

SECCIÓN I.- MARCO TEÓRICO

Los fenómenos que tienen lugar en la interfaz entre el mar y la tierra al mismo tiempo son de naturaleza compleja, lo cual ha motivado la realización de estudios para poder explicar su dinámica. En buena medida, la principal motivación se debe a la gran concentración de poblaciones que se asientan a lo largo de la línea de costa. Uno de los principales objetivos de estas investigaciones es proveer soluciones a problemas reales que se presentan en esta zona (costa). Los esfuerzos se canalizan principalmente a la evaluación del transporte de sedimento (erosión y acumulación de material), pues es el factor más sobresaliente que hace notar sus efectos en la línea de costa. Dicho lo anterior, no se debe olvidar que existen otros temas de importancia similar, como puede ser el estudio de la calidad del agua y el sedimento, el estudio del ecosistema visto a un nivel más general que el tópico anterior, por mencionar algunos. Para abordar cualquiera de estos temas, la selección de las escalas temporal y espacial es un elemento que se utiliza para decidir sobre qué se van a canalizar los esfuerzos de investigación. En la escala espacial, el estudio puede considerar desde el análisis de la interacción de partículas de material, hasta una amplia extensión de terreno de cientos de kilómetros. En la escala temporal puede haber una variación parecida a la escala espacial, que puede ser, por ejemplo, desde el transporte de sedimento generado al paso de una ola (segundos), la incidencia de una tormenta (horas) y hasta la evolución climática a escala mundial (cientos o miles de años).

En el presente trabajo y haciendo uso de este criterio, se puede decir que el mismo cae, a nivel espacial, en el estudio de interacción de partículas que conforman la playa; mientras que, la velocidad de caída puede utilizarse como un elemento más que participa utilizando cualquier escala temporal, esto es, los resultados de la velocidad de caída pueden manejarse desde segundos hasta años.

Entonces, el transporte de sedimento, en el cual la velocidad de caída es un parámetro que participa, entendiéndose al transporte como la erosión, el desplazamiento de material de un lugar a otro y la sedimentación, a donde finalmente se enfoca este esfuerzo realizado.

Como se explicará más adelante, la velocidad de caída está íntimamente ligada con la forma de la partícula y de su densidad, principalmente. Por supuesto, no se dejará de lado otros factores como son las propiedades del agua; sin embargo, la experiencia en este trabajo deja en claro que la velocidad de caída en arenas costeras estará condicionada por las dos características del sedimento ya antes mencionadas.

I.1.- PLAYA

Existen varias definiciones sobre playa y es debido a que la playa puede verse desde distintos puntos de vista. A continuación se presentan algunos enfoques sobre esto:

Desde un punto de vista geográfico, una playa es un accidente geográfico formado por la acumulación de sedimento no consolidado por el efecto de la dinámica marina que predomine en el sitio. Factores como las mareas, el oleaje, las corrientes y los ciclones son los responsables de la fisonomía que adquiera la playa. Generalmente el material que conforma a la playa son arenas, aunque en algunos casos el material pueden ser gravas, pudiendo existir ambos sobre un mismo banco de sedimentos, como se muestra en la figura I.1, esto es posible debido a que en unos cuantos metros el tipo de rompiente puede cambiar con lo cual se genera tal variación. Como consecuencia de lo anterior, la playa se convierte en un accidente geográfico dinámico que se encuentra en constante cambio.



Figura I.1.- Gravas y arenas en un mismo banco de material



Figura I.2.- Playa en un río

Desde un punto de vista de uso, la playa son los diferentes sitios planos, anchos y libres de obstáculos que se destinan a un uso específico; por ejemplo, turismo, comercio o extracción de materiales, entre otros.

Desde un punto de vista etimológico, la playa proviene del latín *plagia* que significa la ribera del mar, un río, laguna o algún otro cuerpo de agua de importantes dimensiones.

Aún cuando hay más definiciones sobre este tema, la playa se definirá en esta tesis de la siguiente manera:

La *playa* se puede definir como el conjunto de partículas no consolidadas en donde interactúan las fuerzas del mar y de la tierra. Para complementar esta definición, la playa se extiende desde la línea de bajamar y hasta un cambio notable fisiográfico como puede ser la capa vegetal permanente, un acantilado, etc. Aunque en esta zona se tiene al viento como principal fuerza responsable de la formación de dunas, la mayor parte de los fenómenos se llevan a cabo en la zona sumergida (erosión y azolvamiento de material), por lo que podemos usar otro término que abarque ambos ambientes (seco y sumergido) que es el de *litoral*.

Por último, de forma general, la *costa* es todo lo comprendido en la definición de litoral más los sistemas o zonas tierra adentro como lagunas litorales y sistemas que se forman entre el mar y tierra firme como son las flechas litorales. Sin embargo, es usual considerar litoral y playa como sinónimo y aunque no lo es, en este trabajo se considerará el término de playa como sinónimo de litoral.

I.1.1-Perfil de una playa.

Las partes en que está enmarcado un perfil de playa y como se manejará en esta tesis es de la siguiente manera:

- *Backshore*: también conocida como berma o simplemente zona seca de la playa, esta parte del perfil comprende desde el cambio fisiográfico notable y hasta la línea imaginaria de altamar.
- *Foreshore*: esta parte del perfil comprende desde la línea de pleamar y hasta la línea de bajamar. Como puede notarse, esta parte del perfil corresponde exactamente a la zona de lavado o swash zone.
- *Inshore*: esta parte comprende desde la línea de bajamar y hasta la zona donde las olas empiezan a ser inestables.

Las partes foreshore e inshore forman parte de lo que se conoce como *nearshore* o playa cercana; a partir del nearshore y hacia mar adentro, es lo que se conoce como *offshore* o playa lejana, no encontrando límite alguno hacia mar adentro.

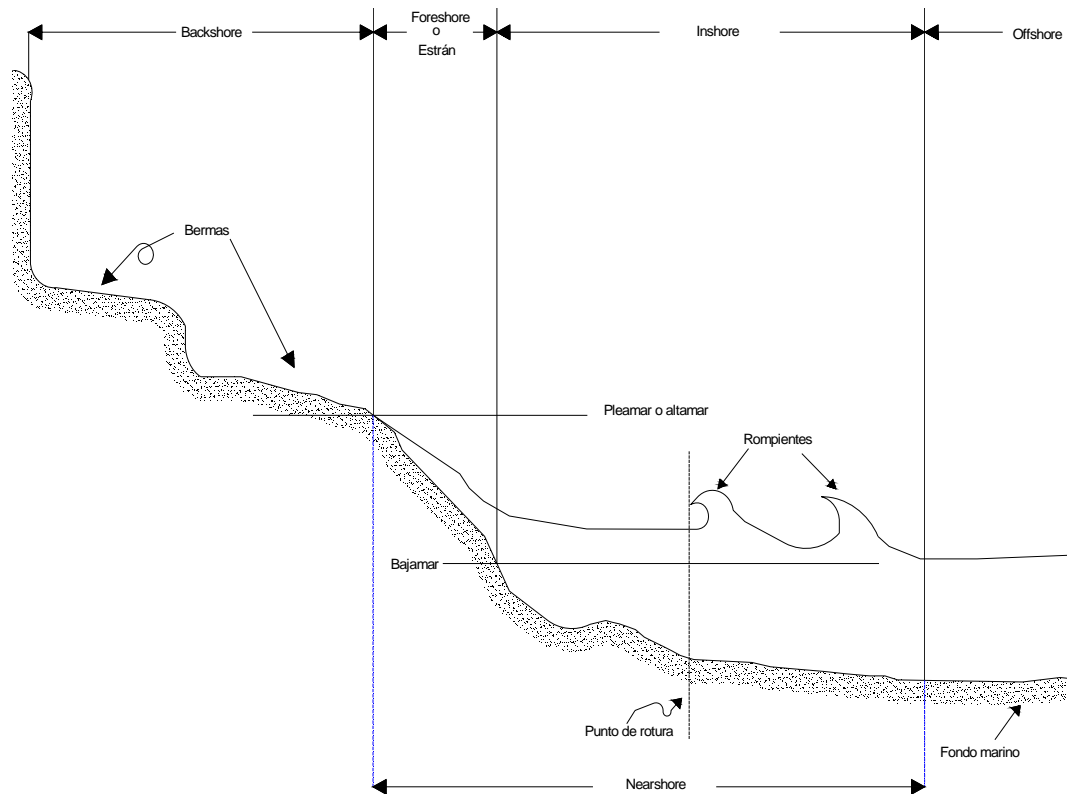


Figura I.3 Zonas del perfil de una playa

El perfil que tome la playa estará condicionado por la energía que le sea suministrada, así como por las propiedades que posea el sedimento. Con esto se puede inferir que, si el oleaje trae consigo demasiada energía, se tendrán playas con sedimento muy grande y por el contrario, si el oleaje proporciona poca energía a la playa, ésta poseerá sedimento pequeño y viceversa, dependiendo del tamaño de las partículas que haya en la playa, se podrá inferir de manera primera el tipo de oleaje que esté presente en la zona o región.

Por otra parte y aunado a lo anterior, la variabilidad temporal del sedimento es función de su tamaño y de su localización dentro del perfil de playa. Con ello, se tendrán elementos desde la formación de pequeños ripples ocasionados por el paso de una ola, hasta la formación de sistemas de gran tamaño como puede ser una flecha litoral.

I.2.- DINÁMICA MARINA

En esta apartado se hará una descripción general de la dinámica marina de la península de Yucatán.

I.2.1.- Oleaje.

El oleaje son ondas de agua que se forman en la superficie del mar. El proceso para que se formen estas olas consiste en la acción del viento sobre la superficie del agua y la resistencia que presenta la misma, formando olas forzadas. Precisamente la

caída de estas olas sobre el agua genera ondulaciones y es lo que a simple vista se le conoce como oleaje.

El principal proceso que actúa en las playas es el oleaje y responsable en gran medida de los elementos morfológicos que existan en la línea de costa. Este proceso se presenta de la siguiente manera: las olas que llegan de la zona offshore suelen ser caóticas y generalmente poseen distintas velocidades, pero después de viajar determinada distancia los movimientos ondulatorios se anulan o refuerzan originando trenes de ondas definidos que se propagan a grandes distancias con una longitud de onda (L) y periodo (T) definidos. Esta generación de oleaje consistente requiere una cierta extensión de agua sobre la cual pueda tener acción el viento. A dicha extensión de agua se le conoce como fetch (arrastre). El movimiento circular ocasionado por el paso del oleaje (ver figura 1.4) en un punto dado decrece hacia abajo hasta anularse poco antes de tocar el fondo marino (como regla empírica, este movimiento se anula a una distancia de la superficie igual a la mitad de la longitud de onda, dejando la posibilidad de que esta distancia pueda ser un poco mayor o menor de este valor). Este movimiento está presente solo en aguas profundas. Conforme la profundidad decrece y a medida que las olas se acercan a la línea de costa, llega un momento en que este movimiento circular deja de serlo, modificándose a una trayectoria elíptica. En consecuencia, las trayectorias se van deformando progresivamente hasta llegar a un movimiento de vaivén sobre el fondo marino. De lo anterior se desprende lo siguiente: a) el levantamiento de la onda en la superficie y b) el frenado de la ola de contacto con el fondo marino con respecto al resto de las olas que se mueven con una velocidad mayor. Con esta sobre elevación y el frenado, se logra el desequilibrio de la ola, siendo visible el colapso de ésta. Donde ocurre esto, es en la zona de disipación o surf zone, en ella y como consecuencia de las olas rompiendo, se suspende el sedimento más fino que no es capaz de soportar los impactos constantes de las olas, el cual es arrastrado mar adentro. Hacia tierra y después de las rompientes las masas de agua que quedan posterior a la rotura de las olas se mueven hacia tierra llevando consigo material en suspensión. Esto es posible gracias a la modificación que sufren las trayectorias de las velocidades orbitales. Dicho lo anterior, se genera un transporte hacia tierra el cual se le conoce como “deriva de Stokes”. Este transporte es compensado por otro que proviene de la línea de costa el cual suele manifestarse en forma de chorro de agua de algunos metros de extensión y unos cuantos minutos de duración. A este flujo se le suele llamar “corriente de retorno”.

La masa de agua que llega a atravesar esta zona de disipación, entra en la zona de lavado o swash zone, la cual se extiende pendiente arriba en una película delgada hasta que finalmente agota su energía cinética, deteniéndose y depositando el sedimento que consigo llevaba. Entonces vuelve hacia mar adentro adquiriendo velocidad progresivamente y con ello arrastrando material del perfil de playa hasta que choca con olas que provienen de mar adentro, deteniéndose súbitamente y con lo cual dicha masa de agua pierde su capacidad de transporte, depositando el material en esta parte del perfil de playa. Es aquí donde se encuentra el sedimento de mayor tamaño pues es ésta zona donde hay un intercambio considerable de energía.

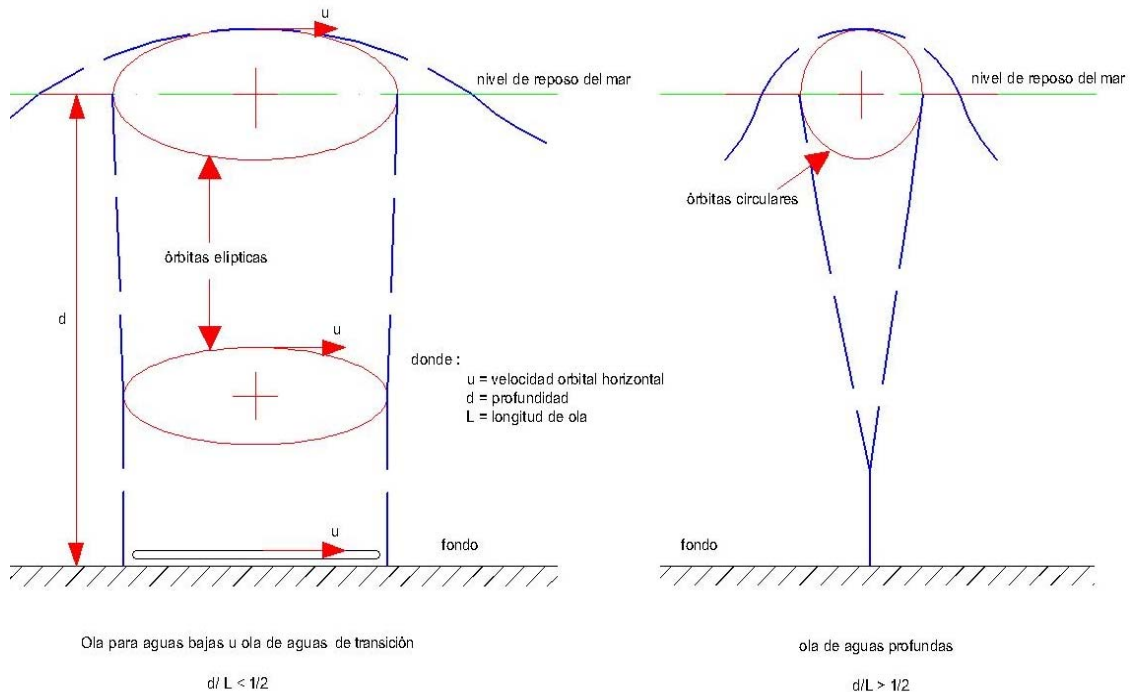


Figura 1.4 Trayectorias orbitales de las partículas de agua en una onda (Macdonel *et al.*, 1999)

En resumen, el oleaje al propagarse sobre la superficie del mar, va sufriendo cambios por el efecto de someramiento o fondo, o porque encuentra obstáculos como puede ser una barrera de arrecifes, etc, lo que origina zonas de desarrollo del oleaje. A continuación se presentan dichas zonas y se enuncian sus definiciones:

- *Swash zone o zona de lavado*: es la zona comprendida desde la línea imaginaria de pleamar y hasta la línea imaginaria de bajamar. Es donde el agua cubre de manera alternada esta parte de la playa.
- *Surf zone o zona de disipación*: es la zona comprendida desde donde se las olas rompen por primera vez y hasta la línea imaginaria de bajamar. Esta zona se caracteriza por presentar una superficie espumosa y con olas rompiendo sobre su superficie.
- *Breaker zone o zona de rompientes*: es la zona comprendida desde donde las olas se vuelven inestables y hasta donde definitivamente empiezan a romper.

Las variaciones que puede haber de estas zonas de un lugar a otro ocasionará que se tengan playas con pendientes muy fuertes en algunos sitios y en otros lugares se tengan playas con pendientes muy tendidas, como es el caso de las playas mexicanas que, por ejemplo, en la costa del Pacífico mexicano las playas son de pendiente muy fuerte, se tienen acantilados y montañas muy cercanas al mar; en cambio, en la costa del Golfo de México, las playas son más tendidas y difícilmente se encuentren acantilados (incluyendo la península de Yucatán).



Figura 1.5 La Quebrada, Acapulco México. Ejemplo de playa con un perfil que posee una pendiente muy pronunciada



Figura 1.6 Distintas playas a lo largo de la línea de costa del Golfo de México

I.2.2.- Corrientes marinas

En primera instancia, las corrientes son desplazamientos de masas del mar provocadas por la presencia de mareas distintas en dos sitios (diferencia en niveles), por diferencia de densidades o temperaturas. El viento puede producir también corrientes, sin embargo estas son superficiales generalmente (Macdonel *et al*, 1999).

En la superficie del océano siempre hay un movimiento constante y dinámico característico. Como en el oleaje, las corrientes reciben la influencia de los vientos, los cuales están sujetos por los efectos del Sol. Las corrientes marinas llevan consigo grandes cantidades de agua y energía a los lugares que se desplazan, condicionando entonces la distribución de temperatura y salinidad del océano. Es, pues, la corriente marina un movimiento de traslación continuo y permanente de una masa de agua determinada de los océanos.

Básicamente las corrientes marinas son de dos tipos: de superficie o de profundidad; las primeras son más cálidas y poseen una menor salinidad respecto de las segundas. La interacción entre ambas corrientes es la siguiente: las aguas más frías

o con mayor salinidad son más densas y por lo tanto tienden a hundirse; en cambio, las aguas más cálidas o con menor salinidad presentan un movimiento ascendente. Lo anterior genera un movimiento vertical de masas de agua acompañado por movimientos horizontales, esto por el simple hecho de reemplazar el agua desplazada.

La dirección en la cual se muevan las corrientes tanto superficiales como profundas se deberá por las influencias eólicas (corrientes superficiales), por los gradientes de presión, salinidad y temperatura, repercutiendo en la densidad, y por la fuerza de Coriolis (fuerza desviadora de la rotación de la Tierra). La fuerza de Coriolis es algo que merece una explicación si bien no extensa, si lo suficiente, ya que es un factor influyente tanto para corrientes marinas como para vientos.

1.2.2.1.- Fuerza de Coriolis

La fuerza de Coriolis influye en todos los fenómenos de traslación que se realizan sobre la superficie de la Tierra. Básicamente la fuerza de Coriolis provoca que algún objeto que se desplace en un sistema de referencia no inercial (rotatorio), desvíe su trayectoria inicial. Dicho de otro modo, un observador que no está situado dentro del sistema de referencia rotatorio, observaría un movimiento rectilíneo; en cambio, un observador situado en dicho sistema, observaría un movimiento desviado.

Sin atender la causa que produce este movimiento, es posible hablar de una aceleración, la cual se expresa de la siguiente manera:

$$\vec{a}_c = 2 \vec{\omega} \times \vec{v}_{p/o} \quad (1.1)$$

donde:

- $\vec{\omega}$ = velocidad angular con la que el sistema de referencia está rotando
- $\vec{v}_{p/o}$ = velocidad del cuerpo en estudio de masa con respecto al sistema de rotación.
- \vec{a}_c = aceleración de Coriolis

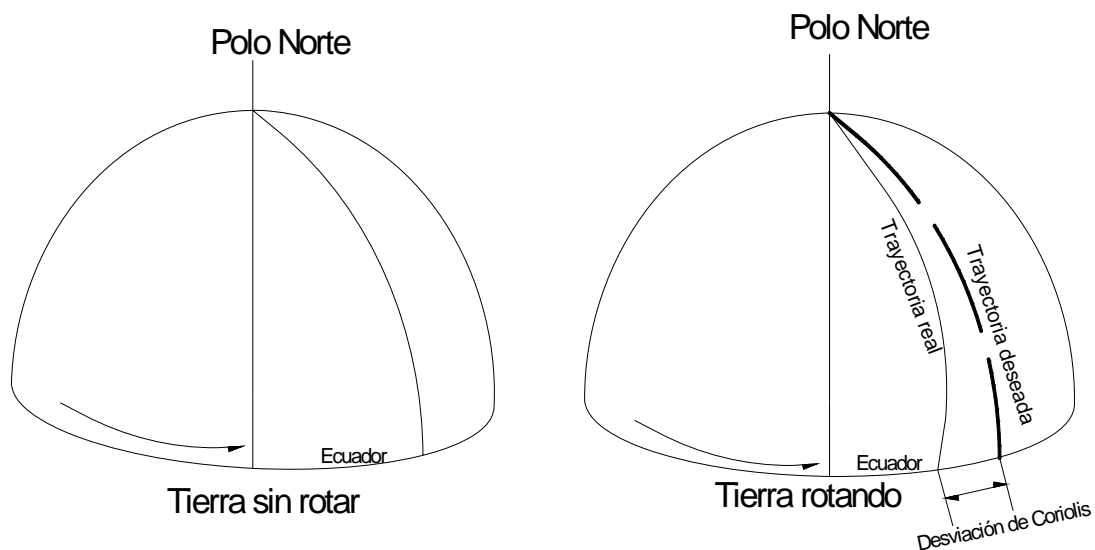


Figura I.7 Desviación de Coriolis

1.2.2.2.- Temperatura, densidad y salinidad de las aguas oceánicas

Entre las propiedades que destacan de las aguas oceánicas se tienen la temperatura, la salinidad y su densidad. Estas propiedades son las responsables en gran medida del origen de las corrientes marinas, tanto superficiales como profundas.

La distribución de la temperatura en el océano depende de la radiación solar incidente y de la mezcla de masas de agua que se lleven a cabo en el océano. Mientras las aguas superficiales transmiten el calor a las aguas que se encuentran por debajo de ellas, la temperatura va disminuyendo conforme la profundidad aumenta. Alrededor de los 2000 metros de profundidad, el agua se mantiene fría.

La salinidad de las aguas marinas varía en relación con factores climáticos (estaciones del año), espaciales (latitud), así como la profundidad.

Por último, la densidad del agua se ve afectada por la salinidad y por la temperatura del agua. Como consecuencia del calentamiento de las aguas superficiales, los valores de temperatura, salinidad y densidad varían a lo largo de la columna de agua. Lo anterior genera tres gradientes que cambian conforme varía la profundidad del océano, la latitud de la región y las estaciones del año. Al gradiente de densidad se le denomina “picnoclino”, al gradiente de salinidad se le conoce como “haloclino” y al gradiente de temperatura con el nombre de “termoclino”.

Entonces, estas tres propiedades que posee el agua del océano son las que determinan hacia donde y en qué medida se desplazan las corrientes marinas, haciendo ver sus efectos desde lo más profundo del océano hasta la superficie y desde mar adentro hasta la zona costera.

1.2.3.- Viento

En meteorología, el viento se estudia como aire en movimiento tanto vertical, como horizontalmente. Los vientos que se desplazan verticalmente dan lugar a los fenómenos atmosféricos locales, como la formación de nubes de tormenta por ejemplo. Para hacer una distinción en ambos movimientos, a las masas de aire que se desplazan verticalmente se les conoce como “corrientes de convección” y “viento” a los desplazamientos de masa de aire horizontales.

El viento tiene su génesis por la diferencia de temperaturas existentes en la atmósfera. Esta diferencia de temperaturas existe por la sencilla razón de que en el ecuador se recibe mayor cantidad de energía solar y en los polos se recibe poca energía y a veces nula. Lo anterior se refleja en el siguiente proceso: la mayor parte de la luz solar atraviesa la atmósfera sin calentarla, así, cuando alcanza la superficie terrestre, dicha energía la calienta para que finalmente ésta acabe por transmitir el calor al aire atmosférico en contacto con ella. Con esto, este aire más caliente que está inmediatamente encima de él, se eleva por poseer una densidad menor, generando así una zona de baja presión, para suplir ese hueco dejado por este aire caliente, aire más

denso y frío ocupa dicho espacio, generando así un movimiento horizontal. Las masas de aire caliente se mueven hacia los polos y por encima de masas de aire frío, y éstas, a su vez, se mueven de los polos hacia los trópicos y ecuador, ganando así energía que posee la superficie del suelo, haciendo nuevamente que se eleve estas masas de aire, cerrando así este ciclo.

Resumiendo, en la línea costera tienen lugar diversas fuerzas, las cuales son el oleaje ocasionado por el viento principalmente, las corrientes marinas resultado de existir gradientes de temperatura, salinidad y densidad del agua oceánica. Al tener presente estos elementos, se está en la posibilidad de aterrizar en la dinámica marina que de manera particular predomina en la península de Yucatán.

Con la excepción del efecto de tormentas intensas muy puntuales, el oleaje reinante en la región es poco energético, resultado del efecto del fondo marino (Yucatán y Campeche) y de obstáculos como son los arrecifes de coral (Quintana Roo), Nolasco et al. (1987).

En lo que se refiere a las corrientes marinas, la corriente marina que roza la península de Yucatán es uno de los ramales en que se divide la Corriente del Atlántico Norte y que proviene del Mar de las Antillas, ésta bordea la línea de costa de la península de Yucatán, pasando por los litorales del Golfo de México y de la península de Florida, para que finalmente se une al otro ramal que rodea la línea costera oriental de Cuba de tal manera que ambas se dirijan al Atlántico Norte hacia las islas Británicas (Tamayo, 1974).

Por último, los vientos que dominan son los vientos alisios o vientos del norte. Los huracanes, que generalmente aparecen a fines de junio y predominan en agosto, son generados en la porción atlántica oriental, provocando vientos con trayectorias circulares que se levantan en forma de torbellinos adquiriendo de esta forma velocidad y potencia. En la siguiente figura se muestra de manera general los vientos y sus trayectorias a lo largo del planeta, observando los vientos que predominan en la península de Yucatán.

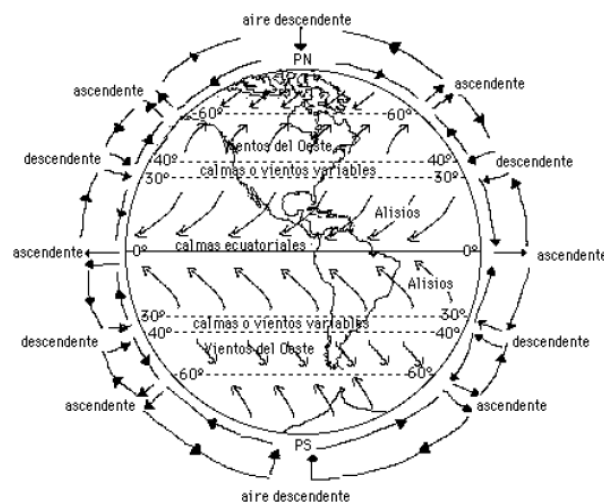


Figura 1.8 Dirección de los vientos a lo largo del planeta, tomado del SENAMHI

I.3.- MECANISMOS DE TRANSPORTE DE SEDIMENTOS.

La distribución granulométrica del material que se halla en el perfil de playa contiene valiosa información sobre su origen y el mecanismo del transporte que lo ha originado. Esta información es de difícil manejo al momento de interpretarla, pues en ella se encuentran involucradas variables de evaluación complicada, además de incluir que en el área de estudio actúan diversos procesos de transporte simultáneamente. Aún cuando esta información que se pueda recabar sea de difícil manejo, es posible hacer ciertas generalidades. El material que está en el perfil de playa presenta variaciones espaciales y temporales en sentido transversal y longitudinal respecto a la línea de costa. A continuación se hará mención de esto.

El *transporte paralelo, longitudinal o tangencial* a la playa (*longshore transport*) es el transporte debido a la componente tangencial de la energía proveniente del oleaje.

El *transporte perpendicular o transversal* a la playa (*offshore transport*) es el transporte de material a lo largo del perfil de playa. Este proceso se asocia a un concepto denominado “perfil de equilibrio”, el cual indica que cada grano perteneciente a dicho perfil se moverá a lo largo del mismo hasta una posición en la cual la partícula estará en equilibrio con el oleaje y corrientes que actúen en ese punto.

Las *variaciones temporales* de material a lo largo de la línea de costa son las menos estudiadas, debido a que son más difíciles de conocer y posiblemente porque sus efectos se hacen sentir menos que las variaciones espaciales.

El material que se encuentra en el perfil de playa habitualmente presenta una disminución en su tamaño hacia mar adentro, es decir, los granos presentes en el perfil van disminuyendo su tamaño conforme se avanza hacia el fondo marino. Esto se debe a la disminución de la energía de los flujos de transporte hacia el fondo, aunque, como se mencionó antes, la incidencia de corrientes marinas profundas altere esta degradación de tamaños de las partículas. De igual manera, cuando en la zona de lavado del perfil, los procesos de ascenso y descenso del flujo de agua son dominantes respecto de las otras zonas, el material existente en esta zona presentará un mayor tamaño respecto del que se encuentra sumergido de manera permanente, en la tabla I.1 puede afirmarse esto.

Aunado a lo anterior, las tendencias generales del material también pueden ser modificadas por las diferentes morfologías existentes en la región (como puede ser una flecha litoral, una barrera de arrecifes o simplemente por la batimetría que exista).

En la zona de lavado se tiene el material más grueso, seguido de la zona de berma y por último la zona sumergida.

Tabla I.1 Diámetros de las partículas correspondientes al d_{50} de los 6 sitios del Estado de Yucatán. Como se ve claramente en la tabla, las partículas pertenecientes a la zona de lavado (sección de playa foreshore) poseen un d_{50} mayor que las partículas de las otras zonas.

Número	Sitio	Sección de playa	d_{50} teórico (mm)
1	Chelem MC41	Backshore, A	0.34529
2		Foreshore, B	0.66675
3		offshore (0.5 m), C	0.25223
4		offshore (1.5 m), D	0.19013
5	ECCA	Backshore, A	0.31699
6		Foreshore, B	0.54234
7		offshore (0.5 m), C	0.22674
8		ofshore (1.5 m), D	0.24853
9	Progreso	Backshore, A	0.32116
10		Foreshore, B	0.96083
11		offshore (0.5 m), C	0.17309
12		ofshore (1.5 m), D	0.16023
13	Telchac	Backshore, A	0.43442
14		Foreshore, B	0.51656
15		offshore (0.5 m), C	0.1914
16		ofshore (1.5 m), D	0.15867
17	UAY	Backshore, A	0.33087
18		Foreshore, B	0.57784
19		offshore (0.5 m), C	0.20385
20		ofshore (1.5 m), D	0.17554
21	Dzilam	Foreshore, B	0.37288
22		offshore (0.5 m), C	0.33407
23		ofshore (1.5 m), D	0.43509

I.4.- VELOCIDAD DE CAÍDA.

Cuando una partícula cae con una velocidad inicial igual a cero desde la superficie libre del agua, la velocidad terminal que alcanza es lo que se le conoce como velocidad de caída de la partícula. Esta velocidad está determinada una vez que las fuerzas presentes en dicho movimiento alcancen el equilibrio.

Las fuerzas que actúan son: el peso de la partícula, el empuje de Arquímedes y una fuerza de fricción. A continuación se explica la interacción de estas fuerzas, así como la intervención de las características propias del sedimento en dicha interacción.

I.4.1.- Ley de Stokes

La Ley de Stokes hace referencia a la *fuerza de fricción o fuerza de arrastre* que se genera por una partícula esférica moviéndose en el seno de un fluido viscoso en un régimen laminar ($Re < 1$). En general, la Ley de Stokes es válida para partículas pequeñas con forma de esfera lisa moviéndose a velocidades bajas. En base a lo anterior, la Ley de Stokes se expresa de la siguiente manera:

$$F_r = 6 \pi r \mu v \quad (I.2)$$

Esta ley establece que la fuerza de arrastre que se opone al movimiento de una partícula esférica a través de un fluido, siempre y cuando el número de Reynolds sea menor a 1, es proporcional a la viscosidad dinámica del fluido (μ), al radio de la partícula (r) y a la velocidad de la misma en el seno del fluido (v).

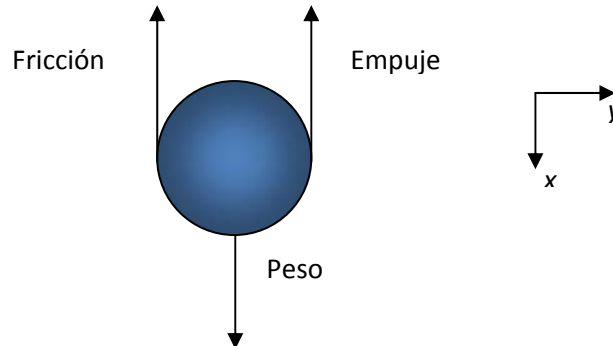


Figura I.9 Diagrama de cuerpo libre de una partícula esférica moviéndose en el seno de un fluido

La ecuación de movimiento está dada por la segunda Ley de Newton:

$$\sum f_x = ma \quad (1.3)$$

$$P - (Fr + E) = ma \quad (1.4)$$

donde:

P = Peso

Fr = fricción o fuerza de arrastre

E = empuje de Arquímedes

Entonces, cuando las tres fuerzas antes mencionadas alcanzan un equilibrio dinámico, la aceleración de la partícula desaparece. Sustituyendo las expresiones correspondientes de cada una de las fuerzas, la ecuación de equilibrio queda como:

$$mg = 6\pi r\mu v + E \quad (1.5)$$

El empuje de Arquímedes es igual al producto de la densidad del fluido ρ_f , por el volumen del cuerpo sumergido y por la aceleración de la gravedad, es decir:

$$E = \rho_f \frac{4}{3} \pi r^3 g \quad (1.6)$$

El peso de la partícula es el producto de la masa por la aceleración de la gravedad. A su vez, la masa es el producto de la densidad del material ρ_e por el volumen de la esfera de radio r . Entonces:

$$mg = \rho_e \frac{4}{3} \pi r^3 g \quad (1.7)$$

Realizando un poco de álgebra, se llega a la expresión para calcular la velocidad de caída de una partícula esférica moviéndose dentro de un fluido, la cual es:

$$v_c = \frac{2g(\rho_e - \rho_f)r^2}{9\mu} \quad (1.8)$$

Sin embargo, para ser congruente con las literales que se utilizaron en este trabajo, a continuación se expresará esta igualdad con las variables usadas. El radio de la esfera es igual al diámetro dividido entre dos ($r = d/2$), $\rho_e = \rho_s$ (densidad de la partícula), $\rho_f = \rho_{\text{agua}} = \rho$, $v_c = W_f$ y la viscosidad cinemática es igual a la viscosidad dinámica dividida entre la densidad del fluido ($\nu = \mu/\rho$). Por lo tanto:

$$W_f = \frac{g(\rho_s - \rho)d^2}{18\nu\rho} \quad (1.9)$$

Con todo rigor, la expresión anterior solo es válida para calcular la velocidad de caída de una partícula lisa y esférica, en donde el número de Reynolds asociado al flujo alrededor de las esferas sea menor a la unidad. Además, la ecuación aplica para partículas esféricas que caen a través de un líquido de extensión infinita. Las pruebas de laboratorio no se realizaron con dichas condiciones, ya que, haciendo a un lado la forma irregular de las arenas, las partículas cayeron a través de agua contenida en una probeta de diámetro ϕ' y, por lo tanto, que hay que hacer ciertas correcciones, reiterando nuevamente que se está haciendo caso omiso de la forma tan irregular de los granos:

- i) Corrección debida a la longitud finita de la probeta. Esto en el sentido de que la partícula esférica tiende asintóticamente al valor de la velocidad de caída. La experiencia en este trabajo deja de lado esta corrección, pues debido al tamaño de los granos, éstos alcanzan la velocidad de caída terminal (W_f) de una manera rápida. Por tanto, esta corrección puede despreciarse.
- ii) Corrección de Ladenburg. La presencia de las paredes de la probeta da lugar a una disminución de la velocidad de caída. Si se le llama W_{fc} a la velocidad que considera este efecto, se tiene:

$$W_{fc} = \left(1 + 2.4 \frac{d_{50}}{\phi'}\right) W_f \quad (1.10)$$

donde ϕ' es el diámetro interno de la probeta.

1.4.2.- Ecuaciones Empíricas de velocidad de caída.

Considerando las limitantes que se tiene al usar la ecuación de velocidad de caída deducida a partir de la Ley de Stokes, se han desarrollado ecuaciones empíricas que suplan dichas limitantes que presenta la expresión anterior.

Por lo tanto, se presentan en este trabajo 12 ecuaciones empíricas (Ruiz, 2007) que servirán de apoyo en el análisis que se hará más adelante en esta tesis. A continuación se muestran dichas ecuaciones (Ruiz, 2007), las cuales pertenecen a Chang y Liou (Jiménez y Madsen, 2003), Cheng (1997), Hallemier (Jiménez y Madsen, 2003), Van Rijn (1993), Soulsby (1997), Ahrens (2000), Jiménez-Madsen (2003), Rubey (Ahrens, 2003), Julien (1998), Swamee y Ojha (1991), Camenen (2007) y Zanke (Jiménez-Madsen, 2003). Las variables que intervienen en cada una de las expresiones se explicará en la siguiente sección.

Tabla I.2 Ecuaciones empíricas de velocidad de caída

1.- Hallermeier	
$W_f = \frac{v A}{18d_{50}} \quad A < 39$	
$W_f = v \left(\frac{d_*^{2.1}}{6d_{50}} \right) \quad 39 \leq A \leq 10\,000$	(I.11)
$W_f = \frac{(1.05 v d_*^{1.5})}{d_{50}} \quad A > 10\,000$	
2.- Van Rijn	
$W_f = \frac{vA}{18d_{50}} \quad A < 16.187$	
$W_f = \left(\frac{10v}{d_{50}} \right) (\sqrt{1+0.01A} - 1) \quad 16.187 \leq A \leq 16\,187$	(I.12)
$W_f = \frac{1.1v d_*^{1.1}}{d_{50}} \quad A > 16\,187$	
3.- Soulsby	
$W_f = \left(\frac{v}{d_{50}} \right) \sqrt{10.36^2 + 1.049A} - 10.36$	(I.13)
4.- Ahrens	
$CL = 0.055 \tanh \left\{ \left[12A^{-0.59} \right] \left[e^{-0.0004A} \right] \right\}$	
$CT = 1.06 \tanh \left\{ \left[0.016A^{0.5} \right] \left[e^{(-120/A)} \right] \right\}$	
$W_f = \frac{CL \Delta g (d_{50})^2}{v} + CT \sqrt{\Delta g d_{50}}$	(I.14)
5.- Zanke	
$z = \left(\frac{2.5}{S_*} \right) \left\{ \left[1 + 0.16S_*^2 \right]^{0.5} - 1 \right\}$	
$W_f = z \sqrt{\Delta g d_{50}}$	(I.15)
6.- Julien	
$W_f = \frac{8v}{d_{50}} (\sqrt{1+0.0139A} - 1)$	(I.16)

7.- Cheng

$$W_f = \frac{v}{d_{50}} \left(\sqrt{25 + 1.2d_*^2} - 5 \right)^{1.5} \quad (I.17)$$

8.- Chang y Liou

$$\text{Re} = \frac{24.6A^{0.477}}{17.9(1 + 24.6^{-0.528})}$$
$$W_f = \sqrt{\left[\frac{\text{Re}^2}{A} \right] [\Delta g d_{50}]} \quad (I.18)$$

9.- Jiménez y Madsen

$$d_N = \frac{d_{50}}{0.9}$$
$$S_* = \frac{d_N}{4v} \sqrt{\Delta g d_N}$$
$$W_f = \left(0.954 + \frac{5.12}{S_*} \right)^{-1} (\sqrt{\Delta g d_N}) \quad (I.19)$$

10.- Rubey

$$\text{Re} = \frac{A}{17.9} \quad \mathbf{A < 39}$$
$$\text{Re} = \frac{24.6A^{0.477}}{17.9[1 + 24.6A^{-0.533}]} \quad \mathbf{39 \leq A \leq 10\ 000}$$
$$\text{Re} = \frac{24.6A^{0.477}}{17.9} \quad \mathbf{A > 10\ 000}$$
$$W_f = \sqrt{\left[\frac{\text{Re}^2}{4} \right] [\Delta g d_{50}]} \quad (I.20)$$

11.- Camenen

$$a_1 = 24$$
$$a_2 = 100$$
$$a_3 = 2.1 + 0.06P$$
$$b_1 = 0.39 + 0.22(6 - P)$$
$$b_2 = 20$$
$$b_3 = 1.75 + 0.35P$$
$$m_1 = 1.2 + 0.12P$$
$$m_2 = 0.47$$
$$A_{ca} = a_1 + \left\{ a_2 \left[1 - \text{sen} \left(\frac{CSF\pi}{2} \right) \right]^{a_3} \right\}$$

$$B_{ca} = b_1 + \left\{ b_2 \left[1 - \operatorname{sen} \left(\frac{CSF \pi}{2} \right) \right]^{b_3} \right\}$$
$$m_{ca} = m_1 \left[\operatorname{sen} \left(\frac{CSF \pi}{2} \right) \right]^{m_2}$$
$$W_f = \frac{v}{d_{50}} \left[\sqrt{ \frac{1}{4} \left(\frac{A_{ca}}{B_{ca}} \right)^{2/m_{ca}} + \left(\frac{4A_{ca}}{3B_{ca}} \right)^{1/m_{ca}} - \frac{1}{2} \left(\frac{A_{ca}}{B_{ca}} \right)^{1/m_{ca}} } \right]^{m_{ca}} \quad (I.21)$$

Si $CSF = 0.7 \Rightarrow P = 3.5$;

$CFS = 0.4 \Rightarrow P = 5$

12. Swamee y Ohja

$$v_* = \frac{v}{d_{50} \sqrt{\Delta g d_{50}}}$$

Si $v_* \geq 1.8 \times 10^{-4} (CSF)^{0.5} \Rightarrow$

$$\omega_* = \left\{ \frac{44.84 (v_*)^{0.667}}{(1 + 4.5 CSF^{0.35})^{0.833}} + \frac{0.794}{(CSF^4 + 20 CSF^{20} + (v_*)^{2.4} e^{18.6 CSF^{0.4}})^{0.125}} \right\}^{-1}$$

$$W_f = \omega_* \sqrt{\Delta g d_{50}} \quad (I.22)$$