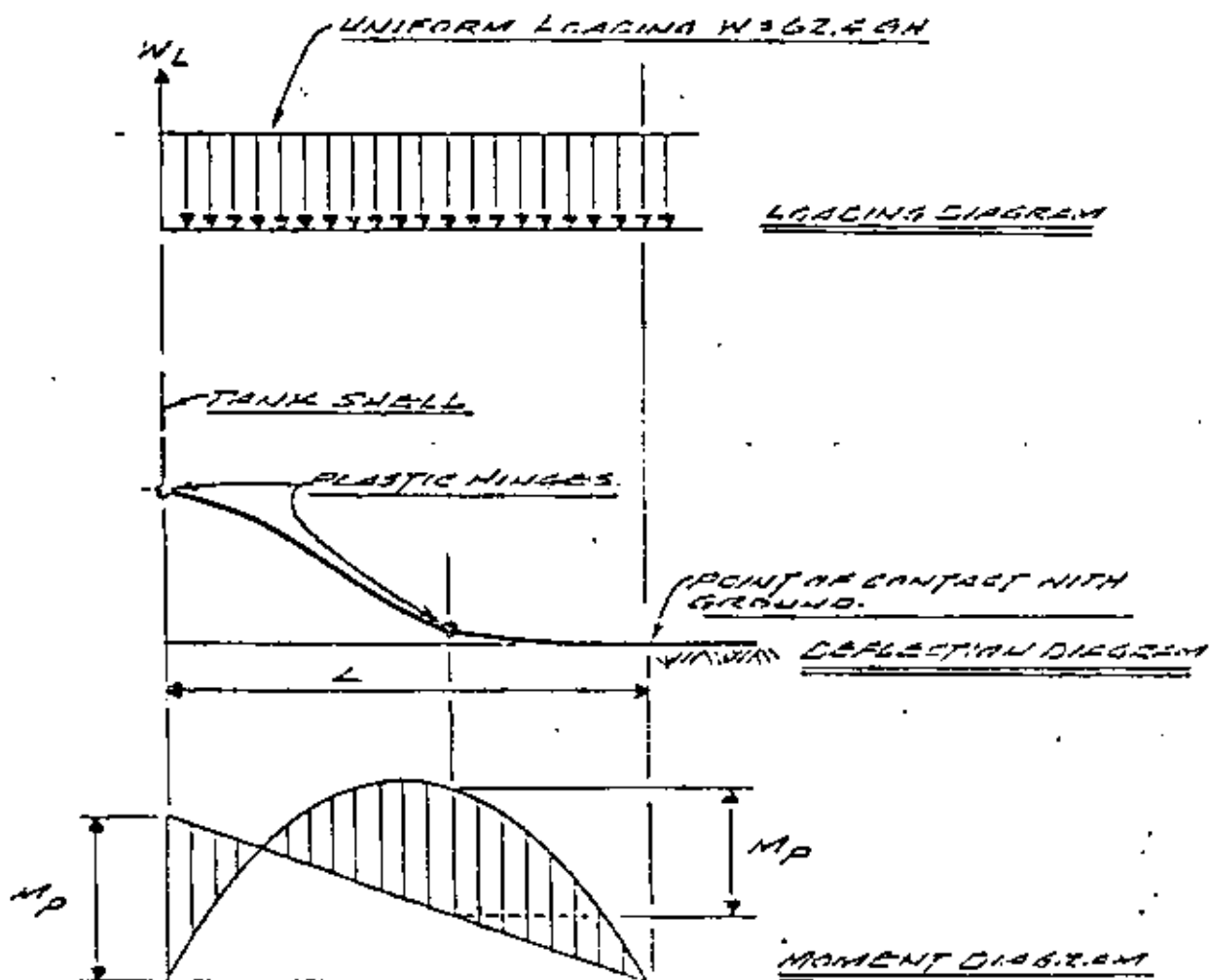
The essential facilities factor,  $I$ , corresponds to the Occupancy Importance Factor specified in the Uniform Building Code. The UBC requires that "structures or buildings which must be safe and usable for emergency purposes after an earthquake in order to preserve the health and safety of the general public" be designed for a factor of 1.5. For oil storage, this should apply to tanks such as those storing



fuel for power generating facilities which are essential for emergency postearthquake operations.

### RESISTANCE TO OVERTURNING

The factors which may contribute to resistance of the overturning moment are noted in paragraph P.4. The weight of the contents which may be utilized to resist overturning is based on the calculated reaction at the tank shell of an elemental strip of the bottom plate perpendicular to the shell which can be lifted off the ground. The calculation is based on small deflection theory and assumes the development of two plastic hinges, one at the junction to the shell and the other at some distance inward from the shell. The assumed loading, deflection and moment diagrams are shown below:



The equilibrium solution leads to the following relationships:

$$w_L = 2\sqrt{wM_p} \quad (11)$$

and

$$L = 1.707 \frac{w_L}{w} \quad (12)$$

Substituting  $M_p = \frac{F_{by} t_b^2}{4}$  and  $w = 62.4GH$ ,

$$w_L = 7.90 t_b \sqrt{F_{by} GH} \quad (13)$$

and

$$L = 0.0274 \frac{w_L}{GH} \quad (14)$$

Practice has been to limit the uplift length,  $L$ , to 6, to 7 percent of the tank radius [9]. The limitation of  $w_L$  to 1.25 GHD limits  $L$  to about 6.8% of the radius. Recent shaking table model tests of tanks [10] show significant changes in the response characteristics which are not accounted for by current design procedures when greater amounts of uplift occur.

The above procedure to establish the maximum resistance of the liquid contents to overturning of the tank is conservative since it does not take into account membrane stresses which will develop in the bottom upon uplift. Further studies need to be undertaken to better determine the uplift resistance and to account for the changes in response when large amounts of uplift occur.

#### SHELL COMPRESSION

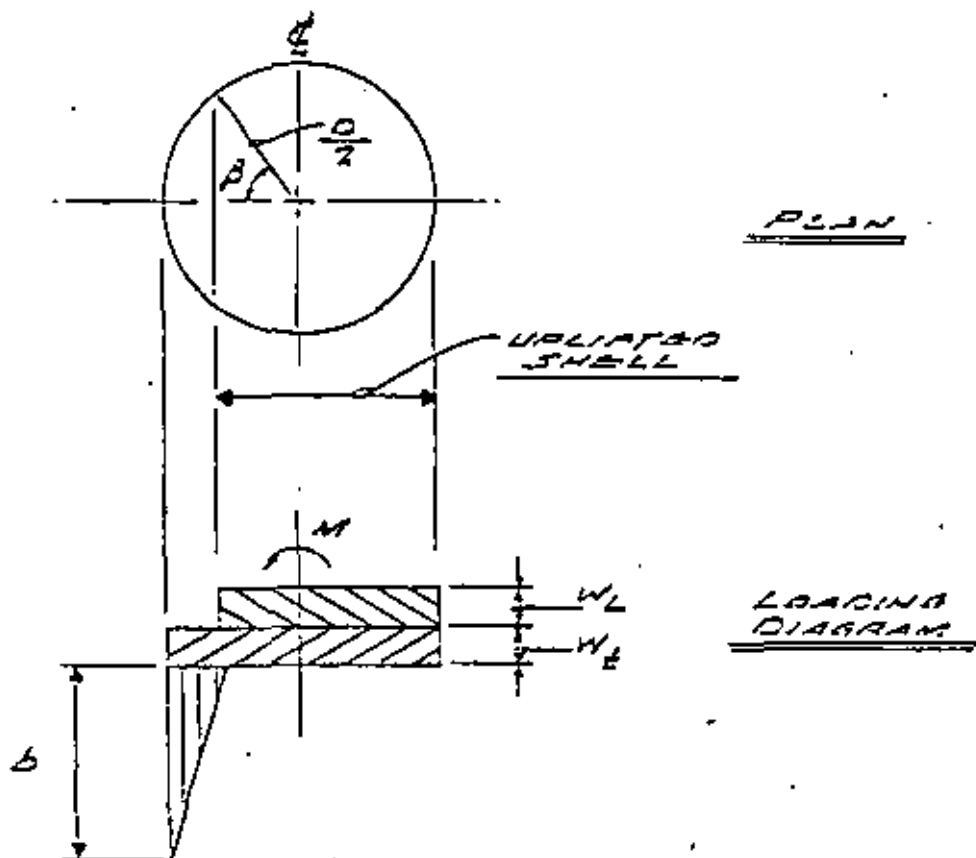
Methods for determining the maximum longitudinal compression force,  $b$ , at the bottom of the tank shell are

given in Paragraphs P.5.1 and P.5.2. For unanchored tanks where there is no uplift and for anchored tanks the compression force can be determined readily from the formula:

$$b = w_1 + \frac{4M}{\pi D^2} = w_1 + \frac{1.273M}{D^2} \quad (15)$$

which assumes that the force varies directly with the distance from the centerline of the tank in the direction of the lateral loading. For tanks which experience uplift,  $b$  can be determined from the value of the compressive force parameter obtained from Figure P-5 as a function of the overturning moment parameter.

The curve in Figure P-5 is derived from the following assumed load distribution around the shell of the tank:



From the summation of vertical forces and overturning moments, the following expressions are obtained:

$$\frac{b + w_L}{w_t + w_L} = \frac{\pi(1 - \cos\beta)}{\sin\beta - \beta\cos\beta} \quad (16)$$

$$\frac{M}{D^2(w_t + w_L)} = \frac{\pi}{\theta} \cdot \frac{2\beta - \sin 2\beta}{\sin 2\beta - \beta\cos\beta} \quad (17)$$

By substituting values of  $\beta$  from 0 to  $\pi$  radians in these expressions, the relationship between the two parameters on the lefthand side of the expressions is obtained. This relationship applies for values of the moment parameter from  $\pi/4$  where uplift commences to  $\pi/2$  where the shell becomes unstable. The relationship may be approximated with good accuracy up to a value of the moment parameter of 1.54 with the following formula:

$$\frac{b + w_L}{w_t + w_L} = \frac{1}{0.6262 - 0.18667 \left[ \frac{M}{D^2(w_t + w_L)} \right]^{2.1}} \quad (18)$$

Formulas for determining the maximum allowable longitudinal compression in the shell are given in paragraph P.5.3. These were established to provide a safety factor against buckling of about 1.5. Excluding the effect of internal pressure, the critical stress for very thin wall shells was established as  $0.125 Et/R$  where  $E$  is the modulus of elasticity,  $t$  the shell thickness, and  $R$  the shell radius. This is based on the work of C. D. Miller [11] of Chicago Bridge & Iron Company. Using  $E = 29,000,000$  psi and a safety factor of about 1.5, this leads to an allowable stress of:

$$\frac{400,000t}{D}$$

(19)

where  $t$  is in inches and  $D$  is the diameter in feet.

Lo, Crate and Schwartz [12] determined through theoretical analysis and experimental tests that the critical buckling stress in compression for thin wall cylinders increases with internal pressure. Theoretically, with sufficient internal pressure the critical buckling stress will reach the classical limit of  $0.6 Et/R$ . However, only limited tests have been made to date. The tests made by Lo, Crate and Schwartz showed a doubling of the critical buckling stress as the nondimensional parameter  $\frac{P}{E} - \left(\frac{R}{t}\right)^2$  increased from zero (no internal pressure) to a value of 0.1028. This value is reached when the value of  $GHD^2/t^2$  is about 200,000. Based on this, the allowable longitudinal compressive stress for thin wall tanks for values of  $GHD^2/t^2$  greater than 200,000 was established as:

$$F_a = \frac{800,000t}{D} \quad (20)$$

The tests of Lo, Crate and Schwartz showed a nearly linear increase in critical buckling stress with internal pressure up to the limits of their tests. Thus, for values of  $GHD^2/t^2$  less than 200,000 the allowable compressive stress was established as:

$$F_a = \frac{400,000t}{D} + \frac{2GH D}{t} \quad (21)$$

Formula (21) will normally apply only to very small tanks where the shell thickness is established by minimum values rather than by hoop stress.

As the thickness of the shell in proportion to the diameter of the tank becomes relatively large, formulas (20)

and (21) are no longer applicable. Miller presents formulas for critical buckling of shells without internal pressure for intermediate and thick shells leading to a maximum value of critical buckling stress equal to the yield stress. The limit of  $F_a = 0.5 F_{ty}$  is established in Appendix P to maintain an adequate safety factor throughout the intermediate range of thickness to diameter ratio. This limit will normally apply only to small diameter tanks (under 15 ft diameter).

The longitudinal compressive buckling stress of tank shells is a subject which needs further study. The presence of internal pressure and the radial restraint provided by the bottom leads to a different form of buckling than has been experienced in most experimental work on the buckling of cylinders under axial and bending loads.

#### ANCHORAGE OF TANKS

Generally, tanks need not be anchored when the required resistance to overturning can be provided by the tank shell and internal contents without exceeding the maximum value permitted for  $w_L$ . When anchorage is required, careful attention should be given to the attachment of the anchors to the shell to avoid the possibility of tearing the shell. The specified anchorage resistance given in paragraph P.6 for anchored tanks provides a factor of safety in that the resistance provided by the weight of the tank shell is not considered.

#### SLOSHING WAVE HEIGHT

In some cases it may be desirable to provide freeboard in the tank above the maximum filling height to minimize or avoid overflow and damage to the roof and upper shell due to sloshing of the liquid contents. The height of the sloshing wave may be determined from the following formula based on Housner's corrected version of TID 7024:

$$d = 1.12421C_2T^2 \tanh \left( 4.77 \sqrt{\frac{H}{D}} \right) \quad (22)$$

#### ROOF SUPPORTING COLUMNS

When it is desired to design roof supporting columns to resist the forces caused by the sloshing of the liquid

contents, these forces may be determined as described in Appendix 2 of this paper.

#### HOOP TENSION

When it is desired to analyze the tank shell for increased hoop tension due to earthquake ground motion, the increased hoop tension  $P_E$  per inch of shell height can be obtained from the following expression:

$$P_E = P_1 + P_2 \quad (23)$$

where  $P_1$  is the tension due to the impulsive force and  $P_2$  is that due to the convective force.

For tanks where  $D/H$  is greater than 1.333,  $P_1$  may be determined from the following formula:

$$P_1 = 4.5 Z I C_1 G D H \left[ \frac{Y}{H} - \frac{1}{2} \left( \frac{Y}{H} \right)^2 \right] \tanh \left( 0.866 \frac{D}{H} \right) \quad (24)$$

where  $Y$  is the distance in feet from the liquid surface to the point under consideration. As can be seen,  $P_1$  is zero at the surface and maximum at the bottom ( $Y = H$ ). Where  $D/H$  is less than 1.333,  $P_1$  may be determined as follows:

$Y < 0.75D$ :

$$P_1 = 2.77 Z I C_1 G D^2 \left[ \frac{Y}{0.75D} - \frac{1}{2} \left( \frac{Y}{0.75D} \right)^2 \right] \quad (25a)$$

$Y > 0.75D$ :

$$P_1 = 1.384 Z I C_1 G D^2 \quad (25b)$$

The convective hoop tension,  $P_2$  may be determined from the following formula:

$$P_2 = 0.975 Z I C_2 G D^2 \frac{\cosh\left(3.68 \frac{H-Y}{D}\right)}{\cosh\left(3.68 \frac{H}{D}\right)} \quad (26)$$

The increased hoop tension due to earthquake ground motion should be added to the hoop tension due to hydrostatic pressure. The hydrodynamic portion of the stress,  $P_2$ , should be divided by a ductility factor of 2.0 for application in the design at normal allowable design tensile stresses.

#### CONCLUSION

The basis has been presented for the seismic design provisions for oil storage tanks which have been proposed as an appendix (Appendix P) to API Standard 650. The formulas have been given for the curves included in the proposed revision to facilitate design calculations. Supplemental information has been presented to determine the sloshing wave height, the forces on roof supporting columns caused by sloshing and the increased hoop tension due to earthquake ground motion for use when it is desired to take these factors into consideration in the seismic design.

It has been seen that the design provisions are based on the simplified procedure developed by Housner for rigid tanks except that the maximum ground acceleration is replaced with the spectral value of the pseudo-acceleration corresponding to the fundamental natural frequency of the tank-fluid system as suggested by Veletsos. Provisions are included to insure stability of the tank shell against overturning and to preclude buckling of the tank shell due to longitudinal compression; however, further study of these effects are recommended.



## NOMENCLATURE

- $b$  = maximum longitudinal shell compression force, lbs/ft of shell circumference ;
- $C_1, C_2$  = lateral earthquake coefficients for impulsive and convective forces, respectively
- $d$  = height of sloshing wave above mean depth, ft
- $D$  = tank diameter, ft
- $E$  = modulus of elasticity, psi
- $F_a$  = maximum allowable longitudinal compressive stress in tank shell, psi
- $F_{by}$  and  $F_{ty}$  = minimum specified yield strength of bottom annular ring and tank shell, respectively, psi
- $g$  = acceleration due to gravity = 32.2 ft/sec<sup>2</sup>
- $G$  = specific gravity (1.0 for water)
- $H$  = maximum filling height of tank, ft
- $H_t$  = total height of tank shell, ft
- $I$  = essential facilities factor
- $k$  = parameter for calculating  $T$ , (sec<sup>2</sup>/ft)<sup>1/2</sup>
- $L$  = bottom uplift length, ft
- $M$  = overturning moment applied to bottom of tank shell, ft-lbs
- $M_p$  = plastic bending moment in bottom annular ring, in.-lbs/in.
- $p$  = internal pressure, psi
- $P_1, P_2,$  and  $P_E$  = increased hoop tension in tank shell due to impulsive, convective, and total earthquake force, respectively, lbs/in.
- $R$  = tank radius, in.
- $S$  = site amplification factor

- $t$  = thickness of cylindrical shell, in. When used in formulas for tank design applies to thickness of bottom shell course excluding corrosion allowance.
- $t_b$  = thickness of bottom annular ring, in.
- $T$  = sloshing wave period, sec
- $w$  = unit weight on tank bottom, lbs/sq ft
- $w_L$  = maximum weight of tank contents which may be utilized to resist shell overturning moment, lbs/ft of shell circumference.
- $w_t$  = weight of tank shell, lbs/ft of shell circumference
- $w_r$  = total weight of tank roof plus portion of snow load, if any, lbs
- $w_s$  = total weight of tank shell, lbs
- $w_T$  = total weight of tank contents, lbs
- $w_1$  and  $w_2$  = weight of effective masses of tank contents for determining impulsive and convective lateral earthquake forces, lbs
- $x_s$  = height from bottom of tank shell to center of gravity of shell, ft
- $x_1$  and  $x_2$  = height from bottom of tank shell to centroids of impulsive and convective lateral earthquake forces, respectively, for computing  $M$ , ft
- $x_1'$  and  $x_2'$  = height from bottom of tank shell to centroids of impulsive and convective lateral earthquake forces, respectively, for computing total overturning moment on foundation, ft
- $y$  = vertical distance from liquid surface to point on shell being analyzed for hoop tension, ft
- $z$  = seismic zone coefficient
- $\beta$  = central angle between axis of tank in the direction of earthquake ground motion and point on circumference where shell uplift commences, radians.

## REFERENCES

1. J. E. Rinne, "Oil Storage Tanks, Alaska Earthquake of 1964," The Prince William Sound, Alaska, Earthquake of 1964, Volume II-A, U.S. Department of Commerce, Coast and Geodetic Survey, 1967.
2. R. D. Hanson, "Behavior of Liquid Storage Tanks," The Great Alaska Earthquake of 1964, Engineering, National Academy of Sciences, Washington, D. C., 1973.
3. P. C. Jennings, "Damage of Storage Tanks," Engineering Features of the San Fernando Earthquake, February 9, 1971, Earthquake Engineering Research Laboratory, Cal. Tech., June 1971.
4. R. Husid, A. F. Espinosa and J. de las Casas, "The Lima Earthquake of October 3, 1974: Damage Distribution," Bulletin of the Seismological Society of America, Volume 67, No. 5, pp. 1441-1472, October 1977.
5. G. W. Housner, "Dynamic Pressures on Accelerated Fluid Containers," Bulletin of the Seismological Society of America, Volume 47, pp. 15-35, January 1957.
6. Lockheed Aircraft Corporation and Holmes & Narver, Inc., Nuclear Reactors and Earthquakes, Chapter 6 and Appendix F, CRDA TID 7024, pp. 183-195 and 367-390, August 1963.
7. A. S. Veletsos and J. Y. Yang, "Earthquake Response of Liquid-Storage Tanks," Advances in Civil Engineering Through Engineering Mechanics, Proceedings Second Annual Engineering Mechanics Division Specialty Conference, ASCE, pp. 1-24, May 1977.
8. ATC-3-05, "Recommended Comprehensive Seismic Design Provisions for Buildings," Final Review Draft, Applied Technology Council, Palo Alto, California, January 1977.
9. R. S. Wozniak, "Lateral Seismic Loads on Flat Bottomed Tanks," Chicago Bridge & Iron Company, The Water Tower, November 1971.
10. D. P. Clough, "Experimental Evaluation of Seismic Design Methods for Broad Cylindrical Tanks," University of California Earthquake Engineering Research Center Report Number UCB/EERC-77/10, May 1977.

11. C. D. Miller, "Buckling of Axially Compressed Cylinders," Journal of the Structural Division, ASCE, Volume 103, No. ST3, Proc. Paper 12823, pp. 695-721, March 1977.
12. H. Lo, H. Crate and E. B. Schwartz, "Buckling of Thin-Walled Cylinders Under Axial Compression and Internal Pressure," NACA TN 2021, 1950.

APPENDIX 1  
PROPOSED APPENDIX P TO API STANDARD 650

SEISMIC DESIGN OF STORAGE TANKS

P.1 SCOPE

This appendix establishes recommended minimum basic requirements for the design of storage tanks subjected to seismic load as specified by purchaser. These requirements represent accepted practice for application to flat bottom tanks. However, it is recognized that other procedures and applicable factors or additional requirements may be specified by the purchaser or jurisdictional authorities. Any deviation from the requirements herein must be by agreement between purchaser and manufacturer.

P.2 INTRODUCTION

The design procedure considers two response modes of the tank and its contents: (1) the relatively high frequency amplified response to lateral ground motion of the tank shell and roof together with a portion of the liquid contents which moves in unison with the shell, and (2) the relatively low frequency amplified response of a portion of the liquid contents in the fundamental sloshing mode. The design requires the determination of the hydrodynamic mass associated with each mode and the lateral force and overturning moment applied to the shell resulting from the response of the masses to lateral ground motion. Provisions are included to assure stability of the tank shell against overturning and to preclude buckling of the tank shell due to longitudinal compression.

No provisions are included regarding the increase in hoop tension due to seismic forces since this does not affect shell thickness for the lateral force coefficients specified herein taking into account generally accepted increased allowable stress and ductility ratios.

P.3 DESIGN LOADING

P.3.1 Overturning Moment

The overturning moment due to seismic forces applied to the bottom of the shell shall be determined as follows:

$$M = ZI(C_1W_sX_s + C_1W_rH_t + C_1W_1X_1 + C_2W_2X_2)$$

Where:

- $M$  = Overturning moment in foot pounds applied to the bottom of tank shell.
- $Z$  = Zone coefficient from Figure P-1 and Table P-1.
- $I$  = Essential facilities factor.  $I = 1.5$  for tanks which must be functional for emergency post earthquake operations and 1.0 for all other tanks.
- $C_1$  and  $C_2$  = Lateral earthquake force coefficients determined per paragraph P.3.3.
- $W_s$  = Total weight in pounds of tank shell.
- $X_s$  = Height in feet from bottom of tank shell to center of gravity of shell.
- $W_r$  = Total weight in pounds of tank roof plus portion of snow load, if any, as specified by purchaser.
- $H_t$  = Total height in feet of tank shell.
- $W_1$  = Weight in pounds of effective mass of tank contents which moves in unison with tank shell, determined per paragraph P.3.2(a).
- $X_1$  = Height in feet from bottom of tank shell to centroid of lateral seismic force applied to  $W_1$ , determined per paragraph P.3.2(b).
- $W_2$  = Weight in pounds of effective mass of first mode sloshing contents of tank, determined per paragraph P.3.2(a).
- $X_2$  = Height in feet from bottom of tank shell to centroid of lateral seismic force applied to  $W_2$ , determined per paragraph P.3.2(b).
- Note: The overturning moment determined per this paragraph is that applied to the bottom of the shell only. The tank foundation is subjected to an additional overturning moment due to lateral displacement of the tank contents which may need to be considered in the design of some foundations such as pile supported concrete mats.

### P.3.2 Effective Mass of Tank Contents

- a. The effective mass  $W_1$ , and the effective mass  $W_2$ , may be determined by multiplying  $W_T$ , by the ratios  $W_1/W_T$  and  $W_2/W_T$ , respectively, obtained from Figure P-2 for the ratio  $D/H$ .

Where:

$W_T$  = Total weight in pounds of tank contents (product, specific gravity specified by purchaser).

$D$  = Tank diameter in feet.

$H$  = Maximum filling height of tank in feet from bottom of shell to top of top angle or overflow which limits filling height.

- b. The heights from the bottom of the tank shell to the centroids of the lateral seismic forces applied to  $W_1$  and  $W_2$ ,  $X_1$  and  $X_2$ , may be determined by multiplying  $H$ , by the ratios  $X_1/H$  and  $X_2/H$ , respectively, obtained from Figure P-3 for the ratio of  $D/H$ .
- c. The curves in Figures P-2 and P-3 are based on a modification of the equations presented in ERDA Technical Information Document 7024\*. Alternatively,  $W_1$ ,  $W_2$ ,  $X_1$  and  $X_2$  may be determined by other analytical procedures based on the dynamic characteristics of the tank.

### P.3.3 Lateral Force Coefficients

- a. The lateral force coefficient  $C_1$  shall be taken as 0.24.

\* Technical Information Document 7024, Nuclear Reactors and Earthquakes, prepared by Lockheed Aircraft Corporation, and Holmes & Narver, Inc., for the U.S. Atomic Energy Commission, August 1963.

- b. The lateral force coefficient  $C_2$  shall be determined as a function of the natural period of the first mode sloshing,  $T$ , and the soil conditions at the tank site.

When  $T$  is less than 4.5:

$$C_2 = \frac{0.30 S}{T}$$

When  $T$  is greater than 4.5:

$$C_2 = \frac{1.35 S}{T^2}$$

Where:

$S$  = Site amplification factor from Table P-2.

$T$  = Natural period in seconds of first mode sloshing.  $T$  may be determined from the following expression:

$$T = kD^{\frac{1}{2}}$$

$k$  = Factor obtained from Figure P-4 for the ratio  $D/H$ .

- c. Alternatively,  $C_1$  and  $C_2$  may be determined from response spectra established for the specific site of the tank and for the dynamic characteristics of the tank. The spectrum for  $C_1$  should be established for a damping coefficient of 2% of critical and scaled to a maximum amplified acceleration of 0.24 times the acceleration of gravity. The spectrum for  $C_2$  should correspond to the spectrum for  $C_1$  except modified for a damping coefficient of 0.5% of critical.

#### P.4 RESISTANCE TO OVERTURNING

- a. Resistance to the overturning moment at the bottom of the shell may be provided by the weight of the tank shell and by the weight of a portion of the tank contents adjacent to the shell for unanchored tanks or by anchorage of the tank shell. For unanchored tanks, the portion of the contents which may be utilized to resist overturning is



dependent on the width of the bottom annular ring which lifts off the foundation and may be determined as follows:

$$w_L = 7.9t_b\sqrt{F_{by}GH}$$

except that  $w_L$  shall not exceed  $1.25GH0$ .

Where:

$w_L$  = Maximum weight of tank contents in pounds per foot of shell circumference which may be utilized to resist the shell overturning moment.

$t_b$  = Thickness of bottom annular ring in inches.

$F_{by}$  = Minimum specified yield strength in pounds per square inch of bottom annular ring.

$G$  = Design specific gravity of contents as specified by purchaser.

- b. The thickness of the bottom annular ring,  $t_b$ , shall not exceed the thickness of the bottom shell course, or  $\frac{1}{4}$  inch, whichever is greater. Where the bottom annular ring is thicker than the remainder of the bottom, the width of the annular ring in feet shall be equal to or greater than:

$$0.0274 \frac{w_L}{GH}$$

## P.5 SHELL COMPRESSION

### P.5.1 Unanchored Tanks

The maximum longitudinal compression force at the bottom of the shell may be determined as follows:

When  $\frac{M}{D^2(w_t + w_L)}$  is equal to or less than 0.785:

$$b = w_t + \frac{1.273 M}{D^2}$$

When  $\frac{M}{D^2(w_t + w_L)}$  is greater than 0.785:

b may be computed from the value of the parameter  $\frac{b + w_L}{w_t + w_L}$  obtained from Figure P-5.

Where:

b = Maximum longitudinal shell compression force in pounds per foot of shell circumference.

$w_t$  = Weight of tank shell in pounds per foot of shell circumference.

#### P.5.2 Anchored Tanks

The maximum longitudinal compression force at the bottom of the shell may be determined as follows:

$$b = w_t + \frac{1.273 M}{D^2}$$

#### P.5.3 Maximum Allowable Shell Compression

The maximum longitudinal compressive stress in the shell,  $\frac{b}{12t}$ , shall not exceed the maximum allowable stress,  $F_a$ , determined as follows:

When the value of  $\frac{GHD^2}{t^2}$  is greater than 200,000:

$$F_a = \frac{300,000 t}{D}$$

When the value of  $\frac{GHD^2}{t^2}$  is less than 200,000:

$$F_a = \frac{400,000 t}{D} + \frac{2 GHD}{t}$$

Except that in no case shall the value of  $F_a$  exceed  $0.5 F_{ty}$ .

Where:

- t = Thickness in inches, excluding corrosion allowance, of the bottom shell course.
- $F_a$  = Maximum allowable longitudinal compressive stress in the shell in pounds per square inch. The above formulas for  $F_a$  take into account the effect of internal pressure due to the liquid contents.
- $F_{ty}$  = Minimum specified yield strength of the shell in pounds per square inch.

#### P.6 ANCHORAGE OF TANKS

Anchorage of tanks shall be designed to provide a minimum anchorage resistance in pounds per foot of shell circumference of:

$$\frac{1.273 M}{D^2}$$

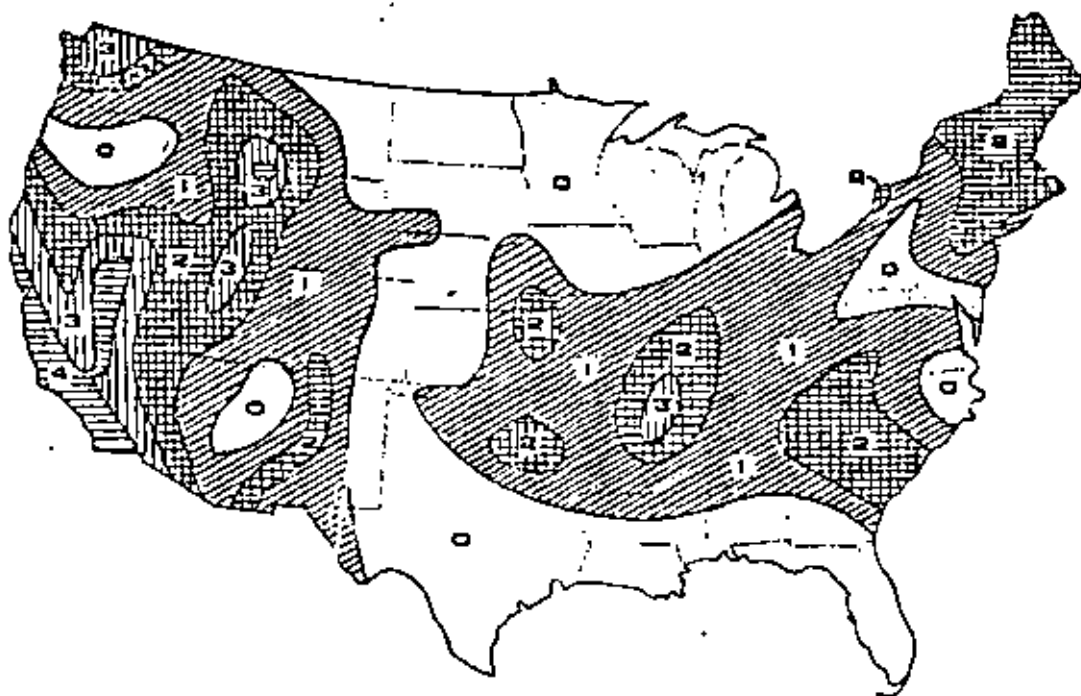
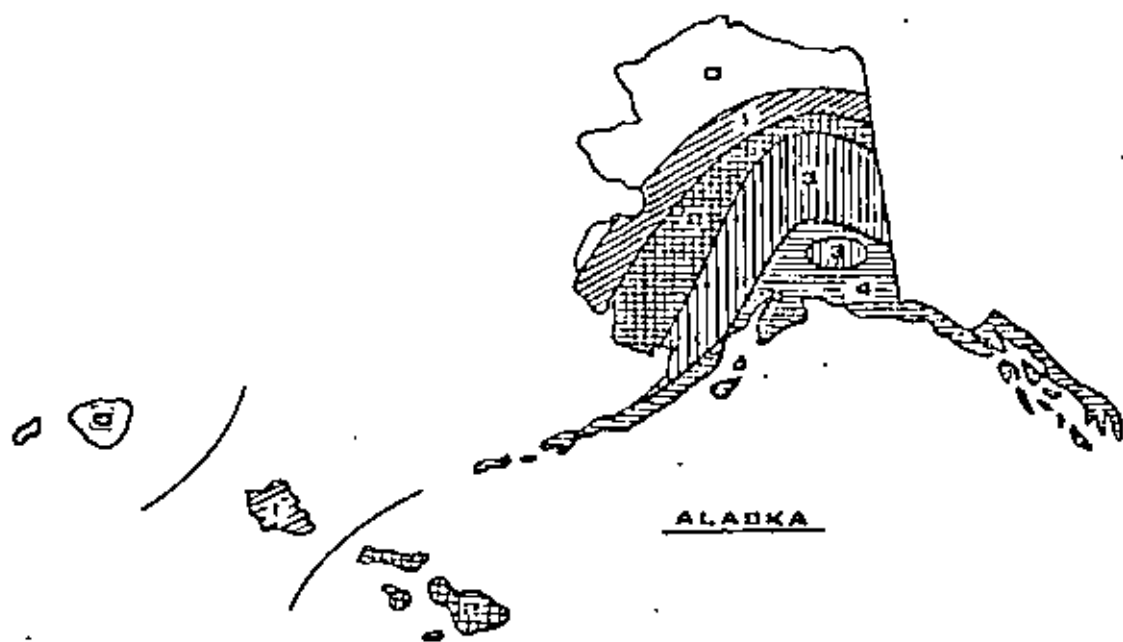
The stresses due to anchor forces in the tank shell at the points of attachment of the anchors shall be investigated.

#### P.7 PIPING

Provisions for suitable flexibility in all piping attached to the shell or bottom of the tank shall be considered. On unanchored tanks subject to bottom uplift, piping connected to the bottom shall be free to lift with the bottom or shall be located so that the horizontal distance measured from the shell to the edge of the connecting reinforcement shall be the width of the bottom hold down as calculated in paragraph P.4(b) plus 12 inches.

#### P.8 ADDITIONAL CONSIDERATIONS

- a. The purchaser shall specify any freeboard desired to minimize or avoid overflow and damage to the roof and upper shell due to sloshing of the liquid contents.
- b. The base of the roof supporting columns shall be restrained to prevent lateral movement during earthquakes. When specified by the purchaser, the columns shall be designed to resist the forces caused by the sloshing of the liquid contents.



SEISMIC ZONE MAP  
FIGURE P-1

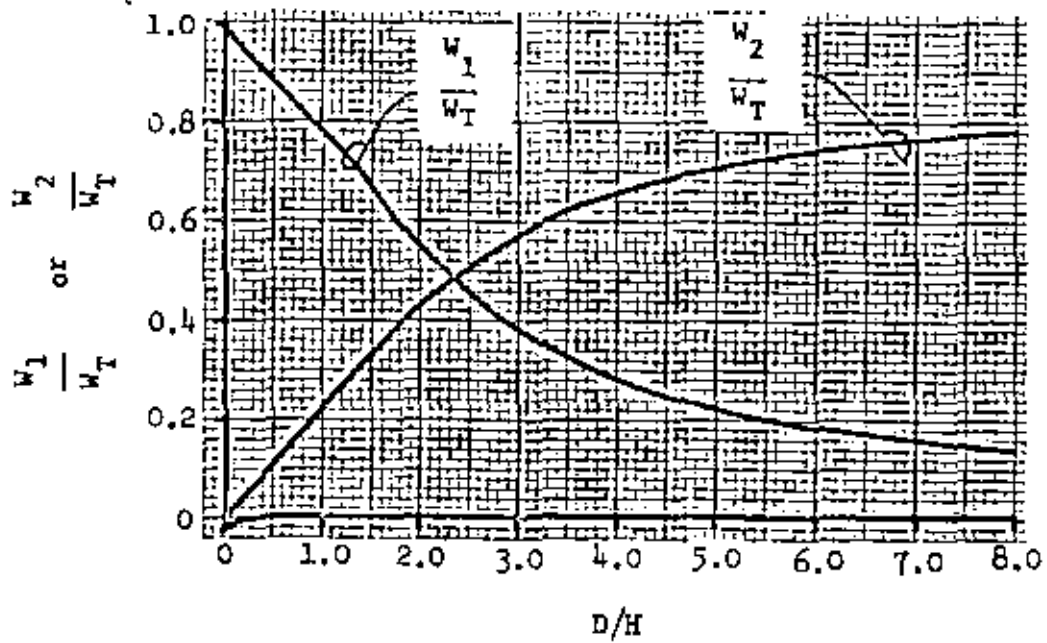


FIGURE P-2

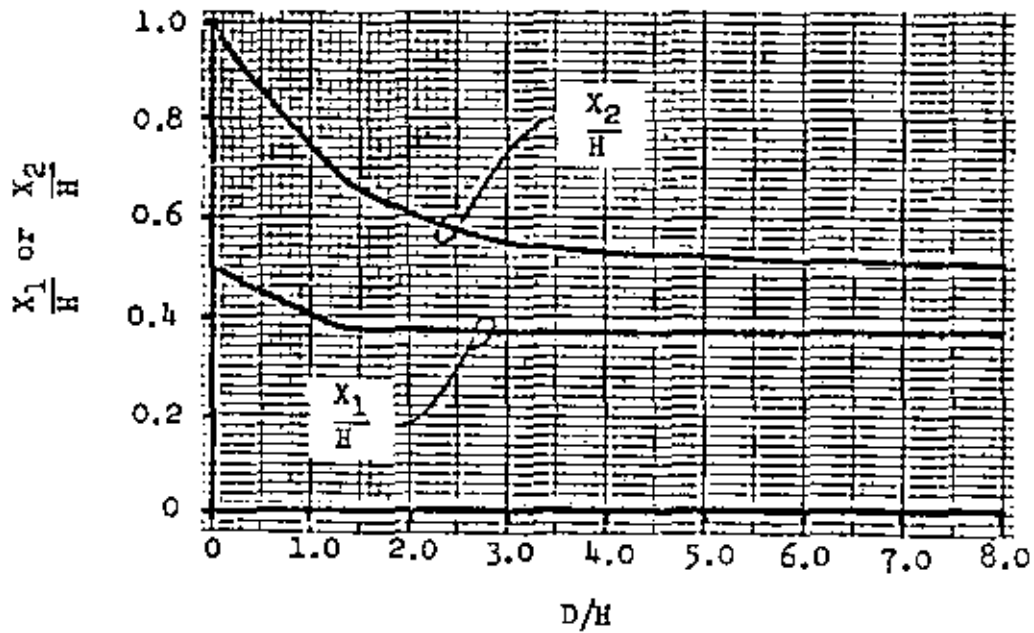


FIGURE P-3

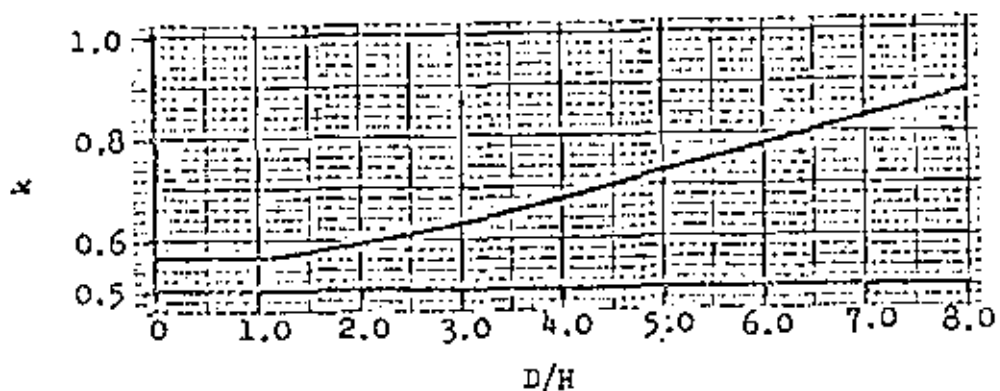


FIGURE P-4

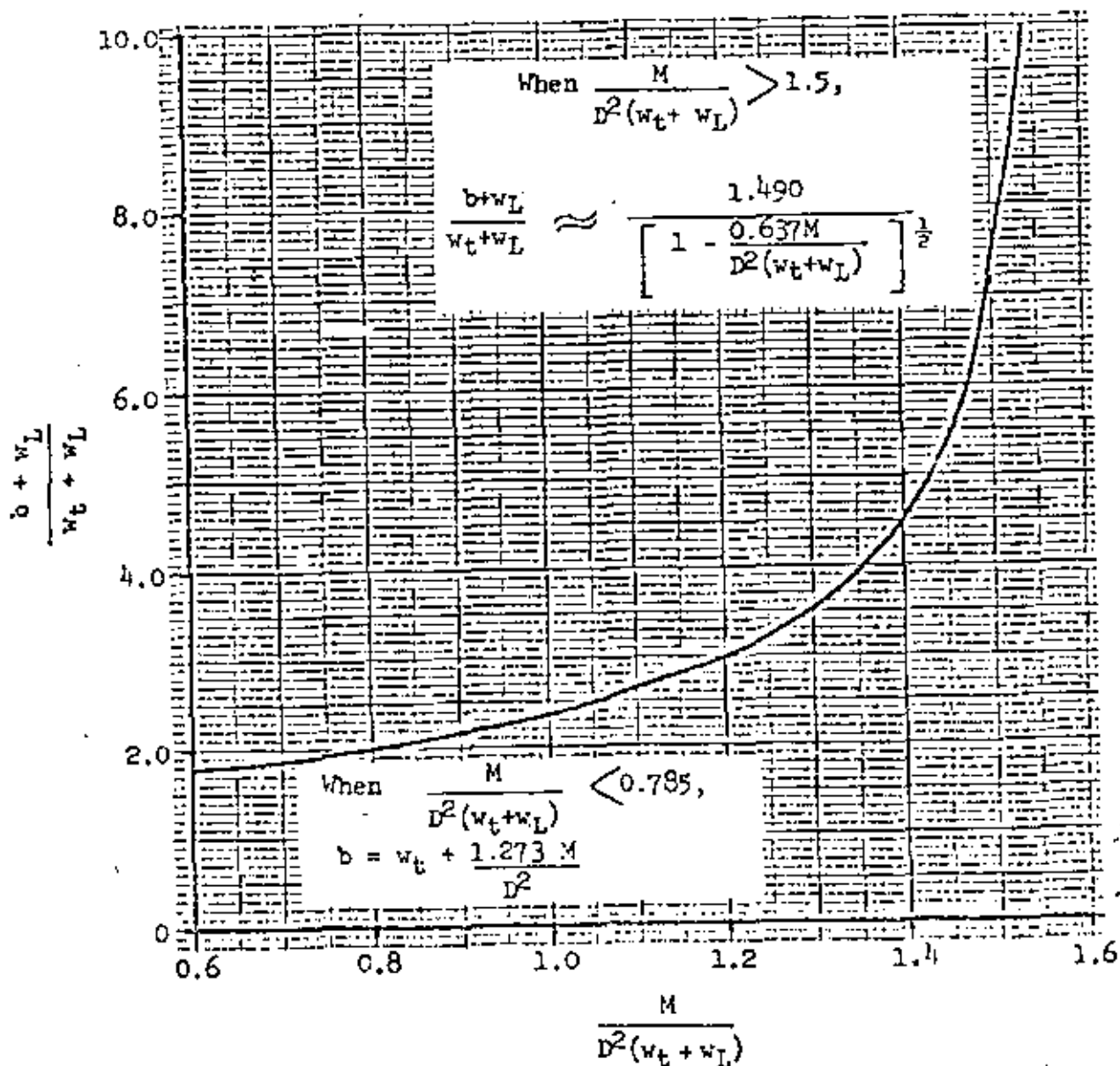


FIGURE P-5

ZONE COEFFICIENT

Seismic Zone Per Figure P-1

	<u>1</u>	<u>2</u>	<u>3</u>	<u>4</u>
Z	0.1875	0.375	0.75	1.0

No earthquake design required for Zone 0.

TABLE P-1

SOIL PROFILE COEFFICIENT

Soil Profile Type

	<u>A</u>	<u>B</u>	<u>C</u>
S	1.0	1.2	1.5

SOIL PROFILE TYPE A is a profile with:

1. Rock of any characteristic, either shale-like or crystalline in nature. Such material may be characterized by a shear wave velocity greater than 2,500 feet per second, or
2. Stiff soil conditions where the soil depth is less than 200 feet and the soil types overlying rock are stable deposits of sands, gravels, or stiff clays.

SOIL PROFILE TYPE B is a profile with deep cohesionless or stiff clay conditions, including sites where the soil depth exceeds 200 feet and the soil types overlying rock are stable deposits of sands, gravels, or stiff clays.

SOIL PROFILE TYPE C is a profile with soft-to-medium-stiff clays and sands, characterized by 30 feet or more of soft-to-medium-stiff clay with or without intervening layers of sand or other cohesionless soils.

In locations where the soil profile type is not known in sufficient detail to determine the soil profile type, Soil Profile C shall be assumed.

TABLE P-2

## APPENDIX 2

### HORIZONTAL FORCES ON COLUMNS CAUSED BY SLOSHING OF FLUID IN CYLINDRICAL TANKS

The following presentation is considered a reasonable approximation for the determination of seismic induced loads on columns.

The total horizontal force acting per foot of column length includes the drag force, inertial force, acceleration force of the column mass, and the acceleration force of an effective column of water. The acceleration force of the column and its effective water mass are functions of the seismic factor. The drag and inertial forces are functions of the fluid velocity,  $u$ , and acceleration,  $\dot{u}$ .

$$u = \frac{2dgT}{D} \frac{\cosh \pi \left( \frac{H-Y}{D} \right) \cos 2\pi \frac{Y}{D} \cos \pi \frac{X}{D}}{\cosh \pi \frac{H}{D}} \quad (1)$$

$$\dot{u} = \frac{4\pi dg}{D} \frac{\cosh \pi \left( \frac{H-Y}{D} \right) \sin 2\pi \frac{Y}{D} \cos \pi \frac{X}{D}}{\cosh \pi \frac{H}{D}} \quad (2)$$

The average force per foot of column is:

$$\bar{F} = \frac{1}{H} \int_0^H dF_d + \frac{1}{H} \int_0^H dF_i + ZIC_1(m_c + m_w)$$

where:  $F_d = C_D \rho D_c \frac{u|u|}{2}$

$$F_i = C_M \rho \frac{\pi D_c^2}{4} \dot{u}$$



Equation (3) may be applied to circular and rectangular shaped interior columns. For circular columns,  $D_c$  is the maximum dimension of the member cross-section as shown in Figure 1. The analysis for rectangular columns is based on an equivalent circular column with diameter  $D_c$ . The drag factor is corrected for rectangular column to account for the additional resistance to flow.

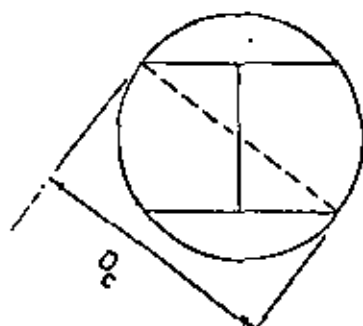


FIG 1

Substituting Equation (1) and (2) into Equation (3) and integrating yields the following average force per foot of column:

$$\begin{aligned} \bar{F} = & \frac{C_D \rho D_c (dgT)^2}{2\pi HD} \frac{\cos 2\pi \frac{Y}{D} \cos \pi \frac{X}{D} \left| \cos 2\pi \frac{Y}{D} \cos \pi \frac{X}{D} \right|}{\cosh^2 \left( \pi \frac{H}{D} \right)} \left( \sinh 2\pi \frac{H}{D} + 2\pi \frac{H}{D} \right) \\ & + \frac{\pi C_M \rho D_c^2 dg}{H} \frac{\sin 2\pi \frac{Y}{D} \cos \pi \frac{X}{D} \sinh \pi \frac{H}{D}}{\cosh \pi \frac{H}{D}} + ZIC_1 (m_c + m_w) \quad (4) \end{aligned}$$

The solution of Equation (4) is a function of time and location of the column in the tank. An iteration with time over the period of the sloshing wave is necessary to search out the maximum column load.

For simplicity, the design of the column for combined beam-column action is made assuming the seismic load acts uniformly over the full height of the column rather than the fluid height. It is recommended that AISC primary column allowables be used in the beam-column design since secondary

column allowables have safety factors too low to allow an additional increase for the seismic load.

#### NOMENCLATURE FOR APPENDIX 2

The following defines terms used in Appendix 2 only. For other terms, see the Nomenclature following the main body of the paper.

$C_D$  = drag coefficient. A value of 1.0 is recommended for round columns and 1.6 for wide flange structural shapes.

$C_M$  = mass coefficient. A value of 2.0 is recommended.

$D_c$  = maximum cross-section dimension of column, ft.

$F_d$  and  $F_i$  = drag and inertia force on column, lb/ft.

$\overline{FT}$  = average total force on column, lb/ft.

$m_c$  = column weight, lb/ft.

$m_w$  = weight of effective column of water, lb/ft.

$$m_w = \frac{\pi D_c^2}{4} \rho g$$

$u$  = fluid particle velocity, ft/sec.

$\dot{u}$  = fluid particle acceleration, ft/sec.<sup>2</sup>

$x$  = horizontal distance in direction of earthquake force from center of tank to center of column, ft.

$\rho$  = mass of fluid, lb-sec<sup>2</sup>/ft.<sup>4</sup>

$\tau$  = time from beginning of wave cycle, sec.  $\tau$  varies from 0 to T.







centro de educación continua  
división de estudios de posgrado  
facultad de ingeniería unam



VI CURSO INTERNACIONAL DE INGENIERIA SISMICA

DISEÑO SISMICO DE ESTRUCTURAS ESPECIALES

TORRES Y CHIMENEAS

M. EN I. NEFTALI RODRIGUEZ CUEVAS

AGOSTO, 1980



## TORRES Y CHIMENEAS

Prof. Nefthalí Rodríguez Cuevas

### 1. Introducción

Las torres y chimeneas son estructuras esbeltas, de funciones múltiples, que se deben diseñar para soportar la acción de fuerzas horizontales, provocadas por viento o sismo, las cuales inducen efectos dinámicos en las estructuras de soporte.

En las figs. 1 a 5 se muestran algunos de los tipos comunes de torres y chimeneas construidas en diversas partes del mundo.

El análisis dinámico de estas estructuras requiere de algunos aspectos que no son comunes a otros tipos de estructuras, y en este trabajo se muestran las consideraciones comunes para su análisis.

### 2. Idealización para fines de análisis dinámico

Las estructuras de este tipo se idealizan comúnmente como vigas Bernoulli-Euler, y su análisis se realiza en base a la teoría elemental de flexión, la cual implica que las secciones transversales permanecen planas al deformarse bajo la acción de fuerzas normales a su eje medio. Se acepta que los esfuerzos son proporcionales a las deformaciones unitarias, con flexión en un solo plano. Se considera además, que los desplazamientos son pequeños y que la deformación en cortante es pequeña.

Se consideran solo los efectos de inercia provocados por la traslación normal al eje de elementos diferenciales de la viga. No se considera el efecto de la inercia rotacional, igual a  $-I \frac{\partial^3 v}{\partial x \partial t^2}$  por unidad de longitud, provocado

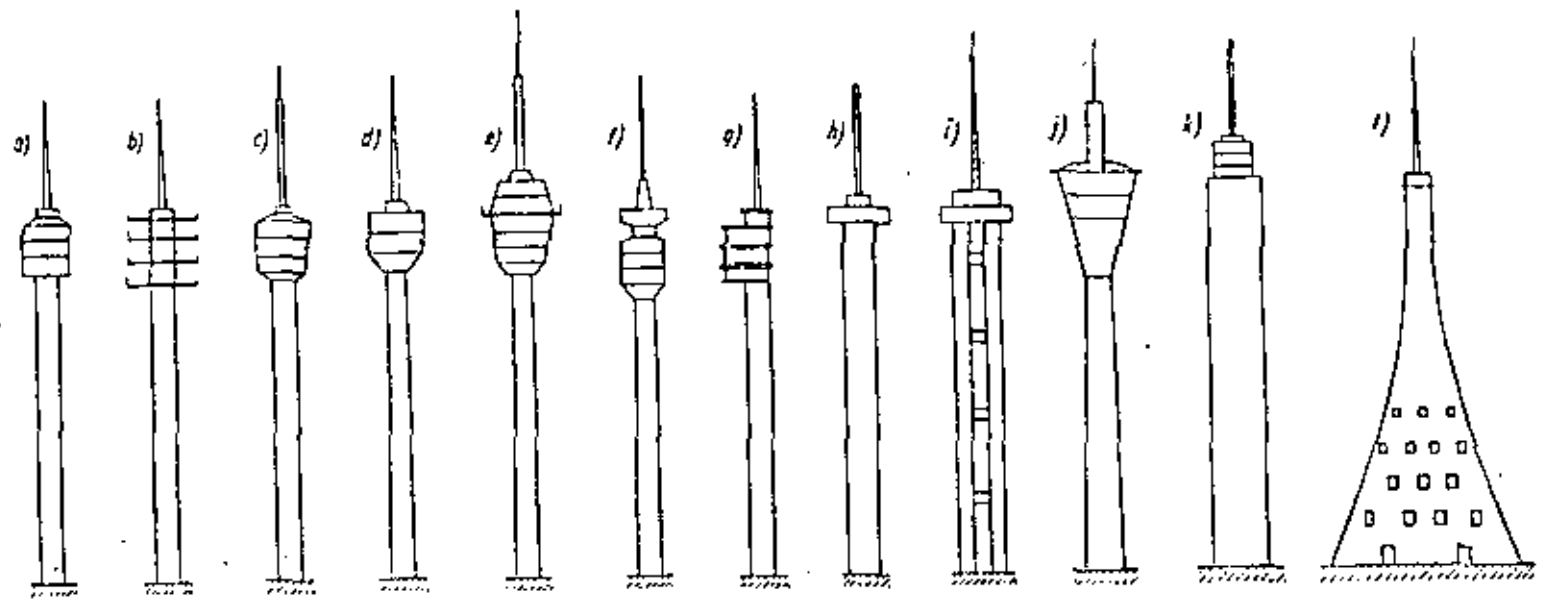


Fig. 1 Algunos tipos de torres construidas en diversas partes del mundo



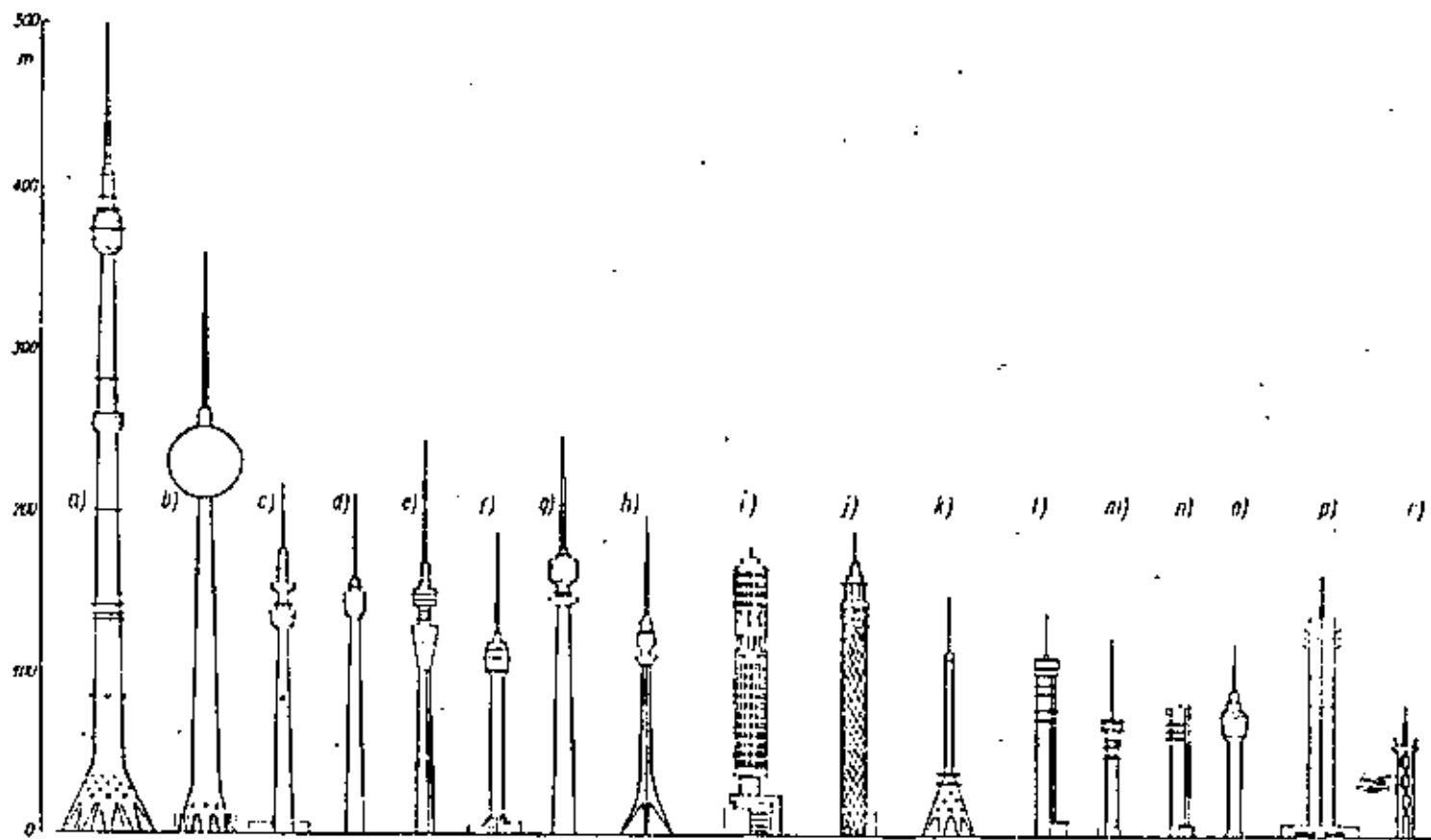


Fig. 2 Características geométricas de torres

- |              |                     |               |               |
|--------------|---------------------|---------------|---------------|
| a) Moscú     | e) Dresden          | i) Londres    | m) Petersberg |
| b) Berlín    | f) Dequede          | j) Cairo      | n) Rhinow     |
| c) Dortmund  | g) Donauturm, Viena | k) Polonia    | o) Kulpenberg |
| d) Stuttgart | h) Belgrado         | l) Zippendorf | p) Estocolmo  |
|              |                     |               | r) Hannover   |

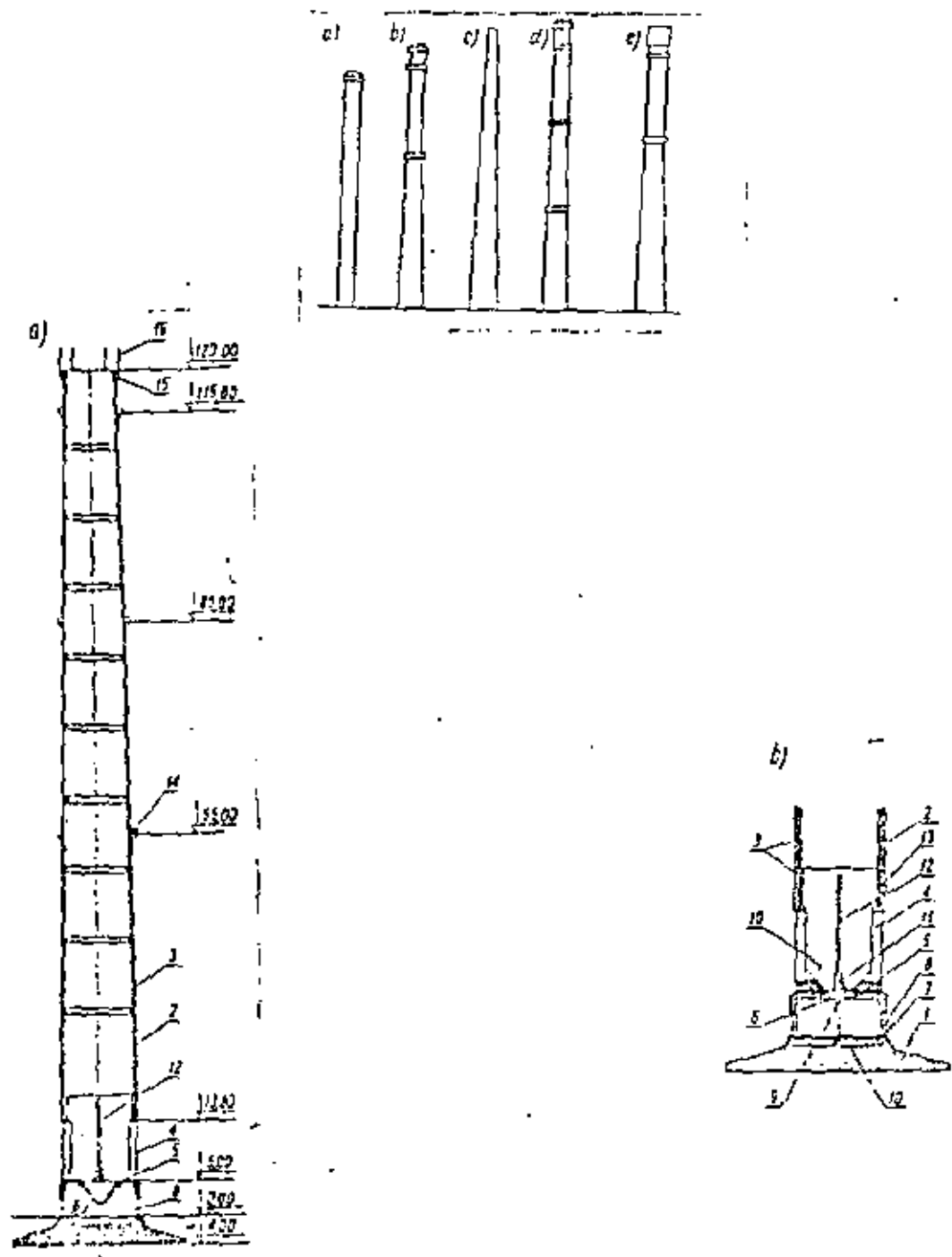


Fig. 3 Características principales de Chimeneas

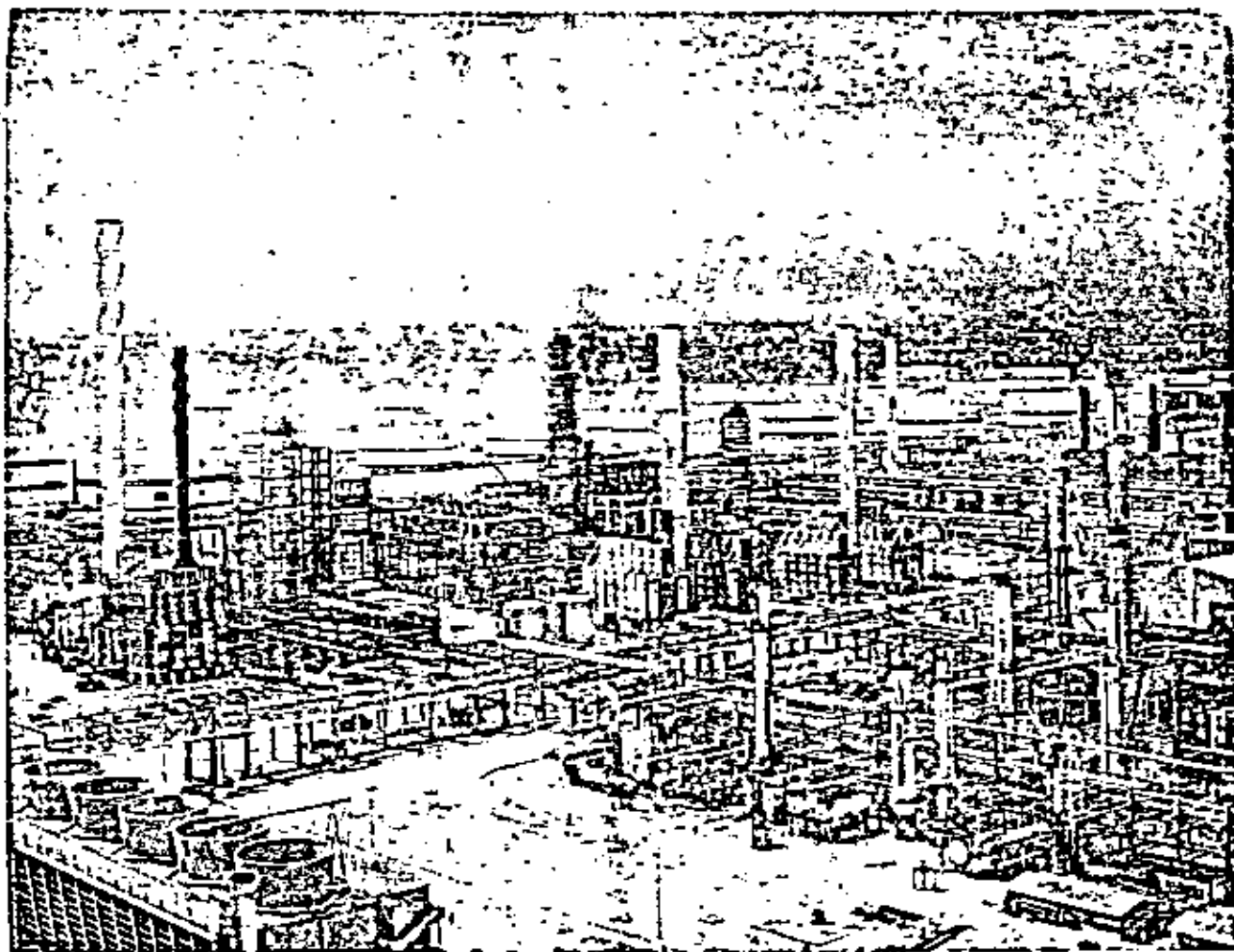
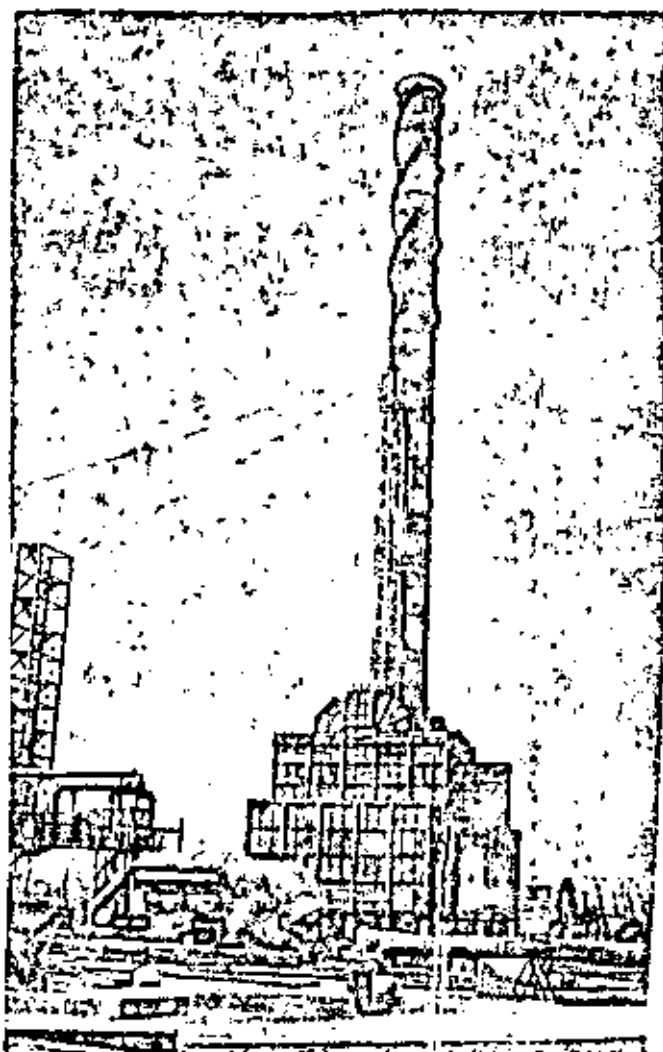


Fig. 4 Refinería en el norte del país, con torres y chimeneas



Fig. 5 Aspectos parciales de chimeneas y torres



por el giro angular  $\frac{\partial v}{\partial x}$  de cada elemento, siendo  $v$  la translación normal al eje de la barra.

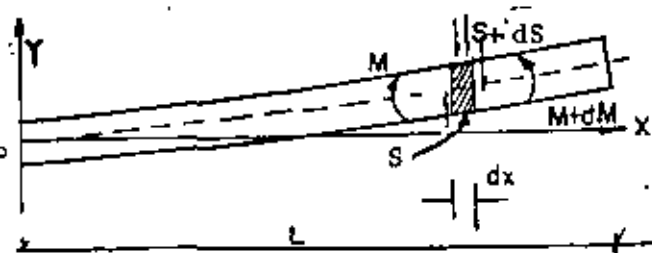
Cuando las dimensiones de la viga en su sección transversal no son pequeñas en comparación con su longitud, análisis que consideran los efectos de la fuerza cortante y la inercia rotacional se deben llevar a cabo.

En este escrito se presentan los aspectos sobresalientes del análisis dinámico de este tipo de estructuras, presentando la influencia relativa de la fuerza cortante y la inercia rotacional, así como de la fuerza normal. Cuando se considera que estos efectos no son significativos, se realizan análisis dinámicos simplificados que permiten conocer los desplazamientos y elementos mecánicos que permiten a su vez, revisar el análisis de las características geométricas y del material que forma a estas estructuras.

### 3. Viga Bernoulli-Euler

Al considerar la viga BE, cuyas características se muestran en la fig. 6 sometida a la acción de efectos dinámicos, considérese que  $v = v(x, t)$  sea el desplazamiento transversal del eje neutro y  $\mu(x)$  la masa por unidad de longitud. Los desplazamientos  $v(x, t)$  producidos por la carga  $p = p(x, t)$  son gobernados por la ecuación diferencial

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2} \left( E I \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} \right) = - \mu \frac{\partial^2 v}{\partial t^2} + P \quad (3)$$



Cuando se generan vibraciones libres, es decir  $p = 0$ , aparecen modos normales de vibrar del tipo

$$v(x, t) = \phi(x) \text{ sen } (\omega t + \epsilon) \quad (3.2)$$

que al ser sustituidos en (3.1) conducen a la siguiente ecuación diferencial

$$\frac{d^2}{dx^2} \left( EI \frac{d^2}{dx^2} \phi \right) = \omega^2 \mu \phi \quad (3.3)$$

Esta ecuación, junto con las condiciones de frontera de la viga, constituyen un problema de valores característicos, cuya solución conduce al conocimiento de las frecuencias naturales de cada uno de los  $i$ -ésimos modos de vibrar y a la definición de sus formas características.

Vibraciones libres en piezas de sección constante.

Cuando  $EI = \text{cte.}$  la ecuación 3.3. admite la solución general

$$\phi(x) = C_1 \text{Ch} \left( \frac{\lambda x}{L} \right) + C_2 \text{Sh} \left( \frac{\lambda x}{L} \right) + C_3 \text{Cos} \left( \frac{\lambda x}{L} \right) + C_4 \text{sen} \left( \frac{\lambda x}{L} \right) \quad (3.4)$$

donde

$$\lambda = L \sqrt[4]{\mu \omega^2 / EI}$$

Para torres y chimeneas, las condiciones de frontera resultan ser

$$\phi(0) = \phi'(0) = \phi''(L) = \phi'''(L) = 0$$

a partir de las cuales se obtiene la ecuación característica de frecuencias,

$$\text{Cos} \lambda \cdot \text{Ch} \lambda + 1 = 0 \quad (3.5)$$

cuyas raíces resultan ser :

$$\lambda_1 = 1.8751, \quad \lambda_2 = 4.6941, \quad \lambda_3 = 7.8548, \quad \lambda_4 = 10.9955$$

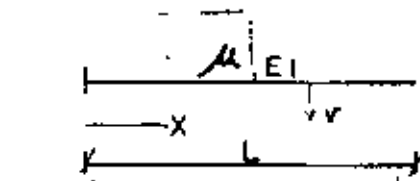
y para valores grandes de  $n$

$$\lambda_n \approx (2n - 1) \pi / 4 \quad (3.6)$$

con las formas modales correspondientes

$$\phi(x) = \text{Ch}\left(\frac{\lambda n x}{L}\right) - \text{Cos}\left(\frac{\lambda n x}{L}\right) - \frac{\text{Ch} \lambda n + \text{Cos} \lambda n}{\text{Sh} \lambda n + \text{sen}^2 \lambda n} \left[ \text{Sh}\left(\frac{\lambda n x}{L}\right) - \text{Sen}\left(\frac{\lambda n x}{L}\right) \right] \quad (3.7)$$

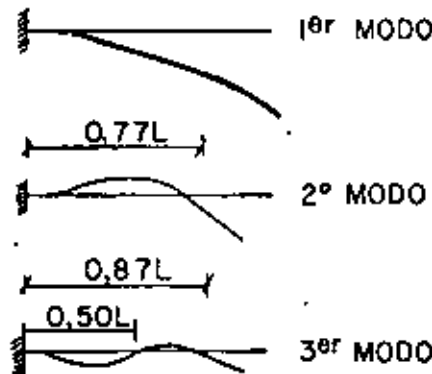
Las frecuencias naturales resultan ser :



$$\omega_1 = \frac{(0.597\pi)^2}{L^2} \sqrt{\frac{EI}{\mu}}$$

$$\omega_2 = \frac{(1.4942\pi)^2}{L^2} \sqrt{\frac{EI}{\mu}}$$

$$\omega_3 = \frac{(1.8636\pi)^2}{L^2} \sqrt{\frac{EI}{\mu}}$$



$$\omega_n = \frac{(n - \frac{1}{2})^2 \pi^2}{L^2} \sqrt{\frac{EI}{\mu}}$$

FIG. 7

a partir de los valores anteriores, se definen los periodos correspondientes mediante  $T_n = 2\pi/\omega_n$

Las formas características deben ser funciones que satisfacen las siguientes condiciones de ortogonalidad

$$\int_0^L \mu \phi_n \phi_m dx = 0 \quad \text{si } m \neq n$$

$$= m_n \quad \text{si } m = n$$

$$\int_0^L EI \phi_n'' \phi_m'' dx = 0 \quad \text{si } m \neq n$$

$$= m_n \omega^2 \quad \text{si } m = n$$

(3.8)

donde  $\int_0^L \mu \phi_n^2 dx = m_n$

#### Vibraciones forzadas sin amortiguamiento

Cuando se considera a la viga sometida a un sistema excitador definido por una carga distribuida  $p = p(x, t)$  y a una ó más fuerzas concentradas  $P_i$  a distancias  $x_i$  del apoyo, la ecuación de Lagrange conduce a la expresión

$$v(x, t) = \sum_{n=1}^{\infty} \phi_n(x) \left[ A_n \cos \omega_n t + B_n \sin \omega_n t + \frac{1}{m_n \omega_n} \int_0^L Q_n(\tau) \sin \omega_n (t - \tau) d\tau \right] \quad (3.9)$$

donde  $Q_n$  es la fuerza generalizada definida por

$$Q_n(t) = \int_0^L p(x, t) \phi_n(x) dx + \sum_i P_i(t) \phi_n(x_i) \quad (3.10)$$

y los valores de  $A_n$  y  $B_n$  quedan definidos por :

$$A_n = \frac{1}{m_n} \int_0^L v_0 \mu \phi_n dx$$

$$B_n = \frac{1}{m_n \omega_n} \int_0^L v_0' \mu \phi_n dx$$

(3.11)



### Vibraciones forzadas con amortiguamiento

Cuando en la viga (BE) existe una fuerza de amortiguamiento distribuida, igual a  $C(x) \dot{v}$ , donde  $C(x)$  es un coeficiente de amortiguamiento viscoso, variable en  $x$ , definido como  $C(x) = \beta v(x)$  donde  $\beta$  es una constante positiva, el desplazamiento normal  $v$  queda descrito por :

$$v(x,t) = \sum_{n=1}^{\infty} \phi_n(x) \left[ e^{-\frac{\beta t}{2}} (A_n \cos p_n t + B_n \sin p_n t) + \frac{1}{m_n p_n} \int_0^L Q_n(\tau) e^{-\frac{\beta}{2}(t-\tau)} \sin p_n(t-\tau) dt \right] \quad (3.12)$$

donde

$$p_n = \sqrt{\omega_n^2 - \left(\frac{\beta}{2}\right)^2}$$

$$A_n = \frac{1}{m_n} \int_0^L v_0 \mu \phi_n dx$$

$$B_n = \frac{1}{m_n p_n} \int_0^L \dot{v}_0 \mu \phi_n dx + \frac{\beta A_n}{2 p_n}$$

### 4. Influencia de las condiciones de cimentación

En torres y chimeneas las condiciones de cimentación son importantes en su comportamiento bajo la acción dinámica de fuerzas horizontales.

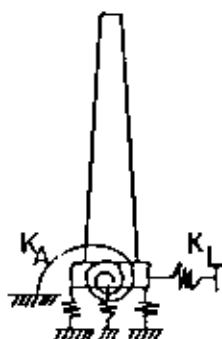


FIG 8

Las propiedades del terreno y el tipo de cimentación seleccionado influyen de manera importante en el análisis dinámico de estas estructuras.

Al considerar resortes que definen la acción del suelo sobre la chimenea,

estos alteran los períodos naturales de la estructura y la forma de los modos de vibrar.

La ecuación característica se transforma en

$$x \left( \frac{x^2}{j} - \frac{1}{i} \right) \operatorname{sen} x \operatorname{Ch} x + x \left| \frac{x^2}{j} + \frac{1}{i} \right| \cos x \operatorname{Sh} x - \left[ \frac{x^4}{ij} + 1 \right] \cos x \operatorname{Ch} x + \left[ \frac{x^4}{ij} - 1 \right] = 0$$

(4.1)

donde

$$j = \frac{K_L}{EI/L^3} \qquad i = \frac{K_A}{EI/L}$$

$K_L$  rigidez del resorte horizontal

$K_A$  rigidez angular del resorte que restringe el giro de la cimentación.

$x = \omega L$

$\omega$  frecuencia del primero modo

La frecuencia natural de la estructura puede ser escrita como

$$\omega_i = \frac{A_i}{L^2} \sqrt{\frac{EI}{\mu}}$$

(4.2)

Los valores de  $A_i$  dependen de las características de los resortes  $K_A$  y  $K_L$ . Para estimarlos se puede recurrir a los diagramas siguientes; (ref. 1)

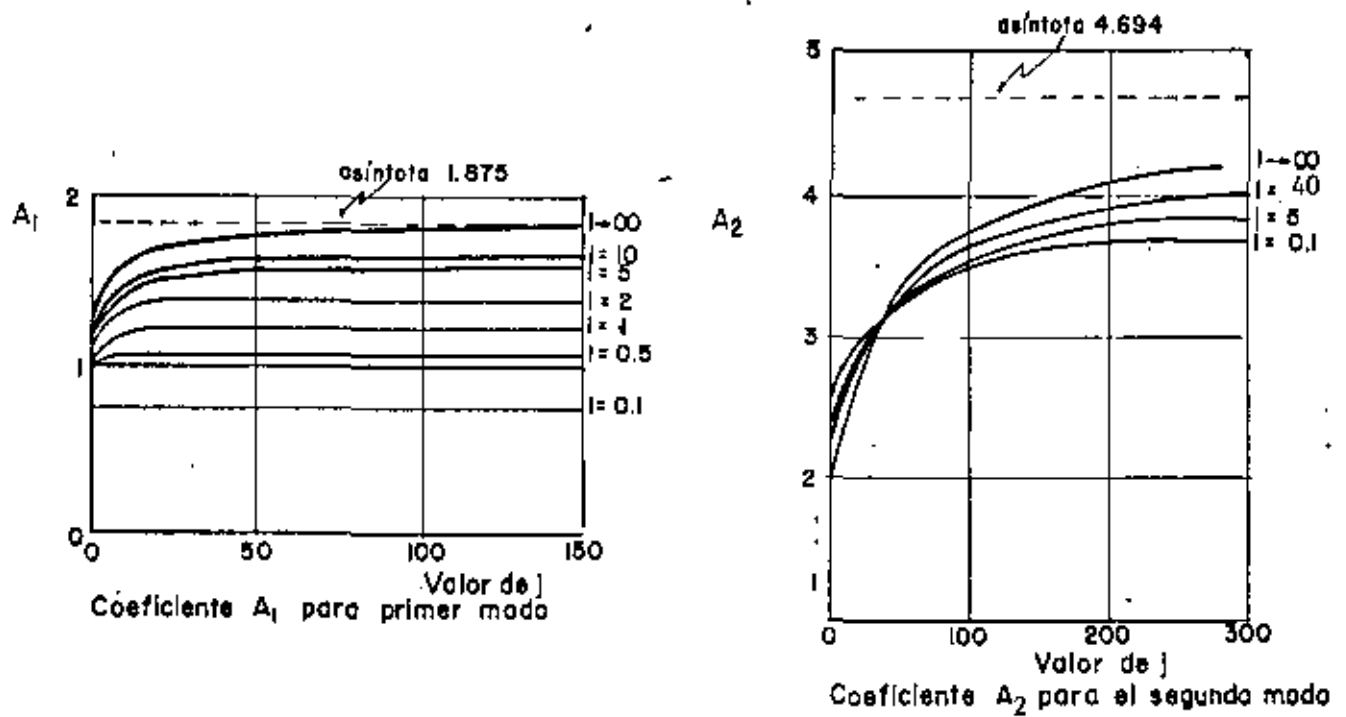


FIG 9

El análisis de este tipo de resultados ha permitido establecer las siguientes condiciones para los análisis dinámicos :

- a) Cuando *i* y *j* son superiores a 10, para el análisis dinámico se puede recurrir al planteamiento del capítulo 3, a fin de estimar períodos formas características y respuesta dinámica, considerando empotrada la estructura.
- b) Cuando  $0.1 < i < 10$  y  $1 < j < 10$  se deberá considerar la interacción suelo-estructura a fin de efectuar el análisis dinámico.
- c) Si  $i < 0.1$  y  $j < 1$ , se recomienda revisar las condiciones de cimentación para alcanzar valores comprendidos en el inciso a) ó b).

Esta última limitación se debe a que la carga crítica vertical de la estructura es sensible a la rigidez de los resortes  $K_A$  y  $K_L$  ; cuando existe  $K_L \neq 0$  y  $K_A$  resulta inferior a:

$$(K_A)_{crit} = \sqrt{PEI} \tan \sqrt{\frac{PL^2}{EI}} \quad (4.3)$$

donde  $P$  es la carga vertical, la viga  $BE$  se vuelve inestable. Así si se establecen las condiciones c) la estructura resulta inestable y tiende a producir desplazamientos grandes al generarse la acción de fuerzas horizontales. Las fuerzas horizontales, al actuar en la sección transversal, y modificar la rigidez, alteran también las frecuencias y modos de la estructura. Para estimar este efecto se utiliza la expresión

$$\omega_p = \frac{A^2}{L^2} \sqrt{\frac{EI}{\mu}} \sqrt{1 - \frac{PL^2}{D^2 EI}} \quad (4.4)$$

donde  $\omega_p$  frecuencia modificada por la fuerza axial  $P$ , coeficiente obtenido de la siguiente gráfica.

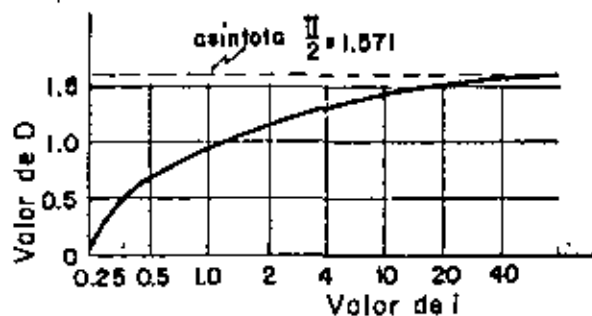


FIG 10

La fuerza axial  $P$  queda definida por el peso por unidad de longitud de la viga ( $BE$ ), multiplicado por la altura  $L$  de la estructura.

En adición a los análisis previos, se debe revisar la estabilidad contra momento de volteo  $M_v$ , calculado a nivel de la cara inferior de la losa inferior de la subestructura.

En cimentaciones por ampliación de base, en las cuales  $d$  es el diámetro exterior medio de la subestructura, es recomendable lograr que :

a) En suelos con capacidad inferior a  $50 \text{ Kg/cm}^2$

$M_v \leq 0.3 Pd$  para zapata circular u octagonal

$M_v \leq$  el menor de  $0.3 \left[ 1 + \left( \frac{d_2}{d_1} \right)^2 \right] Pd$ , ó  $0.375 Pd$  para zapatas anulares, donde  $d_1$  es el diámetro exterior y  $d_2$  el diámetro interior.

b) En suelos con capacidad superior a  $50 \text{ Kg/cm}^2$

$M_v \leq 0.325 Pd$

Cuando en la cimentación se recurre a pilotes se buscará evitar la aparición de tensiones en los pilotes, a menos de que se justifique el anclaje adecuado del pilote a la subestructura, y que el refuerzo sea suficiente.

Es recomendable en este último tipo de cimentación que la distribución de pilotes sea óptima a fin de soportar el momento de volteo, considerando la interacción entre los pilotes que forman a la cimentación. Análisis de grupos de pilotes, mediante algoritmos numéricos, debe efectuarse para verificar que las sobrecargas producidas por fuerzas horizontales sean soportadas sin daño, ni pérdida de capacidad.

### 5. Efecto del cortante y la inercia rotacional

El análisis clásico de (BE) es inadecuado para aquellas vigas en las cuales sus dimensiones de la sección transversal sean grandes. Rayleigh (ref. 2) introdujo el efecto de inercia rotacional y Timoshenko (ref. 3 y 4) consideró, en adición, el efecto de la distorsión producida por cortante.

Las ecuaciones acopladas para el desplazamiento total  $v$ , y la pendiente producida por flexión  $\psi$ , desarrolladas por Timoshenko son :

$$EI \frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + k \left( \frac{\partial v}{\partial x} - \psi \right) AG - \frac{\gamma}{g} \frac{\partial^2 \psi}{\partial t^2} = 0 \quad (5.1)$$

$$\frac{\gamma A}{g} \frac{\partial^2 v}{\partial t^2} - k \left( \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} - \frac{\partial \psi}{\partial x} \right) AG = 0$$

Huang (ref. 5) desacopló las expresiones anteriores, obteniendo

$$EI \frac{\partial^4 v}{\partial x^4} + \frac{\gamma A}{g} \frac{\partial^2 v}{\partial t^2} - \left( \frac{\gamma I}{g} + \frac{EI \gamma}{gkG} \right) \frac{\partial^4 v}{\partial x^2 \partial t^2} + \frac{\gamma I}{g} \frac{\gamma}{gkG} \frac{\partial^4 v}{\partial t^4} = 0$$

$$EI \frac{\partial^4 \psi}{\partial x^4} + \frac{\gamma A}{g} \frac{\partial^2 \psi}{\partial t^2} \frac{\partial^2 \psi}{\partial t^2} - \left( \frac{\gamma I}{g} + \frac{EI \gamma}{gkG} \right) \frac{\partial^4 \psi}{\partial x^2 \partial t^2} + \frac{\gamma I}{g} \frac{\gamma}{gkG} \frac{\partial^4 \psi}{\partial t^4} = 0 \quad (5.2)$$

- donde:
- E módulo de elasticidad
  - G módulo de rigidez al cortante
  - I momento de inercia de la sección transversal
  - A área de la sección transversal
  - $\gamma$  peso por unidad de volumen
  - k constante del factor de forma de la sección
  - g aceleración de la gravedad

Haciendo  $v = T e^{ipt}$   $T, \psi$  formas modales  
 $\psi = \psi e^{ipt}$   $p$  frecuencia angular  
 $\xi = x/L$   $i = \sqrt{-1}$

Las ecuaciones (5.2) se transforman en :

$$\frac{\partial^4 \psi}{\partial (\frac{x}{L})^4} + b^2 (r^2 + s^2) \frac{\partial^2 \psi}{\partial (\frac{x}{L})^2} - b^2 (1 - b^2 r^2 s^2) \psi = 0 \tag{5.3}$$

$$\frac{\partial^4 \psi}{\partial (\frac{x}{L})^4} + b^2 (r^2 + s^2) \frac{\partial^2 \psi}{\partial (\frac{x}{L})^2} - b^2 (1 - b^2 r^2 s^2) \psi = 0$$

donde  $b^2 = \frac{1}{EI} \frac{\gamma A}{g} L^4 p^2$  ;  $r^2 = \frac{1}{AL^2}$  ;  $s^2 = \frac{EI}{kAGL^2}$

A partir de estas expresiones y al considerar las condiciones de frontera siguientes :

para  $\xi = 0$   $T(0) = 0,$   $\psi(0) = 0$

$\xi = 1$   $\frac{1}{L} T'(1) - \psi(1) = 0,$   $\psi'(1) = 0$

Se obtiene la ecuación característica

$$2 + [b^2 (r^2 - s^2) + 2] \operatorname{Ch} b \alpha \cos b \beta - \frac{b(r^2 + s^2)}{\sqrt{1 - b^2 r^2 s^2}} \operatorname{Sh} b \alpha \operatorname{sen} b \beta = 0$$

donde  $\alpha = \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{+(r^2 + s^2) + \sqrt{(r^2 - s^2)^2 + \frac{4}{b^2}}}$  (5.4)

Las formas características de los modos correspondientes quedan descritas por :

$$\begin{aligned} T &= D \left[ \text{Ch } b\alpha\xi - \lambda\zeta\delta; \text{Sh } b\alpha\xi - \cos b\beta\xi + \delta \text{ sen } b\beta\xi \right] \\ \Psi &= H \left[ \text{Ch } b\alpha\xi + \frac{\theta}{\lambda\zeta} \text{Sh } b\alpha\xi - \cos b\beta\xi + \theta \text{ sen } b\beta\xi \right] \end{aligned} \quad (5.5)$$

donde

$$\delta = \frac{\frac{1}{\lambda} \text{Sh } b\alpha - \text{sen } b\beta}{\zeta \text{Ch } b\alpha + \cos b\beta} \quad \theta = - \frac{\lambda \text{Sh } b\alpha + \text{sen } b\beta}{\frac{1}{\zeta} \text{Ch } b\alpha + \cos b\beta}$$

$$\lambda = \frac{\alpha}{\beta} \quad \zeta = \frac{\alpha^2 + r^2}{\alpha^2 + s^2} = \frac{\beta^2 - s^2}{\beta^2 - r^2}$$

A partir de los resultados previos se pueden obtener

- 1o El desplazamiento total  $v = \sum_{i=1}^{\infty} a_i T_i e^{\sqrt{-1} p_i t} + \epsilon_i$
- 2o La pendiente generada por flexión  $\psi = \sum_{i=1}^{\infty} \bar{a}_i \Psi_i e^{\sqrt{-1} p_i t} + \xi_i$
- 3o La pendiente producida por cortante  $\phi = \frac{\partial v}{\partial x} - \psi$
- 4o El momento flexionante  $M = -EI \frac{\partial \psi}{\partial x}$
- 5o La fuerza cortante  $Q = k \phi AG$

Las constantes  $a_i$ ,  $\epsilon_i$ ,  $\bar{a}_i$ ,  $\xi_i$ , se valúan en términos de las condiciones iniciales de las vibraciones libres en estudio



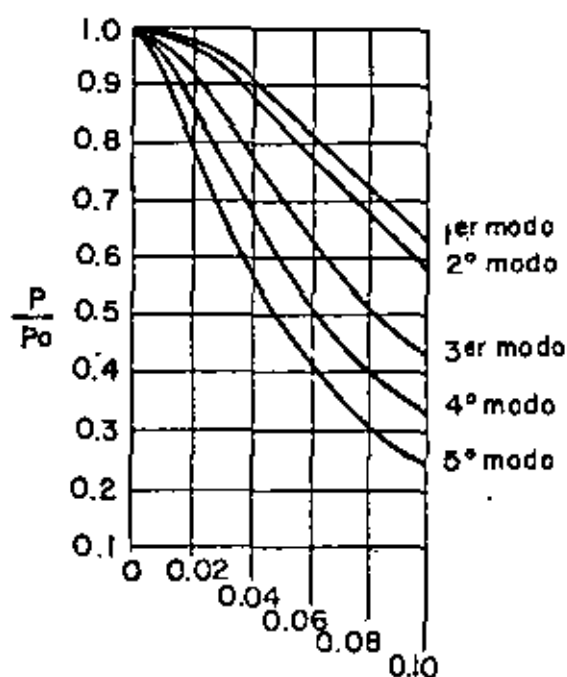


Fig. 11

Relación entre la frecuencia de la viga BE ( $P_0$ ) y la de Timoshenko ( $P$ )

Si  $r = 0.02$  se obtiene

Modo	Primero	Segundo	Tercero	Cuarto	Quinto	notacion
$P/P_0$	0.985	0.975	0.930	0.883	0.835	$p$ frecuencia con cortante
% error	2	3	8	13	20	$P_0$ frecuencia (BE)

A fin de ilustrar el efecto de la inercia rotacional y el cortante, a continuación se muestran resultados obtenidos al aceptar

$$\frac{E}{kG} = 4 \quad s=25 \text{ en piezas de acero}$$

en el cálculo de los cinco primeros modos

Por lo que respecta a la forma distorsionada de la estructura, en la figura siguiente se muestra el efecto de la inercia rotacional y el cortante.

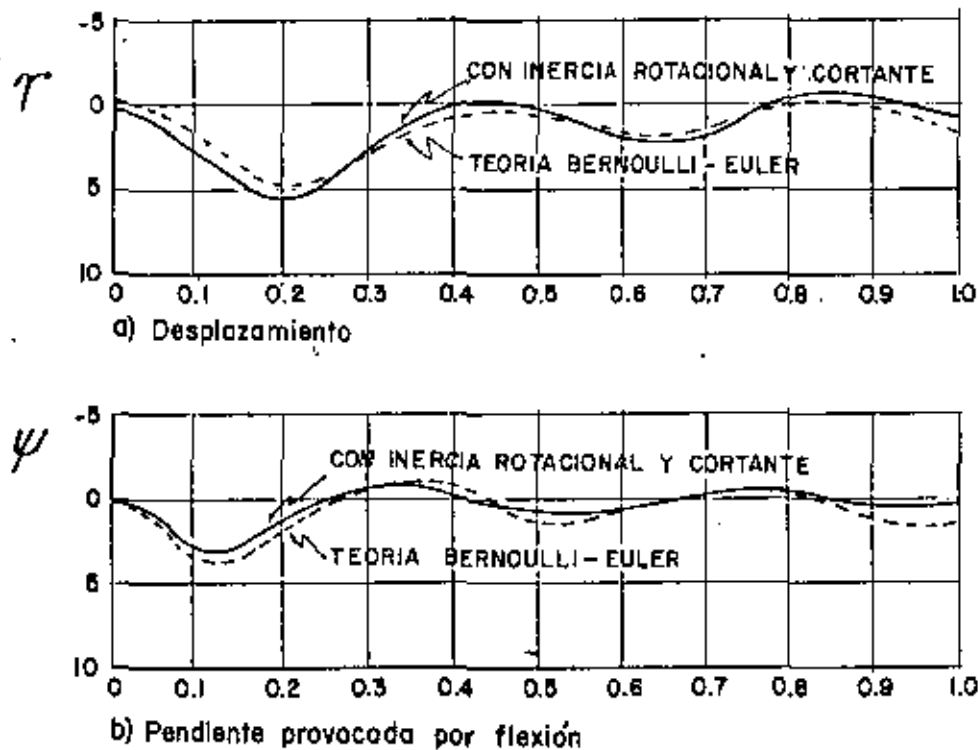


FIG. II

Planteamientos recientes (ref. 6) en vigas donde se considera la aparición de amortiguamiento de un sólido viscoelástico muestran la posibilidad de incluir estos efectos en el análisis dinámico de estructuras esbeltas.

#### 6. Influencia del cambio en momento de inercia

En ocasiones las chimeneas y torres se hacen con momento de inercia variable con la altura, ocasionado por el cambio en diámetro y espesor de la pared.

En este caso, el análisis dinámico parte de la ecuación diferencial (3.1), y mediante métodos numéricos se encuentra la solución al problema de definir las frecuencias y formas características

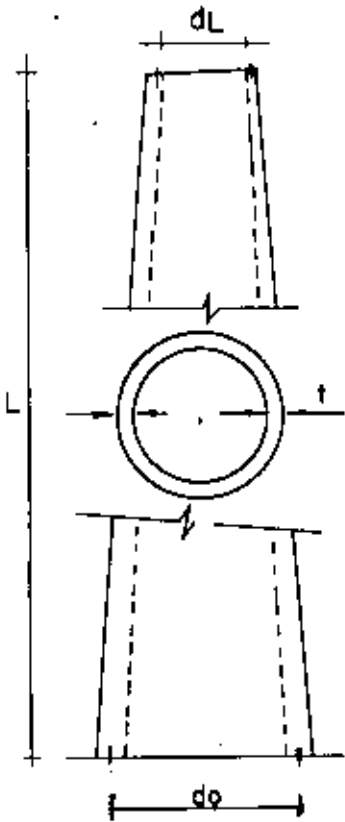
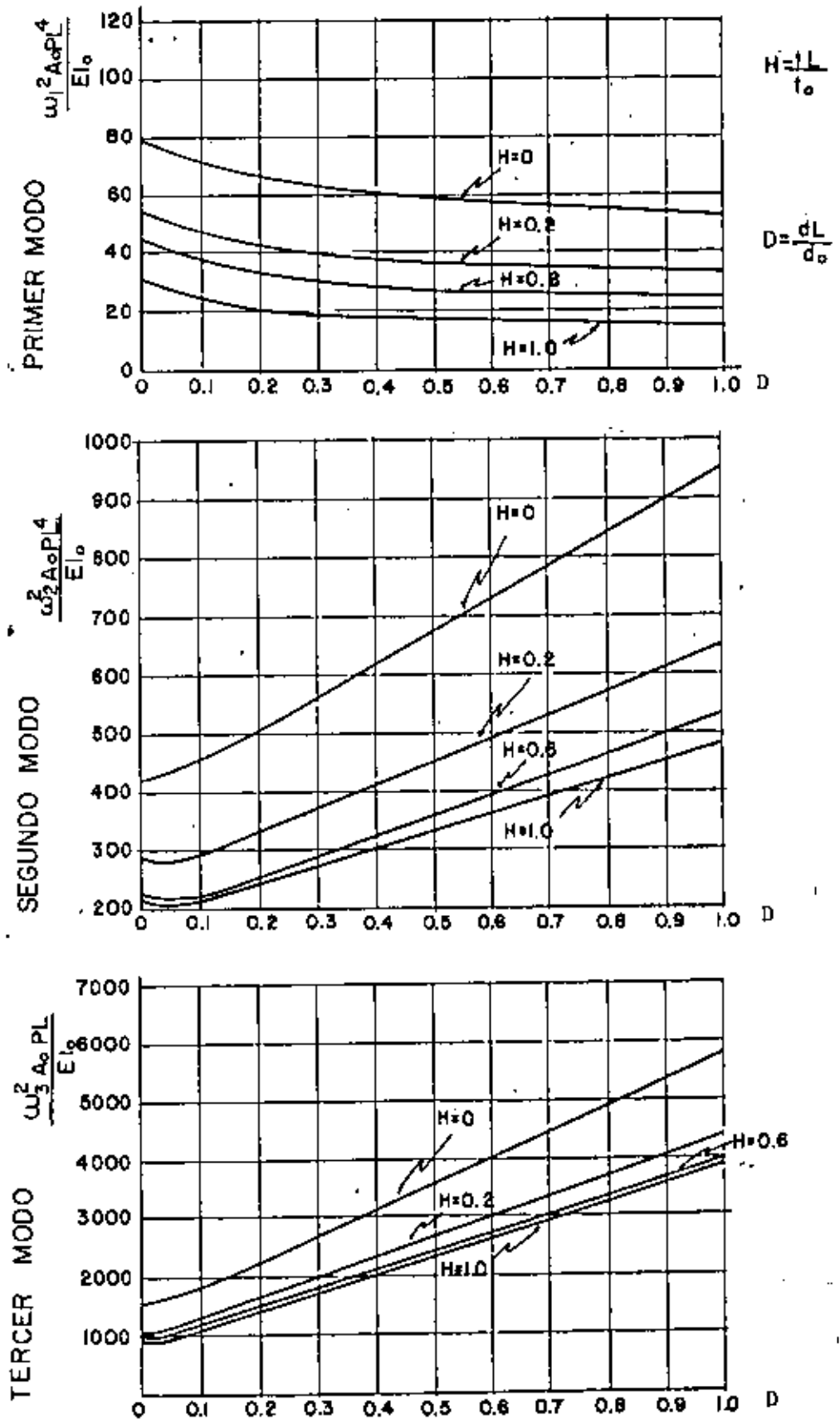


FIG 12  
Curvas para obtener las frecuencias naturales de los modos de vibrar



En la referencia 7 se proporcionan tablas de desplazamientos y sus primeras y segundas derivadas de las formas modales así como las frecuencias correspondientes. En la fig. 13 se condensan los resultados para estructuras cónicas truncadas de espesor linealmente variable, que permiten definir las frecuencias de los tres primeros modos de vibrar.

Para chimeneas con porción cilíndrica y cónica, usualmente se recurre a buscar una chimenea de diámetro constante,  $d_s$ , igual al de la porción cilíndrica y se usa una altura equivalente.

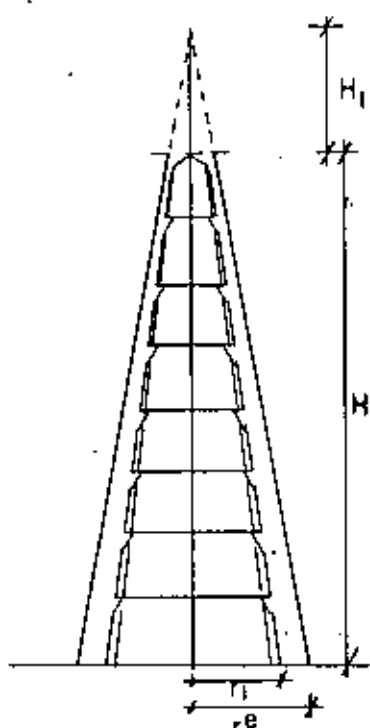
$$H_e = H_i + H_s \left( \frac{2d_s}{d_s + d_b} \right)^2 \quad (6.1)$$

donde

- $H_e$  altura equivalente
- $H_i$  altura del cono inferior
- $H_s$  altura del cilindro
- $d_s$  diámetro medio de la parte cilíndrica
- $d_b$  diámetro medio en la base de la chimenea

## 7. Influencia de la distribución de masa

En torres y chimeneas puede suceder que se presenten masas concentradas a lo largo del eje de la chimenea o torre. Esto puede alterar notablemente la idealización de la estructura y conducir a sistemas masa-resorte, en las cuales sea necesario recurrir a métodos numéricos para resolver el problema de valores característicos. En la fig. 13 se muestra la idealización común de una chimenea con muros de aislamiento sobre ménsulas. En estas estructuras el



$$C_1 = \frac{H_1}{H}$$

$$M = 9.8117 \frac{T_s^2}{m}$$

$$1.7691M$$

$$2.0560M$$

$$2.3636M$$

$$2.6918M$$

$$3.0407M$$

$$3.4103M$$

$$3.8005M$$

$$\Sigma M = 20.132M$$

análisis se realiza concentrando la masa del fuste, el muro de aislamientos y las ménsulas en la posición de estas últimas.

Los tramos de fuste, que funcionan como resortes equivalentes, presentan desplazamientos, rotaciones y momentos flexionantes y fuerzas cortantes que son descritos por las siguientes matrices de transferencia:

### a) Vigas Bernoulli-Euler

$$\begin{bmatrix} -v \\ \psi \\ M \\ T \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & -\frac{1}{GA} \\ 0 & 0 & \frac{1}{EI} & 0 \\ 0 & -\mu\rho^2\omega^2 & 0 & 1 \\ \mu\omega^2 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -v \\ \psi \\ M \\ T \end{bmatrix}_{i-1} \quad (7.1)$$

donde

$i$ , sección en la que se valúan los elementos mecánicos

$v, \psi, M, T$  desplazamiento, giro, momento y fuerza cortante

$\rho$  radio de giro de la sección transversal

$\omega$  frecuencia circular de vibración

$\mu$  masa por unidad de longitud

b) Vigas de Timoshenko sometidas a fuerza axial

$$\begin{bmatrix} -v \\ \psi \\ M \\ T \end{bmatrix}_i = \begin{bmatrix} C_0 - \sigma C_2 & l [C_1 - (\sigma + \tau) C_3] & a C_2 & \frac{al}{\beta^4} [-\sigma C_1 + (\beta^4 + \sigma^2) C_3] \\ \frac{\beta^4}{I} C_3 & C_0 - \tau C_2 & \frac{a}{l} (C_1 - \tau C_3) & a C_2 \\ \frac{\beta^3}{a} C_2 & \frac{1}{a} [-\tau C_1 + (\beta^4 + \tau^2) C_3] & C_0 - \tau C_2 & l [C_1 - (\sigma + \tau) C_3] \\ \frac{\beta^4}{al} (C_1 - \sigma C_3) & \frac{\beta^4}{a} C_2 & \frac{\beta^4}{l} C_3 & C_0 - \sigma C_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -v \\ \psi \\ M \\ T \end{bmatrix}_{i-1}$$

donde

$$a = \frac{l^2}{EI} \quad C_0 = A (\lambda_2^2 \operatorname{Ch} \lambda_1 + \lambda_1^2 \cos \lambda_2) \quad (7.2)$$

$$\beta^4 = \frac{\mu \omega^2}{EI} l^4 \quad C_1 = A \left( \frac{\lambda_2^2}{\lambda_1} \operatorname{Sh} \lambda_1 + \frac{\lambda_1^2}{\lambda_2} \operatorname{sen} \lambda_2 \right)$$

$$\sigma = \frac{\mu \omega^2}{GA} l^2 \quad C_2 = A (\operatorname{Ch} \lambda_1 - \cos \lambda_2)$$

$$\tau = \frac{Pl^2}{EI} + \frac{\rho^2 \mu \omega^2}{EI} l^2 \quad C_3 = A \left( \frac{1}{\lambda_1} \operatorname{Sh} \lambda_1 - \frac{1}{\lambda_2} \operatorname{sen} \lambda_2 \right)$$

$$\lambda_1 = \frac{l}{2} \sqrt{\beta^4 + \frac{1}{4} (\sigma - \tau)^2 + \frac{1}{2} (\sigma + \tau)} \quad \Lambda = \frac{1}{\lambda_1^2 + \lambda_2^2}$$

$l$  es la longitud entre las secciones  $i$  y  $i-1$

$P$  es la fuerza normal media en el tramo

$G$  módulo de rigidez al esfuerzo cortante

$A$  área de la sección transversal

Se observa que el cálculo de las constantes de resorte resulta muy laborioso, cuando se incluye el efecto de inercia rotacional, fuerza cortante y fuerza normal.

Conocidas las masas y las constantes de resorte se plantean las ecuaciones del movimiento reducidas y se obtienen los valores característicos y las formas modales correspondientes.

En la práctica es común recurrir al método de Newmark para valuar las constantes de resorte; para resolver la ecuación de frecuencias y obtener los modos naturales, se recurre a programas que resuelven el problema en ordenadores digitales. Así, para una chimenea de 80m de altura, cuya distribución de masas aparece en la fig. 3, se obtuvieron las frecuencias, períodos y factores de participación de modo que aparecen en la siguiente tabla

Modo	Frecuencia ( $\frac{\text{rad}}{\text{seg}}$ )	Período (seg)	Coefficiente de participación modal
1°	3.4756	1.807766	.0.845840
2°	15.3280	0.409913	-0.028441
3°	38.2289	0.164356	-0.003048
4°	71.8242	0.087482	-0.000645
5°	115.7396	0.054287	+0.000196
6°	168.0762	0.037382	+0.000075
7°	225.5712	0.027854	+0.000035
8°	295.8688	0.021236	-0.000020

Se observa que la participación de los modos superiores es poco significativa en la respuesta, debido a la diferencia notable en los coeficientes de participación modal.

Por ello, en ocasiones para estimar el período del primer modo se recurre al método de Dunkerly en el cual

$$\omega_1 \leq \frac{1}{\sqrt{\sum_{i=1}^n m_i v_i^2}} \quad (7.3)$$

donde

$m_i$  es la  $i$ -ésima masa

$v_i$  el desplazamiento de la chimenea, en la  $i$ -ésima masa, al ser sometida a la acción de su peso propio

Estudios en más de 40 chimeneas mostraron que el período natural del primer modo varía linealmente con la altura, una vez que se definen  $H$ ,  $r_e$  y  $c$ , obteniéndose valores comprendidos entre

$$0.008 H < T < 0.020H \quad (7.4)$$

donde

$T$  período natural en seg.

$H$  altura de la chimenea, en m.

## 8. Consideraciones sobre análisis sísmico

La respuesta de torres y chimeneas es compleja con aspectos dinámicos importantes. Existen demasiadas incógnitas para predecir con certidumbre la respuesta de estas estructuras bajo la acción de sismos futuros.

Se tiene que depender en aspectos cualitativos, en los cuales el buen juicio debe estar presente y de análisis cuantitativos de respuesta en base a sismos registrados en el pasado.

Normalmente el ingeniero recurre a simplificaciones contenidas en reglamentos, como el del diseño en el Distrito Federal, o al SEAOC en los cuales se establecen espectros de diseño en base a los cuales se define la respuesta estructural.

En lo que se sigue se presenta un análisis simplificado y la secuencia de análisis dinámico comúnmente usada en nuestro medio.



Las torres y chimeneas se analizarán de manera independiente en dos direcciones ortogonales, y se verificará que las estructuras sean capaces de resistir cada una de estas condiciones por separado.

En la revisión se deberá buscar los desplazamientos, y elementos mecánicos en diversas secciones transversales, así como las aceleraciones que se presentan en los conos de aislamiento. Se revisarán además las condiciones de estabilidad de la cimentación, para ello se dispone de los siguientes procedimientos.

- a) Estático equivalente
- b) Dinámico espectral
- c) Dinámico bajo la acción de sismos registrados

El primer procedimiento basado en la experiencia obtenida al resolver decenas de chimeneas, es aplicable cuando la cimentación satisface las condiciones descritas en el cap. 4, cuando  $i$  y  $j$  son superiores a 10.

Para fines de diseño inicial, se aceptará la existencia de una carga estática que actúe lateralmente contra la chimenea, con una distribución bilineal definida a continuación :

- a) En la base, la fuerza será nula. Aumenta linealmente con la altura hasta  $0.3H$ , donde la carga será igual al 15% del valor máximo en la parte superior de la chimenea y es igual, a la altura  $0.3H$ , a  $0.35 C_M W/H$ , siendo  $C_M$  el coeficiente sísmico mínimo,  $W$ , el peso total de la chimenea sobre la cimentación y  $H$  la altura total de la chimenea.
- b) Desde  $0.3 H$  hasta  $H$ , se aceptará otra variación lineal de la fuerza sísmica, con un valor máximo en la parte superior, igual a  $2.35 C_M W/H$ .

La distribución de fuerzas cortantes y momentos flexionantes, así como los desplazamientos horizontales, se estimarán en base a la distribución bilineal antes descrita.

El momento de volteo en la base de la chimenea resulta próximo a  $M_V = C_M W H / \sqrt{2.15}$

Cuando no exista mejor información, es posible estimar el valor de  $C_M$ , en base a la siguiente tabla, en la que aparecen las cuatro regiones sísmicas en las que se ha dividido el país.

Zona sísmica	A	B	C	D
Coefficiente $C_M$	0.03	0.06	0.09	0.18

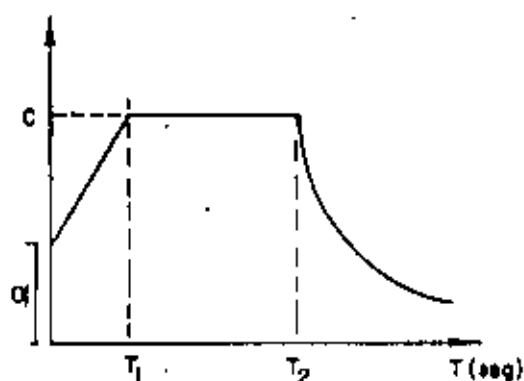
El análisis dinámico espectral, considera a las estructuras como sistemas masas-resortes, en los cuales se aplican aceleraciones definidas por espectros de diseño. Este procedimiento es válido cuando las condiciones de cimentación tienen  $i$  y  $j$  mayores a 10, y considera tres tipos de suelos.

Tipo I      Terreno firme, similar a conglomerados compactos, areniscas medianamente cementadas, o arcillas compactas.

Tipo II     Suelos de baja rigidez, como arenas sin cementar, limos de mediana o alta compacidad ó arcillas de mediana compacidad.

Tipo III    Arcillas blandas muy compresibles

Los coeficientes de diseño sísmico se definen mediante espectros cuyas características se describen en la tabla siguiente.



Forma del espectro

Fig. 14

Zona Sísmica	Tipo de Suelo	C	T <sub>1</sub>	T <sub>2</sub>	α
A	I	0.10	0.40	0.60	0.05
	II	0.16	0.75	1.50	
	III	0.21	1.00	2.50	
B	I	0.21	0.40	0.60	0.10
	II	0.26	0.75	1.50	
	III	0.31	1.00	2.50	
C	I	0.31	0.30	0.50	0.15
	II	0.29	0.60	1.20	
	III	0.47	0.80	2.20	
D	I	0.62	0.20	0.40	0.30
	II	0.73	0.40	1.00	
	III	0.83	0.60	2.00	
			seg	seg.	

Se considera que las zonas del espectro, en cada intervalo, queda definida en forma por las expresiones :

$$C_D = \alpha + (c - \alpha) \frac{T}{T_1}, \quad \text{si } T < T_1$$

$$C_D = C \quad \text{si } T_1 \leq T < T_2$$

$$C_D = C \left( \frac{T_2}{T} \right) \quad \text{si } T > T_2$$

donde  $T$  es el período natural de alguno de los modos de vibración, en seg.

Ya que en estos espectros se han considerado efectos inelásticos, considerando una ductilidad definida por un factor de ductilidad  $Q = 2$ , solo los momentos flexionantes y fuerzas cortantes se dividirán entre 2 si  $T > T_1$ .

ó entre  $1 + T/T_1$  en caso contrario.

Finalmente el procedimiento de análisis dinámico bajo la acción de sismos registrados es aconsejable para aquéllas estructuras en las cuales debe considerarse la interacción suelo-estructura, como puede verse en la ref. 8.

### 9. Análisis dinámico simplificado

A fin de ilustrar la aplicación del procedimiento espectral simplificado, existe un programa elaborado en el Instituto de Ingeniería, UNAM, que permite realizar el análisis dinámico modal de chimeneas, siguiendo la siguiente secuencia :

- a) Calcula el volumen de fuste y de las mensulas y lo multiplica por la masa específica para definir la masa asociada a cada ménsula.
- b) Obtiene la masa de los conos de aislamiento y la agrega a la masa de la estructura en cada ménsula.
- c) Calcula la matriz de rigideces del sistema de resortes equivalentes, recurriendo al método de Newmark
- d) Resuelve el problema de valores característicos y define las frecuencias y modos naturales de vibración
- e) Obtiene la respuesta, a partir de un espectro de diseño, pudiendo seguir cualquiera de los siguientes criterios:

$$R_1 = \sqrt{\sum_{i=1}^n R_i^2}$$

$$R_2 = \left| \sum_{i=1}^n R_i \right|$$

$$R_3 = (R_1 + R_2)/2$$

- f) Calcula momentos flexionantes, fuerzas cortantes y desplazamientos y los grafica automáticamente.

A continuación se muestran los resultados obtenidos en el análisis dinámico modal de una chimenea de concreto de 80 m. de altura, de sección variable, con un radio exterior en la base de 4.625 m y un radio interior en la base igual a 4.125 m. Se considera  $H_1 = 202$  m para el cono exterior y 246.4 m en el cono interior. En el análisis se aceptó  $E = 2.51 \text{ T/m}^2$ ,  $\nu = 0.15$ ; un peso volumétrico del fuste de  $2.4 \text{ T/m}^3$  y una resistencia del concreto igual a  $2500 \text{ T/m}^2$ .

Se dividió a la chimenea en 8 tramos de 10 m colocando muros aislantes con un peso de  $2.3 \text{ T/m}^3$  y en el recubrimiento exterior;  $2 \text{ T/m}^3$ . Para el mortero se consideró  $0.55 \text{ T/m}^3$ . El ancho del tabique refractario se consideró de 23 cm; el ancho del recubrimiento adicional de 0.065 m. y 0.003 m de mortero.

El análisis modal proporcionó los siguientes resultados

Modo	Frecuencia	Período	Coefficientes de Participación Modal
1	5.4415	1.1547	+ 0.405973
2	25.9263	0.2423	+ 0.0112654
3	61.9485	0.1043	- 0.001328
4	97.8793	0.0642	+ 0.000450
5	116.2822	0.0540	- 0.000022
6	128.9721	0.0487	- 0.0000048
7	149.9023	0.0419	- 0.0000005
8	189.8007	0.0331	+ 0.00000001

Se seleccionó un espectro de diseño correspondiente a la zona D, con un suelo tipo II, considerando un valor máximo de  $C = 0.730$  y se empleó un factor de ductilidad igual a 2.

Se hicieron análisis comparativos considerando la participación de 1 hasta 8 modos, y se calcularon las respuestas  $R_1$ ,  $R_2$  y  $R_3$ , las cuales aparecen en las siguientes tablas:

## Desplazamientos máximos en las masas

Masa	Un solo modo			Todos los modos		
	$R_1$	$R_2$	$R_3$	$R_1$	$R_2$	$R_3$
1	0.4327	0.4327	0.4327	0.4328	0.4446	0.4387
2	0.3518	0.3518	0.3518	0.3518	0.3568	0.3543
3	0.2723	0.2723	0.2723	0.2723	0.2732	0.2727
4	0.1974	0.1974	0.1974	0.1974	0.2017	0.1996
5	0.1307	0.1307	0.1307	0.1308	0.1361	0.1335
6	0.0755	0.0755	0.0755	0.0756	0.0805	0.0781
7	0.0343	0.0343	0.0343	0.0344	0.0376	0.0360
8	0.0089	0.0089	0.0089	0.0089	0.0100	0.0094

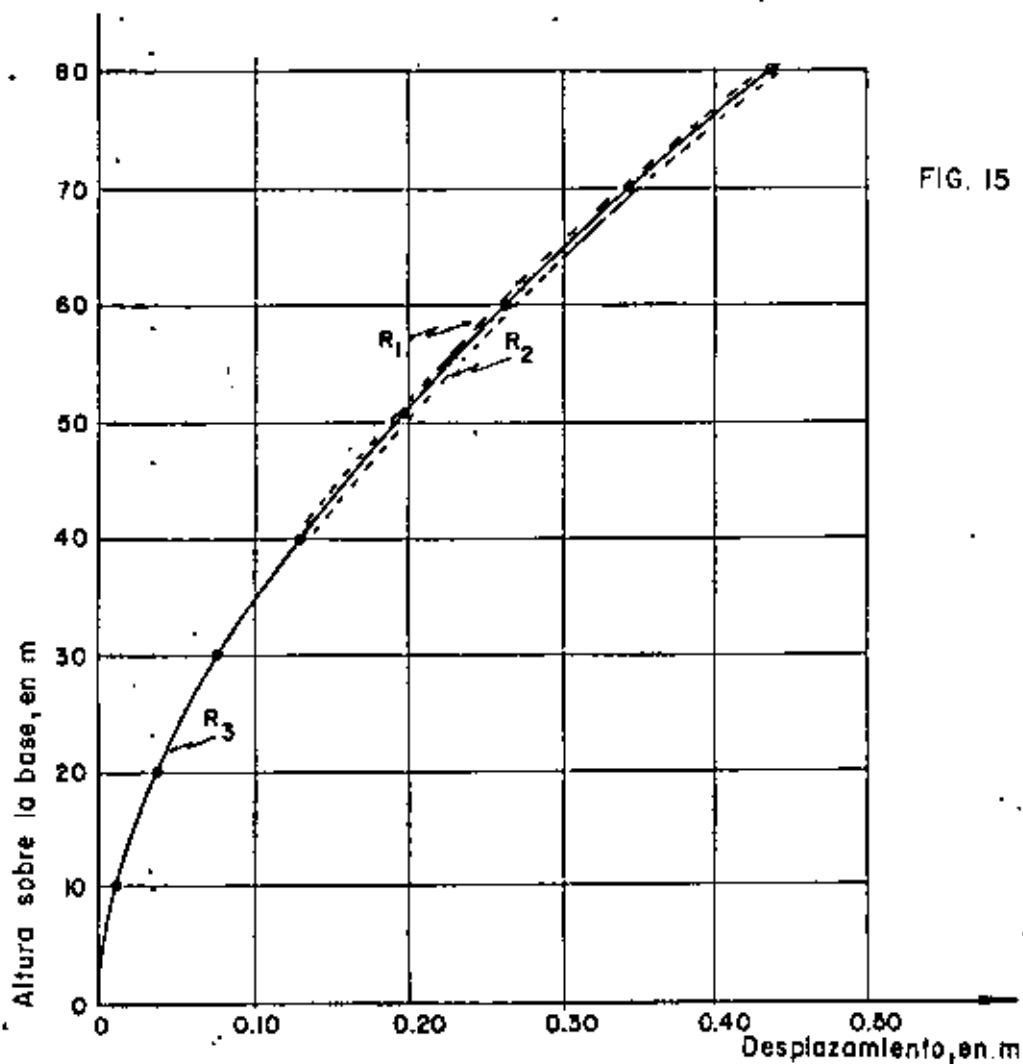


FIG. 15

Variación de los desplazamientos con la altura, con los tres tipos de respuesta.

Momentos flexionantes en las masas

Masa	Un solo modo			Todos los modos		
	$R_1$	$R_2$	$R_3$	$R_f$	$R_2$	$R_3$
1	0	0	0	0	0	0
2	355.5	355.5	355.5	474.6	909.6	692.1
3	2042	2042	2042	2327	3718	3022
4	4884	4884	4884	5197	7051	6124
5	8660	8660	8660	8878	10960	9919
6	13120	13120	13120	13200	15120	14160
7	18020	18020	18020	18020	18870	18450
8	23130	23130	23130	23200	25270	24230
BASE	28300	28300	28300	28560	33500	31030

En ton-m

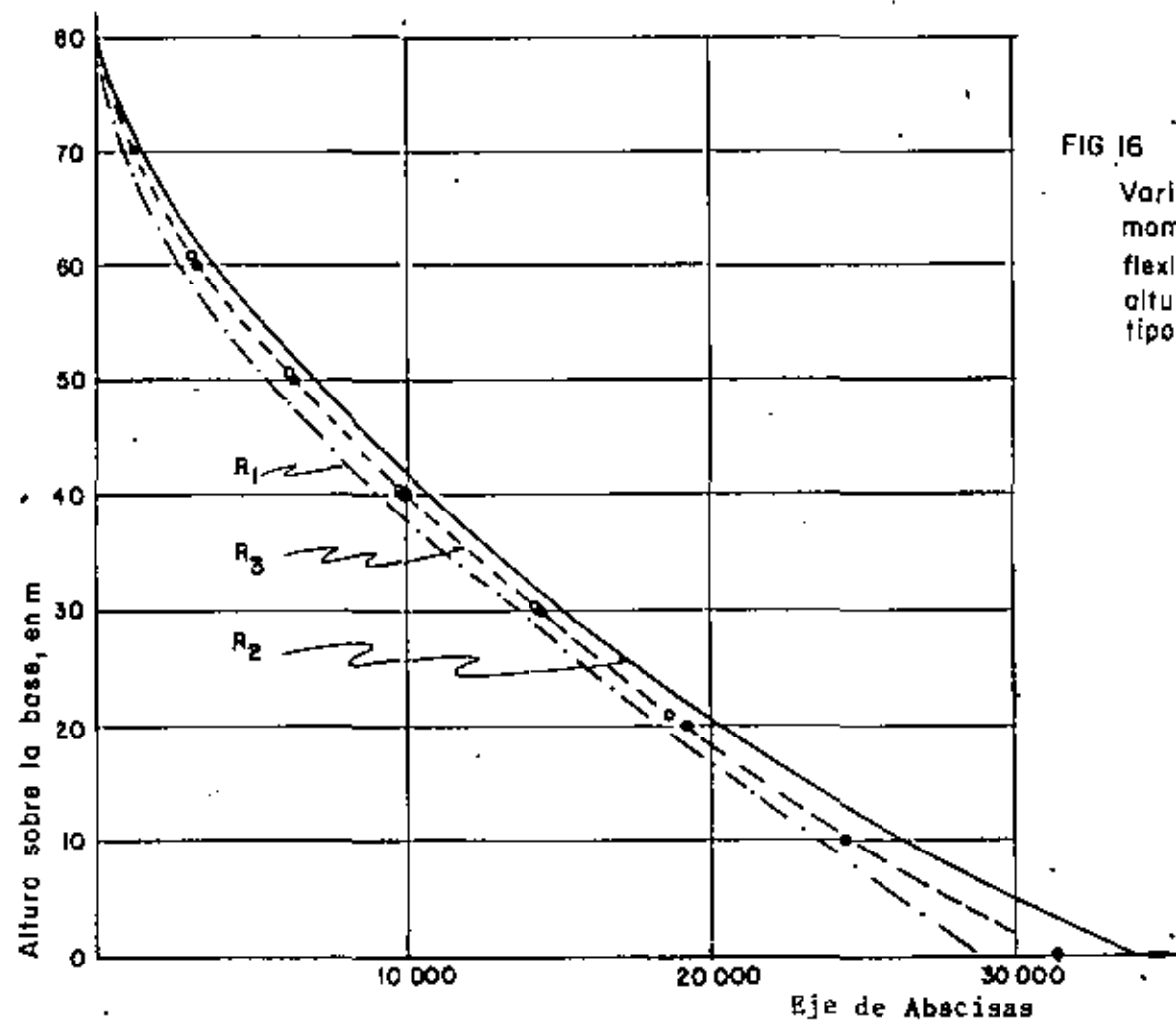


FIG 16

Variación del momento flexionante con la altura, con los tres tipos de respuesta

Momento flexionante en Ton-m

Finalmente, para la variación de la fuerza cortante se obtuvieron los siguientes resultados, en toneladas.

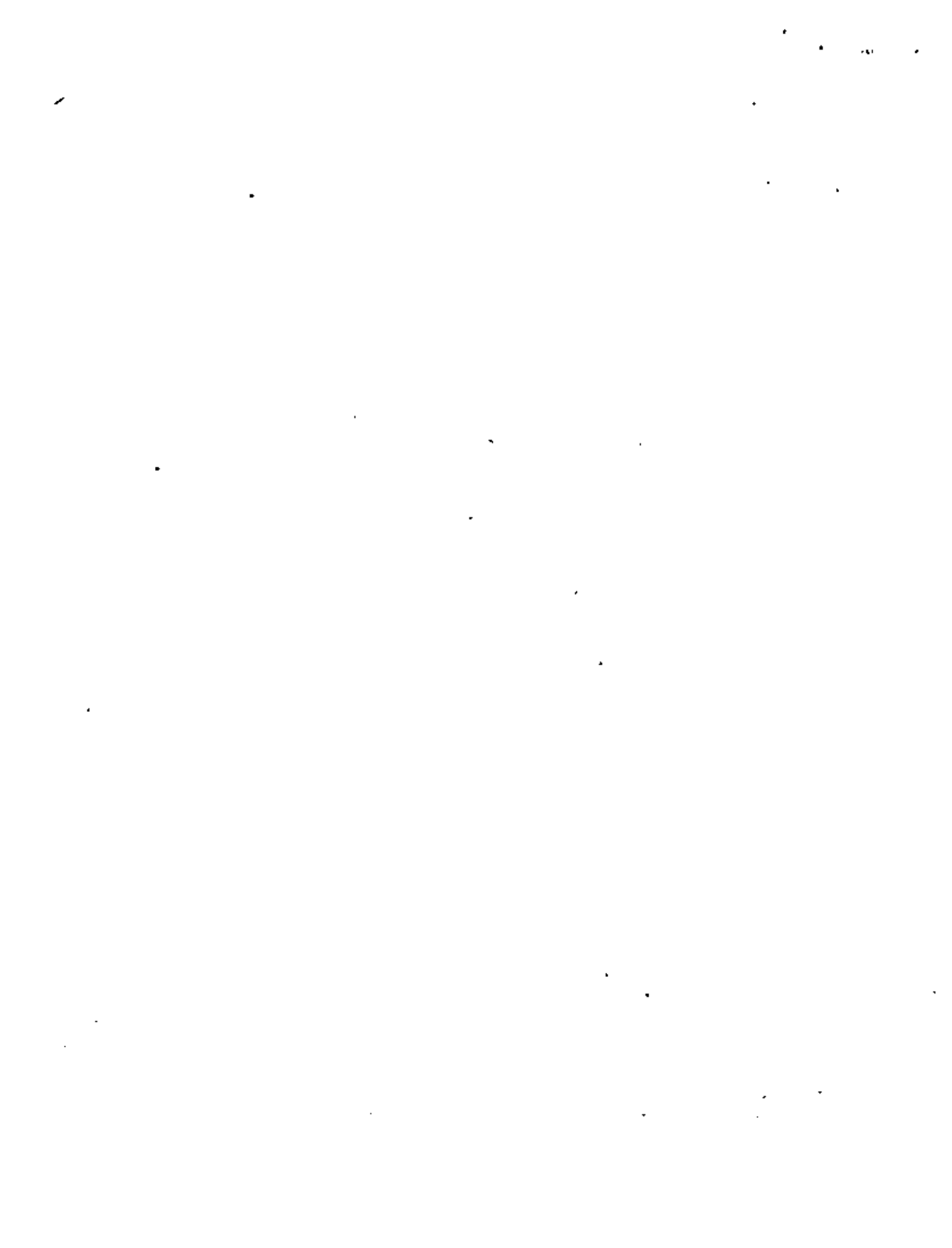
Masa	Un solo modo			Todos los modos		
	R <sub>1</sub>	R <sub>2</sub>	R <sub>3</sub>	R <sub>1</sub>	R <sub>2</sub>	R <sub>3</sub>
1	0	0	0	0	0	0
2	35.55	35.55	35.55	47.46	90.96	69.21
3	168.7	168.7	168.7	187.4	280.9	234.1
4	284.2	284.2	284.2	294.2	392.8	343.5
5	377.6	377.6	377.6	381.1	464.1	422.6
6	446.0	446.0	446.0	452.1	574.2	513.1
7	489.6	489.6	489.6	507.9	651.1	582.5
8	511.3	511.3	511.3	545.6	780.3	662.9
BASE	517.4	517.4	517.4	563.3	883.3	723.3

## 10. Referencias

1. Ciesielski, R. et al: "Behälter, Bunker, Silos, Schornsteine, Fernsehtürme und Freileitungsmaste. W. Ernst & Sons. 1970.
2. Lord Rayleigh: "Theory of Sound". Mc Millan Co. N. Y. pp 293-294
3. Timoshenko, S. P.: "On the Correction for Shear of the Differential equation for transverse vibrations of prismatic bars" Phyl. Mag. Vol 41, 1921.
4. Timoshenko, S. P.: "On the Transverse Vibrations of Bars of Uniform Cross Sections". Phyl. Mag. serie 6, vol 43, 1922, pp 125-131
5. Huang, T. C.: "The Effect of Rotatory Inertia and of Shear Deformation on the frequency and normal mode equations of Uniform Beams with Simple end Conditions". J. Applied Mech. Trans. ASME. Dec. 1961, pp 579.



6. De Silva, C. W.: "Dynamic Beam model with Internal Damping, Rotatory Inertia and Shear Deformation". AIAA Journal, Vol. 14, No. 5, 1978, pp 676-680
7. Housner, G W., Keightey, W. O.: "Vibrations of linearly tapered Cantilever Beams". Trans. ASCE, 128, 1963, pp 1020-1048.
8. Novak, M: "Effect of Soil on Structural response to Wind and Earthquake" Pub. BLWT-5, 1973. University of Waterloo, Canada.





centro de educación continua  
división de estudios de posgrado  
facultad de ingeniería unam



VI CURSO INTERNACIONAL DE INGENIERIA SISMICA

DISEÑO SISMICO DE ESTRUCTURAS ESPECIALES

ANALISIS Y DISEÑO SISMICO DE MUROS DE RETENCION

ARTURO ARIAS SUAREZ

FRANCISCO J SANCHEZ SESMA

AGOSTO, 1980

1. The first part of the document discusses the importance of maintaining accurate records of all transactions and activities. It emphasizes the need for transparency and accountability in financial reporting.

2. The second part of the document outlines the various methods and techniques used to collect and analyze data. It includes a detailed description of the experimental procedures and the tools used for data collection.

3. The third part of the document presents the results of the study. It includes a series of tables and graphs that illustrate the findings of the research. The data shows a clear trend in the relationship between the variables being studied.

4. The fourth part of the document discusses the implications of the findings. It highlights the potential applications of the research in various fields and the need for further investigation in this area.

5. The final part of the document provides a conclusion and a list of references. It summarizes the key findings of the study and provides a list of sources used in the research.

# ANÁLISIS Y DISEÑO SISMICO DE MUROS DE RETENCION

por

Arturo Arias y Francisco J Sánchez-Sesma

Instituto de Ingeniería, Universidad Nacional Autónoma de México

## 1. INTRODUCCION

Comúnmente se acepta que el movimiento sísmico ocasiona incrementos en las presiones del suelo sobre las estructuras que lo soportan. Los criterios de análisis y diseño se han elaborado tradicionalmente de acuerdo con ese supuesto. El fenómeno es indudablemente más complejo que la sola variación de las presiones; se combinan con ella la pérdida de resistencia en el suelo de apoyo y en el relleno mismo y el hecho de que se trata de un fenómeno dinámico.

Las referencias en la literatura a fallas de muros de retención son escasas debido, probablemente, a que no son tan espectaculares como las de otras estructuras y en ocasiones acompañan la falla de estructuras adyacentes sin que el mecanismo de colapso sea muy claro (1). Las fallas de muros bajo el nivel freático han sido las más frecuentes (2,3).

Los grandes desplazamientos observados (en ocasiones varios metros) se han asociado a la posible licuación del relleno, a efectos hidrodinámicos o a la presencia de estratos de arcilla blanda sobre los cuales se produce una falla general.

El comportamiento de las estructuras de retención de tierras puede clasificarse de manera general en dos categorías que se definen en términos de los desplazamientos máximos que se desarrollan en el relleno. Así, cuando los desplazamientos relativos inducidos por la gravedad y el sismo son pequeños puede aceptarse que el suelo responde esencialmente de una manera lineal. En una segunda categoría los desplazamientos son suficientemente grandes para hacer significativo el comportamiento no lineal y si los desplazamientos son mayores se desarrollará en el suelo un estado plástico. Esta clasificación es muy burda pues muchos otros factores, además de los desplazamientos, determinan las condiciones de esfuerzo en el material de relleno. Por ejemplo, temblores muy intensos pueden producir comportamiento no lineal y aun plástico en el relleno, aun cuando el muro sea rígido. El método utilizado para estimar las presiones sísmicas deberá depender del comportamiento predominante esperado durante el temblor. Este comportamiento, en general, estará determinado por las características de los suelos de relleno y de cimen

tación, por la rigidez y propiedades dinámicas de la estructura de retención y por la intensidad y contenido de frecuencias del movimiento.

En la práctica se emplea una gran variedad de estructuras de retención. Algunos de los casos más comunes se muestran esquemáticamente en la fig 1. Por ejemplo, en dicha figura los casos a) y b) corresponden a estructuras que podrían tener grandes desplazamientos y ocasionar comportamiento no lineal e incluso plástico en el relleno. Es frecuente analizar estructuras de este tipo con procedimientos pseudoestáticos basados en la hipótesis de que en el relleno se desarrolla un estado de empuje activo. La gran masa de estas estructuras de soporte implica considerar explícitamente en el análisis las fuerzas de inercia que actúan directamente sobre el muro. En los casos c) y d) que se muestran en la fig 1 son de esperarse desplazamientos pequeños si la estructura tiene la rigidez suficiente. En estas condiciones parece apropiado hacer un análisis elástico. Los casos e), f) y g) ilustran condiciones más complicadas en las que deben tomarse en cuenta las propiedades dinámicas del sistema estructural. La interacción estructura-muro-relleno debe considerarse cuidadosamente.

Actualmente el método más generalmente aceptado para va-

luar empujes sísmicos en muros de retención es el método de Mononobe-Okabe (1) que está basado en el criterio aproximado de plasticidad. Parece ser que el método da resultados satisfactorios para muchos casos en los que se satisfaga la principal hipótesis del método, a saber; que exista un estado de falla activa en el relleno. Al igual que en el método de Coulomb, sólo se considera el equilibrio global de las fuerzas horizontales y verticales por lo que el método no da elementos para establecer la distribución de las presiones. A pesar de estas limitaciones, el método de Mononobe-Okabe es el recomendado en los reglamentos que incluyen explícitamente el diseño sísmico de muros de retención. Las razones de ello son la sencillez del método y el hecho que hasta el momento no se haya desarrollado otro que supere sus deficiencias esenciales y que sea de fácil aplicación... Dentro del marco del método de Mononobe-Okabe se ha propuesto un método de diseño aplicable a muros que pueden sufrir desplazamientos permanentes.

Cuando los desplazamientos relativos del sistema muro-relleno son pequeños, parece apropiado el análisis elástico. Se han propuesto distintos métodos para la solución del problema de empujes de rellenos elásticos sobre estructuras de retención. En un capítulo posterior se describen algunos de ellos.



## 2. FACTORES QUE INTERVIENEN EN EL FENOMENO

### 2.1 Características del sistema muro-suelo

Al analizar el comportamiento dinámico de muros de retención se debe estimar la manera en que las propiedades de los suelos se ven afectadas por vibraciones. Este problema sigue siendo objeto de estudio y aunque hasta la fecha no se tienen conclusiones de validez general es posible mencionar algunos aspectos del comportamiento sísmico de depósitos de suelo, útiles como orientación de carácter general en el diseño de muros de retención.

En suelos cohesivos se ha observado que la rigidez y la resistencia aumentan con la velocidad de deformación y que la aplicación de cargas alternantes las disminuye. Los aumentos pueden exceder a las disminuciones o viceversa dependiendo del nivel de esfuerzos y de la sensibilidad del suelo. En el caso de excitaciones sísmicas la combinación de estos efectos es despreciable para la mayoría de los suelos cohesivos exceptuando a las arcillas sensitivas. En estas últimas, en general, se tendrá un decremento neto de resistencia bajo un número relativamente bajo de ciclos de carga (4,5). Haciendo uso de factores de seguridad adecuados este efecto puede tomarse en cuenta en el análisis (6).

Suele ocurrir que los muros de retención se desplanten so  
bre medios estratificados. Si bajo el muro subyace un es  
trato blando es conveniente examinar la estabilidad global  
del sistema muro-relleno-estrato subyacente y prever las  
distorsiones inducidas por asentamientos del estrato com  
presible.

La existencia de estratos superficiales blandos puede dar  
lugar al fenómeno de amplificación dinámica. En suelos  
blandos suelen tenerse mayores intensidades que en los  
lugares cercanos de suelo firme (7, 8). En topografías  
muy irregulares o en las que la profundidad de los estra  
tos blandos sea muy variable, los efectos de amplifica-  
ción también son importantes. En prominencias del terre  
no o en la vecindad de depresiones los factores de ampli  
ficación son del orden de dos (9,10). En depósitos de es  
pesor variable el suponer una estratigrafía horizontal  
conduce a estimaciones erróneas de la amplificación.

Los problemas de amplificación modifican la respuesta sís  
mica esperada de un sistema de retención. Sin embargo,  
para fines de diseño el uso de procedimientos empíricos  
es aceptable en la mayoría de los casos a menos que exis  
tan grandes incertidumbres sobre la naturaleza y magnitud  
de las amplificaciones. En tal caso, si la importancia  
de la obra lo permite, es razonable realizar un estudio

con algún procedimiento más refinado.

Algunos rellenos granulares saturados son susceptibles de licuarse durante la ocurrencia de un temblor. El potencial de licuación de un relleno granular saturado es una medida de su susceptibilidad de licuarse. Depende de los siguientes factores: grado de saturación, densidad relativa, relación de esfuerzos normales a cortantes, duración de la vibración, granulometría del relleno, condiciones de drenaje, etc. La licuación sólo ocurre, según parece, cuando se tienen todos estos factores en condiciones críticas (6). Los procedimientos simplificados que existen para valorar el potencial de licuación suelen emplearse como elementos de juicio para decidir si un relleno es susceptible de licuarse ante excitaciones sísmicas caracterizadas por su aceleración máxima (5,6,11). Debido a que estos procedimientos son poco confiables y a que en la mayoría de los muros de retención no se justifican estudios más precisos lo más recomendable es evitar, mediante filtros, drenes y procedimientos de densificación, los aumentos de presión de poro asociados al fenómeno de licuación. La práctica usual en Mecánica de Suelos para el diseño de los dispositivos de drenaje es aplicable al caso de muros de retención construidos en zonas sísmicas.

## 2.2 Excitación sísmica

Al ocurrir un sismo parte de la energía liberada se propaga en forma de ondas de cuerpo y superficiales. Los mecanismos de radiación de las fuentes sísmicas en el espacio, y en el tiempo son actualmente objeto de intenso estudio. Es corriente admitir que las ondas de corte son las que transmiten la mayor parte de la energía. Por esto en el análisis de estructuras térreas es usual suponer que la excitación consiste en un movimiento de cuerpo rígido de la base de la estructura resultante de la propagación vertical de ondas de corte. Los efectos de otras ondas como las de Rayleigh no suelen considerarse, aunque para temblores de foco lejano son las que sufren menos atenuación. Recientemente se ha sugerido (12) que las ondas de Rayleigh pueden propiciar deslizamientos de tierra y, por tanto, poner en peligro a estructuras de retención.

Las características de la excitación sísmica dependen de las reflexiones y refracciones múltiples que pueden tener las ondas en sus trayectorias, así como de las condiciones locales (estratigrafía, topografía). En un sitio determinado la excitación sísmica se puede caracterizar por la aceleración y velocidad máximas, la duración y la intensidad.

La excitación sísmica que se emplee dependerá del método de análisis. Así, en métodos generales se requerirá especificar con detalle la excitación de manera que sea congruente con la formulación empleada en el problema; mientras que en otros bastará asignar un nivel de aceleración de diseño mediante coeficientes sísmicos. Estos coeficientes son función de las características probables de los temblores que pueden ocurrir en un lugar, así como del grado de seguridad aconsejable para la estructura.

La elección de la excitación o de los coeficientes sísmicos de diseño, según sea el caso, es un punto deficitario del estado actual del arte. Las disposiciones de las normas que se ocupan del diseño sísmico de muros así como las recomendaciones de diversos autores que tratan el problema, no pasan de ser reglas empíricas o semi-empíricas. Nada concluyente se podrá afirmar mientras no se disponga de métodos de análisis más refinados que permitan seguir las distintas etapas del comportamiento del sistema suelo-estructura de retención, desde la situación de equilibrio estático inicial hasta la falla final. . Aun en lo referente a la situación inicial, no se dispone actualmente de una teoría universalmente aceptada que describa a la vez el comportamiento estático de rellenos en reposo (empuje neutro) y el problema cuasi-estático del desarrollo gradual de las situaciones de empuje activo y empuje pasivo

al desplazarse lentamente la estructura de retención en uno u otro sentido.

Actualmente no pueden sugerirse métodos relativamente simples para el análisis dinámico de muros en los que los esfuerzos en el suelo alcancen valores intermedios entre los elásticos y los que corresponden a condiciones de plasticidad total. El método de los elementos finitos junto con integración en el tiempo pueden usarse, pero debido a su alto costo y a la dificultad para extrapolar a condiciones diferentes su aplicación está restringida. Siempre que la importancia de la obra lo justifique un análisis de este tipo sería deseable. Sin embargo, de manera alternativa, las soluciones elástica y plástica aparentemente acotan por arriba y por abajo, respectivamente, los valores para el empuje de muchos casos de comportamiento no lineal del relleno.

### 3. METODO DE MONONOBE-OKABE

#### 3.1 Presentación del método

El método de Mononobe-Okabe, desarrollado inicialmente para rellenos granulares, es una extensión del método de Coulomb. Se incluyen en el análisis fuerzas de inercia debidas a las componentes horizontal y vertical de la

aceleración de diseño. Se supone en este método que si el muro se desplaza lo suficiente existirá un estado de falla incipiente en el relleno y una cuña de suelo en equilibrio límite. Dependiendo de la dirección del desplazamiento del muro se tendrán estados activos o pasivos. Usualmente se considera el estado activo en el análisis sísmico aunque en ocasiones, si las propiedades dinámicas de la estructura de soporte lo requieren, debe estudiarse el estado pasivo.

Para rellenos granulares el empuje activo máximo por gravedad y sismo, al considerar las fuerzas de inercia de la cuña limitada por una superficie plana de falla, fig 2, está dado por

$$E_{AS} = \frac{1}{2} \gamma H^2 (1 - k_v) K_{AS} \quad (3.1)$$

donde

$$K_{AS} = \frac{\cos^2 (\phi - \theta - \beta)}{\cos \theta \cos^2 \beta \cos (\delta + \theta) \left[ 1 + \sqrt{\frac{\sin (\phi + \delta) \sin (\phi - \theta - \omega)}{\cos (\delta + \beta + \theta) \cos (\omega + \beta)}} \right]^2} \quad (3.2)$$

$\gamma$  = pesos volumétrico del relleno,  $H$  = altura del muro,  
 $\phi$  = ángulo de fricción interna del relleno,  $\delta$  = ángulo de fricción entre la pared y el relleno,  $\beta$  = ángulo del respaldo del muro y la vertical,  $\omega$  = inclinación del relleno,  
 $\tan \theta = k_h / (1 - k_v)$  y  $k_h, k_v$  = coeficientes de aceleración ho-

rizontal y vertical, respectivamente. La influencia de los distintos parámetros en el coeficiente de empuje activo por gravedad y sismo,  $K_{AS}$ , se ilustra gráficamente en la fig 3. En el apéndice A las tablas contienen valores de  $K_{AS}$  para un rango amplio de los parámetros. Seed y Whitman (1) sugieren que, para los parámetros de muros más usuales, se obtiene una buena aproximación del coeficiente de empuje por gravedad y sismo mediante la expresión

$$K_{AS} = K_A + \frac{3}{4} k_h \quad (3.3)$$

donde  $K_A$  = coeficiente de empuje activo.

En suelos con cohesión y fricción o con una superficie irregular del relleno puede utilizarse el método de la cuña de prueba para obtener empujes activos sísmicos. La fig 4 ilustra la aplicación gráfica del método. En las figs 4b y 4c se presentan, respectivamente, las fuerzas en una cuña de suelo típica y su polígono correspondiente. Se conocen la dirección y el sentido de la reacción del suelo,  $R$  y del empuje activo,  $E_{AS}$ ; una construcción gráfica simple permite encontrar sus magnitudes. Aplicando el mismo procedimiento para distintas cuñas se obtiene el empuje máximo. En las tablas del apéndice B se presentan algunos valores del coeficiente de empuje activo por gra



vedad y sismo para rellenos con cohesión y fricción,  $K_{AS}^C$  y con pendiente  $\omega$  uniforme. El empuje está dado por

$$E_{AS} = \frac{1}{2} \gamma H^2 K_{AS}^C \quad (3.4)$$

En las tablas aparecen dos parámetros adicionales a los ya introducidos:  $\eta$  y  $\xi$  (ET y CSI en las tablas) definidos por

$$\eta = \frac{2c_s}{\gamma H} \quad (3.5)$$

y

$$\xi = \frac{c_m}{c_s} \quad (3.6)$$

donde  $c_s$  = cohesión del suelo y  $c_m$  = cohesión en la interfase muro-suelo (adhesión del muro).

En suelos saturados se tendrán mayores fuerzas de inercia por la presencia de agua en el relleno. Para tomar este hecho en cuenta se deberá cambiar el ángulo  $\theta$  por  $\theta'$  definido como

$$\tan\theta' = \frac{\gamma_s}{(\gamma_s - 1)} \cdot \frac{k_h}{(1 - k_v)} \quad (3.7)$$

donde  $\gamma_s$  = peso volumétrico saturado del relleno.

### 3.2 Gravedad aparente

Se ha visto que el método de Mononobe-Okabe no está restrin

gido, a suelos granulares, aunque sea esta la concepción original. De hecho, basta la inclusión de fuerzas inerciales en la masa de suelo que se encuentra en estado de equilibrio límite para obtener los empujes activos empleando los métodos tradicionales en mecánica de suelos. Más aún, dadas las fuerzas inerciales basta definir un campo gravitatorio aparente como se muestra en la fig 5, para que los métodos de análisis y diseño estático sean formalmente aplicables. La aceleración de la gravedad aparente corresponde a un campo uniforme y constante de intensidad

$$g^* = g \frac{1 - k_v}{\cos \theta} \quad (3.8)$$

inclinado un ángulo  $\theta = \tan^{-1} k_h / (1 - k_v)$  respecto de la vertical. Bajo la acción de  $g^*$  la geometría del muro debe redefinirse, así

$$\omega^* = \omega + \theta \quad \text{y} \quad \beta^* = \beta + \theta \quad (3.9)$$

son las nuevas inclinaciones del relleno y respaldo, respectivamente. Además,

$$H^* = H \frac{\cos \beta^*}{\cos \beta} \quad (3.10)$$

y

$$\gamma^* = \gamma \frac{g^*}{g} \quad (3.11)$$

En particular, en el caso de rellenos granulares el empuje  $E_{AS}$ , dado en la ec 3.1, puede escribirse como

$$E_{AS} = E_A^* = \frac{1}{2} \gamma^* H^{*2} K_A^* \quad (3.12)$$

donde  $E_A^*$  = empuje activo equivalente y

$$K_A^* = \frac{\cos^2(\phi - \beta^*)}{\cos^2\beta^* \cos(\delta + \beta^*) \left[ 1 + \sqrt{\frac{\sin(\phi + \delta) \sin(\phi - \omega^*)}{\cos(\delta + \beta^*) \cos(\delta^* - \beta^*)}} \right]^2} \quad (3.13)$$

que es, formalmente, el coeficiente de Coulomb para empuje activo en suelos granulares con una geometría dada por  $\omega^*$  y  $\beta^*$ .

El método de Coulomb no da información alguna respecto a la distribución de las presiones y es práctica común asignarles una distribución proporcional a la profundidad lo que sitúa la resultante en el tercio inferior de la altura del muro. Sin embargo, los resultados experimentales muestran que ello no es así. Por esta razón algunos autores han propuesto emplear el método para evaluar el empuje sísmico total y suponerlo aplicado a una altura que, según las diversas proposiciones hechas, varía entre un medio y dos tercios de la altura total del muro (13).

### 3.3 Desplazamientos permanentes

Ha sido común observar que después de la ocurrencia de un

temblor algunos muros de retención presentan desplazamientos permanentes. La magnitud de los desplazamientos tolerables en un muro de retención depende de su tipo y su función. A partir de la especificación de un límite para los desplazamientos permanentes por deslizamiento del muro se ha desarrollado un criterio de diseño sísmico.

Basados en una idea sugerida inicialmente por Wood (15), Richards y Elms (18) propusieron un criterio de diseño basado en la especificación de desplazamientos máximos. Suponen que el sistema se comporta como un rígido-plástico no simétrico y con la formulación de Newmark (4) estiman los desplazamientos permanentes inducidos por diferentes temblores. Así, en términos generales, para mayores coeficientes sísmicos de diseño los desplazamientos estimados son menores. Aceptar ciertos desplazamientos permitiría, en muros con posibilidad de deslizarse, diseños económicos. El planteamiento es sólo aproximado pues las estimaciones de los desplazamientos se basan en el escalamiento en amplitud y duración de los acelerogramas, cosa que puede generar errores serios. No obstante, en muchos casos en método puede dar resultados satisfactorios siempre que se aplique cautelosamente.

#### 4. MODELOS ELASTICOS

##### 4.1 Generalidades

Cuando los desplazamientos relativos esperados del sistema-

muro-relleno son pequeños parece apropiado recurrir a modelos que postulen el comportamiento elástico del relleno.

El más simple de los modelos elásticos propuestos hasta ahora es el de Scott (14), en el cual el relleno se representa como una viga de cortante en voladizo, fija en la base, libre en su extremo superior y acoplada a la estructura de retención mediante una distribución continua de resortes linealmente elásticos (medio de Winkler). Las distribuciones de presiones obtenidas con este modelo se acercan a las encontradas en estudios experimentales, en cuanto se refiere a la forma de la distribución. Desafortunadamente, la concordancia cuantitativa exige hacer hipótesis *ad-hoc* sobre el largo de la base de la viga de cortante y sobre la variación del módulo de Winkler en función de la altura del muro.

La interacción de estructuras de retención con el relleno ha sido tratada con bastante extensión por Wood (15) dentro del marco de la teoría clásica de la elasticidad. Utilizó el análisis modal para resolver el problema de interacción en el dominio de la frecuencia. Cuando las condiciones de frontera lo permitieron, obtuvo soluciones analíticas y usó el método de los elementos finitos para extender el rango de aplicación de las soluciones. Entre otros muchos resultados de interés, encontró que las soluciones está-

ticas pueden ser empleadas con buena aproximación para estimar cotas superiores de la respuesta sísmica. Para muros rígidos los valores de los empujes totales obtenidos por Wood fueron del orden del doble de los que da la teoría de Mononobe-Okabe cuando se usa la aproximación propuesta por Seed y Whitman, dada en la ec 3.3.

Usando el método de los elementos finitos, Aggour y Brown (16) estudiaron la influencia de algunos parámetros en la distribución de presiones sobre un muro elástico. Examinaron la importancia de las rigideces relativas del suelo y del muro, de la geometría del relleno y de las condiciones de apoyo. Supusieron la cimentación infinitamente rígida y trataron de reproducir las condiciones sísmicas más desfavorables empleando como excitación un movimiento armónico simple de traslación de la base con una frecuencia igual a la frecuencia fundamental del sistema.

Bajo la hipótesis de que los desplazamientos verticales son despreciables, Matsuo y Ohara (17) han obtenido una solución analítica de las ecuaciones de Navier simplificadas. La comparación con los resultados de Wood, aunque limitada a ciertos casos, es aceptable (15). El modelo de Matsuo y Ohara da resultados absurdos cuando el coeficiente de Poisson es igual a  $1/2$ , o difiere poco de dicho valor.

En el siguiente inciso se presenta un modelo elástico simplificado para la predicción de empujes sísmicos sobre estructuras de retención de tierras bajo condiciones de desplazamientos limitados. El modelo planteado es esencialmente el mismo que utilizaron Matsuo y Ohara. La principal diferencia consiste en la interpretación que se da a los coeficientes elásticos. Comparado con modelos basados en la teoría clásica de la elasticidad, el modelo propuesto tiene ventajas importantes por la relativa facilidad con que se pueden obtener soluciones analíticas para distintas condiciones de frontera y funciones forzantes. Las comparaciones efectuadas hasta ahora han revelado un acuerdo satisfactorio con los resultados de la teoría clásica de la elasticidad en varios casos elastostáticos que incluyen problemas de importancia práctica.

Además de la presentación general del modelo elástico simplificado, se indican algunas extensiones posibles, se da un ejemplo de aplicación y se formulan recomendaciones para investigaciones futuras.

#### *4.2 Presentación del modelo elástico simplificado*

Considérese un medio discreto de masas concentradas en los nodos de una cuadrícula de lado  $h$ , como se muestra en la fig 6. Las masas están ligadas entre sí por resortes elás

ticos lineales horizontales y verticales. Los primeros solo admiten tensiones o compresiones y los segundos solo toman cortante. Con estas condiciones las masas tienen únicamente un grado de libertad; solo se mueven horizontalmente.

Las posiciones de las masas se indican con los índices  $i$ , e  $j$ . Los resortes que ligan a las masas se denotan como se indica en la fig 6. Así,  $K_x(i,j)$  es la constante del resorte horizontal que liga a las masas  $m_{i,j}$  y  $m_{i+1,j}$ . El desplazamiento horizontal de la masa  $m_{i,j}$  está dado por  $u_{i,j}$ . El equilibrio dinámico de la masa  $m_{i,j}$  conduce a

$$\begin{aligned}
 m_{i,j} \ddot{u}_{i,j} = & K_x(i,j) [u_{i+1,j} - u_{i,j}] \\
 & - K_x(i-1,j) [u_{i,j} - u_{i-1,j}] \\
 & + K_y(i,j) [u_{i,j+1} - u_{i,j}] \\
 & - K_y(i,j-1) [u_{i,j} - u_{i,j-1}] + \rho h^2 X_{i,j}
 \end{aligned} \tag{4.1}$$

donde  $\ddot{u}_{i,j}$  = aceleración y  $X_{i,j}$  = fuerza de cuerpo por unidad de masa  $m_{i,j}$ . Al tomar  $m_{i,j} = \rho h^2$ , donde  $\rho$  = densidad, un proceso de límite, al hacer que  $h \rightarrow 0$ , conduce a

$$\rho \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = \frac{\partial}{\partial x} \left[ K_x(x,y) \frac{\partial u}{\partial x} \right] + \frac{\partial}{\partial y} \left[ K_y(x,y) \frac{\partial u}{\partial y} \right] + \rho X(x,y) \tag{4.2}$$

que es la ecuación diferencial en derivadas parciales del



desplazamiento horizontal  $u$ . Los esfuerzos  $\sigma_x$  y  $\tau_{xy}$  están dadas por

$$\sigma_x = K_x(x,t) \frac{\partial u}{\partial x}, \quad \tau_{xy} = K_y(x,y) \frac{\partial u}{\partial y} \quad (4.3)$$

De las ecs 4.2 y 4.3 se tiene que

$$\rho \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = \frac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} + \rho X \quad (4.4)$$

que es la ecuación de equilibrio horizontal en un medio continuo con un estado plano de deformación. La compatibilidad del desplazamiento implica que

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} = \frac{\partial^2 u}{\partial y \partial x} \quad (4.5)$$

o, en términos de las ecs 4.3,

$$\frac{\partial}{\partial y} \left( \frac{\sigma_x}{K_x} \right) = \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{\tau_{xy}}{K_y} \right) \quad (4.6)$$

Una superficie libre horizontal deberá tener esfuerzo cortante nulo, por lo que la condición de borde en este caso es

$$K_y \frac{\partial u}{\partial y} = 0 \quad (4.7)$$

Supóngase que el medio considerado es homogéneo. Así  $K_x$  y  $K_y$  son constantes. Si se define que

$$K_x = \rho \alpha^2, \quad K_y = \rho \beta^2 \quad (4.8)$$

donde  $\alpha, \beta = \text{constantes}$ , la ec 4.2 puede escribirse como

$$\alpha^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \beta^2 \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + X = \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} \quad (4.9)$$

Puede demostrarse que  $\alpha$  y  $\beta$  son las velocidades de propagación de ondas de compresión o P y de cortante o S, respectivamente. Las primeras se propagan horizontalmente y las segundas verticalmente.

Como el estado de deformación es plano puede suponerse que  $\alpha$  y  $\beta$  están dados en términos de las relaciones

$$\rho \alpha^2 = \frac{E}{1-\nu^2}, \quad \rho \beta^2 = G \quad (4.10)$$

donde  $E = \text{módulo de Young}$ ,  $\nu = \text{relación de Poisson}$  y  $G = \text{módulo de rigidez al cortante}$ . Si se acepta que  $E = G/2(1+\nu)$  el cociente de  $\alpha$  y  $\beta$  está dado por

$$\frac{\alpha}{\beta} = \sqrt{\frac{2}{1-\nu}} \quad (4.11)$$

Este modelo del medio es más general que el modelo de la viga de cortante propuesto por Scott (14), pero más restringido que el modelo elástico clásico pues, aunque existen los dos tipos de ondas, las P y S, sus direcciones de propagación están fijas.

La propagación de ondas planas en otras direcciones que no sean la horizontal ni la vertical es también posible en el medio postulado. En todos los casos la velocidad de propagación está comprendida entre  $\beta$  y  $\alpha$  y la dirección del movimiento de las partículas del medio es horizontal.

Es posible extender el modelo propuesto al caso de medios no homogéneos (coeficientes elásticos variables con la profundidad) y generalizarlo para considerar problemas tridimensionales (muros de retención de largo finito, estribos de puentes, problemas con fuerzas concentradas, etc) y tener en cuenta al amortiguamiento interno del medio.

Como ilustración del método se presenta a continuación la solución de un problema resuelto por Wood dentro del marco de la elasticidad clásica.

#### 4.3 Ejemplo. Acciones estáticas sobre muros rígidos

Considérese un muro rígido de altura  $H$  con un relleno homogéneo de longitud seminfinita apoyado sobre una base rígida. El relleno está sometido a la acción de una fuerza de cuerpo uniforme e independiente del tiempo,  $X = -a$ , como se muestra en la fig 7. Así, la ec 4.9 se transforma en

$$\alpha^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \beta^2 \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = \bar{a} \quad (4.12)$$

con las siguientes condiciones de frontera

$$\begin{aligned} u(0, y) &= 0 \\ u(x, 0) &= 0 \\ \frac{\partial u(x, H)}{\partial y} &= 0 \end{aligned} \quad (4.13)$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} u(x, y) = u_0(y)$$

donde  $u_0(y) = \frac{a}{2\beta^2} (y^2 - 2Hy)$  es el desplazamiento horizontal a una altura  $y$  en un estrato de espesor  $H$  de longitud infinita.

La solución del problema está dada por

$$u(x, y) = u_0(y) + \sum_{n=1}^{\infty} A_n e^{-\lambda_n x} \operatorname{sen} \mu_n y \quad (4.14)$$

donde  $\lambda_n = \frac{\beta}{\alpha} \mu_n$ ,  $\mu_n = (2n-1)\pi/2H$ . Los coeficientes  $A_n$ ,  $n=1, 2, \dots$ , se obtienen a partir del desarrollo de  $u_0(y)$  en serie de senos para satisfacer la condición  $u(0, y) = 0$ . Así, se tiene que  $A_n = 2a/\mu_n^3 H \beta^2$ ,  $n = 1, 2, \dots$ . La distribución de presiones en el respaldo del muro se obtiene como

$$p(y) = -\rho \alpha^2 \left. \frac{\partial u}{\partial x} \right|_{x=0} \quad (4.15)$$

o bien

$$p(y) = \frac{8\gamma H}{\pi^2} \cdot \frac{a}{g} \cdot \frac{\alpha}{\beta} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin \nu_n y}{(2n-1)^2} \quad (4.16)$$

El máximo de la presión ocurre para  $y=0$  y vale

$$p_{\text{máx}} = p(H) = \frac{8C\gamma H}{\pi^2} \cdot \frac{a}{g} \cdot \frac{\alpha}{\beta} \quad (4.17)$$

donde  $C = 0.91596\dots$  es la constante de Catalan. El empuje resultante es (ver ref 18, p 807 y 812).

$$P = \int_0^H p(y) dy = \frac{16\gamma H^2}{\pi^3} \cdot \frac{a}{g} \cdot \frac{\alpha}{\beta} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(2n-1)^3} \quad (4.18)$$

o sea

$$P = 0.543 \gamma H^2 \cdot \frac{a}{g} \cdot \frac{\alpha}{\beta} \quad (4.18a)$$

El momento resultante se encuentra con

$$M = \int_0^H p(y) y dy = \frac{32H^3\gamma}{\pi^4} \cdot \frac{a}{g} \cdot \frac{\alpha}{\beta} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{(2n-1)^4} \quad (4.19)$$

o bien

$$M = 0.325 \gamma H^3 \cdot \frac{a}{g} \cdot \frac{\alpha}{\beta} \quad (4.19a)$$

Por lo tanto, la resultante  $P$  queda aplicada a la altura

$$h = \frac{M}{P} = 0.599 H \quad (4.20)$$

La distribución de presiones de la ec 4.16 es prácticamente parabólica y se le puede representar con suficiente aproximación

mación por la expresión

$$p(y) = \frac{4}{5} \gamma H^2 - \frac{\alpha}{g} \cdot \frac{\alpha}{\beta} [2y/H - (y/H)^2] \quad (4.21)$$

que da un error de -1.7% en el empuje total, + 2.6% en el momento de +4.4% en la altura de aplicación de la resultante, con respecto a los valores dados en las ecs 4.18, 4.19 y 4.20, respectivamente.

Si la extensión del relleno es finita (ver fig 8), la solución puede obtenerse mediante un desarrollo de la forma

$$u(x,y) = u_0(y) + \sum_{n=1}^{\infty} [A_n \sinh \lambda_n x + B_n \cosh \lambda_n x] \operatorname{sen} \mu_n y \quad (4.22)$$

en donde  $A_n$  y  $B_n$ ,  $n=1,2,\dots$  son constantes por determinar. Cuando el relleno está fijo en  $x=L$ , la última de las condiciones de la ec 4.13 queda

$$u(L,y) = 0 \quad (4.23)$$

si, por el contrario, el relleno está libre en  $x=L$ , dicha condición se transforma en

$$\frac{\partial u(L,y)}{\partial x} = 0 \quad (4.24)$$

Así, para el relleno con extremo fijo se obtiene que

$$A_n = - \frac{2a}{\mu_n^3 H} \tanh \frac{\lambda_n L}{2} \quad (4.25)$$

$$B_n = 2a/\mu_n^3 H \beta^2 \quad (4.26)$$

y para el relleno con extremo libre,  $B_n$  está dado por la ec 4.26 pero  $A_n$  resulta

$$A_n = - \frac{2a}{\mu_n^3 H} \tanh \lambda_n L \quad (4.27)$$

Mediante cálculos análogos a los de las ecs 4.15-4.20 pueden obtenerse la distribución de presiones, el empuje resultante y el momento, los cuales están dados por

$$p(y) = \frac{8\gamma H}{\pi^2} \cdot \frac{a}{g} \cdot \frac{\alpha}{\beta} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin \mu_n y}{(2n-1)^2} \tanh q_n \quad (4.28)$$

$$P = \frac{16\gamma H^2}{\pi^3} \cdot \frac{a}{g} \cdot \frac{\alpha}{\beta} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\tanh q_n}{(2n-1)^3} \quad (4.29)$$

$$M = \frac{32\gamma H^3}{\pi^4} \cdot \frac{a}{g} \cdot \frac{\alpha}{\beta} \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{\tanh q_n}{(2n-1)^4} \quad (4.30)$$

donde  $q_n = \lambda_n L/2$  si se trata del relleno con extremo fijo o  $q_n = \lambda_n L$  para el relleno con extremo libre.

En las figs 9 y 10 se presentan las distribuciones de presiones calculadas con la ec 4.28 para diferentes longitudes del relleno y condiciones de apoyo. Los resultados se presentan junto con los obtenidos con el método de los ele

mentos finitos, MEF(9). La concordancia que se observa es, en general, buena. Debe notarse que la solución del modelo elástico simplificado en este caso no tiene singularidad en  $y=H$ .

En las figs 11 y 12 se comparan, respectivamente, los valores del empuje y el momento de volteo calculados con las ecs 4.29 y 4.30 con los resultados obtenidos con el MEF.

En estas figuras se tienen las normalizaciones

$$(L/H)^* = \frac{L}{H} \cdot \frac{\beta}{\alpha} \quad (4.31)$$

$$p^* = \frac{P}{\gamma H^2 a/g} \cdot \frac{\beta}{\alpha} \quad (4.32)$$

$$M^* = \frac{M}{\gamma H^3 a/g} \cdot \frac{\beta}{\alpha} \quad (4.33)$$

Los momentos y los empujes calculados con el modelo elástico simplificado resultan menores que los obtenidos con el MEF. Tal discrepancia, aunque poca significativa, es atribuible a que el modelo discreto analizado con el MEF, es más rígido que el modelo elástico simplificado y a la singularidad en  $y=H$ . Para los cálculos con el MEF se usó  $\nu = 0.1, 0.2, 0.3$  y  $0.4$ .

#### 4.4 Acciones dinámicas sobre muros rígidos

El problema dinámico de un relleno horizontal, uniforme, de



extensión semininfinita y espesor  $H$ , limitado por un muro rígido, excitado por un movimiento horizontal arbitrario de la base sobre la cual descansan el muro y el relleno, conduce al sistema diferencial

$$\begin{aligned}
 - \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} &= \alpha^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \beta^2 \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} - \ddot{S}(t) \\
 u(0, y, t) &= 0 \\
 u(x, 0, t) &= 0 \\
 u_y(x, H, t) &= 0 \\
 u(x, y, 0) &= 0 \\
 \dot{u}(x, y, 0) &= 0
 \end{aligned} \tag{4.34}$$

La solución de este problema da la siguiente expresión para la presión del relleno sobre el muro

$$p(y, t) = \frac{8\gamma H \alpha}{\pi^2 \beta} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\operatorname{sen} \mu_n y}{(2n-1)^2} \cdot \frac{\Omega_n}{g} \int_0^t \ddot{S}(\tau) J_0[\Omega_n(t-\tau)] d\tau \tag{4.35}$$

donde

$$\Omega_n = \frac{(2n-1)\pi\beta}{2H} \tag{4.36}$$

es la frecuencia circular natural del  $n$ -ésimo modo de vibrar de cortante de un estrato homogéneo de espesor  $H$  sobre una base rígida, y  $J_0(\cdot)$  indica la función de Bessel de primera especie y orden cero.

La función

$$F(t, \Omega_n) = \Omega_n \int_0^t S(\tau) J_0[\Omega_n(t-\tau)] d\tau \quad (4.37)$$

aparece en la teoría del empuje hidrodinámico sobre una pared rígida vertical. Se asemeja a la integral de Duhamel que expresa la respuesta de un oscilador lineal sin amortiguamiento.

Conviene introducir un espectro de respuesta, semejante al espectro de aceleraciones absolutas del oscilador simple, a través de la definición.

$$B(\Omega) = \sup_t |F(t, \Omega)| \quad (4.38)$$

Se le dará el nombre de *espectro hidrodinámico* o *espectro de Bessel* de las aceleraciones, para amortiguamiento nulo. Con esta notación se obtienen para el empuje total  $P(t)$  y el momento de volteo  $M(t)$  las relaciones

$$|P(t)| \leq \frac{16\gamma H^2 \alpha}{\pi^3 \beta} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(2n-1)^3} \cdot \frac{B(\Omega_n)}{g} \quad (4.39)$$

$$|M(t)| \leq \frac{32\gamma H^3 \alpha}{\pi^3 \beta} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(2n-1)^4} \cdot \frac{B(\Omega_n)}{g} \quad (4.40)$$

resultado que conviene comparar con (4.18) y (4.19), respectivamente.

Se han calculado muy pocos espectros hidrodinámicos de acelerogramas reales. Los resultados obtenidos apuntan en el sentido de que las ordenadas espectrales hidrodinámicas son parecidas a las del espectro ordinario de aceleraciones absolutas, calculado para un amortiguamiento viscoso del orden de 9 a 15% del crítico. (ref 4, pp 190-193 y pp 365-369). La aparición de este amortiguamiento ficticio tiene su origen en la radiación de energía transportada por ondas elásticas que se propagan en el relleno, alejándose del muro.

Conviene señalar que el amortiguamiento viscoso equivalente a que se ha hecho mención es una ficción útil y cómoda que representa el fenómeno de una manera cuya aproximación no es bien conocida. El valor práctico de esta ficción está todavía por establecerse, para lo cual sería necesario procesar un mayor número de acelerogramas con el objeto de obtener su espectro de Bessel y compararlo con los respectivos espectros de osciladores simples con amortiguamiento viscoso.

Además de la pérdida de energía por radiación horizontal en el relleno, hay otras fuentes de disipación entre las cuales conviene mencionar las pérdidas internas en el relleno, la radiación vertical que traspasa energía del relleno y del muro hacia la base, donde se pierde para el sistema mu

ro-relleno en forma de ondas elásticas que se alejan hacia abajo.

Las pérdidas internas en el relleno están asociadas a efectos no lineales, de manera que no se puede asignar un valor de un amortiguamiento viscoso equivalente que tenga validez universal. Las pérdidas por radiación vertical dependen de la frecuencia; por consiguiente, la asignación de un coeficiente de amortiguamiento viscoso equivalente no puede hacerse sin mayor estudio. Análogas observaciones valen para efectos no lineales debidos a pérdida de contacto entre el muro y el relleno, o entre el muro y la base.

Con todo mientras, no haya resultados más confiables, parece razonable aceptar que los efectos disipativos mencionados se pueden representar por un amortiguamiento viscoso equivalente del orden de 20% del crítico.

Para amortiguamientos tan altos, los espectros lineales de respuesta no presentan picos acusados; por consiguiente, dada la forma del término general de cada una de las series de eqs 4.39 y 4.40, se pueden limitar esos desarrollos a un solo término, ni temor de incurrir en errores graves. Se obtienen así las siguientes estimaciones del empuje y el momento de volteo sobre muros rígidos que sostienen rellenos seminfinitos

$$P \approx \frac{16\gamma H^2}{\pi^3} \cdot \frac{\alpha}{\beta} \cdot \frac{S_a(\Omega_1, \zeta_1)}{g} \quad (4.41)$$

$$M \approx \frac{32\gamma H^3}{\pi^4} \cdot \frac{\alpha}{\beta} \cdot \frac{S_a(\Omega_1, \zeta_1)}{g} \quad (4.42)$$

donde  $S_a(\Omega_1, \zeta_1)$  es el espectro de aceleraciones absolutas evaluado para la frecuencia  $\Omega_1$  correspondiente al primer modo de un estrato indefinido de espesor  $H$ , y para un amortiguamiento  $\zeta_1 \approx 0.20$ .

## 5. RECOMENDACIONES PARA ANALISIS Y DISEÑO

### 5.1 Alcance y criterios generales

Las características del suelo de relleno y de cimentación así como la flexibilidad del muro determinan el comportamiento de los sistemas de retención. Este comportamiento esperado puede servir para definir el método de análisis y diseño idóneo en cada caso.

Con esta idea los muros se pueden clasificar en dos tipos: los que dan lugar a estados activos y los que por sus características estructurales y condiciones de apoyo no presentan, al ocurrir un sismo, estados de falla en el relleno. Para analizar muros del primer tipo puede emplearse el método de Mononobe-Okabe, descrito en el capítulo 3, verificando, mediante el cálculo de deflexiones en la

punta del muro, siempre que sea posible, la generación de estados de falla activa en el relleno. En este tipo de muros, cuando la falla por volteo o la falla generalizada estén impedidas y solamente admitan deslizamientos, podría aceptarse una reducción del coeficiente sísmico si es que pueden tolerarse desplazamientos permanentes, de acuerdo con la aproximación propuesta por Richards y Elms (18). Los muros del segundo tipo deben analizarse empleando alguno de los métodos elásticos simplificados o el método de los elementos finitos. Si esto no es posible se sugiere más adelante modificaciones a los coeficientes de empuje de Mononobe-Okabe.

Atendiendo a la importancia de la estructura se presenta también otra clasificación y, de acuerdo con esta, se sugieren por este concepto modificaciones al coeficiente sísmico.

La revisión de la estabilidad del sistema muro-suelo-relle no implica considerar factores de seguridad para los diferentes modos de falla. Se entenderá por factor de seguridad el mínimo valor de la relación entre las fuerzas (o momentos) resistentes nominales y las fuerzas (o momentos) actuales nominales. Los modos de falla que suelen considerarse son: deslizamiento, volteo, falla por capacidad de carga y falla generalizada. Se ilustran más adelante los

factores de seguridad contra deslizamiento y volteo. Las expresiones presentadas son sólo indicativas ya que no en todos los casos se tendrán las mismas fuerzas. Sin embargo, la dependencia de estos factores de seguridad de algunos parámetros será similar para la mayoría de los casos. Por ejemplo, al aumentar el coeficiente sísmico horizontal los factores de seguridad tienden a disminuir mientras que el aumento del peso del muro los aumenta aunque no proporcionalmente. Los otros modos de falla pueden estudiarse con las técnicas usuales en mecánica de suelos incluyendo las cargas sísmicas que resulten del método de análisis empleado.

## 5.2 *Clasificación de los muros*

Atendiendo al tipo de comportamiento que tengan los muros, estos se clasifican en dos tipos:

Tipo 1. Muros flexibles: aquellos cuyos desplazamientos son suficientemente grandes para minimizar los empujes de tierra. Tal es el caso de muros esbeltos en voladizo, muros cimentados en materiales no rocosos, etc.

Tipo 2. Muros rígidos: aquellos en donde las presiones estáticas de tierra se deban a estados neutros (en reposo). Por ejemplo, muros de sótanos o de cajas de cimentación, muros con contrafuertes, muros cimentados sobre roca

o apoyados sobre pilotes.

De acuerdo con su importancia las estructuras de retención se clasifican como sigue:

Grupo A. Muros de retención que soporten estructuras o servicios de importancia vital cuya falla causaría pérdidas directas o indirectas excepcionalmente altas en comparación con el costo necesario para aumentar su seguridad. Tal es el caso de plantas termoeléctricas, casas de máquinas, torres de transmisión, subestaciones, centrales telefónicas, estaciones de bomberos, hospitales, escuelas, estadios, salas de espectáculos, templos, estaciones terminales de transporte, muros de puentes, museos, locales que alojen equipo especialmente costoso en relación con la estructura.

Grupo B. Muros de menor importancia que los del grupo A pero cuya falla sería costosa o pudiera poner en peligro otras estructuras o servicios de importancia. Tal es el caso de plantas industriales, bodegas ordinarias, gasolineras, comercios, restaurantes, casas-habitación, hoteles y edificios de apartamentos u oficinas.

Grupo C. Muros de poca importancia cuya falla sería poco costosa. Solamente en las zonas de alta sismicidad se re-



comiendan precauciones para su diseño sísmico.

La manera de tomar en cuenta la importancia consiste en afectar los coeficientes sísmicos por los siguientes factores: entre 1.5 y 2.0 para estructuras del grupo A, 1.0 para estructuras del grupo B y entre 0.7 y 0.5 para el grupo C. Estos valores son sólo indicativos y en muchos casos un análisis de costos y beneficios sería indispensable.

### 5.3 Coeficientes sísmicos

De acuerdo con resultados recientes obtenidos con el modelo elástico simplificado parece sensato recomendar el uso de los espectros de respuesta de sismos registrados en la localidad para un amortiguamiento de 20 por ciento del crítico.

### 5.4 Análisis de estabilidad

Una vez calculado el empuje dinámico que actúa sobre un muro deberá analizarse la estabilidad del sistema muro-suelo-relleno por medio de los factores de seguridad en función de los momentos o fuerzas actuantes y resistentes. Se sugiere el uso de los siguientes factores de seguridad: 1.2 para deslizamiento, 1.5 para volteo, 2.0 por capacidad de carga de la cimentación y 1.3 para falla ge-

neralizada. Dichos modos de falla se muestran en la fig 13.

Para ilustrar el cálculo del factor de seguridad por deslizamiento considérese el muro de la fig 14. La relación entre las fuerzas actuales y las resistentes está dada por

$$FS_d = \frac{(1 - k_v)Q + E_{AS} \operatorname{sen}(\delta + \beta) \tan \phi_b}{k_h Q + E_{AS} \cos(\delta + \beta)} \quad (5.1)$$

donde  $Q$  = peso del muro,  $E_{AS}$  = empuje activo por gravedad y sismo y  $\phi_b$  = ángulo de fricción en la base del muro.

Para el mismo muro el factor de seguridad contra volteo resulta

$$FS_v = \frac{(1 - k_v)Q C_3 + E_{AS} \operatorname{sen}(\delta + \beta) C_2}{k_h Q C_4 + E_{AS} \cos(\delta + \beta) C_1} \quad (5.2)$$

donde  $C_1, C_2, C_3, C_4$  son fracciones de  $H$  que definen la geometría del muro. La fig 15 ilustra su significado considerando el volteo con respecto al punto 0.

Los valores de  $FS_d$  y  $FS_v$  obtenidos con las ecs 5.1 y 5.2 deberán ser mayores o iguales a los factores de seguridad dados antes para deslizamiento y volteo. Los otros modos de falla se considerarán con las técnicas usuales en mecánica de suelos incluyendo las cargas debidas a sismo como fuerzas estáticas equivalentes.

### 5.5 Metodología para análisis y diseño

A manera de resumen de los criterios antes expuestos se recomienda a continuación una metodología para el análisis y diseño sísmico de sistemas de retención.

1. Obténganse a partir de las pruebas convencionalmente usadas en mecánica de suelos los parámetros de resistencia del suelo ( $\phi$ ,  $c_m$ ,  $\delta$ ,  $\phi_b$ ). A falta de mayor información los valores de  $\delta$  y  $\phi_b$  estarán comprendidos entre  $\phi/2$  y  $2\phi/3$ ;  $c_m$  podrá estimarse como  $c_s/2$ .
2. Determinése el coeficiente sísmico de diseño. Para ello deben considerarse, la clasificación según la importancia de la construcción, la zonificación sísmica y la posibilidad de amplificación por condiciones locales. Así, se tiene que

$$k_{hd} = FI \cdot FA \cdot k_h \quad (5.3)$$

donde  $k_{hd}$  = coeficiente sísmico horizontal de diseño,  $k_h$  = coeficiente sísmico, FI = factor de importancia y FA = factor de amplificación (varía entre 1.5 y 2.0 para muros desplantados en terreno blando y suele considerarse 1.0 para suelo duro o roca). El coeficiente sísmico vertical de diseño, a falta de información, puede tomarse como un tercio del coeficiente horizon-

tal en el sentido en que ocasione los efectos más desfavorables.

3. Determinése el tipo del muro. Si es un muro del tipo 1 el empuje activo por gravedad y sismo estará dado por las expresiones del capítulo 3 y aplicado a una altura  $H/2$ . Si el muro es del tipo 2 es necesario emplear un método más aproximado para el análisis (ver capítulo 4). Cuando esto último no sea posible un criterio conservador para valuar el empuje consiste en tomar el máximo de las siguientes expresiones

$$E = \frac{2}{3} (E_O + E_A) + \Delta E_{AS} \quad (5.4)$$

$$E = E_O + \Delta E_{AS} \quad (5.5)$$

y aplicarlo a una altura  $2H/3$ . En las ecs 5.4 y 5.5  $E_O$  y  $E_A$  son respectivamente los empujes estáticos para estados neutro (en reposo) y activo. Además

$$\Delta E_{AS} = E_{AS} - E_A \quad (5.6)$$

siendo  $E_{AS}$  el empuje activo total por gravedad y sismo.

- 4: En muros del tipo 1 se verificará la generación de un estado activo calculado el desplazamiento  $\Delta$  en la punta del muro. Para ello considérese que el empuje cal

culado se distribuye de manera uniforme en el respaldo del muro. En el caso de muros de concreto dichos desplazamientos se calculan sumando la rotación de cuerpo rígido a las deformaciones en el fuste provocados por fuerzas internas. Las primeras se obtendrán calculando los giros de la base; las segundas utilizando algún método reconocido de análisis estructural. En el caso de muros de mampostería sólo se considerarán desplazamientos debidos a rotaciones de cuerpo rígido.

Las relaciones  $\Delta/H$  (desplazamiento en la punta entre altura del muro) que dan lugar a estados activos varían para suelos diferentes. En la tabla 1 se presentan valores típicos (19,20).

TABLA 1. RELACIONES  $\Delta/H$  QUE DAN LUGAR A ESTADOS ACTIVOS

Tipo de suelo y condición	$\Delta/H$
Granular denso	0.001
Granular suelto	0.001 a 0.002
Arcilla firme	0.01 a 0.02
Arcilla suave	0.02 a 0.05

5. Valgúense los factores de seguridad para los modos de falla considerados en el inciso 5.4 de acuerdo con los criterios ahí señalados. Los factores de segu-

ridad calculados deberán ser mayores o iguales a los indicados en ese inciso. Sólo se considerará la falla por deslizamiento de un círculo que incluya al muro y su zona circundante si bajo este se localiza un estrato compresible a una profundidad menor o igual a  $1.5 H$  medida a partir de la base del muro.

6. La revisión de las zonas críticas en el muro se llevará a cabo de acuerdo con los reglamentos y normas vigentes en la localidad.

## 6. EJEMPLOS DE APLICACION

### 6.1 Muro de concreto reforzado

Considérese el muro de retención de concreto reforzado mostrado en la fig 16. Se trata de definir las acciones mecánicas para el diseño sísmico. El muro se ha clasificado como del grupo B. La presencia de depósitos aluviales de profundidad variable bajo el muro hace suponer que los efectos de amplificación son de importancia. Los datos que se tienen para el relleno son:

$$\gamma = 2 \text{ ton/m}^3, \phi = 30^\circ, c_s = 0, \delta = 15^\circ, \beta = 0^\circ, \omega = 5^\circ$$

y para el suelo de cimentación

$$G_b = 750 \text{ kg/cm}^2, \phi_b = 25^\circ, \nu = 0.2$$

Los coeficientes sísmicos serán, dado que  $k_h = 0.06$  y  $FA = 1.5$ .

$$k_{hd} = 0.06 \times 1.5 = 0.09; \quad k_{vd} = k_{hd}^{1/3} = 0.03$$

así se tiene, que

$$\tan\theta = \frac{k_{hd}}{1 - k_{vd}} = 0.093$$

De las tablas del apéndice A se obtiene el coeficiente de empuje activo de diseño suponiendo  $\tan\theta = 0.10$

$$K_{AS} = 0.3223$$

Con lo cual se puede valorar el empuje activo

$$E_{AS} = \frac{1}{2} \gamma H^2 (1 - k_v) K_{AS}$$

$$E_{AS} = \frac{1}{2} \times 2 \times (5.86)^2 (1 - 0.3) \times 0.3223$$

$$E_{AS} = 10.4 \text{ ton/m}$$

En seguida se calcularán los giros y desplazamientos que actúan en el muro para determinar a qué tipo pertenece.

Las fuerzas de gravedad que actúan sobre el muro despreciando las cargas en el pie del muro son las que se indican en la fig 17.

La fuerza de gravedad resultante y su punto de aplicación son

	Fuerzas verticales	Brazo	Momento
1	$0.5 \times 5 \times 2.4 = 6.00$	1.25	7.5
2	$0.6 \times 4.5 \times 2.4 = 6.48$	2.25	14.58
3	$3 \times 5 \times 2 = 30.00$	3.00	90.00
4	$\frac{3^2}{2} \tan 5^\circ \times 2 = 0.787$	3.50	2.75

$$Q = 43.26 \text{ ton/m}, M_0 = 114.835 \frac{\text{ton m}}{\text{m}}$$

Introduciendo las fuerzas horizontales de inercia y el empuje dinámico se calcula el momento que actúa en el centroide de la superficie de contacto, fig 18. (Se ha despreciado para este cálculo el empuje pasivo):

	Fuerza	Brazo	Momento
1	$43.26 \times 0.18$	3.04	+ 23.67
2	$43.26 \times 0.94$	2.65-2.25	- 16.26
3	$10.4 \cos \delta$	2.93	+ 29.43
4	$10.4 \sin \delta$	4.5 -2.25	- 6.05
			M = 30.79 ton/m

Las deflexiones y los giros se pueden estimar respectivamente con las siguientes expresiones

$$\Delta = \frac{q(H)^4}{8E_c I_c}$$

$$\psi = \frac{5M}{E_b B^2} *$$

\* Aproximación obtenida de la solución elástica  $\psi = \frac{M}{E_b B^2} \frac{16}{\pi} (1-\nu^2)$ , ref (4).



$$\Delta_{TOT} = \Delta + \psi H$$

$$E_D = 2G(1 + \nu) = 18\,000 \text{ ton/m}^2$$

$$I_C = 0.01042 \frac{\text{m}^4}{\text{m}}$$

$$q = \frac{E_{AS} \cos \delta}{5} = 2.00 \frac{\text{ton/m}}{\text{m}}; E_C = 10,000 \sqrt{200} \text{ kg/cm}^2$$

de donde  $\Delta = 0.0106$  y

$$\psi = \frac{5 \times 30.79}{18\,000 \times (4.5)^2} = 0.00042$$

$$H_\psi = 0.00042 \times 5.6 = 0.0024$$

$$\Delta + \psi H = 0.012 \text{ m}$$

$$\Delta_{TOT}/H = 0.0023$$

De acuerdo con la tabla 1 el muro será del tipo 1. El factor de seguridad contra deslizamiento se calcula con la fórmula

$$F_{SD} = \frac{(1 - k_v) Q + E_{AS} \sin(\delta + \beta) \tan \phi_b}{k_{hd} Q + E_{AS} \cos(\delta + \beta)}$$

$$F_{SD} = \frac{(0.97 \times 43.26 + 10.4 \sin 15^\circ) \tan 25^\circ}{0.09 \times 43.26 + 20.4 \cos 15^\circ} = \frac{20.82}{13.93} = 1.5$$

que es mayor que 1.2

El factor de seguridad contra volteo se valúa como

$$FS_v = \frac{(1 - k_v) Q C_3 + E_{AS} \operatorname{sen}(\delta + \beta) C_2}{k_h Q C_4 + E_{AS} \operatorname{sen}(\delta + \beta) C_1}$$

en donde  $C_1, \dots, C_4$  se obtuvieron de la fig 18.

$$FS_v = \frac{0.97 \times 43.26 \times 2.65 + 10.4 \operatorname{sen} 15^\circ \times 4.5}{0.09 \times 43.26 \times 3.04 + 10.4 \operatorname{cos} 15^\circ \times 2.93} = \frac{123.31}{41.27} > 1.5$$

En vista que las dimensiones propuestas dan factores de seguridad aceptables se adoptarán las dimensiones propuestas inicialmente. El cálculo del acero necesario se haría con las solicitaciones mostradas en la fig 19.

## 6.2 Muro de mampostería

El muro de mampostería de la fig 20 se ha clasificado como del grupo A y se ubica dentro de una zona en la que  $k_n = 0.05$ . Se ha desplantado sobre terreno firme por lo que el factor por amplificación es 1. Los datos para el relleno son:

$$\gamma = 1.834 \text{ ton/m}^3, \phi = 30^\circ, C_g = \delta = 0, \beta = 15^\circ$$

y para el suelo de cimentación

$$E = 850 \text{ kg/cm}^2, \phi_b = 30^\circ$$

Los coeficientes sísmicos, con un factor de importancia de 1.6, son

$$k_{hd} = 0.05 \times 1.6 = 0.08$$

$$k_{vd} = k_{hd}/3 = 0.026$$

y

$$\tan \theta = \frac{0.08}{1-0.026} = 0.082$$

$$\theta = 5^\circ$$

El muro se analizará empleando el artificio de gravedad aparente. La geometría modificada del muro se muestra en la fig 21 en donde

$$\omega^* = \omega + \theta = 5^\circ$$

$$\beta^* = \beta + \theta = 19^\circ$$

$$\gamma^* = \gamma \frac{g^*}{g} = 1.834 \frac{(1 - k_v)}{\cos \theta} = 1.793 \text{ ton/m}^3$$

$$H^* = H \frac{\cos \beta^*}{\cos \beta} = 7.18 \frac{\cos 19^\circ}{\cos 15^\circ} = 7.0 \text{ m}$$

El empuje activo por gravedad y sismo se valúa con la ec 3.12:

$$E_{AS} = E_A^* = \frac{1}{2} \gamma^* H^{*2} K_A^*$$

en donde  $K_A^*$  está dado por la ec 3.13. En este caso

$$K_A^* = 0.423, 5$$

y

$$E_{AS} = \frac{1}{2} \times 1.793 \times (7.07)^2 \times 0.423$$

$$E_{AS} = 19.0 \text{ ton/m}$$

Para verificar si se presenta un estado activo no se consideran las deformaciones por flexión en el fuste. El peso total del muro se obtuvo a partir de la fig 20 y resulto ser

$$Q = 40.76 \text{ ton/m}$$

El momento neto que actúa sobre el centroide de la superficie de contacto es, tomando en cuenta las fuerzas horizontales de inercia y el empuje activo dinámico

$$M_C = 74.31 \frac{\text{ton m}}{\text{m}}$$

y el giro

$$\psi = \frac{5M}{E_b B^2} = 0.0048$$

En este caso

$$\frac{\Delta}{H} = \psi > 0.001$$

por lo que el muro pertenece al tipo 1. La revisión de la

estabilidad contra deslizamiento y volteo es análoga a la forma en que se revisó el ejemplo anterior:

$$FS_d = 1.18 \approx 1.2$$

y

$$FS_v = 0.98 < 1.3$$

Lo-cual hace necesario modificar la geometría del muro. Una alternativa para hacerlo es incrementando la base como se muestra con líneas punteadas en la fig 20.

Esta modificación es suficiente para obtener un factor de seguridad contra el volteo mayor que 1.3.

## 7. REFERENCIAS

1. Seed, H B y Whitman, R V, "Design of earth retaining structures for dynamic loads", en *1970 Speciality Conference on Lateral Stresses in the Ground and Design of Earth Retaining Structures*, Soil Mech and Found Div, ASCE, (1970)
2. Amano y otros, "Aseismic design of quay walls in Japan", *Proc, I World Conf on Earthq engng*, Berkeley, California (1956)
3. Duke, C M y Leeds, D J, "Response of soils, foundations and earth structures", *Bull Seism Soc Am*, 53, 2 (1973); 309-357

4. Newmark, N M y Rosenblueth, E, *Fundamentals of Earthquake Engineering*, Prentice-Hall, Nueva Jersey (1971)
5. Rosenblueth, E, "Soil and rock mechanics in earthquake engineering", *Proc DMSR 77*, Karlsruhe (sep 1977), Vol 3
6. Emery, J J y Thompson, D D, "Seismic design considerations for gravity retaining structures", *Canadian J of Civil Engng*, 3, 2 (1976), 248-264
7. Sánchez-Sesma, F J y Esquivel, J A, "Ground motion on alluvial valleys under incident plane SH waves", *Bull Seism Soc Am*, 64, 4 (1979), 1107-1120
8. Tsai, N C, "Influence of local geology on earthquake ground motion", *Earthq Engng Research Lab*, Pasadena, California (1969)
9. Sánchez-Sesma, F J y Rosenblueth, E, "Ground motion at canyons of arbitrary shape under incident SH waves", *Earthq Engng and Structl Dyn*, 7, 5 (1979), 441-450
10. Sánchez-Sesma, F J, Herrera, I, Avilés, J y Esquivel, J A, "Movimiento sísmico en promontorios ante incidencia de ondas SH. Solución con métodos de fronteras", *Instituto de Ingeniería, UNAM*, México (jun 1980)
11. Okamoto, S, *Introduction to earthquake engineering*, John Wiley, N Y (1973)
12. Wong, H L, "Diffraction of P, SV and Rayleigh waves by surface topographies", *University of Southern California*, Rep CE 79-05, Los Angeles, California (ene 1979)
13. Ovando-Shelley, E, Sánchez-Sesma, F J y Arias, A, "Análisis y diseño sísmico de muros de retención", *Instituto de Ingeniería, UNAM*, Proy 9010, elaborado

para la Secretaría de Asentamientos Humanos y Obras Públicas (dic 1979)

- 14. Scott, R R, "Earthquake induced earth pressure on retaining walls", *Proc 5th World Conf on Earthq Engng*, Roma (1974)
- 15. Wood, J H, "Earthquake induced soil pressure on structures", *California Institute of Technology*, Pasadena, California (1973)
- 16. Aggour, M J y Brown, C B, "Resonance of retaining walls", *Engng Structs*, 1, 1 (1978), 3-7
- 17. Matsuo, H y Ohara, S, "Lateral earth pressure and stability of quay walls during earthquakes", *Proc II World Conf on Earthq Engng*, Japón (1960)
- 18. Richards, R y Elms, D V, "Seismic behavior of gravity retaining walls", *J of the Geotechnical Engng Division*, ASCE, 106, GT4 (1979), 449-464
- 19. Bowles, J E, *Foundation analysis and design*, McGraw-Hill, Kogakusha, Japón (1968)
- 20. Dowrick, J J, *Earthquakes resistant design*, John Wiley & Sons, Nueva York (1977)

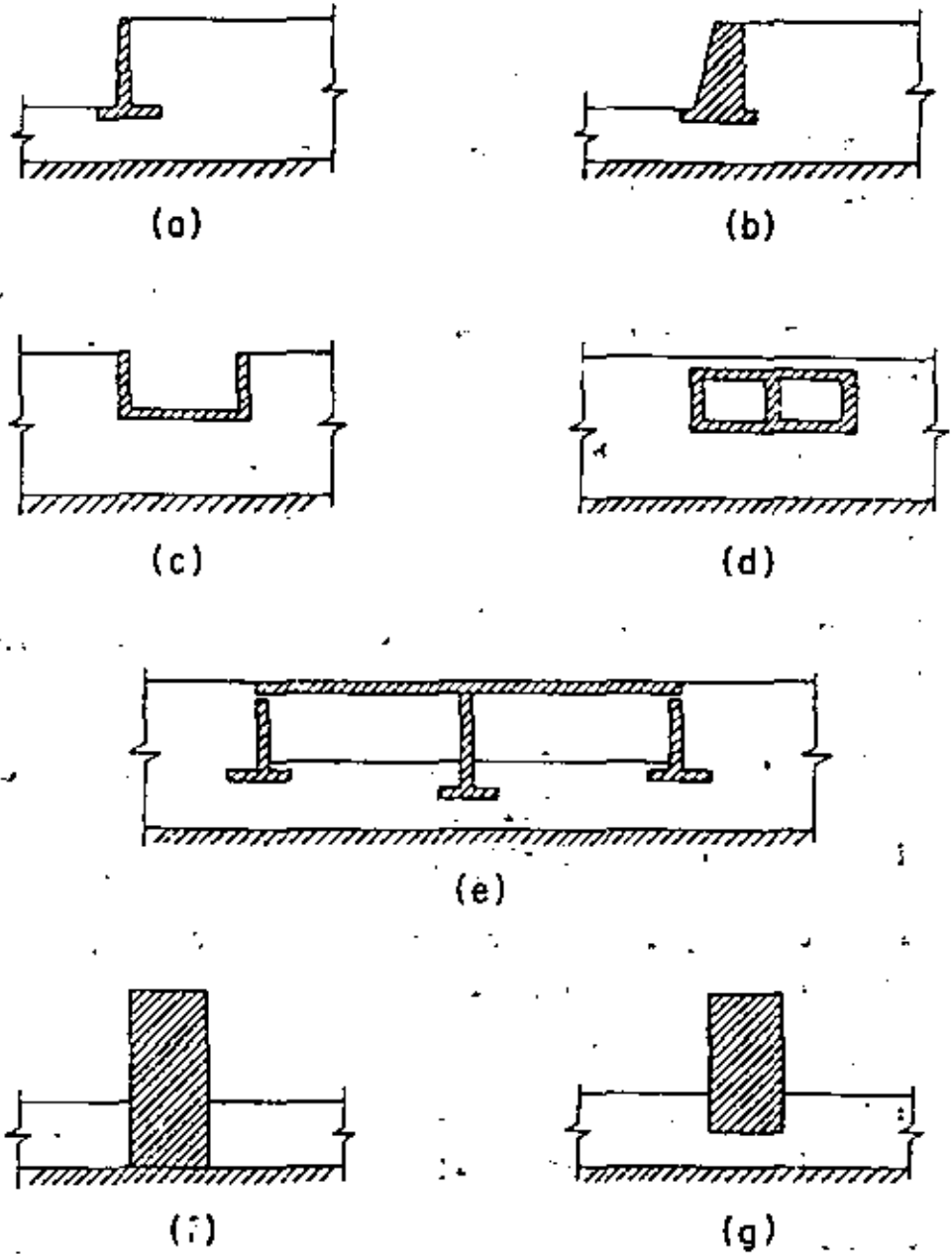


Fig 1. Tipos de muros de retención



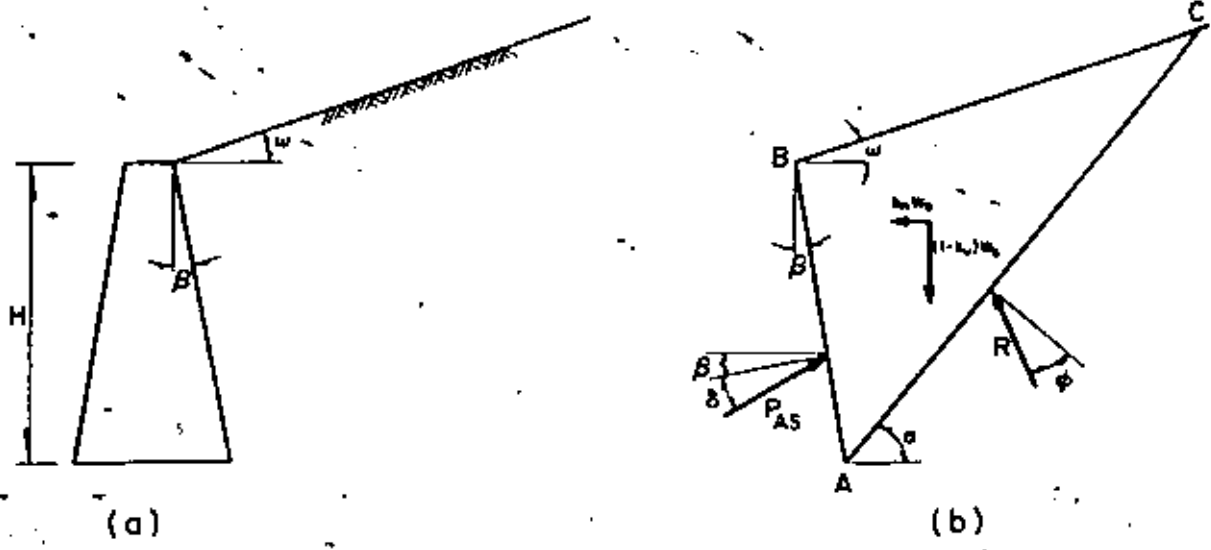


Fig 2. a) Geometría de un muro de gravedad con relleno inclinado. b) Cuña de falla activa para relleno granular

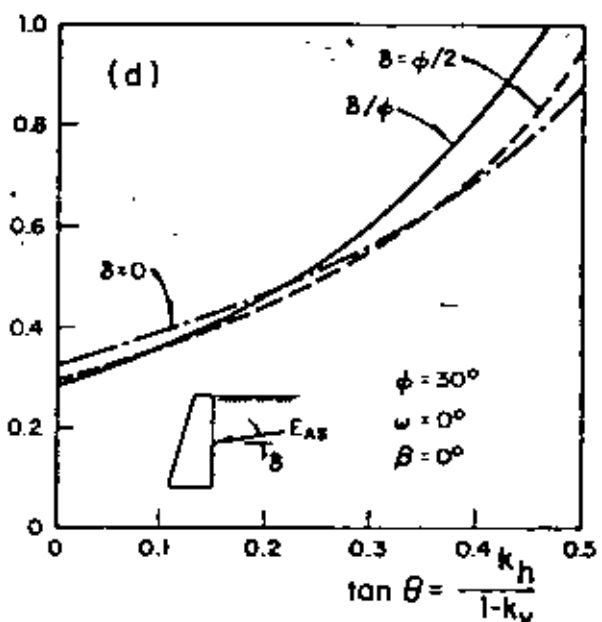
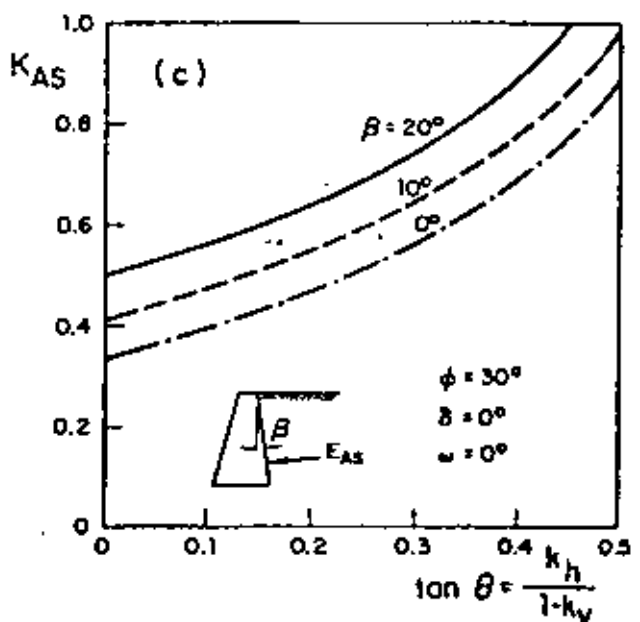
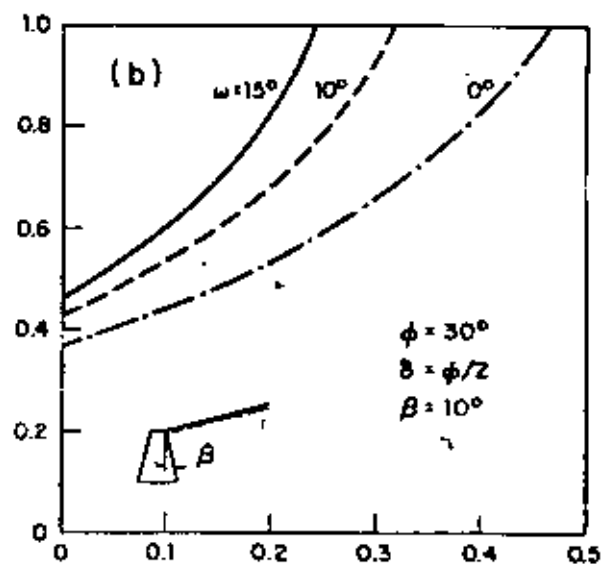
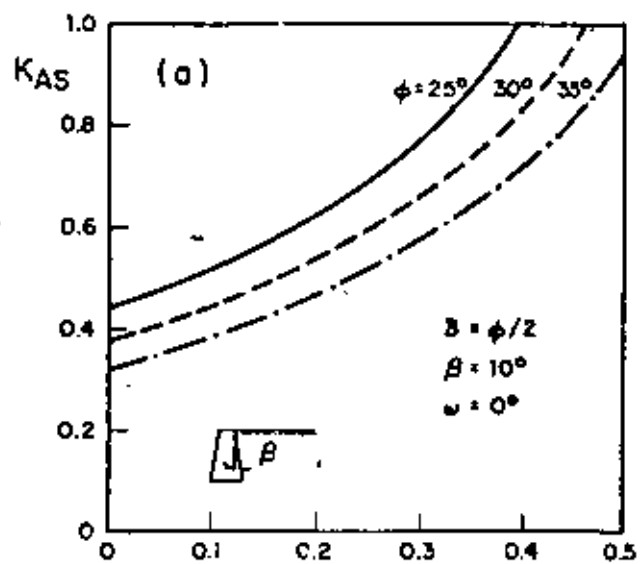


Fig 3. Influencia de los distintos parámetros en el coeficiente de empuje activo. Suelos granulares

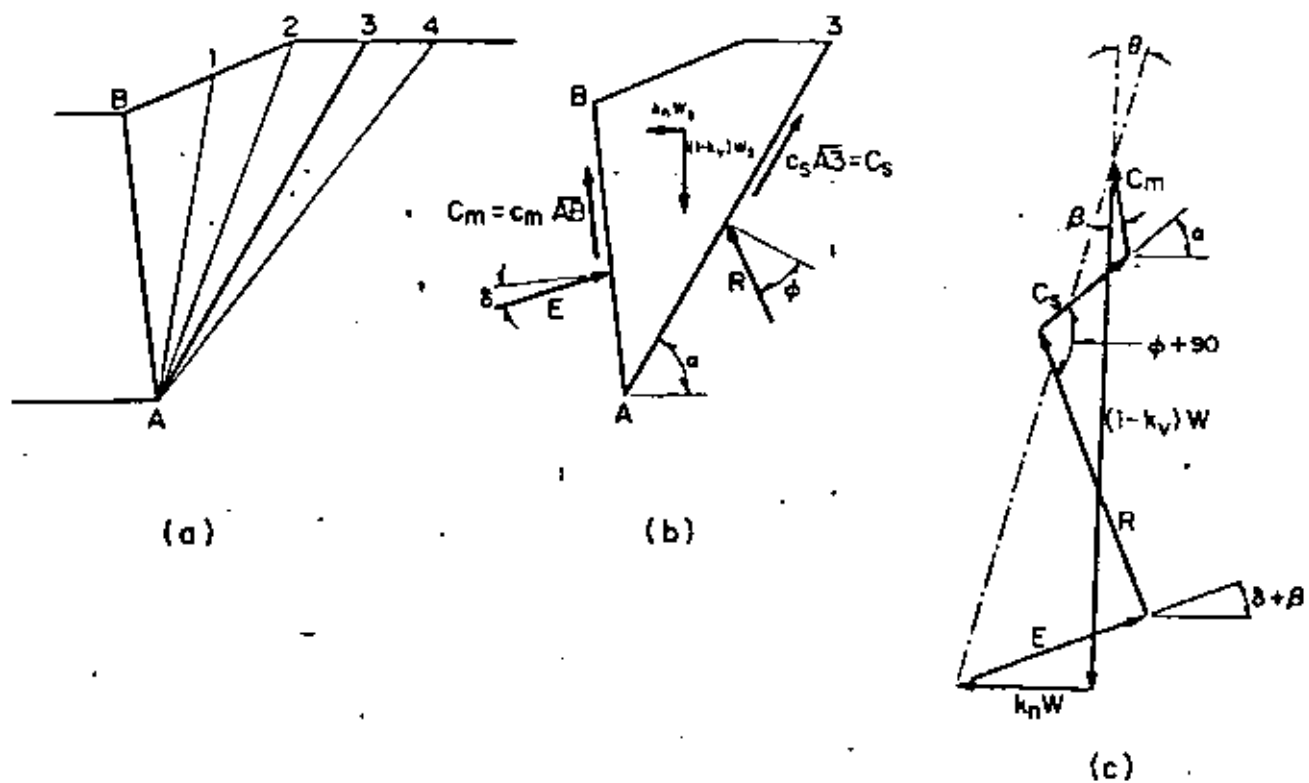


Fig 4 . Método de las cuñas de prueba

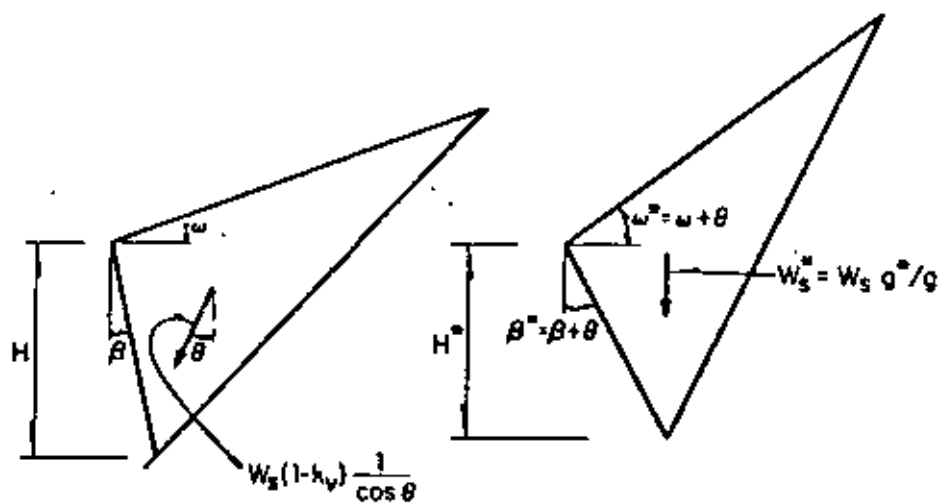


Fig 5 . Artificio de gravedad aparente

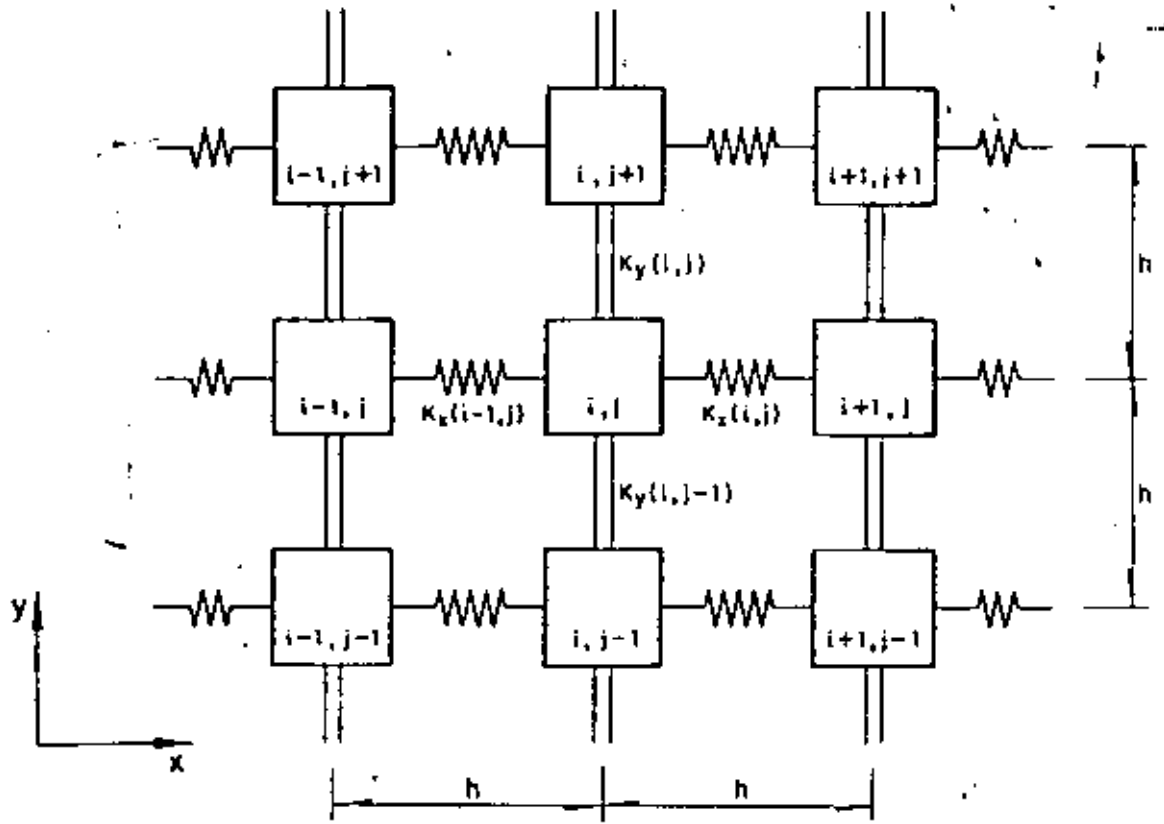


Fig 6. Modelo elástico simplificado

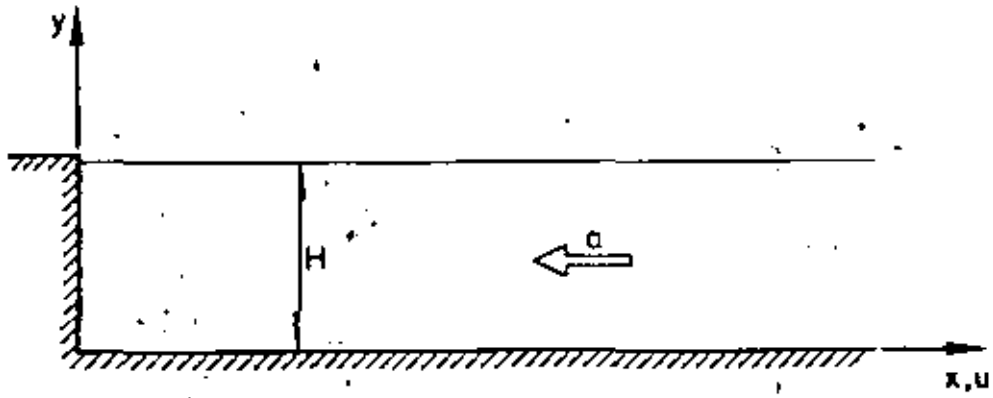


Fig 7. Muro rígido y relleno horizontal de longitud infinita con fuerza de cuerpo uniforme  $X = -\rho a$

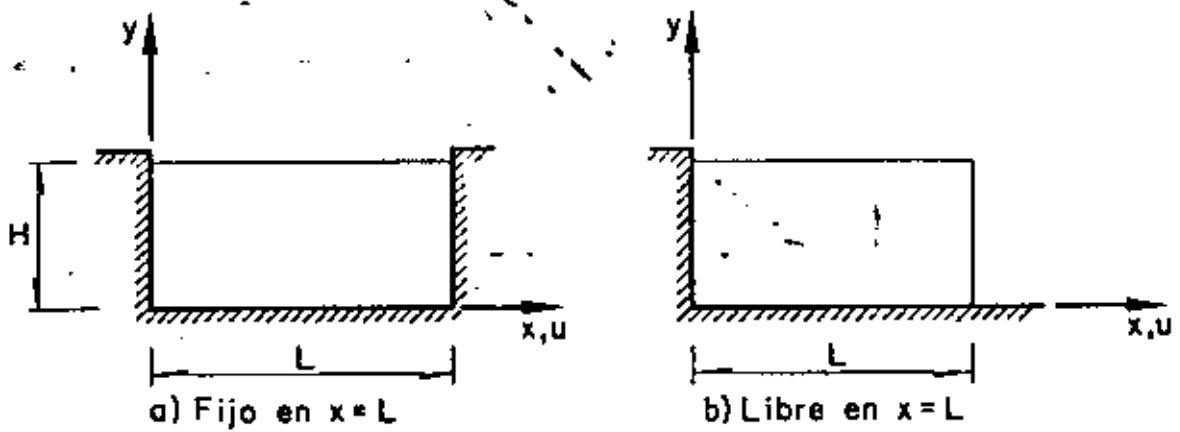


Fig 8. Muro rígido en  $x=0$  y relleno de longitud finita

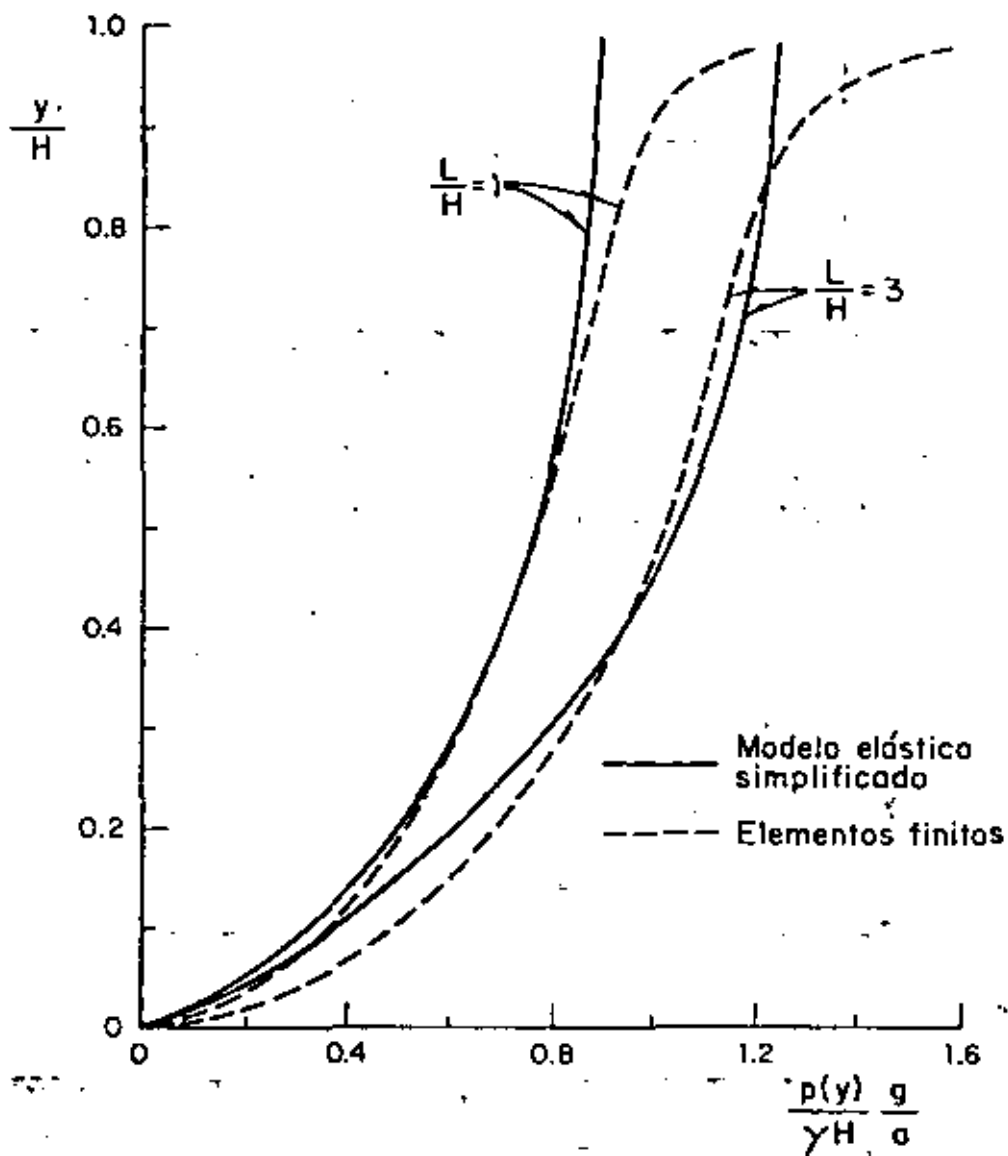


Fig 9. Presiones sobre un muro rígido, relleno con extremo libre,  $\nu = 0.3$

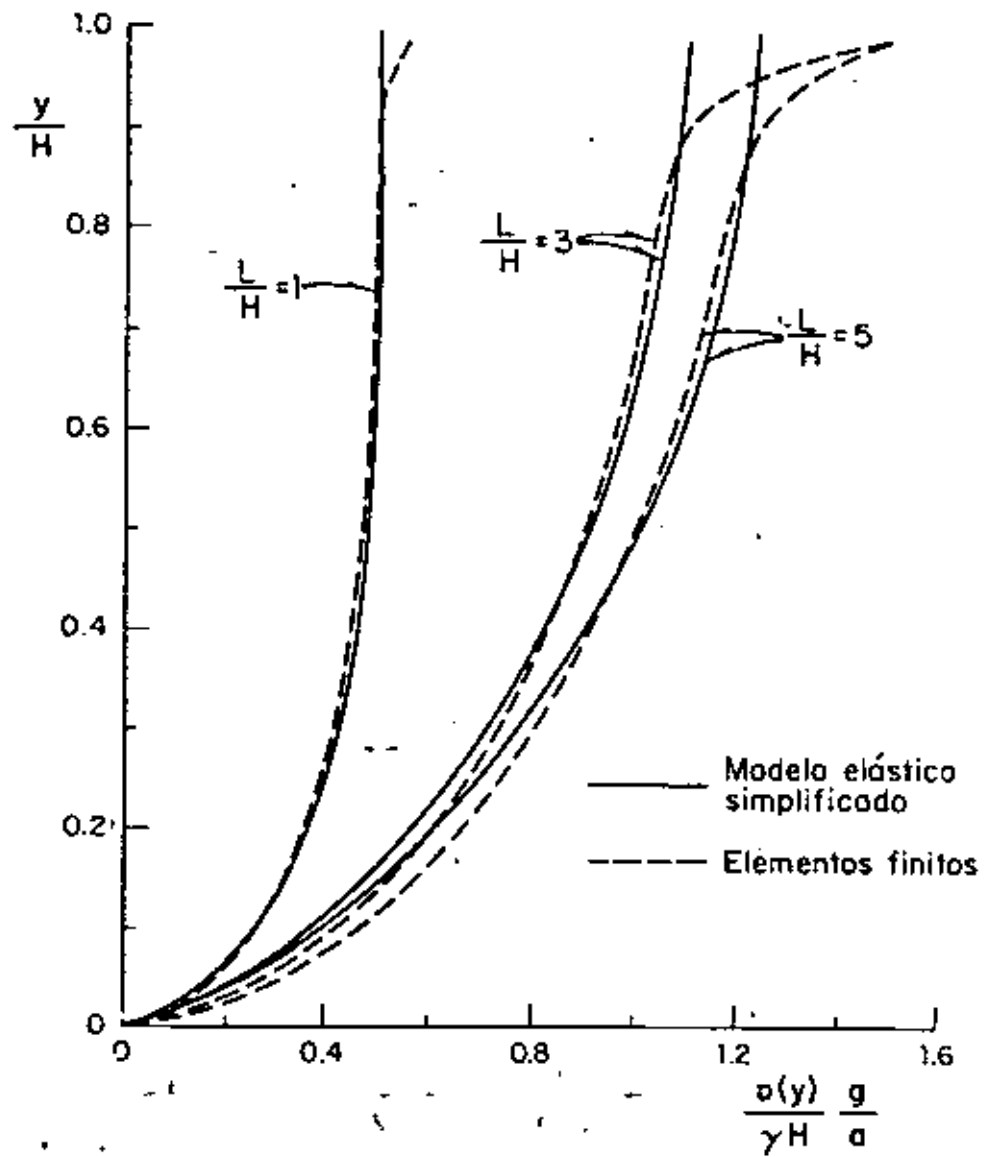


Fig 10. Presiones en un muro rígido, relleno con extremo fijo,  $\nu = 0.3$

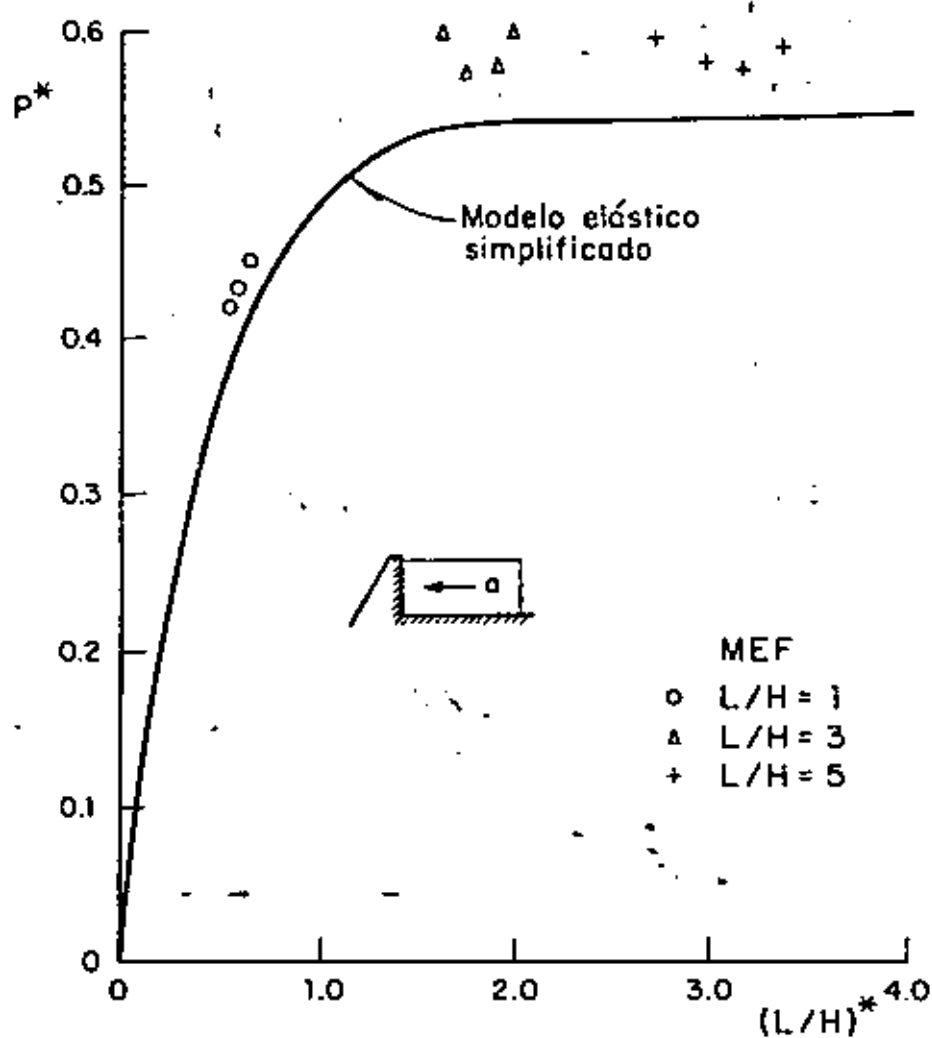


Fig 11. Empujes normalizados sobre un muro rígido para un relleno de longitud finita con un extremo libre y sometido a aceleración uniforme



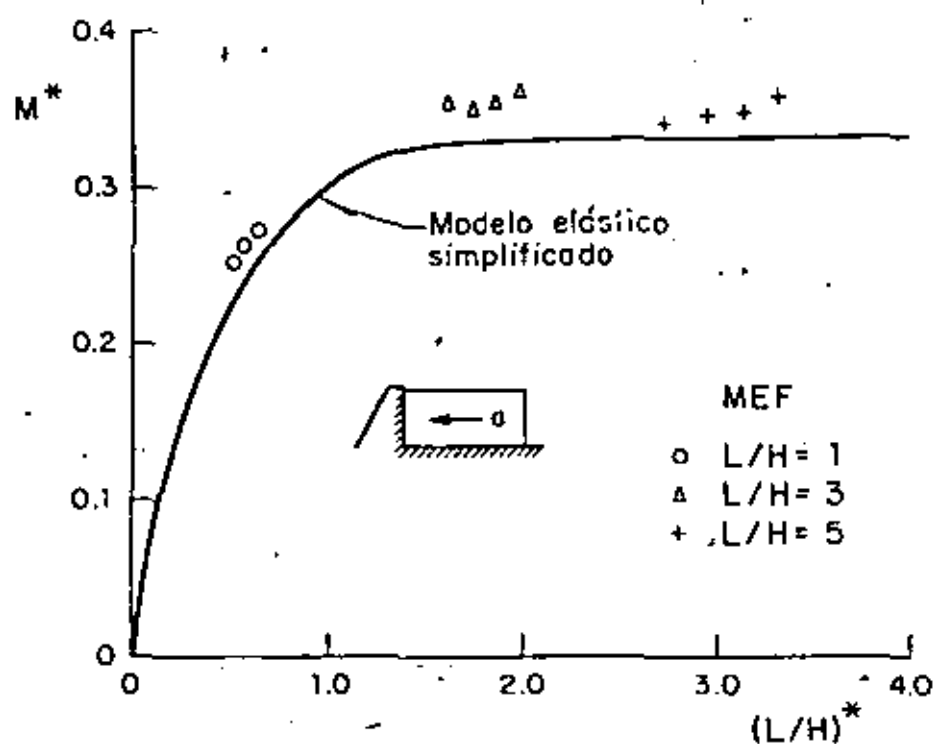


Fig 12. Momentos normalizados sobre un muro rígido para un relleno de longitud finita con un extremo libre y sometido a aceleración uniforme

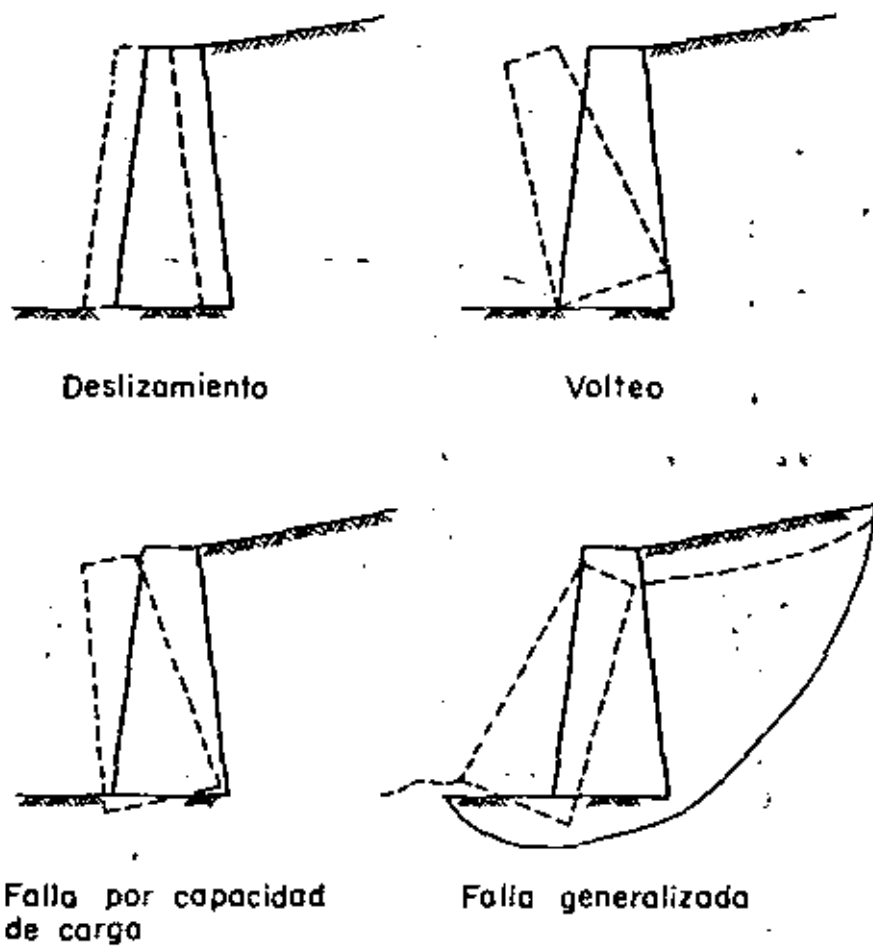


Fig 13 . Modos de falla

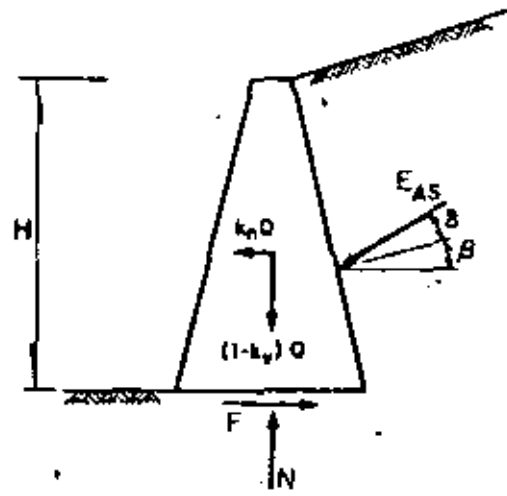


Fig 14. Fuerzas consideradas en el deslizamiento

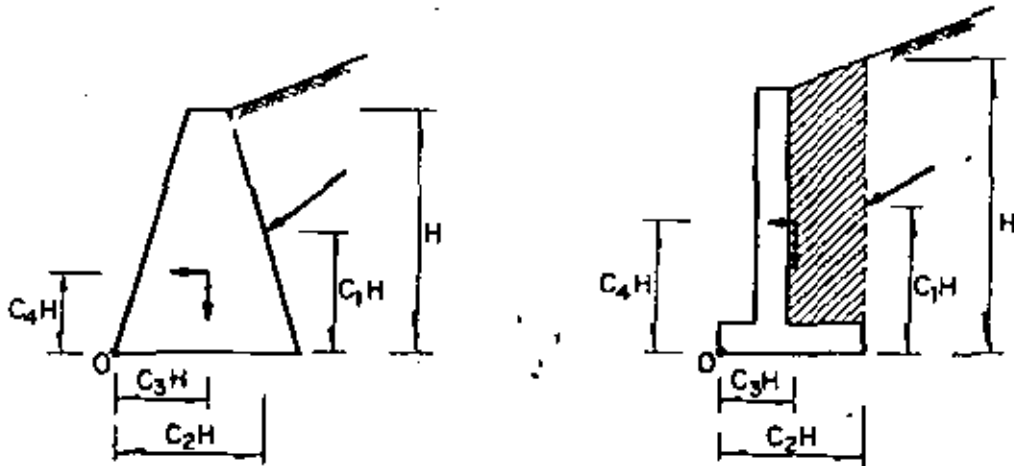
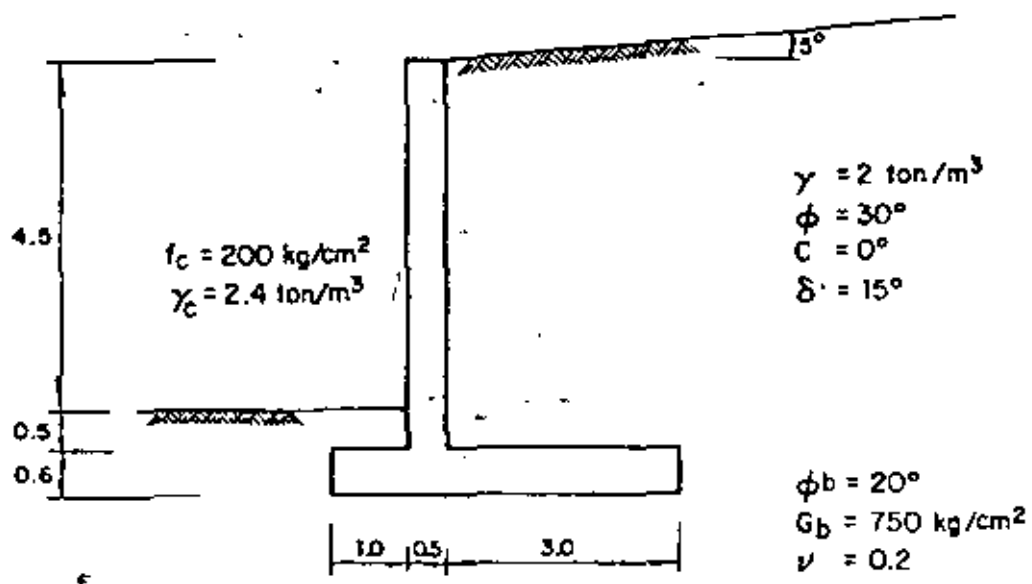


Fig 15. Parámetros que definen la geometría del muro



Anotaciones, en m

Fig 16. Datos del ejemplo 1

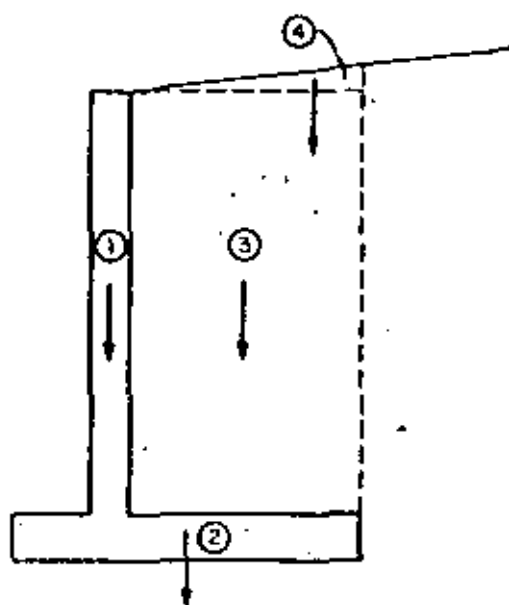


Fig 17. Fuerzas gravitacionales

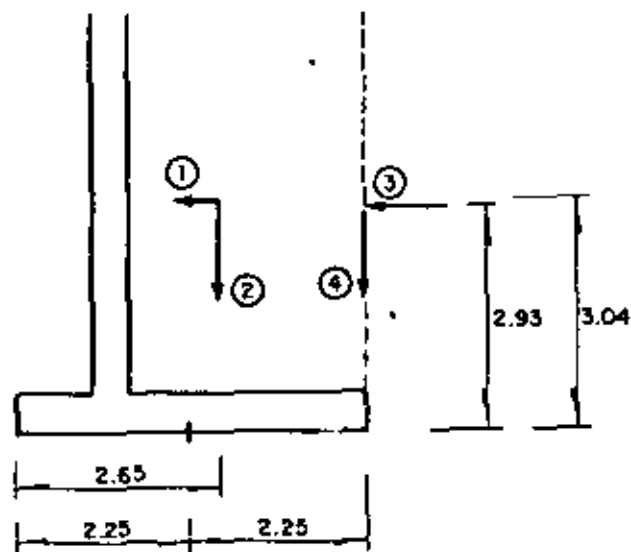


Fig 18. Fuerzas en el muro y el relleno asociado y empuje activo sísmico

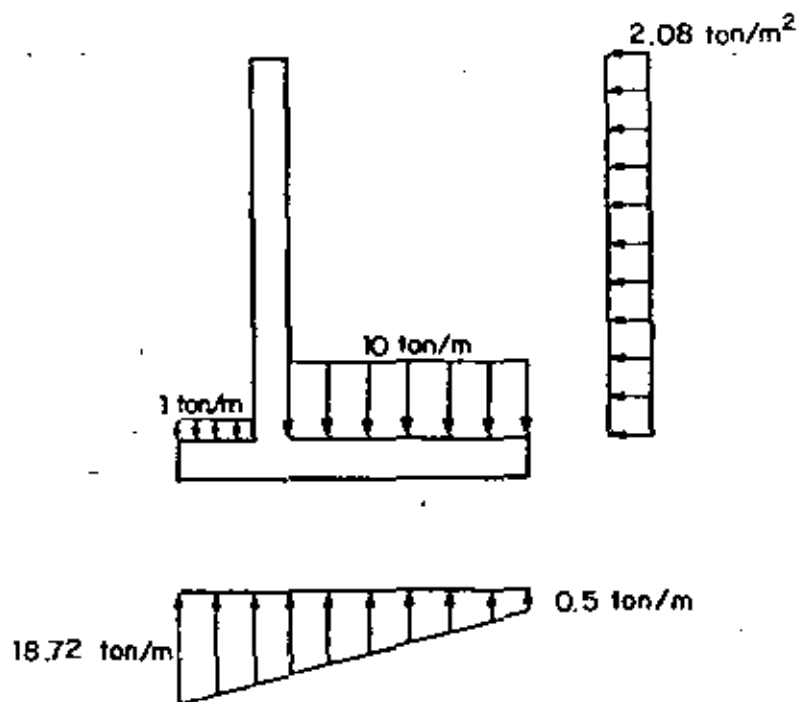


Fig 19. Solicitaciones para diseño estructural

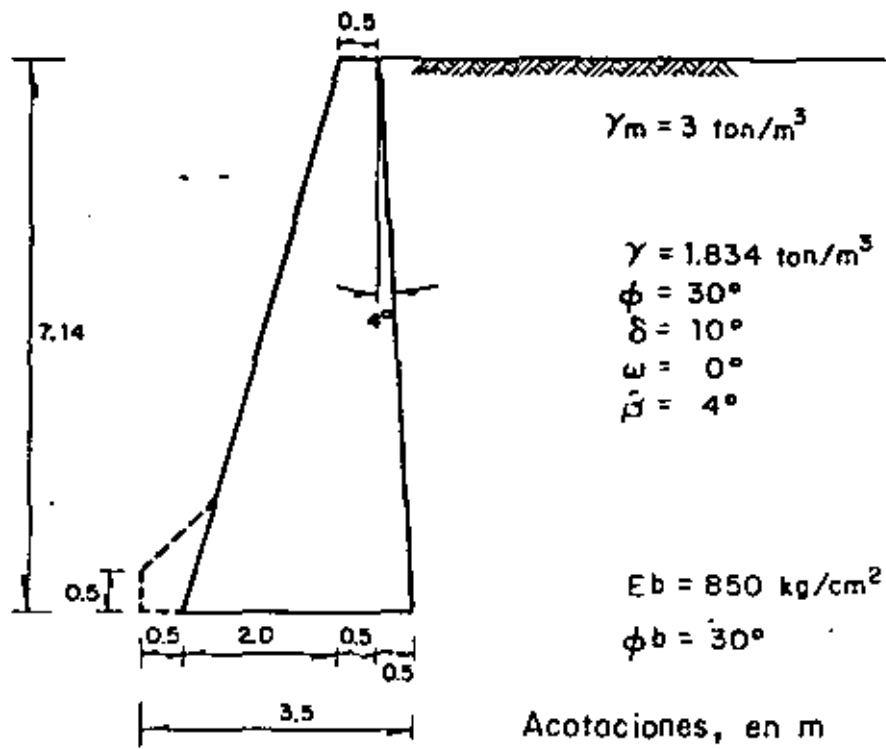


Fig 20. Datos para el ejemplo 2

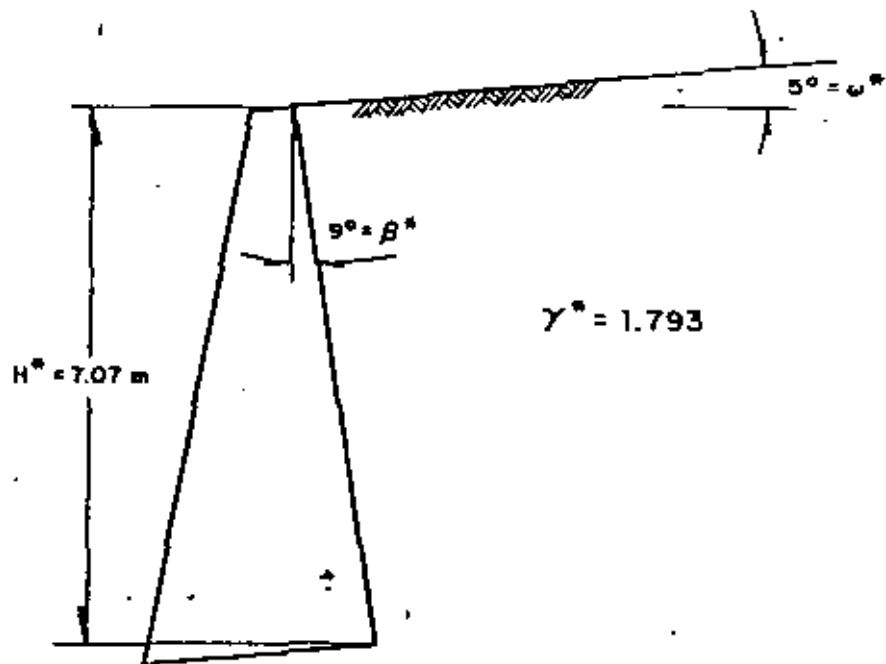


Fig 21. Geometría del muro del problema 2 modificada con el artificio de gravedad aparente

## APENDICE A

En las tablas se dan algunos valores del coeficiente sísmico de empuje activo obtenidos con la fórmula de Mononobe-Okabe. En ellas:

$$FI = \phi = 20^\circ, 25^\circ, 30^\circ, 35^\circ$$

$$DELT = \delta = 0^\circ, \phi/2, \phi$$

$$BET = \beta = 0^\circ, 10^\circ, 20^\circ$$

$$OMEG = \omega = -10^\circ, 0^\circ, 10^\circ, 20^\circ$$

$$TAN = \tan\theta = \frac{k_h}{1-k_v}$$

en donde  $\phi$ ,  $\delta$ ,  $\beta$ ,  $\omega$ ,  $k_h$ ,  $k_v$  se definen como en el capítulo 3

El término  $\sin(\phi - \theta - \omega)$  que aparece en la radical de la expresión para el coeficiente de empuje, ec 3.2, debe ser positivo ya que cuando adquiere valores negativos no existe solución real. Físicamente esto corresponde a una situación de inestabilidad indicada en las tablas por asteriscos. Por lo anterior la inclinación del relleno deberá ser tal que

$$\omega \leq \phi - \theta$$

FI = 20.0 DEL = 0.0 BLT = 0.0

TAN	OMEG	-20.0	-15.0	-10.0	-5.0	0.0	5.0	10.0	15.0	20.0
0.00	0.4011	0.4196	0.4400	0.4631	0.4903	0.5240	0.5692	0.6389	0.8830	
0.05	0.4747	0.4950	0.5282	0.5650	0.6057	0.6506	0.7035	0.7736		
0.10	0.5487	0.5772	0.6138	0.6531	0.6958	0.7428	0.7939			
0.15	0.6247	0.6571	0.6921	0.7296	0.7695	0.8128	0.8593			
0.20	0.7025	0.7377	0.7746	0.8132	0.8544	0.8981				
0.25	0.7822	0.8194	0.8583	0.8988	0.9418					
0.30	0.8641	0.9024	0.9421	0.9832						
0.35	0.9486	0.9874	1.0276							
0.40	1.0360	1.0750								
0.45	1.1267	1.1652								
0.50	1.2216	1.2591								

FI = 20.0 DEL = 10.0 BLT = 0.0

TAN	OMEG	-20.0	-15.0	-10.0	-5.0	0.0	5.0	10.0	15.0	20.0
0.00	0.3554	0.3737	0.3944	0.4183	0.4467	0.4825	0.5312	0.6064	0.8960	
0.05	0.3785	0.3999	0.4239	0.4520	0.4863	0.5310	0.5905	0.7207		
0.10	0.4030	0.4283	0.4561	0.4896	0.5315	0.5890	0.6824			
0.15	0.4312	0.4594	0.4911	0.5322	0.5845	0.6517	0.8217			
0.20	0.4620	0.4943	0.5321	0.5808	0.6480	0.7302				
0.25	0.4952	0.5302	0.5770	0.6376	0.7279	0.8292				
0.30	0.5320	0.5724	0.6243	0.7056	0.8372					
0.35	0.5723	0.6180	0.6778	0.7906	1.1331					
0.40	0.6168	0.6717	0.7406	0.9099						
0.45	0.6658	0.7323	0.8262	1.1093						
0.50	0.7087	0.8036	0.9627							

FI = 20.0 DEL = 20.0 BLT = 0.0

TAN	OMEG	-20.0	-15.0	-10.0	-5.0	0.0	5.0	10.0	15.0	20.0
0.00	0.3313	0.3505	0.3720	0.3969	0.4269	0.4650	0.5177	0.6029	0.9397	
0.05	0.3580	0.3782	0.4014	0.4331	0.4697	0.5180	0.5902	0.7321		
0.10	0.3829	0.4080	0.4333	0.4741	0.5197	0.5830	0.6892			
0.15	0.4122	0.4422	0.4776	0.5212	0.5793	0.6567	0.8036			
0.20	0.4445	0.4790	0.5200	0.5762	0.6423	0.7331				
0.25	0.4799	0.5210	0.5730	0.6416	0.7400	0.8597				
0.30	0.5193	0.5688	0.6322	0.7219	0.8478					
0.35	0.5631	0.6226	0.7028	0.8250	1.1282					
0.40	0.6123	0.6851	0.7900	0.9701						
0.45	0.6681	0.7589	0.8909	1.2349						
0.50	0.7310	0.8489	1.0403							

FI = 20.0 DEL = 0.0 BLT = 10.0

TAN	OMEG	-20.0	-15.0	-10.0	-5.0	0.0	5.0	10.0	15.0	20.0
0.00	0.4467	0.4707	0.4967	0.5257	0.5594	0.6005	0.6545	0.7363	1.0154	
0.05	0.4668	0.4933	0.5224	0.5555	0.5948	0.6443	0.7135	0.8352		
0.10	0.4882	0.5177	0.5506	0.5884	0.6349	0.6962	0.7914			
0.15	0.5111	0.5441	0.5814	0.6256	0.6785	0.7504	0.9146			
0.20	0.5354	0.5717	0.6135	0.6676	0.7300	0.8471				
0.25	0.5622	0.6041	0.6536	0.7162	0.7950	0.9937				
0.30	0.5910	0.6387	0.6967	0.7740	0.8793					
0.35	0.6223	0.6771	0.7463	0.8458	1.0050					
0.40	0.6565	0.7203	0.8000	0.9427						
0.45	0.6944	0.7697	0.8770	1.1099						
0.50	0.7368	0.8273	0.9715							



FI = 20.0 DEL = 10.0 PLT = 10.0

TAN	DMEG	-20.0	-15.0	-10.0	-5.0	0.0	5.0	10.0	15.0	20.0
0.00	0.4013	0.4261	0.4534	0.4842	0.5205	0.5655	0.6259	0.7200	0.8450	1.0642
0.05	0.4220	0.4506	0.4817	0.5174	0.5604	0.6158	0.6952	0.8450	1.0642	1.3888
0.10	0.4463	0.4777	0.5132	0.5549	0.6067	0.6769	0.7893	0.9450	1.1642	1.5888
0.15	0.4717	0.5073	0.5482	0.5976	0.6615	0.7545	0.9441	1.1642	1.5888	2.0642
0.20	0.4993	0.5400	0.5877	0.6472	0.7243	0.8329	1.0642	1.5888	2.0642	2.6420
0.25	0.5288	0.5763	0.6327	0.7058	0.8013	0.9229	1.1642	1.5888	2.0642	2.8420
0.30	0.5603	0.6172	0.6847	0.7773	0.8937	1.0337	1.1642	1.5888	2.0642	2.8420
0.35	0.5939	0.6636	0.7461	0.8687	1.0157	1.1642	1.5888	2.0642	2.8420	2.8420
0.40	0.6307	0.7169	0.8204	0.9565	1.1228	1.1642	1.5888	2.0642	2.8420	2.8420
0.45	0.6707	0.7793	0.9135	1.0828	1.2828	1.1642	1.5888	2.0642	2.8420	2.8420
0.50	0.7141	0.8546	1.0242	1.2282	1.4828	1.1642	1.5888	2.0642	2.8420	2.8420

FI = 20.0 DEL = 20.0 PLT = 10.0

TAN	DMEG	-20.0	-15.0	-10.0	-5.0	0.0	5.0	10.0	15.0	20.0
0.00	0.3808	0.4765	0.4354	0.4683	0.5080	0.5575	0.6252	0.7333	0.8657	1.1547
0.05	0.4041	0.4338	0.4271	0.4580	0.5080	0.5575	0.6252	0.7333	0.8657	1.1547
0.10	0.4302	0.4681	0.5020	0.5490	0.6174	0.6880	0.8209	1.0642	1.3888	1.8420
0.15	0.4588	0.5076	0.5433	0.5991	0.6725	0.7523	0.9157	1.1642	1.5888	2.0642
0.20	0.4904	0.5358	0.5729	0.6363	0.7239	0.8271	1.0642	1.5888	2.0642	2.6420
0.25	0.5250	0.5789	0.6248	0.7000	0.8010	0.9229	1.1642	1.5888	2.0642	2.6420
0.30	0.5635	0.6282	0.6774	0.7700	0.8937	1.0337	1.1642	1.5888	2.0642	2.6420
0.35	0.6051	0.6805	0.7351	0.8382	1.0157	1.1642	1.5888	2.0642	2.8420	2.8420
0.40	0.6520	0.7329	0.8015	0.9100	1.1100	1.1642	1.5888	2.0642	2.8420	2.8420
0.45	0.7047	0.8140	0.8675	1.0309	1.2828	1.1642	1.5888	2.0642	2.8420	2.8420
0.50	0.7634	0.9341	1.1866	1.4309	1.7828	1.1642	1.5888	2.0642	2.8420	2.8420

FI = 20.0 DEL = 0.0 PLT = 20.0

TAN	DMEG	-20.0	-15.0	-10.0	-5.0	0.0	5.0	10.0	15.0	20.0
0.00	0.4999	0.5322	0.5666	0.6045	0.6478	0.6998	0.7672	0.8675	1.0642	1.3888
0.05	0.5170	0.5222	0.5266	0.5327	0.5384	0.5443	0.5498	0.5522	0.5522	0.5522
0.10	0.5354	0.5780	0.6162	0.6684	0.7224	0.7980	0.9180	1.0642	1.3888	1.8420
0.15	0.5553	0.5976	0.6452	0.7005	0.7696	0.8522	1.0522	1.3888	1.8420	2.4200
0.20	0.5770	0.6241	0.6777	0.7422	0.8269	0.9208	1.0642	1.3888	1.8420	2.4200
0.25	0.6007	0.6533	0.7147	0.7918	0.8801	1.0267	1.3888	1.8420	2.4200	2.8420
0.30	0.6264	0.6859	0.7572	0.8512	0.9525	1.1125	1.3888	1.8420	2.4200	2.8420
0.35	0.6554	0.7229	0.8073	0.9275	1.1921	1.3888	1.8420	2.4200	2.8420	2.8420
0.40	0.6874	0.7653	0.8679	1.0038	1.1642	1.3888	1.8420	2.4200	2.8420	2.8420
0.45	0.7233	0.8147	0.9442	1.2259	1.3888	1.8420	2.4200	2.8420	2.8420	2.8420
0.50	0.7642	0.8738	1.0483	1.3888	1.8420	2.4200	2.8420	2.8420	2.8420	2.8420

FI = 20.0 DEL = 10.0 PLT = 20.0

TAN	DMEG	-20.0	-15.0	-10.0	-5.0	0.0	5.0	10.0	15.0	20.0
0.00	0.4546	0.4887	0.5256	0.5668	0.6148	0.6736	0.7516	0.8710	1.0642	1.3888
0.05	0.4743	0.5120	0.5534	0.6005	0.6566	0.7281	0.8286	1.0154	1.3888	1.8420
0.10	0.4959	0.5378	0.5845	0.6390	0.7059	0.7955	0.9382	1.1642	1.5888	2.0642
0.15	0.5196	0.5665	0.6199	0.6836	0.7653	0.8634	1.0232	1.3888	1.8420	2.4200
0.20	0.5457	0.5987	0.6603	0.7364	0.8394	1.0060	1.1642	1.5888	2.0642	2.6420
0.25	0.5740	0.6352	0.7073	0.8001	0.9367	1.2403	1.3888	1.8420	2.4200	2.8420
0.30	0.6075	0.6760	0.7626	0.8798	1.0378	1.3888	1.8420	2.4200	2.8420	2.8420
0.35	0.6473	0.7251	0.8245	0.9587	1.1353	1.3888	1.8420	2.4200	2.8420	2.8420
0.40	0.6943	0.7810	0.9127	1.1300	1.3888	1.8420	2.4200	2.8420	2.8420	2.8420
0.45	0.7485	0.8499	1.0214	1.2267	1.3888	1.8420	2.4200	2.8420	2.8420	2.8420
0.50	0.7800	0.9318	1.1795	1.4828	1.8420	2.4200	2.8420	2.8420	2.8420	2.8420

FI = 20.0 DEL = 20.0 BLT = 20.0

TAN	DMCG	-20.0	-15.0	-10.0	-5.0	0.0	5.0	10.0	15.0	20.0
0.00	0.4371	0.4737	0.5139	0.5595	0.6132	0.6803	0.7711	0.9152	1.1478	1.478
0.05	0.4601	0.5012	0.5476	0.5999	0.6640	0.7474	0.8689	1.0660	1.3660	1.7660
0.10	0.4857	0.5321	0.5848	0.6437	0.7152	0.8126	1.0081	1.3081	1.7081	2.1081
0.15	0.5143	0.5672	0.6288	0.7000	0.7830	0.9468	1.2591	1.6591	2.1591	2.6591
0.20	0.5466	0.6074	0.6794	0.7707	0.8978	1.1159	1.4444	1.9444	2.5444	3.1444
0.25	0.5833	0.6539	0.7408	0.8589	1.0397	1.4444	1.9444	2.5444	3.1444	3.7444
0.30	0.6253	0.7285	0.8148	0.9337	1.1128	1.4444	1.9444	2.5444	3.1444	3.7444
0.35	0.6740	0.7735	0.8603	0.9828	1.1628	1.4444	1.9444	2.5444	3.1444	3.7444
0.40	0.7310	0.8523	0.9422	1.0638	1.2638	1.4444	1.9444	2.5444	3.1444	3.7444
0.45	0.7889	0.8950	1.0272	1.1872	1.4014	1.4444	1.9444	2.5444	3.1444	3.7444
0.50	0.8811	1.0767	1.4308	1.8772	1.4444	1.9444	2.5444	3.1444	3.7444	3.7444

FI = 25.0 DEL = 0.0 BLT = 0.0

TAN	DMCG	-20.0	-15.0	-10.0	-5.0	0.0	5.0	10.0	15.0	20.0
0.00	0.3358	0.3507	0.3670	0.3850	0.4059	0.4307	0.4621	0.5040	0.5572	0.6218
0.05	0.3582	0.3751	0.3937	0.4147	0.4393	0.4693	0.5063	0.5505	0.6047	0.6704
0.10	0.3819	0.4011	0.4222	0.4476	0.4762	0.5130	0.5633	0.6247	0.7000	0.7900
0.15	0.4070	0.4290	0.4536	0.4823	0.5179	0.5633	0.6247	0.7000	0.7900	0.8900
0.20	0.4338	0.4584	0.4873	0.5213	0.5640	0.6247	0.7000	0.7900	0.8900	1.0000
0.25	0.4623	0.4905	0.5241	0.5646	0.6175	0.6858	0.7679	0.8679	0.9879	1.1379
0.30	0.4927	0.5255	0.5648	0.6133	0.6780	0.7530	0.8430	0.9530	1.0830	1.2430
0.35	0.5257	0.5631	0.6098	0.6689	0.7478	0.8424	0.9424	1.0524	1.1824	1.3424
0.40	0.5601	0.6044	0.6598	0.7339	0.8303	0.9303	1.0303	1.1403	1.2603	1.4203
0.45	0.5977	0.6488	0.7152	0.8027	0.9127	1.0328	1.1528	1.2728	1.4028	1.5728
0.50	0.6384	0.6986	0.7802	0.9187	1.0387	1.1587	1.2787	1.4087	1.5487	1.7487

FI = 25.0 DEL = 12.5 BLT = 0.0

TAN	DMCG	-20.0	-15.0	-10.0	-5.0	0.0	5.0	10.0	15.0	20.0
0.00	0.2961	0.3112	0.3276	0.3460	0.3674	0.3932	0.4243	0.4722	0.5380	0.6218
0.05	0.3189	0.3361	0.3551	0.3768	0.4025	0.4344	0.4767	0.5330	0.6090	0.7090
0.10	0.3432	0.3630	0.3852	0.4118	0.4421	0.4781	0.5299	0.6000	0.6900	0.8000
0.15	0.3704	0.3923	0.4173	0.4468	0.4807	0.5200	0.5758	0.6500	0.7400	0.8500
0.20	0.3976	0.4221	0.4508	0.4848	0.5233	0.5660	0.6247	0.7000	0.7900	0.9000
0.25	0.4282	0.4550	0.4874	0.5255	0.5680	0.6160	0.6800	0.7600	0.8500	0.9600
0.30	0.4613	0.4917	0.5248	0.5624	0.6044	0.6524	0.7160	0.7900	0.8800	0.9900
0.35	0.4975	0.5309	0.5648	0.6021	0.6431	0.6880	0.7480	0.8200	0.9100	1.0200
0.40	0.5370	0.5738	0.6117	0.6527	0.6978	0.7480	0.8100	0.8900	0.9800	1.1000
0.45	0.5803	0.6207	0.6637	0.7104	0.7619	0.8180	0.8800	0.9600	1.0500	1.1600
0.50	0.6280	0.6725	0.7202	0.7713	0.8268	0.8880	0.9500	1.0300	1.1200	1.2300

FI = 25.0 DEL = 25.0 BLT = 0.0

TAN	DMCG	-20.0	-15.0	-10.0	-5.0	0.0	5.0	10.0	15.0	20.0
0.00	0.2805	0.2959	0.3130	0.3324	0.3551	0.3828	0.4187	0.4692	0.5351	0.6218
0.05	0.3044	0.3221	0.3428	0.3658	0.3915	0.4283	0.4751	0.5362	0.6121	0.7090
0.10	0.3306	0.3517	0.3754	0.4015	0.4307	0.4680	0.5145	0.5766	0.6525	0.7500
0.15	0.3591	0.3838	0.4103	0.4393	0.4719	0.5080	0.5545	0.6166	0.6925	0.7900
0.20	0.3905	0.4186	0.4487	0.4813	0.5174	0.5560	0.6025	0.6646	0.7405	0.8400
0.25	0.4259	0.4594	0.5005	0.5441	0.5912	0.6420	0.7000	0.7660	0.8420	0.9300
0.30	0.4633	0.5040	0.5541	0.6064	0.6620	0.7220	0.7880	0.8640	0.9500	1.0500
0.35	0.5034	0.5543	0.6100	0.6700	0.7340	0.8040	0.8800	0.9660	1.0620	1.1720
0.40	0.5455	0.6011	0.6628	0.7300	0.8040	0.8840	0.9700	1.0660	1.1720	1.2820
0.45	0.5903	0.6517	0.7200	0.7940	0.8740	0.9600	1.0560	1.1620	1.2720	1.3820
0.50	0.6380	0.7035	0.7800	0.8600	0.9440	1.0340	1.1300	1.2300	1.3400	1.4500

FI = 25.0 DEL = 0.0 ELT = 10.0

TAN	OMEG	-20.0	-15.0	-10.0	-5.0	0.0	5.0	10.0	15.0	20.0
0.00	0.3855	0.4757	0.4274	0.4274	0.4513	0.4703	0.5101	0.5405	0.6023	0.6841
0.05	0.4282	0.4282	0.4282	0.4282	0.4282	0.4282	0.4282	0.4282	0.4282	0.4282
0.10	0.4772	0.4523	0.4745	0.5110	0.5475	0.5929	0.6539	0.7510	0.7953	0.7953
0.15	0.4701	0.4782	0.5045	0.5453	0.5885	0.6441	0.7246	0.8856	0.8856	0.8856
0.20	0.4748	0.5062	0.5417	0.5835	0.6353	0.7054	0.8199	0.9824	0.9824	0.9824
0.25	0.5007	0.5381	0.5772	0.6263	0.6895	0.7720	0.8824	0.9824	0.9824	0.9824
0.30	0.5228	0.5612	0.6014	0.6524	0.7153	0.7988	0.8888	0.9824	0.9824	0.9824
0.35	0.5407	0.5792	0.6204	0.6731	0.7373	0.8231	0.9125	0.9824	0.9824	0.9824
0.40	0.5541	0.5927	0.6350	0.6884	0.7533	0.8408	0.9325	0.9824	0.9824	0.9824
0.45	0.5627	0.6014	0.6437	0.6981	0.7640	0.8525	0.9450	0.9824	0.9824	0.9824
0.50	0.5659	0.6081	0.6504	0.7048	0.7717	0.8613	0.9550	0.9824	0.9824	0.9824

FI = 25.0 DEL = 12.5 ELT = 10.0

TAN	OMEG	-20.0	-15.0	-10.0	-5.0	0.0	5.0	10.0	15.0	20.0
0.00	0.3465	0.3674	0.3899	0.4150	0.4438	0.4713	0.5016	0.5304	0.5604	0.6756
0.05	0.3681	0.3916	0.4173	0.4469	0.4804	0.5180	0.5576	0.6036	0.6500	0.6756
0.10	0.3913	0.4180	0.4481	0.4814	0.5190	0.5621	0.6100	0.6636	0.7200	0.6756
0.15	0.4165	0.4460	0.4809	0.5204	0.5646	0.6136	0.6680	0.7300	0.7950	0.6756
0.20	0.4434	0.4785	0.5181	0.5654	0.6125	0.6604	0.7100	0.7750	0.8500	0.6756
0.25	0.4737	0.5134	0.5597	0.6106	0.6619	0.7157	0.7700	0.8300	0.9000	0.6756
0.30	0.5062	0.5533	0.6000	0.6523	0.7037	0.7580	0.8150	0.8750	0.9500	0.6756
0.35	0.5420	0.5853	0.6300	0.6843	0.7373	0.7900	0.8450	0.9050	0.9800	0.6756
0.40	0.5815	0.6239	0.6723	0.7231	0.7774	0.8350	0.8950	0.9650	1.0500	0.6756
0.45	0.6254	0.6699	0.7200	0.7731	0.8300	0.8900	0.9550	1.0300	1.1200	0.6756
0.50	0.6744	0.7227	0.7855	0.8500	0.9180	0.9900	1.0650	1.1500	1.2500	0.6756

FI = 25.0 DEL = 25.0 ELT = 10.0

TAN	OMEG	-20.0	-15.0	-10.0	-5.0	0.0	5.0	10.0	15.0	20.0
0.00	0.3345	0.3567	0.3811	0.4084	0.4381	0.4701	0.5027	0.5376	0.5800	0.7000
0.05	0.3586	0.3841	0.4123	0.4425	0.4746	0.5096	0.5476	0.5880	0.6400	0.7000
0.10	0.3850	0.4143	0.4473	0.4855	0.5258	0.5691	0.6156	0.6650	0.7200	0.7000
0.15	0.4121	0.4421	0.4767	0.5169	0.5628	0.6136	0.6680	0.7250	0.7950	0.7000
0.20	0.4414	0.4721	0.5077	0.5482	0.5941	0.6450	0.7000	0.7600	0.8300	0.7000
0.25	0.4723	0.5088	0.5453	0.5859	0.6318	0.6830	0.7400	0.8000	0.8750	0.7000
0.30	0.5052	0.5428	0.5800	0.6200	0.6640	0.7130	0.7670	0.8250	0.8950	0.7000
0.35	0.5400	0.5780	0.6150	0.6550	0.7000	0.7500	0.8050	0.8650	0.9350	0.7000
0.40	0.5770	0.6150	0.6550	0.7000	0.7500	0.8050	0.8650	0.9350	1.0150	0.7000
0.45	0.6170	0.6550	0.6950	0.7400	0.7900	0.8450	0.9050	0.9750	1.0600	0.7000
0.50	0.6600	0.7000	0.7400	0.7900	0.8450	0.9050	0.9750	1.0600	1.1500	0.7000

FI = 25.0 DEL = 0.0 ELT = 20.0

TAN	OMEG	-20.0	-15.0	-10.0	-5.0	0.0	5.0	10.0	15.0	20.0
0.00	0.4423	0.4707	0.5045	0.5329	0.5640	0.6110	0.6623	0.7300	0.8334	0.8334
0.05	0.4604	0.4914	0.5244	0.5607	0.6019	0.6509	0.7129	0.8000	0.8950	0.8334
0.10	0.4797	0.5137	0.5500	0.5914	0.6388	0.6969	0.7742	0.8950	0.8950	0.8334
0.15	0.5004	0.5379	0.5790	0.6255	0.6780	0.7413	0.8519	1.0000	0.8950	0.8334
0.20	0.5224	0.5642	0.6105	0.6640	0.7229	0.8174	0.9594	1.1500	0.8950	0.8334
0.25	0.5467	0.5930	0.6454	0.7076	0.7870	0.9019	1.1464	1.4000	0.8950	0.8334
0.30	0.5724	0.6247	0.6846	0.7520	0.8359	1.0203	1.2900	1.6500	0.8950	0.8334
0.35	0.6012	0.6597	0.7296	0.8173	0.9206	1.2396	1.6000	2.1000	0.8950	0.8334
0.40	0.6323	0.6987	0.7796	0.8891	1.0206	1.4000	1.8500	2.5000	0.8950	0.8334
0.45	0.6665	0.7427	0.8393	0.9797	1.2050	1.6000	2.1000	3.0000	0.8950	0.8334
0.50	0.7044	0.7926	0.9102	1.1032	1.4000	1.8500	2.5000	3.5000	0.8950	0.8334

F1 = 25.0 DEL = 12.5 BLT = 20.0

TAN	ONEG	-20.0	-15.0	-10.0	-5.0	0.0	5.0	10.0	15.0	20.0
0.00	0.40443	0.43338	0.46538	0.50009	0.53806	0.58779	0.64666	0.72261	0.8517	
0.05	0.42245	0.45577	0.49324	0.53337	0.57601	0.63363	0.70922	0.8151	1.019	
0.10	0.44969	0.58339	0.52246	0.57077	0.62553	0.69337	0.78722	0.9401	1.155	
0.15	0.47113	0.5129	0.5592	0.6128	0.6781	0.75633	0.8646	1.0553		
0.20	0.4981	0.5451	0.5983	0.6614	0.7408	0.8507	1.0369			
0.25	0.52777	0.5811	0.6426	0.7180	0.8171	0.9666	1.3125			
0.30	0.55805	0.6210	0.6940	0.7854	0.9133	1.1364				
0.35	0.58972	0.6670	0.7534	0.8673	1.0910	1.4722				
0.40	0.63381	0.7204	0.8243	0.9702	1.2282					
0.45	0.68448	0.7817	0.9098	1.1058	1.5913					
0.50	0.73778	0.8538	1.0162	1.3006						

F1 = 25.0 DEL = 25.0 BET = 20.0

TAN	ONEG	-20.0	-15.0	-10.0	-5.0	0.0	5.0	10.0	15.0	20.0
0.00	0.39773	0.4302	0.4656	0.5056	0.5512	0.6061	0.6728	0.7723	0.9300	
0.05	0.4219	0.45591	0.4996	0.5461	0.6004	0.6674	0.7584	0.8856	1.1597	
0.10	0.4493	0.4915	0.5386	0.5929	0.6588	0.7422	0.8603	1.0611		
0.15	0.4794	0.5282	0.5830	0.6477	0.7281	0.8311	1.0020	1.3734		
0.20	0.5142	0.5700	0.6342	0.7127	0.8139	0.9587	1.2121			
0.25	0.5532	0.6182	0.6951	0.7914	0.9223	1.1287	1.4661			
0.30	0.5978	0.6742	0.7673	0.8860	1.0653	1.3527				
0.35	0.6493	0.7403	0.8549	1.0124	1.2859	1.6222				
0.40	0.7094	0.8193	0.9636	1.1763	1.5600					
0.45	0.7805	0.9155	1.1025	1.4069	2.0257					
0.50	0.8657	1.0353	1.2867	1.7664						

F1 = 30.0 DEL = 0.0 BLT = 0.0

TAN	ONEG	-20.0	-15.0	-10.0	-5.0	0.0	5.0	10.0	15.0	20.0
0.00	0.2794	0.2911	0.3032	0.3177	0.3333	0.3516	0.3737	0.4015	0.4411	
0.05	0.3007	0.3142	0.3288	0.3450	0.3635	0.3855	0.4127	0.4467	0.5022	
0.10	0.3233	0.3387	0.3556	0.3746	0.3966	0.4231	0.4571	0.5064	0.5827	
0.15	0.3477	0.3649	0.3834	0.4047	0.4309	0.4654	0.5088	0.5733	0.7192	
0.20	0.3727	0.3929	0.4156	0.4417	0.4733	0.5135	0.5639	0.6413		
0.25	0.3997	0.4222	0.4474	0.4801	0.5213	0.5707	0.6458	0.7750		
0.30	0.4288	0.4550	0.4857	0.5225	0.5693	0.6350	0.7481			
0.35	0.4619	0.4996	0.5425	0.5995	0.6729	0.7763	0.9261			
0.40	0.4991	0.5529	0.6170	0.6923	0.7967	0.9450				
0.45	0.5426	0.6110	0.6970	0.8024	0.9407	1.1090				
0.50	0.5937	0.6810	0.7903	0.9221	0.8900					

F1 = 30.0 DEL = 15.0 BET = 0.0

TAN	ONEG	-20.0	-15.0	-10.0	-5.0	0.0	5.0	10.0	15.0	20.0
0.00	0.2471	0.2588	0.2715	0.2855	0.3014	0.3202	0.3437	0.3724	0.4156	
0.05	0.2686	0.2821	0.2970	0.3136	0.3328	0.3558	0.3848	0.4236	0.4820	
0.10	0.2916	0.3074	0.3246	0.3447	0.3679	0.3969	0.4333	0.4859	0.5756	
0.15	0.3165	0.3349	0.3554	0.3790	0.4073	0.4429	0.4911	0.5650	0.7281	
0.20	0.3433	0.3647	0.3884	0.4173	0.4520	0.4952	0.5519	0.6458		
0.25	0.3723	0.3972	0.4259	0.4601	0.5032	0.5617	0.6527	0.7868		
0.30	0.4034	0.4326	0.4668	0.5108	0.5628	0.6345	0.7482			
0.35	0.4376	0.4718	0.5114	0.5635	0.6327	0.7213	1.0162			
0.40	0.4745	0.5147	0.5633	0.6268	0.7178	0.8319				
0.45	0.5148	0.5621	0.6213	0.7010	0.8254	1.1350				
0.50	0.5587	0.6148	0.6870	0.7898	0.9715					

FI = 30.0 DEL = 30.0 BET = 0.0

TAN	OMEG	-20.0	-15.0	-10.0	-5.0	0.0	5.0	10.0	15.0	20.0
0.00		0.2397	0.2515	0.2650	0.2800	0.2972	0.3176	0.3429	0.3760	0.4230
0.05		0.2624	0.2769	0.2930	0.3111	0.3322	0.3577	0.3902	0.4346	0.5030
0.10		0.2974	0.3050	0.3241	0.3481	0.3721	0.4043	0.4464	0.5084	0.6120
0.15		0.3452	0.3380	0.3580	0.3856	0.4180	0.4592	0.5120	0.5880	0.7120
0.20		0.3967	0.3703	0.3979	0.4307	0.4713	0.5250	0.6037	0.7469	0.9120
0.25		0.4500	0.4086	0.4419	0.4823	0.5339	0.6054	0.7203	0.9112	1.1200
0.30		0.4177	0.4513	0.4915	0.5420	0.6187	0.7072	0.8915	1.1200	1.4000
0.35		0.4585	0.4993	0.5464	0.6120	0.7001	0.8426	1.2293	1.6000	2.0000
0.40		0.5088	0.5531	0.6144	0.6953	0.8150	1.0513	1.4000	1.8000	2.4000
0.45		0.5557	0.6141	0.6900	0.7921	0.9220	1.2249	1.6000	2.1000	2.8000
0.50		0.6133	0.6856	0.7810	0.9217	1.1130	1.4000	1.8000	2.4000	3.0000

FI = 30.0 DEL = 0.0 BET = 10.0

TAN	OMEG	-20.0	-15.0	-10.0	-5.0	0.0	5.0	10.0	15.0	20.0
0.00		0.3314	0.3462	0.3660	0.3953	0.4467	0.5313	0.6606	0.8270	1.0977
0.05		0.3514	0.3715	0.3963	0.4323	0.4837	0.5680	0.7066	0.8770	1.1547
0.10		0.3724	0.3977	0.4261	0.4616	0.5130	0.6049	0.7481	0.9270	1.2130
0.15		0.3950	0.4186	0.4442	0.4738	0.5252	0.6247	0.7722	0.9522	1.2730
0.20		0.4190	0.4457	0.4711	0.5087	0.5686	0.6769	0.8282	1.0130	1.3360
0.25		0.4445	0.4742	0.5082	0.5473	0.5949	0.7074	0.8605	1.0551	1.4000
0.30		0.4717	0.5057	0.5443	0.5902	0.6470	0.7726	0.9332	1.1200	1.4600
0.35		0.5008	0.5393	0.5819	0.6332	0.7092	0.8154	1.0052	1.2000	1.5200
0.40		0.5319	0.5758	0.6270	0.6870	0.7732	0.9351	1.1400	1.4000	1.6000
0.45		0.5654	0.6155	0.6730	0.7451	0.8420	1.0143	1.2400	1.5000	1.7000
0.50		0.6014	0.6591	0.7307	0.8286	0.9526	1.1430	1.4000	1.7000	1.8000

FI = 30.0 DEL = 15.0 BET = 10.0

TAN	OMEG	-20.0	-15.0	-10.0	-5.0	0.0	5.0	10.0	15.0	20.0
0.00		0.2997	0.3170	0.3355	0.3557	0.3784	0.4048	0.4368	0.4777	0.5340
0.05		0.3209	0.3406	0.3619	0.3853	0.4121	0.4430	0.4833	0.5357	0.6140
0.10		0.3438	0.3662	0.3906	0.4181	0.4499	0.4885	0.5373	0.6014	0.6910
0.15		0.3684	0.3941	0.4224	0.4546	0.4927	0.5401	0.6037	0.7003	0.8100
0.20		0.3954	0.4246	0.4570	0.4955	0.5416	0.6010	0.6852	0.8110	0.9500
0.25		0.4245	0.4581	0.4961	0.5417	0.5982	0.6742	0.7917	0.9714	1.1200
0.30		0.4562	0.4950	0.5399	0.5944	0.6647	0.7651	0.9444	1.1800	1.4000
0.35		0.4908	0.5351	0.5820	0.6351	0.7048	0.8030	1.0130	1.2400	1.5000
0.40		0.5284	0.5811	0.6344	0.6920	0.7648	0.8631	1.1000	1.3600	1.6000
0.45		0.5705	0.6310	0.7079	0.7803	0.8698	1.0000	1.2000	1.4600	1.7000
0.50		0.6167	0.6889	0.7815	0.8833	1.0147	1.2000	1.5000	1.8000	2.0000

FI = 30.0 DEL = 30.0 BET = 10.0

TAN	OMEG	-20.0	-15.0	-10.0	-5.0	0.0	5.0	10.0	15.0	20.0
0.00		0.2971	0.3161	0.3365	0.3591	0.3847	0.4149	0.4519	0.4994	0.5661
0.05		0.3215	0.3434	0.3673	0.3940	0.4249	0.4620	0.5067	0.5721	0.6694
0.10		0.3484	0.3730	0.4018	0.4337	0.4692	0.5173	0.5776	0.6644	0.8150
0.15		0.3780	0.4076	0.4407	0.4790	0.5250	0.5833	0.6631	0.7800	0.9770
0.20		0.4109	0.4455	0.4847	0.5312	0.5884	0.6637	0.7734	0.9230	1.1200
0.25		0.4476	0.4882	0.5355	0.5919	0.6642	0.7642	0.9287	1.1330	1.3600
0.30		0.4884	0.5286	0.5933	0.6630	0.7527	0.8944	1.1537	1.4000	1.6000
0.35		0.5347	0.5919	0.6600	0.7493	0.8725	1.0734	1.6000	2.0000	2.4000
0.40		0.5870	0.6555	0.7406	0.8539	1.0227	1.3467	1.8000	2.4000	3.0000
0.45		0.6464	0.7290	0.8359	0.9845	1.2084	1.6000	2.1000	2.8000	3.6000
0.50		0.7152	0.8160	0.9517	1.1531	1.5377	2.0000	2.6000	3.4000	4.4000

FI = 30.0 DEL = 0.0 EET = 20.0

TAN	OMLG	-20.0	-15.0	-10.0	-5.0	0.0	5.0	10.0	15.0	20.0
0.00	0.3908	0.4152	0.4402	0.4650	0.4897	0.5143	0.5388	0.5632	0.5875	0.6117
0.05	0.4793	0.4372	0.4820	0.5267	0.5714	0.6161	0.6608	0.7055	0.7502	0.7949
0.10	0.4790	0.4586	0.4902	0.5217	0.5532	0.5847	0.6162	0.6477	0.6792	0.7107
0.15	0.4500	0.4528	0.5180	0.5571	0.5962	0.6353	0.6744	0.7135	0.7526	0.7917
0.20	0.4725	0.5080	0.5440	0.5800	0.6160	0.6520	0.6880	0.7240	0.7600	0.7960
0.25	0.4920	0.5370	0.5820	0.6270	0.6720	0.7170	0.7620	0.8070	0.8520	0.8970
0.30	0.5225	0.5675	0.6125	0.6575	0.7025	0.7475	0.7925	0.8375	0.8825	0.9275
0.35	0.5508	0.6011	0.6514	0.7017	0.7520	0.8023	0.8526	0.9029	0.9532	1.0035
0.40	0.5802	0.6377	0.6952	0.7527	0.8102	0.8677	0.9252	0.9827	1.0402	1.0977
0.45	0.6134	0.6781	0.7428	0.8075	0.8722	0.9369	1.0016	1.0663	1.1310	1.1957
0.50	0.6491	0.7229	0.7967	0.8705	0.9443	1.0181	1.0919	1.1657	1.2395	1.3133

FI = 30.0 DEL = 15.0 EET = 20.0

TAN	OMLG	-20.0	-15.0	-10.0	-5.0	0.0	5.0	10.0	15.0	20.0
0.00	0.3603	0.3062	0.4136	0.4433	0.4730	0.5027	0.5324	0.5621	0.5918	0.6215
0.05	0.3013	0.4103	0.4418	0.4733	0.5048	0.5363	0.5678	0.5993	0.6308	0.6623
0.10	0.4201	0.4360	0.4418	0.4476	0.4534	0.4592	0.4650	0.4708	0.4766	0.4824
0.15	0.4290	0.4650	0.5057	0.5510	0.5962	0.6415	0.6868	0.7321	0.7774	0.8227
0.20	0.4760	0.4970	0.5436	0.5966	0.6496	0.7026	0.7556	0.8086	0.8616	0.9146
0.25	0.4860	0.5333	0.5863	0.6488	0.7113	0.7738	0.8363	0.8988	0.9613	1.0238
0.30	0.5180	0.5727	0.6347	0.7093	0.7839	0.8585	0.9331	1.0077	1.0823	1.1569
0.35	0.5554	0.6172	0.6900	0.7705	0.8509	0.9314	1.0118	1.0923	1.1727	1.2532
0.40	0.5959	0.6676	0.7544	0.8455	0.9406	1.0407	1.1408	1.2409	1.3410	1.4411
0.45	0.6414	0.7271	0.8296	0.9411	1.0526	1.1641	1.2756	1.3871	1.4986	1.6101
0.50	0.6926	0.7912	0.9181	1.0550	1.1919	1.3288	1.4657	1.6026	1.7395	1.8764

FI = 30.0 DEL = 30.0 EET = 20.0

TAN	OMLG	-20.0	-15.0	-10.0	-5.0	0.0	5.0	10.0	15.0	20.0
0.00	0.3660	0.3955	0.4272	0.4619	0.5010	0.5408	0.5805	0.6202	0.6599	0.6996
0.05	0.3921	0.4230	0.4562	0.4929	0.5340	0.5751	0.6162	0.6573	0.6984	0.7395
0.10	0.4213	0.4529	0.4870	0.5237	0.5628	0.6039	0.6450	0.6861	0.7272	0.7683
0.15	0.4536	0.4928	0.5400	0.5852	0.6304	0.6756	0.7208	0.7660	0.8112	0.8564
0.20	0.4908	0.5425	0.6011	0.6670	0.7329	0.7988	0.8647	0.9306	0.9965	1.0624
0.25	0.5320	0.5963	0.6733	0.7647	0.8606	0.9610	1.0614	1.1618	1.2622	1.3626
0.30	0.5810	0.6605	0.7571	0.8699	0.9987	1.1436	1.2945	1.4514	1.6143	1.7832
0.35	0.6380	0.7325	0.8496	0.9906	1.1557	1.3468	1.5639	1.8070	2.0761	2.3712
0.40	0.7024	0.8120	0.9440	1.1103	1.3114	1.5487	1.8224	2.1325	2.4790	2.8621
0.45	0.7708	0.9007	1.0592	1.3095	1.6309	1.9942	2.4095	2.8768	3.3961	3.9694
0.50	0.8757	1.0348	1.2518	1.6186	2.0627	2.6270	3.2923	4.0576	4.9229	5.8882

FI = 35.0 DEL = 0.0 EET = 0.0

TAN	OMLG	-20.0	-15.0	-10.0	-5.0	0.0	5.0	10.0	15.0	20.0
0.00	0.2303	0.2393	0.2499	0.2594	0.2710	0.2842	0.2998	0.3178	0.3385	0.3630
0.05	0.2701	0.2808	0.2920	0.3036	0.3163	0.3304	0.3460	0.3632	0.3820	0.4035
0.10	0.2942	0.3082	0.3237	0.3405	0.3587	0.3784	0.3997	0.4226	0.4471	0.4733
0.15	0.3181	0.3343	0.3519	0.3709	0.3914	0.4134	0.4369	0.4619	0.4884	0.5165
0.20	0.3434	0.3619	0.3817	0.4028	0.4253	0.4493	0.4748	0.5018	0.5303	0.5604
0.25	0.3705	0.3913	0.4134	0.4369	0.4618	0.4881	0.5158	0.5450	0.5757	0.6080
0.30	0.3991	0.4237	0.4496	0.4769	0.5056	0.5358	0.5675	0.6007	0.6354	0.6717
0.35	0.4295	0.4578	0.4874	0.5184	0.5508	0.5847	0.6201	0.6570	0.6954	0.7353
0.40	0.4615	0.4938	0.5274	0.5624	0.5989	0.6369	0.6764	0.7174	0.7600	0.8043
0.45	0.4962	0.5337	0.5727	0.6132	0.6553	0.6989	0.7441	0.7909	0.8394	0.8896

F1 = 35.0 DEL = 17.5 BET = 0.0

TAN	DMEG	-20.0	-15.0	-10.0	-5.0	0.0	5.0	10.0	15.0	20.0
0.00		0.20552	0.21482	0.22339	0.23148	0.23861	0.24596	0.2757	0.2956	0.3210
0.05		0.20272	0.21186	0.22014	0.22784	0.23497	0.24208	0.2719	0.2916	0.3170
0.10		0.20000	0.20892	0.21711	0.22464	0.23171	0.23881	0.2686	0.2881	0.3134
0.15		0.20707	0.21585	0.22385	0.23119	0.23797	0.24481	0.2745	0.2939	0.3192
0.20		0.22900	0.23756	0.24531	0.25237	0.25904	0.26581	0.2954	0.3146	0.3400
0.25		0.32900	0.33726	0.34481	0.35179	0.35854	0.36531	0.3948	0.4139	0.4393
0.30		0.37300	0.38092	0.38811	0.39464	0.40171	0.40881	0.4383	0.4571	0.4825
0.35		0.41200	0.41962	0.42681	0.43354	0.44071	0.44781	0.4771	0.4956	0.5210
0.40		0.44500	0.45236	0.45921	0.46564	0.47251	0.47931	0.5084	0.5266	0.5520
0.45		0.47200	0.47902	0.48561	0.49179	0.49854	0.50531	0.5342	0.5521	0.5775
0.50		0.49800	0.50462	0.51081	0.51664	0.52251	0.52831	0.5571	0.5746	0.6000

F1 = 35.0 DEL = 35.0 BET = 0.0

TAN	DMEG	-20.0	-15.0	-10.0	-5.0	0.0	5.0	10.0	15.0	20.0
0.00		0.20448	0.21446	0.22251	0.23067	0.23897	0.24648	0.28229	0.30560	0.3357
0.05		0.20273	0.21259	0.22054	0.22858	0.23689	0.24440	0.28021	0.30352	0.3336
0.10		0.20000	0.20986	0.21791	0.22607	0.23437	0.24188	0.27769	0.30100	0.3311
0.15		0.20707	0.21693	0.22508	0.23324	0.24154	0.24905	0.28486	0.30817	0.3382
0.20		0.22900	0.23892	0.24717	0.25487	0.26292	0.27043	0.30624	0.32955	0.3596
0.25		0.32900	0.33892	0.34717	0.35487	0.36292	0.37043	0.40624	0.42955	0.4596
0.30		0.37300	0.38292	0.39117	0.39887	0.40692	0.41443	0.45024	0.47355	0.5036
0.35		0.41200	0.42192	0.43017	0.43787	0.44592	0.45343	0.48924	0.51255	0.5426
0.40		0.44500	0.45492	0.46317	0.47087	0.47892	0.48643	0.52224	0.54555	0.5756
0.45		0.47200	0.48192	0.49017	0.49787	0.50592	0.51343	0.54924	0.57255	0.6026
0.50		0.50800	0.51792	0.52617	0.53387	0.54192	0.54943	0.58524	0.60855	0.6386

F1 = 35.0 DEL = 0.0 BET = 10.0

TAN	DMEG	-20.0	-15.0	-10.0	-5.0	0.0	5.0	10.0	15.0	20.0
0.00		0.28333	0.32776	0.37131	0.41487	0.45843	0.50199	0.54555	0.58911	0.63267
0.05		0.37828	0.42271	0.46626	0.50982	0.55338	0.59694	0.64050	0.68406	0.72762
0.10		0.47323	0.51766	0.56121	0.60477	0.64833	0.69189	0.73545	0.77901	0.82257
0.15		0.56818	0.61261	0.65616	0.69972	0.74328	0.78684	0.83040	0.87396	0.91752
0.20		0.66313	0.70756	0.75111	0.79467	0.83823	0.88179	0.92535	0.96891	1.01247
0.25		0.75808	0.80251	0.84606	0.88962	0.93318	0.97674	1.02030	1.06386	1.10742
0.30		0.85303	0.89746	0.94101	0.98457	1.02813	1.07169	1.11525	1.15881	1.20237
0.35		0.94798	0.99241	1.03596	1.07952	1.12308	1.16664	1.21020	1.25376	1.29732
0.40		1.04293	1.08736	1.13091	1.17447	1.21803	1.26159	1.30515	1.34871	1.39227
0.45		1.13788	1.18231	1.22586	1.26942	1.31298	1.35654	1.40010	1.44366	1.48722
0.50		1.23283	1.27726	1.32081	1.36437	1.40793	1.45149	1.49505	1.53861	1.58217

F1 = 35.0 DEL = 17.5 BET = 10.0

TAN	DMEG	-20.0	-15.0	-10.0	-5.0	0.0	5.0	10.0	15.0	20.0
0.00		0.25991	0.27333	0.28681	0.30043	0.31421	0.32824	0.36662	0.39993	0.43331
0.05		0.27994	0.29336	0.30681	0.32043	0.33421	0.34824	0.40662	0.44000	0.47338
0.10		0.30000	0.31342	0.32681	0.34043	0.35421	0.36824	0.42662	0.46000	0.49338
0.15		0.32007	0.33349	0.34681	0.36043	0.37421	0.38824	0.44662	0.48000	0.51338
0.20		0.34014	0.35356	0.36681	0.38043	0.39421	0.40824	0.46662	0.50000	0.53338
0.25		0.36021	0.37363	0.38681	0.40043	0.41421	0.42824	0.48662	0.52000	0.55338
0.30		0.38028	0.39370	0.40681	0.42043	0.43421	0.44824	0.50662	0.54000	0.57338
0.35		0.40035	0.41377	0.42681	0.44043	0.45421	0.46824	0.52662	0.56000	0.59338
0.40		0.42042	0.43384	0.44681	0.46043	0.47421	0.48824	0.54662	0.58000	0.61338
0.45		0.44049	0.45391	0.46681	0.48043	0.49421	0.50824	0.56662	0.60000	0.63338
0.50		0.46056	0.47398	0.48681	0.50043	0.51421	0.52824	0.58662	0.62000	0.65338





## APENDICE B

En las tablas se dan los coeficientes de empuje activo por gravedad y sismo para rellenos cohesivo-friccionantes,  $K_{AS}^C$  (ec 3.4). El algoritmo utilizado para calcularlos es equivalente al método de la cuña de prueba cuando el relleno tiene pendiente uniforme. Se han calculado los empujes con la expresión

$$E = \frac{W_v \tan(\alpha - \phi) + C_m \operatorname{sen}\beta - \cos\beta \tan(\alpha - \phi) + W_h}{\cos(\beta + \delta) + \operatorname{sen}(\beta + \delta) \tan(\alpha - \phi)}$$

En donde  $W_v = (1 - k_v) W$ ;  $W_h = k_h W$ ;  $C_s =$  cohesión del suelo;  $C_m =$  cohesión del muro. Se calcula el empuje para diferentes valores de  $\alpha$ , inclinación de una cuña de suelo, hasta encontrar el máximo. Cuando empuje crece monótonicamente se presenta una situación de inestabilidad señalada por asteriscos en las tablas. Los valores de los coeficientes están dados en términos de los parámetros adicionales

$$ET = \eta$$

$$CSI = \xi$$

en donde  $\eta$  y  $\xi$  están definidos por las ecs 3.5 y 3.6.

\*\*\*\*\* AKY=AKH/3 \*\*\*\*\*

F1= 25.00 DEL= 0.00 BET= 0.00 ET= 0.15 CSI= 0.50

TAN/DHCG	0.0	5.0	10.0	15.0	20.0
0.00	0.1693	0.1734	0.2000	0.2206	0.2476
0.05	0.1982	0.2152	0.2359	0.2618	0.2973
0.10	0.2283	0.2488	0.2741	0.3079	0.3548
0.15	0.2598	0.2844	0.3156	0.3582	0.4249
0.20	0.2927	0.3224	0.3613	0.4173	0.5190
0.25	0.3275	0.3634	0.4123	0.4892	*****
0.30	0.3644	0.4081	0.4710	0.5858	*****
0.35	0.4038	0.4576	0.5414	*****	*****

F1= 25.00 DEL= 16.67 BET= 0.00 ET= 0.15 CSI= 0.50

TAN/DHCG	0.0	5.0	10.0	15.0	20.0
0.00	0.1514	0.1445	0.1602	0.1998	0.2257
0.05	0.1793	0.1855	0.2133	0.2406	0.2757
0.10	0.2090	0.2290	0.2713	0.2871	0.3356
0.15	0.2408	0.2453	0.2968	0.3406	0.4110
0.20	0.2748	0.3251	0.3553	0.4047	0.5166
0.25	0.3114	0.3490	0.4411	0.4854	*****
0.30	0.3516	0.3883	0.4279	0.5982	*****
0.35	0.3953	0.4444	0.5493	*****	*****

F1= 25.00 DEL= 0.00 BET= 10.00 ET= 0.15 CSI= 0.50

TAN/DHCG	0.0	5.0	10.0	15.0	20.0
0.00	0.2683	0.2799	0.3153	0.3462	0.3864
0.05	0.2955	0.3266	0.3506	0.3802	0.4390
0.10	0.3242	0.3734	0.3891	0.4312	0.5015
0.15	0.3544	0.3885	0.4214	0.4889	0.5800
0.20	0.3864	0.4264	0.4766	0.5526	0.6917
0.25	0.4206	0.4478	0.5316	0.6320	*****
0.30	0.4572	0.4536	0.5542	0.7442	*****
0.35	0.4968	0.5150	0.6711	*****	*****

F1= 25.00 DEL= 16.67 BET= 10.00 ET= 0.15 CSI= 0.50

TAN/DHCG	0.0	5.0	10.0	15.0	20.0
0.00	0.2480	0.2494	0.2648	0.3262	0.3677
0.05	0.2767	0.3020	0.3302	0.3718	0.4248
0.10	0.3074	0.3375	0.3749	0.4243	0.4971
0.15	0.3407	0.3766	0.4235	0.4862	0.5901
0.20	0.3767	0.4199	0.4774	0.5619	0.7264
0.25	0.4161	0.4485	0.5411	0.6603	*****
0.30	0.4594	0.5237	0.6164	0.8050	*****
0.35	0.5075	0.5475	0.7173	*****	*****

F1= 30.00 DEL= 0.00 BET= 0.00 ET= 0.15 CSI= 0.50

TAN/DHCG	0.0	5.0	10.0	15.0	20.0
0.00	0.1189	0.1283	0.1392	0.1522	0.1665
0.05	0.1456	0.1572	0.1704	0.1875	0.2069
0.10	0.1732	0.1874	0.2044	0.2256	0.2537
0.15	0.2019	0.2191	0.2407	0.2670	0.3044
0.20	0.2317	0.2525	0.2755	0.3128	0.3635
0.25	0.2628	0.2879	0.3207	0.3644	0.4359
0.30	0.2954	0.3257	0.3654	0.4242	0.5346
0.35	0.3297	0.3662	0.4164	0.4968	*****

F1= 30.00 DEL= 20.00 BET= 0.00 LT= 0.15 CSI= 6.50

TAN/DMEG	0.0	5.0	10.0	15.0	20.0
0.00	0.1068	0.1155	0.1256	0.1379	0.1534
0.05	0.1324	0.1434	0.1564	0.1725	0.1934
0.10	0.1595	0.1733	0.1899	0.2104	0.2392
0.15	0.1884	0.2055	0.2262	0.2541	0.2915
0.20	0.2197	0.2404	0.2671	0.3037	0.3527
0.25	0.2527	0.2784	0.3124	0.3605	0.4266
0.30	0.2876	0.3200	0.3634	0.4292	0.5150
0.35	0.3258	0.3760	0.4224	0.5160	0.6388

F1= 30.00 DEL= 0.00 BET= 10.00 LT= 0.15 CSI= 6.50

TAN/DMEG	0.0	5.0	10.0	15.0	20.0
0.00	0.2152	0.2312	0.2496	0.2713	0.2963
0.05	0.2411	0.2598	0.2816	0.3078	0.3384
0.10	0.2680	0.2899	0.3157	0.3477	0.3839
0.15	0.2961	0.3217	0.3525	0.3916	0.4357
0.20	0.3254	0.3555	0.3923	0.4406	0.4912
0.25	0.3567	0.3917	0.4360	0.4971	0.5594
0.30	0.3895	0.4307	0.4846	0.5635	0.7162
0.35	0.4243	0.4730	0.5394	0.6463	0.8388

F1= 30.00 DEL= 20.00 BET= 10.00 ET= 0.15 CSI= 6.50

TAN/DMEG	0.0	5.0	10.0	15.0	20.0
0.00	0.2008	0.2167	0.2351	0.2571	0.2846
0.05	0.2280	0.2470	0.2693	0.2967	0.3322
0.10	0.2570	0.2798	0.3070	0.3412	0.3873
0.15	0.2887	0.3154	0.3467	0.3916	0.4510
0.20	0.3218	0.3544	0.3954	0.4506	0.5346
0.25	0.3581	0.3974	0.4482	0.5202	0.6425
0.30	0.3976	0.4451	0.5080	0.6058	0.8075
0.35	0.4408	0.4986	0.5800	0.7172	0.9588

F1= 35.00 DEL= 0.00 BET= 0.00 LT= 0.15 CSI= 6.50

TAN/DMEG	0.0	5.0	10.0	15.0	20.0
0.00	0.0777	0.0837	0.0905	0.0985	0.1082
0.05	0.1023	0.1099	0.1182	0.1293	0.1423
0.10	0.1276	0.1372	0.1475	0.1602	0.1752
0.15	0.1538	0.1657	0.1794	0.1952	0.2139
0.20	0.1809	0.1954	0.2130	0.2351	0.2649
0.25	0.2090	0.2266	0.2481	0.2764	0.3120
0.30	0.2382	0.2595	0.2869	0.3220	0.3717
0.35	0.2686	0.2942	0.3272	0.3737	0.4409

F1= 35.00 DEL= 23.33 BET= 0.00 ET= 0.15 CSI= 6.50

TAN/DMEG	0.0	5.0	10.0	15.0	20.0
0.00	0.0766	0.0762	0.0825	0.0900	0.0992
0.05	0.0942	0.1015	0.1099	0.1201	0.1327
0.10	0.1191	0.1285	0.1396	0.1531	0.1703
0.15	0.1457	0.1576	0.1717	0.1895	0.2129
0.20	0.1739	0.1888	0.2069	0.2301	0.2600
0.25	0.2039	0.2225	0.2455	0.2760	0.3148
0.30	0.2360	0.2590	0.2883	0.3264	0.3942
0.35	0.2704	0.2988	0.3366	0.3895	0.4807

FI= 35.00 DEL= 0.00 BE<sub>T</sub>= 10.00 ET= 0.15 CSI= 0.50

TAN/DMLG	0.0	5.0	10.0	15.0	20.0
0.00	C.1699	0.1416	0.1948	0.2100	0.2203
0.05	C.1944	0.2078	0.2240	0.2255	0.2263
0.10	C.2197	0.2360	0.2549	0.2774	0.2857
0.15	C.2460	0.2752	0.2877	0.3151	0.3305
0.20	C.2734	0.3080	0.3227	0.3562	0.3616
0.25	C.3020	0.3383	0.3603	0.4018	0.4348
0.30	C.3319	0.3427	0.4010	0.4519	0.5205
0.35	C.3632	0.3493	0.4451	0.5095	0.6101

FI= 35.00 DEL= 23.33 BE<sub>T</sub>= 10.00 ET= 0.15 CSI= 0.50

TAN/DMLG	0.0	5.0	10.0	15.0	20.0
0.00	0.1612	0.1730	0.1863	0.2018	0.2200
0.05	C.1879	0.2014	0.2178	0.2372	C.2613
0.10	0.2149	0.2321	0.2521	0.2765	C.3075
0.15	0.2445	0.2752	0.2892	0.3204	0.3606
0.20	0.2762	0.3012	0.3314	0.3699	0.4217
0.25	0.3103	0.3404	0.3770	0.4266	0.4975
0.30	C.3472	0.3434	0.4294	0.4925	0.5469
0.35	0.3871	0.4309	0.4882	0.5709	0.7155



centro de educación continua  
división de estudios de posgrado  
facultad de ingeniería unam



DISEÑO SISMICO DE ESTRUCTURAS ESPECIALES

DYNAMIC BEHAVIOUR OF BUILDING-FOUNDATION  
SYSTEMS

M. en C. RICARDO GUZMAN

AGOSTO, 1980



## DYNAMIC BEHAVIOUR OF BUILDING-FOUNDATION SYSTEMS

ANESTIS S. VPELTSOS\*

*Department of Civil Engineering, Rice University, Houston, Texas, U.S.A.*

AND

JETHRO W. MIKEL†

*Bauunternehmung Aug. Pries, Hamburg, Germany*

## SUMMARY

A discussion of the effects of soil-structure interaction on the dynamic response of linear structures which respond as single-degree-of-freedom systems in their fixed-base condition is presented. The structures are presumed to be supported at the surface of a homogeneous, elastic halfspace and to be excited at the base. The free-field ground motions investigated include a harmonic motion, a relatively simple pulse-type excitation and an actual earthquake record. Comprehensive response spectra are presented for a range of the parameters defining the problem, and the results are used to assess the accuracy of a simple, approximate method of analysis in which the system is represented by a viscously damped, simple oscillator. Special attention is given to defining the conditions under which the interaction effect is of sufficient importance to warrant consideration in design. The method of analysis used to obtain the numerical data reported herein is reviewed only briefly, the emphasis of the paper being on the interpretation of the results.

## INTRODUCTION

It is widely recognized that the dynamic response of a structure supported on soft soil may be different from the response of a similarly excited, identical structure supported on firm ground. There are two principal factors responsible for this difference:

1. The flexibly supported structure has more degrees of freedom and, consequently, different dynamic characteristics than the rigidly mounted structure.
2. A significant part of the vibrational energy of the flexibly supported structure may be dissipated by radiation of waves into the supporting medium or by damping in the foundation material.

There is no counterpart of the latter effect in a rigidly mounted structure.

The effects of soil-structure interaction on the dynamic response of building systems have been the subject of numerous investigations in recent years.<sup>1-20</sup> A comprehensive, brief summary of previous contributions is available in Reference 20, and more detailed accounts can be found in References 10, 16 and 18. Accordingly, no useful purpose would be served by a further review of these studies here.

Despite the wealth of information that has been contributed, however, there is believed to exist a need for a re-examination of the basic problem from a single, unified point of view, and for a discussion and interpretation of the principal effects of interaction in simple, physical terms. It is hoped that this paper may prove responsive to these needs.

The specific objectives of this contribution are: to identify the parameters which best describe the interaction effects; to evaluate and interpret these effects; to define the conditions under which they are of sufficient importance to warrant consideration in design; and, finally and most important, to present a simple, practical procedure for accounting for these effects in design. In the latter procedure, the foundation-structure system is represented by a viscously damped simple oscillator. The discussion is based in part on a digest of existing information and partly on the results of comprehensive new numerical studies. The method

\* Brown and Root Professor of Engineering.

† Structural Engineer.

*Received 21 January 1974**Revised 8 March 1974*

of analysis used to obtain the numerical data presented here is reviewed only briefly, the emphasis of the paper being on the interpretation of the data.

The structures investigated are presumed to be linear, viscously damped and to have a single degree of freedom in their fixed-base condition. They are supported at the surface of a homogeneous, elastic halfspace and are excited at the base. The free-field ground motions considered include a harmonic motion, a relatively simple pulse-type excitation and the record of an actual earthquake. The harmonic input is included both because of its importance in many practical applications and because a thorough understanding of the response of the system to this particular input is believed to be essential to the understanding of the response to the more complex transient excitations.

Comprehensive response spectra are presented for a range of the parameters defining the problem, and the results are used to assess the accuracy of the approximate analysis. Simple expressions are included for the natural frequency and the effective damping of the replacement simple oscillator, and these expressions are compared with corresponding expressions reported previously in Reference 20.

## SYSTEM AND METHOD OF ANALYSIS

### *The system*

The system considered is shown in Figure 1(a). It consists of a simple linear structure of mass  $m$ , stiffness  $k$  and coefficient of relative viscous damping  $c$ , which is supported by a foundation of mass  $m_0$  at the surface of a homogeneous, linearly elastic halfspace. The effects of foundation embedment, foundation layering and material damping in the halfspace are not considered. The foundation mat is idealized as a rigid circular plate of negligible thickness, and the columns of the structure are presumed to be massless and axially inextensible. Both the foundation mass and the mass of the structure are assumed to be uniformly distributed over circular areas. This model of the foundation-structure system appears to have been first used by Parmelee<sup>5</sup> in 1967, and has formed the basis of most subsequent investigations.

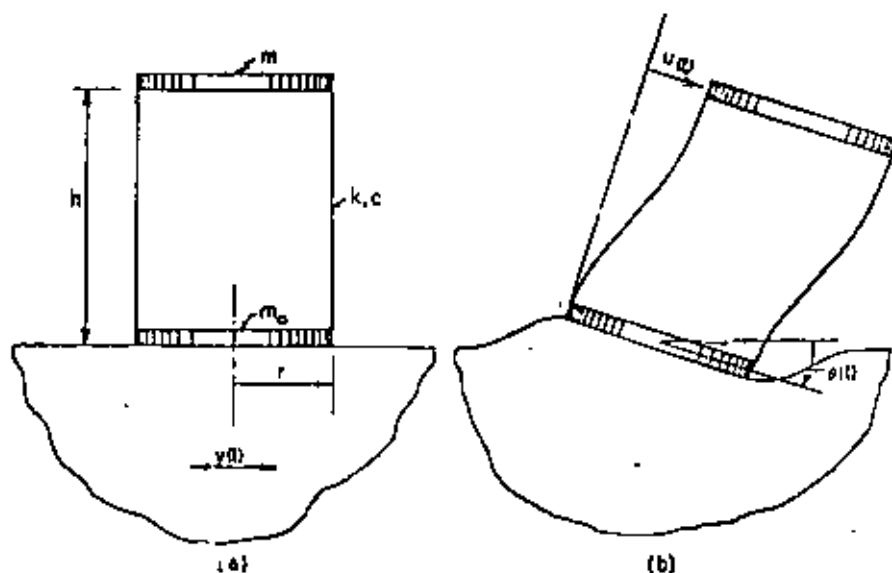


Figure 1. System considered

The idealized structure may be viewed either as the direct model of a one-storey building frame or, more generally, as the model of a multi-storey, multi-mode structure which responds as a single-degree-of-freedom in its fixed-base condition. The vibrational configuration of the superstructure in the latter case must be taken equal to its fixed-base fundamental natural mode or to a configuration approximating this mode. The height  $h$  must then be interpreted as the distance from the base to the centroid of the inertia forces for



the assumed mode; and  $m$ ,  $k$  and  $c$  must be interpreted, respectively, as the associated generalized mass, generalized stiffness and generalized damping coefficient.

The base excitation is specified by the free field motion of the ground surface. This is the surface motion which would have been recorded at the site under consideration had the structure not been present. Only the effect of a horizontal ground motion with displacement  $y(t)$ , velocity  $\dot{y}(t)$  and acceleration  $\ddot{y}(t)$  will be investigated herein.

Under the influence of such an excitation, the base of the structure will displace horizontally by an amount  $x(t)$  which is generally different from  $y(t)$ , and, in addition, it will rotate by an amount  $\theta(t)$ . The configuration of the coupled system may then be specified by the displacements  $x(t)$  and  $\theta(t)$  and by the interfloor deformation,  $u(t)$ , as shown in Figure 1(b). For a rigidly mounted structure,  $\theta(t) = 0$  and  $x(t) = y(t)$ .

Although the displacements of the foundation,  $x(t)$  and  $\theta(t)$ , may be of considerable practical interest in some applications, they will not be considered in this study. Instead, the paper will deal exclusively with the maximum structural deformation, which is the quantity that controls the maximum forces in the structure.

#### Method of analysis

The response of the idealized system was evaluated by application of Discrete Fourier Transform techniques, giving due account to the frequency dependence of the foundation compliance as noted in the following, and taking special precautions to ensure that the so-called aliasing or overlapping error involved in the use of these techniques was negligibly small. The details of the method are available in Reference 18.

An important step in the analysis of the system by this method is the evaluation of the harmonic response of the foundation without the superstructure or any other superposed mass. In particular, the response of the massless foundation must be determined for a harmonically varying horizontal force and a harmonically varying overturning moment, as shown in Figure 2(a), where  $\omega$  is the circular frequency of excitation. Because of the insight that it provides into the response of the system, this aspect of the analysis is reviewed briefly in the following section.

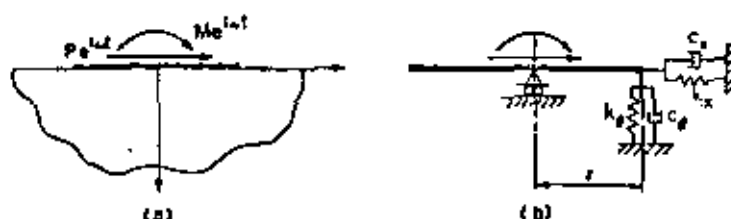


Figure 2. Foundation-halfspace system

#### Modelling of halfspace

Neglecting the small coupling<sup>22</sup> between the horizontal and rocking motions, it can be shown<sup>21, 22</sup> that the restraining action of the halfspace in harmonic motion may be represented by a combination of linear springs and viscous dampers, as shown in Figure 2(b). In this representation, the springs account for the flexibility of the soil, whereas the dashpots account for the effect of energy dissipation by radiation.

It is important to note that the properties of these elements depend not only on the characteristics of the foundation-halfspace system, but also on the value of the exciting frequency. In fact, it is precisely this frequency dependence of the properties of these equivalent springs and dashpots which makes the analysis of the coupled system one of the more complex problems in structural dynamics.

The stiffnesses of the horizontal and vertical springs in Figure 2(b) can conveniently be expressed as<sup>22</sup>

$$k_x = \alpha_x K \quad (1a)$$

$$k_\theta = \alpha_\theta K \quad (1b)$$

and the damping coefficients of the associated dashpots as

$$c_x = \beta_x \frac{Kl}{c_s} \quad (2a)$$

and

$$c_\theta = \beta_\theta \frac{Kr}{c_s} \quad (2b)$$

In these expressions,  $K$  represents the static horizontal or translational stiffness of the foundation, defined by<sup>22</sup>

$$K = \frac{8}{2-\nu} Gr \quad (3)$$

and  $\alpha_x$ ,  $\alpha_\theta$ ,  $\beta_x$  and  $\beta_\theta$  are dimensionless factors which depend on Poisson's ratio for the halfspace material,  $\nu$ , and on the dimensionless frequency parameter

$$a_0 = \frac{\omega r}{c_s} \quad (4)$$

The significance of the remaining symbols in equations (1)–(4) is as follows:  $r$  is the radius of the foundation base,  $c_s = \sqrt{G/\rho}$  is the speed of propagation of shear waves in the halfspace,  $G$  is the shear modulus of elasticity of the halfspace material and  $\rho$  is the associated mass density.

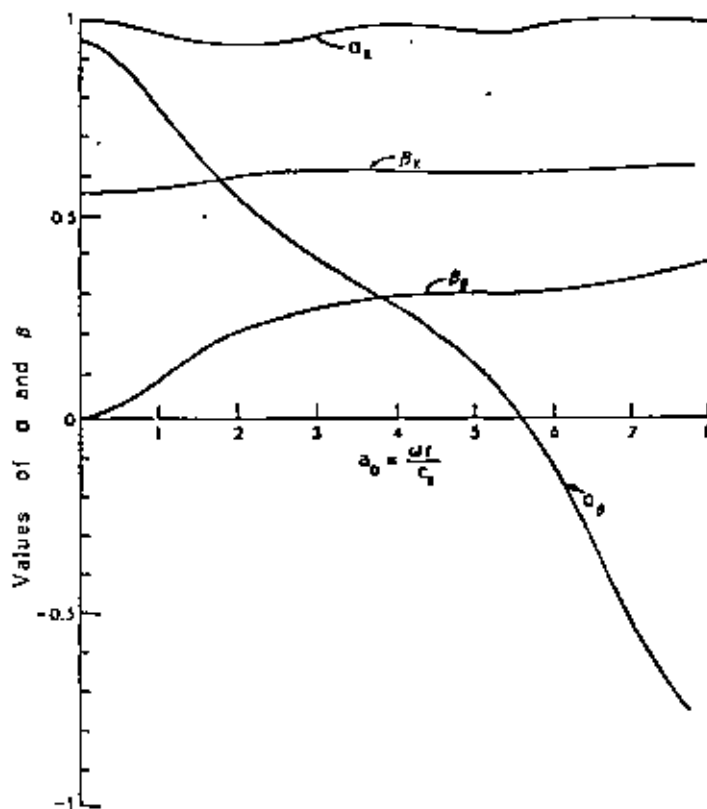


Figure 1. Dimensionless coefficients in expressions for foundation stiffness and damping

The values of  $\alpha$  and  $\beta$  for a halfspace with  $\nu = 0.45$  are given in Figure 2. These plots are based on data given in Reference 22, which also presents corresponding data for other values of  $\nu$ . Note that whereas  $\alpha_x$  and  $\beta_x$  are practically independent of  $a_0$ , both  $\alpha_\theta$  and  $\beta_\theta$  are quite sensitive to variations in this parameter. Note further that  $\beta_\theta$  is significantly smaller than  $\beta_x$ , particularly for the smaller values of  $a_0$ . The practical implication of this result is that the rocking component of the foundation response is more lightly damped than the translational component, especially for frequencies of motion corresponding to a small value of  $a_0$ .

It follows that, for a condition of near resonance, the rocking component of the response will be amplified by a much greater factor than the translational component.

### PROBLEM PARAMETERS

The response of the foundation-structure system obviously depends on the properties of the foundation and the supporting medium, the properties of the superstructure and on the characteristics of the excitation. The effects of these factors can best be expressed in terms of dimensionless parameters.

Based on the results of theoretical considerations and comprehensive numerical studies, it has been found that the three most important parameters of the problem are:

- (1) The wave parameter

$$\sigma = \frac{c_s}{fh} \quad (5)$$

in which  $f$  is the fixed-base natural frequency of the system in cycles per unit of time, and  $c_s$  and  $h$  are as previously defined.

- (2) The ratio  $h/r$  of the height of the structure to the radius of the foundation base.

- (3) The ratio  $f_e/f$  of the exciting frequency to the fixed-base natural frequency of the system.

For a harmonic excitation,  $f_e = \omega/2\pi$ , whereas for a transient excitation,  $f_e$  may be interpreted approximately as the dominant frequency of the excitation. A more precise interpretation of  $f_e$  for transient inputs is given in a later section.

The wave parameter  $\sigma$  may be looked upon as a measure of the relative stiffness of the foundation and the structure. For the class of multi-storey buildings for which the fundamental natural frequency may be considered to be inversely proportional to the height of the structure, the denominator of equation (5) is constant and  $\sigma$  is effectively proportional to  $c_s$ . In particular, if according to a common rule of thumb, the fundamental natural period of the structure is taken equal to one-tenth of a second times the number of storeys, and the storey height is taken as 10 ft, then

$$\sigma = 0.01c_s \quad (6)$$

in which  $c_s$  is expressed in ft per sec. It should be noted further that the value of  $a_0$  corresponding to a specified value of  $\sigma$  may be determined from equations (4) and (5) with the following result

$$a_0 = \frac{2\pi \omega r}{\sigma p h} \quad (7)$$

where  $p = 2\pi f$  is the fixed-base circular natural frequency of the system.

Four additional parameters are required to characterize the system completely. In order of more or less decreasing importance, they are:

- (1) The relative mass density for the structure and the supporting medium

$$\delta = \frac{m}{\rho \pi r^2 h} \quad (8)$$

- (2) The ratio  $m_0/m$  of the foundation mass to the mass of the superstructure.

- (3) The percentage of critical damping of the structure in its fixed-base condition,  $\zeta$ .

- (4) Poisson's ratio for the halfspace material,  $\nu$ .

Unless otherwise indicated, for the solutions reported herein  $\delta$  is taken as 0.15, a representative value for buildings; the foundation mass is considered to be negligible in comparison to the mass of the superstructure;  $\nu$  is taken as 0.45; and  $\zeta$  is taken as 0.02. Within the ranges of interest in practical applications, the response of the structure is found to be generally insensitive to variations in these particular parameters.

## RESPONSE TO HARMONIC MOTION

*Representative response spectra*

The solid lines in Figures 4 and 5 represent response spectra for the deformation amplitude,  $u_0$ , for families of foundation-structure systems excited by a sinusoidal free-field ground displacement,  $y(t) = y_0 \sin \omega t$ . Two different values of  $h/r$  are considered, one corresponding to short, squat structures (Figure 4), and the other corresponding to tall, slender structures (Figure 5). The curves labelled  $\sigma = \infty$  correspond to structures mounted on an infinitely rigid medium, whereas the remaining curves are representative of systems in which the soil is relatively flexible in comparison to the structure. As a particular example, for the class of buildings considered in the development of equation (6), the values of  $\sigma = 5$  and  $\sigma = 3$  would correspond to soils having shear wave velocities of 500 ft/sec and 300 ft/sec, respectively. The fraction of critical damping for the structures in their fixed base condition was taken as  $\zeta = 0.02$  in these solutions, and all other parameters were assigned the values referred to previously. The significance of the dotted lines in Figures 4 and 5 is considered in a later section.

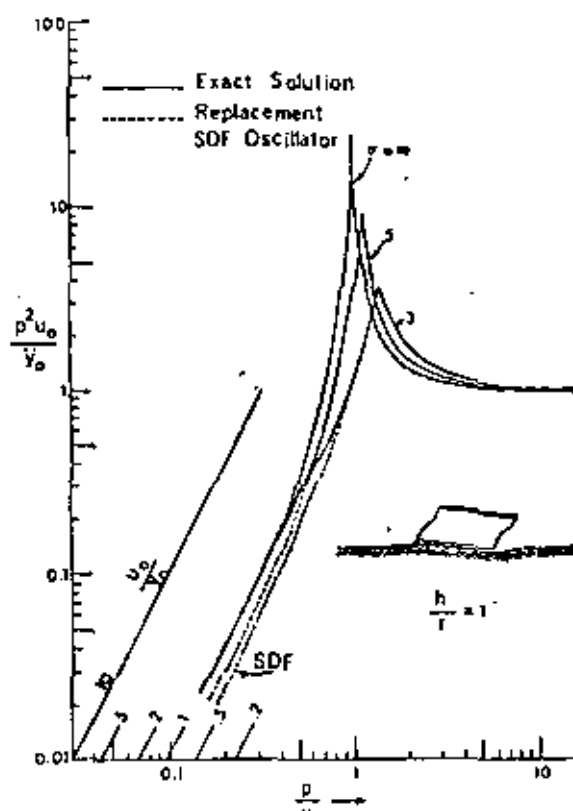


Figure 4. Response spectra for maximum deformation of harmonically excited systems with  $h/r = 1$

The spectra in these figures are displayed on logarithmic paper with all scales non-dimensionalized. The abscissas represent the frequency ratio  $p/\omega$ ; the inclined scales on the left represent the deformation amplitude normalized with respect to the free-field input displacement amplitude,  $y_0$ ; and the vertical scales represent the pseudo-acceleration of the structure,  $p^2 u_0$ , normalized with respect to the free-field input acceleration amplitude,  $\ddot{y}_0 = \omega^2 y_0$ . In addition to providing an alternative measure of the deformation amplitude,  $u_0$ , the pseudo-acceleration defined above has the following significance. Its product with the mass of the structure is identical to the amplitude of the base shear for the structure,  $Q_0$ , i.e.

$$m(p^2 u_0) = k u_0 = Q_0 \quad (9)$$

Note that a small value of  $p/\omega$  corresponds either to a low-frequency, flexible structure or to a high-frequency excitation. Similarly, a large value of  $p/\omega$  is associated either with a high-frequency, stiff structure or with a low-frequency excitation.

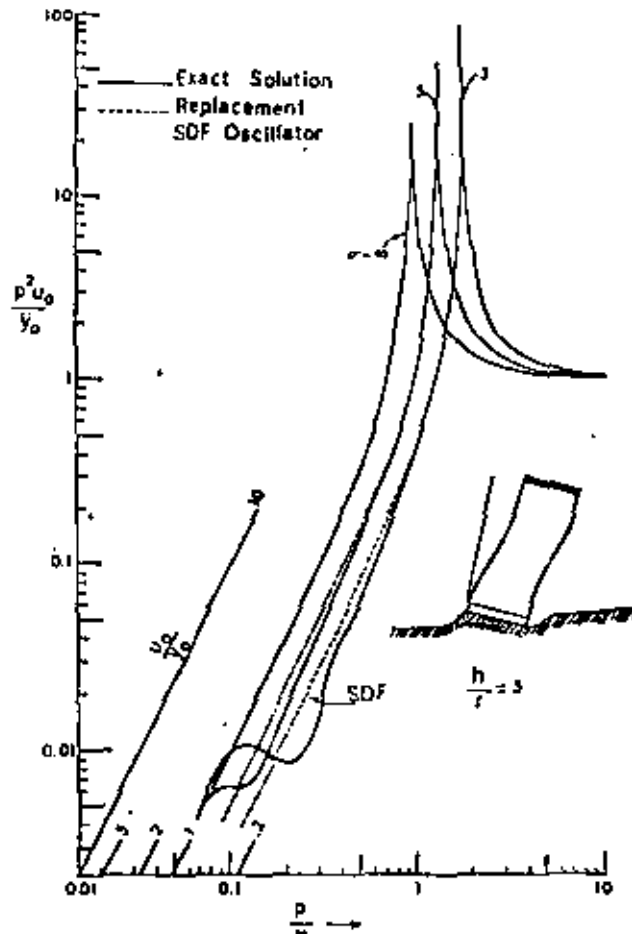


Figure 5. Response spectra for maximum deformation of harmonically excited systems with  $h/r = 5$

#### Principal effects of interaction

The information presented in Figures 4 and 5 reveals that soil-structure interaction has two principal effects:

- (1) It decreases the resonant frequency of the system to a value below that applicable to the fixed-base structure, displacing the peak of the response spectrum to the right.
- (2) It modifies the magnitude of the peak response, decreasing the value for short, squat structures and increasing the value for tall, slender structures.

These changes are functions of both  $\sigma$  and  $h/r$ . The smaller the value of  $\sigma$  or the greater the value of  $h/r$ , the more pronounced the two interaction effects become.

The first effect, which was noted in virtually all previous studies of the problem, is easy to understand. Because of the increased flexibility of its foundation, the interacting system is a softer system and has a lower resonant frequency than the fixed-base system. The second effect, which appears to be contradictory at first glance, is not obvious, however, and requires some explanation.

The change in the magnitude of the peak response is the result of two opposing mechanisms. Because of the energy which is dissipated by radiation into the supporting medium, the effective damping of the flexibly mounted structure is greater than that of the fixed-base structure, and this tends to decrease the response of

the interacting system. However, the rocking of the foundation increases the acceleration of the mass and the associated inertia force, and this whipping effect leads to a corresponding increase in response. For the reasons noted in the following paragraphs, the first factor is the controlling one for short structures, whereas the second factor is the controlling one for tall structures.

For the squatly structures considered in Figure 4, it is physically apparent that the rocking of the foundation and the associated increase in response are small. Instead, the translational component of footing motion predominates, and regardless of the value of  $a_0$  involved, the translational damping coefficient  $\beta_x$  is large (see Figure 3). Hence, for flat structures, the small increase in response due to foundation rocking is more than offset by the large reduction in response due to stress-wave radiation.

For the slender structures considered in Figure 5, on the other hand, the rocking motion of the foundation and the associated increase in response are obviously quite important. By contrast, the reduction in response due to the radiation effect is extremely small because the natural frequency of such systems correspond to small values of  $a_0$  for which the damping coefficient for rocking motion,  $\beta_\theta$ , is practically negligible (see Figure 3). The net effect in this case is an increase in response and a corresponding reduction in the effective damping of the system. It should be recalled, however, that the effect of material damping in the halfspace is not incorporated in this solution. Consideration of this effect will increase the effective damping of the interacting system and decrease its response.

Examination of Figures 4 and 5 further reveals that, in addition to the parameters  $\sigma$  and  $h/r$ , the interaction effect depends importantly on the frequency ratio  $p/\omega$ . Note that the effect is greatest in the middle region of the spectrum and that it becomes negligible as the left-hand and right-hand limits are approached.

#### Approximation via single-degree-of-freedom systems

The dotted curves in Figures 4 and 5 are for single-degree-of-freedom (SDF) systems, the natural frequency and damping of which have been adjusted so that the absolute maximum pseudo-acceleration and the associated frequency are in each case identical to those of the actual coupled systems. In the following discussion the circular natural frequency of the replacement SDF system will be denoted by  $\tilde{p} = 2\pi\tilde{f}$ , and the associated fraction of critical damping will be denoted by  $\tilde{\zeta}$ .

The replacement SDF oscillator corresponds to the physical model shown in Figure 6(a). In this representation, the spring connected to the base represents the flexibility of the foundation, the spring connected to the mass represents the flexibility of the structure and the dashpot simulates the overall damping of the system.

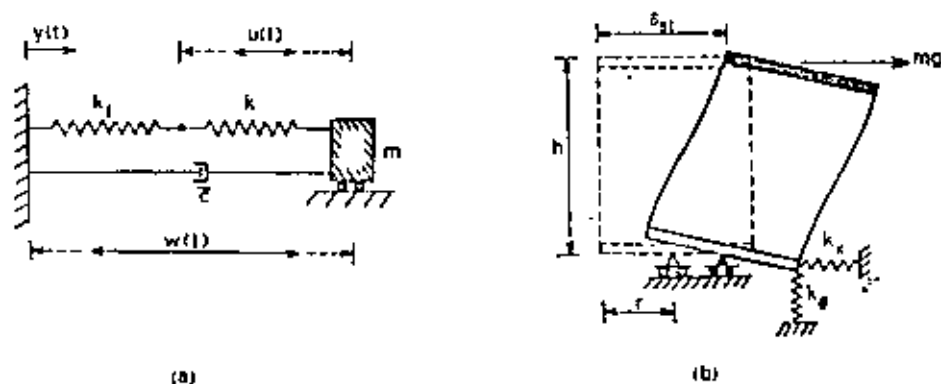


Figure 6. Replacement oscillator and its static deflection

If  $w(t)$  represents the total deformation of the replacement oscillator, this deformation must be shared by the two springs in inverse proportion to their respective stiffnesses. Since the stiffness of the structural spring is proportional to  $f^2$ , whereas the total stiffness of the oscillator is proportional to  $\tilde{f}^2$ , it follows that the structural deformation,  $u(t)$ , is related to the total deformation,  $w(t)$ , by the equation

$$u(t) = \left(\frac{\tilde{f}}{f}\right)^2 w(t) \quad (10)$$

It should be emphasized that  $u(r)$  refers to a SDF system characterized by  $f$  and  $\zeta$  rather than by  $f$  and  $\zeta$ . The relationship between these two sets of quantities is given in a later section.

From the dotted curves in Figures 4 and 5 it is clear that, excepting the left-hand portions of the spectra, the response values for the replacement SDF oscillators are in excellent agreement with those for the actual coupled systems. The agreement deteriorates, however, in the left-hand regions. As  $p/\omega$  tends to zero, the ratio  $u_0/y_0$  for the actual coupled systems approaches unity, whereas for the replacement SDF oscillators,  $u_0/y_0$  tends to  $(\bar{p}/p)^2 = (\bar{f}/f)^2$ . Depending on the relative values of  $\bar{f}$  and  $f$ , the difference between the exact and the approximate response asymptotes may be quite significant.

#### Properties of replacement oscillator

The values  $\bar{f}/f$  and  $\zeta$  of the replacement oscillator are plotted in Figure 7 as a function of  $\sigma$  for three different values of  $h/r$ . The values of the remaining parameters are as previously specified.

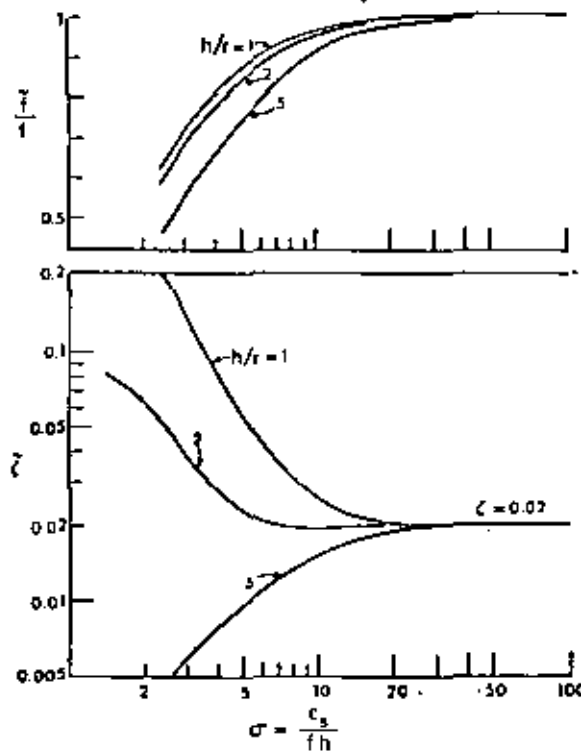


Figure 7. Natural frequency and damping factor for SDF oscillator

The following trends, which are representative of those also obtained for systems having other values of  $\delta$ ,  $m_0$  and  $\zeta$ , are worthy of note in this figure:

1. The frequency ratio  $\bar{f}/f \leq 1$ , and it decreases with decreasing values of  $\sigma$  and increasing values of  $h/r$ .
2. The damping value  $\zeta$  may be greater or smaller than the value applicable to a fixed-base structure, depending primarily upon the ratio  $h/r$ . Soil-structure interaction increases the apparent damping of squat structures but decreases the apparent damping of slender structures. These changes are particularly significant for systems with small values of  $\sigma$ .
3. For values of  $\sigma$  greater than about 20, the values of  $\bar{f}$  and  $\zeta$  are practically equal to those for fixed-base systems; accordingly, the interaction effect is negligible in this case. For the family of structures considered in the development of equation (6), a value of  $\sigma = 20$  corresponds to a soil with shear wave velocity of 2,000 ft/sec.

*Approximation to  $f$ .* The undamped natural frequency of the replacement SDF oscillator,  $f$ , may be determined from the well-known formula

$$f = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{g}{\delta_{st}}} \quad (11)$$

in which  $g$  is the gravitational acceleration and  $\delta_{st}$  is the deflection of the mass of the superstructure,  $m$ , produced by a horizontal force of magnitude  $mg$  applied to the mass. From Figure 6(b) it can be seen that  $\delta_{st}$  is given by

$$\delta_{st} = \left[ \frac{1}{k} + \frac{1}{k_x} + \frac{1}{k_\theta} \frac{h^2}{r^2} \right] mg \quad (12)$$

in which the first term on the right represents the deformation of the structure and the second and third terms represent the effects of the foundation translation and rotation, respectively. The foundation mass and the rotatory inertia of the structural mass are presumed to be negligible in this derivation.

The foundation stiffnesses  $k_x$  and  $k_\theta$  in equation (12) must be evaluated for a frequency equal to the desired natural frequency,  $f$ . Since this frequency is unknown at the outset, it must be determined by iteration. However, satisfactory accuracy for most practical applications can be obtained in a single step by evaluating  $\delta_{st}$  from the stiffness values corresponding to the fixed-base natural frequency of the system,  $f$ . The value of  $a_0$  corresponding to this frequency is determined from equation (7) by taking  $\omega = p$ , and the associated values of  $k_x$  and  $k_\theta$  are determined from equations (1) by making use of the coefficients  $\alpha_x$  and  $\alpha_\theta$  given in Figure 3. If the iterative procedure is started with  $f = f$ , convergence to the exact value of  $f$  is obtained in two or three cycles.

Equation (12) provides valuable insight into the relative importance of the horizontal and rotational compliance of the foundation. Because  $k_\theta$  is less than  $k_x$  within the practically important range of low values of  $a_0$ , it follows that the rotational flexibility of the foundation contributes more to  $\delta_{st}$  than does the translational flexibility when  $h/r \gg 1$ . Thus, rotation of the foundation is the more important factor in lowering the resonant frequency of tall, slender structures.

By substituting equation (12) into equation (11) and making use of the expression for the circular natural frequency of the fixed-base system,  $p = 2\pi f = \sqrt{k/m}$ , equation (11) can also be written as

$$\frac{f}{f} = \frac{1}{\sqrt{\left[ 1 + \frac{k}{k_x} \left( 1 + \frac{k_x h^2}{k_\theta r^2} \right) \right]}} \quad (13)$$

This equation was presented previously in Reference 20, where it was derived from the frequency equation of the interacting system.

*Approximation to  $\zeta$ .* An excellent approximation to the fraction of critical damping for the replacement SDF oscillator,  $\zeta$ , is provided by the equation

$$\zeta = \left( \frac{f}{f} \right)^2 \left[ \zeta + \frac{(2-\nu)\pi^4 \delta}{2\sigma^2} \left( \frac{\beta_x}{\alpha_x(\alpha_x + ia_0\beta_x)} \frac{r^2}{h^2} + \frac{\beta_\theta}{\alpha_\theta(\alpha_\theta + ia_0\beta_\theta)} \right) \right] \quad (14)$$

in which the first term represents the contribution of the structural damping, whereas the second and third terms represent the contributions of the geometric damping associated with the horizontal and rocking components of foundation motion, respectively. The stiffness coefficients  $\alpha_x$  and  $\alpha_\theta$ , and the damping coefficients  $\beta_x$  and  $\beta_\theta$  in this equation must be evaluated for the value of  $a_0$  corresponding to the natural frequency of the replacement oscillator, as determined from equation (13).

Equation (14) was derived as follows. From the solution for the harmonic response of the actual system, first the expression for the pseudo-acceleration of the structure was determined. Next, the absolute maximum (resonant) value of this quantity was computed on the assumption that it occurs at a frequency equal to the



natural frequency of the system, as determined from equation (13). The resulting expression was then equated to  $0.5\ddot{y}_0/\xi$ , the expression for the corresponding pseudo-acceleration of the replacement SDF oscillator, and the equation solved for  $\xi$ . In conformity with the assumptions made in the development of equation (13), both the foundation mass and the rotatory inertia of the structural mass were assumed to be negligible in this derivation.

Although equation (14) is more involved than a corresponding expression for  $\xi$  given in Reference 20, it is of higher accuracy than the latter, particularly for systems having low values of  $h/r$ . When  $h/r \gg 2$ , the imaginary parts of the quantities in the denominators of the second and third terms of equation (14) may be neglected, and the equation reduces to

$$\xi = \left(\frac{\ddot{y}_0}{\xi}\right)^{-1} \left[ \xi + \frac{(2-\nu)\pi^4 \delta}{2\sigma^2} \left( \frac{\beta_x r^3}{\alpha_x^2 h^3} + \frac{\beta_\theta}{\alpha_\theta^2} \right) \right] \quad (15)$$

This equation can be shown to be identical to that given in Reference 20.

### RESPONSE TO TRANSIENT EXCITATIONS

In the context of Fourier analysis, any transient excitation may be thought of as a combination of harmonic motions of different amplitudes and frequencies. It may therefore be expected that the degree of agreement which was observed in Figures 4 and 5 between the harmonic response of the actual interacting systems and the replacement SDF oscillators may also be valid for transient excitations. This expectation is confirmed by the data presented in this section.

#### Response spectra for simple pulse

The solid lines in Figures 8 and 9 represent spectra for the maximum deformation,  $u_0$ , for a family of interacting systems subjected to the simple free-field motion shown in Figure 10. The dashed lines in these figures represent the corresponding spectra for the replacement SDF oscillators. Three different values of  $\sigma$  and two values of  $h/r$  are considered.

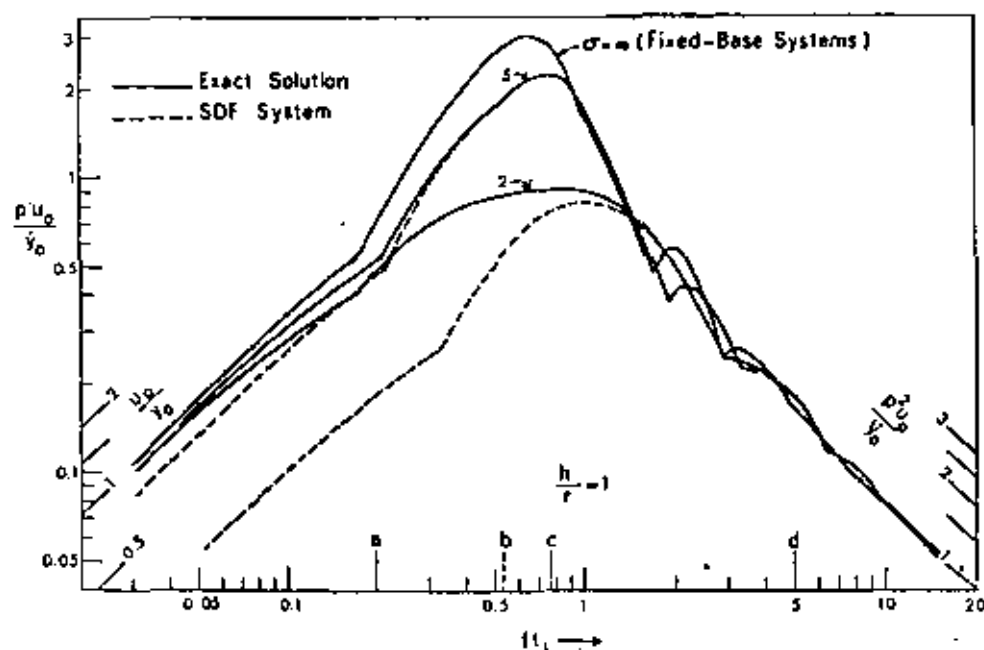


Figure 8. Response spectra for systems subjected to half-cycle displacement pulse;  $h/r = 1$  and  $\xi = 0.02$

Just as for the harmonically excited systems investigated in the preceding sections, the response spectra for the SDF replacement oscillators in Figures 8 and 9 were computed by application of equation (10). The quantity  $w(t)$  in this instance is interpreted as the transient deformation of an SDF system which has a natural frequency  $f_n$ , a damping factor  $\zeta$ , and is subjected to the transient input motion under consideration. Since response spectra for the maximum deformation,  $w_0$ , of such systems are available (see, for example,

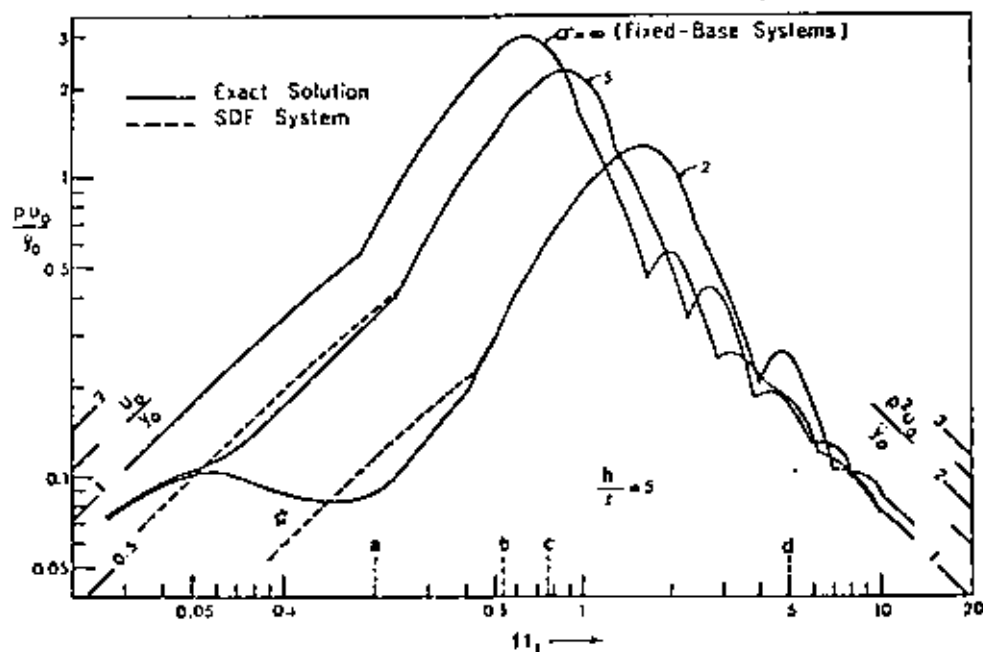


Figure 9. Response spectra for systems subjected to half-cycle displacement pulse;  $h/r = 5$ ,  $\zeta = 0.02$

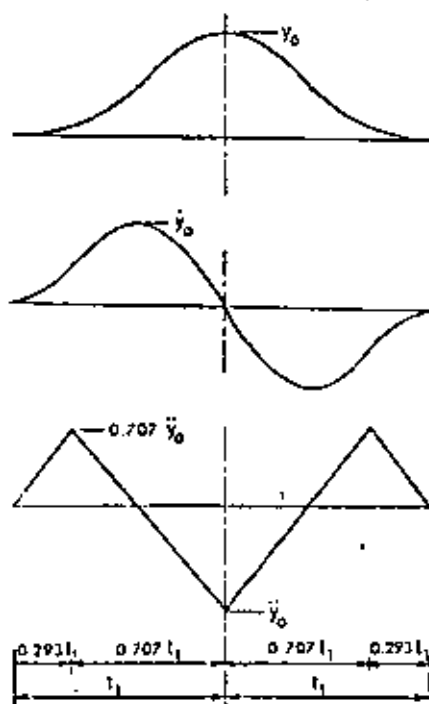


Figure 10. Pulse-type excitation considered

Reference 23), the desired value of  $u_0$  may be determined without having to carry out a detailed analysis of the replacement oscillator. It is only necessary to multiply the available spectral value of  $w_0$  by the ratio  $(f/f)^2$ .

The response spectra in Figures 8 and 9 are displayed in the familiar logarithmic tripartite form, with the ordinate representing the pseudo-velocity of the system,  $pu_0$ , normalized with respect to the maximum input velocity,  $\dot{y}_0$ , and the abscissa representing the dimensionless frequency parameter  $f/f_1$ , where  $t_1 =$  one-half the duration of the input displacement pulse. The latter parameter is analogous to the frequency ratio  $p/\omega$  considered in Figures 4 and 5. The values of  $u_0$  and of the pseudo-acceleration,  $p^2 u_0$ , may be read directly from the left-hand and right-hand diagonal scales of the figures.

The symbols  $a$ ,  $b$ ,  $c$  and  $d$  on the abscissas of these figures identify the boundaries of the various frequency regions of the spectrum, as defined in Reference 23. The range  $ab$  corresponds to the moderately-low-frequency region,  $bc$  to the medium-frequency region,  $cd$  to the moderately-high-frequency region, and points to the left of  $a$  and to the right of  $d$  correspond to the extremely-low- and the extremely-high-frequency regions, respectively. The widths of the individual regions are different for different inputs.

The interrelationships in Figures 8 and 9 between the spectra for the interacting systems, the rigidly supported systems and the spectra corresponding to the replacement SDF oscillators are similar to those noted for the harmonically excited systems considered in Figures 4 and 5. Note, in particular, the following:

1. The response of the interacting systems may differ significantly from the response of the associated fixed-base systems, the difference being a function not only of  $\sigma$  and  $h/r$  but also of the frequency parameter  $f/f_1$ . Furthermore, the response of the interacting system may well exceed the response of the associated fixed-base system.
2. The interaction effect is negligible at both the low-frequency and the high-frequency limits of the response spectrum. Irrespective of the values of  $\sigma$  and  $h/r$  involved,  $u_0 \approx \dot{y}_0$  near the low-frequency limit, and  $p^2 u_0 \approx \dot{y}_0$  near the high-frequency limit.
3. Within the frequency range where the interaction effect is important, the most important single parameter affecting the response is the dimensionless wave parameter  $\sigma$ . The smaller the value of  $\sigma$ , the greater is the interaction effect.
4. For values of  $f/f_1$  extending from infinity to well within the middle-frequency region of the spectrum, the maximum structural response can be estimated accurately by use of the replacement SDF oscillator, irrespective of the value of  $\sigma$  involved. For the lower frequency values, however, the response of the simple oscillator may be significantly in error when  $\sigma$  is less than about 3, the error increasing with decreasing frequency value. This is particularly true when  $h/r$  also is small.

These results are in agreement with those obtained for the harmonically excited systems.

#### *Response spectra for earthquake motion*

In Figure 12 are presented response spectra for the short structures considered in Figure 8 when excited by the first 6.29 sec of the N-S component of the 1940 El Centro, California earthquake record. The acceleration, velocity and displacement traces of this record are shown in Figure 11. In these particular solutions, the damping factor of the structures when fixed at the base was assumed to be  $\zeta = 0.05$ .

Comparison of these data with the data presented in Figure 8 shows that, within corresponding spectral regions, the relationships between the curves for the interacting systems and the associated fixed-base systems are similar for the two inputs. As a matter of fact, these results provide further confirmation of the conclusion in Reference 23 that there is good correlation between the response of systems to earthquakes and pulse-type inputs, and that valuable insight into the seismic effects on structures may be gained from analyses of the effects of simpler excitations.

It is noteworthy that the spectra in Figure 12 corresponding to the SDF oscillators differ from the exact spectra over a narrower frequency range than do those in Figure 8. This is due to the fact that the earthquake spectra do not extend as far into the extremely-low-frequency region (i.e. to the left of point  $a$ ) as do those for the simpler input. It should be noted, however, that there is no practical interest in frequency values lower than those considered in Figure 12. As a matter of fact, the combinations of low-frequency values and small values of  $\sigma$  considered in this figure are unlikely to be encountered in practice.

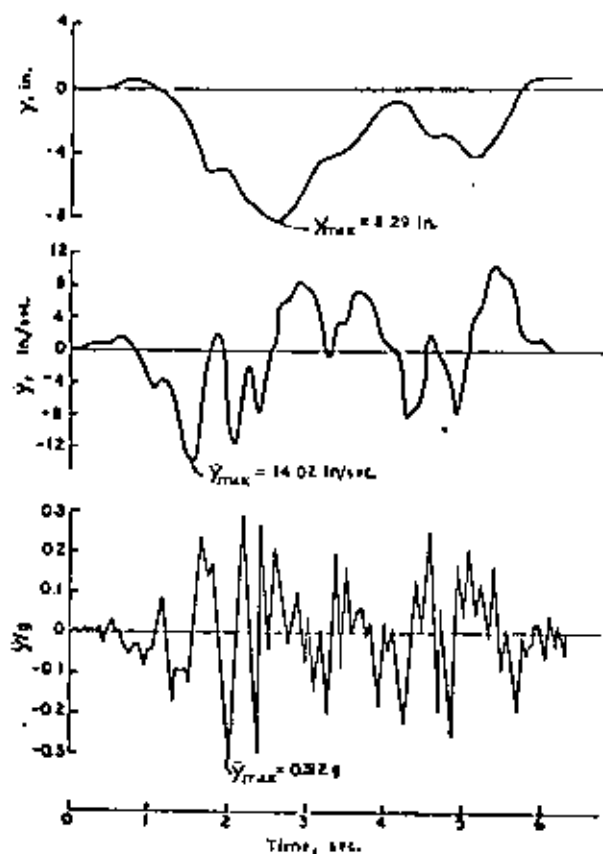
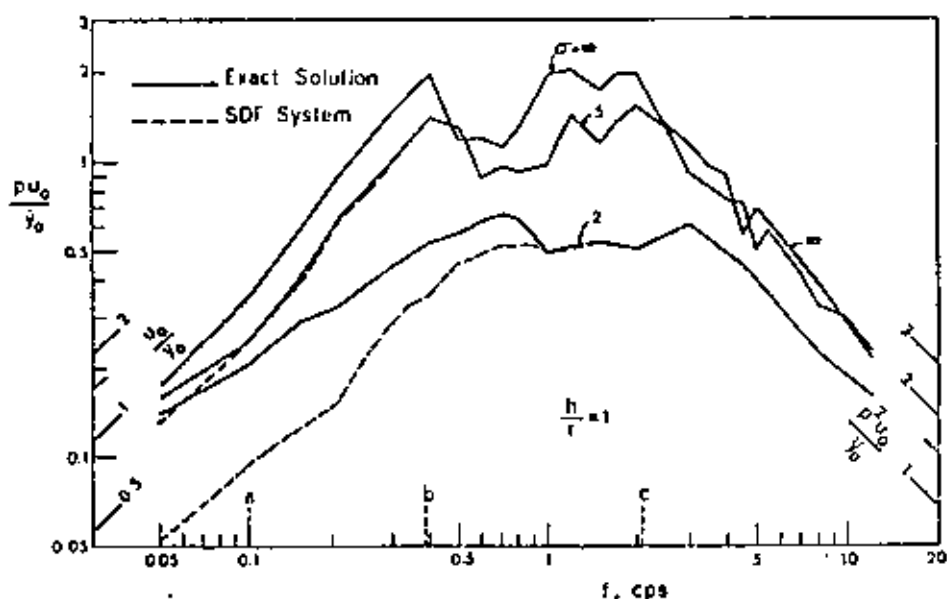


Figure 11. Initial portion of El Centro earthquake record

Figure 12. Response spectra for systems subjected to the El Centro input;  $h/r = 1$ ,  $\zeta = 0.05$ , constant values of  $\sigma$ 

#### Approximate design procedure

The single-degree-of-freedom oscillator provides the basis for the following simple design procedure for incorporating the effect of soil-structure interaction in the dynamic analysis of ground-excited building systems of the type investigated herein:

1. Evaluate the fixed-base natural frequency of the structure,  $f$ , and from equation (5) compute the wave parameter  $\sigma$ . If  $\sigma$  is greater than about 20, neglect soil-structure interaction and design the structure as if it were attached to a rigid foundation.
2. If  $\sigma$  is less than 20, calculate the reduced natural frequency,  $f^*$ , from equation (13) or by use of the data given in the upper part of Figure 7. From the latter figure or by application of equations (14) or (15), as appropriate, also estimate the effective damping factor of the oscillator,  $\xi$ .
3. From the response spectrum for SDF systems subjected to the design input, determine the value of the total maximum deformation,  $w_0$ , corresponding to the value of  $f^*$  and  $\xi$  determined in step 2.
4. If  $f^*$  lies in a region of the spectrum other than the extremely-low-frequency region (i.e. to the right of point  $a$  in Figures 8, 9 and 12), design the structure to resist a maximum deformation

$$u_0 = \left(\frac{f}{f^*}\right)^2 w_0 \quad (16)$$

as indicated by equation (10). Alternatively, one may compute the pseudo-acceleration of the SDF oscillator,  $\bar{p}^2 w_0$ , and design the structure for an equivalent static lateral force  $F = m\bar{p}^2 w_0$ .

5. If  $f^*$  lies in the extremely-low-frequency region of the spectrum (i.e. to the left of point  $a$  in Figures 8, 9 and 12), disregard equation (16) and, to be on the safe side, design the structure to resist a maximum deformation  $u_0 = w_0$ . The equivalent static design force in this case is  $F = m\bar{p}^2 w_0$ .

For systems in the moderately-low- and the extremely-low-frequency regions of the spectrum, this procedure is recommended only for values of  $\sigma \geq 3$ . The use of equation (16) has been proposed also in References 14 and 20.

When the foundation mass,  $m_0$ , is large compared to the structural mass,  $m$ , the recommendation made under item 5 may lead to a highly conservative estimate of the maximum structural deformation. This is due to the fact that the actual value of  $u_0$  for such systems tends to zero rather than to  $w_0$  as the frequency parameter  $f_1$  (or  $p/\omega$  for harmonically excited systems) tends to zero. In effect, the inertia of the foundation mass in such cases tends to isolate the superstructure from the ground motion in much the same way that the first storey of a low-frequency, multi-storey building isolates the upper storeys of the structure. For more detailed accounts of this limiting behaviour, the reader is referred to References 16, 18 and 20.

#### *Additional spectra for earthquake motion*

In Figures 8, 9 and 12 it is important to note that the natural frequency  $f$  appears both on the abscissa and in the expression for  $\sigma$ . Since the spectra in these figures are for fixed values of  $\sigma$  and  $h/r$ , the ratio  $c_v/r$  which characterizes the foundation properties varies along each curve unless  $f$  is held constant. For the pulse-type input, it is therefore desirable to interpret  $f r_1$  as a measure of the characteristic pulse duration,  $t_1$ , rather than as a measure of  $f$ . On the other hand, for the earthquake input for which a similar interpretation is not as useful, it is more instructive to plot the spectra for fixed values of  $c_v/r$  rather than for fixed values of  $\sigma$ . Such plots are given in Figures 13 and 14 for systems with  $h/r = 1$  and 5.

It can be seen from these plots that, for systems having the same foundation conditions, the interaction effect is most important for stiff, high-frequency structures, and practically negligible for flexible, low-frequency structures. This result, which might have been anticipated intuitively, can be explained by noting that the low-frequency values in these plots are associated with large values of  $\sigma$ , for which the interaction effects are negligible, whereas the high-frequency values are associated with small  $\sigma$  values for which the interaction effects are important. For example, for  $h/r = 5$  and  $c_v/r = 20$ , a frequency of 0.1 Hz corresponds to  $\sigma = 40$ , whereas a frequency of 10 Hz corresponds to  $\sigma = 0.4$ .

The results of the approximate analysis in Figure 14 are in excellent agreement with the exact results over the entire frequency range, including the low-frequency spectral region for which significant differences were noted in previous spectra. The improved agreement in this case is due to the fact that low-frequency values in these plots do not combine with low values of  $\sigma$ . The results of the approximate analysis are not presented in Figure 13, as they are indistinguishable from the exact solutions.

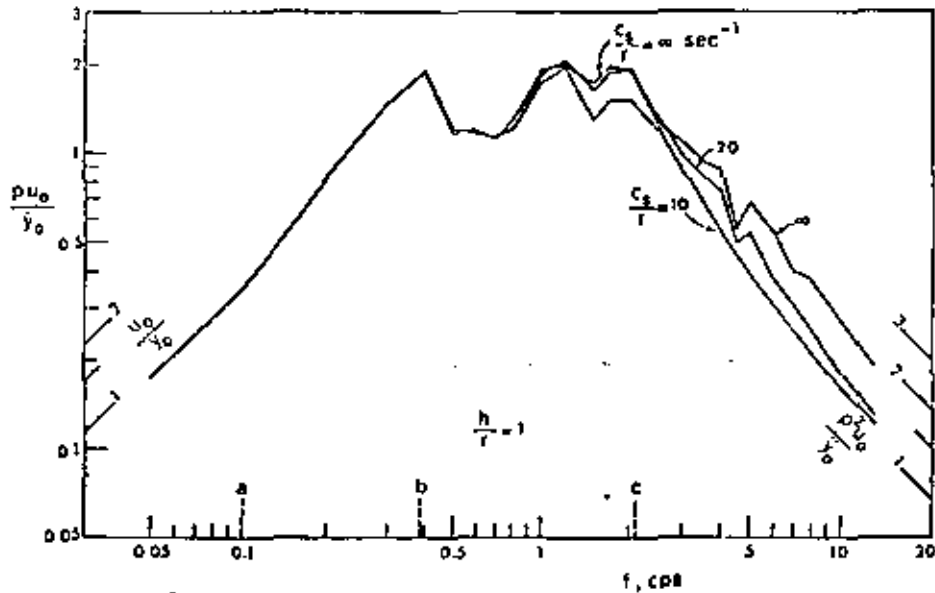


Figure 13. Response spectra for systems subjected to the El Centro input;  $h/r = 1$ ,  $\zeta = 0.05$ , constant values of  $c_d/r$

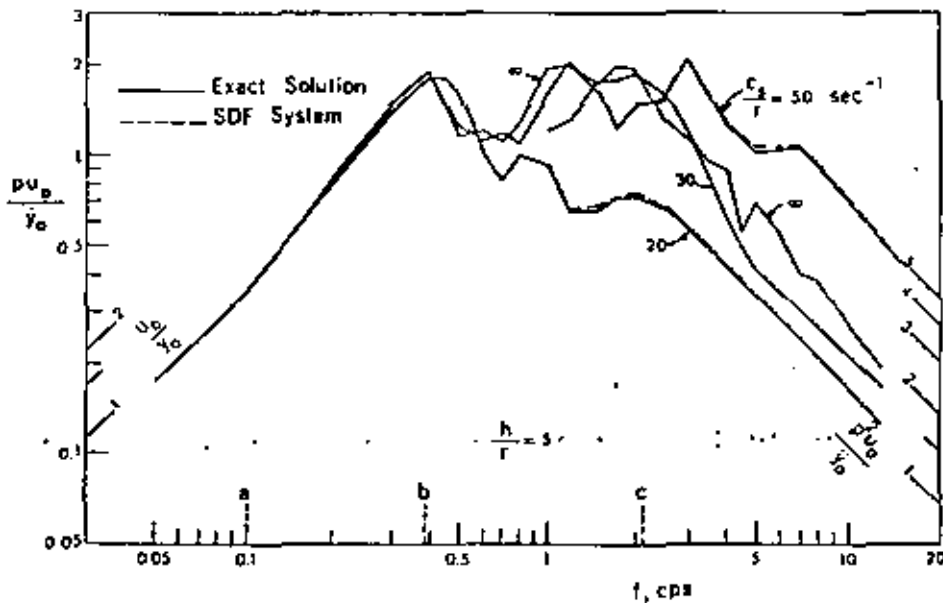


Figure 14. Response spectra for systems subjected to the El Centro input;  $h/r = 3$ ,  $\zeta = 0.05$ , constant values of  $c_d/r$

### CONCLUSION

The principal conclusions of this study may be summarized as follows:

1. Soil-structure interaction may affect significantly the dynamic response of structures and must, in general, be considered in design.
2. The three most important parameters controlling the interaction phenomenon are (a) the wave parameter,  $\sigma$ , which is a measure of the relative stiffness of the foundation and the structure; (b) the height-to-radius ratio for the system,  $h/r$ ; and (c) the relationship of the fixed-base natural frequency of the structure to the frequency regions of the design spectrum. This relationship defines whether, for the particular input motion under consideration, the structure would be classified as a low-frequency, medium-frequency or high-frequency system.

3. The principal effect of interaction is to reduce the resonant frequency of the structure and to modify its effective damping. The net result may be a reduction or increase in the maximum deformation of the structure.
4. Consideration of soil-structure interaction in a dynamic analysis is warranted only for values of  $\alpha$  less than 20.
5. For values of  $\alpha$  less than 20 but more than about 3, the maximum deformation of the structure may be estimated reliably by analysing the system as a single-degree-of-freedom oscillator, as described in the body of this paper.

This study has been based on the assumptions that the foundation is supported at the surface of an elastic halfspace and that the superstructure responds within the elastic range. The effects of structural yielding are considered briefly in Reference 24, whereas some insight into the effects of hysteretic action in the halfspace and of foundation embedment may be gained from information presented in References 25 and 26, respectively.

#### ACKNOWLEDGEMENTS

This study was supported in part by National Science Foundation Grant GK-25917. In addition to recording their gratitude for this support, the authors wish to thank Dr. B. Verbic of the University of Sarajevo, Yugoslavia, formerly a graduate student at Rice, for assistance in obtaining some of the data reported herein.

#### APPENDIX

##### Notation

The following symbols are used in this paper:

- $a_0$  dimensionless frequency parameter defined by equation (4)
- $c_s$   $\sqrt{(G/\rho)}$  = speed of propagation of shear waves in the halfspace
- $f$  natural frequency of structure in its fixed-base condition, in cycles per unit of time
- $\bar{f}$  frequency  $f$  of replacement SDF oscillator
- $h$  effective height of structure
- $i$   $\sqrt{-1}$
- $K$  static horizontal or translational stiffness of foundation, defined by equation (3)
- $k$  stiffness of structure
- $k_x, k_y$  stiffness of horizontal and vertical springs in Figure 2
- $m$  mass of superstructure
- $p$   $\sqrt{(k/m)}$  = circular natural frequency of structure in its fixed-base condition
- $\bar{p}$  circular natural frequency of replacement SDF oscillator
- $r$  radius of foundation
- SDF** single-degree-of-freedom system
- $t_1$  characteristic time representing duration of velocity pulse
- $u(t)$  deformation of structure
- $u_0$  maximum value of  $u(t)$
- $w(t)$  total deformation of replacement SDF oscillator
- $w_0$  maximum value of  $w(t)$
- $x(t)$  displacement of foundation
- $y(t), \dot{y}(t), \ddot{y}(t)$  free-field displacement, velocity and acceleration of ground surface
- $y_0, \dot{y}_0, \ddot{y}_0$  maximum values of  $y(t), \dot{y}(t)$  and  $\ddot{y}(t)$
- $\alpha_x, \alpha_y$  dimensionless coefficients in expressions for dynamic stiffnesses of the halfspace (see equations (1))
- $\beta_x, \beta_y$  dimensionless coefficients in expressions for the damping coefficients of the halfspace (see equations (2))
- $\delta$  mass density ratio, defined by equation (8)

- $\delta_{st}$  deflection of  $m$  due to a force of magnitude  $mg$   
 $\xi$  per cent of critical damping for structure in its fixed-base condition  
 $\xi$  value of  $\xi$  for replacement SDF oscillator  
 $\theta(t)$  rotation of foundation  
 $\nu$  Poisson's ratio for halfspace material  
 $\sigma$  dimensionless wave parameter, defined by equation (5)  
 $\omega$  circular frequency of excitation

## REFERENCES

1. R. G. Merritt and G. W. Housner, 'Effect of foundation compliance on earthquake stress in multistory buildings', *Bull. Seism. Soc. Am.* 44, 551-578 (1954).
2. W. T. Thomson, 'A survey of the coupled ground-building vibrational', *Proc. 2nd Wld Conf. Earthquake Engng.* 2, pp. 833-847, Tokyo, Japan, 1960.
3. D. L. Lycan and N. M. Newmark, 'Effect of structure and foundation interaction', *J. Engng. Mech. Div., ASCE*, 87, EM5,1-31 (1961).
4. L. S. Jacobsen, 'Vibration transfer from shear buildings to ground', *J. Engng. Mech. Div., ASCE*, 90, EM3,21-38 (1964).
5. R. A. Parmelee, 'Building-foundation interaction effects', *J. Engng. Mech. Div., ASCE*, 93, EM2, 131-162 (1967).
6. R. J. Scavuzzo, 'Foundation-structure interaction in the analysis of wave motions', *Bull. Seism. Soc. Am.* 57, 735-746 (1967).
7. D. S. Perelman, R. A. Parmelee and S. L. Lee, 'Seismic response of single-story interaction systems', *J. Struct. Div., ASCE*, 94, 2597-2607 (1968).
8. R. A. Parmelee, D. S. Perelman and S. L. Lee, 'Seismic response of multi-story structures on flexible foundations', *Bull. Seism. Soc. Am.* 59, 1061-1070 (1969).
9. A. Castellani, 'Foundation compliance effects on earthquake response spectra', *J. Soil Mech., Found. Div., ASCE*, 96, 1335-1356 (1970).
10. M. A. Sarrazin, 'Soil-structure interaction in earthquake resistant design', *Research Report R70-59*, Massachusetts Inst. of Tech., Dept. of Civil Engineering, Cambridge, Mass., 1970.
11. R. J. Scavuzzo, J. L. Bailey and D. D. Raftopoulos, 'Lateral structure interaction with seismic waves', *J. Appl. Mech.* 38, 125-134 (1971).
12. A. H. Hadjian, 'Earthquake forces on equipment in nuclear power plants', *J. Power Div., ASCE*, 97, 649-665 (1971).
13. S. C. Liu and L. W. Fagel, 'Earthquake interaction by fast Fourier transform', *J. Engng. Mech. Div., ASCE*, 97, 1223-1237 (1971).
14. J. H. Ruiner, 'Structure ground interaction in earthquakes', *J. Engng. Mech. Div., ASCE*, 97, 1431-1450 (1971).
15. R. A. Parmelee and J. H. Wronkiewicz, 'Seismic design of soil-structure interaction systems', *J. Struct. Div., ASCE*, 97, 2503-2517 (1971).
16. J. Bielak, 'Earthquake response of building-foundation systems', *Report EERL 71-04*, Earthq. Engng Research Lab., Calif. Inst. of Technology, Pasadena, Calif., 1971.
17. J. Bielak and P. C. Jennings, 'Dynamics of building-structure interaction', *Meeting Preprint 1717*, ASCE Nat. Struct. Engng Meeting, April, 1972.
18. J. Meek and A. S. Veletos, 'Dynamic analysis and behaviour of structure-foundation systems', *SRR Report 13*, Dept. Civ. Engng. Rice University, Houston, Texas, April 1972.
19. M. A. Sarrazin, J. M. Roesset and R. V. Whitman, 'Dynamic soil-structure interaction', *J. Struct. Div., ASCE*, 98, 1525-1544 (1972).
20. P. C. Jennings and J. Bielak, 'Dynamics of building-soil interaction', *Bull. Seism. Soc. Am.* 63, 9-48 (1973).
21. F. E. Richart, Jr., J. R. Hall, Jr. and R. D. Woods, *Vibrations of Soils and Foundations*, Prentice-Hall, Englewood Cliffs, N.J., 1970, pp. 191-243.
22. A. S. Veletos and Y. T. Wei, 'Lateral and rocking vibration of footings', *J. Soil Mech., Found. Div., ASCE*, 97, 1227-1248 (1971).
23. A. S. Veletos and W. P. Vann, 'Response of ground-excited elastoplastic systems', *J. Struct. Div., ASCE*, 97, 1257-1281 (1971).
24. A. S. Veletos and B. Verbic, 'Dynamics of elastic and yielding structure-foundation systems', to appear in *Proc. 5th Wld Conf. Earthquake Engng.*, Rome, Italy, 1973. (Also available as Conf. Reprint No. 236.)
25. A. S. Veletos and B. Verbic, 'Vibration of viscoelastic foundations', *Int. J. Earthq. Engng Struct. Dyn.* 2, 87-102 (1973).
26. M. Novak, 'Torsional and coupled vibrations of embedded footings', *Int. J. Earthq. Engng Struct. Dyn.* 2, 11-33 (1973).





centro de educación continua  
división de estudios de posgrado  
facultad de ingeniería unam



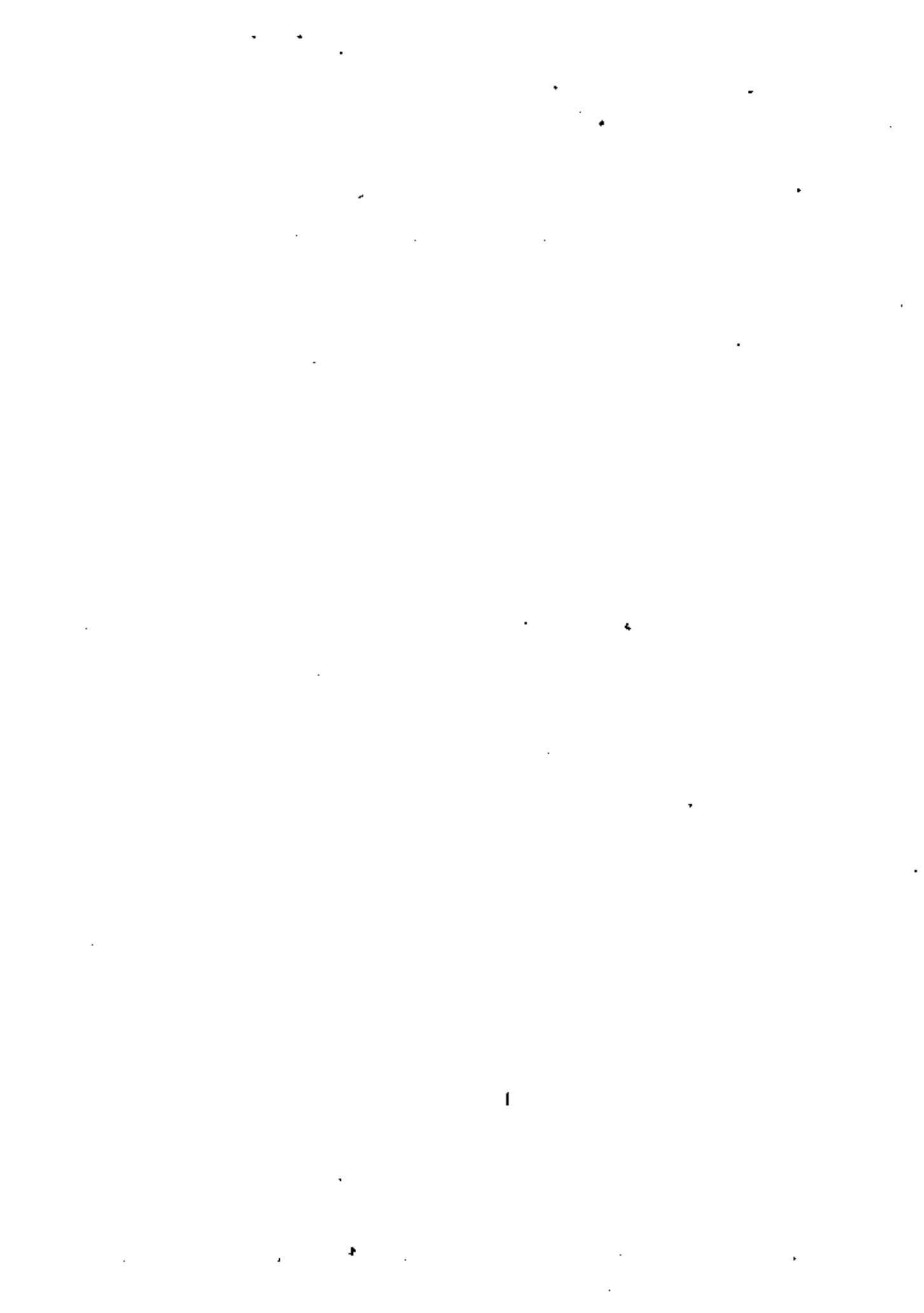
VI CURSO INTERNACIONAL DE INGENIERIA SISMICA

DISEÑO SISMICO DE ESTRUCTURAS ESPECIALES

A SURVEY OF THE STATE OF THE ART IN SEISMIC SOIL-STRUCTURE INTERACTION

RICARDO GUZMAN

AGOSTO, 1980



# "A SURVEY OF THE STATE-OF-THE-ART IN SEISMIC SOIL-STRUCTURE INTERACTION"

By Ricardo Guzmán ( I), and  
Ashok K. Vaish (II)

## RESUMEN

Como parte de las actividades de la Sección de Tecnología Avanzada de EDS - - Nuclear, Inc., el estado-del-arte en análisis de interacción suelo-estructura sísmica ha sido investigado. En general, los métodos revisados son aplicables a - - cualquier tipo de estructuras cimentadas en suelos relativamente blandos. El objetivo del estudio fue evaluar los méritos técnicos relativos de los métodos y su capacidad para modelar tridimensionalmente las estructuras y el subsuelo, para -- considerar movimientos sísmicos compuestos por combinaciones de ondas superficiales y de cuerpo, para representar las propiedades mecánicas de los suelos y las - condiciones de enterramiento de las estructuras. Se discuten los métodos y programas desarrollados por los grupos de Lysmer-Seed, Luco-Wong, EPRI-Weidlinger, Roesset-Kausel y Frazier-Day.

## INTRODUCTION

As part of the activities of the Advanced Technology Section of EDS Nuclear, Inc., the state-of-the-art in seismic (dynamic) soil-structure interaction has been surveyed. The methods surveyed are directed toward nuclear power plant cases, however, they are applicable to many other types of structures such as high-rise buildings, bridges and tall or heavy equipment bolted to their foundations. The objectives of the study were to determine the capabilities (present and future) and the state of development of the approaches currently being pursued, and to evaluate their relative technical merits. An effort was also made to estimate their future acceptability by the industry and the regulators.

The methods surveyed are evaluated for their capability to tridimensionally model the structures and subsurface conditions, their capability to consider seismic inputs composed of complex combinations of surface and body waves, the representation of soil properties, the capability to represent embedded conditions and the methods of solution. The most important tools surveyed that have been recently made available or that will be available in the near-future are summarized in Table 1. The simplified method to determine the gross effects of soil-structure interaction developed by Veletsos was also surveyed.

## SOIL-STRUCTURE INTERACTION METHODS

Even a schematic representation of the seismic soil-structure interaction problem for large and massive installations such as is presented in Figure 1 shows that the problem is very complex; involves, in general, a 3-D array of embedded structures, a 3-D layered subsurface on bedrock, a complicated 3-D seismic input, and the mechanical properties of the soils are strongly nonlinear.

Two types of methods have been used to solve seismic soil-structure interaction problems: (1) finite element methods, and (2) continuum mechanics methods. As we

( I) Proyectos Marinos, S.C., México, D.F.

(II) EDS Nuclear, Inc., San Francisco, California.

shall see in what follows, some investigators have proposed approaches based entirely on the finite element method (1), while others have developed approaches which combine continuum mechanics and finite element methods (2,3,4).

In general, it has been considered that the advantages of the finite element method are the capabilities to model embedded conditions and nonhomogeneous properties for the subsurface. On the other hand, its limitations have been generally considered to be those of including artificial boundaries to the model that produce spurious effects and that 3-D solutions are prohibitively expensive for many applications. In the case of the continuum solution methods, they have generally been considered to have the advantage of being capable of considering three-dimensional conditions and of being relatively inexpensive to use. Their main limitation has been that until recently, and only in some cases, it has not been possible to represent embedded conditions. However, as advances are taking place in both the finite element and continuum mechanics methods, the generally held considerations mentioned in this paragraph are becoming less and less applicable.

### SOIL-STRUCTURE INTERACTION ISSUES

Because of the high complexity of the problem and the inherent limitations of the finite element method and the continuum mechanics methods several "issues" have been the subject of considerable discussion amongst the practitioners in the field. A brief discussion of some of them follows:

2-D vs 3-D Solutions. Luco and Hadjian (5) studied the feasibility of representing a 3-D soil-structure interaction problem by a 2-D plane strain model, and the errors involved in such representation. It was found that it is not possible to obtain a 2-D representation that matches simultaneously the rocking and translational dynamic stiffnesses and their associated radiation damping over a reasonable range of frequencies. Luco and Hadjian argue that the most reasonable match is to make the rocking and horizontal translation stiffness coefficients be equal because this leads to essentially the same frequencies for the 3-D and 2-D models. This consideration is based on the fact that the maximum in-structure responses occur at the natural frequencies of the system. However, the damping associated with the first two natural frequencies for the 2-D models considerably overestimate those for the 3-D models. This situation leads to maximum in-structure responses for the cases studied by Luco and Hadjian which underestimate those for the 3-D models by about 50 percent. This indicates that if the 2-D model is not properly selected, the maximum response and system frequencies will not correspond to those of the 3-D model.

Layering. Using a continuum mechanics solution, Hadjian and Luco (6) studied the effects of layering on the vertical, horizontal and rocking impedance functions for a rigid circular foundation. They considered two basic soil models corresponding to a single layer and a double layer on a half-space with rock characteristics. They found that if the thickness of the layer is between one and six times the radius of the foundation, the impedance functions exhibit a marked frequency dependence associated with the existence of Rayleigh and Love waves. One implication of this is that if in modelling a soil-structure system, for example by finite elements, one introduces an arbitrary horizontal boundary at a depth of less than six radius marked spurious effects may be introduced in the stiffness and damping characteristics of the system. On the other hand, marked spurious effects can be introduced if a contrasted stratum boundary exist and its presence is not included in the model.

Non-Vertical Incidence of the Seismic Input. It seems quite certain that in the future it will not be considered sufficient to just assume vertically propagating waves. The trend clearly appears to be toward the consideration of complicated wave propagation conditions. The reasons for this trend are the existing physical evidence for seismic wave trajectories other than vertical and the effects that are predicted by theoretical solutions. Evidence for non-vertically propagating seismic waves includes the reduction of high frequency shaking measured inside buildings (7) and the observation of high Rayleigh waves content in the motions recorded in the Los Angeles Basin during the 1971 San Fernando earthquake (8). On the other hand, theoretical solutions predict the reduction of high frequency shaking inside buildings mentioned above when the waves incide non-vertically (9,10). They also predict that significant torsional excitations are produced by Love and non-vertically incident SH waves (9) and that considerable rocking effects can be induced by non-vertically incident P and SV waves and by Rayleigh waves (9).

Importance of Nonlinear Effects. The results of a major research program being conducted by the Electric Power Research Institute (EPRI) indicate that probably the behavior of nuclear power plant structures subjected to severe seismic motions is markedly nonlinear. This is based on the results of tests of a scaled reactor containment and the simulation of the experiments using a nonlinear finite elements program named TRANAL (Table 1). It appears that one of the main conclusion of the test observations and the analysis results is that the severe nonlinearities in the system occur in the soils immediately next to the structure. However, even though the nonlinear modeling may be crucial to realistically predicting the response of nuclear plant structures under severe seismic loads, in the opinion of many of the researchers interviewed, the use of nonlinear methods will not be feasible for practical use for some time. The reasons for this are their high cost and the considerable development effort that is still needed.

#### METHODOLOGIES SURVEYED

The most important tools surveyed that have been recently made available or that will be available in the near-future are summarized in the attached Table 1. In the following paragraphs a brief description of the methodologies surveyed is made:

EPRI Studies. The Electric Power Research Institute (EPRI) is conducting a major analytical and experimental research program to investigate nonlinear seismic soil-structure interaction effects on nuclear power plants. The main objectives of the program (11) are to:

- o Demonstrate the significance of nonlinear effects, and
- o Develop experimentally validated analytical procedures to realistically incorporate nonlinear behavior.

The research program is motivated by preliminary studies indicating that the input design spectra and the in-structure response can be reduced by realistically incorporating nonlinear soil characteristics and by accounting for the reduction in high frequency response induced by stiff foundations of large size.

In order to achieve the main objectives of the program, EPRI has considered it necessary to:

- o Obtain high strain soil-structure interaction experimental data,
- o Develop correct soil constitutive formulations for incorporation into nonlinear analysis,

- o Evaluate techniques for determining in-situ the high strain properties of soils, and
- o Demonstrate the capability of predicting numerically high strain soil-structure interaction effects.

For this last objective, the 3-D nonlinear finite element program TRANAL developed by Weidlinger Associates is being used. The characteristics of TRANAL are described in Table 1.

Luco-Wong Group. The work of these investigators represents a very ambitious and rigorous effort to solve linear soil-structure interaction problems. Their approach combines the advantages of the continuum methods to represent the subsurface and of the finite element method to represent the structures (4). Currently, all the basic tools have been developed to solve the case of 3-D structures (one or more) embedded in an irregularly shaped cavity in a layered halfspace (viscoelastic) subjected to 3-D transient seismic excitations composed of arbitrary combinations of surface and body waves (Fig. 2). The solution is based on Luco's recently developed Green's functions for the interior of viscoelastic layered halfspaces. In the process of being implemented are the cases shown in Table 1 which include the cases of several 3-D structures on several rigid foundations (interconnected or not) and of a 3-D structure on a rigid axisymmetric embedded foundation; both cases on a layered viscoelastic halfspace and subjected to arbitrary 3-D seismic inputs.

The method of analysis can be summarized as follows:

- o The foundation driving force vector which represents the seismic input composed by combinations of incident planar, harmonic, P, SV, SH and Rayleigh waves is determined. It is obtained by fixing all the discrete soil-foundation nodes and calculating frequency-dependent reaction forces induced by the seismic input waves. It is required that any transient input be expressed as the superposition of a series of harmonic excitations which can be readily achieved by the use of Fourier transform techniques. If, for a given application, the seismic input motion characteristics are defined for a point on the free-field surface, it would be necessary first to break it down into a series of Fourier components, and second, to decide what proportions of different kinds of surface and body waves compose the total motion. After this is done, foundation driving force vectors could be defined.
- o The complex dynamic impedance matrix for the discrete nodes of the soil-foundation interface is computed. This is based on the dynamic Green functions for a layered viscoelastic half-space. The dynamic Green functions define the displacement vector at a node of the soil-foundation interface due to a harmonic force applied to another node of the soil-foundation interface.
- o Using currently available finite element programs such as SAP or NASTRAN, the structures are represented by their stiffness and mass matrices and by their natural frequencies and modes. There are formulations available (4) that make it possible to consider several structures and structures on several foundations.
- o The results of the previous steps are combined to form an overall impedance matrix. Subsequently, this overall impedance matrix is used to obtain the system response produced by the foundation driving vector.

The method of analysis described is a type of substructuring method.

Lysmer-Seed Group. Improvements have been made to the widely used SHAKE-FLUSH methodology. However, these improvements have been kept within the framework of plane-strain finite element soil-structure models. The characteristics of the programs that this group of investigators has recently developed are presented in Table 1. For the case of vertically propagating body waves, PLUSH accounts in a probabilistic manner for the fact there are an infinite number of time-histories whose response spectra correspond to the design spectra and determines levels of in-structure response at any desired confidence level. TRAVEL-TRIP and SITE-CREAM solve the same type of problems as SHAKE-FLUSH, except that the input motion either varies along the bedrock plane as a travelling waveform or the control motion is specified as an in-plane combination of Rayleigh and body waves.

Roesset-Kausel Group. The investigators are the developers of the approach to soil-structure interaction currently used by Stone & Webster. The structural configuration is chosen to satisfy the characteristics of their method to solve soil-structure interaction problems. In this configuration, all the structures with high loads per unit of area are placed on a common massive circular foundation. This leads to an axisymmetric geometry and avoids structure-structure interaction problems. The soil and embedded foundation are represented by an axisymmetric finite element model, and the structure can be 3-D; the seismic input is in the form of vertically propagating body waves. The method of solution is the three-step method developed by Roesset and Whitman (3). It is applicable to not too deep soil sites. Some recent simplifications and refinements make the method fairly inexpensive to use.

Developments by Frazier and Day. These investigators are the first in successfully using finite element procedures to accurately solve the problem of vibrating foundations on a halfspace. The solutions are not contaminated by the effects of artificial model boundaries. Their method consists of determining in the time domain (using an explicit finite element program; Table 1) the transient response of rigid embedded foundations subjected to impulsive unit displacements. These transient responses are the Fourier Transform of the foundation impedance matrix. These impedance matrices, used within the framework of the substructuring method developed by Chopra and Vaish (12), make it possible to solve the cases of 3-D irregular structures embedded in a viscoelastic halfspace and subjected to non-vertically propagating seismic waves. The method is not applicable to distinctly layered sites. Day and Frazier (2) report the case of a hemispherical rigid foundation embedded in a homogeneous, isotropic half-space (Fig. 3). They are able to reproduce with discrepancies lower than 5% (Fig. 4) the steady state torsional impedance coefficients obtained analytically by Luco (13).

#### SUMMARY

A comparison of the capabilities of the methodologies surveyed can be made using Figure 5. The black squares indicate that the methodology has the capability written at the top of the columns of squares.

#### REFERENCES

- (1) Seed H.B. and Lysmer J. (1977), Soil-Structure Interaction Analysis by Finite Element Methods - State of the Art, Trans. 4th SMIRT Conf., San Francisco.
- (2) Day S.M. and Frazier G.A. (1978), Radiation Scattering of Seismic Waves by a Hemispherical Foundation, Submitted to the J. of Eng Mech. Div. of ASCE.

- (3) Kausel E., Whitman R.V., Elsabee F. and Morray J.P. (1977), Dynamic Analysis of Embedded Structures, Trans. 4th SMIRT Conf., San Francisco.
- (4) Wong H.L. and Luco J.E. (1977), The Application of Standard Finite Element Programs in the Analysis of Soil-Structure Interaction, in press.
- (5) Luco J.E. and Hadjian A.H. (1974), Two Dimensional Approximations to the Three-Dimensional Soil-Structure Interaction Problem, Nuc. Eng. & Design, Vol. 31, No. 2.
- (6) Hadjian A.H. and Luco J.E. (1977), On the Importance of Layering on the Impedance Functions, GNCEE, New Delhi.
- (7) Yamahara H. (1970), Ground Motions During Earthquakes and the Input Loss of Earthquake Power to an Excitation of Buildings; Soils and Foundations, Vol.10 No. 2, Tokyo, Japan.
- (8) Hanks T.C. (1975), Strong Ground Motion Following the San Fernando, California, Earthquake: Ground Displacements, BSSA, Vol. 65.
- (9) Wong H.L. and Luco J.E. (1978), Dynamic Response of Rectangular Foundations to Obliquely Incident Seismic Waves, Earthq. Eng. & Struct. Dyn., Vol. 6, Jan-Feb.
- (10) Scanlan R.H. (1976), Seismic Wave Effects on Soil-Structure Interaction, Earthq. Eng. and Struct. Dyn., Vol. 4.
- (11) Chan C., Howard G.E., Ibañez P., Smith C.B. (1977), Experimental and Analytical Investigations in Nonlinear Dynamic Soil-Structure Interaction, Trans. 4th SMIRT Conf., San Francisco, Ca.
- (12) Vaish A.K. and Chopra A.K. (1973), Earthquake Analysis of Structure Foundation Systems, Report EERC 73-9, UC Berkeley.
- (13) Luco J.E. (1976), Torsional Response of Structures for SH Waves: The Case of Hemispherical Foundations, BSSA, Vol. 66.



Table 1. Surveyed Developments in Soil-Structure Interaction

Developers	Name of Program	Estimated Time of Availability	Capabilities						References
			Subgrade Modelling	Soil Properties	Seismic Input	Inbedment	Structural Model	Method of Solution	
Lysmer-Seed Group	FLUSH	Sept. 1978	Plane strain, transmitting & viscous boundaries; soils bedrock; same as FLUSH	Strain dependent, equivalent linear	Probabilistic, vertically propagating body waves	Yes	Plane strain, solid finite elements	Frequency domain transient resp. thru FFT	Romi-Organista and others (1977)
	TRAVEL-TRIP	Sept. 1978	Same	Same	Deterministic, input travels along bedrock base	Yes	Same	Same	Udaka (1975)
	SITE-CREAM	End of 1978	Same	Same	Deterministic, in-plane surface and body waves	Yes	Same	Same	
Luco-Wong Group	CLASSI4	1980-81	Layered half-space	Viscoelastic (hysteretic or Voigt)	Deterministic, 3-D arbitrary comb. of surface & body waves	Irregular shape cavity in half-space	3-D finite element model	Same	
	CLASSI3	1980	Same	Same	Same	Irregular shape rigid foundation	Same	Same	Appel (1978)
	CLASSI2	End of 1979	Same	Same	Same	Axisymmetric rigid found.	Same	Same	Appel (1978)
	CLASSI1	Present	Same	Same	Same	No	Same, several structures on rigid founda.	Same	Wong and Luco (1977) & Appendix B
	CAST2 CAST1	1979 Present	Same Elastic half-space	Same Same	Same Same, only harmonic	No No	Same Same	Same Same	Aghabian 1977 Aghabian 1977
Waidlinger-EPRI	TRANAL	User's version maybe 1979	3-D finite element; no transmitting boundaries	Nonlinear, Cap model	Deterministic; at soil island boundaries	Yes	3-D finite element (only solid elera.)	Explicit, time domain	EPRI studies Chapter 4
Roesske-Kausel Group	---	Present	Axisymmetric, finite element soil over bedrock; lateral transv. bound.	Strain dependent, equivalent linear	Deterministic, vertically propagating body waves	Yes	3-D gen. axisymmetric; approx. for rect. and angular found.	Frequency domain; transient resp. thru FFT	Kausel and others (1977)
Frazier-Day Group	---	Present with some work	Axisymmetric or cartesian finite element eliminates effects of mesh boundaries	Viscoelastic (Voigt damp. hysteretic only approx.)	Deterministic; 3-D body waves with arbitrary angle of incidence	Yes	For use in sub-Explicit, structuring no-time domain tho; can use 3-D model	Explicit, no-time domain for sub-surface ing-dance	Day & Frazier (1978) & Day (1977)

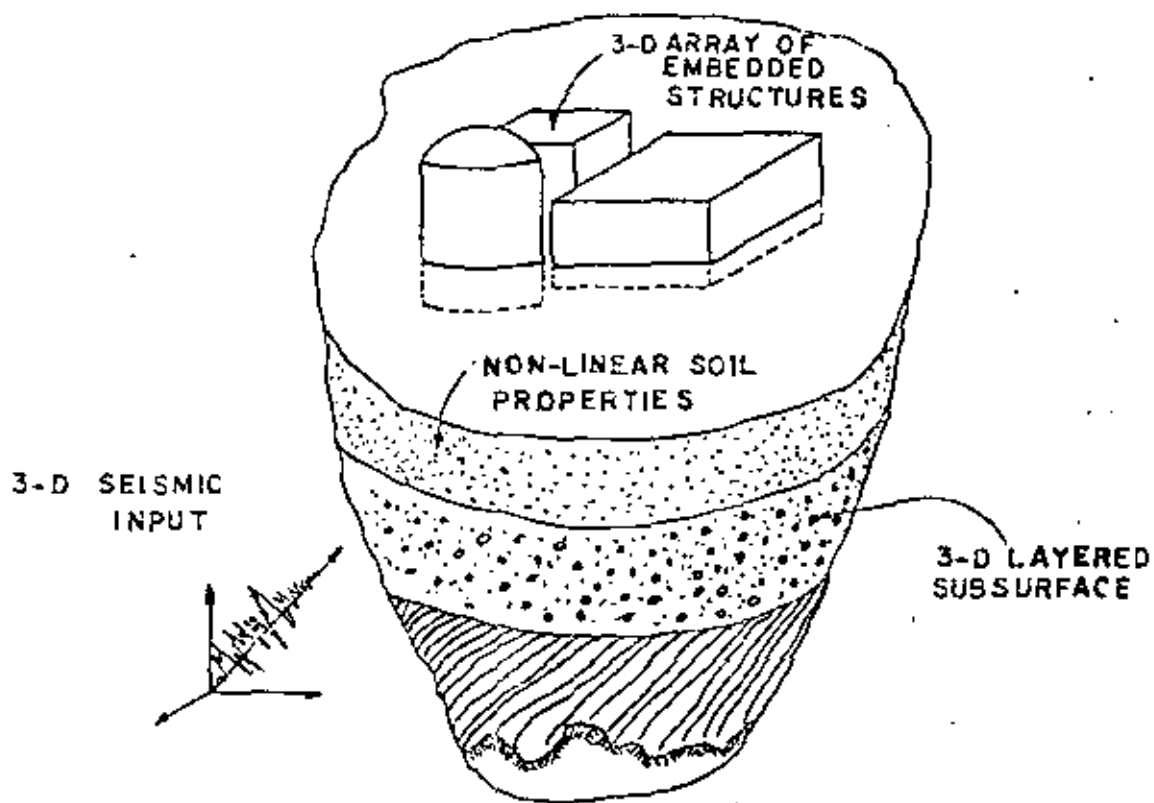


Figure 1

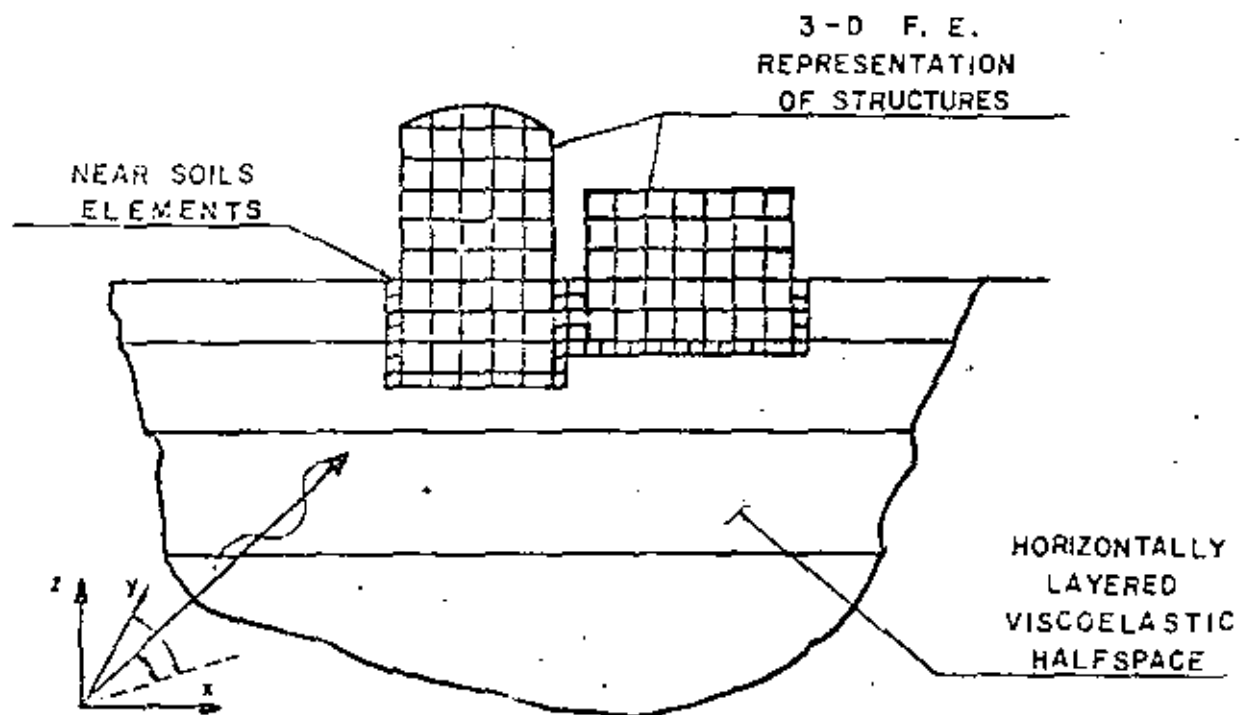


Figure 2

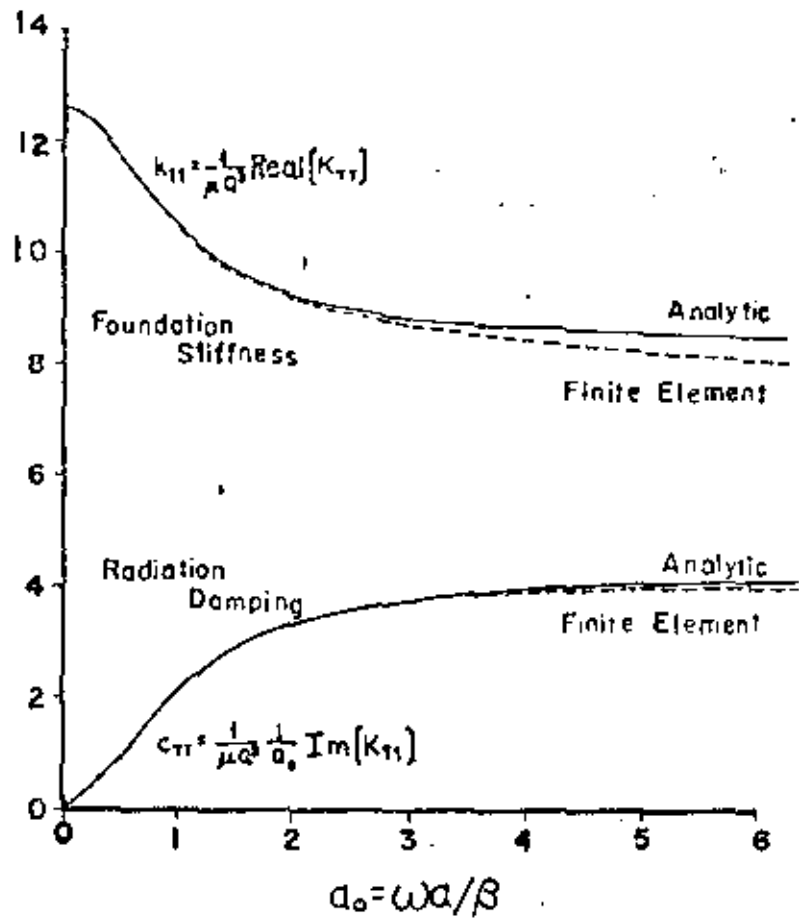


Figure 4

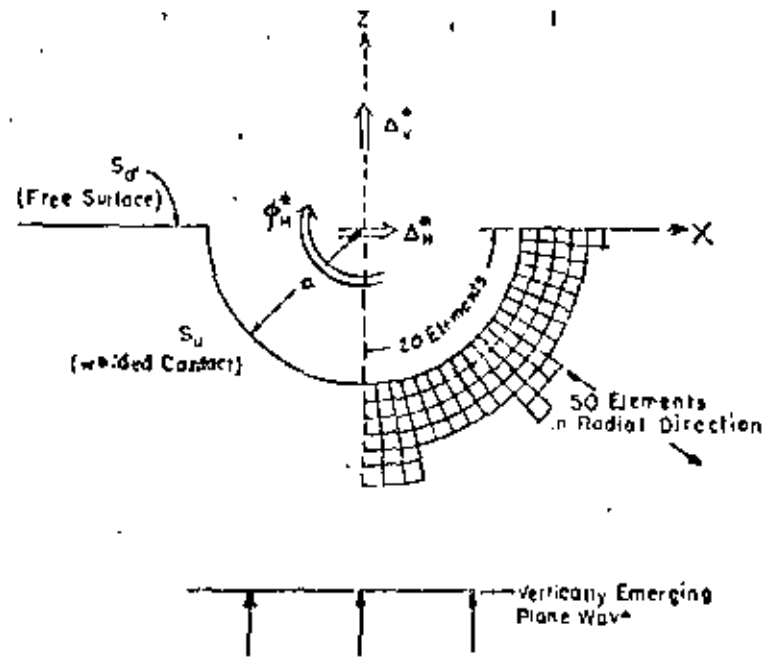


Figure 3

RESEARCHERS GROUP	PROGRAM	3-D STRUCTURE(S)	3-D SUBSURFACE	EMBEDMENT	FLEXIBLE FOUNDATION	NO ARTIFICIAL BOUNDARY EFFECTS	LAYERING	3-D SEISMIC INPUT	NONLINEAR INPUT	NEAR-SOILS	STRUCTURE-SOIL INTERACTION	PROBABILISTIC SEISMIC INPUT
LYSMER	PLUSH											
	TRIP-TRAVEL											
	SEED											
LUCO WONG	CLASS1											
	CLASS2											
	CLASS3											
	CLASS4											
	CLASS5											
EPRI-WEIDLINGER	TRANAL											
ROESSET-KAUSEL	---											
FRAZIER-DAY	---											

Figure 5.



centro de educación continua  
división de estudios de posgrado  
facultad de ingeniería unam



VI CURSO INTERNACIONAL DE INGENIERIA SISMICA

DISEÑO SISMICO DE ESTRUCTURAS ESPECIALES

RESPUESTA DE PILOTES SOMETIDOS A UNA PERTURBACION SISMICA

DR. RAUL FLORES BERRONES

AGOSTO, 1980



# Respuesta de pilotes sometidos a una perturbación sísmica

José Raúl Flores Berrones\*

## 1. ECUACIONES DE COMPATIBILIDAD

Estas ecuaciones se establecen fundamentalmente en función de las idealizaciones que se hagan del suelo y de las condiciones de frontera entre el pilote, el suelo y la superestructura.

Respecto a las suposiciones del suelo, por ejemplo, se puede considerar que este es homogéneo y elástico, o que es un medio que se puede discretizar en sistemas equivalentes formados por masas, resortes y amortiguadores, o que es un medio estratificado con características no lineales, etc. Actualmente existen soluciones matemáticas que consideran estas idealizaciones; algunos ejemplos se encuentran en las refs 1 a 3.

Sin embargo, la mayoría de estas soluciones involucran cierta complejidad que impide visualizar y entender fácilmente el comportamiento general de los pilotes bajo perturbaciones sísmicas. De aquí la conveniencia de seleccionar, para el estudio de los principios básicos de dicho comportamiento, un modelo simple como el de Winkler; dicho modelo señala que a toda fuerza aplicada en un punto cualquiera de una viga (o de un pilote), corresponde un desplazamiento que es directamente proporcional a la fuerza aplicada.

En lo que se refiere a las condiciones de frontera, se puede establecer el caso de un pilote que atraviesa un estrato blando de suelo y se apoya en una roca; esto es precisamente un caso típico de mecánica de suelos en el que se recomiendan cimentaciones profundas (fig 1).

\* División de Estudios Superiores, Facultad de Ingeniería, Universidad Nacional Autónoma de México

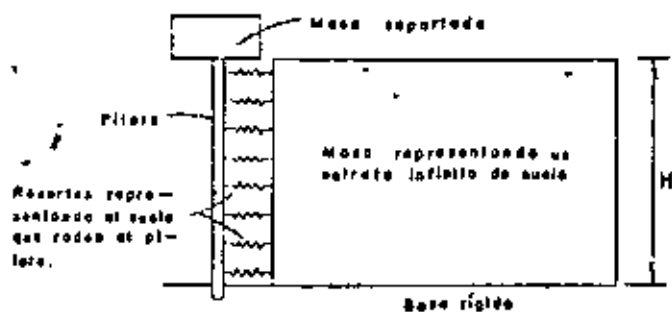


Fig 1. Modelo de resortes laterales

Establecidos el modelo del sistema y las condiciones de frontera, se puede analizar la respuesta de un pilote cuando se le somete a una perturbación horizontal en su base, del tipo originado por una onda cortante sísmica. Dado que un movimiento sísmico se puede considerar como la superposición de un número finito de ondas que varían en amplitud y en frecuencia de vibración con el tiempo, resulta práctico utilizar, para fines de análisis, un movimiento de la forma

$$u_g = u_0 e^{i\omega t} \quad (1)$$

donde  $u_0$  representa la amplitud del movimiento,  $\omega$  la frecuencia de excitación, y  $t$  el tiempo.

De esta manera, al considerar el equilibrio de las fuerzas que actúan sobre un elemento del pilote como el mostrado en la fig 2, se tiene

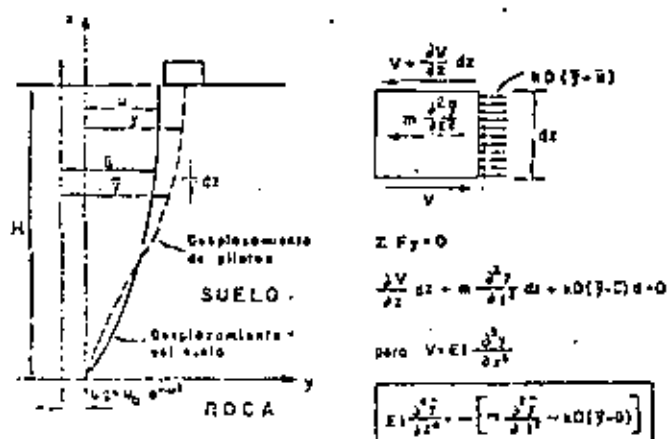


Fig 2. Diagrama de cuerpo libre

$$\frac{\partial V}{\partial z} dz + m \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} dz + kD (\bar{y} - \bar{u}) dz = 0 \quad (2)$$

donde

- $m$  densidad de masa del pilote por unidad de longitud
- $y$  desplazamiento relativo del pilote con respecto al movimiento en su base
- $\bar{y}$  desplazamiento absoluto del pilote
- $\bar{u}$  desplazamiento absoluto del suelo, y por tanto  $(\bar{y} - \bar{u})$  desplazamiento relativo entre el pilote y el suelo
- $u$  desplazamiento relativo del suelo con respecto a la roca

$k$  módulo de reacción horizontal del suelo, dado en unidades de fuerza/(longitud)<sup>3</sup>

$V$  fuerza cortante correspondiente a una distancia vertical  $z$

$D$  diámetro del pilote

$EI$  rigidez del pilote

Puesto que  $V = EI \frac{\partial^3 y}{\partial z^3}$ , la ec 2 se puede expresar como sigue

$$EI \frac{\partial^4 y}{\partial z^4} = - \left[ m \frac{\partial^2 \bar{y}}{\partial t^2} + kD (\bar{y} - \bar{u}) \right] \quad (3)$$

Más aún, considerando que  $\bar{y} = y + u_g$ ,  $\bar{u} = u + u_g$ , la ecuación anterior queda

$$EI \frac{\partial^4 y}{\partial z^4} + m \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} + kD y = kD u - m \frac{\partial^2 u_g}{\partial t^2} \quad (4)$$

La solución a esta ecuación diferencial dependerá de las suposiciones que se hagan en cuanto a las características dinámicas del suelo y el pilote. El peso o la masa soportada por un pilote interviene en el análisis cuando se establece la condición frontera en la cabeza del pilote; por ejemplo, si en ese lugar existe una transmisión directa del cortante en la base de la superestructura a la cabeza del pilote, la condición frontera está dada por la siguiente expresión

$$\left( EI \frac{\partial^3 y}{\partial z^3} \right)_{z=H} = \left( M \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} \right)_{z=H} \quad (5)$$

donde  $M$  es la masa soportada.

## 2 DETERMINACION DE LA RESPUESTA DEL SISTEMA TERRENO—PILOTE, EN TERMINOS DE LA FRECUENCIA

Considerando exclusivamente el sistema suelo—pilote, es decir, suponiendo que no existe masa alguna sobre



el pilote. La respuesta a una excitación del tipo señalado por la ec 1 se puede obtener a partir de la solución de la ec 4; ello se logra mediante el establecimiento adecuado de las condiciones de frontera, según se demostrará más adelante.

Puesto que la solución a la ec 4 depende de las suposiciones que se hagan del suelo, según se indicó, a manera de ilustración se determinará esta solución para el caso en que el módulo  $k$  sea independiente de la profundidad  $z$ , y en que no exista amortiguamiento en el sistema.

El desplazamiento  $\bar{u}$  del suelo que interviene en la ec 4 se obtiene a partir de la ecuación de onda cortante en una dirección, dada por

$$\frac{\partial^2 \bar{u}}{\partial t^2} = C_s^2 \frac{\partial^2 \bar{u}}{\partial z^2} \quad (6)$$

La solución a esta ecuación tiene la forma

$$\bar{u} = (A_1 \operatorname{sen} \frac{\omega z}{C_s} + A_2 \cos \frac{\omega z}{C_s}) e^{i\omega t} \quad (7)$$

onde los coeficientes  $A_1$  y  $A_2$  dependen de las condiciones de frontera. Suponiendo que no existe deslizamiento entre la base del estrato blando y la roca ( $\bar{u}_{z=0} = u_g$ ), y que el cortante en la superficie del suelo es cero ( $\partial u / \partial z_{z=H} = 0$ ), la solución de la ec 6 es

$$\bar{u} = u_0 \left( \cos \frac{\omega z}{C_s} + \tan \frac{\omega H}{C_s} \operatorname{sen} \frac{\omega z}{C_s} \right) e^{i\omega t} \quad (8)$$

de donde

$$u = \bar{u} - u_g = u_0 e^{i\omega t} \left( \cos \frac{\omega z}{C_s} + \tan \frac{\omega H}{C_s} \operatorname{sen} \frac{\omega z}{C_s} - 1 \right) \quad (8')$$

Ahora bien, la ecuación diferencial 4 tiene operadores lineales y su solución es igual a la solución general de una ecuación homogénea, correspondiente a las vibraciones libres, más una solución particular que la satisfaga; esta última corresponde a las vibraciones forzadas. En general, como se indicará más adelante, la respuesta de un pilote se debe a dos efectos; uno es el ejercido por el suelo que rodea al pilote, y el otro es el originado por la masa apoyada en el pilote. Estos dos efectos son los que se podrán observar en la solución de la ec 4. Sin embargo, un pilote sin masa no tiene vibra-

ciones libres y solo vibrará cuando exista una acción ejercido directamente por el suelo. De aquí que la respuesta correspondiente al sistema suelo - pilote será la que esté dada por las vibraciones forzadas.

Analizando, solamente la solución particular de la ec 4, y tomando en cuenta que se está despreciando el amortiguamiento, se supodrá que el desplazamiento puede expresarse como

$$y = y_0 e^{i\omega t} \quad (9)$$

donde

$$y_0 = A + B \cos \delta z + C \operatorname{sen} \delta z \quad (10)$$

$$\delta = \omega / C_s$$

Al sustituir la ec 10 en la 4, y considerando la ec 1, se tiene

$$\begin{aligned} EI(B\delta^4 \cos \delta z + C\delta^4 \operatorname{sen} \delta z) + kD(A + B \cos \delta z + \\ + C \operatorname{sen} \delta z) - m\omega^2 (A + B \cos \delta z + C \operatorname{sen} \delta z) = \\ = kDu_0 (\cos \delta z + \tan \delta H \operatorname{sen} \delta z - 1) + m u_0 \omega^2 \quad (11) \end{aligned}$$

Al comparar los términos constantes y los coeficientes de  $\cos \delta z$  y  $\operatorname{sen} \delta z$ , en ambos términos de la ecuación, los coeficientes  $A$ ,  $B$  y  $C$  resultan iguales a

$$A = -u_0$$

$$B = \frac{kD u_0}{EI \delta^4 + kD - m\omega^2}$$

$$C = \frac{kD u_0 \tan \delta H}{EI \delta^4 + kD - m\omega^2}$$

O sea, la parte correspondiente a las vibraciones forzadas está dada por

$$y_0 = u_0 \left[ \frac{kD (\cos \delta z + \tan \delta H \operatorname{sen} \delta z)}{EI \delta^4 + kD - m\omega^2} - 1 \right] \quad (12)$$

Haciendo

$$\Gamma = \frac{kD}{EI \delta^4 + kD - m\omega^2}$$

la ec 12 se puede escribir

$$y_0 = u_0 [\Gamma (\cos \delta z + \tan \delta H \operatorname{sen} \delta z) - 1] \quad (13)$$

Analizando las ecs 9' y 13, puede observarse que la diferencia entre el desplazamiento del suelo (sin pilote) y el pilote está regida por el factor  $\Gamma$ . Dicho factor depende de la relación entre las rigideces del suelo, caracterizada por  $kD$ , y la del pilote caracterizada por  $EI$ .

Puede observarse fácilmente en la ec 13 que cuando  $kD \rightarrow \infty$  el factor  $\Gamma \rightarrow 1$ , y por tanto el pilote tiende a seguir el movimiento del suelo; por el contrario, cuando  $kD \rightarrow 0$  o  $EI \rightarrow \infty$  el pilote tiende a permanecer fijo. En estas condiciones extremosas, puede considerarse que para el primer caso el pilote se comporta como cuerpo infinitamente flexible, mientras que en el segundo se comporta como infinitamente rígido. Obviamente, una estructura que utilice pilotes de uno u otro espesor se comportará de manera muy diferente, ya que en un caso la influencia de los pilotes en su movimiento será mínima, mientras que en el otro la presencia de los pilotes será determinante en el comportamiento de la superestructura.

Nótese que los esfuerzos y las curvaturas a lo largo de los pilotes en cada uno de los casos señalados serán radicalmente distintos entre sí. De allí la conveniencia de definir en qué momento se puede considerar que los pilotes sin masa dejan de seguir el movimiento del suelo, o, en otras palabras, determinar los límites de flexibilidad o rigidez de los pilotes.

Lo anterior se puede obtener definiendo en qué momento es despreciable la diferencia entre el desplazamiento del suelo y la del pilote; para ello se puede utilizar el siguiente parámetro adimensional que relaciona claramente las rigideces  $kD$  del suelo y  $EI$  del pilote:

$$\lambda = \frac{kDH^3}{4EI} \quad (14)$$

Las figs 3 a 5 ilustran la influencia que tiene el parámetro  $\lambda$  en la diferencia de desplazamiento entre el pilote y el suelo; en ellos puede observarse que existe resonancia en la frecuencia fundamental del estrato, y que para valores de  $\lambda > 20$  el pilote y el suelo prácticamente tienen el mismo movimiento.

### 3. EFECTO DE LA MASA SOBRE EL PILOTE

Hasta ahora se ha señalado el efecto que tiene el movimiento del suelo sobre el pilote. Se mencionó que para frecuencias de excitación iguales a la de resonancia del suelo, se produce también resonancia en el sistema suelo-pilote; esto resulta obvio analizando el término entre paréntesis circulares señalado en la ec 12.

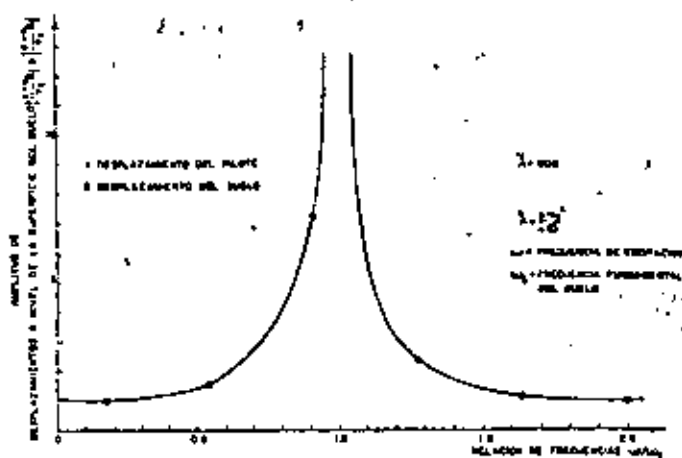


Fig. 3. Comparación de las amplitudes de desplazamiento en la superficie del suelo, entre un pilote sin carga vertical y el suelo, cuando  $\lambda = 200$ .

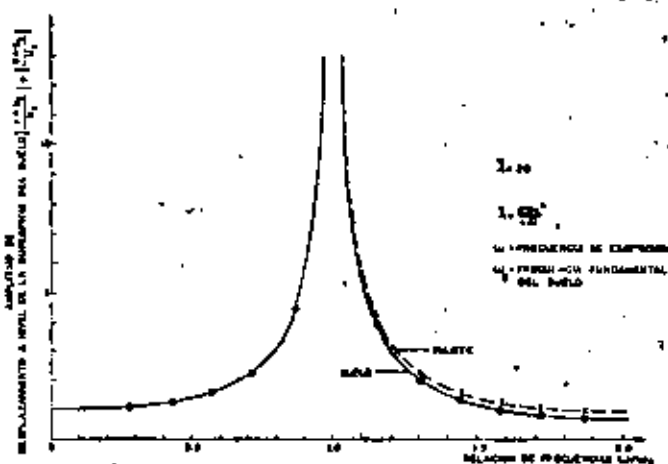


Fig. 4. Comparación de las amplitudes de desplazamiento en la superficie del suelo, entre un pilote sin carga vertical y el suelo, cuando  $\lambda = 20$ .

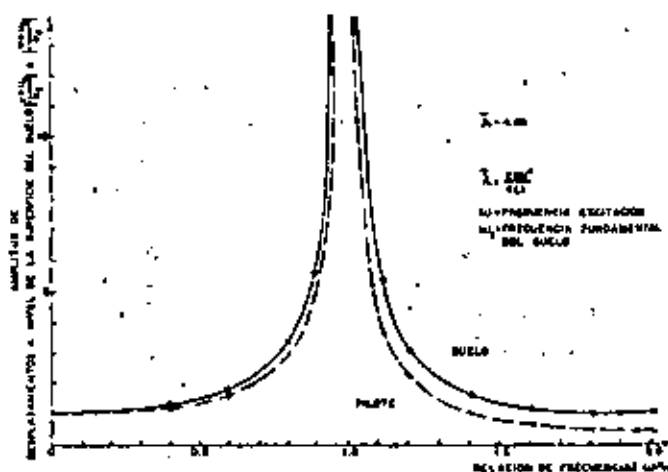


Fig. 5. Comparación de las amplitudes de desplazamiento en la superficie del suelo, entre un pilote sin carga vertical y el suelo, cuando  $\lambda = 4.86$ .

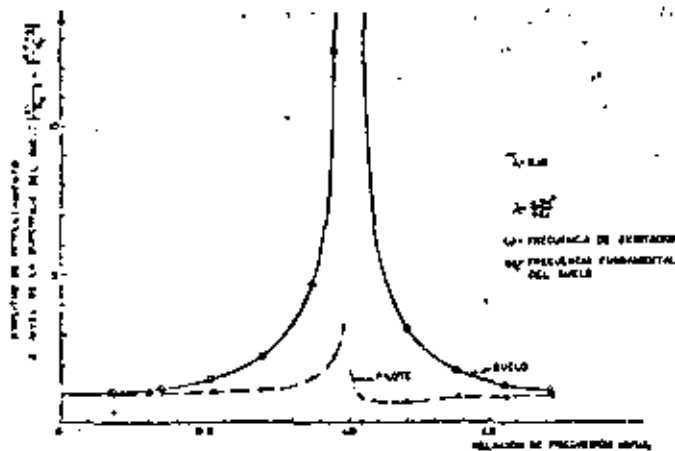


Fig. 6. Comparación de las amplitudes de desplazamiento en la superficie del suelo, entre un pilote sin carga vertical y el suelo, cuando  $\lambda = 0.16$

Quando el pilote soporta una masa  $M$ , será necesario considerar, además de la solución particular de la ec 4, la solución a la ecuación homogénea proveniente de esa misma ecuación que dará las vibraciones libres. Para ello supóngase que

$$y = y_0 e^{i\omega_s t}$$

donde  $\omega_s$  es la frecuencia natural de vibración del sistema suelo-pilote-estructura (por el momento se desconoce dicha frecuencia, pero más adelante se determinará su valor).

Llevando la última expresión a la ec 4 se obtiene

$$EI \frac{\partial^4 y_0}{\partial z^4} = -(kD - m\omega_s^2) y_0 \quad (15)$$

La solución a esta ecuación es

$$y_0 = e^{\beta z} (A \cos \beta z + B \sen \beta z) + e^{-\beta z} (C \cos \beta z + D \sen \beta z) \quad (16)$$

donde

$$\beta = \left[ \frac{1}{4EI} (kD - m\omega_s^2) \right]^{1/4} \quad (17)$$

(Ousérvase que este parámetro está también relacionado con las rigideces del suelo y del pilote)

Así pues, la solución más general de la ec 4 es

$$y_0 = e^{\beta z} (A \cos \beta z + B \sen \beta z) + e^{-\beta z} (C \cos \beta z + D \sen \beta z) - U_0 \left[ 1 + \frac{kD (\cos \delta z + \tan \delta H \sen \delta z)}{m\omega^2 - kD - EI \delta^4} \right] \quad (18)$$

Los coeficientes  $A$ ,  $B$ ,  $C$  y  $D$  de esta ecuación dependen de las condiciones de frontera. Para el caso en que se desee conocer el efecto que produce una perturbación sísmica sobre el sistema suelo-pilote, un ejemplo de estas condiciones de frontera es el siguiente.

$$(y)_{z=0} = u_g \quad (19-1) \text{ significa que el pilote se mueve en su base junto con la roca}$$

$$(EI \frac{\partial^2 y}{\partial z^2})_{z=0} = 0 \quad (19-2) \text{ significa que el pilote está articulado a su base}$$

$$(\frac{\partial y}{\partial z})_{z=H} = 0 \quad (19-3) \text{ significa que no existe rotación del pilote en su extremo superior}$$

$$(EI \frac{\partial^3 y}{\partial z^3})_{z=H} = (M \frac{\partial^2 y}{\partial t^2})_{z=H} \quad (19-4) \text{ condición frontera establecida previamente mediante la ec 5}$$

Establecidas así las cuatro condiciones de frontera, se determinan los valores de estos coeficientes y la respuesta de todo el sistema quedará dada en términos de la frecuencia de excitación.

En cuanto a la frecuencia natural del sistema masa-suelo-pilote, su determinación puede lograrse a partir de la ec 16 y nuevamente de las condiciones de frontera que se tengan. Por ejemplo, para las condiciones señaladas por las ecs 19, esta frecuencia se determina como sigue.

De la condición 19-1, se obtiene

$$A = -C \quad (20-1)$$

De la condición 19-2

$$B = D \quad (20-2)$$

De la condición 19-3

$$\frac{A}{B} = \frac{\operatorname{sen} \beta H \operatorname{senh} \beta H + \cos \beta H \operatorname{cosh} \beta H}{\operatorname{sen} \beta H \operatorname{senh} \beta H - \cos \beta H \operatorname{cosh} \beta H} \quad (20-3)$$

Para la condición dada por la ec 5 se obtiene primeramente

$$\begin{aligned} \left( EI \frac{\partial^2 y}{\partial z^2} \right)_{z=H} e^{i\omega t} &= \\ &= EI \frac{-8\beta^3 B (\operatorname{senh}^2 \beta H + \cos^2 \beta H)}{\operatorname{sen} \beta H \operatorname{senh} \beta H - \cos \beta H \operatorname{cosh} \beta H} \quad (20-4) \end{aligned}$$

Por otro lado, se tiene que

$$\left( M \frac{\partial^2 \bar{y}}{\partial t^2} \right)_{z=H} = - (M \omega^2 y_0 e^{i\omega t})_{z=H} \quad (20-5)$$

Llevando así las ecuaciones 20-4 y 20-5 a la ec 5, se obtiene

$$\begin{aligned} -M \omega^2 y_0 e^{i\omega t} &= -2M \omega^2 B e^{i\omega t} \cdot \\ &\left( \frac{\operatorname{senh} \beta H \operatorname{cosh} \beta H - \operatorname{sen} \beta H \cos \beta H}{\operatorname{sen} \beta H \operatorname{senh} \beta H - \cos \beta H \operatorname{cosh} \beta H} \right) \quad (20-6) \end{aligned}$$

Igualando así las ecs 20-4 y 20-6, y despejando el valor de  $\omega$ , se obtiene que la frecuencia natural está dada por

$$\omega_n = \sqrt{\frac{K_d}{M}} \quad (21)$$

donde

$$K_d = 4EI \beta^3 \frac{\operatorname{senh}^2 \beta H + \cos^2 \beta H}{\operatorname{senh} \beta H \operatorname{cosh} \beta H - \operatorname{sen} \beta H \cos \beta H}$$

valor que corresponde a la rigidez equivalente del sistema suelo-pilote

Para otras condiciones de frontera se pueden obtener, de manera análogo, rigideces equivalentes.

#### 4. CONSIDERACIONES PRACTICAS

El análisis anterior, basado en el modelo simple de la fig 1, señala que en general los pilotes de cimentación

en zonas sísmicas están sujetos a dos tipos de efectos muy importantes. Uno de ellos se refiere a la acción del suelo sobre la longitud del pilote y el otro a la acción de la superestructura sobre la cabeza del pilote.

Respecto al primero de estos efectos, frecuentemente ignorado en el análisis dinámico de pilotes sujetos a perturbaciones sísmicas, se puede decir que existen dos extremos, entre los cuales hay naturalmente un intervalo de transición: o el pilote se comporta como elemento flexible y sigue los desplazamientos del terreno, o el pilote se comporta como elemento rígido y tiende a permanecer fijo mientras el suelo que lo rodea se mueve a su alrededor. También se indicó que en términos del parámetro adimensional  $\lambda$ , se pueden establecer los límites en que el pilote tiene uno u otro comportamiento; para las condiciones estudiadas en este análisis, se puede decir que para  $\lambda \geq 10$ , los pilotes tienen un comportamiento flexible, y que para valores de  $\lambda \leq 0.5$  tienen un comportamiento rígido. El análisis de la tabla 1 muestra que, desde el punto de vista práctico, en la mayor parte de los casos reales los pilotes caen dentro de la primera categoría, mientras que las pilas y los cilindros pueden caer en la segunda.

Tabla 1. Valores de  $\lambda^*$

Tipo de pilote	Su kg/cm <sup>2</sup>	H = 10 m	H = 20 m	H = 40 m
Pilote de concreto $\beta = 61$ cm $EI = 2.85 \times 10^{10}$ kgcm <sup>2</sup>	0.1	12	195	3570
	0.5	61	978	15700
	2.0	244	3900	61400
Pilote de concreto $\beta = 76.2$ cm $EI = 1.39 \times 10^{11}$ kgcm <sup>2</sup>	0.1	5.18	63	1328
	0.5	26	400	6540
	2.0	103	1657	26560
Pilote de concreto pilar; $\beta = 3.0$ m $EI = 1.78 \times 10^{14}$ kgcm <sup>2</sup>	0.1	0.1065	1.70	27
	0.5	0.5355	8.5	136
	2.0	2.13	34	544
Pilote H de acero $\beta P = 14 - 19$ $EI = 7.25 \times 10^{10}$ kgcm <sup>2</sup>	0.1	25	367	6350
	0.5	124	1925	31800
	2.0	498	7940	127000

\* En esta tabla el valor de  $\lambda D = 72 Su$

En lo que se refiere al efecto de la superestructura, puede decirse que esta induce momentos flexionantes y esfuerzos cortantes muy importantes en la cabeza de los pilotes y que, dependiendo de su posición relativa respecto al centroide de la cimentación, puede originar esfuerzos normales dinámicos por efecto de cabeceo (que también pueden ser, muy importantes)

Lo anterior conduce a las siguientes implicaciones, esenciales en el diseño:

a) Considerando que los pilotes siguen al suelo, la precia de estos no reduce significativamente los movimientos horizontales de una superestructura, aunque se pueden tener influencia en el cabeceo. Desde este punto de vista, si se desea proteger la superestructura contra movimientos horizontales, es mejor encajonarla centro del terreno de cimentación y restringir tales movimientos a través de empujes pasivos del suelo.

b) Desde el punto de vista del terreno de cimentación, el comportamiento de los pilotes será muy diferente dependiendo del comportamiento dinámico que dicho terreno tenga al sujetársele a movimientos sísmicos. Por ejemplo, el comportamiento de un pilote apoyado o incrustado en un estrato de gravas será muy diferente al caso en que se trate de un estrato de arena fina suelta. (Cabe aquí aclarar que cuando el terreno de cimentación falla por licuación o deslizamiento de taludes, los pilotes en general también fallarán; prueba de ello son las experiencias que se tuvieron en los puentes que fallaron durante los sismos de Alaska y Niigata. Sin embargo, en el análisis que aquí se presenta, se hace referencia al caso en que el suelo experimenta movimientos, pero no fallas.)

Por las mismas razones expuestas, será necesario tomar muy en cuenta las grandes curvaturas que tenderán a producirse en las fronteras de estratos con diferentes resistencias.

c) Tomando en cuenta que una de las frecuencias de resonancia del sistema suelo-pilote corresponde a las frecuencias de resonancia del estrato de suelo, se puede decir que las estructuras piloteadas con períodos fundamentales coincidentes con las de dicho estrato, pueden tener mayores amplificaciones durante un sismo en comparación con las que se tendrían si fueran directamente excitadas por el sismo.

d) En el diseño de pilotes se deberá considerar que estos tienen que resistir las curvaturas inducidas por el movimiento del suelo; para ello bastará determinar los máximos desplazamientos que experimentará el perfil de suelos durante el sismo de diseño. Actualmente existen, para calcular estos desplazamientos en diferentes tiempos durante un temblor, programas de computadora de sistemas discretizados o de elemento finito, en los que se considera la compatibilidad que debe existir en el nivel de deformaciones con el coeficiente de amortiguamiento y el módulo al cortante. Ejemplos de ellos pueden verse en las refs 4 a 7.

Una vez determinada la curva de los desplazamientos máximos, el análisis de curvatura se puede hacer mediante el uso de las relaciones señaladas en la fig 7,

tomada de la ref 8. El punto que presenta mayor curvatura será el que rija el diseño. Un ejemplo de curvas de desplazamiento y curvatura a lo largo de un pilote se da en la fig 8.

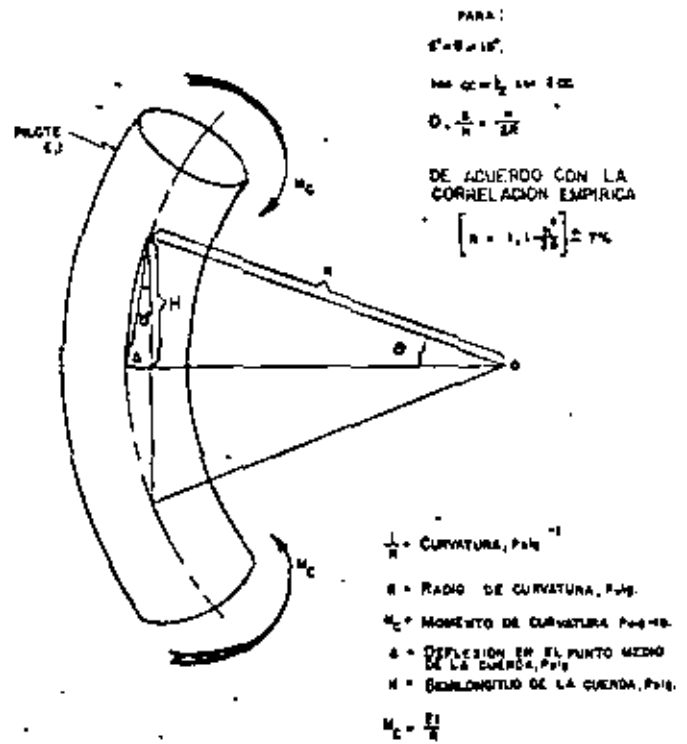


Fig 7. Relación entre la curvatura del pilote, la geometría de la cuerda y el momento elástico (ref 8)

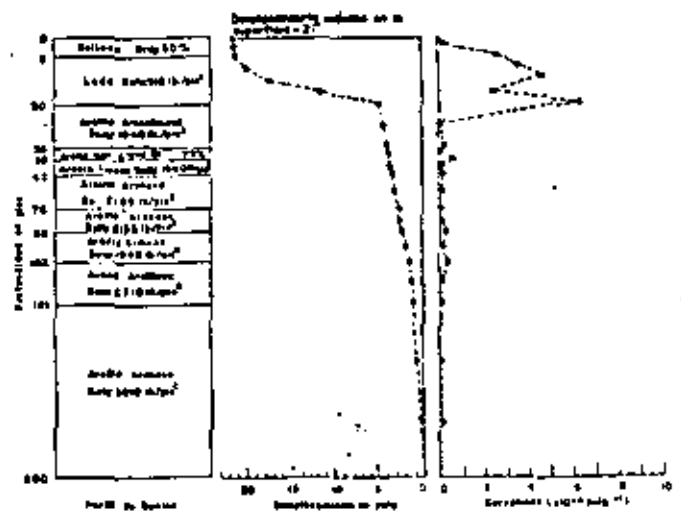


Fig 8. Desplazamientos y curvaturas producidos por un sismo de magnitud B 1/4, localizado a 10 millas del sitio. (Aeropuerto de San Francisco U S A). (ref.8)

Para dar idea de los radios de curvatura (curvatura  $= \frac{1}{R}$ ;  $R$  = radio de curvatura) que pueden originar los sismos, la ref 8 proporciona la siguiente información: "Para un sismo de magnitud menor de 6, los radios de curvatura serán del orden de 300 m, pero para sismos de magnitud  $\geq 8$ ,  $R$  pueden ser hasta de 70 m."

e) Puesto que el momento de curvatura de un pilote dentro del intervalo elástico (requerido para que el pilote no falle), está dado por  $EI/R$  ( $E, I$  = propiedades del pilote) puede decirse que, para un mismo radio de curvatura y un mismo material de pilote, el momento de curvatura que se induce en el pilote es considerablemente menor a medida que el diámetro del mismo disminuye. Esto resulta lógico si se considera que a menor diámetro el pilote es más flexible, y por tanto soporta mejor los momentos sísmicos.

Con base en esta consideración, puede afirmarse que desde el punto de vista de comportamiento sísmico, es recomendable utilizar pilotes de poco diámetro. Desde luego que en ese caso el número de pilotes debe aumentar, ya que la capacidad de carga vertical será menor.

f) Considerando que los efectos de la superestructura sobre el pilote se transmite a través de la cabeza de este, se deberá hacer un análisis muy cuidadoso de las uniones y de los esfuerzos que precisamente se tengan al nivel del extremo superior del pilote.

g) En cuanto al tipo de pilote que más se recomienda utilizar en áreas sísmicas, las implicaciones anteriores señalan que deberá dársele preferencia al pilote de mayor ductilidad (capacidad de deformarse sin fallar). Algunas recomendaciones para el diseño estructural de pilotes de concreto se dan en la fig 9; de estas la que quizá ofrezca mayor garantía para aumentar la ductilidad, es la de disminuir la distancia entre estribos (desde luego no al grado de que se impida pasar el concreto entre uno y otro).

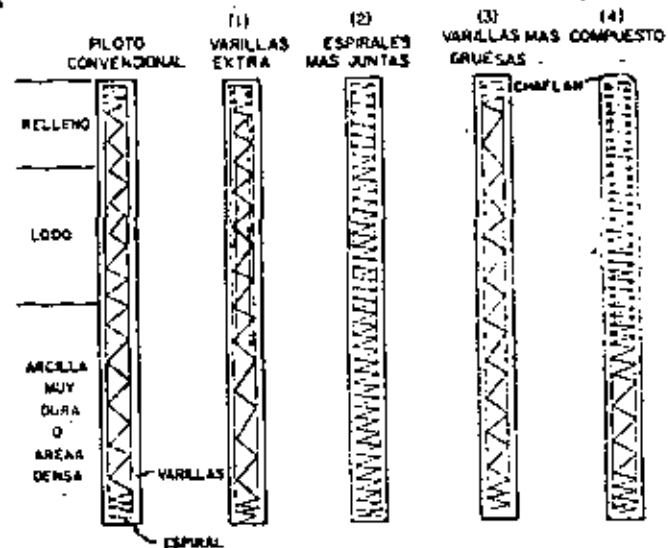


Fig 9. Refuerzo sugerido en los pilotes de concreto reforzado para resistir los esfuerzos inducidos por sismos. (ref. 8)

## 5. CONCLUSIONES

Con base en el análisis hecho en este trabajo, se presentan las siguientes conclusiones.

1. La respuesta de los pilotes sujetos a perturbaciones sísmicas es consecuencia de dos efectos: el producido por el movimiento del suelo y el producido por la inercia de la superestructura.
2. En la mayor parte de los casos, lo que en la práctica se llama "pilote", puede considerarse como un elemento flexible dentro del suelo. Ello significa que, en general, los pilotes siguen el movimiento del terreno.
3. Con base en la consideración anterior, la determinación de la respuesta del suelo a un sismo de diseño permite analizar las curvaturas máximas a lo largo del pilote. Dos puntos críticos deben analizarse cuidadosamente durante el diseño:
  - a) La unión entre el pilote y la superestructura donde existen los mayores esfuerzos originados por esta
  - b) Donde existan los mayores cambios en el perfil del suelo, ya que allí habrá tendencia a que se originen las mayores curvaturas.
4. En la selección de los pilotes habrá que tomar en cuenta que estos deberán tener ductilidad suficiente para que sigan el movimiento del perfil del suelo si fallan.

5. La presencia de los pilotes, en general, no reduce significativamente los movimientos horizontales de la superestructura, aunque sí pueden tener influencia en el cabeceo. Si se desea reducir dichos movimientos, conviene más encajonar la estructura dentro del terreno de cimentación.

6. Se recomienda profundizar más el análisis teórico del comportamiento dinámico de pilotes sujetos a sismos, y sobre todo verificarlo a través de: a) pruebas experimentales en modelos montados en mesas vibratorias, y b) estudio de resultados provenientes de pilotes prototipo instrumentados convenientemente.

## 6. REFERENCIAS

1. Tajimi, H, "Dynamic analysis of a structure embedded in an elastic stratum" Procs IV World Conference on Earthquake Engineering, Chile (1969), 53-69
  2. Penzien, J, "Soil-pile foundation interaction" Earthquake Engineering, ed por Wiegel, Prentice Hall (1970)
  3. Blaney, G W, "Dynamic stiffness of piles" Tesis de maestría, M I T (jun 1974)
  4. Idriss, I M y Seed, H B, "Seismic response of horizontal soil layers", Journal ASCE, Vol 94 SM4 (jul 1968)
  5. Idriss, I M y Seed, H B, "Seismic response of soil deposits" Journal ASCE, Vol 96 SM2 (mar 1970)
  6. Seed, H B e Idriss, I M, "Soil moduli and damping factors for dynamic response analysis", informe EERC 70-10, Universidad de California, Berkeley (dic 1970)
  7. Schnabel, P B, Lysmer, J y Seed, H B, "SHAKE, a computer program for earthquake response analysis of horizontally layered sites", informe EERC 72-12, College of Engineering, Universidad de California, Berkeley (dic 1972)
- Margason, E, "Pile bending during earthquakes". Design, construction and performance of deep foundation, Universidad de California, Berkeley (mar 1975)

EXAMPLE OF SOIL-PILE COUPLING UNDER SEISMIC LOADING

By

Hudson Matlock  
Fugro, Inc., Long Beach, California

and

Stephen H. C. Foo and Lino Cheang  
University of Texas at Austin, Austin, Texas

Presented

at

The 10th Offshore Technology Conference  
Houston, Texas, May, 1978





OTC 3310

## EXAMPLE OF SOIL-PILE COUPLING UNDER SEISMIC LOADING

by Hudson Matlock, Stephen H. C. Foo and Lino C. C. Cheang,  
University of Texas

© Copyright 1978, Offshore Technology Conference

This paper was presented at the 10th Annual OTC in Houston, Tex., May 8-11, 1978. The material is subject to correction by the author. Permission to copy is restricted to an abstract of not more than 200 words.

### Abstract

An example problem is presented to demonstrate a new soil-pile coupling method, and to show some of the behavior of a pile foundation under seismic loading. Computed ground motions based on an existing earthquake record were employed in this problem. To properly represent the soil-pile coupling under earthquake motions, a nonlinear, hysteretic and degrading support model, which is capable of formation of a gap zone near the soil surface, is used in the analysis.

### Introduction

One important aspect in the design of a pile-supported offshore structure for a seismically active site may be the coupling of the pile to the supporting foundation. A dynamic beam-column program, SPASM (Seismic Pile Analysis with Support Motion) has been developed to analyze the behavior of a laterally loaded pile under severe earthquake motion. Details of the method are presented in a parallel paper (Ref 5).

Basically, the pile is modelled by a discrete-element mechanical analog. All input data for both pile and soil can be freely variant along the length. Structural effects are simulated by rotational restraints at specific joints, with additional stiffnesses and masses lumped at individual nodes or distributed along the member. An implicit type (rank-Nicolson) operator is used in formulating the dynamic analysis.

References and illustrations at end of paper.

The nonlinear-elastic soil-pile coupling model is capable of simulating various aspects of the probable behavior of a laterally loaded pile under large earthquake motions. This includes the possible formation of a molding-away zone near the mudline, hysteresis with strength degradation under full reversals of displacements in the range beyond an initially elastic condition, and pseudo-elastic response wherever the relative displacements between the soil and the pile are small. This soil model uses an assemblage of elastic coupled sub-elements, and is based conceptually on observations of previous physical experiments on laterally loaded piles, especially in soft clay (Ref 4). In sands and silts, both free-field and local liquefaction around the pile head may occur under seismic loading (Ref 2). To further the realism of modelling the soil-pile interplay for this condition, the incorporation of pore-pressure effects into the present model would be appropriate, but is not yet accomplished.

### Problem Description

A 320-ft-long steel pipe pile with a 68-inch outside diameter and a 1.5-inch wall thickness is considered in this example problem. A general description of the pile and its beam-column representation is shown in Fig 1. The pile is assumed to be embedded in a 200-ft clay deposit, and grouted inside a 64-ft-high leg of a jacket structure. It is also assumed that the jacket leg is rotationally constrained at three structural brace points and at the deck level. To further represent the structural

effects in the model, a mass equal to  $3 \times 10^3$  lb-sec<sup>2</sup>/inch is lumped at the pile top (station 0) to represent the top deck. A total mass of 179 lb-sec<sup>2</sup>/inch is distributed along the member between the top deck and the jacket structure. To represent an appropriate portion of the jacket structure, a total mass of 914 lb-sec<sup>2</sup>/inch is distributed along the composite leg-pile member. A portion of the above two distributed masses is meant to represent the inertial effects of the water. Also, increased stiffness is used for this leg-pile member. An axial compressive force equal to  $1.0 \times 10^5$  lb decreases uniformly from the mudline to a value of zero at the pile tip. To represent rate effects, a viscous damping coefficient is arbitrarily selected which approximates 1 to 2 percent of the critical damping of the system.

#### Soil Profile

The soil used in this example problem is assumed to be a medium strength clay deposit. The simplicity of the soil profile is intended to facilitate assessment of the results. The shear strength versus depth and  $G_{max}$  versus depth for this profile are illustrated in Fig 2. The total unit weight is taken as 120 lb/ft<sup>3</sup>.

The backbone p-y curve employed in this problem is the predicted initial static loading path. To represent the possible formation of gaps near the scourline, all the sub-elements of the support curve at this location are designated as gap elements. The number of gap elements is then linearly reduced to none at a depth roughly equal to the depth of reduced resistance,  $x_r$  (Ref 4), which is at about 35 ft below the mudline. Beyond this depth, the overburden pressure is large enough to force the soil against the pile as the system undergoes oscillation. A cyclic minimum strength of 40 percent is assumed for each sub-element of all soil curves along the profile. The formulation of the initial loading path, and the computation of the cyclic minimums are generally in agreement with the soft clay criteria as recommended by the American Petroleum Institute (Ref 1). Degradation in strength is performed on each individual sub-element at each station upon a full reversal of direction of slip. A detailed description of this degradation process and a definition of gap elements are discussed in Ref 5.

#### Ground Motions

Ground displacements are used as input excitation in the present analysis. There are two ways in which these ground displacements can be input; one is to describe the displacement-time histories along the soil profile as a series of sinusoidal curves. Several curves with various amplitudes, periods and phasing may be superposed at any one point along the profile. This can be done successively at any desired number of points along the profile. The information at points between these input stations are then obtained by linear interpolation inside the program. The second type of input is to describe displacement-time histories in a numerical array. Values for intermediate stations are again obtained by a linear interpolation procedure.

A set of computed ground motions are used in this example problem. These ground displacement-time histories are computed by using Program CHARDEG, which is a revised version of Program CHARSOIL (Ref 6) that includes a degradation procedure similar to the one discussed in Ref 3. For a uniform, single-layer soil profile, ground motions are necessary only at a few depths, since there are no dramatic changes in the displacement values at various points along the profile. A linear interpolation procedure is used in the program to obtain displacement values at intermediate time points between input values. However, in the present problem, computed values are used at every time step in order to capture higher frequency effects in the displacement-time curve.

In computing these time histories of ground displacement; the  $G_{max}$  versus depth profile as shown in Fig 2b is used, together with the degradation parameter  $t$  versus strain as illustrated in Fig 2. A time increment length of 0.00552 second is used in this study.

The earthquake analyzed is the significant first 15 seconds of the San Fernando Earthquake as reflected by the east-west component of the CalTech Seismology Laboratory Record. The accelerogram of the original record is shown in Fig 4a. This is used in program CHARDEG to produce a set of six displacement-time curves which, in turn, are used as input to program SPASM. Displacement-time curves computed at the soil surface and at a depth of 200 feet for the problem are shown in Fig 4b and Fig 4c, respectively. The peak acceleration at the base rock is scaled to

0.75 G. The peak acceleration at the soil surface is computed to be 0.129 G.

#### Formation of Gaps

In Fig 5, the hysteresis loops at the mudline (station 33) clearly indicate the formation of a gap zone. Further down the soil profile at a depth of 16 feet (station 34), the hysteresis loops plotted in Fig 6 showed no gap zone being formed. It is also shown that strength degradation effects are not very pronounced. This is due to the fact that there is only a very limited number of reversals of strain in the selected earthquake and their magnitudes are small. As a result, very few sub-elements have been yielded in both directions so as to cause any significant strength degradation. Under larger earthquake forces, as in the example problem in Ref 5, the pile tends to undergo more deflection with respect to the soil and more reversals of displacement will cause a more significant reduction in the soil strength.

As expected, an elastic response is observed at a depth of 160 feet (station 70). As shown in Fig 7, the maximum relative displacement between the soil and the pile is only 0.01 inch. This means that the pile is primarily riding with the soil at this depth & the ground shakes.

In Fig 8, absolute pile deflections and soil displacements are plotted for time steps 1150 and 1700, respectively. These two time steps correspond to the maximum and minimum absolute ground displacements computed from program CHARDEG. Two interesting points are indicated in this figure. First, the system is primarily oscillating in its first mode. Second, below a depth of 56 feet, which roughly corresponds to station 44, there is essentially no relative displacement between the pile and the soil. This concurs with static analysis predictions that the significant responses occur in a zone close to the soil surface.

Pile deflections are plotted against time for two stations in Fig 9. It is shown in this figure that there is a gradual increase in the peak deflections for station 0 which represent the top deck. The relatively slender member between the jacket structure and the top deck seems to cause a resonant amplification at the deck. The deflections at station 30, which is located at the mudline, tend to reach a constant peak value after the initial increase. The relatively higher stiffness values

distributed along the jacket-pile member are believed to cause this stabilization in peak deflection values. Certainly the hysteretic damping from the soil also tends to reduce amplification. However, after a few cycles, as the soil is gradually molded away, and a gap zone is formed at this location, this hysteretic damping effect will diminish. From the same figure it can be seen that the first mode period of vibration is roughly equal to 5 seconds. The initial natural period of the soil computed from CHARDEG is approximately 1 second.

The molding-away of the top layer of the soil is equivalent to an increase in the free standing length of the pile. As a result, one would expect an increase in the natural period of vibration of the system. Nevertheless, this effect is not significant in this problem.

The gapping action and degradation phenomenon do seem to have an effect in the computed base shear and base moment as shown in Fig 10 and Fig 11, respectively. In Fig 10, the base shear, or shear force transmitted to the structure, reached a constant peak value after a few cycles of vibration. The base moment, as shown in Fig 11, continued to build up in magnitude. This may be caused by the molding away of the top layer of the soil mass.

Moments along the pile are plotted for two time steps in Fig 12. At one second after the solution has started (time step 180), the moment values are very small, as expected. This also indicates that the solution has a smooth start. The moment values computed at about 15 seconds after the start of the solution (time step 2700) are also plotted in the same figure. The four notches in the moment diagram above the mudline are caused by the four externally applied rotational-restraint couples.

#### Conclusion

The results presented herein are intended as an initial demonstration of the uses of program SPASM to simulate soil-pile-structure coupling under the influence of separately computed ground displacements. Although there is no independent solution which can be used for comparison, the results appear to be consistent and reasonable in all respects. Both high and low frequency effects are seen to be acting throughout the system, except that the deck motion appears to be responding in a more or less resonant fashion to the lowest frequency component.

For the particular example chosen, the pile-soil gapping near the surface was more significant than the cyclic degradation of resistance. The example earthquake was not unusually severe and was of short duration. Although a larger earthquake might produce more soil resistance, the gapping or molding-away phenomenon appears likely to dominate in most cases.

The demonstrated behavior suggests that, with further study, it may be possible to use the program to do preliminary earthquake simulation for the purpose of deducing simplified descriptions of the pile-soil coupling characteristics. These might then be introduced into other solutions of the complete soil-pile-structure system.

However, since no significant feedback modification of the basic soil motion is expected, it may be possible to perform calculations in a sequential fashion, with the computed ground motions fed to the soil-pile coupling solution as in the present example and then the computed motions, or shear and moment, transferred to the superstructure at the midline. An alternative possibility would be to incorporate the SPASM program completely within a comprehensive solution for the whole system.

Regardless of ultimate utilization, the logical next step is to select several typical cases and to perform a series of solutions with variations of input parameters through reasonably expected ranges. Such solutions would necessarily be based on a number of estimations and assumptions about soil-pile coupling but earlier static and cyclic laboratory and field test results should provide reasonably satisfactory guidance. In the absence of definitive field observation of earthquake behavior of pile-supported structures this approach appears to be appropriate.

#### Acknowledgments

This paper is drawn from a research project underway at The University of Texas at Austin. The project is supported by twelve companies: Atlantic Richfield Company, Brown and Root, Inc., Chevron Oil Field Research Company, Continental Oil Company, Earl and Wright, Getty Oil Company, Gulf Research and Development Company, Marathon Oil Company, Mobil Research and Development Company, Pennzoil Producing Company, Shell Oil Company, and Union Oil Company, with Dr. James Pearce being the general coordinator.

Mr. Ignatius Lam and Dr. Chan-Fen Tsai of Fugro, Inc. provided the CHARNEG analysis of the free-field

motion used in the example problem, and other constructive advice.

The guidance of Dr. Larry M. Bryant in constructing the structural effects for the pile model in the example problem is also acknowledged.

#### References

1. American Petroleum Institute, "Recommended Practice for Planning, Designing, and Constructing Fixed Offshore Platforms," Eighth Edition, Dallas, Texas, April 1977.
2. Finn, W.D. Liam, Geoffrey R. Martin, and Michael K.W. Lee, "Applications of Effective Stress Methods for Offshore Seismic Design in Cohesionless Seafloor Soils," accepted for publication, 1978 Offshore Technology Conference, Houston, Texas, May 1978, OTC 3112.
3. Idriss, I.M., R. Dobry, E.H. Doyle, and R.D. Singh, "Behavior of Soft Clays Under Earthquake Loading Conditions," Proceedings, 1976 Offshore Technology Conference, Houston, Texas, May 1976, OTC 2671.
4. Matlock, Hudson, "Correlations for the Design of Laterally Loaded Piles in Soft Clay," Preprints, 1970 Offshore Technology Conference, Houston, Texas, April 1970, OTC 1204.
5. Matlock, Hudson, Stephen H.C. Foo, and Larry M. Bryant, "Simulation of Lateral Pile Behavior Under Earthquake Motion," Proceedings, American Society of Civil Engineers, Specialty Conference on Earthquakes and Soil Dynamics, Pasadena, California, June 1978.
6. Streeter, V.L., E.B. Wylie, and F.E. Richart, Jr., "CHARSOIL, Characteristic Methods Applied to Soils," a computer program distributed by NISSE/Computer Applications, March 1974.

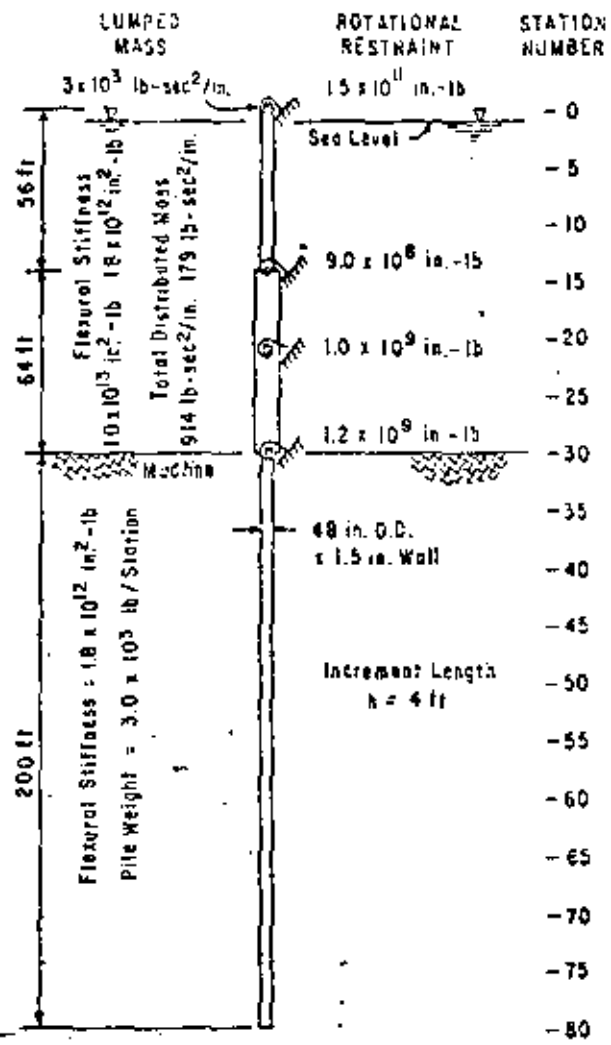


FIG. 1 - GENERAL DESCRIPTION OF EXAMPLE PROBLEM.

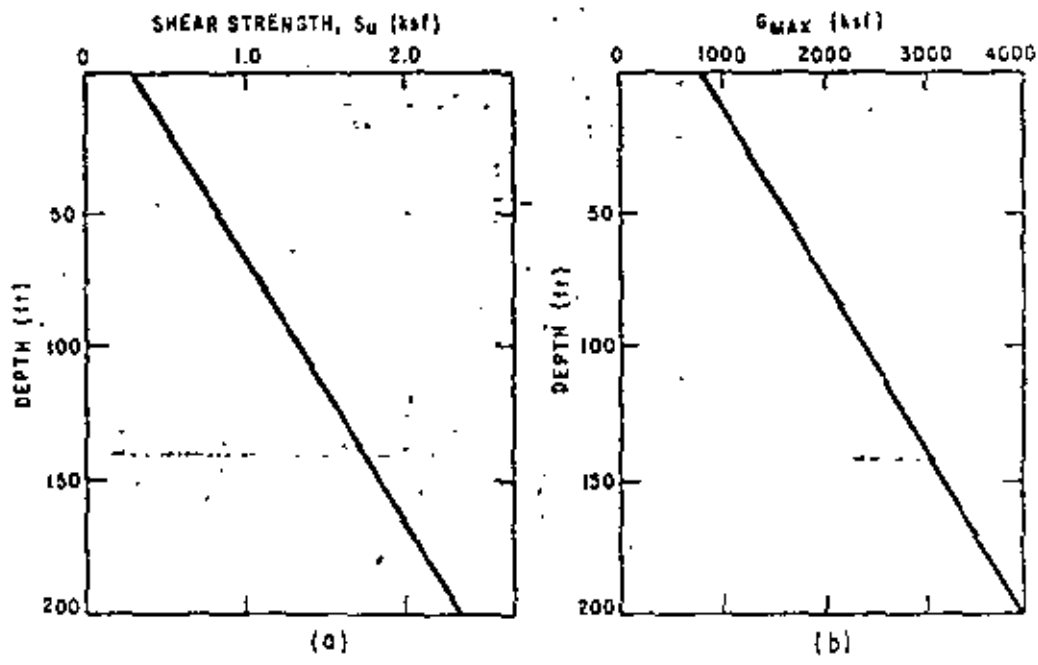


FIG. 2 - (A) SHEAR STRENGTH VS. DEPTH, (B)  $G_{MAX}$  VS. DEPTH.

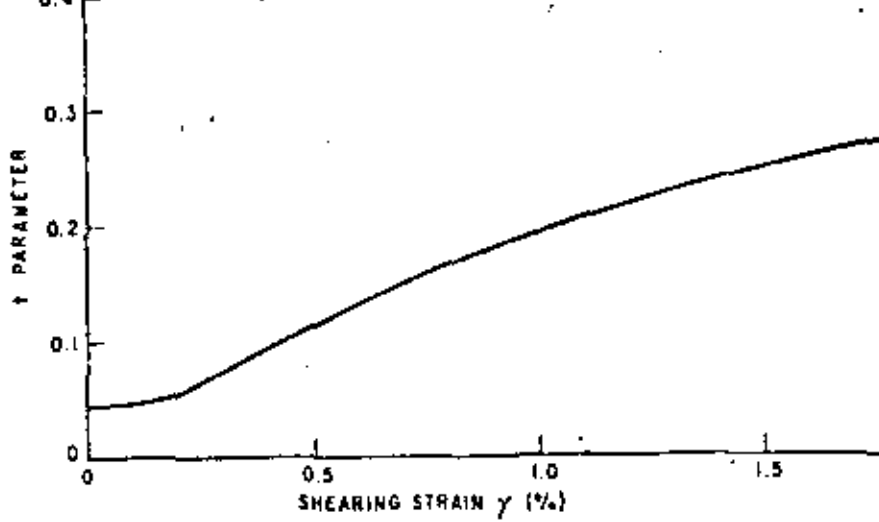


FIG. 3 - DEGRADATION PARAMETER T VS. SHEARING STRAIN  $\gamma$ .

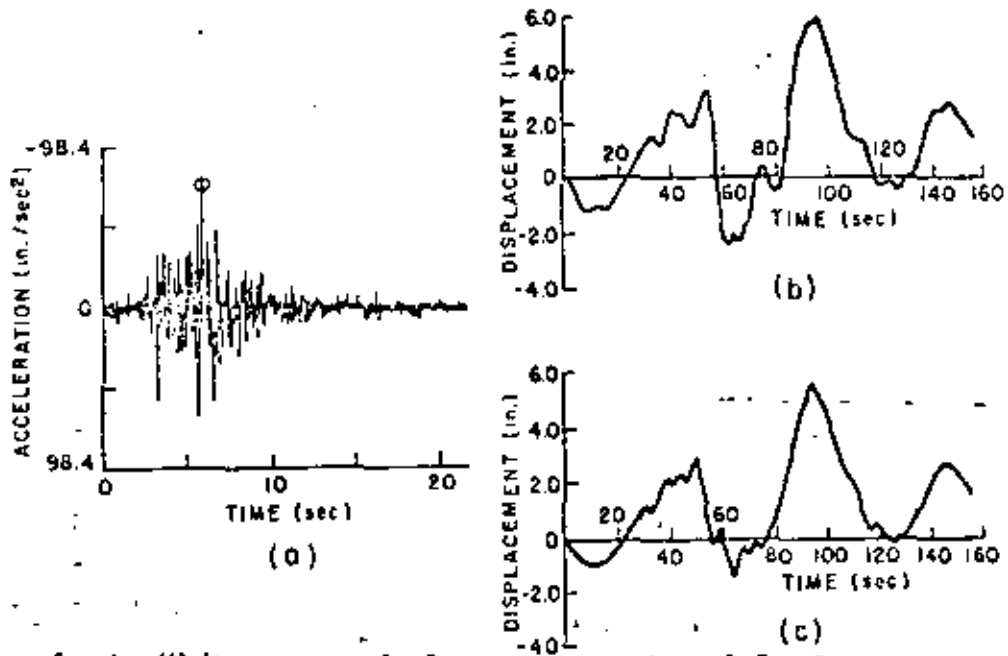


FIG. 4 - (A) ACCELEROGRAPH OF SAN FERNANDO EARTHQUAKE (AFTER CALTECH SEISMOLOGY LABORATORY RECORD), (B) COMPUTED DISPLACEMENT-TIME HISTORIES AT THE SOIL SURFACE, (C) COMPUTED DISPLACEMENT-TIME HISTORIES AT A DEPTH OF 200 FEET.

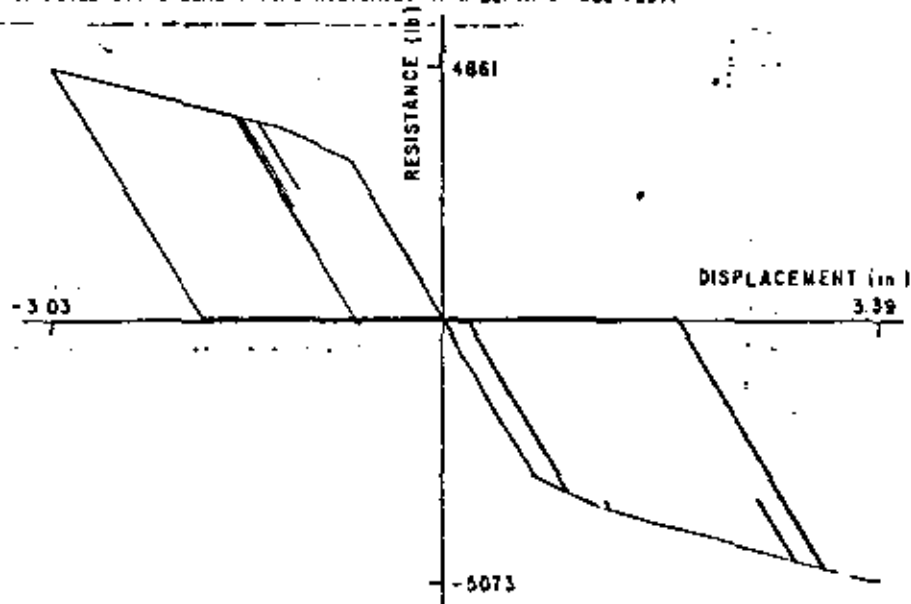


FIG. 5 - HYSTERESIS LOOPS GENERATED AT PILE STATION 30.

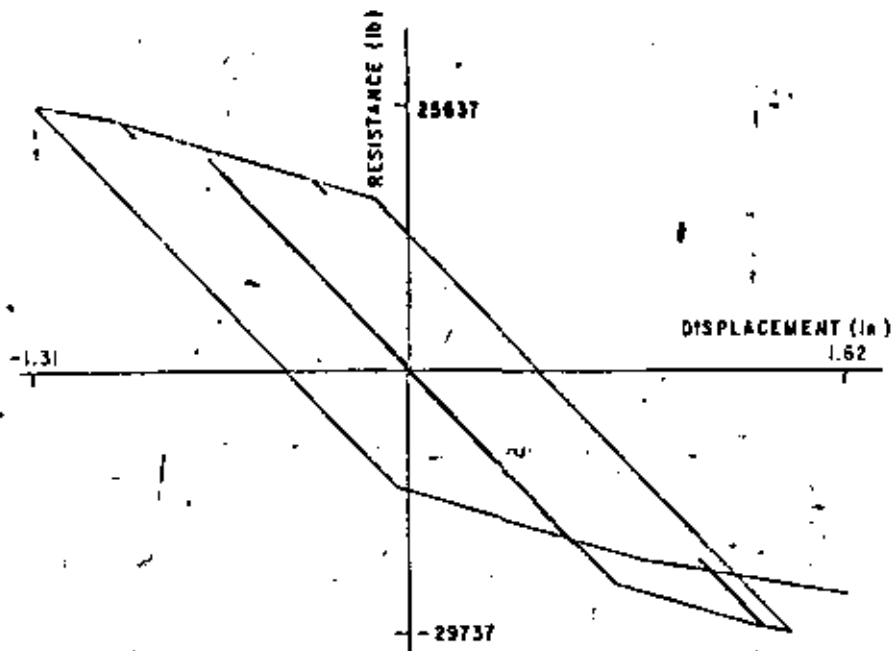


FIG. 6 - HYSTERESIS LOOPS GENERATED AT PILE STATION 34.

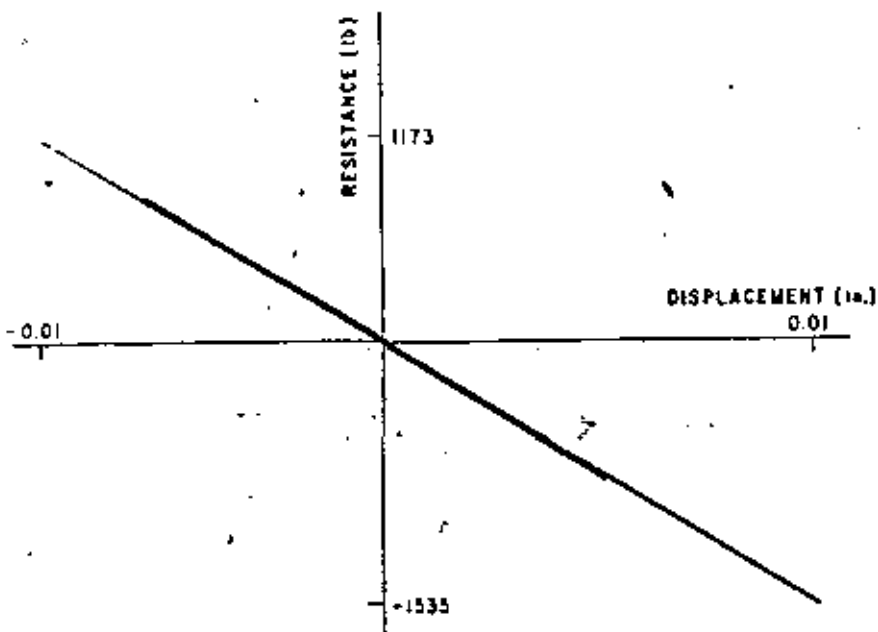


FIG. 7 - HYSTERESIS LOOPS GENERATED AT PILE STATION 70.

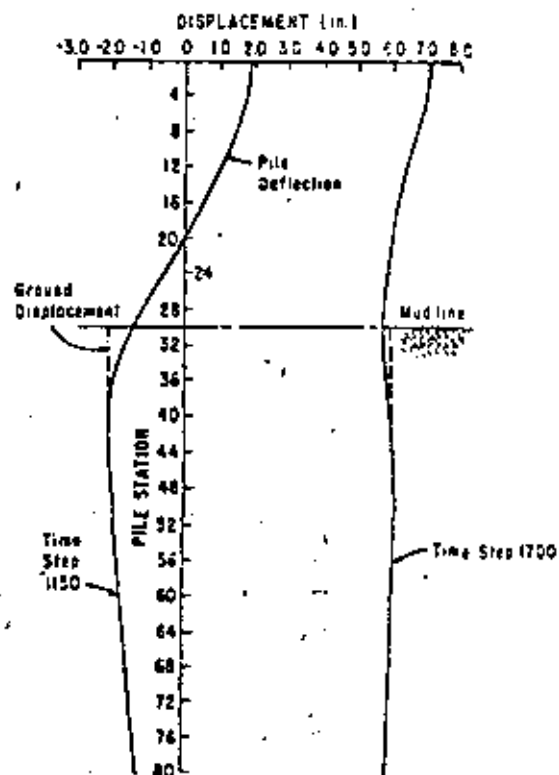


FIG. 8 - GROUND DISPLACEMENT AND PILE DEFLECTION PLOTTED ALONG THE PILE FOR TIME STEPS 1150 AND 1700.

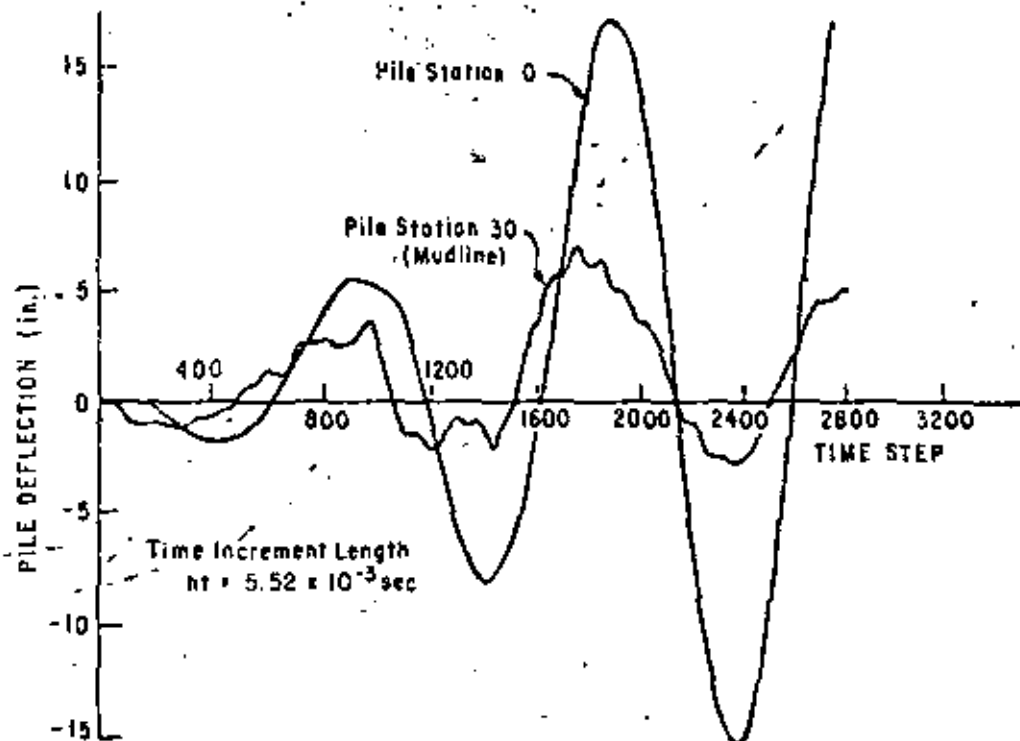


FIG. 9 - PILE DEFLECTION VS. TIME FOR PILE STATIONS 0 AND 30.

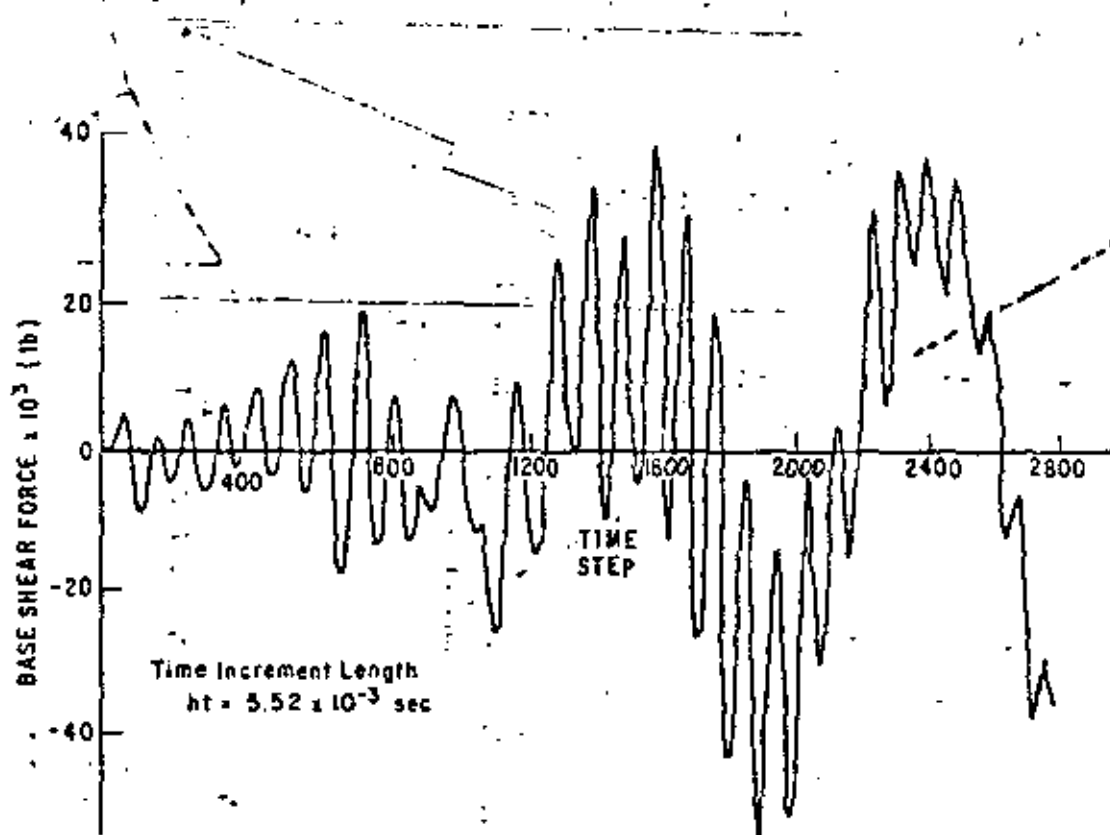


FIG. 10 - COMPUTED BASE SHEAR FORCE VS. TIME.



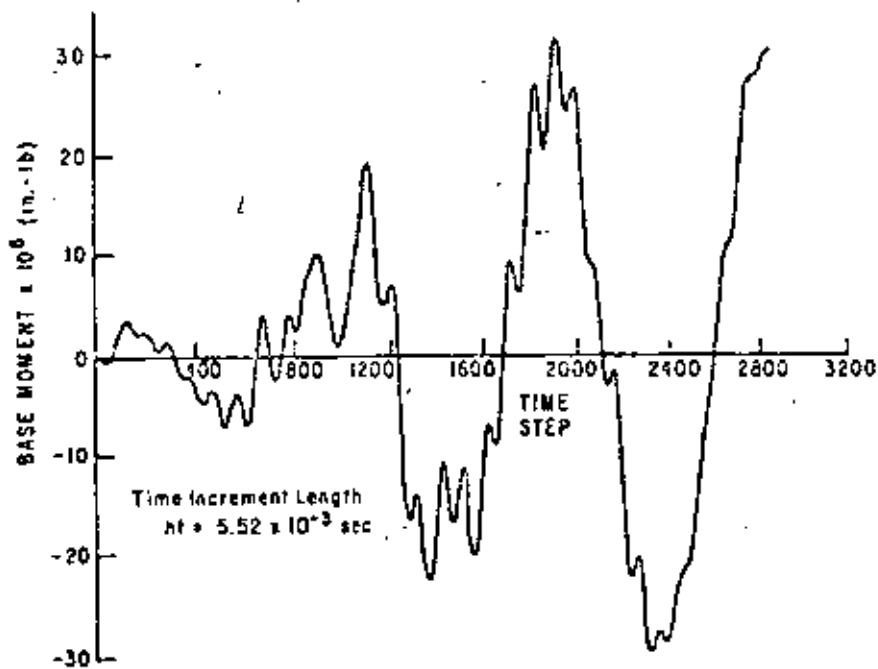


FIG. 11 - COMPUTED BASE MOMENT VS. TIME.

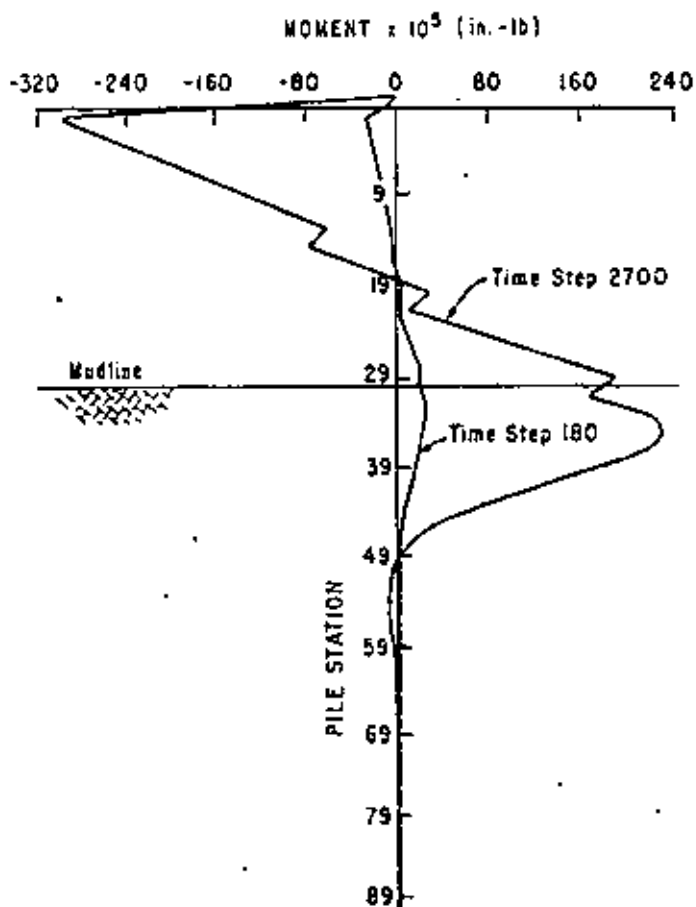


FIG. 12 - COMPUTED MOMENT ALONG THE PILE FOR TIME STEPS 180 AND 2700.

SIMULATION OF LATERAL PILE BEHAVIOR UNDER EARTHQUAKE MOTION

By

Hudson Matlock  
Fugro, Inc., Long Beach, California

and

Stephen H. C. Foo and Larry M. Bryant  
University of Texas at Austin, Austin, Texas

Presented

at

The ASCE Specialty Conference on Earthquake Engineering and  
Soil Dynamics  
Pasadena, California, June, 1978

## SIMULATION OF LATERAL PILE BEHAVIOR UNDER EARTHQUAKE MOTION

Hudson Matlock,<sup>1</sup> F. ASCE, Stephen H.C. Foo,<sup>2</sup> and Larry M. Bryant<sup>3</sup>

### Introduction

Considerable emphasis has recently been placed on offshore oil production in seismically active areas. The design of a fixed platform for such service must include a thorough analysis of earthquake effects. An important, and possibly critical, element in the analysis is the lateral coupling of the platform to the supporting soil. This problem has been considered by a number of investigators (Refs 2, 3, 9, 10, 13, 23).

Most platforms are expected to be pile-supported. With large pile deflections caused by major earthquakes, the soil around the upper portion of the pile will undoubtedly exhibit very complex responses including highly nonlinear and inelastic resistance. Progressive degradation of clay soil strength is likely, and a gap or molding-away effect should be expected near the mudline. For sandy or silty soils, volume change effects are to be expected, leading to behavior ranging from local liquefaction to extreme compaction around the piles.

The analysis presented herein is concerned with the behavior of a single pile, with particular emphasis on the soil-pile coupling. Simplified superstructure effects are considered, and separately determined free-field soil displacements are used as the input excitation. A discrete-element mechanical analogy is used to represent a pile under various loadings and restraints. The soil-pile coupling at each node is represented by a multi-element assemblage of friction blocks, springs, and dashpots which facilitate the development of hysteretic pile-soil interaction under earthquake loading. The soil model allows strength degradation as a function of deflection and of the number of reversals of deflection in the range beyond an initially elastic condition. Furthermore, to properly represent the expected pile-soil interplay, formation of gaps are allowed in the upper layers. Lateral earth motions are simulated by moving the supports with respect to the point of initial zero deflection of the pile.

---

<sup>1</sup>Professor of Civil Engineering, The University of Texas at Austin, Austin, Texas; Director of Research and Development, Fugro, Inc., Long Beach, California.

<sup>2</sup>Graduate Research Assistant, The University of Texas at Austin, Austin, Texas.

<sup>3</sup>Systems Analyst, Petro-Marine Engineering, Inc., New Orleans, Louisiana; formerly Graduate Research Assistant, The University of Texas at Austin, Austin, Texas.

## Analytical Approach

Finite-element and material characterization techniques have not yet been shown to be developed to the state where complex three-dimensional behavior of the soil near the pile can be analytically simulated. Furthermore, the incorporation of a fully inelastic three-dimensional finite-element characterization of the interface behavior into a complete soil-pile-structure analysis would not be feasible at this time from the standpoint of computer time and costs. However, it is possible to infer fairly satisfactory initial estimates of pile-soil interface behavior from previous research on piles subjected to cyclic wave loadings, particularly for clay soils (Refs 14, 15, 16). These characteristics are conventionally expressed as curves of soil reaction,  $p$ , per unit of pile length versus lateral pile deflection,  $y$  (Refs 14, 19, 20, 21, 22).

In earthquake analyses of complete and detailed structure-foundation systems, it will continue to be desirable to linearize all elements of the problem to facilitate mathematical solution. Whether the analyses are probabilistic or deterministic, such simplifications should be based on a reasonable mechanistic interpretation of the nonlinear elements.

## Methods of Solution

To study the pile-soil interface problem, a dynamic beam-column program, SPASM (Seismic Pile Analysis with Support Motion), has been extended from a previously existing dynamic program (Refs 5, 6). A discrete-element model for the pile is used which, with the data input above the mudline, can be made to simulate the effects of a rotationally restrained superstructure (Refs 4, 17). The arrangement is depicted conceptually in Fig 1(c). Because of the economy of a single degree of freedom at each node and the mathematical simplicity of the single line member it is feasible to use one hundred or more nodes for the system.

## Rheological Soil Model

Characteristic reaction-deflection behavior of the soil is shown in Fig 1(b). Such curves are based on various experimental measurements (Refs 14, 15, 16), and range from hysteresis with gap, to fully confined flow, to the pseudo-elastic behavior at large depth where pile deflections are small. The soil-pile coupling can be represented with a nonlinear inelastic model with some amount of linear damping added to represent rate effects and radiated energy. In the program, nonlinear numerical curves of soil resistance versus pile deflection are input, which in their effect exactly represent a corresponding number of elasto-plastic sub-elements acting in parallel at each node point. A mechanistic representation is presented in Fig 2, which demonstrates that the total resistance at any deflection is equal to the sum of the sub-element forces:

Previous experimental results show that a zone of reduced resistance, termed the molding-away zone, tends to be formed under cyclic loading (Refs 15, 16). This behavior is most pronounced near the surface where the overburden pressure is not large enough to confine the soil mass around the pile as it undergoes cyclic movement. Therefore, the primary resistance in this zone is afforded by the drag forces of the soil on the sides of the pile, as illustrated in Fig 3. This drag resistance may

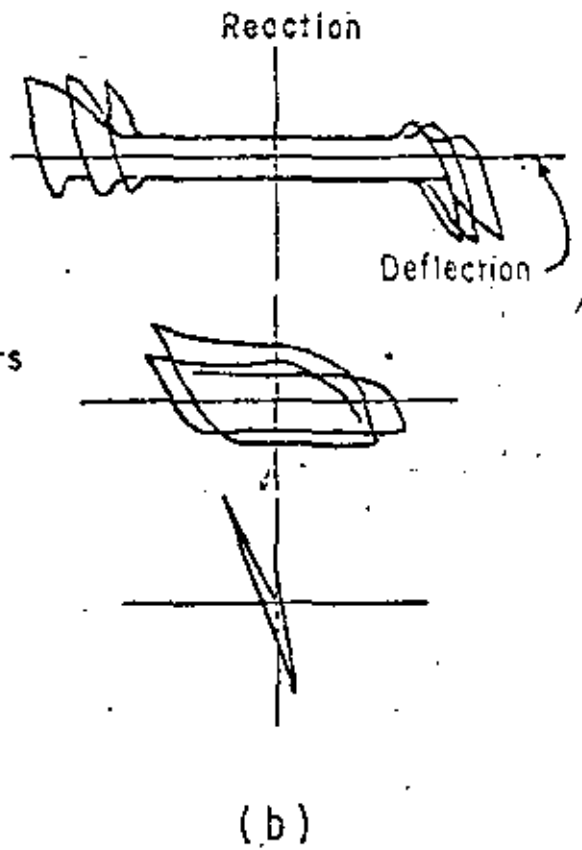
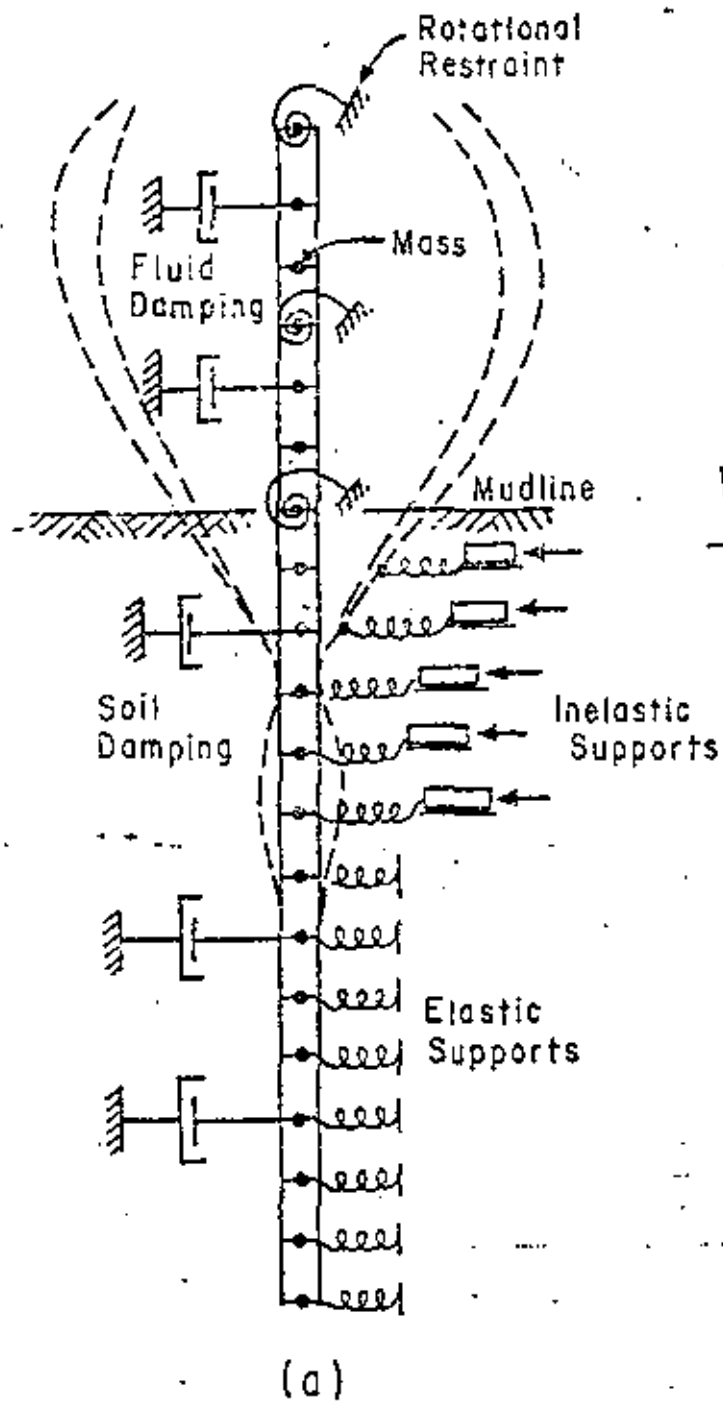


FIGURE 1 (A) SIMULATION OF STRUCTURE-PILE-SOIL SYSTEM AND  
 (B) TYPICAL OBSERVED CYCLIC REACTION-DEFLECTION CHARACTERISTICS

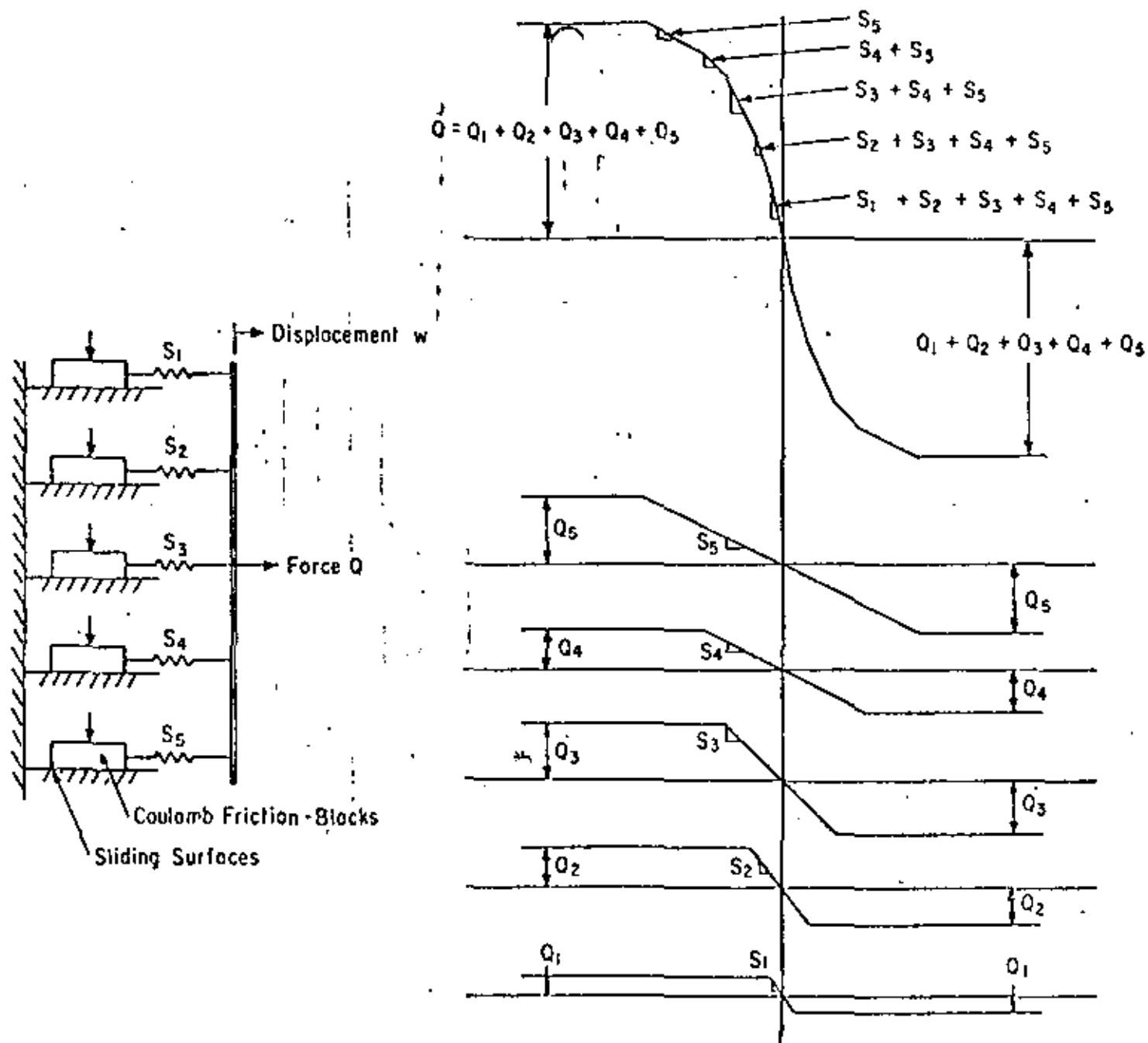
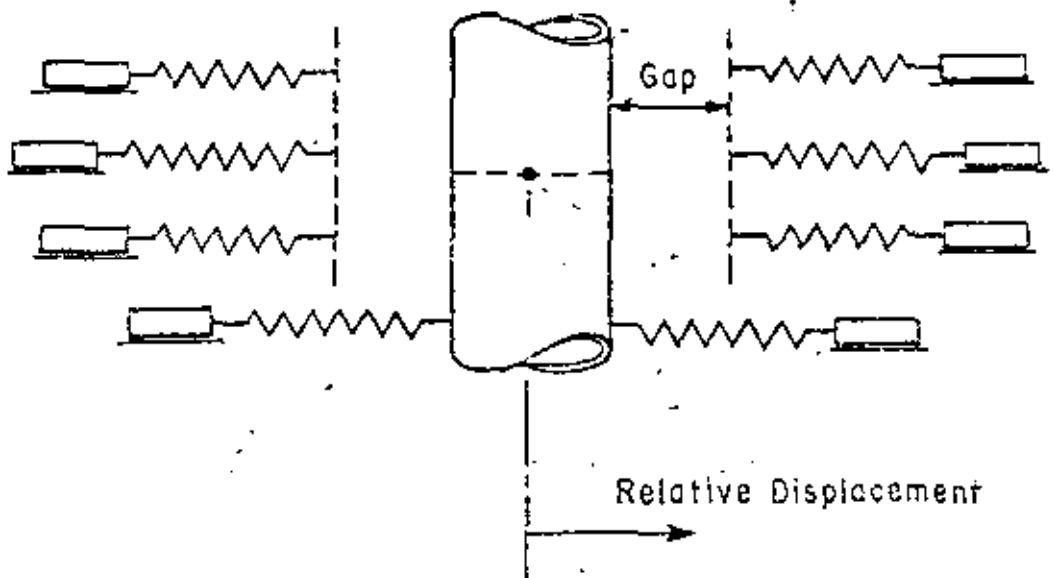
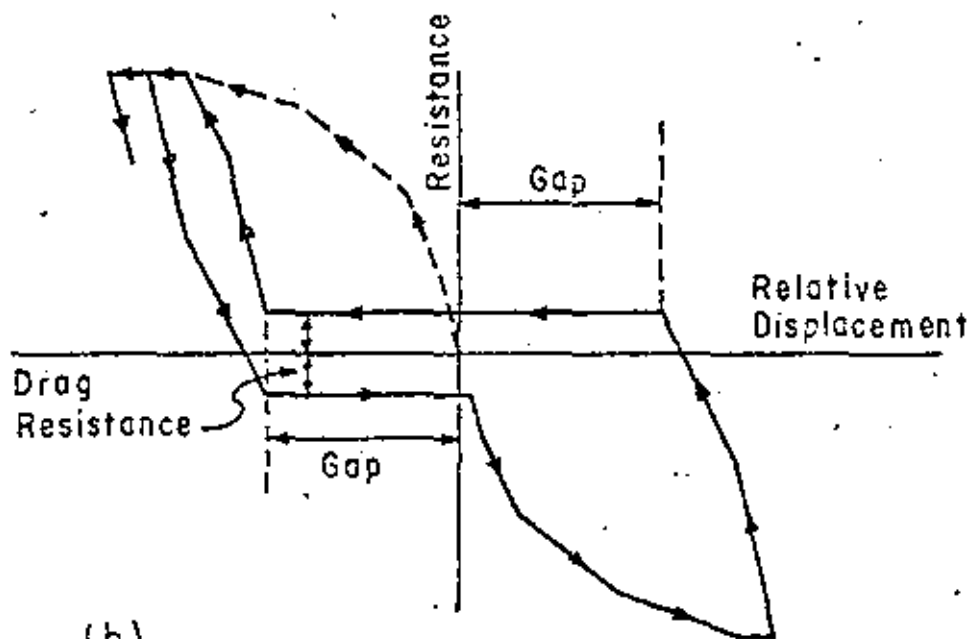


FIGURE 2 SUB-ELEMENT MODEL USED IN PRESENT ANALYSIS (Ref. 6)



(a)



(b)

FIGURE 3 SOIL REACTION MODEL: (A) MULTIPLE SUB-ELEMENTS AT A SINGLE NODE  $i$   
 (B) SUBSEQUENT BEHAVIOR OF NONLINEAR-INELASTIC RESISTANCE-DISPLACEMENT RELATIONSHIP

increase gradually from a very small amount near the mudline to fully developed resistance of confined plane strain flow where the overburden pressure is large enough to force the soil to remain against the pile.

To simulate near-surface behavior in the soil model, a gap element has been developed. This element is attached to the pile in one direction, but will be detached as the pile moves away. Only when the pile returns to the point where it left this sub-element previously will its resistance be activated again. The amount of this reduced resistance in the molding-away zone is controlled by the program user by specifying how many of the sub-elements are gap elements. The effect is varied with respect to depth by linear interpolation.

Most materials, including soil, will lose some amount of their ultimate resistance after a full reversal of slip (Refs 8, 11, 15, 16). In the present program, the degradation procedure operates on each elasto-plastic sub-element separately. A degradation factor,  $\lambda$ , is applied to the ultimate plastic resistance of each sub-element only after the occurrence of a full reversal of direction of plastic slip. In addition to the initial ultimate resistance,  $Q_u$ , and the factor,  $\lambda$ , the program user specifies a lower-bound resistance,  $Q_{min}$ , which is asymptotically approached as degradation proceeds. Whenever the reduction is applied, the existing ultimate resistance  $Q_1$  is degraded to a new ultimate resistance  $Q_2$  according to the following relation

$$Q_2 = (1 - \lambda)(Q_1 - Q_{min}) + Q_{min}$$

A graphical representation of this feature is shown in Fig 4. Hardening may be simulated by setting  $Q_{min}$  greater than  $Q_u$ .

At present, there is some limited knowledge of this degradation factor,  $\lambda$  (Refs 8, 11, 15, 16). However, more experimental research in this area is needed.

It is emphasized that the hysteretic degrading model is intended to represent only the soil very near the pile where stresses and strains are concentrated and may be very much larger than free-field values. In the event of an earthquake, movements of local soil supports may occur while the pile is either in a stationary position or in its own variant position under the applied loading. These lateral ground motions are input by the program user as the free-field motion. Within the program, these motions are simulated by moving the support curves with respect to the point of initial zero deflection of the pile. For a purely elastic support, imposed motion at the base of the support does not change the linear spring constant, but only the reaction intercept. The excitation would thereby correspond only to a system of forces or loads. For the fully nonlinear and inelastic support system, appropriate changes in both force and stiffness values are made in iterative solution. Closure of the system is required at each time step before continuing.

### Example Problem

The validity of the analysis method has previously been demonstrated for linearly elastic problems and a limited number of nonlinearly inelastic problems (Refs 5, 6). For more complex cases involving soil strength degradation and molding-away effects, it is currently not possible to prove the validity of the solution due to (1) the lack of any other similar



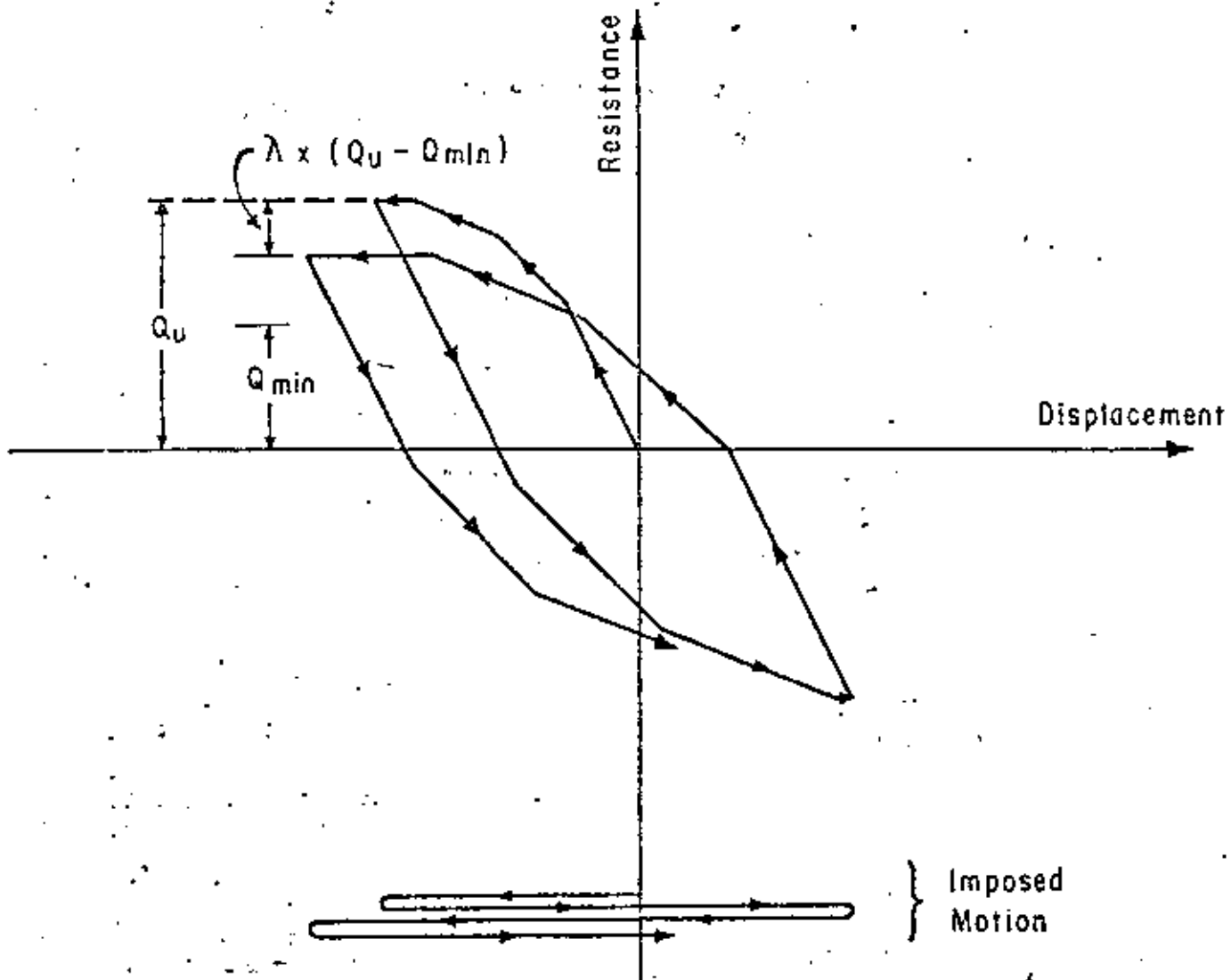


FIGURE 4 RESISTANCE-DISPLACEMENT CURVE ILLUSTRATING DEGRADATION PROCEDURE

analytical method, (2) the inability to formulate a closed-form solution for such a case, and (3) the lack of both field and laboratory experimental data in this area. For this reason, the analysis method is demonstrated for a problem which is simple enough to permit reasonable assessment of the results, yet complex and realistic enough to demonstrate application of the method.

As shown in Fig 5, the example problem considers a 320 ft (97.6 m) steel pipe pile partially embedded in a 200 ft (61 m) clay deposit. The pile has an outside diameter of 48 in. (1.22 m) and a wall thickness of 1.5 in. (3.81 cm). The pile is assumed to be driven through a leg of the template or structure jacket and then grouted in place to develop fully composite structural behavior. The effects of the structural framing are approximated by rotational restraints at six points along the jacket-leg and by using increased stiffness of the leg-pile member. To represent the platform and process equipment, a mass corresponding to a weight of  $5.0 \times 10^5$  lbs ( $2.27 \times 10^5$  kg) is lumped at the pile top (station 0) and a mass corresponding to a total weight of  $1.5 \times 10^6$  lbs ( $6.8 \times 10^5$  kg) is distributed along the jacket leg. An axial compressive thrust of  $1.25 \times 10^6$  lbs ( $5.67 \times 10^5$  kg) is constant from the top of the pile to the mudline and decreases linearly from the mudline to a value of zero at the pile tip. A viscous damping is used which roughly corresponds to 3 percent of the critical damping of the system.

The assumed shear strength profile is shown in Fig 5 and the input backbone p-y curve and cyclic minimums are shown in Fig 6. The backbone curve, which is the static loading path, and the cyclic minimums are generally consistent with the soft clay criteria recommended by the American Petroleum Institute (Ref 1). A degradation rate factor of 40 percent is employed. A possible molding-away zone is specified from the mudline to a depth of reduced resistance,  $x_r$ , similar to that described in the soft clay criteria (Ref 14). At the mudline, all four sub-elements of the curve are taken as gap elements. The proportion of gap elements is then progressively and linearly reduced to none at the depth  $x_r$  (36 ft (11 m) below the mudline).

A set of lateral ground motions might be obtained using a free-field ground motion program such as DCHARM (Ref 12) or MULAP (Ref 7) to represent a realistic case. However, a simpler case better demonstrates the various types of behavior in soil-pile interplay during an earthquake. The ground motion for this example is input as a sinusoidal form in phase at all depths. With the soil having an equal ground acceleration at all depths, it is easier to visualize the physical meaning of the results. In the present demonstration, a maximum ground acceleration of 0.5 g and a frequency of 1.0 Hz are employed. The corresponding maximum single-amplitude ground displacement is 5.0 in. (7.62 cm).

It can be seen in Fig 7 that gaps are developed near the mudline (pile station 33), with a transition to a condition of no gap but full degradation at a greater depth (pile station 39), as shown in Fig 8. No degradation occurs at the soil surface since full reversal of shear slip does not occur at this location. Finally an elastic response is obtained near the bottom (pile station 70) as illustrated in Fig 9.

In Fig 10, the pile deflections versus depth are plotted for five different time steps. The transient effect due to the initial loading condition is reflected in the large pile deflections for time step 50 which represents the first peak in the input ground motion. The deflected shape after eight cycles of loading (time step 1650) indicates a significant

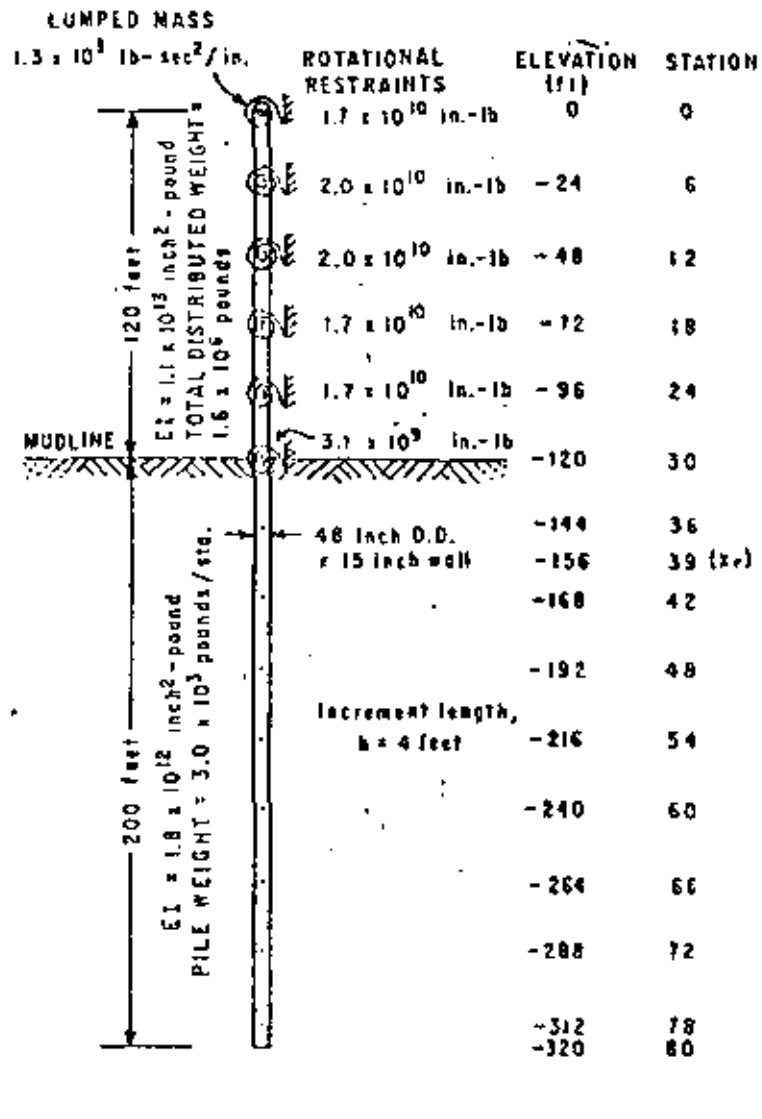
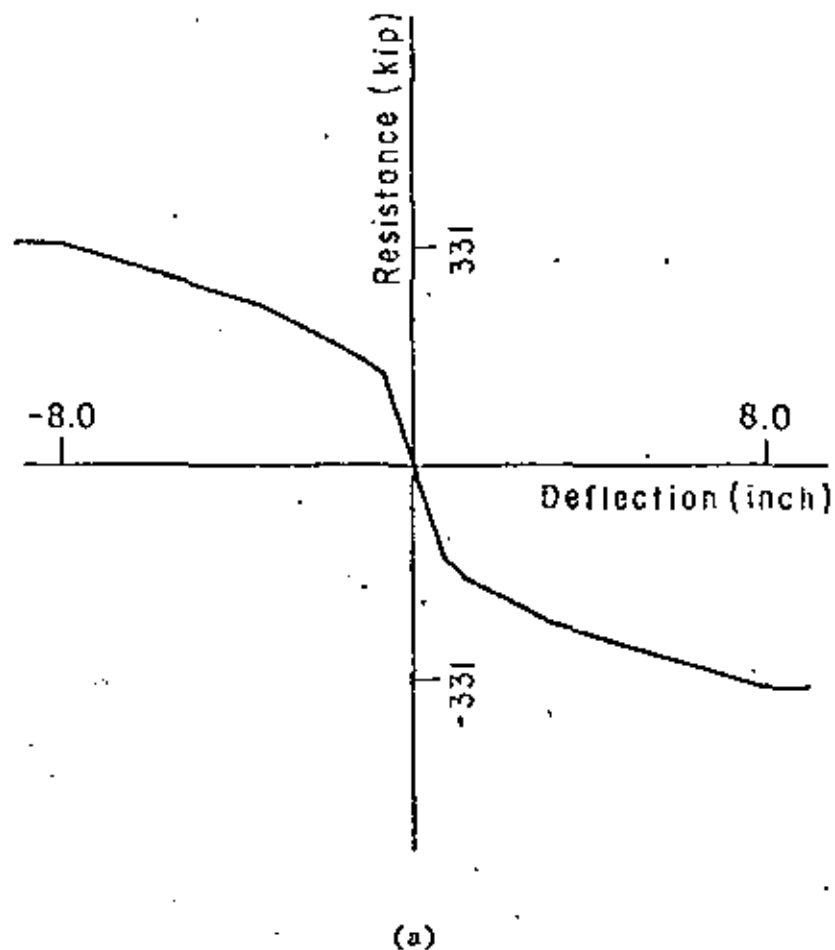


FIGURE 5 GENERAL DESCRIPTION OF EXAMPLE PROBLEM



#### Generation of Backbone Curve

$$y_{50} = 2.5 \times e_{50} \times d = 2.5 \times 0.01 \times 48 \text{ in.}$$

$$p/p_u = 0.5 \times (y/y_{50})^{1/3}$$

#### For Curve Shape

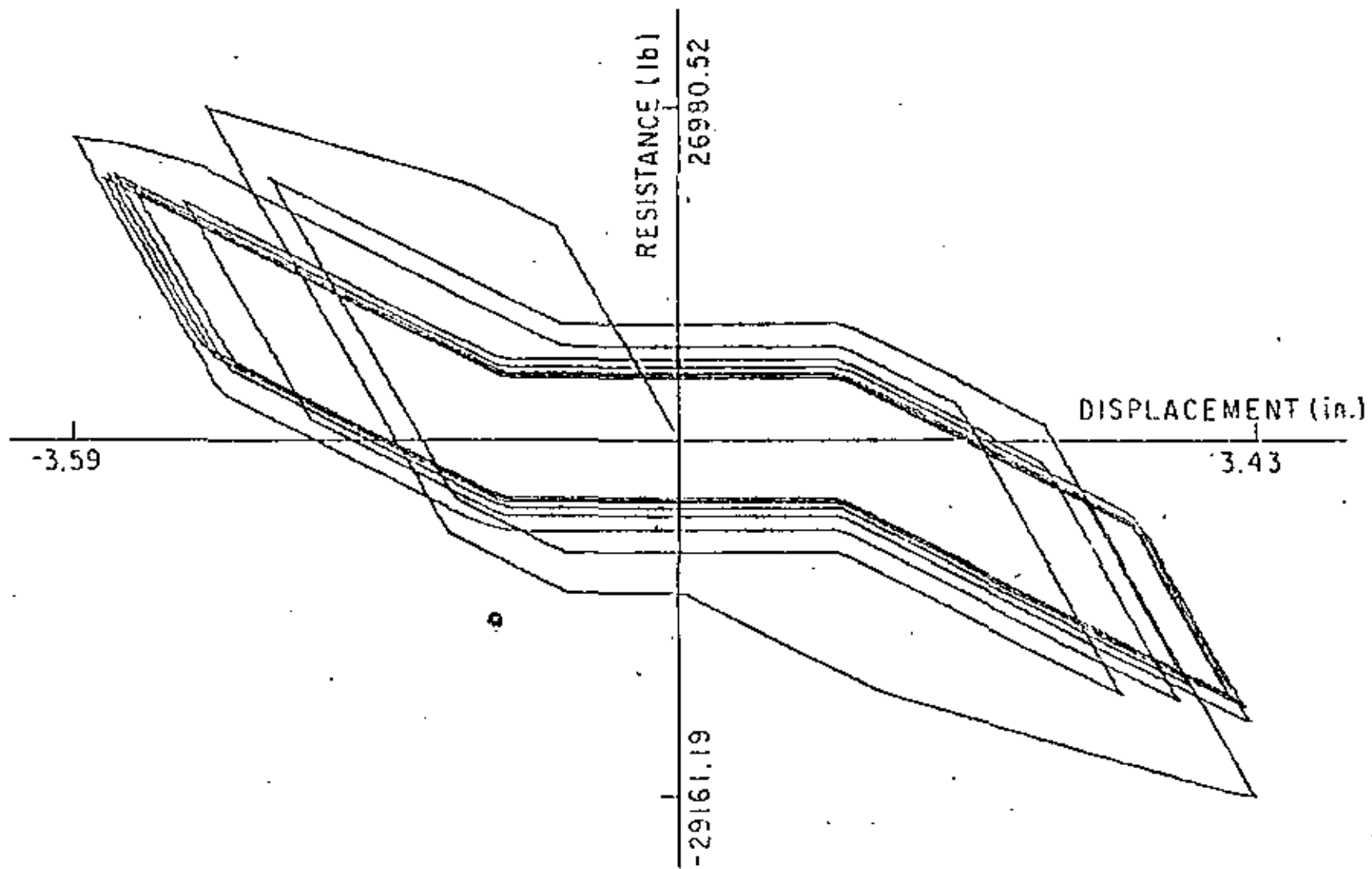
$p/p_u$ ( × 100 )	0	42	50	70	100	100
$y/y_{50}$ ( × 1000 )	0	600	1000	2744	8000	50000

Station	$p_u$ (kips/foot)	Degradation Factor	Cyclic Minimum *
30	3.6	40%	0%
39	23.8	40%	50%
40	25.2	40%	72%
80	82.8	40%	72%

\* Cyclic Minimum is expressed as a percentage of initial Ultimate Resistance.

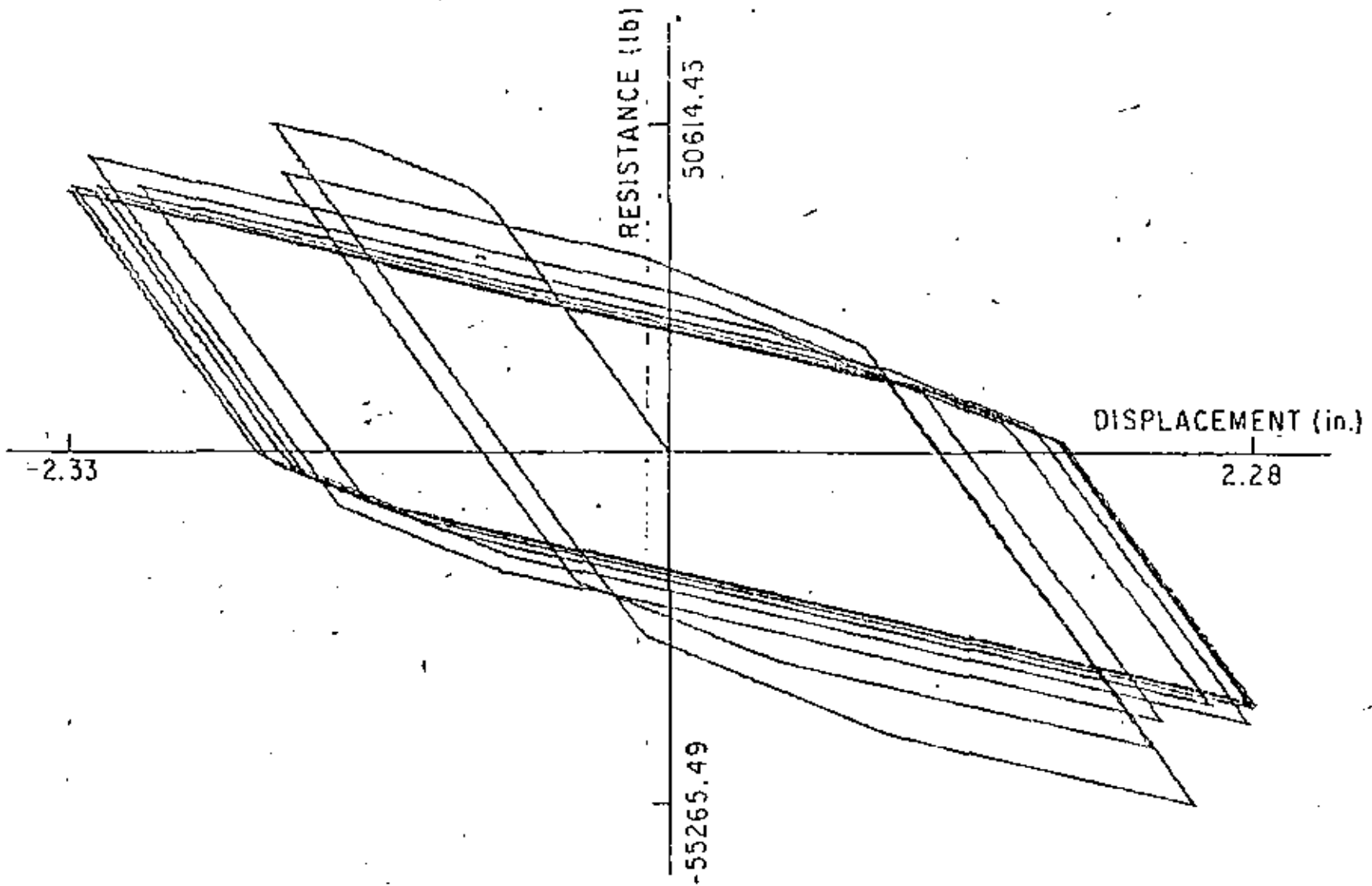
(b)

FIGURE 6 (A) TYPICAL RESISTANCE-DISPLACEMENT CURVE SHAPE AND  
(B) GENERATION OF BACKBONE CURVE USED IN EXAMPLE PROBLEM



HYSTERESIS LOOPS FOR PILE STA. 33

FIGURE 7 HYSTERESIS LOOPS GENERATED AT PILE STATION 33



HYSTERESIS LOOPS FOR PILE STA. 39

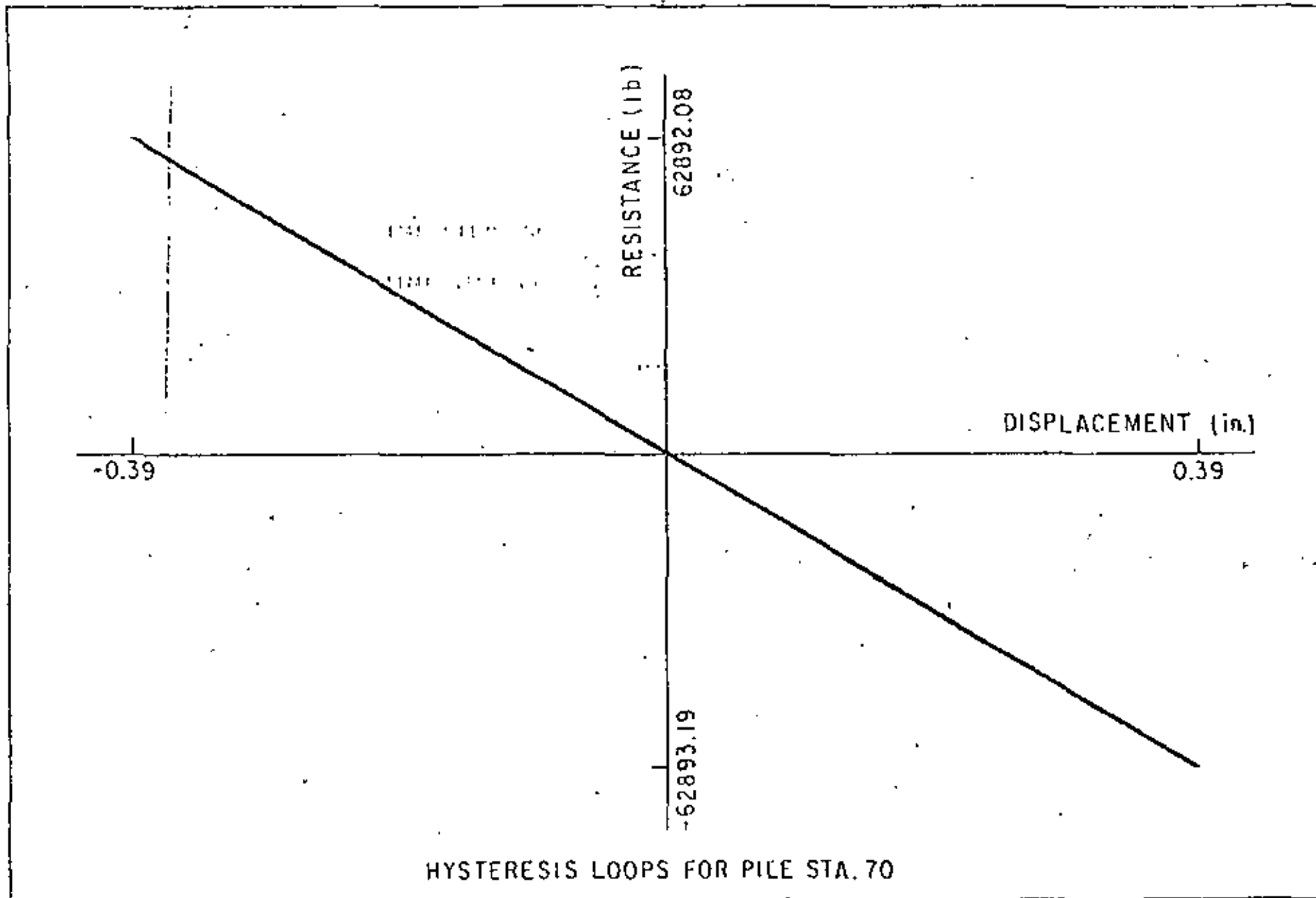


FIGURE 9 HYSTERESIS LOOPS GENERATED AT PILE STATION 70

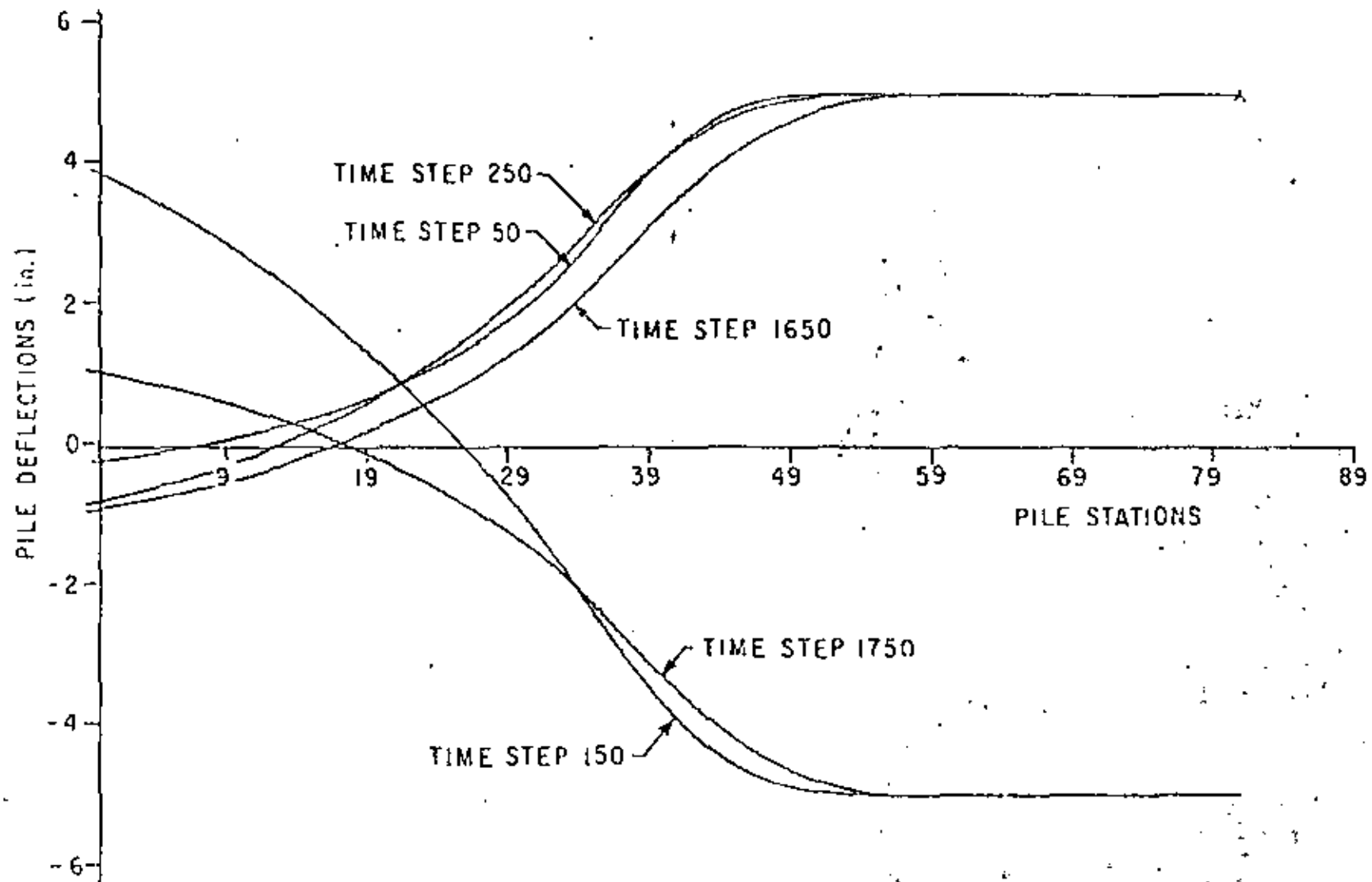


FIGURE 10 COMPUTED DEFLECTIONS ALONG PILE FOR TIME STEPS 50, 150, 250, 1650, 1750



change in the characteristics of the system. This change is due to the strength degradation and molding-away of the soil near the mudline.

The base shear (station 30), or shear force transmitted to the structure, is plotted versus time in Fig 11. After the initial few cycles the peak shear force approaches a constant magnitude indicating that, once the gaps have formed, further strength degradation does not significantly affect the magnitude of the base shear. From some preliminary studies it was found that a linear system, using a secant stiffness passing through the 50 percent strength ordinate of the nonlinear curve, predicted a maximum base shear twice that predicted by the nonlinear system. Increasing the secant stiffness by a factor of ten predicted a maximum base shear six times that predicted by the nonlinear system.

In Fig 12, moment versus depth is plotted for the same five time steps as that in Fig 10. It is seen that after eight cycles of loading, the local maximum moment below the mudline has shifted downward and tended to approach a constant magnitude. This, again, is probably caused by the molding-away of the near-surface soil and continued strength degradation at greater depth.

### Conclusion

A mechanical model or analog is described that simulates the various soil-pile interactions under earthquake loading. It duplicates the following characteristics of the soil-pile interplay: gapping action at the soil surface, strength degradation under full reversal of slip at greater depth, elastic response near the bottom, and strain hardening as in the case of compaction of sandy soil. The gapping action tends to dominate near the surface with degradation becoming more pronounced with depth.

A realistic problem is analyzed with simplified support motions to demonstrate the method of analysis. A parallel problem where computed earthquake motions are used is presented in another paper (Ref 16).

### Engineering Applications

This method is presently intended to serve primarily as a research tool whereby variations of pile-soil systems can be introduced and the response studied for either wave loading or earthquake ground motion. There appear to be several ways in which the method may be used in design and analysis of particular cases:

- (1) It may be possible to use the method to develop linear systems that have approximately equivalent effects in relation to excitation and response of the structure. As an example, it may be possible to leave the pile unsupported near the top and elastically supported below.
- (2) The proposed method could become one stage in a piecemeal solution of the whole system; whereby ground motions would be determined independently and then applied to the current model. Appropriate acceleration, stiffness and damping terms at the mudline would be computed with the model and then applied in a separate solution of the supported structure.

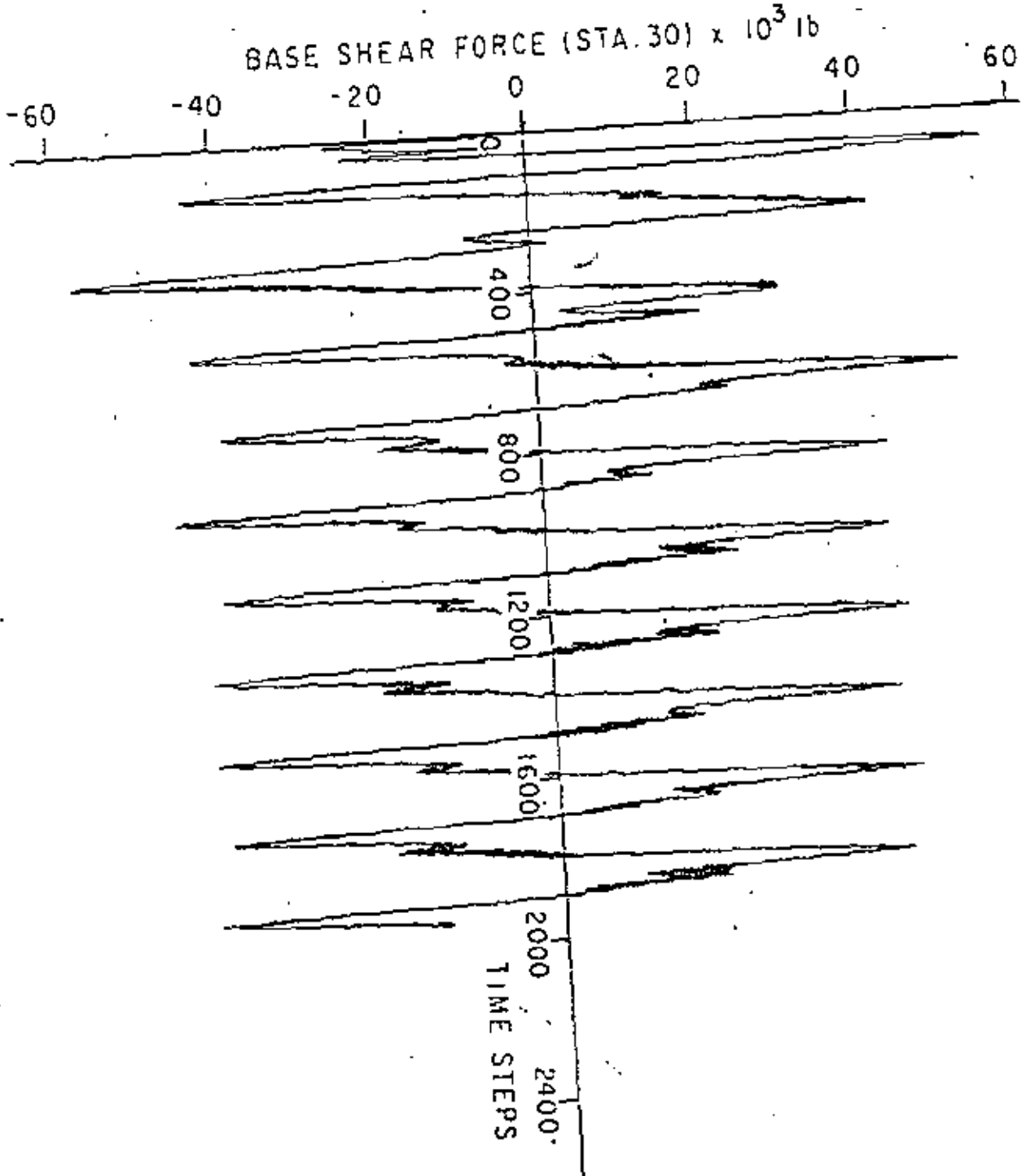


FIGURE 11 COMPUTED SHEAR VERSUS TIME FOR PILE STATION 30

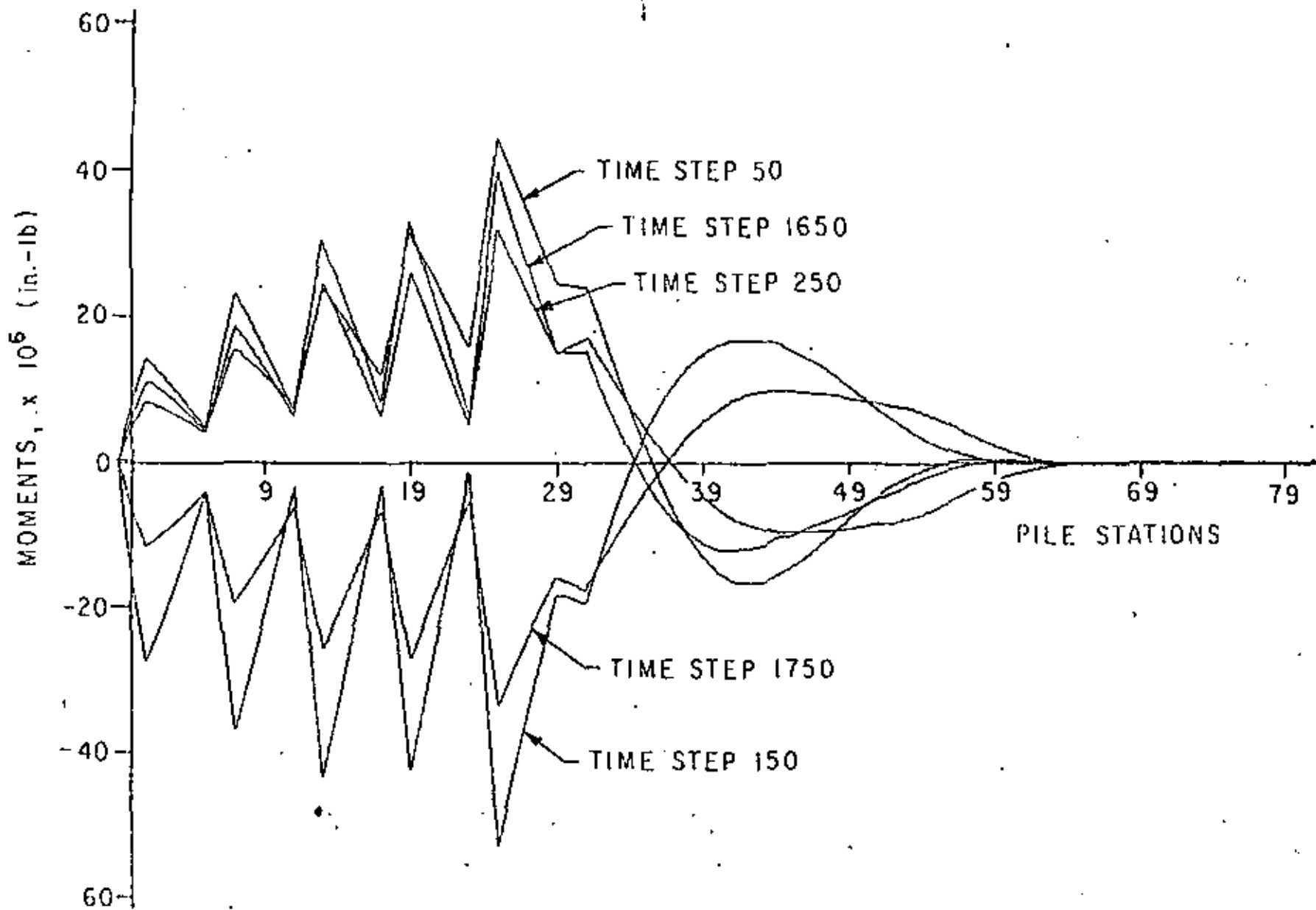


FIGURE 12 COMPUTED MOMENTS ALONG PILE BELOW MUDLINE FOR TIME STEPS 50, 150, 250, 1650, 1750

- (3) The method might be employed within a complete nonlinear and inelastic system solution, with iterations as necessary to insure compatibility throughout.

Acknowledgements

The work reported herein was sponsored by a research grant from Chevron Oil Field Research Company plus the following eleven participating companies:

Atlantic Richfield Company  
Brown and Root, Inc.  
Continental Oil Company  
Earl and Wright  
Getty Oil Company  
Gulf Research and Development Company  
Marathon Oil Company  
Mobil Research and Development Company  
Pennzoil Producing Company  
Shell Oil Company  
Union Oil Company

Dr. Jim Pearce of Chevron Oil Field Research Company was instrumental in organizing the project and serves as project coordinator.

18 November 1977  
HM/SHCF/LMB/desh

## REFERENCES

1. American Petroleum Institute, "Recommended Practice for Planning, Designing, and Constructing Fixed Offshore Platforms," Eighth Edition, Dallas, Texas, April 1977.
2. Arnold, P., R.G. Bea, I.M. Idriss, R.B. Reimer, K.E. Beebe, and P.W. Marshall, "A Study of Soil-Pile-Structure Systems in Severe Earthquakes," Proceedings, 1977 Offshore Technology Conference, Houston, Texas, May 1977, OTC 2749.
3. Bea, R.G., "Earthquake Criteria for Platforms in the Gulf of Alaska," Proceedings, 1976 Offshore Technology Conference, Houston, Texas, May 1976, OTC 2675.
4. Bogard, Dewaine, and Hudson Matlock, "A Computer Program for the Analysis of Beam-Columns Under Static Axial and Lateral Loads," Proceedings, 1977 Offshore Technology Conference, Houston, Texas, May 1977, OTC 2953.
5. Chan, Jack H.C., "A Discrete-Element Method for Transverse Vibrations of Beam-Columns Resting on Linearly Elastic or Inelastic Supports," Ph.D. dissertation, The University of Texas at Austin, August 1971.
6. Chan, Jack H.C., and Hudson Matlock, "A Discrete-Element Method for Transverse Vibrations of Beam-Columns Resting on Linearly Elastic or Inelastic Supports," Preprints, 1973 Offshore Technology Conference, Houston, Texas, May 1973, OTC 1841.
7. Chen, A.T.F., "MLAP: A Multi-Linear Analysis Program for Ground Motion Studies of Horizontally Layered Systems," Report No. USGS-GD-76-004, NTIS-PB-251286, USGS, Menlo Park, California, 1975.
8. Guyton, William L., "Soil Resistance to Vibratory Pile Driving," Ph.D. dissertation, The University of Texas at Austin, 1968.
9. Hasselman, T.K., Allen Bronowicki, and Jon Chrostowski, "A Subsystems Approach for the Dynamic Analysis of Offshore Structures," American Society of Civil Engineers, National Water Resources and Ocean Engineering Convention, Session 24, San Diego, California, April 1976.
10. Hasselman, T.K., Allen Bronowicki, and Jon Chrostowski, "Probabilistic Response of Offshore Platforms to Seismic Excitation," Proceedings, 1975 Offshore Technology Conference, Houston, Texas, May 1975, OTC 2353.
11. Holmquist, Darrel V., and Hudson Matlock, "Resistance-Displacement Relationships for Axially-Loaded Piles in Soft Clay," Proceedings, 1976 Offshore Technology Conference, Houston, Texas, May 1976, OTC 2474.
12. Idriss, I.M., R. Dobry, E.H. Doyle, and R.D. Singh, "Behavior of Soft Clays Under Earthquake Loading Conditions," Proceedings, 1976 Offshore Technology Conference, Houston, Texas, May 1976, OTC 2671.

13. Marshall, P.W., W.E. Gates, and S. Anagnostopoulos, "Inelastic Dynamic Analysis of Tubular Offshore Structures," Proceedings, 1977 Offshore Technology Conference, Houston, Texas, May 1977, OTC 2908.
14. Matlock, Hudson, "Correlations for the Design of Laterally Loaded Piles in Soft Clay," Preprints, 1970 Offshore Technology Conference, Houston, Texas, April 1970, OTC 1204.
15. Matlock, Hudson, and Dewaine Bogard, "Lateral-Load Behavior of Piles and Pile Groups Under Surcharge," a report to Chevron Oil Field Research Company, La Habra, California, 15 April 1973, 155 pp.
16. Matlock, Hudson, and Dewaine Bogard, "Pile Model Scale Effects and Cyclic Vane-Shear Tests," a report to Chevron Oil Field Research Company, La Habra, California, 15 February 1975.
17. Matlock, Hudson, and H.J. Salani, "Finite Difference Methods for Plate Vibration Problems," Journal of the Structural Division, American Society of Civil Engineering, Vol 95, ST3, Paper No. 6477, March 1969, pp. 441-456.
18. Matlock, Hudson, Stephen H.C. Foo, and Lino C.C. Cheang, "Computed Behavior of Laterally Loaded Piles Under Earthquake Loading," accepted for publication in the 1978 Offshore Technology Conference, Houston, Texas, May 1978.
19. Matlock, Hudson, and Lymon C. Reese, "Generalized Solutions for Laterally Loaded Piles," Proceedings, Journal of Soil Mechanics and Foundation Engineering Division, American Society of Civil Engineers, Vol SM5, 1960, pp. 63-91.
20. Matlock, Hudson, and Lymon C. Reese, "Foundation Analyses of Offshore Pile-Supported Structures," Proceedings, Fifth International Conference, International Society of Soil Mechanics and Foundation Engineering, 3B/14, Paris, France, July 1961.
21. McClelland, B., and John A. Focht, Jr., "Soil Modulus for Laterally Loaded Piles," Transactions, American Society of Civil Engineers, Vol 123, Part VII, Paper No. 2954, 1958, pp. 1049-1086.
22. Reese, Lymon C., and Hudson Matlock, "Non-Dimensional Solutions for Laterally Loaded Piles with Soil Modulus Assumed Proportional to Depth," Proceedings, Eighth Texas Conference on Soil Mechanics and Foundation Engineering, Special Publication No. 29, Bureau of Engineering Research, The University of Texas at Austin, 1956.
23. Stockard, David M., "Effects of Pile-Soil-Water Interaction on the Dynamic Response of a Seismically Excited Offshore Structure," Proceedings, 1976 Offshore Technology Conference, Houston, Texas, May 1976, OTC 2672.



centro de educación continua  
división de estudios de posgrado  
facultad de ingeniería unam



VI CURSO INTERNACIONAL DE INGENIERIA SISMICA

DISEÑO SISMICO DE ESTRUCTURAS ESPECIALES

COMPORTAMIENTO SISMICO DE TUBERIAS ENTERRADAS

DR. LUIS ESTEVA MARABOTO

AGOSTO, 1980.





# COMPORTAMIENTO SISMICO DE TUBERIAS ENTERRADAS UN ANALISIS CINEMATICO (\*)

Arturo Arias(I)

## RESUMEN

Después de destacar la importancia que tiene el buen comportamiento de los sistemas urbanos de canalizaciones subterráneas en emergencias sísmicas, se describen brevemente algunos resultados de la observación y experimentación sobre este tipo de obras. Se expone un modelo cinemático que explica algunas de las circunstancias observadas en el comportamiento sísmico de tuberías de diámetros pequeños o intermedios.

## INTRODUCCION

El presente trabajo se refiere al comportamiento sísmico de conductos subterráneos de diámetro pequeño; en esta clasificación quedan incluidas alcantarillas, gasoductos y otras canalizaciones subterráneas, en especial las destinadas a los servicios urbanos de agua, gas, alcantarillado, electricidad y telefonía. Al atender a su uso, se trata de obras cuyo buen funcionamiento es vital en circunstancias normales y cuya falla en caso de sismo puede agravar los efectos directos o convertirlos en un desastre de grandes proporciones. Desde el punto de vista del análisis y diseño sísmico, la característica más importante que presenta este tipo de obra es su gran longitud; es precisamente esta característica la que da lugar a problemas especiales que no ocurren en otras obras civiles.

El examen de algunos antecedentes históricos hace evidente la necesidad de diseñar adecuadamente estas estructuras, de modo que continúen en operación durante las emergencias sísmicas. Las fallas más serias que se han observado son las relacionadas con la interrupción del servicio urbano de agua; la falta de agua potable ha favorecido la propagación de enfermedades epidémicas y, en varios casos, la interrupción en los sistemas de aducción y distribución ha impedido el control de incendios. Por ejemplo, el gran incendio que siguió al terremoto de San Francisco, en 1906, abarcó una superficie de 12 km<sup>2</sup>; sólo 31 manzanas de 521 escaparon indemnes. El incendio continuó durante 36 horas sin control, por causa principalmente de los daños en las tuberías matrices de aducción; como consecuencia de ello, el 80% de los daños sufridos por la ciudad son atribuibles al incendio.

(I) Investigador de tiempo completo, Instituto de Ingeniería, Universidad Nacional Autónoma de México.

(\*) Este trabajo se presentó en la sesión inaugural.

Dos de los tres principales depósitos de agua que surtían la ciudad estaban situados cerca de la falla de San Andrés, pero ninguno sufrió daños importantes. Sin embargo, las tres matrices de aducción resultaron dañadas en el cruce con la falla o en lugares en que atravesaban terrenos blandos o de relleno. La falta de agua se debió a la rotura de estas matrices, así como a cientos de roturas en las líneas de distribución. Miles de conexiones domiciliarias resultaron rotas a consecuencia del movimiento mismo o indirectamente por efecto de los incendios.

El terremoto de Kanto (Japón, 1923) rompió todas las matrices de agua de Tokio. Los incendios, avivados por un fuerte viento, duraron tres días y destruyeron el 40% de la ciudad (447,128 edificios resultaron totalmente destruidos por el fuego, contra 128,166 totalmente destruidos y 126,233 parcialmente destruidos por efectos directos del movimiento sísmico; Ref. , p. 397). El suministro de agua potable constituyó un problema sumamente grave. La reposición del servicio normal se logró sólo después de tres meses; la reposición parcial fue posible sólo al cabo de una semana.

En Yokohama, con ocasión del mismo terremoto, la rotura de las matrices, junto con impedir el control de los incendios, provocó inundaciones graves. En algunos sectores de la ciudad, el agua alcanzó casi un metro de profundidad, dificultando las operaciones de rescata y reparación.

Otros terremotos que han producido fallas importantes en las conducciones de agua son los de Fukui (1948), Niigata (1964) y San Fernando (California, 1971). Ese mismo año, un terremoto produjo grandes daños en Valparaíso. Afortunadamente no hubo incendios de importancia, y declinamos afortunadamente por que un catastro de daños en viviendas, realizado con el propósito de evaluar el déficit adicional de habitaciones provocado por el sismo y en el cual le tocó participar al autor, reveló que una buena parte de la ciudad carecía de grifos contra incendio, amén de que todos los cuarteles de bomberos estaban situados en la zona baja de ella.

La ruptura de las canalizaciones de gas es otro de los problemas críticos subsiguientes a los grandes terremotos. En el terremoto de Long Beach (California, 1933), se denunciaron 19 incendios, 7 de los cuales fueron atribuidos a fallas en el sistema de distribución de gas o a roturas en los equipos quemadores. Las fallas en el servicio de gas contribuyeron a los grandes incendios de San Francisco y Tokio.

Aunque se trata de estructuras de dimensiones transversales más grandes que las que aquí nos preocupan, conviene mencionar brevemente los daños sufridos por túneles y otras canalizaciones mayores. Estas estructuras tienen de común con las de nuestro interés su gran extensión longitudinal. El terremoto de Kern County (California), causó daños graves a cuatro túneles de ferrocarril, por desplazamientos en fallas, hundimientos debidos a presiones excesivas, pandeo y

agrietamiento en los revestimientos provocados por fuerzas axiales. Daños similares ocurrieron en dos túneles de ferrocarril con ocasión del terremoto de San Francisco. El terremoto de Kanto dañó 25 túneles, con numerosos derrumbes y roturas de revestimientos. En California, durante los últimos 100 años, por lo menos 20 terremotos han dañado de manera significativa canales y tuberías, siendo las causas directas principales de estos daños los desplazamientos en fallas tectónicas, deslizamiento de taludes en suelos blandos, asentamientos de suelos por vibración y licuación de suelos granulares saturados.

El crecimiento de las grandes aglomeraciones urbanas requerirá cada vez más de la construcción de obras como las que aquí nos preocupan. Simultáneamente, la mayor concentración geográfica de la población y de las inversiones en edificación, instalaciones y equipos industriales o de otra índole, hará más crítica la necesidad de que los servicios urbanos se mantengan operantes en una emergencia sísmica. En otras palabras, debemos esperar que el potencial de daños por falta de canalizaciones urbanas a causa de sismos sea mayor y que aumente consiguientemente la presión sobre nuestra profesión para producir obras confiables. Un examen somero de la situación actual muestra que los problemas sísmicos a que dan lugar las tuberías subterráneas han recibido atención marginal. Por ejemplo, las exigencias de la mayoría de los reglamentos, ordenanzas o normas de diseño y construcción vigentes, en lo que se refiere a los aspectos sísmicos, están orientados principalmente a edificios y otras construcciones elevadas y tienen poco o nada que ver con las estructuras subterráneas. Del mismo modo, la atención dedicada en la literatura técnica al desarrollo de criterios y métodos de análisis y diseño de este tipo de obras ha sido relativamente escasa.

Es poco lo que sabemos sobre el análisis dinámico de tuberías subterráneas sometidas a movimientos sísmicos. Las dificultades derivan de dos circunstancias: la gran longitud de este tipo de obras y nuestro escaso conocimiento del problema de interacción dinámica entre una estructura deformable y el suelo que la rodea.

Una buena parte de la teoría de la respuesta sísmica está construida sobre la hipótesis de que la excitación queda bien representada por la aceleración de un punto de la cimentación. Este enfoque dista mucho de ser válido en el caso de tuberías: se necesita conocer no sólo la evolución temporal del movimiento del terreno sino, además, su distribución espacial. La circunstancia de que la excitación en un mismo instante varía de un punto a otro de la estructura es demasiado importante para ser ignorada.

Para una tubería construida sobre apoyos aislados, el problema de interacción suelo-cimentación-estructura, se reduce al de la interacción entre el suelo y la cimentación, para el cual disponemos de soluciones relativamente satisfactorias. El problema de la interacción entre una tubería subterránea y, más en general, el de estructuras subterráneas, con el suelo circundante ha recibido

comparativamente mucho menos atención de parte de los investigadores, seguramente porque, aún en casos ideales, y aunque se empleen modelos matemáticos muy simplificados, hay dificultades para obtener soluciones analíticas.

El asunto se complica aún más por la escasez de información empírica. Poca es la disponible acerca de la distribución espacial del movimiento de terrenos superficiales durante temblores intensos; por otra parte, los daños observados en tuberías enterradas han ocurrido generalmente en suelos blandos y han estado asociados a efectos francamente no lineales que todavía no han sido explorados suficientemente por los mecánicos de suelos y para cuya representación disponemos sólo de unos esquemas teóricos bastante burdos.

El número de problemas se multiplica si pensamos que aun para el diseño bajo cargas estáticas, las solicitaciones a que está sometida una tubería subterránea dependen de factores relacionados con los procedimientos constructivos que son, por lo general, de difícil evaluación numérica: los empujes de tierra, por ejemplo, quedan fuertemente influidos por la manera de ejecutar el relleno y efectuar su compactación; si la tubería ha sido colocada en zanja o no, si se ha dispuesto bajo ella una base de otro material (hormigón o grava, por ejemplo), influirá sobre la distribución de empuje que debe considerarse en el diseño. Desde otro punto de vista, la presencia de singularidades como ser codos, curvas, derivaciones, conexiones de válvulas, cámaras de inspección, anclajes, etc. multiplica el número de casos especiales que se deben analizar.

Todas estas dificultades obligan a empezar el desarrollo de una teoría del comportamiento dinámico de tuberías subterráneas con la consideración de modelos muy sencillos, válidos para los casos más simples. La resolución de estos casos permitirá confrontar las hipótesis con los hechos observados, modificarlos adecuadamente, si es necesario, elaborar modelos más realistas y recién entonces abordar los casos más complejos que se presentan en el análisis y diseño de estructuras reales.

En la construcción de los modelos matemáticos debemos guiarnos por los resultados de la observación y la experimentación. Para nuestros propósitos bastará una reseña muy breve de lo que puede encontrarse en la literatura técnica.

## COMPORTAMIENTO DE TUBERIAS EN SISMOS REALES

Por limitaciones de espacio nos referiremos brevemente a unos pocos casos.

Terremoto de Kanto (1923). En Tokyo la distribución geográfica de los daños en tuberías de agua fue muy diferente a la de los edificios. Los daños más grandes en edificios (excluidos los debidos al fuego) ocurrieron en la zona de la ciudad cimentada sobre suelos aluviales, mientras que los daños más importantes sufridos

por las tuberías se concentraron en la transición de los suelos firmes de las laderas de los cerros a los suelos blandos de la parte central de la ciudad. En los suelos blandos los corrimientos fueron grandes, no así en los suelos más competentes de las laderas; la mayor concentración de daños en la zona de transición debió atribuirse entonces a la ocurrencia de corrimientos diferenciales importantes entre dos tipos de suelos diferentes. No importa, pues, tanto el valor absoluto de los corrimientos del suelo, sino la diferencia de ellos entre puntos cercanos de la tubería. Aunque en los suelos blandos los corrimientos absolutos fueron mayores, los relativos entre puntos cercanos aparentemente fueron menores que en la zona de transición.

Otra observación interesante extraída de la experiencia del terremoto de Kanto se refiere al comportamiento de tuberías de cerámica (alcantarillado) instaladas a distinta profundidad. Mientras que el 33% de las tuberías instaladas a 1.20 m de profundidad falló, no hubo fallas en las tuberías enterradas a 2.40 m. Esta observación es congruente con el conocido efecto de amplificación que se produce cerca de la superficie y viene a reforzar lo dicho anteriormente sobre la importancia de los corrimientos diferenciales.

Los caños de fundición de las matrices de distribución de Tokyo (diámetro 1100 mm) sufrieron numerosas fallas, así como fueron numerosas las fallas en singularidades de la línea (válvulas, codos, arranques). En Yokohama las líneas de distribución fallaron sistemáticamente: hubo que excavar prácticamente todas las líneas para reponer caños quebrados y sellar juntas. (OKAMOTO, 1973, pp 65-6).

Terremoto de Fukui (1948). Se observó que las matrices de distribución orientadas de norte a sur sufrieron mayores daños que las que corrían de este a oeste. Muchos tramos de las primeras experimentaron, en promedio, 80 roturas por km. Las tuberías rectas se cizallaron en las bridas de unión; hubo fallas en codos y, especialmente, se presentaron daños cuantiosos en bloques de anclaje. Hubo numerosos fracasos en singularidades: válvulas de control que sometidas a fuerzas axiales reventaron, uniones en T cizalladas, grifos cizallados por su base. (OKAMOTO, 1973, p. 76).

Terremoto de Tokachi (1952). Las tuberías no metálicas exhibieron especial debilidad en las uniones. Las líneas de distribución de la ciudad de Kushiro estaban formadas por caños de fundición conectados mediante bridas; las fallas produjeron en las bridas. Hubo fallas en puntos de ramificación. (OKAMOTO, 1973, p. 78).

Terremoto de Niigata (1964). Cerca del 68% de las matrices de distribución de agua resultaron dañadas. La falla más frecuente fue por deslizamiento en las uniones. Los daños se concentraron en la zona de suelos malos y fueron relativamente pequeños en la parte alta de la ciudad. Se observó relación entre la

cantidad de los daños y la orientación de la tubería, siendo mayor la proporción en aquellos tramos perpendiculares al curso del río Shinano. En general los daños fueron menores en las tuberías más profundas.

Hubo una relación estrecha entre los daños y el tipo de unión empleada. Las uniones de enchufe en tuberías de hierro fundido resultaron poco flexibles. Las uniones mecánicas en ese tipo de tuberías así como las de colar en tubos de asbesto-cemento delizaron o produjeron agrietamiento. No se observaron diferencias notables entre los daños en tramos de distribución resueltos con tubos de hierro fundido y los contruidos a base de tubos de asbesto-cemento, excepto donde la intensidad del movimiento fue muy grande. Los mayores daños en tubos de asbesto cemento se observaron en los casos de diámetros pequeños (100 a 150 mm). En tuberías de asbesto-cemento de diámetro superior a 150 mm hubo pocas roturas de tubos, pero numerosas uniones fallaron por deslizamiento. Las tuberías de acero soldadas resultaron las más resistentes.

Observaciones análogas a las transcritas valen para las tuberías de gas. La mayor parte de los daños ocurrieron cerca del río Shinano. Hubo allí rotura de matrices y ramales con deslizamiento en uniones. El 70% de las matrices de esa zona requirió reparación. Las tuberías de distribución de acero fundido sufrieron deslizamiento en uniones, especialmente en los tramos perpendiculares al curso del río. Hubo uniones de tubos de hierro fundido que fallaron reventándose por compresión axial. Se presentaron casos de flotación de tuberías por licuación de suelos.

Temblores de Matsushiro (1965-1967). Varios temblores de moderada intensidad ocurrieron en la zona de Matsushiro, Japón, entre agosto de 1965 y marzo de 1967. Algunos investigadores (SAKURAI y TAKAHASAI, 1969) aprovecharon la ocasión para estudiar el comportamiento sísmico de tuberías subterráneas. Los datos obtenidos son muy valiosos para la formulación de los modelos teóricos.

La aceleración máxima del terreno registrada durante los experimentos fue de 83 gal y el temblor de mayor magnitud aprovechado para las mediciones tuvo una magnitud Richter de 5.3. Los diámetros de las tuberías de acero estudiadas eran 270 mm y 90 mm, aproximadamente. Se experimentó también con un conducto de concreto de sección rectangular (500 x 630 mm).

Las principales conclusiones obtenidas son las siguientes:

1. No se observó diferencia entre los corrimientos de las tuberías y del suelo.
2. Los corrimientos horizontales del suelo en las direcciones axial y transversal fueron aproximadamente iguales.

3. En tramos rectos, las deformaciones unitarias axiales resultaron mayores que las deformaciones unitarias por flexión.
4. Las deformaciones por flexión en la cercanía de curvas fueron del mismo orden que las observadas en tramos rectos.
5. Las deformaciones máximas de la tubería no ocurrieron en la fase del movimiento que contenía las aceleraciones máximas, sino más bien después de ocurrida esa fase. Igual conclusión se obtuvo para las deformaciones máximas del terreno en la superficie.
6. No se observó que existiera una frecuencia natural de la tubería, ni que hubiera resonancia con algunas frecuencias.
7. No se observaron ondas de corte puro en la superficie.
8. Aparentemente los autores concluyen que las ondas que influyen más en las deformaciones unitarias de la tubería son las ondas superficiales (Love y Rayleigh). Esta conclusión aparece corroborada por la observación de que en la fase de aceleraciones máximas se detectaron períodos en el movimiento del terreno de 0.15 y 0.25 seg, mientras que el período predominante en las deformaciones de la tubería fue de 0.40 seg, que coincide con el período observado en el movimiento del terreno en la fase posterior a la llegada de las ondas S. Sin embargo, durante la fase S pueden aparecer deformaciones importantes si el terreno no es homogéneo.

## EXPERIMENTOS DE CAMPO

NASU et al. (1973) efectuaron experimentos de campo con una tubería de acero ( $\phi = 1219$  mm,  $e = 11.7$  mm,  $L = 84$  m) compuesta por siete arcos de 12 m unidos por soldadura. La tubería iba colocada en zanja y cubierta por relleno. El terreno superficial en el cual se excavó la zanja estaba formado por una primera capa de relleno de 3.4 m de espesor sobre una arcilla limosa ( $\gamma = 1.4$  a  $1.5$  t/m<sup>2</sup>;  $W\% = 80 - 110$ ;  $W_L\% = 90 - 120$ ,  $v_u = 0.15 - 0.20$  t/m<sup>2</sup>) con un espesor de 14.5 m, que yacía sobre capas más profundas de arcillas duras y grava con arena. Se midieron las siguientes velocidades de propagación  $\alpha$  y  $\beta$  de ondas P y ondas S:

Suelo	Profundidad (m)	$\alpha$ (m/seg)	$\beta$ (m/seg)
Relleno	0 - 3.4	360 - 410	120 - 130
Arcilla limosa	3.4 - 17.9	—	80
Capas profundas de arcillas y de grava arenosa	17.9	—	250 - 300

Se efectuaron experimentos con diversos tipos de ondas generadas por varios métodos: explosivos, impacto horizontal y disparos horizontales, hincos de pilotes, vehículos en movimiento.

Se encontró que cualquiera que fuera el método empleado para generar las ondas, la tubería se movió junto con el suelo. No se observaron diferencias de fase significativas entre la deformación de la tubería y la del suelo. Sin embargo, las ondas de deformación por flexión observadas son más simples (menor contenido de frecuencias altas) que las de deformación axial del tubo y decaen más rápidamente en el tiempo. No se pudo determinar un período natural de vibración de la tubería.

Las deformaciones unitarias axiales durante la vibración resultaron ser predominantes.

## EXPERIMENTOS DE LABORATORIO

Estudios en modelos (GOTO et al., 1973; OKAMOTO et al. 1973) confirman que el desplazamiento de la tubería difiere poco del desplazamiento del suelo circundante y que este último es esencialmente el desplazamiento de campo libre. Cuando el modelo de la tubería atraviesa tipos diferentes de suelos, los esfuerzos axiales máximos y los momentos de flexión máximos se producen en la vecindad de la transición. Asimismo, si el modelo está formado por tramos articulados entre sí, la reducción del momento de flexión beneficia a un largo relativamente pequeño del conducto a ambos lados de la articulación.

## DAÑOS OBSERVADOS

Aunque los datos de que disponemos no permiten un análisis estadístico de los daños se pueden extraer de ellos las siguientes conclusiones:

1. Un estudio del comportamiento de tuberías en el terremoto de San Fernando, muestra que los daños decrecen rápidamente con la distancia al epicentro. Los daños fueron escasos en aquellos lugares en que la aceleración máxima fue inferior a 300 gal.
2. Si se excluyen las roturas debidas a grandes desplazamientos en fallas geológicas, licuación de suelos granulares saturados, deslizamiento de taludes y asentamientos en suelos poco densos, las principales causas de fallas observadas son: a) deformaciones axiales provocadas por ondas sísmicas por efecto de la diferencia de fase de los corrimientos del suelo en distintos puntos de la tubería, b) movimientos relativos debidos a falta de homogeneidad de los suelos atravesados por la tubería
3. Parece haber cierta relación entre el número de fallas por kilómetro



de largo y la orientación del eje de la tubería respecto de la dirección de propagación de las ondas. Sin embargo, la información disponible en este respecto es contradictoria, seguramente porque el ángulo formado por el eje de la tubería y la dirección de propagación influye de distinta manera según sea el tipo de onda de que se trate. Así, por ejemplo, en el terremoto de San Fernando se observó una mayor incidencia de fallas en las tuberías orientadas en la dirección de propagación (2.4 veces más que en tuberías que estaban orientadas perpendicularmente a la dirección de propagación). Observaciones realizadas en Japón muestran que las fallas por esfuerzo axial predominaron cuando la tubería estaba orientada paralelamente o perpendicularmente a la dirección de propagación. En suelos blandos las fallas más numerosas son atribuibles a flexión y, según investigadores japoneses, son más frecuentes en tuberías cuya orientación es oblicua respecto de la dirección de propagación.

4. La ductilidad del material de la tubería tiene marcada influencia en el número de fallas por unidad de largo. En general, las tuberías de acero presentan menos fallas que las de hierro fundido.

## ANÁLISIS CINEMÁTICO

El caso más simple que puede presentarse es el de un conductor subterráneo recto, uniforme, continuo y de longitud indefinida. La hipótesis más sencilla que podemos hacer sobre su comportamiento dinámico es admitir que el suelo impone a la tubería corrimientos iguales a los que se producirían si la cura no existiera. Esto es lo mismo que afirmar que no se produce interacción entre la estructura y el medio que la rodea; se admite por hipótesis que el movimiento de este último en la vecindad de la tubería es el movimiento de "campo libre".

Dado el movimiento de campo libre, se conocerán entonces las deformaciones de la tubería y, a través de las ecuaciones de la resistencia de materiales o de la teoría de la elasticidad, se podrían calcular las tensiones correspondientes. No habrá propiamente análisis dinámico; todas las circunstancias de interés serán conocidas a través de un análisis cinemático y de las relaciones esfuerzo-deformación.

En los párrafos siguientes haremos este análisis cinemático para varios tipos de ondas elementales. La teoría que exponemos no es original. Análisis similares han sido hechos por varios investigadores (SAKURAI y TAMURA, 1969; KUESEL, 1969; NEWMARK, 1968, 1972; MADJIAN, 1970; PLYMARK y ROSENBLUETH, 1971, p. 318; YEH, 1974). Nuestra contribución consiste en aclarar la influencia relativa de los corrimientos axiales y transversales sobre las sollicitaciones máximas para diversos tipos de ondas.

ONDAS P. Consideremos una onda de compresión, plana y armónica que se propaga horizontalmente en una dirección que forma el ángulo  $\theta$  con el eje

de la tubería (Fig. 1). Sean  $\alpha$  la velocidad de propagación,  $\omega$  la frecuencia circular,  $k$  el número de onda,  $\lambda$  la longitud de onda y  $A$  la amplitud de los corrimientos de las partículas del terreno. Los corrimientos axial,  $u$ , y transversal,  $v$ , del eje de la tubería quedan dados por

$$(1) \quad \begin{aligned} u(x, t) &= A \sin [k(x \cos \theta - \alpha t) + \varphi] \cos \theta \\ v(x, t) &= A \sin [k(x \cos \theta - \alpha t) + \varphi] \sin \theta \end{aligned}$$

en que  $x$  es la abscisa de una sección cualquiera de la estructura referida a un eje coordenado  $Ox$  coincidente con el eje de ella y de origen arbitrario, y  $\varphi$  es un ángulo de fase dependiente de la elección de  $0$  y del origen del tiempo.

De estas ecuaciones se deduce que la perturbación se propaga sobre la tubería con una velocidad aparente  $c$  dada por

$$(2) \quad c = \frac{\alpha c}{\cos \theta}$$

La deformación unitaria del eje de la tubería será

$$(3) \quad \frac{\partial u}{\partial x} = kA \cos [k(x \cos \theta - \alpha t) + \varphi] \cos^2 \theta$$

y su curvatura

$$(4) \quad \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} = -k^2 A \sin [k(x \cos \theta - \alpha t) + \varphi] \cos^2 \theta \sin \theta$$

Se deduce inmediatamente que las tensiones unitarias en una sección dada correspondientes a la deformación axial y a la flexión están en cuadratura.

La amplitud de la tensión unitaria debida a los corrimientos axiales es

$$(5) \quad \sigma_N = kAE \cos^2 \theta$$

en que  $E$  es el módulo de Young del material de la tubería. Esta tensión unitaria resulta máxima cuando la onda  $P$  se propaga en dirección paralela al eje:

$$(6) \quad (\sigma_N)_{\max} = kAE = \frac{\omega A E}{\alpha}$$

Observemos que  $\sigma_N$  y  $(\sigma_N)_{\max}$  son proporcionales a  $\omega A$ ; es decir, a la amplitud de la velocidad de las partículas del terreno.

La amplitud de la tensión unitaria máxima de flexión es

$$(7) \quad \sigma_F = \frac{E I \kappa^2 A}{W} \cos^2 \theta \sin \theta$$

en que  $I$  y  $W$  son, respectivamente, el momento de inercia y el módulo de flexión de la sección transversal del tubo. El mayor valor de  $\sigma_F$  se alcanza cuando  $\theta$  es raíz de la ecuación

$$(8) \quad \sin^3 \theta = \frac{1}{3} \quad (\theta \approx \pm 35^\circ 16')$$

Se obtiene

$$(9) \quad (\sigma_F)_{\max} = \frac{2\sqrt{3} E I \kappa^2 A}{9W} = \frac{2\sqrt{3} E I \omega^2 A}{9\alpha^2 W} \approx 0.385 \frac{E I \omega^2 A}{\alpha^2 W}$$

Nótese que, tanto  $\sigma_F$  como  $(\sigma_F)_{\max}$  resultan proporcionales a  $\omega^2 A$ , es decir, a la amplitud de la aceleración del terreno.

De las ecuaciones (8) y (9) resulta

$$(10) \quad \frac{(\sigma_F)_{\max}}{(\sigma_N)_{\max}} = \frac{2\sqrt{3} I \omega}{9\alpha W} = \frac{2\sqrt{3} I \omega}{\frac{2\sqrt{3} E}{C_P} \cdot 9\alpha^2 W} = \frac{2\sqrt{3} I}{9\alpha^2 W}$$

Para un tubo circular de pared delgada y radio  $R$  se tiene, aproximadamente,

$$(11) \quad \frac{I}{W} = \pi$$

Luego

$$(12) \quad \frac{(\sigma_F)_{\max}}{(\sigma_N)_{\max}} \approx 0.385 \frac{R\omega}{\alpha}$$

Se deduce de aquí que las tensiones unitarias de flexión tendrán importancia frente a las debidas a deformación axial solamente en tuberías de gran diámetro y para ondas de frecuencias relativamente alta. Se deduce, además, que las tensiones de flexión cobrarán más importancia mientras menor sea la velocidad de propagación  $\alpha$ ; es decir, mientras más blando sea el terreno.

Estas conclusiones se pueden formular de manera más precisa, mediante el siguiente análisis que permite fijar el valor del parámetro  $\frac{I\kappa}{W}$  ( $= \frac{R\omega}{\alpha}$ ) a partir del cual la flexión tiene influencia:

Dado que las tensiones unitarias por flexión y por deformación axial están en cuadratura, la amplitud  $\sigma$  de la tensión en la fibra más solicitada queda expresada por

$$(13) \quad \sigma = \sqrt{\sigma_N^2 + \sigma_F^2} = kAE \cos^2 \theta \sqrt{1 + \left(\frac{Ik \sin \theta}{W}\right)^2} = \sigma(\theta)$$

Considerando  $\sigma$  como función de  $\theta$ , la expresión de ec. (13) presenta extremos cuando  $\theta = 0$  y cuando  $\theta$  es raíz de la ecuación

$$(14) \quad \tan^2 \theta = \frac{1}{3} - \frac{2}{3} \left(\frac{W}{Ik}\right)^2$$

Llamemos  $\sigma_1$  y  $\sigma_2$  estos extremos, respectivamente; se tiene

$$(15) \quad \begin{aligned} \sigma_1 &= kAE = \sigma_N \\ \sigma_2 &= \frac{2\sqrt{3}}{9} kAE \left[1 + \left(\frac{W}{Ik}\right)^2\right] \sqrt{1 + \left(\frac{Ik}{W}\right)^2} \end{aligned}$$

Es fácil demostrar que  $\sigma_1$  corresponde a un máximo si  $\frac{Ik}{W} < \sqrt{2}$  se trata de un mínimo cuando  $\frac{Ik}{W} > \sqrt{2}$ . El segundo extremo  $\sigma_2$  existe siempre que se tenga  $\frac{Ik}{W} > \sqrt{2}$  y, en tal caso, corresponde a un máximo y, además,  $\sigma_2 > \sigma_1$ . Cuando  $\frac{Ik}{W} = \sqrt{2}$ , se verifica que  $\sigma_1 = \sigma_2$ .

Se concluye, entonces, que el valor del parámetro  $\frac{Ik}{W}$  es el que determina si hay o no influencia de la flexión en las solicitaciones máximas. Quedan definidos dos intervalos

$$i) \quad 0 \leq \frac{Ik}{W} \leq \sqrt{2}$$

$$ii) \quad \frac{Ik}{W} > \sqrt{2}$$

Si el parámetro  $\frac{Ik}{W}$  está en el primero de ellos la tensión máxima está dada por la primera de las ecuaciones (15) y no hay influencia de la flexión sobre la tensión unitaria máxima. El efecto de la flexión en la tensión máxima se produce solamente si  $\frac{Ik}{W} > \sqrt{2}$ . Es decir:

$$(16) \quad \frac{\sigma_{\max}}{(\sigma_N)_{\max}} = \begin{cases} 1, & 0 \leq \frac{Ik}{W} \leq \sqrt{2} \\ \frac{2\sqrt{3}}{9} \left[1 + \left(\frac{W}{Ik}\right)^2\right] \sqrt{1 + \left(\frac{Ik}{W}\right)^2}, & \frac{Ik}{W} > \sqrt{2} \end{cases}$$

La relación (16) ha sido representada en la Fig. 2.

Para valores de  $\omega$  dentro del rango en que los movimientos sísmicos tienen amplitudes de alguna significación, y valores de  $R$  y  $\alpha$  razonables, casi los tubos de la práctica quedan incluidos en el intervalo  $i$ ). Por lo tanto, cuando se trata de ondas  $P$ , las tensiones por flexión carecen del interés. Podemos entonces simplificar el análisis, teniendo en cuenta solamente las tensiones por deformación axial y, a la vez, generalizarlo, considerando ondas planas que no sean armónicas. El caso más crítico será aquel en que la dirección de propagación coincide con el eje de la tubería; pondremos entonces

$$(17) \quad u(x, t) = F(x - \alpha t)$$

Por lo tanto

$$\sigma(x, t) = E \frac{\partial u}{\partial x} = E F'(x - \alpha t) = -\frac{E}{\alpha} \frac{\partial u}{\partial t}$$

de donde

$$(18) \quad |\sigma(x, t)|_{\max} = \frac{E}{\alpha} |\dot{u}|_{\max}$$

Es decir la tensión unitaria máxima es proporcional a la velocidad máxima del terreno e inversamente proporcional a la velocidad de propagación.

ONDAS DE LOVE. En un medio elástico estratificados, formada por una capa superficial de espesor uniforme que yace sobre un medio elástico semi-infinito, o sobre un conjunto de estratos elásticos, es posible la propagación de ondas armónicas superficiales polarizadas horizontalmente siempre que la velocidad de propagación de las ondas de corte en el material de la capa superficial sea menor que en el medio subyacente. La velocidad de propagación  $c_1$  de esas ondas superficiales está comprendida entre la velocidad de las ondas de corte en el material de la capa superficial y la velocidad de las ondas de corte en el medio subyacente. El valor de  $c_1$  depende de la frecuencia del movimiento; por lo tanto, se produce el fenómeno de dispersión: la fase relativa de los componentes armónicos de un tren de ondas planas va variando según se propague la perturbación. Resulta entonces complicado estudiar el caso general de un tren de ondas y, por esa razón, nos limitaremos al caso de una onda plana y armónica.

Con una notación similar a la empleada en el caso de las ondas  $P$ , las componentes del corrimiento del eje de la tubería quedan expresadas por

$$(19) \quad \begin{aligned} u(x, t) &= A \sin [k(x \cos \theta - c_1 t) + \psi] \cos \theta \\ v(x, t) &= -A \sin [k(x \cos \theta - c_1 t) + \psi] \sin \theta \end{aligned}$$

La velocidad aparente  $c$  con que se propaga la perturbación a lo largo del tubo es ahora

$$(20) \quad c = \frac{c_L}{\cos \theta}$$

Las amplitudes de las tensiones debidas a los corrimientos axiales y transversales quedan expresadas respectivamente por

$$(21) \quad \sigma_N = kAE \sin \theta \cos \theta$$

$$(22) \quad \sigma_F = \frac{EI k^2 A}{W} \cos^3 \theta$$

Los valores máximos de estas amplitudes como funciones de  $\theta$  son

$$(23) \quad (\sigma_N)_{\max} = \frac{kAE}{2} = \frac{WAE}{2c_L}$$

$$(24) \quad (\sigma_F)_{\max} = \frac{EI k^2 A}{W} = \frac{EI W^2 A}{W c_L^2}$$

y se producen respectivamente para  $\theta = 45^\circ$  y  $\theta = 0$ .

De nuevo resulta que  $\sigma_N$  y  $(\sigma_N)_{\max}$  son proporcionales a la amplitud de la velocidad, mientras que  $\sigma_F$  y  $(\sigma_F)_{\max}$  son proporcionales a la amplitud de la aceleración.

En una sección dada, las tensiones por corrimientos axiales y las debidas a flexión están en cuadratura; por lo tanto, la amplitud de la tensión en la fibra más solicitada es

$$(25) \quad \sigma(\theta) = \sigma = \sqrt{\sigma_N^2 + \sigma_F^2} = kAE \cos \theta \sqrt{\sin^2 \theta + \left(\frac{2Ik \cos^2 \theta}{W}\right)^2}$$

Los extremos de la función  $\sigma(\theta)$  ocurren cuando  $\theta$  satisface la ecuación

$$(26) \quad \left[ 3\left(\frac{Ik}{W}\right)^2 \cos^4 \theta - 2\cos^2 \theta + 1 \right] \sin \theta \cos \theta = 0$$

La expresión entre corchetes no admite raíces reales, salvo que se tenga

$$(27) \quad \left(\frac{Ik}{W}\right)^2 = \frac{1}{3}$$

En tal caso, dicha expresión se reduce a  $\sin^4 \theta$  y las raíces de (26) son  $\theta = 0$  y  $\theta = \frac{\pi}{2}$ . La primera de ellas corresponde a un máximo de  $\sigma(\theta)$ . Obtenemos así

$$(28) \quad \sigma_{max} = \frac{E I k^3 A}{W} = 2(\sigma_N)_{max} \frac{I k}{W}$$

Resultado entonces que

$$(29) \quad \frac{\sigma_{max}}{(\sigma_N)_{max}} = \begin{cases} 1, & 0 \leq \frac{I k}{W} \leq \frac{1}{2} \\ \frac{2 I k}{W}, & \frac{I k}{W} > \frac{1}{2} \end{cases}$$

Para conductos circulares delgados se tiene, de acuerdo con la ec. (11),

$$(30) \quad \frac{I k}{W} \approx \frac{R \omega}{c_L}$$

Se deduce que la tensión máxima es la debida a deformación axial si

$$\omega \leq \frac{c_L}{2R}$$

y que la flexión influirá en las tensiones máximas si y sólo si  $\omega > \frac{c_L}{2R}$ .

En suelos muy blandos, como los que ocurren en la zona de suelos altamente compresibles de Ciudad de México, la velocidad de propagación  $c_L$  puede ser bastante pequeña (30 a 50 m/seg). En tales casos la flexión puede resultar de alguna importancia aún en tubos de diámetro no muy grande. Por ejemplo, con  $c_L = 40$  m/seg y  $R = 1$  m, resulta,

$$\frac{c_L}{2R} = 20 \text{ rad/seg}$$

o sea que influirá sobre las tensiones máximas la flexión inducida por ondas cuyo período sea menor que 0.314 seg.

ONDAS DE RAYLEIGH. Los corrimientos del eje de la tubería quedan dados por

$$u(x,t) = A \cos [k(c_R t - x \cos \theta) + \varphi] \cos \theta$$

$$(31) \quad v(x,t) = A \cos [k(c_R t - x \cos \theta) + \varphi] \sin \theta$$

$$w(x,t) = B \sin [k(c_R t - x \cos \theta) + \varphi]$$

en que  $A$  y  $B$  son, respectivamente, las amplitudes horizontal y vertical del movimiento del terreno,  $c_R$  es la velocidad de propagación de las ondas de Rayleigh y  $u, v, w$  son, respectivamente, los componentes del corrimiento del eje de la tubería en la dirección axial, horizontal transversal, y vertical.

La amplitud de la tensión por deformación axial es

$$(32) \quad \sigma_N = kAE \cos^2 \theta$$

Por lo tanto

$$(33) \quad (\sigma_N)_{\max} = kAE \quad ; \quad \dot{w} = \frac{w}{c_2}$$

La tensión en una fibra cualquiera está dada por

$$(34) \quad \sigma(x, t; \theta, \psi) = E \frac{\partial u}{\partial x} - \frac{EI_y}{W_y} \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} \cos \psi - \frac{EI_z}{W_z} \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \sin \psi$$

en que  $\psi$  es

el ángulo polar, medido desde un plano horizontal por el eje de la tubería que define la posición de la fibra en cuestión,  $I_y, W_y$  son el momento de inercia y el módulo de flexión de la sección para flexión lateral;  $I_z, W_z$  las magnitudes correspondientes para flexión vertical.

En un tubo circular, la situación más crítica se produce para  $\theta = 0$ ,  $\psi = \frac{\pi}{2}$ . Se obtiene en tal caso

$$(35) \quad \sigma_{\max} = kAE + k^2BRE = \frac{wAE}{c_R} + \frac{w^2BRE}{c_R^2}$$

$$(36) \quad \sigma_{\max} = (\sigma_N)_{\max} \left[ 1 + \frac{wBR}{c_R A} \right]$$

Se deduce inmediatamente que para un tren de ondas de Rayleigh

$$\sigma_{\max} \leq \frac{E}{c_R} \left\{ |v|_{\max} + \frac{R|a|_{\max}}{c_R} \right\}$$

en que  $|v|_{\max}$  es la máxima velocidad horizontal del terreno y  $|a|_{\max}$  la máxima aceleración vertical.

A diferencia de lo que ocurre en el caso de las ondas P y las ondas de Love, en el caso de las ondas de Rayleigh no existe un dominio de frecuencias bajas dentro del cual la flexión no influya sobre las tensiones máximas. Es decir, para ondas de Rayleigh, cualesquiera que sean las frecuencias de las ondas y el diámetro del tubo, las tensiones máximas posibles se producen por combinación de



esfuerzos axiales y de flexión.

Para suelos tan blandos como los de la zona de suelos altamente comprensibles de Ciudad de México se tiene

$$\frac{B}{A} \approx 4.8$$

$$c_R = 36 \text{ m/seg}$$

Por consiguiente, en esos suelos

$$\frac{\sigma_{\max}}{(\sigma_w)_{\max}} = 1 + \frac{a_1 B R}{c_R A} = 1 + 0.05 \omega R$$

con  $\omega$  en rad/seg y  $R$  en metros. Con  $\omega = 20$  rad/seg y  $R = 1$  m, la tensión máxima por combinación de flexión y esfuerzo axial resulta igual al doble de la producida por los corrimientos axiales.

## CONCLUSIONES

1. El análisis cinemático aquí expuesto indica que para ondas P y ondas de Love existen dos rangos de frecuencias definidos, en cada caso, por las ecuaciones (16) y (29), respectivamente. En el dominio de bajas frecuencias las tensiones máximas estarán entonces asociadas a los corrimientos axiales. Sólo en el de frecuencias altas la flexión influye sobre las tensiones máximas.

2. Se puede afirmar que, en la práctica, todos los tubos caerán en el dominio de bajas frecuencias; es decir, las tensiones máximas provocados por ondas P y ondas de Love se deben a los corrimientos axiales. Sólo por excepción, en suelos muy blandos y para tubos de gran diámetro se debe esperar que las tensiones por flexión provocado por ondas de Love puedan tener alguna importancia.

3. En el caso de ondas de Rayleigh, la tensión máxima resulta de combinar las debidas a corrimientos axiales con las de flexión cualesquiera que sean la frecuencia de las ondas y las dimensiones de la sección transversal. A diferencia de lo que ocurre con las ondas P y de Love, no existen en este caso dos dominios de frecuencias. Se debe esperar que en suelos blandos y para tubos de diámetro intermedio o grande se produzcan tensiones de flexión apreciables en el rango de las frecuencias altas e intermedias.

## BIBLIOGRAFIA

1. AOKI, Y.; HAYASHI, S. (1973) "Spectra for earthquake resistive design of underground long structures" 5th World Conference on Earthquake Engineering, Rome 1973, Preprints, Paper No. 61 Session 2 B.
2. ARIAS, A. (1976) "Notas" del Curso Internacional de Ingeniería Sísmica, División de Estudios Superiores, Facultad de Ingeniería, UNAM (inédito).
3. ASCE, Los Angeles Section (1974) "Earthquake damage evaluation and design considerations for underground structures", Los Angeles, Calif.
4. DOUGLAS, W.S.; WARSHAW, R. (1971) "Design of seismic joint for San Francisco Bay Tunnel" Journ. Struct. Div. ASCE, 97, ST4, Proc. Paper 8040, 1129-1141.
5. DUKE, C. M. (1971) "Damage to water supply systems" In The San Fernando, California, Earthquake of February 9, 1971, U.S. Department of Commerce.
6. GOTO, Y.; OTA, J.; SATO, T. (1973) "On the earthquake response of submerged tunnels" 5th WCEE, Rome 1973, Preprints, Paper No. 63, Session 2 B.
7. GOTO, H.; TOKI, K.; TAKADA, S. (1972) "Dynamic characteristics of underground pipes" Proceedings 12th meeting on earthquake engineering, JSCE, July 17-18, 1972, Japan Society of Civil Engineers, Tokyo.
8. HADJIAN, A. H. (1970) Discusión del artículo "Earthquake design criteria for subways" por R. T. Kuesel, J. Struct. Div. ASCE, 96, 159-160.
9. JAPAN WATERWORKS ASSOCIATION (1960) "Earthquake-proof measures for a water supply system", en Earthquake Resistant Design for Civil Engineering Structures, Earth Structures and Foundations in Japan, compilado por The Japan Society of Civil Engineers, pp. 57-72. (Hay versiones más recientes con el mismo título, publicadas en 1968 y 1973).
10. KUBO, K. (1972) "Damage characteristics of water supply pipes in Los Angeles" Proc. 12th meeting on earthquake engineering, JSCE, July 17-18, 1972, Japan Society of Civil Engineers, Tokyo.
11. KUBO, K. (1973) "Behavior of underground water pipes during an earthquake" 5th WCEE, Rome 1973, Preprints, Paper No. 62, Session 2 B.

12. KUESEL, R. T. (1969) "Earthquake design criteria for subways". J. Struct. Div. ASCE, 95, 1213-1231
13. KURIBAYASHI, E.; IWASAKI, T. (1973) "Effects of soil deposits on seismic behavior of prefabricated highway tunnels" 5th WCEE, Rome 1973, Preprints, Paper No. 332 Session 7 C.
14. NEWMARK, N. M.; ROSENBLUETH, E. (1971) Fundamentals of Earthquake Engineering, Prentice-Hall Englewood cliffs, N. J.
15. SAKURAI, A.; TAKAHASHI, T (1969) "Dynamic stresses of underground pipelines during earthquakes" Proc. 4th WCEE, Santiago, Chile, Vol. II
16. U. S. DEPARTMENT OF COMMERCE, N. O. A. A. (1973) San Francisco, California Earthquake of February 9, 1971, Washington, D. C. Especialmente el Vol II "Utilities, transportation, and sociological aspects".
17. YEH, G. C. K. (1974) "Seismic analysis of slender buried beams" Bull. Seism. Soc. Amer., 64, No. 5, pp. 1551-1562.

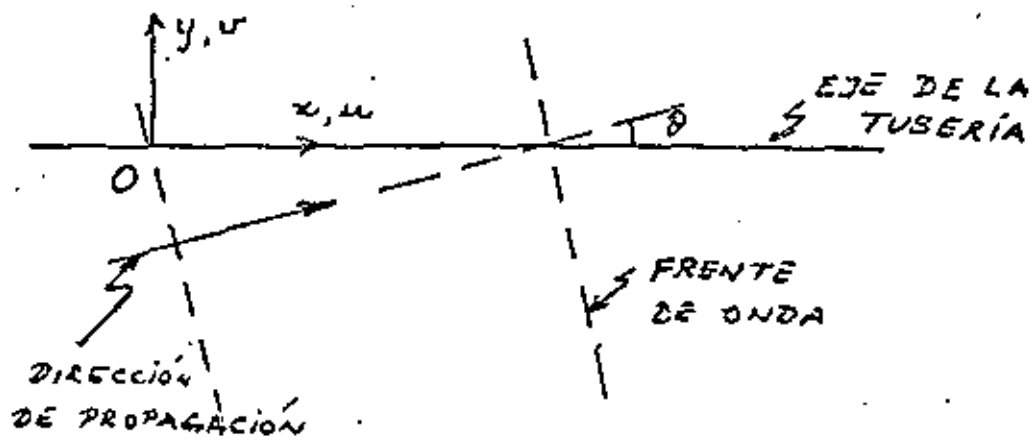


FIG. 1.

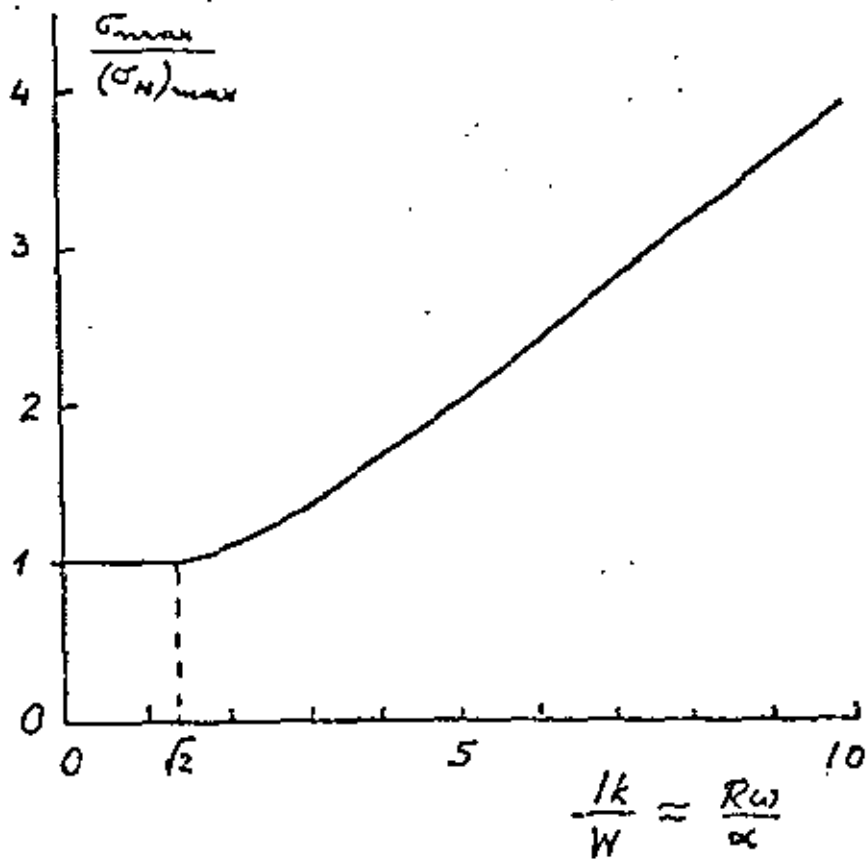


FIG. 2

## SEISMIC ANALYSIS OF SLENDER BURIED BEAMS

BY GORDON C. K. YEH

### ABSTRACT

Nuclear reactor facilities often include segments of long tubular structures such as cooling water intake conduits, electrical ducts, and water well casings that are buried underground. During an earthquake such a buried structure responds to various seismic waves propagating through the surrounding soil as well as to the dynamic differential movements of the buildings to which the structure is connected. A rigorous analysis of the problem should consider the time-dependent stresses in the structure due to all the causes simultaneously. Such an analysis is beyond current technology at present. This paper presents a procedure to estimate the stresses due to various effects separately and then to combine them properly for design purposes. The resulting stresses can then be combined further with other applicable stresses to satisfy the design requirements. The analysis assumes that the soil is linearly elastic and homogeneous and the structure is a straight slender solid or hollow beam with a uniform, symmetrical cross section that satisfies the conditions of the elementary theory of slender beams.

*Q. Refael Abarca Hernandez*

### INTRODUCTION

This paper presents a method of seismic analysis for tubular structures in nuclear reactor facilities such as pipes, conduits, and ducts that are buried underground. The effects of earthquakes on buried structures may be broadly grouped into two classes, namely, faulting and shaking. Faulting includes the direct, primary shearing displacement of bedrock that may carry through the overburden to the ground surface. Such direct shearing of rock or soil is generally limited to relatively narrow zones of seismically active faults that may be identified by geological and seismological surveys. In general, it is not feasible to design structures to restrain such major soil displacements. However, design measures can be taken to identify and avoid areas prone to such displacements. It is assumed in this paper that the soil does not lose its integrity during an earthquake and the effects are, therefore, limited to the general case of shaking. Under ground shaking a buried structure responds to various seismic waves propagating through the surrounding soil as well as to the dynamic differential movements of the buildings in which the tubular structure is connected. A rigorous analysis of the problem should consider the time-dependent stresses in the structure due to all the causes simultaneously, as well as the differences in wave propagating velocities between the soil and the structure. Such an analysis is beyond current technology. For design purposes, this paper presents a procedure to estimate the stresses due to various effects separately and then to combine them properly. The resulting stresses can then be combined further with other applicable stresses to satisfy the design requirements. The analysis assumes that the soil is linearly elastic and homogeneous and the structure is a straight slender solid or hollow beam with a uniform, symmetrical cross section that satisfies the conditions of the elementary theory of slender beams (Timoshenko, 1962). So, in addition to underground pipes, conduits, and ducts it has potential applications to other buried structures such as tunnels, subways, well casings, etc.

## STRESSES DUE TO FREE-FIELD SEISMIC WAVE PROPAGATION

The portions of a straight buried structure far from the ends and free of any external support other than the surrounding soil are assumed to move with the ground under the propagation of seismic compressional waves ( $P$  waves), shear waves ( $S$  waves), and different kinds of surface waves such as Rayleigh waves ( $R$  waves) (Sakurai and Takahashi, 1969; Kuesel, 1969). This assumption is realistic if the structure is sufficiently flexible relative to the surrounding soil (Newmark and Rosenblueth, 1971, p. 318) and is conservative for cases of very soft soil. Under this assumption the stresses in the structure are computed as the products of the soil strains and the modulus of elasticity of the structural material  $E$ . These stresses are discussed separately below.

*Axial Stress Due to an Axial Compressional Wave*

For a compressional wave (longitudinal wave) propagating with wave velocity  $c_p$  along the longitudinal axis ( $x$  axis) of the buried structure, the particle displacement of the soil is in the  $x$  direction and can be represented by

$$X = X(x - c_p t) \quad (1)$$

where  $t$  is time. This means that the axial displacement of the soil at location  $x$  and time  $t$  is a function of  $(x - c_p t)$  [Yamahara 1970, equation (1) in case  $X$  is a harmonic function of  $(x - c_p t)$ ]. The axial strain of the soil is

$$\epsilon = \partial X / \partial x \quad (2)$$

which can be related to the particle velocity of the soil,  $\dot{X}$ , as follows

$$\epsilon = -\dot{X} / c_p \quad (3)$$

If

$$v_{p0} = |\dot{X}|_{\max} \quad (4)$$

is the maximum ground velocity due to the axial compressional wave, the maximum possible axial stress in the buried structure is

$$\sigma_x = \pm E v_{p0} / c_p \quad (5)$$

where the positive and negative signs indicate tensile stress and compressional stress, respectively.

*Bending Stress Due to an Axial Shear Wave*

For a shear wave (transverse wave) propagating with wave velocity  $c_s$  ( $c_s = [(1 - 2\nu) / 2(1 + \nu)]^{1/2} c_p$ , where  $\nu$  = Poisson's ratio; for  $\nu = 0.25$ ,  $c_s = 0.5774 c_p$ ) along the  $x$  axis, the particle displacement of the soil is in the  $y$  direction (which is perpendicular to the  $x$  axis) and can be written as

$$Y = Y(x - c_s t) \quad (6)$$

which means that the transverse displacement of the soil at location  $x$  and time  $t$  is a function of  $(x - c_s t)$ .

This gives rise to the following curvature of the buried structure

$$\kappa = \partial^2 Y / \partial x^2 \quad (7)$$

which can be related to the particle acceleration of the soil,  $\ddot{Y}$ , by the expression

$$\kappa = \ddot{Y} / c_s^2 \quad (8)$$

If

$$a_{g0} = |\ddot{y}|_{\max} \quad (9)$$

is the maximum ground acceleration due to the axial shear wave, the maximum possible bending stress in the buried structure is

$$\sigma_b = \pm ERa_{g0}/c_s^2 \quad (10)$$

where  $R$  is the distance from the cross-sectional neutral axis of the structure to the extreme fiber.

#### *Axial and Bending Stresses Due to an Oblique Shear Wave*

A shear wave of amplitude  $A_s$  propagating at an angle  $\theta$  from the structural axis (Figure 1) subjects different parts of the structure to out-of-phase displacements. This

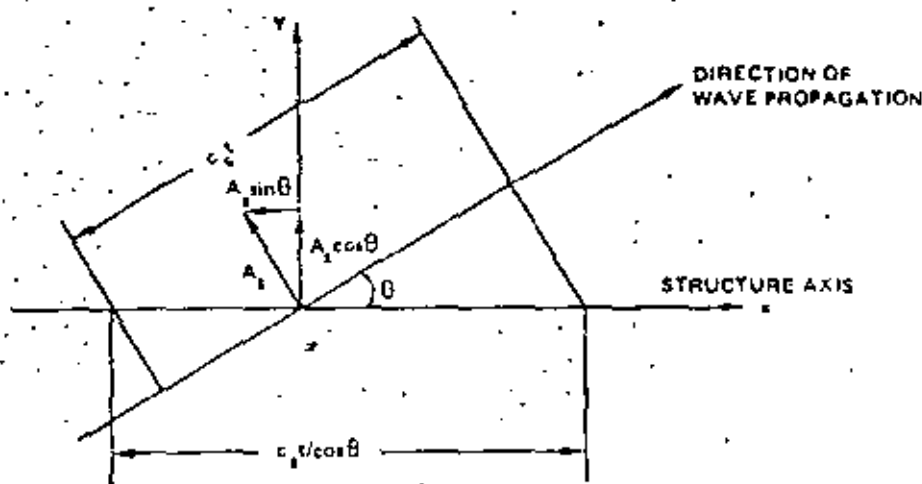


FIG. 1. An oblique shear wave.

results in an apparent compressional wave of amplitude  $A_s \sin \theta$  and an apparent shear wave of amplitude  $A_s \cos \theta$  both propagating along the  $x$  axis with an apparent wave velocity

$$c_p' = c_s' = c_s / \cos \theta. \quad (11)$$

Then according to equations (5) and (10), the maximum axial and bending stresses due to the oblique shear wave are, respectively

$$\sigma_a = \pm E(r_{g0} \sin \theta) / (c_s / \cos \theta) = \pm (E r_{g0} / c_s) \sin \theta \cos \theta \quad (12)$$

$$\sigma_b = \pm ER(a_{g0} \cos \theta) / (c_s / \cos \theta)^2 = \pm (ER a_{g0} / c_s^2) \cos^3 \theta \quad (13)$$

where  $r_{g0}$  and  $a_{g0}$  are the maximum ground velocity and acceleration, respectively, due to the oblique shear wave. These expressions agree with those given by Newmark (1968, 1972) and Kucsel (1969).

The maximum possible values of  $\sigma_a$  and  $\sigma_b$  are

$$\sigma_a = \pm E r_{g0} / 2c_s \quad \text{as } \theta = 45^\circ \quad (14)$$

$$\sigma_b = \pm ER a_{g0} / c_s^2 \quad \text{as } \theta = 0^\circ \quad (15)$$

where equation (15) agrees with equation (10).

### Maximum Combined Axial Stress Due to a Single Shear Wave

If  $v_{g,y}$  and  $a_{g,y}$  in equations (12) and (13) are taken to be a simultaneous pair of ground velocity and acceleration at certain time instant,  $t$ , due to propagation of a single oblique shear wave with incident angle  $\theta$ , then the sum of  $\sigma_x$  and  $\sigma_y$  in equations (12) and (13)

$$\sigma_x(\theta, t) = (\pm E \cos \theta / c_p^2) (c_p v_{g,y} \sin \theta + R a_{g,y} \cos^2 \theta) \quad (16)$$

represents the maximum combined axial stress at  $t$  due to such a wave. Maximizing this sum with respect to  $\theta$  by solving the equation

$$\partial \sigma_x(\theta, t) / \partial \theta = 0 \quad (17)$$

gives a value of  $\theta$  which, when substituted into equation (16), gives the maximum possible combined axial stress at the time instant considered. Finally, the maximum possible combined axial stress over the entire duration of ground shaking and the corresponding values of  $\theta$  and  $t$  are obtained by comparing the results of maximization for various time

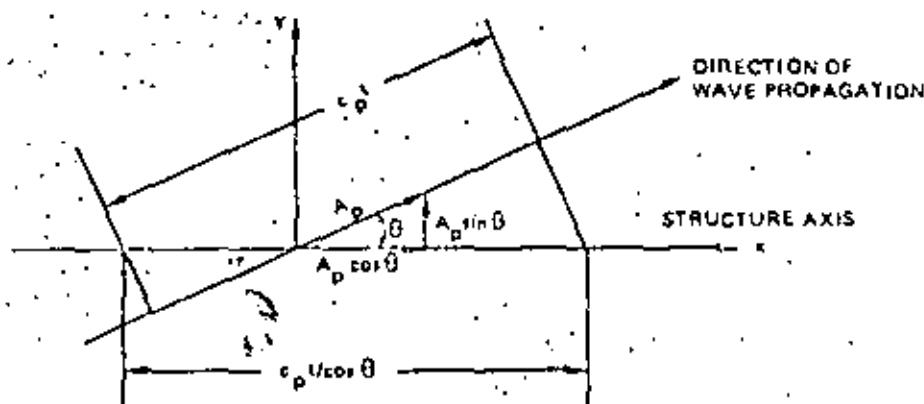


FIG. 2. An oblique compressional wave.

instants. This  $\theta$  angle will be between  $0^\circ$  and  $45^\circ$ . The value of the maximum combined stress will be always smaller than the sum of the two maximum stress values given by equations (14) and (15) because the latter are obtained from two different incident angles and hence they do not occur simultaneously. A special case of this maximization approach has been presented by Kuesel (1969) for subway applications. Kuesel's results have also been extended to buried pipe applications by Hadjian (1970).

### Axial and Bending Stresses Due to an Oblique Compressional Wave

A compressional wave of amplitude  $A_p$  propagating at an angle  $\theta$  from the structural axis (Figure 2) gives rise to an apparent compressional wave of amplitude  $A_p \cos \theta$  and an apparent shear wave of amplitude  $A_p \sin \theta$  both propagating along the  $x$  axis with an apparent wave velocity

$$c_p' = c_s' = c_p / \cos \theta \quad (18)$$

Then, according to equations (5) and (10), the maximum axial and bending stresses due to the oblique compressional wave are, respectively

$$\sigma_x = \pm E (v_{g,y} \cos \theta) / (c_p / \cos \theta) = \pm (E v_{g,y} / c_p) \cos^2 \theta \quad (19)$$

$$\sigma_y = \pm E R (a_{g,y} \sin \theta) / (c_p / \cos \theta)^2 = \pm (E R a_{g,y} / c_p^2) \sin \theta \cos^2 \theta \quad (20)$$



where  $v_{p0}$  and  $a_{p0}$  are the maximum ground velocity and acceleration, respectively, due to the oblique compressional wave. The maximum possible values of  $\sigma_a$  and  $\sigma_b$  are

$$\sigma_a = \pm E v_{p0} / c_p \quad \text{as } \theta = 0^\circ \quad (21)$$

$$\sigma_b = \pm 0.3849 E R a_{p0} / c_p^2 \quad \text{as } \theta = 35^\circ 16' \quad (22)$$

where equation (21) agrees with equation (5).

#### Maximum Combined Axial Stress Due to a Single Compressional Wave

If  $v_{p0}$  and  $a_{p0}$  in equations (19) and (20) are taken to be a simultaneous pair of ground velocity and acceleration at certain time instant,  $t$ , due to propagation of a single oblique compressional wave with incident angle  $\theta$ , then the sum of  $\sigma_a$  and  $\sigma_b$  in equations (19) and (20)

$$\sigma_p(\theta, t) = \pm (\frac{E}{c_p} \cos^2 \theta / c_p^2) (\chi c_p v_{p0} + R a_{p0} \sin \theta) \quad (23)$$

represents the maximum combined axial stress at  $t$  due to such a wave. Maximizing this sum with respect to  $\theta$  by solving the equation

$$\partial \sigma_p(\theta, t) / \partial \theta = 0 \quad (24)$$

gives a value of  $\theta$  which, when substituted into equation (23), gives the maximum possible combined axial stress at the time instant considered. Finally, the maximum possible combined axial stress over the entire duration of ground shaking and the corresponding values of  $\theta$  and  $t$  are obtained by comparing the results of maximization for various time instants. This  $\theta$  angle will be between  $0^\circ$  and  $35^\circ 16'$ . The value of the maximum combined stress will be always smaller than the sum of the two maximum stress values given by equations (21) and (22) because the latter are obtained from two different incident angles and hence they do not occur simultaneously.

#### Axial and Bending Stresses Due to a Rayleigh Surface Wave

Consider a free Rayleigh wave (Ewing *et al.*, 1957, p. 31) propagating in the  $\bar{x}\bar{z}$  plane perpendicular to the  $\bar{y}$  plane (which is parallel to the ground surface) and making an angle  $\theta$  with the structural axis as shown in Figure 3. At the assumed constant depth,  $h$ ,

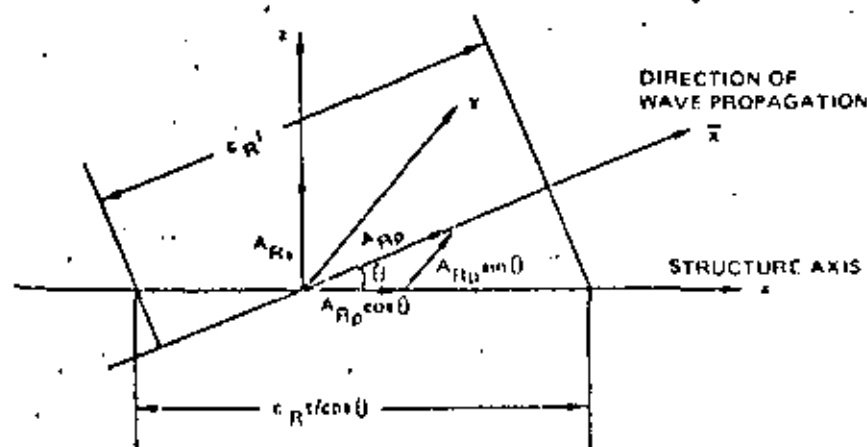


FIG. 3. An oblique Rayleigh wave.

of the buried structure, the Rayleigh wave is equivalent to the combination of a compressional wave of amplitude  $A_{Rc}$  and a shear wave of amplitude  $A_{Rs}$ , both propagating along the  $x$  direction with wave velocity  $c_R$  which depends on the Poisson's ratio  $\nu$  and is slightly less than  $c_s$  (for  $\nu = 0.25$ ,  $c_R = 0.9194 c_s$ ). The ratio  $A_{Rc}/A_{Rs}$  is a function of  $\nu$ ,  $h$ , and the wave number  $K = 2\pi/L$  ( $L$  is the wavelength). For  $\nu = 0.25$  it is [see equation (2-32) in Ewing *et al.*, 1957].

$$\frac{A_{Rc}}{A_{Rs}} = \frac{1.4679 \exp(-0.3933Kh) - 0.8475 \exp(-0.8475Kh)}{-0.5773 \exp(-0.3933Kh) + \exp(-0.8475Kh)} \quad (25)$$

as  $h = 0$ ,  $A_{Rc}/A_{Rs} = 1.4677$ .

With respect to the buried structure, these two components of the Rayleigh wave cause the following two apparent waves (Figure 3):

(a) An oblique compressional wave of amplitude  $A_{Rc}$ , incident angle  $\theta$ , and wave velocity  $c_R$  in the  $xy$  plane. According to equations (19) and (20) the maximum axial and bending stresses due to this component of the Rayleigh wave are, respectively

$$\sigma_a = \pm (E \nu_{R0}/c_R) \cos^2 \theta \quad (26)$$

$$\sigma_b = \pm (E R a_{R0}/c_R^2) \sin \theta \cos^2 \theta \quad (27)$$

where  $\nu_{R0}$  and  $a_{R0}$  are the maximum ground velocity and acceleration, respectively, due to the Rayleigh wave. The maximum possible values of  $\sigma_a$  and  $\sigma_b$  are

$$\sigma_a = \pm E \nu_{R0}/c_R \quad \text{as } \theta = 0^\circ \quad (28)$$

$$\sigma_b = \pm 0.3849 E R a_{R0}/c_R^2 \quad \text{as } \theta = 35^\circ 16' \quad (29)$$

Since  $c_R$  is less than  $c_p$ , these stresses are higher than those given in equations (21) and (22) if  $\nu_{R0} = \nu_{p0}$  and  $a_{R0} = a_{p0}$ .

(b) An axial shear wave of amplitude  $A_{Rs}$  and wave velocity  $c_R/\cos \theta$  in the  $xz$  plane. According to equation (10) the maximum bending stress due to this component of the Rayleigh wave is

$$\sigma_b = \pm (E R a_{R0}/c_R^2) \cos^2 \theta. \quad (30)$$

Since the two components of a Rayleigh wave are out of phase with each other [see equation (2-32) in Ewing *et al.*, 1957],  $\nu_{R0}$  in equation (30) is again the total maximum ground velocity due to the Rayleigh wave as in equation (26). The maximum possible value of  $\sigma_b$  is

$$\sigma_b = \pm E R a_{R0}/c_R^2 \quad \text{as } \theta = 0^\circ \quad (31)$$

which is greater than the corresponding  $\sigma_a$  stress given in equation (29). Since the maximum possible axial stress in equation (28) also occurs as  $\theta = 0^\circ$ , the most critical Rayleigh wave for the structure is one propagating along the  $x$  axis.

#### Combination of Various Stresses

With the stress formulas obtained above due to various seismic waves, one can compute the maximum possible stresses in a buried structure if relative contributions of these waves to the given velocity and acceleration data of the design earthquake are specified or if experiments are carried out in which the composition of the incident waves can be controlled. If such relative contributions are not known, a plausible assumption to use for rough estimates is to consider that the given velocity and acceleration data are

due to a single shear wave of oblique incidence (Kuesel, 1969). For design purposes, the stresses due to various types of seismic waves should be combined conservatively. However, over-conservatism should be avoided by realizing that because of differences in the magnitudes of the wave velocities (for example if  $v = 0.25$ ,  $c_1 = 0.5774 c_2$ , and  $c_R = 0.9194 c_2$ ) the maximum stresses due to compressional waves, shear waves, and surface waves do not occur simultaneously.

Under strong earthquakes, slippage of the soil against the buried structure may occur. Then the actual axial stresses in the structure will be less than the  $\sigma_x$  values calculated from the stress formulas presented here (Sakurai and Takahashi, 1969).

### STRESSES DUE TO SOIL-BUILDING DIFFERENTIAL MOVEMENTS

Near the entry points into any building, additional stresses in the buried structure are induced by differential movements between the building and the soil. The differential movements,  $\Delta x$  and  $\Delta y$  (which are, respectively, parallel and perpendicular to the structure axis), are predicted by the seismic analysis of each building with soil-building interaction taken into account. These movements induce additional stresses in the buried structure that are again dynamic in nature. However, current technology allows only static analysis of the stresses by considering the maximum values of  $\Delta x$  and  $\Delta y$ .

For buried structures connecting two buildings, the differential movements at entry points of the two buildings are assumed to be completely out of phase in order to obtain a conservative evaluation.

#### *Axial Stress Due to a Differential Movement $\Delta x$*

In order to compute the axial stress, the buried structure is assumed to be held by the friction force per unit length,  $F$ , between the soil and the structure

$$F = C\gamma hf \quad (32)$$

where

$C$  is the outer circumference of the structural cross section,

$\gamma$  is the weight of soil per unit volume,

$h$  is the depth of the structure, and

$f$  is the coefficient of friction between soil and surface of the structure.

If  $P$  is the axial force at the entry point necessary to cause a total end displacement  $\Delta x$ , then

$$\Delta x = \int_0^{P/F} \frac{P - Fx}{EA} dx = \frac{P^2}{2EAF} \quad (33)$$

where  $A$  is the cross-sectional area of the structure. Hence the maximum axial stress due to the differential movement  $\Delta x$  is equal to

$$\sigma_x = P/A = (2EFA\Delta x/A)^{1/2} \quad (34)$$

at the point of entry into the building.

#### *Bending and Shearing Stresses Due to a Differential Movement $\Delta y$*

For these stresses, the buried structure is assumed to be a semi-infinite beam supported on an elastic foundation, with a fixed or hinged end at the entry point to a building.

(a) *Fixed end.* According to the theory of beams on elastic foundation (Hetényi, 1946, p. 24), a displacement  $\Delta y$  (perpendicular to the structure axis) at the fixed end induces the following moment distribution

$$M(x) = \frac{h}{2\lambda^2} \Delta y \exp(-\lambda x) (\sin \lambda x - \cos \lambda x) \quad (35)$$

and shear distribution

$$Q(x) = \frac{k}{\lambda} \Delta y \exp(-\lambda x) \cos \lambda x \quad (36)$$

along the structure. In these equations

$$\lambda = \left( \frac{k}{4EI} \right)^{1/4} \quad (37)$$

where

$I$  is moment of inertia of the structural cross section about its neutral axis and

$k$  is spring constant of soil perpendicular to the structure axis (lb/ft<sup>2</sup>).

According to Hetényi (1946, p. 2)

$$k = Bk_s \quad (38)$$

where

$B$  is width of the buried structure (ft) and

$k_s$  is coefficient of subgrade reaction of soil for a beam along the  $x$ -axis and of a width  $B$  feet (lb/ft<sup>3</sup>).

In the absence of field data for  $k_s$ , the recommended formulas and values of  $k_s$  in vertical and horizontal directions can be found in Terzaghi (1955).

The maximum values of  $M(x)$  and  $Q(x)$  in equations (35) and (36) occur at  $x = 0$ , i.e., the point of building penetration. Hence the maximum bending stress is

$$\sigma_b = \pm \frac{M(0)R}{I} = \pm \frac{kR}{2\lambda^2} \Delta y \quad (39)$$

and the maximum shear stress is

$$\tau = \frac{\alpha Q(0)}{A} = \frac{\alpha k}{\lambda A} r \Delta y \quad (40)$$

where  $\alpha$  is the shape factor for the structural cross section and is equal to 2 for a thin circular tube.

(b) *Hinged end.* According to Hetényi (1946, p. 23) a displacement  $\Delta y$  at the hinged end induces a moment distribution

$$M(x) = \frac{k}{2\lambda^2} \Delta y \exp(-\lambda x) \sin \lambda x \quad (41)$$

and a shear distribution

$$Q(x) = \frac{k}{2\lambda} \Delta y \exp(-\lambda x) (\cos \lambda x - \sin \lambda x) \quad (42)$$

along the structure.

The maximum values of  $M(x)$  and  $Q(x)$  occur at  $x = \pi/4\lambda$  and  $x = 0$ , respectively. Hence, the maximum bending stress due to  $\Delta y$  is

$$\sigma_b = \pm \frac{M(\pi/4\lambda)R}{I} = \pm 0.1612 \frac{kR}{\lambda^2 I} \Delta y \quad (43)$$

and the maximum shear stress due to  $\Delta y$  is

$$\tau = \frac{\alpha Q(0)}{A} = \frac{\alpha k}{2\lambda A} \Delta y \quad (44)$$

#### A NUMERICAL EXAMPLE

Consider a steel pipe of 18 in diameter and 0.375 in thickness buried 5 ft underground horizontally. The backfill soil surrounding the pipe has the following properties:

- $\gamma$  = weight per unit volume = 118 lb/ft<sup>3</sup>
- $\nu$  = Poisson's ratio = 0.3
- $c_p$  = compressional wave velocity = 4000 ft/sec
- $k_{11}$  = coefficient of vertical subgrade reaction for a beam with 1-ft width = 200 lb/in<sup>3</sup>
- $f$  = coefficient of friction between the soil and the pipe = 0.30.

#### Stresses Due to Free-Field Seismic Wave Propagation

Under an earthquake of maximum ground acceleration 0.18  $g$  ( $g$  = gravitational acceleration = 386 in/sec<sup>2</sup>) and maximum ground velocity 9.00 in/sec, the maximum possible pipe stresses due to free-field seismic wave propagations can be estimated as follows:

(a) If the ground motion is assumed to be due to an oblique shear wave, substitute

$$V_{10} = V_{20} = 9.00 \text{ in/sec}$$

$$a_{10} = (0.18)(386) = 69.48 \text{ in/sec}^2$$

$$c_s = [(1 - 2 \times 0.3)/2(1 - 0.3)]^{1/2}(4000)(12) = (0.5345)(48,000) = 25,656 \text{ in/sec}$$

$$E = 30 \times 10^6 \text{ lb/in}^2$$

$$G = \frac{E}{2(1 + \nu)} = \frac{30 \times 10^6}{2(1 + 0.3)} = 11.54 \times 10^6 \text{ lb/in}^2$$

$$R = 18/2 = 9 \text{ in}$$

into equations (14) and (15) to obtain

$$\sigma_a = \pm (30 \times 10^6)(9)/2(25,656) = \pm 5,262 \text{ lb/in}^2$$

$$\sigma_b = \pm (30 \times 10^6)(9)(69.48)/(25,656)^2 = \pm 29 \text{ lb/in}^2 \quad (45)$$

Since  $\sigma_a$  is much greater than  $\sigma_b$ , the combined axial stress due to a single shear wave will be only slightly less than the sum of  $\sigma_a$  and  $\sigma_b$  in equations (45) (and  $\theta$  will be slightly less than 45°) if the maximization procedure is carried out. This is typical of stresses in underground piping. For buried structures of much greater dimensions (such as subways and tunnels)  $\sigma_b$  will be more significant as compared with  $\sigma_a$ .

(b) If the ground motion is assumed to be due to an oblique compressional wave, substitute

$$V_{p0} = V_{p0} = 9.00 \text{ in/sec}$$

$$a_{p0} = 69.48 \text{ in/sec}^2$$

$$c_p = 4000 \times 12 = 48,000 \text{ in/sec}$$

into equations (21) and (22) to obtain

$$\sigma_a = \pm (30 \times 10^6)(9)/(48,000) = \pm 5.625 \text{ lb/in}^2$$

$$\sigma_b = \pm 0.3849(30 \times 10^6)(9)(69.48)/(48,000)^2 = \pm 3 \text{ lb/in}^2 \quad (46)$$

Again  $\sigma_b$  is negligible as compared with  $\sigma_a$ . The combined axial stress due to a single compressional wave will be only slightly less than the sum of  $\sigma_a$  and  $\sigma_b$  in equations (46) (and  $\theta$  will be slightly greater than  $0^\circ$ ) if the maximization procedure is carried out.

(c) If the ground motion is assumed to be due to an oblique Rayleigh wave, substitute

$$V_{R0} = V_{R0} = 9.00 \text{ in/sec}$$

$$a_{R0} = 69.48 \text{ in/sec}^2$$

$$c_R = 0.9274 c_p = (0.9274)(25,656) = 23,793 \text{ in/sec}$$

[which can be derived by solving equation (2-29) of Ewing *et al.* (1957) for  $\nu = 0.3$  or by using Figure 2-5 therein] into equations (28) and (31) to obtain

$$\sigma_a = \pm (30 \times 10^6)(9)/(23,793) = \pm 11,348 \text{ lb/in}^2$$

$$\sigma_b = \pm (30 \times 10^6)(9)(69.48)/(23,793)^2 = \pm 33 \text{ lb/in}^2 \quad (47)$$

which are greater than corresponding stresses in equations (45) and (46).

(d) If the contributions to the total maximum ground acceleration and velocity due to a shear wave, a compressional wave, and a Rayleigh wave are, respectively,  $p$ ,  $q$ , and  $r$  per cent, the maximum possible stresses in the pipe can be approximately estimated from equations (45), (46), and (47) as follows:

$$\sigma_a = \pm (5262p + 5625q + 11,348r)/100 \text{ lb/in}^2$$

$$\sigma_b = \pm (29p + 3q + 33r)/100 \text{ lb/in}^2 \quad (48)$$

For example, if each of these waves is known to contribute one-third to the ground acceleration and velocity  $p = q = r = 100/3$ , equations (48) give

$$\sigma_a = \pm 7,412 \text{ lb/in}^2$$

$$\sigma_b = \pm 22 \text{ lb/in}^2$$

#### Stresses Due to Soil-Building Differential Movements

Suppose that one end of this pipe is connected to a building and that the soil-building interaction analysis shows that during the specified earthquake the maximum differential movements parallel and perpendicular to the pipe axis are  $\Delta v = 0.05$  in and  $\Delta w = 0.03$  in, respectively. The additional stresses due to these differential movements can be estimated as follows:

(a) *Axial stress due to  $\Delta x$ .* Substitute

$$C = 2\pi R = 2\pi(9) = 56.55 \text{ in}$$

$$\gamma = 118/(12)^2 = 0.0683 \text{ lb/in}^2$$

$$h = 5 \times 12 = 60 \text{ in}$$

$$f = 0.3$$

into equation (32), the friction force per unit length is

$$F = (56.55)(0.0683)(60)(0.3) = 69.52 \text{ lb/in.}$$

Since the cross-sectional area of the pipe is

$$A = \pi[9^2 - (9 - 0.375)^2] = 20.76 \text{ in}^2$$

equation (34) gives

$$\sigma_s = [2(30 \times 10^6)(69.52)(0.05)/20.76]^{1/2} = 3,170 \text{ lb/in}^2$$

at the point of entry of the pipe into the building.

(b) *Bending and Shearing Stresses Due to  $\Delta y$ .* According to Terzaghi (1955) the coefficient of subgrade reaction of soil for a beam along the  $x$ -axis and of a width  $B = 1.5$  ft is

$$k_s = k_{s1} \left( \frac{B+1}{2B} \right)^2 = (200) \left( \frac{1.5+1}{2 \times 1.5} \right)^2 = 139 \text{ lb/in}^3$$

Then equation (38) gives

$$k = Bk_s = (18)(139) = 2,502 \text{ lb/in}^2.$$

Since the moment of inertia of the pipe cross section about its neutral axis is

$$I = \frac{\pi}{4} [9^4 - (9 - 0.375)^4] = 806.59 \text{ in}^4$$

equation (37) gives

$$\lambda = \left[ \frac{2502}{4(30 \times 10^6)(806.59)} \right]^{1/4} = 0.01268$$

If the entry point of the pipe to the building is assumed to be a fixed end, equations (39) and (40) give

$$\sigma_s = \pm \frac{(2502)(9)}{2(0.01268)^2(806.59)} (0.03) = \pm 2,605 \text{ lb/in}^2$$

$$\tau = \frac{(2)(2502)}{(0.01268)(20.76)} (0.03) = 570 \text{ lb/in}^2$$

both at the point of building penetration.

If the entry point of the pipe to the building is assumed to be a hinged end, equations (43) and (44) give

$$\sigma_s = \pm 0.1612 \frac{(2500)(9)}{(0.01268)^2(806.59)} (0.03) = \pm 840 \text{ lb/in}^2$$

at  $x = \pi/4\lambda = \pi/4(0.01268) = 61.94$  in from the point of penetration and

$$\tau = \frac{(2)(2502)}{2(0.01268)(20.76)} (0.03) = 285 \text{ lb/in}^2$$

at the point of building penetration.

## CONCLUSIONS

Formulas have been derived to conservatively estimate the maximum possible stresses in a slender buried beam during an earthquake under the following assumptions:

1. The soil is linearly elastic and homogeneous.
2. The structure satisfies the conditions of the elementary theory of slender beams.
3. The beam moves with the surrounding soil.
4. The maximum velocities and accelerations of the earthquake and their relative contribution from the compressional, shear, and surface waves are given or can be estimated.

These formulas provide the designer with a simple and convincing tool if the resulting total stresses are within the design requirements. However, if the resulting total stresses become excessive, more realistic (and usually lower) stresses can be evaluated by replacing assumption (3) above by the solution of the problem of dynamic response of the beam to the motion of the surrounding soil and by considering the possibility of slippage of the soil against the beam. These remain to be subjects for further study. Other subjects for further study include seismic analysis of a bent buried beam and more experimental data to provide more rational information needed in assumption (4) above.

## ACKNOWLEDGMENTS

The author wishes to thank A. Sanver and P. T. Kuo of Gaithersburg Power Division of Bechtel Power Corporation and N. M. Newmark of University of Illinois, for helpful discussions during the course of the investigation.

## REFERENCES

- Ewing, W. M., W. S. Jardetzky, and F. Press (1957). *Elastic Waves in Layered Media*, McGraw-Hill, New York.
- Hadjian, A. H. (1970). Discussion on the paper "Earthquake design criteria for subways" by R. T. Kuesel, *J. Struct. Div. Am. Soc. Civil Eng.*, 96, 159-160.
- Hahne, H. V. (1962). Bending of beams, Chapter 35 in *Handbook of Engineering Mechanics*, W. Flügge, Editor, McGraw-Hill, New York.
- Hetényi, M. (1946). *Beams on Elastic Foundation*, The University of Michigan Press, Ann Arbor.
- Kuesel, R. T. (1969). Earthquake design criteria for subways, *J. Struct. Div. Am. Soc. Civil Eng.*, 95, 1213-1231.
- Newmark, N. M. (1968). Problems in wave propagation in soil and rock in *Proc. Intern. Symp. Wave Prop. Dynamic Prop. Earth Materials*, Albuquerque, New Mexico.
- Newmark, N. M. (1972). Earthquake response analysis of reactor structures, *Nuel. Eng. Design*, 20, 303-322.
- Newmark, N. M. and E. Rosenbluth (1971). *Fundamentals of Earthquake Engineering*, Prentice-Hall, Englewood Cliffs, New Jersey.
- Sakurai, A. and T. Takahashi (1969). Dynamic stresses of underground pipeline during earthquakes in *Proc. World Conf. Earthquake Eng.*, 4th, Santiago, Chile, Vol. 11.
- Terzaghi, K. (1955). Evaluation of coefficients of subgrade reaction, *Geotechnique*, 5, 297-326.
- Yamahara, H. (1970). Ground motions during earthquakes and the input loss of earthquake power to an excitation of bulklings in *Soils Found., Japan. Soc. Soil Mech. Found. Eng.*, 10, 145-164.

BECHTEL POWER CORPORATION  
LOS ANGELES, CALIFORNIA 90060.

Manuscript received January 2, 1974.



- Review Rules, Environmental Research and Technology, Inc., July, 1977.)
5. Turner, D. B. "Workbook of Atmospheric Dispersion Estimates," Publication No. 699-AP-26, United States Department of Health, Education, and Welfare, Public Health Service, 1976.

# JOURNAL OF THE TECHNICAL COUNCILS OF ASCE

## SEISMIC DESIGN OF OIL PIPELINE SYSTEMS\*

By Robert P. Kennedy,<sup>1</sup> M. ASCE, Arthur C. Darrow,<sup>2</sup>  
and Stephen A. Short<sup>3</sup>

(Reviewed by the Technical Council on Lifeline  
Earthquake Engineering)

### INTRODUCTION

This paper presents an overview of some of the more important seismic design considerations for an oil pipeline transmission system. Seismic hazards and past earthquake performance for the components of oil pipeline systems are described and seismic design philosophy and design approaches are outlined.

### DESCRIPTION OF OIL PIPELINE TRANSMISSION SYSTEMS AND SEISMIC HAZARDS

Fig. 1 shows the California segment of a large-diameter oil pipeline transmission system currently being designed to transmit Alaskan oil eastward from the Port of Long Beach to the midcontinent United States. A pipeline transmission system is a linear system that traverses a large geographical region. Such a system encounters a wide variety of seismic hazards and soil conditions. In addition to the pipeline, which may be many hundreds of miles long, a variety of subsystems are located along a pipeline transmission system. Most of the pipeline is buried but portions may be aboveground supported on pipeline supports or pipeline bridges, or both. Tank farms containing large diameter (often over 200 ft [61 m]) storage tanks are located near each end terminus and smaller diameter tankage may be located at intervals along the pipeline. Valves, pump stations, and monitoring stations are also located at intervals along the pipeline route. Often a major port terminal (including docks, loading arms, trestleways, and piers)

Note.—Discussion open until September 1, 1979. To extend the closing date one month, a written request must be filed with the Editor of Technical Publications, ASCE. This paper is part of the copyrighted Journal of the Technical Councils of ASCE, Proceedings of the American Society of Civil Engineers, Vol. 105, No. TC1, April, 1979. Manuscript was submitted for review for possible publication on March 8, 1978.

\*Presented at the August 30-31, 1977, ASCE Technical Council on Lifeline Earthquake Engineering Specialty Conference, held at Los Angeles, Calif.

<sup>1</sup>Vice Pres., Engrg. Decision Analysis Co., Inc., Irvine, Calif.

<sup>2</sup>Assoc., Dames & Moore, Inc., Los Angeles, Calif.

<sup>3</sup>Sr. Engr., Engrg. Decision Analysis Co., Inc., Irvine, Calif.

is located one end. Control centers are generally located at each end terminus. An extensive communication system is necessary along the route to feed data to these control centers from the monitoring stations and to actuate controls along the pipeline. Each of these subsystems has its own unique seismic design requirements since the required reliability and sensitivity to the various seismic hazards differ.

The major seismic hazards that can significantly affect portions of a pipeline transmission system are: (1) Ground shaking, G; (2) ground rupture and differential movement along fault zones, F; (3) liquefaction, L; and (4) tsunamis, T. Not all projects are the same and these seismic hazards affect the subsystems slightly differently on different projects. Even so, a general subjective ranking of the

TABLE 1.—Numerical Ranking of Hazards

Subsystem (1)	G (2)	F (3)	L (4)	T (5)
Pipeline	3	1	2	—
Tank farms	1	—	2	—
Port facilities	3	—	2	3
Pump stations, valves, etc.	1	—	—	—
Control and communications	1	—	—	—

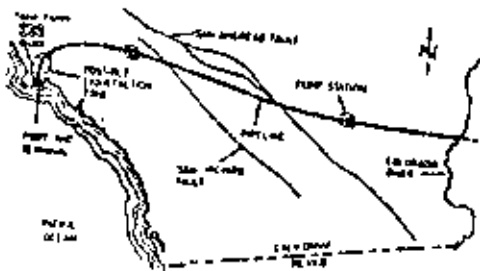


FIG. 1.—Pipeline Transmission System and Seismic Hazards

significance of each of these hazards can be attempted. In Table 1, hazards are ranked numerically with one being the highest.

In a highly active seismic zone it is essentially impossible for a major pipeline transmission system to avoid crossing major throughgoing faults. For instance, in Southern California any pipeline from coastal areas to the interior must at least cross the San Andreas fault zone as well as several lesser fault zones. These fault crossings constitute the greatest seismic hazard so far as pipe rupture is concerned. In theory, a pipeline might be aligned to avoid all regions with high liquefaction potential or these areas might be able to be densified so as to mitigate the hazard, or both. However, in practice, constraints caused by environmental concerns, urban areas, and the need for contiguous real estate for right-of-way, provide very limited choices for the route. Often a route is

selected along the edges of natural channels such as flood channels or river channels to avoid urban buildup and street crossings and simplify the acquisition of contiguous real estate. Such a route often contains regions of high liquefaction potential. In addition, high liquefaction potential may exist at river crossings. Furthermore, application of soil stabilization measures to long linear stretches is generally not practical. Therefore, differential pipe movements resulting from soil liquefaction often must be accounted for in design. The third seismic hazard is ground shaking. This hazard is particularly significant for aboveground sections of the pipeline and for connection of the line into structures but is less significant for buried pipeline sections away from connections to structures.

The predominant hazards for tank farms are ground shaking and liquefaction. Because of the limited land area involved it is generally practical to eliminate the liquefaction hazard by densification. Generally, tank farms can be sited to avoid zones of potential fault movement. Port facilities are subject to the same seismic hazards as tank farms, plus the tsunamis hazard.

Because of the small amount of real estate involved and the flexibility that exists in their location, valves, pump stations, monitoring stations, communications facilities, and control centers can generally be sited so that the only seismic hazard to which they may be subjected is ground shaking. Selection of such locations is highly desirable so as to avoid having to design for the other potential hazards.

#### DESCRIPTION OF PAST PERFORMANCE DURING EARTHQUAKES

Prior to 1972, petroleum transmission pipeline systems were designed and built without special seismic design requirements. This situation was changed in 1972 because of the 1971 San Fernando Earthquake and because of environmental concerns about the seismic safety of the Trans-Alaska Pipeline. The performance of lifelines, in general, was poor in the 1971 San Fernando Earthquake. With some exceptions, as noted herein, transmission pipelines performed satisfactorily. However, this earthquake generated considerable interest in the seismic design of all lifelines (including petroleum pipelines). Very stringent seismic design requirements were imposed upon the Trans-Alaska Pipeline (4,16). As a result, subsequent petroleum transmission pipeline projects in seismically active regions, such as the Sohio West Coast Mid-Continent Pipeline Project, have used stringent seismic requirements in design (7).

The behavior of petroleum transmission pipeline systems (including tankage) has been documented (1,5,8,19,21,23,25,26) for the Arvin-Techachapi earthquake (1952), the Parkfield earthquake (1966), the Great Alaskan earthquake (1964), and the San Fernando earthquake (1971). In addition, the behavior of petroleum transmission pipeline systems during Japanese earthquakes has been documented in Refs. 9, 10, 13, 15, 18, 22, and 27. Only some of the most significant highlights will be summarized herein.

Pipelines.—Modern petroleum transmission pipelines are fabricated from ductile steel and pipe sections are connected by full penetration butt welds. Thus, these lines have good inherent ductility. There does not appear to be any case of a buried petroleum transmission pipeline ever having ruptured from the effects of ground shaking. Although less certain, there also does not appear to be any case of an aboveground section rupturing from the inertial effects

of ground shaking. For buried pipelines, ruptures or severe distortions of the pipe are most often associated with fault movement, landslides, or ground squeeze associated with fault zones. Ruptures have also occurred at the pipe connection to tankage and other structures where there has been large relative response between the soil-restrained buried pipe and the less restrained structure or tank. Ruptures or severe distortions might also result from the relative pipe movements in liquefied soils and from the relative movements at abrupt interfaces between rock or stiff soils and much softer soils. For aboveground pipeline sections, ruptures most likely result from failure of the support structure, from failure of the pipeline attachment to the support structure, or from large relative support movements.

The performance of modern petroleum pipelines subjected to ground shaking has been excellent. Seismic design efforts for pipelines should concentrate on sources of relative displacement (faulting, liquefaction, support structures, and connections to tankage, valves, structures, etc.) and on designs to assure the necessary flexibility and ductility to accommodate these displacements.

**Oil Storage Tanks.**—Most modern oil storage tanks associated with oil transmission pipeline systems are floating roof welded steel tanks. Diameters range from about 40 ft (12 m) to more than 250 ft (76 m) and the tank height is nearly always less than the diameter. Tanks are generally unanchored and are allowed to rock and slide. When seismic damage to tanks occurs, the following behavior is typical for this type of tank.

One of the most prevalent types of tank damage has been circumferential buckling of the lowest sidewall course of the tank. Overturning moment is generated at the base of the tank due to ground shaking. This moment leads to uplift of one side of the tank that puts high compressive stresses on the opposite side and a buckle develops. With further shaking, this buckle progresses around the tank circumference. Substantial buckling can develop before these buckles lead to tank rupture or collapse.

Sliding of unanchored tanks has occurred in smaller diameter tanks and this sliding has resulted in breakage of pipe connections. However, we know of no case where a tank greater than 40 ft (12 m) in diameter with a height less than the diameter has slid due to ground shaking. Simple calculations also indicate that there should be sufficient friction between the tank bottom and foundation to prevent sliding for these tanks.

Tensile hoop stresses due to shaking induced pressures between the fluid and tank wall can become large and lead to splitting and oil leakage. This phenomenon has occurred in riveted tanks where leakage at the riveted joints has resulted from seismic pressure induced hoop yielding. This occurrence is more common in the upper side wall courses because the ratio of seismic induced pressures to hydrostatic pressure is greater in the upper portions. To the best of our knowledge, no welded steel oil tank has actually ruptured due to seismically induced hoop strains. Tank ductility appears to be sufficient to accommodate these hoop strains.

There have been a number of instances of roof damage for floating roof tanks. If sufficient freeboard does not exist, fluid sloshing will lift the roof above the side walls and the roof seals will be severely damaged. Some oil will slosh out of the tank. Secondly, torsional rotations of the fluid develop during ground shaking and this results in torsional rotation of the roof. Attachments

to the roof such as guides, ladders, etc., are often broken due to these rotations. Roof damage does not lead to substantial loss of oil and the consequences are not overly serious. However, the cost of roof repairs are significant.

Breakage of piping connected to a tank has occurred in a number of cases as a result of relative movement. Breakage of a pipe section between the tank wall and shutoff valve is probably the most prevalent cause of loss of oil from a storage tank. Breakage of a pipe beyond the shutoff valve is less serious.

Prevention of soil liquefaction and excessive settlement under tanks, prevention of pipe breakage at tank connections, and prevention of excessive buckling of the lower course of the side wall are the prime seismic design considerations for tankage. Allowing sufficient freeboard to minimize roof damage, prevention of excessive hoop yielding, and prevention of sliding are also considerations but are of lesser importance.

#### SEISMIC DESIGN PHILOSOPHY

A primary part of any seismic design philosophy should be route selection to avoid or minimize, or both, seismic hazards. Ground shaking is a widespread hazard occurring throughout large geographical areas, which, consequently, cannot be avoided in a high seismic region. Ground shaking is the primary hazard affecting the design of most surface structures (tank farms, port facilities, etc.) but is not the primary hazard to the pipeline. Large relative displacements (differential fault movement, liquefaction, etc.) are the prime hazards affecting the pipeline and zones subject to these hazards are much less extensive. Sufficient geotechnical work should be performed along a route to locate these zones. Major structures should avoid these zones, if possible. A major transmission pipeline cannot avoid all of these hazards, but the total length of pipe within zones of potentially large relative displacements should be minimized. If possible, a pipeline should cross an active fault breakage zone only once and in as short of a distance as possible. This philosophy minimizes the amount of pipeline subjected to distortion from large relative ground displacements and minimizes the possibility of rupture.

A dual-level seismic design philosophy is recommended. The pipeline system (pipeline, associated structures, and subsystems) should be designed to minimize the possibility of rupture of the pipeline or failure of structures and to insure monitoring, communication, control, and orderly shutdown of the line, if necessary, after a Contingency Level Earthquake (CLE). Criteria for the selection of the CLE is subjective, and must depend upon the consequences (economic, safety, and environmental) that might result from pipeline rupture or failure of associated structures. A reasonable criteria that could be used to select the CLE for major petroleum transmission projects is to select the earthquake effects that are estimated to have a 90% probability of not being exceeded at a given location during a 50-yr period (equivalent to selecting earthquake effects that have a mean recurrence interval at a given location of about 500 yr). Application of this criteria is also subjective because our current state of knowledge does not provide precise quantification. The pipeline system should also be designed to remain operational with possibly local repairs required after an Operating Level Earthquake (OLE). The OLE represents the earthquake effects that have a reasonable probability of affecting a significant portion of the pipeline system.

during its A reasonable criterion for selection of the OLE is to select the effects that are estimated to have a 50% probability of not being exceeded during a 50-yr period (equivalent to a mean recurrence interval of about 75 yr). Dual-level seismic design philosophies similar to that previously defined have been used on the Trans-Alaska Pipeline (4) and are currently being utilized on the Sobio West Coast Mid-Continent Pipeline (7). In addition to the example seismic design criteria employed in the United States as given in Refs. 4 and 7, the reader can consult Refs. 14 and 24 for summaries of earthquake-resistant design criteria for lifeline systems utilized in Japan.

Implementation of the foregoing philosophy requires a definition of those subsystems that must have greater reliability and remain operational after a CLE. Several examples are presented.

The monitoring, communication, and control system must continue to operate after the CLE in order to control the pipeline and perform orderly shutdown, if necessary. This required reliability is best achieved through redundancy and more stringent seismic design requirements. Control centers are generally located at each terminus of the pipeline. For redundancy, each control center should be capable of monitoring, communicating, and controlling the entire route. Furthermore, each control center should have a backup means of communication. Often a microwave system is used for communications. Permanent deformations of relay towers should be sufficiently limited after the CLE so as not to interfere with communications between the line-of-sight antennas. Thus, more stringent design requirements are placed upon the relay towers. Similarly, valves, etc., associated with orderly shutdown must be designed to operate after the CLE. Thus, special deformation requirements must be imposed upon their shafts and other operating parts to insure operation after the CLE.

Special requirements also apply in tank farm areas. Each tank and its connections should be designed to remain intact with sufficiently small permanent deformations so as not to impair future usage after the OLE. Some repairable roof damage might be permitted. Tanks and connections are designed not to rupture during the CLE but may be sufficiently deformed so as to have to be taken out of service. A group of tanks is then surrounded by fire walls or dikes designed to contain any oil that may leak from ruptured tanks. This fire wall is a backup system that comes into usage only after one or more tanks are ruptured. Therefore, these walls are not normally loaded by fluid but must be capable of supporting this lateral pressure after one or more tank failures. To be effective as a backup system, the fire wall or dike should have significant reserve margin against failure when containing oil from one or more failed tanks and subjected to OLE aftershocks that might follow a CLE. It is considered overconservative to assume these walls are subjected to a CLE at the same time as they are containing oil from ruptured tanks.

#### GEOTECHNICAL INVESTIGATIONS OF SEISMIC HAZARDS

**Ground Shaking.**—The intensity of ground shaking that can occur, and the likelihood that it will occur, can be evaluated both deterministically and probabilistically. In deterministic evaluations, seismic sources or source regions are identified and assigned appropriate earthquake magnitude capabilities based on

empirical data (e.g., Ref. 2) and on consideration of historical seismic activity. Using these data and one of several possible ground motion attenuation relationships, the levels of ground motion associated with the two design events (CLE and OLE) can be estimated for the regions traversed by the pipeline. To quantitatively evaluate the likelihood of occurrence of the two design events, a statistical analysis procedure can be used to assess seismic risk in the region traversed by the pipeline. Using this procedure, data relating regional structural geology and tectonics and historical seismicity are incorporated into a source model. Once a physical model is developed, a rate of seismic activity can be assigned based on the historic distribution of large and small earthquakes in the source region. Using the source model and data relating ground shaking intensity, earthquake magnitude, and distance to the seismic source, mean recurrence intervals for different levels of ground motion can be computed.

The distribution of seismic risk described previously can be directly applied to the determination of ground motion parameters of specific sites along the pipeline (i.e., for tank farms and pump stations). For the pipeline, it is most efficient to divide the route into design zones, each assigned uniform seismic risk. When a range of risk occurs within a given zone, the highest risk is assigned to the entire zone.

**Fault Hazard Assessment.**—The first step in evaluating ground rupture due to faulting is to locate all active faults adjacent to or crossed by the pipeline route. This is accomplished generally by a review of the available literature and aerial photo and ground reconnaissance studies. A particularly useful tool at this stage of the investigation is the use of low sun-angle photography to identify zones of active faulting.

The information required for design is the location of the fault, the total width of the zone, the magnitude of expected displacement, and the direction of expected displacement. Note that fault displacements can be extremely complex, and thus both vertical and horizontal displacements of a wide range of magnitudes can occur. In addition, the width of the zone of displacement can vary significantly along a given fault. For this reason, it is imperative that detailed investigations be conducted to determine types of displacements that are likely to occur at the crossing. These investigations could include detailed mapping of the fault adjacent to the crossing, low sun-angle photography studies, trenching, and geophysics. In assessing the likely mode of displacement at the crossing, it is also important to take into consideration the surface soil conditions.

**Liquefaction Assessment.**—The initial phase of investigation should generally be restricted to a qualitative analysis of susceptibility to liquefaction based on soil types. Based on this information, zones susceptible to liquefaction are delineated, and these zones can be more extensively investigated. The second phase consists of evaluating these zones to determine whether the anticipated CLE ground motion is likely to induce liquefaction.

In those areas where the combination of soil susceptibility and strong ground-motion potential indicates a significant potential for liquefaction, a third phase of investigation is conducted. Because liquefaction may occur over wide areas and the soil conditions as well as the local surface morphology may vary somewhat over these areas, it is most expedient to assess the effect of liquefaction in terms of generalized scenarios of ground failure. Information crucial to the designers at this stage is the length of the zone, the estimated vertical and

horizontal displacement of the soil, and the estimated strength and density of the soil during failure.

#### DESIGN CONSIDERATIONS FOR PIPELINES AT FAULT CROSSINGS

Large abrupt differential ground surface movement that might result at a fault crossing represents the most severe earthquake effect for a pipeline. The major north-south fault systems in California such as the San Andreas and San Jacinto systems are predominantly right lateral faults with the west side moving northward relative to the east side. Lateral displacements can be quite large on such faults and can be accompanied by lesser vertical displacements. Conservative pipeline design criteria might necessitate designing for as much as 20 ft (6 m) of right lateral movement and 5 ft (1.5 m) of vertical movement for CLE conditions at major fault crossings such as the San Andreas fault. This movement may occur over a narrow width [3 ft (0.9 m) or less] and so must be considered to be abruptly concentrated in a single break. Predominately thrust faults, such as the San Fernando fault, typically have lesser movements. However, the dip angle may be rather shallow such that the downside of the fault may develop considerable compressive squeeze deformations. These deformations may occur at the ground surface over a considerable distance from the surface expression of the fault break.

It is necessary to estimate the ability of the pipeline to withstand strains associated with large relative movements. Ductile steel pipelines are capable of withstanding substantial tensile strains without rupture (4,11,12). With careful quality control to assure near uniformity of pipe properties (wall thickness, yield stress, etc.) and weld inspection to minimize weld flaws, American Petroleum Institute (API) 5LX Grades 52 and 60 steel pipe can reliably withstand average tensile strains over significant length in excess of 5% without rupture. Local strain concentrations could be much higher (in excess of 15%). Therefore, a petroleum pipeline is capable of withstanding substantial tensile elongation from fault movement. However, the pipe is not as ductile when shortened by large compressive strains. For a pipe with a diameter to thickness ratio of 100, local wrinkling of the pipe develops at compressive strains on the order of 0.4%–0.6% (3,11,12). Onset of wrinkling does not constitute rupture. However, further compressive shortening is expected to concentrate at points of initial wrinkling and it is unknown how much additional fault movement could be accommodated without rupture after pipe wrinkling initiates. Most observed ruptures of petroleum pipelines due to fault movement have been the result of compressive wrinkling. Therefore, fault crossing orientations that place the pipeline in compression are more likely to result in rupture than those that place the pipeline in tension. Large flexural strains (roughly the same magnitude as tensile strains) can also be accommodated without rupture. On the other hand, an abrupt shear deformation will cause a guillotine-type shear failure of the pipe and cannot be accommodated. Thus, significant abrupt differential fault movement normal to the pipeline (either lateral or vertical) can only be accommodated if the pipe can displace laterally (or vertically) relative to the surrounding soil. The pipeline is capable of withstanding significant lateral passive pressures that might develop from this relative movement but it is unable to withstand the guillotine shearing that would result if the pipe is rigidly anchored in the soil.

Parametric studies have been conducted to investigate the capability of petroleum pipelines to withstand fault movement (11,12,17). These studies have concentrated on fault crossings with large lateral movements such as the San Andreas and San Jacinto fault zones. However, the design recommendations are also relevant to crossings of thrust faults. These recommendations will be summarized herein.

Fig. 2 shows the movement of a shallow buried pipeline resulting from horizontal fault displacement. This figure shows the pipeline crossing a right lateral fault at an angle  $\beta$  with respect to the direction of fault movement. The pipe is assumed to be anchored at a distance  $L_1$  and  $L_2$  on either side of the fault. These "anchor" points do not have to be physical anchors, but are merely points at which the pipe is assumed to move with the surrounding soil. Sharp

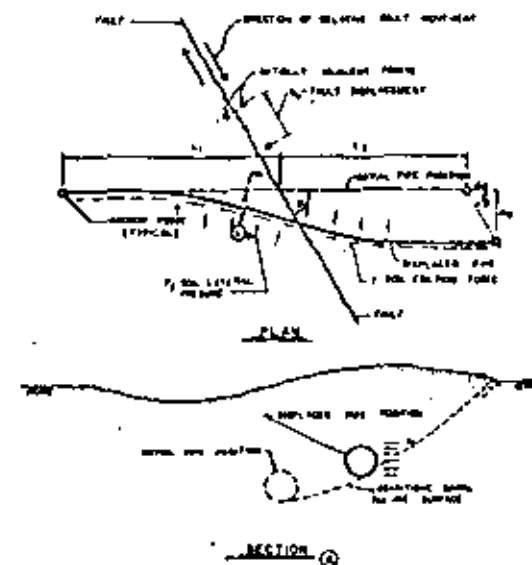


FIG. 2.—Schematic of Shallow Buried Pipe Movement Resulting from Horizontal Fault Displacement

bends or pipe junctions would have a tendency to anchor the line and should be conservatively considered to be effective anchor points. If no effective anchor points exist, then those "anchor" points represent the points at which the fault-induced strains in the pipe are zero. The further away the anchor points are located, the greater the fault movement capacity of the pipeline because the required pipe elongations may be accommodated over a greater distance.

Fault movement results in pipe elongation (or shortening) between anchors. The pipe elongation is resisted by friction forces  $f$  between the pipe and surrounding soil. Because of the resistance, the pipe elongation does not take place uniformly over the entire distance between anchors but instead is concentrated in the region immediately adjacent to the fault. Thus, immediately adjacent to the fault the axial strain is maximum. The greater the friction, the more

concentrated in the zone in which pipe elongation must be accommodated.

The lateral component of movement,  $\Delta y$ , forces the pipe to displace laterally with respect to the surrounding soil. This lateral displacement is accommodated by the pipe pushing the soil aside with the soil placing a lateral pressure on the pipe. For shallow buried pipe, lateral movement is accompanied by the pipe lifting upward as the soil fails (Fig. 2). This upward movement tends to lift the pipe out of the ground and reduces the lateral forces applied by the soil. The lateral forces result in horizontal curvature strains in the pipe near the fault.

The effect of vertical fault movement superimposed on horizontal movement is as follows: (1) Further elongates the pipe since the vertical movement has the effect of increasing the total distance between anchors; and (2) lifts the pipe upward with respect to the surrounding soil on the downward side of the fault movement. For shallow buried pipe, the uplift resistance of the soil is small and the pipe can relatively freely lift upward.

The fault movement capacity is thus maximized by minimizing the longitudinal, lateral, and uplift resistance between the surrounding soil and the pipe. Minimum restraint can best be achieved by placing the pipeline aboveground and leaving the line relatively free to slide laterally and longitudinally and to uplift off of its supports. Designs that enable this freedom have been suggested (20). Unfortunately, aboveground pipelines often have esthetic, environmental, and potential sabotage problems so that they might not be allowable in urban areas. Thus, buried pipeline crossings of active fault zones may be necessary for nonseismic reasons.

Substantial fault movement capacity of buried pipelines requires shallow burial in a moderately low shear strength backfill so as to limit the longitudinal friction, lateral passive pressure, and uplift resistance. (Deep burial might be possible if the pipeline is either encased in a larger diameter sacrificial culvert or else surrounded by a crushable backfilling.) A 30-in. to 48-in. (760-mm to 1,200-mm) diam pipeline can be designed to withstand 20 ft (6 m) of relative fault movement without rupture (11,12) when buried in a moderately dense, essentially cohesionless backfill with a 3-ft (0.9-m) depth of cover. Increasing the depth of cover to 10 ft (3 m) reduces the fault movement capacity by a factor of two to three.

Fault crossing angles ( $\beta$  in Fig. 2) that place the pipe in tension or flexure are preferable to those that place the pipe in compression. To insure tension, crossing angles between 30° and 80° are recommended. Within these limits, greater fault movement capacity is achieved by increasing the crossing angle. For instance, it is estimated (11,12) that a 60° angle results in 1.3 to 1.5 times greater capacity than does a 30° angle. Crossing angles greater than 80° run the risk of placing the pipe in compression.

The necessary pipe elongation is best achieved if effective anchors such as sharp pipe bends or junctions are widely spaced in the vicinity of fault crossings. The spacing between effective anchors ( $L_1 + L_2$  in Fig. 2) should ideally be at least 1,200 ft (370 m) for a 30-in. to 48-in. (760-mm to 1,200-mm) diam pipe. Greater spacings do not significantly increase the fault movement capacity because longitudinal friction tends to anchor the pipe. However, lesser spacings decrease the capacity because the pipe elongation must take place over a shorter length. A 250-ft (76 m) spacing is estimated to have only one-half of the fault

movement capacity of the 1,200-ft (370-m) span. While a 600-ft (183 m) spacing is estimated to have three-quarters the capacity, spacings less than 300 ft (91 m) rapidly decrease capacity.

Fault movement capacity is significantly increased by increasing wall thickness of the pipe and is not significantly influenced by pipe diameter. Axial strains are maximum at the fault crossing and are reduced with distance by longitudinal friction. Thus friction concentrates most of the longitudinal elongation into the vicinity of the crossing location. The degree to which friction concentrates this elongation is a function of the rate at which friction reduces the longitudinal stress in the pipe. The total friction force is proportional to cross-sectional area (circumference times wall thickness). Thus friction reduces axial stress (and concentrates strain) approximately inversely proportional to wall thickness (17). For a 42-in. (1,067-mm) diam pipeline, a 0.375-in. (9.5-mm) wall thickness results in from 1.35-1.5 times as great a peak strain as does a 0.562-in. (14.3-mm) wall thickness (11,12). On the other hand, a reduction of pipe diameter from 42 in. to 30 in. (1,067 mm to 762 mm) for the same wall thickness reduces the peak strain by less than 10%. Whenever possible, wall thickness of 0.45 in. (11.4 mm) or greater should be used for major petroleum transmission pipelines in major fault crossing zones.

Pipe ductility should be maximized in fault crossing regions. Increases in ductility (strain to rupture) and increases in the ratio of ultimate strength to yield strength (stress at 0.2% strain) are both more important than increases in the yield strength. Both API 5LX Grades 52 and 60 steel are inherently ductile (except possibly at low temperatures) and show good increases in ultimate strength over yield strength. Higher grade steels may be less desirable. High quality welding is required to prevent strain concentrations or ductility degradation at the circumferential field welds. Abrupt changes in wall thickness or other strain concentrators should be avoided within fault zones.

Petroleum transmission pipelines can be designed to withstand substantial fault movement without rupture. However, fault crossing designs of the type described have not been tested by nature and rely on large strain capacity. Therefore, the pipeline at fault crossings has inherently less margin of safety than at other locations. For these reasons, contingency plans should be developed to insure orderly shutdown of the pipeline, rapid repair, and orderly startup in the vicinity of major fault crossings.

#### PIPELINE DESIGN CONSIDERATIONS IN LIQUEFIABLE SOIL REGIONS

Most of the pipeline design considerations for fault crossings are also applicable for crossing liquefiable soil regions. The differential movements in such regions are not generally expected to be as abrupt as are the movements at fault crossings so that design requirements are not as severe.

A number of options exist for pipeline crossings of liquefiable soil regions in addition to the obvious (but practically difficult) option of densification along the route. These are to locate the pipeline: (1) Aboveground; (2) below the lowest depth of liquefiable soil; (3) within the liquefiable soil; and (4) within competent soil above liquefiable layers.

An aboveground pipeline can be intermittently supported on pile support structures. The important consideration is to insure that liquefaction does not

result in failure or large relative movement of these supports. This consideration requires that the pile supports extend through the liquefaction zone and are founded in competent soil beneath. The individual piles must be strong enough to prevent buckling under axial compression when unsupported laterally within the liquefiable layers. Also, the pile support structure must be capable of withstanding lateral pressures that might be placed on it by lateral spreading of soils above the liquefiable layers. With properly designed support structures, aboveground placement of the pipeline represents a desirable method of crossing liquefaction regions from a seismic standpoint. However, for nonseismic reasons, aboveground pipelines may not be desirable in liquefaction regions (see previous section).

Burial of the pipeline in competent soil below the lowest extent of the liquefiable soil prevents any liquefaction hazard to the pipeline. However, liquefaction zones often extend down to a depth of 20 ft-50 ft (6 m-15 m). Therefore, it is often impractical to consider this option. If the depth of liquefiable soils is shallow, then this option is an excellent method to avoid this hazard.

Burial of the pipeline within the liquefiable soils can result in substantial vertical movement of an anchored pipeline due to its buoyancy. When liquefied, the soil acts as a dense, viscous fluid. A 42-in. (1,100-mm) diam oil pipeline displaces about 1,000 lb/ft (1,500 kg/m) of soil [based on a soil density of 100 psi (690 kN/m<sup>2</sup>)] but weighs only 300 lb/ft (1,200 kg/m) when filled [0.5 in. (13 mm) thick pipe plus oil contents]. Thus, even when full, a 42-in. (1,100-mm) diam oil pipeline has a buoyancy in liquefied soil of about 200 lb/ft (300 kg/m). When unanchored, this buoyancy force must be resisted by drag on the pipe as it moves through the surrounding liquefied soil. (Some of the following ideas were suggested by R. F. Scott, California Institute of Technology.) After liquefaction, the equation of motion of the unanchored pipe is

$$MA = F_b - F_D \quad (1)$$

in which  $A$  = the pipe acceleration;  $M$  = the pipe mass;  $F_b$  = the buoyancy force; and  $F_D$  = the drag force (all per unit length). For a long cylindrical pipe, the drag force at low Reynolds number  $R$ , is (6)

$$F_D = \frac{4\pi\mu V}{0.5 - \ln(0.2226R)} \quad (2)$$

in which  $\mu$  = the viscosity; and  $V$  = the relative pipe velocity. Initially, the pipe is at rest and there is no drag force. Therefore, the pipe initially accelerates upward due to buoyancy. For a 200-lb/ft (300-kg/m) buoyancy and an 800-lb/ft (1,200-kg/m) pipe weight, the initial acceleration is 0.25 g. The pipe quickly reaches its terminal velocity (velocity at which buoyancy force equals drag force, i.e., no acceleration) in less than 1 sec. Thus, the motion of the unanchored pipe after liquefaction is essentially all at the terminal velocity and is

$$V_t = \frac{F_b [0.5 - \ln(0.2226R)]}{4\pi\mu} \quad (3)$$

The greatest difficulty in estimating the total pipe displacement is in estimating the viscosity,  $\mu$ , of the liquefied soil and the duration of liquefaction. Based on observations of movements of pipes through liquefied soil as a result of the

June 1964 earthquake in Niigata, Japan, it is estimated that  $\mu$  is on the order of 4,000 lb/sec/sq ft (20,000 kg/s/m<sup>2</sup>) for liquefied sand. This estimate is crude and should be improved by laboratory experiments before being relied upon in design. Based upon Eq. 3 and the foregoing estimate for  $\mu$ , it is estimated that a 42-in. (1,100-mm) diam pipeline [200-lb/ft (300-kg/m) buoyancy] would move through liquefied soil at a velocity of about 3 ft/min (0.9 m/min). It is estimated that the soil might remain liquefied for 3 min-5 min. Thus the total pipe displacement might be on the order of 10 ft-15 ft (3 m-4.6 m) if unanchored and buried sufficiently deep.

A vertical movement of 10 ft-15 ft (3 m-4.6 m) is likely to be unacceptable. One method to prevent this magnitude of movement is to shallow bury the pipe. The pipe is not expected to lift more than 30% of its diameter out of the ground. Thus a 3-ft (0.9-m) depth of cover would limit the uplift of a 42-in. (1,100-mm) pipeline to about 4 ft (1.2 m). Shallow burial thus provides a reliable limit on the upward pipe movement. Another solution is to encase the pipe in concrete to minimize this buoyancy. Approx 8-in. (200 mm) of concrete encasement is sufficient to essentially eliminate the buoyancy of a 42-in. (1,100-mm) oil pipeline when full. Unfortunately, this encasement greatly increases the pipe diameter and results in substantial increase in the lateral drag forces on the pipe resulting from lateral soil movement due to liquefaction. A third solution is to intermittently anchor the pipe against uplift. Under C.I.E. conditions, large pipe strains can be permitted so long as these strains do not lead to rupture of a full pipe. For a 42-in. (1,100-mm) diam, 0.5-in. (13-mm) wall thickness API 5LX Grade 52 pipe, these vertical anchors can be placed as much as 500 ft (153 m) apart and hold the full pipe against excessive uplift or rupture due to buoyancy.

Lateral soil movements must also be considered. However, if the soil surrounding the pipeline liquefies, then the lateral forces imposed on the pipeline due to lateral soil movement are not excessive (particularly with shallow burial). Use of thick-walled pipe [0.45 in. (11 mm) or greater thickness for 30-in. to 48-in. (760-mm to 1,200-mm) diam oil pipeline], and avoidance of strain concentrations by good quality welding, avoidance of abrupt wall thickness changes, and avoidance of pipe junctions in these regions is considered to be sufficient to prevent pipe rupture.

The most serious liquefaction hazard results from burial of the pipeline in competent soil that overlies deeper liquefiable soil layers. Liquefaction of these deeper layers may result in substantial lateral spreading of the upper competent soil since it will act as if it is supported on a fluid layer. This is particularly likely in the vicinity of unlined river channels or other sloping locations. Lateral spreading can extend for several hundred feet back from the slope. This lateral movement of competent soil can result in substantial lateral pressures being placed on the pipeline as the competent soil attempts to pull the pipe along. To prevent rupture, it is mandatory that the pipeline be capable of moving relative to the soil. This requires limiting the passive pressure that the soil can exert on the pipe due to relative movement. The same design considerations that apply at fault crossings apply in this case, i.e.: (1) Select route to avoid large compressive strains; (2) bury shallow so as to limit lateral and friction forces on pipe; (3) use thicker walled pipe; and (4) avoid abrupt discontinuities or strain concentrators.

## CONCLUSIONS

It is pointed out that ruptures of petroleum pipelines have resulted from large differential ground movement such as that associated with fault breakage. However, ground shaking does not appear to be a serious hazard to pipelines since no failures appear to have occurred purely from this cause. Large diameter oil storage tanks have suffered damage due to earthquake ground shaking.

Utilizing a dual-level seismic design philosophy, the pipeline project should be designed to remain operational with only minor repair after an operating level earthquake that has a reasonable probability of occurrence during the life of the project. The project also should be designed so as to minimize the possibility of rupture as a result of a contingency level earthquake that has a low probability of occurrence during the life of the project.

Seismic design considerations to minimize the possibility of pipeline rupture resulting from large differential soil displacements due to fault movement or liquefaction include:

1. The pipeline should be aligned to avoid large compressive strains.
2. The pipeline must be capable of moving laterally, vertically, and longitudinally relative to the soil so as to accommodate differential movement. Forces on the pipeline resulting from this relative movement should be minimized. For buried pipeline, these forces can best be limited by shallow burial.
3. Thick-walled pipelines [preferably at least 0.45-in. (11-mm) wall thickness for pipelines over 30-in. (760 mm) in diameter] are necessary in zones of abrupt differential soil movement.
4. High ductility through the use of ductile steel and avoidance of abrupt strain concentrations are important. Thus, high quality welding, avoidance of abrupt pipe thickness changes, and avoidance of pipe junctions should be required in these regions.

It is concluded that major petroleum transmission pipeline projects can be designed to reliably withstand the effects of major earthquakes by careful attention to detail and by general adherence to the design philosophy described herein.

## APPENDIX I.—REFERENCES

1. Berg, G. V., and Stratta, J. L., "Anchorage and the Alaska Earthquake of March 27, 1964," American Iron and Steel Institute, New York, N.Y., 1964.
2. Bonilla, M. G., and Buchanan, J. M., "Interim Report on Worldwide Historic Surface Faulting," U.S. Geological Survey Open File Report, Washington, D.C., 1970.
3. Bouwkamp, J. G., and Stephen, R. M., "Large Diameter Pipe Under Combined Loading," *Transportation Engineering Journal of ASCE*, Vol. 99, No. TE3, Proc. Paper 9907, Aug., 1973, pp. 521-536.
4. "Design Criteria and Stress Analysis for the Trans-Alaska Pipeline," *Summary Report*, Alyeska Pipeline Service Company, Dec., 1972.
5. "Engineering Aspects of the 1971 San Fernando Earthquake," *Building Science Series 40*, National Bureau of Standards, U.S. Department of Commerce, Washington, D.C., Dec., 1971.
6. Flugge, W., ed., *Handbook of Engineering Mechanics*, McGraw-Hill Book Company, Inc., New York, N.Y., 1962.
7. "Geologic-Seismic Considerations and Earthquake Design Basis for the West Coast

- Mid-Continent Pipeline California Segment," *MNS113.4R*, Holmes & Narver, Inc., Anaheim, Calif., June, 1976.
8. "The Great Alaska Earthquake of 1964," *Natl. Academy of Science*, Washington, D.C., Engineering—1973, Geology, Part A-1971.
9. Katayama, T., Kubo, K., and Sato, N., "Earthquake Damage to Water and Gas Distribution Systems," *Proceedings of the U.S. National Conference on Earthquake Engineering 1975*, Earthquake Engineering Research Institute, Oakland, Calif., June, 18-20, 1975, pp. 396-405.
10. Katayama, T., Kubo, K., and Sato, N., "Quantitative Analysis of Seismic Damage to Buried Utility Pipelines," *Proceedings of the Sixth World Conference on Earthquake Engineering*, New Delhi, India, 1977, pp. 12-91.
11. Kennedy, R. P., Chow, A. W., and Williamson, R. A., "Parametric Evaluation of Fault Movement Capacity of Buried Oil Pipeline," *MNS113.7R*, Holmes & Narver, Inc., Anaheim, Calif., Aug., 1976, pp. 617-633.
12. Kennedy, R. P., Chow, A. W., and Williamson, R. A., "Fault Movement Effects on Buried Oil Pipeline," *Transportation Engineering Journal of ASCE*, Vol. 103, No. TE5, Proc. Paper 13196, Sept., 1977, pp. 617-633.
13. Kubo, K., "Dynamic Behavior of Underground Pipes during Earthquake," *Seisan-Kenkyu, Monthly Journal of Institute of Industrial Science*, University of Tokyo, Tokyo, Japan, Vol. 25, No. 2, Feb., 1973 (in Japanese).
14. Kuribayashi, H., and Tazaki, T., "A Trend on Earthquake Engineering Researches for Lifeline Systems," *Proceedings on U.S.-Japan Seminar on Earthquake Engineering Research with Emphasis on Lifeline Systems*, U.S. National Science Foundation and Japan Society for the Promotion of Science, Nov., 1976, pp. 459-479.
15. Naito, K., "Study on Pipeline Failure due to Earthquake," *Proceedings of U.S.-Japan Seminar on Earthquake Engineering Research with Emphasis on Lifeline Systems*, U.S. National Science Foundation and Japan Society for the Promotion of Science, Nov., 1976, pp. 157-176.
16. Newmark, N. M., "Seismic Design Criteria for Structures and Facilities, Trans-Alaska Pipeline System," *Proceedings of the U.S. National Conference on Earthquake Engineering 1975*, Earthquake Engineering Research Institute, Oakland, Calif., June, 1975.
17. Newmark, N. M., and Hall, W. J., "Pipeline Design to Resist Large Fault Displacements," *Proceedings of the U.S. National Conference on Earthquake Engineering 1975*, Earthquake Engineering Research Institute, Oakland, Calif., June, 1975.
18. "The Niigata Earthquake and City Gas Facilities," Japan Gas Association, June, 1965 (in Japanese).
19. "The Park Field, California, Earthquake of June 27, 1966," U.S. Department of Commerce, ESSA, Coast and Geodetic Survey, Washington, D.C., 1966.
20. Patel, Y. A., Cho, F. L., and Dimopoulos, A. P., "Pipeline Designs for Earthquake Zones," *Pipeline and Gas Journal*, Dec., 1975.
21. "The Prince Williams Sound Alaska, Earthquake of 1964 and Aftershocks," Vol. II, Part A, U.S. Department of Commerce, Washington, D.C.
22. Sakurai, A., and Takahashi, T., "Dynamic Stresses of Underground Pipelines During Earthquakes," *Proceedings, Fourth World Conference on Earthquake Engineering*, Santiago, Chile, Vol. 4, 1969, pp. 81-95.
23. "San Fernando, Calif., Earthquake of February 9, 1971," Vol. II, National Oceanic and Atmospheric Administration, U.S. Department of Commerce, 1973.
24. Shibata, H., "Fundamental Concept of Seismic Design Code of Lifeline Systems and Industrial Facilities," *Proceedings of U.S.-Japan Seminar on Earthquake Engineering Research with Emphasis on Lifeline Systems*, U.S. National Science Foundation and Japan Society for the Promotion of Science, Nov., 1976, pp. 487-494.
25. Steinbrugge, K. V., and Moran, D. F., "An Engineering Study of the Southern California Earthquake of July 21, 1952, and Its Aftershocks," *Bulletin of the Seismological Society of America*, Vol. 44, No. 2B, Apr., 1954.
26. Steinbrugge, K. V., et al., "San Fernando Earthquake February 9, 1971," Pacific Fire Rating Bureau, San Francisco, Calif., 1971.
27. "Survey Report of Damage caused by the Niigata Earthquake," *Natural Gas*, Vol. 8, No. 10, 1975, pp. 22-28 (in Japanese).



## APPENDIX II.—NOTATION

The following symbols are used in this paper:

- $A$  = pipe acceleration;  
 $F_b$  = buoyancy force;  
 $F_D$  = drag force;  
 $f$  = longitudinal friction force;  
 $L_1, L_2$  = distance to anchors on each side of fault;  
 $M$  = pipe mass;  
 $R$  = Reynolds number of liquefied soil;  
 $V$  = relative pipe velocity;  
 $V_t$  = terminal pipe velocity;  
 $\beta$  = fault crossing angle;  
 $\Delta x, \Delta y$  = longitudinal and lateral components of fault displacements; and  
 $\mu$  = viscosity of liquefied soil.

# JOURNAL OF THE TECHNICAL COUNCILS OF ASCE

## TRANSIENT SEEPAGE ANALYSIS OF GURI DAM\*

By Chi-Yuan Wei<sup>1</sup> and William Y. J. Sbleh,<sup>2</sup> M. ASCE

(Reviewed by the Technical Council on Computer Practices)

### INTRODUCTION

The growing power demand and the economic development of the Guayana region of Venezuela have made it necessary to raise the existing Guri concrete dam by 52 m (171 ft). This involves raising the existing one and constructing a new concrete dam and new embankment dams. The new embankment dams consist of the right embankment dam, 3.3 km (2.1 miles) in length with a maximum height of 116 m (381 ft), and the left embankment dam, 4.5 km (2.8 miles) in length with a maximum height of 95 m (312 ft). The total volume of the embankment dams is approx 67,000,000 m<sup>3</sup> (87,600,000 cubic yd). The major portions of these embankment dams are the zoned earthfill.

The left embankment dam is analyzed in this paper and is referred to as the "Guri earthfill dam." The Guri earthfill dam rests on decomposed granitic gneiss varying in thickness from a few meters to as much as 50 m (16-50 ft). The laboratory testing results indicate that significant compression due to wetting can occur for the foundation soils consisting of decomposed gneiss. As the phreatic surface advances through the dam and the foundation, additional settlements will occur in the foundation and subsequently in the dam. These additional settlements will occur during and after reservoir filling and could cause undesirable differential settlements and cracking in the dam. Therefore, the following transient seepage analysis was conducted as a part of the earthfill dam design safety analysis.

Note.—Discussion open until September 1, 1979. To extend the closing date one month, a written request must be filed with the Editor of Technical Publications, ASCE. This paper is part of the copyrighted Journal of the Technical Councils of ASCE, Proceedings of the American Society of Civil Engineers, Vol. 105, No. TC1, April, 1979. Manuscript was submitted for review for possible publication on May 4, 1978.

\*Presented at the April 21-25, 1978, ASCE National Spring Convention and Continuing Education Program, held at Pittsburgh, Pa. (Preprint 3250).

<sup>1</sup>Sr. Hydr. Engr., Hydr. Analysis and Design Div., Harza Engrg. Co., Chicago, Ill.

<sup>2</sup>Assoc. and Head, Structural Analysis and Design Div., Harza Engrg. Co., Chicago, Ill.





centro de educación continua  
división de estudios de posgrado  
facultad de ingeniería unam



VI CURSO INTERNACIONAL DE INGENIERIA SISMICA

DISEÑO SISMICO DE ESTRUCTURAS ESPECIALES

DISEÑO SISMICO DE CIMENTACIONES

DR. LEONARDO ZEEVAERT

AGOSTO, 1980



1.

LECCIONES SOBRE EL DISEÑO SISMICO DE CIMENTACIONES

por

Leonardo Zeevaert

CONFERENCIA : VI CURSO INTERNACIONAL DE INGENIERIA SISMICA

## C O N T E N I D O

- I INTRODUCCION
- II CARACTERISTICAS DE LOS SISMOS
- III COMPORTAMIENTO DINAMICO DEL SUELO
- IV RESPUESTA SISMICA DE UNA CIMENTACION
- V REACCIONES SISMICAS

## LISTA DE FIGURAS

- 1 MAGNITUD RICHTER
- 2 ATENUACION SISMICA
- 3 ACELEROGRAMA MAYO 11, 1962 CIUDAD DE MEXICO
- 4 ESPECTRO DE SEUDO-ACELERACION MAYO 11, 1962 CIUDAD DE MEXICO
- 5 PENDULOS DE DIFERENTES PERIODOS
- 6 FACTORES DE AMPLIFICACION
- 7 ESPECTRO ENVOLVENTE DE DISEÑO SISMICO
- 8 PERFIL DE MODULO DE RIGIDEZ AL ESFUERZO CORTANTE
- 9 COMPORTAMIENTO SISMICO DEL SUBSUELO
- 10 COLUMNA DE SUELO SUJETA A MOVIMIENTO SISMICO
- 11 DEFORMACION DE ESTRUCTURA Y CIMENTACION
- 12 PLANTA DE CIMENTACION E INFLUENCIAS POR CARGA UNITARIA
- 13 REACCIONES DINAMICAS MAXIMAS
- 14 DISTRIBUCION DE ESFUERZOS DE CONTACTO A NIVEL DE DESPLANTE DE LA CIMENTACION
- 15 DEFORMACIONES DE LA ESTRUCTURA DE CIMENTACION EN LAS CONDICIONES

$$x_i = 0 \quad \text{y} \quad x_i = + 1$$

## 1.- INTRODUCCION

En numerosas ocasiones durante la práctica profesional se ha podido comprobar que el buen comportamiento de una estructura durante temblores de tierra fuertes, depende en alto grado de un diseño adecuado de la cimentación tanto para cargas estáticas como para las sísmicas. Una cimentación podrá haber sido diseñada y construída para trabajar satisfactoriamente con cargas estáticas y, sin embargo, su comportamiento sísmico podría ser defectuoso afectándose la respuesta sísmica de la superestructura. La cimentación es el elemento que transmite las fuerzas sísmicas a la superestructura. Consecuentemente la cimentación será la responsable del comportamiento del edificio aún y cuando la estructura de este haya sido bien diseñada.

La respuesta sísmica de la cimentación es función de varios factores, a saber :

- a.- Características del sismo
- b.- Características estratigráficas e hidráulicas y de resistencia del subsuelo
- c.- Propiedades dinámicas de esfuerzo-deformación del subsuelo
- d.- Comportamiento dinámico del subsuelo
- e.- Estructuramiento y rigidez de la estructura de cimentación
- f.- Interacción entre el suelo y la estructura de cimentación
- g.- Magnitud de los esfuerzos de contacto

En la práctica profesional el subsuelo no se puede considerar homogéneo e isótropo. Generalmente está constituido por una serie de depósitos de sedimentos con propiedades mecánicas variables que definen las propiedades de los diferentes estratos. Sin embargo, desde un punto de vista práctico, se podrá considerar que cada estrato del subsuelo puede ser representado por sus características geotécnicas medias, esto es: su geometría, propiedades de resistencia y de esfuerzo-deformación, tanto estáticas como dinámicas. Las fórmulas de cálculo basadas exclusivamente en propiedades del subsuelo como un medio homogéneo e isótropo no podrán proporcionar resultados cercanos a la realidad, más que en casos particulares. La respuesta sísmica de la cimentación dependerá, por tanto, de las condiciones estrati-



gráficas reales y de las propiedades dinámicas de los estratos involucrados en el movimiento sísmico. Así también del nivel de esfuerzos al que sea sometido el subsuelo durante el fenómeno sísmico.

Aún tomando en cuenta las condiciones reales del subsuelo y procedimientos de cálculo afines a las condiciones ambientales del lugar en cuestión, los resultados dependerán fundamentalmente de la precisión con que se conozcan las propiedades estratigráficas y dinámicas del subsuelo para un sismo de ciertas características predeterminadas. En estas condiciones la respuesta sísmica de la cimentación podrá conocerse con precisión práctica que permita analizar los esfuerzos y deformaciones de la cimentación y los efectos que su comportamiento induce en la superestructura.

## II.- CARACTERISTICAS DE LOS SISMOS

El ingeniero de cimentaciones deberá identificar los sismos por su Magnitud e Intensidad y elegir las características del sismo que utilizará como base para poder efectuar un diseño sísmico lo más apegado a la realidad cuando quiera llevar a cabo una mejor visualización de los fenómenos involucrados, y los cuales deberán cumplir como mínimo con los códigos legales de diseño establecidos (1). Los códigos para las diferentes regiones sísmicas han sido elaborados con la intención de cubrir por medio de factores las peores condiciones que podrían presentarse y que por experiencia local han sido observadas en la región considerada. No siempre los códigos así aplicados proporcionan diseños seguros. El principal defecto es que el ingeniero de cimentaciones pierde contacto con la física elemental del problema dinámico. El código siendo una legislación deberá, sin embargo, respetarse como una condición mínima. Por otro lado, el ingeniero diseñador no deberá perder de vista cualesquiera de los aspectos físicos y ambientales que puedan afectar el diseño sísmico de la cimentación y superestructura.

En ingeniería práctica se pueden considerar los conceptos elementales básicos de magnitud e intensidad sísmica. Así pues, la magnitud de un sismo se mide indirectamente por la cantidad de energía potencial liberada en la zona focal y por tanto es independiente de la distancia. Sin embargo,

a determinada distancia la intensidad sísmica se mide por la amplitud del movimiento sísmico registrado en un sismógrafo de especificaciones determinadas. El Profesor Richter estableció la escala de magnitud sísmica que lleva su nombre (2), con base en una magnitud mínima consistente en la medición de una amplitud de una micra de desplazamiento observada a la distancia de 100 Km, y medida con un sismógrafo de determinadas características, así también encontró que independientemente de la distancia el logaritmo de la relación de amplitudes de desplazamiento, esto es, la observada  $A$  a la de la base  $A_0$  se mantiene aproximadamente constante, Fig. 1;

$$M_R = \log \frac{A}{A_0} \quad (1)$$

De lo anterior Richter formuló su escala de donde se observa que si  $A_0$  representa una determinada energía potencial liberada, el valor  $M_R = 3$  significa que  $A$ , tendría un valor de 1 milímetro y representará una energía liberada en el foco  $10^3$  veces mayor. Así una magnitud Richter,  $M_R = 7$ , será una energía liberada en el foco  $10^7$  mayor que la base y 10 veces mayor que  $M_R = 6$ . De aquí se deduce que la escala de Richter sirve para estimar la posible energía liberada en los focos sísmicos y su apreciación de los efectos producidos en el lugar de observación deberá de interpretarse cuidadosamente. En efecto, si una  $M_R = 6.0$  produce determinado nivel de daño en una región lejos del foco, podría pensarse que la liberación del doble de energía correspondiente a  $M_R = 6.3$  produciría el doble de daños.

Para poder precisar mejor los efectos de determinada magnitud sísmica en el lugar de observación se utilizan las escalas de "Intensidad Sísmica". La intensidad sísmica representa los efectos producidos en el lugar de observaciones los cuales pueden ser medidos en fuerza, aceleración o por los daños producidos. De tal manera que, en una región podrán establecerse lugares donde sean observadas las mismas intensidades sísmicas para un sismo de cierta magnitud obteniéndose así las cartas isosísmicas, Fig. 2. La intensidad se tabula por escalas de grados sísmicos, como la bien conocida escala modificada de Mercalli usada en América y Europa. Las escalas de intensidad han sido también estudiadas en términos de aceleración máxima en la superficie del suelo por Cancani-Sieberg (1), y correlacionadas con la

escala modificada de Mercalli la cual corresponde en términos de aceleración a una escala de dimensiones geométricas. Así pues, la intensidad de grado VII es doble del grado VI y el grado VIII es cuatro veces mayor. En términos de aceleración aproximadamente: VI = 25 cm/seg<sup>2</sup>, VII = 50 cm/seg<sup>2</sup> y VIII = 100 cm/seg<sup>2</sup>.

Desde el punto de vista de ingeniería sísmica de diseño, sin embargo, el conocimiento de la intensidad sísmica para el lugar de interés no es suficiente información para efectuar un diseño apropiado de la cimentación y estructura de un edificio, ya que la respuesta sísmica es función de las características geotécnicas del subsuelo y de la flexibilidad de la estructura.

Se puede demostrar que las ondas principales que se producen en la zona de generación sísmica son las siguientes: las ondas compresionales conocidas como ondas P, ondas de dilatación que requieren para su transmisión que el suelo sufra cambios de volumen. Dichas ondas se desplazan con una velocidad  $v_d$  en el sentido de la compresión y dilatación. Las otras ondas importantes se transmiten sin cambio de volumen y se conocen como ondas S, ondas equivolúmetricas o de esfuerzo cortante y producen distorsión en el suelo perpendicular a la dirección de translación con velocidad  $v_s$ .

Las ecuaciones de movimiento de las ondas antes mencionadas en una de sus componentes son :

$$\text{ondas P: } \left(\frac{\lambda + 2\mu}{\rho}\right) \frac{\partial^2 w}{\partial z^2} = \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} \quad (2)$$

$$\text{ondas S: } \left(\frac{\mu}{\rho}\right) \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} \quad (3)$$

Las ecuaciones anteriores para su estudio pueden representarse por:

$$c \frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} = \frac{\partial^2 \phi}{\partial t^2} \quad (4)$$

en donde  $c$  es una constante propiedad del suelo y  $\phi$  la componente del desplazamiento. La ecuación diferencial puede resolverse por medio de funciones periódicas, a saber

$$1) \text{ del tiempo } f_1 \left( \frac{2\pi}{T} \cdot t \right) \quad (5)$$

$$2) \text{ del espacio } f_2 \left( \frac{2\pi}{L} \cdot x \right) \quad (6)$$

por consiguiente, se puede escribir como solución general

$$\phi = \phi_0 f_1 \left( \frac{2\pi}{T} \cdot t \right) \cdot f_2 \left( \frac{2\pi}{L} \cdot x \right) \quad (7)$$

substituyendo en la ecuación diferencial (4) se tiene :

$$-\omega_0 : f_1'' \left( \frac{2\pi}{T} \cdot t \right) \left( \frac{2\pi}{L} \right)^2 \cdot f_2'' \left( \frac{2\pi}{L} \cdot x \right) = -\phi_0 \left( \frac{2\pi}{T} \right)^2 \cdot f_1'' \left( \frac{2\pi}{T} \cdot t \right) \cdot f_2'' \left( \frac{2\pi}{L} \cdot x \right)$$

o bien

$$c \left( \frac{2\pi}{L} \right)^2 = \left( \frac{2\pi}{T} \right)^2 = \left( \frac{2\pi}{T} \right)^2 \therefore c = \left( \frac{L}{T} \right)^2$$

de donde la velocidad de la onda es:  $\frac{L}{T} = \sqrt{c}$

De aquí se deduce que

$$1) \text{ La velocidad de las ondas P ; } v_d = \sqrt{\frac{\lambda + 2\mu}{\rho}} \quad (8)$$

$$2) \text{ La velocidad de las ondas S ; } v_s = \sqrt{\frac{\mu}{\rho}} \quad (9)$$

De la teoría de elasticidad el valor  $\lambda$  queda definido por:  $\lambda = \frac{\nu E}{(1+\nu)(1-2\nu)}$

substituyendo en (8) se obtiene:

$$v_d = \left( \sqrt{\frac{2(1-\nu)}{1-2\nu}} \right) \cdot \sqrt{\frac{\mu}{\rho}}$$

o bien

$$v_d = \left( \frac{2(1-\nu)}{1-2\nu} \right)^{\frac{1}{2}} \cdot v_s \tag{10}$$

De aquí se deduce que la velocidad de las ondas P es función de la relación de Poisson y tienen una velocidad mayor que las ondas S, que pueden determinarse directamente conociendo únicamente el módulo de rigidez del suelo  $\mu$  y la masa unitaria  $\rho$ . Para un suelo saturado donde el cambio de volumen no puede verificarse en forma instantánea el valor de  $v_d$  tiende a ser varias veces mayor que  $v_s$ . Por lo anterior se puede también deducir que las deformaciones sísmicas ocasionadas por las ondas S serán de mayor importancia, (3).

Para calcular la respuesta sísmica en un determinado lugar se hace necesario conocer la historia de aceleración del sismo, la cual se determina registrando el movimiento sísmico por medio de un acelerógrafo. En la Fig. 3 se muestra un acelerograma registrado en Mayo 11, 1962 para la parte central de la Ciudad de México.

Se puede demostrar que la respuesta sísmica máxima puede determinarse por la siguiente expresión :

$$R_v = \int_0^t a(\tau) e^{-\zeta \omega_0 (t-\tau)} \cdot \text{sen } \omega_d (t-\tau) d\tau / \text{max} \tag{11}$$

el valor de  $R_v$  representa la integración de los impulsos transmitidos por la aceleración  $a(\tau)$  a la base de una estructura equivalente a un grado de libertad con frecuencia circular libre  $\omega_0$  y amortiguada  $\omega_d = \omega_0 (1-\zeta_0^2)^{\frac{1}{2}}$ , en donde  $\zeta_0$  representa la fracción de amortiguamiento crítico de la estructura.

Para el diseño sísmico de la estructura al ingeniero le interesa fundamentalmente la fuerza de inercia que se genera en el centro de la masa,

esto es :

$$V_m = M \cdot R_a \tag{12}$$

El valor de  $R_a = \omega_o R_v$ , se conoce como la respuesta de pseudo-aceleración y la relación  $R_a$  vs  $T$  el espectro de pseudo-aceleración. Por medio del acelerograma de la Fig. 3 y la expresión (11) se obtuvieron los espectros de respuesta de aceleración que muestra la fig. 4 para diferentes amortiguamientos críticos y para el centro de la Ciudad de México, (4). Para una estructura rígida  $T = 0$  la aceleración será la de la superficie del suelo obtenida como máxima del acelerograma. Nótese que a medida que la estructura se hace más flexible aumenta la respuesta hasta llegar a un valor máximo después del cual declina hasta hacerse pequeña.

Para comprender el significado físico del espectro de respuesta, supongamos, Fig. 5, una serie de edificios en la zona de estudio representados por péndulos con períodos  $T$  diferentes, representativos del modo fundamental de vibrar de dichos edificios. Supongamos períodos que varían desde  $T = 0$  hasta  $T = 4$  seg. Ahora imaginemos que en la interfase con el suelo firme se producen trenes de ondas de esfuerzo cortante con velocidad de transmisión  $v_s$  pero con diferentes períodos y longitudes de tal manera que

$$v_s = \frac{L_1}{T_1} = \frac{L_2}{T_2} = \dots = \frac{L_i}{T_i} \tag{13}$$

El suelo también se puede considerar como un vibrador a la vez, por tanto tendrá una serie de períodos de vibración libre dependiendo de las condiciones estratigráficas y de sus propiedades dinámicas. Se encontrará que existirá un período máximo de vibración o fundamental el cual puede ser excitado por la perturbación sísmica más fácilmente que los armónicos más altos.

Supongamos que el período fundamental del suelo es  $T_{s1}$ , cuando dicho período sea aproximadamente coincidente con alguno de los períodos de los péndulos representativos de los edificios, dicho péndulo entrará en resonancia produciéndose en su centro de masa una amplificación de la aceleración con respecto a la aceleración máxima de la superficie del suelo. La aceleración

de la superficie del suelo será tomada únicamente por el péndulo de alta rigidez;  $T \approx 0$ . Así pues, los picos en el espectro de respuesta de pseudo-aceleración serán representativos de las amplificaciones producidas cuando las longitudes de las ondas sean compatibles con la estratigrafía del subsuelo y, por tanto, producen períodos en éste cercanos a los períodos fundamentales de las estructuras. El período fundamental  $T_{s1}$  del subsuelo resulta el más importante de considerar ya que produce la máxima respuesta y consecuentemente la amplificación máxima para determinado amortiguamiento crítico, y por tanto, puede servir como base para formular un espectro práctico de diseño. Designemos la amplificación de la aceleración por  $f_a = R_a/a_m$  y dibujemos en escalas log-logarítmicas el espectro de respuesta de aceleración en términos de  $f_a$  VS  $T_o/T_{s1}$ , en donde  $T_o$  es el período equivalente de la estructura como si fuese de un grado de libertad. El dibujo se efectuará de tal manera que represente la envolvente de todos los picos en el rango de  $T_o/T_{s1}$  pequeño, hasta  $T_o/T_{s1} \approx 3$ . El valor  $T_o/T_{s1} = 1$  representará la coincidencia del período de la estructura y cimentación con el del subsuelo, y por tanto se obtendrá la respuesta máxima  $f_a$ , Figs. 6 y 7.

De la anterior discusión se ve la importancia de poder conocer el período fundamental del subsuelo. También son importantes el segundo y tercer modos para el caso de sedimentos suaves como es el de la Ciudad de México. El uso del espectro que muestra la Fig. 7 es fácil; imaginemos que el subsuelo tiene un período dominante de  $T_{s1} = 1.0$  seg, una estructura tiene un período fundamental de  $T_o = 2.0$  seg, por consiguiente  $T_o/T_{s1} = 2.0$  y de la Fig. 7 se obtiene  $f_a = 2.0$  para un amortiguamiento de  $\zeta_o = 5\%$ . De donde la fuerza de inercia en el centro de masa de la estructura será

$$V_m = 2 \times (M a_m) \quad (14)$$

Si  $h_m$  es la altura del centro de masa desde la interfase del suelo con la cimentación, el momento de volteo será

$$O_T = V \cdot h_m \quad (15)$$

y la fuerza cortante en la base:  $V_B = V_m$ .

### III.- PROPIEDADES DINAMICAS DEL SUELO

En párrafos anteriores se mencionó la importancia de conocer las propiedades dinámicas del suelo, para lo cual es necesario investigar cada uno de los estratos que lo forman hasta alcanzar la base firme.

De la experiencia se conoce que en sedimentos no consolidados los efectos más importantes de movimiento sísmico son los producidos por las ondas de esfuerzo cortante con velocidad

$$v_s = \sqrt{\frac{\mu}{\rho}} \quad (16)$$

en donde  $\mu$  es la rigidez del suelo ó módulo de elasticidad al esfuerzo cortante, y  $\rho$  la masa unitaria. El valor de  $\mu$  puede ser determinado en pruebas de suelo inalterado representativas de cada uno de los estratos del subsuelo. Conociendo la velocidad de la onda de cortante en cada estrato podrá calcularse aproximadamente el período fundamental del suelo. Supongamos que se conoce la estratigrafía y valores de  $v_s$  de cada uno de los estratos que lo forman, Figs. 8 y 9. Sea  $v_{si}$ ,  $d_i$ , la velocidad de la onda y espesor respectivamente del estrato  $i$ . El tiempo que la onda tardaría en atravesar dicho estrato es

$$\Delta t_i = \frac{d_i}{v_{si}} \quad (17)$$

Al recorrer la onda de la base firme a la superficie del suelo donde será reflejada nuevamente hacia la base firme el tiempo transcurrido será 1/4 del



período fundamental, así también la distorsión total del suelo en la superficie representará la amplitud del movimiento, Fig. 9. Por consiguiente

$$\frac{1}{4} T_{s1} = \sum_1^n \frac{d_i}{v_{s1i}}$$

o bien

$$T_{s1} = 4 \sum_1^n \frac{d_i}{v_{s1i}} \quad (18)$$

Para calcular las distorsiones relativas y esfuerzos cortantes en el subsuelo producidos por cierta aceleración sísmica en la superficie establecemos las expresiones paramétricas del movimiento para el caso de ondas de esfuerzo cortante que viajan desde el estrato firme hacia la superficie. De la Fig. 10 se establece el equilibrio dinámico de un elemento de suelo a la profundidad  $z=i$  como sigue:

1) Equilibrio dinámico del elemento

$$(\tau_{i+1} - \tau_i) = (\rho d_i) \frac{1}{2} (\delta_i + \delta_{i+1}) \omega^2 \quad (19)$$

2) Distorsión del elemento

$$\frac{\delta_i - \delta_{i+1}}{d_i} = \frac{\tau_i + \tau_{i+1}}{2\mu} \quad (20)$$

De las expresiones anteriores se encuentran los algoritmos para el cálculo de  $\delta$ ,  $\tau$  y  $\omega$ , a saber

$$\delta_{i+1} = A_i \delta_i - B_i \tau_i \quad (21)$$

$$\tau_{i+1} = C_i (\delta_i + \delta_{i+1}) + \tau_i \quad (22)$$

En donde los parámetros tienen los siguientes valores:

$$\begin{aligned}
 A_i &= \frac{1-N_i}{1+N_i} & B_i &= \frac{1}{1+N_i} \cdot \frac{d_i}{\mu_i} \\
 C_i &= \frac{1}{2} \rho_i d_i^2 \omega_n^2 & N_i &= \frac{\rho_i d_i^2 \omega_n^2}{4\mu_i}
 \end{aligned}
 \tag{23}$$

Conociendo la aceleración máxima  $a_m$  de la superficie del suelo se calcula el desplazamiento horizontal correspondiente:  $\delta_{si} = a_m / \omega_n^2$  en donde  $\omega_n$  es la frecuencia circular de la masa del subsuelo desde la superficie hasta la base firme. En la superficie del suelo  $\tau_i = 0$ , por consiguiente con un valor aproximado de  $\omega_n$  obtenido de la (18) se determinan  $A_i$ ,  $B_i$  y  $C_i$ , y se calcula de (21) el valor siguiente del desplazamiento horizontal  $\delta_{i+1}$  y luego de la (22)  $\tau_{i+1}$ . Con los valores de  $\delta_{i+1}$  y  $\tau_{i+1}$  se entra nuevamente en la (21) y se calculan los próximos valores de  $\delta_{i+2}$ , y con (22) el valor de  $\tau_{i+2}$ . En esta forma paso a paso se integran las expresiones (21) y (22) hasta llegar a la base firme donde  $\delta_{sb} = 0$  y  $\tau_{sb}$  es máxima. Si  $\delta \neq 0$  al llegar a la base, se rectifica el valor de  $\omega_n$  y se repite el cálculo hasta satisfacer la frontera en la base firme. En la misma forma se puede investigar el comportamiento dinámico del subsuelo para otras frecuencias circulares del subsuelo.

#### IV. - RESPUESTA SISMICA DE LA CIMENTACION

Supongamos una estructura y su cimentación representada esquemáticamente como muestra la Fig. 11. La fuerza de inercia máxima durante el movimiento sísmico es

$$V_m = (\delta_g + \delta_n) \omega_0^2 M \tag{24}$$

y el momento de volteo

$$D_T = V_m \cdot h_m \quad (25)$$

Por otro lado las fuerzas de restitución :

por flexibilidad de la estructura;  $(K_n \cdot \delta_n)$ , y por la rotación de la cimentación:  $(K_\theta \cdot \theta)$ .

El equilibrio dinámico requiere

$$K_\theta \cdot \theta = (\delta_\theta + \delta_n) \omega_o^2 \cdot M \cdot h_m \quad (26)$$

pero  $\theta = \frac{\delta_\theta}{h_m}$

$$\frac{1}{\omega_o^2} = \frac{(\delta_\theta + \delta_n) \cdot M}{K_\theta \frac{\delta_\theta}{h_m^2}}$$

$$\frac{1}{\omega_o^2} = \frac{h_m^2 \cdot M}{K_\theta} + \frac{\delta_n}{\delta_\theta} \frac{h_m^2 \cdot M}{K_\theta} \quad (27)$$

pero  $h_m \delta_n K_n = K_\theta \frac{\delta_\theta}{h_m}$

$$\frac{\delta_n}{\delta_\theta} = \frac{K_\theta}{K_n} \cdot \frac{1}{h_m^2}$$

Substituyendo en (18)

$$\frac{1}{\omega_o^2} = \frac{h_m^2 M}{K_\theta} + \frac{M}{K_n} \quad (28)$$

Por otro lado, se encuentra que para  $\delta_n = 0$  la frecuencia circular por rotación es  $\omega_\theta^2 = K_\theta / M \cdot h_m^2$  y para  $\delta_\theta = 0$  la frecuencia circular de la superestructura  $\omega_n^2 = K_n / M$ , substituyendo estos valores en (28)

$$\frac{1}{\omega_o^2} = \frac{1}{\omega_\theta^2} + \frac{1}{\omega_n^2} \quad (29)$$

o bien ya que :  $\omega = \frac{2\pi}{T}$

$$T_o^2 = T_\theta^2 + T_n^2 \quad (30)$$

En donde  $T_n$  es el período de la estructura. De donde se deduce que el período equivalente acoplado de la estructura y su cimentación puede ser obtenido por la (30). El período de rotación  $T_\theta$  es función de las propiedades dinámicas y estratigráficas del subsuelo y de la rigidez de la cimentación.

Esto es:

$$T_\theta = 2\pi h_m \sqrt{\frac{M}{K_\theta}} \quad (31)$$

El problema consistirá en determinar el módulo de cimentación por rotación  $K_\theta$ . Por lo tanto, conocido el período fundamental del suelo  $T_{s1}$  se encuentra  $T_o/T_{s1}$  y con el amortiguamiento crítico equivalente  $\zeta_o$  se entra al espectro normalizado de respuesta y se determina  $f_a$ , por consiguiente los valores de  $V_B$  y  $0_T$ .

La expresión (31) es también válida para los períodos amortiguados cuando  $\zeta_o < 20\%$ , de donde se puede escribir:

$$T_{od}^2 = T_{\theta d}^2 + T_{nd}^2 \quad (32)$$

Sea  $\zeta_o$  el amortiguamiento crítico equivalente del sistema estructura-cimentación,  $\zeta_\theta$  el amortiguamiento crítico de la cimentación y  $\zeta_n$  el de la superestructura, por tanto

$$\begin{aligned} T_o &= T_{od} (1 - \zeta_o^2) \\ T &= T_{\theta d} (1 - \zeta_\theta^2) \\ T_n &= T_{nd} (1 - \zeta_n^2) \end{aligned} \quad (33)$$

substituyendo en (32) y efectuando operaciones algebraicas :

$$(1 - \zeta_o^2) = \frac{(1 - \zeta_\theta^2)(1 - \zeta_n^2) T_o^2}{(1 - \zeta_n^2) T_n^2 + (1 - \zeta_\theta^2) T_\theta^2} \quad (34)$$

considerando que  $(1 - \zeta^2) = 1 - 2\zeta^2 + \zeta^4 = 1 - 2\zeta^2$  para valores:

$\zeta < 0.20$ , de la (34) se obtiene:

$$\zeta_o^2 = \frac{\zeta_\theta^2 T_\theta^2 + \zeta_n^2 T_n^2}{(1 - 2\zeta_n^2) T_\theta^2 + (1 - 2\zeta_n^2) T_n^2} \quad (35)$$

Por consiguiente, conociendo los valores de  $T_\theta$ ,  $\zeta_\theta$  y  $T_n$ ,  $\zeta_n$  se podrá calcular de (30) y (35) los valores del período  $T_o$  y amortiguamiento equivalente  $\zeta_o$  respectivamente. Los amortiguamientos de las estructuras se

encuentran en rangos de  $\zeta_n = 2\%$  a  $5\%$  y para las cimentaciones aproximadamente:

En sedimentos	$\zeta_\theta$
muy suaves	20% - 15%
suaves	15% - 12%
rígidos	12% - 8%
muy rígidos	8% - 6%
duros	5%

#### V.- REACCIONES SISMICAS

Para el cálculo de  $K_\theta$  se procede como sigue: supongamos una cimentación como la que se indica en la Fig. 12 de planta rectangular formada por un sistema de vigas cortas y dos vigas longitudinales donde las cortas apoyan, y que en conjunto con la losa inferior de reacción y la losa superior sobre las vigas forman en conjunto un cajón rígido capaz de trabajar en forma continua a la flexión, fuerzas cortantes y torsión. La rigidez en sentido largo es  $(EI)_L$  y en sentido corto  $(EI)_c$ . Se divide la superficie de apoyo en fajas transversales de igual área  $\bar{a}$  y tantas como se haga necesario para obtener precisión práctica. Supongamos seis fajas para ilustrar el procedimiento. Carguemos una faja, Fig. 12, con una carga unitaria  $\Delta q_i = +1$  y calculemos la influencia  $I_{ji}^N$  que dicha carga unitaria induce en el subsuelo al centro de los estratos considerados, en este caso cuatro, y debajo de cada una de las bandas. Las compresiones dinámicas volumétricas se designan por  $\alpha_d^N$  para cada estrato. Por consiguiente, de acuerdo con la Fig. 12 se pueden encontrar los desplazamientos verticales  $\bar{\delta}_{ji}$  al centro de las bandas que dicha

carga unitaria produce en los puntos 1 a 6 cuando ésta se aplica sucesivamente en cada una de las bandas consideradas. En forma matricial estos valores se calculan como sigue :

$$\begin{aligned}
 |\bar{\delta}_{j1}| &= |l_{j1}|^T \cdot |\alpha_d^N| \\
 |\bar{\delta}_{j2}| &= |l_{j2}|^T \cdot |\alpha_d^N| \\
 &\dots \\
 |\bar{\delta}_{ji}| &= |l_{ji}|^T \cdot |\alpha_d^N|
 \end{aligned}
 \tag{36}$$

en donde :

- $|l_{ji}|^T$  matriz transpuesta de las influencias en j debido a la carga unitaria aplicada en i en cada estrato.
- $|\alpha_d^N|$  matriz columnar de las compresiones volumétricas en los estratos de A a N por condiciones dinámicas
- $|\bar{\delta}_{ji}|$  desplazamiento vertical en puntos j debido a la carga vertical en la banda i

Con los valores de (36) se forma la matriz general de influencia o desplazamientos unitarios como sigue :

$$\begin{array}{|c|c|c|c|c|c|}
 \hline
 \bar{\delta}_{11} & \bar{\delta}_{12} & \bar{\delta}_{13} & \bar{\delta}_{14} & \bar{\delta}_{15} & \bar{\delta}_{16} \\
 \hline
 \bar{\delta}_{21} & \bar{\delta}_{22} & \bar{\delta}_{23} & \bar{\delta}_{24} & \bar{\delta}_{25} & \bar{\delta}_{26} \\
 \hline
 \bar{\delta}_{31} & \bar{\delta}_{32} & \bar{\delta}_{33} & \bar{\delta}_{34} & \bar{\delta}_{35} & \bar{\delta}_{36} \\
 \hline
 \bar{\delta}_{41} & \bar{\delta}_{42} & \bar{\delta}_{43} & \bar{\delta}_{44} & \bar{\delta}_{45} & \bar{\delta}_{46} \\
 \hline
 \bar{\delta}_{51} & \bar{\delta}_{52} & \bar{\delta}_{53} & \bar{\delta}_{54} & \bar{\delta}_{55} & \bar{\delta}_{56} \\
 \hline
 \bar{\delta}_{61} & \bar{\delta}_{62} & \bar{\delta}_{63} & \bar{\delta}_{64} & \bar{\delta}_{65} & \bar{\delta}_{66} \\
 \hline
 \end{array}
 \times
 \begin{array}{|c|}
 \hline
 \Delta q_1 \\
 \hline
 \Delta q_2 \\
 \hline
 \Delta q_3 \\
 \hline
 \Delta q_4 \\
 \hline
 \Delta q_5 \\
 \hline
 \Delta q_6 \\
 \hline
 \end{array}
 =
 \begin{array}{|c|}
 \hline
 \delta_1 \\
 \hline
 \delta_2 \\
 \hline
 \delta_3 \\
 \hline
 \delta_4 \\
 \hline
 \delta_5 \\
 \hline
 \delta_6 \\
 \hline
 \end{array}$$

Los desplazamientos debidos a las cargas unitarias  $\Delta q_1$  a  $\Delta q_6$  aplicadas en las bandas consideradas serán :

$$|\delta_i| = \sum_j \bar{\delta}_{ji} \cdot |\Delta q_j|$$

o bien

$$|\delta_i| = |\bar{\delta}_{ji}| \cdot |\Delta q_j| \quad (37)$$

Si la estructura de la cimentación se considera rígida, debido a un giro  $\theta$  los desplazamientos verticales de las bandas con respecto al centro de giro Fig. 13, serán

$$\begin{array}{l}
 \delta_1 = -\delta_6 = \theta x_1 \\
 \delta_2 = -\delta_5 = \theta x_2 \\
 \delta_3 = -\delta_4 = \theta x_3
 \end{array} \quad (38)$$



Substituyendo en (37) se tiene :

$$|\theta x_i| = |\bar{\delta}_{ij}| \cdot |\Delta q_i| \quad (39)$$

o bien

$$\left| \frac{\Delta q_i}{\theta} \right| = \left| \bar{\delta}_{ij} \right|^{-1} \cdot |x_i| \quad (40)$$

Solucionando el sistema de ecuaciones simultáneas que representa la ecuación matricial (40) se determinan los valores  $(\Delta q_i/\theta)$ . El momento de volteo será:

$$O_T = \theta \sum \left( \frac{\Delta q_i}{\theta} \right) \bar{a} \cdot x_i \quad (41)$$

El módulo de cimentación por rotación queda definido por  $K_\theta = O_T/\theta$ , entonces

$$K_\theta = \bar{a} \sum_1^6 \left( \frac{\Delta q_i}{\theta} \right) x_i \quad (42)$$

Conociendo  $K_\theta$  se calcula  $T_\theta$  y el valor  $T_o = \sqrt{T_\theta^2 + T_n^2}$  y con el amortiguamiento crítico equivalente  $\zeta_o$  se entra al espectro de diseño con  $T_o/T_{si}$  y se encuentra  $f_a$ ; así también

$$O_T = f_a (a_m \cdot M \cdot h_m) \quad (43)$$

así pues la amplitud del ángulo que gira la cimentación será

$$\theta = \frac{f_a (a_m \cdot M \cdot h_m)}{K_\theta} \quad (44)$$

el incremento de esfuerzos en la interfase de la estructura de cimentación y el suelo es

$$\Delta q_i = \left( \frac{\Delta q_i}{\theta} \right) \cdot \theta \quad (45)$$

Los esfuerzos sísmicos de reacción de la cimentación se suman a los ya determinados para las condiciones estáticas, Fig. 14. Se examina si los esfuerzos máximos en las orillas de la cimentación no sobrepasan la resistencia del suelo en esos lugares.

Quando la cimentación es flexible habrá necesidad de establecer la compatibilidad de deformaciones entre el suelo y la estructura de cimentación tomando en cuenta la rigidez ( $EI$ ) en el sentido de la flexión, para lo cual se establece la matriz de flexibilidades de la estructura de la cimentación. Sea la Fig. 15 la estructura a resolver donde los valores  $X_1$  a  $X_4$  son las reacciones incógnitas, esto es:  $X_i = \Delta q_i \bar{a}$ . Lo anterior implica la solución de un sistema estructural estáticamente indeterminado. Sin embargo, haciendo  $X_1 = X_2 = X_3 = 0$  esto es, CONDICION  $X_i = 0$ , Fig. 15b, la estructura de cimentación será estáticamente determinada con apoyos en a y b, y reacciones  $R_{a0}$  y  $R_{b0}$  respectivamente. En estas condiciones se podrán calcular los desplazamientos por flexión y por ceder los apoyos debido a un momento arbitrario de volteo  $O_T^n$ , estos corrimientos se designarán por  $\Delta i_0$ , esto es, desplazamiento vertical en el punto i originado por la CONDICION  $X_i = 0$ . Para considerar los efectos de las reacciones  $X_i$ , se suponen CONDICIONES  $X_i = +1$  en cada uno de los puntos representativos de las bandas consideradas en el análisis, según muestra la Fig. 15c y d. Las condiciones de apoyo serán las mismas que para la CONDICION  $X_i = 0$ . Se aplica una carga unitaria en la estructura en el punto i e igual y contraria en el suelo. Si  $K_i$

representa el módulo de cimentación para la banda  $i$ , la deformación del suelo será  $1/K_i$ , en la estructura se originará un desplazamiento por ceder los apoyos y flexión  $\bar{s}'_{ii}$ ; por consiguiente el desplazamiento total en  $i$  será

$$\bar{s}_{ii} = \bar{s}'_{ii} + \frac{1}{K_i} \quad (46)$$

En cualquier otro punto  $j$  de la estructura se tendrá un desplazamiento  $\bar{s}'_{ji} = \bar{s}'_{ij}$ . Por el teorema de Maxwell  $\bar{s}_{ji} = \bar{s}_{ij}$ . Esto es: "el desplazamiento vertical en  $j$  debido a una carga unitaria aplicada en  $i$  será igual al desplazamiento en  $i$  debido a la misma carga unitaria aplicada en  $j$ ". Así pues, para establecer la compatibilidad de deformación o interacción entre la estructura de cimentación y el suelo en el punto  $i$  se deberá tener la siguiente condición:

$$\bar{s}_{i1}x_1 + \bar{s}_{i2}x_2 + \bar{s}_{i3}x_3 + \dots + \bar{s}_{ii}x_i + \dots + \bar{s}_{in}x_n = \Delta_{io} \quad (47)$$

Aplicando la expresión anterior al caso de la Fig. 15 con 4 incógnitas se tiene

$$\begin{aligned} \bar{s}_{11}x_1 + \bar{s}_{12}x_2 + \bar{s}_{13}x_3 + \bar{s}_{14}x_4 &= \Delta_{10} \\ \bar{s}_{21}x_1 + \bar{s}_{22}x_2 + \bar{s}_{23}x_3 + \bar{s}_{24}x_4 &= \Delta_{20} \\ \bar{s}_{31}x_1 + \bar{s}_{32}x_2 + \bar{s}_{33}x_3 + \bar{s}_{34}x_4 &= \Delta_{30} \\ \bar{s}_{41}x_1 + \bar{s}_{42}x_2 + \bar{s}_{43}x_3 + \bar{s}_{44}x_4 &= \Delta_{40} \end{aligned} \quad (48)$$

Puesto que el caso de momento de volteo provoca una rotación simétrica se establece que:  $X_1 = -X_4$  y  $X_2 = -X_3$ , por lo anterior se puede reducir la (48):

$$\begin{vmatrix} (\bar{s}_{11} - \bar{s}_{14}) & (\bar{s}_{12} - \bar{s}_{13}) \\ (\bar{s}_{21} - \bar{s}_{24}) & (\bar{s}_{22} - \bar{s}_{23}) \end{vmatrix} \times \begin{vmatrix} X_1 \\ X_2 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \Delta_{10} \\ \Delta_{20} \end{vmatrix} \quad (49)$$

Para solucionar la ecuación matricial (49) será necesario conocer los valores de los módulos de cimentación para las bandas respectivas considerando que el suelo es uniforme en la extensión de la cimentación:  $K_a = K_b$ ,  $K_1 = K_4$  y  $K_2 = K_3$ . Sin embargo, estos valores son función de la rigidez de la cimentación y distribución de reacciones finales; por consiguiente para una primera aproximación se considera la cimentación rígida, de la (38) y (45) se obtiene para un momento arbitrario  $0_T$ :

$$R'_a = \Delta q'_a \bar{a}, \quad \delta'_a = \theta' x_a \therefore K'_a = \frac{R'_a}{\delta'_a}$$

$$X'_1 = \Delta q'_1 \bar{a}, \quad \delta'_1 = \theta' x_1 \therefore K'_1 = \frac{X'_1}{\delta'_1} \quad (50)$$

$$X'_2 = \Delta q'_2 \bar{a}, \quad \delta'_2 = \theta' x_2 \therefore K'_2 = \frac{X'_2}{\delta'_2}$$

Conociendo los valores de  $K'$  se resuelve la (49) encontrando valores de

$$X''_1 = -X''_4 \quad \text{y} \quad X''_2 = -X''_3, \quad \text{de donde se calcula} \quad \Delta q''_a = -\Delta q''_b;$$

$$\Delta q''_1 = -\Delta q''_4 \quad \text{y} \quad \Delta q''_2 = -\Delta q''_3. \quad \text{Estos valores se substituyen en}$$

la ecuación matricial de desplazamientos verticales (37) y se calculan nuevos valores de:  $\delta_a'' = -\delta_b''$ ,  $\delta_1'' = \delta_4''$  y  $\delta_2'' = \delta_3''$ , con lo cual se determinan nuevos valores de  $K_i'' = X_i''/\delta_i''$  y se vuelve a entrar en la (49) para encontrar valores mejorados de  $X_i^n$ , se prosigue con el ciclo de iteraciones hasta que los valores de  $X_i^n$ ,  $\Delta q_i^n$  no cambien substancialmente. El momento de volteo será

$$O_T^n = 2 (R_a^n x_a + x_1^n x_1 + x_2^n x_2) \quad (51)$$

El giro equivalente es :

$$\theta^n = \frac{1}{3} \left( \frac{\delta a^n}{x_a} + \frac{\delta 1^n}{x_1} + \frac{\delta 2^n}{x_2} \right) \quad (52)$$

Por consiguiente el módulo por rotación y el período respectivamente

$$K_\theta = \frac{O_T^n}{\theta^n} \quad \text{y} \quad T_\theta = 2\pi h_m \sqrt{\frac{M}{K_\theta}} \quad (53)$$

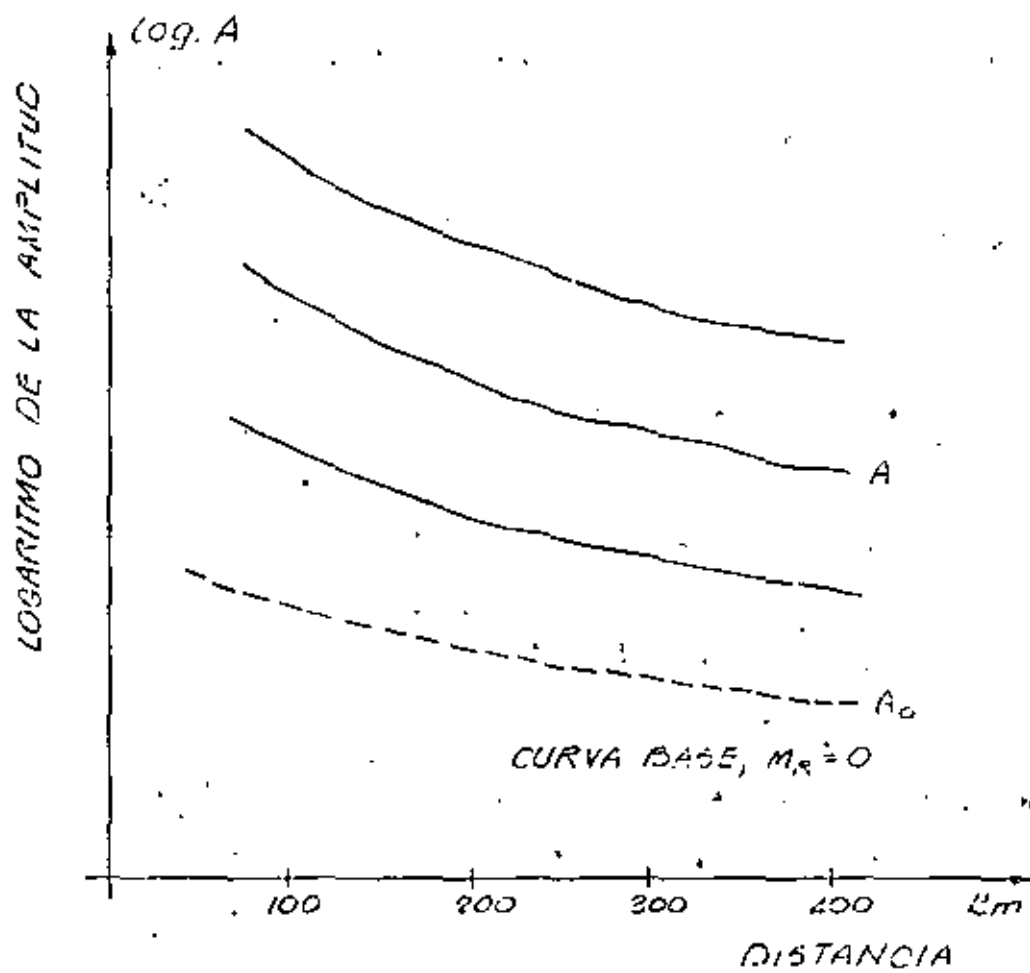
de donde  $T_o^2 = T_n^2 + T_\theta^2$  así también se encuentra el valor  $\zeta_o$  de la (35).

Se entra con este valor y  $T_o/T_s$  en el espectro de diseño, Fig. 6, y se obtiene la amplificación  $f_a$ , de donde la respuesta sísmica es :

$$a) \text{ Cortante en la base} \quad V_B = f_a M a_m \quad (54)$$

$$b) \text{ Momento de volteo} \quad O_T = (f_a M a_m) h_m \quad (55)$$

Las reacciones finales se obtendrán multiplicando por la relación  $O_T/O_T^n$  los valores de  $R_a^n$ ,  $X_1^n$  y  $X_2^n$  etc., encontrados anteriormente por suponer un momento de volteo arbitrario  $O_T^n$ . Finalmente, se suman las reacciones unitarias sísmicas finales a las estáticas, Fig. 14, y se revisa que las reacciones máximas no sobrepasen las admisibles en los bordes de la cimentación.



$$M_R = \log \frac{A}{A_0}$$

FIG. 1 MAGNITUD RICHTER

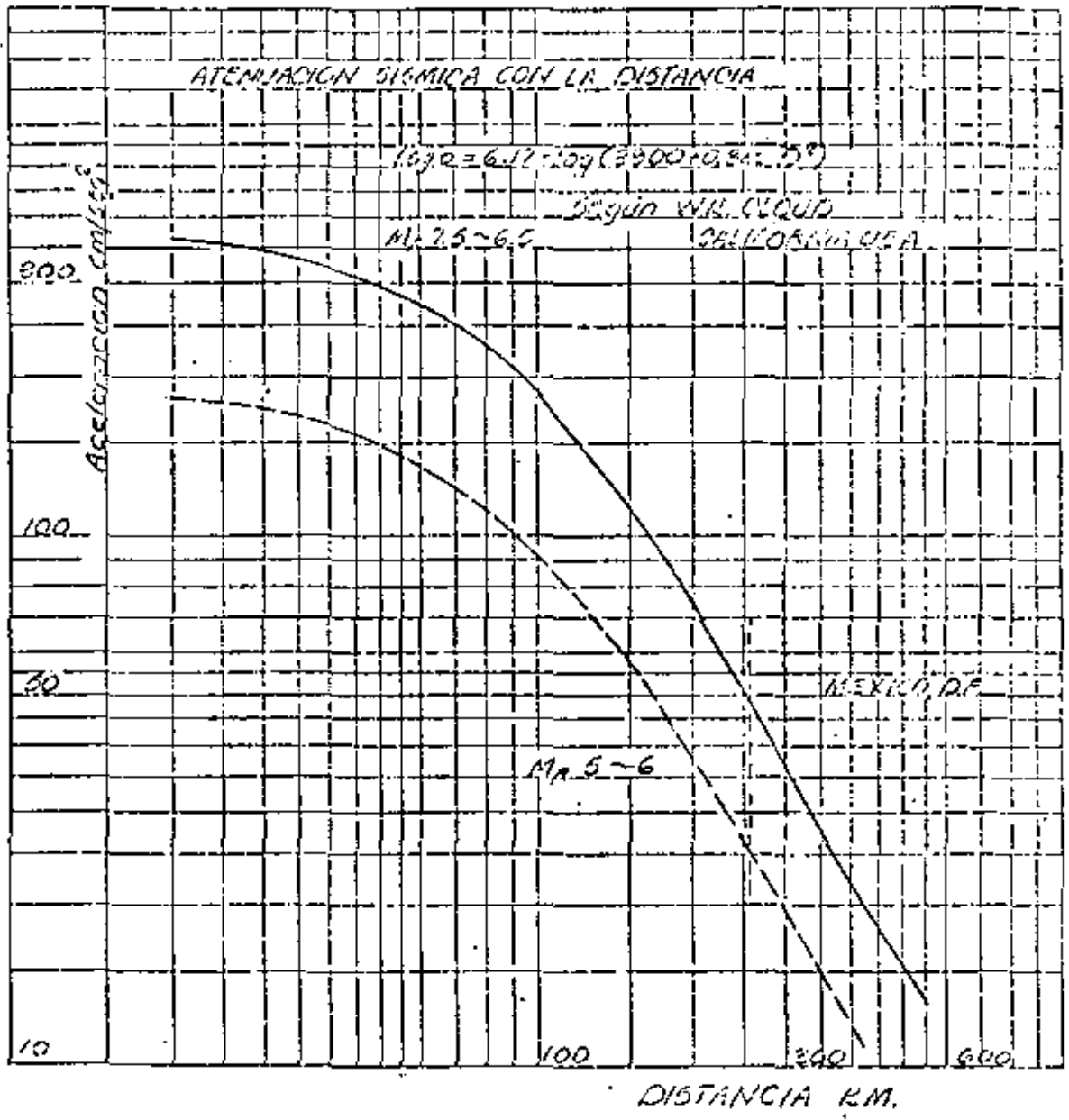


FIG. 2 ACCELERACION VS. DISTANCIA

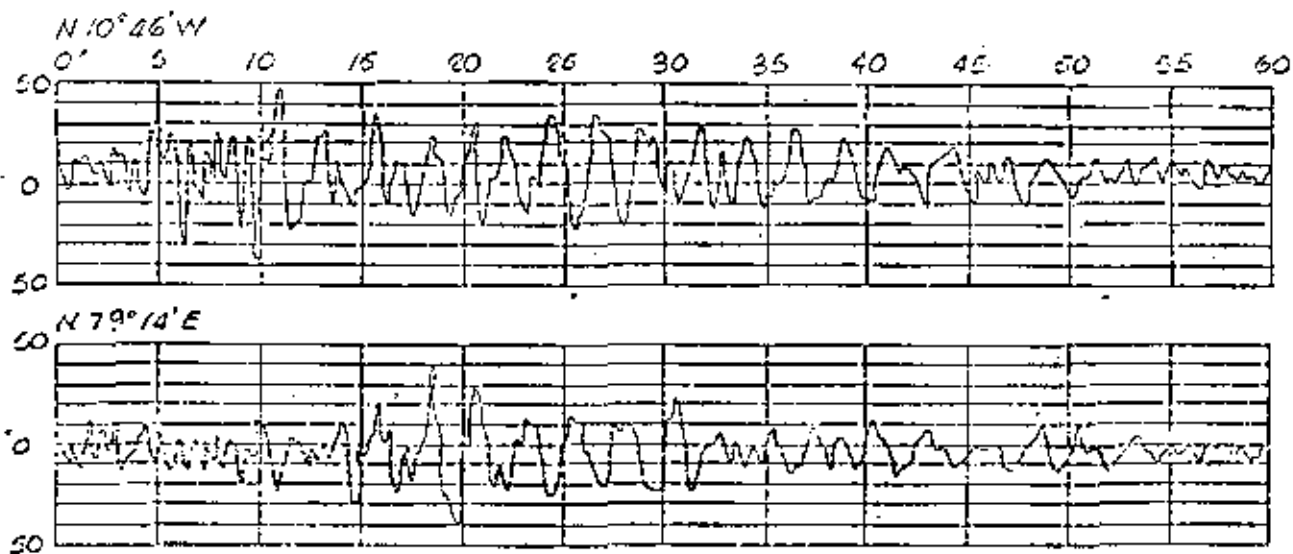


FIG. 3 ACELEROGRAMA MAYO 11, 1962 CIUDAD DE MEXICO



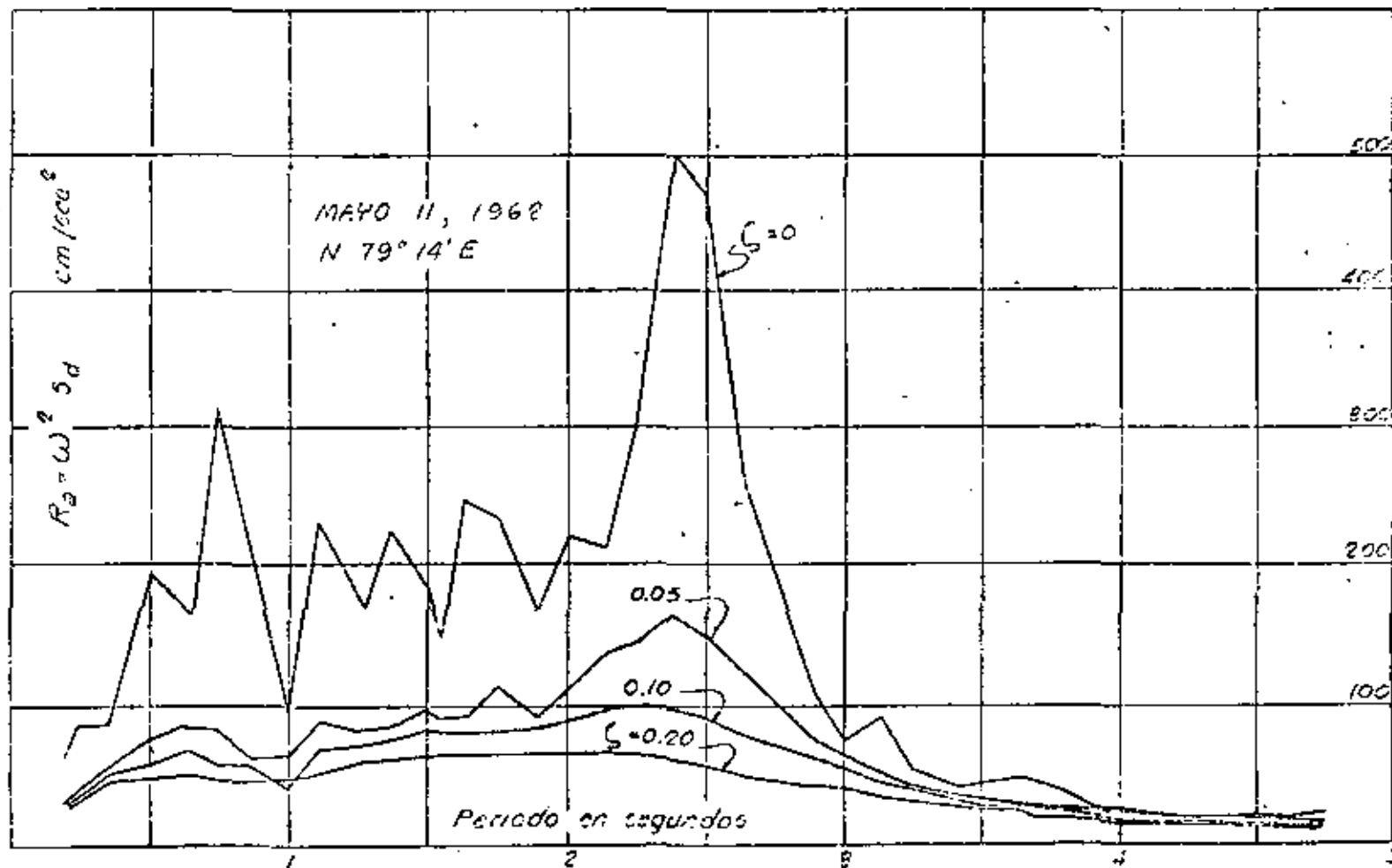
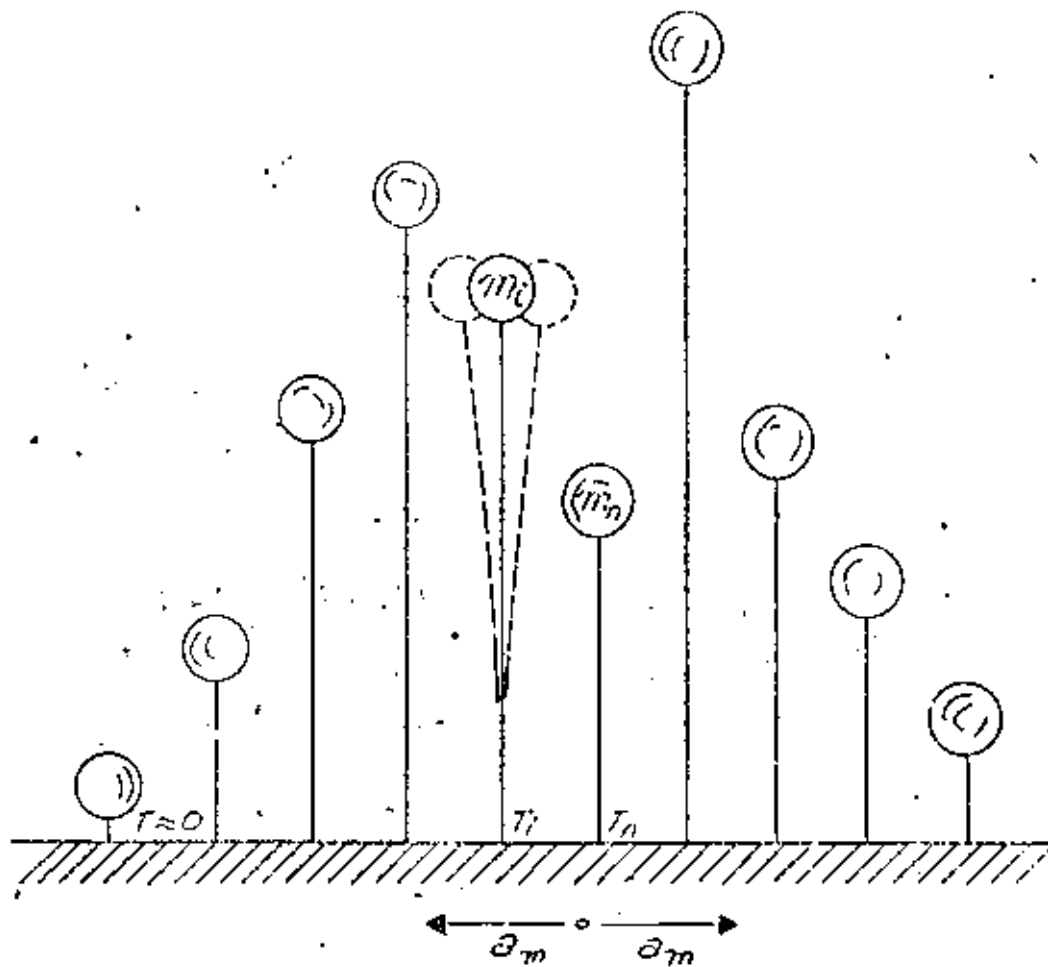


FIG. 4 ESPECTRO DE SEUDO-ACELERACION MAYO 11, 1962  
 CIUDAD DE MEXICO



$$V_m = \int_{a_i} (m_i \dot{a}_m)$$

FIG. 5 PENDULOS DE DIFERENTES PERIODOES

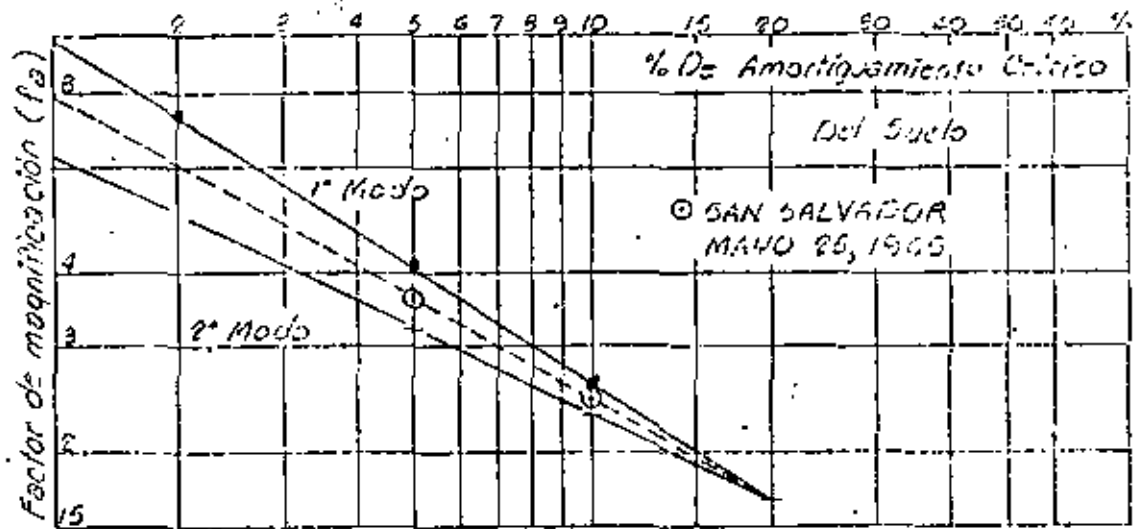


FIG. 6 FACTORES DE MAGNIFICACION PARA EL SUELO DE LA CIUDAD DE MEXICO

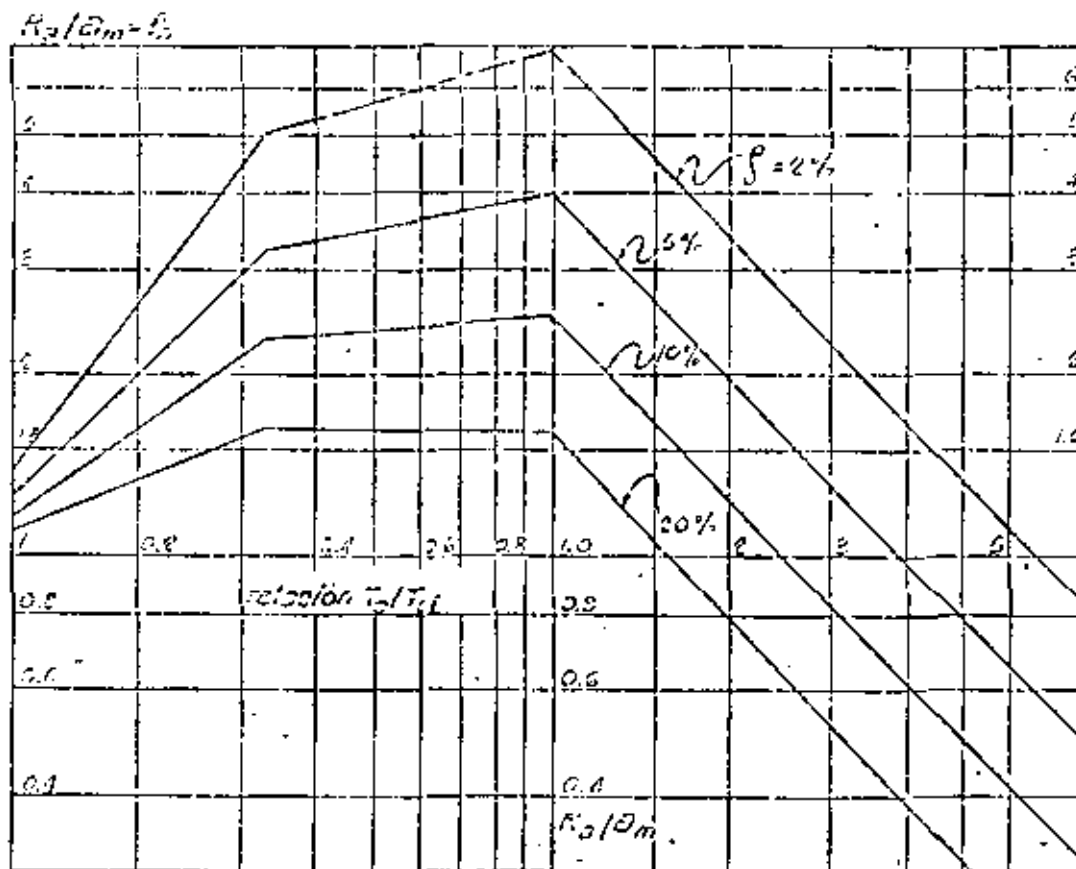
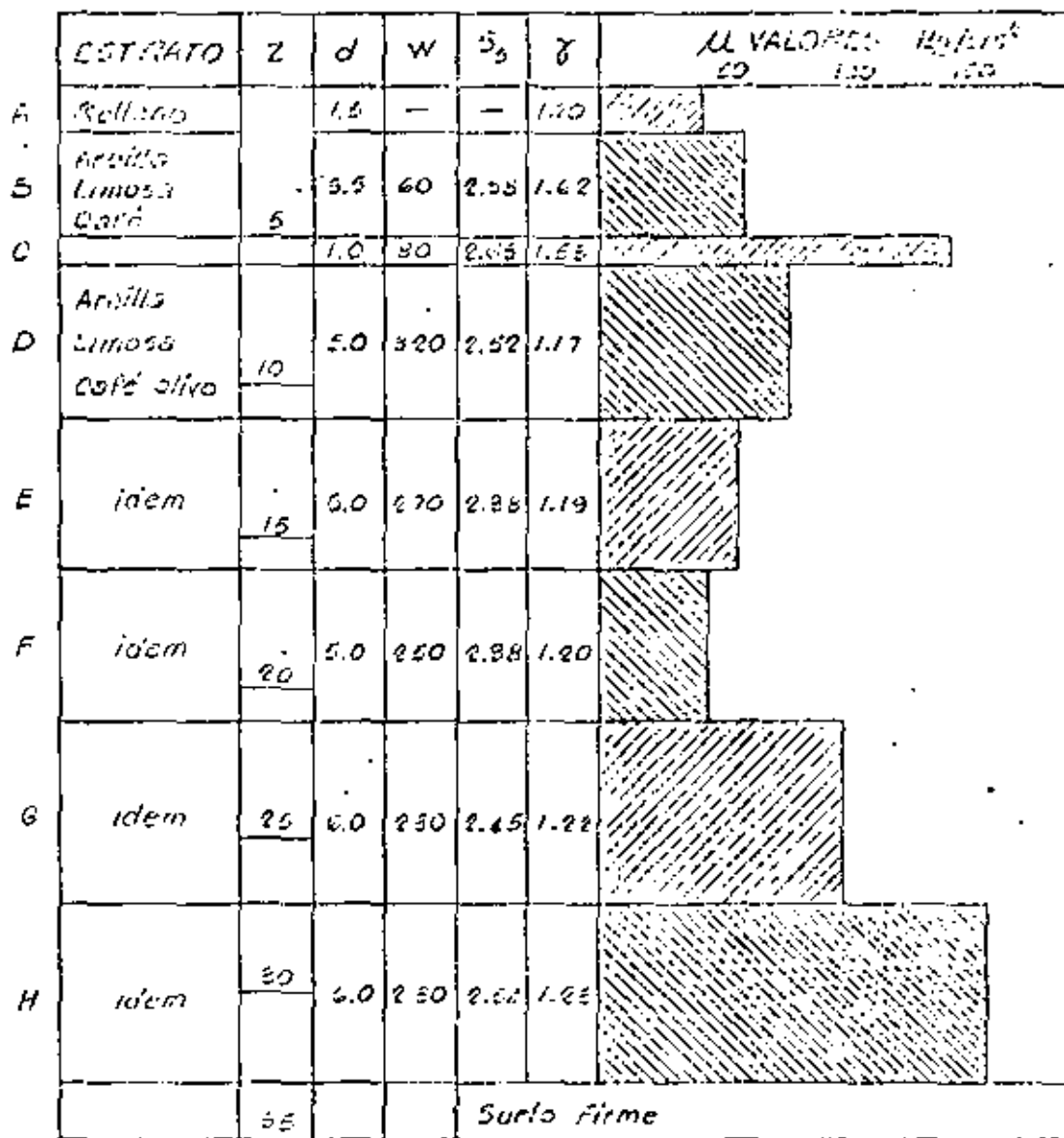


FIG. 7 ESPECTRO ENVOLVENTE DE DISEÑO SISMICO

PERFIL DE MUEBRO DINAMICO DE ELASTICIDAD AL CORTANTE

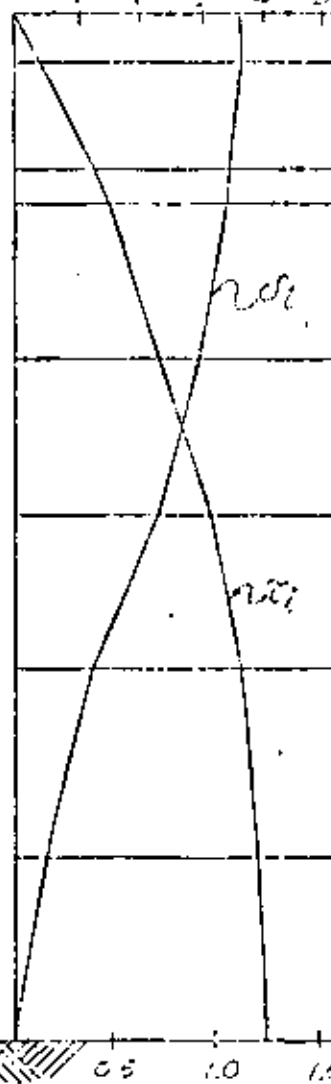


Z Profundidad en (m)  
 d Espesor en m.  
 W Contenido de agua  
 $\gamma_s$  Gravedad específica  
 $\gamma$  peso unitario

FIG. 8

ESTRATO		$h_m$	$\frac{V_{2m}}{W}$	$h_m$	$W_m$	$u_m$	$u_m$
N°	$\delta$	$\delta$	$\rho$	$W$	$W_2$	$\sum W \delta$	$\sum W u$
A	1.5	1.70	0.70	450	51.5	0.117	
B	3.5	1.55	0.165	540	68.5	0.550	
C	1.0	1.58	0.158	1500	191	0.359	
D	5.0	1.17	0.119	820	85.0	0.624	1.12
E	5.0	1.19	0.121	600	70.4	0.309	
F	5.0	1.20	0.122	660	61.4	1.23	
G	6.0	1.22	0.122	1050	98.0	1.49	
H	6.0	1.25	0.125	1420	119.9	1.70	

Desplazamientos  
Horizontales en cm



$$T_{S1} = 1.70 \text{ seg} \quad T_{S2} = 1.12 \text{ seg}$$

FIG. 9 COMPORTAMIENTO DINAMICO DEL SISTEMA

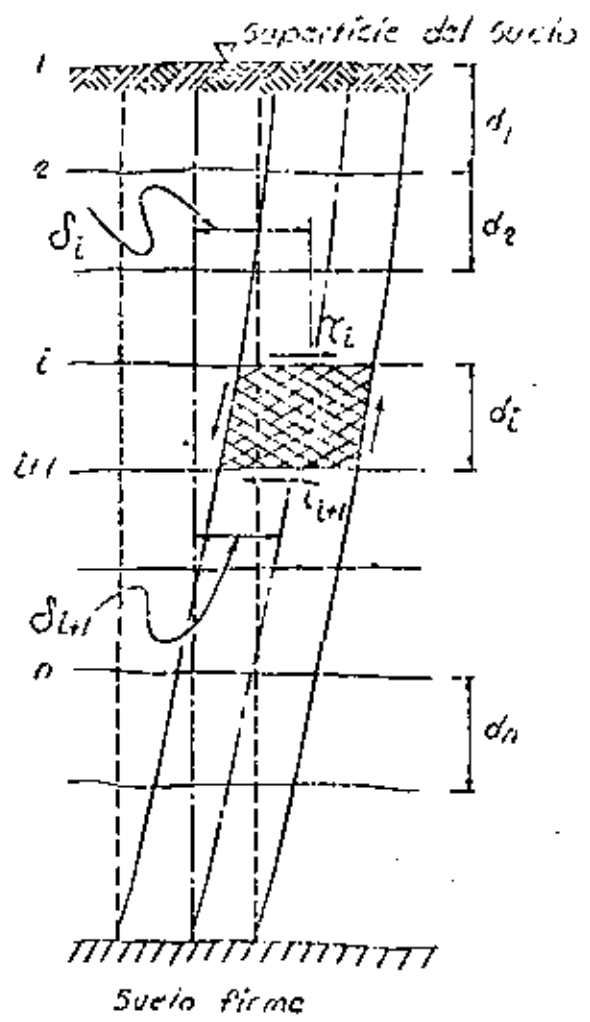


FIG.10 COLUMNA DE SUELO SUJETA A MOVIMIENTO SISMICO

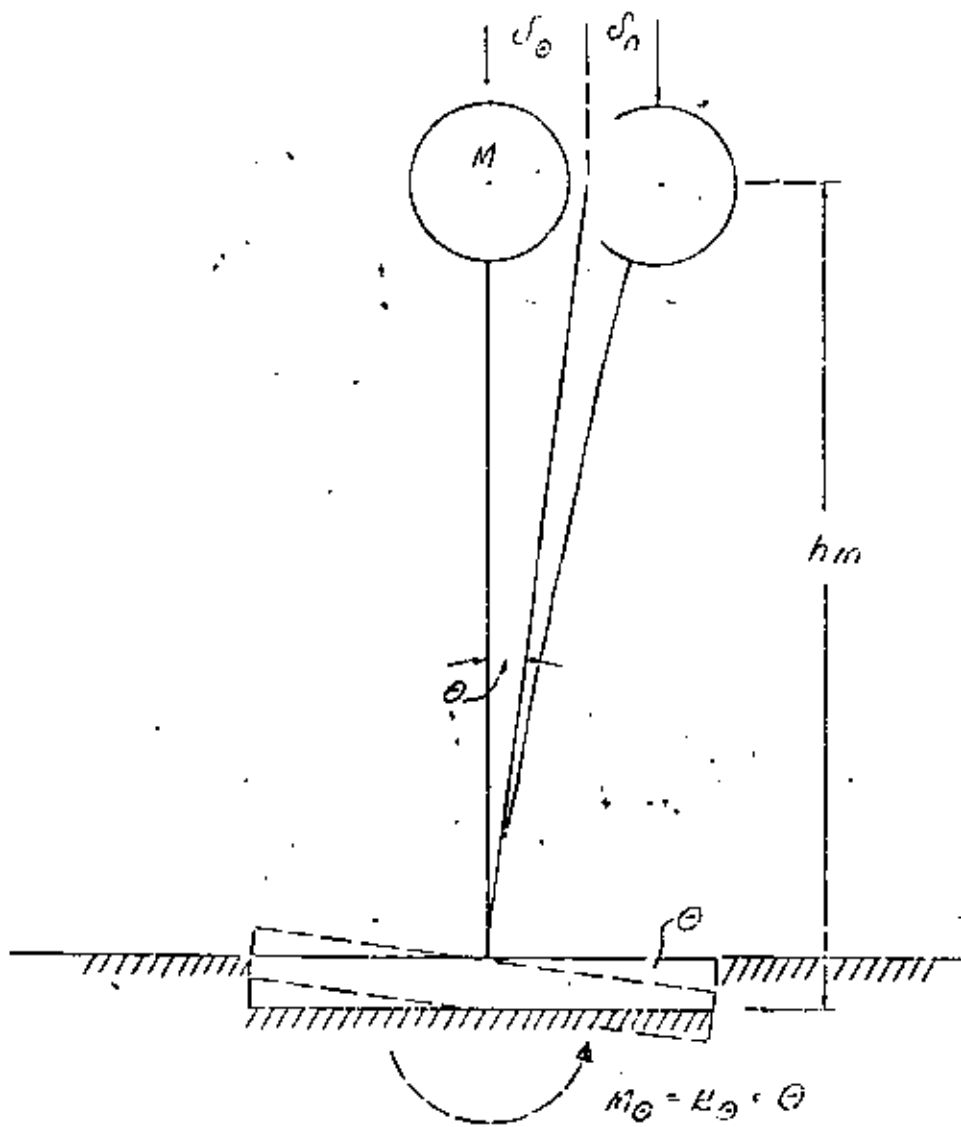
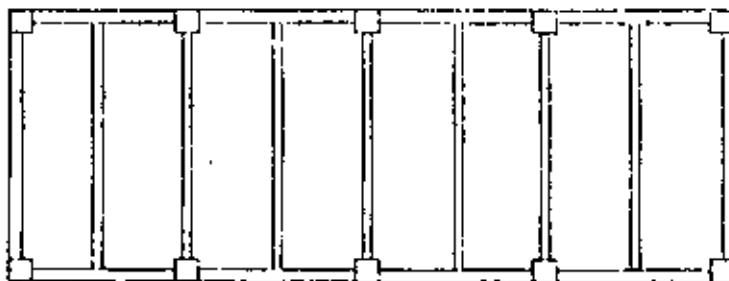


FIG.11 DEFORMACION DE LA ESTRUCTURA  
Y DE LA CIMENTACION



## PLANTA DE LA CIMENTACION

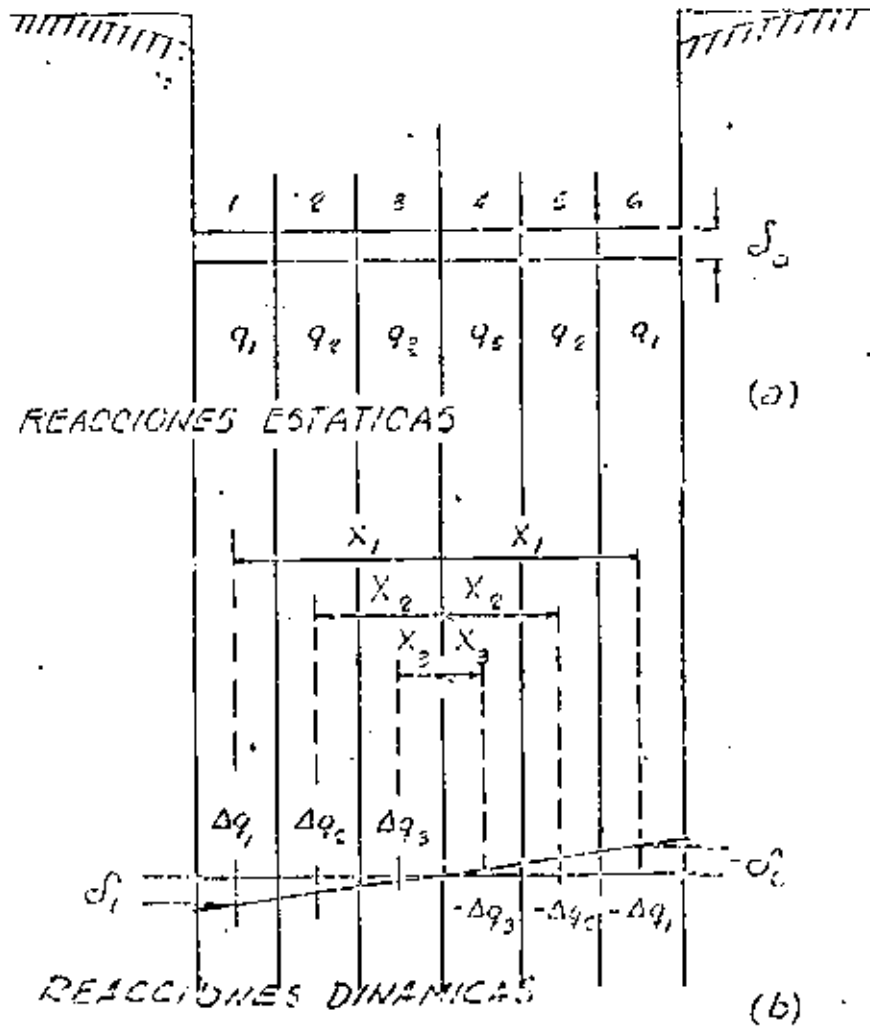


## MOMENTO DE VOLTEO SENTIDO TRANSVERSA.

	$\Delta q_1$	$\Delta q_2$	$\Delta q_3$	$\Delta q_4$	$\Delta q_5$	$\Delta q_6$	
	1	2	3	4	5	6	
	$\Delta q = +1$						
A	$I_{11}^A$	$I_{21}^A$	$I_{31}^A$	$I_{41}^A$	$I_{51}^A$	$I_{61}^A$	$\alpha_d^A$
B	$I_{11}^B$	$I_{21}^B$	$I_{31}^B$	$I_{41}^B$	$I_{51}^B$	$I_{61}^B$	$\alpha_d^B$
C	$I_{11}^C$	$I_{21}^C$	$I_{31}^C$	$I_{41}^C$	$I_{51}^C$	$I_{61}^C$	$\alpha_d^C$
D	$I_{11}^D$	$I_{21}^D$	$I_{31}^D$	$I_{41}^D$	$I_{51}^D$	$I_{61}^D$	$\alpha_d^D$

FIG. 19 INFLUENCIAS POR CARGA UNITARIA

CIMENTACION RIGIDA



$$\begin{aligned} \delta_1 &= -\delta_6 = \theta \cdot X_1 \\ \delta_2 &= -\delta_5 = \theta \cdot X_2 \\ \delta_3 &= -\delta_4 = \theta \cdot X_3 \end{aligned}$$

FIG. 13 REACCIONES DINAMICAS EN UNO

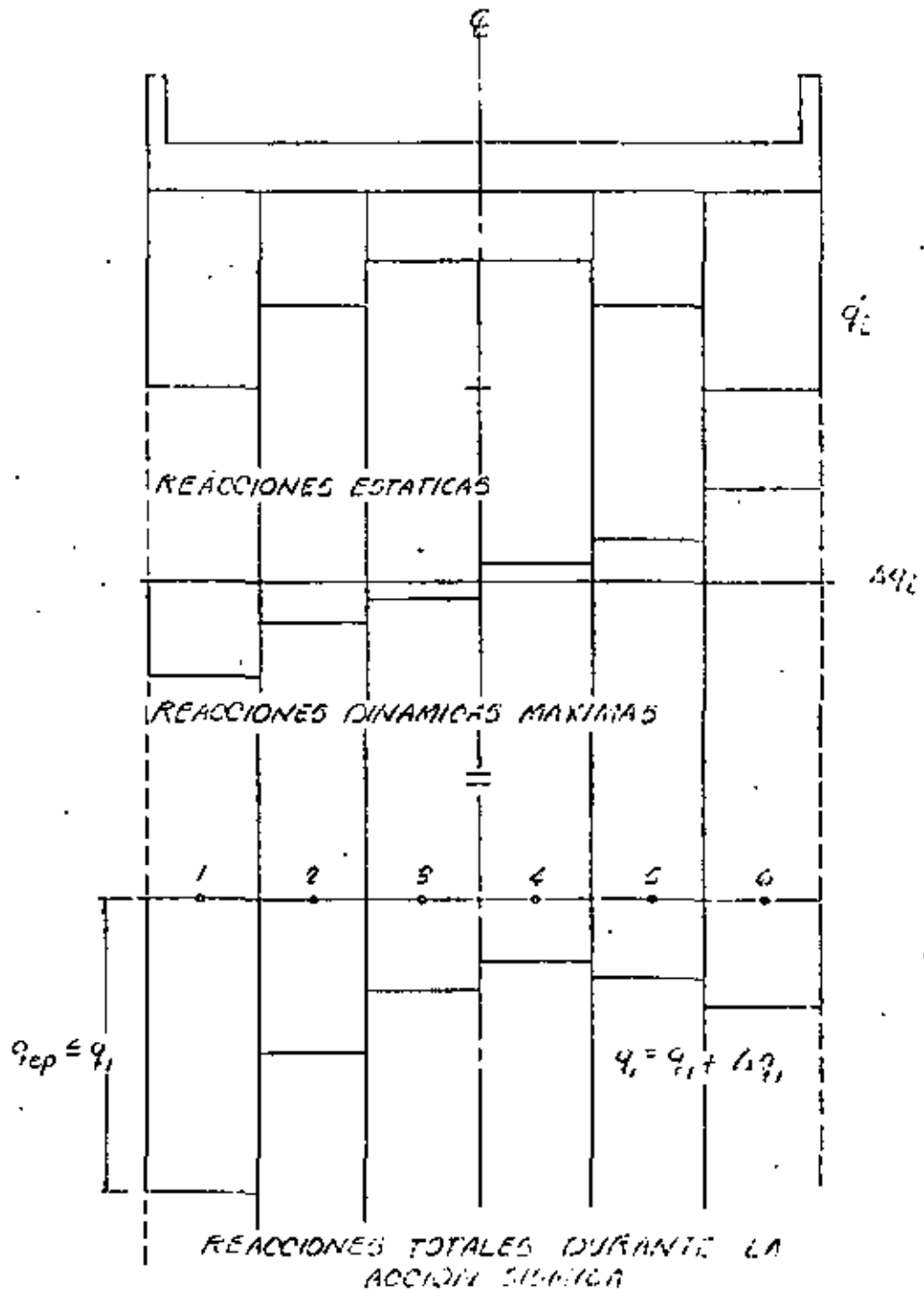


FIG.1A DISTRIBUCION DE ESFUERZOS DE CONTACTO AL NIVEL DE DESPLANTE DE LA GIRANTACION

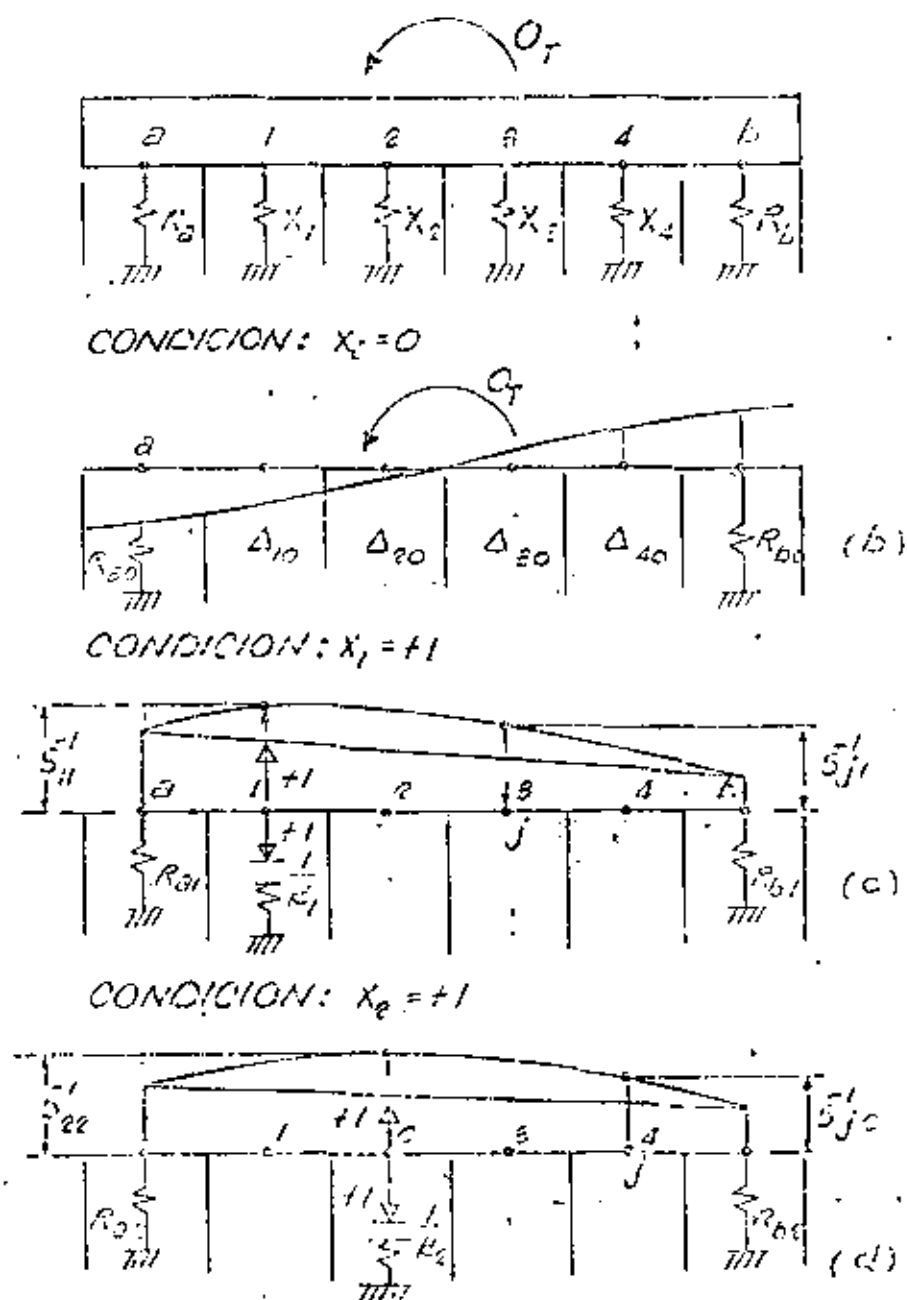


FIG. 15 DEFORMACIONES DE LA ESTRUCTURA DE LA CIMENTACION EN LAS CONDICIONES  $X_1=0$  Y  $X_1=+1$ , RESPECTIVAMENTE

## R E F E R E N C I A S

- (1) Zeevaert, L. (1964) Características de los temblores en Ingeniería Sísmica, Conferencia de Ingeniería Sísmica patrocinada por S.M.I.S.
- (2) Richter, F. E. (1958) Elementary Seismology, W. H. Freeman and Company.
- (3) Zeevaert, L. (1973) Foundation Engineering for Difficult Subsoil Conditions, Van Nostrand Reinhold Company
- (4) Zeevaert, L. (1964) Art. S.S.A.  
Strong Ground Motions Recorded During Earthquakes of may 11 and 19, 1962 in Mexico City
- (5) Zeevaert, L. (1980) ISE-Interacción Suelo-Estructura de Cimentaciones Superficiales y Profundas Sujetas a Cargas Estáticas y Sísmicas. Editorial Limusa, S. A.





centro de educación continua  
división de estudios de posgrado  
facultad de ingeniería unam



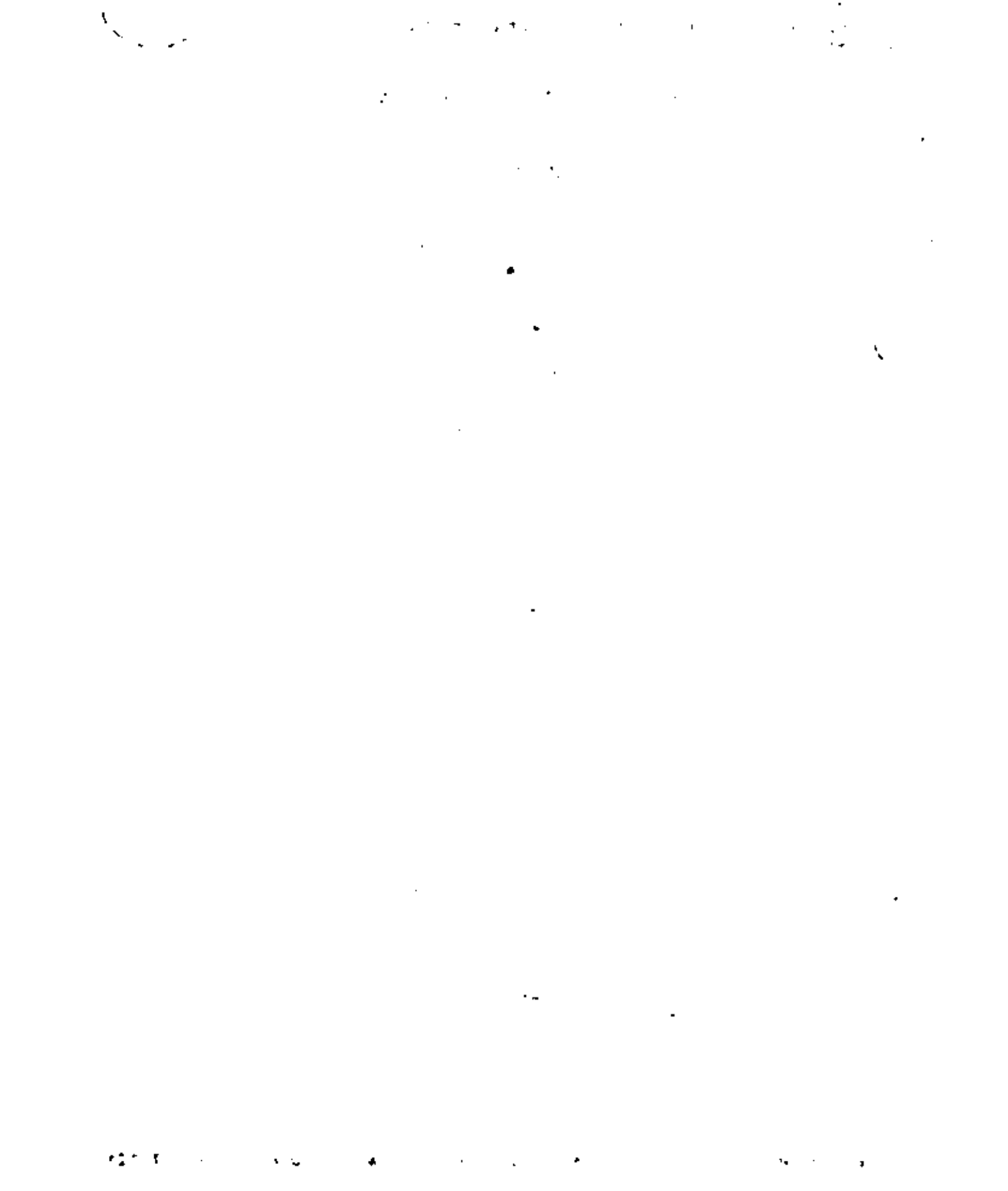
VI CURSO INTERNACIONAL DE INGENIERIA SISMICA

DISEÑO SISMICO DE ESTRUCTURAS ESPECIALES

PUENTES

M. en I. Víctor M. Pavón R.

Agosto, 1980





CURSO DE DISEÑO SISMICO DE ESTRUCTURAS ESPECIALES  
P U E N T E S.

M. en I. Víctor M. Pavón R.

INTRODUCCION:

A raíz del temblor de San Fernando en 1971, ha sido puesta en práctica una extensa revisión a los criterios de análisis y diseño de puentes, a causa de las numerosas y catastróficas fallas en estructuras de puentes. En el Japón, sitio de frecuentes e intensos sismos, el colapso de este tipo de estructuras ha sido también objeto de profunda preocupación.

Es bien sabido, que la falla de la estructura de un puente, además del número de víctimas, en el caso de vehículos que en el momento del colapso total caigan al vacío, se agregan el costo de reposición de una estructura en sí costosa y lo que es peor, los trastornos ocasionados a la economía de una región por la falta de comunicación y transporte, muchas veces de elementos vitales para el auxilio de los afectados por el sismo, en los días inmediatamente después de la ocurrencia del mismo y a largo plazo mientras se reponen o repara a la estructura destruída o dañada.

En lo que sigue, se pretende proporcionar algunos lineamientos un tanto someros, por las restricciones de tiempo, de algunos criterios para el establecimiento de las fuerzas, así como del análisis estructural, una vez establecidas éstas en una estructura de puente. Se proporcionan asimismo, recomendaciones para suministrar ductilidad tanto en la superestructura como en los elementos de apoyo y se sugieren algunos detalles constructivos que los expertos en ingeniería de puentes en zonas sísmicas consideran que pueden ser la diferencia entre la supervivencia y la falla catastrófica de una estructura de puente.

En la construcción de puentes, es necesario considerar dos aspectos, a saber: los elementos de apoyo o infraestructura y la cubierta o superestructura. Por tal motivo se fijan las diferencias fundamentales en el análisis de cada uno de estos aspectos. Resulta indispensable recalcar que en un puente, las aceleraciones debidas a un sismo, pueden presentarse longitudinalmente al eje del puente, así como transversal y verticalmente.

Puesto que el estudio de las vibraciones en puentes soportados por cables, ya sea dispuestos parabólicamente o en forma recta, representa un capítulo muy especializado en la ingeniería de puentes, no se cubren en esta presentación.

1.- ESPECIFICACIONES PARA PUENTES EN ZONAS SISMICAS.-

CALIFORNIA. Antes del sismo de San Fernando de 1971, poco daño se había ob

servado en puentes por el efecto de vibraciones debidas a sismos. Las fallas que habían ocurrido, no sólo en California, sino en general en un ámbito mundial, se limitaban a los siguientes efectos:

- (1) Inclinación, asentamiento y volcamiento de las subestructuras,
- (2) Desplazamiento de los apoyos y ruptura de los pernos de anclaje, y
- (3) Asentamiento de los rellenos en los accesos y daño en los aleros de los muros de retención.

Hasta entonces, los puentes carreteros de California, se analizaban para las cargas sísmicas, empleando un criterio basado, en parte, en los requerimientos para fuerzas laterales aplicados a edificios, criterio fundamentado en el reglamento de la Asociación de Ingenieros de Estructuras y el reglamento Unificado para la Construcción de Edificios ( UBC ).

Después del sismo de 1971, se observó un considerable efecto de las vibraciones sobre las estructuras de puentes. Este efecto, fue el resultado de aceleraciones de gran magnitud en los sentidos vertical y horizontal, quizá del orden de 0.5 g. (Véase la referencia 8 para Análisis Dinámico).

Posteriormente a un examen a las consecuencias del sismo de San Fernando, se pusieron de evidencia dos aspectos fundamentales:

1.- Algunos puentes en la región del movimiento sísmico más intenso, sobrevivieron con daños desde insignificantes a moderados, y pudieron soportar el tránsito casi de inmediato.

2.- Las fallas y colapsos más espectaculares, tuvieron lugar debido a las deficiencias en los detalles, especialmente en las conexiones.

Basándose en estas conclusiones se tomó la decisión de:

(1) Empezar un programa para desarrollar criterios racionales de diseño - que considerasen las características dependientes del lugar y las propiedades vibratorias del puente.

(2) Incorporar de inmediato una mejoría en los detalles de todos los puentes que se diseñasen y construyesen, y

(3) Evaluar y determinar prioridades para determinar la resistencia a los sismos de los puentes existentes.

En lo que sigue, se resumen las disposiciones sísmicas para puentes en el Estado de California, que ha sido adoptadas para uso nacional en los E.E.U.U. por AASHTO.

"Todos los puentes deberán diseñarse para resistir movimientos sísmicos, tomando en consideración la relación del sitio, con fallas activas, la respuesta sísmica de los suelos en el sitio y las características de respuesta dinámica del puente en conjunto, de conformidad con los criterios siguientes."

Método de la Fuerza Estática Equivalente.- En puentes con miembros de apoyo

con rigideces aproximadamente iguales, se podrá aplicar una fuerza horizontal equivalente, EQ. La distribución de la fuerza deberá considerar la rigidez de la superestructura y los miembros de apoyo, restricción de los estribos y posición flexionada del puente.

$$EQ = C F W \quad (1)$$

en que EQ = fuerza estática horizontal equivalente, aplicada en el centro de gravedad del puente; F = factor de estructuración = 1.0 para puentes con una sola columna o pila, para resistir las fuerzas sísmicas e, = 0.8 para puentes en que una estructura continua resiste las fuerzas horizontales aplicadas a lo largo de ella; W = la carga muerta total producida por el peso del puente; y

$$C = \frac{A R S}{2} \quad (2)$$

en que C = coeficiente combinado de respuesta. El coeficiente C no será menor que 0.10 para estructuras con A mayor o igual a 0.3 g, y 0.06 para estructuras con A menor a 0.3 g.

Para los diferentes valores de C, véanse las gráficas publicadas en la Ref. 8 de Análisis Dinámico o en las Especificaciones AASHTO (12a edición). El valor máximo de C en columnas = 0.25 A = aceleración máxima esperada de la roca en el sitio. (Véase el mapa de riesgo sísmico de los E.E.U.U., en las referencias mencionadas.)

Se tomarán valores más exactos de los valores máximos de la aceleración de la roca, en zonas en que se cuenta con mapas de "Aceleraciones Máximas Esperadas en la Roca":

Zona I A = 0.09 g

Zona II A = 0.22 g

Zona III A = 0.50 g

g = aceleración de la gravedad; igual a 9.81 m/seg<sup>2</sup>.

R.- Respuesta Normalizada de la Roca. (Véase la figura 2 de la ref. 8 mencionada)

S.- Relación espectral de la amplificación del suelo (Véase la figura 4 de la ref. 8 mencionada.)

El factor ARS combinado, puede verse en la figura 5 de la ref. 8 mencionada.

Z.- Reducción por la ductilidad y riesgo asignados:

Se supone un factor de ductilidad entre 4 y 6 para columnas de concreto reforzado detalladas adecuadamente.

Se asigna un coeficiente de reducción del riesgo de 2, en columnas de puentes rígidos, de claros cortos, con periodos fundamentales de 0.6 segundos o menos.

A partir de ese valor, el factor de riesgo se disminuye linealmente hasta 1.0 para puentes con un periodo de 3 segundos.

- Las reducciones por ductilidad y riesgo combinadas, producen una curva de reducción para columnas, en que  $Z$  varía desde 8.0 para periodos de 0.6 seg. hasta 4.0 para periodos de 3 segundos.

$$T = 0.32 \sqrt{\frac{W}{P}} \quad ( 3 )$$

en que  $T$  es el periodo del puente, en segundos.  $P$  es igual a la fuerza uniforme total que se requiere para provocar una deflexión horizontal máxima de 25 mm. ( 1 pulgada ) en todo el puente. Podrá calcularse el periodo mediante un análisis dinámico.

Método de Espectro de Respuesta.- En puentes complejos, para el análisis sísmico se utilizará un enfoque dinámico mediante un espectro de respuesta. Se emplearán las curvas mencionadas para  $C$ , o curvas equivalentes, modificadas por el factor  $F$ , como espectros de diseño.

Casos Especiales.- Los puentes cercanos a fallas activas, sitios de condiciones geológicas no usuales, puentes no comunes, y aquellos que tengan un periodo fundamental mayor que 3.0 segundos, se considerarán casos especiales. Estos puentes, requerirán un diseño empleando técnicas actualizadas de sismicidad, respuesta del suelo, y un análisis dinámico.

Diseño de Unidades de Restricción o Trabazón.- Las unidades de restricción utilizadas para limitar los desplazamientos de la superestructura, tales como tirantes en las articulaciones, topes de cortante, etc., se diseñarán para la fuerza siguiente:

$$EQ = 0.25 \times \text{la carga muerta tributaria} - \text{cortante en las columnas debidas a}$$

$$EQ. \quad ( 4 )$$

La carga muerta tributaria se determina mediante un examen de todo el marco. Por ejemplo: un solo claro, empotrado en un extremo y deslizante en el otro, tendrá a toda la estructura como "carga muerta tributaria" para las fuerzas longitudinales en el estribo empotrado, en tanto que la mitad de la carga muerta de la superestructura actuará en cada estribo, para fuerzas transversales.

Para una estructura de, digamos dos tramos, la longitud total del puente deberá utilizarse como la longitud tributaria en la dirección longitudinal. Puede reducirse la fuerza resultante, restando el cortante en la columna debido al sismo.

Para trabazones de articulación, úsese 0.25 de la carga muerta del menor de los dos marcos y dedúzcanse los cortantes en las columnas debidas a EQ.

#### JAPON.

Especificaciones Japonesas Para Puentes Carreteros con Claros Menores A Los 200 Metros.

Las especificaciones básicamente implican métodos de coeficientes sísmicos y proporcionan dos métodos para determinar estos. Uno es el método convencional del coeficiente sísmico que se aplica al diseño de estructuras relativamente rígidas. El otro, es el método del coeficiente sísmico que considera la respuesta estructural que se aplica al diseño de estructuras relativamente flexibles.

Los puntos principales de las especificaciones son como sigue:

1.- El coeficiente sísmico horizontal de diseño para una estructura rígida se determina sistemáticamente, dependiendo de la localización geográfica del sitio - donde se ubica el puente, las condiciones del suelo en cada uno de los sitios de la subestructura y la importancia del puente. El coeficiente horizontal de diseño para una estructura flexible se determina dependiendo del período fundamental de cada sistema estructural.

a) En el método del coeficiente sísmico que se emplea para estructuras relativamente rígidas; el coeficiente horizontal de diseño sísmico ( $k_h$ ) se determinará mediante:

$$k_h = v_1 v_2 v_3 k_o \quad ( 5 )$$

en que:

$k_h$ .- Coeficiente horizontal de diseño sísmico.

$k_o$ .- Coeficiente horizontal estándar de diseño sísmico = 0.2

$v_1$ .- Factor sísmico de zona.

$v_2$ .- Factor de las condiciones del terreno.

$v_3$ .- Factor de importancia.

Los valores de  $v_1$   $v_2$   $v_3$  se muestran en las tablas 1, 2, y 3 respectivamente. Se tomará un valor mínimo de  $k_h = 0.10$

Tabla 1 FACTOR SISMICO DE ZONA  $v_1$  PARA PUENTES CARRETEROS.

Zona	Valor de $v_1$
A	1.00
B	0.85
C	0.70

Las zonas A, B y C es una clasificación dada en el archipiélago Japonés, y en la que burdamente corresponde la zona A a la región oriente, la zona B a la poniente y la C a fracciones al norte de la Isla Hokkaido y al sur poniente de Kyushu.

Tabla 2 FACTOR DE LAS CONDICIONES DEL TERRENO PARA PUENTES CARRETEROS

Grupo	Definiciones (1)	Valor de $v_2$
1	(1) Suelo de la era Terciaria o más antiguo ( que en lo sucesivo se define como roca).	0.9
	(2) Estrato Diluvial (2) con un espesor menor a 10 m. sobre la roca.	
2	(1) Estrato Diluvial (2) con un espesor mayor a 10 m. sobre la roca.	1.0
	(2) Estrato Aluvial (3) con un espesor menor a 10 m. sobre la roca.	
3	Estrato Aluvial (3) con espesor menor a 25 m., que contiene un manto suave de espesor menor a 5 metros. (4)	1.1
4	Otros	1.2

Notas. (1) Puesto que estas definiciones no son muy inteligibles, la clasificación de las condiciones del terreno, se hará considerando adecuadamente el sitio del puente.

La profundidad del manto indicado se mide a partir de la superficie real del terreno.

(2) Un Estrato Diluvial implica un estrato Aluvial denso, tal como un estrato arenoso denso, estrato de grava, o de cantos rodados.

(3) Un estrato Aluvial implica un nuevo manto sedimentario formado por un deslizamiento de tierra.

(4) El estrato Suave se define como "Estrato de suelo cuya capacidad de soporte se desprecia en Diseño Sísmico".

Tabla 3 FACTOR DE IMPORTANCIA  $v_3$  PARA PUENTES CARRETEROS.

Grupo	Definiciones	Valor de $v_3$
1	Puentes sobre autopistas (carreteras de acceso limitado) carreteras nacionales en general y carreteras principales de prefecturas. Puentes importantes en carreteras de prefecturas generales y municipales.	1.0
2	Otros.	0.8

Nota: El valor de  $v_3$  podrá incrementarse hasta 1.25 para casos especiales en el Grupo 1.

b) En el método del coeficiente sísmico modificado que considera la respuesta estructural que se emplea para estructuras relativamente flexibles; tales como puentes con pilas de altura mayor a 25 m. con un período fundamental mayor de 0.5 segundos, el coeficiente horizontal de diseño sísmico  $K_{hm}$  resulta igual a:

$$k_{hm} = \beta k_h \quad (6)$$

en que:

$K_{hm}$  - Coeficiente horizontal de diseño sísmico en el método del método modificado de coeficiente sísmico que toma en cuenta la respuesta estructural.

$k_h$  - Coeficiente dado por la ecuación (5)

$\beta$  - Factor que depende del período fundamental del puente y que se obtiene de la figura (1).

Para aquellas estructuras cuyos períodos fundamentales son menores a 0.5 segundos,  $\beta$  se puede tomar igual a 1.0.

El valor mínimo de  $k_{hm}$  será igual a 0.05.

- (2) El coeficiente vertical de diseño sísmico, puede en general considerarse igual a cero, excepto para proporciones especiales tales como apoyos.
- (3) El coeficiente horizontal de diseño sísmico para partes de la estructura, suelos y aguas bajo la superficie del terreno, puede considerarse igual a cero.
- (4) Las especificaciones establecen las presiones hidrodinámicas durante sismos. En especificaciones relacionadas, se establecen las presiones de tierra durante sismos.
- (5) Se da una atención específica a los estratos de suelos muy suaves y estratos de suelos vulnerables a la licuación durante los sismos. En el diseño, se desprecian las capacidades de carga de estos estratos, con objeto de asegurar una alta resistencia asísmica para las estructuras construidas sobre ellos.
- (6) Se debe dar también una atención especial al diseño de los detalles estructurales, tomando en consideración, el daño previamente experimentado de las estructuras de puentes. Para este propósito, se prescriben estipulaciones especiales tanto para los apoyos, como para dispositivos para evitar la caída de las trabes de puentes.
- (7) Se permiten incrementos en los esfuerzos permisibles de los materiales en el diseño de estructuras resistentes a sismos, las magnitudes de los incremen-

Los de varios materiales se establecen en las especificaciones relacionadas.

Los porcentajes de incrementos son como sigue:

Concreto en estructuras de concreto reforzado	50%
Refuerzo de estructuras de concreto reforzado	50%
Acero estructural para las superestructuras.	70%
Acero estructural para subestructuras	50%
Concreto en estructuras de concreto presforzado sometido a fuerzas de compresión.	65%
Suelos para cimentación.	50%

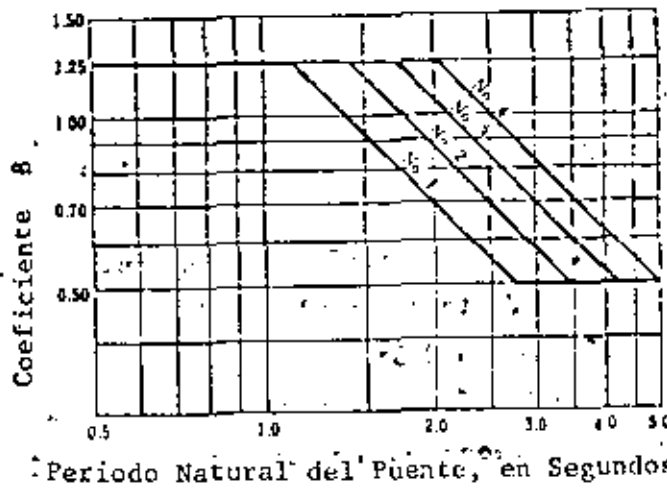


Figura 1.- COEFICIENTE DE RESPUESTA DINAMICA.



CONSIDERACIONES EN EL ANALISIS SISMICO DINAMICO.- A diferencia de otras formas de cargas dinámicas, en el análisis sísmico, la excitación se aplica en forma de movimiento de los apoyos en vez de fuerzas aplicadas externamente. Por tanto, la respuesta de un sistema sujeto a acciones sísmicas consiste en definir la historia de las fuerzas externas que resultan de un determinado movimiento de los apoyos.

Otra suposición que es usual en el tratamiento de las excitaciones sísmicas es la de que el mismo tipo de movimiento actúa simultáneamente en todos sitios de la cimentación de la estructura estudiada. Si se desprecian los movimientos de rotación del suelo, la suposición anterior equivale a considerar un suelo o roca rígido. Esta hipótesis no es congruente con el concepto de que las ondas sísmicas se propagan en la corteza terrestre a partir de un punto de una falla. Sin embargo, si las dimensiones de una estructura son pequeñas en relación con la longitud de onda que corresponde al suelo sobre el que descansa la cimentación, la hipótesis puede aceptarse. Sin embargo estructuras de gran longitud, como puede ser un puente, estarán sujetas a diferentes tipos de movimientos a lo largo de ellas. Aun cuando esta práctica no se toma en cuenta en el análisis de puentes, análisis preliminares han puesto en evidencia que pueden contribuir en forma importante a su respuesta dinámica. Por tanto, es importante, desarrollar métodos de análisis capaces de tomar en cuenta excitaciones múltiples de los apoyos, esto es, diferentes excitaciones sísmicas aplicadas separadamente en los puntos de apoyo.

La otra cuestión que debe considerarse, es la interacción dinámica entre la base de la cimentación y el suelo de apoyo, así como la interacción entre el suelo y los estribos.

En el estudio de la referencia 3 de Análisis Dinámico se hace ver que las fuerzas dinámicas que los rellenos ejercen sobre los estribos, especialmente en puentes de corta longitud, de uno o varios tramos, influyen en forma importante en las fuerzas sísmicas máximas que se originan en la estructura en conjunto.

Asimismo, los puentes del tipo arriba señalado, normalmente tienen columnas cortas muy rígidas que interactúan con el suelo de la cimentación. Si estos efectos se desprecian, ello puede conducir a errores de gran magnitud en la predicción de las cargas de diseño.

Este aspecto de la interacción no se consideran en el presente capítulo de este curso, aunque se trata en forma especial e importante en otros.

EXCITACION SISMICA DEL MOVIMIENTO RIGIDO DEL APOYO .- En el capítulo 3.2 del ejemplo para análisis dinámico de puentes, se hace notar que el movimiento considerado es el de movimiento rígido del apoyo, en tanto que, en 4.1 se estableció la expresión que define los factores de participación utilizados en el programa STRUDL.

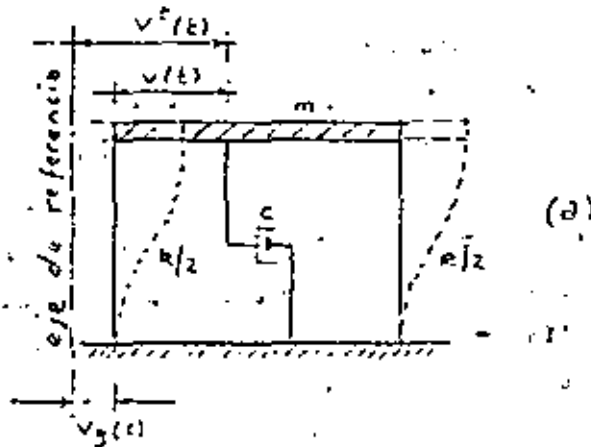
En lo que sigue, se efectuará la derivación de los conceptos señalados, según el capítulo 27 del libro Dynamics of Structures de Clough y Penzien.

Caso 1.- Sistemas de 1 Grado de Libertad.

En un sistema de un grado de libertad (SUGL) con masa discreta, la respuesta sísmica toma la forma:

$$m \ddot{v}^t + c \dot{v} + k v = 0 \quad (1)$$

en que el superíndice t indica el desplazamiento total. Véase la figura (a).



La fuerza sísmica efectiva que produce la respuesta dinámica del sistema, - resulta del hecho de que el término que contiene a la fuerza de inercia en la Ec. (1) depende del movimiento total, en tanto que las fuerzas de amortiguamiento y elástica, dependen del movimiento relativo.

Si se observa de la fig. (a) que  $v^t = v_g + v$ , en que  $v_g$  es el desplazamiento del terreno y  $v$  es el desplazamiento de la masa relativa al terreno, la ecuación (1) puede escribirse en términos de este movimiento relativo, como:

$$m \ddot{v} + c \dot{v} + k v = P_{ef} \quad (2)$$

en que la fuerza efectiva está dada por:

$$P_{ef} = -m \ddot{v}_g \quad (3)$$

Si se emplea la integral de Duhamel, ( si bien podría emplearse una integración numérica paso a paso, como se señala en el ejemplo presentado más adelante) el que ya se ha discutido en otros capítulos de este curso de Ingeniería Sísmica, los desplazamientos relativos, indicados en la Ec. (2), quedan:

$$v(t) = \frac{1}{\omega} V(t) \quad (A)$$

en que  $\omega$  es la frecuencia natural circular del sistema y  $V(t)$  es la integral de respuesta del sismo o integral de Duhamel, que como ya se ha visto, se define por:

$$V(t) = \int_0^t \ddot{v}_g(\tau) \exp[-\xi \omega (t - \tau)] \sin \omega (t - \tau) d\tau \quad (5)$$

Nótese que se introduce la frecuencia no amortiguada en vez de la correspondiente amortiguada, pero la diferencia al fin y al cabo es de poca cuantía y más si se toman en cuenta las incertidumbres relativas al movimiento del terreno. También, se ha hecho caso omiso del signo negativo del 2º miembro de la Ec. 3, pues el signo o sentido del desplazamiento es irrelevante en el análisis sísmico.

De primordial interés en el análisis sísmico es el de evaluar el movimiento relativo que se indica en la Ec. 4, así como la fuerza asociada a las deformaciones elásticas. Por lo tanto, se tiene:

$$f_s(t) = k v(t) \quad (6a)$$

en que  $f_s(t)$  es la fuerza desarrollada en un sistema elástico con rigidez  $k$  y que experimenta una deformación  $v(t)$ . Tanto  $f_s$  como  $v$ , son por supuesto, función del tiempo en un problema de respuesta sísmica y por ello se indican como  $f_s(t)$  y  $v(t)$ . En una vibración libre no amortiguada, la ecuación de equilibrio dinámico, toma la forma:

$$f_I + f_s = 0 \quad (7)$$

en que para movimientos armónicos:

$$f_I = m \ddot{v}(t) = -m \omega^2 v(t) \quad (8)$$

Substituyendo (4) y (8) en (7), la fuerza elástica:

$$f_s(t) = m \omega^2 v(t) \quad (6b)$$

También podría haberse obtenido (6b) a partir de 6a si se recuerda que  $\omega^2 = k/m$ .

Si se supone que el amortiguamiento contribuye poco al equilibrio en la Ec. (1), y se desprecia el término correspondiente, la aceleración total está aproximadamente dada por:

$$\ddot{v}^t(t) = -\omega^2 v(t) = \omega^2 v(t) \quad (9)$$

Las ecs. 4, 6b y 9 proporcionan las diferentes formas de la respuesta del SUGL, en cada una de ellas aparece la integral  $v(t)$ . La evaluación numérica de esta integral para un sismo dado, con objeto de obtener toda la historia de la respuesta de una estructura dada, involucra una considerable labor, pero si por otra parte se cuenta con el espectro de respuesta del movimiento del terreno, resulta muy sencillo obtener a partir de él la respuesta máxima del sistema.

Por definición, la velocidad espectral representa el valor máximo de la integral de Duhamel, esto es:

$$S_v(\xi, T) = V_{\max}(\xi, T) \quad (10)$$

en que  $S_v$  es la llamada pseudovelocidad, toda vez que la integral del miembro de la derecha tiene unidades de velocidad.

Las respuestas máximas de la estructura se pueden obtener directamente del espectro de respuesta de velocidades, para los valores correspondientes al periodo y factor de amortiguamiento de la estructura. Se tiene:

$$v_{\max} = \frac{T}{2\pi} S_v (\xi, T) = S_d (\xi, T)$$

$$f_{s \max} = m \frac{2\pi}{T} S_v (\xi, T) = m S_a (\xi, T)$$

en que:

$$S_a = \frac{2\pi}{T} S_v (\xi, T) = \ddot{v}_{\max}^t$$

o en términos de la frecuencia circular:

$$v_{\max} = \frac{1}{\omega} S_v (\xi, T) = S_d (\xi, T)$$

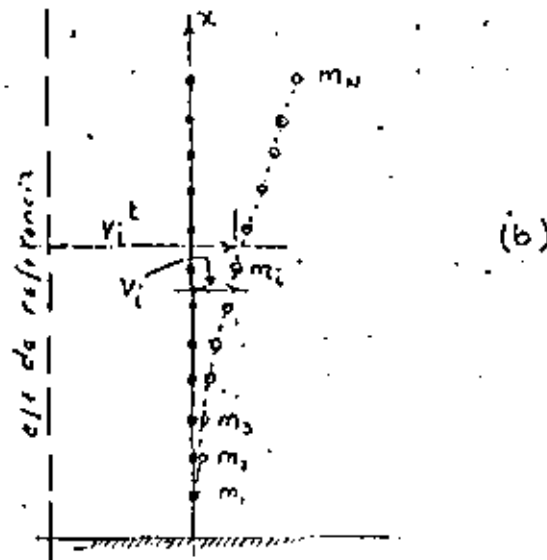
$$f_{s \max} = m \omega S_v (\xi, T) = m S_a (\xi, T)$$

Lo anterior significa que el desplazamiento en el espectro de respuesta proporciona el desplazamiento máximo, el producto de la masa por la aceleración espectral o pseudo aceleración, proporciona la fuerza elástica máxima, en tanto que la aceleración espectral es una aproximación de la aceleración máxima.

Caso 2.- Sistemas Discretos de Varios Grados de Libertad.

Análogamente el análisis anterior, para el caso de varias masas concentradas, se puede proceder a la formulación de la respuesta sísmica utilizando notación matricial.

Así las ecuaciones del movimiento para la estructura mostrada en (b) se pueden escribir en forma enteramente similar a la Ec. (1)



$$m \ddot{v}^t + c \dot{v} + k v = 0 \quad (11)$$

y nuevamente la fuerza sísmica efectiva se puede derivar expresando los desplazamientos totales, como la suma de los movimientos relativos más los desplazamientos que resultan directamente de los movimientos del apoyo. Para el sistema de la figura (b) esta relación se puede anotar:

$$v^t = v + \{1\} v_g \quad (12)$$

en que  $\{1\}$  representan una columna de unos. Este vector expresa el hecho de que una translación estática unitaria de la base de la estructura, produce directamente una desplazamiento unitario de todos los grados de libertad.

Substituyendo (12) en (11), se llega a las ecuaciones de respuesta relativas del movimiento.

$$m \ddot{v} + c \dot{v} + k v = P_{ef}(t) \quad (13)$$

en que:

$$P_{ef}(t) = -m \{1\} \ddot{v}_g(t) \quad (14)$$

Si se transforma el sistema (13) a uno de coordenadas normales, el resultado es una serie de  $N$  ecuaciones modales desacopladas de la forma:

$$M_n \ddot{Y}_n + C_n \dot{Y}_n + K_n Y_n = P_n(t) \quad (15)$$

en que  $M_n$ ,  $C_n$  y  $K_n$ , son las propiedades generalizadas asociadas con el modo  $n$ , dadas por:

$$M_n = \phi_n^t m \phi_n$$

$$C_n = \phi_n^t c \phi_n = 2 \xi_n \omega_n M_n$$

$$K_n = \phi_n^t k \phi_n = \omega_n^2 M_n$$

$Y_n$  es la amplitud de la respuesta modal, y la fuerza generalizada resultante de la excitación sísmica:

$$P_n = \phi_n^t m \{1\} = \xi_n \ddot{v}_g(t) \quad (16)$$

en que para la estructura de la figura (b) el factor de participación modal dado por:

$$\xi_n = \phi_n^t m \{1\} \quad (17)$$

En las expresiones anteriores  $\phi_n$  es la forma modal del  $n$ -ésimo modo.

Para cada uno de los modos de la estructura, la respuesta máxima puede determinarse directamente del espectro de respuesta, como se señala para el SUGL.

Por ejemplo, el desplazamiento máximo en el modo  $n$ -ésimo se puede obtener de:

$$V_{n1 \text{ max}} = \phi_n \frac{F_n}{M_n} S_d(\xi_n, T_n) \quad (18)$$

en que  $S_d(\xi_n, T_n)$  es el desplazamiento espectral que corresponde al amortiguamiento y período del  $n$ -ésimo modo de vibrar. Asimismo el sector de la fuerza elástica máxima en el modo  $n$ -ésimo queda dado por:

$$f_{s_n \text{ max}} = m \phi_n \frac{F_n}{M_n} S_a(\xi_n, T_n) \quad (19)$$

en que  $S_a(\xi_n, T_n)$  es la aceleración espectral o pseudo aceleración para el modo  $n$ .

Con todo, la respuesta total máxima no puede, en general, obtenerse con sólo sumar los máximos modales, ya que éstos no ocurren al mismo tiempo. Casi siempre, cuando un modo logra su respuesta máxima, las otras respuestas modales son menores que el máximo en cada una de ellas. Por consiguiente, aun cuando la superposición de los valores espectrales modales, proporciona un límite superior para la respuesta total, generalmente sobreestima al máximo en forma considerable.

Para obtener una estimación razonable de la respuesta máxima de los valores espectrales, la fórmula más sencilla y usada es la raíz cuadrada de la suma de los cuadrados de las respuestas modales.

Así de la Ec.(18), el desplazamiento total vale aproximadamente,

$$V_{\text{max}} = \sqrt{(V_1)_{\text{max}}^2 + (V_2)_{\text{max}}^2 + \dots} \quad (20)$$

en que los términos bajo el radical representan vectores de los desplazamientos modales al cuadrado. En forma similar, las fuerzas máximas en cada masa concentrada, se puede obtener aproximadamente de los máximos modales de la Ec.(19), como sigue:

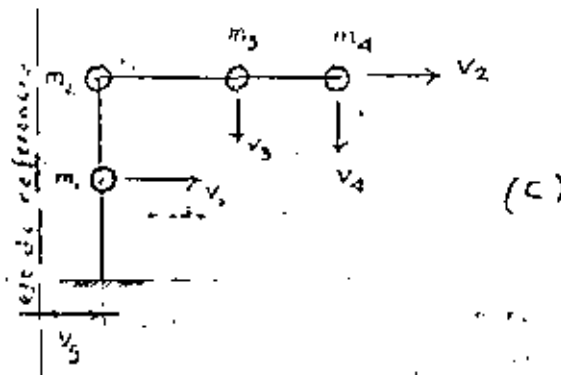
$$f_{s \text{ max}} = \sqrt{(f_{s_1})_{\text{max}}^2 + (f_{s_2})_{\text{max}}^2 + \dots} \quad (21)$$

En las Ecs. (18) y (19) sólo necesitan incluirse las contribuciones modales importantes y ya que cada término se eleva al cuadrado, en general, es necesario considerar tan sólo unos cuantos modos.

Al principio de este caso 2, se señaló que el tipo de sistema mostrado en la fi

gura (b) con un eje vertical sujeto a la excitación horizontal, representa una clave especial de problema sísmico, para el cual la relación entre los movimientos totales y relativos toma la forma de la Ec. 12.

En un caso más general, en que no todos los desplazamientos relativos se miden paralelos al movimiento del terreno, como se ilustra en la figura (c), el desplazamiento total se puede expresar como la suma de los desplazamientos,



relativos y los pseudoelásticos  $v^s$  que resultan de un desplazamiento estático del apoyo, esto es:

$$v^t = v + v^s \quad (22)$$

Los desplazamientos pseudoestáticos se pueden expresar convenientemente mediante el sector de coeficientes de influencia  $N$ , que representa los desplazamientos resultantes de un desplazamiento unitario del apoyo; así:

$$v^s = N v_g \quad \text{y} \quad v^t = v + N v_g \quad (23)$$

Si se comparan las Ecs. (12) y (21), es evidente que  $N$  es un vector de unos para la estructura de la figura (a) y para la de la figura (c) estará dado por:

$$N^t = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Esta generalización afecta solamente al sector de fuerza efectiva generado por el movimiento sísmico; esto es, en lugar de la Ec. (14) que se derivó para el vector de influencia de desplazamientos estáticos especial, la expresión generalizada, es:

$$P_{ef}^f(t) = -m N \ddot{v}_g(t) \quad (24)$$

Y análogamente, la forma general del factor modal de la excitación sísmica que reemplaza a la Ec., (17) es:

$$f_n = \phi_n^t m N \quad (25)$$

Con esta forma generalizada de  $f_n$ , las Ecs. (18) y (19) son aplicadas a formas generales de estructuras con masas concentradas, como la que se tiene para el ejemplo que se presenta enseguida y en que la Ec. (25), justifica la ecuación 4.1 del propio ejemplo.

Debe hacerse notar que las fuerzas elásticas actúan en las direcciones de los desplazamientos correspondientes,  $v$ ; por consiguiente, tendrán que derivarse nuevas expresiones para las fuerzas resultantes (tales como cortante en la base y momento), que sean apropiadas a la configuración estructural dada.

#### EJEMPLO DE APLICACION PARA ANALISIS DINAMICO.

1.- Se presenta el ejemplo de un puente estudiado por el Earthquake Engineering Research Center de la Universidad de California (Véase la nota al respecto, en la bibliografía de Análisis Dinámico).

En este ejemplo, se utilizan tres procedimientos de análisis, a saber: el método de espectro de respuesta; análisis lineal historia-tiempo y análisis no lineal de historia-tiempo.

Puesto que el comportamiento poselástico no se considera específicamente, se aplica un factor de ductilidad para reducir las fuerzas obtenidas con el análisis lineal de espectro de respuesta. Los factores de ductilidad utilizados en el análisis de puentes, han sido extrapolados de las investigaciones en estructuras de edificios, en razón a que poco se sabe de la ductilidad en puentes.

En este ejemplo, no se ha considerado la interacción entre el suelo y la estructura.

#### 2.- Propiedades del Puente.-

Es una estructura de seis tramos, de trabe en cajón de concreto reforzado, con una junta de expansión intermedia localizada a la mitad entre estribos.

La longitud total del puente es de 211.70 m., con longitudes de tramos 30.5, 43.6, 35.7, 35.7, 35.7 y 30.5 m. El puente describe un curva relativamente cerrada. Los marcos están constituidos de una sola columna de sección constante. Estas son relativamente cortas y rígidas y de alturas aproximadamente iguales. Los ejes principales de las columnas son radiales y tangentes a la superestructura en curva. En la tabla 2, se muestran las propiedades de las columnas.

Las articulaciones en la junta de expansión, son un diseño típico en California, con cojinetes de apoyo elastoméricos y unidades de restricción o trabazón de



cable de acero. Debido a la curvatura y la longitud relativamente corta de la cubierta, son pequeñas las holguras en las unidades de restricción y en el asiento de la junta de expansión. Las propiedades de la junta de expansión se muestran en la tabla 3.

Este puente fue diseñado por el Departamento de Transportación de California. Este tipo de puente es común en California y es el que típicamente se emplea en los intercambios de tránsito en los viaductos de vía rápida.

En el temblor de San Fernando de 1971, algunas de las fallas más espectaculares se presentaron en este tipo de puentes. Algunas de las principales causas de las fallas resultantes, fueron la separación de las articulaciones de las juntas de expansión y como resultado, todas las estructuras de este tipo, diseñadas después de este temblor, incluyendo la del ejemplo, han sido dotadas con unidades de trabazón diseñadas para evitar la separación. Estas unidades deben tener una holgura que permita movimientos de temperatura, etc.

En la figura 1 se muestra una articulación en la junta de expansión.

### 3.- Métodos de Análisis.-

#### 3.1 Programas de Computadora.-

Se efectuaron 3 tipos de análisis.

Análisis Modal de Espectro de Respuesta (E.R.)

Historia-Tiempo Lineal (H-T.L.)

Historia-Tiempo No Lineal (H-T. N.L.)

STRUDL para los análisis de espectro de respuesta e historia-tiempo lineal.

NEABS para el análisis no lineal.

Este programa utiliza integración paso a paso con un comportamiento lineal seccionado (piecewise) para cada incremento del tiempo.

BSAP como revisión de NEABS.

#### 3.2 Excitación Sísmica.

Se utilizó el movimiento rígido del apoyo y la historia-tiempo del movimiento del terreno S 18 + desarrollado por Seed y Idriss (9) para la simulación de un sismo con magnitud de Richter 8 +. El espectro de respuesta se generó en STRUDL para 5 por ciento de amortiguamiento. La gráfica historia-tiempo y el correspondiente espectro de respuesta se muestran en las figuras (6) y (7) respectivamente. Este movimiento del terreno se aplicó a los puentes en dos direcciones ortogonales. El movimiento longitudinal se introdujo en la dirección paralela a una línea recta entre los estribos. El movimiento transversal fue perpendicular al longitudinal.

Debido a los costos involucrados en el análisis no lineal y las pruebas pre

vias para determinar el instante más crítico después de iniciado el movimiento, algunos de los análisis no se corrieron para toda la duración del movimiento del terreno. La tabla 4 muestra la duración del movimiento del terreno usado en cada análisis.

Se estudiaron, por lo tanto, 6 casos para el puente: Tres tipos de análisis con dos direcciones del movimiento.

### 3.3. Modelado.-

La cubierta y columnas se modelaron como miembros de marcos en el espacio. Las masas en la cubierta se discretizaron en los cuartos del claro. Las masas de las columnas se discretizaron en los tercios del claro. Las bases de las columnas se supusieron empotradas en las zapatas. Véase la figura 5

Se usó un programa de generación estructural para desarrollar el modelo para STRUDL. Este programa modela la libertad del movimiento en los estribos y articulaciones empleando relevadores (releases) de los miembros en un miembro corto en estos sitios. Esto se hace para asegurarse que la masa de la superestructura se discretiza en la porción apropiada a la superestructura.

La porción curva de la superestructura se modela con miembros rectos de marcos en el espacio entre cuerdas, ya que STRUDL no tiene opción para miembros curvos.

La articulación para STRUDL se modela liberando las fuerzas axiales y los momentos transversal y longitudinal en la articulación. El efecto de las trabazones se representa colocando miembros de marcos espaciales excéntricamente -- transversales entre ambos miembros de la superestructura (figura 4). Esta idealización supone que no hay holgura y que existen tensión y compresión en las trabazones.

El ensamble básico de miembros en BSAP y NEABS es similar al empleado por STRUDL, con unas cuantas excepciones. Primero, la superestructura curva se presenta por vigas en curva circular. En segundo lugar, la libertad en los estribos y en la junta de expansión se modelan con elementos especiales de resortes en la cimentación y la junta de expansión. Estos elementos hacen innecesarios usar miembros cortos de marcos en el espacio para asegurar una discretización apropiada de la masa.

El elemento de la junta de expansión de NEABS, tiene parámetros no lineales que deben alimentarse. En los planos, se muestran los valores de diseño para la holgura de asiento y liga. En realidad, estos valores varían dependiendo de factores tales como la temperatura y contracción. Las rigideces de las trabazones de cables, se calcularon suponiendo un módulo efectivo de Young de  $970 \text{ ton/cm}^2$ . La fuerza de fluencia en una trabazón típica de 19 mm. se tomó igual a

13.89 ton.. La rigidez al cortante de las almohadillas elásticas de apoyo, se calcularon con base a un módulo al cortante supuesto de  $9.51 \text{ kg/cm}^2$ . El coeficiente de fricción se supuso igual a 0.4. Para las placas en deslizamiento lubricadas, la rigidez al cortante se supuso muy alta y la fricción muy baja.

Para propósitos de modelar el impacto de la superestructura, el resorte de impacto se supuso con rigidez axial de la sección adyacente más corta de la superestructura. Se usaron elementos no lineales de columna en los lugares donde puede esperarse que fluya ésta.

En NEABS, las columnas no lineales se modelaron introduciendo parámetros obtenidos de un programa para el análisis de columnas llamado YIELD. Se requieren las constantes normalizadoras que definen la superficie de fluencia.

#### 4. Resultados del Análisis.

##### 4.1. Períodos y factores de participación.

El período de la estructura se determinó usando STRUDL y BSAP.

Los factores de participación se calcularon con la expresión:

$$F.P. = \phi^T M N$$

en que  $\phi$  es la matriz de eigenvectores, normalizados respecto a la masa unitaria.

M es la matriz de inercia unitaria.

N vectores de cuerpo rígido, que relacionan el movimiento en cada junta al movimiento del apoyo.

##### 4.2. Reacciones de Carga Muerta.

Se calcularon en la base de las columnas con el programa NEABS antes de efectuar el análisis no lineal.

La estructura se analiza en 3 dimensiones para determinar las fuerzas por carga muerta en los miembros. El programa NEABS utiliza internamente estos valores, puesto que el efecto de la carga muerta se debe considerar para determinar la respuesta no lineal.

Para un análisis elástico, esto no es necesario. Por lo tanto, con objeto de hacer más significativa la comparación de resultados, fue necesario adicionar las fuerzas en los miembros debidas a la carga muerta, a las fuerzas sísmicas obtenidas de un análisis elástico. Las reacciones de carga muerta y los momentos correspondientes, se proporcionan en la base de la columna en sistema de coordenadas local, en que la dirección longitudinal se define como la tangente o paralela a la superestructura y la transversal es radial o perpendicular a ella.

#### 4.3. Momento Máximo en la Base de la Columna y el Cortante Correspondiente.-

Se comparan los momentos y cortantes en las columnas para los 3 tipos de análisis. Los momentos y cortantes de carga muerta se suman a los resultados del análisis elástico. Los momentos de fluencia que se muestran en la gráfica, se tomaron de la superficie de interacción de fluencia de las columnas, suponiendo una reacción vertical igual a la reacción de carga muerta.

Los momentos y cortantes están dados en el sistema local de coordenadas. Las aceleraciones del terreno debidas al sismo, se aplican en la dirección paralela a una línea recta entre los estribos.

La excitación transversal es a  $90^\circ$  con la longitudinal.

La práctica actual consiste en la aplicación individual de las excitaciones -- en las dos direcciones horizontales ortogonales, para determinar las fuerzas máximas en los miembros. No se acostumbra superponer los efectos del sismo en las dos direcciones horizontales o la vertical.

Los efectos de acoplamiento de que se informa en estos resultados sugieren que las disposiciones para el diseño sísmico de puentes, deben considerar el efecto de la aplicación simultánea de componentes en las 3 direcciones ortogonales.

Los resultados para el espectro de respuesta son la raíz cuadrada media (RCM) de las respuestas modales individuales. Los valores que se presentan tanto para el espectro de respuesta como el análisis historia-tiempo, son para los máximos en el tiempo, que no necesariamente ocurren en la columna al mismo tiempo. Estos valores son la envolvente de las peores condiciones que serían más que razonables para usarse bajo los criterios actuales de diseño sísmico, para el diseño de la columna. Los momentos no lineales resultantes representan valores máximos trazados en la superficie de fluencia y no son de utilidad directa para el diseñador, excepto para verificar los valores supuestos de las demandas de ductilidad.

#### 4.4. Fuerzas Transversales Máximas en los Topes de Cortante.-

Se proporcionan las fuerzas cortantes transversales máximas en los topes de cortante y en los estribos. Se consideran a los miembros conectados a los estribos, como empotrados en la dirección transversal en el análisis lineal como en el no lineal. Las articulaciones intermedias se conectan con miembros horizontales que poseen compatibilidad de desplazamientos en la dirección transversal, para el análisis lineal. Para el modelo no lineal se utiliza un resorte rígido para conectar los miembros que concurren a la articulación, en la dirección transversal.

#### 5. Desplazamientos Máximos de la Cubierta.-

Se han tabulado los desplazamientos máximos horizontal en la cubierta en los puntos sobre los apoyos. Los resultados son máximos para cada localización y cada dirección y no necesariamente ocurren al mismo tiempo. Todos los resultados han sido proporcionados en el sistema de coordenadas globales.

#### 4.6. Movimiento de la Articulación y Fuerzas de Restricción Máximas.

Los movimientos máximos de la articulación están dados donde se localizan las trabazones de la articulación que están cerca de las orillas izquierda y derecha de la cubierta. Para el análisis elástico se proporcionan a los movimientos como valores absolutos y pueden representar ya sea una oclusión o una separación en las juntas de expansión. Se tabulan las fuerzas máximas de trabazón para los correspondientes movimientos de restricción. Para el análisis elástico las fuerzas de trabazón son valores absolutos y por consiguiente, pueden ser tensión o compresión. Sin embargo, el análisis no lineal, considera el hecho de que la compresión no puede tener en la trabazón. Además, se incluye el efecto de las fuerzas de fluencia en la trabazón. Por lo tanto, el análisis no lineal es el enfoque más racional para determinar las fuerzas efectivas o reales en las trabazones. Como en los otros casos, todos los valores son máximos y no necesariamente ocurren al mismo tiempo.

#### 4.7. Desplazamiento de la Cubierta en Primera Fluencia.-

Los desplazamientos de la cubierta ante el primer signo de fluencia en una o más de las columnas, se han anotado en la tabla 14 a partir del análisis no lineal historia - tiempo. Estos desplazamientos ocurren sobre los marcos y se proporcionan en el sistema de coordenadas globales.

#### 5. Interpretación de los Resultados.-

##### 5.1. Período de la Estructura y Factores de Participación.

Existe una buena concordancia entre los resultados de STRUDL y BSAP en la determinación de los primeros 10 modos de vibración. El programa STRUDL utiliza el método Householder - Ortega - Wielandt para la solución del problema de eigenvalores.

BSAP resuelve este problema bien sea mediante una solución de rastreo de determinantes o una interacción en un subespacio, dependiendo del número de grados de libertad.

La diferencia principal entre las dos idealizaciones estructurales fue que la estructura del puente para STRUDL, consiste de ocho miembros rectos en el espacio y -- BSAP empleó miembros curvos en el espacio. La gran concordancia en los períodos es-

estructurales indican que el modelo con miembros rectos proporciona resultados satisfactorios para el diseño de las columnas con las discretizaciones empleadas, por otra parte, son las que se usan normalmente para simular en un análisis dinámico los efectos de inercia en la cubierta del puente.

Los factores de participación tabulados, representan la magnitud en que el movimiento del sismo dirigido en las direcciones de las coordenadas de referencia tiende a excitar la respuesta en el modo de vibrar dado.

Períodos de la estructura para los 10 primeros modos (tabla 7). Se concentran en un rango de 0.40 a 0.22.

Los factores de participación para el 2° y 3° modo indican que existe acoplamiento en las dos direcciones horizontales.

Este efecto de acoplamiento es más pronunciado para este tipo de puente, debido al alto grado de curvatura de la cubierta.

Los períodos de ambos modos difieren entre sí tan sólo en 0.004 segundos. Ambos períodos tienen como resultado una respuesta prácticamente máxima para el sistema S 18 +, lo que indica que estos modos simultáneamente contribuyen en forma importante a la respuesta total de este puente.

Los signos de los factores de participación para el 2° y 3° modo indican una respuesta fuera de fase debida a la excitación transversal.

El primer modo de vibrar está acoplado en las direcciones vertical y horizontal. Como se muestra en el trazo de este modo, la respuesta vertical predomina a la izquierda de la articulación intermedia donde las longitudes de los tramos están en cierto modo, fuera de balance.

El alto grado de acoplamiento de este puente, indica que el criterio de diseño debe considerar un método que combine la respuesta debida al movimiento en las tres direcciones ortogonales en este tipo de puentes, o para estructuras con efectos de acoplamiento similares.

## 5.2. Reacciones por Carga Muerta.

Las reacciones en las columnas debidas a la carga muerta que se tabulan en la tabla 8 son iguales a aproximadamente el 10% de la capacidad última por carga axial de las columnas. Este es generalmente el caso típico para la mayoría de las estructuras de puente.

La presencia de pequeños momentos en la dirección transversal se debe a la curvatura de la superestructura.

Los momentos longitudinales de carga muerta son en general muy pequeños.

## 5.3. Momentos Máximos en la Base de las Columnas y los Correspondientes Cortantes.

Los momentos flexionantes máximos, transversales y longitudinales en la base -

de las columnas, se tabulan separadamente para las excitaciones longitudinales y transversales a los correspondientes cortantes en las columnas, encerrados en paréntesis, se muestran abajo de los momentos.

Los momentos se tabulan para los tres tipos de análisis.

Los momentos máximos en las direcciones transversal y longitudinal para el análisis de historia-tiempo en un cierto instante, no necesariamente ocurren al mismo tiempo. Los valores mostrados son las componentes máximas individuales que ocurrieron durante el análisis de historia-tiempo. Estos valores son en general los que deben utilizarse para el diseño. Aun cuando resulte algo conservador, las cargas para diseño deben ser la envolvente del caso máximo.

Al diseñar una columna para los resultados del análisis del espectro de respuesta, el diseñador utiliza por regla general, los valores individuales de la raíz cuadrada media para los momentos flexionantes en las dos direcciones ortogonales. Esto también es en general conservador, pero constituirá una envolvente de las máximas condiciones instantáneas de carga.

Los momentos de fluencia tabulados en las direcciones transversal y longitudinal corresponden a las fuerzas axiales por carga muerta.

Los momentos máximos que se presentan durante el análisis no lineal, incluyen el efecto de la carga muerta y de las cargas axiales impuestas por el análisis de historia-tiempo. Los momentos máximos tabulados para el análisis no lineal difieren de los momentos de fluencia tabulados debido a la fuerza axial instantánea y el momento ortogonal correspondiente.

Las demandas de ductilidad máxima local o rotacional anotadas en la tabla 16, se calcularon usando el procedimiento básico de Tseng y Penzien (4). La rotación de fluencia en flexión de las columnas, y las correspondientes longitudes de articulación plástica se muestran en la tabla 15.

### 5.3.1. Excitación transversal.-

En la tabla 5 se resumen los casos estudiados que se describen en el capítulo 3. Los números impares corresponden a las excitaciones transversales. La dirección transversal se toma normal a la cuerda que conecta ambos estribos. Las cargas sísmicas -- aplicadas en la dirección transversal generalmente generan el máximo momento en la columna en los marcos de una sola columna debido a la flexión en voladizo de ésta. Este caso recibe, por lo general una consideración adicional en el diseño, debido a una inestabilidad potencial, a causa de la ausencia de miembros redundantes en la dirección transversal. Ello se toma en cuenta, reduciendo en esa dirección transversal, el factor de ductilidad permisible.

En la tabla 9, casos (1,3 y 5) se muestran los momentos máximos y las correspondientes cortantes en la base de la columna. Los resultados para el espectro de respuesta para los momentos transversales son menores que para el análisis lineal de historia-tiempo. Las diferencias van desde un 21 por ciento en el marco 2, hasta 11 por ciento en el marco 6. Estas diferencias en el momento transversal son el resultado de reemplazar el dominio en el tiempo por una técnica de promedios estadísticos. Cuando dos modos se presentan muy cercanos entre sí, cerca del pico o máximo del espectro de respuesta, los dos resultados modales, se deben sumar algebraicamente.

Las diferencias entre los resultados de la R.C.M. e H.T.L. para el momento longitudinal son en cierto modo erráticos-

Los resultados del espectro de respuesta para los momentos longitudinales son -- por lo general mayores, excepto en el marco 3 donde son menores en un 63%. La máxima diferencia se presenta en el marco 2 en que el resultado del espectro de respuesta es 94 por ciento mayor que el momento obtenido del análisis H.T.L. Puesto que no hay una tendencia congruente, se presenta remota la posibilidad de utilizar otros medios para combinar estadísticamente los resultados modales del espectro de respuesta. Más aún, si se modifica la práctica actual de diseño para que incluya la combinación de un porcentaje de los resultados para un movimiento horizontal ortogonal, será virtualmente imposible obtener resultados realistas para este tipo de puente, mediante un enfoque en el espectro de respuesta.

El análisis H.T.N.L. cuyos resultados se muestran en la tabla 16 indica que se ha presentado fluencia en todas las columnas, a causa del movimiento transversal. Las rotaciones de fluencia en flexión se calcularon utilizando los valores de la tabla 15.

Aun cuando la demanda máxima de ductilidad rotacional de la tabla 16, en el marco 4, queda bien abajo de la ductilidad que generalmente se considera disponible en la columna, el trazo historia-tiempo de las deformaciones no lineales, indican que han ocurrido varias excursiones en el rango inelástico. Con este grado de fluencia cíclica, es muy posible que tenga lugar un daño estructural de consideración con una degradación en la rigidez de las columnas como resultado. Esto antepone la duda en cuanto a la validez de la demanda de máxima ductilidad como una medida de la habilidad para soportar daño ante cargas sísmicas. También subraya la importancia de considerar la degradación de la rigidez en el análisis.

La reducción en los momentos derivada de un análisis lineal historia-tiempo indican que un factor de reducción de ductilidad entre 3 y 4 ha tenido como resultado un diseño similar de columna para esta carga sísmica. Sin embargo, la práctica actual es usar un factor de reducción de 3 para marcos de una sola columna multiplicados por -



un factor de riesgo de 2 para estructuras en este rango de período. Esto hubiese resultado en una capacidad en el momento de la columna, abajo del valor usado en el análisis no lineal. Con la cantidad de fluencia cíclica que ocurrió en el caso 5, resulta dudoso que la estructura en la forma analizada se hubiera comportado satisfactoriamente durante el sismo S 18 +, y mucho menos una estructura más débil.

Una de las razones principales de las fluencias cíclicas tan extensas de esta estructura fue su rango de períodos que resultaron en un mayor número de excursiones no lineales. Sin embargo, la práctica actual especifica una reducción del riesgo en estructuras de período corto. Los resultados no lineales para este puente indican que esta práctica debe reconsiderarse.

Cuando fluyen las columnas, sus cortantes se reducen con objeto de satisfacer la estática. Además, las fuerzas cortantes se transfieren a los estribos rígidos a través de la superestructura. Si se considera la reducción en la suma de las fuerzas cortantes ocasionadas por la fluencia de las columnas, el nivel total de la fuerza se reduce por un factor de aproximadamente 2.5 para este puente.

## 2. Excitación Longitudinal.-

Los casos señalados con números pares corresponden a las excitaciones en el sentido longitudinal. Este es paralelo a la cuerda que conecta los estribos. En general el movimiento longitudinal del terreno no es tan crítico como el transversal; lo que se debe a los siguientes factores:

- . Las columnas participan en forma más uniforme porque están conectadas por una cubierta axialmente rígida.
- . La continuidad de las columnas y la superestructura permite a las columnas tomar una mayor fuerza cortante sin fluir en flexión.
- . El efecto de otras condiciones de carga, tales como la carga muerta, viva, movimientos térmicos, etc. tienden a afectar el diseño de las columnas en esta dirección más que en la dirección transversal.

La continuidad de la superestructura con la subestructura hace más redundante el sistema resistente para cargas longitudinales. Esto se refleja en los reglamentos de diseño en mayores factores de reducción por ductilidad.

En estructuras con gran curvatura, como la de este ejemplo, el movimiento longitudinal del terreno puede producir fuerzas de volteo radiales a la cubierta de significación. La interacción de los momentos radiales y tangentes puede ser crítica.

### 5.3.2.1. Casos 2, 4 y 6.

En la tabla 10 se muestran los momentos flexionantes máximos y los cortantes correspondientes en la base de las columnas debidas al sismo longitudinal. Los resultados del espectro de respuesta para el momento longitudinal son aproximadamente 30% menores que los predichos mediante el análisis H.T.L. Los momentos -- transversales con el criterio de la raíz cuadrada, son en varios casos mayores -- que los resultados de H.T.L. En el marco 4, por ejemplo, el análisis de L.R. predice un momento transversal casi del doble del momento longitudinal.

Esta estructura, debido a sus períodos cercanos y el grado de acoplamiento, -- es particularmente inadecuada para analizarse mediante el método del espectro de respuesta.

Las demandas de ductilidad máxima rotacional relativamente uniformes que aparecen en la tabla 16, muestran la participación relativamente uniforme de todas las columnas debidas al movimiento longitudinal del terreno. Nótese que las dos columnas que soportan una sección de aproximadamente el mismo peso a la izquierda de la articulación tienen una demanda de ductilidad mayor, que las tres columnas a la derecha.

### 5.4. Fuerza Transversal Máxima en los Topes de Cortante

Las fuerzas cortantes que ocurren durante un sismo, en los estribos y las articulaciones son en cierto modo más críticas en el sentido de que estas fuerzas deben de ser resistidas mediante componentes no dúctiles como lo son los topos de cortante. El problema de obtener fuerzas realísticas en estos sitios mediante un análisis lineal se complica por el hecho de que la fluencia en componentes dúctiles redistribuye las fuerzas a las componentes más rígidas pero menos dúctiles.

El movimiento transversal controla aquí el diseño, que es el caso general.

#### 5.4.1. Casos 1 al 6.

Las fuerzas máximas en los topos de cortante se tabulan en la tabla 11.

Los valores del espectro de respuesta son ligeramente menores que el de historia-tiempo para el sismo transversal en los casos 1 y 3. En el caso 5, los resultados del análisis no lineal son 46 por ciento y 28 por ciento mayores en los estribos 1 y 7 respectivamente. El incremento en la fuerza cortante puede atribuirse a la fluencia en las columnas y la redistribución de las fuerzas en los estribos. La fuerza cortante en la articulación intermedia determinada mediante el análisis con el espectro de respuesta, es menor en un 14% que la obtenida con el análisis lineal historia-tiempo, lo que corresponde a la diferencia obtenida

en los momentos en las columnas en el tramo adyacente a aquel que contiene la articulación. El análisis no lineal, indica una reducción en el nivel de la fuerza por un factor de 2.6 en la articulación, que corresponde a su vez, a la reducción total de 2.5 previamente mencionada en 5.3.1.1. para la estructura en conjunto.

Las fuerzas cortantes tabuladas debido a las excitaciones longitudinales son menores a las obtenidas para la transversal y consecuentemente no controlan el diseño, si bien indican la existencia del acoplamiento.

#### 5.5. Desplazamientos Máximos de la Cubierta.-

Las combinaciones de la raíz cuadrada de la suma de cuadrados de los resultados modales para el análisis de espectro de respuesta, proporcionan resultados para los desplazamientos de la cubierta que no concuerdan en muchos casos con los de H.T.L. Estas diferencias son más pronunciadas en puentes en que las respuestas modales importantes se presentan en uno o más modos. Los desplazamientos de los análisis no lineales son en general inferiores a los de los análisis lineales. Esto es contrario a lo que podría esperarse puesto que es de suponerse que la fluencia debiera producir mayores deformaciones.

Sin embargo, la disipación de energía ocasionada por la fluencia de las columnas, reduce la respuesta y consecuentemente también los desplazamientos netos. Existen excepciones en que las deformaciones adicionales cuando fluye la columna, exceden las deformaciones calculadas mediante el análisis lineal. Esto usualmente ocurre al inicio de la fluencia en que la reducción en el desplazamiento debida a la disipación de energía, es menor que la energía contenida en el sistema.

#### 5.5.1. Casos 1 - 6.

Los desplazamientos máximos de la cubierta debidos a las excitaciones transversales (Casos 1, 2 y 5) se muestran en la tabla 14. Los desplazamientos del espectro de respuesta en los marcos, en la dirección transversal son considerablemente menores que los valores obtenidos en el análisis H.T.L. Ello se debe a que hay 3 modos con períodos muy cercanos y es muy posible que las respuestas modales máximas tiendan a ocurrir simultáneamente. Los valores de la raíz cuadrada media de las respuestas modales proporcionará, por lo tanto, menores desplazamientos.

Para los desplazamientos longitudinales debidos a la misma excitación los valores de la raíz cuadrada media del espectro de respuesta varía drásticamente con desplazamientos menores a los de H.T.L. Esto se debe nuevamente a las pequeñas diferencias en períodos y al grado de acoplamiento entre las direcciones longitudinal y transversal del puente.

Los desplazamientos no lineales de la cubierta en la dirección transversal - debidas a la excitación transversal son menores entre un 27 y un 37 por ciento - a los del H.T.L. Esta reducción en el desplazamiento es ocasionada por la reducción en respuesta debida a la disipación de energía en las columnas. Los desplazamientos que ocurrieron durante la primera excursión en el rango no lineal a los 4.40 segundos, excedieron los valores ocurridos al mismo tiempo, con el análisis lineal. Ello se debe al incremento de deformación ocasionado inicialmente por la fluencia. Sin embargo, con subsecuentes inversiones en la dirección de la aceleración del terreno, la disipación de energía y reducción en las fuerzas elásticas - de restauración que ocurren en la columna, la respuesta máxima de la estructura, se reduce:

Puede notarse que hay un pequeño pero importante incremento en los desplazamientos longitudinales, en los marcos 3, 4 y 5. Ello se debe al hecho de que estos tres marcos tienen momentos de carga muerta importantes, debido al desbalance en la longitud de los tramos. Durante la fluencia inicial de estos marcos, ocurren deformaciones rotacionales que tienden a relevar los momentos longitudinales de carga muerta. Esto sucede, aun con componentes longitudinales de momento sísmico, relativamente pequeños.

Una vez que ha ocurrido la fluencia, las fluencias subsecuentes de la columna se deberán enteramente a las fuerzas sísmicas. De manera que las deformaciones rotacionales debidas a los momentos longitudinales por carga muerta ocasionan en la estructura, deformaciones permanentes no lineales, resultando en una respuesta sísmica sesgada u oblicua, para la dirección longitudinal. Ello resulta en mayores desplazamientos longitudinales como puede verse en los resultados.

Los desplazamientos máximos de la cubierta debidos a la excitación longitudinal (Casos 2,4 y 6) se muestran en la tabla 12. Los valores de los desplazamientos longitudinales para el análisis del espectro de respuesta son también consistentemente menores que los de H.T.L. Esta diferencia es menor a la izquierda en la articulación en que el modo 2 domina el movimiento longitudinal. Para los desplazamientos transversales debidos a la excitación longitudinal, el análisis del espectro de respuesta concuerda del todo con los resultados del H.T.L. Esto también se debe a que los períodos están muy cercanos y existe un acoplamiento fuera de fase entre el 2° y 3er. modo.

Los desplazamientos no lineales en la dirección longitudinal debidos al sismo longitudinal son asimismo, menores a los que resultan del H.T.L.

Los desplazamientos a la izquierda de la articulación en los marcos 2 y 3 se reducen más que los ubicados a la derecha; (marcos 4 y 6). Esto se debe en parte, a la

mayor fluencia y disipación de energía y a los efectos de compensación de los momentos desbalanceados en los marcos a la izquierda de la articulación.

Los mayores momentos de carga muerta a la derecha de la articulación tienen un efecto en estos desplazamientos en un movimiento longitudinal oblicuo, aunque esto no es tan obvio como en el ejemplo previo. Este efecto de sesgo causado al relevar los momentos de carga muerta puede ser también la razón de que la diferencia en los desplazamientos de la cubierta sean menores que los desplazamientos transversales debidos al sismo transversal. Puesto que los momentos transversales no se afectan y por lo tanto, no experimentan una reducción similar a los desplazamientos longitudinales.

#### 5.6. Movimientos de la Articulación y Fuerzas de Restricción.

Las suposiciones inherentes en el enfoque mediante el análisis elástico que se emplea en la actualidad y generalmente disponible para el diseñador de puentes limita las capacidades de modelado en la articulación de la junta de expansión intermedia. Las idealizaciones que se utilizan actualmente, son aproximadas en el sentido de que la unidad de trabazón debe tomar tanto compresión como tensión y se ignoran las aberturas proporcionadas para los movimientos por temperatura. Los efectos de choque que se ocasionan al cerrarse la abertura de asiento y la fluencia de la barra de sujeción no pueden incorporarse al modelo. Estas suposiciones impuestas por las limitaciones de un análisis elástico, han sido de mayor preocupación para el proyectista de puentes, tanto en los efectos de las respuestas en conjunto, como en los efectos locales de las unidades de restricción. Básicamente, el punto de vista del proyectista ha sido que las suposiciones inherentes en este enfoque no tengan un efecto importante en la respuesta de conjunto y proporcionen resultados en la unidad de trabazón que sean aproximados. Posteriormente, se verifica que estas fuerzas sean cuando menos un 25 por ciento de la carga muerta del marco más pequeño.

##### 5.6.1. Casos (1 al 6).-

En la tabla 13 se anotan las separaciones máximas de la articulación y las fuerzas correspondientes de trabazón debidas tanto a las excitaciones longitudinales, como transversales.

Los resultados del análisis con el espectro de respuesta son de 6 a 10 veces mayores, para el sismo transversal, que para el análisis de H.T.L. Estas diferencias tan grandes se deben a la respuesta fuera de fase que ocurre entre el segundo y tercer modo de vibrar. Al tener cada modo una contribución importante en la respuesta total del sistema, no se suman algebraicamente como en el análisis H.T.L. Contrariamente a esto, los resultados para el movimiento longitudinal, concuerdan bastante --

bien, dentro de un 10% para ambas unidades de trabazón.

El movimiento longitudinal es el que generalmente controla y para este puente es menor a las 246 ton. obtenidas usando el mínimo especificado por el código.

El análisis no lineal no proporcionó fuerzas de trabazón indicando que la holgura de temperatura de 3 cm. en la trabazón, no se consideró en los movimientos transversal o longitudinal.

Las gráficas historia-tiempo de los movimientos de la junta de expansión a la derecha o a la izquierda en la orilla de la cubierta, tanto para los movimientos transversal y longitudinal, indican que los movimientos de la articulación son lo suficientemente grandes como para ocasionar fuerzas en las trabazones. También, las holguras en el asiento están lo suficientemente cercanas como para proporcionar solo una mínima cantidad de acción de choque en la articulación. Las gráficas del movimiento de la junta de expansión para el movimiento transversal indican la tendencia de la junta a abrirse debido al comportamiento no lineal que ocurre al puente. Este movimiento oblicuo, será más pronunciado con una fluencia adicional de las columnas o deslizamiento del apoyo de la junta de expansión. Considerando el número de excursiones de las columnas en el rango no lineal para esta estructura de período corto, y la probable reducción en la rigidez de la columna, resulta muy probable la apertura oblicua de la articulación de tal manera que provoque fuerzas en las trabazones. La magnitud real de estas fuerzas requerirá estudios analíticos adicionales con la posibilidad de incluir la degradación en la rigidez de las columnas. Suponiendo, sin embargo, que las columnas puedan mantener su integridad y, que la degradación en la rigidez en los ciclos poselásticos no sea significativa, los requisitos mínimos del reglamento parecen ser conservadores.

## 6. Conclusiones y Recomendaciones.-

### 6.1. Conclusiones.

#### 6.1.1. Características Dinámicas del Puente.

Para predecir con precisión las respuestas de estructuras complejas de puente a movimientos sísmicos intensos, se requiere el uso de sofisticados programas de computadora para análisis dinámico no lineal, que generalmente no se encuentran disponibles para el ingeniero proyectista de puentes. El complejo comportamiento no lineal que ocurre en los puentes sujetos a sismos, actualmente se toma en cuenta - reduciendo los resultados obtenidos en un análisis elástico, mediante un factor de ductilidad supuesto. Esto no toma en cuenta la redistribución de fuerzas debidas al comportamiento no lineal ni predice las áreas de máxima demanda de ductilidad.

Los actuales métodos que se usan generalmente para la predicción de fuerzas - lineales, incluyen la fuerza estática equivalente, el análisis mediante un espectro de respuesta o un análisis lineal de historia-tiempo. El método de la fuerza estáticamente equivalente está en cierta forma limitado, puesto que sólo puede -- aplicarse a estructuras sencillas con un solo, predeterminado modo de vibrar. Para estructuras más complejas que requieren un análisis tridimensional, tal como - el puente seleccionado para este estudio, se requiere un análisis de respuesta, - más sofisticado. En tanto que el uso de un análisis elástico dinámico previo al - diseño, es un progreso importante respecto a la práctica antigua y en muchos casos será suficiente, no debiera sin embargo, verse como la última herramienta para usar se en el diseño de puentes en zonas de alta sismicidad. Las técnicas del análisis no lineal que incluyen el comportamiento no lineal de la fluencia en las columnas, discontinuidad en las articulaciones, cimentaciones y absorción de energía, deberían implementarse al diseño en esas regiones críticas.

Las dos idealizaciones estructurales que se usan en este estudio emplean miembros rectos y curvos para la superestructura. De ello resultó evidente que los -- miembros rectos proporcionan casi resultados idénticos debido a la discretización de las masas, que normalmente se hacen en los cuartos del claro.

A causa de los efectos de acoplamiento de los modos y las contribuciones de - varios modos, se requiere el análisis tridimensional para predecir la respuesta - de puentes con curvas horizontales. Esto también implica que el efecto de la excitación en direcciones ortogonales debe sobreponerse a los resultados del movimiento en una dirección.

#### 6.1.2. Análisis de Espectro de Respuesta.-

El método de espectro de respuesta, en general, parece ser satisfactorio para

el diseño sísmico de puentes.

En el puente analizado, cuando se tienen dos modos de vibrar con períodos aproximadamente iguales, la combinación de la raíz cuadrada media para los resultados, no concuerda con los del análisis lineal historia-tiempo, como se expuso en el capítulo 5.

### 6.1.3. Comportamiento no lineal observado.-

El comportamiento no lineal como se observa de los tres análisis llevados a cabo, indican que la redistribución de las fuerzas y la localización y la magnitud de las demandas máximas de ductilidad no se pueden predecir acertadamente mediante un análisis elástico. La primera excursión en el rango no lineal produjo desplazamientos mayores a los determinados mediante un análisis lineal. Con las excursiones subsecuentes, sin embargo, se redujeron los desplazamientos ilustrando los efectos de la absorción de energía debido a la acción no lineal de las columnas. Los desplazamientos máximos para el análisis no lineal fueron menores que los resultados del análisis lineal donde hubo fluencia en la estructura.

Cuando ocurrió fluencia local, sin embargo, los desplazamientos máximos fueron algo mayores. Por tanto, es casi imposible predecir los efectos no lineales a partir de un análisis lineal.

#### 6.1.3.1. Columnas.-

Las demandas máximas de ductilidad rotacional son menores a las que corrientemente se suponen (se suponen) disponibles para el diseño. En la estructura examinada, la fluencia total acumulada ocurrida, fue mucho mayor que la de otras estructuras que tienen demandas de ductilidad comparables o mayores. Por lo tanto, las demandas máximas de ductilidad como se conciben ordinariamente no indican el daño potencial máximo o la cantidad de absorción de energía requerida por la estructura durante un sismo máximo creíble.

Los factores clásicos de reducción de la ductilidad para fuerzas sísmicas que se derivan para sistemas elasto-plásticos sencillos, al igualar las respuestas -- elásticas e inelásticas en términos de energía o deflexión no se aplican para el sistema complejo como el puente examinado en este estudio.

Las disposiciones que corrientemente se usan para el diseño de momento positivo en las traveses debido a las cargas muertas y vivas, no incluyen los efectos de aliviar la capacidad de la columna en el momento de carga muerta ocasionada por la formación de articulaciones plásticas durante un sismo.

Las rigideces variables de las columnas, provocan la redistribución de las fuerzas a otras columnas. Esto tiene como resultado una fluencia no uniforme en las --



columnas. Ello puede dar como resultado, demandas altas de ductilidad en sitios -- aislados durante un sismo, aun de intensidad moderada.

#### 6.1.3.2. Estribos.-

La redistribución de fuerzas debida a la fluencia de las columnas tiene como -- resultado, un incremento de la fuerza en los topes de cortante no dúctiles en los estribos. Las disposiciones actuales de AASHTO para diseño sísmico en que los espectros de respuesta se reducen con factores de ductilidad proporcionará fuerzas en los componentes no dúctiles, tales como topes de cortante, que quedan bien por abajo de las fuerzas realmente experimentadas.

#### 6.1.3.3. Juntas de Expansión.-

La fluencia no uniforme de las columnas del puente da como resultado mayores -- fuerzas de trabazón en aquellas estructuras que tienen más de una articulación intermedia.

La respuesta de conjunto de la estructura examinada no parece afectarse en forma -- importante por el comportamiento no lineal en las articulaciones de las juntas de expansión. Las holguras de la barra de sujeción y del asiento de la junta de expansión, que normalmente se requieren para consideraciones de temperatura, excluyen -- sus efectos, mientras no ocurran la fluencia y la disipación de energía en las columnas. También la posibilidad de insertar dispositivos de absorción de energía en las juntas de expansión intermedias, para reducir la respuesta de la estructura o limitar el daño en una columna, están limitadas por este tipo de comportamiento. Se reducen las fuerzas transversales en los topes de cortante en la junta intermedia, debido a la fluencia de la columna en estructuras que tienen aproximadamente la -- misma rigidez en las columnas.

### 6.2. Recomendaciones.-

#### 6.2.1. Práctica y Disposiciones Reglamentarias en el Diseño.-

Con base en la comparación de resultados, se recomiendan que se consideren los -- cambios siguientes que se sugieren para la práctica del diseño sísmico y/o disposiciones reglamentarias.

a.- Los espectros de diseño actualmente en uso en la especificación AASHTO, de-- ben modificarse para eliminar la reducción por ductilidad. Las reducciones por -- ductilidad deben hacerse en base a cada una de las componentes.

b.- Las disposiciones para diseño sísmico deben considerar la aplicación simultá-- nea del movimiento del sismo, en las tres direcciones de las componentes, puesto

que, existe acoplamiento entre las direcciones de las componentes en cada modo de vibrar.

c.- La combinación probabilística de la raíz cuadrada media de las combinaciones modales resultantes del espectro de respuesta es un adelanto para puentes analizados utilizando la técnica de espectro de respuesta y potencialmente puede utilizarse para puentes que tengan dos modos de vibrar con dos períodos -- aproximadamente iguales.

d.- Como un indicador de la severidad de un movimiento sísmico, deberán emplearse algunos medios para evaluar el daño potencial total en un puente. Esto podría lograrse sumando las demandas totales de ductilidad en la disipación total de energía durante la historia-tiempo del movimiento.

e.- Las disposiciones para diseño sísmico deben establecer alguna ductilidad mínima para sismos moderados que se espera que ocurran varias veces durante la vida esperada del puente. La necesidad de este aspecto se hace primordial cuando se considera la distribución desigual de las demandas de ductilidad en una estructura que tienen rigideces no uniformes en las columnas.

f.- El diseño sísmico debe tomar en cuenta un incremento de las fuerzas en los estribos de 1.5 a 2, obtenidas en un análisis elástico si se espera la ocurrencia de la fluencia en las columnas.

g.- Las disposiciones de diseño para combinar los momentos en las trabes debidas a las cargas muertas y vivas, deberían incluir los efectos de la redistribución de momentos por carga muerta debida a un posible alivio de los momentos de carga muerta en los sitios donde aparezcan articulaciones plásticas en una columna, durante un sismo.

h.- De ser posible, debe evitarse el uso de articulaciones intermedias en puentes localizados en áreas de gran intensidad sísmica.

i.- Deben modificarse las disponibilidades de computación no lineal tales como las desarrolladas en las etapas iniciales de este proyecto, para el uso del ingeniero proyectista y divulgadas en la profesión para poder ser usadas en:

- 1.- El estudio del comportamiento sísmico de puentes.
- 2.- Mejorar las disposiciones las reglamentaciones actuales para el diseño sísmico.
- 3.- El análisis de estructuras complejas.

#### 6.2.2. Estudios Futuros.-

Las dudas surgidas en este estudio, indican la necesidad de investigación futura en las siguientes áreas.

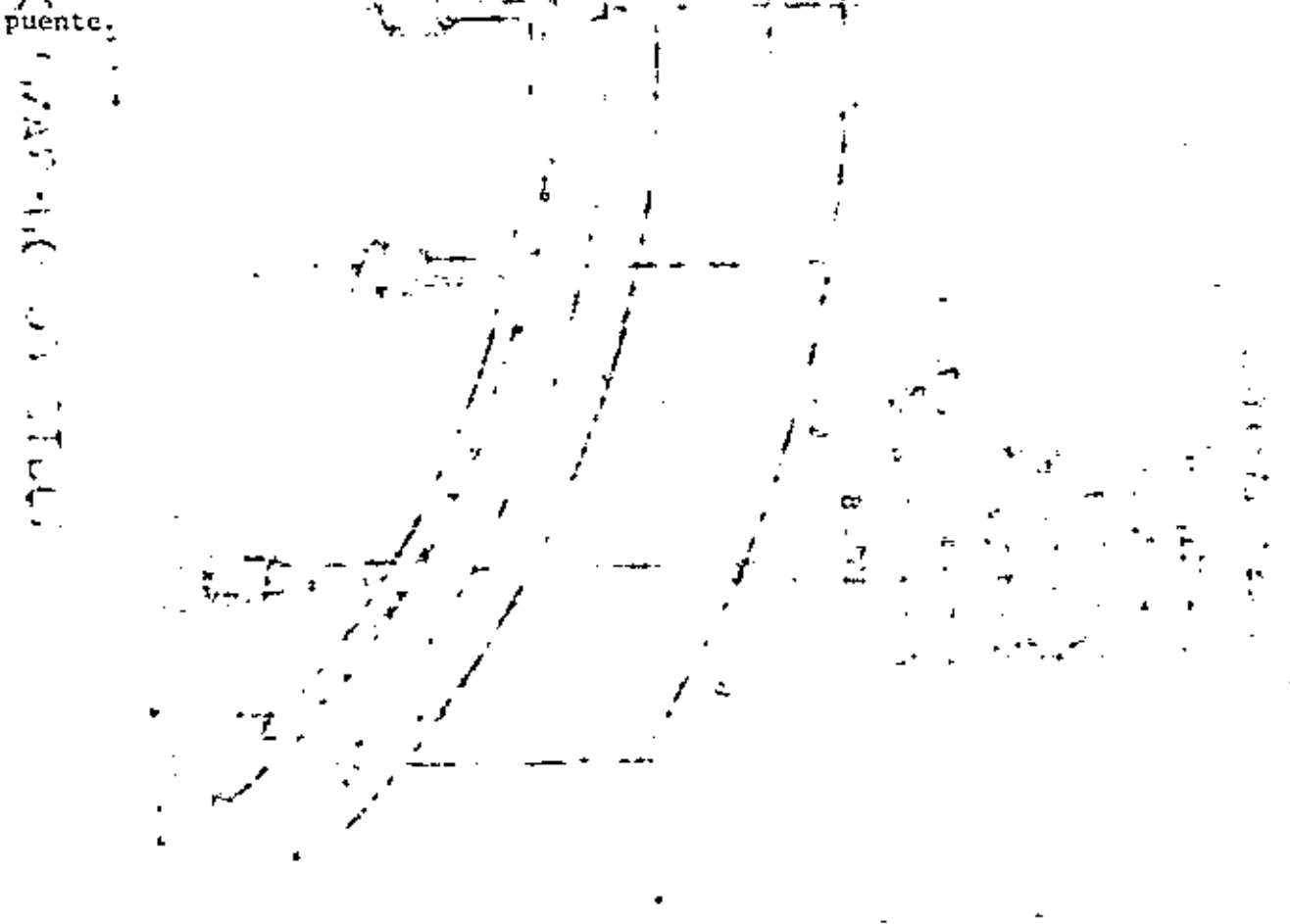
a.- Degradación de la Rigidez. El efecto de la degradación en la rigidez en la

respuesta dinámica no lineal deberá tomarse en cuenta en estudios futuros.

b.- Absorción de energía. Deberá estudiarse el papel importante de la absorción inelástica de energía en las columnas y las trabazones de las juntas de expansión. Deberá darse una especial atención al desarrollo de una comprensión más clara del concepto de ductilidad y de cómo se relaciona con el diseño de puentes, de tal forma que las técnicas del análisis elástico pueden ser utilizadas por el proyectista de puentes. De especial importancia es el problema -- de una definición de "daño potencial" de un sismo a una cierta estructura.

c.- Unidades de trabazón. La fluencia y demandas de ductilidad no uniforme en las columnas, tienen como resultado mayores fuerzas en las unidades de trabazón en puentes con más de una articulación intermedia. Estos efectos deben recibir un mayor estudio, para investigar las especificaciones mínimas vigentes en los reglamentos y si las técnicas de análisis elástico actualmente en uso pueden predecir estas fuerzas de trabazón.

d.- Análisis especiales para mejorar los resultados logrados mediante un análisis de espectro de respuesta. Es de especial necesidad, la determinación del medio más eficaz de combinar los resultados modales para un cierto tipo de puente.



PROPIEDADES DE LA SUPERESTRUCTURA.

$L = 211.70 \text{ m}$

$A = 7.78 \text{ m}^2$

$I_x = 7.03 \text{ m}^4$

$I_y = 3.05 \text{ m}^4$

$I_z = 111.07 \text{ m}^4$

Carga Muerta: 18.70 ton/m.

$E = 210000 \text{ Kg/cm}^2$

$R = 182.88 \text{ m}^2$

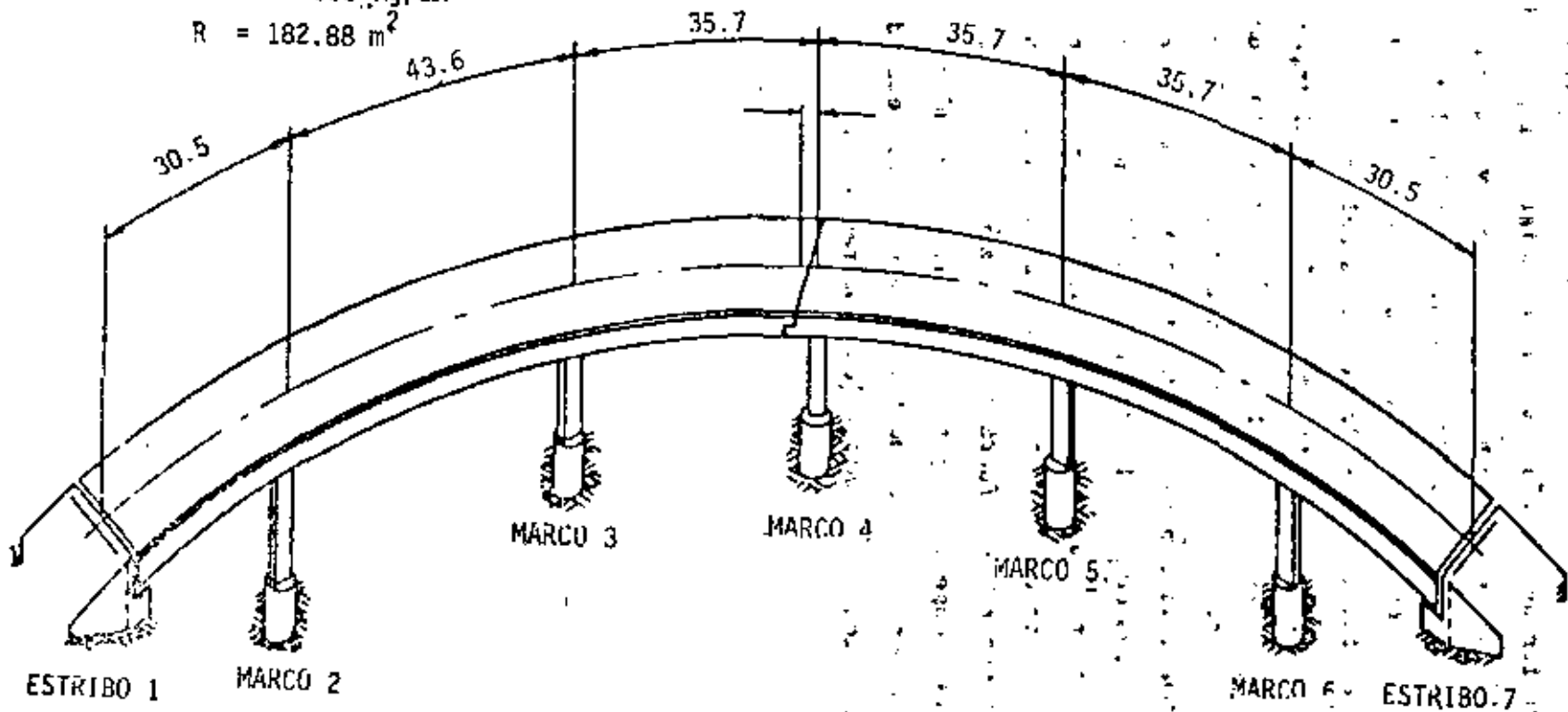
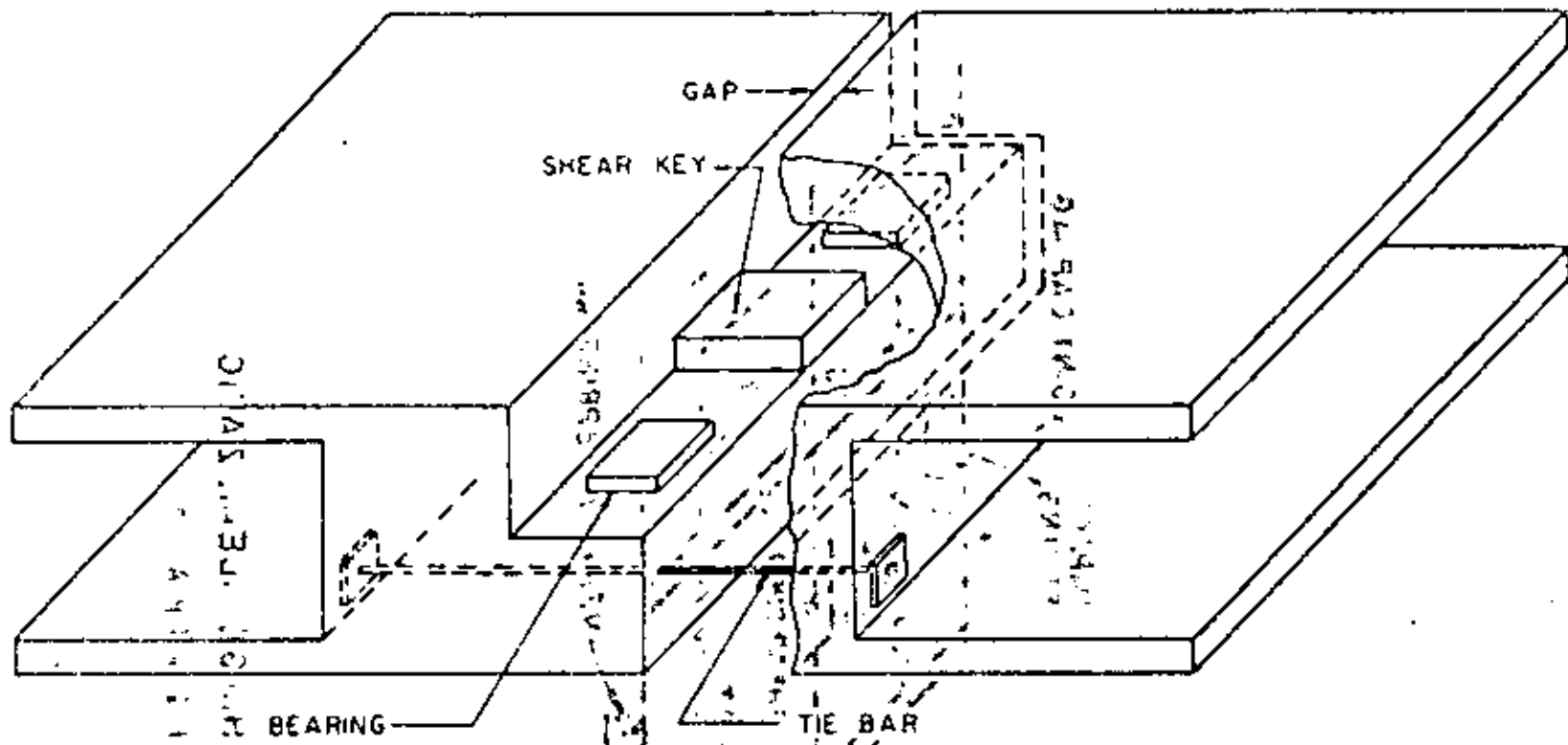


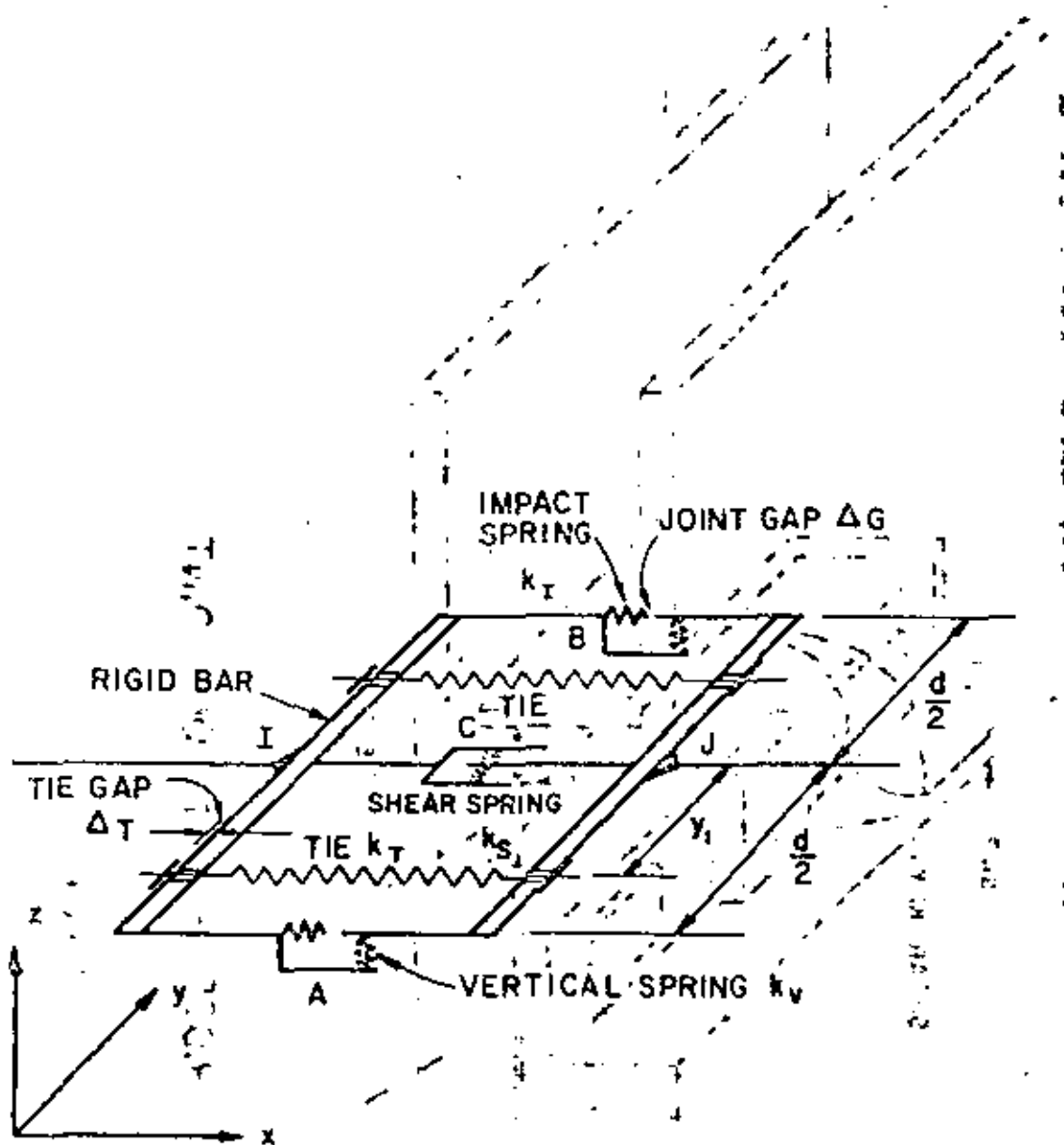
FIGURA 1

ROUTE 80 ON-RAMP OVERCROSSING



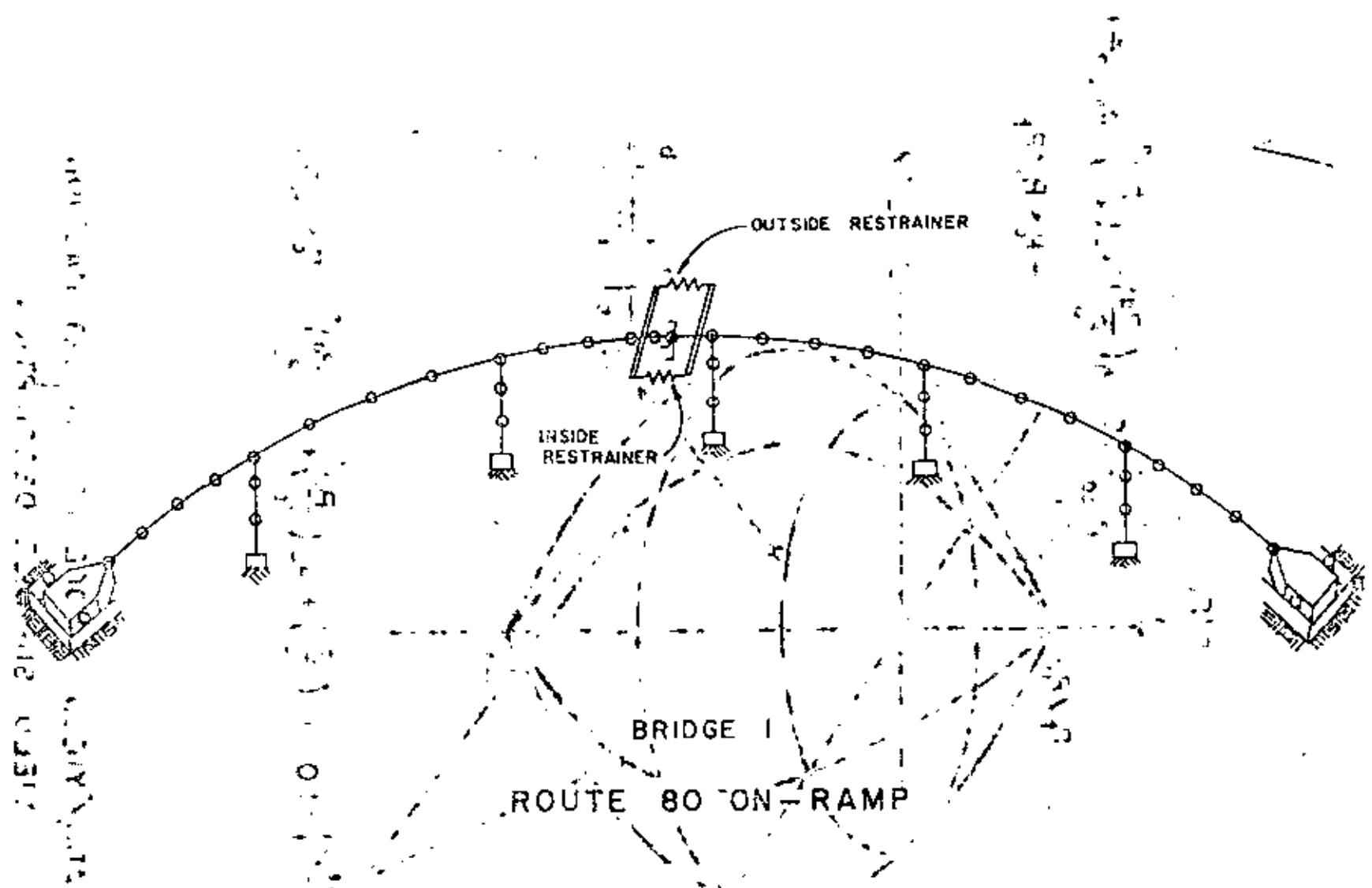
TYPICAL BRIDGE EXPANSION JOINT

FIGURA 2



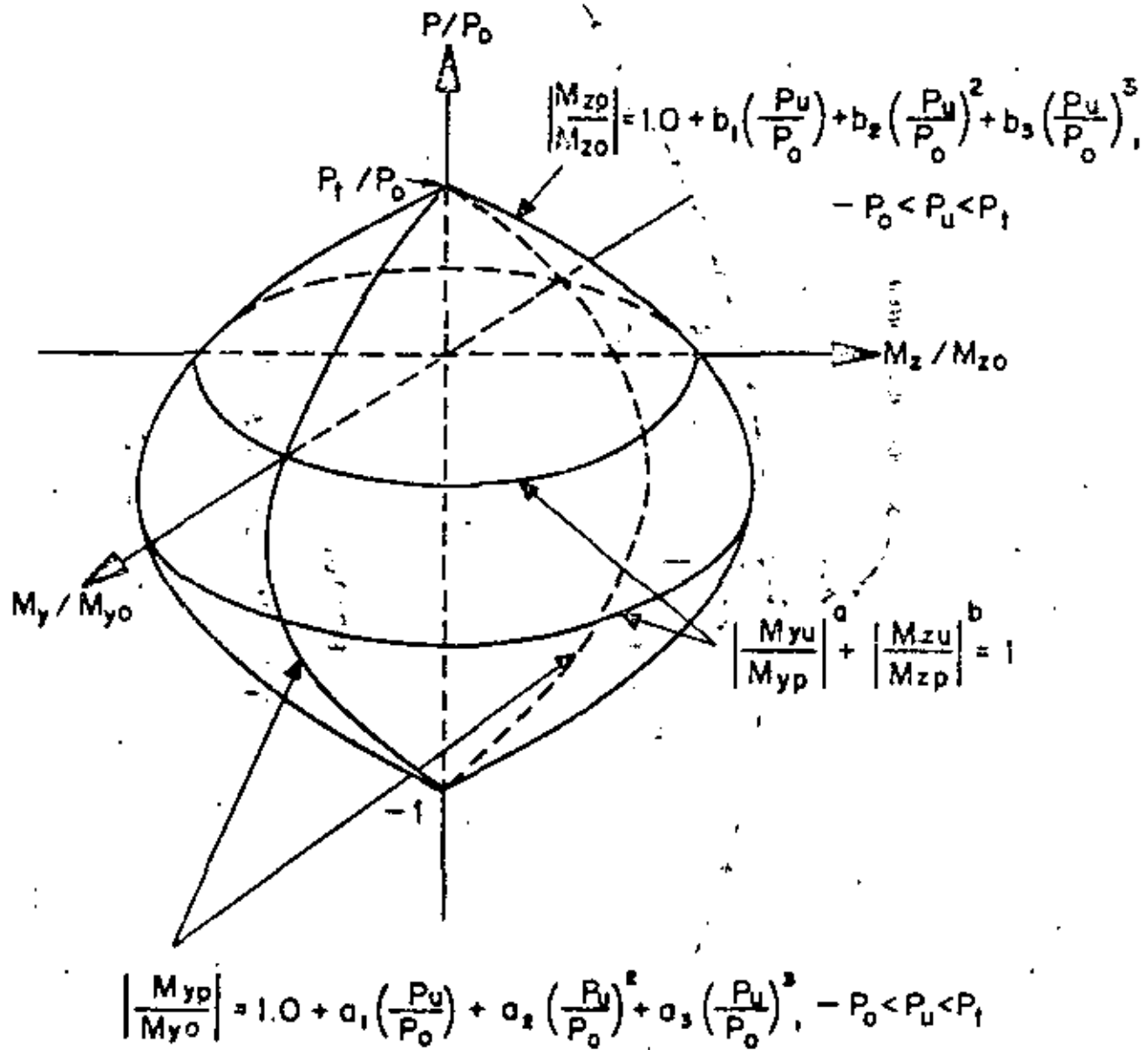
NEABS HINGE IDEALIZATION  
 FIGURE 3

STATE OF CALIFORNIA  
DEPARTMENT OF TRANSPORTATION  
DIVISION OF HIGHWAYS  
SAN FRANCISCO OFFICE



BRIDGE I  
ROUTE 80 ON-RAMP

FIGURE 4



NEABS/YIELD BRIDGE COLUMN INTERACTION  
YIELD SURFACE DESCRIPTION

FIGURA 5



S.I.B + RECORD GENERATED BY SEED AND IDRIS

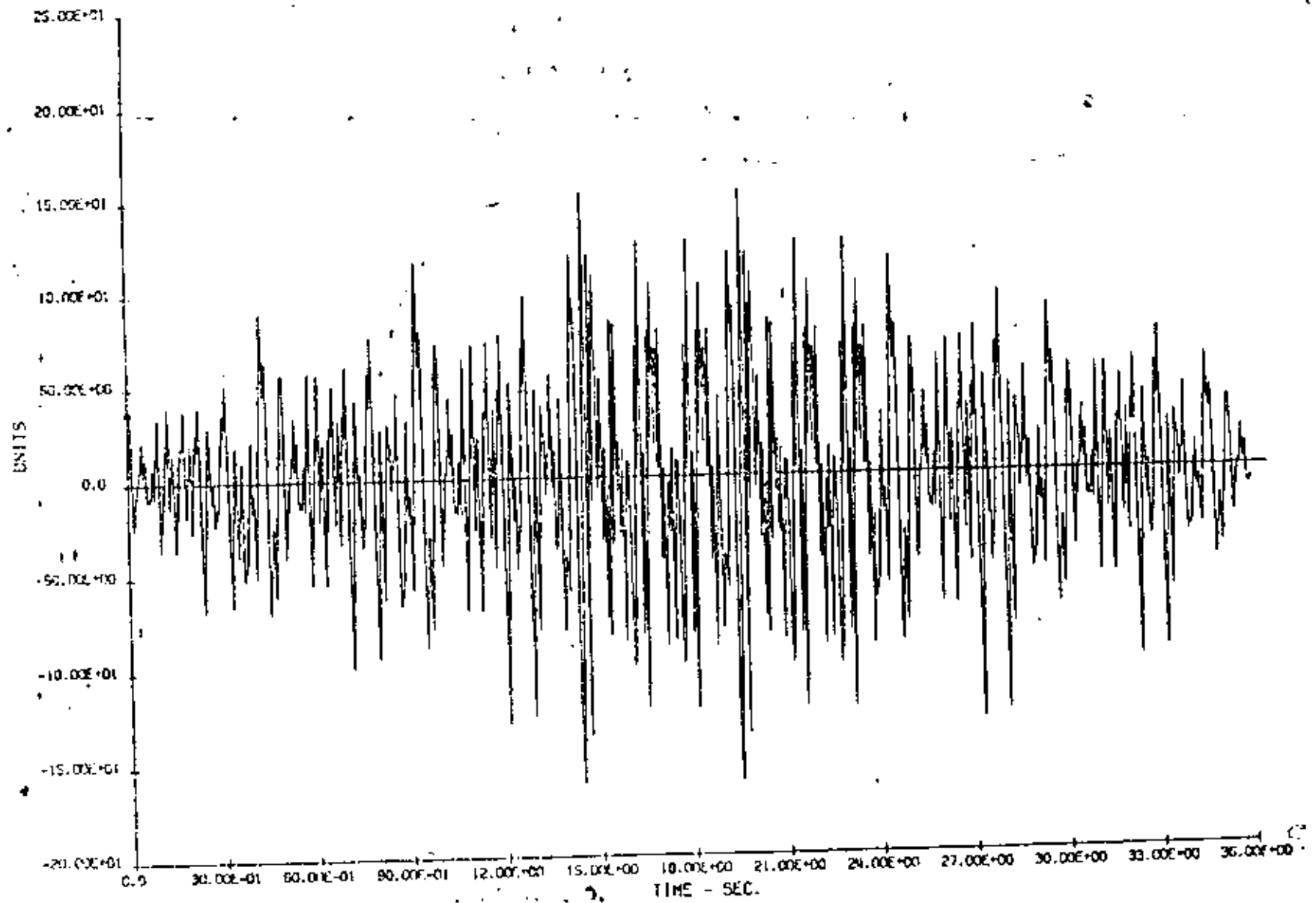


FIGURA 6

RESPONSE SPECTRUM FOR S18 +  
GROUND MOTION  
5% DAMPING

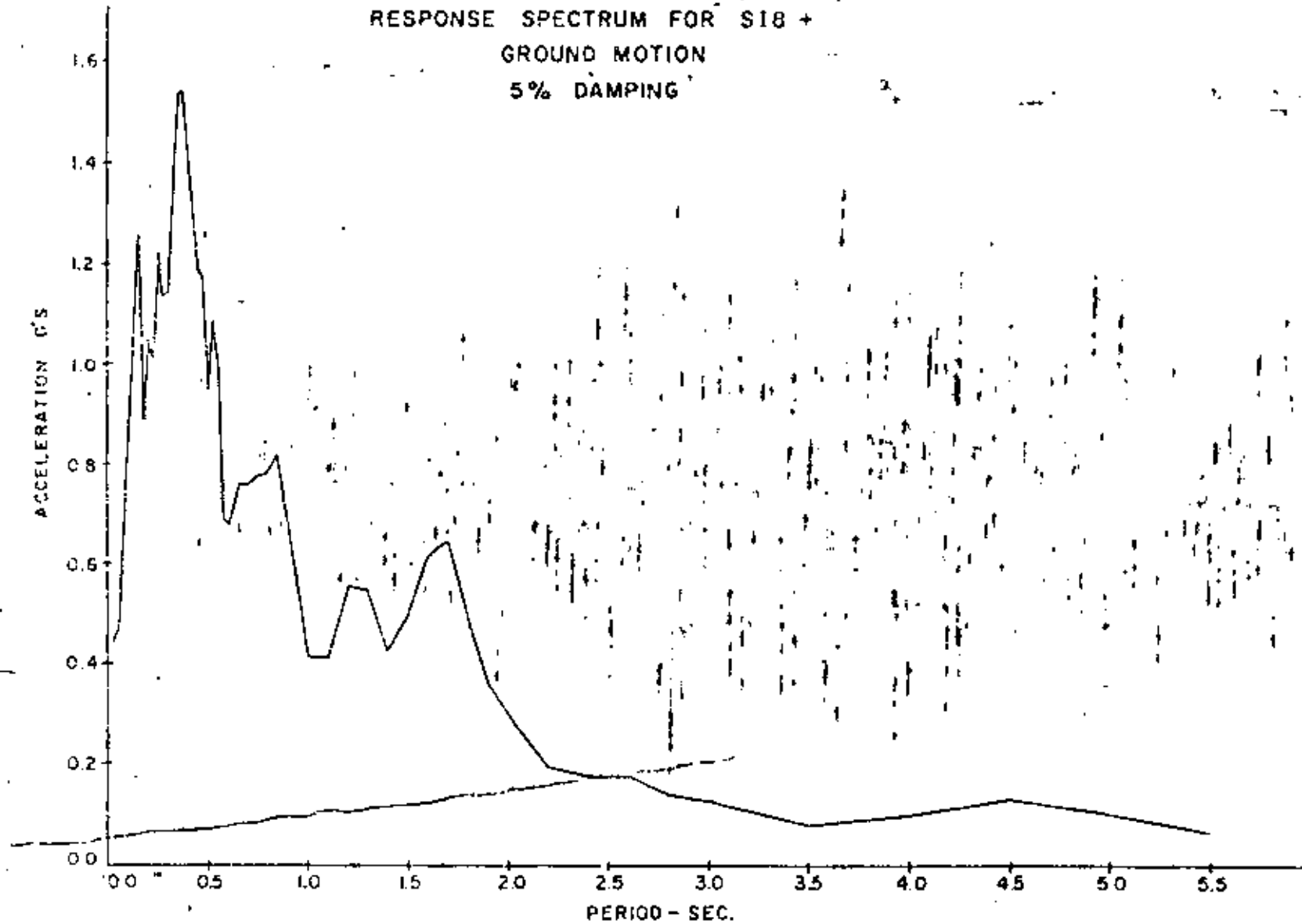
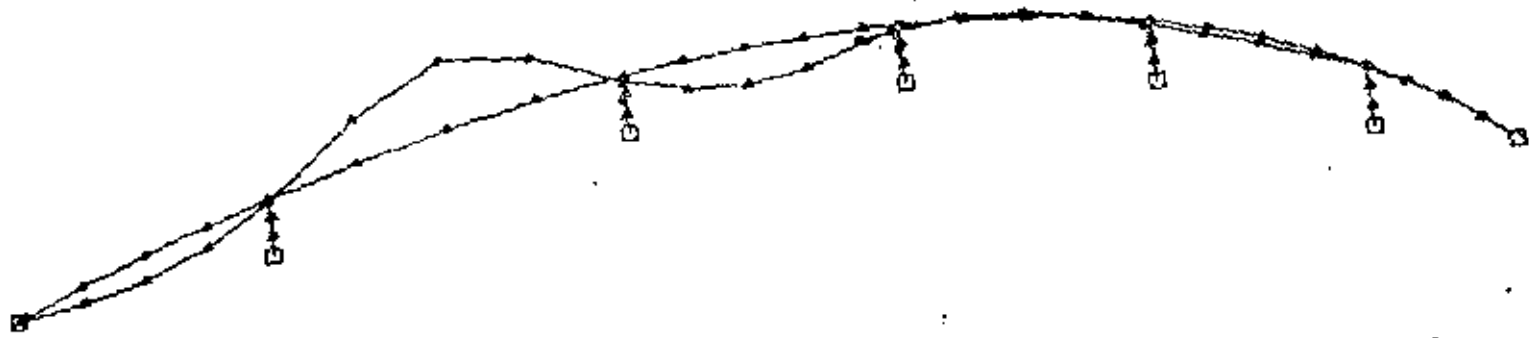
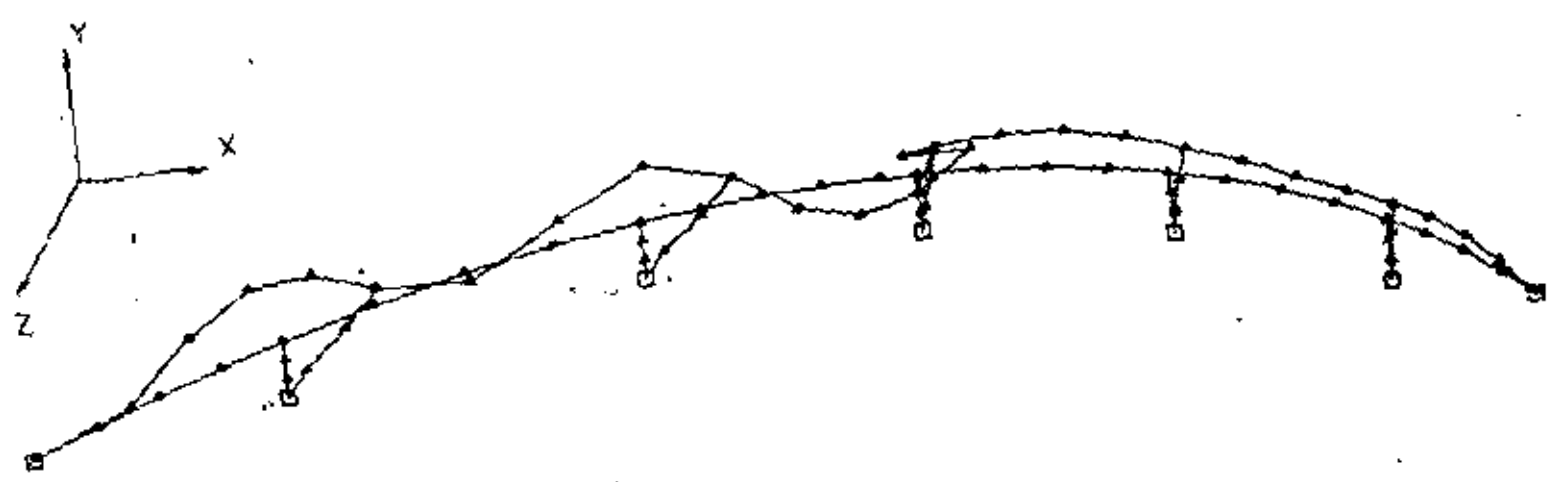


FIGURA 7

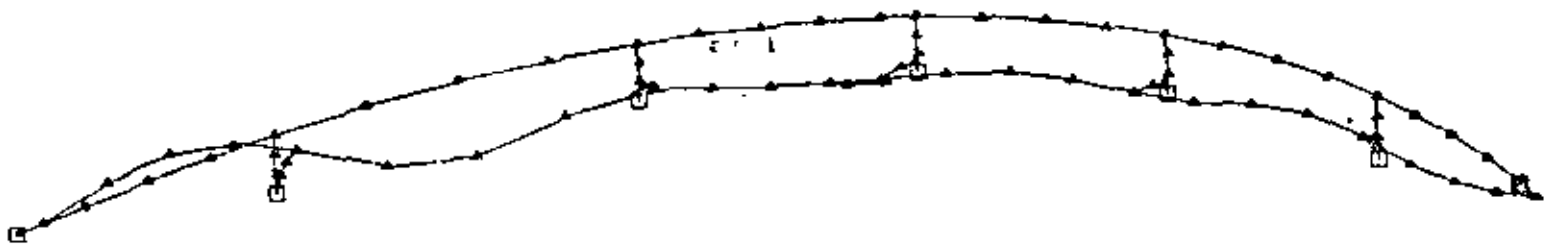


MODE 1

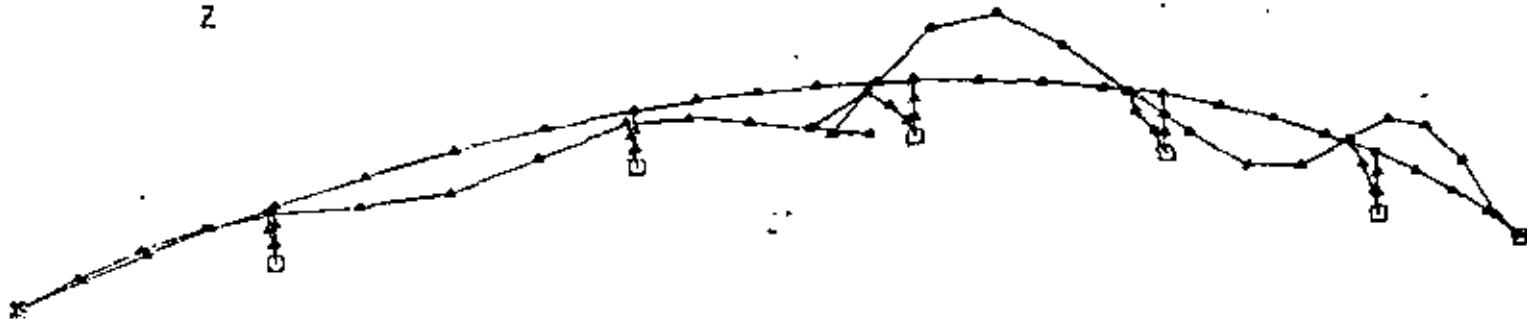


MODE 2

BRIDGE 1



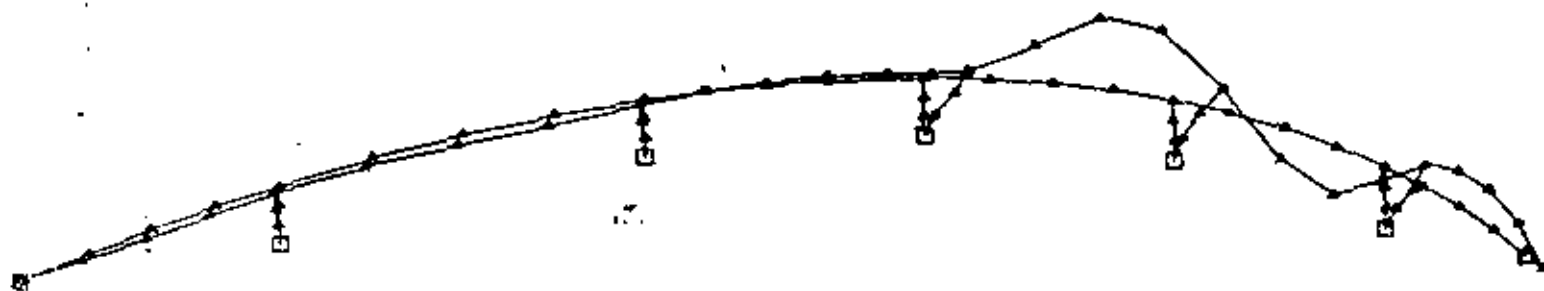
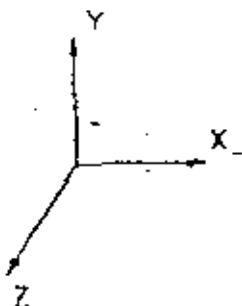
MODE 3



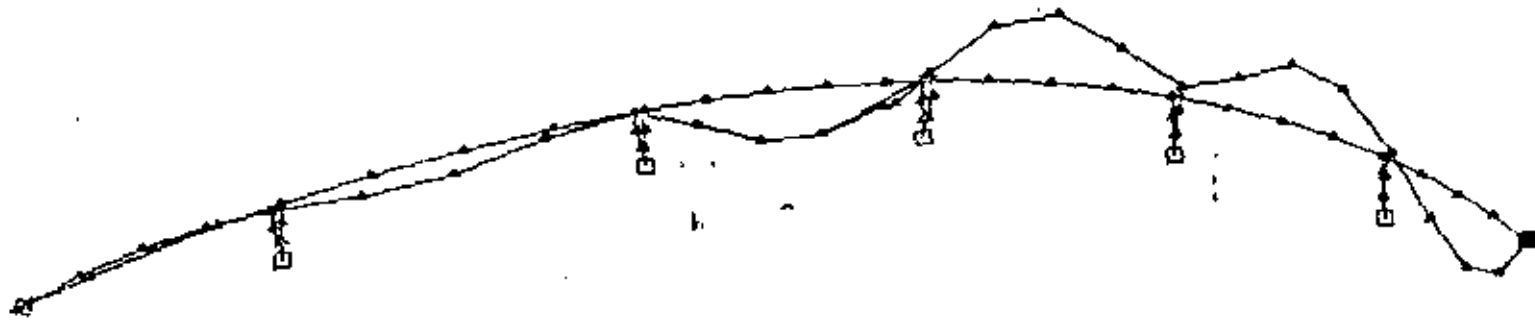
MODE 4  
BRIDGE 1



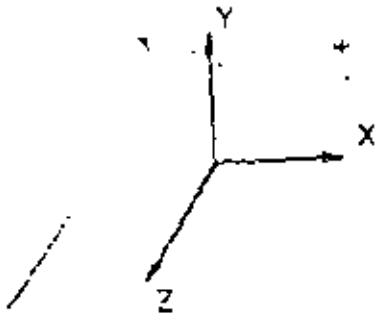
MODE 5



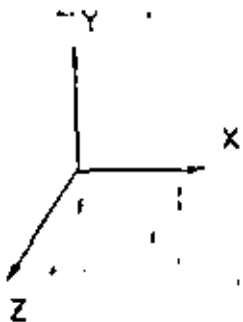
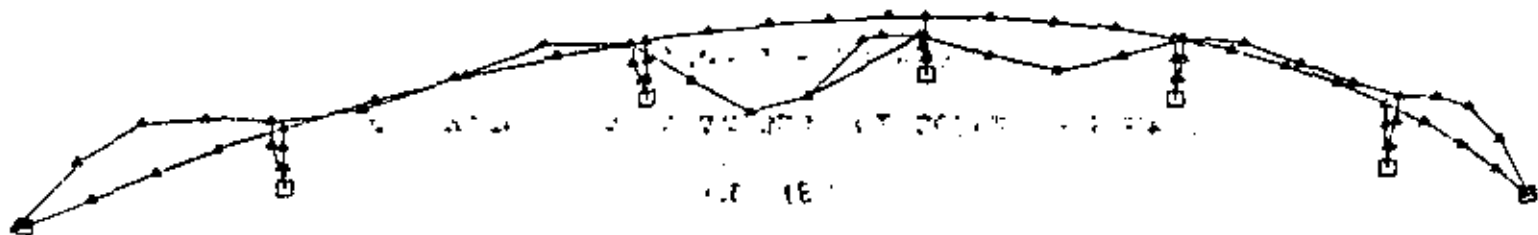
MODE 6  
BRIDGE 1



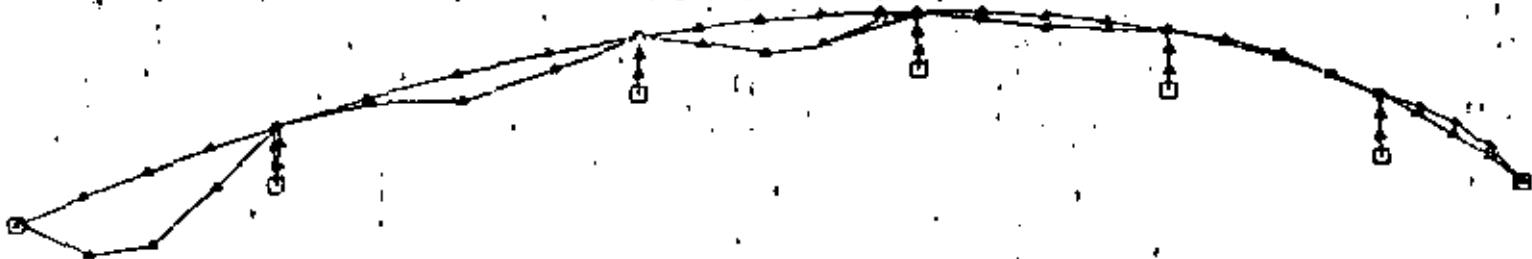
MODE 7



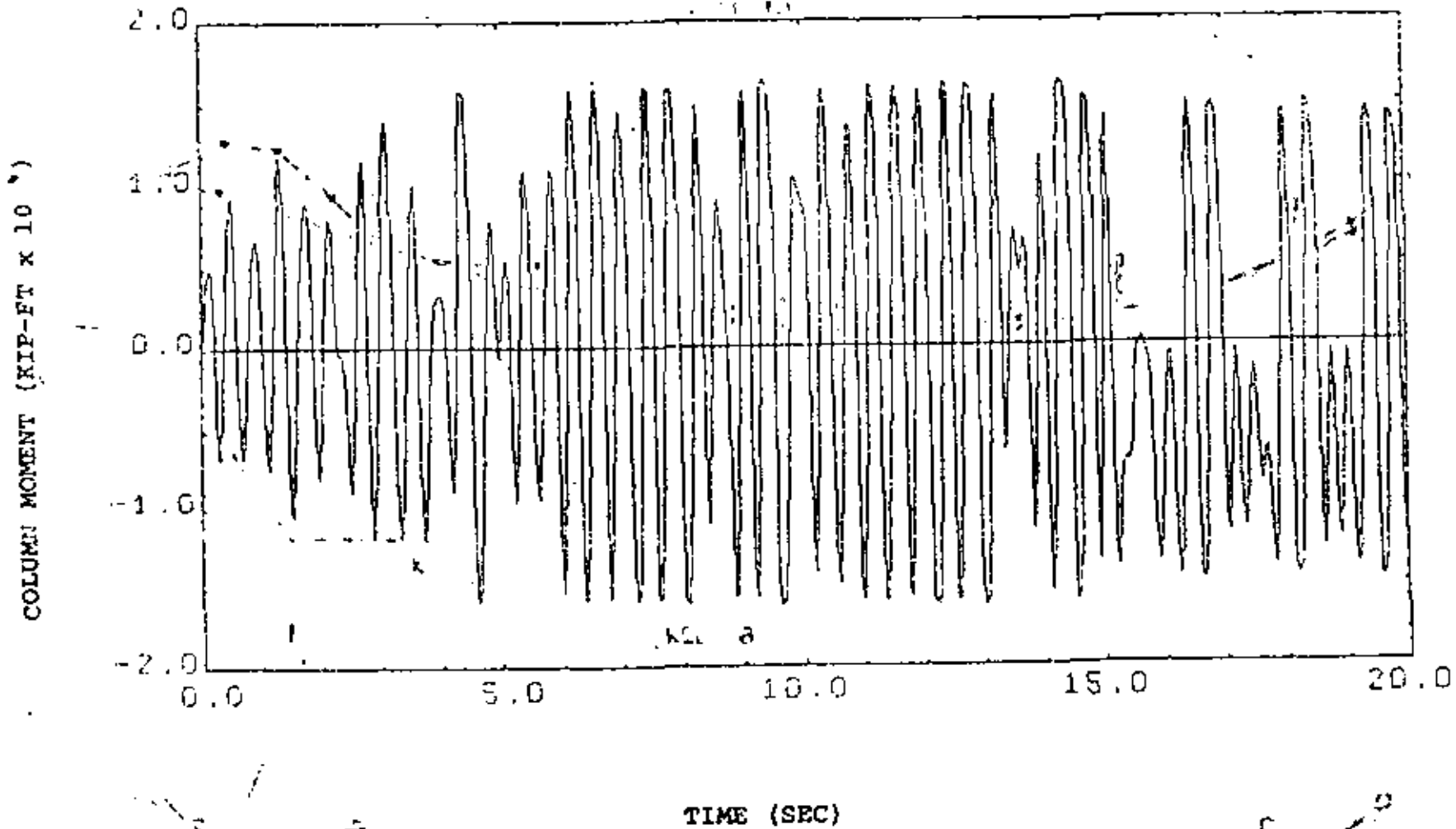
MODE 8  
BRIDGE 1



MODE 9



MODE 10  
BRIDGE 1



Transverse Moment at Base of Column - Bent 4

Bridge 1 - Case 5



Longitud (m)	211.67
No. de tramos	6
Radio de Curvatura (m)	183
No. de columnas por marco	1
Long. de las columnas (m):	
Mínima	7.41
Máxima	8.02
Articulaciones :	
No.	1
tramo en que se localizan	3
Periodos de los primeros 20 modos (seg)	
Máximo	0.40
Mínimo	0.07

ANÁLISIS DINAMICO.

TABLA 1.-

CARACTERÍSTICAS BÁSICAS DEL PUENTE.

Marco No.	Longitud * (metros)	Area de refuerzo (cm <sup>2</sup> )	Capacidad última.		
			Axial P <sub>o</sub> (ton)	Momento Long. M <sub>yo</sub> (ton.m)	Momento Transv. M <sub>zo</sub> (ton.m)
2	7.41	697	7990	1285	1776
3	7.41	697	7990	1285	1776
4	7.41	697	7990	1285	1776
5	7.72	697	7990	1285	1776
6	8.02	697	7990	1285	1776

\* Desde la cara superior de la zapata al eje neutro de la cubierta.

ANALISIS DINAMICO.

TABLA 2.

PROPIEDADES DE LA COLUMNA.

Localización de la articulación de la junta de expansión:

Número de Unidades de Restricción

Localización transversal de las Unidades de Restricción

Abertura de la Restricción (Nominal)

Rígidez Axial de la Unidad de Restricción

Fuerza Axial de Fluencia de la Unidad de Restricción

Abertura del Asiento de la Junta de Expansión (Nominal)

Coefficiente de Fricción de los Apoyos

Rígidez Total al Cortante de los Apoyos

Tramo 3	
	2
±	3.92 m
	0.03 m
	1824 ton/m
	524 ton
	0.02 m
	0.4
	1043 ton/m

ANALISIS DINAMICO.

TABLA 3.

PROPIEDADES DE LA ARTICULACION.

Descripción del Análisis.	Sistema de Cómputo Utilizado.	Long.	Transv.
Vibración libre	BSAP STRU DL		
Espectro de Respuesta (ER)	BSAP STRU DL	36	36
No lineal, historia - tiempo, para las cols. y junta de expansión.	NEABS	20	20

ANÁLISIS DINAMICO. TABLA 4. DURACION DEL MOVIMIENTO DEL TERRENO DEL S18+ (seg)

ANÁLISIS

Espectro de Respuesta		Historia - Tiempo Lineal.		Historia - Tiempo No Lineal	
Excitación transversal	Excitación longitudinal	Excitación transversal	Excitación longitudinal	Excitación transversal	Excitación longitudinal
1	2	3	4	5	6

ANÁLISIS DINAMICO. TABLA 5. NUMERO DE LOS CASOS.

Marco No.	$a_1$	$a_2$	$a_3$	$b_1$	$b_2$	$b_3$		
2 al 6	1.0	-3.307	-4.764	-0.457	1.0	-3.216	-4.897	-0.681

ANÁLISIS DINAMICO. TABLA 6. CONSTANTES DE LAS FUNCIONES DE FLUENCIA EN LAS COLUMNAS.

Modo	Período (seg)		Factores de Participación.		
	STRU DL	BSAP	X (Long.)	Y (Vert.)	Z (transv.)
1	0.399	0.398	1.6	26.8	28.7
2	0.371	0.371	83.3	- 0.8	-75.3
3	0.367	0.367	55.6	- 6.5	115.2
4	0.340	0.340	-66.5	0.2	3.2
5	0.309	0.309	-30.4	4.5	- 3.3
6	0.294	0.294	73.6	0.3	2.6
7	0.261	0.261	- 3.9	- 9.5	- 5.1
8	0.240	0.239	4.3	14.6	-34.4
9	0.234	0.233	-15.8	-22.7	4.0
10	0.221	0.222	17.0	-74.8	- 4.8

ANÁLISIS DINAMICO.

TABLA 7. PERIODOS Y FACTORES DE PARTICIPACION DE LA ESTRUCTURA.

Localización	Fuerza axial (ton)	Cortante transv. (ton)	Cortante long. (ton)	Momento de torsión (ton.m)	Momento long. (ton.m)	Momento transv. (ton.m)
Estribo 1	0	1.5	190	-34	0	0
Marcos 2	818	9	73	-0.83	-190	29
Marcos 3	829	12	-73	-0.55	160	46
Marcos 4	631	3.6	78	1	-131	39
Marcos 5	734	10	-62	-2	205	39
Marcos 6	741	4	-17	1	86	10
Estribo 7	0	1.4	190	-34	0	0

ANÁLISIS DINÁMICO.-

TABLA 8.-

FUERZAS EN LOS APOYOS, POR CARGA MUERTA.

Marco No.	Dirección de cortante y Momento.	Momento de Fluencia*	Caso No.		
			1 ( E.R. )	3 ( H-T. L )	5 ( H-T. N.L. )
2	transv.	2 271	3 131 # (472) +	3 975 (596)	2 062 (312)
	long.	1 656	4 313 (1047)	2 400 (630)	1 297 (346)
3	transv.	2 276	6 154 (898)	7 688 (1128)	2 312 (330)
	long.	1 660	506 (1213)	1 162 (305)	623 (183)
4	transv.	2 311	7 349 (1075)	8 558 (1235)	2 282 (359)
	long.	1 582	844 (300)	299 (149)	396 (101)
5	transv.	2 228	6 097 (866)	7 084 (1002)	2 253 (321)
	long.	1 624	1 636 (410)	1 462 (364)	736 (321)
6	transv.	2 232	3 338 (467)	3 730 (514)	1 988 (275)
	long.	1 627	2 005 (438)	2 020 (444)	1 082 (255)

\* Momento correspondiente a la carga muerta.

# Momento máximo en la base de la columna  
(ton.m)

+ Cortante máximo en la base de la columna  
(ton)

Marco No.	Dirección de cortante y Momento.	Momento de Fluencia*	Caso No.		
			2 (E.R)	4 (H-T.L)	6 (H-T. N.L.)
2	transv.	2 271	2 134 # (333) +	1 349 (236)	891 (150)
	long.	1 656	4 584 (1121)	4 932 (1208)	1 702 (463)
3	transv.	2 276	3 724 (554)	1 257 (214)	928 (137)
	long.	1 660	4 333 (1066)	5 134 (1274)	1 696 (468)
4	transv.	2 311	4 063 (586)	1 052 (154)	514 (73)
	long.	1 582	2 307 (605)	3 220 (779)	1 653 (422)
5	transv.	2 228	3 574 (517)	2 114 (330)	2 156 (194)
	long.	1 624	3 030 (829)	3 993 (1025)	1 652 (194)
6	transv.	2 232	2 089 (301)	1 606 (249)	1 057 (157)
	long.	1 627	2 319 (536)	3 070 (670)	1 671 (144)

\* Momento correspondiente a la carga muerta.

# Momento máximo en la base de la columna (ton.m)

+ Cortante máximo en la base de la columna (ton)

ANÁLISIS DINAMICO.

TABLA 10.-

MOMENTOS MÁXIMOS EN LAS COLUMNAS Y CORRESPONDIENTES CORTANTES DEBIDOS AL SISMO LONGITUDINAL.

## LOCALIZACIÓN

Caso	Estribo 1 (ton)	Estribo 2 (ton)	Articulación tramo 3 (ton)
1	106	150	364
3	118	152	425
5	172	195	163
2	85	no	216
4	114	143	104
6	81	109	N.D.

ANÁLISIS DINÁMICO. TABLA 11.- FUERZA TRANSVERSAL MÁXIMA EN LOS TOPES PARA CORTANTE PARA SISMOS LONGITUDINAL Y TRANSVERSAL.



Localización	Dirección	Sismo transversal.			Sismo longitudinal.		
		Caso No.					
	Global	1 (E.R.)	3 (H-T. L.)	5 (H-T.N.L.)	2 (E.R.)	4 (H-T.L.)	6 (H-T.N.L.)
Estribo 1	Transv.	0.020	0.011	0.009	0.021	0.022	0.019
	Long.	0.031	0.017	0.013	0.033	0.034	0.028
Marco 2	Transv.	0.023	0.031	0.019	0.023	0.017	0.011
	Long.	0.035	0.007	0.007	0.033	0.039	0.032
Marco 3	Transv.	0.039	0.052	0.034	0.027	0.008	0.005
	Long.	0.040	0.003	0.007	0.035	0.042	0.036
Marco 4	Transv.	0.049	0.058	0.042	0.027	0.066	0.004
	Long.	0.003	0.002	0.007	0.021	0.029	0.027
Marco 5	Transv.	0.046	0.053	0.033	0.026	0.013	0.008
	Long.	0.004	0.001	0.007	0.021	0.029	0.027
Marco 6	Transv.	0.031	0.035	0.023	0.019	0.012	0.011
	Long.	0.008	0.006	0.007	0.019	0.028	0.025
Estribo 7	Transv.	0.012	0.012	0.009	0.013	0.017	0.015
	Long.	0.018	0.018	0.014	0.019	0.026	0.022

ANALISIS DINAMICO. TABLA 12.- DESPLAZAMIENTO MAXIMOS DE LA CUBIERTA DEBIDOS AL SISMO EN LAS DIRECCIONES TRANSVERSAL Y LONGITUDINAL.

Caso	Máx. Movimiento de la Articulación (m)		Máx. Fuerza Restrictiva (ton.)	
	Unidad Interior (Derecha)	Unidad Exterior (Izquierda)	Unidad Interior (Derecha)	Unidad Exterior (Izquierda)
1	0.037	0.040	68	72
3	0.004	0.007	7	12
5	0.013	0.015	0	0
2	0.038	0.040	69	73
4	0.034	0.035	62	64
6	0.025	0.025	0	0

ANÁLISIS DINÁMICO

TABLA 13.- SEPARACIONES MÁXIMAS DE LA ARTICULACION Y FUERZAS DE RESTRICCIÓN DEBIDAS A LAS EXCITACIONES LONGITUDINAL Y TRANSVERSAL.

EN LAS DIRECCIONES LONGITUDINAL Y TRANSVERSAL

Localización	Excitación Transversal		Excitación Longitudinal	
	Desplazamiento		Desplazamiento	
	Transversal	Longitudinal	Transversal	Longitudinal
Estribo 1	- 0.0035	0.0054	0.0069	- 0.0106
Marco 2	- 0.0106	0.0015	0.0022	- 0.013
Marco 3	- 0.0158	0.0003	0.0009	- 0.0141*
Marco 4*	- 0.0165*	0.0004*	0.0002	- 0.0117
Marco 5	- 0.0156	0.0002	0.0004	- 0.0119
Marco 6	- 0.0110	- 0.0015	0.0019	- 0.0114
Estribo 7	- 0.0037	- 0.0056	0.0061	- 0.0093

\* Marco en el que se presenta la primera fluencia o todos los resultados corresponden al análisis historia - tiempo, no lineal.

ANÁLISIS DINÁMICO. - TABLA 14. - DESPLAZAMIENTO DE LA CUBIERTA, AL INICIO DE LA FLUENCIA EN LA COLUMNA, EN METROS.

Marco No.	E (ton/m <sup>2</sup> )	I <sub>y</sub> long. m <sup>4</sup>	M <sub>yp</sub> ton.m	h <sub>y</sub> m	θ <sub>y</sub> <sup>y</sup> (rad. x 10 <sup>-3</sup> )	I <sub>z</sub> m <sup>4</sup>	M <sub>zp</sub> ton.m	h <sub>z</sub> m	θ <sub>z</sub> <sup>y</sup> rad x 10 <sup>-3</sup>
2 216	2.1 x 10 <sup>5</sup>	0.63	1 656	2.14	1.715	1.23	2 208	1.52	1.633

ANALISIS DINAMICO.- TABLA 15.- ROTACIONES DE FLUENCIA DE FLEXION EN LAS COLUMNAS.

Localización	Distorsión Rotacional		Demanda de Ductilidad	
	Máxima No lineal		Rotacional Máxima	
	Movimiento Transversal (Rad. x 10 <sup>-3</sup> )	Movimiento Longitudinal (Rad. x 10 <sup>-3</sup> )	Movimiento Transversal	Movimiento Longitudinal
Marco 2	1.337	3.176	1.79	2.86
Marco 3	2.456	3.238	2.50	2.89
Marco 4	3.588	1.781	3.20	2.04
Marco 5	2.625	2.155	2.58	2.26
Marco 6	0.989	1.729	1.59	2.01

ANALISIS DINAMICO.- TABLA 16.- DEMANDAS DE DUCTILIDAD MAXIMAS LOCALES EN LAS BASES DE LAS COLUMNAS.

### Bibliografía relativa al Análisis Dinámico de Puentes.-

El ejemplo presentado se ha tomado prácticamente en forma textual de "Seismic Response of Bridges. Case Studies" por Roy A. Imbsen, Richard V. Nutt y Joseph Penzien. Es este un informe a U.S. Department of Transportation, Federal Highway Administration, y publicado por el Earthquake Engineering Research Center, College of Engineering, University of California, Berkeley. Informe No. UCB/EERC-78/14 de Junio de 1978.

Las publicaciones adicionales del UCB/EERC que se pueden consultar en referencia al análisis dinámico de puentes, son las siguientes:

- 1.- Seismic Studies of the Articulation for the Dumbarton Bridge Replacement Structure. Frank Baron y Raymond E. Hamari. 2 vols. Informes EERC 75-8 y 75-9. Febrero de 1975.
- 2.- Determination of Seismic Design Criteria for the Dumbarton Bridge Replacement Structure. Frank Baron y S.H. Pang. 2 vols. Informes EERC 75-1 y 75-2, Febrero de 1975
- 3.- Analytical Investigations of Seismic Response of Short, Single, or Multiple Span Highway Bridges. Ma-Chi Chen y J. Penzien. Informe EERC 75-4. Enero de 1975.
- 4.- Analytical Investigations of the Seismic Response of Long Multiple Span Highway Bridges. W. S. Tseng y J. Penzien. Informe EERC 73-12. Junio de 1973.
- 5.- Nonlinear Soil Structure Interaction of Skew Highway Bridges. Ma-Chi Chen y J. Penzien. Informe UCB/EERC 77/24. Agosto de 1977.
- 6.- Experimental Model Studies of the Seismic Response of High Curved Overcrossings. David Williams y William G. Godden. Informe EERC 76-18. Junio de 1976.

Consúltense también las siguientes referencias:

- 8.- California's Seismic Design Criteria for Bridges, por J. Gates. Journal of the Structural Division, ASCE, Vol. 102, No. ST12, Dic. de 1976, pags. 2301-2313.
- 9.- Rock Motion Accelerograms for High Magnitude Earthquakes. I.B. Seed e I.M. Idriss. Informe EERC 69-7, 1969.

Las referencias 1, 2, 3, 4 y 6 pueden también consultarse en los artículos abreviados publicados en los Proceedings of the U.S. National Conference on Earthquake Engineering, Junio de 1975. Ann Arbor, Michigan editados por Earthquake Engineering Research Institute. Pags. 176 a 205.

II.- VIBRACIONES EN VIGAS.

Supóngase la viga esbelta y elástica, que se muestra en la figura 2.1 y cuya sección transversal puede ser variable a lo largo de ella, de tal forma que su masa varía también por unidad de longitud. Esto es, la masa y la rigidez pueden representarse como  $m(x)$  y  $EI(x)$  respectivamente.

La carga que actúa sobre la estructura es de tal naturaleza, que varía de sección en sección en cualquier instante y su intensidad en una sección dada, asimismo varía con el tiempo. Esta carga se puede representar por  $w(x,t)$ .

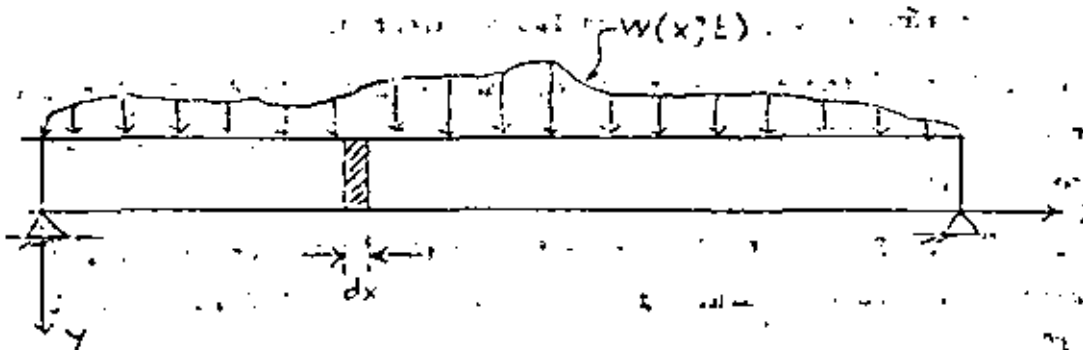


Figura 2.1

El movimiento en la viga que resulta de la aplicación de la carga, da lugar a fuerzas cortantes,  $V(x,t)$ ; momentos flexionantes,  $M(x,t)$ ; deflexiones  $Y(x,t)$ ; velocidades,  $\partial y/\partial t$  y aceleraciones  $\partial^2 y/\partial t^2$ .

Considerando un diagrama del cuerpo libre de un elemento  $dx$ , en la figura 2.2, se tiene la siguiente ecuación del equilibrio de las fuerzas a la dirección vertical:

Por la 2a. ley de Newton,

$$\sum Fy = m dx \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} \quad (2.1)$$

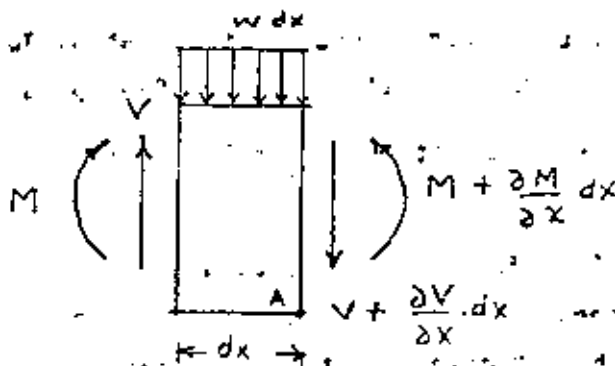


Figura 2.2

en que  $mdx$  es la masa total del elemento de longitud  $dx$ . Si ahora se substituyen las fuerzas verticales que aparecen en la figura 2.2 en el miembro de la izquierda de la ecuación (2.1), obtenemos:

$$wdx + V + \frac{\partial V}{\partial x} dx - V = mdx \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} \quad (2.2)$$

simplificando:

$$\frac{\partial V}{\partial x} = m \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} - w \quad (2.3)$$

En las ecuaciones (2.2) y (2.3) se ha tomado como positiva la dirección hacia abajo del eje Y.

Si suponemos que la aplicación de las cargas es gradual, de tal manera que las fuerzas de inercia sean despreciables, la suma de momentos respecto a un punto A del elemento, resulta:

$$Vdx - wdx \frac{dx}{2} + M - M - \frac{\partial M}{\partial x} dx = 0 \quad (2.4)$$

De esta expresión puede desprejarse por ser de orden superior, al término que contiene a  $w$ . Consecuentemente, (2.4) queda:

$$V = \frac{\partial M}{\partial x} \quad (2.5)$$

De (2.3) y (2.5) se obtiene:

$$\frac{\partial^2 M}{\partial x^2} = m \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} - w \quad (2.6)$$

Obsérvese en (2.6) que si tratase de un problema estático, obtendríamos la expresión conocida:

$$\frac{d^2 M}{dx^2} = -w \quad (2.7)$$

Asimismo (2.6) ha sido desarrollada con la sola inclusión de las ecuaciones de equilibrio de fuerzas y momentos y es válida independientemente de la naturaleza del material de la viga, con tal de que dicho material tenga una distribución continua de su masa.

Se intentará enseguida, expresar el momento flexionante en una sección, en términos de la deflexión.

El esfuerzo normal en una fibra cualquiera, está dado por la fórmula conocida de la "escuadría":

$$\sigma = \frac{M \cdot c}{I}$$

en que M, es el momento flexionante, que se considera positivo cuando provoca compresiones en las fibras superiores de la viga; I es el momento de inercia de la sección transversal y c es la distancia vertical entre el centroide de la sección y la fibra donde interesa valuar  $\sigma$ . La distancia c se considera positiva si se mide hacia abajo.

Considérese una fibra de la viga, localizada abajo del eje centroidal. Cuando una fibra se encuentra abajo del eje neutro y el momento aplicado es positivo, esas fibras interiores se alargan y las superiores se acortan.

Si la longitud del elemento diferencial en consideración, es dx para un momento positivo, el extremo izquierdo del elemento se desplazará u, y el lado derecho u + du, por lo que el cambio neto de longitud será du. La deformación unitaria vale por lo consiguiente du/dx, por definición, ya que du es la deformación total y dx es la longitud original. Véase la figura 2.3.

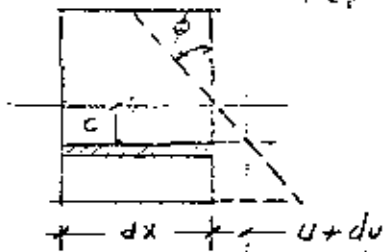


Figura 2.3

Sin embargo, puesto que el momento que da lugar a las deformaciones varía con el tiempo como ya se ha asentado, la deformación misma también variará con el tiempo, y por lo tanto, la deformación unitaria debe representarse como una derivada parcial respecto a x:

$$\epsilon = \frac{\partial u}{\partial x}$$

De conformidad con la convención de signos adoptada, obsérvese que la pendiente  $\partial y/\partial x$  resulta positiva cuando la sección gira en el sentido del reloj y como consecuencia de un momento negativo.



En la Figura 2.3 se observa que un momento positivo da lugar a una pendiente de magnitud:

$$\tan \phi = - \frac{u+du}{c} \approx - \frac{u}{c} \quad ( 2.10 )$$

Para ángulos pequeños:

$$\tan \phi \approx \phi \quad ( 2.11 )$$

La pendiente de la elástica será para el mismo momento:

$$\tan \phi = \frac{\partial y}{\partial x} \quad ( 2.12 )$$

Combinado (2.10), (2.11) y (2.12), se obtiene:

$$u = -c \frac{\partial y}{\partial x} \quad ( 2.13 )$$

Derivado (2.13) respecto a x; se obtiene de (2.9)

$$\frac{\partial u}{\partial x} = -c \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} = M \quad ( 2.14 )$$

Los materiales que cumplen con la ley de Hooke, son aquellos que tienen un comportamiento elástico y entonces:

$$\sigma = \epsilon E \quad ( 2.15 )$$

o sea que, de (2.8), (2.14) y (2.15), se puede obtener:

$$\sigma = -c \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} E \quad ( 2.8 )$$

$$\sigma = \frac{Mc}{I}$$

finalmente:

$$\frac{\partial^2 y}{\partial x^2} = - \frac{M}{EI} \quad ( 2.16 )$$

Si utilizamos ahora (2.6) obtenemos finalmente la ecuación fundamental elástica de una viga esbelta.

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2} \left( EI \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} \right) + \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = w \quad ( 2.17 )$$

Si no existen cargas exteriores, (2.17) simplemente se transforma a:

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2} \left( EI \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} \right) + \frac{m \partial^2 y}{\partial t^2} = 0 \quad ( 2.18 )$$

Todavía más: si la viga fuese de sección uniforme en toda su longitud, conservándose constante E e I, se tiene:

$$\frac{\partial^4 y}{\partial x^4} + \frac{m}{EI} \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = 0 \quad ( 2.19 )$$

Esta es una ecuación en derivadas parciales con las siguientes características: es lineal, de 4o orden y coeficientes constantes.

Se buscan soluciones para la ecuación (2.18), de la forma:

$$y = X \eta \quad ( 2.20 )$$

donde X es función solamente de x y se le designa como "función de forma" para la viga, en tanto que  $\eta$  es función del tiempo solamente y se le llama "función de tiempo" de la viga.

Substituyendo (2.20) (2.19), se obtiene:

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2} \left( EI \frac{\partial^2 X}{\partial x^2} \right) \eta + m X \ddot{\eta} = 0 \quad ( 2.21 )$$

en que  $\ddot{\eta}$  representa la 2a derivada de  $\eta$  respecto a t, y

$$\frac{\frac{\partial^2}{\partial x^2} \left( EI \frac{\partial^2 X}{\partial x^2} \right)}{m X} = - \frac{\ddot{\eta}}{\eta} \quad ( 2.22 )$$

puesto que el miembro de la izquierda depende sólo de x, en tanto que el de la derecha depende sólo de t y como ambos miembros son iguales, tal hecho sólo puede cumplirse si ambos son iguales a la misma constante, que elegimos sea  $p^2$ . De esta manera podemos igualar ambos miembros a  $p^2$  y desacoplar las ecuaciones; quedando:

$$\ddot{\eta} + p^2 \eta = 0 \quad ( 2.23 )$$

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2} \left( EI X'' \right) - m p^2 X = 0 \quad ( 2.24 )$$

en el caso de la ecuación (2.19), con EI constante, (2.24) se transforma en:

$$EI X^{(4)} - m p^2 X = 0 \quad (2.25)$$

Es conveniente introducir la siguiente notación:

$$\beta = \sqrt{\frac{m p^2}{EI}} \quad (2.26)$$

y escribir:

$$X^{(4)} - \beta^4 X = 0 \quad (2.27)$$

en que  $\beta$  es el llamado parámetro de forma y  $p$  es la frecuencia circular.

La solución de (2.27) contiene cuatro constantes arbitrarias de integración, ya que la ecuación es de cuarto orden en  $x$ . Puede hacerse ver que,

$$X = C_1 \sin \beta x + C_2 \cos \beta x + C_3 \sinh \beta x + C_4 \cosh \beta x \quad (2.28)$$

La ecuación (2.23.) es de la misma forma que la que describe el movimiento vibratorio de una estructura con un solo grado de libertad y su solución es:

$$q = A \sin pt + B \cos pt \quad (2.29)$$

$$q = C \cos (pt - \alpha) \quad (2.30)$$

$$\text{De (2.20); la solución } y = X \cos (pt - \alpha) \quad (2.31)$$

en la que la constante  $C$  queda involucrada en las constantes de (2.28). En tanto que  $A$ ,  $B$  y  $C$  se determinan a partir de las condiciones iniciales del problema y  $\alpha$  es el ángulo de fase.

En la ecuación (2.28), los constantes de integración  $C_1$ ,  $C_2$ ,  $C_3$  y  $C_4$  se determinan en forma similar a partir de las condiciones de frontera del problema. Ejemplo: Se trata de analizar una pila para puente se sección constante representada en la figura 2.4 a (Okamoto, pag. 311).

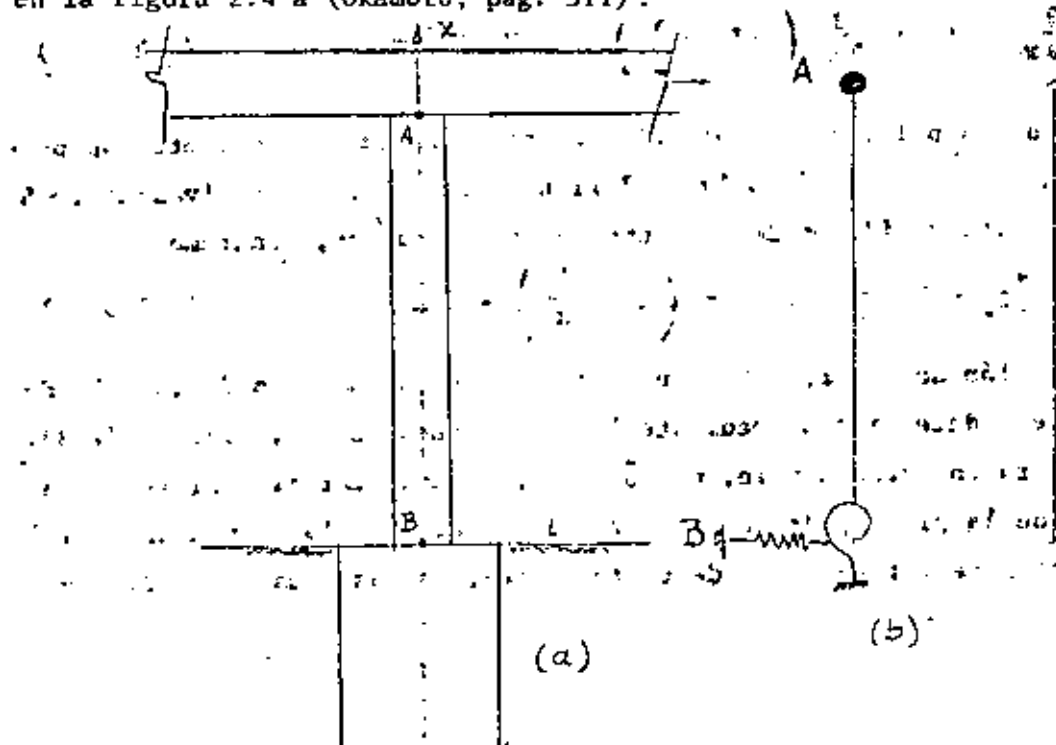


Figura 2.4

La pila se encuentra empotrada en el terreno y con una trabe descansando en su parte superior, o sea que la pila es un voladizo y la trabe colocada en su parte superior se considera como una masa considerable que se agrega en su parte superior. El modelo que representa a la estructura, es el mostrado en la figura 2.4b, en que hay un resorte entre la cimentación y el terreno que aplica una reacción proporcional al desplazamiento horizontal de la cimentación y un momento proporcional al ángulo de rotación de la cimentación.

Si el terreno vibra con una aceleración sísmica  $\ddot{U}$ , la vibración del puente ocasionada por esta vibración del terreno, se representa por la ecuación 2.18, modificada en la forma siguiente:

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2} \left( EI \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} \right) + m(y + \ddot{U}) = 0 \quad (2.32)$$

en que  $y$  es el desplazamiento o la deflexión de la pila, respecto al terreno.

$U$ : es el desplazamiento del terreno durante el temblor.

$m$ : es la masa por unidad de longitud de la pila.

$EI$ : rigidez a la flexión de la pila.

El primer término contiene la fuerza que tiende a restaurar la deformación de la pila producida por la fuerza de inercia debida a la masa acelerada de la pila. Se supone que la fuerza axial del peso de la pila y de la trabe, se pueden despreciar.

En la parte superior de la pila, el momento flexionante vale 0 y la fuerza cortante es igual a la fuerza de inercia de la trabe. Si se designa con  $M$  a la masa de la trabe, las condiciones para  $x=L$ , en la parte superior de la pila, son:

$$\frac{\partial^2 y}{\partial x^2} = 0 \quad ; \quad \frac{\partial}{\partial x} \left( EI \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} \right) = -M(\ddot{y} + \ddot{U}) \quad (2.33)$$

En el fondo de la pila, el momento flexionante y la fuerza cortante son proporcionales al ángulo de rotación y la deflexión de la pila, respectivamente. Si llamamos  $K_1$  y  $K_2$  a las rigideces de cada uno de esos resortes, tendremos:

$$EI \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} = K_1 \frac{\partial y}{\partial x} \quad ; \quad \frac{\partial}{\partial x} \left( EI \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} \right) = K_2 y \quad (2.34)$$

Si la aceleración del terreno  $\ddot{U}$  es un dato, el comportamiento de la pila durante un sismo puede determinarse mediante las ecuaciones (2.31), (2.32) y (2.33).

Supóngase ahora en forma simple, que  $\ddot{U} = 0$ , para una vibración libre y una sección uniforme de la pila, podremos utilizar la ecuación (2.19) y mediante el método de separación de variables ya descrito, obtenemos las ecuaciones 2.26 y

y 2.27, así como la solución para X de la ecuación (2.28).

Las condiciones iniciales en este caso son:

Para  $x = L$ , el momento en el extremo superior vale cero:  $\frac{d^2X}{dx^2} = 0$  ( 2.35 )

el cortante en el extremo superior es igual a la fuerza de inercia de la masa de la trabe;

$$EI \frac{d^3X}{dx^3} = -M p^2 X \quad ( 2.36 )$$

En (2.36) se obtienen unidades de fuerza, ya que  $p^2$ , el cuadrado de la frecuencia circular se puede escribir  $\frac{K}{M}$  y  $KX$  tiene unidades de fuerza.

El signo menos proviene del hecho de que la fuerza cortante en la pila es contraria a la fuerza de inercia.

Para  $x=0$  La rotación y el desplazamiento del empotramiento de la pila, se puede representar similarmente a la ecuación 2.33:

$$EI \frac{d^2X}{dx^2} = K_1 \frac{dX}{dx} ; \quad ( 2.37 )$$

$$EI \frac{d^3X}{dx^3} = K_2 X \quad ( 2.38 )$$

Substituyendo las ecuaciones 2(35-37) en la ecuación (2.28), se plantean cuatro ecuaciones homogéneas para las cuatro constantes de integración  $C_1, C_2, C_3$  y  $C_4$ . Para que el sistema planteado tenga soluciones diferentes a la trivial, el determinante de los coeficientes debe ser igual a cero. Esto es:

$-\sin \beta L$	$-\cos \beta L$	$\sinh \beta L$	$\cosh \beta L$
$\frac{Mp^2}{\beta^3 EI} \sin \beta L - \cos \beta L$	$\frac{Mp^2}{\beta^3 EI} \cos \beta L + \sinh \beta L$	$\frac{Mp^2}{\beta^3 EI} \sinh \beta L + \cosh \beta L$	$\frac{Mp^2}{\beta^3 EI} \cosh \beta L + \sinh \beta L$
$\frac{K_1}{\beta EI}$	1	$\frac{K_1}{\beta EI}$	-1
1	$\frac{K_2}{\beta^2 EI}$	-1	$\frac{K_2}{\beta^2 EI}$

La frecuencia natural se obtiene resolviendo la expresión anterior, en la que se determina primeramente  $\beta l$  y de ahí se substituye para hallar  $p$ . Existe un número infinito de valores de  $p$  que satisfacen la ecuación (2.38), de manera que una vez determinando un valor de  $p$ , se obtiene una relación entre las cuatro constantes de integración, la cual proporcionará un modo de la vibración libre. El número de modos de la vibración libre, es asimismo infinito.

Si la sección transversal de la pila no es uniforme, es difícil resolver la ecuación diferencial de partida (2.17) ó (2.18) en forma analítica. Es necesario resolverla por métodos numéricos. Véase por ejemplo, la solución mediante diferencias finitas de Okamoto, (Ref. 3 pag. 313).

En seguida, se presenta una relación de las condiciones de frontera aplicables para cada tipo de apoyo, en la solución de la ecuación diferencial. Para apoyos localizados en  $x = x_1$ .

Apoyos simples.-  $X''(x_1) = X(x_1) = 0$

Deflexión y momento nulo en cualquier apoyo, para cualquier valor de  $t$ .

Empotramientos.-  $X(x_1) = X'(x_1) = 0$

Deflexión y pendiente nulas en el apoyo empotrado.

Extremo libre.-  $X''(x_1) = X'''(x_1) = 0$

Momento y cortante nulos en el extremo libre.

### III VIBRACIONES EN VIGAS CONTINUAS.

#### a) VIGAS DE DOS CLAROS:

Considérese la viga continua de dos claros  $L_1$  y  $L_2$ , que descansa en una cimentación rígida, con los valores de  $m$ ,  $E$  e  $I$  constantes en todo el claro. Los apoyos extremos giran libremente.

Se presenta enseguida, la solución matemática de las vibraciones libres de la estructura.

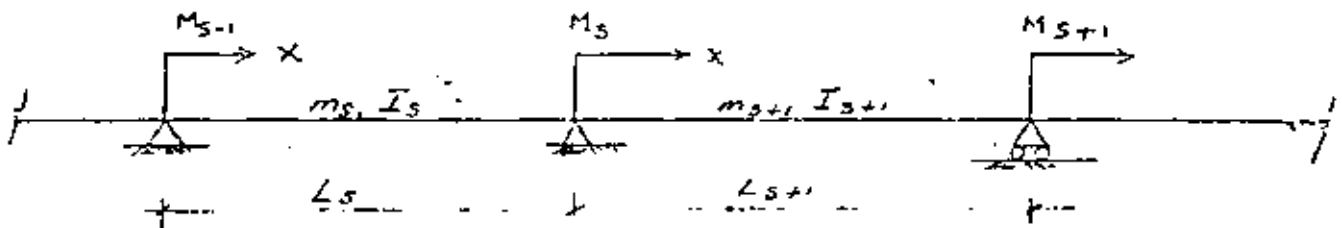


Figura 3.1

Para este caso es aplicable en cualquiera de los claros y con cualesquier con

condiciones de apoyo, la ecuación (2.21) y su solución (2.28). Consecuentemente para un modo  $n$  y un claro  $s$ , la forma característica queda así:

$$X_s(x) = C_1 \operatorname{sen} \beta_s x + C_2 \cos \beta_s x + C_3 \operatorname{senh} \beta_s x + C_4 \cosh \beta_s x$$

$$X_s'(x) = \beta_s (C_1 \cos \beta_s x - C_2 \operatorname{sen} \beta_s x + C_3 \operatorname{senh} \beta_s x + C_4 \cosh \beta_s x)$$

$$X_s''(x) = \beta_s^2 (-C_1 \operatorname{sen} \beta_s x - C_2 \cos \beta_s x + C_3 \operatorname{senh} \beta_s x + C_4 \cosh \beta_s x)$$

en que  $X_s'(x)$  y  $X_s''(x)$  son la primera y segunda derivada con respecto a  $x$ , y

$$\beta_s = \sqrt[4]{\frac{m_s p_n^2}{EI_s}}$$

en que  $p_n$  es la frecuencia asociada al  $n$ -ésimo modo. Si la vibración es libre, las frecuencias asociadas a cada uno de los claros, deben ser las mismas, puesto que estamos tratando con una viga continua.

Las condiciones de frontera para dos claros adyacentes, quedan establecidas de la forma siguiente:

$$X_s(0) = 0(a); X_s(L_s) = 0(b); X_s'(L_s) = X_{s+1}'(0) \quad (c)$$

$$EI_s X_s''(L_s) = EI_{s+1} X_{s+1}''(0) = -M_s \quad (d)$$

$$X_{s+1}(0) = 0 \quad (e)$$

expresiones que significan que en la forma modal, las deflexiones son nulas en los apoyos y que las pendientes y momentos flexionantes de dos claros adyacentes y que concurren al mismo apoyo, deben ser iguales. Si ahora sustituimos las expresiones para la forma modal y sus derivadas, en las condiciones de frontera, debemos obtener:

$$(f) \quad C_2 + C_4 = 0$$

$$(g) \quad C_1 \operatorname{sen} \beta_s L_s + C_2 \cos \beta_s L_s + C_3 \operatorname{senh} \beta_s L_s + C_4 \cosh \beta_s L_s = 0$$

$$(h) \quad C_1 \cos \beta_s L_s - C_2 \operatorname{sen} \beta_s L_s + C_3 \cosh \beta_s L_s + C_4 \operatorname{senh} \beta_s L_s = \frac{\beta_{s+1}}{\beta_s} (D_1 + D_3)$$

$$(i) \quad -C_1 \operatorname{sen} \beta_s L_s - C_2 \cos \beta_s L_s + C_3 \operatorname{senh} \beta_s L_s + C_4 \cosh \beta_s L_s = \frac{\beta_{s+1}^2}{\beta_s^2} \frac{EI_{s+1}}{EI_s} (-D_2 + D_4)$$

$$(j) \quad D_2 + D_4 = 0$$

en que las constantes  $D_i$  se refieren al claro  $(s+1)$ .

Si primero se suman y luego se restan  $g)$  e  $i)$  y usando  $j)$ ;  $g) + i)$ :

$$2C_3 \operatorname{senh} \beta_s L_s + 2C_4 \cosh \beta_s L_s = \frac{\beta_{s+1}^2}{\beta_s^2} \frac{I_{s+1}}{I_s} (-2D_2)$$

$$g-i) \quad 2 C_1 \operatorname{sen} \beta_s L_s + 2 C_2 \cos \beta_s L_s = \frac{\beta_{s+1}^2}{\beta_s^2} \frac{I_{s+1}}{I_s} \quad (2 D_2)$$

$$k) \quad D_1 = -D_2$$

$$l) \quad C_3 \operatorname{senh} \beta_s L_s - C_2 \cosh \beta_s L_s = -D_2 \frac{\beta_{s+1}^2}{\beta_s^2} \frac{I_{s+1}}{I_s}$$

$$m) \quad -C_1 \operatorname{sen} \beta_s L_s + C_2 \cos \beta_s L_s = D_2 \frac{\beta_{s+1}^2}{\beta_s^2} \frac{I_{s+1}}{I_s}$$

de donde se obtiene:

$$n) \quad C_3 = \frac{C_2 \cosh \beta_s L_s - D_2 \frac{\beta_{s+1}^2}{\beta_s^2} \frac{I_{s+1}}{I_s}}{\operatorname{senh} \beta_s L_s}$$

$$o) \quad C_1 = \frac{-C_2 \cos \beta_s L_s + D_2 \frac{\beta_{s+1}^2}{\beta_s^2} \frac{I_{s+1}}{I_s}}{\operatorname{sen} \beta_s L_s}$$

Sumando n) y o):

$$C_1 + C_3 = C_2 \left( \frac{\cosh \beta_s L_s}{\operatorname{senh} \beta_s L_s} - \frac{\cos \beta_s L_s}{\operatorname{sen} \beta_s L_s} \right) - D_2 \frac{\beta_{s+1}^2}{\beta_s^2} \frac{I_{s+1}}{I_s} \left( \frac{1}{\operatorname{senh} \beta_s L_s} - \frac{1}{\operatorname{sen} \beta_s L_s} \right)$$

pudiendo escribir:

$$p) \quad C_1 + C_3 = C_2 G_s - D_2 \frac{\beta_{s+1}^2}{\beta_s^2} \frac{I_{s+1}}{I_s} H_s$$

pues hemos hecho que:

$$q) \quad G_s = \coth \beta_s L_s - \cot \beta_s L_s$$

y

$$r) \quad H_s = \operatorname{cosech} \beta_s L_s - \operatorname{cosec} \beta_s L_s$$

Ahora incrementemos en 1, todos los subíndices de G,  $\beta$ , I y H, en p), al mismo tiempo que sustituimos las constantes C, por D y D por F para representar a los tramos (s+1) y (s+2) respectivamente.

La expresión resultante que es igual a  $D_1 + D_3$ , se substituye en el miembro de la derecha de h) y si n) y o) junto con  $C_4 = -C_3$  se substituyen en el miembro



de la izquierda de la misma ecuación h), queda lo siguiente:

$$p') \quad D_1 + D_3 = D_2 G_s + 1 - F_2 \left( \frac{\beta_{s+2}^2}{\beta_{s+1}^2} \frac{I_{s+2}}{I_{s+1}} \right) H_{s+1} ;$$

$$\frac{-C_2 \cos \beta_s L_s + D_2 \frac{\beta_{s+1}^2}{\beta_s^2} \frac{I_{s+1}}{I_s}}{\sin \beta_s L_s} \cos \beta_s L_s - C_2 (\sin \beta_s L_s + \sinh \beta_s L_s)$$

$$+ \frac{C_2 \cosh \beta_s L_s - D_2 \frac{\beta_{s+1}^2}{\beta_s^2} \frac{I_{s+1}}{I_s}}{\sinh \beta_s L_s} \cosh \beta_s L_s = \left( D_2 G_{s+1} - F_2 \frac{\beta_{s+2}^2}{\beta_{s+1}^2} \frac{I_{s+2}}{I_{s+1}} H_{s+1} \right) \frac{\beta_{s+1}}{\beta_s}$$

$$- C_2 \frac{(\cos^2 \beta_s L_s + \sin^2 \beta_s L_s)}{\sin \beta_s L_s} + C_2 \frac{(\cosh^2 \beta_s L_s - \sinh^2 \beta_s L_s)}{\sinh \beta_s L_s}$$

$$- D_2 \frac{\beta_{s+1}^2}{\beta_s^2} \frac{I_{s+1}}{I_s} (\cot \beta_s L_s - \coth \beta_s L_s) = \left( D_2 G_{s+1} - F_2 \frac{\beta_{s+2}^2}{\beta_{s+1}^2} \frac{I_{s+2}}{I_{s+1}} \right) \frac{\beta_{s+1}}{\beta_s}$$

$$- C_2 (\operatorname{cosec} \beta_s L_s - \operatorname{cosech} \beta_s L_s) = D_2 \frac{\beta_{s+1}^2}{\beta_s^2} \frac{I_{s+1}}{I_s} G_s - D_2 G_{s+1} \frac{\beta_{s+1}}{\beta_s} + F_2 \frac{\beta_{s+2}^2}{\beta_{s+1}^2} \frac{I_{s+2}}{I_{s+1}} H_{s+1} \frac{\beta_{s+1}}{\beta_s} = 0$$

Finalmente:

$$s) \quad C_2 H_s - D_2 \left( \frac{\beta_{s+1}^2}{\beta_s^2} G_s + D_2 \frac{\beta_{s+1}}{\beta_s} G_{s+1} \right) + F_2 \frac{\beta_{s+2}^2}{\beta_s \beta_{s+1}} \frac{I_{s+2}}{I_{s+1}} H_{s+1} = 0$$

De d),:

$$-M_s = EI_{s+1} (-D_2 + D_4) \beta_{s+1}^2$$

y puesto que  $D_4 = -D_2$

$$t) \quad D_4 = - \frac{M_s}{2EI_{s+1} \beta_{s+1}^2}$$

Substituyendo t) en s) y sus equivalentes incrementados y disminuidos en 1 y cancelando términos iguales:

$$M_{s-1} \frac{H_s L_s}{(\beta_s L_s) I_s} - M_s \left[ \frac{G_s L_s}{(\beta_s L_s) I_s} + \frac{C_{s+1} L_{s+1}}{(\beta_{s+1} L_{s+1}) I_{s+1}} \right] + M_{s+1} \frac{H_{s+1} L_{s+1}}{(\beta_{s+1} L_{s+1}) I_{s+1}} = 0 \quad (3.1)$$

(3.1) es la ecuación de los Tres Momentos que puede utilizarse para obtener las frecuencias naturales de los modos normales. Es equivalente a la ecuación de los tres momentos del análisis estático y para la determinación de las cargas de pandeo. La ecuación (3.1) se aplica a cada uno de los pares de tramos adyacentes. Si el apoyo exterior está articulado, el momento en ese punto vale cero. Si ese extremo está empotrado, la ecuación se aplica de tal modo que  $M_s$  es el momento del extremo empotrado, y en tal caso el momento de inercia  $I$  del tramo ficticio exterior al apoyo externo, se toma igual a infinito.

Con el procedimiento señalado, se establece una ecuación para cada momento del apoyo correspondiente, resultando un sistema de ecuaciones simultáneas. Los momentos  $M$  son aquellos que ocurren durante la vibración libre en un modo determinado, los que por supuesto no se conocen. Sin embargo, para que sea posible la presencia de una vibración, el determinante de los coeficientes de las  $M$ , debe ser nulo. Si se expande ese determinante, se obtiene una ecuación de frecuencias, cuyas raíces son  $\beta_n L$ , que están directamente relacionadas con  $p_n$ . Una vez obtenidas las frecuencias, se determinan las formas características substituyendo cada una de las raíces en las condiciones de frontera de las ecuaciones f) a j). El número de ecuaciones requeridas, es uno menos que el número de coeficientes  $\beta_n$  que se van a determinar. El procedimiento descrito se ilustra con los ejemplos siguientes:

Viga de dos claros. Supóngase la viga de la figura (3.2) la ecuación (3.1) se plantea una sola vez, en que  $M_s$  es el momento del apoyo interior y  $M_{s-1} = M_{s+1} = 0$ . Entonces:

$$-M_s \left[ \frac{G_s L_s}{(\beta_s L_s) I_s} + \frac{G_{s+1} L_{s+1}}{(\beta_{s+1} L_{s+1}) I_{s+1}} \right] = 0 \quad (3.2)$$

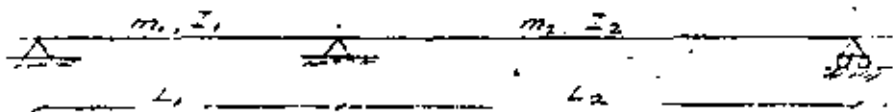


Figura 3.2

La ecuación de frecuencias:

$$\frac{G_1 L_1}{(\beta_1 L_1) I_1} + \frac{G_2 L_2}{(\beta_2 L_2) I_2} = 0 \quad (3.3)$$

Sabemos que:

$$G_1 = \coth \beta_1 L_1 - \cot \beta_1 L_1$$

$$G_2 = \coth \beta_2 L_2 - \cot \beta_2 L_2$$

$$\beta_{n1} = \sqrt[4]{\frac{m_1 p n^2}{EI_1}}$$

El problema consiste ahora en determinar los valores de  $\beta_n L$  que satisfacen esta ecuación. Nótese que  $\beta_{n1} L_1$  y  $\beta_{n2} L_2$  tienen una relación constante para las propiedades dadas de una viga y por consiguiente una puede substituirse por una constante multiplicada por la otra. En general, tales ecuaciones de frecuencia no se resuelven fácilmente y debe emplearse un procedimiento de aproximaciones sucesivas. Este procedimiento puede acelerarse mediante el uso de valores tabulados de G y H.

Supóngase el caso particular de una viga de dos claros con rigidez, longitud y masa iguales. La ecuación de frecuencia queda:

$$G_{n1} + G_{n2} = 0$$

Ecuación que tiene dos juegos de raíces, la primera corresponde a:

$$G_{n1} = G_{n2} = \pm \infty$$

y la segunda a:

$$G_{n1} = G_{n2} = 0, \text{ esto es:}$$

$$\coth \beta_{n1} L_1 - \cot \beta_{n1} L_1 = \coth \beta_{n2} L_2 - \cot \beta_{n2} L_2$$

para el caso especial en que  $L_1 = L_2$

$$\cot \beta_n L = \coth \beta_n L$$

Las raíces son:

$$\beta_n L = \pi, 2\pi, 3\pi \dots =$$

y

$$\beta_n L = 3.92, 7.06, 10.27 \dots$$

y las frecuencias naturales:

$$P_n^2 = \frac{EI \beta_n^4}{m} = \frac{EI}{mL^4} (\pi^4, 3.92^4, (2\pi)^4, 7.06^4 \dots)$$

Las formas características de los cuatro primeros modos se muestra en la figura 3.3.

MODOS NATURALES DE DOS CLAROS IDENTICOS

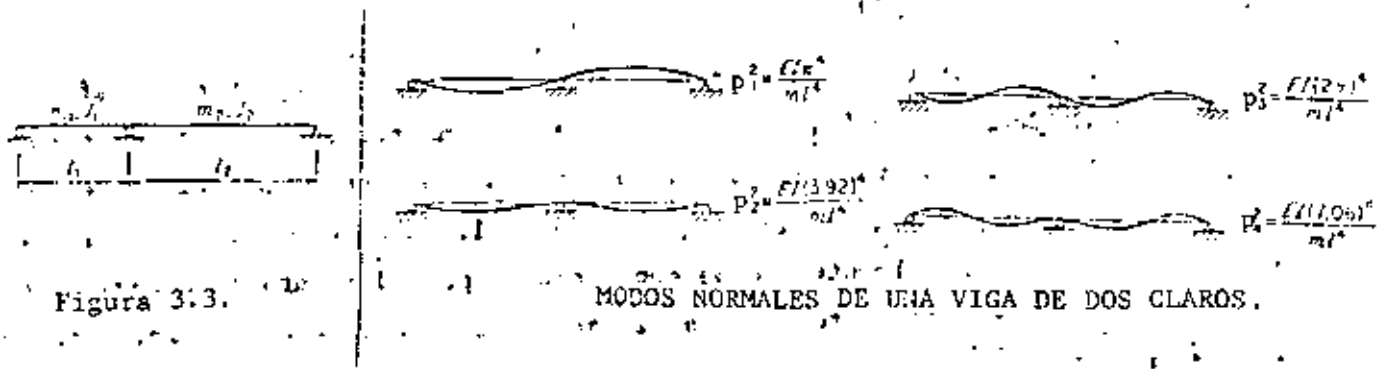


Figura 3.3.

En general, el primer juego de raíces, los modos impares, corresponden a los modos antisimétricos que corresponden a los modos de una viga simplemente apoyada y los modos simétricos o el segundo juego de raíces, corresponden a una viga con un extremo empotrado y otro simplemente apoyado. Obsérvese que en los modos antisimétricos o impares existe un nudo en el apoyo central y por lo consiguiente un claro no afecta al comportamiento del otro. Por otra parte, en el modo simétrico no hay rotación en el apoyo central, como si existiera un empotramiento en ese apoyo:

Supóngase ahora una viga de tres claros. La ecuación (3.2) debe plantearse dos veces. Véase la figura 3.4.

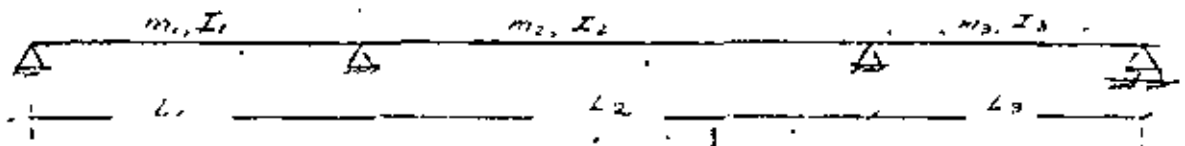


Figura 3.4

$$-H_1 \left[ \frac{G_1 L_1}{(\beta_1 L_1)^2 I_1} + \frac{G_2 L_2}{(\beta_2 L_2)^2 I_2} \right] + H_2 \left[ \frac{H_2 L_2}{(\beta_2 L_2)^2 I_2} \right] = 0$$

$$H_1 \left[ \frac{H_2 L_2}{(\beta_2 L_2)^2 I_2} \right] - H_2 \left[ \frac{G_2 L_2}{(\beta_2 L_2)^2 I_2} + \frac{G_3 L_3}{(\beta_3 L_3)^2 I_3} \right] = 0$$

La ecuación de frecuencias se obtiene como ya sabemos, expandiendo el determinante de los coeficientes de las  $H$ .

$$\left[ \frac{G_1 L_1}{(\beta_1 L_1)^2 I_1} + \frac{G_2 L_2}{(\beta_2 L_2)^2 I_2} \right] \left[ \frac{G_2 L_2}{(\beta_2 L_2)^2 I_2} + \frac{G_3 L_3}{(\beta_3 L_3)^2 I_3} \right] - \left[ \frac{H_2 L_2}{(\beta_2 L_2)^2 I_2} \right]^2 = 0$$

Para el caso de tres claros idénticos:

$$4 G_n^2 - H_n^2 = 0$$

o

$$2 G_n = \pm H_n$$

en que  $G_n$  y  $H_n$  se aplican para cualesquiera de los claros. Los tres juegos de raíces son:

$$(1) \quad G_n = H_n = \pm \infty$$

cuya primera raíz es  $\beta_1 L = \pi$  y el juego completo corresponde a los modos de una viga simplemente apoyada.

$$(2) \quad 2 G_n = - H_n$$

cuya primera raíz es el segundo modo de la viga:  $\beta_2 L = 3.55$  y todos los modos de este juego tienen un nodo al centro del claro intermedio.

$$(3) \quad 2 G_n = + H_n$$

cuya primera raíz o tercer modo, es  $\beta_3 L = 4.30$ . Véase la figura 3.5.

MODOS NATURALES DE TRES CLAROS IDENTICOS.

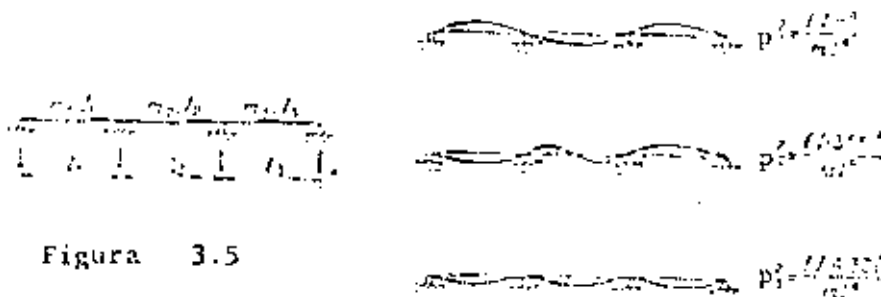


Figura 3.5

La ecuación de frecuencia de una viga de cuatro claros, puede investigarse en forma similar, pero es más complicada. Para claros idénticos se reduce a:

$$2 C_n = \pm H_n$$

véase la figura 3.6.

**MODOS NATURALES DE CUATRO CLAROS IDÉNTICOS.**

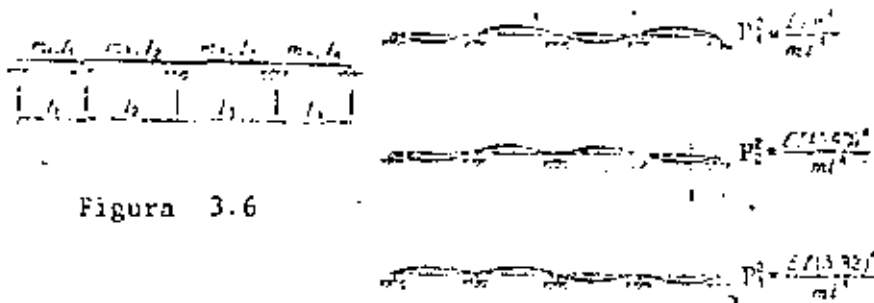


Figura 3.6

**MODOS NORMALES DE UNA VIGA DE CUATRO CLAROS.**

De todo lo anterior, resulta que para un número cualquiera de claros idénticos articuladas en los apoyos exteriores, el modo fundamental es igual a la de una viga simplemente apoyada. Los modos superiores de un solo claro son también modos superiores del caso de varios claros, pero están combinados con otros. Existe otro grupo de modos simétricos con pequeñas rotaciones en los apoyos interiores que corresponden burdamente a un claro empotrado y simplemente apoyado. Además, hay varias combinaciones de estos dos tipos, que se incrementan con el número de claros.

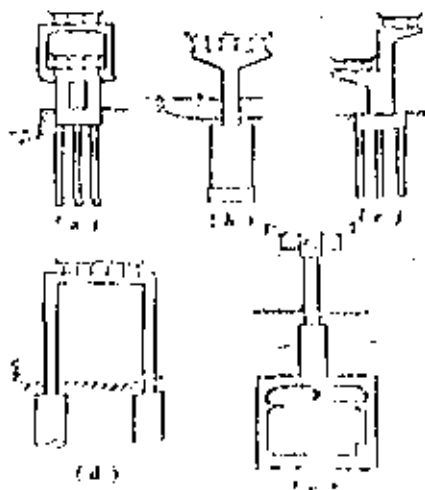
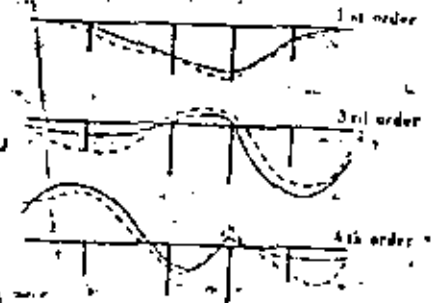


Figura 3.7

Vibraciones de los modos naturales de un puente continuo de grandes claros, en la dirección perpendicular al eje del puente.



--- Observed value  
— Calculated value

Figura 3.8

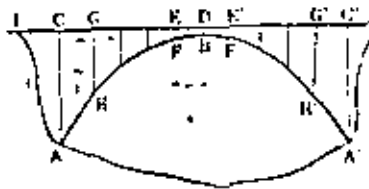


Figura 3.9



## IV CIMENTACIONES

## ESTRIBOS.-

El daño más común en los estribos de puentes, son el asentamiento, volcamiento y falla por cortante. Una forma de daño local, es cuando las trabes chocan violentamente contra el estribo, causando agrietamientos de los muros de retención del estribo o descascarando el concreto en los asientos de las trabes.

El volcamiento de los estribos, usualmente se provoca por una debilidad en su resistencia a las presiones de tierra. En muchas ocasiones, la razón del volteo, es la poca profundidad del desplante de la cimentación. Puesto que los estribos normalmente se encuentran lejos del lecho del río y no hay peligro de socavación, los desplantes tienden a ser de poca profundidad, pero puesto que en este tipo de cimentaciones la capacidad de soporte del terreno, se afecta considerablemente durante un temblor, es imperiosa una cimentación profunda.

El efecto del cortante ocurre a menudo en las juntas de construcción del concreto simple, por lo que es necesaria una cuidadosa selección de ellas. Cuando no sea posible utilizar un tipo de estribo de concreto reforzado, debe además supervisarse adecuadamente la localización y construcción de las juntas, colocar refuerzo en las mismas juntas, para lograr una buena transferencia del cortante mediante adherencia.

Aun cuando el estribo mismo no resulte dañado, hay muchos casos en que el suelo volcado a los lados y en la parte de atrás, se hunde y ocurre un colapso del muro de retención, lo que interrumpe el tránsito. Las causas principales del asentamiento son la diferencia entre las condiciones de vibración de los estribos y el terraplén y la consolidación insuficiente del suelo atrás del estribo. Es aconsejable que el material del terraplén sea de grava de calidad especial o roca triturada.

La estabilidad de un estribo durante un sismo, se logra de la manera siguiente: en la figura 4.1, las fuerzas externas que actúan sobre el estribo, consisten de la fuerza sísmica debida al peso de la trabe que se transmite a los apoyos, las fuerzas sísmicas debidas al peso del estribo y la presión de tierra en la parte trasera del estribo, que se trasmite durante el sismo. La fuerza que resiste la presión de tierra sobre la parte anterior del estribo, es la fuerza de reacción del terreno que actúa sobre la superficie inferior DO. Estas fuerzas se calculan de la siguiente manera:



Figura  
4.1



a) Si el peso de la trabe que actúa sobre el apoyo es W, la fuerza vertical  $V_1$  que se aplica al estribo en el sismo, vale:

$$V_1 = (1 - k_v) W$$

donde  $k_v$  es el coeficiente sísmico vertical. Ya que el estribo tiende a volcarse o deslizarse con mayor facilidad, al reducirse <sup>al peso de las traves y el estribo</sup> debido al movimiento vertical hacia arriba, esta ecuación sirve para asegurar la estabilidad bajo las condiciones más desfavorables. El punto de aplicación de  $V_1$ , es el centro del apoyo y la distancia horizontal al talón posterior se expresa mediante  $x_1$ . La fuerza horizontal de la trabe es:

$$H_1 = k_h W$$

en que  $k_h$  es el coeficiente sísmico horizontal. La altura de la línea de acción de  $H_1$ , se supone coincidente con la superficie superior del apoyo y  $y_1$ , desde el fondo del estribo.

b) La fuerza sísmica debida al peso del estribo, cuando su peso es G, tiene los valores que se indican enseguida. El punto de aplicación es su centroide  $(x_2, y_2)$ .

$$V_2 = (1 - k_v) G, \quad H_2 = k_h G$$

c) Puede afirmarse que la presión de tierra que actúa sobre el estribo (y que actúa sobre el estribo) y actuando en la línea vertical DE, el peso de la masa del suelo ABCE y la fuerza sísmica que actúa arriba. La presión de tierra puede calcularse mediante métodos reconocidos. Su punto de aplicación se encuentra a 1/3 de la altura de la línea ED y su dirección tiene una inclinación  $\varphi/2$  respecto a la línea ED.

La fuerza sísmica debida a la masa de tierra ABCE cuando el peso es w, tiene la magnitud dada enseguida, con el punto de aplicación en el centroide  $(x_3, y_3)$  de la masa.

$$V_3 = (1 - k_v) w, \quad H_3 = k_h w$$

Cuando las componentes horizontal y vertical de la resultante R de las fuerzas externas señaladas sean H y V:

$$H = H_1 + H_2 + H_3 + E \cos \varphi/2, \quad V = V_1 + V_2 + V_3 + E \sin \varphi/2$$

Cuando el punto en el que la línea de acción de la fuerza resultante corta a la superficie inferior del estribo sea F y la distancia de F a partir del punto O, sea  $x_0$ , entonces  $x_0$ , se puede determinar, considerando el momento de la fuerza ex-

terior/respecto al punto O. La fuerza de reacción en el suelo es  $P_1$  y  $P_2$ .

$$x_0 = \frac{1}{V} \{ (x_1 V_1 + x_2 V_2 + x_3 V_3 + \ell E \text{ sen } \phi/2) \}$$

La fuerza de reacción en el suelo es  $P_1$  y  $P_2$ . La fuerza de reacción en el suelo es  $P_1$  y  $P_2$ .

Si la componente horizontal de la resistencia, producida en la superficie inferior del estribo, se expresa por Q, y la componente vertical por P, se tiene  $P = V$ .

Suponiendo que la distribución de P en la superficie inferior, sea trapezoidal y si las intensidades de las fuerzas reactivas en ambos extremos son  $p_1$  y  $p_2$  (Véase la figura 4.2).

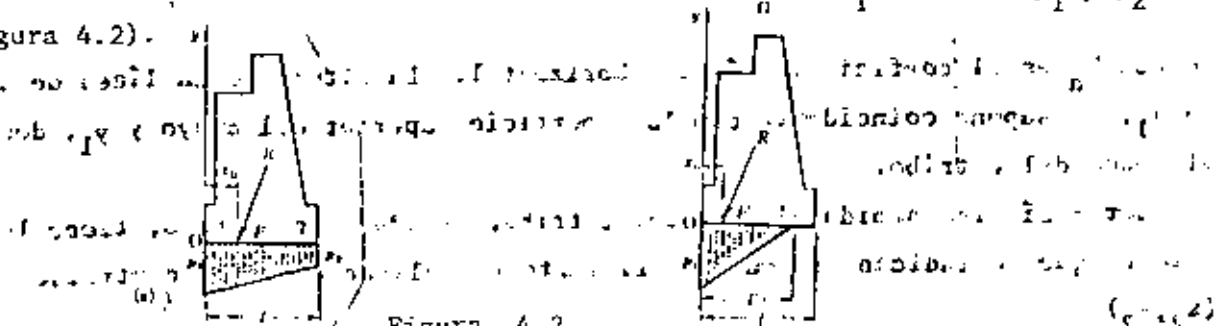


Figura 4.2

$$\ell/2 (p_1 + p_2) = P$$

Por consiguiente, la fuerza de reacción en el suelo es  $P_1$  y  $P_2$ . La fuerza de reacción en el suelo es  $P_1$  y  $P_2$ .

Por consiguiente, la fuerza de reacción en el suelo es  $P_1$  y  $P_2$ . La fuerza de reacción en el suelo es  $P_1$  y  $P_2$ .

$$P_2 = \frac{2P}{\ell} \left\{ \frac{3x_0}{\ell} - 1 \right\} ; P_1 = \frac{2P}{\ell} \left\{ 2 - \frac{3x_0}{\ell} \right\}$$

De acuerdo con lo anterior, cuando  $x_0$  sea  $\ell/3$  o menor,  $p_2$  se vuelve negativa, pero puesto que el suelo ordinariamente no resiste tensiones, se supone una distribución triangular de la fuerza de reacción, como se muestra en la figura 4.2b.

Las condiciones de equilibrio serán:

$$\sum M_O = 0 \Rightarrow 1/2 \cdot p_1 \cdot \ell^2 = P \cdot x_0$$

y por tanto:

$$\sum M_O = 3x_0 P + P_1 \ell = \frac{2P}{3} x_0$$

En otras palabras, la fuerza de reacción  $p_1$  es grande si  $x_0$  es pequeña. Pero mientras  $x_0$  sea positiva, esto es, mientras F no quede fuera de la superficie inferior, si el terreno de la cimentación es capaz de soportar a  $p_1$ , no habrá volca-

miento. La resistencia horizontal  $Q$  es la fricción en la superficie de contacto. Si  $\mu$  es el coeficiente de fricción queda expresada por:

$$Q = \mu V$$

Normalmente,  $\mu$  se supone aproximadamente igual a 0.7, y si no hay suficiente resistencia, se incrementa la profundidad de desplante o se clavan pilotes para aumentar esa resistencia. A partir de la experiencia de sismos previos, la resistencia al sismo de un estribo, se incrementa si existe tierra al frente del estribo. Cajones.

En lo referente a cajones, los problemas que se presentan cuando esta cimentación está sujeta a presiones sísmicas, son probablemente la capacidad de soporte o apoyo y la magnitud del desplazamiento. Respecto a la primera existe un método mediante el cual puede determinarse la profundidad de empotramiento.

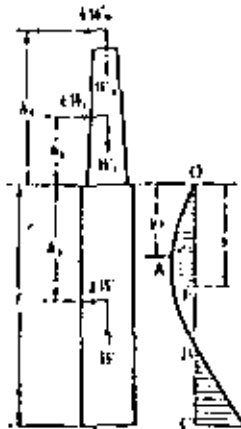


Figura 4,3

En la figura 4.3, las fuerzas externas que actúan sobre la pila, son el peso  $W_0$  de la trabe, el peso  $W_1$  de la pila, el peso  $W$  del cajón y la fuerza sísmica. La presión de tierra es resistente. Suponiendo que las presiones de tierra se distribuyan parabólicamente, la presión de tierra se representa por:

$$p = \frac{p_1 y}{y_1^2} (2 y_1 - y) \quad (4.1)$$

en que  $p_1$  es la máxima intensidad de la reacción del terreno, y  $y_1$  es la profundidad de la sección en que se presenta  $p_1$ . Tanto  $p_1$  como  $y_1$  son cantidades desconocidas y se determinan de las fuerzas externas y sus reacciones. En otras palabras, cuando

- $\ell$ : longitud del cajón  
 $W$ : peso del cajón  
 $k$ : coeficiente sísmico.  
 $H$ : Fuerza sísmica horizontal que actúa sobre la trabe y la pila del puente, y  
 $M$ : momento de la fuerza sísmica que actúa sobre la trabe y la pila del puente respecto a la parte superior del cajón.

Se tendrá, entonces:

$$\left. \begin{aligned}
 H + kW &= \int_0^{\ell} \frac{p_1 y}{y_1^3} (2y_1 - y) dy \\
 \frac{kW\ell}{2} - M &= \int_0^{\ell} \frac{p_1 y^2}{y_1^3} (2y_1 - y) dy
 \end{aligned} \right\} \quad (4.2)$$

cuya solución es:

$$y_1 = \frac{3\ell - 4e}{8\ell - 12e} \quad (4.3)$$

siempre que:

$$c = \frac{\frac{kW\ell}{2} - M}{H + kW}$$

$$p_1 = \frac{\frac{kW\ell}{2} - M}{2y_1 - \frac{3}{4}\ell} \cdot \frac{3y_1^3}{\ell^3} \quad (4.4)$$

Con estas ecuaciones se determina el valor máximo del esfuerzo  $p_1$ , si el valor obtenido es menor que la presión pasiva del suelo a la profundidad  $y_1$  durante el sismo, el cajón será estable. Además, al determinarse la distribución de esfuerzos en el suelo, pueden calcularse fácilmente los momentos flexionantes y fuerzas cortantes.

Si se emplea este método de análisis, un problema altamente indeterminado de la distribución de la fuerza de reacción de una cimentación en cajón, se convierte en un problema estáticamente determinado, empleando una suposición sencilla. La estructura geológica de estrato superficial del suelo, es en ocasiones muy complejo. Posteriormente, debido al hincado del cajón se perturba la estructura del suelo, pudiéndose decir entonces que es imposible calcular con precisión la presión de tierra resultante sobre el cajón. El método arriba mencionado proporciona una regla para este complicado problema.

Este método es sencillo, pero puesto que la estructura real del terreno no puede incluirse en los cálculos, no proporciona datos acertados en todos los casos. Además, aun cuando se tiene el dato de la fuerza de reacción, no es factible determinar el desplazamiento del cajón que ella provoca. Es necesario un análisis fiel de estos fenómenos. T. Ikehara considera al cajón como un cuerpo rígido, suponiéndolo soportado por resortes elásticos en ambos lados y en los planos inferiores, con las constantes de resorte en los planos laterales, proporcionales a la profundidad, obteniendo los resultados siguientes. Sin embargo, se desprecia la resistencia horizontal de la superficie inferior.

Cuando la fuerza reacción en el fondo, actúa dentro del núcleo de la sección inferior, su máxima intensidad en la pared lateral del cajón  $p_1$ , y la presión en la fibra extrema que se produce en la superficie inferior,  $q_1$  y  $q_2$ , resultan

$$p_1 = \frac{3 \{k W l^3 + 3 H l^2 + 4 M l + 8 m_1 c a^3 (k W + H)\}^2}{4 b l^3 (l^2 + 24 m_1 c a^2) (k W l + 4 H l + 6 M)} \quad (4.5)$$

$$y_1 = \frac{k W l^3 + 3 H l^2 + 4 M l + 8 m_1 c a^3 (k W + H)}{2 l (k W l + 4 H l + 6 M)} \quad (4.6)$$

$$q_1 = \frac{N + W}{A} + \frac{3 a c (k W l + 4 H l + 6 M)}{b (l^2 + 24 m_1 c a^2)} \quad (4.7)$$

Cuando la reacción en el fondo, actúa fuera del núcleo de la sección inferior,  $p_1$ ,  $q_1$  y  $q_2$  se convierten en:

$$p_1 = \frac{3 \{k W l^3 + 3 H l^2 + 4 M l + 8 m_1 c a^3 (k W + H)\}^2}{4 b l^3 (l^2 + 24 m_1 c a^2) (k W l + 4 H l + 6 M)} \quad (4.8)$$

$$y_1 = \frac{k W l^3 + 3 H l^2 + 4 M l + 8 m_1 c a^3 (k W + H)}{2 l (k W l + 4 H l + 6 M)} \quad (4.9)$$

$$q_1 = \frac{3 a c (k W l + 4 H l + 6 M) (1 + \cos \beta)}{b (l^2 + 24 m_1 c a^2)} \quad (4.10)$$

en que:

- N: suma de las fuerzas verticales que actúan en la trabe y la pila;
- A: área del cajón en la sección inferior;
- 2a: peralte del cajón, paralelamente a la dirección de la fuerza sísmica;
- 2b: ancho del cajón, perpendicularmente a la dirección de la fuerza sísmica;
- c: coeficiente determinado por la forma de la sección inferior. (Véase la fig.4.4).
- K<sub>1</sub>: coeficiente de la reacción lateral del suelo para una profundidad unitaria;
- K<sub>2</sub>: coeficiente de la reacción vertical del suelo para una profundidad unitaria;
- \* : K<sub>2</sub>/K<sub>1</sub>

Los factores β, m<sub>1</sub> y m<sub>2</sub> que se usan para efectuar estos cálculos, se obtienen resolviendo las tres ecuaciones simultáneas que se muestran enseguida:

$$\left. \begin{aligned} \frac{6ca^2m_1(kWl+4Hl+6M)}{l^3+24m_1ca^2} &= N+W \\ m_1 &= \frac{1}{3} \sin^2\beta + \frac{\sin^2\beta \cos^2\beta}{2} + \frac{1}{2} (\pi - \beta) \cos\beta \\ m_2 &= \frac{3}{2} \left( \frac{\pi - \beta}{8} + \frac{1}{3} \sin^2\beta \cos\beta + \frac{\sin^2\beta}{32} \right) \end{aligned} \right\} \quad (4.11)$$

La tabla 1 proporciona datos burdos de las constantes de resorte del terreno. Sin embargo, es aconsejable confirmarlas mediante pruebas de campo.

No se ha establecido aún, un método para predecir el desplazamiento residual del cajón durante un sismo, es que el suelo alrededor del cajón, que fué perturbado durante la construcción, no se ha consolidado. Por ello, es necesaria un cuidadoso tratamiento de la superficie en el fondo del cajón.

TABLA 1 COEFICIENTES DE REACCION DEL SUELO.

SUELO	K <sub>1</sub> (Kg/cm <sup>3</sup> )	K <sub>2</sub> (Kg/cm <sup>3</sup> )
Arcilla muy suave	menos de 1	-----
Suelo suave, cohesivo, arena suelta	1 a 2	-----
Arena suelta, arcilla dura	2 a 4	3 a 5
Arena ligeramente suelta, arcilla muy dura	4 a 8	5 a 15

Arena compactada, arena-grava

8 a 15

15 a 25

Arena muy compacta, grava, piedra lodosa

más de 15

más de 25

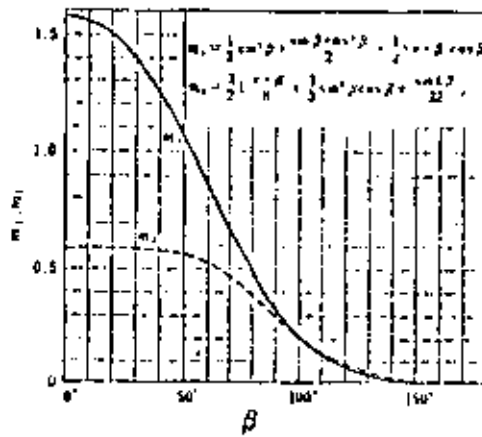
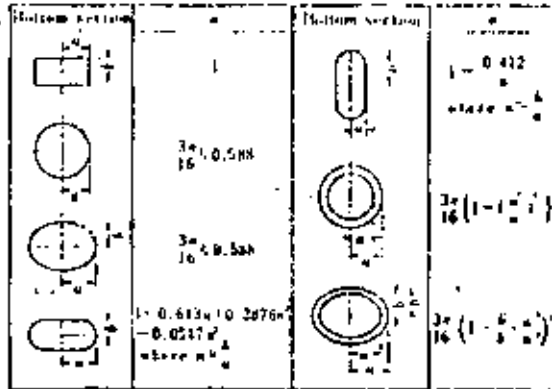


Figura 4.4.

Figura 5.1 a) Restricción a la articulación empleada en puentes existentes. Se hacen aberturas a través de la cubierta y los agujeros se abren con taladros de diamante, a través de los diafragmas.

- 1.- Agujero de 7"
- 2.- Placas de acero.
- 3.- Tubo de 6"
- 4.-Cables de 7- 3/4"
- 5.-Poliestireno
- 6.- Neopreno.

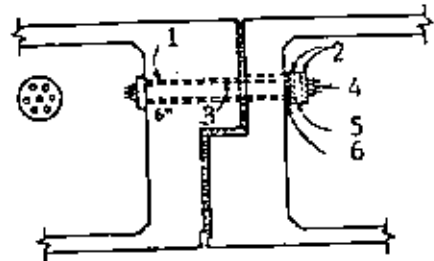


Figura 5.1 a)

Figura 5.1 b) Restricción a la articulación para puentes nuevos.

- 1.- Tubo galvanizado de 6"
- 2.- Placa de acero.
- 3.- Cables de 7- 3/4"
- 4.- Poliestireno.
- 5.- Amortiguador elastomérico
- 6.- Neopreno.

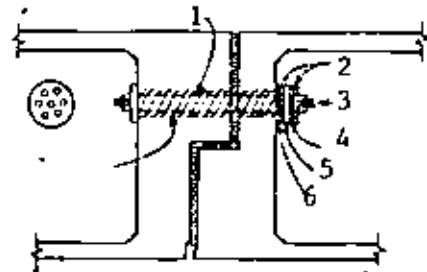


Figura 5.1 b)



Figura 5.2 CONEXION DE TRABE A VIGA.

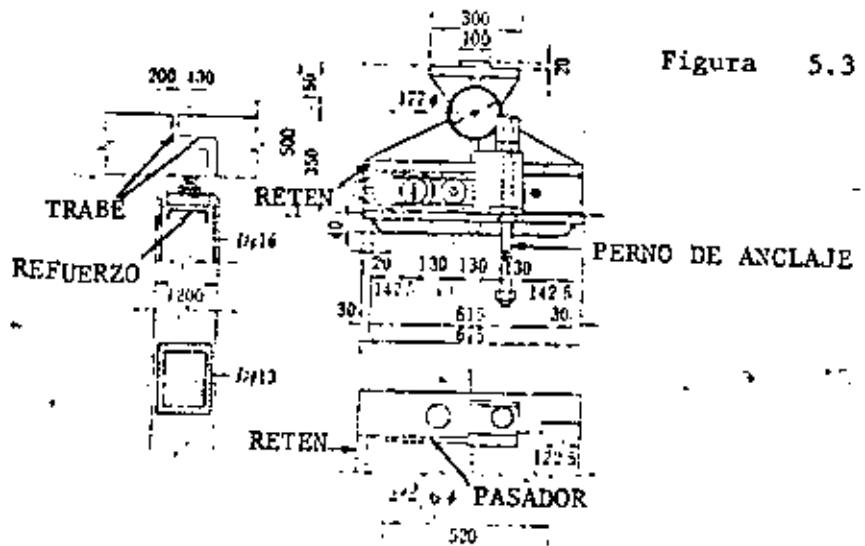
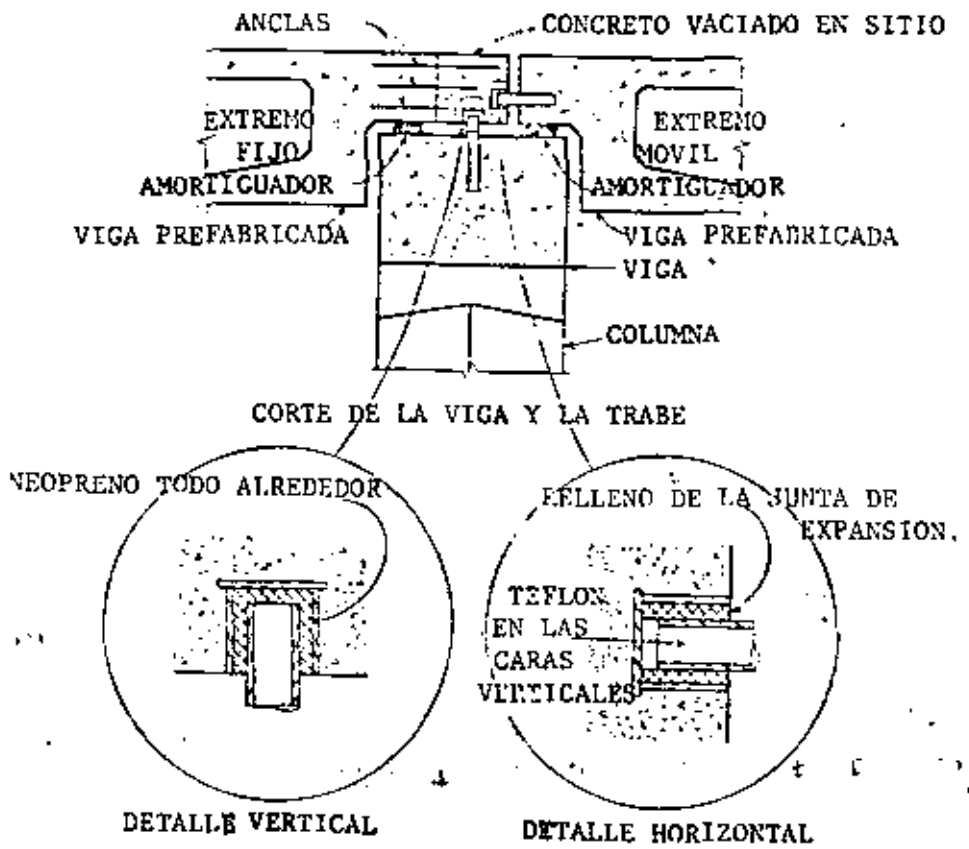
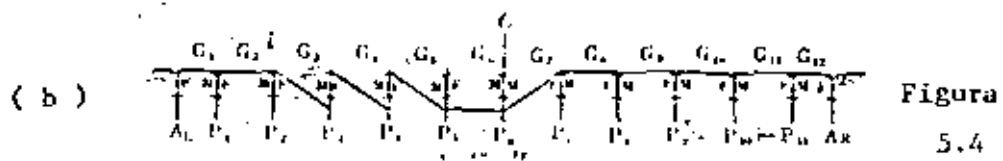
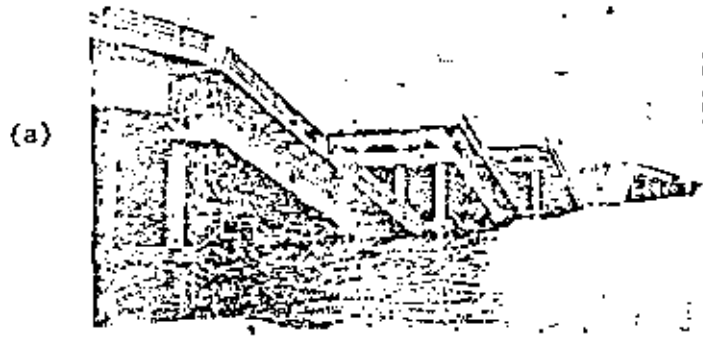
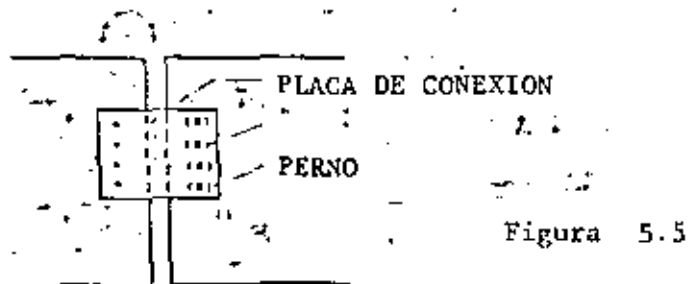


Figura 5.3



ILUSTRACION DE LA CAIDA DE LAS TRABES DEL PUENTE SHOWA-OHASHI  
(TEMBLOR DE NIIGATA DE JUNIO 16 DE 1964.)



PLACA DE CONEXION PARA EVITAR LA CAIDA DE LAS TRABES.

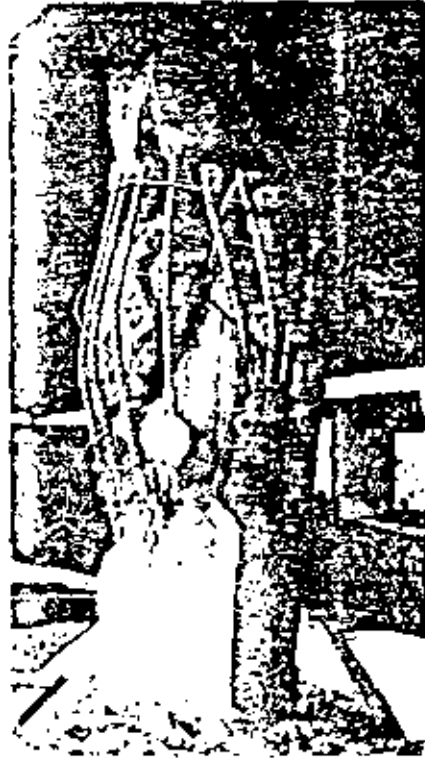


Figura 5,6

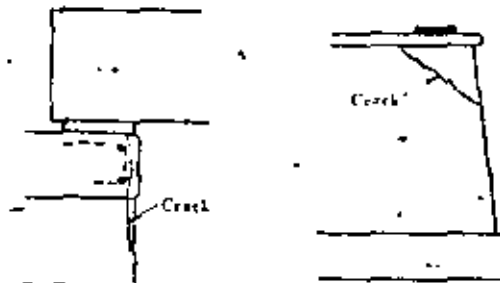


Figura 5,7

crete structures. A thorough investigation was carried out by the California Department of Transportation immediately after the earthquake to determine the cause of the bridge damage which did occur. This investigation revealed that there was not a single failure in any superstructure. Some of the superstructures broke near impact with the ground, but many remained intact even after they had fallen. The cause of the damage was due to failure of the supports by either a structural failure of pier columns or loss of support due to movement of the substructure causing the hinges to separate or the ends of the spans to be pulled off their bearings.

There are two solutions to the problem of earthquake movements moving the substructure causing the superstructure to fall from its bearings. One is to build the superstructure continuous over the entire length of the bridge and supporting it by a means which allows a relative movement between the earth and the superstructure. The superstructure can be built continuous by fully developed and established methods such as: casting span after span on movable falsework and formwork and coupling the tendons or by incremental launching as discussed in Chapter 5. Bearings, such as the one shown by Fig. 2.32 can be provided to allow the superstructure to float with a limited displacement.<sup>(2,4)</sup> This bearing has two restraining devices separated by a neoprene damper. Should a large earthquake movement occur, the first restrainer shears off allowing additional movement to be resisted by the neoprene damper and stopped by the second restrainer.

In some cases, it may be impractical to make the superstructure continuous, or the expected earthquake forces and movements may be such that movement allowances cannot be made to the bearings. In these cases, the expansion joints must be tied together in such a way that they can move as required, but be restrained when subjected to a strong motion. Fig. 2.33, 2.34, and 2.35 show details of some typical restraining devices. Since earthquake movements can occur in any direction, restraint must be provided in all directions. Fig. 2.33, for instance, shows cables providing longitudinal restraint and a vertical restrainer (see Fig. 2.36 for details) providing vertical and horizontal restraint.

The implementation of these restraining devices in conjunction with the improvements in design analysis which are now included in the AASHTO Specifications, should minimize the damage due to an earthquake. These details, which are simple and relatively inexpensive, should be given serious consideration for bridges likely to be subjected to moderate or severe earthquakes.

## 2.8 ANCHORAGE STRESSES

### 2.8.1 Bearing Stresses

Section 1.6.6 (B) (4) of the AASHTO Specifications limits the allowable anchorage bearing stress to 3,000 psi or  $.9 f_c$ , whichever is smaller. While these specifications are generally satisfactory for box girder bridges cast on falsework, they become unnecessarily restrictive for application to

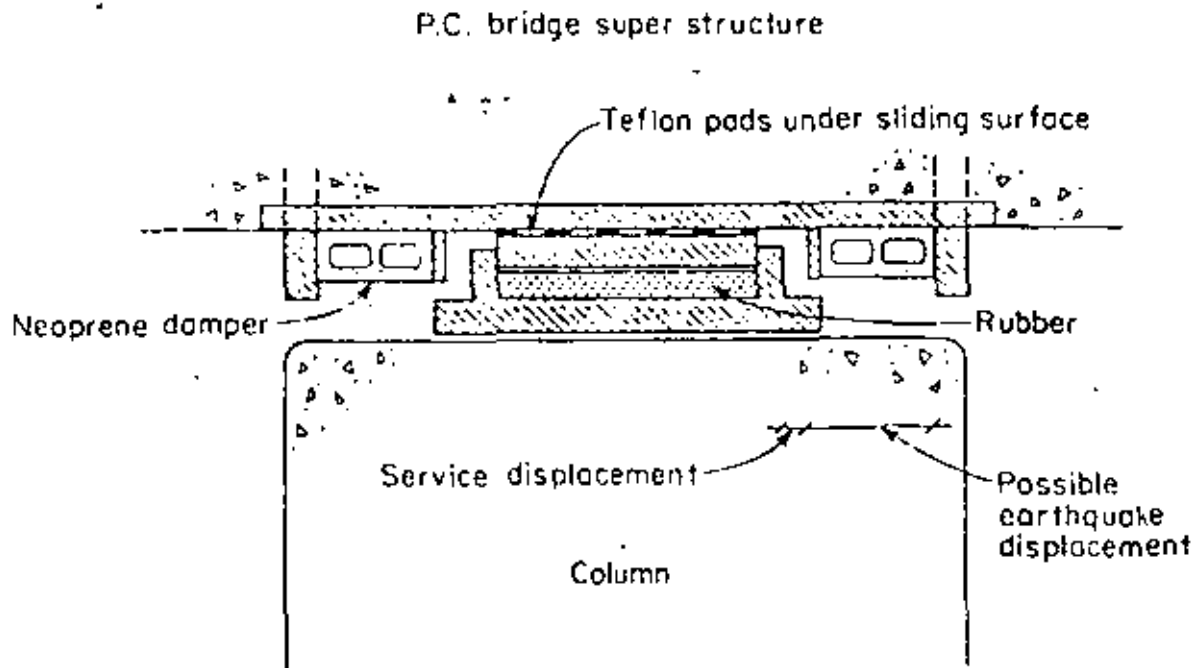


Fig. 2.32

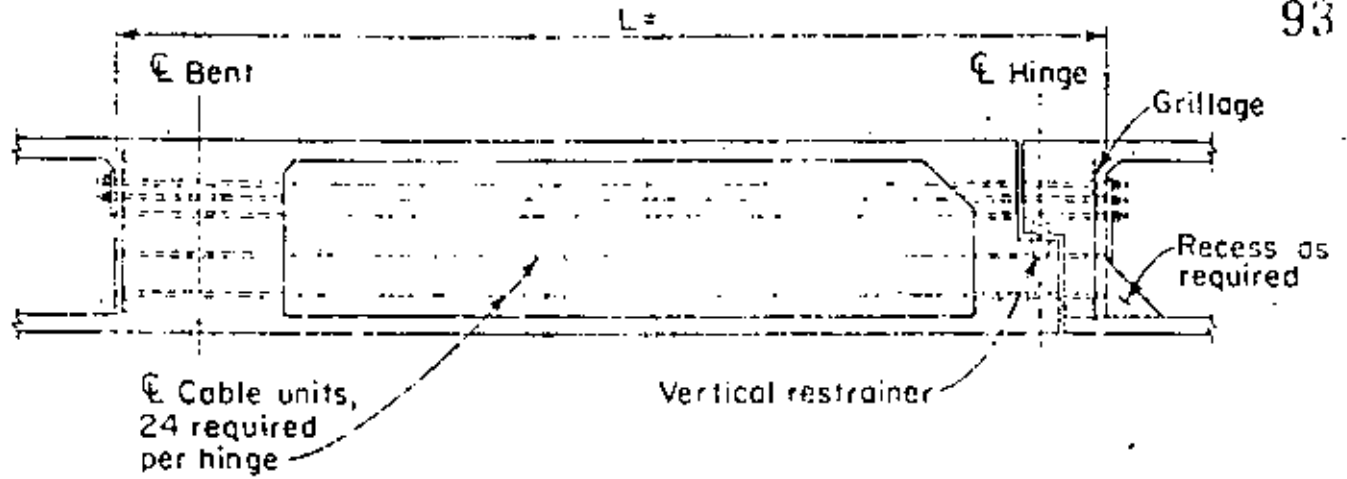


Fig. 2.33 - Longitudinal and Vertical Restraints to Prevent Excessive Movements at the Hinge

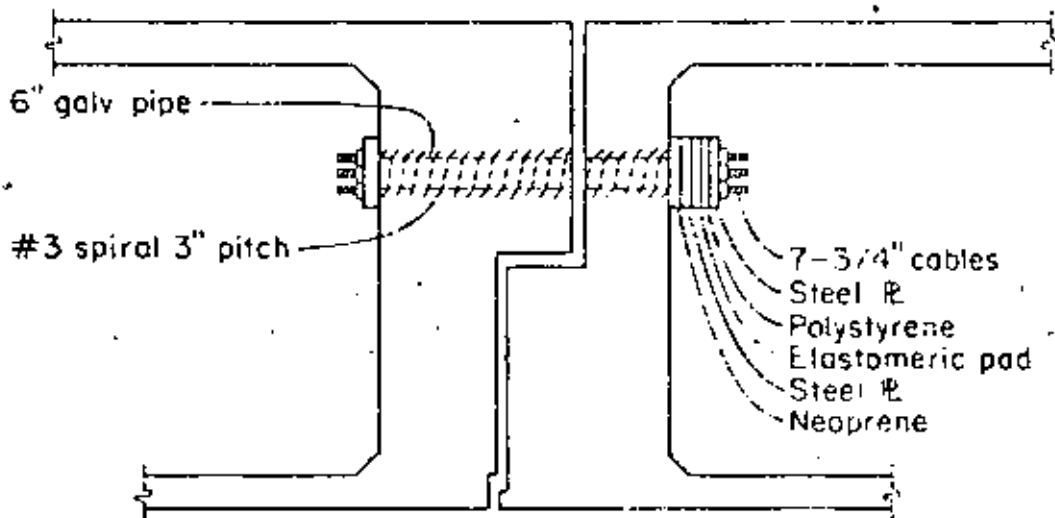


Fig. 2.34

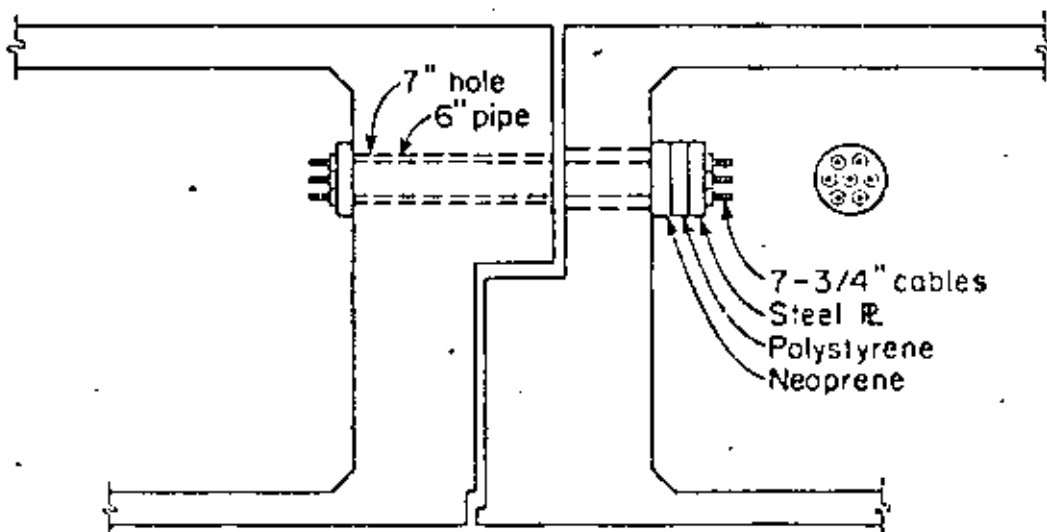


Fig. 2.35

REFERENCIAS PARA CONSULTA ADICIONAL.

## LIBROS.-

- 1.- Biggs John M. Introduction to Structural Dynamics: Capítulo 8.- Mc. Graw Hill, 1964.
- 2.- Norris Charles H. y coautores. Structural Design for Dynamic Loads, page 444, 445 Mc. Graw Hill, 1959.
- 3.- Okamoto Shunzo. Introduction to Earthquake Engineering.- Halsted Press. John Wiley & Sons, 1973. Capítulo 12.
- 4.- Roger Grover L. Dynamics of Framed Structures.- Capítulos 5 y 8, Wiley 1959.

## PUBLICACIONES DIVERSAS.-

- 5.- Kuang Han Chu y Marvin Jones. Theory of Dynamic Analysis of Box Girder Bridges Memorias IABSE 36-II-1976. Páginas 121-131.
- 6.- Marvin Jones y Kuang Han Chu. Dynamic Analysis of a Box Girder Gridges *op. cit.* Páginas 133-145.
- 7.- Frank Baron, Metin Arikan y Raymond E. Hamati. The Effects of Seismic Disturbance on The Golden Gate Bridge. Informe No. EERC 76-31, Noviembre de 1976. University of California, Berkeley.

## AMERICAN SOCIETY OF CIVIL ENGINEERS.-

- 8.- Bengt B. Broms. Lateral Resistance of Piles in Cohesive Soils.- Vol.90, SM2 Marzo de 1964. Página 27.
- 9.- Trevor J. Poskitt. Structural Analysis of Suspension Bridges.- Vol. 92 ST 1, Febrero de 1966. Página 49.
- 10.- Grant A. Ross, H. Bolton Seed y Ralph Migliaccio. Bridge Foundation Behavior in the Alaska Earthquake. Vol. 95, SM4, Julio de 1969. Página 1007.
- 11.- Anestis S. Veletsos y Ian. G. Currie. Analysis of Dynamic Response of Highway - Bridges. Vol. 96 EM5, Octubre de 1970. Página 593.
- 12.- Robin Shepherd y Richard E. Mc. Connel. Seismic Response Predictions of Bridge Pier.- Vol. 98, EM3, Junio de 1972. Página 609.
- 13.- Richard F. Domínguez y Charles E. Smith. Dynamic Analysis of Cable Systems. -- Vol. 98. ST8, Agosto de 1972. Página 1817.
- 14.- Nicholas F. Morris. Dynamic Analysis of Cable Stiffened Structures. Vol. 100 ST 5, Mayo de 1974. Página 971.
- 15.- Ahmed M. Abdel-Ghaffar. Free Lateral Vibrations of Suspension Bridges. Vol.104 ST3. Marzo de 1978. Página 503.

- 16.- Sharad M. Mote y Kuang-Han Chu. Cable Trusses Subjected to Earthquake Vol.104 STS, Abril de 1978. Página 667.
- 17.- Arthur L. Elliot: The San Fernando Earthquake.- A Lesson in Highway and Bridges Design. Civil Engineering, Septiembre de 1972. Página 95.
- 18.- Keith D. Bull. Seismic Design of Highway Bridges. Vol. 98. ST8, Agosto de 1972. Página 1741.

OTRAS PUBLICACIONES.-

- 19.- I. Kawasaki y E. Kuribayashi.- On Specifications for Earthquake Resistant Design of Honshu-Shikoku Bridges. Memorias, International Symposium on Earthquake -- Structural Engineering.- Agosto 19-21 de 1976. Vol. II. Página 711. Department of Civil Engineering. University of Missouri-Rolla.
- 20.- K. Kawakami, E. Kuribayashi, T. Iwasaki y Y. Iida. On Specifications for --- Earthquake-Resistant Design of Highway Bridges. *op.cit.* Vol. II. Página 771.
- 21.- E. A. Egeseli y J.F. Fleming.- Dynamic Behavior of Cable Stayed Bridges. *op.cit.* Vol. I. Página 59.
- 22.- R.D. Sharpe y A.J. Carr. The Inelastic Seismic Response of Bridge Structures. *op. cit.* Vol. I. Página 91.
- 23.- A. Páez. Vibraciones en Puentes: Hormigón y Acero No. 102 Asociación Técnica Española del Pretensado. 1er. Trimestre de 1972. Página 23.
- 24.- Iikunishi y Y. Yamada. Earthquake Response and Earthquake Resistant Design of Long Span Suspension Bridges. Memorias, Third World Conference on Earthquake Engineering.- Nueva Zelanda, Vol. II, 1965. Página IV/K/12.
- 25.- Edward Margason. Earthquake Effect of Embedded Pile Foundations. Piletips. . Seminar on Current Practices in Pile Design and Instalation. San Francisco 1977. Página 65. Publicado por Associated Pile & Fitting Corp. 262 Rutherford Blvd., Clifton, N.J. 07014.
- 26.- Leonardo Zeevaart.- Pile Design and Installation in Earthquake Areas. *op. cit.* Página 109.
- 27.- Especificaciones AASHTO.- Duodécima Edición, 1977.

1. The first part of the document discusses the importance of maintaining accurate records of all transactions and activities. It emphasizes that proper record-keeping is essential for transparency and accountability, particularly in the context of public administration and financial management. The text highlights that without reliable records, it becomes difficult to track expenditures, assess performance, and ensure that resources are used efficiently and effectively.

2. The second part of the document focuses on the role of internal controls and audits in preventing fraud and mismanagement. It states that a robust system of internal controls is necessary to identify and mitigate risks, while regular audits provide an independent assessment of the organization's financial health and compliance with applicable laws and regulations. The text also notes that these measures are crucial for building trust and confidence among stakeholders, including the public and investors.

3. The third part of the document addresses the need for continuous improvement and innovation in public service delivery. It argues that government agencies should embrace a culture of learning and adaptability, seeking out new technologies and best practices to enhance efficiency and effectiveness. The text suggests that by fostering a spirit of innovation, public institutions can better meet the evolving needs of citizens and contribute to the overall development and progress of the nation.

4. The fourth part of the document discusses the importance of transparency and open government. It advocates for the proactive disclosure of information, particularly in areas such as budgeting, procurement, and decision-making. The text explains that transparency not only helps to prevent corruption and abuse of power but also allows citizens to hold their representatives accountable and participate more fully in the democratic process. It encourages the use of digital tools and platforms to facilitate access to government information and services.

5. The fifth and final part of the document concludes by reiterating the key principles and recommendations discussed throughout the text. It emphasizes that the success of any public institution depends on the commitment and integrity of its leaders and staff, as well as the active participation and oversight of the citizenry. The text calls for a collective effort to uphold the highest standards of governance and ensure that public resources are used in the best interests of the people.





centro de educación continua  
división de estudios de posgrado  
facultad de ingeniería unam



VI CURSO INTERNACIONAL DE INGENIERIA SISMICA

DISEÑO SISMICO DE ESTRUCTURAS ESPECIALES

EVALUATION OF ANALYTICAL PROCEDURES USED IN  
BRIDGE SEISMIC DESIGN  
PRACTICE

Agosto, 1980

... ..

... ..

... ..

... ..

... ..

... ..

... ..

... ..

... ..

... ..

# EVALUATION OF ANALYTICAL PROCEDURES USED IN BRIDGE SEISMIC DESIGN PRACTICE

by

R. A. Imbsen, Vice President  
Engineering Computer Corporation  
R. V. Nutt, Senior Research Engineer  
Engineering Computer Corporation  
J. Penzien, Professor  
University of California, Berkeley-

## INTRODUCTION

The accurate prediction of stresses and displacements induced in the various components of a structure during a strong motion earthquake is the key to improved earthquake resistant design. Predicting these stresses and displacements in bridge structures may be divided into the following two general tasks:

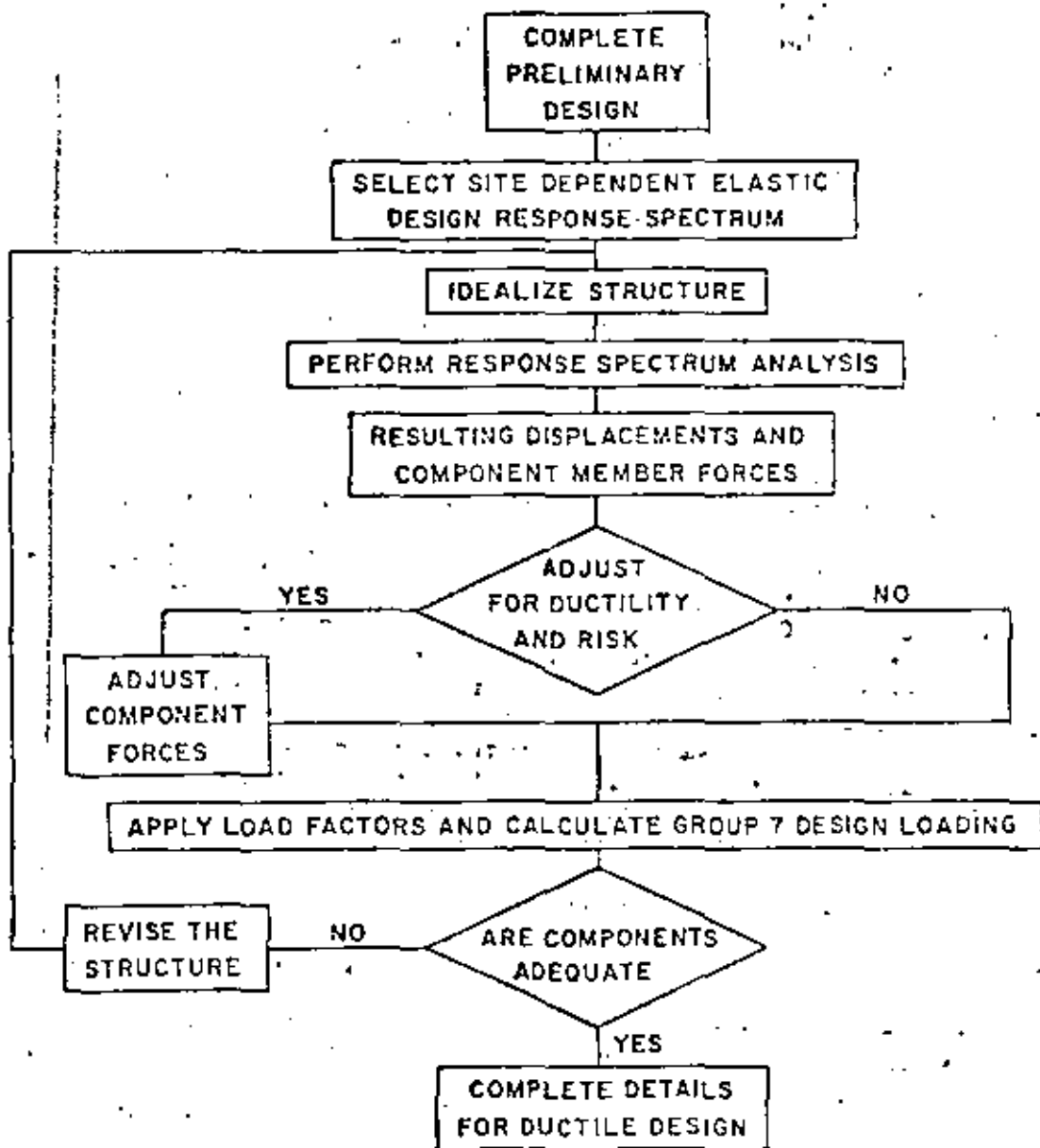
- (1) Determination of the seismic load.
- (2) Determination of the effect of this load on the structure.

These two tasks are typically reflected in current seismic design processes such as the one used at the Office of Structures, California Department of Transportation (CALTRANS). This process is depicted in Figure 1. The seismic load to which a structure will be subjected is determined by selecting the appropriate site dependent design response spectrum. The effect of this loading on the bridge structure is then determined by predicting the elastic response of the structure by any one of several methods, and reducing the elastically determined forces to account for the effects of structure yielding. Elastic displacements are generally considered to be equal to the actual displacements.

With the revolution in structural analysis brought on by the advent of modern digital computers, it may appear to the casual observer unfamiliar with structural dynamics, that the second task (i.e., predicting the effect of a given seismic loading) has evolved to a state which approaches an exact science. However, this is not the case. One of the primary reasons for this is the lack of field data on the actual magnitude of stresses and displacements occurring in bridges during a major earthquake.

In an effort to overcome, at least partially, this absence of data, a model structure was subjected to simulated earthquake loading on the shaking table at the University of California Richmond Field Station. Data gained from this experiment was correlated with results from a sophisticated research oriented computer program developed specifically to predict seismic response of bridge structures. This correlation study resulted in a substantial improvement in the algorithms used to calculate nonlinear response.

Many bridge designers do not have access to computer facilities and those that do must use programs that are less sophisticated than the one mentioned above. In practice, therefore, stresses and displacements are determined by more approximate means which employ several simplifying



CALTRANS  
SEISMIC DESIGN PROCESS

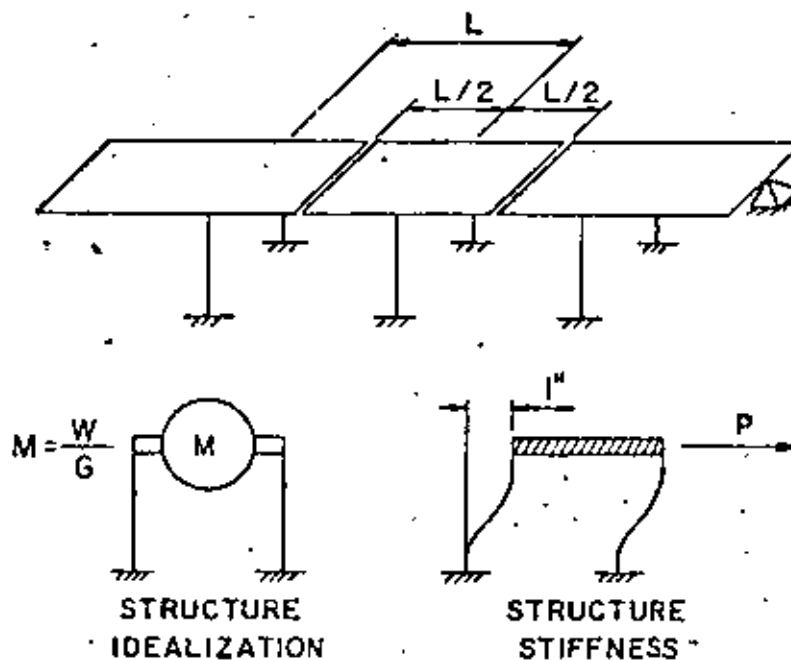
FIGURE 1

assumptions. With the present absence of field data, evaluation of these means can only be done by comparison with more sophisticated analytical approaches which are known to better model reality.

This paper deals with an evaluation of the currently used methods for predicting the response of bridge structures to a given seismic loading. An evaluation of both the equivalent static load and the response spectrum techniques for determining seismic effects on bridge structures is included. The experiences of the authors in their association with the University of California at Berkeley and the California Department of Transportation were drawn on to make this evaluation.

### BACKGROUND

Prior to the San Fernando earthquake of 1971, bridges were generally designed for earthquake forces using an equivalent static force approach known as the Lollipop Method. In other words, the bridge bents were assumed to act independent of one another as single-degree-of-freedom oscillators with a lumped mass equivalent to the tributary deck mass as shown in Figure 2. Both structure period and load distribution were determined using this method.



"Lollipop" Idealization  
Figure 2

Immediately following the earthquake, CALTRANS recognized the need to develop a more rational earthquake design procedure for bridges. Efforts were initiated to develop new earthquake design guidelines that would consider seismicity and the vibrational properties of both the bridge and the underlying soil. There were two basic approaches that evolved regarding the method that should be used to perform the seismic analysis for bridge design. Proponents of the first approach proposed that a simplified technique

for applying equivalent static force be devised that would allow the designer to use his present knowledge of the static behavior of structures to design the bridge. Those who favored the second approach, felt it was more desirable to train the bridge designer to perform more sophisticated analyses which more realistically considered the dynamic behavior of the structure.

The first approach required the development of an improved equivalent static force approach. It became evident to the CALTRANS engineer that the previously used Lollipop Method was not a realistic method of analysis. Efforts to find a simple but realistic method of applying an equivalent static force to a wide range of bridges resulted in the formulation of a uniform lateral load technique, known as the Uniform Load Method. This technique, which was the first attempt to revise the equivalent static force method, is still not totally satisfactory, however, in that it produces accurate results for only a limited number of bridge types.

At CALTRANS there were several factors that have made the second approach involving more sophisticated analysis the most desirable. Some of these factors are as follows:

- (1) The unusual geometric alignments, support conditions, and restraints of many bridge structures on a modern highway system required more sophisticated three-dimensional mathematical idealizations to obtain realistic results.
- (2) Sophisticated in-house computer capabilities were available with the required mathematical idealizations to perform a dynamic analysis.
- (3) It was necessary to use the same computer program to perform a space frame analysis to effectively apply the Uniform Load Method as was required to perform a dynamic analysis. Thus with modest additional training, a more sophisticated analysis was possible at a relatively small additional effort and cost.
- (4) There was a combination of: 1) willingness of management, 2) ability of bridge designers to learn new techniques, and 3) an availability of qualified personnel who were assigned to provide technical support on an ongoing basis.

This approach, which has proved successful at CALTRANS, resulted in the implementation of three-dimensional response spectrum modal analysis to determine design seismic forces for bridges on a routine basis.

The AASHTO Specification [1] for Bridges (1977) reflects the two approaches by specifying that the effect of seismic forces on bridges shall be evaluated by considering the dynamic response characteristics of the total bridge using one of the following methods:

- (1) Equivalent static force
- (2) Response spectrum dynamic analysis

For "special cases," the specifications recommended the use of dynamic analysis techniques. Special cases are considered to be structures with one or more of the following characteristics:

- (1) Located adjacent to active fault(s)
- (2) Located in area with unusual geologic conditions
- (3) Unusual geometry, cost, importance, etc.
- (4) Structure period, greater than 3 seconds

These specifications were written following the San Fernando earthquake of 1971. They are to a very large degree the reaction of CALTRANS bridge design and research engineers to the failures that occurred during that earthquake.

The San Fernando earthquake also stimulated a renewed enthusiasm for additional theoretical and experimental studies into the seismic behavior of bridges. One of these studies, conducted at the University of California at Berkeley, was designed to investigate the effectiveness of existing bridge design methodology in providing adequate structural resistance to seismic disturbances. This project extended over approximately six years and included the following six phases:

- (1) A review of the world's literature relating to seismic effects on highway bridges [2]
- (2) An analytical investigation of the dynamic response of long, multiple span highway overcrossings [3]
- (3) An analytical investigation of the dynamic response of short, single and multiple span highway overcrossings [4,5]
- (4) Detailed model experiments on a shaking table to provide dynamic response data which could be used to verify theoretical response predictions [6]
- (5) Correlation of experimental and theoretical response, and modification of analytical procedures as necessary [7]
- (6) Preparation of recommendations for changes in seismic design specifications and methodology [8,9]

This project made substantial contributions to the advancement of the state of knowledge regarding the dynamic response analysis of bridge structures subjected to seismic loadings. As part of Phase 6 of this project, case studies were performed to evaluate the accuracy of results obtained from currently available computer analysis techniques. Of primary concern was the response spectrum technique that has gained wide use in bridge design. The results of these case studies provided the basis for the evaluation of response spectrum analysis presented in this paper.

## EQUIVALENT STATIC FORCE METHODS

### Introduction

The development of a realistic simplified equivalent static load approach for the dynamic analysis of bridges that would suffice for the final design of simple bridges and could even be used for preliminary design on the more complex bridges, is desirable for the following reasons:

- (1) Simple extensions of what is currently used and would be easy to implement
- (2) Does not require a computer
- (3) Quick and easy to apply

The determination of seismic response by the equivalent static force method basically involves three steps:

- (1) Calculating the period of the first mode of vibration in the direction under consideration.
- (2) Obtaining the corresponding response coefficient "C".
- (3) Distributing the resulting equivalent static earthquake force to the substructure elements.

### Lollipop Method

In the past, the determination of the period and distribution of the earthquake force was accomplished by simply applying the formulas in the code. The idealization for the Lollipop Method implied the following simplifying assumptions about the dynamic behavior of a bridge:

- (1) Each bent vibrates in its own natural period, independent of the other bents.
- (2) The transverse bending and torsional stiffness of the superstructure do not contribute to the stiffness of the system.

There are several obvious over-simplified assumptions in this approach. Even for bridges of simple geometry, the assumptions were somewhat in error. The inaccuracies that occurred in the calculation of structural period resulted in unrealistic values for the equivalent static earthquake force. In addition, the distribution of this force was in error. The main advantage of this technique was that it was simple and easy to apply.

### Uniform Load Method

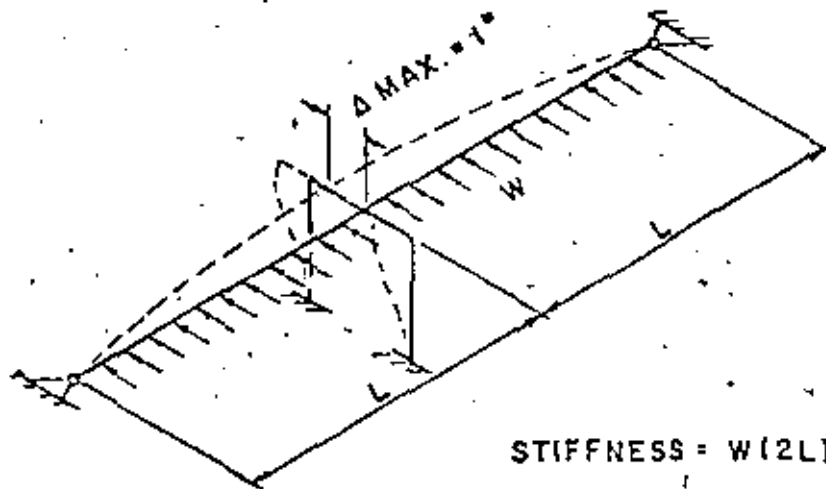
To overcome the deficiencies in the Lollipop Method, an empirical approach, called the Uniform Load Method, was devised with the following objectives:



- (1) Maintain continuity of the superstructure in determining the natural period of the system.
- (2) Distribute the earthquake force to all of the participating elements of the bridge.
- (3) Allow for ease of application using seismic design coefficients and static analysis techniques.

The steps in the Uniform Load Method approach can be summarized as follows:

- (1) Apply a uniform horizontal load (usually taken as unity) to the structure in the direction of vibration as shown in Figure 3.



Uniform Load Idealization  
Figure 3

- (2) Perform a static analysis on the structure to determine the resulting displacements and member forces due to the applied uniform load.
- (3) Adjust the maximum displacement to 1 inch. Using this adjustment factor, adjust the uniform load to correspond to a maximum displacement of 1 inch.
- (4) Multiply the adjusted uniform load by the length of the structure. This is the value for stiffness which, along with the total dead load of the structure, can be used to compute the fundamental transverse period of the structure.

- (5) Having obtained the period, determine the response coefficient "C" from the response curves.
- (6) Determine the total earthquake force acting on the structure by combining the response coefficient with the framing factor and the total dead load.
- (7) Convert the total earthquake force into an equivalent uniform load.
- (8) To determine forces in the members due to this uniform earthquake loading, prorate the forces in the members from the original uniform loading applied to the structure.

The desirability of using a simple approach employing a seismic coefficient in a static analysis, rather than a complex dynamic analysis, has provided the impetus for implementing the Uniform Load Method. Recent experience has shown that this empirical approach gives accurate results for certain types of simple bridges, but it can require more effort than a response spectrum dynamic analysis. This is because the Uniform Load Method requires a space frame analysis for all but very simple structures to properly analyze the transverse stiffness of the columns interacting with the superstructure.

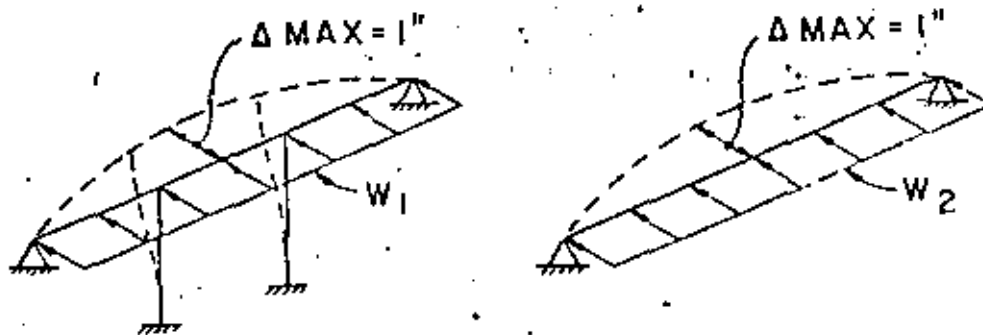
Several case studies [10] were performed to evaluate the accuracy and limitations of the Uniform Load Method as compared to a response spectrum dynamic analysis. For comparison, the Lollipop Method was also included in these case studies. In selecting bridges for these case studies, different structural and geometric characteristics were considered in order to evaluate the effect of the following parameters:

- (1) Number of spans
- (2) Ratio of span lengths
- (3) Number of columns per bent
- (4) Curvature
- (5) Skew
- (6) Structure width
- (7) Column length and fixity

An attempt was made to categorize the types of structures which could be accurately analyzed by the Uniform Load Method. It was found that the single most important criterion for categorizing the structure was the relative stiffness between the superstructure and substructure. In order to quantify this criterion, a stiffness index was established.

The Stiffness Index relates the relative contribution of the columns to the transverse stiffness of the entire structure. As illustrated in Figure 4, the Index is found by taking the ratio of the transverse stiffness of the entire structure, including the columns, to the stiffness of the superstructure alone, acting as a simple beam.

Based on the cases considered, it was observed that the Uniform Load Method can yield accurate results for structures with certain characteristics. Continuous structures on a straight, non-skewed alignment could generally



$$\text{STIFFNESS INDEX} = \frac{W_1}{W_2}$$

Stiffness Index Definition  
Figure 4

be analyzed using this approach provided the stiffness index was 2 or less. However, for structures with a stiffness index greater than 2, only those with balanced span lengths and equal column stiffnesses could be accurately analyzed. This method was not satisfactory for structures with skewed supports, intermediate hinges, or curved alignments.

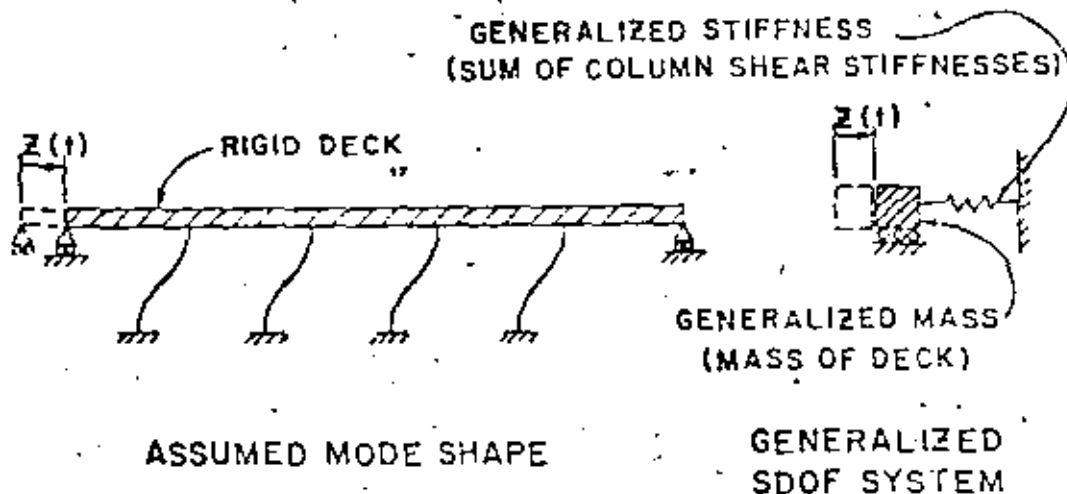
Since there are several limitations to the Uniform Load Method and since it generally requires a space frame analysis, there is a need to develop a simple but effective means for applying the equivalent static force approach to bridge structures.

In the development of an equivalent lateral force analysis procedure, it is necessary to determine the period of a structure and the distribution of the resulting lateral force. A reliable method for calculating the period must include the effective stiffness of the deck, restraining devices and soil springs, and the discontinuity of expansion joints, in addition to the individual column stiffnesses. In short, the true dynamic behavior of the bridge should be considered. The period should, if estimated, be an underestimated value to provide a conservative estimate of the equivalent lateral force. It is unlikely all bridge types will lend themselves to simplified techniques, but a large percentage of common types of bridges should be covered. Both longitudinal and transverse modes should be considered. Above all, the method should not require the use of a computer.

#### Generalized Coordinate Method

Another equivalent static force approach, that shows promise, can also be used to determine the period and earthquake response of certain types of bridges by applying energy principles to a generalized single-degree-of-freedom system. This method is based on the premise that the shape of the vibrating structure can be assumed, and expressed mathematically in terms of a single generalized coordinate. The longitudinal and transverse modes of vibration can be separated into two classes of generalized single-degree-of-freedom systems.

For the longitudinal mode of vibration the structural displacement is characterized by the behavior of a rigid deck, limiting all the columns to equal longitudinal displacements as shown in Figure 5. This is the classical approach which has been used in the past to determine the longitudinal earthquake force for design.



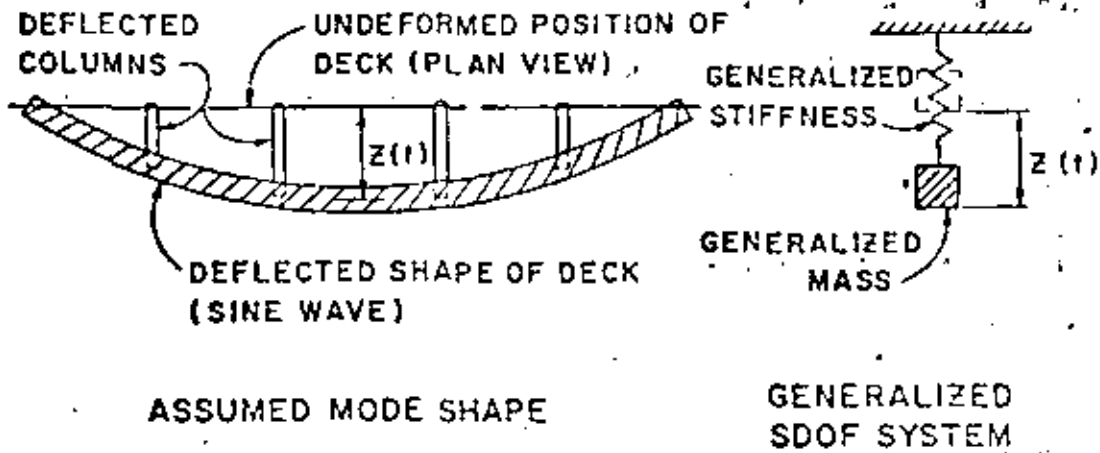
Generalized Coordinate Approach  
Longitudinal Mode  
Figure 5.

The transverse mode of vibration is more complex in that the transverse displacement of the columns are not all equal but rather are functions of their position along the superstructure as shown in Figures 6 and 7. In addition to this, the continuous superstructure will undergo bending and will thus make a contribution to the potential energy of the system.

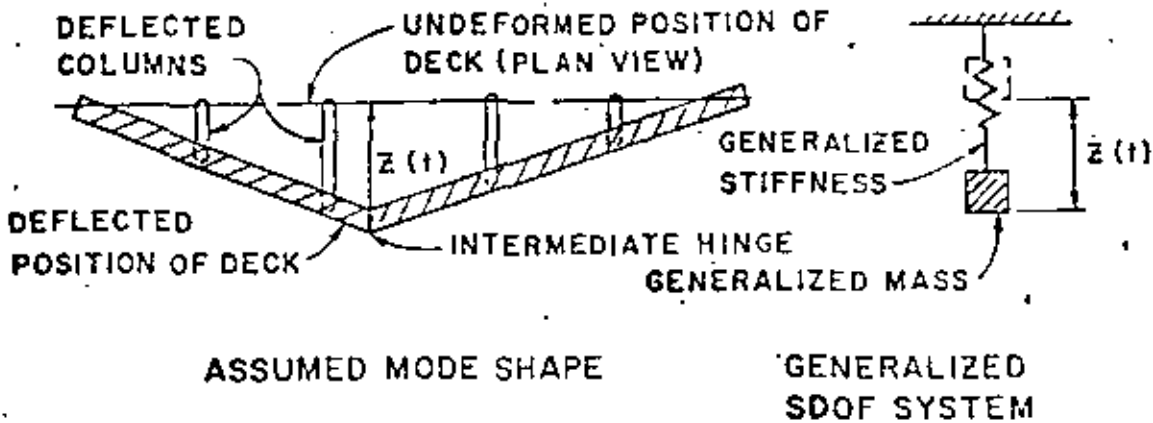
The reliability of this method depends on the ability to predict and define the structure's mode shape. The effective application of this technique also requires that one mode dominate in each direction. Fortunately, many of the simpler bridges being designed today satisfy both of these requirements.

The method may be applied to girder deck bridge with no more than one intermediate hinge, and having the following characteristics:

- (1) Tangent or nearly tangent alignment
- (2) Deck length to width ratio less than 15
- (3) Skew angles of the abutments and supports less than twenty degrees
- (4) Approximately uniform span lengths and column stiffness



Generalized Coordinate Approach  
 Transverse Mode (Continuous Deck)  
 Figure 6



Generalized Coordinate Approach  
 Transverse Mode (Intermediate Hinge)  
 Figure 7

The basic approach of the method is outlined in the following steps:

- (1) Assume the predominate mode of vibration and define a generalized coordinate at the location of maximum displacement in the direction under consideration.
- (2) Calculate virtual work done by external forces and internal member forces as the structure vibrates through a unit virtual displacement at the assumed generalized coordinate.
- (3) Equate work to zero and solve for the structure period of the predominate mode in terms of the "Generalized Mass" and the "Generalized Stiffness".
- (4) Determine the seismic coefficient from the appropriate response spectrum chart.
- (5) Determine the earthquake excitation factor and scale the seismic coefficient.
- (6) Determine the maximum generalized displacement.
- (7) Determine the individual column forces using the generalized displacement calculated.
- (8) Calculate member forces, apply ductility factors and design the member.

It should be noted that the first three steps given above are used only in the development of the formulas. The designer need not repeat these steps for each design since they are implied in the use of the formulas.

This approach was tested on several bridges which had previously been analyzed by the response spectrum technique. In most cases where this approach could be applied, the results compared well with those from the response spectrum analysis. In almost all cases, the comparison was better than was obtained using either the Uniform Load Method or the Lollipop Method.

Although the generalized coordinate approach to the equivalent static force method is not widely used, it appears to be a definite improvement over the other two methods.

## THE RESPONSE SPECTRUM TECHNIQUE

### Introduction

The response spectrum dynamic analysis procedure is indeed an improvement over the equivalent static force method. There are limits to its applicability, however.

The first shortcoming of the response spectrum approach is that the time domain has been removed. Since maximum modal responses do not occur simultaneously, it is necessary to use a statistical combination of modal responses

such as root mean square in order to obtain realistic design loads. The actual combination of modal response depends on several factors related to the type of structure and the nature of the actual ground motion. Therefore, the use of a statistical approach to replace the effects of the removed time domain may not yield realistic results in certain cases.

Another deficiency in the response spectrum is that the duration of shaking is not accounted for by the spectrum. The major effect of duration will be on stiffness degradation and strength loss once the member begins yielding.

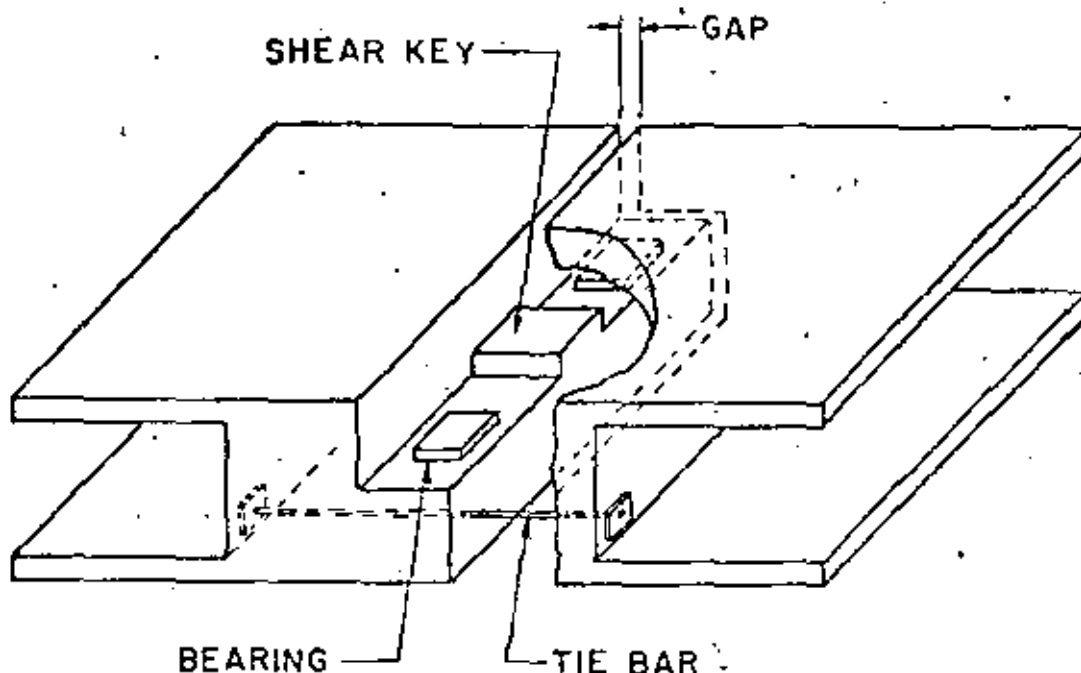
Since postelastic behavior is not specifically accounted for in the overall response analysis, a ductility factor or reduction factor is applied to reduce the forces obtained from a linear response spectrum analysis. This factor is applied either directly to the response spectrum or to the forces obtained from an unreduced spectrum. Because little is known about ductile behavior of bridges, the ductility factors used to determine the magnitude of reduction in bridge design have been extrapolated from research on building structures. Furthermore, the linear analysis does not account accurately for nonlinear behavior at expansion joint hinges, nor does it provide a means for assessing the redistribution of stress as yielding occurs in the ductile members. The analytical capabilities which evolved through the various phase of the University of California research project made it possible to evaluate the nonlinear behavior in the columns and expansion joint hinges. Recognizing both the limitations inherent in using elastic analysis techniques and the availability of improved analytical capabilities developed and refined during this research effort, case studies were conducted on three bridges to evaluate the analytical approaches currently used for seismic design of highway bridges.

The purpose of these case studies were to compare the results of a time history analysis that considers nonlinear behavior with results from both a linear time history and response spectrum analysis. Based on this comparison, the effectiveness of the current response spectrum approach as shown in Figure 1 can be evaluated.

### Properties of the Bridges

Three bridges which were designed by the California Department of Transportation were selected for this study. All three structures consist of curved concrete box girder decks cast monolithically with single column bents. Because of the length of the bridges, each structure has one or more intermediate expansion joints to accommodate temperature movement.

This type of structure is common in California and is typically used in freeway interchanges. During the San Fernando earthquake of 1971, some of the most spectacular failures involved this type of bridge [2,11]. One of the primary cause of failure appeared to be the separation of expansion joint hinges. As a result, all structures of this type designed since the earthquake, including the three used in this study, have been fitted with restrainers designed to prevent separation. These restrainers must be gapped to allow freedom of movement for temperature, etc. A typical expansion joint hinge of this type is shown in Figure 8.



Typical Bridge Expansion Joint  
Figure 8

In order to obtain a better understanding of the behavior of this type of bridge, each of the structures selected had a different fundamental period of vibration. A summary of some of the important properties of these bridges is shown in Table 1. These bridges are shown in Figure 9, 10, and 11.

Bridge No.	Spans		Curve Radius (ft)	Column Lengths (ft)		Hinges		Periods of the First 20 Modes (Sec)	
	Length (ft)	No.		Min.	Max.	No.	Span Location	Max.	Min.
1	696	6	600	24.3	26.3	1	3	.40	.07
2	1138	8	1075	25.1	49.4	1	5	1.11	.15
3	1410	9	1050	60.7	85.6	2	3,7	1.94	.21

Basic Characteristics of Bridges Selected  
for Case Studies  
Table 1

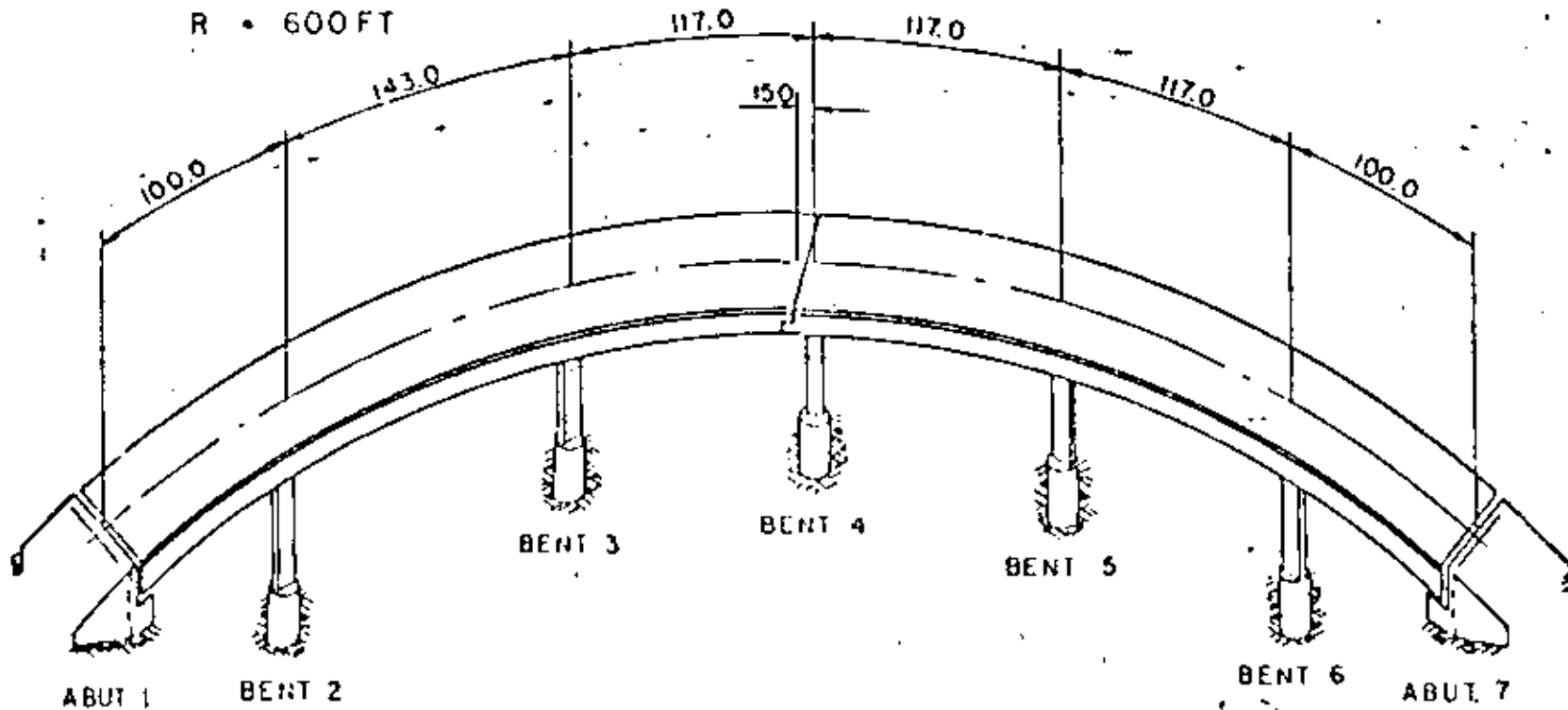
#### Methods of Analysis

The following three types of analyses were performed on each of the three bridges selected.



# SUPERSTRUCTURE PROPERTIES

- L = 694.0 FT
- A = 83.7 FT<sup>2</sup>
- I<sub>x</sub> = 814.1 FT<sup>4</sup>
- I<sub>y</sub> = 353.7 FT<sup>4</sup>
- I<sub>z</sub> = 12868.8 FT<sup>4</sup>
- DL = 12.56 K/FT
- E = 3000 KSI
- R = 600 FT



BRIDGE 1

ROUTE 80 ON-RAMP OVERCROSSING

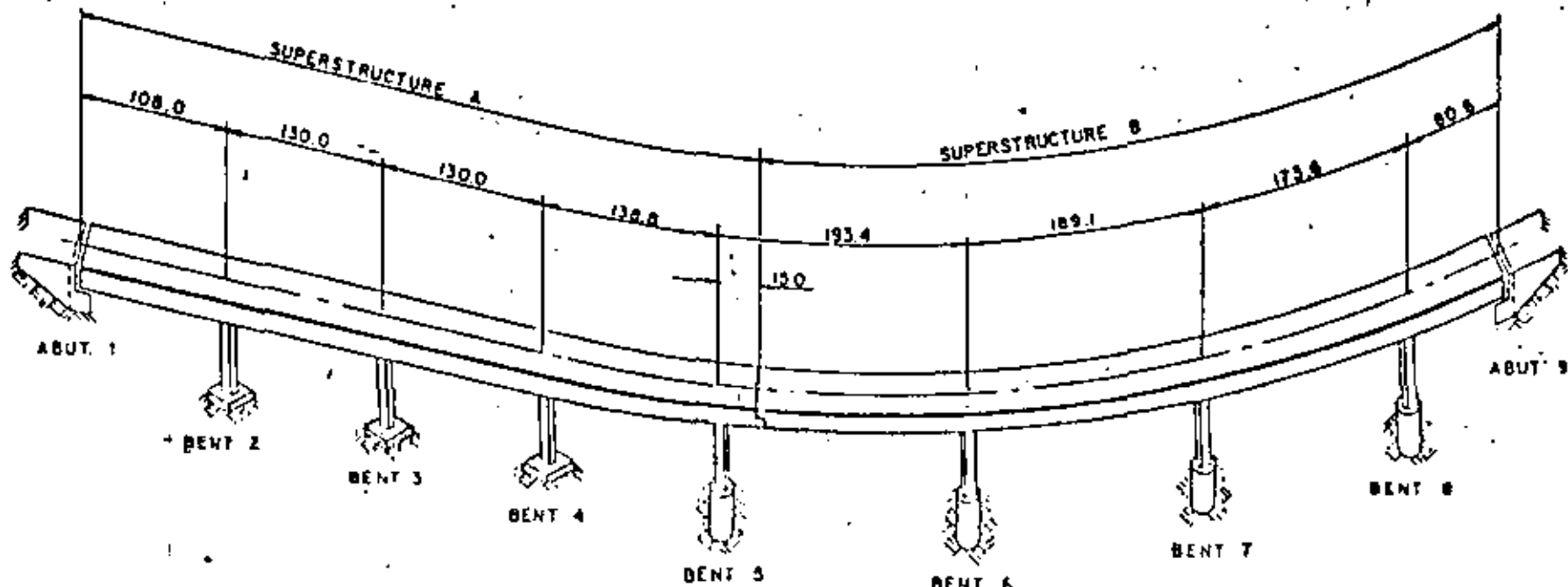
SUPERSTRUCTURE A

- L = 521.8 FT
- A = 48.0 FT<sup>2</sup>
- I<sub>x</sub> = 850.0 FT<sup>4</sup>
- I<sub>y</sub> = 3130.5 FT<sup>4</sup>
- I<sub>z</sub> = 381.4 FT<sup>4</sup>
- DL = 7.2 K/FT
- E = 3000 KSI

SUPERSTRUCTURE B

- L = 621.7 FT
- A = 54.5 FT<sup>2</sup>
- I<sub>x</sub> = 850.0 FT<sup>4</sup>
- I<sub>y</sub> = 3528.3 FT<sup>4</sup>
- I<sub>z</sub> = 406.5 FT<sup>4</sup>
- DL = 8.175 K/FT
- E = 3000 KSI
- R = 1083 FT

-9T-



BRIDGE 2

NORTHEAST CONNECTOR OVERCROSSING

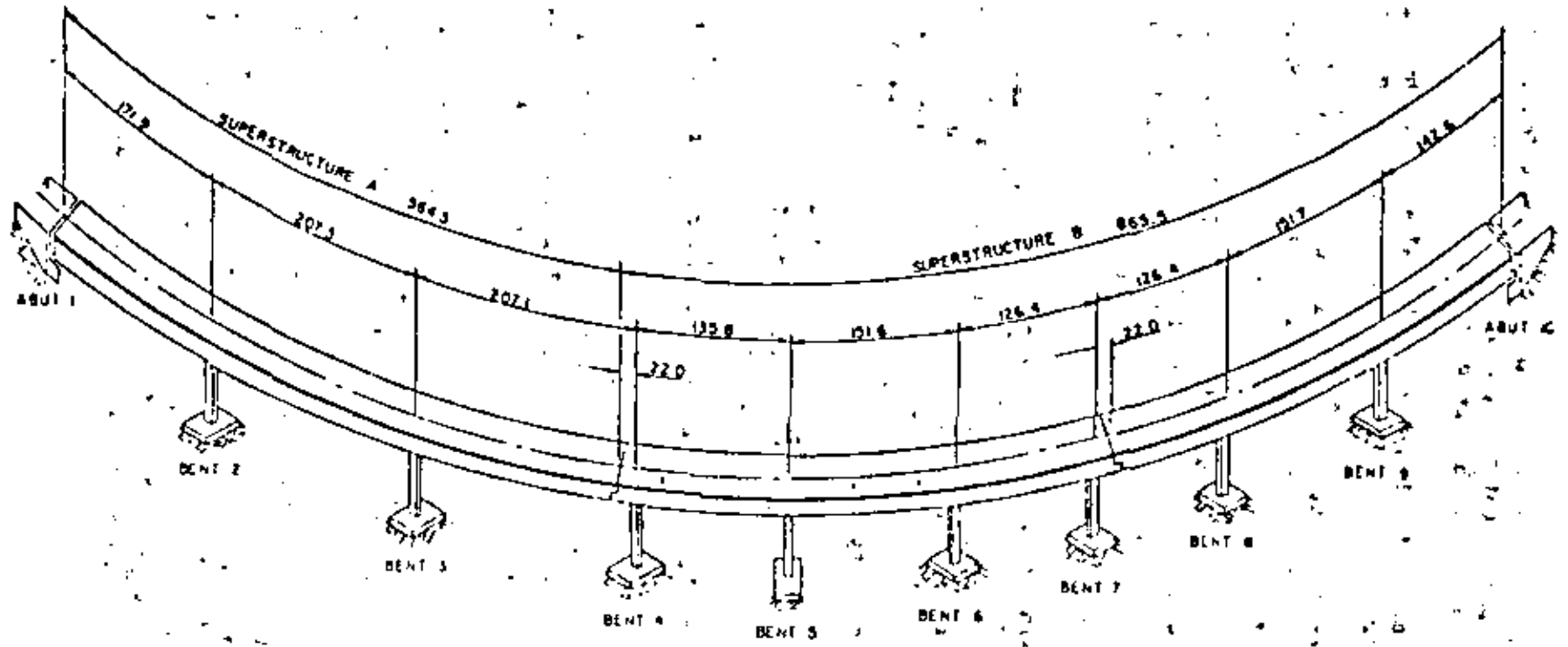
**SUPERSTRUCTURE A**

- A = 813 FT<sup>2</sup>
- I<sub>x</sub> = 1000 FT<sup>4</sup>
- I<sub>y</sub> = 9713.5 FT<sup>4</sup>
- I<sub>x</sub> = 664.6 FT<sup>4</sup>
- DL = 12.195 K/FT
- E = 3000 KSI
- R = 1062 FT

**SUPERSTRUCTURE B**

- A = 755 FT<sup>2</sup>
- I<sub>x</sub> = 980 FT<sup>4</sup>
- I<sub>y</sub> = 9152.9 FT<sup>4</sup>
- I<sub>x</sub> = 640.0 FT<sup>4</sup>
- DL = 11.325 K/FT
- E = 3000 KSI
- R = 1062 FT

-17-



BRIDGE 3  
SOUTHWEST CONNECTOR OVERCROSSING

- (1) A response spectrum modal analysis, which is the approach that was used at CALTRANS, and appeared to be the most desirable for general use in bridge design.
- (2) A linear time history modal analysis, which includes consideration of the time domain but not the effects of nonlinear behavior.
- (3) A nonlinear dynamic analysis, which employed a step-by-step integration technique and included the effects of both expansion joint and column nonlinearity.

The linear analysis capabilities of STRUDL (STRUCTURAL Design Language) were used to perform the response spectrum and linear time history analyses [12]. STRUDL is a well-known general purpose computer program for static and dynamic analysis of linear structural systems. The MCAUTO proprietary version was used [13].

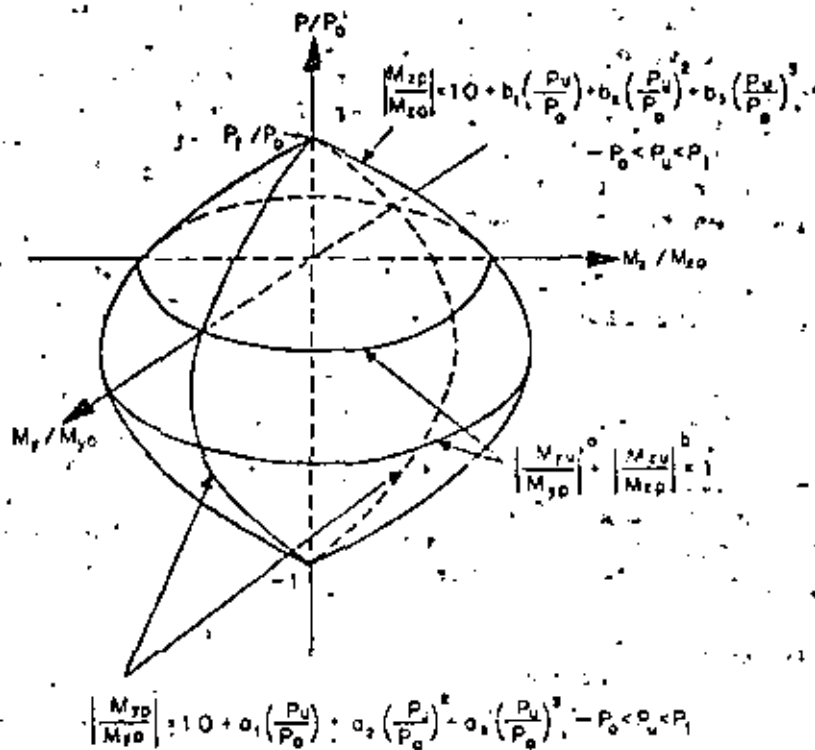
The nonlinear analysis was performed by the NEABS (Nonlinear Earthquake Analysis of Bridge Systems) program [3,7]. This computer program uses a step-by-step integration procedure which assumes piecewise linear behavior over each increment of time. The linear acceleration method was used for this study. Loading was input as rigid support accelerations. The program element library has the conventional linear elements plus the following nonlinear element types:

- (1) Elasto-plastic straight beam elements
- (2) Bi-linear boundary spring elements
- (3) Nonlinear expansion joint elements

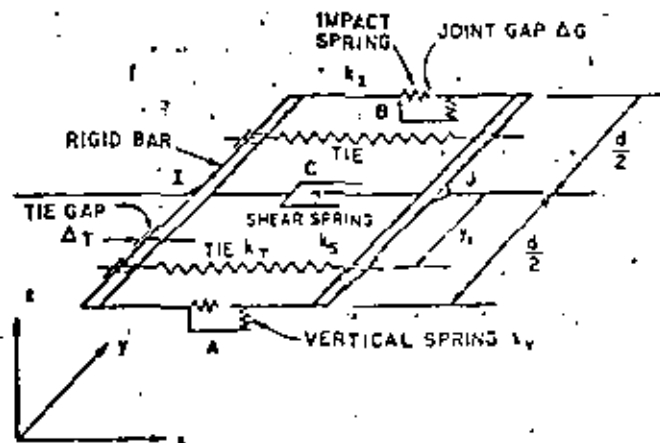
The two nonlinear parameters considered for this study were the yielding of the single column bents, and the nonlinearity of the expansion joint hinges.

The yielding of columns was limited to axial and flexural yielding along an interaction yield surface. The yield surface for a typical bridge column is shown in Figure 12. The ultimate capacity of the column in shear was considered to be infinite.

The nonlinear behavior of the expansion joint hinges were modeled using the expansion joint element shown in Figure 13. In this expansion joint hinge idealization, the restrainers were assumed inactive until movement at the joint was sufficient to take up the gaps which are normally placed in the restrainer anchorages to allow for normal movements of the joint. When the restrainers were active, they behaved in an ideally elasto-plastic manner. Relative movement at the hinge was limited by stiff impact springs which were activated upon closure of a seat gap. This represented banging of the two adjacent superstructure sections. The vertical and shear stiffnesses of the bearing pads were also included in the expansion joint element. Relative movement of the pads at the pad-concrete interface when the Coulomb friction force is overcome was also considered.



Yield Surface Description  
Figure 12.



Expansion Joint Idealization  
Figure 13

Rigid support motion was used for all of the bridges. The 51.8+ time history ground motion developed by Seed and Idriss [14] for a simulated 6+ Richter magnitude earthquake was used. The response spectrum for this motion, shown in Figure 14, was generated for 5 percent damping. This ground motion was applied to the bridges in the two orthogonal directions. The longitudinal and transverse motions were directed parallel and perpendicular to a line between the abutments.

With three types of analysis for each of the three bridges studied and ground motion in two directions, the total number of cases examined amounted to 18.

The bridge decks and columns were modeled with space frame members. Masses in the deck were lumped at the quarter points. Column masses were lumped at the third points. For simplicity, the base of each column was assumed fixed at the footing. The abutments were assumed to be free to move in the longitudinal direction. A typical structure idealization showing the location of lumped masses is shown for each bridge in Figures 15, 16 and 17.

The hinge idealization for the elastic analyses was modeled by releasing main girder member axial forces, and superimposing transversely eccentric space frame members between both sections of the superstructure to account for the restrainers. This idealization assumes no gap and both tension and compression at the restrainers.

The expansion joint element used in the nonlinear analysis includes several parameters which more realistically describes the boundary conditions at the hinge. Design values shown on the plan drawings for tie and seat gaps were used. In actuality, these values will vary depending on such factors as temperature and shrinkage. Cable restrainer stiffnesses were calculated assuming an effective Young's modulus of 13,800 kips per square inch. The yield force in a typical 3/4 inch restrainer was taken as 30.6 kips. The shear stiffness of elastomeric bearing pads was calculated based on an assumed shear modulus of 135 psi. The coefficient of sliding friction for elastomeric pads on concrete was assumed to be 0.4. For lubricated sliding steel plates, the shear stiffness was assumed to be very high and the friction very low. For the purposes of modeling impacting of the superstructure, the impact spring was assumed to have the axial stiffness of the shortest adjacent section of superstructure.

Nonlinear column elements were used at locations where column yielding might be expected. Nonlinear columns were modeled on NEABS by mathematically describing the yield surface as shown in Figure 12.

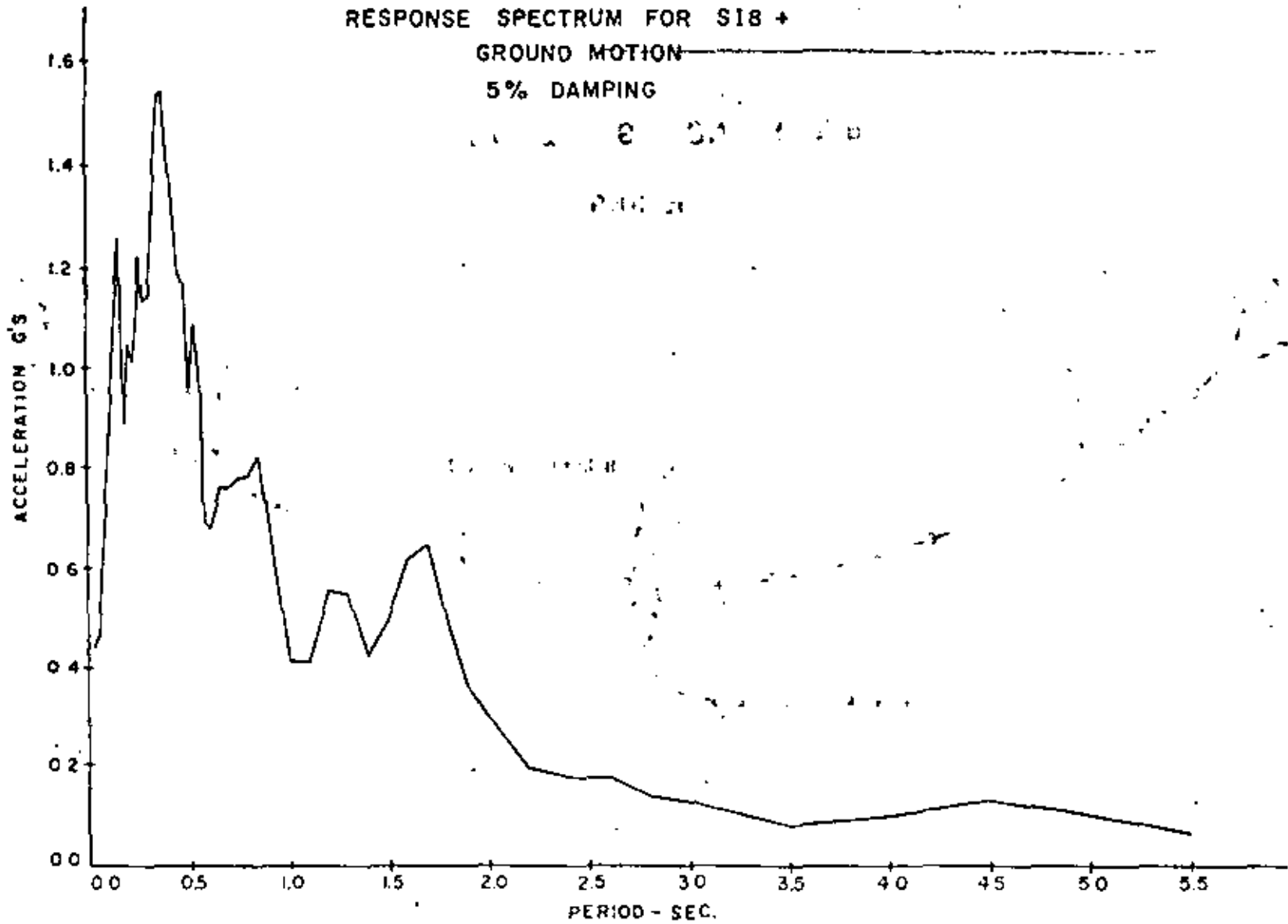
## Results

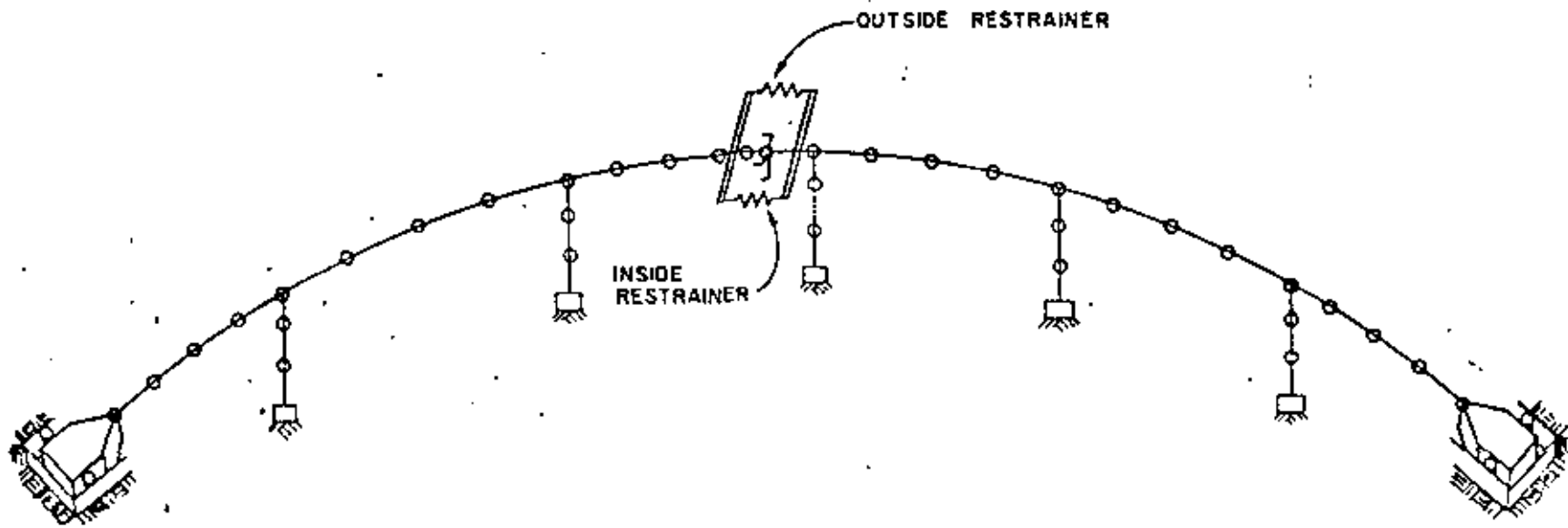
Modal participation factors indicated that all three structures had a tendency to respond in more than one mode. Also, because of the curved alignments, each of the bridges had some modes which included high participation in more than one global direction. This makes it likely that similar internal resisting forces will result due to seismic excitation in either global direction.

RESPONSE SPECTRUM FOR S18 +

GROUND MOTION

5% DAMPING

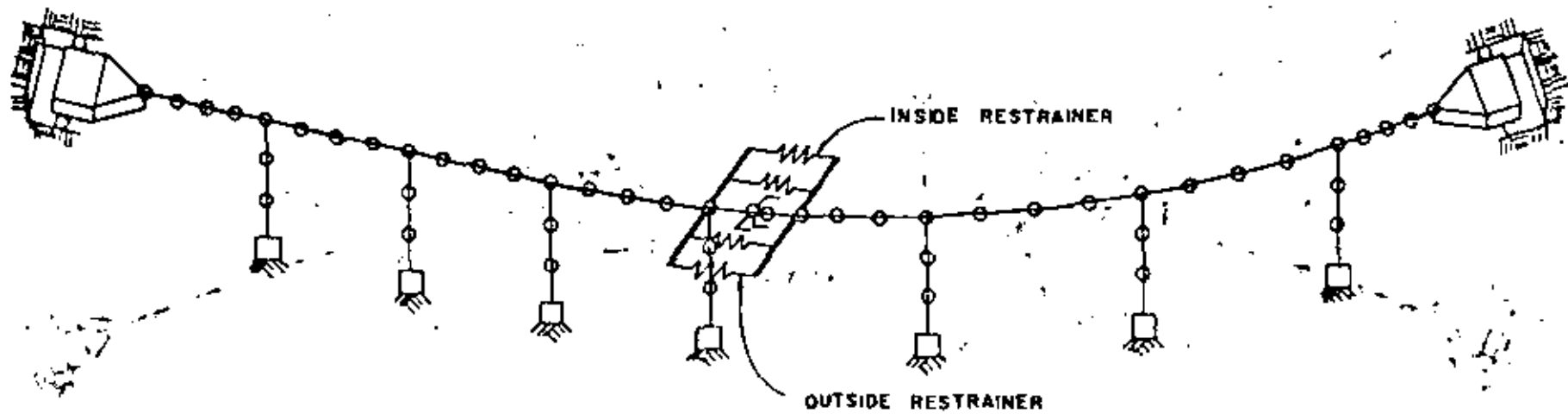




BRIDGE I

ROUTE 80 ON-RAMP

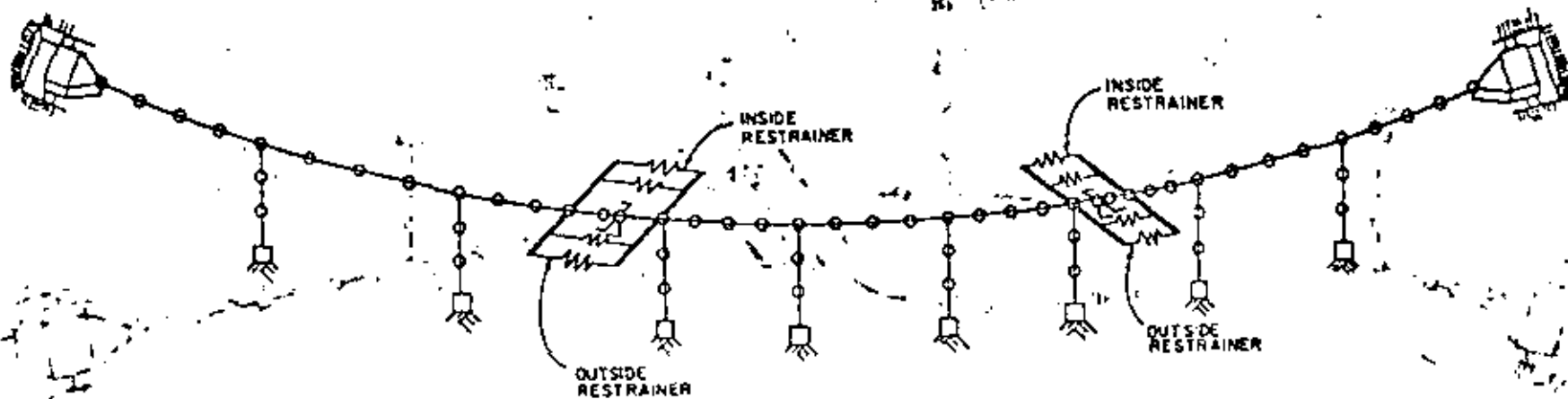




BRIDGE 2  
NORTHEAST CONNECTOR OVERCROSSING

REINFORCEMENT OF MEMPHIS OVERCROSSING

FIGURE 2



BRIDGE 3

SOUTHWEST CONNECTOR OVERCROSSING

Current bridge design practice is to consider seismic excitation in each of the global directions separately. However, because of the possibility of simultaneous excitation in more than one global direction, and the sensitivity of certain internal force components to excitation from different directions, it would appear that earthquake resistant design would be improved by considering some simultaneous contribution from seismic loading in each of the global directions.

In the case of Bridge 1, the modal periods of the first few modes were very close, and occurred near the peak on the response spectrum for the ground motion used. This resulted in the in-phase modal contributions in the direction of ground motion. In the horizontal direction perpendicular to the ground motion, however, the tendency was for the modes to respond almost exactly out of phase. This was accounted for in both the linear and nonlinear time history analysis. The response spectrum analysis, however, which was based on a root-mean-square combination of modal response, yielded results that did not agree well with the time histories. This was more pronounced as indicated by forces resulting in the direction perpendicular to the ground motion.

Because of the high response of several modes in each of the bridges studied, it was found that a combination of modes that included the peak response plus the RMS of the remaining responses yielded results more in agreement with the linear time history in most cases.

The nonlinear time history analysis results indicated that significant column yielding could be expected in Bridges 1 and 2 while Bridge 3 would have experienced very little yielding. Since these bridges were designed to resist different intensity loadings, this was not considered to be significant.

Bridge 1, because of its lower fundamental period, was subjected to a considerable number of stress reversals that resulted in substantial yielding of the columns. Intuitively, from observing the time history of yielding for these columns, it would appear that a great deal of column degradation would have occurred. Yet the ductility demands, which were based on the maximum nonlinear column deformations, were well below the values considered to be available based on monotonic loading experiments. This points up an interesting deficiency in the current method of designing bridge columns. Based on the above observation, it would appear that short period structures would have a reduced available ductility in the columns due to the increased column degradation that would occur during the larger number of excursions into the nonlinear range. Not only is this not considered in applying a ductility reduction factor to column forces derived from an elastic analysis, but it is common practice to further reduce the forces in short period structures by a risk factor of 2. It would appear that this is just opposite to what should be done.

The nonlinear results for Bridge 2 yielded the highest single maximum column ductility demand of all three structures. The ductility demands in the remaining columns were not as high. It was interesting to note that the elastic moments from this earthquake were approximately double the yield moments. Therefore, had the normal ductility reduction factor been used to design the column for this seismic loading, the ductility demands would have

- (2) The response spectra currently used in the AASHTO specifications should be revised so as not to include the reduction for ductility. Ductility reductions should be made on an individual component basis.
- (3) Seismic design provisions should consider the simultaneous application of earthquake motion in the three component directions since there is in many types of bridges coupling between the component directions within each mode of vibration.
- (4) The PRMS (i.e., peak plus RMS of the remaining) combination of modal contributions resulting from a response spectrum analysis is an improvement for certain bridges analyzed by the response spectrum technique and may potentially be used for bridges having two modes of vibration with approximately equal periods.
- (5) Seismic design provisions should establish some threshold of yielding for moderate earthquakes expected to occur several times during the expected life of the bridge. The need for this aspect of seismic design becomes more prevalent when consideration is given to the unequal distribution of ductility demands in a structure having non-uniform column stiffnesses.
- (6) The number and levels of inelastic excursions which take place in reinforced concrete columns during a maximum credible earthquake should be such that stiffness and strength degradations are minimal. This control is accomplished by proper design and detailing of reinforcement.
- (7) The seismic design should provide for an increase of approximately 1.5 to 2 in the forces at the abutments derived from an elastic analysis if yielding in the columns is anticipated.
- (8) Design provision for combining girder moment due to dead and live-loads should include the effects of deadload moment redistribution due to possible relief of deadload moments at the location of a plastic hinge in the column during an earthquake.
- (9) The use of intermediate hinges should be avoided if possible in bridges located in areas of high seismicity.
- (10) Nonlinear computer capabilities should be made more user oriented for the practicing engineer and should be disseminated to the engineering profession so that they can be used to:
  - (a) Make parameter studies of the seismic nonlinear behavior of bridges
  - (b) Develop more realistic seismic design code provisions
  - (c) Apply nonlinear analysis as a design tool for complex bridges

been even higher. The reason for the high ductility demands in this single column, was the nonuniformity of column stiffness and yield moments which resulted in nonuniform yielding. The current practice of approximating nonlinear behavior by applying a constant ductility reduction factor to an elastic analysis cannot predict this type of behavior.

The effect of large deadload moments was demonstrated in the nonlinear results for Bridge 2. Column yielding was more pronounced in the direction of high deadload moments. This resulted in a biased response that resulted in a tendency to relieve the deadload moments due to yielding. Since this would effect the distribution of normal service load moments and shears following an earthquake, this should be considered during design.

In all the transverse loading cases where column yielding occurred, the nonlinear analysis yielded seismic shear forces at the abutments that were greater than the linear time history analysis results. This is because the columns were incapable of carrying all the shear forces determined in the elastic analysis, and the excess was transferred through the deck to the abutments. This same phenomenon was observed at the hinge in Bridge 2. This particular hinge was located near a stiff column that behaved similar to an abutment during an earthquake. In general, however, hinge shear key forces were slightly less in the nonlinear analysis.

The maximum deck displacements from the nonlinear analysis were almost always less than those from the elastic time history analysis. The exceptions to this were when localized maximum yielding occurred early in the earthquake, and when the deadload moments caused biased yielding as mentioned earlier. Classical methods of predicting nonlinear displacements based on equating strain energy from an elastic analysis to the sum of strain energy and energy dissipated in a yielded structure did not apply for these bridges.

It was obvious that because of reduced deck displacements and the normal gaps that are placed at the hinges to allow for free movement, that hinge restrainers were not stressed in the single hinge bridges. Stresses were developed in the restrainers in the two hinge bridge. The banging action that occurred between the adjacent sections of superstructure caused these forces to vary considerably from the elastic analysis, however. Currently, there appears to be no way of accurately predicting restrainer forces from an elastic analysis. The methods currently used seem to, at least for these bridges, yield conservative results.

#### CONCLUSIONS AND RECOMMENDATIONS

Based on the evaluation of the current methods for determining dynamic response to seismic loading, the following general recommendations can be made relative to the improvement of seismic design methodology for bridges:

- (1) The Uniform Load Method for applying the equivalent static force approach to seismic design of bridges is not totally satisfactory. An improved method using energy principles should be further developed and implemented into the bridge design process.

The questions raised during the course of this evaluation indicate the need for future studies to perfect analytical capabilities for predicting seismic response. Some of the areas that need particular attention are as follows:

- (1) Stiffness and Strength Degradation - The possibility of occurrence and the effects of stiffness and strength degradations in reinforced concrete columns on nonlinear dynamic response should be considered.
- (2) Energy Absorption - The important role of inelastic energy absorption in the columns and expansion joint restrainers should be studied further. Special attention should be given to developing a clearer understanding of the concept of ductility and how it relates to bridge design so that elastic analysis techniques may be used with a greater degree of confidence by the bridge engineer.
- (3) Restrainer Units - Non-uniform yielding and ductility demands in columns result in larger forces at the restrainer units for bridges with more than one intermediate hinge. These effects should be studied further to investigate the current minimum specification in the code and to determine if elastic analysis techniques currently used can predict these restrainer forces.
- (4) Response Spectrum Analysis - Special studies to improve the results gained from a response spectrum analysis are needed. The determination of the most effective means of combining modal results for a particular bridge is especially needed.
- (5) Equivalent Static Force - Additional studies should be made to better define the degree of applicability of the generalized coordinate approach to the simplified equivalent static force method for the seismic analysis of bridges.

A computer capability such as NEABS represents a powerful research tool. It may be effectively used for studying special problems related to bridge design and analysis, and for analyzing bridge response due to past and future earthquakes. Because of its potential for advancing the state of knowledge, these computer capabilities should be made more user oriented to provide researchers and engineers with effective means for analytically studying bridge seismic behavior.

#### REFERENCES

1. Standard Specifications for Highway Bridges, Twelfth Edition, 1977, American Association of State Highway and Transportation Officials.
2. T. Iwasaki, J. Penzien, and R. W. Clough, "Literature Survey--Seismic Effects on Highway Bridges," Report No. EERC 71-11, Earthquake Engineering Research Center, University of California, Berkeley, November 1972.
3. W. S. Tseng and J. Penzien, "Analytical Investigations of the Seismic Response of Long Multiple-Span Highway Bridges," Report No. EERC 73-12, Earthquake Engineering Research Center, University of California, Berkeley, June 1973.

4. M. C. Chen and J. Penzien, "Analytical Investigations of Seismic Response of Short, Single or Multiple-Span Highway Bridges," Report No. EERC 75-4, Earthquake Engineering Research Center, University of California, Berkeley, January, 1975.
5. M. C. Chen and J. Penzien, "Nonlinear Soil-Structure Interaction of Skew Highway Bridges," Report No. UCB/EERC-77/24, Earthquake Engineering Research Center, University of California, Berkeley, August 1977.
6. D. Williams and W. G. Godden, "Experimental Model Studies on the Seismic Response of High Curved Overcrossings," Report No. EERC 76-18, Earthquake Engineering Research Center, University of California, Berkeley, June 1976.
7. K. Kawashima and J. Penzien, "Correlative Investigations on Theoretical and Experimental Dynamic Behavior of a Model Bridge Structure," Report No. EERC 76-26, Earthquake Engineering Research Center, University of California, Berkeley, July 1976.
8. R. Imbsen, R. V. Nutt, and J. Penzien, "Seismic Response of Bridges-Case Studies," Report No. UCB/EERC-78/14, Earthquake Engineering Research Center, University of California, Berkeley, June 1978.
9. W. G. Godden, R. A. Imbsen and J. Penzien, "A Summary Report on the Seismic Behavior of Reinforced Concrete Bridges," Report to the U.S. Department of Transportation, Federal Highway Administration, December 1978.
10. R. A. Imbsen, et al., "Applications of the 1973 California Earthquake Criteria," Report SM45, Division of Structures, Structure Mechanics, California Department of Transportation, Sacramento, California, September 1974.
11. C. Fung, R. LeBeau, E. Klein, J. Belvedere and A. Goldschmidt, "Field Investigation of Bridge Damage in the San Fernando Earthquake," State of California, Division of Highways, Bridge Department, 1971.
12. R. D. Logcher, B. B. Flachsbart, E. J. Hall, C. M. Power, R. A. Wells, and A. J. Ferrante, "ICES STRUDL II The Structural Design Language, Engineering User's Manual, Volume 1, Frame Analysis," MIT Department of Civil Engineering Report R68-91, November 1968.
13. "STRUDL, STRUDL DYNAL and STRUDL Plots," by MCAUXO and Multisystems, Inc.
14. H. B. Seed and I. M. Idress, "Rock Motion Accelerograms for High Magnitude Earthquakes," Report No. EERC 69-7, Earthquake Engineering Research Center, University of California, Berkeley, 1969.







centro de educación continua  
división de estudios de posgrado  
facultad de ingeniería unam



VI CURSO INTERNACIONAL DE INGENIERIA SISMICA

DISEÑO SISMICO DE ESTRUCTURAS ESPECIALES

RECOMENDACIONES Y NECESIDADES

De la publicación: SESISMIC  
RESPONSE OF BRIDGES-CASES STUDIES

Agosto, 1980



A continuación se reproducen las recomendaciones y necesidades de estudios futuros descritos en la publicación SEISMIC RESPONSE OF BRIDGES-CASE STUDIES de Roy A. Imbsen, Richard V. Nutt, Joseph Penzien, Reporte No. UCB/EERC-78/14, junio 1978 del Earthquake Engineering Research Center, College of Engineering, University of California, Berkeley California.

## 6.2 RECOMMENDATIONS

### 6.2.1 DESIGN PRACTICE AND CODE PROVISIONS

Based on the comparison of results from the three types of analyses used in this study, it is recommended that consideration be given to the following suggested changes in seismic design practice and/or code provisions:

- a. The response spectrums currently used in the AASHTO specification should be revised so as not to include the reduction for ductility. Ductility reductions should be made on an individual component basis.
- b. Seismic design provisions should consider the simultaneous application of earthquake motion in the three component directions since there is coupling between the component directions within each mode of vibration.
- c. The PRMS combination of modal contributions resulting from a response spectrum analysis was an improvement for bridges analyzed using the response spectrum technique and may potentially be used for bridges having two modes of vibration with approximately equal periods.

- d. Some means of evaluating the total damage potential to a bridge should be employed as an indicator of the severity of the seismic motion. This could be accomplished by summing the total ductility demands or the total energy dissipation during the time history of motion.
- e. Seismic design provisions should establish some threshold of yielding for moderate earthquakes expected to occur several times during the expected life of the bridge. The need for this aspect of seismic design becomes more prevalent when consideration is given to the unequal distribution of ductility demands in a structure having non-uniform column stiffnesses.
- f. The seismic design should provide for an increase of approximately 1.5 to 2 in the forces at the abutments derived from an elastic analysis if yielding in the columns is anticipated.
- g. Design provision for combining girder moments due to dead and liveloads should include the effects of deadload moment redistribution due to possible relief of deadload moments at the location of a plastic hinge in a column during an earthquake.
- h. The use of intermediate hinges should be avoided if possible in bridges located in areas of high seismicity.

i. Nonlinear computer capabilities such as those developed in the earlier phases of this project should be modified for use by the practicing engineer and disseminated to the engineering profession so they can be used to:

1. study the seismic behavior of bridges .
2. expand on the current seismic design code provisions
3. analyze complex structures

#### 6.2.2 FUTURE STUDIES

The questions raised by this study indicate the need for future studies in the following areas:

- a. Stiffness Degradation - The effect of stiffness degradation on the nonlinear dynamic response should be considered in future bridge studies.
- b. Energy Absorption - The important role of inelastic energy absorption in the columns and expansion joint restrainers should be studied. Special attention should be given to developing a clearer understanding of the concept of ductility and how it relates to bridge design so that elastic analysis techniques may be used by the bridge designer. Of special concern is the problem of defining the "damage potential" of an earthquake on a particular structure.

- c. Restrainer Units - Non-uniform yielding and ductility demands in the columns result in larger forces at the restrainer units for bridges with more than one intermediate hinge. These effects should be studied further to investigate the current minimum specification in the code and if elastic analysis techniques currently used can predict these restrainer forces.
- d. Response Spectrum Analysis - Special studies to improve the results gained from a response spectrum analysis are needed. The determination of the most effective means of combining modal results for a particular bridge is especially needed.

The computer capabilities developed as a part of earlier phases of this project such as BRISOT (5,6) and NEABS (4,8) represent powerful research tools. They may be effectively used for studying special problems related to bridge design and analysis, and for analyzing bridge response due to past and future earthquakes. Because of their potential for advancing the state of knowledge, these computer capabilities should be continually improved and enhanced to provide researchers and engineers with an effective means for analytically studying bridge seismic behavior.

Directorio de Asistentes al curso "Diseño Sísmico de Estructuras  
Especiales 1980"

1. Oscar S. Arce Villalobos  
Inst. Tecnológico de Costa Rica  
Apdo. 159 Cartago  
Costa Rica  
Calle 30 No. 928 Dist. 2  
San José Costa Rica
2. Héctor Avila Castañeda  
PEMEX
3. David Iván Barruzueta Barruzueta  
Universidad Estatal de Guayaquil  
Ciudad Universitaria  
Guayaquil, Ecuador.  
Machala y Camilo Destruge Bloque 4  
Guayaquil, Ecuador.
4. Rafael Pedro Brito Ramírez  
Instituto de Ingeniería  
UNAM  
Z.P.20  
548 54 79  
Huasteca 169  
Col. Industrial  
Z.P.14  
517 18 30
5. Rafael de Jesús Cabral Enciso  
Universidad Autónoma de Zacatecas  
Av. López Velarde  
Zacatecas, Zac.  
208 27  
Ledesma 219  
Zacatecas, Zac.  
2 43 90
6. José Jorge Calderón Todd  
Av. Tamaulipas 922  
Col. Petrolera  
Coatzacoalcos, Ver.  
2 66 56
7. Narciso Castillo Castillo  
PEMEX
8. Teresa Cecilia Codocedo Loaiza  
Universidad de Guadalajara  
Instituto Tecnológico  
Blvd. a Tlaquepaque  
Guadalajara, Jal.  
23 49 81  
Carlos Villaseñor 751  
Jardines Alcalde  
Guadalajara, Jal.
9. Alfredo Corona Villa  
Subdirección de Investigación y  
Desarrollo Experimental  
Sierra Gorda 23  
Z.P.10  
5 20 73 07  
Alamo 580-7  
Col. Arena  
Z.P.15

1945

1946

1947

1948

1949

1950

1951

1952

1953

1954

1955

1956

1957

1958

1959



10. Eduardo de la Fuente Lavalle

Benjamín Dueñas Gómez  
S. C. T.  
Dirección General de Obras Marítimas

12. Esteban Galicia López

13. Vicente González González  
S A H O P  
Jefe Zona Sur  
Depto. Prev. Emerg. Urbanas  
Av. Constituyentes 946  
México, D.F.  
271 30 00

Ret. 34 Av. Genaro García 40 A 3  
Jardín Balbuena  
Z.P. 9  
571 48 81

14. Eleazar González Luna  
SAHOP  
Reforma 77-9°  
México 4, D.F.  
546 65 77

Nte. 64 # 7812 -204  
Col. Díaz Mirón  
Z.P. 14

15. Salvador Guillén Dueñas  
Manzanillo 42  
Col. Roma  
Z.P. 7

16. M. Antonio Islas Ramírez  
S A R H  
Ignacio Rmz. 20-2°  
México 4, D.F.

17. Eduardo Jiménez Hernández  
S A H O P  
Reforma No. 77-9°  
México 4, D.F.  
546 65 77

18. Rafael López Patiño  
Esc. de Ing.  
U.A.G.  
Chilpancingo, Gro.  
2 27 41

Colegio Militar-14  
Chilpancingo, Gro.

19. Sergio Luna Carbajal  
Instituto Nal. de Investigaciones Nucleares  
Salazar, Edo. de México

Insurgentes Centro 121-6  
Col. Sn. Rafael  
Z.P. 4  
546 23 74

1-008 10-1 000 0000  
1001 100 0000  
0000 0000

oil  
the  
the

the  
the  
the

8 0000 0000 0000  
0000 0000 0000  
0000 0000 0000

the  
the  
the

E. Z. O.

0000 0000  
0000 0000  
0000 0000

the  
the  
the

0000 0000  
0000 0000  
0000 0000

the  
the  
the

0000 0000  
0000 0000  
0000 0000

the  
the  
the

the  
the  
the

0000 0000 0000 0000  
0000 0000 0000 0000  
0000 0000 0000 0000  
0000 0000 0000 0000

the  
the  
the

0000 0000  
0000 0000  
0000 0000

the  
the  
the

0000 0000 0000 0000  
0000 0000 0000 0000  
0000 0000 0000 0000  
0000 0000 0000 0000

the  
the  
the

20. Samuel Alberto Martínez Aquino  
Instituto Tecnológico de Tehuacán  
Sta. Ma. Coapán (Conocido)  
Tehuacan, Pue. Reforma Nte. 306-1  
Tehuacan, Pue.  
2 27 50
21. José Abraham Martínez Bani  
Escuela de Ingeniería Civil  
U. A. Q.  
Centro Universitario  
Querétaro, Qro. Guadalupe Posada 8  
Col. Alcanfores  
Querétaro, Qro.
22. Eleonor Montanari Calderón  
Ministerio de Transporte y  
Comunicaciones  
Torre Sur Piso 14  
Div. Estructuras  
C. S. B.  
El Silencio  
Caracas, Venezuela  
483 22 95
23. Roberto Olivares Montoya  
S A R H  
Ignacio Ramírez 20-2°  
México 4, D.F.  
592 43 89 Filipinas 178-16  
Col. Portales  
Z.P. 13
24. José Enrique Rebolledo Yange  
Universidad Técnica de Machala  
Machala, Ecuador.
25. Antonio Ríos Rojas  
Aseguradora Mexicana, S.A.  
Plaza de los Ferrocarriles 9  
Col. Sn. Rafael  
Z.P. 4  
566 52 77 Ext. 141 Heroe de Nacozari 97-201  
Col. Morelos  
Z.P. 2  
789 38 34
26. Heriberto Román Beltrán  
Unión de Profesores  
Facultad de Ingeniería  
UNAM  
México 20, D.F.
27. Víctor Rosales Hernández  
S A R H  
Ignacio Ramírez 20  
Z.P. 4  
566 26 46 Palmarola 74  
Col. Portales  
Z.P. 13  
546 14 83

Reforma No. 305  
Tehuacan, Pue.  
Col. Agrícola  
México, D.F.  
309 14 25

Guadalupe Rosas 8  
Col. Alcantaras  
Querétaro, Qro.

Col. A. O. Serrano  
México, D.F.

Tijuana 178-16  
Col. Borja  
México, D.F.  
307 20 28

Col. Guadalupe  
México, D.F.

Heroe de Nacozari 37-251  
Col. Morelos  
Z.P. 2

Col. Guadalupe  
México, D.F.  
309 26 01

Palmarola 74  
Col. Borja  
Z.P. 13  
302 27 27

Col. Agrícola  
México, D.F.

Col. Civil  
México, D.F.

Col. Calles  
México, D.F.

Col. Olvera Montoya  
México, D.F.

Col. Técnica de Natchala  
México, D.F.

Col. Rojas  
México, D.F.

Col. Mexicana, S.A.  
México, D.F.

Col. Rolán Britán  
México, D.F.

Col. Flores 20  
México, D.F.

28. Miguel Angel Ruiz Garza  
Impulsora Industrial de Ingeniería, S.A.  
Londres 149-1º  
Z.P. 6  
525 77 41
- J. Peón Contreras 155-12  
Col. Algarín  
México, D.F.  
538 44 25
29. Gabriel Sánchez Aldana  
Diseños Avanzados y Construcción A. P.  
Cantú 9-102  
Col. Anzures  
Z.P.5  
545 27 22
30. José Bernardo Saucedo Ruiz  
Subdirección de Investigación y  
Desarrollo Experimental  
Sierra Gorda 23  
Z.P.10  
520 56 87
- Oriente 229-B No.121  
Col. A. Oriental  
Z.P. 9
31. Fernando Spinola Morán  
SARH  
Plaza de la Rép. 31-6º  
México I; D.F.  
546 50 96
- Manuel Glz. 162 "G" -227  
Edif. Edo. de Méx.  
Tlatelolco  
Z.P. 3  
597 06 38
32. Lucas Ricardo Tejero Andrade  
ININ  
B. Franklin 161  
Z.P. 11  
271 22 07
- Tiber 105 G  
Col. Cuauhtémoc  
Z.P. 5  
511 30 52
33. José Luis Torres Barajas  
Ingeniería de Sistemas del Transporte Metropolitano  
Legaria No. 252  
Z.P. 17  
399 69 22 Ext. 215
- Bondojito 14-1  
Col. Michoacán  
Z.P. 2  
529 26 94
34. Pedro Urzúa Rodríguez  
S A H O P  
Dir. Gral. de Edificios
35. Carlos Valencia Carmona  
Universidad Veracruzana
- Glotto 66-201  
Col. Mixcoac  
Z.P. 19  
598 50 67
36. Rodolfo Vázquez Zeferino  
Esc. de Ingeniería  
U A G  
Av. Csa de la Juventud s/n
- Dr. Parra 9  
Col. Centro  
Tixtla, Gro.

1. Centro de Estudios y  
Investigaciones  
C. A. P. 19  
258 20 57

Centro de Estudios y  
Investigaciones  
C. A. P. 19  
258 20 57

Centro de Estudios y  
Investigaciones  
C. A. P. 19  
258 20 57

Centro de Estudios y  
Investigaciones  
C. A. P. 19  
258 20 57

Centro de Estudios y  
Investigaciones  
C. A. P. 19  
258 20 57

Centro de Estudios y  
Investigaciones  
C. A. P. 19  
258 20 57

Centro de Estudios y  
Investigaciones  
C. A. P. 19  
258 20 57

Centro de Estudios y  
Investigaciones  
C. A. P. 19  
258 20 57

Centro de Estudios y  
Investigaciones  
C. A. P. 19  
258 20 57

Centro de Estudios y  
Investigaciones  
C. A. P. 19  
258 20 57

Centro de Estudios y  
Investigaciones  
C. A. P. 19  
258 20 57

Centro de Estudios y  
Investigaciones  
C. A. P. 19  
258 20 57

Centro de Estudios y  
Investigaciones  
C. A. P. 19  
258 20 57

Centro de Estudios y  
Investigaciones  
C. A. P. 19  
258 20 57

Centro de Estudios y  
Investigaciones  
C. A. P. 19  
258 20 57

Centro de Estudios y  
Investigaciones  
C. A. P. 19  
258 20 57

Centro de Estudios y  
Investigaciones  
C. A. P. 19  
258 20 57

37. Isidro Villasante Muñoz  
Aseguradora Mexicana, S.A.  
Plaza de los Ferrocarriles 9  
Sn. Rafael  
Z.P. 4  
566 29 22

Abraham González 67  
Col. Juárez  
Z.P. 6  
566 52 77

38. Manuel César Villegas Hernández  
Procesos de México Ingeniería, S.A.  
Av. de la Paz No. 26  
Z.P. 20  
550 80 00 Ext.18

Cir. Río Mixteco 80  
Fracc. Real del Moral  
Z.P.13

39. Luis Zapata  
Universidad Nal. de Ingeniería  
Av. Tuppo Amaro  
Lima.

Abraham González 67  
Col. Juárez  
N.P. 6  
566 22 77

Carretera 9  
S.A.

Cir. Río México 80  
Fracc. Real del Moral  
N.P. 13

Villagras Hernández  
Ingeniería, S.A.  
Paz No. 36

00 fxc. 18

Grupo Amaro  
Estad. Nat. de Ingeniería  
Toluca