DIRECTORIO DE PROFESORES DEL CURSO:

CONTROL ESTADISTICO DE CALIDAD 1979.

M. EN C. MANUEL MARIN GONZALEZ
JEFE DE LA UNIDAD DE PATENTES, NORMALIZACION
Y CONTROL DE CALIDAD
DIRECCION ADJUNTA DE DESARROLLO TECNOLOGICO
CONACYT
INSURGENTES SUR 1677-4°
MEXICO, D.F.
TEL.524.42.36

DR. OCTAVIO A. RASCON CHAVEZ
PROFESOR E INVESTIGADOR
DIVISION DE ESTUDIOS DE POSGRADO
FACULTAD DE INGENIERIA
UNAM
MEXICO 20, D.F.
TEL.548.09.50

M. EN I. AGUSTO VILLARREAL ARANDA
PROFESOR
DIVISION DE ESTUDIOS DE POSGRADO DE
LA FACULTAD DE INGENIERIA
UNAM
MEXICO 20, D.F.
TEL.

'edcs.

centro de educación continua
división de estudios superiores
facultad de ingeniería, unam

CONTROL ESTADISTICO DE CALIDAD

INTRODUCCION A LA TEORIA DE PROBABILIDADES

DR. OCTAVIO A. RASCON CHAVEZ

OCTUBRE, 1979.

Palacio de Minería Calle de Tacuba 5 primer piso México 1, D. F. Tel: 521-40-23

ESTADISTICA DESCRIPTIVA

POR DR. OCTAVIO A. RASCON CH.

EXPERIMENTO

PARA FINES DE ESTE CURSO, SE ENTENDERA POR EXPERIMENTO A TODO PROCESO DE OBSERVACION DE UN FENOMENO O VARIABLE DE INTERES. ASI UN EXPERIMENTO PUEDE SER PLANEADO Y REALIZADO POR EL HOMBRE, O PUEDE SER EFECTUADO POR LA NATURALEZA, EN CASO DE UN FENOMENO NATURAL. POR EJEMPLO, EL LANZAR UNA MONEDA O UN DADO Y OBSERVAR LA CARA QUE QUEDA HACIA ARRIBA ES UN EXPERIMENTO PLANEADO Y REALIZADO POR EL HOMBRE. EL OBSERVAR LA CANTIDAD DE AGUA QUE LLUEVE ANUALMENTE EN UNA CIUDAD, ES UN EXPERIMENTO ASOCIADO A UN FENOMENO NATURAL.

AL RESULTADO DE UN EXPERIMENTO SE LE DENOMINA DATO.

A UN GRUPO O COLECCION DE DATOS SE LE LLAMA MUESTRA.

PROBABILIDAD

ES UNA MEDIDA DE LA CERTIDUMBRE QUE SE LE ASOCIA A LA OCURRENCIA U OBSERVACION DE UN RESULTADO DETERMINADO, AL REALIZARSE EL EXPERIMENTO CORRESPONDIENTE.

LA TEORIA DE PROBABILIDADES ES UNA RAMA DE LAS MATEMATICAS APLICADAS QUE TRATA LO CONCERNIENTE A LA ASIGNACION Y MANEJO DE PROBABILIDADES.

ESTADISTICA: ES LA RAMA DE LAS MATEMATICAS QUE SE ENCARGA DE ENSEÑAR LAS REGLAS PARA COLECTAR, ORGANIZAR, PRESENTAR Y PROCESAR LOS DATOS OBTENIDOS AL REALIZAR VARIAS VECES EL EXPERIMENTO ASOCIADO A UN FENOMENO DE INTERES Y PARA INFERIR CONCLUSIONES ACERCA DE ESTE ULTIMO. PROPORCIONA, ADEMAS, LOS METODOS PARA EL DISEÑO DE EXPERIMENTOS Y PARA TOMAR DECISIONES CUANDO APARECEN SITUACIONES DE INCERTIDUMBRE.

ESTADISTICA

* *DESCRIPTIVA.*- TRATA LO CONCERNIENTE A LA OBTENCION, ORGANIZACION, PROCESAMIENTO Y PRESENTACION DE LOS DATOS.
* *INFERENCIAL.*- TRATA LO CONCERNIENTE A LOS METODOS PARA INFERIR CONCLUSIONES ACERCA DEL FENOMENO DEL CUAL PROVIENEN LOS DATOS

<u>MUESTREO</u>: ES EL PROCESO DE ADQUISICION DE UNA MUESTRA

MUESTREO
- <u>CON REEMPLAZO</u>.- CUANDO CADA ELEMENTO OBSERVADO SE REINTEGRA AL LOTE DEL CUAL FUE EXTRAIDO, ANTES DE EXTRAER EL SIGUIENTE.
- <u>SIN REEMPLAZO</u>.- CUANDO CADA ELEMENTO OBSERVADO NO SE REINTEGRA AL LOTE.

<u>POBLACION</u>: TOTAL DE DATOS QUE SE PUEDEN OBTENER AL REALIZAR UNA SECUENCIA EXHAUSTIVA DE EXPERIMENTOS; ES EL FENOMENO EN ESTUDIO

POBLACION
- <u>DISCRETA</u>.- TIENE UN NUMERO FINITO O UN NUMERO INFINITO NUMERABLE DE DATOS POSIBLES
- <u>CONTINUA</u>.- TIENE UN NUMERO INFINITO NO NUMERABLE DE DATOS POSIBLES

<u>EJEMPLOS</u>

1. EXPERIMENTO: LANZAMIENTO DE UNA MONEDA DIEZ VECES

   POBLACION: SUCESION INFINITA NUMERABLE DE "CARAS" Y "CRUCES" (DISCRETA)

   MUESTRA: GRUPO DE 10 OBSERVACIONES

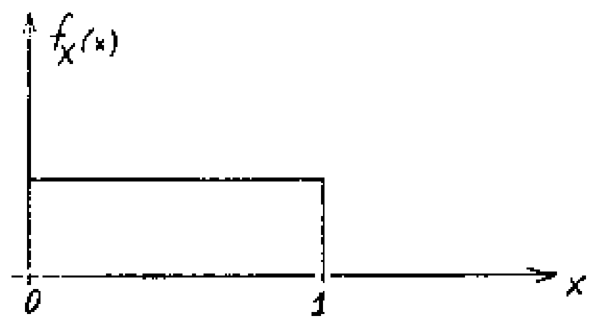
2. EXPERIMENTO: MEDICION DE LA PRECIPITACION PLUVIAL DIARIA EN LA CIUDAD DE MEXICO DURANTE DIEZ AÑOS

   POBLACION: SUCESION INFINITA NO NUMERABLE DE VALORES (CONTINUA)

   MUESTRA: GRUPO DE 3652 OBSERVACIONES (TOMANDO DOS AÑOS BISIESTOS DE 29 DIAS EN FEBRERO)

MUESTRA ALEATORIA: ES UNA MUESTRA OBTENIDA DE TAL MANERA QUE *TODOS* LOS ELEMENTOS DE LA POBLACION TIENEN LA *MISMA* PROBABILIDAD DE SER OBSERVADOS Y, ADEMAS, LA OBSERVACION DE UN ELEMENTO *NO AFECTA* LA PROBABILIDAD DE OBSERVAR CUALQUIER OTRO, ES DECIR, SI SON INDEPENDIENTES.

TABLA DE NUMEROS ALEATORIOS: ES UNA TABLA QUE CONTIENE NUMEROS QUE CONSTITUYEN UNA MUESTRA ALEATORIA OBTENIDA DE UNA DISTRIBUCION DE PROBABILIDADES UNIFORME, QUE GENERALMENTE CORRESPONDE A UNA VARIABLE ALEATORIA QUE PUEDE ASUMIR VALORES ENTRE 0 Y 1, MULTIPLICADOS POR 10^r, EN DONDE r ES EL NUMERO DE DIGITOS QUE SE DESEA TENGAN LOS NUMEROS.



LAS TABLAS QUE SE USEN PARA OBTENER UNA MUESTRA ALEATORIA DEBEN CONTENER NUMEROS CON MAYOR NUMERO DE DIGITOS QUE LOS QUE TIENE EL TOTAL DE ELEMENTOS DE LA POBLACION QUE SE VA A MUESTREAR. POR EJEMPLO, SI SE VA A OBTENER UNA MUESTRA ALEATORIA DE UN LOTE DE LENTES PARA MICROSCOPIO QUE TIENE 10,000 ELEMENTOS, LA TABLA QUE SE USE DEBERA TENER NUMEROS ALEATORIOS CON 5 O MAS DIGITOS.

METODO DE MUESTREO ALEATORIO

1. SE ENUMERAN LOS ELEMENTOS DE LA POBLACION.
2. SE FIJA EL CRITERIO DE SELECCION DE LOS NUMEROS ALEATORIOS (POR EJEMPLO, SE DEFINE QUE RENGLONES Y QUE COLUMNAS SE VAN A LEER).
3. SE INDICA QUE DIGITOS SE VAN A ELIMINAR EN CASO DE QUE LOS NUMEROS DE LA TABLA TENGAN MAS DIGITOS QUE LOS NECESARIOS
4. SE LEEN LOS NUMEROS, DE ACUERDO CON LO FIJADO EN LOS PUNTOS 2 Y 3, Y SE EXTRAEN DEL LOTE LOS ELEMENTOS QUE TIENEN LOS NUMEROS LEIDOS. ESTOS CONSTITUYEN LA MUESTRA FISICA CON LA CUAL REALIZAR LOS EXPERIMENTOS. LAS OBSERVACIONES CONSTITUIRAN LA MUESTRA ALEATORIA DESEADA.

NOTA: TODOS LOS NUMEROS QUE SE REPITAN SE CONSIDERAN SOLO UNA VEZ.
TAMBIEN SE ELIMINAN LOS NUMEROS MAYORES DEL TAMAÑO DEL LOTE.

EJEMPLO

SE TIENE UN LOTE DE 1,000 TRANSISTORES NUMERADOS DEL UNO AL MIL, CUYA CALIDAD SE VA A VERIFICAR ESTADISTICAMENTE, PARA LO CUAL SE DECIDE TOMAR UNA MUESTRA DE 40 ELEMENTOS Y MEDIR SU AMPLIFICACION, USANDO LA TABLA DE NUMEROS ALEATORIOS ANEXA, CON EL CRITERIO DE TOMAR TODOS LOS RENGLONES IMPARES ELIMINANDO EL ULTIMO DIGITO. LA MUESTRA FISICA SERIAN LOS TRANSISTORES CORRESPONDIENTES A LOS NUMEROS 0415, 0006, 0394, 0998, 0530, 0394, 0160, ETC.

TABLA DE NUMEROS ALEATORIOS

Renglón \ Columna	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
1	16408	81899	04153	53381	79401	21438	83035	92350	36693	31238	59649
2	18629	81953	05520	91962	04739	13092	37662	94822	94730	06496	35090
3	73115	47498	47498	87637	99016	00060	88824	71013	18735	20286	23153
4	57491	16703	23167	49323	45021	33132	12544	41035	80780	45393	44812
5	30405	03946	23792	14422	15059	45799	22716	19792	09983	74353	68668
6	16631	35006	85900	32388	52390	52390	16815	69298	38732	38480	73817
7	96773	20206	42559	78985	05300	22164	24369	54224	35083	19687	11052
8	38935	64202	14349	82674	66523	44133	00697	35552	35970	19124	63318
9	31624	76384	17403	03941	44167	64486	64758	75366	76554	01601	12614
10	78919	19474	23632	27889	47914	02584	37680	20801	72152	39339	34806

AGRUPAMIENTO DE DATOS

FRECUENCIA DE UN EVENTO: ES EL NUMERO DE VECES QUE OCURRE EL EVENTO AL OBTENER UNA MUESTRA DE LA POBLACION CORRESPONDIENTE.

FRECUENCIA RELATIVA DE UN EVENTO: ES EL COCIENTE DE SU FRECUENCIA ENTRE EL TOTAL DE ELEMENTOS (TAMAÑO) DE LA MUESTRA.

FRECUENCIA RELATIVA ACUMULADA: ES LA ACUMULACION (SUMA) DE LAS FRECUENCIAS RELATIVAS HASTA UN VALOR DADO, PARTIENDO DEL VALOR (O DEL INTERVALO) MAS PEQUEÑO. EN OTRAS PALABRAS, ES LA FRECUENCIA DE VALORES MENORES O IGUALES QUE UN VALOR DADO.

FRECUENCIA COMPLEMENTARIA: ES LA FRECUENCIA DE VALORES MAYORES QUE UN VALOR DADO = NUMERO DE DATOS - FRECUENCIA ACUMULADA.

DISTRIBUCION DE FRECUENCIAS

CON OBJETO DE FACILITAR LA INTERPRETACION DE LOS DATOS QUE SE TIENEN EN UNA MUESTRA, ES CONVENIENTE AGRUPARLOS POR VALORES O POR INTERVALOS DE VALORES, FORMANDO ASI UNA TABLA DE DISTRIBUCION DE FRECUENCIAS.

PARA FACILITAR EL CALCULO DE LAS FRECUENCIAS ES UTIL ORDENAR LOS DATOS EN FORMA CRECIENTE O DECRECIENTE DE VALORES, FORMANDO ASI UNA TABLA DE DATOS ORDENADOS.

EJEMPLO

EN UNA ESCUELA SECUNDARIA SE LES APLICO A 30 PROFESORES UN EXAMEN SOBRE PEDAGOGIA. LAS CALIFICACIONES (DATOS) QUE SE OBTUVIERON FUERON (YA ESTAN ORDENADOS EN FORMA CRECIENTE)

$\underbrace{57,\ 59,}_{A}\ \underbrace{65,\ 67,\ 67,\ 67,\ 69,}_{B}\ \underbrace{72,\ 73,\ 73,\ 77,\ 78,\ 78,}_{C}$

$\underbrace{81,\ 81,\ 83,\ 83,\ 83,\ 84,\ 84,\ 87,\ 88,\ 89,\ 89,}_{D}\ \underbrace{91,\ 91,\ 93,}_{E}$

$\underbrace{95,\ 97,\ 99}_{E}$

AGRUPAMIENTO DE VALORES

CALIFICACION	FRECUENCIA	FRECUENCIA RELATIVA	FRECUENCIA RELATIVA ACUMULADA
57	1	1/30	1/30
59	1	1/30	2/30
65	1	1/30	3/30
67	3	3/30	6/30
69	1	1/30	7/30
72	1	1/30	8/30
73	2	2/30	10/30
77	1	1/30	11/30
78	2	2/30	13/30
81	2	2/30	15/30
83	3	3/30	18/30
84	2	2/30	20/30
87	1	1/30	21/30
88	1	1/30	22/30
89	2	2/30	24/30
91	2	2/30	26/30
93	1	1/30	27/30
95	1	1/30	28/30
97	1	1/30	29/30
99	1	1/30	30/30=1
	$\Sigma=30$	$\Sigma=30/30=1$	

¿CUAL ES LA FRECUENCIA RELATIVA DE VALORES MENORES O IGUALES QUE 93?: 27

AGRUPAMIENTO POR INTERVALOS

LIMITES DE CLASES: SON LOS VALORES MINIMO Y MAXIMO DE CADA INTERVALO

MARCAS DE CLASE: SON LOS VALORES MEDIOS DE CADA INTERVALO DE CLASE

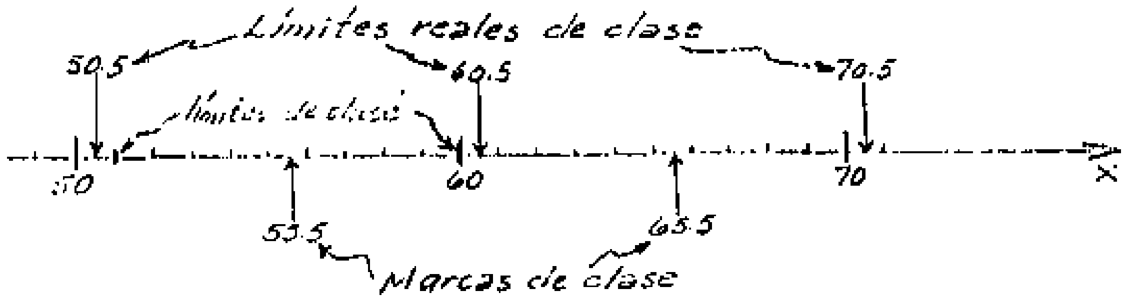
LIMITES REALES DE CLASE: SON LOS VALORES MINIMO Y MAXIMO QUE SON FRONTERA ENTRE LOS INTERVALOS. ESTOS DEBEN TENER UNA CIFRA DECIMAL MAS QUE LOS DATOS.

EVENTO (INTERVALO DE CALIFICACIONES)	ELEMENTOS OBSERVADOS	FRE-CUENCIA	FRECUENCIA RELATIVA
A = {51-60}	57,59	2	2/30
B = {61-70}	65,67,67,67,69	5	5/30
C = {71-80}	72,73,73,77,78,78	6	6/30
D = {81-90}	81,81,83,83,83,84, 84,87,88,89,89	11	11/30
E = {91-100}	91,91,93,95,97,99	6	6/30
		$\Sigma=30$	30/30=1

LIMITES INFERIORES DE CLASE | LIMITES SUPERIORES DE CLASE

EVENTO	LIMITES DE CLASE		LIMITES REALES DE CLASE		MARCAS DE CLASE
	INFERIOR	SUPERIOR	INFERIOR	SUPERIOR	
A	51	60	50.5	60.5	55.5
B	61	70	60.5	70.5	65.5
C	71	80	70.5	80.5	75.5
D	81	90	80.5	90.5	85.5
E	91	100	90.5	100.5	95.5

Evento	Elementos corresp. a los intervalos	Frecuencia	Frecuencia relativa	Frecuencia acumulada	Frecuencia relativa acumulada
A: 51-60	59,57	2	2/30=0.067(6.7%)	2	0.067
B: 61-70	67,65,69,67,67	5	5/30=0.166(16.6%)	2+5=7	0.067+0.166=0.233
C: 71-80	72,73,73,77,78,78	6	6/30=0.200(20%)	7+6=13	0.233+0.200=0.433
D: 81-90	83,88,84,89,83,84, 89,87,81,83,81	11	11/30=0.367(36.7%)	13+11=24	0.433+0.367=0.800
E: 91-100	99,91,97,95,91,93	6	6/30=0.200(20%)	24+6=30	0.800+0.200=1.000
		30	1.000		



$A = \{X: 50.5 < X \leq 60.5\}$

$B = \{X: 60.5 < X \leq 70.5\}$

$C = \{X: 70.5 < X \leq 80.5\}$

$D = \{X: 80.5 < X \leq 90.5\}$

$E = \{X: 90.5 < X \leq 100.5\}$

LIMITES REALES INFERIORES DE CLASE

LIMITES REALES SUPERIORES DE CLASE

PROCEDIMIENTO DE AGRUPAMIENTO

A MAYOR NUMERO DE DATOS SE REQUIERE MAYOR NUMERO DE INTERVALOS, PERO SE RECOMIENDA QUE ESTE NUMERO ESTE ENTRE 5 Y 20, SUPONIENDO QUE EN PROMEDIO CAIGAN 5 O MAS ELEMENTOS EN CADA INTERVALO. ASI, SI SE TIENEN 30 DATOS, SE RECOMIENDA USAR 30/5=6 INTERVALOS.

EL PROCESO DE AGRUPAMIENTO SE INDICARA AL MISMO TIEMPO QUE SE REALIZA EL SIGUIENTE EJEMPLO.

EJEMPLO

EN UN ESTUDIO ANTROPOLOGICO SE OBTUVO UNA MUESTRA DE 30 ESTATURAS

DE LOS VARONES ADULTOS RESIDENTES EN UNA REGION. LOS DATOS, ORDENADOS EN FORMA CRECIENTE DE VALORES, FUERON LOS SIGUIENTES:

159, 161,163,163,163,167,167,167,167,168,168,168,169,169,170, 171,171,173,174,175,175,175,178,179,181,181,183,184,187,191 CM.

OBTENER LA TABLA DE DISTRIBUCION DE FRECUENCIAS.

SOLUCION:

1. DETERMINACION DEL RANGO DE LA MUESTRA

RANGO = VALOR MAXIMO - VALOR MINIMO = 191-159=32 CM

2. DETERMINACION DEL NUMERO DE INTERVALOS

NUMERO DE INTERVALOS = $\frac{30}{5}$ = 6

3. DETERMINACION DE LOS LIMITES DE CLASE

ANCHO DE LOS INTERVALOS = $\frac{\text{RANGO}}{\text{NUMERO}} = \frac{32}{6} = 5.3$

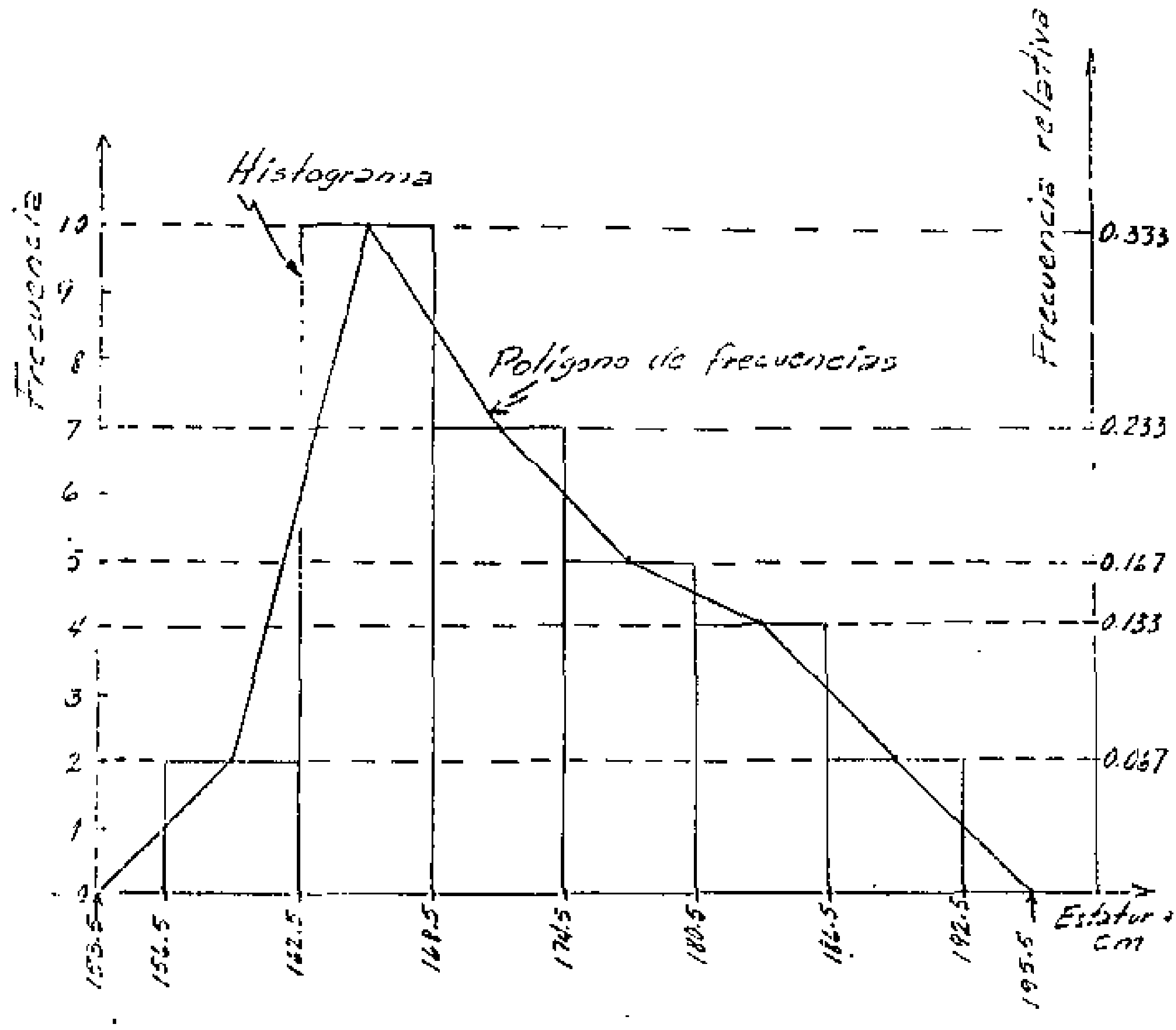
TOMAREMOS UN ANCHO DE 6 CM, CON LO CUAL EL RANGO DEL AGRUPAMIENTO ES 6 x 6 = 36 CM. LA DIFERENCIA DE RANGOS ES 36-32=4, QUE SE REPARTE EN LOS DOS INTERVALOS EXTREMOS EQUITATIVAMENTE. POR LO TANTO, LOS INTERVALOS RESULTAN SER:

157-162, 163-168, 169-174, 175-180, 181-186, 187-192

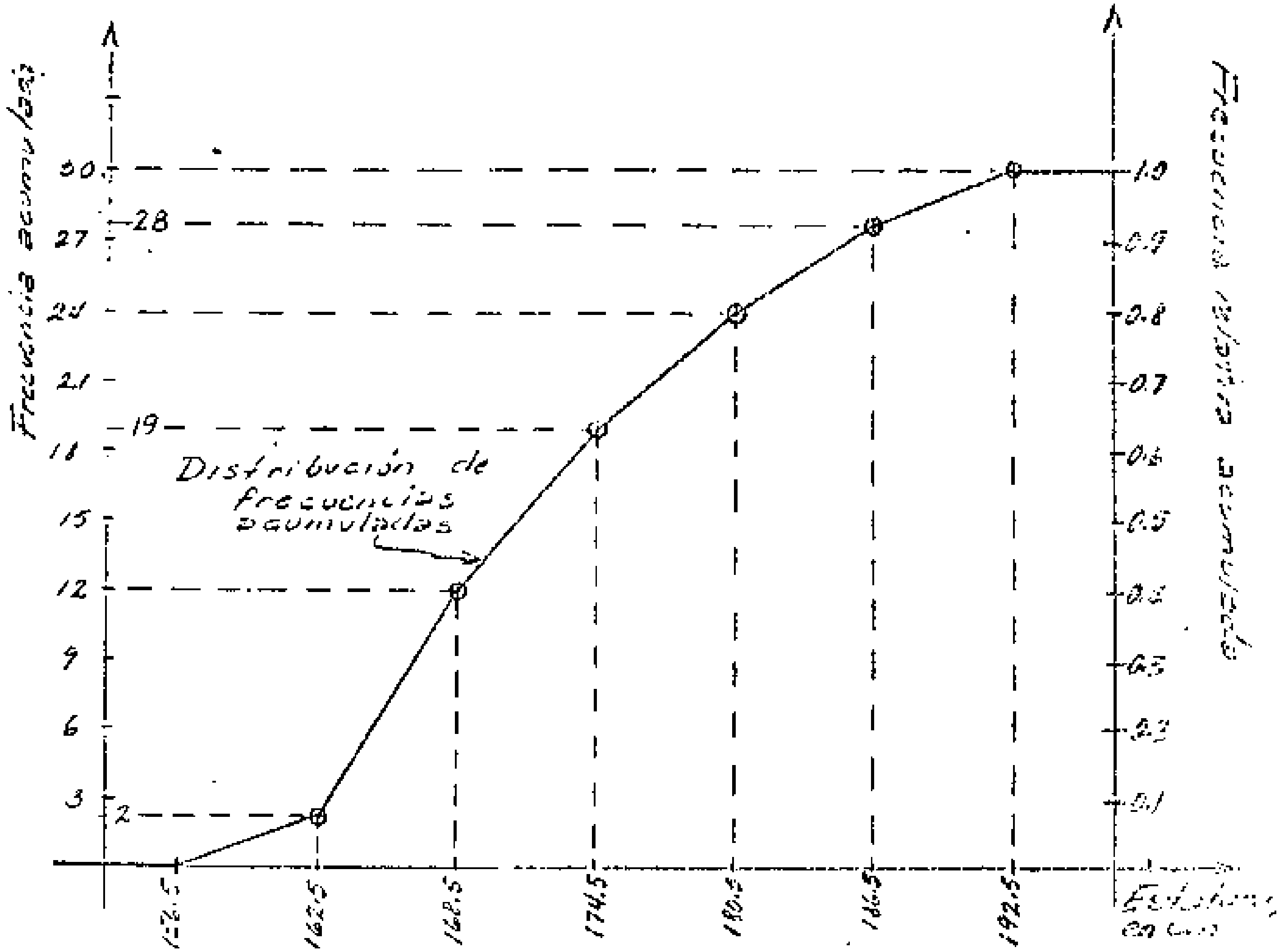
4. INTEGRACION DE LA TABLA:

INTERVALO	LIMITES REALES INF.	LIMITES REALES SUP.	FREC.	FREC. REL.	FREC. ACUM.	FREC. REL. ACUM.
157-162	156.5	162.5	2	$\frac{2}{30}=0.067$	2	0.067
163-168	162.5	168.5	10	$\frac{10}{30}=0.333$	12	0.400
169-174	168.5	174.5	7	$\frac{7}{30}=0.233$	19	0.633
175-180	174.5	180.5	5	$\frac{5}{30}=0.167$	24	0.800
181-186	180.5	186.5	4	$\frac{4}{30}=0.133$	28	0.933
187-192	186.5	192.5	2	$\frac{2}{30}=0.067$	30	1.000
			$\Sigma=30$	$\Sigma=1.000$		

PRESENTACION GRAFICA DE LAS DISTRIBUCIONES DE FRECUENCIAS



DISTRIBUCION DE FRECUENCIAS DE LOS DATOS DE LAS ESTATURAS DE LOS VARONES RESIDENTES EN UNA REGION

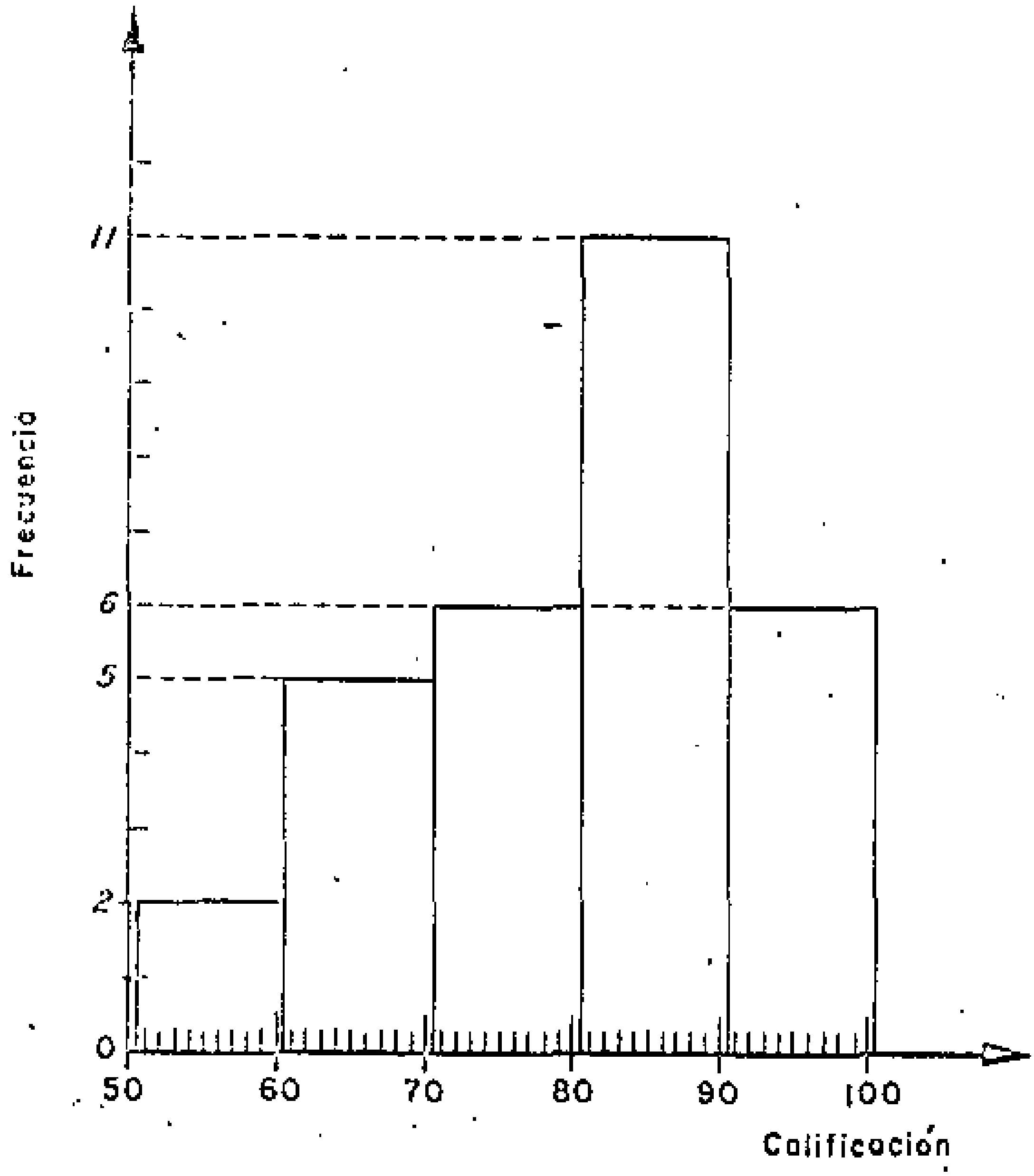


DISTRIBUCION DE FRECUENCIAS ACUMULADAS

¿CUAL ES LA FRECUENCIA DE VALORES MAYORES QUE 180.5?: 30-24=6

LA FRECUENCIA RELATIVA ACUMULADA COMPLEMENTARIA ES: 1-0.800=0.200 (20%)

HISTOGRAMA DEL PROBLEMA DE LAS CALIFICACIONES EN PEDAGOGIA

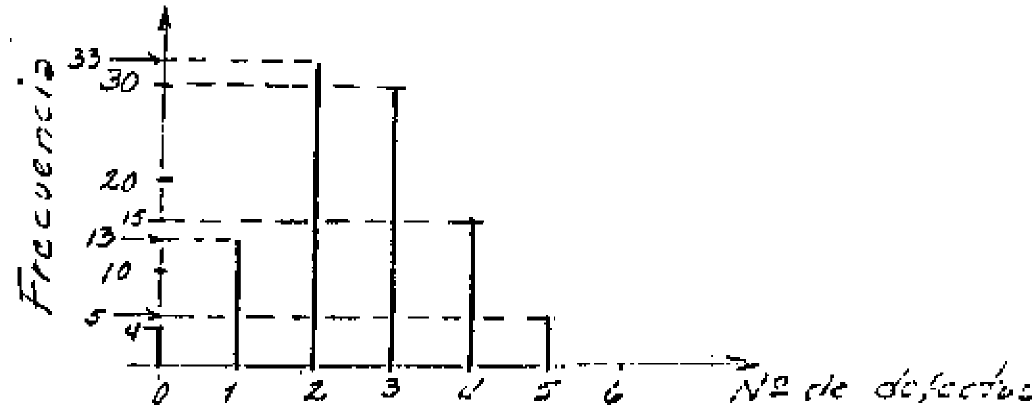


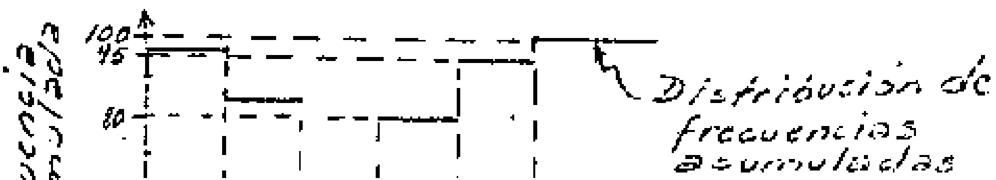
TAREA: DIBUJAR EL POLIGONO DE FRECUENCIAS Y LAS CURVAS DE FRECUENCIAS RELATIVAS ACUMULADAS Y COMPLEMENTARIAS.

EJEMPLO

EN UN ESTUDIO SOBRE LA CALIDAD DE LOS MONOBLOCKS PRODUCIDOS POR UNA FABRICA, SE OBTUVO UNA MUESTRA ALEATORIA DE 100 ELEMENTOS, A LOS CUALES SE LES CONTO EL NUMERO DE DEFECTOS DE FABRICACION. LA DISTRIBUCION DE FRECUENCIAS QUE SE OBTUVO ES LA SIGUIENTE:

NUMERO DE DEFECTOS	FRECUENCIA	FRECUENCIA ACUMULADA	FRECUENCIA ACUMULADA COMPLEMENTARIA
0	4	4	96 (100-4)
1	13	17	83 (100-17)
2	33	50	50 (100-50)
3	30	80	20 (100-80)
4	15	95	5 (100-95)
5	5	100	0 (100-100)
	100		



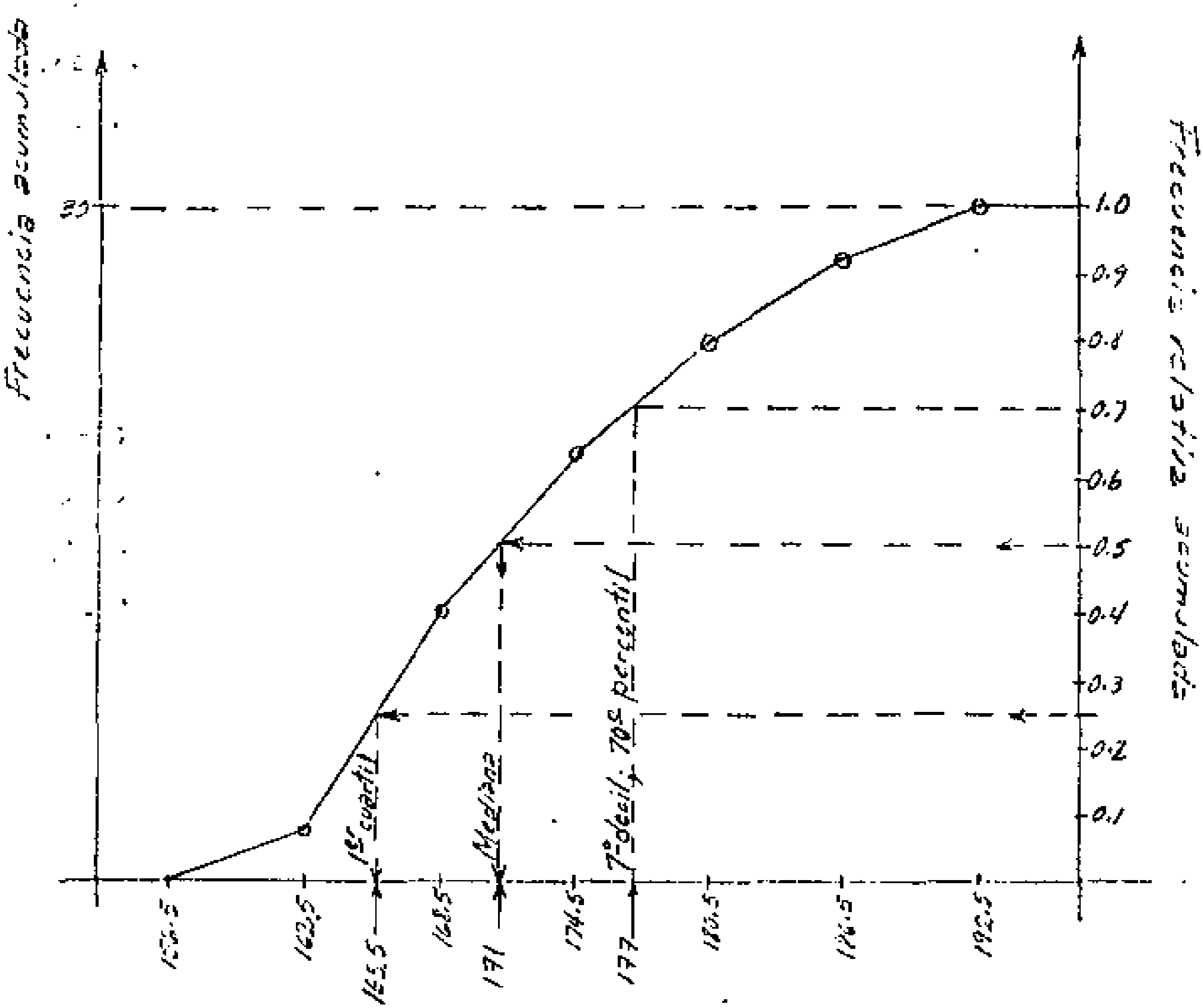


PERCENTILES.- SON LOS VALORES DE LA VARIABLE CORRESPONDIENTES A FRECUENCIAS RELATIVAS ACUMULADAS QUE SON MULTIPLOS DE 1 POR CIENTO.

DECILES.- SON LOS VALORES DE LA VARIABLE CORRESPONDIENTES A FRECUENCIAS RELATIVAS ACUMULADAS QUE SON MULTIPLOS DE 10 POR CIENTO.

CUARTILES.- SON LOS VALORES DE LA VARIABLE CORRESPONDIENTES A FRECUENCIAS RELATIVAS ACUMULADAS QUE SON MULTIPLOS DE 25 POR CIENTO.

MEDIANA.- VALOR DE LA VARIABLE CORRESPONDIENTE A LA FRECUENCIA RELATIVA ACUMULADA DE 50%.



MEDIDAS REPRESENTATIVAS DE LOS DATOS

MEDIDAS DE TENDENCIA CENTRAL

VALOR MEDIO O PROMEDIO ARITMETICO

PARA DATOS NO AGRUPADOS

$$\bar{x} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i$$

DONDE x_i SON LOS VALORES DE LOS DATOS Y n ES EL TAMAÑO DE LA MUESTRA.

SI LOS DATOS ESTAN AGRUPADOS Y f_j ES LA FRECUENCIA DEL j-ESIMO INTERVALO Y x_j ES LA MARCA DE CLASE CORRESPONDIENTE, ENTONCES

$$\bar{x} = \frac{1}{n}\sum_{j=1}^{K} f_j x_j \quad ; \quad K = \text{NUMERO DE INTERVALOS}$$

EJEMPLO

SEA EL EJEMPLO ENUNCIADO ANTERIORMENTE DE LOS DEFECTOS EN MONOBLOCKS.

SE TENIA:

j	No. DE DEFECTOS x	FRECUENCIA f	fx
1	0	4	4 x 0 = 0
2	1	13	13 x 1 = 13
3	2	33	33 x 2 = 66
4	3	30	30 x 3 = 90
5	4	15	15 x 4 = 60
K=6	5	5	5 x 5 = 25
		Σ=100	$\sum_{j=1}^{6}$ 254

$\bar{x} = \frac{254}{100}$

$\bar{x}$ = 2,54 DEFECTOS POR MONOBLOCK

MODO.- ES EL VALOR DE LA VARIABLE QUE APARECE CON MAYOR FRECUENCIA EN UNA MUESTRA. SI LOS DATOS ESTAN AGRUPADOS, EL MODO ES LA MARCA DE CLASE DEL INTERVALO QUE TIENE LA MAYOR FRECUENCIA.

EJEMPLO

EN EL PROBLEMA DE LOS MONOBLOCKS EL MODO ES 2. EN EL PROBLEMA DE LAS ESTATURAS DE LOS VARONES ADULTOS DE UNA CIUDAD EL MODO ES 165.5 CM.

MEDIANA: ES EL VALOR DE LA VARIABLE QUE CORRESPONDE AL 50% DE LA FRECUENCIA RELATIVA ACUMULADA.

SI LOS DATOS ESTAN AGRUPADOS POR INTERVALOS, LA MEDIANA SE PUEDE CALCULAR CON LA FORMULA (ADEMAS DE GRAFICAMENTE, COMO YA SE VIO):

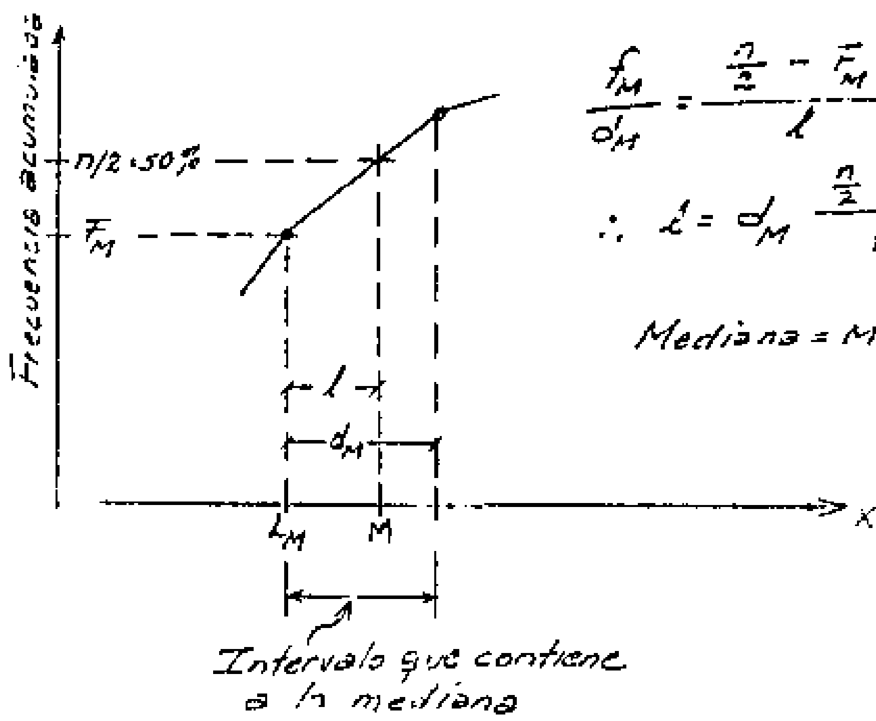
$$\text{MEDIANA} = M = L_M + \frac{\frac{n}{2} - F_M}{f_M} d_M$$

DONDE L_M = LIMITE INFERIOR REAL DEL INTERVALO QUE CONTIENE A LA MEDIANA

f_M Y d_M = RESPECTIVAMENTE, A LA FRECUENCIA Y ANCHO DEL INTERVALO QUE CONTIENE A LA MEDIANA

F_M = FRECUENCIA ACUMULADA HASTA EL INTERVALO QUE CONTIENE A LA MEDIANA EXCLUSIVE

n = TAMAÑO DE LA MUESTRA



$$\frac{f_M}{d_M} = \frac{\frac{n}{2} - F_M}{l}$$

$$\therefore\ l = d_M \frac{\frac{n}{2} - F_M}{f_M}$$

$$\text{Mediana} = M = L_M + l$$

EJEMPLO

EN UN ESTUDIO PARA DETERMINAR LOS TIEMPOS EN QUE UNA MUESTRA ALEATORIA DE INDIVIDUOS REACCIONABA A CIERTOS ESTIMULOS PSICOLOGICOS SE OBTUVO LO SIGUIENTE:

j	MARCA DE CLASE x, EN SEG	LIMITES REALES	FRECUENCIA f	FRECUENCIA ACUMULADA, F	fx, SEG
1	0.10	0.075-0.125	2	2	0.20
2	0.15	0.125-0.175	7	9	1.05
3	0.20	0.175-0.225	14	23	2.80
4	0.25	0.225-0.275	4	27	1.00
5	0.30	0.275-0.325	3	30	0.90
			$\Sigma=30$		$\sum_{j=1}^{5} f_j x_j = 5.95$

PROMEDIO ARITMETICO

$\bar{x} = \frac{5.95}{30} = 0.198$ SEG

MODO = 0.20 SEG

MEDIANA

$d_M = 0.05$, $L_M = 0.20 - \frac{0.05}{2} = 0.175$, $F_M = 9$

$n/2 = 30/2 = 15$, $f_M = 14$

MEDIANA $= M = 0.175 + \frac{15 - 9}{14} 0.05$

$M = 0.175 + \frac{0.30}{14} = 0.175 + 0.021 = 0.196$ SEG

MEDIDAS DE DISPERSION

RANGO = MAXIMO VALOR OBSERVADO - MINIMO VALOR OBSERVADO

VARIANCIA - SI LOS DATOS *NO* ESTAN AGRUPADOS:

$$S_X^2 = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2 = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}x_i^2 - \bar{x}^2 = \overline{x^2} - \bar{x}^2$$

SI LOS DATOS ESTAN AGRUPADOS:

$$S_X^2 = \frac{1}{n}\sum_{j=1}^{K}f_j(x_j - \bar{x})^2 = \frac{1}{n}\sum_{j=1}^{K}f_j\, x_j^2 - \bar{x}^2 = \overline{x^2} - \bar{x}^2$$

DONDE LAS x_j SON LOS VALORES DE LAS MARCAS DE CLASE DE LOS INTER-VALOS O LOS VALORES DE AGRUPAMIENTO.

DESVIACION ESTANDAR

$$S_X = \sqrt{S_X^2}$$

COEFICIENTE DE VARIACION

$$v_X = S_X/\bar{x}$$

EJEMPLO

EN UN ESTUDIO SOBRE LA TEMPERATURA MAXIMA DIARIA EN UNA CIUDAD SE OBTUVO LO SIGUIENTE DURANTE UNA PRIMAVERA:

j	INTERVALOS DE TEMPERATURA, °F	MARCA DE CLASE, °F	FRECUENCIA f	xf	$x-\bar{x}$	$(x-\bar{x})^2$	$(x-\bar{x})^2 f$
1	55 - 63	59	2	118	-21.3	453.7	907.4
2	64 - 72	68	6	408	-12.3	151.3	907.8
3	73 - 81	77	7	539	- 3.3	10.9	76.3
4	82 - 90	86	9	774	5.7	32.5	292.5
5	91 - 99	95	6	570	14.7	216.1	1296.6
			30	2409			3480.6

$$\bar{x} = \frac{2409}{30} = 80.3 \text{ °F}$$

$$S_X^2 = \frac{3480.6}{30} = 116 \text{ °F}^2$$

$$S_X = \sqrt{116} = 10.8 \text{ °F}$$

$$v_X = \frac{10.8}{80.3} = 0.134$$
(13.4%)

MODO = 86

$d_M=9$, $L_M=72.5$, $f_M=7$, $F_M=8$, $\frac{n}{2} = \frac{30}{2} = 15$

$$\text{MEDIANA} = M = 72.5 + \frac{15 - 8}{7}\,9 = 72.5 + 9 = 81.5 \text{ °F}$$

EJEMPLO

MEDIDA DE DISPERSION (DATOS AGRUPADOS POR VALORES)

Rango = 1.48 - 0.18 = 1.30

Datos x	Frecuencia	xf	x^2	x^2f
0.18	4	0.72	0.032	0.128
0.28	1	0.28	0.078	0.078
0.36	2	0.72	0.130	0.260
0.38	1	0.38	0.144	0.144
0.48	7	3.36	0.230	1.610
0.49	1	0.49	0.240	0.240
0.51	1	0.51	0.260	0.260
0.55	1	0.55	0.302	0.302
0.57	3	1.71	0.325	0.975
0.65	12	7.80	0.422	5.064
0.72	9	6.48	0.518	4.662
0.78	14	10.92	0.608	8.512
0.83	7	5.81	0.689	4.823
0.88	2	1.76	0.774	1.548
0.92	5	4.60	0.846	4.230
0.96	8	7.68	0.922	7.376
1.00	1	1.00	1.000	1.000
1.03	4	4.12	1.061	4.2[illegible]
1.06	2	2.1[illegible]	1.124	2.2[illegible]8
1.09	3	3.27	1.189	3.567
1.12	2	2.24	1.254	2.508
1.18	1	1.18	1.392	1.39[illegible]
1.21	2	2.42	1.464	2.92[illegible]
1.23	1	1.23	1.513	1.[illegible]1[illegible]
1.26	1	1.26	1.588	1.5[illegible]
1.34	1	1.34	1.796	1.79[illegible]
1.36	1	1.36	1.850	1.[illegible]
1.40	1	1.40	1.960	1.960
1.43	1	1.43	2.045	2.045
1.48	1	1.48	2.190	2.[illegible]90
		Σ=79.62		Σ=7[illegible]

$$\bar{x} = \frac{79.62}{100} = 0.796$$

$$S_x^2 = \overline{x^2} - \bar{x}^2 = 0.710 - 0.634$$
$$= 0.076$$

$$\bar{x}^2 = 0.634$$

$$S_x^2 = 0.076$$

$$S_x = \sqrt{S_x^2} = \sqrt{0.076} = 0.276$$

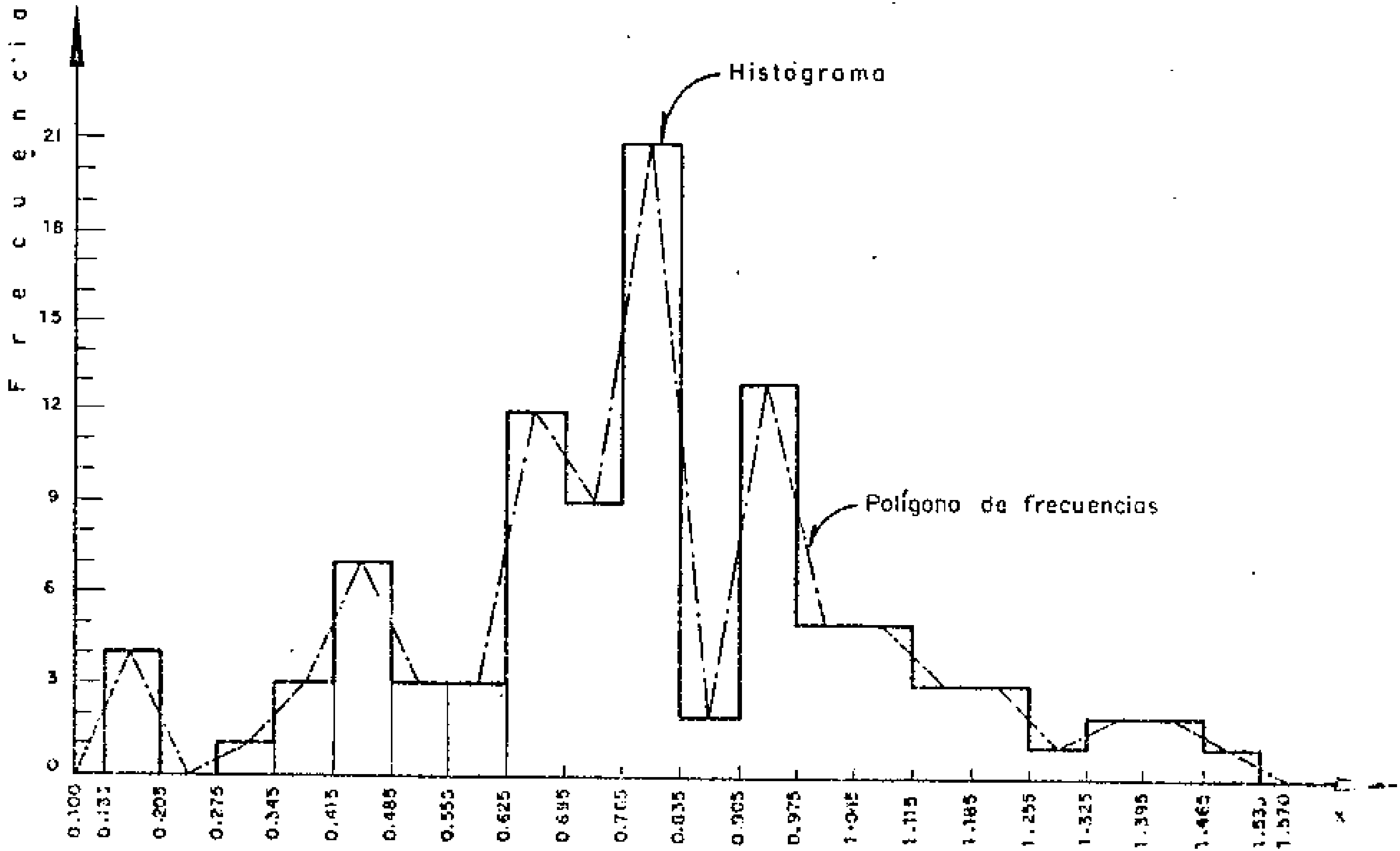
$$\text{Coeficiente de variación} = V_x = \frac{S_x}{\bar{x}} = \frac{0.276}{0.796} = 0.347 = 34.7\%$$

	Intervalo	Límites reales INF.	SUP.	FREC.	FRECUENCIA RELATIVA	FREC. ACUM.	FREC. REL. ACUMULADA
1	0.14-0.20	0.135	0.205	4	4/100=0.04	4	0.04
2	0.21-0.27	0.205	0.275	0	0/100=0.00	4	0.04
3	0.28-0.34	0.275	0.345	1	1/100=0.01	5	0.05
4	0.35-0.41	0.345	0.415	3	3/100=0.03	8	0.08
5	0.42-0.48	0.415	0.485	7	7/100=0.07	15	0.15
6	0.49-0.55	0.485	0.555	3	3/100=0.03	18	0.18
7	0.56-0.62	0.555	0.625	3	3/100=0.03	21	0.21
8	0.63-0.69	0.625	0.695	12	12/100=0.12	33	0.33
9	0.70-0.76	0.695	0.765	9	9/100=0.09	42	0.42
10	0.77-0.83	0.765	0.835	21	21/100=0.21	63	0.63
11	0.84-0.90	0.835	0.905	2	2/100=0.02	65	0.65
12	0.91-0.97	0.905	0.975	13	13/100=0.13	78	0.78
13	0.98-1.04	0.975	1.045	5	5/100=0.05	83	0.83
14	1.05-1.11	1.045	1.115	5	5/100=0.05	88	0.88
15	1.12-1.18	1.115	1.185	3	3/100=0.03	91	0.91
16	1.19-1.25	1.185	1.255	3	3/100=0.03	94	0.94
17	1.26-1.32	1.255	1.325	1	1/100=0.01	95	0.95
18	1.33-1.39	1.325	1.395	2	2/100=0.02	97	0.97
19	1.40-1.46	1.395	1.465	2	2/100=0.02	99	0.99
20	1.47-1.53	1.465	1.535	1	1/100=0.01	100	1.00
				Σ= 100	Σ= 1.00		

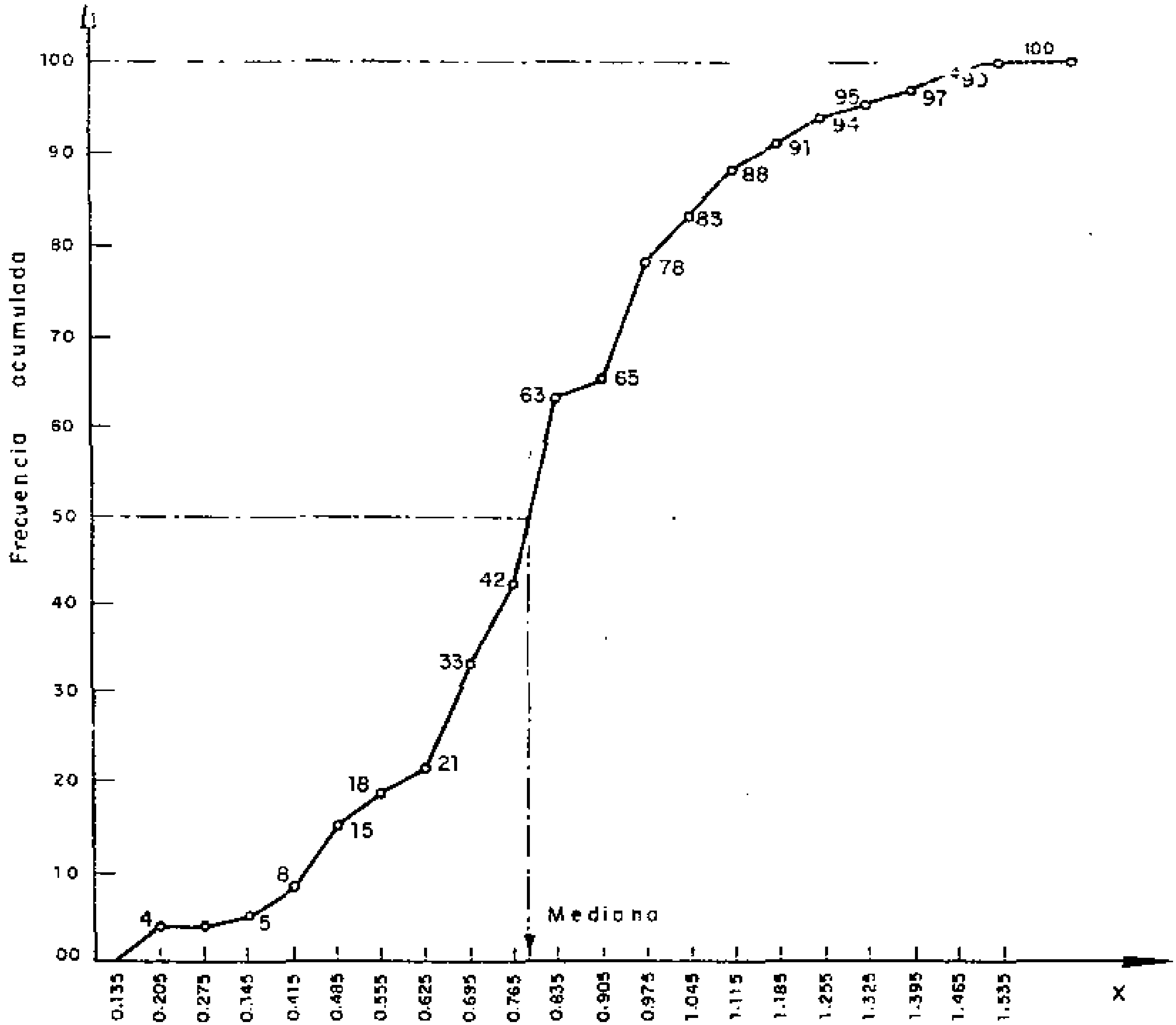
2/IV

						0.78							
						0.78							
						0.78							
						0.78							
						0.78							
						0.78							
						0.78							
						0.78							
						0.78							
						0.78							
						0.78		0.96					
					0.65	0.78		0.96					
					0.65	0.78		0.96					
					0.65	0.78		0.96	1.09				
					0.65	0.72	0.88	0.96	1.09				
			0.49		0.65	0.72	0.88	0.96	1.09				
			0.48		0.65	0.72	0.83	0.96	1.06				
			0.48		0.65	0.72	0.83	0.96	1.06				
			0.48	0.57	0.65	0.72	0.83	0.92	1.03				
0.18			0.48	0.57	0.65	0.72	0.83	0.92	1.03		1.26		
0.18		0.38	0.48	0.57	0.65	0.72	0.83	0.92	1.03	1.18	1.23		1.48
0.18		0.36	0.48	0.55	0.65	0.72	0.83	0.92	1.03	1.12	1.21	1.36	1.43
0.18	0.28	0.36	0.48	0.51	0.65	0.72	0.83	0.92	1.00	1.12	1.21	1.34	1.40

HISTOGRAMA



Histograma y polígono de frecuencias



Curva de frecuencias acumuladas

MEDIDAS DE TENDENCIA CENTRAL

J	Marca de clase x	Límites reales	Frecuencia f	Frecuencia Acumulada, F	fx
1	0.17	0.135-0.205	4	4	0.68
2	0.24	0.205-0.275	0	4	0.00
3	0.31	0.275-0.345	1	5	0.31
4	0.38	0.345-0.415	3	8	1.14
5	0.45	0.415-0.485	7	15	3.15
6	0.52	0.485-0.555	3	18	1.56
7	0.59	0.555-0.625	3	21	1.77
8	0.66	0.625-0.695	12	33	7.92
9	0.73	0.695-0.765	9	42	6.57
10	0.80	0.765-0.835	21	63	16.80
11	0.87	0.835-0.905	2	65	1.74
12	0.94	0.905-0.975	13	78	12.22
13	1.01	0.975-1.045	5	83	5.05
14	1.08	0.045-1.115	5	88	5.40
15	1.15	1.115-1.185	3	91	3.45
16	1.22	1.185-1.255	3	94	3.66
17	1.29	1.255-1.325	1	95	1.29
18	1.36	1.325-1.395	2	97	2.72
19	1.43	1.395-1.465	2	99	2.86
20	1.50	1.465-1.535	1	100	1.50
					$\sum_{j=1}^{20} f_j x_j$ =79.79

Promedio aritmético $\bar{X} = \frac{79.79}{100} = 0.7979$

MODO = 0.80

$$\text{Mediana} = M = L_M + \frac{\frac{n}{2} - F_M}{f_M} d_M$$

$d_M = 0.07$ $L_M = 0.765$ $F_M = 42$

$f_M = 21$ $n = 100$

$$\text{Mediana} = 0.765 + \frac{50-42}{21}\, 0.07$$

$$= 0.765 + 0.026 = 0.794$$

MEDIDAS DE DISPERSION (DATOS AGRUPADOS)

Rango = máximo valor observado - mínimo valor observado
= 1.48 - 0.18 = 1.30

	Intervalo	Marca de clase x	Frecuencia f	xf	$x-\bar{x}$	$(x-\bar{x})^2$	$(x-\bar{x})$
	0.14-0.20	0.17	4	0.68	-0.628	0.394	1.576
	0.21-0.27	0.24	0	0.00	-0.558	0.311	0.00
	0.28-0.34	0.31	1	0.31	-0.488	0.238	0.238
	0.35-0.41	0.38	3	1.14	-0.418	0.175	0.525
	0.42-0.48	0.45	7	3.15	-0.348	0.121	0.487
	0.49-0.55	0.52	3	1.56	-0.278	0.077	0.231
	0.56-0.62	0.59	3	1.77	-0.208	0.043	0.129
	0.63-0.69	0.66	12	7.92	-0.138	0.019	0.228
)	0.70-0.76	0.73	9	6.57	-0.068	0.004	0.036
	0.77-0.83	0.80	21	16.80	0.002	0.00	0.000
	0.84-0.90	0.87	2	1.74	0.072	0.005	0.010
2	0.91-0.97	0.94	13	12.22	0.142	0.020	0.260
3	0.98-1.04	1.01	5	5.05	0.212	0.045	0.225
4	1.05-1.11	1.08	5	5.40	0.282	0.079	0.395
5	1.12-1.18	1.15	3	3.45	0.352I	0.123	0.369
6	1.19-1.25	1.22	3	3.66	0.422	0.178	0.534
7	1.26-1.32	1.29	1	1.29	0.492	0.242	0.242
8	1.33-1.39	1.36	2	2.72	0.562	0.316	0.632
9	1.40-1.46	1.43	2	2.86	0.632	0.399	0.798
	1.47-1.53	1.50	1	1.50	0.702	0.493	0.493
			100	79.79			7.768

diana = $\bar{x} = \frac{79.79}{100} = 0.7979$

σ^2_x = Variancia = $\frac{7.768}{100} = 0.077$

sviac. estándar = $S_x = 0.277$ $\quad (S_x = \sqrt{\sigma_x^2})$

Coeficiente de variación = $V_x = \frac{S_x}{\bar{x}} = \frac{0.277}{0.7979} = 0.347$

INTRODUCCION A LA TEORIA DE PROBABILIDADES

POR: DR. OCTAVIO A. RASCON CHAVEZ

SIMBOLOS DE DESIGUALDADES:

$<$ menor que

$\leq$ menor o igual que

$>$ mayor que

$\geq$ mayor o igual que

$\neq$ diferente de

TEORIA DE CONJUNTOS

UN *CONJUNTO* ES UNA COLECCION BIEN DEFINIDA DE OBJETOS.

NOTACION: LOS CONJUNTOS SE DENOTAN USUALMENTE CON LETRAS MAYUSCULAS, Y SUS ELEMENTOS SE ANOTAN DENTRO DE UN PAR DE LLAVES.

EJEMPLOS

A) EL CONJUNTO DE NUMEROS ANOTADOS EN UN DADO ES

$S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$

B) EL CONJUNTO DE LOS NUMEROS ENTEROS MENORES QUE 5 ES

$S = \{-\infty, \ldots, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4\}$

o $S = \{x:$ x ES ENTERO Y $x \leq 4\}$

C) EL CONJUNTO DE LOS NUMEROS ENTEROS POSITIVOS MENORES QUE 5 ES

$E = \{0, 1, 2, 3, 4\}$

$E = \{x:$ ES ENTERO Y $0 \leq x \leq 4\}$

D) EL CONJUNTO DE LOS CONTINENTES ES

C = {ASIA, EUROPA, AMERICA, AFRICA, OCEANIA}

E) EL CONJUNTO DE MARCAS QUE TIENE UNA MONEDA ES

M = {CARA, CRUZ}

F) EL CONJUNTO DE NUMEROS MAYORES DE 5 PERO MENORES O IGUALES QUE 10

$S_1 = \{x: 5 < x \leq 10\}$

CONJUNTOS	*FINITOS*.-	CUANDO TIENEN UN NUMERO FINITO DE ELEMENTOS
	INFINITOS.-	CUANDO TIENEN UN NUMERO INFINITO DE ELEMENTOS

SUBCONJUNTOS

PARA EXPRESAR QUE UN ELEMENTO *PERTENECE* A UN CONJUNTO SE USA EL SIMBOLO ϵ. PARA EXPRESAR QUE *NO PERTENECE* SE USA EL SIMBOLO $\not\epsilon$.

EJEMPLO

SI $S_1 = \{X: 5<X\leq 10\}$, ENTONCES.

$3 \not\epsilon S_1$; $5 \not\epsilon S_1$; $8 \epsilon S_1$; $10 \epsilon S_1$

PARA EXPRESAR QUE UN CONJUNTO *ESTA CONTENIDO* EN OTRO SE USA EL SIMBOLO $\subset$; SI *NO ESTA CONTENIDO* SE USA EL SIMBOLO $\not\subset$.

PARA QUE UN CONJUNTO ESTE CONTENIDO EN OTRO SE REQUIERE QUE *TODOS* SUS ELEMENTOS LO ESTEN, ES DECIR, QUE TODOS SUS ELEMENTOS PERTENEZCAN A AMBOS CONJUNTOS.

EJEMPLO

SEAN $E=\{3,5\}$; $F=\{3,8\}$; $G=\{7,9\}$. $E\not\subset S_1$; $F\not\subset S_1$; $G\subset S_1$

SI UN CONJUNTO, B, ESTA CONTENIDO EN OTRO, S, SE DICE QUE B ES *SUBCONJUNTO* DE S.

EJEMPLO

$B = \{X: 3\leq X\leq 8\}$ Y $S_1=\{X: 5<X\leq 10\}$

EN ESTE CASO:

$G\subset S_1 \Rightarrow G$ ES SUBCONJUNTO DE S_1

$B\not\subset S_1 \Rightarrow B$ NO ES SUBCONJUNTO DE S_1

SE DICE QUE DOS CONJUNTOS SON IGUALES CUANDO CONTIENEN LOS MISMOS ELEMENTOS (NO IMPORTA EL ORDEN EN QUE ESTOS SE ESCRIBAN)

EJEMPLO

SEAN $A=\{1,3,5,7\}$, $B=\{7,5,1,3\}$ Y $C=\{7,5,1\}$

EN TAL CASO, $A = B \neq C$

CONJUNTO VACIO

DE LA MISMA MANERA QUE EXISTE EL CERO EN LOS NUMEROS, EN LA TEORIA DE CONJUNTOS EXISTE EL *CONJUNTO VACIO*, EL CUAL *NO* TIENE ELEMENTOS. USUALMENTE SE DENOTA $\emptyset$.

EJEMPLO

¿CUAL ES EL CONJUNTO DE ELEMENTOS, X, TALES QUE $2X=7$ Y X ES ENTERO?

SOLUCION .- ES EL CONJUNTO VACIO, $\emptyset$.

A $\emptyset$ SE LE CONSIDERA COMO SUBCONJUNTO DE CUALQUIER CONJUNTO. ASI, POR EJEM, TODOS LOS SUBCONJUNTOS DEL CONJUNTO

$S=\{2,5,10\}$ SON: $\{2\};\{5\};\{10\};\{2,5\};\{2,10\};\{5,10\};\{2,5,10\}$ Y $\emptyset$.

ESPACIO DE EVENTOS

ASOCIADO A UN EXPERIMENTO SIEMPRE HAY UN CONJUNTO DE RESULTADOS POSIBLES; A DICHO CONJUNTO SE LE LLAMA *ESPACIO DE EVENTOS*.

EJEMPLOS

EL ESPACIO DE EVENTOS ASOCIADO AL EXPERIMENTO DE LANZAR UN DADO Y ANOTAR LA CARA QUE QUEDA HACIA ARRIBA ES

$S=\{1,2,3,4,5,6\}$

EL ESPACIO DE EVENTOS CORRESPONDIENTE AL EXPERIMENTO DE LANZAR DOS DADOS Y ANOTAR LOS NUMEROS QUE QUEDAN HACIA ARRIBA ES

$$S = \left\{ \begin{matrix} (1,1),(1,2),(1,3),(1,4),(1,5),(1,6) \\ (2,1),(2,2),(2,3),(2,4),(2,5),(2,6) \\ (3,1),(3,2),(3,3),(3,4),(3,5),(3,6) \\ (4,1),(4,2),(4,3),(4,4),(4,5),(4,6) \\ (5,1),(5,2),(5,3),(5,4),(5,5),(5,6) \\ (6,1),(6,2),(6,3),(6,4),(6,5),(6,6) \end{matrix} \right\}$$

SI EN ESTE EXPERIMENTO LA OBSERVACION DE INTERES FUESE LA SUMA DE LOS DOS NUMEROS OBSERVADOS, ENTONCES EL ESPACIO DE EVENTOS DEL EXPERIMENTO SERIA

$$S= \{2,3,4,5,6,7,8,9,10,11,12\}$$

A TODO SUBCONJUNTO DE UN ESPACIO DE EVENTOS SE LE LLAMA *EVENTO*. A LOS EVENTOS QUE TIENEN UN SOLO ELEMENTO DEL ESPACIO SE LES LLAMA *EVENTOS SIMPLES*.

SI AL REALIZAR UN EXPERIMENTO SE OBSERVA UN ELEMENTO DEL EVENTO A, ENTONCES SE DICE QUE *OCURRIO* O *SE VERIFICO* EL EVENTO A. POR EJEMPLO, SI $A=\{2,4\}$ Y AL LANZAR UN DADO SE OBSERVA EL 2 O 4, SE DICE QUE OCURRIO EL EVENTO A; SI SE OBSERVA CUALQUIER OTRO NUMERO, ENTONCES SE DICE QUE *NO* OCURRIO A.

ESPACIOS DE EVENTOS

- *DISCRETOS*.- SI SUS ELEMENTOS PUEDEN NUMERARSE O CONTARSE. TIENEN UN NUMERO FINITO O INFINITO NUMERABLE DE ELEMENTOS.
- *CONTINUOS*.- SI SUS ELEMENTOS *NO* PUEDEN ENUMERARSE. TIENEN UN NUMERO INFINITO NO NUMERABLE DE ELEMENTOS

EJEMPLO

LOS ESPACIOS DE EVENTOS S_1={CARA, CRUZ}; S_2={1,2,3,4,5,6,}; S_3={VERDE, ROJO} SON DISCRETOS. LOS ESPACIOS DE EVENTOS $S_4=\{X: -\infty<X\leq 0\}$; $S_5\{Z: Z\geq 3\}$; $S_6=\{Y:3\leq Y\leq 80\}$ SON CONTINUOS.

EJEMPLO

¿QUE TIPOS DE ESPACIOS DE EVENTOS CORRESPONDEN A LOS SIGUIENTES EXPERIMENTOS?

A) CONTEO DEL NUMERO DE GRANOS DE UNA MAZORCA DE MAIZ

$S=\{0,1,2,3,\ldots,\infty\}$, ES DISCRETO E INFINITO

B) MEDICION DE LA LONGITUD DE UNA ESPIGA DE TRIGO

$S=\{X: 0<X<\infty\}$, X EN CM, ES CONTINUO E INFINITO

C) MEDICION DEL EFECTO DE UNA VACUNA, EN TERMINOS DE "EXITO" O "FRACASO"

S={EXITO, FRACASO} ES DISCRETO Y FINITO.

D) MEDICION DEL CONTENIDO DE UN ANTIBIOTICO EN UNA CAPSULA

$S=\{Y: 0\leq Y<\infty\}$ Y en mg, ES CONTINUO E INFINITO.

COMPLEMENTO DE UN EVENTO

EL COMPLEMENTO DE UN EVENTO A ES OTRO EVENTO QUE CONTIENE TODOS LOS ELEMENTOS DEL ESPACIO DE EVENTOS CORRESPONDIENTE QUE NO ESTAN EN A. USUALMENTE SE DENOTA CON UNA TILDE SOBRE EL SIMBOLO QUE CORRESPONDE AL EVENTO QUE COMPLEMENTA, $\bar{A}$.

EJEMPLOS

SI $S=\{1,2,3,4,5,6\}$ Y $A=\{1,3,5\}$ ENTONCES $\bar{A}=\{2,4,6\}$.

SI $S=\{X: 0\leq X\leq 58\}$ Y $A=\{X: 3<X\leq 17\}$, ENTONCES $\bar{A}=\{X: 0\leq X\leq 3, 17<X\leq 58\}$

EVENTOS MUTUAMENTE EXCLUSIVOS

CUANDO DOS O MAS EVENTOS NO PUEDEN OCURRIR SIMULTANEAMENTE AL REALIZAR UNA SOLA VEZ UN EXPERIMENTO, SE DICE QUE ESTOS SON *MUTUAMENTE EXCLUSIVOS*; ES DECIR, DOS EVENTOS SON MUTUAMENTE EXCLUSIVOS CUANDO NO TIENEN NI UN SOLO ELEMENTO EN COMUN.

EJEMPLO

A) CUALQUIER EVENTO Y SU COMPLEMENTO SON MUTUAMENTE EXCLUSIVOS.

B) ¿SON $B=\{Y:\ 0\leq Y\leq 25\}$ Y $A=\{2,50,100\}$ MUTUAMENTE EXCLÚSIVOS?

NO, PORQUE TIENEN EL ELEMENTO 2 EN COMUN.

OPERACIONES CON EVENTOS

UNION

LA *UNION* DE DOS EVENTOS ES OTRO EVENTO CUYOS ELEMENTOS SON TODOS LOS DE AMBOS. LA OPERACION DE UNION SE DENOTA CON EL SIMBOLO $\cup$.

EJEMPLOS

A) SI $A=\{2,4,6\}$ Y $B=\{1,6,12\}$, ENTONCES

$C=A\cup B=\{1,4,6,12,2\}$

B) ¿SON A Y B MUTUAMENTE EXCLUSIVOS? NO PORQUE TIENEN EL 6 EN COMUN.

C) SI $D=\{Y:\ 0\leq Y\leq 13\}$ Y $E=\{Y:\ 20\leq Y\leq 50\}$,

ENTONCES

$D\cup E=\{Y:\ 0\leq Y\leq 13,\ 20\leq Y\leq 50\}$

D) SI $F=\{Y:\ 8\leq Y\leq 20\}$, ENTONCES

$D\cup F=\{Y:\ 0\leq Y\leq 20\}$.

E) SI $G=\{Y:\ 3\leq Y\leq 10\}$, ENTONCES

$D\cup G=\{Y:\ 0\leq Y\leq 13\}=D$; OBSERVESE QUE EN ESTE CASO $G\subset D$. EN GENERAL, SI $A\subset B$, ENTONCES $A\cup B=B$.

EN GENERAL, LA UNION DE VARIOS EVENTOS ES OTRO EVENTO CUYOS ELEMENTOS SON TODOS LOS DE LOS EVENTOS QUE SE UNEN.

EJEMPLO

$A \cup B \cup F = K = \{1,2,4,6,\ y: 8 \leq y \leq 20\}$

INTERSECCION

LA *INTERSECCION* DE DOS EVENTOS ES EL CONJUNTO DE ELEMENTOS QUE PERTENECEN SIMULTANEAMENTE A AMBOS. PARA DENOTAR LA OPERACION DE INTERSECCION SE USA EL SIMBOLO $\cap$.

EJEMPLOS

A) $A = \{2,3,6\}$ Y $B = \{2,6,10\}$ ENTONCES $A \cap B = C = \{2,6\}$

B) $D = \{Y: 4 \leq Y \leq 5\}$, ENTONCES $A \cap D = \emptyset$.

OBSERVESE QUE EN ESTE EJEMPLO A Y D SON MUTUAMENTE EXCLUSIVOS, YA QUE *NO* TIENEN NINGUN ELEMENTO EN COMUN. SIEMPRE QUE DOS EVENTOS SON MUTUAMENTE EXCLUSIVOS, SU INTERSECCION ES EL CONJUNTO VACIO.

EN GENERAL, LA *INTERSECCION* DE VARIOS EVENTOS ES EL CONJUNTO DE ELEMENTOS QUE TODOS ELLOS TIENEN EN COMUN.

EJEMPLO

SI $A = \{2,3,6,8\}$; $B=\{2,3,10,100\}$; $C=\{Y: 0 \leq Y \leq 5\}$ Y $D=\{Y: 2 \leq Y \leq 4\}$, ENTONCES

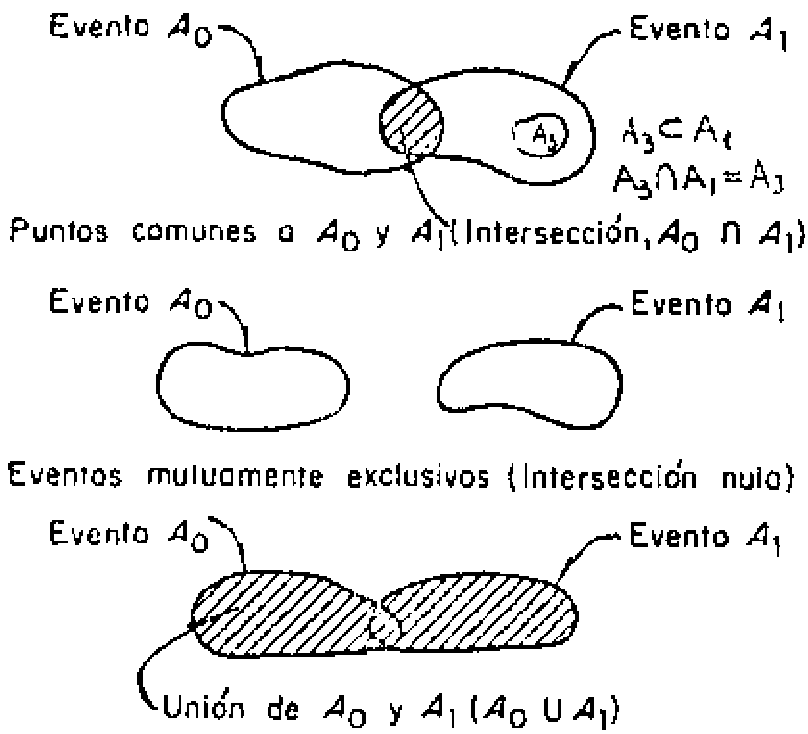
$A \cap B \cap C \cap D = E = \{2,3\}$

$A \cup B \cup C \cup D = F = \{Y: 0 \leq Y \leq 5,\ 6,8,10,100\}$

LA OCURRENCIA DE UN EVENTO "Y" OTRO IMPLICA LA OCURRENCIA DE AMBOS A LA VEZ, ES DECIR, QUE SE VERIFIQUE LA *INTERSECCION*. LA OCURRENCIA DE UN EVENTO "O" ALGUN OTRO, IMPLICA LA OCURRENCIA DE CUALQUIERA DE ELLOS, ES DECIR DE LA *UNION*.

DIAGRAMAS DE VENN

UNA MANERA DE ILUSTRAR GRAFICAMENTE LAS OPERACIONES CON CONJUNTOS ES MEDIANTE LOS DIAGRAMAS DE VENN. EN ESTOS, CADA CONJUNTO SE REPRESENTA POR UNA CURVA CERRADA QUE ENCIERRA LOS ELEMENTOS QUE LE CORRESPONDEN.

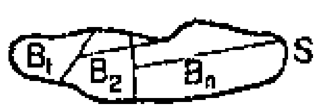


Diagramas de Venn (unión e intersección de eventos)

EVENTOS COLECTIVAMENTE EXHAUSTIVOS

SE DICE QUE LOS EVENTOS B_1, B_2, ..., B_n SON COLECTIVAMENTE EXHAUSTIVOS CUANDO LA UNION DE TODOS ELLOS ES IGUAL AL ESPACIO DE EVENTOS, ES DECIR, SI

$$B_1 \cup B_2 \cup \ldots \cup B_n = S$$



TEORIA DE PROBABILIDADES

AL LANZAR UNA MONEDA NO PODEMOS PREDECIR CON CERTEZA CUAL CARA QUEDARA HACIA ARRIBA. LO UNICO QUE SE PUEDE ASEGURAR, SI LA MONEDA NO ESTA CARGADA, ES QUE AMBAS CARAS TIENEN LA MISMA OPORTUNIDAD DE SALIR, ES DECIR, QUE LOS EVENTOS SIMPLES (CARA) Y (CRUZ) TIENEN LA MISMA PROBABILIDAD DE OCURRIR.

COMO YA SE DIJO, LA PROBABILIDAD DE QUE OCURRA UN EVENTO ES UNA MEDIDA DEL GRADO DE CONFIANZA QUE SE TIENE DE QUE ESTE OCURRA AL REALIZAR EL EXPERIMIENTO CORRESPONDIENTE.

AXIOMAS DE LA TEORIA DE PROBABILIDADES

LAS PROBABILIDADES QUE SE ASIGNAN A LOS DIFERENTES EVENTOS RELACIONADOS CON UN FENOMENO ALEATORIO DEBEN CUMPLIR CON LOS SIGUIENTES TRES AXIOMAS:

AXIOMA 1: LA PROBABILIDAD DE OCURRENCIA DE UN EVENTO A ES UN NUMERO, P(A), QUE SE LE ASIGNA A DICHO EVENTO, CUYO VALOR QUEDA EN EL INTERVALO

$$0 \leq P(A) \leq 1$$

AXIOMA 2: SI S ES UN ESPACIO DE EVENTOS, ENTONCES

$$P(S) = 1$$

AXIOMA 3: LA PROBABILIDAD, P(C), DE LA UNION, C, DE DOS EVENTOS MUTUAMENTE EXCLUSIVOS, A Y B, ES IGUAL A LA SUMA DE LAS PROBABILIDADES DE ESTOS, ES DECIR,

$$P(A \cup B) = P(C) = P(A) + P(B)$$

EXISTEN POR LO MENOS CUATRO MANERAS DE ASIGNARLE UNA PROBABILIDAD A UN EVENTO:

1. EN TERMINOS DE LOS RESULTADOS DE REPETIR VARIAS VECES UN EXPERIMENTO (METODO FRECUENCIAL),
2. APLICANDO LA DEFINICION CLASICA DE PROBABILIDADES.
3. CON BASE EN UN MODELO MATEMATICO (PROBABILISTICO) DEL FENOMENO DE QUE SE TRATE.
4. MEDIANTE UN ANALISIS SUBJETIVO DEL PROBLEMA

METODO FRECUENCIAL

SI N(A) ES EL NUMERO DE VECES QUE SE OBSERVA EL EVENTO A AL REALIZAR N VECES UN EXPERIMENTO, LA FRECUENCIA RELATIVA DE A, DEFINIDA COMO N(A)/N, SE CONSIDERA COMO ESTIMACION DE LA PROBABILIDAD DE A,

$$P(A) = \frac{N(A)}{N}$$

YA QUE, EN EL LIMITE, $P(A) = \lim_{N\to\infty} \frac{N(A)}{N}$

EJEMPLO

DE UNA URNA QUE CONTIENE BOLAS ROJAS, BLANCAS Y AZULES, SE SACO UNA BOLA, SE ANOTO SU COLOR Y SE REGRESO A LA URNA. SI ESTE EXPERIMENTO SE REPITE 20 VECES Y LOS RESULTADOS SON

b,b,a,r,r,r,a,b,r,a,b,b,a,r,b,r,r,a,r,a, DONDE

r = ROJA, b = BLANCA, a = AZUL

¿QUE PROBABILIDADES LE ASIGNARIA A LOS EVENTOS B={b}, A={a}, y R={r}, DE ACUERDO CON EL METODO FRECUENCIAL?

EN ESTA MUESTRA SE TIENE QUE N(B)=6, N(A)=6, N(R)=8, N=20

POR LO QUE $P(B)=\frac{6}{20} = \frac{3}{10}$; $P(A) = \frac{6}{20} = \frac{3}{10}$; $P(R) = \frac{8}{20} = \frac{4}{10}$

NOTESE QUE LOS EVENTOS B, A Y R SON MUTUAMENTE EXCLUSIVOS, YA QUE SON EVENTOS SIMPLES, Y QUE

$$P(B) + P(A) + P(R) = \frac{3}{10} + \frac{3}{10} + \frac{4}{10} = 1 = P(S)$$

EN DONDE $S = \{r,b,a\}$

DEFINICION CLASICA DE PROBABILIDADES

SI $M(A)$ ES EL NUMERO DE MANERAS *IGUALMENTE PROBABLES* EN QUE PUEDE OCURRIR EL EVENTO A Y M ES EL NUMERO TOTAL DE ELEMENTOS DEL ESPACIO DE EVENTOS CORRESPONDIENTE, ENTONCES LA PROBABILIDAD DE A ES

$$P(A) = \frac{M(A)}{M}$$

EJEMPLOS

A) SI EN UNA URNA SE TIENEN 5 BOLAS BLANCAS Y 15 NEGRAS, Y SE VA A SELECCIONAR UNA AL AZAR, ¿CUAL ES LA PROBABILIDAD DE QUE SEA BLANCA(A={BLANCA})?:

$M = 5+15=20;\ M(A)=5 \Rightarrow P(A)=\frac{5}{20}=\frac{1}{4}$

B) SI SE LANZAN DOS DADOS, ¿CUAL ES LA PROBABILIDAD DE QUE

1. SALGA UN 2 Y UN 5 (EVENTO B)?
2. LA SUMA SEA 7 (EVENTO A)

PARA EL INCISO 1 EL ESPACIO DE EVENTOS ES:

$$S = \left\{ \begin{matrix} (1,1) & (1,2) & (1,3) & (1,4) & (1,5) & (1,6) \\ (2.1) & (2,2) & (2,3) & (2,4) & (2,5) & (2,6) \\ (3,1) & (3,2) & (3,3) & (3,4) & (3,5) & (3,6) \\ (4,1) & (4,2) & (4,3) & (4,4) & (4,5) & (4,6) \\ (5,1) & (5,2) & (5,3) & (5,4) & (5,5) & (5,6) \\ (6,1) & (6,2) & (6,3) & (6,4) & (6,5) & (6,6) \end{matrix} \right\}$$

SI EL DADO NO ESTA CARGADO, CADA PAREJA DE NUMEROS ES IGUALMENTE PROBABLE. EN TAL CASO, $M=36$ y $M(B)=2$ (APARECE (2,5) O (5,2))
$\Rightarrow P(B)=2/36=1/18$.

PARA EL INCISO 2 EL ESPACIO DE EVENTOS ES

$S_1=\{2,3,4,5,6,7,8,9,10,11,12\}$

PERO NO TODOS LOS ELEMENTOS (EVENTOS SIMPLES) SON IGUALMENTE PROBA-

BLES, YA QUE, POR EJEMPLO, EL 2 SOLO APARECERA SI SE OBSERVA LA PAREJA (1,1), EN CAMBIO EL 3 APARECERA SI OCURREN LAS PAREJAS (1,2) O (2.1), ES DECIR, EL 3 TIENE EL DOBLE DE PROBABILIDAD QUE EL 2. POR ESTO, PARA CALCULAR LA PROBABILIDAD DE QUE LA SUMA SEA 7 ES NECESARIO TRABAJAR CON EL ESPACIO S Y CONTAR LAS MANERAS POSIBLES DE QUE LA SUMA SEA 7, LO CUAL OCURRE SI SE OBSERVA CUALQUIERA DE LAS PAREJAS (6,1), (5,2), (4,3), (3,4), (2,5) o (1,6), ES DECIR, HAY 6 MANERAS IGUALMENTE PROBABLES DE QUE OCURRA EL EVENTO A. POR LO TANTO

$$P(A) = \frac{M(A)}{M} = \frac{6}{36} = \frac{1}{6}$$

PROCEDIENDO DE ESTA MANERA SE PUEDEN CALCULAR LAS PROBABILIDADES DE QUE LA SUMA SEA 2,3,4,ETC. LOS RESULTADOS SON:

$$\left.\begin{array}{l} P(\{2\}) = \frac{1}{36};\ P(\{3\}) = \frac{2}{36};\ P(\{4\}) = \frac{3}{36};\ P(\{5\}) = \frac{4}{36}; \\ P(\{6\}) = \frac{5}{36};\ P(\{7\}) = \frac{6}{36};\ P(\{8\}) = \frac{5}{36};\ P(\{9\}) = \frac{4}{36}; \\ P(\{10\}) = \frac{3}{36};\ P(\{11\}) = \frac{2}{36} \text{ y } P(\{12\}) = \frac{1}{36} \end{array}\right\} \text{DISTRIBUCION DE PROBABILIDADES}$$

(OBSERVESE QUE $\sum_{i=2}^{12} P(\{i\}) = 1$

ASIGNACION DE PROBABILIDADES MEDIANTE UN MODELO MATEMATICO

MEDIANTE ESTE METODO LAS PROBABILIDADES SE ASIGNAN A PARTIR DE UN MODELO MATEMATICO QUE INVOLUCRE TODOS LOS FACTORES POSIBLES QUE INTERVIENEN EN LA ALEATORIEDAD DEL FENOMENO.

ASIGNACION DE PROBABILIDADES MEDIANTE UN ANALISIS SUBJETIVO DEL PROBLEMA.

EN ESTE CASO LAS PROBABILIDADES SE ASIGNAN DE MANERA SUBJETIVA, CON BASE EN LA EXPERIENCIA QUE SE TENGA SOBRE UN PROBLEMA SEMEJANTE, - PROPIA O AJENA, DE CARACTER TEORICO O EXPERIMENTAL.

EJEMPLOS

A) EN EL PROBLEMA DEL LANZAMIENTO DE UN DADO QUE NO ESTA CARGADO SE PUEDE ASIGNAR A CADA NUMERO (A CADA EVENTO SIMPLE) UNA PROBABILIDAD DE 1/6, SI A={2,4} Y B={5,6}, ENTONCES, PUESTO QUE A ={2}U {4} Y B={5}U{6}, Y QUE LOS EVENTOS ELEMENTALES SON MUTUAMENTE EXCLUSIVOS ENTRE SI, APLICANDO EL AXIOMA 3 SE OBTIENEN:

$$P(A)=P(\{2\}) + P(\{4\}) = \frac{1}{6} + \frac{1}{6} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$$

$$P(B)=P(\{5\}) + P(\{6\}) = \frac{1}{6} + \frac{1}{6} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$$

SI C=AUB, Y DADO QUE A Y B SON EVENTOS MUTUAMENTE EXCLUSIVOS:

$$P(C) = P(A) + P(B) = \frac{1}{3} + \frac{1}{3} = \frac{2}{3}$$

ADEMAS, OBSERVESE QUE SE CUMPLE CON LOS AXIOMAS 1 y 2, YA QUE

$$P(S) = P(\{1\}) + P(\{2\}) + P(\{3\}) + P(\{4\}) + P(\{5\}) + P(\{6\})$$

$$= \frac{1}{6} + \frac{1}{6} + \frac{1}{6} + \frac{1}{6} + \frac{1}{6} + \frac{1}{6} = \frac{6}{6} = 1$$

EJEMPLO

EN EL PROBLEMA DEL LANZAMIENTO DE DOS DADOS, ¿CUAL ES LA PROBABILIDAD QUE AL REALIZAR UNA VEZ EL EXPERIMENTO LA SUMA DE LOS DOS NUMEROS QUE QUEDEN HACIA ARRIBA SEA 7 U 11? ESTO ES EQUIVALENTE A PREGUNTAR POR LA PROBABILIDAD DE QUE OCURRA EL EVENTO

C ={7} U {11}. PUESTO QUE {7} Y {11} SON EVENTOS MUTUAMENTE EXCLUSIVOS:

$$P(C) = P(\{7\}) + P(\{11\}) = \frac{6}{36} + \frac{2}{36} = \frac{8}{36} = \frac{2}{9}$$

EJEMPLO

EN UN LABORATORIO SE PROBARON 100 VIGAS DE CONCRETO REFORZADO NOMINALMENTE IDENTICAS, Y SE ANOTARON LAS CARGAS CON LAS CUALES FALLO CADA UNA. DE ESTA SUCESION DE EXPERIMENTOS SE ASIGNARON, EN TERMINOS DE LAS FRECUENCIAS RELATIVAS CORRESPONDIENTES, LAS SIGUIENTES PROBABILIDADES:

SI $A = \{X: 0<X\leq 20 \text{ ton}\}$; $P(A) = 0.17$ (17/100)

SI $B = \{X: 20<X\leq 40 \text{ ton}\}$; $P(B) = 0.24$ (24/100)

SI $C = \{X: 40<X\leq 60 \text{ ton}\}$; $P(C) = 0.27$ (27/100)

SI $D = \{X: 60<X\leq 80\}$; $P(D) = 0.13$ (13/100)

SI $E = \{X: 80<X\leq 100\}$; $P(E) = 0.11$ (11/100)

SI $F = \{X: 100\leq X\}$; $P(F) = 0.08$ (8/100)

$\Sigma P(.) = 1.00$

SI SE REALIZA UNA VEZ MAS EL EXPERIMENTO, CALCULEMOS LAS SIGUIENTES PROBABILIDADES:

A) QUE LA RESISTENCIA SEA MENOR O IGUAL QUE 80 TON. PUESTO QUE $G = \{X: 0<X\leq 80 \text{ ton}\}$ SE TIENE QUE $G = A \cup B \cup C \cup D$, POR LO QUE

$$P(G) = P(A) + P(B) + P(C) + P(D) = 0.17 + 0.27 + 0.27 + 0.13 = 0.81$$

B) LA PROBABILIDAD QUE RESISTA MAS DE 60 TONS. PUESTO QUE $H = \{X: 60<X\leq\infty\}$ O $H=\{X: X>60\}$ SE TIENE QUE $H = D \cup E \cup F$, POR LO QUE $P(H) = P(D) + P(E) + P(F) = 0.13 + 0.11 + 0.08 = 0.32$

C) LA PROBABILIDAD QUE RESISTA MAS DE 40 TON, PERO CUANDO MUCHO 100 TON.

PUESTO QUE $I = \{X: 40<X\leq 100\}$ SE TIENE QUE $I = C \cup D \cup E$

POR LO QUE $P(I) = P(C) + P(D) + P(E) = 0.27 + 0.13 + 0.11 = 0.51$

TEOREMAS

DOS TEOREMAS IMPORTANTES QUE SE DEDUCEN A PARTIR DE LOS AXIOMAS SON:

TEOREMA 1.

SI A ES UN EVENTO DEL ESPACIO S, ENTONCES $P(\bar{A})=1-P(A)$

DEMOSTRACION

PUESTO QUE A Y $\bar{A}$ SON MUTUAMENTE EXCLUSIVOS Y ADEMAS $A\cup\bar{A}=S$, ENTONCES, $P(S)=P(A)+P(\bar{A})=1$

$\Rightarrow P(\bar{A})=1-P(A)$

CASO PARTICULAR: PUESTO QUE $P(\bar{S})=1-P(S)=0$ Y $\bar{S}=\emptyset$, SE TIENE QUE $P(\emptyset)=0$

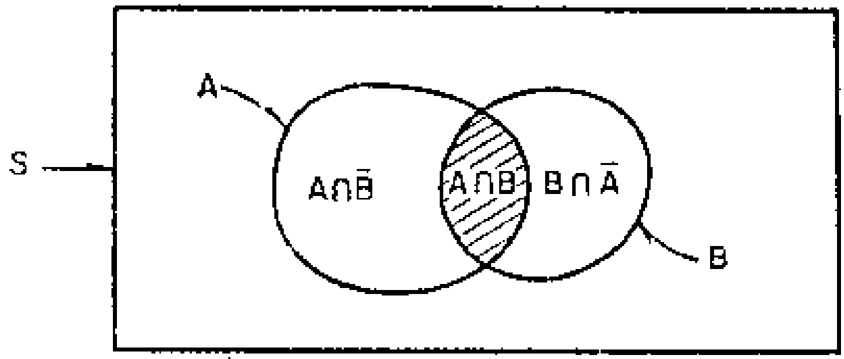
TEOREMA 2.

SI A Y B SON DOS EVENTOS CUALQUIERA DE S, ENTONCES

$P(A\cup B)=P(A)+P(B)-P(A\cap B)$

DEMOSTRACION

SEA EL DIAGRAMA DE VENN:



$A\cup B=(A\cap B)\cup(A\cap\bar{B})\cup(B\cap\bar{A})$. PUESTO QUE $A\cap B$, $A\cap\bar{B}$ Y $B\cap\bar{A}$ SON MUTUAMENTE EXCLUSIVOS, SE TIENE QUE $P(A\cup B)=P(A\cap B)+P(A\cap\bar{B})+P(B\cap\bar{A})$.

SUMANDO Y RESTANDO $P(A\cap B)$ Y AGRUPANDO TERMINOS SE OBTIENE

$P(A\cup B) = [P(A\cap B)+P(A\cap\bar{B})]+[P(A\cap B)+P(B\cap\bar{A})]-P(A\cap B)$

PERO $A=(A\cap\bar{B})\cup(A\cap B)\Rightarrow P(A\cap B)+P(A\cap\bar{B})=P(A)$

Y $B=(A\cap B)\cup(B\cap\bar{A})\Rightarrow P(A\cap B)+P(B\cap\bar{A})=P(B)$, POR LO QUE

$P(A\cup B)=P(A)+P(B)-P(A\cap B)$

EJEMPLO

EN UNA URNA SE TIENEN 28 TIRAS DE PAPEL Y EN CADA UNA SE ENCUENTRA ANOTADA UNA LETRA DISTINTA DEL ALFABETO. CALCULE LA PROBABILIDAD DE QUE AL EXTRAER AL AZAR UNA TIRA:

A) SE OBTENGA UNA VOCAL

B) SE OBTENGA a O z

C) OCURRAN C Y D, DONDE $C=\{x,y,z\}$ Y

$D=\{b,c,y,z\}$

D) OCURRA C O D

Respuestas

A) $A=\{a,e,i,o,u\} \Rightarrow P(A)=\frac{5}{28}$

B) $B=\{a,z\} \Rightarrow P(B)=\frac{2}{28}$

C) $F=C\cap D=\{y,z\} \Rightarrow P(F)=\frac{2}{28}$

D) $E=C\cup D=\{b,c,x,y,z\} \Rightarrow P(E)=\frac{5}{28}$

o $P(E)=P(C)+P(D)-P(C\cap D)$

$P(C\cap D)=P(F)=\frac{2}{28} \Rightarrow P(E)=\frac{3}{28}+\frac{4}{28}-\frac{2}{28}=\frac{5}{28}$

PROBABILIDAD CONDICIONAL

LA PROBABILIDAD CONDICIONAL, $P(A|B)$, DEL EVENTO A, DADO QUE EL B HA OCURRIDO SE CALCULA CON LA FORMULA

$$P(A|B) = \frac{P(A\cap B)}{P(B)} \quad ; \quad P(B)>0 \qquad (1)$$

EVENTOS INDEPENDIENTES

SI DOS EVENTOS, A Y B, SON INDEPENDIENTES, LA PROBABILIDAD DE A NO SE ALTERA SI OCURRE EL EVENTO B; ES DECIR, DOS EVENTOS SON INDEPENDIENTES SI

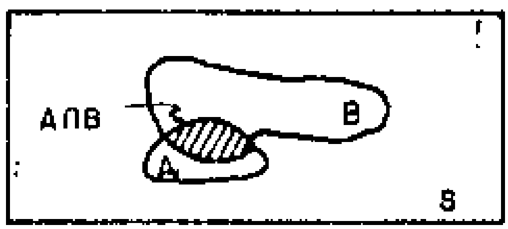
$$P(A|B) = P(A)$$

EN TAL CASO, DE LA ECUACION 1:

$$P(A\cap B) = P(A) \times P(B) \qquad (1')$$

PUESTO QUE $P(A\cap B) = N(A\cap B)/N(S)$ Y $P(B) = N(B)/N(S)$ LA ECUACION 1 SE PUEDE ESCRIBIR COMO

$$P(A|B) = \frac{\frac{N(A\cap B)}{N(S)}}{\frac{N(B)}{N(S)}} = \frac{N(A\cap B)}{N(B)} \qquad (2)$$



EL TRABAJAR CON LA ECUACION 2 EQUIVALE A EMPLEAR UN ESPACIO DE EVENTOS REDUCIDO DE S A B.

EJEMPLO

EN UNA URNA HAY 10 TRANSISTORES BUENOS Y 10 DEFECTUOSOS. ¿CUAL ES LA PROBABILIDAD DE SACAR UNO BUENO Y UNO DEFECTUOSO (EN CUALQUIER ORDEN) AL REALIZAR DOS EXTRACCIONES AL AZAR?, SI HAY REEMPLAZO DEL PRIMER TRANSISTOR OBSERVADO?

$$P(D\cap E) = P(D)\,P(E|D) = \frac{10}{20} \times \frac{10}{19} = \frac{10}{38}$$

$$P = 2 \times \frac{10}{38} = \frac{10}{19}$$

EJEMPLO

LA URNA A CONTIENE 10 ARTICULOS, DE LOS CUALES 3 SON DEFECTUOSOS; LA URNA B CONTIENE 6 ARTICULOS DE LOS CUALES 2 SON DEFECTUOSOS. SI SE SACA AL AZAR UNO DE CADA URNA:

a. ¿CUAL ES LA PROBABILIDAD DE QUE UNO SEA DEFECTUOSO Y EL OTRO NO (EVENTO R)?

SEN LOS EVENTOS

C = {(DEFECTUOSO DE A, BUENO DE B)}

D = {(DEFECTUOSO DE B, BUENO DE A)}

EN TAL CASO

$$P(C) = \frac{3}{10} \times \frac{4}{6} = \frac{1}{5}$$

$$P(D) = \frac{2}{6} \times \frac{7}{10} = \frac{7}{30}$$

$$P(R) = P(C) + P(D) = \frac{1}{5} + \frac{7}{30} = \frac{13}{30}$$

b. ¿CUAL ES LA PROBABILIDAD DE LOS DOS SEAN DEFECTUOSOS (EVENTO T)?

T = {(DEFECTUOSO DE A, DEFECTUOSO DE B)}

$$P(T) = \frac{3}{10} \times \frac{2}{6} = \frac{1}{10}$$

c. ¿ CUAL ES LA PROBABILIDAD DE QUE LOS DOS SEAN BUENOS (EVENTO V)?

V= {(BUENO DE A, BUENO DE B)}

$$P(V) = \frac{7}{10} \times \frac{4}{6} = \frac{7}{15}$$

OBSERVESE QUE $P(R) + P(T) + P(V) = \frac{13}{30} + \frac{1}{10} + \frac{7}{15} = 1$

LEY GENERAL DE MULTIPLICACION

DE LA ECUACION (1):

$$P(A\cap B) = P(A|B)P(B)$$

ESTA ECUACION SE PUEDE GENERALIZAR A MAS DE DOS EVENTOS ASI:

$$P(E_1\cap E_2\cap\ldots\cap E_k)=P(E_1)P(E_2|E_1)\ldots P(E_k|E_1,E_2,\ldots,E_{k-1}) \qquad (3)$$

POR EJEMPLO, SI K=4

$$P(E_1\cap E_2\cap E_3\cap E_4) = P(E_1)P(E_2|E_1)P(E_3|E_1,E_2)\times$$
$$\times\ P(E_4|E_1,E_2,E_3)$$

EJEMPLO

¿CUAL ES LA PROBABILIDAD DE QUE AL EXTRAER SIN REEMPLAZO CUATRO CARTAS AL AZAR DE UN PAQUETE DE 52, LAS DOS PRIMERAS SEAN DIAMANTES Y LAS DOS ULTIMAS SEAN CORAZONES (EVENTO E)?

SEAN A = {LA 1a. ES DIAMANTE}, B ={LA 2a. ES DIAMANTE},

C = {LA 3a. ES CORAZON}, D ={LA 4a. ES CORAZON}.

EN TAL CASO

$$E = A\cap B\cap C\cap D = \{(d,d,c,c)\}$$

$$P(A) = 13/52,\ P(B|A)=12/51,\ P(C|A,B)=13/50$$

$$P(D|A,B,C)=12/49$$

APLICANDO LA ECUACION 3 SE OBTIENE

$$P(E) = \frac{13}{52}\,\frac{12}{51}\,\frac{13}{50}\,\frac{12}{49} = \frac{78}{20825}$$

SI LOS EVENTOS E_i QUE APARECEN EN LA ECUACION (3) SON INDEPENDIENTES, ENTONCES

$$P(E_1\cap E_2\cap\ldots\cap E_k) = P(E_1)\times P(E_2)\times\ldots\times P(E_k)$$

QUE ES LA LEY GENERAL DE MULTIPLICACION

EJEMPLO

DE UN LOTE DE 100 EJES DE RELOJERIA SE EXTRAEN CUATRO AL AZAR SIN REEMPLAZO, ¿CUAL ES LA PROBABILIDAD DE QUE APAREZCAN DOS DEFECTUOSOS (EVENTO A) SI EN EL LOTE HAY 20 POR CIENTO DE DEFECTUOSOS?

1.

$$\overbrace{\begin{matrix} d & d & b & b \\ \uparrow & \uparrow & \uparrow & \uparrow \\ \frac{20}{100} & \frac{19}{99} & \frac{80}{98} & \frac{79}{97} \end{matrix}}^{{}_4P_{2,2} = 6}$$

PROBABILIDADES: $\frac{20}{100}$ $\frac{19}{99}$ $\frac{80}{98}$ $\frac{79}{97}$

CON PROBABILIDAD CONDICIONAL:

$$P(A) = \frac{20}{100} \; \frac{19}{99} \; \frac{80}{98} \; \frac{79}{97} \; 6 = 0.15$$

2.

$$\overbrace{\underbrace{d \quad d}_{{}_{20}P_2} \quad \underbrace{b \quad b}_{{}_{80}P_2}}^{{}_{100}P_4}$$

$${}_{20}P_2 \searrow \; \swarrow {}_{80}P_2 \qquad {}_4P_{2,2}$$

CON PERMUTACIONES PARCIALES Y EN GRUPOS:

$$P(A) = \frac{\frac{20!}{18!} \; \frac{80!}{78!} \; \frac{4!}{2!2!}}{\frac{100!}{96!}}$$

$$= \frac{(20x19)(80x79)(6)}{100x99x98x97} = 0.15$$

LEY GENERAL DE LA ADICION

SI TODOS LOS EVENTOS E_i SON MUTUAMENTE EXCLUSIVOS ENTRE SI, EL AXIOMA 3 TAMBIEN SE GENERALIZA A:

$$P(E_1 \cup E_2 \cup \ldots \cup E_k) = P(E_1)+P(E_2)+\ldots+P(E_k)$$

VARIABLES ALEATORIAS

CLASIFICACION DE VARIABLES

VARIABLE:
TODA CARACTERISTICA QUE PUEDE ASUMIR VALORES DIFERENTES

VARIABLES ESCALARES:
SON LAS VARIABLES QUE SOLO ASUMEN VALORES NUMERICOS

VARIABLES NOMINALES:
SON LAS VARIABLES QUE SOLO ASUMEN VALORES NOMINALES (NOMBRES, ADJETIVOS, ETC)

VARIABLES CONTINUAS:
SON AQUELLAS QUE PUEDEN TOMAR UN NUMERO INFINITO NO NUMERABLE DE VALORES

VARIABLES DISCRETAS:
SON AQUELLAS QUE PUEDEN ASUMIR UN NUMERO FINITO O UNO INFINITO NUMERABLE DE VALORES DISTINTOS

UNA *VARIABLE ALEATORIA* ES UNA VARIABLE TAL QUE NO PUEDE PREDECIRSE CON CERTEZA EL VALOR QUE ASUMIRA AL REALIZAR UN EXPERIMENTO. POR EJEMPLO, LA RESISTENCIA O CARGA DE FALLA DE UNAS VIGAS ES UNA VARIABLE ALEATORIA, YA QUE ANTES DE ROMPER UNA VIGA TOMADA AL AZAR NO SE PUEDE PRECISAR CUAL SERA SU RESISTENCIA. EN LA SIGUIENTE TABLA SE PRESENTAN LOS RESULTADOS EXPERIMENTALES CON 15 VIGAS DE CONCRETO REFORZADO, OBSERVANDOSE QUE ESTOS VARIAN DE UNAS A OTRAS DE MANERA ALEATORIA.

TABLA 2. PRUEBAS DE VIGAS DE CONCRETO REFORZADO

Número de la viga	Carga de agrietamiento, en kg, X	Carga de falla, en kg, Y
1	4 700	4 700
2	3 840	4 220
3	3 270	4 360
4	2 310	4 680
5	2 950	4 270
6	4 810	4 810
7	2 720	4 590
8	2 720	4 490
9	4 310	4 310
10	2 950	4 630
11	4 220	4 220
12	2 720	4 340
13	2 720	4 340
14	2 630	4 770
15	2 950	4 630

A TODO EXPERIMENTO SE LE PUEDE ASOCIAR AL MENOS UNA VARIABLE ALEATORIA, DEPENDIENDO ESTA DEL PROBLEMA QUE SE TE[illegible] A PLANTEADO. POR EJEMPLO, EN EL CASO DE LA RESISTENCIA DE LAS VIGAS DE VARIABLE ALEATORIA PUEDE SER DIRECTAMENTE DI[illegible] LA RESISTENCIA, EN CUYO CASO SU ESPACIO DE EVENTOS SERIA

$$S_1 = \{X: 0 \text{ [illegible]}\}$$

LA VARIABLE TAMBIEN PUDO HABER SIDO UNA CUYO ESPACIO DE EVENTOS FUERA

$$S_2 = \{\text{EXITO, FRACASO}\}$$

EN DONDE EL EXITO OCURRIRIA SI LA VIGA RESISTIERA MAS DE CIERTA CANTIDAD, POR EJEMPLO 4600 KG, Y EL FRACASO OCURRIRIA SI RESISTIERA MENOS, ES DECIR:

EXITO: SI $X \geq 4600$ KG

FRACASO: SI $X < 4600$ KG

LEYES DE PROBABILIDADES

EL COMPORTAMIENTO DE UNA VARIABLE ALEATORIA SE DESCRIBE MEDIANTE SU *LEY DE PROBABILIDADES*, LA CUAL PUEDE ESPECIFICARSE DE DIFERENTES FORMAS. LA MANERA MAS COMUN DE HACERLO ES MEDIANTE SU *DISTRIBUCIÓN O DENSIDAD DE PROBABILIDADES.*

A FIN DE EVITAR CONFUSION, SE EMPLEARA UNA LETRA MAYUSCULA PARA DENOTAR UNA VARIABLE ALEATORIA, Y LA MINUSCULA CORRESPONDIENTE PARA LOS VALORES QUE PUEDE ASUMIR. SI LA VARIABLE ALEATORIA X ES DISCRETA Y PUEDE ASUMIR LOS VALORES x_i, SU DENSIDAD DE PROBABILIDADES, $f_X(x)$ SERA EL CONJUNTO DE LAS PROBABILIDADES

$$P_X(x_i) = P(X = x_i)$$

LA CUAL SE LEE "PROBABILIDAD DE QUE $X = x_i$". ESTO ES

$$f_X(x) = \{P_X(x_i)\}$$

PARA QUE UNA DENSIDAD DE PROBABILIDADES SATISFAGA LOS TRES AXIOMAS DE LA TEORIA DE PROBABILIDADES, SE DEBEN CUMPLIR LOS SIGUIENTES REQUISITOS

A) $0 \leq P_X(x_i) \leq 1$ PARA TODA x_i

B) $\sum_{i=1}^{n} P_X(x_i) = 1$, DONDE n ES EL NUMERO TOTAL DE VALORES QUE PUEDE ASUMIR X

C) $P(x_m \leq X \leq x_r) = \sum_{i=m}^{i=r} P_X(x_i)$; $m \leq r$, DONDE LAS x_i ESTAN ORDENADAS EN FORMA CRECIENTE, ES DECIR,

$$x_1 < x_2 < x_3 < \ldots < x_n$$

- DISTRIBUCION DE PROBABILIDADES ACUMULADAS O FUNCION DE DISTRIBUCION

OTRA FORMA DE ESPECIFICAR LA LEY DE PROBABILIDADES DE UNA VARIABLE ALEATORIA ES MEDIANTE LA DISTRIBUCION DE PROBABILIDADES ACUMULADAS, $F_X(x)$, QUE SE DEFINE COMO EL CONJUNTO DE LAS SUMAS PARCIALES DE LAS PROBABILIDADES, $P_X(x_i)$, CORRESPONDIENTES A TODOS LOS VALORES DE X <u>MENORES O IGUALES QUE</u> x_i. POR LO TANTO, ESTA FUNCION DA LAS PROBABILIDADES DE QUE LA VARIABLE ALEATORIA TOME VALORES MENORES O IGUALES QUE x_m PARA CUALQUIER m, ES DECIR

$$F_X(x) = \{F_X(x_m)\} \quad ; \quad m = 1,2,\ldots,n$$

EN DONDE

$$F_X(x_m) = \sum_{i=1}^{i=m} P_X(x_i) = P(X \leq x_m)$$

EJEMPLO

SEA X LA VARIABLE ALEATORIA DISCRETA "NUMERO TOTAL DE CARROS QUE SE DETIENEN EN UNA ESQUINA DEBIDO A LA LUZ ROJA DE UN SEMAFORO". SI LAS PROBABILIDADES ASOCIADAS A CADA VALOR, DETERMINADAS POR EL METODO FRECUENCIAL, SON

$$P_X(x) = \begin{cases} 0.1 & \text{SI} \quad x = 0 \\ 0.2 & \text{SI} \quad x = 1 \\ 0.3 & \text{SI} \quad x = 2 \\ 0.2 & \text{SI} \quad x = 3 \\ 0.1 & \text{SI} \quad x = 4 \\ 0.1 & \text{SI} \quad x = 5 \\ 0 & \text{SI} \quad x \geq 6 \end{cases}$$

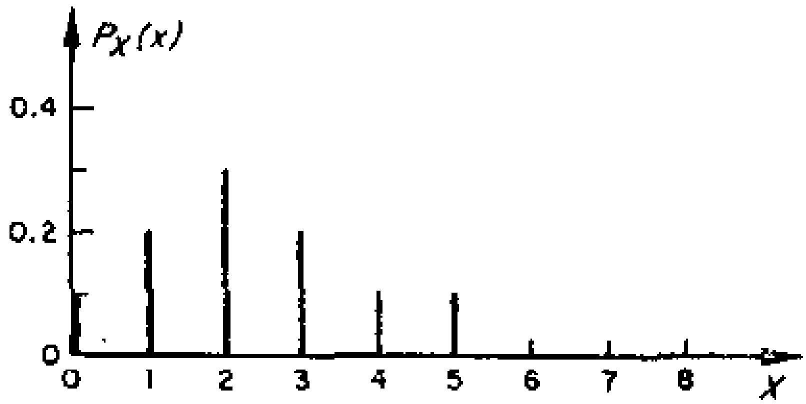
LA DISTRIBUCION DE PROBABILIDADES Y LA DE PROBABILIDADES ACUMULADAS CORRESPONDIENTES SERAN

x	$f_X(x)$	$F_X(x)$
<0	0	0
0	0.1	0.1
1	0.2	0.3
2	0.3	0.6
3	0.2	0.8
4	0.1	0.9
5	0.1	1.0
≥ 6	0	1.0

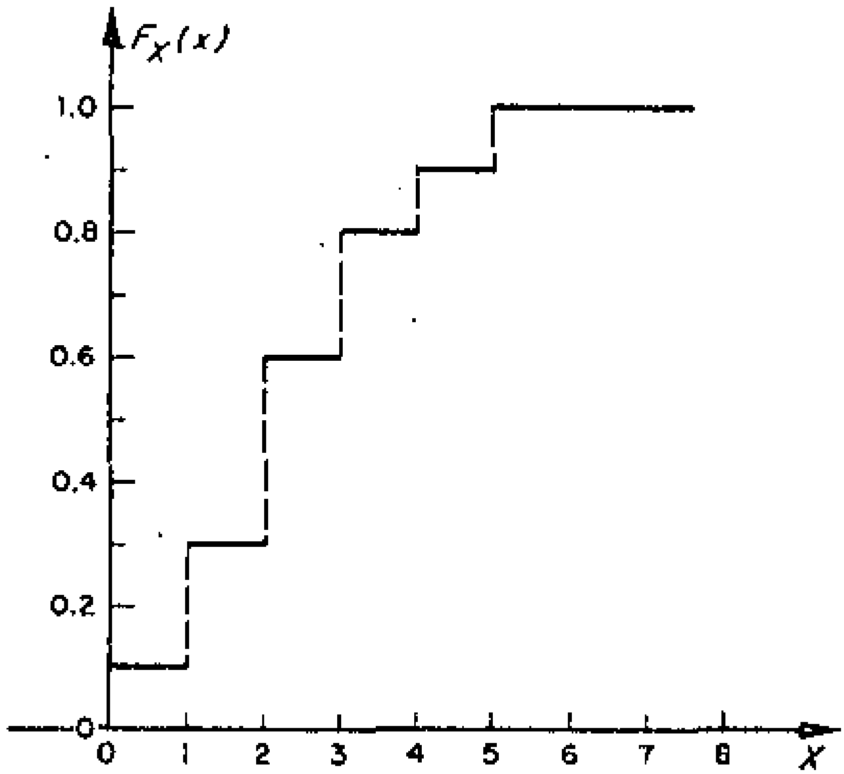
O SEA

$$F_X(x) = \begin{cases} 0, & \text{SI } x < 0 \\ 0.1, & \text{SI } 0 \leq x < 1 \\ 0.3, & \text{SI } 1 \leq x < 2 \\ 0.6, & \text{SI } 2 \leq x < 3 \\ 0.8, & \text{SI } 3 \leq x < 4 \\ 0.9, & \text{SI } 4 \leq x < 5 \\ 1.0, & \text{SI } 5 \leq x \end{cases}$$

LAS GRAFICAS DE ESTAS DISTRIBUCIONES SE PRESENTAN EN LA FIGURA DE LA SIGUIENTE HOJA.



a) Distribución de probabilidades



b) Función de distribución

Ley de probabilidades del ejemplo del tráfico

EJEMPLO

SEA LA VARIABLE ALEATORIA X DEFINIDA POR LA SUMA DE LOS DOS NUMEROS QUE QUEDEN HACIA ARRIBA AL LANZAR DOS DADOS. EN ESTE CASO EL ESPACIO DE EVENTOS ES

$$S = \{2,3,4,5,6,7,8,9,10,11,12\}$$

Y LA DENSIDAD DE PROBABILIDADES ES

$$f_X(x) = \{\tfrac{1}{36}, \tfrac{2}{36}, \tfrac{3}{36}, \tfrac{4}{36}, \tfrac{5}{36}, \tfrac{6}{36}, \tfrac{5}{36}, \tfrac{4}{36}, \tfrac{3}{36}, \tfrac{2}{36}, \tfrac{1}{36}\}$$

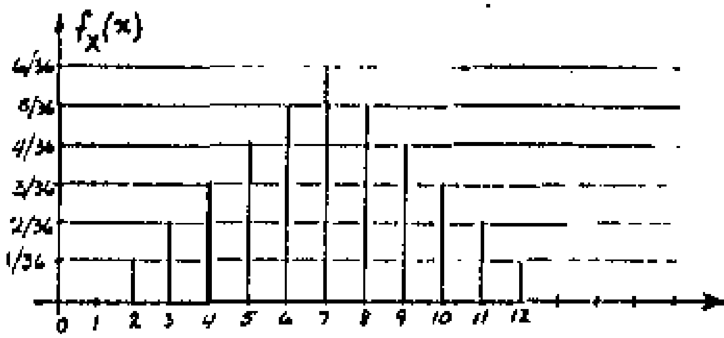
EN ESTE CASO $X_1=2,\ X_2=3, \ldots, X_{11}=12$

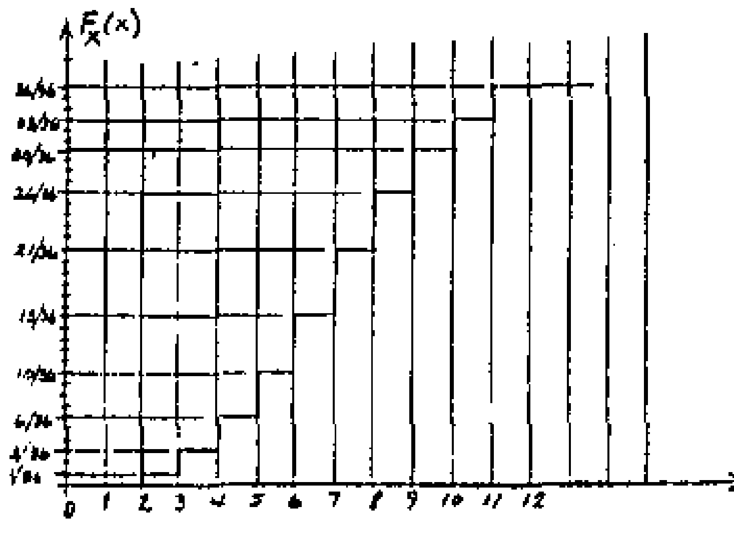
Y $f_X(2) = \frac{1}{36},\ f_X(3) = \frac{2}{36}, \ldots, f_X(12) = \frac{1}{36}$

ESTAS PROBABILIDADES FUERON CALCULADAS EN UN EJEMPLO PREVIO SOBRE PROBABILIDADES DE EVENTOS

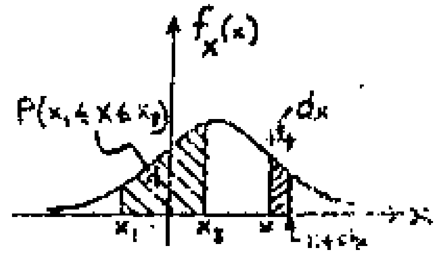
CON ESTAS PROBABILIDADES SE PUEDE OBTENER LA FUNCION DE DISTRIBUCION O DE PROBABILIDADES ACUMULADAS, DE LA SIGUIENTE MANERA:

x	$f_X(x)$	$F_X(x)$
<2	0	0
2	1/36	1/36
3	2/36	3/36
4	3/36	6/36
5	4/36	10/36
6	5/36	15/36
7	6/36	21/36
8	5/36	26/36
9	4/36	30/36
10	3/36	33/36
11	2/36	35/36
12	1/36	36/36=1
>12	0	1
	$\Sigma=1$	





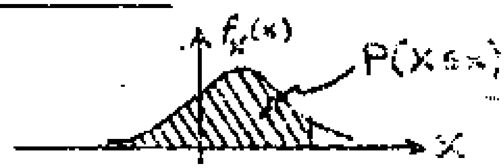
EN EL CASO DE UNA VARIABLE ALEATORIA CONTINUA, X, LA PROBABILIDAD DE QUE ESTA TOME UN VALOR COMPRENDIDO ENTRE x Y $x + dx$ ESTA DADA POR. $f_X(x)dx$, DONDE $f_X(x)$ ES LA DENSIDAD DE PROBABILIDADES DE X. POR LO TANTO, LA PROBABILIDAD DE QUE X ASUMA VALORES COMPRENDIDOS EN EL INTERVALO $x_1 \leq X \leq x_2$ ES



$$P(x_1 \leq X \leq x_2) = \int_{x_1}^{x_2} f_X(x)\ dx$$

LA INTERPRETACION GRAFICA DE ESTA PROBABILIDAD ES QUE CORRESPONDE AL AREA BAJO LA CURVA DE $f_X(x)$ COMPRENDIDA ENTRE x_1 Y x_2.

PUESTO QUE $F_X(x) = P(X \leq x) = P(-\infty \leq X \leq x)$, Y EN VIRTUD DE LA ECUACION ANTERIOR SE TIENE QUE LA FUNCION DE DISTRIBUCION ES:



$$F_X(x) = \int_{-\infty}^{x} f_X(U)dU$$

DONDE U ES SOLO UNA VARIABLE MUDA DE INTEGRACION. EL VALOR DE ESTA INTEGRAL ES IGUAL AL AREA BAJO LA CURVA DE $F_X(x)$ A LA IZQUIERDA DE x. DE ESTA ECUACION SE CONCLUYE QUE

$$\frac{dF_X(x)}{dx} = \frac{d}{dx}\left(\int_{-\infty}^{x} f_X(U)dU\right) = f_X(x)$$

ALGUNAS PROPIEDADES DE $F_X(x)$ SON:

$0 \leq F_X(x) \leq 1$

$F_X(-\infty) = 0$

$F_X(\infty) = 1$

$F_X(x + \epsilon) \geq F_X(x)$, SI $\epsilon \geq 0$

$$F_X(x_2) - F_X(x_1) = P(x_1 \leq X \leq x_2)$$

PARA SATISFACER LOS AXIOMAS DE LA TEORIA DE PROBABILIDADES SE NECESITA QUE

$$f_X(x) \geq 0 \text{ PARA TODA } x$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} f_X(x)\, dx = 1$$

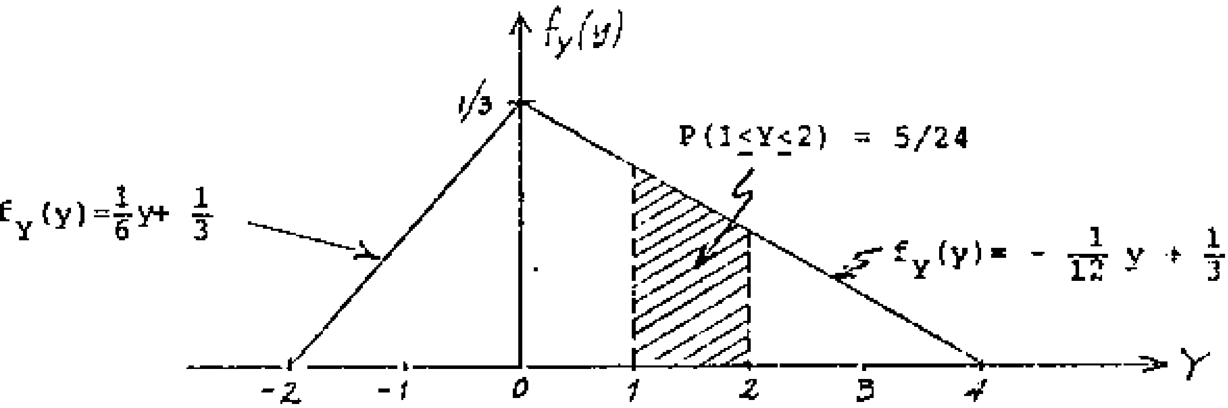
EJEMPLO

SEA UNA VARIABLE ALEATORIA CONTINUA CUYA DENSIDAD DE PROBABILIDADES ES DE FORMA TRIANGULAR DADA POR LAS SIGUIENTES ECUACIONES:

$$f_Y(y) = \frac{1}{6}\, y + \frac{1}{3}, \text{ SI } -2 \leq Y \leq 0$$

$$f_Y(y) = -\frac{1}{12}\, y + \frac{1}{3}, \text{ SI } 0 \leq Y \leq 4$$

$$f_Y(y) = 0 \qquad \text{SI } Y \leq 2 \text{ O } Y \geq 4$$



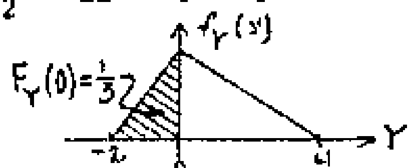
LA DISTRIBUCION DE PROBABILIDADES ACUMULADAS ES, ENTONCES:

SI $-2 \leq Y \leq 0$

$$F_Y(y) = \int_{-\infty}^{y} f_Y(U)\,dU = \int_{-2}^{y} \left(\frac{1}{6}U + \frac{1}{3}\right)dU$$

$$= \left[\frac{U^2}{12} + \frac{U}{3}\right]_{-2}^{y} = \frac{y^2}{12} + \frac{y}{3} + \frac{1}{3}$$

SI $0 \leq Y \leq 4$

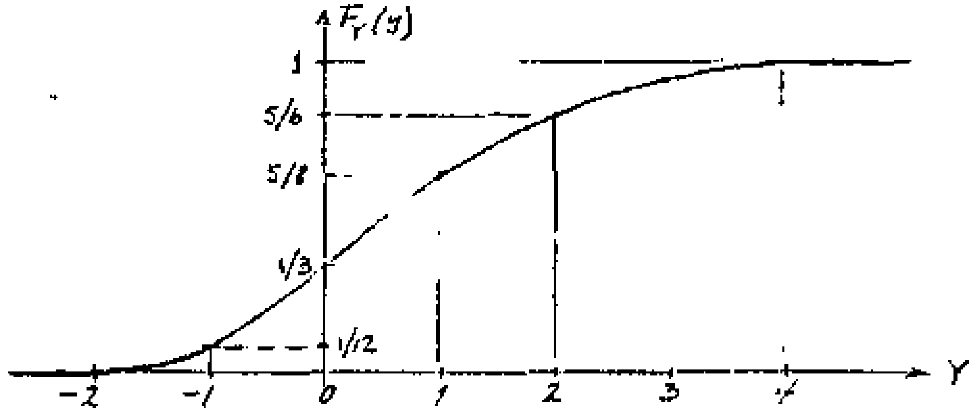


$$F_Y(y) = F_Y(0) + \int_0^{y} \left(-\frac{1}{12}U + \frac{1}{3}\right) dU = \frac{1}{3} + \left[-\frac{U^2}{24} + \frac{U}{3}\right]_0^{y} =$$

$$= \frac{1}{3} - \frac{y^2}{24} + \frac{y}{3} \qquad \text{SI } 0 \leq y \leq 4$$

$F_Y(y) = 0 \qquad \text{SI} \quad y \leq -2$

$F_Y(y) = 1 \qquad \text{SI} \quad y \geq 4$



SI SE DESEA CALCULAR LA PROBABILIDAD DE QUE AL REALIZAR UNA VEZ EL EXPERIMENTO QUE INVOLUCRA A DICHA VARIABLE, EL VALOR QUE SE OBSERVE CAIGA EN EL INTERVALO $1 \leq Y \leq 2$, ENTONCES

$$P\{1 \leq Y \leq 2\} = \int_1^2 \left(-\frac{1}{12}y + \frac{1}{3}\right) dy = \left[-\frac{y^2}{24} + \frac{y}{3}\right]_1^2 = \frac{5}{24}$$

O

$$P\{1 \leq Y \leq 2\} = F_Y(2) - F_Y(1) = \frac{5}{6} - \frac{5}{8} = \frac{5}{24}$$

EJEMPLO

UN INGENIERO ESTA INTERESADO EN DISEÑAR UNA TORRE QUE RESISTA LAS CARGAS DEBIDAS AL VIENTO. DE UNA SERIE DE OBSERVACIONES DE LA MAXIMA VELOCIDAD ANUAL DEL VIENTO CERCA DEL SITIO DE INTERES, SE ENCUENTRA QUE EL HISTOGRAMA PUEDE AJUSTARSE RAZONABLEMENTE, DESDE UN PUNTO DE VISTA ESTADISTICO, MEDIANTE UNA *DISTRIBUCION DE PROBABILIDADES EXPONENCIAL* DE LA FORMA

$$f_X(x) = Ke^{-\lambda x}\ ;\ x > 0$$

DONDE X ES LA MAXIMA VELOCIDAD DEL VIENTO, λ ES UNA CONSTANTE Y K ES OTRA CONSTANTE TAL QUE OBLIGA A QUE EL AREA BAJO LA CURVA DE $f_X(X)$ SEA IGUAL A UNO. POR TANTO,

$$\int_0^{\infty} Ke^{-\lambda x}\,dx = \frac{-K}{\lambda}\left[e^{-\lambda x}\right]_0^{\infty} = \frac{K}{\lambda} = 1$$

DE DONDE

$$K = \lambda$$

POR TANTO

$$f_X(x) = \lambda e^{-\lambda x}\ ;\ x > 0$$

LA FUNCION DE DISTRIBUCION SERA

$$F_X(x) = \int_0^x f_X(u)\,du = \int_0^x \lambda e^{-\lambda u}\,du = \left[-e^{-\lambda u}\right]_0^x = 1 - e^{-\lambda x}\ ;\ x > 0$$

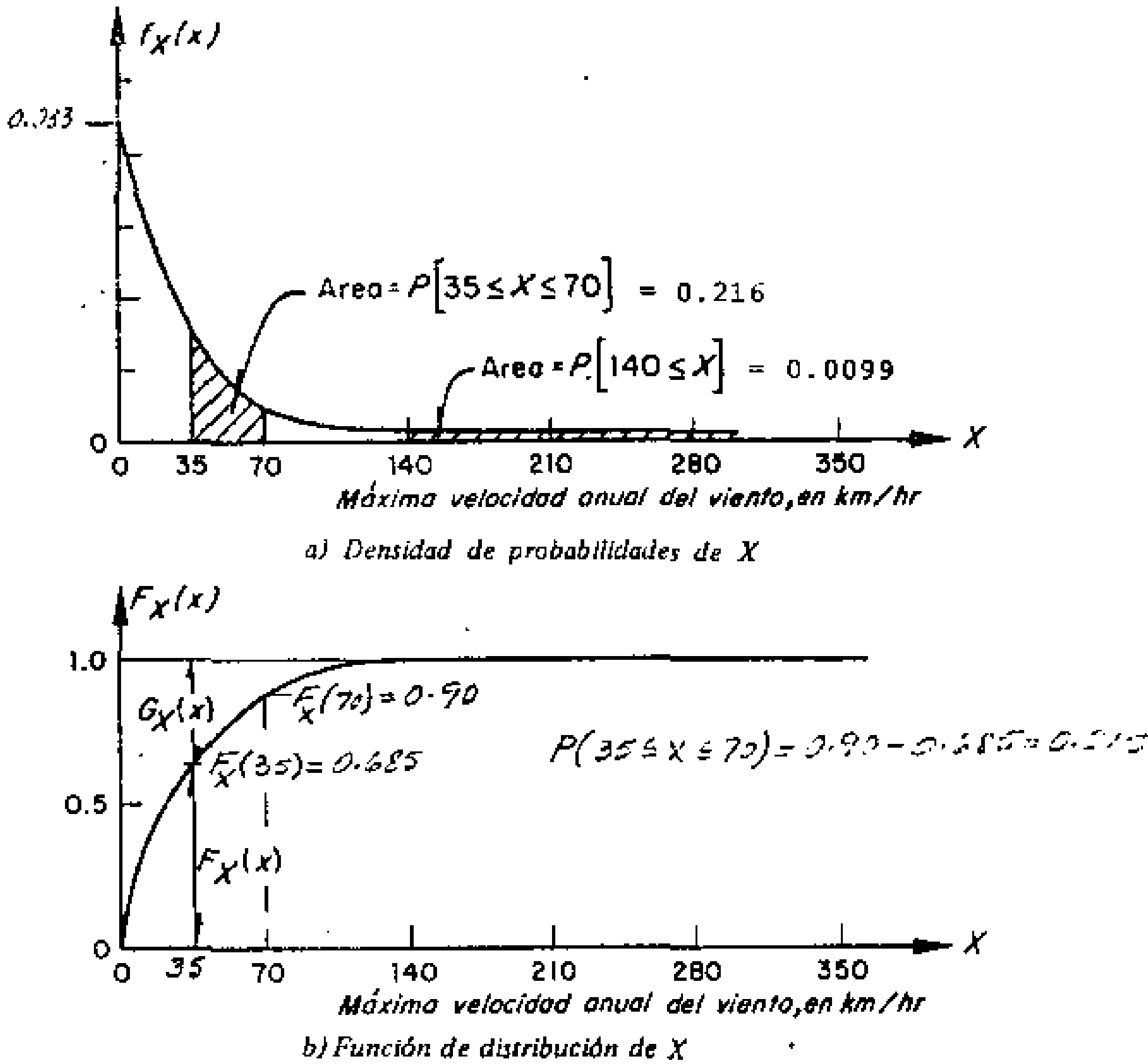
EL VALOR DE λ SE PUEDE TOMAR, POR EJEMPLO, DE MANERA QUE $F_X(x)$ SE AJUSTE PARA QUE COINCIDA CON UN VALOR EMPIRICO. ASI, SI LA FRECUENCIA RELATIVA DEL EVENTO $A = \{X \leq 70\ \text{KM/H}\}$ ES 0.9, ENTONCES

$$P(0 \leq X \leq 70) = F_X(70) = 0.9$$

DE DONDE

$$0.9 = 1 - e^{-70\lambda}$$

POR LO CUAL $\lambda = 0.033$.



Ley de probabilidades correspondiente al ejemplo de la máxima velocidad anual del viento

SI SE DESEA CALCULAR, POR EJEMPLO, LA PROBABILIDAD DE QUE LA VELOCIDAD MAXIMA DEL VIENTO EN UN AÑO DADO ESTE ENTRE 35 Y 70 KM/H, SE TENDRA:

$$P(35 \le X \le 70) = \int_{35}^{70} 0.033 e^{-0.033x} dx = \left[-e^{-0.033x}\right]_{35}^{70} =$$

$$= -e^{-0.033 x 70} - (-e^{-0.033 x 35}) = -e^{-2.31} + e^{-1.155} =$$

$$= -0.099 + 0.315 = 0.216$$

EN TERMINOS DE $F_X(x)$ ESTA PROBABILIDAD QUEDA DADA POR

$$P(35 \le X \le 70) = F_X(70) - F_X(35) = 0.90 - (1 - e^{-1.155}) = 0.90 - 0.685$$

$$= 0.215$$

66

FUNCION DE DISTRIBUCION COMPLEMENTARIA

EL COMPLEMENTO, $G_X(x)$, DE LA DISTRIBUCION DE PROBABILIDADES ACUMULADAS SU UTILIZA CUANDO LAS DECISIONES SE TOMAN CON BASE EN PROBABILIDADES DE QUE SE EXCEDA UN VALOR DADO DE LA VARIABLE. LA FUNCION DE DISTRIBUCION COMPLEMENTARIA SE DEFINE COMO

$$G_X(x) = P(X > x) = 1 - F_X(x)$$

EJEMPLO

PARA EL PROBLEMA ANTERIOR DE LA VELOCIDAD MAXIMA ANUAL DEL VIENTO, CALCULEMOS LA PROBABILIDAD DE QUE ESTA SEA MAYOR DE 140 KM/H:

$$G_X(140) = P(X > 140) = \int_{140}^{\infty} 0.33 e^{-0.033x} dx = 0.0099$$

O, ALTERNATIVAMENTE

$$P(X \ge 140) = 1 - F_X(140) = G_X(140) = 1 - (1 - e^{-0.033 x 140}) = e^{-4.62} = 0.00$$

ESPERANZAS

LA ESPERANZA DE UNA FUNCION $g(X)$, DE UNA VARIABLE ALEATORIA DISCRETA, X, ES, POR DEFINICION

$$E(g(X)) = \sum_{i=1}^{i=n} g(x_i)P_X(x_i)$$

O PARA UNA VARIABLE CONTINUA

$$E(g(X)) = \int_{-\infty}^{\infty} g(x)f_X(x)dx$$

EJEMPLOS

1. SI $g(X)$ = CONSTANTE = c

$$E(c) = c\int_{-\infty}^{\infty} f_X(x)dx = c$$

2. SI $g(X) = x$

$$E[x] = \int_{-\infty}^{\infty} x f_X(x)dx$$

3. SI $g(X) = a + bx$

$$E[a+bx] = a\int_{-\infty}^{\infty} f_X(x)dx + b\int_{-\infty}^{\infty} x f_X(x)dx = a + bE[X]$$

4. SI $g(X) = g_1(X) + g_2(X)$

$$E[g_1(X) + g_2(X)] = \int_{-\infty}^{\infty} g_1(x) f_X(x)dx + \int_{-\infty}^{\infty} g_2(x) f_X(x)dx$$

$$= E[g_1(X)] + E[g_2(X)]$$

5. SI $g(X) = \frac{X-c}{d} = \frac{1}{d}X - \frac{c}{d}$

$$E\left(\frac{X-c}{d}\right) = \frac{1}{d}E(x) - \frac{c}{d} = \frac{E(x) - c}{d}$$

6. SI $g(X) = ax^2$

$$E(ax^2) = a\int_{-\infty}^{\infty} x^2 f_X(x)dx = a\,E(x^2)$$

EJEMPLO

SI X ES UNA VARIABLE ALEATORIA CON DENSIDAD DE PROBABILIDADES EXPONENCIAL, CALCULAR LA ESPERANZA DE LA FUNCION

$$g(X) = X^2$$

EN ESTE CASO SE TIENE QUE

$$f_X(x) = \lambda e^{-\lambda x}, \text{ SI } 0 \leq X \leq \infty \text{ , Y } \quad f_X(x) = 0, \text{ SI } X < 0$$

POR LO QUE

$$E(X^2) = E[g(X)] = \int_{-\infty}^{\infty} g(x) f_X(x) dx = \lambda \int_{-\infty}^{\infty} x^2 e^{-\lambda x} dx$$

$$= \lambda \left[\frac{-x^2 e^{-\lambda x}}{\lambda} \right]_0^{\infty} + \frac{2\lambda}{\lambda} \int_0^{\infty} x e^{-\lambda x} dx = \frac{-2}{\lambda^2} \left[e^{-\lambda x} (1+\lambda x) \right]_0^{\infty} = \frac{2}{\lambda^2}$$

EN GENERAL, A LA ESPERANZA DE X^2 SE LE DENOMINA VALOR MEDIO CUADRATICO.

Ejemplo. Construcción de la carpeta de una carretera.

Un contratista construirá la carpeta de una carretera en tramos de 50 m; el gobierno aceptará o rechazará cada tramo de acuerdo con una prueba de control de calidad. El contratista tiene la opción de pedir el concreto a una de dos plantas premezcladoras; la planta A cobra 140 pesos/m^3 y la B 160 pesos/m^3, pero, el control de calidad que se lleva en la planta B es mejor, lo cual hace más probable que un tramo dado pase favorablemente la prueba de aceptación. Tomando en cuenta que en cada tramo se usan 100 m^3 de concreto y que la probabilidad de que el proveniente de la planta A no pase la prueba de control es 0.10, y la de B es 0.05, el constructor deberá decidirse por cuál planta usar. El árbol de decisiones de este problema es el mostrado en la fig 6.4, donde $P(\theta_1)$ y $P(\theta_2)$ son las probabilidades de que ocurran θ_1 y θ_2, respectivamente. La utilidad $U_1 = u(a_1, \theta_1)$ es la que corresponde a utilizar la planta A y que la carpeta pase la prueba de control de calidad; en este caso la utilidad (negativa) es el costo del concreto ($14,000.00) más la colocación (supongamos $100,000.00), por lo cual $U_1 = -114,000.00$. $U_2 = u(a_1, \theta_2)$ es la que corresponde a usar la planta A y que la carpeta no pase la prueba de calidad; en este caso el constructor deberá demoler y reconstruir el tramo con los siguientes costos:

Carpeta demolida	Pérdida de prestigio	$ 5,000.00
	Mano de obra de demolición	15,000.00
	Concreto	14,000.00
	Mano de obra de colocación	100,000.00

Reconstrucción	Mano de obra	$ 100,000.00
	Concreto	14,000.00
	T O T A L	$ 248,000.00

De manera similar se obtienen U_3 y U_4, cuyos valores resultan ser U_3 = - $116,000.00 y U_4 = - $252,000.00.

Si la decisión se tomara sin considerar las probabilidades de aceptar la carpeta, el constructor se decidiría por la planta A, ya que la pérdida (utilidad negativa) sería menor. Si sí se toman en cuenta y adoptamos como *criterio de decisión* el escoger la planta que conduzca a una *esperanza de pérdida* menor se tendrá (recuerde que la esperanza de la variable aleatoria X, $E[X]$, es $E[X] = \sum_{i=1}^{m} P[X_i]X_i$, donde las X_i son los valores que puede asumir X, y $P[X_i]$ son las probabilidades correspondientes):

Para la planta A:

$$E[U] = 0.90 \times (-114{,}000) + 0.10 \times (-248{,}000) = -\$127{,}400.$$

Para la planta B:

$$E[U] = 0.95 \times (-116{,}000) + 0.05 \times (-252{,}000) = -\$122{,}800.$$

Comparando ambas cifras se concluye que la decisión de comprar el concreto de la planta B conduce a una pérdida esperada menor que la de la planta A, es decir, se escoge la planta B aunque el precio unitario del concreto sea mayor.

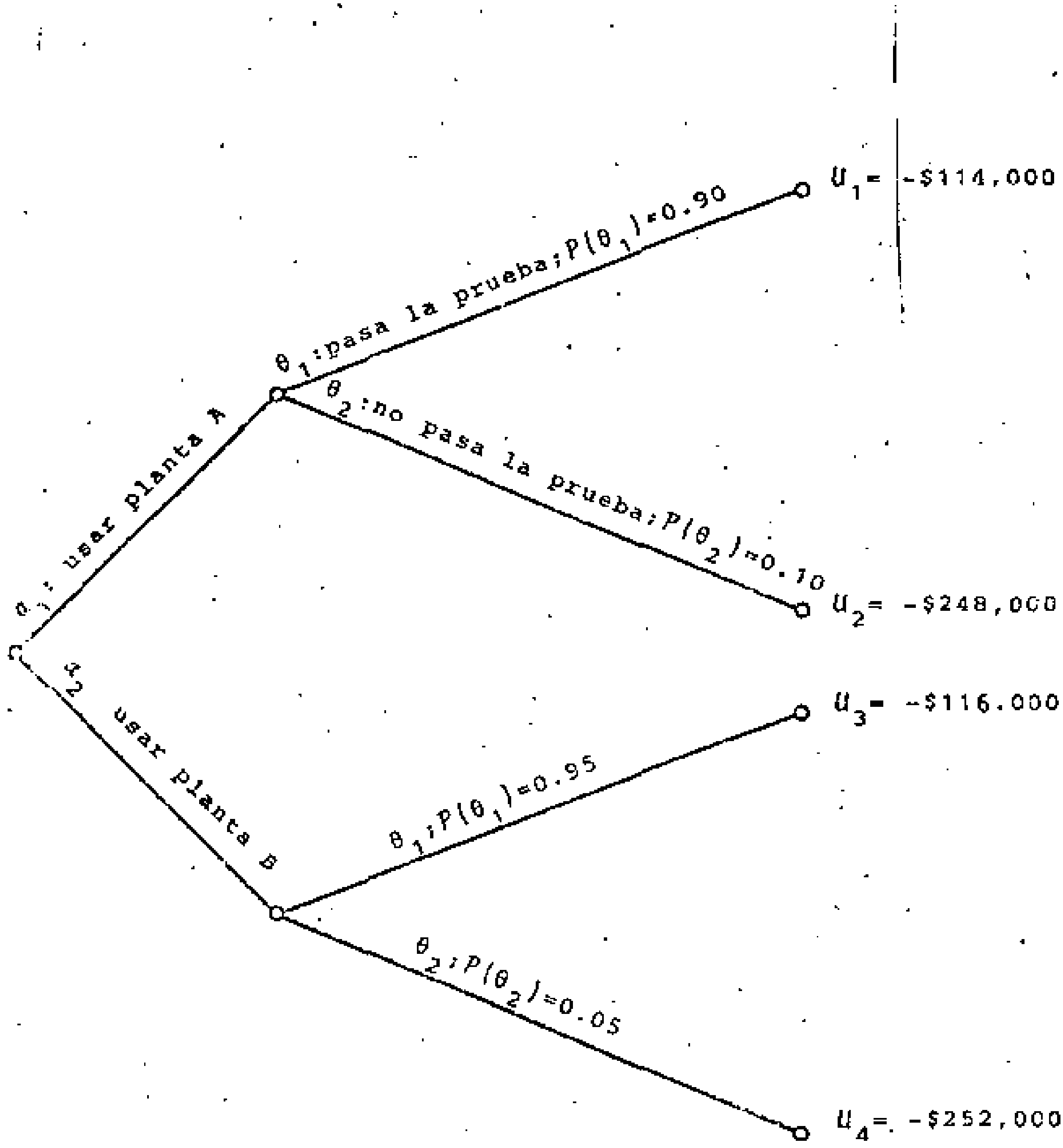


Fig 6.4 Arbol de decisiones del ejemplo 6.2

MEDIDAS DE TENDENCIA CENTRAL

LA MEDIA O ESPERANZA, E[X], DE UNA VARIABLE ALEATORIA, X, SE CALCULA CON LAS ECUACIONES ANTERIORES PARA EL CASO EN QUE g(X)=X. DE ESTA MANERA, SI LA VARIABLE ES DISCRETA, SU ESPERANZA QUEDA DADA POR

$$E(X) = \sum_{i=1}^{i=n} x_i \, P_X \, (x_i)$$

DONDE n ES EL TOTAL DE VALORES QUE X PUEDE ASUMIR.

PARA EL CASO DE UNA VARIABLE ALEATORIA CONTINUA, LA MEDIA ES

$$m_X = E(X) = \int_{-\infty}^{\infty} x f_X(x)\, dx$$

OTRAS MEDIDAS USUALES DE TENDENCIA CENTRAL DE UNA VARIABLE ALEATORIA SON LA *MEDIANA* Y EL *MODO*. LA PRIMERA SE DEFINE COMO EL VALOR DE LA VARIABLE AL CUAL CORRESPONDE UNA PROBABILIDAD ACUMULADA DE 50%, Y LA SEGUNDA, COMO EL VALOR DE LA VARIABLE AL CUAL CORRESPONDE LA MAYOR PROBABILIDAD.

EJEMPLO

SI LA DENSIDAD DE PROBABILIDADES DE LA VARIABLE ALEATORIA X CORRESPONDE A LOS ERRORES EN UNA NIVELACION, ES LA DE LA SEGUNDA COLUMNA DE LA SIGUIENTE TABLA, LA MEDIA DE DICHA VARIABLE RESULTA SER 4 167 LA MEDIANA 4000 Y EL MODO 4000 MICRAS. LOS CALCULOS CORRESPONDIENTES SE LOCALIZAN EN LA TERCERA COLUMNA.

x_i, EN MICRAS	$P_X(x_i)$	$x_i P_X(x_i)$, EN MICRAS	$F_X(x_i)$
0	6/60	0	6/60
1 000	2/60	2 000/60	8/60
2 000	4/60	8 000/60	12/60
3 000	8/60	24 000/60	20/60
4 000	13/60	52 000/60	33/60≥0.5
5 000	12/60	60 000/60	45/60
6 000	7/60	42 000/60	52/60
7 000	4/60	28 000/60	56/60
8 000	2/60	16 000/60	58/60
9 000	2/60	18 000/60	60/60
TOTAL: $E[X]$ = 250 000/60≈4 167 MICRAS			

EJEMPLO

CALCULAR LA ESPERANZA DE UNA VARIABLE ALEATORIA CUYA DENSIDAD DE PROBABILIDADES ES TRIANGULAR DADA POR

$$f_Y(Y) = \frac{1}{6} Y + \frac{1}{3} \qquad \text{SI } -2 \leq y \leq 0$$

$$f_Y(y) = \frac{-1}{12} y + \frac{1}{3} \qquad \text{SI } 0 \leq y \leq 4$$

$$f_Y(y) = 0 \qquad \text{SI } y \leq -2 \text{ O } y \geq 4$$

$$E(Y) = \int_{-\infty}^{\infty} y f_Y(y) dy = \int_{-2}^{0} y\left(\frac{y}{6} + \frac{1}{3}\right) dy + \int_0^4 y\left(\frac{-y}{12} + \frac{1}{3}\right) dy$$

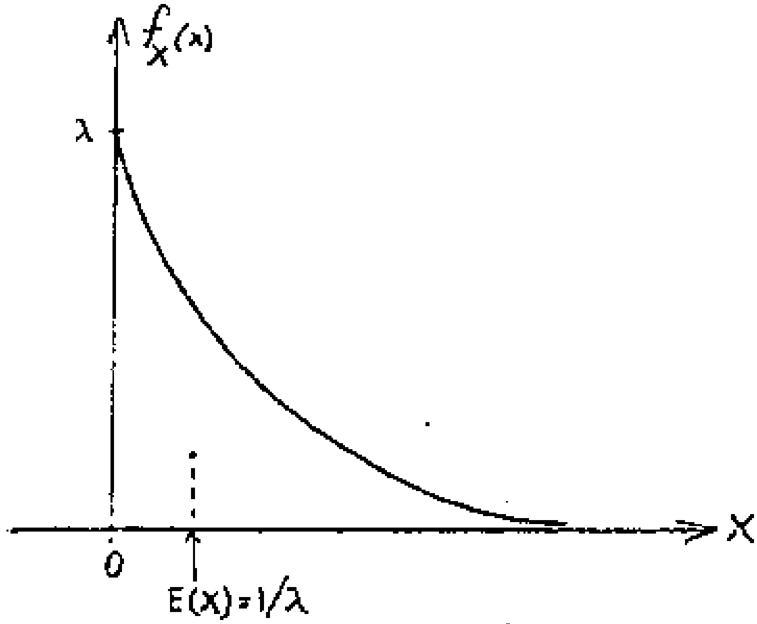
$$= \left[\frac{y^3}{18} + \frac{y^2}{6}\right]_{-2}^{0} + \left[\frac{-y^3}{36} + \frac{y^2}{6}\right]_0^4 = \frac{2}{3}$$

EJEMPLO

CALCULAR LA ESPERANZA DE UNA VARIABLE ALEATORIA CON DENSIDAD DE PROBABILIDADES EXPONENCIAL

$$f_\lambda(x) = \lambda e^{-\lambda x}$$

$$E(X) = \int_{-\infty}^{\infty} x f_X(x)\,dx = \lambda \int_0^{\infty} x e^{-\lambda x} dx = \lambda \left[\frac{-e^{-\lambda x}}{\lambda^2}(1+\lambda x)\right]_0^{\infty} = \frac{1}{\lambda}$$



MEDIDAS DE DISPERSION

UNA MEDIDA MUY COMUN DE LA DISPERSION O VARIABILIDAD DE LOS VALORES QUE PUEDE ASUMIR UNA VARIABLE ALEATORIA ES LA *VARIANCIA*, LA CUAL SE DENOTA COMO $\sigma^2(X)$ O VAR (X), LA CUAL SE DEFINE COMO LA ESPERANZA DE LA FUNCION $g(X) = [X-E(X)]^2$. ASI, PARA UNA VARIABLE ALEATORIA DISCRETA

$$\sigma^2(X) = \text{VAR}(X) = \sum_{i=1}^{i=n} (x_i - E(X))^2 \; P_X(x_i)$$

Y PARA UNA CONTINUA

$$\sigma^2(X) = \text{VAR}(X) = \int_{-\infty}^{\infty} (x - E(X))^2 f_X(x)dx$$

DESARROLLANDO EL INTEGRANDO DE ESTA ULTIMA ECUACION:

$$\sigma^2(X) = \int_{-\infty}^{\infty} (x^2-2xE(X) + E^2(X))f_X(x)dx$$

$$= \int_{-\infty}^{\infty} x^2 f_X(x)dx - 2E(X)\int_{-\infty}^{\infty} xf_X(x)dx+E^2(X)\int_{-\infty}^{\infty} f_X(x)dx = E[X^2]-E^2[X]$$

ES DECIR, LA VARIANCIA SE PUEDE CALCULAR COMO LA DIFERENCIA DEL VALOR MEDIO CUADRATICO Y EL CUADRADO DE LA MEDIA DE X.

OTRAS MEDIDAS DE DISPERSION DE LA VARIABLE ALEATORIA X SON LA *DESVIACION ESTANDAR*, $\sigma(X)$, LA CUAL ES IGUAL A LA RAIZ CUADRADA DE LA VARIANCIA, Y EL *COEFICIENTE DE VARIACION* QUE SE DEFINE COMO

$$v(X)=\sigma(X)/E(X) \quad , \text{ SI } E(X)\neq 0$$

EJEMPLO

EN LA SIGUIENTE TABLA SE CALCULA LA VARIANCIA DE LA VARIABLE ALEATORIA CUYA DENSIDAD DE PROBABILIDADES SE PRESENTO EN EL EJEMPLO ANTERIOR $(E(x) = 4167 \text{ MICRAS})$

$x_i - E(X)$ EN MICRAS	$(x_i - E(x))^2$ MICRAS^2	$P_X(x_i)$	$(x_i - E(X))^2 P_X(x_i)$, EN MICRAS
-4 167	17 363 889	6/60	1 736 388
-3 167	10 029 889	2/60	334 329
-2 167	4 695 889	4/60	313 059
-1 167	1 361 889	8/60	181 585
- 167	27 889	13/60	6 042
833	693 889	12/60	138 777
1 833	3 359 889	7/60	391 987
2 833	8 025 889	4/60	535 059
3 833	14 691 889	2/60	489 729
4 833	23 357 889	2/60	778 596

TOTAL: 4 405 551 MICRAS^2 = $\sigma^2(X)$

LA DESVIACION ESTANDAR Y EL COEFICIENTE DE VARIACION DE ESTA VARIABLE ALEATORIA SON, RESPECTIVAMENTE,

$$\sigma(X) = \sqrt{4\ 405\ 551} = 2\ 215 \text{ MICRAS, Y } \nu(X) = \sigma(X)/E(X) = \frac{2\ 215}{4\ 167} = 0.531$$

EJEMPLO

SI X ES UNA VARIABLE ALEATORIA CON DISTRIBUCION DE PROBABILIDADES EXPONENCIAL, CALCULAR SU VARIANCIA, DESVIACION ESTANDAR Y COEFICIENTE DE VARIACION:

$$\sigma^2(X) = E(X-E[X])^2 = \int_{-\infty}^{\infty}(x-E[X])^2\lambda e^{-\lambda x}dx = \lambda \int_0^{\infty}(x^2-2xE[X]+E^2[X])e^{-\lambda x}dx$$

$$= \lambda \int_0^{\infty}x^2e^{-\lambda x}dx - 2E[X]\lambda\int_0^{\infty}xe^{-\lambda x}dx + E^2[X] \int_0^{\infty}\lambda e^{-\lambda x}dx$$

$$= \frac{2}{\lambda^2} - 2\,\frac{1}{\lambda}\,\frac{1}{\lambda} + \frac{1}{\lambda^2} = \frac{1}{\lambda^2}$$

YA QUE $E(X) = 1/\lambda$ Y $E[X^2] = 2/\lambda^2$.

USANDO LA FORMULA $\sigma^2(X) = E[X^2] - E^2[X]$, Y TOMANDO EN CUENTA QUE $E[X^2] = 2/\lambda^2$ SE OBTIENE:

$$\sigma^2(X) = 2/\lambda^2 - 1/\lambda^2 = 1/\lambda^2$$

EN CONSECUENCIA, LA DESVIACION ESTANDAR ES

$$\sigma(X) = \sqrt{1/\lambda^2} = 1/\lambda$$

Y EL COEFICIENTE DE VARIACION

$$\nu(X) = \sigma(X)/E(X) = \frac{\frac{1}{\lambda}}{\frac{1}{\lambda}} = 1$$

EJEMPLO

SEA Y UNA VARIABLE ALEATORIA CON DENSIDAD DE PROBABILIDADES TRIANGULAR DADA POR

$$f_Y(y) = \frac{1}{6}y + \frac{1}{3} \qquad \text{SI} \quad -2 \leq y \leq 0$$

$$f_Y(y) = \frac{-1}{12}y + \frac{1}{3} \qquad \text{SI} \quad 0 \leq y \leq 4$$

$$f_Y(y) = 0 \qquad \text{SI} \quad y \leq -2 \text{ O } y \geq 4$$

CALCULAR LA VARIANCIA, LA DESVIACION ESTANDAR Y EL COEFICIENTE DE VARIACION.

CALCULAREMOS PRIMERO EL VALOR MEDIO CUADRATICO PARA LUEGO APLICAR LA ECUACION $\sigma^2(Y) = E(Y^2) - E^2(Y)$

$$E[Y^2] = \int_{-2}^{0} y^2\left(\frac{1}{6}\ y + \frac{1}{3}\right)dy + \int_{0}^{4} y^2\left(-\frac{y}{12} + \frac{1}{3}\right)dy = \left[\frac{y^4}{24} + \frac{y^3}{9}\right]_{-2}^{0} + \left[\frac{-y^4}{48} + \frac{y^3}{9}\right]$$

$$\sigma^2(Y) = 2-(2/3)^2 = 14/9$$

$$\sigma(Y) = 1.25 \ (\sqrt{14/9}\ )$$

$$\nu(Y) = 1.25/(2/3) = 1.88$$

EJEMPLO

SI SE HACE LA TRANSFORMACION Y= ax, ¿CUANTO VALE LA VARIANCIA DE Y EN TERMINOS DE LA DE X?

DE LO VISTO ANTERIORMENTE, $E(Y) = aE(x)$ Y $E(Y^2) = a^2E(X^2)$

$$\sigma^2(Y) = E(Y^2) - E^2(Y) = a^2 E(x^2) - a^2E^2(x) = a^2\left[E(x^2) - E^2(x)\right] = a^2\sigma^2$$

DISTRIBUCIONES PARTICULARES

VARIABLES ALEATORIAS DISCRETAS

DISTRIBUCION BINOMIAL O DE BERNOULLI

LA DISTRIBUCION BINOMIAL O DE BERNOULLI SE EMPLEA COMO DENSIDAD DE PROBABILIDADES DE VARIABLES ALEATORIAS DISCRETAS ASOCIADOS A EXPERIMENTOS EN LOS QUE SOLO HAY (O SOLO IMPORTAN) DOS RESULTADOS POSIBLES, UNO DE LOS CUALES USUALMENTE SE DENOMINA "EXITO" Y, EL OTRO, "FRACASO". (S = {EXITO, FRACASO}).

SEAN p= PROBABILIDAD DE OBSERVAR "EXITO" AL REALIZAR UNA VEZ EL EXPERIMENTO

q= PROBABILIDAD DE "FRACASO" = $1-p$

X= VARIABLE ALEATORIA "NUMERO DE EXITOS OBSERVADOS AL REPETIR n VECES EL EXPERIMENTO "CON REEMPLAZO"

LA DISTRIBUCION DE PROBABILIDADES BINOMIAL ES

$$f(x) = \frac{n!}{x!\,(n-x)!}\, p^x q^{n-x} \;;\quad x = 0,\, 1, \ldots, n$$

SE PUEDE DEMOSTRAR QUE LOS PARAMETROS DE ESTA DISTRIBUCION SON

$$E(X) = np \;, \quad \sigma^2(X) = npq$$

REFERENCIA: W. BEYER, "HANDBOOK OF TABLES FOR PROBABILITY AND STATISTICS", THE CHEMICAL RUBBER, CO. (1966).

DEMOSTRACION

SI n=2, ENTONCES X PUEDE ASUMIR LOS VALORES 0, 1 y 2, ES DECIR $S=\{0,1,2\}$. EL ESPACIO DE EVENTOS DEL EXPERIMENTO ES

$$S_1 = \{\underbrace{(\text{FRACASO, FRACASO})}_{X=0}, \underbrace{(\text{EXITO, FRACASO})}_{X=1}, \underbrace{(\text{FRACASO, EXITO})}_{X=1}, \underbrace{(\text{EXITO, EXITO})}_{X=2}\}$$

$$f_X(x) = \{f_X(0), f_X(1), f_X(2)\}$$

OBSERVESE QUE x=0 OCURRE DE UNA MANERA, x=1, DE DOS, Y x=2, DE UNA. ESTOS RESULTADOS SE PUEDEN OBTENER PERMUTANDO DOS GRUPOS, UNO CON x Y EL OTRO CON n-x ELEMENTOS:

x=0: $\quad {}_2P_{0,2} = \dfrac{2!}{0!\times 2!} = 1 \;;\; P(\{0\}) = q \times q = q^2 = p^0q^2$

x=1: $\quad {}_2P_{1,1} = \dfrac{2!}{1!\times 1!} = 2 \;;\; P(\{1\}) = 2pq$

x=2: $\quad {}_2P_{2,0} = \dfrac{2!}{2!\times 0!} = 1 \;;\; P(\{2\}) = p\times p = p^2 = p^2q^0$

$$\sum_{i=0}^{2} P(\{i\}) = q^2+2pq+p^2 = (p+q)^2 = 1$$

(OBSERVESE QUE LOS ELEMENTOS DE S_1 NO SON IGUALMENTE PROBABLES, A MENOS QUE $p = q = 1/2$.)

SI $\underline{n = 3}$, $S = \{0,1,2,3\}$, e = EXITO Y f = FRACASO, ENTONCES

$S_1 = \{(f,f,f),\ (e,f,f),\ (f,e,f),\ (f,f,e),\ (e,e,f),\ (e,f,e),\ (f,e,e),\ (e,e,e)\}$

$x = 0$: ${}_3P_{0,3} = \frac{3!}{0! \times 3!} = 1$; $P(\{0\}) = 1\ p^0q^3 = q^3$

$x = 1$: ${}_3P_{1,2} = \frac{3!}{1! \times 2!} = 3$; $P(\{1\}) = 3\ pq^2$

$x = 2$: ${}_3P_{2,1} = \frac{3!}{2! \times 1!} = 3$; $P(\{2\}) = 3p^2q$

$x = 3$: ${}_3P_{3,0} = \frac{3!}{3! \times 0!} = 1$; $P(\{3\}) = 1p^3q^0 = p^3$

$$\sum_{i=0}^{3} P(\{i\}) = (p+q)^3 = 1$$

PASANDO AL <u>CASO GENERAL</u> DE CUALQUIER VALOR DE n, LA PROBABILIDAD DE QUE OCURRAN x EXITOS Y $n-x$ FRACASOS *EN UN ORDEN DETERMINADO* ES

$$P(X=x) = p^xq^{n-x}$$

EN VIRTUD DE LA LEY GENERAL DE MULTIPLICACION.

UN ORDEN POSIBLE SERIA, POR EJEMPLO,

$$\underbrace{\text{EXITO, EXITO,\ldots, EXITO,}}_{x}\ \underbrace{\text{FRACASO,\ldots, FRACASO}}_{n-x}$$

AHORA BIEN, LOS x EXITOS PUEDEN OCURRIR EN ${}_nP_{x,n-x}$ ORDENES DISTINTOS, CADA UNO CON PROBABILIDAD p^xq^{n-x}. POR LO TANTO, EN VIRTUD DE LA LEY GENERAL DE ADICION, LA DISTRIBUCION DE PROBABILIDADES DE X RESULTA SER

$$f_X(x) = \frac{n!}{x!\,(n-x)!}\, p^xq^{n-x} \quad ; \ x = 0,1,\ldots,n$$

LA CUAL SE CONOCE CON EL NOMBRE DE <u>*BINOMIAL O DE BERNOULLI*</u>.

LA ESPERANZA DE LA DISTRIBUCION DE BERNOULLI ES

$$E(X) = \sum_{x=0}^{n} x \frac{n!}{x!(n-x)!} p^x q^{n-x} = \sum_{x=1}^{n} x \frac{n!}{x!(n-x)!} p^x q^{n-x}$$

$$= np \underbrace{\sum_{x=1}^{n} \frac{(n-1)!}{(x-1)!(n-x)!} p^{x-1} q^{n-x}}_{(p+q)^{n-1}} = np(p+q)^{n-1} = np$$

LA VARIANCIA DE LA DISTRIBUCION BINOMIAL ES

$$\sigma^2(X) = E\left[(X-E(X))^2\right] = E\left[(X-np)^2\right]$$

PERO $E\left[(X-np)^2\right] = E(X^2-2npX + n^2p^2) = E\left[X + X(X-1) - 2npX + n^2p^2\right]$

$$= E\left[(1-2np)X\right] + E\left[X(X-1)\right] + E(n^2p^2)$$

$$= (1-2np)np + n^2p^2 + \sum_{x=0}^{n} \frac{n!}{x!(n-x)!} p^x q^{n-x} x(x-1)$$

$$= np-n^2p^2 + \sum_{x=2}^{n} n(n-1) \frac{(n-2)!}{(x-2)!(n-x)!} p^2 p^{x-2} q^{n-x}$$

$$= np-n^2p^2 + n(n-1)p^2 \underbrace{\sum_{x=2}^{n} \frac{(n-2)!}{(x-2)!(n-x)!} p^{x-2} q^{n-x}}_{(p+q)^{n-2}}$$

$$= np-n^2p^2 + n(n-1)p^2(p+q)^{n-2} = np-np^2 = np(1-p) = npq$$

EN RESUMEN, PARA LA DISTRIBUCION BINOMIAL,

$$E(X) = np \quad ; \quad \sigma^2(X) = npq \quad ; \quad \sigma(X) = \sqrt{npq}$$

TABLA 1

FUNCION DE DISTRIBUCION BINOMIAL

$$F_X(x) = \sum_{k=0}^{x} \frac{n!}{k!(n-k)!} p^k q^{n-k}$$

n	x	p 0.10	0.20	0.30	0.40	0.50
2	0	.8100	.6400	.4900	.3600	.2500
	1	.9900	.9600	.9100	.8400	.7500
3	0	.7290	.5120	.3430	2160	.1250
	1	.9720	.8960	.7840	.6480	.5000
	2	.9990	.9920	.9730	.9360	.8750
4	0	.6561	.4096	.2401	.1296	.0625
	1	.9477	.8192	.6517	.4752	.3125
	2	.9963	.9728	9163	.8208	.6875
	3	.9999	.9984	.9919	.9744	.9375
5	0	.5905	.3277	.1681	.0778	.0312
	1	.9185	.7373	.5282	.3370	.1875
	2	.9914	.9421	.8369	.6826	.5000
	3	.9995	.9933	.9692	.9130	.8125
	4	1.0000	.9997	.9976	.9898	.9688
6	0	.5314	.2621	.1176	.0467	.0156
	1	.8857	.6554	.4202	.2333	.1094

TABLA I (continuación)

FUNCION DE DISTRIBUCION BINOMIAL

$$F_X(x) = \sum_{k=0}^{x} \frac{n!}{k!(n-k)!} p^k q^{n-k}$$

n	x	p 0.10	0.20	0.30	0.40	0.50
6	2	.9842	.9011	.7443	.5443	.3438
	3	.9987	.9830	.9295	.8208	.6562
	4	.9999	.9984	.9891	.9590	.8906
	5	1.0000	.9999	.9993	.9959	.9844
7	0	.4783	.2097	.0824	.0280	.0078
	1	.8503	.5767	.3294	.1586	.0625
	2	.9743	.8520	.6471	.4199	.2266
	3	.9973	.9667	.8740	.7102	.5000
	4	.9998	.9953	.9712	.9037	.7734
	5	1.0000	.9996	.9962	.9812	.9375
	6	1.0000	1.0000	.9998	.9984	.9922
8	0	.4305	.1678	.0576	.0168	.0039
	1	.8131	.5033	.2553	.1064	.0352
	2	.9619	.7969	.5518	.3154	.1445
	3	.9950	.9437	.8059	.5941	.3633
	4	.9996	.9896	.9420	.8263	.6367
	5	1.0000	.9988	.9887	.9502	.8555
	6	1.0000	.9999	.9987	.9915	.9648
	7	1.0000	1.0000	.9999	.9993	.9961
9	0	.3874	.1342	.0404	.0101	.0020
	1	.7748	.4362	.1960	.0705	.0195
	2	.9470	.7382	.4628	.2318	.0898
	3	.9917	.9144	.7297	.4826	.2539
	4	.9991	.9804	.9012	.7334	.5000
	5	.9999	.9969	.9747	.9006	.7461
	6	1.0000	.9997	.9957	.9750	.9102
	7	1.0000	1.0000	.9996	.9962	.9805
	8	1.0000	1.0000	1.0000	.9997	.9980
10	0	.3487	.1074	.0282	.0060	.0010
	1	.7361	.3758	.1493	.0464	.0107
	2	.9298	.6778	.3828	.1673	.0547
	3	.9872	.8791	.6496	.3823	.1719
	4	.9984	.9672	.8497	.6331	.3770

TABLA I (continuación)

FUNCION DE DISTRIBUCION BINOMIAL

$$F_X(x) = \sum_{k=0}^{x} \frac{n!}{k!(n-k)!} p^k q^{n-k}$$

n	X	p 0.10	0.20	0.30	0.40	0.50
10	5	.9999	.9936	.9527	.8338	.6230
	6	1.0000	.9991	.9894	.9452	.8281
	7	1.0000	.9999	.9984	.9877	.9453
	8	1.0000	1.0000	.9999	.9983	.9893
	9	1.0000	1.0000	1.0000	.9999	.9990
11	0	.3138	.0859	.0198	.0036	.0005
	1	.6974	.3221	.1130	.0302	.0059
	2	.9104	.6174	.3127	.1189	.0327
	3	.9815	.8389	.5696	.2963	.1133
	4	.9972	.9496	.7897	.5328	.2744
	5	.9997	.9883	.9218	.7535	.5000
	6	1.0000	.9980	.9784	.9006	.7256
	7	1.0000	.9998	.9957	.9707	.8867
	8	1.0000	1.0000	.9994	.9941	.9673
	9	1.0000	1.0000	1.0000	.9993	.9941
	10	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	.9995
12	0	.2824	.0687	.0138	.0022	.0002
	1	.6590	.2749	.0850	.0196	.0032
	2	.8891	.5583	.2528	.0834	.0193
	3	.9744	.7946	.4925	.2253	.0730
	4	.9957	.9274	.7237	.4382	.1938
	5	.9995	.9806	.8822	.6652	.3872
	6	.9999	.9961	.9614	.8418	.6128
	7	1.0000	.9994	.9905	.9427	.8062
	8	1.0000	.9999	.9983	.9847	.9270
	9	1.0000	1.0000	.9998	.9972	.9807
	10	1.0000	1.0000	1.0000	.9997	.9968
	11	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	.9998
13	0	.2542	.0550	.0097	.0013	.0001
	1	.6213	.2336	.0637	.0126	.0017
	2	.8661	.5017	.2025	.0579	.0112
	3	.9658	.7473	.4206	.1686	.0461
	4	.9935	.9009	.6543	.3530	.1334
	5	.9991	.9700	.8346	.5744	.2905
	6	.9999	.9930	.9376	.7712	.5000
	7	1.0000	.9988	.9818	.9023	.7095

TABLA 1 (continuación)

FUNCION DE DISTRIBUCION BINOMIAL

$$F_X(x) = \sum_{k=0}^{x} \frac{n!}{k!(n-k)!} p^k q^{n-k}$$

n	x	0.10	0.20	0.30	0.40	0.50
13	8	1.0000	.9998	.9960	.9679	.8666
	9	1.0000	1.0000	.9993	.9922	.9539
	10	1.0000	1.0000	.9999	.9987	.9888
	11	1.0000	1.0000	1.0000	.9999	.9983
	12	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	.9999
14	0	.2288	.0440	.0068	.0008	.0001
	1	.5846	.1979	.0475	.0081	.0009
	2	.8416	.4481	.1608	.0398	.0065
	3	.9559	.6982	.3552	.1243	.0287
	4	.9908	.8702	.5842	.2793	.0898
	5	.9985	.9561	.7805	.4859	.2120
	6	.9998	.9884	.9067	.6925	.3953
	7	1.0000	.9976	.9685	.8499	.6047
	8	1.0000	.9996	.9917	.9417	.7880
	9	1.0000	1.0000	.9983	.9825	.9102
	10	1.0000	1.0000	.9998	.9961	.9713
	11	1.0000	1.0000	1.0000	.9994	.9935
	12	1.0000	1.0000	1.0000	.9999	.9991
	13	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	.9999
15	0	.2059	.0352	.0047	.0005	.0000
	1	.5490	.1671	.0353	.0052	.0005
	2	.8159	.3980	.1268	.0271	.0037
	3	.9444	.6482	.2969	.0905	.0176
	4	.9873	.8358	.5155	.2173	.0592
	5	.9978	.9389	.7216	.4032	.1509
	6	.9997	.9819	.8689	.6098	.3036
	7	1.0000	.9958	.9500	.7869	.5000
	8	1.0000	.9992	.9848	.9050	.6964
	9	1.0000	.9999	.9963	.9662	.8491
	10	1.0000	1.0000	.9993	.9907	.9408
	11	1.0000	1.0000	.9999	.9981	.9824
	12	1.0000	1.0000	1.0000	.9997	.9963
	13	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	.9995
	14	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000

TABLA 1 (continuación)

FUNCION DE DISTRIBUCION BINOMIAL

$$F_X(x) = \sum_{k=0}^{x} \frac{n!}{k!(n-k)!} p^k q^{n-k}$$

n	x	p 0.10	0.20	0.30	0.40	0.50
18	0	.1501	.0180	.0016	.0001	.0000
	1	.4503	.0991	.0142	.0013	.0001
	2	.7338	.2713	.0600	.0082	.0007
	3	.9018	.5010	.1646	.0328	.0038
	4	.9718	.7164	.3327	.0942	.0154
	5	.9936	.8671	.5344	.2088	.0481
	6	.9988	.9487	.7217	.3743	.1189
	7	.9998	.9837	.8593	.5634	.2403
	8	1.0000	.9957	.9404	.7368	.4073
	9	1.0000	.9991	.9790	.8653	.5927
	10	1.0000	.9998	.9939	.9424	.7597
	11	1.0000	1.0000	.9986	.9797	.8811
	12	1.0000	1.0000	.9997	.9942	.9519
	13	1.0000	1.0000	1.0000	.9987	.9846
	14	1.0000	1.0000	1.0000	.9998	.9962
	15	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	.9993
	16	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	.9999
	17	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000
19	0	.1351	.0144	.0011	.0001	.0000
	1	.4203	.0829	.0104	.0008	.0000
	2	.7054	.2369	.0462	.0055	.0004
	3	.8850	.4551	.1332	.0230	.0022
	4	.9648	.6733	.2822	.0696	.0096
	5	.9914	.8369	.4739	.1629	.0318
	6	.9983	.9324	.6655	.3081	.0835
	7	.9997	.9767	.8180	.4878	.1796
	8	1.0000	.9933	.9161	.6675	.3238
	9	1.0000	.9984	.9674	.8139	.5000
	10	1.0000	.9997	.9895	.9115	.6762
	11	1.0000	1.0000	.9972	.9648	.8204
	12	1.0000	1.0000	.9994	.9884	.9165
	13	1.0000	1.0000	.9999	.9969	.9682
	14	1.0000	1.0000	1.0000	.9994	.9904
	15	1.0000	1.0000	1.0000	.9999	.9978
	16	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	.9996
	17	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000

TABLA 1 (continuación)

FUNCION DE DISTRIBUCION BINOMIAL

$$F_X(x) = \sum_{k=0}^{x} \frac{n!}{k!(n-k)!} p^k q^{n-k}$$

n	x	p: 0.10	0.20	0.30	0.40	0.50
16	0	.1853	.0281	.0033	.0003	.0000
	1	.5147	.1407	.0261	.0033	.0003
	2	.7892	.3518	.0994	.0183	.0021
	3	.9316	.5981	.2459	.0651	.0106
	4	.9830	.7982	.4499	.1666	.0384
	5	.9967	.9183	.6598	.3288	.1051
	6	.9995	.9733	.8247	.5272	.2272
	7	.9999	.9930	.9256	.7161	.4018
	8	1.0000	.9985	.9743	.8577	.5982
	9	1.0000	.9998	.9929	.9417	.7728
	10	1.0000	1.0000	.9984	.9809	.8949
	11	1.0000	1.0000	.9997	.9951	.9616
	12	1.0000	1.0000	1.0000	.9991	.9894
	13	1.0000	1.0000	1.0000	.9999	.9979
	14	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	.9997
	15	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000
17	0	.1668	.0225	.0023	.0002	.0000
	1	.4818	.1182	.0193	.0021	.0001
	2	.7618	.3096	.0774	.0123	.0012
	3	.9174	.5489	.2019	.0464	.0064
	4	.9779	.7582	.3887	.1260	.0245
	5	.9953	.8943	.5968	.2639	.0717
	6	.9992	.9623	.7752	.4478	.1662
	7	.9999	.9891	.8954	.6405	.3145
	8	1.0000	.9974	.9597	.8011	.5000
	9	1.0000	.9995	.9873	.9081	.6855
	10	1.0000	.9999	.9968	.9652	.8338
	11	1.0000	1.0000	.9993	.9894	.9283
	12	1.0000	1.0000	.9999	.9975	.9755
	13	1.0000	1.0000	1.0000	.9995	.9936
	14	1.0000	1.0000	1.0000	.9999	.9988
	15	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	.9999
	16	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000

80

TABLA 1 (continuación)

FUNCION DE DISTRIBUCION BINOMIAL

$$F_X(x) = \sum_{k=0}^{x} \frac{n!}{k!(n-k)!} p^k q^{n-k}$$

n	x	p = 0.10	0.20	0.30	0.40	0.50
20	0	.1216	.0115	.0008	.0000	.0000
	1	.3917	.0692	.0076	.0005	.0000
	2	.6769	.2061	.0355	.0036	.0002
	3	.8670	.4114	.1071	.0160	.0013
	4	.9568	.6296	.2375	.0510	.0059
	5	.9887	.8042	.4164	.1256	.0207
	6	.9976	.9133	.6080	.2500	.0577
	7	.9996	.9679	.7723	.4159	.1316
	8	.9999	.9900	.8867	.5956	.2517
	9	1.0000	.9974	.9520	.7553	.4119
	10	1.0000	.9994	.9829	.8725	.5881
	11	1.0000	.9999	.9949	.9435	.7483
	12	1.0000	1.0000	.9987	.9790	.8684
	13	1.0000	1.0000	.9997	.9935	.9423
	14	1.0000	1.0000	1.0000	.9984	.9793
	15	1.0000	1.0000	1.0000	.9997	.9941
	16	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	.9987
	17	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	.9998
	18	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000

EJEMPLO

SI SE LANZA AL AIRE SEIS VECES UNA MONEDA HOMOGENEA,

A) ¿CUAL ES LA PROBABILIDAD DE OBTENER DOS "CARAS"?

B) ¿CUAL ES LA PROBABILIDAD DE OBTENER POR LO MENOS CUATRO "CARAS" $(X \geq 4)$?

C) ¿CUANTO VALEN LA ESPERANZA Y LA DESVIACION ESTANDAR?

SOLUCION

A) PUESTO QUE LA MONEDA ES HOMOGENEA SE TIENE $p=1/2$ Y $q=1-1/2=1/2$, DONDE p ES LA PROBABILIDAD DE OBSERVAR "CARA" (CARA = EXITO) EN UN LANZAMIENTO. POR TANTO

$$P[X = 2] = f_X(2) = \frac{6!}{2!(6-2)!}\left(\frac{1}{2}\right)^2(1/2)^{6-2} = \frac{6!}{2!\ 4!}(1/2)^6 = \frac{15}{64}$$

(DE LA TABLA: $P(x=2)=P(x\leq 3)<P(x\leq 2) = 0.3438-0.1094 = 0.2344$)

B) PARA QUE SE CUMPLA $X\geq 4$ EN SEIS LANZAMIENTOS, SE NECESITA QUE SE OBSERVEN 4,5 o 6 CARAS. PUESTO QUE ESTOS TRES EVENTOS SON MUTUAMENTE EXCLUSIVOS, SE TIENE

$$P[X\geq 4] = f_X(4) + f_X(5) + f_X(6)$$

CALCULANDO LOS TRES SUMANDOS COMO EN LA PREGUNTA ANTERIOR, RESULTA

$$P[X\geq 4] = \frac{6!}{4!\ 2!}(1/2)^4(1/2)^{6-4}+\frac{6!}{5!\ 1!}(1/2)^5(1/2)^{6-5}+\frac{6!}{6!\ 0!}(1/2)^6(1/2)^{6-6}$$

$$= \frac{15}{64} + \frac{6}{64} + \frac{1}{64} = \frac{11}{32} = 0.3438$$

(DE LA TABLA: $P(x\geq 4) = 1-P(x\leq 3)=1-0.6562 = 0.3438$)

C) $E[X] = np = 6(1/2) = 3$

$$\sigma^2[X] = npq = 6(1/2)(1/2) = 3/2\ ,\quad \sigma(X) = \sqrt{3/2} = 1.22$$

EJEMPLO

SI CON BASE EN LA EXPERIENCIA DE MUCHO TIEMPO SE SABE QUE UNA MAQUINA IMPRIME COLORES DEFECTUOSOS EN UN 5 POR CIENTO DE LAS VECES, CALCULAR LA PROBABILIDAD DE QUE DE 10 IMPRESIONES SE OBTENGA:

a. NINGUNA DEFECTUOSA
b. UNA DEFECTUOSA
c. MAS DE UNA DEFECTUOSA

ASIMISMO, CALCULAR LA MEDIA Y LA DESVIACION ESTANDAR DEL NUMERO DE DEFECTUOSAS.

Solución

SEA EXITO = IMPRESION DEFETUOSA

EN TAL CASO $p = 0.05$ Y $q = 1-0.05 = 0.95$

a. NINGUNA DEFECTUOSA ES LO MISMO

QUE $X = 0$; ENTONCES $n-x= 10-0=10$ Y:

$$P(x=0)= f_x(0)= \frac{n!}{x!\ (n-x)!} = \frac{10!}{0!\ (10-0)!}\ (0.05)^0(0.95)^{10}$$

$$= \frac{10!}{10!}\ (0.95)^{10}=0.599 = 59.9\%$$

b. UNA DEFECTUOSA ES LO MISMO

QUE $X = 1$; ENTONCES $n-x = 10-1 = 9$ Y:

$$P(x = 1) = f_x(1) = \frac{10!}{1!\ 9!}\ (0.05)^1(0.95)^9$$

$$= \frac{10 \times 9!}{9!}\ (0.05)(0.6302) = 0.315$$

c. MAS DE UNA DEFECTUOSA ES LO MISMO

QUE $x > 1$

$$P(X > 1) = 1-P(X \leq 1) = 1-[P(x = 0)+P(x = 1)]$$

$$= 1-(0.599+0.315) = 0.086$$

$$E(x) = np = 10x0.05 = 0.5$$

$$\sigma^2(x) = npq = 10 \times 0.05 \times 0.95 = 0.0475$$

$$\sigma(x) = \sqrt{0.0475} = 0.2179$$

EJEMPLO

RESOLVER AHORA EL INCISO b. DEL EJEMPLO ANTERIOR, PARA EL CASO EN QUE $p = 0.1$

$$P(x = 1) = \frac{10!}{1!\ 9!} (0.10)^1 (0.90)^9 = 0.3874 = 38.74\%$$

USANDO LAS TABLAS DE LA DISTRIBUCION BINOMINAL:

$$\{X = x\} \cup \{X \leq x-1\} = \{X \leq x\}$$

POR LO TANTO $P\{X = x\} + P\{X \leq x-1\} = P\{X \leq x\}$

Y $P\{X = x\} = P\{X \leq x\} - P\{X \leq x-1\}$

EN ESTE EJEMPLO $x = 1$ y $x-1=0$, POR LO QUE

$$P(X=1) = P(X \leq 1) - P(X \leq 0)$$

$$= 0.7361 - 0.3487 = 0.3874$$

DISTRIBUCION GEOMETRICA

SEA p LA PROBABILIDAD DE EXITO EN UN EXPERIMENTO. SI EL EXPERIMENTO ES CON REEMPLAZO Y SE REPITE SUCESIVAMENTE HASTA QUE SE OBSERVA UN EXITO, SE TENDRA LA VARIABLE ALEATORIA X=NUMERO DE REPETICIONES DEL EXPERIMIENTO HASTA QUE SE OBSERVA EL PRIMER EXITO. OBTENGAMOS LA DENSIDAD DE PROBABILIDADES DE X ($S = \{1,2,3 ..., \infty\}$).

EL PRIMER EXITO OCURRIRA EN EL EXPERIMENTO NUMERO x SI, Y SOLO SI, EN LOS $x-1$ ANTERIORES HUBO PUROS FRACASOS. LA PROBABILIDAD DE ESTE EVENTO, DADO QUE LOS EXPERIMIENTOS SON INDEPENDIENTES, ES

$$f_X(x) = (1-p)^{x-1}p$$

ESTA FUNCION SE DENOMINA DISTRIBUCION GEOMETRICA. SE PUEDE DEMOSTRAR QUE LA DISTRIBUCION DE PROBABILIDADES ACUMULADAS ES

$$F_X(x) = \sum_{x=1}^{n} p(1-p)^{x-1} = 1 - (1-p)^n$$

Y QUE

$$E(X) = \sum_{x=1}^{\infty} x(1-p)^{x-1}p=1/p$$

$$\sigma^2(X) = \sum_{x=1}^{\infty} (x-\frac{1}{p})^2(1-p)^{x-1}p = (1-p)/p^2$$

EJEMPLO

¿CUAL ES LA PROBABILIDAD DE OBTENER UN TORNILLO DEFECTUOSO POR PRIMERA VEZ EN LA SEXTA EXTRACCION, SI EL PORCENTAJE DE DEFECTUOSOS DEL LOTE DEL CUAL SE MUESTREA ES DE 5 POR CIENTO?

$$P(X=6) = f_X(6) = (1-0.05)^5 \times 0.05 = 0.95^5 \times 0.05 = 0.03869$$

DISTRIBUCION HIPERGEOMETRICA

CUANDO SE TIENE UNA VARIABLE ALEATORIA DISCRETA CUYO ESPACIO DE EVENTOS TIENE SOLO DOS ELEMENTOS, DIGAMOS S={EXITO, FRACASO}, Y SE REALIZA UN MUESTREO SIN REEMPLAZO, ENTONCES LOS RESULTADOS DE CADA EXPERIMENTO NO SON INDEPENDIENTES NI LA PROBABILIDAD DE EXITO PERMANECE CONSTANTE, COMO EN LA DISTRIBUCION BINOMIAL, POR LO QUE ESTA ULTIMA NO ES APLICABLE.

SEA X LA VARIABLE ALEATORIA NUMERO DE EXITOS OBSERVADOS AL REPETIR n VECES EL EXPERIMENTO CONSISTENTE EN EXTRAER, SIN REEMPLAZO, ELEMENTOS DE UN LOTE QUE TIENE N OBJETOS DE LOS CUALES M SON "EXITOS". EL NUMERO DE ELEMENTOS QUE TIENE EL ESPACIO DE EVENTOS DEL EXPERIMENTO ES

$$N(S) = {}_{N}C_{n}$$

EL NUMERO, N({X=x}), DE MANERAS POSIBLES E IGUALMENTE PROBABLES DE OBTENER x EXITOS ES

EN EL LOTE

$$\overbrace{\underbrace{\odot\odot\odot\cdots\odot\odot}_{\text{M EXITOS}}\,|\,\underbrace{\odot\odot\odot\cdots\odot\odot}_{\text{(N-M)FRACASOS}}}^{\text{N ELEMENTOS}}$$

EN LA MUESTRA

$$\overbrace{\underbrace{\odot\odot\odot\cdots\odot\odot}_{}\,|\,\underbrace{\odot\odot\cdots\odot}_{}}^{\text{n ELEMENTOS}}$$

x EXITOS QUE SE PUEDEN ELEGIR DE ${}_{M}C_{x}$ MANERAS	(n-x)FRACASOS Q SE PUEDEN ELEGI DE ${}_{N-M}C_{n-x}$ MANE

CADA ELECCION POSIBLE DE x EXITOS SE COMBINA CON CADA ELECCION POSIBLE DE (n-x) FRACASOS; POR LO TANTO, EL NUMERO TOTAL DE MANERAS DE OBTENER x EXITOS EN n EXTRACCIONES SIN REEMPLAZO ES

$$N(\{X=x\}) = ({}_{M}C_{x})({}_{N-M}C_{n-x})$$

POR LO TANTO

$$P(\{X=x\}) = f_X(x) = \frac{({}_M C_x)({}_{N-M}C_{n-x})}{{}_N C_n} = \frac{\binom{M}{x}\binom{N-M}{n-x}}{\binom{N}{n}} \quad , \; x=0,1,\ldots,n$$

EN DONDE $\binom{M}{x} = \frac{M!}{x!(M-x)!}$, $\binom{N-M}{n-x} = \frac{(N-M)!}{(n-x)!(N-M-n+x)!}$

Y $\binom{N}{n} = \frac{N!}{n!(N-n)!}$

QUE SE CONOCE COMO *DISTRIBUCION HIPERGEOMETRICA*, LA MEDIA Y LA VARIANCIA DE ESTA DISTRIBUCION SON

$$E(X) = \sum_{x=0}^{n} x \frac{\binom{M}{x}\binom{N-M}{n-x}}{\binom{N}{n}} = nM/N = np \; , \; \text{si } p = M/N$$

Y

$$\sigma^2(X) = \sum_{x=0}^{n} \left(x-\frac{nM}{N}\right)^2 \frac{\binom{M}{x}\binom{N-M}{n-x}}{\binom{N}{n}} = \frac{Mn(N-M)(N-n)}{N^2(N-1)} = p(1-p) \; \frac{n(N-n)}{N-1}$$

RESPECTIVAMENTE.

EJEMPLO

EN UN PROBLEMA DE CONTROL ESTADISTICO DE CALIDAD, SE TIENE UN LOTE DE 100 TRANSFORMADORES DE CORRIENTE ELECTRICA, DE LOS CUALES 40 SON DEFECTUOSOS (NO CUMPLEN LAS NORMAS DE FABRICACION). ¿CUAL ES LA PROBABILIDAD DE OBTENER UNO DEFECTUOSO DE TRES SELECCIONADOS AL AZAR SIN REEMPLAZO?

$$P[X=1] = \frac{\binom{40}{1}\binom{100-40}{3-1}}{\binom{100}{3}} = \frac{\binom{40}{1}\binom{60}{2}}{\binom{100}{3}}$$

$$= \frac{\frac{40!}{39!\times 1!} \times \frac{60!}{58!\times 2!}}{\frac{100!}{97!\times 3!}} = 0.438$$

APROXIMACION DE LA DISTRIBUCION HEPERGEOMETRICA MEDIANTE LA BINOMIAL

CUANDO *N ES GRANDE* Y *n PEQUEÑO* ($N \geq 10n$), LA DISTRIBUCION BINOMIAL SE PUEDE USAR *COMO APROXIMACION* DE LA HIPERGEOMETRICA. DE ESTA APROXIMACION SE HECHA MANO CUANDO LOS CALCULOS CON ESTA ULTIMA RESULTAN TEDIOSOS.

EN EL CASO DEL EJEMPLO ANTERIOR, SI SE USA LA DENSIDAD BINOMIAL SE OBTIENE, CON $p=40/100 = 0.40$ Y $n=3$

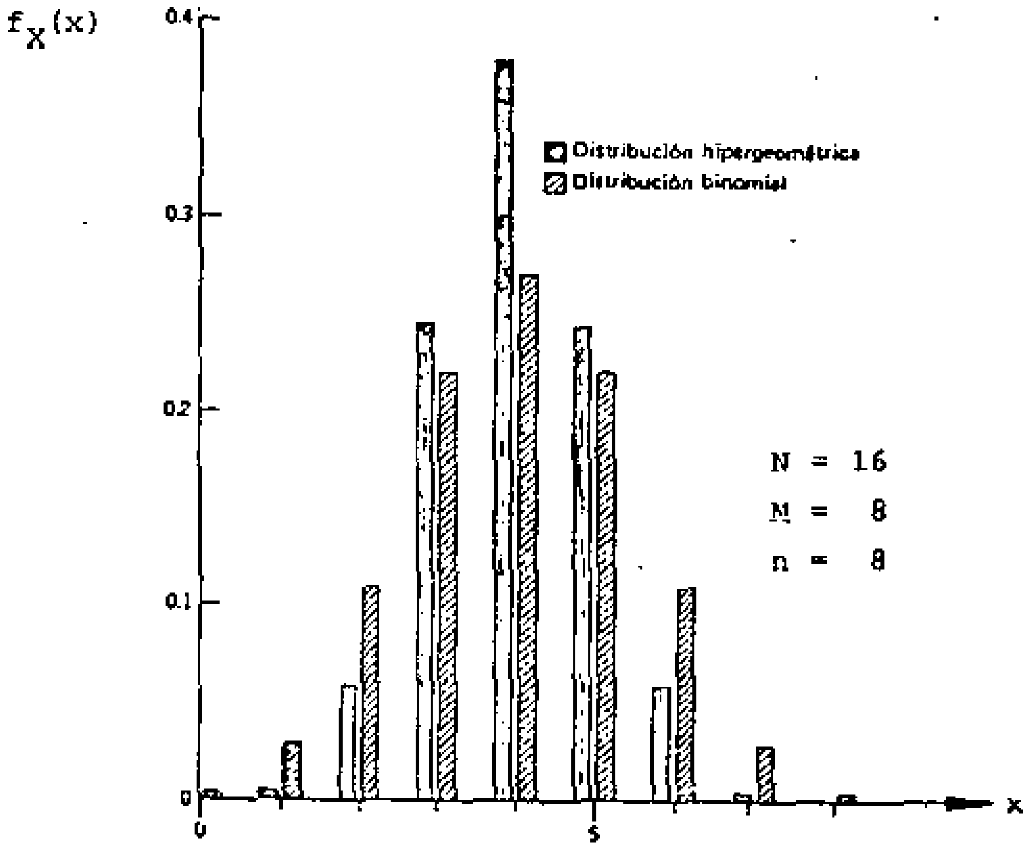
$$P[X=1] = \frac{3!}{1!\ 2!}(0.40)^1(0.60)^2 = 0.432$$

FORMULA DE STIRLING

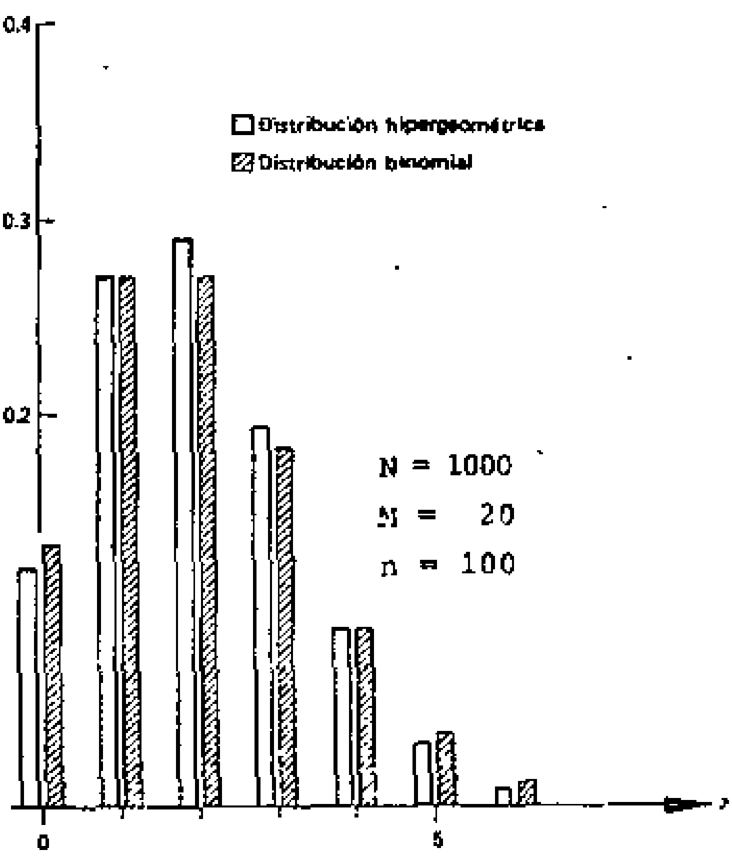
$$N! \doteq \sqrt{2\pi n}\left(\frac{n}{e}\right)^n \quad ; \quad (e = 2.718...)$$

Error = 2% SI n = 4

Error = 0.8% SI n = 10



COMPARACION DE LAS DISTRIBUCIONES HIPERGEOMETRICA Y BINOMIAL



DISTRIBUCION DE POISSON

UNA DISTRIBUCION DE PROBABILIDADES PARA UNA VARIABLE ALEATORIA DISCRETA, X, DE LA FORMA

$$f_X(x) = \frac{\lambda^x e^{-\lambda}}{x!} \; ; \; x = 0,\ 1,\ 2, \ldots$$

SE LLAMA DISTRIBUCION DE POISSON; EN ESTA ECUACION λ ES UNA CONSTANTE. SE PUEDE DEMOSTRAR QUE LA MEDIA Y LA VARIANCIA PARA ESTA DISTRIBUCION QUEDAN DADAS POR

$$E(X) = \sum_{x=0}^{\infty} x \frac{\lambda^x e^{-\lambda}}{x!} = \lambda$$

$$\sigma^2_{(x)} = \sum_{x=0}^{\infty} (x-\lambda)^2 \frac{\lambda^x e^{-\lambda}}{x!} = \lambda$$

UNA VEZ CONOCIDA λ, CON ESTA DISTRIBUCION SE PUEDEN CALCULAR LAS PROBABILIDADES DE QUE UN EVENTO OCURRA x VECES.

ES POSIBLE DEMOSTRAR QUE LA DISTRIBUCION DE POISSON PUEDE EMPLEARSE COMO UNA PROXIMACION DE LA DE BERNOULLI, TOMANDO $\lambda = np$, CUANDO n ES GRANDE Y p PEQUEÑA, PERO DE TAL MANERA QUE $npq > 1$. AL RESPECTO, SI $n=20$ y $p=0.05$, ENTONCES EL ERROR QUE SE TIENE AL USAR DICHA APROXIMACION ES MENOR DE 3 POR CIENTO PARA VALORES DE X MENORES DE 3; PARA $X=4$ y $X=5$ LOS ERRORES RESPECTIVOS SON 15 Y 41 POR CIENTO, DEBIDO A QUE NO SE CUMPLE CON LA CONDICION DE QUE npq SEA MAYOR DE UNO, YA QUE $npq = 20 \times 0.05 \times 0.95 = 0.95$

TABLA 2

FUNCION DE DISTRIBUCION DE POISSON

$$F_X(x) = \sum_{k=0}^{x} \frac{e^{-\lambda}\lambda^k}{k!}$$

x	λ .50	1.0	2.0	3.0	4.0	5.0	6.0	7.0	8.0	9.0
0	.607	.368	.135	.050	.018	.007	.002	.001	.000	.000
1	.910	.736	.406	.199	.092	.040	.017	.007	.003	.001
2	.986	.920	.677	.423	.238	.125	.062	.030	.014	.006
3	.998	.981	.857	.647	.433	.265	.151	.082	.042	.021
4	1.000	.996	.947	.815	.629	.440	.285	.173	.100	.055
5	1.000	.999	.983	.961	.785	.616	.446	.301	.191	.116
6	1.000	1.000	.995	.966	.889	.762	.605	.450	.313	.207
7	1.000	1.000	.999	.988	.949	.867	.744	.599	.453	.324
8	1.000	1.000	1.000	.996	.979	.932	.847	.729	.593	.456
9	1.000	1.000	1.000	.999	.992	.968	.916	.830	.717	.587
10	1.000	1.000	1.000	1.000	.997	.986	.957	.901	.816	.706
11	1.000	1.000	1.000	1.000	.999	.995	.980	.947	.888	.803
12	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	.998	.991	.973	.936	.876
13	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	.999	.996	.987	.966	.926
14	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	.999	.994	.983	.959
15	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	.999	.998	.992	.978
16	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	.999	.996	.989
17	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	.998	.995
18	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	.999	.998
19	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	.999
20	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000

TABLA 2 (continuación)

FUNCION DE DISTRIBUCION DE POISSON

$$F_X(x) = \sum_{k=0}^{x} \frac{e^{-\lambda} \lambda^k}{k!}$$

x	λ 10.0	11.0	12.0	13.0	14.0	15.0
2	.003	.001	.001	.000	.000	.000
3	.010	.005	.002	.001	.000	.000
4	.029	.015	.008	.004	.002	.001
5	.067	.038	.020	.011	.006	.003
6	.130	.079	.046	.026	.014	.008
7	.220	.143	.090	.054	.032	.018
8	.333	.232	.155	.100	.062	.037
9	.458	.341	.242	.166	.109	.070
10	.583	.460	.347	.252	.176	.118
11	.697	.579	.462	.353	.260	.185
12	.792	.689	.576	.463	.358	.268
13	.864	.781	.682	.573	.464	.363
14	.917	.854	.772	.675	.570	.466
15	.951	.907	.844	.764	.669	.568
16	.973	.944	.899	.835	.756	.664
17	.986	.968	.937	.890	.827	.749
18	.993	.982	.963	.930	.883	.819
19	.997	.991	.979	.957	.923	.875
20	.998	.995	.988	.975	.952	.917
21	.999	.998	.994	.986	.971	.947
22	1.000	.999	.997	.992	.983	.967
23	1.000	1.000	.999	.996	.991	.981
24	1.000	1.000	.999	.998	.995	.989
25	1.000	1.000	1.000	.999	.997	.994
26	1.000	1.000	1.000	1.000	.999	.997
27	1.000	1.000	1.000	1.000	.999	.998
28	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	.999
29	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000

EJEMPLO

SI CON BASE EN LA EXPERIENCIA DE MUCHO TIEMPO SE SABE QUE UNA MAQUINA IMPRIME COLORES DEFECTUOSOS EN UN 5 POR CIENTO DE LAS VECES, CALCULAR LA PROBABILIDAD DE QUE DE 10 IMPRESIONES SE OBTENGA:

a. NINGUNA DEFECTUOSA
b. UNA DEFECTUOSA
c. MAS DE UNA DEFECTUOSA

ASIMISMO, CALCULAR LA MEDIA Y LA DESVIACION ESTANDAR DEL NUMERO DE DEFECTUOSAS.

Solución

SEA EXITO = IMPRESION DEFETUOSA
EN TAL CASO $p = 0.05$ Y $q = 1-0.05 = 0.95$

a. NINGUNA DEFECTUOSA ES LO MISMO
QUE $X = 0$; ENTONCES $n-x = 10-0 = 10$ Y:

$$P(x=0) = f_x(0) = \frac{n!}{x!\ (n-x)!} = \frac{10!}{0!\ (10-0)!} (0.05)^0 (0.95)^{10}$$

$$= \frac{10!}{10!} (0.95)^{10} = 0.599 = 59.9\%$$

b. UNA DEFECTUOSA ES LO MISMO
QUE $X = 1$; ENTONCES $n-x = 10-1 = 9$ Y:

$$P(x = 1) = f_x(1) = \frac{10!}{1!\ 9!} (0.05)^1 (0.95)^9$$

$$= \frac{10 \times 9!}{9!} (0.05)(0.6302) = 0.315$$

c. MAS DE UNA DEFECTUOSA ES LO MISMO
QUE $x > 1$

$$P(X > 1) = 1-P(X \leq 1) = 1-[P(x = 0)+P(x = 1)]$$

$$= 1-(0.599+0.315) = 0.086$$

$E(x) = np = 10 \times 0.05 = 0.5$

$\sigma^2(x) = npq = 10 \times 0.05 \times 0.95 = 0.0475$

$\sigma(x) = \sqrt{0.0475} = 0.2179$

EJEMPLO

RESOLVER AHORA EL INCISO b. DEL EJEMPLO ANTERIOR, PARA EL CASO EN QUE $p = 0.1$

$$P(x = 1) = \frac{10!}{1!\ 9!}(0.10)^1(0.90)^9 = 0.3874 = 38.74\%$$

USANDO LAS TABLAS DE LA DISTRIBUCION BINOMINAL:

$\{X = x\} \cup \{X \leq x-1\} = \{X \leq x\}$

POR LO TANTO $P\{X = x\} + P\{X \leq x-1\} = P\{X \leq x\}$

Y $P\{X = x\} = P\{X \leq x\} - P\{X \leq x-1\}$

EN ESTE EJEMPLO $x = 1$ y $x-1=0$, POR LO QUE

$$P(X=1) = P(X \leq 1) - P(X \leq 0)$$
$$= 0.7361 - 0.3487 = 0.3874$$

EJEMPLO

EN LA AMPLIACION DEL CARRIL PARA DAR VUELTA A LA IZQUIERDA EN UNA AVENIDA, SOLO HAY CAPACIDAD PARA 3 AUTOS COMO MAXIMO ESPERANDO LA FLECHA LUMINOSA DEL SEMAFORO. EN UN ESTUDIO ESTADISTICO DEL TRANSITO EN ESE LUGAR SE ENCONTRO QUE EN CADA CICLO DE LUCES DEL SEMAFORO HAY EN PROMEDIO 6 AUTOS QUE VAN A DAR VUELTA. ¿CUAL ES LA PROBABILIDAD DE QUE EN UN CICLO DEL SEMAFORO, TOMADO AL AZAR, SE CONGESTIONE EL TRANSITO POR EXCEDERSE LA CAPACIDAD DEL CARRIL?

$$P[X>3] = ?$$

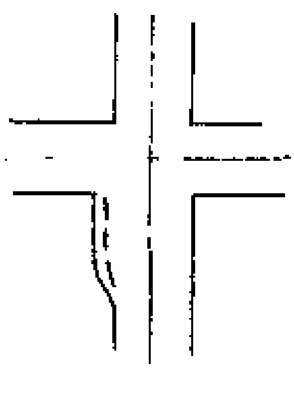
SI $A=\{X>3\}$, $\bar{A}=\{X\leq 3\}$

$P(\bar{A}) = 1-P(A)$ O $P(A)= 1-P(\bar{A})$. CON $\lambda=6$,

$$P(\bar{A}) = P[X\leq 3] = \sum_{x=0}^{x=3} f_X(x) = \sum_{x=0}^{x=3} \frac{e^{-6}6^x}{x!}$$

$$P(\bar{A}) = e^{-6}\left(1+6+\frac{6^2}{2}+\frac{6^3}{6}\right) = 61e^{-6} = 0.151$$

$$P[A] = P[X>3] = 1-0.151 = 0.849$$



PROCESO ESTOCASTICO DE POISSON

CON BASE EN LA DISTRIBUCION DE POISSON SE PUEDE DEDUCIR QUE LA DISTRIBUCION DE PROBABILIDADES DEL NUMERO DE OCURRENCIAS DE UN EVENTO DURANTE UN PERIODO t QUEDA DADA POR

$$f_X(x) = P[X = x \text{ EN UN LAPSO } t]$$

$$f_X(x) = \frac{(\lambda t)^x e^{-\lambda t}}{x!} \; ; \; x = 0, 1, 2, \ldots$$

DONDE

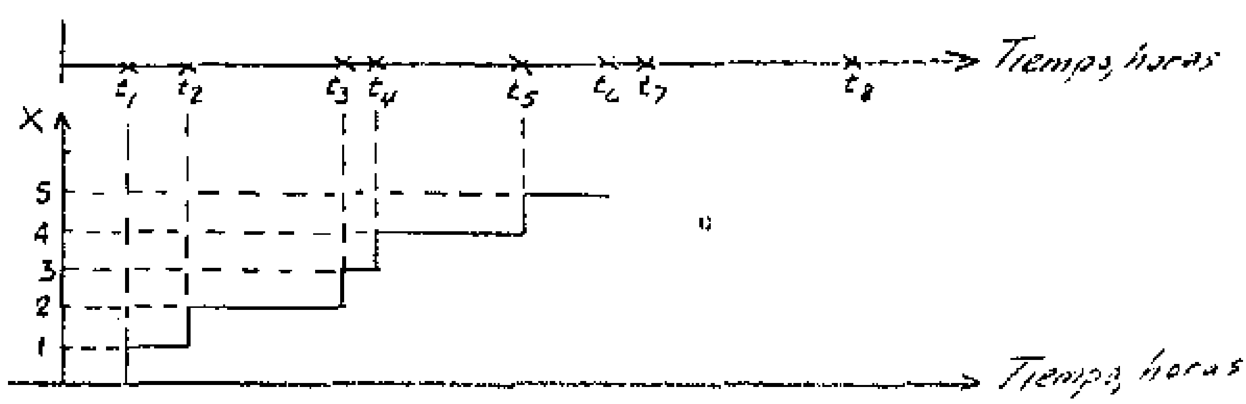
λ = NUMERO MEDIO DE OCURRENCIAS POR UNIDAD DE TIEMPO.

LA ESPERANZA Y LA VARIANCIA DE ESTE PROCESO, PARA UN LAPSO t, SON

$$E(X) = \lambda t$$

$$\sigma^2(X) = \lambda t$$

PARA QUE ESTA DISTRIBUCION SE APLIQUE SE REQUIERE QUE EL EVENTO OCURRA CADA VEZ DE MANERA INDEPENDIENTE DE LAS OCURRENCIAS PREVIAS, Y QUE λ SEA CONSTANTE. A λ SE LE CONOCE COMO INTENSIDAD DEL PROCESO; A SU RECIPROCO, $1/\lambda$ SE LE DENOMINA *PERIODO DE RECURRENCIA.*



EJEMPLO

SE SABE QUE UNA MAQUINA QUE PRODUCE PAPEL PARA DIBUJO, LO HACE CON UN DEFECTO POR CADA 100 M FABRICADOS

a. ¿CUAL ES LA PROBABILIDAD DE TENER CERO DEFECTOS EN UN PLIEGO DE 20 M?

$\lambda = 1/100 = 0.01$ DEFECTOS /METRO

$$P(X = 0) = \frac{\lambda t\ e^{-\lambda t}}{x!} = \frac{0.01x20\ e^{-0.01x20}}{0!} =$$

$$\frac{0.2\ e^{-0.2}}{0!} = 0.164$$

(EN ESTE CASO t = LONGITUD)

b. ¿CUAL ES LA PROBABILIDAD DE TENER UN DEFECTO EN 20m)

$$P(X = 1) = \frac{0.2\ e^{-0.2}}{1!} = 0.164$$

c. ¿CUAL ES LA PROBABILIDAD DE TENER UNO O CERO DEFECTOS?

$$P(0 \leq x \leq 1) = P(X = 0) + P(X = 1) = 0,164 + 0,164 = 0,328$$

d. ¿CUAL ES LA PROBABILIDAD DE TENER MAS DE UN DEFECTO?

$$P(X > 1) = 1 - P(X \leq 1) = 1 - 0.328 = 0.672$$

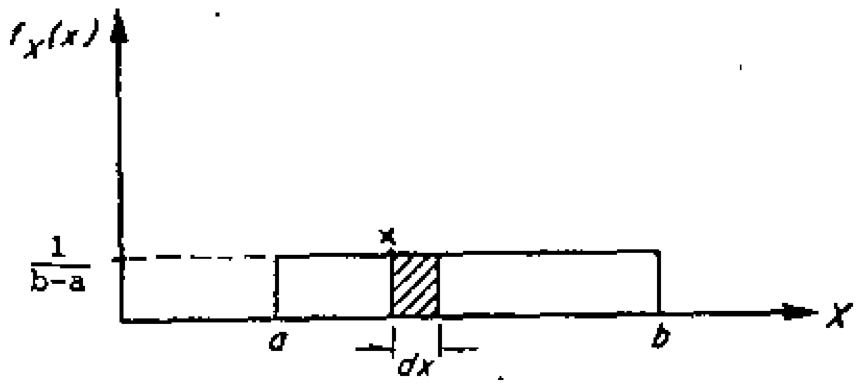
VARIABLES ALEATORIAS CONTINUAS

DISTRIBUCION UNIFORME

SE DICE QUE UNA VARIABLE ALEATORIA CONTINUA, X, TIENE *DISTRIBUCION UNIFORME* ENTRE X = a Y X = b(b>a) SI

$$f_X(x) = \text{CONSTANTE} = \frac{1}{b-a} \quad ; \quad a \leq X \leq b$$

LO QUE SIGNIFICA QUE LA PROBABILIDAD DE OBTENER UN VALOR ENTRE x Y x + dx ES LA MISMA PARA CUALQUIER x COMPRENDIDA ENTRE a Y b. LA GRAFICA DE DICHA DISTRIBUCION ES



Distribución uniforme de una variable aleatoria continua

LA ESPERANZA Y LA VARIANCIA DE LA DISTRIBUCION UNIFORME SE CALCULAN DE LA SIGUIENTE MANERA:

$$E[X] = \int_a^b x \frac{1}{b-a}\,dx = \left[\frac{x^2}{2(b-a)}\right]_a^b = \frac{b^2-a^2}{2(b-a)} = (b+a)/2$$

$$\sigma^2(X) = \int_a^b (x-E[X])^2 \frac{1}{b-a}\,dx = \int_a^b \frac{x^2}{b-a}\,dx + \int_a^b \frac{(E[X])^2}{b-a}\,dx -$$

$$- \int_a^b \frac{2xE[X]}{a-b}\,dx$$

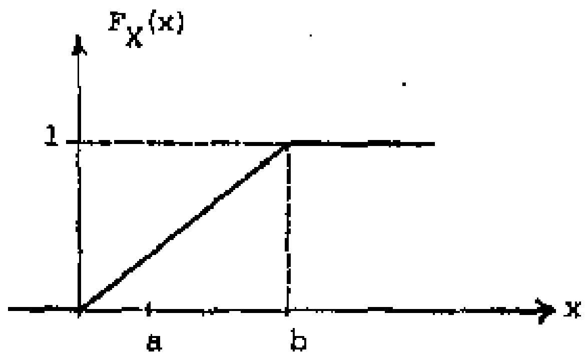
$$= \left[\frac{x^3}{3(b-a)}\right]_a^b + \left[\frac{(E[X])^2}{b-a}\,x\right]_a^b - \left[\frac{2\ E[X]}{b-a}\ \frac{x^2}{2}\right]_a^b =$$

$$= \frac{b^3-a^3}{3(b-a)} + (E[X])^2 - E[X]\,(b+a) = \frac{(b-a)^2}{12}$$

LA DISTRIBUCION DE PROBABILIDADES ACUMULADAS ES

$$F_X(x) = \int_a^x f_X(u)\,du = \int_a^x \frac{1}{b-a}\,du = \frac{x-a}{b-a}, \quad a \le x \le b$$

LA GRAFICA DE ESTA FUNCION ES UNA LINEA RECTA DE a A b:



EJEMPLO

¿CUANTO VALE LA PROBABILIDAD DE QUE X SEA MENOR QUE 1/3, SI ES UNA VARIABLE ALEATORIA CON DISTRIBUCION UNIFORME EN EL INTERVALO 0-1?

$$F_X\left(\frac{1}{3}\right) = \frac{x - a}{b - a} = \frac{\frac{1}{3} - a}{b - a}$$

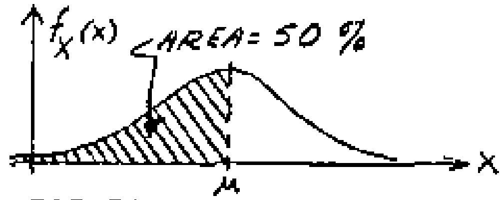
PARA $a = 0$ Y $b = 1$ NOS QUEDA

$$F_X\left(\frac{1}{3}\right) = \frac{\frac{1}{3} - 0}{1 - 0} = \frac{1}{3}$$

DISTRIBUCION NORMAL

UNA DE LAS DISTRIBUCIONES DE VARIABLES ALEATORIAS CONTINUAS MAS UTIL ES LA *DISTRIBUCION NORMAL* O DE *GAUSS*, DEFINIDA POR LA ECUACION

$$f_X(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}}\, e^{-(x-\mu)^2/2\sigma^2}$$



DONDE μ ES LA MEDIA Y σ LA DESVIACION ESTANDAR DE X.

SI SE HACE LA TRANSFORMACION

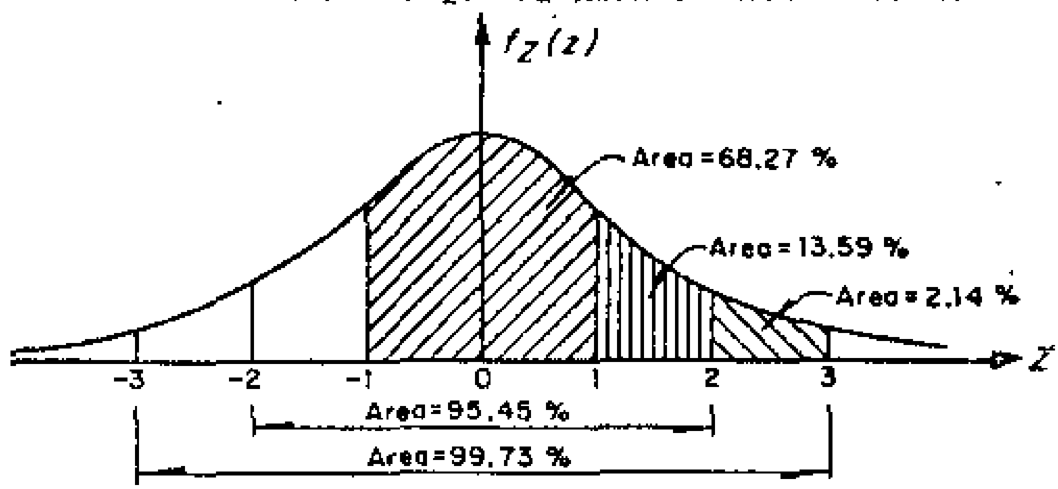
$$Z = (X-\mu)/\sigma \quad (E(Z) = E\,\frac{x-\mu}{\sigma} \quad \frac{E(x)-\mu}{\sigma} = 0;\ \sigma^2(Z)\ \frac{\sigma^2(x)}{\sigma^2} = 1$$

ENTONCES LA ECUACION ANTERIOR SE REDUCE A LA LLAMADA *FORMA ESTANDAR*, CUYA ECUACION ES

$$f_Z(z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}}\, e^{-z^2/2} \ ; \ F_Z(z) = \int_{-\infty}^{z} \frac{1}{\sqrt{2\pi}}\, e^{-z^2/2}\, dz$$

EN ESTE CASO LA VARIABLE ALEATORIA Z TIENE DISTRIBUCION NORMAL CON *MEDIA IGUAL A CERO Y VARIANCIA IGUAL A UNO.*

EXISTEN TABLAS PARA CALCULAR LAS PROBABILIDADES DE UNA VARIABLE ASOCIADA A UNA DISTRIBUCION NORMAL ESTANDAR. EN LA SIGUIENTE FIGURA SE MUESTRA LA FORMA DE CAMPANA DE ESTA DISTRIBUCION, OBSERVANDOSE LA SIMETRIA RESPECTO A Z=E(Z)=0 Y QUE ES ASINTOTICA AL EJE Z.



Distribución normal de una variable aleatoria continua

LA UTILIDAD DE LA DISTRIBUCION NORMAL ESTANDAR RADICA EN QUE

$$P\left[x_1 \leq X \leq x_2\right] = \int_{x_1}^{x_2} f_X(x)\,dx = P\left[z_1 \leq Z \leq z_2\right] = \int_{z_1}^{z_2} f_Z(z)\,dz$$

DONDE

$$z_1 = \frac{z_1 - \mu}{\sigma} \quad Y \quad z_2 = \frac{x_2 - \mu}{\sigma}$$

EJEMPLO

COMO RESULTADO DE UNA LARGA SERIE DE EXPERIMENTOS PROBANDO A COMPRESION SIMPLE CILINDROS DE CONCRETO, SE HA ESTIMADO QUE LA ESPERANZA DE LA RESISTENCIA ES DE 240 KG/CM^2 Y LA DESVIACION ESTANDAR DE 30 KG/CM^2.

A) ¿CUAL ES LA PROBABILIDAD DE QUE OTRO CILINDRO TOMADO AL AZAR RESISTA MENOS DE 240 KG/CM^2?

B. ¿CUAL ES LA PROBABILIDAD DE QUE RESISTA MAS DE 330 KG/CM^2?

C) ¿CUAL ES LA PROBABILIDAD DE QUE SU RESISTENCIA ESTE EN EL INTERVALO DE 210 A 240 KG/CM^2?

SUPONGASE QUE LA DISTRIBUCION DE PROBABILIDADES ES NORMAL.

SOLUCION

A) PARA EMPLEAR LAS TABLAS DE DISTRIBUCION NORMAL ES NECESARIO ESTANDARIZAR LA VARIABLE X, EMPLEANDO $\mu=240$ Y $\sigma=30$, CON $x_1=240$:

$$z_1 = \frac{240 - 240}{30} = 0$$

RECURRIENDO A LA TABLA DE LA DISTRIBUCION NORMAL SE OBTIENE

$$P[X \leq 240] = P[Z \leq 0] = 0.5$$

O SEA, LA PROBABILIDAD QUE CORRESPONDE AL AREA SOMBREADA DE LA SIGUIENTE FIGURA:

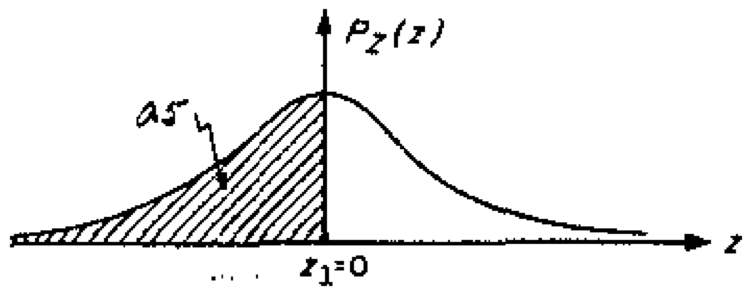


Fig 16. Distribución normal correspondiente al inciso c del ejemplo

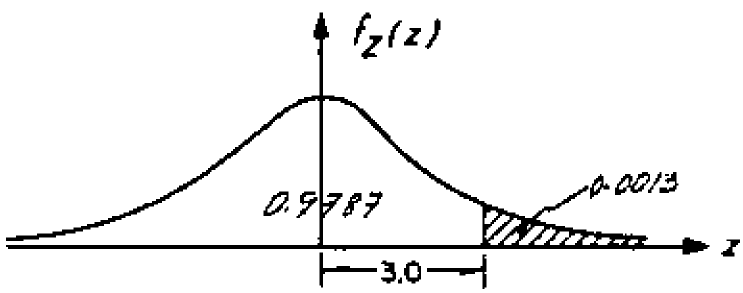
B) EL VALOR ESTANDARIZADO DE LA VARIABLE, PARA $x_1=330$ KG/CM^2, ES

$$z_1 = \frac{330 - 240}{30} = 3$$

POR LO QUE

$$P[X \geq 330] = P[Z \geq 3] = 1-0.9987 = 0.0013$$

QUE ES EL AREA SOMBREADA DE LA SIGUIENTE FIGURA:



Distribución normal correspondiente al inciso b del ejemplo

C) LOS VALORES ESTANDARIZADOS DE LA VARIABLE, PARA $x_1=210$ Y $x_2=240$ SON:

$$z_1 = \frac{210 - 240}{30} = -1$$

$$z_2 = \frac{240 - 240}{30} = 0$$

POR LO QUE

$$P[210 \leq X \leq 240] = P[-1 \leq Z \leq 0] = 0.3413$$

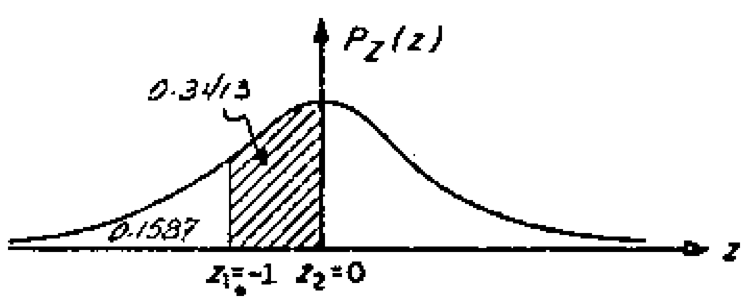


Fig 16. Distribución normal correspondiente al inciso c del ejemplo

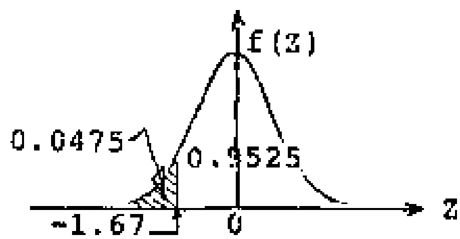
EJEMPLO

SE HA ENCONTRADO QUE LA VARIABLE ALEATORIA "ERROR EN LA MEDICION DE LAS DISTANCIAS ENTRE DOS PUNTOS" TIENE DISTRIBUCION NORMAL CON MEDIA CERO. SI SE SABE QUE EL TAMAÑO VERDADERO DE UNA LINEA ES DE 2 M Y QUE LA VARIANCIA DE SUMEDICION ES $9 CM^2$, CALCULAR LA PROBABILIDAD DE QUE EN UNA MEDICION LA LONGITUD QUE SE REGISTRE SEA

a. MENOR DE 195 CM
b. MAYOR DE 203 CM
c. COMPRENDIDO ENTRE 198 Y 202 CM.

a. $P(X < 195) = ?$ CON $\mu = 200$ CM Y $\sigma = \sqrt{9} = 3$ CM

$$Z = \frac{195-200}{3} = \frac{-5}{3} = -1.67$$



$P(X < 195) = P(Z < -1.67) = 0.0475 = 4.75$

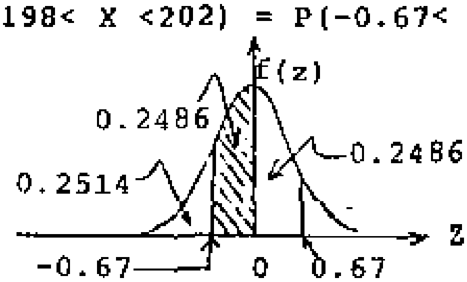
b. $$Z = \frac{203 - 200}{3} = 1$$

$P(X > 203) = 1 - P(X \leq 203) = 1 - P(Z < 1) = 1 - 0.8413 = 0.1587 = 15.87\%$

c. $P(198 < X < 202) = ?$

$$Z_1 = \frac{198 - 200}{3} = -0.67, \quad Z_2 = \frac{202 - 200}{3} = 0.67$$

$P(198 < X < 202) = P(-0.67 < Z < 0.67) = 2 \times 0.2486 = 0.4972 = 49.72\ \%$



TEOREMA CENTRAL DEL LIMITE

SEAN LAS VARIABLES ALEATORIAS $X_1, X_2, \ldots, X_k$, CON IDENTICAS DENSIDADES DE PROBABILIDADES (ARBITRARIAS), CUYA SUMA SE DENOTARA COMO W. ES DECIR

$$W = X_1 + X_2 + \ldots + X_k$$

ES POSIBLE DEMOSTRAR EL TEOREMA DENOMINADO TEOREMA CENTRAL DEL LIMITE, CUYO ENUNCIADO INDICA QUE CONFORME AUMENTA EL NUMERO DE VARIABLES INVOLUCRADAS EN LA SUMA ANTERIOR (AL AUMENTAR k), LA DENSIDAD DE PROBABILIDADES DE W TIENDE A SER LA DISTRIBUCION NORMAL. ADEMAS SE PUEDE DEMOSTRAR QUE SI TODAS LAS VARIABLES $X_1, X_2, \ldots, X_k$ TIENEN DISTRIBUCION NORMAL, ENTONCES, RIGUROSAMENTE, W TAMBIEN LA TIENE, INDEPENDIENTEMENTE DEL NUMERO DE VARIABLES QUE APAREZCAN EN LA SUMA.

A PARTIR DEL TEOREMA DEL LIMITE CENTRAL SE DEMUESTRA QUE LA DISTRIBUCION DE BERNOULLI SE PUEDE APROXIMAR MEDIANTE LA NORMAL CUANDO EL NUMERO DE REPETICIONES DEL EXPERIMENTO ES GRANDE (30 O MAS), CON LO CUAL SE LOGRA UN AHORRO CONSIDERABLE DE LABOR NUMERICA EN LA SOLUCION DE ALGUNOS PROBLEMAS. PARA MEJORAR ESTA APROXIMACION, CONVIENE EFECTUAR UNA CORRECCION POR CONTINUIDAD, LA CUAL SE JUSTIFICA POR USAR UNA DISTRIBUCION CONTINUA EN VEZ DE UNA DISCRETA, SUMANDO O RESTANDO, SEGUN SEA EL CASO, 0.5 AL VALOR DE X QUE SE USE. POR EJEMPLO, SI SE DESEA CUANTIFICAR LA PROBABILIDAD DE QUE DE 2000 ENSAYES SE LOGREN DE 3 A 6 EXITOS, LOS LIMITES REALES QUE SE DEBEN USAR AL APLICAR LA DISTRIBUCION CONTINUA SON $x_1=2.5$ Y $x_2=6.5$.

EJEMPLO

SI LA PROBABILIDAD DE QUE FALLE UNA VARILLA DE ACERO AL APLICARLE CIERTA CARGA ES DE 0.001, DETERMINAR LA PROBABILIDAD DE QUE EN 2000 VARILLAS PROBADAS FALLEN MAS DE DOS.

USANDO LA DISTRIBUCION DE BERNOULLI SE OBTIENE

$$P[X > 2] = 1 - P[X \leq 2] = 1 - \{P[X = 0] + P[X = 1] + P[X = 2]\} =$$

$$= 1 - \{\frac{2\,000!}{2\,000!\;0!}(0.001)^0(0.999)^{2\,000} + \frac{2\,000!}{1\,999!\;1!}(0.001)^1(0.999)^{1\,999} +$$

$$+ \frac{2\,000!}{1\,998!\;2!}(0.001)^2(0.999)^{1\,998}\} = 0.3233$$

LOS CALCULOS NECESARIOS PARA OBTENER LA SOLUCION SON BASTANTE MAS TEDIOSOS QUE LOS QUE DEBEN EFECTUARSE APROVECHANDO QUE EL NUMERO DE REPETICIONES DEL EXPERIMENTO ES GRANDE, A FIN DE UTILIZAR LA DISTRIBUCION NORMAL. EN ESTAS CIRCUNSTANCIAS, LA PROBABILIDAD DE QUE $X \leq 2$ EN EL CASO DISCRETO, EQUIVALE A LA DE QUE $X \leq 2.5$ EN EL CONTINUO; ASI

$$\mu = np = 2\,000 \times 0.001 = 2 \text{ (SE USA LA MISMA MEDIA).}$$

$$\sigma = \sqrt{npq} = \sqrt{2\,000 \times 0.001 \times 0.999} = 1.41$$

$$P[X \leq 2.5] = P[Z \leq \frac{2.5 - 2}{1.41}] = P[Z \leq 0.355] = 0.6387$$

DE DONDE

$$P[x > 2.5] = 1 - P[X \leq 2.5] = 1 - 0.6387 = 0.3613$$

EJEMPLO

EN UNA SERIE DE 462 EXPERIMENTOS CON FINES ANTROPOLOGICOS, CONSISTENTES EN MEDIR EL TAMAÑO DE LA CABEZA DE LOS INDIGENAS RESIDENTES EN UNA ZONA TROPICAL, SE OBTUVIERON LOS RESULTADOS ANOTADOS EN LAS DOS PRIMERAS COLUMNAS DE LA SIGUIENTE TABLA. SI LA VARIABLE ALEATORIA "TAMAÑO DE LA CABEZA" SE CONSIDERA QUE TIENE DISTRIBUCION NORMAL, ¿QUE CANTIDAD DE RESULTADOS SE ESPERARIA OBTENER ANTES DE HACER LAS MEDICIONES, SI SE CONSIDERA QUE $\mu = \bar{x} = 191.8$MM y $\sigma = s = 6.48$MM, DONDE $\bar{x}$=PROMEDIO ARITMETICO Y s=DESVIACION ESTANDAR DE LOS DATOS?

$$z_1 = \frac{171.5 - 191.8}{6.48} = -3.13;\quad z_2 = \frac{175.5 - 191.8}{6.48} = -2.51;\quad x_3 = \frac{179.5 - 191.8}{6.48} = -1.90, \text{ ETC.}$$

$P(-3.13 \le Z \le -2.51) = 0.0051$; $P(-2.51 \le Z \le -1.90) = 0.0227$;

$P(-1.90 \le Z \le -1.28) = 0.0716$, ETC.

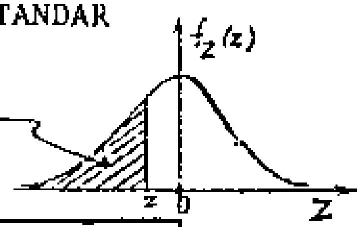
$462 \times 0.0051 = 2.4$; $462 \times 0.0227 = 10.5$; $462 \times 0.0716 = 33.1$, ETC.

INTERVALO DE VALORES DE X, EN MM	NUMERO DE OBSERVACIONES (frecuencia, f)	INTERVALO DE $Z=\frac{X-\mu}{\sigma}$	PROBABILIDAD $P(z_1 \leq z \leq z_2)=P$	FRECUENCIA ESPERADA = 462 P
171.5-175.5	3	(-3.13)-(-2.51)	0.0051	2.4
175.5-179.5	9	(-2.51)-(-1.90)	0.0227	10.5
179.5-183.5	29	(-1.90)-(-1.28)	0.0716	33.1
183.5-187.5	76	(-1.28)-(-0.66)	0.1543	71.3
187.5-191.5	104	(-0.66)-(-0.05)	0.2255	104.2
191.5-195.5	110	(-0.05)- 0.57	0.2356	108.8
195.5-199.5	88	0.57 - 1.19	0.1673	77.3
199.5-203.5	30	1.19 - 1.80	0.0811	37.5
203.5-207.5	6	1.80 - 2.42	0.0281	13.0
207.5-211.5	4	2.42 - 3.04	0.0066	3.0
211.5-215.5	2	3.04 - 3.66	0.0011	0.5
215.5-219.5	1	3.66 - 4.27	0.0001	0.0
	TOTAL: 462			TOTAL: 461.6

TABLA 3

FUNCION DE DISTRIBUCION NORMAL ESTANDAR

$$F_Z(z) = \int_{-\infty}^{z} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-u^2/2}\, du$$

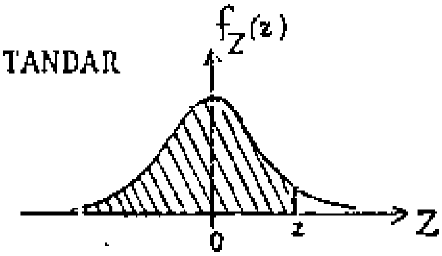


Z	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
−3.	.0013									
−2.9	.0019	.0018	.0017	.0017	.0016	.0016	.0015	.0015	.0014	.0014
−2.8	.0026	.0025	.0024	.0023	.0023	.0022	.0021	.0021	.0020	.0019
−2.7	.0035	.0034	.0033	.0032	.0031	.0030	.0029	.0028	.0027	.0026
−2.6	.0047	.0045	.0044	.0043	.0041	.0040	.0039	.0038	.0037	.0036
−2.5	.0062	.0060	.0059	.0057	.0055	.0054	.0052	.0051	.0049	.0048
−2.4	.0082	.0080	.0078	.0075	.0073	.0071	.0069	.0068	.0066	.0064
−2.3	.0107	.0104	.0102	.0099	.0096	.0094	.0091	.0089	.0087	.0084
−2.2	.0139	.0136	.0132	.0129	.0125	.0122	.0119	.0116	.0113	.0110
−2.1	.0179	.0174	.0170	.0166	.0162	.0158	.0154	.0150	.0146	.0143
−2.0	.0227	.0222	.0217	.0212	.0207	.0202	.0197	.0192	.0188	.0183
−1.9	.0287	.0281	.0274	.0268	.0262	.0256	.0250	.0244	.0239	.0233
−1.8	.0359	.0351	.0344	.0336	.0329	.0322	.0314	.0307	.0300	.0294
−1.7	.0446	.0436	.0427	.0418	.0409	.0401	.0392	.0384	.0375	.0367
−1.6	.0548	.0537	.0526	.0516	.0505	.0495	.0485	.0475	.0465	.0455
−1.5	.0668	.0655	.0643	.0630	.0618	.0606	.0594	.0582	.0571	.0559
−1.4	.0808	.0793	.0778	.0764	.0749	.0735	.0721	.0708	.0694	.0681
−1.3	.0968	.0951	.0934	.0918	.0901	.0885	.0869	.0853	.0838	.0823
−1.2	.1151	.1131	.1112	.1093	.1075	.1056	.1038	.1020	.1003	.0985
−1.1	.1357	.1335	.1314	.1292	.1271	.1251	.1230	.1210	.1190	.1170
−1.0	.1587	.1562	.1539	.1515	.1492	.1469	.1446	.1423	.1401	.1379
−.9	.1841	.1814	.1788	.1762	.1736	.1711	.1685	.1660	.1635	.1611
−.8	.2119	.2090	.2061	.2033	.2005	.1977	.1949	.1921	.1894	.1867
−.7	.2420	.2389	.2358	.2326	.2297	.2266	.2236	.2206	.2177	.2148
−.6	.2743	.2709	.2676	.2643	.2611	.2578	.2546	.2514	.2483	.2451
−.5	.3085	.3050	.3015	.2981	.2946	.2912	.2877	.2843	.2810	.2776
−.4	.3446	.3409	.3372	.3336	.3300	.3264	.3228	.3192	.3156	.3121
−.3	.3821	.3783	.3745	.3707	.3669	.3632	.3594	.3557	.3520	.3483
−.2	.4207	.4168	.4129	.4090	.4052	.4013	.3974	.3936	.3897	.3859
−.1	.4602	.4562	.4522	.4483	.4443	.4404	.4364	.4325	.4286	.4247
−.0	.5000	.4960	.4920	.4880	.4840	.4801	.4761	.4721	.4681	.4641

TABLA 3 (continuación)

FUNCION DE DISTRIBUCION NORMAL ESTANDAR

$$F_Z(z) = \int_{-\infty}^{z} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-u^2/2} du$$



z	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
.0	.5000	.5040	.5080	.5120	.5160	.5199	.5239	.5279	.5319	.5359
.1	.5398	.5438	.5478	.5517	.5557	.5596	.5636	.5675	.5714	.5753
.2	.5793	.5832	.5871	.5910	.5948	.5987	.6026	.6064	.6103	.6141
.3	.6179	.6217	.6255	.6293	.6331	.6368	.6406	.6443	.6480	.6517
.4	.6554	.6591	.6628	.6664	.6700	.6736	.6772	.6808	.6844	.6879
.5	.6915	.6950	.6985	.7019	.7054	.7088	.7123	.7157	.7190	.7224
.6	.7257	.7291	.7324	.7357	.7389	.7422	.7454	.7486	.7517	.7549
.7	.7580	.7611	.7642	.7673	.7704	.7734	.7764	.7794	.7823	.7852
.8	.7881	.7910	.7939	.7967	.7995	.8023	.8051	.8079	.8106	.8133
.9	.8159	.8186	.8212	.8238	.8264	.8289	.8315	.8340	.8365	.8389
1.0	.8413	.8438	.8461	.8485	.8508	.8531	.8554	.8577	.8599	.8621
1.1	.8643	.8665	.8686	.8708	.8729	.8749	.8770	.8790	.8810	.8830
1.2	8849	.8869	.8888	.8907	.8925	.8944	.8962	.8980	.8997	.9015
1.3	.9032	.9049	.9066	.9082	.9099	.9115	.9131	.9147	.9162	.9177
1.4	9192	.9207	.9222	.9236	.9251	.9265	.9279	.9292	.9306	.9319
1.5	.9332	.9345	.9357	.9370	.9382	.9394	.9406	.9418	.9429	.9441
1.6	.9452	.9463	.9474	.9484	.9495	.9505	.9515	.9525	.9535	.9545
1.7	.9554	.9564	.9573	.9582	.9591	.9599	.9608	.9616	.9625	.9633
1.8	.9641	.9649	.9656	.9664	.9671	.9678	.9686	.9693	.9700	.9706
1.9	.9713	.9719	.9726	.9732	.9738	.9744	.9750	.9756	.9761	.9767
2.0	.9773	.9778	.9783	.9788	.9793	.9798	.9803	.9808	.9812	.9817
2.1	.9821	.9826	.9830	.9834	.9838	.9842	.9846	.9850	.9854	.9857
2.2	.9861	.9864	.9868	.9871	.9875	.9878	.9881	.9884	.9887	.9890
2.3	.9893	.9896	.9898	.9901	.9904	.9906	.9909	.9911	.9913	.9916
2.4	.9918	.9920	.9922	.9925	.9927	.9929	.9931	.9932	.9934	.9936
2.5	.9938	.9940	.9941	.9943	.9945	.9946	.9948	.9949	.9951	.9952
2.6	.9953	.9955	.9956	.9957	.9959	.9960	.9961	.9962	.9963	.9964
2.7	.9965	.9966	.9967	.9968	.9969	.9970	.9971	.9972	.9973	.9974
2.8	.9974	.9975	.9976	.9977	.9977	.9978	.9979	.9979	.9930	.9951
2.9	.9981	.9982	.9982	.9983	.9984	.9984	.9985	.9985	.9986	.9986
3.	9987									

BLIOGRAFIA SELECCIONADA SOBRE TEORIA DE LA PROBABILIDAD, TADISTICA MATEMATICA, ESTADISTICA APLICADA, MUESTREO, Y OCESOS ESTOCASTICOS, Y SUS APLICACIONES A LA INGENIERIA, SPONIBLE EN LA BIBLIOTECA DE LAS DIVISIONES DE INVESTIGA- ON Y DE ESTUDIOS SUPERIORES.

. Anderson, T., and D. Darling, Asymptotic theory of certain goodness of fit criteria based on stochastic processes, C-1097, A

. Arrow, K., et al, Bayes and minimax solutions of sequential decision problems, C-1101, A

, Bair, D., Experimentation: an introduction to measurement theory and experiment design, Prentice Hall, 1962, QC39 B2

. Barucha-Reid, A., ed., Probabilistic methods in applied mathematics, Academic Press, 1968, QA273 B42

Bellman, R., Programmed statistics; with chapters on probability, computer theory, and programmed instruction, Holt, Rinehart and Winston, 1970, HA29 B45

Benjamin, J., Probability, statistics, and decision for civil engineers, McGraw-Hill, 1970, QA273 B46

Bhat, U., Elements of applied process, Wiley, 1972, QA274 B42

Blackman, R., Linear data-smoothing and prediction in theory and practice, Addison-Wesley, 1965, QA275 B55

Blackwell, D., Another countable Markow process with only instantaneous states, C-1589, B.

Box, G., A bayesian approach to some outlier problems, C-1586, B

11. Box, G., Time series analysis; forecasting and control, Holden-Day, 1970, QA276 B6

12. Box, G., Evolutionary operation; a statistical method for process improvement, Wiley, 1969, TP155.7 B66

13. Breiman, L., Probability and stochastic processes, Houghton Mifflin, Co., 1969, QA273 B73

14. Breipohl, A., Probabilistic system analysis; an introduction to probabilistic models, decisions, and applications of random processes, Wiley, 1970, QA273 B746

15. Brown, R., Smoothing, forecasting and prediction of discrete time series, Prentice-Hall, 1963, TA168 B6

16. Brown, W., and C. Palermo, Random processed, communications, and radar, McGraw-Hill, 1969, TK5101 B75

17. Brownlee, K., Statistical theory and methodology in science and engineering, Wiley, 1960, QA276 B77

18. Bruning, J. and B. Kintz, Computational handbook of statistics, Scott, Foreman and Co., 1968, HA29 B77

19. Bush, R., A stochastic model with applications to learning, C-1590, B

20. Castro, G. de, Introducacio ao curso sobre instrumentos matematicos da estatística, F-2164, C

21. Clarke, B., Probability and random processes for engineers and scientists, Wiley, 1970, QA273 C48

22. Cochran, W., Experimental designs, Wiley, 1957, Q180 A1C6

23. Conover, W., Practical nonparametric statistics, Wiley, 1971, QA278.8 C65

. Cooper, G. Probabilistic methods of signal and systems analysis, Holt, Rinehart and Winstons, 1971. TK454.2 C664

. Cornell, C., A probability-based structural code. ACI, 1968.

. Derman, C., Finite state markovian decision processes. Academic Press, 1970.

. Deutsch, R., Nonlinear transformation of random processes. 517.7 D.

. Dubes, R., The theory of applied probability, Prentice-Hall, 1968. TK5101 D8

. Dynkin, E., Markow processes; theorems and problems, Plenum Press, 1969. QA273 D894

. Edwards, A., Experimental design in psichological research, Holt-Rinehart and Winsont, 1968. BF59 E37

. Ehrenfeld, S. and S. Littauer, Introduction to statistical method, McGraw-Hill, 1964. 519.9 E

. Esteva, L., Consideraciones práctias en la estimación bayesiana de riesgo sísmico, México, UNA. Instituto de Ingeniería, 1970. F-8843, E

. Feller, W., Introducción a la teoría de probabilidades y sus aplicaciones, Limusa-Wilesy, 1973. QA273 F3714

. Forcadas, J., Estadística aplicada a la Ingeniería, 1969. QA276 F66

. Freeman, H., Introducción a la inferencia estadística, Trillas, 1970. QA276 F6845

. Freund, J., Mathematical statistics, Prentice Hall, 1971. QA2[illegible] F692

37. Freudenthal, H., Probability and statistics, Elsevier, 1965. QA273 F75

38. García, A., Elementos de método estadístico, México, UNA, 1966. HA29 G146

39. Gotkin, L., Estadística descriptiva; texto programado Limusa-Wiley, 1967. HA29 G695

40. Greenwood, A. and H. Hartley, Guide to tables in mathematical statistics, Princenton University Press 1962. 519.9 G

41. Grenander, U., Statistical spectral analysis of time series arising from stationary stochastic processes. C-1588, G

42. Hanman, H., Modern factor analysis, University of Chicago Press, 1967. QA276 H38

43. Hanna, E., Time series analysis, Methuen, 1960. QA76 H32

44. Hays, W., Statistics: probability inference and decisions, Holt-Rinehart and Winston, 1970. QA276 H39

45. Hoel, P., Elementary statistics, Wiley, 1971. HQ29 H66

46. Hoel, P., et al, Introduction to stochastic processes, Houghton, Mifflin, 1972. QA274 H63

47. Howard, R., Dynamic probabilistic systems, Wiley, 1971 T57.95 H66

48. Iosifoscu, M., Random process and learning, Springer Verlag, 1969. QA273 164

49. Jazwinski, A., Stochastic process and filtering theory, Academic Press, 1970. QA276 J38

50. Kefer, J., and J. Wolfowitz, Sotchastic estimation of the maximum of a regression function, C-[illegible] K

51. Kemeny, J., Finite Markow chains, Van Nostrand, 1960.
QA273 K33

52. Kish, L., Muestreo de encuestas, Trillas, 1972.
HN29 K5

53. Kozin, F. and J. Bogdanoff, An introduction to random function for engineer, 1963. F-1930, K

54. Kyburg, H., Probability theory, Prentice-Hall, 1969.
QA273 K92

55. Lange, F., Correlation techniques: Foundation and applications of correlation analysis in modern communications, measurement and control, Iliffe, 1967.
TK7870 L34

56. Larson, H., Introduction to probability theory and statistical inference, Wiley, 1969. QA273 L37

57. La Valle, I., An introduction to probability decision, and inference, 1970. QA276 L36

58. Lecture notes in mathematics, probability and information theory, Springer Verlag, 1964. QA1 L42

59. Lee, T., et al, Estimating the parameters of the Markow probability model, North Holland, 1970.
HB74 M3L43

60. Lindgren, B., Statistical theory, Macmillan, 1968.
QA276 L55

61. Lin, Y., Random processes, F-8709, L.

62. Prelewicz, D., Range of validity of the method of averaging. F-9116, P

63. Prohorov, Y., Probability theory; basic concept, limit theorems, random processes, Springer Verlag, 1969. QA273 P75

64. Raiffa, H. and R. Schlaifer, Applied statistical decision theory, Harvard University Press, 1971.
QA279.4 R34

65. Raj, D., Sampling theory, McGraw-Hill, 1968.
QA276.6 R33

66. Raj, D., Design of sample survey, McGraw-Hill, 1972.
HA312 R33

67. Rascón, O., Introducción a la teoría de probabilidade
México, UNA, 1971. QA273 R37

68. Rascón, O., Introducción a la estadística descriptiv
1970. HA31 R37

69. Ravindra, M., Probabilistic evaluation of safety factors, University of Waterloo, 1969. F-8600, R

70. Robinson, E., Multichanel time series analysis with digital computer programs, Holden-Day, 1967.
QA276 R633

71. Rosenblueth, E., Current research on probabilistic methods at the National University. C-1517, R

72. Ross, S., Applied probability models with optimiz tio applications, Holden-Day, 1970. QA273 R67

73. Sage, A., Estimation theory with applications to communications and control, McGraw-Hill, 1971.
QA276.8 S33

74. Savage, L., The theory of static decision, C-1098, S

75. Sawaragi, Y., Statistical decision theory in adaptive control system, Academic Press, 1967. QA402.3 S37

76. Schäl, M., Markow renewal processes with auxiliary phats. C-1617, S

77. Schlaifer, R., Probability and statistics for business decisions and introduction to mangerial economics under uncertainty, McGraw-Hill, 1959. HD38 S35

78. Schwarts, J., Statistical methods in traffic engineering, The Ohio State University, 1967. HE336 S753

79. Searle, S., Linear models, Wiley, 1971. QA279 S4

80. Sengupta, J., Stochastic programming methods and applications, North Holland, 1973. T57.79 S44

81. Sengupta, S. and S. Jain, A representative theory for measurable random variable. F-5967, S

82. Sheppard, R., Multidimensional scaling, Seminar Press, 1972. CF39 H84

83. Spiegel, M., Theory and problems of statistics, Schaum's Publishing, Co., 1960. HA29 S65

84. Sterling, T., Introduction to statistical data processing. Prnetice-Hall, 1968. QA276.4 S82

85. Stratonovich, R., Conditional Markow processes and their application to the theory of optimal control, Elsevier, 1968. QA273 S76

86. Symposium on time series analysis proceedings, held at Brown University, June 11-14, 1962, Ed. by Murray Rosenblatt. New York, John Wiley and Sons, 1963. 519.9 S

87. Tannur, M., Statistics: a guide to the unknow, Holden Day, Inc., 1972. QA276 S82

88. Theil, H., Statistical decomposition analysis with applications, North Holland, 1972. H61 T43

89. Thomas J., An introduction to statistical communication theory, Wiley, 1969. TK5102.5 T45

90. Tintner, G., Stochastic economics, stochastic processes, control and programming. Academic Pres 1972. QA274 T54

91. Turkstra, C., Applications of bayesian decision theory, University of Waterloo, 1969. F-8619, T

92. Turkstra, C., Elements of probability theory. F-9105, T

93. Turkstra, C., Theoretical distribution functions. F-9104, T

94. Valdes, R., Nociones de cálculo de probabilidades y estadística, Limusa-Wiley, 1970. QA273 V34

95. Van der Gerr, J., Introduction to multivariate analysis for the social sciences, Freeman, 1971, QA278 V34

96. Vere-Jones, D., Stochastic models for earthquake occurence; discussion. F-9247, V

97. Waerden, B., Mathematical statistics, Springer-Ver 1957, QA276 W3

98. Wold, H., ed., Bibliography on time series stochas processes: an international team project. Edinburgh, Oliver and Boyd, 1965.

99. Yaglom, A., An introduction to the theory of stati random function, Prentice-Hall, 1962. 517.5 Y

Recopilación elaborada por el profesor [illegible]

BIBLIOGRAFIA DE CONTROL DE CALIDAD

1. Mathematical methods of statistical quality control, V. Sarkadi, Academic Press, 1974

2. Sensibilidad estadística de cartas de control de calidad, Universidad de La Habana, Centro de Información Científica y Técnica, 1971

3. Control de calidad, Seminario, Memoria del Instituto Mexicano del Petróleo, Publicación No. 69 JF/050, Ed. Instituto Mexicano del Petróleo, 1969

4. Control de calidad estadístico, E.L. Grant, Ed. CECSA, 1974

5. Control total de la calidad, A.V. Feigenbaum, Ed. CECSA, 1975

6. Practical Quality Control, Simmons A. David, Ed. Addison-Wesley Publishing Company, 1970

7. Quality Control Handbook, J.M. Juran, Gryna, F.M. y R.J. Bingham, 3a. edición, Ed. McGraw-Hill, 1974

8. Quality Planning and Analysis, J.M.Juran y F.M. Gryna, Ed. McGraw-Hill, 1970

9. Construction Specifications Writing: Principles and Procedures, H.J. Rosen, Ed. J. Wiley, 1974

10. Transactions of the American Society for Quality Control.

---

1. Kreyszig, E., "Introducción a la estadística matemática",- Limusa-Wiley (1973)

2. Larson, H.J., "Introducción a la teoría de probabilidades e inferencia estadística", Limusa-Wiley (1978)

3. Rascón, O.A., "Introducción a la Estadística Descriptiva", Vols. I y II, Ed. UNAM.

4. Rascón, O.A., "Introducción a la Teoría de Probabilidades", Ed. UNAM.

centro de educación continua
división de estudios de posgrado
facultad de ingeniería unam

CONTROL ESTADISTICO DE CALIDAD

INFERENCIA ESTADISTICA

M. EN I. AUGUSTO VILLARREAL ARANDA

OCTUBRE, 1979.

INFERENCIA ESTADISTICA

Por: M en I Augusto Villarreal Aranda*

1. Introducción

La parte de la estadística que proporciona las reglas para inferir ciertas características de una población a partir de muestras extraídas de ella, junto con indicaciones probabilísticas de la veracidad de tales inferencias, se llama *inferencia estadística*.

En la inferencia estadística se estudian las relaciones existentes entre una población, las muestras obtenidas de ella, y las técnicas para estimar parámetros, tales como la media y la varianza, o bien para determinar si las diferencias entre dos muestras son debidas al azar, etc.

2. Distribuciones muestrales

Si se consideran todas las muestras posibles de tamaño

* *Secretario Académico*, División de Estudios Superiores, Facultad de Ingeniería, UNAM y *Profesor investigador*, Instituto de Ingeniería, UNAM

n que pueden extraerse de una población, y para cada una se calcula el valor del promedio aritmético, este seguramente variará de una muestra a otra, ya que depende de los valores de los datos que se hayan obtenido en cada muestra. Por lo tanto, el promedio aritmético es en sí una variable aleatoria, como también lo son, por la misma razón, el rango y la variancia de la muestra.

A todo elemento que es función de los valores de los datos que se tienen en una muestra se le denomina *estadística;* toda estadística es, entonces, una variable aleatoria cuya distribución de probabilidades se conoce como *distribución muestral*. Si, por ejemplo, la estadística considerada es la variancia de la muestra, su densidad de probabilidades se llama *distribución muestral de la variancia*.

En forma similar se pueden obtener las distribuciones muestrales de la desviación estándar, del rango, etc., cada una de las cuales tendrá sus propios parámetros, lo que permite hablar de la media y la desviación estándar de la variancia, etc.

3. Muestreo con y sin remplazo

Cuando se efectúa un muestreo en una población de tal manera que cada elemento de la misma se pueda escoger más de una vez, se dice que el muestreo es *con remplazo*; en caso contrario, el muestreo es *sin remplazo*. Si de una urna se quiere extraer una muestra de bolas de colores, se puede proceder de dos maneras: se saca al azar una bola, se anota su color y se regresa a la urna antes de obtener otra, y así sucesivamente; en este caso el muestreo es *con remplazo*. La segunda forma consiste en extraer al azar todas las bolas que constituyen la muestra sin regresarlas a la urna, siendo entonces un muestreo *sin remplazo*.

4. Distribucion muestral del promedio aritmético

Supóngase que se extraen sin remplazo todas las muestras posibles de tamaño n de una población finita de tamaño $N_p > n$. Si la media y la desviación estándar de la distribución muestral del promedio aritmético se denotan con $\mu_{\bar{X}}$ y $\sigma_{\bar{X}}$, y la media y la desviación estándar de la población con μ y σ, respectivamente, entonces es posible demostrar que se cumplen las siguientes ecuaciones

$$\mu_{\bar{X}} = \mu$$

$$\sigma_{\bar{X}} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}}\sqrt{\frac{N_p - n}{N_p - 1}}$$

Además, si la población es infinita (o el muestreo es con remplazo), los resultados anteriores se reducen a

$$\mu_{\bar{X}} = \mu$$

$$\sigma_{\bar{X}} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$

puesto que

$$\lim_{N_p \to \infty} \frac{\sigma}{\sqrt{n}}\sqrt{\frac{N_p - n}{N_p - 1}} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$

Para valores grandes de $n (n \geq 30)$ se demuestra, empleando el teorema del límite central, que la distribución muestral del promedio aritmético es aproximadamente una distribución normal con media $\mu_{\bar{X}}$ y desviación estándar $\sigma_{\bar{X}}$, independientemente de cuál sea la densidad de probabilidades de X, la variable aleatoria asociada a la población. Si esta variable tiene distribución normal, la distribución muestral del promedio aritmético también es normal, aun para valores pequeños de n $(n < 30)$.

Ejemplo 4.1

Supóngase que se tiene una población finita formada por los datos 1,2,3,4,5. Se desea conocer la media y la desviación estándar de la distribución muestral del promedio aritmético, considerando las muestras de tamaño 3 obtenidas sin remplazo.

Primer procedimiento.

Siendo la población finita y el muestreo sin remplazo, es posible obtener la distribución muestral correspondiente para calcular después sus parámetros, considerando que el número total de muestras distintas de tamaño 3 que pueden obtenerse a partir de una población de 5 elementos es

$$\frac{5!}{3!\,(5-3)!} = 10$$

Dichas muestras son las siguientes, junto con sus promedios aritméticos correspondientes:

	$\bar{X}_i$		$\bar{X}_i$
1, 2, 3	6/3	3, 4, 5	12/3
1, 2, 4	7/3	3, 4, 1	8/3
1, 2, 5	8/3	4, 5, 1	10/3
2, 3, 4	9/3	4, 5, 2	11/3
2, 3, 5	10/3	5, 1, 3	9/3

Para calcular la media y la desviación estándar, se emplea la siguiente tabla

$\bar{X}_i$	6/3	7/3	8/3	8/3	9/3	9/3	10/3	10/3	11/3	12/3
$\bar{X}_i^2$	36/9	49/9	64/9	64/9	81/9	81/9	100/9	100/9	121/9	144/9

$$\sum_{i=1}^{10} \bar{X}_i = 90/3 \qquad \sum_{i=1}^{10} \bar{X}_i^2 = 840/9$$

$$\mu_{\bar{X}} = \bar{\bar{X}} = \frac{1}{10} \sum_{i=1}^{10} \bar{X}_i = \frac{1}{10} \quad \frac{90}{3} = 3$$

$$\sigma_{\bar{X}}^2 = \frac{1}{10} \sum_{i=1}^{10} \bar{X}_i^2 - \bar{\bar{X}}^2 = \frac{1}{10} \quad \frac{840}{9} - (3)^2 =$$

$$= 9.333 - 9.000 = 0.333 \implies \sigma_{\bar{X}} = \sqrt{0.333} = 0.577$$

Es decir, $\mu_{\bar{X}} = 3$ y $\sigma_{\bar{X}} = 0.577$

Segundo procedimiento.

Por tratarse de una población finita, se verifica que

$$\mu_{\bar{X}} = \mu \qquad \text{y} \qquad \sigma_{\bar{X}} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \sqrt{\frac{N_p - n}{N_p - 1}}$$

en donde $N_p = 5$, $n = 3$ y $\mu = 3$.

El valor de σ^2 de la población es

$$\sigma^2 = \frac{1+4+9+16+25}{5} - (3)^2 = \frac{55}{5} - 9 = 11-9 = 2$$

Por lo tanto, $\sigma = \sqrt{2} = 1.4145$ y

$$\sigma_{\bar{X}} = \frac{1.4145}{\sqrt{3}} \sqrt{\frac{5-3}{5-1}} = (0.8164)(0.7071) = 0.577$$

Es decir, $\mu_{\bar{X}} = 3$ y $\sigma_{\bar{X}} = 0.577$

Comparando los resultados, se puede observar que ambos procedimientos conducen a la obtención de los mismos valores de $\mu_{\bar{X}}$ y $\sigma_{\bar{X}}$ para la distribución muestral del promedio aritmético.

Ejemplo 4.2

En una bodega se tienen cinco mil varillas de acero; el valor medio del peso, X, de cada varilla es de 5.02 kg, y la desviación estándar 0.3 kg. Hallar la probabilidad de que una muestra de cien varillas, escogida al azar, tenga un peso total

a. entre 496 y 500 kg

b. de más de 510 kg.

Para la distribución muestral del promedio, se tiene que $\mu_{\bar{X}} = \mu = 5.02$ kg y, por tratarse de una población finita,

$$\sigma_{\bar{X}} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}}\sqrt{\frac{N_p - n}{N_p - 1}} = \frac{0.30}{\sqrt{100}}\sqrt{\frac{5000 - 100}{5000 - 1}} = 0.027$$

a. El peso total de la muestra estará entre 496 y 500 kg si el peso promedio de las cien varillas se encuentra entre 4.96 y 5.00 kg. Puesto que la muestra es mayor de 30 elementos se puede considerar como aproximadamente normal a la distribución muestral, y los valores estándar correspondientes a $\bar{X} = 4.96$ y a $\bar{X} = 5.00$ se obtienen mediante la transformación

$$Z = \frac{\bar{X} - \mu_{\bar{X}}}{\sigma_{\bar{X}}}$$

es decir,

$$Z_1 = \frac{4.96 - 5.02}{0.027} = -2.22$$

$$Z_2 = \frac{5.00 - 5.02}{0.027} = -0.74$$

En la fig 4.1 se puede apreciar que

$$P[496 \leq X \leq 500] = P[-2.22 \leq Z \leq -0.74] =$$

$$= P[-2.22 \leq Z \leq 0] - P[-0.74 \leq Z \leq 0]$$

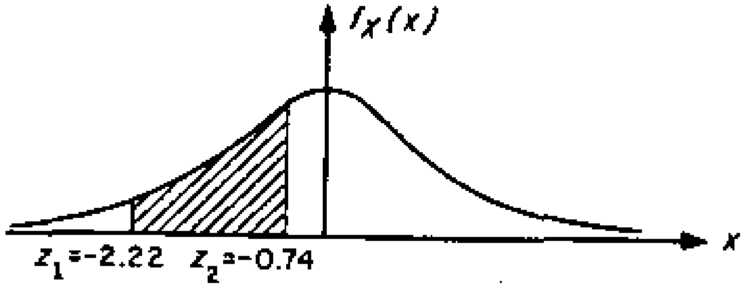


Fig 4.1 Distribución normal correspondiente al ejemplo

Recurriendo a la tabla de áreas bajo la curva normal estándar entre 0 y Z queda finalmente

$$P[496 \leq X \leq 500] = 0.4868 - 0.2704 = 0.2164$$

b. El peso total de la muestra excederá de 510 kg si el peso promedio de las cien varillas pasa de 5.10 kg.

Estandarizando dicho valor, queda

$$Z_3 = \frac{5.10 - 5.02}{0.027} = 2.96$$

Calculando el área bajo la curva normal a la derecha de este valor (fig 4.2), se tiene que

$$P[X \geq 510] = P[Z \geq 2.96] = P[Z \geq 0] - P[0 \leq Z \leq 2.96] =$$

$$= 0.5 - 0.4985 = 0.0015$$

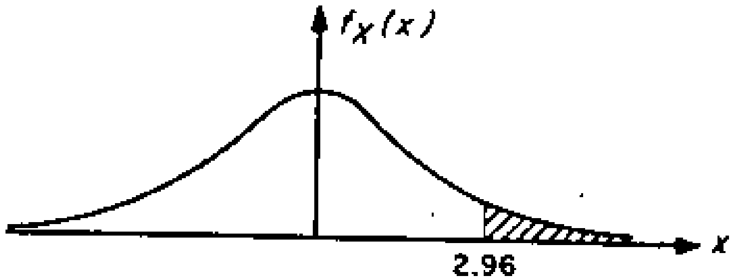


Fig 4.2   Distribución normal correspondiente al ejemplo

5. Distribución muestral de diferencias de promedios aritméticos

Con frecuencia se presenta el caso en el que se tienen datos de dos poblaciones con variables aleatorias asociadas X y Y, respectivamente, surgiendo la duda de si estas se pueden considerar como una sola, es decir, si X = Y. Para probar estadísticamente esta hipótesis (como se verá más adelante), es necesario obtener las distribuciones muestrales de la diferencia de los promedios y de las variancias de las muestras de ambas variables.

Sean $\bar{X}$ y $\bar{Y}$ los promedios aritméticos obtenidos de muestras aleatorias de tamaño n_X y n_Y de dos poblaciones con características X y Y, respectivamente. Se puede demostrar que la distribución muestral de la diferencia de los promedios correspondientes a poblaciones infinitas con medias μ_X y μ_Y y desviaciones estándar σ_X y σ_Y, tiene los siguientes parámetros:

$$\mu_{\bar{X}-\bar{Y}} = \mu_{\bar{X}} - \mu_{\bar{Y}} = \mu_X - \mu_Y$$

$$\sigma_{\bar{X}-\bar{Y}} = \sqrt{\sigma_{\bar{X}}^2 + \sigma_{\bar{Y}}^2} = \sqrt{\frac{\sigma_X^2}{n_X} + \frac{\sigma_Y^2}{n_Y}}$$

si las muestras son independientes.

Esta distribución también es aplicable a poblaciones finitas si el muestreo es con remplazo. Para el caso de poblaciones finitas en las cuales el muestreo se hace sin remplazo, los parámetros de la distribución muestral de la diferencia de los promedios aritméticos son

$$\mu_{\bar{X}-\bar{Y}} = \mu_{\bar{X}} - \mu_{\bar{Y}} = \mu_X - \mu_Y$$

$$\sigma_{\bar{X}-\bar{Y}} = \sqrt{\sigma^2_{\bar{X}} + \sigma^2_{\bar{Y}}} = \sqrt{\frac{\sigma^2_X}{n_X}\,\frac{N_X - n_X}{N_X - 1} + \frac{\sigma^2_X}{n_Y}\,\frac{N_Y - n_Y}{N_Y - 1}}$$

suponiendo que las muestras sean independientes.

Ejemplo 5.1

Considérese que de una población X se obtienen tres muestras posibles, cuyos correspondientes promedios aritméticos son 3, 7 y 8. De otra población Y se extraen dos muestras posibles, con promedios 2 y 4, respectivamente. Se deben obtener los parámetros de la distribución muestral de las diferencias de los promedios aritméticos.

Primer procedimiento

Todas las posibles diferencias de promedios aritméticos de X con los de Y serían

$$\begin{matrix} 3-2 & 7-2 & 8-2 \\ 3-4 & 7-4 & 8-4 \end{matrix} \Longrightarrow \begin{matrix} 1 & 5 & 6 \\ -1 & 3 & 4 \end{matrix}$$

Es decir,

$$\mu_{\bar{X}-\bar{Y}} = \frac{-1+1+3+4+5+6}{6} = \frac{18}{6} = 3$$

$$\sigma^2_{\bar{X}-\bar{Y}} = \frac{(-1-3)^2 + (1-3)^2 + (3-3)^2 + (4-3)^2 + (5-3)^2 + (6-3)^2}{6} =$$

$$= \frac{34}{6} = \frac{17}{3}$$

Segundo procedimiento

Se sabe que

$$\mu_{\bar{X}-\bar{Y}} = \mu_{\bar{X}} - \mu_{\bar{Y}} \quad ; \quad \sigma^2_{\bar{X}-\bar{Y}} = \sigma^2_{\bar{X}} + \sigma^2_{\bar{Y}}$$

Por ello,

$$\mu_{\bar{X}} = \frac{3+7+8}{3} = \frac{18}{3} = 6$$

$$\mu_{\bar{Y}} = \frac{2+4}{2} = \frac{6}{2} = 3$$

$$\sigma^2_{\bar{X}} = \frac{(3-6)^2 + (7-6)^2 + (8-6)^2}{3} = \frac{14}{3}$$

$$\sigma^2_{\bar{Y}} = \frac{(2-3)^2 + (4-3)^2}{2} = \frac{2}{2} = 1$$

$$\mu_{\bar{X}-\bar{Y}} = 6 - 3 = 3$$

$$\sigma^2_{\bar{X}-\bar{Y}} = \frac{14}{3} + 1 = \frac{17}{3}$$

Se observa que ambos procedimientos conducen a los mismos resultados.

Ejemplo 5.2

Las varillas de acero que fabrica una compañía A tienen un peso medio de 6.5 kg y una desviación estándar de 0.4, en tanto que las producidas por una empresa B tienen un peso medio de 6.3 kg y una desviación estándar de 0.3 kg. Si se toman muestras aleatorias de 100 varillas de cada fábrica, ¿cuál es la probabilidad de que las de la compañía A tengan un peso promedio de por lo menos

a. 0.35 kg

b. 0.10 kg

mayor que el de la compañía B?

Se puede suponer en este caso que las distribuciones muestrales involucradas son normales, en virtud de que el tamaño de ambas muestras es mayor de 30 elementos. También se puede suponer que ambas poblaciones son infinitas, y siendo $\bar{X}_A$ y $\bar{X}_B$ los pesos promedios de las muestras de las fábricas A y B, respectivamente, entonces

$$\mu_{\bar{X}_A - \bar{X}_B} = \mu_{\bar{X}_A} - \mu_{\bar{X}_B} = 6.5 - 6.3 = 0.20 \text{ kg}$$

$$\sigma_{\bar{X}_A - \bar{X}_B} = \sqrt{\frac{\sigma_A^2}{n_A} + \frac{\sigma_B^2}{n_B}} = \sqrt{\frac{(0.4)^2}{100} + \frac{(0.3)^2}{100}} = 0.05 \text{ kg}$$

La variable estandarizada de la diferencia de los promedios es

$$Z = \frac{(\bar{X}_A - \bar{X}_B) - \mu_{\bar{X}_A - \bar{X}_B}}{\sigma_{\bar{X}_A - \bar{X}_B}} = \frac{(\bar{X}_A - \bar{X}_B) - 0.20}{0.05}$$

a. Estandarizando la diferencia de 0.35 kg se llega a

$$Z_1 = \frac{0.35 - 0.20}{0.05} = \frac{0.15}{0.05} = 3$$

La probabilidad deseada es el área bajo la curva normal a la derecha de $Z = 3$, es decir

$$P\left[\bar{X}_A > \bar{X}_B + 0.35\right] = P\left[Z > 3\right] = 0.500 - 0.4987 = 0.0013$$

b. Al estandarizar la diferencia de 0.10 kg, la variable Z resulta

$$Z_2 = \frac{0.10 - 0.20}{0.05} = \frac{-0.1}{0.05} = -2$$

La probabilidad requerida es el área bajo la curva normal a la derecha de $Z= -2$, es decir

$$P\left[\bar{X}_A > \bar{X}_B + 0.10\right] = P\left[Z > -2\right] = 0.5 + 0.4772 = 0.9772$$

6. Teoría estadística de la estimación

En la práctica profesional a menudo resulta necesario inferir información acerca de una población mediante el uso de muestras extraídas de ella; una parte básica de dicha inferencia consiste en *estimar* los valores de los parámetros de la población (media, variancia, etc.) a partir de las estadísticas correspondientes de la muestra, como se explica a continuación.

7. Estimadores puntuales. Clasificación

Si un estimador de un parámetro de la población consiste en un solo valor de una estadística, se le conoce como *estimador puntual* del parámetro.

Cuando la media de la distribución muestral de una estadística es igual al parámetro que se está estimando de la población, entonces la estadística se conoce como *estimador insesgado* del parámetro; si no sucede así, entonces se denomina *estimador sesgado*. Ambos estimadores son puntuales, y sus valores correspondientes se llaman estimaciones insesgadas o sesgadas, respectivamente. Dicho de otra manera, si S es una estadística cuya distribución muestral tiene media μ_S, y el parámetro correspondiente de la población es θ, se dice que S es un estimador insesgado de θ si

$$\mu_S = \theta$$

Por otra parte, si la estadística S_n de la muestra tiende a ser igual al parámetro θ de la población a medida que se hace más grande el tamaño de la muestra, entonces la estadística recibe el nombre de *estimador consistente* del parámetro.

Empleando símbolos, si

$$\lim_{n\to\infty} S_n = \theta$$

resulta que la estadística S_n es un estimador consistente. Por ejemplo, el promedio aritmético es un estimador insesgado y consistente de la média, y la variancia de la muestra es un estimador sesgado y consistente de la variancia de la población.

Si las distribuciones muestrales de varias estadísticas tienen el mismo valor de la media, se dice que la estadística que cuenta con la menor variancia es un *estimador eficiente* de dicha media, en tanto que las estadísticas restantes se conocen como *estimadores ineficientes* del parámetro.

Por ejemplo, las distribuciones muestrales del promedio aritmético y de la mediana cuentan con medias que son, en ambos casos, iguales a la media de la población. Sin embargo, la variancia de la distribución muestral del promedio aritmético es menor que la de la distribución de la mediana, por lo que el promedio aritmético obtenido de una muestra aleatoria proporciona un estimador eficiente de la media de la población, en tanto que la mediana obtenida de la muestra proporciona un estimador ineficiente de dicho parámetro.

8. Estimación de intervalos de confianza para los parámetros de una población

La estimación de un parámetro de una población mediante un par de números entre los cuales se encuentra, con cierta probabilidad, el valor de dicho parámetro, se llama estimación del intervalo del mismo.

Sea S una estadística obtenida de una muestra de tamaño n para estimar el valor del parámetro θ, y sea σ_S la desviación estándar (conocida o estimada) de su distribución muestral. La probabilidad, $1 - \alpha$, de que el valor de θ se localice en el intervalo de $S - z_c\, \sigma_S$ a $S + z_c\, \sigma_S$, donde z_c es una constante, se escribe en la forma

$$P\left[S - z_c\, \sigma_S \leqslant \theta \leqslant S + z_c\, \sigma_S\right] = 1 - \alpha$$

Si se fija el valor de $1 - \alpha$, se puede obtener el valor de z_c necesario para que se satisfaga la ecuación anterior, con lo cual queda definido el *intervalo de confianza* del parámetro θ, $(S - z_c\, \sigma_S,\ S + z_c\, \sigma_S)$, correspondiente al nivel de *confianza* $1 - \alpha$.

La constante z_c que fija el intervalo de confianza se conoce como *valor crítico*. Si la distribución de S es normal, el valor de z_c correspondiente a uno de α se obtiene de la tabla de áreas bajo la curva normal o de la tabla 8.1 siguiente.

TABLA 8.1 VALORES DE z_c PARA DISTINTOS NIVELES DE CONFIANZA

Nivel de confianza, en porcentaje	z_c
99.73	3.00
99.00	2.58
98.00	2.33
96.00	2.05
95.45	2.00
95.00	1.96
90.00	1.64
80.00	1.28
68.27	1.00
50.00	0.674

Ejemplo 8.1

Sea el promedio aritmético $\bar{X}$ una estadística con distribución normal. Las probabilidades o niveles de confianza de que $\mu_{\bar{X}}$ (o μ de la población) se encuentre localizada entre los límites $\bar{X} \pm \sigma_{\bar{X}}$, $\bar{X} \pm 2\,\sigma_{\bar{X}}$ y $\bar{X} \pm 3\,\sigma_{\bar{X}}$ son 68.26, 95.44 y 99.73%, respectivamente, obteniéndose dichos valores de la tabla de áreas bajo la curva normal. Lo anterior significa que el intervalo $\bar{X} \pm 3\,\sigma_{\bar{X}}$ contendrá a $\mu_{\bar{X}}$ en el 99.73 por ciento de las muestras de tamaño n, por lo que los intervalos de confianza de 68.26, 95.44 y 99.73 por ciento para estimar a μ son $(\bar{X} - \sigma_{\bar{X}}, \bar{X} + \sigma_{\bar{X}})$ $(\bar{X} - 2\,\sigma_{\bar{X}}, \bar{X} + 2\,\sigma_{\bar{X}})$ y $(\bar{X} - 3\,\sigma_{\bar{X}}, \bar{X} + 3\,\sigma_{\bar{X}})$, lo cual se aprecia en la *fig* 8.1 siguiente.

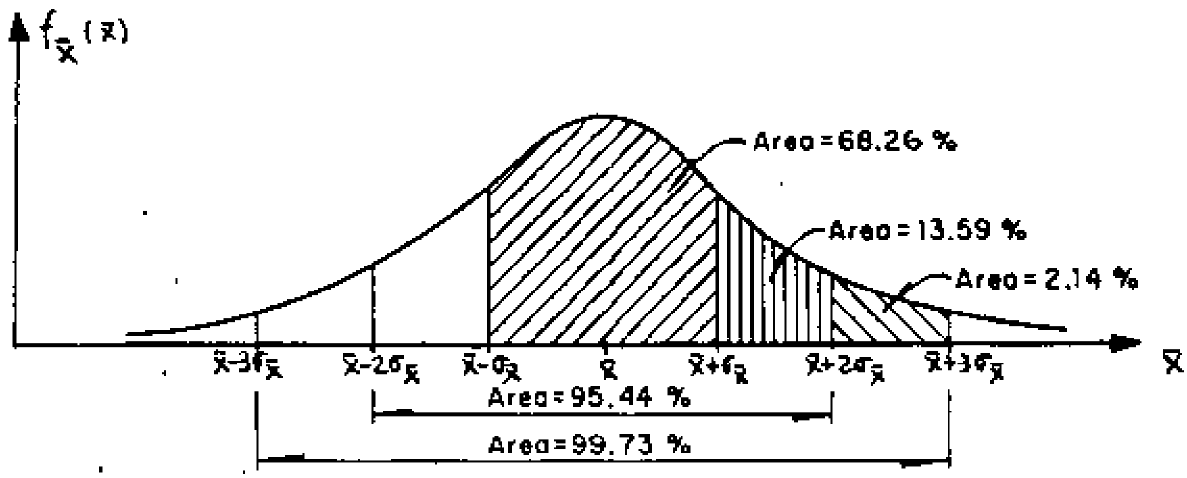


Fig 8.1

9. Estimación de intervalos de confianza para la media

Los límites de confianza para la media de una población con variable aleatoria X asociada están dados por

$$\bar{X} \pm z_c \, \sigma_{\bar{X}}$$

en donde z_c depende del nivel de confianza deseado. Si $\bar{X}$ tiene distribución normal, z_c puede obtenerse en forma directa de la tabla 8.1. Por ejemplo, los límites de confianza de 95 y 99 por ciento para estimar la media, μ, de la población son $\bar{X} \pm 1.96\sigma_{\bar{X}}$ y $\bar{X} \pm 2.58\,\sigma_{\bar{X}}$, respectivamente. Al obtener estos límites hay que usar el valor calculado de $\bar{X}$ para la muestra correspondiente.

Entonces, los límites de confianza para la media de la población quedan dados por

$$\bar{X} \pm z_c \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$

en caso de que el muestreo se haga a partir de una población infinita o de que se efectúe con remplazo a partir de una población finita, o por

$$\bar{X} = z_c \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \sqrt{\frac{N_p - n}{N_p - 1}}$$

si el muestreo es sin remplazo a partir de una población finita de tamaño N_p.

Ejemplo 9.1

Las mediciones de los diámetros de una muestra aleatoria de 100 tubos de albañal mostraron una media de 32 cm y una desviación estándar de 2 cm. Obténganse los límites de confianza de

a. 95 por ciento
b. 97 por ciento

para el diámetro medio de todos los tubos.

a. De la tabla 8.1, los límites de confianza del 95 por ciento son

$$\bar{X} \pm 1.96\sigma/\sqrt{n} = 32 \pm 1.96(2/\sqrt{100}) = 32 \pm 0.392 \text{ cm}$$

o sea 31.608 y 32.392, en donde se ha empleado el valor de S_X para estimar el de σ de la población, puesto que la muestra es suficientemente grande (mayor de 30 elementos). Esto significa que con una probabilidad de 95 por ciento, el valor de μ_X se encuentra entre 31.608 y 32.392 cm.

b. Si $Z = z_c$ es tal que el área bajo la curva normal a la derecha de z_c es el 1.5 por ciento del área total, entonces el área entre 0 y z_c es 0.5 − 0.015 = 0.485, por lo que de la tabla de áreas bajo la curva normal se obtiene $z_c = 2.17$. Por lo tanto, los límites de confianza del 97 por ciento son:

$$\bar{X} \pm 2.17\sigma/\sqrt{n} = 32 \pm 2.17(2/\sqrt{100}) = 32 \pm 0.434 \text{ cm}$$

y el intervalo de confianza respectivo es (31.566 cm, 32.434 cm).

Ejemplo 9.2

Una muestra aleatoria de 50 calificaciones de cierto examen de admisión tiene un promedio aritmético de 72 puntos, con desviación estándar igual a 10. Si el examen se aplicó a 1018 personas, obtener

a. El intervalo de confianza del 95% para la media del total de calificaciones.

b. El tamaño de muestra necesario para que el error en la estimación de la media no exceda de 2 puntos, considerando el mismo nivel de confianza.

c. El nivel de confianza para el cual la media de la población sea 72 ± 1 puntos.

a. Si se estima a σ de la población con S_X de la muestra y se considera que la población es finita, los límites de confianza son, puesto que $\bar{X} = 72$, $Z_c = 1.96$, $S_X = 10$, $N_p = 1018$ y $n = 50$,

$$72 \pm 1.96 \frac{10}{\sqrt{50}} \sqrt{\frac{1018 - 50}{1018 - 1}}$$

$$72 \pm 1.96\ (1.4142)\ (0.9755)$$

$$72 \pm 2.704$$

y el intervalo de confianza respectivo es

$$(69.296, \quad 74.704)$$

b. Puesto que el error en la estimación de la media es, para población finita,

$$\text{Error en la estimación} = Z_c \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \sqrt{\frac{N_p - n}{N_p - 1}}$$

en este caso se tendría

$$Z_c \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \sqrt{\frac{N_p - n}{N_p - 1}} < 2$$

o sea, para un nivel de confianza de 95%,

$$1.96 \frac{10}{\sqrt{n}} \sqrt{\frac{1018 - n}{1018 - 1}} < 2$$

$$\frac{19.6}{\sqrt{n}} \sqrt{\frac{1018 - n}{1018 - 1}} < 2$$

Elevando al cuadrado la desigualdad, queda

$$\frac{384.16}{n} \quad \frac{1018 - n}{1017} < 4$$

o sea

$$87.85 < n$$

Por lo cual, se requieren al menos 88 elementos en la muestra para que el error en la estimación no exceda de 2 puntos, para $1 - \alpha = 0.95$.

c. Los límites de confianza son, en este caso

$$72 \pm Z_c \frac{10}{\sqrt{50}} \sqrt{\frac{1018 - 50}{1018 - 1}}$$

$$72 \pm Z_c \ (1.4142)(0.9755)$$

o sea

$$72 \pm 1.3795 \ Z_c$$

Puesto que se desea que el valor de la media sea 72 ± 1 puntos, se verifica que

$$1 = 1.3795 \ Z_c$$

Es decir

$$Z_c = \frac{1}{1.3795} = 0.725$$

El área bajo la curva normal estándar entre 0 y $Z_c = 0.725$ es, por interpolación lineal, igual a 0.2657. Por lo tanto, el nivel de confianza es igual al doble del área anterior, es decir, $2(0.2657) = 0.5314$ (o 53.14%), tal como se muestra en la *fig* 9.1.

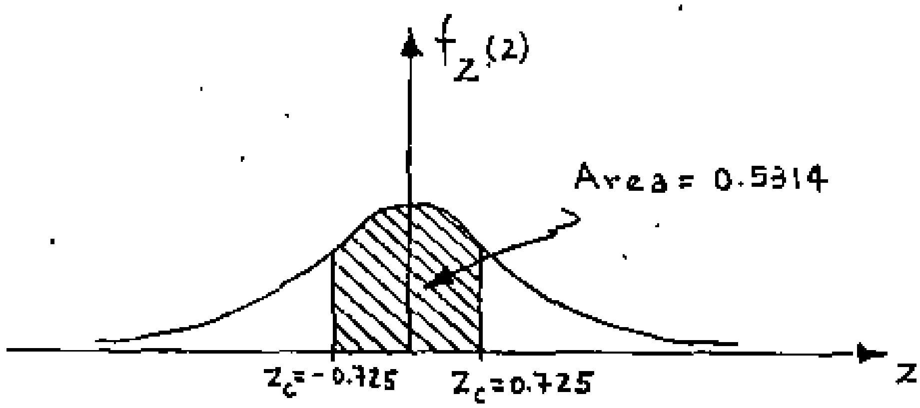


Fig 9.1

10. Intervalos de confianza para diferencias de medias

Los límites de confianza para la diferencia de las medias cuando las poblaciones X y Y son infinitas, o cuando el muestreo se realiza con remplazo de poblaciones finitas, se encuentran dados por

$$\bar{X} - \bar{Y} \pm Z_c\, \sigma_{\bar{X} - \bar{Y}} = \bar{X} - \bar{Y} \pm Z_c \sqrt{\frac{\sigma_X^2}{n_X} + \frac{\sigma_Y^2}{n_Y}}$$

en donde $\bar{X}$, n_X y $\bar{Y}$, n_Y son los respectivos promedios aritméticos y tamaños de las dos muestras extraídas de las poblaciones, y σ_X y σ_Y las desviaciones estándar de estas últimas.

En el caso de que las poblaciones X y Y sean finitas y el muestreo sin remplazo, los límites de confianza son

$$\bar{X} - \bar{Y} \pm Z_c \sigma_{\bar{X}-\bar{Y}} = \bar{X} - \bar{Y} \pm Z_c \sqrt{\frac{\sigma_X^2}{n_X} \frac{N_X - n_X}{N_X - 1} + \frac{\sigma_Y^2}{n_Y} \frac{N_Y - n_Y}{N_Y - 1}}$$

en donde N_X y N_Y son los tamaños de las poblaciones X y Y, respectivamente.

Las dos ecuaciones anteriores son válidas únicamente si las muestras aleatorias seleccionadas son independientes.

Ejemplo 10.1

Para el ejemplo de las varillas tratado anteriormente (5.2), encontrar el intervalo de confianza del 95.45% para las diferencias de las medias de las poblaciones.

Siendo $\bar{X}_A = \mu_A = 6.5$ kg, $\sigma_A = 0.4$ kg, $\bar{X}_B = \mu_B = 6.3$ kg, $\sigma_B = 0.3$ kg y $n_A = n_B = 100$, los límites de confianza para la diferencia de las medias son, empleando la tabla 8.1

$$\bar{X}_A - \bar{X}_B \pm z_c \sqrt{\frac{\sigma_A^2}{n_A} + \frac{\sigma_B^2}{n_B}} = 6.5 - 6.3 \pm 2 \sqrt{\frac{(0.4)^2}{100} + \frac{(0.3)^2}{100}} =$$

$$= 0.2 \pm 0.1$$

Por lo tanto, el intervalo de confianza respectivo es (0.1, 0.3).

Ejemplo 10.2

Se tienen en una bodega 3000 focos de marca X, y 5000 de marca Y. Se extrae una muestra aleatoria de 150 focos de la marca X, y se obtiene una duración promedio de 1400 horas, con desviación estándar igual a 120 horas. Otra muestra aleatoria de 200 focos de la marca Y tuvo una duración promedio de 1200 horas, con desviación estándar igual a 80 horas. Obtener intervalos de confianza de

a. 95%

b. 99%

para la diferencia de los tiempos medios de duración de los focos de ambas marcas.

a. Puesto que se trata de poblaciones finitas y $\bar{X} = 1400$ h, $S_X = 120$ h, $N_X = 3000$, $n_X = 150$, $\bar{Y} = 1200$ h, $S_Y = 80$ h, $N_Y = 5000$ y $n_Y = 200$, se obtiene, estimando a σ_X y σ_Y con S_X y S_Y, respectivamente

$$1400 - 1200 \pm 1.96\sqrt{\frac{(120)^2}{150}\;\frac{3000 - 150}{3000 - 1} + \frac{(80)^2}{200}\;\frac{5000 - 200}{5000 - 1}}$$

$$200 \pm 1.96\ (11.04)$$

$$200 \pm 21.638$$

o sea, (178.362, 221.638), puesto que de la tabla 8.1, para un nivel de confianza de 95%, $Z_c = 1.96$.

b. En este caso, al emplear la tabla 8.1 se obtiene

$z_c = 2.58$ para un nivel de confianza de 99%, por lo cual los límites son

$$1400 - 1200 \pm 2.58 \sqrt{\frac{(120)^2}{150}\,\frac{3000 - 150}{3000 - 1} + \frac{(80)^2}{200}\,\frac{5000 - 2000}{5000 - 1}}$$

$$200 \pm 2.58\ (11.04)$$

$$200 \pm 28.483$$

y el intervalo de confianza es

$$(171.517,\ 228.483)$$

11. Pruebas de hipótesis

Supóngase que una empresa armadora de automóviles está en la disyuntiva de emplear una nueva marca de bujías en sus unidades o la que regularmente utiliza, y que su departamento de control de calidad debe decidir, con base en la información de las muestras de las dos marcas distintas. Las decisiones de este tipo, es decir, que se basan en estudios estadísticos, reciben el nombre de *decisiones estadísticas*, y a los procedimientos que permiten decidir si se acepta o rechaza una hipótesis se les llama *pruebas de hipótesis*, *pruebas de significancia* o *reglas de decisión*.

Al tomar decisiones estadísticas, es necesario postular las diversas alternativas o cursos de acción que pueden adoptarse.

En el caso particular de una *prueba de hipótesis* solamente se tienen dos cursos de acción posibles, los que se denotarán como H_0 y H_1. A la acción H_0 se le llama *hipótesis nula*, y a la H_1, *hipótesis alternativa*. Por ejemplo, si la hipótesis nula establece que $\mu_1 = \mu_2$, la hipótesis alternativa puede ser una de las siguientes:

$$\mu_1 > \mu_2, \mu_1 < \mu_2 \text{ o } \mu_1 \neq \mu_2$$

Al realizar una prueba de hipótesis, se prueba siempre la verdad de la hipótesis nula H_0, aun cuando de antemano se desee rechazarla.

12. Errores de los tipos I y II. Nivel de significancia

En muchas ocasiones se presenta el caso de que se rechaza una hipótesis nula cuando en realidad debería ser aceptada; cuando esto sucede se dice que se ha cometido un *error de tipo I*. En otras ocasiones se acepta una hipótesis nula siendo en realidad falsa; en este caso se dice que se ha cometido un *error de tipo II*.

Al probar una hipótesis nula, a la máxima probabilidad con la que se está dispuesto a cometer un error del tipo I se le llama *nivel de significancia*, α, de la prueba, el cual dentro de la práctica se acostumbra establecer de 5 por ciento (0.05) o 10 por ciento (0.1). El complemento del nivel de significancia, $1 - \alpha$, se conoce como *nivel de confianza*.

Si, por ejemplo, al realizar una prueba de hipótesis se escoge un nivel de significancia de 10 por ciento, significa que existen 10 posibilidades en 100 de que se rechace ésta cuando debería ser aceptada; es decir, que se rechaza a un nivel de significancia del 10 por ciento, y que la probabilidad de que la decisión haya sido errónea es de 0.1.

13. Comportamiento de los errores tipos I y II

Supóngase que se trata de probar la hipótesis nula de que la media, μ_S, de la distribución muestral de la estadística S es μ_1, en contra de la hipótesis alternativa que establece que $\mu_S = \mu_2$, donde $\mu_2 > \mu_1$, es decir

$$H_0 : \mu_S = \mu_1$$

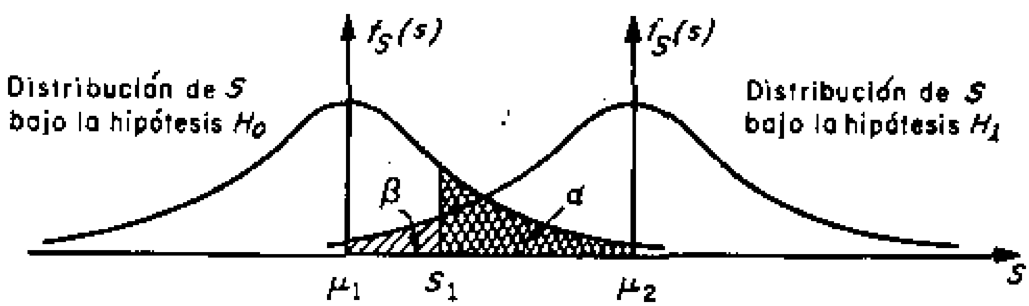
$$H_1 : \mu_S = \mu_2$$

En la fig 13.1 se muestra en forma gráfica la relación entre los errores tipos I y II en el caso en el que la regla de decisión para aceptar o rechazar H_0 es la siguiente:

> *Si el valor de la estadística S obtenido de una muestra excede de cierto valor crítico S_1, rechácese H_0; en caso contrario, acéptese.*

Es evidente que si H_0 es verdadera, entonces α (área con rayado doble) es la probabilidad de que $S > S_1$, o sea la de rechazar a H_0 siendo verdadera (error tipo I). Por otro lado, si H_1 es verdadera, entonces β (área con rayado sencillo) es la probabilidad de que $S < S_1$, o sea la de aceptar H_0 siendo falsa (error tipo II).

Obsérvese que si se aumenta el valor de S_1 se reduce la probabilidad α, pero se incrementa la β; lo contrario sucede si se disminuye el valor de S_1.



$$P[S>S_1] = \alpha \text{ (error tipo I)}$$
$$P[S<S_1] = \beta \text{ (error tipo II)}$$

Fig. 13.1 Probabilidades de los errores tipos I y II en pruebas de hipótesis.

En realidad, la única forma posible en la cual se pueden minimizar simultáneamente los errores de tipos I y II es aumentando el tamaño de la muestra, para hacer más "picudas" las distribuciones muestrales de la estadística bajo las hipótesis H_0 y H_1.

Al observar la fig 13.2 siguiente, es posible concluir que el tamaño de los errores I y II es menor para un tamaño de muestra igual a 100 que para un tamaño igual a 50, considerando la misma regla de decisión anterior.

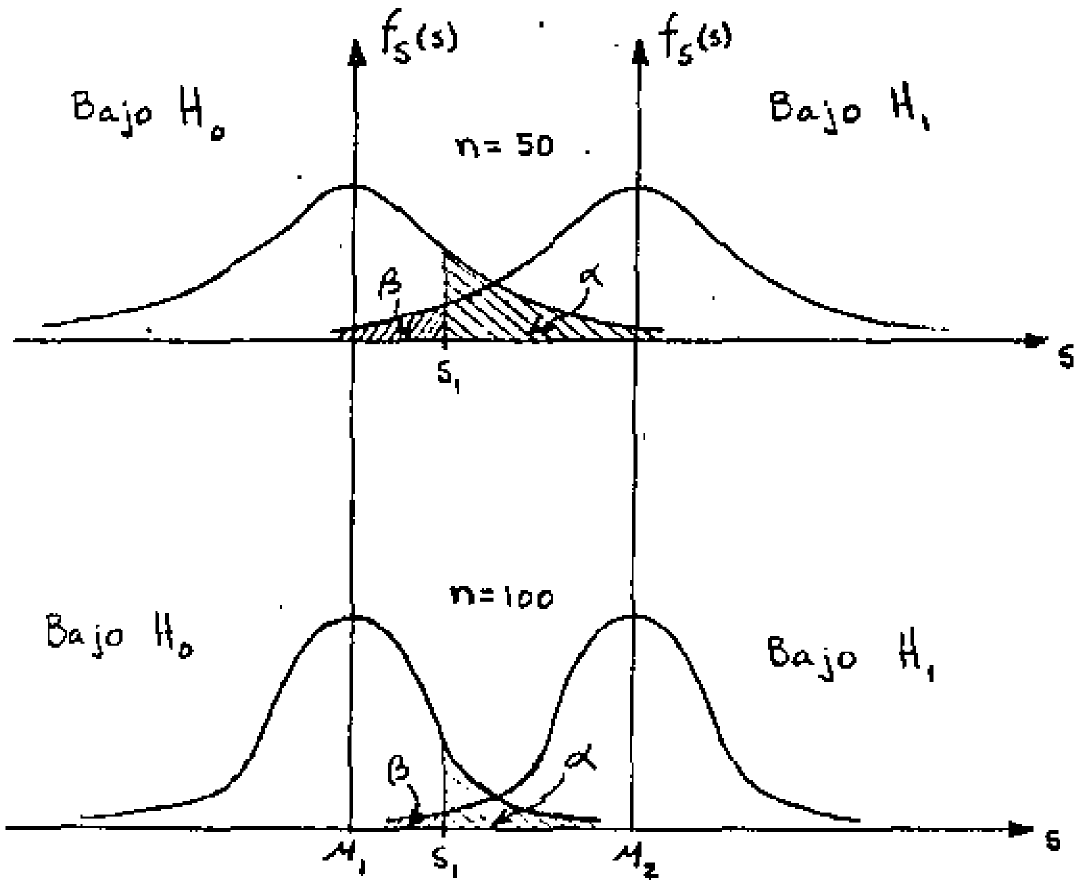


Fig 13.2

Sin embargo, esta técnica de reducción simultánea de ámbos tipos de errores no siempre puede ponerse en práctica, debido a razones de costo, tiempo, etc.

14. Regiones críticas, de rechazo o de significancia. Regiones de aceptación.

Cuando una hipótesis nula no se acepta se dice que se *rechaza a un nivel de significancia del* α *por ciento*, o que el valor estandarizado de la estadística involucrada es *significativo a un nivel de significancia* α.

Al conjunto de los valores de la estadística en el que se rechaza la hipótesis nula se le denomina *región crítica, de rechazo, o de significancia*. Por el contrario, al conjunto de los valores de la estadística en que se acepta la hipótesis, se le llama *región de aceptación*.

Considérese que la distribución muestral de la estadística S es normal con desviación estándar σ_S, que la variable Z resulta de estandarizar a S, que la hipótesis nula, H_0, es que la media de S vale μ_S, y que la hipótesis alternativa H_1 es que dicha media es diferente de μ_S, es decir, que

$$Z = \frac{S - \mu_S}{\sigma_S}$$

H_0: media de la distribución muestral de $S = \mu_S$

H_1: media de la distribución muestral de $S \neq \mu_S$

Si se adopta la regla de decisión de aceptar la hipótesis H_0, si el valor de Z caé dentro del intervalo central que encierra al 99 por ciento del área de la distribución de probabilidades, entonces H_0 se aceptará en el caso en que

$$-2.58 \leq Z \leq 2.58$$

empleando la tabla de áreas bajo la curva normal estándar. Pero si el valor estandarizado de la estadística se encuentra fuera de dicho intervalo, se concluye que el evento puede ocurrir con probabilidad de 0.01 si la hipótesis H_0 es verdadera (área rayada total de la fig 14.1). En tal caso, el valor Z de la variable estándar difiere *significativamente* del que se podría esperar de acuerdo con la hipótesis nula, lo cual inclina a rechazarla a un nivel de confianza del 99 por ciento.

De lo anterior de deduce que el área total rayada de la fig 14.1 es el nivel de significancia α de la prueba, y representa la probabilidad de cometer un error del tipo I. Por ello, la región de aceptación de H_0 es $-2.58 \leq Z \leq 2.58$, y la de rechazo es $Z > 2.58$ y $Z < -2.58$.

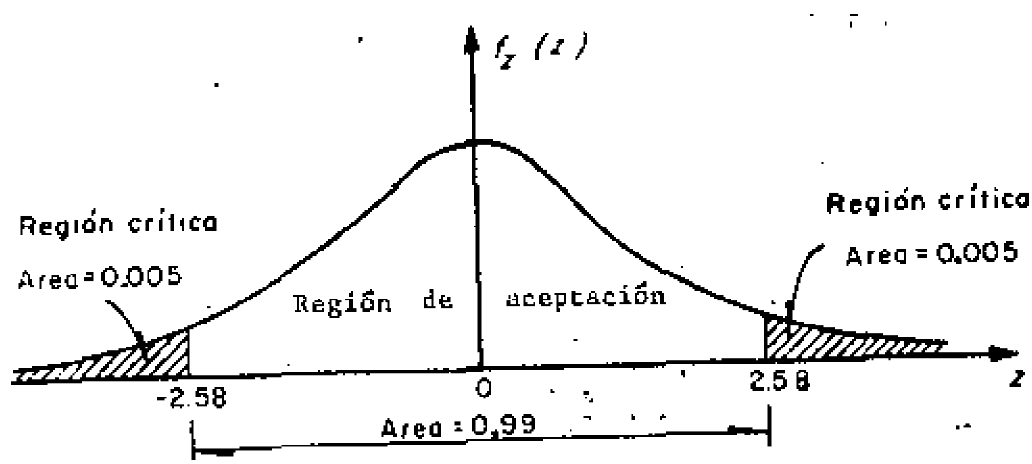


Fig 14.1 Región de significancia

En la tabla 14.1 se presentan los valores de la variable estandarizada, Z, que limitan las regiones de aceptación y de rechazo para el caso en el que la estadística involucrada en la prueba tenga distribución muestral normal. Cuando en alguna prueba de hipótesis se consideren niveles de significancia diferentes a los que aparecen en la tabla mencionada, resulta necesario emplear la de áreas bajo la curva normal estándar.

TABLA 14.1 VALORES CRITICOS DE z

Nivel de significancia, α	Valores de z para pruebas de una cola	Valores de z para pruebas de dos colas
0.1	−1.281 o 1.281	−1.645 y 1.645
0.05	−1.645 o 1.645	−1.960 y 1.960
0.01	−2.326 o 2.326	−2.575 y 2.575
0.005	−2.575 o 2.575	−2.810 y 2.810

15. Pruebas de una y de dos colas

En la prueba de hipótesis del ejemplo anterior, la región de rechazo de la hipótesis nula quedó en ambos extremos (colas) de la distribución muestral de la estadística involucrada en la prueba; a las pruebas de este tipo se les denomina *pruebas de dos colas*. Cuando la región de rechazo se encuentra solamente en un extremo de la distribución muestral en cuestión, se les llama *pruebas de una cola*.

Las pruebas de dos colas se presentan cuando en la hipótesis alternativa aparece el signo $\neq$ (diferente de), como en el siguiente caso

$$H_0 : \mu_S = \mu_1$$

$$H_1 : \mu_S \neq \mu_1$$

en donde μ_S es la media de la estadística S, y μ_1 es un valor fijo.

En los casos

$$H_0 : \mu_S = \mu_1$$

$$H_1 : \mu_S < \mu_1$$

y

$$H_0 : \mu_S = \mu_1$$

$$H_1 : \mu_S > \mu_1$$

las pruebas resultan de una cola.

16. Pruebas de hipótesis para la media

Para el caso de una población infinita (o finita en que se muestree con remplazo), cuya desviación estándar σ se conoce o se puede estimar adecuadamente, si se tiene que la estadística S obtenida de la muestra es el promedio aritmético, entonces la media de su distribución muestral es $\mu_S = \mu_{\bar{X}} = \mu$, y su desviación estándar es $\sigma_S = \sigma_{\bar{X}} = \sigma/\sqrt{n}$, en donde μ y σ son, respectivamente, la media y la desviación estándar de la variable aleatoria X asociada a la población, y n es el tamaño de la muestra. En tal caso, si $\bar{X}$ tiene distribución normal, la variable estandarizada correspondiente será

$$Z = \frac{\bar{X} - \mu_{\bar{X}}}{\sigma_{\bar{X}}} = \frac{\bar{X} - \mu}{\sigma/\sqrt{n}}$$

Para el caso de muestreo sin remplazo de población finita, se tiene que $\sigma_S = \sigma_{\bar{X}} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \sqrt{\frac{N_p - n}{N_p - 1}}$, en donde N_p es el tamaño de la población, por lo que la variable estandarizada será

$$Z = \frac{\bar{X} - \mu}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}} \sqrt{\frac{N_p - n}{N_p - 1}}}$$

En los dos casos anteriores, el valor de Z correspondiente al de $\bar{X}$ de la muestra es el que se debe comparar con el valor crítico correspondiente al nivel de significancia fijado, para así aceptar o no la hipótesis nula (prueba de una cola). Si se trata de una prueba de dos colas, el valor de Z se debe comparar con los dos valores críticos que corresponden al valor de α seleccionado. En cualquiera de los casos anteriores, el valor o valores críticos se pueden obtener de la tabla 14.1, para valores comunes de α.

Ejemplo 16.1

Se sabe que el promedio de calificaciones de una muestra aleatoria de tamaño 100 de los estudiantes de tercer año de ingeniería civil es de 7.6, con una desviación estándar de 0.2. Si μ denota la media de la población de esas calificaciones, X, y si se supone que $\bar{X}$ tiene distribución normal, probar la hipótesis

$\mu = 7.65$ en contra de la hipótesis alternativa $\mu \neq 7.65$, usando un nivel de significancia de

a. 0.05

b. 0.01

Para la solución se deben considerar las hipótesis

$$H_0 : \mu = 7.65$$

$$H_1 : \mu \neq 7.65$$

Puesto que $\mu \neq 7.65$ incluye valores menores y mayores de 7.65, se trata de una prueba de dos colas.

La estadística bajo consideración es el promedio aritmético, $\bar{X}$, de la muestra, que se supone extraída de una población infinita. La distribución muestral de $\bar{X}$ tiene media $\mu_{\bar{X}} = \mu$, y desviación estándar $\sigma_{\bar{X}} = \sigma/\sqrt{n}$, en donde μ y σ denotan, respectivamente, la media y la desviación estándar de la población de calificaciones.

Bajo la hipótesis H_0 (considerándola verdadera), se tiene que

$$\mu_{\bar{X}} = 7.65 = \mu$$

y utilizando la desviación estándar de la muestra como una estimación de σ, lo cual se supone razonable por tratarse de una muestra grande,

$$\sigma_{\bar{X}} = \sigma/\sqrt{n} = 0.2/\sqrt{100} = 0.2/10 = 0.02$$

a. Para la prueba de dos colas a un nivel de significancía de 0.05 se establece la siguiente regla de decisión

Aceptar H_0 si el valor Z correspondiente al valor del promedio de la muestra se encuentra dentro del intervalo de -1.96 a 1.96 (tabla 14.1). En caso contrario, rechazar H_0.

Puesto que

$$Z = \frac{\bar{X} - \mu}{\sigma/\sqrt{n}} = \frac{7.6 - 7.65}{0.02} = -2.5$$

se encuentra fuera del rango de -1.96 a 1.96, se rechaza la hipótesis H_0 a un nivel de significancia de 0.05.

b. Si el nivel de significancia es 0.01, el intervalo de -1.96 a 1.96 de la regla de decisión del inciso a se remplaza por el de -2.58 a 2.58 tabla (14.1). Entonces, puesto que el valor muestral $Z = -2.5$ se encuentra dentro de este intervalo, se acepta la hipótesis H_0 a un nivel de significancia de 0.01.

Ejemplo 16.2

La resistencia media a la ruptura de cables de acero fabricados por la empresa X es de 905 kg. Una empresa consultora sugiere a X que cambie su proceso de manufactura, con lo cual incrementará la resistencia de sus cables. Se prueba el nuevo proceso, y se extrae una muestra aleatoria de 50 cables, obteniéndose para ellos una resistencia promedio de 926 kg, con desviación estándar igual a 42 kg. ¿Se puede considerar que el nuevo proceso realmente incrementa la resistencia, con un nivel de confianza de 99%?

En este caso, se debe plantear una prueba de hipótesis de una cola, para la cual

$$H_0 : \mu = 905 \text{ kg}$$

$$H_1 : \mu > 905 \text{ kg}$$

Puesto que el tamaño de la muestra es suficientemente grande, se puede aproximar la distribución muestral de la resistencia promedio mediante una normal, y estimar el valor de σ de la población mediante S_X de la muestra.

Considerando a la población infinita, y suponiendo como verdadera a H_0, se tiene que

$$\mu_{\bar{X}} = \mu = 905 \text{ kg}$$

$$\sigma_{\bar{X}} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = \frac{42}{\sqrt{50}} = 5.94$$

Para la prueba de una cola a un nivel de significancia de $\alpha = 1 - (1 - \alpha) = 1 - 0.99 = 0.01$, la regla de decisión es

Aceptar H_0 si el valor estandarizado de $\bar{X}$ de la muestra es menor o igual a $Z_c = 2.326$ (tabla 14.1); en caso contrario, rechazar H_0.

En virtud de que

$$Z = \frac{\bar{X} - \mu_{\bar{X}}}{\sigma_{\bar{X}}} = \frac{926 - 905}{5.94} = 3.535$$

es mayor de 2.326, se rechaza H_0 a un nivel de significancia de 1%, concluyéndose que en realidad el nuevo proceso sí incrementa la resistencia de los cables.

17. Pruebas de diferencias de medias

Sean $\bar{X}$ y $\bar{Y}$ los promedios aritméticos obtenidos de dos muestras de tamaños n_X y n_Y, extraídas respectivamente de dos poblaciones con medias μ_X y μ_Y y desviaciones estándar σ_X y σ_Y. Se trata de probar la hipótesis nula, H_0, de que no existe diferencia entre las medias, es decir, que $\mu_X = \mu_Y$. Si n_X y n_Y son suficientemente grandes (>30), la distribución muestral de las diferencias de los promedios es aproximadamente normal. Dicha distribución muestral es rigurosamente normal si las variables aleatorias X y Y asociadas a la población tienen distribución normal, aunque n_X y n_Y sean menores de 30. Para esta distribución muestral, la variable estandarizada Z, que se compara con los valores críticos correspondientes, se encuentra dada por

$$Z = \frac{\bar{X} - \bar{Y} - \mu_{\bar{X}-\bar{Y}}}{\sigma_{\bar{X}-\bar{Y}}} = \frac{\bar{X} - \bar{Y} - 0}{\sigma_{\bar{X}-\bar{Y}}} = \frac{\bar{X} - \bar{Y}}{\sigma_{\bar{X}-\bar{Y}}}$$

con la cual se puede probar la hipótesis nula H_0 en contra de otras hipótesis alternativas, H_1, a un nivel apropiado de significancia.

Ejemplo 17.1

En el laboratorio de pruebas de una empresa fabricante de aparatos electrónicos se ensayaron dos marcas de transistores, A y B, de características similares, con objeto de comprobar su ganancia de voltaje. Se tomaron muestras aleatorias de 100 transistores de cada marca, arrojando una ganancia promedio de 31 decibeles, con desviación estándar de 0.3 decibeles para la marca A, y 30.9 decibeles de ganancia promedio, con desviación estándar de 0.4 decibeles para la otra. ¿Existe una diferencia significativa entre las ganancias en voltaje de los transistores a un nivel de significancia de

a. 0.05

b. 0.01?

Si μ_A y μ_B son las medias respectivas de las dos poblaciones infinitas a las que corresponden las muestras, la prueba de hipótesis adopta la forma siguiente:

$$H_0 : \mu_A = \mu_B$$

$$H_1 : \mu_A \neq \mu_B$$

Entonces, el valor de Z es, bajo la hipótesis H_0:

$$Z = \frac{\bar{X}_A - \bar{X}_B}{\sigma_{\bar{X}_A - \bar{X}_B}} = \frac{\bar{X}_A - \bar{X}_B}{\sqrt{\frac{\sigma_A^2}{n_A} + \frac{\sigma_B^2}{n_B}}} = \frac{31 - 30.9}{\sqrt{\frac{(0.3)^2}{100} + \frac{(0.4)^2}{100}}} = 2$$

a. Puesto que se trata de una prueba de dos colas a un nivel de significancia de 0.05, la diferencia es significativa si el valor de Z se encuentra fuera del intervalo de -1.96 a 1.96. Como este es el caso, puede concluirse que efectivamente existe diferencia significativa en la ganancia en voltaje de los transistores.

b. Si la prueba es a un nivel de significancia de 0.01, la diferencia es significativa si Z se encuentra fuera del rango de -2.58 a 2.58. Partiendo del hecho de que $Z = 2$, la diferencia entre las ganancias es producto del azar, y se acepta la hipótesis de que ambos tipos de transistores tienen igual ganancia media en voltaje a un nivel de confianza de 99 por ciento.

Ejemplo 17.2

La estatura promedio de 50 estudiantes varones tomados al azar que participan en actividades deportivas es de 173 cm, con desviación estándar de 6.3 cm. Otra muestra aleatoria de 50 estudiantes varones que no participan en ese tipo de actividades tiene promedio de estatura igual a 171 cm, con desviación estándar igual a 7.1 cm. Probar la hipótesis de que los estudiantes varones que practican deportes son más altos que los que no lo hacen, a un nivel de significancia de 0.05.

Se debe decidir entre las hipótesis

$$H_0 : \mu_X = \mu_Y$$

$$H_1 \quad \mu_X > \mu_Y$$

siendo X la variable aleatoria asociada a la población infinita de estaturas de alumnos que practican deportes, y Y la asociada a la de estudiantes que no lo hacen, que también es infinita.

Bajo la hipótesis H_0, se tiene que

$$\mu_{\bar{X}-\bar{Y}} = 0$$

$$\sigma_{\bar{X}-\bar{Y}} = \sqrt{\frac{\sigma_X^2}{n_X} + \frac{\sigma_Y^2}{n_Y}} = \sqrt{\frac{(6.3)^2}{50} + \frac{(7.1)^2}{50}} = 1.3424$$

Entonces, el valor de Z es

$$Z = \frac{\bar{X} - \bar{Y}}{\sigma_{\bar{X}-\bar{Y}}} = \frac{173 - 171}{1.3424} = \frac{2}{1.3424} = 1.489$$

Puesto que se trata de una prueba de hipótesis de una cola, a un nivel $\alpha = 0.05$, se rechazaría H_0 si el valor de Z muestral fuera mayor del valor crítico para dicho nivel, el cual es $Z_c = 1.645$. Puesto que $Z < Z_c$, en este caso se concluye que la diferencia en las estaturas de ambos grupos de estudiantes se debe únicamente al azar.

3.4 Muestras pequeñas

Como ya se indicó, para muestras grandes ($n > 30$) las distribuciones muestrales de muchas estadísticas son aproximadamente normales, siendo tanto mejor la aproximación cuanto mayor es el tamaño de n. Sin embargo, cuando se trata de muestras en las que $n < 30$; llamadas *muestras pequeñas*, la aproximación no es suficientemente buena, por lo que resulta necesario introducir una teoría apropiada para su estudio.

Al estudio de las distribuciones muestrales de las estadísticas para muestras pequeñas se le llama *teoría estadística de las muestras pequeñas*. Existen al respecto tres distribuciones importantes: *Ji cuadrada*, *F* y *t de Student*.

3.4.1 Distribución *Ji* cuadrada (χ^2)

Hasta ahora solo se ha tratado la distribución muestral de la media. En esta sección se verá lo concerniente a la distribución muestral de la variancia, S_X^2, para muestras aleatorias extraídas de poblaciones normales. Puesto que S_X no puede ser negativa, es de esperarse que su distribución muestral no sea una curva normal, ya que esta tiene ordenadas mayores de cero en el lado de las abscisas negativas. De hecho, la estadística S_X^2 se puede estudiar si se consideran muestras aleatorias de tamaño n extraídas de una población normal con desviación estándar σ_X y si para cada muestra se calcula el valor de la estadística,

$$\chi^2 = \frac{n\, S_X^2}{\sigma^2} \qquad (3.14)$$

donde S_X^2 es la variancia de la muestra.

El número de grados de libertad, ν, de una estadística se define como

$$\nu = n - k$$

siendo n el tamaño de la muestra y k el número de parámetros de la población que deben estimarse a partir de ella.

La distribución muestral de la estadística χ^2 está dada por la ecuación

$$f(\chi^2) = U\, \chi^{\nu-2} \cdot e^{-\frac{1}{2}\chi^2}$$

en la que U es una constante que hace que el área total bajo la curva resulte igual a uno, y $\nu = n - 1$ es el número de grados de libertad. Esta distribución se llama *Ji cuadrada*, misma que se presenta en la fig 21 para distintos valores de ν.

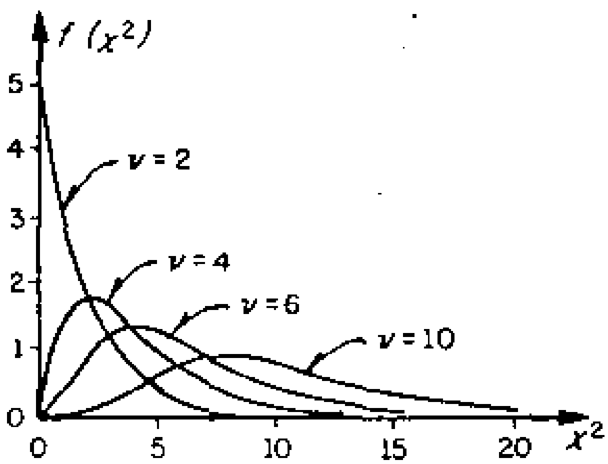


Fig 21. Distribución Ji cuadrada para distintos valores de ν

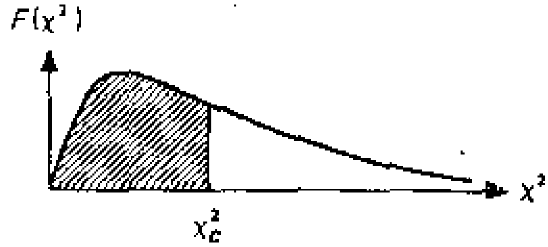


TABLA 8. VALORES CRITICOS χ^2_c

ν	$\chi^2_{.995}$	$\chi^2_{.99}$	$\chi^2_{.975}$	$\chi^2_{.95}$	$\chi^2_{.90}$	$\chi^2_{.75}$	$\chi^2_{.50}$	$\chi^2_{.25}$	$\chi^2_{.10}$	$\chi^2_{.05}$	$\chi^2_{.025}$	$\chi^2_{.01}$	$\chi^2_{.005}$
1	7.88	6.63	5.02	3.84	2.71	1.32	.455	.102	.016	.0039	.0010	.0002	.0000
2	10.6	9.21	7.38	5.99	4.61	2.77	1.39	.575	.211	.103	.0506	.0201	.0100
3	12.8	11.3	9.35	7.81	6.25	4.11	2.37	1.21	.584	.352	.216	.115	.072
4	14.9	13.3	11.1	9.49	7.76	5.39	3.36	1.92	1.06	.711	.483	.297	.207
5	16.7	15.2	12.8	11.15	9.2	6.63	4.35	2.67	1.61	1.15	.831	.554	.413
6	18.5	16.8	14.4	12.6	10.6	7.84	5.35	3.45	2.20	1.64	1.24	.872	.676
7	20.3	18.5	16.0	14.1	12.0	9.04	6.35	4.25	2.83	2.18	1.69	1.24	.989
8	22.0	20.1	17.5	15.5	13.4	10.2	7.34	5.07	3.49	2.73	2.18	1.65	1.34
9	23.6	21.7	19.0	16.9	14.7	11.4	8.34	5.90	4.17	3.33	2.70	2.09	1.73
10	25.2	23.2	20.5	18.3	16.0	12.5	9.34	6.74	4.87	3.94	3.25	2.56	2.16
11	26.8	24.7	21.9	19.7	17.3	13.7	10.35	7.57	5.58	4.57	3.82	3.05	2.60
12	28.3	26.2	23.2	21.0	18.5	14.8	11.3	8.44	6.30	5.23	4.40	3.57	3.07
13	29.8	27.7	24.7	22.4	19.8	16.0	12.3	9.30	7.04	5.89	5.01	4.11	3.57
14	31.3	29.1	26.1	23.7	21.1	17.2	13.3	10.2	7.79	6.57	5.63	4.66	4.07
15	32.7	30.6	27.5	25.1	22.3	18.2	14.3	11.0	8.55	7.26	6.25	5.22	4.60
16	34.3	32.0	28.8	26.3	23.5	19.4	15.3	11.9	9.31	7.96	6.91	5.81	5.14
17	35.7	33.4	30.2	27.6	24.8	20.5	16.3	12.8	10.1	8.67	7.56	6.41	5.70
18	37.2	34.8	31.5	28.9	26.0	21.6	17.3	13.7	10.9	9.39	8.23	7.01	6.26
19	38.6	36.2	32.9	30.1	27.2	22.7	18.3	14.6	11.73	10.1	8.91	7.63	6.84
20	40.0	37.6	34.2	31.4	28.45	23.8	19.3	15.5	12.4	10.9	9.59	8.26	7.43
21	41.4	38.8	35.6	32.7	29.6	24.9	20.3	16.3	13.2	11.6	10.3	8.90	8.02
22	42.8	40.3	36.8	33.9	30.8	26.0	21.3	17.2	14.0	12.3	11.0	9.54	8.64
23	44.2	41.6	38.1	35.2	32.0	27.1	22.3	18.1	14.8	13.1	11.7	10.2	9.26
24	45.6	43.0	39.4	36.4	33.2	28.2	23.3	19.0	15.7	13.8	12.4	10.9	9.89
25	46.9	44.3	40.6	37.7	34.4	29.3	24.3	19.9	16.5	14.5	13.15	11.5	10.5
26	48.3	45.6	41.9	38.9	35.6	30.4	25.3	20.8	17.3	15.4	13.8	12.2	11.2
27	49.6	47.0	43.2	40.1	36.7	31.5	26.3	21.7	18.1	16.2	14.6	12.9	11.8
28	51.0	48.3	44.5	41.3	37.9	32.6	27.3	22.7	18.9	16.9	15.3	13.6	12.5
29	52.3	49.6	45.7	42.5	39.1	33.7	28.3	23.6	19.8	17.7	16.0	14.3	13.1
30	53.7	50.9	47.0	43.8	40.3	34.8	29.3	24.5	20.6	18.5	16.8	15.0	13.8
40	66.8	63.7	59.3	55.8	51.8	45.7	39.3	33.7	29.1	26.5	24.4	22.2	20.7
50	79.5	76.2	71.4	67.5	63.2	56.3	49.3	43.0	37.7	34.8	32.4	29.7	23.0
60	92.0	88.4	83.3	79.1	74.4	67.0	59.3	52.3	46.5	43.2	40.5	37.5	35.5
70	104.2	100.4	95.0	90.5	85.5	77.6	69.3	61.7	55.3	51.7	48.8	45.4	43.3
80	116.3	112.3	106.6	101.9	96.6	88.1	79.3	71.1	64.3	60.4	57.2	53.5	51.2
90	128.3	124.1	118.1	113.1	107.6	98.6	89.3	80.6	73.3	69.1	65.6	61.8	59.2
100	140.2	135.8	129.6	124.3	118.5	109.1	99.3	90.12	82.4	77.9	74.2	70.1	67.3

No obstante que la distribución Ji cuadrada solo se ha presentado en el estudio de las muestras pequeñas, cabe aclarar que es válida para aquellas mayores de 30 si la variable aleatoria involucrada tiene distribución normal.

3.4.1.1 Intervalo de confianza para la variancia

Tal como se hizo para la distribución normal, se pueden establecer intervalos de confianza para la variancia de la población en términos de la variancia de una muestra extraída de ella, a un nivel de confianza dado $1 - \alpha$, si se hace uso de los valores críticos χ^2_c de la tabla 8. Por lo tanto, un intervalo de confianza para la estadística χ^2, estaría dado por

$$\chi^2_{c'} < \frac{n\,S^2_X}{\sigma^2} < \chi^2_c$$

donde $\chi^2_{c'}$ y χ^2_c son los valores críticos para los cuales el $(1 - \alpha)/2$ por ciento del área se encuentra en los extremos izquierdo y derecho de la distribución, respectivamente.

Con base en lo anterior, se concluye que

$$\frac{n\,S^2_X}{\chi^2_c} < \sigma^2 < \frac{n\,S^2_X}{\chi^2_{c'}}$$

es un intervalo de confianza para estimar a σ^2 a un nivel de confianza $1 - \alpha$.

3.4.1.2 Prueba de hipótesis para la variancia

La prueba de hipótesis para la variancia de una población normal se efectúa calculando el valor de la estadística χ^2 y estableciendo las hipótesis H_0 y H_1 apropiadas, es decir, se adoptan reglas de decisión similares a las usadas para la estadística Z.

Ejemplo

La variancia del tiempo de elaboración de cierto producto es igual a 40 min; sin embargo, su proceso de manufactura se modifica y se toma una muestra de veinte tiempos, para la cual la variancia resulta ser igual a 62 min. ¿Es significativo el aumento del tiempo de elaboración a un nivel de significancia de

a) 0.05

b) 0.01?

Se debe decidir de entre las hipótesis

$$H_0 : \sigma^2 = 40 \text{ min}$$

$$H_1 : \sigma^2 > 40 \text{ min}$$

Suponiendo que la hipótesis nula es correcta, el valor de la estadística χ^2 para la muestra considerada es

$$\chi^2 = \frac{n S_X^2}{\sigma^2} = \frac{(20)(62)}{40} = 31$$

a) Como se trata de una prueba de una cola, la hipótesis H_0 se rechazaría si el valor de la estadística χ^2 fuera mayor que el de χ^2 para un nivel de significancia igual a 0.05, el cual, para $\nu = 20 - 1 = 19$ grados de libertad resulta ser 30.1 (tabla 8). Como $31 > 30.1$, H_0 se rechaza a un nivel de significancia de 0.05.

b) En este caso, el valor de χ^2 para un nivel de significancia de 0.01 y 19 grados de libertad es igual a 36.2. Puesto que $31 < 36.2$, se acepta H_0 a un nivel de significancia de 0.01.

3.4.2 Distribución F

Al efectuar la prueba de hipótesis de igualdad de medias para muestras pequeñas, en la siguiente sección se supondrá que las variancias de las poblaciones a las que corresponden tales muestras son iguales. Por lo tanto, es necesario probar antes si tal suposición es correcta. Para ello, debe considerarse que si S_X^2, n_X y S_Y^2, n_Y son respectivamente la variancia y el tamaño de dos muestras extraídas de poblaciones normales que tienen igual variancia, entonces

$$F = \frac{S_X^2}{S_Y^2} \qquad (3.15)$$

TABLA 9. VALORES F_c PARA α = 0.01

r_2 = Grados de libertad del denominador	r_1 = Grados de libertad del numerador																		
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	12	15	20	24	30	40	60	120	∞
1	4.052	5.000	5.403	5.625	5.764	5.859	5.928	5.982	6.023	6.056	6.106	6.157	6.209	6.235	6.261	6.287	6.313	6.339	6.366
2	98.50	99.00	99.20	99.20	99.30	99.30	99.40	99.40	99.40	99.40	99.40	99.40	99.40	99.50	99.50	99.50	99.50	99.50	99.50
3	34.10	30.80	29.50	28.70	28.20	27.90	27.70	27.50	27.30	27.20	27.10	26.90	26.70	26.60	26.50	26.40	26.30	26.20	26.10
4	21.20	18.00	16.70	16.00	15.50	15.50	15.00	14.80	14.70	14.50	14.40	14.20	14.00	13.90	13.80	13.70	13.70	13.60	13.50
5	16.30	13.30	12.10	11.40	11.00	10.70	10.50	10.30	10.20	10.10	9.89	9.72	9.55	9.47	9.38	9.29	9.20	9.11	9.02
6	13.70	10.90	9.77	9.15	8.75	8.47	8.26	8.10	7.98	7.87	7.72	7.56	7.40	7.31	7.23	7.14	7.06	6.97	6.87
7	12.20	9.55	8.45	7.85	7.46	7.19	6.99	6.84	6.72	6.62	6.47	6.31	6.16	6.07	5.99	5.91	5.82	5.74	5.65
8	11.30	8.65	7.59	7.01	6.63	6.37	6.17	6.03	5.91	5.81	5.67	5.52	5.36	5.28	5.20	5.12	5.03	4.95	4.83
9	10.60	8.02	6.99	6.42	6.06	5.81	5.61	5.47	5.35	5.26	5.11	4.96	4.81	4.73	4.65	4.57	4.48	4.40	4.31
10	10.00	7.56	6.55	5.99	5.64	5.39	5.20	5.06	4.94	4.85	4.71	4.56	4.41	4.33	4.25	4.17	4.08	4.00	3.91
11	9.66	7.22	6.22	5.68	5.32	5.07	4.89	4.74	4.63	4.54	4.40	4.25	4.10	4.03	3.93	3.86	3.78	3.69	3.60
12	9.33	6.93	5.95	5.41	5.06	4.82	4.64	4.50	4.39	4.30	4.16	4.01	3.86	3.78	3.70	3.62	3.54	3.45	3.36
13	9.07	6.70	5.74	5.21	4.86	4.62	4.44	4.30	4.19	4.10	3.96	3.82	3.66	3.59	3.51	3.43	3.34	3.25	3.17
14	8.86	6.51	5.56	5.04	4.70	4.46	4.28	4.14	4.03	3.94	3.80	3.66	3.51	3.43	3.35	3.27	3.18	3.09	3.00
15	8.68	6.36	5.42	4.89	4.56	4.32	4.14	4.00	3.89	3.80	3.67	3.52	3.37	3.29	3.21	3.13	3.05	2.95	2.87
16	8.53	6.23	5.29	4.77	4.43	4.20	4.03	3.89	3.78	3.69	3.55	3.40	3.26	3.18	3.10	3.02	2.93	2.84	2.76
17	8.40	6.11	5.19	4.67	4.34	4.10	3.93	3.79	3.68	3.59	3.46	3.31	3.16	3.08	3.00	2.92	2.83	2.75	2.65
18	8.29	6.01	5.09	4.58	4.25	4.01	3.84	3.71	3.60	3.51	3.37	3.23	3.08	3.00	2.92	2.84	2.75	2.66	2.57
19	8.19	5.93	5.01	4.50	4.17	3.94	3.77	3.63	3.52	3.43	3.30	3.15	3.00	2.92	2.84	2.76	2.67	2.58	2.49
20	8.10	5.85	4.94	4.43	4.10	3.87	3.70	3.56	3.46	3.37	3.23	3.09	2.94	2.86	2.78	2.69	2.61	2.52	2.42
21	8.03	5.79	4.87	4.36	4.04	3.81	3.64	3.50	3.41	3.31	3.17	3.03	2.88	2.80	2.72	2.64	2.55	2.46	2.36
22	7.95	5.72	4.83	4.31	3.99	3.76	3.59	3.45	3.35	3.26	3.12	2.98	2.83	2.75	2.67	2.58	2.50	2.40	2.31
23	7.88	5.66	4.76	4.26	3.94	3.71	3.54	3.41	3.30	3.21	3.07	2.93	2.78	2.70	2.62	2.54	2.45	2.35	2.26
24	7.82	5.61	4.72	4.22	3.90	3.67	3.50	3.36	3.26	3.17	3.03	2.89	2.74	2.66	2.58	2.49	2.40	2.31	2.21
25	7.77	5.57	4.68	4.18	3.86	3.63	3.46	3.32	3.22	3.13	2.99	2.85	2.70	2.62	2.53	2.45	2.36	2.27	2.17
30	7.56	5.39	4.51	4.02	3.70	3.46	3.30	3.17	3.07	2.98	2.84	2.71	2.54	2.47	2.39	2.29	2.20	2.11	2.01
40	7.31	5.18	4.31	3.83	3.51	3.29	3.12	2.99	2.89	2.80	2.66	2.52	2.37	2.29	2.20	2.11	2.02	1.92	1.80
60	7.08	4.98	4.14	3.65	3.34	3.12	2.95	2.82	2.72	2.63	2.50	2.35	2.20	2.12	2.03	1.94	1.84	1.73	1.60
120	6.65	4.79	3.95	3.48	3.17	2.96	2.79	2.66	2.56	2.47	2.34	2.19	2.03	1.95	1.86	1.76	1.66	1.53	1.38
∞	6.63	4.61	3.78	3.32	3.02	2.80	2.64	2.51	2.41	2.32	2.18	2.04	1.88	1.79	1.70	1.59	1.47	1.32	1.00

resulta ser el valor de una variable aleatoria (estadística) que tiene distribución F, con parámetros $\nu_X = n_X - 1$ y $\nu_Y = n_Y - 1$. Esta distribución (fig 22) cuenta con dos parámetros, ν_X y ν_Y, que son los grados de libertad que corresponden a la variancia del numerador y del denominador de la ec 3.15, respectivamente. Cuando se hace referencia a una distribución F en particular, siempre se dan primero los grados de libertad para la variancia del numerador; es decir, $F(\nu_X, \nu_Y)$. En la tabla 9 se presentan los valores críticos F_c para distintos valores de ν_X y ν_Y y un nivel de significancia de 0.01. Cuando los grados de libertad ν_X o ν_Y no se encuentren en dicha tabla, el valor de F se puede obtener mediante interpolación lineal. Si se desea probar la hipótesis a otros niveles de significancia, es factible emplear las tablas de la distribución F (refs 9 y 11).

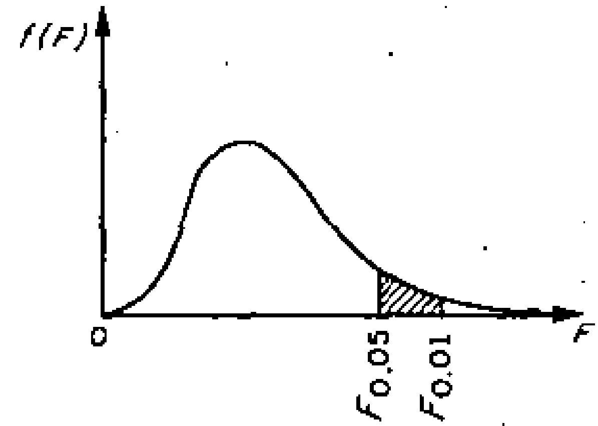


Fig 22. Distribución F.

De acuerdo con lo anterior, se puede probar la hipótesis nula

$$H_0:\ \sigma_X^2 = \sigma_Y^2$$

en contra de alguna hipótesis alternativa adecuada haciendo uso del hecho de que el cociente S_X^2/S_Y^2 es una estadística que tiene distribución F.

Ejemplo

Una empresa manufacturera de cartón prensado va a decidir acerca del empleo de una prensadora A o una B a fin de obtener un grosor determinado en su producto. El problema estriba en que ambas prensadoras proporcionan grosores muy similares, es decir, que la variancia de los grosores para las dos máquinas es la misma. Para decidir acertadamente, se toma una muestra aleatoria de 31 cartones prensados por la máquina A y otra de 41 por la B. Como las variancias del grosor para los cartones de las muestras resultan ser de 12 y de 5 micras, respectivamente, se establecen las hipótesis

$$H_0:\ \sigma_A^2 = \sigma_B^2$$

$$H_1:\ \sigma_A^2 > \sigma_B^2$$

con objeto de probarlas a un nivel de significancia de 0.01.

El valor de la estadística F resulta

$$F = \frac{S_A^2}{S_B^2} = \frac{12}{5} = 2.4$$

Puesto que $\nu_A = 31 - 1 = 30$ y $\nu_B = 41 - 1 = 40$, en la tabla 9 se puede ver que para un nivel de significancia de 0.01 el valor, F_c, de $F(30, 40)$ es 2.11. De acuerdo con estos valores, la hipótesis H_0 se rechazaría si el valor de F fuera mayor que F_c (30, 40).

Puesto que lo anterior resulta ser cierto, se rechaza H_0, concluyéndose que la prensadora B sería la mejor elección.

3.4.3 Distribución t de Student

Si se consideran muestras de tamaño n extraídas de una población normal con media μ y variancia desconocida, para cada muestra se puede calcular la estadística T definida mediante la fórmula

$$T = \frac{\overline{X} - \mu}{S_X}\sqrt{n-1} \qquad (3.36)$$

donde $\overline{X}$ es el promedio y S_X la desviación estándar de la muestra.

La distribución muestral de T (fig 23) está dada por la ecuación

$$f(t) = \frac{U}{\left(1 + \frac{t^2}{\nu}\right)^{(\nu+1)/2}}$$

ojo: va de exponente

en la que U es una constante que hace que el área bajo la curva sea igual a uno, y $\nu = n - 1$ es el número de grados de libertad.

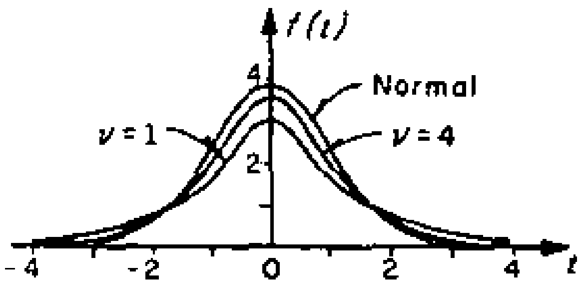


Fig 23. Distribución t de Student para distintos valores de ν

En la fig 23 se aprecia que conforme ν (o n, el tamaño de la muestra) aumenta, la distribución de $f(t)$ se aproxima a la distribución normal.

3.4.3.1 Límites e intervalos de confianza

De manera similar a como se hizo con la distribución normal, es posible estimar los límites de confianza de la media, μ, de una población mediante los *valores críticos*, t_c, de la distribución t, que dependen del tamaño de la muestra y del nivel de confianza deseado, encontrándose dichos valores en la tabla 10.

Así pues,

$$- t_c < \frac{\bar{X} - \mu}{S_X} \sqrt{n - 1} < t_c$$

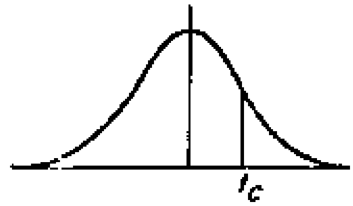
representa un intervalo de confianza para t, a partir del cual se puede estimar que μ se encuentra dentro del intervalo

$$\bar{X} - t_c \frac{\sigma_X}{\sqrt{n-1}} < \mu < \bar{X} + t_c \frac{\sigma_X}{\sqrt{n-1}}$$

En términos generales, los límites de confianza para la media de la población se representan como

$$\bar{X} \pm t_c \frac{\sigma_X}{\sqrt{n-1}}$$

TABLA 10. VALORES t_c PARA LA DISTRIBUCION t DE STUDENT



ν	$t_{.995}$	$t_{.99}$	$t_{.975}$	$t_{.95}$	$t_{.90}$	$t_{.80}$	$t_{.75}$	$t_{.70}$	$t_{.60}$	$t_{.55}$
1	63.66	31.82	12.71	6.31	3.07	1.376	1.000	.727	.325	.158
2	9.92	6.96	4.30	2.92	1.89	1.061	.816	.617	.289	.142
3	5.84	4.54	3.18	2.35	1.64	.978	.765	.584	.275	.138
4	4.60	3.75	2.78	2.13	1.53	.941	.741	.569	.271	.134
5	4.04	3.36	2.58	2.02	1.48	.920	.727	.560	.267	.132
6	3.71	3.14	2.45	1.94	1.44	.906	.718	.553	.265	.131
7	3.50	3.00	2.36	1.91	1.43	.896	.711	.549	.263	.130
8	3.36	2.90	2.31	1.86	1.40	.889	.706	.546	.262	.130
9	3.25	2.82	2.26	1.83	1.38	.883	.703	.543	.261	.129
10	3.17	2.76	2.23	1.81	1.37	.879	.700	.542	.260	.129
11	3.11	2.72	2.20	1.80	1.36	.876	.697	.540	.260	.129
12	3.06	2.68	2.18	1.78	1.36	.873	.695	.539	.259	.128
13	3.01	2.65	2.16	1.77	1.36	.871	.694	.538	.259	.128
14	2.98	2.62	2.14	1.76	1.34	.868	.693	.537	.258	.128
15	2.95	2.61	2.13	1.75	1.34	.866	.691	.536	.258	.128
16	2.92	2.58	2.12	1.75	1.34	.865	.690	.535	.258	.128
17	2.90	2.57	2.11	1.74	1.33	.863	.689	.534	.257	.128
18	2.88	2.55	2.10	1.73	1.33	.862	.688	.534	.257	.128
19	2.87	2.54	2.09	1.73	1.33	.861	.688	.533	.257	.127
20	2.84	2.53	2.09	1.72	1.32	.860	.687	.533	.257	.127
21	2.83	2.52	2.08	1.72	1.32	.859	.686	.532	.256	.127
22	2.82	2.51	2.07	1.72	1.32	.858	.686	.532	.256	.127
23	2.81	2.50	2.07	1.71	1.32	.858	.685	.532	.256	.127
24	2.80	2.49	2.06	1.71	1.32	.857	.685	.531	.256	.127
25	2.79	2.48	2.06	1.71	1.32	.856	.684	.531	.256	.127
26	2.78	2.48	2.05	1.71	1.32	.856	.684	.531	.256	.127
27	2.77	2.47	2.05	1.71	1.31	.855	.683	.531	.256	.127
28	2.76	2.47	2.05	1.70	1.31	.855	.683	.530	.256	.127
29	2.76	2.46	2.04	1.70	1.31	.854	.683	.530	.256	.127
30	2.75	2.46	2.04	1.70	1.30	.853	.683	.530	.256	.127
40	2.70	2.43	2.02	1.68	1.30	.851	.681	.529	.255	.126
60	2.66	2.39	2.00	1.67	1.30	.848	.679	.528	.254	.126
120	2.62	2.36	1.98	1.66	1.29	.845	.677	.526	.254	.126
∞	2.58	2.33	1.96	1.645	1.28	.842	.674	.524	.253	.126

3.4.3.2 Pruebas de hipótesis

La prueba de hipótesis para la media de una población se puede efectuar con muestras pequeñas en forma análoga a la de muestras de tamaño mayor de 30 si en lugar de utilizar a la estadística Z se emplea la T. Entonces, si se consideran dos muestras aleatorias cuyos tamaños, desviaciones estándar y promedios son n_X, S_X, $\bar{X}$ y n_Y, S_Y, $\bar{Y}$, respectivamente, extraídas de poblaciones normales de igual variancia ($\sigma_X^2 = \sigma_Y^2$), se puede probar la hipótesis, H_0, de que las muestras provienen de una misma población, es decir, de que también sus medias son iguales, utilizando la estadística T definida por

$$T = \frac{\bar{X} - \bar{Y}}{\epsilon \sqrt{\frac{1}{n_X} + \frac{1}{n_Y}}} \qquad (3.17)$$

donde

$$\epsilon = \sqrt{\frac{n_X S_X^2 + n_Y S_Y^2}{n_X + n_Y - 2}} \qquad (3.18)$$

cuya distribución es la t de Student, con $\nu = n_X + n_Y - 2$ grados de libertad.

Ejemplo

Conforme al plan de desarrollo agrícola de una región, se probó un nuevo fertilizante para maíz. Para ello se escogieron 24 ha de terreno, aplicándose dicho producto a la mitad de ellas. El promedio de producción de maíz en la zona que se usó fertilizante fue de 5.3 ton, con una desviación estándar de 0.40 ton, en tanto que en la otra zona el promedio fue de 5.0 ton, con desviación estándar de 0.36 ton.

De acuerdo con los resultados, ¿se puede concluir que existe un aumento significativo en la producción de maíz al usar fertilizante, si se utiliza un nivel de significancia de

a) 0.01

b) 0.05?

Solución

Para probar la hipótesis de igualdad de medias es indispensable saber primero si las muestras provienen de dos poblaciones normales de igual variancia. En ese caso, si σ_X^2 y σ_Y^2 denotan a las variancias de la producción de maíz en la zona tratada y en la no tratada, respectivamente, se debe probar la hipótesis nula $H_0: \sigma_X^2 = \sigma_Y^2$ en contra de la hipótesis alternativa $H_1: \sigma_X^2 > \sigma_Y^2$ a los dos niveles de significancia establecidos.

El valor de la estadística F es, de la ec 3.15,

$$F = \frac{S_X^2}{S_Y^2} = \frac{(0.40)^2}{(0.36)^2} = 1.27$$

y el valor crítico de F (11, 11), obtenido de la tabla 9 mediante interpolación lineal, resulta 4.47. Por lo tanto, como $1.27 < 4.47$, se acepta la hipótesis nula a un nivel de significancia de 0.01.

El valor crítico de F (11, 11) a un nivel de significancia de 0.05 (ref 9) es 2.82, de ahí que como $1.27 < 2.82$, también se acepta la hipótesis H_0.

Con base en lo anterior, se debe decidir entre las hipótesis

$H_0: \mu_X = \mu_Y$ (la diferencia en los promedios se debe al azar)

$H_1: \mu_X > \mu_Y$ (el fertilizante mejora la producción)

Bajo la hipótesis H_0, se tiene que

$$\epsilon = \sqrt{\frac{n_X S_X^2 + n_Y S_Y^2}{n_X + n_Y - 2}} = \sqrt{\frac{12(0.40)^2 + 12(0.36)^2}{12 + 12 - 2}} = 0.397$$

por lo cual

$$t = \frac{5.3 - 5.0}{0.397 \sqrt{\frac{1}{12} + \frac{1}{12}}} = 1.85$$

a) Puesto que se trata de una prueba de una cola a un nivel de significancia de 0.01, se rechaza la hipótesis H_0 si t es mayor que el valor crítico, t_c, correspondiente a dicho nivel, el cual para $v = n_X + n_Y - 2 = 12 + 12 - 2 = 22$ grados de libertad, se obtiene de la tabla 8 como $t_c = 2.51$. Como $t < t_c$, la hipótesis H_0 no se puede rechazar a un nivel de significancia de 0.01.

b) Si el nivel de significancia de la prueba es de 0.05, se rechaza H_0 si t es mayor que el valor t_c respectivo que para 22 grados de libertad es $t_c = 1.72$, por lo que de acuerdo con lo anterior, H_0 se rechaza a un nivel de significancia de 0.05.

centro de educación continua
división de estudios de posgrado
facultad de ingeniería unam

CONTROL ESTADISTICO DE CALIDAD

CARTAS DE CONTROL

M. EN I. AUGUSTO VILLARREAL

OCTUBRE, 1979.

Palacio de Minería Calle de Tacuba 5 primer piso México 1, D. F. Tel: 521-40-20

CARTAS DE CONTROL

Por: M en I Augusto Villarreal A. *

INTRODUCCION

Aunque existe la tendencia generalizada a pensar que el Control de Calidad es de desarrollo reciente, realmente no existe nada nuevo en la idea básica de elaborar un producto caracterizado por un alto grado de uniformidad.

Durante siglos, hábiles artesanos han procurado elaborar productos que se distingan por su superior calidad, y una vez que han logrado obtener un cierto estándar de calidad óptimo, eliminar dentro de lo posible la variación entre productos que nominalmente deben resultar iguales.

La idea de que la Estadística puede resultar un instrumento muy útil para asegurar un estándar adecuado de calidad para los productos manufacturados, se remonta no más allá del advenimiento de la producción masiva, y el uso extendido de los métodos estadísticos para resolver problemas de control de calidad es aún más reciente.

Muchos problemas que aparecen durante la elaboración de un producto son susceptibles de ser resueltos empleando tratamientos estadísticos, por lo que al hablar de control estadístico de calidad, nos estaremos refiriendo esencialmente a las dos técnicas especiales que se discutirán en esta parte del curso: uso de las Cartas de Control y muestreo de aceptación.

* Profesor Investigador, División de Estudios Superiores e Instituto de Ingeniería, UNAM

Conviene mencionar que la palabra calidad, al ser empleada de aquí en adelante, se referirá a alguna propiedad medible o contable de algún producto, tal como el diámetro de un balín de acero, la resistencia de una viga de concreto, el número de defectos en una pieza de tela, la eficacia de cierta droga, etc.

IDEAS SOBRE CARTAS DE CONTROL

A muchos individuos les puede sorprender el hecho de que dos artículos aparentemente idénticos, elaborados bajo condiciones cuidadosamente controladas, de las mismas materias primas, y por una misma máquina con diferencia de pocos segundos, puedan, sin embargo, diferir en muchos aspectos.

En efecto, cualquier proceso de manufactura, aun siendo muy bueno, se encuentra caracterizado por una cierta cantidad de variación que es de naturaleza aleatoria, y que no puede ser eliminada en forma completa.

Cuando la variabilidad presente en un proceso de producción se limita a variación aleatoria se dice que el proceso se encuentra en un estado de control estadístico.

Tal estado se puede alcanzar cuando se eliminan aquellos problemas causados por otro tipo de variación, llamada variación sistemática, que es de naturaleza más bien determinística, y que se puede achacar, por ejemplo, a operadores mal entrenados, materia prima de baja calidad, máquinas en mal estado, etc.

Ya que los procesos de manufactura se encuentran rara vez libres de estos problemas, conviene contar con algún método sistemático para detectar desviaciones serias de un estado de control estadístico cuando ocurren, o inclusive antes de que ocurran, tales desviaciones.

Ese método sistemático de detección se puede tener mediante el empleo de las llamadas Cartas de Control.

TIPOS DE CARTAS DE CONTROL

En lo que sigue distinguiremos entre las cartas de control para mediciones o variables ($\bar{X}$, R, σ) y las cartas de control para atributos (p, c), dependiendo de que las observaciones que estemos analizando sean mediciones o datos contados o calculados, respectivamente.

Un ejemplo del primer caso sería la longitud de las varillas de acero de una muestra. Como ejemplo del segundo caso tendríamos el número de focos defectuosos en una muestra de tamaño dado.

CONFIGURACION DE LAS CARTAS DE CONTROL

En cualquiera de los casos mencionados, una carta de control consiste de una Línea Central, correspondiente a la calidad promedio a la que el proceso debe funcionar, y dos líneas que corresponden al Límite Superior de Control (LSC) y al Límite Inferior de Control (LIC), respectivamente, tal como se muestra en la Fig 1.

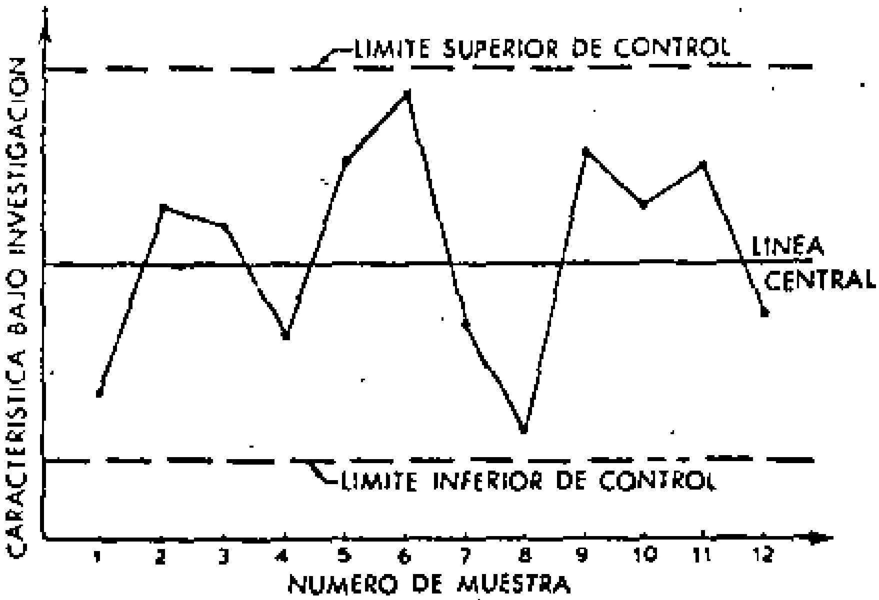


Fig 1. Aspecto general de una carta de control

Estos límites se escogen en forma tal que los valores que se encuentren dentro de ellos se puedan atribuir al azar, en tanto que los valores que caigan fuera de ellos se puedan considerar como indicaciones de falta de control.

No obstante la idea anterior, conviene mencionar que en la Fig 2 que se presenta a continuación se pueden considerar otras posibles situaciones de "falta de control" que ameritan investigarse:

1. Cuando dos de tres puntos sucesivos caen en la zona A.
2. Cuando cuatro de cinco puntos sucesivos caen en la zona B o más allá.
3. Cuando ocho puntos sucesivos caen en la zona C o más allá.

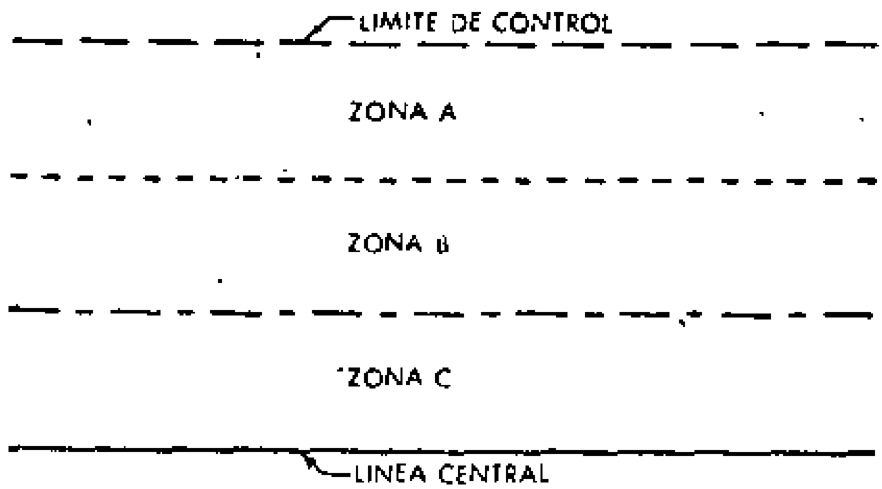


Fig 2 Diagrama que define las zonas A, B y C usadas en el análisis de Cartas de Control.

Debe hacerse notar que cada una de las zonas A, B y C constituye la tercera parte del área entre la línea central y un límite de control, y que las pruebas mencionadas se aplican a ambas mitades de la carta de control, pero se aplican separadamente para cada mitad, y nunca a las dos mitades en combinación.

EXPLICACION DEL EMPLEO DE LAS CARTAS DE CONTROL

Si se grafican en una carta los resultados obtenidos a partir de muestras tomadas periódicamente a intervalos frecuentes, es posible verificar por medio de ella si el proceso se encuentra bajo control, o si se encuentra presente en el proceso la variación sistemática del tipo descrito anteriormente.

Cuando un punto graficado cae fuera de los límites de control, es necesario encontrar el problema que causó tal evento dentro del proceso. Pero aun si los puntos caen dentro de los límites mencionados, alguna tendencia, o cierto patrón de los mismos, puede indicar que se debe llevar a cabo alguna acción para prevenir y así evitar algún problema serio.

La habilidad para "leer" las cartas de control y para determinar a partir de ellas cuál acción correctiva debe llevarse a cabo, se obtiene a partir de la experiencia y del juicio altamente desarrollado. Un practicante del control estadístico de la calidad debe no sólo comprender los fundamentos estadísticos de la materia, sino también encontrarse identificado plenamente con los procesos que desea controlar.

CARTAS DE CONTROL PARA MEDICIONES (VARIABLES)

Cuando se requiere establecer control estadístico de la calidad de algún producto en términos de mediciones o variables, es costumbre ejercer tal control sobre la calidad media del proceso, al igual que sobre su variabilidad.

La primera meta se logra al graficar los promedios de muestras extraídas periódicamente en la llamada carta de control para los promedios, o simplemente carta $\bar{X}$. La variabilidad se puede controlar de igual forma si se grafican los rangos o las desviaciones estándar de las muestras en las llamadas cartas R o cartas σ, respectivamente, dependiendo de cuál estadística se emplee para estimar la desviación estándar de la población.

Si se conocen la media μ y la desviación estándar σ de la población (proceso) y es razonable suponer las mediciones obtenidas - como muestras extraídas de una población normal, se puede asegurar que con probabilidad $1 - \alpha$ el promedio aritmético de una - - muestra aleatoria de tamaño n se encontrará entre

$$\mu - z_{\alpha/2}\frac{\sigma}{\sqrt{n}} \quad y \quad \mu + z_{\alpha/2}\frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$

ó

$$\mu - z_{\alpha/2}\ \sigma_{\bar{X}} \quad y \quad \mu + z_{\alpha/2}\ \sigma_{\bar{X}}$$

puesto que $\sigma_{\bar{X}} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$ para el caso de la distribución muestral del promedio aritmético, cuando se muestrea de una población infinita. La suposición de que la extracción de muestras aleatorias se hace de una población infinita es válida en el caso presente, puesto que, por ejemplo, la producción de cierto producto en una fábrica tiende a infinito conforme pasa el tiempo.

Los dos límites anteriores $(\mu \pm z_{\alpha/2}\sigma_{\bar{X}})$ proporcionan entonces límites inferiores y superiores de control y, bajo las suposiciones - anteriores, permiten al practicante del control de calidad determinar si se debe o no llevar a cabo algún ajuste en el proceso, - al graficar los promedios aritméticos obtenidos de muestras de tamaño n en una carta como la que se muestra en la Fig 1.

Conviene establecer en este momento que al emplear una carta de control para los promedios, lo que se hace realmente es probar hipótesis nulas de que a un cierto nivel de confianza $1-\alpha$ el valor de la media de la distribución muestral de los promedios sea igual al valor de la calidad nominal del proceso, o al de la calidad media calculada para el mismo, μ_o. Para estas pruebas secuenciales de hipótesis, se emplean como estadísticas de prueba los valores de los promedios aritméticos obtenidos de muestras aleatorias extraídas de la población (o proceso). Es decir, se realizan pruebas de hipótesis para las cuales

$$H_0 \; : \; \mu = \mu_o$$

(Prueba de dos colas; cada prueba se realiza con el valor $\bar{X}_i$ de la muestra i)

$$H_1 \; : \; \mu \neq \mu_o$$

en donde μ es la media de la distribución muestral del promedio aritmético, μ_o la calidad nominal o calidad media calculada del proceso, y $\bar{X}_i$ (i=1,2,3,...) el valor del promedio aritmético obtenido de la iésima muestra aleatoria. La forma secuencial de estas pruebas de hipótesis se muestra en la Fig 3 que se presenta a continuación.

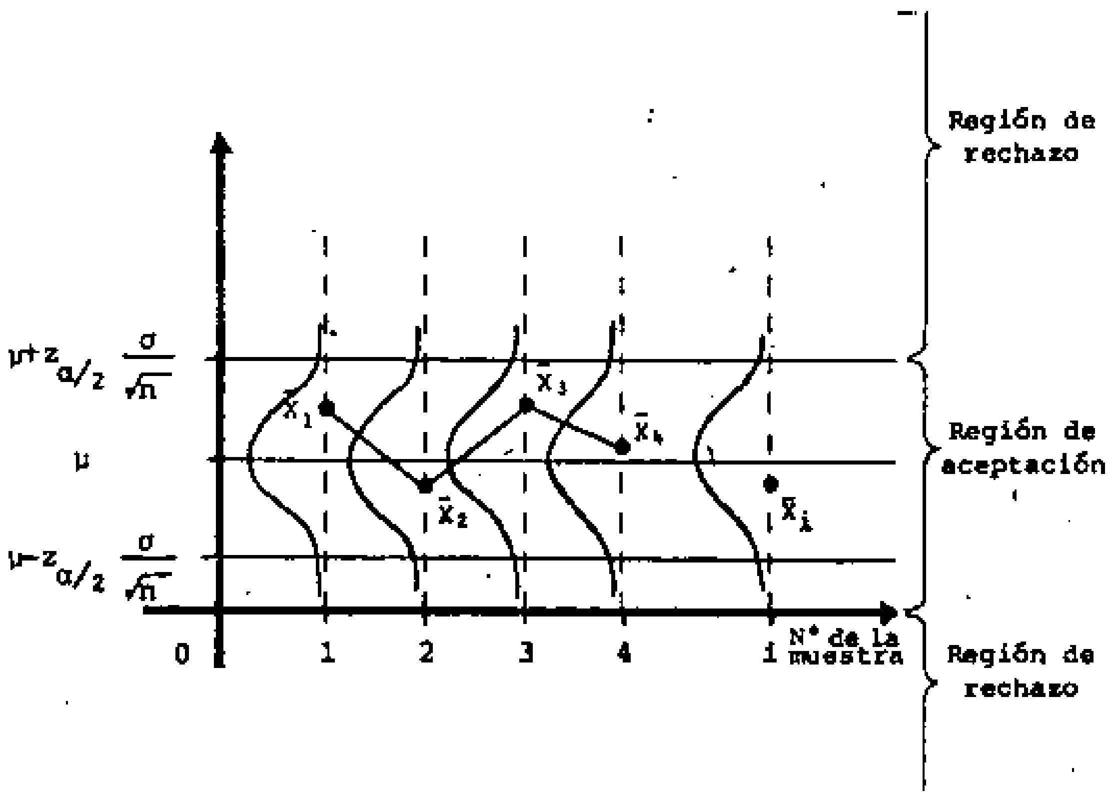


Fig 3 Pruebas de hipótesis que se realizan al emplear una carta de control para los promedios

Si se consideran problemas prácticos, los valores de μ y σ del proceso se desconocen, y es entonces conveniente estimar sus valores a partir de muestras tomadas mientras el proceso se encuentre "bajo control", tal como se explica más adelante. En la práctica es entonces difícil llegar a establecer límites de control del tipo $\mu \pm z_{\alpha/2} \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$ al desconocerse μ y σ, independientemente de que en muchos casos es demasiado arriesgado considerar a las mediciones como muestras aleatorias extraídas de una población normal.

En lugar de lo anterior, en el control de calidad industrial se emplean comúnmente los límites de control de "tres desviaciones estándar" o de "tres sigmas", que se obtienen al sustituir a $z_{\alpha/2}$ por un 3 al calcular los límites de control.

Conforme a lo anterior, con los límites de control

$$\mu \pm 3\sigma_{\bar{X}} \qquad ó \qquad \mu \pm 3 \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$

se puede confiar en que en el 99.73% de los casos el proceso no será declarado "fuera de control", cuando de hecho se encuentra "bajo control".

En otras palabras, estos límites de control permiten considerar que la probabilidad máxima de rechazar la hipótesis

$$H_0 : \theta = \theta_o$$

cuando debería de ser aceptada (probabilidad de cometer un error de tipo I) es de 0.27%, siendo θ_o un valor de calidad fijo del proceso, y θ el del parámetro correspondiente de la distribución muestral de la estadística bajo consideración.

ELABORACION DE LA CARTA DE CONTROL PARA LOS PROMEDIOS ($\bar{X}$)

a. Caso en que se conocen la media μ y la desviación estándar σ de la población.

Línea central ———— μ

Límites de control ———— $\mu \pm 3\sigma_{\bar{X}}$ ó $\mu \pm 3\frac{\sigma}{\sqrt{n}}$:

ó $\mu \pm A\sigma$, siendo $A = \frac{3}{\sqrt{n}}$

en donde los valores de A se obtienen de la tabla I, en función de n, el tamaño de la muestra.

Ejemplo: Sea el proceso de elaboración de varillas de acero para las cuales se sabe que el diámetro medio es de 2.5 cm, con una desviación estándar de 0.01 cm. Se desea efectuar control del diámetro de las mismas, para lo cual se extraen periódicamente muestras de cinco varillas. Se pide establecer la línea central y los límites de control para una carta $\bar{X}$.

Solución. Siendo $\mu = 2.5$ cm, $\sigma = 0.01$ y $n = 5$, se tiene que:

Línea central = μ=2.5

Límites de control:

$$2.5 \pm 3\frac{\sigma}{\sqrt{n}} = 2.5 \pm \frac{3(0.01)}{\sqrt{5}} = 2.5 \pm 0.0134 \Longrightarrow 2.5134, \quad 2.4866$$

o, de la tabla I

$$2.5 \pm A\sigma = 2.5 \pm 1.342(0.01) = 2.5 \pm 0.01342 \Longrightarrow 2.51342, \quad 2.48658$$

b. Caso en que se desconocen μ y σ.

Para este caso, que es el más común, es necesario estimar, como se dijo anteriormente, tales parámetros con base en muestras preliminares. Para el caso, normalmente se acostumbra emplear un mínimo de 20 a 25 muestras de 4 ó 5 elementos, obtenidas consecutivamente cuando el proceso está "bajo control".

Sin embargo, como veremos más adelante, se pueden emplear procedimientos estadísticos más formales para determinar el número de muestras (y de elementos en las mismas) más adecuado para las cartas $\bar{X}$.

Entonces, si se utilizan κ muestras preliminares, cada una de tamaño n, se puede estimar con adecuada precisión el valor de μ mediante

$$\bar{\bar{X}} = \frac{1}{\kappa}\sum_{i=1}^{\kappa} \bar{X}_i$$

siendo $\bar{\bar{X}}$ un estimador insesgado y consistente de μ, donde $\bar{X}_i$ denota al promedio aritmético de la iésima muestra, y $\bar{\bar{X}}$ es el promedio de los promedios de las muestras.

El valor de σ de la población puede ser estimado a partir de las desviaciones estándar o de los rangos de las muestras. Si el tamaño de las mismas es pequeño, usualmente el rango proporciona un estimador eficiente de σ, además de que el proceso de cálculo del mismo es bastante más simple que el de la desviación estándar para las muestras.

Sin embargo, es conveniente, cuando se requiere bastante precisión en el cálculo de los límites de control, estimar a σ mediante las desviaciones estándar de las muestras. Tal es el caso, por ejemplo, de muestras de productos que son caros, y que deben destruirse al momento de tomar las mediciones.

b.1 Estimando a σ mediante los rangos de las muestras

Hay que obtener primero el valor $\bar{R}$, que es el rango promedio de los rangos de las κ muestras, es decir,

$$\bar{R} = \frac{1}{\kappa} \sum_{i=1}^{k} R_i$$

Puesto que la estadística $\bar{R}$ siempre estima por encima de su valor real a la desviación estándar de la población, se obtiene un estimador sesgado. Debido a ello, es indispensable afectar el valor de $\bar{R}$ en forma tal de obtener un estimador insesgado de σ, para lo cual se hace

$$\text{Estimador insesgado de } \sigma = \frac{\bar{R}}{d_2}$$

El factor d_2 en la expresión anterior se obtiene experimentalmente al identificar el valor de la media en las distribuciones muestrales del cociente R/σ para distintos valores de n, considerando una población en la cual el valor de σ es conocido. Por ejemplo, para muestras de tamaño cinco (n=5), se ha obtenido experimentalmente el valor d_2=2.326, tal como se muestra en la Fig 4.

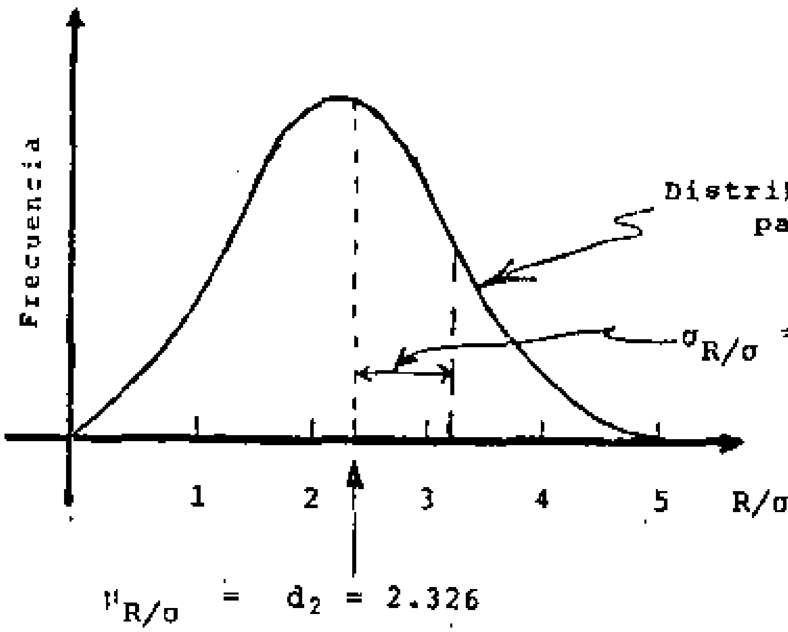


Fig 4. Distribución muestral de R/σ para n=5, suponiendo σ conocida.

En la tabla I se presentan los valores del factor d_2 para distintos tamaños de muestra, observándose que conforme se incrementa el valor de n aumenta el de ese factor, lo cual permite concluir que el rango estima mejor a la desviación estándar cuando las muestras son pequeñas.

De acuerdo con lo anterior, se pueden emplear las siguientes expresiones en la elaboración de la carta de control para los promedios:

Línea Central —— $\bar{\bar{X}}$

Límites de Control —— $\bar{\bar{X}} \pm 3\frac{\sigma}{\sqrt{n}}$ ó $\bar{\bar{X}} \pm \frac{3\bar{R}}{d_2\sqrt{n}}$

Para abreviar el cálculo de los límites de control a partir de los rangos de las muestras, se ofrece en la tabla I el factor

$$A_2 = \frac{3}{d_2\sqrt{n}}$$

cuyo empleo permite establecer los límites de control como

$$\bar{\bar{X}} \pm A_2 \bar{R}$$

b.2 Estimando a σ mediante las desviaciones estándar de las muestras

Se debe obtener primero el valor de $\bar{\sigma}$, que es el promedio de las desviaciones estándar de las muestras, es decir

$$\bar{\sigma} = \frac{1}{K} \sum_{i=1}^{k} S_i$$

En donde S_i denota la desviación estándar de la iésima muestra. No siendo tampoco $\bar{\sigma}$ un estimador insesgado de la desviación estándar de la población, ya que siempre la estima por abajo de su valor real, hay que afectar dicho valor por un cierto factor para hacerlo insesgado, es decir

$$\text{Estimador insesgado de } \sigma = \frac{\bar{\sigma}}{c_2}$$

Los valores de c_2 se reportan en la tabla I en función del tamaño de la muestra, y se obtienen mediante un procedimiento similar al explicado para el factor d_2.

Con base en lo anterior, los parámetros de la carta de control para los promedios son los siguientes:

Línea Central $\longrightarrow \bar{\bar{X}}$

Límites de Control $\longrightarrow \bar{\bar{X}} \pm 3\frac{\sigma}{\sqrt{n}}$ ó $\bar{\bar{X}} \pm \frac{3\bar{\sigma}}{c_2\sqrt{n}}$

De nuevo, para abreviar el cálculo de los límites de control para la carta $\bar{X}$, obtenidos ahora a partir de las desviaciones estándar de las muestras, se puede emplear el factor dado en la tabla I

$$A_1 = \frac{3}{c_2\sqrt{n}}$$

con el cual los límites de control quedan como

$$\bar{\bar{X}} \pm A_1 \bar{\sigma}$$

NUMERO MINIMO DE MUESTRAS REQUERIDO PARA LA ELABORACION DE CARTAS $\bar{X}$

En este momento conviene establecer el número mínimo de muestras preliminares, m, así como el tamaño de las mismas, n, que es necesario considerar para estimar adecuadamente los parámetros de una carta de control para los promedios.

El asegurar que un mínimo de 20 0 25 muestras con 4 o 5 elementos cada una son necesarías para obtener los valores de $\bar{\bar{X}}$, $\bar{R}$ o $\bar{\sigma}$, frecuentemente choca con el argumento de que por razones de costo, tiempo, etc., se debe emplear un número menor de ellas. Por ello, se han preparado tablas como las II y IIIque se presentan al final, que permiten obtener una solución cuantitativa para este problema.

Cuando se emplea el rango $\bar{R}$ como estimador de σ para la elaboración de una carta $\bar{X}$, y como se verá más adelante, para una carta R, la tabla II permite determinar el número mínimo, m, de muestras de tamaño n que se deben emplear para tener poco más de un 98% de nivel de confianza de que los promedios aritméticos obtenidos de las muestras se encuentren dentro de los límites de control que se calculen para la carta $\bar{X}$, suponiendo únicamente la presencia de variación aleatoria.

De la misma manera, se establecen en la tabla III los valores óptimos de m y n,cuando se emplean las desviaciones estándar de las muestras para obtener el estimador $\bar{\sigma}$ de la desviación estándar de la población.

Ejemplo: Sea una fábrica que produce varillas de acero, en la cual se desea ejercer control sobre el peso de las mismas. Para ello, se seleccionan veinte muestras aleatorias de cinco varillas cada una, obteniéndose los valores que se reportan en la tabla siguiente:

Número de la muestra	Valores individuales del peso, Kg					Promedio Aritmético $\bar{X}$	Rango R	Desviación estándar S_x
	X_1	X_2	X_3	X_4	X_5			
1	11.1	9.4	11.2	10.4	10.1	10.44	1.8	0.6651
2	9.6	10.8	10.1	10.8	11.0	10.46	1.4	0.5276
3	9.7	10.0	10.0	9.8	10.4	9.98	0.7	0.2400
4	10.1	8.4	10.2	9.4	11.0	9.82	2.6	0.8727
5	12.4	10.0	10.7	10.1	11.3	10.90	2.4	0.8832
6	10.1	10.2	10.2	11.2	10.1	10.36	1.1	0.4224
7	11.0	11.5	11.8	11.0	11.3	11.32	0.8	0.3059
8	11.2	10.0	10.9	11.2	11.0	10.86	1.2	0.4454
9	10.6	10.4	10.5	10.5	10.9	10.58	0.5	0.1720
10	8.3	10.2	9.8	9.5	9.8	9.52	1.9	0.6493
11	10.6	9.9	10.7	10.2	11.4	10.56	1.5	0.5083
12	10.8	10.2	10.5	8.4	9.9	9.96	2.4	0.8357
13	10.7	10.7	10.8	8.6	11.4	10.44	2.8	0.9562
14	11.3	11.4	10.4	10.6	11.1	10.96	1.0	0.3929
15	11.4	11.2	11.4	10.1	11.6	11.14	1.5	0.5352
16	10.1	10.1	9.7	9.8	10.5	10.04	0.8	0.2800
17	10.7	12.8	11.2	11.2	11.3	11.44	2.1	0.7116
18	11.9	11.9	11.6	12.4	11.4	11.84	1.0	0.3382
19	10.8	12.1	11.8	9.4	11.6	11.14	2.7	0.9708
20	12.4	11.1	10.8	11.0	11.9	11.44	1.6	0.6086
SUMA						213.20	31.80	11.3211

<u>Solución</u>: Puesto que se desconoce la media del proceso, esta se puede estimar en forma insesgada mediante

$$\bar{\bar{X}} = \frac{1}{20} \sum_{i=1}^{20} \bar{X}_i$$

Los valores de los promedios aritméticos $\bar{X}_i$ (i=1,2,...20) de las muestras se reportan en la tabla anterior, por lo cual la línea central es

$$\bar{\bar{X}} = \frac{1}{20} (213.20) = 10.66$$

Se obtendrán ahora los límites inferior y superior de control estimando primero a σ mediante los rangos de las muestras, y después mediante las desviaciones estándar correspondientes.

a. Estimando a σ mediante los rangos de las muestras

El valor de $\bar{R}$ es

$$\bar{R} = \frac{1}{20} \sum_{i=1}^{20} R_i$$

Los valores R_i para i=1,2,...,20 se encuentran en la tabla inicial, por lo que

$$\bar{R} = \frac{1}{20} (31.80) \doteq 1.59$$

Los límites de control para la carta de los promedios son

$$\bar{\bar{X}} \pm A_2 \bar{R}$$

Y, de la tabla I, para n=5, se obtiene A_2 = 0.577, quedando

$$10.66 \pm \underbrace{0.577\ (1.59)}_{0.92}$$

O sea

Línea Central —— 10.66

Límites de Control —— $10.66 \pm 0.92 \Rightarrow 11.58,\ 9.74$

b. Estimando a σ mediante las desviaciones estándar de las muestras

El valor de $\bar{\sigma}$ es

$$\bar{\sigma} = \frac{1}{20}\ (11.3211) = 0.57$$

Los límites de control son ahora

$$\bar{\bar{X}} \pm A_1\ \bar{\sigma}$$

De la tabla I, para n=5, se obtiene

$A_1 = 1.596$, quedando

$$10.66 \pm \underbrace{1.596(0.57)}_{0.91}$$

O sea

Línea Central —— 10.66

Límites de Control —— $10.66 \pm 0.91 \Rightarrow 11.57,\ 9.75$

En la Fig 5 que se presenta a continuación se muestra la carta de control obtenida empleando ambos procedimientos.

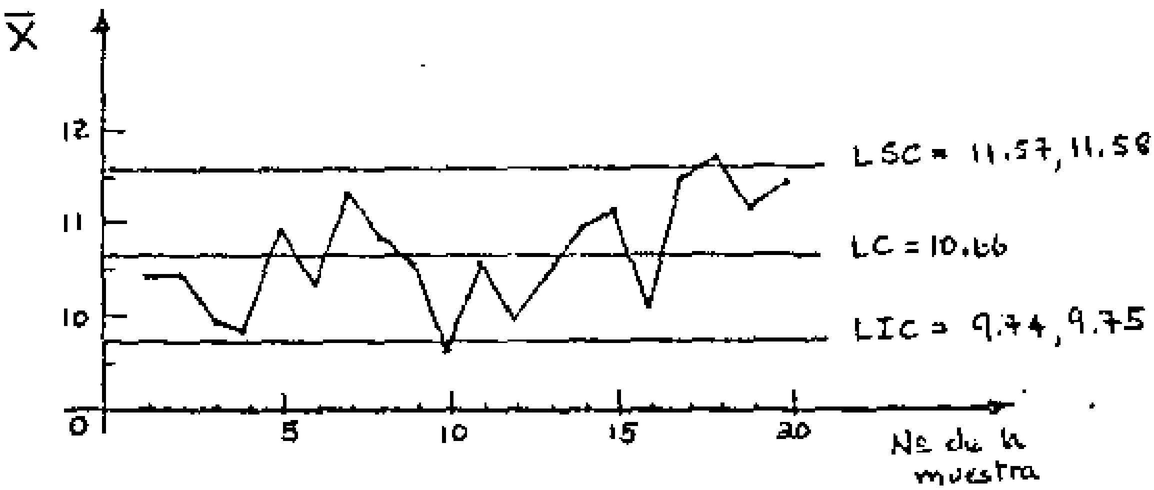


Fig 5 Carta de control $\bar{X}$ obtenida para el ejemplo de las varillas de acero

CARTAS PARA CONTROLAR LA VARIABLILIDAD DE UN PROCESO

Al controlar estadísticamente un proceso puede no ser suficiente - fijar la atención en su "calidad media", sino también en la variabilidad del mismo. Aun cuando es razonable suponer que un incremento en las fluctuaciones de los valores de los promedios aritméticos graficados en una carta $\bar{X}$ se relaciona con un incremento en la variabilidad del proceso, es posible determinar con mayor objetividad y precisión los cambios que experimenta ésta mediante el empleo de las llamadas cartas R y σ, que se elaboran a partir de los rangos y las desviaciones estándar de las muestras, respectivamente.

Conviene mencionar que aun cuando cualquiera de las dos cartas mencionadas permite ejercer control estadístico sobre la variabilidad de un proceso, usualmente se prefiere la carta para los rangos, R, ya que su elaboración es más sencilla que la de σ, que corresponde a las desviaciones estándar. Por otra parte, la carta R conduce a resultados altamente confiables, a la vez que muestra con claridad ciertas tendencias de los valores de las muestras que deben investigarse.

IMPORTANCIA DEL CONTROL DE LA VARIABILIDAD DE UN PROCESO

La importancia del control sobre la variabilidad de un proceso mediante el empleo de las cartas para los rangos o las desviaciones estándar, se hace evidente al considerar que un cambio brusco en aquella característica es de consecuencias más serias que un cambio similar en la "calidad media". Si el proceso experimenta un cambio en ésta última, normalmente se puede regresar al punto de partida efectuando ajustes simples en los dispositivos de producción (por ejemplo, recalibración de herramientas de corte, dosificadoras, etc). Sin embargo, si el proceso sufre un cambio brusco en su variabilidad, para regresar al punto de partida son necesarios ajustes más costosos y tardados, tales como reparaciones mayores en los dispositivos de producción, o inclusive la compra de un nuevo dispositivo de procesamiento.

Los cambios efectivos en la variabilidad de un proceso afectan necesariamente el desempeño de una carta $\bar{X}$, ya que, como se recordará, los límites de control para la carta de los promedios se establecen a partir de los valores $\bar{R}$ o $\bar{\sigma}$ que se suponen, después de ser afectados por los factores de corrección correspondientes, como buenos estimadores de la desviación estándar del proceso. Si los valores del rango y la desviación estándar de las muestras aumentan, se hace evidente que la carta $\bar{X}$ no operará correctamente.

En contraste con lo anterior, los cambios significativos que se verifican en la carta $\bar{X}$ no necesariamente provocan efectos similares en las cartas R y σ, ya que en la elaboración de ellas no intervienen los promedios aritméticos de las muestras, tal como se verá a continuación.

Por lo anteriormente expuesto, es conveniente ejercer, cuando así sea posible, control simultáneo sobre la "calidad media" y la variabilidad de un proceso.

ELABORACION DE LAS CARTA DE CONTROL PARA LOS RANGOS (CARTA R)

Al igual que para la carta $\bar{X}$, se pueden considerar dos casos distintos en la elaboración de la carta para los rangos: cuando se conoce la desviación estándar σ del proceso y cuando ésto no sucede. En cualquiera de los casos anteriores, se debe observar siempre que el procedimiento de obtención de la línea central y de los límites de control para la carta R, se basa en la distribución muestral de los rangos de muestras aleatorias de tamaño n, extraídas de una población normal.

Caso en el que se conoce la desviación estándar σ de la - - Población

De acuerdo con lo anterior, es fácil comprender que los pará metros de la carta de control para los rangos son

Línea Central —— μ_R

Límites de Control —— $\mu_R \pm 3\sigma_R$

Sin embargo, normalmente no conocen los valores de la media y la desviación estándar de la distribución muestral de los rangos. En esta situación, la lógica indica que para estimar el valor de μ_R se debe emplear el de $\bar{R}$, el promedio de los rangos de muestras preliminares. Sin embargo, si se recuerda que

$$\sigma = \frac{\bar{R}}{d_2}$$

entonces

$$\bar{R} = d_2 \sigma$$

Y, puesto que se conoce el valor de σ, se puede escribir

Línea Central —— $\bar{R}$ o $d_2\sigma$

quedando finalmente

Línea Central —— $d_2\sigma$

en donde los valores de d_2 se presentan en la tabla I.

Por lo que respecta a σ_R, si se observa nuevamente la Fig 4 se puede ver que la desviación estándar de la distribución muestral de la estadística R/σ, para el caso de muestras de tamaño 5 es, en forma experimental

$$\sigma_{R/\sigma} = d_3 = 0.864$$

Lo anterior permite considerar que si σ es conocida (y por tanto constante) es válido escribir

$$\sigma_{R/\sigma} = \frac{\sigma_R}{\sigma} d_3$$

o sea

$$\sigma_R = \sigma_{R/\sigma}\, \sigma = d_3\sigma = 0.864\ \sigma$$

En el caso en que n sea diferente de cinco, los valores del factor d_3 se pueden obtener de la tabla I.

Empleando el valor de σ_R así obtenido, los límites de control son, en general, los siguientes

$$d_2\sigma \pm 3d_3\sigma$$

o sea

$$d_2\sigma - 3d_3\sigma \Rightarrow (d_2 - 3d_3)\sigma \Rightarrow D_1\ \sigma$$

$$d_2\sigma \quad 3d_3\sigma \Rightarrow (d_2 + 3d_3)\sigma \Rightarrow D_2\ \sigma$$

en donde

$$D_1 = d_2 - 3d_3 \quad y \quad D_2 = d_2 + 3d_3$$

Los valores de D_1 y D_2 se reportan también en la tabla I en función de n, el tamaño de la muestra.

Conforme a lo anterior, los parámetros de la carta de control para los rangos, cuando σ es conocida, son

Línea Central —— $d_2\ \sigma$

Límite Inferior de Control —— $D_1\ \sigma$

Límite Superior de Control —— $D_2\ \sigma$

b. Caso en el que se desconoce la desviación estándar σ de la población

En este caso en necesario estimar a μ_R de la distribución muestral de los rangos mediante $\bar{R}$, empleando un número adecuado de muestras preliminares, normalmente el mismo que se emplea para la elaboración de una carta $\bar{X}$. Al respecto, conviene recordar que la carta R (o la σ) generalmente se construye <u>después</u> de la carta $\bar{X}$, y que, por lo tanto, se emplean para su elaboración las mismas muestras aleatorias. De acuerdo con ésto, la línea central resulta ser

$$\text{Línea Central} \longrightarrow \bar{R}$$

En este caso se requieren límites de control del tipo

$$\bar{R} \pm 3\sigma_R$$

Puesto que ahora se desconocen σ_R y σ, se pueden hacer, para el límite inferior de control

$$\bar{R} - 3\sigma_R = \bar{R} - \frac{3\ \bar{R}\ \sigma_R}{\bar{R}} = (1 - 3\frac{\sigma_R}{\bar{R}})\ \bar{R}$$

$$= (1 - 3\frac{\frac{\sigma_R}{\sigma}}{\frac{\bar{R}}{\sigma}})\ \bar{R} = (1 - 3\frac{d_3}{d_2})\ \bar{R}$$

$$= (\frac{d_2 - 3d_3}{d_2})\ \bar{R} = (\frac{D_1}{d_2})\ \bar{R}$$

Para el límite superior de control se obtiene

$$\bar{R} + 3\sigma_R = \bar{R}\ (\frac{D_2}{d_2})$$

En la tabla I se presentan los valores de

$$D_3 = \frac{D_1}{d_2} \qquad y \qquad D_4 = \frac{D_2}{d_2}$$

en función de n .

Finalmente, los parámetros de la carta R cuando se desconoce el valor de σ de la población son los siguientes:

Línea Central —— $\bar{R}$

Límite Inferior de Control —— $D_3\bar{R}$

Límite Superior de Control —— $D_4\bar{R}$

ELABORACION DE LA CARTA DE CONTROL PARA LAS DESVIACIONES ESTANDAR (CARTA σ)

En la elaboración de la carta para las desviaciones estándar también se deben considerar los dos casos posibles: cuando se conoce la desviación estándar de la población y cuando ésto no es así. De igual manera, el procedimiento para obtener los parámetros de la carta se fundamenta en la distribución muestral de las desviaciones estándar de muestras aleatrias de tamaño n, extraídas de una población normal.

a. Caso en el que se conoce la desviación estándar σ de la población

Con base en la distribución muestral de las desviaciones estándar de las muestras, se pueden establecer los parámetros de la carta σ, a saber

Línea Central —— μ_{s_x}

Límites de Control —— $\mu_{s_x} \pm 3\sigma_{s_x}$

Al desconocerse, como ocurre normalmente, los valores de μ_{s_x} y σ_{s_x} de la distribución muestral, se debe estimar primero μ_{s_x} a partir de $\bar{\sigma}$, el promedio de las desviaciones estándar de las muestras preliminares. Sin embargo, no es necesario realizar en este caso ese cálculo si se recuerda que

$$\sigma = \frac{\bar{\sigma}}{c_2}$$

o sea

$$\bar{\sigma} = c_2 \sigma$$

Y, en virtud de que el valor de σ es conocido, se llega a

Línea Central —— $\bar{\sigma}$ o $c_2\sigma$

quedando finalmente

Línea Central —— $c_2\sigma$

en donde los valores de c_2 se pueden obtener de la tabla I.

Bajo la suposición de que la población de la cual se extraen las muestras aleatorias se encuentra distribuida en forma normal (o aproximadamente normal), se puede demostrar que la desviación estándar de la distribución muestral de las desviaciones estándar es

$$\sigma_{s_x} = \frac{\sigma}{\sqrt{2n}}$$

en donde n denota al tamaño de las muestras. Empleando el va lor de σ_{S_X} anterior, los límites de control se pueden establecer como

$$\mu_{S_X} \pm 3\sigma_{S_X} = c_2\sigma \pm 3 \frac{\sigma}{\sqrt{2n}}$$

o sea

$$c_2\sigma - 3 \frac{\sigma}{\sqrt{2n}} = (c_2 - \frac{3}{\sqrt{2n}}) \sigma = B_1\sigma$$

$$c_2\sigma + 3 \frac{\sigma}{\sqrt{2n}} = (c_2 + \frac{3}{\sqrt{2n}}) \sigma = B_2\sigma$$

en donde

$$B_1 = c_2 - \frac{3}{\sqrt{2n}}$$

$$B_2 = c_2 + \frac{3}{\sqrt{2n}}$$

Los valores de B_1 y B_2 se proporcionan en la tabla I, en función del valor de n. Entonces, los parámetros de la carta σ son, finalmente

Línea Central —— $c_2\sigma$

Límite Inferior de Control —— $B_1\sigma$

Límite Superior de Control —— $B_2\sigma$

b. Caso en el que se desconoce la desviación estándar σ de la población

En este caso es necesario estimar a μ_{S_X} mediante $\bar{\sigma}$, empleando un número suficiente de muestras aleatorias preliminares.

De acuerdo con lo anterior, la línea central de la carta σ es

Línea Central —— $\bar{\sigma}$

Los límites de control serán entonces del tipo

$$\bar{\sigma} \pm 3\sigma_{s_x}$$

Puesto que ahora se desconoce el valor de σ, pero se sabe que

$$\sigma = \frac{\bar{\sigma}}{c_2}$$

el límite inferior de control resulta ser

$$\bar{\sigma} - 3\sigma_{s_x} = \bar{\sigma} - 3\,\frac{\sigma}{\sqrt{2n}} = \bar{\sigma} - 3\,\frac{\bar{\sigma}}{c_2\sqrt{2n}}$$

$$= (1 - \frac{3}{c_2\sqrt{2n}})\,\bar{\sigma}$$

Para el límite superior de control se obtiene

$$\bar{\sigma} + 3\sigma_{s_x} = (1 + \frac{3}{c_2\sqrt{2n}})\,\bar{\sigma}$$

En la tabla I se presentan los valores de

$$B_3 = 1 - \frac{3}{c_2\sqrt{2n}} \quad \text{y} \quad B_4 = 1 + \frac{3}{c_2\sqrt{2n}}$$

en función del valor de n.

Finalmente, los parámetros de la carta σ, cuando no se conoce la desviación estándar de la población, quedan como

Línea Central —— $\bar{\sigma}$

Límite Inferior de Control —— $B_3\bar{\sigma}$

Límite Superior de Control —— $B_4\bar{\sigma}$

Ejemplo: Sea el proceso de elaboración de varillas de acero mencionado en la página 10 de estos apuntes. En él se informa que el diámetro medio de las varillas es igual a 2.5 cm, con desviación estándar de 0.01 cm. En este caso se pide establecer los parámetros de las cartas de control R y σ, considerando que se extraen periódicamente muestras de cinco varillas.

Solución:

a. Carta R

Puesto que se conoce el valor de la desviación estándar de la población, y en virtud de que n=5, se obtiene, empleando la tabla I

$$LC \text{ —— } d_2\sigma = 2.326(0.01) = 0.02326$$

$$LIC \text{ —— } D_1\sigma = 0(0.01) = 0.0000$$

$$LSC \text{ —— } D_2\sigma = 4.918(0.01) = 0.04918$$

b. Carta σ

En este caso, puesto que σ=0.01 y n=5, se obtiene, con el uso de la tabla I

$$LC \text{ —— } c_2\sigma = 0.8407(0.01) = 0.008407$$

$$LIC \text{ —— } B_1\sigma = 0(0.01) = 0.00000$$

$$LSC \text{ —— } B_2\sigma = 1.756(0.01) = 0.01756$$

<u>Ejemplo</u>: Con el fin de investigar la variabilidad en el proceso de producción de varillas de acero mencionado en la página - 16, se desea elaborar las cartas de control R y σ correspondientes, considerando la información contenida en la tabla de la misma página.

<u>Solución</u>:

En este caso se desconoce la desviación estándar de la población, por lo cual es indispensable emplear los valores de $\bar{R}$ y $\bar{\sigma}$, considerando que el tamaño de la muestra es 5.

a. Carta R

El valor de $\bar{R}$, obtenido durante el proceso de elaboración de la carta $\bar{X}$ correspondiente, es $\bar{R} = 1.59$. - Considerando este valor, y empleando la tabla I, los parámetros de la carta de control R resultan

$$LC \text{ —— } \bar{R} = 1.590$$

$$LIC \text{ —— } D_3\bar{R} = 0(1.59) = 0.000$$

$$LSC \text{ —— } D_4\bar{R} = 2.115(1.59) = 3.363$$

En la Fig 6 se presenta la carta R para este problema.

b. Carta σ

Considerando que al calcular para este problema los parámetros de la carta $\bar{X}$ se obtuvo $\bar{\sigma} = 0.57$, la carta σ queda definida con

$$LC \text{ —— } \bar{\sigma} = 0.57$$

$$LIC \text{ —— } B_3\bar{\sigma} = 0(0.57) = 0.00$$

$$LSC \text{ —— } B_4\bar{\sigma} = 2.089(0.57) = 1.19$$

En la Fig 7 se muestra la carta de control σ correspondiente.

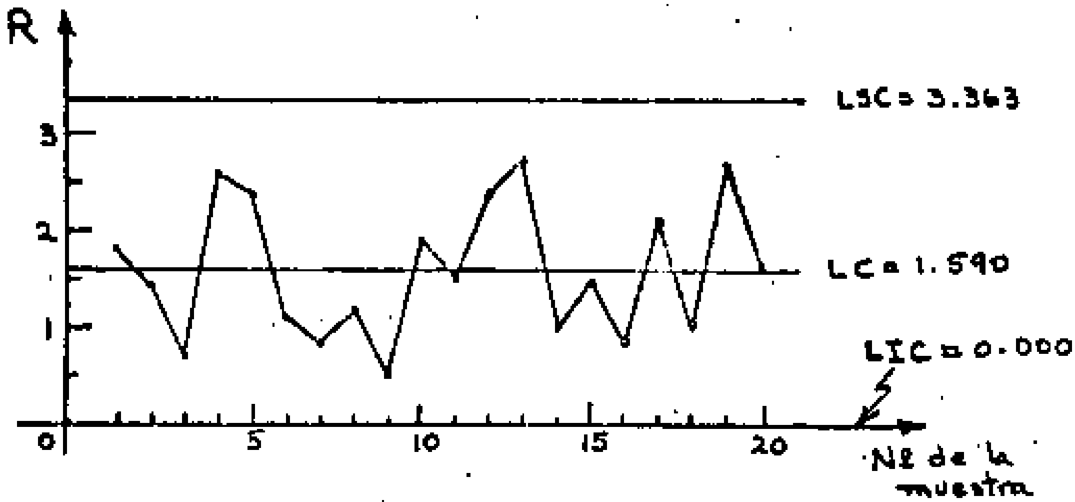


Fig 6 Carta de control R, obtenida para el ejemplo de las varillas de acero

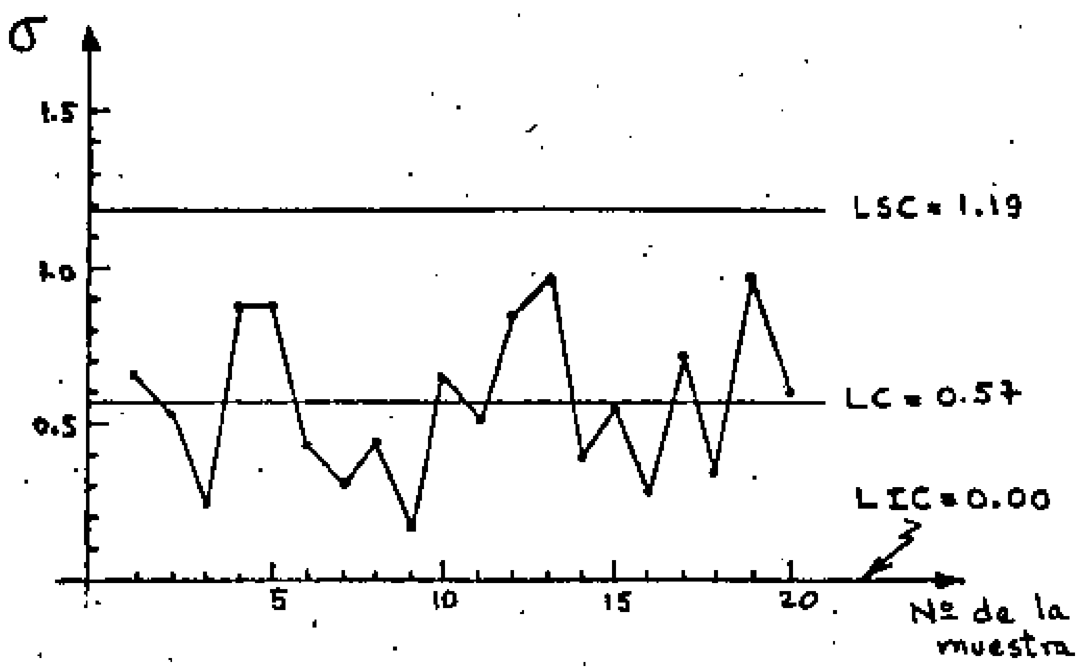


Fig 7 Carta de control σ obtenida para el ejemplo de las varillas de acero

CARTAS DE CONTROL PARA MEDICIONES (ELEMENTOS INDIVIDUALES)

Se han establecido las cartas $\bar{X}$, R y σ considerando que existe la posibilidad de conocer la media μ y/o la desviación estándar σ de la población (proceso), o bien, cuando estos parámetros se desconocen, que es posible obtener un número adecuado de muestras aleatorias de ella, cuyos tamaños sean cuando menos igual a dos, con el fin de estimar con buena precisión los valores de dichos parámetros.

Sin embargo, en muchas ocasiones no se conocen los parámetros del proceso, y únicamente es posible contar con muestras de tamaño uno, es decir, muestras con un solo elemento. Cuando ésto sucede, la técnica para calcular los límites de control en las cartas para mediciones se fundamenta en el empleo de los llamados rangos móviles, que se explican a continuación.

Si, por ejemplo, se cuenta con el conjunto de datos X_i $(i=1,2,\ldots,n)$ registrados en orden, se definen los rangos móviles de orden dos como

$$\left|X_i - X_{i+1}\right| \qquad ; \qquad 1 \leq i \leq n-1$$

es decir

$$\left|X_1 - X_2\right| , \left|X_2 - X_3\right| , \ldots , \left|X_{n-1} - X_n\right|$$

Si se trata de rangos móviles de orden tres, éstos se definen como

$$\left|X_i - X_{i+2}\right| \qquad ; \qquad 1 \leq i \leq n-2$$

es decir

$$\left|X_1 - X_3\right| , \left|X_2 - X_4\right| , \ldots , \left|X_{n-2} - X_n\right|$$

La obtención de los rangos móviles de orden superior al tres se hace siguiendo las ideas anteriores.

En forma numérica, si se tienen los datos registrados en orden 4, 6, 4, 3 y 7, los rangos móviles de orden dos son

$$|4 - 6| = 2 \;,\; |6 - 4| = 2 \;,\; |4 - 3| = 1 \;,\; |3 - 7| = 4$$

y los de orden tres son

$$|4 - 4| = 0 \;,\; |6 - 3| = 3 \;,\; |4 - 7| = 3$$

El empleo de los rangos móviles para la obtención de los límites de control es importante en este caso, debido a que, si se trata de rangos móviles de orden dos, se puede considerar que el valor de cualquiera de ellos debe obtenerse a partir de los valores de dos elementos individuales registrados en orden. Dicho de otra manera, un rango móvil de orden dos debe provenir de una muestra "ficticia" de tamaño dos. En la misma forma, un rango móvil de orden tres tiene que obtenerse a partir de tres elementos individuales, lo cual permite "crear" muestras de tamaño tres.

De acuerdo con lo anterior, es factible establecer los límites de control para las cartas de control, en el caso de elementos individuales, empleando los factores de la tabla I, que se encuentran tabulados a partir de muestras de tamaño dos.

a. Elaboración de la carta X (elementos individuales)

En este caso, la línea central está dada por

$$\bar{X} = \frac{1}{K} \sum_{i=1}^{K} X_i$$

en donde X_i $(i=1,2,\ldots,K)$ denota a los valores de los datos -

individuales.

Los límites de control requeridos son

$$\bar{\bar{X}} \pm 3\frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$

Puesto que el tamaño real de la muestra es uno, la expresión - anterior se puede escribir

$$\bar{\bar{X}} \pm 3\frac{\sigma}{\sqrt{1}} = \bar{X} \pm 3\sigma$$

Debido a que el valor de σ se desconoce, pero es posible obtener el de $\bar{R}$ (promedio de los rangos móviles), la última expresión puede transformarse algebraicamente de la siguiente manera:

$$\bar{\bar{X}} \pm 3\sigma = \bar{\bar{X}} \pm \frac{3\sigma\ \bar{R}}{\bar{R}} = \bar{X} \pm \frac{3\bar{R}}{\frac{\bar{R}}{\sigma}}$$

$$\bar{X} \pm \frac{3\ \bar{R}}{d_2} = \bar{\bar{X}} \pm E_2\bar{R}$$

en donde

$$E_2 = \frac{3}{d_2}$$

Los valores de E_2 se pueden obtener de la tabla I en función de n, que representa ahora el tamaño "ficticio" de la muestra, o el orden de los rangos móviles.

De acuerdo con lo anterior, los parámetros de la carta de control X para elementos individuales son

Línea Central —— $\bar{\bar{X}}$

Límite Inferior de Control —— $\bar{X} - E_2\bar{R}$

Límite Superior de Control —— $\bar{X} + E_2\bar{R}$

b. Elaboración de la carta R* (rangos móviles)

En este caso, la línea central está dada por el valor del promedio de los rangos móviles, es decir

$$\bar{R} = \frac{1}{K} \sum_{i=1}^{K} R_i$$

En donde R_i $(i=1,2,\ldots,K)$ denota a los valores de los rangos móviles, obtenidos a partir de los datos individuales registrados en orden.

Los límites de control se obtienen considerando que se desconoce el valor de la desviación estándar de la población, en la forma ya explicada para la carta R.

De acuerdo con lo anterior, los parámetros de la carta de control R* para los rangos móviles son

Línea Central —— $\bar{R}$

Límite Inferior de Control —— $D_3\bar{R}$

Límite Superior de Control —— $D_4\bar{R}$

en donde los valores de D_3 y D_4 se obtienen de la tabla I en función de n, el tamaño "ficticio" de la muestra, u orden de los rangos móviles.

Ejemplo: Considérese un proceso de destilación y mezclado de alcohol, para el cual se desea ejercer control sobre el porcentaje de metanol existente. Se extraen 26 lotes sucesivos de alcohol, y se obtiene el porcentaje de metanol correspondiente para cada uno de ellos. Los valores se presentan en la tabla siguiente, y se pide construir cartas X y R* considerando rangos móviles de orden dos.

Lote	Porcentaje de metanol, X	Rango móvil, R	Lote	Porcentaje de metanol, X	Rango móvil, R
1	4.6	---	14	5.5	0.1
2	4.7	0.1	15	5.2	0.3
3	4.3	0.4	16	4.6	0.6
4	4.7	0.4	17	5.5	0.9
5	4.7	0	18	5.6	0.1
6	4.6	0.1	19	5.2	0.4
7	4.8	0.2	20	4.9	0.3
8	4.8	0	21	4.9	0
9	5.2	0.4	22	5.3	0.4
10	5.0	0.2	23	5.0	0.3
11	5.2	0.2	24	4.3	0.7
12	5.0	0.2	25	4.5	0.2
13	5.6	0.6	26	4.4	0.1
			SUMA	128.1	7.2

Solución: El valor del promedio de los rangos móviles de orden dos es

$$\bar{R} = \frac{1}{25} \sum_{i=1}^{25} R_i = \frac{1}{25} (7.2) = 0.288$$

a. Carta X

La línea central de esta carta es $\bar{X}$, cuyo valor es

$$\bar{X} = \frac{1}{26} \sum_{i=1}^{26} X_i = \frac{1}{26} (128.1) = 4.927$$

De la tabla I se obtiene E_2 = 2.66 para n=2, - siendo los límites de control

$$\bar{\bar{X}} \pm E_2\bar{\bar{R}} = 4.927 \pm 2.66(0.288)$$

$$= 4.927 \pm 0.7661$$

Finalmente, los parámetros de la carta X quedan como

LC —— 4.927

LIC—— 4.927 - 0.7661 = 4.161

LSC—— 4.927 + 0.7661 = 5.693

En la Fig 8 se presenta la gráfica correspondiente.

b. Carta R*

La línea central para esta carta es $\bar{R}$ = 0.288, y los límites de control se obtienen empleando la tabla I considerando que n=2. De ahí que

LC —— 0.288

LIC—— $D_3\bar{R}$ = 0(0.288) = 0.000

LSC—— $D_4\bar{R}$ = 3.267(0.288) = 0.941

La Fig 9 muestra la carta R* para este problema.

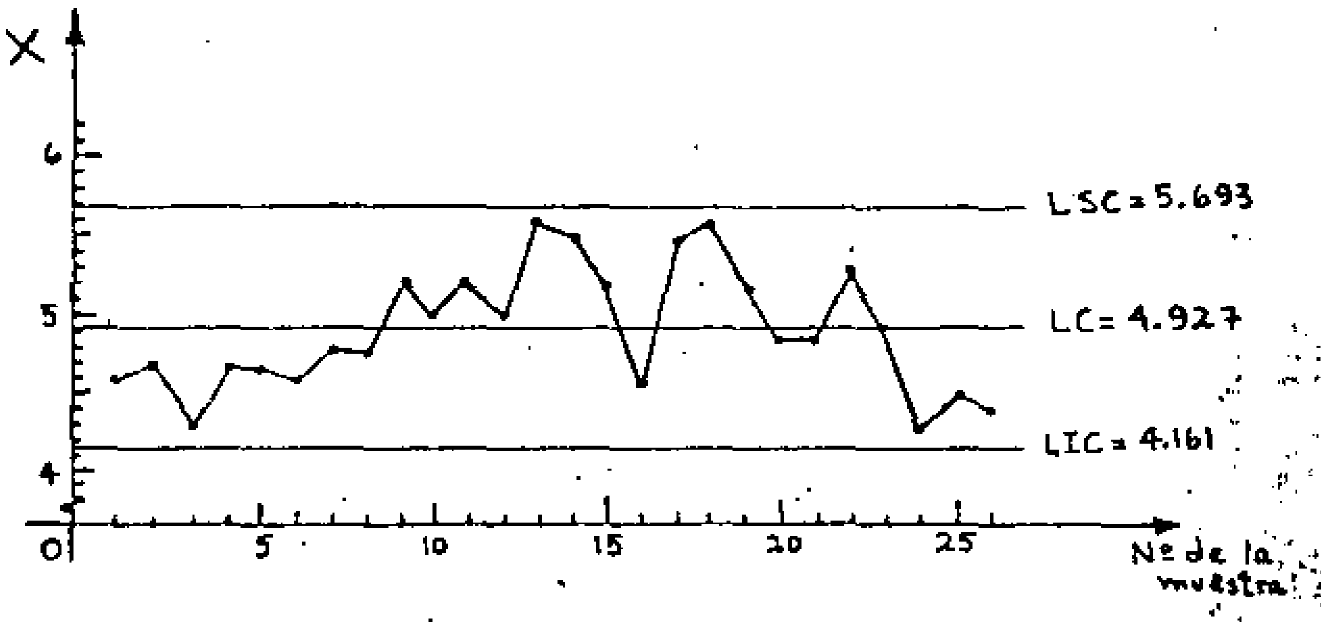


Fig 8 Carta de control X obtenida para el ejemplo de los lotes de alcohol

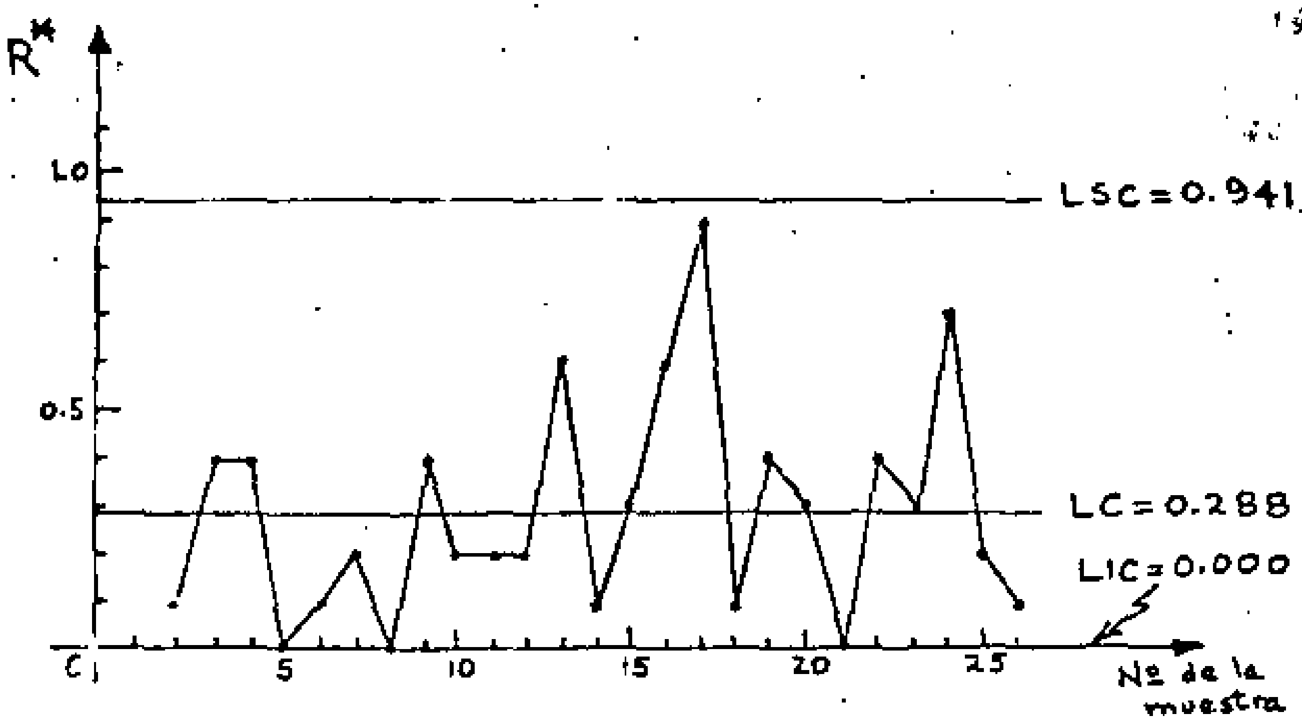


Fig 9 Carta de control R* obtenida para el ejemplo de los lotes de alcohol

CARTAS DE CONTROL PARA ATRIBUTOS

El término atributo, tal como se emplea en el control de calidad, indica la propiedad que tiene un producto de ser bueno o malo, es decir, permite reconocer si la característica de calidad del mismo se encuentra dentro de ciertos requerimientos específicos o no.

Aunque generalmente se puede obtener información más completa de las mediciones hechas a productos terminados, a menudo consume menos tiempo y dinero el comparar la calidad de un producto en contra de ciertas especificaciones mínimas, sobre la base, por ejemplo, de considerar que sirve o no, o que es bueno o malo.

Por ejemplo, al ejercer control sobre el diámetro de un balín de acero, es más simple y rápido el determinar si éste pasa por un agujero hecho en una placa de acero templado con el diámetro adecuado, que realizar la medición del diámetro con un micrómetro.

Se establecerán ahora los dos tipos fundamentales de cartas de control que se utilizan en conexión con el muestreo por atributos: la carta para la proporción de elementos defectuosos, o carta p, y la carta para el número de defectos, o carta c.

Considérese por ejemplo una muestra de 50 fusibles en la cual se encontró, después de probar todos ellos, que contiene dos elementos defectuosos. En este caso, la proporción de fusibles defectuosos en la muestra es de 2/50 = 0.04.

Por otra parte, debe observarse que si se prueba una sola unidad producida, esta puede tener varios defectos pero, sin embargo, puede o no ser una unidad defectuosa. Tal es el caso, por ejemplo, de rollos (unidades) de tela de determinada longitud, que pueden tener cierto número de imperfecciones pero no necesariamente ser considerados como defectuosos. No obtante, en muchas aplicaciones prácticas una unidad producida se considera defectuosa si tiene - cuando menos un defecto.

La distribución de la proporción y del número de elementos defectuosos en un proceso es obviamente binomial, en tanto que la del número de defectos es de Poisson. Sin embargo, para la elaboración de la carta p se aprovecha la propiedad que tiene la distribución muestral de las proporciones de ser aproximada mediante una distribución normal cuando el tamaño de la muestra es grande, y la proporción de elementos defectuosos no se acerca a cero o a uno.

ELABORACION DE LAS CARTAS DE CONTROL p Y np PARA LA PROPORCION DE - DEFECTUOSOS Y EL NUMERO DE DEFECTUOSOS

Los límites de control que se requieren en este caso son

$$\mu_p \pm 3\sigma_p$$

en donde μ_p es la media de la distribución muestral de las proporciones, y σ_p la desviación estándar correspondiente. Como μ_p de - esta distribución es igual al parámetro P de la población, la estadística p de la muestra estima en forma insesgada a este último.

Si no se conoce el valor de P de la población, lo cual en la práctica es frecuente, se debe disponer de K muestras de tamaño n constante para obtener el valor del estimador insesgado

$$\bar{p} = \frac{1}{K} \sum_{i=1}^{K} p_i$$

en donde p_i ($i=1,2,\ldots,K$) denota el valor de la proporción en la muestra i. Empleando el valor así obtenido, la línea central es

$$\text{Línea Central} \longrightarrow \bar{p}$$

En textos de estadística se demuestra que la desviación estándar de la distribución muestral de las proporciones es

$$\sigma_p = \sqrt{\frac{P\ (1-P)}{n}}$$

por lo cual los límites de control son

$$\bar{p} \pm 3\sigma_p = \bar{p} \pm 3\sqrt{\frac{\bar{p}(1-\bar{p})}{n}}$$

finalmente, los parámetros de la carta de control p quedan como

$$\text{Línea Central} \longrightarrow \bar{p}$$

$$\text{Límite Inferior de Control} \longrightarrow \bar{p} - 3\sqrt{\frac{\bar{p}(1-\bar{p})}{n}}$$

$$\text{Límite Superior de Control} \longrightarrow \bar{p} + 3\sqrt{\frac{\bar{p}(1-\bar{p})}{n}}$$

A partir de los parámetros anteriores se pueden derivar los de la llamada carta np, o sea, para el número de defectuosos. Para ello, es necesario multiplicar dichos parámetros por n para así obtener, en el caso de los límites de control

$$n\left(\bar{p} \pm 3\sqrt{\frac{\bar{p}(1-\bar{p})}{n}}\right) = n\bar{p} \pm 3n\sqrt{\frac{\bar{p}(1-\bar{p})}{n}}$$

$$= n\bar{p} \pm 3\sqrt{\frac{n^2\bar{p}\ (1-\bar{p})}{n}}$$

$$= n\bar{p} \pm \sqrt{3\ n\ \bar{p}\ (1-\bar{p})}$$

y los parámetros resultan ahora

Línea Central —— $n\bar{p}$

Límite Inferior de Control —— $n\bar{p} - 3\sqrt{n\bar{p}(1-\bar{p})}$

Límite Superior de Control —— $n\bar{p} + 3\sqrt{n\bar{p}(1-\bar{p})}$

<u>Ejemplo</u>: Para un proceso de elaboración de fusibles se desea ejercer control sobre la proporción de elementos defectuosos así como sobre el número de ellos. Para ello, se seleccionan 40 muestras aleatorias de 50 fusibles cada una, y se obtienen los valores reportados en la tabla siguiente.

Se desea construir las cartas p y np correspondientes.

Número de la muestra	Número de fusibles defectuosos	Proporción de defectuosos, p	Número de la muestra	Número de fusibles defectuosos	Proporción de defectuosos, p
1	2	0.04	21	1	0.02
2	1	0.02	22	1	0.02
3	2	0.04	23	4	0.08
4	0	0.00	24	2	0.04
5	2	0.04	25	2	0.04
6	3	0.06	26	4	0.08
7	4	0.08	27	1	0.02
8	2	0.04	28	3	0.06
9	0	0.00	29	3	0.06
10	3	0.06	30	2	0.04
11	0	0.00	31	3	0.06
12	1	0.02	32	6	0.12
13	2	0.04	33	2	0.04
14	2	0.04	34	3	0.06
15	3	0.06	35	2	0.04
16	5	0.10	36	3	0.06
17	1	0.02	37	1	0.02
18	2	0.04	38	0	0.00
19	3	0.06	30	2	0.04
20	1	0.02	40	0	0.00
			SUMA		1.68

<u>Solución:</u> El valor de $\overline{p}$ es

$$\overline{p} = \frac{1}{40} \sum_{i=1}^{40} p_i = \frac{1}{40} (1.68) = 0.042$$

a. Carta p

Los límites de control son, para n=50

$$0.042 \pm 3\sqrt{\frac{(0.042)\ (1-0.042)}{50}} = 0.042 \pm 0.0851$$

por lo cual

LC ——— 0.0420

LIC——— 0.042 - 0.0851 = -0.0431 ⇒ 0.0000

LSC——— 0.042 + 0.0851 = 0.1271

En este caso, y como se verá a continuación para la carta np, la expresión para el cálculo del límite inferior de control conduce a un valor negativo del mismo. Puesto que no tiene sentido físico hablar de una proporción menor de cero o de un número de defectuosos negativo, en forma arbitraria se asigna a ese límite el valor cero.

En la Fig 10 se presenta la carta de control p correspondiente.

b. Carta np

Puesto que $n\overline{p}$ = 50(0.042)=2.1, los límites de control son ahora

$$2.1 \pm 3\sqrt{50(0.042)\ (1-0.042)} = 2.1 \pm 4.255$$

o sea

LC —— 2.1

LIC —— 2.1−4.255 = −2.155 ⇒ 0.000

LSC —— 2.1+4.255 = 6.355

En la Fig 10 se presenta la carta np para este problema.

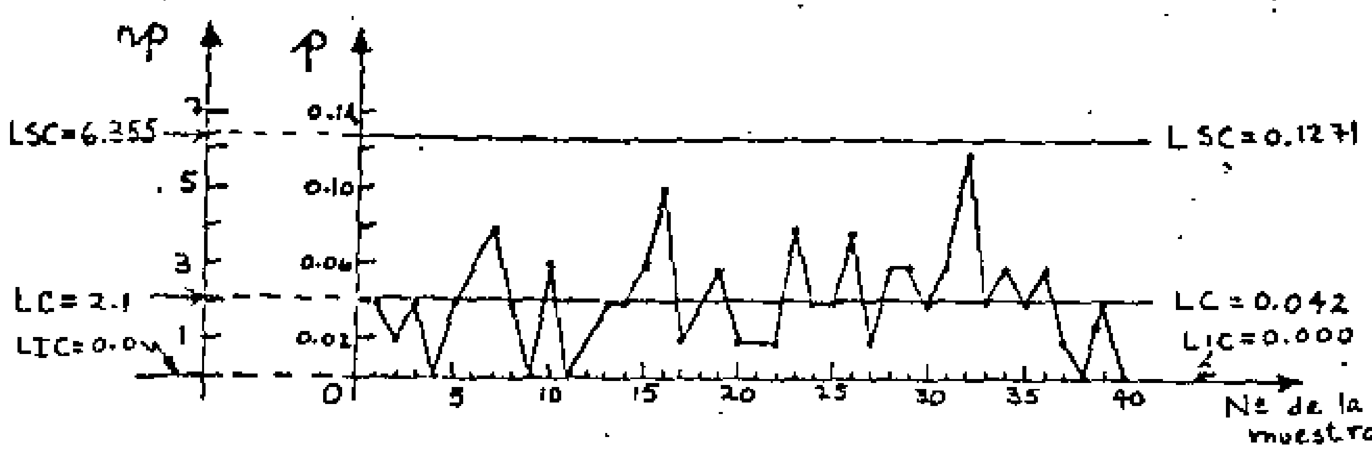


Fig 10 Cartas de control p y np obtenidas para el ejemplo de los fusibles

ELABORACION DE LA CARTA DE CONTROL c PARA EL NUMERO DE DEFECTOS

Existen ocasiones en las que es necesario controlar el número de defectos por unidad en un proceso. Por ejemplo, en la producción de alfombras es importante controlar el número de defectos por metro cuadrado; en la elaboración de papel se requiere controlar el número de defectos por rollo, etc. En estos casos, la variable aleatoría c asociada al número de defectos por unidad tiene una distribución de Poisson.

De lo anterior se desprende que la línea central de la carta de con trol para el número de defectos es el parámetro λ de la distribución de Poisson correspondiente, cuyo valor usualmente se desconoce.

En tal situación, se acostumbra estimar en forma insesgada el valor de λ a partir de un mínimo de 20 valores de c, observados previamente en igual número de unidades producidas. De acuerdo con ésto, el valor de

$$\bar{c} = \frac{1}{K} \sum_{i=1}^{K} c_i$$

en donde c_i $(i=1,2,\ldots,K)$ representa el número de defectos observados en la unidad i, se puede emplear como estimador de λ.

Los límites de control requeridos ahora son del tipo

$$\bar{c} \pm 3\sigma_c$$

Puesto que en este caso se observa el número de defectos por unidad, se puede suponer que el tamaño de la muestra es unitario. Por tal motivo, se puede considerar que la desviación estándar de la distribución muestral del número de defectos c es igual a la desviación estándar de la distribución de Poisson y, puesto que $\bar{c}$ estima el valor de λ

$$\sigma_c = \sqrt{\lambda} = \sqrt{\bar{c}}$$

De acuerdo con lo anterior, los parámetros de la carta de control c son

Línea Central —— $\bar{c}$

Límite Inferior de Control —— $\bar{c} - 3\sqrt{\bar{c}}$

Límite Superior de Control —— $\bar{c} + 3\sqrt{\bar{c}}$

Ejemplo: Considérese el proceso de soldadura de dos placas de acero en una fábrica. Diariamente se alcanzan a soldar 8 juntas, y en cada una de ellas se observa el número de defectos existente. Con la información correspondiente a tres días de labor que se presenta en la tabla siguiente, se desea elaborar una carta de control para el número de defectos por junta soldada

Número de la junta soldada	Fecha	Número de defectos
1	Julio 18	2
2		4
3		7
4		3
5		1
6		4
7		8
8		9
9	Julio 19	5
10		3
11		7
12		11
13		6
14		4
15		9
16		9
17	Julio 20	6
18		4
19		3
20		9
21		7
22		4
23		7
24		12
SUMA................		144

Solución: Empleando los valores reportados en la tabla anterior, el valor de $\bar{c}$ resulta

$$\bar{c} = \frac{1}{24} \sum_{i=1}^{24} c_i = \frac{1}{24} (144) = 6$$

Siendo $\bar{c} = 6$, los límites de control quedan como

$$6 \pm 3\sqrt{6} = 6 \pm 7.35$$

Finalmente, los parámetros de la carta c son

LC —— 6
LIC —— 6 - 7.35 = -1.35 ⇒ 0.00
LSC —— 6 + 7.35 = 13.35

Puesto que el número de defectos no puede ser negativo, se fija el valor del límite inferior de control igual a cero.

En la Fig 11 se presenta la carta de control c que corresponde al ejemplo.

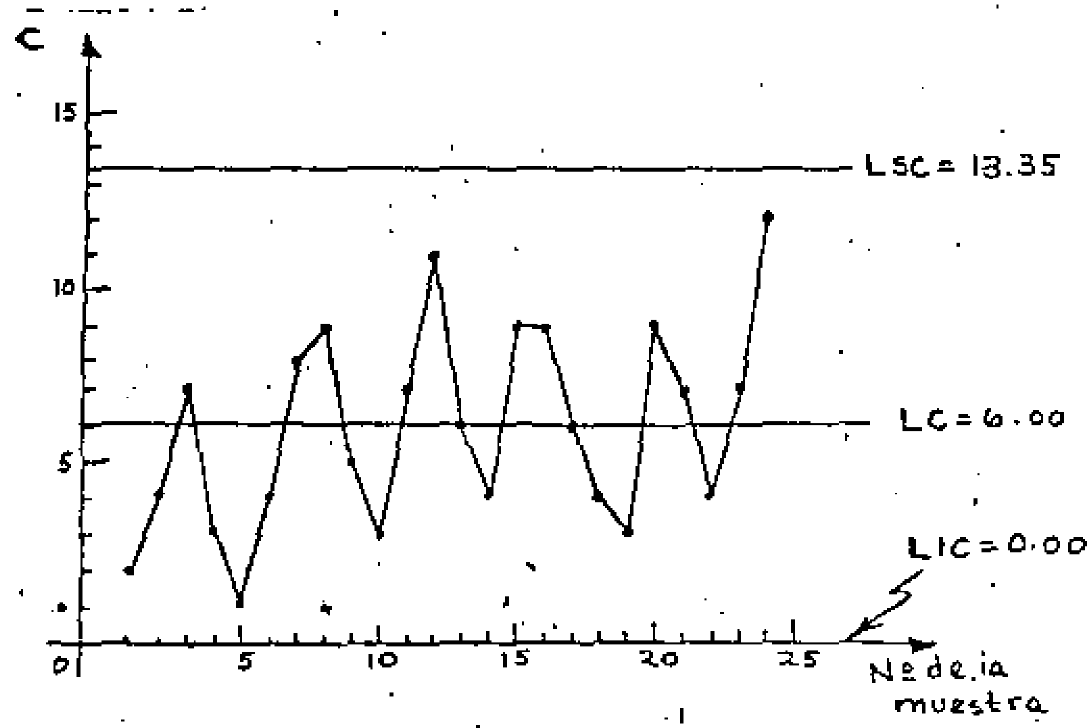


Fig 11 Carta de control c obtenida para el ejemplo de las juntas soldadas

B I B L I O G R A F I A

1. Hansen, B., "Quality Control: Theory and Applications", Prentice Hall, Inc. (1964)

2. G_rant, E.L., "Statistical Quality Control", Mc Graw-Hill Book Co. (1971)

3. Ostle, B. "Estadística aplicada", Limusa-Wiley (1973)

4. Miller, I. y Freund, J., "Probability and Statistics - for Engineers", Prentice Hall, Inc. (1965)

centro de educación continua
división de estudios de posgrado
facultad de ingeniería unam

CONTROL ESTADISTICO DE CALIDAD

MUESTREO DE INSPECCION

M. EN I. AUGUSTO VILLARREAL

OCTUBRE, 1979.

Palacio de Minerio Calle de Tacuba 5 primer piso México 1, D. F. Tel: 521-40-20

MUESTREO DE INSPECCION

Por: M en I Augusto Villarreal Aranda*

1. Introducción

El muestreo de inspección (o de aceptación) se define como el conjunto de todas las acciones que realiza el receptor de producto "terminado" para asegurar la calidad de éste, después de recibirlo del productor.

Este tipo de muestreo puede ser aplicado por un consumidor a los productos que recibe de un vendedor, por un departamento de inspección de producto terminado a los productos recibidos de los departamentos de producción, etc, es decir, se aplica en aquellas ocasiones en que un número grande de unidades producidas se presenta para inspección en forma de lotes, y en donde la forma

* *Secretario Académico*, División de Estudios Superiores, Facultad de Ingeniería, UNAM y *Profesor investigador*, Instituto de Ingeniería, UNAM

lógica de realizar esa tarea es mediante el empleo de la técnica que usa atributos (sirve, no sirve, o pasa, no pasa), con el fin de evitar la tan costosa y tardada inspección al 100%.

Generalmente, con la inspección de lote por lote del producto terminado, existe el acuerdo entre productor y receptor en que

a. los lotes aceptados por el plan de muestreo que se emplee serán aceptados por el receptor como buenos a excepción de aquellas unidades detectadas como defectuosas en todos los lotes durante el proceso de muestreo, las cuales serán reemplazadas por unidades buenas por el productor.

b. los lotes rechazados por el plan de muestreo le serán devueltos al productor para su rectificación.

Sin embargo, existen algunas variantes sobre el acuerdo mencionado. Por ejemplo, algunos receptores de producto terminado emplean la opción de inspeccionar al 100% los lotes rechazados para eliminar los elementos defectuosos, y trasladar el costo de esa operación al productor. Lo anterior se realiza con frecuencia cuando el receptor tiene urgencia de emplear las unidades que recibe del productor. En última instancia el objetivo que se persigue es responsabilizar al productor por la deficiente calidad de un producto terminado.

Para determinar la calidad de un lote, es factible seleccionar una, dos o múltiples muestras aleatorias del mismo, lo cual conduce a considerar planes de muestreo simples, dobles, o múltiples para aceptarlo o rechazarlo. La explicación de cómo y cuándo se emplean estos tipos de muestreo se discutirá en esta parte del curso.

2 Plan de muestreo simple

Como se dijo anteriormente, el muestreo de aceptación se aplica a las producciones en masa cuando un *productor* abastece de lotes de artículos a un *aceptor*. En situaciones como ésta, se debe decidir individualmente sobre la aceptación o rechazo de cada lote.

En este caso particular, la decisión que se toma se basa en el resultado que se obtiene al inspeccionar una muestra de tamaño "n" que se toma de un lote de "N" artículos, de la cual se determina el número de defectuosos, "X", esto es, de artículos que no cumplen las especificaciones nominales (tamaño, color, resistencia, etc.)

Si el número "X" de artículos defectuosos en la muestra es menor o igual que un número especificado "c" menor que "n", se acepta el lote; si el número de defectuosos es mayor que "c", se rechaza. A "c" se le llama el número tolerable de artículos defectuosos o *número de aceptación*. Por lo tanto, las alternativas son

$X \le c$ se acepta el lote

$X > c$ se rechaza el lote

Resulta evidente que el productor y el receptor deben quedar de acuerdo en cierto *plan de muestreo*, es decir, en cierto tamaño n de muestra y cierto número de aceptación c. Puesto que en este caso el acuerdo se basa en la extracción de una muestra aleatoria única del lote de N artículos, el plan de muestreo a emplearse se denomina *plan de muestreo simple*.

2.1 Probabilidad de aceptación de un lote

Supóngase que si $X \leq c$ se acepta un lote, es decir, ocurre el evento A = {el número de artículos defectuosos en la muestra extraída del lote es menor o igual que el número de aceptación}. En este caso, la probabilidad de dicho evento no depende únicamente del tamaño n de la muestra y del número de aceptación c, sino también del número total de artículos defectuosos que se encuentran en el lote,"M". Si se supone además que el muestreo se realiza sin remplazo, la probabilidad de dicho evento es hipergeométrica, es decir

$$P(A) = P\{X \leq c\} \sum_{X=0}^{c} \frac{C_X^M \; C_{n-X}^{N-M}}{C_n^N} \tag{2.1}$$

Si no hay artículos defectuosos en el lote, entonces $M = 0$, y el único valor posible que puede asumir X es también 0, por lo cual

$$P(A) = P\{X \leq c\} = \frac{C_o^o \; C_n^N}{C_n^N} = 1$$

Es decir, la probabilidad de aceptar un lote en el cual no hay elementos defectuosos es igual a la unidad.

Si todos los artículos en un lote son defectuosos, entonces M = N, y el valor de Z debe ser igual a n, por lo que

$$P(A) = P(X \leq c) = P(\emptyset) = 0$$

en virtud de que la condición inicial es que c < n. Lo anterior indica que la probabilidad de aceptar un lote en el cual todos los artículos son defectuosos es nula.

Conviene hacer notar también que si se mantienen fijos el tamaño de la muestra y el número de aceptación al incrementarse el valor de M, el número de artículos defectuosos en un lote, decrece la probabilidad P (A) de aceptación de este último.

Ejemplo 2.1

Considérese un plan de muestreo simple para el cual N = 10, c = 0 y n = 5. Obténganse los valores de P (A) cuando

a. M = 1

b. M = 3

Solución.

a. En este caso, la probabilidad de aceptación es

$$P(A) = P\{X = 0\} = \frac{C_0^1 \; C_{5-0}^{10-1}}{C_5^{10}} =$$

$$= \frac{\frac{1!}{0!(1-0)!} \; \frac{9!}{5!(9-5)}}{\frac{10!}{5!(10-5)!}} = \frac{\frac{9 \times 8 \times 7 \times 6}{4 \times 3 \times 2 \times 1}}{\frac{10 \times 9 \times 8 \times 7 \times 6}{5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1}} = 0.5$$

b. Para este caso, se obtiene

$$P(A) = P\{X \leq 0\} = P\{X = 0\} = \frac{C_0^3 \; C_{5-0}^{10-3}}{C_5^{10}} =$$

$$= \frac{\frac{3!}{0!(3-0)!} \; \frac{7!}{5!(7-5)!}}{\frac{10!}{5!(10-5)!}} = \frac{\frac{7 \times 6}{2 \times 1}}{\frac{10 \times 9 \times 8 \times 7 \times 6}{5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1}} = 0.0833$$

Lo anterior indica que un plan de muestreo simple para el cual se mantenga fijo el tamaño de la muestra, aun cuando se incremente el número de elementos defectuosos en los lotes, o el número total de elementos en estos últimos, proporciona buena protección en contra de la aceptación errónea de lotes malos.

2.2 Curva característica de operación

Dentro de un plan de muestreo simple, al considerar un número fijo de aceptación, c, y cuando se obtiene una muestra aleatoria de n artículos de un lote para saber si éste se acepta o no, es evidente que se desconoce el número total de artículos defectuosos, M, dentro del mismo. Para que este número se pudiera conocer en forma precisa, se requeriría haber realizado una inspección al 100% en el lote, pero entonces no tendría caso el considerar un plan de muestreo simple.

Por lo anterior, para realizar el cálculo de la probabilidad de aceptación de un lote determinado cuando se desconoce el valor de M, se debe introducir una modificación dentro de la fórmula 2.1. Para ello, considérese que si se divide el número de elementos defectuosos entre el total de elementos para un lote determinado, se obtiene la *fracción de defectuosos*

$$p = \frac{M}{N} \qquad (2.2)$$

en el lote. Si p se multiplica por 100, se obtiene el *porcentaje de elementos defectuosos* en dicho lote.

Puesto que M puede tomar dentro de un lote de tamaño N cualquiera de los N + 1 valores 0,1,2,3,...,N-1,N, p puede asumir entonces los N + 1 valores, 1/N, 2/N, 3/N,..., $^{N-1}/N$, 1. Por lo tanto, la probabilidad de aceptación P (A) únicamente se puede definir para los valores mencionados de p.

Si en la ec 2.2 se despeja el valor de M, se obtiene

$$M = Np$$

en forma tal que la ec 2.1 se puede escribir como

$$P\,(A;\,p) = P\,\{X \leq c\} = \sum_{X=0}^{c} \frac{C_X^{Np}\;C_{n-X}^{N-Np}}{C_n^N} \tag{2.3}$$

siendo las probabilidades así obtenidas hipergeométricas.

Si se mantienen fijos los valores de n y c, se pueden graficar las probabilidades de aceptación de un lote en función de los valores de la fracción de elementos defectuosos en el mismo, es decir, de los valores de p. Dicha gráfica contendrá N + 1 puntos, a través de los cuales se puede dibujar la llamada *curva característica de operación* (o curva CO) de un plan de muestreo simple.

Ejemplo 2.2

La fábrica Z elabora cartuchos de dinamita, y los empaca en cajas de 20 unidades. El comprador W acepta cada caja únicamente si al extraer una muestra de dos cartuchos encuentra que ambos son buenos. Elaborar la curva característica de operación correspondiente.

Solución

En este caso, se tiene que N = 20, n = 2 y c = 0. Por lo tanto, las probabilidades de aceptación son, empleando la ec 2.3

$$P\,(A;p) = P\,\{X \leq 0\} = \frac{C_0^{20p}\;C_{2-0}^{20-20p}}{C_2^{20}}$$

$$= \frac{\frac{20p!}{0!(20p-0)!} \quad \frac{(20-20p)!}{2!(20-20p-2)!}}{\frac{20!}{2!(20-2)!}} =$$

$$= \frac{\frac{20p!}{0!20p!} \quad \frac{(20-20p)!}{2\times 1\times (18-20p)!}}{\frac{20!}{2\times 1\times 18!}} = \frac{18!(20-20p)!}{20!(18-20p)!} =$$

$$= \frac{(20-20p)\ (19-20p)}{380}$$

Si se le asignan a p los 21 valores 0, 1/20, 2/20, 3/20, ...,19/20,1, se obtienen los correspondientes de P (A; p). Por ejemplo, para p = 10/20 = 0.5, la probabilidad de aceptación es

$$P\ (A;\ 0.5) = \frac{[20 - 20(10/20)]\ [19 - 20\ (10/20)]}{380}$$

$$= \frac{(20-10)\ (19-10)}{380} = \frac{(10)\ (9)}{380} = \frac{90}{380} = 0.237$$

Siguiendo el procedimiento anterior, se obtienen los puntos siguientes:

p	P (A; p)
0/20 = 0.00	1.000
1/20 = 0.05	0.900
2/20 = 0.10	0.805
3/20 = 0.15	0.716
4/20 = 0.20	0.632
5/20 = 0.25	0.553
6/20 = 0.30	0.479
7/20 = 0.35	0.411
8/20 = 0.40	0.347
9/20 = 0.45	0.289
10/20 = 0.50	0.237
11/20 = 0.55	0.189
12/20 = 0.60	0.147
13/20 = 0.65	0.111
14/20 = 0.70	0.079
15/20 = 0.75	0.053
16/20 = 0.80	0.032
17/20 = 0.85	0.016
18/20 = 0.90	0.005
19/20 = 0.95	0.000
20/20 = 1.00	0.000

La curva característica de operación correspondiente es la que se hace pasar por los puntos anteriores, y se presenta en la Fig 2.1.

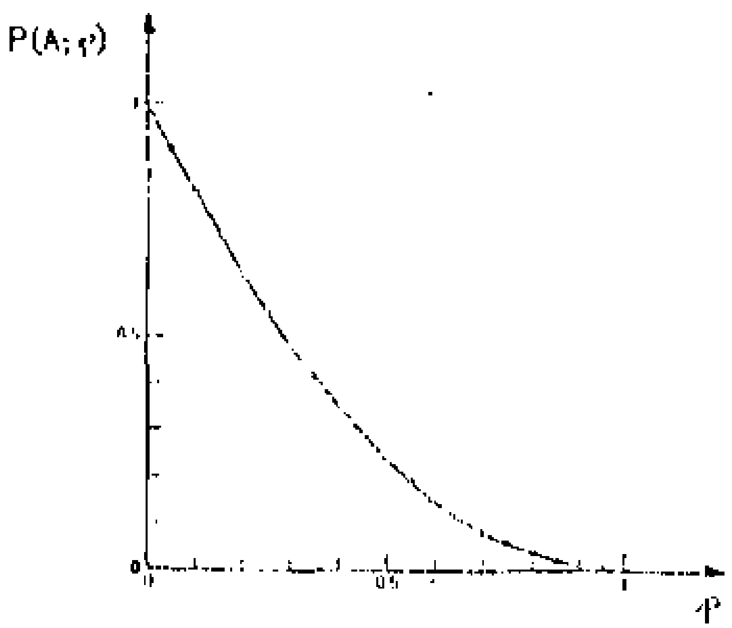


Fig 2.1 Curva CO para un plan de muestreo simple, con N = 20, n = 2 y c = 0.

En la Fig 2.1 se puede observar que a medida que se hace más grande la fracción de defectuosos en el lote (o el número de artículos defectuosos), la probabilidad de aceptación del mismo se va haciendo cada vez menor. Los casos extremos se dan en $p = 0$, en que la aceptación del lote es un evento seguro, y en $p = 1$, cuando es imposible aceptarlo.

2.3 Empleo de la aproximación binomial para construir la curva CO

En la mayor parte de los casos prácticos, el porcentaje de artículos defectuosos en un lote será pequeño (menor del 10%), en tanto que el tamaño del mismo será muy grande (1000 elementos, 10000 elementos, etc), y el de la muestra usualmente será varias veces menor, de tal manera que es posible aproximar las probabilidades dadas por la distribución hipergeométrica (ecs 2.1 y 2.3) empleando la distribución binomial. En particular, la aproximación es buena cuando $N \leq 10$ n. En estos casos, se puede escribir

$$P\ (A;\ p) = P\ (X \leq c) \doteq \sum_{X=0}^{c} C_X^n\ p^X\ (1-p)^{n-X} \qquad (2.4)$$

Se debe observar que siempre se define a p como en la ec 2.2, y que serán mejor aproximadas por la ecuación anterior aquellas probabilidades de aceptación para las cuales el valor de p sea pequeño.

Ejemplo 2.3

En el caso del ejemplo 2.2 anterior, aproxímense las probabilidades de aceptación hipergeométricas para los distintos valores de p mediante la distribución binomial.

Solución

En este caso sí es posible realizar la aproximación pedida, ya que se verifica la condición $N \geq 10n$, porque siendo $N = 20$ y $n = 2$, se tiene que $20 \geq 10(2)$. Por ejemplo, para $p = 0.2$, la aproximación binomial dada por la ec 2.4 conduce al valor

$$P\ (A\ ;\ 0.2) = P\ \{X \leq 0\} = C_0^2\ \ (0.2)^0\ (1-0.2)^{2-0}$$

$$= \frac{2!}{0!\,(2-0)!}\ \ (0.8)^2 = 0.640$$

en contra del valor exacto 0.632 obtenido mediante la ec 2.3.

Procediendo en forma similar se calculan los restantes valores de P (A; p), los cuales se presentan de 0.1 en 0.1 en la tabla siguiente, junto con los anteriormente obtenidos en el ejemplo 2.2 para fines de comparación.

p	Hipergeométrica P (A; p)	Binomial P (A; p)
0.00	1.000	1.000
0.10	0.805	0.810
0.20	0.632	0.640
0.30	0.479	0.490
0.40	0.347	0.360
0.50	0.237	0.250
0.60	0.147	0.160
0.70	0.079	0.090
0.80	0.032	0.040
0.90	0.005	0.010
1.00	0.000	0.000

En la tabla se puede observar que las probabilidades de aceptación se aproximan bastante más a las exactas cuando el valor de p se encuentra en la vecindad de p = 0.10.

2.4 Empleo de la aproximación de Poisson para construir la curva CO

Como ya se vio, la distribución hipergeométrica se puede aproximar adecuadamente mediante la binomial cuando $N \geq 10$ y $p \leq 0.1$. A su vez, la distribución binomial puede aproximarse suficientemente bien mediante la de Poisson cuando se cumple lo anterior y np es menor de 15, lo cual evita en ocasiones la gran cantidad de labor numérica que se requiere para calcular las probabilidades de aceptación mediante las distribuciones hipergeométrica y binomial.

Entonces, si se hace $\lambda = np$ para la distribución de Poisson, se puede escribir

$$P(A;\ p) = P\{X \leq c\} \doteq e^{-np} \sum_{X=0}^{c} \frac{(np)^X}{X!}$$

La aproximación anterior es muy útil cuando los lotes son grandes, ya que como se puede apreciar, la ec 2.4 no requiere del manejo de dicho dato para el cálculo de las probabilidades de aceptación que se emplean para construir la curva CO.

Ejemplo 2.4

Obténganse los valores de P (A; p) para p = 0, 0.1, 0.2, 0.3, 0.5 y 1.0 en el caso del plan de muestreo simple del ejemplo 2.2, aproximando mediante la distribución de Poisson.

Solución

Se sabe que n = 2 y c = 0, por lo que

$$np = 2(0) = 0\ ; \qquad P\ (A;\ 0) = \frac{e^{-0}\ 0^{0}}{0!} = 1$$

$$np = 2(0.1) = 0.2; \quad P\ (A;\ 0.1) = \frac{e^{-0.2}\ 0.2^{0}}{0!} = 0.818$$

$$np = 2(0.2) = 0.4; \quad P\ (A;\ 0.2) = \frac{e^{-0.4}\ 0.4^{0}}{0!} = 0.670$$

$$np = 2(0.3) = 0.6; \quad P\ (A;\ 0.3) = \frac{e^{-0.6}\ 0.6^{0}}{0!} = 0.549$$

$$np = 2(0.5) = 1.0; \quad P\ (A;\ 0.5) = \frac{e^{-1.0}\ 1.0^{0}}{0!} = 0.367$$

$$np = 2(1.0) = 2.0; \quad P\ (A;\ 1.0) = \frac{e^{-2.0}\ 2.0^{0}}{0!} = 0.135$$

En la siguiente tabla se comparan los valores hipergeométricos exactos con los obtenidos mediante las aproximaciones binomial y de Poisson.

p	P (A;p) Hipergeométrica	P (A; p) Binomial	P (A;p) Poisson
0	1.000	1.000	1.000
0.1	0.805	0.810	0.818
0.2	0.632	0.640	0.670
0.3	0.479	0.490	0.549
0.5	0.237	0.250	0.367
1.0	0.000	0.000	0.135

Como se puede observar en la tabla anterior, las probabilidades de aceptación calculadas con la fórmula de Poisson difieren bastante de las exactas y de las binomiales cuando p no se encuentra cercano al valor 0.1. Sin embargo, hay que considerar que en el problema anterior los tamaños del lote y la muestra son bastante pequeños, por lo que la aproximación de Poisson no puede ser muy buena.

De hecho, la forma práctica para construir las curvas CO se fundamenta en el método aproximado de Poisson, considerando que los lotes que entrega el productor son muy grandes, y haciendo uso de la tabla 2.1 que se presenta adelante, en la cual se proporcionan, en función del número de aceptación c y del valor $\lambda = np$, las probabilidades de aceptación

$$P(A;\ p) = P\{X \leq c\} = e^{-np} \sum_{x=0}^{c} \frac{(np)^x}{x!}$$

multiplicadas por mil.

TABLA 2.1

TERMINOS ACUMULATIVOS DE LA APROXIMACION DE POISSON A BINOMIAL

np \ c	0	1	2	3	4	5	6	7	8	np
0.02	980	1000	...	...	...	...	...	...	...	0.02
0.04	961	999	1000	...	...	...	...	...	...	0.04
0.06	942	998	1000	...	...	...	...	...	...	0.06
0.08	923	997	1000	...	...	...	...	...	...	0.08
0.10	905	995	1000	...	...	...	...	...	...	0.10
0.15	861	990	999	1000	...	...	...	...	...	0.15
0.20	819	982	999	1000	...	...	...	...	...	0.20
0.25	779	974	998	1000	...	...	...	...	...	0.25
0.30	741	963	996	1000	...	...	...	...	...	0.30
0.35	705	951	994	1000	...	...	...	...	...	0.35
0.40	670	938	992	999	1000	...	...	...	...	0.40
0.45	638	925	989	999	1000	...	...	...	...	0.45
0.50	607	910	986	998	1000	...	...	...	...	0.50
0.55	577	894	982	998	1000	...	...	...	...	0.55
0.60	549	878	977	997	1000	...	...	...	...	0.60
0.65	522	861	972	996	999	1000	...	...	...	0.65
0.70	497	844	966	994	999	1000	...	...	...	0.70
0.75	472	827	959	993	999	1000	...	...	...	0.75
0.80	449	809	953	991	999	1000	...	...	...	0.80
0.90	407	772	937	987	998	1000	...	...	...	0.90
1.00	368	736	920	981	996	999	1000	...	...	1.00
1.10	333	699	900	974	995	999	1000	...	...	1.10
1.20	301	663	879	966	992	998	1000	...	...	1.20
1.30	273	627	857	957	989	998	1000	...	...	1.30
1.40	247	592	833	946	986	997	999	1000	...	1.40
1.50	223	558	809	934	981	996	999	1000	...	1.50
1.60	202	525	783	921	976	994	999	1000	...	1.60
1.70	183	493	757	907	970	992	998	1000	...	1.70
1.80	165	463	731	891	964	990	997	999	1000	1.80
1.90	150	434	704	875	956	987	997	999	1000	1.90
2.00	135	406	677	857	947	983	995	999	1000	2.00
2.10	122	380	650	839	938	980	994	999	1000	2.10
2.20	111	355	622	819	927	974	993	998	1000	2.20
2.30	100	331	596	799	916	970	990	997	999	2.30
2.40	091	308	570	779	904	964	988	997	999	2.40
2.50	082	287	544	758	891	958	986	996	999	2.50
2.60	074	267	518	736	877	951	983	995	999	2.60
2.70	067	249	494	714	863	943	979	993	998	2.70
2.80	061	231	469	692	848	935	976	992	998	2.80
2.90	055	215	446	670	832	926	971	990	997	2.90
3.00	050	199	423	647	815	916	966	988	996	3.00
3.10	045	185	401	625	798	906	961	986	995	3.10
3.20	041	171	380	603	781	895	955	983	994	3.20
3.30	037	159	359	580	763	883	949	980	993	3.30
3.40	033	147	340	558	744	871	942	977	992	3.40
3.50	030	136	321	537	725	858	935	973	990	3.50
3.60	027	126	303	515	706	844	927	969	988	3.60
3.70	025	116	285	494	687	830	918	965	986	3.70
3.80	022	107	269	473	668	816	909	960	984	3.80
3.90	020	099	253	453	648	801	899	955	981	3.90
4.00	018	092	238	433	629	785	889	949	979	4.00
4.10	017	085	224	414	609	769	879	943	976	4.10
4.20	015	078	210	395	590	753	867	936	972	4.20
4.30	014	072	197	377	570	737	856	929	968	4.30
4.40	012	066	185	359	551	720	844	921	964	4.40
4.50	011	061	174	342	532	703	831	913	960	4.50
4.60	010	056	163	326	513	686	818	905	955	4.60
4.70	009	052	152	310	495	668	805	896	950	4.70
4.80	008	048	143	294	476	651	791	887	944	4.80
4.90	007	044	133	279	458	634	777	877	938	4.90

np \ c	0	1	2	3	4	5	6	7	8	np
5.00	007	040	125	265	440	616	762	867	932	5.00
5.10	006	037	116	251	423	598	747	856	925	5.10
5.20	006	034	109	238	406	581	732	845	918	5.20
5.30	005	031	102	225	390	563	717	833	911	5.30
5.40	004	029	095	213	373	546	702	822	903	5.40
5.50	004	027	088	202	358	529	686	809	894	5.50
5.60	004	024	082	191	342	512	670	797	886	5.60
5.70	003	022	077	180	327	495	654	784	877	5.70
5.80	003	021	072	170	313	478	638	771	867	5.80
5.90	003	019	067	160	299	462	622	758	857	5.90
6.00	002	017	062	151	285	446	606	744	847	6.00
6.10	002	016	058	143	272	430	590	730	837	6.10
6.20	002	015	054	134	259	414	574	716	826	6.20
6.30	002	013	050	126	247	399	558	702	815	6.30
6.40	002	012	046	119	235	384	542	687	803	6.40
6.50	002	011	043	112	224	369	527	673	792	6.50
6.60	001	010	040	105	213	355	511	658	780	6.60
6.70	001	009	037	099	202	341	495	643	767	6.70
6.80	001	009	034	093	192	327	480	628	755	6.80
6.90	001	008	032	087	182	314	465	614	742	6.90
7.00	001	007	030	082	173	301	450	599	729	7.00
7.20	001	006	025	072	156	276	420	569	703	7.20
7.40	001	005	022	063	140	253	392	539	676	7.40
7.60	000	004	019	055	125	231	365	510	648	7.60
7.80	...	004	016	048	112	210	338	481	620	7.80
8.00	...	003	014	042	100	191	313	453	593	8.00
8.20	...	003	012	037	089	174	290	425	565	8.20
8.40	...	002	010	032	079	157	267	399	537	8.40
8.60	...	002	009	028	070	142	246	373	509	8.60
8.80	...	001	007	025	062	128	226	348	482	8.80
9.00	...	001	006	021	055	116	207	324	456	9.00
9.20	...	001	005	018	049	104	189	301	430	9.20
9.40	...	001	004	016	043	093	173	279	404	9.40
9.60	...	001	004	014	038	084	157	258	380	9.60
9.80	...	001	003	012	033	075	143	239	356	9.80
10.00	...	001	003	010	029	067	130	220	333	10.00
10.20	...	000	002	009	025	060	119	202	311	10.20
10.40	...	...	002	008	022	053	107	187	290	10.40
10.60	...	...	002	007	020	048	097	172	271	10.60
10.80	...	...	001	006	018	042	087	157	252	10.80
11.00	...	...	001	005	015	038	079	143	232	11.00
11.20	...	...	001	004	013	033	071	131	215	11.20
11.40	...	...	001	004	012	029	064	119	198	11.40
11.60	...	...	001	003	010	026	057	108	183	11.60
11.80	...	...	001	003	009	023	051	099	169	11.80
12.00	...	...	001	002	008	020	046	090	155	12.00
12.20	...	...	000	002	007	018	041	081	142	12.20
12.40	...	...	...	002	006	016	037	073	131	12.40
12.60	...	...	...	001	005	014	033	066	120	12.60
12.80	...	...	...	001	004	012	029	060	110	12.80
13.00	...	...	...	001	004	011	026	054	100	13.00
13.20	...	...	...	001	003	009	023	049	092	13.20
13.40	...	...	...	001	003	008	020	044	084	13.40
13.60	...	...	...	001	002	007	018	040	077	13.60
13.80	...	...	...	001	002	006	016	036	070	13.80
14.00	...	...	...	000	002	006	014	032	062	14.00
14.20	...	...	...	...	002	005	013	029	057	14.20
14.40	...	...	...	...	001	004	011	026	052	14.40
14.60	...	...	...	...	001	004	010	024	048	14.60
14.80	...	...	...	...	001	003	009	021	043	14.80
15.00	...	...	...	...	001	003	008	018	037	15.00

A continuación se presenta un ejemplo práctico de construcción de una curva CO mediante el método descrito, haciendo uso de la tabla 2.1.

Ejemplo 2.5

Supóngase que un receptor de producto terminado adopta el plan de muestreo simple siguiente:

a. Recibe lotes de ciertos artículos con 1000 unidades c/u.

b. Extrae de cada lote una muestra aleatoria de 20 artículos.

c. Si la muestra extraída contiene dos o más artículos defectuosos, rechaza el lote. De no ser así, lo acepta.

Constrúyase la curva CO correspondiente.

Solución

Puesto que el tamaño de los lotes es grande, se pueden aproximar adecuadamente las probabilidades de aceptación mediante la distribución de Poisson. Para ello, se considera en la práctica que con los valores

$$P\ (A;\ p) = 0.98,\ 0.95,\ 0.70,\ 0.50,\ 0.20,\ 0.10,\ 0.05,\ 0.02$$

se puede definir suficientemente bien la curva CO.

Para construir la curva del plan de muestreo simple indicado, considérese que c = 1 y n = 20. En la columna para la cual c = 1 en la tabla 2.1, se puede ver que el valor más cercano a 980 (0.98 de probabilidad) es 982. Para dicho valor, el correspondiente de np es 0.2, siendo por lo tanto $p = \frac{np}{n} = \frac{0.2}{20} = 0.01$.

El valor más cercano a 950 (0.95 de probabilidad) es en la tabla el 951. Para este valor, np = 0.35 y $p = \frac{0.35}{20} = 0.0175$.

Siguiendo el procedimiento anterior, se llega a

P (A;p)	np	p
1.000	0.00	0.000
0.982	0.20	0.010
0.951	0.35	0.0175
0.699	1.10	0.055
0.493	1.70	0.085
0.199	3.00	0.150
0.099	3.90	0.195
0.052	4.70	0.235
0.021	5.80	0.290
0.000	20.00	1.000

En la Fig 2.2 siguiente se presenta la curva caracterís tica de operación correspondiente al problema.

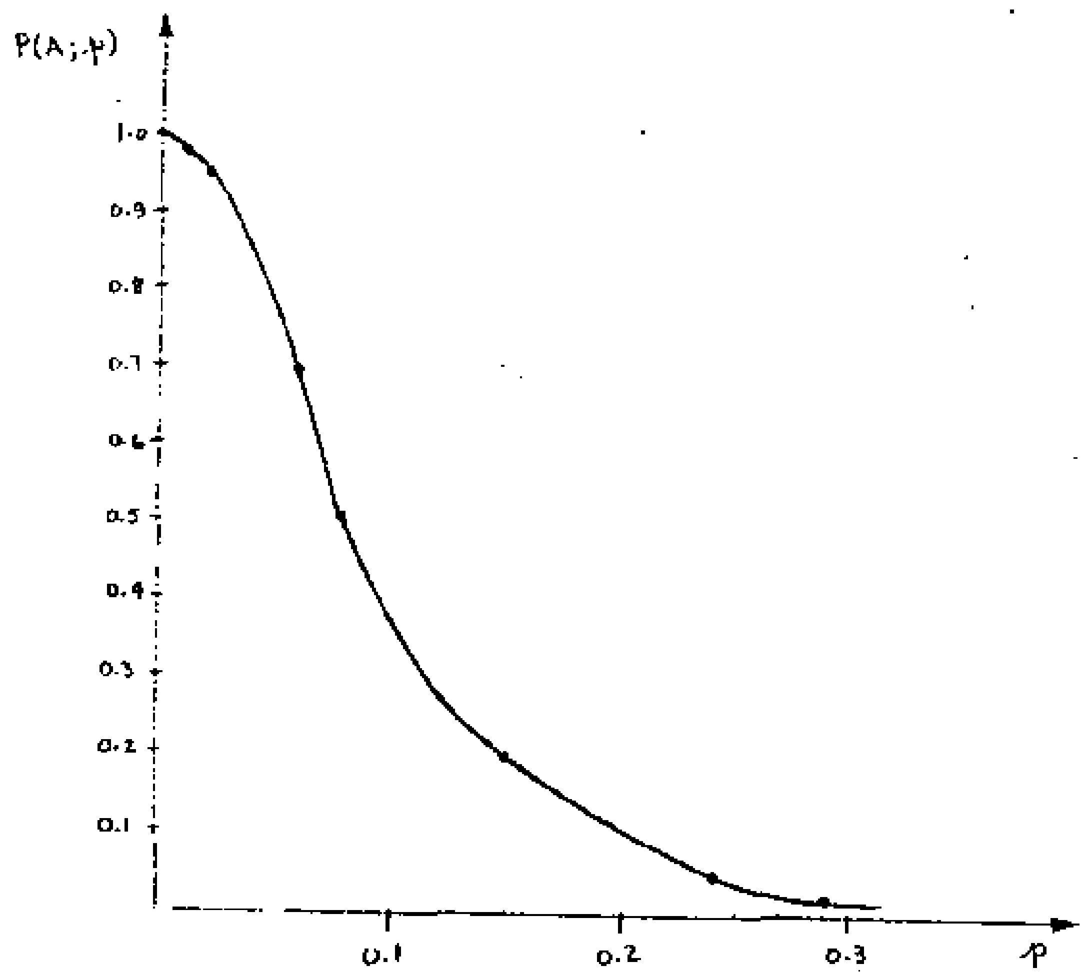


Fig 2.2 Curva característica de operación para plan de muestreo simple con lote grande, c = 1 y n = 20.

2.5 Riesgos en el muestreo de aceptación

Al realizarse los muestreos de aceptación, el productor y el receptor de lotes de artículos tienen intereses distintos al definir un plan de muestreo. El productor puede pedir que la probabilidad, α, de rechazar un lote "bueno" o "aceptable" sea pequeña. Por su parte, el receptor puede exigir que la probabilidad de aceptar un lote "malo" o "no aceptable" sea una cantidad pequeña β.

Para cumplir con ambos compromisos, supóngase que productor y receptor deciden que un lote para el cual p es menor o igual que ciero número p_o es un *lote aceptable*, en tanto que un lote para el que p es mayor o igual que cierto número p_1 $(p_1 > p_o)$ es un lote *no aceptable*, es decir

Si $\quad p \leq p_o \quad$ lote aceptable

Si $\quad p \geq p_1 \quad$ lote no aceptable

De acuerdo con lo anterior, α es la probabilidad de rechazar un lote con $p \leq p_o$ y se llama *riesgo del productor*, correspondiendo al error de tipo I que se comete al probar una hipótesis estadística. Por otra parte, β es la probabilidad de aceptar un lote con $p \geq p_1$, se llama *riesgo del receptor*, y corresponde al error de tipo II que se comete al realizar una prueba de hipótesis.

A p_o se le acostumbra llamar *nivel de calidad aceptable* (NCA), y a p_1 *nivel de calidad rechazable* (NCR), o *porcentaje de defectuosos tolerable en un lote* (PDTL). A un lote con $p_o < p < p_1$ se le llama *lote indiferente*.

En la práctica es usual que el acuerdo entre productor y receptor establezca lo siguiente

$$\alpha = \text{Riesgo del productor} \approx 1 - P(A;\ p)_{0.95} = 0.05$$

$$\beta = \text{Riesgo del receptor} \approx P\ (A;\ p)_{0.10} = 0.10$$

Ejemplo 2.6

Para un plan de muestreo simple en el que n = 300 y c = 5, obténganse los valores de p_o y p_1.

Solución

Empleando la tabla 2.1, y considerando los valores P (A; p) que definen adecuadamente a la curva CO, se obtiene:

P (A;p)	np	p
1.000	0.00	0.0000
0.980	2.10	0.0070
0.951	2.60	0.0087
0.703	4.50	0.0150
0.495	5.70	0.0190
0.210	7.80	0.0260
0.104	9.20	0.0307
0.048	10.60	0.0353
0.020	12.00	0.0400
0.000	300.00	1.0000

De acuerdo con la tabla, se tiene que

$$\alpha = 1 - P(A;\ p)_{0.951} = 0.0499\ ;\ p_o = 0.0087$$

$$\beta = P(A;\ p)_{0.104} = 0.104\ ;\ p_1 = 0.0307$$

En la Fig 2.3 que se presenta a continuación, se muestra la curva CO del plan simple en cuestión, así como los valores del NCA y del NCR.

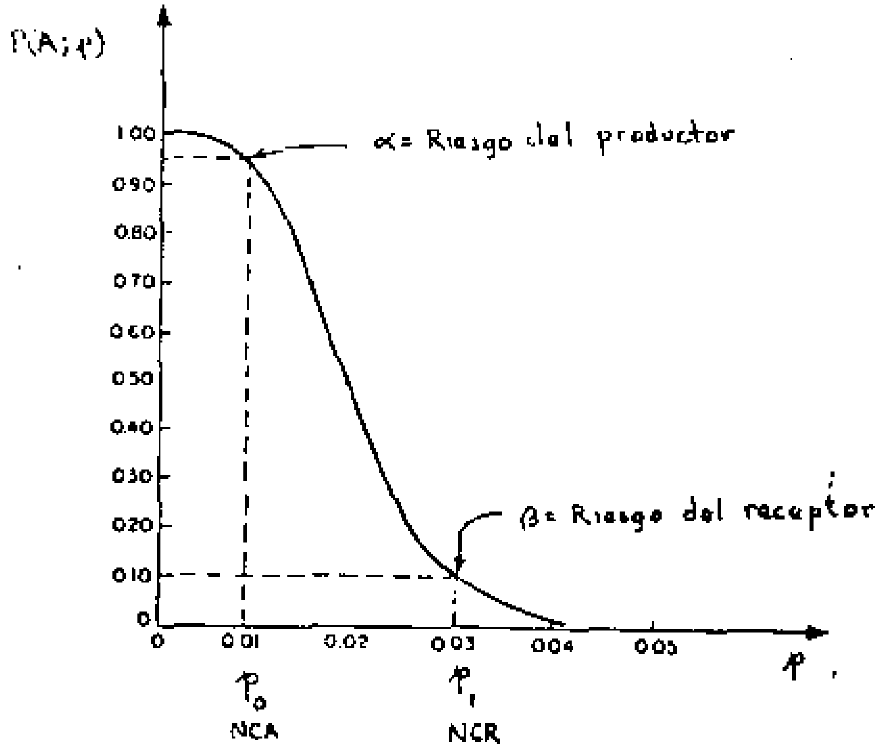


Fig 2.3 Curva CO para plan de muestreo simple con n = 300 y c = 5.

2.6 Cálculo de n y c a partir de p_0, p_1, α y β.

Al observar la Fig 2.3 se puede concluir que los puntos $(p_0, 1-\alpha)$ y (p_1, β) se localizan en la curva CO. Tomando ello en cuenta, existe un método iterativo aproximado para determinar los valores de n y c, considerando conocidos los de p_0, p_1, α y β, de manera que la curva CO pase muy cerca de los puntos mencionados. Dicho procedimiento se expondrá en el ejemplo que sigue, haciendo uso de la tabla 2.1.

Ejemplo 2.7

Para cierto plan de muestreo simple, se fijan los riesgos siguientes:

a. Productor: Aquellos lotes que contengan un 1% de artículos defectuosos se rechazarán en el 5% de los casos.

b. Receptor: Los lotes que contengan un 6% de artículos defectuosos se aceptarán en el 10% del total de casos.

¿Cuáles son los valores del tamaño de la muestra y del número de aceptación que se deben emplear para dicho plan?

Solución

De acuerdo con los datos del problema, se desprende que

$$\alpha = 0.05 \quad ; \quad p_o = 0.01$$

$$\beta = 0.10 \quad ; \quad p_1 = 0.06$$

a. Se considera c = 0, con lo cual, de la Tabla 2.E,

np_o (para $\alpha = 0.05$ o $P(A; 0.01) = 0.95$) $\doteq 0.05$

np_1 (para $\beta = 0.10$) $= 2.30$

Entonces

$$n_\alpha = \frac{np_o}{p_o} = \frac{0.05}{0.01} = 5$$

$$n_\beta = \frac{np_1}{p_1} = \frac{2.30}{0.06} = 38$$

Obviamente, se debe verificar que $n_\alpha = n_\beta$; no siendo este el caso, se hace ahora $c = 1$.

b. Se considera $c = 1$, obteniéndose ahora de la tabla 2.1 lo siguiente

$$np_o \text{ (para } \alpha = 0.05) \doteq 0.35$$

$$np_1 \text{ (para } \beta = 0.10) \doteq 3.90$$

Por lo tanto

$$n_\alpha = \frac{0.35}{0.01} = 35$$

$$n_\beta = \frac{3.90}{0.06} = 65$$

Tampoco se verifica que $n_\alpha = n_\beta$; por lo tanto, se hace $c = 2$.

c. Se considera $c = 2$, y

$$np_0 \text{ (para } \alpha = 0.05) \doteq 0.82$$

$$np_1 \text{ (para } \beta = 0.10) \doteq 5.32$$

Ahora, se tiene que

$$n_\alpha = \frac{0.82}{0.01} = 82$$

$$n_\beta = \frac{5.30}{0.06} = 88$$

Ahora n_α y n_β se parecen bastante, pero aún no son iguales. Por lo tanto, se hace $c = 3$ para saber si la diferencia se hace más pequeña.

d. Se considera $c = 3$, y se obtiene

$$np_0 \text{ (para } \alpha = 0.05) \doteq 1.37$$

$$np_1 \text{ (para } \beta = 0.10) \doteq 6.68$$

Luego

$$n_\alpha = \frac{1.37}{0.01} = 137$$

$$n_\beta = \frac{6.68}{0.06} = 112$$

Se observa que ahora la diferencia se hace más grande, por lo que el valor real de n se debe encontrar entre 82 y 88 elementos para c = 2. Con el fin de ajustar adecuadamente el valor de n, se puede hacer

$$n = \frac{n_\alpha + n_\beta}{2} = \frac{82 + 88}{2} = 85$$

Por lo tanto, el plan de muestreo simple es el siguiente

$$\alpha = 0.05 \quad ; \quad \beta = 0.10$$

$$p_o = 0.01 \quad ; \quad p_1 = 0.06$$

$$n = 85 \quad ; \quad c = 2$$

cuya curva CO se muestra en la Fig 2.4.

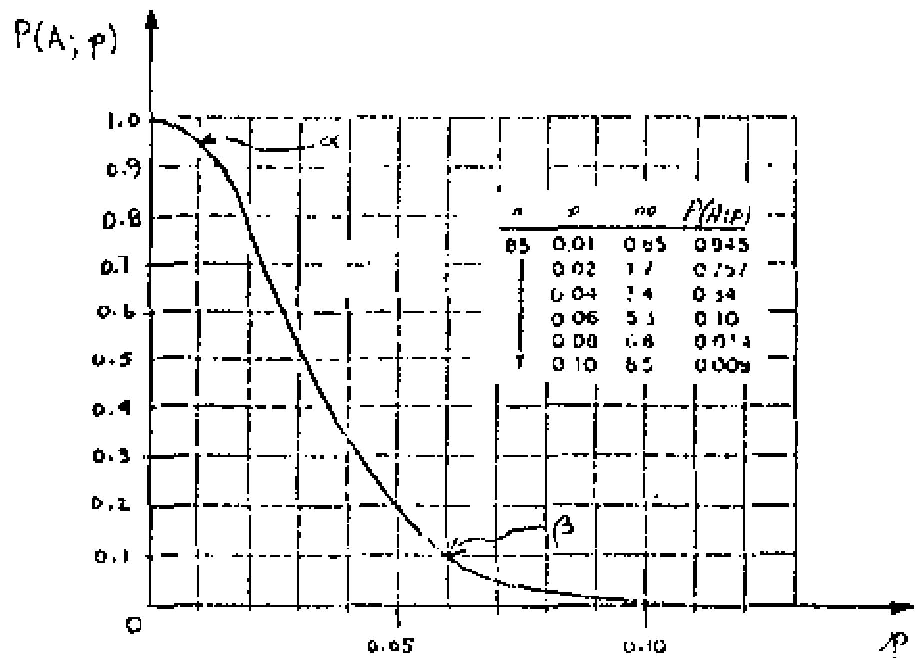


Fig 2.4   Curva CO ajustada para α, β, p_o y p_1 conocidos.

2.7 Comentarios sobre la curva CO

Al comparar las curvas CO de las Figs 2.3 y 2.4, se puede observar que, no obstante el número más grande de artículos defectuosos que permite en la muestra el plan de muestreo asociado a la curva CO de la Fig 2.3, se trata de un mejor plan de aceptación de lotes, en el sentido de que proporciona riesgos más favorables al receptor.

En efecto, ambos planes consideran $\alpha = 0.05$, $\beta = 0.10$ y $p_o \approx 0.01$, pero el plan de la Fig 2.4 aceptará lotes con 6% de defectuosos ($p_1 \approx 0.06$) en el 10% del total de casos, en tanto que el de la Fig 2.3 aceptará lotes con 3% de defectuosos ($p_1 \approx 0.03$)

en el mismo número de casos.

En muchas ocasiones no se comprende con claridad el porqué de un número de aceptación mayor de cero en los planes de muestreo. Si se observa la Fig 2.5, se puede apreciar que las curvas CO (a), (b) y (c) corresponden a planes de muestreo que evitan los artículos defectuosos en la muestra (c = 0), pero que tienen riesgos de productor y receptor distintos. Los planes de las curvas CO (d) y (e) consideran 4 y 7 defectuosos en la muestra, respectivamente.

Se observa que las curvas CO con c = 0 se caracterizan por patrones cóncavos, en tanto que aquellas con c ≠ 0 semejan curvas S invertidas.

Los planes de muestreo con c = 0 usualmente penalizan más al productor. Asimismo, aquellos planes en que c es mayor de cero proporcionan riesgos más favorables al productor o al receptor, y en muchos casos a ambos.

Se puede afirmar que el riesgo para el receptor se hace más pequeño conforme se incrementa el tamaño de la muestra, en tanto que el riesgo para el productor decrece conforme se permiten uno o más artículos defectuosos en la misma. Esto se puede aclarar si se observan los riesgos en las curvas (c) y (d) de la Fig 2.5.

Las curvas (d) y (e) consideran esencialmente el mismo riesgo para el productor (NCA ≈ 0.01 en α = 0.05), pero la (e) considera un tamaño de muestra mayor, por lo que el receptor corre un riesgo menor. La curva (f) corresponde a la curva ideal CO, ya que ese plan de muestreo acepta todos los lotes con uno por ciento o menos de artículos defectuosos, y rechaza todos los lotes que contengan más del 1% de defectuosos. Dicha curva obviamente no se puede obtener con las técnicas usuales de muestreo de aceptación.

Lo anterior indica que un plan de muestreo simple será más efectivo en tanto su curva CO correspondiente se asemeje más a la curva ideal de operación.

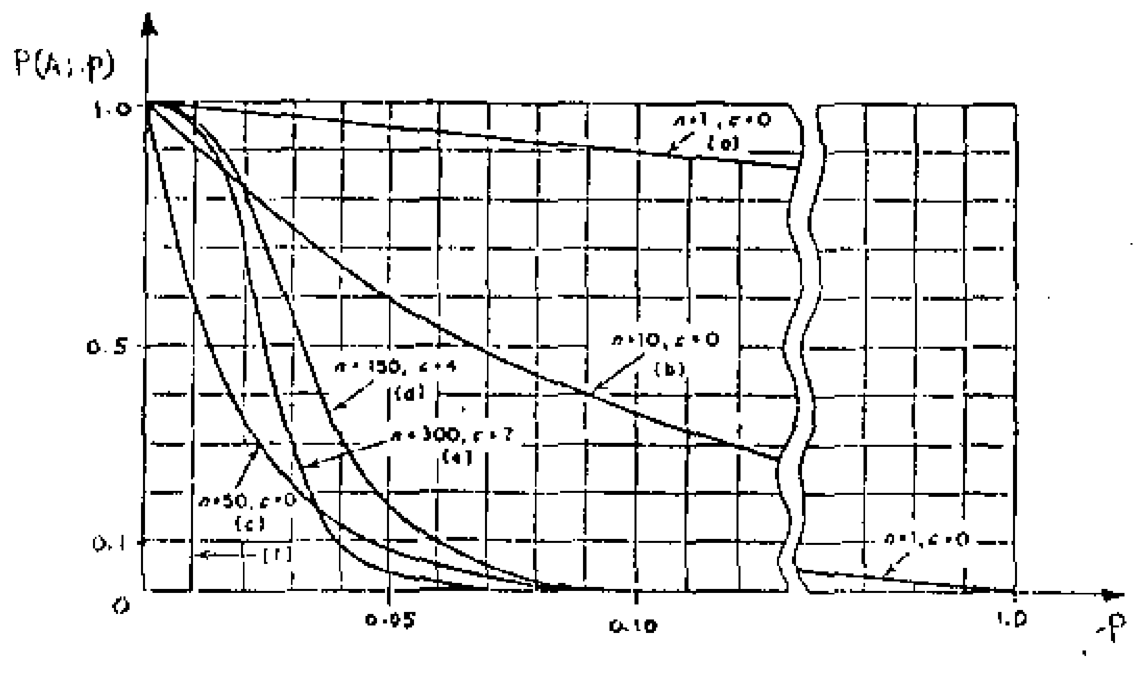


Fig 2.5 Distintos planes de muestreo con $c = 0$ y $c \neq 0$.

3. Plan de muestreo doble

Un plan de muestreo simple requiere que se tome una decisión sobre la aceptación o rechazo de un lote tomando como base la evidencia de *una* muestra extraída del mismo.

Sin embargo, un *plan de muestreo doble* implica la posibilidad de posponer la decisión sobre la aceptación o rechazo de un lote hasta que *una segunda* muestra haya sido extraída. Dicho lote podrá ser aceptado inmediatamente si la primera muestra es muy buena, o rechazado enseguida si la primera muestra es bastante mala. Si la primera muestra no es ni muy buena ni muy mala, la decisión se basa en la evidencia de la primera y segunda muestras combinadas.

En general, los planes de muestreo doble conducen a menos inspección total que los planes sencillos, y también proporcionan la ventaja sicológica que conlleva la idea de dar una segunda oportunidad a los lotes dudosos.

3.1 Símbolos en el muestreo doble

Los siguientes son los símbolos empleados en conexión con el muestreo doble:

N = tamaño del lote

n_1 = tamaño de la primera muestra

c_1 = número de aceptación para la primera muestra

n_2 = tamaño de la segunda muestra

$n_1 + n_2$ = tamaño de la muestra combinada

c_2 = número de aceptación para la muestra combinada

3.2 Interpretación del plan de muestreo doble

Considérese un plan de muestreo doble para el cual se fijan los valores de N, n_1, c_1, n_2 y c_2 ($c_2 > c_1$). La interpretación del proceso que se realiza con dicho plan es la siguiente:

a. Se inspecciona una primera muestra de tamaño n_1 extraída del lote de tamaño N.

b. Se acepta el lote si la muestra anterior contiene c_1 o menos artículos defectuosos.

c. Se rechaza el lote si el número de defectuosos en la muestra excede el valor c_2

d. Si la primera muestra contiene $c_1 + 1$, $c_1 + 2$, ... o c_2 artículos defectuosos, se extrae e inspecciona una segunda con n_2 elementos.

e. Se acepta el lote sobre la base de la muestra combinada con $n_1 + n_2$ elementos si dicha muestra contiene c_2 artículos defectuosos o menos.

f. Se rechaza el lote si la muestra combinada contiene más de c_2 defectuosos.

3.2 Curva CO de un plan de muestreo doble

De acuerdo con lo que se ha explicado, existen cuatro posibilidades de que se acepte o se rechace un lote sometido para muestreo doble. Dichas posibilidades son

a. Aceptación después de la primera muestra.

b. Rechazo después de la primera muestra.

c. Aceptación después de la segunda muestra.

d. Rechazo después de la segunda muestra

Tomando como base lo anterior, se explicará a través del ejemplo siguiente la forma como se construye la curva CO para el plan de muestreo doble.

Ejemplo 3.1

Considérese el plan de muestreo doble para el cual el tamaño del lote es muy grande, $n_1 = 50$, $c_1 = 1$, $n_2 = 100$ y $c_2 = 3$.

constrúyase la curva CO correspondiente.

Solución

Para determinar los puntos de la curva CO, es necesario calcular las probabilidades de que si se toma una segunda muestra el lote sea aceptado, para diversos valores de p. Para ilustrar lo anterior considérese inicialmente el valor $p = 0.02$.

Entonces, un lote puede ser aceptado según el plan anterior en cualquiera de las formas siguientes:

a. un defectuoso o menos en la primera muestra

b. dos defectuosos en la primera muestra, seguido de cero o un defectuoso en la segunda muestra

c. tres defectuosos en la primera muestra, seguidos de cero defectuosos en la segunda muestra.

La probabilidad de aceptar un lote es entonces igual a la suma de las probabilidades de estos diferentes modos por los cuales puede ser aceptado.

Inicialmente, se deben calcular las probabilidades de tener uno o menos, dos o menos y tres o menos defectuosos en la primera muestra. Lo anterior equivale a considerar un plan de muestreo simple, para el cual $n_1 = 50$ y $c = 1, 2, 3$. A continua ción se deben calcular las probabilidades de tener exactamente dos y tres defectuosos en la primera muestra.

Entonces, con $n_1p = 50(0.02) = 1.00$, se obtiene, empleando la tabla 2.1 y siendo X el número de elementos defectuosos

$$P\{X \leq 1\}_1 = 0.736 \quad ; \quad c = 1 \; , \; n_1p = 1.00$$

$$P\{X \leq 2\}_1 = 0.920 \quad ; \quad c = 2 \; , \; n_1p = 1.00$$

$$P\{X \leq 3\}_1 = 0.981 \quad ; \quad c = 3 \; , \; n_1p = 1.00$$

y

$$P\{X = 2\}_1 = P\{X \leq 2\}_1 - P\{X \leq 1\}_1 = 0.920-0.736 = 0.184$$

$$P\{X = 3\}_1 = P\{X \leq 3\}_1 - P\{X \leq 2\}_1 = 0.981-0.920 = 0.061$$

El subíndice fuera de la llave indica que la probabilidad del evento se calcula con base en la primera muestra.

Ahora bien, si en la primera muestra hay dos defectuosos, los cálculos relacionados con la segunda muestra deberán basarse en $n_2p = 100(0.02) = 2$. El tomar la segunda muestra e inspeccionarla equivale, para efectos de los cálculos, a considerar un nuevo plan de muestreo simple para el resto del lote con número de aceptación igual a 1, ya que este elemento, sumado a los dos defectuosos considerados, permite la aceptación del lote.

Por lo tanto,

$$P\{X \leq 1\}_2 = 0.406 \quad ; \quad c = 1, \quad n_2p = 2$$

Si en la primera muestra hay tres defectuosos, los cálculos para la segunda muestra se deben basar en $n_2p = 100(0.02)$ y un número de aceptación igual a cero, es decir

$$P\{X \leq 0\}_2 = 0.135 \quad ; \quad c = 0 \ , \ n_2p = 2$$

La probabilidad de aceptación es, empleando el concepto de independencia de eventos, la suma de las probabilidades siguientes:

P {un defectuoso o menos en la primera muestra} $= P\{X \leq 1\}_1 = 0.736$

+ P {dos defectuosos en la primera muestra, seguidos de cero o un defectuoso en la segunda} $= P\{X = 2\}_1 \ P\{X \leq 1\}_2 = (0.184)(0.406) =$

$= 0.075$

+ P {tres defectuosos en la primera muestra, seguidos de cero defectuosos en la segunda} $= P\{X = 3\}_1 \ P\{X \leq 0\}_2 = (0.061)(0.135) =$

$= 0.008$

Entonces,

$$P(A;\ 0.02) = 0.736 + 0.075 + 0.008 = 0.819$$

es decir, el punto (0.02, 0.819) se encuentra sobre la curva CO del plan de muestreo doble.

En la forma descrita anteriormente, se pueden calcular también los puntos restantes para definir la curva CO, quedando finalmente

P (A; p)	p
0.98	0.012
0.95	0.015
0.82	0.020
0.70	0.027
0.50	0.037
0.20	0.063
0.10	0.080
0.05	0.100
0.02	0.136

La gráfica de la curva CO correspondiente al plan de muestreo doble propuesto se presenta en la Fig 3.1

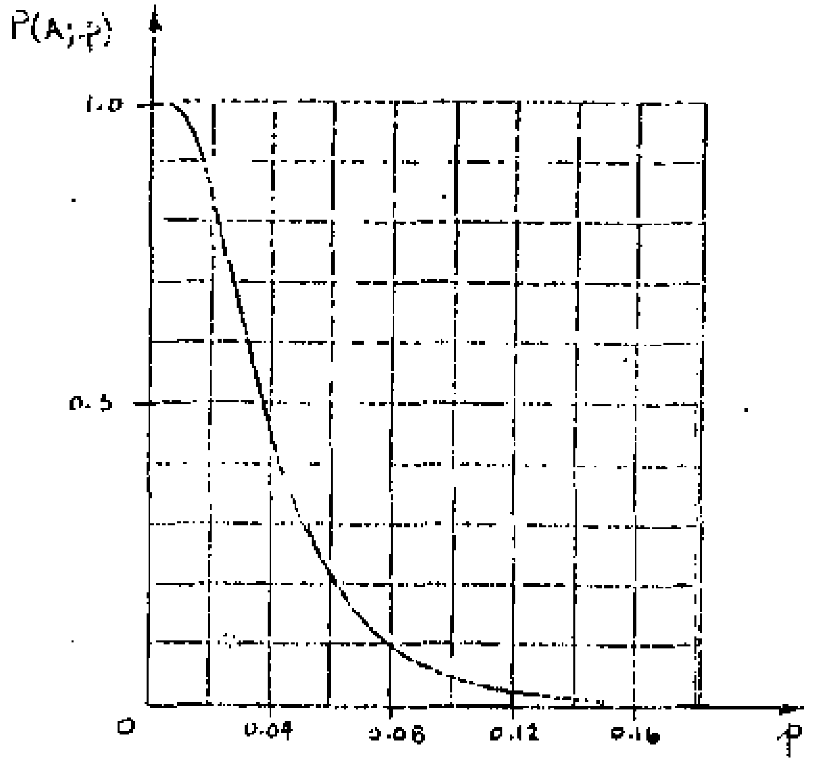


Fig 3.1 Curva CO para plan de muestreo doble con $n_1 = 50$, $c_1 = 1$, $n_2 = 100$, $c_2 = 3$.

4. Plan de muestreo múltiple

De la misma manera que los planes de muestreo doble pueden diferir la decisión sobre la aceptación o rechazo de un lote hasta que haya sido tomada una segunda muestra, otros planes pueden permitir la extracción de cierto número de muestras antes de que una decisión sea tomada.

Los planes de *muestreo múltiple* son usados cuando se permite la extracción de tres o más muestras de un tamaño preestablecido, y cuando la decisión sobre la aceptación o rechazo de un lote se debe tomar después de la séptima muestra extraída, considerando que no es permitida la aceptación de ese lote con la evidencia obtenida de la primera muestra.

4.1 Interpretación de un plan de muestreo múltiple

Considérese el siguiente plan de muestreo múltiple

Número de la muestra	Tamaño de la muestra individual	Tamaño de la muestra combinada	Número de aceptacion, c	Número de rechazo, r
1	20	20	-	2
2	20	40	0	3
3	20	60	1	3
4	20	80	2	4
5	20	100	2	4
6	20	120	2	4
7	20	140	3	4

La forma de interpretar el plan anterior es la siguiente:

a. Se extrae e inspecciona una muestra de 20 elementos. Si dos o más son defectuosos, se rechaza el lote; si hay uno o cero defectuosos, se extrae e inspecciona una segunda muestra de 20 elementos. (La aceptación del lote no se permite con la primera muestra.)

b. Si en la muestra combinada (20 + 20 = 40) no hay ningún defectuoso, se acepta el lote; si 3 o más artículos son defectuosos se rechaza. De encontrarse uno o dos defectuosos, se toma una tercera muestra de 20 elementos.

c. Si en la muestra combinada (40 + 20 = 60) hay un defectuoso, se acepta el lote; si 3 o más artículos son defectuosos, se rechaza. De encontrarse dos defectuosos, se toma una cuarta muestra de 20 elementos.

d. Si en la muestra combinada (60 + 20 = 80) hay dos defectuosos, se acepta el lote; si 4 o más son defectuosos, se rechaza. De encontrarse tres defectuosos, se toma una quinta muestra de 20 elementos.

.

.

.

g. Si en la muestra combinada (120 + 20 = 140) hay tres defectuosos, se acepta el lote. Si hay cuatro defectuosos o más, se rechaza.

4.2 Curva CO de un plan de muestreo múltiple

La curva característica de operación de un plan de muestreo múltiple se puede obtener siguiendo un procedimiento semejante al empleado en el caso del muestreo doble, haciendo uso de probabilidades condicionales y suponiendo la descomposición del plan múltiple en varios planes sencillos. Desde luego, el cálculo de las probabilidades de aceptación es bastante más complejo, pero el razonamiento es básicamente el mismo.

A continuación, se describirá mediante un ejemplo el procedimiento para la construcción de la curva Co.

Ejemplo 4.1

Considérese el plan de muestreo múltiple descrito anteriormente, y constrúyase la curva CO correspondiente, suponiendo un lote de tamaño grande.

Solución

Los siguientes cálculos corresponden a un solo punto de la curva, para el cual p = 0.02. Cada una de las muestras contiene 20 artículos, por lo que para cada una de llas se tendrá np = 20(0.02) = 0.4. Entrando con este valor a la tabla 2.1, y considerando que X denota el número de artículos defectuosos, se obtienen, también para cada muestra, las probabilidades incondicionales siguientes:

$$P_0 = P\{X = 0\} = P\{X \leq 0\} = 0.670$$

$$P_1 = P\{X = 1\} = P\{X \leq 1\} - P\{X \leq 0\} = 0.938 - 0.670 = 0.268$$

$$P_2 = P\{X = 2\} = P\{X \leq 2\} - P\{X \leq 1\} = 0.992 - 0.938 = 0.054$$

Tomando en cuenta que A = aceptación, R = rechazo y CM = continúa muestreo, se hace enseguida el análisis muestra por muestra para obtener la probabilidad P (A; 0.02).

a. Muestra 1 (M1)

número de aceptación = c = no hay

número de rechazo = r = 2

0 def M1 → P_0 = 0.670 → CM (0 def)

1 def M1 → P_1 = 0.268 → CM (1 def)

2 def M1 → → R (2 def)

Probabilidad de aceptación = 0.000

b. Muestra 2 (M2)

c = 0

r = 3

0 def M1, 0 def M2 → P_{00} = (0.670)(0.670) = 0.449 → A (0 def)

0 def M1, 1 def M2 → P_{01} = (0.670)(0.268) = 0.1795 → CM (1 def)

0 def M1, 2 def M2 → P_{02} = (0.670)(0.054) = 0.0362 → CM (2 def)

0 def M1, 3 def M2 → → R (3 def)

1 def M1, 0 def M2 → P_{10} = (0.268)(0.670) = 0.1795 → CM (1 def)

1 def M1, 1 def M2 → P_{11} = (0.268)(0.268) = 0.0718 → CM (2 def)

1 def M1, 2 def M2 → → R (3 def)

Probabilidad de aceptación = 0.449

Nuevos valores:

P_1 = P {un defectuoso en M2} = 0.1795 + 0.1795 = 0.359

P_2 = P {dos defectuosos en M2} = 0.0362 + 0.0718 = 0.108

c. Muestra 3 (M3)

c = 1

r = 3

1 def M2, 0 def M3 → P_{10} = (0.359)(0.670) = 0.2405 → A (1 def)

1 def M2, 1 def M3 → P_{11} = (0.359)(0.268) = 0.0962 → CM (2 def)

1 def M2, 2 def M3 → → R (3 def)

2 def M2, 0 def M3 → P_{20} = (0.108)(0.670) = 0.0723 → CM (2 def)

2 def M2, 1 def M3 → → R (3 def)

Probabilidad de aceptación = 0.2405

Nuevo valor:

P_2 = P {dos defectuosos en M3} = 0.0962 + 0.0723 = 0.1685

d. Muestra 4 (M4)

c = 2

r = 4

2 def M3, 0 def M4 → P_{20} = (0.1685)(0.670) = 0.1129 → A (2 def)

2 def M3, 1 def M4 → P_{21} = (0.1685)(0.268) = 0.0451 → CM (3 def)

2 def M3, 2 def M4 → → R (4 def)

Probabilidad de aceptación = 0.1129

Nuevo Valor:

P_3 = P {3 defectuosos en M4} = 0.0451

e. Muestra 5 (M5)

c = 2

r = 4

3 def M4, 0 def M5 -> P_{30} = (0.0451)(0.670) = 0.0302 -> CM (3 def)

3 def M4, 1 def M5 -> -> R (4 def)

Probabilidad de aceptación = 0.000

Nuevo valor:

P_3 = P {3 defectuosos en M5} = 0.0302

f. Muestra 6 (M6)

c = 2

r = 4

3 def M5, 0 def M6 -> P_{30} = (0.0302)(0.670) = 0.0202 -> CM (3 def)

3 def M5, 1 def M6 -> -> R (4 def)

Probabilidad de aceptación = 0,000

Nuevo valor

P_3 = P {tres defectuosos en M6} = 0.0202

g. Muestra 7 (M7)

c = 3

r = 4

3 def M6, 0 def M7 $\Rightarrow$ P_{30} = (0.0202)(0.670) = 0.0135 $\Rightarrow$ A (3 def)

3 def M6, 1 def M7 $\Rightarrow$ $\Rightarrow$ R (4 def)

Probabilidad de aceptación = 0.0135

De acuerdo con lo anterior, la probabilidad de aceptación de un lote, sujeto al plan de muestreo múltiple propuesto con p = 0.02, es

$$P\ (A;\ 0.02) = 0.449 + 0.2405 + 0.1129 + 0.0135 = 0.8159$$

Siguiendo el método descrito, se pueden calcular los valores de las probabilidades de aceptación para distintos valores de p, con los cuales se definen los puntos necesarios para construir la curva característica de operación correspondiente, que se presenta en la Fig 4.1.

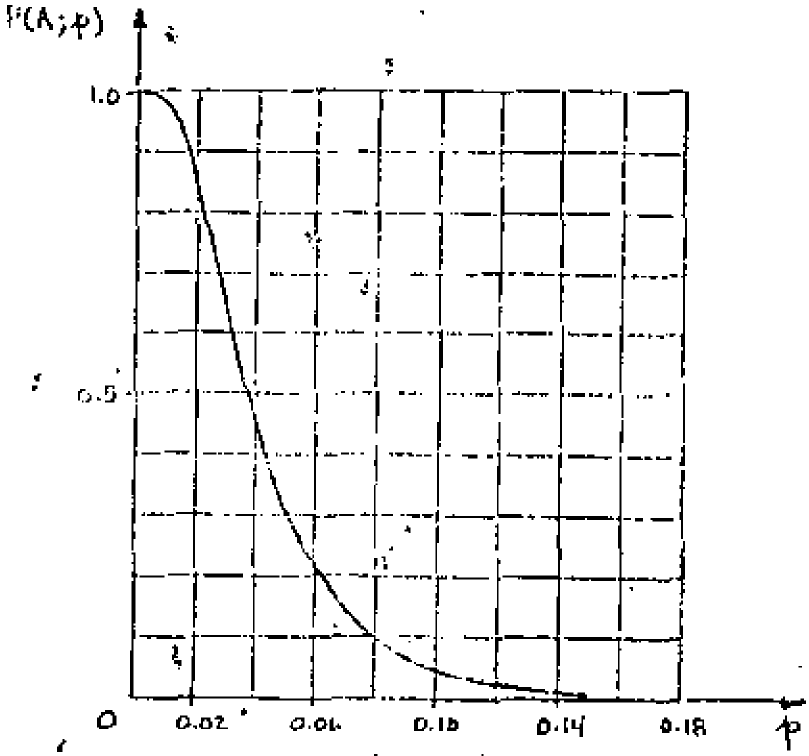


Fig. 4.1 Curva CO para un plan de muestreo múltiple

5. Ventajas y desventajas de los planes de muestreo simples, dobles y múltiples

En general, los tres esquemas de muestreo de aceptación que se han presentado se pueden ajustar para proporcionar a lotes con valores de p determinados prácticamente la misma probabilidad de ser aceptados; es decir, si se desea, se puede lograr que las curvas características de operación para los planes simples, dobles y múltiples sean muy parecidas.

No obstante lo anterior, puede suceder que un plan de muestreo de aceptación que ha dado buen resultado para un productor o producto, resulte no tan efectivo para otros. La efectividad de los distintos planes de muestreo expuestos se puede juzgar si se analizan las ventajas y desventajas de cada uno de ellos, en términos de cuatro factores importantes: El número medio de artículos inspeccionados, el costo de administración del plan, la aceptación por parte del productor y la información sobre calidad de los lotes obtenida a largo plazo. En la tabla 5.1 se compara la efectividad de los tres planes estudiados.

Los factores mencionados en la tabla 5.1 deben ser considerados al seleccionar un plan de muestreo. Por ejemplo, en aquellos casos en que el costo de inspección de cada artículo es elevado, la reducción en el número de artículos inspeccionados puede justificar el empleo del muestreo múltiple no obstante su gran complejidad y elevado costo de administración.

Por otro lado, el muestreo simple puede ser el adecuado si el costo de entrenamiento de personal es muy apreciable. Finalmente, si el problema es de acuerdo entre receptor y productor del plan a emplear, posiblemente la solución sea el muestreo doble, ya que es sicológicamente bien aceptado por ambas partes.

TABLA 5.1

COMPARACION ENTRE LOS PLANES DE
MUESTREO SIMPLE, DOBLE Y MULTIPLE

	Factor	Plan simple (PS)	Plan doble (PD)	Plan múltiple (PM)
a.	Número medio de artículos inspeccionados	El más grande de todos	De 5 a 40% menos que en PS	Aproximadamente 25% menos que en PD
b.	Costos de administración (entrenamiento, registros, personal, etc.)	El más bajo de todos	Mayor que el de PS	El más alto de todos
c.	Aceptación por parte del productor	Regular	Adecuada	Poca
d.	Información a largo plazo sobre calidad de los lotes	La mayor	Menos que en PS	La menor

Ejemplo [illegible].1 (con p = 0.02)

a. Muestra 1 (M1)

$c = 1$

$r = 4$

$np = 50(0.02) = 1.0$; $P_0 = 0.368$; $P_1 = 0.368$; $P_2 = 0.184$; $P_3 = 0.0$

0 def M1 $\rightarrow$	$P_0 = 0.368$	$\rightarrow$ A (0 def)
1 def M1 $\rightarrow$	$P_1 = 0.368$	$\rightarrow$ A (1 def)
2 def M1 $\rightarrow$	$P_2 = 0.184$	$\rightarrow$ CM (2 def)
3 def M1 $\rightarrow$	$P_3 = 0.061$	$\rightarrow$ CM (3 def)
4 def M1 $\rightarrow$		$\rightarrow$ R (4 def)

Probabilidad de aceptación = 0.736

b. Muestra 2 (M2)

$c = 3$

$r = 4$

$np = 100(0.02) = 2$; $P_0 = 0.135$ $P_1 = 0.271$; $P_2 = 0.271$; $P_3 = 0.1$

2 def M1, 0 def M2 $\rightarrow$	$P_{20} = (0.184)(0.135) = 0.0248$	$\rightarrow$ A (2 def)
2 def M1, 1 def M2 $\rightarrow$	$P_{21} = (0.184)(0.271) = 0.0498$	$\rightarrow$ A (3 def)
def M1, 2 def M2 $\rightarrow$		$\rightarrow$ R (4 def)
3 def M1, 0 def M2 $\rightarrow$	$P_{30} = (0.061)(0.135) = 0.0082$	$\rightarrow$ A (3 def)
3 def M1, 1 def M2 $\rightarrow$		$\rightarrow$ R (4 def)

Probabilidad de aceptación = 0.0828

$\therefore P(A;\ 0.02) = 0.736 + 0.0828 = 0.8188 \approx 0.819$

centro de educación continua
división de estudios de posgrado
facultad de ingeniería unam

CONTROL ESTADISTICO DE CALIDAD

MUESTREO E INSPECCION

Tablas MIL-STD-105 D

M. EN I. AUGUSTO VILLARREAL

OCTUBRE, 1979.

TABLA K. LETRAS CLAVE PARA EL TAMAÑO DE MUESTRAS —MIL-STD-105 (ESTÁNDAR ABC)

Tamaño del lote o partida	Niveles de inspección generales		
	I	II	III
2–8	A	A	B
9–15	A	B	C
16–25	B	C	D
26–50	C	D	E
51–90	C	E	F
91–150	D	F	G
151–280	E	G	H
281–500	F	H	J
501–1 200	G	J	K
1 201–3 200	H	K	L
3 201–10 000	J	L	M
10 001–35 000	K	M	N
35 001–150 000	L	N	P
150 001–500 000	M	P	Q
500 001 y más	N	Q	R

Letra clave para el tamaño de la muestra	Tamaño de la muestra	0.010 Ac Re	0.015 Ac Re	0.025 Ac Re	0.040 Ac Re	0.065 Ac Re	0.10 Ac Re	0.15 Ac Re	0.25 Ac Re	0.40 Ac Re	0.65 Ac Re	1.0 Ac Re	1.5 Ac Re	2.5 Ac Re	4.0 Ac Re	6.5 Ac Re	10 Ac Re	15 Ac Re	25 Ac Re	40 Ac Re	65 Ac Re	100 Ac Re	150 Ac Re	250 Ac Re	400 Ac Re	650 Ac Re	1000 Ac Re
		Niveles de calidad aceptable (inspección normal)																									
A	2	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	0 1	↑	↓	1 2	2 3	3 4	5 6	7 8	10 11	14 15	21 22	30 31
B	3	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	0 1	↑	↓	1 2	2 3	3 4	5 6	7 8	10 11	14 15	21 22	30 31	44 45
C	5	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	0 1	↑	↓	1 2	2 3	3 4	5 6	7 8	10 11	14 15	21 22	30 31	44 45	↑
D	8	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	0 1	↑	↓	1 2	2 3	3 4	5 6	7 8	10 11	14 15	21 22	30 31	44 45	↑	↑
E	13	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	0 1	↑	↓	1 2	2 3	3 4	5 6	7 8	10 11	14 15	21 22	30 31	44 45	↑	↑	↑
F	20	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	0 1	↑	↓	1 2	2 3	3 4	5 6	7 8	10 11	14 15	21 22	↑	↑	↑	↑	↑	↑
G	32	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	0 1	↑	↓	1 2	2 3	3 4	5 6	7 8	10 11	14 15	21 22	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑
H	50	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	0 1	↑	↓	1 2	2 3	3 4	5 6	7 8	10 11	14 15	21 22	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑
J	80	↓	↓	↓	↓	↓	↓	0 1	↑	↓	1 2	2 3	3 4	5 6	7 8	10 11	14 15	21 22	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑
K	125	↓	↓	↓	↓	↓	0 1	↑	↓	1 2	2 3	3 4	5 6	7 8	10 11	14 15	21 22	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑
L	200	↓	↓	↓	↓	0 1	↑	↓	1 2	2 3	3 4	5 6	7 8	10 11	14 15	21 22	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑
M	315	↓	↓	↓	0 1	↑	↓	1 2	2 3	3 4	5 6	7 8	10 11	14 15	21 22	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑
N	500	↓	↓	0 1	↑	↓	1 2	2 3	3 4	5 6	7 8	10 11	14 15	21 22	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑
P	800	↓	0 1	↑	↓	1 2	2 3	3 4	5 6	7 8	10 11	14 15	21 22	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑
Q	1 250	0 1	↑	↓	1 2	2 3	3 4	5 6	7 8	10 11	14 15	21 22	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑
R	2 000	↑		1 2	2 3	3 4	5 6	7 8	10 11	14 15	21 22	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑

↓ = Úsese el primer plan de muestreo abajo de la flecha. Si el tamaño de la muestra es igual o mayor al tamaño del lote o corrida, hágase la inspección del 100%.
↑ = Úsese el primer plan de muestreo arriba de la flecha.
Ac = Número de aceptación.
Re = Número de rechazo.

TABLA M. TABLA MAESTRA PARA INSPECCION CERRADA (MUESTREO SENCILLO)—MIL-STD-105D (Estándar ABC)

Letra clave para el tamaño de la muestra	Tamaño de la muestra	0.010 Ac Re	0.015 Ac Re	0.025 Ac Re	0.040 Ac Re	0.065 Ac Re	0.10 Ac Re	0.15 Ac Re	0.25 Ac Re	0.40 Ac Re	0.65 Ac Re	1.0 Ac Re	1.5 Ac Re	2.5 Ac Re	4.0 Ac Re	6.5 Ac Re	10 Ac Re	15 Ac Re	25 Ac Re	40 Ac Re	65 Ac Re	100 Ac Re	150 Ac Re	250 Ac Re	400 Ac Re	650 Ac Re	1 000 Ac Re
		Niveles de calidad aceptable (inspección cerrada)																									
A	2	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	1 2	2 3	3 4	5 6	8 9	12 13	18 19	27 28
B	3	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	0 1	↓	↓	1 2	2 3	3 4	5 6	8 9	12 13	18 19	27 28	41 42
C	5	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	0 1	↓	↓	1 2	2 3	3 4	5 6	8 9	12 13	18 19	27 28	41 42	↑
D	8	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	0 1	↓	↓	1 2	2 3	3 4	5 6	8 9	12 13	18 19	27 28	41 42	↑	↑
E	13	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	0 1	↓	↓	1 2	2 3	3 4	5 6	8 9	12 13	18 19	27 28	41 42	↑	↑	↑
F	20	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	0 1	↓	↓	1 2	2 3	3 4	5 6	8 9	12 13	18 19	↑	↑	↑	↑	↑	↑
G	32	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	0 1	↓	↓	1 2	2 3	3 4	5 6	8 9	12 13	18 19	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑
H	50	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	0 1	↓	↓	1 2	2 3	3 4	5 6	8 9	12 13	18 19	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑
J	80	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	0 1	↓	↓	1 2	2 3	3 4	5 6	8 9	12 13	18 19	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑
K	125	↓	↓	↓	↓	↓	↓	0 1	↓	↓	1 2	2 3	3 4	5 6	8 9	12 13	18 19	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑
L	200	↓	↓	↓	↓	↓	0 1	↓	↓	1 2	2 3	3 4	5 6	8 9	12 13	18 19	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑
M	315	↓	↓	↓	↓	0 1	↓	↓	1 2	2 3	3 4	5 6	8 9	12 13	18 19	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑
N	500	↓	↓	↓	0 1	↓	↓	1 2	2 3	3 4	5 6	8 9	12 13	18 19	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑
P	800	↓	↓	0 1	↓	↓	1 2	2 3	3 4	5 6	8 9	12 13	18 19	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑
Q	1 250	↓	0 1	↓	↓	1 2	2 3	3 4	5 6	8 9	12 13	18 19	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑
R	2 000	0 1	↑	↓	1 2	2 3	3 4	5 6	8 9	12 13	18 19	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑
S	3 150			1 2																							

↓ = Úsese el primer plan de muestreo abajo de la flecha. Si el tamaño de la muestra es igual o mayor al tamaño del lote o corrida, hágase la inspección del 100%.
↑ = Úsese el primer plan de muestreo arriba de la flecha.
Ac = Número de aceptación.
Re = Número de rechazo.

TABLA N. TABLA MAESTRA PARA INSPECCION REDUCIDA (MUESTREO SENCILLO)—MIL-STD-105D (ESTÁNDAR ABC)

Letra código del tamaño de la muestra	Tamaño de la muestra	Niveles de calidad aceptable (inspección normal)																									
		0.010	0.015	0.025	0.040	0.065	0.10	0.15	0.25	0.40	0.65	1.0	1.5	2.5	4.0	6.5	10	15	25	40	65	100	150	250	400	650	1000
		Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re
A	2	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	0 1	↓	↓	1 2	2 3	3 4	5 6	7 8	10 11	14 15	21 22	30 31
B	2	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	0 1	↑	↓	0 2	1 3	2 4	3 5	5 6	7 8	10 11	14 15	21 22	30 31
C	2	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	0 1	↑	↓	0 2	1 3	1 4	2 5	3 6	5 8	7 10	10 13	14 17	21 24	↑
D	3	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	0 1	↑	↓	0 2	1 3	1 4	2 5	3 6	5 8	7 10	10 13	14 17	21 24	↑	↑
E	5	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	0 1	↑	↓	0 2	1 3	1 4	2 5	3 6	5 8	7 10	10 13	14 17	21 24	↑	↑	↑
F	8	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	0 1	↑	↓	0 2	1 3	1 4	2 5	3 6	5 8	7 10	10 13	↑	↑	↑	↑	↑	↑
G	13	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	0 1	↑	↓	0 2	1 3	1 4	2 5	3 6	5 8	7 10	10 13	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑
H	20	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	0 1	↑	↓	0 2	1 3	1 4	2 5	3 6	5 8	7 10	10 13	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑
J	32	↓	↓	↓	↓	↓	↓	0 1	↑	↓	0 2	1 3	1 4	2 5	3 6	5 8	7 10	10 13	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑
K	50	↓	↓	↓	↓	↓	0 1	↑	↓	0 2	1 3	1 4	2 5	3 6	5 8	7 10	10 13	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑
L	80	↓	↓	↓	↓	0 1	↑	↓	0 2	1 3	1 4	2 5	3 6	5 8	7 10	10 13	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑
M	125	↓	↓	↓	0 1	↑	↓	0 2	1 3	1 4	2 5	3 6	5 8	7 10	10 13	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑
N	200	↓	↓	0 1	↑	↓	0 2	1 3	1 4	2 5	3 6	5 8	7 10	10 13	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑
P	315	↓	0 1	↑	↓	0 2	1 3	1 4	2 5	3 6	5 8	7 10	10 13	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑
Q	500	0 1	↑	↓	0 2	1 3	1 4	2 5	3 6	5 8	7 10	10 13	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑
R	800	↑	↑	0 2	1 3	1 4	2 5	3 6	5 8	7 10	10 13	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑

↓ = Úsese el primer plan de muestreo abajo de la flecha. Si el tamaño de la muestra es igual o mayor al tamaño del lote o corrida, hágase la inspección del 100%.

↑ = Úsese el primer plan de muestreo arriba de la flecha.

Ac = número de aceptación

Re = número de rechazo

† Si el número de aceptación ha sido excedido, y el número de rechazo no ha sido alcanzado, acéptese el lote, pero reinstálese la inspección normal.

TABLA O. TABLA MAESTRA PARA INSPECCION NORMAL (MUESTREO DOBLE)—MIL-STD-105D (ESTÁNDAR ABC)

Letra código del tamaño de la muestra	Muestra	Tamaño de la muestra	Tamaño acumulado de la muestra	Niveles de calidad aceptable (inspección normal)																									
				0.010	0.015	0.025	0.040	0.065	0.10	0.15	0.25	0.40	0.65	1.0	1.5	2.5	4.0	6.5	10	15	25	40	65	100	150	250	400	650	1000
				Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re
A				↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	*	↓	↓	*	*	*	*	*	*	*	*	*
B	Primera	2	2	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	*	↑	↓	0 2	0 3	1 4	2 5	3 7	5 9	7 11	11 16	17 22	25 31
	Segunda	2	4																	1 2	3 4	4 5	6 7	8 9	12 13	18 19	26 27	37 38	56 57
C	Primera	3	3	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	*	↑	↓	0 2	0 3	1 4	2 5	3 7	5 9	7 11	11 16	17 22	25 31	↑
	Segunda	3	6																1 2	3 4	4 5	6 7	8 9	12 13	18 19	26 27	37 38	56 57	
D	Primera	5	5	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	*	↑	↓	0 2	0 3	1 4	2 5	3 7	5 9	7 11	11 16	17 22	25 31	↑	↑
	Segunda	5	10															1 2	3 4	4 5	6 7	8 9	12 13	18 19	26 27	37 38	56 57		
E	Primera	8	8	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	*	↑	↓	0 2	0 3	1 4	2 5	3 7	5 9	7 11	11 16	17 22	25 31	↑	↑	↑
	Segunda	8	16													1 2	3 4	4 5	6 7	8 9	12 13	18 19	26 27	37 38	56 57				
F	Primera	13	13	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	*	↑	↓	0 2	0 3	1 4	2 5	3 7	5 9	7 11	11 16	↑	↑	↑	↑	↑	↑
	Segunda	13	26											1 2	3 4	4 5	6 7	8 9	12 13	18 19	26 27						
G	Primera	20	20	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	*	↑	↓	0 2	0 3	1 4	2 5	3 7	5 9	7 11	11 16	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑
	Segunda	20	40										1 2	3 4	4 5	6 7	8 9	12 13	18 19	26 27							
H	Primera	32	32	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	*	↑	↓	0 2	0 3	1 4	2 5	3 7	5 9	7 11	11 16	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑
	Segunda	32	64									1 2	3 4	4 5	6 7	8 9	12 13	18 19	26 27								
J	Primera	50	50	↓	↓	↓	↓	↓	↓	*	↑	↓	0 2	0 3	1 4	2 5	3 7	5 9	7 11	11 16	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑
	Segunda	50	100								1 2	3 4	4 5	6 7	8 9	12 13	18 19	26 27									
K	Primera	80	80	↓	↓	↓	↓	↓	*	↑	↓	0 2	0 3	1 4	2 5	3 7	5 9	7 11	11 16	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑
	Segunda	80	160								1 2	3 4	4 5	6 7	8 9	12 13	18 19	26 27											
L	Primera	125	125	↓	↓	↓	↓	*	↑	↓	0 2	0 3	1 4	2 5	3 7	5 9	7 11	11 16	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑
	Segunda	125	250							1 2	3 4	4 5	6 7	8 9	12 13	18 19	26 27												
M	Primera	200	200	↓	↓	↓	*	↑	↓	0 2	0 3	1 4	2 5	3 7	5 9	7 11	11 16	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑
	Segunda	200	400							1 2	3 4	4 5	6 7	8 9	12 13	18 19	26 27												
N	Primera	315	315	↓	↓	*	↑	↓	0 2	0 3	1 4	2 5	3 7	5 9	7 11	11 16	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑
	Segunda	315	630						1 2	3 4	4 5	6 7	8 9	12 13	18 19	26 27													
P	Primera	500	500	↓	*	↑	↓	0 2	0 3	1 4	2 5	3 7	5 9	7 11	11 16	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑
	Segunda	500	1000					1 2	3 4	4 5	6 7	8 9	12 13	18 19	26 27														
Q	Primera	800	800	*	↑	↓	0 2	0 3	1 4	2 5	3 7	5 9	7 11	11 16	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑
	Segunda	800	1600				1 2	3 4	4 5	6 7	8 9	12 13	18 19	26 27															
R	Primera	1250	1250	↑	↑	0 2	0 3	1 4	2 5	3 7	5 9	7 11	11 16	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑
	Segunda	1250	2500			1 2	3 4	4 5	6 7	8 9	12 13	18 19	26 27																

↓ = Úsese el primer plan de muestreo abajo de la flecha. Si el tamaño de la muestra es igual o mayor al tamaño del lote o corrida, hágase la inspección del 100%.

↑ = Úsese el primer plan de muestreo arriba de la flecha.

Ac = Número de aceptación.

Re = Número de rechazo.

* Úsese el plan de muestreo sencillo correspondiente (o alternativamente, úsese el plan de muestreo doble hacia abajo, cuando esté disponible).

TABLA R. TABLA MAESTRA PARA INSPECCION NORMAL (MUESTREO MULTIPLE)—MIL-STD-105D (ESTÁNDAR ABC)

Niveles de calidad aceptable (inspección normal)

Letra clave del tamaño de la muestra	Muestra	Tamaño de la muestra	Tamaño acumulado de la muestra	Ac Re (niveles de calidad aceptable)
D	Primera	2	2	[illegible]
	Segunda	2	[illegible]	[illegible]
	Tercera	2	[illegible]	[illegible]
	Cuarta	2	[illegible]	[illegible]
	Quinta	2	10	[illegible]
	Sexta	2	12	[illegible]
	Séptima	2	14	[illegible]
E	Primera	3	3	[illegible]
	Segunda	3	[illegible]	[illegible]
	Tercera	3	[illegible]	[illegible]
	Cuarta	3	12	[illegible]
	Quinta	3	15	[illegible]
	Sexta	3	18	[illegible]
	Séptima	3	21	[illegible]
F	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
G	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
H	Primera	13	13	[illegible]
	Segunda	13	26	[illegible]
	Tercera	13	39	[illegible]
	Cuarta	13	52	[illegible]
	Quinta	13	65	[illegible]
	Sexta	13	78	[illegible]
	Séptima	13	91	[illegible]
J	Primera	20	20	[illegible]
	Segunda	20	40	[illegible]
	Tercera	20	60	[illegible]
	Cuarta	20	80	[illegible]
	Quinta	20	100	[illegible]
	Sexta	20	120	[illegible]
	Séptima	20	140	[illegible]

↓ Úsese el primer plan de muestreo abajo de la flecha. Si el tamaño de la muestra es igual o mayor al tamaño del lote o corrida, hágase la inspección del 100%.

↑ Úsese el primer plan de muestreo arriba de la flecha.

Ac Número de aceptación.

Re Número de rechazo.

* Úsese el plan de muestreo sencillo correspondiente (o alternativamente, úsese el plan de muestreo múltiple abajo, cuando esté disponible).

** Úsese el plan de muestreo doble correspondiente (o alternativamente, úsese el plan de muestreo sencillo abajo, cuando esté disponible).

\# La aceptación no se permite a este tamaño de muestra.

TABLA R. TABLA MAESTRA PARA INSPECCION NORMAL (MUESTREO MULTIPLE)—MIL-STD-105D (ESTÁNDAR ABC) (Continúa)

Niveles de calidad aceptable (inspección normal)

Letra clave del tamaño de la muestra	Muestra	Tamaño de la muestra	Tamaño acumulado de la muestra	Ac Re (niveles de calidad aceptable)
K	Primera	32	32	[illegible]
	Segunda	32	64	[illegible]
	Tercera	32	96	[illegible]
	Cuarta	32	128	[illegible]
	Quinta	32	160	[illegible]
	Sexta	32	192	[illegible]
	Séptima	32	224	[illegible]
L	Primera	50	50	[illegible]
	Segunda	50	100	[illegible]
	Tercera	50	150	[illegible]
	Cuarta	50	200	[illegible]
	Quinta	50	250	[illegible]
	Sexta	50	300	[illegible]
	Séptima	50	350	[illegible]
M	Primera	80	80	[illegible]
	Segunda	80	160	[illegible]
	Tercera	80	240	[illegible]
	Cuarta	80	320	[illegible]
	Quinta	80	400	[illegible]
	Sexta	80	480	[illegible]
	Séptima	80	560	[illegible]
N	Primera	125	125	[illegible]
	Segunda	125	250	[illegible]
	Tercera	125	375	[illegible]
	Cuarta	125	500	[illegible]
	Quinta	125	625	[illegible]
	Sexta	125	750	[illegible]
	Séptima	125	875	[illegible]
P	Primera	200	200	[illegible]
	Segunda	200	400	[illegible]
	Tercera	200	600	[illegible]
	Cuarta	200	800	[illegible]
	Quinta	200	1000	[illegible]
	Sexta	200	1200	[illegible]
	Séptima	200	1400	[illegible]
Q	Primera	315	315	[illegible]
	Segunda	315	630	[illegible]
	Tercera	315	945	[illegible]
	Cuarta	315	1260	[illegible]
	Quinta	315	1575	[illegible]
	Sexta	315	1890	[illegible]
	Séptima	315	2205	[illegible]
R	Primera	500	500	[illegible]
	Segunda	500	1000	[illegible]
	Tercera	500	1500	[illegible]
	Cuarta	500	2000	[illegible]
	Quinta	500	2500	[illegible]
	Sexta	500	3000	[illegible]
	Séptima	500	3500	[illegible]

↓ Úsese el primer plan de muestreo abajo de la flecha. Si el tamaño de la muestra es igual o mayor al tamaño del lote o corrida, hágase la inspección del 100%.

↑ Úsese el primer plan de muestreo arriba de la flecha.

Ac número de aceptación.

Re número de rechazo.

* Úsese el plan de muestreo sencillo correspondiente (o alternativamente, úsese el plan de muestreo múltiple abajo, cuando esté disponible).

TABLA I

Número de observaciones en la muestra n	Carta para promedios: Factores para límites de control			Carta para desviaciones estándar: Factores para línea central		Factores para límites de control				Carta para rangos: Factores para línea central		Factores para límites de control					Carta X: Factor para límites de control
	A	A_1	A_2	c_2	$1/c_2$	B_1	B_2	B_3	B_4	d_2	$1/d_2$	d_3	D_1	D_2	D_3	D_4	E_2
2....	2.121	3.760	1.880	0.5642	1.7725	0	1.843	0	3.267	1.128	0.8865	0.853	0	3.686	0	3.267	2.660
3....	1.732	2.394	1.023	0.7236	1.3820	0	1.858	0	2.568	1.693	0.5907	0.888	0	4.358	0	2.575	1.772
4....	1.500	1.880	0.729	0.7979	1.2533	0	1.808	0	2.266	2.059	0.4857	0.880	0	4.698	0	2.282	1.457
5....	1.342	1.596	0.577	0.8407	1.1894	0	1.756	0	2.089	2.326	0.4299	0.864	0	4.918	0	2.115	1.290
6....	1.225	1.410	0.483	0.8686	1.1512	0.026	1.711	0.030	1.970	2.534	0.3946	0.848	0	5.078	0	2.004	1.184
7....	1.134	1.277	0.419	0.8882	1.1259	0.105	1.672	0.118	1.882	2.704	0.3698	0.833	0.205	5.203	0.076	1.924	1.109
8....	1.061	1.175	0.373	0.9027	1.1078	0.167	1.638	0.185	1.815	2.847	0.3512	0.820	0.387	5.307	0.136	1.864	1.054
9....	1.000	1.094	0.337	0.9139	1.0942	0.219	1.609	0.239	1.761	2.970	0.3367	0.808	0.546	5.394	0.184	1.816	1.010
10....	0.949	1.028	0.308	0.9227	1.0837	0.262	1.584	0.284	1.716	3.078	0.3249	0.797	0.687	5.469	0.223	1.777	0.975
11....	0.905	0.973	0.285	0.9300	1.0753	0.299	1.561	0.321	1.679	3.173	0.3152	0.787	0.812	5.534	0.256	1.744	0.946
12....	0.866	0.925	0.266	0.9359	1.0684	0.331	1.541	0.354	1.646	3.258	0.3069	0.778	0.924	5.592	0.284	1.716	0.921
13....	0.832	0.884	0.249	0.9410	1.0627	0.359	1.523	0.382	1.618	3.336	0.2998	0.770	1.026	5.646	0.308	1.692	0.899
14....	0.802	0.848	0.235	0.9453	1.0579	0.384	1.507	0.406	1.594	3.407	0.2935	0.762	1.121	5.693	0.329	1.671	0.881
15....	0.775	0.816	0.223	0.9490	1.0537	0.406	1.492	0.428	1.572	3.472	0.2880	0.755	1.207	5.737	0.348	1.652	0.864
16....	0.750	0.788	0.212	0.9523	1.0501	0.427	1.478	0.448	1.552	3.532	0.2831	0.749	1.285	5.779	0.364	1.636	0.849
17....	0.728	0.762	0.203	0.9551	1.0470	0.445	1.465	0.466	1.534	3.588	0.2787	0.743	1.359	5.817	0.379	1.621	0.836
18....	0.707	0.738	0.194	0.9576	1.0442	0.461	1.454	0.482	1.518	3.640	0.2747	0.738	1.426	5.854	0.392	1.608	0.824
19....	0.688	0.717	0.187	0.9599	1.0418	0.477	1.443	0.497	1.503	3.689	0.2711	0.733	1.490	5.888	0.404	1.596	0.813
20....	0.671	0.697	0.180	0.9619	1.0396	0.491	1.433	0.510	1.490	3.735	0.2677	0.729	1.548	5.922	0.414	1.586	0.803
21....	0.655	0.679	0.173	0.9638	1.0376	0.504	1.424	0.523	1.477	3.778	0.2647	0.724	1.606	5.950	0.425	1.575	0.794
22....	0.640	0.662	0.167	0.9655	1.0358	0.516	1.415	0.534	1.466	3.819	0.2618	0.720	1.659	5.979	0.434	1.566	0.785
23....	0.626	0.647	0.162	0.9670	1.0342	0.527	1.407	0.545	1.455	3.858	0.2592	0.716	1.710	6.006	0.443	1.557	0.778
24....	0.612	0.632	0.157	0.9684	1.0327	0.538	1.399	0.555	1.445	3.895	0.2567	0.712	1.759	6.031	0.452	1.548	0.770
25....	0.600	0.619	0.153	0.9696	1.0313	0.548	1.392	0.565	1.435	3.931	0.2544	0.709	1.804	6.058	0.459	1.541	0.763
Más de 25....	$\frac{3}{\sqrt{n}}$	$\frac{3}{\sqrt{n}}$	......	......	......	*	**	*	**	......	......	......	......	......	......	......	$\frac{3}{d_2}$

$* \; 1 - \frac{3}{\sqrt{2n}}$ $\quad ** \; 1 + \frac{3}{\sqrt{2n}}$

TABLA II

Número mínimo m de muestras de tamaño n requerido para elaborar una carta $\bar{X}$ con una confianza de 98%, cuando se emplean los rangos.

n	m
2	15
3	9
4	7
5	6
6	5
7	5
8	4
9	4
10	4
12	4
14	4
16	3
18	3
20	3

TABLA III

Número mínimo m de muestras de tamaño n requerido para elaborar una carta $\bar{\bar{X}}$ con una confianza de 98%, cuando se emplean las desviaciones estándar.

n	m
2	16
3	9
4	7
5	6
6	5
7	5
8	4
9	4
10	4
12	4
14	3
16	3
18	3
20	3

centro de educación continua
división de estudios de posgrado
facultad de ingeniería unam

CONTROL ESTADISTICO DE CALIDAD

TEMA: NORMA OFICIAL MEXICANA DGN-R-18-1975
MUESTREO PARA LA INSPECCION POR ATRIBUTOS.

SECRETARIA DE INDUSTRIA Y COMERCIO

NOVIEMBRE DE 1979.

SECRETARIA DE INDUSTRIA Y COMERCIO

NORMA OFICIAL MEXICANA

DGN-R-18/1-1975

MUESTREO PARA LA INSPECCION POR ATRIBUTOS

(SAMPLING PROCEDURES AND TABLES FOR INSPECTION BY ATTRIBUTES)

PARTE 1

INFORMACION GENERAL SOBRE LA INSPECCION POR MUESTREO

(GENERAL INFORMATION FOR SAMPLING INSPECTION)

DIRECCION GENERAL DE NORMAS

P R E F A C I O

Debido a la existencia y utilización en México de diferentes procedimientos y tablas de muestreo para la inspección por atributos destinados a la aceptación de lotes de materias primas, artículos y productos terminados, tales como: Dodge-Romig, Philips SSS, MIL-STD-105D, los fines de la inspección de calidad podían tener en el pasado una validez precaria y objetable, a consecuencia de la relativa incompatibilidad de resultados y de la dificultad o imposibilidad para poder compararlos entre sí. Inclusive, la falta de unificación en la terminología de inspección provocaba dificultades de entendimiento entre inspectores e inspeccionados.

Sobre la base de un trabajo presentado por el Subcomité de Estadística perteneciente al Comité Consultivo de Normalización Básica, con sede en el Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología y tomando en cuenta las opiniones expresadas por el sector industrial, tanto público como privado, la Dirección General de Normas de la Secretaría de Industria y Comercio ha decidido elevar a nivel de norma oficial este trabajo, el cual permitirá el mutuo entendimiento sobre un criterio unificado en la inspección entre proveedores y compradores.

La base estadística de esta norma es la misma adoptada por la Secretaría de la Defensa de los Estados Unidos de Norteamérica, contenida en su norma MIL-STD-105D y en su guía H53 correspondiente, mismas que originaron sucesivamente la adopción mundial de estos conceptos por parte de la Comisión Electrotécnica Internacional (IEC) y de la Organización Internacional de Normalización (ISO) en sus normas IEC 410 (1973) e ISO 2859 (1974) respectivamente.

Con la adopción e implantación de esta norma, el país podrá no solamente establecer una plataforma unificada para la evaluación de la calidad por atributos de sus producciones, sino también extender su alcance hacia las actividades de importación y exportación, logrando con ésto las ventajas inherentes.

1 OBJETIVO Y CAMPO DE APLICACION

Esta primera parte de la norma relativa al muestreo para la inspección proporciona los principios básicos necesarios para entender la esencia misma de esta norma que se encuentra en la parte 2. "Métodos de muestreo para la inspección por atributos" y con ello, proporciona la posibilidad del uso adecuado y efectivo de las tablas y gráficas contenidas en la parte 3. Posteriormente, en la parte 4 se proporcionan ejemplos prácticos de aplicación de estos conceptos como una ayuda ulterior y finalmente en la parte 5 se proporciona un dispositivo de cálculo de gran utilidad en el uso diario y aplicación de los conceptos que contiene esta norma a continuación se enlistan en las siguientes partes en vigor:

DGN-R-18/1-	Información general sobre la inspección por muestreo. Parte 1
DGN-R-18/2-	Métodos de muestreo para la inspección por atributos. Parte 2
DGN-R-18/3-	Tablas y gráficas para la inspección por atributos. Parte 3
DGN-R-18/4-	Aplicación de los métodos de muestreo para la inspección por atributos. Parte 4
DGN-R-18/5-	Regla de cálculo para los planes de muestreo por atributos. Parte 5

Los propósitos fundamentales de esta primera parte son:

a) Describir los procedimientos básicos de muestreo;

b) Explicar los principios, como esencia de la inspección por muestreo

Así mismo proporciona el marco adecuado para la aplicación de la inspección por muestreo de gran utilidad para personal de los departamentos de control de calidad, diseño o ingeniería, personal que elabora normas y especificaciones y en general a todas aquellas personas relacionadas con los problemas de inspección; dando a estas las bases y ejemplos para la toma de decisiones en el campo de la inspección por muestreo, ya sea en materias primas, materiales en proceso, componentes, productos y operaciones en las distintas fases de los procesos, así como en registros y procedimientos administrativos entre otros usos.

2 UNIDAD DE PRODUCTO

2.1 Definición

Es aquella que se inspecciona para determinar su clasificación en defectuoso o no defectuoso o para contar el número de defectos que contiene.

2.2 Ejemplos

La unidad de producto puede ser un solo artículo, un par, una docena, o un juego, también puede ser una materia prima, un material en proceso, un componente de un producto terminado, el producto terminado mismo o un material almacenado. Así mismo también puede ser una operación, por ejemplo de producción, de compra, de mantenimiento o de almacenamiento; o puede ser un procedimiento administrativo, una tarjeta perforada con registro de datos o cualquier otra forma de datos o registros. Estas unidades de producto se pueden medir en base a su longitud, área, volumen, peso o cualquier otra base de medición adecuada o acordada. La unidad de producto, para fines de inspección, puede ser o no la misma unidad de compra, suministro, producción o embarque.

2.3 Homogeneidad

Esta implica que la serie o grupo de unidades de producto deben ser parecidas o de naturaleza similar. Las unidades de producto sometidas a una inspección deben ser de un solo tipo, grado, clase, tamaño y composición; fabricadas esencialmente bajo las mismas condiciones y básicamente en un mismo período. No se debe pretender que las unidades de producto sean idénticas en una inspección efectuada bajo el microscopio, la cual lógicamente puede encontrar que las unidades de producto sean heterogéneas.

La homogeneidad se puede obtener en una serie o grupo de unidades de producto fabricadas bajo las siguientes condiciones:

a) De un mismo lote de materias primas, componentes o subensambles;

b) En la misma línea de producción o ensamble, usando los mismos moldes, troqueles, patrones, personal, etc. y;

c) Durante un mismo periodo: hora, día, turno, semana, etc.

2.1 Características de calidad

Son aquellas propiedades de una unidad de producto que pueden compararse con respecto a requisitos establecidos en un dibujo, una especificación, un modelo o cualquier otra forma en que se hayan establecido o definido.

Se debe analizar el diseño de una unidad de producto para que, en base a ello, se elabore la lista de características de calidad importantes. Para satisfacer las necesidades del consumidor, es necesario que las unidades de producto cumplan con los requisitos establecidos en sus especificaciones. Estas características de calidad quedan definidas en sus especificaciones correspondientes.

La calidad de un producto se conoce efectuando la inspección de una o más unidades de producto con respecto a sus características de calidad y comparándolas con los requisitos establecidos o definidos. Se debe definir a priori, con cuales características de calidad debe cumplir la unidad de producto que se va a inspeccionar. Las distintas características de calidad de una unidad de producto, pueden o no tener la misma importancia. En este último caso, estas características de calidad se deben clasificar en críticas, mayores y menores, de acuerdo a su importancia. También se pueden clasificar en otras clases, si esto se juzga necesario o conveniente. Para ello se debe valorar con sumo cuidado cada característica de calidad de la unidad de producto, para clasificarla en forma apropiada de acuerdo a su importancia.

3 INCONFORMIDAD

3.1 Generalidades

La inconformidad se define como la falta de cumplimiento de una unidad de producto, con respecto a sus especificaciones establecidas. El grado de inconformidad de la unidad de producto, con respecto a sus especificaciones se puede expresar ya sea en forma de porcentaje de unidades de producto defectuosas o en defectos por cien unidades.

3.2 Defectos y defectuosas

Defecto es cualquier discrepancia o inconformidad de la unidad de producto con respecto a sus especificaciones establecidas. Defectuosa es aquella unidad de producto que contiene uno o más defectos. La falta de cumplimiento de una unidad de producto con sus especificaciones, se puede expresar en forma de defectos o de defectuosas. La clasificación de defectos se hace en base a la lista de posibles defectos que pueda contener la unidad de producto, de acuerdo a su importancia.

3.2.1 Defecto crítico

Es aquel en el cual el criterio y la experiencia indican que la unidad de producto que lo contiene:

a) Tiene grandes probabilidades de producir condiciones peligrosas o inseguras para las personas que lo usan, le dan servicio o dependen de él;

b) Tiene grandes probabilidades de impedir el funcionamiento o el desempeño de la función primordial de un producto terminado mayor, tal como un barco, un avión, un tanque, un proyectil, un vehículo espacial, una computadora, un equipo médico, un satélite de telecomunicaciones, un sistema de costos, un sistema de control de inventarios, etc.

Unidad de producto defectuosa crítica es aquella que contiene uno o más defectos críticos, pudiendo contener defectos mayores y/o menores.

Es aquel que sin ser crítico, tiene grandes probabilidades de provocar una falla o reducir en forma drástica la utilidad de la unidad de producto para el fin al que se le destina.

Unidad de producto defectuosa mayor es aquella que contiene uno o más defectos mayores y que también puede contener defectos menores, pero que no contiene defectos críticos.

Los defectos mayores o las unidades de producto defectuosas mayores se pueden subdividir en mayores A y mayores B de común acuerdo entre fabricante y consumidor.

3.2.3 Defecto menor

Es aquel que representa una desviación con respecto a sus especificaciones establecidas, pero que no tiene una influencia decisiva en el uso efectivo o en la operación de la unidad de producto, o sea que no tiene grandes probabilidades de reducir en forma drástica la posibilidad de uso para el fin al que se le destina.

Unidad de producto defectuosa menor es aquella que contiene uno o más defectos menores, pero que no contiene ni defectos mayores ni críticos.

Los defectos menores se pueden subdividir en menores A y menores B, de común acuerdo entre fabricante y consumidor.

3.3 Formas de expresar la inconformidad

El grado de inconformidad de una unidad de producto con respecto a sus especificaciones, se puede expresar como porcentaje de unidades de producto defectuosas o defectos por cien unidades.

3.3.1 Porcentaje de defectuosas

El porcentaje de unidades de producto defectuosas o porcentaje de defectuosas, es el cociente del número de unidades de producto defectuosas, entre el número total de unidades de producto inspeccionadas, todo multiplicado por 100.

$$\%\ \text{DEFECTUOSAS} = \frac{\text{cantidad de defectuosas}}{\text{cantidad inspeccionada}} \times 100$$

Esta forma de expresar la inconformidad es útil para tomar decisiones en un plazo muy corto, con respecto a la aceptabilidad o no de un lote de productos. En algunos casos es posible dar por terminada una inspección en el momento de encontrar la primera falla. Siempre es necesario tener claramente definidos, a priori, algunos aspectos tales como cantidad a inspeccionar, forma de llevar el registro de los resultados, etc.

Esta forma de expresión es útil cuando una unidad que contiene más de un defecto, no se considera más defectuosa que aquella que contiene solamente uno; o sea que los defectos están correlacionados o son dependientes unos de otros. Esta correlación entre defectos puede ser negativa o positiva.

3.3.2 Defectos por cien unidades

Los defectos por cien unidades de producto o defectos por cien unidades, es el cociente del número de defectos encontrados en las unidades de producto, entre el número de unidades de producto inspeccionadas, todo multiplicado por 100.

$$\text{...CTOS POR CIEN UNIDADES} = \frac{\text{cantidad de defectos}}{\text{cantidad inspeccionada}} \times 100$$

Para poder expresar el grado de inconformidad de esta forma, es necesario inspeccionar cada unidad de producto para ver si contiene cada uno de los defectos que pueda contener. Por lo tanto, es posible encontrar más de 100 defectos por cada cien unidades de producto inspeccionadas. Esta forma de expresión proporciona un criterio de aceptación más exacto; sin embargo, debido a que es necesario inspeccionar cada defecto, clasificarlo, anotarlo y después compararlos con cada uno de los números de aceptación correspondientes a defectos críticos, mayores y menores el costo de inspección aumenta grandemente, a pesar de ésto, esta forma de expresión puede ser más conveniente y hasta ventajosa con unidades de producto complejos por ejemplo un ensamble completo, un equipo complejo o una tarjeta de registro con muchos datos.

Esta forma de expresión es útil cuando se considera que cada defecto es independiente de los demás o sea que los defectos no estan correlacionados.

Para un nivel de calidad aceptable de 2.5 o menor, no existe diferencia entre la rigurosidad de porcentaje de defectuosas y defectos por cien unidades pero con niveles de calidad aceptable de 2.5 a 10 definitivamente, la inspección de defectos por cien unidades es más rigurosa.

4 INSPECCIÓN

4.1 Generalidades

Inspección es el proceso de medición, exámen, prueba o de alguna otra forma de comparación de la unidad de producto bajo consideración, con respecto a sus especificaciones.

La inspección se puede efectuar en suministros o en servicios, teniendo como finalidad primordial:

a) Separar las unidades de producto aceptables de aquellas que no lo son;

b) Evaluar el grado de conformidad con respecto a sus especificaciones;

c) Proporcionar información de deficiencias en las operaciones iniciales de producción, procesos administrativos, etc., y además;

d) Certificar que se han cumplido las especificaciones establecidas para las características de calidad de las unidades de producto.

Se deben establecer los criterios de inspección en los documentos adecuados, tales como pedidos, normas, contratos, etc., para que en base a esto, se pueda determinar si se han cumplido o no las especificaciones.

4.2 Cantidad a inspeccionar

La primera decisión que debe tomarse es si se van a inspeccionar todas las unidades de producto (inspección 100%) o solamente se va a inspeccionar una parte de ellas (inspección por muestreo). Los aspectos más importantes que deben considerarse para poder tomar esta decisión son:

a) La clase de producto que se va a inspeccionar;

b) Las especificaciones que tiene y;

c) La historia que tenga ese producto con respecto a la calidad con su fabricante;

d) El costo de la inspección comparado con los beneficios económicos que se derivan de ésta.

4.3 Inspección 100%.

Es aquella en la cual se inspeccionan cada una de las unidades de producto contenidas en el lote o partida y se aceptan o se rechazan en forma individual, de acuerdo al cumplimiento o no de las especificaciones establecidas. La inspección 100% ó de muestras muy grandes se justifica en algunos casos, como por ejemplo para características de calidad críticas; ésto es necesario para poder obtener en esos casos la protección necesaria para el consumidor. Siempre se puede especificar la inspección 100% aún cuando no siempre se justifique, excepto en el caso en que la inspección se efectúe por medio de pruebas que tomen mucho tiempo, en alguna forma degraden las características originales del producto, sean destructivas, o sean muy costosas; por ejemplo pruebas de aceptación de tipo, pruebas térmicas, climatológicas, de vida, etc.

4.4 Inspección por muestreo

Es aquella en la cual una o más muestras representativas (tomadas al azar del total del lote o partida) usualmente el medio más práctico y económico para determinar la conformidad o no de un producto, con respecto a sus especificaciones. Una de las ventajas que tiene la inspección por muestreo es la flexibilidad que ésta tiene, con respecto al tamaño de la muestra, dependiendo de la calidad real del producto. La cantidad que se va a inspeccionar se puede reducir para un producto de muy alta calidad o aumentar para aquel cuya calidad está decreciendo. La inspección por muestreo resulta menos costosa debido a que no es necesario inspeccionar todas las unidades de producto, como en el caso de inspección 100 %.

5 METODOS DE INSPECCION

5.1 Generalidades

En el campo de la inspección existen dos métodos reconocidos para evaluar las características de calidad de las unidades de producto, que son:

a) Inspección por atributos;

b) Inspección por variables;

5.2 Inspección por atributos

5.2.1 Atributo

Es la propiedad o característica de una unidad de producto, la cual se evalúa solamente en términos de que si la tiene o no. Por ejemplo: defectuosa o no defectuosa. Para poder efectuar esta evaluación es necesario comparar la unidad de producto con su especificación.

5.2.2 Inspección por atributos

Es aquella bajo la cual simplemente se clasifica a la unidad de producto como defectuosa o no defectuosa o se cuenta el número de defectos que contiene con respecto a las especificaciones establecidas.

Unidad de producto defectuosa es aquella que contiene uno o más defectos. Usando el método de inspección por atributos, las unidades de producto se clasifican en defectuosas o no defectuosas, pasan o no pasan, dentro o fuera de tolerancia, aceptables o no aceptables, completas o incompletas, etc.

5.2.3 Aplicación

La inspección por atributos se emplea comúnmente al efectuar inspecciones visuales de unidades de producto, operaciones faltantes, defectos de acabado, dimensiones incorrectas (cuando se usan patrones de pasa-no pasa), defectos en materiales, marcado, empacado y en inspecciones o pruebas en las que la característica involucrada se verifica para determinar únicamente si cumple o no con las especificaciones establecidas.

5.2.4 Ventajas

La inspección por atributos es más simple que la inspección por variables, debido a que requiere registros de resultados menos detallados y permite obtener más rápidamente toda la información necesaria. La administración de la inspección por atributos es más simple y en general su costo más reducido. Por ejemplo, puede ser más económico el inspeccionar 100 unidades con respecto a una especificación dimensional por medio de un patrón pasa-no pasa, que tener que medir 60 ó 70 de esas unidades usando los instrumentos de medición usuales. Cuando se trata de inspección por atributos, es usual el agrupar en un solo nivel de calidad, todas aquellas características de calidad que tengan la misma importancia, estableciendo un nivel de calidad para todo este grupo. La decisión de aceptar o rechazar un lote se toma más bien sobre la base de determinar si las unidades de producto de la muestra satisfacen un nivel de calidad fijado para el grupo completo, que si estas satisfacen cada especificación individual.

Contrariamente, en la inspección por variables, aún no se han desarrollado los métodos para determinar el cumplimiento con un nivel de calidad determinado para grupos de especificaciones consideradas en forma colectiva. En este caso, se debe establecer un nivel de calidad individual para cada especificación y la decisión de aceptar o no debe basarse en cada uno de ellas.

5.3 Inspección por variables

5.3.1 Variable

Para fines de inspección, una variable es una propiedad o característica, la cual se evalúa en términos numéricos en una escala continua.

5.3.2 Inspección por variables

Es aquella bajo la cual se evalúan alguno o algunas características de calidad con respecto a una escala continua y los resultados se expresan como valores numéricos dentro de esta escala. La inspección por variables permite determinar el grado de cumplimiento de la unidad de producto con respecto a las especificaciones establecidas para la característica de calidad involucrada.

5.3.3 Uso

La inspección por variables se usa cuando la característica de calidad de una unidad de producto se puede determinar cuantitativamente o en términos mensurables, como dimensiones, peso, tensión de ruptura, porcentaje de contenido de un elemento químico, tiempo de combustión de explosivos, etc.

Ejemplo: para una cierta herramienta de mano, se especifica una dureza de 50 a 55 método Rockwell escala C. La dureza encontrada en mediciones efectuadas en 5 herramientas tomadas al azar nos dan los siguientes valores: 53, 50, 52, 51 y 50. Los resultados encontrados indican claramente que las cinco muestras están dentro de los límites especificados. Los valores nos muestran el grado en que estos cumplen el requisito establecido o sea que la información, no tan solo nos muestra si se ha cumplido o no la especificación, sino que además nos proporciona una indicación del intervalo de variaciones de esta característica en el producto del cual fueron tomadas las muestras.

5.3.4 Ventajas

En comparación con los planes de muestreo por atributos, los planes de muestreo por variables nos proporcionan más información con respecto al grado de cumplimiento de la unidad de producto frente a la característica de calidad considerada. Por ésta razón, los planes de muestreo por variables tienen la ventaja de requerir, usualmente, tamaños de muestra más pequeños para tener una seguridad equivalente en la decisión de aceptar o no un lote. Sin embargo, si se van a evaluar varias características de calidad en base a inspección por variables, el costo de inspección por unidad de producto puede ser tan alto, que contrarreste la ventaja de reducción en el tamaño de la muestra.

5.4 Conversión de variables a atributos

Los resultados de la inspección por variables para una determinada característica de calidad se pueden convertir a atributos. Por acuerdo entre fabricante y consumidor, esta conversión se puede efectuar a pesar de que el resultado esté expresado en forma de variable.

Ejemplo: Una especificación establece una longitud de 50 cm con una tolerancia de más o menos 1 cm. Debido a que está involucrada una característica mensurable se puede emplear la inspección por variables. Sin embargo, también se podría aplicar una inspección por atributos. Una unidad de producto que mida desde 49 cm hasta 51 cm se clasificaría como no defectuosa y aquellas unidades de producto con longitud menor a 49 cm o mayor a 51 cm se clasificarían como defectuosas. Cuando se toma una decisión de este tipo, es necesario ponerse de acuerdo entre fabricante y consumidor con respecto al plan de muestreo por atributos que se va a utilizar.

6 PRESENTACION DEL PRODUCTO PARA SU INSPECCION

6.1 Generalidades

Las unidades de producto se pueden presentar para su inspección considerando un flujo continuo de producción, o se pueden separar en lotes o partidas para su inspección. Esta se puede efectuar ya sea en base a inspección de lote a lote, inspección de lote aislado o inspección de lotes alternados.

6.2 Producción continua

La inspección por muestreo continuo es aquella que se efectúa en unidades de producto fabricadas en forma continua, tomando muestras bajo un esquema preciso y predeterminado e inspeccionándolas en el mismo orden en que se producen. Los productos se pueden presentar en una banda móvil de un transportador, como salen de la línea de producción continua.

La inspección por muestreo continuo se requiere cuando se presentan las siguientes condiciones:

a) Insuficientes facilidades de almacenamiento o que sea impráctico acumular la producción en lotes o partidas con fines de inspección;

b) El formar lotes pequeños provoca un aumento considerable en el costo de la inspección y por lo tanto de la producción;

c) Se disponen de medios limitados para inspección y pruebas, se requiere una inspección extensa o los tiempos de inspección son tardados comparados con el ritmo de la producción.

En estas condiciones u otras, se puede considerar adecuado el uso de los procedimientos de "muestreo continuo" para determinar la aceptabilidad o no de las unidades de producto.

6.3 Lote a lote

La inspección por muestreo de lote a lote o de partida a partida, requiere que cada lote o partida se acepte o no como una unidad, en base a los resultados obtenidos de la inspección de la muestra tomada al azar del lote o partida. Esta se puede efectuar en productos terminados, en componentes, ya sea en la recepción, en productos semielaborados o en productos terminados. Se puede llevar a cabo en muestras tomadas después de la entrega del lote, por ejemplo en lotes fijos o tomando las unidades correspondientes a la muestra a medida que se está fabricando, por ejemplo en lotes móviles.

6.4 Formación de los lotes

El proceso de formación de lotes consiste en agrupar las unidades de producto en lotes, sublotes, partidas o cualquier otra forma de agrupación, identificable y que, además debe estar especificada. Cada lote o partida debe consistir de unidades de producto homogéneas, tanto como sea factible (véase 2.3). El procedimiento que se use para formar los lotes es de extrema importancia, debido a que la decisión sobre la aceptabilidad o no del lote, depende de los resultados obtenidos en la inspección de la muestra. Algunas de las ventajas de agrupar los productos en lotes de inspección son:

a) Facilita la elaboración de la historia de la calidad;

b) Hace posible el uso de un sistema, después de que el producto ha sido suministrado para controlar su estado de utilización, en almacenamiento o uso.

6.4.1 Lotes móviles

Un lote de inspección móvil consiste de unidades de producto que se presentan para su inspección en el orden en que se fabrican o reciben, en forma similar al procedimiento de inspección por muestreo continuo. El comienzo y el final del lote se identifica frente al tiempo, por ejemplo la producción de una hora, un turno, un día, una semana, etc. También se puede identificar por una cantidad definida de unidades de producto, por ejemplo 500, 100, una docena, etc. Debido a que las unidades de producto, en un lote móvil, pasan frente al inspector una a una, se simplifica en forma significativa la tarea de tomar muestras representativas comparada con la toma de muestras al azar de grandes lotes fijos. El proveedor no tiene que acumular grandes inventarios de productos para su inspección, cuando se trata de lotes móviles. Los lotes móviles tienden a facilitar la producción y ésta en general se refleja en costos de inspección más bajos.

6.4.2 Tamaño del lote

El lote o partida para su inspección es un conjunto de unidades de producto del cual se va a tomar una muestra e inspeccionarla para determinar la conformidad con el criterio de aceptación y puede ser diferente al conjunto de unidades llamadas lote o partida con otros propósitos, por ejemplo de producción, embarque, suministro, etc. El tamaño del lote es uno de los factores que determinan el tamaño de la muestra que se debe tomar para la inspección por muestreo.

... grandes. En general la relación del tamaño de la muestra comparada con el tamaño del lote se ... a medida que el tamaño del lote aumenta y por lo tanto, los costos de inspección se reducen ... combinar lotes pequeños en lotes grandes cuando se cumple el requisito de homogeneidad ... inspecciona la muestra tomada de este lote grande para determinar su aceptabilidad ...

b) Lotes pequeños. La formación de lotes grandes puede resultar indeseable ya que éstos pueden crear problemas de almacenamiento, romper el flujo de productos al consumidor en los plazos de entrega establecidos y finalmente puede causar grandes problemas si se llega a rechazar un lote.

Para lotes grandes, la falta de accesibilidad a cada una de las unidades de producto puede hacer más difícil la tarea de tomar muestras al azar. En ciertos casos, este problema se puede reducir, subdividiendo el lote en sublotes para propósitos de inspección, por ejemplo si un lote representa la producción de una semana, cada sublote, con propósitos de inspección puede consistir de la producción de un día. Se puede tomar la muestra correspondiente a cada sublote utilizando un plan de muestreo sencillo en forma individual o la quinta parte de la cantidad de muestra que se debe tomar del lote en total. Se aplica el criterio de aceptación o rechazo, tomando en cuenta los resultados acumulados en el total de la semana.

5.5 Muestreo de lotes alternados

Para llevar a cabo la inspección por muestreo de lotes alternados, las muestras se pueden tomar de algunos de los lotes, por ejemplo: un lote sí y el siguiente no, cada tercer lote, tres lotes de cada veinticinco o cualquier otra fracción. La finalidad primordial de esta forma de muestreo es la de reducir la frecuencia de la inspección por muestreo y con ello reducir el costo. El factor determinante a considerar para decidir si se aplica o no el muestreo de lotes alternados es la capacidad del proveedor de presentar productos, en forma consistente, de alta calidad. Esto solo se puede demostrar por medio de la historia de calidad del producto con dicho proveedor.

5.5.1 Planes de muestreo por lotes alternados

Los planes de muestreo por lotes alternados usualmente requieren que se comience con el muestreo de lote a lote. Cuando se han aceptado en forma consecutiva un determinado número de lotes, previamente acordado, se puede reducir la frecuencia de inspección de lotes, por ejemplo: después de haber aceptado 5 ó 10 lotes en forma consecutiva, se reducen los lotes a inspeccionar de acuerdo a las tablas de la parte 3 de esta norma, usando el procedimiento que se establece a continuación:

a) Véase la Tabla I de la parte 3; con el número de lotes que se van a producir en un período dado, por ejemplo en un mes, usese en la columna uno "tamaño del lote o partida".

b) Léase la letra clave (A, B, C, etc.) correspondiente al nivel de inspección II. Se puede usar también cualquier otro nivel de inspección, ya sea nivel I o cualquiera de los especiales si se desea reducir aún más la inspección.

c) Véase la Tabla II-A de la parte 3. Usando la letra clave encontrada, léase el tamaño de la muestra. Esta cifra significa el número de lotes que hay que inspeccionar.

NOTA: Este ejemplo solo tiene como finalidad la ilustración; sin embargo, se permiten otras variantes siempre y cuando exista mutuo acuerdo entre fabricante y consumidor.

5.5.2 Selección de lotes alternados

Esta se debe efectuar estrictamente al azar. En el capítulo 13 se muestran los detalles correspondientes a toma de muestras al azar.

5.6 Identificación de los lotes

Es esencial el identificar en forma adecuada cada lote y registrar los resultados obtenidos de cada uno de ellos. Los acuerdos entre fabricante y consumidor deben incluir instrucciones precisas para la formación de los lotes para inspección y también la forma de identificación y separación de los mismos. La identificación apropiada de los lotes permite que la decisión de aceptación o rechazo recaiga precisamente en el lote del cual fueron tomadas las muestras. Y ésto también evita que lotes no aceptados se revuelvan con los aceptados o con aquellos que aún no se han inspeccionado. En resumen: la forma más efectiva de evitar problemas es el separar físicamente los lotes dependiendo de si ya han sido aceptados o rechazados; o si aún están por inspeccionarse. Los lotes aceptados pueden marcarse "embarque" o

... si es que ésto está acordado entre fabricante y consumidor.

6.7 Lotes aislados

Un lote de naturaleza aislada es aquel que se ha separado de los demás. Aislado significa que no está sujeto a la influencia del proceso normal de producción. Ejemplo, cuando cada uno de cinco lotes consecutivos se manda a diferentes consumidores, cada uno de estos lotes al ser recibido por éstos, se vuelve un lote aislado; otro ejemplo es la producción de un sólo lote que a su vez es el lote para inspección, haciendo de este un lote aislado con respecto a ese producto. El término de lote aislado como se usa en esta norma se refiere a aquel para el cual se utilizan los conceptos de "calidad límite (CL)".

NOTA: Los lotes mismos no necesitan estar aislados físicamente, para que sean aplicables estos conceptos.

7 TIPOS DE PLANES DE MUESTREO CONTINUOS

7.1 Generalidades

En esta norma se hace referencia a menudo del término "inspección continua", sin embargo, en el sentido estricto de la palabra la producción es la única que realmente es continua y la inspección misma no necesariamente lo es.

7.2 Fundamentos

La inspección por muestreo continuo involucra un procedimiento de muestreo de una unidad de producto tras otra. Sin embargo, se puede aumentar o disminuir la cantidad relativa de unidades a inspeccionar, dependiendo de la calidad real del producto presentado a inspección. Usualmente se comienza con inspección 100%. Esta se continúa hasta aceptar una cantidad determinada de unidades, después de ésto, sólo se inspecciona una fracción de las unidades. Si se encuentra una cantidad determinada de unidades sin defectos, se puede reducir aún más la cantidad a inspeccionar. Sin embargo, el encontrar unidades defectuosas, puede ocasionar que se inspeccione una mayor proporción, e inclusive se puede llegar a la inspección 100% con la que se comenzó. También se puede acordar entre fabricante y consumidor el evitar regresar a inspección 100%, a menos que la calidad se haya reducido en forma notoria. Existen planes de muestreo que proporcionan una gran flexibilidad en la cantidad a inspeccionar, dependiendo de la calidad deseada y de los resultados obtenidos en las inspecciones mismas.

8 TIPOS DE PLANES DE MUESTREO DE LOTES

8.1 Generalidades

El plan de muestreo para un lote o partida define el tamaño de la muestra, o tamaños de las muestras, y los criterios de aceptación y de rechazo correspondientes. El número de aceptación (Ac) es la cantidad máxima de defectos o unidades de producto defectuosas en la muestra que permite la aceptación de dicho lote o partida. El número de rechazo (Re) es la cantidad mínima de defectos o unidades de producto defectuosas en la muestra con la cual dicho lote o partida se rechaza.

Los planes de muestreo de lotes o partidas se pueden agrupar en cuatro tipos básicos a saber sencillo, doble, múltiple y secuencial. Con el fin de aplicar los planes de muestreo, es necesario agrupar las unidades de producto en lotes o partidas. Estos lotes o partidas son aceptados o no dependiendo de los resultados de la inspección de la muestra tomada. Los términos aceptación, no aceptación o rechazo de un lote es la decisión a la que se llega después de inspeccionar la muestra y comparar los resultados con los criterios de aceptación y rechazo correspondientes. Esta decisión no asegura que finalmente el lote sea aceptado o rechazado, ya que en este último caso se deben tomar en cuenta otros aspectos tales como: consideraciones prácticas, técnicas, administrativas o de contrato. El objetivo principal de la inspección por muestreo es el obtener la información que permita tomar decisiones en base estadística, sobre la disposición de los lotes o partidas: aceptación si cumplen con las especificaciones establecidas, o rechazo si no las cumplen.

8.2 Muestreo sencillo

Es el plan de muestreo en el cual la decisión de aceptación o no, se basa en los resultados obtenidos

... la inspección de una sola muestra tomada del lote o partida. La cantidad de unidades de producto ... igual al tamaño de la muestra proporcionado por el plan de muestreo. Este tamaño de muestra se designa como "n".

Si la cantidad de defectuosas encontradas en la muestra es igual o menor al número de aceptación (Ac), el lote o partida se debe considerar aceptable. Si la cantidad de defectuosas encontradas en la muestra es igual o mayor que el número de rechazo (Re), el lote o partida se debe considerar rechazable. En resumen: La decisión de aceptar o no un lote se basa en los resultados obtenidos de la inspección de cada una de las "n" muestras tomadas al azar del lote.

... Muestreo doble

En un plan de muestreo de este tipo los resultados de la inspección de la primera muestra nos conducen a tres posibles decisiones: aceptación, rechazo, o tomar una segunda muestra.

Mientras que la inspección de la segunda muestra, cuando ésto se requiere, nos conduce a sólo dos decisiones posibles: aceptación o rechazo. El procedimiento a usar es el siguiente:

a) Se toma del lote al azar una cantidad "n" de unidades de producto, correspondiente al tamaño de la muestra y se inspecciona. Si la cantidad de defectuosas es igual o menor que el primer número de aceptación (Ac), se acepta el lote. Si la cantidad de defectuosas es igual o mayor que el primer número de rechazo (Re), se rechaza el lote. Si la cantidad de defectuosas es mayor que el primer número de aceptación (Ac) pero menor que el primer número de rechazo (Re), se debe proceder como se muestra en el siguiente párrafo:

b) Se toma del lote al azar una cantidad "n" de unidades de producto, correspondiente al tamaño de la segunda muestra y se inspecciona. Se suma la cantidad de defectuosas encontradas en la primera muestra y aquellas encontradas en la segunda. Si este total de defectuosas es igual o menor que el segundo número de aceptación (Ac), se acepta el lote. Si el total de defectuosas es igual o mayor que el segundo número de rechazo (Re), se rechaza el lote. Bajo ciertas circunstancias puede ser más conveniente tomar ambas muestras al mismo tiempo, en vez de tomar la segunda muestra ya que se ha inspeccionado la primera y encontrado que es necesario tomar una segunda. Por supuesto no es necesario inspeccionar la segunda muestra si la decisión obtenida de la inspección de la primera nos conduce a rechazar o aceptar el lote.

8.4 Muestreo múltiple

Es un plan de muestreo en el que la decisión de aceptar o no un lote, se puede tomar después de inspeccionar una o varias muestras. La cantidad máxima de muestras que se pueden inspeccionar es una cantidad definida en el plan mismo. El procedimiento a usar para este plan de muestreo es similar al descrito para el plan de muestreo doble, excepto que el número de muestras necesarias para llegar a la decisión de aceptar o rechazar el lote, puede ser más de dos.

8.5 Muestreo secuencial

Es un plan de muestreo en el que se toman e inspeccionan una a una las muestras. La decisión de aceptar, rechazar o de inspeccionar la siguiente muestra del lote, depende de los resultados de las inspecciones anteriores. El muestreo y por ende la inspección terminan cuando los resultados acumulados de las inspecciones indican que se puede tomar la decisión de aceptar o no el lote.

El tamaño de la muestra no está definido a priori, éste depende de los resultados obtenidos en la inspección. Bajo este plan de muestreo, es posible continuar la inspección hasta que se hayan inspeccionado todas las unidades de producto. Desde un punto de vista práctico, ésto no es deseable ni tampoco necesario, ya que la mayoría de los planes de muestreo secuencial son truncados, lo que significa que se debe tomar la decisión de aceptar o rechazar el lote después de inspeccionar un determinado número de muestras.

Esta cantidad debe ser acordada entre fabricante y consumidor de antemano. Se debe hacer hincapié que para la gran mayoría de lotes, la cantidad de muestras a inspeccionar es menor en el plan de muestreo secuencial que en el sencillo o doble.

9 SELECCION DEL PLAN DE MUESTREO

En el capítulo anterior se describen diferentes tipos de planes de muestreo y es evidente que existen diferentes alternativas con respecto a cuál de los planes de muestreo se debe usar en una situación determinada. La decisión de cuál plan de muestreo se debe usar en una situación específica, no es siempre una tarea fácil, debido a que debe considerarse, por lo menos, los siguientes aspectos:

a) Características del plan de muestreo;

b) Facilidad de administración del plan de muestreo;

c) Protección que proporciona;

d) Cantidad de inspección que requiere;

e) Costo de la inspección.

Así mismo se debe recordar que, el mejor plan de muestreo para un producto, no necesariamente es el mejor para otro. Otros aspectos que también deben tomarse en cuenta son:

La distribución y cantidad de espacio disponible para efectuar la inspección.

La historia de calidad del producto con su fabricante.

Cuando los registros de calidad de un producto con su fabricante muestran constantemente una alta calidad, se selecciona un plan de muestreo que requiera el tamaño de muestra más pequeño y que permita tomar una decisión rápida con respecto a la aceptabilidad de los lotes. Sin embargo, si los registros de calidad de un producto con su fabricante muestran constantemente una calidad relativamente baja, es necesario seleccionar un plan de muestreo que requiera la inspección de una cantidad mayor de muestras.

10 CLASIFICACION DE LOS PLANES DE MUESTREO

10.1 En los capítulos anteriores se describen diferentes tipos de planes de muestreo y los criterios que deben usarse para seleccionar el más apropiado para una determinada circunstancia, sin embargo dentro de cada uno de los planes antes analizados existen otras posibilidades y éstas se clasifican de la siguiente manera:

a) Nivel de calidad indiferente (NCI).

b) Protección de calidad límite (PCL);

c) Límite promedio de la calidad de salida (LPCS)

d) Nivel de calidad aceptable (NCA);

Se han desarrollado las tablas correspondientes a los planes de muestreo antes mencionados, sin embargo debido a que el nivel de calidad aceptable (NCA) se encuentra en uso muy generalizado en muchos países, se da mayor énfasis a éste, mas no significa que los otros tres planes no sean importantes, ya que éstos cubren campos que no puede cubrir en forma satisfactoria el nivel de calidad aceptable (NCA).

10.2 Nivel de calidad indiferente (NCI)

Los planes de muestreo basados en el nivel de calidad indiferente se denominan usualmente planes del 50 %. Al nivel de calidad indiferente le corresponde una probabilidad de aceptación de 0.5 (50 %). Esta se encuentra a la mitad de la escala de las ordenadas correspondiente a la curva de operación característica. Bajo estas condiciones los lotes de calidad mayor que la especificada se aceptan la mayoría de las veces, mientras que los de calidad menor se rechazan la mayoría de las veces.

Los riesgos, en el muestreo, tanto para el fabricante como para el consumidor son iguales, si la calidad promedio del proceso (CPP) se encuentra exactamente en valor especificado o acordado.

Se puede calcular un plan de muestreo sencillo para un nivel de calidad indiferente usando la siguiente fórmula.

$$n = \frac{100\,Ac + 67}{\text{defectuosas}}$$

En donde:

n = Tamaño de la muestra

Ac = Número de aceptación

Ejemplo: Si se tiene un producto con 3% de defectuosas y se debe calcular un plan de muestreo sencillo para un nivel de calidad indiferente, o sea con una probabilidad de aceptación (Pa) de 50% y con un número de aceptación Ac = 2, el tamaño de la muestra sería:

$$n = \frac{100 \times 2 + 67}{3} \qquad n = \frac{267}{3} \qquad n = 89$$

Esto significa que debemos tomar 89 unidades de producto al azar del lote, para obtener la muestra. Si se encuentran 2 defectuosas o menos, el lote se acepta; si se encuentran 3 ó más defectuosas, el lote se rechaza.

Este plan de muestreo es muy simple, si al fabricante y al consumidor no les importan los riesgos involucrados, pero contiene dos puntos débiles:

Los resultados de la inspección dan la impresión que el producto tiene una calidad mejor que la real cuando se tienen tamaños de muestra pequeños y porcentajes de defectuosas reducidos.

En general no se pueden cumplir los requisitos ni del fabricante ni del consumidor.

10.3 Protección de calidad límite (PCL) –

Se define como la peor calidad de un producto que el consumidor está dispuesto a aceptar. Se pueden calcular planes de muestreo que proporcionen al consumidor, una calidad límite (CL) definida. Estos se pueden usar con un riesgo reducido para el consumidor, para lotes aislados (producción única o intermitente) donde no existe control, o éste es muy reducido, sobre los procesos de producción. Los planes de muestreo de este tipo se calculan con la finalidad principal de dar protección al consumidor.

Ejemplo: Un consumidor puede aceptar un máximo de 6.5% de defectuosas (CL = 6.5%) no más de 5% de las veces (riesgo del consumidor = 5%). En general se especifica para este plan de muestreo un riesgo reducido para el consumidor.

10.4 Límite del promedio de la calidad de salida (LPCS)

El promedio de la calidad de salida (PCS) se define como el promedio de la calidad de salida de un producto e incluye todos los lotes o partidas aceptados, y también todos los lotes o partidas rechazados después de haber sido reinspeccionados y que se hayan quitado las defectuosas o corregido los defectos.

El límite del promedio de la calidad de salida (LPCS) es el máximo promedio de la calidad de salida (PCS) para todas las posibles calidades de entrada para un plan de muestreo de aceptación dado. Cuando se selecciona un plan de muestreo que asegure un determinado límite del promedio de la calidad de salida (LPCS) se hace suponiendo que en los lotes rechazados se inspeccionan todas las unidades de producto antes de volver a presentarlo para su inspección. No es posible usar planes de muestreo de este tipo cuando la única manera de comprobar si el producto cumple o no con sus especificaciones, requiere la aplicación de pruebas destructivas. Los planes de muestreo con un límite del promedio de la calidad de salida se calculan para proteger al consumidor con un riesgo definido. Y resulta una probabilidad de aceptación muy reducida si el producto no cumple con la calidad especificada.

10.5 Nivel de calidad aceptable (NCA)

defectos por cien unidades de producto) que, para propósitos de inspección por muestreo, se puede considerar satisfactorio como calidad promedio de un proceso. Los planes de muestreo más comúnmente usados en las transacciones comerciales están basados precisamente en el NCA. Los planes de muestreo basados en el nivel de calidad aceptable tienen como finalidad primordial el proteger al fabricante de que el consumidor le rechace lotes buenos; o sea, que la probabilidad de aceptación es muy alta o que el riesgo del fabricante es muy reducido. El riesgo del consumidor de aceptar productos de calidad inferior a la especificada sólo se considera indirectamente, ésto se muestra en la curva de operación característica (COC) correspondiente al plan de muestreo.

10.6 Selección del nivel de calidad

Es posible usar una gran variedad de planes de muestreo. Se pueden calcular muchos planes de muestreo para proteger al fabricante de que le rechacen lotes de alta calidad (planes basados en NCA). Pero también se pueden calcular otros tantos planes de muestreo para proteger al consumidor de aceptar productos de calidad mala (planes basados en PCL y LPCS). Los planes de muestreo también se pueden basar en el nivel de calidad indiferente (NCI) para proporcionar igual riesgo tanto para el fabricante como para el consumidor. Además, se pueden calcular planes de muestreo basados en cualquiera de los tres conceptos antes mencionados (PCL, NCI, NCA) pero que contengan los riesgos prefijados correspondientes al fabricante y al consumidor.

Ejemplo: Se puede calcular un plan de muestreo que asegure al fabricante que productos con un alto nivel de calidad aceptable (NCA) sólo se le rechace un porcentaje reducido de veces (riesgo del fabricante reducido) y al mismo tiempo, asegurar al consumidor que productos con un bajo nivel de calidad sólo se acepten un porcentaje reducido de veces (riesgo del consumidor reducido). Para que un plan de muestreo sea funcional bajo estas condiciones, es necesario que exista una diferencia razonable entre el NCA y la PCL.

Si el NCA y la PCL están muy cerca en valor numérico, puede necesitarse la inspección 100% para separar los productos aceptables de los que no lo son. A continuación se muestran algunos de los aspectos que deben considerarse para seleccionar un nivel de calidad adecuado.

10.6.1 Generalidades

Para seleccionar un nivel de calidad aceptable (NCA) es necesario considerar entre otros aspectos: requisitos del diseño, protección de calidad necesaria, costo de la unidad de producto, costo de la inspección, posibilidades de los procesos, clases de defectos que se deben tomar en cuenta, información disponible de calidad y otros requisitos que pueden ser aún más importantes que los mencionados. A cada uno de estos aspectos se les debe valorar en forma adecuada para decidir qué nivel de calidad se debe especificar. El escoger niveles de calidad demasiado estrictos (números pequeños) en general resulta en costos de inspección prohibitivamente altos y por lo tanto van a afectar el costo del producto en forma proporcional. Además puede resultar en un alto índice de rechazo de productos y hasta la negación del fabricante a suministrar los productos o a efectuar transacciones comerciales. Por otra parte, el escoger niveles de calidad muy liberales (números grandes), puede resultar en el suministro de grandes cantidades de productos de calidad no aceptable.

10.6.2 Riesgos correspondientes

Con cada nivel de calidad se debe especificar (o debe quedar implícito) el riesgo correspondiente. Con cada nivel de calidad alto establecido debe especificarse (o debe quedar implícito) como en el caso del NCA, el riesgo correspondiente al fabricante. Con cada nivel de calidad bajo establecido debe especificarse (o debe quedar implícito), como es el caso de la PCL o del LPCS, el riesgo correspondiente al consumidor. O sea que no es suficiente el especificar un nivel de calidad sino que es necesario que se especifique (o quede implícito) la probabilidad de aceptación del producto con este nivel de calidad. Para este propósito es necesario consultar las curvas de operación características (COC) para el plan correspondiente y así conocer los riesgos involucrados tanto para el fabricante como para el consumidor para una calidad definida del producto.

10.6.3 Capacidad de un proceso

Las tecnologías mismas y en última instancia la capacidad de la industria para producir un producto con respecto a sus especificaciones, pueden limitar la selección de un nivel de calidad determinado. Una revisión del historial de calidad de un determinado producto con su fabricante nos puede proporcionar una estimación de la calidad de dicho producto, que podemos razonablemente esperar, bajo las posibilidades existentes de sus facilidades de producción.

10.6.4 Tiempo de ensamblado

... una unidad de producto defectuosa al armarse en un proceso nos conduce a pérdidas ... de tiempo y/o materiales, cuando nos percatamos de su mal funcionamiento, ésto nos indica ... debemos usar niveles de calidad más altos que si no fuera este el caso. Por lo que la selección del nivel de calidad depende del tipo de producto involucrado y los gastos que pueden resultar si el producto ... defectuoso.

Ejemplo: Resulta más costoso y además con gran pérdida de tiempo, el reemplazar una resistencia mala ... equipo electrónico complejo que el reemplazar un botón de ajuste externo.

10.6.5 Costo de la inspección

Los niveles de calidad en general repercuten en el costo de la inspección, especialmente cuando éstos son extremadamente altos o bajos.

Ejemplo: Si el nivel de calidad es muy bajo, digamos 650 defectos por 100 unidades de producto, será necesaria solamente una muestra pequeña para aceptar o no el producto. Pero si el nivel de calidad es muy alto, digamos 0.015% de unidades de producto defectuosas, será necesaria una muestra relativamente muy grande para determinar la aceptabilidad o no de dicho producto. En resúmen: El tamaño de la muestra definida por el nivel de calidad, puede resultar en aumento o disminución de los costos de la inspección.

10.6.6 Cambios en el nivel de calidad

Los niveles de calidad, en la mayoría de los casos, no se deben considerar inamovibles, o como requisitos permanentes; éstos pueden cambiarse de común acuerdo entre fabricante y consumidor considerando aspectos tales como: cambios en los requisitos, mejoras en la maquinaria de producción, desarrollo de nuevos métodos de inspección o de producción, quejas del consumidor, etc.

11 RIESGOS DEL MUESTREO Y CURVAS DE OPERACION CARACTERISTICAS (COC)

11.1 Generalidades

Aún en la inspección 100% , siempre existe el riesgo que se pase un pequeño porcentaje de unidades de producto defectuosas. Esto es debido entre otros aspectos a: errores del personal, mala interpretación de las tolerancias, uso inadecuado del equipo de inspección, falta de calibración del mismo o simplemente por usar métodos impropiados. No solamente existe este riesgo en la inspección 100% sino también en el caso de inspecciones del 200 o 300 % y en la inspección por muestreo por lo que no se puede evitar totalmente que se pueda dejar pasar una pequeña cantidad de defectuosas, dependiendo del plan usado.

Lo que significa que una inspección con fines de separar productos malos de los buenos, efectuada en forma manual, solo será efectivo en un determinado porcentaje. Este porcentaje será más alto por ejemplo en mediciones automáticas. Por lo que nunca se podrá garantizar que un producto esté totalmente libre de defectuosas en el caso de inspección por muestreo, además de los errores antes mencionados, debemos considerar los errores intrínsecos al muestreo estadístico o sea la suerte de tomar las muestras malas o buenas.

11.1.1 Consideraciones estadísticas relacionadas con el muestreo

La primera pregunta que nos debemos hacer antes de decidir si se puede o nó aplicar una inspección por muestreo, para una especificación determinada es: ¿Qué sucede si se pasa una defectuosa? Si el defecto es de tal naturaleza que puede ocasionar un peligro a la seguridad, ocasionar grandes pérdidas, dar por resultado una eficiencia inaceptable en la operación, o dar por resultado costos enormes de reparación o corrección, la conclusión es que no se puede usar una inspección por muestreo; debido a que no se pueden, a sabiendas, tolerar la presencia de dichos defectos. Para estas circunstancias y a pesar de las limitaciones intrínsecas al sistema, se recomienda una inspección 100% (véase 4.3). Sin embargo, si la consecuencia debida al defecto no es del tipo que antes se explicó, la conclusión debe ser la de aplicar la inspección por muestreo.

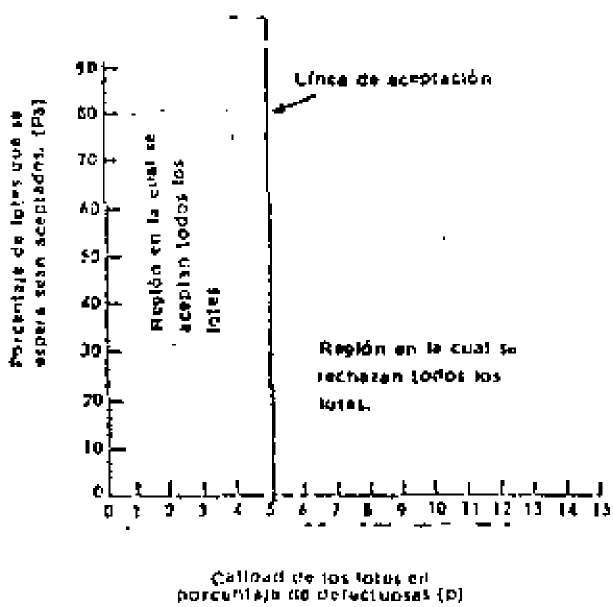
11.1.2 Plan de muestreo ideal

muestreo estadístico. Antes de considerar la naturaleza de estos riesgos, es indispensable establecer la especificación que defina "la calidad aceptable". Usualmente considera uno que la única calidad del producto deseable es cero porciento de defectuosas. Una especificación, de un producto que establezca una calidad aceptable menos que perfecta, es un compromiso entre el consumidor que desea un producto de calidad perfecta pero que no puede sufragar los altos costos inherentes, y el fabricante que desea proporcionar un producto de calidad perfecta, pero que está limitado por la capacidad del proceso, maquinaria y organización. Debido a lo anterior, siempre existe un compromiso al especificar un nivel de calidad menor que perfecta, que resulta en un determinado nivel de calidad aceptable que siempre es un número mayor que cero en términos de porcentaje de defectuosas o defectos por cien unidades. Esta especificación representa el grado de inconformidad de las unidades de producto que puede ser aceptado y que consecuentemente se considera aceptable.

Un plan de muestreo ideal es aquel que rechace "todos" los lotes que tengan una calidad menor que la especificada y acepte "todos" los lotes que tengan una calidad igual o mejor a la especificada.

Ejemplo: Supongamos que pudiéramos calcular un plan de muestreo de tal manera que todos los lotes de productos con menos del 5% de defectuosas fueran aceptados y que todos los lotes con más del 5% de defectuosas fueron rechazados. Un plan de muestreo que tenga esas posibilidades queda representado gráficamente como se muestra en la fig. 1.

Fig. 1 Gráfica de comportamiento correspondiente a un plan de muestreo ideal.



Desde el punto de vista práctico, no se puede desarrollar un plan de muestreo que acepte todos los lotes buenos y que rechace todos los malos; o sea que no exista ni puede existir un plan de muestreo que tenga tal poder discriminativo (distinguir entre buenos y malos con 100% de seguridad). Y como ya se ha mencionado en múltiples ocasiones, ni aún la inspección 100% lo podría lograr.

11.1.3 Poder discriminativo

Es el grado en el que un plan de muestreo puede aproximarse a una absoluta discriminación entre lotes buenos y malos. Por lo tanto, cada plan de muestreo se puede clasificar de acuerdo a su poder discriminativo. Es posible calcular planes de muestreo que sin ser ideales se aproximen a éste, tanto como se desee y se justifique como se ve a continuación.

11.2 Riesgos del muestreo

Se ha visto ya que existen riesgos inherentes a la inspección y que en la inspección por muestreo también se deben considerar los riesgos inherentes, o sea que siempre que se use un plan de muestreo, existe un riesgo de que se rechacen lotes buenos y se acepten lotes malos. En general el riesgo es mayor cuanto más pequeña es la muestra. Debido a que este riesgo es inherente a los planes de muestreo es necesario que se comprenda su significado. Esto se puede explicar de la siguiente manera:

... porcentaje de defectuosas y queremos saber qué probabilidades tiene de ser aceptado por el plan de muestreo. Cuando el porcentaje de defectuosas se encuentra en el intervalo de buena calidad, queremos saber qué probabilidades tiene de ser aceptado. Si ... el porcentaje de ... se encuentra en el intervalo de mala calidad, el interés cambia a qué ... probabilidades tiene de ser rechazado. Esto se puede saber consultando la curva de operación característica correspondiente al plan de muestreo.

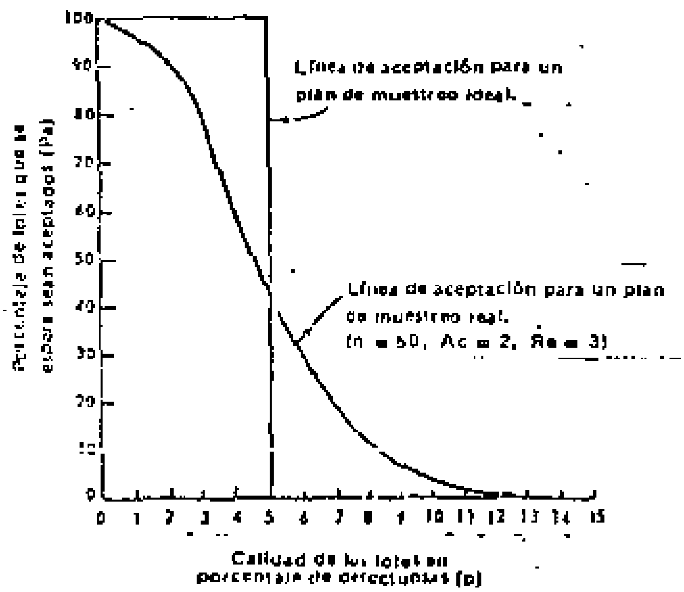
En la fig. 2 se muestra una curva de este tipo, la cual indica las probabilidades de aceptación de distintos lotes dependiendo del porcentaje de defectuosas que contengan.

Debido a variaciones en la muestra, un determinado plan de muestreo nos conduce a una decisión de aceptación o no incorrecta; o sea que un plan de muestreo puede rechazar una cantidad pequeña de lotes buenos (lo que se denomina riesgo del fabricante), y en forma semejante, el plan de muestreo acepta una pequeña cantidad de lotes malos (lo que se denomina riesgo del consumidor).

11.3 Curvas de operación características (COC)

Se puede calcular con precisión, la protección que nos proporciona un determinado plan de muestreo, o sea su poder discriminativo con respecto a lotes buenos y malos de una determinada calidad. Esto nos permite conocer por anticipado y con un alto grado de exactitud matemática, la cantidad de lotes que se espera sean aceptados si se cumple en ellos el nivel de calidad especificado. Además nos permite calcular, en igual forma, la cantidad de lotes que se espera sean rechazados si no se cumple en ellos el nivel de calidad especificado. Estos cálculos, basados en la teoría de las probabilidades, nos dan como resultado las curvas de operación características (COC), como se muestra en la fig.2, en la cual también se muestra la curva correspondiente al plan de muestreo ideal. Estas curvas, por lo tanto, nos muestran el comportamiento de un plan de muestreo en forma gráfica. En la fig. 2 se compara un plan de muestreo sencillo, con un tamaño de muestra de 50 y un número de aceptación de 2 con el plan de muestreo ideal.

Fig. 2 Comparación del plan de muestreo ideal y uno real



En resumen. La curva de operación característica correspondiente a un plan de muestreo nos muestra la probabilidad de aceptación de los lotes de acuerdo con la calidad de los mismos. El porcentaje de defectuosas (o defectos por cien unidades) se grafica en las abscisas, desde cero hasta un valor de defectuosas seleccionado, que represente una calidad muy mala. En las ordenadas se grafica el porcentaje de lotes que se espera sean aceptados por el plan de muestreo específico y su escala es de 0 a 100%. Obviamente, los lotes que no contengan defectos, serán siempre aceptados por cualquier plan de muestreo, así como aquéllos que contengan 100% defectuosas, serán rechazados siempre. Por lo que los puntos inicial y final de la curva se conocen sin hacer ningún cálculo. Los puntos de la curva entre estos extremos, se calculan usando la teoría de las probabilidades. Los libros de texto de control de calidad estadístico describen en detalle la construcción de estas curvas.

11.3.1 Selección del plan de muestreo

Cada plan de muestreo tiene sus propios riesgos correspondientes, que están representados gráficamente en su curva de operación característica. Debido a lo cual cada curva de operación característica es única.

y diferente a las demás, lo que nos proporciona un medio efectivo de "visualizar" lo que sucede al cambiar el tamaño de la muestra o el número de aceptación, con respecto a la aceptación de los lotes.

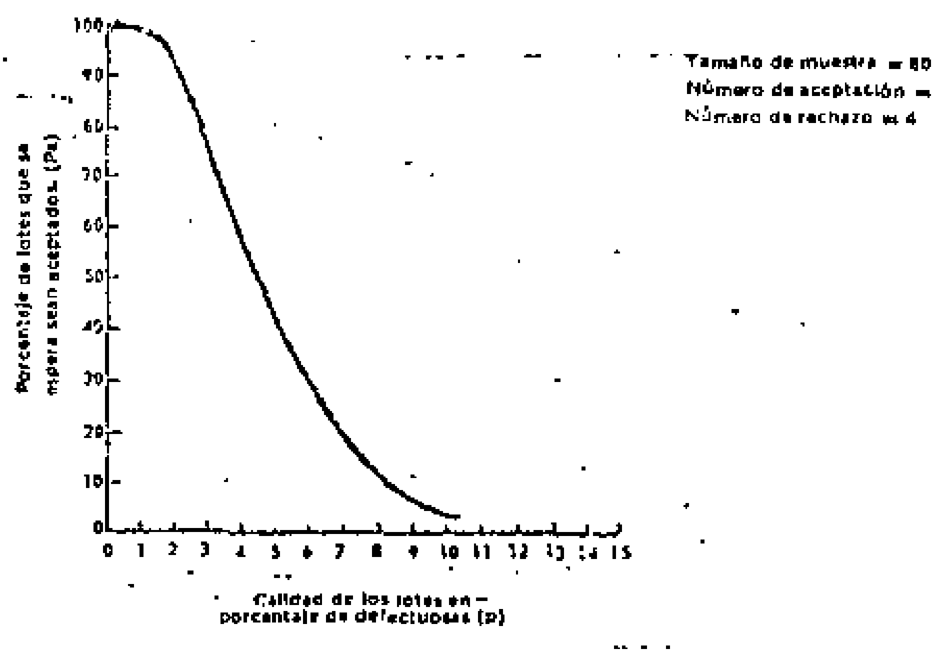
Se puede escoger el plan de muestreo adecuado a unas condiciones determinadas estudiando las curvas de operación características correspondientes a distintos planes de muestreo. Al comparar estas curvas de operación características, se pueden asimismo comparar los riesgos inherentes a cada una de ellas, de tal manera que los riesgos involucrados sean aceptables desde el punto de vista tanto del consumidor como del fabricante.

Las curvas de operación características se pueden usar para clasificar los planes de muestreo desde el punto de vista de la protección que proporcionan al fabricante, al consumidor, o a ambos; debido a que se pueden seleccionar planes de muestreo usando como base de selección el NCA (riesgo del fabricante), la PCL (riesgo del consumidor) o NCI (riesgo de ambos). Una de las ventajas más importantes de la inspección por muestreo sobre la inspección 100% es por lo tanto la posibilidad de cuantificar los riesgos de tomar decisiones incorrectas. El personal de los departamentos de control de calidad, deseño o ingeniería, personal que elabora normas y especificaciones, y todas aquellas personas que escogen los planes de muestreo que se deben usar, deben estar familiarizados con las curvas de operación características.

11.3.2 Efectos de los cambios en los planes de muestreo

Un plan de muestreo y sus riesgos correspondientes quedan definidos completamente por: tamaño del lote, tamaño de la muestra y el número de aceptación. El tamaño del lote, exceptuando el caso de lotes muy pequeños, tiene relativamente poca importancia, en la mayoría de los casos en el cálculo de los riesgos correspondientes a un determinado plan de muestreo. Debido a lo cual, el tamaño de la muestra y número de aceptación son los factores más importantes que incluyen en los riesgos correspondientes a un determinado plan de muestreo. Si un plan de muestreo tentativo nos conduce a riesgos no satisfactorios, nos preguntamos ¿que cambios debemos hacer para obtener la protección deseada o necesaria? Esta pregunta la podemos contestar si consideramos los efectos de los cambios en las curvas de operación características del plan. Para comprender el efecto de dichos cambios es necesario un estudio más detallado de las curvas de operación características (véase fig. 3).

Fig. 3 Curva de operación característica de un plan de muestreo típico.

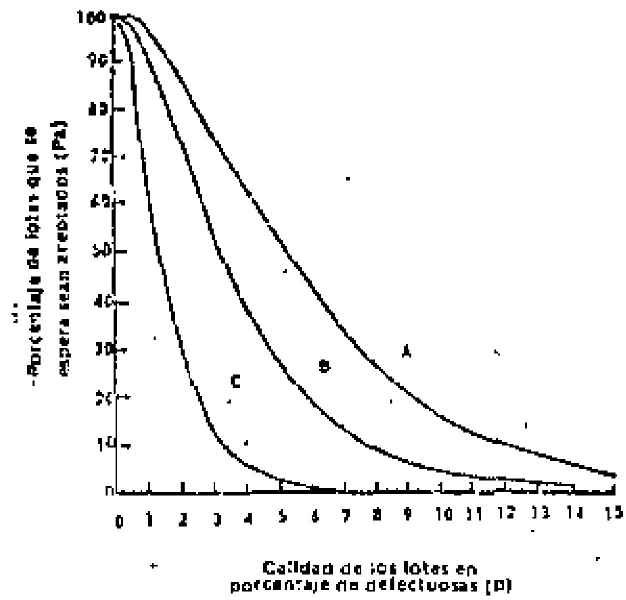


Al examinar con cuidado la curva de la fig. 3, nos percatamos que si los lotes que se van a inspeccionar tienen 2% de defectuosas, se puede esperar que sean aceptados el 90% de los lotes, mientras que si los lotes presentados tienen 8% de defectuosas, solo serán aceptados el 10% de ellos. Si 2% y 8% de defectuosas representan, respectivamente lotes de buena y mala calidad, los lotes buenos serán rechazados 10% de las veces y los lotes malos serán aceptados 10% de las veces. Esta frecuencia de aceptación y rechazo se produce al azar. Si esta frecuencia no es aceptable, se deben efectuar los cambios necesarios al plan de muestreo.

11.3.3 Cambios en el tamaño de la muestra

Un aumento en el tamaño de la muestra aumenta la pendiente de la curva, o sea que la acerca a la forma de la curva ideal, como se muestra en las curvas de operación características de la fig. 4.

Fig. 4 Efectos debidos al cambio del tamaño de la muestra.



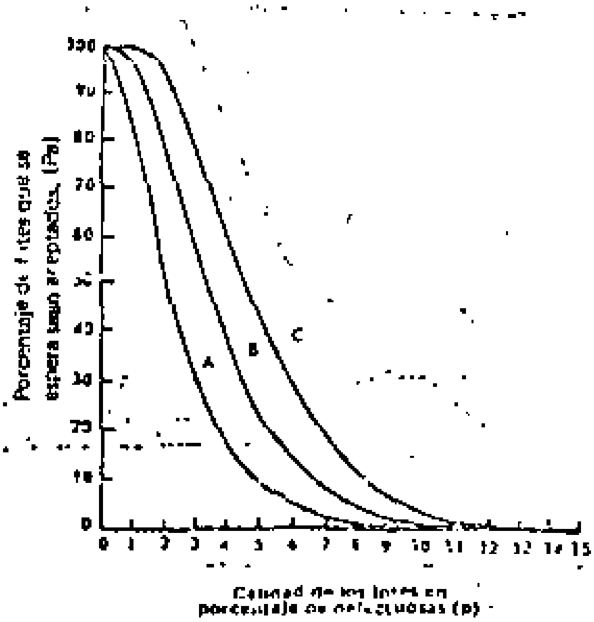
Plan de muestreo	Tamaño de la muestra	Ac	Re
A	32	1	2
B	50	1	2
C	125	1	2

La pendiente de la curva de operación característica (véase 11.1.3) indica su poder discriminativo entre los lotes de buena y mala calidad. La fig. 4 muestra claramente el efecto que causa el aumentar el tamaño de la muestra y cambiando la curva otra con mayor pendiente.

11.3.4 Cambio en el número de aceptación

La fig. 5 muestra los efectos en la curva de operación característica al cambiar los números de aceptación y de rechazo.

Fig. 5 Efectos debidos al cambio del número de aceptación



Plan de muestreo	Tamaño de la muestra	Ac	Re
A	80	1	2
B	80	2	3
C	80	3	4

11.3.5 Cambio simultaneo del tamaño de muestra y número de aceptacion

Si es necesaria una discriminación entre lotes buenos y malos que contengan un porcentaje de defectuosas cerca del nivel de calidad aceptable, se deberá aumentar el tamaño de la muestra. Se debe seleccionar un número de aceptación que proporcione una curva de operación característica correctamente localizada sobre la calidad deseada.

En resumen se debe coordinar tanto el aspecto discriminativo como el nivel de calidad, observando el comportamiento de distintas curvas de operación al ir escogiendo tanto el tamaño de la muestra como el número de aceptación, hasta encontrar un justo compromiso entre el riesgo del fabricante como el del consumidor y para ésto es necesario conocer de antemano qué efectos produce cada cambio en la curva de operación característica.

11.3.6 Las curvas de operación características como base para escoger el plan de muestreo

Como se ha indicado con anterioridad, una de las ventajas, al usar planes de muestreo calculados matemáticamente, es que se tiene siempre la posibilidad de conocer, a priori, los riesgos involucrados. También, sabemos que las curvas de operación características muestran estos riesgos para sus planes correspondientes. Por lo que, al estudiar las curvas de operación correspondientes a dos o más planes de muestreo se pueden comparar con respecto a su efectividad para un caso específico. Cuando las circunstancias lo requieran, también se pueden elaborar tablas de muestreo especiales en las cuales se hayan considerado los riesgos que se deseen. En una situación determinada, la discriminación adecuada puede resultar en un tamaño de muestra relativamente grande, sin embargo, si las pruebas a aplicar son costosas tardadas o hasta destructivas, no será posible el efectuarlas en un tamaño de muestra tan grande, por lo que necesariamente se debe hacer un compromiso. En la realidad, cada vez que se escoge un plan de muestreo, se llega a un compromiso, ya que el consumidor naturalmente desea una calidad perfecta, sin embargo, una calidad tan alta requiere de inspección 100% , o quizás 200 ó 300 % .

Lo anterior puede ser deseable y hasta necesario, si se trata de seguridad (de las personas o de sus bienes), pero en todos los demás casos, usualmente es aceptable, un cierto grado de imperfección. Por esta manera siempre se llega a un cierto compromiso, considerando el costo de la inspección y el costo de las consecuencias de aceptar un cierto número de rechazos. Por éstas razones es necesario que el personal que tiene que escoger un plan de muestreo debe familiarizarse antes con las curvas de operación características. En la parte 3 de esta norma se encuentran las curvas de operación características para los planes de muestreo usados.

11.4 Cantidad a inspeccionar

Para cada plan de muestreo (que no sea plan de muestreo sencillo), se puede calcular la cantidad promedio de muestras que se espera sean inspeccionadas en promedio. Los planes de muestreo doble necesitan tamaños de muestras, menores. Los planes de muestreo múltiples, en promedio, necesitan tamaños de muestra menores que los planes de muestreo dobles o sencillos. En los planes de muestreo sencillo el tamaño de la muestra es independiente de la calidad de los lotes, ésto es debido a que la inspección no se termina hasta que se han inspeccionado todas las muestras. Para los planes de muestreo doble y múltiple, el número de muestras que se inspeccionan es el mínimo si la calidad es muy buena o muy mala. Sin embargo, cuando la calidad de los lotes está muy cerca de la especificada, el número de muestras que se inspeccionan es el máximo.

12 SEVERIDAD DE LA INSPECCION

12.1 Generalidades

La severidad de la inspección se relaciona con la cantidad, de muestras que se inspeccionan de un producto. Esto puede ser en base al acuerdo entre fabricante y consumidor, a la especificación correspondiente del producto, o como una consecuencia de su historia de calidad. En la parte 3 de esta norma se proporcionan tres niveles de inspección para uso general, que son: reducido, normal y riguroso. Estos se usan tanto en inspección por atributos como por variables.

12.2 Inspección normal

Es aquella que se usa cuando no existe una certeza que la calidad de un producto es muy buena o muy mala comparada con el NCA especificado. Se debe usar la inspección normal al comienzo de una inspección y continuar en ese mismo nivel mientras se demuestre que el producto se mantiene dentro de la calidad aceptada o acordada.

usar la inspección rigurosa usando el procedimiento establecido en esta norma, cuando se llega a la certeza de que la calidad del producto es más baja que el nivel de calidad especificado. Se puede usar la inspección reducida, usando el procedimiento establecido en esta norma, cuando se llega a la certeza de que la calidad del producto es mejor que el nivel de calidad especificado.

12.3 Inspección rigurosa

Cuando en un procedimiento de inspección por muestreo se usa la inspección rigurosa, se debe usar el mismo nivel de calidad que en la inspección normal, pero requiere un criterio de aceptación más riguroso. Esto en general se logra reduciendo el número de aceptación. Cuando se llega a la certeza que la calidad ha aumentado al nivel establecido, se debe usar nuevamente la inspección normal.

12.4 Inspección reducida

Cuando en un procedimiento de inspección por muestreo, se usa la inspección reducida, se debe usar el mismo nivel de calidad que en la inspección normal, pero requiere un tamaño de muestra reducido. Los requisitos para cambiar de inspección normal a reducida son más complejos que para cambiar de inspección normal a rigurosa. Es indispensable tener una historia de calidad para decidir el cambio de normal a reducida. El cambio de normal a rigurosa es usualmente obligatorio, mientras que el cambio de normal a reducida no lo es. Se permite su uso pero solo bajo ciertas condiciones. Cuando se llega a la certeza que el producto ha bajado en su nivel de calidad, el cambio de inspección reducida a normal es obligatorio.

13 TOMA DE MUESTRAS

13.1 Generalidades

Un aspecto básico en la inspección por muestreo es el asegurarse que las unidades de producto tomadas como muestra de un lote, sean representativas de la calidad del mismo. Por lo tanto, el procedimiento usado al seleccionar las muestras del lote debe ser tal que se asegure que no sea tendencioso. El procedimiento para tomar las muestras bajo estas condiciones se llama muestreo al azar.

13.2 Muestreo al azar

La muestra consiste de una o más unidades de producto que se toman de un lote. El muestreo al azar, es el procedimiento que se debe usar para la toma de muestras de un lote, de tal manera que cada unidad de producto que forman el lote tenga la misma oportunidad, sin importar sus características cualitativas, de ser incluida en la muestra. Un requisito básico en la inspección por muestreo es el asegurarse que la muestra sea representativa, en un alto grado, de la calidad de todo el lote. Si las unidades de un lote se han revuelto completamente o se han colocado sin tendencia con respecto a su calidad, el tomar muestras de cualquier parte del lote cumplen el requisito de ser al azar. Sin embargo, no siempre es práctico o posible el revolver las unidades completamente, debido a sus dimensiones físicas, o por cualquier otra razón. En ocasiones lo mejor que podemos hacer al tomar las muestras, es el evitar las tendencias más obvias. Por ejemplo si las unidades están almacenadas en cajas, una tendencia obvia sería si todas las muestras se toman solamente de la caja superior o más próxima al inspector.

Otras tendencias obvias son el seleccionar las muestras de un mismo lugar de los recipientes, de la misma columna del mismo estrato de solo una máquina y no de todas, o seleccionar las unidades que se ven defectuosas o las que se ven no-defectuosas, etc. Si esas tendencias obvias se evitan al tomar las muestras, resulta más fácil el obtener una muestra que se acerque al requisito de ser representativa del lote y los resultados son representativos de la calidad del lote.

13.2.1 Tabla de números al azar

Existen tablas de números al azar o aleatorios, la tabla A es una de ellas, la cual se puede usar para tomar las muestras al azar de un lote. Primero se identifica cada unidad que compone el lote con un número diferente. Esto puede, en ocasiones, hacerse colocando las unidades en anaqueles o charolas y numerando las columnas y líneas. Si las unidades tienen número de serie, éstos se pueden usar. También se pueden usar las tres dimensiones de una agrupación o sean el largo, el ancho y la altura para su identificación. Teniendo ya identificadas las unidades, se puede usar la tabla de números al azar para seleccionar las muestras.

TABLA A Números al azar o aleatorios

Línea \ Columna	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)	(9)	(10)	(11)	(12)	(13)	(14)
1	10480	15011	01536	02011	81647	91646	69179	14194	62590	36207	20969	99570	91291	90700
2	22368	46573	25595	85393	30995	89198	27982	53402	93965	34095	52666	19174	39615	99505
3	24130	48360	22527	97265	76393	64809	15179	24830	49340	32081	30680	19655	63348	58629
4	42167	93093	06243	61680	07856	16376	39440	53537	71341	57004	00849	74917	97758	16379
5	37570	39975	81837	16656	06121	91782	60468	81305	49684	60672	14110	06927	01263	54613
6	77921	06907	11008	42751	27756	53498	18602	70659	90655	15053	21916	81825	44394	42880
7	99562	72905	56420	69994	98872	31016	71194	18738	44013	48840	63213	21069	10634	12952
8	96301	91977	05463	07972	18876	20922	94595	56869	69014	60045	18425	84903	42508	32307
9	89579	14342	63661	10281	17453	18103	57740	84378	25331	12566	58678	44947	05585	56941
10	85475	36857	53342	53988	53060	59533	38867	62300	08158	17983	16439	11458	18593	64952
11	28918	69578	88231	33276	70997	79936	56865	05859	90106	31595	01547	85590	91610	78188
12	63553	40961	48235	03427	49626	69445	18663	72695	52180	20847	12234	90511	33703	90322
13	09429	93969	52636	92737	88974	33488	36320	17617	30015	08272	84115	27156	30613	74952
14	10365	61129	87529	85689	48237	52267	67689	93394	01511	26358	85104	20285	29975	89868
15	07119	97336	71048	08178	77233	13916	47564	81056	97735	85977	29372	74461	28551	90707
16	51085	12765	51821	51259	77452	16308	60756	92144	49442	53900	70960	63990	75601	40719
17	02368	21382	52404	60268	89368	19885	55322	44819	01188	65255	64835	44919	05944	55157
18	01011	54092	33362	94904	31273	04146	18594	29852	71585	85030	51132	01915	92747	64951
19	52162	53916	46369	58586	23216	14513	83149	98736	23495	64350	94738	17752	35156	35749
20	07056	97628	33787	09998	42698	06691	76988	13602	51851	46104	88916	19509	25625	58104
21	48663	91245	85828	14346	09172	30168	90229	04734	59193	22178	30421	61666	99904	32812
22	54164	58492	22421	74103	47070	25306	76468	26384	58151	06646	21524	15227	96909	44592
23	32639	32363	05597	24200	13363	38005	94342	28728	35806	06912	17012	64161	18296	22851
24	29334	27001	87637	87308	58731	00256	45834	15398	46557	41135	10367	07684	36188	18510
25	02488	33062	28834	07351	19731	92420	60952	61280	50001	67658	32586	86679	50720	94953
26	81525	72295	04839	96423	24878	82651	66566	14778	76797	14780	13300	87074	79666	95725
27	29676	20591	68086	26432	46901	20849	89768	81536	86645	12659	92259	57102	80428	25280
28	00742	57392	39064	66432	84673	40027	32832	61362	98947	96067	64760	64584	96096	98253
29	05366	04213	25669	26422	44407	44048	37937	63904	45766	66134	75470	66520	34693	90449
30	91921	26418	64117	94305	26766	25940	39972	22209	71500	64568	91402	42416	07844	69618
31	00582	04711	87917	77341	42206	35126	74087	99547	81817	42607	43808	76655	62028	76630
32	00725	69884	62797	56170	86324	88072	76222	36086	84637	93161	76038	65855	77919	88006
33	69011	65795	95876	55293	18988	27354	26575	08625	40801	59920	29841	80150	12777	48501
34	25976	57948	29888	88604	67917	48708	18912	82271	65424	69774	33611	54262	85963	03547
35	09763	83473	73577	12908	30883	18317	28290	35797	05998	41688	34952	37888	38917	88050
36	91567	42595	27958	30134	04024	86385	29880	99730	55536	84855	29080	09250	79656	73211
37	17955	56349	90999	49127	20044	59931	06115	20542	18059	02008	73708	83517	36103	42791
38	46503	18584	18845	49618	02304	51038	20655	58727	28168	15475	56942	53389	20562	87338
39	92157	89634	94824	78171	84610	82834	09922	25417	44137	48413	25555	21246	35509	20468
40	14577	62765	35605	81263	39667	47358	56873	56307	61607	49518	89656	20103	77490	18062
41	98427	07523	33362	64270	01638	92477	66969	98420	04880	45585	46565	04102	46880	45709
42	34914	63976	88720	82765	34476	17032	87589	40836	32427	70002	70663	88863	77775	69348
43	70060	28277	39475	46473	23219	53416	94970	25832	69975	94884	19661	72828	00102	66794
44	53976	54914	06990	67245	68350	82948	11398	42878	80287	88267	47363	46634	06541	97809
45	76072	29515	40980	07391	58745	25774	22987	80059	39911	96189	41151	14222	60697	59583
46	90725	52210	83974	29992	65831	38857	50490	83765	55657	14361	31720	57375	56228	41546
47	64364	67412	33339	31926	14883	24413	59744	92351	97473	89286	35931	04110	23726	51900
48	08962	00358	31662	25388	61642	34072	81249	35648	56891	69352	48373	45578	78547	81788

TABLA A Números al azar o aleatorios (continuación)

49	93012	55379	95575	70763	10592	01542	76163	41123	02319	17447	28565	14777	12730	97277
50	13464	30153	20192	20291	91132	21979	55516	21652	22175	15421	46751	22523	32261	55652
51	15979	31259	04153	53361	77401	21138	23025	92159	36493	51738	59519	91734	72777	07518
52	13529	32953	05520	91962	04737	13092	97602	23521	94730	02796	35090	04822	81711	95259
53	73115	35101	47198	57637	99916	71060	88274	71911	13735	20785	23153	72924	35165	43040
54	57491	16703	23167	49323	45071	33132	12544	41035	80780	45493	41812	12515	99931	51202
55	23405	53946	23792	14422	15059	45799	27715	19792	09583	14253	68469	30229	70735	25499
56	15531	45035	85900	97275	32388	22570	10815	09258	82732	38460	71817	32723	41961	44437
57	95473	20256	62159	78395	65300	22364	24369	24224	35083	19767	11052	91491	00383	19746
58	35415	61222	14519	82074	69523	43133	60097	35552	25970	17724	03316	39655	07357	57516
59	31624	76234	17403	53363	44167	64435	64758	75365	76354	31001	17614	35072	60332	92775
60	73017	19474	23532	27587	47714	02554	37450	20701	72152	39319	34805	08730	55001	82520
61	01731	33109	57317	74211	63445	17451	62525	39703	05607	91284	63533	72570	35518	46423
62	74176	33276	42772	10119	69717	15665	52672	73823	73144	85062	59970	74392	51805	97376
63	07766	00203	20795	95452	92615	45454	09552	68915	16553	51125	79375	97596	10795	66092
64	42239	12416	87075	14267	20979	04508	64535	31353	86064	27472	47639	07914	52468	16435
65	16153	08002	26504	41744	81959	65642	74240	55302	09033	67107	77510	70625	28725	34791
66	21457	40742	29520	96783	29400	21840	15035	34537	33310	06116	95210	15937	16572	60024
67	21581	57802	02050	89728	17937	37621	47075	42080	97403	48026	68995	43805	33185	21597
68	55612	78095	83197	33732	05510	24813	86902	60397	16159	03261	85525	47786	05269	92532
69	44657	66999	99324	51281	84103	60563	79312	93451	68976	25471	93911	25059	12652	73572
70	91340	84979	46719	31973	37749	61023	43997	15263	80644	43942	89203	71795	99533	50501
71	91227	21199	31935	27022	84067	05462	35216	11185	79591	65407	41867	14951	91695	15055
72	50001	38140	65121	19924	72163	09538	12151	06578	91903	15749	31105	56087	82790	70925
73	65390	05224	77158	26609	51404	39147	25519	45547	42527	45733	57202	94017	23772	07896
74	27104	90131	83944	41575	10573	65619	64382	73913	26152	05184	94142	25279	81587	34925
75	37169	94551	39117	89632	00959	16497	65535	49071	39782	17095	02330	73401	00275	48250
76	11508	70225	51111	38351	19444	66499	71945	05422	13442	78675	84091	66938	93654	59894
77	37449	30352	06974	54690	04052	53115	62757	45319	79662	11163	91651	50245	34971	52924
78	46515	70331	85922	38329	57015	15765	97161	17869	45349	61796	66345	81073	43106	79860
79	30986	81123	47116	58353	21532	30502	32305	86192	05174	07501	54339	55561	74813	45942
80	63793	64995	46183	09785	44160	78128	83991	42865	92520	53531	80377	33909	81250	51235
81	82486	84616	97251	67632	43218	50076	21361	54316	51202	85124	41570	52699	51275	83556
82	21885	37906	92131	09060	64297	51674	64176	62570	26123	05155	59194	52799	75225	85762
83	60336	95782	07403	53458	13564	59089	26445	29789	85205	41001	12535	12133	11645	27541
84	43937	46591	24110	25560	86355	33941	25786	54990	71899	15475	95434	98227	21824	19585
85	97656	63175	89303	16275	07100	92063	21942	18611	47319	20203	19534	03862	78095	50136
86	03299	01221	05118	35982	55758	92737	26759	86367	21216	98442	03303	56613	91511	75928
87	79626	06486	03474	17668	07785	76020	79924	75451	83325	89428	85076	72811	22717	50585
88	85636	68335	47539	03129	65651	11977	02510	26113	99447	68645	34327	15152	55730	97448
89	18039	14367	61137	06177	12143	46609	32989	74014	61703	00533	35393	58408	13761	47908
90	08362	15656	60527	36178	65648	16751	53412	09013	07832	41574	17639	82163	60859	75567
91	79556	29068	04142	16268	15387	32856	66227	38353	22478	73373	83742	29443	82555	05250
92	97608	32674	27972	32534	17075	27678	98204	63861	11951	34648	88022	56148	34925	57031
93	23987	25535	40255	67006	17293	02753	14827	73235	35071	97704	37543	11601	35503	85171
94	07915	36326	05028	97901	25395	14186	06521	50703	70426	75647	76310	85717	37890	45129
95	59037	33390	76595	62247	69927	76123	50842	43034	85654	70559	79725	93872	29117	19233
96	42368	75077	69582	61657	34136	77180	97526	43092	04098	73571	80799	76536	71255	64239
97	45264	86273	63003	93017	31204	26692	40202	35275	57306	55543	51203	18098	47625	85684
98	03237	45430	55117	63282	96816	37349	85298	90183	36600	78406	06216	95787	42579	90730
99	86591	81482	52567	61562	14972	90053	89534	76036	49199	43716	97548	01379	46370	28672
100	38534	01715	94764	87266	65680	43772	39560	12918	86537	62738	19636	51132	25739	56947

Ejemplo 1 Selección de números al azar

Suponemos que se van a tomar 5 muestras al azar de un lote de inspección que contiene 50 unidades, las cuales fueron numeradas del 1 al 50. Para seleccionar 5 números al azar de la tabla A, una manera consiste en dejar caer el lápiz en cualquier número de la tabla. Desde este número comenzamos; pero primero, por medio de un volado decidimos si vamos hacia arriba o hacia abajo de la columna. Suponemos que el lápiz cayó en la columna 5 y la línea 17, y el volado indicó que debemos seguir la columna hacia abajo. Como tenemos 50 unidades en el total del lote decidimos usar los dos últimos cifras de cada número. Encontramos en este caso que es necesario eliminar todos los números mayores de 50 por ser éste el tamaño del lote y encontramos 68, 73, 16, 98, 72, 70, 63, 31, 31, 78, 01, 73, 07, 55, 06; usando solo los números iguales o menores que 50 y eliminando también los números repetidos; usamos 1, 6, 7, 16 y 31 para tomar las muestras que son representativas del lote por haberse tomado estrictamente al azar.

13.2.2 Usos adicionales de las tablas

Las tablas de números al azar proporcionan una cantidad grande de números, se pueden usar los últimos dos dígitos para lotes que contengan hasta 100 unidades y 5 dígitos para lotes hasta 100,000 unidades. En el caso de tener lotes con una cantidad mayor de unidades se pueden usar números compuestos con dos columnas o una columna y parte de la siguientes, por ejemplo 5 números de la primera columna más 3 números de la siguiente, esto es útil para lotes de 100,000,000 de unidades.

También se pueden usar 4 números de una columna con 3 números de la siguiente para hacer el total de 7 números. Las tablas de números al azar siempre dan la misma oportunidad a cada dígito del 0 al 9 y este azar se mantiene aún cuando se lean horizontalmente, verticalmente o en diagonal, ya sea en un sentido o el otro.

13.2.3 Otros métodos

En el caso de no tener disponibles las tablas de números al azar, se permite el uso de otros métodos como los que se mencionan a continuación.

a) Se toma una baraja y se separan todas las cartas que no contengan números considerando al as como 1 y al 10 como cero. Se barajan las cartas completamente y se cortan como si fuera un juego de póquer, se sirva a cada número el total de cartas que se necesite: una carta para un dígito, 2 cartas para 2 dígitos, etc. hasta completar tantos números como se requieran y que contengan tantos dígitos como sea necesario. Debe hacerse notar que este sistema no es tan exacto como la tabla de números al azar.

b) Se puede obtener una serie de números al azar de dos dígitos usando las páginas de un libro de más de 300 páginas, se abre el libro estrictamente al azar y se anotan solamente los últimos dos dígitos correspondientes a la página del libro. Se debe tener cuidado que el libro no esté dañado de tal manera que tenga tendencia a abrirse en una o varias páginas específicas más seguido que lo que sería lógico. Estos números pueden usarse así o acumularse para formar números con 3, 4 o más dígitos. Debe hacerse notar que este sistema no es tan exacto como el uso de tablas de números al azar.

13.3 Muestreo a intervalo constante

Cuando las unidades de producto se encuentran ordenadas sin consideración a los aspectos cualitativos como por ejemplo registros en cintas magnéticas o unidades de producto en charolas o anaqueles a granel, etc. se pueden tomar las unidades de producto que forman la muestra usando la técnica de intervalo constante. Bajo este método, se mantiene constante el intervalo entre las unidades que se toman para formar la muestra.

Así cada 8, 17, 23 o cualquier otra cantidad de unidades, se toma una unidad para formar la muestra. En este caso, la primera unidad que se toma se puede escoger de la tabla de números al azar. A continuación de cada determinado intervalo se toma la siguiente hasta completar la muestra. El intervalo se obtiene dividiendo el tamaño del lote entre el tamaño de la muestra.

Ejemplo 2 Muestreo a intervalo constante

Supongamos que tenemos un lote de 20,000 unidades y un tamaño de muestra de 315. El intervalo se calcula dividiendo el tamaño del lote entre el tamaño de la muestra

$$\frac{20\,000}{315} = 64$$

Ahora debemos escoger un número al azar entre 1 y 63, de la tabla de números al azar o usando cualquier otro método; después de tomar la primera unidad cada 63 unidades más, tomaremos la siguiente, hasta completar 315 unidades que forman la muestra.

13.4 Muestreo estratificado

Bajo ciertas condiciones puede ser deseable o necesario el dividir el lote en sublotes, de tal manera que se obtenga información relativa a cada estrato o parte del lote. Es necesario un conocimiento profundo del producto para llevar a cabo esta división; se toman muestras de cada sublote como si se tratara de un lote independiente. La decisión de aceptar o no cada uno de los sublotes se basa en los resultados obtenidos en las muestras correspondientes.

Ejemplo 3 Muestreo estratificado

Supongamos que tenemos un lote de 38,100 unidades, producidas en cinco diferentes máquinas (u operadores) y se va a usar inspección por muestreo para cada máquina, para aceptar o no cada sublote. Se determina el tamaño de la muestra de cada sublote de acuerdo a su tamaño.

Máquina número	Tamaño del sublote	Tamaño de la muestra
1	30,000	315
2	4,000	200
3	3,000	125
4	1,000	80
5	100	20
TOTAL	38,100	740

Sin embargo, se hubiera considerado sólo un lote del total, únicamente se hubiera necesitado tomar 500 unidades para tener la muestra; pero ahora se tiene más información, ya que se puede saber cuáles máquinas producen lotes buenos y cuáles malos.

14 DISPOSICION DE UNIDADES DE PRODUCTO DEFECTUOSAS

14.1 Generalidades

Bajo la inspección por muestreo, se puede rechazar un lote cuando se han encontrado tantas defectuosas como el número de rechazo. Las probabilidades de aceptación de lotes están dadas por sus correspondientes curvas de operación características. Tanto más mala sea la calidad, tanto mayor es la probabilidad de que el lote sea rechazado. El rechazo de lotes completos tiene un impacto mucho mayor con el fabricante que si se rechazan sólamente las unidades defectuosas al inspeccionar 100%. El rechazo de muchos lotes plantea diversos problemas como son: disposición de los lotes rechazados; determinación de la acción correctiva que debe tomarse; disponibilidad de espacio para almacenar estos lotes; tiempo de reprocesado de los productos; disposición de desechos; dificultades para cumplir las fechas de entrega así como una carga económica adicional sobre el fabricante. Si el fabricante no toma las medidas correctivas adecuadas, puede ser necesario el parar toda la producción, especialmente cuando la cantidad de lotes rechazados es muy grande y no se pueden almacenar o no se considera adecuado el hacerlo. En ocasiones es posible que el comprador acepte los lotes aún cuando éstos no cumplan con las especificaciones, pero ésto normalmente se acuerda correspondiendo una multa o descuento sobre el precio, principalmente si el comprador está urgido del producto o no existen otros fabricantes. Sin embargo, lo más usual es que los lotes rechazados sean nuevamente inspeccionados y las unidades defectuosas se quiten o se reparen y nuevamente se presente este lote a inspección por el [illegible], a menos que exista acuerdo contrario entre el fabricante y consumidor al respecto.

14.2 Defectuosas obvias

Si durante la toma de muestras el inspector identifica unidades obviamente defectuosas o unidades obviamente no defectuosas, esto no debe ser base para escogerlas dentro de las unidades que componen la muestra. Sin embargo, aquellas unidades obviamente defectuosas y que no constituyan parte de la muestra se deben [illegible] disponiéndose de ellas de acuerdo a 14.3.2.

14.3 Lotes presentados nuevamente para su inspección

14.3.1 Selección y nuevamente presentación

Cuando un lote es rechazado por no cumplir con las especificaciones y se decide regresarlo al fabricante, éste debe realmente hacer algo si pretende y está permitido, el volverlo a presentar a inspección de aceptación con su consumidor. A este lote se le debe hacer algo para que tenga las mismas probabilidades de ser aceptado como la producción normal, el no hacerlo, desvirtua la información relativa promedio de la calidad de un proceso, dando la impresión que ésta es más mala que lo que en realidad es. Las probabilidades de aceptación de un lote que ha sido rechazado y sin hacerle nada se presenta nuevamente a inspección, son bastante reducidas.

Si se quiere que el lote tenga las mismas probabilidades de ser aceptado como el promedio de los demás, se debe presentar nuevamente a inspección después de haberse asegurado que su nivel de calidad sea aceptable. Cuando, dentro del proceso existe una inspección 100 , se debe someter el lote a dicha inspección; en el caso de no existir ésta se deben tomar medidas adecuadas para seleccionar las unidades de tal manera que la calidad del lote sea aceptable. Cuando es aceptable para ambas partes este procedimiento y además se justifica económicamente, el resultado es que el límite del promedio de la calidad de salida (LPCS) se aproxima al nivel de calidad aceptable (NCA), a menos que el número de aceptación (Ac) sea cero en la inspección normal.

14.3.2 Disposición de unidades defectuosas

Las unidades defectuosas encontradas en la inspección o en la selección de lotes rechazados, no se deben mezclar con las demás unidades del lote. De común acuerdo entre fabricante y consumidor las unidades defectuosas pueden.

a) Repararse y acumularse en un período determinado para su presentación a inspección como un lote aislado el cual se debe inspeccionar en todas sus caracterísitcas;

b) Repararse y presentarse nuevamente a inspección en el mismo lote de donde provienen;

c) Presentarlas al consumidor para su aceptación bajo una cláusula especial de desviaciones;

d) Disposición de estas unidades como desperdicio, por el fabricante;

e) Disposición de estas unidades de acuerdo al convenio elaborado entre fabricante y consumidor.

14.3.3 Severidad de la inspección

Cuando se permita la presentación de los lotes rechazados, nuevamente a inspección, se debe decidir de común acuerdo entre fabricante y consumidor la severidad de la inspección necesaria para asegurarse que la selección fue efectiva. Se les puede aplicar a los lotes presentados nuevamente a inspección el nivel de inspección normal o el riguroso pero no el reducido.

14.3.4 Clases de defectos

Se debe acordar entre fabricante y consumidor si la inspección de los lotes presentados nuevamente a inspección se debe efectuar en base a todas las clases y tipos de defectos o sólamente para [illegible] del rechazo original. Para ésto se debe considerar si los defectos están relacionados unos con otros y la naturaleza del trabajo de selección efectuado al lote antes de ser nuevamente presentado a inspección.

[illegible] 100% sólamente en la característica en que fue rechazado, la inspección se puede [illegible] en que falló. Por otra parte, [illegible] [illegible] otros defectos, si nueva inspección se debe efectuar considerando todos los tipos y clases de [illegible]. Si la inspección se limita a los defectos que causaron el rechazo, los demás defectos que se encuentren se deben separar las unidades que los contienen y si así está acordado, se deben regresar esas unidades al fabricante para su reparación o reposición. Sin embargo, éstos defectos no deben contabilizarse, ya que representaría una franca desventaja para el fabricante.

15 CALCULO DE LA CALIDAD PROMEDIO DE UN PROCESO (CPP)

15.1 Propósito

La calidad promedio de un proceso (CPP) es el promedio del porcentaje de defectuosas o el promedio de defectos por cien unidades (lo que corresponda), de un producto presentado por el fabricante a inspección original. La inspección original es la primera inspección de una cantidad de producto en particular y no se debe confundir con la inspección de un producto que se ha presentado nuevamente a inspección, después de haber sido rechazado en la inspección original. Se calcula la calidad promedio de un proceso de la información obtenida como resultado de la inspección de una cantidad de lotes. El propósito primordial del cálculo de la calidad promedio de un proceso es el conocer la calidad promedio de los productos que se presentan para inspección y en esta base saber si la calidad del producto está mejorando, empeorando o permanece constante. La calidad promedio de un proceso sirve para construir la gráfica de fracción defectuosa conocida como "Gráfica P". Esta, muestra la tendencia de la calidad y puede ser útil para tomar acciones correctivas cuando ésto esté indicado. También son útiles para comparar rápidamente la calidad de distintos fabricantes, para un mismo producto. También se pueden usar estas gráficas para especificar o cambiar el NCA en especificaciones de producto o en los contratos.

A pesar de que el verdadero promedio de la calidad de un proceso no se puede saber usando los resultados de la inspección por muestreo, debido a que sólamente se inspecciona una pequeña cantidad de las unidades que contienen los lotes. Sin embargo, al acumular resultados de distintos lotes nos da la posibilidad de calcular matemáticamente el intervalo dentro del cual se encuentra el verdadero valor.

15.2 Cálculo

La calidad promedio de un proceso es el número de defectuosas encontradas en las muestras de una determinada cantidad de lotes, entre el número total de muestras inspeccionadas de dichos lotes, todo multiplicado por 100.

$$\text{Calidad promedio de un proceso} = \frac{\text{Cantidad total de defectuosas}}{\text{Cantidad total de muestras}} \times 100$$

Usualmente se calcula este promedio para 5 ó 10 lotes consecutivos en inspección original (sin incluir lotes presentados nuevamente a inspección). También se puede efectuar el cálculo después de cada lote si la calidad del producto está cambiando rápidamente. Este promedio se calcula por separado para cada tipo o clase de defecto para los que se ha dado un NCA por separado. Es necesario hacer notar que no se puede suspender la inspección en el momento de llegar a una decisión en el caso de planes de muestreo dobles o múltiples, sino que es indispensable inspeccionar todas las muestras para que el cálculo sea correcto. Los resultados de la inspección de productos fabricados bajo condiciones anormales se pueden excluir para este cálculo. El que los resultados en sí sean anormales no justifica el excluir esta información, sino que es necesaria una razón clara, definida y conocida, tal como falla de un horno, falla de energía eléctrica, u otras causas semejantes. Esta fórmula también se puede usar para defectos por cien unidades reemplazando este término por el de defectuosas.

Ejemplo 4 Cálculo de la calidad promedio de un proceso.

Supongamos que el producto se suministra en lotes de 2500 unidades. El plan de muestreo usado indica que debe tomarse una muestra de 125 unidades de cada lote y proporciona un número de aceptación (Ac) de 3. Se debe efectuar el cálculo de la calidad promedio en base a los resultados de 5 lotes consecutivos en inspección original. Se sabe que el lote No. 3 fue dañado por el agua debido a un techo dañado, durante una lluvia muy fuerte, por lo tanto los resultados de la inspección reflejan una condición anormal. Los resultados de la inspección por muestreo se muestran a continuación en la tabla B:

TABLA C   Calidad promedio de un proceso

(n = 125, Ac = 3, Re = 4)					
LOTE No.	TAMAÑO DEL LOTE	TAMAÑO DE LA MUESTRA	CANTIDAD DEFECTUOSAS	DECISION	OBSERVACIONES
1	2500	125	2	Aceptar	
2	2500	125	1	Aceptar	
(3)	(2500)	(125)	(9)	Rechazar	Anormal
4	2500	125	0	Aceptar	
5	2500	125	4	Rechazar	
(3)	(2500)	(125)	(0)	Aceptar	Nueva presentación
6	2500	125	1	Aceptar	
T O T A L E S		625	8		

$$\text{Calidad promedio} = \frac{100 \times 8}{625} = 1{,}28\ \%\ \text{defectuosa}$$

Obsérvese que el lote número 5 fue rechazado en la inspección original y ya fue anotado; por lo que al ser nuevamente presentado a inspección después de haber sido seleccionado o reparadas sus unidades defectuosas, no se incluirá en el cálculo del promedio de proceso. El lote número 3 fue rechazado en la inspección original, pero debido a la condición anormal explicada, se excluye del cálculo; cuando fue presentado nuevamente de inspección tampoco se incluyó por haber sido escogido en forma especial y no ser representativo del promedio del proceso.

15.3 Límites superior e inferior

Los límites de control superior e inferior para el cálculo de la calidad promedio de un proceso se muestran en la tabla C. Estos corresponden a inspección normal. Estos límites son útiles en la construcción de las gráficas del promedio de un proceso, conocidas como "Gráficas P". Estos límites superior e inferior también se pueden usar para calcular los límites de confianza. Este es el rango de la calidad promedio que podemos esperar del total de lote, cuando hemos encontrado una cantidad de defectuosas en las muestras tomadas.

Ejemplo 5 promedio probable del lote

Supongamos que tomamos 125 muestras al azar de un lote y encontramos 10 defectuosas; el porcentaje de defectuosas en la muestra es $\frac{100 \times 10}{125} = 8\%$ defectuosas. La muestra se tomó de un lote cuya calidad en promedio puede encontrarse en un nivel de calidad que puede variar entre los límites superior e inferior que se calculan a continuación:

a) Nivel de calidad inferior

Este es de 19.1 % de defectuosas por el siguiente cálculo: Se entra en la tabla C con el tamaño de muestra (125) y en el contenido de la tabla buscamos en la línea inferior el valor de 8 %, pero este se encuentra entre 5.07% de defectuosas que corresponde a un NCA de 15 y 12.18 % de defectuosas que corresponde a un NCA de 25. Se efectúa una interpolación lineal para encontrar el NCA correspondiente a 8 % de defectuosas. El 8% que se busca se encuentra a 41 % del camino de 5.07 a 12.18 %, como se muestra a continuación:

$$\frac{8.00 - 5.07}{12.18 - 5.07} = \frac{2.93}{7.11} = 0.41$$

Y aplicando este porcentaje a la diferencia de 15 a 25 se encuentran los 19.1 % de defectuosas

TABLA D Límites superior e inferior del promedio del proceso para inspección normal

Cantidad de unidades de la muestra incluidas en el cálculo del promedio del proceso	Niveles de calidad aceptable							
	0.025	0.040	0.065	0.10	0.15	0.25	0.40	0.65
25-34	** *	** *	** *	** *	** *	** *	** *	5.103 *
35-49	** *	** *	** *	** *	** *	** *	3.328 *	4.383 *
50-74	** *	** *	** *	** *	** *	2.155 *	2.810 *	3.722 *
75-99	** *	** *	** *	** *	1.290 *	1.858 *	2.434 *	3.243 *
100-124	** *	** *	** *	0.996 *	1.248 *	1.667 *	2.193 *	2.935 *
125-149	** *	** *	** *	0.911 *	1.143 *	1.532 *	2.021 *	2.716 *
150-199	** *	** *	0.644 *	0.815 *	1.030 *	1.355 *	1.836 *	2.481 *
200-249	** *	0.410 *	0.575 *	0.733 *	0.926 *	1.251 *	1.666 *	2.264 *
250-299	** *	0.374 *	0.537 *	0.673 *	0.851 *	1.155 *	1.545 *	2.110 *
300-349	0.219 *	0.347 *	0.490 *	0.627 *	0.795 *	1.083 *	1.453 *	1.993 *
350-399	0.205 *	0.325 *	0.460 *	0.590 *	0.750 *	1.025 *	1.380 *	1.900 *
400-449	0.193 *	0.307 *	0.435 *	0.561 *	0.714 *	0.978 *	1.321 *	1.824 *
450-549	0.179 *	0.286 *	0.407 *	0.525 *	0.670 *	0.921 *	1.249 *	1.732 *
550-649	0.165 *	0.264 *	0.377 *	0.488 *	0.625 *	0.863 *	1.176 *	1.638 *
650-749	0.151 *	0.247 *	0.354 *	0.459 *	0.589 *	0.817 *	1.117 *	1.524 *
750-849	0.143 *	0.231 *	0.231 *	0.430 *	0.555 *	0.772 *	1.061 *	1.492 *

* La cantidad de unidades en la muestra incluidas en el cálculo del promedio del proceso es insuficiente para usar inspección reducida.

** La inspección normal para estos NCA no proporciona tamaños de muestras tan pequeños.

TABLA C Límites superior e inferior del promedio del proceso para inspección normal (continuación)

Cantidad de unidades de la muestra incluidas en el cálculo del promedio del proceso	Niveles de calidad aceptable							
	0.015	0.035	0.065	0.10	0.15	0.25	0.40	0.65
900-1,099	0.131 *	0.213 *	0.307 *	0.400 *	0.618 *	0.924 *	1.000 *	1.415 *
1,100-1,299	0.121 *	0.197 *	0.285 *	0.374 *	0.455 *	0.693 *	0.948 *	1.348 *
1,300-1,499	0.113 *	0.185 *	0.270 *	0.354 *	0.461 *	0.651 *	0.907 *	1.295 0.044
1,500-1,699	0.107 *	0.175 *	0.256 *	0.337 *	0.440 *	0.625 *	0.874 *	1.255 0.045
1,700-1,899	0.102 *	0.167 *	0.245 *	0.324 *	0.424 *	0.604 *	0.847 *	1.220 0.080
1,900-2,249	0.096 *	0.158 *	0.233 *	0.308 *	0.405 *	0.579 *	0.817 *	1.181 0.119
2,250-2,749	0.089 *	0.147 *	0.218 *	0.290 *	0.383 *	0.550 *	0.779 0.021	1.131 0.166
2,750-3,499	0.081 *	0.136 *	0.202 *	0.270 *	0.358 *	0.518 *	0.739 0.061	1.093 0.217
3,500-4,999	0.071 *	0.121 *	0.182 *	0.246 *	0.328 *	0.486 0.070	0.691 0.109	1.031 0.279
5,000-6,999	0.062 *	0.108 *	0.164 *	0.222 *	0.300 *	0.444 0.516	0.645 0.155	0.962 0.335
7,000-8,999	0.056 *	0.098 *	0.151 *	0.206 *	0.280 0.020	0.418 0.082	0.612 0.188	0.920 0.380
9,000-10,999	0.052 *	0.091 *	0.142 *	0.195 0.005	0.266 0.034	0.400 0.103	0.590 0.210	0.892 0.408
11,000-13,499	0.048 *	0.085 *	0.133 *	0.185 0.015	0.254 0.046	0.384 0.116	0.570 0.236	0.866 0.434
13,500-17,499	0.044 *	0.080 *	0.127 0.003	0.176 0.024	0.243 0.057	0.371 0.129	0.552 0.248	0.844 0.456
17,500-22,499	0.041 *	0.075 *	0.119 0.011	0.167 0.033	0.232 0.066	0.356 0.144	0.534 0.265	0.821 0.475
22,500 y más	0.036 *	0.067	0.109 0.021	0.155 0.045	0.217 0.053	0.337 0.163	0.510 0.290	0.790 0.510

* La cantidad de unidades en la muestra incluidas en el cálculo del promedio del proceso es insuficiente para usar inspección reducida.

TABLA B Límites superior e inferior del promedio del proceso para inspección normal (continuación)

Cantidad de unidades de la muestra incluidas en el cálculo del promedio del proceso	Niveles de calidad aceptable							
	1.0	1.5	2.5	4.0	6.5	10.0	15.0	25.0
25–34	6.52 *	8.27 *	11.23 *	15.65 *	20.58 *	27.47 *	36.20 *	52.62 *
35–49	5.63 *	7.17 *	9.63 *	13.26 *	18.30 *	24.64 *	32.93 *	49.14 1.36
50–74	4.83 *	6.37 *	8.52 *	11.62 *	16.21 *	22.05 *	29.75 0.25	44.05 5.55
75–99	4.22 *	5.44 *	7.50 *	10.43 *	14.76 *	20.17 *	27.46 2.54	41.08 8.92
100–124	3.83 *	4.97 *	6.98 *	9.67 *	13.73 *	18.96 1.04	25.98 4.02	39.17 10.83
125–149	3.56 *	4.64 *	6.55 *	9.13 *	13.03 *	18.11 1.89	24.93 5.07	37.52 12.48
150–199	3.27 *	4.28 *	6.09 *	8.54 *	12.29 0.71	17.18 2.82	23.80 6.20	36.36 13.64
200–249	3.00 *	3.95 *	5.67 *	8.00 *	11.60 1.40	16.33 3.67	22.76 7.24	35.01 14.99
250–299	2.81 *	3.72 *	5.36 *	7.62 0.38	11.12 1.88	15.73 4.27	22.01 7.99	34.05 15.95
300–349	2.67 *	3.54 *	5.13 *	7.33 0.67	10.75 2.25	15.27 4.73	21.45 8.55	33.33 16.67
350–399	2.55 *	3.40 *	4.95 0.05	7.10 0.90	10.45 2.55	14.90 5.10	21.00 9.00	32.75 17.25
400–449	2.46 *	3.28 *	4.80 0.20	6.91 1.09	10.21 2.79	14.60 5.40	20.64 9.36	32.28 17.72
450–549	2.34 *	3.14 *	4.62 0.38	6.68 1.32	9.92 3.08	14.24 5.76	20.20 9.80	31.71 18.29
550–649	2.23 *	3.00 *	4.44 0.56	6.45 1.55	9.62 3.38	13.87 6.13	19.75 10.25	31.13 18.87
650–749	2.13 *	2.89 0.11	4.29 0.71	6.27 1.73	9.39 3.61	13.59 6.41	19.39 10.61	30.67 19.33
750–899	2.01 *	2.78 0.22	4.15 0.85	6.09 1.91	9.10 3.90	13.30 6.70	19.05 10.95	30.22 19.78

* La cantidad de unidades en la muestra incluidas en el cálculo del promedio del proceso es insuficiente para usar inspección reducida.

TABLA C Límites superior e inferior del promedio del proceso para inspección normal (continuación)

Cantidad de unidades de la muestra incluidas en el cálculo del promedio del proceso	Niveles de calidad aceptable							
	1.0	1.5	2.5	4.0	6.5	10.0	15.0	25.0
900–1,099	1.95 0.05	2.66 0.34	4.00 1.00	5.90 2.10	8.92 4.08	13.00 7.00	18.68 11.32	29.74 20.26
1,100–1,299	1.87 0.13	2.56 0.44	3.87 1.13	5.73 2.27	8.71 4.29	12.74 7.26	18.36 11.64	29.33 20.67
1,300–1,499	1.80 0.20	2.49 [illegible]	3.77 1.23	5.60 2.40	8.54 4.46	12.54 7.46	18.11 11.89	29.01 20.99
1,500–1,699	1.75 0.25	2.42 0.58	3.69 1.31	5.50 2.50	8.41 4.59	12.37 7.63	17.91 12.09	28.75 21.25
1,700–1,899	1.71 0.29	2.37 0.63	3.59 1.41	5.41 2.59	8.30 4.70	12.24 7.76	17.74 12.26	28.54 21.46
1,900–2,249	1.66 0.34	2.31 0.69	3.54 1.46	5.32 2.68	8.18 4.82	12.08 7.92	17.55 12.45	28.29 21.71
2,250–2,749	1.60 0.40	2.23 0.77	3.45 1.55	5.20 2.80	8.03 4.97	11.90 8.10	17.32 12.68	28.00 22.00
2,750–3,499	1.54 0.46	2.16 0.84	3.35 1.65	5.07 2.93	7.87 5.13	11.70 8.30	17.08 12.92	27.68 22.32
3,500–4,999	1.46 0.54	2.06 0.94	3.23 1.77	4.92 3.08	7.67 5.33	11.46 8.54	15.78 13.22	27.30 22.70
5,000–6,999	1.39 0.61	1.97 1.03	3.11 1.89	4.77 3.23	7.49 5.51	11.22 8.78	16.50 13.50	26.94 23.06
7,000–8,999	1.34 0.66	1.91 1.09	3.03 1.97	4.67 3.33	7.36 5.64	11.06 8.94	16.30 13.70	26.68 23.32
9,000–10,999	1.30 0.70	1.87 1.13	2.97 2.03	4.60 3.40	[illegible] [illegible]	10.95 9.05	16.16 13.84	26.50 23.50
11,000–13,499	1.27 0.73	1.83 1.17	2.92 2.05	4.54 3.46	7.18 5.82	10.85 9.15	16.04 13.96	§ §
13,500–17,499	1.24 0.76	1.80 1.20	2.88 2.12	4.48 3.52	7.11 5.89	10.76 9.24	§ §	§ §
17,500–22,499	1.21 0.79	1.76 1.24	2.84 2.16	4.42 3.58	7.04 5.96	§ §	§ §	§ §
22,500 y más	1.17 0.83	1.71 1.29	2.77 2.23	4.35 3.65	§ §	§ §	§ §	§ §

§ La cantidad de unidades en la muestra incluidas en el cálculo del promedio del proceso es muy grande desechense los resultados más antiguos.

TABLA C Límites superior e inferior del promedio del proces para inspección normal (continuación)

Cantidad de unidades de la muestra incluidas en el cálculo del promedio del proceso.	Niveles de calidad aceptable							
	40.0	65.0	100.0	150.0	250.0	400.0	650.0	1000.0
25-34	74.93 5.67	109.53 20.47	155.2 44.8	217.6 82.4	337.3 162.7	510.6 289.5	790.8 509.2	1174.7 825.3
35-49	69.28 10.72	102.33 27.67	146.3 53.7	206.7 93.3	323.8 176.2	492.6 307.4	768.0 532.0	1146.4 853.6
50-74	64.10 15.90	95.72 34.28	139.0 61.0	196.7 103.3	310.2 189.8	476.2 323.8	747.1 552.9	1120.5 879.5
75-99	60.94 19.06	90.93 39.07	132.2 67.8	189.4 110.6	300.9 199.1	464.3 335.7	732.0 568.0	1101.7 898.3
100-124	57.93 22.07	87.86 42.14	128.3 71.7	184.7 115.3	294.8 205.2	456.7 343.3	722.3 577.7	1089.9 910.1
125-149	56.21 23.79	85.97 44.03	125.9 74.1	181.4 118.6	290.5 209.5	450.3 349.7	715.3 584.7	1081.1 918.9
150-199	54.36 25.64	83.31 46.69	122.7 77.3	177.8 122.2	285.9 214.1	448.4 351.6	707.9 592.1	1071.8 928.2
200-249	52.76 27.24	81.14 48.86	120.0 80.0	174.5 125.5	281.7 218.3	440.0 360.0	701.0 599.0	1063.3 936.7
250-299	51.45 28.55	79.60 50.40	118.1 81.9	172.2 127.8	278.6 221.4	436.2 363.8	696.2 603.8	1057.3 942.7
300-349	50.53 29.47	78.43 51.57	116.7 83.3	170.4 129.6	276.3 223.7	433.3 366.7	692.5 607.5	1052.7 947.3
350-399	49.83 30.17	77.50 52.50	115.5 84.5	169.0 131.0	274.5 225.5	431.0 369.0	689.5 610.5	1049.0 951.0
400-449	49.21 30.79	76.74 53.26	114.6 85.4	167.8 132.2	273.0 227.0	429.1 370.9	687.1 612.9	1046.0 954.0
450-549	48.46 31.54	75.82 54.18	113.4 86.6	166.4 133.6	271.2 228.8	426.8 373.2	684.2 615.8	1042.5 957.5
550-649	47.75 32.25	74.88 55.12	112.3 87.7	165.0 135.0	269.4 230.6	424.5 375.5	681.2 618.8	1038.7 961.3
650-749	47.17 32.83	74.14 55.86	111.3 88.7	163.9 136.1	267.9 232.1	422.7 377.3	678.9 621.1	1035.9 964.1
750-849	46.61 33.39	73.42 56.58	110.4 89.6	162.8 137.2	266.5 233.5	420.9 379.1	676.6 623.4	1033.0 967.0

TABLA C Límites superior e inferior del promedio del proceso para inspección normal (continuación)

Cantidad de unidades de la muestra incluidas en el cálculo del promedio del proceso.	Niveles de calidad aceptable							
	40.0	65.0	100.0	150.0	250.0	400.0	650.0	1000.0
900–1,099	46.00 34.00	72.65 57.35	109.5 90.5	161.6 138.4	265.0 235.0	419.0 381.0	674.2 625.8	1030.0 970.0
1,100–1,299	45.48 34.52	71.98 58.02	108.7 91.3	160.6 139.4	263.7 236.3	417.3 382.7	672.1 627.9	1027.4 972.6
1,300–1,499	45.07 34.93	71.47 58.53	108.0 92.0	159.8 140.2	262.7 237.3	416.0 384.0	670.4 629.6	1025.4 974.6
1,500–1,699	44.74 35.26	71.05 58.95	107.5 92.5	159.2 140.8	261.9 238.1	415.0 385.0	669.1 630.9	1023.7 976.3
1,700–1,899	44.47 35.53	70.70 59.30	107.1 92.9	158.7 141.3	261.2 238.8	414.1 385.9	668.0 632.0	§ §
1,900–2,249	44.17 35.83	70.31 59.69	106.6 93.4	158.1 141.9	260.4 239.6	413.2 386.8	§ §	§ §
2,250–2,749	43.79 36.21	69.84 60.16	106.0 94.0	157.3 142.7	259.5 240.5	§ §	§ §	§ §
2,750–3,499	43.39 36.61	69.33 60.67	105.4 94.6	156.6 143.4	§ §	§ §	§ §	§ §
3,500–4,999	42.91 37.09	68.71 61.29	104.6 95.4	§ §	§ §	§ §	§ §	§ §
5,000–6,999	42.45 37.55	68.12 61.88	§ §	§ §	§ §	§ §	§ §	§ §
7,000–8,999	42.12 37.88	§ §	§ §	§ §	§ §	§ §	§ §	§ §
9,000–10,999	§ §	§ §	§ §	§ §	§ §	§ §	§ §	§ §
11,000–13,499	§ §	§ §	§ §	§ §	§ §	§ §	§ §	§ §
13,500–17,499	§ §	§ §	§ §	§ §	§ §	§ §	§ §	§ §
17,500–22,499	§ §	§ §	§ §	§ §	§ §	§ §	§ §	§ §
22,500– y más	§ §	§ §	§ §	§ §	§ §	§ §	§ §	§ §

§ La cantidad de unidades en la muestra incluidas en el cálculo del promedio del proceso es muy grande. Desechense los resultados más antiguos.

[illegible] el límite [illegible] de confianza de este [illegible] 19.1% [illegible] en [illegible]. Esto [illegible] que en el [illegible] de los casos, el lote contiene 19.1% de defectuosas, cuando hemos encontrado 10 defectuosas en la muestra de 125 unidades.

b) Nivel de calidad superior

Este es de 3.34% de defectuosas por el siguiente cálculo: Se entra en la tabla C con el tamaño de la muestra (125) y en el contenido de la tabla se busca en la línea superior el valor de 8%, pero este se encuentra entre 6.55% de defectuosas que corresponde a un NCA de 2.5 y 9.13% de defectuosas que corresponde a un NCA de 4. Se efectúa una interpolación lineal para encontrar el NCA correspondiente a 8% de defectuosas. El 8% que se busca se encuentra a 56% del camino de 6.55 y 9.13 como se muestra a continuación:

$$\frac{8.00 - 6.55}{9.13 - 6.55} = \frac{1.45}{2.58} = 0.56$$

Y aplicando este porcentaje a la diferencia de 4.0 a 2.5 se encuentran los 3.34% de defectuosas:

$$2.5 + 0.56\ (4.0 - 2.5) = 3.34$$

c) Al considerar ambos límites calculados, se puede decir acerca de la calidad del lote, lo siguiente:

Cuando se encuentran 10 unidades defectuosas en una muestra de 125 unidades, la calidad real en el lote puede ser tan buena como 3.34% de defectuosas o tan mala como 19.1% de defectuosas en promedio.

16 HISTORIA DE CALIDAD

16.1 Propósito

La historia de calidad es el registro de los resultados de la inspección de lotes para un producto de un proveedor; esta información se puede evaluar para cada período determinado. En estas bases se pueden comparar las historias de calidad de distintos proveedores de un solo producto o tipo de productos y así conocer su capacidad con respecto a la calidad de dichos productos. También se pueden efectuar, tomando como base estas historias de calidad, estudios para conocer la capacidad de un proceso y variabilidad del diseño con objeto de poder efectuar los cambios indispensables en el proceso que den como resultado el cumplimiento de las especificaciones. Se pueden sancionar las deficiencias en el producto al fabricante de tal manera que su departamento de diseño o ingeniería de proceso pueda tomar las medidas correctivas necesarias.

Quizá la utilidad, más importante, que se puede dar a la historia de calidad de un producto con un proveedor es que con ella podemos fijar el nivel de inspección. Cuando ésta muestra una alta calidad constante para todas sus características, es necesario un nivel de inspección menor y con ello los costos de la inspección también son menores, tanto para el proveedor como para el consumidor.

16.2 Registro de los resultados de la inspección

Estos son los resultados de la inspección e incluyen información con respecto a identificación del producto, de los lotes y cuáles características o grupos de características se han inspeccionado. Este registro de los resultados de la inspección por muestreo permite elaborar la historia de la calidad. Al analizar esta información para un período determinado se pueden detectar a tiempo tendencias negativas con respecto a la calidad, o sea antes de que el producto se encuentre fuera de especificaciones y así tomar las medidas correctivas, antes de que sea necesario rechazar una gran cantidad de lotes.

Además de que ayuda a evitar el rechazo de grandes cantidades de lotes, ayuda a cumplir con los plazos de entrega y en esta forma ayuda a que el proveedor [illegible] consciente de su responsabilidad con respecto a la calidad de sus productos. Se puede tener un mejor control sobre la calidad cuando conocemos y tenemos registrados los resultados de la inspección. El [illegible] de un proceso es de gran utilidad para conocer la capacidad de [illegible] calidad. Se recomienda siempre el uso de formas

... materiales, subensambles, materias primas, etc.;

... instrumentos y equipo de medición;

c) Control de procesos;

d) Mediciones 100 y/o estadísticas;

e) Programa de calidad.

17.3 Relación consumidor proveedor

Las unidades de producto defectuosas que encuentre el consumidor al efectuar su inspección, deben estar separadas del lote y/o bien identificadas, también es indispensable saber a que lote corresponden. Los defectos encontrados en estas unidades de producto defectuosas, deben ser demostrados al proveedor, en lo posible. Las discrepancias que se encuentren en los resultados de la inspección efectuada por el consumidor con respecto a los que tiene el proveedor deben ser investigadas a fondo, esto es siempre muy útil en las relaciones proveedor consumidor. Un aspecto que es muy provechoso para esta investigación es el tener unificada, entre el proveedor y el consumidor, la forma de presentación de los resultados. Las discrepancias pueden ser debidas a aspectos tales como: métodos de medición usados, características del equipo de medición que se utiliza, calibración del mismo, experiencia del personal, etc. Debido a ésto, puede ser conveniente y hasta necesario el acuerdo previo, entre proveedor y consumidor, de los métodos de medición que se van aplicar, las características del equipo de medición, que se usará, etc. Otros aspectos que hay que considerar al investigar las discrepancias, son: la correcta interpretación de las especificaciónes y/o resultados. Asimismo también existe la posibilidad de que los resultados no concuerden en un momento dado por aspectos estrictamente del azar, sin embargo existen métodos para ayudar a esta investigación: como en el análisis de la historia de calidad, la posibilidad que existe en algunos casos de tomar una nueva muestra del lote e inspeccionarla, esto es útil cuando por el tamaño del lote y el nivel de inspección resulta en una cantidad grande de muestras y también es útil en caso de tercería, o sea cuando es necesaria una certificación de calidad efectuada por la autoridad o cualquier otra entidad que no sea ni el proveedor ni el consumidor.

Siempre es conveniente que el personal de inspección tanto del proveedor como del consumidor comprendan y apliquen aspectos tales como:

a) Registros, información y controles adecuados;

b) Toma de muestras estrictamente al azar;

c) Lista de fallas posibles y su descripción detallada;

d) Aplicación adecuada del plan de muestreo;

e) Equipo de medición adecuado así como su operación, calibración y mantenimiento apropiados.

f) Uniformidad en la aplicación de los criterios de calidad.

18 BIBLIOGRAFIA

Guide to the use of ISO 2859 "Sampling procedures and tables for inspection by attributes".

MIL - HDBK - 53 "Guide for Sampling inspection".

México, D.F., a

EL C. DIRECTOR GENERAL DE NORMAS

ING. OSCAR [illegible]

ESTADOS UNIDOS MEXICANOS

SECRETARIA DE INDUSTRIA Y COMERCIO

NORMA OFICIAL MEXICANA

NOM - R - 18 - 1975

MUESTREO PARA LA INSPECCION POR ATRIBUTOS

(SAMPLING PROCEDURES AND TABLES FOR INSPECTION BY ATTRIBUTES)

PARTE II

METODOS DE MUESTREO PARA LA INSPECCION POR ATRIBUTOS

(SAMPLING PROCEDURES FOR INSPECTION BY ATTRIBUTES)

DIRECCION GENERAL DE NORMAS

C O N T E N I D O

Es aquella que se inspecciona para su clasificación en defectuosa o no-defectuosa, o para contar el número de defectos que contiene. Puede ser un solo artículo, un par, un juego, una longitud, una área, una operación, un volumen, un componente de un producto terminado o el producto terminado mismo. La unidad de producto puede o no ser la misma unidad de compra, surtimiento, producción o embarque.

2 CLASIFICACION DE DEFECTOS Y UNIDADES DE PRODUCTO DEFECTUOSAS

2.1 Clasificación de defectos

Es la lista de posibles defectos que puede contener la unidad de producto, clasificados de acuerdo a su importancia. Defecto es cualquier discrepancia o inconformidad de la unidad de producto, con respecto a las especificaciones establecidas. Los defectos se agrupan usualmente en una o más de las clases que se mencionan a continuación; sin embargo, éstos también se pueden agrupar en otras clases o subclases dentro de las mismas.

2.1.1 Defecto crítico

Es aquel en el cual el criterio y la experiencia indican que tiene grandes probabilidades de producir condiciones peligrosas o inseguras para las personas que lo usan, le dan servicio o dependen de él. También es aquel en el cual el criterio y la experiencia indican que tiene grandes probabilidades de impedir el funcionamiento o el desempeño de la función primordial de un producto terminado mayor, tal como un barco, un avión, un tanque, un proyectil, un vehículo espacial, una computadora, un equipo médico, o un satélite de telecomunicaciones.

NOTA: Para condiciones especiales relativas a defectos críticos, véase 6.3.

2.1.2 Defecto mayor

Es aquel, que sin ser crítico, tiene grandes probabilidades de provocar una falla o reducir en forma drástica la utilidad de la unidad de producto para el fin al que se le destina.

2.1.3 Defecto menor

Es aquel que representa una desviación con respecto a los requisitos establecidos y que no tiene una influencia decisiva en el uso efectivo o en la operación de la unidad de producto, o sea que no tiene grandes probabilidades de reducir en forma drástica la posibilidad de uso para el fin al que se le destina.

2.2 Clasificación de unidades de producto defectuosas

Defectuosa, es aquella que contiene uno o más defectos. Estas usualmente se clasifican en:

2.2.1 Unidad de producto defectuosa crítica

Es aquella que contiene uno o más defectos críticos, así como también puede contener defectos mayores y/o menores.

NOTA: Para condiciones especiales relativas a defectos críticos, véase 6.3.

2.2.2 Unidad de producto defectuosa mayor

Es aquella que contiene uno o más defectos mayores y que también puede contener defectos menores, pero que no contiene defectos críticos.

2.2.3 Unidad de producto defectuosa menor

Es aquella que contiene uno o más defectos menores, pero que no contiene ni defectos mayores ni críticos.

1 OBJETIVO Y CAMPO DE APLICACION

1.1 Objetivo

Esta parte de la norma establece los planes de muestreo y metodos para la inspección por atributos, con el fin de permitir el mutuo entendimiento sobre bases estadísticas comunes entre proveedores y compradores

1.2 Campo de Aplicación

Los planes de muestreo de esta norma se aplican, pero no en forma limitativa a la inspección de:

a) Productos terminados;
b) Componentes y materias primas;
c) Operaciones;
d) Materiales en proceso;
e) Materiales almacenados;
f) Operaciones de manténimiento;
g) Datos y registros;
h) Procedimientos administrativos:

La aplicación principal de estos planes es para la inspección de series contínuas de lotes o partidas. Estos planes pueden usarse para la inspección de lotes o partidas aisladas, pero en este caso el usuario debe consultar las curvas de operación características para encontrar un plan que le proporcione la protección deseada (véase 11.6).

1.3 Referencias

Este documento es la segunda parte de la norma "Muestréo para la Inspección por Atributos" que en su totalidad consta de las siguientes partes:

Parte I	Información general sobre la inspección por muestreo
Parte II	Métodos de muestreo para la inspección por atributos
Parte III	Tablas y gráficas para la inspección por atributos
Parte IV	Aplicación de los métodos de muestreo para la inspección por atributos
Parte V	Regla de cálculo para los planes de muestreo por atributos

1.4 Definiciones

1.4.1 Inspección

Es el proceso de medición, examen, prueba o de alguna otra forma de comparación de la unidad de producto bajo consideración, (véase 1.4.3), con respecto a las especificaciones establecidas.

1.4.2 Inspección por atributos

Es aquella bajo la cual simplemente se clasifica a la unidad de producto como defectuosa o no defectuosa o se cuenta el número de defectos que contiene con respecto a las especificaciones establecidas.

4.5 Especificación del NCA

El NCA que se va a usar debe especificarse en el contrato o establecerse por mutuo acuerdo entre proveedor y consumidor. Se pueden especificar diferentes NCA para grupos de defectos considerados en forma colectiva o para defectos individuales. Se puede especificar un NCA para un grupo de defectos adicionalmente a los NCA para defectos individuales o subgrupos en el mismo grupo. Los NCA para valores de 10 o menores, se pueden expresar ya sea en porcentaje de unidades de producto defectuosas o en defectos por cien unidades de producto; aquellos mayores de 10 se deben expresar solamente como defectos por cien unidades de producto.

4.6 NCA preferentes

Los valores de los NCA proporcionados por las tablas de la parte III de esta norma, se conocen como valores preferentes de NCA. Si para algún producto se debe especificar un NCA diferente a los valores preferentes, las tablas de la parte III no son aplicables.

5 PRESENTACION DEL PRODUCTO PARA SU INSPECCION

5.1 Lote o partida

Se refieren a lotes o partidas para su inspección y se definen como el conjunto de unidades de producto del cual se toma la muestra para su inspección y se determina la conformidad con el criterio de aceptación y puede ser diferente al conjunto de unidades llamadas lote o partida para otros propósitos (por ejemplo: producción, embarque, etc.).

5.2 Formación de lotes o partidas

El producto debe agruparse en lotes, sub-lotes o partidas identificables o de cualquier otra forma que se especifique (véase 5.4). En lo posible cada lote o partida debe estar constituído por unidades de producto de un solo tipo, grado, clase, tamaño y composición, fabricados esencialmente bajo las mismas condiciones y en el mismo período.

5.3 Tamaño de los lotes o partidas

Es el número de unidades de producto que contienen.

5.4 Presentación de lotes o partidas para su inspección

Se debe establecer por mutuo acuerdo entre proveedor y comprador, la manera de formar los lotes o partidas, su tamaño y la forma en que deben presentarse e identificarse por el proveedor. Cuando sea necesario, el proveedor debe proporcionar espacio adecuado y apropiado para el almacenamiento de cada lote o partida, el equipo necesario para la adecuada presentación e identificación y personal para llevar a cabo todo el manejo del producto necesario para la extracción de las muestras.

6 ACEPTACION O RECHAZO

6.1 Aceptabilidad de lotes o partidas

Esta se determina por medio del plan o planes de muestreo en conjunto con el NCA correspondiente.

6.2 Unidades de producto defectuosas

El consumidor tiene derecho a rechazar cualquier unidad de producto que encuentre defectuosa durante la inspección, sin importar que dicha unidad forme parte de la muestra o no y sin importar que el lote o partida en total sea aceptado o no. Las unidades de producto defectuosas pueden repararse o corregirse y presentarse nuevamente para su inspección, mediante la aprobación y en la forma acordada entre proveedor y comprador.

3 PORCENTAJE DE UNIDADES DE PRODUCTO DEFECTUOSAS Y DEFECTOS POR CIEN UNIDADES DE PRODUCTO

3.1 Formas de expresar la inconformidad

El grado de inconformidad de una unidad de producto, se puede expresar como: porcentaje de unidades de producto defectuosas, o defectos por cien unidades.

3.2 Porcentaje de unidades de producto defectuosas

Es el cociente del número de unidades de producto defectuosas, entre el número total de unidades de producto inspeccionadas, todo multiplicado por 100.

$$\% \text{ DEFECTUOSAS} = \frac{\text{CANTIDAD DE DEFECTUOSAS}}{\text{CANTIDAD INSPECCIONADA}} \times 100$$

3.3 Defectos por cien unidades de producto

Es el cociente del número de defectos encontrados en las unidades de producto, entre el número de unidades de producto inspeccionadas, todo multiplicado por 100.

NOTA: Cualquier unidad de producto puede contener uno o más defectos.

$$\text{DEFECTOS POR CIEN UNIDADES} = \frac{\text{CANTIDAD DE DEFECTOS}}{\text{CANTIDAD INSPECCIONADA}} \times 100$$

4 NIVEL DE CALIDAD ACEPTABLE (NCA)

4.1 Uso

El NCA se usa en conjunto con la letra clave que corresponde al tamaño de la muestra, para entrar en las tablas correspondientes a los planes de muestreo para la inspección por atributos incluidas en la parte III de esta norma.

4.2 Definición

El NCA es el porcentaje máximo de unidades de producto defectuosas (o el máximo número de defectos por cien unidades de producto) que, para propósitos de inspección por muestreo, se puede considerar satisfactorio como calidad promedio de un proceso (véase 11.2).

4.3 Explicaciones sobre el significado del NCA

Cuando un consumidor especifica un valor de un NCA para un defecto o grupo de defectos, con ello indica al proveedor que su plan de muestreo de aceptación va a aceptar la gran mayoría de los lotes o partidas que presente el proveedor, siempre y cuando el promedio del porcentaje de unidades de producto defectuosas (o defectos por cien unidades de producto) en esos lotes o partidas, no exceda el valor especificado para el NCA. Por lo que el valor especificado del NCA es el porcentaje de unidades de producto defectuosas (o defectos por cien unidades de producto), que el consumidor indica que es aceptado la mayoría de las veces, por el plan de inspección por muestreo que se va a usar. Los planes de muestreo que se proporcionan en esta norma están elaborados de tal manera, que la probabilidad de aceptación en el valor especificado del NCA, depende del tamaño de la muestra, siendo generalmente más grande para tamaños de muestra mayores que para pequeños, para un NCA definido. El NCA solo, no indica la protección al consumidor en lotes o partidas individuales, pero se relaciona más directamente con lo que se puede esperar de una serie de lotes o partidas, si se toma en cuenta esta norma. En este último caso, es necesario consultar las curvas de operación características del plan para determinar qué protección va a tener el consumidor.

4.4. Limitación

La especificación de un NCA no significa que el proveedor tenga derecho a proporcionar, a sabiendas, uni-

6.3 Condiciones especiales relativas a defectos críticos

Dependiendo del mutuo acuerdo entre proveedor y comprador, se puede establecer que el proveedor inspeccione cada unidad de producto del lote o partida, con respecto a los defectos críticos. El consumidor tiene el derecho a inspeccionar cada unidad del lote o partida con respecto a los defectos críticos y rechazar el lote o partida inmediatamente después de encontrar un defecto crítico y también tiene el derecho de tomar muestras con respecto a defectos críticos de cada lote o partida presentada a inspección por el proveedor y rechazar cualquier lote o partida que contenga uno o más defectos críticos en la muestra tomada.

6.4 Lotes o partidas presentadas nuevamente para inspección

Los lotes o partidas que han sido rechazados inicialmente, se pueden presentar nuevamente a inspección de aceptación, solamente despues de haber examinado, medido o probado nuevamente todas las unidades de producto y que se hayan quitado las defectuosas o corregido los defectos. De mutuo acuerdo entre proveedor y comprador se establece si se usa en este caso la inspección normal o rigurosa y si la inspección debe incluir todos los tipos y clases de defectos o solamente los tipos y clases de defectos por los que fué rechazado inicialmente.

7 EXTRACCION DE MUESTRAS

7.1 Muestra

Consiste de una o más unidades de producto tomadas de un lote o partida. Estas deben tomarse estrictamente al azar, sin considerar su calidad. El número de unidades de producto en la muestra corresponde al tamaño de la misma.

7.2 Muestra representativa

Siempre que sea posible, el número de unidades en la muestra se debe seleccionar en proporción al tamaño de los sublotes o subpartidas o partes que componen el lote o partida, identificadas por un criterio racional. Cuando se desee un muestreo representativo, se seleccionan las unidades de producto de cada parte del lote o partida estrictamente al azar.

7.3 Tiempo de muestreo

Se pueden tomar las muestras cuando se haya terminado de formar un lote o partida, o bien se pueden tomar durante el proceso de formación del mismo.

7.4 Muestreo doble o múltiple

Cuando se usen los planes de muestreo doble o múltiple, las muestras en cada caso deben ser representativas de todo el lote o partida.

8 INSPECCION NORMAL, RIGUROSA Y REDUCIDA

1 Comienzo de una inspección

En este caso se usa la inspección normal, a menos que proveedor y comprador, acuerden otra cosa.

8.2 Continuación de una inspección

La inspección debe continuar sin cambios para cada clase de defectos o defectuosas en lotes o partidas sucesivas, ya sea normal, rigurosa o reducida, excepto cuando el procedimiento de cambio que se presenta a continuación indique otra cosa. El procedimiento de cambio se debe aplicar a cada clase de defectuosas o defectos en forma independiente.

8.3.1 Normal a rigurosa

Cuando se está llevando a cabo la inspección normal y se rechazan 2 de 5 lotes o partidas consecutivas en inspección original, se debe establecer de inmediato la inspección rigurosa.

NOTA: No se deben tomar en cuenta los lotes o partidas presentados nuevamente para inspección en este procedimiento.

8.3.2 Rigurosa a normal

Cuando se está llevando a cabo la inspección rigurosa y se acepten 5 lotes o partidas consecutivas en inspección original, se debe establecer de inmediato la inspección normal.

8.3.3 Normal a reducida

Cuando se está llevando a cabo la inspección normal, se debe establecer la inspección reducida si se cumplen todos los requisitos que se establecen a continuación:

a) Cuando no se hayan rechazado en inspección original los últimos 10 lotes o partidas (o más, como se indica en la nota correspondiente a la tabla VIII);

b) El número total de defectuosas (o defectos) en las muestras de los 10 últimos lotes o partidas (o el número usado para la condición del punto anterior) es igual o menor que el número correspondiente dado en la tabla VIII. Si se está usando muestreo doble o múltiple, se deben incluir todas las muestras inspeccionadas y no solamente las primeras;

c) La producción tiene un ritmo constante;

d) Cuando de mutuo acuerdo entre proveedor y comprador se considere deseable el implantar la inspección reducida.

8.3.4 Reducida a normal

Cuando se está llevando a cabo la inspección reducida, se debe establecer la inspección normal, si en la inspección original sucede cualquiera de las circunstancias que se anotan a continuación:

a) Se rechaza un lote o partida;
b) Un lote se considera aceptable de acuerdo con el procedimiento establecido en 10.1.4;
c) Si la producción se hace irregular o lenta;
d) Otras condiciones que justifiquen la implantación de la inspección normal.

8.4 Suspensión de la inspección

En el caso de que 10 lotes o partidas consecutivas permanezcan en inspección rigurosa (o cualquier otro número que se especifique por mutuo acuerdo entre proveedor y comprador), se suspende la inspección bajo las condiciones de esta norma en espera de una acción que mejore la calidad del producto presentado a inspección.

9 PLANES DE MUESTREO

9.1 Plan de muestreo

Este define el tamaño de la muestra que debe tomarse de cada lote o partida presentado a inspección (tamaño de la muestra o serie de tamaños de muestras) y el criterio para determinar su aceptabilidad (número de aceptación (Ac) y rechazo (Re)).

Este define la relación entre el tamaño del lote o partida y el tamaño de la muestra. De mutuo acuerdo entre proveedor y comprador se establece para cada requisito en particular, el nivel de inspección que debe usarse. En la tabla I se dan tres niveles de inspección, el I, II y el III para ser usados en general. A menos que otra cosa se especifique, debe usarse el nivel II; sin embargo, se puede especificar el nivel I cuando sea necesaria una discriminación menor o el nivel III cuando sea necesaria una discriminación mayor. Se dan también en la misma tabla cuatro niveles de inspección adicionales: S-1, S-2, S-3 y S-4 y se pueden usar donde sean necesarios tamaños relativamente reducidos de la muestra y que se deban o se puedan tolerar los riesgos mayores correspondientes.

NOTA: En la especificación de los niveles de inspección S-1 al S-4, se debe tener cuidado en no especificar NCA incompatibles con dichos niveles de inspección.

9.3 Letras clave

Estas identifican el tamaño de la muestra que se debe tomar en función de los tamaños de los lotes y el nivel de inspección especificado; para obtenerlas se usa la tabla I.

9.4 Selección del plan de muestreo

Se debe usar el NCA y la letra clave, para seleccionar el plan de muestreo por medio de las tablas II, III ó IV. Cuando no existe plan de muestreo disponible para una combinación determinada de NCA y letra clave, las tablas mismas guian al usuario hacia una letra clave diferente, en este caso el tamaño de la muestra está dado por la nueva letra clave y no por la original. Si con este procedimiento se obtienen diferentes tamaños de muestras para diferentes clases de defectos, se puede usar la letra clave que corresponde al tamaño de la muestra mayor para todas las clases de defectos cuando así se especifique, o se acuerde entre proveedor y comprador. Se puede usar, cuando así se especifique o se acepte de mutuo acuerdo entre proveedor y consumidor, como alternativa de un plan de muestreo sencillo con un número de aceptación de 0, el plan de muestreo con un número de aceptación de 1, con su correspondiente tamaño mayor de muestra, para un NCA especificado (que sea disponible).

9.5 Tipos de planes de muestreo

Se dan tres tipos de planes de muestreo en las correspondientes tablas II, III y IV: sencillo, doble y múltiple; cuando existen varios tipos de planes para una combinación dada de NCA y letra clave, se puede usar cualquiera de ellos. La decisión con respecto al plan que se va a usar, ya sea sencillo, doble o múltiple (cuando los haya disponibles para una combinación de NCA y letra clave dadas), normalmente se basa en un balance entre la dificultad administrativa y el promedio de los tamaños de las muestras de los planes disponibles. El promedio del tamaño de la muestra del plan múltiple es menor que el tamaño de la muestra del plan doble (con excepción del caso en que en el sencillo el número de aceptación sea 1) y ambos son siempre menores que el tamaño de la muestra en el plan sencillo. Normalmente la dificultad administrativa para el plan sencillo y el costo por unidad de la muestra son menores que para el plan doble o múltiple.

10 CRITERIO DE ACEPTACION

10.1 Inspección por porcentaje de unidades de producto defectuosas

Para determinar la aceptabilidad de un lote o partida sujeto a inspección de porcentaje de unidades de producto defectuosas, el plan de muestreo aplicable se usa según se indica en 10.1.1, 10.1.2, 10.1.3 y 10.1.4.

10.1.1. Plan de muestreo sencillo

El número de unidades de producto que se inspeccionan es igual al tamaño de la muestra dada en dicho plan. Si el número de unidades de producto defectuosas encontrado en la muestra, es igual o menor que el número de aceptación, dicho lote o partida se considera aceptable. Si el número de unidades de producto defectuosas es igual o mayor que el número de rechazo, el lote o partida debe rechazarse.

... muestra a ser igual al primer tamaño de muestra dada en el plan. Si el número de unidades de producto defectuosas encontradas en la primera muestra, es igual o menor que el primer número de aceptación, el lote o partida se considera aceptable. Si el número de unidades de producto defectuosas encontradas en la primera muestra es igual o mayor que el primer número de rechazo, el lote o partida debe rechazarse. Si el número de unidades de producto defectuosas encontradas en la primera muestra queda comprendido entre el primer número de aceptación y el primer número de rechazo, se debe inspeccionar una segunda muestra del tamaño indicado por el plan. Se deben sumar el número de unidades defectuosas encontradas en el primer y segundo muestreos. Si el número total de unidades de producto defectuosas es igual o menor que el segundo número de aceptación, el lote o partida debe considerarse aceptable. Si el número total de unidades defectuosas es igual o mayor que el segundo número de rechazo, el lote o partida debe rechazarse.

10.1.3 Plan de muestreo múltiple

Para este plan de muestreo, el procedimiento de inspección debe ser similar al especificado en 10.1.2, con excepción que el número de muestras sucesivas necesarias para llegar a una decisión puede ser de más de dos.

10.1.4 Procedimiento especial para inspección reducida

Cuando se está llevando a cabo la inspección reducida, el procedimiento de muestreo puede finalizar sin que necesariamente se haya cumplido con el criterio de aceptación o de rechazo. Bajo estas circunstancias el lote o partida se considera aceptable, pero se debe establecer la inspección normal en el siguiente lote o partida (véase 8.3.4 (b) y también las notas al pie de las tablas para inspección reducida).

10.2 Inspección de defectos por cien unidades

Para determinar la aceptabilidad de un lote o partida sujeto a inspección de defectos por cien unidades, se debe usar el procedimiento especificado para porcentaje de defectuosas con excepción de la palabra "defectuosas", que debe ser substituída por "defectos".

11 INFORMACIÓN SUPLEMENTARIA

11.1 Curvas de operación características (COC)

Las curvas de operación características para inspección normal, que se muestran en la tabla X, indican el porcentaje de los lotes o partidas que se puede esperar sean aceptadas bajo los diversos planes de muestreo para una calidad dada del proceso. Las curvas que se muestran, corresponden a muestreo sencillo; las curvas para muestreos doble o múltiple coinciden con éstas tan de cerca, que se pueden usar para los muestreos doble o múltiple sin errores de consideración. Las curvas de operación características que se muestran para NCA mayores de 10.0, se basan en la distribución de Poisson y son aplicables para la inspección de defectos por cien unidades; aquellas para NCA de 10.0 o menor y tamaños de muestras de 80 o menor, se basan en la distribución binominal y son aplicables para inspección de porcentaje de defectuosas; aquellas para NCA de 10 o menor y tamaños de muestras mayores de 80 se basan en la distribución de Poisson y son aplicables, ya sea para la inspección de defectos por cien unidades, o para la inspección de porcentaje de defectuosas (la distribución de Poisson es una aproximación adecuada a la distribución binominal bajo estas condiciones).

Se proporcionan valores tabulados, correspondientes a valores seleccionados de probabilidad de aceptación (Pa, en porcentaje) para cada una de las curvas que se muestran y en forma adicional, para inspección rigurosa y para defectos por cien unidades para NCA de 10.0 o menor y tamaños de muestras de 80 o menor.

11.2 Calidad promedio de un proceso (CPP)

Es el promedio del porcentaje de defectuosas o el promedio de defectos por cien unidades (lo que corresponda) de un producto presentado por el proveedor a inspección original. La inspección original es la primera inspección de una cantidad de producto en particular y no se debe confundir con la inspección de un producto que se ha presentado nuevamente a inspección, después de haber sido rechazado en la inspección original.

11.3 Promedio de la calidad de salida (PCS)

Es el promedio del porcentaje de defectuosas o el promedio de defectos por cien unidades (lo que corresponda) de todos los lotes aceptados de un producto presentado por el proveedor a inspección. En el caso de lotes rechazados en inspección original, éstos no deben incluirse, sino hasta el momento en que son aceptados después de haber sido realmente inspeccionados cien por ciento y que hayan sido reemplazadas todas las unidades defectuosas por no defectuosas o corregidos los defectos.

11.4 Límite del promedio de la calidad de salida (LPCS)

Es el máximo promedio de las calidades de salida (PCS) para todas las posibles calidades de entrada para un plan de muestreo de aceptación dado. En la tabla V-A se dan valores LPCS para cada uno de los planes de muestreo sencillo para inspección normal y en la tabla V-B para cada uno de los planes de muestreo sencillos para inspección rigurosa.

11.5 Curvas promedio del tamaño de las muestras

Para planes de muestreo dobles y múltiples, las curvas promedio de tamaño de las muestras, se encuentran en la tabla IX. Estas indican los tamaños promedio de las muestras que pueden esperarse que ocurran bajo distintos planes de muestreo y una calidad promedio del proceso determinada. Estas curvas no suponen una disminución de la inspección y son aproximadas hasta el punto que están basadas en la distribución de Poisson y que el tamaño de la muestra, para planes de muestreo doble y múltiple, se supone que son iguales a 0.63n y 0.25n respectivamente, donde n es el tamaño de la muestra correspondiente al plan de muestreo sencillo.

11.6 Protección de calidad límite

Los planes de muestreo y procedimientos asociados, dados en esta norma, están calculados para usarse cuando las unidades de producto se fabrican en series continuas de lotes o partidas en un tiempo determinado. Sin embargo, si el lote o partida es de naturaleza aislada y es deseable el limitar la selección de los planes de muestreo a aquellos que, asociados con el valor del NCA especificado, proporcionen no menos de un valor especificado de protección de calidad límite, se pueden seleccionar planes de muestreo para este propósito escogiendo una calidad límite (CL) y un riesgo del consumidor especificado. En las tablas VI y VII se dan valores para las calidades límite para riesgos comunmente usados del consumidor de 10 y 5% respectivamente. Si se requiere un valor diferente para el riesgo del consumidor se pueden usar las curvas de operación características y sus valores tabulados.

El concepto de calidad límite puede también ser útil al especificar el NCA y el nivel de inspección para una serie de lotes o partidas, fijando así un tamaño mínimo de muestra donde existe alguna razón para evitar, (con un riesgo mayor que el especificado para el consumidor), más que un porcentaje limitado de defectuosas (o defectos) en cualquier lote o partida aislada.

12 BIBILIOGRAFIA

- ISO-2859 1974 Sampling procedures and tables for inspection by attributes
- IEC-Publication 410 - 1973 Sampling plans and procedures for inspection by attributes
- MIL-STD-105D-1963 Sampling procedures and tables for inspection by attributes.

13 CONCORDANCIA CON NORMAS INTERNACIONALES

Esta norma se encuentra totalmente en concordancia con las normas mencionadas en la bibliografía.

México, D.F., a

EL C. DIRECTOR GENERAL DE NORMAS.

ING. CESAR LARRAÑAGA ELIZONDO.

ESTADOS UNIDOS MEXICANOS

SECRETARIA DE PATRIMONIO
Y
FOMENTO INDUSTRIAL

NORMA OFICIAL MEXICANA

DGN - R - 18/4 - 1977

MUESTREO PARA LA INSPECCION POR ATRIBUTOS

(SAMPLING PROCEDURES AND TABLES FOR INSPECTION BY ATTRIBUTES)

PARTE 4

APLICACION DE LOS METODOS DE MUESTREO PARA LA INSPECCION POR ATRIBUTOS

(APPLICATION OF SAMPLING PROCEDURES AND TABLES FOR INSPECTION BY ATTRIBUTES)

DIRECCION GENERAL DE NORMAS

CONTENIDO

0 INTRODUCCION

Esta cuarta parte correspondiente a la Norma DGN-R-18-1978 "Muestreo para la Inspección por Atributos", se debe utilizar en conjunto con las otras partes que forman el total de esta norma y cuyos títulos son:

Parte 1 : Información General sobre la Inspección por Muestreo

Parte 2 : Métodos de Muestreo para la Inspección por Atributos.

Parte 3 : Tablas y Gráficas para la Inspección por Atributos.

Parte 4 : Aplicación de los Métodos de Muestreo para la Inspección por atributos.

Parte 5 : Regla de Cálculo para los Planes de Muestreo por Atributos.

1 OBJETIVO

Esta parte tiene como finalidad el proporcionar una guía y los pasos necesarios para establecer planes de muestreo adecuados a condiciones específicas proporcionando ejemplos explicativos como una ayuda al personal de los departamentos de control de calidad, diseño o ingeniería, personal que elabora normas o establece especificaciones y en general, a todas aquellas personas relacionadas con los problemas de inspección, con el fin de permitir el mutuo entendimiento entre proveedores y consumidores.

2 CAMPO DE APLICACION

Su aplicación principal es para la inspección por atributos de lotes, entre otros de:

a) materias primas;

b) materiales en proceso;

c) artículos y componentes;

d) productos terminados, etc.

Sin embargo, se comprende que no es posible dar ejemplos de todos y cada uno de los campos de aplicación, pero esperamos que la mayoría de las dudas que se presenten en la aplicación de esta norma queden disipadas con los ejemplos que aquí se exponen. Cabe hacer notar una vez más que la esencia misma de esta norma se encuentra en la Parte 2, que las tablas que deben utilizarse se encuentran en la Parte 3 y que las demás partes, incluyendo esta misma son tan solo una ayuda adicional, por lo que no se deben interpretar los ejemplos de tal manera que resulten contradictorios a las partes antes mencionadas.

3 SELECCION DE UN PLAN DE MUESTREO

Antes de seleccionar un plan de muestreo, es necesario conocer cinco aspectos, los que a continuación se expresan:

1 Nivel de calidad aceptable (NCA).

2 Nivel de inspección.

En general, [illegible] de acuerdo al [illegible] proveedor y consumidor para cada producto en particular [illegible] y [illegible] constantes durante la vigencia del [illegible].

3 Si va a utilizarse la inspección normal, rigurosa o reducida. Esto se decide estudiando los [illegible]

4 Si va a utilizarse el muestreo sencillo, doble o múltiple. Por el momento suponemos que va a utilizarse el muestreo sencillo

5 El tamaño del lote o partida

Ejemplo 1: Supongamos que el NCA es de 1.0, el nivel de inspección es II y el tamaño del lote es de 2500. Lo primero que se necesita es la letra clave correspondiente al tamaño de la muestra (usualmente llamada simplemente letra clave, para abreviar). Para un tamaño del lote de 2500 y un nivel de inspección II, la Tabla I nos proporciona la letra clave K

En la tabla correspondiente (Tabla II-A) encontramos que el tamaño de la muestra para muestreo sencillo es de 125. Los NCA para una inspección normal aparecen a lo largo de la parte superior de la tabla y bajo el valor 1.0 encontramos los números 3 y 4 que aparecen bajo el encabezado Ac Re. El plan de muestreo correspondiente es:

Tamaño de la muestra	125
Número de aceptación	3
Número de rechazo	4

También se puede utilizar la Tabla X-K-2, en la cual encontramos los mismos resultados

Tamaño de la muestra 125; así como los números de aceptación y rechazo que son 3 y 4 respectivamente

Ejemplo 2: Supongamos que el NCA es de 0.40, que el nivel de inspección es de I y que el tamaño del lote es de 230. La Tabla I nos proporciona E como letra clave. Al utilizar la Tabla II-A encontramos que no hay números de aceptación y rechazo correspondientes a la letra clave E y un NCA de 0.40 pero encontramos una flecha hacia abajo la cual nos dirige hacia los números de aceptación y rechazo 0 y 1 que pertenecen a la letra clave G; el plan de muestreo correspondiente es:

Tamaño de la muestra	32
Número de aceptación	0
Número de rechazo	1

También se puede utilizar la Tabla X-E-2 pero esta página no cuenta con una columna para un NCA de 0.40. En su lugar aparece el símbolo de un triángulo invertido que corresponde a NCA menores de 1.0

Este triángulo nos conduce a la nota situada en la parte inferior, la cual dice: "Utilícese el siguiente tamaño de muestra correspondiente a otra letra clave para la cual estén disponibles números de aceptación y rechazo"

Si se considera al triángulo como si fuera una cabeza de flecha, está apuntada hacia el borde de la página que debe voltearse. Esto nos conduce a la Tabla X-F para la cual una vez más no se proporciona un NCA de 0.40 esta tabla a su vez nos conduce a la Tabla X-G para encontrar el mismo plan de muestreo ya encontrado en la Tabla II-A

Es muy importante recordar que si el triángulo o una serie de triángulos nos conducen de una página a otra de las tablas o, si una flecha nos conduce de un renglón a otro, el tamaño de muestra que debe utilizarse es el que aparece en la nueva página o en el nuevo renglón

Cuando se encuentran flechas o triángulos que apuntan hacia arriba, el significado es similar. Los triángulos apuntan, una vez más, hacia el borde de la página que debe voltearse

Ejemplo 3: Supongamos que el NCA es de 0.015, que el nivel de inspección es III y que el tamaño del lote es de 120. La Tabla I nos proporciona G como la letra clave, pero al referirnos a las tablas, una flecha (o una serie de triángulos) nos conducen hasta la letra P antes de que encontremos un plan. El plan encontrado tiene un tamaño de muestra de 800, el cual excede el tamaño del lote

En este caso debe tomarse el lote entero (120) como muestra. Los números de aceptación y rechazo correspondientes son 0 y 1.

Se establece en la parte 2 de esta norma que los valores de NCA correspondientes a 10 o inferiores a éste, pueden expresarse en porcentaje de defectuosas o en defectos por cien unidades; en tanto que los valores superiores a 10 pueden únicamente expresarse en defectos por cien unidades. Debe decidirse en primer término si es adecuado expresar la inconformidad en porcentaje de defectuosas o en defectos por cien unidades para cada caso en particular; a continuación debe definirse el NCA en términos de esa decisión. Por esta razón los ejemplos 2, 3 y 4 están incompletos; ya que los valores de NCA se toman como números puros y, en consecuencia, los números de aceptación y de rechazo se toman también como números puros. Los ejemplos sirven para demostrar cómo obtener un plan de muestreo de las tablas, pero en la práctica carecen de sentido por ser incompletas.

Ejemplo 4: En el ejemplo 1, con un NCA de 1.0, el plan de muestreo fué:

Tamaño de la muestra 125

Número de aceptación 3

Número de rechazo 4

Debe, sin embargo, definirse el NCA en términos de porcentaje de defectuosas o de defectos por cien unidades.

Si el NCA fuera de 1.0 % de defectuosas, el plan de muestreo sería:

Tamaño de la muestra 125

Número de aceptación 3 defectuosas

Número de rechazo 4 defectuosas

Si el NCA fuera de 1.0 defectos por cien unidades, el plan de muestreo sería.

Tamaño de la muestra 125

Número de aceptación 3 defectos

Número de rechazo 4 defectos

Las tablas, como se verá posteriormente, se utilizan exactamente en la misma forma en cualquiera de los dos casos.

4 NCA PREFERENTES

Las tablas proporcionan 26 valores de NCA comprendidos entre 0.010 (v. gr. una defectuosa por 10,000 unidades de producto) y 1000 (v. gr. 1000 defectos por 100 unidades del producto o un promedio de 10 defectos por unidad). Se seleccionaron estos 26 valores de forma tal, que cada uno de ellos es aproximadamente una y media veces mayor que el anterior (la relación es de hecho la raíz quinta de 10 ó sea 1.585).

Cuando el NCA que se ha especificado para llevar a cabo la inspección de cualquier producto dado es uno de los NCA preferentes, pueden utilizarse las tablas. Sin embargo, si el NCA especificado no es un NCA preferente, las tablas de la Parte 3 no son aplicables.

Bajo estas circunstancias, es necesario dirigirse a quien haya especificado el NCA y solicitarle que lo examine, para ver si cabe la posibilidad de que un NCA preferente fuera satisfactorio. Si no fuera así, debe diseñarse especialmente un plan de muestreo para el NCA que se requiere (véase el Capítulo 21).

No es probable que se utilicen con frecuencia los valores muy altos de NCA (100 y superiores) puesto que implican que puede considerarse satisfactorio un producto del cual cada unidad contiene defectos. Claramente esto sería posible únicamente en el caso de que los defectos que se buscan fueran de naturaleza poco importante y de que la unidad de producto fuera bastante compleja, como por ejemplo un vehículo completo.

ejemplo 5: Para la inspección de tela la cual va a utilizarse posteriormente para confeccionar ropa, la unidad del producto puede ser una superficie determinada de la misma. Para la inspección de fallas de poca importancia en el tejido, pudiera ser aceptable un promedio de 4 fallas por metro cuadrado, en cuyo caso podría especificarse un NCA de 400 defectos por cada cien metros cuadrados.

5 ESPECIFICACION DE UN NCA

Al especificarse un NCA, debe recordarse que éste constituye una indicación de la calidad que requiere el consumidor y con ello se le pide al fabricante que produzca lotes con un promedio de calidad superior al NCA. Por una parte debe lograrse esta calidad en forma razonable en la fabricación por otra parte debe ser una calidad razonable desde el punto de vista del consumidor. Casi invariablemente ésto significa un compromiso entre la calidad que quisiera el consumidor y la calidad que está dispuesto a pagar, puesto que entre más riguroso sea este requisito la producción será más costosa con el objeto de ajustarse a él y la inspección será también más costosa, con el objeto de asegurarse que se está cumpliendo con ese requisito.

La principal consideración deben ser los requisitos que establezca el consumidor, pero es necesario asegurarse que éste está comportándose en forma realista y de que no exige algo más riguroso de lo que en realidad requiere. Debe tomarse en cuenta cómo van a utilizarse los artículos en cuestión y cuales serían las consecuencias de una falla. Si pueden conseguirse los artículos en grandes cantidades y la falla consiste simplemente en una falla para el ensamble, de tal manera que el artículo defectuoso puede descartarse pudiendo utilizarse otro en su lugar, puede ser tolerable un NCA relativamente poco riguroso. Si, por el contrario, el defecto va a ocasionar una falla en el funcionamiento de una pieza importante y costosa de un equipo en un momento y lugar en que no es posible reemplazar el artículo defectuoso, se requerirá un NCA más riguroso.

Es también necesario considerar el número de componentes que contendrá el equipo. Si, por ejemplo, se decide que un equipo que consta de tres componentes igualmente importantes tenga un porcentaje de defectuosas de 10, entonces cada uno de los componentes podrá contener un máximo de 3.3% de defectuosas con lo que se ajustaría al requisito, en tanto que si el equipo consta de diez componentes, éstos no podrían contener más de 1% de defectuosas. En este caso se usaría la fórmula siguiente:

$$\frac{X}{100} = 1 - \left(\frac{100 - x}{100}\right)^n$$

En donde:

n = Número de componentes en el conjunto de ensamble

X = NCA del conjunto de ensamble.

x = NCA de los componentes.

En el valor de X no se han tomado en cuenta los defectos que puedan surgir durante un proceso de ensamble defectuoso. Bajo estas circunstancias es probable que el fabricante de los componentes desee seleccionar lo que considere un NCA adecuado para cada componente y luego calcular qué calidad puede esperar del conjunto, en tanto que el consumidor desearía especificar un NCA para todo el equipo en conjunto para luego calcular cuál debería ser la calidad de los componentes. En general, el segundo de estos enfoques es probablemente el más razonable en el sentido de que es el desempeño que tenga el equipo en conjunto lo que realmente importa, pero es también el enfoque más caro porque casi siempre conduce a NCA más rigurosos. Sin embargo debe aceptarse que la buena calidad de un artículo complejo es inevitablemente más costosa que una calidad igualmente buena en el caso de artículos sencillos.

La pregunta: ¿qué nivel de calidad puede razonablemente esperarse, a un precio que el consumidor esté dispuesto a pagar, con los métodos de producción disponibles?, puede contestarse a menudo examinando el nivel de calidad que se ha producido y aceptado en el pasado. Cuando se trata de un nuevo artículo y no ha habido producción anterior, existen a menudo otros artículos similares de los cuales puede obtenerse información relacionada con el caso. Los cálculos de la calidad promedio de un proceso pueden ser particularmente útiles. Esta idea de ver la calidad que se ha logrado en el pasado no debe tomarse como si los niveles de calidad que se han alcanzado en el pasado fueran inmutables y resultaran siempre lo suficientemente buenos. Es simplemente uno de los factores que deben considerarse al determinar cuál es el NCA que debe especificarse en forma razonable

Debe recordarse que la mera especificación de un NCA no proporciona al consumidor una garantía de que no se aceptarán los lotes con una calidad inferior. En primer lugar el NCA se refiere al promedio. Algunos lotes pueden ser más malos que el NCA, en tanto que el promedio es mejor que el NCA. En segundo lugar si el promedio de calidad que se ofrece es ligeramente inferior al NCA, es probable que se acepte cierta cantidad de lotes antes de que se requiera el cambio a una inspección más rigurosa y aún después del cambio es probable que se acepten algunos lotes con calidad inferior a la especificada. Sin embargo, en general, puede esperarse que el consumidor obtenga un producto con una calidad promedio superior al NCA ya que los planes de muestreo poseen un incentivo económico que forma parte de su propia estructura en el sentido de que un fabricante no puede permitirse tener más que un pequeño porcentaje de lotes rechazados, debiendo tomar las medidas pertinentes para mejorar la producción, si se excede este porcentaje.

Podría pensarse que ésto no es muy satisfactorio desde el punto de vista del consumidor, al depender en la forma que lo hace de lo que es probable que suceda en lugar de lo que es seguro que pase. Pero en la práctica, la mayor parte de los fabricantes toman medidas para hacer que su calidad promedio de proceso no exceda el NCA, aunque sea únicamente en razón de los lotes que se le rechazan, ya que ésto le causa problemas y le aumenta fuertemente los costos. De cualquier manera la protección para el consumidor depende del límite inferior de las curvas de operación características (COC), así como del límite superior con el cual está relacionado el NCA, y este límite inferior puede ajustarse al considerar los valores de calidad límite de cualquier plan que se requiera. Si en el caso de cualquier producto en particular se decidiera que este enfoque no es adecuado y que es necesaria una protección más efectiva del consumidor, es siempre posible lograrla al especificar un NCA más riguroso, pero debe recordarse que es probable que esto conduzca a un aumento en el costo del producto. Sin embargo no se niega que este costo adicional pueda estar justificado en algunos casos.

No es necesario que el NCA constituya siempre la primera elección de la cual se derive todo lo demás. Cuando las circunstancias así lo requieran, es siempre posible utilizar las tablas de muestreo en otro orden y seleccionar un plan siguiendo algún otro criterio y luego encontrar el NCA para lograr el resultado deseado. En este caso, el NCA constituye un índice conveniente que permite utilizar las tablas y es también valioso como una respuesta a la pregunta que interesa principalmente a un fabricante ¿con que calidad debo fabricar para que se acepten la mayor parte de mis lotes?

Si se utiliza este método, la primera elección puede ser el análisis del límite inferior de la curva, donde se piensa que ésto es particularmente importante para el consumidor o bien algún criterio económico. Probablemente el criterio económico más sencillo que puede sugerirse, es determinar la calidad del lote en el punto de equilibrio para el cual si se aceptara éste, el costo de los daños ocasionados por las defectuosas sería exactamente igual al costo de rechazo del lote en caso de que éste se rechazara.

Si puede calcularse este punto de equilibrio, es conveniente seleccionar un plan para el cual en esta calidad proporcione 50% de lotes que se espera que sean aceptados, no en razón de que se desee particularmente un 50% de aceptaciones con esta calidad (por definición si se ofrece esta calidad en particular) sino porque así se asegura una oportunidad mayor de 50% de aceptaciones para una calidad mejor que el punto de equilibrio y una probabilidad de rechazo mayor de 50% para una calidad inferior a la calidad correspondiente al punto de equilibrio.

Finalmente, una vez que se han considerado todos estos factores se debe escoger uno de los valores de NCA que aparecen en las tablas, si esto es posible, ya que si se escoje otro valor, las tablas no son aplicables y sería necesario diseñar un plan especial. Los NCA que aparecen en las tablas de la Parte 3 de esta norma, siguen aproximadamente una progresión geométrica con una razón común de aproximadamente 1.5, así que será muy raro que ninguno de ellos sea adecuado o utilizable.

6 SIGNIFICADO DEL NIVEL DE INSPECCION

El nivel de inspección define la relación entre el tamaño del lote y el tamaño de la muestra. Las tablas están calculadas en forma tal, que cuando el tamaño del lote es grande, el tamaño de la muestra es generalmente mayor que cuando el tamaño del lote es pequeño. Sin embargo no aumenta en proporción directa, ya que para un lote grande la muestra es proporcionalmente más pequeña que para un lote de menor tamaño.

La Tabla I proporciona tres niveles generales de inspección: I, II y III; y cuatro niveles especiales de inspección S-1, S-2, S-3 y S-4.

En general, se utilizan con mayor frecuencia los niveles generales y se debe utilizar el nivel II a menos que se especifique claramente alguno de los otros niveles.

Ejemplo 6: Los niveles de inspección para un tamaño del lote de 600 son:

Nivel de inspección	Letra clave	Tamaño de la muestra (muestreo sencillo)
I	G	32
II	J	80
III	K	125

Debe recordarse sin embargo, que para ciertos NCA las flechas de la tabla conducen a tamaños de muestras diferentes a éstos. Una tabla completa en la que se considere el tamaño de la muestra como una proporción del tamaño del lote necesitaría considerar también el NCA en razón de las flechas. Aún en el caso de un valor dado, la relación no es uniforme ya que únicamente hay disponibles algunos valores del tamaño de la muestra, en tanto que se tienen que tomar en cuenta todos los posibles tamaños de lotes. Como resultado, una tabla de esta clase daría lugar a más confusiones en vez de ser una ayuda.

En la Tabla 1, sin embargo, puede encontrarse un resumen útil de esta situación.

TABLA 1 Relación entre el tamaño de la muestra y el tamaño del lote para los tres niveles de inspección generales

Tamaño de la muestra como porcentaje del tamaño del lote (plan de muestreo sencillo para inspección normal	Nivel I Tamaño del lote (por lo menos)	Nivel II Tamaño del lote (por lo menos)	Nivel III Tamaño del lote (por lo menos)
No mayor de 50	4	4	10
No mayor de 30	7	27	167
No mayor de 20	10	180	625
No mayor de 10	50	1250	2000
No mayor de 5	640	4000	6300
No mayor de 1	12500	50000	80000

NOTAS: 1) Esta tabla debe considerarse sólo como indicativa. Los tamaños de los lotes que se muestran son tales que los tamaños más grandes se ajustan a la condición requerida. Sin embargo, en todos los casos un tamaño de lote menor en una unidad a los valores que ahí se muestran, ya no se ajustan a ella

2) Las cifras mostradas suponen que el NCA no es tal que necesite un tamaño de muestra que no se ajuste a las condiciones establecidas.

Los niveles de inspección especiales están calculados para aquellas situaciones en las cuales el tamaño de la muestra debe mantenerse pequeño. Estos no deben de especificarse sin examinar cuidadosamente sus implicaciones en términos de los riesgos tanto para el fabricante como para el consumidor, mediante un estudio de la COC.

En la Parte 2 de esta norma se expresa: "En la especificación de los niveles de inspección del S-1 al S-4 se debe tener cuidado en no especificar NCA incompatibles con dichos niveles de inspección (capítulo 9.2).

El objetivo principal de los niveles de inspección especiales es que el tamaño de la muestra sea pequeño cuando ésto sea realmente necesario. Por ejemplo las letras clave que se encuentran bajo S-1 no van más allá de D, que equivale a un tamaño de muestra de 8, pero no tiene caso especificar S-1 con la esperanza de conservar el tamaño de la muestra reducido a 8 o a menos de 8, cuando se tiene un NCA de 0.10 para el cual el tamaño mínimo de muestra es de 125 en inspección normal. La cantidad de información sobre la calidad del proceso que puede obtenerse del examen de las muestras depende más del tamaño absoluto de la muestra que del porcentaje del lote que se está examinando. Por lo tanto a veces surge la pregunta: ¿Por qué se hace depender el tamaño de la muestra del tamaño del lote? hay tres razones:

a) . Es más difícil de lograr la toma de muestras al azar, cuando el tamaño de la muestra es más pequeño en proporcion al tamaño del lote

b) Cuanto mayor es el riesgo, mayor la importancia de tomar una decisión correcta. El uso correcto de las tablas dá como resultado que los lotes que provienen de un proceso de buena calidad tienen más probabilidades de ser aceptados, cuanto mayor sea el tamaño del lote mientras que los lotes que provienen de un proceso de mala calidad, por el contrario tienen menos probabilidades de ser aceptados.

c) En el caso de un lote de tamaño grande, puede permitirse que haya un tamaño de muestra que no sería económico en el caso de un lote de tamaño reducido, por ejemplo un tamaño de muestra de 80 para un lote de 1000 puede fácilmente justificarse desde el punto de vista económico, en tanto que un tamaño de muestra de 80 para un lote de 100 resultaría en una inspección relativamente costosa.

7 TAMAÑO DE MUESTRA

Los tamaños de las muestras que aparecen en la Parte 3 de esta norma, para muestreo sencillo, forman una serie (como la serie de los valores de NCA), en la cual cada número es aproximadamente 1.585 veces el número anterior. Esto significa que el producto del NCA por el tamaño de la muestra es aproximadamente constante en diagonales de la Tabla II-A; lo que dá lugar a una tabla consistente en sí misma, si es que se toman también los números de aceptación como constantes en diagonales.

Esta característica fué útil para el cálculo de las tablas mismas y no necesariamente representa una ventaja en su utilización. Sin embargo, el patrón resultante significa que las tablas se prestan a la construcción de resúmenes convenientes y de nomogramas especiales o reglas de cálculo que pueden ser útiles en algunas ocasiones (véase el capítulo 23).

Los tamaños de muestras en el caso del muestreo doble y del muestreo múltiple siguen el mismo patrón, pero para una letra clave dada, el tamaño de la muestra doble retrocede un espacio en la serie, en comparación con el muestreo sencillo, en tanto que el tamaño de la muestra múltiple retrocede dos espacios más, en comparacion al muestreo doble. Los tamaños de las muestras para la inspección reducida, retroceden siempre dos espacios en comparación con la inspección normal correspondiente.

Como resultado, para cualquier letra clave dada, corresponden diferentes valores de tamaños de muestras según se utilice el muestreo sencillo, doble o múltiple y si está en vigor o no la inspección reducida. Es por ésto que se requieren las letras clave como índices de las tablas en vez de que se utilicen los tamaños de muestras.

8 CURVAS DE OPERACION CARACTERISTICAS

Las tablas de la Parte 3 de esta norma proporcionan tanto las gráficas de las COC como los valores tabulados en base a los cuales se elaboraron dichas gráficas. Fueron calculadas para el muestreo sencillo, sin embargo coinciden tan de cerca con aquellas de los muestreos doble y múltiple, que se pueden usar sin errores de consideración.

El estudio de las COC que aparecen en la parte 3 de esta norma muestran que cuando el número de aceptación es cero, el extremo superior de la curva es difícil de interpretar en forma precisa. Hay, sin embargo, una fórmula aproximada y sencilla para este extremo superior (cuando el número de aceptación es cero), la cual es suficientemente precisa para fines prácticos cualquiera que sea el tamaño de la muestra

La fórmula es:

Porcentaje de lotes que se espera sean aceptados = 100 - (tamaño de la muestra) x (porcentaje de defectuosas en los lotes presentados

Nótese que esta fórmula es válida únicamente para un número de aceptación igual a cero, únicamente para el extremo superior de la curva y cuando el porcentaje de lotes que se espera que sean aceptados no es inferior a 80

Tamaño de la muestra 32

Número de aceptación 0 defectuosas

Número de rechazo 1 defectuosa

¿Cuál es el porcentaje de lotes que se espera que se acepten para el NCA especificado? La respuesta es:

$$100 - (32 \times 0.40) = 87\% \text{ de los lotes}$$

Ejemplo 8: En las mismas circunstancias, ¿ cuántas tendrían que ser las defectuosas en los lotes que se presenten para que se aceptara un 95%de los lotes? Invirtiendo la fórmula tenemos:

$$\text{Porcentaje de defectuosas en los lotes presentados} = \frac{100 - \text{Porcentaje de lotes que se espera que sean aceptados}}{\text{Tamaño de la muestra}}$$

$$\text{Porcentaje de defectuosas en los lotes presentados} = \frac{100 - 95}{32}$$

Porcentaje de defectuosas en los lotes presentados = 0.156 % de defectuosas

LOTES

De mutuo acuerdo entre fabricante y consumidor, se debe especificar el tamaño del lote considerando los intereses de ambos. No es necesario que se elija una cifra invariable. Algunas veces puede permitirse una variación, aunque en este caso es deseable que se especifiquen los límites inferior y superior del tamaño del lote

Los tamaños de lotes grandes presentan una ventaja desde el punto de vista de la inspección por muestreo, ya que es posible tomar un tamaño de muestra grande de un lote grande, logrando mediante esto una mejor discriminación entre los lotes buenos y los malos, lo cual no es posible en lotes pequeños, para el mismo NCA; sin embargo, no debe llevarse este concepto de "lotes grandes" a su extremo, si la integración de un lote grande requiere que se reuna una serie de lotes pequeños que podían haber quedado separados, el lote grande tiene ventajas únicamente si los lotes pequeños poseen una calidad similar. Si existe la probabilidad de que haya alguna diferencia esencial entre la calidad de los lotes pequeños entonces es mucho mejor mantenerlos separados

Por esta razón los lotes deben estar constituídos por unidades de producto que se produzcan esencialmente bajo las mismas condiciones

Ejemplo 9: Un fabricante está produciendo artículos que se van a inspeccionar bajo las siguientes condiciones:

NCA 2.5% defectuosas

Nivel de inspección II

Inspección normal

Muestreo sencillo

El fabricante tiene dos máquinas, digamos la A y la B. Cada máquina produce 900 artículos por hora se decide que la producción que una de las maquinas elabora durante una hora sea el tamaño del lote. Del uso de las tablas y de acuerdo con las condiciones antes mencionadas, se obtiene el siguiente plan de muestreo, bajo la letra clave J:

Número de rechazo 6 defectuosas

Se puede encontrar la COC correspondiente en la Tabla X-J en la curva correspondiente al NCA de 2.5

Pudiera tener ventajas el cambiar la base de la determinación del tamaño del lote a la producción de las dos máquinas juntas durante una hora, aumentando con ésto el tamaño del lote de 900 a 1800. Si se hiciera ésto, las tablas indican que el plan de muestreo, bajo la letra clave K, se transforma en:

Tamaño de la muestra 125

Número de aceptación 7 defectuosas

Número de rechazo 8 defectuosas

Puede encontrarse la nueva COC en la Tabla X-K en la curva correspondiente al NCA de 2.5

Que lo anterior realmente represente ventajas o no, depende de que las máquinas A y B produzcan con la misma calidad. Como demostración, a continuación consideramos tres casos posibles:

Caso 1:

Tanto la máquina A como la B están produciendo con la misma calidad de 2.3 % de defectuosas. Esta calidad es mejor que el NCA, así que es deseable que el plan de muestreo acepte tantos lotes como sea posible de los que se presenten. Si el tamaño del lote es de 900 y el tamaño de la muestra es de 80, la COC muestra que se aceptaría 99 % de los lotes y que se rechazaría 1%. Los artículos deberían inspeccionarse a una velocidad de 160 por hora

Si el tamaño del lote es 1800 y el tamaño de la muestra 125, la COC muestra que se aceptaría un poco más de un 99% y que se rechazarían un poco menos de 1%. Los artículos deberían inspeccionarse a una velocidad de 125 por hora

En este caso el lote mayor es claramente mejor

Caso 2:

Tanto la máquina A como la B están produciendo con la misma calidad de 10 % de defectuosas. Esta calidad es más mala que el NCA, así que es deseable que el plan de muestreo rechace tantos lotes como sea posible, de los que se presenten a inspección

Si el tamaño del lote es de 900 y el tamaño de la muestra es de 80, la COC muestra que se aceptarían 20% de los lotes y que se rechazarían 80%. Los artículos deberían inspeccionarse a una velocidad de 160 por hora

Si el tamaño del lote es de 1800 y el tamaño de la muestra es de 125, la COC muestra que se aceptaría el 13% de los lotes y se rechazarían el 87%. Los artículos deberían inspeccionarse a una velocidad de 125 por hora

En este caso, una vez más el lote mayor es claramente mejor

Caso 3:

La máquina A produce con una calidad de 2,3% de defectuosas y la máquina B con una calidad de 10% de defectuosas

Si el tamaño del lote es de 900 y el tamaño de la muestra es de 80, la COC muestra que se aceptaría 99 % y que se rechazaría un 1% de los lotes provenientes de la máquina A, en tanto que se aceptaría 20% y se rechazaría 80% de los lotes provenientes de la máquina B

Por lo tanto, en total se aceptaría $\frac{99\% + 20\%}{2}$ de los lotes

O sea, alrededor del 60 de los lotes y se rechazarían $\frac{1\% + 80\%}{2}$ de los lotes

$$\frac{99}{99+20} \times 0.023 + \frac{20}{99+20} \times 0.10 = 3.6$$

O sea 3.6 % de defectuosas

Sería necesario inspeccionar 160 artículos por hora

Si el tamaño del lote es de 1800 y el tamaño de la muestra es de 125, la calidad de los lotes sería de 0.5 (2.3 % de defectuosas+10% de defectuosas) o sea 6.15% de defectuosas. La COC muestra que se aceptaría el 50% de los lotes y que se rechazaría el 50%. Sería necesario inspeccionar 125 artículos por hora

Un tamaño mayor de lote significa menos inspección, como en los casos (1) y (2), pero hay que pagar un precio. En vez de que se acepten 60% de lotes con una calidad promedio de 3.6% de defectuosas, se aceptarían 50% de los lotes y éstos tienen 6.15% de defectuosas

En cualquiera de los casos, por supuesto, un porcentaje tan bajo de aceptación pone prontamente sobre aviso tanto al fabricante como al consumidor en lo que respecta al hecho de que la producción no tiene la calidad requerida y de que es necesario tomar medidas para mejorarla. Si se ha dictaminado sobre la producción de las dos máquinas por separado, sería fácil localizar el problema, pero si se ha mezclado el producto pudiera no ser tan evidente si pueden atribuirse los problemas a únicamente una de las dos máquinas

Este ejemplo es por supuesto exagerado en el sentido de que las calidades que proporcionan las dos máquinas (2.3% de defectuosas y 10% de defectuosas) son muy diferentes. Si proporcionan una calidad más similar, los resultados de la combinación de los lotes no serían tan graves, pero el principio sigue siendo el mismo

En la práctica, los lotes están formados con mucha frecuencia de artículos que se originan de fuentes diversas. Las fuentes pueden producir con diferentes niveles de calidad y es posible que cada fuente contribuya en proporción igual al número total de artículos que integran el lote. Ejemplos típicos de ésto los constituyen las partes de un molde de cavidades múltiples, de un taladro automático con múltiples vástagos o de varias líneas de producción similares. La producción puede estar organizada en forma tal que no sea fácil identificar las diferentes fuentes que la integran por separado, sin tener que llevar a cabo arreglos especiales que podrían ser inconvenientes y costosos; además puede ser necesario, incluir la producción proveniente de todas las mencionadas fuentes a fin de integrar un lote del tamaño requerido

Puede entonces surgir la pregunta, si continúa siendo aplicable la COC o un plan de muestreo para lotes como éstos, que incluyen artículos provenientes de un número de fuentes diversas, las cuales pueden estar produciendo con diferentes niveles de calidad, por lo que no son estrictamente homogéneas

La respuesta es que lo anterior no afecta en lo más mínimo la validez de la COC, pero que puede dar lugar al rechazo de producto bueno (ya que se ha mezclado con producto malo) en tanto que se hubieran aceptado los buenos y rechazados los malos si se hubieran mantenido por separado

Sin embargo, si una o más fuentes tienen un nivel de calidad que es considerablemente inferior al de las otras, entonces el efecto aparece rápidamente en el porcentaje de aceptación del total y debe llevarse a cabo una investigación. Esta debe indicar cuál es la fuente de error y si no se puede corregir de inmediato debe aislarse y sus lotes deben considerarse por separado

10 INSPECCION NORMAL

El NCA como se sabe ya, constituye la línea divisoria entre lo aceptable y lo no aceptable en la escala calidad. Una vez que se ha especificado el NCA para cualquier producto en particular, lo ideal sería contar con un plan de muestreo con el que se pudieran aceptar siempre los lotes cuya calidad fuera mejor a la del NCA y rechazar siempre aquellos cuya calidad fuera inferior, o sea una COC que descendiera verticalmente sobre el NCA tal como se muestra en la figura 1. Esta situación ideal sin embargo, constituye algo que ningún plan de muestreo puede lograr; así que es necesario aceptar una COC que descienda a un ángulo inferior a la vertical ble hacer que los valores del NCA por el tamaño de la muestra sean exactamente constantes en diagonales de la Tabla II-A. Como resultado, las cifras que aparecen en la tercera columna son inevitablemente aproximadas también, pero se encontrará que las cifras reales están siempre muy cerca de las que se muestrean aquí.

En general, se observa que un plan de muestreo riguroso tiene el mismo tamaño de muestra que el plan de muestreo normal correspondiente pero tiene un número de aceptación menor. Sin embargo, si el número de aceptación de la inspección normal es 1, su cambio a 0 daría lugar a un grado irrazonable de rigurosidad y si el número de aceptación de la inspección normal es 0, no hay un número más pequeño. En ambos casos se obtiene la rigurosidad manteniendo el número de aceptación igual al de la inspección normal en tanto que se aumenta el tamaño de la muestra

No se muestran gráficamente las COC para la inspección rigurosa a fin de evitar la confusión en las gráficas al tratar de poner demasiadas curvas en ellas. Sin embargo, se muestran valores tabulados y cuando hay un plan de muestreo que constituye un plan de muestreo normal para un NCA y un plan de muestreo riguroso para un NCA diferente, lo cual sucede a menudo, se aplica la misma COC al plan en sus dos modalidades Debe recordarse que las cifras que se utilizaron para trazar las curvas se refieren a valores del NCA para una inspección normal

Ejemplo 10: Supongamos que el NCA es de 1.0, que el nivel de inspección es II y que el tamaño del lote es de 2500. De la Tabla 1 obtenemos la letra clave K. Al utilizar la Tabla X-K-II tenemos que el plan de muestreo para inspección rigurosa es:

Tamaño de la muestra	125
Número de aceptación	2
Número de rechazo	3

Este plan es igual al plan de muestreo normal para la letra clave K y un NCA de 0.65. Su COC es por lo tanto la curva marcada 0.65 en la Tabla X-K.

12 PROCEDIMIENTO DE CAMBIO

En los dos últimos capítulos se ha hablado sobre la inspección normal y la inspección rigurosa, lo que cada una de ellas tiene por objeto y cómo utilizar las tablas para encontrar los planes de muestreo adecuados. En este capítulo se habla del procedimiento de cambio por medio del cual se decide el cambio de la inspección normal a la rigurosa o de regresar de ésta a la primera. Si se conociera el valor exacto de la calidad que ofrece el fabricante, sería deseable aplicar la inspección normal siempre que la calidad fuera mejor que el NCA y la inspección rigurosa siempre que fuera más mala, pero en la realidad nunca se sabe cuál es la calidad exacta. Si se supiera, se utilizaría este conocimiento para dictaminar sobre los lotes en vez de presentarlos a una inspección por muestreo. En su lugar, lo mejor que puede hacerse es utilizar los conocimientos que se tienen a la mano, esto es, los resultados mismos del muestreo

Puesto que la inspección normal se ha calculado en forma tal que se acepten casi todos los lotes que se presentan, siempre y cuando la calidad sea igual por lo menos al NCA, de ésto se concluye que si se rechaza un gran porcentaje de lotes, la calidad no puede ser tan buena como el NCA. La pregunta que aquí cabe hacer es: ¿qué tan grande debe ser el porcentaje de rechazos en los lotes para que ésto resulte convincente? Es necesario un procedimiento que permita tener una reacción razonablemente rápida si la calidad se hace más mala que el NCA, en tanto que se tenga una baja probabilidad de que por error se requiera implantar la inspección rigurosa cuando la calidad sea realmente mejor que el NCA

El procedimiento es: Debe aplicarse la inspección rigurosa para los lotes subsiguientes tan pronto como dos de cinco lotes sucesivos hayan sido rechazados en la inspección original. Inspección original significa la primera inspección de un lote. Si un lote es rechazado pero se vuelve a presentar a inspección después de una selección o reparación, este lote que se presenta nuevamente no debe considerarse para los fines del procedimiento de cambio, quizás podría haberse expresado mejor el procedimiento diciendo "dos de cada cinco o menos", a fin de prever aquella situación en la que se rechazan dos lotes casi al principio de la inspección antes de que se presenten cinco. Evidentemente bajo estas circunstancias se implantaría la inspección rigurosa inmediatamente sin esperar a que se presenten los cinco lotes

Una vez que se ha implantado la inspección rigurosa permanece en vigor para todos los lotes hasta que se acepten cinco lotes sucesivos con esta inspección rigurosa, entonces se vuelve a implantar la inspección normal. Este es un requisito bastante severo ya que la aceptación bajo una inspección rigurosa es más difícil que bajo la inspección normal, pero una vez que hay evidencia de que se han presentado lotes con

¿En qué punto debe cruzarla?

Una solución posible es dejar que la curva cruce a la línea vertical en la proximidad de la parte inferior de la línea, como se muestra en la figura 2. La selección de un plan que se ajusta a lo anterior tiene la ventaja de que se proporciona un alto grado de protección al consumidor, ya que existe una alta probabilidad de que se rechace cualquier lote que se presente con una calidad inferior al NCA. Dicha solución, sin embargo, es insatisfactoria desde el punto de vista del fabricante; este no tendrá motivo de queja si se le rechaza casi todo su producto si su calidad es inferior al NCA, pero si tendrá motivo para quejarse si su calidad es superior al NCA y se le rechaza una gran cantidad de lotes

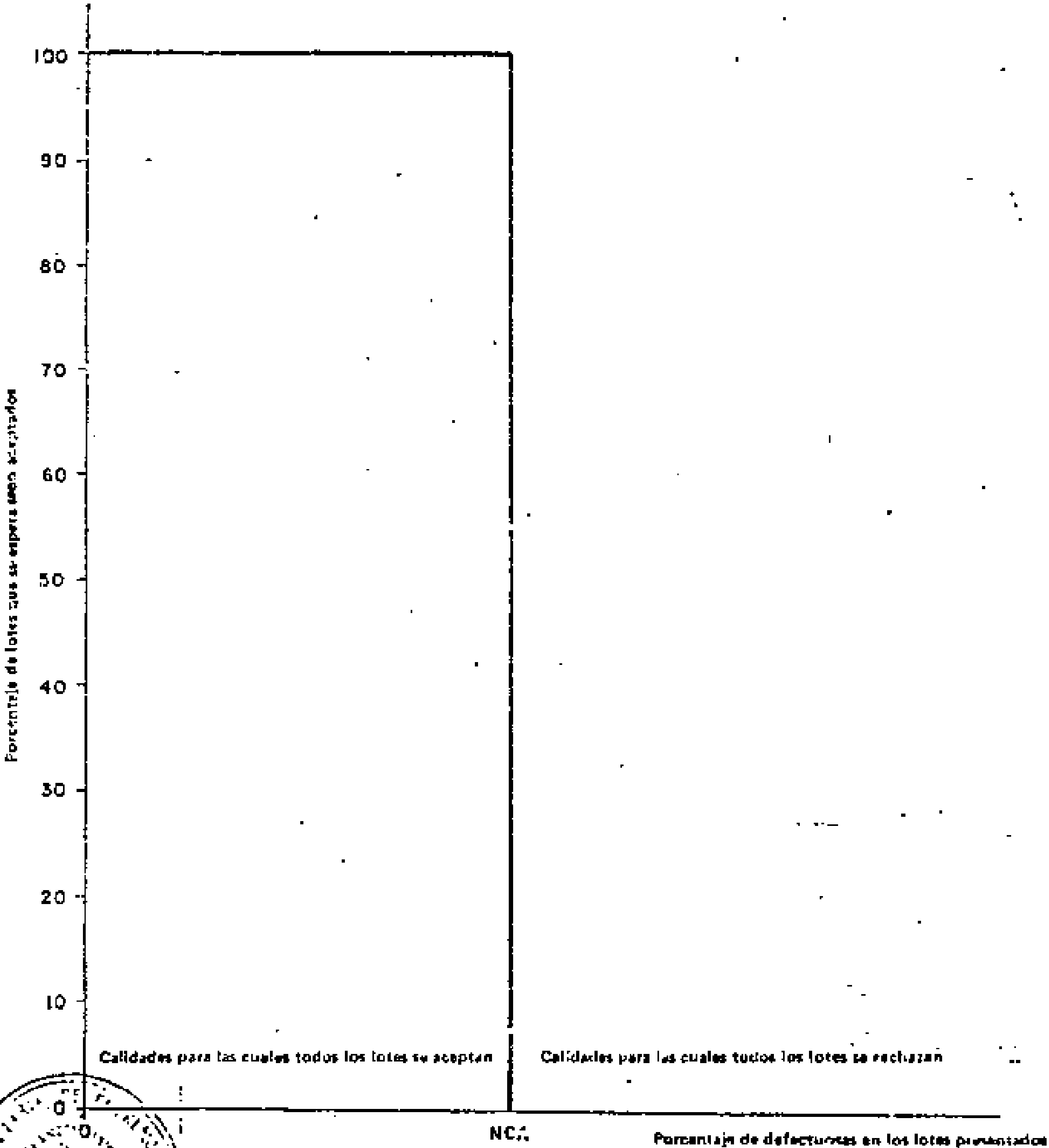


FIGURA 1 Curva de operación característica ideal (desde luego no posible).

En el caso que se ilustra en la figura 2, se aceptaría únicamente un poco más de un lote de cada cinco si el porcentaje de defectuosas fuera la mitad del NCA y se aceptaría menos de la mitad de los lotes aunque el porcentaje de defectuosas fuera tan reducido como para constituir una cuarta parte del NCA. Esto es claramente insatisfactorio puesto que el fabricante bajo estas circunstancias, se ve obligado a producir con una calidad considerablemente mejor de la que realmente se necesita, si es que quiere evitar rechazos de lotes constantemente. Es probable que ésto dé lugar a dificultades en la producción, aumentara en gran proporción el precio del producto y es probable también que dé lugar a una mala relación entre fabricante y consumidor

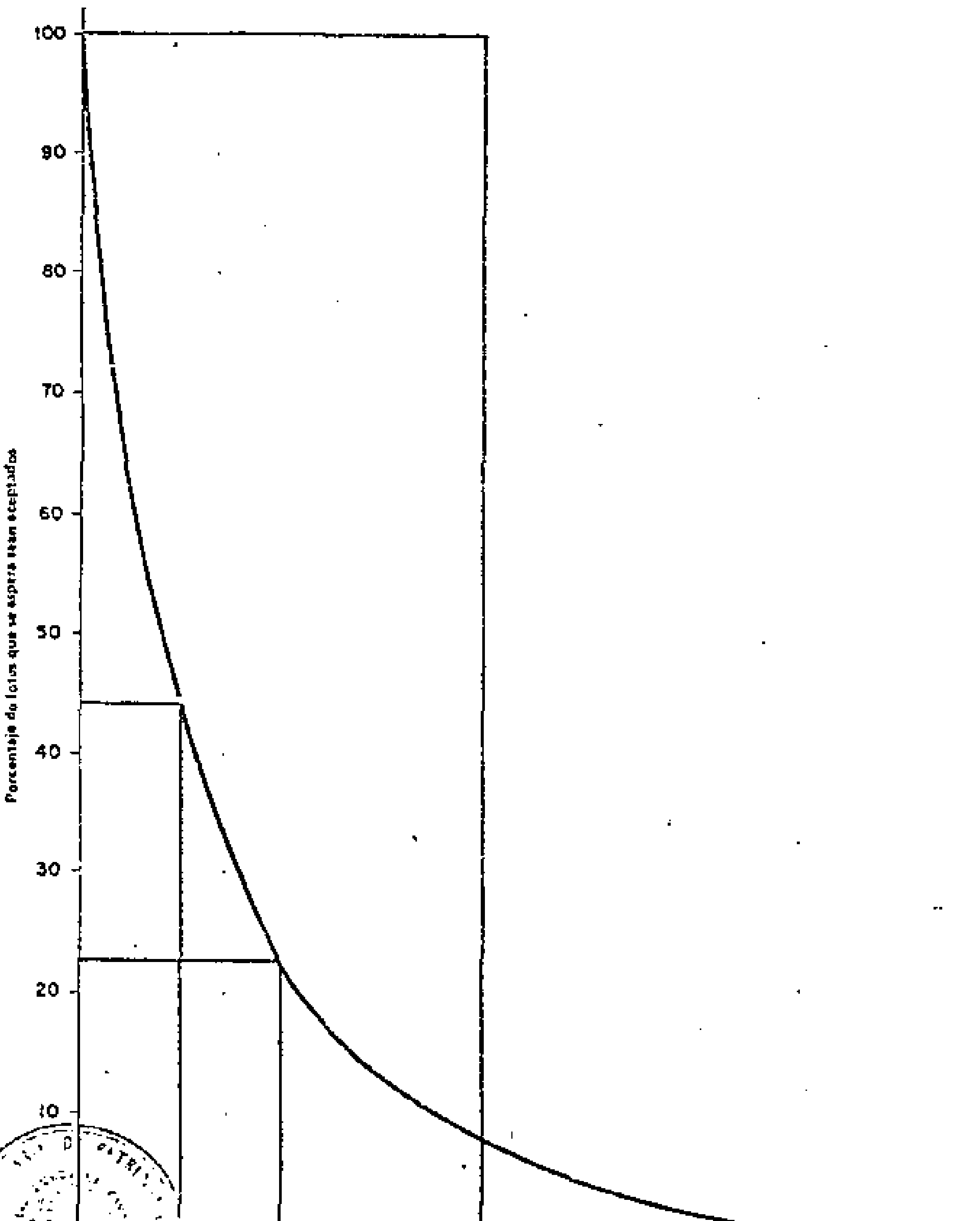


FIGURA 2 Curva de operación característica de un plan de muestreo calculado para proporcionar una alta probabilidad de rechazo de lotes presentados a inspección con una calidad menor al NCA especificado

el fabricante ya que si produce lotes con una calidad igual o mejor al NCA éstos tendrían una aceptación casi segura. Sin embargo, en este caso el consumidor tendría razones para quejarse ya que si el fabricante presentara lotes con una calidad inferior al NCA podría haber una alta probabilidad de que tuviera que aceptarlos. En el caso que se ilustra como ejemplo en la figura 3, si se presentaran los lotes con un porcentaje de defectuosas del doble del NCA, se aceptarían casi un 60% de dichos lotes

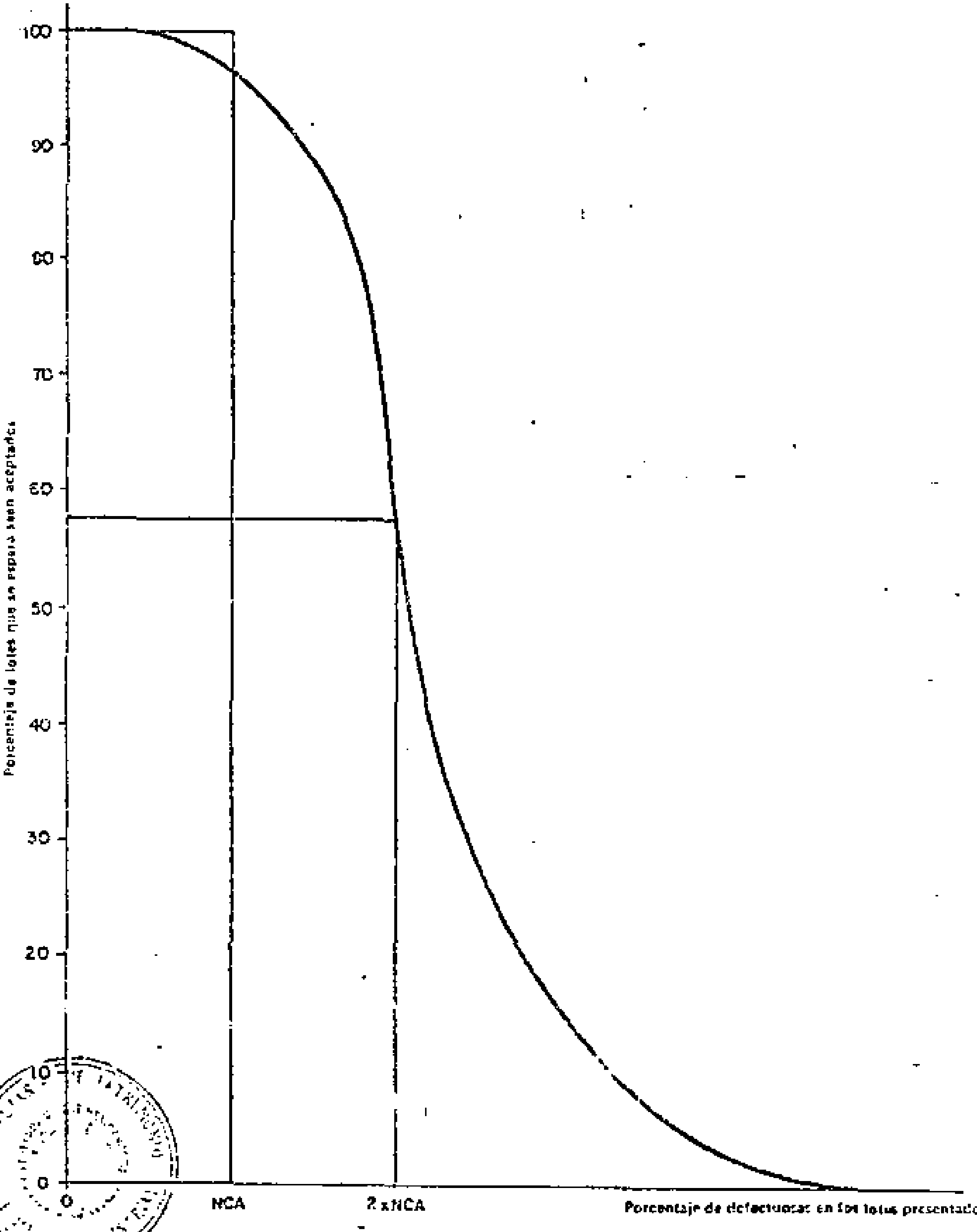


FIGURA 3 Curva de operación característica de un plan de muestreo calculada para proporcionar una alta probabilidad de aceptación de lotes presentados a inspección con una calidad mayor al NCA especificado

consumidor, la solución que se establece en esta norma consiste en otorgar el beneficio de la duda al fabricante (una curva similar a la de la figura 3) y para protección del consumidor, se recurre al sistema inspección normal-inspección rigurosa, en la cual se especifican dos planes de muestreo para cualquier situación dada, junto con las reglas para determinar cuando se debe cambiar de una inspección a otra y cuándo regresar a la primera

La inspección normal está destinada como se muestra en el ejemplo de la figura 3, para proteger al fabricante contra el riesgo de que se le rechace un gran porcentaje de lotes aunque su calidad sea mejor al NCA. En efecto, se concede al fabricante el beneficio de la duda que puede surgir debido a los riesgos inherentes al muestreo

Pero en vista de que el consumidor necesita también protección y que esto se logra estableciendo que no se conceda al fabricante el beneficio de la duda en forma ciega e invariable, sino únicamente cuando el fabricante demuestre que la merece. Si los resultados del muestreo informan en cualquier momento que la calidad promedio de su proceso es más mala que el NCA, el fabricante pierde el derecho a que se le conceda el beneficio de la duda (esto es, su derecho a una inspección normal) y a partir de ese momento se aplicará la inspección rigurosa para proteger al consumidor

Por lo tanto, la inspección normal tiene COC que cruzan la línea vertical en un punto del NCA cercano a la parte superior, pero el nivel exacto en el que la cruza varía de plan a plan de acuerdo con "el valor de NCA por el tamaño de la muestra" o lo que viene a ser lo mismo de acuerdo con el valor del número de aceptación

En la Tabla 2 se muestran las cifras en donde se ve que si el tamaño de la muestra es bastante grande para el NCA dado, lo que dá lugar a un valor de "NCA por el tamaño de la muestra igual por lo menos a 200" entonces el fabricante tiene siempre por lo menos 98% de probabilidad de que se acepten sus lotes si la calidad es igual al NCA y esta probabilidad es aún mayor para una calidad mejor que el NCA. Sin embargo, cuando el tamaño de la muestra es relativamente pequeño para el NCA requerido, el permitir al fabricante una probabilidad tan elevada significaría un riesgo demasiado grande para el consumidor

TABLA 2 Porcentaje de lotes que se espera sean aceptados si la calidad es igual al NCA, plan de muestreo sencillo nivel de inspección normal

NCA X tamaño de muestra (Aproximadamente)	Número de aceptación	Porcentaje de lotes que se espera sean aceptados (Aproximadamente)
12.5	0	88.1
50	1	90.9
80	2	95.3
125	3	96.1
200	5	98.3
315	7	98.4
500	10	98.5
800	14	98.3
1250	21	99.0
2000	30	98.7
3150	44	98.5

Por lo tanto, debe aceptarse una menor probabilidad de aceptación en el NCA para los números de aceptación pequeños. La Figura 4 muestra la razón de ésto. Aquí aparecen graficadas las COC, para un NCA de 1% defectuosas con el tamaño más pequeño y más grande de muestra disponibles para este NCA. El fabricante tiene una mayor protección con los tamaños grandes de muestras que con los pequeños, si la calidad es buena, pero la curva desciende en forma mucho más pronunciada lo que permite que se de también una mejor protección al consumidor

11 INSPECCION RIGUROSA

Cuando se requiera utilizar la inspección rigurosa, se obtiene el plan requerido de las tablas en la mism forma, con excepción de que se utiliza la Tabla II-B en lugar de la Tabla II-A en tanto que si se utiliza las Tablas X se encuentra la columna ...

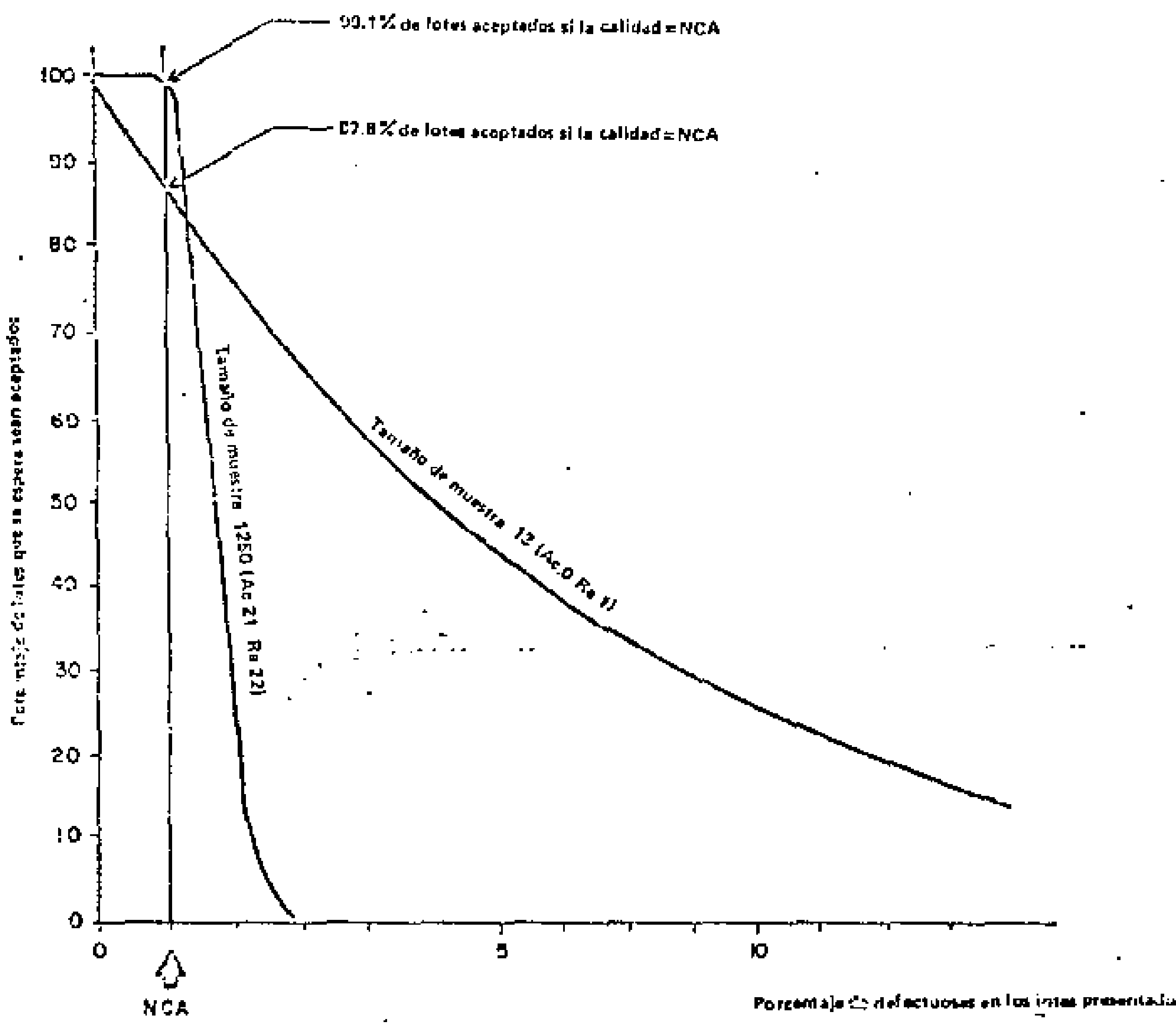


FIGURA 4 COC para dos planes de muestreo con inspección normal para un NCA de 1% de defectuosas

hay una pro[illegible] para el consumidor. Es el procedimiento que establece que se suspenderá la inspección de aceptación en espera de una acción que mejore la calidad si diez (u otro número que se acuerde) lotes consecutivos permanecen en inspección rigurosa

Este es un principio de suma importancia; si la calidad es mala, es necesario tomar algunas medidas y el inspector debe tener derecho a rehusar a inspeccionar cualquier otro lote adicional hasta que tenga pruebas de que se han tomado las medidas adecuadas que conduzcan a una calidad aceptable

Debe interpretarse la regla con suficiente criterio, si se rechazara el sexto lote bajo una inspección rigurosa y luego se aceptaran el séptimo, el octavo, el noveno y el décimo, no sería razonable suspender la inspección en ese momento. La mejor interpretación sería aparentemente que se suspendiera la inspección si se rechaza el décimo lote pero si se aceptara el décimo lote, podrá proseguirse con la inspección rigurosa hasta que se rechace un lote o que se vuelva a implantar la inspección normal

Ejemplo 11: Se suministra un producto en lotes de 4000 unidades de producto. El NCA es de 1.5% de defectuosas. El nivel de inspección es III. Va a emplearse el muestreo sencillo. La Tabla I nos proporciona M como letra clave y se encuentra que los planes de muestreo requeridos son:

	INSPECCION NORMAL	INSPECCION RIGUROSA
Tamaño de la muestra	315	315
Número de aceptación	10	8
Número de rechazo	11	9

TABLA 3 Veinticinco lotes de un procedimiento de inspección (Véase ejemplo 11)

Número de lote	Tamaño del lote	Tamaño de la muestra	Ac	Re	Unidades de producto defectuosas	Dictamen	Acción a tomarse
1	4000	315	10	11	7	Ac	Inspección Normal
2	4000	315	10	11	2	Ac	Continúese Insp Normal
3	4000	315	10	11	4	Ac	Continúese Insp Normal
4	4000	315	10	11	11	Re	Continúese Insp Normal
5	4000	315	10	11	9	Ac	Continúese Insp Normal
6	4000	315	10	11	4	Ac	Continúese Insp Normal
7	4000	315	10	11	7	Ac	Continúese Insp Normal
8	4000	315	10	11	3	Ac	Continúese Insp Normal
9	4000	315	10	11	2	Ac	Continúese Insp Normal
10	4000	315	10	11	12	Re	Continúese Insp Normal
11	4000	315	10	11	8	Ac	Continúese Insp Normal
12	4000	315	10	11	11	Re	Cámbiese Insp Rigurosa
13	4000	315	8	9	7	Ac	Continúese Insp Rigurosa
14	4000	315	8	9	8	Ac	Continúese Insp Rigurosa
15	4000	315	8	9	4	Ac	Continúese Insp Rigurosa
16	4000	315	8	9	9	Re	Continúese Insp Rigurosa
17	4000	315	8	9	3	Ac	Continúese Insp Rigurosa
18	4000	315	8	9	5	Ac	Continúese Insp Rigurosa
19	4000	315	8	9	2	Ac	Continúese Insp Rigurosa
20	4000	315	8	9	7	Ac	Continúese Insp Rigurosa
21	4000	315	8	9	6	Ac	Regrésese a Insp Normal
22	4000	315	10	11	7	Ac	Continúese Insp Normal
23	4000	315	10	11	2	Ac	Continúese Insp Normal
24	4000	315	10	11	5	Ac	Continúese Insp Normal
25	4000	315	10	11	3	Ac	Continúese Insp Normal

La Tabla 3 muestra los resultados de la inspección de los primeros 25 lotes. Es usual utilizar la inspección normal al principio de un ciclo de inspección y es lo que aquí se hace. Los rechazos en los lotes 4 y 10, no ocasionan un cambio a la inspección rigurosa ya que en ninguno de los casos se dá lugar a la aplicación de la regla de 2 de cada 5, pero el rechazo en el lote 12 que sigue al que hubo en el lote 10 dá lugar a un cambio desde el lote 13 en adelante

En el lote 21, se han aceptado cinco lotes sucesivos bajo inspección rigurosa y vuelve a implantarse la inspección normal a partir del lote 22.

13 METODOS PARA REDUCIR LOS RIESGOS

Siempre habrán riesgos en la inspección por muestreo, tanto en lo que se refiere a la aceptación de lotes malos como al rechazo de lotes buenos, pero estos riesgos deberán ser tan pequeños que sean tolerables y esto se logra seleccionando en forma adecuada el NCA y el nivel de inspección

Si el fabricante o el consumidor consideran en un momento dado que el riesgo que están tomando es muy grande, sería bueno comprobar si se han seleccionado en forma adecuada el NCA y el nivel de inspección, pero en la parte restante de este Capítulo, se supondrá que se han seleccionado en forma adecuada y que no hay necesidad de modificarlos

El fabricante tendrá interés en reducir los riesgos cuando la calidad sea mejor que el NCA pero no tiene derecho a ninguna reducción del riesgo en otra forma. El consumidor tendrá un especial interés en los riesgos cuando la calidad sea más mala que el NCA ya que si la calidad es mejor que el NCA, está obteniendo la calidad requerida

Hay cuatro métodos que pueden utilizarse para reducir los riesgos para ambas partes:

El primer método consiste en mejorar la calidad de la produccion. Esto parece ser demasiado obvio como para que valga la pena decirlo, pero es sorprendentemente fácil que durante las discusiones sobre planes de muestreo, COC, procedimiento de cambio, etc., se olvide la sencilla regla de que un porcentaje bajo de defectuosas en la producción proporciona al consumidor lo que éste busca y le asegura al fabricante un alto porcentaje de aceptación

El segundo método es aplicable únicamente en un caso en particular, pero constituye un caso que es muy probable que ocasione ansiedad, a saber: cuando el número de aceptación es 0. Los planes con un número de aceptación de cero poseen COC con una pendiente tan reducida que los grandes riesgos son inevitables

Por esta razón en esta norma se permite una alternativa cuando las tablas conducen a un número de aceptación cero (siempre y cuando sea de común acuerdo entre fabricante y consumidor.) Esta alternativa consiste en utilizar un plan de muestreo con el mismo NCA pero con un número de aceptación de 1, en vez de 0. En este caso hay un precio a pagar, ya que se requiere un tamaño de muestra aproximadamente cuatro veces más grande, pero los riesgos para ambas partes son mucho más reducidos, tanto que a menudo resulta conveniente. Puede reducirse algo este precio mediante la adopción del muestreo doble o múltiple, cuando el número de aceptación para muestreo sencillo es 1, pero no cuando el número de aceptación es 0

El tercer método consiste en considerar la posibilidad de aumentar el tamaño del lote. Si puede aumentarse lo suficiente el tamaño del lote como para dar lugar a un cambio de la letra clave y con ello a un aumento en el tamaño de la muestra, se reducirán los riesgos para ambas partes, puesto que un tamaño mayor de muestra da lugar a una COC con pendiente más pronunciada y las tablas están dispuestas de tal forma que esta curva es más alta que la anterior en la mayor parte de los puntos en donde la calidad es superior al NCA y más baja en la mayor parte de los puntos en donde la calidad es inferior al NCA

Desgraciadamente no es posible adaptar las tablas en forma de que estos elementos sean siempre como se desean sin que se pierdan al mismo tiempo otros elementos deseables. La figura 5 por ejemplo, muestra cuatro planes de muestreo normales relacionados con un NCA de 1.5% de defectuosas; para una calidad mejor que el NCA se ve que entre más grande es el tamaño de la muestra, más alto es el porcentaje de lotes que se aceptan, en tanto que para una calidad inferior (cuando el porcentaje de defectuosas es 2 veces o más que el NCA), la muestra más grande es la que rechaza más y la muestra más pequeña es la que rechaza menos (siendo deseable que el plan de muestreo rechace tan frecuentemente como sea posible, cuando la calidad es inferior al NCA). El punto de cruce de las curvas para tamaños de muestra de 32 y

Puede objetarse la necesidad del aumento del tamaño de los lotes para lograr una mejor protección en el muestreo, ya que no siempre es fácil o razonable el cambiar el tamaño de los lotes, ya que deben fijarse los tamaños de los lotes de acuerdo con ciertos aspectos como son la continuidad y cantidad de la producción, que puede manejarse en un momento dado, problemas de transporte, problemas de control de inventario y así sucesivamente. Todo esto es cierto, sin embargo, vale la pena recordar que, a igualdad de los demás aspectos, pueda ser provechoso aumentar el tamaño del lote desde el punto de vista de la inspección por muestreo

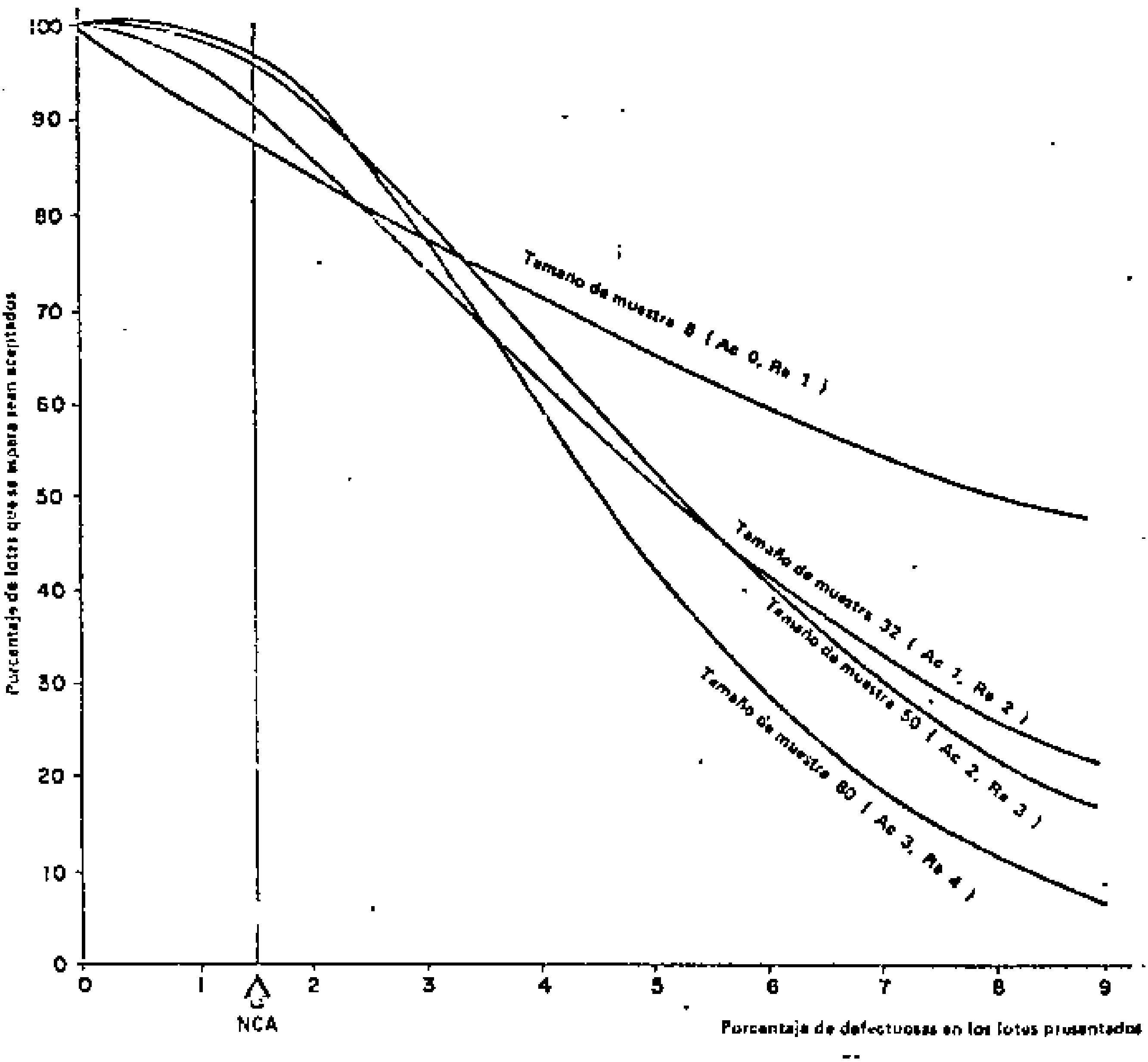


FIGURA 5 Cuatro planes de muestreo para un NCA de 1.5% de defectuosas, inspección normal y muestreo sencillo

Al examinar las alturas de las curvas en la figura 5, a dos, tres y cuatro veces el NCA debe recordarse que las curvas muestran únicamente parte del panorama o sea la parte correspondiente a la inspección normal. El porcentaje de lotes que se acepta, si la calidad es dos veces el NCA, es inferior a 80% para todos los planes de inspección normal de la DGN-R-18/2. Dicho porcentaje de aceptación dará por resultado la implantación de la inspección rigurosa antes de que pasen muchos lotes

Bajo algunas circunstancias puede concluirse que no vale la pena el término medio de la inspección por muestreo que involucra necesariamente la utilización de un programa completo de muestreo. Las partes que intervienen pueden entonces negociar a fin de seleccionar un plan directamente de las COC, pero cuando se adopta un enfoque de esta clase es necesario que las partes tengan conocimientos al respecto si es que ha de obtenerse una selección satisfactoria.

Cuando existe evidencia de que la calidad de la producción es mejor que el NCA en forma consistente, hay razones para suponer que la producción continuará siendo buena, ya no hay necesidad de contar con un plan de muestreo que separe los lotes buenos de los malos, en virtud de que todos los lotes son buenos Sin embargo no debe prescindirse totalmente de la inspección, ya que se necesita contar con una señal de aviso para el caso de que la calidad de la producción empeore en un momento dado

Bajo estas circunstancias, puede obtenerse un ahorro considerable si así se desea, mediante el uso de planes de muestreo con inspección reducida cuyos tamaños de muestras son únicamente de dos quintas partes del tamaño de la muestra que corresponde a los planes con inspección normal (excepto cuando el plan de inspección normal tiene un tamaño de muestra inferior a 5, en cuyo caso el porcentaje es de más de dos quintas partes, ya que se toma una muestra de por lo menos 2 para la inspección reducida)

A primera vista pudiera suponerse que la forma de reducir el tamaño de la muestra sería utilizar una letra clave anterior en el orden alfabético. Esto reduciría de hecho el tamaño de la muestra, sin embargo, tendría también el efecto indeseable de reducir el porcentaje de lotes que se espera sean aceptados con el NCA dado, ésto, de hecho resultaría en un castigo al fabricante por hacer un buen trabajo. Puesto que un resultado así sería claramente insatisfactorio; es necesario tener una tabla para la inspección reducida Esta tabla es la Tabla II-C de las tablas de la parte 3 de esta norma

Debe notarse que no existe una obligación de implantar la inspección reducida. El uso de la inspección rigurosa, cuando así lo requiera el procedimiento de cambio, es esencial en lo que se refiere al programa y por lo tanto, es obligatoria; sin embargo la inspección reducida es totalmente opcional aunque se cumplan las condiciones necesarias que establece el procedimiento de cambio, pudiéndose implantar cuando el consumidor así lo desea o lo juzgue conveniente

El procedimiento de cambio esta calculado para asegurar que no se implante la inspección reducida, a menos que la calidad que se observa sea verdaderamente buena y de que sea probable que continúe en esta misma forma A fin de averiguar si es permisible implantar la inspección reducida, debe compararse la historia reciente de la producción con los números límite que se encuentran en la Tabla VIII

Ejemplo 12: Se está fabricando un producto el cual va a inspeccionarse bajo las condiciones siguientes: NCA 10% de defectuosas, tamaño de lote 4000, nivel de inspección I y muestreo sencillo. Bajo la letra clave J se encuentran el tamaño de la muestra que es de 80, el número de aceptación 14 y el número de rechazo 15

TABLA 4 Quince lotes de un proceso de inspección, NCA=10% de defectuosas
Nivel de inspección I (Véase ejemplo 12)

Número de lote	Tamaño del lote	Tamaño de la muestra	Ac	Re	Cantidad de defectuosas	Dictamen	Acción futura
61	4000	80	14	15	7	Ac	Continúese Normal
62	4000	80	14	15	5	Ac	Continúese Normal
63	4000	80	14	15	7	Ac	Continúese Normal
64	4000	80	14	15	6	Ac	Continúese Normal
65	4000	80	14	15	9	Ac	Continúese Normal
66	4000	80	14	15	7	Ac	Continúese Normal
67	4000	80	14	15	9	Ac	Continúese Normal
68	4000	80	14	15	8	Ac	Continúese Normal
69	4000	80	14	15	6	Ac	Continúese Normal
70	4000	80	14	15	5	Ac	Continúese Normal
71	4000	80	14	15	8	Ac	Continúese Normal
72	4000	80	14	15	4	Ac	Continúese Normal
73	4000	80	14	15	3	Ac	Continúese Normal
74	4000	80	14	15	1	Ac	Continúese Normal
75	4000	80	14	15	3	Ac	Cámbiese a Reducida

la tabla (esta tabla se tomó como un extracto de una secuencia más larga por lo que la numeración de los lotes no comienza con 1). Los resultados son buenos, se aceptan todos los lotes, quedando el número de defectuosas bastante por debajo del número de aceptación

Después de efectuar la inspección de la muestra correspondiente al lote 71, el inspector decide indagar si es posible utilizar la inspección reducida. Cuenta el número total de defectuosas que contienen las muestras de los últimos 10 lotes y encuentra que son 70. La cantidad de muestras de los últimos 10 lotes es de 800 y al entrar en la Tabla VIII con este número de 800 y con un NCA de 10, encuentra que el número límite es 68; en este caso, siendo 70 mayor que 68 no se permite la inspección reducida

Después de observar muy buenos resultados con los cuatro lotes siguientes, decide investigar nuevamente La cantidad de defectuosas que se observan en los últimos 10 lotes, es ahora únicamente de 54, lo que está dentro del número límite. Bajo estas circunstancias sí se permite la inspección reducida ya que además se han aceptado los 10 últimos lotes bajo inspección normal , siempre y cuando la producción se lleve a cabo a ritmo constante. Lo que significa ritmo constante requiere interpretación y es posible que ésta varié de una industria a otra. Básicamente el requisito es que no haya una interrupción en la producción suficiente como para afectar la calidad de la producción actual que es buena, como lo demuestran los registros correspondientes a los últimos lotes. El significado exacto, en cualquier caso en particular, depende del juicio técnico basado en la consideración de todos los factores cuya variación pueda afectar a la calidad del producto

Puesto que la inspección reducida es opcional, se permite reimplantar la inspección normal si es que así lo desea o lo juzga conveniente el consumidor y debe hacerse en el caso de que la producción se haga irregular, de que haya demoras en ella o si otras condiciones la hacen parecer necesaria. Sin embargo, se debe regresar a la inspección normal en el caso de que no se acepte un solo lote bajo inspección reducida.

Los planes de muestreo reducido presentan una característica particular, que es una brecha entre el número de aceptación y el de rechazo (La diferencia entre los números de aceptación y rechazo no es 1 como en el caso de inspecciones normal y rigurosa). El procedimiento de cambio indica que si el número de defectuosas que se observan es igual al número de aceptación o menor, se debe aceptar el lote y se continúa con la inspección reducida (siempre y cuando las otras condiciones no requieran que se implante la inspección normal.) Si se alcanza o excede el número de rechazo, se debe rechazar el lote y se vuelve a implantar la inspección normal a partir del siguiente lote. Sin embargo, si el resultado se encuentra dentro de la brecha entre el número de aceptación y el de rechazo, se acepta este lote pero debe volverse a implantar la inspección normal

Ejemplo 13: En la Tabla 5 continúa el ejemplo de la Tabla 4. En la Tabla II-C se encuentra que el plan de muestreo reducido es:

Tamaño de la muestra	32
Número de aceptación	7
Número de rechazo	10

TABLA 5 Diez lotes de un proceso de inspección, NCA=10% de defectuosas, Nivel de inspección I (Véase el ejemplo 13)

Número del lote	Tamaño del lote	Tamaño de la muestra	Ac	Re	Defectuosas	Dictamen	Acción futura
76	4000	32	7	10	5	Ac	Continúese reducida
77	4000	32	7	10	2	Ac	Continúese reducida
78	4000	32	7	10	7	Ac	Continúese reducida
79	4000	32	7	10	3	Ac	Continúese reducida
80	4000	32	7	10	1	Ac	Continúese reducida
81	4000	32	7	10	4	Ac	Continúese reducida
82	4000	32	7	10	9	Ac	Reimplántese normal
83	4000	80	14	15	17	Re	Continúese normal
84	4000	80	14	15	12	Ac	Continúese normal
85	4000	80	14	15	15	Re	Cámbiese a rigurosa

Se ve que los tamaños de las muestras para la inspección reducida siguen la misma serie de números que para la inspección normal, pero que retroceden dos espacios. Esto proporciona una vez más consistencia en las diagonales; sin embargo, no se proporciona COC para la inspección reducida. Esto se hace deliberadamente en virtud de las dos razones siguientes: La primera es que tienden a conducir a conclusiones erróneas en el sentido de que se interpreta la curva completa en forma visual, en tanto que el extremo derecho de la curva es inaplicable ya que se permite la inspección reducida únicamente cuando se tiene la certeza que el porcentaje de defectuosas es menor que el NCA con base en la evidencia obtenida en el pasado y que haya una buena razón para esperar que la buena calidad continúe

La segunda razón es que si la escala vertical de las curvas representa "el porcentaje de lotes que se espera que sean aceptados", ésto más bien carece de sentido para la inspección reducida ya que tan pronto como se rechaza cualquier lote se vuelve a implantar la inspección normal. Algunas veces al hacer referencia a la Tabla VIII se encuentra un asterisco en vez de un número. Esto significa que el número de unidades en las muestras de los últimos 10 lotes no es suficiente para juzgar si es permisible la inspección reducida, en cuyo caso puede considerarse un número superior a 10 lotes hasta que se encuentre un número en la tabla Se ve que el primer número que se encuentra bajo estas circunstancias es siempre 0, así que vale la pena adoptar esta técnica únicamente si no se han observado defectuosas en las muestras provenientes de más de 10 lotes sucesivos

CONCESIONES

Las concesiones forman en general parte de la práctica de inspección, pero estas no deben llevarse a extremos, es claramente legítimo que un consumidor decida que aún cuando sabe que algún lote no es de calidad aceptable, no pueda darse el lujo de esperar y en esta forma accede a aceptarlo sobre una base de concesión, posiblemente a un precio menor. No existe ningún aspecto en el sistema de inspección por muestreo que evite que un consumidor haga lo anterior si es que así lo desea o lo juzga conveniente. Si se hace una concesión de esta clase y se acepta un lote "rechazado" por alguna razón en especial, debe, sin embargo, registrarse el lote como rechazado para fines del procedimiento de cambio y la historia verdadera de la calidad. Hay, sin embargo, otro tipo de concesión que hay tentación de usar cuando se utiliza la inspección por muestreo. Esta consiste en aceptar, aunque el plan de muestreo diga que hay que "rechazar", no porque el consumidor decida que prefiere tomar defectuosas en lugar de esperar, sino porque el plan de muestreo dice "apenas rechácese"

Esta tentación puede ser particularmente fuerte si el rechazo significa no únicamente rechazar un lote, sino también un cambio a inspección rigurosa. Debe evitarse en lo posible caer en esta tentación, si el plan de muestreo dice "acéptese para 3, rechácese para 4", no quiere decir "acéptese para 4, rechácese para 5".

Ejemplo 14: Se está llevando a cabo la inspección bajo las condiciones de un NCA de 10.0 % de defectuosas, letra clave E, inspección normal y muestreo sencillo. El plan de muestreo es:

Tamaño de la muestra	13
Número de aceptación	3 defectuosas
Número de rechazo	4 defectuosas

En la inspección de un lote en particular, se encuentran 4 defectuosas en la muestra de 13. El inspector tiene la intención de rechazar el lote, pero el fabricante dice que se encontraron únicamente 4 defectuosas. Este número se encuentra exactamente en la línea divisoria, constituye únicamente una cuestión de probabilidad. Podría fácilmente haber sido de otra forma, ya que los demás artículos buenos del lote que no han sido inspeccionados, podrían haber entrado en la muestra en lugar de una de las cuatro defectuosas y entonces el lote se habría aceptado por lo que se debería aceptar el lote

Lo cierto es que la probabilidad juega un papel importante en los resultados que proporciona el muestreo, pero esta probabilidad no está sujeta al azar. Ha sido calculada en forma precisa cuando se elaboraron las tablas de muestreo. Al acordar utilizar un plan en particular, queda decidido qué riesgos podemos permitirnos

Aceptar cuando debemos rechazar significaría tomar más riesgos de los que hemos acordado y no es más razonable aceptar porque el programa apenas rechaza que rechazar por que apenas acepta. ¿qué se diría si se rechazara aunque únicamente se hubieran encontrado tres defectuosas en la muestra?

Además existe una cierta concesión ya incluida en las tablas, por ejemplo si en el caso antes mencionado (Ejemplo 14) el NCA es 10% y el 10% de 13 es 1.3 "Acéptese con 1, rechácese con 2", constituiría por lo tanto la regla rígida. Al decir "acéptese con 3, rechácese con 4", las tablas permiten una considerable concesión y no es posible proporcionar adicionalmente nada

16 CLASIFICACION DE DEFECTOS

En la parte 2 de esta norma, se establece una clasificación de defectos:

Defecto crítico, mayor y menor, pero también se permiten otras clases o subclases dentro de éstas

Hay varias formas de especificar los NCA a cada clase. Posiblemente la más sencilla consiste en agrupar todos los defectos en dos categorías: mayores y menores y especificar un solo NCA a cada clase, por ejemplo:

Clase	NCA
Mayor	0.40 % de defectuosas
Menor	1.5 % de defectuosas

En este caso hay dos planes de muestreo que corresponden a estos NCA y si un lote cumple en cada uno de los dos planes de aceptación es aceptado y si falla en alguno de ellos o en ambos se rechaza

Las distintas alternativas son:

1) Establecer más de dos clases, por ejemplo:

Clase	NCA
Mayor	0.65 % de defectuosas
Menor A	1.5 % de defectuosas
Menor B	4.0 % de defectuosas

en este caso dictaminamos cada clase por separado

2) Establecer un NCA por separado a cada característica, con la posible inclusión de un NCA adicional para todas las características tomadas en conjunto, o para todas las características de cada clase. Este método puede ser valioso cuando el artículo es complejo y tiene muchas características independientes a inspeccionar

3) Establecer una sola clase mayor y además agrupar todos los defectos a fin de considerar los mayores y menores en forma conjunta. Podrían fijarse los NCA, por ejemplo:

Clase	NCA
Mayor	1.0 % de defectuosas
Mayor+Menor	4.0 % de defectuosas

A continuación se considera en detalle únicamente la primera alternativa. En tanto que las otras alternativas tienen indudablemente su lugar en circunstancias adecuadas; sin embargo, debe entenderse que el trabajo con un plan complicado puede ser demasiado para el personal de inspección. Y en la mayoría de los casos se prefiere la sencillez

Ejemplo 15: Un producto tiene cinco dimensiones (A, B, C, D y E) que es necesario comprobar en cada unidad que se inspeccione. Al considerar los efectos de las defectuosas de cada tipo, se decide que las dimensiones A y B deben clasificarse como mayores, en tanto que C, D y E son menores

... luego como se indica a continuación.

Clase	NCA
Mayor	0.65 % de defectuosas
Menor	2.5 % de defectuosas

Supongamos que el nivel de inspección es III para ambas clases y que se van a utilizar muestreo sencillo e inspección normal, con tamaño de lote de 900. La letra clave es K. Los planes de muestreo son los siguientes:

Clase	Tamaño de la muestra	Núm de aceptación	Núm de rechazo
Mayor	125	2 defectuosas	3 defectuosas
Menor	125	7 defectuosas	8 defectuosas

este esquema, que comprende un mismo tamaño de muestra para cada clase pero distintos número de aceptación, es típico y hace que la administración del plan de muestreo sea más sencilla, ya que puede utilizarse la misma muestra física para ambas clases (siempre y cuando la inspección no implique la destrucción de la muestra). Una muestra de 125 proveniente de un lote en particular podría proporcionar los siguientes resultados:

Una unidad de producto defectuosa en lo que respecta a la dimensión A

Una unidad de producto defectuosa en lo que respecta a las dimensiones B y D

Dos unidades de producto defectuosas en lo que respecta a la dimensión C

Tres unidades de producto defectuosas en lo que respecta a las dimensiones C y D

O sea que en total tenemos:

Dos defectuosas mayores y cinco defectuosas menores. Por lo tanto se acepta el lote

Ejemplo 16: Va a inspeccionarse un producto bajo las siguientes condiciones: tamaño del lote 500, nivel de inspección II, inspección normal y muestreo sencillo. Los NCA son:

Clase	NCA
Mayor	0.065 % de defectuosas
Menor	0.25 % de defectuosas

encontrándose que los planes de muestreo son:

Clase	Tamaño de la muestra	Núm. de aceptación	Núm. de rechazo
Mayor	200	0 defectuosas	1 defectuosa
Menor	50	0 defectuosas	1 defectuosa

Bajo éstas circunstancias debe examinarse una muestra de 50 para todos los tipos de defectos y luego una muestra adicional de 150 para los defectos mayores únicamente.

Alternativamente, puesto que de cualquier forma se necesita una muestra de 200, el inspector puede decidir que sería conveniente inspeccionar este último tamaño de muestra para ambas clases. Podrá hacerlo siempre y cuando exista acuerdo entre fabricante y consumidor. Al utilizar la letra clave L, el plan para los defectos menores queda en la siguiente forma:

Tamaño de la muestra 200

Número de aceptación 1

Número de rechazo 2

Cuando se clasifican los defectos con distintos NCA para las diferentes clases o grupos de clases, entonces el cambio entre la inspección normal y la rigurosa se efectúa en forma independiente para cada clase o grupo de clases, para las cuales se haya especificado un NCA, de acuerdo con los lotes aceptados o rechazados para esa clase o grupo en particular

Ejemplo 17: Las condiciones son: tamaño del lote 275 nivel de inspección III y muestreo sencillo. El NCA para defectos mayores, 1.5 % de defectuosas. El NCA para defectos menores, 4.0% de defectuosas.

En la tabla 6 se presentan los resultados y la forma en que se lleva a cabo el cambio. Tantos cambios en una cantidad de lotes tan reducida es útil para fines de ejemplo, pero poco probable en la práctica

TABLA 6 Veinte lotes de un proceso de inspección. Nivel de inspección III
(Véase el ejemplo 17)

Núm del lote	Tamaño del lote	Tamaño de la muestra	Mayores (NCA=1.5% defectuosas)					Menores (NCA=4.0% defectuosas)					Dictamen global
			Ac	Re	Defectuosas	Dictamen	Acción futura	Ac	Re	Defectuosas	Dictamen	Acción futura	
36	275	50	2	3	2	Ac	Continúese normal	5	6	3	Ac	Continúese normal	Ac
37	275	50	2	3	1	Ac	Continúese normal	5	6	4	Ac	Continúese normal	Ac
38	275	50	2	3	3	Re	Continúese normal	5	6	3	Ac	Continúese normal	Re
39	275	50	2	3	2	Ac	Continúese normal	5	6	3	Ac	Continúese normal	Ac
40	275	50	2	3	4	Re	Cámbiese a rigurosa	5	6	5	Ac	Continúese normal	Re
41	275	50	1	2	2	Re	Continúese rigurosa	5	6	4	Ac	Continúese normal	Re
42	275	50	1	2	3	Re	Continúese rigurosa	5	6	8	Re	Continúese normal	Re
43	275	50	1	2	1	Ac	Continúese rigurosa	5	6	6	Re	Cámbiese a rigurosa	Re
44	275	50	1	2	1	Ac	Continúese rigurosa	3	4	5	Re	Continúese rigurosa	Re
45	275	50	1	2	0	Ac	Continúese rigurosa	3	4	3	Ac	Continúese rigurosa	Ac
46	275	50	1	2	0	Ac	Continúese rigurosa	3	4	5	Re	Continúese rigurosa	Re
47	275	50	1	2	1	Ac	Restablezcase normal	3	4	2	Ac	Continúese rigurosa	Ac
48	275	50	2	3	1	Ac	Continúese normal	3	4	2	Ac	Continúese rigurosa	Ac
49	275	50		3	1	Ac	Continúese normal	3	4	1	Ac	Continúese rigurosa	Ac
50	275	50	2	3	0	Ac	Continúese normal	3	4	0	Ac	Continúese rigurosa	Ac
51	275	50	2	3	1	Ac	Continúese normal	3	4	2	Ac	Restablezcase normal	Ac
52	275	50	2	3	1	Ac	Continúese normal	5	6	2	Ac	Continúese normal	Ac
53	275	50	2	3	0	Ac	Continúese normal	5	6	1	Ac	Continúese normal	Ac
54	275	50	2	3	2	Ac	Continúese normal	5	6	4	Ac	Continúese normal	Ac
55	275	50	2	3	2	Ac	Continúese normal	5	6	3	Ac	Continúese normal	Ac

17 MUESTREOS DOBLE Y MULTIPLE

Los principios de selección de planes dobles o múltiples de las tablas son similares a aquellos que se aplican para el muestreo sencillo, pero se utilizan las Tablas III o IV, en lugar de la Tabla II muestra ya que las tablas también proporcionan los tamaños de muestras acumulados. Sin embargo, todos los planes poseen la característica de que todas las muestras sucesivas son iguales en tamaño a la primera muestra y es fácil de recordar esta regla.

Cuando el plan de muestreo sencillo apropiado tiene un número de aceptación de cero o un tamaño de muestra de 2, no existe un plan doble o múltiple. La alternativa es, o bien utilizar el muestreo sencillo o los planes doble o múltiple, para el siguiente tamaño más grande de muestra que haya disponible para el NCA especificado.

Ejemplo 18: Si el NCA es de 0.40 y la letra clave G, la Tabla III-A tiene un asterisco que nos conduce a una nota situada en la parte inferior, pudiéndose utilizar la Tabla II-A en cuyo caso el plan de muestreo es:

Tamaño de la muestra 32

Número de aceptación 0

Número de rechazo 1

o podemos proseguir hacia abajo con la columna 0.40 de la Tabla III-A hasta que encontremos el plan doble; éste se encuentra bajo la letra clave K y es:

	Primera	Segunda	Combinada
Tamaño de la muestra	80	80	160
Número de aceptación	0		1
Número de rechazo	2		2

Se encuentran las mismas alternativas si se utilizan las Tablas X

Para el muestreo doble o múltiple, si el resultado cae en la brecha entre los números de aceptación y rechazo para alguna muestra, ésto significa que debe tomarse la muestra siguiente, tanto para una inspección normal como rigurosa. Sin embargo, para el muestreo doble o múltiple con inspección reducida existe también una brecha entre los números finales de aceptación y de rechazo, un resultado dentro de esta brecha significa que debe aceptarse el lote pero debe reimplantarse la inspección normal, como en el caso del muestreo sencillo reducido.

La Tabla IX proporciona "curvas promedio del tamaño de las muestras para muestreo doble y múltiple", las cuales pueden utilizarse para decidir si el ahorro en la inspección que se va a obtener con base en la utilización del muestreo doble o múltiple en lugar del muestreo sencillo, es suficiente como para que valga la pena a pesar del mayor trabajo administrativo.

Las curvas fueron elaboradas en base a la aceptación por muestreo sencillo y necesariamente son aproximadas hasta cierto grado, ya que no pueden aplicarse en forma exacta para todos los diferentes planes de muestreo dados. Sin embargo, son aplicables en forma suficientemente aproximada para la finalidad que tienen.

La escala horizontal de cada curva está expresada en unidades de "n veces el porcentaje de defectuosas", en donde n es el tamaño de la muestra correspondiente al plan de muestreo sencillo. Para cada caso en particular, puede dividirse esta escala entre n para obtener una escala del procentaje de defectuosas

La escala vertical está expresada también en términos del valor de n. La línea en la parte superior de cada gráfica representa, por lo tanto, al tamaño de muestra sencillo y con ello permite juzgar la eficacia de los planes doble y múltiple en relación con esta línea superior.

Nótese que al manejar la inspección por muestreo debe esperarse que la inspección normal, con una calidad de los lotes presentados mejor que el NCA, esté en vigor la mayor parte del tiempo. En este caso las partes más importantes de estas curvas son las secciones a la izquierda de las flechas sobre la línea base. Aquellas gráficas que no poseen flechas se refieren a números de aceptación que se utilizan únicamente en inspección rigurosa.

parte de las veces, menos eficiente que el plan doble. Fué imposible evitar esta lamentable característica sin perder otras valiosas características de las tablas. Bajo estas circunstancias se preferirá el muestreo doble a menos que haya alguna buena razón, distinta al tamaño promedio de la muestra, para que sea deseable utilizar el múltiple

En la Tabla IX se supone que no se ha suspendido la inspección en el momento de llegar a una decisión en el caso de planes de muestreo dobles o múltiples, sino que se han inspeccionado todas las muestras.

Ejemplo 19: Se está utilizando un plan de muestreo sencillo con la letra clave K y un NCA de 2.5% de defectuosas, a saber:

Tamaño de la muestra	125
Número de aceptación	7
Número de rechazo	8

Se está considerando un posible cambio a muestreo doble o múltiple

La gráfica apropiada de la Tabla IX es aquella marcada c=7 que es el número de aceptación. Si así se desea, puede dividirse la escala inferior entre 125 que es el tamaño de la muestra y multiplicarse por 100 para obtener una escala de porcentaje de defectuosas Las cifras 3,6,9 y 12 se transforman entonces en 2.4, 4.8, 7.2 y 9.6% de defectuosas. Usualmente, sin embargo, no es necesario hacer ésto para encontrar lo que se desea saber

Simplemente, si así se desea, puede leerse la escala vertical como 0.25, 0.5 y 0.75 de 125

Al observar las curvas encontramos:

a) que el plan doble tiene siempre un promedio menor de tamaño de muestra que el sencillo y que el plan múltiple tiene siempre un promedio menor que el doble

b) que si la calidad es perfecta, el tamaño de la muestra doble es de alrededor de dos tercios del tamaño del sencillo y el del múltiple es alrededor de una cuarta parte del tamaño del sencillo

c) que con una calidad igual que el NCA, se han elevado estas fracciones a alrededor de 7 décimas y 6 décimas respectivamente

d) que el máximo valor del promedio del tamaño de la muestra del plan doble es un poco más de nueve décimas que del sencillo y el máximo valor del tamaño de la muestra promedio del plan múltiple es un poco más de ocho décimas que del sencillo

18 CALIDAD LIMITE Y EL LOTE AISLADO

Sabemos que al presentar una serie de lotes a inspección usando los planes de muestreo de esta norma, el extremo superior de la COC es el más importante, en el sentido de que la calidad de la producción debe encontrarse en general en esta región de la curva si es que se espera evitar los rechazos frecuentes de lotes, la inspección rigurosa y eventualmente la suspensión de la inspección en espera de que se mejore la calidad

Pero el extremo inferior de la curva tiene también una importancia considerable, como indicación de la probabilidad de rechazo de un único lote malo, en caso de que un lote así se presentara en el flujo de lotes buenos. Sin embargo, el extremo inferior de la curva tiene importancia preponderante cuando el producto se presenta en un único lote aislado o una serie muy corta de lotes. En este caso el consumidor no puede depender de la inspección rigurosa para obtener una protección adicional, ya que no hay posibilidad para la aplicación del procedimiento de cambio;

Es para estos casos que se han calculado las Tablas VI-A, VI-B, VII-A y VII-B. Las Tablas VI-A y VII-A se refieren al porcentaje de defectuosas y las Tablas VI-B y VII-B a defectos por cien unidades. En este caso ha sido necesario separarlas ya que proporcionan respuestas algo diferentes en el extremo inferior de la curva que es el que nos interesa. Los valores tabulados son calidad límite (CL) 10 y 5 porciento defectuosas y calidad límite (CL) 10 y 5 defectos por cien unidades

Se pueden tomar también los valores para las Tablas CL de las COC tabuladas de las Tablas X, pero es conveniente el reunirlas como se ha hecho en esta norma

Las tablas se refieren al muestreo sencillo, pero los valores son aplicables también en forma aproximada a los planes doble, múltiple y secuencial equivalente.

Ejemplo 20: Va a inspeccionarse un lote aislado. Se requiere una buena probabilidad de aceptación si la calidad del lote es tan buena como 1.0% de defectuosas, pero debe haber únicamente un 10% de probabilidad de aceptación si su calidad es tan mala como 4.0% de defectuosas. De acuerdo con estas condiciones, se requiere el tamaño de muestra más pequeño que aparezca en las tablas.

En la Tabla VI-A entramos en la columna NCA de 1.0%, buscamos desde arriba hacia abajo hasta que encontramos una cifra igual o menor a 4.0. Siendo la letra clave M la primera que satisface las condiciones con un valor CL de 3.7% de defectuosas y en la Tabla X-M-2 encontramos el plan requerido para el NCA de 1.0 y su COC correspondiente.

Tamaño de la muestra	315
Número de aceptación	7
Número de rechazo	8

Es bueno reiterar en este momento cuál es el significado de la COC. El valor CL de 3.7% de defectuosas significa que si el lote contiene 3.7% de defectuosas, habrá un 10% de probabilidad de que se le acepte. No significa que hay un 10% de probabilidad de que el lote sea defectuoso en un 3.7%. Se nota que los valores CL son siempre mayores que el NCA y en algunos casos considerablemente más grandes, pero se acercan al NCA cuando aumenta el tamaño de la muestra. Cuando se trata de un lote aislado, en contraste con una serie continua de lotes, deben considerarse los valores CL únicamente como aproximados en caso de que el tamaño de la muestra sea superior a una quinta parte del tamaño del lote. Bajo estas circunstancias, el valor real es más bien inferior al valor tabulado.

10 LAS TABLAS LPCS

Las tablas V-A y V-B proporcionan los factores para el límite del promedio de la calidad de salida (LPCS) para los planes de muestreo sencillo normal y sencillo riguroso. También se aplican en forma suficientemente aproximada a los planes doble y múltiple equivalentes. Una nota situada en la parte inferior dice que debe multiplicarse el valor del contenido de la tabla por:

$$1 - \frac{\text{tamaño de la muestra}}{\text{tamaño del lote}}$$

Si la muestra es únicamente un porcentaje pequeño del lote, este cálculo representa una ligera diferencia y pueden utilizarse los valores del contenido de la tabla en la forma en que se muestran, pero si la muestra es un porcentaje grande del lote, no debe olvidarse esta multiplicación.

El estudio de la Tabla V-B muestra que con la excepción de la primera diagonal o sea la de la parte superior izquierda (en donde el número de aceptación es 0), el LPCS para la inspección rigurosa se aproxima siempre al NCA. Si se desea tener esta relación entre el NCA y el LPCS para la inspección rigurosa, debe entonces hacerse uso de la opción de utilizar los planes con un número de aceptación de 1 en lugar de aquellos que tienen un número de aceptación de 0.

Ejemplo 21: Se encuentra que la letra clave es H para un tamaño de lote de 400, un NCA de 4.0% de defectuosas y un nivel de inspección II. En la Tabla V-A se encuentra que el LPCS para inspección normal es:

$$6.3 \left(1 - \frac{50}{400}\right) = 5.5\ \% \quad \text{de defectuosas}$$

Al utilizar la parte 3 de esta norma, en las circunstancias para las cuales fué calculada, (una serie larga de lotes), es necesario establecer los valores del NCA y del nivel de inspección antes de que se puedan usar las tablas. De hecho, en general, es necesario establecer estos valores antes de que pueda iniciarse la producción misma.

Una vez que se haya fijado el NCA como la calidad requerida para la calidad promedio del proceso, debe establecerse el nivel de inspección, considerando cuál es la calidad que debe tener una alta probabilidad de rechazo si se presentara en forma de un lote aislado con ese nivel de calidad. Puede buscarse entonces un nivel de inspección que proporcione la COC, requerida para este fin, cuando el tamaño del lote quede dentro de los límites que usualmente se esperan.

Ejemplo 22: Se ha seleccionado un NCA de 1.5% de defectuosas y se desea tener menos de un 80% de probabilidades de rechazo para un lote de 6% de defectuosas si dicho lote se presentara mientras se está aplicando la inspección normal. Al ver las COC en las Tablas X, se encuentra que las letras clave de la A a la J no se ajustan a los requisitos. La letra clave K casi se ajusta en forma precisa a los requisitos, de hecho la probabilidad de rechazo de 6% de defectuosas es ligeramente inferior al 80%, pero tiene la suficiente aproximación para fines prácticos. Las letras clave de L a P exceden los requisitos.

Supongamos que el tamaño de muestra que normalmente se espera es de 1000. Puede entonces especificarse el nivel de inspección III, ya que éste proporciona la letra clave K para un tamaño de muestra de 1000. Si en una etapa posterior se aumenta el tamaño del lote, el nivel de inspección especificado pudiera requerir que se utilizaran letras posteriores a K en el orden alfabético. Esto es satisfactorio ya que significa que se está utilizando en forma adecuada el aumento en el tamaño del lote para reducir los riesgos de aceptación de lotes malos o de rechazo de lotes buenos. Desde este punto de vista, no hay necesidad de establecer un límite superior al tamaño del lote (aunque habrá seguramente necesidad de este límite por otras razones). Se requiere sin embargo un límite inferior a fin de asegurar que no se utilicen las letras clave anteriores a K en el orden alfabético. Para el nivel de inspección III, el límite inferior del tamaño del lote no debe ser inferior a 501 para asegurar el uso de la letra clave K.

Ejemplo 23: Se ha seleccionado un NCA de 0.40% de defectuosas. Para lotes de 10,000, se requiere tener una probabilidad de por lo menos un 95% de rechazo en caso de que se presentara un lote con 1% de defectuosas, cuando se está usando la inspección normal.

Al ver las COC para el NCA de 0.40, se encuentra que aún la letra R no se ajusta a los requisitos. Debemos entonces preguntarnos si estos requisitos son realmente necesarios. Si se decide que sí lo son entonces el único camino es hacer el NCA más riguroso. Una vez que se hace más riguroso a 0.25% de defectuosas, se ve que la letra R se ajusta a los requisitos.

Sin embargo, ninguno de los niveles de inspección de la Tabla I proporcionan la letra clave R para un lote de 10,000. Es necesario especificar la letra clave como tal, en lugar de especificar un nivel de inspección.

Debe hacerse notar que los niveles de inspección que se proporcionan no son los únicos niveles de inspección posibles y algunas veces puede ser necesario especificar un nivel "especial" de inspección para una ocasión en particular. Un ejemplo para dicho nivel "especial" lo constituye una letra clave constante para cualquiera que fuera el tamaño del lote, si se requiere siempre una curva de forma determinada como en el ejemplo 23.

Ejemplo 24: Una organización externa de inspección está actualmente inspeccionando la producción de dos fabricantes A y B. Se propone aplicar la inspección por muestreo utilizando un NCA de 1% de defectuosas en lugar de la inspección de 100%.

El fabricante A produce lotes de aproximadamente 4000 artículos con una calidad promedio de proceso de 0.8% de defectuosas. Ocasionalmente, sin embargo, se encuentran lotes que alcanzan hasta un 4% de defectuosas.

Para ayudar a la selección del nivel de inspección, se estudian las COC para los niveles generales de inspección I, II y III (figura 6). Se decide que se requiere una mayor seguridad de la que se proporciona con el nivel II (200 Ac 5, Re 6) como protección contra la aceptación de lotes que contengan 4% de defectuosas. De acuerdo con esto, se selecciona el nivel III y se utiliza el plan (375 Ac 7 Re 8).

El cambio que se logra en la probabilidad de aceptación a una calidad de entrada de 4% de defectuosas es de 19% cuando se utiliza el nivel II, a 7% con el nivel III.

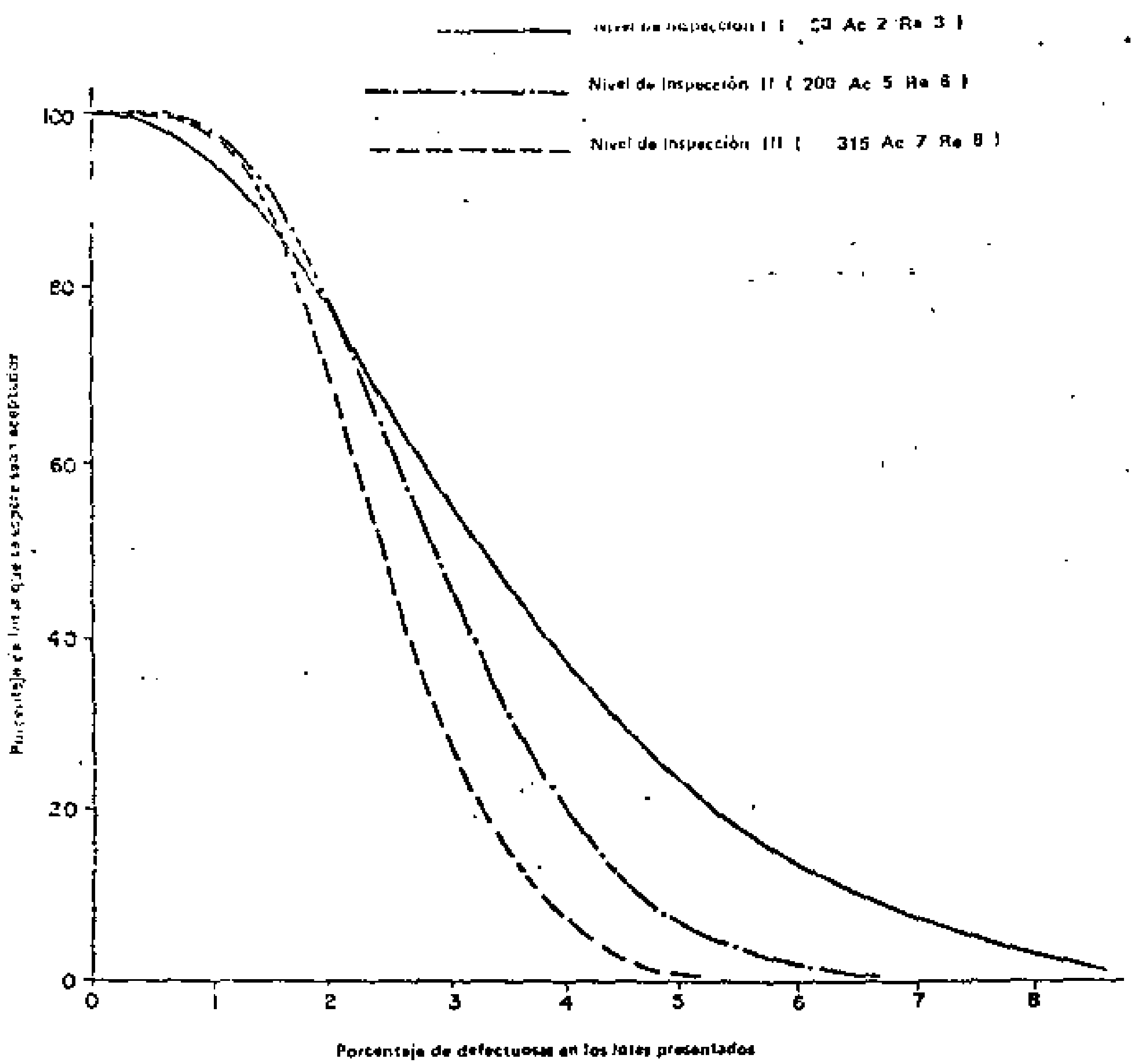


FIGURA 6 Comparación de las COC para determinar el nivel de inspección NCA 1% de defectuosas, inspección normal

El fabricante B produce lotes de un tamaño similar (aproximadamente 3500 artículos) pero tiene una historia de calidad más alta. La calidad promedio de su proceso varía entre 0.4% y 1.7% de defectuosas

Con base en la figura 6 se ve que hay evidentemente muy poca diferencia en las COC para los niveles I, II y III para calidades de entrada de hasta 1.8% de defectuosas. Se especifica por lo tanto el nivel I con el consiguiente ahorro en el número de muestras a inspeccionar. Sería ventajoso si pudieran concertarse arreglos para pagar una cantidad adicional al fabricante por los ahorros que hubiera en los costos de inspección

Al comenzar la producción, o cuando no haya registros de la producción pasada disponibles, pudiera ser deseable el utilizar inspección 100% durante algún tiempo a fin de establecer la capacidad de cada fabricante para obtener la calidad promedio de su producción. Si se va a utilizar un procedimiento de muestreo pudiera ser aconsejable seleccionar el nivel de inspección más alto que sea factible o que sea económico, para el ciclo inicial de producción, cambiándose luego a un nivel de inspección más bajo si la historia de la calidad promedio del proceso indica que es aceptable el riesgo para el consumidor a este nuevo nivel. Debe hacerse notar que la elección de un nivel de inspección más bajo aumenta el riesgo para el consumidor a una calidad límite dada en un grado mayor de lo que afecta a la probabilidad de aceptación cuando la calidad del producto presentado es igual al NCA o mejor.

... o un fabricante e inspectores gubernamentales aplican las tablas al mismo producto. Ambas deben utilizar el mismo NCA y deben aplicarlo a las mismas características, pero el inspector del contratista puede pedir que el inspector del subcontratista utilice un nivel de inspección más alto que el que él utiliza. Existen otros procedimientos de muestreo para este tipo de situaciones pero quedan fuera del ámbito de esta norma.

También es posible que tenga que utilizarse un nivel de inspección bajo, bien por razones económicas o porque las pruebas incluyen la destrucción de la muestra. El inspector debe entonces inspeccionar todas las muestras (evitando la interrupción de la inspección por haber llegado a una decisión) y calcular periódicamente la calidad promedio del proceso. Si se elabora una gráfica de control con los valores de la calidad promedio del proceso, se ve claramente si se está cumpliendo con los requisitos de calidad y en qué forma. Aunque para entonces ya no es posible hacer nada con respecto a la producción pasada, habrá información disponible que permitirá que se tomen medidas para hacer mejoras en el futuro.

Una de las objeciones que se ponen al uso de un nivel de inspección bajo es que la calidad límite a, digamos 10 % de riesgo para el consumidor, es alta en comparación con el NCA. Sin embargo, si se examina la historia de la calidad de una serie continua de lotes, puede encontrarse que la muestra acumulada es equivalente a la que se toma para un plan con un nivel de inspección más alto y posiblemente para una letra clave posterior en el orden alfabético, para los cuales el riesgo para el consumidor la calidad límite dada, es mucho más aceptable. Si se comparan entonces los resultados acumulados con este nuevo plan, podrán analizarse las decisiones que se han tomado con respecto a la aceptación-rechazo

21 NCA NO PREFERENTES

Para facilidad de la administración de los planes de muestreo, es aconsejable utilizar valores preferentes de NCA tanto cuanto sea posible. Sin embargo, el patrón que se sigue en la parte 3 de esta norma hace que sea fácil el cálculo de planes de muestreo (que son consecuentes con el programa de la parte 3 de esta norma) para otros valores del NCA.

Ejemplo 25: Se ha especificado un NCA de 2 % de defectuosas y se requiere determinar un plan de muestreo usando la letra clave J. Utilizando la Tabla II-A tomamos el plan de muestreo para un NCA de 4% de defectuosas y al tamaño de la muestra lo dividimos entre 2.

	Plan de muestreo para un NCA de 4 %	Plan de muestreo para un NCA de 2 %
Tamaño de la muestra	80	40
Número de aceptación	7	7
Número de rechazo	8	8

De la misma manera procedemos para planes de muestreo doble o múltiple, así como para inspección rigurosa o reducida

Usando el mismo ejemplo anterior vemos que el plan de muestreo sencillo para inspección reducida es:

	Plan de muestreo para un NCA de 4 %	Plan de muestreo para un NCA de 2 %
Tamaño de muestra	32	16
Número de aceptación	3	3
Número de rechazo	6	6

Para el mismo ejemplo anterior vemos el plan de muestreo doble para inspección normal

	Plan de muestreo para un NCA de 4 %		Plan de muestreo para un NCA de 2 %	
Número de muestra	1a muestra	2a muestra	1a muestra	2a muestra
Tamaño de la muestra	50	[illegible]	[illegible]	[illegible]

EST NORMA

Si se quiere sujetar un producto al método descrito en esta norma de inspección por muestreo sin que h... algún problema, debe establecerse la especificación particular del producto. Los requisitos para ... dicha especificación, pueden resumirse como sigue:

1) Deben expresarse en forma de atributos cada uno de los requisitos de inspección y/o de prueba que ...cionen con el producto, si existen variables hay que decidir si se usa esta norma (convirtiendo las variables en atributos) o la correspondiente a muestreo para la inspección por variables

2) Para cada uno de dichos requisitos se debe indicar en forma categórica los factores que a continuación se enumeran:

a) definición de la unidad de producto

b) definición de la forma de expresión de la inconformidad o sea
- porciento de defectos o
- defectos por cien unidades

c) clasificación de defectos cuando esto sea aplicable

d) si se va a considerar cada defecto por separado para el NCA o si (y cómo) se deben agrupar los defectos

e) NCA requerido para cada defecto o grupo de defectos

f) nivel de inspección requerido para cada defecto o grupo de defectos

g) si se va a aplicar inicialmente la inspección normal o la inspección rigurosa

h) cualquier limitación que exista sobre el tamaño del lote

i) bajo qué circunstancias debe suspenderse la inspección (y, por lo tanto la aceptación)

Además, si se desea, puede especificarse el tipo de plan de muestreo (sencillo, doble, etc.) pero ésto no es indispensable. Si va a llevarse a cabo la producción en lotes aislados pudiera ser preferible entonces el especificar el valor de la calidad límite en lugar del valor del nivel de calidad aceptable

23 NOMOGRAMAS

Al calcular las tablas de la parte 3 de esta norma, se utilizaron algunas relaciones matemáticas que permiten que se expresen algunos de los elementos de las tablas en forma simplificada como se muestra en las figuras 7 y 8

Estos diagramas no sustituyen a las tablas, pero pueden ser interesantes en el sentido de que muestran las relaciones entre las diferentes cifras y algunas veces pueden ser útiles al proporcionar en forma más condensada alguna información de la que comprenden las tablas

Para utilizar la figura 7 supongamos que deseamos saber qué tamaño de muestra corresponde a la letra clave H, en caso de que se utilice un muestreo sencillo y una inspección normal. Una línea recta a través

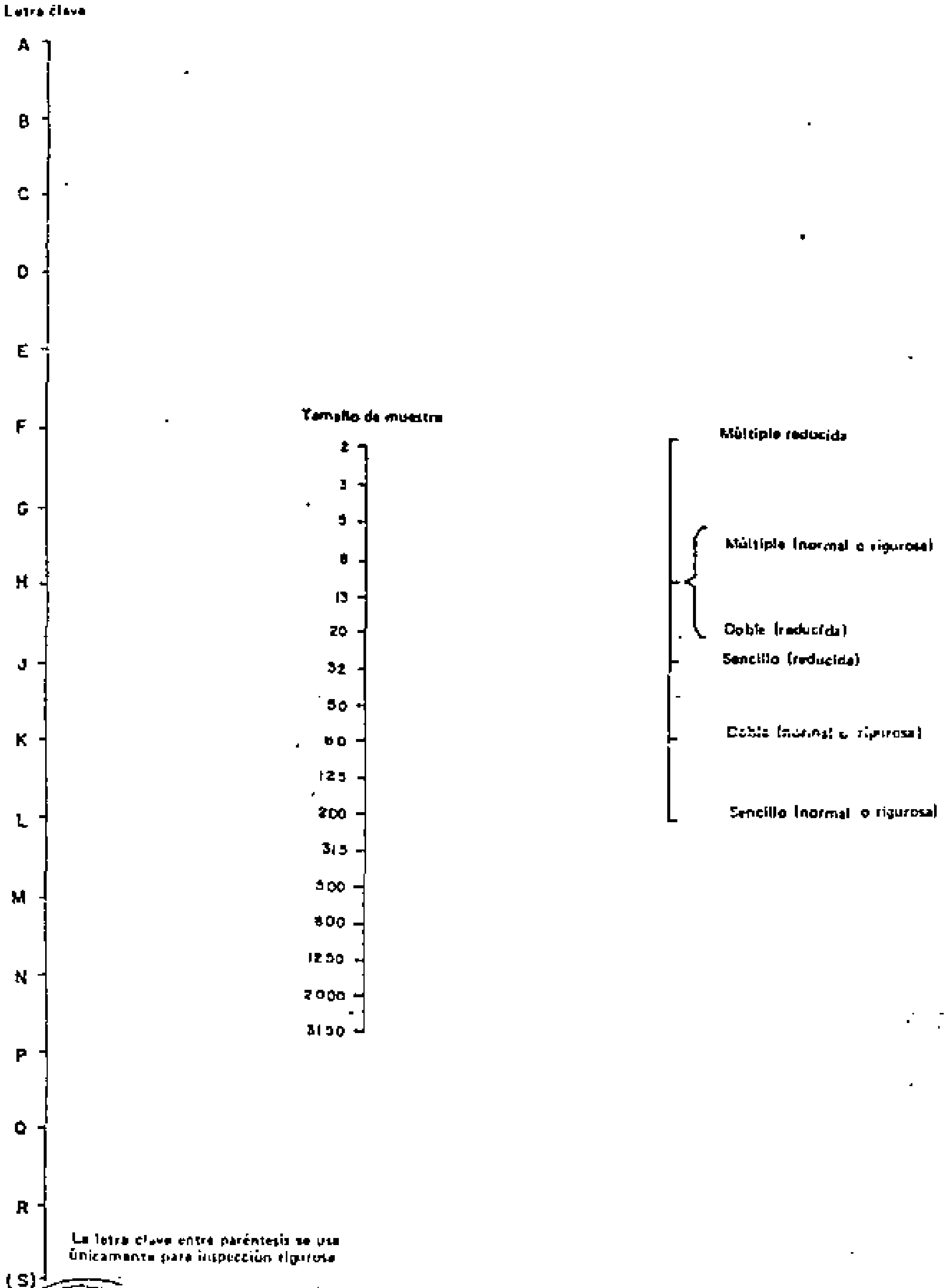
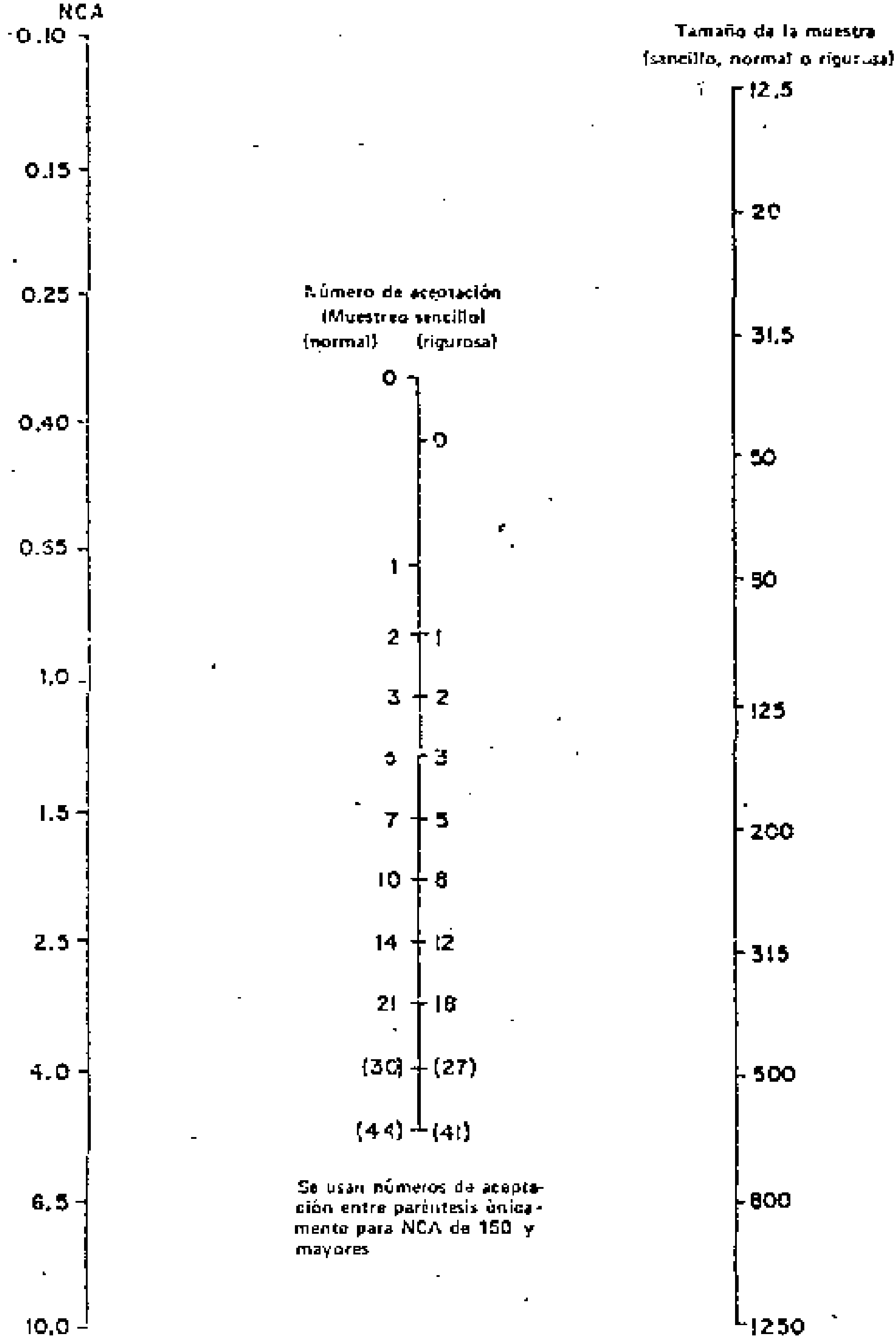


FIGURA 7 Nomograma para el tipo de muestreo, letra clave y tamaño de la muestra



Se puede multiplicar el NCA por 10 si el tamaño de la muestra se divide entre 10 y viceversa

En forma similar para cualquier potencia de 10

El tamaño de la muestra se debe redondear al número entero más cercano

FIGURA 8 Nomograma para NCA, tamaño de muestra y número de aceptación

-Guide for the use of ISO 2859-1974 "Sampling procedures and tables for Inspection by [illegible]"

-MIL-HDBK-53-1964 "Guide for Sampling Inspection"

-ISO 2859-1974 "Sampling procedures and Tables for Inspection by attributes"

-IEC Publication 410-1973 "Sampling plans and procedures for Inspection by attributes"

-MIL-STD-105 D-1963 "Sampling procedures and tables for Inspection by attributes"

25 CONCORDANCIA CON NORMAS INTERNACIONALES

Esta norma se encuentra totalmente en concordancia con las normas mencionadas en la Bibliografía

México, D.F., a 5 JUN. 1977

EL C. DIRECTOR GENERAL DE NORMAS

DR. ROMAN SERRA CASTAÑOS

RVC/RVCP/ead.

ESTADOS UNIDOS MEXICANOS

77

SECRETARIA DE INDUSTRIA Y COMERCIO

NORMA OFICIAL MEXICANA

DGN - R - 18 - 1975

MUESTREO PARA LA INSPECCION POR ATRIBUTOS
(SAMPLING PROCEDURES AND TABLES FOR INSPECTION BY ATTRIBUTES)

PARTE 3

TABLAS Y GRAFICAS PARA LA INSPECCION POR ATRIBUTOS
(TABLES AND GRAPHS FOR INSPECTION BY ATTRIBUTES)

DIRECCION GENERAL DE NORMAS

0 INTRODUCCION

Esta tercera parte de la DGN-R-18-1975, contiene las tablas y gráficas para la aplicación de los planes de muestreo por atributos.

La DGN-R-18-1975 se compone de las siguientes partes:

DGN-R-18/1-1975 Información general sobre la inspección por muestreo. Parte 1

DGN-R-18/2-1975 Métodos de muestreo para la inspección por atributos. Parte 2

DGN-R-18/3-1975 Tablas y gráficas para la inspección por atributos. Parte 3

DGN-R-18/4-1975 Aplicación de los métodos de muestreo para la inspección por atributos. Parte 4

DGN-R-18/5-1975 Regla de cálculo para los planes de muestreo por atributos. Parte 5

1 OBJETIVO

Esta parte de la DGN-R-18-1975 tiene la finalidad de proporcionar en forma de tablas y gráficas la información estadística necesaria para llevar a cabo la inspección por atributos de acuerdo con los conceptos enunciados en la parte 2, sin tener que calcular caso por caso los diferentes valores de:

a) Tamaño de muestra en función del lote;

b) Números de aceptación y de rechazo;

c) Riesgos para el fabricante y el consumidor.

2 CAMPO DE APLICACION

Estas tablas y gráficas se aplican para la inspección por atributos de lotes entre otros de:

a) Materias primas;

b) Materiales en proceso;

c) Artículos y componentes;

d) Productos terminados, etc.

T A B L A I Letras clave correspondientes al tamaño de la muestra

(véase 9.2 y 9.3 de DGN-R-18/2-1973)

Tamaño del lote o partida			Niveles de inspección especiales				Niveles de inspección generales		
			S-1	S-2	S-3	S-4	I	II	III
2	a	8	A	A	A	A	A	A	B
9	a	15	A	A	A	A	A	B	C
16	a	25	A	A	B	B	B	C	D
26	a	50	A	B	B	C	C	D	E
51	a	90	B	B	C	C	C	E	F
91	a	150	B	B	C	D	D	F	G
151	a	280	B	C	D	E	E	G	H
281	a	500	B	C	D	E	F	H	J
501	a	1200	C	C	E	F	G	J	K
1201	a	3200	C	D	E	G	H	K	L
3201	a	10000	C	D	F	G	J	L	M
10001	a	35000	C	D	F	H	K	M	N
35001	a	150000	D	E	G	J	L	N	P
150001	a	500000	D	E	G	J	M	P	Q
500001	y	más	D	E	H	K	N	Q	R

LETRAS CLAVE

NORMAL SENCILLO

TABLA II - A   Planes de muestreo sencillo para inspección normal

(véase 9.4 y 9.5 de DGN-R-18/2-1973)

Letra clave del tamaño de la muestra	Tamaño de la muestra	Niveles de calidad aceptable																									
		0.010	0.015	0.025	0.040	0.065	0.10	0.15	0.25	0.40	0.65	1.0	1.5	2.5	4.0	6.5	10	15	25	40	65	100	150	250	400	650	1000
		Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re
A	2	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	0 1	↓	↓	1 2	2 3	3 4	5 6	7 8	10 11	14 15	21 22	30 31
B	3	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	0 1	↑	↓	1 2	2 3	3 4	5 6	7 8	10 11	14 15	21 22	30 31	44 45
C	5	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	0 1	↑	↓	1 2	2 3	3 4	5 6	7 8	10 11	14 15	21 22	30 31	44 45	↑
D	8	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	0 1	↑	↓	1 2	2 3	3 4	5 6	7 8	10 11	14 15	21 22	30 31	44 45	↑	↑
E	13	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	0 1	↑	↓	1 2	2 3	3 4	5 6	7 8	10 11	14 15	21 22	30 31	44 45	↑	↑	↑
F	20	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	0 1	↑	↓	1 2	2 3	3 4	5 6	7 8	10 11	14 15	21 22	↑	↑	↑	↑	↑	↑
G	32	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	0 1	↑	↓	1 2	2 3	3 4	5 6	7 8	10 11	14 15	21 22	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑
H	50	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	0 1	↑	↓	1 2	2 3	3 4	5 6	7 8	10 11	14 15	21 22	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑
J	80	↓	↓	↓	↓	↓	↓	0 1	↑	↓	1 2	2 3	3 4	5 6	7 8	10 11	14 15	21 22	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑
K	125	↓	↓	↓	↓	↓	0 1	↑	↓	1 2	2 3	3 4	5 6	7 8	10 11	14 15	21 22	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑
L	200	↓	↓	↓	↓	0 1	↑	↓	1 2	2 3	3 4	5 6	7 8	10 11	14 15	21 22	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑
M	315	↓	↓	↓	0 1	↑	↓	1 2	2 3	3 4	5 6	7 8	10 11	14 15	21 22	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑
N	500	↓	↓	0 1	↑	↓	1 2	2 3	3 4	5 6	7 8	10 11	14 15	21 22	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑
P	800	↓	0 1	↑	↓	1 2	2 3	3 4	5 6	7 8	10 11	14 15	21 22	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑
Q	1250	0 1	↑	↓	1 2	2 3	3 4	5 6	7 8	10 11	14 15	21 22	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑
R	2000	↑	↑	1 2	2 3	3 4	5 6	7 8	10 11	14 15	21 22	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑

↓ = Utilícese el primer plan de muestreo debajo de la flecha. Si el tamaño de la muestra es igual, o mayor, al del lote efectúese inspección 100 %

↑ = Utilícese el primer plan de muestreo arriba de la flecha.

Ac = Número de aceptación

Re = Número de rechazo

TABLA II - B Planes de muestreo sencillo para inspección rigurosa

(véase 9.4 y 9.5)

Letra clave del tamaño de la muestra	Tamaño de la muestra	Niveles de calidad aceptable																									
		0.010	0.015	0.025	0.040	0.065	0.10	0.15	0.25	0.40	0.65	1.0	1.5	2.5	4.0	6.5	10	15	25	40	65	100	150	250	400	650	1000
		Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re
A	2	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	1 2	2 3	3 4	5 6	8 9	12 13	18 19	27 28
B	3	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	0 1	↓	↓	1 2	2 3	3 4	5 6	8 9	12 13	18 19	27 28	41 42
C	5	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	0 1	↓	↓	1 2	2 3	3 4	5 6	8 9	12 13	18 19	27 28	41 42	↑
D	8	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	0 1	↓	↓	1 2	2 3	3 4	5 6	8 9	12 13	18 19	27 28	41 42	↑	↑
E	13	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	0 1	↓	↓	1 2	2 3	3 4	5 6	8 9	12 13	18 19	27 28	41 42	↑	↑	↑
F	20	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	0 1	↓	↓	1 2	2 3	3 4	5 6	8 9	12 13	18 19	↑	↑	↑	↑	↑	↑
G	32	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	0 1	↓	↓	1 2	2 3	3 4	5 6	8 9	12 13	18 19	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑
H	50	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	0 1	↓	↓	1 2	2 3	3 4	5 6	8 9	12 13	18 19	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑
J	80	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	0 1	↓	↓	1 2	2 3	3 4	5 6	8 9	12 13	18 19	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑
K	125	↓	↓	↓	↓	↓	↓	0 1	↓	↓	1 2	2 3	3 4	5 6	8 9	12 13	18 19	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑
L	200	↓	↓	↓	↓	↓	0 1	↓	↓	1 2	2 3	3 4	5 6	8 9	12 13	18 19	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑
M	315	↓	↓	↓	↓	0 1	↓	↓	1 2	2 3	3 4	5 6	8 9	12 13	18 19	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑
N	500	↓	↓	↓	0 1	↓	↓	1 2	2 3	3 4	5 6	8 9	12 13	18 19	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑
P	800	↓	↓	0 1	↓	↓	1 2	2 3	3 4	5 6	8 9	12 13	18 19	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑
Q	1250	↓	0 1	↓	↓	1 2	2 3	3 4	5 6	8 9	12 13	18 19	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑
R	2000	0 1	↑	↓	1 2	2 3	3 4	5 6	8 9	12 13	18 19	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑
S	3150			1 2																							

⇩ = Utilícese el primer plan de muestreo debajo de la flecha. Si el tamaño de la muestra es igual, o mayor, al del lote, efectúese inspección 100 %.

⇧ = Utilícese el primer plan de muestreo arriba de la flecha

Ac = Número de aceptación

Re = Número de rechazo

TABLA II-C Planes de muestreo sencillo para inspección reducida

(véase 9.4 y 9.5 de DGN-R-18/2-1975)

Letra clave del tamaño de la muestra	Tamaño de la muestra	Niveles de calidad aceptable †																									
		0.010	0.015	0.025	0.040	0.065	0.10	0.15	0.25	0.40	0.65	1.0	1.5	2.5	4.0	6.5	10	15	25	40	65	100	150	250	400	650	1000
		Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re
A	2	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	0 1	↓	↓	1 2	2 3	3 4	5 6	7 8	10 11	14 15	21 22	30 31
B	2														0 1	↑		0 2	1 3	2 4	3 5	5 6	7 8	10 11	14 15	21 22	30 31
C	2													0 1	↑	↓	0 2	1 3	1 4	2 5	3 6	5 8	7 10	10 13	14 17	21 24	↑
D	3												0 1	↑	↓	0 2	1 3	1 4	2 5	3 6	5 8	7 10	10 13	14 17	21 24	↑	
E	5											0 1	↑	↓	0 2	1 3	1 4	2 5	3 6	5 8	7 10	10 13	14 17	21 24	↑		
F	8										0 1	↑	↓	0 2	1 3	1 4	2 5	3 6	5 8	7 10	10 13	↑	↑	↑			
G	13									0 1	↑	↓	0 2	1 3	1 4	2 5	3 6	5 8	7 10	10 13	↑						
H	20								0 1	↑	↓	0 2	1 3	1 4	2 5	3 6	5 8	7 10	10 13	↑							
J	32							0 1	↑	↓	0 2	1 3	1 4	2 5	3 6	5 8	7 10	10 13	↑								
K	50						0 1	↑	↓	0 2	1 3	1 4	2 5	3 6	5 8	7 10	10 13	↑									
L	80					0 1	↑	↓	0 2	1 3	1 4	2 5	3 6	5 8	7 10	10 13	↑										
M	125				0 1	↑	↓	0 2	1 3	1 4	2 5	3 6	5 8	7 10	10 13	↑											
N	200			0 1	↑	↓	0 2	1 3	1 4	2 5	3 6	5 8	7 10	10 13	↑												
P	315		0 1	↑	↓	0 2	1 3	1 4	2 5	3 6	5 8	7 10	10 13	↑													
Q	500	0 1	↑	↓	0 2	1 3	1 4	2 5	3 6	5 8	7 10	10 13	↑														
R	800	↑	↑	0 2	1 3	1 4	2 5	3 6	5 8	7 10	10 13	↑															

↓ = Utilícese el primer plan de muestreo debajo de la flecha. Si el tamaño de la muestra es igual, o mayor al del lote, efectúese inspección 100 %

↑ = Utilícese el primer plan de muestreo arriba de la flecha.

Ac = Número de aceptación

Re = Número de rechazo

† = Si se excede el número de aceptación, pero no se alcanza el de rechazo, se acepta el lote y se cambia a inspección normal a partir del lote siguiente. (véase 10.1.4)

REDUCIDA SENCILLO

TABLA II - B Planes de muestreo sencillo para inspección rigurosa

(véase 9.4 y 9.5)

Letra clave del tamaño de la muestra	Tamaño de la muestra	0.010	0.015	0.025	0.040	0.065	0.10	0.15	0.25	0.40	0.65	1.0	1.5	2.5	4.0	6.5	10	15	25	40	65	100	150	250	400	650	1000
		Niveles de calidad aceptable																									
		Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re
A	2	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	1 2	2 3	3 4	5 6	8 9	12 13	18 19	27 28
B	3	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	0 1	↓	↓	1 2	2 3	3 4	5 6	8 9	12 13	18 19	27 28	41 42
C	5	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	0 1	↓	↓	1 2	2 3	3 4	5 6	8 9	12 13	18 19	27 28	41 42	↑
D	8	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	0 1	↓	↓	1 2	2 3	3 4	5 6	8 9	12 13	18 19	27 28	41 42	↑	↑
E	13	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	0 1	↓	↓	1 2	2 3	3 4	5 6	8 9	12 13	18 19	27 28	41 42	↑	↑	↑
F	20	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	0 1	↓	↓	1 2	2 3	3 4	5 6	8 9	12 13	18 19	↑	↑	↑	↑	↑	↑
G	32	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	0 1	↓	↓	1 2	2 3	3 4	5 6	8 9	12 13	18 19	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑
H	50	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	0 1	↓	↓	1 2	2 3	3 4	5 6	8 9	12 13	18 19	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑
J	80	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	0 1	↓	↓	1 2	2 3	3 4	5 6	8 9	12 13	18 19	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑
K	125	↓	↓	↓	↓	↓	↓	0 1	↓	↓	1 2	2 3	3 4	5 6	8 9	12 13	18 19	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑
L	200	↓	↓	↓	↓	↓	0 1	↓	↓	1 2	2 3	3 4	5 6	8 9	12 13	18 19	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑
M	315	↓	↓	↓	↓	0 1	↓	↓	1 2	2 3	3 4	5 6	8 9	12 13	18 19	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑
N	500	↓	↓	↓	0 1	↓	↓	1 2	2 3	3 4	5 6	8 9	12 13	18 19	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑
P	800	↓	↓	0 1	↓	↓	1 2	2 3	3 4	5 6	8 9	12 13	18 19	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑
Q	1250	↓	0 1	↓	↓	1 2	2 3	3 4	5 6	8 9	12 13	18 19	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑
R	2000	0 1	↑	↓	1 2	2 3	3 4	5 6	8 9	12 13	18 19	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑
S	3150			1 2																							

↓ = Utilícese el primer plan de muestreo debajo de la flecha. Si el tamaño de la muestra es igual, o mayor, al del lote, efectúese inspección 100 %.

↑ = Utilícese el primer plan de muestreo arriba de la flecha.

Ac = Número de aceptación

Re = Número de rechazo

RIGUROSA-SENCILLO

TABLA II - C Planes de muestreo sencillo para inspección reducida

(véase 9.4 y 9.5 de DGN-R-18/2-1975)

Letra clave del tamaño de la muestra	Tamaño de la muestra	0.010	0.015	0.025	0.040	0.065	0.10	0.15	0.25	0.40	0.65	1.0	1.5	2.5	4.0	6.5	10	15	25	40	65	100	150	250	400	650	1000
		Niveles de calidad aceptable †																									
		Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re
A	2	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	0 1	↓	↓	1 2	2 3	3 4	5 6	7 8	10 11	14 15	21 22	30 31
B	2	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	0 1	↑	↓	0 2	1 3	2 4	3 5	5 6	7 8	10 11	14 15	21 22	30 31
C	2	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	0 1	↑	↓	0 2	1 3	1 4	2 5	3 6	5 8	7 10	10 13	14 17	21 24	↑
D	3	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	0 1	↑	↓	0 2	1 3	1 4	2 5	3 6	5 8	7 10	10 13	14 17	21 24	↑	↑
E	5	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	0 1	↑	↓	0 2	1 3	1 4	1 5	3 6	5 8	7 10	10 13	14 17	21 24	↑	↑	↑
F	8	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	0 1	↑	↓	0 2	1 3	1 4	2 5	3 6	5 8	7 10	10 13	↑	↑	↑	↑	↑	↑
G	13	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	0 1	↑	↓	0 2	1 3	1 4	2 5	3 6	5 8	7 10	10 13	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑
H	20	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	0 1	↑	↓	0 2	1 3	1 4	2 5	3 6	5 8	7 10	10 13	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑
J	32	↓	↓	↓	↓	↓	↓	0 1	↑	↓	0 2	1 3	1 4	2 5	3 6	5 8	7 10	10 13	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑
K	50	↓	↓	↓	↓	↓	0 1	↑	↓	0 2	1 3	1 4	2 5	3 6	5 8	7 10	10 13	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑
L	80	↓	↓	↓	↓	0 1	↑	↓	0 2	1 3	1 4	2 5	3 6	5 8	7 10	10 13	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑
M	125	↓	↓	↓	0 1	↑	↓	0 2	1 3	1 4	2 5	3 6	5 8	7 10	10 13	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑
N	200	↓	↓	0 1	↑	↓	0 2	1 3	1 4	2 5	3 6	5 8	7 10	10 13	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑
P	315	↓	0 1	↑	↓	0 2	1 3	1 4	2 5	3 6	5 8	7 10	10 13	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑
Q	500	0 1	↑	↓	0 2	1 3	1 4	2 5	3 6	5 8	7 10	10 13	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑
R	800	↑	↑	0 2	1 3	1 4	2 5	3 6	5 8	7 10	10 13	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑

↓ = Utilícese el primer plan de muestreo debajo de la flecha. Si el tamaño de la muestra es igual, o mayor al del lote, efectúese inspección 100 %.
↑ = Utilícese el primer plan de muestreo arriba de la flecha.
Ac = Número de aceptación
Re = Número de rechazo
† = Si se excede el número de aceptación, pero no se alcanza el de rechazo, se acepta el lote y se cambia a inspección normal a partir del lote siguiente. (véase 10.1.4)

REDUCIDA SENCILLO

TABLA III - A Planes de muestreo doble para inspección normal

(véase 9.4 y 9.5 de DGN-R-18/2-197[illegible])

Niveles de calidad aceptable

Letra clave del tamaño de la muestra	Muestra	Tamaño de la muestra	Tamaño de la muestra acumulado	0.010 Ac Re	0.015 Ac Re	0.025 Ac Re	0.040 Ac Re	0.065 Ac Re	0.10 Ac Re	0.15 Ac Re	0.25 Ac Re	0.40 Ac Re	0.65 Ac Re	1.0 Ac Re	1.5 Ac Re	2.5 Ac Re	4.0 Ac Re	6.5 Ac Re	10 Ac Re	15 Ac Re	25 Ac Re	40 Ac Re	65 Ac Re	100 Ac Re	150 Ac Re	250 Ac Re	400 Ac Re	650 Ac Re	1000 Ac Re
A				↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	*	↓	↓	*	*	*	*	*	*	*	*	*
B	Primera	2	2	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	*	↑	↓	0 2	0 3	1 4	2 5	3 7	5 9	7 11	11 16	17 22	25 31
	Segunda	2	4																	1 2	3 4	4 5	6 7	8 9	12 13	18 19	26 27	37 38	56 57
C	Primera	3	3	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	*	↑	↓	0 2	0 3	1 4	2 5	3 7	5 9	7 11	11 16	17 22	25 31	↑
	Segunda	3	6																1 2	3 4	4 5	6 7	8 9	12 13	18 19	26 27	37 38	56 57	
D	Primera	5	5	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	*	↑	↓	0 2	0 3	1 4	2 5	3 7	5 9	7 11	11 16	17 22	25 31	↑	↑
	Segunda	5	10														1 2	3 4	4 5	6 7	8 9	12 13	18 19	26 27	37 38	56 57		
E	Primera	8	8	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	*	↑	↓	0 2	0 3	1 4	2 5	3 7	5 9	7 11	11 16	17 22	25 31	↑	↑	↑
	Segunda	8	16													1 2	3 4	4 5	6 7	8 9	12 13	18 19	26 27	37 38	56 57			
F	Primera	13	13	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	*	↑	↓	0 2	0 3	1 4	2 5	3 7	5 9	7 11	11 16	↑	↑	↑	↑	↑	↑
	Segunda	13	26													1 2	3 4	4 5	6 7	8 9	12 13	18 19	26 27						
G	Primera	20	20	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	*	↑	↓	0 2	0 3	1 4	2 5	3 7	5 9	7 11	11 16	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑
	Segunda	20	40											1 2	3 4	4 5	6 7	8 9	12 13	18 19	26 27							
H	Primera	32	32	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	*	↑	↓	0 2	0 3	1 4	2 5	3 7	5 9	7 11	11 16	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑
	Segunda	32	64										1 2	3 4	4 5	6 7	8 9	12 13	18 19	26 27								
J	Primera	50	50	↓	↓	↓	↓	↓	↓	*	↑	↓	0 2	0 3	1 4	2 5	3 7	5 9	7 11	11 16	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑
	Segunda	50	100									1 2	3 4	4 5	6 7	8 9	12 13	18 19	26 27									
K	Primera	80	80	↓	↓	↓	↓	↓	*	↑	↓	0 2	0 3	1 4	2 5	3 7	5 9	7 11	11 16	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑
	Segunda	80	160								1 2	3 4	4 5	6 7	8 9	12 13	18 19	26 27										
L	Primera	125	125	↓	↓	↓	↓	*	↑	↓	0 2	0 3	1 4	2 5	3 7	5 9	7 11	11 16	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑
	Segunda	125	250							1 2	3 4	4 5	6 7	8 9	12 13	18 19	26 27											
M	Primera	200	200	↓	↓	↓	*	↑	↓	0 2	0 3	1 4	2 5	3 7	5 9	7 11	11 16	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑
	Segunda	200	400							1 2	3 4	4 5	6 7	8 9	12 13	18 19	26 27												
N	Primera	315	315	↓	↓	*	↑	↓	0 2	0 3	1 4	2 5	3 7	5 9	7 11	11 16	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑
	Segunda	315	630						1 2	3 4	4 5	6 7	8 9	12 13	18 19	26 27													
P	Primera	500	500	↓	*	↑	↓	0 2	0 3	1 4	2 5	3 7	5 9	7 11	11 16	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑
	Segunda	500	1000					1 2	3 4	4 5	6 7	8 9	12 13	18 19	26 27														
Q	Primera	800	800	*	↑	↓	0 2	0 3	1 4	2 5	3 7	5 9	7 11	11 16	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑
	Segunda	800	1600				1 2	3 4	4 5	6 7	8 9	12 13	18 19	26 27															
R	Primera	1250	1250	↑	↑	0 2	0 3	1 4	2 5	3 7	5 9	7 11	11 16	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑
	Segunda	1250	2500			1 2	3 4	4 5	6 7	8 9	12 13	18 19	26 27																

↓ = Utilícese el primer plan de muestreo debajo de la flecha. Si el tamaño de la muestra es igual, o mayor, al del lote, efectúese inspección 100 %

↑ = Utilícese el primer plan de muestreo arriba de la flecha.

Ac = Número de Aceptación.

Re = Número de Rechazo.

* = Utilícese el plan de muestreo sencillo correspondiente o el plan de muestreo doble inmediato inferior disponible.

NORMAL DOBLE

TABLA III - B Planes de muestreo doble para inspección rigurosa

(véase 9.4 y 9.5 de DGN-R-18/2-1975)

Niveles de calidad aceptable

Letra clave del tamaño de la muestra	Muestra	Tamaño de la muestra	Tamaño de la muestra acumulado	0.010	0.015	0.025	0.040	0.065	0.10	0.15	0.25	0.40	0.65	1.0	1.5	2.5	4.0	6.5	10	15	25	40	65	100	150	250	400	650	1000
				Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re
A				↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	*	*	*	*	*	*	*	*
B	Primera Segunda	2 2	2 4	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	*	↓	↓	0 2 1 2	0 3 3 4	1 4 4 5	2 5 6 7	3 7 11 12	6 10 15 16	9 14 23 24	15 20 34 35	23 29 52 53
C	Primera Segunda	3 3	3 6	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	*	↓	↓	0 2 1 2	0 3 3 4	1 4 4 5	2 5 6 7	3 7 11 12	6 10 15 16	9 14 23 24	15 20 34 35	23 29 52 53	↑
D	Primera Segunda	5 5	5 10	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	*	↓	↓	0 2 1 2	0 3 3 4	1 4 4 5	2 5 6 7	3 7 11 12	6 10 15 16	9 14 23 24	15 20 34 35	23 29 52 53	↑	↑
E	Primera Segunda	8 8	8 16	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	*	↓	↓	0 2 1 2	0 3 3 4	1 4 4 5	2 5 6 7	3 7 11 12	6 10 15 16	9 14 23 24	15 20 34 35	23 29 52 53	↑	↑	↑
F	Primera Segunda	13 13	13 26	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	*	↓	↓	0 2 1 2	0 3 3 4	1 4 4 5	2 5 6 7	3 7 11 12	6 10 15 16	9 14 23 24	↑	↑	↑	↑	↑	↑
G	Primera Segunda	20 20	20 40	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	*	↓	↓	0 2 1 2	0 3 3 4	1 4 4 5	2 5 6 7	3 7 11 12	6 10 15 16	9 14 23 24	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑
H	Primera Segunda	32 32	32 64	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	*	↓	↓	0 2 1 2	0 3 3 4	1 4 4 5	2 5 6 7	3 7 11 12	6 10 15 16	9 14 23 24	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑
J	Primera Segunda	50 50	50 100	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	*	↓	↓	0 2 1 2	0 3 3 4	1 4 4 5	2 5 6 7	3 7 11 12	6 10 15 16	9 14 23 24	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑
K	Primera Segunda	80 80	80 160	↓	↓	↓	↓	↓	↓	*	↓	↓	0 2 1 2	0 3 3 4	1 4 4 5	2 5 6 7	3 7 11 12	6 10 15 16	9 14 23 24	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑
L	Primera Segunda	125 125	125 250	↓	↓	↓	↓	↓	*	↓	↓	0 2 1 2	0 3 3 4	1 4 4 5	2 5 6 7	3 7 11 12	6 10 15 16	9 14 23 24	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑
M	Primera Segunda	200 200	200 400	↓	↓	↓	↓	*	↓	↓	0 2 1 2	0 3 3 4	1 4 4 5	2 5 6 7	3 7 11 12	6 10 15 16	9 14 23 24	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑
N	Primera Segunda	315 315	315 630	↓	↓	↓	*	↓	↓	0 2 1 2	0 3 3 4	1 4 4 5	2 5 6 7	3 7 11 12	6 10 15 16	9 14 23 24	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑
P	Primera Segunda	500 500	500 1000	↓	↓	*	↓	↓	0 2 1 2	0 3 3 4	1 4 4 5	2 5 6 7	3 7 11 12	6 10 15 16	9 14 23 24	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑
Q	Primera Segunda	800 800	800 1600	↓	*	↓	↓	0 2 1 2	0 3 3 4	1 4 4 5	2 5 6 7	3 7 11 12	6 10 15 16	9 14 23 24	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑
R	Primera Segunda	1250 1250	1250 2500	*	↑	↓	0 2 1 2	0 3 3 4	1 4 4 5	2 5 6 7	3 7 11 12	6 10 15 16	9 14 23 24	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑
S	Primera Segunda	2000 2000	2000 4000			0 2 1 2																							

⇩ = Utilícese el primer plan de muestreo debajo de la flecha. Si el tamaño de la muestra es igual, o mayor al del lote, efectúese inspección 100 %

⇧ = Utilícese el primer plan de muestreo arriba de la flecha

Ac = Número de aceptación

Re = Número de rechazo

* = Utilícese el plan de muestreo sencillo correspondiente o el plan de muestreo doble inmediato inferior disponible

RIGUROSA DOBLE

TABLA III - C Planes de muestreo doble para inspección reducida

(véase 9.4 y 9.6 de OGN-R-18/2-1575)

Letra clave del tamaño de la muestra	Muestra	Tamaño de la muestra	Tamaño de la muestra acumulado	Niveles de calidad aceptable † 0.010 Ac Re	0.015 Ac Re	0.025 Ac Re	0.040 Ac Re	0.065 Ac Re	0.10 Ac Re	0.15 Ac Re	0.25 Ac Re	0.40 Ac Re	0.65 Ac Re	1.0 Ac Re	1.5 Ac Re	2.5 Ac Re	4.0 Ac Re	6.5 Ac Re	10 Ac Re	15 Ac Re	25 Ac Re	40 Ac Re	65 Ac Re	100 Ac Re	150 Ac Re	250 Ac Re	400 Ac Re	650 Ac Re	1000 Ac Re
A B C				↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓ *	↓ * ↑	* ↑ ↓	↓ *	↓ * *	* * *	* * *	* * *	* * *	* * *	* * *	* * *	* * *	* * ↑
D	Primera Segunda	2 2	2 4	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	*	↑	↓	0 2 0 2	0 3 0 4	0 4 1 5	0 4 3 6	1 5 4 7	2 7 6 9	3 8 8 12	5 10 12 16	7 12 18 22	11 17 26 30	↑	↑
E	Primera Segunda	3 3	3 6	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	*	↑	↓	0 2 0 2	0 3 0 4	0 4 1 5	0 4 3 6	1 5 4 7	2 7 6 9	3 8 8 12	5 10 12 16	7 12 18 22	11 17 26 30	↑	↑	↑
F	Primera Segunda	5 5	5 10	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	*	↑	↓	0 2 0 2	0 3 0 4	0 4 1 5	0 4 3 6	1 5 4 7	2 7 6 9	3 8 8 12	5 10 12 16	↑	↑	↑	↑	↑	↑
G	Primera Segunda	8 8	8 16	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	*	↑	↓	0 2 0 2	0 3 0 4	0 4 1 5	0 4 3 6	1 5 4 7	2 7 6 9	3 8 8 12	5 10 12 16	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑
H	Primera Segunda	13 13	13 26	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	*	↑	↓	0 2 0 2	0 3 0 4	0 4 1 5	0 4 3 6	1 5 4 7	2 7 6 9	3 8 8 12	5 10 12 16	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑
J	Primera Segunda	20 20	20 40	↓	↓	↓	↓	↓	↓	*	↑	↓	0 2 0 2	0 3 0 4	0 4 1 5	0 4 3 6	1 5 4 7	2 7 6 9	3 8 8 12	5 10 12 16	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑
K	Primera Segunda	32 64	32 32	↓	↓	↓	↓	↓	*	↑	↓	0 2 0 2	0 3 0 4	0 4 1 5	0 4 3 6	1 5 4 7	2 7 6 9	3 8 8 12	5 10 12 16	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑
L	Primera Segunda	50 50	50 100	↓	↓	↓	↓	*	↑	↓	0 2 0 2	0 3 0 4	0 4 1 5	0 4 3 6	1 5 4 7	2 7 6 9	3 8 8 12	5 10 12 16	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑
M	Primera Segunda	80 80	80 160	↓	↓	↓	*	↑	↓	0 2 0 2	0 3 0 4	0 4 1 5	0 4 3 6	1 5 4 7	2 7 6 9	3 8 8 12	5 10 12 16	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑
N	Primera Segunda	125 125	125 250	↓	↓	*	↑	↓	0 2 0 2	0 3 0 4	0 4 1 5	0 4 3 6	1 5 4 7	2 7 6 9	3 8 8 12	5 10 12 16	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑
P	Primera Segunda	200 200	200 400	↓	*	↑	↓	0 2 0 2	0 3 0 4	0 4 1 5	0 4 3 6	1 5 4 7	2 7 6 9	3 8 8 12	5 10 12 16	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑
Q	Primera Segunda	315 315	315 630	*	↑	↓	0 2 0 2	0 3 0 4	0 4 1 5	0 4 3 6	1 5 4 7	2 7 6 9	3 8 8 12	5 10 12 16	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑
R	Primera Segunda	500 600	500 1000	↑	↑	0 2 0 2	0 3 0 4	0 4 1 5	0 4 3 6	1 5 4 7	2 7 6 9	3 8 8 12	5 10 12 16	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑

↓ = Utilícese el primer plan de muestreo debajo de la flecha. Si el tamaño de la muestra es igual, o mayor, al del lote, efectúese inspección 100 %

↑ = Utilícese el primer plan de muestreo arriba de la flecha

Ac = Número de aceptación

Re = Número de rechazo

* = Utilícese el plan de muestreo sencillo correspondiente o el plan de muestreo doble inmediato inferior disponible

† = Si se excede el número de aceptación, después de la segunda muestra, pero no se alcanza el de rechazo, se acepta el lote y se cambia a inspección normal a partir del lote siguiente (véase 10.1.4).

TABLA IV - A   Planes de muestreo múltiple para inspección normal   (véase 9.4 y 9.5 de DGN-R-18/2-1975)

Letra clave del tamaño de la muestra	Muestra	Tamaño de la muestra	Tamaño de la muestra acumulado	Niveles de calidad aceptable																									
				0.010	0.015	0.025	0.040	0.065	0.10	0.15	0.25	0.40	0.65	1.0	1.5	2.5	4.0	6.5	10	15	25	40	65	100	150	250	400	650	1000
				Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re
A				↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	*	↓	↓	*	*	*	*	*	*	*	*	*
B				↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	*	↑	↓	++	++	++	++	++	++	++	++	++	++
C				↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	*	↑	↓	++	++	++	++	++	++	++	++	++	++	↑
D	Primera	2	2	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	*	↑	↓	# 2	# 2	# 3	# 4	0 4	0 5	1 7	2 9	4 12	6 16	↑	↑
	Segunda	2	4	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓		↑	↓	# 2	0 3	0 3	1 5	1 6	3 8	4 10	7 14	11 19	17 27	↑	↑
	Tercera	2	6	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓		↑	↓	0 2	0 3	1 4	2 6	3 8	6 10	8 13	13 19	19 27	29 39	↑	↑
	Cuarta	2	8	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓		↑	↓	0 3	1 4	2 5	3 7	5 10	8 13	12 17	19 25	27 34	40 49	↑	↑
	Quinta	2	10	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓		↑	↓	1 3	2 4	3 6	5 8	7 11	11 15	17 20	25 29	36 40	53 58	↑	↑
	Sexta	2	12	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓		↑	↓	1 3	3 5	4 6	7 9	10 12	14 17	21 23	31 33	45 47	65 68	↑	↑
	Séptima	2	14	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓		↑	↓	2 3	4 5	6 7	9 10	13 14	18 19	25 26	37 38	53 54	77 78	↑	↑
E	Primera	3	3	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	*	↑	↓	# 2	# 2	# 3	# 4	0 4	0 5	1 7	2 9	4 12	6 16	↑	↑	↑
	Segunda	3	6	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓		↑	↓	# 2	0 3	0 3	1 5	1 6	3 8	4 10	7 14	11 19	17 27	↑	↑	↑
	Tercera	3	9	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓		↑	↓	0 2	0 3	1 4	2 6	3 8	6 10	8 13	13 19	19 27	29 39	↑	↑	↑
	Cuarta	3	12	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓		↑	↓	0 3	1 4	2 5	3 7	5 10	8 13	12 17	19 25	27 34	40 49	↑	↑	↑
	Quinta	3	15	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓		↑	↓	1 3	2 4	3 6	5 8	7 11	11 15	17 20	25 29	36 40	53 58	↑	↑	↑
	Sexta	3	18	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓		↑	↓	1 3	3 5	4 6	7 9	10 12	14 17	21 23	31 33	45 47	65 68	↑	↑	↑
	Séptima	3	21	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓		↑	↓	2 3	4 5	6 7	9 10	13 14	18 19	25 26	37 38	53 54	77 78	↑	↑	↑
F	Primera	5	5	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	*	↑	↓	# 2	# 2	# 3	# 4	0 4	0 5	1 7	2 9	↑	↑	↑	↑	↑	↑
	Segunda	5	10	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓		↑	↓	# 2	0 3	0 3	1 5	1 6	3 8	4 10	7 14	↑	↑	↑	↑	↑	↑
	Tercera	5	15	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓		↑	↓	0 2	0 3	1 4	2 6	3 8	6 10	8 13	13 19	↑	↑	↑	↑	↑	↑
	Cuarta	5	20	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓		↑	↓	0 3	1 4	2 5	3 7	5 10	8 13	12 17	19 25	↑	↑	↑	↑	↑	↑
	Quinta	5	25	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓		↑	↓	1 3	2 4	3 6	5 8	7 11	11 15	17 20	25 29	↑	↑	↑	↑	↑	↑
	Sexta	5	30	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓		↑	↓	1 3	3 5	4 6	7 9	10 12	14 17	21 23	31 33	↑	↑	↑	↑	↑	↑
	Séptima	5	35	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓		↑	↓	2 3	4 5	6 7	9 10	13 14	18 19	25 26	37 38	↑	↑	↑	↑	↑	↑
G	Primera	8	8	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	*	↑	↓	# 2	# 2	# 3	# 4	0 4	0 5	1 7	2 9	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑
	Segunda	8	16	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓		↑	↓	# 2	0 3	0 3	1 5	1 6	3 8	4 10	7 14	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑
	Tercera	8	24	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓		↑	↓	0 2	0 3	1 4	2 6	3 8	6 10	8 13	13 19	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑
	Cuarta	8	32	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓		↑	↓	0 3	1 4	2 5	3 7	5 10	8 13	12 17	19 25	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑
	Quinta	8	40	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓		↑	↓	1 3	2 4	3 6	5 8	7 11	11 15	17 20	25 29	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑
	Sexta	8	48	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓		↑	↓	1 3	3 5	4 6	7 9	10 12	14 17	21 23	31 33	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑
	Séptima	8	56	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓		↑	↓	2 3	4 5	6 7	9 10	13 14	18 19	25 26	37 38	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑
H	Primera	13	13	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	*	↑	↓	# 2	# 2	# 3	# 4	0 4	0 5	1 7	2 9	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑
	Segunda	13	26	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓		↑	↓	# 2	0 3	0 3	1 5	1 6	3 8	4 10	7 14	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑
	Tercera	13	39	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓		↑	↓	0 2	0 3	1 4	2 6	3 8	6 10	8 13	13 19	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑
	Cuarta	13	52	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓		↑	↓	0 3	1 4	2 5	3 7	5 10	8 13	12 17	19 25	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑
	Quinta	13	65	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓		↑	↓	1 3	2 4	3 6	5 8	7 11	11 15	17 20	25 29	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑
	Sexta	13	78	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓		↑	↓	1 3	3 5	4 6	7 9	10 12	14 17	21 23	31 33	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑
	Séptima	13	91	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓		↑	↓	2 3	4 5	6 7	9 10	13 14	18 19	25 26	37 38	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑
J	Primera	20	20	↓	↓	↓	↓	↓	↓	*	↑	↓	# 2	# 2	# 3	# 4	0 4	0 5	1 7	2 9	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑
	Segunda	20	40	↓	↓	↓	↓	↓	↓		↑	↓	# 2	0 3	0 3	1 5	1 6	3 8	4 10	7 14	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑
	Tercera	20	60	↓	↓	↓	↓	↓	↓		↑	↓	0 2	0 3	1 4	2 6	3 8	6 10	8 13	13 19	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑
	Cuarta	20	80	↓	↓	↓	↓	↓	↓		↑	↓	0 3	1 4	2 5	3 7	5 10	8 13	12 17	19 25	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑
	Quinta	20	100	↓	↓	↓	↓	↓	↓		↑	↓	1 3	2 4	3 6	5 8	7 11	11 15	17 20	25 29	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑
	Sexta	20	120	↓	↓	↓	↓	↓	↓		↑	↓	1 3	3 5	4 6	7 9	10 12	14 17	21 23	31 33	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑
	Séptima	20	140	↓	↓	↓	↓	↓	↓		↑	↓	2 3	4 5	6 7	9 10	13 14	18 19	25 26	37 38	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑

⇩ = Utilícese el primer plan de muestreo debajo de la flecha (si es necesario, consúltese la continuación de la tabla en la página siguiente). Si el tamaño de la muestra es igual, o mayor al del lote, efectúese inspección 100 %.
⇧ = Utilícese el primer plan de muestreo arriba de la flecha.
Ac = Número de aceptación.
Re = Número de rechazo.
* = Utilícese el plan de muestreo sencillo correspondiente o el plan de muestreo múltiple inmediato inferior disponible.
++ = Utilícese el plan de muestreo doble correspondiente o el plan de muestreo múltiple inmediato inferior disponible.
\# = No se permite la aceptación en este tamaño de muestra.

TABLA IV-A Planes de muestreo múltiple para inspección normal (Continuación)

(véase 9.4 y 9.5 de DGN-R-18/2-1973)

Niveles de calidad aceptable

Letra clave del tamaño de la muestra	Muestra	Tamaño de la muestra	Tamaño de la muestra acumulado	0.010		0.015		0.025		0.040		0.065		0.10		0.15		0.25	
				Ac	Re	Ac	Re	Ac	Re	Ac	Re	Ac	Re	Ac	Re	Ac	Re	Ac	Re
K	Primera	32	32	↓		↓		↓		↓		↓		*		↑		↓	
	Segunda	32	64																
	Tercera	32	96																
	Cuarta	32	128																
	Quinta	32	160																
	Sexta	32	192																
	Séptima	32	224																
L	Primera	50	50	↓		↓		↓		↓		*		↑		↓		+	2
	Segunda	50	100															+	2
	Tercera	50	150															0	2
	Cuarta	50	200															0	3
	Quinta	50	250															1	3
	Sexta	50	300															1	3
	Séptima	50	350															2	3
M	Primera	80	80	↓		↓		↓		*		↑		↓		+	2	+	2
	Segunda	80	160													+	2	0	3
	Tercera	80	240													0	2	0	3
	Cuarta	80	320													0	3	1	4
	Quinta	80	400													1	3	2	4
	Sexta	80	480													1	3	3	5
	Séptima	80	560													2	3	4	5
N	Primera	125	125	↓		↓		*		↑		↓		+	2	+	2	+	3
	Segunda	125	250											+	2	0	3	0	3
	Tercera	125	375											0	2	0	3	1	4
	Cuarta	125	500											0	3	1	4	2	5
	Quinta	125	625											1	3	2	4	3	6
	Sexta	125	750											1	3	3	5	4	6
	Séptima	125	875											2	3	4	5	6	7
P	Primera	200	200	↓		*		↑		↓		+	2	+	2	+	3	+	4
	Segunda	200	400									+	2	0	3	0	3	1	5
	Tercera	200	600									0	2	0	3	1	4	2	6
	Cuarta	200	800									0	3	1	4	2	5	3	7
	Quinta	200	1000									1	3	2	4	3	6	5	8
	Sexta	200	1200									1	3	3	5	4	6	7	9
	Séptima	200	1400									2	3	4	5	6	7	9	10
Q	Primera	315	315	*		↑		↓		+	2	+	2	+	3	+	4	0	4
	Segunda	315	630							+	2	0	3	0	3	1	5	1	6
	Tercera	315	945							0	2	0	3	1	4	2	6	3	8
	Cuarta	315	1260							0	3	1	4	2	5	3	7	5	10
	Quinta	315	1575							1	3	2	4	3	6	5	8	7	11
	Sexta	315	1890							1	3	3	5	4	6	7	9	10	12
	Séptima	315	2205							2	3	4	5	6	7	9	10	13	14
R	Primera	500	500	↑		↑		+	2	+	2	+	3	+	4	0	4	0	5
	Segunda	500	1000					+	2	0	3	0	3	1	5	1	6	3	8
	Tercera	500	1500					0	2	0	3	1	4	2	6	3	8	6	10
	Cuarta	500	2000					0	3	1	4	2	5	3	7	5	10	8	13
	Quinta	500	2500					1	3	2	4	3	6	5	8	7	11	11	15
	Sexta	500	3000					1	3	3	5	4	6	7	9	10	12	14	17
	Séptima	500	3500					2	3	4	5	6	7	9	10	13	14	18	19

Letra clave del tamaño de la muestra	Muestra	Tamaño de la muestra	Tamaño de la muestra acumulado	0.40		0.65		1.0		1.5		2.5		4.0		6.5		10	
				Ac	Re	Ac	Re	Ac	Re	Ac	Re	Ac	Re	Ac	Re	Ac	Re	Ac	Re
K	Primera	32	32	+	2	+	2	+	3	+	4	0	4	0	5	1	7	2	9
	Segunda	32	64	+	2	0	3	0	3	1	5	1	6	3	8	4	10	7	14
	Tercera	32	96	0	2	0	3	1	4	2	6	3	8	6	10	8	13	13	19
	Cuarta	32	128	0	3	1	4	2	5	3	7	5	10	8	13	12	17	19	25
	Quinta	32	160	1	3	2	4	3	6	5	8	7	11	11	15	17	20	25	29
	Sexta	32	192	1	3	3	5	4	6	7	9	10	12	14	17	21	23	31	33
	Séptima	32	224	2	3	4	5	6	7	9	10	13	14	18	19	25	26	37	38
L	Primera	50	50	+	2	+	3	+	4	0	4	0	5	1	7	2	9	↑	
	Segunda	50	100	0	3	0	3	1	5	1	6	3	8	4	10	7	14		
	Tercera	50	150	0	3	1	4	2	6	3	8	6	10	8	13	13	19		
	Cuarta	50	200	1	4	2	5	3	7	5	10	8	13	12	17	19	25		
	Quinta	50	250	2	4	3	6	5	8	7	11	11	15	17	20	25	29		
	Sexta	50	300	3	5	4	6	7	9	10	12	14	17	21	23	31	33		
	Séptima	50	350	4	5	6	7	9	10	13	14	18	19	25	26	37	38		
M	Primera	80	80	+	3	+	4	0	4	0	5	1	7	2	9	↑		↑	
	Segunda	80	160	0	3	1	5	1	6	3	8	4	10	7	14				
	Tercera	80	240	1	4	2	6	3	8	6	10	8	13	13	19				
	Cuarta	80	320	2	5	3	7	5	10	8	13	12	17	19	25				
	Quinta	80	400	3	6	5	8	7	11	11	15	17	20	25	29				
	Sexta	80	480	4	6	7	9	10	12	14	17	21	23	31	33				
	Séptima	80	560	6	7	9	10	13	14	18	19	25	26	37	38				
N	Primera	125	125	+	4	0	4	0	5	1	7	2	9	↑		↑		↑	
	Segunda	125	250	1	5	1	6	3	8	4	10	7	14						
	Tercera	125	375	2	6	3	8	6	10	8	13	13	19						
	Cuarta	125	500	3	7	5	10	8	13	12	17	19	25						
	Quinta	125	625	5	8	7	11	11	15	17	20	25	29						
	Sexta	125	750	7	9	10	12	14	17	21	23	31	33						
	Séptima	125	875	9	10	13	14	18	19	25	26	37	38						
P	Primera	200	200	0	4	0	5	1	7	2	9	↑		↑		↑		↑	
	Segunda	200	400	1	6	3	8	4	10	7	14								
	Tercera	200	600	3	8	6	10	8	13	13	19								
	Cuarta	200	800	5	10	8	13	12	17	19	25								
	Quinta	200	1000	7	11	11	15	17	20	25	29								
	Sexta	200	1200	10	12	14	17	21	23	31	33								
	Séptima	200	1400	13	14	18	19	25	26	37	38								
Q	Primera	315	315	0	5	1	7	2	9	↑		↑		↑		↑		↑	
	Segunda	315	630	3	8	4	10	7	14										
	Tercera	315	945	6	10	8	13	13	19										
	Cuarta	315	1260	8	13	12	17	19	25										
	Quinta	315	1575	11	15	17	20	25	29										
	Sexta	315	1890	14	17	21	23	31	33										
	Séptima	315	2205	18	19	25	26	37	38										
R	Primera	500	500	1	7	2	9	↑		↑		↑		↑		↑		↑	
	Segunda	500	1000	4	10	7	14												
	Tercera	500	1500	8	13	13	19												
	Cuarta	500	2000	12	17	19	25												
	Quinta	500	2500	17	20	25	29												
	Sexta	500	3000	21	23	31	33												
	Séptima	500	3500	25	26	37	38												

Letra clave del tamaño de la muestra	15	25	40	65	100	150	250	400	650	1000
	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re
K	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑
L	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑
M	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑
N	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑
P	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑
Q	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑
R	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑

↓ = Utilícese el primer plan de muestreo debajo de la flecha. Si el tamaño de la muestra es igual, o mayor, al del lote, efectúese inspección 100 %.

↑ = Utilícese el primer plan de muestreo arriba de la flecha (si es necesario, consúltese la página anterior).

Ac = Número de aceptación.

Re = Número de rechazo.

* = Utilícese el plan de muestreo sencillo correspondiente o el plan de muestreo múltiple inmediato inferior disponible.

\+ = No se permite la aceptación en este tamaño de muestra.

NORMAL MULTIPLE

TABLA IV - B Planes de muestreo múltiple para inspección rigurosa (Véase 9.4 y 9.5 de DGN-R-18/2-1978)

Letra clave del tamaño de la muestra	Muestra	Tamaño de la muestra	Tamaño de la muestra acumulado	Niveles de calidad aceptable																																																			
				0.010		0.015		0.025		0.040		0.065		0.10		0.15		0.25		0.40		0.65		1.0		1.5		2.5		4.0		6.5		10		15		25		40		65		100		150		250		400		650		1000	
				Ac	Re	Ac	Re	Ac	Re	Ac	Re	Ac	Re	Ac	Re	Ac	Re	Ac	Re	Ac	Re	Ac	Re	Ac	Re	Ac	Re	Ac	Re	Ac	Re	Ac	Re	Ac	Re	Ac	Re	Ac	Re	Ac	Re	Ac	Re	Ac	Re	Ac	Re	Ac	Re	Ac	Re	Ac	Re	Ac	Re
A				↓		↓		↓		↓		↓		↓		↓		↓		↓		↓		↓		↓		↓		↓		↓		↓		↓		↓		*		*		*		*		*		*		*		*	
B				↓		↓		↓		↓		↓		↓		↓		↓		↓		↓		↓		↓		↓		↓		*		↓		↓		++		++		++		++		++		++		++		++		++	
C				↓		↓		↓		↓		↓		↓		↓		↓		↓		↓		↓		↓		↓		*		↓		↓		++		++		++		++		++		++		++		++		++		↑	
D	Primera	2	2	↓		↓		↓		↓		↓		↓		↓		↓		↓		↓		↓		↓		*		↓		↓		#	2	#	2	#	3	#	4	0	4	0	6	1	8	3	10	4	15	↑		↑	
	Segunda	2	4																															#	2	0	3	0	3	1	5	2	7	3	9	6	12	10	17	16	25				
	Tercera	2	6																															0	2	0	3	1	4	2	6	4	9	7	12	11	17	17	24	26	36				
	Cuarta	2	8																															0	3	1	4	2	5	3	7	6	11	10	15	16	22	24	31	37	46				
	Quinta	2	10																															1	3	2	4	3	6	5	8	9	12	14	17	22	25	32	37	49	55				
	Sexta	2	12																															1	3	3	5	4	6	7	9	12	14	18	20	27	29	40	43	61	64				
	Séptima	2	14																															2	3	4	5	6	7	9	10	14	15	21	22	32	33	48	49	72	73				
E	Primera	3	3	↓		↓		↓		↓		↓		↓		↓		↓		↓		↓		↓		*		↓		↓		#	2	#	2	#	3	#	4	0	4	0	6	1	8	3	10	4	15	↑		↑		↑	
	Segunda	3	6																													#	2	0	3	0	3	1	5	2	7	3	9	6	12	10	17	16	25						
	Tercera	3	9																													0	2	0	3	1	4	2	6	4	9	7	12	11	17	17	24	26	36						
	Cuarta	3	12																													0	3	1	4	2	5	3	7	6	11	10	15	16	22	24	31	37	46						
	Quinta	3	15																													1	3	2	4	3	6	5	8	9	12	14	17	22	25	32	37	49	55						
	Sexta	3	18																													1	3	3	5	4	6	7	9	12	14	18	20	27	29	40	43	61	64						
	Séptima	3	21																													2	3	4	5	6	7	9	10	14	15	21	22	32	33	48	49	72	73						
F	Primera	5	5	↓		↓		↓		↓		↓		↓		↓		↓		↓		↓		*		↓		↓		#	2	#	2	#	3	#	4	0	4	0	6	1	8	↑		↑		↑		↑		↑		↑	
	Segunda	5	10																												#	2	0	3	0	3	1	5	2	7	3	9	6	12												
	Tercera	5	15																												0	2	0	3	1	4	2	6	4	9	7	12	11	17												
	Cuarta	5	20																												0	3	1	4	2	5	3	7	6	11	10	15	16	22												
	Quinta	5	25																												1	3	2	4	3	6	5	8	9	12	14	17	22	25												
	Sexta	5	30																												1	3	3	5	4	6	7	9	12	14	18	20	27	29												
	Séptima	5	35																												2	3	4	5	6	7	9	10	14	15	21	22	32	33												
G	Primera	8	8	↓		↓		↓		↓		↓		↓		↓		↓		↓		*		↓		↓		#	2	#	2	#	3	#	4	0	4	0	6	1	8	↑		↑		↑		↑		↑		↑		↑	
	Segunda	8	16																											#	2	0	3	0	3	1	5	2	7	3	9	6	12														
	Tercera	8	24																											0	2	0	3	1	4	2	6	4	9	7	12	11	17														
	Cuarta	8	32																											0	3	1	4	2	5	3	7	6	11	10	15	16	22														
	Quinta	8	40																											1	3	2	4	3	6	5	8	9	12	14	17	22	25														
	Sexta	8	48																											1	3	3	5	4	6	7	9	12	14	18	20	27	29														
	Séptima	8	56																											2	3	4	5	6	7	9	10	14	15	21	22	32	33														
H	Primera	13	13	↓		↓		↓		↓		↓		↓		↓		↓		*		↓		↓		#	2	#	2	#	3	#	4	0	4	0	6	1	8	↑		↑		↑		↑		↑		↑		↑		↑	
	Segunda	13	26																									#	2	0	3	0	3	1	5	2	7	3	9	6	12																
	Tercera	13	39																									0	2	0	3	1	4	2	6	4	9	7	12	11	17																
	Cuarta	13	52																									0	3	1	4	2	5	3	7	6	11	10	15	16	22																
	Quinta	13	65																									1	3	2	4	3	6	5	8	9	12	14	17	22	25																
	Sexta	13	78																									1	3	3	5	4	6	7	9	12	14	18	20	27	29																
	Séptima	13	91																									2	3	4	5	6	7	9	10	14	15	21	22	32	33																
J	Primera	20	20	↓		↓		↓		↓		↓		↓		↓		*		↓		↓		#	2	#	2	#	3	#	4	0	4	0	6	1	8	↑		↑		↑		↑		↑		↑		↑		↑		↑	
	Segunda	20	40																							#	2	0	3	0	3	1	5	2	7	3	9	6	12																		
	Tercera	20	60																							0	2	0	3	1	4	2	6	4	9	7	12	11	17																		
	Cuarta	20	80																							0	3	1	4	2	5	3	7	6	11	10	15	16	22																		
	Quinta	20	100																							1	3	2	4	3	6	5	8	9	12	14	17	22	25																		
	Sexta	20	120																							1	3	3	5	4	6	7	9	12	14	18	20	27	29																		
	Séptima	20	140																							2	3	4	5	6	7	9	10	14	15	21	22	32	33																		

↓ = Utilícese el primer plan de muestreo debajo de la flecha (si es necesario, consúltese la continuación de la tabla en la página siguiente). Si el tamaño de la muestra es igual, o mayor al del lote, efectúese inspección 100 %.
↑ = Utilícese el primer plan de muestreo arriba de la flecha.
Ac = Número de aceptación.
Re = Número de rechazo.
* = Utilícese el plan de muestreo sencillo correspondiente o el plan de muestreo múltiple inmediato inferior disponible.
++ = Utilícese el plan de muestreo doble correspondiente o el plan de muestreo múltiple inmediato inferior disponible.
\# = No se permite la aceptación en este tamaño de muestra.

TABLA IV - B Planes de muestreo múltiple para inspección rigurosa (Continuación) (véase 9.4 y 9.5 de DGN-R-18/2-1975)

Letra clave del tamaño de la muestra	Muestra	Tamaño de la muestra	Tamaño de la muestra acumulado	Niveles de calidad aceptable																									
				0.010	0.015	0.025	0.040	0.065	0.10	0.15	0.25	0.40	0.65	1.0	1.5	2.5	4.0	6.5	10	15	25	40	65	100	150	250	400	650	1000
				Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re
K	Primera	32	32	⇩	⇩	⇩	⇩	⇩	⇩	*	⇩	⇩	# 2	# 2	# 3	# 4	0 4	0 6	1 8	⇧	⇧	⇧	⇧	⇧	⇧	⇧	⇧	⇧	⇧
	Segunda	32	64										# 2	0 3	0 3	1 5	2 7	3 9	6 12										
	Tercera	32	96										0 2	0 3	1 4	2 6	4 9	7 12	11 17										
	Cuarta	32	128										0 3	1 4	2 5	3 7	6 11	10 15	16 22										
	Quinta	32	160										1 3	2 4	3 6	5 8	9 12	14 17	22 25										
	Sexta	32	192										1 3	3 5	4 6	7 9	12 14	18 20	27 29										
	Séptima	32	224										2 3	4 5	6 7	9 10	14 15	21 22	32 33										
L	Primera	50	50	⇩	⇩	⇩	⇩	⇩	*	⇩	⇩	# 2	# 2	# 3	# 4	0 4	0 6	1 8	⇧	⇧	⇧	⇧	⇧	⇧	⇧	⇧	⇧	⇧	⇧
	Segunda	50	100									# 2	0 3	0 3	1 5	2 7	3 9	6 12											
	Tercera	50	150									0 2	0 3	1 4	2 6	4 9	7 12	11 17											
	Cuarta	50	200									0 3	1 4	2 5	3 7	6 11	10 15	16 22											
	Quinta	50	250									1 3	2 4	3 6	5 8	9 12	14 17	22 25											
	Sexta	50	300									1 3	3 5	4 6	7 9	12 14	18 20	27 29											
	Séptima	50	350									2 3	4 5	6 7	9 10	14 15	21 22	32 33											
M	Primera	80	80	⇩	⇩	⇩	⇩	*	⇩	⇩	# 2	# 2	# 3	# 4	0 4	0 6	1 8	⇧	⇧	⇧	⇧	⇧	⇧	⇧	⇧	⇧	⇧	⇧	⇧
	Segunda	80	160								# 2	0 3	0 3	1 5	2 7	3 9	6 12												
	Tercera	80	240								0 2	0 3	1 4	2 6	4 9	7 12	11 17												
	Cuarta	80	320								0 3	1 4	2 5	3 7	6 11	10 15	16 22												
	Quinta	80	400								1 3	2 4	3 6	5 8	9 12	14 17	22 25												
	Sexta	80	480								1 3	3 5	4 6	7 9	12 14	18 20	27 29												
	Séptima	80	560								2 3	4 5	6 7	9 10	14 15	21 22	32 33												
N	Primera	125	125	⇩	⇩	⇩	*	⇩	⇩	# 2	# 2	# 3	# 4	0 4	0 6	1 8	⇧	⇧	⇧	⇧	⇧	⇧	⇧	⇧	⇧	⇧	⇧	⇧	⇧
	Segunda	125	250							# 2	0 3	0 3	1 5	2 7	3 9	6 12													
	Tercera	125	375							0 2	0 3	1 4	2 6	4 9	7 12	11 17													
	Cuarta	125	500							0 3	1 4	2 5	3 7	6 11	10 15	16 22													
	Quinta	125	625							1 3	2 4	3 6	5 8	9 12	14 17	22 25													
	Sexta	125	750							1 3	3 5	4 6	7 9	12 14	18 20	27 29													
	Séptima	125	875							2 3	4 5	6 7	9 10	14 15	21 22	32 33													
P	Primera	200	200	⇩	⇩	*	⇩	⇩	# 2	# 2	# 3	# 4	0 4	0 6	1 8	⇧	⇧	⇧	⇧	⇧	⇧	⇧	⇧	⇧	⇧	⇧	⇧	⇧	⇧
	Segunda	200	400						# 2	0 3	0 3	1 5	2 7	3 9	6 12														
	Tercera	200	600						0 2	0 3	1 4	2 6	4 9	7 12	11 17														
	Cuarta	200	800						0 3	1 4	2 5	3 7	6 11	10 15	16 22														
	Quinta	200	1000						1 3	2 4	3 6	5 8	9 12	14 17	22 25														
	Sexta	200	1200						1 3	3 5	4 6	7 9	12 14	18 20	27 29														
	Séptima	200	1400						2 3	4 5	6 7	9 10	14 15	21 22	32 33														
Q	Primera	315	315	⇩	*	⇩	⇩	# 2	# 2	# 3	# 4	0 4	0 6	1 8	⇧	⇧	⇧	⇧	⇧	⇧	⇧	⇧	⇧	⇧	⇧	⇧	⇧	⇧	⇧
	Segunda	315	630					# 2	0 3	0 3	1 5	2 7	3 9	6 12															
	Tercera	315	945					0 2	0 3	1 4	2 6	4 9	7 12	11 17															
	Cuarta	315	1260					0 3	1 4	2 5	3 7	6 11	10 15	16 22															
	Quinta	315	1575					1 3	2 4	3 6	5 8	9 12	14 17	22 25															
	Sexta	315	1890					1 3	3 5	4 6	7 9	12 14	18 20	27 29															
	Séptima	315	2205					2 3	4 5	6 7	9 10	14 15	21 22	32 33															
R	Primera	500	500	*	⇧	⇩	# 2	# 2	# 3	# 4	0 4	0 6	1 8	⇧	⇧	⇧	⇧	⇧	⇧	⇧	⇧	⇧	⇧	⇧	⇧	⇧	⇧	⇧	⇧
	Segunda	500	1000				# 2	0 3	0 3	1 5	2 7	3 9	6 12																
	Tercera	500	1500				0 2	0 3	1 4	2 6	4 9	7 12	11 17																
	Cuarta	500	2000				0 3	1 4	2 5	3 7	6 11	10 15	16 22																
	Quinta	500	2500				1 3	2 4	3 6	5 8	9 12	14 17	22 25																
	Sexta	500	3000				1 3	3 5	4 6	7 9	12 14	18 20	27 29																
	Séptima	500	3500				2 3	4 5	6 7	9 10	14 15	21 22	32 33																
S	Primera	800	800			# 2																							
	Segunda	800	1600			# 2																							
	Tercera	800	2400			0 2																							
	Cuarta	800	3200			0 3																							
	Quinta	800	4000			1 3																							
	Sexta	800	4800			1 3																							
	Séptima	800	5600			2 3																							

⇩ = Utilícese el primer plan de muestreo debajo de la flecha. Si el tamaño de la muestra es igual, o mayor, al del lote, efectúese inspección 100 %.
⇧ = Utilícese el primer plan de muestreo arriba de la flecha (si es necesario, consúltese la página anterior).
Ac = Número de aceptación.
Re = Número de rechazo.
* = Utilícese el plan de muestreo sencillo correspondiente o el plan de muestreo múltiple inmediato inferior disponible.
\# = No se permite la aceptación en este tamaño de muestra.

TABLA IV - C Planes de muestreo múltiple para inspección reducida (Continuación)

(véase 9.4 y 9.5 de DGN R-18?)

Niveles de calidad aceptable

Letra clave del tamaño de la muestra	Muestra	Tamaño de la muestra	Tamaño de la muestra acumulado	0.010		0.015		0.025		0.040		0.065		0.10		0.15		0.25		0.40		0.65		1.0	
				Ac	Re	Ac	Re	Ac	Re	Ac	Re	Ac	Re	Ac	Re	Ac	Re	Ac	Re	Ac	Re	Ac	Re	Ac	Re
L	Primera	20	20	⇩		⇩		⇩		⇩		*		⇧		⇩		#	2	#	2	#	3	#	3
	Segunda	20	40															#	2	#	3	#	3	0	4
	Tercera	20	60															0	2	0	3	0	4	0	5
	Cuarta	20	80															0	3	0	4	0	5	1	6
	Quinta	20	100															0	3	0	4	1	6	2	7
	Sexta	20	120															0	3	1	5	1	6	3	7
	Séptima	20	140															1	3	1	5	2	7	4	8
M	Primera	32	32	⇩		⇩		⇩		*		⇧		⇩		#	2	#	2	#	3	#	3	#	4
	Segunda	32	64													#	2	#	3	#	3	0	4	0	5
	Tercera	32	96													0	2	0	3	0	4	0	5	1	6
	Cuarta	32	128													0	3	0	4	0	5	1	6	2	7
	Quinta	32	160													0	3	0	4	1	6	2	7	3	8
	Sexta	32	192													0	3	1	5	1	6	3	7	4	9
	Séptima	32	224													1	3	1	5	2	7	4	8	6	10
N	Primera	50	50	⇩		⇩		*		⇧		⇩		#	2	#	2	#	3	#	3	#	4	#	4
	Segunda	50	100											#	2	#	3	#	3	0	4	0	5	0	6
	Tercera	50	150											0	2	0	3	0	4	0	5	1	6	1	8
	Cuarta	50	200											0	3	0	4	0	5	1	6	2	7	3	10
	Quinta	50	250											0	3	0	4	1	6	2	7	3	8	5	11
	Sexta	50	300											0	3	1	5	1	6	3	7	4	9	7	12
	Séptima	50	350											1	3	1	5	2	7	4	8	6	10	9	14
P	Primera	80	80	⇩		*		⇧		⇩		#	2	#	2	#	3	#	3	#	4	#	4	0	5
	Segunda	80	160									#	2	#	3	#	3	0	4	0	5	0	6	1	7
	Tercera	80	240									0	2	0	3	0	4	0	5	1	6	1	8	3	9
	Cuarta	80	320									0	3	0	4	0	5	1	6	2	7	3	10	5	12
	Quinta	80	400									0	3	0	4	1	6	2	7	3	8	5	11	7	13
	Sexta	80	480									0	3	1	5	1	6	3	7	4	9	7	12	10	15
	Séptima	80	560									1	3	1	5	2	7	4	8	6	10	9	14	13	17
Q	Primera	125	125	*		⇧		⇩		#	2	#	2	#	3	#	3	#	4	#	4	0	5	0	6
	Segunda	125	250							#	2	#	3	#	3	0	4	0	5	0	6	1	7	3	9
	Tercera	125	375							0	2	0	3	0	4	0	5	1	6	1	8	3	9	6	12
	Cuarta	125	500							0	3	0	4	0	5	1	6	2	7	3	10	5	12	8	15
	Quinta	125	625							0	3	0	4	1	6	2	7	3	8	5	11	7	13	11	17
	Sexta	125	750							0	3	1	5	1	6	3	7	4	9	7	12	10	15	14	20
	Séptima	125	875							1	3	1	5	2	7	4	8	6	10	9	14	13	17	18	22
R	Primera	200	200	⇧		⇧		#	2	#	2	#	3	#	3	#	4	#	4	0	5	0	6	⇧	
	Segunda	200	400					#	2	#	3	#	3	0	4	0	5	0	6	1	7	3	9		
	Tercera	200	600					0	2	0	3	0	4	0	5	1	6	1	8	3	9	6	12		
	Cuarta	200	800					0	3	0	4	0	5	1	6	2	7	3	10	5	12	8	15		
	Quinta	200	1000					0	3	0	4	1	6	2	7	3	8	5	11	7	13	11	17		
	Sexta	200	1200					0	3	1	5	1	6	3	7	4	9	7	12	10	15	14	20		
	Séptima	200	1400					1	3	1	5	2	7	4	8	6	10	9	14	13	17	18	22		

Letra clave del tamaño de la muestra	Muestra	1.5		2.5		4.0		6.5		10		15		25		40		65		100		150		250		400		650	
		Ac	Re	Ac	Re	Ac	Re	Ac	Re	Ac	Re	Ac	Re	Ac	Re	Ac	Re	Ac	Re	Ac	Re	Ac	Re	Ac	Re	Ac	Re	Ac	Re
L	Primera	#	4	#	4	0	5	0	6	⇧		⇧		⇧		⇧		⇧		⇧		⇧		⇧		⇧		⇧	
	Segunda	0	5	0	6	1	7	3	9																				
	Tercera	1	6	1	8	3	9	6	12																				
	Cuarta	2	7	3	10	5	12	8	15																				
	Quinta	3	8	5	11	7	13	11	17																				
	Sexta	4	9	7	12	10	15	14	20																				
	Séptima	6	10	9	14	13	17	18	22																				
M	Primera	#	4	0	5	0	6	⇧		⇧		⇧		⇧		⇧		⇧		⇧		⇧		⇧		⇧		⇧	
	Segunda	0	6	1	7	3	9																						
	Tercera	1	8	3	9	6	12																						
	Cuarta	3	10	5	12	8	15																						
	Quinta	5	11	7	13	11	17																						
	Sexta	7	12	10	15	14	20																						
	Séptima	9	14	13	17	18	22																						
N	Primera	0	5	0	6	⇧		⇧		⇧		⇧		⇧		⇧		⇧		⇧		⇧		⇧		⇧		⇧	
	Segunda	1	7	3	9																								
	Tercera	3	9	6	12																								
	Cuarta	5	12	8	15																								
	Quinta	7	13	11	17																								
	Sexta	10	15	14	20																								
	Séptima	13	17	18	22																								
P	Primera	0	6	⇧		⇧		⇧		⇧		⇧		⇧		⇧		⇧		⇧		⇧		⇧		⇧		⇧	
	Segunda	3	9																										
	Tercera	6	12																										
	Cuarta	8	15																										
	Quinta	11	17																										
	Sexta	14	20																										
	Séptima	18	22																										
Q	Primera	⇧		⇧		⇧		⇧		⇧		⇧		⇧		⇧		⇧		⇧		⇧		⇧		⇧		⇧	
R	Primera	⇧		⇧		⇧		⇧		⇧		⇧		⇧		⇧		⇧		⇧		⇧		⇧		⇧		⇧	

⇩ = Utilícese el primer plan de muestreo debajo de la flecha. Si el tamaño de la muestra es igual, o mayor, al del lote, efectúese inspección 100 %.
⇧ = Utilícese el primer plan de muestreo arriba de la flecha (si es necesario, consúltese la página anterior).
Ac = Número de aceptación.
Re = Número de rechazo.
# = No se permite la aceptación en este tamaño de muestra.
† = Si se excede el número de aceptación, después de la última muestra, pero no se alcanza el de rechazo, se acepta el lote, y se cambia a inspección normal a partir del lote siguiente (véase 10.1.4

TABLA V-A Factores para el límite del Promedio de la Calidad de Salida para Inspección Normal (Muestreo Sencillo)

(véase 11.4 de DGN-R-18/2-1975)

Letra clave	Tamaño de la muestra	Niveles de calidad aceptable																									
		0.010	0.015	0.025	0.040	0.065	0.10	0.15	0.25	0.40	0.65	1.0	1.5	2.5	4.0	6.5	10	15	25	40	65	100	150	250	400	650	1000
A	2															18			42	69	97	160	220	330	470	730	1100
B	3														12			28	46	65	110	150	220	310	490	720	1100
C	5													7.4			17	27	39	63	90	130	190	290	430	660	
D	8												4.6			11	17	24	40	56	82	120	180	270	410		
E	13											2.8			6.5	11	15	24	34	50	72	110	170	250			
F	20										1.8			4.2	6.9	9.7	16	22	33	47	73						
G	32									1.2			2.6	4.3	6.1	9.9	14	21	29	46							
H	50								0.74			1.7	2.7	3.9	6.3	9.0	13	19	29								
J	80							0.46			1.1	1.7	2.4	4.0	5.6	8.2	12	18									
K	125						0.29			0.67	1.1	1.6	2.5	3.6	5.2	7.5	12										
L	200					0.18			0.42	0.69	0.97	1.6	2.2	3.3	4.7	7.3											
M	315				0.12			0.27	0.44	0.62	1.00	1.4	2.1	3.0	4.7												
N	500			0.074			0.17	0.27	0.39	0.63	0.90	1.3	1.9	2.9													
P	800		0.046			0.11	0.17	0.24	0.40	0.56	0.82	1.2	1.8														
Q	1250	0.029			0.067	0.11	0.16	0.25	0.36	0.52	0.75	1.2															
R	2000			0.042	0.069	0.097	0.16	0.22	0.33	0.47	0.73																

Nota: Para obtener el LPCS exacto, los valores arriba indicados deben multiplicarse por $\left(1 - \frac{\text{Tamaño de la muestra}}{\text{Tamaño del lote o partida}}\right)$ (véase 11.4)

NORMAL LPCS

TABLA V - B Factores para el Límite del Promedio de la Calidad de Salida para Inspección Rigurosa (Muestreo Sencillo)

(véase 11.4 de DGN-R-18/7-1975)

Letra clave	Tamaño de la muestra	Niveles de calidad aceptable																									
		0.010	0.015	0.025	0.040	0.065	0.10	0.15	0.25	0.40	0.65	1.0	1.5	2.5	4.0	6.5	10	15	25	40	65	100	150	250	400	650	1000
A	2																			42	69	97	160	260	400	630	970
B	3															12			29	46	65	110	170	270	410	650	1100
C	5														7.4			17	27	39	63	100	160	250	390	610	
D	8													4.6			11	17	24	40	64	99	160	243	380		
E	13												2.8			6.5	11	15	24	42	61	95	150	240			
F	20											1.8			4.2	6.9	9.7	16	26	40	62						
G	32										1.2			2.6	4.3	6.3	9.9	16	25	39							
H	50									0.74			1.7	2.7	3.9	6.3	10	14	25								
J	80								0.44			1.1	1.7	2.4	4.0	6.4	9.9	16									
K	125							0.29			0.67	1.1	1.6	2.5	4.1	6.4	9.9										
L	200						0.18			0.42	0.69	0.97	1.6	2.4	4.0	6.2											
M	315					0.12			0.27	0.44	0.62	1.0	1.4	2.5	3.9												
N	500				0.074			0.17	0.27	0.39	0.63	1.0	1.6	2.5													
P	800			0.046			0.11	0.17	0.24	0.40	0.61	0.99	1.6														
Q	1250		0.029			0.067	0.11	0.16	0.25	0.41	0.64	0.99															
R	2000	0.018			0.042	0.069	0.097	0.16	0.26	0.40	0.62																
S	3150			0.027																							

Nota: Para obtener el LPCS exacto, los valores arriba indicados deben multiplicarse por $\left(1 - \frac{\text{Tamaño de la muestra}}{\text{Tamaño del lote o partida}}\right)$ (véase 11.4)

RIGUROSA LPCS

TABLA VI - A Calidad Límite (en porcentaje de defectuosas) para la cual Pa = 10 %
(Para Inspección Normal, Muestreo Sencillo)

(véase 11.6 de DGN-R-18/2-1973)

Letra clave	Tamaño de la muestra	0.010	0.015	0.025	0.040	0.065	0.10	0.15	0.25	0.40	0.65	1.0	1.5	2.5	4.0	6.5	10
		Niveles de calidad aceptable															
A	2															68	
B	3														54		
C	5													37			59
D	8												25			41	54
E	13											16			27	36	44
F	20										11			18	25	30	42
G	32									6.9			12	16	20	27	31
H	50								4.5			7.6	10	13	18	22	29
J	80							2.8			4.0	6.5	8.2	11	14	19	24
K	125						1.8			3.1	4.3	5.4	7.4	9.4	12	16	23
L	200					1.2			2.0	2.7	3.3	4.6	5.9	7.7	10	14	
M	315				0.73			1.2	1.7	2.1	2.9	3.7	4.9	6.4	9.0		
N	500			0.46			0.78	1.1	1.3	1.9	2.4	3.1	4.0	5.6			
P	800		0.29			0.49	0.67	0.84	1.2	1.5	1.9	2.5	3.5				
Q	1250	0.18			0.31	0.43	0.53	0.74	0.94	1.2	1.6	2.3					
R	2000			0.20	0.27	0.33	0.46	0.59	0.77	1.0	1.4						

TABLA VI - B Calidad Límite (en defectos por cien unidades) para la cual Pa = 10%
(Para Inspección Normal, Muestreo Sencillo)

(Véase 11.6 de DGN-R-18/2-1975)

Letra clave	Tamaño de la muestra	Niveles de calidad aceptable																									
		0.010	0.015	0.025	0.040	0.065	0.10	0.15	0.25	0.40	0.65	1.0	1.5	2.5	4.0	6.5	10	15	25	40	65	100	150	250	400	650	1000
A	2															120			200	270	330	460	590	770	[illegible]	[illegible]	[illegible]
B	3														77			130	180	220	310	390	510	670	[illegible]	1300	[illegible]
C	5													46			78	110	130	190	240	310	400	560	770	1100	
D	8												29			49	67	84	120	150	190	250	350	480	670		
E	13											18			30	41	51	71	91	120	160	220	300	410			
F	20										12			20	27	33	46	59	77	100	140						
G	32									7.2			12	17	21	29	37	48	63	68							
H	50								4.6			7.8	11	13	19	24	31	40	56								
J	80							2.9			4.9	6.7	8.4	12	15	19	25	35									
K	125						1.8			3.1	4.3	5.4	7.4	9.4	12	16	23										
L	200					1.2			2.0	2.7	3.3	4.6	5.9	7.7	10	14											
M	315				0.73			1.2	1.7	2.1	2.9	3.7	4.9	6.4	9.0												
N	500			0.46			0.78	1.1	1.3	1.9	2.4	3.1	4.0	5.6													
P	800		0.29			0.49	0.67	0.84	1.2	1.5	1.9	2.5	3.5														
Q	1250	0.18			0.31	0.43	0.53	0.74	0.94	1.2	1.6	2.3															
R	2000			0.20	0.27	0.33	0.46	0.59	0.77	1.0	1.4																

10 %
CL (DEFECTOS)

TABLA VII-A Calidad Límite (en porcentaje de defectuosas) para la cual Pa = 5 %
(Para Inspección Normal, Muestreo Sencillo)

(véase 11.6 de DGN-R-18/2-1975)

Letra clave	Tamaño de la muestra	Niveles de calidad aceptable															
		0.010	0.015	0.025	0.040	0.065	0.10	0.15	0.25	0.40	0.65	1.0	1.5	2.5	4.0	6.5	10
A	2															78	
B	3														63		
C	5													45			66
D	8												31			47	60
E	13											21			32	41	50
F	20										14			22	28	34	46
G	32									8.9			14	18	23	30	37
H	50								5.8			9.1	12	15	20	25	32
J	80							3.7			5.8	7.7	9.4	13	16	20	26
K	125						2.4			3.8	5.0	6.2	8.4	11	14	18	24
L	200					1.5			2.4	3.2	3.9	5.3	6.6	8.5	11	15	
M	315				0.95			1.5	2.0	2.5	3.3	4.2	5.4	7.0	9.6		
N	500			0.60			0.95	1.3	1.6	2.1	2.6	3.4	4.4	6.1			
P	800		0.38			0.59	0.79	0.97	1.3	1.6	2.1	2.7	3.8				
Q	1250	0.24			0.38	0.50	0.62	0.84	1.1	1.4	1.8	2.4					
R	2000			0.24	0.32	0.39	0.53	0.66	0.85	1.1	1.5						

5 %
CL (DEFECTUOSAS)

TABLA VII - B Calidad Límite (en defectos por cien unidades) para la cual Pa = 5 %
(para Inspección Normal, Muestreo Sencillo)

(Tabla 11.6 de DGN-R-18/2-1975)

Letra clave	Tamaño de la muestra	Niveles de calidad aceptable 0.010	0.015	0.025	0.040	0.065	0.10	0.15	0.25	0.40	0.65	1.0	1.5	2.5	4.0	6.5	10	15	25	40	65	100	150	250	400	650	1000
A	2															150			240	320	390	530	660	850	1100	1500	2050
B	3														100			160	210	260	350	440	570	730	1000	1400	1900
C	5													60			95	130	160	210	260	340	440	610	810	1100	
D	8												38			59	79	97	130	160	210	270	380	510	710		
E	13											23			37	48	63	81	100	130	170	230	310	440			
F	20										15			24	32	39	53	66	85	110	150						
G	32									9.4			15	20	24	33	41	53	68	95							
H	50								6.0			9.5	13	16	21	26	34	44	61								
J	80							3.8			5.9	7.9	9.7	13	16	21	27	38									
K	125						2.4			3.8	5.0	6.2	8.4	11	14	18	24										
L	200					1.5			2.4	3.2	3.9	5.3	6.6	8.5	11	15											
M	315				0.95			1.5	2.0	2.5	3.3	4.2	5.4	7.0	9.6												
N	500			0.60			0.95	1.3	1.6	2.1	2.6	3.4	4.4	6.1													
P	800		0.38			0.59	0.79	0.97	1.3	1.6	2.1	2.7	3.6														
Q	1250	0.24			0.38	0.50	0.62	0.84	1.1	1.4	1.8	2.4															
R	2000			0.24	0.32	0.39	0.53	0.66	0.85	1.1	1.5																

TABLA VIII - Números Límites para Inspección Reducida

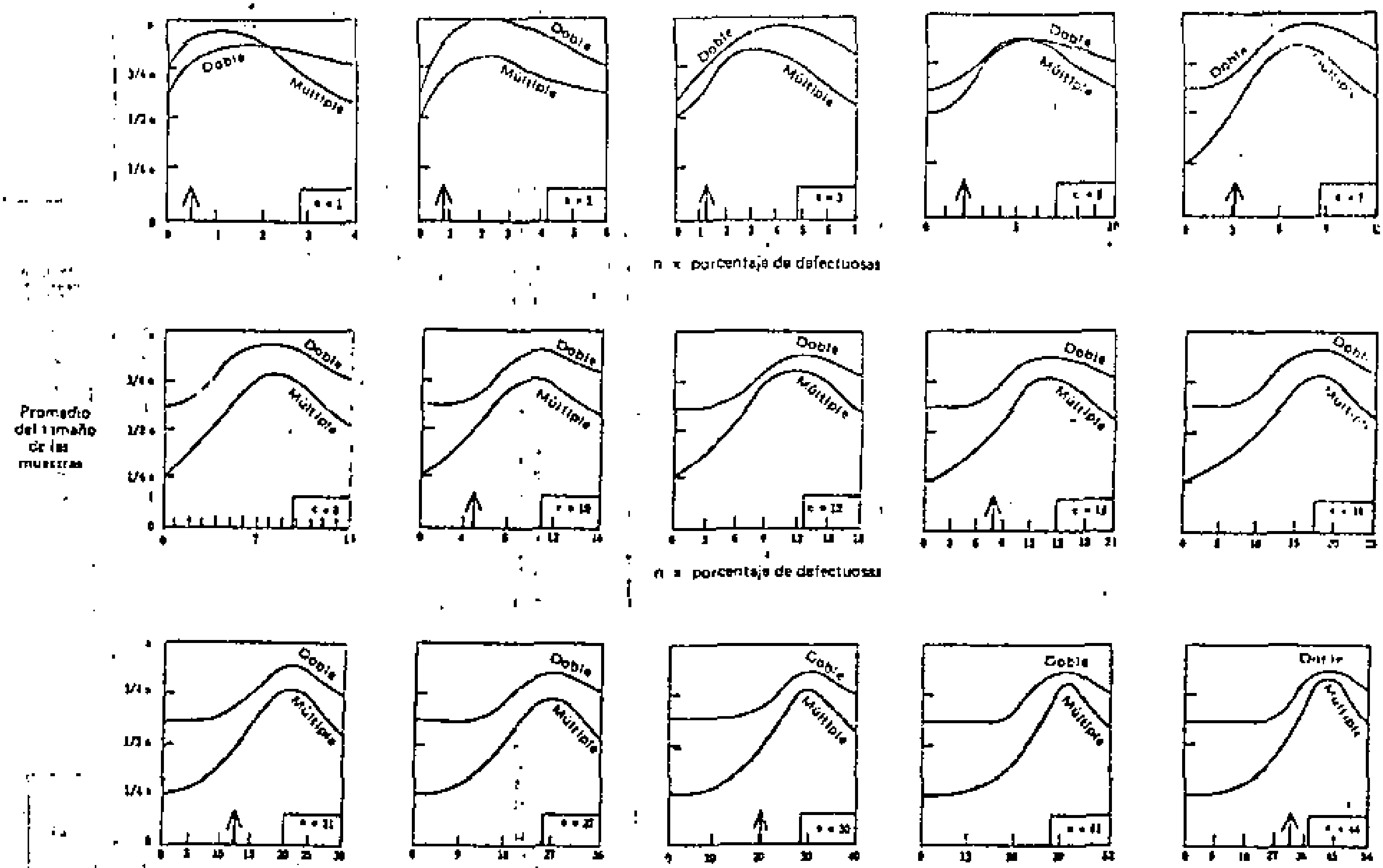
(véase 8.3.5 de DGN-R-18/2-1975)

Número de muestras en los 10 últimos lotes	Niveles de calidad aceptable																									
	0.010	0.015	0.025	0.040	0.065	0.10	0.15	0.25	0.40	0.65	1.0	1.5	2.5	4.0	6.5	10	15	25	40	65	100	150	250	400	650	1000
20 - 29	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	0	0	2	4	8	14	22	40	68	115	181
30 - 49	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	0	0	1	3	7	13	22	36	63	105	178	301
50 - 79	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	0	0	2	3	7	14	25	40	63	110	181	301	
80 - 129	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	0	0	2	4	7	14	24	42	68	105	181	297		
130 - 199	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	0	0	2	4	7	13	25	42	72	115	177	301	490		
200 - 319	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	0	0	2	4	8	14	22	40	68	115	181	277	471			
320 - 499	*	*	*	*	*	*	*	*	*	0	0	1	4	8	14	24	39	68	113	189						
500 - 799	*	*	*	*	*	*	*	*	0	0	2	3	7	14	25	40	63	110	181							
800 - 1249	*	*	*	*	*	*	*	0	0	2	4	7	14	24	42	68	105	181								
1250 - 1999	*	*	*	*	*	*	0	0	2	4	7	13	24	40	69	110	169									
2000 - 3149	*	*	*	*	*	0	0	2	4	8	14	22	40	68	115	181										
3150 - 4999	*	*	*	*	0	0	1	4	8	14	24	38	67	111	186											
5000 - 7999	*	*	*	0	0	2	3	7	14	25	40	63	110	181												
8000 - 12499	*	*	0	0	2	4	7	14	24	42	68	105	181													
12500 - 19999	*	0	0	2	4	7	13	24	40	69	110	169														
20000 - 31499	0	0	2	4	8	14	22	40	68	115	181															
31500 - 49999	0	1	4	8	14	24	38	67	111	186																
50000 & Over	2	3	7	14	25	40	63	110	181	301																

*Significa que el número de muestras correspondientes a los últimos 10 lotes o partidas no es suficiente para utilizar la inspección reducida para este NCA. En este caso se pueden usar más de 10 lotes o partidas para efectuar el cálculo, siempre y cuando los lotes o partidas considerados sean los más recientes y que todos ellos hayan estado sometidos a inspección normal y que además ninguno haya sido rechazado en la inspección original.

TABLA IX Curvas promedio del tamaño de las muestras para muestreos doble y múltiple (inspección normal y rigurosa)

(véase 11.5 de DGN-R-18/2-1975)



n = Tamaño de muestra correspondiente al muestreo sencillo.

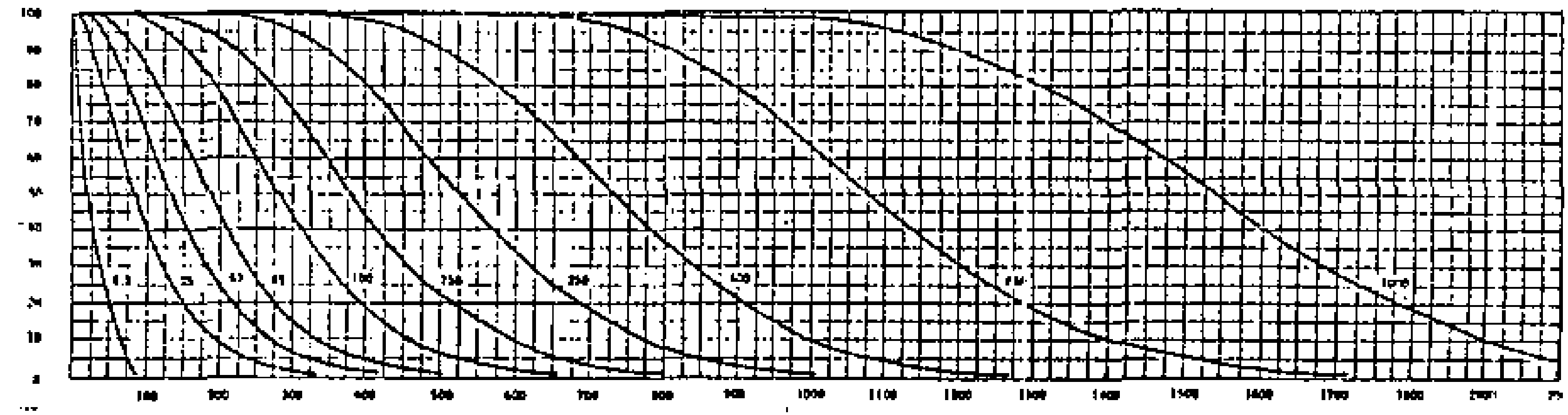
c = Número de aceptación para muestreo sencillo.

↑ = NCA para inspección normal.

TABLA X-A Tamaño de la muestra correspondiente a la letra clave A

GRAFICA A Curvas de operación características para planes de muestreo sencillos
(Las curvas para muestreos doble y múltiple son equivalentes)

Porcentaje de lotes que se espera sean aceptados (P_a)



CALIDAD DE LOS LOTES (p, en porcentaje de defectuosas para NCA ≤ 10; y en defectos por cien unidades para NCA > 10)

Nota: Los valores sobre las curvas corresponde a los NCA para inspección normal.

TABLA X-A-I Valores tabulados para las curvas de operación características para planes de muestreo sencillos

P_a	Niveles de calidad aceptable (inspección normal)														
	6.5	6.5	25	40	65	100	150	X	250	X	400	X	650	X	1000
	p (en porcentaje de defectuosas)	p (en defectos por cien unidades)													
99.0	0.501	0.51	7.45	21.8	41.2	69.3	145	175	239	325	374	517	629	659	977
95.0	2.53	7.56	17.8	43.9	68.3	131	199	235	308	385	442	622	745	995	1127
90.0	5.13	5.25	26.6	53.1	87.3	156	233	272	351	432	515	684	812	1073	1256
75.0	13.4	14.6	40.1	86.8	127	211	298	342	431	521	612	795	934	1314	1354
50.0	29.3	34.7	83.9	134	184	284	383	433	533	633	733	933	1083	1393	1533
25.0	50.0	69.3	135	196	256	371	484	549	651	768	870	1087	1248	1558	1778
10.0	68.4	115	195	266	334	464	589	650	770	889	1006	1230	1409	1748	1916
5.0	77.6	150	237	315	328	526	657	722	848	972	1094	1334	1522	1862	2035
1.0	90.0	230	332	420	502	655	800	870	1007	1141	1272	1529	1718	2088	2270
	X	X	40	65	100	150	X	250	X	400	X	650	X	1000	X
	Niveles de calidad aceptable (inspección rigurosa)														

Nota: En el cálculo del porcentaje de defectuosas se ha empleado la distribución binomial; en el número de defectos por cien unidades la de Poisson

Planes de muestreo para el tamaño de la muestra correspondiente a la letra clave A

Tipo de plan de muestreo	Tamaño de la muestra acumulado	Niveles de calidad aceptable (inspección normal)																		[illegible]
		Menor de 6.5	6.5	X	10	15	25	40	65	100	150	X	250	X	400	X	650	X	1000	
		Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	
Sencillo	2	▽	0 1	Usese Letra D	Usese Letra C	Usese Letra B	1 2	2 3	3 4	5 6	7 8	8 9	10 11	12 13	14 15	18 19	21 22	27 28	30 31	[illegible]
Doble		▽	*				(*)	(*)	(*)	(*)	(*)	[illegible]	(*)	(*)	(*)	(*)	(*)	(*)	(*)	
Múltiple		▽	*				*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	
		Menor de 10	X	10	15	25	40	65	100	150	X	250	X	400	X	650	X	1000	X	
		Niveles de calidad aceptable (inspección rigurosa)																		

▽ = Utilícese el siguiente tamaño de muestra correspondiente a otra letra clave para la cual estén disponibles números de aceptación y rechazo.

Ac = Número de aceptación.

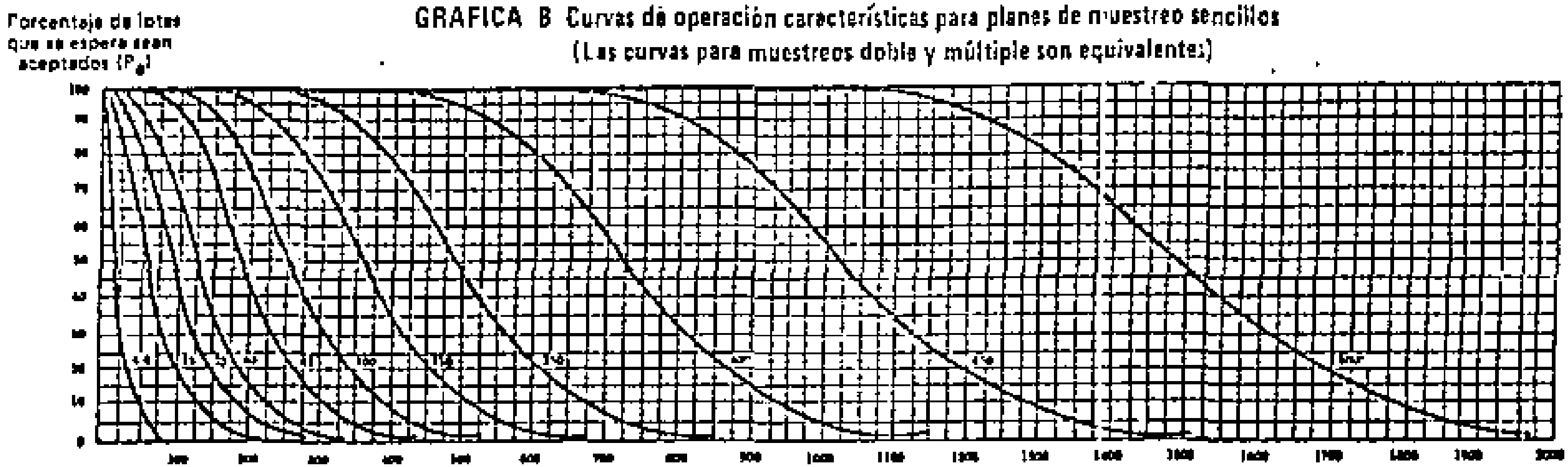
Re = Número de rechazo.

* = Utilícese el plan de muestreo sencillo precedente, o bien utilícese la letra D.

(*) = Utilícese el plan de muestreo sencillo, o bien utilícese la letra B.

TABLA X-B Tamaño de la muestra correspondiente a la letra clave B

GRAFICA B Curvas de operación características para planes de muestreo sencillos
(Las curvas para muestreos doble y múltiple son equivalentes)



CALIDAD DE LOS LOTES (p en porcentaje de defectuosas para NCA ≤ 10; y en defectos por cien unidades para NCA > 10)
Nota: Los valores sobre las curvas corresponden a los NCA para inspección normal.

TABLA X-B-1 Valores tabulados para las curvas de operación características para planes de muestreo sencillos

P_a	Niveles de calidad aceptable (inspección normal)																
	4.0	4.0	15	25	40	65	100	X	150	X	250	X	400	X	650	X	1000
	p (en porcentaje de defectuosas)	p (en defectos por cien unidades)															
99.0	0.33	0.34	4.97	14.5	27.4	59.5	96.9	117	159	203	249	345	419	573	651	947	1029
95.0	1.70	1.71	11.8	27.3	45.5	87.1	133	157	206	256	306	415	496	663	748	1065	1159
90.0	3.45	3.50	17.7	36.7	58.2	105	155	181	224	280	343	456	541	716	804	1131	1227
75.0	9.14	9.60	32.0	57.6	84.5	141	199	228	257	347	408	530	623	809	903	1249	1344
50.0	20.6	23.1	55.9	89.1	122	189	256	289	356	422	489	622	722	922	1022	1389	1485
25.0	37.0	46.2	89.8	131	170	247	323	360	434	507	580	724	832	1046	1152	1539	1644
10.0	53.6	76.8	130	177	223	309	392	433	514	593	671	825	939	1165	1277	1683	1793
5.0	63.2	99.9	158	210	258	350	438	481	565	648	730	890	1008	1241	1356	1773	1856
1.0	78.4	154	221	280	335	437	533	583	672	761	848	1019	1145	1392	1513	1951	2369
	6.5	6.5	25	40	65	100	X	150	X	250	X	400	X	650	X	1000	X
	Niveles de calidad aceptable (inspección rigurosa)																

Nota: En el cálculo del porcentaje de defectuosas se ha empleado la distribución binominal; en el número de defectos por cien unidades la de Poisson.

TABLA X-B-2 Planes de muestreo para el tamaño de la muestra correspondiente a la letra clave B

Tipo de plan de muestreo	Tamaño de la muestra acumulado	Menor de 4.0	4.0	6.5	X	10	15	25	40	65	100	X	150	X	250	X	400	X	650	X	1000	Tamaño de la muestra acumulado
		Niveles de calidad aceptable (inspección normal)																				
		Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	
Sencillo	3	▽	0 1	Usese Letra A	Usese Letra D	Usese Letra C	1 2	2 3	3 4	5 6	7 8	8 9	10 11	12 13	14 15	18 19	21 22	27 28	30 31	41 42	44 45	3
Doble	2	▽	*				0 2	0 3	1 4	2 5	3 7	3 7	5 9	6 10	7 11	9 14	11 16	15 20	17 22	23 29	25 31	2
	4						1 2	3 4	4 5	6 7	8 9	11 12	12 13	15 16	18 19	23 24	26 27	34 35	37 38	52 53	56 57	4
Múltiple		▽					++	++	++	++	++	++	++	++	++	++	++	++	++	++	++	
		Menor de 6.5	6.5	X	10	15	25	40	65	100	X	150	X	250	X	400	X	650	X	1000	X	
		Niveles de calidad aceptable (inspección rigurosa)																				

▽ = Utilícese el siguiente tamaño de muestra correspondiente a otra letra clave para la cual estén disponibles números de aceptación y rechazo

Ac = Número de aceptación

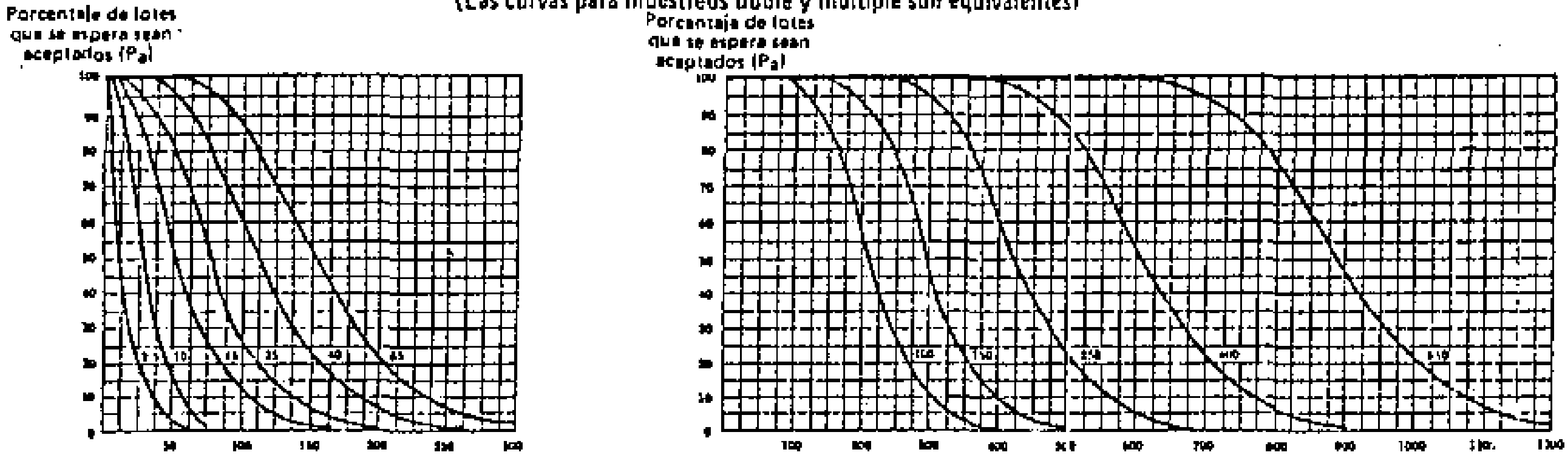
Re = Número de rechazo

* = Utilícese el plan de muestreo sencillo precedente, o bien utilícese la letra E.

++ = Utilícese el plan de muestreo doble precedente, o bien utilícese la letra D.

TABLA X-C Tamaño de la muest espondiente a la letra clave C

GRAFICA C Curvas de operación características para planes de muestreo sencillos
(Las curvas para muestreos doble y múltiple son equivalentes)



CALIDAD DE LOS LOTES (p en porcentaje de defectuosas para NCA ≦ 10; y en defectos por cien unidades para NCA > 10)
Nota: Los valores sobre las curvas corresponden a los NCA para inspección normal

TABLA X-C-1 Valores tabulados para las curvas de operación características para planes de muestreo sencillos

P_a	Niveles de calidad aceptable (Inspección normal)																	
	2.5	10	2.5	10	15	25	40	65	X	100	X	150	X	250	X	400	X	650
	p (en porcentaje de defectuosas)		p (en defectos por cien unidades)															
99.0	0.20	3.28	0.20	2.89	8.72	16.5	35.7	58.1	70.1	95.4	122	150	207	254	344	391	568	618
95.0	1.02	7.63	1.03	7.10	16.4	27.3	52.3	79.6	93.9	123	154	185	249	298	398	449	632	691
90.0	2.09	11.2	2.10	10.6	22.0	34.9	63.0	93.1	109	140	173	206	273	325	429	482	679	733
75.0	5.59	19.4	5.76	19.2	34.5	50.7	84.4	119	137	172	208	245	318	374	485	542	749	806
50.0	12.9	31.4	13.9	33.6	53.5	73.4	113	153	173	213	253	293	373	433	553	613	833	893
25.0	26.2	45.4	27.7	53.9	78.4	102	148	194	216	260	304	348	435	499	627	691	923	987
10.0	36.9	58.4	46.1	77.8	106	134	186	235	260	308	356	403	495	564	699	766	1010	1076
5.0	45.1	65.8	59.9	94.9	126	155	210	263	289	339	389	438	534	605	745	814	1064	1131
1.0	60.2	77.8	92.1	133	168	201	262	320	348	403	456	509	612	687	835	908	1171	1241
	4.0	X	4.0	15	25	40	65	X	100	X	150	X	250	X	400	X	650	X
	Niveles de calidad aceptable (Inspección rigurosa)																	

Nota: En el cálculo del porcentaje de defectuosas se ha empleado la distribución binominal; en el número de defectos por cien unidades la de Poisson.

Tipo de plan de muestreo	Tamaño de la muestra acumulado	Niveles de calidad aceptable (inspección normal)																																									Tamaño de la muestra acumulado
		Menor de 2.5		2.5		4.0		X		6.5		10		15		25		40		65		X		100		X		150		X		250		X		400		X		650		1000		
		Ac	Re	Ac	Re	Ac	Re	Ac	Re	Ac	Re	Ac	Re	Ac	Re	Ac	Re	Ac	Re	Ac	Re	Ac	Re	Ac	Re	Ac	Re	Ac	Re	Ac	Re	Ac	Re	Ac	Re	Ac	Re	Ac	Re	Ac	Re	Ac	Re	
Sencillo	5	▽		0	1	Úsese Letra B		Úsese Letra F		Úsese Letra D		1	2	2	3	3	4	5	6	7	8	8	9	10	11	12	13	14	15	18	19	21	22	27	28	30	31	41	42	44	45	Úsese Letra B		5
Doble	3	▽		*								0	2	0	3	1	4	2	5	3	7	3	7	5	9	6	10	7	11	9	14	11	16	15	20	17	22	23	29	25	31			3
	6											1	2	3	4	4	5	6	7	8	9	11	12	12	13	15	16	18	19	23	24	26	27	34	35	37	38	52	53	56	57			6
Múltiple		▽		*								++		++		++		++		++		++		++		++		++		++		++		++		++		++		++				
		Menor de 4.0		4.0		X		6.5		10		15		25		40		65		X		100		X		150		X		250		X		400		X		650		X		1000		
		Niveles de calidad aceptable (inspección rigurosa)																																										

▽ = Utilícese el siguiente tamaño de muestra correspondiente a otra letra clave para la cual estén disponibles números de aceptación y rechazo

Ac = Número de aceptación

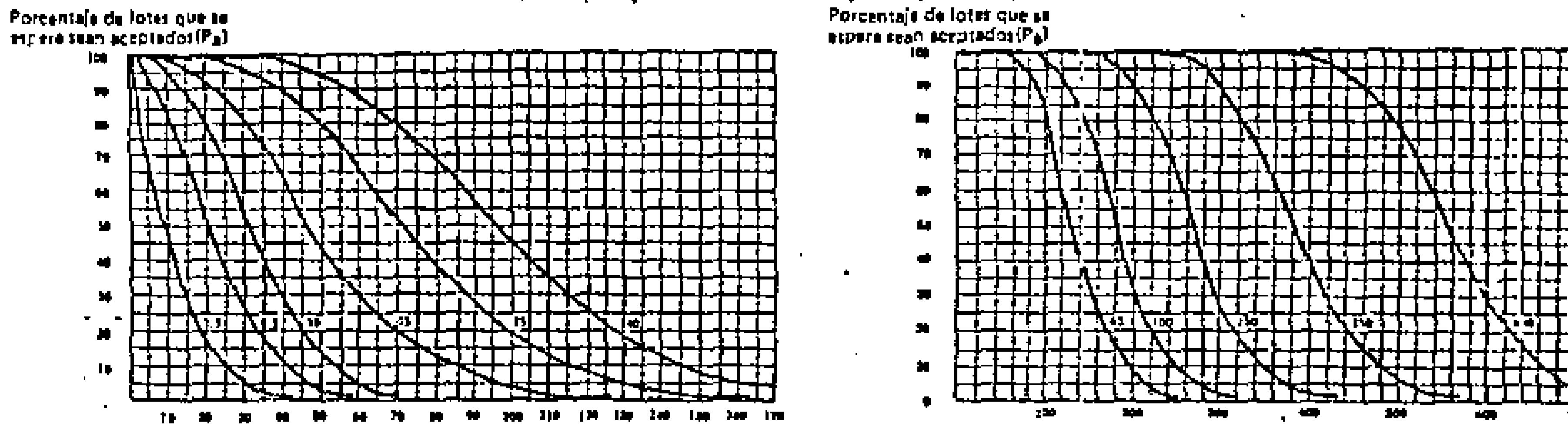
Re = Número de rechazo

* = Utilícese el plan de muestreo sencillo precedente, o bien utilícese la letra F.

++ = Utilícese el plan de muestreo doble precedente, o bien utilícese la letra D.

TABLA X-D Tamaño de la muestra correspondiente a la letra clave D

GRAFICA D Curvas de operación características para planes de muestreo sencillos (Las curvas para muestreos doble y múltiple son equivalentes)



CALIDAD DE LOS LOTES (p en porcentaje de defectuosas para NCA ≤ 10; y en defectos por cien unidades para NCA > 10)

Nota: Los valores sobre las curvas corresponden a los NCA para inspección normal

TABLA X-D-1 Valores tabulados para las curvas de operación características para planes de muestreo sencillos

P_a	Niveles de calidad aceptable (inspección normal)																		
	1.5	6.5	10	1.5	6.5	10	15	25	40	X	65	X	100	X	150	X	250	X	400
	p (en porcentaje de defectuosas)			p (en defectos por cien unidades)															
99.0	0.13	2.00	6.00	0.13	1.86	5.45	10.3	22.3	36.3	43.8	59.6	76.2	91.5	129	157	215	244	355	396
95.0	0.64	2.64	11.1	0.64	4.44	10.2	17.1	32.7	49.8	58.7	77.1	96.1	115	156	186	249	281	399	412
90.0	1.31	6.88	14.7	1.31	6.65	13.8	21.6	39.4	58.2	67.9	87.8	108	127	171	203	268	301	424	458
75.0	3.53	12.1	22.1	3.60	12.0	21.6	31.7	52.7	74.5	85.5	108	130	153	199	234	301	339	468	501
50.0	8.30	20.1	32.1	8.66	21.0	33.4	45.9	70.9	95.9	108	133	158	183	233	271	346	383	521	558
25.0	15.9	30.3	43.3	17.3	33.7	49.0	63.9	92.8	121	135	163	190	215	272	312	392	432	577	617
10.0	25.0	40.6	53.9	28.8	48.6	66.5	83.5	116	147	162	193	222	251	309	352	437	478	631	672
5.0	31.2	47.1	59.9	37.5	59.3	78.7	96.9	131	164	180	212	243	274	334	378	465	509	665	707
1.0	43.8	58.8	70.7	57.6	83.0	105	126	164	200	218	252	285	314	382	429	522	568	732	776
	2.5	10	X	2.5	10	15	25	40	X	65	X	100	X	150	X	250	X	400	X
	Niveles de calidad aceptable (inspección rigurosa)																		

Nota: Se ha usado la distribución binominal para los cálculos de porcentaje de defectuosas y la distribución de Poisson para los cálculos de defectos por cien unidades

TABLA X-D-2 Planes de muestreo para el tamaño de la muestra correspondiente a la letra clave D

Tipo de plan de muestreo	Tamaño de la muestra acumulado	Niveles de calidad aceptable (inspección normal)																					Tamaño de la muestra acumulado
		Menor de 1.5	1.5	2.5	X	4.0	6.5	10	15	25	40	X	65	X	100	X	150	X	250	X	400	Mayor de 400	
		Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	
Sencillo	8	▽	0 1	Usese Letra C	Usese Letra F	Usese Letra E	1 2	2 3	3 4	5 6	7 8	8 9	10 11	12 13	14 15	18 19	21 22	27 28	30 31	41 42	44 45	△	8
Doble	5	▽	*				0 2	0 3	1 4	2 5	3 7	3 7	5 9	6 10	7 11	9 14	11 16	15 20	17 22	23 29	25 31	△	5
	10						1 2	3 4	4 5	6 7	8 9	11 12	12 13	15 16	18 19	23 24	26 27	34 35	37 38	52 53	56 57		10
Múltiple	2	▽	*				# 2	# 2	# 3	# 4	0 4	0 4	0 5	0 6	1 7	1 8	2 9	3 10	4 12	6 15	6 16	△	2
	4						# 2	0 3	0 3	1 5	1 6	2 7	3 8	3 9	4 10	6 12	7 14	10 17	11 19	16 25	17 27		4
	6						0 2	0 3	1 4	2 6	3 8	4 9	6 10	7 12	8 13	11 17	13 19	17 24	19 27	26 36	29 39		6
	8						0 3	1 4	2 5	3 7	5 10	6 11	8 13	10 15	12 17	16 22	19 25	24 31	27 34	37 46	40 49		8
	10						1 3	2 4	3 6	5 8	7 11	9 12	11 15	14 17	17 20	22 25	25 29	32 37	36 40	49 55	53 58		10
	12						1 3	3 5	4 6	7 9	10 12	12 14	14 17	18 20	21 23	27 29	31 33	40 43	45 47	61 64	65 68		12
	14						2 3	4 5	6 7	9 10	13 14	14 15	18 19	21 22	25 26	32 33	37 38	48 49	53 54	72 73	77 78		14
		Menor de 2.5	2.5	X	4.0	6.5	10	15	25	40	X	65	X	100	X	150	X	250	X	400	X	Mayor de 400	
		Niveles de calidad aceptable (inspección rigurosa)																					

△ = Utilícese el precedente tamaño de muestra correspondiente a otra letra clave para la cual estén disponibles números de aceptación y rechazo

▽ = Utilícese el siguiente tamaño de muestra correspondiente a otra letra clave para la cual estén disponibles números de aceptación y rechazo

Ac = Número de aceptación

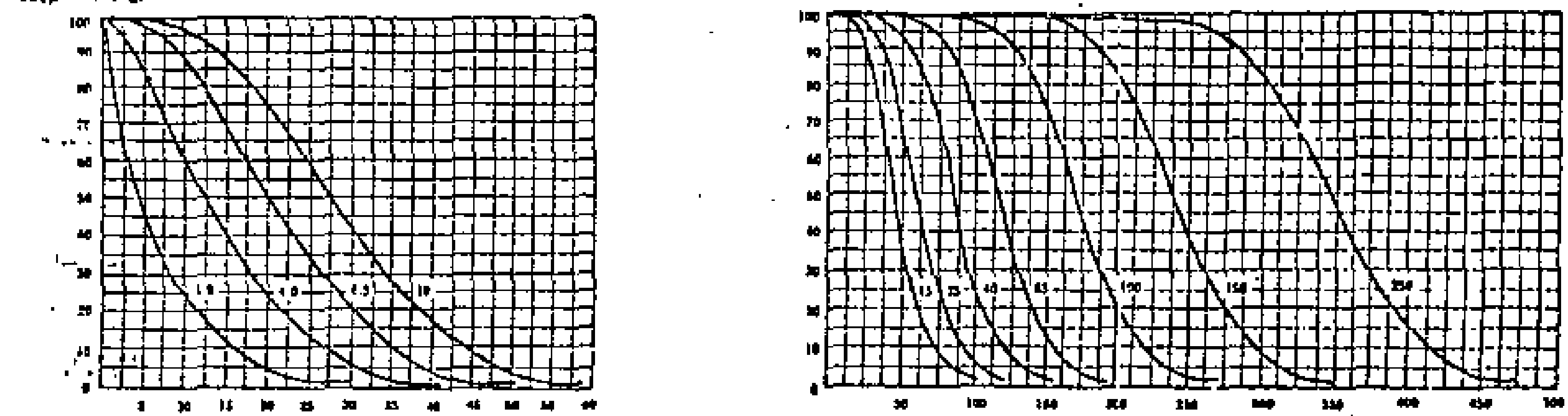
Re = Número de rechazo

* = Utilícese el plan de muestreo sencillo precedente, o bien utilícese la letra Q.

\# = No se permite la aceptación para ese tamaño de muestra

TABLA X-E Tamaño de la muestra correspondiente a la letra clave E

GRAFICA E Curvas de operación características para planes de muestreo sencillos
(Las curvas para muestreos doble y múltiple son equivalentes)



CALIDAD DE LOS LOTES (p en porcentaje de defectuosas para NCA ≤ 10; y en defectos por cien unidades para NCA > 10)

Nota: Los valores sobre las curvas corresponden a los NCA para inspección normal.

TABLA X-E-1 Valores tabulados para las curvas de operación características para planes de muestreo sencillos.

P_a	Niveles de calidad aceptable (Inspección normal)																			
	1.0	4.0	6.5	10	1.0	2.5	6.5	10	15	25	X	40	X	55	X	100	X	150	X	250
	p (en porcentaje de defectuosas)				p (en defectos por cien unidades)															
99.0	0.077	1.19	3.63	7.00	0.078	1.15	3.35	6.33	13.7	22.4	27.0	36.7	46.9	57.5	79.6	96.7	132	150	219	[illegible]
95.0	0.394	2.81	6.63	11.3	0.395	2.73	6.29	10.5	20.1	30.6	34.1	47.5	59.2	71.1	95.7	115	153	173	246	[illegible]
90.0	0.807	4.36	8.80	14.2	0.808	4.09	8.49	13.4	24.2	35.0	41.8	54.0	66.5	79.2	105	125	165	185	263	242
75.0	2.19	7.41	13.4	19.9	2.22	7.39	13.3	19.5	32.5	45.8	52.6	66.3	80.2	94.1	122	144	187	220	288	310
50.0	7.13	12.6	20.0	27.5	5.33	12.9	20.6	28.2	43.6	59.0	66.7	82.1	97.5	113	144	168	213	236	321	344
25.0	10.6	19.4	28.0	36.2	10.7	20.7	30.2	39.3	57.1	74.5	83.1	100	117	134	167	192	241	266	355	379
10.0	16.2	26.8	36.0	44.4	17.7	29.9	40.9	51.4	71.3	90.5	100	119	137	155	190	217	269	295	388	414
5.0	20.6	31.6	41.0	49.5	23.0	38.5	48.4	59.6	83.9	101	111	130	150	168	205	233	286	313	409	4.5
1.0	29.8	43.5	50.6	58.7	35.4	51.1	64.2	77.3	101	123	134	155	176	154	235	264	321	349	450	477
	1.5	6.5	10	X	1.5	6.5	10	15	25	X	40	X	65	X	100	X	150	X	250	X
	Niveles de calidad aceptable (Inspección rigurosa)																			

Nota: En el cálculo del porcentaje de defectuosas se ha empleado la distribución binominal; en el número de defectos por cien unidades la de Poisson.

TABLA X-E-2 Planes de muestreo para el tamaño de la muestra correspondiente a la letra clave E

Tipo de plan de muestreo	Tamaño de la muestra acumulado	Niveles de calidad aceptable (inspección normal)																					Tamaño de la muestra acumulado
		Menor de 1.0	1.0	1.5	X	2.5	4.0	6.5	10	15	25	X	40	X	65	X	100	X	150	X	250	Mayor de 250	
		Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	
Sencillo	13	▽	0 1	Úsese Letra D	Úsese Letra G	Úsese Letra F	1 2	2 3	3 4	5 6	7 8	8 9	10 11	12 13	14 15	18 19	21 22	27 28	30 31	41 42	44 45	△	13
Doble	8	▽	*				0 2	0 3	1 4	2 5	3 7	3 7	5 9	6 10	7 11	9 14	11 16	15 20	17 22	23 29	25 31	△	8
	16						1 2	3 4	4 5	6 7	8 9	11 12	12 13	15 16	18 19	23 24	26 27	34 35	37 38	52 53	56 57		16
Múltiple	3	▽	*				# 2	# 2	# 3	# 4	0 4	0 4	0 5	0 6	1 7	1 8	2 9	3 10	4 12	6 15	6 16	△	3
	6						# 2	0 3	0 3	1 5	1 6	2 7	3 8	3 9	4 10	6 12	7 14	10 17	11 19	16 25	17 27		6
	9						0 2	0 3	1 4	2 6	3 8	4 9	6 10	7 12	8 13	11 17	13 19	17 24	19 27	26 34	29 39		9
	12						0 3	1 4	2 5	3 7	5 10	6 11	8 13	10 15	12 17	16 22	19 25	24 31	27 34	37 46	40 49		12
	15						1 3	2 4	3 6	5 8	7 11	9 12	11 15	14 17	17 20	22 25	25 29	32 37	36 40	49 55	53 58		15
	18						1 3	3 5	4 6	7 9	10 12	13 14	14 17	18 20	21 23	27 29	31 33	40 43	45 47	61 64	65 68		18
	21						2 3	4 5	6 7	9 10	13 14	14 15	18 19	21 22	25 26	32 33	37 38	48 49	53 54	72 73	77 78		21
		Menor de 1.5	1.5	X	2.5	4.0	6.5	10	15	25	X	40	X	65	X	100	X	150	X	250	X	Mayor de 250	
		Niveles de calidad aceptable (inspección rigurosa)																					

△ = Utilícese el precedente tamaño de muestra correspondiente a otra letra clave para la cual estén disponibles números de aceptación y rechazo

▽ = Utilícese el siguiente tamaño de muestra correspondiente a otra letra clave para la cual estén disponibles números de aceptación y rechazo

Ac = Número de aceptación

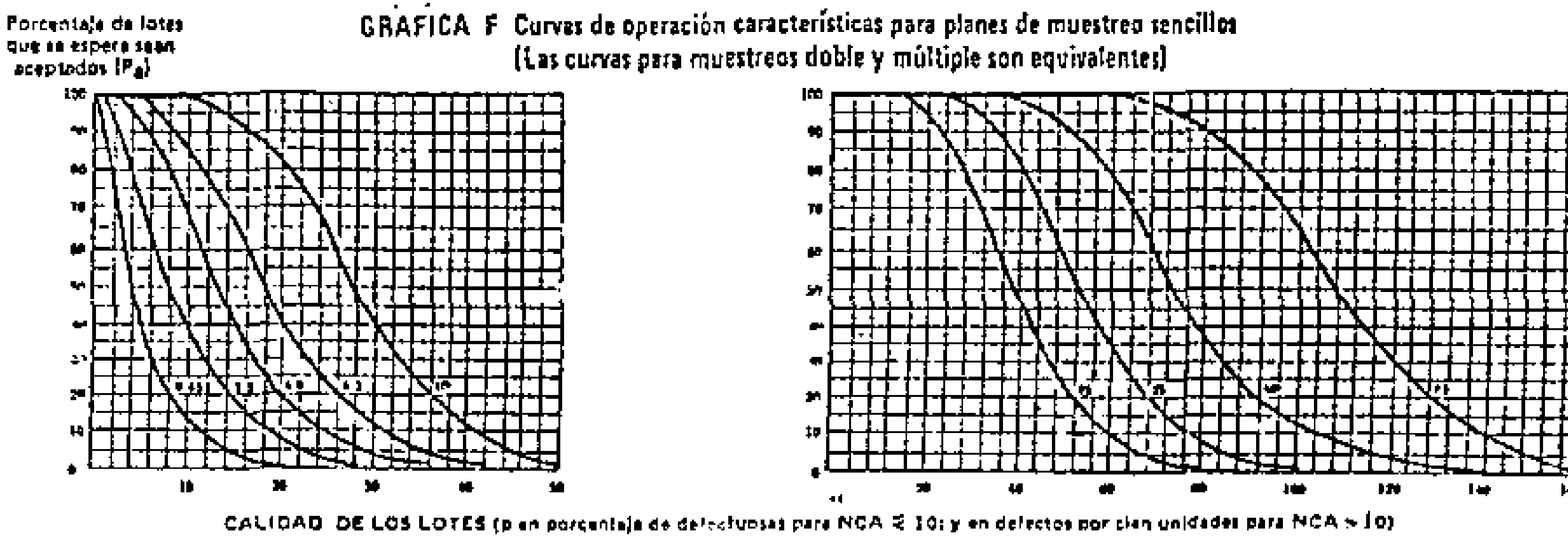
Re = Número de rechazo

* = Utilícese el plan de muestreo sencillo precedente, o bien utilícese la letra H.

\# = No se permite la aceptación para ese tamaño de muestra.

TABLA X-F Tamaño de la muestra correspondiente a la letra clave F

GRAFICA F Curvas de operación características para planes de muestreo sencillos (Las curvas para muestreos doble y múltiple son equivalentes)



Nota: Los valores sobre las curvas corresponden a los NCA para inspección normal

TABLA X-F-1 Valores tabulados para las curvas de operación características para planes de muestreo sencillos

P_a	Niveles de calidad aceptable (inspección normal)																
	0.65	2.5	4.0	6.5	10	0.65	2.5	4.0	6.5	10	15	X	25	X	40	X	65
	p (en porcentaje de defectuosas)					p (en defectos por cien unidades)											
99.0	0.050	0.75	2.25	4.31	9.75	0.051	0.75	2.18	4.12	8.92	14.5	17.5	23.9	30.5	37.4	51.7	62.9
95.0	0.256	1.80	4.22	7.13	14.0	0.257	1.78	4.09	6.83	13.1	19.9	23.5	30.8	38.5	46.2	62.2	74.5
90.0	0.525	2.69	5.64	9.03	16.6	0.527	2.66	5.51	8.73	15.8	23.3	27.2	35.1	43.2	51.5	68.4	81.2
75.0	1.43	4.81	8.70	12.8	21.6	1.44	4.81	8.68	12.7	21.2	29.0	34.2	43.1	52.1	61.2	79.5	93.4
50.0	3.41	8.25	13.1	18.1	27.9	3.47	8.39	13.4	18.4	28.4	38.3	43.3	53.3	63.3	73.3	93.3	108
25.0	6.70	12.9	18.7	24.2	34.8	6.93	13.5	19.6	25.5	37.1	48.6	54.0	65.1	76.1	87.0	109	125
10.0	10.9	18.1	24.5	30.6	41.5	11.5	19.5	26.6	33.4	46.4	58.9	64.0	77.0	88.9	101	124	144
5.0	13.9	21.6	28.3	34.4	45.6	15.0	23.7	31.5	38.8	52.6	65.7	72.2	86.0	97.2	109	133	154
1.0	20.6	28.9	35.6	42.0	53.4	23.0	33.2	42.0	50.2	65.5	80.0	87.0	101	114	127	153	172
	1.0	4.0	6.5	10	X	1.0	4.0	6.5	10	15	X	25	X	40	X	65	X
	Niveles de calidad aceptable (inspección rigurosa)																

Nota: En el cálculo del porcentaje de defectuosas se ha empleado la distribución binominal; en el número de defectos por cien unidades la de Poisson

TABLA X-F-2 Planes de muestreo para el tamaño de la muestra correspondiente a la letra clave F

Tipo de plan de muestreo	Tamaño de la muestra acumulado	Menor de 0.65 Ac	Menor de 0.65 Re	0.65 Ac	0.65 Re	1.0 Ac	1.0 Re	X Ac	X Re	1.5 Ac	1.5 Re	2.5 Ac	2.5 Re	4.0 Ac	4.0 Re	6.5 Ac	6.5 Re	10 Ac	10 Re	15 Ac	15 Re	X Ac	X Re	25 Ac	25 Re	X Ac	X Re	40 Ac	40 Re	X Ac	X Re	65 Ac	65 Re	Mayor de 65 Ac	Mayor de 65 Re	Tamaño de la muestra acumulado
Sencillo	20	▽		0	1	Úsese Letra E		Úsese Letra H		Úsese Letra G		1	2	2	3	3	4	5	6	7	8	8	9	10	11	12	13	14	15	18	19	21	22	△		20
Doble	13	▽		*								0	2	0	3	1	4	2	5	3	7	4	7	5	9	6	10	7	11	9	14	11	16	△		13
	26											1	2	3	4	4	5	6	7	8	9	11	12	12	13	15	16	18	19	23	24	26	27			26
Múltiple	5	▽		*								#	2	#	2	#	3	#	4	0	4	0	4	0	5	0	6	1	7	1	8	2	9	△		5
	10											#	2	0	3	0	3	1	5	1	6	2	7	3	8	3	9	4	10	6	12	7	14			10
	15											0	2	0	3	1	4	2	6	3	8	4	9	6	10	7	12	8	13	11	17	13	19			15
	20											0	3	1	4	2	5	3	7	5	10	6	11	8	13	10	15	12	17	16	22	19	25			20
	25											1	3	2	4	3	6	5	8	7	11	9	12	11	15	14	17	17	20	22	25	25	29			25
	30											1	3	3	5	4	6	7	9	10	12	12	14	14	17	18	20	21	23	27	29	31	33			30
	35											2	3	4	5	6	7	9	10	13	14	14	15	18	19	21	22	25	26	32	33	37	38			35
		Menor de 1.0		1.0		X		1.5		2.5		4.0		6.5		10		15		X		25		X		40		X		65		X		Mayor de 65		

Niveles de calidad aceptable (Inspección normal) — encabezado superior; Niveles de calidad aceptable (Inspección rigurosa) — fila inferior.

△ = Utilícese el precedente tamaño de muestra correspondiente a otra letra clave para la cual estén disponibles números de aceptación y rechazo.

▽ = Utilícese el siguiente tamaño de muestra correspondiente a otra letra clave para la cual estén disponibles números de aceptación y rechazo.

Ac = Número de aceptación

Re = Número de rechazo

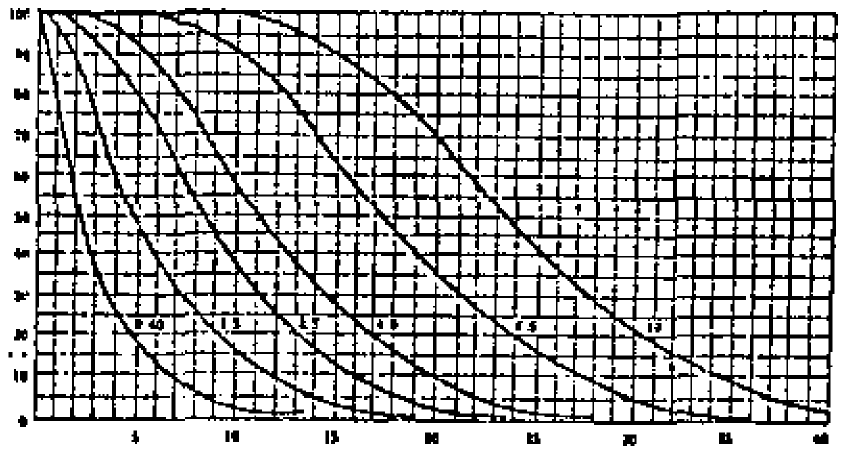
* = Utilícese el plan de muestreo sencillo precedente, o bien utilícese la letra J

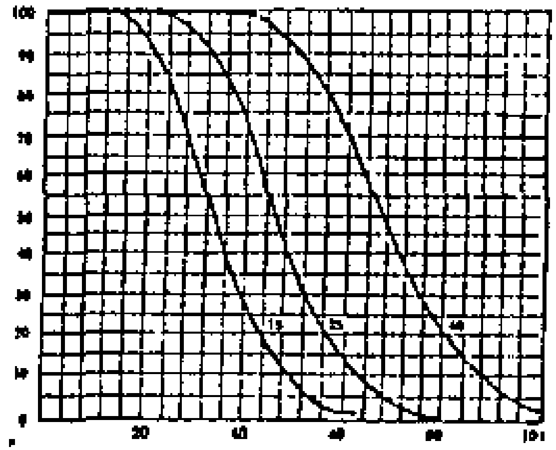
= No se permite la aceptación para ese tamaño de muestra

TABLA X-G Tamaño de la muestra correspondiente a la letra clave G

Porcentaje de lotes que se espera sean aceptados (Pa)

GRAFICA G Curvas de operación características para planes de muestreo sencillos
(Las curvas para muestreos doble y múltiple son equivalentes)





CALIDAD DE LOS LOTES (p en porcentaje de defectuosas para NCA ≤ 10; y en defectos por cien unidades para NCA > 10)
Nota: Los valores sobre las curvas corresponden a los NCA para inspección normal.

TABLA X-G-1 Valores tabulados para las curvas de operación características para planes de muestreo sencillos

P_a	Niveles de calidad aceptable (inspección normal)																	
	0.40	1.5	2.5	4.0	6.5	10	0.40	1.5	2.5	4.0	6.5	10	X	15	X	25	X	40
	p (en porcentaje de defectuosas)						p (en defectos por cien unidades)											
99.0	0.032	0.475	1.38	2.63	5.94	9.75	0.032	0.466	1.36	2.57	5.57	9.08	11.0	14.9	19.1	23.4	32.3	39.3
95.0	0.161	1.13	2.59	4.39	8.50	13.1	0.160	1.10	2.55	4.26	8.16	12.4	14.1	19.3	24.0	28.9	38.9	46.5
90.0	0.329	1.67	3.50	5.56	10.2	15.1	0.328	1.66	3.46	5.45	9.85	14.6	17.0	21.9	27.0	32.2	42.7	50.0
75.0	0.895	3.01	5.42	7.98	13.4	19.0	0.900	3.00	5.39	7.92	13.2	18.6	21.4	26.9	32.6	38.2	49.7	58.4
50.0	2.14	5.19	8.27	11.4	17.5	23.7	2.16	5.24	8.35	11.5	17.7	24.0	27.1	33.3	39.6	45.8	58.3	67.7
25.0	4.23	8.19	11.9	15.6	22.3	29.0	4.33	8.41	12.3	16.0	23.2	30.3	33.8	40.7	47.6	54.4	67.9	78.0
10.0	6.94	11.6	15.8	19.7	27.1	34.1	7.19	12.7	16.6	20.9	29.0	36.8	40.6	48.1	55.6	62.9	77.4	88.1
5.0	8.94	14.0	18.4	22.5	30.1	37.2	9.36	14.8	19.7	24.2	32.9	41.1	45.1	53.0	60.8	68.4	83.4	94.5
1.0	13.5	19.0	23.7	28.0	35.9	43.3	14.4	20.7	26.3	31.4	41.0	50.0	54.4	63.0	71.3	79.5	95.6	107
	0.65	2.5	4.0	6.5	10	X	0.65	2.5	4.0	6.5	10	X	15	X	25	X	40	X
	Niveles de calidad aceptable (inspección rigurosa)																	

Nota: En el cálculo del porcentaje de defectuosas se ha empleado la distribución binominal; en el número de defectos por cien unidades la de Poisson.

TABLA X-G-2 Planes de muestreo para el tamaño de la muestra correspondiente a la letra clave G

Tipo de plan de muestreo	Tamaño de la muestra acumulada	Niveles de calidad aceptable (Inspección normal)																																		Tamaño de la muestra acumulada
		Menor de 0.40		0.40		0.65				1.0		1.5		2.5		4.0		6.5		10				15				25				40		Mayor de 40		
		Ac	Re	Ac	Re	Ac	Re	Ac	Re	Ac	Re	Ac	Re	Ac	Re	Ac	Re	Ac	Re	Ac	Re	Ac	Re	Ac	Re	Ac	Re	Ac	Re	Ac	Re	Ac	Re	Ac	Re	
Sencillo	32	▽		0	1	Úsese Letra F		Úsese Letra J		Úsese Letra H		1	2	2	3	3	4	5	6	7	8	8	9	10	11	12	13	14	15	18	19	21	22	△		32
Doble	20	▽		*								0	2	0	3	1	4	2	5	3	7	3	7	5	9		10	7	11	9	14	11	16	△		20
	40											1	2	3	4	4	5	6	7	8	9	11	12	12	13	15	16	18	19	23	24	26	27			40
Múltiple	8	▽		*								#	2	#	2	#	3	#	4	0	4	0	4	0	5	0	6	1	7	1	8	2	9	△		8
	16											#	2	0	3	0	3	1	5	1	6	2	7	3	8	3	9	4	10	6	12	7	14			16
	24											0	2	0	3	1	4	2	6	3	8	4	9	6	10	7	12	8	13	11	17	13	19			24
	32											0	3	1	4	2	5	3	7	5	10	6	11	8	13	10	15	12	17	16	22	19	25			32
	40											1	3	2	4	3	6	5	8	7	11	9	12	11	15	14	17	17	20	22	25	25	29			40
	48											1	3	3	5	4	6	7	9	10	12	12	14	14	17	18	20	21	23	27	29	31	33			48
	56											2	3	4	5	6	7	9	10	13	14	14	15	18	19	21	22	25	26	32	33	37	38			56
		Menor de 0.65		0.65				1.0		1.5		2.5		4.0		6.5		10				15				25				40				Mayor de 40		
		Niveles de calidad aceptable (Inspección rigurosa)																																		

△ = Utilícese el precedente tamaño de muestra correspondiente a otra letra clave para la cual están disponibles números de aceptación y rechazo

▽ = Utilícese el siguiente tamaño de muestra correspondiente a otra letra clave para la cual están disponibles números de aceptación y rechazo

Ac = Número de aceptación

Re = Número de rechazo

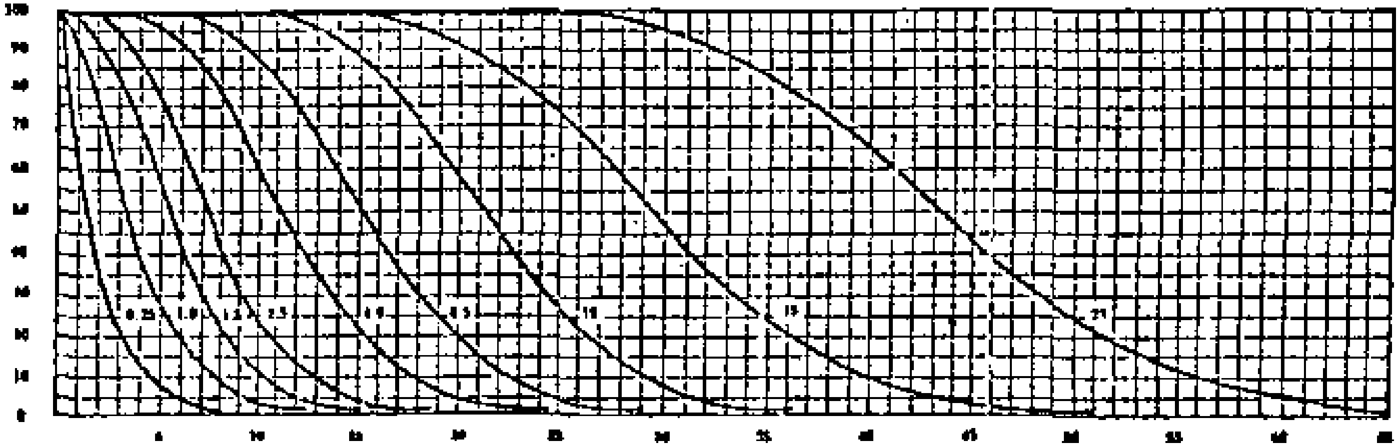
* = Utilícese el plan de muestreo sencillo precedente, o bien utilícese la letra K

\# = No se permite la aceptación para ese tamaño de muestra.

TABLA X-H Tamaño de la muestra correspondiente a la letra clave H

GRAFICA H Curvas de operación características para planes de muestreo sencillos

(Las curvas para muestreos doble y múltiple son equivalentes)



CALIDAD DE LOS LOTES (p, en porcentaje de defectuosas para NCA ≤10; y en defectos por cien unidades para NCA >10)

Nota: Los valores sobre las curvas corresponden a los NCA para inspección normal

TABLA X-H-1 Valores tabulados para las curvas de operación características para planes de muestreo sencillos

P_a	Niveles de calidad aceptable (inspección normal)																			
	0.25	1.0	1.5	2.5	4.0	6.5	X	10	0.25	1.0	1.5	2.5	4.0	6.5	X	10	X	15	X	25
	p (en porcentaje de defectuosas)								p (en defectos por cien unidades)											
99.0	0.020	0.306	0.888	1.69	3.66	6.06	7.41	11.1	0.020	0.298	0.872	1.65	3.57	5.81	7.01	9.54	12.8	15.8	20.7	25.1
95.0	0.103	0.712	1.66	2.77	5.34	8.20	9.74	12.9	0.103	0.710	1.64	2.73	5.23	7.96	9.39	12.3	15.4	18.5	24.9	29.8
90.0	0.210	1.07	2.23	3.54	6.42	9.53	11.2	14.5	0.210	1.06	2.23	3.49	6.30	9.31	10.9	14.0	17.3	20.8	27.3	32.5
75.0	0.574	1.92	3.46	5.09	8.51	12.0	13.8	17.5	0.576	1.92	3.45	5.07	8.44	11.9	13.7	17.2	20.8	24.5	31.8	37.6
50.0	1.38	3.33	5.31	7.30	11.3	15.2	17.2	21.2	1.39	3.36	5.35	7.34	11.3	15.3	17.3	21.6	25.3	29.3	37.3	43.1
25.0	2.74	5.30	7.70	10.9	14.5	18.6	21.0	25.2	2.77	5.39	7.84	10.2	14.8	19.4	21.6	26.0	30.4	34.8	43.5	47.9
10.0	4.50	7.56	10.3	12.9	17.8	22.4	24.7	29.1	4.61	7.78	10.6	13.4	18.6	23.5	26.0	30.8	35.6	40.3	49.5	56.[illegible]
5.0	5.82	9.13	12.1	14.8	19.8	24.7	27.0	31.6	5.99	9.49	12.6	15.5	21.0	26.3	28.9	33.9	38.9	43.8	53.4	60.[illegible]
1.0	8.80	12.5	15.9	18.8	24.3	29.2	31.7	36.3	9.21	13.3	16.8	20.1	26.2	32.0	34.8	40.3	45.6	50.9	61.[illegible]	68.[illegible]
	0.40	1.5	2.5	4.0	6.5	X	10	X	0.40	1.5	2.5	4.0	6.5	X	10	X	15	X	25	X
	Niveles de calidad aceptable (inspección rigurosa)																			

Nota: En el cálculo del porcentaje de defectuosas se ha empleado la distribución binomial; en el número de defectos por cien unidades la de Poisson

TABLA X-H-2 Planes de muestreo para el tamaño de la muestra correspondiente a la letra clave H

Tipo de plan de muestreo	Tamaño de la muestra acumulado	Niveles de calidad aceptable (inspección normal)																	Tamaño de la muestra acumulado
		Menor de 0.25	0.25	0.40	X	0.65	1.0	1.5	2.5	4.0	6.5	X	10	X	15	X	25	Mayor de 25	
		Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	
Sencillo	50	▽	0 1	Usese Letra G	Usese Letra K	Usese Letra J	1 2	2 3	3 4	5 6	7 8	8 9	10 11	12 13	14 15	18 19	21 22	△	50
Doble	32	▽	*				0 2	0 3	1 4	2 5	3 7	3 7	5 9	6 10	7 11	9 14	11 16	△	32
	64						1 2	3 4	4 5	6 7	8 9	11 12	12 13	15 16	18 19	23 24	26 27		64
Múltiple	13	▽	*				# 2	# 2	# 3	# 4	0 4	0 4	0 5	0 6	1 7	1 8	2 9	△	13
	26						# 2	0 3	0 3	1 5	1 6	2 7	3 8	3 9	4 10	6 12	7 14		26
	39						0 2	0 3	1 4	2 6	3 8	4 9	6 10	7 12	8 13	11 17	13 19		39
	52						0 3	1 4	2 5	3 7	5 10	6 11	8 13	10 15	12 17	16 22	19 25		52
	65						1 3	2 4	3 6	5 8	7 11	9 12	11 15	14 17	17 20	22 25	25 29		65
	78						1 3	3 5	4 6	7 9	10 12	12 14	14 17	18 20	21 23	27 29	31 33		78
	91						2 3	4 5	6 7	9 10	13 14	14 15	18 19	21 22	25 26	32 33	37 38		91
		Menor de 0.40	0.40	X	0.65	1.0	1.5	2.5	4.0	6.5	X	10	X	15	X	25	X	Mayor de 25	
		Niveles de calidad aceptable (inspección rigurosa)																	

△ = Utilícese el precedente tamaño de muestra correspondiente a otra letra clave para la cual estén disponibles números de aceptación y rechazo

▽ = Utilícese el siguiente tamaño de muestra correspondiente a otra letra clave para la cual estén disponibles números de aceptación y rechazo

Ac = Número de aceptación

Re = Número de rechazo

* = Utilícese el plan de muestreo sencillo precedente, o bien utilícese la letra L

= No se permite la aceptación para este tamaño de muestra.

H

TABLA X-J-2 Planes de muestreo para el tamaño de la muestra correspondiente a la letra clave J

Tipo de plan de muestreo	Tamaño de la muestra acumulado	Niveles de calidad aceptable (inspección normal)																	Tamaño de la muestra acumulado
		Menor de 0.15	0.15	0.25	X	0.40	0.65	1.0	1.5	2.5	4.0	X	6.5	X	10	X	15	Mayor de 15	
		Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	
Sencillo	80	▽	0 1	Úsese Letra H	Úsese Letra L	Úsese Letra K	1 2	2 3	3 4	5 6	7 8	8 9	10 11	12 13	14 15	18 19	21 22	△	80
Doble	50	▽	*				0 2	0 3	1 4	2 5	3 7	3 7	5 9	6 10	7 11	9 14	11 16	△	50
	100						1 2	3 4	4 5	6 7	8 9	11 12	12 13	15 16	18 19	23 24	26 27		100
Múltiple	20	▽	*				# 2	# 2	# 3	# 4	0 4	0 4	0 5	0 6	1 7	1 8	2 9	△	20
	40						# 2	0 3	0 3	1 5	1 6	2 7	3 8	3 9	4 10	6 12	7 14		40
	60						0 2	0 3	1 4	2 6	3 8	4 9	6 10	7 12	8 13	11 17	13 19		60
	80						0 3	1 4	2 5	3 7	5 10	6 11	8 13	10 15	12 17	16 22	19 25		80
	100						1 3	2 4	3 6	5 8	7 11	9 12	11 15	14 17	17 20	22 25	25 29		100
	120						1 3	3 5	4 6	7 9	10 12	12 14	14 17	18 20	21 23	27 29	31 33		120
	140						2 3	4 5	6 7	9 10	13 14	14 15	18 19	21 22	25 26	32 33	37 38		140
		Menor de 0.25	0.25	X	0.40	0.65	1.0	1.5	2.5	4.0	X	6.5	X	10	X	15	X	Mayor de 15	
		Niveles de calidad aceptable (inspección rigurosa)																	

△ = Utilícese el precedente tamaño de muestra correspondiente a otra letra clave para la cual estén disponibles números de aceptación y rechazo

▽ = Utilícese el siguiente tamaño de muestra correspondiente a otra letra clave para la cual estén disponibles números de aceptación y rechazo

Ac = Número de aceptación

Re = Número de rechazo

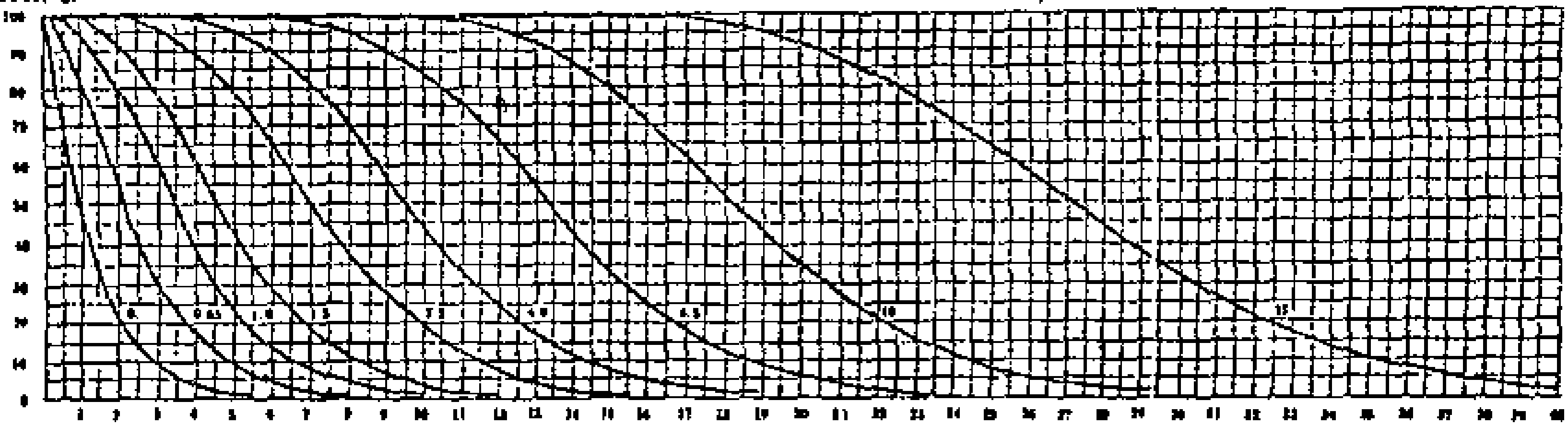
* = Utilícese el plan de muestreo sencillo precedente, o bien utilícese la letra M.

\# = No se permite la aceptación para ese tamaño de muestra.

TABLA X-J Tamaño de la muestra correspondiente a la letra clave J

GRAFICA J Curvas de operación características para planos de muestreo sencillos
(Las curvas para muestreos doble y múltiple son equivalentes)

Porcentaje de lotes que se espera sean aceptados (P_a)



CALIDAD DE LOS LOTES (p en porcentaje de defectuosos para NCA ≤ 10; y en defectos por cien unidades para NCA > 10)

Nota: Los valores sobre las curvas corresponden a los NCA para inspección normal.

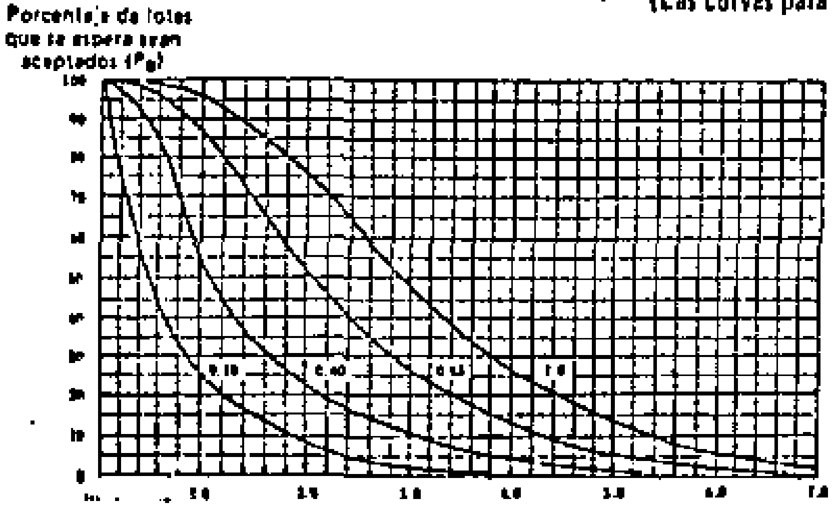
TABLA X-J-1 Valores tabulados para las curvas de operación características para planes de muestreo sencillos

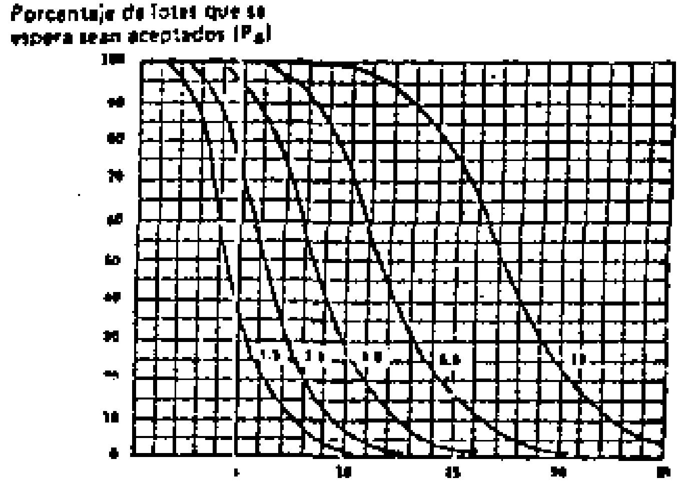
P_a	Niveles de calidad aceptable (inspección normal)																					
	0.15	0.65	1.0	1.5	2.5	4.0	X	6.5	X	10	0.15	0.65	1.0	1.5	2.5	4.0	X	6.5	X	10	X	15
	p (en porcentaje de defectuosos)										p (en defectos por cien unidades)											
99.0	0.013	0.186	0.550	1.05	2.30	3.72	4.50	6.13	7.88	9.75	0.013	0.186	0.545	1.03	2.23	3.63	4.38	5.96	7.62	9.35	12.9	15.7
95.0	0.064	0.444	1.03	1.73	3.32	5.06	5.98	7.91	9.89	11.9	0.064	0.444	1.02	1.71	3.27	4.98	5.87	7.71	9.61	11.6	15.6	18.6
90.0	0.132	0.666	1.38	2.20	3.98	5.91	6.91	8.95	11.0	13.2	0.131	0.665	1.38	2.18	3.94	5.82	6.79	8.78	10.8	12.9	17.1	20.3
75.0	0.359	1.202	2.16	3.18	5.30	7.50	8.47	10.9	13.2	15.5	0.360	1.20	2.16	3.17	5.27	7.45	8.55	10.8	13.0	15.3	19.9	23.6
50.0	0.863	2.09	3.33	4.57	7.06	9.55	10.8	13.3	15.8	18.3	0.866	2.10	3.34	4.59	7.09	9.59	10.8	13.3	15.8	18.3	23.3	27.1
25.0	1.72	3.33	4.84	6.31	9.14	11.9	13.3	16.0	18.6	21.3	1.73	3.37	4.90	6.39	9.28	12.1	13.5	16.3	19.0	21.8	27.2	31.2
10.0	2.84	4.78	6.52	8.16	11.3	14.2	15.7	18.6	21.4	24.2	2.88	4.86	6.65	8.35	11.6	14.7	16.2	19.3	22.2	25.2	30.9	35.2
5.0	3.68	5.80	7.66	9.39	12.7	15.8	17.3	20.3	23.2	26.0	3.75	5.93	7.87	9.69	13.1	16.4	18.0	21.2	24.3	27.4	33.4	37.8
1.0	5.59	8.00	10.1	12.0	15.6	18.9	20.5	23.6	26.5	29.5	5.76	8.30	10.5	12.6	16.4	20.0	21.8	25.2	28.5	31.8	38.7	42.9
	0.25	1.0	1.5	2.5	4.0	X	6.5	X	10	X	0.25	1.0	1.5	2.5	4.0	X	6.5	X	10	X	15	X
	Niveles de calidad aceptable (inspección rigurosa)																					

Nota: Se ha usado la distribución binomial para los cálculos de porcentaje de defectuosos y la distribución de Poisson para los cálculos de defectos por cien unidades.

TABLA X-K Tamaño de la muestra correspondiente a la letra clave K

GRAFICA K Curvas de operación características para planes de muestreo sencillos
(Las curvas para muestreos doble y múltiple son equivalentes)





CALIDAD DE LOS LOTES (p en porcentaje de defectuosas para NCA ≤ 10; y en defectos por cien unidades para NCA > 10)

Nota: Los valores sobre las curvas corresponden a los NCA para inspección normal

TABLA X-K-1 Valores tabulados para las curvas de operación características para planes de muestreo sencillos

P_a	Niveles de calidad aceptable (inspección normal)											
	0.10	0.40	0.65	[illegible]	1.5	2.5	X	4.0	X	6.5	X	10
	p (en porcentaje de defectuosas o en defectos por cien unidades)											
99.0	0.0081	0.119	0.349	0.658	1.43	2.33	2.81	3.82	4.88	5.98	8.28	10.1
95.0	0.0410	0.284	0.654	1.09	2.09	3.19	3.76	4.94	6.15	7.40	9.95	11.9
90.0	0.0840	0.426	0.882	1.40	2.52	3.73	4.35	5.62	6.92	8.24	10.9	13.0
75.0	0.230	0.769	1.382	2.03	3.30	4.77	5.47	6.90	8.34	9.79	12.7	14.9
50.0	0.554	1.34	2.14	2.94	4.54	6.14	6.94	8.53	10.1	11.7	14.9	17.3
25.0	1.11	2.15	3.14	4.09	5.94	7.75	8.64	10.4	12.2	13.9	17.4	20.0
10.0	1.84	3.11	4.26	5.35	7.42	9.42	10.4	12.3	14.2	16.1	19.8	22.5
5.0	2.40	3.80	5.04	6.20	8.41	10.5	11.5	13.6	15.6	17.5	21.4	24.2
1.0	3.68	5.31	6.73	8.04	10.5	12.8	13.8	16.1	18.3	20.4	24.5	27.8
	0.15	0.65	1.0	1.5	2.5	X	4.0	X	6.5	X	10	X
	Niveles de calidad aceptable (inspección rigurosa)											

Nota: Todos los valores arriba mencionados están calculados en base a la distribución de Poisson como aproximación a la binominal.

TÁBLA X-K-2 Planes de muestreo para el tamaño de la muestra correspondiente a la letra clave K

Tipo de plan de muestreo	Tamaño de la muestra acumulado	Niveles de calidad aceptable (inspección normal)																													Tamaño de la muestra acumulado
		Menor de 0.10	0.10		0.15	X	0.25	0.40		0.65		1.0		1.5		2.5		X		4.0		X		6.5		X		10		Mayor de 10	
		Ac Re	Ac	Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac	Re	Ac	Re	Ac	Re	Ac	Re	Ac	Re	Ac	Re	Ac	Re	Ac	Re	Ac	Re	Ac	Re	Ac	Re	Ac Re	
Sencillo	125	▽	0	1	Úsese Letra J	Úsese Letra N	Úsese Letra L	1	2	2	3	3	4	5	6	7	8	8	9	10	11	12	13	14	15	18	19	21	22	△	125
Doble	80	▽	*					0	2	0	3	1	4	2	5	3	7	3	7	5	9	6	10	7	11	9	14	11	16	△	80
	160							1	2	3	4	4	5	6	7	8	9	11	12	12	13	15	16	18	19	23	24	26	27		160
Múltiple	32	▽	*					#	2	#	2	#	3	#	4	0	4	0	4	0	5	0	6	1	7	1	8	2	9	△	32
	64							#	2	0	3	0	3	1	5	1	6	2	7	3	8	3	9	4	10	6	12	7	14		64
	96							0	2	0	3	1	4	2	6	3	8	4	9	6	10	7	12	8	13	11	17	13	19		96
	128							0	3	1	4	2	5	3	7	5	10	6	11	8	13	10	15	12	17	16	22	19	25		128
	160							1	3	2	4	3	6	5	8	7	11	9	12	11	15	14	17	17	20	22	25	25	29		160
	192							1	3	3	5	4	6	7	9	10	12	12	14	14	17	18	20	21	23	27	29	31	33		192
	224							2	3	4	5	6	7	9	10	13	14	14	15	18	19	21	22	25	26	32	33	37	38		224
		Menor de 0.15	0.15		X	0.25	0.40	0.65		1.0		1.5		2.5		X		4.0		X		6.5		X		10		X		Mayor de 10	
		Niveles de calidad aceptable (inspección rigurosa)																													

△ = Utilícese el precedente tamaño de muestra correspondiente a otra letra clave para la cual están disponibles números de aceptación y rechazo

▽ = Utilícese el siguiente tamaño de muestra correspondiente a otra letra clave para la cual están disponibles números de aceptación y rechazo

Ac = Número de aceptación

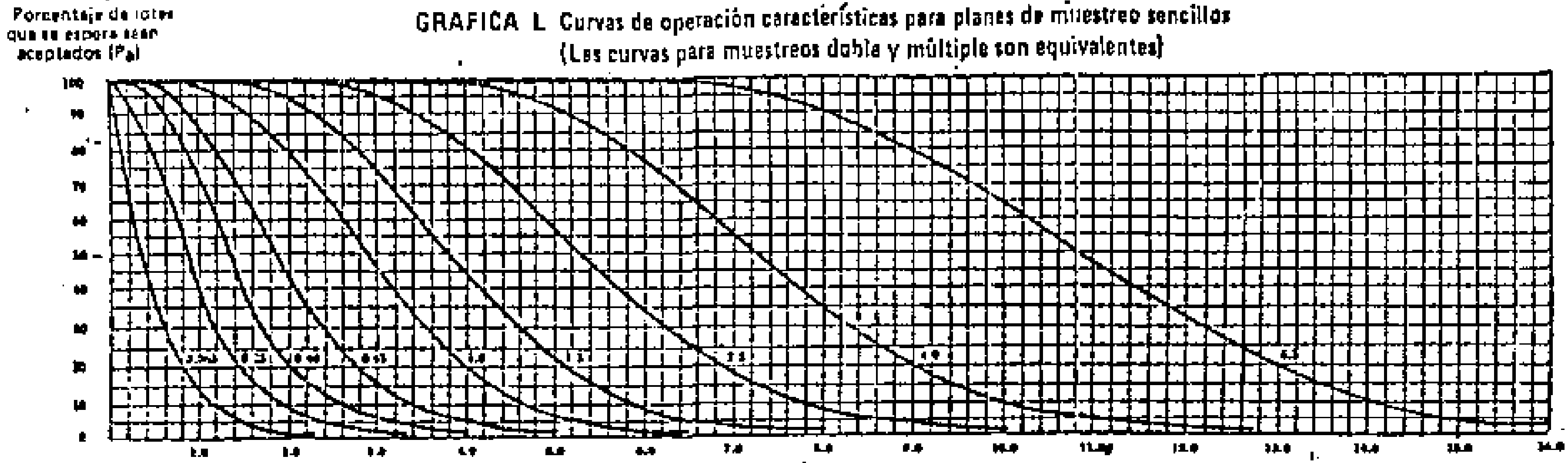
Re = Número de rechazo

* = Utilícese el plan de muestreo sencillo precedente, o bien utilícese la letra N.

\# = No s[illegible] la aceptación para ese tamaño de muestra.

TABLA X-L Tamaño de la muestra correspondiente a la letra clave L

GRAFICA L Curvas de operación características para planes de muestreo sencillos
(Las curvas para muestreos doble y múltiple son equivalentes)



CALIDAD DE LOS LOTES (p en porcentaje de defectuosas para NCA ≤ 10; y en defectos por cien unidades para NCA > 10)

Nota: Los valores sobre las curvas corresponden a los NCA para inspección normal.

TABLA X-L-1 Valores tabulados para las curvas de operación características para planes de muestreo sencillos

P_a	Niveles de calidad aceptable (inspección normal)											
	0.065	0.25	0.40	0.65	1.0	1.5	X	2.5	X	4.0	X	6.5
	p (en porcentaje de defectuosas o en defectos por cien unidades)											
99.0	0.0051	0.075	0.218	0.412	0.893	1.45	1.75	2.39	3.05	3.74	5.17	6.29
95.0	0.0256	0.178	0.409	0.683	1.31	1.99	2.35	3.09	3.85	4.62	6.22	7.45
90.0	0.0525	0.266	0.551	0.873	1.58	2.33	2.72	3.51	4.32	5.15	6.84	8.12
75.0	0.144	0.481	0.864	1.27	2.11	2.90	3.42	4.31	5.21	6.12	7.95	9.34
50.0	0.347	0.839	1.34	1.84	2.84	3.84	4.33	5.33	6.33	7.33	9.33	10.8
25.0	0.693	1.35	1.96	2.56	3.71	4.84	5.40	6.51	7.61	8.70	10.9	12.5
10.0	1.15	1.95	2.66	3.34	4.64	5.89	6.50	7.70	8.89	10.1	12.4	14.1
5.0	1.50	2.37	3.15	3.88	5.26	6.57	7.22	8.48	9.72	10.9	13.3	15.1
1.0	2.30	3.32	4.20	5.02	6.55	8.00	8.70	10.1	11.4	12.7	15.3	17.2
	0.10	0.40	0.65	1.0	1.5	X	2.5	X	4.0	X	6.5	X
	Niveles de calidad aceptable (inspección rigurosa)											

Nota: Todos los valores arriba mencionados están calculados en base a la distribución de Poisson como aproximación a la binominal.

TABLA X-L-2 Planes de muestreo para el tamaño de la muestra correspondiente a la letra clave L

Tipo de plan de muestreo	Tamaño de la muestra acumulado	Menor de 0.065 Ac	Re	0.065 Ac	Re	0.10 Ac	Re	X Ac	Re	0.15 Ac	Re	0.25 Ac	Re	0.40 Ac	Re	0.65 Ac	Re	1.0 Ac	Re	1.5 Ac	Re	X Ac	Re	2.5 Ac	Re	X Ac	Re	4.0 Ac	Re	X Ac	Re	6.5 Ac	Re	Mayor de 6.5 Ac	Re	Tamaño de la muestra acumulado
		Niveles de calidad aceptable (inspección normal)																																		
Sencillo	200	▽		0	1	Úsese Letra K		Úsese Letra N		Úsese Letra N		1	2	2	3	3	4	5	6	7	8	8	9	10	11	12	13	14	15	18	19	21	22	△		200
Doble	125	▽		*								0	2	0	3	1	4	2	5	3	7	3	7	5	9	6	10	7	11	9	14	11	16	△		125
	250											1	2	3	4	4	5	6	7	8	9	11	12	12	13	15	16	18	19	23	24	26	27			250
Múltiple	50	▽		*								#	2	#	2	#	3	#	4	0	4	0	4	0	5	0	6	1	7	1	8	2	9	△		50
	100											#	2	0	3	0	3	1	5	1	6	2	7	3	8	3	9	4	10	6	12	7	14			100
	150											0	2	0	3	1	4	2	6	3	8	4	9	6	10	7	12	8	13	11	17	13	19			150
	200											0	3	1	4	2	5	3	7	5	10	6	11	8	13	10	15	12	17	16	22	19	25			200
	250											1	3	2	4	3	6	5	8	7	11	9	12	11	15	14	17	17	20	22	25	25	29			250
	300											1	3	3	5	4	6	7	9	10	12	12	14	14	17	18	20	21	23	27	29	31	33			300
	350											2	3	4	5	6	7	9	10	13	14	14	15	18	19	21	22	25	26	32	33	37	38			350
		Menor de 0.10		0.10		X		0.15		0.25		0.40		0.65		1.0		1.5		X		2.5		X		4.0		X		6.5		X		Mayor de 6.5		
		Niveles de calidad aceptable (inspección rigurosa)																																		

△ = Utilícese el precedente tamaño de muestra correspondiente a otra letra clave para la cual están disponibles números de aceptación y rechazo.

▽ = Utilícese el siguiente tamaño de muestra correspondiente a otra letra clave para la cual están disponibles números de aceptación y rechazo.

Ac = Número de aceptación.

Re = Número de rechazo.

* = Utilícese el plan de muestreo sencillo precedente, o bien utilícese la letra P.

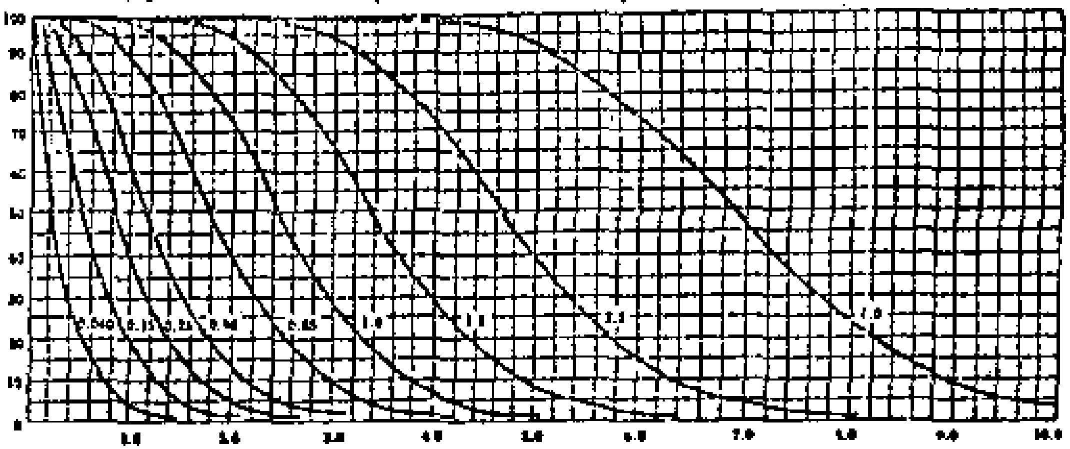
\# = No se permite la aceptación para ese tamaño de muestra.

TABLA X-M Tamaño de la muestra correspondiente a la letra clave M

GRAFICA M Curvas de operación características para planes de muestreo sencillos

(Las curvas para muestreos doble y múltiple son equivalentes)

Porcentaje de lotes que se espera sean aceptados (P_a)



CALIDAD DE LOS LOTES (p en porcentaje de defectuosas para NCA ≤ 10; y en defectos por cien unidades para NCA > 10)

Nota: Los valores sobre las curvas corresponden a los NCA para inspección normal

TABLA X-M-1 Valores tabulados para las curvas de operación características para planes de muestreo sencillos

P_a	Niveles de calidad aceptable (inspección normal)											
	0.040	0.15	0.25	0.40	0.65	1.0	X	1.5	X	2.5	X	4.0
	p (en porcentaje de defectuosas o en defectos por cien unidades)											
99.0	0.0032	0.047	0.138	0.261	0.566	0.922	1.11	1.51	1.94	2.38	3.28	3.99
95.0	0.0163	0.112	0.259	0.433	0.829	1.26	1.49	1.96	2.44	2.94	3.95	4.73
90.0	0.0333	0.168	0.349	0.533	1.02	1.48	1.72	2.23	2.75	3.27	4.34	5.16
75.0	0.0914	0.305	0.580	0.804	1.34	1.89	2.17	2.74	3.31	3.89	5.05	5.93
50.0	0.220	0.532	0.848	1.17	1.80	2.43	2.75	3.39	4.02	4.66	5.93	6.88
25.0	0.440	0.854	1.24	1.62	2.35	3.07	3.43	4.13	4.83	5.52	6.90	7.92
10.0	0.731	1.23	1.69	2.12	2.94	3.74	4.13	4.89	5.65	6.39	7.86	8.95
5.0	0.951	1.51	2.00	2.46	3.34	4.17	4.58	5.38	6.17	6.95	8.41	9.60
1.0	1.46	2.11	2.67	3.19	4.16	5.06	5.53	6.40	7.25	8.08	9.71	10.9
	0.065	0.25	0.40	0.65	1.0	X	1.5	X	2.5	X	4.0	X
	Niveles de calidad aceptable (inspección rigurosa)											

Nota: Todos los valores arriba mencionados están calculados en base a la distribución de Poisson como aproximación a la binominal.

M

TABLA X-15-2 Planes de muestreo para el tamaño de la muestra correspondiente a la letra clave M

Tipo de plan de muestreo	Tamaño de la muestra acumulado	Niveles de calidad aceptable (inspección normal)																																		Tamaño de la muestra acumulado
		Menor de 0.040		0.040		0.065		X		0.10		0.15		0.25		0.40		0.65		1.0		X		1.5		X		2.5		X		4.0		Mayor de 4.0		
		Ac	Re	Ac	Re	Ac	Re	Ac	Re	Ac	Re	Ac	Re	Ac	Re	Ac	Re	Ac	Re	Ac	Re	Ac	Re	Ac	Re	Ac	Re	Ac	Re	Ac	Re	Ac	Re	Ac	Re	
Sencillo	315	▽		0	1	Úsese Letra L		Úsese Letra P		Úsese Letra N		1	2	2	3	3	4	5	6	7	8	8	9	10	11	12	13	14	15	18	19	21	22	△		315
Doble	200	▽		*								0	2	0	3	1	4	2	5	3	7	3	7	5	9	6	10	7	11	9	14	11	16	△		200
	400											1	2	3	4	4	5	6	7	8	9	11	12	12	13	15	16	18	19	23	24	25	27			400
Múltiple	80	▽		*								#	2	#	2	#	3	#	4	0	4	0	4	0	5	0	6	1	7	1	8	2	9	△		80
	160											#	2	0	3	0	3	1	5	1	6	2	7	3	8	3	9	4	10	6	12	7	14			160
	240											0	2	0	3	1	4	2	6	3	8	4	9	6	10	7	12	8	13	11	17	13	19			240
	320											0	3	1	4	2	5	3	7	5	10	6	11	8	13	10	15	12	17	16	22	19	25			320
	400											1	3	2	4	3	6	5	8	7	11	9	12	11	15	14	17	17	20	22	25	25	29			400
	480											1	3	3	5	4	6	7	9	10	12	12	14	14	17	18	20	21	23	27	29	31	33			480
	560											2	3	4	5	6	7	9	10	13	14	14	15	18	19	21	22	25	26	32	33	37	38			560
		Menor de 0.065		0.065		X		0.10		0.15		0.25		0.40		0.65		1.0		X		1.5		X		2.5		X		4.0		X		Mayor de 4.0		
		Niveles de calidad aceptable (inspección rigurosa)																																		

△ = Utilícese el precedente tamaño de muestra correspondiente a otra letra clave para la cual estén disponibles números de aceptación y rechazo.

▽ = Utilícese el siguiente tamaño de muestra correspondiente a otra letra clave para la cual estén disponibles números de aceptación y rechazo.

Ac = Número de aceptación.

Re = Número de rechazo.

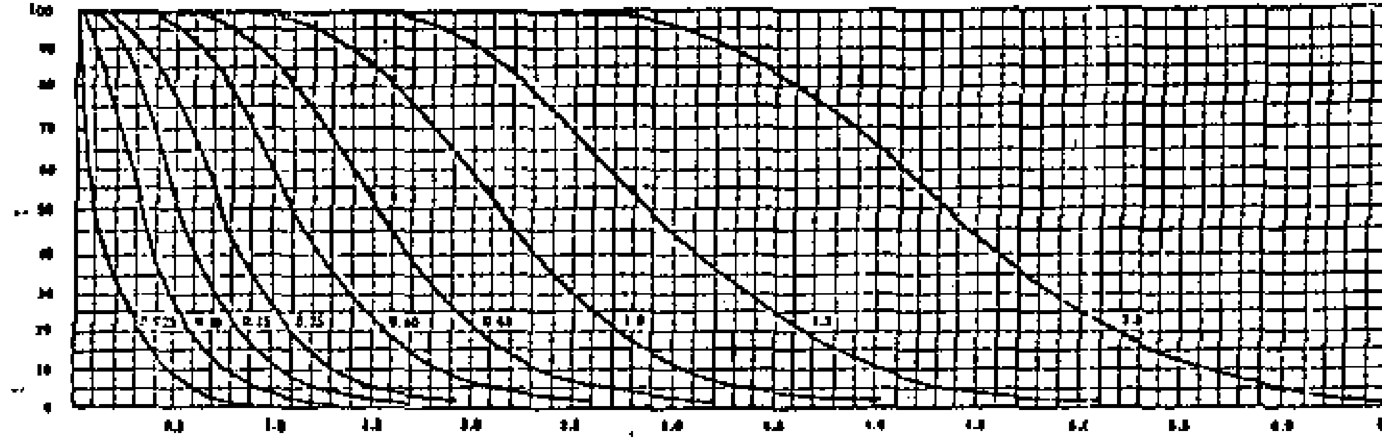
* = Utilícese el plan de muestreo sencillo precedente, o bien utilícese la letra Q.

\# = No se permite la aceptación para ese tamaño de muestra.

TABLA X-N Tamaño de la muestra correspondiente a la letra clave N

GRAFICA N Curvas de operación características para planes de muestreo sencillos
(Las curvas para muestreos doble y múltiple son equivalentes)

Porcentaje de lotes que se espera sean aceptados (P_a)



CALIDAD DE LOS LOTES (p en porcentaje de defectuosas para NCA ≤ 10; y en defectos por cien unidades para NCA > 10)

Nota: Los valores sobre las curvas corresponden a los NCA para inspección normal

TABLA X-N-1 Valores tabulados para las curvas de operación características para planes de muestreo sencillos

P_a	Niveles de calidad aceptable (inspección normal)											
	0.025	0.10	0.15	0.25	0.40	0.65	X	1.0	X	1.5	X	2.5
	p (en porcentaje de defectuosas o en defectos por cien unidades)											
99.0	0.0020	0.030	0.087	0.165	0.357	0.581	0.701	0.954	1.22	1.50	2.07	2.51
95.0	0.0103	0.071	0.164	0.273	0.523	0.796	0.939	1.23	1.54	1.85	2.49	2.98
90.0	0.0210	0.106	0.220	0.349	0.630	0.931	1.09	1.40	1.73	2.06	2.73	3.25
75.0	0.0576	0.192	0.345	0.507	0.844	1.19	1.37	1.72	2.08	2.45	3.18	3.74
50.0	0.139	0.336	0.535	0.734	1.13	1.53	1.73	2.13	2.53	2.93	3.73	4.33
25.0	0.277	0.539	0.784	1.02	1.48	1.94	2.16	2.60	3.04	3.48	4.35	4.99
10.0	0.461	0.778	1.06	1.34	1.86	2.35	2.60	3.08	3.56	4.03	4.95	5.64
5.0	0.599	0.949	1.26	1.55	2.10	2.63	2.89	3.39	3.89	4.38	5.34	6.05
1.0	0.921	1.328	1.68	2.01	2.63	3.20	3.48	4.03	4.56	5.09	6.12	6.67
	0.040	0.15	0.25	0.40	0.65	X	1.0	X	1.5	X	2.5	X
	Niveles de calidad aceptable (inspección rigurosa)											

N

Nota: Todos los valores arriba mencionados están calculados en base a la distribución de Poisson como aproximación a la binomial.

TABLA X-N-2 Planes de muestreo para el tamaño de la muestra correspondiente a la letra clave N

Tipo de plan de muestreo	Tamaño de la muestra acumulado	Menor de 0.025 Ac Re	0.025 Ac Re	0.040 Ac Re	X Ac Re	0.065 Ac Re	0.10 Ac Re	0.15 Ac Re	0.25 Ac Re	0.40 Ac Re	0.65 Ac Re	X Ac Re	1.0 Ac Re	X Ac Re	1.5 Ac Re	X Ac Re	2.5 Ac Re	Mayor de 2.5 Ac Re	Tamaño de la muestra acumulado
Sencillo	500	▽	0 1	Usese Letra K	Usese Letra Q	Usese Letra P	1 2	2 3	3 4	5 6	7 8	8 9	10 11	12 13	14 15	18 19	21 22	△	500
Doble	315	▽	*				0 2	0 3	1 4	2 5	3 7	3 7	5 9	6 10	7 11	9 14	11 16	△	315
	630						1 2	3 4	4 5	6 7	8 9	11 12	12 13	15 16	18 19	23 24	26 27		630
Múltiple	125	▽	*				# 2	# 2	# 3	# 4	0 4	0 4	0 5	0 6	1 7	1 8	2 9	△	125
	250						# 2	0 3	0 3	1 5	1 6	2 7	3 8	3 9	4 10	6 12	7 14		250
	375						0 2	0 3	1 4	2 6	3 8	4 9	6 10	7 12	8 13	11 17	13 19		375
	500						0 3	1 4	2 5	3 7	5 10	6 11	8 13	10 15	12 17	16 22	19 25		500
	625						1 3	2 4	3 6	5 8	7 11	9 12	11 15	14 17	17 20	22 25	25 29		625
	750						1 3	3 5	4 6	7 9	10 12	12 14	14 17	18 20	21 23	27 29	31 33		750
	875						2 3	4 5	6 7	9 10	13 14	14 15	18 19	21 22	25 26	32 33	37 38		875
		Menor de 0.040	0.040	X	0.065	0.10	0.15	0.25	0.40	0.65	X	1.0	X	1.5	X	2.5	X	Mayor de 2.5	
		Niveles de calidad aceptable (inspección rigurosa)																	

△ = Utilícese el precedente tamaño de muestra correspondiente a otra letra clave para la cual estén disponibles números de aceptación y rechazo.

▽ = Utilícese el siguiente tamaño de muestra correspondiente a otra letra clave para la cual estén disponibles números de aceptación y rechazo.

Ac = Número de aceptación.

Re = Número de rechazo.

* = Utilícese el plan de muestreo sencillo precedente, o bien utilícese la letra R.

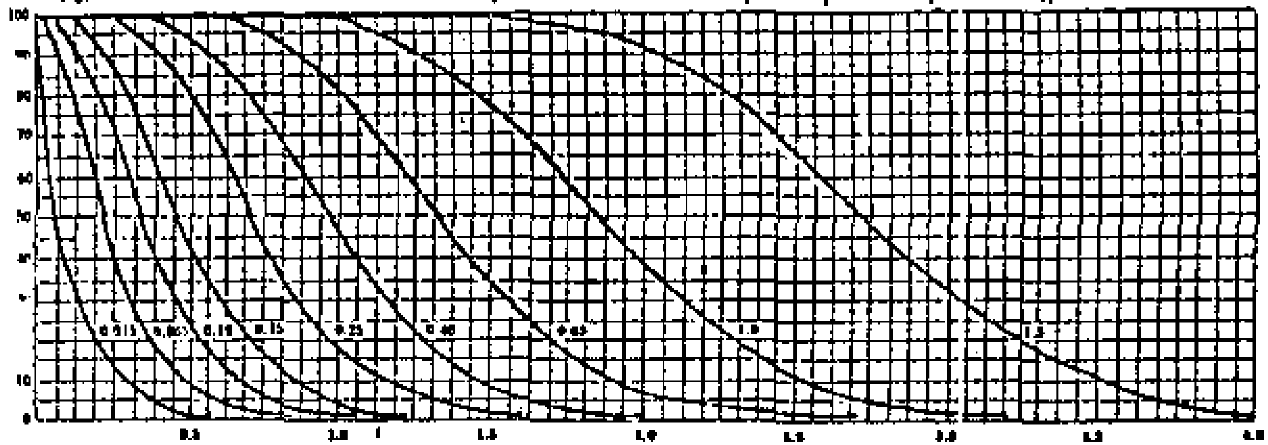
\# = No se permite la aceptación para ese tamaño de muestra.

TABLA X-P Tamaño de la muestra correspondiente a la letra clave P

GRAFICA P Curvas de operación características para planes de muestreo sencillos

(Las curvas para muestreos doble y múltiple son equivalentes)

Porcentaje de lotes que se espera sean aceptados(P_a)



CALIDAD DE LOS LOTES: (p en porcentaje de defectuosas para NCA ≤ 10; y en defectos por cien unidades para NCA > 10)

Nota: Los valores sobre las curvas corresponden a los NCA para inspección normal

TABLA X-P-1 Valores tabulados para las curvas de operación características para planes de muestreo sencillos

P_a	Niveles de calidad aceptable (inspección normal)											
	0.015	0.065	0.10	0.15	0.25	0.40	X	0.65	X	1.0	X	1.5
	p (en porcentaje de defectuosas o en defectos por cien unidades)											
99.0	0.0013	0.0186	0.055	0.103	0.223	0.363	0.438	0.596	0.762	0.935	1.29	1.57
95.0	0.0064	0.0444	0.102	0.171	0.327	0.498	0.587	0.771	0.961	1.16	1.56	1.86
90.0	0.0131	0.0665	0.138	0.210	0.394	0.562	0.679	0.878	1.08	1.29	1.71	2.05
75.0	0.0360	0.120	0.216	0.317	0.527	0.745	0.855	1.08	1.30	1.53	1.99	2.34
50.0	0.0866	0.210	0.334	0.459	0.709	0.959	1.08	1.33	1.58	1.83	2.33	2.71
25.0	0.173	0.337	0.490	0.639	0.928	1.21	1.35	1.63	1.90	2.18	2.72	3.12
10.0	0.288	0.486	0.665	0.835	1.16	1.47	1.62	1.93	2.22	2.52	3.09	3.52
5.0	0.375	0.593	0.787	0.969	1.31	1.64	1.80	2.12	2.43	2.74	3.34	3.73
1.0	0.576	0.830	1.05	1.26	1.64	2.00	2.18	2.52	2.85	3.18	3.82	4.27
	0.025	0.10	0.15	0.25	0.40	X	0.65	X	1.0	X	1.5	X
	Niveles de calidad aceptable (inspección rigurosa)											

Nota: Todos los valores arriba mencionados están calculados en base a la distribución de Poisson como aproximación a la binomial

TABLA X-P-2 Planes de muestreo para el tamaño de la muestra correspondiente a la letra clave P

Tipo de plan de muestreo	Tamaño de la muestra acumulado	Niveles de calidad aceptable (inspección normal)																	Tamaño de la muestra acumulado
		0.010	0.015	0.025	X	0.040	0.065	0.10	0.15	0.25	0.40	X	0.65	X	1.0	X	1.5	Mayor de 1.5	
		Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	
Sencillo	800	▽	0 1	Úsese Letra N	Úsese Letra R	Úsese Letra O	1 2	2 3	3 4	5 6	7 8	8 9	10 11	12 13	14 15	18 19	21 22	△	800
Doble	500	▽	*				0 2	0 3	1 4	2 5	3 7	2 7	5 9	6 10	7 11	9 14	11 16	△	500
	1000						1 2	3 4	4 5	6 7	8 9	11 12	12 13	15 16	18 19	23 24	26 27		1000
Múltiple	200	▽	*				# 2	# 2	# 3	# 4	0 4	0 4	0 5	0 6	1 7	1 8	2 9	△	200
	400						# 2	0 3	0 3	1 5	1 6	2 7	3 8	3 9	4 10	6 12	7 14		400
	600						0 2	0 3	1 4	2 6	3 8	4 9	6 10	7 12	8 13	11 17	13 19		600
	800						0 3	1 4	2 5	3 7	5 10	6 11	8 13	10 15	12 17	16 22	19 25		800
	1000						1 3	2 4	3 6	5 8	7 11	9 12	11 15	14 17	17 20	22 25	25 29		1000
	1200						1 3	3 5	4 6	7 9	10 12	12 14	14 17	18 20	21 23	27 29	31 33		1200
	1400						2 3	4 5	6 7	9 10	13 14	14 15	18 19	21 22	25 26	32 33	37 38		1400
		Menor de 0.025	0.025	X	0.040	0.065	0.10	0.15	0.25	0.40	X	0.65	X	1.0	X	1.5	X	Mayor de 1.5	
		Niveles de calidad aceptable (inspección rigurosa)																	

△ = Utilícese el precedente tamaño de muestra correspondiente a otra letra clave para la cual estén disponibles números de aceptación y rechazo.

▽ = Utilícese el siguiente tamaño de muestra correspondiente a otra letra clave para la cual estén disponibles números de aceptación y rechazo.

Ac = Número de aceptación.

Re = Número de rechazo.

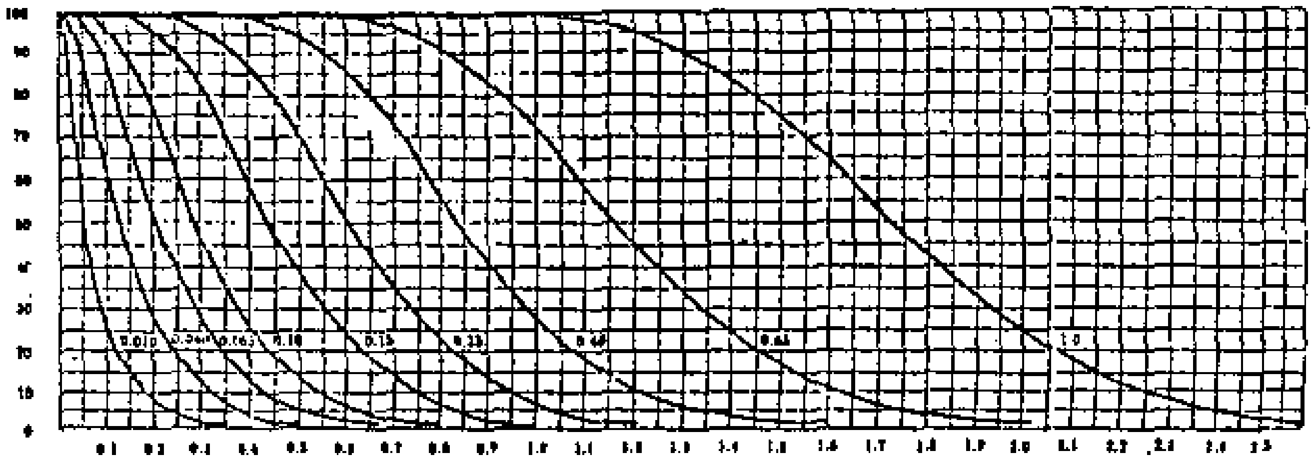
* = Utilícese el plan de muestreo sencillo precedente.

\# = No se permite la aceptación para ese tamaño de muestra.

TABLA X-Q Tamaño de la muestra correspondiente a la letra clave Q

GRAFICA Q Curvas de operación características para planes de muestreo sencillos (las curvas para muestreos doble y múltiple son equivalentes)

Porcentaje de lotes que se espera sean aceptados (P_a)



CALIDAD DE LOS LOTES (p en porcentaje de defectuosas para NCA ≤ 10; y en defectos por cien unidades para NCA > 10)

Nota: Los valores sobre las curvas corresponden a los NCA para inspección normal.

TABLA X-Q-1 Valores tabulados para las curvas de operación características para planes de muestreo sencillos

P_a	Niveles de calidad aceptable (Inspección normal)											
	0.010	0.040	0.065	[illegible]	0.15	0.25		0.40		0.65		1.0
	p (en porcentaje de defectuosas o en defectos por cien unidades)											
99.0	0.00081	0.0119	0.0349	0.0656	0.143	0.232	0.281	0.382	0.488	0.598	0.828	1.01
95.0	0.00410	0.0284	0.0654	0.109	0.209	0.318	0.376	0.494	0.615	0.740	0.995	1.19
90.0	0.00840	0.0425	0.0082	0.140	0.252	0.372	0.435	0.562	0.672	0.824	1.09	1.30
75.0	0.0230	0.0769	0.138	0.203	0.338	0.476	0.547	0.690	0.834	0.979	1.27	1.49
50.0	0.0354	0.134	0.214	0.294	0.454	0.614	0.694	0.853	1.01	1.17	1.49	1.73
25.0	0.111	0.215	0.314	0.409	0.594	0.773	0.864	1.04	1.22	1.39	1.74	2.00
10.0	0.184	0.310	0.426	0.534	0.742	0.942	1.04	1.23	1.42	1.61	1.98	2.25
5.0	0.210	0.380	0.504	0.620	0.841	1.05	1.15	1.36	1.55	1.75	2.14	2.42
1.0	0.360	0.531	0.672	0.804	1.05	1.20	1.43	1.61	1.81	2.04	2.45	2.75
	0.015	0.065	0.10	0.15	0.25		0.40		0.65		1.0	
	Niveles de calidad aceptable (Inspección rigurosa)											

Nota: Todos los valores arriba mencionados están calculados en base a la distribución de Poisson como aproximación a la binominal.

TABLA X-Q-2 Planes de muestreo para el tamaño de la muestra correspondiente a la letra clave Q

Tipo de plan de muestreo	Tamaño de la muestra acumulado	X	0.010	0.015	X	0.025	0.040	0.065	0.10	0.15	0.25	X	0.40	X	0.65	X	1.0	Mayor de 1.0	Tamaño de la muestra acumulado
		Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	
Sencillo	1250	Usese Letra R	0 1	Usese Letra P	Usese Letra S	Usese Letra R	1 2	2 3	3 4	5 6	7 8	8 9	10 11	12 13	14 15	18 19	21 22	△	1250
Doble	800		*				0 2	0 3	1 4	2 5	3 7	3 7	5 9	6 10	7 11	9 14	11 16	△	800
	1600						1 2	3 4	4 5	6 7	8 9	11 12	12 13	15 16	18 19	23 24	26 27		1600
Múltiple	315		*				# 2	# 2	# 3	# 4	0 4	0 4	0 5	0 6	1 7	1 8	2 9	△	315
	630						# 2	0 3	0 3	1 5	1 6	2 7	3 8	3 9	4 10	6 12	7 14		630
	945						0 2	0 3	1 4	2 6	3 8	4 9	6 10	7 12	8 13	11 17	13 19		945
	1260						0 3	1 4	2 5	3 7	5 10	6 11	8 13	10 15	12 17	16 22	19 25		1260
	1575						1 3	2 4	3 6	5 8	7 11	9 12	11 15	14 17	17 20	22 25	25 29		1575
	1890						1 3	3 5	4 6	7 9	10 12	12 14	16 17	18 20	21 23	27 29	31 33		1890
	2205						2 3	4 5	6 7	9 10	13 14	14 15	18 19	21 22	25 26	32 33	37 38		2205
		0.010	0.015	X	0.025	0.040	0.065	0.10	0.15	0.25	X	0.40	X	0.65	X	1.0	X	Mayor de 1.0	

Niveles de calidad aceptable (Inspección normal) — fila superior; Niveles de calidad aceptable (Inspección rigurosa) — fila inferior

△ = Utilícese el precedente tamaño de muestra correspondiente a otra letra clave para la cual estén disponibles números de aceptación y rechazo.

Ac = Número de aceptación.

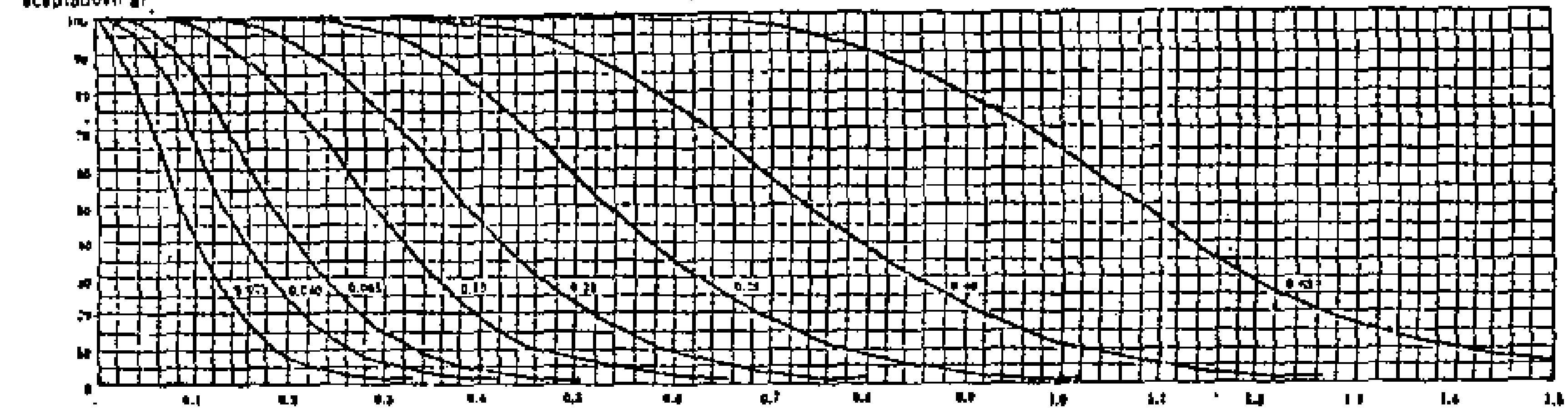
Re = Número de rechazo.

* = Utilícese el plan de muestreo sencillo precedente.

\# = No se permite la aceptación para ese tamaño de muestra.

TABLA X-R Tamaño de la muestra correspondiente a la letra clave R

GRAFICA R Curvas de operación características para planes de muestreo sencillos (Las curvas para muestreos doble y múltiple son equivalentes)



CALIDAD DE LOS LOTES (p en porcentaje de defectuosos para NCA ≤ 10; y en defectos por cien unidades para NCA > 10)

Nota: Los valores sobre las curvas corresponden a los NCA para inspección normal.

TABLA X-R-1 Valores tabulados para las curvas de operación características para planes de muestreo sencillos

P_a	Niveles de calidad aceptable (inspección normal)										
	0.025	0.040	0.065	0.10	0.15	X	0.25	X	0.40	X	0.65
	p (en porcentaje de defectuosos o en defectos por cien unidades)										
99.0	0.0074	0.0218	0.0412	0.0892	0.145	0.175	0.239	0.345	0.374	0.517	0.629
95.0	0.0178	0.0409	0.0683	0.131	0.199	0.235	0.309	0.365	0.462	0.622	0.745
90.0	0.0266	0.0551	0.0873	0.158	0.233	0.272	0.351	0.422	0.515	0.684	0.812
75.0	0.0481	0.0868	0.127	0.211	0.298	0.342	0.431	0.521	0.612	0.795	0.934
50.0	0.0839	0.134	0.184	0.284	0.384	0.433	0.533	0.633	0.733	0.933	1.08
25.0	0.135	0.196	0.256	0.372	0.484	0.540	0.651	0.761	0.870	1.09	1.25
10.0	0.195	0.266	0.334	0.464	0.589	0.650	0.770	0.889	1.01	1.24	1.41
5.0	0.237	0.315	0.388	0.526	0.657	0.722	0.848	0.972	1.09	1.33	1.51
1.0	0.332	0.420	0.502	0.655	0.800	0.870	1.02	1.14	1.27	1.53	1.72
	0.040	0.065	0.10	0.15	X	0.25	X	0.40	X	0.65	X
	Niveles de calidad aceptable (inspección rigurosa)										

Nota: Todos los valores arriba mencionados están calculados en base a la distribución de Poisson como aproximación a la binominal.

TABLA X-R-2 Planes de muestreo para el tamaño de la muestra correspondiente a la letra clave R

Tipo de plan de muestreo	Tamaño de la muestra acumulado	Niveles de calidad aceptable (inspección normal)																Tamaño de la muestra acumulado
		X	0.010	0.015	X	0.025	0.040	0.065	0.10	0.15	X	0.25	X	0.40	X	0.65	Mayor de 0.65	
		Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	
Sencillo	2000	0 1	Usese Letra Q	Usese Letra P	Usese Letra S	1 2	2 3	3 4	5 6	7 8	8 9	10 11	12 13	14 15	18 19	21 22	△	2000
Doble	1250	*				0 2	0 3	1 4	2 5	3 7	3 7	5 9	6 10	7 11	9 14	11 16	△	1250
	2500					1 2	3 4	4 5	6 7	8 9	11 12	12 13	15 16	18 19	23 24	26 27		2500
Múltiple	500	*				# 2	# 2	# 3	# 4	0 4	0 4	0 5	0 6	1 7	1 8	2 9	△	500
	1000					# 2	0 3	0 3	1 5	1 6	2 7	3 8	3 9	4 10	6 12	7 14		1000
	1500					0 2	0 3	1 4	2 6	3 8	4 9	6 10	7 12	8 13	11 17	13 19		1500
	2000					0 3	1 4	2 5	3 7	5 10	6 11	8 13	10 15	12 17	16 22	19 25		2000
	2500					1 3	2 4	3 6	5 8	7 11	9 12	11 15	14 17	17 20	22 25	25 29		2500
	3000					1 3	3 5	4 6	7 9	10 12	12 14	14 17	18 20	21 23	27 29	31 33		3000
	3500					2 3	4 5	6 7	9 10	13 14	14 15	18 19	21 22	25 26	32 33	37 38		3500
		0.010	0.015	X	0.025	0.040	0.065	0.10	0.15	X	0.25	X	0.40	X	0.65	X	Mayor de 0.65	
		Niveles de calidad aceptable (inspección rigurosa)																

△ = Utilícese el precedente tamaño de muestra correspondiente a otra letra clave para la cual están disponibles números de aceptación y rechazo.

Ac = Número de aceptación.

Re = Número de rechazo.

* = Utilícese el plan de muestreo sencillo precedente.

\# = No se permite la aceptación para este tamaño de muestra.

TABLA X-S Tamaño de la muestra correspondiente a la letra clave S

Tipo de plan de muestreo	Tamaño de la muestra acumulado	Nivel de calidad aceptable (inspección normal)	
		X	
		Ac	Re
Sencillo	3150	1	2
Doble	2000	0	2
	4000	1	2
Múltiple	800	#	2
	1600	#	2
	2400	0	2
	3200	0	3
	4000	1	3
	4800	1	3
	5600	2	3
		0.025	
		Nivel de calidad aceptable (inspección rigurosa)	

Ac = Número de aceptación

Re = Número de rechazo

\# = No se permite la aceptación para este tamaño de muestra

S

México, D.F., a 19 SET. 1975

EL C. DIRECTOR GENERAL DE NORMAS

ING. CESAR LARRAÑAGA ELIZONDO.

DIRECTORIO DE ASISTENTES AL CURSO: CONTROL ESTADISTICO DE CALIDAD, DEL 9 DE OCTUBRE AL 6 DE DICIEMBRE DE 1979.

NOMBRE Y DIRECCION	EMPRESA Y DIRECCION
1. AUSTREBERTO ACOLTZI CASTILLO Norte 73 No. 2934 Col. O. Popular México 16, D. F. Tel. 556-07-64	INSTITUTO MEXICANO DEL PETROLEO Av. de los 100 mts. No.152 México 14, D. F. Tel. 567-66-00 Ext. 2194
2. ALFREDO R. ACO RANGEL Isla San Marcos 13 Col. Prado Vallejo Edo. de Méx. Tel. 587-19-51	S.A.R.H. Sierra Gorda 23 Tecamachalco México 10, D. F. Tel. 520-27-58
3. HUMBERTO ANAYA FLORES Av. Norte 177 Edif. I ent. A Dpto. 201 Col. Pantitlán México 9, D. F. Tel. 558-70-95	S.A.R.H. Reforma 107-1° piso Col. San Rafael México 4, D. F. Tel. 566-95-58
4. HECTOR BELTRAN PERALTA Diag. Sn. Antonio 1410 bis Dpto. 1 Col. Narvarte México 12, D. F. Tel. 538-29-95	
5. PEDRO PABLO CASTELLANOS HERNANDEZ Reforma 616-1606 Tlatelolco, D. F. Tel. 529-90-8- ext. 1606	
6. ANICETO CAMACHO VAZQUEZ Apolo XI- 705 Tel. 526-06	NISSAN MEXICANA, S.A. DE C.V. Km. 4 1/2 Carretera Federal Cuernavaca-Cuautla

DIRECTORIO DE ASISTENTES AL CURSO: CONTROL ESTADISTICO DE CALIDAD, DEL 9 DE OCTUBRE AL 6 DE DICIEMBRE DE 1979.

NOMBRE Y DIRECCION	EMPRESA Y DIRECCION
7. JUAN DE LA TORRE SANCHEZ 14 sur 5934 Col. San Manuel Puebla, Pue. TEL. 45-33-44	J.L.C. DEL EDO. DE MEXICO Av. Independencia 1329
8. ARTURO FLORES	ALTA FRECUENCIA INDUSTRIAL 4a. Cerrada de Retoño 115 Col. El retoño México 13, D. F. TEl. 674-10-00
9. FRANCISCO HERRERA GARCIA Cordilleras 17 Col. U. Iztacalco México 8, D. F.	CIA. GENERAL DE ELECTRONICA, S.A. Tezozomoc 239 Col. Azcapotzalco México 8, D. F. Tel. 561-74-77 352-10-88
10. GILBERTO LOPEZ PAEZ Copilco 178 Edif. 18-203 Col. Copilco México 20, D. F. Tel. 657-67-99	S.A.H.O.P. Plutarco E. Calle 243 Col. Granjas México Tel. 657-67-99
11. LEOPOLDO LUNA VILORIA Villa Tenochtitlan No. 49 Villa Aragón México 14, D. F.	COMPONENTES ELECTRONICOS DEL CENTRO,S.A. Calle 10 de diciembre No. 11 Col. Magdalena Mixchuca México 8, D. F. Tel. 768-53-98
12. JOSE MARTINEZ MACIAS PEÑA Plutarco E. Calle 1285-401 Col. Miravalle México 13, D. F. Tel. 761-22-85	DETENAL San Antonio Abad 124-3° piso Col. Tránsito México 8, D. F. Tel. 761-22-85

DIRECTORIO DE ASISTENTES AL CURSO: CONTROL ESTADISTICO DE CALIDAD, DEL 9 DE OCTUBRE AL 6 DE DICIEMBRE DE 1979.

NOMBRE Y DIRECCION	EMPRESA Y DIRECCION
13. MARIO MEDINA ROSALES Av. Fabián Flores 24 Col. San Pablo Oztotepec México 23, D. F.	S.A.R.H. Reforma 107-1° piso Col. San Rafael Tel. 566-95-58
14. JORGE MEZQUITA CARVAJAL Calz. de la Viga 24-6 Col. Avante México 21, D. F. Tel. 544-07-77	DETENAL San Antonio Abad 124
15. DANIEL MORALES ECHEVERRIA Pedernal 6223 dpto. 2 Col. Tres Estrellas México 14, D. F. Tel. 517-23-44	SMITH KLINE AND FRENCH, S.A. Av. Universidad 1449 Col. Florida México 20, D. F. Tel. 534-80-40
16. ALEJANDRO S. OLIVOS CORTES Priv. San Juan 9 Col. Santuario México 13, D. F. Tel. 582-76-38	S.A.R.H. Sierra Gorda 23 Col. Lomas de Chapultepec Tel. 520-27-59
17. DAVID PEREZ DE LA GARZA Av. Independencia 606 Ote. Toluca, Méx. Tel. 433-94	JUNTA LOCAL DE CAMINOS DEL EDO. DE MEX. Av. Independencia 1329 Toluca, Méx. Tel. 4-03-99
18. VICENTE PINEDA VERA Guanajuato 53-18 Col. Roma México 7, D. F. Tel. 584-30-14	ENVASES GENERALES CONTINENTAL DE MEXICO Oriente 107 No. 114 Col. Bondojito México 14, D. F. Tel. 759-16-88 Ext. 138

DIRECTORIO DE ASISTENTES AL CURSO: CONTROL ESTADISTICO DE CALIDAD, DEL 9 DE OCTUBRE AL 6 DE DICIEMBRE DE 1979.

NOMBRE Y DIRECCION	EMPRESA Y DIRECCION
19. ANDRES PIZANO NAJERA Martín Carrera 53 Col. Martín Carrera México 14, D. F. Tel. 577-74-78	S.A.R.H. Sierra Gorda 23 Col. Lomas de Chapultepec México 10, D. F. Tel. 520-72-46
20. JUAN ANTONIO RAMIREZ BUSTOS Noche Buena 91 Col. Jardín México 21, D. F. Tel. 544-48-72	BANCO DE MEXICO, S.A. Calzada Legaria 691 Col. Irrigación México 10, D. F. Tel. 557-21-00 Ext. 134
21. ARTURO RODRIGUEZ PEREZ Fray Bartolomé de Olmedo 38 Col. Vasco de Quiroga México 14, D. F. Tel. 577-51-69	PAN AMERICAN DE MEXICO, CIA. DE SEGUROS
22. ARNOLDO ROMAN LIZARRAGA Anaxágoras 41-1 Col. Narvarte México 12, D. F.	S.A.H.O.P. Av. Universidad y Xola Col. Narvarte México 12, D. F. Tel. 519-22-46
23. ERNESTO RUIZ VEGA Cumbres de Maltrata 310 Col. Narvarte México 12, D. F. Tel. 519-71-00	SHATTERPROOF DE MEXICO, S.A. Poniente 116 No. 611 Col. Ind. Vallejo México 15, D. F. Tel. 567-25-66 ext. 45
24. CARLOS VALENCIA CARMONA Giotto 66-201 Col. Mixcoac Tel. 598-50-67	D.D.F. Plaza de la Constitución México 1, D. F. Tel. 522-59-07

DIRECTORIO DE ASISTENTES AL CURSO: CONTROL ESTADISTICO DE CALIDAD, DEL 9 DE OCTUBRE AL 6 DE DICIEMBRE DE 1979.

NOMBRE Y DIRECCION	EMPRESA Y DIRECCION
25. NEFTALI VAZQUEZ ALFARO Almacenes 74- edif. Chih. dpto. 3 Tlatelolco México 3, D. F. Tel. 595-44-53	S.A.R.H. San Bernabé 549 Col. Contreras México 18, D. F. Tel. 595-44-53
26. FRANCISCO VILLEGAS SUAREZ Cedros lote 3 manzana 11 dpto. 103 Col.. San Andrés México 16, D. F.	S.A.R.H. Calle San Bernabé 549 San Jerónimo Lidice México 21, D. F. Tel. 595-39-50