

SECCIÓN IV.- ANÁLISIS DE RESULTADOS**IV.1.- ANÁLISIS DE RESULTADOS DEL d_{50} DE LAS PARTÍCULAS**

Como resultado del análisis fotográfico, se obtuvieron d_{50} experimentales que desde luego no son iguales al d_{50} teórico calculado del análisis granulométrico. Debido a ello es necesario manejar los resultados de manera estadística, es decir, obtener un resultado que represente la información de cada una de las muestras. A continuación se enlistan para algunas muestras, el diámetro teórico, el diámetro experimental medio, así como la desviación estándar asociada a este último diámetro y los errores absolutos y relativos correspondientes, esto con la finalidad de verificar la variación que hay en los resultados al manejar partículas muy pequeñas.

Tabla IV.1 Errores absolutos y relativos de las arenas de la península de Yucatán

M	NS	ZP	d_{50} T (mm)	d_{50} EM (mm)	σ (mm)	EA (mm)	ER (%)
5	PM Est UNAM	offshore	0.32537	0.32669	0.00226	0.00132	0.40602
10	Puerto Morelos 3	foreshore	0.22893	0.22937	0.00082	0.00044	0.19298
15	Punto 2	backshore	0.26592	0.26687	0.00115	0.00095	0.35689
20	Punto 3	offshore	0.53203	0.53229	0.00149	0.00026	0.04796
25	Punto 4A	foreshore	0.19863	0.19925	0.00144	0.00062	0.31426
30	Punto 6	backshore	0.47484	0.47413	0.00155	0.00071	0.14908
35	Punto 7	offshore	0.86964	0.86982	0.00109	0.00018	0.02100
40	Punto 9	foreshore	0.53931	0.54039	0.00093	0.00108	0.20008
45	Punto 10	offshore	0.21476	0.21467	0.00065	0.00009	0.04374
50	Punto B	foreshore	0.15964	0.15981	0.00161	0.00017	0.10409
55	Punto D	backshore	0.28456	0.28480	0.00101	0.00024	0.08481
60	Punto E	offshore	0.30352	0.30301	0.00128	0.00051	0.16863
65	Punto G	backshore	0.23033	0.23069	0.00197	0.00036	0.15581
70	Isla Mujeres	offshore	0.2487	0.24855	0.00074	0.00015	0.05992
75	Tulum B	foreshore	0.22089	0.22111	0.00089	0.00022	0.10106
80	Bahía Príncipe	backshore	0.49694	0.49706	0.00048	0.00012	0.02508
85	Akumal 1	offshore	0.14863	0.14889	0.00073	0.00026	0.17624
90	Playa del Carmen 2	foreshore	0.27936	0.27869	0.00072	0.00067	0.23846
95	Punta Allen	backshore	0.24579	0.24542	0.00065	0.00037	0.15236
100	Holbox	offshore	0.13212	0.13196	0.00057	0.00016	0.12034
105	Telchac	backshore	0.43442	0.43358	0.00055	0.00084	0.19322
110	UAY	foreshore	0.57784	0.57825	0.00111	0.00041	0.07128
115	ECCA	offshore	0.22674	0.22677	0.00065	0.00003	0.01453
120	Progreso	offshore	0.16023	0.16009	0.00058	0.00014	0.08705
125	Carissa Palma	backshore	0.37587	0.37603	0.00065	0.00016	0.04173
130	Hilton	foreshore	0.63184	0.63199	0.00032	0.00015	0.02451
135	Royal Solaris	foreshore	0.56224	0.56169	0.00058	0.00055	0.09699
140	Isla del Carmen	backshore	0.20672	0.20651	0.00081	0.00021	0.10278

donde:

M = número de muestra; NS = nombre de sitio; ZP = zona del perfil de playa; d_{50} T = diámetro teórico, en mm; d_{50} EM = diámetro experimental medio, en mm; σ = desviación estándar, en mm; EA = error absoluto, en mm; ER = error relativo, en porcentaje.

La tabla IV.1 se realizó utilizando un muestreo estadístico el cual fue un “muestreo sistemático”, tal muestra se obtiene cuando los elementos son seleccionados de una manera ordenada. La manera de la selección depende del número de elementos incluidos en la población y el tamaño de la muestras. El número de elementos de la población es dividido por el número deseado en la muestra. El cociente indicará si cada segundo, quinto, décimo, etc, de la población va a ser seleccionado, siendo el primer elemento de la muestra elegido al azar. Por lo tanto, una muestra sistemática puede dar la misma precisión de estimación acerca de la población, que una muestra aleatoria simple (m.a.s) cuando los elementos en la población están ordenados al azar. Lo anterior se hizo con la finalidad de no colocar todos los resultados para que de esta forma fuera más ágil la asimilación y comprensión de la información que representan los datos.

A partir de los resultados mostrados en la tabla IV.1, se puede observar que tanto el error absoluto como el relativo presentan valores por debajo del 1%, con lo cual se puede afirmar que la selección y medición del d_{50} correspondiente a cada muestra se realizaron con la suficiente precisión, es decir, los resultados reflejan una buena selección de granos. Aún cuando estos resultados pertenecen a 28 muestras de las 143 con las que se cuentan, no se descuidó que representasen a toda la península, pues, como se puede verificar, las muestras pertenecen tanto a la línea de costa como a la zona del perfil de playa del cual se extrajeron.

Por otra parte, al observar los resultados correspondientes al error absoluto (EA) y al error relativo (ER), se tienen valores de 0.00132 mm y 0.40602 % respectivamente que son muy aceptables debido a que, al trabajar con partículas muy pequeñas y aún con la resolución que posee el equipo utilizado, el observar una variación de 0.001 mm es prácticamente imposible. De igual manera, si se observa el valor máximo de error relativo igual a 0.40602 % se puede atribuir este hecho a que, para ese momento de realizar la prueba, aún no se contaba con la suficiente práctica para seleccionar de la mejor manera los granos y conforme se fueron realizando más y más pruebas, dicho error fue disminuyendo hasta tenerse, para estas 28 muestras, un valor mínimo igual a 0.01453%.

Tabla IV.2 Valores máximos y mínimos de error absoluto y relativo para 28 muestras de las 143 en donde: VM = valor máximo y VMI = valor mínimo

	VM	VMI
EA (mm)	0.00132	0.00003
ER (%)	0.40602	0.01453

IV.2.- ANÁLISIS DE RESULTADOS DE LA VELOCIDAD DE CAÍDA

IV.2.1.- Comparación con ecuaciones empíricas de velocidad de caída

Para realizar el estudio de qué ecuación empírica de velocidad de caída es la que mejor se ajusta o la que mejor se verifica con los resultados obtenidos, es necesario determinar la medida de tendencia central (media, moda o mediana) que represente a los datos de la mejor manera, por lo cual se realizó el siguiente análisis.

La media como medida de tendencia central de comparación.

Para el cálculo de esta medida simplemente es el promedio de los resultados de velocidad de caída obtenidos en cada prueba. Al realizar este análisis, se obtuvo una base de datos muy extensa, por lo cual sólo se mostrarán los resultados finales de lo antes dicho.

El criterio que se optó para decidir si se utilizaría o no a la media como medida de comparación fue el siguiente: *si al menos el 50% de las pruebas tuvieran un coeficiente de variación (CV) menor o igual al 15%, se optaría por utilizar a la media como parámetro de comparación.* A continuación se muestran los resultados consecuencia de lo antes explicado.

Tabla IV.3 Análisis de la media como parámetro de comparación

Número de muestras que cumplen el criterio	2	13	32
Con un CV =	10%	15%	20%
Porcentaje de pruebas que cumplen con el criterio	1.40%	9.09%	22.38%

Al analizar los resultados de la velocidad de caída y con ayuda de la tabla IV.3, se verifica que la media no resulta ser un buen parámetro de comparación pues, aún cuando el coeficiente de variación se incrementa hasta un 20% y que de esta manera más muestras cumplieran con el criterio, no fue suficiente para alcanzar el 50% establecido, con lo cual la media queda descartada.

Por otra parte, dentro de los resultados de las 143 muestras, se observa un coeficiente de variación mínimo igual a 6.03%, que pertenece al sitio Hilton (Cancún) y de igual forma, se obtuvo un coeficiente máximo igual a 75.28%, que corresponde al sitio de Punta Allen (Quintana Roo). Cabe resaltar en este último resultado que, al trabajar con un tamaño de partícula demasiado pequeño ($d_{50} = 0.078826$ mm), la velocidad de caída de las partículas por tanto son muy pequeñas ($V_{media} = 0.00718$ m/s) y aún cuando la desviación estándar de la misma muestra es pequeña respecto de otras muestras ($\sigma = 0.00541$ m/s), no lo es respecto de la velocidad de la misma muestra y al realizar el cociente de ambas medidas estadísticas se obtuvo como resultado un coeficiente muy elevado. Aún cuando la media es parámetro estadístico en el cual se encuentra la información de todos los datos, dicho parámetro se ve

afectado por valores extremos, como es este caso de Punta Allen, por lo cual se tendrá que hacer el análisis con la moda y con la mediana y determinar cuál de ellos utilizar para hacer las comparaciones con los resultados teóricos.

La moda como medida de tendencia central de comparación.

La **moda** es el valor con una mayor frecuencia en una distribución de datos. Se considerará de una distribución bimodal de los datos, cuando se encuentre dos modas, es decir, dos datos que tengan la misma frecuencia máxima. Una distribución trimodal de los datos es en la que se tengan tres modas, a así, sucesivamente. Si todos los datos tuvieran la misma frecuencia entonces no habrá moda.

Tabla IV.4 Análisis de la moda como parámetro de comparación

M	NS	ZP	moda (m/s) 4 decimales	moda (m/s) 3 decimales	moda (m/s) 2 decimales
5	PM Est. UNAM	offshore	---	0.027 y 0.032	
10	Puerto Morelos 3	foreshore	---	0.015, 0.017, 0.020	
15	Punto 2	backshore	0.0267		
20	Punto 3	offshore	---	---	0.05, 0.06
25	Punto 4A	foreshore	---	0.014,0.016,0.017	
30	Punto 6	backshore	0.0714		
35	Punto 7	offshore	---	---	0.09,0.10,0.11
40	Punto 9	foreshore	0.0595		
45	Punto 10	offshore	0.0184		
50	Punto B	foreshore	---	0.011,0.015,0.020	
55	Punto D	backshore	---	0.045,0.047	
60	Punto E	offshore	0.0333		
65	Punto G	backshore	0.0288		
70	Isla Mujeres	offshore	---	0.015,0.016	
75	Tulum B	foreshore	---	0.016,0.018,0.019,0.026	
80	Bahía Príncipe	backshore	---	0.051,0.052	
85	Akumal 1	offshore	---	0.007,0.010,0.012,0.013	
90	Playa del Carmen 2	foreshore	---	0.031,0.032,0.038	
95	Punta Allen	backshore	---	0.013,0.023	
100	Holbox	offshore	0.0109		
105	Telchac	backshore	0.0267		
110	UAY	foreshore	---	---	0.04,0.06,0.07
115	ECCA	offshore	---	0.025	
120	Progreso	offshore	---	0.020,0.029,0.030	
125	Carissa Palma	backshore	0.0509,0.0625		
130	Hilton	foreshore	0.0882		
135	Royal Solaris	foreshore	---	0.064,0.085	
140	Isla del Carmen	backshore	---	0.019,0.025	

Tomando en cuenta lo anterior y al realizar un muestreo similar al hecho en el análisis del diámetro teórico d_{50} , se obtuvieron en algunos sitios un comportamiento bimodal, en otros trimodal y en algunos casos se presentaron hasta cuatro modas. Al no existir un criterio para decidir cuál moda utilizar para hacer el análisis con las

ecuaciones empíricas, la moda queda descartada como medida de comparación. En la tabla IV.4 se presentan los resultados obtenidos.

La mediana como medida de tendencia central de comparación

Estadísticamente hablando, la mediana es el valor de la variable en estudio que deja el mismo número de datos antes y después que ésta, una vez ordenados los datos, es decir, el conjunto de datos menores o iguales que la mediana representarán el 50% de los datos, y los que sean mayores que la mediana representarán el otro 50% del total de datos de la muestra. Al revisar la definición anterior, la mediana resulta la medida de tendencia central de comparación más adecuada, pues a diferencia de la media y la moda, la mediana no se ve afectada por valores extremos, como es el caso de la media, y también al ser un valor único, lo que no sucede con la moda. Es, por tanto, la mediana la medida de tendencia central que se estaba buscando para poder realizar el análisis de los resultados.

La metodología que se siguió para realizar la comparación de los resultados experimentales de velocidad de caída con los resultados teóricos fue el siguiente:

- a) Una vez que se contaba con el d_{50} promedio, este dato, junto con la densidad relativa y el factor de Corey (CFS) respectivos, se calculó con cada una de las ecuaciones empíricas la velocidad de caída correspondiente al sitio en cuestión. De esta manera se obtuvieron los errores absolutos y relativos para cada una de las expresiones, tal y como se muestra en la siguiente tabla:

Tabla IV.5 Resultados de velocidad de caída teórica para el sitio Akumal 1, zona backshore, en donde: W_f lab = velocidad de caída experimental, en m/s; W_f Cal = velocidad de caída teórica utilizando el d_{50} promedio experimental, en m/s; Eabs = error absoluto, en m/s; Erel = error relativo, en porcentaje.

Ecuacion	W_f_lab	W_f_Cal	Error	Eabs	Erel
Hal	0.01429	0.01938	-0.00509	0.00509	26.25598
Van	0.01429	0.01763	-0.00334	0.00334	18.92378
Sou	0.01429	0.01789	-0.0036	0.0036	20.12242
Ahr	0.01429	0.018	-0.00371	0.00371	20.61613
Zan	0.01429	0.01763	-0.00334	0.00334	18.92378
Jul	0.01429	0.01884	-0.00455	0.00455	24.15984
Che	0.01429	0.01749	-0.0032	0.0032	18.30259
Jim	0.01429	0.0169	-0.00261	0.00261	15.4229
Rub	0.01429	0.01656	-0.00227	0.00227	13.68683
Cha	0.01429	0.01681	-0.00252	0.00252	14.99001
Swa	0.01429	0.01711	-0.00282	0.00282	16.48958
Cam	0.01429	0.01596	-0.00167	0.00167	10.45728
D_50 (m)	0.00015399				
Ss (adim)	2.721				
CFS (adim)	0.8347				
<i>El min error se presenta con Cam</i>					

- b) Tal y como se muestra los resultados en la tabla IV.5, se obtuvieron los resultados de velocidad de caída con las expresiones para cada uno de los sitios. Lo que a continuación sigue es decidir a partir de qué porcentaje de error relativo y por consiguiente, cuáles ecuaciones son las más adecuadas para utilizar, teniendo la certeza de que dichas expresiones son las que menor error arrojan. No obstante, los resultados correspondientes al error relativo para cada sitio no presentan tendencia alguna (ver anexo VI.2), por lo cual fue necesario determinar dos criterios para poder decidir cuales expresiones son las que mejor se apegan a los resultados experimentales.

IV.2.2.- Criterios de comparación

Para determinar que expresiones de velocidad de caída son las que presentan resultados parecidos a los resultados experimentales, fue necesario fijar algún criterio o regla que permita por medio de su aplicación, decidir cuáles ecuaciones son las de mejor comportamiento. Al respecto, es conveniente resaltar que los resultados de velocidad de caída experimentales fueron en todas las pruebas menores a los resultados de velocidad de caída teóricos utilizando las doce expresiones.

Un primer criterio de comparación fue el fijar **un error relativo** con el cual los resultados producto de utilizar las ecuaciones que fueran iguales o inferiores a éste, serían las expresiones de mejor comportamiento. Para ello se aplicaron factores de reducción (F_R) para lograr esta meta.

El segundo criterio de comparación fue utilizar **la frecuencia** con la cual las expresiones fueron aceptadas en el primer criterio, con la seguridad de que las mismas siempre presentarían los menores errores relativos respecto de otras ecuaciones. Es así como se determinó qué ecuaciones de velocidad de caída fueron las de mejor comportamiento.

IV.2.2.1.- Primer criterio de comparación

En este primer paso fue fijar un límite superior de error relativo en el cual las expresiones que arrojasen valores iguales o menores a esta frontera serían las de mejor comportamiento; sin embargo, debido a la variación de los valores de error relativo de una muestra a otra, y aunado a ello, los mismos en todas las muestras presentan valores muy grandes (errores por arriba del 10%), resulta complicado decidir qué límite fijar para realizar la selección de expresiones, es decir, para una muestra en donde los errores oscilan entre 15% y 35% y en aquellas en donde los mismos oscilan entre 30% y 50% resultaría erróneo establecer que las expresiones que estuviesen por debajo del 35% de error relativo calificaran como las ecuaciones de mejor ajuste, porque de ser así prácticamente todas las expresiones calificarían para el primer caso citado y solo unas pocas para el segundo. Esto es sólo para el caso de dos muestras, ahora si consideramos las 143 con las que se trabajó, no resulta práctico esto.

Para dar solución a ello, lo que se optó por realizar fue introducir el concepto de “factor de reducción”. Haciendo una analogía con lo que se hace en ingeniería estructural y que básicamente consiste en considerar las incertidumbres que se tienen en la resistencia de material. Aquí, *lo que sustenta este factor de reducción es la incertidumbre que se tiene en la trayectoria de las partículas.*

Uno de los resultados de los ensayos con las muestras fue que, no importando la forma de partícula (esféricas, cilíndricas, de media luna, forma de gota, combinación de éstas últimas o completamente irregulares), la trayectoria de las mismas no siguieron en ningún caso alguna tendencia o patrón, o sea, para una misma forma de partícula la trayectoria puede ser recta, en forma de hélice, en zigzag o combinación de lo antes dicho. Al tener presente lo anterior, es la razón por la cual los resultados experimentales de velocidad de caída resultan a simple vista ligeramente menores que los resultados utilizando las expresiones.

Por lo tanto, para solucionar el problema anterior de una manera práctica y desde luego tenga un sustento sólido, se optó por introducir el factor de reducción de la siguiente forma:

$$FR = \frac{W_{f \text{ lab}}}{W_{f \text{ cal}}} \quad (\text{IV.1})$$

donde:

$W_{f \text{ lab}}$ = velocidad de caída experimental, en m/s

FR = factor de reducción que toma en cuenta la incertidumbre de la trayectoria que puede seguir una partícula en su caída, adimensional

$W_{f \text{ cal}}$ = velocidad de caída teórica, en m/s

Al utilizar un factor de reducción, es posible disminuir los errores relativos generados por utilizar las ecuaciones, con lo cual ya es posible fijar un límite superior para poder discriminar de entre las ecuaciones cuáles son las de mejor ajuste. En este trabajo se optó por utilizar un valor del 5% de error relativo como frontera superior, porque al verificar los resultados después de aplicar los factores de reducción correspondientes se llegó a la conclusión de que un 5% de error relativo era un valor muy aceptable debido al manejo de valores pequeños (entre 10^{-2}). En las siguientes tablas se complementa lo antes explicado.

Tabla IV.6 Factores de reducción para el sitio Holbox, zona backshore

Ecuacion	Wf_lab	Wf_Cal	Error	Eabs	Erel	FR	Wf con FR	Eabs	Erel	cual checa
Hal	0.01188	0.0162	-0.00432	0.00432	26.66956	0.73333333	0.015228	0.003348	21.99%	0
Van	0.01188	0.01353	-0.00165	0.00165	12.1985	0.87804878	0.0127182	0.0008382	6.59%	0
Sou	0.01188	0.01372	-0.00184	0.00184	13.44144	0.86588921	0.0128968	0.0010168	7.88%	0
Ahr	0.01188	0.01438	-0.0025	0.0025	17.39525	0.82614743	0.0135172	0.0016372	12.11%	0
Zan	0.01188	0.01353	-0.00165	0.00165	12.1985	0.87804878	0.0127182	0.0008382	6.59%	0
Jul	0.01188	0.01461	-0.00273	0.00273	18.68172	0.81314168	0.0137334	0.0018534	13.50%	0
Che	0.01188	0.01381	-0.00193	0.00193	13.97727	0.8602462	0.0129814	0.0011014	8.48%	0
Jim	0.01188	0.01322	-0.00134	0.00134	10.16587	0.89863843	0.0124268	0.0005468	4.40%	1
Rub	0.01188	0.01288	-0.001	0.001	7.79153	0.92236025	0.0121072	0.0002272	1.88%	1
Cha	0.01188	0.01307	-0.00119	0.00119	9.11261	0.9089518	0.0122858	0.0004058	3.30%	1
Swa	0.01188	0.01307	-0.00119	0.00119	9.12262	0.9089518	0.0122858	0.0004058	3.30%	1
Cam	0.01188	0.01256	-0.00068	0.00068	5.40978	0.94585987	0.0118064	7.36E-05	0.62%	1

Tabla IV.7 Factores de reducción para el sitio Holbox, zona foreshore

Ecuacion	Wf_lab	Wf_Cal	Error	Eabs	Erel	FR	Wf con FR	Eabs	Erel	cual checa
Hal	0.04256	0.06398	-0.02142	0.02142	33.47677	0.66520788	0.0467054	0.0041454	8.88%	0
Van	0.04256	0.06801	-0.02545	0.02545	37.42548	0.62579032	0.0496473	0.0070873	14.28%	0
Sou	0.04256	0.06948	-0.02692	0.02692	38.74095	0.61255037	0.0507204	0.0081604	16.09%	0
Ahr	0.04256	0.06508	-0.02252	0.02252	34.60179	0.65396435	0.0475084	0.0049484	10.42%	0
Zan	0.04256	0.06801	-0.02545	0.02545	37.42548	0.62579032	0.0496473	0.0070873	14.28%	0
Jul	0.04256	0.06646	-0.0239	0.0239	35.96246	0.64038519	0.0485158	0.0059558	12.28%	0
Che	0.04256	0.06319	-0.02063	0.02063	32.64947	0.67352429	0.0461287	0.0035687	7.74%	0
Jim	0.04256	0.06623	-0.02367	0.02367	35.7356	0.64260909	0.0483479	0.0057879	11.97%	0
Rub	0.04256	0.06672	-0.02416	0.02416	36.21469	0.63788969	0.0487056	0.0061456	12.62%	0
Cha	0.04256	0.06754	-0.02498	0.02498	36.98841	0.6301451	0.0493042	0.0067442	13.68%	0
Swa	0.04256	0.07004	-0.02748	0.02748	39.23247	0.60765277	0.0511292	0.0085692	16.76%	0
Cam	0.04256	0.05822	-0.01566	0.01566	26.90054	0.73102027	0.0425006	5.94E-05	0.14%	1

Tabla IV.8 Factores de reducción para el sitio Holbox, zona offshore

Ecuacion	Wf_lab	Wf_Cal	Error	Eabs	Erel	FR	Wf con FR	Eabs	Erel	cual checa
Hal	0.01044	0.01431	-0.00387	0.00387	27.05122	0.72955975	0.0133083	0.0028683	21.55%	0
Van	0.01044	0.01194	-0.0015	0.0015	12.56051	0.87437186	0.0111042	0.0006642	5.98%	0
Sou	0.01044	0.01211	-0.00167	0.00167	13.77735	0.86209744	0.0112623	0.0008223	7.30%	0
Ahr	0.01044	0.0129	-0.00246	0.00246	19.04259	0.80930233	0.011997	0.001557	12.98%	0
Zan	0.01044	0.01194	-0.0015	0.0015	12.56051	0.87437186	0.0111042	0.0006642	5.98%	0
Jul	0.01044	0.01294	-0.0025	0.0025	19.32954	0.80680062	0.0120342	0.0015942	13.25%	0
Che	0.01044	0.01234	-0.0019	0.0019	15.43039	0.84602917	0.0114762	0.0010362	9.03%	0
Jim	0.01044	0.01178	-0.00134	0.00134	11.38518	0.88624788	0.0109554	0.0005154	4.70%	1
Rub	0.01044	0.01439	-0.00395	0.00395	27.45649	0.72550382	0.0133827	0.0029427	21.99%	0
Cha	0.01044	0.01161	-0.00117	0.00117	10.07835	0.89922481	0.0107973	0.0003573	3.31%	1
Swa	0.01044	0.01191	-0.00147	0.00147	12.3121	0.87657431	0.0110763	0.0006363	5.74%	0
Cam	0.01044	0.01121	-0.00077	0.00077	6.88148	0.93131133	0.0104253	1.47E-05	0.14%	1

Al revisar las tablas anteriores, la columna en la cual está indicada con el título “Wf con FR” es la velocidad de caída calculada con las expresiones afectadas por el factor de reducción que corresponde a la ecuación que presentó el menor error relativo. El motivo de esto es para asegurar que al elegir qué ecuaciones son las de mejor ajuste, la expresión con el menor error relativo también está dentro de ésta,

porque al manejar algún otro valor, por ejemplo el promedio de un F_R , cambia la tendencia que presentan los valores de error relativo, además de que el menor error relativo, al ser un valor extremo, no clasificaría dentro de este criterio, razón por la cual es que se optó por manejar el F_R mayor.

IV.2.2.2.- Segundo criterio de comparación

Al tener la clasificación resultado de aplicar el primer criterio, se obtiene las ecuaciones de mejor ajuste a los datos experimentales para cada muestra. Sin embargo, al hacer el análisis por zona del perfil de playa (backshore, foreshore, offshore), no es posible aún decidir qué expresiones son las mejores para su utilización porque, al menos una vez, una expresión se ajustó a los datos experimentales con error relativo bajo. Por ejemplo, para el análisis en la zona backshore para el estado de Quintana Roo, se obtuvo que Camenen tiene una frecuencia de mejor ajuste de un 83%, mientras que Van Rijn tiene una frecuencia de sólo el 6%. Sería incorrecto afirmar que todas las expresiones se ajustan al menos una vez a los datos, pues lo que se pretende es determinar para todo el rango de diámetros la o las ecuaciones de mejor comportamiento, para lo cual se aplicó esta segunda etapa o criterio de clasificación.

Se debe de entender que, en esta segunda etapa de discriminación de expresiones, lo que se busca determinar cuáles igualdades de velocidad de caída tienen la mayor frecuencia con la cual se ajustan al rango de diámetros y por lo tanto a los resultados de velocidad de caída experimentales obtenidos. A continuación se muestran las frecuencias para los tres estados que conforman la península de Yucatán.

Cabe señalar que para el estado de Campeche sólo se trabajaron con apenas 7 muestras, sin embargo y como se verá más adelante al comparar con otros trabajos existentes, es posible inferir sin llegar a conclusiones erróneas que ecuaciones son las de mejor ajuste para este estado.

Tabla IV.9 Frecuencias de mejor ajuste de las ecuaciones para el estado de Quintana Roo, zona backshore

Ec	Hal	Van	Sou	Ahr	Zan	Jul	Che	Jim	Rub	Cha	Swa	Cam
Frec	16	2	4	9	2	6	9	8	11	7	12	25
Por (%)	53.33	6.67	13.33	30.00	6.67	20.00	30.00	26.67	36.67	23.33	40.00	83.33

Tabla IV.10 Frecuencias de mejor ajuste de las ecuaciones para el estado de Quintana Roo, zona foreshore

Ec	Hal	Van	Sou	Ahr	Zan	Jul	Che	Jim	Rub	Cha	Swa	Cam
Frec	15	1	0	9	1	5	15	4	9	5	16	35
Por (%)	42.90	2.90	0.00	2.57	2.90	14.30	42.90	11.40	25.70	14.30	45.70	100.00

Tabla IV.11 Frecuencias de mejor ajuste de las ecuaciones para el estado de Quintana Roo, zona offshore

Ec	Hal	Van	Sou	Ahr	Zan	Jul	Che	Jim	Rub	Cha	Swa	Cam
Frec	10	3	2	4	4	10	15	3	6	4	8	26
Por (%)	30.30	9.10	6.10	12.10	12.10	30.30	45.50	9.10	18.20	12.10	24.20	78.80

Tabla IV.12 Frecuencias de mejor ajuste de las ecuaciones para el estado de Yucatán, zona backshore

Ec	Hal	Van	Sou	Ahr	Zan	Jul	Che	Jim	Rub	Cha	Swa	Cam
Frec	5	0	0	4	0	0	5	0	0	0	0	5
Por (%)	100.00	0.00	0.00	80.00	0.00	0.00	100.00	0.00	0.00	0.00	0.00	100.00

Tabla IV.13 Frecuencias de mejor ajuste de las ecuaciones para el estado de Yucatán, zona foreshore

Ec	Hal	Van	Sou	Ahr	Zan	Jul	Che	Jim	Rub	Cha	Swa	Cam
Frec	2	1	0	1	1	3	6	0	0	0	0	6
Por (%)	33.33	16.67	0.00	16.67	16.67	50.00	100.00	0.00	0.00	0.00	0.00	100.00

Tabla IV.14 Frecuencias de mejor ajuste de las ecuaciones para el estado de Yucatán, zona offshore

Ec	Hal	Van	Sou	Ahr	Zan	Jul	Che	Jim	Rub	Cha	Swa	Cam
Frec	4	0	0	4	0	0	3	5	7	3	7	9
Por (%)	33.33	0.00	0.00	33.33	0.00	0.00	25.00	41.67	58.33	25.00	58.33	75.00

Tabla IV.15 Frecuencias de mejor ajuste de las ecuaciones para el estado de Campeche, zona backshore

Ec	Hal	Van	Sou	Ahr	Zan	Jul	Che	Jim	Rub	Cha	Swa	Cam
Frec	1	1	1	1	1	0	2	1	1	1	1	2
Por (%)	33.33	33.33	33.33	33.33	33.33	0.00	66.70	33.33	33.33	33.33	33.33	66.70

Tabla IV.16 Frecuencias de mejor ajuste de las ecuaciones para el estado de Campeche, zona foreshore

Ec	Hal	Van	Sou	Ahr	Zan	Jul	Che	Jim	Rub	Cha	Swa	Cam
Frec	0	1	0	0	1	1	1	0	1	0	1	3
Por (%)	0.00	33.33	0.00	0.00	33.33	33.33	33.33	0.00	33.33	0.00	33.33	100.00

Tabla IV.17 Frecuencias de mejor ajuste de las ecuaciones para el estado de Campeche, zona offshore

Ec	Hal	Van	Sou	Ahr	Zan	Jul	Che	Jim	Rub	Cha	Swa	Cam
Frec	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1
Por (%)	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	100.00

Aún cuando la isla barrera de Cancún pertenece al estado de Quintana Roo y ya se realizó su análisis, se obtuvieron en una de las campañas de campo muestras para la

zona hotelera de esta importante zona turística, por lo cual, aunado a los resultados correspondientes al estado en cuestión, se presentan los resultados de esta zona.

Tabla IV.18 Frecuencias de mejor ajuste de las ecuaciones para la isla barrera de Cancún, Quintana Roo, zona backshore

Ec	Hal	Van	Sou	Ahr	Zan	Jul	Che	Jim	Rub	Cha	Swa	Cam
Frec	4	2	0	4	2	2	2	3	3	3	4	3
Por (%)	66.67	33.33	0.00	66.67	33.33	33.33	33.33	50.00	50.00	50.00	66.67	50.00

Tabla IV.19 Frecuencias de mejor ajuste de las ecuaciones para la isla barrera de Cancún, Quintana Roo, zona foreshore

Ec	Hal	Van	Sou	Ahr	Zan	Jul	Che	Jim	Rub	Cha	Swa	Cam
Frec	4	1	1	2	1	3	4	1	1	1	0	4
Por (%)	57.14	14.29	14.29	28.57	14.29	42.86	57.14	14.29	14.29	14.29	0.00	57.14

donde:

Frec = frecuencia con la cual determinada ecuación se ajustó al rango de valores de velocidad de caída

Por = frecuencia, en %

Hal = ecuación empírica de Hallermeier

Van = ecuación empírica de Van Rijn

Sou = ecuación empírica de Soulsby

Ahr = ecuación empírica de Ahrens

Zan = ecuación empírica de Zanke

Jul = ecuación empírica de Julien

Che = ecuación empírica de Cheng

Jim = ecuación empírica Jiménez y Madsen

Rub = ecuación empírica de Rubey

Cha = ecuación empírica de Chang y Liou

Swa = ecuación empírica de Swamee y Ohja

Cam = ecuación empírica de Camenen

De manera gráfica se puede observar los resultados de las tablas anteriores en las siguientes figuras para cada estado que conforman la península de Yucatán.

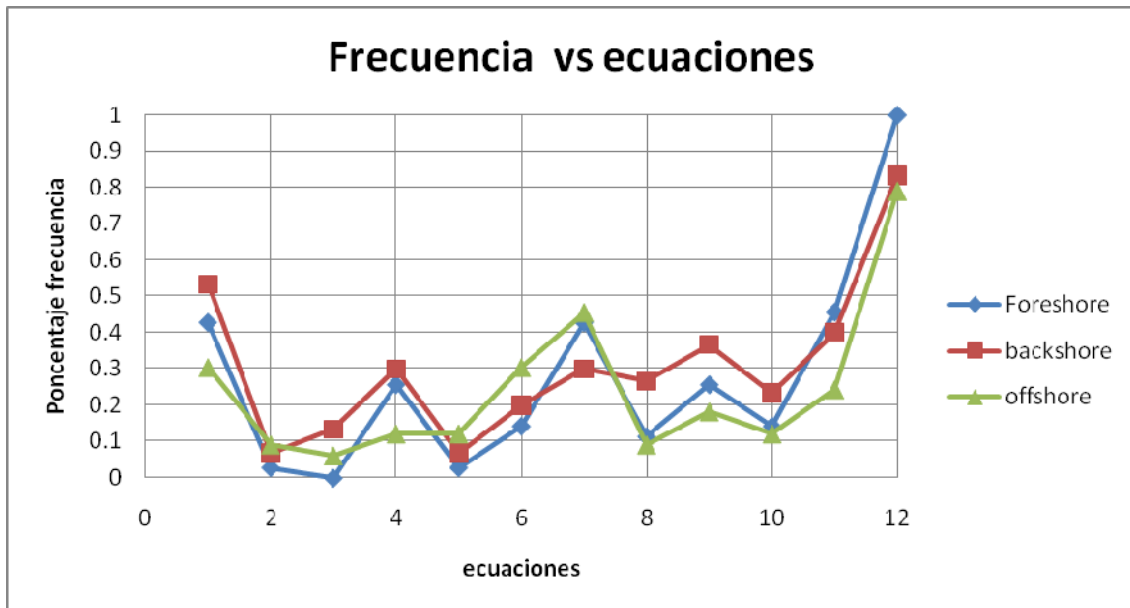


Figura IV.1 Frecuencia de mejor ajuste vs ecuaciones empíricas de velocidad de caída para el estado de Quintana Roo, México

en donde:

1 = Hal; 2 = Van; 3 = Sou; 4 = Ahr; 5 = Zan; 6 = Jul; 7 = Che; 8 = Jim; 9 = Rub; 10 = Cha; 11 = Swa; 12 = Cam.

En la figura IV.1 se observa que Camenen es la expresión de mejor ajuste respecto de las otras 11 ecuaciones. Sin embargo, aceptando cierta holgura, es decir, permitir que aparte de Camenen se pueda encontrar otra ecuación, con un adecuado ajuste para el rango de valores de velocidad de caída experimental. Al observar la figura IV.1, es posible determinar que, en orden de mejor comportamiento, Camenen, Swamee, Hallermeier y Cheng son las expresiones que mejor representan los resultados experimentales para las arenas de las tres zonas del perfil de playa pertenecientes al estado de Quintana Roo. De igual manera se presentan las figuras para Yucatán y la isla barrera de Cancún.

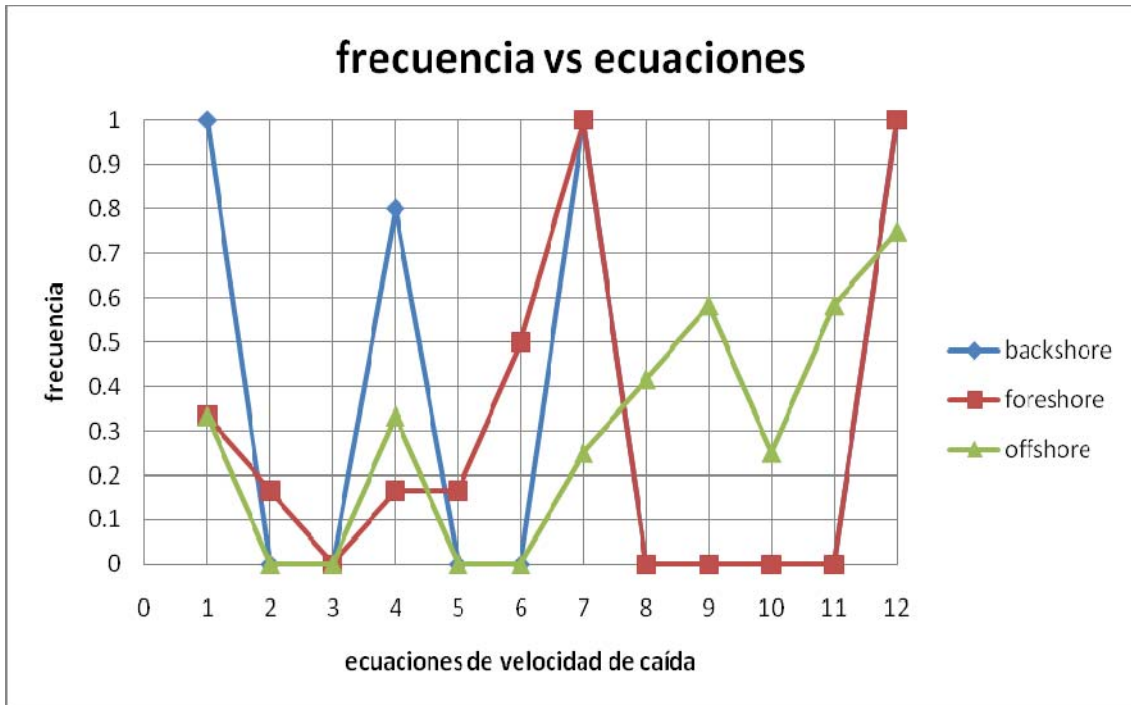


Figura IV.2 Frecuencia de mejor ajuste vs ecuaciones empíricas de velocidad de caída para el estado de Yucatán, México

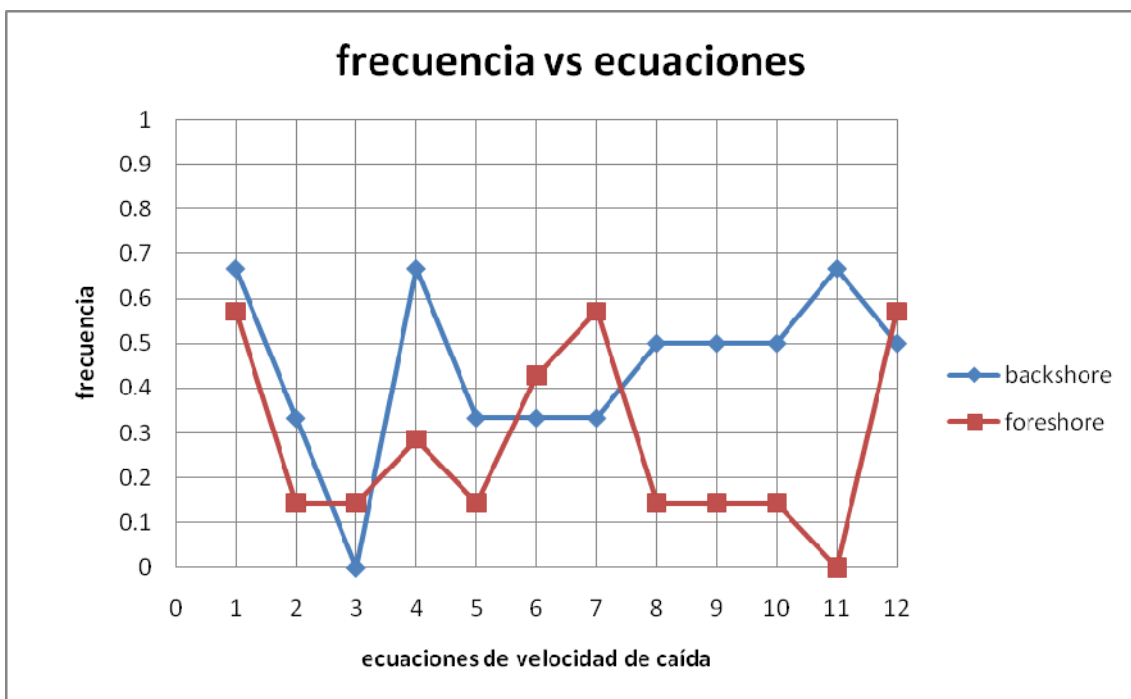


Figura IV.3 Frecuencia de mejor ajuste vs ecuaciones empíricas de velocidad de caída para Cancún, Quintana Roo México

1 = Hal; 2 = Van; 3 = Sou; 4 = Ahr; 5 = Zan; 6 = Jul; 7 = Che; 8 = Jim; 9 = Rub; 10 = Cha; 11 = Swa; 12 = Cam.

En la figura IV.2 se puede observar que para las tres zonas del perfil de playa Camenen se ajusta muy bien. Cheng se ajusta muy bien para las zonas backshore y foreshore; Hallermeier y Ahrens se comportan junto con Cheng y Camenen muy bien para la zona backshore.

En la figura IV.3 se puede apreciar que las formulaciones de Hallermeier, Ahrens y Swamee se ajustan muy bien a los resultados para la zona backshore; Hallermeier, Cheng y Camenen lo hacen para la zona foreshore.

IV.2.3.- Clasificación a partir de la velocidad de caída

A partir de la comparación de los resultados experimentales y teóricos, es posible determinar una clasificación por zonas del perfil de playa y por estado de la península. A continuación se muestra las ecuaciones de velocidad de caída por zona y por estado.

Tabla IV.20 Clasificación de las ecuaciones de mejor comportamiento para la península de Yucatán

		Zona del perfil de playa			
		backshore	foreshore	offshore	
Estado	Quintana Roo	Hallermeier	Hallermeier		Ecuaciones
			Cheng	Cheng	
		Swamee	Swamee		
		Camenen	Camenen	Camenen	
	Yucatán	Hallermeier			
		Ahrens	Julien	Rubey	
		Cheng	Cheng	Swamee	
		Camenen	Camenen	Camenen	
	Campeche	Cheng			
		Camenen	Camenen	Camenen	

De igual forma, para la isla barrera de Cancún se tiene una clasificación específica para esta importante zona turística.

Tabla IV.21 Clasificación de las ecuaciones para Cancún, Quintana Roo

		Zona del perfil de playa			
		backshore	foreshore	offshore	
Cancún	Ahrens	Camenen		Ecuaciones	
	Swamee				

Al no tener preferencia en la forma de la partícula, esto es, al tener todas las formas de las partículas, como resultado de esto último, es que se tiene para algunas zonas del perfil de playa y para el mismo estado formulaciones distintas que se ajustaron lo mejor posible para tal zona. A pesar de ello, es posible visualizar que Camenen y Cheng son las expresiones que se comportaron mejor para todas las zonas del perfil de playa de la península de Yucatán, mismos resultados obtenidos por Alcérreca (2009). Finalmente se presentan los rangos del d_{50} en los que se trabajaron.

Tabla IV.22 Rangos del d_{50} de las partículas de la península de Yucatán

Estado	Zona	Rango (mm)
QR	backshore	0.57 - 0.14
	foreshore	1.30 - 0.14
	offshore	2.01 - 0.07
Yucatán	backshore	0.43 - 0.31
	foreshore	0.75 - 0.37
	offshore	0.43 - 0.15
Campeche	backshore	0.43 - 0.19
	foreshore	0.98 - 0.16
	offshore	0.14 - 0.14
	Zona	Rango (mm)
Cancún	backshore	0.38 - 0.25
	foreshore	0.63 - 0.42

IV.3.- DISCUSIÓN

Como parte del objetivo principal de esta tesis citado al principio de la misma, fue determinar que ecuaciones empíricas de velocidad de caída son las que se ajustan más a la realidad de la velocidad de caída de las arenas a lo largo de la línea de costa de la península de Yucatán. Al tener presente tal objetivo, se puede notar que nunca se buscó trabajar con una forma de la partícula en especial, es decir, siempre se tuvo en mente trabajar con todas las formas posibles obteniendo de esta forma resultados que representen la realidad de la velocidad de caída de una manera general, pues como se observó en la parte experimental, nunca hubo un predominio de una forma de partícula sobre otras formas. De esta manera, es posible decir que los resultados presentados en esta tesis tienen una visión general y no particular sobre la forma de las partículas que conforman las playas de la península de Yucatán.

En lo que se refiere a la gran variabilidad del error relativo obtenido en cada ensayo, se muestra que en cada una de las 12 formulaciones utilizadas en este trabajo tienen sus limitantes, pues los autores que les dieron origen fijaron una serie de fronteras en las cuales sus expresiones se comporten lo mejor posible y que representen la realidad para determinado sedimento y para cierta región, como puede verse en el estado del arte presentado en este trabajo.

Los resultados de velocidad de caída experimentales obtenidos en este trabajo confirman otros en lo que se refiere a que los mismos resultan ser menores que los datos teóricos. También se observa una diferencia en la cual la velocidad de caída medida resulta ser menor que la obtenida con las ecuaciones, teniendo como frontera superior la ley de Stokes. Por supuesto que con esto no se quiere ser imperativo pues puede resultar que en algunos ensayos posteriores se tenga lo opuesto, es decir, que se tengan velocidades de caída medidas mayores a las teóricas. En este trabajo se presentaron en 4 ensayos esta última situación, en las cuales para algunas expresiones

resultó ser la velocidad de laboratorio mayor a la velocidad de las expresiones. A continuación se presenta un ejemplo de esta situación.

Tabla IV.23 Velocidad de caída para el sitio Punto F, zona offshore

Ecuacion	Wf_lab	Wf_Cal	Error	Eabs	Erel	FR	Wf con FR	Eabs	Erel	cual checa
Hal	0.01143	0.01168	-0.00025	0.00025	2.14833	0.97859589	0.0114464	1.64E-05	0.14%	1
Van	0.01143	0.00993	0.0015	0.0015	15.11038	1.1510574	0.0097314	0.0016986	17.45%	0
Sou	0.01143	0.01007	0.00136	0.00136	13.54842	1.13505462	0.0098686	0.0015614	15.82%	0
Ahr	0.01143	0.01096	0.00047	0.00047	4.3075	1.04288321	0.0107408	0.0006892	6.42%	0
Zan	0.01143	0.00993	0.0015	0.0015	15.11038	1.1510574	0.0097314	0.0016986	17.45%	0
Jul	0.01143	0.01083	0.00061	0.00061	5.5989	1.05540166	0.0106134	0.0008166	7.69%	0
Che	0.01143	0.01049	0.00094	0.00094	8.9484	1.08960915	0.0102802	0.0011498	11.18%	0
Jim	0.01143	0.00997	0.00147	0.00147	14.71879	1.14643932	0.0097706	0.0016594	16.98%	0
Rub	0.01143	0.01175	-0.00032	0.00032	2.69195	0.97276596	0.011515	0.000085	0.74%	1
Cha	0.01143	0.00977	0.00166	0.00166	16.99921	1.16990788	0.0095746	0.0018554	19.38%	0
Swa	0.01143	0.00996	0.00147	0.00147	14.7988	1.14759036	0.0097608	0.0016692	17.10%	0
Cam	0.01143	0.00934	0.00209	0.00209	22.41966	1.22376874	0.0091532	0.0022768	24.87%	0

Finalmente, en este trabajo se introdujo un concepto que se deja abierto al debate, el cual es el factor de reducción F_R . La trayectoria de las partículas que supone la ley de Stokes y las formulaciones empíricas de velocidad de caída es que la misma sea rectilínea. La trayectoria se ve modificada por la forma que posea una partícula y esto es debido a que los esfuerzos cortantes y normales que se desarrollan en la superficie del grano no son uniformes, por lo cual y asociando esfuerzos a fuerzas, es posible que se desarrolle un par y/o una fuerza desequilibrante modificando de esta manera la trayectoria de las partículas. El par desequilibrante se manifiesta al observar que algunas partículas giren alrededor de su centro de masa. En este trabajo se observó que para un mismo ensayo, algunos granos giraban alrededor de su centro, otras desviaban su trayectoria, otras más presentaron las dos situaciones antes descritas al mismo tiempo y algunas más presentaban una trayectoria recta. Sin embargo, aún para una misma forma de partícula o para formas aproximadas, las trayectorias pueden ser distintas, lo cual resulta ser un problema que se traduce en una incertidumbre en la trayectoria; cabe señalar que esto es lo observado en los experimentos y que se abre la discusión sobre esto. Aún cuando se cuenta con un factor de forma (CSF) y el cual participa en las expresiones de Camenen y Swamee, las mismas expresiones y las otras 10 restantes no toman en cuenta lo antes descrito. El factor de reducción lo que pretende es tomar la incertidumbre que se tiene en la trayectoria de las partículas, lo cual viene a solucionar de una manera práctica tal problema. Se presentan en seguida unas gráficas en las que se ven involucradas el factor de forma de Corey y el factor de reducción obtenidos en esta tesis.

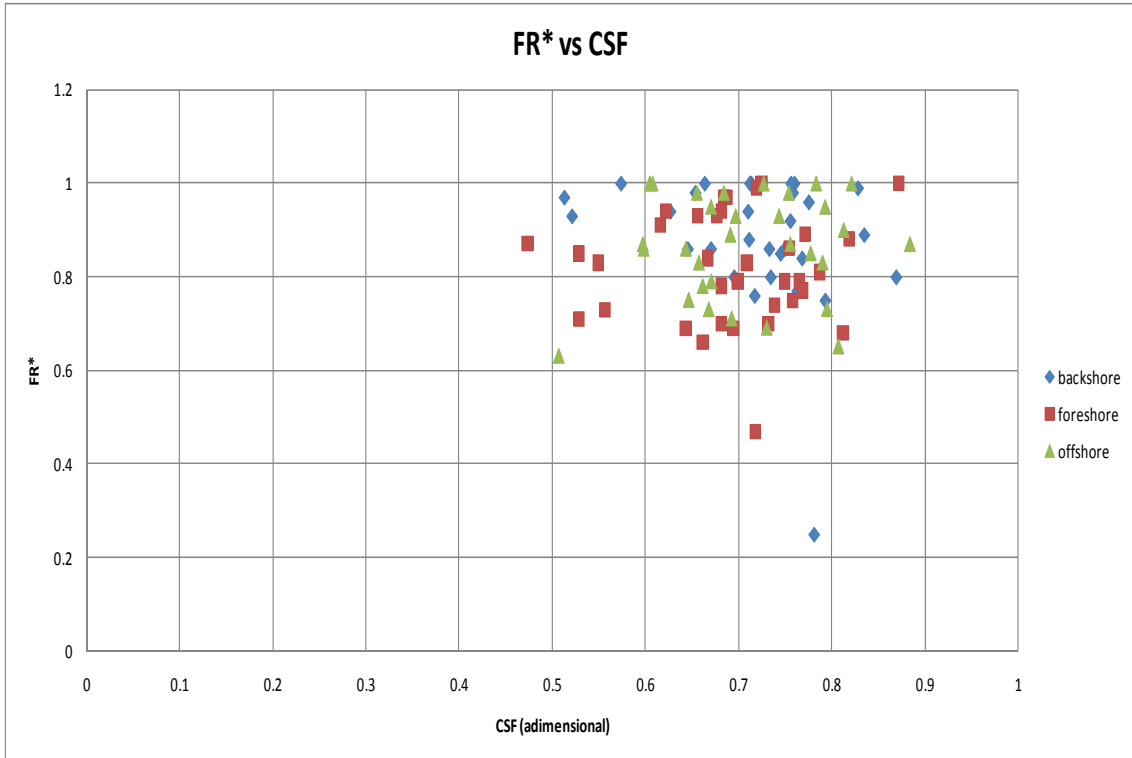


Figura IV.4 Factor de reducción vs factor de forma de Corey (CSF) para el estado de Quintana Roo, México

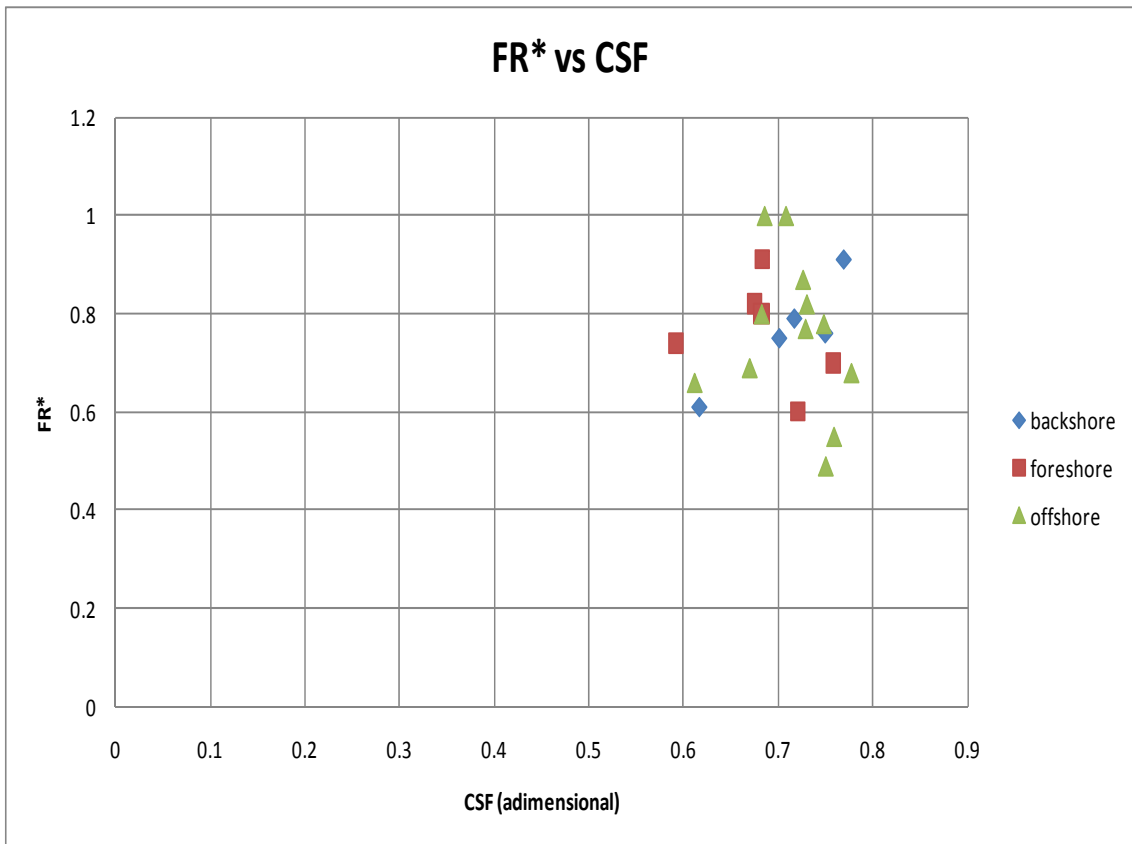


Figura IV.5 Factor de reducción vs factor de forma de Corey (CSF) para el estado de Yucatán, México

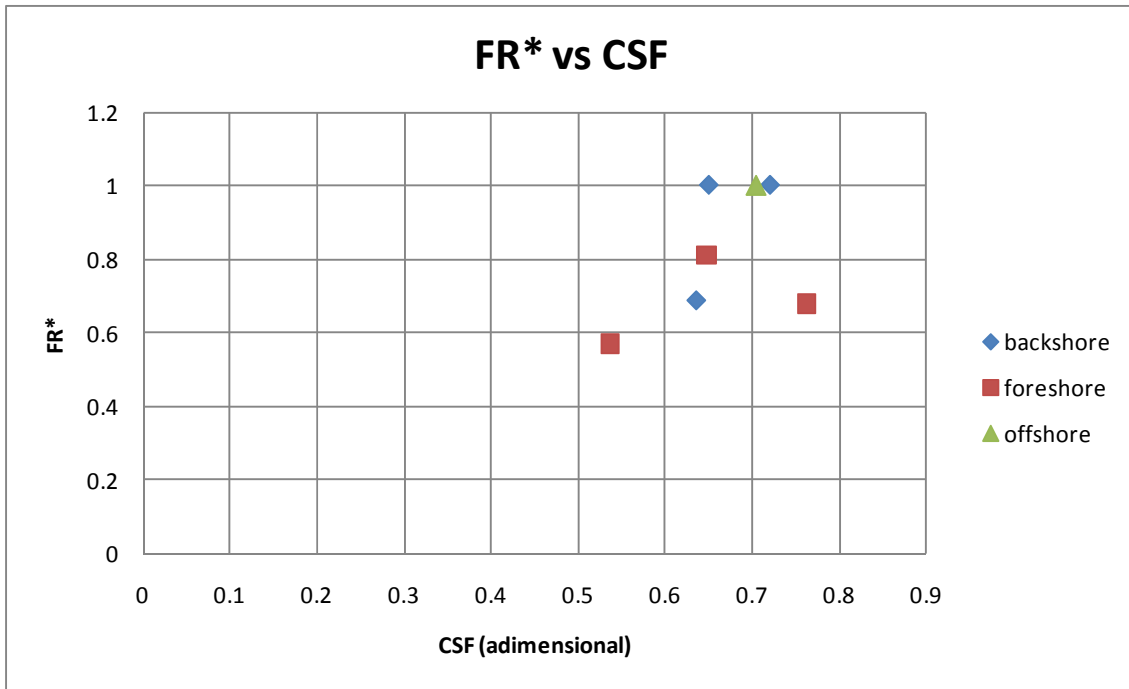


Figura IV.6 Factor de reducción vs factor de forma de Corey (CSF) para el estado de Campeche, México

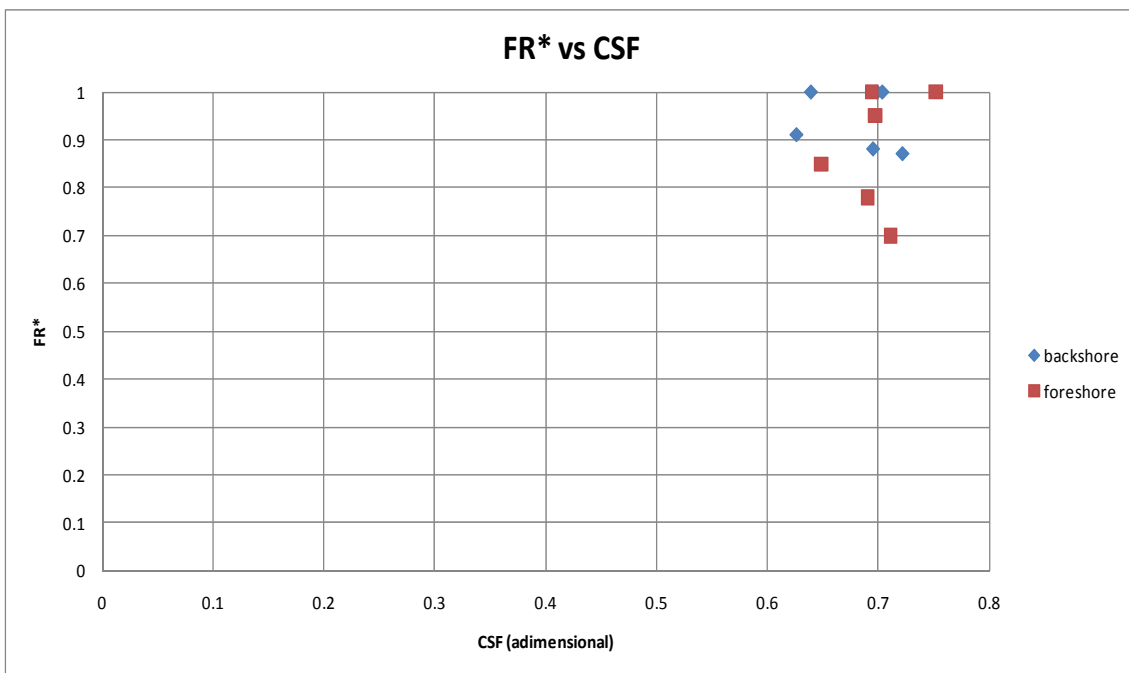


Figura IV.7 Factor de reducción vs factor de forma de Corey (CSF) para Cancún, Quintana Roo, México

Resumiendo las figuras IV.4, 5, 6 y 7 en una sola tabla, se presentan los rangos para ambos factores y como podrá notarse, se pretende que la relación en ambos sea lineal, lo cual puede justificarse de la siguiente manera: conforme el factor de Corey se acerca más a 1 (esfera), el factor de reducción tenderá a ser 1 pues los esfuerzos cortantes y normales tienden a ser más uniformes a lo largo de la superficie de la partícula. Anteriormente se dijo que para una misma forma, la trayectoria puede ser distinta, pero esto es para aquellas partículas que difieren de una esfera y tienen tanto una forma geométrica definida o irregular.



Tabla IV.24 Rangos de los factores de reducción de Corey

Estado	FR*	CSF
Quintana Roo	0.7 - 1.0	0.6 - 0.8
Yucatán	0.7 - 0.9	0.6 - 0.8
Campeche	0.6 - 0.8	0.6 - 0.8
Cancún	0.8 - 1.0	0.6 - 0.8

donde:

CSF = factor de forma de Corey, adimensional

FR* = factor de reducción correspondiente a la expresión que presentó el menor error relativo en cada muestra, adimensional