



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO

---

---

FACULTAD DE INGENIERÍA

ESTUDIO, SIMULACIÓN Y EVALUACIÓN DE UN  
MODULADOR OFDM EN REDES INALÁMBRICAS

T E S I S

QUE PARA OBTENER EL TÍTULO DE:  
INGENIERA EN TELECOMUNICACIONES

P R E S E N T A :

ANA LUISA MONTIEL SANDOVAL

DIRECTOR DE TESIS:

DR. ROGELIO ALCÁNTARA SILVA



MARZO 2013

---

*A mis padres José y M. Luisa.*

*A mis hermanos Uriel, Abigail y Andrea.*

---

## ***Agradecimientos***

*A Dios por haberme permitido concluir mis estudios de licenciatura con la presentación de este trabajo, a mi familia por su apoyo y comprensión, sin los cuales mis esfuerzos no hubieran tenido el mejor resultado.*

*A mi tía Sofía por el apoyo que me ha brindado a lo largo de mi carrera, así como a mi tía Agustina y Josefina.*

*Al Dr. Rogelio Alcántara mi director de tesis por alentarme a realizar el estudio del tema propuesto, por su ayuda y dedicación, y no sólo por el tiempo que me brindó para ello sino también por sus constantes consejos de superación.*

*A los sinodales: Dr. Francisco J. García Ugalde, M.I. Juventino Cuellar González, Ing. Jesús Reyes García y el Ing. Gabriel A. Jaramillo Morales por la revisión del trabajo y su presencia como parte del jurado.*

*A mis amigos el Ing. Luis C. Montoya y el Ing. Víctor Espíndola por los consejos en el uso de herramientas para mejorar la presentación de este trabajo.*

*Al Ing. Agustín Rocher por su amistad y ayuda en la revisión.*

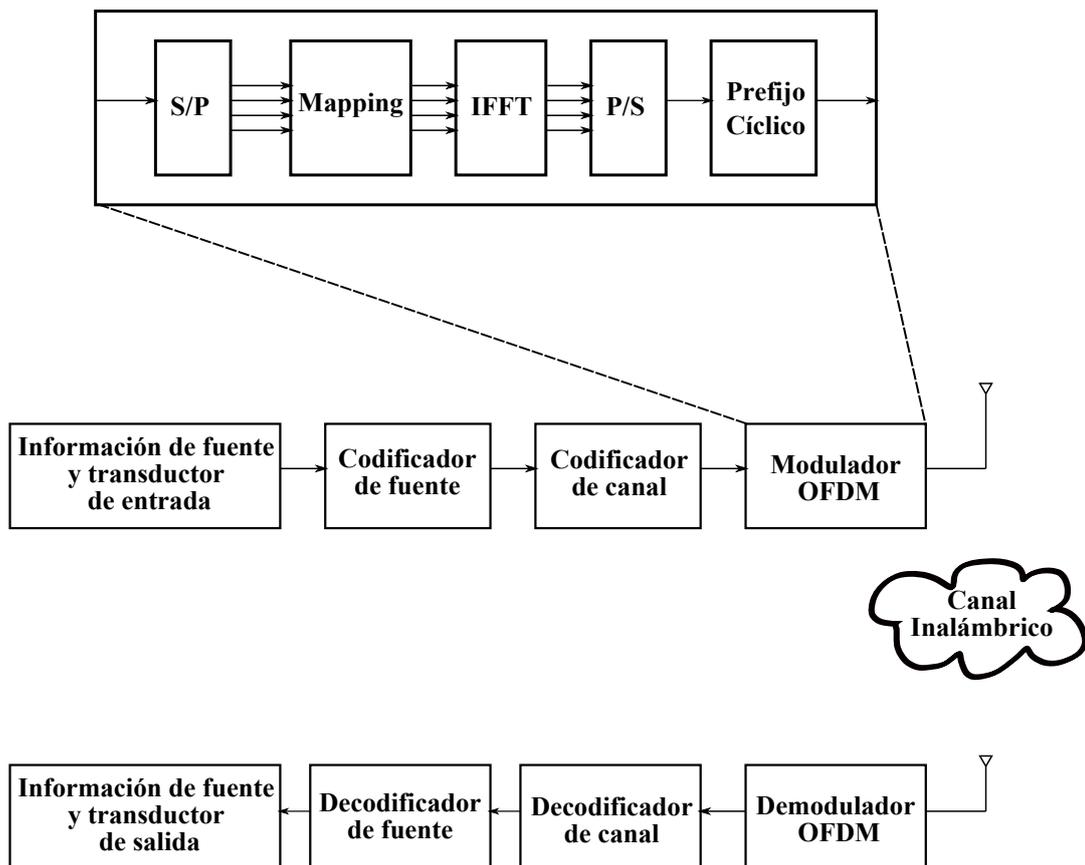
*A la Ing. Judith Montoya y la Ing. Thalia Sánchez, mis amigas de la Facultad de Ingeniería, por esos gratos momentos juntas.*

*A mis amigos y compañeros que han compartido su amistad y con quienes he compartido una etapa de mi vida.*

*Por último y sin restarle importancia a la Universidad Nacional Autónoma de México por dotarme de excelentes maestros, que transmitieron la satisfacción de ejercer una profesión con responsabilidad, dedicación y entusiasmo, pero sobre todo con humildad para el servicio.*

## Resumen

Las redes inalámbricas requieren técnicas de modulación eficientes y espectralmente robustas para lograr altas velocidades, ya que los canales de radio generalmente sufren desvanecimiento temporal selectivo en frecuencia. *Orthogonal Frequency Division Multiplexing* (OFDM, por sus siglas en inglés), es una técnica de modulación basada en un sistema de comunicación multiportadora que ofrece altas tasas de transmisión, aun en canales con desvanecimiento, por lo que, OFDM es cada vez más utilizada en las redes de comunicación inalámbricas modernas. Con la finalidad de estudiar y evaluar el funcionamiento y el desempeño de OFDM, como parte de un sistema inalámbrico, en este trabajo nos propusimos el llevar a cabo la implementación detallada a nivel bloque de un modulador OFDM en la herramienta de desarrollo de Matlab/Simulink. Nuestras simulaciones, considerando cada uno de los parámetros más importantes del modulador OFDM, arrojaron resultados equivalentes a los publicados en la literatura y nos permitieron validar nuestra implementación.



# Índice general

<b>1. Introducción</b>	<b>1</b>
<b>2. Características del canal inalámbrico</b>	<b>5</b>
2.1. Introducción . . . . .	5
2.1.1. Mecanismos de propagación . . . . .	5
2.2. El Desvanecimiento . . . . .	6
2.2.1. Dispersión de retardo . . . . .	8
2.2.2. Dispersión Doppler . . . . .	9
2.3. Multitrayectoria . . . . .	10
2.3.1. Respuesta al impulso de un canal multitrayectoria . . . . .	11
2.3.2. Principios de OFDM en un canal multitrayectoria . . . . .	11
2.4. Tasa de error de bit “BER” . . . . .	13
2.4.1. BER y $E_b/N_0$ . . . . .	13
<b>3. Principios fundamentales de un sistema OFDM</b>	<b>15</b>
3.1. Introducción . . . . .	15
3.1.1. Historia de OFDM . . . . .	15
3.2. Concepto de ortogonalidad . . . . .	16
3.2.1. Ortogonalidad en subportadoras OFDM . . . . .	17
3.3. Símbolo OFDM . . . . .	18
3.3.1. Estructura del Símbolo OFDM . . . . .	20
3.3.2. Codificación de subportadoras . . . . .	20
3.3.3. Uso de la IFFT en la modulación . . . . .	24
3.3.4. Prefijo Cíclico . . . . .	26
<b>4. Modulación y demodulación OFDM</b>	<b>29</b>
4.1. Introducción . . . . .	29
4.2. Modulación OFDM . . . . .	30
4.3. Demodulación OFDM . . . . .	31
4.4. Algoritmos de Fourier . . . . .	33
4.4.1. Análisis matemático de la modulación . . . . .	34
4.5. Problemas de interferencia . . . . .	36
4.5.1. Inserción del Prefijo Cíclico (CP) . . . . .	38
4.5.2. Análisis matemático del CP . . . . .	39
4.6. Ventajas de la modulación OFDM . . . . .	41

<b>5. Modulador OFDM en redes inalámbricas</b>	<b>43</b>
5.1. Introducción . . . . .	43
5.2. Redes WLAN . . . . .	44
5.3. Capa física . . . . .	45
5.3.1. FEC . . . . .	45
5.3.2. Modulación de tramas . . . . .	48
5.4. Modulador OFDM . . . . .	56
<b>6. Implementación, simulación y evaluación del modulador OFDM</b>	<b>59</b>
6.1. Introducción . . . . .	59
6.1.1. Simulink . . . . .	59
6.2. Implementación y Configuración de bloques Simulink . . . . .	60
6.2.1. Descripción de los bloques del modulador OFDM . . . . .	60
6.2.2. Configuración de los bloques utilizados en el Modulador OFDM	63
6.2.3. Configuración canal inalámbrico . . . . .	68
6.3. Simulación del Modulador OFDM . . . . .	69
6.3.1. Simulación y evaluación mediante el uso de algoritmos . . . . .	71
<b>7. Conclusiones</b>	<b>81</b>
7.1. Trabajos futuros . . . . .	82
<b>Bibliografía</b>	<b>83</b>
<b>A. Glosario</b>	<b>85</b>
A.1. Terminología . . . . .	86
A.2. Acrónimos . . . . .	86
<b>B. Conceptos matemáticos básicos</b>	<b>89</b>
B.1. El concepto de espectro y frecuencia . . . . .	89
<b>C. Transformada de Fourier</b>	<b>93</b>
C.1. Transformada de Fourier Rápida, FFT . . . . .	94
C.2. Concepto de Zero Padding . . . . .	97
<b>D. Modulación QAM</b>	<b>99</b>
D.1. Modulación 16-QAM . . . . .	100
<b>E. Diseño de un Codificador de Canal en Simulink</b>	<b>103</b>
E.1. Codificador/Decodificador Reed-Solomon . . . . .	103
E.2. Codificador/Decodificador convolucional . . . . .	104
<b>F. Tabla de símbolos</b>	<b>107</b>

# 1. Introducción

El gran desafío de las redes inalámbricas es proporcionar una elevada velocidad de transmisión y ofrecer un servicio de calidad garantizada. El desarrollo de posibles soluciones debe enfrentar dos problemas presentes en las comunicaciones inalámbricas: *a)* el espectro en frecuencia es un recurso escaso y limitado, *b)* las condiciones de transmisión son hostiles debido al desvanecimiento provocado por el ambiente y la interferencia debido a la presencia de otros usuarios, [13]. En este sentido la utilización de técnicas de modulación que presenten eficiencia espectral y confiabilidad en la transmisión, se torna esencial.

La técnica de modulación que hemos observado ha tenido un incremento en la demanda por su uso en sistemas inalámbricos de banda ancha, es la Multiplexación por División Ortogonal de Frecuencia<sup>1</sup> (OFDM, por sus siglas en inglés), que se caracteriza por ser un sistema de modulación eficiente y espectralmente robusto. Ofrece altas velocidades de transmisión sobre los canales de radio que generalmente sufren desvanecimiento temporal selectivo en frecuencia, ya que divide el canal de radio en conjuntos paralelos de subcanales independientes unos de otros.

*Orthogonal Frequency Division Multiplexing* (OFDM), ha demostrado ser un sistema eficaz de modulación para resistir interferencias por multitrayecto y condiciones difíciles de propagación. Fue desarrollado en los años 70 para comunicaciones militares, y ahora empieza a ser aplicado en el ámbito civil. Se tornó popular en los 90's con el advenimiento de los procesadores digitales de señales de alta capacidad, [11].

Actualmente OFDM forma parte de los estándares americanos IEEE 802.11, IEEE 802.16 [13] mejor conocidos como WiFi y WiMAX, y del estándar europeo 3GPP LTE [22] en redes inalámbricas, el cual utiliza una de las variantes de OFDM conocida como *Orthogonal Frequency Division Multiplexing - Access* (OFDM-A, por sus siglas en inglés). También es la interfaz aérea para diversos estándares, como las normas DAB (*Digital Audio Broadcasting*), de televisión digital DVB-T (*Digital Video Broadcasting Terrestrial*) y ISDB-T (*Integrated Service of Digital Broadcasting Terrestrial*), [11].

OFDM resulta un sistema práctico debido a que la mayor parte de sus componentes se implementan en software y su utilización puede estar en función de los parámetros preestablecidos. Los estándares antes mencionados se diferencian en el tipo de parámetros que se establecen para configurar el funcionamiento del Modulador

---

<sup>1</sup>Generalmente utilizaremos el término en inglés por ser más conocido, adicionalmente hemos agregado un glosario de términos y acrónimos.

OFDM. Un modulador en redes inalámbricas que utiliza la multiplexación por división ortogonal de frecuencia, es conocido como Modulador OFDM, y divide un canal de banda ancha en varios subcanales paralelos entre sí de banda estrecha por medio de partición ortogonal de canal. Visto de otra manera, un mensaje que quiere ser transmitido es dividido en secciones más pequeñas, las cuales se transmiten simultáneamente. Esta manera de transmitir resulta favorable en el sentido de que el mensaje es dividido y en presencia de interferencias, éstas pueden afectar sólo a unas secciones del mensaje y no al mensaje completo, lo que permite al receptor la posibilidad de interpretar el mensaje recibido. Para mejorar aún más la transmisión, OFDM hace uso de la inserción de un Prefijo Cíclico que actúa como espacio de guarda, [10].

Además del uso del Prefijo Cíclico existen redes de comunicaciones que utilizan códigos para la detección y corrección de errores, que mejoran aún más la calidad y aumentan la fidelidad del mensaje en el receptor. Cuando se aplican estos códigos previo a una modulación OFDM, se dice que se utiliza una técnica de modulación *Coded Orthogonal Frequency Division Multiplexing* (C-OFDM, por sus siglas en inglés). En este trabajo nos enfocamos a OFDM, sin embargo mencionamos las características de estos códigos, y con la finalidad de orientar al lector describimos en los apéndices cómo se lleva a cabo la implementación de uno de ellos.

Las técnicas de modulación previas a la aparición de OFDM, como *Frequency Division Multiplexing* (FDM, por sus siglas en inglés), tienen una pobre utilización de su capacidad durante un buen porcentaje de tiempo en presencia de interferencias y se puede decir que un desaprovechamiento del espectro disponible [5], por esta razón han venido siendo reemplazadas por OFDM.

El canal multitrayectoria es el caso más real que modela la propagación de una señal en un medio de transmisión inalámbrico entre dos puntos, es decir transmisor-receptor. Las características de este canal serán descritas en este trabajo, pero es importante aclarar que el estudio de este canal es un tema diferente por lo que sólo lo tomaremos como referencia para exponer el funcionamiento de OFDM. Para simular los efectos de interferencia se utilizará un canal con ruido blanco Gaussiano (AWGN), que es un canal que se utiliza comúnmente con fines prácticos para evaluar la probabilidad de error con respecto a la energía de bit  $E_b$ , que se transmite y la densidad espectral de ruido  $N_0$  presente, es decir con base en la relación,  $E_b/N_0$ , [16].

Simular el Modulador OFDM es representar las ecuaciones que modelan el sistema durante un periodo de tiempo y para unas condiciones determinadas, además de que ayuda al lector a adquirir un resumen visual de las ecuaciones que se describen a lo largo del trabajo. La herramienta que se ocupa para realizar esta tarea es Matlab/Simulink, interfaz que nos permite implementar, simular y evaluar un sistema de comunicaciones por medio de la integración a bloques, los cuales realizan tareas específicas con respecto a la configuración que el usuario establezca. A pesar de que Simulink puede ser suficiente para evaluar el funcionamiento del modulador

OFDM, se utilizaron e implementaron algoritmos para representar algunas ecuaciones que describen el funcionamiento de OFDM, esto con el fin de que el lector identifique de una manera complementaria las variables involucradas y los resultados de su manipulación.

El estudio de OFDM resulta una tarea difícil debido a la gran cantidad de principios básicos en que se apoya y en la diversidad de tecnologías que se requieren para su implementación en los diferentes sistemas o redes de comunicación de los que forma parte. Los diferentes bloques y la serie de procesos que los conforman son estudiados en este trabajo, sin embargo el estudio y análisis detallado solo se realiza a nivel bloque. Un bloque de OFDM es la integración de un conjunto de procesos en particular por el que la señal atraviesa. La razón de analizar el sistema por bloques se debe al objetivo planteado de evaluar un Modulador OFDM, es decir la técnica de modulación OFDM, y su implementación como modulador en una red inalámbrica. Es importante mencionar que describir dentro de este trabajo el análisis de cada proceso en particular sería una tarea demasiado extensa y nos alejaría de nuestro objetivo.

La presentación del trabajo se organiza de la siguiente manera. En el capítulo 2 se describen las características del canal inalámbrico, los mecanismos de propagación y los efectos en la señal transmitida. En el capítulo 3 se analizan los principios fundamentales de OFDM como la ortogonalidad, el Símbolo OFDM y el Prefijo Cíclico, como elementos esenciales de este sistema. En el capítulo 4 se evalúan los procesos de modulación y demodulación OFDM. El capítulo 5 presenta las características de la implementación del Modulador OFDM en redes inalámbricas. El capítulo 6 integra los bloques del Modulador OFDM en Simulink para la evaluación de su funcionamiento. Algunos principios, conceptos y herramientas para facilitar la comprensión y entendimiento de nuestro trabajo se agregan en los apéndices.



## 2. Características del canal inalámbrico

### 2.1. Introducción

El canal en redes inalámbricas constituye uno de los medios de comunicación que presenta un mayor número de desafíos a la hora de diseñar mecanismos confiables para la transferencia de información a altas velocidades. Se ve afectado por ruido, interferencia y otras clases de efectos nocivos; sin embargo, la característica principal que lo diferencia del resto de los medios de transmisión es su comportamiento multitrayectoria variante en el tiempo.

Un comportamiento multitrayectoria es el efecto que produce el desvanecimiento a pequeña escala. Desvanecimiento a pequeña escala, o simplemente desvanecimiento, es usado para describir las fluctuaciones rápidas de las amplitudes, fases, o múltiples retrasos de una señal de radio sobre un periodo corto de tiempo o un desplazamiento. El desvanecimiento causa interferencia entre dos o más versiones de una señal transmitida que llegan al receptor en tiempos ligeramente diferentes. Estas réplicas, llamadas ondas multitrayectoria, se combinan en la antena receptora para generar una señal resultante que puede variar ampliamente en amplitud y fase, dependiendo de la distribución de la intensidad y el tiempo relativo a la propagación de las ondas y al ancho de banda de la señal transmitida, [16].

#### 2.1.1. Mecanismos de propagación

Las ondas de radio que se propagan a través del canal inalámbrico son descritas con base en propiedades estadísticas, producto de las condiciones del entorno y de la distancia de separación entre el transmisor y receptor, las cuales favorecen que uno u otro parámetro de propagación sea predominante.

Los tres mecanismos básicos de propagación que afectan el comportamiento físico de una onda de radio durante su transmisión son la reflexión, la difracción y la dispersión, [16]. Estos mecanismos dan origen a desvanecimientos, pérdidas de trayectoria y distorsiones, lo que a su vez se traduce en una reducción de la relación señal-ruido,  $SNR$ , y un aumento en la tasa de errores BER.

- Las **reflexiones** ocurren cuando las ondas electromagnéticas chocan contra objetos de dimensiones muy grandes comparadas con su longitud de onda. Originan trayectos de propagación de diversas longitudes, potencias diferentes y retardados unos respecto a otros, produciendo el desvanecimiento (*fading*) de la señal.
- La **difracción** de las ondas de radio es la curva que éstas realizan alrededor de un objeto y la cual provoca un cambio de dirección de la señal. La difracción permite que las ondas de radio se propaguen sobre la superficie curva de la Tierra y a través de obstáculos que presentan irregularidades agudas (aristas, esquinas), tales como montañas y edificios.

A altas frecuencias, la difracción y la reflexión dependen de la geometría del objeto, además de la amplitud, fase y polarización de la señal incidente.

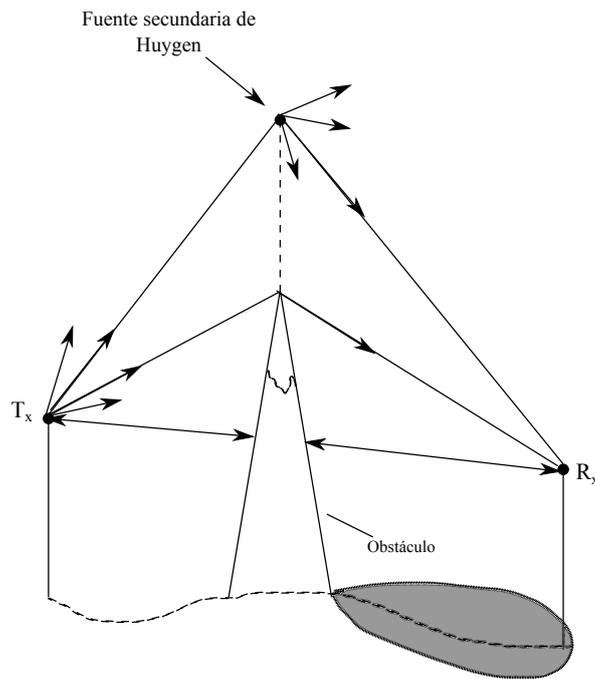
Este fenómeno se puede explicar a partir del principio de Huygens, [14], el cual establece que todos los puntos de un frente de onda se pueden considerar como fuentes puntuales de nuevas ondas secundarias. Posteriormente, estas ondas secundarias se combinan para producir un nuevo frente de onda en la dirección de propagación. En este contexto, la presencia de frentes de ondas secundarios que se propagan hacia el interior de la región de sombra (que genera el obstáculo) provocará una curvatura en la trayectoria de propagación de la onda electromagnética original, [16]. Gracias a este fenómeno, es posible recibir energía electromagnética en situaciones prácticas donde no existe línea de vista entre ambos extremos del enlace de radio. En la **Figura 2.1.** se puede observar como entre transmisor  $T_x$  y receptor  $R_x$  no existe línea de vista, sin embargo, aunque el  $R_x$  este en la región de sombra, logra recibir la señal.

- La **dispersión** ocurre cuando el medio a través del cual viaja la onda electromagnética está compuesto de un gran número de objetos (por unidad de volumen) cuya dimensión física es pequeña en comparación con la longitud de onda de la señal de radio transmitida. Los postes de iluminación, el follaje de los árboles, arbustos, señales de tránsito y la mayoría de los elementos que componen el mobiliario urbano de una ciudad, son ejemplos típicos de objetos que generan dispersión en sistemas de comunicación inalámbricos prácticos.

## 2.2. El Desvanecimiento

El desvanecimiento como hemos visto, es producto de las múltiples reflexiones que ocurren cuando las ondas electromagnéticas chocan contra objetos de dimensiones muy grandes comparadas con su longitud de onda.

Desvanecimiento a pequeña escala, o simplemente desvanecimiento (*fading*), es usado para describir las fluctuaciones rápidas de las amplitudes, fases, o múltiples retrasos



**Figura 2.1.:** Fenómeno de difracción en una comunicación donde el receptor se encuentra en la región de sombra.

de una señal de radio sobre un periodo corto de tiempo o un recorrido corto. El desvanecimiento causa interferencia entre dos o más versiones de una señal transmitida que llegan al receptor en tiempos ligeramente diferentes. Estas réplicas, llamadas ondas multitrayectoria, se combinan en la antena receptora para generar una señal resultante que puede variar mucho en amplitud y fase, dependiendo de la distribución de la intensidad y el tiempo relativo a la propagación de las ondas y al ancho de banda de la señal transmitida, [16].

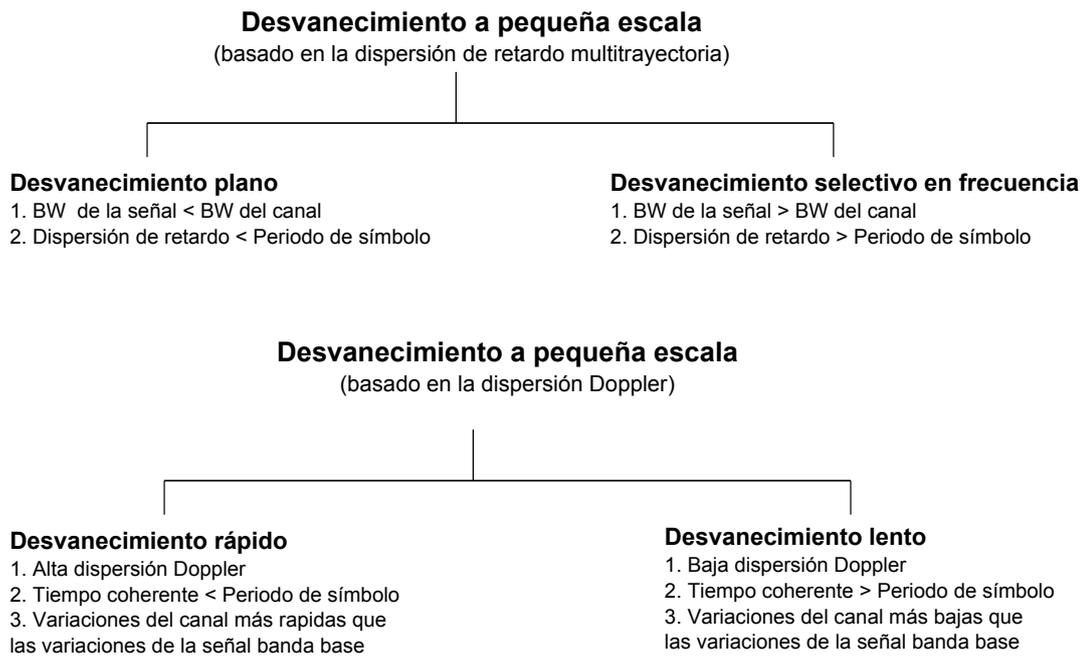
La multitrayectoria en un canal de radio crea efectos de desvanecimiento a pequeña escala. Los tres efectos más importantes son, [16]:

1. Cambios rápidos en la intensidad de la señal durante un recorrido corto o un intervalo de tiempo.
2. Frecuencia de modulación aleatoria debido a variaciones del desplazamiento Doppler en señales multitrayectoria.
3. Dispersiones en tiempo (ecos) causadas por retardos en la propagación multitrayectoria.

En áreas urbanas, el desvanecimiento ocurre porque la altura de las antenas móviles están por debajo de la altura de las estructuras circundantes, por lo que no hay una sola trayectoria con línea de vista para la estación base.

El desvanecimiento que experimenta una señal depende de su propia naturaleza respecto a las características del canal en el que se propaga. Dependiendo de la relación

entre los parametros de la señal (tales como ancho de banda, periodo de símbolo, etc.) y los parametros del canal (tales como la dispersión de retardo y la dispersión Doppler), las diferentes señales transmitidas se someterán a diferentes tipos de desvanecimiento. Los mecanismos de dispersión en tiempo y la dispersión en frecuencia en un canal radiomóvil conducen a cuatro efectos distintos, los cuales se manifiestan según el origen de la señal transmitida, el canal y la velocidad. La dispersión de retardo multitrayectoria conduce a una dispersión en tiempo y a un desvanecimiento selectivo en frecuencia. La dispersión Doppler conduce a una dispersión en frecuencia y a un desvanecimiento selectivo en el tiempo. Los dos mecanismos de propagación son independientes uno del otro. La **Figura 2.2.** muestra un diagrama de árbol de los cuatro diferentes tipos de desvanecimientos, [16].



**Figura 2.2.:** Tipos de desvanecimiento a pequeña escala

### 2.2.1. Dispersión de retardo

La Dispersión de retardo (*Delay spread*), considera un valor de máximo retardo de las réplicas o ecos de una misma señal, en función de este valor y de la duración del periodo de símbolo  $T_s$ , se plantean dos posibles escenarios:

$$\begin{cases} T_s > t_{max} & \text{Desvanecimiento plano} \\ T_s < t_{max} & \text{Desvanecimiento selectivo en frecuencia} \end{cases}$$

La relación entre el máximo retardo  $t_{max}$ , y el período de símbolo  $T_s$ , es prácticamente equivalente por su reciprocidad, entre el ancho de banca coherente  $B_c$ , y el ancho de banda de la señal  $BW$ , [5].

Esto es, que si el ancho de banda coherente es menor al ancho de banda de la señal ( $B_c < BW$ ) el canal se distorsiona, es decir no conserva el espectro de la señal transmitida y se le denomina canal selectivo en frecuencia. Bajo estas condiciones la respuesta al impulso del canal tiene una dispersión en tiempo mayor que el periodo de símbolo, produciéndose Interferencia Intersímbolo, ISI. Lo contrario ( $B_c > BW$ ) significa que la propiedad de “respuesta plana” la hereda a toda la señal, [5].

### 2.2.1.1. Desvanecimiento selectivo en frecuencia

El Desvanecimiento selectivo en frecuencia ocurre por el arribo de múltiples réplicas de una misma señal transmitida con distintos retardos de tiempo (donde cada réplica provee un aporte de energía diferente).

La selectividad en frecuencia depende del ancho de banda de la señal transmitida comparado con el inverso de la dispersión de retardo, también denominado ancho de banda coherente  $B_c$ .

El **ancho de banda coherente**  $B_c$  es la medida estadística del rango de frecuencias sobre la cual el canal puede ser considerado “plano”, es decir, donde sus componentes espectrales pasan aproximadamente con igual ganancia y fase lineal. En este rango se supone que existe una muy fuerte correlación de amplitud entre cualquier par de componentes.

Las señales con ancho de banda reducido en comparación con el ancho de banda coherente sufren una atenuación plana en frecuencia. Las señales con ancho de banda del mismo orden de magnitud que el inverso de la dispersión en retardo, se ven sometidas al efecto de interferencia intersimbólica. Y por último, en señales con ancho de banda superior al ancho de banda coherente, el receptor es capaz de distinguir los sucesivos ecos de señal recibidos y utilizarlos para combinarlos coherentemente antes de la decisión de la señal recibida, como lo explica la **Figura 2.2**.

Cuando existe desvanecimiento selectivo en frecuencia, lo que se obtiene en el receptor no es un pulso, sino varios pulsos independientes, cada uno de ellos correspondiente a una réplica. Se puede considerar que la señal transmitida se ha “roto” en varias réplicas iguales, las cuales se encuentran bien separadas entre ellas. Para reconstruir la señal lo que se emplea es un receptor conocido como de tipo Rake, que alinea en el tiempo las diferentes réplicas y las suma en fase. A medida que se aumenta el ancho de banda de transmisión, el periodo de símbolo disminuye, y llega un momento en que la complejidad del receptor Rake [15] se vuelve excesiva, siendo más ventajoso desde un punto de vista de implementación utilizar otro sistema de modulación.

### 2.2.2. Dispersión Doppler

La Dispersión Doppler (*Doppler spread*)  $B_D$ , considera un valor de máxima dispersión de frecuencia entre todos los desplazamientos Doppler correspondientes a cada

una de las trayectorias recibidas en el receptor, y tiene una relación inversa con respecto al tiempo de coherencia  $T_c$ , que se define como el lapso en el que la señal se muestra prácticamente invariante.

$$T_c \approx \frac{1}{B_D}$$

El desplazamiento Doppler (*Doppler shift*), se entiende como un desplazamiento en la frecuencia de la señal debido al movimiento de la terminal móvil durante la comunicación. La dispersión en frecuencia se traduce en una alteración del ancho de banda de la señal transmitida produciendo ensanchamiento o estrechamiento de la misma. Si la señal es de corta duración no percibiremos cambios importantes. Por el contrario, a medida que aumente la duración de la señal, el canal tiene más tiempo para variar y en consecuencia distorsionar la señal transmitida. Por tanto, la distorsión en el tiempo es relativa al ancho de banda de la señal transmitida

La dispersión en frecuencia en función del desplazamiento Doppler y la dispersión en tiempo presentan muy marcado el principio de la “dualidad”[5], esto es, que en uno y otro dominio los sistemas y sus parámetros describen comportamientos similares. Esta dualidad se refleja en dos categorías de degradación en función del desplazamiento Doppler, esto es, que dependiendo de cuan rápidamente cambia la señal transmitida en banda base comparada con los cambios en el canal se pueden presentar:

- **Desvanecimiento rápido**, cuando el tiempo coherente del canal cambia velozmente durante el periodo de símbolo ( $T_s > T_c$ ). O visto desde el dominio de la frecuencia, esto se da cuando la dispersión Doppler se incrementa sobre el ancho de banda de la señal ( $BW < B_D$ ).
- **Desvanecimiento lento**, cuando la respuesta al impulso del canal es mucho más lenta que la señal transmitida en banda base. Entonces se puede asumir como estático el canal durante algunos intervalos de tiempo y frecuencia. Esto implica que la dispersión Doppler es mucho menor que el ancho de banda de la señal ( $BW \gg B_D$ ), y así mismo, que el tiempo de coherencia es mucho mayor que el período del Símbolo ( $T_s \ll T_c$ ).

## 2.3. Multitrayectoria

Una propagación multitrayectoria se da cuando entre el transmisor y receptor existen más de un camino de propagación, ya que la señal de radio que se propaga no es un rayo estrecho que va directamente de la antena transmisora a la receptora, sino un frente de onda amplio que se va difractando y reflejando a medida que se encuentra obstáculos en su camino. Un canal inalámbrico que presenta propagación multitrayectoria se conoce como canal multitrayectoria.

### 2.3.1. Respuesta al impulso de un canal multitrayectoria

Dado que existen diversas versiones retardadas distinguibles de la señal transmitida, pueden relacionarse con cada una de ellas con un camino de propagación físico, y asociarlo con un camino de propagación individual o rayo. Si se transmite un impulso en un canal multitrayectoria variable en el tiempo, la señal recibida aparece como un tren de impulsos, cada uno de ellos un eco de la señal transmitida, [12].

La respuesta al impulso de un canal multitrayectoria variante en el tiempo se denota  $h(t, \tau)$ . La variable  $t$  representa las variaciones en el tiempo debidas al movimiento, mientras  $\tau$  representa el retraso en el canal multitrayectoria para un valor fijo de  $t$ , [16].

Si se asume que el canal multitrayectoria es un canal pasobanda y además limitado en banda, entonces  $h(t, \tau)$  puede describirse en banda base compleja como  $h_b(t, \tau)$

$$h_b(t, \tau) = \sum_{k=0}^{N-1} a_k(t, \tau) e^{j[2\pi f_c \tau_k(t) + \phi_k(t, \tau)]} \delta[\tau - \tau_k(t)] \quad (2.1)$$

donde  $a_k(t, \tau)$  y  $\tau_k(t)$  son las amplitudes reales, y los retrasos respectivamente de la  $k$ -ésima componente multitrayectoria o ecos distinguibles en el instante de tiempo  $t$ . El término de fase  $[2\pi f_c \tau_k(t) + \phi_k(t, \tau)]$  representa el desplazamiento en fase debido a la propagación en el espacio libre de la  $k$ -ésima componente multitrayectoria, más algún desplazamiento adicional que ocurra en el canal,  $N$  es el número posible total de componentes multitrayectoria, y  $\delta(\cdot)$  es la función impulso unitario que determina la multitrayectoria que tiene componentes en el tiempo y retrasos  $\tau_k$ .

Así que la señal recibida en un canal multitrayectoria consiste de una serie de atenuaciones, retrasos en el tiempo, desplazamiento en fase y réplicas de la señal transmitida.

La respuesta al impulso es una caracterización útil del canal, ya que puede ser usado para predecir y comparar el rendimiento de muchos sistemas de comunicación móviles diferentes y anchos de banda de transmisión para una condición particular del canal de radio.

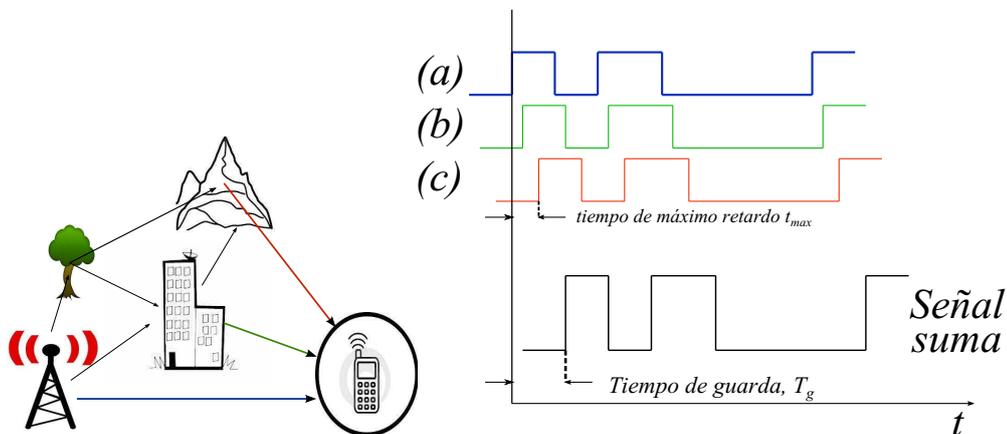
### 2.3.2. Principios de OFDM en un canal multitrayectoria

Lo que diferencia a OFDM de otros procedimientos de multiplexación en frecuencia es la ortogonalidad, pues el “espaciamiento adecuado” entre subportadoras es un espaciamiento óptimo. La ortogonalidad proporciona una ventaja añadida: un mecanismo de eliminar, o reducir tanto como se quiera, el problema de la interferencia debida a un canal multitrayectoria. Este mecanismo consiste en ampliar la duración correspondiente al periodo de símbolo mediante un tiempo de guarda superior al

máximo retardo  $t_{max}$ . Durante la ampliación temporal se repite, o amplía parte del propio símbolo, por lo cual se conoce a la ampliación como una extensión cíclica. La justificación de por qué ésta extensión cíclica elimina el problema de la propagación multitrayecto se explicará en la sección 3.3.

Para ilustrar lo que se ha comentado de un canal multitrayectoria y las primeras ventajas de OFDM, se observa en la **Figura 2.3.** el fenómeno del canal multitrayectoria y las réplicas recibidas por el receptor. OFDM utiliza la emisión simultánea de múltiples subportadoras durante un intervalo de tiempo útil  $T_u$ , seguido de la interrupción de la emisión durante el denominado tiempo de guarda  $T_g$ . Durante el tiempo útil, todos los transmisores de la red emiten un símbolo sincronizadamente en digital paralelo. El receptor más cercano capta este símbolo y espera antes de evaluarlo a que transcurra el intervalo de guarda, de este modo, el receptor puede evaluar también los ecos que le llegan e interpretarlos como señales útiles y no como interferencias. Cuanto mayor sea  $T_g$  mayor será la separación física que puede permitirse a los transmisores. El tiempo total dedicado a la transmisión de cada símbolo es  $T_s = T_u + T_g$ , y puede llegar a  $1\text{ ms}$ , [11].

La elección de la duración del tiempo de guarda es un aspecto crítico, cuanto mayor sea este tiempo de seguridad, mayor será la dispersión de los retardos, sin que se produzca ISI, lo que se traduce en mayor distancia entre los transmisores, por otro lado, el tiempo de guarda es un intervalo muerto, en el sentido de que no se emplea para enviar información, con el consiguiente desaprovechamiento del canal, [11].



**Figura 2.3.:** Propagación de la señal en un canal multitrayectoria.

## 2.4. Tasa de error de bit “BER”

El BER es uno de los parámetros que miden el desempeño de un sistema para un cierto valor de la relación  $E_b/N_0$ , que es una versión normalizada de la relación señal-ruido. Es utilizado en aquellos sistemas que presentan errores de forma aleatoria, como en el caso de las comunicaciones inalámbricas para medir la tasa de error binaria, [29].

*Bit Error Rate* (BER, por sus siglas en inglés) se define como la velocidad a la que se producen errores en un sistema de transmisión. Esto se puede traducir directamente en el número de errores que se producen en una cadena de un número determinado de bits. La definición de la tasa de error de bits, BER, se puede traducir en una formula simple.

$$\text{BER} = \text{número de errores} / \text{número de bits enviados}$$

### 2.4.1. BER y $E_b/N_0$

La relación señal-ruido  $SNR$ , y  $E_b/N_0$ , son parámetros que están relacionados con las conexiones de radio y sistemas de radiocomunicaciones. En términos de esto, la tasa de error de bits BER, también se puede definir en términos de la probabilidad de error o POE.

La probabilidad de error se determina con tres variables, la función de error  $erf$ , la energía en un bit  $E_b$ , y la densidad de potencia espectral de ruido (que es la potencia de ruido en un ancho de banda de 1 Hz)  $N_0$ , [29].

La energía por bit  $E_b$ , se puede determinar dividiendo la potencia de la portadora por la tasa de bits y es medida de la energía con las unidades de joules. No es una potencia por hertz y por lo tanto esto tiene las dimensiones de potencia ( $joules/s$ ). En cuanto a las dimensiones de la relación  $E_b/N_0$  todas las dimensiones se anulan para tener una relación adimensional. Es importante señalar que POE es proporcional a  $E_b/N_0$  y es una forma de relación señal-ruido,  $SNR$ .

$$SNR = [\log_2(M) \times E_b/N_0] \quad (2.2)$$

$$SNR_{dB} = [10 \log(\log_2(M)) + E_b/N_0 \text{ dB}] \quad (2.3)$$

Con base en esto, podemos transmitir con un cierto valor de BER deseado, calculando la capacidad del canal  $C$ , en función de la relación señal-ruido  $SNR$ .

$$C = BW \log_2(1 + SNR) \quad [bits/seg] \quad (2.4)$$



# 3. Principios fundamentales de un sistema OFDM

## 3.1. Introducción

OFDM ha demostrado ser un sistema eficaz de modulación para resistir interferencias por multitrayecto y condiciones difíciles de propagación. Fue desarrollado en los años 70 para comunicaciones militares y ahora empieza a ser aplicado en el ámbito civil, [11]. Se tornó popular en los 90's con el advenimiento de los procesadores digitales de señales de alta capacidad. Actualmente se ha convertido en una técnica popular para transmisión de señales de banda ancha sobre canales inalámbricos, al transformar a un canal de radio selectivo en frecuencia, en un conjunto paralelo de subcanales independientes unos de otros.

### 3.1.1. Historia de OFDM

La historia de OFDM data de los años 60 cuando Chang publicó su artículo sobre la síntesis de transmisión multicanal de señales limitadas en banda, [19]. Él presentó el principio de la transmisión de mensajes simultáneamente a través de un canal lineal limitado en banda sin interferencia intercanal (ICI) ni intersimbólica (ISI). Poco después de Chang se presentó el artículo, realización Saltzberg que es un análisis del funcionamiento, donde se concluye que “la estrategia de diseño para un eficiente sistema paralelo debe centrarse más en la reducción de interferencia entre canales adyacentes que en perfeccionar los canales individuales en sí mismos, a partir del momento en que la distorsión debida a la interferencia tiende a dominar”. Esta es una conclusión importante, la cual ayudó a corregir el procesamiento en banda base digital pocos años después.

Un mayor empuje a OFDM fue presentado en 1971 por Weinstein y Ebert [20] quienes usaron la Transformada Discreta de Fourier (DFT) para realizar la modulación y demodulación en banda base. Este trabajo no se centró en perfeccionar los canales individualmente, pero aumentó la eficiencia de procesamiento al eliminar los bancos de osciladores de las subportadoras.

Otra importante contribución fue realizada por Peled y Ruiz [21] en 1980, quienes introdujeron el Prefijo Cíclico (CP) o extensión cíclica, solucionando el problema de la ortogonalidad. Este efecto simula un canal que realiza la convolución cíclica, lo

que implica ortogonalidad sobre canales dispersivos cuando el CP es más largo que la respuesta al impulso del canal. Esto introduce una pérdida de energía proporcional a la longitud del CP pero esta pérdida de energía está motivada por la anulación de la ICI.

## 3.2. Concepto de ortogonalidad

Si tenemos dos funciones tal que ninguna de las dos influye sobre la otra en un intervalo de su dominio, en ese intervalo serán ortogonales. Se dice que las funciones  $\varphi(t)$  y  $\psi(t)$  son ortogonales en el intervalo  $a \leq t \leq b$ , si el producto escalar de la ecuación (3.1) es cero, siendo la segunda función complejo conjugada, [7]:

$$(\varphi, \psi) = \int_a^b \varphi(t)\psi^*(t)dt = 0 \quad (3.1)$$

El término *Orthogonal Frequency Division Multiplexing* es debido al hecho de que dos subportadoras OFDM  $x_{k_1}(t)$  y  $x_{k_2}(t)$  son mutuamente ortogonales en el intervalo de tiempo  $mT_u \leq t < (m+1)T_u$  es decir, [10]:

$$\int_{mT_u}^{(m+1)T_u} x_{k_1}(t)x_{k_2}^*(t)dt = 0 = \int_{mT_u}^{(m+1)T_u} a_{k_1}a_{k_2}^*e^{j2\pi k_1\Delta ft}e^{-j2\pi k_2\Delta ft}dt = 0 \quad \text{para } k_1 \neq k_2 \quad (3.2)$$

La señal OFDM básica en banda base compleja  $x(t)$  durante el intervalo de tiempo  $mT_u \leq t < (m+1)T_u$  puede expresarse como:

$$x(t) = \sum_{k=0}^{N-1} x_k(t) = \sum_{k=0}^{N-1} a_k^{(m)} e^{j2\pi k\Delta ft} \quad (3.3)$$

donde  $x_k(t)$  es la  $k$ -ésima subportadora modulada con frecuencia  $f_k = k \cdot \Delta f$  y  $a_k^{(m)}$  es el complejo general, símbolo de modulación aplicado a la  $k$ -ésima subportadora durante el intervalo del  $m$ -ésimo Símbolo OFDM<sup>1</sup>, es decir el intervalo de tiempo  $mT_u \leq t < (m+1)T_u$ .

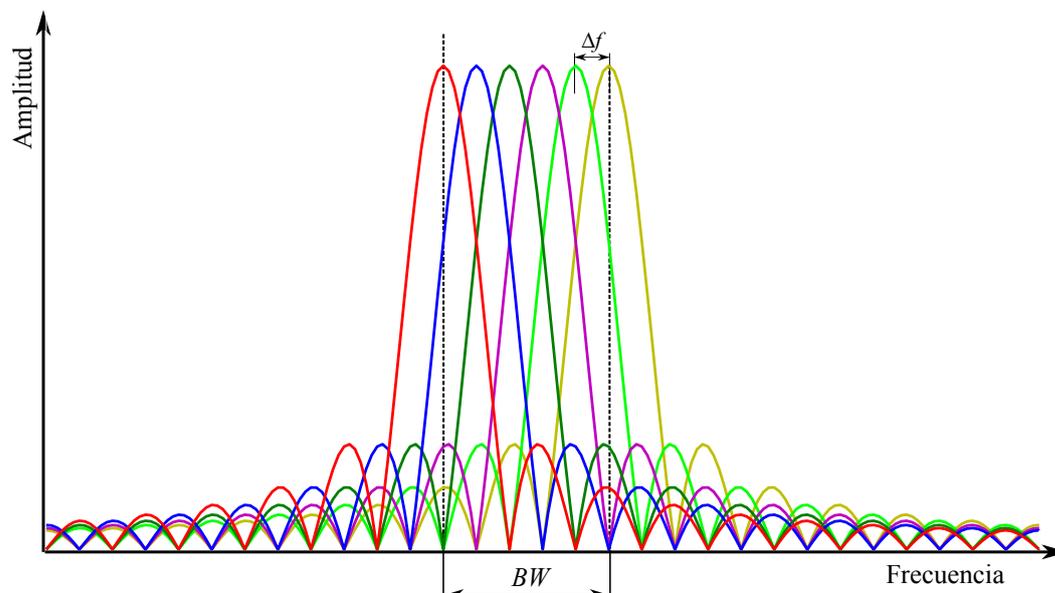
Si se tiene en cuenta la naturaleza aleatoria de las señales de comunicaciones la ortogonalidad desde el punto de vista estocástico, existe si dos procesos aleatorios no están correlacionados, [5].

<sup>1</sup>A lo largo del trabajo cuando hagamos referencia al Símbolo OFDM lo identificaremos con la letra S mayúscula.

### 3.2.1. Ortogonalidad en subportadoras OFDM

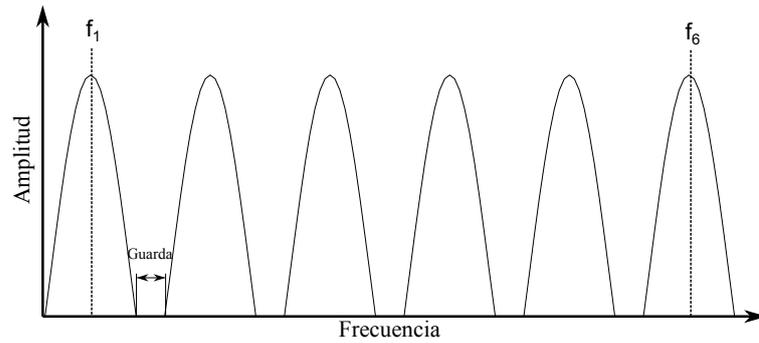
La clave de OFDM está en la ortogonalidad de las señales, esto permite mezclar varias de ellas en transmisión para luego separarlas en recepción sin que exista interferencia. El funcionamiento de OFDM gira en torno a mantener la ortogonalidad entre subportadoras, ya que al perderse provoca interferencia intersímbolo y en consecuencia ICI.

A diferencia de la técnica de modulación FDM que utiliza bandas de guarda entre subportadoras para separar lo suficiente y las bandas no se solapan, OFDM basándose en el principio de ortogonalidad, no exige bandas de guarda entre subportadoras. En la **Figura 3.1.** podemos observar las subportadoras espaciadas en frecuencia a una distancia  $\Delta f$ , donde cada una tiene un número entero de ciclos. Esto supone la ventaja de que cada subportadora tiene un nulo en el centro de la subportadora adyacente por la cancelación de los lóbulos inferiores, de este manera se garantiza que la interferencia en el caso ideal sea nula.



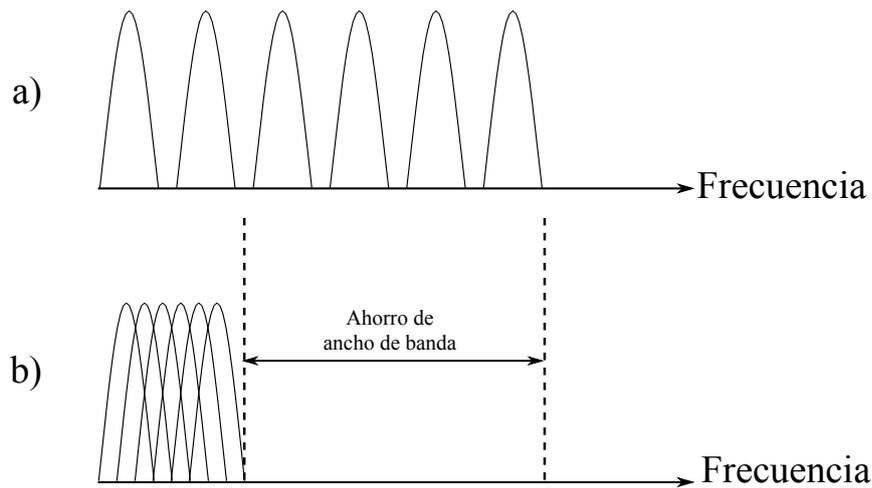
**Figura 3.1.:** Espectro en frecuencia de 6 subportadoras moduladas con OFDM.

En una modulación FDM la separación en frecuencia entre una subportadora puede verse excesiva comparada con OFDM, tal y como se muestra en la **Figura 3.2.**



**Figura 3.2.:** Espectro en frecuencia de 6 subportadoras moduladas en FDM.

La condición de ortogonalidad entre múltiples subportadoras, conduce a la formación de un espectro que reduce considerablemente la utilización del ancho de banda, como se observa en la **Figura 3.3**. El conjunto ortogonal de subportadoras se utiliza en OFDM para enviar la información dividida del usuario en los subcanales para cada subportadora. Ese conjunto de subportadoras con información de usuario forma un Símbolo OFDM.

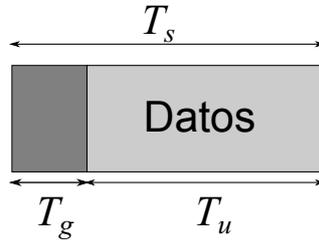


**Figura 3.3.:** Ilustración de la utilización del ancho de banda en dos técnicas de modulación diferente. a) Técnica multiportadora convencional. b) Modulación con portadoras ortogonales.

### 3.3. Símbolo OFDM

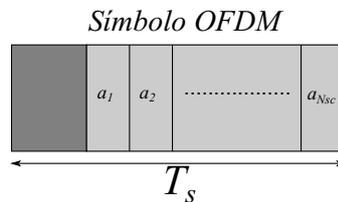
Un Símbolo OFDM es un bloque que contiene datos de información del usuario y datos redundantes utilizados como espacio de guarda. El periodo de Símbolo OFDM

representado como  $T_s$ , comprende dos variables de tiempo, el intervalo de tiempo  $T_u$ , conocido como tiempo útil y el tiempo de guarda  $T_g$ , **Figura 3.4.** Se conoce como intervalo de tiempo útil porque es el tiempo asignado para la transmisión del total de subportadoras que contienen los datos de información del usuario.



**Figura 3.4.:** Duración de un Símbolo OFDM que involucra dos variables de tiempo, representado como un bloque.

El espacio del intervalo útil está seccionado en un conjunto de datos que contienen la información de usuario dividida, y lista para modularse en las múltiples subportadoras antes de la transmisión. Cada sección en que se divide la información es llamada símbolo porque es una cadena de bits que representa la información de la subportadora en fase y amplitud. El símbolo correspondiente a la  $k$  -ésima subportadora se denota como  $a_k$  para un total de  $N_{sc}$  subportadoras, como se puede ver en la **Figura 3.5.**



**Figura 3.5.:** Distribución de la información del usuario en un conjunto de símbolos  $a_k$

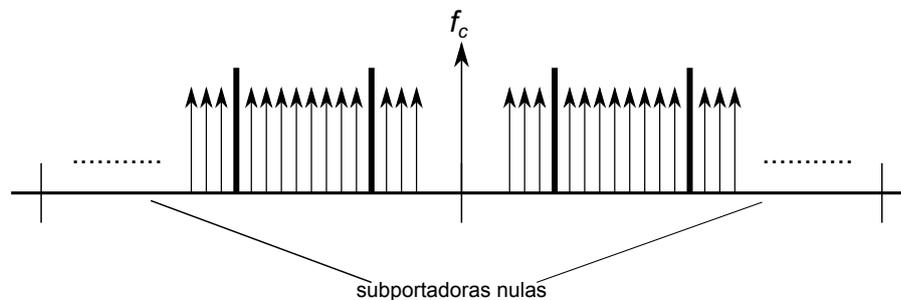
La razón de seccionar la información del usuario y enviarla utilizando múltiples subportadoras es la ventaja de disminuir el desvanecimiento total que sufriría la señal al enviarse sobre una única portadora. El desvanecimiento que sufre cada subportadora de manera individual es mínimo, lo que se refleja en una señal completa pero con desvanecimiento plano.

### 3.3.1. Estructura del Símbolo OFDM

La estructura del Símbolo OFDM es el conjunto de símbolos que representa a cada una de las subportadoras que lo conforman. Las subportadoras que contienen los datos de la información del usuario se llaman subportadoras de datos y el número total de éstas se denota con  $N_{scd}$ . Además de las subportadoras de datos se incluyen otro tipo de subportadoras con propósitos diferentes.

Las subportadoras piloto contienen datos de referencia, y se usan para la estimación y sincronización del canal por el que viaja la señal. Se utilizan repartidas por todo el espectro, para detectar los efectos del canal de radio selectivo en frecuencia y ayudar a minimizar los desplazamientos en frecuencia y fase producidos por el canal, el número total de estas subportadoras se denota con  $N_{scp}$ , en la **Figura 3.6.** se distinguen cuatro líneas más gruesas que hacen referencia a las posiciones de las subportadoras piloto.

Las subportadoras nulas no contienen información son utilizadas para establecer un espacio de guarda, el número total de éstas se denota con  $N_{scn}$ .



**Figura 3.6.:** Subportadoras nulas como bandas de guarda.

### 3.3.2. Codificación de subportadoras

La codificación de las subportadoras es la etapa en que la  $k$  -ésima subportadora pasa a ser un símbolo  $a_k$ . Si la información del usuario es una cadena de bits a la entrada del modulador, ésta es dividida en cadenas de bits más cortas según el formato de modulación empleado (QPSK, M-QAM, etc.) para llegar a formar un símbolo  $a_k$ .

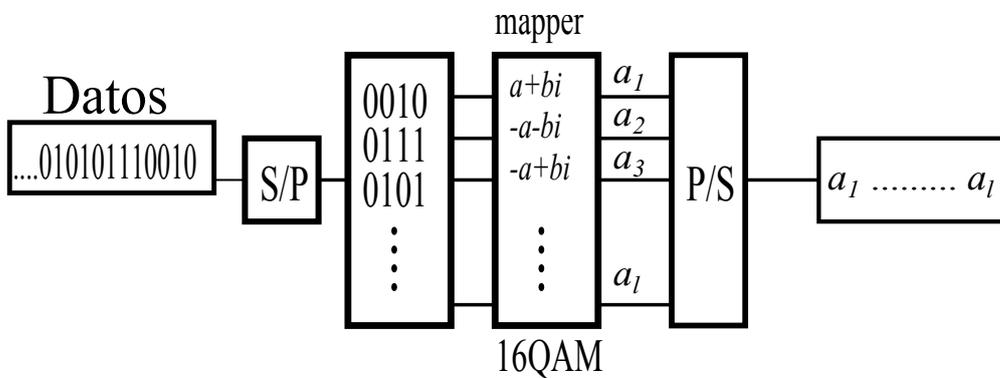
El modulador digital de fase y cuadratura, recibe el nombre de *mapper*. En el diagrama de la **Figura 3.7.**, la secuencia binaria de datos es convertida por el modulador digital de fase y cuadratura en una secuencia de símbolos complejos  $a_k$ .

#### 3.3.2.1. Modulador digital en fase y cuadratura

El modulador digital en fase y cuadratura es una etapa por la que atraviesa la información del usuario antes de ser transmitida, y se realiza en banda base. Este

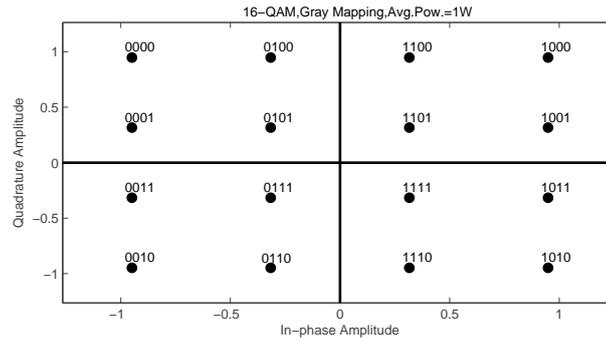
modulador es una etapa que forma parte de lo que más adelante será el Modulador OFDM.

El funcionamiento básico del modulador digital en fase y cuadratura empieza en transformar las cadenas de bits en las que se ha dividido la información del usuario, en un conjunto de números complejos que se mapean sobre una constelación, [11]. Cada uno de los números complejos se distingue como un símbolo  $a_k$ , [10]. La **Figura 3.7.** describe el modo en que opera el *mapper*, primero se recibe una cadena de bits con la información del usuario, enseguida ésta atraviesa un convertidor serial-paralelo para dividir la información en cadenas de bits más cortas y así asignar un número complejo a cada una de ellas, después se envían a las entradas de un convertidor paralelo-serial que nuevamente forma la cadena tal y como la recibió, sólo que ésta vez la información se encuentra codificada en símbolos.



**Figura 3.7.:** Diagrama del funcionamiento del *mapper*.

Los mapas o constelaciones usan de manera generalizada código Gray, lo cual sirve para asegurar que si ocurre un error a nivel de estos símbolos por el desplazamiento hacia una posición adyacente, en el codificador esto significará tan solo un bit de error, [5]. Un ejemplo de estos mapas se muestra en la **Figura 3.8.** En la etapa de codificación I/Q que realiza el *mapper* en un sistema de transmisión, se cuenta con un número finito de esquemas entre los que se puede escoger para operar entre los de mayor o menor orden de acuerdo con el estándar de comunicaciones (IEEE 802.11, IEEE 802.16, etc. ) en que se utilice.



**Figura 3.8.:** Ejemplo de una constelación 16-QAM que utiliza codificación Gray

### 3.3.2.2. $E_b/N_0$ y SNR para señales M-QAM

La ecuación (3.4) describe la relación señal a ruido SNR en términos de las energía de bit  $E_b$  y la densidad espectral de ruido  $N_0$ , que es una versión normalizada de SNR [11]

$$SNR = \frac{E_s/T_s}{N_0 BW} = \left( \frac{\log_2(M) E_b}{N_0} \right) \left( \frac{f_s}{BW} \right) \quad (3.4)$$

si  $f_s \cong BW$

$$\frac{E_b}{N_0} = \frac{1}{\log_2(M)} SNR \quad (3.5)$$

La ecuación (3.5) indica que las probabilidades de error para M-QAM están en función de  $E_b/N_0$ . Las curvas de la **Figura 3.9.** muestran que los esquemas de modulación más complejos son también más susceptibles al ruido. Esta figura puede interpretarse en el sentido de que es necesario desplazarse hacia la derecha (mejorar la relación señal a ruido) para obtener un mismo BER, cuando pasamos de un esquema de modulación a otro.

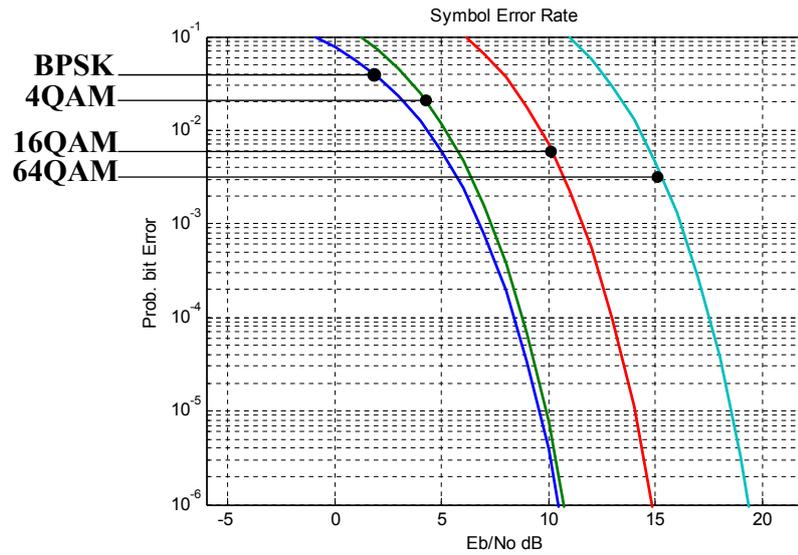


Figura 3.9.: Relación entre  $E_b/N_0$

Con las gráficas de la Figura 3.9. podemos apreciar la razón por la que se prefieren esquemas de modulación mas robustos, por ejemplo 64-QAM; aunque esta modulación necesita unos 4.35 dB más de relación señal a ruido que las 16- QAM, proporciona 6 bits por símbolo en lugar de cuatro para el mismo ancho de banda.

Con base en esto se obtiene la tasa de transmisión, tal como indica la ecuación (3.6), en donde el número de bits por subportadora ( $\log_2(M)$ ) puede aumentar o disminuir su valor, siendo una contante el tiempo de símbolo  $T_s$  y el número de subportadoras  $N_{sc}$ .

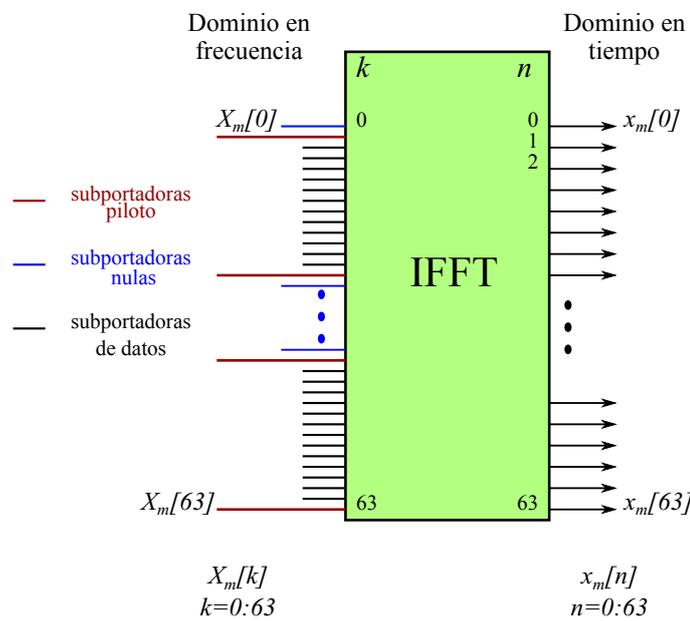
$$\text{Tasa de transmisión} = \frac{\text{Bits de datos por Símbolo OFDM}}{\text{Duración de símbolo OFDM}} = \frac{\log_2(M) N_{sc}}{T_s} = \text{Mbits/seg} \quad (3.6)$$

### 3.3.3. Uso de la IFFT en la modulación

Una vez que se tiene el conjunto de símbolos  $a_k$  generados por el *mapper*, estos se envían simultáneamente en paralelo a las entradas de la IFFT<sup>2</sup>. La IFFT transforma los datos en frecuencia al dominio del tiempo.

La IFFT recibe los símbolos  $a_k$  que corresponden a las subportadoras de datos, mas los datos de las subportadoras piloto y las subportadoras nulas. Las subportadoras nulas se representan con ceros que ayudan matemáticamente a completar un vector columna cuya longitud sea potencia de dos.

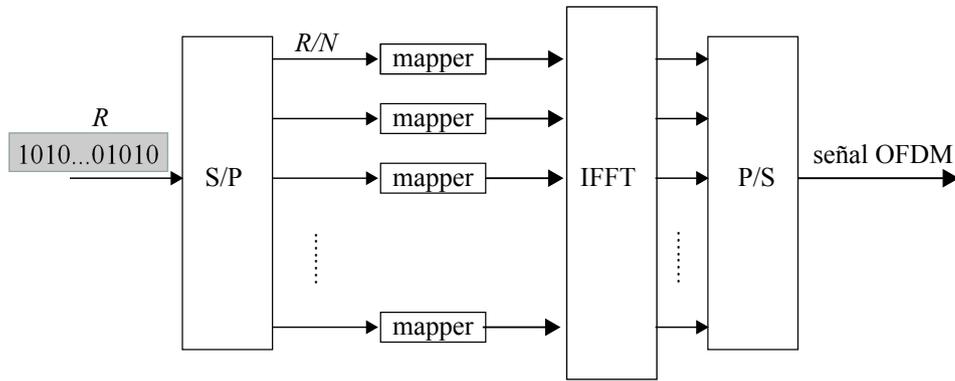
En el estándar IEEE 802.11a se especifica como organizar las subportadoras que ingresan al bloque de la IFFT, la **Figura 3.9.** muestra como se hace el reparto de las 64 subportadoras utilizadas por el estándar.



**Figura 3.10.:** Organización de las 64 subportadoras que ingresan a la IFFT en base al estándar IEEE 802.11a, después de ser codificadas.

El esquema de modulación OFDM planteado a este momento involucra dos procesos: el *mapper* y la IFFT. La **Figura 3.10.** describe estos dos procesos en los que la cadena de bits de entrada con tasa de transmisión  $R$  es dividida en  $N$  subcanales paralelos con menor tasa de transmisión, de manera que cada subcanal modula una subportadora a una tasa de  $R/N$ . En el receptor al recibirse el conjunto de subportadoras, la tasa de transmisión total se reflejará como el de una sola portadora.

<sup>2</sup>Los recientes descubrimientos y avances tecnológicos, han sustituido el uso de filtros necesarios para cada subcanal con la utilización de los algoritmos de la IFFT/FFT.



**Figura 3.11.:** Diagrama básico de la modulación OFDM.

El ancho de banda nominal de un Símbolo OFDM, se define como:

$$BW = N_{sc} \cdot \Delta f \quad (3.7)$$

donde

$$N_{sc} = N_{scd} + N_{scn} \quad (3.8)$$

El tamaño de muestras necesarias para realizar la IFFT no siempre coincide con el número total de subportadoras de datos y piloto, es por eso que se completa con las subportadoras nulas que son ceros. Esto implica que el tamaño de la IFFT excede el valor de las  $N_{sc}$  subportadoras contenidas por Símbolo OFDM.

Para seleccionar el tamaño de la IFFT ésta debe cumplir con un valor potencia de dos es decir:

$$N_{FFT} = 2^p \quad (3.9)$$

donde  $p$  es un número entero mayor que cero.

En base a lo anterior el espaciamiento en frecuencia se define como:

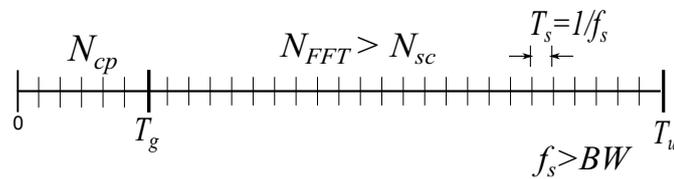
$$\Delta f = \frac{1}{T_u} = \frac{1}{T_s \cdot N_{FFT}} \quad (3.10)$$

Definiendo nuevamente el periodo de Símbolo OFDM con sus respectivos intervalos de tiempo que lo conforman, tenemos:

$$T_u = N_{FFT} \cdot T_s \tag{3.11}$$

$$T_g = N_{cp} \cdot T_s \tag{3.12}$$

El valor  $N_{cp}$  corresponde a la longitud del Prefijo Cíclico.



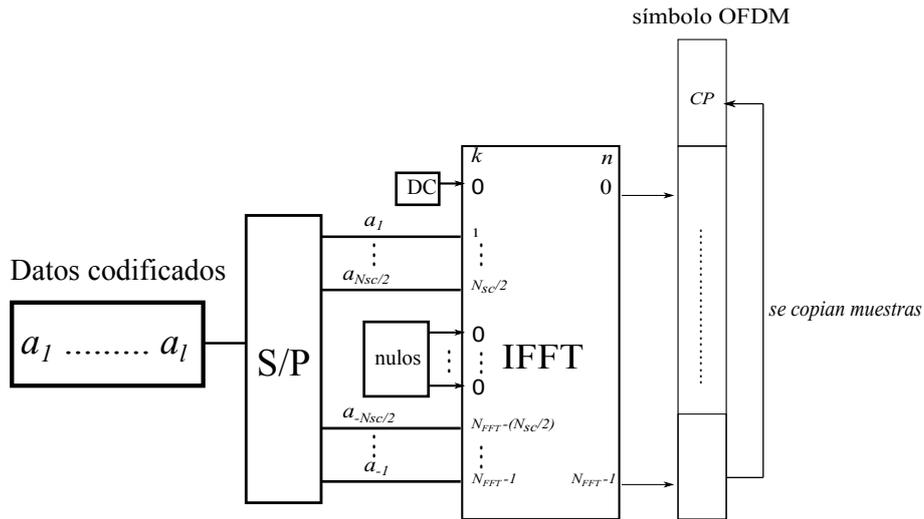
**Figura 3.12.:** Tamaño del Símbolo OFDM seccionado en intervalos de tiempo.

El Prefijo Cíclico tiene las características de un tiempo de guarda que separa los Símbolos OFDM, y representa un conjunto de  $N_{cp}$  datos redundantes que se suman a la longitud de las  $N_{FFT}$  muestras para formar el Símbolo OFDM.

### 3.3.4. Prefijo Cíclico

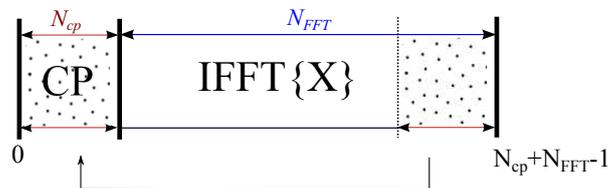
El Prefijo Cíclico (*Cyclic Prefix*, CP) es constituido de las muestras finales del Símbolo OFDM que resultan del proceso de la IFFT, garantizando de esta manera la periodicidad dentro del nuevo Símbolo OFDM. Debido a esta característica de mantener la periodicidad se da el nombre de Prefijo Cíclico.

El proceso de insertar el Prefijo Cíclico consiste en que las últimas muestras  $N_{FFT}$  a la salida del bloque IFFT es copiado e insertado al inicio del bloque, incrementando la longitud del bloque de  $N_{FFT}$  a  $N_{FFT} + N_{cp}$ , donde  $N_{cp}$  es el número de muestras que hacen referencia al Prefijo Cíclico, ésto se puede observar en la **Figura 3.12.**



**Figura 3.13.:** Diagrama de OFDM con inserción del Prefijo Cíclico

En otras palabras el Prefijo Cíclico no es otra cosa que la última parte del Símbolo OFDM “pre-pegado” antes de éste, como se observa en la **Figura 3.13**.



**Figura 3.14.:** Inserción del prefijo cíclico

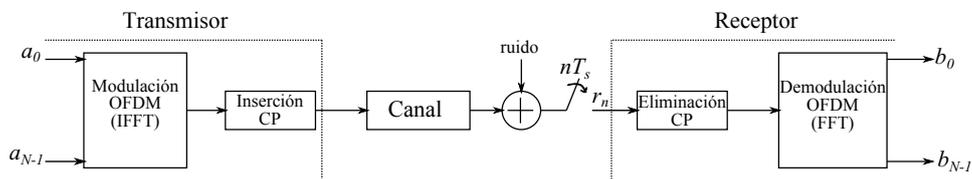
El Prefijo Cíclico actúa como un espacio de guarda, esto ayuda a evitar la interferencia intersimbólica (ISI) y mantener la ortogonalidad entre subportadoras evitando la ICI, sin embargo la velocidad de transmisión se ve afectada debido al aumento de la longitud del Símbolo OFDM, porque no incluye información útil, lo que se convierte en una pérdida de potencia en la transmisión.



# 4. Modulación y demodulación OFDM

## 4.1. Introducción

En el capítulo anterior hablamos del principio de ortogonalidad en OFDM, la estructura del Símbolo OFDM como bloque de datos, el concepto del Prefijo Cíclico y su inclusión en el Símbolo OFDM. En este capítulo describiremos la técnica de modulación y demodulación, hablaremos de como se lleva a cabo el proceso matemático de los datos, en que consiste la paralelización de los datos en que se ha dividido el mensaje, la codificación de los datos a símbolos  $a_k$  y el cambio que éstos tienen al ser procesados por la IFFT. También discutiremos las consecuencias y ventajas de la inserción del Prefijo Cíclico, entre ellas la reducción de los problemas de sincronización temporal. En la **Figura 4.1** se presenta un modelo genérico de un transmisor y receptor en un sistema de comunicación utilizando modulación y demodulación OFDM.

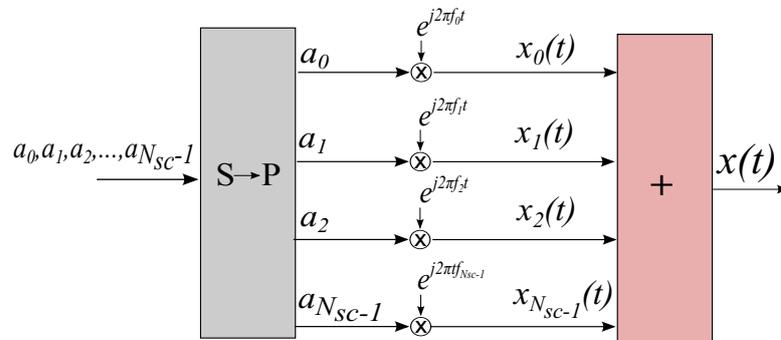


**Figura 4.1.:** Esquema de transmisión utilizando la modulación y demodulación OFDM

## 4.2. Modulación OFDM

La modulación OFDM consiste en la paralelización del mensaje en múltiples subcanales. Cada subcanal se comporta como un canal independiente que modula una sola subportadora, éste sufre atenuación y disminuye el aliasing<sup>1</sup> siempre y cuando la ortogonalidad entre los subcanales adyacentes se mantenga.

Una descripción ilustrativa del proceso de modulación de los datos que realiza un Modulador OFDM básico se presenta en la **Figura 4.2**. Este consiste de un banco de moduladores complejos  $N_{sc}$ , donde cada modulador corresponde a una subportadora OFDM. La figura describe una entrada serial de datos previamente codificados, estos pasan a través de un convertidor serial-paralelo que los envía de manera paralela a una columna de multiplicadores complejos centrados en diferentes frecuencias, a la salida de ellos obtenemos una columna de resultados que ingresan a un bloque suma, éste integra todos los valores obtenidos en una sola variable  $x(t)$ . La variable  $x(t)$  representa la señal OFDM.



**Figura 4.2.:** Modulador OFDM

Recordando la ecuación de la señal OFDM en banda base compleja, para un total de  $N_{sc}$  subportadoras:

$$x(t) = \sum_{k=1}^{N_{sc}} x_k(t) \quad (4.1)$$

$$x_k(t) = a_k^{(m)} e^{j2\pi f_k t} \quad (4.2)$$

donde  $x_k(t)$  es la  $k$  -ésima subportadora modulada con frecuencia  $f_k$  y  $a_k^{(m)}$  es el complejo general, símbolo de modulación para la subportadora  $k$  -ésima durante

<sup>1</sup>El aliasing es un fenómeno de superposición entre señales.

el intervalo del Símbolo OFDM  $m$  –ésimo, es decir durante el intervalo de tiempo  $mT_u \leq t < (m + 1)T_u$ , [10].

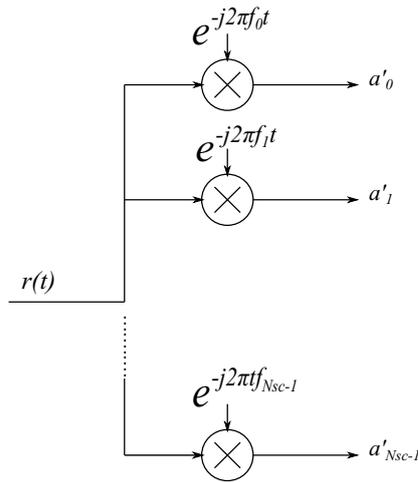
El número de subportadoras OFDM oscila desde menos de cien a varios de miles, con la separación entre subportadoras que va desde varios cientos de kHz a unos pocos kHz. El espaciado entre subportadoras depende del tipo de ambiente en el que opera el sistema, incluyendo aspectos como el máximo esperado de selectividad en frecuencia (máximo esperado de dispersión en tiempo) y el máximo esperado de la tasa de variación del canal (máximo esperado de la Dispersión Doppler). Una vez que el espaciado entre subportadoras se ha seleccionado, el número de subportadoras se puede decidir basándose en una transmisión que asume el total del ancho de banda, teniendo en cuenta una emisión aceptable fuera de banda.

En el estándar 3GPP LTE [10] el espaciado básico entre subportadoras es igual a  $15 \text{ kHz}$ . Por otra parte, el número de subportadoras depende del ancho de banda de transmisión, en el orden de 600 subportadoras en caso de operar en un espectro asignado de  $10 \text{ MHz}$  y correspondientemente menos/más subportadoras en caso de tener una transmisión con ancho de banda total más pequeño o más grande.

La utilización de un número elevado de subportadoras (100 ó más) ocuparía un considerable ancho de banda. La recuperación de cientos de canales puede parecer complicada y podría pensarse que se podrían requerir cientos de filtros (esta área en el caso de OFDM, se realiza por software mediante la DFT) pasobanda de banda estrecha, sin embargo, las dificultades se soslayan si las portadoras se encuentran igualmente espaciadas en una frecuencia exacta  $\Delta f = 1/T_s$ , siendo  $T_s$  el denominado período de símbolo utilizado por el receptor para integrar la señal demodulada.

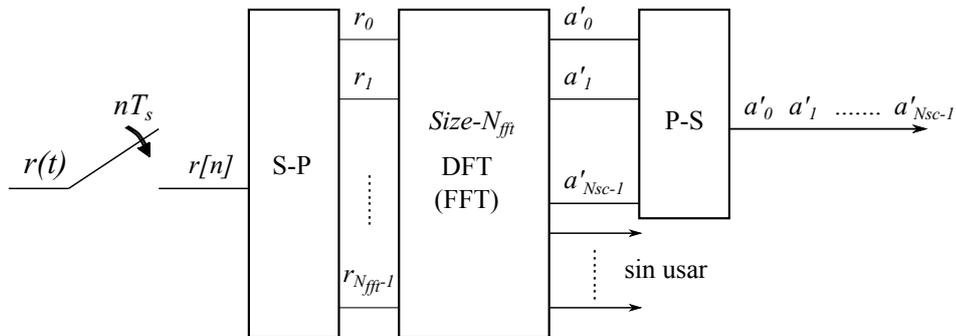
### 4.3. Demodulación OFDM

El principio básico de la demodulación OFDM puede describirse al igual que en la modulación pero esta vez con un banco de correladores, uno por cada subportadora. Aunque un banco de moduladores/correladores como los describe la **Figura 4.2**, y la **Figura 4.3** pueden ser usados para describir los principios básicos de la modulación y demodulación OFDM respectivamente, hemos explicado que estas no son las estructuras más apropiadas para su actual implementación. En la demodulación OFDM es posible una implementación de baja complejidad por medio del eficiente procesamiento computacional de la FFT y su función inversa en la etapa de modulación.



**Figura 4.3.:** Principio básico de la demodulación OFDM

El proceso se lleva a cabo reemplazando el banco de  $N_{sc}$  demoduladores paralelos de la **Figura 4.3** con muestras a una velocidad de muestreo de  $f_s = 1/T_s$ , tomando en cuenta un tamaño de  $N_{FFT}$  muestras para la DFT/FFT, como se ilustra en la **Figura 4.4**.



**Figura 4.4.:** Demodulación OFDM por medio del proceso del FFT.

## 4.4. Algoritmos de Fourier

La esencia de la transformada de Fourier de una señal con forma de onda es descomponerla o separarla en una suma de sinusoides de diferentes frecuencias. Si la suma de estas sinusoides da como resultado la forma de onda original, se ha determinado la Transformada de Fourier de la onda. La representación gráfica de la Transformada de Fourier es un diagrama en el que se muestra la amplitud y la frecuencia de cada una de las sinusoides, [25].

Al tratarse de tiempo continuo, para llevar a cabo su implementación en los diferentes sistemas digitales, se utiliza la transformada discreta de Fourier (DFT) de la ecuación (4.3).

$$x[n] = \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} X[k] e^{j \frac{2\pi}{N} kn} \quad (4.3)$$

La Transformada de Fourier Discreta (DFT) puede ser empleada para obtener resultados esencialmente equivalentes a los de la transformada de Fourier continua. La DFT es una de las operaciones más importantes en el procesamiento digital de señales. Su implementación usando el algoritmo de la Transformada de Fourier Rápida (FFT) ha hecho posible su uso en aplicaciones para procesamiento de señales en tiempo real. Estos algoritmos fueron desarrollados por dos programadores de IBM, Cooley y Tukey, y la velocidad de procesamiento que se consigue al utilizar las FFT/IFFT es unas 200 veces mayor que con las DFT/IDFT, ya que se reducen drásticamente el número de operaciones. La IFFT permite que el tiempo de generación y detección de señales OFDM sea reducido, cuando el número de subportadoras empleado este dado por:

$$N = 2^p \quad (4.4)$$

donde  $p$  es un número entero mayor que cero.

La clave para hacer OFDM realizable en la práctica es el uso del algoritmo FFT y su inverso la IFFT. Los sistemas OFDM implementan estos algoritmos para realizar los cambios de dominio en tiempo y frecuencia, la IFFT que se efectúa en el modulador pasa del dominio en frecuencia al del tiempo y la FFT en el demodulador pasa del dominio del tiempo al de la frecuencia.

### 4.4.1. Análisis matemático de la modulación

La señal OFDM  $x(t)$  en banda base compleja para un total de  $N_{sc}$  subportadoras:

$$x(t) = \sum_{k=1}^{N_{sc}} x_k(t) = \sum_{k=1}^{N_{sc}} a_k e^{j2\pi f_k t} \quad (4.5)$$

$$\text{donde } f_k = f_c + k \cdot \Delta f$$

Si asumimos que  $f_c$  es igual a cero, la señal OFDM en tiempo discreto puede expresarse como<sup>2</sup>, [10]:

$$x_n = x(nT_s) = \sum_{k=0}^{N_{FFT}-1} a_k e^{j2\pi k \Delta f n T_s} = \sum_{k=0}^{N_{FFT}-1} a'_k e^{j2\pi k \frac{n}{N_{FFT}}} \quad (4.6)$$

donde los valores de  $a'_k$  toman las siguientes condiciones.

$$a'_k = \begin{cases} a_k & 0 \leq k < N_{sc} \\ 0 & N_{sc} \leq k < N_{FFT} \end{cases} \quad (4.7)$$

Por lo tanto, la secuencia  $x_n$ , es de tamaño  $N_{FFT}$  a la salida del bloque que realiza la IFFT para obtener la modulación de los símbolos  $a_1, a_2, \dots, a_{N_{sc}}$  extendiendo con la inserción de ceros hasta llegar a la longitud  $N_{FFT}$ , [10].

Para confirmar esto, se asume que la tasa de muestreo  $f_s$  es un múltiplo del espaciado entre subportadoras  $\Delta f$ , es decir:

$$f_s = \frac{1}{T_s} = N_{FFT} \cdot \Delta f \quad (4.8)$$

El parámetro  $N_{FFT}$  en la ecuación (4.8) debería ser elegido para que el teorema de muestreo sea totalmente cumplido<sup>3</sup>. El producto  $N_{sc} \cdot \Delta f$  puede ser visto como el ancho de banda nominal de la señal OFDM, esto implica que  $N_{FFT}$  debería exceder

<sup>2</sup>Desde ahora el índice  $m$  en los símbolos de modulación que indica el número de Símbolo OFDM será ignorado a menos que se necesite especialmente.

<sup>3</sup>La señal OFDM de acuerdo a la ecuación (14) en teoría tiene un ancho de banda infinito y por lo tanto el teorema de muestreo jamás puede cumplirse completamente.

$N_{sc}$  con un margen suficiente. Por lo tanto el número de muestras que se utilizan para realizar la IFFT  $N_{FFT}$ , esta ligado al número de subportadoras  $N_{sc}$ .

En el estándar 3GPP LTE el número de subportadoras  $N_{sc}$  es aproximadamente de 600 en caso de asignar un espectro de 10 MHz. El tamaño de la IFFT puede ser  $N_{FFT} = 1024$ , esto correspondería a una tasa de muestreo de:

$$f_s = N_{FFT} \cdot \Delta f = 15.36 MHz \quad (4.9)$$

donde  $\Delta f = 15 kHz$  es el espaciado entre subportadoras.

Si observamos detenidamente las ecuaciones (4.10) y (4.11) podemos darnos cuenta que existe mucha similitud entre ellas,

$$x[n] = \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} X[k] e^{j \frac{2\pi}{N} kn} \quad (4.10)$$

$$x_n = \sum_{k=0}^{N_{FFT}-1} a'_k e^{j 2\pi k \frac{n}{N_{FFT}}} \quad (4.11)$$

si adecuamos la ecuación (4.11) a la (4.10) tenemos:

$$x[n] = \frac{1}{N_{FFT}} \sum_{k=0}^{N_{FFT}-1} X[k] e^{j \frac{2\pi}{N_{FFT}} kn} \quad (4.12)$$

$$x[n] = IFFT\{x[k]\} \quad (4.13)$$

donde los coeficientes  $X[k]$  corresponde a los símbolos de modulación  $a'_k$ .

La ecuación (4.12) deja ver claramente que una señal OFDM es la transformada inversa de Fourier de los coeficientes  $a'_k$ , y en consecuencia, los coeficientes son la transformada directa de  $x(t)$ . Por consiguiente, la acción de modular y demodular todas las portadoras a la vez de una señal OFDM consiste básicamente en aplicar los algoritmos de la transformada rápida de Fourier, muy conocidos y fáciles de implementar en los procesadores digitales.

Es importante aclarar que la implementación basada en IDFT/IFFT de un Modulador OFDM, y aún más exacta la longitud de la IDFT/IFFT, son opciones que se pueden considerar y no algo que tendría que especificarse en un acceso de radio. Por ejemplo, nada impide la implementación del Modulador OFDM como se ilustró en la **Figura 4.1**. También nada impide el uso de un tamaño más grande de la IFFT, es decir un tamaño de 2048, incluso en caso de tener un número de subportadoras OFDM más pequeñas.

## 4.5. Problemas de interferencia

Una transmisión en redes inalámbricas es común que se lleve a cabo en canales multitrayectoria, en presencia de dispersión en tiempo y dispersión en frecuencia.

La presencia de dispersión en tiempo y frecuencia en el canal, afecta directamente la ortogonalidad dentro de los símbolos que integran la señal OFDM.

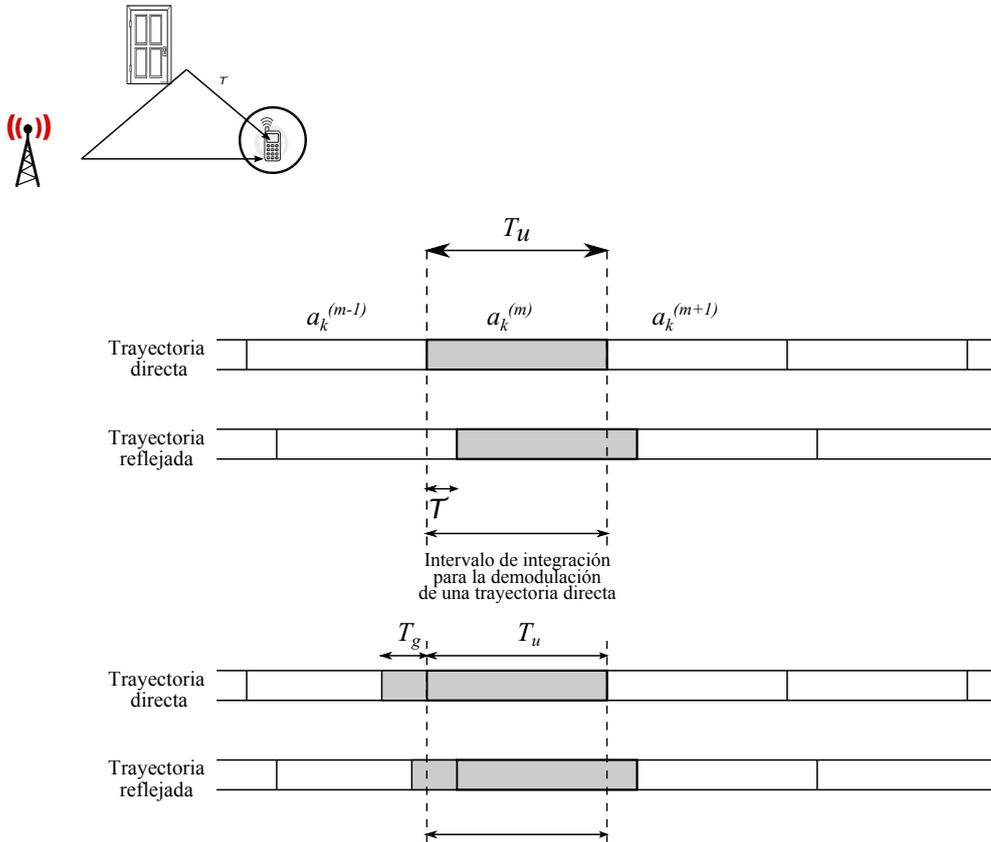
La razón de estas pérdidas de ortogonalidad entre subportadoras en caso de un canal con dispersión en tiempo es que, el intervalo de correlación en el demodulador para una trayectoria se superpone con la frontera del símbolo de otra trayectoria, como se ilustra en la **Figura 4.5**. Por lo tanto, el intervalo de integración no corresponderá necesariamente a un número entero de periodos de exponenciales complejas de esa trayectoria y la modulación de los símbolos  $a_k$  puede diferir entre intervalos de símbolos consecutivos. Como consecuencia, en caso de un canal con dispersión en tiempo no solo habrá interferencia entre símbolos, sino también interferencia entre subportadoras.

Las Interferencias Intersímbolo (ISI) se producen cuando la señal recibida en un momento dado depende de la señal transmitida en ese instante pero también anterior o posteriormente. El problema es crítico cuando la dispersión de retardo es muy grande en comparación con el periodo de símbolo ( $t_{max} \gg T_s$ ).

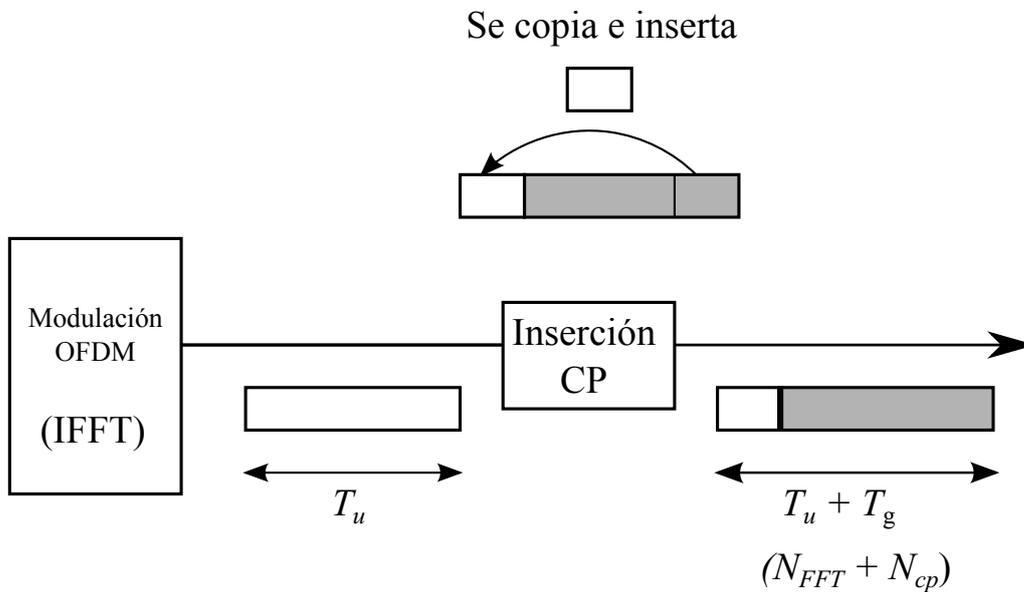
En concreto, en los canales actuales de banda ancha que proveen velocidades de datos muy altas, el período de símbolo deseado es a menudo mucho menor que la dispersión en tiempo y por tanto la interferencia intersímbolo es severa.

El fin de la modulación OFDM será asegurar altas velocidades de datos haciendo que las interferencias intersímbolo afecten lo menos posible a la comunicación, al asegurar  $t_{max} < T_s$ .

Para hacer frente a este problema y tener una señal OFDM verdaderamente insensible a la dispersión en tiempo en un radio canal, se inserta el Prefijo Cíclico característico de una transmisión que utiliza OFDM, como se observa en la **Figura 4.6**. Si la correlación en el lado del receptor aún se está llevando a cabo en un intervalo de tiempo  $T_u$ , la ortogonalidad entre subportadoras se mantendrá aún con dispersión en tiempo sobre el canal, siempre y cuando el lapso de la dispersión en tiempo sea más corto que la longitud del Prefijo Cíclico, [10].



**Figura 4.5.:** Dispersión en tiempo y la correspondiente sincronización de la señal en el receptor.



**Figura 4.6.:** Inserción del prefijo cíclico.

### 4.5.1. Inserción del Prefijo Cíclico (CP)

La duración del Prefijo Cíclico (CP) está en función de la longitud máxima del retardo entre símbolos que ofrece el canal es decir  $t_{max}$ . Los valores típicos son de microsegundos en comunicaciones al aire libre y del orden de nanosegundos en comunicaciones interiores. De este modo quedan comprendidos entre un tiempo de guarda que evita la formación de ISI y que facilita la recepción del símbolo completo sin influencia de los símbolos vecinos.

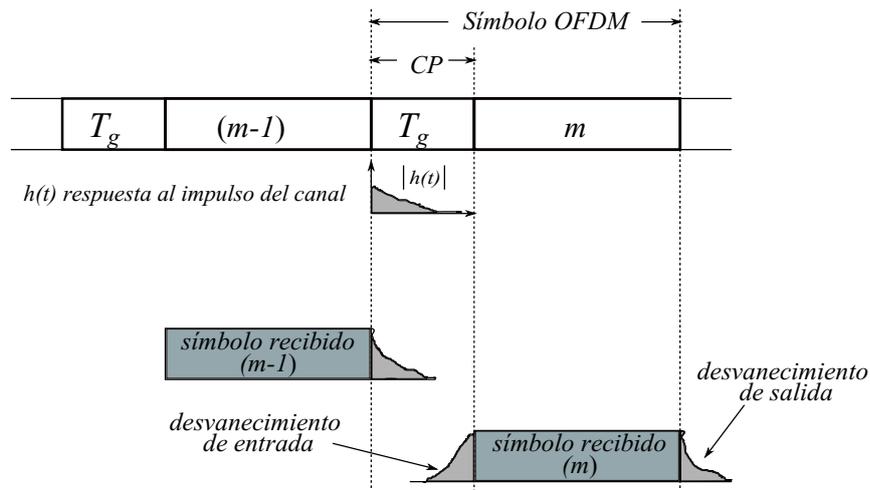


Figura 4.7.: Efecto del prefijo cíclico en el símbolo OFDM recibido

En la **Figura 4.7.** se puede observar la ventaja de utilizar el Prefijo Cíclico para eliminar interferencias, donde  $T_g$  representa el tiempo de guarda que supera en longitud la respuesta al impulso del canal, es decir cubre en su totalidad el máximo atraso de dispersión en tiempo producido por el canal.

En teoría lo que deseamos con el Prefijo Cíclico es cubrir la longitud máxima de la dispersión en tiempo esperado,  $t_{max}$ . Sin embargo en la práctica, es importante entender que el Prefijo Cíclico no necesariamente tiene que cubrir la longitud entera de la dispersión en tiempo. En general hay una compensación entre la pérdida de potencia por causa del Prefijo Cíclico y la señal errónea debida a la dispersión en tiempo que no alcanzó a cubrir el CP. Si el propósito fuera incrementar la longitud del CP de tal manera que cubriera en su totalidad la dispersión en tiempo, nos enfrentaríamos con pérdidas de potencia que implican tener resultados con impacto más negativos comparados con la señal corrupta debida a la dispersión en tiempo.

La siguiente tabla muestra la relación que se debe mantener entre las variables del canal que presenta dispersión en tiempo y los parámetros de la señal OFDM, para lograr una comunicación sin interferencia.

$$T_u \gg t_{max}$$

$T_u$  es el tiempo dentro del Símbolo OFDM que incluye la información útil a transmitir, por lo tanto su duración debe ser mayor a la dispersión que presenta el canal.

$$\Delta f = \frac{f_s}{N_{FFT}} \gg f_{max}$$

$\Delta f$  es la frecuencia de separación entre las subportadoras que componen un Símbolo OFDM, y debe ser mayor a la dispersión en frecuencia.

$$\frac{f_s}{N_{FFT}} = \frac{1}{T_s \cdot N_{FFT}} = \frac{1}{T_u}$$

$T_u$  está inversamente relacionado con la separación en frecuencia  $\Delta f$  que pueden tener entre sí las subportadoras individuales de cada Símbolo OFDM.

$$\frac{t_{max}}{[\mu seg]} \ll T_u \ll \frac{1/f_{max}}{[mseg]}$$

La relación teórica que se espera en una transmisión.

El canal inalámbrico es inherente a interferencias, lo que da lugar a un conjunto de variables que en suma alteran el comportamiento de la señal y que difícilmente podemos valorar con exactitud, es por eso que los cálculos se basan en probabilidades. En todos los cálculos siempre se valora el peor de los casos es decir, la máxima dispersión en tiempo  $t_{max}$ , y la máxima dispersión en frecuencia  $f_{max}$  que se puede esperar.

### 4.5.2. Análisis matemático del CP

Si evaluamos la señal OFDM en tiempo discreto considerando la inserción del Prefijo Cíclico, tenemos la siguiente ecuación:

$$x(nT_s) = \frac{1}{N_{FFT}} \sum_{k=0}^{N_{FFT}-1} d'_k e^{j2\pi knT_s} = \frac{1}{N_{FFT}} \sum_{k=0}^{N_{FFT}-1} d'_k e^{jk \frac{2\pi}{N_{FFT}} (n - N_{cp})} \quad n = 0, \dots, N_{cp} + N_{FFT} - 1 \quad (4.14)$$

con una duración del tiempo de guarda  $T_g = N_{cp} \cdot T_s$ .

Entonces el Símbolo OFDM tiene un total de  $n + N_{cp}$  muestras, donde  $n$  tiene un valor total de  $N_{FFT}$  muestras:

$$\begin{aligned}
 x[n+N_{cp}] &= \frac{1}{N_{FFT}} \sum_{k=1}^{N_{FFT}-1} a'_k e^{jk \frac{2\pi}{N_{FFT}} n} \\
 &= \frac{1}{N_{FFT}} \sum_{k=1}^{\frac{N_{sc}}{2}} a_k e^{jk \frac{2\pi}{N_{FFT}} n} + \frac{1}{N_{FFT}} \sum_{k=\frac{-N_{sc}}{2}}^{-1} a_k \cdot e^{j(N_{FFT}+k) \frac{2\pi}{N_{FFT}} n} \\
 &= \frac{1}{N_{FFT}} \sum_{k=0}^{N_{FFT}-1} X[k] e^{jk \frac{2\pi}{N_{FFT}} n} \\
 &= IFFT \{X[k]\}
 \end{aligned}$$

Donde

$$\begin{array}{lll}
 X[k] = a_k & k = 1, \dots, N_{sc}/2 & \text{Subportadoras positivas} \\
 X[N_{FFT} + k] = a_k & k = -1, \dots, -N_{sc}/2 & \text{Subportadoras negativas} \\
 X[k] = 0 & & \text{cualquier otro caso}
 \end{array}$$

$$\left. \begin{array}{l}
 f_s \\
 N_{FFT} > N_{sc} \\
 \Delta f = \frac{1}{N_{FFT} T_s} = \frac{f_s}{N_{FFT}}
 \end{array} \right\} \begin{array}{l}
 \text{Frecuencia de muestreo} \\
 N_{FFT} \text{ es un número potencia de 2.} \\
 \text{Separación entre subportadoras}
 \end{array}$$

En un modelo real de OFDM se añaden ceros a la entrada del bloque IFFT para completar las muestras necesarias y tener una trama potencia de 2. El proceso de añadir ceros se conoce como *Zero Padding*.

Siguiendo el esquema de la **Figura 4.8** la modulación OFDM se inicia recibiendo  $N_{sc}$  símbolos de duración  $T_s$  que entran de forma paralela al bloque IFFT. Este bloque los tomará como si fueran las componentes complejas de amplitud y fase de las diferentes frecuencias de una misma señal temporal, como si fueran diferentes tonos de un mismo acorde. Esto se debe a que se realiza la función inversa de la transformada de Fourier que interpreta señales muestreadas desde la frecuencia hacia el tiempo. Por lo tanto, a la salida de la IFFT tendremos  $N_{FFT}$  muestras temporales de lo que llamábamos un Símbolo OFDM. La multiplexación de símbolos en paralelo, efecto que da nombre a la modulación, es posible gracias a la propiedad ortogonal de las subportadoras.

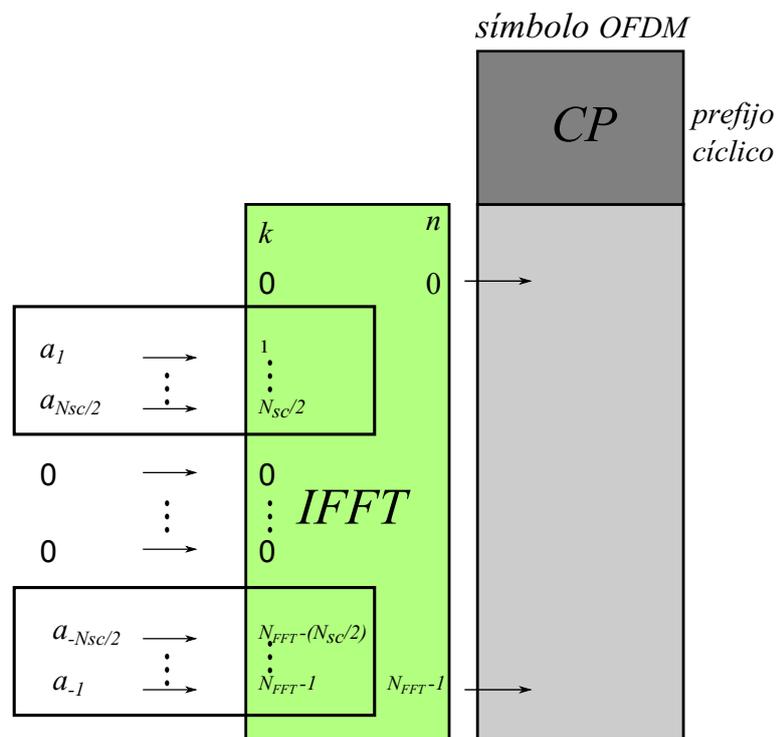


Figura 4.8.: Símbolo OFDM

## 4.6. Ventajas de la modulación OFDM

- Al transmitir sobre canales de banda estrecha, se experimenta casi un desvanecimiento plano.
- Mayor eficiencia espectral, ya que, permite acercarnos a la capacidad máxima del canal.
- Es posible tener inmunidad a las interferencias por multitrayectoria y condiciones difíciles de propagación, con la inserción del Prefijo Cíclico.
- OFDM refiere a la transmisión de una trama digital que denominaremos Símbolo OFDM que requiere una gran tasa de transferencia mediante  $N_{FFT}$  líneas paralelas más lentas, en subportadoras contiguas y ortogonales, que transportan símbolos independientes que son producto de algún tipo de modulación digital dependiendo del sistema.
- El uso de un número relativamente grande de subportadoras de banda angosta. En contraste, con aquellos sistemas que utilizan pocas subportadoras con un ancho de banda mayor. La transmisión OFDM puede implicar que varios cientos de subportadoras sean transmitidas sobre el mismo enlace de radio al mismo receptor.



# 5. Modulador OFDM en redes inalámbricas

## 5.1. Introducción

Las redes inalámbricas al igual que las cableadas, trabajan sobre un modelo conceptual o marco de trabajo que da cabida a una compleja cadena de eventos: el movimiento de datos en una red. En el entorno de trabajo de una red se le conoce más comúnmente como el modelo OSI.

En 1984, este modelo pasó a ser el estándar internacional para las comunicaciones en red al ofrecer un marco de trabajo conceptual que permitía explicar el modo en que los datos se desplazan dentro de una red.

El modelo OSI se divide en 7 capas, y cada una de ellas tiene tareas específicas:

7	Aplicación
6	Presentación
5	Sesión
4	Transporte
3	Red
2	Enlace de datos
1	Capa Física

**Figura 5.1.:** Modelo OSI

Codificación y modulación son las tareas fundamentales de la capa física del modelo OSI [13] que adaptan la información de capas superiores de forma que pueda ser transmitida sobre el medio físico (espacio libre). Algunas funciones de codificación y modulación, tales como, control de error [23] y acceso múltiple, aparecen más arriba del modelo OSI .

En el **Cuadro 5.1** se resumen las funciones que realizan las primeras 3 capas del modelo OSI, tomando en cuenta el medio físico de transmisión, [13].

Capas OSI	Función
Red	Ruteo
Enlace de Datos	
-LLC	Control de error
-MAC	Protocolos de acceso múltiple
Capa Física	Modulación, Corrección de errores hacia adelante (FEC), Encriptación, Sincronización
Medio Físico	Mecanismos de Radio-propagación

**Cuadro 5.1.:** Funciones de las primeras capas del modelo OSI

## 5.2. Redes WLAN

El desarrollo de las redes *Wireless Local Area Network* (WLAN) está llevando a cabo configuraciones inalámbricas punto-punto y punto-multipunto usando tecnología OFDM.

Las redes WLAN son el sistema flexible en comunicación de datos para aplicaciones donde se requiere movilidad. Están diseñadas para operar en las bandas de radio *Industrial, Scientific and Medical* (ISM) y *Unlicensed-national information infrastructure* (U-NII). Actualmente, las redes WLAN pueden ofrecer velocidades arriba de los 11Mbps, pero la industria está buscando alternativas para lograr velocidades más altas en las WLAN. Algunos fabricantes están desarrollando WLANs para ofrecer velocidades arriba de los 54 Mbps o más arriba. Las altas velocidades que pueden llegar a ofrecer este tipo de redes, las convierte en una tecnología prometedora para el futuro de las comunicaciones en el mercado.

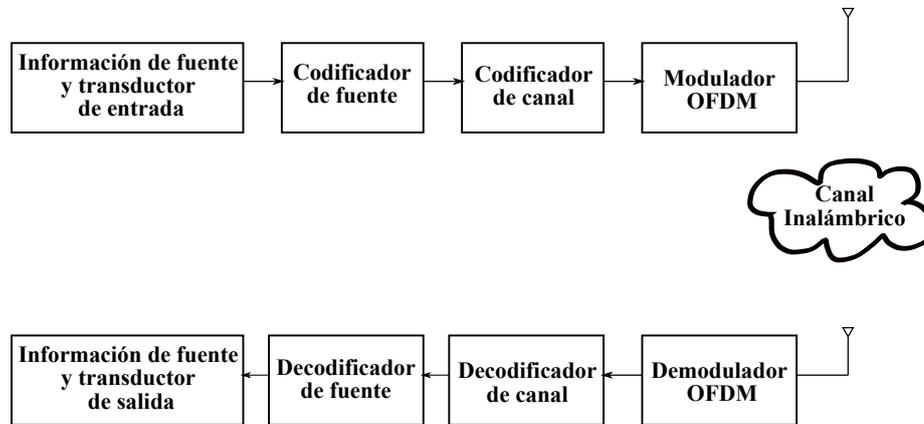
N°	Band (GHz)	Bandwidth (MHz)	Power level	Spread spectrum
1	0.902-0.928	26	1W	FHSS,DSSS
2	2.4-2.4835	83.5	1W	FHSS,DSSS
3	5.725-5.850	125	1W	FHSS,DSSS
4	24.0-24.5	250	50mW/m @ 3m	———

**Cuadro 5.2.:** Bandas ISM

El comité IEEE 802.11 es el responsable de la estandarización para las WLAN. Hoy en día tecnologías como OFDM han surgido para mejorar el estándar IEEE 802.11, el desarrollo de WiMAX y más recientemente el desarrollo de *Long Term Evolution* (LTE).

## 5.3. Capa física

Entre los procesos que se llevan a cabo en la capa física están la modulación y la codificación de canal, como se indica en el diagrama en la **Figura 5.2**.



**Figura 5.2.:** Etapas de la capa física en un sistema digital de comunicaciones

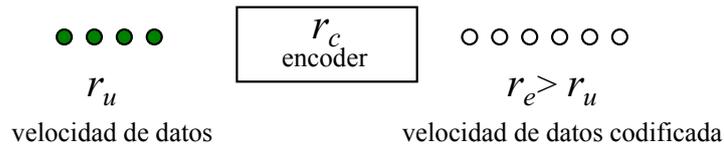
El codificador de canal procesa los códigos necesarios para la detección y corrección de errores (FEC). Las comunicaciones inalámbricas en general requieren del empleo de estos métodos de corrección de errores sobre los datos transmitidos, para garantizar la confiabilidad de la información, usando generalmente técnicas de codificación Reed-Solomon & Viterbi.

Cuando los códigos para la detección y corrección de errores (FEC) se aplican a la señal antes de una transmisión en el caso de OFDM, recibe el nombre de *Coded Orthogonal Frequency Division Multiplexing* (C-OFDM, por sus siglas en inglés). El enfoque en este trabajo es OFDM sin embargo en sistemas reales se usarían los códigos FEC, en tal caso se hablaría de C-OFDM.

### 5.3.1. FEC

Las técnicas de *Forward Error Correction* (FEC, por sus siglas en inglés) son códigos para la detección y corrección de errores, que tienen la finalidad de agregar información redundante para proporcionar un valor de BER aceptable en los sistemas de comunicación. Para ello es necesario tomar en cuenta la capacidad del canal,  $C$ .

En la **Figura 5.3** se puede observar la funcionalidad de uno de los códigos para la detección y corrección de errores, utilizando una tasa de codificación  $r_c$ .



**Figura 5.3.:** Codificador para la corrección de errores

La tasa de entrada al *encoder*,  $r_u$ , debe ser menor a la tasa de salida,  $r_e$ , de tal manera que la relación de ambas sea menor a 1.

$$r_c = \frac{r_u}{r_e} < 1$$

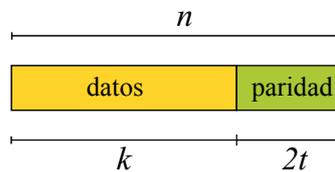
Si  $r_u$  es menor a la capacidad del canal,  $C$ , podemos sustituir la variable  $r_e$ , por el valor de  $C$ , de tal manera que la tasa de codificación esté en función de la tasa de entrada,  $r_u$ , y la capacidad del canal.

$$r_c \leq \frac{r_u}{C} < 1$$

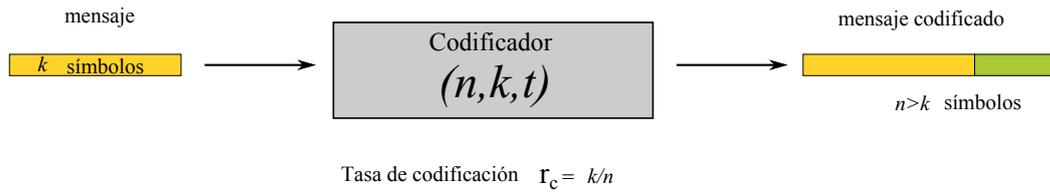
### 5.3.1.1. Codificador Reed-Solomon

El codificador Reed-Solomon es un tipo de FEC. Actúa como codificador externo corrigiendo ráfagas de error en el rango de byte. Es particularmente útil para enlaces OFDM en la presencia de propagación multitrayectoria.

Un código Reed-Solomon forma parte de los codificadores de bloque y se especifica como RS( $n,k,t$ ) con símbolos de “ $m$ ” bits. Lo anterior significa que el codificador toma “ $k$ ” símbolos y añade símbolos de paridad para hacer una palabra de código de “ $n$ ” símbolos, como muestra la **Figura 5.4** y **5.5**. Existen  $n - k$  símbolos de paridad de “ $b$ ” bits cada uno. Un decodificador puede corregir hasta “ $t$ ” símbolos que contienen errores en una palabra de código donde  $2t = (n - k)$ .



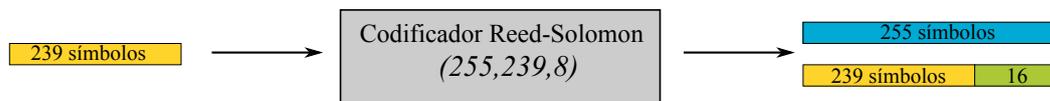
**Figura 5.4.:** Palabra de código Reed-Solomon



**Figura 5.5.:** Parámetros de un codificador de bloque

PARÁMETROS DEL CODIFICADOR		VALOR
$k$	Es la longitud del mensaje inicial en bytes	$k < n$
$n$	Es la longitud total del mensaje total que ha sido codificado	$n = 2^b - 1$
$t$	Es la capacidad de corrección de errores, es decir el número de bytes que puede corregir.	$\frac{n-k}{2}$
$r_c$	Tasa de codificación	$\frac{k}{n}$

La **Figura 5.5** muestra un ejemplo del codificador Reed-Solomon: RS(255,239,8)



**Figura 5.6.:** Codificador Reed-Solomon

### 5.3.1.2. Codificador convolucional

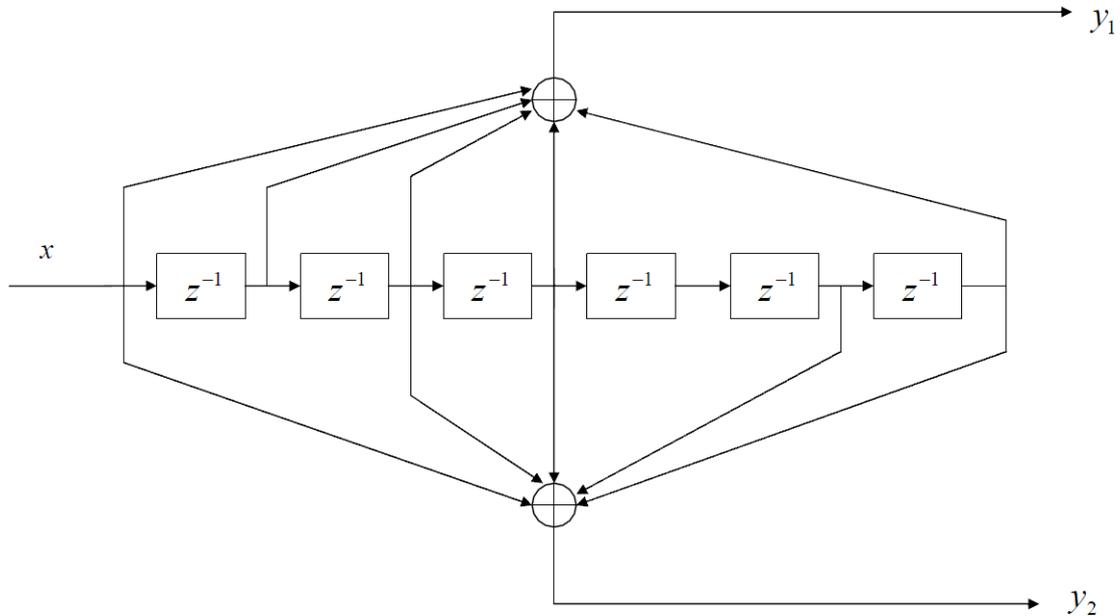
Un codificador convolucional corrige errores de un bit independiente, adecuados para usar sobre canales con mucho ruido, es decir, con alta probabilidad de error. Este codificador, es con frecuencia llamado erróneamente de “Viterbi” debido al algoritmo usado en recepción para la decodificación, está orientado al bit y distribuye en dos salidas ( $y_1$  e  $y_2$ ) el flujo de datos original a base de combinar (sumas módulo-2) los datos de entrada con los obtenidos en las tomas situadas detrás de una serie de registros de desplazamiento.

El proceso se describe así:

Los polinomios generadores son:  $G_1 = 171$ (octal) para la salida  $y_1$ , y  $G_2 = 133$ (octal) para la salida  $y_2$ . Esto significa que se suma a los datos de entrada el dato de la toma correspondiente cuando el valor del polinomio generador (expresado en binario) en

la toma en cuestión corresponde a “1” y no se usa el dato de la toma cuando el valor es “0”.

En efecto: 171 octal se escribe en binario 1111001, mientras que 133 octal es en binario 1011011 lo que se corresponde con la secuencia de tomas usadas y no usadas en el diagrama de la **Figura 5.7** .



**Figura 5.7.:** Codificador convolucional de tasa 1/2

La gran redundancia obtenida mediante el codificador de relación 1/2 descrito, hace muy potente la corrección de errores cuando estos son aleatorios, generalmente asociados a una baja relación señal/ruido del canal de transmisión utilizado, pero reduce a la mitad la capacidad del canal.

Para no limitar tanto la capacidad del canal, el sistema permite seleccionar para la transmisión solo algunos de los datos obtenidos en las salidas  $y_1$  e  $y_2$ , los cuales son posteriormente convertidos a secuencia en serie; es el proceso denominado “perforado” (*puncturing*), [1].

### 5.3.2. Modulación de tramas

Una trama es un cadena de datos que lleva una estructura específica para el envío de información útil. Las tramas siguen un estándar para la organización de los datos en

su estructura interna, aquellas tramas que transportan señales OFDM se distinguen por llevar datos que representan a:

- Subportadoras de datos
- Subportadoras piloto
- Subportadoras nulas
- Prefijo Cíclico

El número de subportadoras datos, piloto y nulas varía según el estándar en el que se transmite. En el estándar americano para redes inalámbricas está el IEEE 802.11 y el 802.16. A nivel estratégico, Europa necesita el desarrollo también de un estándar de redes WLAN propio, por lo que la ETSI ha desarrollado el HiperLAN/2 (HL/2). A diferencia del estándar americano, HL/2 se enmarca a nivel de arquitectura, entre su homólogo 802.11 y la red de telefonía de 3a Generación, [6].

### 5.3.2.1. Estándar IEEE 802.11

En el sector de las WLAN encontramos el estándar americano IEEE 802.11, una de las redes radio más extendidas actualmente.

En un complemento al estándar IEEE 802.11, el grupo de trabajo IEEE 802.11 publicó IEEE 802.11a el cual describe el uso de OFDM en la banda de 5 GHz, a diferencia del 802.11b que opera en la banda de 2.4 GHz. Luego surgió 802.11g que es un tipo de híbrido entre el 802.11a y el 802.11b. El estándar 802.11g usa la misma tecnología de transmisión que el 802.11a, OFDM, lo que aumenta la tasa de transmisión. Sin embargo, la banda de trabajo la sitúa en los 2.4 GHz, en lugar de en los 5 GHz del 802.11a, y a semejanza del 802.11b, [16]. La **Figura 5.8** presenta un diagrama de transmisión utilizando un transmisor y receptor OFDM. La transmisión de datos serial paralelo secciona los datos en subcanales que son modulados (mapeados) en un formato M-QAM, de ahí los datos son enviados al bloque de la IFFT para cambiar los datos en frecuencia al dominio del tiempo, los datos pasan a un convertidor paralelo serial que encadena nuevamente los datos y así agregar el intervalo de guarda o Prefijo Cíclico.

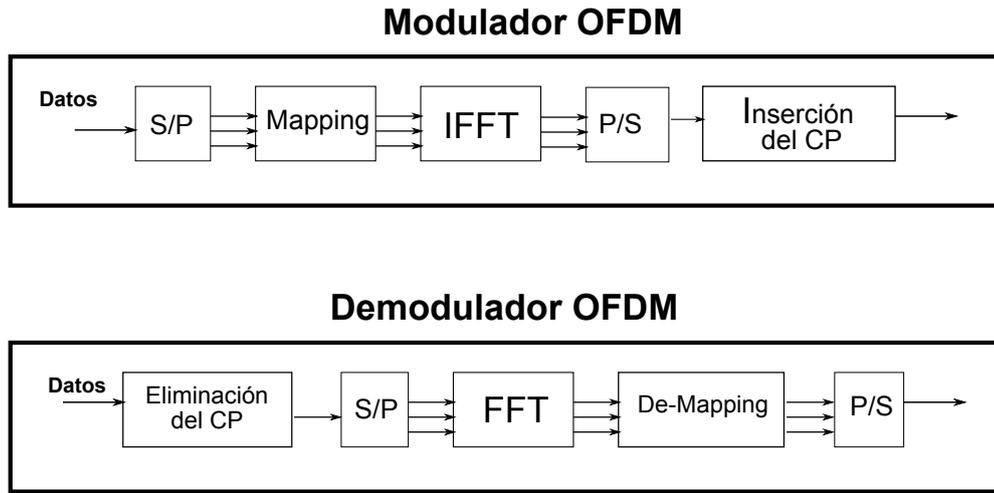


Figura 5.8.: Modulador y Demodulador OFDM en el estándar IEEE 802.11a

La capa física del estándar 802.11a especifica una modulación OFDM. La OFDM le proporciona a esta LAN inalámbrica tasas de transmisión de 6, 9, 12, 18, 24, 36, 48 y 54 Mbps. El sistema usa 52 subportadoras, 48 subportadoras son de datos y 4 subportadoras piloto, las cuales son moduladas usando BPSK/QPSK, 16-QAM o 64-QAM. También se emplea un codificador convolucional con tasa 1/2, 2/3 o 3/4, ver Cuadro 5.3.

Tasa de transmisión (Mbits/s)	Modulación	Tasa de codificación (R)	Bits codificados por subportadora	Bits codificados por Símbolo OFDM	Bits de datos por Símbolo OFDM
6	BPSK	1/2	1	48	24
9	BPSK	3/4	1	48	36
12	QPSK	1/2	2	96	48
18	QPSK	3/4	2	96	72
24	16-QAM	1/2	4	192	96
36	16-QAM	3/4	4	192	144
48	64-QAM	2/3	6	288	192
54	64-QAM	3/4	6	288	216

Cuadro 5.3.: Resumen de los modos de codificación y modulación recogidos en el estándar 802.11a

Antes de la transmisión la información es codificada usando un código convolucional de tasa  $R$ . Si tenemos una cadena de bits a transmitir esta se divide en grupos de bits mas pequeños según el tipo de modulación y es mapeado en un número complejo hasta formar un conjunto de 48 números complejos, cada uno de esos conjuntos estará asociado a un Símbolo OFDM. Los 48 números complejos que representan a las subportadoras de datos se combinan con 4 subportadoras piloto y se envían a la IFFT para después transmitirse. En el receptor la portadora es re-convertida a una multiportadora de menor tasa de información usando la FFT. Este modo de operación como lo hemos descrito divide una señal para ser transmitida en múltiples subportadoras de menor tasa, así cada ráfaga de datos con tasa de bit más baja es usada para modular una subportadora separada de uno de los canales de banda de 5 GHz y al reconstruirse en el receptor se reflejará una alta tasa de transmisión..

Para calcular la Tasa de transmisión se divide el número de bits de datos por Símbolo OFDM entre la duración del Símbolo de OFDM.

$$\text{Tasa de transmisión} = \frac{\text{Bits de datos por Símbolo OFDM}}{\text{Duración de Símbolo OFDM}} = \frac{216 \text{ bits}}{4 \mu s} = 54 \text{ Mbits/s}$$

PARÁMETROS		VALOR
$N_{scd}$	Número de subportadoras de datos	48
$N_{scp}$	Número de subportadoras piloto	4
$N_{sc}$	Número total de subportadoras	52
$N_{FFT}$	Longitud de la IFFT	64
$\Delta f$	Espacio entre subportadoras	0.3125 MHz (=20 MHz/64)
$T_g$	Tiempo de guarda	0.8 $\mu s$
$T_u$	Tiempo útil	3.2 $\mu s$

**Cuadro 5.4.:** Parámetros del estándar IEEE 802.11a

### 5.3.2.2. Estándar IEEE 802.16

El comité de estandarización IEEE 802.16 tiene la misión de desarrollar una serie de estándares para redes metropolitanas (*Metropolitan Area Networks*, MANs) inalámbricas. El estándar IEEE 802.16 ha presentado alternativas para operar en las bandas de 10-66 GHz y bajo la denominación de IEEE 802.16a en 2-11 GHz, [?, 27].

En la norma 802.16 se presentan dos modalidades de sistemas OFDM: una nombrada simplemente como OFDM y la otra como OFDMA. OFDM es utilizada en aplicaciones menos exigentes, de poca distancia, y en la mayoría de los casos *in-doors*. Usa una IFFT de 256 puntos -un paso más que 802.16a, que usaba 64 puntos.

En OFDMA las 2048 o 4096 subportadoras se dividen en subcanales. En el flujo de bajada se usan para crear flujos lógicos separados. Estos flujos emplean diferentes modulaciones, codificación y amplitud para ofrecer a cada usuario diferentes características de transmisión.

El estándar IEEE 802.16 mejor conocido como WiMAX posee gran número de configuraciones debido a los diferentes anchos de banda en los que puede operar, lo que da lugar a número mayor de subportadoras dentro de la trama.

La trama WiMAX no posee un tiempo de guarda específico, el tiempo de guarda  $T_g$  o Prefijo Cíclico se calcula como sigue:

$$T_g = G * T_u; N_{cp} = G * N_{FFT}$$

donde  $G$  puede tomar los siguientes valores  $1/4$ ,  $1/8$ ,  $1/16$ ,  $1/32$ , y  $N_{cp}$  representa el número de muestras del CP.

Por ejemplo:

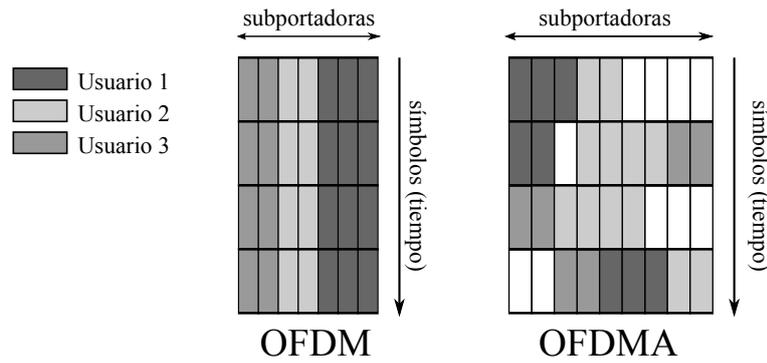
El tiempo de guarda es seleccionado de acuerdo con el tipo de terreno, en el peor de los casos el valor de máximo retardo  $t_{max}$  esta alrededor de  $5.24 \mu s$  y puede soportarse con  $G = 1/4$  para un canal con un ancho de banda de  $10 MHz$ . En un ambiente móvil típico con antenas omni-direccionales en las estaciones base puede soportar un retardo máximo de  $10 \mu s$  con  $G = 1/4$  para canales con un ancho de banda de  $5 MHz$ .

### 5.3.2.3. LTE

LTE (*Long Term Evolution*) es la cuarta generación en redes de comunicación, donde el usuario podrá navegar a máxima velocidad, así lo publica la Gaceta Bimestral de Telcel<sup>1</sup>, que compara la velocidad de 4Mbps en redes 3G con los 20 Mbps que puede alcanzar la red 4G-LTE. Actualmente la tecnología LTE está disponible en 32 países y se estimó un cierre de 22 millones de usuarios en todo el mundo para diciembre de 2012. Telcel ha cubierto 30 zonas en 9 ciudades de la República Mexicana; para el primer trimestre de 2013 pretende cubrir 26 ciudades que representan el 65 % de la población, [28].

Al ser LTE la novedad para la transmisión y recepción de datos a alta velocidad en telefonía móvil, describiremos con un poco más detalle las particularidades de su trama.

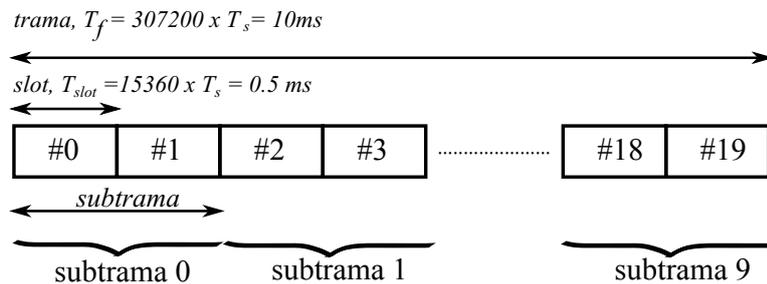
OFDM es el sistema de modulación elegido para el enlace descendente (*downlink*) de LTE, sin embargo en la literatura podemos encontrar que hacen referencia a OFDMA. *Orthogonal Frequency Division Multiple Access* (OFDMA) es una variante de OFDM, que incorpora elementos de TDMA para que las subportadoras se asignen dinámicamente entre los diferentes usuarios del canal; en OFDM las asignaciones son fijas para cada usuario, como podemos observar en la **Figura 5.9**, [22].



**Figura 5.9.:** Localización de las subportadoras OFDM y OFDMA

La capa física soporta dos sistemas de acceso múltiple: OFDMA para el canal descendente y SC-FDMA para el canal ascendente, [22]. Ambos sistemas soportan FDD y TDD para los canales ascendente y descendente.

A pesar de que se usan diferentes esquemas de acceso (OFDMA y SC-FDMA), comparten una misma estructura en las tramas. Existen 2 tipos de tramas de radio en LTE, la tipo 1 y la tipo 2: la tipo 1 aplica sólo a FDD y la tipo 2 aplica sólo a TDD, [10].



**Figura 5.10.:** Estructura de la trama LTE tipo 1.

La trama tipo 1 se observa en la **Figura 5.10.** con una duración de 10ms. La trama se divide en 10 subtramas con 2 slots de 0.5ms cada una. Cada slot envía 7 Símbolos OFDM incluyendo Prefijo Cíclico, por lo que una trama enviaría un total de 140 Símbolos OFDM en 10ms. La **Figura 5.12.** deja ver como se divide el slot en la trama tipo 1.

<sup>1</sup>Empresa mexicana que ofrece servicios de telefonía móvil.

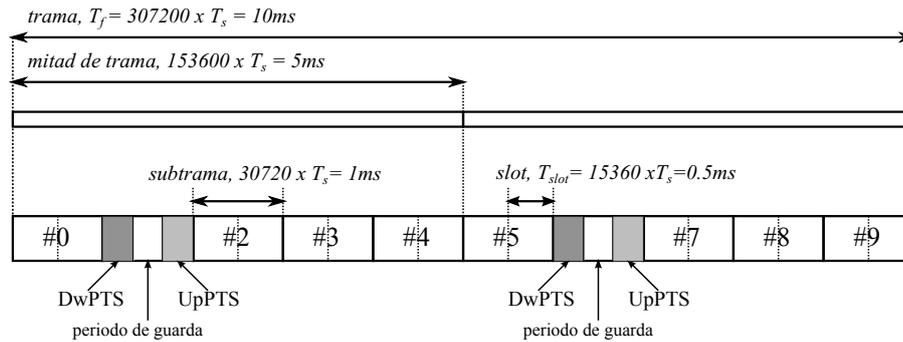


Figura 5.11.: Estructura de trama LTE tipo 2.

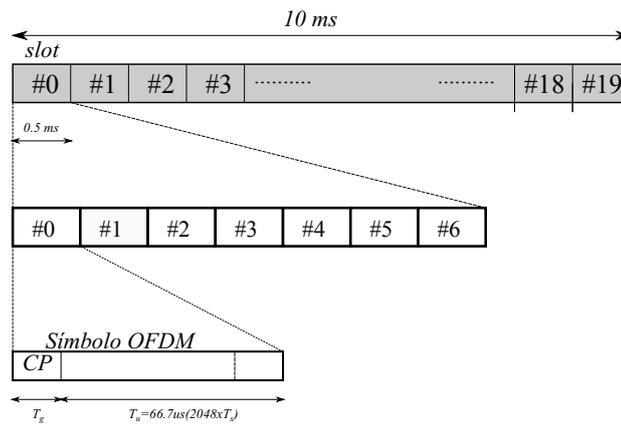
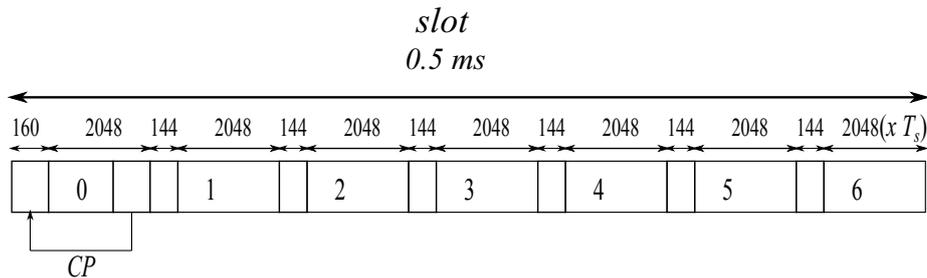


Figura 5.12.: Estructura de la trama genérica para *down-link* de LTE en el modo FDD, que envía 7 Símbolos OFDM por slot.

La trama tipo 2 es utilizada en el esquema TDD, y se puede apreciar en la **Figura 5.11**. Las subtramas se pueden utilizar para transmisiones de los canales ascendentes y descendentes o para subtramas especiales que contienen ranuras de tiempo (*time-slots*) pilotos para los canales ascendentes y descendentes (DwPTS y UpPTS) todas la subtramas tienen una separación conocida como periodo de guarda. La localización de las subtramas para el canal descendente, para el canal ascendente o para subtramas especiales está determinada por una de las 7 configuraciones posibles. Las subtramas 0 y 5 siempre son para transmisiones del canal descendente, la subtrama 1 siempre es para una subtrama especial y la subtrama 2 siempre transmisiones del canal ascendente. La configuración de las subtramas restantes varía dependiendo de la trama completa. Es decir de los Símbolos OFDM y Prefijos Cíclicos, [22].

Una de las principales características de utilizar un modulador OFDM es la habilidad de protegerse contra los retardos por multitrayectoria. Los Símbolos OFDM largos permiten la introducción de periodos de guarda entre cada Símbolo para eliminar la

interferencia entre símbolos. La **Figura 5.13** ilustra los 7 Símbolos que se envían por slot para el caso del Prefijo Cíclico normal.



**Figura 5.13.:** Estructura de 7 Símbolos OFDM con un Prefijo Cíclico normal

Hay dos tipos de CP que son usados dependiendo de las características del retardo de dispersión (*Delay Spread*). El CP normal es usado en áreas urbanas o de frecuencias altas y el CP extendido es usado en áreas rurales y áreas con frecuencias bajas.

Para LTE el espaciado entre subportadoras es de  $\Delta f = 15kHz$ . Se asume una implementación transmisor/receptor basada en la FFT, esto corresponde a una tasa de muestreo de  $f_s = 15000 \times N_{FFT}$  donde  $N_{FFT}$  es el tamaño de la FFT. La unidad básica de tiempo es  $T_s$ , que es el tiempo de muestreo en la implementación transmisor/receptor con un tamaño de FFT igual a 2048. En la práctica, una implementación transmisor/receptor con un tamaño de FFT igual a 2048 y tasa de muestreo de 30.72 MHz es ideal para manejar anchos de banda de transmisión más amplios en LTE, por ejemplo de 15MHz o más. Sin embargo, para anchos de banda de transmisión más pequeños, un tamaño de FFT más pequeño y una correspondiente tasa de muestreo más baja puede utilizarse muy bien. Por ejemplo, para una transmisión de banda ancha en el orden de 5 MHz, un tamaño de FFT igual a 512 y una tasa de muestreo correspondiente de 7.68 MHz puede ser suficiente, [10].

El **Cuadro 5.5** muestra el tamaño del Prefijo Cíclico para el canal descendente. Donde  $\Delta f$  representa los 15 o 7.5 kHz de espacio entre las subportadoras. El Prefijo Cíclico normal de  $144 \times T_s$  protege contra retardos por multitrayectoria hasta una distancia de 1.4km. Un Prefijo Cíclico más largo puede dar protección hasta de 10km.

Número de símbolo OFDM		0	1	2	3	4	5	6
CP normal	$\Delta f = 15kHz$	160	144	144	144	144	144	144
CP extendido	$\Delta f = 15kHz$	512	512	512	512	512	512	-
	$\Delta f = 7,5kHz$	1024	1024	1024	-	-	-	-

**Cuadro 5.5.:** Configuración del Prefijo Cíclico en OFDM para el enlace descendente

El conjunto de parámetros que utiliza LTE para la configuración del Modulador se muestran en el **Cuadro 5.6**. El ancho de banda del canal puede ser desde 1.4 MHz a 20 MHz, la longitud de la IFFT/FFT oscila de 128 a 2048 muestras, la longitud del Prefijo Cíclico de 9 a 144 muestras, y por último, los posibles formatos para la codificación de los símbolos contenidos en el Símbolo OFDM, que son QPSK, 16-QAM o 64-QAM.

PARÁMETROS		VALOR
$BW$	Ancho de Banda	1.4 -20 MHz
$N_{FFT}$	Longitud de la IFFT	De 128 a 2048 muestras
$N_{cp}$	Longitud Prefijo Cíclico	De 9 a 144 muestras
	Modulador digital	QPSK, 16QAM, 64QAM

**Cuadro 5.6.:** Parámetros de LTE

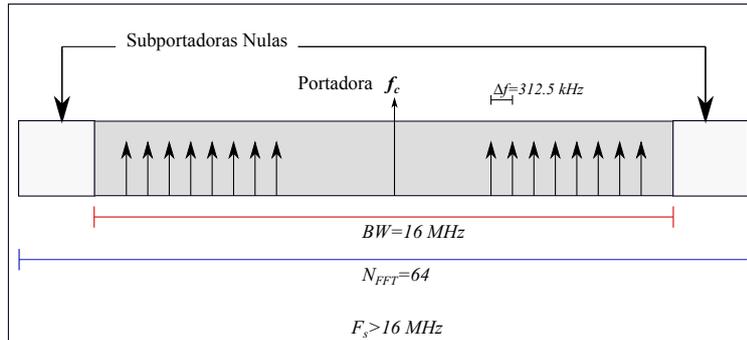
## 5.4. Modulador OFDM

En el diseño de un modulador OFDM genérico se toman en cuenta los siguientes criterios, (algunos pueden ser opcionales):

- Subportadoras de datos
- Subportadoras piloto
- Subportadoras nulas
- Prefijo Cíclico
- Codificación entre etapas: aleatoriedad, FEC, entrelazado
- Formato de modulación digital de datos que sirve para la codificación
- Subcanalización (opcional)

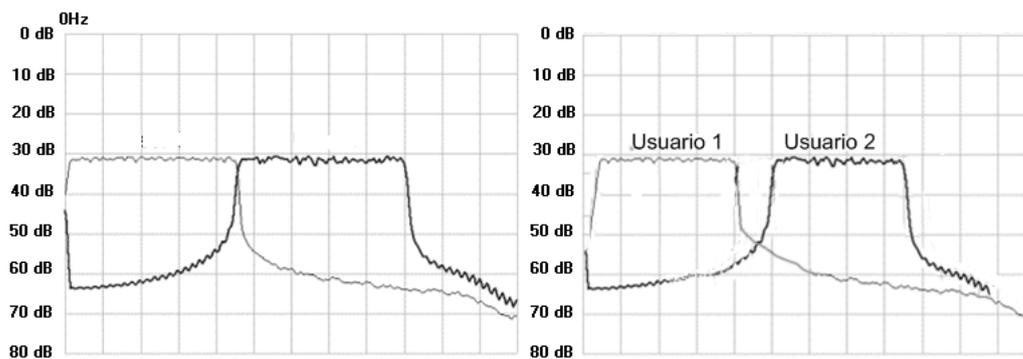
Para elegir los parámetros del Modulador OFDM se tomó en cuenta el número de subportadoras útiles en cada Símbolo OFDM. Con la finalidad de evaluar el menor número utilizado en los estándares mencionados de la sección 5.3. se eligió el estándar IEEE 802.11a con un total de 48 subportadoras útiles por cada Símbolo OFDM. Es importante aclarar que lo que se ejemplificará con este estándar puede ser generalizado para los estándares IEEE 802.16 y LTE, para la modulación de los datos.

Para iniciar la evaluación de los datos que constituyen la trama IEEE 802.11a, dibujamos un gráfico como el que muestra la **Figura 5.14.** que nos permita visualizar la estructura de la trama en el dominio de la frecuencia; el ancho de banda que ocupan los datos  $BW$ , el número de muestras necesarias para procesar los datos  $N_{FFT}$ , el espacio en frecuencia  $\Delta f$  entre una subportadora y otra, las bandas de guarda o subportadoras nulas y la frecuencia de la portadora  $f_c$ . La frecuencia de muestreo  $f_s$ , que ocupemos deberá ser mayor al ancho de banda de la señal  $BW$ , lo que debemos recordar e indicar en el gráfico de tal manera que no pase desapercibido.



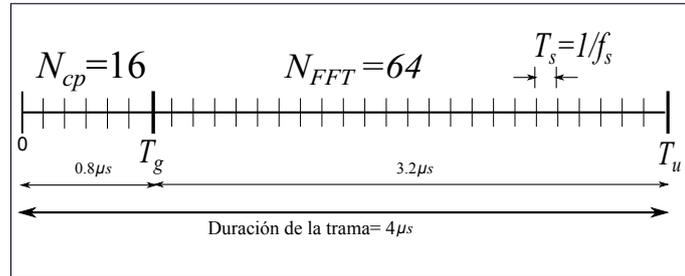
**Figura 5.14.:** Configuración de una trama IEEE 802.11a

El uso de las bandas de guarda ayudan a resguardar la información, cuando la limitación del canal está muy próxima al ancho del espectro, o si por el mismo canal se transmiten diferentes señales OFDM, como muestra la **Figura 5.15.**



**Figura 5.15.:** Transmisión en banda base OFDM en dos canales próximos (a) Sin bandas de guarda (b) Con bandas de guarda.

Si bien la **Figura 5.14.** nos ayudó a visualizar la trama en el dominio de la frecuencia, la **Figura 5.16.** nos ayuda a visualizar la trama en el dominio del tiempo, en ella podemos seccionar en tiempo la duración de cada muestra que compone la trama y cómo la duración aumenta al incluir un periodo de guarda  $T_g$ .



**Figura 5.16.:** Trama IEEE 802.11a en el dominio del tiempo, donde  $f_s = N_{FFT}\Delta f$

# 6. Implementación, simulación y evaluación del modulador OFDM

## 6.1. Introducción

Simular un sistema es resolver las ecuaciones que modelan al sistema durante un periodo de tiempo y para unas condiciones determinadas.

Simulink es un interfaz que nos permite implementar y simular un sistema de comunicaciones por medio de la integración de bloques, los cuales realizan tareas específicas con respecto a una configuración pre-establecida por el usuario. El uso de esta herramienta para simular las tareas de un modulador OFDM realiza un resumen visual de las ecuaciones descritas en capítulos anteriores sobre el proceso de los datos.

### 6.1.1. Simulink

Simulink es una aplicación que permite construir y simular modelos de sistemas físicos y sistemas de control mediante diagramas de bloques. El comportamiento de dichos sistemas se define mediante funciones de transferencia operaciones matemáticas, elementos de Matlab y señales predefinidas de todo tipo. Se dispone de una serie de utilidades que facilitan la visualización, análisis y guardado de los resultados de simulación.

Dentro del espacio de trabajo hay dos clases de elementos: los **bloques** y las **líneas**. Los bloques se utilizan para generar, modificar, combinar, salida y visualización de señales. Las líneas se utilizan para transferir señales de un bloque a otro, estos bloques pueden ser de 3 clases:

1. sources (solo salidas)
2. processes (entrada/salida)
3. sinks (solo entradas)

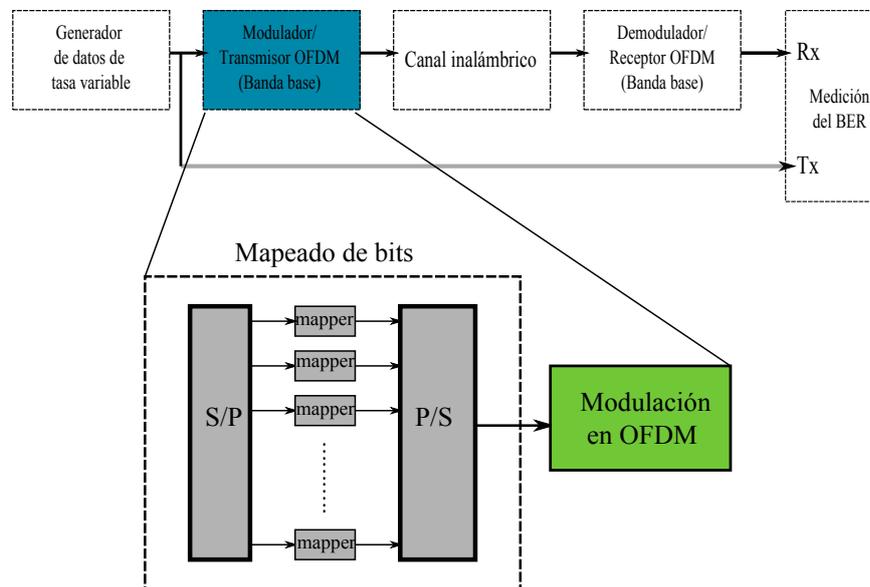
Para llevar a cabo la simulación del modulador OFDM describimos la utilización de estos bloques y su configuración.

## 6.2. Implementación y Configuración de bloques Simulink

Como mencionamos en la sección anterior, la atención está centrada en el modulador OFDM por lo que el esquema que se presenta en la **Figura 6.1.** está exenta del codificador de fuente y codificador de canal. Este esquema es el que simularemos para evaluar el funcionamiento del modulador OFDM.

El esquema de transmisión que se encuentra en la **Figura 6.1.** es una representación compacta del sistema que simularemos. El sistema está integrado por una fuente de datos, un modulador OFDM, el canal inalámbrico, el demodulador OFDM y por último un bloque para medir la tasa de error  $BER$ , durante la transmisión.

Dentro del modulador OFDM se hace un acercamiento para observar los dos procesos más importantes; el mapeado de bits (*mapper*) y la modulación OFDM por sí misma.



**Figura 6.1.:** Esquema de transmisión que se utilizará para la evaluación del funcionamiento del Modulador/Demodulador OFDM.

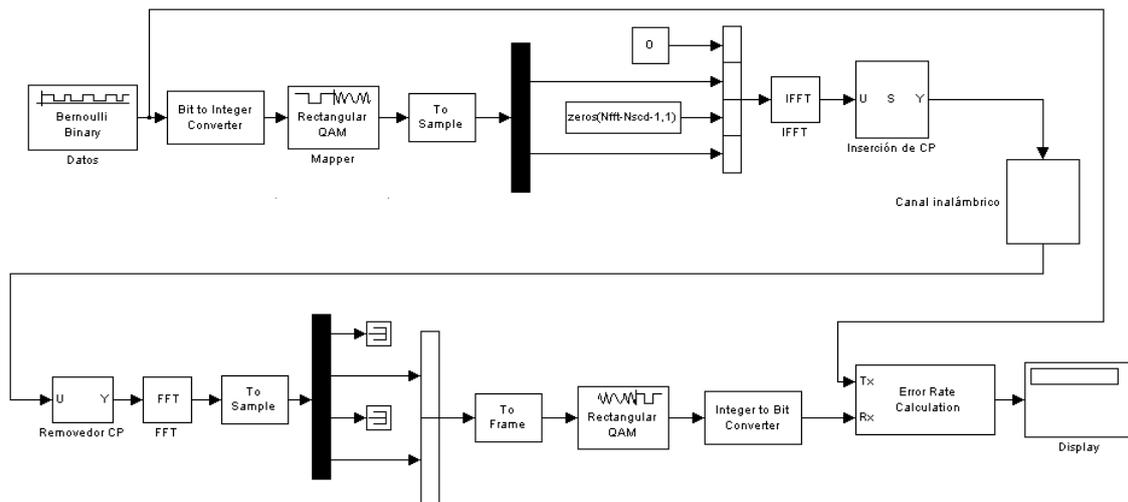
Como podemos observar en la **Figura 6.1.** se hace una diferencia entre Modulador OFDM y Modulación OFDM. La modulación OFDM es la técnica utilizada por el modulador del sistema de ahí su nombre de Modulador OFDM.

### 6.2.1. Descripción de los bloques del modulador OFDM

El modulador OFDM en la **Figura 6.1.** fue dividido en 2 secciones para separar el inicio de la modulación OFDM, sin embargo en la **Figura 6.2.** podemos perder de

vista esta división, lo cual no es importante.

El esquema que se presenta en la **Figura 6.2.** es la implementación del modulador OFDM en Simulink, para entender como se realizó la unión de cada uno de los bloques, describiremos cada uno de sus parámetros y la lógica de su funcionamiento, primero de manera general y después con un poco más de detalle, de tal manera que en conjunto describen fielmente el funcionamiento de OFDM.



**Figura 6.2.:** Diagrama de transmisión utilizando un Modulador/Demodulador OFDM

Se inicia con un bloque “Bernoulli Binary”, éste es un generador de bits de datos aleatorios y su probabilidad de ceros puede fijarse en un porcentaje de [0 1]. La forma de salida de los bits del bloque se puede elegir de 2 maneras, es decir por trama o por muestra. Nosotros elegimos por trama, para que el número de bits que se tienen a la salida, sea el equivalente a los contenidos en un Símbolo OFDM. La salida por trama transmite los bits en paralelo en un tiempo  $T_s$ , y en los parámetros se indica el número de bits por trama. El siguiente bloque es el “Rectangular QAM” que recibe los bits en números enteros, para mapearlos dentro de la constelación que hayamos establecido. Como se explicó en la teoría, el modulador digital QAM actúa como mapeador, éste asignará los bits dentro de la constelación siguiendo una configuración Gray y la balancea en función del parámetro de normalización, en este caso la potencia promedio que tiene el valor de 1 watt, sus parámetros se muestran en la **Figura 6.4.**

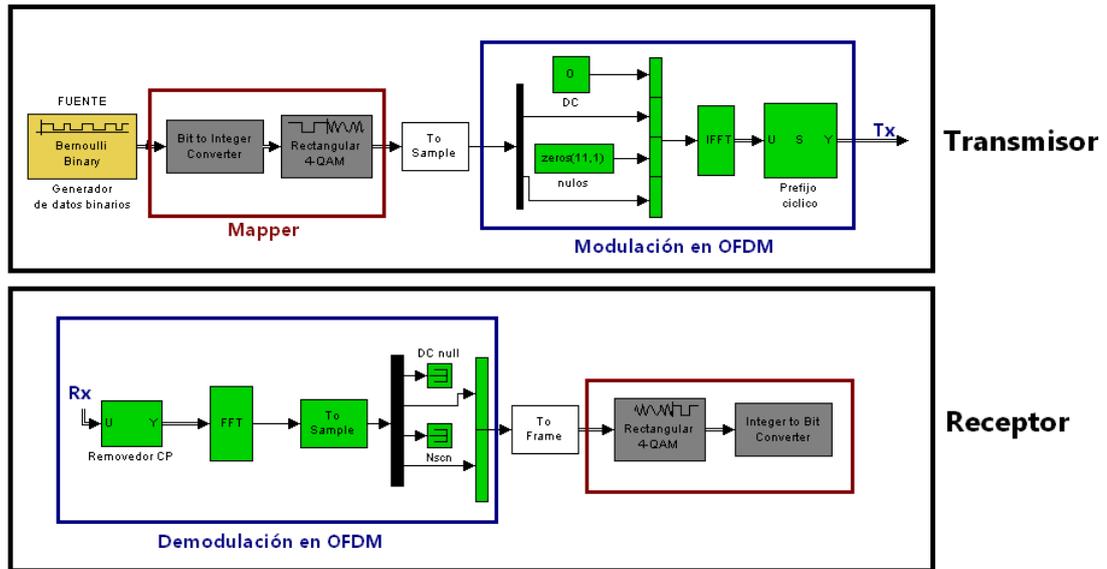


Figura 6.3.: Transmisor y Receptor que muestran las etapas en que se divide la implementación del modulador propuesto.

M-ary number:	M
Input type:	Integer
Constellation ordering:	Gray
Normalization method:	Average Power
Average power, referenced to 1 ohm (watts):	1
Phase offset (rad):	0

Figura 6.4.: Parámetros del bloque “Rectangular QAM”

Los datos de salida del mapeador se insertan en el bloque del multiplexor como se observa en la **Figura 6.5.**, para acomodarlos en un vector columna junto con las subportadoras nulas y la subportadora de DC, el multiplexor utiliza dos salidas para dividir a la mitad los datos recibidos del mapeador y así colocar las subportadoras nulas entre ellos.

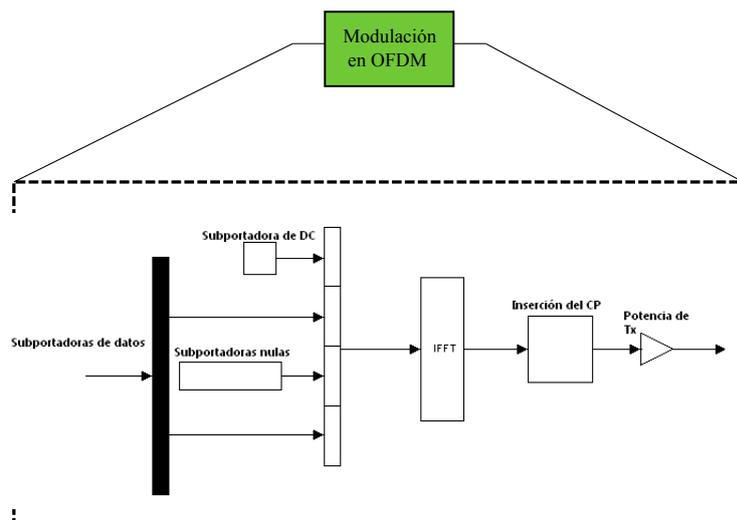


Figura 6.5.: Bloques de la Modulación OFDM

La inserción del Prefijo Cíclico se lleva a cabo en el bloque “Selector” que recibe la salida del bloque “IFFT”. El bloque “Selector” recibe una entrada de  $N_{FFT}$  muestras, y de esas muestras tomará las últimas  $N_{cp}$  para colocarlas al inicio de esa misma trama, y así formar la señal OFDM.

## 6.2.2. Configuración de los bloques utilizados en el Modulador OFDM

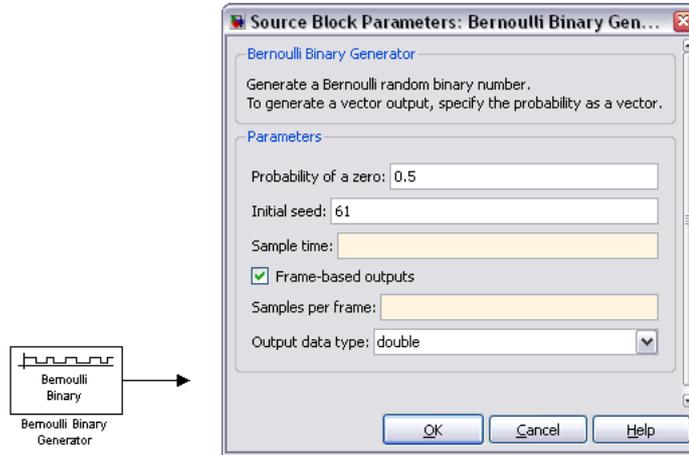
La configuración de los bloques utilizados en la **Figura 6.2.** para describir el funcionamiento del modulador OFDM tienen ciertos parámetros asignados por defecto que no fueron cambiados, sin embargo existen otros que se modificaron según nuestras necesidades.

El bloque que consideramos principal fue el generador de datos, y sus características se describen en la sección 6.2.2.1, los demás bloques se describen en la sección 6.2.2.2 y éstos tienen ciertas particularidades que a su tiempo explicaremos.

### 6.2.2.1. Configuración del bloque generador de datos binarios

El bloque que genera los datos para alimentar a todo el sistema es quien comanda la tasa de transmisión. Esta tasa no es la misma a la que los datos pasan al canal, y por tanto a la que se recibe en la etapa de recepción, dado que la modulación implica tareas adicionales (como colocar los datos en tramas e inserción de pilotos, etc.) que producen un necesario aumento de la tasa de datos para las simulaciones.

El Generador Binario de Bernoulli recrea el mensaje en un conjunto de bits cuya probabilidad establecimos en 0.5 para todas las simulaciones, los parámetros para la configuración de este bloque se ven en la **Figura 6.6.** y la descripción de ellos junto con los valores utilizados se encuentran en el **Cuadro 6.1.** Como vemos en la **Figura 6.6.** está seleccionada una salida con base en tramas.



**Figura 6.6.:** Generador binario de Bernoulli, “Bernoulli Binary”

PARÁMETROS	DESCRIPCIÓN	VALORES
Sample time	<b>Tiempo de Muestra.</b> O tiempo de bit, es el tiempo que tardaría internamente en generar una muestra, que puede ser un bit.	$T_b = \frac{[N_{FFT}+N_{CP}]*T_s}{CodeBits*N_{scd}}$
Samples per frame	<b>Muestras por Trama.</b> Es el número de bits que se enviarán juntos en una sola trama, o como lo es para el ambiente de Matlab: un vector columna.	$N_{scd} * CodeBits$

**Cuadro 6.1.:** Descripción de parámetros del bloque “Bernoulli Binary”.

Cada trama de datos a la salida del generador representa el conjunto de subportadoras de datos contenidas por Símbolo OFDM, es importante mencionar que en la simulación el número de subportadoras piloto se contaron dentro del número de subportadoras de datos.

Como se mencionó anteriormente la salida del generador de datos es por trama y el tiempo que utiliza para generar una trama es la multiplicación del número de sub-

portadoras de datos por el número de bits que utiliza el mapeador por subportadora, y esto por el Tiempo de Bit, como se ve en la ecuación (6.1).

$$T_{tramaGenerador} = N_{scd} * CodeBits * T_b \quad (6.1)$$

En una simulación donde todos los procesos se hacen simultáneamente y no se genera retardo alguno, es decir cuando el flujo de datos es continuo se cumple la siguiente relación:

$$T_{tramaGenerador} = T_{tramaCompleta}$$

$$N_{scd} * CodeBits * T_b = [N_{FFT} + N_{CP}] * T_s$$

con base en estos supuestos definimos el Tiempo de Muestra para nuestras simulaciones.

$$T_b = \frac{[N_{FFT} + N_{CP}] * T_s}{CodeBits * N_{scd}} \quad (6.2)$$

$T_{tramaGenerador}$	Es el tiempo que le lleva al generador construir una trama con las subportadoras de datos $N_{scd}$ que se han de transmitir por Símbolo OFDM.
$T_{tramaCompleta}$	Es el tiempo que tarda la transmisión de la trama completa, después de que se le agregan las muestras del Prefijo Cíclico.

Como vimos,  $T_b$  es el tiempo que tarda en generarse una muestra de un bit en el generador de datos. La ecuación (6.2) es muy importante porque describe la relación del Tiempo de Símbolo OFDM y el Tiempo de Bit, es decir que  $T_s$  se mantiene constante mientras  $T_b$  será variable. En una simulación lo que se desea es que  $T_s$  sea constante para todos los casos, entonces  $T_s$  o  $BW$  representan a la tasa de muestreo del convertidor D/A, que es un punto de operación fijo dado el ancho de banda con que podemos operar o simplemente el límite con el que puede operar el dispositivo. Por eso también es de interés ver la ecuación (6.3) donde el Tiempo de Muestra está en función del ancho de banda  $BW$ .

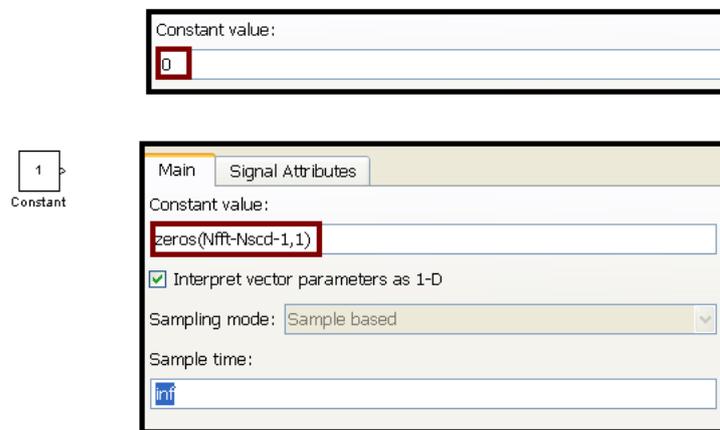
$$T_b = \frac{[N_{FFT} + N_{CP}]}{CodeBits * N_{scd} * BW} \quad (6.3)$$

### 6.2.2.2. Configuración de los bloques utilizados

Los bloques que a continuación se presentan constituyen la parte del Modulador OFDM, los cuales se configuraron para simular el modo en que opera OFDM, describimos cada bloque con sus parámetros y modo de operación.

La subportadora de DC, es simulada con un valor constante igual a cero y para ello se utiliza un bloque “Constant” que igual se utilizó para simular las subportadoras nulas, con un comando que inserta un vector columna de ceros.

Como podemos observar en la **Figura 6.7.** los parámetros establecidos son generalizados con las variables  $N_{fft}$ ,  $N_{scd}$  esto como mencionamos anteriormente es con la finalidad de evaluar para cualquier valor, sin embargo nosotros evaluaremos los valores de la trama IEEE 802.16a.



**Figura 6.7.:** Bloque *Constant* para simular la subportadora de DC y las subportadoras nulas.

La inserción del Prefijo Cíclico y su posterior eliminación se simulan utilizando el bloque “Selector” que permite seleccionar un conjunto de datos de una secuencia de entrada. El bloque selecciona una sección de las últimas muestras del vector columna que recibe a la salida de la “IFFT” para sumarlas a esa misma señal que recibió, por otra parte en el demodulador se seleccionan las muestras añadidas y se eliminan, como muestra la **Figura 6.8b.**

La variable  $N_{cp}$  representa el número de muestras del CP, en la **Figura 6.8a** el número de muestras de entrada es  $N_{fft}$ , que es la longitud de la trama que entra al bloque de la “IFFT” en el lado del transmisor, en el lado del receptor, **Figura 6.8b.** el bloque “Selector” recibe un total de  $N_{cp} + N_{fft}$  muestras para evaluar, una vez que las ha recibido seleccionamos cuales siguen su camino y cuales se eliminan, con este criterio es como eliminamos las muestras que fueron agregadas en el receptor.

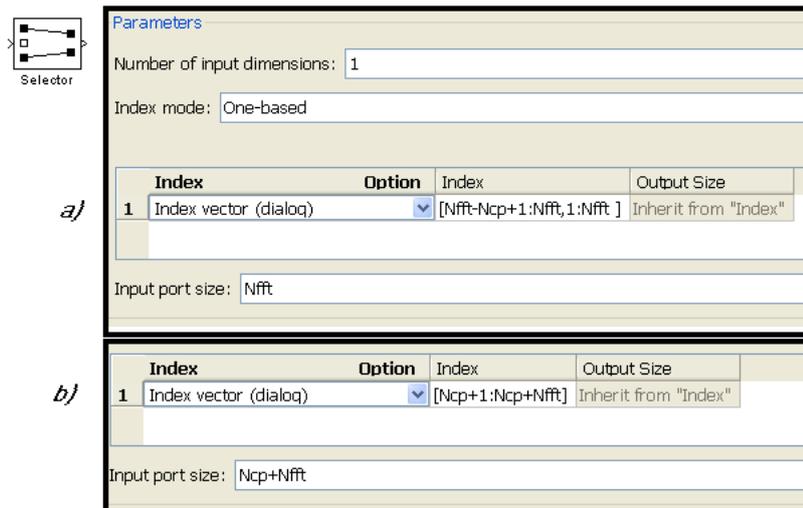


Figura 6.8.: Bloque *Selector* para simular la operación el Prefijo Cíclico

Los bloques de la **Figura 6.9** se utilizan dentro del Modulador OFDM para satisfacer las condiciones de entrada de algunos bloques, como el “Demultiplexor” **Figura 6.10**, que necesita una entrada basada en muestras “*To Sample*”, en caso contrario “*To Frame*” se utiliza cuando se necesita una entrada basada en tramas.

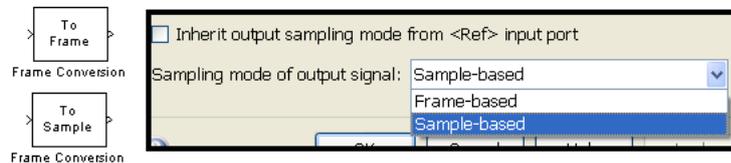


Figura 6.9.: Bloque *Frame Conversion*

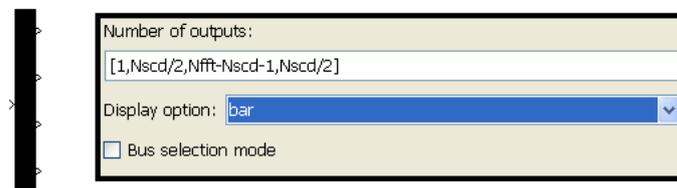


Figura 6.10.: Bloque *Demux*

Para ayudar con algunas tareas simples pero necesarias. El “*Vector Concatenate*” se utilizó para organizar los datos que se recibían en un vector columna, y tener una sola salida. El bloque “*Terminator*” funciona como terminal, es decir, este bloque se coloca a la salida de otros bloques para detener el curso de los datos que este pueda tener a su salida.

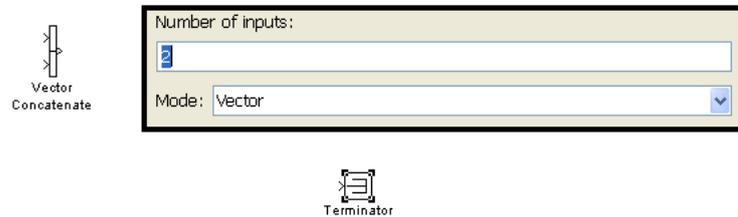


Figura 6.11.: Bloques *Terminator* y *Vector Concatenate*

Los bloques de la **Figura 6.11** se utilizaron tanto en el Modulador OFDM como en el Demodulador, en el Modulador para acomodar las subportadoras en un vector de entrada a la IFFT y en el demodulador para organizar los datos de salida del “*Demux*” en un vector columna y los datos que había que eliminar se enviaron al bloque “*Terminator*”.

### 6.2.3. Configuración canal inalámbrico

En Simulink podemos encontrar un bloque con los parámetros que describen un canal AWGN y podemos completar con bloques de atenuación y ganancia en ambos extremos del canal.

Dentro de los parámetros podemos elegir el modo en que queremos que opere, entre ellos está utilizar el SNR o la relación  $E_b/N_0$ .

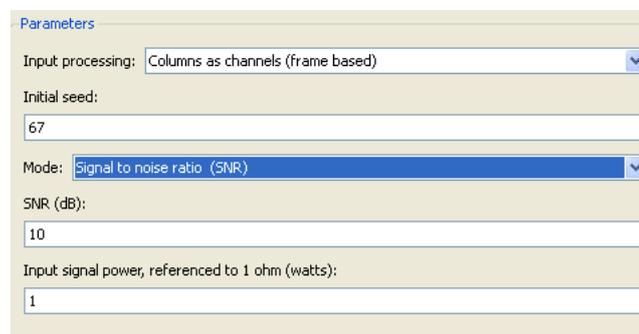
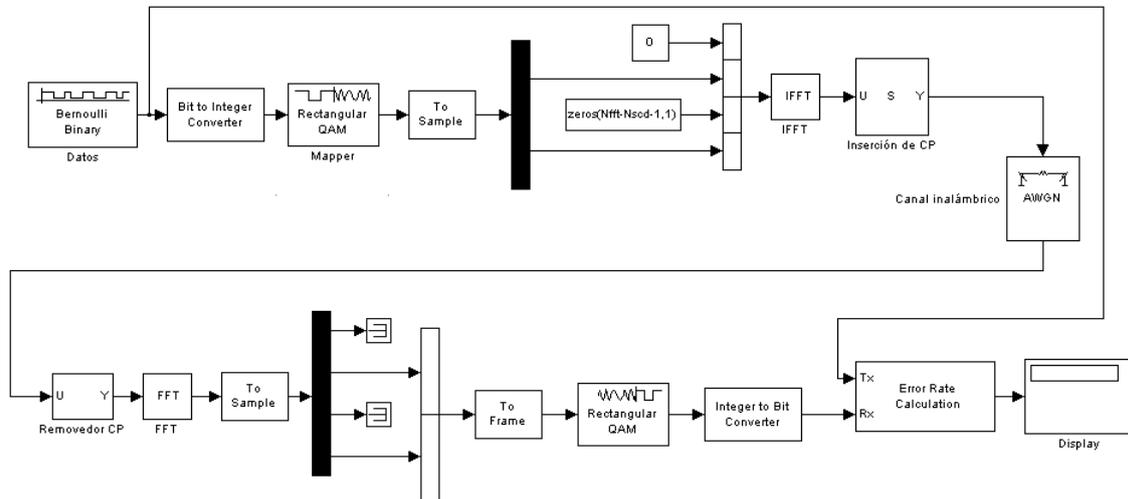


Figura 6.12.: Parámetros del canal AWGN

### 6.3. Simulación del Modulador OFDM

Una vez que se ha descrito como se llevó a cabo la implementación y configuración a bloques del Modulador OFDM propuesto para su evaluación, completamos la **Figura 6.2** añadiendo el canal inalámbrico propuesto, y llegamos a la **Figura 6.12**.



**Figura 6.13.:** Modulador OFDM propuesto

La manera en que evaluaremos el Modulador OFDM consistirá de dos etapas, siendo la principal una de las cuales depende la velocidad y la calidad en una transmisión. La segunda etapa consiste en demostrar el modo de operación de los módulos que se consideran más importantes y propios de la modulación OFDM en el Modulador, con el uso de algoritmos.

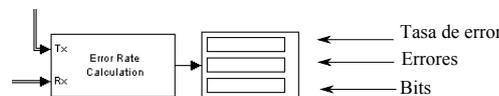
La primera etapa consiste en manipular el formato que ocupa el *mapper* para la asignación de bits en una constelación. Se manejarán tres formatos distintos QPSK, 4-QAM y 16-QAM para el *mapper*. El número total de subportadoras es de 52, que incluye las 48 de datos y las 4 pilotos. El tiempo estipulado para cada simulación es de 10 segundos. En el **Cuadro 6.2**, se encuentra una tabla de los valores utilizados para la simulación y que están relacionados con los valores de la trama en frecuencia que se dibujó en un principio y presentó en la **Figura 5.13**. Como podemos ver en el **Cuadro 6.2**, la codificación de canal no se toma en cuenta, y se evaluarán tres diferentes valores de la relación señal-ruido SNR, para observar el comportamiento de los bits sobre la constelación.

El *mapper* dentro del Modulador OFDM puede elegir el formato para la asignación de los bits sobre una constelación en función del valor SNR presente en el canal,

Parámetros Modulador OFDM	
Estándar	IEEE 802.11
$N_{sc}$	52
$N_{fft}$	64
$N_{csn}$	16
$BW$	16 MHz
$f_s$	20 MHz
Codificación	QPSK, 4-QAM, 16-QAM
Codificación de canal	sin usar
Parámetros Canal inalámbrico	
Tipo de canal	AWGN
SNR	5, 10, 20 dB

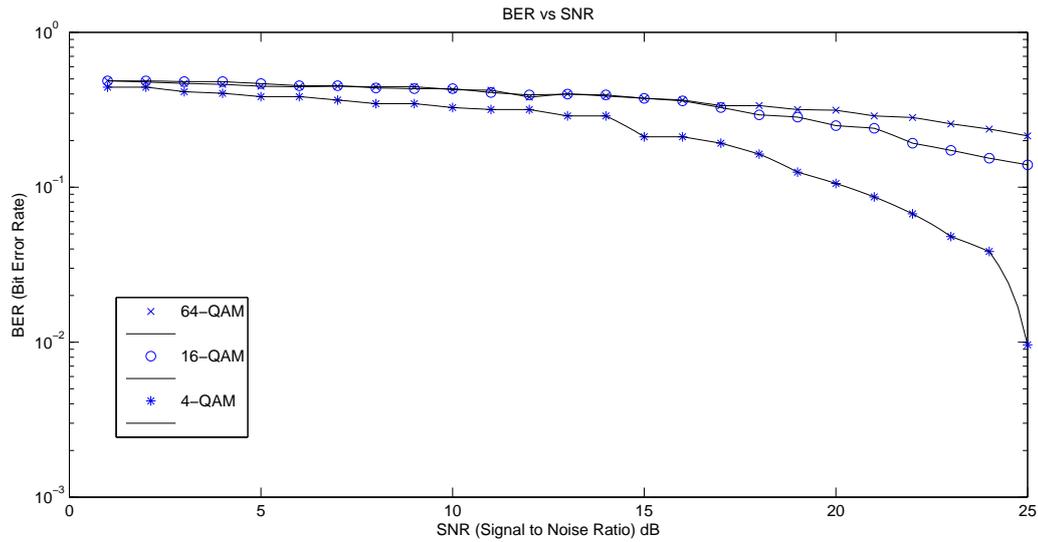
**Cuadro 6.2.:** Parámetros del modulador OFDM propuesto, basados en el estándar IEEE 802.11a

para simular el criterio en el que se basa la elección entre una constelación y otra, observaremos los efectos que provoca cada formato de modulación con un cierto valor de SNR, para visualizar los diferentes resultados utilizamos el bloque “*Error Rate Calculation*”, ver **Figura 6.14**. El bloque indica la tasa de error, el número de bits en error, y el número de bits transmitidos durante la simulación.



**Figura 6.14.:** Bloque “*Error Rate Calculation*” para la medición del BER

Algunos de los resultados obtenidos se presentan en el **Cuadro 6.3.** y en la **Figura 6.15** se presenta de manera gráfica estos mismos pero con todas las simulaciones hechas para cada tipo de constelación. Como podemos observar la tasa de error aumenta al utilizar una constelación más robusta. Aunque la constelación de 4-QAM pareciera ser la mejor al ofrecer la menor tasa de error en función de la relación señal a ruido, no siempre se utiliza por cuestiones de calidad en la velocidad de transmisión, así que, cuando es posible se sustituye por una constelación diferente, es decir cuando existe un SNR alto el *mapper* ocuparía una constelación más robusta, siempre y cuando se detecte una tasa de error aceptable.

Figura 6.15.: BER *vs* SNR

Constelación	4-QAM	16-QAM	64-QAM	4-QAM	16-QAM	64-QAM	4-QAM	16-QAM	64-QAM
SNR	20	20	20	10	10	10	5	5	5
Tasa de error	0.0384	0.1657	0.2633	0.2901	0.3888	0.4252	0.3771	0.4411	0.4591

Cuadro 6.3.: Resultados para las diferentes constelaciones utilizadas por el *mapper*.

### 6.3.1. Simulación y evaluación mediante el uso de algoritmos

La segunda etapa como mencionamos será para evaluar el modo de operación de los módulos que se consideran más importantes y propios de la modulación OFDM dentro del modulador, con el uso de algoritmos. Estos algoritmos son implementados con base en las ecuaciones descritas en este trabajo para OFDM. Es importante mencionar que estos algoritmos no sustituyen los resultados anteriormente obtenidos sino que son independientes uno del otro, y permiten al lector visualizar los espectros de las señales que se transmiten.

El Cuadro 6.4. presenta las variables utilizadas para la realización de los algoritmos, con las diferencias de que sólo se evaluó la constelación 4-QAM y se utilizaron diferentes valores de  $E_b/N_0$  para calcular la relación señal a ruido SNR, con base en la ecuación (6.4).

$$SNR_{dB} = 10 \log(\log_2(M)) \times E_b/N_0 dB \quad (6.4)$$

Parámetros Modulador OFDM	
Estándar	IEEE 802.11
$N_{scd}$	48
$N_{scp}$	4
$N_{sc}$	52
$N_{fft}$	64
$N_{cp}$	16
$BW$	20 MHz
$f_s$	20 MHz
$\Delta f$	312.5 kHz
Codificación	4-QAM
Codificación de canal	sin usar
Parámetros Canal inalámbrico	
Tipo de canal	AWGN
$E_b/N_0$	1, 10, 15 dB

**Cuadro 6.4.:** Parámetros utilizados en la ecuación del Modulador OFDM propuesto

Recordando lo visto en la sección 3.2 la señal OFDM  $x(t)$  en banda base compleja es:<sup>1</sup>

$$x(t) = \sum_{k=1}^{N_{sc}} x_k(t) = \sum_{k=0}^{N_{sc}} a_{k,m} e^{j2\pi f_k t} \quad (6.5)$$

$$\text{donde } f_k = k \cdot \Delta f$$

para poder simular la ecuación (6.5) se muestrea en tiempo discreto

$$x[n] = x(nT_s) = \sum_{k=1}^{N_{fft}} a_k e^{j2\pi k \Delta f n T_s} = \sum_{k=1}^{N_{fft}} a'_k e^{j2\pi k \frac{n}{N_{fft}}} \quad (6.6)$$

donde los valores de  $a'_k$  toman las siguientes condiciones.

$$a'_k = \begin{cases} a_k & 0 \leq k < N_{sc} \\ 0 & N_{sc} \leq k < N_{fft} \end{cases}$$

<sup>1</sup> $N_{sc}$  es el número de las subportadoras de datos y piloto.

La ecuación (6.6) toma la forma de una transformada de Fourier al agregar un factor multiplicativo  $1/N_{fft}$  como se puede ver en la ecuación (6.7)

$$x[n] = \frac{1}{N_{fft}} \sum_{k=1}^{N_{fft}} a_k e^{j2\pi k \frac{n}{N_{fft}}} \quad (6.7)$$

$$x[n] = \frac{1}{N_{fft}} \sum_{k=-N_{sc}/2}^{N_{sc}/2} x[k] e^{j2\pi k \frac{n}{N_{fft}}} \quad (6.8)$$

donde  $x[k]$  representa los valores  $a_k$ .

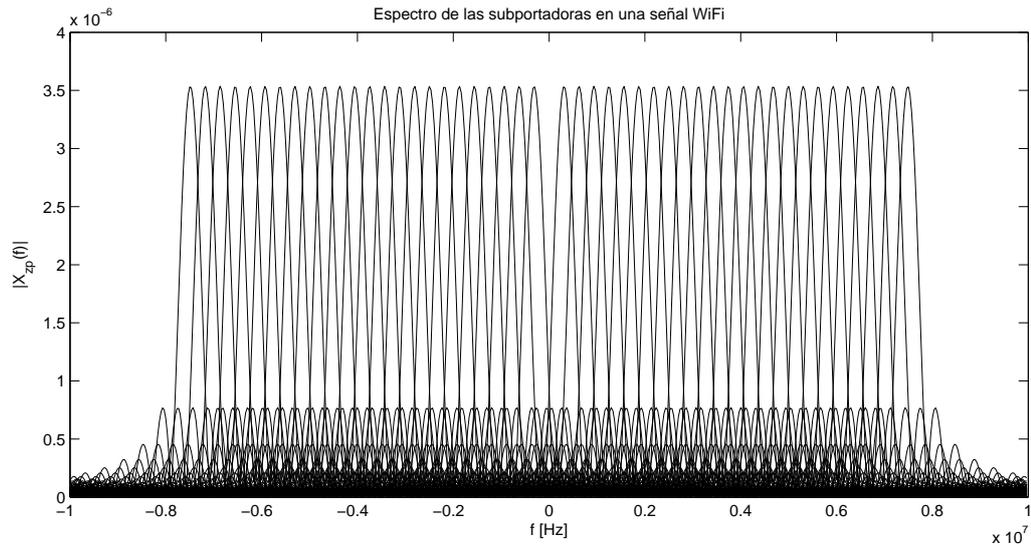
$$x[n] = IFFT\{x[k]\} \quad (6.9)$$

La ecuación (6.7) nos dice que una señal OFDM es la transformada inversa de Fourier de los coeficientes  $a_k$ , y en consecuencia, los coeficientes son la transformada directa de Fourier de  $x[n]$  que es la versión discreta de  $x(t)$ . Por consiguiente, la acción de modular y demodular todas las subportadoras a la vez de una señal OFDM consiste básicamente en aplicar los algoritmos de la transformada rápida de Fourier, muy conocidos y fáciles de implementar en los procesadores digitales.

Desarrollando la ecuación (6.8) obtenemos una ecuación dividida en 2 partes, ecuación (6.10), el primer factor suma incluye la primera mitad de subportadoras y el segundo factor la segunda mitad de subportadoras.

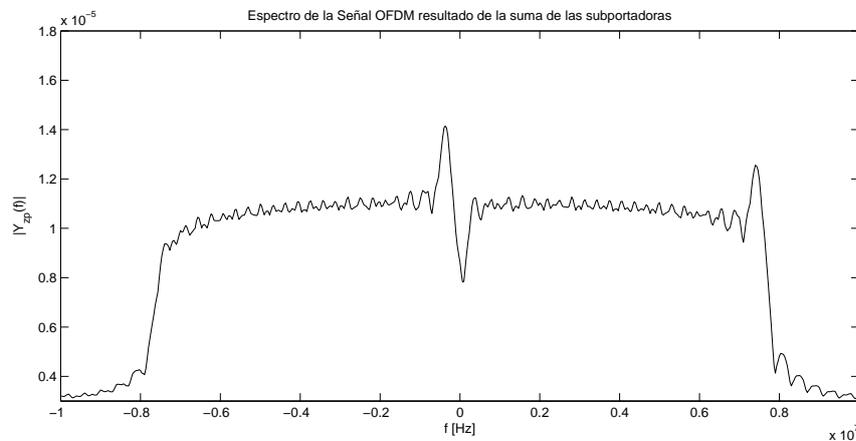
$$x[n] = \frac{1}{N_{fft}} \sum_{k=1}^{N_{sc}/2} a_k e^{j2\pi k \frac{n}{N_{fft}}} + \frac{1}{N_{fft}} \sum_{k=-N_{sc}/2}^{-1} a_k e^{j2\pi k \frac{n}{N_{fft}}} \quad (6.10)$$

El resultado de nuestra simulación para esta ecuación se presenta en la **Figura 6.16** y que muestra el espectro en frecuencia de las 48 subportadoras de datos que transmite una trama en el estándar IEEE 802.11a usando un ancho de banda de 20 MHz y una separación entre subportadoras de 312.5 kHz. Como podemos observar en la figura las 48 subportadoras son ortogonales entre sí de tal manera que no existe interferencia entre ellas, también podemos darnos cuenta que el espectro se divide en 2 partes a partir de la frecuencia central  $f_c$  igual a cero, una mitad es positiva y la otra parte es negativa. En un sistema real la frecuencia central se posicionaría en 5GHz.



**Figura 6.16.:** Espectro en frecuencia de las subportadoras de datos en el estándar IEEE 802.11

Hemos visto el espectro de las 48 subportadoras donde cada una lleva bits de información, cuando éstas llegan al receptor se suman para formar una sola señal, y la **Figura 6.17.** muestra como veríamos su espectro.

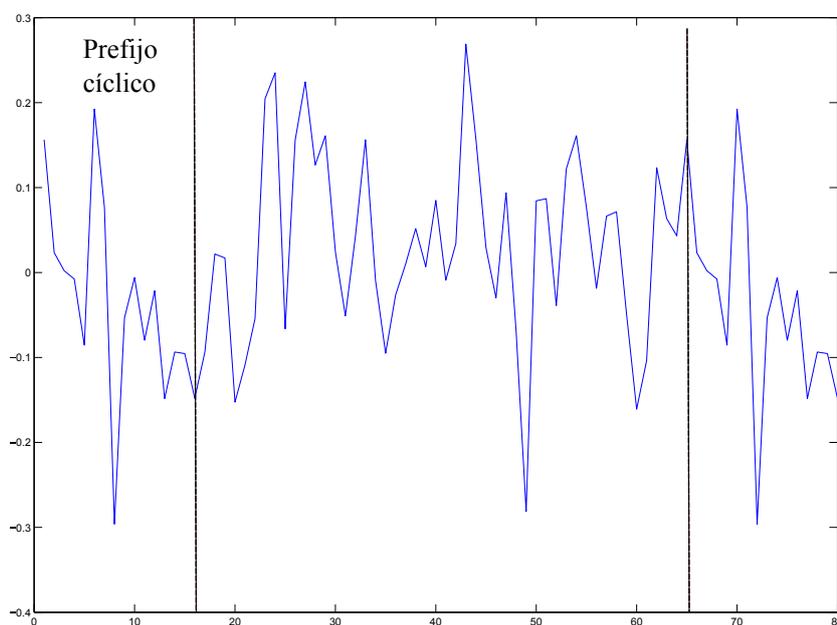


**Figura 6.17.:** Señal OFDM utilizando un ancho de banda de 20 MHz

Las **Figuras 6.16.** y **6.17.** han descrito como se ve el espectro de las 48 subportadoras y como guardan la ortogonalidad entre ellas, también se observó el resultado de sumar sus amplitudes para obtener una sola señal. Ahora veremos el espectro de

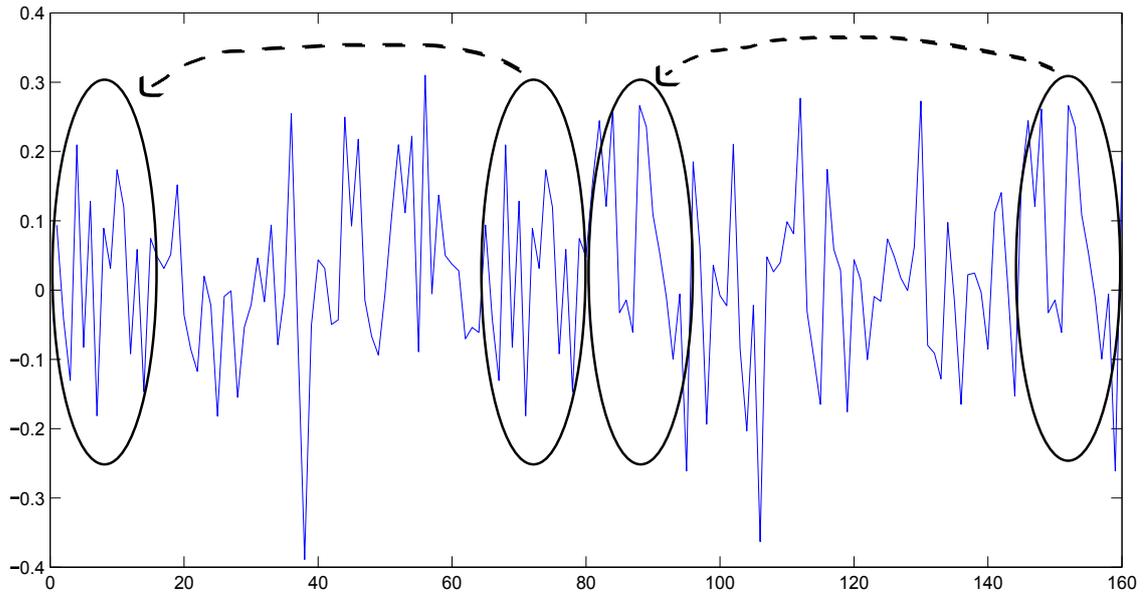
la señal cuando se incluye la inserción del Prefijo Cíclico para disminuir o eliminar la interferencia.

Si enviamos una señal como se muestra en la **Figura 6.18.** podemos observar que lleva Prefijo Cíclico porque existe una repetición de las muestras de la señal y se colocan al inicio. Para obtener la **Figura 6.18.** se evaluaron los parámetros propuestos en el **Cuadro 6.4.**, es decir esta gráfica está representada según el número de muestras utilizadas en la transmisión. En la **Figura 6.18.** podemos ver un total de 80 muestras, 64 corresponden al número de muestras que ingresaron a la IFFT y 16 muestras que corresponden al Prefijo Cíclico, esto da un total de 80, y como se ve en la figura las 16 muestras que corresponden al CP se colocaron al inicio tal y como se explicó en la sección 3.3.4.



**Figura 6.18.:** Señal OFDM con inserción del Prefijo Cíclico

Como sabemos el Prefijo Cíclico es independiente para cada Símbolo OFDM generado, es decir que por cada Símbolo OFDM existe un Prefijo Cíclico, por lo que podemos concluir que la señal de la **Figura 6.18.** solo está transmitiendo un Símbolo OFDM. Si transmitimos más de un Símbolo OFDM, con la misma longitud de Prefijo Cíclico en una señal, el espectro transmitido sería como el mostrado en la **Figura 6.19**, donde la señal está transmitiendo dos Símbolos OFDM y esto se puede apreciar por la repetición de las muestras al inicio de cada Símbolo.



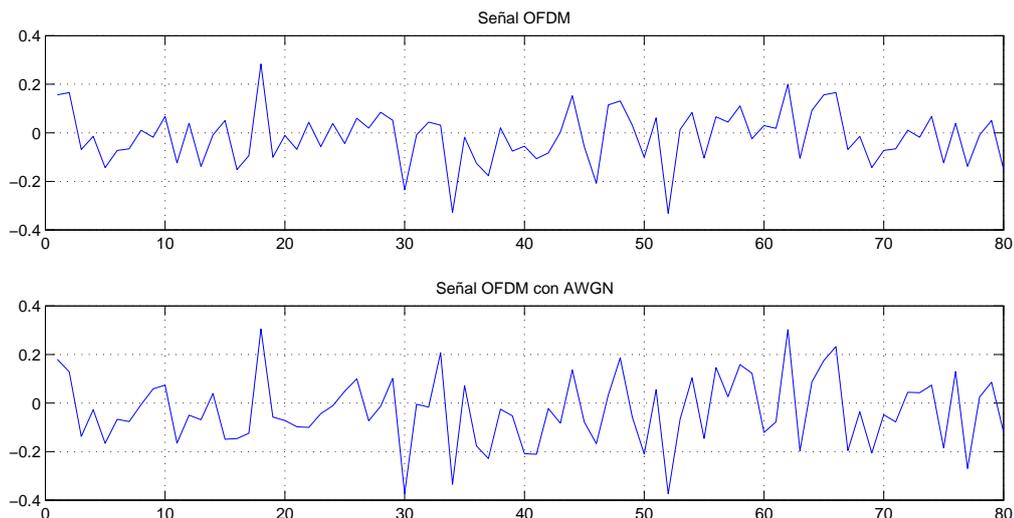
**Figura 6.19.:** Señal OFDM transmitiendo 2 símbolos OFDM,

Si regresamos al esquema del Modulador OFDM presentado en la **Figura 6.13.** podemos observar que la inserción del CP es la última etapa que realiza el modulador antes de enviar una señal a través del canal inalámbrico. El canal inalámbrico como se explicó se simulará sumando ruido a la señal y variando la relación  $E_b/N_0$ , esto nos permitirá observar los cambios producidos en la señal que recibe el receptor.

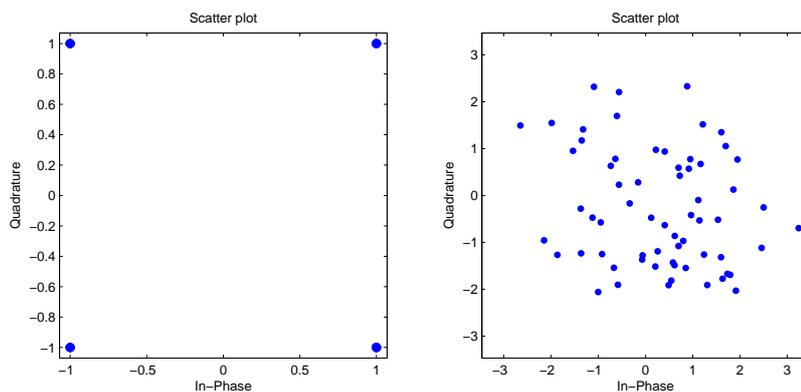
La **Figura 6.20.** presenta dos gráficas que ilustran los efectos del ruido sobre la señal transmitida, podemos observar que al agregar un ruido blanco aditivo Gaussiano, la señal tiene cambios en amplitud y forma.

Al igual que las pruebas realizadas en Simulink para valorar el BER en cada constelación que utilizó el *mapper*, se realizaron pruebas con base en la relación  $E_b/N_0$  que es una versión normalizada de la relación señal a ruido SNR. En este apartado se presentan los efectos que tiene cierto valor de  $E_b/N_0$  sobre la constelación 4-QAM, la razón es visualizar los efectos de dispersión sobre los puntos de la constelación.

En la **Figura 6.21.** se presentan dos constelaciones, en la primera se pueden ver cuatro puntos sobre los cuales se concentran los datos que han sido mapeados en el lado del transmisor, (tener la misma presentación del lado del receptor sería un caso ideal), en la segunda constelación se observan más puntos lo que se traduce en una dispersión de los datos en el lado del receptor por la presencia de ruido en el canal.

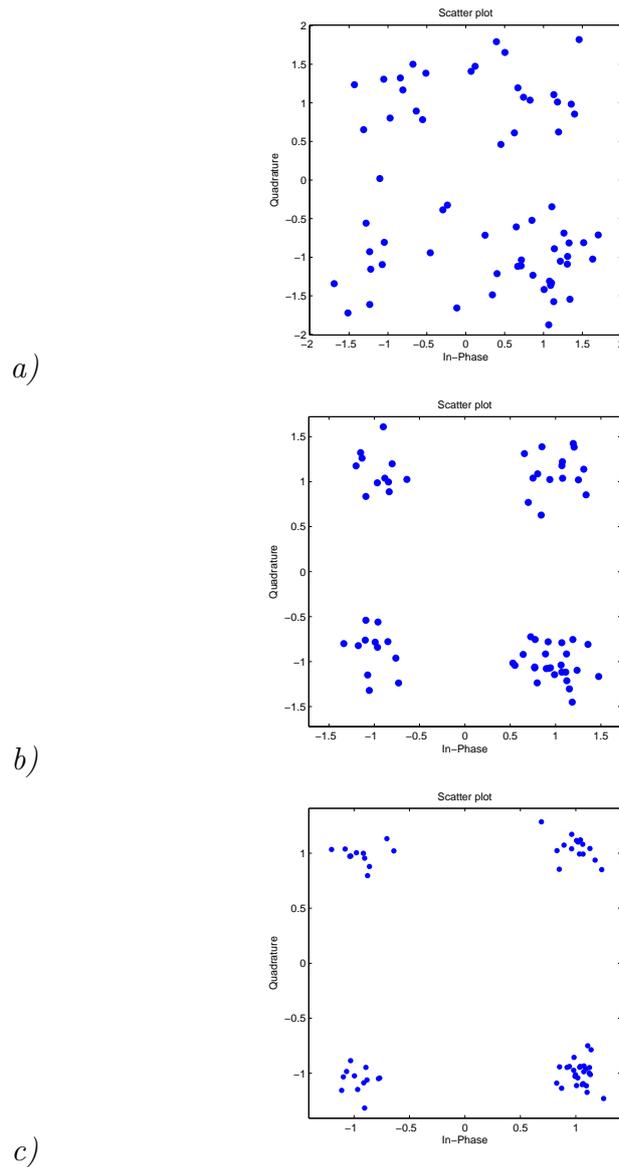


**Figura 6.20.:** Comparación de una misma señal OFDM sin AWGN y con AWGN



**Figura 6.21.:** Constelación en fase y cuadratura de los datos en el transmisor y los datos recibidos en el receptor

La dispersión de los puntos disminuye cuando se aumenta el valor de  $E_b/N_0$ , la **Figura 6.22.** presenta los efectos en la constelación del receptor para 3 diferentes valores. Como se puede apreciar en el primer caso no se puede percibir a simple vista si la constelación es 4-QAM, pero conforme se aumenta el valor de  $E_b/N_0$ , la constelación presenta menor dispersión y deja ver claramente el tipo de constelación.



**Figura 6.22.:** a)  $E_b/N_0 = 5$ , b)  $E_b/N_0 = 10$ , c)  $E_b/N_0 = 15$

Así como discriminamos visualmente alta o baja dispersión, podemos esperar que si una constelación presenta más puntos para mapear los datos estos estarán más juntos unos de otros y en presencia de ruido aumentaría la dispersión provocando un BER alto, como se vió de manera gráfica en la **Figura 6.15**.

Cuando en el receptor se presenta una constelación con alta dispersión es de entender que el demodulador no hará bien su tarea, porque habrá puntos en zonas intermedias que dificultarán saber el valor real del dato transmitido, lo que provoca una

alteración de los valores reales que fueron enviados por el transmisor, y esto conlleva a una mala calidad de la señal demodulada.

Si en una transmisión el canal presenta un valor de relación señal a ruido bajo de tal manera que dificulta la calidad de la comunicación, con lo visto anteriormente podemos tener dos opciones para mejorar la señal que se recibe en el receptor, la primera es aumentar la potencia de la señal y la segunda elegir una constelación con menos puntos para mapear los datos.

En un modulador OFDM esta etapa se considera muy importante porque de ella depende en gran parte la tasa de transmisión. Cuando la constelación sobre la que se mapean los datos contiene más puntos, el *mapper* utiliza más bits por subportadora lo que significa que envía más información.



## 7. Conclusiones

- Las simulaciones, considerando cada uno de los parámetros más importantes del Modulador OFDM, arrojaron resultados equivalentes a los publicados en la literatura y permitieron validar la implementación del sistema propuesto.
- La simulación en Matlab/Simulink nos facilitó visualizar el funcionamiento y los modos de operación del Modulador OFDM.
- Las simulaciones realizadas permiten concluir que la calidad y velocidad de transmisión de un Modulador OFDM para redes inalámbricas depende en gran parte de la calidad y criterio del *mapper*. La velocidad de transmisión disminuye o aumenta en función de los niveles de la relación señal a ruido SNR presentes en el canal, y que son evaluados por el *mapper* de acuerdo con un umbral. Para un valor de interferencia bajo se usaría una constelación con más puntos para nombrar las subportadoras, en caso de un valor mayor la constelación utilizada por el *mapper* tendría menor cantidad de puntos.
- Utilizar múltiples subportadoras para ahorrar ancho de banda puede ser controversial sino se toma en cuenta la sincronización Tx/Rx, al igual que la longitud del Prefijo Cíclico puede causar problemas mayores sino se valoran los niveles de potencia de la señal.
- OFDM resultó ser un método de modulación que adquiere más ventajas que cualquier otro sistema de modulación multiportadora, permite aprovechar al máximo el espectro disponible y aumentar en calidad y cantidad los datos transmitidos.
- La disponibilidad de OFDM en comunicaciones inalámbricas, puede reducir en cantidad los dispositivos útiles para llevar a cabo la modulación con mayor calidad y alta tasa de transmisión. A diferencia de años anteriores en que el procesamiento era lento y poco económico por las limitantes de la tecnología en ese tiempo. Esto puede ser una prueba de que el uso, y por tanto su estudio en profundidad puede conseguir mejoras en su implementación.

## 7.1. Trabajos futuros

- Mantener una constante actualización de las mejoras sobre OFDM.
- Contemplar la integración del codificador de canal para evaluar el enfoque más apropiado.
- Diseño e implementación del circuito electrónico del modulador.

# Bibliografía

- [1] **R. Steele, L. Hanzo.** *Mobile Radio Communications*. Second Edition. Wiley, England. 1999.
- [2] **John G. Proakis.** *Digital Communications*. Prentice Hall, Boston 2007.
- [3] **Ramjee Prasad.** *OFDM for Wireless Communications Systems*. Artech House. 2004.
- [4] **H. Rohling.** *OFDM: concepts for future communication systems*. Springer, 2011.
- [5] **B. Sklar.** *Digital Communications Fundamentals and Applications*. Englewood Cliffs: Prentice Hall. 1998.
- [6] **M.Palou, A. Pascal.** Técnicas de procesamiento de señal basadas en múltiples antenas para redes inalámbricas con modulaciones OFDM. Departamento de Teoría de la Señal y Comunicaciones, Universidad Politécnica de Cataluña. Artículo N° 21 Junio 2004.
- [7] **Evguenii Kurmyshev.** Fundamentos de métodos matemáticos para física e ingeniería. México D.F. Limusa 2003
- [8] **A.V Oppenheim, R.W. Schafer.** *Discrete Time Signal Processing*. Englewood Cliffs, NJ: Prentice Hall. 1989.
- [9] **A. Bruce Carlson.** Sistemas de Comunicación. McGraw Hill, 4 edición. 2007.
- [10] **Erick D., Stefan P., et al.** *3G Evolution HSPA and LTE for Mobile Broadband*. Elseiver 2 Ed. 2008.
- [11] **Alfredo B. Palacín.** “Televisión, instalación, analógica, digital”. Paraninfo, 1999.
- [12] **D. Parsons.** *The Mobile propagation channel*. Pentech Press Publishers. London 1992.
- [13] **Vijay K. Garg.** *Wireless Communications and Networking*. Elseiver. 2007
- [14] **W. Tomasi.** Sistemas de Comunicaciones Electrónicas. Pearson Education. México 2003
- [15] **Eugenio R. Viga.** Telecomunicaciones Móviles. Marcombo. Barcelona 1998.
- [16] **Rappaport T.S.** *Wireless Communications: Principles & Practice*. Prentice Hall PTR. 2002.

- [17] **B. Sklar**. *Rayleigh Fading Channels in Mobile Digital Communication Systems, Part I: Characterization*, IEEE Communications Magazine. Julio 1997. pp. 90-100.
- [18] **J.A.C Bingham**. *Multi-carrier modulation for data transmission: An idea whose time has come*. IEEE Communications Magazine, vol.28, no. 5, pp 5-14. May 1990.
- [19] **Chang. R. W.** 1966. *Synthesis of band-limited orthogonal signals for multi-channel data transmission*. Bell System Technical Journal 46, 1775-1796
- [20] **S.Weinstein, P. Ebert**. *Data transmission by frequency-division multiplexing using the discrete Fourier transform*. IEEE Transactions on Communication Technology, vol. 19, no. 5, pp. 628–634, October 1971.
- [21] **A. Peled, A. Ruiz**. *Frequency Data Transmission using Reduced Computational Complexity Algorithms*. Proceedings of the IEEE International Conference on Acoustics, Speech and Signal Processing (ICASSP), pp. 964-967.
- [22] **M. Rummey**. *LTE and the Evolution to 4G Wireless*. Agilent Technologies. July 2009.
- [23] **Sweeney. P.** *Error Control Coding: An Introduction*. Prentice Hall, 1991.
- [24] *Study and Simulation of O.F.D.M System*. International Journal of Modern Engineering Research (IJMER) vol.2, issue.1. Jan-Feb 2012 pp-235-241.
- [25] **Sandoval García, José Domingo** sustentante Análisis, implementación y evaluación de algoritmos FFT para el multiplexado OFDM en redes de comunicación inalámbrica WiMax / 2010. Tesis de Licenciatura Facultad de Ingeniería, UNAM. México.
- [26] **Henríquez Campos, Gabriela** sustentante Análisis del desempeño de la capa física basada en OFDM para las redes inalámbricas de banda ancha, basadas en el Estándar IEEE 802.16-2004 / 2009. Tesis de Maestría en Ingeniería y Ciencias de la Computación, UNAM. México.
- [27] IEEE standards association. <http://standards.ieee.org/about/get/802/802.16.html>. Consultada en febrero de 2013.
- [28] “*Lo nuevo de telcel*”. Diciembre 2012-Enero 2013. Gaceta Bimestral. Año 5. Número 26. Ejemplar Gratuito
- [29] *BER Bit Error Rate Tutorial and Definition*. Resources and analysis for electronics engineers Radio-Electronics.com. <http://www.radio-electronics.com/info/rf-technology-design/ber/bit-error-rate-tutorial-definition.php>. Consultada en enero de 2013.

“”

## A. Glosario

**Banda Base.** Se denomina banda base al conjunto de señales que no sufren proceso alguno de modulación a la salida de la fuente que la origina, es decir son señales que son transmitidas en su frecuencia original. Dichas señales se pueden codificar y ello da lugar a los códigos de banda base.

**Canal Gaussiano.** Se le conoce como canal de ruido blanco aditivo Gaussiano (AWGN, por sus siglas en inglés). Este tipo de canal es utilizado comúnmente para la realización de pruebas, básicamente se trata del ruido generado en el receptor, cuando la trayectoria de transmisión es casi ideal.

**Correlación.** Se entiende por correlación a la dependencia que existe entre dos variables de una distribución, sin importar cual es la causa y cual es el efecto. La dependencia de la que se habla en este sentido es la dependencia entre la varianza de las variables. Cuando no existe tal dependencia se dice que las variables están no-correladas.

**Difracción.** Es la desviación que sufren las ondas alrededor de los bordes que se producen cuando un frente de onda es obstruido por un obstáculo.

**Efecto Doppler.** Es una consecuencia debida al movimiento que afecta la componente en frecuencia de una señal transmitida.

**Fluctuación.** Diferencia entre el valor instantáneo de una cantidad y su valor normal.

**Interferencia.** Es la combinación por superposición de dos o más frentes de onda que se encuentran en un punto del espacio.

**Símbolo OFDM.** Es un bloque que transporta subportadoras en una modulación OFDM. El Símbolo OFDM es la unidad más pequeña en la que se ha empaquetado información dentro de la modulación OFDM.

**Señal OFDM.** La señal OFDM es el conjunto de Símbolos OFDM que se envían por trama.

**Subportadora.** Es una señal que resulta de la división de la señal original conocida como Portadora, y la frecuencia a la que se transmite es un múltiplo de la frecuencia de la Portadora.

## A.1. Terminología

**Aliasing.** Es un fenómeno de superposición y ocasiona que las señales lleguen a ser indistinguibles. Este fenómeno está asociado al teorema de muestreo y aparece cuando hay errores en la tasa de muestreo.

**Delay spread.** Es el término en inglés asociado a una dispersión en tiempo que sucede por la propagación de una señal en un canal multitrayectoria, en donde la señal llega a tener múltiples réplicas de sí misma, y cada una de ellas tiene un retardo diferente con respecto a la original. Cuando se obtiene un valor de máximo retardo de una réplica de la señal se dice que existe un tiempo de máximo retardo, es decir  $t_{max}$ . (Dispersión de retardo)

**Doppler spread.** Es el término en inglés asociado a una dispersión en frecuencia debida al efecto Doppler por la propagación de una señal en un canal multitrayectoria. El conjunto de réplicas generadas a lo largo de la transmisión sufren independientemente un desplazamiento Doppler diferente, provocado por la variación de la longitud de onda debida al movimiento. Hablamos de Doppler Spread cuando existen múltiples réplicas de una señal y cada una tiene un desplazamiento Doppler. (Dispersión Doppler)

**Doppler shift.** Se le llama así al fenómeno del efecto Doppler sobre una sola frecuencia. (Desplazamiento Doppler).

**Fading.** Es el término en inglés que se asocia a un desvanecimiento que sufre la señal a través de ciertos medios de propagación. El desvanecimiento puede variar con el tiempo, la posición geográfica y demás factores, y con frecuencia se modela como un proceso aleatorio.

**Puncturing.** Es una etapa que complementa al codificador convolucional y permite la supresión de ciertos bits ya codificados en la salida del codificador convolucional. (Perforado)

**Spread Spectrum.** Es un método de transmisión conocido como técnica de espectro ensanchado, en el cual el ancho de banda utilizado es mucho mayor que el necesario para enviar la información. Consiste en distribuir una señal de banda estrecha que contiene la información sobre un ancho de banda mucho mayor.

## A.2. Acrónimos

**DSSS.** Son las siglas en inglés de *Direct Sequence Spread Spectrum*, una técnica de espectro ensanchado por secuencia directa. Esta técnica consiste en modular la información con una secuencia pseudo-aleatoria de 1 y -1, que se asemeja al ruido. Se multiplica la señal original por la secuencia elegida (secuencia que debe conocer el receptor para demodular la señal), de modo que cada bit de información está compuesto por chips (bits redundantes de menor duración), y la tasa de transferencia

de chips resultante es mucho mayor que la transferencia de los bits de información. De esta manera, la energía de la señal de información se distribuye a lo ancho de un espectro mucho mayor que el original.

**FEC.** Son las siglas en inglés de *Forward Error Correction* un mecanismo para la corrección de errores que permite su corrección en el receptor sin retransmisión de la información original.

**FHSS.** Son las siglas en inglés de *Frequency Hopping Spread Spectrum*, una técnica de espectro ensanchado por salto de frecuencia. La técnica implica transmitir la información haciendo cambios de frecuencia en la señal, es decir utiliza aleatoriamente una frecuencia distinta para transmitir en cada lapso.

**C-OFDM:** Son las siglas en inglés de *Coded Orthogonal Frequency Division Multiplexing*, es similar a OFDM excepto porque se aplican los códigos para la detección y corrección de errores antes de la transmisión.

**OFDM:** Son las siglas en inglés de *Orthogonal Frequency Division Multiplexing* una técnica que utiliza la multiplexación por división ortogonal de frecuencia y por sus características es utilizada para la modulación.



# B. Conceptos matemáticos básicos

## B.1. El concepto de espectro y frecuencia

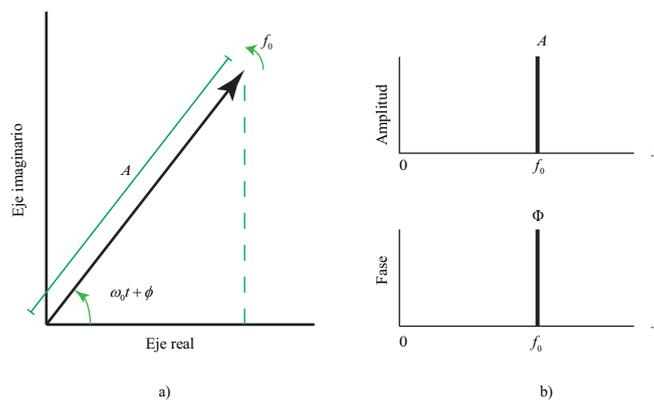
Consideremos una forma de onda senoidal o la forma de onda  $v(t)$  de CA (corriente alterna), por convención, las senoidales se expresan en términos de la función coseno y se escriben

$$v(t) = A \cos(\omega_0 t + \phi) \tag{B.1}$$

donde  $A$  es el valor pico o **amplitud** y  $\omega_0$  es la **frecuencia angular** en radianes por segundo. El **ángulo de fase**  $\phi$  representa el hecho de que el pico está desplazado del origen del tiempo y ocurre en  $t = -\phi/\omega_0$ . La ecuación (B.1) implica que  $v(t)$  se repite a si misma para todo tiempo con **periodo** de repetición  $T_0 = 2\pi/\omega_0$ .

Es de suponer que ninguna señal tiene una duración eterna, pero la ecuación (B.1) puede ser un modelo útil, para una señal que dura un tiempo mayor al de su periodo.

En particular, el análisis de circuitos en régimen permanente de CA depende de la suposición de una senoidal eterna, normalmente representada por una exponencial compleja o **fasor**, [9].



**Figura B.1.:** Representación de  $A \cos(\omega_0 t + \phi)$ . a) Diagrama fasorial; b)espectro de línea.

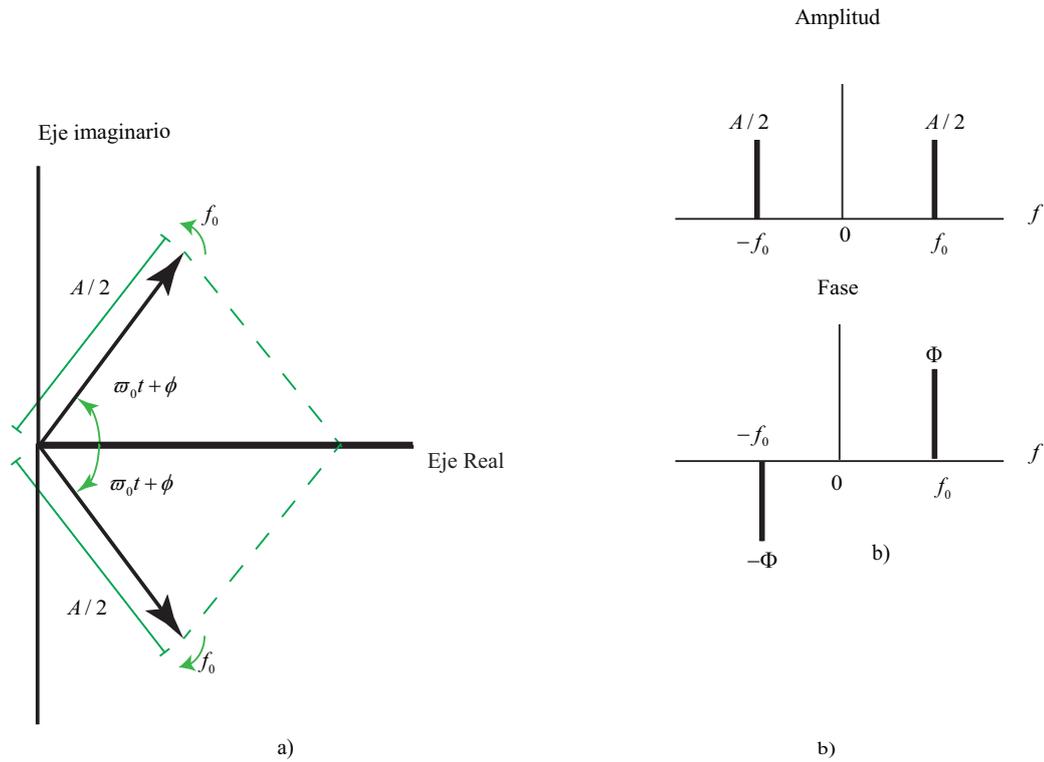


Figura B.2.: a) Fasores conjugados; b) espectro bilateral

La representación fasorial de una señal senoidal proviene del teorema de Euler

$$e^{\pm j\theta} = \cos\theta \pm j\text{sen}\theta$$

donde  $j \triangleq \sqrt{-1}$  y  $\theta$  es un ángulo arbitrario. Si se hace  $\theta = \omega_0 t + \phi$ , puede escribirse cualquier senoidal como la parte real de una exponencial compleja, a saber,

$$A\cos(\omega_0 t + \phi) = A \text{Re}[e^{j(\omega_0 t + \phi)}] \tag{B.2}$$

A esta se le llama representación fasorial porque el término entre corchetes puede considerarse un vector que gira en un plano complejo cuyos ejes son las partes real e imaginaria.

El fasor tiene longitud  $A$ , gira en sentido contrario al de las manecillas del reloj con una frecuencia de  $f_0$  revoluciones en cada segundo y en el instante  $t = 0$  forma un ángulo  $\phi$  con respecto al eje real positivo.

Ahora observemos que solo tres parámetros especifican completamente un fasor, la amplitud, el ángulo de fase y la frecuencia de rotación. Para describir el mismo fasor en el dominio de la frecuencia, hay que asociar la amplitud y la fase correspondientes con la frecuencia particular  $f_0$ .

Gráficas como la de la Figura B.2 llamadas espectros de línea **unilaterales** o de frecuencia positiva, se construyen para cualquier combinación lineal de senoidales. Sin embargo, otra representación espectral resulta ser mas valiosa, aunque involucra frecuencias negativas. Esta representación se obtiene a partir de la ecuación (B.3), recordando que  $\text{Re}[z] = \frac{1}{2}(z + z^*)$ , donde  $z$  es cualquier cantidad compleja con conjugado complejo  $z^*$ . Por tanto, si  $z = Ae^{j\phi}e^{j\omega_0 t}$ , entonces  $z^* = Ae^{-j\phi}e^{-j\omega_0 t}$  y la ecuación 2.3 se convierte en

$$A\cos(\omega_0 t + \phi) = \frac{A}{2}e^{j\phi}e^{j\omega_0 t} + \frac{A}{2}e^{-j\phi}e^{-j\omega_0 t} \quad (\text{B.3})$$

El diagrama fasorial esta conformado por dos fasores con longitudes iguales, pero ángulos y direcciones de rotación opuestos. La suma fasorial siempre cae en el eje real para producir  $A\cos(\omega_0 t + \phi)$ . El espectro de línea es **bilateral** ya que debe incluir frecuencias negativas para tomar en consideración las direcciones de rotación opuestas, y la mitad de la amplitud original esta asociada con cada una de las dos frecuencias  $\pm f_0$ . El espectro de amplitud tiene simetría par, mientras que el espectro de fase tiene simetría impar, ya que se esta tratando con fasores conjugados.

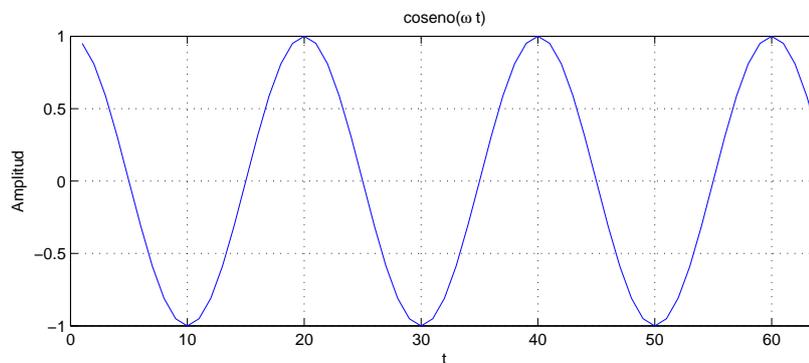
Se debe recalcar que estos espectros de línea, unilaterales o bilaterales, son solamente formas gráficas de representar funciones del tiempo senoidales o fasoriales. Una sola línea en el espectro unilateral representa una onda coseno real, mientras que una sola línea en el espectro bilateral representa una exponencial compleja y debe añadirse el término conjugado para obtener una onda coseno real.



## C. Transformada de Fourier

Como vimos para modular los símbolos de la constelación, en OFDM utilizamos la IFFT, y para demodularlos, la FFT.

La transformada de Fourier es una operación matemática en el tiempo continuo que nos transforma la información de una señal al dominio de la frecuencia. Las siguientes figuras nos muestran la transformada de Fourier de una señal coseno para ejemplificar su proceso.



**Figura C.1.:** Representación gráfica con base en el número de muestras t

Al tratarse de tiempo continuo, para llevar a cabo su implementación en los diferentes sistemas digitales, se utiliza la transformada discreta de Fourier (DFT), ecuación (C.1).

$$x[n] = \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} X[k] e^{j \frac{2\pi}{N} kn} \quad (\text{C.1})$$

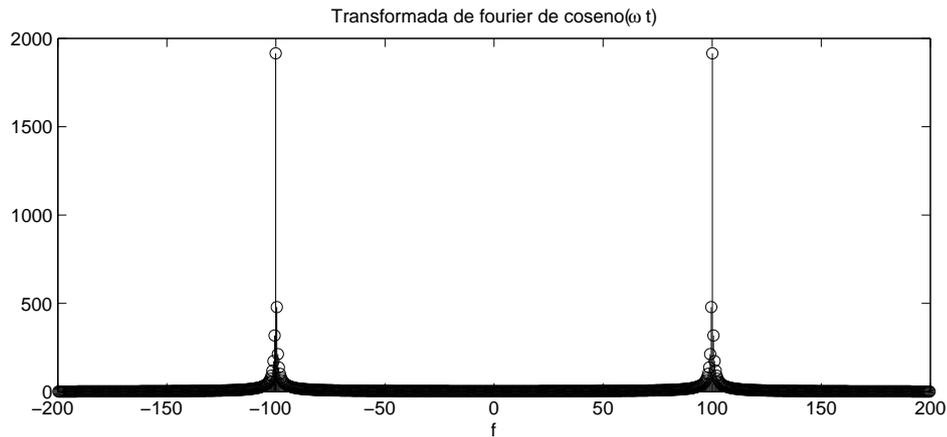


Figura C.2.: Representación en frecuencia

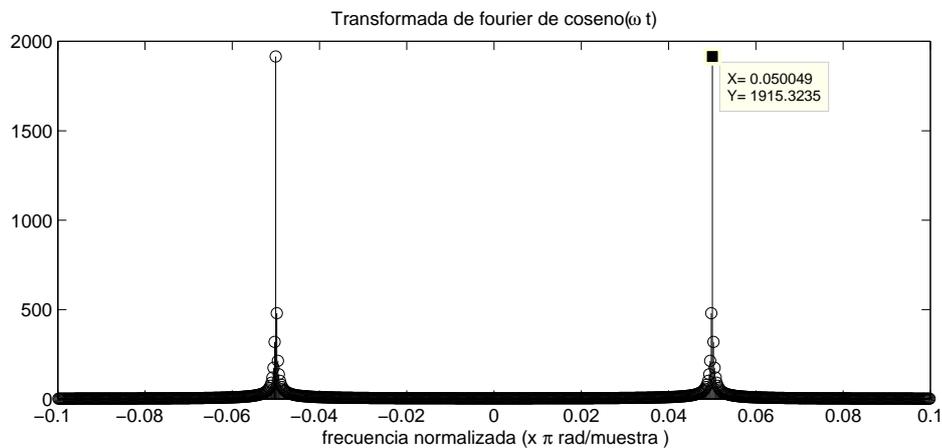
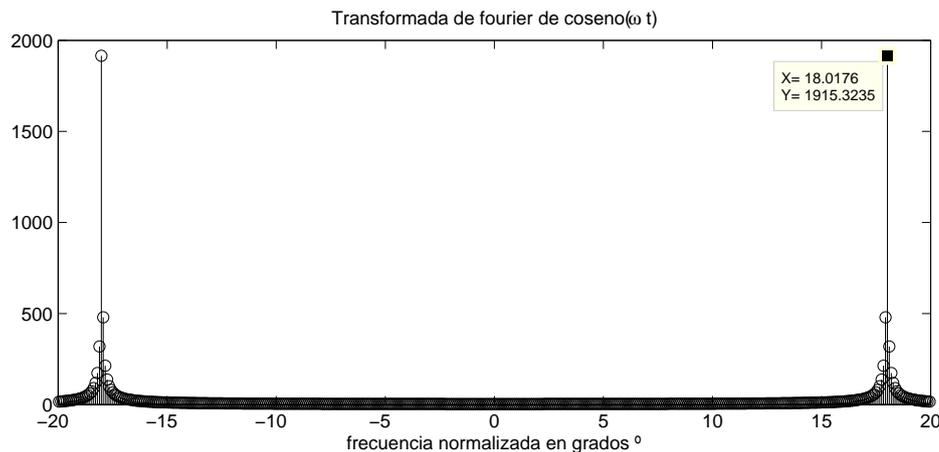


Figura C.3.: Representación de la frecuencia angular en radianes/segundo.

Una manera más eficiente de calcular la DFT es la FFT (*Fast Fourier Transform*). La FFT simplifica las operaciones de la DFT, es decir, el algoritmo de la FFT descompone la DFT de  $N$  muestras en transformadas más pequeñas. Una DFT con  $N$  muestras de entrada realizaría  $N^2$  multiplicaciones con  $N^2 - N$  sumas complejas; para disminuir este proceso la FFT convierte una DFT con muchos puntos en varios DFT con menos cantidad de puntos lo que disminuye el tiempo de proceso.

## C.1. Transformada de Fourier Rápida, FFT

La transformada rápida de Fourier es un algoritmo matemático que optimiza el procesamiento digital de la señal. Para entender la FFT iniciamos con un breve análisis de la DFT.



**Figura C.4.:** Representación de la frecuencia en grados

Una señal discreta la representamos en corchetes

$$x[n] = x(nT_s) \tag{C.2}$$

Como sabemos una secuencia periódica de  $x[n]$ , satisface la siguiente ecuación:

$$x[n] = x[n + kN] \quad \forall n, k \tag{C.3}$$

donde  $N$  es el periodo fundamental de la secuencia, es decir, el número total de muestras por intervalo de tiempo. Del análisis de Fourier sabemos que las funciones periódicas pueden ser sintetizadas como una combinación lineal de exponenciales complejas cuyas frecuencias son múltiplos (o armónicos) de la frecuencia fundamental (que en nuestro caso es  $\frac{2\pi}{N}$ ). En el dominio de la frecuencia hay un número finito de armónicos de la transformada de Fourier en tiempo discreto: las frecuencias son  $\left\{ \frac{2\pi}{N}k, k = 0, 1, \dots, N - 1 \right\}$ . Por lo tanto una secuencia periódica  $x[n]$  puede expresarse como:

$$X[k] = \sum_{n=0}^{N-1} x[n] e^{-j \frac{2\pi}{N} kn} \tag{C.4}$$

$$k = 0, 1, 2, \dots, N - 1$$

La relación inversa está dada básicamente por la misma relación, en vista que tan solo tendríamos que cambiar los índices, sin embargo se considera incluir un factor de compensación a la sumatoria.

$$x[n] = \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} X[k] e^{j \frac{2\pi}{N} kn} \quad (\text{C.5})$$

$$n = 0, 1, 2, \dots, N - 1$$

Usando el término  $W_N = e^{j \frac{2\pi}{N}}$  para sustituir el término de la exponencial compleja en cada ecuación y así establecer el índice  $k$  para las muestras en el dominio de la frecuencia, y  $n$  en el tiempo.

$$\begin{aligned} X[k] &\triangleq DTF[x[n]] = \sum_{n=0}^{N-1} x[n] W_N^{kn} \\ x[n] &\triangleq IDTF[X[k]] = \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} X[k] W_N^{-kn} \end{aligned}$$

Una vez que se han entendido las variables dentro de la ecuación que define la DFT, pueden ser sustituidos por los valores de una señal cualquiera, en este caso las características del símbolo OFDM.

En un sistema real las señales están muestreadas, y son así mismo, señales discretas. El muestreo implica una separación constante en el tiempo de los impulsos, y por lo tanto de las muestras; esta separación se denomina “periodo de muestreo”,  $T_s$ ; que es la inversa de la “frecuencia de muestreo”,  $f_s$ , según la ecuación (C.6).

$$T_s = \frac{1}{f_s} \quad (\text{C.6})$$

Una señal continua en el tiempo  $x(t)$ , se discretiza en  $n$  muestras, es decir,  $x(nT_s)$ .

A manera de ejemplo, se define un tren de impulsos:

$$\sigma(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x(nT_s) \delta(t - nT_s) \quad (\text{C.7})$$

Matemáticamente la señal muestreada la constituye la multiplicación del tren de impulsos  $\sigma(t)$  por la señal  $x(t)$ . La versión muestreada de la señal puede representarse como  $x[t]$ . Y su transformada de Fourier se definiría de la siguiente manera.

$$\mathcal{F}\{x[t]\} = \mathcal{F}\left\{ \sum_{n=-\infty}^{\infty} x(nT_s) \delta(t - nT_s) \right\} = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x(nT_s) e^{-j\omega T_s n} \quad (\text{C.8})$$

## C.2. Concepto de Zero Padding

Generalmente, en el procesado digital de señal se conoce como *Zero Padding* cuando rellenamos con ceros una señal muestreada en tiempo antes de realizar cualquier operación, como por ejemplo una FFT. Es común que para realizar la FFT no dispongamos de un total de muestras igual a una potencia de dos. Por lo tanto, y en el caso de que no queramos desprendernos de muestra alguna se suele hacer un *Zero Padding* hasta la potencia de dos más próxima. De este modo, cuando realizamos *Zero Padding* en una señal en tiempo discreto y luego aplicamos una FFT, se produce una interpolación de las muestras en frecuencia. Es decir, la señal en el dominio frecuencial queda más definida al aumentar las muestras dedicadas al espectro de la señal.

Siendo el objetivo de este apartado explicar por qué se realiza *Zero Padding* en los sistemas OFDM, se plantea qué sucede cuando se realiza dicha técnica en frecuencia. Si, por ejemplo, añadimos ceros para completar la secuencia de entrada de una IFFT dentro de una modulación OFDM, se producirá una interpolación de banda limitada en tiempo. Se podría decir que realizamos un sobre-muestreo, ya que por cada muestra del vector de entrada hay  $K$  muestras de salida.

$$K = \frac{N_{FFT}}{N_{SC}}$$

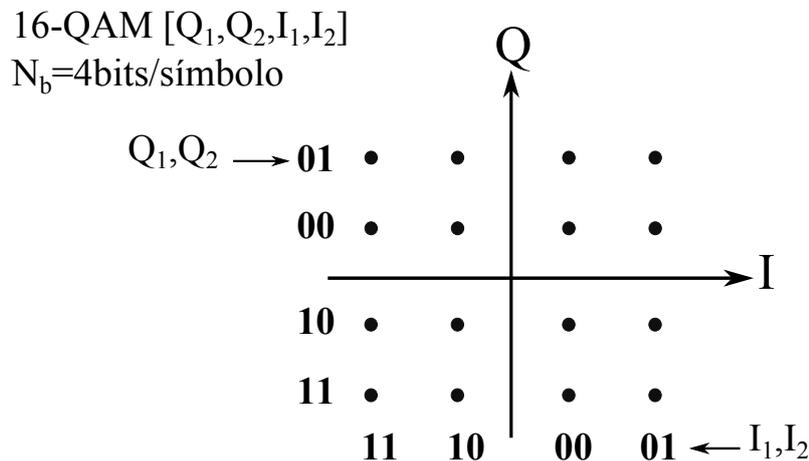
Para el caso de la modulación OFDM, el *Zero Padding* aplicado a la entrada de la IFFT nos ayudará a recuperar la señal sin la influencia de componentes falsos. Debido a que no podemos conseguir un filtro paso bajo que sea totalmente rectangular, ésta es la forma más sencilla de alejar aquellos errores que se generan de la interpretación de la secuencia numérica.



## D. Modulación QAM

La Modulación de Amplitud en Cuadratura o QAM (*Quadrature Amplitude Modulation*) es un tipo de modulador digital que combina dos tipos de modulación (ASK y PSK). Esto permite codificar muchos estados distintos en cada símbolo, pudiendo codificar muchos bits, incluso con muy baja frecuencia de símbolos.

La amplitud y la fase de una señal pueden modularse simultáneamente o por separado, aunque esto resulta difícil de generar y principalmente de detectar. En vez de ello, es muy práctico separar la señal en dos componentes independientes conocidos como  $I$  (componente "en fase") y  $Q$  (componente "en cuadratura"), ambos ortogonales entre sí. Cuando nos referimos a una comunicación digital, es común expresar la modulación en términos de estas dos componentes, razón por la cual, la representación de una constelación bidimensional  $I - Q$  es particularmente útil y puede asociarse a la mayor parte de los métodos de modulación digital. En una "constelación  $I - Q$ ", la componente "en fase" se proyecta en el eje de las abscisas (eje  $x$ ) y la componente "en cuadratura" se proyecta en el eje de las ordenadas (eje  $y$ ) de un plano cartesiano. Se dice que una señal estará "en fase" cuando su ángulo de fase sea de cero grados (situada en el eje  $I$ ) y que una señal estará "en cuadratura" cuando se encuentre desfasada  $90^\circ$  respecto a la señal en fase (situada en el eje  $Q$ ).



**Figura D.1.:** Modulación QAM utilizado en OFDM para codificar los bits de la señal OFDM en símbolos  $a_k$

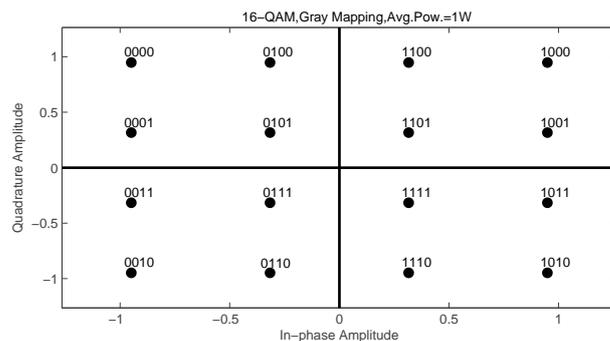
Podemos hacer referencia a la modulación QAM como un esquema de codificación en donde se envía una de  $M = 2^n$  señales, con distintas combinaciones de amplitud y fase. Utilizando múltiples niveles, tanto en la modulación en amplitud como en la modulación en fase, es posible la transmisión de grupos de bits, de manera que cada uno de estos grupos será representativo de un conjunto nivel-fase característico de la portadora de la señal, mismo que dará cabida a un símbolo. Véase **Figura D.1**.

Una de las características principales de la modulación QAM es que modula la mitad de los símbolos con una frecuencia y la otra mitad con la misma frecuencia, pero desfasada  $90^\circ$ . El resultado de las componentes después se suma, dando lugar a la señal QAM. De esta forma, QAM permite llevar dos canales en una misma frecuencia mediante la transmisión ortogonal de uno de ellos con relación al otro. Como ya se ha dicho, la componente "en cuadratura" de esta señal corresponderá a los símbolos modulados con una frecuencia desfasada  $90^\circ$ , y la componente "en fase" corresponde a los símbolos modulados sobre una portadora sin fase.

## D.1. Modulación 16-QAM

Utilizaremos el caso concreto de la modulación 16-QAM para explicar sus características principales y la forma en que se produce ésta. 16-QAM permite contar con 16 estados diferentes, mismos que estarán determinados por el número de símbolos mapeados en su constelación correspondiente. Debido a que  $16 = 2^4$ , cada uno de estos símbolos puede representarse mediante cuatro bits, dos de ellos correspondientes a la componente "en cuadratura" (portadora desfasada), y los dos restantes, correspondientes a la componente "en fase" (portadora con fase cero) de la señal. Puesto que existen estas dos componentes, cada una representada por dos bits en 16-QAM, es posible transmitir 4 posibles niveles de amplitud para cada componente, lo que supone que, por el efecto de la cuadratura, pueden transmitirse 16 estados.

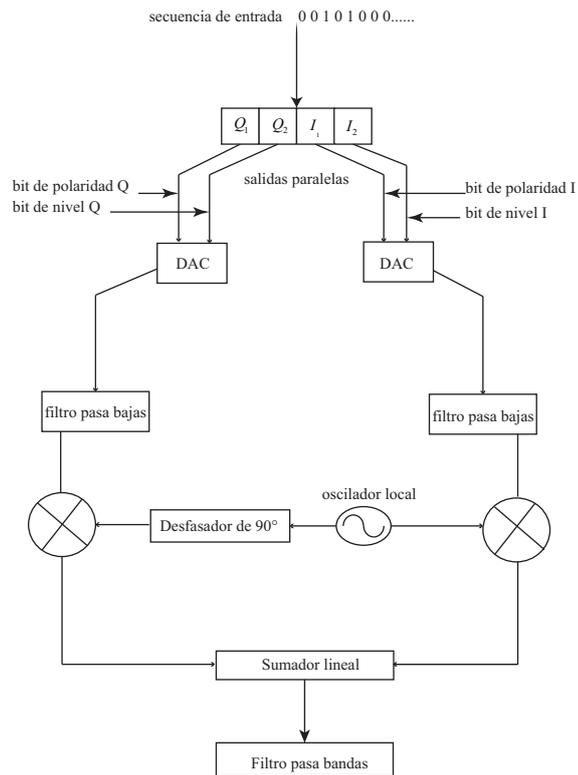
En la **Figura D.2**, cada símbolo está formado por cuatro bits: un bit de polaridad y un bit de nivel para la componente  $Q$  y un bit de polaridad y otro más de nivel para la componente  $I$ . Añadiendo más bits de nivel a las componentes  $I$  y  $Q$  del modulador se obtendrán formatos QAM más eficientes como 64-QAM (2 bits de nivel y un bit de polaridad por componente) y 256-QAM (3 bits de nivel y un bit de polaridad por componente). La serie de bits (información digital) que ingresa al modulador deberá pasar primero por un divisor de bits. El divisor de bits, que en este caso es de cuatro bits por tratarse de una modulación 16-QAM, toma los primeros bits de la serie y los enruta, de manera simultánea y en paralelo, hacia el conversor digital-analógico correspondiente. Supóngase que al divisor ingresan los cuatro primeros bits de la secuencia binaria 00101000, por lo que los dos primeros bits (0,0) son enrutados como bits en cuadratura y los dos siguientes (1,0) como bits en fase. En cada caso, el primero de este par de bits corresponderá al bit de polaridad, y el segundo, al de nivel.



**Figura D.2.:** Constelación para 16QAM que utiliza codificación Gray

Observando el diagrama de la **Figura D.3.** los primeros dos bits de la cadena que ingresa, es un cero, de acuerdo con nuestra secuencia ejemplo. Un cero en el primer bit indicará polaridad negativa, mientras que un uno representará polaridad positiva. En el caso del bit de nivel, la amplitud estará determinada por el conversor digital-analógico. Para determinar el valor que representa un par de bits, es necesario observar la tabla de verdad que define las reglas "lógicas" que corresponden a la operación del conversor. Continuando con nuestro ejemplo, un cero indicará un nivel de "1", mientras que un uno representará un nivel de "3". De esta forma, el primer par de bits que ingresa por el bloque en cuadratura representará un nivel de  $-1V$ , uno de los cuatro posibles niveles que puede tomar la señal a la salida del conversor digital-analógico. La señal que se obtiene es filtrada a través de un dispositivo pasabajas y posteriormente enviada a un mezclador, cuya función es modular la señal en amplitud sobre una portadora desfasada  $90^\circ$  respecto a la portadora utilizada en el modulador de la componente "en fase".

Las "curvas de cascada" permiten visualizar gráficamente el desempeño de un método de modulación digital. Estas gráficas no se refieren a la eficiencia en el uso del ancho de banda, sino a la probabilidad de que un símbolo sea recibido con error, de acuerdo con la relación señal a ruido correspondiente a un determinado sistema de comunicación. Las "curvas de cascada" se obtienen al dibujar la gráfica de la probabilidad de un símbolo en error, versus  $E_b/N_0$ . El cociente de  $E_b/N_0$  se refiere a la energía de un bit entre la densidad de potencia promedio del ruido y equivale a la relación señal a ruido que se utiliza en los sistemas analógicos.



**Figura D.3.:** Diagrama a bloques que define la operación de un modulador 16-QAM

# E. Diseño de un Codificador de Canal en Simulink

## E.1. Codificador/Decodificador Reed-Solomon

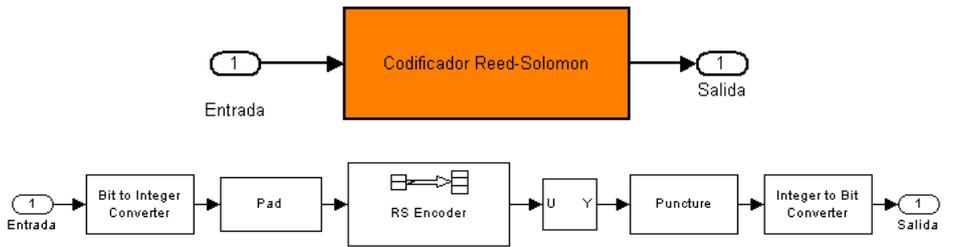


Figura E.1.: Codificador Reed-Solomon

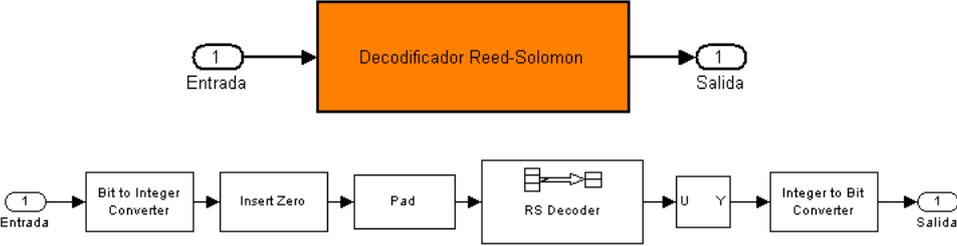


Figura E.2.: Decodificador Reed-Solomon

## E.2. Codificador/Decodificador convolucional

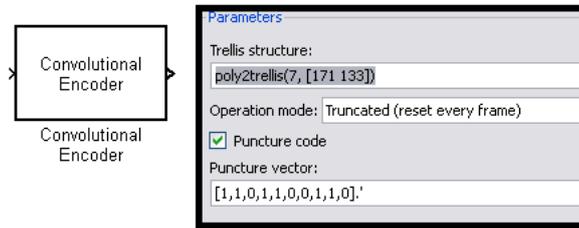


Figura E.3.: Codificador convolucional

En este bloque se añade un código convolucional. Según el estándar, hay que usar un código específico, pero con varias posibilidades en cuanto a los bits que se añaden.

Los parámetros son:

<b>Trellis structure</b>	Aquí hay que colocar <code>poly2trellis(7,[171 133])</code> , que es la función que se aplica para poder ejecutar más tarde el Viterbi. El 7 nos indica la profundidad del código. El 171 y el 133, son los vectores de conexiones, es decir, si tomamos de ejemplo el 171, el número se pasa de octal a bits, consiguiendo 001111001. Como la profundidad es 7, se quitan los dos primeros bits, así se consigue 1111001. Los “1” indican los registros (que guardan bits del vector de entrada de un paso anterior) que se van a conectar y los “0” los que no influyen.
<b>Operation mode</b>	“Continuous” ya que no hay que truncar cosa alguna.
<b>Puncture code</b>	Hay que activar esta casilla para poder añadir el puncture vector, que se usa para indicar el valor de la relación $k/n$ .
<b>Puncture vector</b>	De acuerdo con la relación $k/n$ se establece un vector característico.

Rate $k/n$	Puncture vector
1/2	11
2/3	1011
3/4	101110
5/6	1010111010
7/8	10001011111010

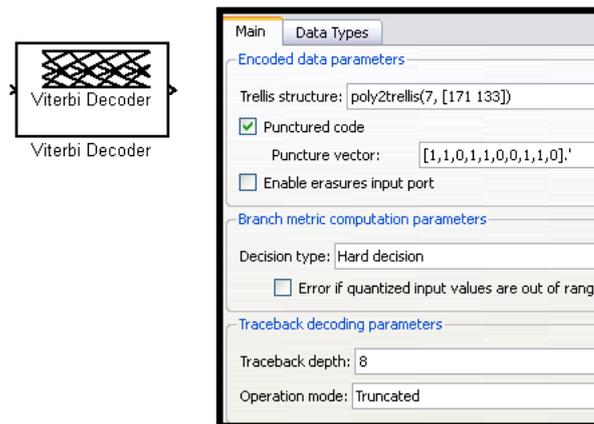


Figura E.4.: Decodificador convolucional



## F. Tabla de símbolos

$N_{FFT}$	Número de muestras de la FFT
$N_{sc}$	Número de subportadoras
$N_{pc}$	Número de muestras que hacen referencia al prefijo cíclico
$T_s$	Tiempo de símbolo
$T_g$	Tiempo de guarda
$B_c$	Ancho de banda coherente
$T_{max}$	Tiempo de máximo retardo
$BW$	Ancho de banda de la señal
$T_c$	Tiempo de coherencia
$f_d$	Máxima desviación Doppler
$B_D$	Dispersión Doppler
$K_r$	Factor de Rice
$\Delta f$	Desviación estándar entre subportadoras
$f_s$	Frecuencia de muestreo
$SNR$	Relación señal a ruido
$BER$	Probabilidad de bit en error
$E_b$	Energía de bit
$E_s$	Energía de símbolo
$N_0$	Potencia de ruido en una banda de 1 Hz